

ESTUDO DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS DO PRÉ-ESFORÇO APLICAÇÃO AO CASO DO TABULEIRO DA PONTE INFANTE D.HENRIQUE

Paulo Rafael da Silva Figueiredo

Relatório de Dissertação submetido para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Manuel Adão da Fonseca

Co-Orientador: Engenheiro Renato Rui da Silva Oliveira Bastos (Universidade do Minho)

FEVEREIRO DE 2009

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miiec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

AOS MEUS PAIS

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho não seria possível sem o apoio de diversas pessoas que, talvez até sem se darem conta, deram um grande contributo para a sua realização. Deixo aqui uma mensagem de sincero agradecimento e reconhecimento àquelas cujo contributo foi mais importante.

À minha família, nomeadamente aos meus Pais, pelo apoio incondicional demonstrado ao longo do todo o meu percurso académico e humano e aos meus irmãos que sempre acreditaram e apoiaram todos os meus projectos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. António Adão da Fonseca pelos conhecimentos transmitidos e pelas palavras de confiança e calma em horas de angústia.

Ao Co-orientador Eng.º Renato Bastos pela incansável disponibilidade, pelos conhecimentos transmitidos e pelos conselhos que permitiram levar o trabalho a bom porto.

À Juliana que sempre esteve do meu lado e me ajudou a manter o equilíbrio durante as fases menos boas.

Aos meus amigos que sempre torceram pelo meu sucesso e estiveram sempre do meu lado disponíveis para fazer comentários construtivos ao meu trabalho, à Elisabete, ao André, ao João Miguel, ao João Barbosa e ao José Lopes.

RESUMO

Actualmente, o pré-esforço é uma das técnicas mais utilizadas em estruturas especiais visto apresentar diversas vantagens. Vantagens estas que passam por uma redução da quantidade de materiais a aplicar na estrutura, pela rapidez de execução da obra e pela melhoria aumento do comportamento em serviço, entre outras.

Uma particularidade do pré-esforço é que, aplicado a estruturas isostáticas resulta num sistema equilibrado de forças que não interfere nas ligações ao exterior. Por outro lado, se aplicado a estruturas hiperstáticas, o pré-esforço resulta num sistema de forças que se equilibra recorrendo às ligações ao exterior. Ao recorrer aos apoios para equilibrar o sistema de forças, aparecem os efeitos hiperstáticos.

No presente trabalho pretende-se estudar em particular os efeitos hiperstáticos gerados pelo pré-esforço. Estes efeitos consistem na variação de esforços transversos e momentos flectores, uma vez que estes dependem dos anteriores. A componente hiperstática do esforço transversal não é analisada por ser pouco relevante, por sua vez a componente de momento hiperstático do pré-esforço resulta em esforços de flexão consideráveis.

Da teoria das estruturas, surge um método de cálculo estrutural associado às linhas de influência denominado pelo método dos coeficientes de influência que proporciona um bom entendimento do funcionamento das estruturas e permite prever os efeitos hiperstáticos do pré-esforço. Recorrendo então à teoria dos coeficientes de influência analisam-se três casos correntes. Pretende-se com este estudo avaliar a sensibilidade das estruturas aos efeitos hiperstáticos, para tal considerou-se diferentes traçados do cabo do pré-esforço e verificam-se as alterações ocorridas.

Por último, para efectuar uma análise sólida do controlo dos efeitos hiperstáticos nas estruturas, aplica-se o método apresentado a um problema ocorrido em 2000 durante a fase de projecto da ponte Infante D. Henrique. Problema este, que consistia num excesso de tensões de compressão instaladas na fibra inferior da secção de união arco tabuleiro. Foi um caso real que se resolveu com sucesso uma vez que se conseguiu reduzir as tensões, apoiando-se em estudos do método dos coeficientes de influência.

Com os estudos efectuados, pretende-se compreender o funcionamento dos efeitos hiperstáticos e poder determinar em que medida estes podem optimizar a utilização do pré-esforço.

PALAVRAS-CHAVE: Pré-esforço, Coeficientes de Influência, Efeitos Iperstáticos, Ponte Infante D. Henrique

ABSTRACT

Nowadays, prestress is one of the most used techniques in special structures because of all its advantages. Some of these advantages are as the reduction of the material used, allowing the accelerating of the construction process and also giving a better performance at serviceability situation.

One particularity of prestress is that, when applied to isostatic structures results in a equilibrate system of forces which doesn't interfere with the restraints. However, when it is applied to hiperstatic structures it results in a system that reaches the force equilibrium by using the restraints. This situation leads to the appearance of stresses which are called hiperstatic effects.

These hiperstatic effects were the main subject of the present work. These effects appear due to the variation of the shear and moment stresses. The hiperstatic component of the shear stress isn't analysed since it has a very small contribution. On the other hand the hiperstatic moment that is generated results in a considerable increase in the bending stresses.

The Theory of Structures provides a method associated to the influence lines which allow a good understanding on how the structure works and also makes it possible to predict the hiperstatic effects of the pre-stress. Using the theory associated to coeficientes de influência, three situations will be analysed. This study has the purpose of evaluating the sensibility of the structures to these hiperstatic effects. For this, the pre-stress tendon is subject to alteration and the differences obtained are analysed.

Lastly, in order to carry on a deeper analysis of the control of these hiperstatic effects the method referred above is used in a real life situation that occurred in the design of the Infante D. Henrique bridge in 2000. This problem consisted in an excess of compression stresses on the lower fibre of the connection between the arch and the deck. This was a real case that was successfully solved since these stresses were reduced based on studies of the “método dos coeficientes de influência”.

With all the developed studies it is intend to contribute to a better understanding of the hiperstatic effects and determine how can they optimize this resource.

KEYWORDS: Pre-Stress, “Coeficientes de Influência”, Hiperstatic Effects, Infante D. Henrique Bridge.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	I
RESUMO	III
ABSTRACT	V
 1. INTRODUÇÃO	 21
1.1. ASPECTOS GERAIS	21
1.2. OBJECTIVOS DA TESE	21
1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	21
 2. PRINCÍPIOS DO PRÉ-ESFORÇO.....	 23
2.1. INTRODUÇÃO	23
2.2. CONCEITOS AGREMIADOS AO PRÉ-ESFORÇO.....	23
2.3. MATERIAIS	25
2.3.1. <i>BETÃO</i>	25
2.3.2. <i>Os AÇOS</i>	28
2.3.2.1. <i>AÇO NORMAL (ARMADURA PASSIVA)</i>	28
2.3.2.2. <i>AÇO DE PRÉ-ESFORÇO (ARMADURA ACTIVA)</i>	30
2.4. PRÉ-ESFORÇO APLICADO AO BETÃO	32
2.5. TÉCNICAS DE PRÉ-ESFORÇO	37
2.5.1. <i>PRÉ-TENSÃO</i>	37
2.5.2. <i>PÓS-TENSÃO</i>	38
2.6. PERDAS DO PRÉ-ESFORÇO	41
2.6.1. <i>PERDAS INSTANTÂNEAS</i>	41
2.6.1.1. <i>Perdas por atrito</i>	41
2.6.1.2. <i>Perdas por deformação instantânea do betão</i>	42
2.6.1.3. <i>Perdas por reentrada dos órgãos de ancoragem</i>	43
2.6.2. <i>PERDAS DIFERIDAS</i>	45
2.6.2.1. <i>Betão</i>	45
2.6.2.1.1. <i>Retracção</i>	45
2.6.2.1.2. <i>Fluência</i>	48
2.6.2.2. <i>Armadura activa</i>	50

2.6.2.2.1 Relaxação	51
2.6.2.2.2 Fluência	51
2.7. FORÇAS DE PRÉ-ESFORÇO	52
2.7.1. $P_{MÁX}$	52
2.7.2. P'_0	53
2.7.3. P_∞	53
2.8. SISTEMAS ESTRUTURAIS DO PRÉ-ESFORÇO	54
2.8.1. VIGA ISOSTÁTICA	56
2.8.2. VIGA HIPERSTÁTICA	58

3. ESTUDOS DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS DO PRÉ-ESFORÇO 61

3.1. INTRODUÇÃO	61
3.2. NATUREZA DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS DO PRÉ-ESFORÇO	61
3.3. OS EFEITOS DOS MOMENTOS HIPERSTÁTICOS NA ESTRUTURA	63
3.4. CÁLCULO DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS.....	64
3.5. LINHAS DE INFLUÊNCIA	64
3.5.1. DEMONSTRAÇÃO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA NUMA ESTRUTURA.	64
3.5.2. CARACTERIZAÇÃO DO MÉTODO DOS COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA	66
3.6. ANÁLISE DE EXEMPLOS REAIS	68
3.6.1. PROCEDIMENTO DE ANÁLISE.....	68
3.6.2. ANÁLISE DE UM VIADUTO COM VIGA EM DUPLO T	69
3.6.2.1. Análise da Secção do Segundo Apoio da viga em duplo T	74
3.6.3. ANÁLISE DE UM VIADUTO EM VIGA CAIXÃO.....	76
3.6.3.1. Análise da Secção do Segundo Apoio	80
3.6.4. ANÁLISE DE UMA PASSAGEM SUPERIOR PEDONAL EM VIGA EM U.....	83
3.6.4.1. Análise da Secção do Segundo Apoio da viga em U.....	88
3.6.5. COMPARAÇÃO ENTRE VIADUTOS E CONCLUSÕES.....	90
3.7. HIPOTÉTICO EXEMPLO CONCLUSIVO	92

4. ESTUDO DO CASO DO TABULEIRO DA PONTE INFANTE D.HENRIQUE 97

4.1. INTRODUÇÃO	97
-----------------------	----

4.2. APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA.....	97
4.2.1. CARACTERIZAÇÃO DO TABULEIRO.....	98
4.2.2. CARACTERIZAÇÃO DO ARCO.....	100
4.2.3. CARACTERIZAÇÃO DOS PILARES.....	101
4.2.4. CARACTERIZAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO.....	102
4.3. MODELAÇÃO DA PONTE.....	103
4.3.1. DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA	103
4.3.2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.....	106
4.3.3. CARGAS EXISTENTES.....	106
4.4. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	107
4.5. SOLUÇÕES ADOPTADAS	109
4.6. RESULTADOS DAS INTERVENÇÕES EFECTUADAS	113
4.6.1. RETIRADA DE TODO O P.E. CONSTRUTIVO PRESENTE ENTRE OS 105 E 315 METROS	115
4.6.2. COLOCAR P.E. INFERIOR NO TABULEIRO ENTRE OS 105 E 168 METROS E 238 E 308 METROS.....	117
4.6.3. COLOCAR P.E. SUPERIOR NO TABULEIRO SOBRE OS MONTANTES DE ARRANQUE, M1 E M6.....	118
4.7. RESULTADOS GLOBAIS DAS INTERVENÇÕES	121
4.8. ANÁLISE DAS TENSÕES GERADAS	122
 5. CONCLUSÕES	 123
 ANEXOS	 127

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Exemplo de uma roda de uma carroça.(adaptado [7])	24
Figura 2.2- Representação de um Barril em madeira com cintas metálicas. (adaptado [7]).....	24
Figura 2.3 - Resposta a um carregamento uniaxial.(adaptado de Germán G.I., 1998).....	26
Figura 2.4 - Gráfico de resposta de um aço de armadura passiva (adaptado [9]).	29
Figura 2.5 – Diagramas tensão-extensão de vários aços.(adaptado [12])	30
Figura 2.6 – Resposta de uma peça de betão simples (adaptado [15])	33
Figura 2.7 - Resposta de uma peça de betão armado (adaptado [15]).....	33
Figura 2.8 - Resposta de uma peça de betão pré-esforçado (adaptado [15]).....	33
Figura 2.9 – Relação Altura/Vão para estruturas pré-esforçadas e não pré-esforçadas.([15])	34
Figura 2.10 - Comparação entre vigas em betão armado e pré-esforçado (adaptado [15])	36
Figura 2.11 –Técnica de pré-tensão	37
Figura 2.12 - Mostragem do comprimento de transmissão, (adaptado [8]).....	38
Figura 2.13 – Técnica de pós-tensão.....	38
Figura 2.14 - Representação do atrito parasita (adaptado [7])	41
Figura 2.15 - Reentrada da cunha após a libertação do cabo de P.E.. (adaptado [11])	43
Figura 2.16 - Variação do valor de reentrada das cunhas com a força de P.E.. (adaptado [11])	43
Figura 2.17 - Diagrama de perdas de pré-esforço para um traçado parabólico	44
Figura 2.18 – Gráfico que representa o desenvolvimento da extensão por retracção do betão.(adaptado [7])	47
Figura 2.19 – Apresentação gráfica do desenvolvimento do fenómeno de fluência.(adaptado [7]).....	48
Figura 2.20 - Desenvolvimento das extensões por fluência e deformação elástica do betão.(adaptado [7])	49
Figura 2.21 – Deformação ocorridas numa peça de betão ao longo do tempo. (adaptado [7])	50
Figura 2.22 - Apresentação de um esquema elucidativo do fenómeno da relaxação (adaptado [7]) ...	51
Figura 2.23 - Esquema elucidativo do fenómeno da fluência no aço (adaptado[7]).....	52
Figura 2.24 - Evolução da carga de pré-esforço com o tempo. ([7])	53
Figura 2.25 - Exemplificação de uma zona de ancoragem.....	54
Figura 2.26 - Representação de uma zona com o traçado do cabo parabólico.	55
Figura 2.27 - Representação de uma alteração localizada de geometria.	55
Figura 2.28 - Viga simplesmente apoiada com cabo aplicado no centro de gravidade.	56
Figura 2.29 – Apresentação da deformação ocorrida devido à aplicação do pré-esforço.	56
Figura 2.30 - Viga simplesmente apoiada com cabo de pré-esforço abaixo do centro de gravidade....	56

Figura 2.31– Apresentação da deformação devido á aplicação do pré-esforço.....	57
Figura 2.32 – Viga simplesmente apoiada com cabo curvilíneo	57
Figura 2.33 - Apresentação da deformação ocorrida devido á aplicação do pré-esforço	57
Figura 2.34 - Viga hiperstática com cabo rectilíneo aplicado no centro de graviade.....	58
Figura 2.35 - Apresentação da deformação ocorrida devido à aplicação do pré-esforço	58
Figura 2.36 – Viga pré-esforçada com o cabo abaixo do centro de gravidade.....	59
Figura 2.37 – Apresentação da deformada devida a aplicação do pré-esforço.....	59
Figura 2.38 - Apresentação de uma viga com o traçado do cabo parabólico.....	59
Figura 2.39 – Deformada da viga devido ao traçado parabólico	60
Figura 3.1 – Traçado dos momentos hiperstáticos do pré-esforço.....	63
Figura 3.2 – Cálculo das reacções nos dois primeiros apoios através do diagrama de momentos hiperstáticos.....	63
Figura 3.3 – Diagrama da linha de influência do par de momentos(η) [3].....	65
Figura 3.4 - Diagrama de momentos flectores produzido pelo par de momentos.[3]	65
Figura 3.5 – Diagrama da 1ª derivada da linha de influência (η') [3].	65
Figura 3.6 –Diagrama da 2ª derivada da linha de influência dos par de momentos (η'') [3].	65
Figura 3.7 – Alteração da η'' devido à variação de secção da estrutura [3]	66
Figura 3.8 – Alteração efectuada no Cabo de pré-esforço (exemplo simplificado)	69
Figura 3.9 – Tipologia do Viaduto Duplo T.....	70
Figura 3.10 – Características relevantes da secção em Duplo T.	70
Figura 3.11 – Perfil do viaduto em duplo T	70
Figura 3.12 – Diagrama de momentos flectores para uma carga unitária uniformemente distribuida.	70
Figura 3.13 – Diagramas de momentos para $0.1xL$	71
Figura 3.14 – Diagramas de momentos para $0.15xL$	71
Figura 3.15 - Comparação dos diagramas hiperstáticos.....	72
Figura 3.16 - Diferenças entre os diagramas hiperstáticos.....	72
Figura 3.17 - Diagrama de Tensões na fibra superior.....	73
Figura 3.18 - Diagrama de Tensões na fibra superior.....	73
Figura 3.19 – Análise da secção do 2ºApoio.....	75
Figura 3.20 – Pormenor da variação de $0.1xL$ para $0.15xL$	75
Figura 3.21 - Apresentação do resultado do produto de.....	76
Figura 3.22 - Tipologia do Viaduto Caixaõ.	76
Figura 3.23 – Características relevantes da secção em caixaõ.....	77
Figura 3.24 - Perfil do viaduto em Caixaõ.	77

Figura 3.25 – Diagrama de momentos para uma carga unitária uniformemente distribuida.....	77
Figura 3.26 – Diagrama de momentos para 0.1xL.....	77
Figura 3.27– Diagrama de momentos para 0.15xL.....	78
Figura 3.28 – Comparação dos diagramas hiperstáticos.	78
Figura 3.29 – Diferenças entre diagramas hiperstáticos.	79
Figura 3.30 - Diagrama de tensões na fibra superior.....	79
Figura 3.31 - Diagrama de tensões na fibra inferior.....	80
Figura 3.32 - Análise da secção do 2ºApoio.	82
Figura 3.33 – Pormenor da variação de 0.1xL para 0.15xL.....	82
Figura 3.34 - Apresentação do resultado do integral através das áreas correspondentes.	83
Figura 3.35 – Tipologia da passagem superior em U.	84
Figura 3.36 – Características relevantes da secção em U.	84
Figura 3.37 – Perfil da passagem superior em U.....	84
Figura 3.38 – Diagrama de momentos para uma carga unitária uniformemente distribuida.....	84
Figura 3.39 – Traçado dos diagramas referentes ao caso 0.1xL.	85
Figura 3.40 – Traçado dos diagramas referentes a 0.15xL.	85
Figura 3.41 – Comparação entre diagramas de momentos hiperstáticos.	86
Figura 3.42 – Diferença entre diagramas hiperstáticos.	86
Figura 3.43 – Diagrama de tensões na fibra superior.....	87
Figura 3.44 – Diagrama de tensões na fibra superior.....	87
Figura 3.45 - Análise da secção do 2ºApoio.	89
Figura 3.46 - Pormenor da variação de 0.1xL para 0.15xL.	89
Figura 3.47 - Apresentação do resultado do integral através das áreas correspondentes.	90
Figura 3.48 – Apresentação de características dos diferentes casos	91
Figura 3.49 – Apresentação do problema do exemplo conclusivo	93
Figura 3.50 - Caracterização momento Positivo	93
Figura 3.51 - Caracterização momento Negativo	93
Figura 3.52 – Solução apresentada segundo à análise do diagrama dos coeficientes de influência. ...	94
Figura 3.53 – Diagrama de momentos da primeira intervenção.....	94
Figura 3.54 – Resultado da intervenção efectuada	96
Figura 4.1 – Alçado da Ponte Montante.....	98
Figura 4.2 - Secção Transversal Tipo I	98
Figura 4.3 - Secção Transversal tipo I com reforço de 20 cm de betão no banzo inferior em segunda fase.....	98

Figura 4.4 – Secção Transversal tipo II.....	99
Figura 4.5 – Secção transversal tipo II que vai sofrer um reforço que varia entre 0,0 e 0,3 m	99
Figura 4.6 - Secção Transversal Tipo III (tramo central).....	99
Figura 4.7 – Secção da união Arco Tabuleiro	99
Figura 4.8 – Alçado de meio arco.....	100
Figura 4.9 – Planta de meio arco	100
Figura 4.10 – Pilar P1 situado na encosta de Vila Nova de Gaia	101
Figura 4.11 – Da Esquerda para a Direita, (M1,M6), (M2,M5) e (M3,M4)	102
Figura 4.12 – Identificação dos diferentes tipos de Pré-Esforço.....	102
Figura 4.13 – Pormenor do modelo (zona de mudança de secção).	105
Figura 4.14 – Da esquerda para a direita, Apoio Duplo, Apoio Simples e Encastramento.	105
Figura 4.15 – Modelo de barras da ponte do Infante.	105
Figura 4.16 – Representação das forças de desvio do pré-esforço.	107
Figura 4.17 - Momentos no tramo central.(adaptado [2]).....	108
Figura 4.18 – Diagrama de momentos do par de momentos responsáveis pela rotação unitária.....	110
Figura 4.19 – Diagrama dos coeficientes de influência.....	110
Figura 4.20 – Apresentação da 1ª intervenção a considerar.	111
Figura 4.21 - Apresentação da 2ª intervenção a considerar.	112
Figura 4.22 - Apresentação da 3ª intervenção a considerar.	113
Figura 4.23 – Localização da zona de intervenção.....	115
Figura 4.24 – Diagrama de esforços axiais da retirada do P.E. Superior.....	115
Figura 4.25 - Diagrama de momentos flectores da retirada do P.E. superior.....	115
Figura 4.26 – Traçado das tensões da fibra inferior devido à retirada do pré-esforço superior	116
Figura 4.27 – Localização da zona de intervenção.....	117
Figura 4.28 - Diagrama de esforços axiais da colocação de P.E. inferior.	117
Figura 4.29 - Diagrama de Momentos flectores da colocação de P.E. inferior.....	117
Figura 4.30 - Traçado das tensões da fibra inferior devido à colocação de P.E.inferior.	118
Figura 4.31 - Localização da zona de intervenção.....	119
Figura 4.32 - Diagrama de esforços axiais da colocação do P.E. Superior em M1 e M6.....	119
Figura 4.33 - Diagrama de esforços axiais da colocação do P.E. Superior em M1 e M6.....	119
Figura 4.34 - Traçado das tensões da fibra inferior devido à colocação de P.E.superior.	120
Figura 4.35 – Diagrama de esforços axiais (somatório dos efeitos).	121
Figura 4.36 - Diagrama de Momentos Flectores (somatório de efeitos).....	121

Figura 4.37 – Diagrama de distribuição de tensões na fibra inferior em todo o tabuleiro	122
---	-----

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Adaptado do Rebap	29
Tabela 2.2 - Vantagens e desvantagens das técnicas de aplicação de P.E.	40
Tabela 2.3 - Vantagens e Desvantagens do Tipo de cabo utilizado.....	40
Tabela 2.4 - (adaptado [10]).....	43
Tabela 3.1 - Variação dos efeitos hiperstáticos na viga em duplo T.	74
Tabela 3.2 - Variação de Tensões na viga duplo T na secção 2º Apoio.	74
Tabela 3.3 - Variação de efeito hiperstático na viga em caixão.	80
Tabela 3.4 - Variação de Tensões na viga caixão na secção 2º Apoio.....	81
Tabela 3.5 - Variação do efeito hiperstático na viga em U.	88
Tabela 3.6 - Variação de Tensões na viga em U na secção 2º Apoio.....	88
Tabela 3.7 - Resultados da análise hiperstática	91
Tabela 3.8 - Apresentação das alterações ocorridas a nível das tensões	92
Tabela 4.1 - Cálculo das secções equivalentes do Tabuleiro.....	104
Tabela 4.2 - Cálculo das secções equivalentes do Arco	104
Tabela 4.3 - Classe de betão correspondente a cada secção.....	106
Tabela 4.4 - Características do aço Pré-Esforço (valores por fio (strand))	107
Tabela 5.1 - Variação de tensão na secção em análise	124

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Letras Latinas

η	Linha de influência
η'	Derivada da linha de influência
η''	2ª Derivada da linha de influência (coeficientes de influência)

Letras Gregas

Δt	Variação de temperatura
ε_{cs}	Extensão por retracção total
ε_{cd}	Extensão por retracção de secagem
ε_{ca}	Extensão por retracção autógena
φ	Coeficiente de fluência

ACRÓNIMOS

P.E.	Pré-esforço
M.Hip.	Momento Hiperstático
M.tot.	Momento total
M.iso.	Momento isostático
kN	Kilonewton
kN.m	Kilonewton por metro
kPa	Kilo Pascal
MPa	Mega Pascal
E.C.2	Eurocódigo 2
R.S.A	Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes
R.E.B.A.P.	Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado.

1

INTRODUÇÃO

1.1. ASPECTOS GERAIS

Durante a execução de obras singulares, tais como viadutos, silos de armazenagem, estruturas especiais ou mesmo prédios, aparecem problemas relacionados, geralmente, com o desrespeito dos regulamentos em vigor por excesso das tensões admitidas. Assim, se não se detectar o problema atempadamente, é necessário decidir de forma rápida e viável a resolução eficiente deste.

Perante este facto podemos recorrer ao método de análise que se baseia nos coeficientes de influência, pois deste método resulta uma abordagem do problema numa base teórica muito sólida que permite a análise exequível sem se perder muito tempo.

1.2. OBJECTIVOS DA TESE

O desenvolvimento deste trabalho teve como principal objectivo o estudo dos efeitos hiperstáticos provocados pelo pré-esforço em diversas estruturas. Para garantir uma boa abordagem das questões associadas aos efeitos hiperstáticos, analisaram-se três casos reais com o objectivo de entender a variação destes efeitos. Um dos objectivos passa também pela análise do caso do tabuleiro da ponte Infante D. Henrique, onde se revolveram problemas de tensões recorrendo aos efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE

No que refere à organização deste trabalho optou-se por uma divisão em 5 capítulos com o seguinte conteúdo:

No Capítulo 1 faz-se a introdução.

No Capítulo 2 pretende-se apresentar de forma breve e explícita vários conceitos associados ao pré-esforço. Procedeu-se a uma descrição geral passando pela apresentação das propriedades dos materiais, técnicas de aplicação e por uma pequena descrição de fenómenos associados a esta, tais como as perdas de pré-esforço. Ao terminar o capítulo abordam-se fenómenos que ocorrem nas estruturas nas quais se aplica o pré-esforço.

No Capítulo 3 é abordada a questão da técnica a utilizar para a consideração do pré-esforço nas estruturas. Para tal, explica-se o método dos coeficientes de influência o qual se reveste de grande importância no âmbito deste trabalho. Com o decorrer do estudo surge a necessidade de aplicar o método de análise a casos práticos correntes com o objectivo de consolidar o método e facilitar o seu entendimento. Assim foi possível efectuar uma análise mais completa dos efeitos hiperstáticos que ocorrem nas estruturas devido ao pré-esforço e assim compreender melhor os conceitos associados a estes efeitos.

Ao longo do Capítulo 4 foi efectuada uma aplicação do método explicado no capítulo anterior à Ponte Infante D. Henrique. Sendo necessário explicar todos os seus pormenores estruturais, para posteriormente efectuar um modelo de elementos finitos que permitisse uma análise de esforços decorrentes da aplicação do pré-esforço. Procedeu-se ao estudo dos efeitos hiperstáticos recorrendo ao método dos coeficientes de influência e apresentando e explicando as medidas que permitiram a resolução dos problemas das altas tensões de compressão presentes na zona de união arco tabuleiro.

No capítulo 5 apresentam-se todas as conclusões que se obtiveram através do trabalho realizado.

2

PRINCÍPIOS DO PRÉ-ESFORÇO

2.1. INTRODUÇÃO

No decorrer deste capítulo irá ser apresentada e explicada a técnica de pré-esforço. Nesta apresentação pretende-se desenvolver um pouco a sensibilidade do leitor de forma a compreender a base do estudo a realizar.

Far-se-á uma breve descrição das propriedades dos materiais envolvidos na execução de estruturas pré-esforçadas, assim como as próprias técnicas de aplicação.

Também se faz referência ao aspecto das perdas de pré-esforço, das quais depende um bom funcionamento da estrutura.

Para terminar o capítulo, far-se-á referência aos efeitos hiperstáticos do pré-esforço, em estruturas simples com o intuito de preparar o leitor para entrar no capítulo seguinte com algumas definições e conceitos assimilados, que o ajudarão na interpretação.

2.2. CONCEITOS AGREMIADOS AO PRÉ-ESFORÇO

Tal como o próprio nome indica, o pré-esforço está associado a uma acção prévia que por consequência introduz esforços na estrutura. É realmente uma técnica construtiva que está relacionada com a introdução de esforços de compressão na estrutura numa fase inicial, que permite um melhor aproveitamento de secções do material, redução do peso, entre outras vantagens. Em seguida, vai expor-se de forma simples e directa algumas características e conceitos associados ao pré-esforço.

O pré-esforço é uma técnica que já acompanha o ser humano há muitos anos. Nos primórdios, sem mesmo perceber o que se passava, o Homem resolvia muitas vezes os seus problemas com simples aplicações desta técnica. Pode referir-se por exemplo a roda de carroça, que estava dividida em duas partes distintas, por um lado a estrutura em madeira que se montava por encaixe e por fim, levava um reforço de ferro muito quente com dupla funcionalidade. Uma era a de obter uma protecção contra o desgaste das peças de madeira, a outra, igualmente importante, era a garantia de um importante aumento da estabilidade e resistência, tornando a roda mais coesa e estável, isto devido ao arrefecimento que provoca uma diminuição de diâmetro (Figura 2.1).

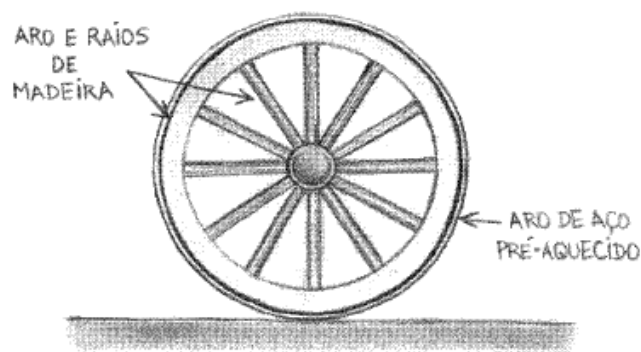


Figura 2.1 - Exemplo de uma roda de uma carroça.(adaptado [7])

Outro exemplo actual de utilização empírica desta técnica, é nos barris de madeira com precintas metálicas onde se transporta e guarda o vinho. Na fase de construção, depois de se ter todas as ripas justapostas formando desta forma o barril, são inseridas as precintas metálicas, que possuem um respectivo diâmetro, numa zona em que o diâmetro formado pelas ripas de madeira é ligeiramente maior. Geram-se então forças de compressão entre as ripas e esforços de tracção nas precintas. Estas forças são a razão pela qual o barril não deixa o líquido passar para fora e também a razão pela qual é tão compacto e resistente. (Figura 2.2)

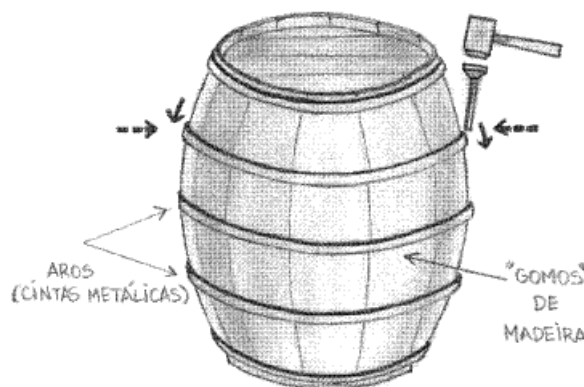


Figura 2.2- Representação de um Barril em madeira com cintas metálicas. (adaptado [7])

No caso da roda de madeira, se não existisse o reforço de ferro, o seu tempo de vida útil ficaria muito reduzido e seria menos segura. No caso do barril, se este não tivesse as precintas de ferro, o que iria acontecer era que a simples carga hidrostática do líquido iria desfazer o barril.

A utilização destes exemplos muito básicos servem simplesmente para demonstrar que, embora o conceito do pré-esforço se utilize desde há muito tempo, só recentemente o Homem começou a olhar para esta técnica com outros olhos e a descobrir as suas vantagens noutras situações e um aumento da sua aplicabilidade.

2.3. MATERIAIS

Os elementos utilizados no betão pré-esforçado são o betão, aço normal, aço de alta resistência, ancoragens, bainhas, tubos de purga, entre muitos outros dispositivos necessários para que seja possível a realização desta técnica. Mas, falar-se-á mais aprofundadamente no betão e nos tipos de aço, pois é da junção destes dois materiais que advêm os fenómenos mais importantes que ocorrem no período de vida útil da estrutura.

O betão e o aço de pré-esforço formam dois sistemas estruturais que são considerados em teoria como extremamente ligados, apesar de na prática normalmente ser mais conveniente considerar o aço como parte integrante do betão. De todo modo, esta independência teórica permite separar as propriedades de ambos os materiais de forma a poderem ser estudados.

2.3.1. BETÃO

O betão é um material heterogéneo constituído por agregado, ligante, água e/ou adjuvantes. Com a descoberta deste material houve um grande avanço na construção devido, sobretudo, ao seu carácter resistente e pela sua característica quase fluida na altura de aplicação, que permite dar forma aos elementos construtivos, podendo assim, aumentar o rendimento das estruturas e a própria beleza da obra de arte.

Como é sabido este material apresenta uma boa resistência à compressão, no entanto, a resistência à tracção é menor, ronda valores de 10% da resistência à compressão. O betão pré-esforçado exige a utilização de técnicas mais requintadas de forma que é necessário garantir um maior controlo da qualidade da estrutura. Para garantir uma estrutura eficiente em betão pré-esforçado torna-se então necessário a utilização de betões de melhor qualidade.

Regra geral, são utilizados betões com resistência média à ruptura de 20 a 30 Mpa, no entanto, para obras especiais em que se exige mais um pouco da resistência do betão utiliza-se betões com média ou alta resistência. No caso das obras pré-esforçadas utilizam-se betões de classes que aguentam de 40 a 50 Mpa, se consideram de resistência média (Germán Gonzalez-Isabel, 1998). A utilização de betões com um bom desempenho apresenta grandes vantagens em comparação com a classe de betões corrente destinada a obras normais:

- No pré-esforço por ancoragem são elevadas as tensões de compressão sobre o betão junto aos órgãos de ancoragem. Para resolver o problema teremos, de aumentar as dimensões da placa ou sistema de ancoragem, ou aumentar a resistência do betão à compressão (a última alternativa parece ser a mais adequada economicamente);
- O emprego de betão de alta resistência permite a redução em geral das dimensões das peças, o que se mostra ser de grande importância na medida em que diminui o peso próprio destas;
- Por último, esta gama de betões para além de uma resistência à compressão e grande módulo de elasticidade (Figura 2.3) diminui tanto as deformações imediatas como as que ocorrem ao longo do tempo provocadas pela fluência do betão. Isto é importante também, como se verá adiante, na redução do efeito das perdas de pré-esforço, em consequência dos fenómenos de retracção e fluência do betão.

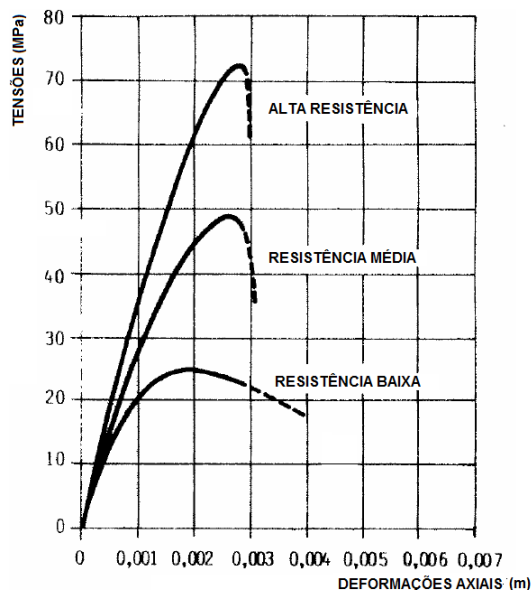


Figura 2.3 - Resposta a um carregamento uniaxial.(adaptado de Germán G.I., 1998)

Todos os valores de resistências referidos anteriormente associados ao betão são valores característicos de resistência para a idade de 28 dias. No entanto, o projectista, se necessário, poderá que programar a fase de puxe para uma idade de betão que não os 28 dias mas antes, por exemplo por questões de cumprimento de prazos de entrega, entre outros.

Assim, de acordo com o Eurocódigo 2 (EC2) podemos calcular a resistência do betão para idades inferiores a 28 dias através da expressão (2.1)

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (2.1)$$

A resistência média depende do tipo de cimento, da temperatura envolvente e das condições de cura, de modo simplificado considera-se aceitável a adopção destes valores.

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}} \quad (2.2)$$

$f_{cm}(t)$ - Tensão média de rotura do betão à compressão à idade de t dias.

f_{cm} - Tensão média de rotura aos 28 dias de idade $= f_{ck} + 8 \text{ (Mpa)}$

f_{ck} - Tensão característica da classe de betão

$\beta_{cc}(t)$ - Coeficiente que depende da idade do betão (t)

t - Idade do betão em dias

S - Coeficiente que depende do tipo de cimento

Deste modo sabe-se que a resistência do betão vai aumentando desde que é betonado até perfazer aproximadamente os 28 dias. No entanto, há um fenómeno que convém salientar quanto à alteração da resistência do betão, aquando da aplicação de cargas concentradas com carácter definitivo em betões com idade jovem. O fenómeno que convém o projectista ter em mente é que a aplicação de cargas de carácter definitivo vai provocar uma diminuição significativa na resistência, devido ao ajuste das componentes microscópicas do betão. Ao ocorrer este pequeno decréscimo, convém ser analisada a possibilidade de a carga aplicada no betão em idade jovem cobrir a quebra de resistência e provocar o esmagamento da zona de puxe.

Para o cálculo da resistência de uma peça de betão à tracção, o EC2 sugere a aplicação da fórmula (2.3);

$$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^{\alpha} \cdot f_{ctm} \quad (2.3)$$

$f_{ctm}(t)$ - Tensão média de rotura do betão à tracção à idade de t dias

f_{ctm} - Tensão média de rotura por tracção aos 28 dias de idade

α - =1, para $t < 28$

=2/3, para $t \geq 28$

Neste caso, dependendo da idade do betão e das características do cimento que se manifesta no cálculo do parâmetro $\beta_{cc}(t)$, obtemos uma aproximação da resistência do betão à tracção.

Uma propriedade também muito importante que convém referir é o módulo de elasticidade do betão. Esta característica vai ser importante na análise em estado limite de utilização e no controlo de deformações. Quando a peça está a trabalhar em regime elástico, quanto maior for o módulo de elasticidade, menor vai ser a sua deformação. Na fase de puxe do pré-esforço, geralmente efectuada em idades jovens de betão, a peça de betão vai estar sujeita a compressões muito elevadas que vão provocar um encurtamento da peça.

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0.3} \times E_{cm} \quad (2.4)$$

$E_{cm}(t)$ - Módulo de elasticidade para idades inferiores a 28 dias

E_{cm} - Módulo de elasticidade característico para a idade de 28 dias

Com maiores valores de módulo de elasticidade, vão ocorrer menores deformações axiais, devido às compressões do betão, que vão garantir uma menor quantidade de perdas de pré-esforço. Este tema das perdas será abordado ainda devidamente adiante.

2.3.2. Os Aços

Os aços utilizados nas obras de betão pré-esforçado têm duas naturezas diferentes:

- Aços para armadura passiva, que auxiliam o betão na absorção dos esforços de compressão provocado pela armadura activa, usados para controlo de fendilhação, e para garantir segurança quanto ao esforço transversal no caso de vigas e punçoamento no caso de lajes.
- Aços utilizados na armadura activa que vão ser responsáveis pela compressão inicial do betão.

2.3.2.1. Aço Normal (armadura passiva)

Nas estruturas de betão pré-esforçado, para além do aço de pré-esforço, utiliza-se também aço ordinário já conhecido por ser utilizado em construções em betão armado. Este aço é utilizado em forma de varões circulares com diâmetros comerciais já bem conhecidos. A armadura suplementar tem como principais funções:

- Armar a viga longitudinalmente para absorver as tensões de tracção em serviço;
- Contribuir para o momento de fissuração;
- Auxiliar os cabos de pré-esforço no controle da abertura de fendas, no caso de momentos superiores ao de fendilhação;
- Aumentar o momento flector de ruptura da secção.

Os aços da armadura ordinária são conhecidos, regra geral, pelo facto de possuírem um patamar de cedência (Figura 2.5), que é o responsável pela sua denominação.

Na Figura 2.4 encontram-se listados as principais características mecânicas dos aços geralmente empregados como armadura ordinária convencional. Na tabela constam também alguns aspectos referentes ao processo de fabrico e à caracterização da superfície do aço.

Quanto ao processo de fabrico, os aços estão classificados como natural, laminado a quente (N) ou endurecido a frio (E). O processo de endurecimento a frio (E) pode ser feito de quatro maneiras:

- Torção
- Tracção
- Trefilagem
- Laminagem a frio

Quanto à configuração da superfície, os varões podem ser lisos, com aderência normal, ou rugosos, com grande aderência. Esta classificação foi feita de acordo com a nomenclatura do REBAP.

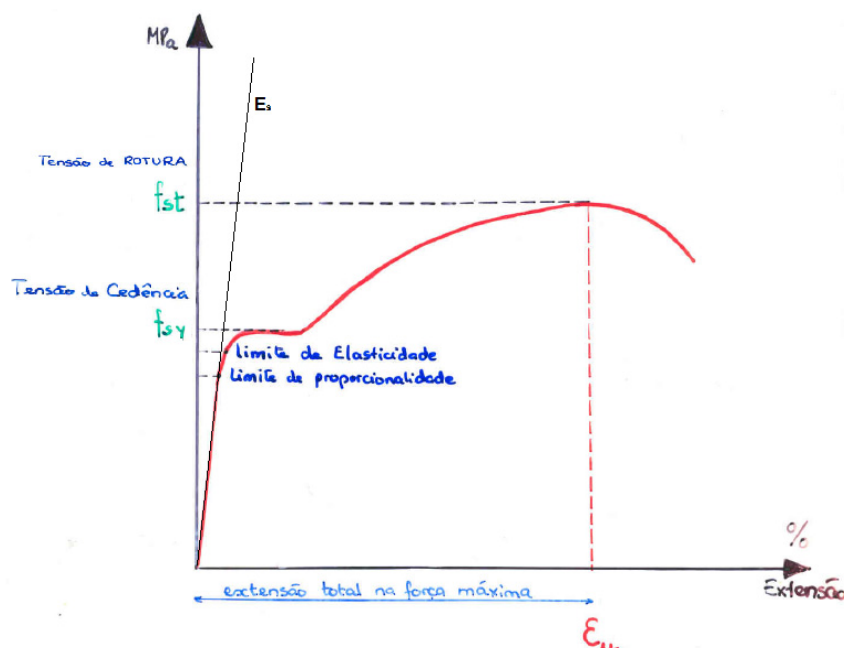


Figura 2.4 - Gráfico de resposta de um aço de armadura passiva (adaptado [9]).

Comparando traçados representados na Figura 2.5 de um aço ordinário (A235, A400), com os traçados de aços pré-esforçados presente também na Figura 2.5 pode-se observar que a grande diferença entre estes dois tipos de aço é o valor de resistência característico, no entanto, é também evidente a presença de um patamar de cedência nos ensaios de aços de armadura ordinária (A235 e A400).

Tabela 2.1 – Adaptado do Rebap

Designação	Processo de fabrico	Configuração da superfície	Características de aderência	Características mecânicas							
				Tração (1)				Dobragem (2)			
				Tensão de cedência f_{yk} (1) (MPa)	Tensão de rotura f_{utk} (MPa)	Extensão após rotura ϵ_{uk} (4) (%)	Dobragem simples (1)	Dobragem-desdobragem (1) conforme o diâmetro dos varões, $\varnothing$ (mm)			
								12 < $\varnothing$ ≤ 18	18 < $\varnothing$ ≤ 25	25 < $\varnothing$ ≤ 32	32 < $\varnothing$ ≤ 40
A235 NL	Laminado a quente	Lisa	Normal	235	360	24	2 $\varnothing$	-	-	-	-
A235 NR		Rugosa	Alta				2 $\varnothing$ (7)	5 $\varnothing$	7 $\varnothing$	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$
A400 NR	Laminado a quente	Rugosa	Alta	400	460	14	3 $\varnothing$ (7)	6 $\varnothing$	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$	12 $\varnothing$
A400 ER	Endurecido a frio	Rugosa	Alta	400	460	12	3 $\varnothing$ (7)	6 $\varnothing$	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$	12 $\varnothing$
A400 EL	Endurecido a frio com torção	Lisa	Normal				4 $\varnothing$	-	-	-	-
A500 NR	Laminado a quente	Rugosa	Alta	500	550	12	4 $\varnothing$ (7)	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$	12 $\varnothing$	14 $\varnothing$
A500 ER	Endurecido a frio	Rugosa	Alta	500	550	10	4 $\varnothing$ (7)	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$	12 $\varnothing$	14 $\varnothing$
A500 EL (8)		Lisa	Normal				4 $\varnothing$	-	-	-	-

Quanto ao módulo de elasticidade da armadura ordinária, considera-se constante para todo o tipo de aços ordinários pois todos são compostos com a mesma quantidade de carbono. Desta forma temos:

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

2.3.2.2. Aço de Pré-esforço (armadura activa)

O aumento da resistência dos aços aplicados ao pré-esforço foi uma condição necessária e marcante no desenvolvimento do betão pré-esforçado.

Enquanto os aços normais apresentam resistências ao estado limite último na ordem dos 200MPa a 400MPa, os aços de pré-esforço apresentam numa fase intermédia de produção valores já na ordem dos 1000MPa e no fim do processo de fabricação, possuem uma resistência ao estado limite último na ordem dos 1800MPa. ([9])

No mercado, é possível encontrar o aço de alta resistência para aplicar em estruturas onde se vai aplicar o pré-esforço de três diferentes formas:

- em fio simples;
- em cordões constituídos por vários fios;
- em barras (varão) pré-esforçadas.

Na seguinte figura encontram-se traçados os diagramas de tensão-extensão de alguns exemplos de aço utilizado na construção. Pode-se dividir em dois grupos, um contém aços utilizados em estruturas pré-esforçadas (exemplos 1,2 e 3), o outro trata-se de aço utilizado nas armaduras passivas e aplica-se a qualquer estrutura.

O facto de se traçar todos estes exemplos tem como objectivo a comparação das tensões que aguentam até a ruptura.

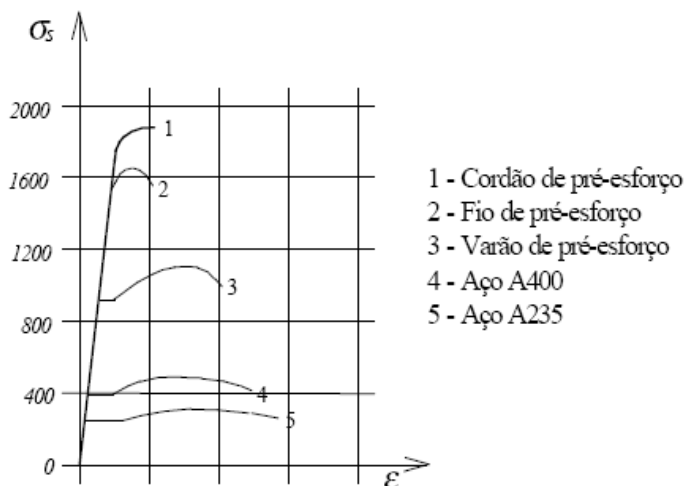


Figura 2.5 – Diagramas tensão-extensão de vários aços.(adaptado [12])

De modo a alcançar esta alta resistência, a qualidade do aço de pré-esforço é submetida a um maior controlo na fase de produção, para além de ter um processo de fabrico singular. A alta resistência apresentada por esta gama de aços deve-se à alta percentagem de carbono que é adicionada na fase de produção e também aos pelos processos de endurecimento e tratamento mecânico.

Os valores das tensões são obtidos a partir dos correspondentes valores característicos divididos pelo coeficiente de segurança.

O aço de pré-esforço não apresenta grandes variações no módulo de elasticidade, daí considerar-se do seguinte modo:

$$E_p = 195 \pm 10 \text{ GPa}$$

Esta variação de ± 10 GPa está relacionada com o tipo de aço se tratar de um fio ou barra considera-se o módulo de elasticidade 195 mais 10 GPa, se for cordão constituído por cabos, o módulo de elasticidade é 195 menos 10GPa ([7]).

Para além da alta resistência, esta gama de aços convém ter outra característica bastante importante, baixa relaxação. A relaxação trata-se de uma propriedade intrínseca do material que consiste na perda de tensão a uma deformação constante, ou seja traciona-se o aço com uma carga P, ao fim de um determinado período de tempo, verifica-se uma alteração da força.

Associado a cada tipo de aço de pré-esforço, o EC2 define três classes de relaxação:

- Classe 1: fios ou cordões – relaxação normal;
- Classe 2: fios ou cordões – baixa relaxação;
- Classe 3: barras laminadas a quente e com tratamento complementar.

Segundo o EC2, o cálculo da perda de tensão devido à relaxação do aço deve apoiar-se no valor do coeficiente ρ_{1000} , que é a perda devido à relaxação em (%) às 1000 horas depois da aplicação de pré-esforço e a uma temperatura média de 20°C. Este valor está associado às mil horas, pois é um fenómeno de muito curta duração e que se considera estável após as mil horas.

De modo simplificado pode considerar-se ρ_{1000} iguais a:

- 8% (classe 1)
- 2.5% (classe 2)
- 4% (classe 3)

Agora já sabendo o significado do coeficiente ρ_{1000} , para calcular as perdas por relaxação, o EC2 apresenta as seguintes expressões, em que cada uma corresponde a uma classe diferente.

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5.39 \times \rho_{1000} \times e^{6.7\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5} \quad (\text{Classe 1}) \quad (2.5)$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0.66 \times \rho_{1000} \times e^{9.1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5} \quad (\text{Classe 2}) \quad (2.6)$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1.98 \times \rho_{1000} \times e^{8\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5} \quad (\text{Classe 3}) \quad (2.7)$$

$\Delta\sigma_{pr}$ -	Valor absoluto das perdas de pré-esforço devidas à relaxação
σ_{pi} -	Valor absoluto da tensão inicial do pré-esforço (simplificadamente)
t -	tempo depois da aplicação do pré-esforço
μ -	Igual ao quociente de $\frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$ em que f_{pk} é o valor característico da resistência à tracção do aço de pré-esforço
ρ_{1000} -	Valor da perda devida à relaxação (em %), às 1000 horas depois da aplicação de pré-esforço a uma temperatura de 20°C.

2.4. PRÉ-ESFORÇO APLICADO AO BETÃO

O betão pré-esforçado é um tipo de reforço do betão em que o aço utilizado no reforço é tensionado previamente contra o betão. Esta operação de tensionamento resulta num sistema auto-equilibrado de tensões internas do betão, há uma passagem directa das tensões do aço (tracções) para o betão, que se traduzem em tensões de compressão. Este estado de auto-equilíbrio vai favorecer a resposta da estrutura às acções exteriores.

O betão é moldável, durável, resistente ao fogo, económico e apresenta uma elevada resistência à compressão. No entanto, apresenta uma débil resistência quando sujeito a esforços de tracção.

Se uma estrutura de betão que apresenta uma resistência à compressão de 25Mpa estiver sujeita a esforços de tracção no seu plano longitudinal, assim que atingir a tensão média de 2,2Mpa vai fendilhar e ruir (Figura 2.6). A manifestação deste fenómeno ocorre para pequenas tensões ao que corresponde também pequenas deformações.

Ao tratar-se de betão armado, há a disposição de barras longitudinais de forma a absorver os esforços de tracção gerados, melhorando desta forma a resposta das peças às tracções. Por exemplo, se houver um reforço com 1,5% de aço com resistência de 400Mpa vai haver uma alteração da resposta da peça após atingir a fendilhação. Ou seja, uma vez abertas as fendas, há uma passagem da força de toda a peça, para a área correspondente ao aço, uma vez que vai ser este a absorver toda a energia da carga até ao colapso. Com esta alteração vai ser possível traçar-se um gráfico como o apresentado na Figura 2.7, onde se verifica o momento da abertura de fendas e a transmissão da acção para o aço e a sua deformação até à ruptura.

Se agora tivermos uma peça com as mesmas secções, mas agora pré-esforçando o aço a utilizar na peça, vai haver uma alteração no comportamento da estrutura, como se pode ver na Figura 2.8. O aço vai introduzir na peça compressões que vão fazer com que a ocorrência da abertura de fendas seja atrasada. É necessário introduzir no sistema mais energia para primeiro vencer a força de pré-esforço e só depois virá a força para a abertura de fendas. Esta alteração vai conferir à peça mais resistência na abertura de fendas logo mais dissipação de energia.

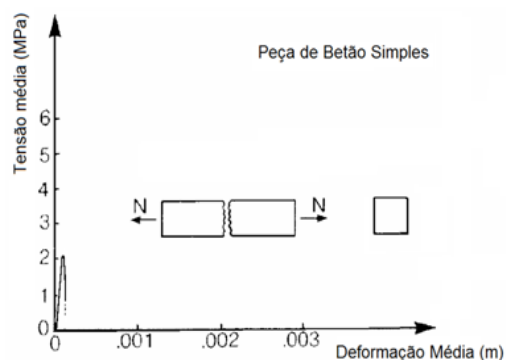


Figura 2.6 – Resposta de uma peça de betão simples (adaptado [15])

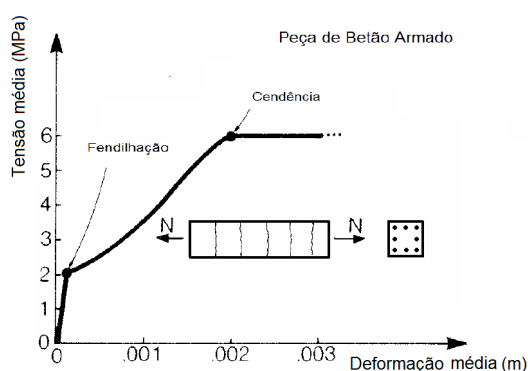


Figura 2.7 - Resposta de uma peça de betão armado (adaptado [15])

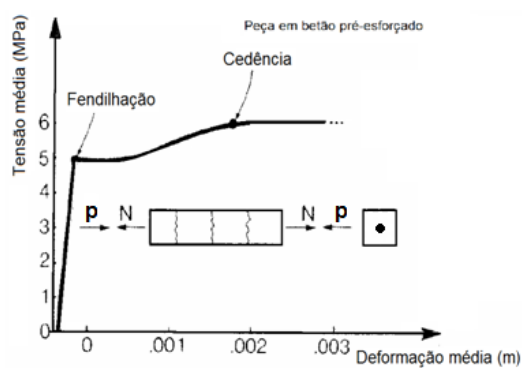


Figura 2.8 - Resposta de uma peça de betão pré-esforçado (adaptado [15])

Esta análise pode ser feita partindo de uma peça simples de betão com o aço de resistência corrente traccionado dentro do núcleo central da peça. Embora a colocação do cabo de pré-esforço obedeça a alguma filosofia de dimensionamento.

O projectista deve ter em consideração que a aplicação do pré-esforço vai permitir o controlo ou eliminação da abertura de fendas em estado limite de serviço e o controlo das deformadas devido aos efeitos do pré-esforço.

Como já foi referido anteriormente, com a evolução dos tempos evoluíram também os materiais, que permitiram atingir um melhor rendimento da aplicação desta técnica devido aos aços de elevada resistência. Imaginando que se pretende fazer um estudo de dimensionamento de uma viga em betão armado ou betão pré-esforçado, para as mesmas condições de utilização e de deformação, chega-se à conclusão que, mantendo a mesma altura de viga, se pode duplicar o vão para estruturas pré-esforçadas (Figura 2.9) ([15]).

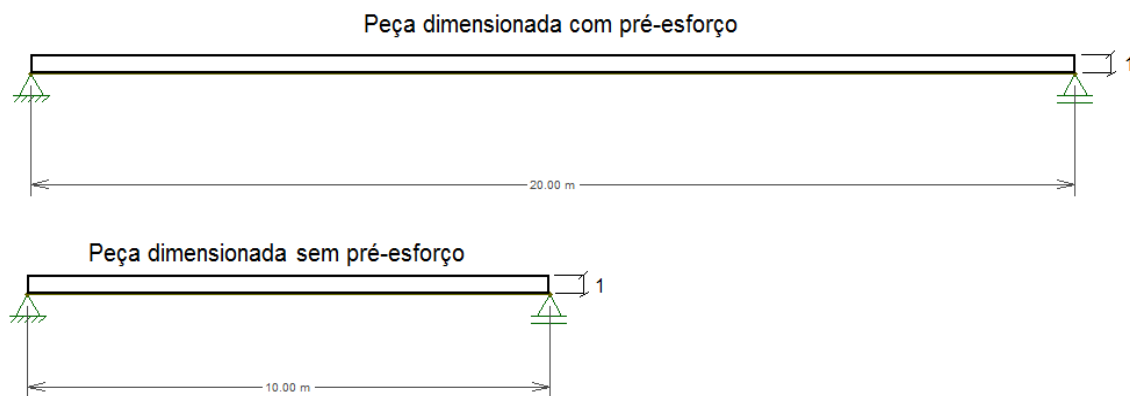


Figura 2.9 – Relação Altura/Vão para estruturas pré-esforçadas e não pré-esforçadas.([15])

Esta situação facilmente se comprova ao avaliar-se duas vigas em betão, uma armada com aço de resistência normal e outra reforçada com aço de alta resistência.

O conceito básico para o betão armado não é mais do que colocar a armadura de reforço na zona da peça em que se desenvolvem as tracções após esta estar sujeita às acções exteriores. Para localizar esta zona podemos-nos guiar pelo cálculo da distribuição de tensões apoiando-nos na fórmula da resistência dos materiais (2.8).

$$\sigma_c = \frac{N}{A} \pm \frac{M \times y_g}{I_g} \quad (2.8)$$

σ_c - Tensão instalada no betão na fibra da secção em análise (MPa)

N - Esforço axial instalado na secção (Kn)

A - Área da secção da peça de betão (m²)

M - Momento flector instalado na secção (kN.m)

y_g - Distância do centro de gravidade à fibra em análise (m)

I_g - Momento de inércia da peça (m⁴)

Assim, de acordo com a convenção da resistência dos materiais, as zonas que apresentem valores negativos estão sujeitas a compressões e as que apresentem valores positivos estão instalados esforços de tracção.

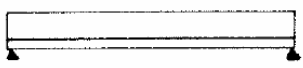
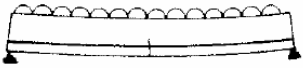
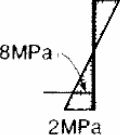
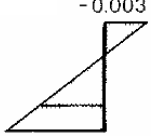
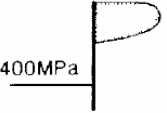
O pré-esforço segue igualmente esta filosofia de acompanhar as tracções, no entanto, neste caso, há uma alteração no estado de tensões inicial da peça devido à introdução de uma força de compressão na viga em consequência da passagem dos esforços de tracção do aço para o betão. Nas construções em

betão pré esforçado como o aço utilizado é de elevada resistência vai garantir uma maior carga de ruptura da peça.

De forma a podermos ter uma ideia comparativa entre estruturas em betão armado e pré esforçado, na Figura 2.10, pode observar-se as duas situações retratadas.

Em primeiro lugar, a viga de betão armado numa situação inicial, se não se contabilizar qualquer tipo de cargas nem o seu peso próprio, o estado de tensões na viga será nulo. Uma vez aplicadas as primeiras cargas, a viga fendilhará para uma carga muito baixa e numa altura em que as tensões da peça serão muito reduzidas também. Em estado limite último as tensões estarão bem distribuídas, as compressões estão localizadas na zona superior do betão enquanto as tracções estão sobretudo instaladas no aço.

Na análise da viga pré-esforçada, numa fase muito inicial em que não se considera a intervenção das cargas exteriores, a aplicação da carga P de pré-esforço resulta num estado de tensões auto-equilibrado, pois a força de tracção do aço é totalmente absorvida pelo betão. Este estado de tensão confere uma alteração no comportamento da viga aumentando a carga necessária para atingir tensões de tracção na fibra inferior no betão. Após descomprimir na totalidade, a zona inferior, com um pouco aumento de carga, vai fendilhar. Uma vez perto da ruptura, a viga vai apresentar um comportamento semelhante à viga de betão armado, ou seja, as fibras superiores do betão vão apresentar altas tensões de compressão, enquanto que, no aço se encontram as grandes tensões de tracção.

CONDIÇÕES A MEIO VÃO			
	Deformação	Tensões	Esforços resultantes
NÃO PRÉ-ESFORÇADO	 Sem carregamentos exteriores		 $M = 0$
	 Imediatamente após abertura de 1ª fenda	 0.0001	 8MPa 2MPa
	 Imediatamente antes da ruína	 -0.003	 400MPa $M = p l^2 / 8$

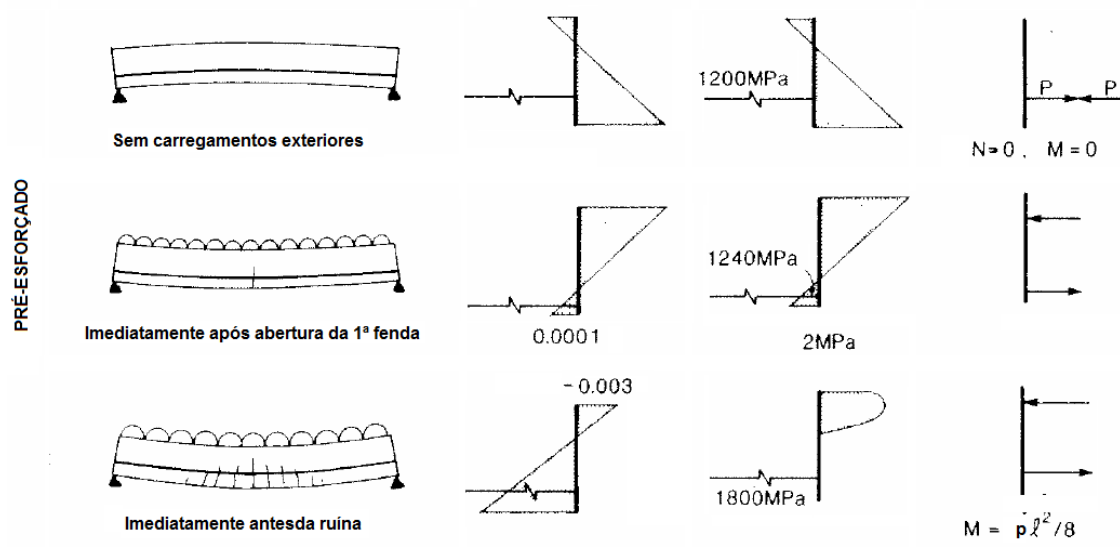


Figura 2.10 - Comparação entre vigas em betão armado e pré-esforçado (adaptado [15])

Existe uma ligeira diferença entre o comportamento das tensões no aço numa peça de betão armado e betão pré-esforçado. Na peça de betão armado, as tensões geradas no aço acompanham as tensões geradas no betão devido ao aumento de carga. Por outro lado no caso do betão pré-esforçado as tensões instaladas no aço são muito maiores, devido ao puxe do aço de forma a atingir a força P , força esta que vai ser difundida pela área de betão circundante. As tensões no betão armado serão na mesma ordem de grandezas, no entanto, no caso de pré-esforço as tensões serão muito diferentes, pois a área de aço é muito mais reduzida e a carga é muito maior.

Tendo explicado de uma forma muito geral os conceitos do pré-esforço aplicado ao betão, bem podemos concluir algumas vantagens acerca desta associação:

- Reduz tensões de tracção provocadas pelos momentos flectores e esforço transversal;
- Reduz o espaçamento entre fissuras (menor incidência);
- Reduz substancialmente as quantidades necessárias de betão e de armadura ordinária, devido à utilização de materiais com maior resistência;
- Permite vencer maiores vãos, em comparação com estruturas de betão armado, ou então permite a redução de altura útil da estrutura para vãos da mesma altura;
- Facilita a aplicação de estruturas pré-construídas, pois o pré-esforço elimina a fendilhação no momento de transporte das mesmas;
- A existência de uma “prova dos nove” da segurança da estrutura, uma vez que no momento de carregamento a estrutura vai estar submetida a tamanhas tensões, que nunca mais no seu tempo de vida útil experimentará.

Com todas estas vantagens só resta lembrar que o projectista ainda possui uma grande importância, na medida em que, no momento de aplicação da força de puxe, depende dele a segurança da estrutura.

2.5. TÉCNICAS DE PRÉ-ESFORÇO

Existem fundamentalmente duas técnicas principais de pré-esforço aplicadas ao betão:

- Pré-tensão (pretensioning);
- Pós-tensão (post-tensioning)

2.5.1. PRÉ-TENSÃO

O sistema de pré-tensão é um sistema em que a armadura é pré-tensionada mesmo antes da betonagem da peça, e, assim que a peça ganha resistência suficiente para aguentar com as tensões de pré-esforço, corta-se o cabo e as forças equilibram-se por aderência. Esta técnica também é conhecida como pré-esforço por aderência.

Na Figura 2.11, está representado o procedimento resultante desta técnica.

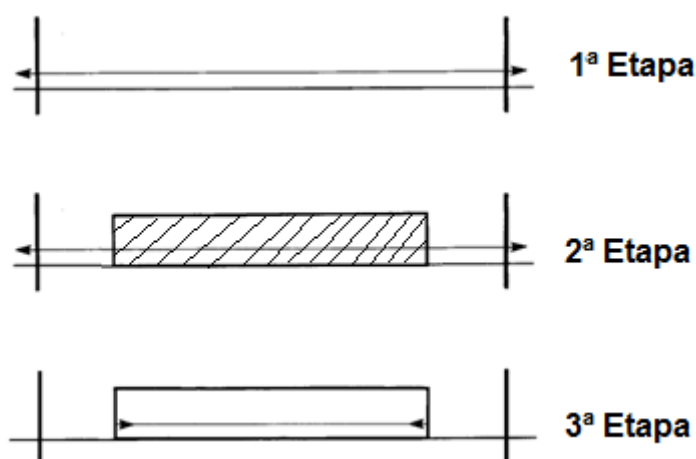


Figura 2.11 –Técnica de pré-tensão

Em seguida apresenta-se a sequência de execução de pré-esforço por pré-tensão da peça representada na Figura 2.11:

- 1ª Etapa - Colocação do cabo de pré-esforço de acordo com os parâmetros do traçado;
- 2ª Etapa - Puxe do cabo de pré-esforço e posterior betonagem da peça;
- 3ª Etapa – Desactivação das ancoragens e respectiva transição das forças do cabo para a peça.

Tal como sugere o professor *Joaquim Figueiras* nos seus apontamentos de pré-esforço, esta técnica é adequada para produção em série, já que a betonagem pode ser feita em mesas longas onde se dispõem os cabos já moldados prontos a ser tensionados e posteriormente betonados os moldes das peças. Os elementos pré-esforçados individuais podem em seguida ser obtidos com a dimensão desejada por corte da peça total.

A esta técnica estão associadas grandes perdas de pré-esforço. Grande parte das perdas que se fazem sentir resulta do corte dos cabos de pré-esforço. Quando estes cabos são cortados há passagem da força do aço para o betão que ainda é bastante jovem. Esta transmissão do pré-esforço por aderência verifica-se a partir da extremidade da peça, variando o comprimento da transferência com:

- O diâmetro do varão;
- O tipo de superfície do varão;
- A tensão de tracção aplicada;
- A resistência do betão;
- O processo usado na libertação do varão.

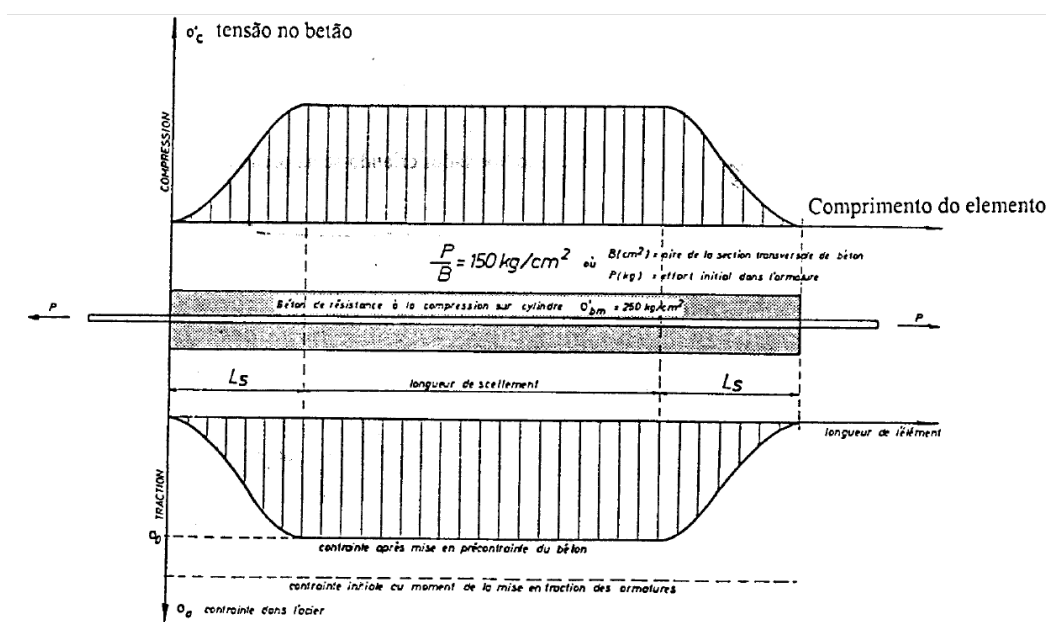


Figura 2.12 - Mostragem do comprimento de transmissão, (adaptado [8])

2.5.2. PÓS-TENSÃO

O sistema de pós-tensão é diferente na medida em que o esticamento dos cabos é executado após o endurecimento da peça, utilizando a própria peça como apoio definitivo para ancoragem deste (Figura 2.13).

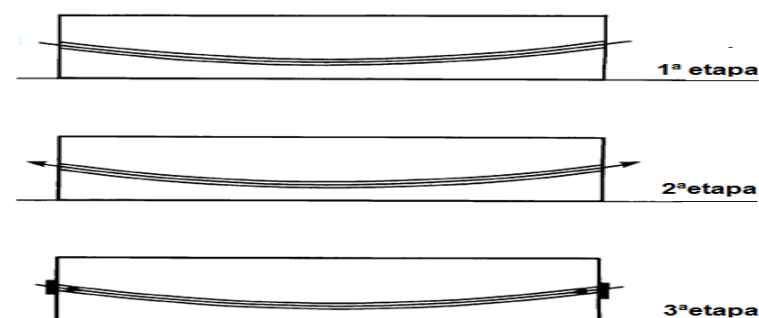


Figura 2.13 – Técnica de pós-tensão

Em seguida apresenta-se a sequência de execução de pré-esforço por pós-tensão da peça representada na Figura 2.13:

- 1ª etapa – Betona-se a peça com a bainha colocada de acordo com o traçado do cabo, garantindo desta forma um espaço para a aplicação do cabo
- 2ª etapa – Após o betão adquirir a resistência suficiente, Aplica-se o cabo e puxa-se o cabo com uma força P .
- 3ª etapa – Após atingida a força P , é necessária a fixação das cunhas de ancoragem de forma a aprisionar os esforços de tracção no cabo.

Existe uma grande variedade de técnicas de aplicação deste método, de seguida passa-se uma pequena explicação.

Quanto à posição relativa da armadura dos cabos na peça de betão, temos duas categorias:

- Cabos internos – os cabos estão dispostos pelo interior da peça, envolvidos de uma bainha que mantém a independência entre o aço e o betão. Após a betonagem e quando o aço adquirir resistência suficiente, executa-se o puxe do cabo de pré-esforço e então enche-se esta bainha com calda de cimento.
- Cabos externos – os cabos ficam no exterior da peça de betão armado apoiando-se em estruturas calculadas para transmitir as acções do cabo que passam por atrito para a peça de betão.

Agora quanto à relação directa entre os cabos de pré-esforço e o betão, distingue-se dois tipos:

- Cabos aderentes – são os cabos que estabelecem uma relação directa entre o betão e o aço ao longo do cabo. Nos cabos internos com as bainhas metálicas, obtém-se a aderência entre os materiais, injectando calda de cimento para o interior desta. A ligação é melhor conseguida se utilizar bainhas onduladas. No caso dos cabos externos, estes só estão em acção com a peça nas ligações ao betão, havendo uma betonagem directa sobre as ligações.
- Cabos não aderentes – são o tipo de cabos que não têm ligação directa com o betão ao longo do comprimento do cabo. Esta separação física é conseguida através do encamisamento do aço com um tubo de PVC, em que no seu interior entre o aço e as paredes do tubo existe uma graxa, que, para além de ajudar na conservação do aço, garante um funcionamento quase independente das estruturas.

De forma resumida em seguida apresenta-se a Tabela 2.2 onde os dois métodos de aplicação do pré-esforço, pré-tensão e pós-tensão apresentando respectivas vantagens e desvantagens de cada uma das técnicas.

Tabela 2.2 – Vantagens e desvantagens das técnicas de aplicação de P.E.

Tipo de construção	Vantagens	Desvantagens
Pré-tensão	• Não necessita de ancoragens na peça; • Cabos protegidos pelo betão, não necessitam de argamassas ricas; • A força de pré-esforço é em geral melhor distribuída nas zonas de contacto entre o cabo e a peça.	• É mais difícil a colocação de cabos desviados; • São necessárias zonas de grande comprimento para executar a tensão do pré-esforço;
Pós-Tensão	• Não necessita de zonas de grande comprimento para aplicar a tensão de pré-esforço; • Permite traçar cabos com diferentes traçados e maior dinamismo no traçado dos cabos; • Possibilidade de utilização de cabos flexíveis.	• Os cabos necessitam de um sistema de protecção; • Apresenta zonas onde se encontram grandes cargas concentradas.

Tal como se mostrou para os sistemas de pré-tensão e pós-tensão, apresenta-se na Tabela 2.3 as vantagens e desvantagens dos sistemas de pré-esforço que recorrem a cabos aderentes e cabos não aderentes.

Tabela 2.3 – Vantagens e Desvantagens do Tipo de cabo utilizado.

Tipo de sistema	Vantagens	Desvantagens
Cabos Aderentes	• Têm melhor resposta em serviço; • Não dependem da ancoragem depois de encher a bainha com argamassa fina; • Permite detectar os efeitos se danificado;	• O cabo não pode ser verificado nem substituído; • Uma vez unidos ao betão pela argamassa fina, não podem ser novamente tencionados;
Cabos Não aderentes	• Os cabos podem ser removidos para serem inspeccionados, se corroídos são substituídos; • Baixas perdas devido ao atrito; • Permitem um maior ritmo de construção; • Os cabos podem ser tencionados novamente se necessário; • Existem cabos mais finos;	• Menor resposta em ELU; • Depende da segurança que apresentam as ancoragens e os desviadores; • Efeitos dos danos mais generalizados; • Menor eficiência no controlo da fendilhação;

Tentou descrever-se de forma muito breve as propriedades relevantes dos principais materiais intervenientes nas construções em betão pré-esforçado; salientou-se a importância de neste tipo de construções termos presentes aços de alta resistência e também betão de alto desempenho; e abordou-

se as perdas e a necessidade em reduzi-las. Sabe-se também que as cargas aplicadas no momento de pré-esforço são permanentes mas ao fim de algum tempo, estas sofrem variações. Afinal donde aparecerão estas perdas e que tipos de perdas podem existir é o que se vai analisar de seguida.

2.6. PERDAS DO PRÉ-ESFORÇO

O betão pré-esforçado está submetido a um sistema de forças especial e permanentemente aplicadas, que são as forças presentes devido ao pré-esforço. Embora estas forças tenham um carácter permanente, estão sujeitas a variações de intensidade. Estas variações são conhecidas como perdas de pré-esforço.

Podemos dividir estas perdas em dois grupos, por um lado temos as perdas que ocorrem no momento da aplicação da carga, perdas conhecidas como instantâneas, por outro lado temos as perdas que retratam a evolução dos materiais sujeitos a tensões com carácter permanente, também conhecidas como perdas diferidas.

2.6.1. PERDAS INSTANTÂNEAS

No âmbito das perdas instantâneas existem três tipos diferentes para serem avaliados pelo projectista:

- Perdas por atrito;
- Perdas por deformação instantânea do betão;
- Perdas por reentrada dos órgãos de ancoragem.

2.6.1.1. Perdas por atrito

No caso do pré-esforço ser executado seguindo o método de pós-tensão e utilizando cabos aderentes após a peça betonada e já com resistência suficiente, vai executar-se a fase de puxe do cabo de pré-esforço.

Com a aplicação da força de puxe após a betonagem, é normal que a bainha por onde vai andar o cabo de pré-esforço sofra pequenas oscilações. Estas oscilações vão reflectir-se numa resistência, atrito na fase de puxe. Ou seja, nos pontos do traçado em que o cabo se apoia na bainha, vai ocorrer um decréscimo da força de pré-esforço.

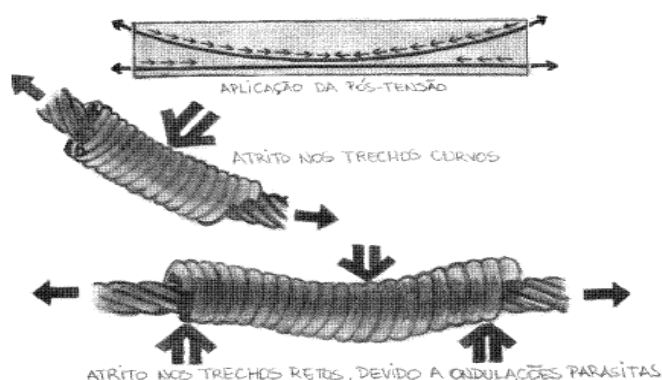


Figura 2.14 - Representação do atrito parasita (adaptado [7])

O EC2 sugere a equação (2.9), que permite calcular a variação da força de pré-esforço ao longo da peça contando com as perdas por atrito.

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{max}(1 - e^{-\mu(\theta + Kx)}) \quad (2.9)$$

Em que:

- θ - Soma dos desvios angulares ao longo de um comprimento x
- μ - Coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a sua bainha
- K - Desvio angular parasita para as armaduras interiores
- X - Distância ao longo da armadura a partir do ponto em que a força de pré-esforço é igual a $P_{m\acute{a}x}$
- $P_{m\acute{a}x}$ - Força de pré-esforço no instante inicial de aplicação

2.6.1.2. Perdas por deformação instantânea do betão

Numa estrutura em que se vai executar a técnica de pós tensão que apresente um número n de cabos de pré-esforço, a deformação do betão aquando do pré-esforço do cabo i vai causar deformação da peça de betão e correspondente alívio nos cabos já pré-esforçados. A este encurtamento corresponderá uma perda de pré-esforço que pode ser estimada, de forma aproximada, pela seguinte expressão:

$$\Delta P_{el} = A_p \cdot E_p \cdot \sum \left[\frac{j \cdot \Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \right] \quad (2.10)$$

Em que:

$\Delta \sigma_c(t)$ - Variação da tensão no betão no centro de gravidade das armaduras no instante t

j - é um coeficiente igual a:

- $\frac{(n-1)}{2n}$ Em que n é o número de armaduras idênticas sucessivamente traccionadas. Ou por aproximação, pode adoptar-se para j o valor $\frac{1}{2}$
- 1 Para as variações devidas a acções permanentes aplicadas após o pré-esforço

Para auxiliar o cálculo das perdas por deformação instantânea da peça de betão, pode organizar-se o cálculo numa tabela (exemplo Tabela 2.4).

Tabela 2.4 (adaptado [10])

		EFEITO DO PRÉ-ESFORÇO NOS CABOS					
PRÉ-ESFORÇO INSTALADO	Nº DO CABO	1	2	3	4	5	TOTAL
	1	P_1	$-\Delta P_2$	$-\Delta P_3$	$-\Delta P_4$	$-\Delta P_5$	$P_1 - (n-1) \Delta P_i$
	2	-----	P_2	$-\Delta P_3$	$-\Delta P_4$	$-\Delta P_5$	$P_1 - (n-2) \Delta P_i$
	3	-----	-----	P_3	$-\Delta P_4$	$-\Delta P_5$	$P_1 - (n-3) \Delta P_i$
	4	-----	-----	-----	P_4	$-\Delta P_5$	$P_1 - (n-4) \Delta P_i$
	5	-----	-----	-----	-----	P_5	P_i
							$n P_i - \frac{1}{2} (n-1)n \Delta P_i$

Modelo de organização do cálculo em que se avalia a perda de pré-esforço em cada cabo devido ao puxe dos outros cabos [10].

Em suma, através da tabela tornam-se evidentes as alterações que vão ocorrer nos cabos, pois a fase de puxe do pré-esforço é efectuada puxando um cabo de cada vez. Ou seja assim que se crava a cunha do primeiro cabo de pré-esforço e se vai puxar o segundo, o aumento de tensão provocado pelo puxe deste segundo cabo vai provocar uma diminuição na tensão instalada no primeiro cabo devido à deformação instantânea do betão.

2.6.1.3. Perdas por reentrada dos órgãos de ancoragem

Nos sistemas de pré-esforço de pós-tensão em que se utilizam cunhas, está associado ao processo construtivo uma reentrada dos órgãos de ancoragem (Δs) devido à passagem dos esforços do macaco para a ancoragem (Figura 2.15, esquerda). O valor da reentrada das cunhas costuma ser cedido pelo fabricante e varia de acordo com a força que se aplica na armadura activa (Figura 2.16, direita)

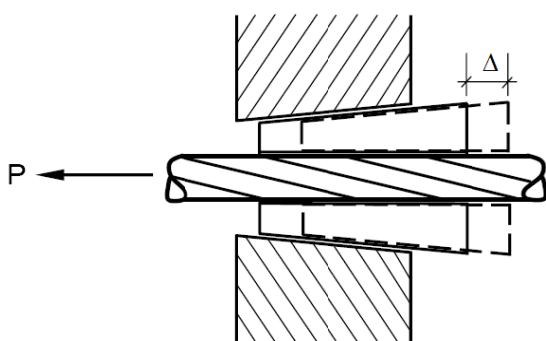


Figura 2.15 - Reentrada da cunha após a libertação do cabo de P.E.. (adaptado [11])

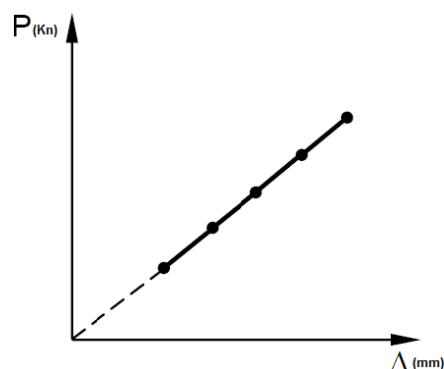


Figura 2.16 - Variação do valor de reentrada das cunhas com a força de P.E.. (adaptado [11])

Para calcular o valor das perdas por reentrada dos órgãos de ancoragem, basta traçar um gráfico que faz variar a tensão no cabo de pré-esforço com o comprimento do cabo, em que a variação se deve às

perdas por atrito. Assim, temos o que se chama um diagrama de tensões do cabo de pré-esforço (Figura 2.17). No caso de se tratar de um traçado de pré-esforço parabólico, sabe-se que as perdas por atrito são constantes ao longo do traçado.

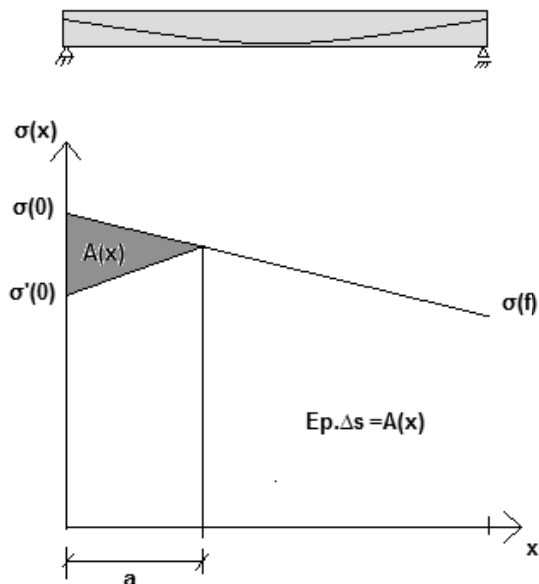


Figura 2.17 - Diagrama de perdas de pré-esforço para um traçado parabólico

Tomando o gráfico linear (Figura 2.17) como uma aproximação de um gráfico de perdas real da viga apresentada, sabe-se que, fisicamente, a área abaixo do gráfico é igual à deformação residual do cabo aquando do puxe deste. Isto é, calculando o integral da equação do gráfico, determina-se o comprimento final do cabo no final da fase de puxe, vezes o módulo de elasticidade da armadura activa.

Por analogia, a área $A(x)$ é igual ao nosso parâmetro $\Delta_s \times E_p$. Deste modo Resulta que:

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \Delta_s}{\tan(\alpha)}} \quad (2.11)$$

Em que:

$\tan(\alpha)$ - valor do declive da recta que representa as perdas em tensões

Δ_s - Valor em mm da reentrada das ancoragens

E_p - Módulo de elasticidade do aço de pré-esforço

a - Valor do comprimento de influência da reentrada das cunhas (ver Figura anterior)

Se porventura o traçado do cabo de pré-esforço não for constante ao longo de toda a peça, se houver desvios com mudanças de inclinação, alterações no tipo de traçado, entre outros problemas, o diagrama de tensões do pré-esforço vai apresentar quebras com perdas localizadas e variações de inclinações de acordo com a alteração em questão. Com estas alterações, já não é possível a aplicação da fórmula de determinação do a . No entanto, de forma a resolver este novo problema, basta igualar a área gerada pelo simétrico horizontal do diagrama das tensões até ao comprimento de influência da reentrada das cunhas com o produto entre $E_p \times \Delta_s$. Assim, determinar-se-á o comprimento de influência da reentrada das cunhas e posterior cálculo do valor da perda de pré-esforço.

Aqui explica-se de forma muito breve e exemplificativa o que são as perdas e de que forma se manifestam, se for do interesse do leitor aconselha-se a consultar a bibliografia referida de forma a aprofundar o tema em questão.

2.6.2. PERDAS DIFERIDAS

Enquanto as perdas instantâneas se localizam no momento imediatamente após a aplicação do pré-esforço, as perdas diferidas, tal como o próprio nome indica, são perdas demoradas, perdas que se manifestam de diferente forma ao longo do período de vida da estrutura.

De forma a perceber melhor este conceito devemos ter em conta que com o decorrer do tempo são as características intrínsecas dos materiais que sofrem maiores alterações. Contudo, de modo a esclarecer esta interligação vai proceder-se, em seguida, a uma elucidação dos fenómenos associados aos materiais. As manifestações que vão ocorrer nas propriedades dos materiais vão provocar um decréscimo da carga de pré-esforço, como por exemplo, o encurtamento da peça, a relaxação do aço, entre outros.

2.6.2.1. Betão

O betão apresenta um par de características que por consequência manifestam-se através da alteração de volume do elemento, ou seja, com o avançar do tempo, estes fenómenos vão diminuir o volume da peça. Uma característica está relacionada com a movimentação da água no elemento (retracção), enquanto a outra característica está relacionada com a diminuição de volume devido à presença de uma carga na peça com carácter permanente (fluência).

2.6.2.1.1 Retracção

A expressão física deste fenómeno é realmente uma diminuição do seu volume, já a expressão química é um pouco mais elaborada. De forma resumida apenas se considera a retracção hidráulica, que se divide em duas classes diferentes. Assim podemos ter a retracção por secagem e a retracção autogénea.

Podemos começar por explicar em primeiro lugar a retracção por secagem. Este exemplo de retracção está muito dependente do factor ambiental. Isto é, a peça de betão sofrerá uma retracção por secagem devido à sua envolvente ambiental, mais propriamente o gradiente hídrico entre as faces da peça e o meio ambiente. O facto das faces da peça de betão estarem expostas ao ambiente vai provocar a libertação de água para o meio ambiente.

A duração deste fenómeno numa peça de betão está directamente relacionado com as dimensões da mesma, ou seja, se porventura se tratar de uma laje com 20cm de altura este fenómeno poderá ocorrer

durante um total de 10 anos enquanto para uma laje com 50cm de altura este fenómeno poderá ocorrer durante séculos (Miguel Ferraz, 2001).

Assim para calcular a extensão da retracção por secagem, o EC2 sugere a fórmula seguinte:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot K_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (2.12)$$

$\varepsilon_{cd}(t)$ - Extensão de retracção por secagem

K_h - Coeficiente que depende da espessura equivalente h_0

$\varepsilon_{cd,0}$ - Valor final nominal da retracção livre por secagem para betões com cimento de classe N (normal) e depende também da humidade relativa do ambiente

$\beta_{ds}(t, t_s)$ - Função que descreve a evolução da retracção em ordem ao tempo e é igual a:

$$\frac{(t-t_s)}{(t-t_s)+0.04\sqrt{h_0}^3}$$

t - idade do betão na data considerada, em dias

t_s - idade do betão(dias) no inicio da retracção por secagem (ou expansão)
Normalmente correspondente ao fim da cura

h_0 - Espessura equivalente (mm) da secção transversal $\frac{2 \cdot A_c}{u}$

A_c - Área da secção transversal do betão

u - perímetro da parte da secção transversal exposta a secagem.

Já foi explicado em que consiste a retracção por secagem, no entanto existe mais um parâmetro da retracção a parcela da retracção autógena. Este tipo de retracção acontece assim que o processo de endurecimento do betão se inicia, uma vez que esta está caracterizada pelo consumo interno de água pelo processo de hidratação do cimento. Cerca de 60 a 90% da retracção autógena ocorre até aos 28 dias, dependendo da classe do betão, das condições a que está exposto das relações de água/cimento da constituição do betão.

Para o cálculo da extensão por retracção autógena o EC2 apresenta a equação (2.13);

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot K_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (2.13)$$

Em que:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5 \cdot (f_{ck} - 10) 10^{-6} \quad (2.14)$$

$\varepsilon_{ca}(\infty)$ Valor da extensão máxima por retracção autógena em função da resistência e

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0.2t^{0.5}} \quad (2.15)$$

$\beta_{as}(t)$ Lei de variação da retracção autogénea em função do tempo.

t - tempo expresso em dias

Sabendo que a parcela que representa a extensão total por retracção do betão (ε_{cs}) é igual à soma destes dois conceitos

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (2.16)$$

Para entender melhor a evolução deste conceito apresenta-se o gráfico da Figura 2.18 onde podemos ver a evolução da extensão total por retracção do betão em função do tempo.

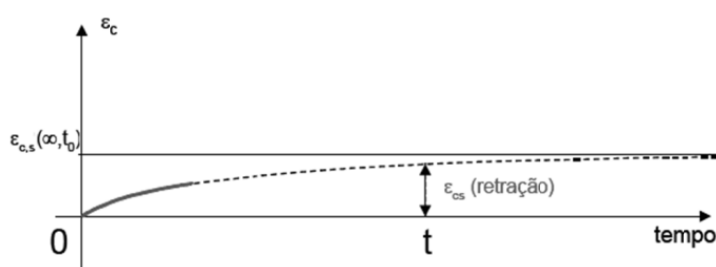


Figura 2.18 – Gráfico que representa o desenvolvimento da extensão por retracção do betão.(adaptado [7])

De forma a determinar as perdas de pré-esforço devido ao fenómeno de retracção do betão, basta calcular o ε_{cs} e após este cálculo basta aplicar a formula (2.17) para saber a variação de tensão.

$$\Delta\sigma = E_p \times \varepsilon_{cs} \quad (2.17)$$

Sabendo que

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta P}{A_p} \quad (2.18)$$

Então;

$$\Delta P = E_p \times \varepsilon_{cs} \times A_p \quad (2.19)$$

2.6.2.1.2 Fluência

Outro fenómeno que ocorre a par dos fenómenos de retracção é a fluência que aparece assim que se inicia o carregamento da peça. Com a aplicação de uma carga com carácter permanente vão desenvolver-se alterações da estrutura interna do betão que se manifestam numa deformação crescente ao longo do tempo com tensão constante.

A fluência é um fenómeno que depende de alguns factores como:

- Equilíbrio higrotérmico;
- Dimensões da peça;
- Classe de betão;
- Idade do betão quando ocorreu o primeiro carregamento;
- Duração da intensidade de carga.

A explicação física que apoia este fenómeno é o facto de durante o tempo em que a carga actua sobre a estrutura, gerar-se uma reestruturação interna dos materiais constituintes do betão.

De forma a percebermos melhor este conceito, hipoteticamente, imagine-se uma viga simplesmente apoiada na qual se introduz uma carga de pré-esforço P e que nesta não se fazem sentir os efeitos da retracção (Figura 2.19).

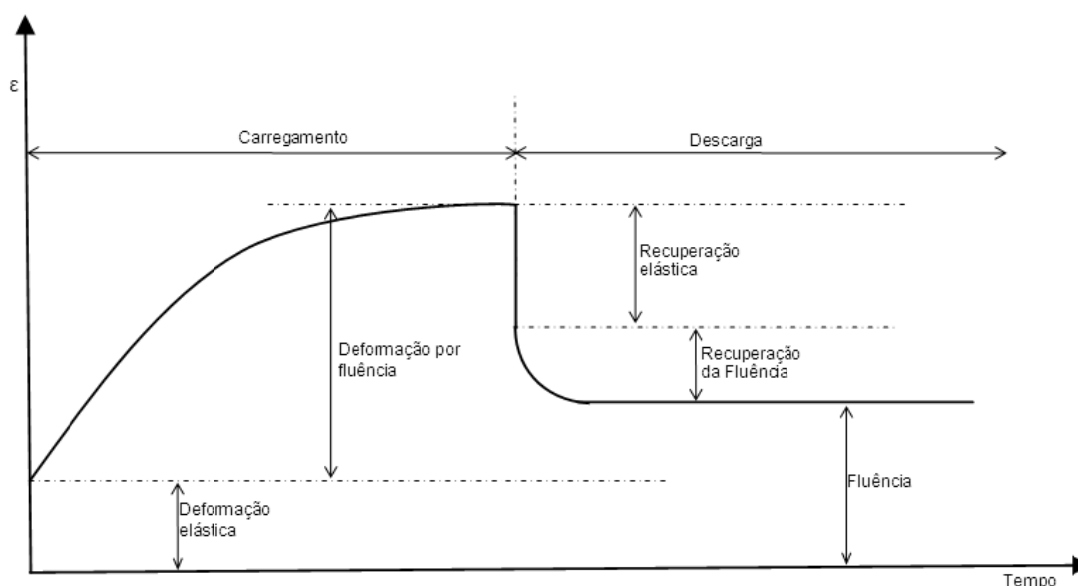


Figura 2.19 – Apresentação gráfica do desenvolvimento do fenómeno de fluência.(adaptado [7])

Pela análise do gráfico verifica-se que nos instantes em que é aplicada a força ocorre uma deformação elástica. Durante o período em que ocorre o carregamento verifica-se uma deformação por fluência. Após terminado o carregamento, ocorre uma recuperação de deformação elástica imediata e de seguida uma recuperação por fluência, no entanto, esta recuperação é inferior à ocorrida durante o período de carregamento. Por consequência existe uma deformação aprisionada na peça, devido à fluência.

Para o projectista apenas interessa a deformação mais desfavorável para fazer o respectivo dimensionamento, que em maior parte dos casos ocorre a longo prazo. Assim o EC2 indica que o cálculo da extensão por fluência do betão pode ser calculado de acordo com o coeficiente de fluência ($\varphi(\infty, t_0)$).

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(t, t_0) \cdot \left(\frac{\sigma_c}{E_c} \right) \quad (2.20)$$

Em que:

$\varphi(t, t_0)$ - Coeficiente de fluência a variar no tempo

σ_c - Tensão de compressão instalada na peça $\left(\frac{P}{A} \right)$.

E_c - Módulo de elasticidade do betão calculado de acordo com a classe do mesmo.

t_0 - Tempo em que se aplica a carga

t - Instante de tempo em análise

Esta explicação tem o objectivo de esclarecer um pouco do cálculo da extensão por fluência. No entanto, uma vez aplicada a carga na estrutura, vão se desenvolver-se outro tipo de deformações, como as deformações elásticas do betão. Assim para clarificar o desenvolvimento destas extensões com o tempo, apresenta-se o gráfico na Figura 2.20 que opõe o desenvolvimento das extensões destes dois fenómenos a variar com o tempo.

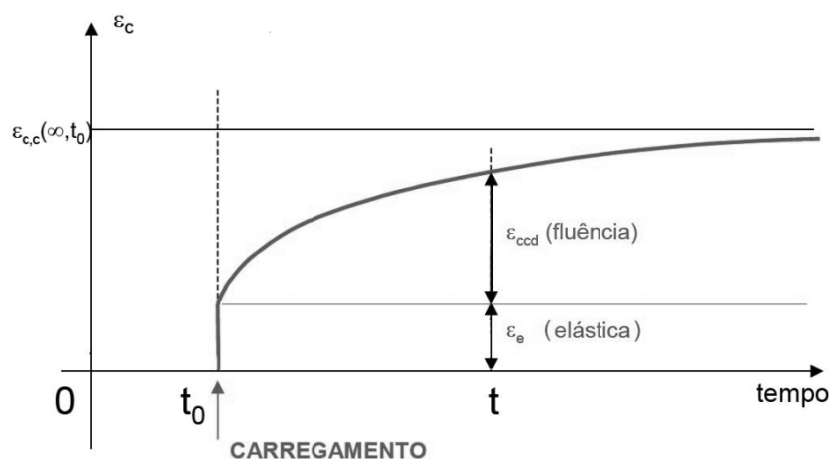


Figura 2.20 - Desenvolvimento das extensões por fluência e deformação elástica do betão.(adaptado [7])

Agora de forma a determinar a perda de tensão de pré-esforço devido à fluência do betão com a extensão devida à fluência já calculada, aplica-se o conceito aplicado anteriormente aquando da análise da retracção.

$$\Delta\sigma = E_p \times \varepsilon_{cc} \quad (2.21)$$

Então sabendo que:

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta P}{A_p} \quad (2.22)$$

Logo:

$$\Delta P = - \frac{A_p \times \sigma_c \times E_p \times \varphi_c}{E_{cm}} \quad (2.23)$$

Anteriormente, de forma a explicar melhor o fenómeno da fluência, pediu-se para hipoteticamente ignorar o efeito da retracção, no entanto, na vida real, tal não acontece, uma vez que estes fenómenos estão associados às características internas das peças de betão. Em contexto real, existem muitos mais fenómenos a ocorrerem em simultâneo numa mesma peça, mas são estes dois os conceitos mais relevantes e merecedores de uma maior atenção por parte do projectista.

Até agora só se estudou as perdas diferidas que estão associadas ao betão. Reunindo num gráfico todos os assuntos abordados anteriormente, podemos ver a evolução das extensões ocorridas na peça com a evolução do tempo (Figura 2.21).

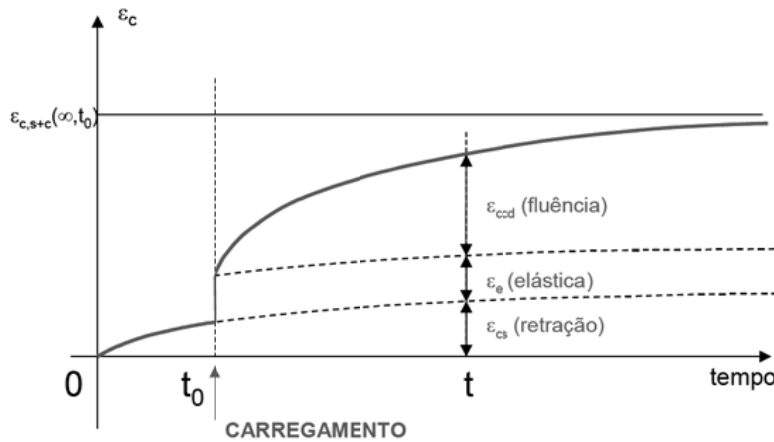


Figura 2.21 – Deformação ocorridas numa peça de betão ao longo do tempo. (adaptado [7])

Atrás foram referidas as propriedades do betão com maior importância quando se trata de analisar as deformações ao longo do tempo. Estas deformações caracterizam-se por uma diminuição de volume que por consequência vai provocar um alívio no cabo de pré-esforço e resulta numa diminuição da força de pré-esforço.

2.6.2.2. Armadura activa

Como se pôde observar, existem perdas diferidas de pré-esforço devido aos fenómenos de retracção e fluência decorridos no betão, contudo também fazem parte das perdas diferidas os fenómenos

relacionados com o aço de elevada resistência, perdas correspondentes aos fenómenos de relaxação e de fluência.

2.6.2.2.1 Relaxação

A técnica de pré-esforço sofreu um desenvolvimento muito grande desde a descoberta deste fenómeno e ao tentar controlá-lo, esta técnica ganhou outra dimensão. A Relaxação é um fenómeno que ocorre no aço e corresponde à diminuição da tensão no aço para um estado de deformação constante. Ou seja ocorre um alívio da tensão na armadura enquanto ela é mantida com comprimento ou deformação constante.

Apresenta-se, de seguida este fenómeno, sob a forma de esquema, de modo a facilitar o seu entendimento (Figura 2.22).

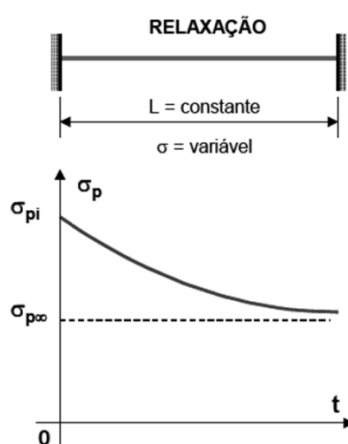


Figura 2.22 - Apresentação de um esquema elucidativo do fenómeno da relaxação (adaptado [7])

Relativamente a este fenómeno já foi feita uma descrição mais pormenorizada no subcapítulo onde se abordou os materiais, mais propriamente o aço de alta resistência. Aí encontra-se a sugestão apresentada pelo eurocódigo para calcular a variação da tensão tendo em atenção as propriedades da relaxação.

2.6.2.2.2 Fluência

Como já foi dito, para além do fenómeno da relaxação, também ocorre outro fenómeno no aço que vai originar perdas. Este outro fenómeno já foi referido anteriormente, mas associado a outro material, o betão, no entanto o aço depara-se com o mesmo problema a fluência. Enquanto a fluência no betão ocorre geralmente devido à instalação de tensões de compressão, no aço a fluência manifesta-se em consequência da instauração de tensões de tracção. A manifestação do fenómeno de fluência no aço ocorre através do aumento da deformação deste com o tempo para um estado de tensão constante. Tal como foi exemplificado para o fenómeno de relaxação, apresenta-se um esquema elucidativo da fluência do aço (Figura 2.23).

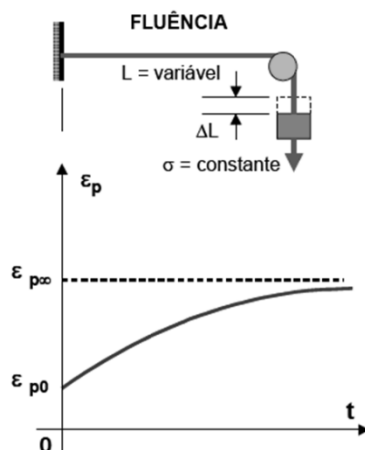


Figura 2.23 - Esquema elucidativo do fenómeno da fluência no aço (adaptado[7])

O fenómeno da fluência do aço não se encontra abordado no eurocódigo, porque é menos significativo que o fenómeno da relaxação, podendo deste modo durante a fase de projecto considerar-se o estado de deformação constante, não entrando assim esta parcela para o cálculo.

2.7. FORÇAS DE PRÉ-ESFORÇO

A tarefa de decidir o valor da carga que se vai aplicar à armadura activa de pré-esforço cabe ao projectista. No cálculo da força P intervêm vários aspectos já anteriormente referidos, as perdas, e também vários critérios de dimensionamento tal como a não descompressão da zona mais solicitada, em geral a meio vão, ou então na fase de puxe não se poder instalar no betão um valor de tensões superior à sua capacidade.

Assim, podemos começar a caracterizar as três fases de carga que existem. Em primeiro lugar existe a força correspondente ao momento de puxe, depois há a força que se instala na secção de betão imediatamente após a cravação das cunhas e por fim a força que perdurará ao fim de um longo período de tempo.

2.7.1. $P_{\text{MÁX}}$

De forma a entendermos o funcionamento das acções que actuam sobre a estrutura vai explicar-se um pouco sobre as acções que resultam do pré-esforço. Sendo assim, surge a necessidade de caracterizar em primeiro lugar a força que espelha a força máxima que será aplicada à estrutura pelo macaco hidráulico no momento em que decorre o puxe. Esta força é intitulada por $P_{\text{máx}}$, e tem que seguir algumas regras, isto é, de modo a não lesar a estrutura integralmente, deve proceder-se a uma verificação de não esmagamento do betão. Nesta verificação podemos ter dois casos, um deles é o caso de se tratar da técnica de pré-tensão, em que esta força é aplicada antes da betonagem, por outro lado em casos de pós-tensão esta força será aplicada depois de o betão ganhar resistência suficiente para aguentá-la. Por último, resta salientar que esta força é medida na armadura activa de pré-esforço.

2.7.2. P'_0

No momento imediatamente após a passagem desta força das armaduras activas para a peça de betão, a força $P_{\max}$ irá sofrer uma alteração significativa que estará ligada a vários aspectos já anteriormente abordados nas perdas, nomeadamente a reentrada das ancoragens, as deformações instantâneas dos materiais e as perdas parasitas. Em resultado da interação destes aspectos a força vai cair de $P_{\max}$ para P'_0 . Esta descida está associada a um decréscimo de tensão.

2.7.3. P_{∞}

Depois de sofrer as perdas imediatas, esta força vai sofrer uma outra descida na sua intensidade de força em grande parte devido às perdas diferidas. Considerando como tempo médio de estabilização de perdas 3 anos, a força de pré-esforço aplicada à estrutura vai sofrer um contínuo decréscimo até esta data. Esta consequente descida de carga é o que origina uma necessidade de maior controlo neste tipo de obras desde a fase de projecto até à fase de execução. Para finalizar, à carga final dá-se o nome de P_{∞} , pois é a carga que se instala na estrutura ao fim deste tempo e não sofre mais variações. É de todo importante, tal como no exemplo da força $P_{\max}$, verificar que para esta carga, não ocorre a fendilhação da estrutura que pode levar a questionar a segurança da estrutura. Por este motivo e outros, neste tipo de obras é, em geral, necessário fazer um controlo para além da fase de execução da obra.

Assim sendo, em jeito de conclusão, no gráfico abaixo (Figura 2.24), a variação da carga instalada no dispositivo de pré-esforço ao longo do tempo. Neste gráfico estão representados os três diferentes estágios de carga que variam de acordo com a evolução do tempo e com a associação de cada tipo de perdas de pré-esforço que igualmente foram referidas anteriormente.

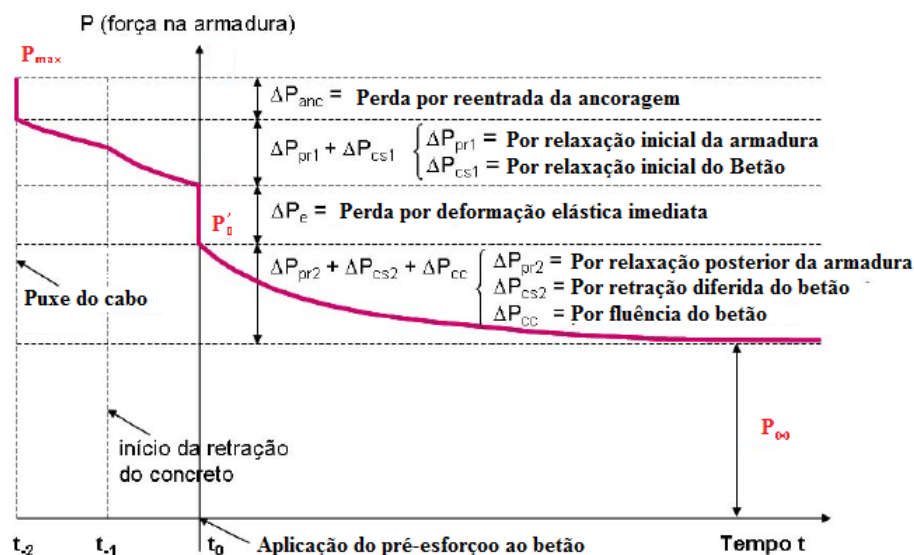


Figura 2.24 - Evolução da carga de pré-esforço com o tempo. ([7])

Espera-se deste modo tornar claro que o pré-esforço é uma técnica um tanto dinâmica quanto dinâmicas são as características dos materiais.

2.8. SISTEMAS ESTRUTURAIS DO PRÉ-ESFORÇO

Neste subcapítulo, pretende-se demonstrar a aplicação da técnica do pré-esforço em peças de betão tal como já foi referido anteriormente, no entanto, nesta fase, vai dar-se uma importância especial às características de ligação da estrutura. Ou seja, vamos analisar a aplicação do pré-esforço em peças com diferentes graus de liberdade e tentar perceber as características mais importantes ao efectuar simples comparações.

De forma a compreender o que vai ser abordado de seguida, é necessário possuir o conceito simplificado de análise de pré-esforço que se chama “Método das Cargas equivalentes”.

Este conceito diz que o pré-esforço ao actuar sobre o betão cria um sistema de forças de igual valor mas com sentidos opostos, como refere a terceira lei de Newton conhecida como a lei do par Acção/Reacção. Através deste conceito, podemos substituir o cabo de pré-esforço por um sistema de forças que represente as forças que este introduz na estrutura, forças equivalentes. Na zona onde se encontram as ancoragens, a peça pode estar submetida a um momento localizado que advém do facto do cabo estar colocado com uma excentricidade (e). Se o cabo for puxado com uma dada inclinação, vai surgir segundo a teoria das cargas equivalentes, uma força vertical que se localiza à face da ancoragem (Figura 2.25).

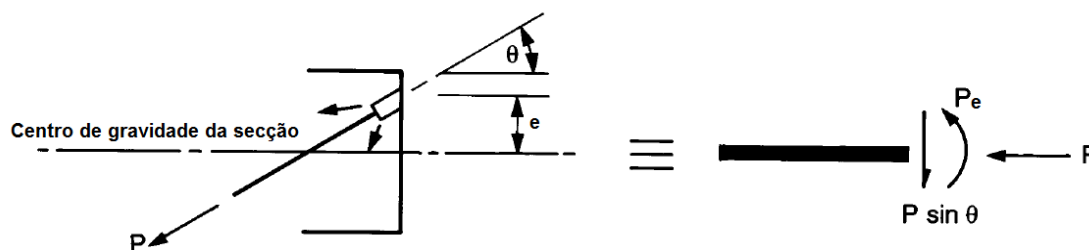


Figura 2.25 - Exemplificação de uma zona de ancoragem.

No caso de termos um traçado parabólico em que apresenta uma excentricidade de $e=f$ no meio vão, e nas extremidades $e=0$, assim sabe-se que o momento flector devido ao traçado do cabo é parabólico também, e tem o seu ponto máximo a meio vão e zero nas extremidades. É fácil verificar que o momento flector a uma distância x do apoio é igual a:

$$M = -\frac{4Pe}{l^2}x(1-x) \quad (2.24)$$

Assim sabe-se que a carga equivalente que causa este mesmo momento determina-se através da segunda derivada de M em ordem a x .

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{8Pe}{l^2} = q \quad (2.25)$$

Esta carga equivalente em vez de representar a força de pré-esforço uniformemente distribuída (q) pode ser utilizada para o cálculo de esforço transversal, momento flector, deformada, etc., causados pela força de pré-esforço.

Uma vez esclarecido o modo simplificado de cálculo da força equivalente do cabo parabólico sobre a peça, apresenta-se na Figura 2.26 as acções que actuam sobre ela.

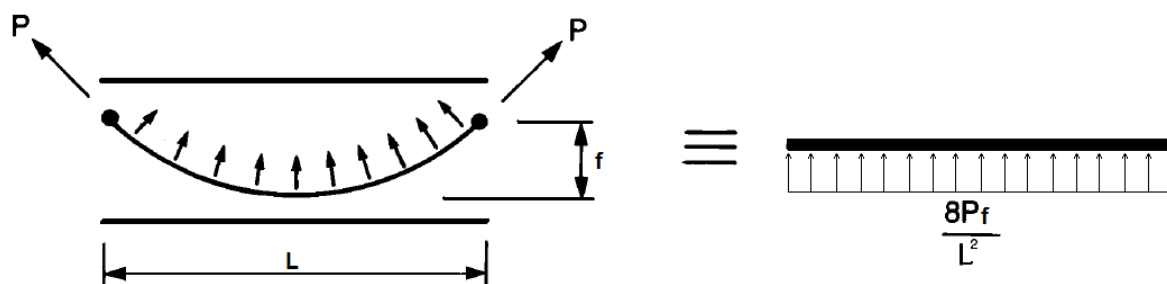


Figura 2.26 - Representação de uma zona com o traçado do cabo parabólico.

Para terminar este conceito de cargas equivalentes, resta salientar outro aspecto relevante, um traçado linear de um cabo, mas agora com alteração localizada da geometria da peça. Ao alterar a geometria da secção, num mesmo ponto, vai existir um momento devido a uma excentricidade e no mesmo ponto existirá outro momento devido à alteração do centro geométrico da peça que apresenta uma nova excentricidade. Neste caso, esta variação de momentos num mesmo ponto representa-se no método das cargas equivalente através da introdução de um momento localizado com o valor da força de pré-esforço vezes a excentricidade entre os centros geométricos das peças (Figura 2.27)

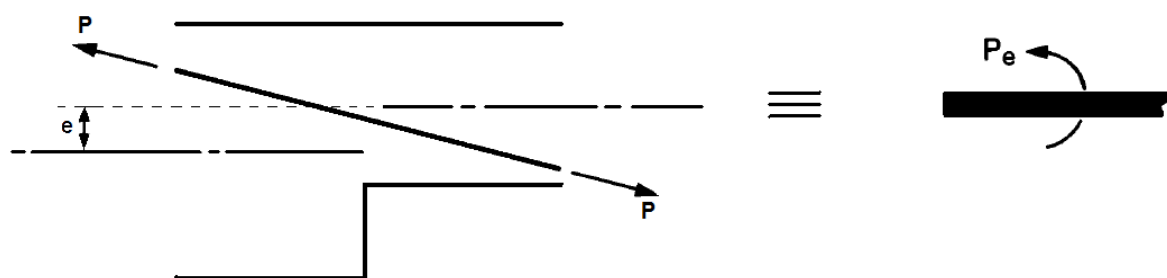


Figura 2.27 - Representação de uma alteração localizada de geometria.

Após esta pequena introdução, segue-se a análise de uma viga simplesmente apoiada, com a aplicação de pré-esforço. A análise consiste na determinação de todos os aspectos considerados relevantes para se perceber o desenvolvimento de tensões nas peças assim como as deformações.

2.8.1. VIGA ISOSTÁTICA

Partindo do princípio que todos os aspectos referentes ao cálculo de diagramas de esforço transversal, axial e de momentos flectores são conhecidos, procede-se à análise desta viga simplesmente apoiada com um cabo de pré-esforço aplicado no centro de gravidade (Figura 2.28).

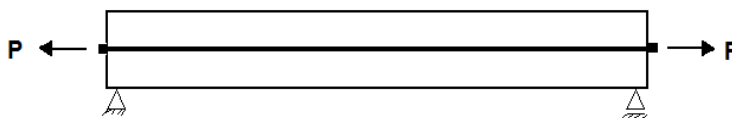


Figura 2.28 - Viga simplesmente apoiada com cabo aplicado no centro de gravidade.

Na análise vamos desprezar qualquer tipo de acção exterior a mais que as cargas equivalentes do pré-esforço. Desta forma entende-se melhor e de forma separada os efeitos devidos à utilização do pré-esforço.

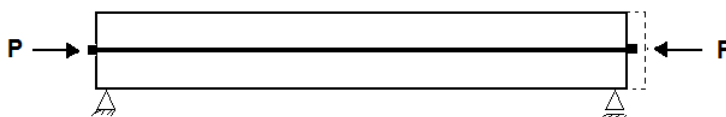


Figura 2.29 – Apresentação da deformação ocorrida devido à aplicação do pré-esforço.

Como podemos verificar, neste caso específico em que a força é aplicada no centro de gravidade regista-se uma deformada unidireccional no sentido de aplicação da carga. Se analisarmos as tensões, uma vez que só está exposta a uma força axial, segundo a lei de resistência dos materiais (2.8), podemos dizer que toda a peça encontra-se sujeita a tensões de compressão.

Analisa-se agora um novo exemplo em que o cabo de pré-esforço, em vez de estar coincidente com o centro de gravidade, está abaixo deste provocando um momento localizado nas extremidades da peça (Figura 2.30).

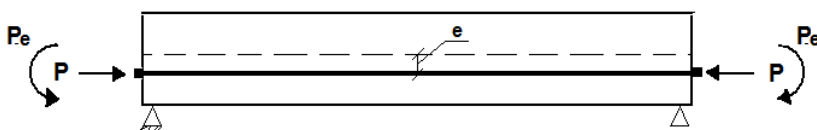


Figura 2.30 - Viga simplesmente apoiada com cabo de pré-esforço abaixo do centro de gravidade

Depois de entendidas as cargas equivalentes do pré-esforço, bem que se torna mais fácil a interpretação dos resultados. Na Figura 2.31, verifica-se que, para além da deformação axial, ocorre uma pequena flexão devido aos momentos que aparecem nas extremidades resultantes da excentricidade do cabo.

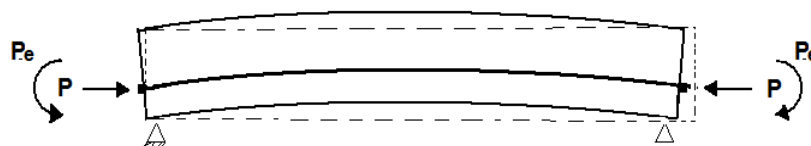


Figura 2.31– Apresentação da deformação devido á aplicação do pré-esforço

A par do que ocorreu na peça representada na Figura 2.28, nesta peça também vai ocorrer uma deformação axial devido à força de pré-esforço, no entanto, na análise deste novo caso, ao contar com a acção dos momentos flectores presentes nas extremidades a deformada vai sofrer uma flexão. Pode, então, concluir-se que a lei de tensões da estrutura vai variar entre as fibras, uma vez que o momento vai alterar a distribuição desta.

Em seguida analisa-se uma viga em que o traçado do pré-esforço é curvilíneo, e como tal, de acordo com a teoria das cargas equivalentes, as resultantes equivalentes das cargas de pré-esforço apresentam uma carga vertical nas extremidades assim como a força de pré-esforço, e devido ao facto de ser curvilíneo, a carga equivalente caracteriza-se fisicamente como uma carga uniformemente distribuída com sentido ascendente (Figura 2.32).

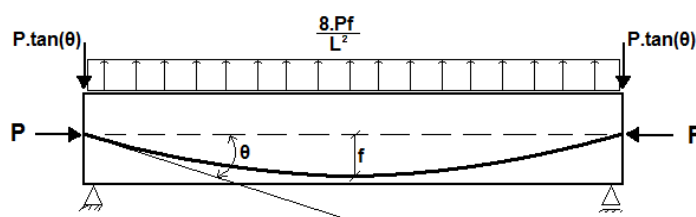


Figura 2.32 – Viga simplesmente apoiada com cabo curvilíneo

A peça acima descrita apresenta uma deformada semelhante à deformada da peça representada na Figura 2.31. No entanto, este exemplo apresenta diferenças em dois aspectos. Por um lado, a força vertical que aparece junto dos apoios devido à inclinação do cabo que vai gerar um diagrama de esforço transversal que varia linearmente de acordo com a carga equivalente uniformemente distribuída. Por outro lado, como o cabo apresenta um aumento de excentricidade desde o apoio, onde $e=0$, até ao meio vão, onde $e=f$, o diagrama de momento vai ter o valor de $P.e$ onde a excentricidade varia.

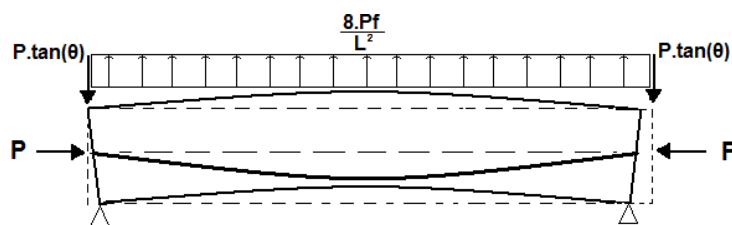


Figura 2.33 - Apresentação da deformação ocorrida devido á aplicação do pré-esforço

Após a análise dos exemplos anteriormente mencionados, conclui-se que os momentos devido ao pré-esforço são iguais a P.e em que a excentricidade pode variar ao longo do vão, como se verifica no exemplo da Figura 2.32. Por outro lado, o esforço transversal existe quando existe também inclinações do cabo. Ao nível das deformadas, pode dizer-se que a deformada da estrutura é contrária à deformação provocada pela acção das cargas exteriores, aspecto este que se revela bastante útil numa fase de pré-dimensionamento no ponto de vista do projectista. Este aspecto retrata uma grande vantagem do pré-esforço, uma vez que uma grande parte das estruturas está limitada pelo controlo da deformada.

Convém também salientar que o conceito das cargas equivalentes para estruturas isostáticas não vai alterar as acções exteriores, ou seja, os efeitos do pré-esforço estão auto-equilibrados.

2.8.2. VIGA HIPERSTÁTICA

Anteriormente foram analisados alguns exemplos de diferentes traçados de cabos de pré-esforço em estruturas isostáticas e concluiu-se sobre os aspectos mais pertinentes a ter em conta em fase de projecto neste tipo de estruturas.

Em seguida analisar-se-á diferentes casos de traçado de pré-esforço em estruturas hiperstáticas e suas consequentes características.

A primeira análise reporta um sistema hiperstático com um grau de liberdade, como se pode verificar na Figura 2.34, em que a viga está assente em três apoios, um duplo e dois simples que distam entre si a mesma distância. Neste caso, o traçado do cabo de pré-esforço é rectilíneo e coincide com o centro de gravidade da estrutura.



Figura 2.34 - Viga hiperstática com cabo rectilíneo aplicado no centro de gravidade.

Neste caso, elaborando a deformada, sabe-se que a peça estará unicamente submetida a um esforço axial muito elevado devido à força do pré-esforço. Analisando as tensões, uma vez que a peça só tem uma força axial a actuar, o diagrama de tensões instalado na peça é constante e negativo, o que significa compressão. Estando submetido unicamente a uma força axial (compressão simples), a peça vai apresentar uma deformada longitudinal (Figura 2.35).

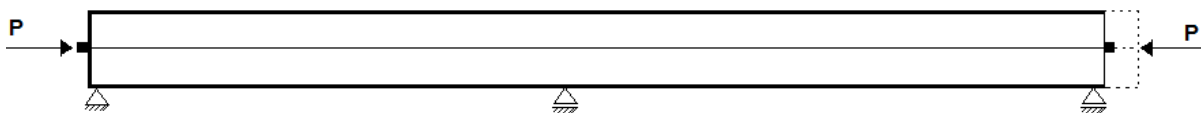


Figura 2.35 - Apresentação da deformação ocorrida devido à aplicação do pré-esforço

Neste caso, em que temos uma peça de geometria igual em todas as secções e em que o traçado do cabo acompanha o centro de gravidade da peça ao longo do seu desenvolvimento, a peça apenas se

deforma axialmente e não apresenta modificação das acções externas, ou seja não introduz acções nos apoios.

Em seguida temos uma viga hiperstática em tudo igual à viga anterior, menos no facto de o traçado do cabo se encontrar abaixo do eixo neutro da viga (Figura 2.36).

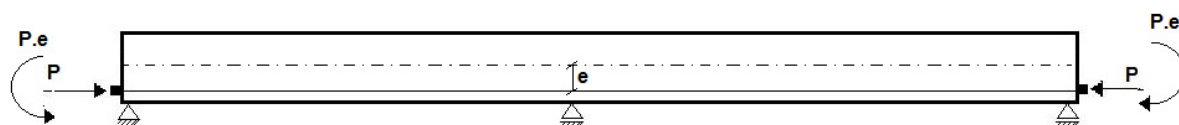


Figura 2.36 – Viga pré-esforçada com o cabo abaixo do centro de gravidade

Como se verificou anteriormente ocorre uma deformada axial e aliada a esta está uma deformação por flexão devido aos momentos provenientes da excentricidade do cabo. No caso isostático, a deformada ocorria sem restrições, por sua vez, ao ter-se o mesmo traçado de cabo, mas agora aplicada a uma estrutura hiperstática, a deformada vai ter restrições, impedimentos (Figura 2.37). Ao ocorrerem estes impedimentos geram-se forças nas reacções da peça que introduzem esforço transverso à peça. Para determinar as tensões tem que se calcular estas reacções devidas ao pré-esforço para posteriormente poder determinar o desenvolvimento das tensões através da lei de distribuição de tensões da resistência dos materiais.

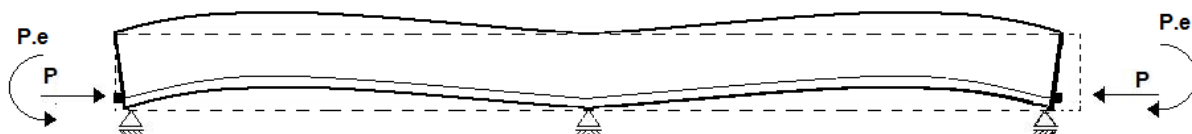


Figura 2.37 – Apresentação da deformada devida a aplicação do pré-esforço

Como se pode verificar, no primeiro caso o pré-esforço apenas deforma a peça axialmente, em seguida, aplicando um cabo com excentricidade, a deformada ocorre com restrições que vão gerar forças nos apoios, agora no caso de termos uma viga igualmente hiperstática, como as anteriores, mas agora com um traçado de cabo parabólico (Figura 2.38).

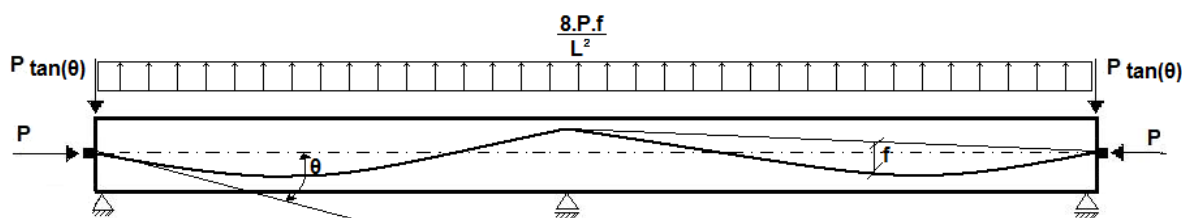


Figura 2.38 - Apresentação de uma viga com o traçado do cabo parabólico

Como se verifica, a deformada é semelhante ao exemplo anterior e apresenta a mesma restrição. Esta peça difere da anterior na medida em que neste exemplo existe uma lei de esforço transverso constante e soma-se o facto de esta ter uma lei de momentos que varia com a excentricidade do cabo e, também

com a introdução de momentos da restrição do movimento que vai gerar o desenvolvimento de forças no apoio.

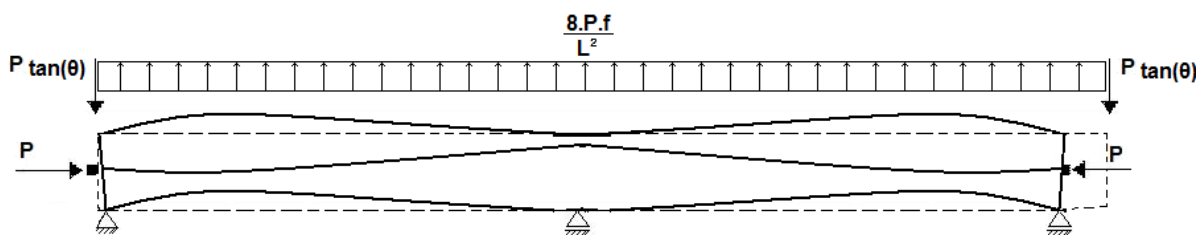


Figura 2.39 – Deformada da viga devido ao traçado parabólico

Neste capítulo não é de nosso interesse desenvolver em demasia os aspectos remetentes aos efeitos hiperstáticos uma vez que dedicar-se-á um único capítulo a este tema. No entanto verifica-se que a análise de estruturas isostáticas é muito simples, ao contrário do que ocorre com a análise das estruturas hiperstáticas.

A análise de estruturas hiperstáticas após o aparecimento dos computadores sofreu uma evolução uma vez que se passou a efectuar todos os cálculos recorrendo a programas de cálculo e deixando na prateleira os métodos manuais leccionados em teoria das estruturas, método das forças, método da carga fictícia, método de Cross. Por consequência hoje em dia não se entende quais as consequências da aplicação do pré-esforço, e para entender este fenómeno o projectista, está super dependente do computador.

Em suma se a estrutura é hiperstática a deformação imposta pelo pré-esforço não é, em geral, compatível com as ligações ao exterior o que provoca uma alteração das reacções das estruturas. Esta alteração gera reacções exteriores o que leva à existência de esforços de deformação na estrutura. No caso das estruturas isostáticas, os esforços introduzidos na estrutura, são auto equilibrados pelo elemento estrutural, por sua vez, as estruturas Hiperstáticas não se trata de um sistema auto equilibrado uma vez que com a aplicação do pré-esforço ocorrem deformações impedidas e com estas surgem reacções exteriores.

3

ESTUDOS DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS DO PRÉ-ESFORÇO

3.1. INTRODUÇÃO

Os esforços resultantes do pré-esforço estão bem determinados quando se trata de estruturas isostáticas, no entanto, quando se trata de estruturas hiperstáticas é diferente porque é preciso mais do que a estática para calcular as estruturas.

Em estruturas hiperstáticas, a distribuição de tensões varia com as suas propriedades geométricas, com as deformações impostas e também por deformações impedidas.

Ao longo deste capítulo, abordar-se-á, de forma mais aprofundada, os efeitos hiperstáticos do pré-esforço, nomeadamente, o cálculo associado ao mesmo, considerado importante na fase de projecto. Assim, apresenta-se a forma mais simples de cálculo dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço, o método dos coeficientes de influência.

Para comprovar a eficiência do método e estudar os efeitos hiperstáticos, vão-se analisar três casos reais, o viaduto com secção transversal em Duplo T, viaduto com secção transversal em Caixão e passagem pedonal com secção transversal em U. Foram escolhidos estes três casos de forma a poder também analisar qual a influência da posição do centro de gravidade da secção na obtenção dos efeitos hiperstáticos. Outro aspecto em estudo será a alteração da posição do ponto de inflexão do cabo de pré-esforço de $0,1xL$ para $0,15xL$ de afastamento do apoio de forma a registar as alterações ocorridas.

Ao finalizar o capítulo uma pequena análise comparativa entre os três casos de forma a realçar as consequências da modificação do traçado do cabo na variação dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

3.2. NATUREZA DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS DO PRÉ-ESFORÇO

Considerando uma estrutura constituída por três vigas contínuas que são libertadas por rótulas para criar três vãos simplesmente apoiados de forma a facilitar o cálculo. Fazendo actuar sobre esta estrutura uma carga uniformemente distribuída, sabe-se que o momento máximo gerado a meio vão é igual a $\frac{P.l^2}{8}$ onde P é o valor da carga uniformemente distribuída e o l é o comprimento do vão. O momento devido a carga uniformemente distribuída tem a denominação de M_q . Com a aplicação das cargas na estrutura, esta vai flectir e apresentar uma rotação nas extremidades que toma o valor de

$\theta = \frac{M_{\max} \times l}{3EI}$. Ao pretender-se transformar a estrutura numa estrutura contínua, temos que aplicar um momento negativo nas extremidades das vigas para compatibilizar as deformações. Assim sendo, para este caso específico em que temos uma estrutura com características geométricas iguais e vãos com o mesmo comprimento, temos um momento de continuidade nos apoios intermédios que toma o valor de $\frac{Pl^2}{10}$ que é precisamente 80% do momento a meio vão. Neste caso os momentos de continuidade tomam a designação M_c .

No presente caso, ao pretender calcular-se os momentos resultantes de toda a estrutura basta somar o diagrama de M_q com o diagrama de M_c .

O carregamento uniforme nas vigas isostáticas pode ser substituído por um traçado parabólico do pré-esforço, respectivamente ancorado ao nível do eixo neutro nas extremidades das vigas, que vai provocar uma força ascendente uniformemente distribuída. O pré-esforço a ser puxado com uma carga P e uma excentricidade a meio vão igual a e_c , vai gerar esforços na estrutura conhecidos. Uma vez que estes parâmetros são totalmente controlados pelo projectista, podem ser calculados de forma a igualar a cargas resultantes do carregamento uniformemente distribuído em serviço. Simplificadamente, ao tratar-se de vigas isostáticas, o momento devido ao pré-esforço é igual em cada secção a $P \cdot e$ em que e é a excentricidade em cada ponto. Este tipo de momentos tem o nome de “momentos isostáticos do pré-esforço” (M_{ip}). De forma a garantir a continuidade das vigas, como este caso é semelhante ao anterior, basta aplicar um momento de continuidade nos apoios intermédios com o valor de 80% do momento máximo do pré-esforço, $0.8 \times P \times e_c$, com o sinal trocado, porque a rotação neste caso é contrária. A estes momentos do pré-esforço atribui-se o nome de “momentos parasitas” ou de “momentos hiperstáticos do pré-esforço” (M_{hp}).

Assim, sabe-se que a determinação do momento total devido ao pré-esforço, à semelhança do que se viu para o carregamento exterior, é igual à soma das duas componentes de pré-esforço:

$$M_{\text{total Pré-esforço}} = M_{\text{isostático pré-esforço}} + M_{\text{hiperstático do pré-esforço}} \quad (3.1)$$

Embora quando se fala da lei de momentos flectores em peças sujeitas a acções exteriores não se faça uma separação entre os momentos flectores isostáticos e os momentos de continuidade, o mesmo não ocorre quando se trata de estruturas sujeitas a pré-esforço, uma vez que se deve considerar momentos isostáticos do pré-esforço separadamente dos momentos hiperstáticos do pré-esforço. Esta separação deve-se ao facto de o momento isostático depender da excentricidade que o cabo apresenta, pois esta é um elemento muito importante e, como foi referido anteriormente, completamente controlável pelo projectista.

Neste caso particular em que se tem uma estrutura de três vãos com o mesmo comprimento com um cabo parabólico ancorado ao nível do eixo neutro, já se sabe que o momento de continuidade é 80% do momento isostático a meio vão. No entanto, se o traçado já não for parabólico ou então não estiver centrado com o eixo neutro a ancoragem dos cabos e seja um outro qualquer traçado que apresente rotações nas extremidades devido aos momentos concentrados nos apoios, o momento hiperstático terá necessariamente que sofrer um ajuste, um novo cálculo.

É de referir que os momentos hiperstáticos do pré-esforço alteram as reacções verticais nos apoios e geram pequenos esforços transversos nas vigas que são responsáveis pelo aparecimento de importantes efeitos de flexão.

3.3. OS EFEITOS DOS MOMENTOS HIPERSTÁTICOS NA ESTRUTURA

Os momentos hiperstáticos para um caso típico de uma viga com quatro vãos com diferentes comprimentos entre cada um podem definir-se como M_{hip1} , M_{hip2} , M_{hip3} (Figura 3.1), respectivamente, em cima de cada apoio.

A variação entre os momentos localizados em cima dos apoios vai provocar o aparecimento de esforço transverso na viga e consecutivamente de reacções hiperstáticas nos apoios. Os esforços transversos perto dos apoios dependem dos momentos instalados à esquerda e à direita desse mesmo apoio. Regra geral utiliza-se a fórmula seguinte (3.2) para calcular os esforços junto dos apoios em que L é o comprimento do vão entre os momentos.

$$\frac{M_{hip\ direita} - M_{hip\ esquerda}}{L} \quad (3.2)$$

Nos apoios de extremidade o momento é igual a zero logo o esforço que se gera junto do apoio é igual a $\frac{M_{hip\ direita} - 0}{L}$ (ver Figura 3.2). Ao considerar-se os sinais dos momentos sabe-se que a valores positivos de esforço transverso correspondem cargas ascendentes, e a valores negativos correspondem cargas descendentes. Uma das leis da estática é a lei do equilíbrio estático, ou seja, o somatório de forças deverá ser igual a zero.

O momento isostático do pré-esforço, $P.e$, corresponde a esforços internos que, apesar de introduzir esforços transversos às vigas, não geram reacções nos apoios uma vez que são auto equilibrados pelas forças verticais presentes nas extremidades de ancoragem.

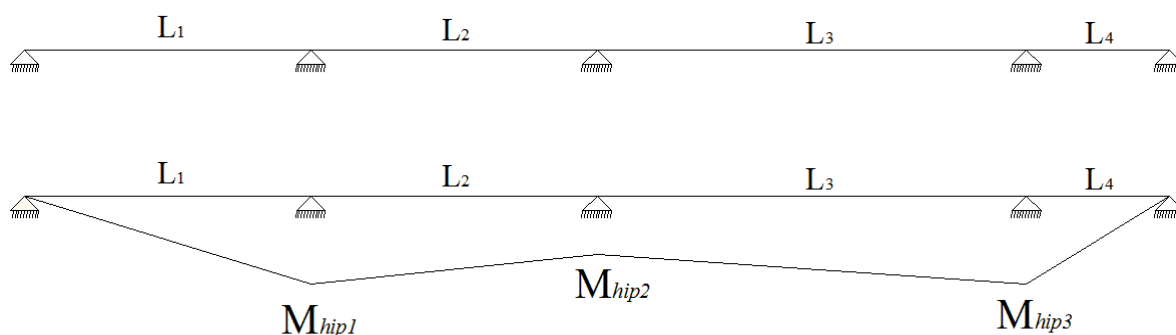


Figura 3.1 – Traçado dos momentos hiperstáticos do pré-esforço.

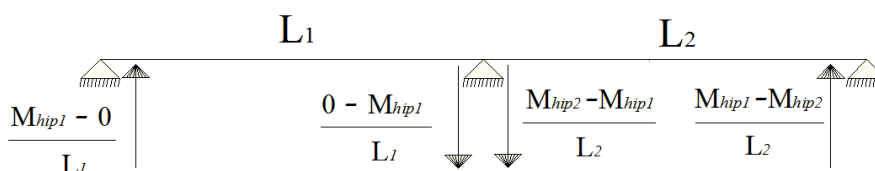


Figura 3.2 – Cálculo das reacções nos dois primeiros apoios através do diagrama de momentos hiperstáticos.

3.4. CÁLCULO DOS EFEITOS HIPERSTÁTICOS

Com o aparecimento do computador e o desenvolvimento de programas de cálculo automático de estruturas o seu cálculo passou a ser desenvolvido de uma forma mais automática. Estes programas de cálculo avançado utilizam técnicas de análise estrutural, representando, na maioria dos casos uma simulação aproximada do que ocorre na realidade. O método utilizado pelos computadores, também conhecido por método dos elementos finitos, consiste na discretização do meio contínuo em elementos de dimensões reduzidas, daí o nome elementos finitos, para estes elementos são estabelecidas relações geométricas (deformação), relações constitutivas (tensões) e por fim as equações diferenciais do fenómeno (equações de equilíbrio).

Para entender as consequências da aplicação do pré-esforço numa estrutura, interessa abordar um método pouco comum, contudo directo e útil, o método dos coeficientes de influência que deriva do conceito inerente às linhas de influência.

3.5. LINHAS DE INFLUÊNCIA

Os programas de computador estão habilitados para os cálculos dos efeitos da presença de um cabo de pré-esforço numa estrutura, incluindo o cálculo dos momentos hiperstáticos, mas quando se necessita de alterar um parâmetro do cabo, o programa informático faz o cálculo na sua totalidade, impossibilitando a realização de um cálculo intermédio de forma a ajustar uma fase do cálculo em pormenor. Com o objectivo de melhorar o traçado do cabo por tentativa e erro e mesmo que se utilize o melhor programa de cálculo, é moroso, não moldável e principalmente não promove o pensamento inovador.

Para as fases de tentativa do cálculo é necessário que o método utilizado pelo projectista permita antever o efeito do pré-esforço devido as suas consequentes alterações ao variar a excentricidade ou alterar a força de pré-esforço.

Nesta linha de desenvolvimento, surge a necessidade de encontrar uma forma de cálculo estrutural que permita entender de forma simples e eficaz o funcionamento da estrutura, com as variações na característica dos cabos de pré-esforço e também que permita avaliar os efeitos hiperstáticos provocados por este. O método que permite entender melhor o funcionamento das estruturas é o método dos coeficientes de influência.

O método dos coeficientes de influência segue a teoria associada às linhas de influência de uma acção, estas representam-se através de um gráfico que traduz a evolução do efeito de uma carga unitária a percorrer a estrutura. Para melhor entender o traçado destas linhas encontra-se em anexo a explicação do cálculo de um exemplo simples

3.5.1. DEMONSTRAÇÃO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA NUMA ESTRUTURA.

De forma a esclarecer um pouco o traçado dos conceitos em estudo, o exemplo que se segue é um caso simples e em que se faz referência os aspectos importantes.

Ao destruir a ligação responsável pelo aparecimento do momento de continuidade no apoio B e, seguidamente, provocar uma rotação de um radiano com um par de momentos $\bar{M}$ na mesma secção B. A linha de influência dos momentos aplicados representa a deformada vertical da estrutura (ver Figura 3.3).[3]

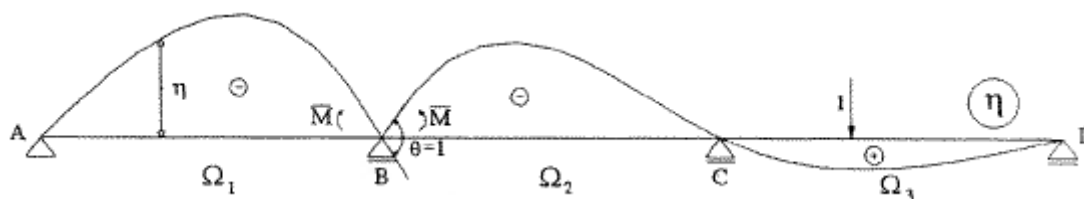


Figura 3.3 – Diagrama da linha de influência do par de momentos(η) [3]

Em seguida encontra-se traçado o diagrama de momentos flectores devido ao par de momentos $\bar{M}$ aplicado em B.

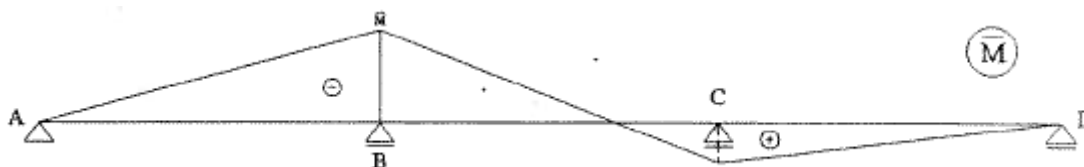


Figura 3.4 - Diagrama de momentos flectores produzido pelo par de momentos.[3]

Sendo η (linha de influência) contínua no seu domínio, sabe-se que η' obtém-se ao derivar η .

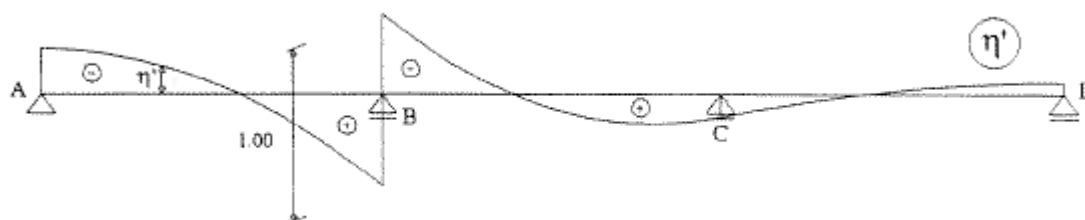


Figura 3.5 – Diagrama da 1ª derivada da linha de influência (η') [3].

O diagrama de $\eta'' = -\frac{\bar{M}}{EI}$ é um espelho do diagrama de momentos flectores gerado pelo par de momentos $\bar{M}$. O dito só é verdade se o momento de inércia das três barras for igual. Se, porventura, ocorrer uma diferença de momento de inércia numa das barras ocorre uma quebra no diagrama de η'' [3].

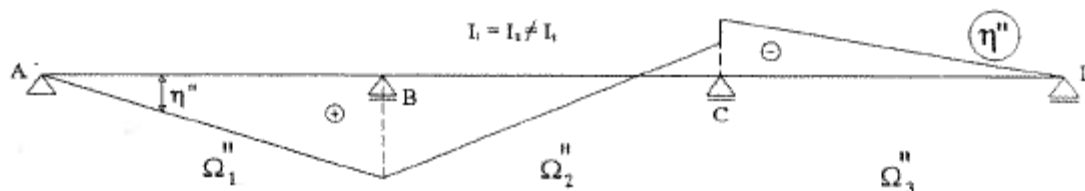


Figura 3.6 –Diagrama da 2ª derivada da linha de influência dos par de momentos (η'') [3].

Nas estruturas em que ocorre uma variação de secção, o diagrama de η'' vai acompanhar essa variação com um decréscimo da mesma.

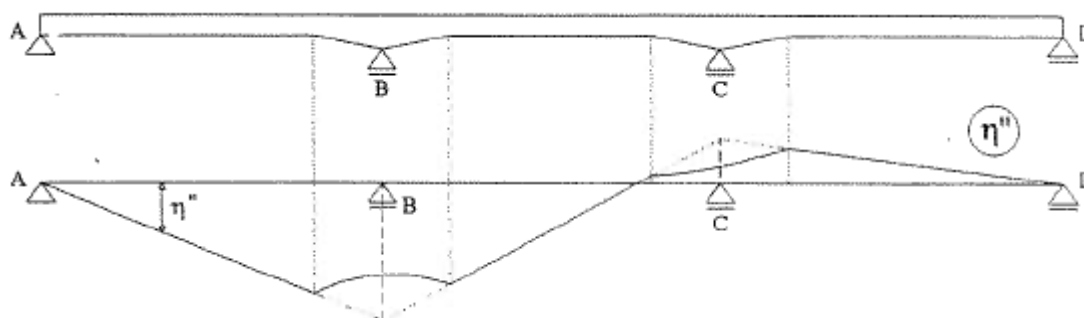


Figura 3.7 – Alteração da η'' devido à variação de secção da estrutura [3]

Apresentou-se uma estrutura simples, onde se traçaram as linhas de influência interessantes para perceber o método de análise em conjunto com as informações disponibilizadas em anexo, que comparam o método dos coeficientes de influência ao método das cargas equivalentes para o cálculo dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

3.5.2. CARACTERIZAÇÃO DO MÉTODO DOS COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA

O método dos coeficientes de influência permite determinar a componente hiperstática dos momentos flectores provocados pela acção do pré-esforço numa estrutura. Trata-se no fundo, de um método que identifica e organiza a informação (intrínseca à estrutura) que caracteriza o seu comportamento quando sujeita a acções genéricas de pré-esforço [23]. Esta informação encontra-se organizada de acordo com os coeficientes de influência.

Com o objectivo de facilitar a compreensão do conceito, define-se coeficiente de influência, $\eta_{\bar{M}_{p,i}}(x)$ como sendo o momento flector hiperstático existente na secção i , devido à acção de uma força de pré-esforço unitária ($P=1$) com uma excentricidade unitária ($e=1$) ao longo de um elemento de comprimento unitário ($l=1$) que se encontra localizado com uma abcissa igual a x . O momento hiperstático $M_{p,i}(x)$ em i devido à acção de uma força de pré-esforço P que actua com uma excentricidade e num elemento de comprimento dx na secção x é dado por:

$$\bar{M}_{p,i}(x) = P \cdot e \cdot \eta_{\bar{M}_{p,i}}(x) dx \quad (3.3)$$

Imagine-se agora o caso, em que se pretende analisar o efeito hiperstático do pré-esforço numa estrutura numa secção i , em que este um traçado com variação da excentricidade $e(x)$ e que se caracteriza por uma força $P(x)$. Neste caso, determina-se esta contribuição calculando o integral em todo o seu comprimento (l) da expressão anterior.

$$\bar{M}_{p,i} = \int_0^L P(x) \cdot e(x) \cdot \eta_{\bar{M}_{p,i}}(x) dx \quad (3.4)$$

Através da análise da expressão anterior, sabe-se que os coeficientes de influência são independentes quer da força de pré-esforço quer da excentricidade apresentada pelo traçado do cabo. Na realidade, estes apenas dependem das propriedades geométricas e características da estrutura.

Assim, para o cálculo dos momentos totais do pré-esforço, basta determinar os momentos hiperstáticos sobre os apoios, e como se sabe que este diagrama é rectilíneo o diagrama de momentos hiperstáticos é igual à união dos valores sobre os apoios. Por sua vez, o momento isostático determina-se multiplicando a força de pré-esforço pela sua excentricidade apresentada na secção. Desta forma resulta que o momento total do pré-esforço é igual a soma destes dois diagramas atrás determinados.

Existe uma pequena particularidade neste método de análise no que diz respeito a estruturas com variações das propriedades geométricas, ou seja variação de secção. Para as estruturas com inércia variável resulta que o diagrama dos coeficientes de influência vai apresentar uma pequena variação junto da zona da variação. Esta referência tem simplesmente como objectivo chamar à atenção o leitor de que, para estruturas com secção variável os coeficientes de influências apresetam um pequena alteração. Tal como se pode verificar na Figura 3.7.

O método dos coeficientes de influência é de aplicação simples, uma vez que apenas exige o conhecimento do traçado do cabo e da segunda derivada da linha de influência do momento flector no apoio de continuidade, η'' . De forma completamente distinta, ocorre o cálculo dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço, quando se recorre por exemplo ao método de Cross, linhas de influência η e η' , método dos deslocamentos, entre outros, que para além do trabalho que exige no âmbito do seu calculo, ainda exige o conhecimento das cargas equivalentes

Assim resulta que para o cálculo de estruturas pré-esforçadas, pode afirmar-se que o método dos coeficientes de influência é bastante indicado, dada a sua facilidade de aplicação. No caso de estruturas hiperstáticas, o cálculo requer especial atenção aos efeitos hiperstáticos gerados por este, recorrendo ao método apresentado, basta conhecer a linha dos coeficientes de influência assim como o traçado do cabo.

$$Efeito = \int P \cdot e \cdot \eta'' dx \quad (3.5)$$

Para o cálculo deste integral é necessário proceder à identificação das leis de aproximação do traçado dos cabos, se parabólico corresponderá uma aproximação de um polinómio de segundo grau e se recto, uma aproximação linear.

O método exposto permite obter também, os esforços e deslocamentos por um conjunto de acções exteriores, através da equação (3.6).

$$Efeito = - \int M_0 \cdot \eta'' dx \quad (3.6)$$

O sinal (-) resulta da convenção de sinais adoptada para “e”: para valores positivos da excentricidade, o cabo produz momentos flectores negativos segundo a convenção da resistência dos materiais.

M_0 corresponde aos momentos isostáticos produzidos pelas citadas acções. Para melhor compreender o método aconselha-se a ler o artigo referido na bibliografia [3].

Assim, este método vai ser aplicado na análise de três exemplos reais, onde se vai estudar a importância conseguida na alteração dos efeitos hiperstáticos com a alteração do traçado do cabo.

3.6. ANÁLISE DE EXEMPLOS REAIS

O método de análise estrutural, em destaque neste capítulo, vai ser aplicado a casos correntes e reais, de forma a aprofundar e salientar as verdadeiras vantagens deste método.

A análise das três estruturas actuais com a aplicação do método dos coeficientes de influência tem como objectivo facilitar a interpretação do método e perceber qual a influência do traçado do pré-esforço na obtenção dos momentos hiperstáticos e em que medida é que, através desta análise, se pode melhorar a nossa solução através de um ajuste no traçado.

Outro aspecto que estará em estudo é a posição do centro de gravidade das diferentes estruturas, ou seja, será avaliada a influência da alteração do traçado do cabo e também de que forma a posição do centro de gravidade influencia a obtenção dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

De forma a facilitar os cálculos e também com o objectivo de diminuir o tempo referente ao cálculo, recorreu-se ao programa Excel da Microsoft Office para a elaboração de uma folha de cálculo, que auxiliará em toda a fase do processo de análise. Também se utilizou o programa para a determinação dos integrais envolvidos na análise, para tal utilizou-se o método de Simpson que se explica em anexo.

3.6.1. PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

Para proceder à análise destes exemplos, surge a necessidade de determinar o local por onde vão passar os cabos de pré-esforço, recorreu-se ao traçado dos momentos flectores de um carregamento uniformemente distribuído com o valor de 1 kN/m em todos os vãos (Figura 3.12, Figura 3.25, Figura 3.38). Determinados os valores extremos do diagrama de momentos, desenha-se o traçado do cabo de forma a acompanhar este diagrama, fazendo corresponder assim os valores de excentricidades máximas aos valores extremos de momento.

Uma vez determinados os pontos de excentricidade máxima positiva e negativa, passa-se para o cálculo do traçado propriamente dito. Como um dos objectivos passa por entender o método em análise, vão-se calcular, para cada caso, dois traçados de cabo de pré-esforço para se poder desta forma entender qual a intervenção do traçado do cabo na obtenção de momentos hiperstáticos. Assim, os dois diferentes casos de traçado de cabo diferem apenas na localização do ponto de inflexão do traçado, que num dos casos se encontra a $0,1xL$ e no outro se encontra a $0,15xL$. De modo a entender a alteração apresenta-se em seguida um exemplo.

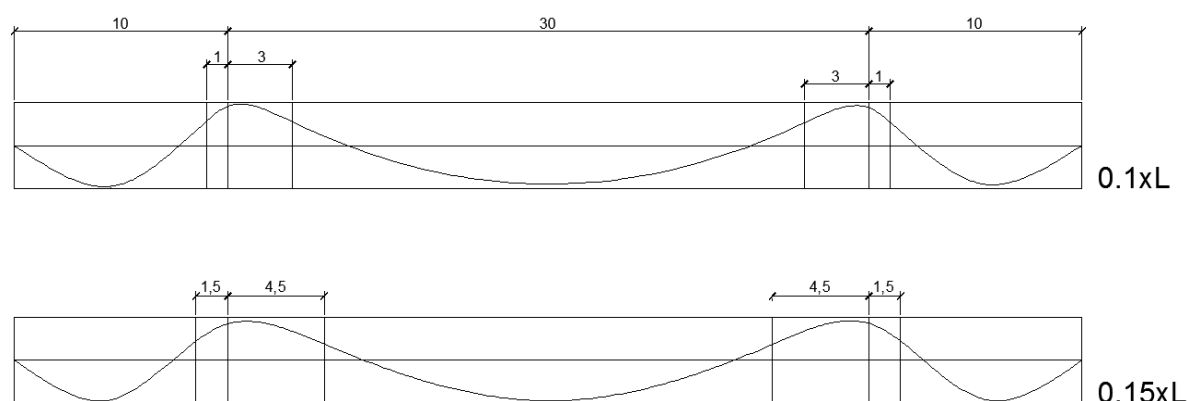


Figura 3.8 – Alteração efectuada no Cabo de pré-esforço (exemplo simplificado)

Como o principal objectivo desta análise está relacionado com a determinação da variação dos efeitos hiperstáticos na estrutura não é necessário um dimensionamento exacto da força de pré-esforço para a verificação de tensões de serviço, daí considerar-se apenas as alterações registadas para uma carga paramétrica de 10000 kN.

Com o traçado do cabo definido e conhecendo também a força de pré-esforço, resulta daqui que já se conhece o diagrama de momentos isostáticos do pré-esforço (P.e)

Procede-se, então à análise dos momentos hiperstáticos recorrendo ao método dos coeficientes de influência, anteriormente explicado. Para a aplicação do método, é necessário o cálculo do momento responsável pela rotação unitária em cada um dos apoios intermédios para posteriormente se calcular o diagrama dos coeficientes de influência $\left(\eta'' = -\frac{\bar{M}}{EI}\right)$. Para o cálculo deste momento, recorreu-se ao programa informático, “Ftool”[22].

Com estes dados, ao conhecer o diagrama de momentos isostáticos do pré-esforço, e agora ao determinar o diagrama dos coeficientes de influência, está-se em condições de poder calcular os efeitos hiperstáticos do pré-esforço, através do cálculo do integral $\int P.e.\eta'' dx$. (3.2).

3.6.2. ANÁLISE DE UM VIADUTO COM VIGA EM DUPLO T

Este viaduto consiste num viaduto com cinco vãos, o primeiro e o último com 38 metros, enquanto os vãos intermédios apresentam 45 metros cada (Figura 3.11). A tipologia da estrutura baseia-se numa viga duplo T em betão armado pré-esforçado (Figura 3.9).

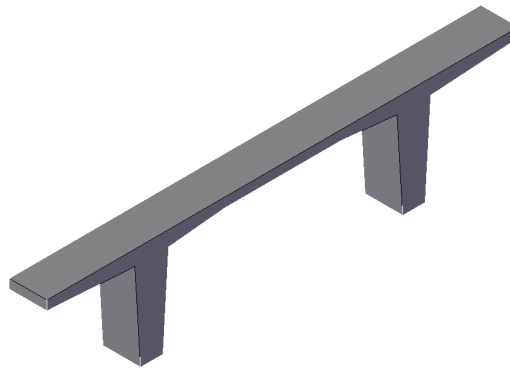


Figura 3.9 – Tipologia do Viaduto Duplo T.

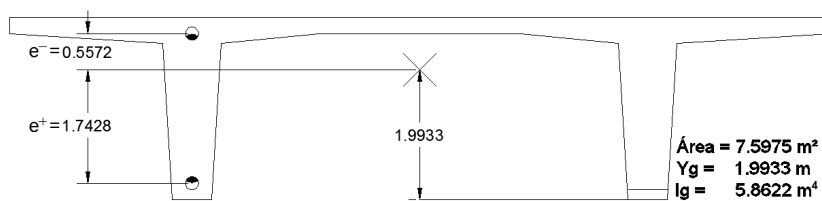


Figura 3.10 – Características relevantes da secção em Duplo T.

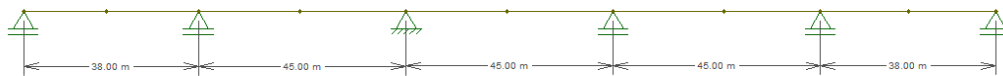


Figura 3.11 – Perfil do viaduto em duplo T

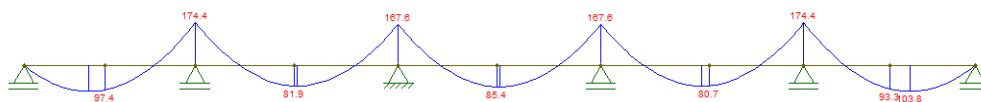


Figura 3.12 – Diagrama de momentos flectores para uma carga unitária uniformemente distribuida.

Com as referidas informações organizadas foi possível traçar os diagramas de momentos hiperstáticos da estrutura que se apresentam nos gráficos seguintes. Apresentam-se também outros gráficos considerados importantes para a análise em questão.

Traçado dos diagramas do Pré-Esforço (0,1.L)

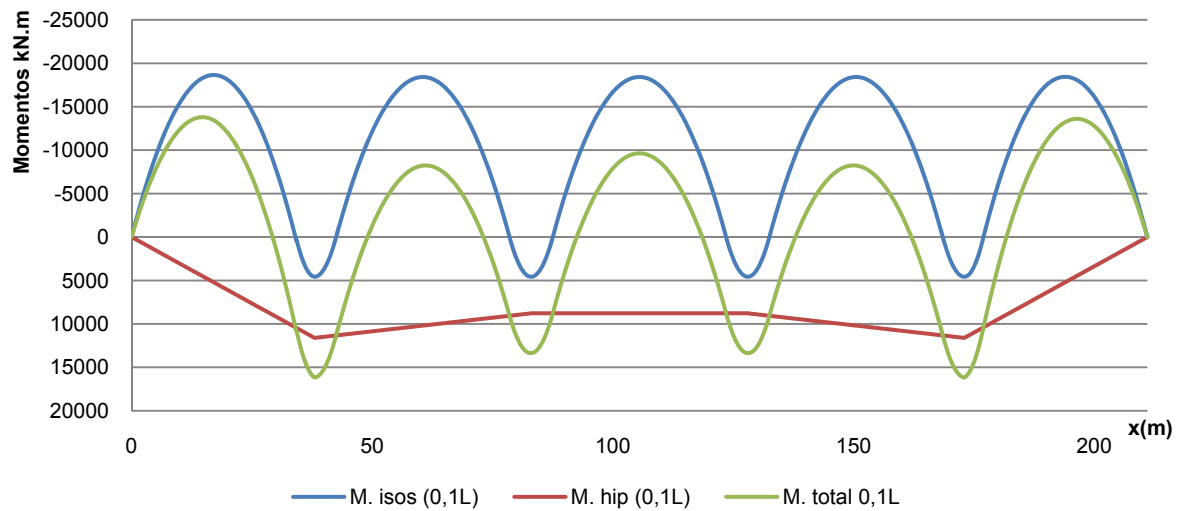


Figura 3.13 – Diagramas de momentos para 0.1xL.

Traçado dos diagramas do Pré-Esforço (0,15.L)

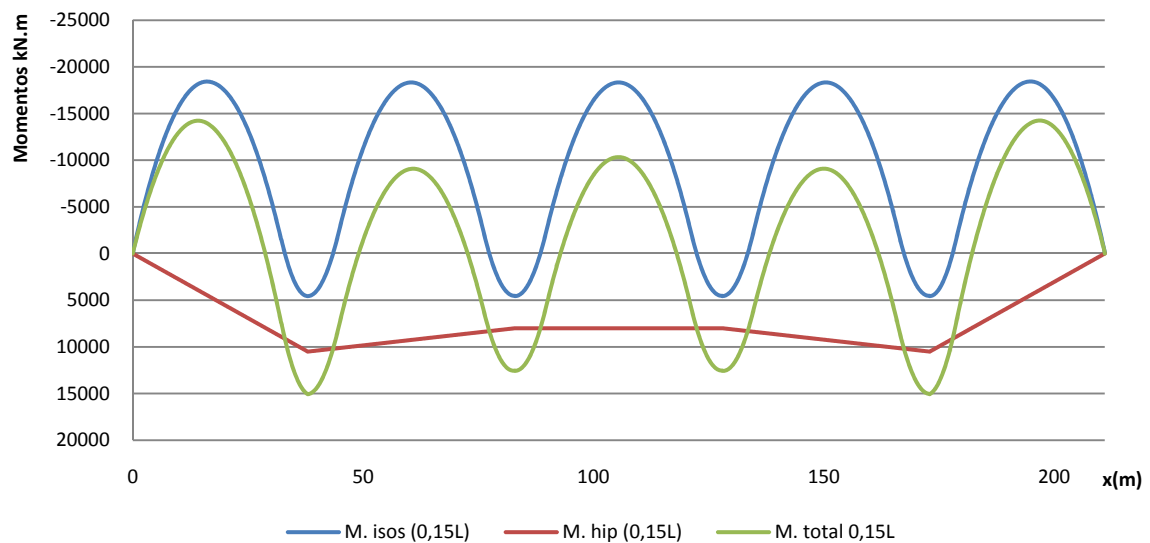


Figura 3.14 – Diagramas de momentos para 0.15xL.

Conhecendo agora os diagramas de momentos da estrutura, surgiu a necessidade de traçar em conjunto num gráfico os diagramas de momentos hiperstáticos de forma a perceber quais as alterações verificadas devidas à alteração da localização do ponto de inflexão do cabo (Figura 3.12).

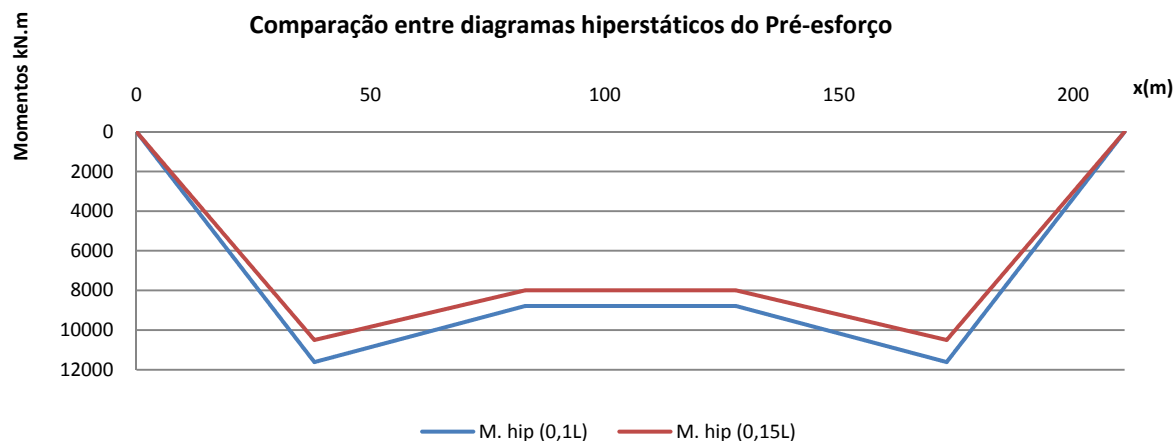


Figura 3.15 - Comparação dos diagramas hiperstáticos.

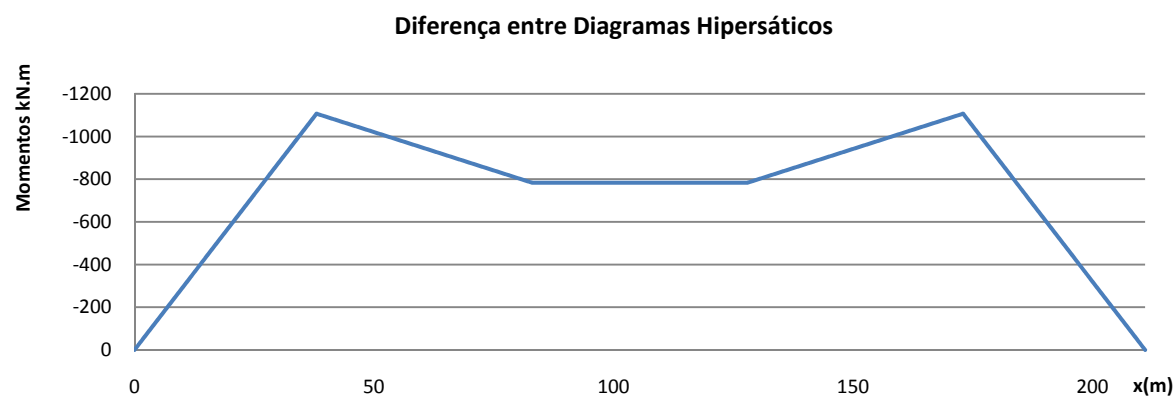


Figura 3.16 - Diferenças entre os diagramas hiperstáticos.

Através dos gráficos apresentados, é possível notar que há uma variação na quantidade de momentos hiperstáticos. Na Figura 3.16 verifica-se a diferença encontrada em cada secção entre o diagrama de momentos hiperstáticos referente à situação de $0.15xL$ menos a situação de $0.1xL$.

Desta forma, conclui-se que vai ocorrer uma diminuição do efeito hiperstático da estrutura, devido à alteração do ponto de inflexão, nomeadamente, ao aumento a distância de localização deste referente ao apoio intermédio.

Em seguida apresentar-se-á os resultados ocorridos a nível das tensões na estrutura devido aos efeitos totais do pré-esforço (isostáticos + hiperstáticos), com a alteração do ponto de inflexão de $0.1xL$ para $0.15xL$.

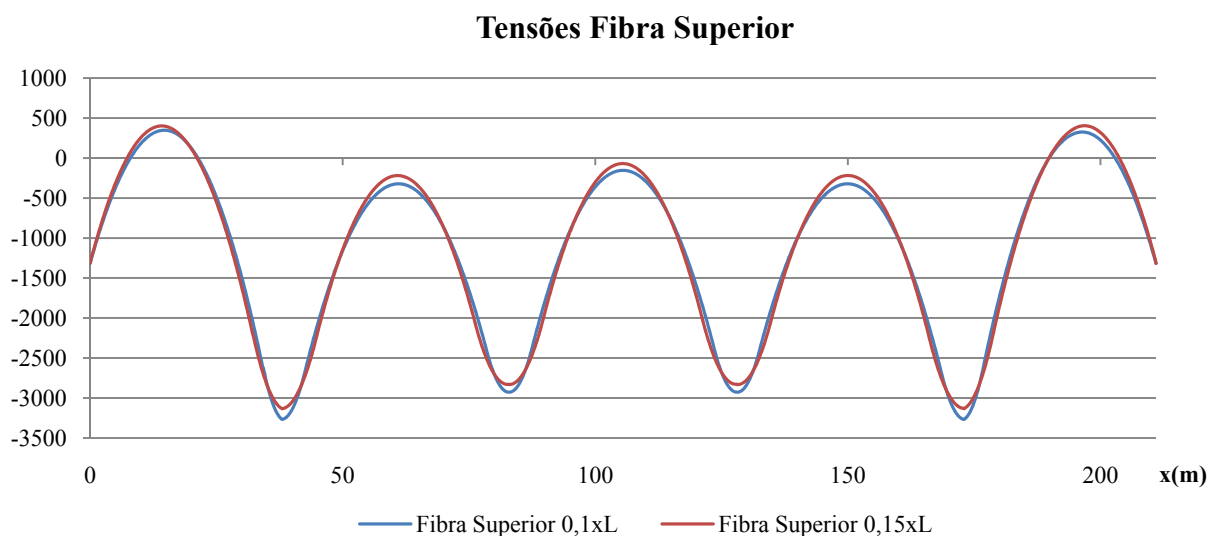


Figura 3.17 - Diagrama de Tensões na fibra superior.

Como se verifica, ao alterar as condições do traçado, ocorre uma diminuição das tensões de compressão sobre os apoios e verifica-se um incremento das pequenas tensões de tracção nos meios vãos.

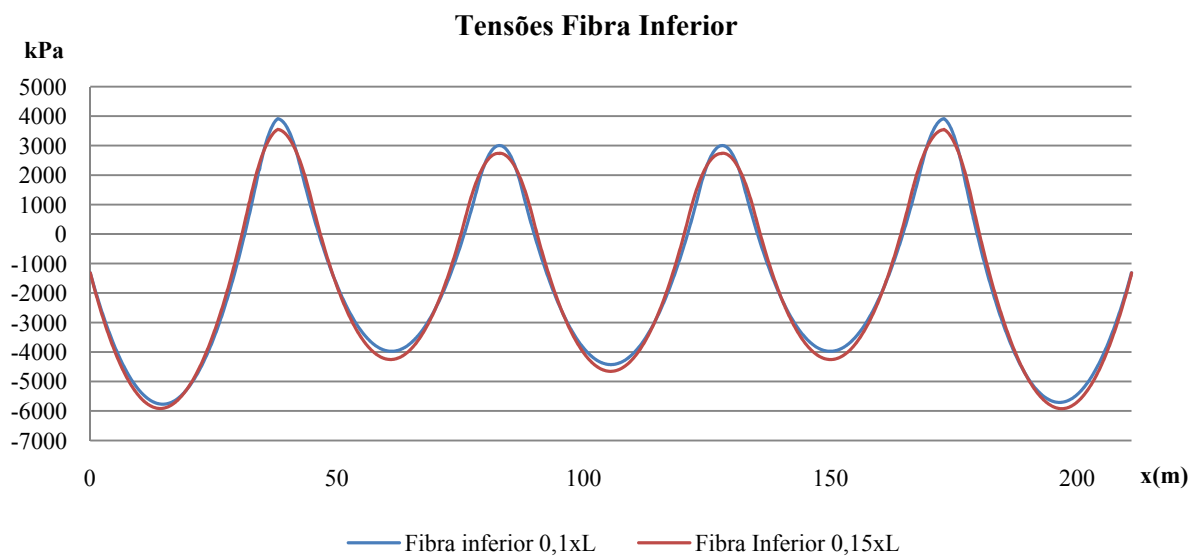


Figura 3.18 - Diagrama de Tensões na fibra superior.

De igual modo ao verificado anteriormente, a alteração do traçado provocou uma diminuição das tensões de tracção sobre os apoios e um incremento das tensões de compressão nos meios vãos do viaduto.

3.6.2.1. Análise da Secção do Segundo Apoio da viga em duplo T

Para se entender qual o significado do coeficiente de influência e qual a sua utilidade nesta fase de projecto, procede-se, em seguida, à análise de uma secção isolada, para se poder salientar as variações ocorridas.

Tabela 3.1 - Variação dos efeitos hiperstáticos na viga em duplo T.

	Ponto de inflexão a 0,1xL	Ponto de inflexão a 0,15xL	% Variação de Momento Hiperstático
M. Hiperstático 2º e 5º apoio	11610,78 kN.m	10503,85 kN.m	-9,5%
M. Hiperstático 3º e 4º apoio	8783,14 kN.m	7999,54 kN.m	-8,9%

Neste quadro apresenta-se a variação de efeito hiperstático nas secções dos apoios em termos de percentagem, tomando como referência o caso 0.1xL. Como nesta fase apenas nos interessa a avaliação das alterações na secção do segundo apoio, nota-se que ocorre uma diminuição que ronda os 9,5%. Sabe-se também através da análise dos diagramas de momentos que na secção do apoio os efeitos hiperstáticos correspondem a cerca de 70% do momento total.

Tabela 3.2 – Variação de Tensões na viga duplo T na secção 2º Apoio.

	Fibra inferior	Fibra superior
Tensões 0.1xL (kPa)	3496,16	-2854,81
Tensões 0.15xL (kPa)	3162,18	-2748,04
Variação de tensão (kPa)	-333,98	106,78
Variação de tensão (%)	-9,55%	3,74%

Considera-se também muito importante a avaliação das alterações ocorridas em termos de tensões devido à importância que estas apresentam em termos de verificação de estados limites. Assim, na tabela anterior, apresenta-se a variação de tensões em cada um dos casos em estudo. Com a análise dos resultados obtidos, verifica-se uma variação na fibra inferior de -333,98 kPa (diminuição das tracções) que representa 9,55% das tensões totais instaladas nesta fibra. Por outro lado, ocorreu uma diminuição das compressões que se faziam sentir na fibra superior em cerca de 106,78 kPa, que corresponde a 3,74% das tensões instaladas nesta fibra.

No gráfico que se segue encontram-se traçados o diagrama de momentos isostático e a linha dos coeficientes de influência respectivos à secção em análise.

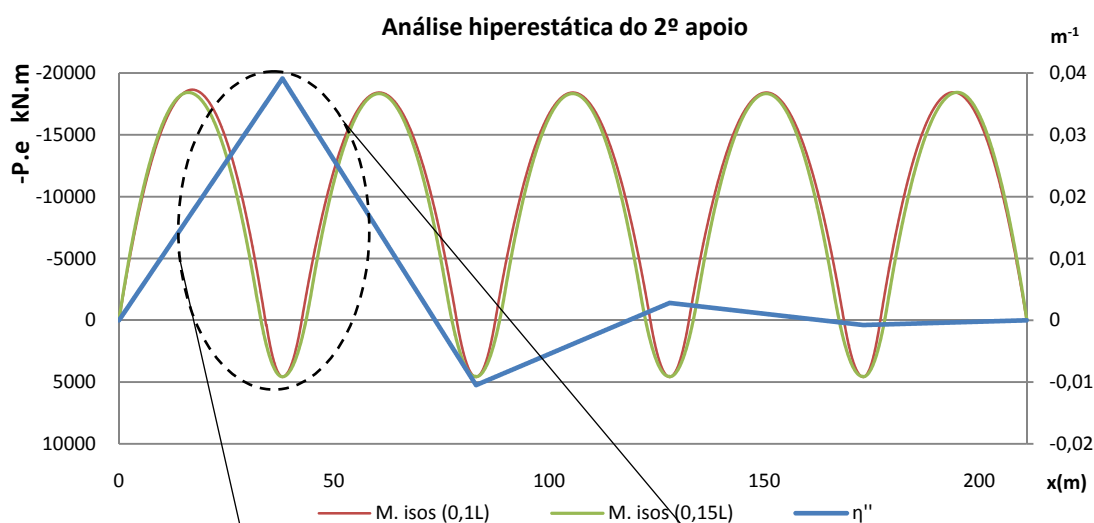


Figura 3.19 – Análise da secção do 2º Apoio.

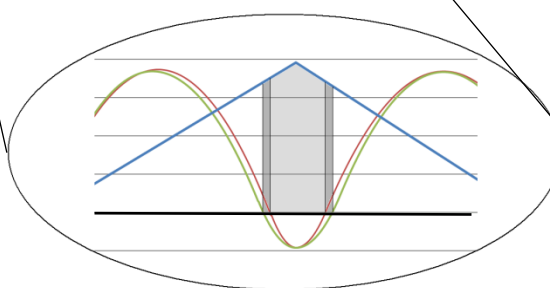


Figura 3.20 – Pormenor da variação de 0.1xL para 0.15xL.

Analisando estes gráficos e considerando a expressão do método em análise, equação (3.5), é evidente que a zona que mais contribui para o momento hiperstático é a zona junto do apoio. Nesta secção o η'' apresenta maiores valores. Pretende-se com a Figura 3.20 explicar esta variação de efeito hiperstático registada, assim, apresenta-se sombreado a cinzento claro a contribuição de sinal negativo para o momento hiperstático relativo ao cabo “0,1xL” e a cinzento-escuro o aumento dessa contribuição para o caso do cabo de “0.15xL”. Naturalmente, ao aumentar a contribuição de sinal negativo corresponde uma diminuição de contribuição de sinal positivo para o momento hiperstático, resultando no cabo de “0,15xL” um menor valor de momento hiperstático positivo na secção do segundo apoio.

Como existe um incremento da área de momentos isostáticos positivos e uma redução da área de momentos isostáticos negativos, numa zona com valores de coeficientes de influência positivos, irá ocorrer, neste caso, uma diminuição do efeito hiperstático.

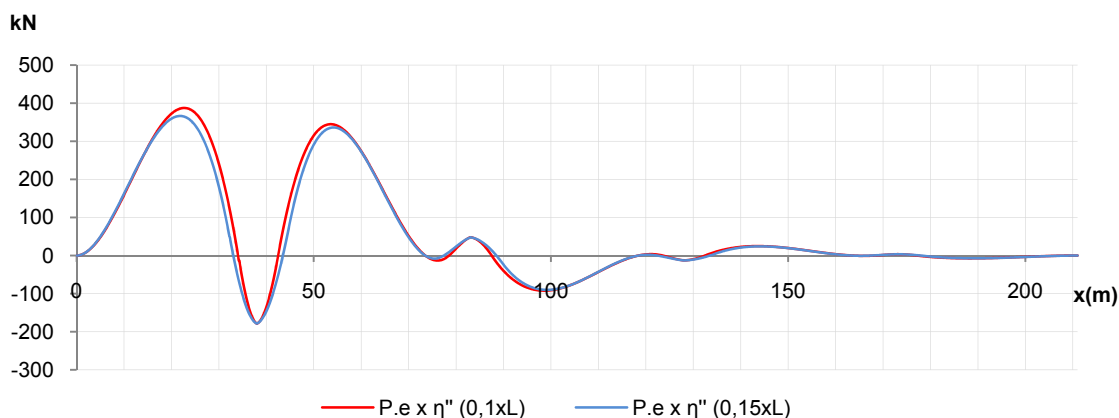


Figura 3.21 - Apresentação do resultado do produto de

Neste gráfico, torna-se mais evidente o citado anteriormente. Ou seja, o gráfico permite concluir que para os traçados dos cabos apresentados, vão-se gerar efeitos hiperstáticos positivos uma vez que a área correspondente a este, área que se encontra acima do eixo das abcissas, é maior que a área correspondente ao efeitos negativos, área que se encontra abaixo do eixo.

Ao aumentar a distância do apoio ao ponto de inflexão de $0.1xL$ para $0.15xL$, verifica-se uma diminuição de área em correspondente à zona positiva do gráfico e um aumento da área correspondente à zona negativa.

3.6.3. ANÁLISE DE UM VIADUTO EM VIGA CAIXÃO

Este viaduto consiste num viaduto com cinco vãos, o primeiro e o último com 48 metros, enquanto os vãos intermédios apresentam 60 metros cada (Figura 3.24). A tipologia da estrutura baseia-se numa viga em caixão em betão armado pré-esforçado (Figura 3.22).

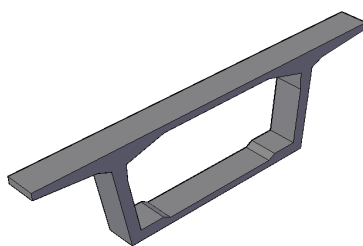


Figura 3.22 - Tipologia do Viaduto Caixão.

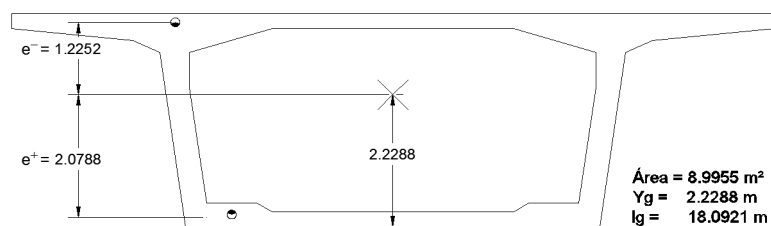


Figura 3.23 – Características relevantes da secção em caixão.

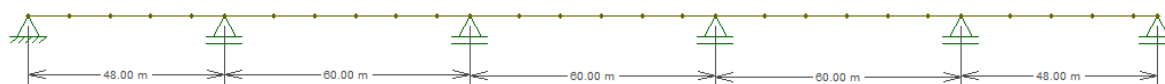


Figura 3.24 - Perfil do viaduto em Caixão.

Para a análise deste exemplo procedeu-se de igual forma ao exemplo anterior para determinar os efeitos hiperstáticos,

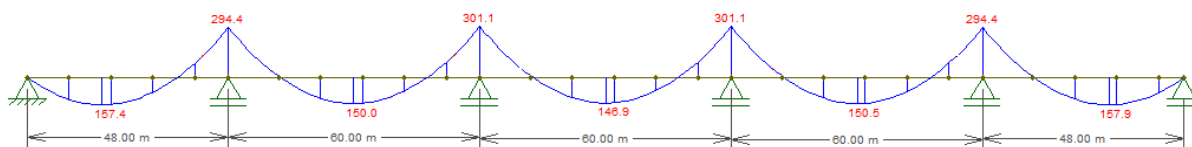


Figura 3.25 – Diagrama de momentos para uma carga unitária uniformemente distribuída.

Os traçados dos cabos foram baseados no diagrama de momentos flectores da figura acima. Apresentam-se os diagramas de momentos flectores para ambos os casos em análise.

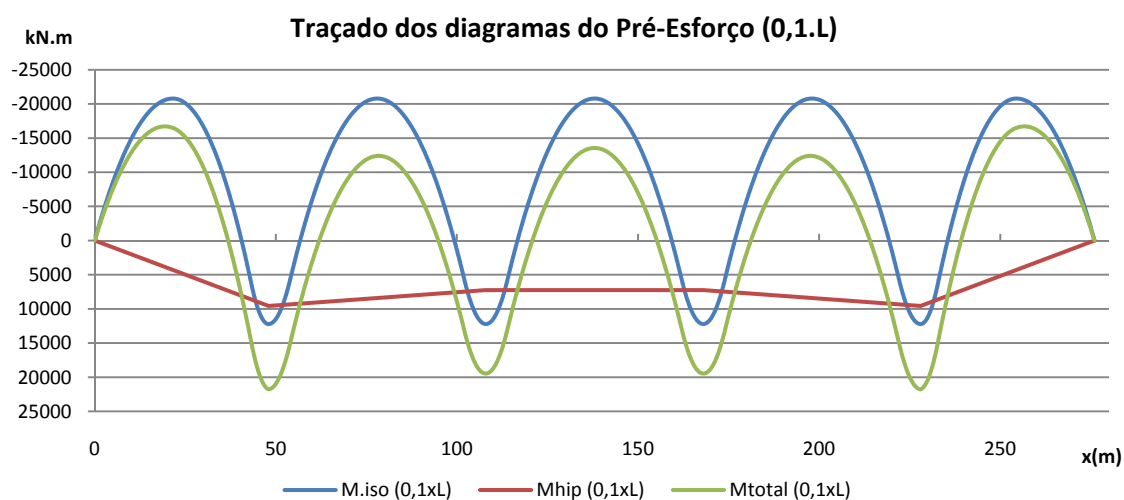


Figura 3.26 – Diagrama de momentos para $0.1xL$.

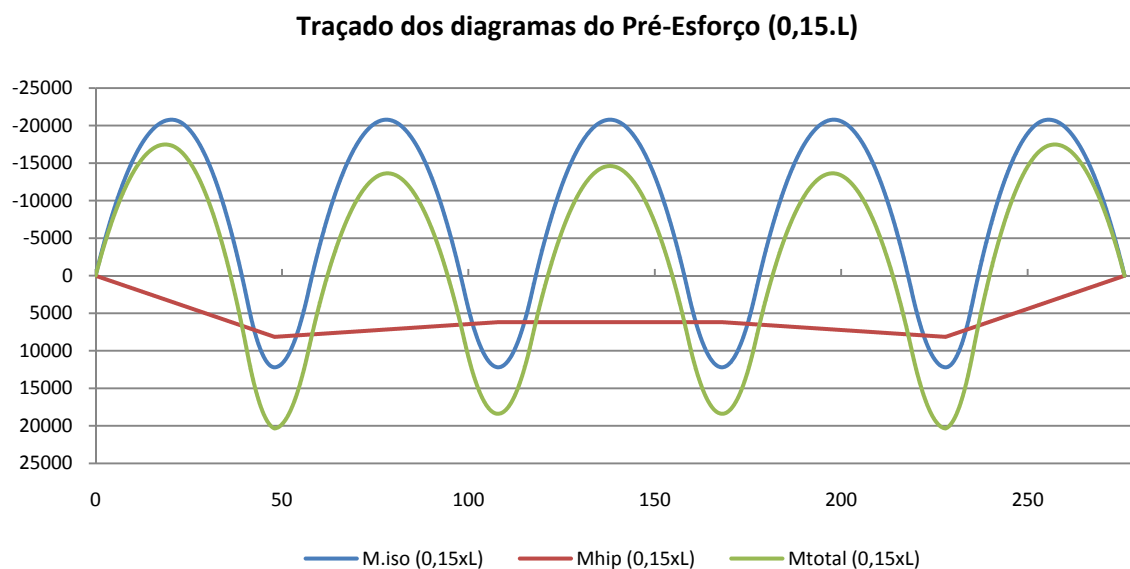


Figura 3.27– Diagrama de momentos para 0.15xL.

Em seguida e igual ao efectuado anteriormente no caso da viga em duplo T, apresentam-se os dois diagramas de momentos hiperstáticos de forma a avaliar qual os efeitos primários da alteração do traçado.

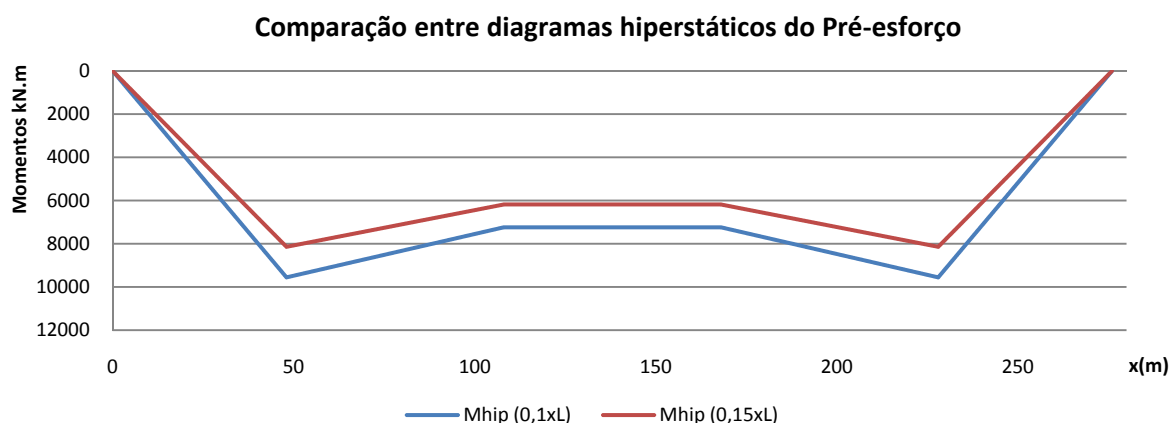


Figura 3.28 – Comparação dos diagramas hiperstáticos.

Este caso, assemelha-se ao anterior na medida em que a alteração ocorrida é a mesma, ou seja, há uma redução de efeito hiperstático com a alteração do ponto de inflexão do traçado de 0.1xL para 0.15xL. Seguidamente a variação registada no apoio devido à mudança do ponto de inflexão do cabo no cálculo dos efeitos hiperstáticos será quantificada. No entanto, é notório que existe uma redução de efeito hiperstático em ambos aos casos.

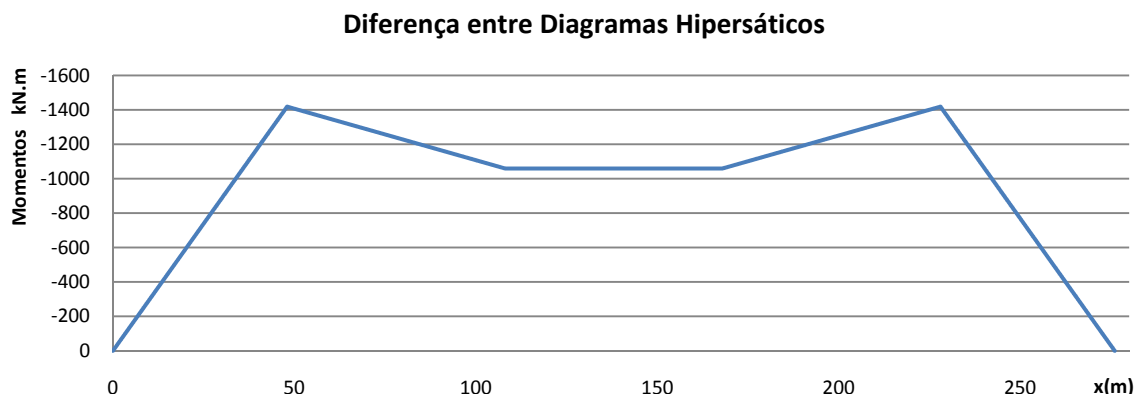


Figura 3.29 – Diferenças entre diagramas hiperstáticos.

Com os gráficos atrás apresentados, é possível notar a alteração ocorrida na quantidade de efeito hiperstático. Na Figura 3.29 encontra-se quantificada a variação encontrada em cada secção entre o diagrama de efeitos hiperstáticos referente a situação de $0,1xL$ e a situação de $0,15xL$.

Em seguida apresentam-se os diagramas de tensões devidos aos efeitos totais do P.E. (isostáticas + hiperstáticas) calculados para cada uma dos exemplos de traçado. Apresentam-se dois gráficos, um com os valores de tensões nas fibras superiores (Figura 3.30) e outro com o registo nas fibras inferiores (Figura 3.31).

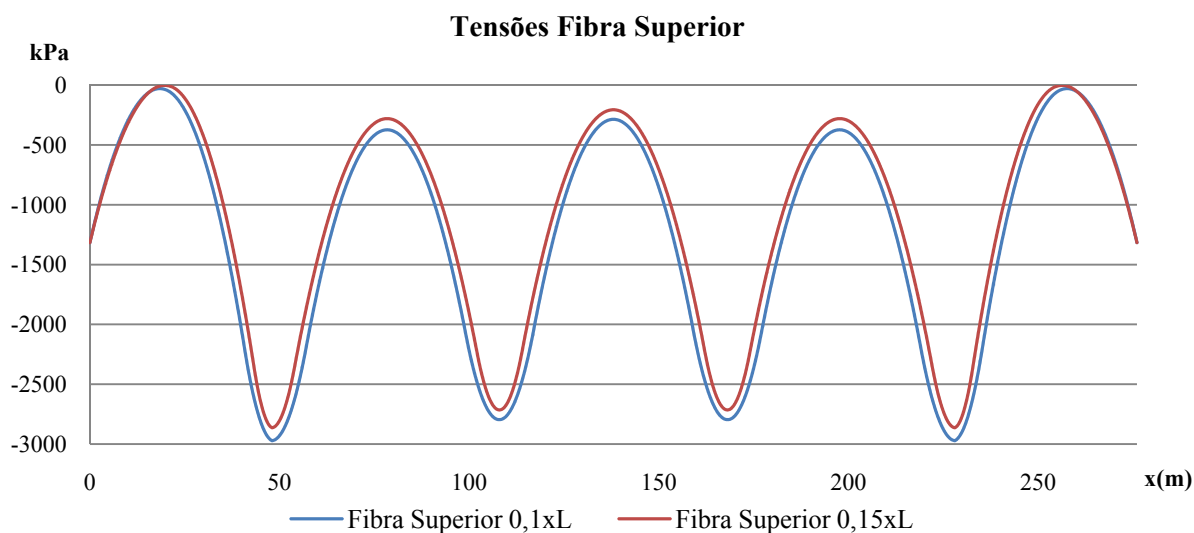


Figura 3.30 - Diagrama de tensões na fibra superior.

Nesta figura apresenta-se o diagrama de tensões registadas nas fibras superiores, donde se conclui que ao longo de toda a peça se verificam tensões de compressão. Ao passar da situação de $0,1xL$ para $0,15xL$ toda a estrutura sofre uma diminuição destas tensões.

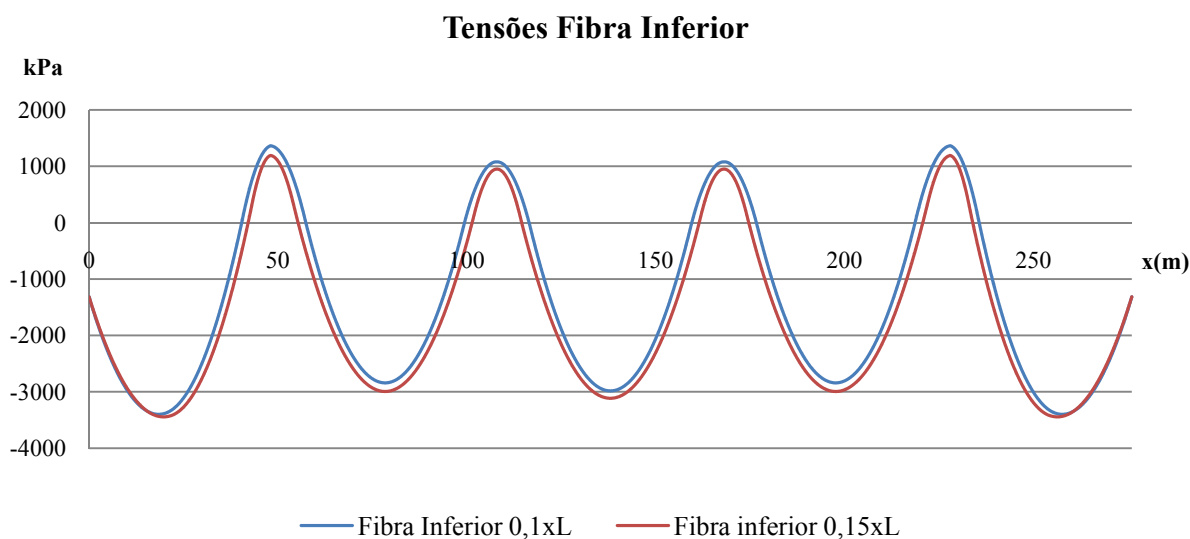


Figura 3.31 - Diagrama de tensões na fibra inferior.

Ao analisar os diagramas de tensões na fibra inferior dos dois casos de traçado, nota-se que sobre os apoios se verificam tensões de tracção, enquanto que a meio vão, se verificam tensões de compressão. A alteração do traçado provoca uma diminuição das tensões sobre os apoios e um incremento das tensões sobre o meio vão.

3.6.3.1. Análise da Secção do Segundo Apoio da Viga Caixa

Nesta fase, analisar-se-á uma secção em particular para se poder explicar o método em análise e encontrar o seu interesse em projecto no futuro.

Tabela 3.3 - Variação de efeito hiperstático na viga em caixa.

	M.Hip. 0,1xL	M.Hip. 0,15xL	% Variação de M. Hiperstático
Momento hiperstático 2º e 5º apoio	9559,2881	8140,2600	-18,6%
Momento hiperstático 3º e 4º apoio	7221,0136	6180,8661	-23,4%

Neste quadro, apresenta-se a variação da quantidade de efeito hiperstático na secção do 2º apoio, estando este apresentado em termos de percentagem. Para calcular a percentagem tomou-se como referência o valor de momento do caso 0.1xL. A alteração do efeito hiperstático registado na secção do apoio é cerca de -18.6%. Também interessa saber qual a percentagem associada ao efeito hiperstático, no momento total registado no apoio. Através da análise da Tabela 3.7, sabe-se que a percentagem atrás referida é cerca de 40.33%

Tabela 3.4 – Variação de Tensões na viga caixão na secção 2º Apoio.

	Fibra inferior	Fibra superior
Tensões 0,1xL (kPa)	739,192	-2528,81
Tensões 0,15xL (kPa)	692,645	-2501,35
Variação Tensão (kPa)	-46,5467	+27,46
Variação de tensão (%)	-6,72%	+1,10%

Já foi referida a percentagem de efeito hiperstático sobre o apoio em análise, como este representa uma boa parte do momento total da secção pode-se tirar partido dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço de forma a controlar tensões. É, então, muito importante o estudo das alterações registadas nas tensões. Dito isto, foram analisadas as situações de fibras extremas com o objectivo de descobrir qual a sua variação com a alteração efectuada no cabo. Assim, verifica-se que a alteração na fibra superior apresenta efeitos insignificantes, enquanto que, a outra fibra apresenta uma pequena variação na ordem dos 46,55 kPa que representa cerca de 6,72% das tensões instaladas.

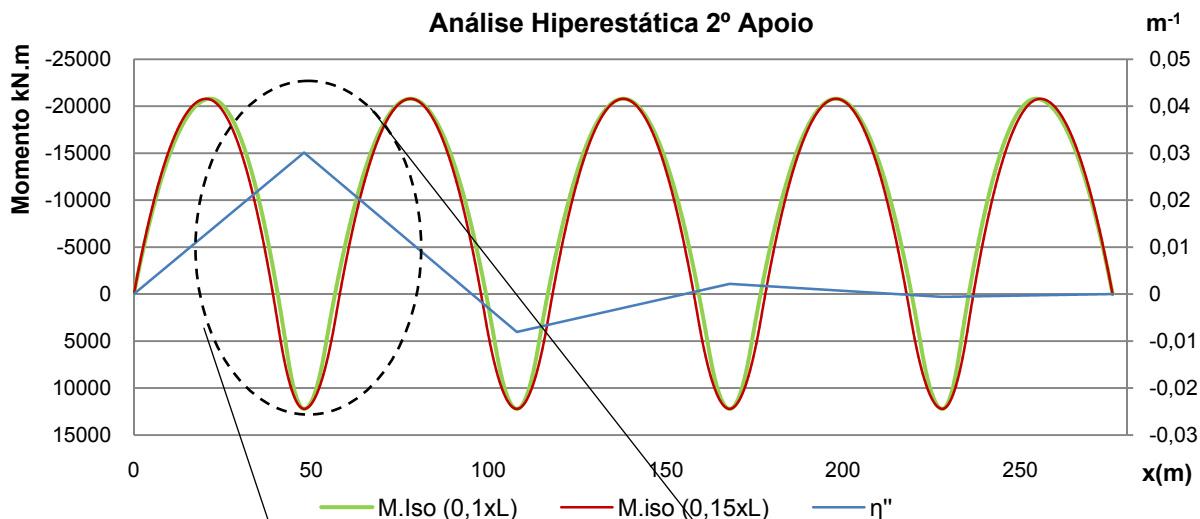


Figura 3.32 - Análise da secção do 2ºApoio.

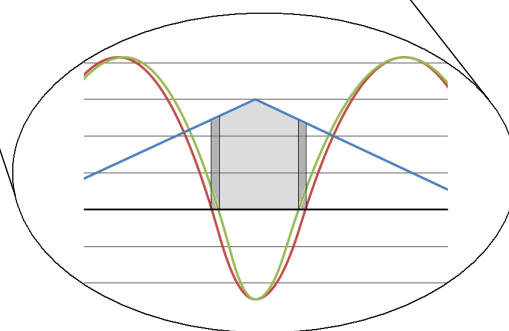


Figura 3.33 – Pormenor da variação de 0.1xL para 0.15xL.

Analisando este gráfico, considerando a expressão do método em análise, apresentado na equação (3.5), é evidente que a zona que mais contribui para o momento hiperstático da secção é a zona mais próxima desta, pois é onde a η'' apresenta valores mais elevados.

É na zona junto do apoio onde se verifica “maior contribuição dos momentos isostáticos” para o cálculo do efeito hiperstático. Por esta razão, analisa-se a zona em questão em pormenor com o objectivo de compreender os resultados. A cinzento sombreou-se a zona de momento isostático positivo que contribui para o cálculo do efeito hiperstático na situação 0.1xL e a cinzento-escuro encontra-se o aumento dessa zona devido à alteração da distância do ponto de inflexão para “0,15xL”.

Como na zona do apoio os valores coeficientes de influência são positivos, os momentos isostáticos positivos contribuem para efeitos hiperstáticos negativos. Por sua vez, os momentos isostáticos negativos correspondem a efeitos hiperstáticos positivos.

Em consequência do apresentado, resulta a explicação para a redução dos efeitos hiperstáticos. Como existe um aumento de momento isostático positivo e consequente diminuição do momento isostático negativo vai ocorrer uma diminuição dos efeitos hiperstáticos.

Em seguida, apresenta-se a multiplicação dos coeficientes de influência pelos momentos isostáticos em cada secção.

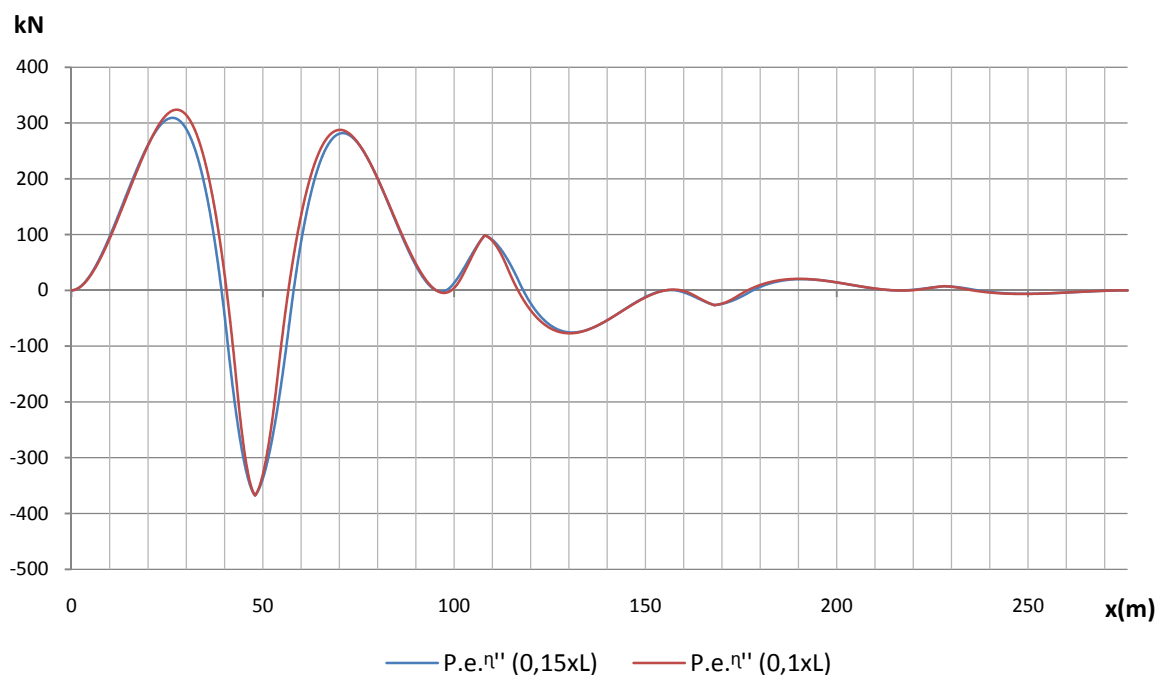


Figura 3.34 - Apresentação do resultado do integral através das áreas correspondentes.

Ao aumentar a distância do ponto de inflexão do traçado vai-se consequentemente aumentar a área com de momento positivo gerado pelo traçado. Este momento positivo, segundo a convecção de resistência dos materiais, multiplicado pelos coeficientes de influência positivo corresponde a um aumento de efeitos hiperstáticos negativos na secção do apoio. Ao aumentar a distância do apoio ao ponto de inflexão diminui, por sua vez a área de momentos isostáticos negativos do pré-esforço, estes momentos a multiplicar pelos coeficientes de influência positivos vão gerar efeitos hiperstáticos positivos.

Encontra-se justificada a diminuição de efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

3.6.4. ANÁLISE DE UMA PASSAGEM SUPERIOR PEDONAL EM VIGA EM U

Este caso consiste numa passagem superior pedonal com três vãos, os extremos têm 20 metros, enquanto o vão intermédio apresenta 26 metros (Figura 3.37). A tipologia da estrutura baseia-se numa viga em U em betão armado pré-esforçado (Figura 3.35).

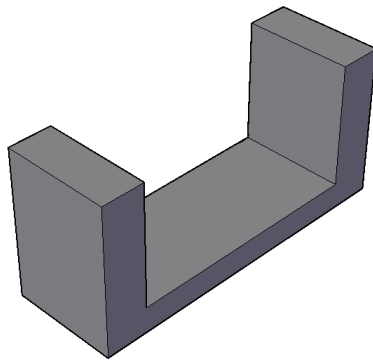


Figura 3.35 – Tipologia da passagem superior em U.

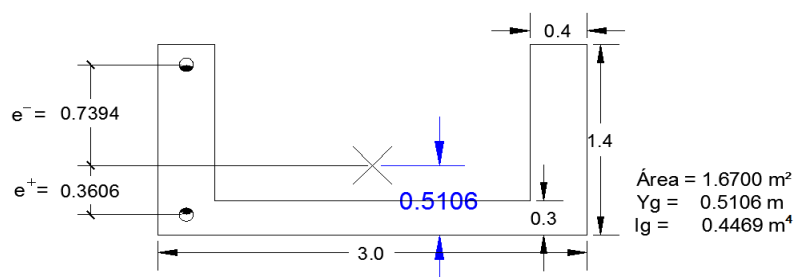


Figura 3.36 – Características relevantes da secção em U.



Figura 3.37 – Perfil da passagem superior em U.

Tal como já foi referido nos exemplos anteriores, apresenta-se na seguinte figura o ponto de partida para a determinação do traçado do cabo.

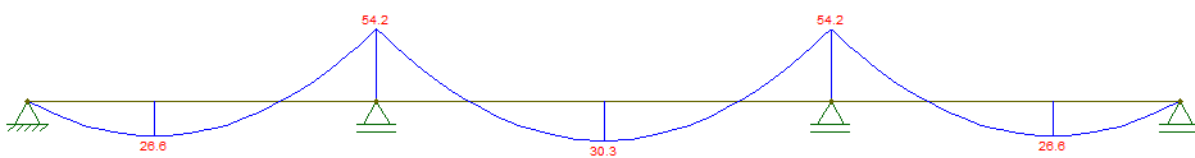


Figura 3.38 – Diagrama de momentos para uma carga unitária uniformemente distribuída.

Traçado dos diagramas do Pré-Esforço (0,1.L)

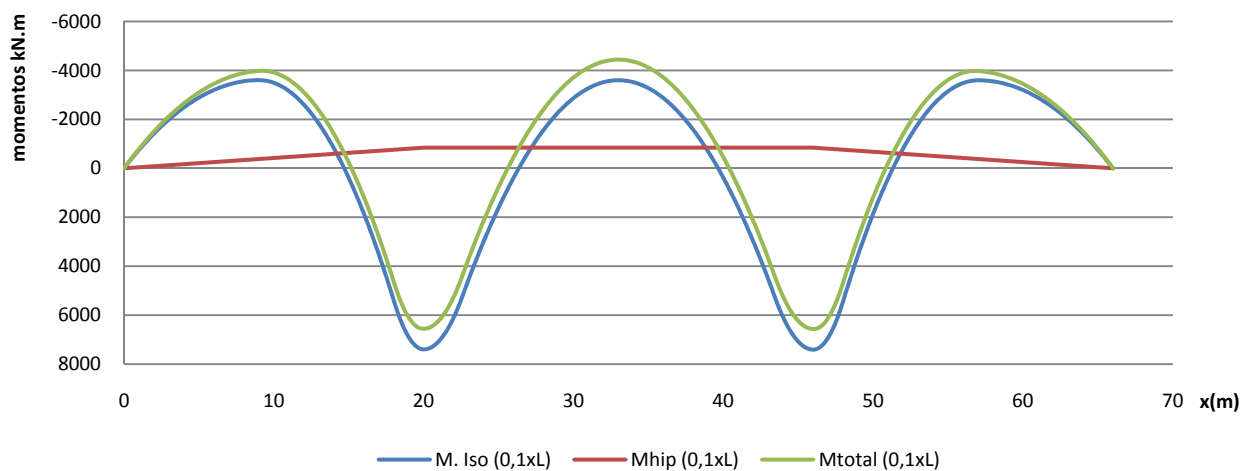


Figura 3.39 – Traçado dos diagramas referentes ao caso 0.1xL.

Traçado dos diagramas do Pré-Esforço (0,15.L)

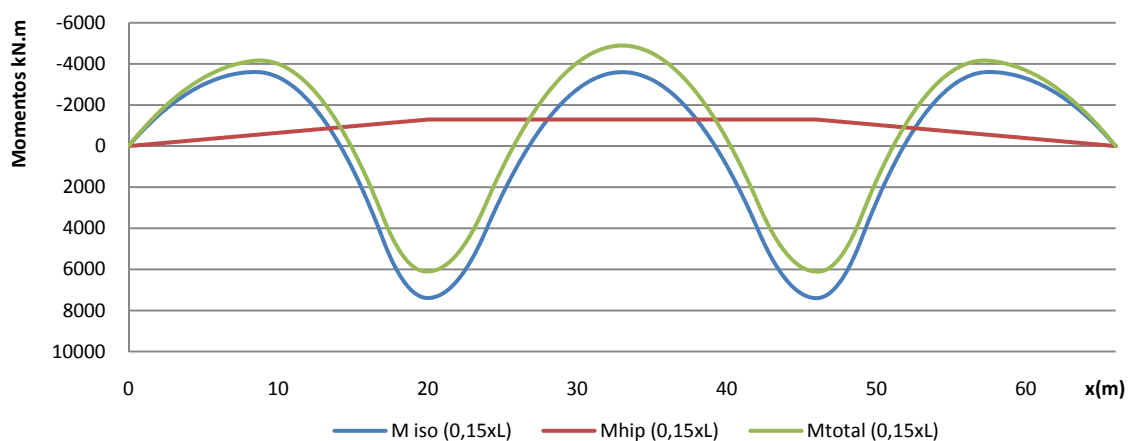


Figura 3.40 – Traçado dos diagramas referentes a 0.15xL.

Traçados os diagramas de momentos para cada um dos casos, vão-se analisar mais especificamente os diagramas de momentos hiperstáticos. Para esta análise elaborou-se um novo gráfico, onde se sobrepõe estes diagramas para ambos os casos.

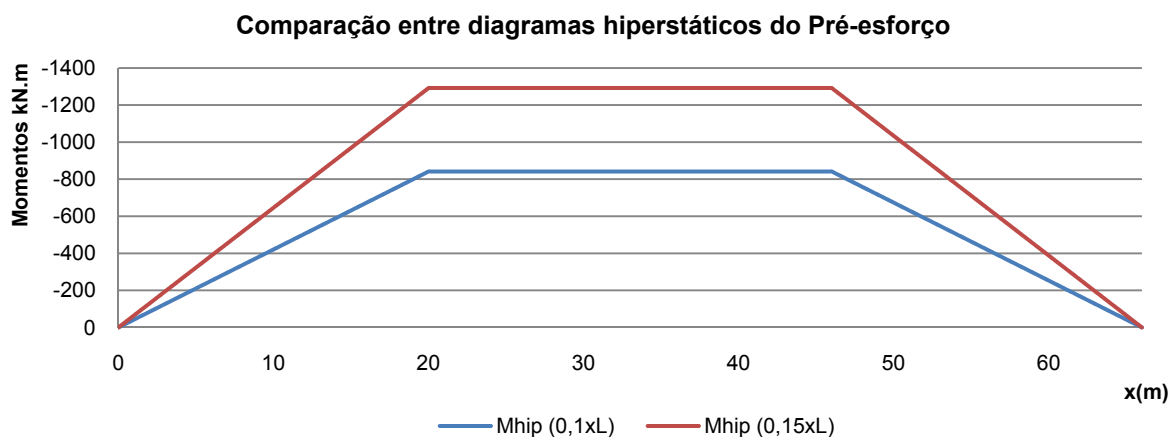


Figura 3.41 – Comparação entre diagramas de momentos hiperstáticos.

Inicialmente verifica-se que enquanto os dois exemplos anteriores apresentam diagramas positivos, este caso apresenta efeitos hiperstáticos negativos, contudo, posteriormente ir-se-ão comparar todos os casos de estudo de forma a perceber quais os factores mais importantes na determinação destas variações.

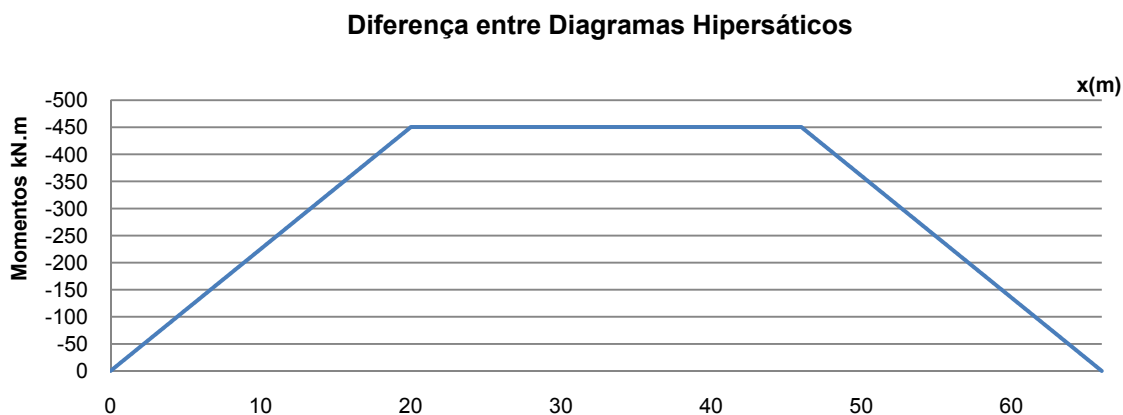


Figura 3.42 – Diferença entre diagramas hiperstáticos.

No presente caso ocorreu, idêntico ao que se passou com os outros exemplos, uma variação negativa do efeito hiperstático no apoio. Os casos anteriores apresentavam valores de hiperstático positivo, na viga em U os valores de hiperstático são negativos. Enquanto que nos exemplos anteriores ocorreu uma diminuição de hiperstático, neste exemplo houve um aumento de hiperstático negativo, portanto, um agravamento.

Passa-se em seguida à análise dos diagramas de tensões devido aos efeitos totais do pré-esforço (isostáticos + hiperstáticos) para as duas situações em estudo. Analisam-se assim o diagrama de tensões para a fibra superior nos casos, e para a fibra inferior.

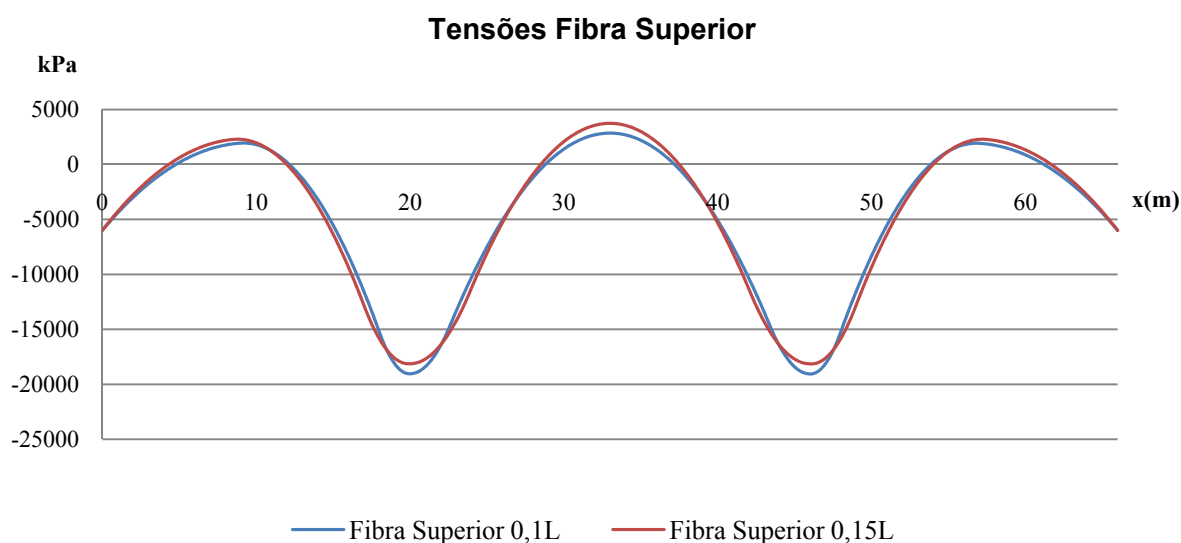


Figura 3.43 – Diagrama de tensões na fibra superior.

Pela análise do gráfico anterior conclui-se que sobre os apoios, na fibra superior estão instaladas tensões de compressão. A meio vão, a estrutura encontra-se com tensões de tracção. Com a alteração da posição do ponto de inflexão de $0,1xL$ para $0,15xL$, verificou-se uma diminuição das tensões de compressão sobre os apoios e um pequeno incremento das tensões de tracção a meio vão.

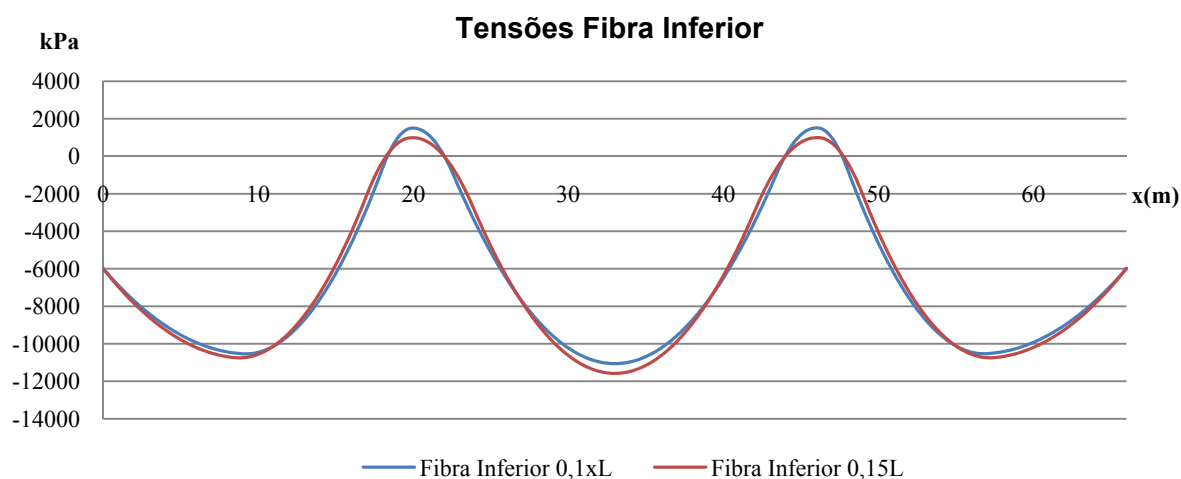


Figura 3.44 – Diagrama de tensões na fibra superior.

Ao analisar os gráficos presentes na figura anterior, verificou-se que a fibra inferior sobre os apoios se encontra traccionada enquanto a fibra inferior a meio vão se encontra comprimida. Dos mesmos gráficos conclui-se também, que com a alteração do traçado de $0,1xL$ para $0,15xL$, se registou uma diminuição das tensões de tracção sobre o apoio e um pequeno incremento das tensões de compressão a meio vão.

3.6.4.1. Análise da Secção do Segundo Apoio da viga em U

Para se perceber a influência da alteração do traçado do cabo, na obtenção dos momentos hiperstáticos, analisar-se-á de seguida a secção referente ao segundo apoio, tal como se procedeu nos casos anteriores.

Tabela 3.5 - Variação do efeito hiperstático na viga em U.

	0,1xL	0,15xL	% Variação de Momento Hiperstático
Momento hiperstático 2º	-841,4811	-1291,7412	-34,9%
Momento hiperstático 3º	-841,4811	-1291,7412	-34,9%

Neste quadro apresenta-se a variação da quantidade de momento hiperstático na secção do 2º apoio, estando este avaliado em termos de percentagem, tomando como referência o caso 0.1xL. A alteração do momento hiperstático registado na secção do apoio é cerca de -34.9%. Também interessa saber qual a percentagem associada ao momento hiperstático, no momento total registado no apoio. Através da análise da Tabela 3.7, sabe-se que a percentagem atrás referida é cerca de 12,8% para 0.1xL e 21,1% para 0.15xL.

Tabela 3.6 – Variação de Tensões na viga em U na secção 2º Apoio.

	Fibra inferior	Fibra superior
Tensões para 0,1xL (kPa)	-699,64	-16831,71
Tensões para 0,15xL kPa)	-1065,83	-16080,83
Variação de tensão (kPa)	-366,20	+750,87
Variação de tensão (%)	-52,34%	+4,46%

A secção em análise encontra-se toda à compressão. Esta compressão explica-se com a pequena área da secção. Como a área é muito mais pequena que os exemplos anteriores, a mesma força do pré-esforço vai provocar maiores compressões.

A fibra superior vai sofrer uma diminuição de compressão em cerca de 750,87 kPa que representa 4,46% da tensão total instalada na fibra em estudo. A fibra inferior, também se encontra com tensões de compressão, no entanto registou um aumento de compressões de 366,2 kPa. O aumento de compressões na fibra inferior representa cerca de 52,34% do total de tensões instaladas na secção.

No seguinte gráfico encontram-se traçados os diagramas de momentos isostáticos para os dois casos em estudo e a linha dos coeficientes de influência, respectiva à secção em análise.

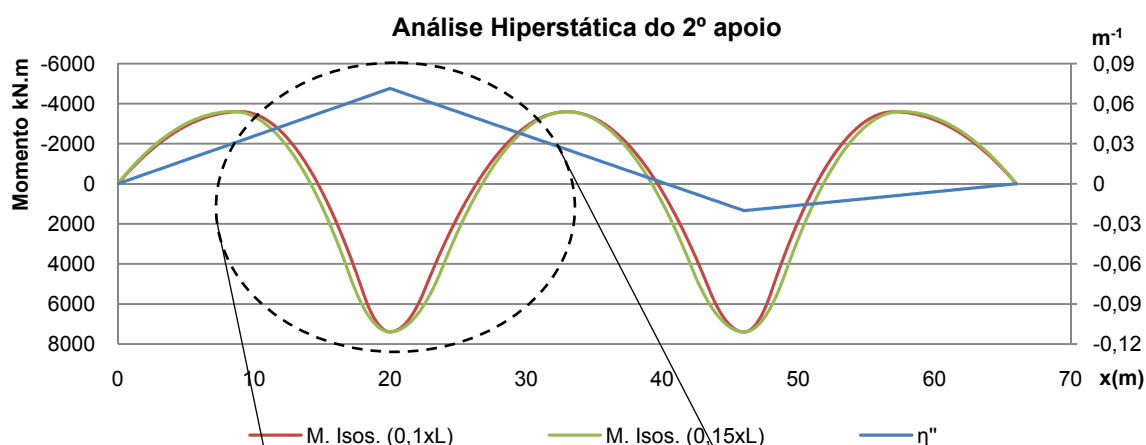


Figura 3.45 - Análise da secção do 2ºApoio.

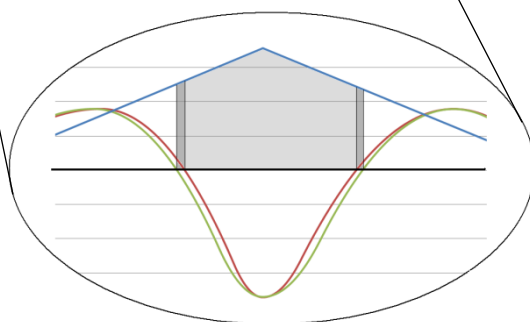


Figura 3.46 - Pormenor da variação de 0.1xL para 0.15xL.

Através das figuras anteriores verifica-se, tal como nos casos anteriores, que a zona que mais contribui para os efeitos hiperstáticos é a zona junto do apoio. Pode também acrescentar-se que no presente caso o cabo percorre mais a zona de momentos positivos nas zonas dos apoios. Isto porque o centro de gravidade se encontra próximo da fibra inferior.

Nas figuras anteriores pretende-se salientar a zona de maior contribuição para o cálculo dos efeitos hiperstáticos sobre o apoio. Na Figura 3.46 encontra-se em pormenor a zona sobre o apoio. Nesta figura apresenta-se a cinzento claro a zona de momentos isostáticos positivos que contribui para o cálculo do efeito Hiperstático, a cinzento escuro encontra-se o aumento de contribuição de momentos isostáticos positivos devido à alteração do cabo. Para valores positivos de coeficientes de influência, os momentos isostáticos positivos provocam hiperstático negativo e momentos isostáticos negativos provocam hiperstático positivo.

O traçado, devido ao seu baixo centro de gravidade, apresenta mais momentos isostáticos positivos do que negativos, ao contrário do que passa com os outros exemplos. Consequentemente, o efeito hiperstático provocado pelo pré-esforço é negativo.

Como a zona que mais contribui para o efeito hiperstático apresenta coeficientes de influência positivos, a alteração registada nos momentos isostáticos é um aumento do momento isostático positivo e uma redução dos momentos isostáticos negativos, o que se traduz num aumento de efeito hiperstático negativo.

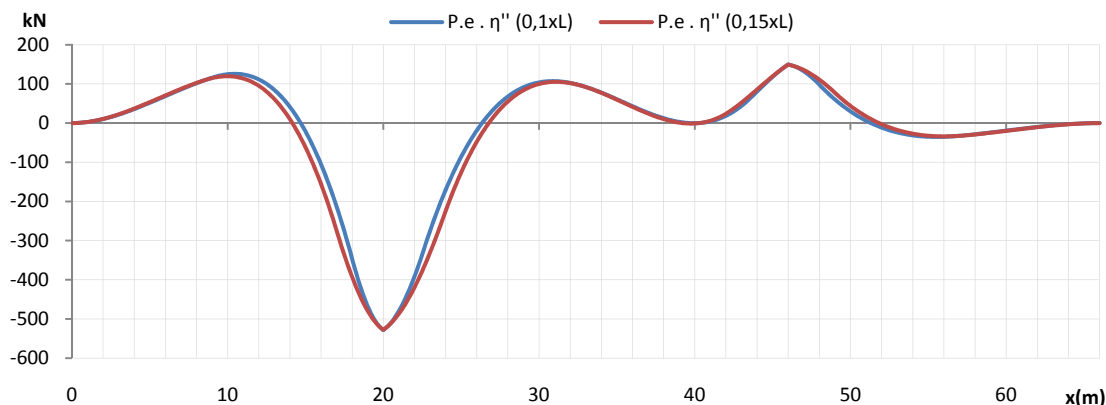


Figura 3.47 - Apresentação do resultado do integral através das áreas correspondentes.

Neste exemplo, como temos o cabo a percorrer mais zonas com excentricidade negativa, apresentam-se maior percentagem de momento positivo. Além de possuir mais momentos positivos, os que apresenta são maiores em valor do que os momentos negativos pois a excentricidade negativa é maior que a positiva.

Na figura anterior apresenta-se a multiplicação dos coeficientes de influência pelos respectivos momentos isostáticos em cada secção.

Este gráfico apresenta um traçado em muito semelhante aos anteriores, no entanto, apresenta mais área negativa do que positiva. Tal sucede devido ao seu centro de gravidade muito baixo que provoca também um baixamento dos traçados da multiplicação dos momentos isostáticos pelos coeficientes de influência.

3.6.5. COMPARAÇÃO ENTRE VIADUTOS E CONCLUSÕES

Após análise independente de cada um dos casos, surge a necessidade de os comparar entre si para se perceber de que forma foi relevante a alteração do traçado do cabo e que características estão associadas à sua alteração. Esta comparação permitirá aprofundar o método em análise e permitir obter conclusões sobre a influência de certos factores geométricos.

Na Figura 3.48 encontram-se representadas as características determinadas para os diferentes casos em análise.

Inércia e módulo de elasticidade dos casos em análise

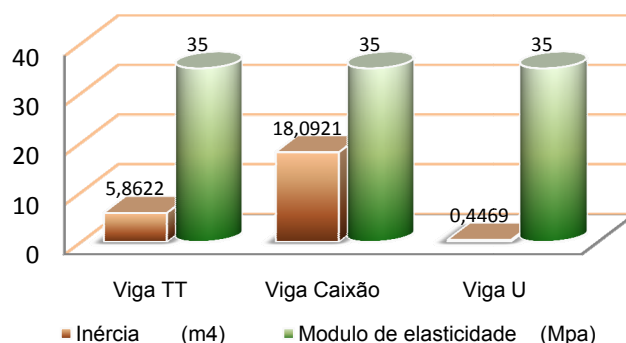


Figura 3.48 – Apresentação de características dos diferentes casos

Com a análise dos diagramas dos coeficientes de influência, é possível observar que em todos os exemplos em análise, é na zona junto do apoio que se encontram os maiores valores de coeficientes de influência, o que permite concluir que é nesta zona onde a intervenção apresenta maior eficiência. Esta maior eficiência pode ser aproveitada com o intuito de tentar controlar tensões em estado limite de serviço.

Tabela 3.7 - Resultados da análise hiperstática

2º Apoio	M. Hip. 0,1xL	M. Hip 0,15xL	% Variação de M. Hiperstático	M. Hiperstático 0.1xL M. Total 0.1xL	M. Hiperstático 0.15xL M. Total 0.15xL
Viga TT	11610,7772	10503,8521	-9,5%	71,7%	69,7%
Viga Caixão	9559,2881	8140,2600	-17,4%	43,9%	40,0%
Viga em U	-841,481137	-1291,741188	-53,5%	12,8%	21,1%

De acordo com a Tabela 3.7, verifica-se que existem dois casos com efeitos hiperstáticos positivos e um com valores negativos respeitante à viga em U. A ordem de grandeza dos momentos dos casos positivos é aproximadamente 10793 kN.m para o caso do duplo T e 8981 kN.m para a viga caixão. Esta diferença está relacionada com a posição do eixo do centro de gravidade, que faz variar os momentos isostáticos intervenientes no cálculo.

A viga em U apresenta valores negativos de efeito hiperstático do pré-esforço que advêm do facto do centro de gravidade estar muito chegado à fibra inferior. Por isso, vai haver momentos negativos de baixo valor em comparação com os momentos positivos que apresentam o dobro de excentricidade em comparação com os anteriores. A zona onde se encontram maiores valores dos coeficientes de influência é junto do apoio em estudo, valores esses que são positivos.

Da Tabela 3.7 também se verifica a sensibilidade dos efeitos hiperstáticos à variação do cabo de 0.1xL para 0.15xL. O caso mais sensível é a viga em U com uma taxa de variação de -53,5%, segue-se a viga em caixão com -17,4% e, por último, a viga duplo T com -9,5%.

Tabela 3.8 – Apresentação das alterações ocorridas a nível das tensões

	Viga Duplo T		Viga Caixão		Viga em U	
	Fibra inferior	Fibra superior	Fibra inferior	Fibra superior	Fibra inferior	Fibra superior
Excentricidades (m)	+1,7428	-0,5572	+2,0768	-1,2252	+0,3606	-0,7394
Tensões 0,1L (kPa)	3496,16	-2854,81	739,19	-2528,81	-699,64	-16831,71
Tensões 0,15L (kPa)	3162,18	-2748,04	692,65	-2501,35	-1065,83	-16080,83
Variação de tensão (kPa)	-333,98	+106,78	-46,55	+27,46	-366,20	+750,87
Variação de tensão (%)	-9,55%	+3,74%	-6,7%	+1,1%	-52,3%	+4,5%

Na Tabela 3.8 apresentam-se as variações de tensões no segundo apoio devido à alteração do ponto de inflexão do cabo. Desta forma, ao mudar o ponto de inflexão do traçado, verifica-se na viga duplo T uma diminuição de tracções na fibra inferior e diminuição também das compressões na fibra superior. A viga em caixaõ caracteriza-se por alterações nas tensões muito reduzidas com diminuição das tensões de tracção na fibra inferior e diminuição também das tensões de compressão na fibra superior. Por último, a viga em U apresenta uma diminuição das tensões de compressão na fibra inferior e uma diminuição das tensões de compressão na fibra superior.

Tendo presente a equação $\bar{M}_{p,i} = \int_0^L P(x) \cdot e(x) \cdot \eta_{\bar{M}_{p,i}(x)} dx$, pode dizer-se simplifcadamente que quanto mais o cabo “andar abaixo” da linha do centro de gravidade da secção maior será o momento hiperestático positivo gerado. De facto, dada a configuração da linha dos coeficientes de influência para uma secção genérica da estrutura ($\eta_{\bar{M}_{p,i}(x)}$), quanto maior for a área “positiva” delimitada delo eixo do cabo e o eixo da barra em que se insere, maior será o integral contido na equação anterior, e por conseguinte maior será o momento hiperestático positivo nessa secção.

Como as secções de duplo T e de caixaõ estão associadas a momentos hiperstáticos positivos, registam uma redução da percentagem de momento hiperstático na secção. Como a secção em U apresenta hiperstáticos negativos sobre os apoios, e como a alteração do cabo gera efeitos hiperstáticos negativos, vai haver um agravamento do hiperstático.

Com a alteração do ponto de inflexão do traçado do cabo de 0.1xL para 0.15xL à distância do apoio, verifica-se também uma alteração no que concerne à percentagem de momento hiperstático na secção do apoio.

3.7. HIPOTÉTICO EXEMPLO CONCLUSIVO

Com o propósito de colocar em prática todos os conceitos atrás referidos, e aumentando a sensibilidade quanto à eficácia do método, apresenta-se de seguida, a título exemplificativo, uma hipotética situação analisada à luz dos conhecimentos adquiridos.

Assim, considera-se um problema que ocorre numa das estruturas atrás apresentadas, a viga caixaõ. Trata-se de um problema de altas tracções na fibra superior do 2º apoio, surgindo a necessidade de intervir na estrutura com o objectivo de as controlar.

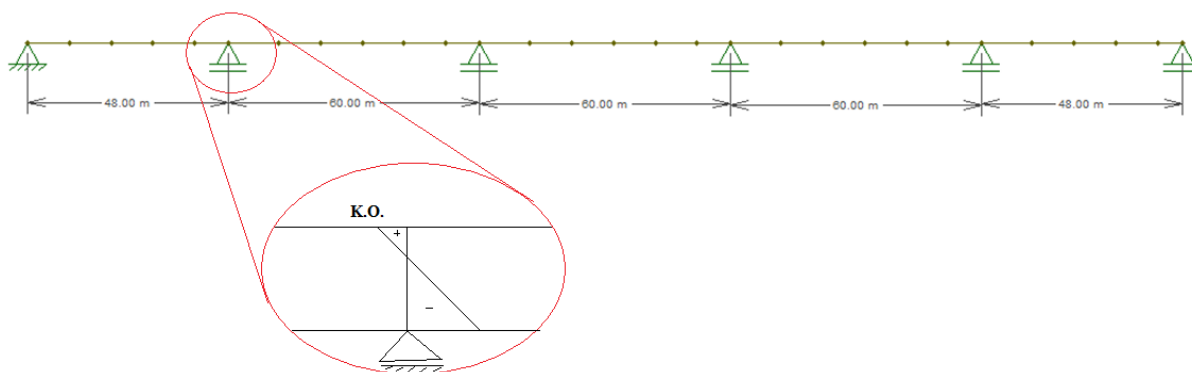


Figura 3.49 – Apresentação do problema do exemplo conclusivo

Tal como se exemplifica na Figura 3.49 o problema baseia-se num excesso de tracções na fibra superior da viga, para o qual se vai estudar uma solução.

A solução para o problema é imediata e pode ser obtida de diversas formas, por um lado ao aplicar pré-esforço na zona em questão resolver-se-ia o problema. Caso não fosse possível uma intervenção local, através do aumento da força de pré-esforço poder-se-ia também resolver a situação. Outra solução possível passaria pela aplicação dos conhecimentos adquiridos anteriormente sobre a variação dos efeitos hiperstáticos através da alteração do ponto de inflexão do cabo, ou seja, ao aumentar a distância do ponto de inflexão do traçado do cabo ao apoio resulta uma diminuição do efeito hiperstático positivo, como o objectivo para a resolução deste problema é gerar um aumento do efeito hiperstático positivo, a solução passaria por aproximar o ponto de inflexão do apoio.

A próxima sugestão para a resolução do problema tem como objectivo principal, aprofundar os efeitos da técnica em estudo apesar de não ser uma solução realista. é uma intervenção pedagógica pois trata-se de diminuir as tensões de tracção da secção em análise recorrendo ao estudo dos efeitos hiperstáticos através dos métodos dos coeficientes de influência.

Considera-se muito importante o domínio da definição de momento para a análise que se irá realizar de seguida, assim, apresenta-se nas seguintes figuras, os binários associados aos momentos e a indicação dos tipos de esforços gerados por cada uma das forças do binário.

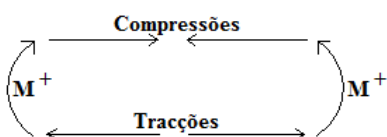


Figura 3.50 - Caracterização momento Positivo

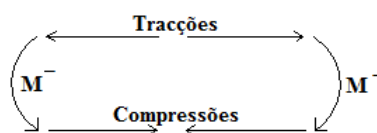


Figura 3.51 - Caracterização momento Negativo

Ao interpretar os esforços gerados pelos momentos, conclui-se ser necessário gerar compressões nas fibras superiores na secção do apoio, sendo para isso necessário colocar pré-esforço na estrutura, de forma a provocar momentos positivos na secção problemática.

Assim, de forma a descobrir quais os locais onde intervir, é necessário traçar a linha dos coeficientes de influência para a secção em análise, o que já se encontra realizado na Figura 3.32. Neste sentido, de

acordo com a equação (3.5) e avaliando a linha dos coeficientes de influência localizam-se os locais no viaduto onde se pode colocar pré-esforço de forma a ajudar a controlar as elevadas tensões de tracção na fibra superior, através da manipulação dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

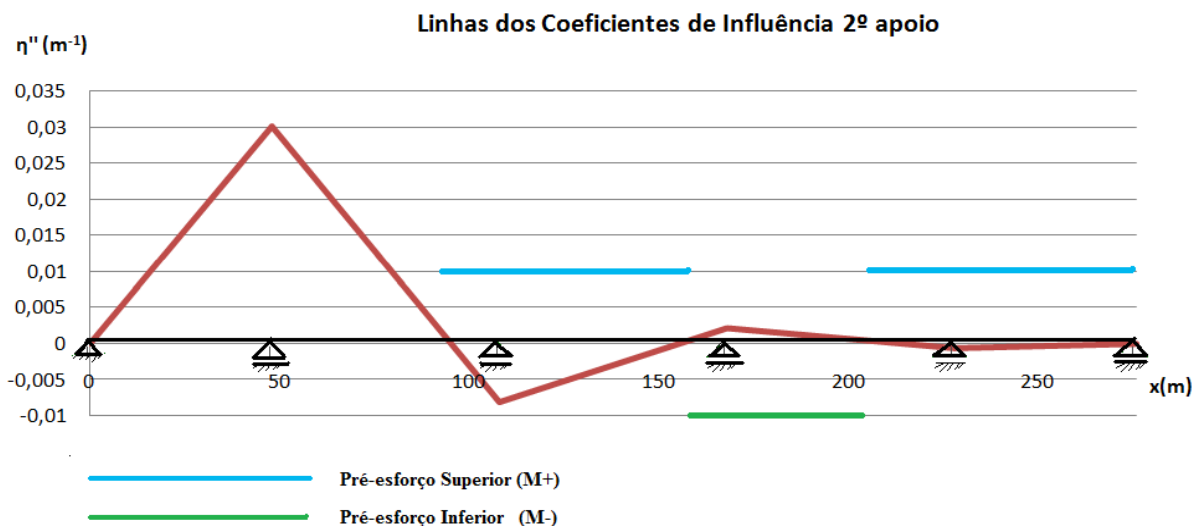


Figura 3.52 – Solução apresentada segundo à análise do diagrama dos coeficientes de influência.

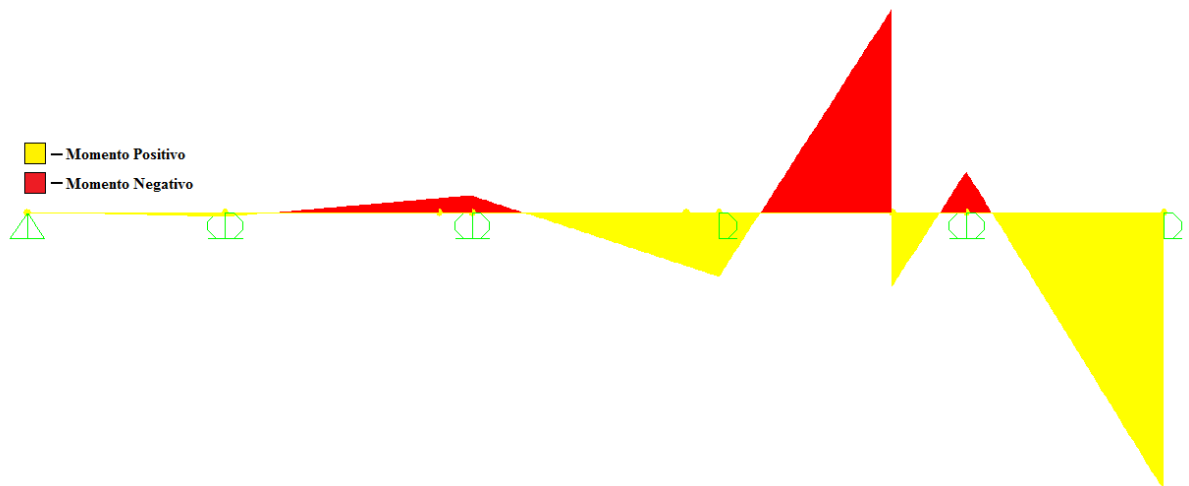
Apresenta-se, na figura anterior, a solução proposta através da simples análise do diagrama dos coeficientes de influência assim como a equação (3.5), que nos permite determinar que tipo de pré-esforço se tem que utilizar. Onde se registem valores positivos de coeficientes de influência deve-se introduzir pré-esforço na fibra inferior, de forma a gerar esforços de compressão na fibra submetida a elevadas tracções, com o objectivo de contrariar o problema. Deve-se, aplicar pré-esforço nas fibras inferiores onde o diagrama de coeficientes de influência apresente valores negativos.

De forma a comprovar as afirmações anteriores, apresenta-se de seguida o resultado da aplicação do pré-esforço superior entre os 100 e 150 metros de desenvolvimento.

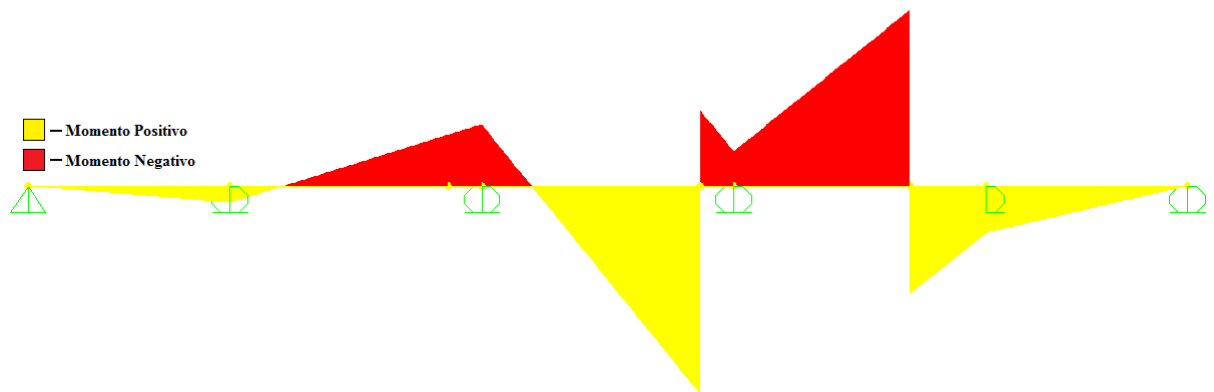


Figura 3.53 – Diagrama de momentos da primeira intervenção.

Apresenta-se na figura seguinte o resultado da aplicação de pré-esforço superior entre 210 e 276, de forma a realçar a geração de efeitos hiperstáticos na zona em estudo.



Por último apresentam-se os resultados da introdução de pré-esforço nas fibras inferiores entre os 150 e 210 metros de desenvolvimento.



Desta forma teremos o nosso problema resolvido uma vez que a aplicação do pré-esforço nos três seguintes locais provocará efeito hiperstático positivo sobre o apoio que se responsabiliza também pela diminuição das tracções na fibra superior. O resultado da intervenção efectuada é representado na seguinte figura onde estão as intervenções de acordo com a legenda apresenta na Figura 3.52.

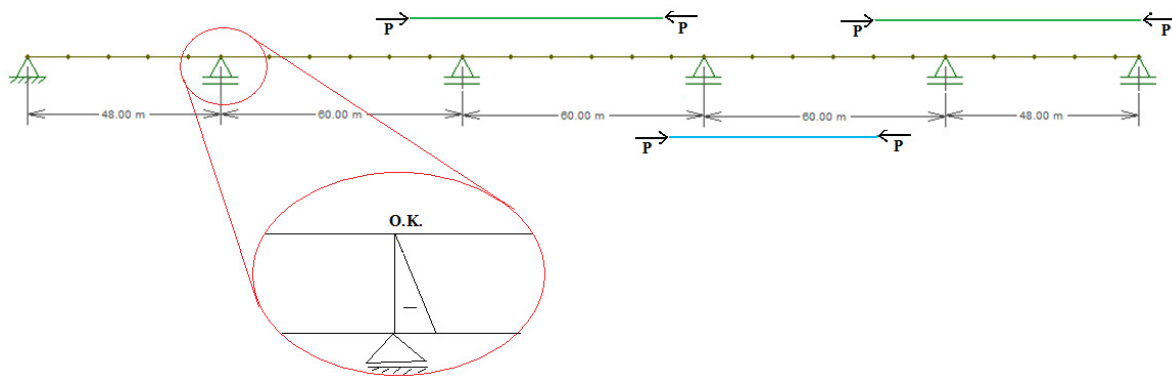


Figura 3.54 – Resultado da intervenção efectuada

Este exemplo tem como principal objectivo facilitar a compreensão do método em estudo e, também, realçar as variações ocorridas aos efeitos hiperstáticos. Com todos os dados da estrutura conhecidos, a aplicação do método dos coeficientes de influência é bastante fácil.

Ao utilizar o método de cálculo, em estudo, é possível controlar os efeitos hiperstáticos que se geram numa determinada secção, de forma a tentar controlar problemas de tensões que possam aparecer.

Uma vez que existia um problema de não cumprimento do estado de tensões, através deste método foi possível a determinação de locais onde é possível recorrer à aplicação de pré-esforço. Com o estudo dessas zonas, determina-se o tipo de pré-esforço a utilizar para efectuar o controlo de tensões.

4

ESTUDO DO CASO DO TABULEIRO DA PONTE INFANTE D.HENRIQUE

4.1. INTRODUÇÃO

Face à necessidade de analisar esforços instalados na estrutura devido ao pré-esforço e também ao processo construtivo, torna-se necessário a execução de um modelo em elementos finitos, que reproduza com todo o rigor as diferentes fases construtivas.

Com o objectivo de desenvolver um modelo torna-se obrigatório conhecer toda a estrutura, todo o seu desenvolvimento, bem como todas as suas particularidades, de forma a poder interpretar de forma objectiva os valores obtidos e avaliar a sua fiabilidade.

Neste capítulo faz-se uma breve apresentação da ponte e, posteriormente, apresenta-se o programa escolhido para a execução do modelo e, por fim, existe uma conjugação dos dois últimos com uma explicação de como fazer um modelo simplificado e enunciam-se também os cuidados a ter e essencialmente a visão que se deve desenvolver para poder simular certos aspectos num modelo de elementos finitos.

Após o fecho do arco e a retirada dos cabos de retenção às encostas das “meias pontes” da Ponte Infante Dom Henrique, foi eliminado todo o pré-esforço anteriormente colocado nas consolas em avanço do tramo central da Ponte. O efeito hiperstático dessas “forças negativas” foi muito útil para o dimensionamento do tabuleiro. No entanto, embora tenha sido muito importante, não foi suficiente, e houve necessidade de desenvolver um estudo paralelo que permitisse a redução e o controlo de tensões na união arco tabuleiro.

Pretende-se também a identificação das fases construtivas mais importantes, assim como a análise a fundo das soluções encontradas em termos do controlo de tensões e alterações de sistemas estruturais.

4.2. APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA

A ponte é denominada como a ponte que voa, simplesmente devido à sua estética inigualável e pela sua estrutura completamente inovadora. A ponte vence 280 metros de vão e é composta por dois elementos estruturais a funcionar de forma peculiar uma vez que o tabuleiro de betão pré-esforçado com 4.5 metros de altura é extremamente rígido e o arco com uma altura de apenas 1,5 metros apresenta características bastante flexíveis, o que é de estranhar uma vez que na tipologia de pontes em arco, o arco é o elemento rígido e por sua vez o tabuleiro é o elemento flexível.

O tipo de pontes em arco é muito conhecido, no entanto um importante aspecto que convém realçar é o facto do abatimento desta estrutura ser muito elevado $L/11,2$. Esta característica torna a ponte singular no seu tipo de estrutura, uma vez que os limites aconselhados para as pontes em arco são, $L/6$ até $L/10$. Como se sabe, acima destes valores, os valores de esforços axiais aumentam em grande escala, assim como os momentos flectores gerados pela presença de cargas móveis, devido também a possíveis assentos diferenciais e esforços devidos às variações térmicas e efeitos reológicos, que vão produzir assentamentos na estrutura que vai permitir o aparecimento de efeitos hiperstáticos de segunda ordem que não são desprezáveis.

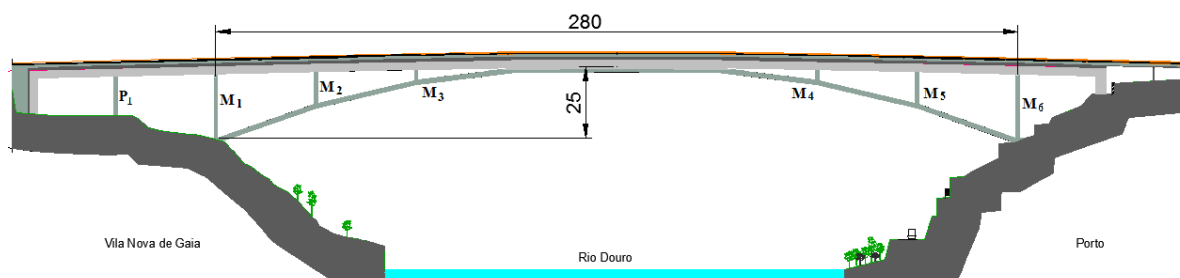


Figura 4.1 – Alçado da Ponte Montante

4.2.1. CARACTERIZAÇÃO DO TABULEIRO

O tabuleiro, como descrito anteriormente, é o principal responsável pelo vencimento dos momentos flectores gerados na estrutura, em grande parte devido ao método construtivo adoptado, o chamado método de avanços sucessivos em consola e, por outro lado, o respectivo meio vão que a estrutura tem que vencer até a sua união.

Assim, tendo por base estes aspectos, o projectista decidiu que a estrutura mais adequada para este caso particular era a viga em caixão. A viga em caixão é uma estrutura muito rígida que tem como características estruturais uma excelente resposta em condições de torção, de compressão e de flexão composta.

De seguida, apresentam-se as três diferentes secções da ponte em análise. Em relação a cada uma delas, existe uma particularidade, uma vez que devido ao processo construtivo surge necessidade de betonar junto de alguns apoios de forma a poder responder às acções sem comprometer a construção.

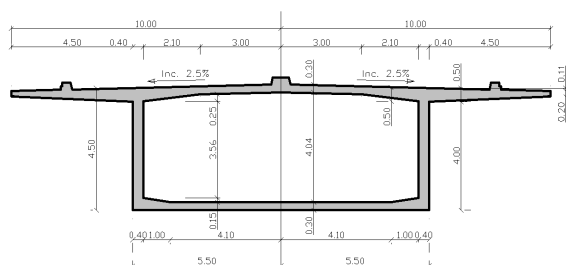


Figura 4.2 - Secção Transversal Tipo I

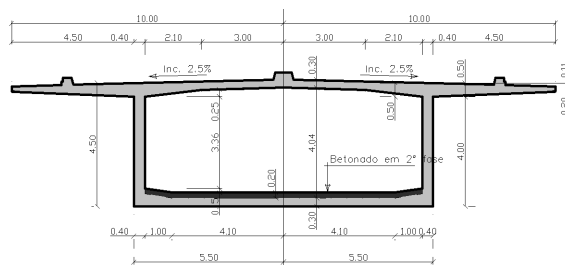


Figura 4.3 - Secção Transversal tipo I com reforço de 20 cm de betão no banzo inferior em segunda fase

Nas figuras expostas, encontra-se representada uma secção da ponte, que devido ao processo construtivo necessitou de ser reforçada no banzo inferior através da betonagem de uma camada de betão de encheimento, de forma a conferir maior rigidez e também reforçar as fibras inferiores uma vez que estas vão estar sujeitas a elevados esforços de compressão.

De seguida, apresenta-se a secção transversal tipo II que difere da anterior no facto de ter as almas e os banzos superior e inferior com mais vinte centímetros de espessura.

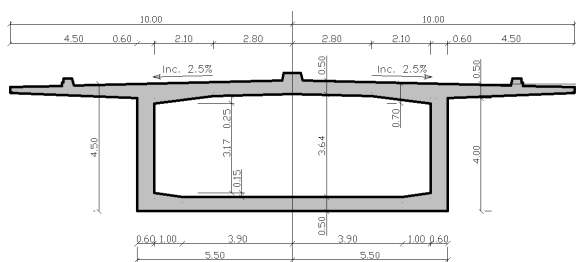


Figura 4.4 – Secção Transversal tipo II

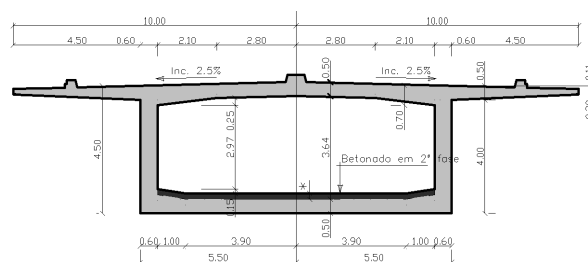


Figura 4.5 – Secção transversal tipo II que vai sofrer um reforço que varia entre 0,0 e 0,3 m

O reforço que vai ocorrer na secção transversal do tipo II localiza-se nos dez metros à esquerda e direita dos montantes M1 e M6, e varia desde os 30 centímetros junto do montante até 0 que coincide com os dez metros de distância.

Para terminar a apresentação das secções do tabuleiro, apresenta-se a seguir a secção do tramo central da ponte, que começa com a união arco-tabuleiro (Figura 4.7) e termina em pleno meio vão (Figura 4.6).

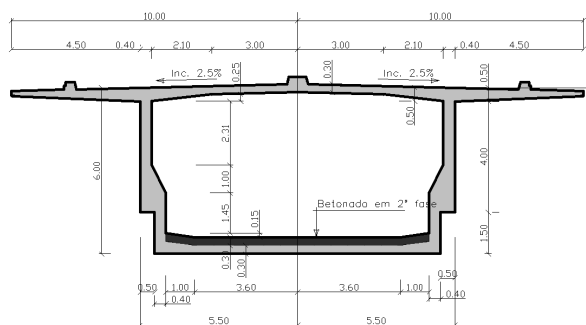


Figura 4.6 - Secção Transversal Tipo III (tramo central)

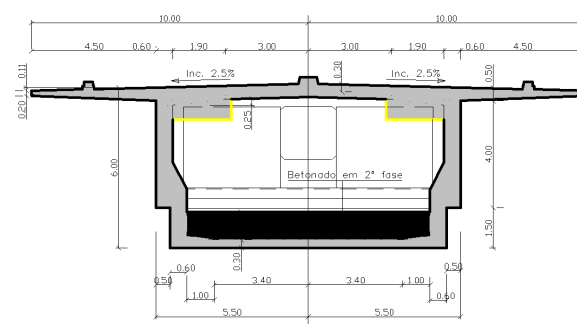


Figura 4.7 – Secção da união Arco Tabuleiro

A Figura 4.7 está apresentada, no entanto, apenas se pretende mostrar a secção da zona de transição, uma vez que o funcionamento desta secção foi analisado independentemente por outros métodos não lineares de análise estrutural.

Nas figuras apresentadas é notória a alteração da forma da secção, alteração que surge da necessidade de garantir a absorção por parte do tabuleiro do tramo central das elevadas compressões provenientes

do arco abatido. Por esta razão, na zona de transição arco-tabuleiro (Figura 4.7) existe uma zona de maciçamento que garante a transição das respectivas forças.

4.2.2. CARACTERIZAÇÃO DO ARCO

A parte mais flexível da estrutura é o arco, uma vez que é uma estrutura muito plana e que vai estar submetida a altas tensões de compressão. Estas tensões poderiam pôr em causa a fiabilidade do projecto, uma vez que aliado ao processo construtivo estão fortes compressões e também grandes flexões. Para resolver este problema da distribuição de tensões, resolveu-se construir a ponte recorrendo a um apoio provisório que ajudará em fase de construção este arco tão delgado.

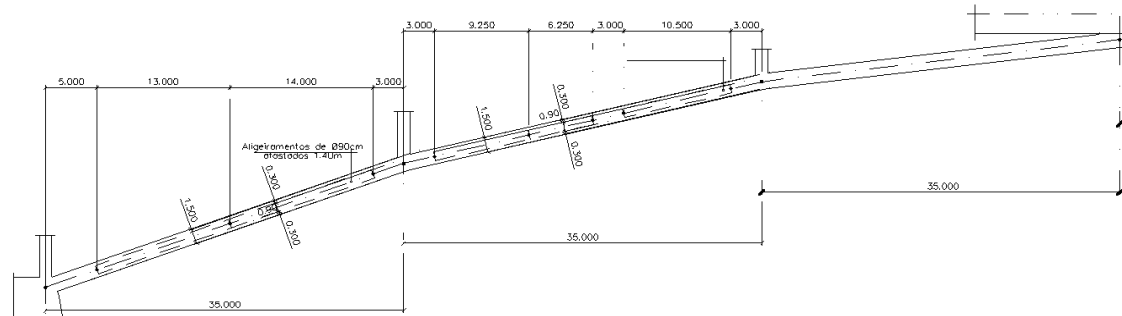


Figura 4.8 – Alçado de meio arco.

Nesta figura encontram-se indicadas várias características do arco: por um lado, através da análise das suas dimensões, conclui-se que o arco é muito flexível, por outro lado, surge junto do ponto de partida até bem ao meio do arco, um aligeiramento com tubos de 90 centímetros que surge da necessidade de reduzir o peso próprio, reduzindo assim também a quantidade de pré-esforço a utilizar.

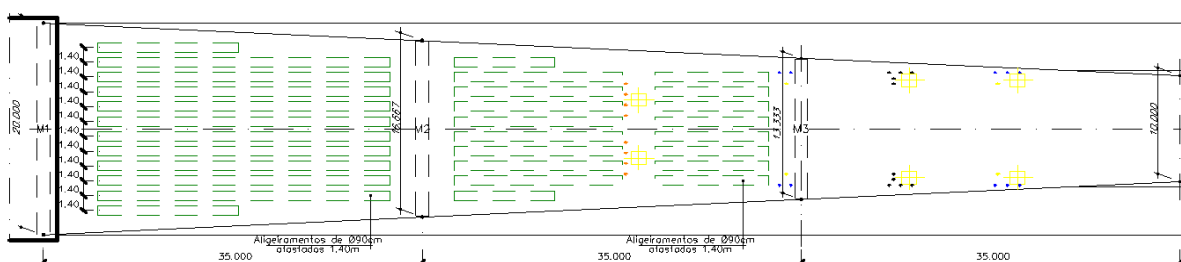


Figura 4.9 – Planta de meio arco

De forma a poder entender a razão pela qual se recorreu a aligeiramentos, convém analisar a planta do arco, podendo assim concluir-se que, como o arco varia de uma largura de 20 metros até 10 metros na cota de encontro com o tabuleiro, surge um excesso de peso, e como a qualidade do betão a utilizar no arco é de elevada resistência e associada a esta gama de betões estão maiores pesos específicos, os aligeiramentos surgem com o objectivo de diminuir a carga a que o tabuleiro vai estar sujeito, garantindo também a resistência à compressão a que o arco vai estar submetido.

4.2.3. CARACTERIZAÇÃO DOS PILARES

Através da observação da Figura 4.1 verifica-se a existência de 7 pilares devidamente identificados e numerados, entre os quais está P1 que se encontra na escarpa de Gaia. Desde o arranque do arco em Gaia até a união do arco com o tabuleiro da zona sul, encontram-se os montantes M1, M2 e M3 afastados entre si 35 metros. Do mesmo modo, desde o arranque do arco na margem do Porto até ao encontro entre arco-tabuleiro encontram-se os montantes M6, M5, M4, também afastados 35 metros entre si.

O pilar designado por P₁ é um pilar de secção rectangular constante ao longo de todo o seu comprimento tal como se pode verificar através da Figura 4.10 onde se apresenta um corte da ponte na zona junto ao pilar.

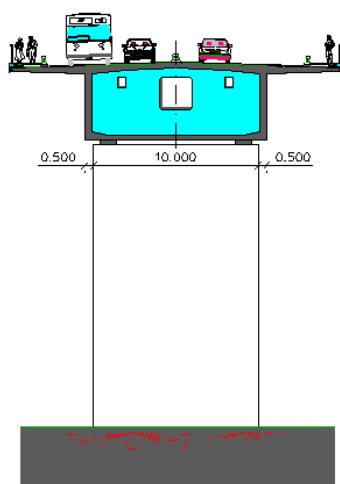


Figura 4.10 – Pilar P₁ situado na encosta de Vila Nova de Gaia

O pilar P1 é o único que apresenta secção constante em todo o seu desenvolvimento, já que os Montantes são todos caracterizados pela sua variação de secção ao longo do seu comprimento. Esta variação de secção surge porque o desenvolvimento do arco e o desenvolvimento do tabuleiro não são iguais, ou seja o arco varia desde 20 metros no seu arranque até 10 metros na zona de encontro arco tabuleiro (ver Figura 4.9). Na zona de encontro a dimensão do arco tem que ser igual à dimensão do banzo inferior do tabuleiro. Desta forma, a variação dos montantes é igual à dimensão do arco na zona de partida, aos 20, 16.6667 e 13.3333 metros, até à dimensão do banzo inferior do tabuleiro, que é sempre constante e igual a 10 metros.

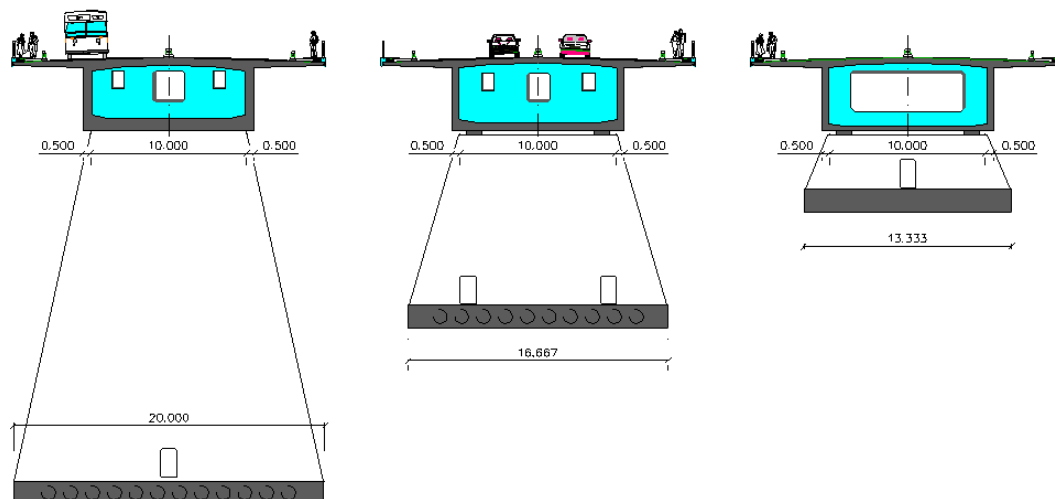


Figura 4.11 – Da Esquerda para a Direita, (M_1, M_6) , (M_2, M_5) e (M_3, M_4)

No decorrer da construção, foi necessário recorrer a pilares auxiliares de forma a garantir a geometria da estrutura pois com a aplicação do pré-esforço vão gerar-se deformações que poderiam alterar as características da ponte.

4.2.4. CARACTERIZAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO

No caso da ponte do Infante, podemos identificar dois tipos diferentes de aplicação de pré-esforço: pré-esforço por barras activas e pré-esforço em cabos.

O pré-esforço em barras activas foi utilizado na triangulação executada a par do desenvolvimento do processo construtivo, o que permitiu um maior controlo géométrico no que diz respeito ao cumprimento do traçado.

Por sua vez, o pré-esforço por cabos foi aplicado inicialmente no tabuleiro com a intenção de auxiliar no processo construtivo, no entanto mais tarde determinou-se que este iria ser o elemento fulcral no controlo de tensões com a estrutura já fechada e pronta para servir os seus fins.

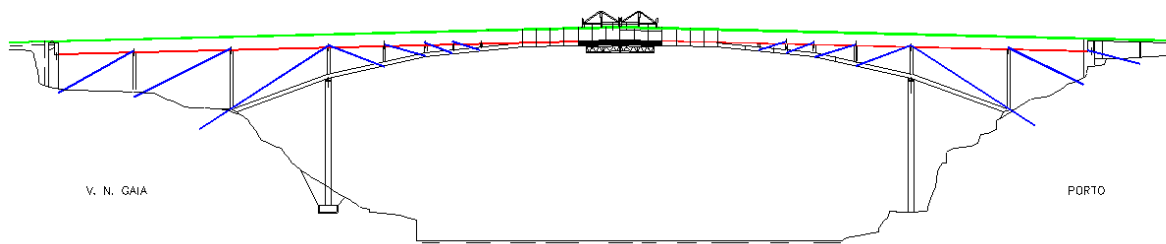


Figura 4.12 – Identificação dos diferentes tipos de Pré-Esforço

Na Figura 4.12 encontram-se marcados a diferentes cores diferentes tipos de pré-esforço. A azul temos as barras activas responsáveis pela triangularização de forças do processo construtivo, a verde temos a família de pré-esforço superior e a vermelho encontra-se marcado o local de aplicação da família de pré-esforço inferior.

4.3. MODELAÇÃO DA PONTE

O programa no qual se vai produzir a ponte do Infante é o SAP2000. Este programa permite uma reprodução idêntica do modelo e permite também simular o comportamento instantâneo de estruturas de betão armado e/ou pré-esforçado. Os elementos em análise serão discretizados em elementos finitos de viga.

O SAP2000 é um programa muito potente, uma vez que permite fazer análises em regime elástico e permite fazer uma análise não linear da estrutura. Outra das potencialidades é a possibilidade de importação de ficheiros com o formato.dxf ou seja folhas de desenho Autocad.

Para a execução do modelo da ponte do Infante, foi necessário estudar em pormenor todas as fases construtivas da mesma, de forma a poder representar simplificadaamente a estrutura com todo o rigor.

4.3.1. DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA

Como a análise a fazer para o caso em estudo tem como objectivo a determinação da alteração dos esforços na estrutura, o modelo a realizar é um modelo simplificado por elementos barra. Para desenvolver esta análise é necessário reduzir todas as secções da estrutura a elementos barra quadrangulares mas em que características estruturais, tais como a inércia e o peso específico por metro do elemento sejam iguais. Para estabelecer esta igualdade basta resolver um sistema de duas incógnitas a duas equações para obter as dimensões do elemento barra correspondente a estrutura que se pretende converter para o modelo.

$$\begin{cases} b \times h = \text{Área} \\ \frac{b \times h^3}{12} = \text{Inércia} \end{cases} \quad (4.1)$$

A área e a inércia da estrutura são dados conhecidos uma vez que foram previamente calculados através do teorema de Steiner, assim substitui-se a secção do tabuleiro ou pilar por um elemento estruturalmente equivalente de acordo com a igualdade atrás referida na equação (4.1).

As secções do tabuleiro da estrutura são um dado conhecido, como tal foi necessário calcular os parâmetros necessários para a definição destas num modelo de barras. Após se ter calculado os parâmetros supracitados, procedeu-se à conversão destas secções em secções quadradas como mostra a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Cálculo das secções equivalentes do Tabuleiro

	Área (m ²)	Inércia (m ⁴)		Base (m)	Altura (m)
secção tipo 1	13,96	48,17	equivale a	2,1695	6,4349
secção tipo 1 + espessamento	15,77	57,99	equivale a	2,3739	6,6429
secção tipo 2	19,25	64,84	equivale a	3,0281	6,3576
secção tipo 2 + espessamento	21,17	72,37	equivale a	3,3046	6,4054
secção tipo 3	18,67	114,53	equivale a	2,1756	8,5805

Na zona de transição entre o arco e tabuleiro existe uma secção especial que foi desenvolvida de forma a garantir um bom reencaminhamento das forças. Como se trata de uma secção não linear, foi necessário proceder a um cálculo localizado. Como se trata de um aspecto bastante singular não urge necessidade de intervir com esta secção para a análise em causa.

Com o tabuleiro já definido, procedeu-se ao cálculo das características referentes ao arco, para posteriormente de modo igual ao atrás referido, determinar novas secções que substituam estas no modelo.

De forma a reduzir o peso próprio da estrutura, recorreu-se ao aligeiramento do arco, assim para o cálculo das secções equivalentes do arco é necessário proceder ao cálculo da inércia com os aligeiramentos. No gráfico seguinte apresentam-se os cálculos para a determinação das secções equivalentes do arco.

Tabela 4.2 - Cálculo das secções equivalentes do Arco

	Comprimento (m)	Largura média b (m)	Altura h (m)	Área (m ²)	Ig (m ⁴)		b ₂ (m)	h ₂ (m)
Troço 1	5,0	19,7620	1,5	29,6430	5,5581	equivale a	19,7620	1,5000
Troço 2	13,0	18,9050	1,5	28,3575	4,9306	equivale a	19,6319	1,4445
Troço 3	14,0	17,6190	1,5	26,4285	4,6333	equivale a	18,2211	1,4504
Troço 4	6,0	16,6660	1,5	24,9990	4,6873	equivale a	16,6660	1,5000
Troço 5	9,3	15,9400	1,5	23,9100	4,1611	equivale a	16,5454	1,4451
Troço 6	6,3	15,2020	1,5	22,8030	4,0179	equivale a	15,6818	1,4541
Troço 7	3,0	14,7620	1,5	22,1430	4,1518	equivale a	14,7620	1,5000
Troço 8	10,5	14,1200	1,5	21,1800	3,7136	equivale a	14,6016	1,4505
Troço 9	3,0	13,4767	1,5	20,2150	3,7903	equivale a	13,4767	1,5000
Troço 10	35,0	11,6667	1,5	17,5000	3,2812	equivale a	11,6667	1,5000

Os casos onde se encontram os aligeiramentos apresentam variação das dimensões do elemento estrutural.

No que diz respeito aos montantes, o programa permite entrar no cálculo com barras de secção variável, assim foi possível representar com rigor os montantes de ligação entre o arco e o tabuleiro. Estes encontram-se definidos no presente capítulo através da Figura 4.11.

Outro aspecto de especial relevância está associado à técnica de modelação através do modelo de barras, pois é necessário garantir a igualdade dos centros de gravidade da estrutura na realidade e no modelo. Desta forma, garante-se um comportamento no modelo que está de acordo com o que ocorre na realidade.

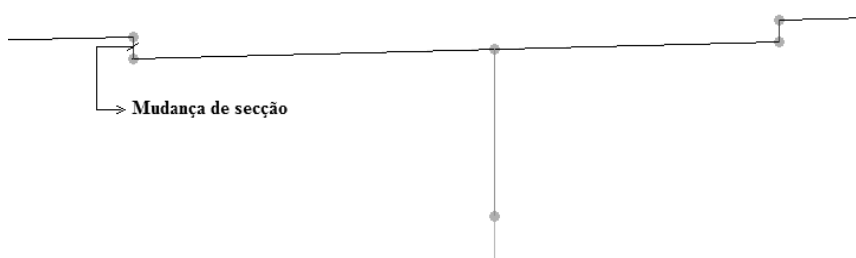


Figura 4.13 – Pormenor do modelo (zona de mudança de secção).

Do que foi anteriormente descrito, surge no modelo um desnível entre barras sempre que ocorre uma alteração de secção. Este aspecto merece especial atenção, uma vez que se vai proceder ao estudo dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço na ponte e a simulação deste no modelo é através do método das cargas equivalentes.

Fazendo referência aos aparelhos de apoio, a zona de ligação entre os montantes e o tabuleiro, trata-se de uma sobreposição de placas de teflon. Para reproduzir este aspecto no modelo utilizou-se uma propriedade do programa que permite bloquear a transmissão de esforços axiais e liberta qualquer outro tipo de transmissão de esforços



Figura 4.14 – Da esquerda para a direita, Apoio Duplo, Apoio Simples e Encastramento.



Figura 4.15 – Modelo de barras da ponte do Infante.

Nas figuras atrás apresenta-se um alçado do modelo na fase de conclusão, onde se pode verificar as quebras entre as mudanças de secção e também localizar as ligações que a estrutura tem ao exterior.

4.3.2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Outro aspecto que é tão importante como as propriedades geométricas da estrutura para a análise do modelo é a definição de todos os materiais intervenientes na estrutura em análise.

Assim, de acordo com as informações disponibilizadas pelos desenhos finais fornecidos sabe-se que o material predominante na estrutura é o betão, em seguida apresenta-se qual a classe de betão correspondente a cada elemento segundo o Eurocódigo 2.

Tabela 4.3 – Classe de betão correspondente a cada secção

Elemento Estrutural	Classe de Betão
Arco	C 60/75
Montantes	C 35/45
Tabuleiro (excepto 70 metros centrais)	C 50/60
Tabuleiro (70 metros centrais)	C 60/75

Como a percentagem de betão na estrutura é muito superior a quantidade de aço existente e como o objectivo é realizar uma análise elástica, não se considera o aço no modelo de elementos finitos.

4.3.3. CARGAS EXISTENTES

No âmbito das cargas existentes, apenas se vai considerar um tipo de cargas a actuar na estrutura, e estas advêm da consideração do pré-esforço como uma força actuante (método das cargas equivalentes). Para o estudo dos efeitos hiperstáticos apenas se estudou a fundo três situações específicas de alterações estruturais, correspondentes às alterações na configuração do pré-esforço.

É um dado conhecido que se utilizou cabos com 19 fios de 0,6'', o que corresponde a uma área efectiva de 1,5cm² cada fio, para a aplicação do pré-esforço construtivo do tabuleiro da ponte. Conhecendo também a quantidade a utilizar em cada etapa do faseamento construtivo, é-nos possível a quantificação da força aplicada nos cabos.

Segundo as normas do Eurocódigo 2, a força máxima permitida durante a fase de puxe dos cabos de pré-esforço está limitada por:

$$P_{m\acute{a}x} = A_p \times \sigma_{p,m\acute{a}x} \quad (4.2)$$

A_p - Área da secção transversal da armadura de pré-esforço

$\sigma_{p,m\acute{a}x}$ - Tensão máxima aplicada à armadura de pré-esforço

$$\sigma_{p,m\acute{a}x} = \min \{0,8 \times f_{pk} ; 0,9 \times f_{p0,1k}\} \quad (4.3)$$

f_{pk} - Resistência a tracção do cabo de pré-esforço

$f_{p0,1k}$ - Tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1%

As fórmulas atrás apresentadas estão associadas ao cálculo da força de puxe do pré-esforço. Contudo no momento imediatamente a seguir ao puxe do cabo e libertação das cunhas, existe uma diminuição de tensão devido às perdas instantâneas. Existe também, com o avançar do tempo e devido aos fenómenos reológicos, uma diminuição de tensão no cabo, que se designa por perdas diferidas do pré-esforço.

No presente trabalho não é necessário proceder a um cálculo exaustivo de pré-esforço, mas sim avaliar a pior situação do pré-esforço no controlo de tracções nas fibras em análise. Para este efeito o caso mais gravoso é a análise de pré-esforço a tempo infinito onde já ocorreram os dois tipos de perdas supracitadas. Para os cabos de pré-esforço rectilíneos as perdas são em geral um pouco mais reduzidas, o que levou a considerar uma perda imediata de pré-esforço na ordem dos 10%. Por sua vez no que se refere às perdas diferidas, consideram-se perdas na ordem dos 12,5%.

Tabela 4.4 Características do aço Pré-Esforço (valores por fio (strand))

	Mpa / kN
f_{puk}	1860 / 279
$f_{p0,1k}$	1600 / 240
Tensão de aplicação do P.E. (t_0)	1440 / 216
Tensão de verificação P.E. (t_∞)	1134 / 170,1

Na Tabela 4.4 apresenta-se as características referentes ao aço de elevada resistência e de baixa relaxação utilizado para a aplicação do pré-esforço. Procedeu-se então à análise as fases mais importantes para a interpretação dos efeitos hiperstáticos.

Com o objectivo de representar com todo o rigor o efeito do pré-esforço no modelo, a aplicação das forças desta acção foram aplicadas barra a barra, tendo como objectivo a consideração das forças de desvio (ver Figura 4.16).

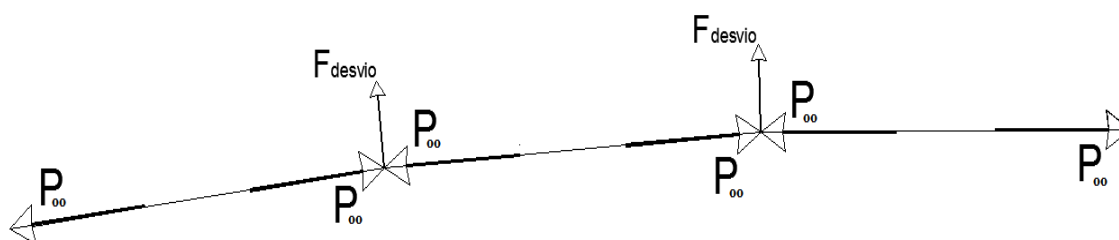


Figura 4.16 – Representação das forças de desvio do pré-esforço.

4.4. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Ao longo da fase de projecto, os projectistas depararam-se com vários obstáculos, que com a boa equipa de especialistas que o acompanhavam, resolveram de forma eficaz e engenhosa. No entanto, há um aspecto cuja análise se traduz num objectivo específico deste projecto de investigação.

Como se sabe o processo construtivo projectado para a execução da ponte do Infante D. Henrique foi o método de construção em consola por carrinhos de avanços. Assim, associado ao processo construtivo encontram-se esforços na estrutura que vão ficando aprisionados à medida que se avança.

De forma a controlar estes esforços que resultam do processo construtivo foram-se aplicando cabos de pré-esforço construtivo superior de forma a controlar tensões. Com toda a intervenção para o controlo das tensões geradas durante o processo construtivo, foi-se agravando o diagrama de momentos finais que se apresenta na Figura 4.17 através do diagrama de acumulado de fases.

Assim, encontra-se na figura seguinte um gráfico onde se expõem os diagramas de momentos esperados na estrutura cimbrada ideal¹ e o diagrama de momentos resultante do estudo de acumulado de fases. Na zona da união arco tabuleiro deparamo-nos com um grande salto proveniente dos momentos acumulados na estrutura aquando da execução da mesma.

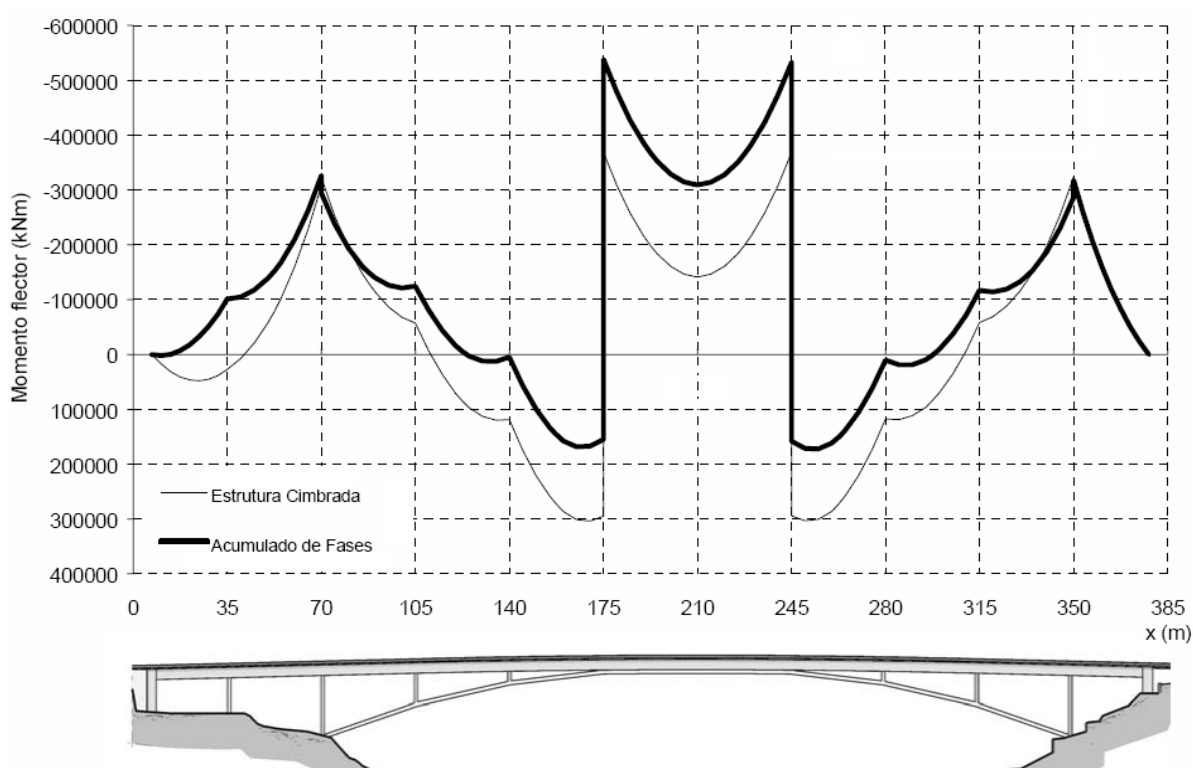


Figura 4.17 - Momentos no tramo central.(adaptado [2])

A união da parte central da ponte e a retirada das diagonais utilizadas para a construção, faz o arco começar realmente a funcionar para o fim para o qual foi projectado, ou seja, transformar todo o peso da ponte em esforço axial e direccionar estas forças para os apoios. Estando todo o arco submetido à compressão e uma vez que todo este esforço de compressão resulta do peso da estrutura, as tensões de compressão na fibra inferior do tramo central vão estar exageradamente expostas a forças de

¹ Estrutura cimbrada ideal – Considera-se que a construção da ponte ocorre num único momento e nela se instalam esforços devidos ao peso próprio já na topologia da estrutura final.

compressão. Como se não fosse suficiente, os elevados momentos negativos na zona de união arco tabuleiro vêm agravar os esforços de compressão que se instalam nas fibras inferiores desta zona.

Para finalizar, resta abordar um terceiro caso que vem piorar o cenário com que os projectistas se depararam no que respeita ao pré-esforço construtivo utilizado para a sustentação da construção do tabuleiro tramo central, por avanços sucessivos em consola. Devido ao processo construtivo introduzem-se forças de compressão no tramo central.

Com todas estas contribuições para gerar tensões de compressão na fibra inferior da secção imediatamente após a união do arco tabuleiro, este pode uma vez em serviço experimentar tensões não admissíveis o que compromete a segurança estrutural.

Todos estes aspectos que contribuem para o elevado esforço de compressão comprovam-se através da análise da simples expressão (2.8).

4.5. SOLUÇÕES ADOPTADAS

Ocasionalmente ocorrem problemas de controlo de tensões em estruturas recorre-se à técnica do pré-esforço para controlá-los uma vez que são fáceis de aplicar e respondem muito bem quando solicitados. No caso em análise da ponte do Infante D. Henrique durante todo o processo construtivo recorreu-se ao pré-esforço, uma vez por intermédio de barras pré-esforçadas nas diagonais, outras vezes por intermédio de cabos pré-esforçados aplicados nas secções do próprio tabuleiro de forma a garantir a estabilidade construtiva e o controlo de tensões.

É de grande importância a referência das condições da zona de conexão arco tabuleiro uma vez que esta, no banzo inferior, se encontra fortemente comprimida. Como foi referido anteriormente, quando ocorrem problemas de controlo de tensões numa estrutura, o projectista recorre ao pré-esforço de forma a controlar essas tensões e contribuindo também assim para um melhor comportamento da estrutura. No entanto no problema em análise, o recurso ao pré-esforço é igualmente um problema uma vez que a aplicação de pré-esforço de forma a controlar tensões em secções tubulares não apresenta resultados satisfatórios e também gera um aumento de tensões de compressão [11].

Na sequência do referido, surge a necessidade de encontrar uma solução. No presente caso, considera-se muito importante, uma boa avaliação dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço pois estes geram esforços de flexão razoáveis e esforços axiais desprezáveis. Para entender melhor esta questão, explica-se a técnica do método dos coeficientes de influência no capítulo 3 que permite fazer uma avaliação dos efeitos hiperstáticos e que se trata de uma análise muito prática e permite localizar as zonas onde se pode intervir com o pré-esforço de forma a controlar tensões inadmissíveis.

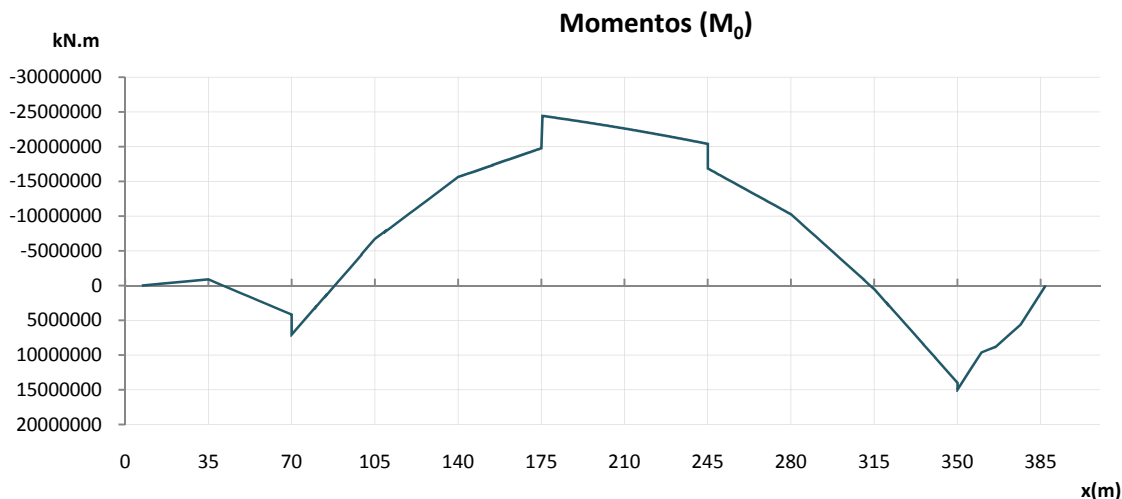


Figura 4.18 – Diagrama de momentos do par de momentos responsáveis pela rotação unitária.

De forma a poder aplicar o método dos coeficientes de influência é necessário ter-se o diagrama dos coeficientes de influência, mas para isso é necessário determinar o diagrama resultante da aplicação do par de momentos na secção crítica, introduzindo nesta previamente uma rótula. Da análise atrás descrita gerou-se o gráfico seguinte que representa o diagrama do par de momentos.

Como o que realmente interessa é a obtenção do diagrama da 2ª derivada da linha de influência basta dividir o diagrama de momentos presente em cima pela inércia e multiplicar pelo módulo de elasticidade em cada secção, donde resulta o gráfico presente na Figura 4.19.

Segundo uma análise mais profunda ao gráfico da segunda derivada das linhas de influência conclui-se quais as zonas onde se pode intervir de forma que, ao controlar os efeitos hiperstáticos do P.E., se gere tensões de tracção nas fibras inferiores da secção em análise.

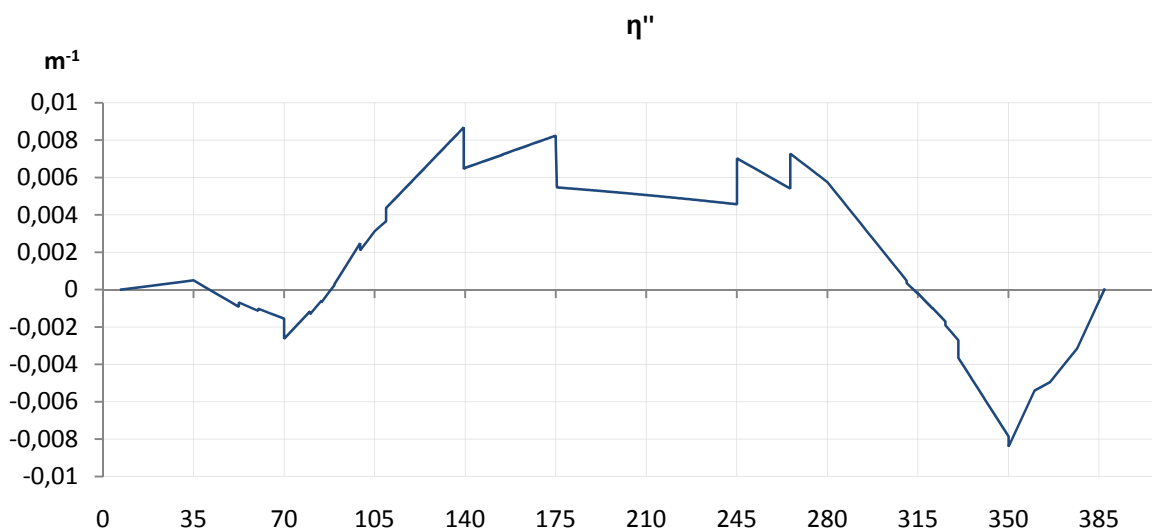


Figura 4.19 – Diagrama dos coeficientes de influência.

Para a resolução do problema das elevadas tensões de compressão, o nosso objectivo é na secção em análise, provocar um efeito hiperstático positivo que alivie essas tensões (ver Figura 3.50 e Figura 3.51) e permita assim garantir a segurança em serviço.

Tal como se efectuou no capítulo anterior, também se recorreu à análise da linha dos coeficientes de influência para determinar os locais onde intervir para controlar as tensões. Através da análise dos coeficientes de influência, Figura 4.19, localizam-se as zonas com mais influência na produção de efeitos hiperstáticos do pré-esforço.

Avaliando o problema, temos como principal objectivo provocar momentos positivos nas zonas de encontro arco tabuleiro. Avaliando à luz do P.E., o problema seria facilmente resolvido recorrendo aos momentos isostáticos do P.E. Como já foi referido anteriormente, a aplicar P.E., na zona em questão provocaria momentos positivos é verdade, no entanto, aliado a estes encontram-se grandes forças de compressão o que tornava a intervenção desfavorável.

Assim para controlar as tensões na zona crítica é necessário recorrer ao P.E mas para aproveitar ao máximo os seus efeitos hiperstáticos. Efeitos estes, que se previnem e controlam segundo a análise da linha dos coeficientes de influência.

Para se efectuar um estudo pormenorizado dos efeitos hiperstáticos do P.E., é necessário um bom entendimento da fórmula, que traduz estes efeitos, proveniente do método dos coeficientes de influência.

$$\int P.e.\eta''dx = -\int M_0.\eta''dx \quad (4.4)$$

Em seguida, encontra-se demonstrada uma das soluções possíveis que surge da interpretação da fórmula atrás indicada juntamente com a linha dos coeficientes de influência.

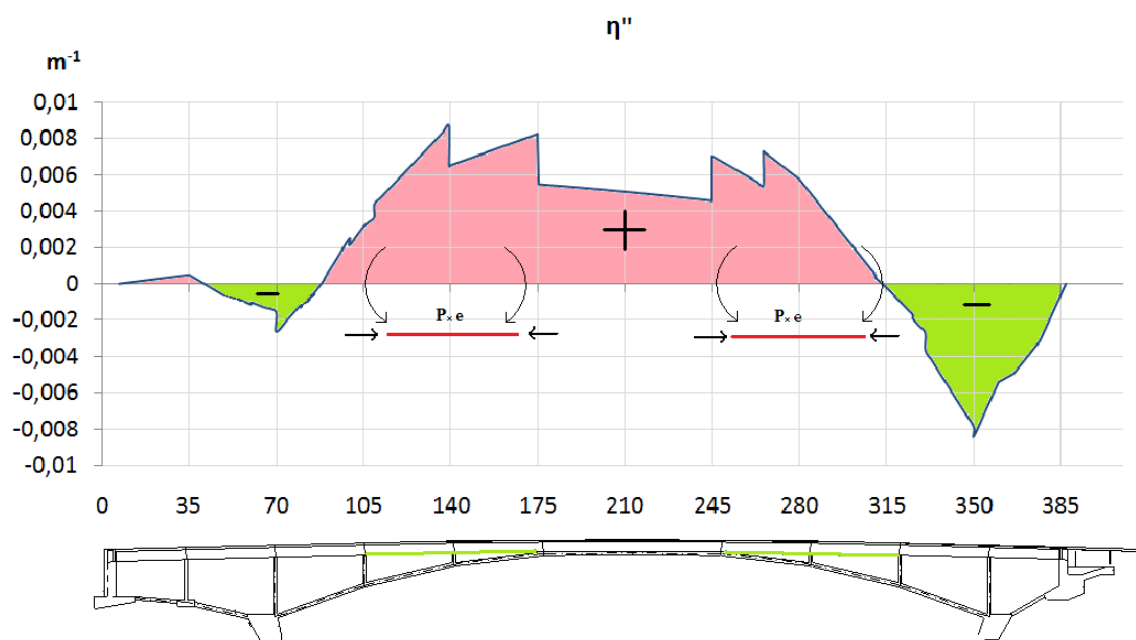


Figura 4.20 – Apresentação da 1ª intervenção a considerar.

Ao aplicar o P.E. no banzo inferior da ponte tal como indicado na figura anterior este vai provocar momento isostático negativo, segundo a resistência dos materiais, vai tb gerar momento hiperstático positivo na secção em estudo no tramo central.

Ao longo da construção da ponte devido ao processo construtivo escolhido foi introduzido muito pré-esforço superior de forma a controlar tensões. Assim, uma vez encerrada a ponte e começando o arco a desempenhar as suas funções, verificou-se que os cabos de pré-esforço superior já não eram necessários. Dito isto, uma vez que os cabos estavam a introduzir elevados esforços de compressão, que agravavam o problema em estudo, e como retirar um cabo de P.E. superior é o mesmo que aplicar um cabo inferior com a mesma excentricidade, conclui-se que a retirada de pré-esforço central superior é vantajosa.

Na figura seguinte apresenta-se explicado a segunda intervenção a ter em conta para a redução das tensões de compressão na fibra inferior na secção de transição para tabuleiro central.

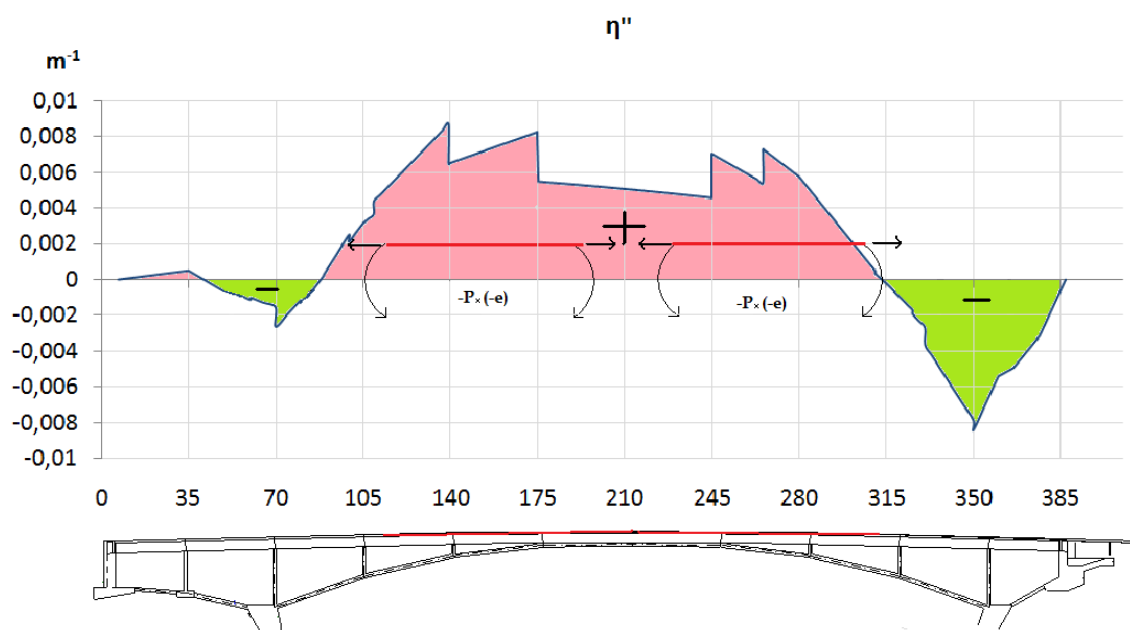


Figura 4.21 - Apresentação da 2ª intervenção a considerar.

Analisando agora esta intervenção à luz dos coeficientes de influência, o caso é idêntico à situação anterior tal como se mostra na figura anterior. Como se tem uma excentricidade negativa e uma força também negativa este produto é positivo que multiplicando pelos coeficientes de influência gera efeitos hiperstáticos positivos. Daqui resulta que a retirada do P.E. alivia as tensões de compressão instaladas no tramo central do tabuleiro.

Para finalizar, ao analisar o diagrama dos coeficientes de influência verifica-se que existem também valores elevados de coeficientes de influência sobre os montantes M1 e M6, ao contrário dos exemplos analisados anteriormente, em que sobre os montantes M1 e M6 mas de sinal negativo.

Quando se tem valores negativos dos coeficientes de influência, para gerar hiperstático positivo na secção em estudo deve-se aplicar P.E. na fibra superior nas respeitantes zonas de momentos negativos.

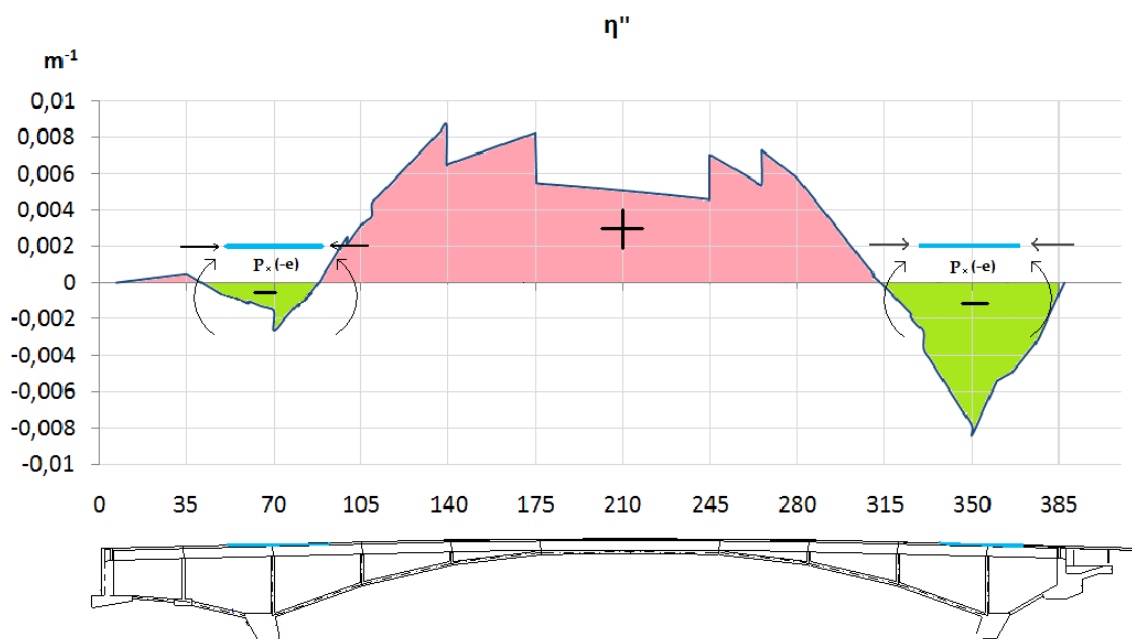


Figura 4.22 - Apresentação da 3ª intervenção a considerar.

Assim, multiplicando o momento isostático positivo pelos coeficientes de influência negativos resulta hiperstático positivo na secção problemática.

Embora, esta intervenção possa provocar menor hiperstático, a aplicação deste P.E. sobre os montantes provoca uma redução dos altos momentos negativos sobre este apoio. Assim, esta intervenção terá uma dupla funcionalidade porque, por um lado combate as altas compressões junto da fibra inferior da secção de transição arco tabuleiro e por outro lado diminui o momento negativo sobre os apoios, M1 e M6, controlando também as tensões nestas secções.

Resumindo, para controlar o problema descrito, realizaram-se três intervenções que se enumeram de seguida:

- 1º Colocar P.E. inferior no tabuleiro entre os 105 e 175 metros e 245 e 315 metros;
- 2º Retirada de todo o P.E. construtivo desde 105 até 315 metros.
- 3º Colocar P.E. superior no tabuleiro sobre os montantes de arranque, M1 e M6;

Todas as intervenções serão alvo de estudo pormenorizado, para se verificar a qualidade da análise efectuada com os coeficientes de influência e quantificar a variação de tensões registada devido a cada uma das intervenções.

4.6. RESULTADOS DAS INTERVENÇÕES EFECTUADAS

Neste subcapítulo apresentar-se-ão os resultados de cada intervenção supracitada tendo como finalidade tomar a sensibilidade dos efeitos com que cada um contribui e em que medida são benéficos. Apresenta-se também, para além dos esforços obtidos no programa de cálculo, os

diagramas de tensões geradas no tabuleiro devido à intervenção efectuada. Para o cálculo das tensões recorrer-se-á à expressão da resistência dos materiais

Da lei de distribuição de tensões da resistência dos materiais pode-se particularizar e obter uma outra fórmula que é mais simples porque estratifica os diferentes tipos de momentos que podem actuar em simultâneo, como por exemplo momentos gerados por acções exteriores, momentos intrínsecos da estrutura entre outros.

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{N}{A} \pm \frac{M_{\text{isos.}}}{I_g} \times y_x \pm \frac{M_{\text{hiper.}}}{I_g} \times y_x \quad (4.5)$$

- A - Área da secção transversal;
- N - Esforço axial instalado na secção;
- I_g - Inércia da secção;
- M_{Isos} - Momento isostático do Pré-esforço;
- M_{hip} - Momento hiperstático do Pré-esforço;
- y_x - Distância á fibra superior, ou inferior dependendo do objectivo.

4.6.1. RETIRADA DE TODO O P.E. CONSTRUTIVO PROVISÓRIO ENTRE OS 105 E 315 METROS

O nosso estudo passa em primeiro lugar pela análise da retirada do Pré-esforço provisório que nos ajuda na resolução do problema apresentado, na medida em que vai baixar as tensões de compressão devido na sua maioria à retirada de todo o esforço axial introduzido por este previamente.

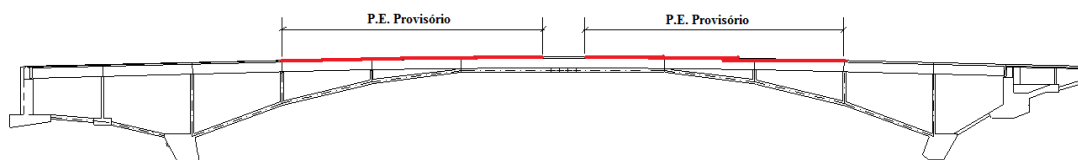


Figura 4.23 – Localização da zona de intervenção.

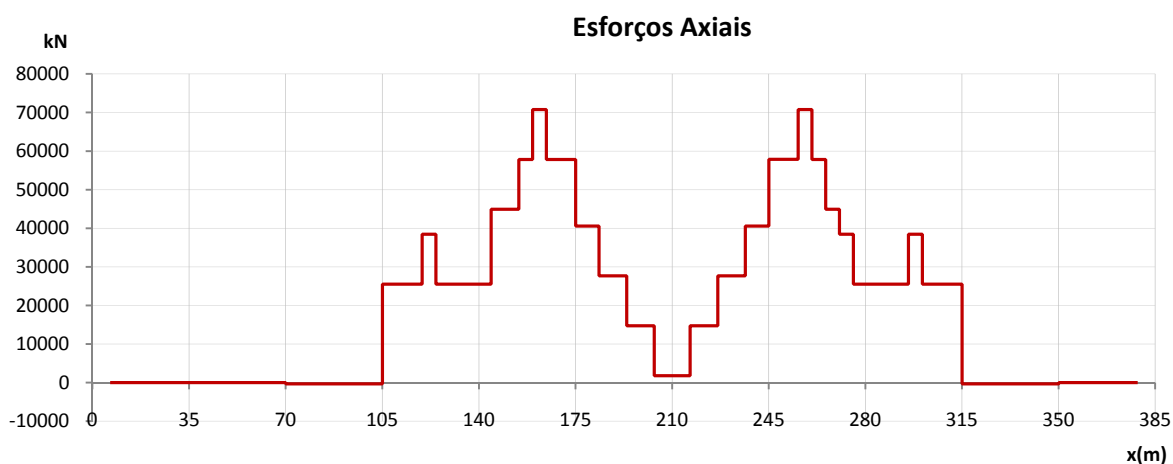


Figura 4.24 – Diagrama de esforços axiais da retirada do P.E. Superior.

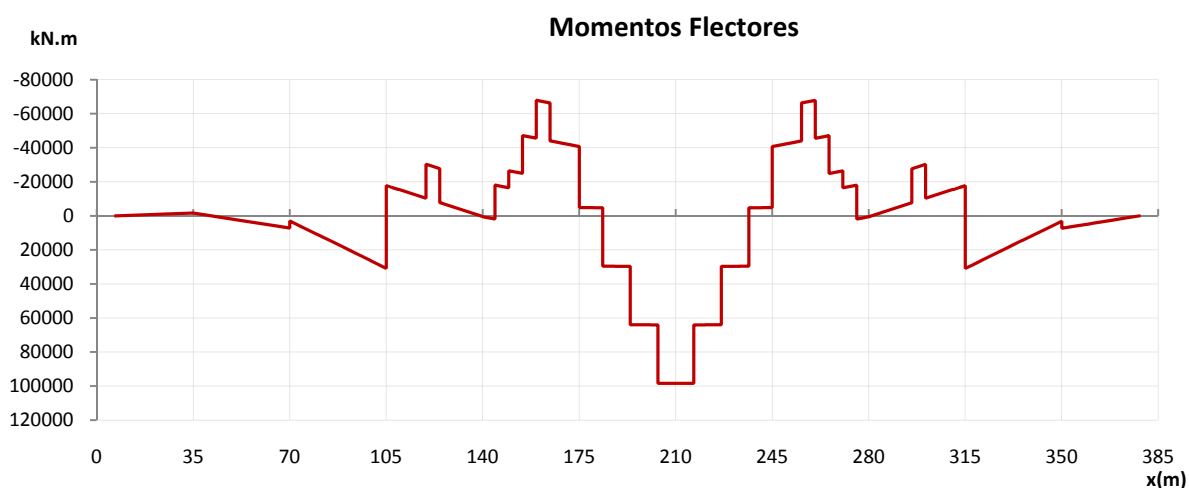


Figura 4.25 - Diagrama de momentos flectores da retirada do P.E. superior.

O que se observa na Figura 4.24 é a tradução da intervenção em termos de esforços axiais na estrutura, actuando sobre esta simplesmente o P.E. em análise. Como se verifica, a intervenção representa a

retirada dos cabos de P.E. superior, que em termos de cargas equivalentes caracteriza-se pela aplicação de forças no sentido contrário, ou seja, forças de tracção nos locais onde este estaria aplicado. Assim compreende-se agora a razão pela qual apenas existem esforços de tracção.

Os resultados do diagrama de momentos caracterizam-se pela presença de respeitáveis momentos na zona central, no entanto na zona na transição apresenta pequenos momentos negativos, cerca de 5000kN.m o que se considera quase nula uma vez que o aspecto mais importante da retirada dos cabos superiores do tramo central centra-se no facto de reduzir o esforço de compressão.

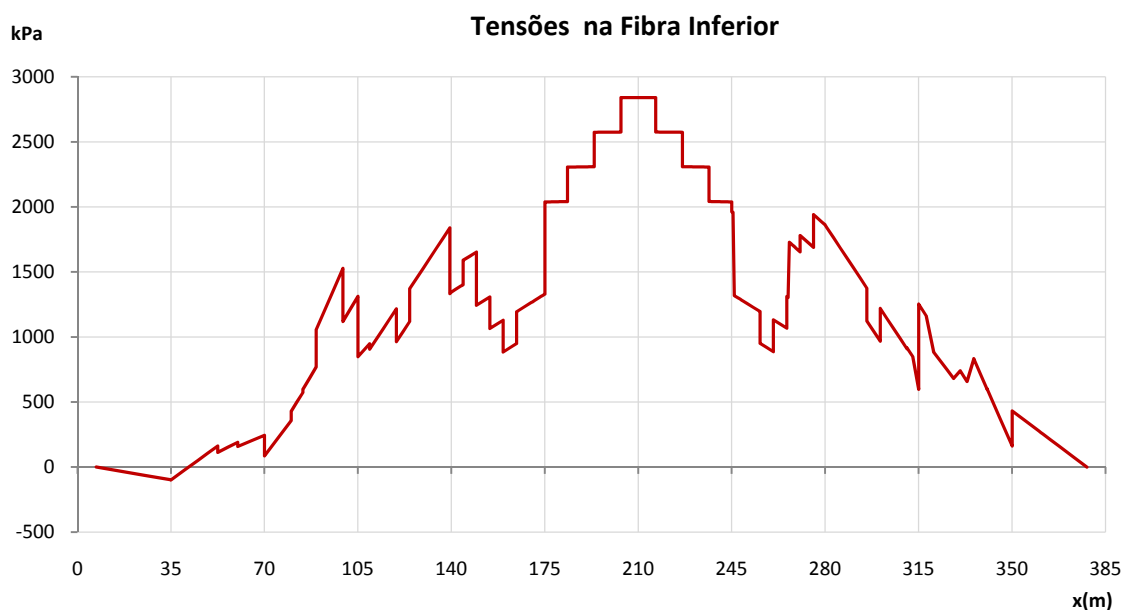


Figura 4.26 – Traçado das tensões da fibra inferior devido à retirada do pré-esforço superior

Com este gráfico podemos concluir que através dos efeitos isostáticos e hiperstáticos se consegue reduzir em cerca de 2MPa de compressão à fibra inferior da união arco tabuleiro e a meio vão cerca de 3Mpa. Estes resultados representam uma variação muito importante para a fibra inferior. Com esta intervenção conseguimos, através dos efeitos hiperstáticos e isostáticos do pré-esforço ajudar na redução das compressões.

4.6.2. COLOCAR P.E. INFERIOR NO TABULEIRO ENTRE OS 105 E 175 METROS E 245 E 315 METROS

A segunda análise está associada à colocação de P.E. inferior na zona colorida a verde na figura em baixo, que se encontra na zona da segunda derivada da linha de influência com um bom local de intervenção.

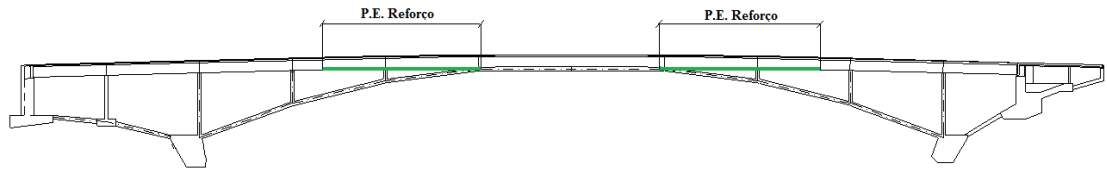


Figura 4.27 – Localização da zona de intervenção.

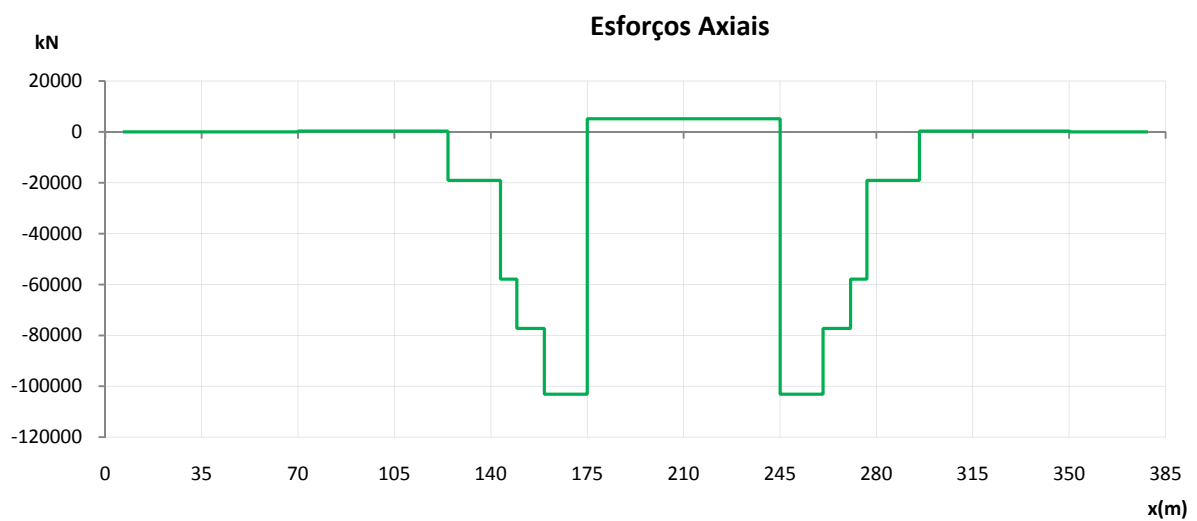


Figura 4.28 - Diagrama de esforços axiais da colocação de P.E. inferior.

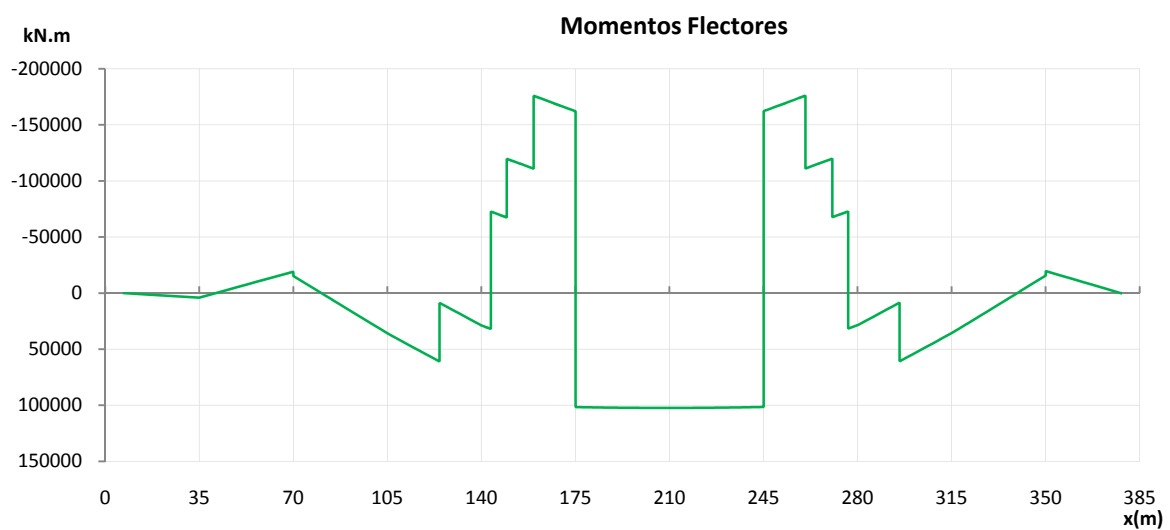


Figura 4.29 - Diagrama de Momentos flectores da colocação de P.E. inferior.

Como seria de esperar, ao tratar-se da aplicação de P.E. e não a retirada, os esforços axiais são de compressão e encontram-se na zona de intervenção. Devido ao sistema estrutural surge como efeito hiperstático do P.E. esforços de tracção no tramo central embora sejam muito reduzidos.

O diagrama de momentos apresenta-se com respeitáveis momentos negativos na zona de aplicação dos cabos, por consequência da grande excentricidade presente na zona de união arco tabuleiro, existe um grande salto que vira o diagrama de momentos de valores negativos para positivos que vem de encontro ao pretendido. Esta alteração é bivalente porque reduz de esforços axiais de compressão e reduz o elevado momento negativo, devido aos efeitos hiperstáticos, o que se mostra eficaz uma vez que ambos efeitos contribuem para a redução das tensões de compressão na fibra inferior.

Para comprovar o dito anteriormente apresenta-se o gráfico de tensões geradas na fibra inferior do tabuleiro devido à intervenção que se encontra em destaque.

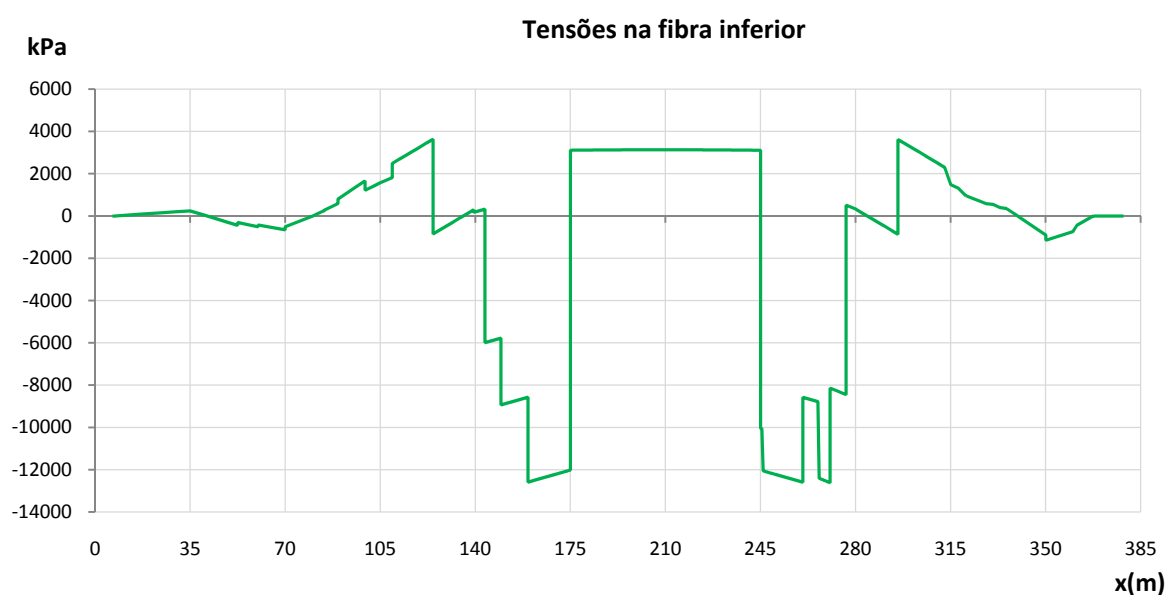


Figura 4.30 - Traçado das tensões da fibra inferior devido à colocação de P.E.inferior.

O valor destas tensões passa os 3Mpa, o que juntamente com as alterações anteriores já ajuda de alguma forma a redução das elevadas tensões de compressão.

4.6.3. COLOCAR P.E. SUPERIOR NO TABULEIRO SOBRE OS MONTANTES DE ARRANQUE, M1 E M6

Por último decidiu-se aplicar P.E. sobre os momentos M1 e M6. Numa fase inicial, pretendia-se o controlo dos grandes momentos negativos sobre este pilar de conexão, no entanto, uma vez avaliadas em paralelo as consequências dos efeitos hiperstáticos e o diagrama dos coeficientes de influência, chegou-se à conclusão que esta intervenção para além de reduzir o elevado momento negativo sobre o montante também iria ajudar a reduzir as tensões de compressão da fibra inferior na zona de conexão arco tabuleiro.

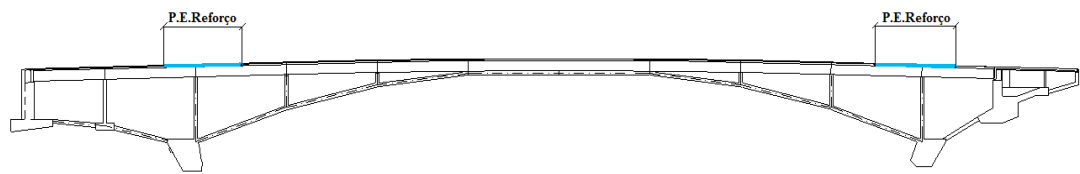


Figura 4.31 - Localização da zona de intervenção

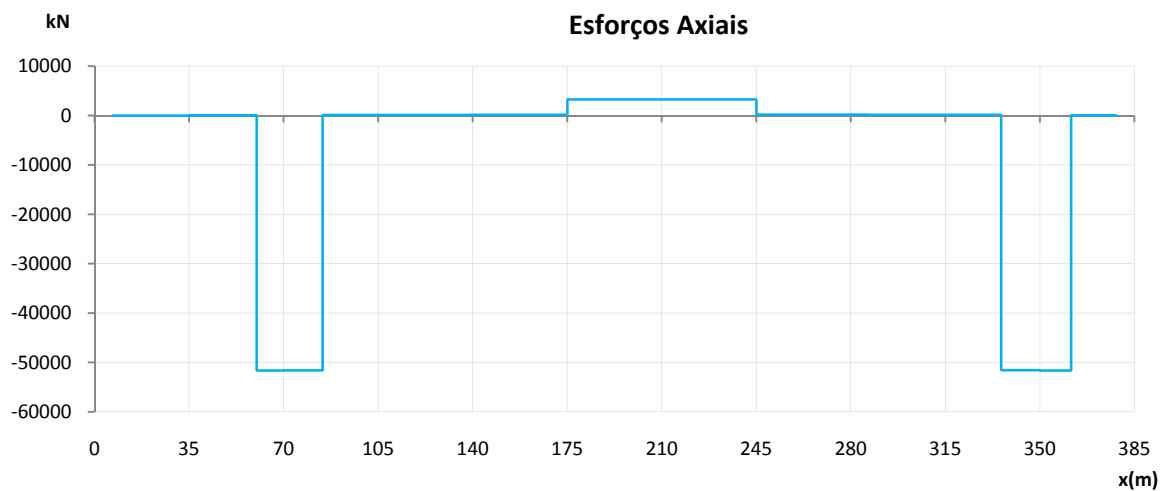


Figura 4.32 - Diagrama de esforços axiais da colocação do P.E. Superior em M1 e M6.

Os esforços axiais resultantes da aplicação deste P.E. são de compressão na zona de aplicação e por efeito hiperstático obtêm-se tracções no tramo central embora muito reduzidas. Este efeito não é previsível através do estudo dos coeficientes de influência, apenas se avalia quando efectuado um modelo e correndo-o.

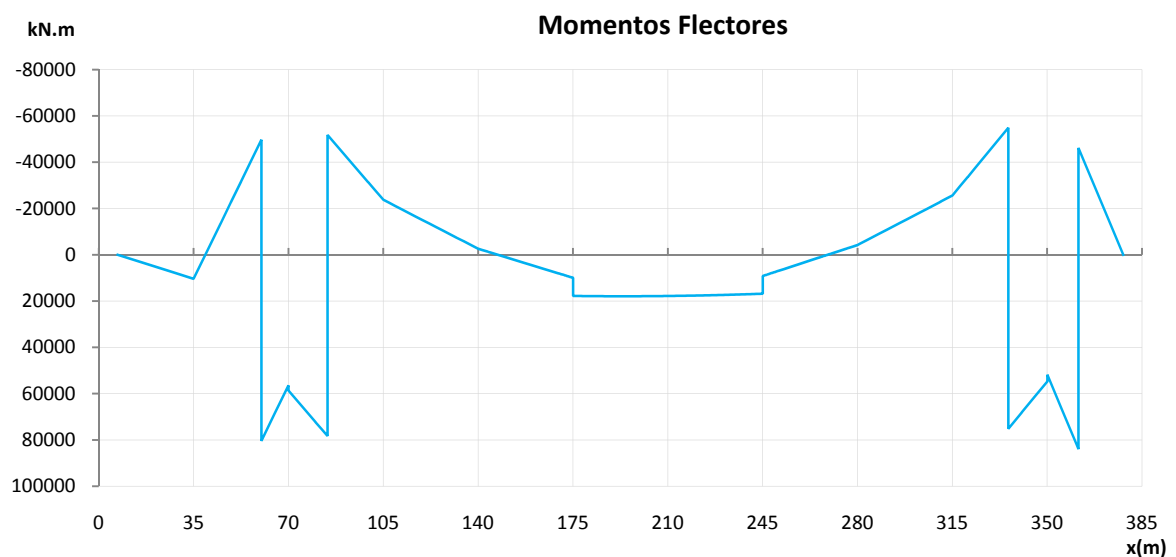


Figura 4.33 - Diagrama de esforços axiais da colocação do P.E. Superior em M1 e M6.

Analisando paralelamente os diagramas presentes nas Figura 4.33 e Figura 4.17, conclui-se que a aplicação de P.E. superior sobre os montantes é bastante inteligente, porque apoia a redução dos momentos negativos em dois locais, onde é aplicado e no tramo central. Com a análise do diagrama de momentos comprova-se mais uma vez a eficácia do método dos coeficientes de influência, sendo que através deste se determina quais os locais onde se podem aproveitar os efeitos hiperstáticos do P.E. e uma vez analisado coincide com o esperado.

Procede-se à apresentação do traçado dos diagramas de tensões para a fibra inferior da zona em estudo com o objectivo de justificar a intervenção efectuada e também validar o dito anteriormente.

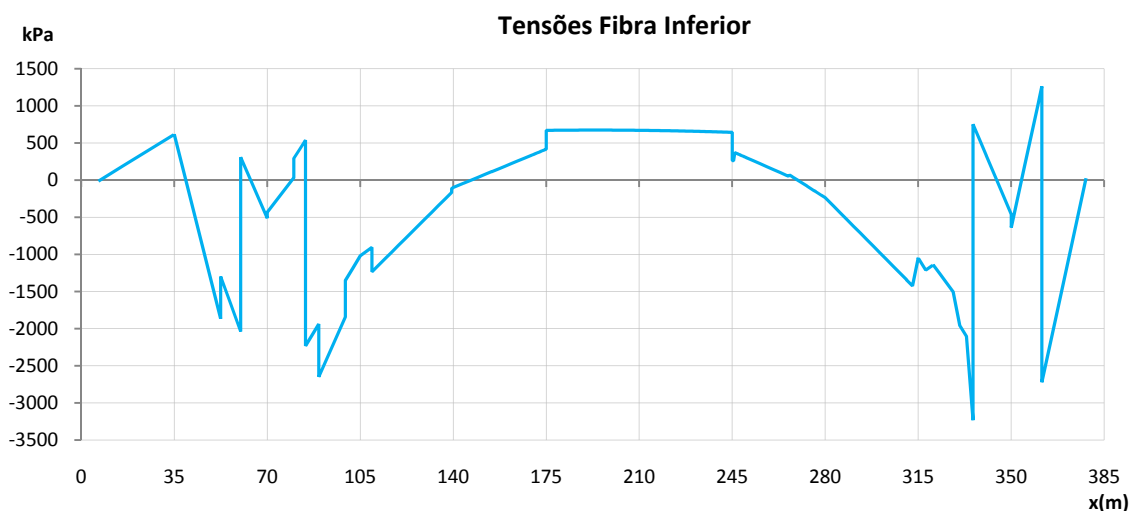


Figura 4.34 - Traçado das tensões da fibra inferior devido à colocação de P.E.superior.

Através da análise deste gráfico de tensões podemos dizer que os efeitos hiperstáticos desta intervenção têm muito menos efeito na zona em estudo do que os estudados anteriormente. Os exemplos anteriores apresentam uma redução de hiperstático em cerca de 3 Mpa cada um, enquanto esta intervenção apenas apresenta uma redução das tensões de compressão em cerca de 750 kPa o que é um valor reduzido. O facto do valor ser reduzido é explicável através da análise do gráfico dos coeficientes de influência, Figura 4.19. porque apresenta menores valores de coeficientes de influência.

4.7. RESULTADOS GLOBAIS DAS INTERVENÇÕES

Convém poder avaliar qual o resultado final de todo este trabalho, uma vez que o pretendido era reduzir as tensões de compressão na fibra inferior na zona de transição.

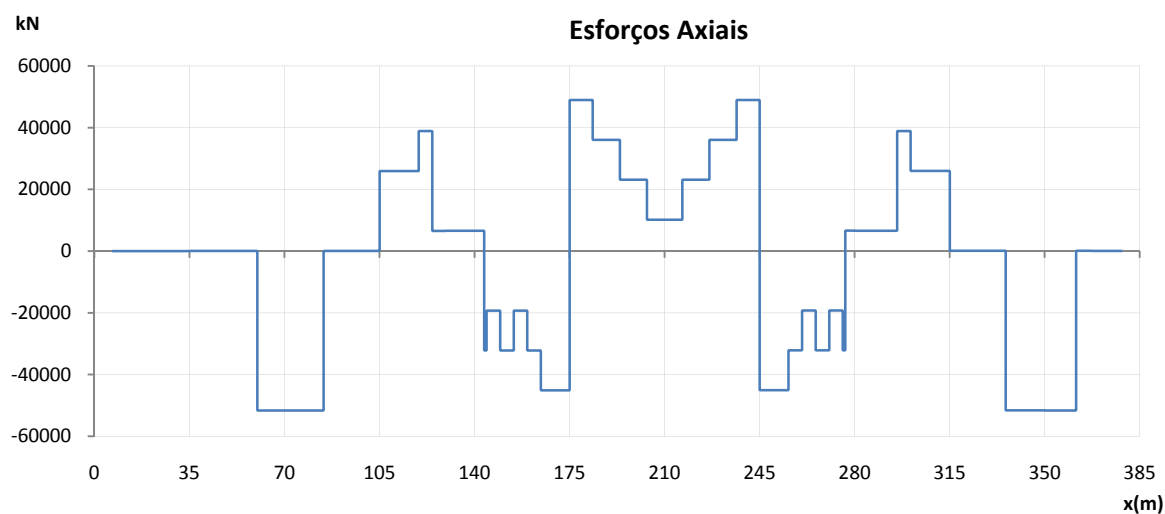


Figura 4.35 – Diagrama de esforços axiais (somatório dos efeitos).

Analisando o somatório de esforços axiais, destaca-se as tracções na zona central do tabuleiro aspecto importante para aliviar as tensões de compressão instaladas após a união da ponte. Regista-se uma redução no esforço axial de compressão registado em 50000kN o que é positivo para o objectivo ver fórmula (2.1).

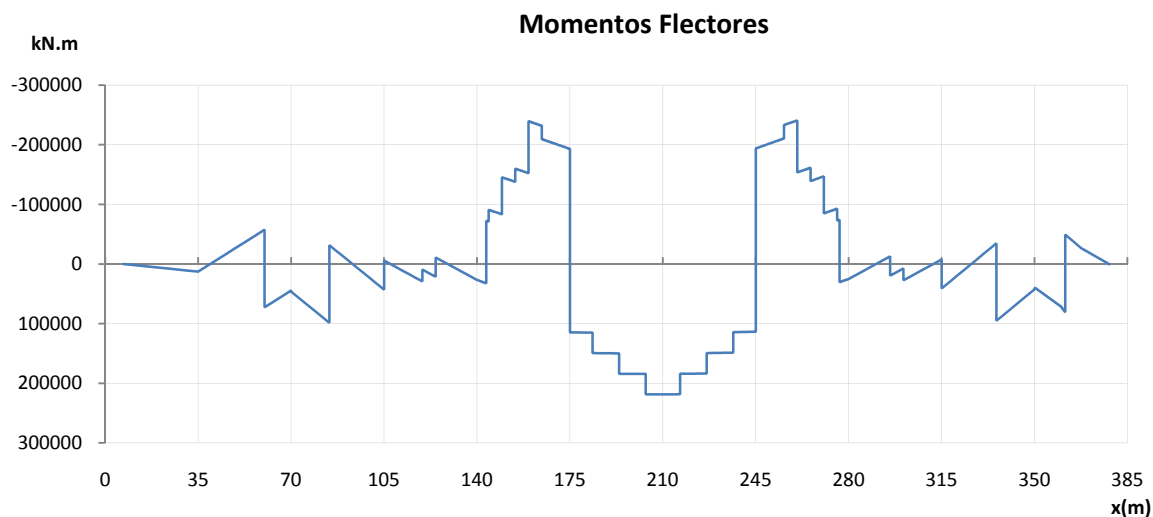


Figura 4.36 - Diagrama de Momentos Flectores (somatório de efeitos).

O pretendido na zona de transição arco tabuleiro era a redução dos momentos negativos instalados com o fecho da estrutura. De acordo com a Figura 4.36 conclui-se que o objectivo foi cumprido,

porque se conseguiu a redução dos momentos negativos na zona em estudo em 12000kN.m e na zona central da união por volta dos 23000kN.m.

Há referência para diminuir os momentos negativos no nó de conexão, contudo ainda não se determinou qual a variação de tensão registada o que acaba por ser pretendido. Sabe-se o resultado de redução de momentos negativos mas em que grandeza é que se reduz as tensões de compressão na fibra mais delicada da estrutura?

4.8. ANÁLISE DAS TENSÕES GERADAS

O grau de importância das intervenções vai ser avaliado, porque se vai calcular qual a variação de tensão na fibra inferior. Para o cálculo das tensões consideraram-se apenas os resultados obtidos anteriormente.

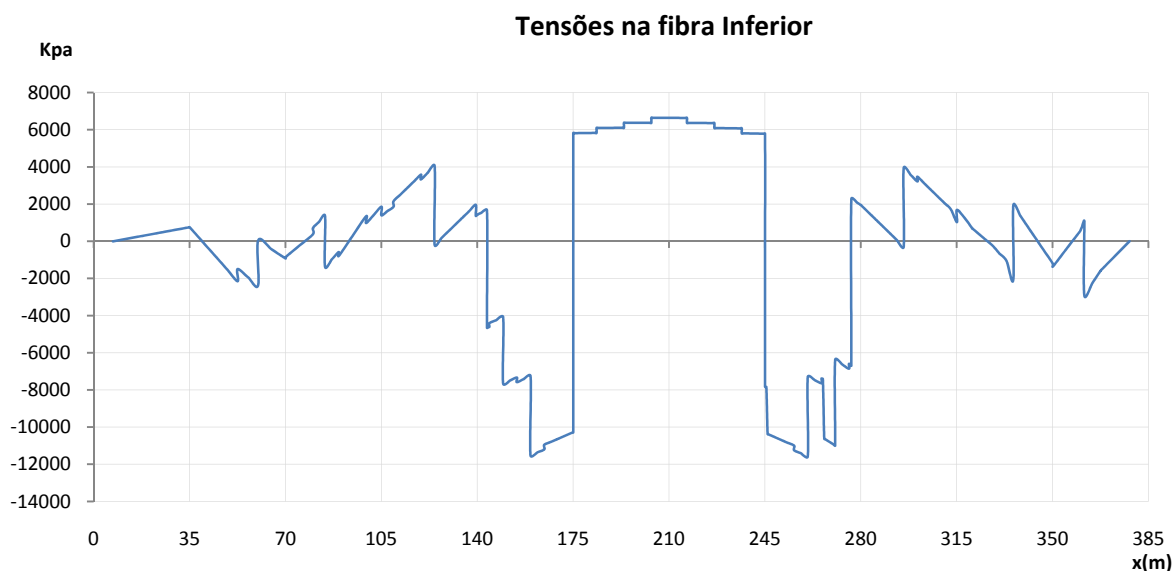


Figura 4.37 – Diagrama de distribuição de tensões na fibra inferior em todo o tabuleiro

Pelo gráfico é possível concluir que o método dos coeficientes de influência permitiu localizar zonas possíveis de intervenção que nos ajudou a controlar tensões na secção problemática, esse controlo é bastante razoável uma vez apresentar redução de tensão na ordem dos 6 Mpa.

Verifica-se também, que na zona imediatamente antes da união, ocorre um aumento de compressões na fibra inferior o que também ajuda no bom desempenho estrutural uma vez que combate as tracções existentes nesta secção.

5

CONCLUSÕES

Ao estudar os três casos práticos presentes no capítulo 3, conclui-se que, efectivamente, o método dos coeficientes de influência é de muito fácil aplicação e apresenta resultados bastante satisfatórios no estudo dos efeitos hiperstáticos do pré-esforço, foi possível verificar que com a alteração dos pontos de inflexão do traçado se obteve uma variação razoável dos efeitos hiperstáticos, a alteração destes efeitos provoca também uma variação das tensões instaladas em determinada secção, permitindo assim ajustar o traçado do cabo de acordo com os objectivos pretendidos.

A comparação entre todos os casos analisados é errónea, porque são estruturas com inércias e vão diferentes. Contudo a análise efectuada consiste também no estudo da sensibilidade que cada estrutura apresenta à alteração efectuada no traçado do cabo. Conclui-se, de acordo com os resultados, que a estrutura mais sensível à alteração do ponto de inflexão é a passagem pedonal em U. Segue-se a viga caixão e por último o viaduto em duplo T.

Os estudos efectuados permitem também obter algumas conclusões acerca da importância da variação da posição do centro de gravidade da secção.

A compreensão deste método e dos efeitos hiperstáticos resulta num melhor aproveitamento estrutural, uma vez que se compreende todo o funcionamento da estrutura.

No capítulo 4, importa referir a eficácia do método utilizado, uma vez que através deste foi possível a localização da solução num curto espaço de tempo. As decisões tomadas numa fase de estudo do projecto têm que ser rápidas e baseadas em fundamentos teóricos sólidos. Assim, ao localizar-se a zona de intervenção e ao executar um modelo em elementos finitos, rapidamente se avaliou as vantagens e consequências.

Neste capítulo propôs-se o estudo de um caso prático que se deparava com um problema de elevadas tensões de compressão através da análise do gráfico de distribuição de tensões na fibra inferior, Figura 4.37, conclui-se que os efeitos vêm de encontro ao procurado, com estas intervenções garantiu-se o respeito das tensões admissíveis.

O EC2 limita em serviço, as tensões no betão para combinações características em $0,6x_{f_{ck}}$, como a classe de betão utilizada no tramo central da ponte foi um C60/75 as tensões estavam limitadas a 36 MPa.

Tabela 5.1 – Variação de tensão na secção em análise

Tensão limite em serviço (EC2)	Variação de Tensão Obtida	% de variação
$0,6 \times 60 = 36 \text{ MPa}$	$5,920 \text{ MPa}$	$\frac{5,920 \text{ MPa}}{36 \text{ MPa}} = 16,44\%$

A variação registada é de 5,92 Mpa. Para obter um valor que nos permita avaliar a variação de tensões ocorrida, comparar-se-á este valor com o valor permitido em serviço pelo EC2. O valor determinado corresponde a 16,44% da tensão máxima permitida. As intervenções efectuadas na ponte apresentam resultados satisfatórios e com variação considerável.

No presente caso foi importante a escolha do método dos coeficientes de influência, porque permitiu observar os efeitos hiperstáticos do pré-esforço e resolver problemas de tensões instaladas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1.] Lin, T.Y. – “*Design of prestressed concrete structures*” , 2º Edition, John Wiley & Sons, Inc NewYork
- [2.] Fonseca, A. A. et al, “*Ponte Infante D. Henrique, dimensionamento estrutural*”, Encontro Nacional de Betão Estrutural 2000, Porto.
- [3.] Guimarães, M.M.; Teixeira, A.B.; Freitas, J.M. e Coelho, A.G.,(1994) “*Aplicação do método das linhas de influência à determinação dos efeitos da acção do pré-esforço em estruturas hiperstáticas*”, Encontro Nacional de Betão estrutural 1994, Porto.
- [4.] Ghali, A., “*Structural Analysis*”, Chaman and hall London, 1978.
- [5.] Naaman, Antoine E.-“*Prestressed Concrete Analysis and design*”,McGraw-Hill, New York,1982.
- [6.] Ramaswamy, G.S. – “*Modern Prestressed Concrete Design*”, A. Pitman Internacional, London, 1978.
- [7.] Hanai J.B. - “*Fundamentos do Concreto Protendido*”, Universidade de S.Paulo, Escola de engenharia de S.Carlos, 2005.
- [8.] Figueiras, J.A. - “*Dimensionamento de Estruturas de Betão Pré-esforçado*”, universidade do porto Faculdade de engenharia, 1993.
- [9.] Coutinho, J.S. - “*Apontamentos da disciplina de Resistência dos materiais 1*”, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, 2002.
- [10.] Marchão, C. & Appleton, J. – “*Betão Armado e Pré-Esforçado II , Módulo I - Pré-esforço*”, Instituto Superior Técnico, 2005.
- [11.] Perlingeiro, M. S. P. L. – “*Modelo para Análise de Estruturas de Pontes Segmentada de Concreto com Protensão Externa*” (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Civil, 2006), Rio de Janeiro 2006.
- [12.] Eurocode 2 – “*Design of Concrete Structures – Part I*”, prEN 1992-1 (Final Draft) ; 2001
- [13.] Ferraz, M.C. – “*Um modelo de análise para estudo de pontes como estruturas evolutivas*”, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, 2001
- [14.] Pfeil, W. – “*Concreto Protendido*” – Volumes 1, 2 e 3, Livros técnicos e científicos editora S.A. 1984
- [15.] Collins, P.C. & Mitchell, D. - “*Prestressed Concrete Basics*”, 1987.
- [16.] Benaim, R. – “*The design or prestressed concrete bridges – Concepts and principles*”, Taylor and Francis, 2008.
- [17.] Chaussin, R., Fuentes, A., Lacroix, R., Perchant, J. – “*La precontrainte*” , Press de l’école nationale des pont et chaussés, 1992.
- [18.] Leonhardt F.; “*Construções de Concreto, vol 5 – Concreto Protendido*”, Ed. Interciência, Lda.; Rio de Janeiro, 1983
- [19.] Navy,E.G. – “*Prestressed concrete – A fundamental aproach*”, Ed. Prentice Hall, 1989.

- [20.] Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado (*REBAP*) (Decreto-Lei n° 349-C/83, de 30 de Julho). Especificação LNEC E 449-2008
- [21.] Barros, R.M.M.C. – “*Determinação analítica de linhas de influência de estruturas hiperstáticas pelo método das forças*”, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, 2004
- [22.] Ftool – Two Dimensional Frame Analysis Tool, Versão Educacional 2.12, Luiz Fernando Martha.

ANEXOS

Anexo A 1:
de uma estrutura simples.

Exemplo do cálculo de uma linha de influência

Anexo A 2:
linha de influência e suas derivadas

Justificação da linearidade dos traçados da

Anexo A 3:
influência com o método das cargas equivalentes

Comparação do método dos coeficientes de

Exemplo do cálculo de uma linha de influência de uma estrutura simples **A1**

Considere-se a viga contínua e simétrica de 2 vãos iguais e apoio simples central, representada na Figura A1.1. Através da aplicação do Princípio de Muller-Breslau e do Teorema de Betti, pode-se determinar a linha de influência da reacção central em B ($V_B(x)$), quando a carga unitária percorre a viga hiperstática. Na mesma Figura A1.1, também se apresenta a formulação da resolução da estrutura hiperstática, através da equivalência estrutural estática inicial e da identidade subsequente da aplicação da teoria elasticidade perfeita. Também estão representados os deslocamentos generalizados e as flexibilidades, com os quais se formalizam as equações de compatibilidade dos deslocamentos da estrutura.

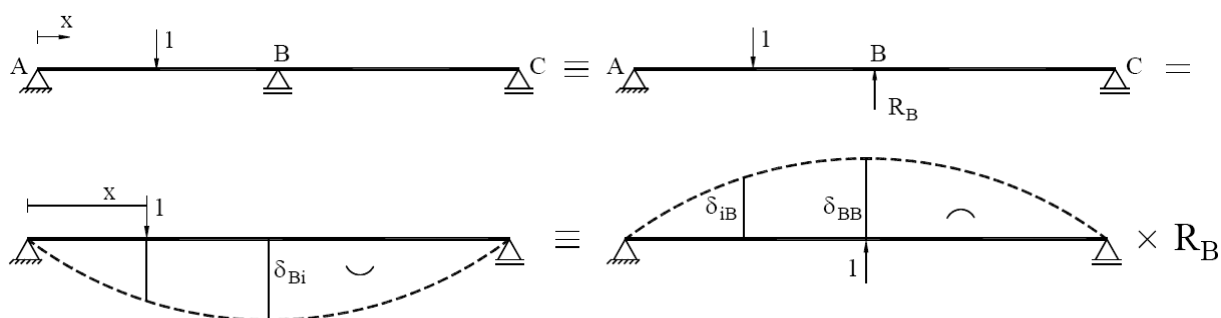


Figura A1. 1– Resolução da estrutura por equivalência estrutural em regime elástico.

Pela compatibilidade em B, resulta:

$$\delta_{Bi} + \delta_{BB}R_B = \delta_B \equiv 0 \rightarrow R_B(x) = \frac{-\delta_{Bi}}{\delta_{BB}} = \frac{-\delta_{iB}}{\delta_{BB}} = -\delta_{iB} \quad (\text{Quando } \delta_{BB} = 1)$$

Como calcular o δ_{iB} , no caso presente de uma viga contínua e simétrica?

De seguida apresentar-se-á uma explicação do cálculo do deslocamento indicado.

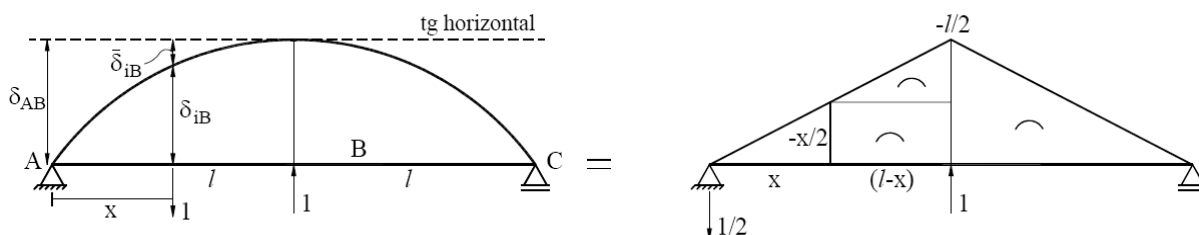


Figura A1. 2– Apresentação da deformada livre com a carga unitária em B

Recorrendo ao 2º teorema de Mohr, δ_{AB} é o deslocamento vertical de A (Figura A1.3), relativamente à tangente horizontal em B, e portanto igual ao momento estático da área do diagrama de momentos a dividir por EI entre as secções A e B relativamente à secção A cujo deslocamento se pretende determinar. De igual modo, δ_{iB} é o deslocamento vertical da secção i de aplicação da carga unitária genérica relativamente à tangente horizontal em B, e portanto igual ao momento estático da área do diagrama de momentos a dividir por EI entre as secções i e B relativamente à secção i cujo deslocamento se pretende determinar. Daqui vêm as seguintes expressões:

$$EI\delta_{iB} = \left[-\frac{1}{2}l \left(-\frac{l}{2} \right) \frac{2l}{3} \right] - \left\{ (1-x) \left(-\frac{x}{2} \right) \frac{l-x}{2} + \frac{1}{2}(l-x) \left(-\frac{l}{2} + \frac{x}{2} \right) \times \frac{2}{3}(l-x) \right\}$$

Assim:

$$\delta_{iB} = \frac{-3l^2x + x^3}{12EI} (+\uparrow)$$

Pela compatibilidade em B, e atendendo a que δ_{BB} é um caso particular de δ_{iB} quando a carga unitária se encontra em B, então resulta:

$$\delta_{BB} = -\delta_{iB}(x=l) = \frac{+l^3}{6EI}$$

$$R_B(x)|_{\forall x \in [0,l]} = \frac{-\delta_{iB}}{\delta_{BB}} = \frac{3l^2x - x^3}{2l^3}$$

Por simetria da estrutura relativamente à secção média, a linha de influencia de V_B para o segundo vão é simétrica e correspondente à do primeiro vão.

Colocando agora a carga unitária quer no primeiro vão quer no segundo, por anulamento dos momentos em C determinam-se as duas expressões da linha de influencia da reacção vertical no apoio da esquerda, $V_a(x)$. De igual modo, a linha de influência de V_c será simétrica da anterior relativamente à acção média.

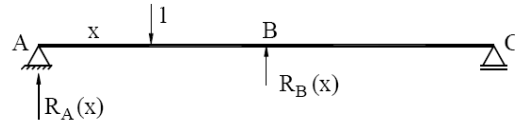


Figura A1. 4— Apresentação da viga com a carga unitária aplicada em x

$$R_A(x) \times 2l - 1 \cdot (2l - x) + R_B(x) \cdot l = 0$$

$$R_A(x) = \frac{4 \cdot l^3 - 5 \cdot l^2x + x^3}{4 \cdot l^3} \quad \text{Quando } x \in [0, l]$$

Agora a determinação da linha de influência do esforço transversal na secção imediatamente à esquerda de B, isto é $T_B(x)$, é já possível através de:

$$T_B(x) = \begin{cases} R_A(x) & \text{Quando } l \leq x \leq 2l \\ -R_C(x) - R_B(x) = R_A(x) - 1 & \text{Quando } 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

Note-se que $V_A(x) + V_B(x) + V_C(x) = 1$

De igual modo é já possível determinar a linha de influência de momentos negativos em B para a carga unitária no primeiro vão, que também será simétrica da correspondente no segundo vão:

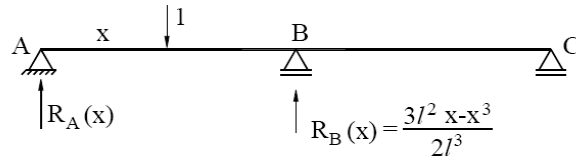


Figura A1. 5– Determinação da Reacção em B

Assim, $m_c = 0 \rightarrow R_A(x)$, donde $M_B(x) = R_A(x) \cdot l - 1(l - x) = \frac{-x(l^2 - x^2)}{4 \cdot l^4}$

A linha de influência dos momentos flectores em B será esquematicamente:

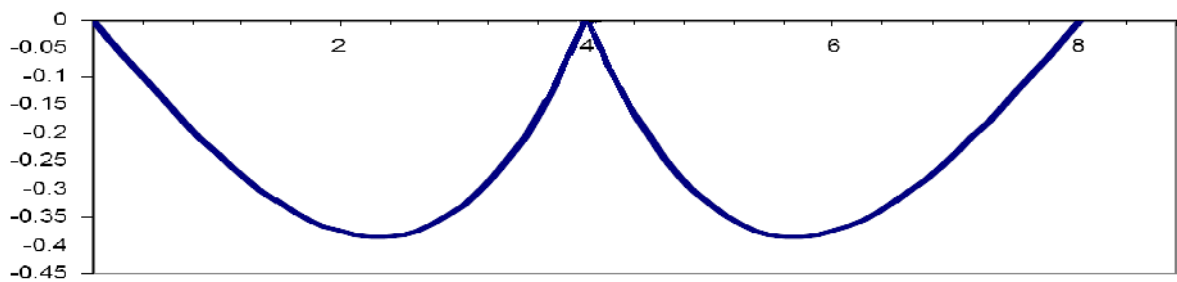


Figura A1. 6 – Traçado da linha de influência dos momentos em B.

Nas zonas em que a função η'' é linear, η' pode ser uma equação do segundo grau e por consequência η será uma equação do terceiro grau. Dito isto, pode utilizar-se a regra de Simpson para a determinação aproximada das áreas dos diagramas, uma vez que apenas se pode utilizar este método para polinómios cúbicos.

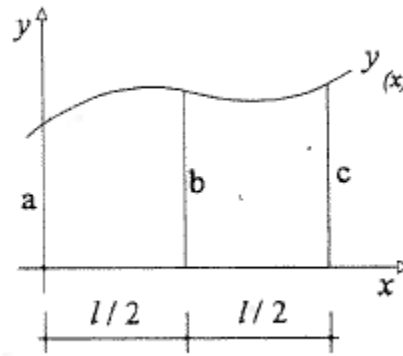


Figura A2. 1 - Regra de Simpson

$$\Omega = \frac{l}{6}(a + 4b + c)$$

se $a = c = 0$

$$\Omega = \frac{2}{3}b.l$$

A conclusão atrás referida é importante na medida em que permite calcular a área do diagrama, $\Omega_{(\eta)}$, pois as restantes áreas podem obter-se por simples diferença de ordenadas das suas primitivas, tal como se pode ver no conjunto de imagens presentes na Figura A2. 2:

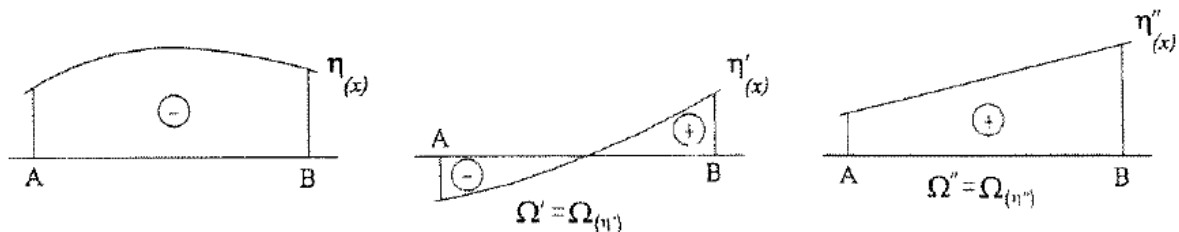


Figura A2. 3 – Cálculo das áreas das linhas de influência

Nas seguintes expressões encontram-se apresentados os integrais que representam o cálculo das linhas de influência.

$$\Omega' = \int_A^B \eta' dx = \eta_B - \eta_A$$

$$\Omega'' = \int_A^B \eta'' dx = \eta'_B - \eta'_A$$

Em seguida executar-se-á o cálculo do mesmo exemplo, através de dois métodos distintos. Por um lado o cálculo apoia-se no método das cargas equivalentes e nas linhas de influência η e η' ; por outro lado o método remete a toda a explicação atrás efectuada o cálculo recorrendo ao traçado do cabo e às linhas de influência η'' .

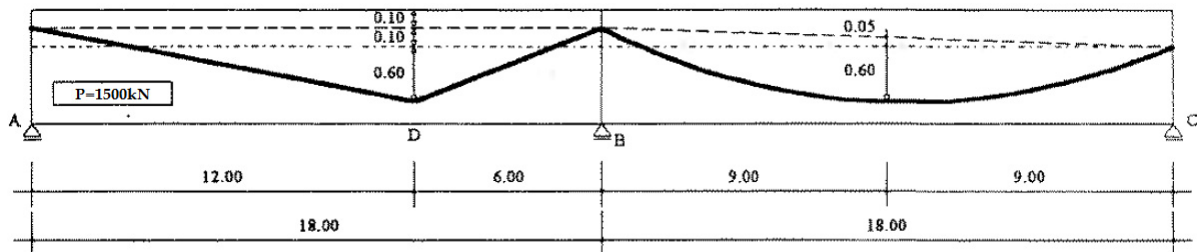


Figura A3. 1 – Alçado da viga e do Cabo de Pré-esforço

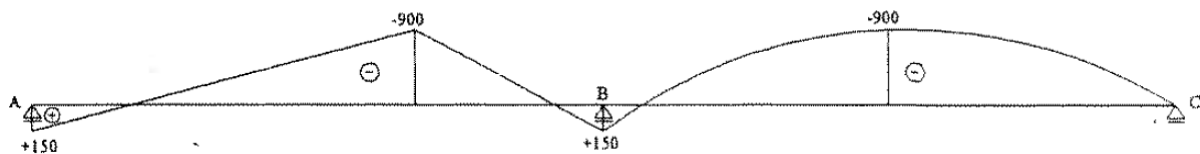


Figura A3. 2 – Diagrama de momentos isostáticos (P.e)

Método das cargas equivalentes e a linha de influência e sua primeira derivada.

Começando pelo tramo AB, podemos já determinar as cargas equivalentes do pré-esforço a actuar na viga.

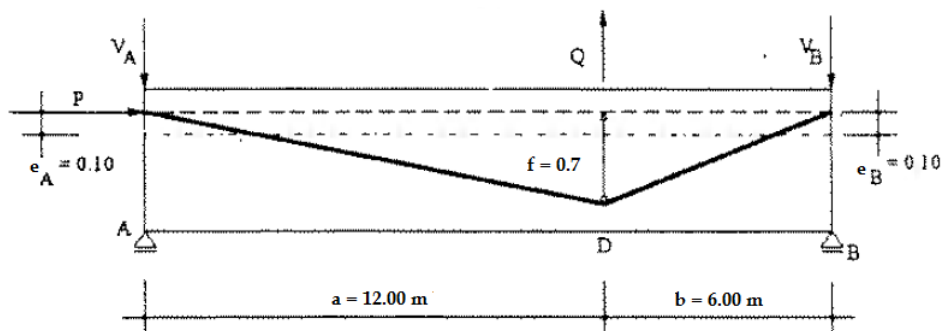


Figura A3. 3 - Cargas equivalentes do pré-esforço no tramo AB

Tratando-se de uma viga isostática, o cálculo das cargas equivalentes é directo pela teoria estática.

$$V_A = \frac{P \cdot f}{a} + \frac{P \cdot (e_A - e_B)}{l} = 87.5kN$$

$$V_B = \frac{P \cdot f}{b} + \frac{P \cdot (e_A - e_B)}{l} = 175.0kN$$

$$Q = P \cdot \frac{f \cdot l}{a \cdot b} = 262.5kN = V_A + V_B$$

Em seguida determinar-se-á as cargas equivalentes, presentes no segundo tramo do exemplo tramo BC.

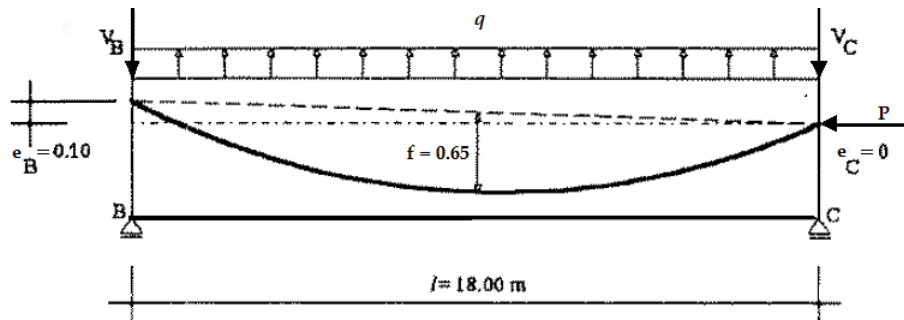


Figura A3. 4 – Cargas equivalentes do pré-esforço no tramo BC

Do mesmo modo que se efectuou para o primeiro tramo, no segundo tramo calculam-se as cargas equivalentes do cabo parabólico.

$$q = \frac{8Pf}{l^2} = 24.074 \text{ kN/m}$$

$$V_B = \frac{q \cdot l}{2} + \frac{P \cdot (e_B - e_C)}{l} = 225.0 \text{ kN}$$

$$V_C = \frac{q \cdot l}{2} - \frac{P \cdot (e_B - e_C)}{l} = 208.333 \text{ kN}$$

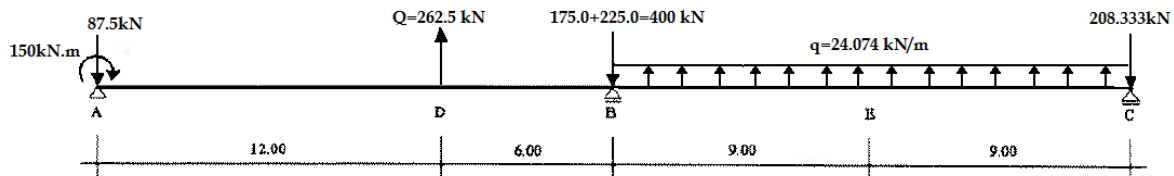


Figura A3. 5 – Representação de todas as cargas equivalentes a actuar na estrutura.

Conhecidas as linhas de influência η e η' relativas ao momento flector em B, o valor do momento total de pré-esforço nessa secção determina-se sem qualquer dificuldade:

$$M_B^t = -150 \times 0.25 + 262.5 \times 1.66667 + 24.074 \times 20.25 = +887.5 \text{ kN.m}$$

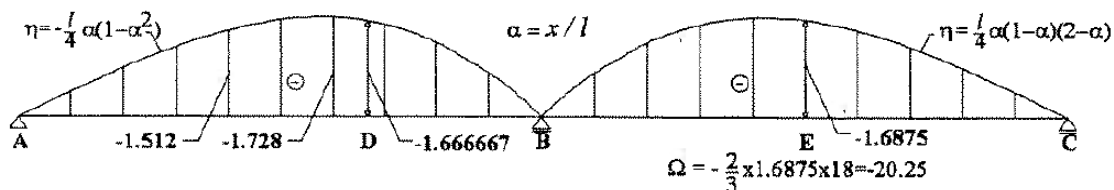


Figura A3. 6 - Linha de influência η

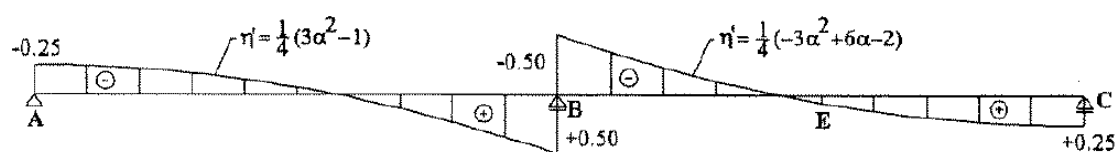


Figura A3.7 – Derivada da linha de influência η'

Nas figura acima, encontram-se traçadas, a linha de influência e a sua derivada, correspondente a Momento flector em B. Com o intuito de determinar os momentos flectores nas restantes secções pode seguir o seguinte modo:

$$M_B^t = +887.5 = M_{iso} + X_1 = 150 + X_1 \rightarrow X_1 = 737.5 \text{ kN.m} = M_{hip B}$$

Agora basta traçar o diagrama de momentos hiperstáticos, a partir do conhecimento já adquirido dos momentos totais nos apoios, posteriormente, sobrepor a este os diagramas de momentos referentes a análise separada dos tramos AB e tramo BC. Assim a sua soma corresponde ao traçado do diagrama de momentos totais tal como se apresenta esquematicamente na Figura 2.34.

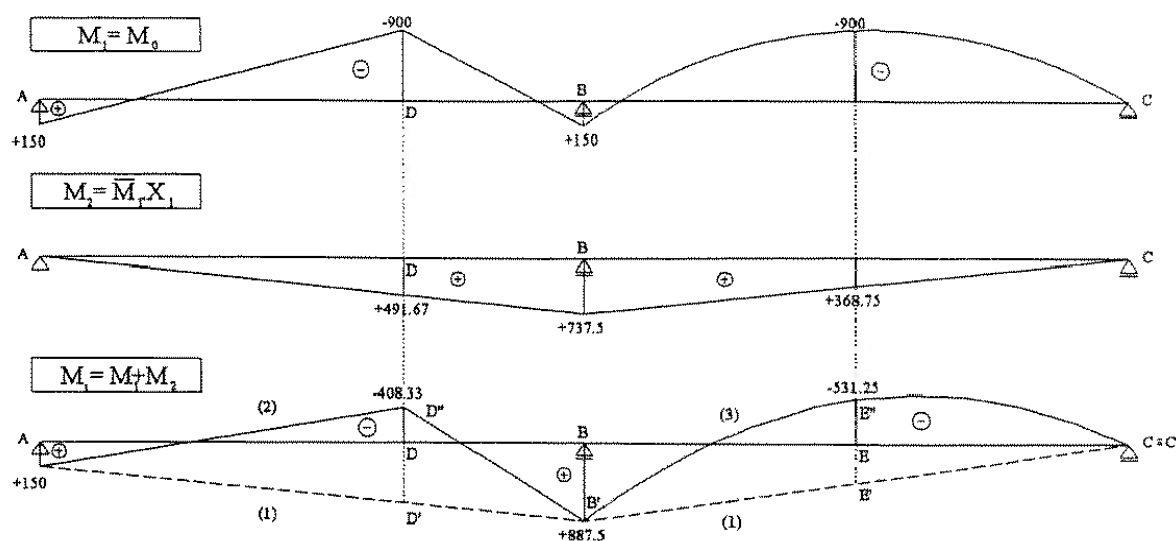


Figura A3. 8 – Apresentação da do cálculo dos momentos totais devidos ao pré-esforço.

Cálculo efeitos do pré-esforço recorrendo à linha de influência η'' e ao traçado do cabo

O caso em análise é o mesmo que foi utilizado pelo método das cargas equivalentes, uma vez que o objectivo é comparar ambos os métodos. Em seguida apresenta-se uma transformação linear do cabo, de forma a anular a excentricidade existente em B, convém salientar que esta transformação não altera de qualquer forma os momentos totais produzidos pelo pré-esforço (Figura A3. 9).

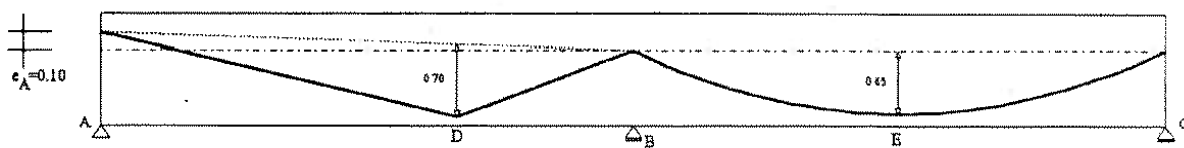


Figura A3. 10 - Transformação linear do cabo de pré-esforço, em B.

Em seguida aplica-se o princípio da sobreposição dos efeitos para obter o tramo AB, equivalentes em ambas as vigas.

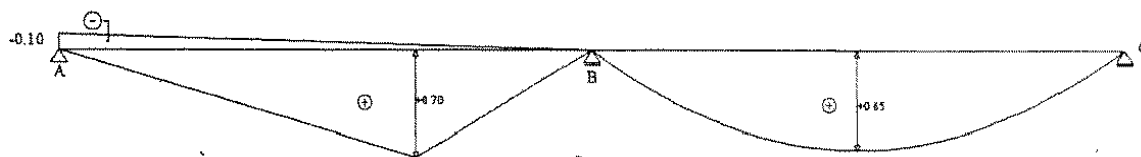


Figura A3. 11 – Reajuste do cabo no tramo AB de forma a compatibilizar o traçado.

Em seguida basta traçar a segunda derivada da linha de influência, η'' , ao longo da viga em análise que sabe-se que tem que ser homotética ao diagrama de momentos devido ao par de momentos aplicados a estrutura para provocar a rotação de 1 rad na secção central da viga. Convém referir que a aplicação destas técnicas de modificação do cabo, só fazem sentido nesta fase, uma vez que o seu objectivo é simplificar a abordagem do problema. Convém também salientar que esta alteração não vai provocar qualquer alteração ao nível dos momentos totais uma vez que apenas interfere na análise dos momentos hiperstáticos da estrutura.

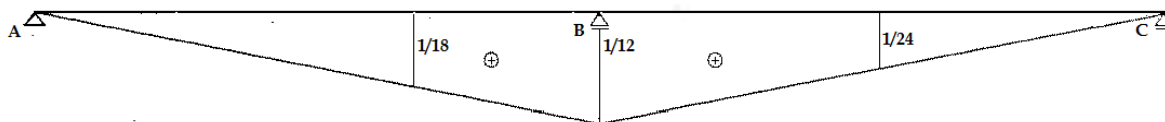


Figura A3. 12 – Linha de influência η''

Recorrendo à Figura A3. 13 e Figura A3. 10 pode-se calcular o Momento total de pré-esforço em B.

$$\begin{aligned}
 M_B^t &= \int_a^c P \cdot e \cdot \eta'' dx = P \cdot \int_A^C e \cdot \eta'' dx = \\
 &= 1500 \times \left[\frac{1}{3} \times 0,7 \times \frac{1}{18} \times 12 + \frac{6}{6} \times \left(2 \times 0,7 \times \frac{1}{18} + 0,7 \times \frac{1}{12} \right) + \frac{2}{3} \times 0,5 \times 18 \times \frac{1}{24} - \frac{18}{6} \times 0,1 \times \frac{1}{12} \right] = \\
 &= 887,5 \text{ kN.m}
 \end{aligned}$$