

Cálculo simplificado do coeficiente de atrito e do número de Nusselt em escoamentos laminares de fluidos não-Newtonianos em condutas circulares

Diogo Fernando Alves da Cruz

Relatório de Projecto Final – MIEM

Orientadores:

Prof. Paulo José da Silva Martins Coelho

Prof. Manuel António Moreira Alves



Universidade do Porto

Faculdade de Engenharia

FEUP

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Julho 2010

Resumo

Foi apresentada e testada uma metodologia destinada a simplificar o cálculo do coeficiente de atrito e do número de Nusselt em escoamentos laminares de fluidos não-Newtonianos no interior de condutas circulares com fluxo de calor constante.

O teste desta metodologia foi realizado para fluidos descritos pelos modelos de Bingham, Casson, Phan-Thien e Tanner simplificado (sPTT) e consistiu na comparação dos resultados obtidos pelo método simplificado com os resultados da solução analítica para diversos números de Reynolds situados no intervalo $[0,1;6000]$. Os testes para além de serem realizados para diversos números de Reynolds, também foram efectuados para diversos diâmetros das condutas onde se verificava o escoamento, de forma a ser possível estudar um fluido ao longo de toda a sua curva de viscosidade. Também foram realizados testes em dois fluidos que não apresentam soluções analíticas definidas na literatura, como são os casos dos fluidos Herschel-Bulkley que não possui solução analítica para a transferência de calor e Carreau-Yasuda que não possui soluções analíticas para o número de Nusselt (Nu) e perda de carga. Para estes dois fluidos foi pois necessário recorrer a métodos de integração numérica para obter os valores dos números de Nusselt e coeficientes de atrito que foram utilizados como referência.

Pelos resultados obtidos verificou-se que os erros de cálculo de Nu e de f eram maiores para os fluidos que possuíam tensão de cedência, pois a existência desta propriedade fazia com que se verificassem maiores diferenças entre os perfis de velocidade do respectivo fluido estudado e do perfil de velocidades do fluido lei de potência em que se baseia a metodologia simplificada apresentada. Outra característica que se revelou influente nas diferenças de perfis de velocidade e consequentemente no erro foi a variação da inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade do fluido analisado, pois para uma curva com uma grande variação do n_{local} os erros do método simplificado eram maiores. Os erros obtidos nunca foram superiores a 5,74%.

Foi encontrada uma limitação para a aplicação do método simplificado aquando da sua utilização em fluidos do tipo Herschel-Bulkley quando estes apresentavam valores de n superiores a 1,1 e taxas de deformação na parede menores que $\sqrt[n]{\frac{\tau_0}{(n-1)K}}$. Para estes casos o método apresenta erros que podem ser, em algumas situações, superiores a 5,74%.

Simplified calculation of friction coefficient and Nusselt number of laminar flow of non-Newtonian fluids in circular ducts

Abstract

A simplified methodology is presented and tested for the calculation of the friction factor and Nusselt number in laminar flow of non-Newtonian fluids inside circular ducts with constant heat flux.

The methodology was tested for fluids described by the Bingham, Casson and simplified Phan-Thien-Tanner (sPTT) models, and consisted in comparing the results obtained by the simplified method with the results of the analytical solution for various Reynolds numbers in the interval [0.1, 6000]. The tests were also made for various diameters of pipes in order to investigate a fluid along its entire viscosity curve. Tests were also made using two fluids that do not have analytical solutions, as in the case of Herschel-Bulkley fluid that has no analytical solution for heat transfer and Carreau-Yasuda which has no analytical solutions for Nusselt number (Nu) and head loss. For these two fluids it was therefore necessary to resort to numerical integration methods to obtain the values of Nusselt numbers and friction coefficients which were used as reference.

The results obtained showed that the calculation errors of Nu and f were higher for the fluids that had yield stress, since the existence of this property caused the occurrence of larger differences between the velocity profiles of the studied fluid and fluid velocity profile for the power law model, for which the methodology is presented. Another feature that has proved influential in the differences in velocity profiles and in the estimated error was the variation of the slope of the lines tangent to the viscosity curve of the fluid under analysis, since for a flow curve with a large variation in n_{local} the inaccuracy of the simplified method is higher. The resulting errors were below 5.74%.

A limitation to the application of the simplified method was found for fluids like those described by the Herschel-Bulkley model, when they presented values of n greater than 1.1 and shear rates lower than $n \sqrt{\frac{\tau_0}{(n-1)K}}$. For these cases, the approximate method leads to errors that may be, in some situations, higher than 5.74%.

Agradecimentos

Quero começar por agradecer ao Professor Paulo José da Silva Martins Coelho por todo o saber que me transmitiu, pela paciência e disponibilidade que demonstrou ao longo destes meses, o meu sincero muito obrigado. Quero agradecer também ao Professor Manuel António Moreira Alves pela ajuda nos processos de integração utilizados neste trabalho e também pela disponibilidade em ajudar-me sempre que necessário.

Agradeço à minha família em particular aos meus pais, à minha irmã e à minha avó Albertina Santos por todo o apoio e confiança que depositaram em mim.

Quero agradecer também a todos os meus amigos que directa ou indirectamente me ajudaram na realização deste trabalho e por toda a preocupação demonstrada.

Por fim quero agradecer à pessoa de todas as horas, que me tem acompanhado nos últimos anos. Por todo o apoio e por estar sempre presente o meu muito obrigado a ti Raquel.

Índice de Conteúdos

Resumo.....	iii
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Índices de figuras.....	xiii
Índices de tabelas.....	xix
Nomenclatura.....	xxi
1 Introdução.....	1
1.1 Justificação do interesse	1
1.2 Classificação de fluidos.....	1
1.2.1 Fluido Newtoniano	1
1.2.2 Fluidos puramente viscosos não-Newtonianos	2
1.3 Números adimensionais.....	2
1.3.1 Número de Reynolds.....	2
1.3.2 Número de Prandtl.....	3
1.3.3 Número de Péclet.....	3
1.3.4 Números de Reynolds e Prandtl genéricos para fluidos não-Newtonianos	3
1.3.5 Número de Brinkman	4
1.3.6 Número de Weissenberg.....	5
1.3.7 Número de Nusselt	5
1.3.8 Número de Bingham	6
1.4 Modelos Reológicos	6
1.4.1 Modelo lei de Potência	6
1.4.2 Modelo de Carreau-Yasuda.....	7
1.4.3 Modelo de Bingham	8
1.4.4 Modelo de Casson.....	8
1.4.5 Modelo sPTT.....	9
1.4.6 Modelo Herschel-Bulkley	11
1.4.7 Modelo de Cross	12
1.4.8 Modelo de Sisko	12
1.5 Solução analítica de transferência de calor e perfil de velocidades do modelo lei de potência.....	13
1.6 Metodologia	14
1.6.1 Tensão de corte na parede	14
1.6.2 Cálculo mais simplificado da viscosidade característica e f	15

1.6.3	Determinação do índice de potência local n_{local}	15
1.6.4	Determinação do índice de potência local n_{local} para o modelo sPTT	16
1.6.5	Número de Nusselt	16
2	Avaliação da metodologia proposta face a resultados analíticos	19
2.1	Introdução	19
2.2	Modelo sPTT	19
2.2.1	Solução analítica existente para a transferência de calor e para o perfil de velocidades ..	19
2.2.2	Resultados	21
2.3	Modelo de Bingham	34
2.3.1	Solução analítica existente para a transferência de calor e para o perfil de velocidades ..	34
2.3.2	Expressão para o cálculo do índice n_{local}	35
2.3.3	Resultados	35
2.4	Modelo de Casson	44
2.4.1	Solução analítica existente para a transferência de calor e para o perfil de velocidades ..	44
2.4.2	Expressão para o cálculo do índice n_{local}	45
2.4.3	Resultados	46
3	Análise da Metodologia proposta para o caso do fluido Herschel-Bulkley	57
3.1	Introdução	57
3.2	Perfil de velocidade e n_{local}	57
3.2.1	Solução analítica da literatura para o perfil de velocidades	57
3.2.2	Expressão para o cálculo do índice n_{local}	58
3.3	Equação da energia	58
3.4	Metodologia para integrar a equação da energia	60
3.5	Resultados	61
4	Análise da Metodologia proposta para fluidos descritos pelo modelo Carreau-Yasuda	81
4.1	Introdução	81
4.2	Expressão para o cálculo do índice n_{local}	81
4.3	Obtenção do perfil de velocidades	81
4.4	Análise dos erros no processo de integração	83
4.5	Resultados	83
5	Conclusões e perspectivas de trabalhos futuros	95
5.1	Conclusões	95
5.2	Perspectivas de trabalhos futuros	96
	Bibliografia	97

Índice de Conteúdos

Anexo A: Evolução dos resultados do número de Nusselt e dos perfis de velocidade em função da taxa de deformação	99
Anexo B: Resultados do teste do método de cálculo do número de Nusselt, secção 3.4, utilizando a solução analítica do fluido de Bingham como comparação.....	103

Índices de figuras

Figura 1.1 Variação da tensão de corte (a) e da viscosidade (b) em função da taxa de deformação para fluidos Newtonianos e não-Newtonianos independentes do tempo.....	2
Figura 1.2 Representação genérica do modelo de Lei de potência, (—) $n < 1$, (---) $n > 1$	7
Figura 1.3 Representação genérica do modelo de Carreau-Yasuda	7
Figura 1.4 Representação genérica do modelo de viscosidade de Bingham	8
Figura 1.5 Representação genérica do modelo de viscosidade de Casson.....	9
Figura 1.6 Representação genérica do modelo de viscosidade SPTT	10
Figura 1.7 Representação genérica do modelo de viscosidade de Herschel-Bulkley, (—) $n=1$, (---) $n > 1$, (— · —) $n < 1$	11
Figura 1.8 Representação genérica do modelo de viscosidade de Cross.....	12
Figura 1.9 Representação genérica do modelo de viscosidade de Sisko	12
Figura 1.10 Curva de viscosidade de lei de potência tangente à curva de um fluido genérico	14
Figura 2.1 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido sPTT (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado.....	21
Figura 2.2 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3)	26
Figura 2.3 Evolução do índice n_{local} ao longo da curva de viscosidade do fluido sPTT (A)	26
Figura 2.4 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido sPTT (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3)	27
Figura 2.5 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3)	28
Figura 2.6 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido sPTT (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado.....	29
Figura 2.7 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (B) em análise para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)	32
Figura 2.8 Evolução do índice n_{local} ao longo da curva de viscosidade do fluido sPTT (B).....	32
Figura 2.9 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido sPTT (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)	33
Figura 2.10 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (B) em análise para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)	33
Figura 2.11 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Bingham em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado.....	36
Figura 2.12 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Bingham em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—)	

Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3)	40
Figura 2.13 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Bingham em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3).	41
Figura 2.14 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Bingham em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3), (···) evolução do índice n_{local}	42
Figura 2.15 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Bingham em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3). Perfis de velocidade nos pontos A, B e C para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Bingham.....	43
Figura 2.16 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Casson (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado	46
Figura 2.17 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (A) em função do número de Reynolds em análise para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)	49
Figura 2.18 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Casson (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)	49
Figura 2.19 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2), (···) evolução do índice n_{local}	50
Figura 2.20 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Casson.	51
Figura 2.21 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Casson (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado	52
Figura 2.22 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Casson (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2).	55
Figura 2.23 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2).	55
Figura 2.24 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2), (···) Evolução do índice n_{local}	56
Figura 3.1 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado.....	61

Figura 3.2 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)	66
Figura 3.3 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)	66
Figura 3.4 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução numérica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3), (...) evolução do índice n_{local}	67
Figura 3.5 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (...) modelo lei de potência (—) modelo de Bingham.....	68
Figura 3.6 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado	69
Figura 3.7 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2).	71
Figura 3.8 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2).	72
Figura 3.9 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução numérica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2), (...) evolução do índice n_{local}	72
Figura 3.10 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley (B) e do Herschel-Bulkley (C) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado. (—) Herschel-Bulkley (C), (...) Herschel-Bulkley (B)	73
Figura 3.11 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)	76
Figura 3.12 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2).	77
Figura 3.13 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2), (...) evolução do índice n_{local}	77

Figura 3.14 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley em função das taxas de deformação para diferentes valores de n . (—) $n=2$, (···) $n=1,5$, (---) $n=1,3$, (— · —) $n=1,1$	78
Figura 3.15 Evolução do erro máximo de cálculo de Nu em função do factor n	79
Figura 4.1 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Carreau-Yasuda (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado.....	84
Figura 4.2 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2)	86
Figura 4.3 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2)	86
Figura 4.4 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2), (···) Evolução do índice n_{local}	87
Figura 4.5 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Carreau-Yasuda.....	88
Figura 4.6 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Carreau-Yasuda (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado.....	89
Figura 4.7 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3).	91
Figura 4.8 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3).	92
Figura 4.9 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3). (···) Evolução do índice n_{local}	92
Figura A.1 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Casson.	99
Figura A.2 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução	

analítica. (—) Método numérico, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A B e C para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Herschel-Bulkley.....	100
Figura A.3 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A, B e C para (···) modelo lei de potência e (—) modelo de Herschel-Bulkley.	101
Figura A.4 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3). Perfis de velocidade nos pontos A, B e C para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Carreau-Yasuda	102

Índices de tabelas

Tabela 2.1 Propriedades dos fluidos sPTT, A e B em estudo	21
Tabela 2.2 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,9$ metros) do fluido sPTT (A)	23
Tabela 2.3 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,05$ metros) do fluido sPTT (A)	24
Tabela 2.4 Resultados obtidos para o terceiro intervalo estudado ($D_3=0,0005$ metros) do fluido sPTT (A)	25
Tabela 2.5 Resultados da comparação dos valores obtidos para o número de Nusselt pelo método simplificado e por métodos numéricos para o caso de temperatura de parede constante do fluido sPTT (A)	28
Tabela 2.6 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,05$ metros) do fluido sPTT (B)	30
Tabela 2.7 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,001$ metros) do fluido sPTT (B)	31
Tabela 2.8 Resultados da comparação dos valores obtidos para o número de Nusselt pelo método simplificado e por métodos numéricos para o caso de temperatura de parede constante do fluido sPTT (B)	34
Tabela 2.9 Propriedades dos fluidos Bingham em estudo.....	35
Tabela 2.10 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=8$ metros) do fluido Bingham	37
Tabela 2.11 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,5$ metros) do fluido Bingham	38
Tabela 2.12 Resultados obtidos para o terceiro intervalo estudado ($D_3=0,01$ metros) do fluido Bingham	39
Tabela 2.13 Propriedades dos fluidos Casson, A e B em estudo.....	46
Tabela 2.14 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=2$ metros) do fluido Casson (A)	47
Tabela 2.15 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,01$ metros) do fluido Casson (A)	48
Tabela 2.16 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=9$ metros) do fluido Casson (B)	53
Tabela 2.17 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,001$ metros) do fluido Casson (B).....	54
Tabela 3.1 Propriedades dos fluidos Herschel-Bulkley, A, B e C em estudo.....	61
Tabela 3.2 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=7$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (A)	63
Tabela 3.3 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,03$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (A)	64
Tabela 3.4 Resultados obtidos para o terceiro intervalo estudado ($D_3=0,00015$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (A)	65
Tabela 3.5 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=7$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (B).....	70

Tabela 3.6 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,03$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (B).....	71
Tabela 3.7 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=7$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (C)	75
Tabela 3.8 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,03$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (C).....	76
Tabela 3.9 Resultados do erro máximo do cálculo de Nu em função do índice n e respectiva taxa de deformação.	79
Tabela 4.1 Valores do erro de cálculo de Nu em função do número de pontos utilizados	83
Tabela 4.2 Propriedades dos fluidos Carreau-Yasuda em estudo	83
Tabela 4.3 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,4$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (A)	85
Tabela 4.4 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,002$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)	85
Tabela 4.5 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,5$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)	90
Tabela 4.6 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_2=0,0025$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)	90
Tabela 4.7 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_3=0,00002$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)	91
Tabela B.1 Resultados do erro pela utilização do método numérico em detrimento da solução analítica de Bingham	103

Nomenclatura

A	Área [m^2]
A^*	Parâmetro adimensional, equação 2.23
a	Parâmetro adimensional do modelo de viscosidade Carreau-Yasuda, equação 1.22
a^*	Parâmetro adimensional que se relaciona com $\bar{U}_N/\bar{U}$, equação 2.9
$a_1, a_2 \text{ e } a_3$	Parâmetros adimensionais, equações 1.30, 1.31 e 1.32
B	Parâmetro adimensional que se relaciona com C , equação 2.12
b	Parâmetro adimensional, equação 2.14
C	Razão entre tensão de cedência e a tensão de corte na parede
c	Parâmetro adimensional, equação 2.15
c_p	Calor específico do fluido, [kJ/kg.K]
D	Diâmetro, [m]
E	Parâmetro adimensional que se relaciona com C , equação 2.12
F	Parâmetro adimensional, equação 2.27
f	Coefficiente de fricção de Darcy
f_F	Coefficiente de fricção de Fanning
K	Índice de consistência da lei de potência, [$\text{N/m}^2.\text{s}^n$]
k	Condutividade térmica, [W/(mK)]
n	Índice da lei de potência, equação 1.21; parâmetro do modelo de Carreau-Yasuda, equação 1.22; parâmetro do modelo Herschel-Bulkley, equação 1.36.
P	Perímetro, [m]
p	Pressão [N/m^2]
$\dot{q}$	Fluxo de calor constante, [W/m^2]
R	Raio da tubagem, [m]
r	Distância radial medida a partir do eixo, [m]
T	Temperatura, [K]
$\bar{U}$	Velocidade média do escoamento na conduta, [m/s]
$\bar{U}_N$	$= [-(dP/dx)R^2]/(8\eta_p)$ velocidade média para um escoamento de um fluido Newtoniano de viscosidade η_p , sob o mesmo gradiente de pressões, [m/s]
U^+	Variável adimensional definida na equação 2.16
u	Velocidade axial, [m/s]
v	Componente da velocidade radial, [m/s]
x	Distância axial ao longo da conduta, [m]
x	Variável adimensional definida na equação 1.34
y	Variável adimensional definida na equação 1.35
Y	Variável adimensional definida na equação 2.26

Símbolos gregos

α	Coeficiente de transferência de calor, [W/(m ² .K)]
α_t	Difusividade térmica, [m ² /s]
ρ	Massa volúmica, [kg/m ³]
μ	Viscosidade de corte, [kg/(m.s)]
ν	Viscosidade cinemática, [m ² /s]
τ_0	Tensão de cedência, [N/m ²]
τ	Tensão de corte, [N/m ²]
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação, [s ⁻¹]
μ_0	Viscosidade do primeiro patamar newtoniano, [kg/(m.s)]
μ_∞	Designa a viscosidade do segundo patamar Newtoniano, [kg/(m.s)]
λ	Constante de tempo [s]
ξ	Parâmetro que representa o deslizamento entre a rede molecular e o meio contínuo
τ_{xx}	Tensão normal segundo eixo dos x [N/m ²]
η	Constante de viscosidade [kg/(m.s)]
δ^*	Variável adimensional definida na equação 2.28

Grupos adimensionais

Re	Número de Reynolds, $Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu}$
Br	Número de Brinkman, $Br = \frac{\mu \bar{U}^2}{k(T_w - T_0)}$; $Br = \frac{\mu \bar{U}^2}{\dot{q}_w D}$
Pe	Número de Péclet, $Pe = \frac{\rho \bar{U} D c_p}{k} = \frac{\bar{U} D}{\alpha_t}$
Pr	Número de Prandtl, $Pr = \frac{\mu c_p}{k}$
Nu	Número de Nusselt, $Nu = \frac{k D}{\alpha_t}$
Wi	Número de Weissenberg, $Wi = \frac{\lambda \bar{U}}{R}$
Bn	Número de Bingham, $Bn = \frac{D \tau_0}{\bar{U} \mu_\infty}$

Índices inferiores

a	Viscosidade calculada a partir de $\mu = K \left(\frac{3n+1}{4n} \frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1}$, equação 1.10
s	Viscosidade calculada a partir de $\mu = \mu_{solvente}$, equação 1.11
∞	Região longínqua
0	Região de entrada
local	Índice de potencia calculado para o ponto $8\bar{U}/D$
e	Eixo
w	Relativo à parede da conduta

Índices superiores

—	Valor médio
*	Quantidade adimensionalizada
'	Viscosidade calculada a partir de $\mu = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1}$, equação 1.5
+	Viscosidade calculada a partir de $\mu = K \left(\frac{\bar{U}}{D} \right)^{n-1}$, equação 1.8

1 Introdução

Neste capítulo será apresentada a informação que se considera relevante para a compreensão das restantes secções do trabalho apresentado. Para tal será feita uma apresentação das várias variáveis invocadas ao longo do mesmo, dos números adimensionais utilizados e a sua relevância. Será também feita a justificação do interesse da realização deste trabalho, mencionados os fluidos que se estudaram, com a apresentação do seu modelo reológico, e por fim é apresentada a metodologia proposta.

1.1 Justificação do interesse

Este trabalho tem por objectivo desenvolver e testar uma metodologia destinada a simplificar o cálculo do coeficiente de atrito (baseada na metodologia apresentada por Skelland, 1967) e do número de Nusselt (uma metodologia inovadora), em escoamentos laminares totalmente desenvolvidos, de fluidos não-Newtonianos no interior de condutas de secção circular. Para o efeito ir-se-ão comparar os resultados obtidos pelo método aproximado, criado com base no modelo lei de potência, com as soluções exactas, para diversos números de Reynolds e para os seguintes modelos reológicos de fluidos não-Newtonianos: modelos de Phan-Thien-Tanner simplificado (sPTT), Bingham, Carreau-Yasuda, Casson e Herschel-Bulkley. Integrações numéricas serão utilizadas na obtenção da solução exacta apenas nos modelos Herschel-Bulkley, actualmente sem solução analítica para o número de Nusselt, e Carreau-Yasuda, sem solução analítica para o coeficiente de atrito e número de Nusselt.

Assim, será de todo o interesse o propósito deste trabalho, que visa conseguir um método genérico e simples que permita obter valores bastante aproximados do número de Nusselt e do coeficiente de atrito, para qualquer fluido não-Newtoniano a escoar num tubo de secção circular em regime laminar.

1.2 Classificação de fluidos

Na ausência de elasticidade, a existência ou não de uma dependência entre a viscosidade e a taxa de deformação conduz a uma separação dos fluidos viscosos em duas classes: fluidos Newtonianos e fluidos não-Newtonianos.

1.2.1 Fluido Newtoniano

Os fluidos Newtonianos são definidos como fluidos cuja viscosidade não varia nem com o tempo nem com a taxa de deformação, dependendo contudo da temperatura e pressão. São fluidos que apresentam também uma relação linear entre a tensão e a taxa de deformação, expressa pela lei de Newton da viscosidade

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1.1)$$

onde a constante de proporcionalidade representa a viscosidade de corte (μ), $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação e τ a tensão de corte.

Nesta classe estão abrangidos todos os gases e líquidos não poliméricos e homogéneos como por exemplo a água, leite, óleos vegetais, soluções de sacarose.

1.2.2 Fluidos puramente viscosos não-Newtonianos

É nesta classe que se enquadram os fluidos que serão objecto de estudo ao longo deste trabalho. Esta classe de fluidos pode ser dividida ainda em dois grupos: independentes do tempo e dependentes do tempo.

Os fluidos dependentes do tempo podem ser subdivididos em fluidos tixotrópicos, onde a viscosidade diminui com o tempo para uma taxa de deformação constante e aumenta quando esta deformação diminui por recuperação estrutural do material, e fluidos reopéticos em que a viscosidade aumenta com o tempo (João, 2001).

Em relação aos fluidos não-Newtonianos independentes do tempo, podem-se dividir em três grupos; fluido espessante regressivo (pseudoplásticos) onde existe uma diminuição da viscosidade com o aumento da taxa de deformação, dilatantes onde se verifica o aumento da viscosidade com a taxa de deformação e plásticos de Bingham onde abaixo de um certo valor de tensão de corte, ao qual se atribui a denominação de tensão de cedência, o fluido não se deforma.

A figura 1.1 exibe de uma forma simplificada a evolução tanto da tensão de corte (a) como da viscosidade em função da taxa de deformação (b) dos fluidos Newtonianos e dos não-Newtonianos independentes do tempo.

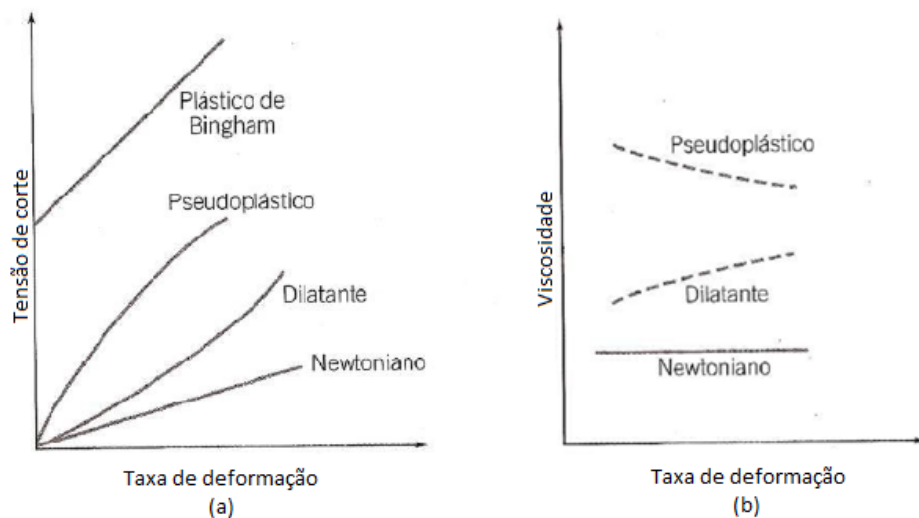


Figura 1.1 Variação da tensão de corte (a) e da viscosidade (b) em função da taxa de deformação para fluidos Newtonianos e não-Newtonianos independentes do tempo

1.3 Números adimensionais

Nesta secção serão apresentados os diferentes números adimensionais utilizados ao longo do trabalho e o seu significado físico.

1.3.1 Número de Reynolds

O número de Reynolds representa o quociente entre as forças de inércia e as forças viscosas sendo definido por:

$$Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} \quad (1.2)$$

onde D é o diâmetro da conduta, $\bar{U}$ é a velocidade média na conduta, ρ é a massa volúmica do fluido que percorre a conduta e μ é a sua viscosidade de corte.

De acordo com Pinho e Coelho (2009) o número de Reynolds é o parâmetro básico que permite caracterizar o tipo de escoamento, sendo que para o escoamento de fluidos Newtonianos em tubos circulares considera-se que para o valor típico de 2100 se dá a transição de regime laminar para turbulento, já para fluidos não-Newtonianos esse valor é um pouco diferente, podendo situar-se dentro do intervalo de $1500 < Re < 3000$ para fluidos inelásticos.

Para fluidos viscoelásticos o patamar de transição é muito mais elevado, sendo considerado 6000; isto porque estes fluidos apresentam maior interação molecular que retarda o surgimento do regime turbulento. (Pinho e Coelho, 2009)

1.3.2 Número de Prandtl

O número de Prandtl representa o quociente entre a difusividade da quantidade de movimento e a difusividade térmica:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha_t} = \frac{\nu}{(k/\rho c_p)} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (1.3)$$

onde k é a condutividade térmica, c_p o calor específico, ν é a viscosidade cinemática e α_t é a difusividade térmica do fluido. (Pinho e Coelho, 2009)

1.3.3 Número de Péclet

Designa-se por número de Péclet o produto entre os números de Reynolds e Prandtl:

$$Pe = \frac{\rho \bar{U} D c_p}{k} = \frac{\bar{U} D}{\alpha_t} \quad (1.4)$$

Pe é independente da viscosidade do fluido mas depende de outras propriedades dos fluidos. (Pinho e Coelho, 2009). Este número adimensional relaciona a velocidade de transporte por convecção e a velocidade de transporte por difusão molecular.

1.3.4 Números de Reynolds e Prandtl genéricos para fluidos não-Newtonianos

Para fluidos não-Newtonianos que obedecem à lei de potência, $\mu = K \dot{\gamma}^{n-1}$ (apresentado na secção 1.4.1), tal como foi resumido em Pinho e Coelho, (2009) existem quatro formas diferentes de definir a viscosidade característica que vão ser explicadas a seguir, uma vez que esta não é constante ao contrário dos fluidos Newtonianos, e com a qual se define o número de Reynolds.

Na primeira forma o número de Reynolds generalizado, Re' , é calculado de modo que o coeficiente de fricção de Darcy, ou de Fanning, para fluidos não-Newtonianos e Newtonianos, siga uma só curva $f=64/Re'$ ou $f=16/Re'$:

$$\mu' = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1}, Re' = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu'} = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D^n}{K' 8^{n-1}}, Pr' = \frac{\mu' c_p}{k} = \frac{K' (8\bar{U}/D)^{n-1} c_p}{k} \quad (1.5)$$

O coeficiente K' está relacionado com o índice de consistência (K) e o índice de potência (n) sendo definido pela expressão

$$K' = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (1.6)$$

Este parâmetro surge naturalmente na equação que calcula a tensão de corte na parede, τ_w , para um escoamento laminar completamente desenvolvido numa conduta de secção circular para um fluido que obedeça à lei de potência,

$$\tau_w = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^n \quad (1.7)$$

Esta definição de Reynolds generalizado é aquela que vai ser adoptada neste trabalho.

A segunda forma de cálculo do número de Reynolds, Re^+ , é normalmente utilizada para escoamentos externos de fluidos não-Newtonianos

$$\mu^+ = K \left(\frac{\bar{U}}{D} \right)^{n-1}, Re^+ = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu^+} = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D^n}{K}, Pr^+ = \frac{\mu^+ c_p}{k} = \frac{K (\bar{U}/D)^{n-1} c_p}{k} \quad (1.8)$$

A terceira definição do numero de Reynolds, Re_a , é utilizada para escoamentos em condutas em que é considerada como viscosidade característica a viscosidade junto da parede, $\mu_a = \tau_w / \dot{\gamma}_w$ onde τ_w é a tenção de corte na parede e $\dot{\gamma}_w$ a taxa de deformação na parede:

$$\dot{\gamma}_w = \frac{3n+1}{4n} \frac{8\bar{U}}{D} \quad (1.9)$$

$$Re_a = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu_a} \text{ com } \mu_a = \frac{\tau_w}{\dot{\gamma}_w} = K (\dot{\gamma}_w)^{n-1} = K \left(\frac{3n+1}{4n} \frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1} \quad (1.10)$$

Para um fluido não-Newtoniano com uma viscosidade constante, todos os números de Reynolds acima são equivalentes. A viscosidade para polímeros de soluções muito diluídas é muito aproximada à de solvente, η_s , o que conduz a outra definição de Re :

$$\mu_s = \mu_{solvente}, Re_s = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu_s}, Pr = \frac{\mu_s c_p}{k} \quad (1.11)$$

Assim, a partir das várias formulações de números de Reynolds mostradas acima obtêm-se as seguintes relações:

$$Re_a = \frac{3n+1}{4n} Re', Re^+ = \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n 8^{n-1} Re' \quad (1.12)$$

1.3.5 Número de Brinkman

O número de Brinkman compara a energia útil dissipada internamente por efeitos viscosos com a transferência de calor na parede, e é usualmente definido no caso da temperatura da parede constante por,

$$Br = \frac{\mu \bar{U}^2}{k(T_w - T_0)} \quad (1.13)$$

e no caso de fluxo de calor constante,

$$Br = \frac{\mu \bar{U}^2}{\dot{q}_w D} \quad (1.14)$$

onde D é o diâmetro, T_w a temperatura da parede, T_0 a temperatura de entrada e $\dot{q}_w$ o fluxo de calor na parede.

Esta definição é usada tanto em fluidos Newtonianos como em fluidos não-Newtonianos, mas para fluidos não-Newtonianos, não traduz correctamente o cociente entre o calor gerado por dissipação e o calor trocado na parede da tubagem, por isso desenvolveu-se uma definição mais correcta, denominada número de Brinkman generalizado, que vem apresentada a seguir (Coelho e Pinho, 2008),

$$Br^* = \frac{\bar{U}\tau_w}{8\dot{q}_w} \quad (1.15)$$

$$Br^* = \frac{\bar{U}\tau_w D}{8k(T_w - T_0)} \quad (1.16)$$

para fluxo de calor constante e temperatura da parede constante, respectivamente. Só com esta definição, qualquer que seja o fluido ou a forma da conduta, é que o mesmo número de Brinkman é sinónimo do mesmo cociente entre o calor gerado por dissipação e o calor trocado na parede da tubagem.

1.3.6 Número de Weissenberg

O número de Weissenberg é representado pelo quociente entre as forças elásticas (primeira diferença de tensões normais) e as forças viscosas, (Coelho, 2000)

$$Wi = \frac{\lambda \bar{U}}{R} \quad (1.17)$$

onde λ é o tempo de relaxação do fluido e R um comprimento característico (normalmente o raio da tubagem). De acordo com Mashelkar e Marrucci (1980) para um fluido que obedeça à equação constitutiva de Maxwell o tempo de relaxação relaciona-se com a primeira diferença de tensões normais (N_1) através da expressão $N_1 = 2\mu\lambda\dot{\gamma}^2$.

Atendendo que a tensão de corte (τ) é dada por $\tau = \mu\dot{\gamma}$ e sendo $\dot{\gamma}$ proporcional a $\bar{U}/R$, facilmente se verifica que o quociente entre as forças elásticas e viscosas é proporcional a $\frac{\lambda \bar{U}}{R}$.

1.3.7 Número de Nusselt

O número de Nusselt é definido pela equação 1.18 que normaliza o coeficiente de convecção, k , com a condutividade térmica do fluido e o comprimento característico da conduta, no caso de ser um escoamento de um fluido numa conduta circular trata-se do diâmetro:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot D}{k} \quad (1.18)$$

Este número adimensional promove a relação entre o fluxo de calor por convecção e o fluxo de calor por condução no próprio fluido.

1.3.8 Número de Bingham

De acordo com Poole e Chhabra (2010) o número de Bingham permite quantificar a importância da tensão de cedência num escoamento e vem dado por

$$Bn = \frac{D\tau_0}{\bar{U}\mu_\infty} \quad (1.19)$$

onde μ_∞ é a viscosidade do patamar Newtoniano e τ_0 a tensão de cedência.

1.4 Modelos Reológicos

Para um engenheiro industrial, uma das propriedades mais relevantes em análises de escoamentos de fluidos é a viscosidade e o modo com esta pode variar com a taxa de deformação. Para alguns fluidos a viscosidade pode-se alterar por várias décadas, pelo que é evidente que uma enorme variação não pode ser ignorada nos cálculos em escoamentos tubulares. Assim, não é surpresa que um dos primeiros empirismos a introduzir tenha sido a modificação da lei de Newton da viscosidade, permitindo que a viscosidade variasse com a taxa de deformação. Deste modo, nesta secção serão apresentados os diferentes modelos, que irão ser utilizados e serão também apresentadas as formas genéricas da curva de viscosidade inerente a cada modelo.

1.4.1 Modelo lei de Potência

No modelo de lei de potência as equações para fluidos não-Newtonianos seguem as mesmas expressões que para os casos dos fluidos Newtonianos, mas o coeficiente de viscosidade é agora função do segundo invariante do tensor da taxa de deformação, que num escoamento desenvolvido numa conduta circular é igual ,em valor absoluto, ao gradiente de velocidade. (Bird *et al.* (1987)

$$\mu = \mu(\dot{\gamma}) \quad (1.20)$$

O modelo lei de potência é certamente o modelo mais conhecido e mais utilizado no trabalho de engenharia, dado que é possível recorrendo a este modelo, resolver analítica e experimentalmente uma grande variedade de problemas de escoamento de fluidos. Contudo, o modelo lei de potência apenas se ajusta a uma região em que a relação $\log \mu$ vs. $\log \dot{\gamma}$ é linear, caso esta região exista. De acordo com Bird *et al.* (1987), pág. 173, este modelo empírico de curva de viscosidade é representado por,

$$\mu(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (1.21)$$

onde $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação, K é o índice de consistência e n o índice de potência.

Na figura 1.2 estão representadas duas evoluções de viscosidade em função da taxa de deformação totalmente diferentes, em que para fluidos com $n < 1$ (fluido pseudoplástico) o fluido apresenta uma diminuição da viscosidade com o aumento da taxa de deformação, verificando-se o contrário para fluidos com $n > 1$ (fluido dilatante). Para $n=1$ então η =constante, obtemos um fluido Newtoniano, e quanto menor for o índice de potência maior é a redução da viscosidade com a taxa de deformação.

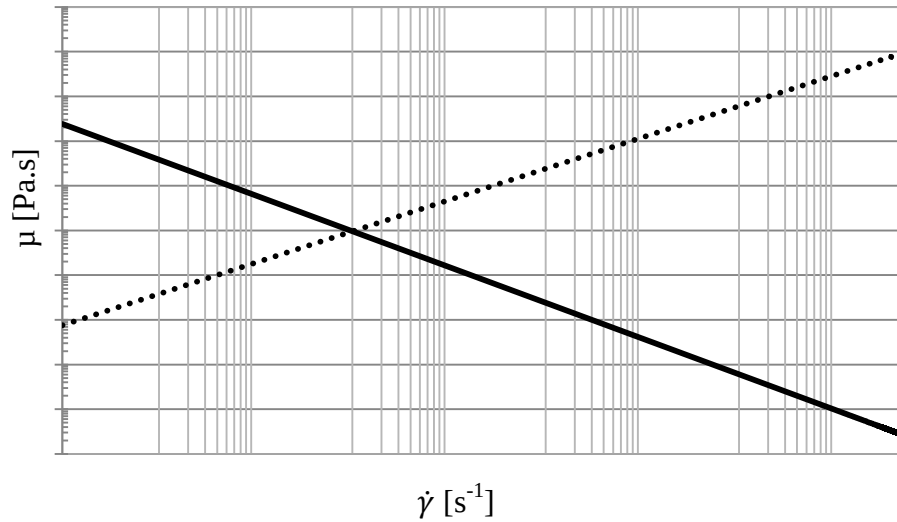


Figura 1.2 Representação genérica do modelo de Lei de potência, (—) $n < 1$, (....) $n > 1$

1.4.2 Modelo de Carreau-Yasuda

O modelo Carreau-Yasuda é uma forma empírica de curva de viscosidade a que podem ser ajustadas muitas curvas reais de viscosidade com boa precisão, numa ampla gama de taxa de deformação. Este modelo apresenta a seguinte expressão analítica, (Bird *et al.* (1987), pág. 172)

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a} \quad (1.22)$$

onde μ_0 é a viscosidade do primeiro patamar Newtoniano, μ_{∞} designa a viscosidade do segundo patamar Newtoniano (estes patamares estão representados na fig.1.3), λ uma constante de tempo e a é um parâmetro adimensional que descreve a zona de transição entre o primeiro patamar Newtoniano e a zona de lei de potência.

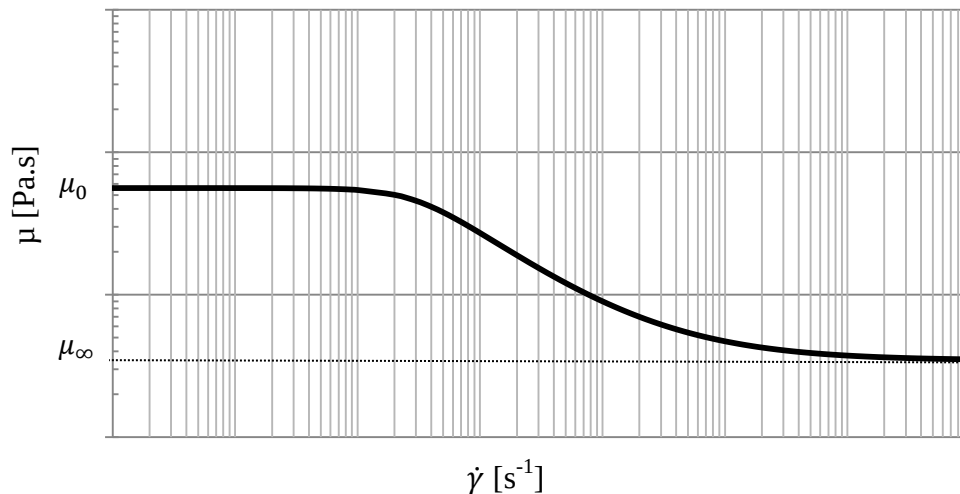


Figura 1.3 Representação genérica do modelo de Carreau-Yasuda

1.4.3 Modelo de Bingham

O modelo de Bingham traduz o comportamento de um fluido viscoplástico, isto é, um material com tensão de cedência abaixo da qual a taxa de deformação é nula. Este modelo é particularmente útil para descrever líquidos com grandes quantidades de sólidos suspensos, como sejam as lamas resultantes de perfurações ou dos sistemas de esgotos, e é dado pela seguinte equação:

$$\begin{cases} \mu = \mu_{\infty} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{para } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (1.23)$$

em que μ_{∞} é a viscosidade do segundo patamar Newtoniano e τ_0 a tensão de cedência. A tensão de corte para o modelo de Bingham passa a ser definida por

$$\tau = \mu_{\infty} \dot{\gamma} + \tau_0 \quad (1.24)$$

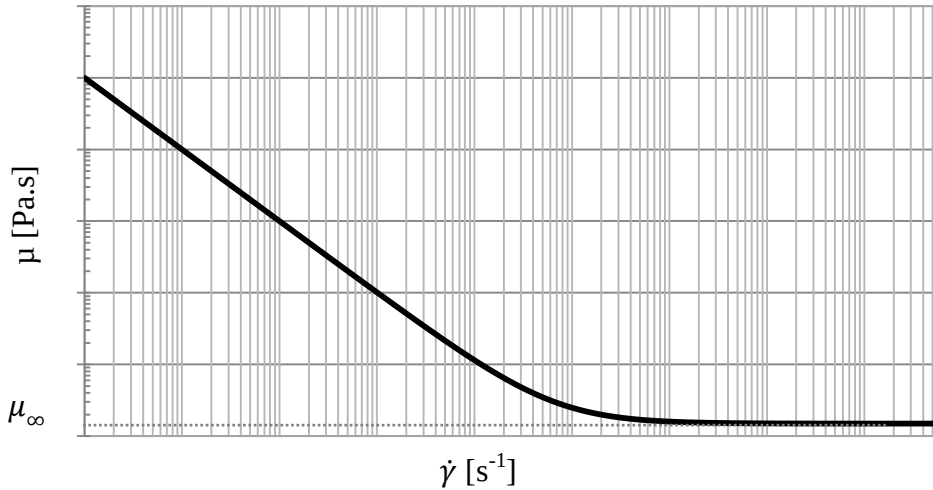


Figura 1.4 Representação genérica do modelo de viscosidade de Bingham

1.4.4 Modelo de Casson

De acordo com Merrill *et al.* (1964) o modelo reológico de Casson é sobretudo utilizado para modelar a viscosidade e caracterizar o comportamento de escoamentos sanguíneos, isto porque o sangue se comporta como um fluido não-Newtoniano para valores de taxa de deformação baixos e quando circula em vasos de pequena dimensão, e é traduzido matematicamente pelas seguintes equações,

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1.25)$$

onde a tensão de corte é dada por

$$\begin{cases} \tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + (\mu_{\infty} \dot{\gamma})^{1/2} & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{para } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (1.26)$$

μ_{∞} é a viscosidade do segundo patamar Newtoniano da curva de viscosidade do modelo de Casson apresentado na figura 1.5 e τ_0 a tensão de cedência.

Existe um interesse particular da comunidade médica por este modelo, visto ser necessário um conhecimento das propriedades termo-físicas e sua influência sobre o comportamento térmico e dinâmico do fluido, para projectar equipamentos médicos. Por isso tem vindo a aumentar o interesse na capacidade de controlo da temperatura do sangue e em se conseguir prever a taxa de transferência de calor com o máximo de precisão possível. (Dumas e Barozzi, 1984).

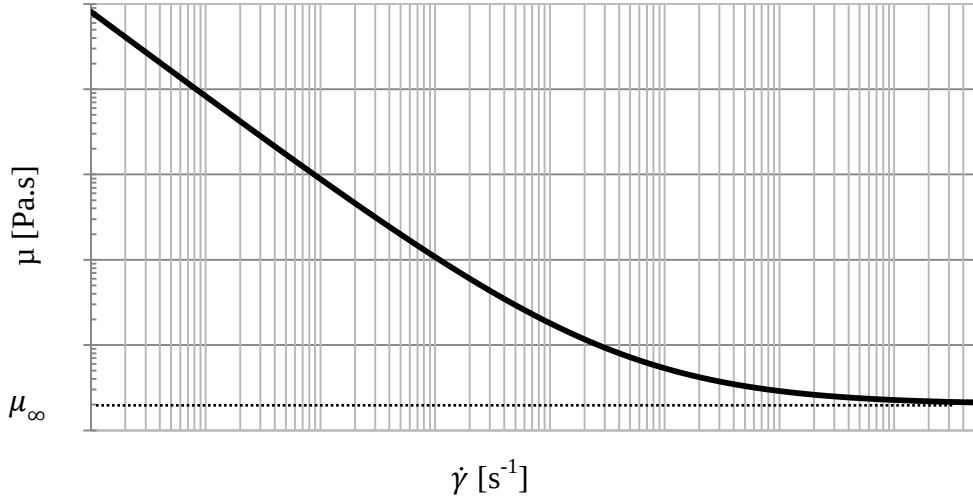


Figura 1.5 Representação genérica do modelo de viscosidade de Casson

1.4.5 Modelo sPTT

De todos os modelos estudados, este é o único que consegue traduzir o comportamento viscoelástico do fluido embora no caso presente, escoamento totalmente desenvolvido num tubo de secção circular, as características elásticas não se manifestem. (Pinho e Coelho, 2009). Este modelo é representado pela expressão que se segue,

$$\mu(\dot{\gamma}) \equiv \frac{\tau_{xy}}{\dot{\gamma}} \quad (1.27)$$

sendo que a tensão de corte é dada por,

$$\tau_{xy}(\dot{\gamma}) = \frac{\eta - \lambda\xi\tau_{xx}}{1 + [2\varepsilon\lambda(1 - \xi)/\eta(2 - \xi)]\tau_{xx}} \dot{\gamma} \quad (1.28)$$

onde ξ é um parâmetro que representa o deslizamento entre a rede molecular e o meio contínuo mas vai ser considerado nulo para o modelo reológico sPTT, η é uma constante que traduz a viscosidade de corte a taxa de deformação nula e τ_{xx} (tensão normal segundo o eixo dos x) pode ser retirado a partir da equação cúbica (1.29) como foi constatado por Pinho e Coelho, 2009.

$$\tau_{xx}^3 + a_1\tau_{xx}^2 + a_2\tau_{xx} + a_3 = 0 \quad (1.29)$$

onde os factores da equação cúbica são dados por

$$a_1 = \frac{\eta(2 - \xi)}{\varepsilon\lambda(1 - \xi)} \quad (1.30)$$

$$a_2 = \frac{\eta^2(2 - \xi)^3\dot{\gamma}^2\xi}{4\varepsilon^2(1 - \xi)^2} + \frac{\eta^2(2 - \xi)^2}{4\varepsilon^2\lambda^2(1 - \xi)^2} \quad (1.31)$$

$$a_3 = -\frac{\eta^3(2-\xi)^3\dot{\gamma}^2}{4\varepsilon^2\lambda(1-\xi)^2} \quad (1.32)$$

A solução real da equação cúbica pode ser obtida por

$$\tau_{xy}(\dot{\gamma}) = \sqrt[3]{-\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^3}{27}}} - \frac{a_1}{3} \quad (1.33)$$

com

$$x = a_3 - \frac{a_1 a_2}{3} + \frac{2a_1^3}{27} \quad (1.34)$$

$$y = a_2 - \frac{a_1^2}{3} \quad (1.35)$$

O modelo reológico sPTT apresenta uma característica pseudoplástica, diminuição da viscosidade à medida que se dá o aumento da taxa de deformação, tal como pode ser verificado pela figura 1.6.

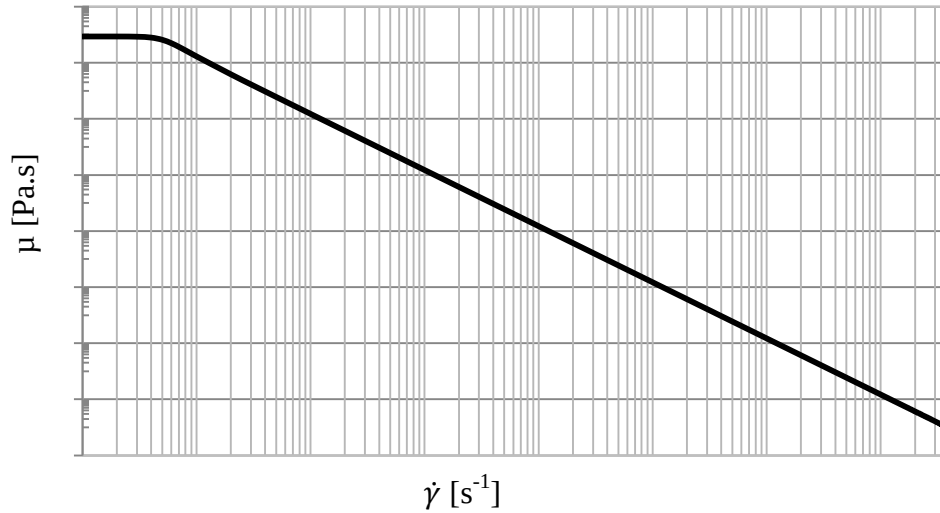


Figura 1.6 Representação genérica do modelo de viscosidade sPTT

1.4.6 Modelo Herschel-Bulkley

De acordo com Mendes e Naccache, (1998) o modelo Herschel-Bulkley é um modelo de três constantes que resulta de uma generalização do fluido de Bingham. Este modelo tem sido aplicado a uma grande variedade de fluidos com tensão de cedência, incluindo as lamas de depuração, sumo de laranja concentrado, puré de batata, etc, sendo o seu modelo matemático dado pela seguinte expressão,

$$\begin{cases} \mu = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1} & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{para } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (1.36)$$

onde n é um parâmetro particular do fluido Herschel-Bulkley.

Na equação 1.36 para o caso de $\tau \geq \tau_0$, este fluido associa os comportamentos das expressões de viscosidade dos fluidos de Bingham e de Lei de potência, também ele possui uma tensão de cedência abaixo da qual o fluido não se deforma, tal como os fluidos que obedecem ao modelo de *Bingham*. Para o caso de $\tau \leq \tau_0$ então $\dot{\gamma} = 0$ pois o fluido vai comporta-se como sólido para uma tensão inferior à tensão de cedência.

O comportamento do modelo de Herschel-Bulkley é função do valor assumido pelo expoente n de forma análoga à verificada para a lei de potência como pode ser visto na figura 1.7; para baixas taxas de deformação a primeira parcela da curva de viscosidade é preponderante, equação 1.36, e a curva é a típica de um fluido de Bingham, para taxas de deformação elevadas a segunda parcela é preponderante e a curva de viscosidade correspondente é a de um fluido lei de potência. Para $n=1$ o modelo de Herschel-Bulkley degenera no modelo de Bingham.

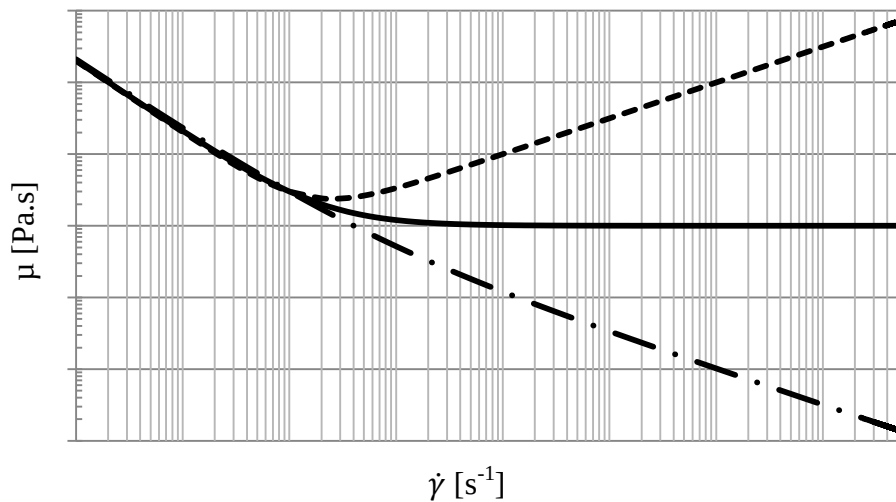


Figura 1.7 Representação genérica do modelo de viscosidade de Herschel-Bulkley, (—) $n=1$, (.....) $n>1$, (- · -) $n<1$

1.4.7 Modelo de Cross

Entre os vários modelos propostos na literatura encontra-se o modelo reológico de Cross que se traduz pela seguinte expressão matemática

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^m} \quad (1.37)$$

onde m é um parâmetro adimensional. Este modelo é reduzido à lei de potência quando $\mu_{\infty} \ll \mu \ll \mu_0$. (Yasuda, 2006)

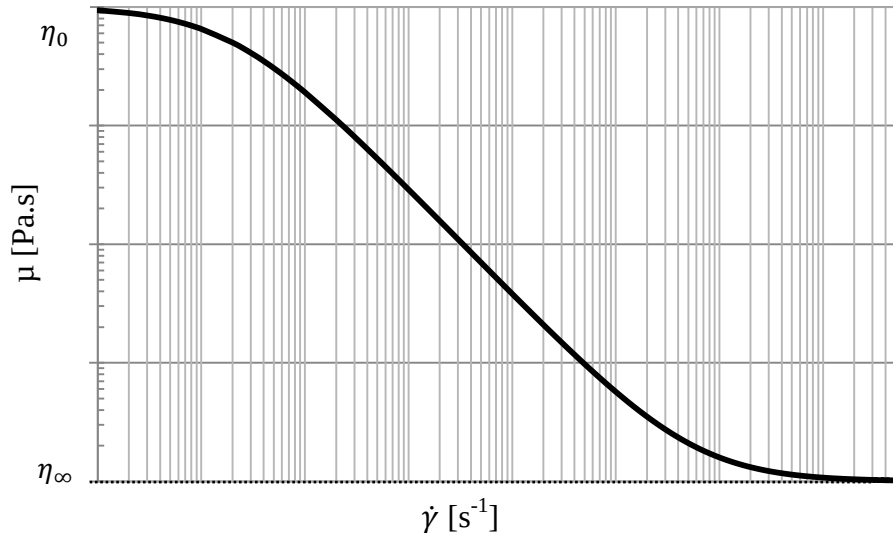


Figura 1.8 Representação genérica do modelo de viscosidade de Cross

1.4.8 Modelo de Sisko

O modelo reológico de Sisko surge quando no modelo lei de potência se introduz o segundo patamar Newtoniano de viscosidade, μ_{∞} . Na figura 1.9 apresenta-se uma curva de viscosidade típica deste modelo que obedece à seguinte equação. (Yasuda, 2006)

$$\mu = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0}{(K \dot{\gamma})^m} \quad (1.38)$$

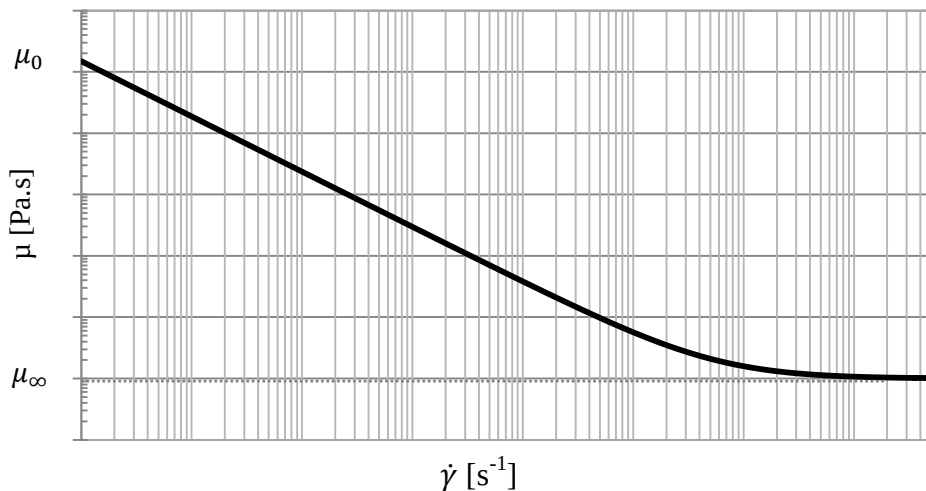


Figura 1.9 Representação genérica do modelo de viscosidade de Sisko

Dos modelos atrás representados não irão ser estudados os modelos de *Sisko* e *Cross*, isto porque o modelo Carreau-Yasuda pode ajustar curvas de viscosidade para estes dois modelos e como nenhum deles possui soluções analíticas de transferência de calor este último modelo será utilizado em vez destes dois primeiros, já que todos iriam requerer integração numérica.

1.5 Solução analítica de transferência de calor e perfil de velocidades do modelo lei de potência

Para fluidos que obedeçam ao modelo lei de potência o perfil de velocidades em escoamento desenvolvido num tubo de secção circular em regime laminar é dado por, (Pinho e Coelho, 2009)

$$\frac{u}{\bar{U}} = \frac{3n+1}{n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{(n+1)}{n}} \right] \quad (1.39)$$

onde u é a velocidade axial, R é o raio da conduta e r é a distância radial medida a partir do eixo.

De acordo com Barletta (1997), para fluxo de calor constante na parede na condição fronteira com perfis térmicos e hidrodinâmicos completamente desenvolvidos, o número de Nusselt é definido para toda a gama de índices de potência por

$$Nu_{\infty} = \frac{8(5n+1)(3n+1)}{31n^2 + 12n + 1} \quad (1.40)$$

Para $n=1$ o valor de Nusselt é 4,36; para o caso limite de $n=0$, perfil pistão (velocidade mantém se a mesma na secção transversal perpendicular ao eixo da tubagem) o número de Nusselt atinge o valor máximo possível, $Nu_{\infty} = 8$ num escoamento laminar dentro de um tubo de secção circular.

1.6 Metodologia

Nesta secção será apresentada a metodologia proposta para o cálculo de várias propriedades dos fluidos não-Newtonianos.

1.6.1 Tensão de corte na parede

De acordo com Skelland (1967) num escoamento laminar de qualquer fluido não-Newtoniano totalmente desenvolvido numa conduta de secção circular, a tensão de corte na parede pode ser dada pelo modelo lei de potência desde que se utilize a taxa de deformação característica $\dot{\gamma} = (8\bar{U}/D)$, ou seja,

$$(\tau_{rx})_{r=R} = \tau_w = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^n \quad (1.41)$$

onde n e K' , ver equação 1.6, não são constantes mas variam com a taxa de deformação característica $(8\bar{U}/D)$, de acordo com a curva de viscosidade do fluido. O modelo lei de potência utilizado é aquele tangente à curva de viscosidade do fluido em estudo no ponto $\dot{\gamma} = 8\bar{U}/D$ (figura 1.10) onde n e K são os parâmetros do modelo lei de potência. Como o índice n varia consoante a taxa de deformação, a sua nomenclatura será designada por n_{local} para melhor percepção dos passos do método simplificado proposto. A sua forma de cálculo será abordada posteriormente nas secções 1.6.3 e 1.6.4.

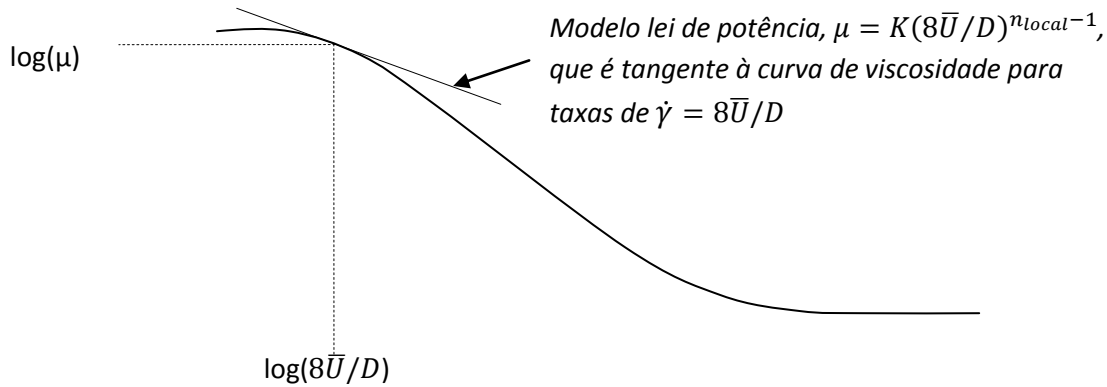


Figura 1.10 Curva de viscosidade de lei de potência tangente à curva de um fluido genérico

Através da relação entre as equações 1.7 e 1.5, chegamos à seguinte forma de calcular a viscosidade característica que está na base do cálculo do número de Reynolds generalizado,

$$\mu' = \frac{\tau_w}{\left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)} \quad (1.42)$$

Assim, de forma mais simplificada, a tensão de corte na parede pode ser dada ainda por $\tau_w = \mu' \dot{\gamma}$.

1.6.2 Cálculo mais simplificado da viscosidade característica e f

De forma a simplificar-se o cálculo da viscosidade característica, μ' , apresenta-se seguidamente uma metodologia que não obriga ao cálculo de K para a contabilização de μ' simplificando significativamente a implementação deste procedimento. Começando por substituir a definição de K' na expressão 1.43,

$$\mu' = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n_{local}-1} \quad (1.43)$$

vem

$$\mu' = \left(\frac{3n_{local} + 1}{4n_{local}} \right)^{n_{local}} K \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n_{local}-1} \quad (1.44)$$

Como $K \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n_{local}-1}$ corresponde à viscosidade no ponto onde $\dot{\gamma} = 8\bar{U}/D$, dado pelo modelo lei de potência, esse valor de viscosidade, $\mu(\dot{\gamma})$, pode ser lido directamente na curva de viscosidade do fluido em causa, sem haver necessidade de calcular o K e a viscosidade característica μ' é então calculada pela equação 1.45.

$$\mu' = \left(\frac{3n_{local} + 1}{4n_{local}} \right)^{n_{local}} \mu(\dot{\gamma}) \quad (1.45)$$

Com base nesta viscosidade característica, μ' , pode-se calcular o número de Reynolds generalizado, Re' , com o qual, e através da expressão, $f = 64/Re'$, se pode estimar f para qualquer fluido puramente viscoso em escoamento laminar numa conduta de secção circular.

Este método de cálculo de f já existe (Skelland, 1967), contudo obriga ao cálculo de K , algo que como se viu é desnecessário, tornando a sua utilização menos prática que a actualmente proposta. Este facto pode justificar a pouca utilização desta metodologia na prática.

1.6.3 Determinação do índice de potência local n_{local}

Para o cálculo do índice de potência é necessário saber para os modelos em estudo modelo de Casson, Bingham, Herschel-Bulkley e Carreau-Yasuda (exceptuando o modelo sPTT como será visto na secção seguinte) as respectivas expressões da derivada da viscosidade em ordem à taxa de deformação, $\left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo}$, bem como a tensão de corte em função da taxa de deformação. Assim uma vez que para o modelo lei de potência temos,

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n_{local}-1}; \tau = K\dot{\gamma}^{n_{local}} \quad (1.46)$$

$$\frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} = K(n_{local} - 1)\dot{\gamma}^{(n_{local}-2)} = \tau(n_{local} - 1)\dot{\gamma}^{-2} \quad (1.47)$$

que representa a derivada da viscosidade em ordem à taxa de deformação. Desta forma é possível obter uma equação para o índice n_{local} em função da taxa de deformação, para isso basta igualar a expressão da derivada, equação 1.47, à derivada da viscosidade do respectivo modelo em estudo.

$$\frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} = \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \Big|_{\text{modelo}} \quad (1.48)$$

$$\tau(n_{\text{local}} - 1)\dot{\gamma}^{-2} = \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \Big|_{\text{modelo}} \quad (1.49)$$

Sendo a expressão da tensão de corte, τ , função da taxa de deformação, do modelo em estudo. Para cada taxa de deformação característica, e recorrendo à equação 1.49, calcula-se assim o n correspondente a utilizar no modelo lei de potência inerente ao calculo simplificado. Esta metodologia pode ser utilizada para qualquer fluido não-Newtoniano.

1.6.4 Determinação do índice de potência local n_{local} para o modelo sPTT

Para o caso do fluido descrito pelo modelo sPTT, ou de outro fluido cuja derivada não seja passível de cálculo analítico, o método analítico de cálculo do índice de potência explicado na secção anterior levaria a processos de derivação bastante morosos, devido à complexidade da equação da viscosidade em ordem à taxa de deformação. Por este facto optou-se, para este caso específico, a aplicação de uma metodologia mais simples, que dispense a necessidade de se ter de derivar a equação de viscosidade do modelo.

Assim a derivada, $\frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \Big|_{\text{modelo}}$, será calculada numericamente através do quociente entre a diferença do logaritmo da viscosidade e a diferença do logaritmo da taxa de deformação de dois pontos sucessivos da curva de viscosidade conforme se mostra seguidamente,

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n_{\text{local}}-1} \quad (1.50)$$

$$\ln \mu_1 = \ln K + (n_{\text{local}} - 1) \ln \dot{\gamma}_1 \quad (1.51)$$

$$\ln \mu_2 = \ln K + (n_{\text{local}} - 1) \ln \dot{\gamma}_2 \quad (1.52)$$

$$n_{\text{local}} - 1 = \frac{\ln \mu_1 - \ln \mu_2}{\ln \dot{\gamma}_1 - \ln \dot{\gamma}_2} \quad (1.53)$$

onde μ_1 é a viscosidade do modelo em análise para a taxa de deformação $\dot{\gamma}_1$ e μ_2 é a viscosidade do modelo em análise para a taxa de deformação $\dot{\gamma}_2$ calculada somando um valor incremental a $\dot{\gamma}_1$. O valor do incremento, $\Delta\dot{\gamma}$, a utilizar no cálculo de $\dot{\gamma}_2$, $\dot{\gamma}_2 = \dot{\gamma}_1 + \Delta\dot{\gamma}$, e posteriormente de n_{local} através da equação 1.53, será optimizado recorrendo a um fluido em que o índice de potência possa também ser calculado utilizando o método exacto, equação 1.49, e comparando os valores de n_{local} obtidos pelos dois processos.

1.6.5 Número de Nusselt

Com base no que foi referido atrás, utilizando $8\bar{U}/D$ como taxa de deformação característica, será em princípio possível, utilizando o n_{local} , para $\dot{\gamma} = 8\bar{U}/D$, de uma qualquer curva de viscosidade, recorrendo à equação 1.40, usada para o cálculo do número de Nusselt de um fluido lei de potência, calcular de forma aproximada o número de Nusselt de qualquer fluido não-Newtoniano com curvas de viscosidade diferentes da lei de potência, à semelhança do que já sucede com o coeficiente de atrito.

$$Nu_{\infty} = \frac{8(5n_{\text{local}} + 1)(3n_{\text{local}} + 1)}{31n_{\text{local}}^2 + 12n_{\text{local}} + 1} \quad (1.40)$$

Introdução

Como o número de Brinkman generalizado, equações 1.15 e 1.16, é relevante para a transferência de calor na presença da dissipação viscosa, ir-se-á também neste trabalho comparar o valor do produto $\tau_w \cdot \bar{U}$ calculado de forma exacta com o valor calculado de forma aproximada.

2 Avaliação da metodologia proposta face a resultados analíticos

2.1 Introdução

Nem todos os fluidos que serão estudados ao longo deste trabalho apresentam soluções analíticas, portanto neste capítulo serão abordados os fluidos cujas soluções analíticas de transferência de calor e perda de carga sejam conhecidas como são os casos dos fluidos sPTT, Bingham e Casson. Para cada um dos fluidos e regime de escoamento serão calculados os respectivos valores de tensão de corte na parede, coeficiente de atrito, e número de Nusselt recorrendo para o efeito às soluções analíticas presentes na literatura. Após a obtenção dos resultados da perda de carga e da transferência de calor será feita a comparação com a solução resultante do método simplificado, avaliando o erro deste método relativamente às soluções analíticas.

A sequência de cálculo adoptada para os fluidos testados foi a seguinte:

- Definiram-se os Re' que se iriam estudar e os diâmetro de tubo a utilizar.
- Calculou-se a velocidade média, e consequentemente a taxa de deformação, $\dot{\gamma} = 8\bar{U}/D$, n_{local} e μ' , que para cada caso dava origem ao Re' pretendido.
- Com base na velocidade média e no diâmetro do tubo, e recorrendo às soluções analíticas da literatura, calculou-se τ_w , f e Nu .
- Com base no Re' e no n_{local} , calculou-se f e Nu pelo método simplificado.
- Utilizando a equação 2.1 calculou-se o erro para o cálculo de Nu e de f utilizando o método simplificado.

$$Erro(\%) = \left| \frac{X_{simplificado} - X_{analítico}}{X_{analítico}} \right| \times 100 \quad (2.1)$$

2.2 Modelo sPTT

2.2.1 Solução analítica existente para a transferência de calor e para o perfil de velocidades

De acordo com Pinho e Coelho (2009), para um escoamento térmica e dinamicamente desenvolvido a solução hidrodinâmica e consequentemente a térmica depende do produto εWi^2 , onde $Wi = \frac{\lambda \bar{U}}{R}$ representa o número de Weissenberg e onde ε é um parâmetro adimensional de extensibilidade do modelo PTT que limita a viscosidade extensional. Para baixos valores de ε , verifica-se que a viscosidade extensional de estado estacionário é inversamente proporcional a ε .

O perfil de velocidades para esse caso é representado pela seguinte equação (Oliveira e Pinho, 1999)

$$\frac{u}{\bar{U}} = 2 \frac{\bar{U}_N}{\bar{U}} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \left\{ 1 + 16\varepsilon Wi^2 \left(\frac{\bar{U}_N}{\bar{U}} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.2)$$

onde $\bar{U}_N = [-(dP/dx)R^2]/(8\eta)$ representa a velocidade média para um escoamento de um fluido Newtoniano sob o mesmo gradiente de pressões e onde η é o coeficiente de viscosidade do modelo sPTT. Uma forma explícita para a razão $\frac{\bar{U}_N}{\bar{U}}$ que é função dos parâmetros reológicos, ε e λ , e das características do escoamento $\bar{U}$ e R é dada pela seguinte equação. (Oliveira e Pinho, 1999)

$$\frac{\bar{U}_N}{\bar{U}} = \frac{[\sqrt{144\varepsilon Wi^2 + 1} + 12\sqrt{\varepsilon Wi^2}]^{\frac{1}{3}} - [\sqrt{144\varepsilon Wi^2 + 1} - 12\sqrt{\varepsilon Wi^2}]^{\frac{1}{3}}}{8\sqrt{\varepsilon Wi^2}} \quad (2.3)$$

Para um escoamento tubular a energia dissipada ao longo do escoamento por unidade de área é o produto da tensão de corte na parede pela velocidade média do escoamento e vem dada por,

$$\tau_w \bar{U} = \left(-\frac{dp}{dx}\right) \frac{\bar{U}A}{P} \quad (2.4)$$

onde dp/dx é o gradiente axial de pressão, A a área da secção recta e P o perímetro da secção.

Através de simplificações matemáticas entre esta equação e a equação $\bar{U}_N = [-(dP/dx)R^2]/(8\eta)$ é possível obter uma expressão para a tensão de corte mais simplificada e independente do gradiente de pressões que vem dada por

$$\tau_w = 8\eta \frac{\bar{U} \bar{U}_N}{D \bar{U}} \quad (2.5)$$

No cálculo da perda de carga para escoamentos em condutas de secção circular a literatura utiliza tanto o coeficiente de fricção de Darcy, f , (será o factor adoptado ao longo deste trabalho) como o coeficiente de fricção de Fanning, f_F , estando estes relacionados através de

$$f = \frac{\tau_w 8}{\rho \bar{U}^2} = 4f_F \quad (2.6)$$

Em relação às soluções analíticas do cálculo do número de Nusselt, Pinho e Coelho (2009) apresentam para o caso do fluido sPTT duas soluções para as seguintes condições de escoamento: temperatura de parede constante; fluxo de calor constante.

No caso de ausência de dissipação viscosa, $Br^* = 0$, a expressão do número de Nusselt para o fluido sPTT aquando da temperatura de parede constante vem dada por (Pinho e Coelho, 2009)

$$Nu_\infty = 3.658 \frac{\left(1 + \frac{4}{3}a^*\right) (1 + 4,7967a^* + 8,641a^{*2} + 6,9291a^{*3} + 2,0869a^{*4})}{(1 + 5,961a^* + 14,230a^{*2} + 17,004a^{*3} + 10,172a^{*4} + 2,4368a^{*5})} \quad (2.7)$$

Para o caso de fluxo de calor constante através da parede da conduta a forma de cálculo do número de Nusselt vem dada pela expressão (Pinho e Coelho, 2009)

$$Nu_\infty = \left[\frac{760a^{*2} + 1224a^* + 495}{240(4a^* + 3)^2} \right]^{-1} \quad (2.8)$$

O parâmetro a^* é calculado pela seguinte expressão

$$a^* = \frac{3}{4} \left[\left(\frac{\bar{U}_N}{\bar{U}} \right)^{-1} - 1 \right]. \quad (2.9)$$

2.2.2 Resultados

Como um dos objectivos deste trabalho é testar um método simplificado, que tem como base de procedimento o cálculo do declive de rectas tangentes a pontos da curva de viscosidade, é de todo o interesse o estudo da perda de carga e transferência de calor para dois fluidos sPTT cujas curvas de viscosidades sejam bastante diferentes. Para tal, foram admitidas as propriedades representadas na tabela 2.1 dos dois fluidos A e B utilizados. O valor de $\varepsilon=10$ usado para o fluido B não é fisicamente realista, contudo permite testar a metodologia em condições extremas.

Tabela 2.1 Propriedades dos fluidos sPTT, A e B em estudo

	A	B
$\mu[\text{kg}/(\text{m.s})]$	0,15	0,1
$\xi[-]$	0	0
$\varepsilon[-]$	0,4	10
$\lambda[\text{s}]$	0,3	0,05
$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	1000	1000

Inicialmente será feito o estudo para o fluido A que apresenta a evolução da curva de viscosidade dada na figura 2.1.

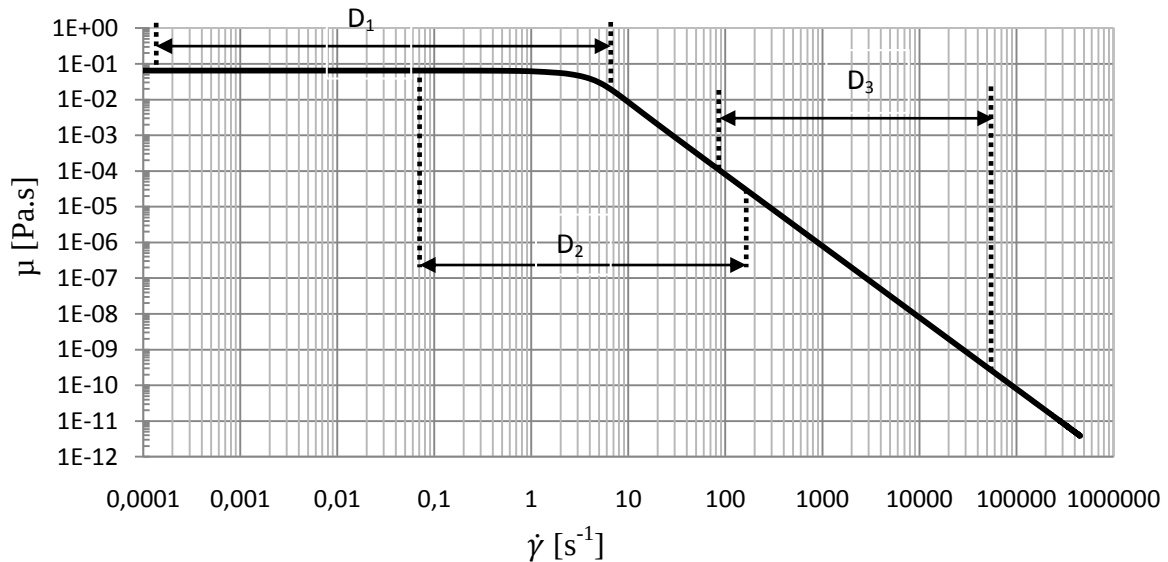


Figura 2.1 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido sPTT (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

De forma a ser possível testar o método simplificado proposto em toda a curva de viscosidade do fluido A ao longo da gama da taxa de deformação, será necessário a realização de testes para três diâmetros de conduta diferentes, figura 2.1, realizando-se cálculos em intervalos determinados de números de Reynolds. Deste modo para cada número de Reynolds é possível calcular a respectiva velocidade, taxa de deformação, viscosidade, etc.

Para o maior diâmetro (D_1) foi admitido um valor de 0,9 metros e realizado o estudo para 21 pontos de números de Reynolds na gama $[0,1;6000]$, que situa a gama de teste no intervalo de taxa de deformação entre $[0,0001 \text{ s}^{-1}; 5,642 \text{ s}^{-1}]$ como está representado na figura 2.1. A velocidade de escoamento situou-se entre $[1,67 \times 10^{-5} \text{ m/s}; 0,6347 \text{ m/s}]$. Os valores admitidos ao longo deste trabalho para os diâmetros da tubagem, não tem em vista nenhuma situação prática específica, são apenas valores que foram levados em consideração por forma a testar de uma forma mais completa a metodologia proposta.

Para D_2 foi admitido um diâmetro de 0,05 metros e realizado um estudo de 20 números de Reynolds situados entre $[0,1489; 4308]$. Para este novo diâmetro em estudo, obtemos um intervalo de $\dot{\gamma}$ a variar entre $[0,071 \text{ s}^{-1}; 176,136 \text{ s}^{-1}]$ enquanto a velocidade situou-se entre $[0,00045 \text{ m/s}; 1,101 \text{ m/s}]$.

Para o diâmetro mais reduzido (D_3) foi arbitrado um valor de 0,0005 metros para 22 números de Reynolds a variar entre $[0,124; 5173,8]$. As taxas de deformação para este valor situa-se no intervalo $[82,690 \text{ s}^{-1}; 50073 \text{ s}^{-1}]$ enquanto a velocidade média está compreendida entre $[0,005 \text{ m/s}; 3,130 \text{ m/s}]$.

Iniciou-se o estudo para o intervalo com diâmetro D_1 obtendo-se os resultados representados na tabela 2.2. Para realizar o cálculo do coeficiente de fricção e do número de Nusselt, utilizando o método simplificado proposto, foi necessário determinar-se qual o incremento adequado para o cálculo do índice n_{local} , tal como foi explicado na secção 1.6.4. Nestas condições de estudo do fluido sPTT, o incremento obtido para a taxa de deformação foi de 0.0001 s^{-1} para qualquer intervalo de valor de Reynolds proposto.

Perante os resultados obtidos utilizando o método analítico e o simplificado do f e do Nu apresentados na tabela 2.2 é possível concluir que o erro do método numérico relativamente ao analítico é nulo para a secção do intervalo em que a curva da viscosidade apresenta uma evolução horizontal ou seja a recta tangente à curva possui uma inclinação perto de zero.

O erro começa a evoluir à medida que essa recta começa a variar a inclinação, de resto o erro máximo encontra-se no final deste intervalo quando o n_{local} é da ordem de 0,6. O erro médio neste intervalo tanto para o cálculo da perda de carga como da transferência de calor foi de 0,33%, tratando-se de um valor pouco significativo.

Tabela 2.2 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,9$ metros) do fluido sPTT (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,1	$1,67 \times 10^{-5}$	$1,48 \times 10^{-4}$	1,000	0,150	$2,22 \times 10^{-5}$	640	4,364	$2,22 \times 10^{-5}$	640	4,364	0,00	0,00
0,17	$2,89 \times 10^{-5}$	$2,57 \times 10^{-4}$	1,000	0,150	$3,85 \times 10^{-5}$	369,209	4,364	$3,85 \times 10^{-5}$	369,209	4,364	0,00	0,00
0,30	$5,01 \times 10^{-5}$	$4,45 \times 10^{-4}$	1,000	0,150	$6,68 \times 10^{-5}$	212,993	4,364	$6,68 \times 10^{-5}$	212,993	4,364	0,00	0,00
0,52	$8,68 \times 10^{-5}$	$7,72 \times 10^{-4}$	1,000	0,150	$1,16 \times 10^{-4}$	122,873	4,364	$1,16 \times 10^{-4}$	122,873	4,364	0,00	0,00
0,90	$1,50 \times 10^{-4}$	$1,34 \times 10^{-3}$	1,000	0,150	$2,01 \times 10^{-4}$	70,884	4,364	$2,01 \times 10^{-4}$	70,884	4,364	0,00	0,00
1,57	$2,61 \times 10^{-4}$	$2,32 \times 10^{-3}$	1,000	0,150	$3,48 \times 10^{-4}$	40,892	4,364	$3,48 \times 10^{-4}$	40,892	4,364	0,00	0,00
2,71	$4,52 \times 10^{-4}$	$4,02 \times 10^{-3}$	1,000	0,150	$6,03 \times 10^{-4}$	23,590	4,364	$6,03 \times 10^{-4}$	23,590	4,364	0,00	0,00
4,70	$7,84 \times 10^{-4}$	$6,97 \times 10^{-3}$	1,000	0,150	$1,05 \times 10^{-3}$	13,609	4,364	$1,05 \times 10^{-3}$	13,609	4,364	0,00	0,00
8,15	$1,36 \times 10^{-3}$	$1,21 \times 10^{-2}$	1,000	0,150	$1,81 \times 10^{-3}$	7,851	4,364	$1,81 \times 10^{-3}$	7,851	4,364	0,00	0,00
14,13	$2,36 \times 10^{-3}$	$2,09 \times 10^{-2}$	1,000	0,150	$3,14 \times 10^{-3}$	4,529	4,364	$3,14 \times 10^{-3}$	4,529	4,364	0,00	0,00
24,49	$4,08 \times 10^{-3}$	$3,63 \times 10^{-2}$	1,000	0,150	$5,44 \times 10^{-3}$	2,613	4,364	$5,44 \times 10^{-3}$	2,613	4,364	0,00	0,00
42,46	$7,08 \times 10^{-3}$	$6,29 \times 10^{-2}$	0,999	0,150	$9,43 \times 10^{-3}$	1,507	4,364	$9,43 \times 10^{-3}$	1,507	4,364	0,00	0,00
73,60	$1,23 \times 10^{-2}$	0,109	0,998	0,150	$1,63 \times 10^{-2}$	0,869	4,364	$1,63 \times 10^{-2}$	0,870	4,364	0,01	0,01
127,58	$2,12 \times 10^{-2}$	0,189	0,995	0,150	$2,83 \times 10^{-2}$	0,501	4,365	$2,83 \times 10^{-2}$	0,502	4,366	0,04	0,03
221,16	$3,67 \times 10^{-2}$	0,326	0,985	0,149	$4,87 \times 10^{-2}$	0,289	4,367	$4,88 \times 10^{-2}$	0,289	4,370	0,12	0,07
383,37	$6,32 \times 10^{-2}$	0,562	0,959	0,148	$8,30 \times 10^{-2}$	0,166	4,373	$8,33 \times 10^{-2}$	0,167	4,382	0,32	0,21
664,54	0,107	0,953	0,901	0,145	0,137	$9,56 \times 10^{-2}$	4,388	0,138	$9,63 \times 10^{-2}$	4,410	0,73	0,50
1151,94	0,177	1,573	0,805	0,138	0,215	$5,49 \times 10^{-2}$	4,421	0,217	$5,56 \times 10^{-2}$	4,465	1,23	0,99
1996,81	0,280	2,492	0,699	0,126	0,310	$3,16 \times 10^{-2}$	4,473	0,315	$3,21 \times 10^{-2}$	4,540	1,54	1,48
3461,34	0,428	3,802	0,608	0,111	0,416	$1,82 \times 10^{-2}$	4,539	0,423	$1,85 \times 10^{-2}$	4,621	1,57	1,80
6000	0,635	5,642	0,539	0,095	0,530	$1,05 \times 10^{-2}$	4,609	0,537	$1,07 \times 10^{-2}$	4,696	1,44	1,90
Erro médio											0,33	0,33

Realizando o mesmo estudo para o segundo intervalo da curva de viscosidade do fluido em estudo, surgem os resultados apresentados na tabela 2.3. O incremento utilizado para o cálculo do índice n_{local} foi o mesmo que no intervalo anterior ou seja $0,0001 \text{ s}^{-1}$.

Pela análise dos resultados obtidos é possível constatar que neste caso o método simplificado apresenta um maior erro resultado do cálculo tanto da tensão de corte como do número de Nusselt, coincidindo com a região da curva de viscosidade do fluido onde a variação do factor n é mais acentuada. Esta sensibilidade deve-se à evolução do perfil da curva de viscosidade do fluido sPTT particularmente no intervalo $[1 \text{ s}^{-1}; 10 \text{ s}^{-1}]$ da figura 2.1. A inclinação de rectas tangentes a esta curva em pontos sucessivos para este intervalo em particular, apresenta uma grande variação e consequentemente também uma variação do n_{local} .

Nesta região o método simplificado apresenta um erro máximo para o cálculo do coeficiente de fricção de 1,56% como está demonstrado na tabela 2.3, e para o cálculo do número de Nusselt apresenta um erro máximo de 1,90%.

O erro médio neste intervalo é superior ao anterior pelos motivos referidos anteriormente sendo agora de 0,66% para o erro do cálculo do f e de 0,89% para o erro do cálculo do Nu , valores que serão aceitáveis para um cálculo de engenharia.

Tabela 2.3 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,05$ metros) do fluido sPTT (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,15	$4,47 \times 10^{-4}$	$7,15 \times 10^{-2}$	0,999	0,150	$1,07 \times 10^{-2}$	429,804	4,364	$1,07 \times 10^{-2}$	429,830	4,364	0,01	0,00
0,26	$7,67 \times 10^{-4}$	0,123	0,998	0,150	$1,84 \times 10^{-2}$	250,271	4,364	$1,84 \times 10^{-2}$	250,316	4,365	0,02	0,01
0,44	$1,32 \times 10^{-3}$	0,210	0,994	0,150	$3,15 \times 10^{-2}$	145,699	4,365	$3,15 \times 10^{-2}$	145,774	4,366	0,05	0,03
0,75	$2,25 \times 10^{-3}$	0,360	0,982	0,149	$5,37 \times 10^{-2}$	84,770	4,368	$5,38 \times 10^{-2}$	84,893	4,371	0,15	0,09
1,29	$3,83 \times 10^{-3}$	0,613	0,952	0,148	$9,04 \times 10^{-2}$	49,254	4,375	$9,07 \times 10^{-2}$	49,439	4,385	0,38	0,24
2,22	$6,42 \times 10^{-3}$	1,028	0,889	0,145	0,147	28,562	4,392	0,149	28,791	4,417	0,80	0,57
3,82	$1,05 \times 10^{-2}$	1,673	0,791	0,137	0,226	16,554	4,427	0,229	16,767	4,473	1,28	1,06
6,55	$1,64 \times 10^{-2}$	2,617	0,687	0,125	0,322	9,615	4,480	0,327	9,764	4,549	1,55	1,53
11,25	$2,47 \times 10^{-2}$	3,951	0,600	0,110	0,427	5,599	4,545	0,433	5,686	4,628	1,56	1,82
19,33	$3,63 \times 10^{-2}$	5,812	0,534	0,094	0,539	3,265	4,614	0,546	3,312	4,702	1,42	1,90
33,19	$5,25 \times 10^{-2}$	8,401	0,486	0,079	0,657	1,905	4,680	0,665	1,928	4,766	1,23	1,83
56,99	$7,50 \times 10^{-2}$	12,000	0,450	0,066	0,782	1,112	4,740	0,790	1,123	4,819	1,04	1,68
97,85	0,106	17,001	0,424	0,054	0,915	0,648	4,793	0,923	0,654	4,864	0,86	1,48
168,03	0,150	23,946	0,404	0,045	1,059	0,378	4,838	1,066	0,381	4,900	0,71	1,28
288,53	0,210	33,586	0,389	0,036	1,215	0,221	4,876	1,222	0,222	4,929	0,58	1,09
495,45	0,293	46,959	0,377	0,030	1,384	0,129	4,908	1,391	0,129	4,953	0,47	0,91
850,76	0,409	65,502	0,368	0,024	1,570	$7,49 \times 10^{-2}$	4,935	1,576	$7,52 \times 10^{-2}$	4,973	0,38	0,76
1460,88	0,570	91,204	0,361	0,020	1,774	$4,37 \times 10^{-2}$	4,957	1,779	$4,38 \times 10^{-2}$	4,988	0,31	0,63
2508,55	0,793	126,8	0,355	0,016	1,998	$2,54 \times 10^{-2}$	4,975	2,003	$2,55 \times 10^{-2}$	5,001	0,25	0,51
4307,55	1,101	176,1	0,351	0,013	2,246	$1,48 \times 10^{-2}$	4,990	2,251	$1,49 \times 10^{-2}$	5,011	0,20	0,42
Erro médio											0,66	0,89

Finalmente para o terceiro intervalo estudado para o qual o diâmetro da conduta é de 0,0005 metros e utilizando um incremento de $0,0001 \text{ s}^{-1}$ para o cálculo do factor n_{local} obteve-se os resultados da tabela 2.4.

A análise dos resultados do cálculo da perda de carga e de transferência de calor, permitem concluir que quando o perfil da curva de viscosidade do fluido em estudo, se assemelha a um fluido lei de potência, o erro relativo do método proposto é bastante reduzido, isso pode ser constatado analisando os valores dos erros do método simplificado para elevadas taxas de deformação neste intervalo, isto porque como se pode observar na figura 2.1 o perfil de viscosidade tende para o perfil lei de potência para valores taxas de deformação elevados. O erro máximo no cálculo de f será de 0,33% enquanto o erro de Nu será de 0,66%. Estes valores resultam do cálculo do f e Nu numa secção em que a curva de viscosidade se começa a aproximar do perfil normal de um fluido lei de potência, vindo o erro sempre a diminuir ao longo deste intervalo. O erro médio do cálculo de f foi de 0,09% e de Nu foi de 0,18%, erros muito reduzidos pois neste intervalo o índice n não sofreu muitas variações.

Tabela 2.4 Resultados obtidos para o terceiro intervalo estudado ($D_3=0,0005$ metros) do fluido sPTT (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,12	$5,17 \times 10^{-3}$	82,69	0,363	$2,08 \times 10^{-2}$	1,711	512,573	4,951	1,717	514,271	4,984	0,33	0,66
0,21	$7,04 \times 10^{-3}$	112,6	0,357	$1,70 \times 10^{-2}$	1,915	309,136	4,969	1,920	309,976	4,996	0,27	0,55
0,34	$9,58 \times 10^{-3}$	153,3	0,353	$1,40 \times 10^{-2}$	2,138	186,422	4,984	2,143	186,838	5,007	0,22	0,46
0,57	$1,30 \times 10^{-2}$	208,4	0,349	$1,15 \times 10^{-2}$	2,383	112,412	4,996	2,387	112,616	5,015	0,18	0,38
0,94	$1,77 \times 10^{-2}$	283,1	0,346	$9,38 \times 10^{-3}$	2,653	67,777	5,006	2,657	67,879	5,023	0,15	0,32
1,56	$2,40 \times 10^{-2}$	384,5	0,343	$7,68 \times 10^{-3}$	2,949	40,864	5,015	2,953	40,914	5,028	0,12	0,26
2,60	$3,26 \times 10^{-2}$	521,9	0,342	$6,28 \times 10^{-3}$	3,276	24,636	5,022	3,279	24,661	5,032	0,10	0,22
4,31	$4,43 \times 10^{-2}$	708,1	0,340	$5,14 \times 10^{-3}$	3,636	14,852	5,027	3,639	14,864	5,036	0,08	0,18
7,14	$6,00 \times 10^{-2}$	960,6	0,339	$4,20 \times 10^{-3}$	4,034	8,953	5,032	4,037	8,959	5,039	0,07	0,14
11,85	$8,14 \times 10^{-2}$	1302	0,338	$3,44 \times 10^{-3}$	4,473	5,397	5,036	4,476	5,400	5,042	0,05	0,12
19,66	0,110	1766	0,337	$2,81 \times 10^{-3}$	4,958	3,254	5,039	4,960	3,255	5,044	0,04	0,10
32,62	0,150	2395	0,336	$2,29 \times 10^{-3}$	5,494	1,961	5,041	5,496	1,962	5,045	0,04	0,08
54,12	0,203	3247	0,336	$1,87 \times 10^{-3}$	6,086	1,182	5,043	6,088	1,183	5,047	0,03	0,06
89,79	0,275	4402	0,335	$1,53 \times 10^{-3}$	6,741	0,713	5,045	6,743	0,713	5,048	0,02	0,05
148,96	0,373	5966	0,335	$1,25 \times 10^{-3}$	7,465	0,430	5,046	7,466	0,430	5,049	0,02	0,04
247,14	0,487	7795	0,335	$1,05 \times 10^{-3}$	8,165	0,275	5,047	8,166	0,275	5,049	0,02	0,04
410,02	0,685	10958	0,334	$8,35 \times 10^{-4}$	9,151	0,156	5,048	9,152	0,156	5,050	0,01	0,03
680,25	0,928	14850	0,334	$6,82 \times 10^{-4}$	10,130	$9,41 \times 10^{-2}$	5,049	10,131	$9,41 \times 10^{-2}$	5,050	0,01	0,02
1128,59	1,258	20124	0,334	$5,57 \times 10^{-4}$	11,213	$5,67 \times 10^{-2}$	5,050	11,214	$5,67 \times 10^{-2}$	5,051	0,01	0,02
1872,40	1,704	27270	0,334	$4,55 \times 10^{-4}$	12,411	$3,42 \times 10^{-2}$	5,050	12,412	$3,42 \times 10^{-2}$	5,051	0,01	0,02
3106,43	2,310	36953	0,334	$3,72 \times 10^{-4}$	13,736	$2,06 \times 10^{-2}$	5,051	13,737	$2,06 \times 10^{-2}$	5,051	0,01	0,01
5153,78	3,130	50074	0,334	$3,04 \times 10^{-4}$	15,203	$1,24 \times 10^{-2}$	5,051	15,203	$1,24 \times 10^{-2}$	5,052	0,00	0,01
Erro médio											0,09	0,18

A figura 2.2 representa a evolução do número de Nusselt calculado pelos dois métodos, analítico e simplificado, ao longo de toda a curva de viscosidade, do fluido sPTT testado. Pela análise desta figura é possível identificar os locais da curva em estudo, onde o método proposto apresentou erros mais significativos. Isso sucede nas zonas onde a variação do índice n_{local} é mais acentuada, como pode ser verificado por comparação da figura 2.2 e figura 2.3 que representa a variação do factor n_{local} ao longo do estudo realizado na curva do fluido sPTT (A).

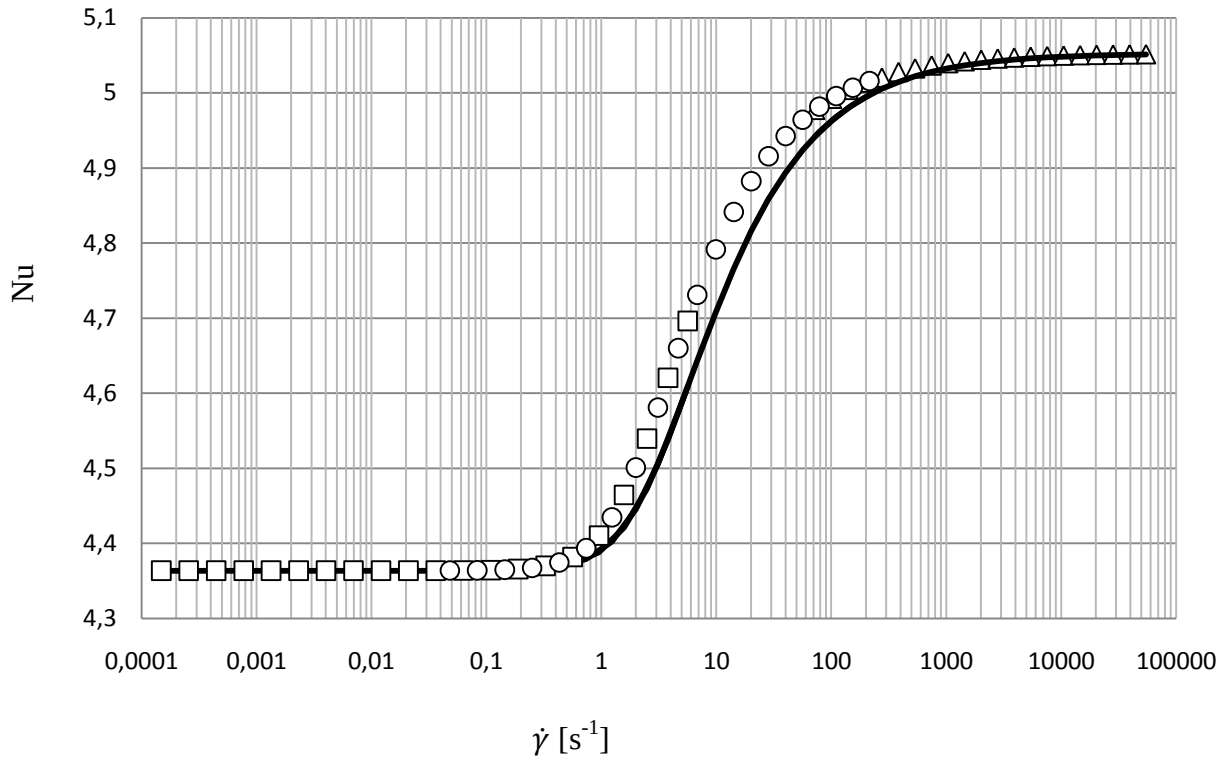


Figura 2.2 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)

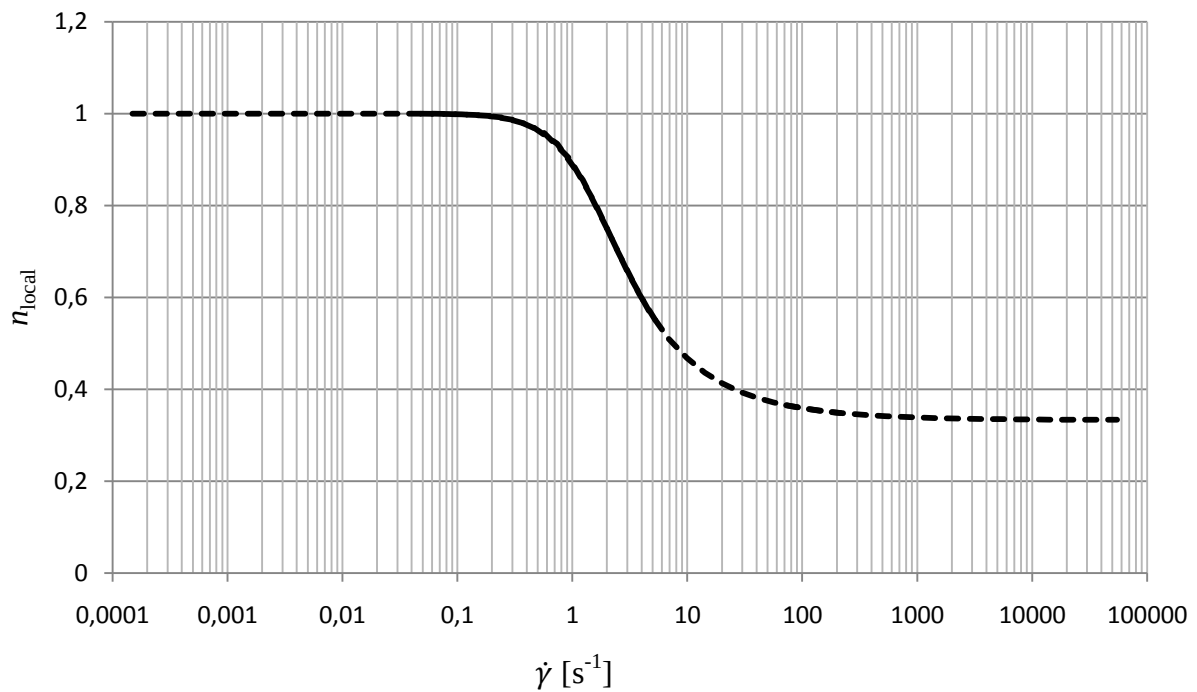


Figura 2.3 Evolução do índice η_{local} ao longo da curva de viscosidade do fluido sPTT (A)

Na figura 2.4 estão representados os resultados pelo método analítico e pelo método simplificado para o cálculo do coeficiente de fricção. Os pontos quase se sobrepõem, o que significa que o erro é quase insignificante.

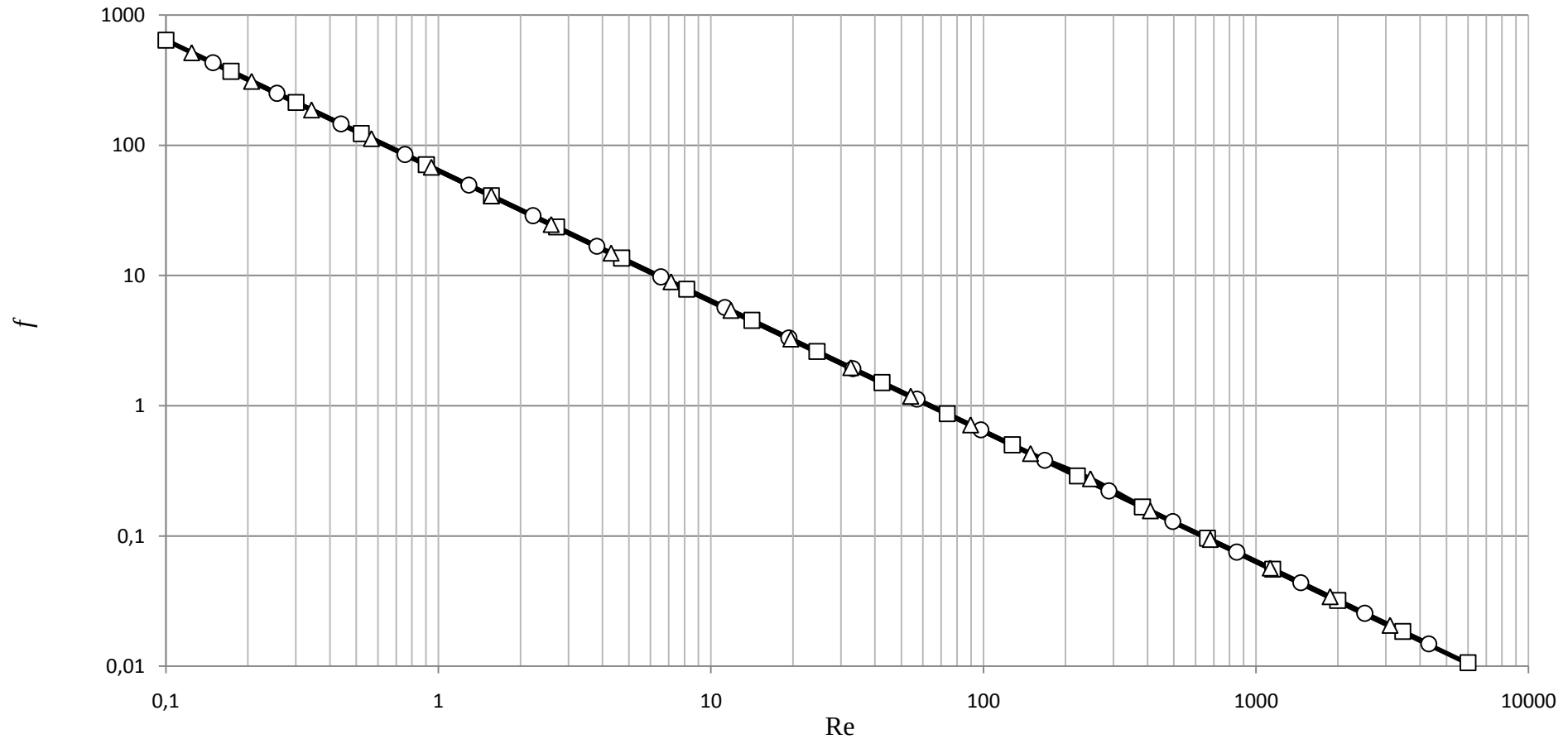


Figura 2.4 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido sPTT (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)

A figura 2.5 representa a evolução dos resultados para o número de Nusselt pelo método simplificado e analítico em função do número de Reynolds e permite concluir que é o segundo intervalo que apresenta maiores erros de cálculo. Sobressai também a dependência do Nu não só do número de Re como também do diâmetro, isto deve-se ao facto do perfil de velocidades adimensional, equação 2.2, ser função não só dos parâmetros reológicos como também da tensão de corte na parede, que para o mesmo Re varia consoante o diâmetro.

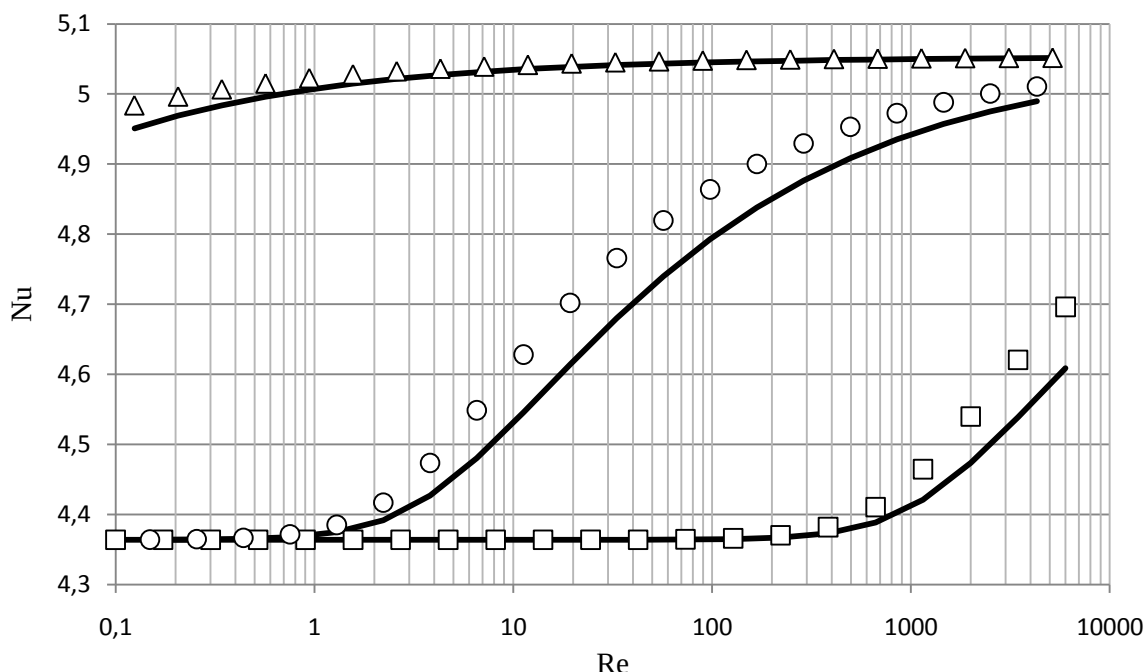


Figura 2.5 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3)

Para o caso do fluido sPTT é possível obter por pesquisa na bibliografia especializada (Hartnett e Cho, 1998), resultados, obtidos a partir de métodos numéricos, para os valores do número de Nusselt para alguns valores de n no caso de temperatura de parede constante e fluido lei de potência. Por isso testou-se o método simplificado assumindo para este os valores da literatura, comparando-se com os valores obtidos pela solução analítica do fluido sPTT e temperatura de parede constante, equação 2.7. O quadro abaixo apresenta os resultados obtidos.

Tabela 2.5 Resultados da comparação dos valores obtidos para o número de Nusselt pelo método simplificado e por métodos numéricos para o caso de temperatura de parede constante do fluido sPTT (A)

n	n_{local}	Nu literatura (simplificado)	Nu (analítico)	Erro (%)
1	0,9997	3,66	3,66	0,0000
0,5	0,500	3,95	3,88	1,8041
0,3333	0,3337	4,18	4,18	0,0983

Pela análise destes resultados tudo leva a crer que o novo método pode ser uma boa alternativa, para cálculos expeditos mas com algum rigor, também para a temperatura de parede constante.

Será repetido o estudo para o fluido B cujas propriedades foram apresentadas na tabela 2.1, e a sua curva de viscosidade em função da taxa de deformação está representada na figura 2.6

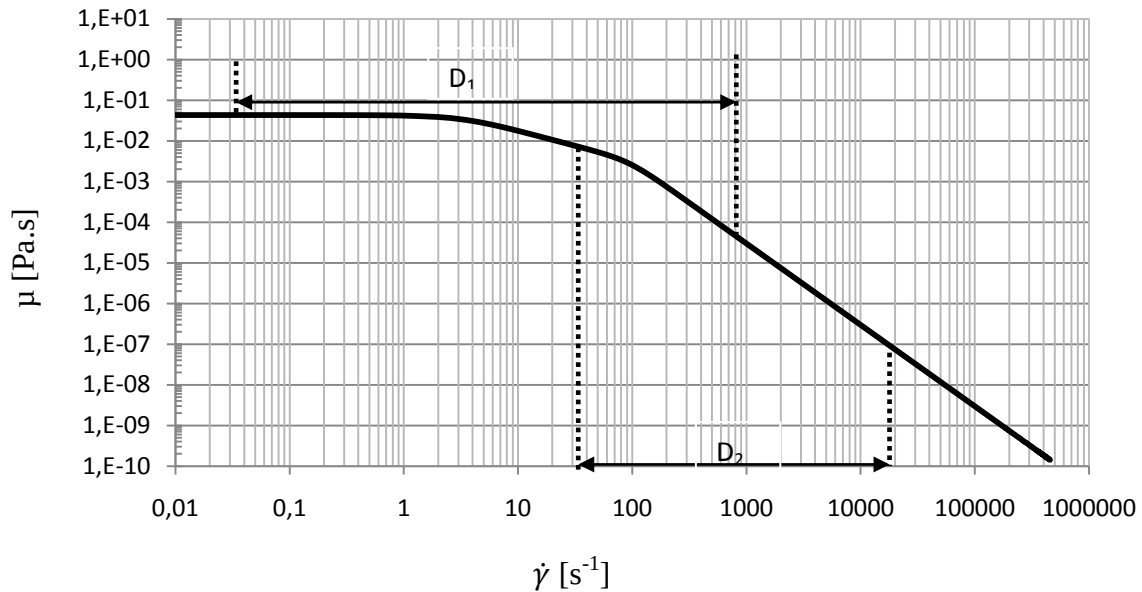


Figura 2.6 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido sPTT (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

A diferença entre a curva fornecida pelo fluido A e pelo fluido B vai permitir um teste mais completo do método simplificado proposto. Isto porque enquanto que a curva do fluido A apresentava uma variação mais acentuada da zona do primeiro patamar até à zona em que o fluido apresenta um comportamento semelhante à de um fluido lei de potência, a curva do fluido B apresenta uma variação mais suave sendo uma situação onde as rectas tangentes à curva terão uma variação da inclinação não tão repentina.

Para o estudo do fluido B serão utilizados dois diâmetros diferentes, separando o estudo da curva de viscosidade em dois intervalos de taxas de deformação.

Para o primeiro diâmetro foi admitido $D_1=0,05$ metros e um intervalo para os 21 pontos de número de Reynolds de $[0,1;6000]$, que situa a gama de teste no intervalo de taxa de deformação entre $[0,0320 \text{ s}^{-1}; 180,9 \text{ s}^{-1}]$ como está representado na figura 2.6, enquanto a velocidade média está compreendida entre $[0,0002 \text{ m/s}; 1,1305 \text{ m/s}]$

Para D_2 foi admitido um diâmetro de $0,001$ metros e realizados testes de 20 pontos de Re' a variar entre $[0,1367; 4731]$. Para este novo diâmetro em estudo, obtemos um intervalo da taxa de deformação a variar entre $[31,024 \text{ s}^{-1}; 17452 \text{ s}^{-1}]$ enquanto a velocidade situou-se entre $[0,004 \text{ m/s}; 2,182 \text{ m/s}]$.

Para o intervalo com diâmetro D_1 obtiveram-se os resultados apresentados na tabela 2.6 a partir de incrementos para o cálculo do n_{local} de $0,0001 \text{ s}^{-1}$.

O erro máximo para o cálculo do coeficiente de fricção dá-se para uma taxa de deformação de $3,316 \text{ s}^{-1}$ como pode ser confirmado na tabela 2.6. Já o erro máximo para o cálculo do número de Nusselt ocorre para uma taxa de deformação de $42,4 \text{ s}^{-1}$ como pode ser confirmado na tabela 2.6.

Mais uma vez é possível reparar que a zona onde estão situados os pontos que apresentam maiores erros de Nusselt são aqueles onde existe uma variação mais brusca do

perfil da curva de viscosidade. O erro médio do método simplificado para este intervalo é maior para o cálculo do número de Nusselt, sendo de 0,83%, do que para o caso do cálculo de f , cujo erro médio atinge aproximadamente 0,62%

Tabela 2.6 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,05$ metros) do fluido sPTT (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,10	$2,0 \times 10^{-4}$	0,032	1,000	0,100	$3,20 \times 10^{-3}$	639,994	4,364	$3,20 \times 10^{-3}$	640	4,364	0,00	0,00
0,17	$3,47 \times 10^{-4}$	0,055	1,000	0,100	$5,55 \times 10^{-3}$	369,200	4,364	$5,55 \times 10^{-3}$	369,209	4,364	0,00	0,00
0,30	$6,01 \times 10^{-4}$	0,096	0,999	0,100	$9,61 \times 10^{-3}$	212,976	4,364	$9,61 \times 10^{-3}$	212,993	4,364	0,01	0,00
0,52	$1,04 \times 10^{-3}$	0,167	0,997	0,100	$1,66 \times 10^{-3}$	122,845	4,364	$1,66 \times 10^{-3}$	122,873	4,365	0,02	0,01
0,90	$1,80 \times 10^{-3}$	0,288	0,992	0,100	$2,88 \times 10^{-3}$	70,837	4,365	$2,88 \times 10^{-3}$	70,884	4,367	0,07	0,04
1,57	$3,11 \times 10^{-3}$	0,498	0,977	0,099	$4,94 \times 10^{-3}$	40,815	4,369	$4,95 \times 10^{-3}$	40,892	4,374	0,19	0,12
2,71	$5,33 \times 10^{-3}$	0,853	0,938	0,098	$8,33 \times 10^{-3}$	23,479	4,378	$8,37 \times 10^{-3}$	23,590	4,392	0,48	0,31
4,70	$8,95 \times 10^{-3}$	1,432	0,862	0,095	0,135	13,480	4,400	0,136	13,609	4,431	0,95	0,70
8,15	$1,45 \times 10^{-2}$	2,323	0,758	0,089	0,204	7,743	4,442	0,207	7,851	4,496	1,40	1,22
14,13	$2,26 \times 10^{-2}$	3,616	0,656	0,080	0,285	4,459	4,501	0,289	4,529	4,575	1,58	1,65
24,49	$3,40 \times 10^{-2}$	5,443	0,575	0,069	0,372	2,574	4,570	0,378	2,613	4,655	1,52	1,87
42,46	$5,00 \times 10^{-2}$	8,003	0,514	0,059	0,465	1,487	4,639	0,471	1,507	4,726	1,36	1,89
73,60	$7,24 \times 10^{-2}$	11,58	0,471	0,049	0,563	0,860	4,704	0,570	0,870	4,788	1,16	1,78
127,58	0,104	16,59	0,438	0,041	0,667	0,497	4,762	0,674	0,502	4,838	0,97	1,60
221,16	0,147	23,58	0,415	0,033	0,779	0,287	4,813	0,786	0,289	4,880	0,80	1,40
383,37	0,208	33,35	0,397	0,027	0,900	0,166	4,856	0,906	0,167	4,914	0,65	1,19
664,54	0,294	46,97	0,383	0,022	1,032	$9,58 \times 10^{-2}$	4,892	1,038	$9,63 \times 10^{-2}$	4,941	0,53	1,01
1151,94	0,412	65,98	0,372	0,018	1,176	$5,53 \times 10^{-2}$	4,922	1,181	$5,56 \times 10^{-2}$	4,963	0,43	0,84
1996,81	0,578	92,49	0,364	0,014	1,334	$3,19 \times 10^{-2}$	4,946	1,339	$3,21 \times 10^{-2}$	4,981	0,35	0,69
3461,34	0,809	129,4	0,358	0,012	1,508	$1,84 \times 10^{-2}$	4,967	1,512	$1,85 \times 10^{-2}$	4,995	0,28	0,57
6000	1,131	180,9	0,353	0,009	1,700	$1,06 \times 10^{-2}$	4,983	1,704	$1,07 \times 10^{-2}$	5,006	0,23	0,46
Erro médio											0,62	0,83

O mesmo estudo mas agora para o intervalo para o diâmetro da tubagem $D_2=0,001$ metros origina os resultados apresentados a tabela abaixo. Mais uma vez foram utilizados incrementos da taxa de deformação de $0,0001 \text{ s}^{-1}$ para o cálculo do índice n_{local} .

Para o segundo intervalo de estudo do fluido B é possível concluir que à medida que a curva de viscosidade se aproxima do perfil de um fluido lei de potência o erro tende a diminuir, tomando valores muito próximos de zero. Isto sucede tanto para os resultados do coeficiente de fricção como também para o número de Nusselt. Para os casos do cálculo dos erros dos números de Nusselt, estes apresentam uma média de 0,34% enquanto para o cálculo de f erro é de 0,17%.

Tabela 2.7 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,001$ metros) do fluido sPTT (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,15	$3,88 \times 10^{-3}$	31,02	0,400	$2,84 \times 10^{-2}$	0,874	465,113	4,847	0,880	468,275	4,907	0,68	1,24
0,26	$5,471 \times 10^{-3}$	43,73	0,385	$2,31 \times 10^{-2}$	1,004	268,657	4,885	1,009	270,143	4,936	0,55	1,04
0,44	$7,681 \times 10^{-3}$	61,47	0,374	$1,87 \times 10^{-2}$	1,145	155,147	4,916	1,150	155,843	4,959	0,45	0,87
0,75	$1,08 \times 10^{-2}$	86,19	0,366	$1,51 \times 10^{-2}$	1,300	89,579	4,942	1,304	89,904	4,977	0,36	0,72
1,29	$1,51 \times 10^{-2}$	120,7	0,359	$1,22 \times 10^{-2}$	1,470	51,713	4,963	1,475	51,865	4,992	0,29	0,59
2,22	$2,11 \times 10^{-2}$	168,7	0,354	$9,861 \times 10^{-3}$	1,659	29,850	4,980	1,662	29,920	5,004	0,24	0,48
3,82	$2,94 \times 10^{-2}$	235,5	0,350	$7,941 \times 10^{-3}$	1,867	17,228	4,994	1,870	17,261	5,014	0,19	0,39
6,55	$4,11 \times 10^{-2}$	328,7	0,347	$6,391 \times 10^{-3}$	2,098	9,943	5,005	2,101	9,957	5,020	0,15	0,30
11,25	$5,73 \times 10^{-2}$	458,3	0,343	$5,141 \times 10^{-3}$	2,354	5,737	5,015	2,357	5,744	5,028	0,12	0,27
19,33	$7,99 \times 10^{-2}$	638,8	0,341	$4,131 \times 10^{-3}$	2,639	3,311	5,022	2,641	3,314	5,033	0,10	0,21
33,19	0,111	890,0	0,340	$3,321 \times 10^{-3}$	2,955	1,910	5,028	2,958	1,912	5,037	0,08	0,17
56,99	0,155	1240	0,339	$2,671 \times 10^{-3}$	3,308	1,102	5,033	3,310	1,103	5,040	0,06	0,14
97,85	0,216	1726	0,338	$2,141 \times 10^{-3}$	3,700	0,636	5,037	3,702	0,636	5,042	0,05	0,11
168,03	0,300	2403	0,337	$1,721 \times 10^{-3}$	4,138	0,367	5,040	4,140	0,367	5,044	0,04	0,09
288,53	0,418	3345	0,336	$1,381 \times 10^{-3}$	4,625	0,212	5,042	4,627	0,212	5,046	0,03	0,07
495,45	0,582	4655	0,335	$1,111 \times 10^{-3}$	5,169	0,122	5,044	5,170	0,122	5,047	0,03	0,06
850,76	0,810	6479	0,335	$8,921 \times 10^{-4}$	5,775	$7,05 \times 10^{-2}$	5,046	5,776	$7,05 \times 10^{-2}$	5,048	0,02	0,05
1460,88	1,127	9015	0,335	$7,161 \times 10^{-3}$	6,451	$4,06 \times 10^{-2}$	5,047	6,453	$4,06 \times 10^{-2}$	5,049	0,02	0,04
2508,55	1,568	12544	0,334	$5,751 \times 10^{-3}$	7,206	$2,34 \times 10^{-2}$	5,048	7,207	$2,34 \times 10^{-2}$	5,050	0,01	0,03
4307,55	2,182	17452	0,334	$4,611 \times 10^{-3}$	8,047	$1,35 \times 10^{-2}$	5,049	8,048	$1,35 \times 10^{-2}$	5,050	0,01	0,02
Erro médio											0,17	0,34

O estudo do fluido B veio confirmar as conclusões a que se tinham chegado a quando da análise do fluido A. As zonas onde o método apresenta piores resultados são aquelas onde se verifica uma variação mais acentuada do perfil da curva de viscosidade e consequentemente da inclinação da recta tangente aos pontos do perfil em estudo. Nas zonas onde a curva de viscosidade apresenta valores constantes ou quando se aproxima da forma dos fluidos lei de potência, apresentam resultados muito favoráveis. Isto pode ser confirmado analisando as figuras 2.7 e 2.8 que representam os resultado do número de Nusselt por ambos os métodos neste intervalo em estudo e a evolução do índice n_{local} ao longo da curva de viscosidade do fluido B respectivamente.

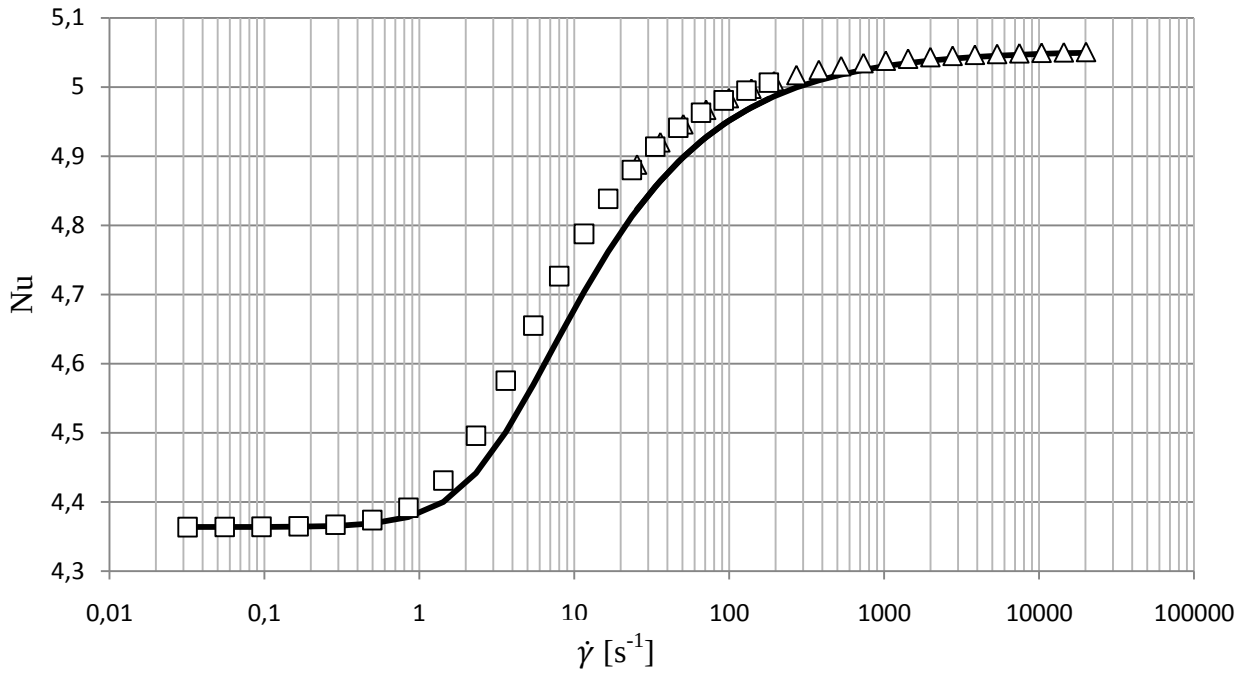


Figura 2.7 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (B) em análise para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

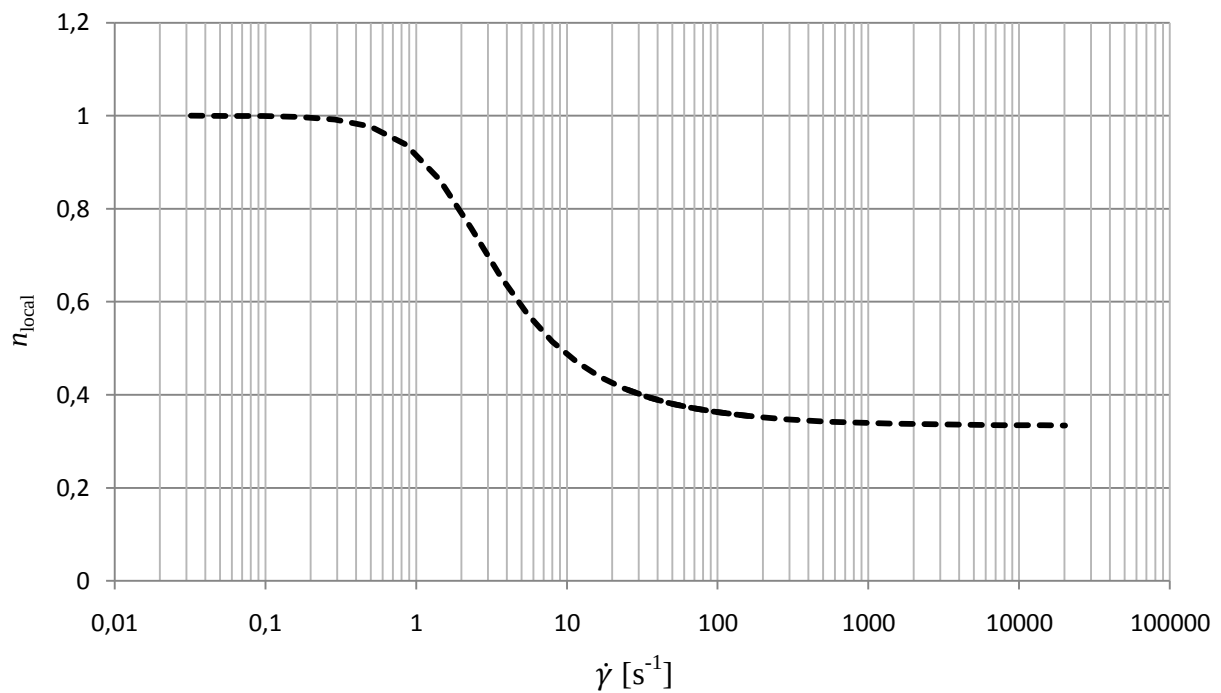


Figura 2.8 Evolução do índice n_{local} ao longo da curva de viscosidade do fluido sPTT (B)

Na figura 2.9 surgem representados os resultados do coeficiente f por ambos os métodos, e mais uma vez devido ao baixo valor dos erros do método simplificado relativamente ao método analítico, os valores de f aparecem quase sobrepostos à linha que representa o valor teórico do coeficiente de fricção.

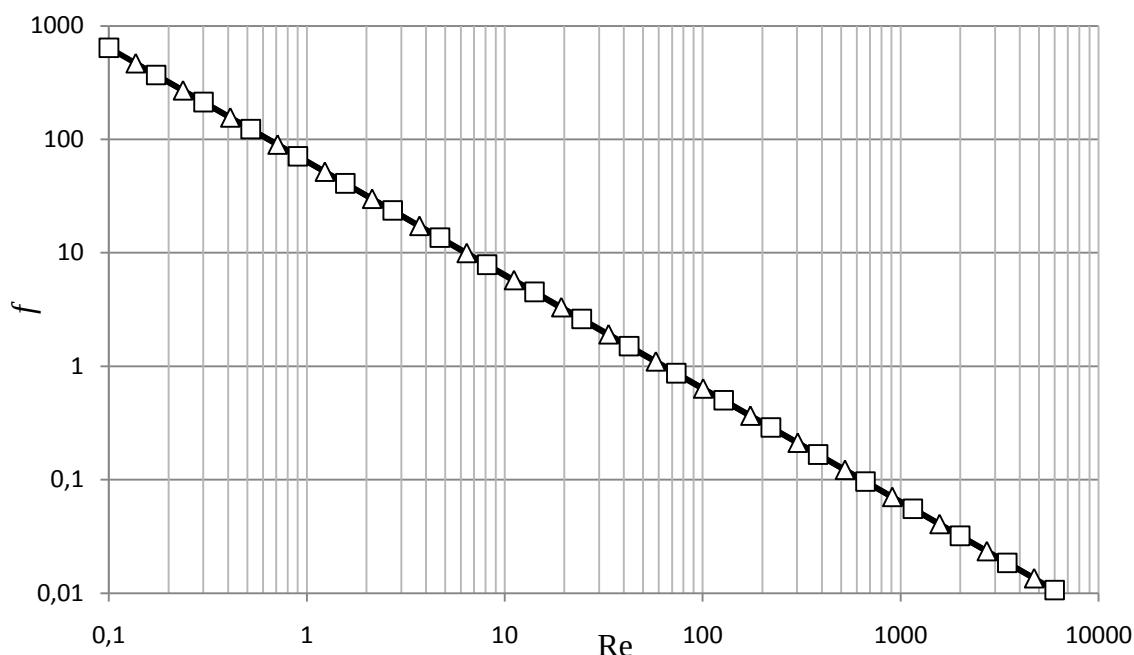


Figura 2.9 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido sPTT (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

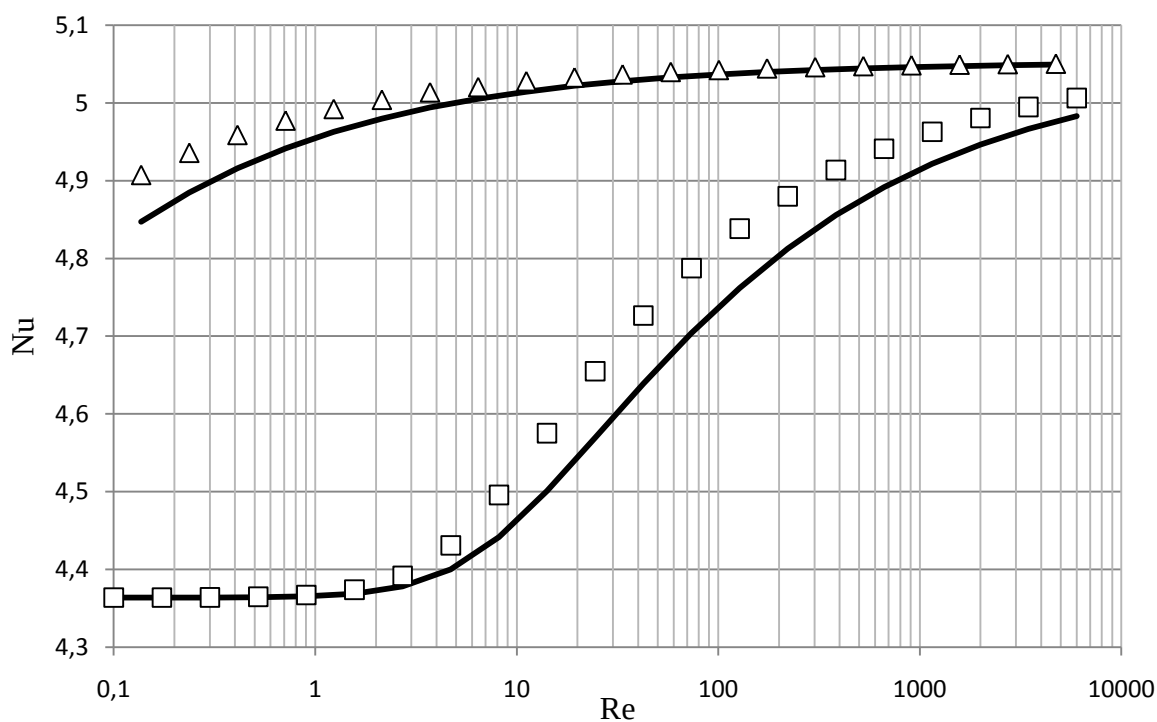


Figura 2.10 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido sPTT (B) em análise para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

Realizando agora os cálculos para o fluido B no caso de temperatura de parede constante, alcançamos os seguintes resultados.

Tabela 2.8 Resultados da comparação dos valores obtidos para o número de Nusselt pelo método simplificado e por métodos numéricos para o caso de temperatura de parede constante do fluido sPTT (B)

n	n_{local}	Nu literatura (simplificado)	Nu (analítico)	Erro (%)
1	0,999	3,66	3,66	0,0000
0,5	0,500	3,95	3,88	1,8041
0,3333	0,334	4,18	4,17	0,2398

Pela análise destes resultados em conjunto com os da tabela 2.5, permite concluir que o método simplificado pode ser uma boa alternativa para cálculos expeditos mas com algum rigor, também para o caso da temperatura de parede constante.

2.3 Modelo de Bingham

2.3.1 Solução analítica existente para a transferência de calor e para o perfil de velocidades

Fluidos que necessitam de uma tensão inicial, superior a um dado valor diferente de zero, antes de começarem a escoar são designados plásticos de Bingham. Este fluido num escoamento laminar totalmente desenvolvido apresenta o seguinte perfil de velocidades (Min e Yoo, 1999)

$$\frac{u}{\bar{U}} = \begin{cases} \frac{2(1-C)^2}{1 - \frac{4}{3}C + \frac{C^4}{3}} & \text{para } 0 \leq r^* \leq C \\ \frac{2(1-r^2 - 2C(1-r))}{1 - \frac{4}{3}C + \frac{C^4}{3}} & \text{para } C \leq r^* \leq 1 \end{cases} \quad (2.10)$$

Com $r^* = \frac{r}{R}$ e onde $r^*=0$ e $r^*=1$, correspondem respectivamente ao eixo da conduta e à parede da mesma, e C é a razão entre tensão de cedência e a tensão de corte na parede. À medida que C se aproxima de 1 o perfil de velocidade transforma-se num perfil de velocidade pistão e no caso de $C=0$ corresponde a um escoamento laminar de um fluido Newtoniano.

O número de Nusselt em tal tipo de escoamento pode ser obtido pela expressão 2.11 (Min e Yoo, 1999)

$$Nu_{\infty} = -\frac{1}{B} \quad (2.11)$$

onde

$$\begin{cases} B = E^2 \left(-\frac{11}{48} + \frac{68C}{105} - \frac{62C^2}{135} - \frac{C^4}{4} + \frac{10C^5}{27} + \frac{C^6}{15} - \frac{2C^7}{15} - \frac{13C^8}{1008} + \frac{C^8 \ln C}{18} \right) \\ E = \frac{3}{(3 - 4C + C^4)} \end{cases} \quad (2.12)$$

De acordo com Coelho e Pinho, (2008) um escoamento laminar do fluido de Bingham, a função da tensão da parede em função da tensão de cedência é dada por

$$C = \frac{\tau_0}{\tau_w} = \frac{2^{5/6}}{4} \left\{ \sqrt{(b^{1/3} + c^{1/3})} - \sqrt{\left[2\sqrt{(b^{2/3} - b^{1/3}c^{1/3} + c^{2/3})} - b^{1/3} - c^{1/3} \right]} \right\} \quad (2.13)$$

onde os números adimensionais b e c são respectivamente dados pelas expressões 2.14 e 2.15

$$b = (3U^+ + 4)^2 - \sqrt{3U^+(27U^{+3} + 144U^{+2} + 288U^+ + 256)} \quad (2.14)$$

$$c = (3U^+ + 4)^2 + \sqrt{3U^+(27U^{+3} + 144U^{+2} + 288U^+ + 256)} \quad (2.15)$$

enquanto U^+ , é dado pela expressão 2.16

$$U^+ = \frac{\bar{U}}{D\tau_0/(8\eta_\infty)} = \frac{8}{Bn} \quad (2.16)$$

2.3.2 Expressão para o cálculo do índice n_{local}

Para o cálculo do índice n_{local} será utilizada a metodologia apresentada na secção 1.6.3. Assim começando por derivar a expressão da viscosidade para o fluido de Bingham em ordem à taxa de deformação vem a expressão 2.17.

$$\left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo} = -\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}^2} \quad (2.17)$$

Igualando agora a equação acima obtida à equação da derivada da viscosidade da lei de potência vem

$$\frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} = \left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo} \quad (2.18)$$

$$\tau(n_{local} - 1)\dot{\gamma}^{-2} = -\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}^2} \quad (2.19)$$

Substituindo a tensão de corte pela expressão 1.24 vem a seguinte expressão para o índice de potência local, n_{local} em ordem as propriedades do fluido de Bingham.

$$n_{local} = -\frac{\tau_0}{\mu_\infty\dot{\gamma} + \tau_0} + 1 \quad (2.20)$$

2.3.3 Resultados

Para a realização do teste ao método simplificado relativamente ao modelo de Bingham apenas foi utilizado um único fluido de teste cujas propriedades estão demonstradas na tabela 2.9.

Tabela 2.9 Propriedades dos fluidos Bingham em estudo

τ_0 [N/m ²]	10
μ_∞ [kg/(m.s)]	0,15
ρ [kg/m ³]	1000

A utilização de apenas um fluido de teste prende-se com o facto da curva de viscosidade deste fluido não apresentar variações assinaláveis, mesmo após a alteração da viscosidade do patamar Newtoniano ou da tensão de cedência. A forma da curva de viscosidade para o fluido com as propriedades apresentada na tabela 2.9 está representada a figura seguinte.

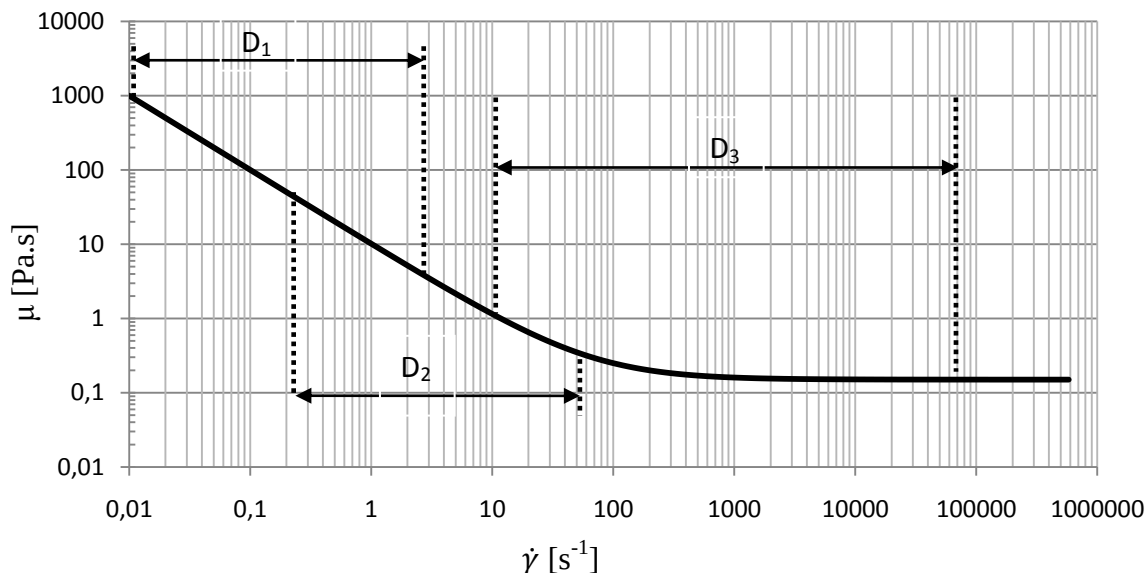


Figura 2.11 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Bingham em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

Para o estudo do perfil de viscosidade apresentado na figura 2.11, foram utilizados três diâmetros de teste de modo a ser possível o estudo ao longo de toda a curva de viscosidade. Para o diâmetro de maior dimensão (D_1) adoptou-se o valor de 8 metros (*) e realizaram-se testes para 21 números de Reynolds diferentes a variar entre $[0,1; 6000]$. Para estes valores de teste o intervalo da taxa de deformação é $[0,0112 \text{ s}^{-1}; 2,9116 \text{ s}^{-1}]$ e a velocidade do escoamento para esse intervalo situa-se entre $[0,0112 \text{ m/s}; 2,9116 \text{ m/s}]$.

Para D_2 o valor assumido foi de 0,5 metros para um estudo de 20 números de Reynolds situados entre $[0,1489; 4308]$, que proporciona um estudo no intervalo da taxa de deformação de $[0,220 \text{ s}^{-1}; 52,808 \text{ s}^{-1}]$ enquanto a velocidade média do escoamento está compreendida entre $[0,014 \text{ m/s}; 3,301 \text{ m/s}]$.

Finalmente para o último intervalo de estudo foi utilizado o diâmetro $D_3=0,01$ metros, para 22 números de Reynolds a variar entre $[0,124; 5173,8]$. Este diâmetro situa a gama de teste no intervalo de taxa de deformação $[11,544 \text{ s}^{-1}; 61928 \text{ s}^{-1}]$. A velocidade por sua vez situa-se $[0,014 \text{ m/s}; 77,411 \text{ m/s}]$.

Começando o estudo para esta curva de viscosidade pelo intervalo com diâmetro D_1 é possível obter os resultados apresentados na tabela 2.10.

(*) Este valor não é fisicamente aceitável, contudo permite testar a metodologia em condições extremas.

Pela análise dos resultados é possível verificar que o erro máximo para o cálculo do número de Nusselt neste intervalo é de 5,24% sendo bastante superior ao calculado para o sPTT. Em relação ao erro do coeficiente de fricção o erro máximo deste intervalo é aproximadamente de 3,22% um pouco inferior ao erro verificado no cálculo da transferência de calor. A média de erros neste intervalo é maior para o cálculo do número de Nusselt apresentando um valor próximo de 3,39%.

Tabela 2.10 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=8$ metros) do fluido Bingham

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,10	1,12×10 ⁻²	1,12×10 ⁻²	0,000	895,051	10,092	645,008	7,904	10,014	640	7,995	0,78	1,15
0,17	1,47×10 ⁻²	1,47×10 ⁻²	0,000	679,949	10,106	372,463	7,890	10,018	369,209	7,993	0,87	1,31
0,30	1,94×10 ⁻²	1,94×10 ⁻²	0,000	516,568	10,122	215,102	7,874	10,023	212,993	7,991	0,98	1,48
0,52	2,56×10 ⁻²	2,56×10 ⁻²	0,000	392,470	10,140	124,237	7,856	10,029	122,873	7,988	1,10	1,68
0,90	3,37×10 ⁻²	3,37×10 ⁻²	0,001	298,208	10,161	71,764	7,835	10,036	70,884	7,984	1,23	1,90
1,57	4,43×10 ⁻²	4,43×10 ⁻²	0,001	226,609	10,185	41,458	7,812	10,046	40,892	7,979	1,36	2,14
2,71	5,84×10 ⁻²	5,84×10 ⁻²	0,001	172,222	10,213	23,953	7,785	10,058	23,590	7,972	1,51	2,41
4,70	7,70×10 ⁻²	7,70×10 ⁻²	0,001	130,908	10,245	13,840	7,754	10,074	13,609	7,963	1,67	2,70
8,15	0,101	0,101	0,002	99,524	10,282	7,998	7,719	10,093	7,851	7,952	1,84	3,01
14,13	0,134	0,134	0,002	75,683	10,325	4,622	7,680	10,117	4,529	7,937	2,01	3,34
24,49	0,176	0,176	0,003	57,569	10,375	2,671	7,636	10,148	2,613	7,917	2,19	3,69
42,46	0,233	0,233	0,003	43,807	10,432	1,544	7,585	10,185	1,507	7,892	2,37	4,04
73,60	0,307	0,307	0,005	33,349	10,499	0,892	7,528	10,232	0,870	7,859	2,54	4,39
127,58	0,405	0,405	0,006	25,402	10,577	0,516	7,464	10,291	0,502	7,816	2,71	4,71
221,16	0,535	0,535	0,008	19,361	10,668	0,298	7,393	10,363	0,289	7,760	2,86	4,98
383,37	0,708	0,708	0,011	14,768	10,775	0,172	7,312	10,452	0,167	7,690	3,00	5,17
664,54	0,937	0,937	0,014	11,276	10,900	9,94×10 ⁻²	7,222	10,561	9,63×10 ⁻²	7,601	3,11	5,24
1151,94	1,241	1,241	0,018	8,618	11,047	5,74×10 ⁻²	7,123	10,695	5,56×10 ⁻²	7,490	3,18	5,15
1996,81	1,646	1,646	0,024	6,596	11,221	3,31×10 ⁻²	7,012	10,859	3,21×10 ⁻²	7,353	3,22	4,86
3461,34	2,187	2,187	0,032	5,056	11,428	1,91×10 ⁻²	6,891	11,060	1,85×10 ⁻²	7,189	3,22	4,33
6000	2,912	2,912	0,042	3,882	11,676	1,10×10 ⁻²	6,757	11,303	1,07×10 ⁻²	6,996	3,19	3,53
Erro médio											2,14	3,39

Passando para o estudo do segundo intervalo da curva de viscosidade do fluido de Bingham, obtemos os resultados da tabela abaixo. O erro relativo máximo do método simplificado dá-se novamente para o número de Nusselt e numa zona que já havia sido analisada no intervalo anterior. Os erros, tanto do cálculo da transferência de calor como de perda de carga, apresentam variações bruscas contribuindo para que erro médio do cálculo de Nu seja aproximadamente 3,94% enquanto que para o erro médio de f o resultado é agora de 3,00%.

Tabela 2.11 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,5$ metros) do fluido Bingham

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,15	1,38×10 ⁻²	0,220	0,003	46,217	10,420	440,096	7,596	10,177	429,830	7,897	2,33	3,97
0,26	1,81×10 ⁻²	0,289	0,004	35,346	10,484	256,751	7,541	10,222	250,316	7,866	2,51	4,31
0,44	2,37×10 ⁻²	0,380	0,006	27,045	10,558	149,778	7,480	10,276	145,774	7,827	2,67	4,63
0,75	3,12×10 ⁻²	0,500	0,007	20,706	10,644	87,363	7,411	10,343	84,893	7,775	2,83	4,91
1,29	4,11×10 ⁻²	0,657	0,010	15,865	10,745	50,949	7,334	10,426	49,439	7,710	2,96	5,12
2,22	5,41×10 ⁻²	0,865	0,013	12,166	10,862	29,705	7,249	10,528	28,791	7,628	3,08	5,23
3,82	7,13×10 ⁻²	1,141	0,017	9,339	11,000	17,314	7,154	10,652	16,767	7,525	3,16	5,20
6,55	9,41×10 ⁻²	1,505	0,022	7,177	11,163	10,088	7,048	10,804	9,764	7,399	3,21	4,98
11,25	0,124	1,989	0,029	5,524	11,355	5,876	6,932	10,988	5,686	7,247	3,23	4,54
19,33	0,165	2,633	0,038	4,258	11,584	3,421	6,805	11,212	3,312	7,067	3,21	3,84
33,19	0,218	3,492	0,050	3,288	11,858	1,991	6,667	11,483	1,928	6,859	3,16	2,88
56,99	0,290	4,641	0,065	2,545	12,189	1,159	6,517	11,812	1,123	6,627	3,09	1,69
97,85	0,386	6,183	0,085	1,975	12,591	0,674	6,357	12,210	0,654	6,377	3,03	0,32
168,03	0,516	8,262	0,110	1,537	13,085	0,393	6,187	12,695	0,381	6,117	2,98	1,13
288,53	0,692	11,08	0,142	1,200	13,698	0,229	6,008	13,292	0,222	5,856	2,97	2,52
495,45	0,932	14,92	0,183	0,941	14,471	0,133	5,822	14,037	0,129	5,605	3,00	3,73
850,76	1,262	20,20	0,233	0,742	15,461	7,76×10 ⁻²	5,633	14,986	7,52×10 ⁻²	5,373	3,07	4,62
1460,88	1,721	27,54	0,292	0,589	16,756	4,52×10 ⁻²	5,443	16,228	4,38×10 ⁻²	5,165	3,15	5,11
2508,55	2,369	37,91	0,362	0,472	18,492	2,64×10 ⁻²	5,256	17,901	2,55×10 ⁻²	4,984	3,20	5,17
4307,55	3,301	52,81	0,442	0,383	20,889	1,53×10 ⁻²	5,078	20,231	1,49×10 ⁻²	4,833	3,15	4,83
Erro médio											3,00	3,94

Finalmente para o terceiro intervalo representado na figura 2.11 os resultados do seu estudo estão indicados na tabela 2.12.

Neste intervalo tanto o erro médio de transferência de calor como de perda de carga apresentam uma grande diminuição devido à curva de viscosidade apresentar um valor constante de viscosidade para altas taxas de deformação. O que faz com que o erro médio de f e Nu sejam 1,56% e 2,0% respectivamente. Em relação aos valores máximos de destacar o valor que toma o erro do cálculo de Nusselt atingindo 5,19%.

Tabela 2.12 Resultados obtidos para o terceiro intervalo estudado ($D_3=0,01$ metros) do fluido Bingham

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,12	$1,44 \times 10^{-2}$	11,54	0,148	1,160	13,795	530,014	5,982	13,386	514,271	5,820	2,97	2,71
0,21	$1,91 \times 10^{-2}$	15,26	0,186	0,924	14,538	319,581	5,808	14,101	309,976	5,587	3,01	3,81
0,34	$2,53 \times 10^{-2}$	20,27	0,233	0,740	15,475	192,760	5,631	14,999	186,838	5,370	3,07	4,63
0,57	$3,39 \times 10^{-2}$	27,10	0,289	0,596	16,680	116,277	5,453	16,155	112,616	5,175	3,15	5,10
0,94	$4,56 \times 10^{-2}$	36,52	0,354	0,484	18,264	70,119	5,277	17,681	67,879	5,003	3,19	5,19
1,56	$6,21 \times 10^{-2}$	49,72	0,427	0,397	20,398	42,252	5,109	19,752	40,914	4,858	3,17	4,92
2,60	$8,57 \times 10^{-2}$	68,58	0,507	0,330	23,359	25,429	4,952	22,653	24,661	4,736	3,02	4,35
4,31	0,120	96,15	0,591	0,279	27,598	15,284	4,810	26,841	14,864	4,638	2,74	3,59
7,14	0,172	137,5	0,673	0,241	33,870	9,175	4,690	33,075	8,959	4,560	2,35	2,77
11,85	0,251	201,0	0,751	0,212	43,449	5,504	4,592	42,632	5,400	4,500	1,88	2,00
19,66	0,376	301,2	0,819	0,191	58,491	3,302	4,518	57,662	3,255	4,456	1,42	1,37
32,62	0,578	462,0	0,874	0,177	82,630	1,982	4,465	81,797	1,962	4,425	1,01	0,90
54,12	0,905	724,2	0,916	0,167	121,95	1,191	4,428	121,12	1,183	4,403	0,68	0,57
89,79	1,444	1155	0,945	0,161	186,61	0,716	4,404	185,78	0,713	4,388	0,45	0,36
148,96	2,334	1867	0,966	0,157	293,43	0,431	4,389	292,60	0,430	4,379	0,28	0,22
247,14	3,808	3046	0,979	0,154	470,35	0,259	4,379	469,52	0,259	4,373	0,18	0,13
410,02	6,253	5002	0,987	0,152	763,67	0,156	4,373	762,84	0,156	4,369	0,11	0,08
680,25	10,31	8245	0,992	0,152	1250	$9,41 \times 10^{-2}$	4,369	1249	$9,41 \times 10^{-2}$	4,367	0,07	0,05
1128,59	17,03	13625	0,995	0,151	2057	$5,67 \times 10^{-2}$	4,367	2056	$5,67 \times 10^{-2}$	4,366	0,04	0,03
1872,40	28,19	22551	0,997	0,151	3396	$3,42 \times 10^{-2}$	4,366	3395	$3,42 \times 10^{-2}$	4,365	0,02	0,02
3106,43	46,70	37360	0,998	0,150	5617	$2,06 \times 10^{-2}$	4,365	5617	$2,06 \times 10^{-2}$	4,364	0,01	0,01
5153,78	77,41	61928	0,999	0,150	9303	$1,24 \times 10^{-2}$	4,364	9301	$1,24 \times 10^{-2}$	4,364	0,01	0,01
Erro médio											1,56	2,04

Mais uma vez os erros, para o cálculo da perda de carga, são quase desprezáveis pois como se pode verificar na figura 2.12 os pontos apresentam-se sobrepostos à linha que representa a solução analítica.

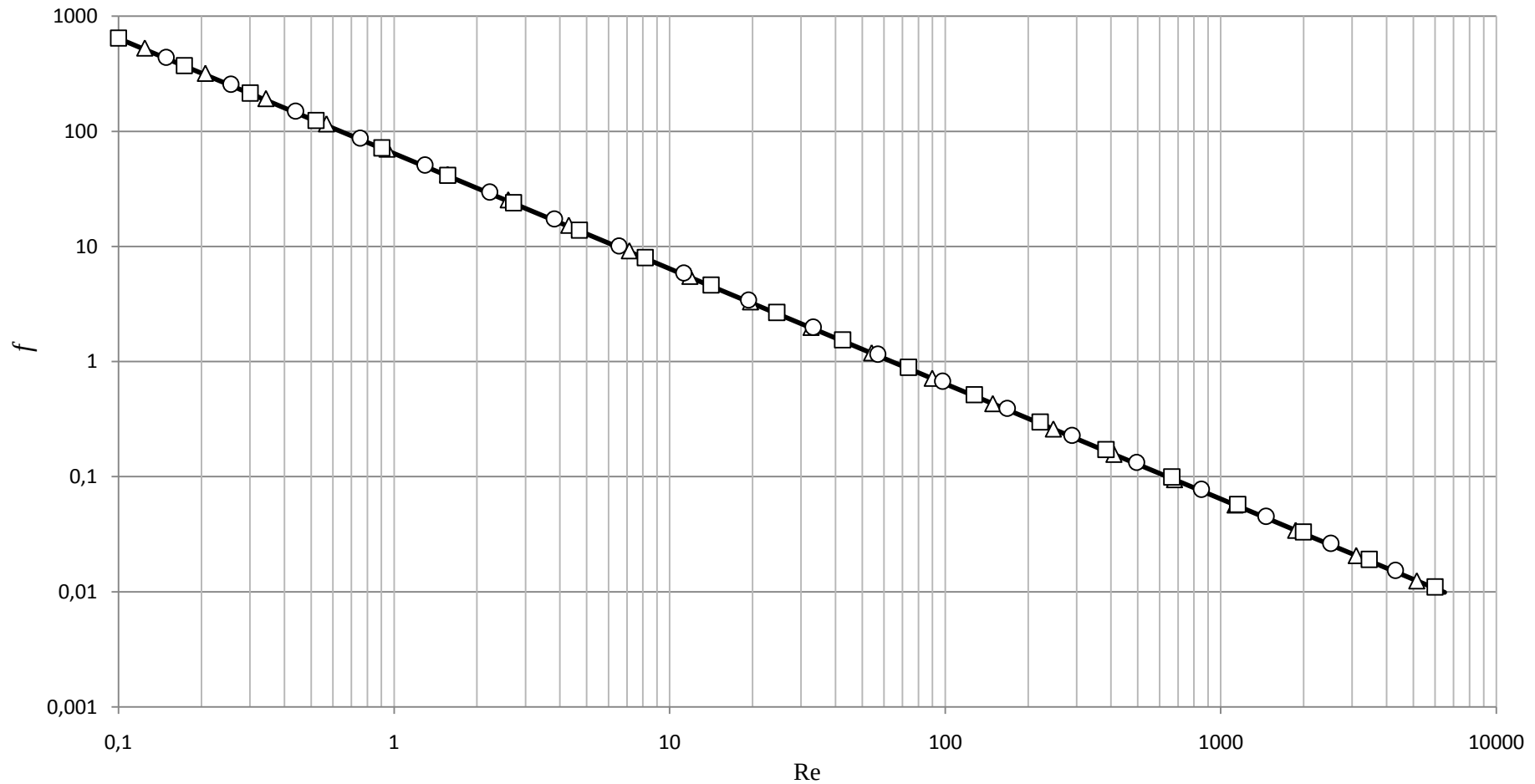


Figura 2.12 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Bingham em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)

Na figura 2.13 estão representados os resultados obtidos pelo método analítico e pelo método simplificado, para os três intervalos estudados. A análise da figura 2.13 permite-nos afirmar que nos dois primeiros intervalos o método simplificado apresentou maiores erros relativos no cálculo de transferência de calor.

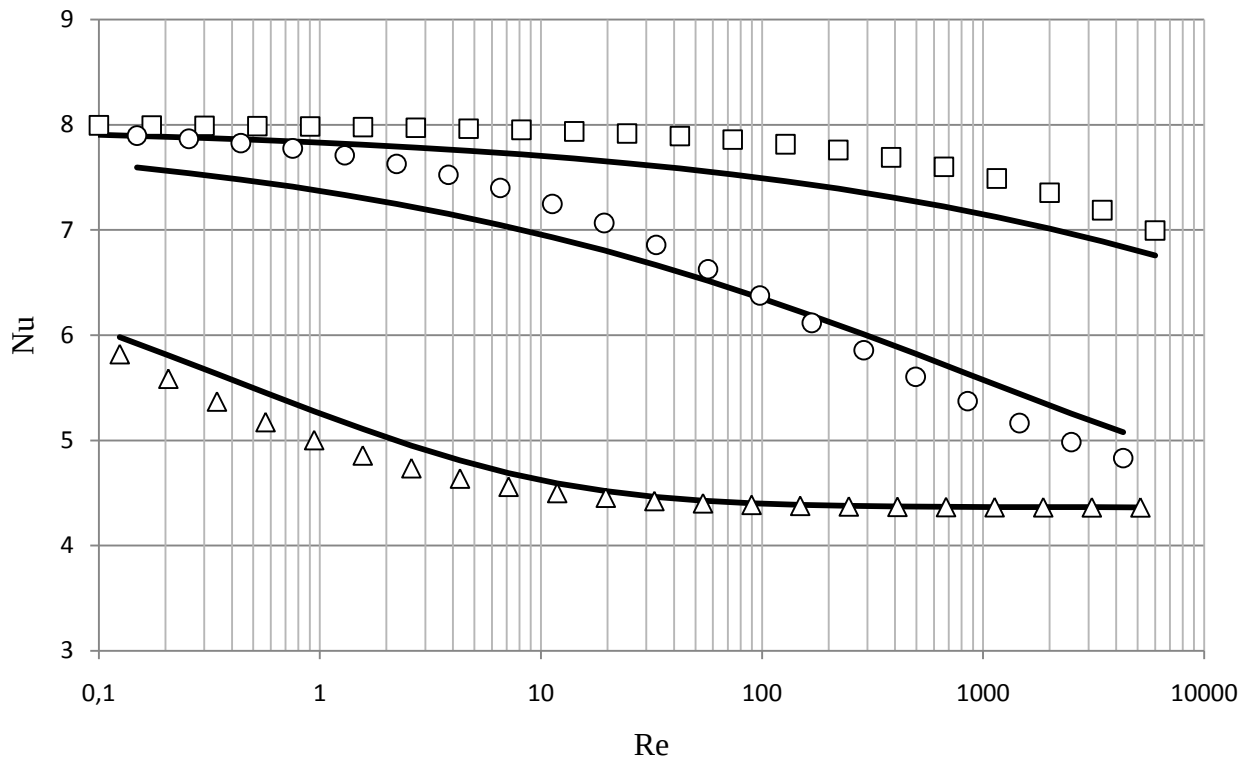


Figura 2.13 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Bingham em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), ○ Método simplificado (D_2), △ Método simplificado (D_3)

Contudo analisando os erros relativos dos cálculos de perda de carga, transferência de calor e comparando a sua evolução com a evolução do índice de potencia, n_{local} , representado na figura 2.14 é possível verificar que a justificação dada para o aumento do erro no caso do fluido sPTT, não pode ser aplicada ao caso do fluido de Bingham. Isto porque o erro relativo máximo do método simplificado para o cálculo do número de Nusselt, dá-se para uma taxa de deformação de $0,937 \text{ s}^{-1}$, onde o índice n_{local} não sofre uma variação acentuada, apresentado até uma tendência para se manter em valores próximos de 0,01.

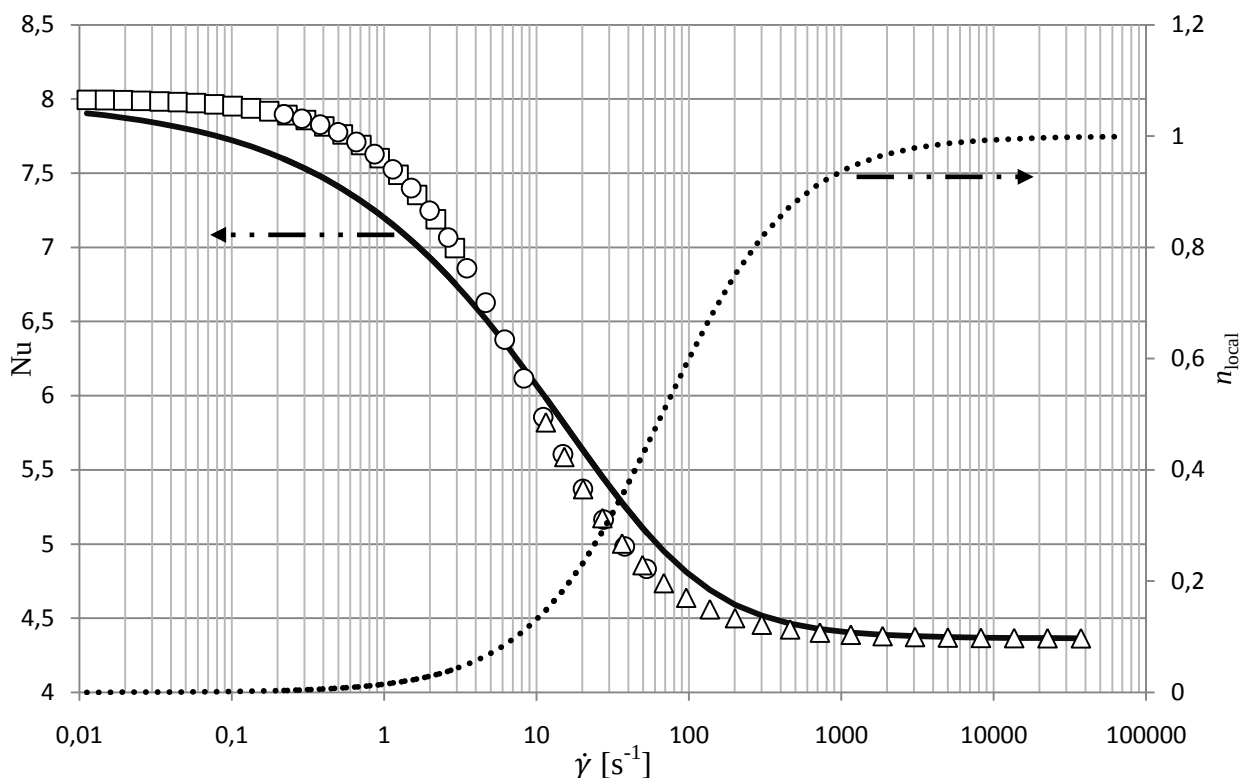


Figura 2.14 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Bingham em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3), ($\cdots$) evolução do índice n_{local}

A justificação para as diferenças dos resultados entre o método simplificado e o método analítico para transferência de calor ou para a perda de carga advêm do facto de o fluido de Bingham possuir uma tensão de cedência. Sendo que tanto para este fluido como para qualquer outro que possua esta característica a avaliação e justificação do erro pode ser melhor realizada através da comparação com perfil de velocidades e não por comparação com a forma da curva de viscosidade.

Na figura 2.15 estão apresentadas as diferenças entre o perfil de velocidade lei de potência que serve de base para o método simplificado e o perfil de velocidade do fluido de Bingham em estudo para três secções da curva de Nusselt versus $\dot{\gamma}$. Pela análise dos perfis de velocidade na secção A verifica-se que para zonas perto da parede da conduta (que é onde se dá a transferência de calor) existe uma maior velocidade de escoamento para um fluido que obedeça à lei de potência, esta maior velocidade faz com que se verifique uma maior intensificação de transferência de calor, resultando por isso um maior número de Nusselt para o método simplificado. Na secção B verifica-se exactamente o contrário sendo o perfil de velocidade do fluido de Bingham que apresenta uma maior velocidade junto da parede, logo o método analítico toma um valor de Nusselt superior. Para a zona onde os números de Nusselt apresentam o mesmo valor, os perfis de velocidade tomam a mesma forma sobrepondo-se um ao outro, como demonstra o perfil de velocidades da secção C.

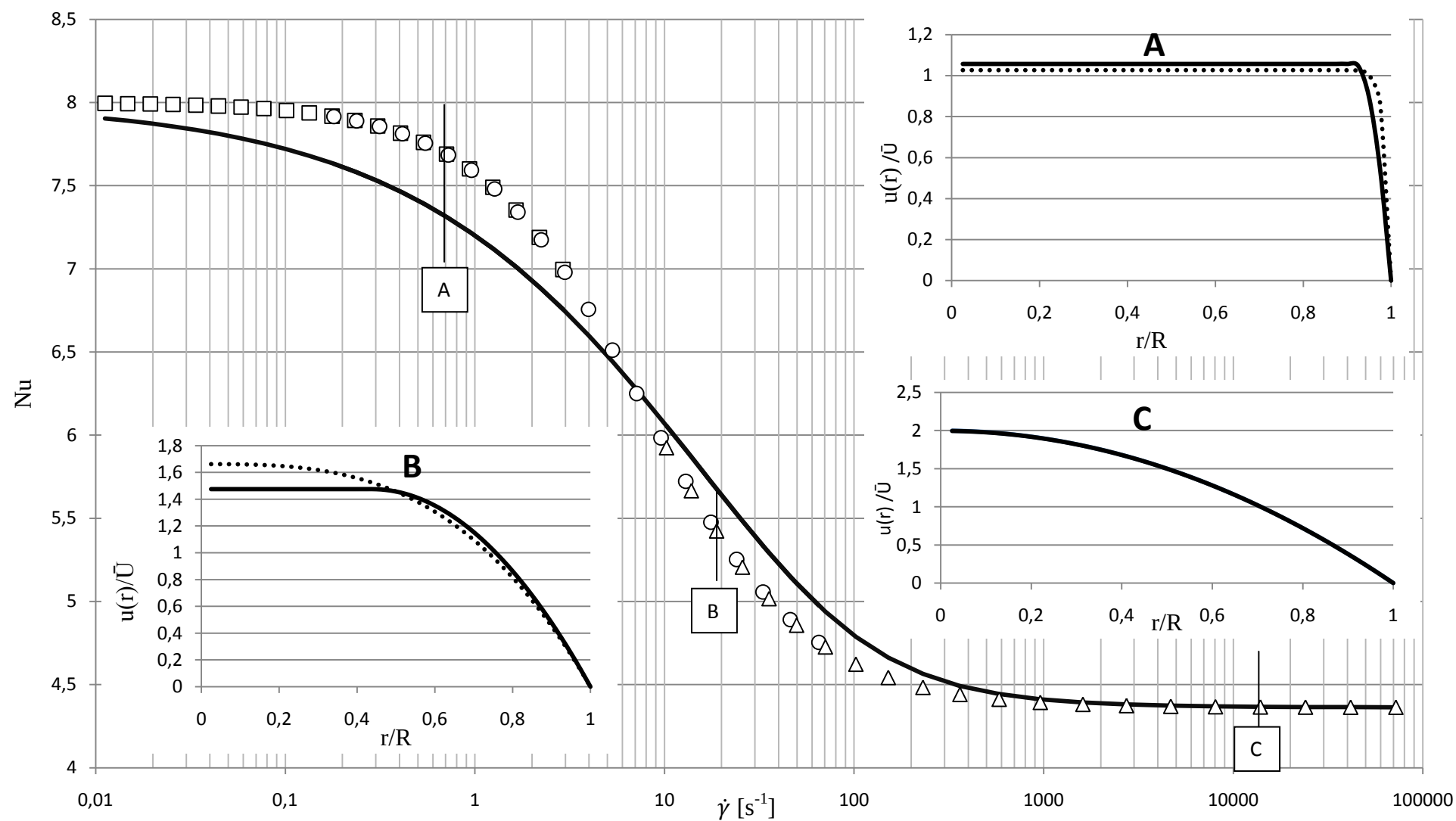


Figura 2.15 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Bingham em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3). Perfis de velocidade nos pontos A, B e C para (---) modelo lei de potência (—) modelo de Bingham

2.4 Modelo de Casson

2.4.1 Solução analítica existente para a transferência de calor e para o perfil de velocidades

Num escoamento laminar onde os perfis de velocidade e de temperatura estão totalmente desenvolvidos, a velocidade adimensionalizada de um fluido, cujo modelo reológico é o de Casson, como é o caso do sangue, em função da tensão na parede é dada por,

$$u^* = \frac{1}{2\mu_\infty} \left[\frac{\tau_w}{4} - \frac{4}{7} \sqrt{\tau_w \tau_0} - \frac{1}{84} \frac{\tau_0^4}{\tau_w^3} + \frac{\tau_0}{3} \right] \quad (2.21)$$

De acordo com Merrill *et al.* (1964) o perfil de velocidades pode ser dado por

$$\frac{u}{\bar{U}} = \begin{cases} \frac{C^{-1} \frac{1}{2} (1 - C^2) - \frac{4}{3} C^{-1/2} (1 - C^{3/2}) + (1 - C)}{\frac{C^{-1}}{4} - \frac{4}{7} \sqrt{C^{-1}} - \frac{1}{84} C^3 + \frac{1}{3}} & \text{para } 0 < C < r^* \\ \frac{C^{-1} \frac{1}{2} (1 - r^{*2}) - \frac{4}{3} C^{-1/2} (1 - r^{*3/2}) + (1 - r^*)}{\frac{C^{-1}}{4} - \frac{4}{7} \sqrt{C^{-1}} - \frac{1}{84} C^3 + \frac{1}{3}} & \text{para } r^* < C < 1 \end{cases} \quad (2.22)$$

Segundo Victor e Shah, (1975) a solução analítica de transferência de calor para um escoamento totalmente desenvolvido com fluxo de calor constante vem dada por

$$Nu = \frac{\alpha \cdot D}{k} = \frac{A^*}{(T_w - T_e) - (\bar{T} - T_e)} \quad (2.23)$$

onde α é o coeficiente de convecção, $\bar{T}$ a temperatura média e T_e a temperatura no eixo da conduta. Sabendo a temperatura no eixo da conduta é possível a partir das expressões 2.24 e 2.25 obter a temperatura na parede e a temperatura media na conduta respectivamente

$$\frac{(T_w - T_e)}{A^*} = \frac{3F}{256} - \frac{33(YF)^{1/2}}{588} + \frac{5Y}{72} - \frac{Y^4}{441F^3} [115 - 84 \ln \delta^*] \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned}
\frac{(\bar{T} - T_e)}{A^*} = & \frac{F^2}{2048} \left(\frac{7}{24} - \delta^{*4} + \frac{5\delta^{*6}}{6} - \frac{\delta^{*8}}{8} \right) \\
& - \frac{F(YF)^{1/2}}{18816} \left(\frac{8237}{330} - 98\delta^{*4} + \frac{520}{11}\delta^{*11/2} + \frac{245}{6}\delta^{*6} - \frac{226}{15}\delta^{*15/2} \right) \\
& + \frac{YF}{112896} \left(\frac{406363}{770} - 2450\delta^{*4} + \frac{2548\delta^{*5}}{5} + \frac{16640\delta^{*11/2}}{11} + \frac{735}{2}\delta^{*6} \right. \\
& \left. - \frac{3273}{7}\delta^{*7} \right) - \frac{Y^4}{3528F^2} \left(13 - 21 \ln \delta^* - \frac{73}{2}\delta^{*2} + \frac{47}{2}\delta^{*4} \right) \\
& - \frac{Y(YF)^{1/2}}{5292} \left(\frac{55833}{1430} - \frac{441}{2}\delta^{*4} + \frac{637}{5}\delta^{*5} + \frac{1170}{11}\delta^{*11/2} - \frac{680}{13}\delta^{*13/2} \right) \\
& + \frac{2Y^{9/2}}{1323F^{5/2}} \left(\frac{1029}{98} - 18 \ln \delta^* - \frac{73}{2}\delta^{*2} + 26\delta^{*7/2} \right) \\
& + \frac{Y^2}{72} \left(\frac{19}{60} - \frac{9}{4}\delta^{*4} + \frac{13\delta^{*5}}{5} - \frac{2\delta^{*6}}{3} \right) \\
& - \frac{Y^5}{441F^3} \left(\frac{15}{2} - 14 \ln \delta^* - \frac{73}{2}\delta^{*2} + 29\delta^{*3} \right) + \frac{1}{8}u_e^{*2}\delta^{*4} \quad (2.25)
\end{aligned}$$

sendo Y , δ^* e F números adimensionais definidos pelas expressões (2.26), (2.27) e (2.28) respectivamente, u_e^* representa a velocidade adimensional no eixo da conduta e é dada por (2.29)

$$Y \equiv \frac{\tau_0 D}{\bar{U} \mu_\infty} \quad (2.26)$$

$$F = \frac{4\tau_w D}{\bar{U} \mu_\infty} \quad (2.27)$$

$$\delta^* = \frac{4Y}{F} \quad (2.28)$$

$$u_e^* = \frac{F}{16}(1 - \delta^{*2}) - \frac{(YF)^{1/2}}{3}(1 - \delta^{*3/2}) + \frac{Y(1 - \delta^*)}{2} \quad (2.29)$$

2.4.2 Expressão para o cálculo do índice n_{local}

Para a obtenção da equação do factor n_{local} foi mais uma vez utilizada a metodologia abordada na secção 1.6.3. Por isso começou-se por derivar a equação da viscosidade do fluido de Casson em ordem à taxa de deformação, obtendo-se a expressão 2.30.

$$\left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo} = \frac{\mu_\infty^{1/2} \left((\dot{\gamma}^{1/2} \mu_\infty^{1/2} + \tau_0^{1/2}) \right)}{\dot{\gamma}^{3/2}} - \frac{(\dot{\gamma}^{1/2} \mu_\infty^{1/2} + \tau_0^{1/2})^2}{\dot{\gamma}^2} \quad (2.30)$$

Igualando a expressão 2.30 à derivada da viscosidade para a lei de potência.

$$\frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} = \left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo} \quad (2.31)$$

$$\tau(n_{local} - 1)\dot{\gamma}^{-2} = \frac{\mu_\infty^{1/2} \left((\dot{\gamma}^{1/2} \mu_\infty^{1/2} + \tau_0^{1/2}) \right)}{\dot{\gamma}^{3/2}} - \frac{(\dot{\gamma}^{1/2} \mu_\infty^{1/2} + \tau_0^{1/2})^2}{\dot{\gamma}^2} \quad (2.32)$$

Substituindo a tensão de corte pela expressão 1.26 vem

$$n_{local} = 1 + \frac{\mu_{\infty}^{1/2}(\dot{\gamma}^{1/2}\eta_{\infty}^{1/2} + \tau_0^{1/2})}{\dot{\gamma}^{-1/2}(\tau_0^{1/2} + (\mu_{\infty}\dot{\gamma})^{1/2})} - \frac{(\dot{\gamma}^{1/2}\mu_{\infty}^{1/2} + \tau_0^{1/2})^2}{(\tau_0^{1/2} + (\mu_{\infty}\dot{\gamma})^{1/2})} \quad (2.33)$$

2.4.3 Resultados

Para o teste do método simplificado relativamente ao modelo de Casson, foram utilizados dois fluidos com propriedades distintas que lhes proporcionam também diferentes curvas de viscosidade. As propriedades para os dois fluidos testados estão representadas na tabela 2.13.

Tabela 2.13 Propriedades dos fluidos Casson, A e B em estudo

	A	B
τ_0 [N/m ²]	8	8
μ_{∞} [kg/(m.s)]	0,04	49
ρ [kg/m ³]	1000	1000

O estudo será iniciado para o fluido A, que apresenta a curva de viscosidade representada na figura seguinte.

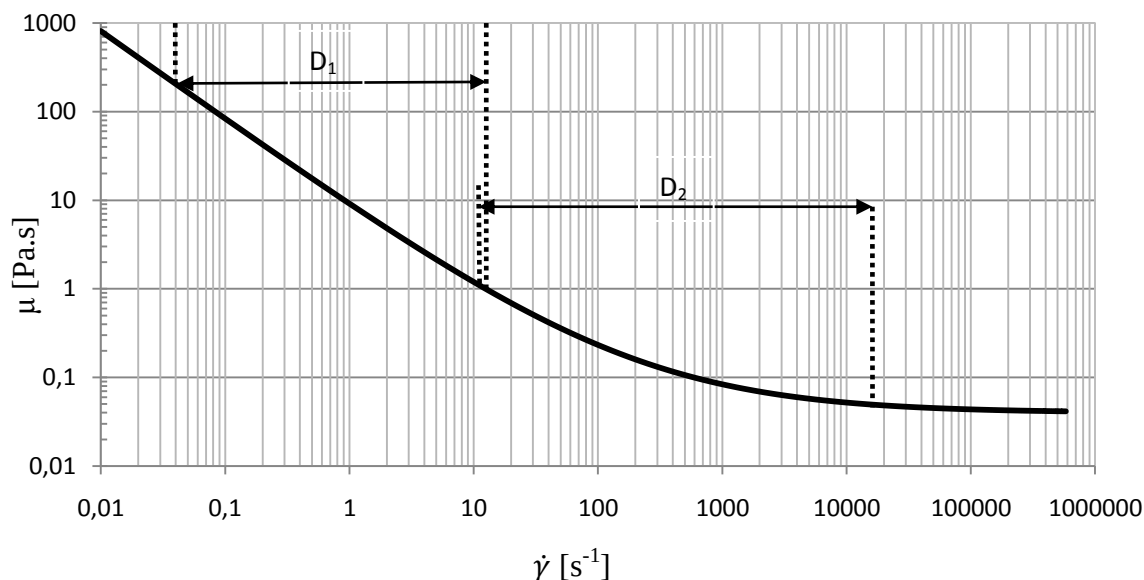


Figura 2.16 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Casson (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

O método de estudo utilizado será de todo idêntico ao utilizado na secção 2.2.2 utilizando 21 pontos de números de Reynolds situados no intervalo [0,1;6000]. Para que fosse possível testar toda a curva de viscosidade ao longo da sua taxa de deformação, foram seleccionados dois diâmetros de teste. Para o primeiro diâmetro da conduta foi admitido o valor de 2 metros, que situa a gama de teste no intervalo de taxa de deformação entre [0,04145 s⁻¹; 13,209 s⁻¹] como está representado na figura. Para este diâmetro a velocidade do escoamento varia no intervalo [0,01036 m/s; 3,30024 m/s].

Para o diâmetro, D_2 , mais pequeno será utilizado o valor de 0,01metros e realizados testes de 20 pontos de Re' a variar entre [0,1367; 4731]. Com este diâmetro o intervalo da taxa de deformação será [12,533s⁻¹; 18847 s⁻¹] enquanto a velocidade situou-se entre [0,016 m/s; 23,559 m/s].

Para o intervalo com o diâmetro de maior dimensão D_1 os resultados obtidos encontram-se na tabela 2.14. Os erros relativos tanto de perda de carga como de transferência de calor apresentam valores bastante aceitáveis sendo o valor máximo para o cálculo do número de Nusselt neste intervalo de 2,73% e o erro do coeficiente de fricção de 1,69%. Os erros médios apresentam valores equivalentes sendo 1,62% para o cálculo de f e para Nu um erro de 1,66%.

Tabela 2.14 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=2$ metros) do fluido Casson (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,10	1,04×10 ⁻²	4,15×10 ⁻²	0,015	207,269	8,720	649,558	7,398	8,592	640	7,572	1,47	2,35
0,17	1,37×10 ⁻²	5,48×10 ⁻²	0,017	158,053	8,795	374,935	7,347	8,660	369,209	7,522	1,53	2,38
0,30	1,81×10 ⁻²	7,25×10 ⁻²	0,019	120,580	8,877	216,400	7,292	8,738	212,993	7,465	1,57	2,37
0,52	2,40×10 ⁻²	9,59×10 ⁻²	0,022	92,040	8,969	124,888	7,234	8,825	122,873	7,402	1,61	2,33
0,90	3,17×10 ⁻²	0,127	0,025	70,295	9,072	72,068	7,171	8,923	70,884	7,332	1,64	2,25
1,57	4,20×10 ⁻²	0,168	0,029	53,721	9,186	41,585	7,104	9,034	40,892	7,255	1,67	2,13
2,71	5,57×10 ⁻²	0,223	0,033	41,083	9,314	23,993	7,033	9,158	23,590	7,171	1,68	1,60
4,70	7,39×10 ⁻²	0,296	0,037	31,442	9,458	13,842	6,958	9,299	13,609	7,079	1,69	1,75
8,15	9,82×10 ⁻²	0,393	0,043	24,084	9,619	7,986	6,878	9,457	7,851	6,981	1,69	1,49
14,13	0,130	0,522	0,049	18,465	9,801	4,607	6,794	9,636	4,529	6,875	1,68	1,19
24,49	0,174	0,694	0,056	14,171	10,006	2,657	6,706	9,838	2,613	6,763	1,67	0,85
42,46	0,231	0,925	0,064	10,888	10,238	1,533	6,614	10,068	1,507	6,645	1,66	0,47
73,60	0,308	1,233	0,073	8,376	10,501	0,884	6,518	10,328	0,870	6,522	1,65	0,07
127,58	0,412	1,647	0,083	6,453	10,802	0,510	6,418	10,626	0,502	6,395	1,63	0,35
221,16	0,551	2,202	0,095	4,979	11,146	0,294	6,314	10,966	0,289	6,266	1,62	0,77
383,37	0,738	2,951	0,108	3,849	11,542	0,170	6,208	11,357	0,167	6,134	1,61	1,19
664,54	0,990	3,962	0,123	2,981	12,000	9,79×10 ⁻²	6,099	11,808	9,63×10 ⁻²	6,002	1,60	1,58
1151,94	1,333	5,330	0,140	2,314	12,532	5,65×10 ⁻²	5,988	12,333	5,56×10 ⁻²	5,871	1,59	1,95
1996,81	1,798	7,190	0,159	1,800	13,155	3,26×10 ⁻²	5,876	12,945	3,21×10 ⁻²	5,742	1,59	2,27
3461,34	2,432	9,727	0,181	1,405	13,888	1,88×10 ⁻²	5,763	13,666	1,85×10 ⁻²	5,617	1,60	2,53
6000	3,300	13,20	0,204	1,100	14,758	1,08×10 ⁻²	5,650	14,522	1,07×10 ⁻²	5,496	1,60	2,73
Erro médio											1,62	1,66

Fazendo o mesmo estudo mas agora para o $D_2=0,01$ metros, é possível obter os resultados apresentados na tabela 2.15 para a perda de carga e para a tensão de corte na parede. O erro médio apresenta valores mais pequenos para esta secção da curva de viscosidade do fluido de Casson estudado, sendo de 1,14% para o cálculo de f e de 1,70% para o cálculo de Nu .

Pela análise destes resultados é possível constatar que à medida que a curva de viscosidade do fluido tende a estabilizar ou seja o valor da viscosidade tende para uma constante, o erro apresentado pelo método simplificado para o cálculo da perda de carga é muito reduzido. Para o cálculo da transferência de calor as conclusões são as mesmas, mas com erros maiores tal como está representado na tabela abaixo.

Tabela 2.15 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,01$ metros) do fluido Casson (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,15	$1,57 \times 10^{-2}$	12,53	0,200	1,146	14,600	475,879	5,669	14,367	468,275	5,516	1,598	2,702
0,26	$2,13 \times 10^{-2}$	17,06	0,226	0,900	15,609	274,538	5,558	15,359	270,143	5,399	1,601	2,847
0,44	$2,92 \times 10^{-2}$	23,32	0,255	0,710	16,827	158,379	5,448	16,558	155,843	5,289	1,601	2,920
0,75	$4,00 \times 10^{-2}$	32,03	0,286	0,562	18,311	91,363	5,340	18,018	89,904	5,184	1,597	2,921
1,29	$5,53 \times 10^{-2}$	44,23	0,320	0,448	20,139	52,699	5,237	19,820	51,865	5,087	1,584	2,856
2,22	$7,68 \times 10^{-2}$	61,46	0,357	0,359	22,421	30,394	5,138	22,072	29,920	4,997	1,560	2,731
3,82	0,107	85,98	0,396	0,290	25,308	17,528	5,044	24,923	17,261	4,915	1,523	2,557
6,55	0,152	121,2	0,438	0,236	29,015	10,106	4,956	28,588	9,957	4,840	1,471	2,346
11,25	0,216	172,5	0,482	0,194	33,853	5,826	4,875	33,377	5,744	4,772	1,405	2,112
19,33	0,310	247,8	0,527	0,160	40,279	3,358	4,800	39,746	3,314	4,711	1,324	1,866
33,19	0,450	359,9	0,573	0,134	48,976	1,936	4,733	48,373	1,912	4,657	1,231	1,620
56,99	0,661	529,1	0,619	0,114	60,984	1,115	4,674	60,296	1,103	4,609	1,128	1,384
97,85	0,985	787,8	0,665	$9,79 \times 10^{-2}$	77,908	0,643	4,621	77,115	0,636	4,567	1,018	1,165
168,03	1,486	1189	0,709	$8,52 \times 10^{-2}$	102,28	0,370	4,576	101,35	0,367	4,531	0,904	0,968
288,53	2,275	1820	0,751	$7,53 \times 10^{-2}$	138,13	0,213	4,536	137,04	0,212	4,500	0,790	0,794
495,45	3,534	2827	0,790	$6,75 \times 10^{-2}$	192,01	0,123	4,503	190,70	0,122	4,474	0,679	0,644
850,76	5,568	4454	0,825	$6,13 \times 10^{-2}$	274,65	$7,09 \times 10^{-2}$	4,475	273,07	$7,05 \times 10^{-2}$	4,452	0,575	0,517
1460,88	8,894	7115	0,856	$5,65 \times 10^{-2}$	403,85	$4,08 \times 10^{-2}$	4,453	401,91	$4,07 \times 10^{-2}$	4,434	0,479	0,412
2508,55	14,39	11512	0,884	$5,27 \times 10^{-2}$	609,41	$2,35 \times 10^{-2}$	4,434	607,01	$2,35 \times 10^{-2}$	4,419	0,394	0,325
4307,55	23,56	18847	0,907	$4,98 \times 10^{-2}$	941,60	$1,36 \times 10^{-2}$	4,419	938,60	$1,35 \times 10^{-2}$	4,407	0,319	0,255
Erro médio											1,14	1,70

A figura 2.17 representa graficamente os resultados obtidos nas tabelas 2.14 e 2.15 para o cálculo do número de Nusselt utilizando o método simplificado e o método analítico. Assim sem muito detalhe esta figura permite concluir que para o fluido de Casson estudado não existe uma secção em que o erro seja muito significativo.

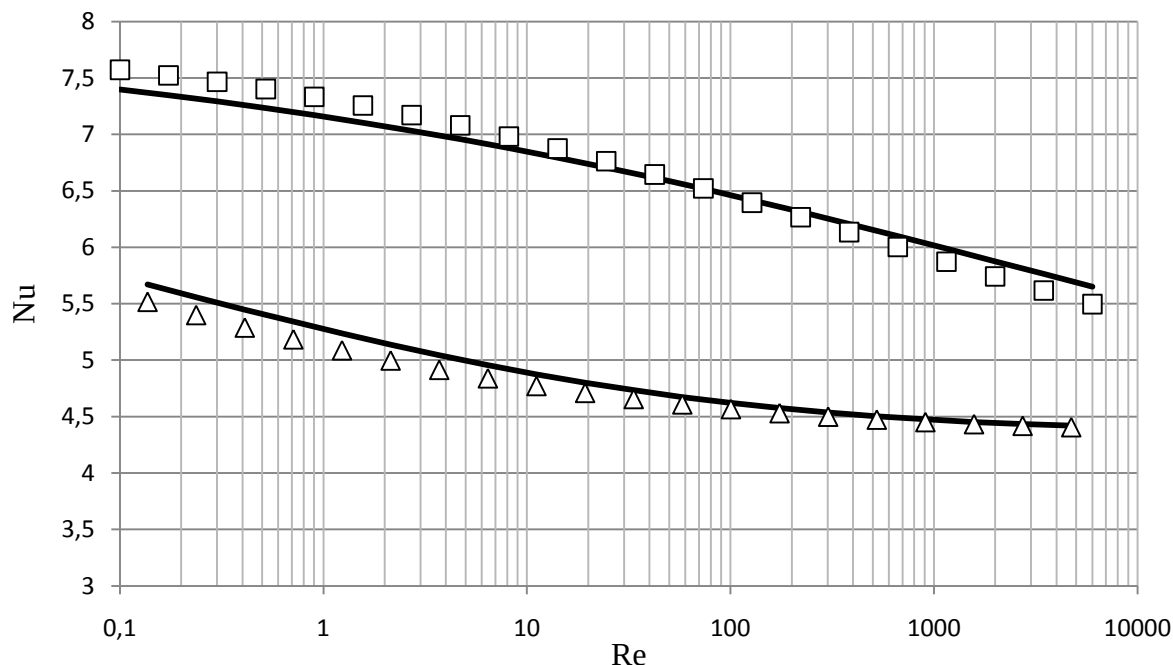


Figura 2.17 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (A) em função do número de Reynolds em análise para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

Na figura 2.18 estão apresentados os resultados para o cálculo do coeficiente de fricção para este intervalo de estudo pelo método analítico e simplificado.

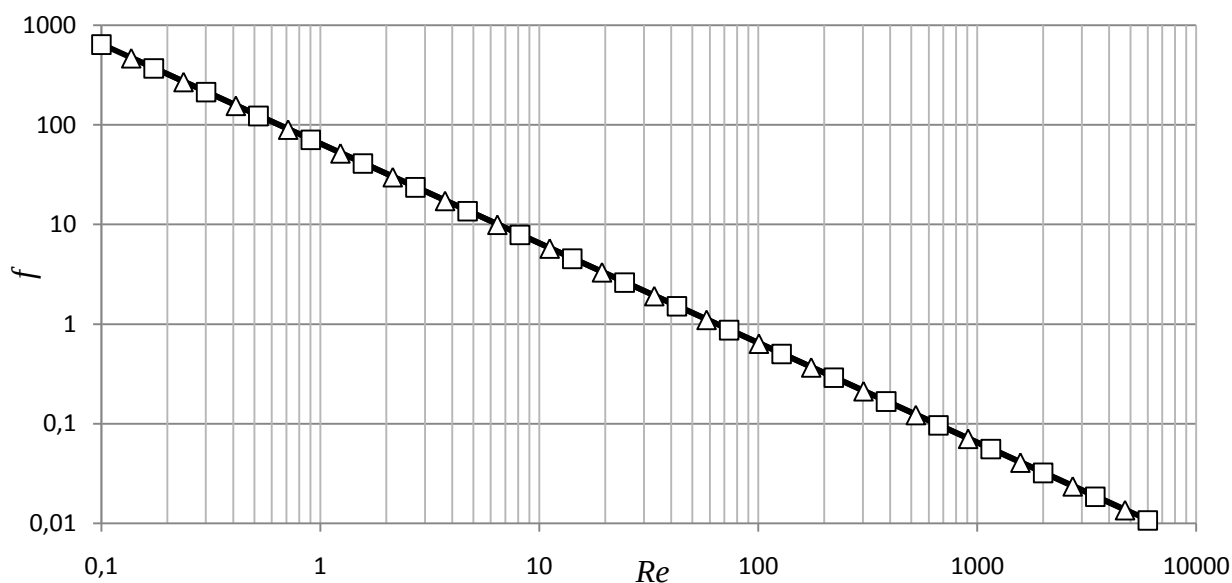


Figura 2.18 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Casson (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

A figura 2.19 apresenta os resultados do número de Nusselt e a evolução do índice n_{local} ao longo da curva de viscosidade do fluido de Casson (A) e permite verificar que o erro de cálculo máximo situa-se na zona onde existe uma variação mais acentuada da inclinação da recta tangente à curva de viscosidade. Contudo para taxas de deformação pequenas, o erro também apresenta valores superiores 0,5%, apesar da variação do índice n_{local} para essas taxas de deformação não ser muito significativa, isto deve-se ao facto do fluido de Casson possuir tensão de cedência. Como já foi visto para o caso do fluido de Bingham os fluidos que apresentam tensão de cedência possuem perfis de velocidades diferentes do perfil apresentado pelo fluido lei de potência para baixas taxas de deformação, não sendo de esperar uma grande diferença para este caso particular visto que o erro para baixas taxas de deformação não apresenta valores consideráveis.

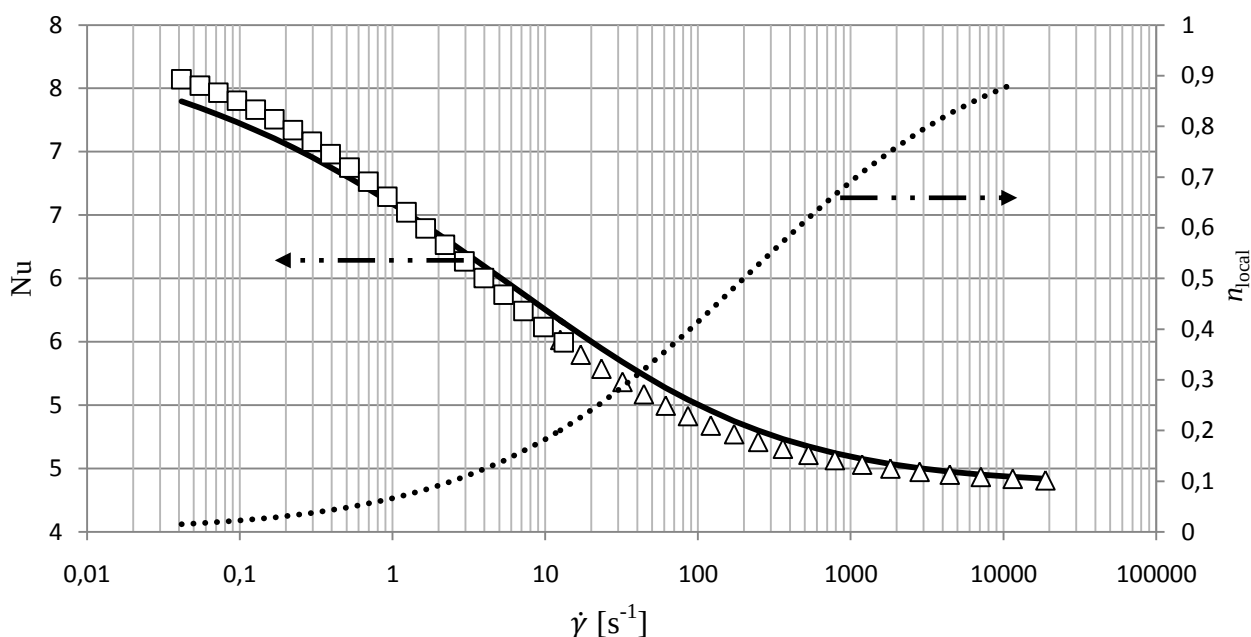


Figura 2.19 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2), (...) evolução do índice n_{local}

Pela análise da figura 2.20 é possível afirmar que para taxas de deformação menores que $1,233 \text{ s}^{-1}$ a velocidade do escoamento junto à parede será maior para o modelo lei de potência, permitindo uma maior intensificação de transferência de calor, resultando por isso um maior número de Nusselt. A figura 2.20 também permite concluir que a diferença de perfis de velocidade para baixas taxas de deformação não é muito acentuada, conseguindo-se obter resultados de Nu com um erro reduzido para essas taxas de deformação.

Para taxas de valor superior $1,233 \text{ s}^{-1}$ verifica-se o oposto ou seja a velocidade é superior para o modelo de Casson fazendo com que o número de Nusselt seja maior. Verifica-se também uma maior diferença entre os perfis de velocidade resultado por isso um maior erro no cálculo do número de Nusselt pelo método simplificado.

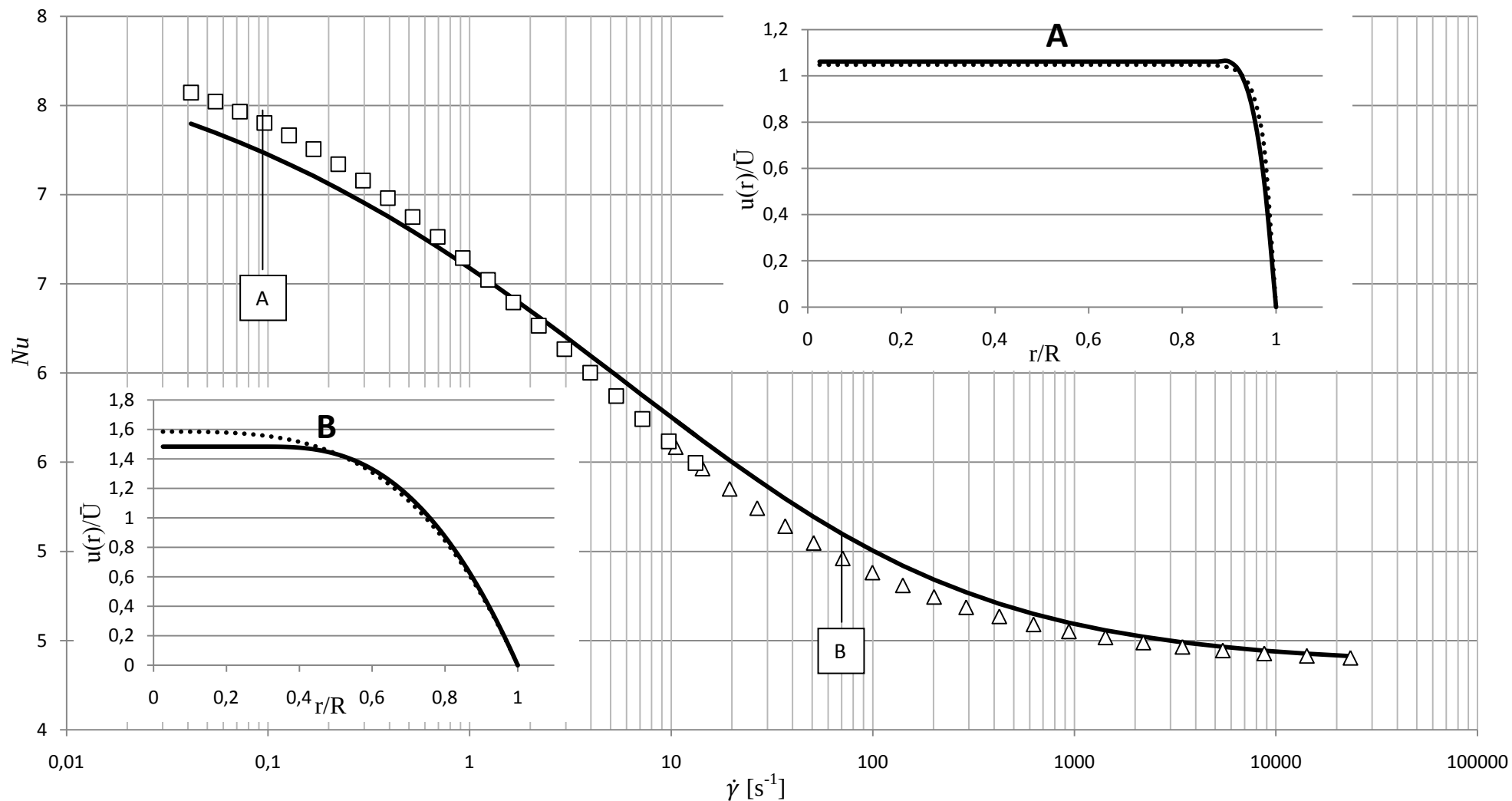


Figura 2.20 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (...) modelo lei de potência (—) modelo de Casson

Será realizado de seguida o mesmo estudo mas agora para o fluido de Casson (B) cujas propriedades estão apresentadas na tabela 2.13. Este novo fluido apresenta a seguinte curva de viscosidade.

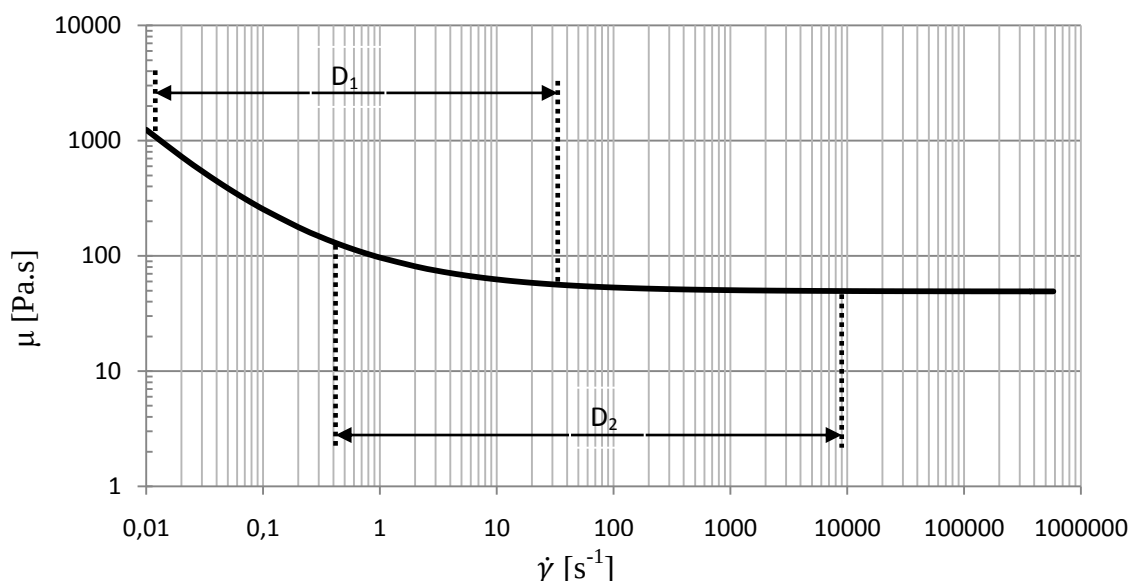


Figura 2.21 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Casson (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

A forma da curva de viscosidade do fluido B apresenta algumas diferenças relativamente à curva apresentada na figura 2.16 do fluido A. A diferença mais importante na avaliação do método simplificado prende-se com o facto de esta curva possuir uma variação da viscosidade mais suave. Para o estudo do fluido B serão utilizados dois diâmetros diferentes, separando o estudo da curva de viscosidade em dois intervalos de taxas de deformação.

Para o primeiro diâmetro foi admitido $D_1=9$ metros e um estudo para 21 pontos de Re' a variar entre $[0,1;6000]$, que situa a gama de teste no intervalo de taxa de deformação entre $[0,0121s^{-1};33,7559 s^{-1}]$ como está representado na figura 2.21, enquanto a velocidade média está compreendida entre $[0,0136m/s; 37,9754m/s]$

Para D_2 foi admitido um diâmetro de 0,001 metros, e realizados testes de 20 pontos de Re' a variar entre $[0,1367; 4731]$. Para este novo diâmetro em estudo, obtemos um intervalo da taxa de deformação a variar entre $[0,554 s^{-1}; 7496 s^{-1}]$ enquanto a velocidade situou-se entre $[0,035 m/s; 468,486 m/s]$.

Para o estudo do intervalo com diâmetro D_1 obteve-se os resultados apresentados na tabela 2.16. Por análise destes resultados o erro médio pelo método simplificado para o f é de 1,06% enquanto que para Nu é de cerca 1,56%. O erro máximo para este intervalo é de 2,93% e aparece para baixas taxas de deformação no cálculo do número Nusselt, pois o erro máximo para o coeficiente de fricção é bem mais reduzido aproximando-se de 1,60%.

Tabela 2.16 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=9$ metros) do fluido Casson (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,10	0,014	0,012	0,214	1228	15,135	650,395	5,607	14,893	639,991	5,451	1,60	2,79
0,17	0,019	0,017	0,241	966,525	16,254	375,219	5,497	15,993	369,209	5,337	1,60	2,90
0,30	0,026	0,023	0,272	764,135	17,610	216,455	5,388	17,328	212,993	5,230	1,60	2,93
0,52	0,035	0,031	0,304	607,200	19,273	124,859	5,283	18,967	122,873	5,130	1,59	2,89
0,90	0,049	0,043	0,340	485,295	21,337	72,016	5,181	21,001	70,884	5,037	1,57	2,79
1,57	0,068	0,060	0,378	390,423	23,931	41,532	5,085	23,562	40,892	4,951	1,54	2,64
2,71	0,095	0,085	0,419	316,445	27,239	23,949	4,994	26,832	23,590	4,872	1,50	2,44
4,70	0,135	0,120	0,462	258,648	31,525	13,807	4,910	31,072	13,609	4,801	1,44	2,22
8,15	0,193	0,172	0,506	213,403	37,173	7,959	4,833	36,666	7,851	4,737	1,36	1,98
14,13	0,279	0,248	0,552	177,922	44,751	4,588	4,762	44,181	4,529	4,680	1,27	1,73
24,49	0,408	0,363	0,599	150,054	55,120	2,644	4,699	54,472	2,613	4,630	1,18	1,49
42,46	0,605	0,537	0,645	128,138	69,600	1,524	4,644	68,856	1,507	4,585	1,07	1,26
73,60	0,907	0,806	0,690	110,889	90,249	0,878	4,595	89,387	0,870	4,547	0,96	1,05
127,58	1,380	1,226	0,733	97,312	120,339	0,506	4,553	119,327	0,502	4,514	0,84	0,87
221,16	2,129	1,892	0,773	86,631	165,132	0,292	4,517	163,930	0,289	4,485	0,73	0,71
383,37	3,333	2,962	0,810	78,239	233,220	0,168	4,487	231,773	0,167	4,462	0,62	0,57
664,54	5,291	4,703	0,843	71,658	338,783	0,097	4,462	337,019	0,096	4,442	0,52	0,46
1151,94	8,513	7,567	0,872	66,511	505,469	0,056	4,442	503,293	0,056	4,426	0,43	0,36
1996,81	13,87	12,32	0,897	62,498	773,034	0,032	4,425	770,320	0,032	4,412	0,35	0,28
3461,34	22,84	20,30	0,918	59,379	1208,770	0,019	4,412	1205,353	0,018	4,402	0,28	0,22
6000	37,98	33,76	0,935	56,963	1927,186	0,011	4,401	1922,846	0,011	4,393	0,23	0,17
Erro médio											1,06	1,56

Finalmente os resultados obtidos para o segundo intervalo estudado estão apresentados na tabela 2.17. Para este intervalo os erros apresentados são muito reduzidos, isto porque a curva já entrou no patamar onde a viscosidade se revela constante. O mesmo acontece para o cálculo da transferência de calor. O erro médio do cálculo de f é de 0,33% enquanto o erro para o cálculo de Nu é de aproximadamente 0,32%, valores reduzidos e desprezáveis. Os erros máximos tanto da transferência de calor como da perda de carga aparecem para baixos valores da taxa de deformação sendo de 1,24% para Nu e de 1,06 % para f .

Tabela 2.17 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,001$ metros) do fluido Casson (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,15	0,035	0,554	0,648	126,671	70,926	473,288	4,640	70,175	468,275	4,582	1,06	1,24
0,26	0,052	0,832	0,693	109,735	92,162	272,723	4,592	91,290	270,143	4,544	0,95	1,04
0,44	0,079	1,267	0,736	96,403	123,156	157,150	4,550	122,132	155,843	4,511	0,83	0,86
0,75	0,122	1,957	0,776	85,916	169,372	90,556	4,515	168,153	89,904	4,483	0,72	0,70
1,29	0,192	3,067	0,813	77,678	239,729	52,184	4,485	238,261	51,865	4,460	0,61	0,56
2,22	0,305	4,875	0,845	71,219	348,971	30,075	4,461	347,179	29,920	4,441	0,51	0,45
3,82	0,491	7,851	0,874	66,168	521,694	17,334	4,440	519,482	17,261	4,425	0,42	0,36
6,55	0,800	12,80	0,899	62,231	799,276	9,992	4,424	796,515	9,957	4,411	0,35	0,28
11,25	1,319	21,10	0,919	59,172	1252	5,760	4,411	1248,304	5,744	4,401	0,28	0,22
19,33	2,194	35,11	0,936	56,803	1998	3,321	4,400	1994,069	3,314	4,393	0,22	0,17
33,19	3,681	58,89	0,950	54,974	3243	1,915	4,392	3237,622	1,912	4,386	0,17	0,13
56,99	6,217	99,47	0,961	53,567	5338	1,104	4,385	5328,513	1,103	4,381	0,14	0,10
97,85	10,56	168,9	0,970	52,486	8877	0,637	4,380	8868	0,636	4,377	0,11	0,08
168,03	18,02	288,3	0,977	51,659	14903	0,367	4,376	14891	0,367	4,374	0,08	0,06
288,53	30,85	493,5	0,982	51,025	25199	0,212	4,373	25183	0,212	4,371	0,06	0,05
495,45	52,96	847,4	0,986	50,542	42851	0,122	4,371	42830	0,122	4,370	0,05	0,03
850,76	91,14	1458	0,990	50,173	73191	0,070	4,369	73164	0,070	4,368	0,04	0,03
1460,88	157,1	2514	0,992	49,893	125444	0,041	4,368	125409	0,041	4,367	0,03	0,02
2508,55	271,2	4339	0,994	49,679	215575	0,023	4,367	215528	0,023	4,366	0,02	0,02
4307,55	468,5	7496	0,995	49,516	371221	0,014	4,366	371160	0,014	4,366	0,02	0,01
Erro médio											0,33	0,32

Os resultados obtidos no cálculo do erro da perda de carga de um perfil de curva de viscosidade como o apresentado pelo fluido B são mais reduzidos quando em comparação com fluidos com perfis idênticos aos apresentados pelo fluido A.

Na figura 2.22 e 2.23 está representado o gráfico com a evolução do coeficiente de perda de carga e número de Nusselt pelo método simplificado e método analítico em função do número de Reynolds. Por análise da figura 2.22 podemos observar a boa concordância com os valores obtidos através da solução analítica presente na literatura.

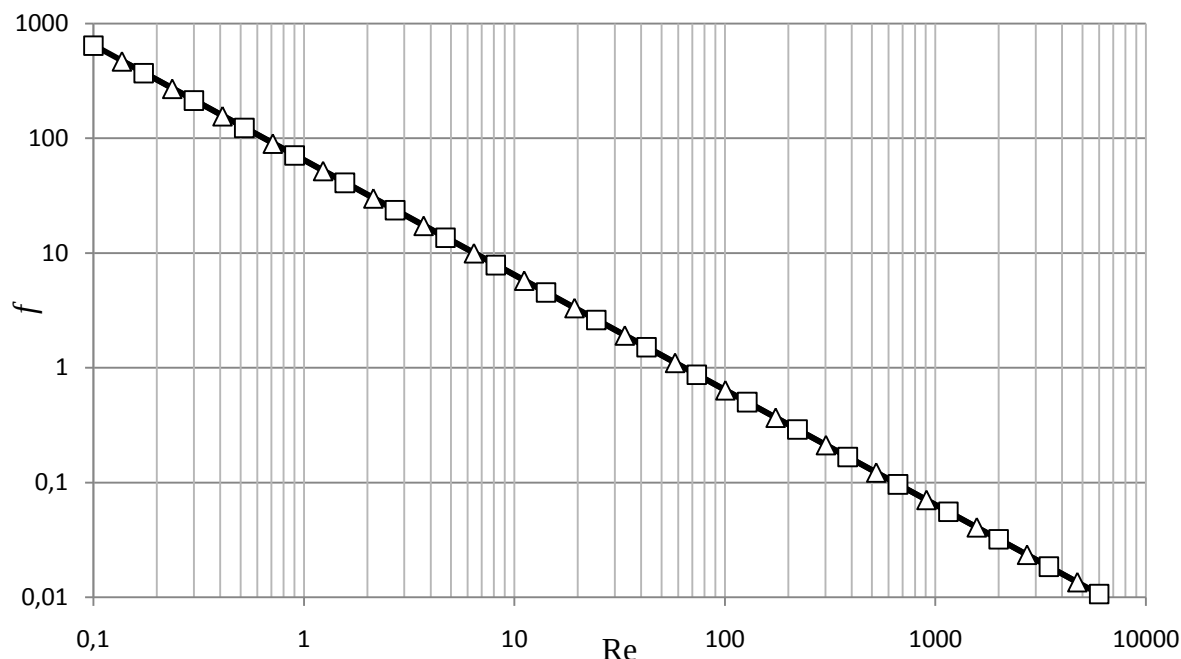


Figura 2.22 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Casson (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

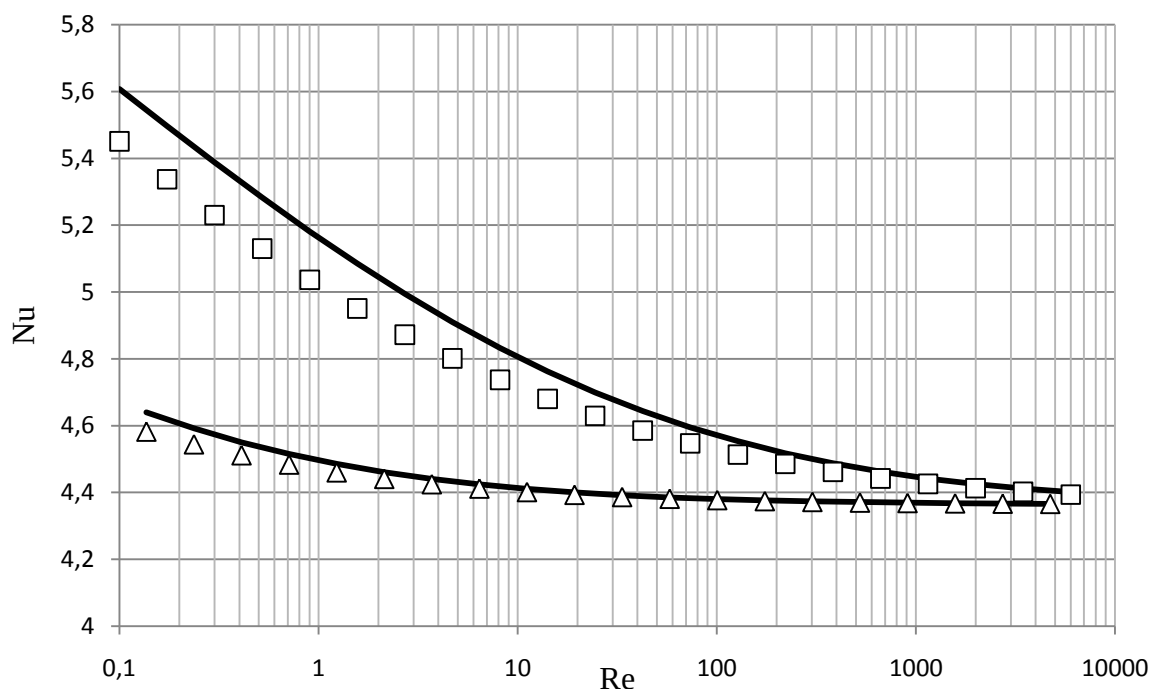


Figura 2.23 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

A figura 2.24 mostra a evolução dos resultados do número de Nusselt e do índice n_{local} em função da taxa de deformação.

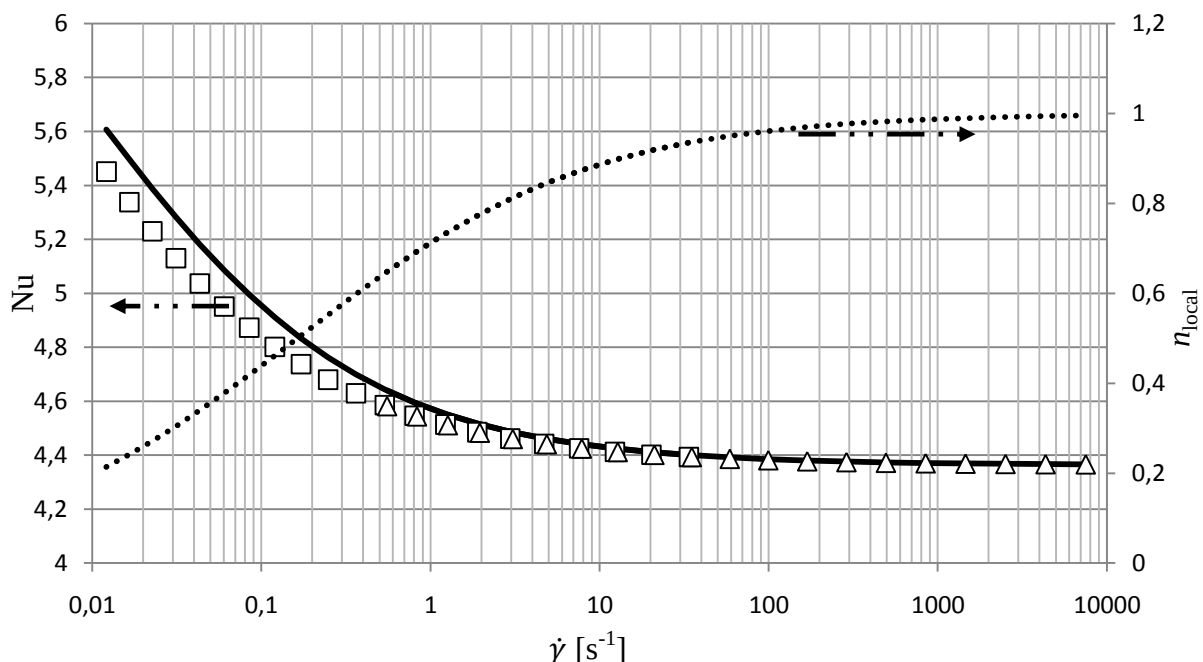


Figura 2.24 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2), (...) Evolução do índice n_{local}

Analisando a figura 2.23 e comparando com a figura 2.24 podemos verificar que os resultados dos erros do método simplificado são maiores para baixos valores da taxa de deformação. Sendo que a variação do índice n_{local} também é mais significativa para esses valores da taxa de deformação, logo poderia se afirmar que para este caso a variação da inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade teria uma grande influência no resultado final. No entanto o fluido de Casson também possui tensão de cedência, o que faz com que para baixas taxas de deformação a própria tensão de cedência produza alterações muito significativas no perfil de velocidade, relativamente ao fluido lei de potência, contribuindo para um aumento do erro relativamente ao caso de um fluido sem tensão de cedência mas com a mesma variação do n_{local} com a taxa de deformação.

A variação dos perfis de velocidade pode ser verificada na figura A.1 apresentada em anexo.

3 Análise da Metodologia proposta para o caso do fluido Herschel-Bulkley

3.1 Introdução

Como foi mencionado no capítulo anterior nem todos os fluidos estudados ao longo deste trabalho possuem soluções analíticas para o perfil de velocidades ou para a transferência de calor. Por isso neste capítulo e no seguinte só serão abordados os fluidos cujas soluções analíticas não estejam definidas na literatura, como são os casos dos fluidos Carreau-Yasuda e Herschel-Bulkley.

Para o fluido Herschel-Bulkley apenas não existe solução analítica para o cálculo de transferência de calor, por isso neste capítulo será apresentada uma metodologia que permitirá, por integração numérica o cálculo do número de Nusselt, secção 3.4, partindo da solução analítica do perfil de velocidades adimensional, secção 3.2.1. Os resultados assim obtidos serão admitidos como os valores teóricos para o Nu do fluido em estudo e comparados com os resultados do método simplificado.

3.2 Perfil de velocidade e n_{local}

3.2.1 Solução analítica da literatura para o perfil de velocidades

De acordo com Chilton *et al.* (1996) o escoamento laminar de um fluido Herschel-Bulkley numa conduta circular apresenta o seguinte perfil de velocidade:

$$\frac{u}{\bar{U}} = \begin{cases} \frac{1}{1 - \left(\frac{2n - 4Cn + 2nC^2}{3n + 1} \right) - \frac{2n - 2nC}{(2n + 1)} C} & \text{para } 0 < r^* < C \\ \frac{1 - \left(\frac{r^* - C}{1 - C} \right)^{\frac{n+1}{n}}}{1 - \left(\frac{2n - 4Cn + 2nC^2}{3n + 1} \right) - \frac{2n - 2nC}{(2n + 1)} C} & \text{para } C < r^* < 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

onde n é um parâmetro do modelo reológico do fluido Herschel-Bulkley, equação 1.36.

Segundo Chilton e Stainsby (1998) o cálculo da perda de carga para este tipo de fluido em escoamento laminar é obtido através da equação

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{4K}{D} \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right) \left(\frac{3n + 1}{4n} \right)^n \left(\frac{1}{1 - X} \right) \left(\frac{1}{1 - a_1 X - a_2 X^2 - a_3 X^3} \right)^n \quad (3.2)$$

onde C vem dado pela equação 3.3

$$C = \frac{\tau_y}{\tau_w} = \frac{4L\tau_y}{D\Delta P} \quad (3.3)$$

enquanto as variáveis adimensionais a_1 , a_2 e a_3 representam os seguintes quocientes:

$$a_1 = \frac{1}{(2n+1)}; a_2 = \frac{2n}{(n+1)(2n+1)}; a_3 = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}. \quad (3.4)$$

3.2.2 Expressão para o cálculo do índice n_{local}

Para o cálculo do índice de potência n_{local} será necessário obter a expressão da derivada da viscosidade do modelo de Herschel-Bulkley em ordem à taxa de deformação:

$$\left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo} = -\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}^2} + (n-1)K\dot{\gamma}^{n-2} \quad (3.5)$$

e igualando a expressão 3.5 à derivada da viscosidade da lei de potência vem

$$\tau(n_{local} - 1)\dot{\gamma}^{-2} = -\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}^2} + (n-1)K\dot{\gamma}^{n-2} \quad (3.6)$$

Substituindo a tensão de corte pela expressão 3.7 vem a equação 3.8 que permite o cálculo do índice n_{local} a partir das propriedades do fluido.

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \quad (3.7)$$

$$n_{local} = \frac{\left(-\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}^2} + (n-1)K\dot{\gamma}^{n-2}\right)}{\tau_0 + K\dot{\gamma}^n} \dot{\gamma}^2 + 1 \quad (3.8)$$

3.3 Equação da energia

A seguinte equação de energia, na forma diferencial é válida para escoamentos com perfis de velocidade desenvolvidos ou em desenvolvimento em condutas circulares na ausência de rotação.

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{d}{dx} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \tau_{rx} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.9)$$

onde v é a componente da velocidade radial.

A primeira e segunda parcela do lado esquerdo da equação 3.9 estão relacionadas com o transporte de calor por advecção nas direções axial e radial respectivamente. A primeira parcela do lado direito da equação corresponde ao transporte de calor por condução na direção radial. A segunda parcela do lado direito está relacionada com o transporte de calor por condução na direção axial e finalmente a terceira parcela traduz o efeito do aquecimento por dissipação viscosa.

A equação da energia pode ser simplificada, pois como neste trabalho só se irá estudar o caso dos perfis de velocidade e térmicos completamente desenvolvidos logo $v=0$ e $\partial^2/\partial x^2 = 0$ e não vai ser contabilizado o efeito de dissipação viscosa fazendo com que a equação 3.9 seja simplificada em

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.10)$$

Esta equação de energia irá seguidamente ser adimensionalizada. Todas as variáveis adimensionalizadas serão representadas por um asterisco. Começando por adimensionalizar x , r e u :

$$x^* = \frac{x}{D} \quad (3.11)$$

$$u^* = \frac{u}{\bar{U}} \quad (3.12)$$

$$r^* = \frac{r}{R} \quad (3.13)$$

onde x^* representa a distância axial em diâmetros, r^* representa distância radial em raios, u^* representa a velocidade axial e v^* a velocidade radial em relação à velocidade média na conduta. A adimensionaização da temperatura será efectuada na forma

$$T^* = \frac{T - T_0}{\frac{Q_w D}{k}} \quad (3.14)$$

Introduzindo estas definições na equação de energia, esta fica representada da seguinte forma adimensional:

$$\frac{\rho u c_p}{D} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \frac{R^2}{k} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \quad (3.15)$$

Sabendo que, $Pe = \rho \bar{U} D c_p / k$, é possível simplificar a equação 3.15 na forma

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) = u^* \frac{Pe}{4} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \quad (3.16)$$

Realizando de seguida um balanço de energia num troço de conduta com fluxo de calor constante na parede vem que

$$\frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{4}{Pe} \quad (3.17)$$

permitindo uma equação adimensional de energia, equação 3.18, ainda mais simples dependendo apenas do perfil de velocidades adimensional:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) = u^* \quad (3.18)$$

Esta equação é válida para qualquer fluido no pressuposto de se manterem válidas as restrições enunciadas anteriormente.

3.4 Metodologia para integrar a equação da energia

Como para o fluido Herschel-Bulkley não existe uma solução analítica de cálculo do número de Nusselt, será pois necessário para o efeito integrar numericamente a equação da energia:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) = u^* \quad (3.19)$$

A discretização da equação de energia será feita da seguinte forma,

$$\frac{\left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*+\delta r} - \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*}}{r^* + \delta r^* - r^*} = u^*(r^*).r^* \quad (3.20)$$

$$\left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*+\delta r} = \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*} + (\delta r^*) \frac{u^*(r^* + \delta r^*). (r^* + \delta r^*) + u^*(r^*)r^*}{2} \quad (3.21)$$

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*+\delta r} = \frac{1}{(r^* + \delta r^*)} \left(r^* \left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*} + (\delta r^*) \frac{u^*(r^* + \delta r^*). (r^* + \delta r^*) + u^*(r^*)r^*}{2} \right) \quad (3.22)$$

Através da expressão 3.22 obtém-se a distribuição de $\partial T^*/\partial r^*$ ao longo da conduta, por integração desde o centro da coluna $\left(\left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_{r^*=0} = 0 \right)$ até à parede.

Fazendo agora, $\partial T^*/\partial r^* = f(r^*)$, e integrando a equação 3.22 vem a equação 3.23 que permite obter o perfil de temperatura.

$$T^*(r^* + \delta r^*) = T^*(r^*) + \delta r^* \cdot \frac{f(r^*) + f(r^* + \delta r^*)}{2} \quad (3.23)$$

Conhecendo-se o perfil de temperatura na secção da tubagem, interessa agora calcular a temperatura média num troço na conduta de forma a ser possível calcular o número de Nusselt. A expressão de cálculo da temperatura média da conduta é dada pela equação 3.24.

$$\bar{T} = \frac{\int_0^R 2\pi r u(r)T(r)dr}{\pi R^2 \bar{U}} = 2 \int_0^1 u^* T^* r^* dr^* \quad (3.24)$$

Para o cálculo do número de Nusselt é necessário partir-se do cálculo do fluxo de calor na parede e após a adimensionalização das variáveis envolvidas é possível obter-se a expressão 3.27 que nos permite calcular o número de Nusselt em função da temperatura da parede e temperatura média do escoamento num dado local, ambas adimensionalizadas.

$$\dot{q}_w = \alpha A (T_w - \bar{T}) \quad (3.25)$$

$$\dot{q}_w = \alpha (T_w^* - \bar{T}^*) \frac{\dot{q}_w}{kD} \quad (3.26)$$

$$Nu = \frac{1}{T_w^* - \bar{T}^*} \quad (3.27)$$

Este método numérico para o cálculo do número de Nusselt foi testado no fluido de Bingham da secção 2.3.2, e com os resultados obtidos através da utilização deste método foi calculado o erro relativamente ao método analítico presente na literatura, os resultados deste teste estão apresentados na tabela B.1 em anexo. Foi possível após análise dos resultados constatar que o erro é muito reduzido, sendo por isso possível admitir que os resultados obtidos pela integração numérica traduzem com o rigor necessário o valor do Nusselt correcto em cada caso.

De forma a minimizar o erro deste método numérico, todos os testes realizados foram feitos para 8000 pontos de integração em r^* .

3.5 Resultados

Para o teste do método simplificado relativamente ao modelo Herschel-Bulkley foram utilizados três fluidos de teste. A diferença entre eles reside no valor do índice n , este último, é o principal responsável pela forma da curva de viscosidade dos fluidos Herschel-Bulkley. Na tabela 3.1 estão indicados as propriedades dos diferentes fluidos testados.

Tabela 3.1 Propriedades dos fluidos Herschel-Bulkley, A, B e C em estudo

	A	B	C
τ_0 [N/m ²]	20	20	20
K [N/m ² . s ⁻ⁿ]	10	10	10
n	0,5	1,3	1,5
ρ [kg/m ³]	1000	1000	1000

Iniciou-se o estudo pelo fluido A cuja sua curva está representada na figura 3.1.

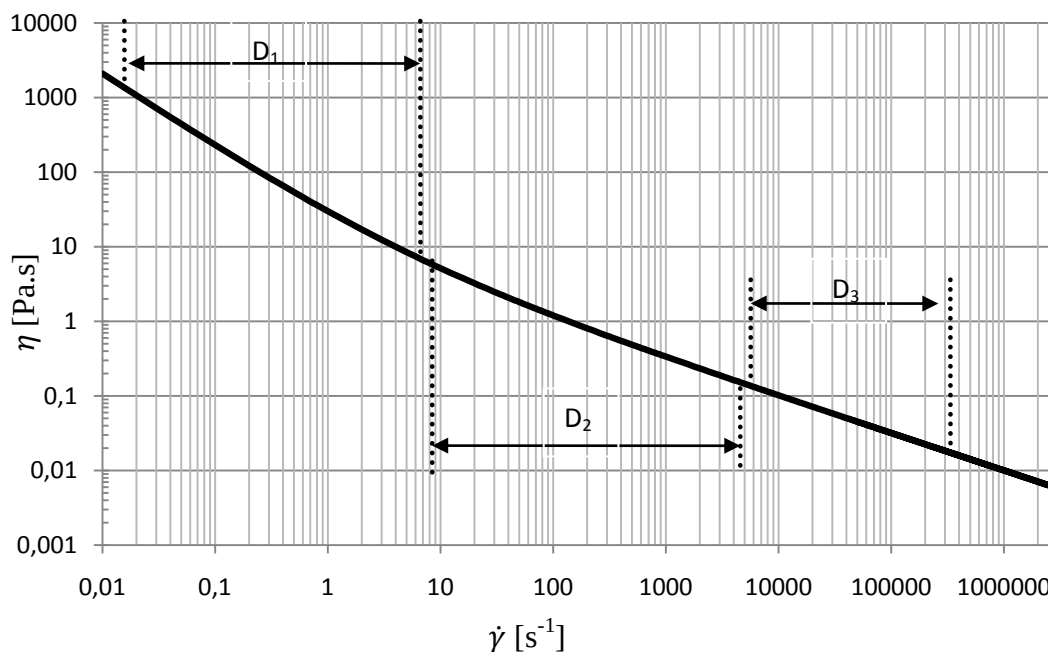


Figura 3.1 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

Foram realizados testes com três diâmetros diferentes de modo a ser possível estudar todo o perfil de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley em três intervalos. Para o intervalo com o diâmetro $D_1=7$ m foi realizado o estudo para 21 valores de Reynolds situados entre $[0,1;6000]$, o intervalo da taxa de deformação está situado em $[0,0193 \text{ s}^{-1}; 7,2695 \text{ s}^{-1}]$ de taxa de deformação como está representado na figura 3.1, enquanto a velocidade média está compreendida entre $[0,0169 \text{ m/s}; 6,3608 \text{ m/s}]$.

O segundo diâmetro utilizado tem o valor de 0,03 metros para 20 números de Reynolds situados entre $[0,1489; 4308]$ e permite que o intervalo da taxa de deformação em estudo seja $[6,8697 \text{ s}^{-1}; 7204,9079 \text{ s}^{-1}]$ e com a velocidade média situada entre $[0,0258 \text{ m/s}; 27,0184 \text{ m/s}]$.

Para o terceiro intervalo foi utilizado $D_3=0,00015$ m e um intervalo de 19 pontos para Reynolds de $[0,124; 5173,8]$ fazendo com que o intervalo de estudo para a taxa de deformação seja de $[5511 \text{ s}^{-1}; 919113 \text{ s}^{-1}]$ e para a velocidade média do escoamento de $[0,1033 \text{ m/s}; 17,2334 \text{ m/s}]$.

Começando por calcular as variáveis em estudo e respectivos erros para o intervalo com o diâmetro D_1 , obtêm-se os resultados da tabela 3.2, onde o erro foi calculado através da equação 2.1. O erro máximo neste intervalo para o cálculo do coeficiente de fricção é de 1,65% para uma taxa de deformação de $0,0193\text{s}^{-1}$, relativamente ao erro do número de Nusselt, o seu valor máximo foi de 2,34% para $\dot{\gamma} = 2,071\text{ s}^{-1}$.

Tabela 3.2 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=7$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s^{-1}]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,1	$1,69 \times 10^{-2}$	$1,93 \times 10^{-2}$	0,033	1185	23,312	650,72	7,037	22,928	640	7,174	1,65	1,94
0,17	$2,25 \times 10^{-2}$	$2,57 \times 10^{-2}$	0,037	906,92	23,666	375,359	6,965	23,278	369,209	7,084	1,64	1,71
0,30	$2,98 \times 10^{-2}$	$3,41 \times 10^{-2}$	0,042	694,61	24,061	216,509	6,889	23,670	212,993	6,988	1,62	1,44
0,52	$3,96 \times 10^{-2}$	$4,53 \times 10^{-2}$	0,048	532,46	24,503	124,877	6,810	24,109	122,873	6,887	1,60	1,14
0,90	$5,27 \times 10^{-2}$	$6,02 \times 10^{-2}$	0,055	408,54	24,999	72,024	6,727	24,603	70,884	6,781	1,58	0,81
1,57	$7,02 \times 10^{-2}$	$8,02 \times 10^{-2}$	0,062	313,78	25,556	41,539	6,641	25,158	40,892	6,671	1,56	0,46
2,71	$9,35 \times 10^{-2}$	0,107	0,070	241,27	26,184	23,957	6,552	25,784	23,590	6,557	1,53	0,09
4,70	0,125	0,143	0,079	185,74	26,893	13,816	6,460	26,489	13,609	6,441	1,50	0,28
8,15	0,167	0,191	0,090	143,19	27,695	7,968	6,366	27,288	7,851	6,324	1,47	0,65
14,13	0,223	0,255	0,101	110,55	28,605	4,595	6,270	28,193	4,529	6,207	1,44	1,01
24,49	0,299	0,342	0,113	85,482	29,642	2,650	6,173	29,223	2,613	6,091	1,41	1,33
42,46	0,402	0,459	0,127	66,219	30,824	1,528	6,076	30,397	1,507	5,977	1,39	1,63
73,60	0,540	0,618	0,141	51,396	32,179	0,882	5,979	31,742	0,870	5,867	1,36	1,87
127,58	0,729	0,833	0,157	39,975	33,736	0,508	5,882	33,287	0,502	5,760	1,33	2,07
221,16	0,985	1,125	0,173	31,165	35,530	0,293	5,787	35,069	0,289	5,659	1,30	2,22
383,37	1,334	1,524	0,191	24,356	37,606	0,169	5,694	37,131	0,167	5,563	1,27	2,31
664,54	1,812	2,071	0,209	19,087	40,017	$9,75 \times 10^{-2}$	5,605	39,526	$9,63 \times 10^{-2}$	5,473	1,23	2,34
1151,94	2,469	2,821	0,228	15,000	42,826	$5,62 \times 10^{-2}$	5,518	42,319	$5,56 \times 10^{-2}$	5,390	1,18	2,32
1996,81	3,373	3,855	0,248	11,825	46,111	$3,24 \times 10^{-2}$	5,437	45,587	$3,21 \times 10^{-2}$	5,314	1,14	2,26
3461,34	4,624	5,285	0,267	9,352	49,965	$1,87 \times 10^{-2}$	5,360	49,425	$1,85 \times 10^{-2}$	5,244	1,08	2,16
6000	6,361	7,269	0,287	7,421	54,501	$1,08 \times 10^{-2}$	5,288	53,946	$1,07 \times 10^{-2}$	5,181	1,02	2,03
Erro médio											1,39	1,53

Analisando agora o segundo intervalo de taxas de deformação é possível obter os resultados apresentados na tabela 3.3. À medida que a taxa de deformação aumenta o erro relativo diminui fazendo com que o erro médio seja próximo de 0,42% para o cálculo de f e cerca de 0,76% para o cálculo de Nu . Por análise da figura 3.1 é possível verificar que este intervalo já apresenta um perfil próximo do de um fluido lei de potência, por isso não é de estranhar que o erro máximo para o cálculo de Nu neste intervalo seja aproximadamente 1,94%, valor esse que ocorre no início do intervalo tendendo a diminuir à medida que a curva tende para uma recta com inclinação constante.

Tabela 3.3 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,03$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,15	$3,25 \times 10^{-2}$	8,667	0,298	6,548	57,319	434,096	5,251	56,756	429,830	5,149	0,98	1,94
0,26	$4,47 \times 10^{-2}$	11,92	0,317	5,244	63,083	252,627	5,189	62,506	250,316	5,096	0,91	1,79
0,44	$6,17 \times 10^{-2}$	16,45	0,335	4,214	69,896	147,014	5,132	69,307	145,774	5,049	0,84	1,62
0,75	$8,54 \times 10^{-2}$	22,78	0,352	3,398	77,969	85,552	5,081	77,368	84,893	5,007	0,77	1,45
1,29	0,119	31,63	0,369	2,749	87,553	49,786	5,035	86,943	49,439	4,970	0,70	1,29
2,22	0,165	44,08	0,384	2,231	98,951	28,972	4,995	98,333	28,791	4,938	0,63	1,13
3,82	0,231	61,62	0,398	1,816	112,53	16,861	4,959	111,91	16,767	4,910	0,56	0,99
6,55	0,324	86,39	0,411	1,483	128,71	9,813	4,928	128,03	9,764	4,886	0,49	0,86
11,25	0,455	121,4	0,423	1,214	148,07	5,711	4,901	147,4	5,686	4,865	0,43	0,74
19,33	0,642	171,1	0,434	0,996	171,12	3,324	4,877	170,48	3,312	4,846	0,37	0,63
33,19	0,906	241,7	0,443	0,819	198,70	1,935	4,857	198,06	1,928	4,831	0,32	0,54
56,99	1,283	342,1	0,451	0,675	231,69	1,126	4,840	231,04	1,123	4,818	0,28	0,46
97,85	1,819	485,1	0,458	0,558	271,15	0,656	4,825	270,50	0,654	4,806	0,24	0,39
168,03	2,583	688,9	0,465	0,461	318,37	0,382	4,813	317,72	0,381	4,797	0,20	0,33
288,53	3,674	979,7	0,470	0,382	374,89	0,222	4,802	374,23	0,222	4,789	0,17	0,28
495,45	5,231	1395	0,475	0,317	442,53	0,129	4,793	441,88	0,129	4,782	0,15	0,23
850,76	7,457	1988	0,479	0,263	523,52	$7,53 \times 10^{-2}$	4,785	522,86	$7,52 \times 10^{-2}$	4,776	0,13	0,20
1460,88	10,64	2837	0,482	0,218	620,47	$4,39 \times 10^{-2}$	4,779	619,81	$4,38 \times 10^{-2}$	4,771	0,11	0,17
2508,55	15,19	4051	0,485	0,182	736,56	$2,55 \times 10^{-2}$	4,774	735,9	$2,55 \times 10^{-2}$	4,767	0,09	0,14
4307,55	21,70	5788	0,487	0,151	875,55	$1,49 \times 10^{-2}$	4,769	874,89	$1,49 \times 10^{-2}$	4,764	0,08	0,12
Erro médio											0,42	0,76

Estudando agora o caso do diâmetro $D_3=0,00015$ metros obtemos os resultados apresentados na tabela 3.4. Para este intervalo os erros de cálculo do coeficiente de fricção são bastantes reduzidos, sendo o erro médio para este intervalo de 0,02% para f e de 0,04% para Nu . O valor máximo do erro para este intervalo não é muito significativo tomando o valor de 0,07% para o cálculo do coeficiente de fricção e o valor de 0,11% para o cálculo do número de Nusselt numa taxa de deformação de 6368 s^{-1} .

Tabela 3.4 Resultados obtidos para o terceiro intervalo estudado ($D_3=0,00015$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,12	0,119	6368	0,488	0,144	917,18	514,641	4,768	916,52	514,271	4,763	0,07	0,11
0,21	0,167	8900	0,490	0,121	1080	310,166	4,765	1079	309,976	4,760	0,06	0,09
0,34	0,233	12444	0,491	0,102	1272	186,935	4,762	1272	186,838	4,758	0,05	0,08
0,57	0,326	17406	0,493	$8,61 \times 10^{-2}$	1500	112,666	4,759	1499	112,616	4,756	0,04	0,07
0,94	0,457	24353	0,494	$7,26 \times 10^{-2}$	1770	67,905	4,757	1769	67,879	4,754	0,04	0,06
1,56	0,639	34080	0,495	$6,13 \times 10^{-2}$	2089	40,927	4,755	2088	40,914	4,753	0,03	0,05
2,60	0,894	47704	0,495	$5,17 \times 10^{-2}$	2467	24,668	4,754	2466	24,661	4,752	0,03	0,04
4,31	1,252	66787	0,496	$4,36 \times 10^{-2}$	2914	14,868	4,753	2914	14,864	4,751	0,02	0,03
7,14	1,753	93518	0,497	$3,68 \times 10^{-2}$	3444	8,961	4,752	3443	8,959	4,750	0,02	0,03
11,85	2,456	130964	0,497	$3,11 \times 10^{-2}$	4071	5,401	4,751	4070	5,400	4,750	0,02	0,02
19,66	3,439	183425	0,498	$2,62 \times 10^{-2}$	4813	3,255	4,750	4813	3,255	4,749	0,01	0,02
32,62	4,817	256926	0,498	$2,22 \times 10^{-2}$	5692	1,962	4,749	5691	1,962	4,748	0,01	0,02
54,12	6,748	359908	0,498	$1,87 \times 10^{-2}$	6732	1,183	4,749	6732	1,183	4,748	0,01	0,01
89,79	9,454	504203	0,499	$1,58 \times 10^{-2}$	7964	0,713	4,748	7963	0,713	4,748	0,01	0,01
148,96	13,25	706389	0,499	$1,33 \times 10^{-2}$	9422	0,430	4,748	9421	0,430	4,747	0,01	0,01
247,14	18,56	989700	0,499	$1,13 \times 10^{-2}$	11148	0,259	4,748	11147	0,259	4,747	0,01	0,01
410,02	26,00	1386696	0,499	$9,51 \times 10^{-3}$	13191	0,156	4,747	13190	0,156	4,747	0,01	0,01
680,25	36,43	1943005	0,499	$8,03 \times 10^{-3}$	15609	$9,41 \times 10^{-2}$	4,747	15609	$9,41 \times 10^{-2}$	4,747	0,00	0,01
1128,59	51,05	2722574	0,499	$6,78 \times 10^{-3}$	18473	$5,67 \times 10^{-2}$	4,747	18472	$5,67 \times 10^{-2}$	4,747	0,00	0,01
Erro médio											0,02	0,04

Na figura 3.2 e 3.3 estão representados os resultados do coeficiente de fricção e do número de Nusselt em função do número de Reynolds para os três intervalos estudados do Herschel-Bulkley (A).

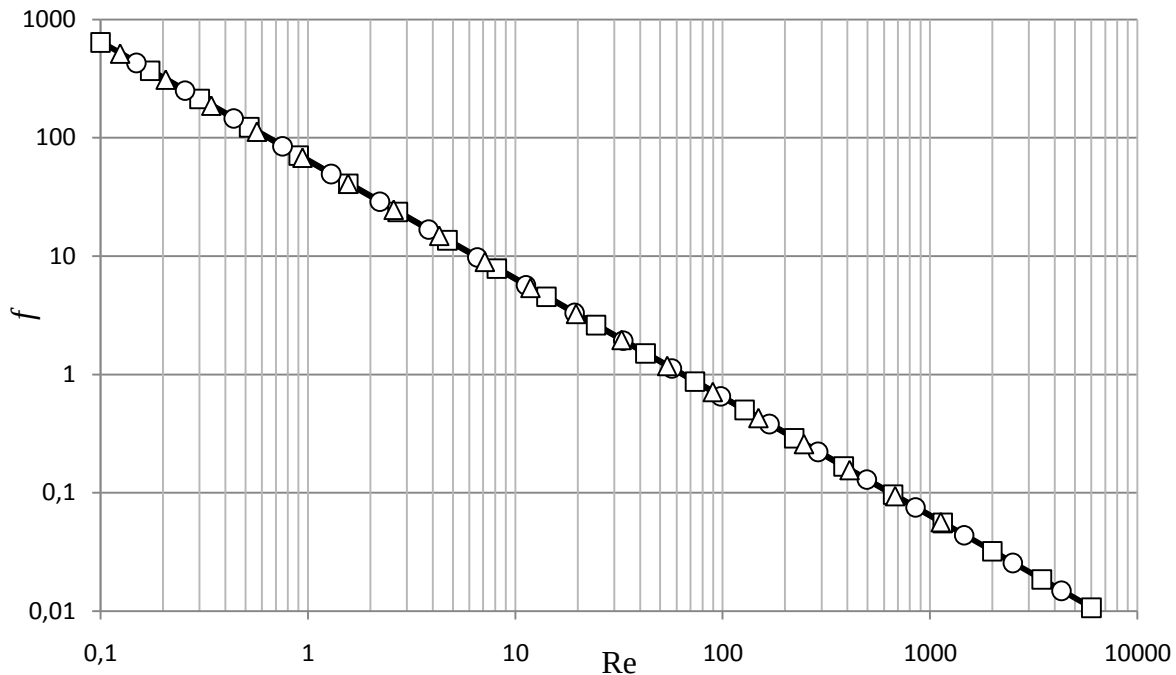


Figura 3.2 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)

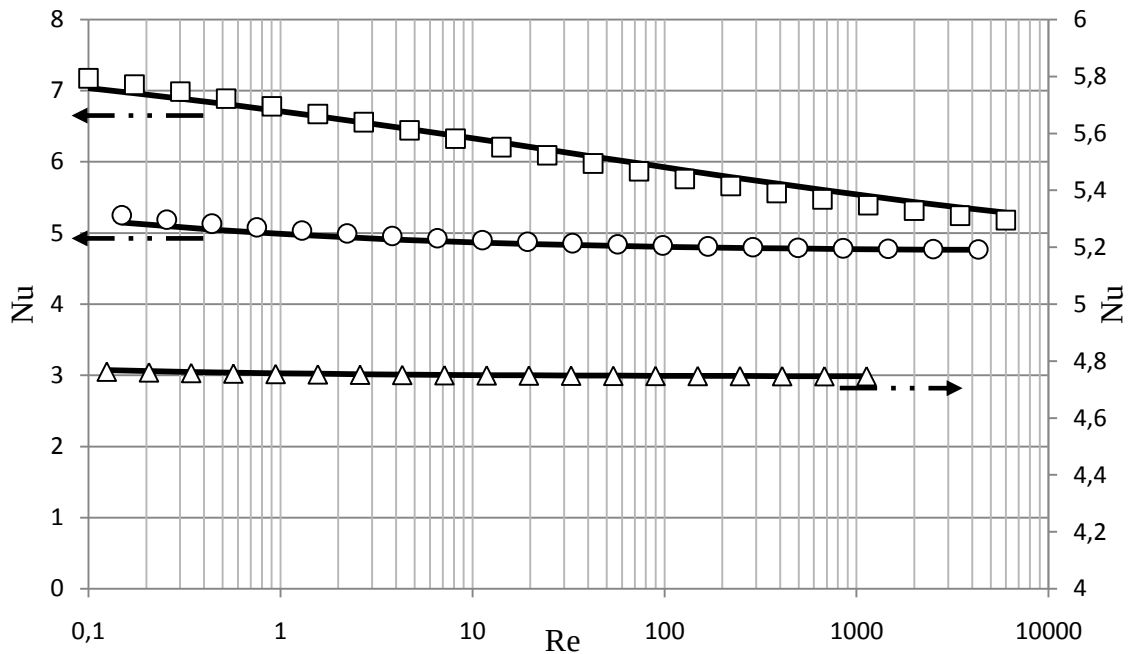


Figura 3.3 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3)

Pela análise da figura 3.4 é possível comparar a variação do erro de cálculo do número de Nusselt com a variação do índice n_{local} e por consequência da inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade em função da taxa de deformação na parede, $8\bar{U}/D$.

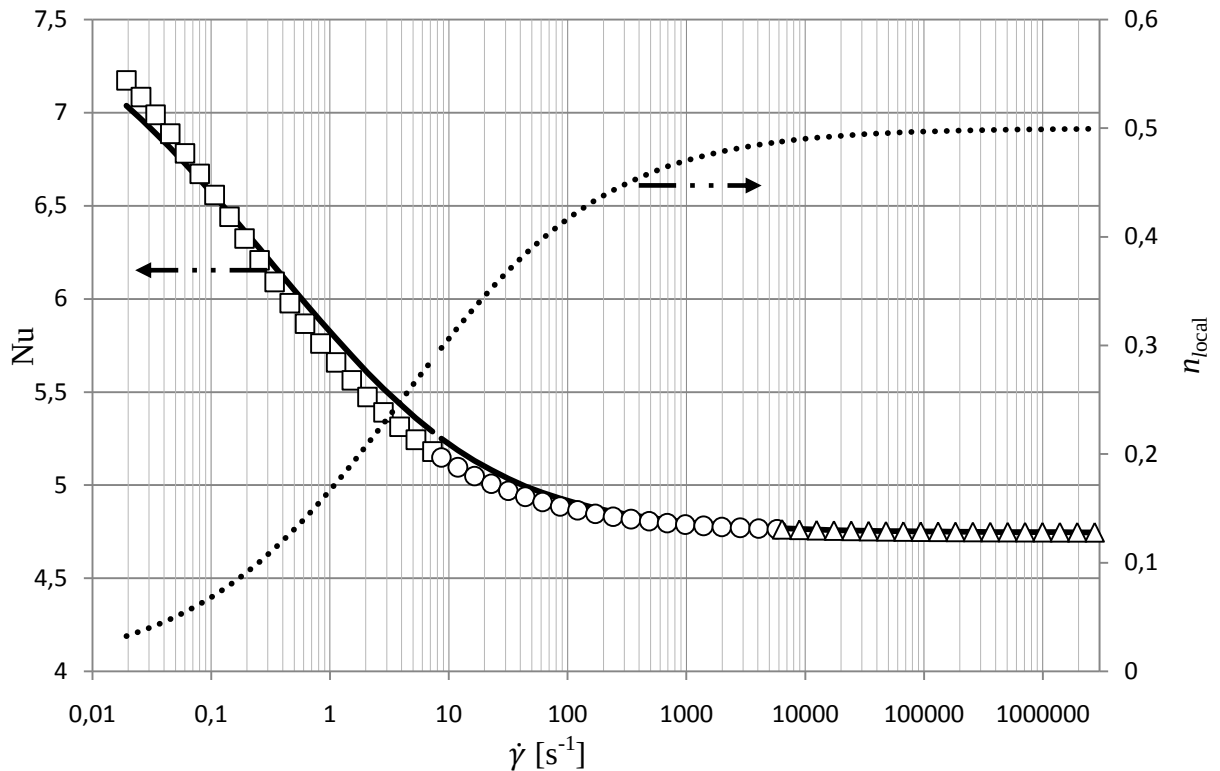


Figura 3.4 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução numérica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3), ($\cdots$) evolução do índice n_{local}

Pela análise dos resultados dos erros relativos para o fluido A verifica-se que o erro é maior para baixas taxas de deformações, tomando o valor máximo de 2,34% no cálculo de Nu para uma taxa de deformação de $2,071 s^{-1}$. Isto porque o fluido de Herschel-Bulkley tal como o fluido de Bingham apresenta uma tensão de cedência, fazendo com que o seu perfil de velocidades seja diferente do perfil de velocidades lei de potência nas zonas perto da parede da tubagem como está demonstrado na figura 3.5.

À medida que a taxa de deformação aumenta, o perfil de viscosidade tende a tomar a forma de um perfil de lei de potência e como para taxas de deformação elevadas já não se verifica a influência da tensão de cedência no perfil de velocidades do fluido Herschel-Bulkley, o erro tende a ser muito reduzido como é demonstrado no terceiro intervalo de taxas de deformação estudado.

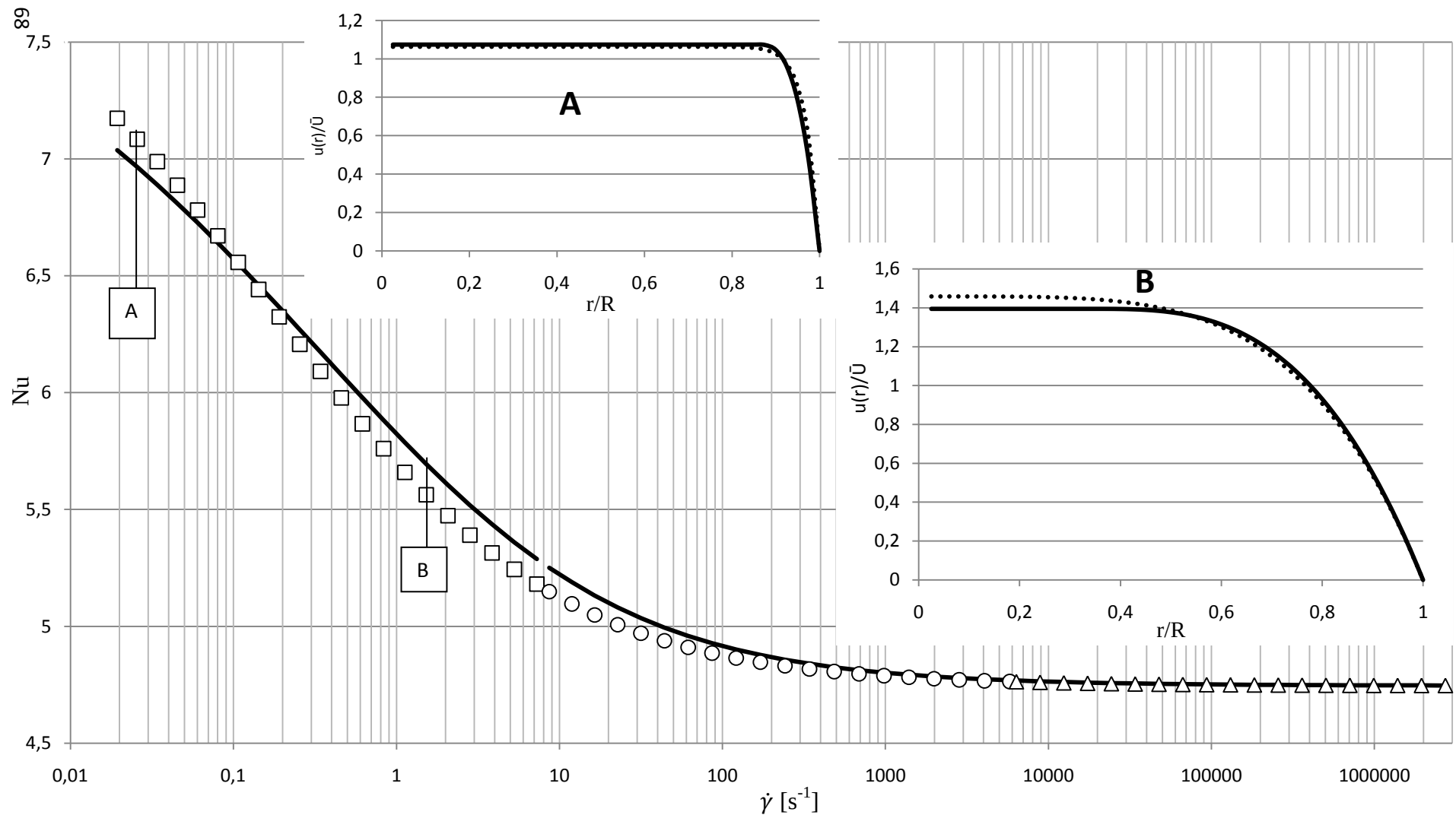


Figura 3.5 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\circ$ Método simplificado (D_2), $\triangle$ Método simplificado (D_3). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (...) modelo lei de potência (—) modelo de Bingham

De seguida será analisada o fluido B cujas propriedades estão indicadas na tabela 3.1.

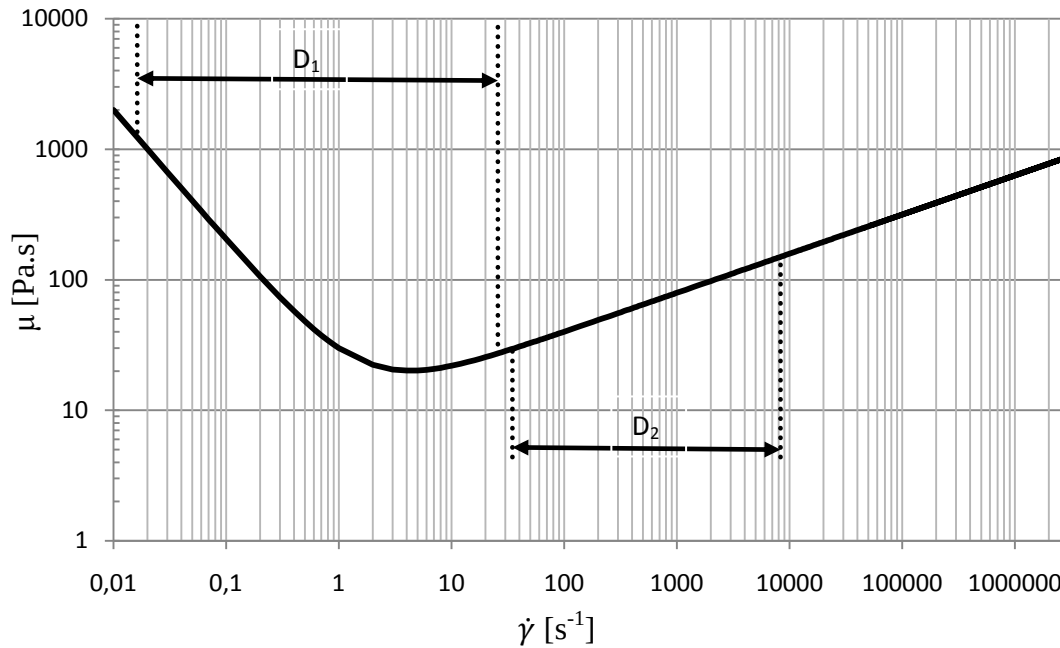


Figura 3.6 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

Para o estudo do fluido B foram utilizados dois valores de diâmetros diferentes. Para o primeiro intervalo estudado, foi atribuído o valor de 7 metros para o diâmetro e realizado o estudo de 21 pontos de Re a variarem entre $[0,1;6000]$ fazendo com que o intervalo de estudo da taxa de deformação se situa-se entre $[1,82 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}; 24,722 \text{ s}^{-1}]$ e o intervalo da velocidade média do escoamento entre $[1,60 \times 10^{-2} \text{ m/s}; 21,632 \text{ m/s}]$.

O estudo do segundo intervalo foi feito com $D_2=0,03 \text{ m}$ e para 8 valores de Re situados no intervalo $[0,14;6,43]$ fazendo com que o intervalo estudado de taxa de deformação seja $[33,033 \text{ s}^{-1}; 7771 \text{ s}^{-1}]$, figura 3.6, e a velocidade de escoamento varia entre $[1,60 \times 10^{-2} \text{ m/s}; 21,632 \text{ m/s}]$.

Os resultados obtidos para o estudo do primeiro intervalo estão indicados na tabela 3.5. Por análise desta tabela é possível verificar que o erro máximo para o cálculo da transferência de calor é de 6,75% para uma taxa de deformação de $5,58 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ enquanto o erro máximo para o cálculo da perda de carga é de 4,63% para uma taxa de deformação de $1,135 \text{ s}^{-1}$. Este intervalo apresenta valores de erros mais elevados, relativamente a outros casos estudados fazendo com que o erro médio seja 4,26% para o cálculo do número de Nusselt.

Tabela 3.5 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=7$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,1	$1,60 \times 10^{-2}$	$1,82 \times 10^{-2}$	0,004	1116,745	21,018	660,645	7,483	20,361	640,000	7,889	3,12	5,43
0,17	$2,11 \times 10^{-2}$	$2,41 \times 10^{-2}$	0,005	850,731	21,201	382,159	7,403	20,483	369,209	7,843	3,39	5,95
0,30	$2,78 \times 10^{-2}$	$3,18 \times 10^{-2}$	0,007	648,676	21,420	221,014	7,312	20,643	212,993	7,779	3,63	6,39
0,52	$3,68 \times 10^{-2}$	$4,21 \times 10^{-2}$	0,010	495,182	21,683	127,770	7,208	20,852	122,873	7,690	3,83	6,69
0,90	$4,88 \times 10^{-2}$	$5,58 \times 10^{-2}$	0,015	378,555	22,001	73,825	7,091	21,124	70,884	7,569	3,98	6,75
1,57	$6,48 \times 10^{-2}$	$7,41 \times 10^{-2}$	0,022	289,909	22,387	42,626	6,958	21,476	40,892	7,408	4,07	6,47
2,71	$8,62 \times 10^{-2}$	$9,86 \times 10^{-2}$	0,031	222,497	22,860	24,593	6,810	21,927	23,590	7,201	4,08	5,73
4,70	0,115	0,131	0,045	171,194	23,445	14,179	6,645	22,502	13,609	6,942	4,02	4,46
8,15	0,154	0,176	0,064	132,110	24,177	8,172	6,463	23,229	7,851	6,636	3,92	2,67
14,13	0,207	0,236	0,092	102,300	25,105	4,709	6,265	24,144	4,529	6,294	3,83	0,46
24,49	0,278	0,318	0,132	79,542	26,300	2,716	6,050	25,302	2,613	5,936	3,79	1,89
42,46	0,377	0,431	0,186	62,165	27,872	1,568	5,822	26,790	1,507	5,586	3,88	4,05
73,60	0,514	0,588	0,261	48,925	29,996	0,907	5,584	28,764	0,870	5,267	4,11	5,67
127,58	0,709	0,810	0,358	38,901	32,975	0,525	5,341	31,521	0,502	4,994	4,41	6,50
221,16	0,993	1,135	0,482	31,420	37,376	0,303	5,098	35,646	0,289	4,771	4,63	6,41
383,37	1,424	1,628	0,631	26,008	44,354	0,175	4,866	42,336	0,167	4,598	4,55	5,50
664,54	2,123	2,426	0,797	22,364	56,515	0,100	4,657	54,265	$9,63 \times 10^{-2}$	4,470	3,98	4,02
1151,94	3,351	3,830	0,964	20,366	80,382	$5,72 \times 10^{-2}$	4,490	78,008	$5,56 \times 10^{-2}$	4,380	2,95	2,44
1996,81	5,726	6,544	1,107	20,073	133,75	$3,26 \times 10^{-2}$	4,375	131,35	$3,21 \times 10^{-2}$	4,321	1,79	1,23
3461,34	10,71	12,24	1,207	21,657	267,45	$1,87 \times 10^{-2}$	4,311	265,06	$1,85 \times 10^{-2}$	4,288	0,89	0,53
6000	21,63	24,72	1,261	25,237	626,30	$1,07 \times 10^{-2}$	4,281	623,93	$1,07 \times 10^{-2}$	4,272	0,38	0,21
Erro médio											3,49	4,26

Para o segundo intervalo estudado foram obtidos os resultados apresentados na tabela 3.6. Neste intervalo os valores dos erros do cálculo para a perda de carga e para a transferência de calor são bastante reduzidos, sendo o valor médio do erro para o cálculo de Nu de 0,03% e para f de 0,05%. Isto ocorre pois o escoamento neste intervalo apresenta valores elevados para as taxas de deformação e uma tendência para o comportamento lei de potência se tornar preponderante na definição do perfil de velocidades.

Tabela 3.6 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,03$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,14	0,124	33,03	1,273	27,185	900	469,414	4,275	898	468,178	4,269	0,26	0,14
0,24	0,265	70,66	1,290	33,557	2374	270,426	4,266	2371	270,156	4,264	0,10	0,05
0,41	0,576	154	1,296	42,078	6466	155,889	4,263	6464	155,832	4,262	0,04	0,02
0,71	1,259	336	1,299	53,076	17828	89,916	4,262	17826	89,904	4,262	0,01	0,00
1,23	2,760	736	1,300	67,102	49391	51,867	4,262	49389	51,865	4,262	0,00	0,00
2,14	6,054	1614	1,300	84,904	137064	29,921	4,262	137062	29,920	4,262	0,00	0,00
3,71	13,28	3542	1,300	107,459	380593	17,261	4,262	380591	17,261	4,262	0,00	0,00
6,43	29,14	7771	1,300	136,021	1057044	9,957	4,261	1057042	9,957	4,261	0,00	0,00
Erro médio											0,05	0,03

Nas figuras 3.7 e 3.8 estão apresentados os resultados para o cálculo do coeficiente de fricção e número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) utilizando os métodos indicados a cima em função do número de Reynolds.

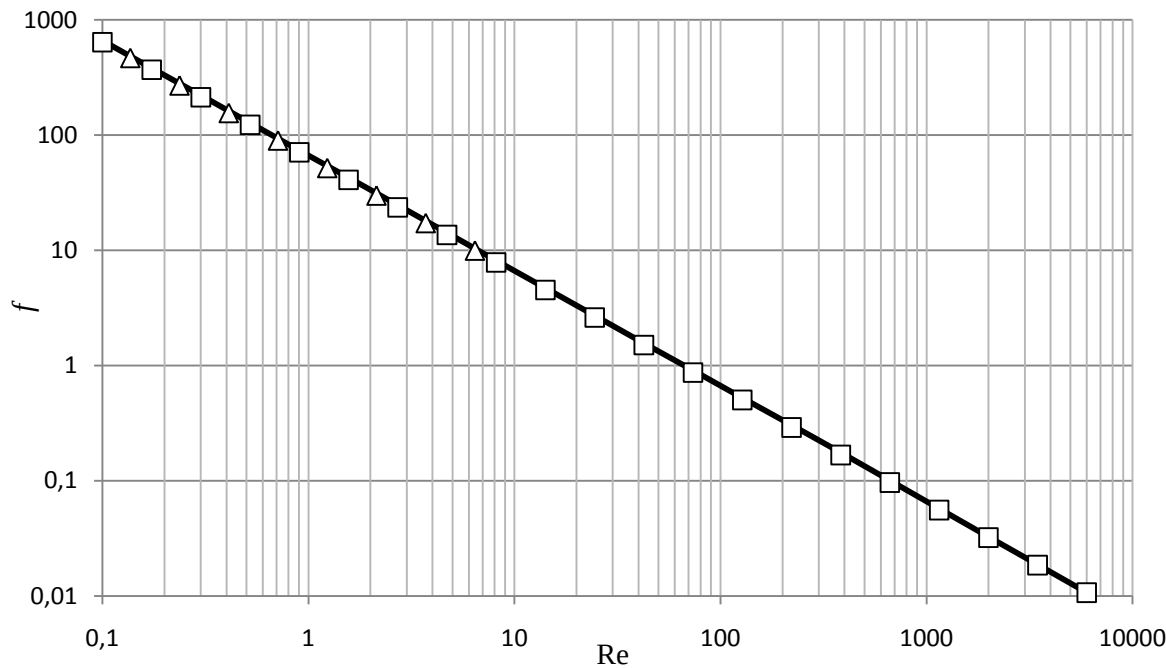


Figura 3.7 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)

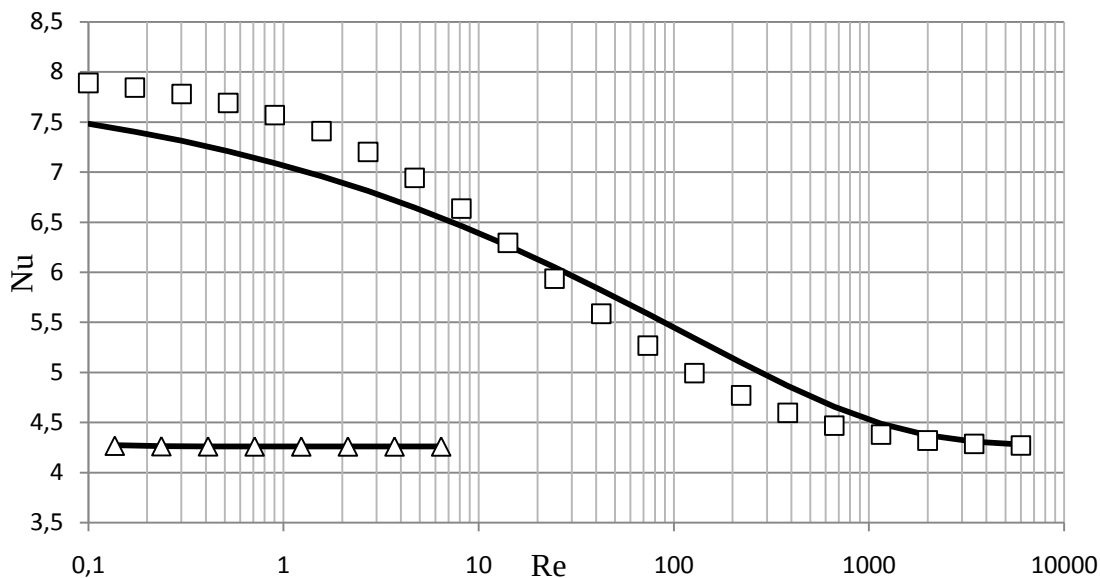


Figura 3.8 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2)

Na figura 3.9 estão representadas as evoluções do número de Nusselt e do índice n_{local} em função da taxa de deformação.

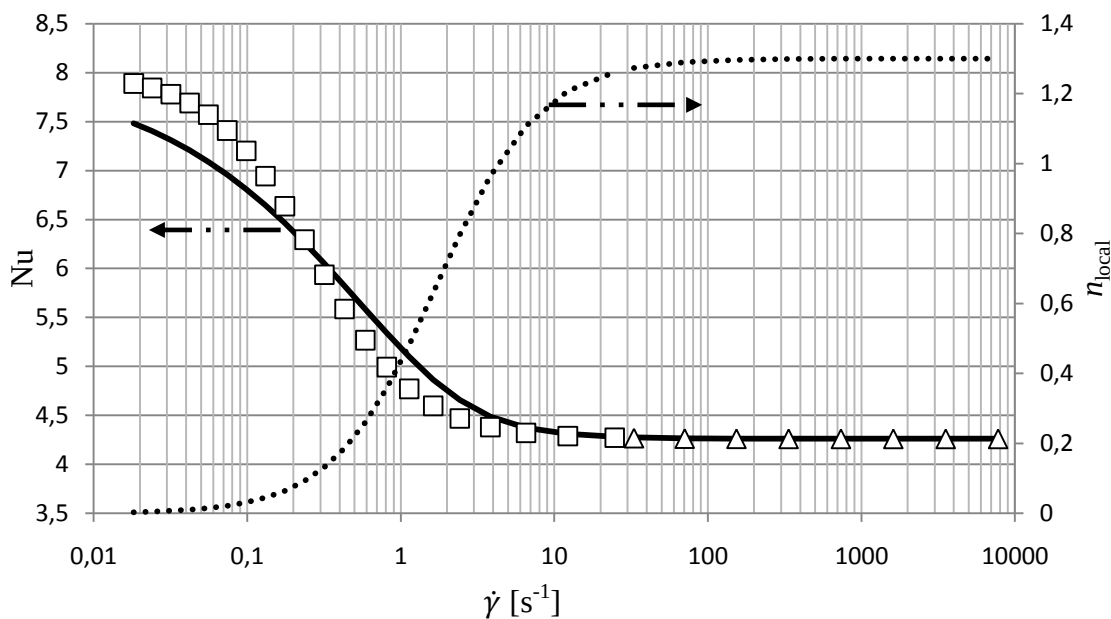


Figura 3.9 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução numérica. (—) Método numérico, $\square$ Método simplificado (D_1), $\triangle$ Método simplificado (D_2), ($\cdots$) evolução do índice n_{local}

Através da análise da figura 3.9 é possível verificar que para baixas taxas de deformação se verificam erros elevados no cálculo do número de Nusselt, sendo o valor obtido pelo método simplificado muito superior ao calculado pelo método apresentado na secção 3.2.2. Isto deve-se ao facto do fluido Herschel-Bulkley possuir tensão de cedência e desta propriedade influenciar o seu perfil de velocidades, tal como foi explicado no capítulo 2 para o caso do fluido de Bingham. Para uma análise mais detalhada dos perfis de velocidade para este fluido, é possível consultar a figura A.2 em anexo.

Pela análise dos resultados obtidos para os dois intervalos estudados do fluido Herschel-Bulkley (B) é possível concluir que o erro máximo verificado para o cálculo de f está situado no primeiro intervalo de estudo, apresentando um erro de cálculo de 4,63% que pode ser aceitável num cálculo aproximado. No entanto o mesmo não se verifica relativamente ao cálculo de Nu que apesar de possuir no primeiro intervalo um erro médio de 4,26% e no segundo intervalo 0,03%, o cálculo desta propriedade no primeiro intervalo para dados valores Re' pode atingir erros máximos de 6,75%.

Também é possível verificar que os erros para cálculo de Nu e f no primeiro intervalo de estudo, do fluido B, apresentam valores bastante superiores aos verificados no estudo do fluido A. Isto deve-se ao facto do índice n ser diferente, o que faz com que o comportamento da curva de viscosidade seja também diferente para os dois casos. Enquanto no caso do fluido A, a viscosidade tende sempre a diminuir, no caso do fluido B isso já não se passa, pois a partir da taxa de deformação de $6,544 \text{ s}^{-1}$ a viscosidade tende a aumentar.

Vai ser analisada agora a curva correspondente ao fluido C cujas propriedades estão representadas na tabela 3.1. Este fluido apresenta um aumento do índice n relativamente ao fluido B.

Na figura seguinte estão representados os perfis do fluido B (estudado atrás) e do fluido C que será estudado de seguida. Através da análise da figura é perceptível a diferença entre os dois perfis, sendo a curva do fluido C, aquela que apresenta uma variação de viscosidade mais acentuada sendo esperado por isso resultados com maiores erros do que os obtidos para o fluido B.

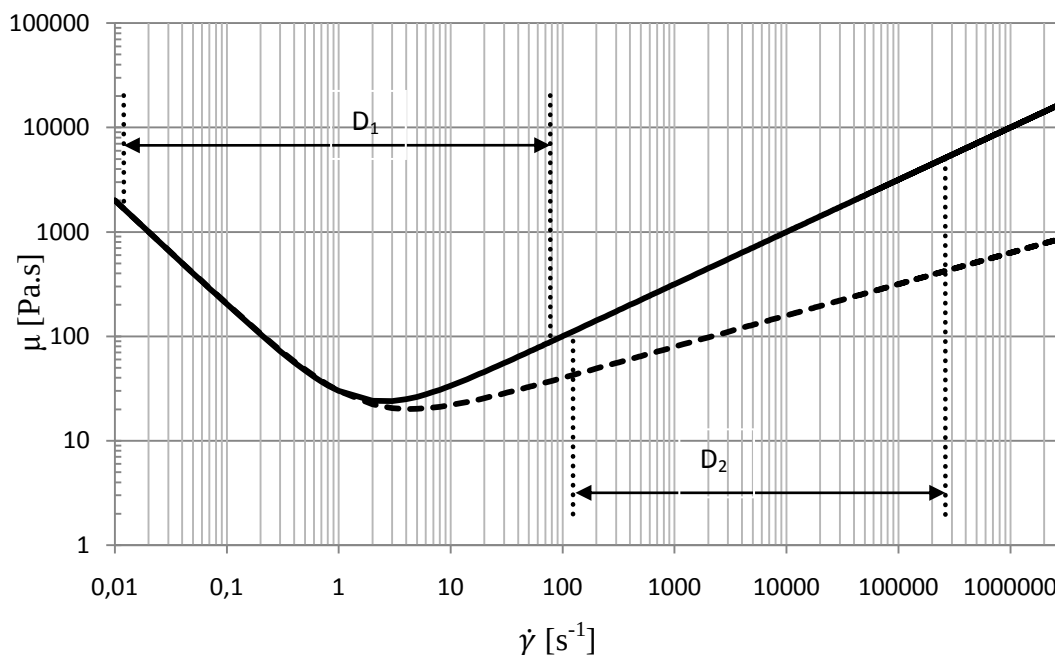


Figura 3.10 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley (B) e do Herschel-Bulkley (C) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado. (—) Herschel-Bulkley (C), (---) Herschel-Bulkley (B)

Para a análise desta curva foram utilizados apenas dois diâmetros de tubagem diferentes ao contrário do que foi feito para a curva do fluido A e utilizados os mesmos intervalos de números de Reynolds utilizados para o estudo do fluido B. Assim para o diâmetro de maior dimensão (D_1) foi usado um valor de 7 metros para o qual corresponde um

intervalo de taxa de deformação entre $[0,0182 \text{ s}^{-1}; 74,5595 \text{ s}^{-1}]$ e um intervalo da velocidade média entre $[0,0159 \text{ m/s}; 65,2396 \text{ m/s}]$.

Para o segundo intervalo foi utilizado um valor para o diâmetro de 0,03 metros, fazendo com que o segundo intervalo de taxa de deformação se situe entre $[114,25 \text{ s}^{-1}; 251416 \text{ s}^{-1}]$ e em relação à velocidade média ficou $[0,428 \text{ m/s}; 942,81 \text{ m/s}]$. De referir que para o segundo intervalo não foram realizados os cálculos para os 21 números de Reynolds, porque a partir da taxa de deformação de 100 s^{-1} a curva do perfil de viscosidade do fluido em estudo apresenta uma evolução semelhante à lei de potência como será possível verificar mais à frente na análise dos erros. Assim não existiria interesse em estudar pontos cuja taxa de deformação fosse muito maior que $2,5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$.

Começando por estudar o intervalo de taxa de deformação para um diâmetro de 7 metros, obtém-se para este caso os resultados apresentados na tabela abaixo. Para este intervalo é possível verificar que o erro médio para o cálculo de f apresenta um valor próximo de 3,78%, enquanto que o erro de médio para o cálculo de Nu é de aproximadamente 4,63%. Em relação ao erro de cálculo máximo para f neste intervalo é de 5,68% e ocorre para uma taxa de deformação de $1,13 \text{ s}^{-1}$ enquanto para Nu é de 7,72% para um $\dot{\gamma}$ de $7,34 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Tabela 3.7 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=7$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (C)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,1	1,59×10 ⁻²	1,82×10 ⁻²	0,002	1113	20,845	660,214	7,546	20,207	640,000	7,942	3,06	5,25
0,2	2,10×10 ⁻²	2,40×10 ⁻²	0,003	846,72	21,006	382,227	7,470	20,290	369,209	7,913	3,41	5,93
0,3	2,77×10 ⁻²	3,16×10 ⁻²	0,004	644,94	21,199	221,276	7,382	20,406	212,993	7,870	3,74	6,60
0,5	3,66×10 ⁻²	4,18×10 ⁻²	0,006	491,76	21,434	128,067	7,282	20,565	122,873	7,806	4,06	7,20
0,9	4,84×10 ⁻²	5,53×10 ⁻²	0,010	375,47	21,720	74,085	7,166	20,781	70,884	7,712	4,32	7,62
1,6	6,42×10 ⁻²	7,34×10 ⁻²	0,015	287,19	22,070	42,825	7,034	21,074	40,892	7,577	4,51	7,72
2,7	8,53×10 ⁻²	9,75×10 ⁻²	0,022	220,15	22,504	24,730	6,884	21,467	23,590	7,390	4,61	7,34
4,7	0,114	0,130	0,034	169,22	23,047	14,265	6,715	21,986	13,609	7,138	4,60	6,30
8,2	0,152	0,174	0,052	130,5	23,734	8,221	6,525	22,665	7,851	6,817	4,50	4,47
14,1	0,204	0,233	0,080	101,0	24,618	4,736	6,315	23,542	4,529	6,436	4,37	1,92
24,5	0,275	0,314	0,121	78,537	25,775	2,730	6,084	24,667	2,613	6,020	4,30	1,06
42,5	0,372	0,426	0,183	61,388	27,328	1,577	5,836	26,125	1,507	5,605	4,40	3,95
73,6	0,508	0,581	0,272	48,340	29,480	0,913	5,573	28,080	0,870	5,229	4,75	6,17
127,6	0,702	0,802	0,396	38,511	32,610	0,530	5,300	30,893	0,502	4,914	5,27	7,28
221,2	0,989	1,130	0,563	31,301	37,509	0,307	5,024	35,377	0,289	4,668	5,68	7,08
383,4	1,444	1,651	0,772	26,375	46,098	0,177	4,757	43,539	0,167	4,486	5,55	5,70
664,5	2,254	2,577	1,011	23,748	64,047	0,101	4,520	61,188	0,096	4,359	4,46	3,57
1151,9	3,976	4,544	1,243	24,164	112,75	0,057	4,346	109,81	0,056	4,277	2,60	1,57
1996,8	8,545	9,765	1,408	29,954	295,41	0,032	4,254	292,52	0,032	4,234	0,98	0,47
3461,3	22,46	25,67	1,477	45,428	1169	0,019	4,223	1166	0,018	4,219	0,25	0,11
6000	65,24	74,56	1,495	76,113	5678	0,011	4,216	5675	0,011	4,215	0,05	0,02
Erro médio											3,78	4,63

Para o estudo do intervalo correspondente ao diâmetro de 0,03 metros para o fluido Herschel-Bulkley em teste, obtiveram-se os resultados da tabela 3.8. Onde o erro máximo para o coeficiente de fricção é de 0,03% e para o número de Nusselt de 0,01%. De notar também que à medida que a taxa de deformação aumenta o erro tende para 0% isto porque o perfil de velocidade tende para o perfil lei de potência como pode ser visto na figura 3.10 e como neste intervalo as taxas de deformação são elevadas a existência de tensão de cedência por parte do fluido não afecta os resultados.

Tabela 3.8 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,03$ metros) do fluido Herschel-Bulkley (C)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica		Método numérico Nu	Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f		τ_w [Pa]	f	Nu		
0,14	0,428	114,3	1,498	94,025	10745	468,304	4,215	10742	468,179	4,215	0,03	0,01
0,24	1,282	341,9	1,500	162,343	55507	270,200	4,214	55498	270,156	4,214	0,02	0,00
0,41	3,850	1027	1,500	281,242	288800	155,855	4,214	288758	155,832	4,214	0,01	0,00
0,71	11,57	3084	1,500	487,413	1503465	89,914	4,214	1503294	89,904	4,214	0,01	0,00
1,23	34,75	9267	1,500	844,877	7830321	51,869	4,214	7829671	51,865	4,214	0,01	0,00
2,14	104,4	27846	1,500	1464,532	40783878	29,922	4,214	40781370	29,920	4,214	0,01	0,00
3,71	313,8	83672	1,500	2538,669	212424321	17,261	4,214	212414249	17,261	4,214	0,00	0,00
6,43	942,8	251416	1,500	4400,616	1106426591	9,958	4,214	1106384707	9,957	4,214	0,00	0,00
Erro médio											0,01	0,00

Nas figuras 3.11 e 3.12 estão representados os resultados obtidos pelos diferentes métodos para o cálculo de f e Nu respectivamente em função do número de Reynolds.

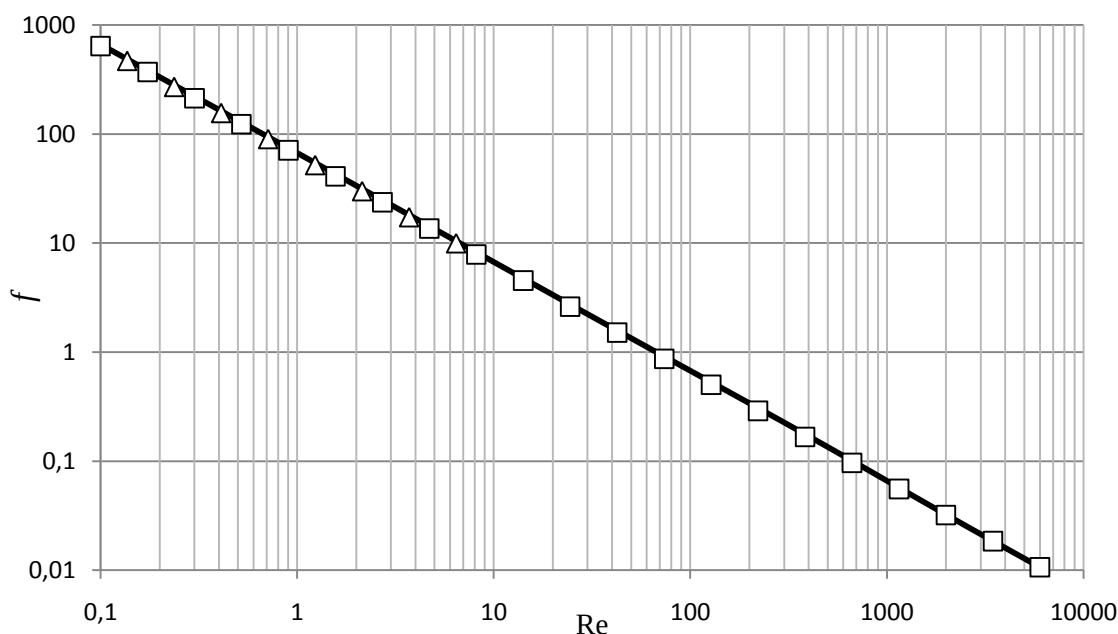


Figura 3.11 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)

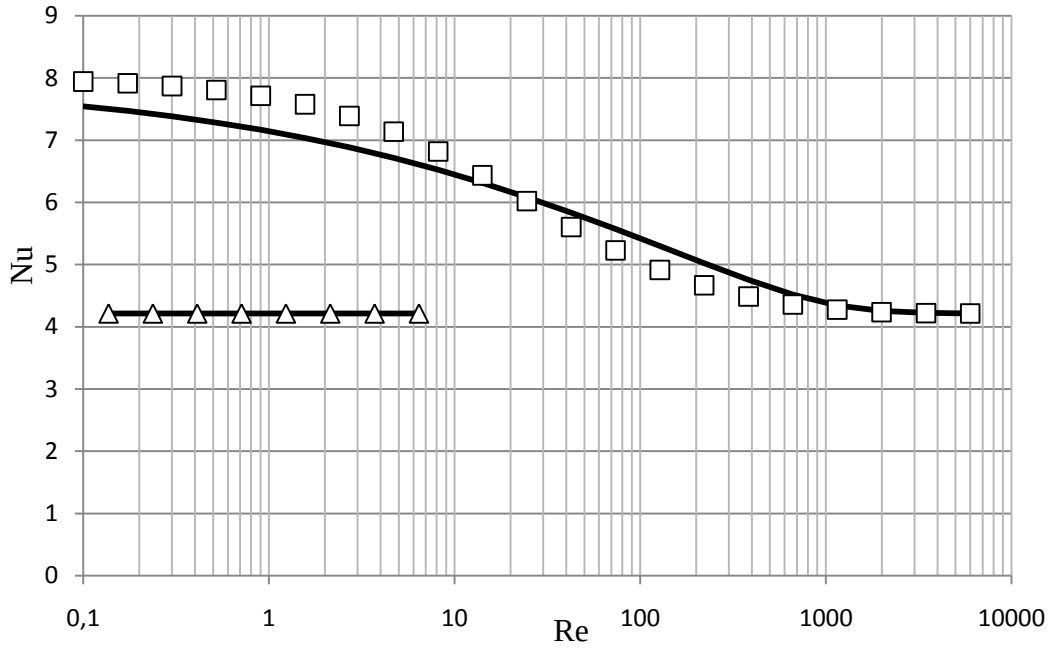


Figura 3.12 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2)

Pela análise da figura 3.13 é possível saber a partir de que valor da taxa de deformação, o perfil de viscosidade tende para um perfil lei de potência, visto que isso ocorre quando o n_{local} tende para um valor constante.

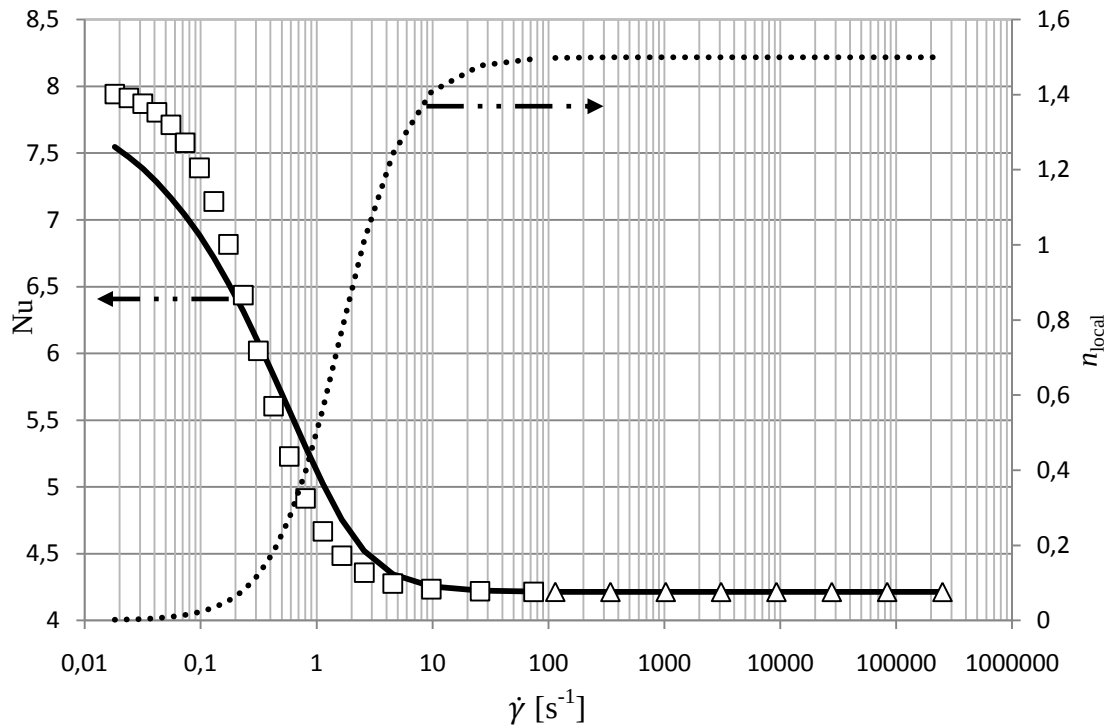


Figura 3.13 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. (—) Método numérico, □ Método simplificado (D_1), △ Método simplificado (D_2), (···) evolução do índice n_{local}

Através da análise dos resultados dos erros relativos é possível verificar que o erro de cálculo tanto do coeficiente de fricção como do número de Nusselt apresenta valores consideráveis sendo 7,72% o erro máximo para o cálculo de Nu e 5,68% o erro máximo para o cálculo de f , ocorrendo estes erros para pequenas taxas de deformação. A justificação é a mesma que foi indicada para o fluido anterior, sendo o facto do fluido possuir tensão de cedência o principal responsável pela diferença entre os perfis de velocidade do modelo Herschel-Bulkley e o modelo lei de potência para pequenas taxas de deformação.

De salientar ainda que para taxas de deformação acima de 100 s^{-1} , os erros relativos do método simplificado apresentam valores próximos de zero. Isto ocorre por duas razões, primeiro porque o perfil da curva de viscosidade do fluido assume a forma de um fluido lei de potência para taxas de deformação elevadas, fazendo com que a inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade possua um valor constante, e depois porque para taxas de deformação elevadas a tensão de cedência não tem uma influência significativa no perfil de velocidades do fluido em estudo, fazendo com que os perfis de velocidade da lei de potência e do fluido Herschel-Bulkley (B) sejam idênticos. Para uma análise mais detalhada é possível consultar a figura A.3 que se encontra em anexo.

Pelo estudo dos fluidos B e C foi possível verificar que o valor do erro máximo para o cálculo do número de Nusselt aumentou, passando de 6,75% quando o n do fluido em teste era 1,3 para um erro de 7,75% quando o n era de 1,5. Este aumento do erro deve-se à variação da curva de viscosidade em função do índice n . A figura 3.14 mostra-nos que quanto maior o valor do índice n , mais brusca é a variação de viscosidade e logo mais acentuada é a variação da inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade, contribuindo assim para erros mais avultados.

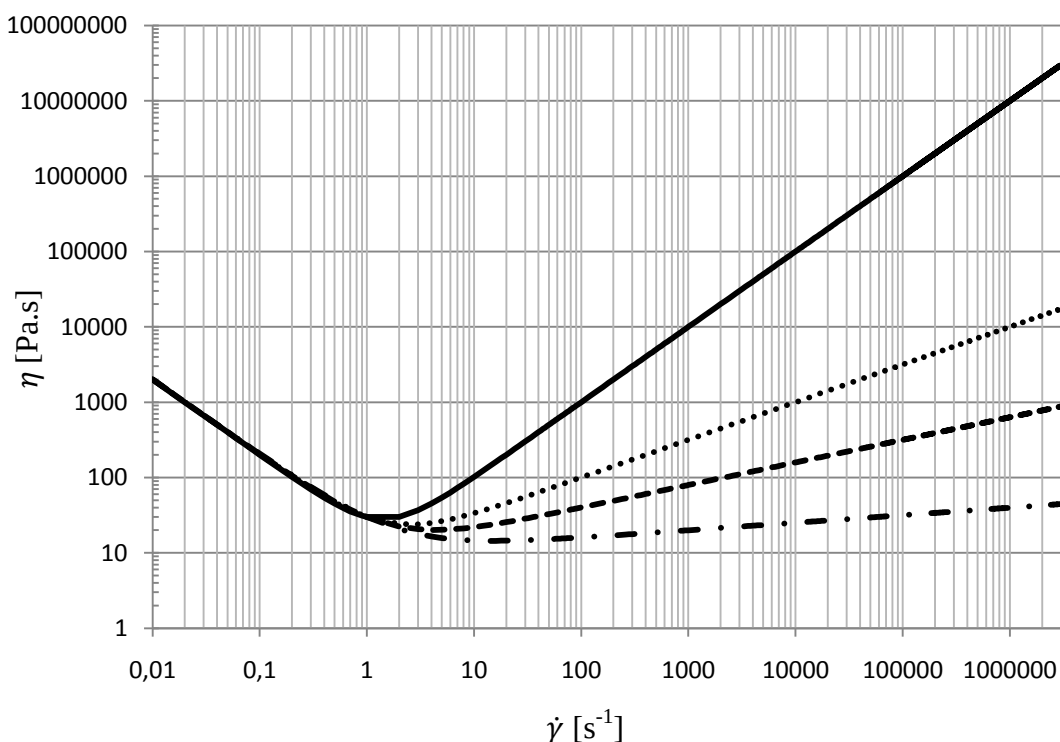


Figura 3.14 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Herschel-Bulkley em função das taxas de deformação para diferentes valores de n . (—) $n=2$, (···) $n=1,5$, (---) $n=1,3$, (- · -) $n=1,1$

Interessa então saber, para que valor limite do índice n , para o qual o método simplificado proposto ainda apresente resultados com erros aceitáveis no cálculo do número de Nusselt. Para isso foram feitos cálculos variando o valor de n ($n=1,1; 1,3; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6$), tabela 3.9, e calculado o valor máximo do erro para cada novo fluido, verificou-se a evolução dos erros máximos de Nu em função do índice n apresentados na figura 3.15. De notar que estes valores de n são fisicamente irrealistas ($n > 2$), contudo permite aferir a metodologia em condições extremas.

Assumindo que um valor aceitável para o erro do cálculo da transferência de calor pode variar entre 5 e 6% e analisando os resultados obtidos para os erros máximos no cálculo de Nu é possível verificar que o valor limite para o índice n será 1,1 visto que para este índice, o erro de cálculo da transferência de calor toma o valor de 5,74%, que será considerado o valor limite aceitável para o erro que um método aproximado possa apresentar no cálculo de Nu .

Tabela 3.9 Resultados do erro máximo do cálculo de Nu em função do índice n e respectiva taxa de deformação

n	Erro máximo de Nu [%]	$\dot{\gamma}$ [s^{-1}]
1,1	5,74	0,032
1,2	6,26	0,056
1,3	6,75	0,073
1,5	7,72	0,073
2	9,95	0,127
2,5	12,08	0,167
3	13,86	0,220
4	17,26	0,289
5	19,62	0,286
6	22,75	0,431

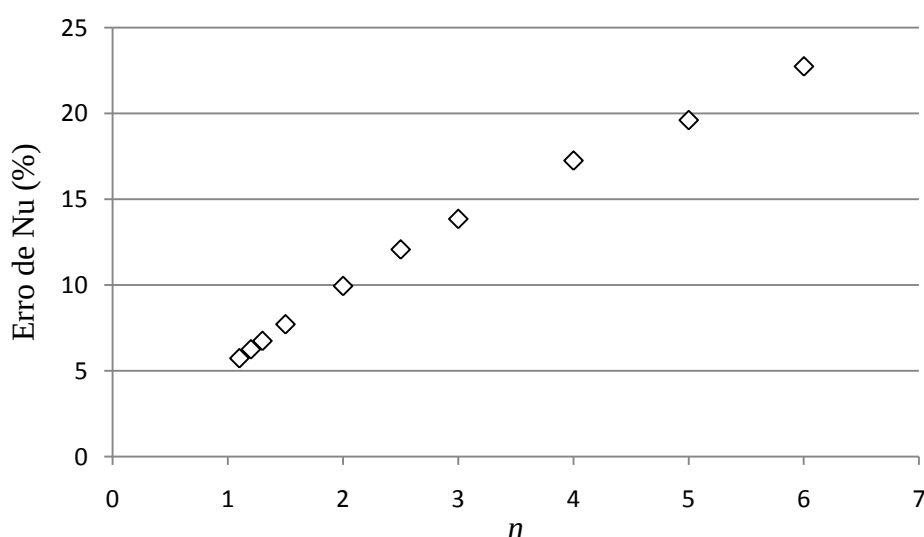


Figura 3.15 Evolução do erro máximo de cálculo de Nu em função do factor n

Pela análise da figura 3.14 também é possível verificar que o erro máximo ocorre para valores de taxas de deformação anteriores à secção onde n_{local} assume o valor de 1, equação 3.28.

$$1 = \frac{\left(-\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}^2} + (n-1)K\dot{\gamma}^{n-2}\right)}{\tau_0 + K\dot{\gamma}^n} \dot{\gamma}^2 + 1 \quad (3.28)$$

Assim sendo é possível admitir que o método simplificado não deve ser utilizado para fluidos cujo índice n seja superior a 1,1 quando o estudo for realizado para taxas de deformação menores que

$$\dot{\gamma} < \sqrt[n]{\frac{\tau_0}{(n-1)K}} \quad (3.29)$$

4 Análise da Metodologia proposta para fluidos descritos pelo modelo Carreau-Yasuda

4.1 Introdução

Neste capítulo será estudado o comportamento do método simplificado relativamente ao fluido Carreau-Yasuda. Para este fluido não existe na literatura solução analítica de transferência de calor ou do perfil de velocidade, por isso para o estudo da transferência de calor será adoptada a metodologia utilizada para o fluido Herschel-Bulkley, Capítulo 3. Relativamente ao estudo da perda de carga, será apresentado um método numérico para a determinação do perfil de velocidade, essencial para realizar o estudo da transferência de calor, e da tensão de corte na parede, secção 4.3, e utilizados esses valores como referência comparando-os com os resultados obtidos pelo método simplificado proposto.

4.2 Expressão para o cálculo do índice n_{local}

Para obter a expressão para o cálculo do índice n_{local} foi necessário derivar a curva de viscosidade do modelo reológico do fluido Carreau-Yasuda

$$\left. \frac{d\mu}{d\dot{\gamma}} \right|_{modelo} = - \frac{((\lambda^a \mu_\infty - \lambda^a \mu_0)n - \lambda^a \mu_\infty + \lambda^a \mu_0) \dot{\gamma}^a (1 + \lambda^a \dot{\gamma}^a)^{\frac{n-1}{a}}}{\lambda^a \dot{\gamma}^{a+1} + \dot{\gamma}} \quad (4.1)$$

Igualando a equação 4.1 à derivada da viscosidade do modelo lei de potência e desenvolvendo a equação em função de n_{local} é possível obter a equação 4.3

$$\tau(n_{local} - 1) \dot{\gamma}^{-2} = - \frac{((\lambda^a \mu_\infty - \lambda^a \mu_0)n - \lambda^a \mu_\infty + \lambda^a \mu_0) \dot{\gamma}^a (1 + \lambda^a \dot{\gamma}^a)^{\frac{n-1}{a}}}{\lambda^a \dot{\gamma}^{a+1} + \dot{\gamma}} \quad (4.2)$$

$$n_{local} = - \frac{((\mu_\infty - \mu_0)n - \mu_\infty + \mu_0) \dot{\gamma}^a (1 + \lambda^a \dot{\gamma}^a)^{\frac{n-1}{a}}}{(\tau \dot{\gamma}^{-2}) \left(\dot{\gamma}^{a+1} + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda^a} \right)} + 1 \quad (4.3)$$

onde a tensão é dada por,

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (4.4)$$

4.3 Obtenção do perfil de velocidades

Para obter o perfil de velocidades do fluido Carreau-Yasuda, utilizou-se a relação entre a tensão e a taxa de deformação, $\tau = \mu \dot{\gamma}$, com a curva de viscosidade dada pelo modelo Carreau-Yasuda, equação 4.5,

$$\mu = (\mu_0 - \mu_\infty) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a} + \mu_\infty \quad (4.5)$$

a taxa de deformação dada pela equação

$$\dot{\gamma} = - \frac{du}{dr} \quad (4.6)$$

e a tensão de corte sendo a seguinte função linear do raio da conduta

$$\tau = \frac{r}{R} \tau_w \quad (4.7)$$

onde τ_w é a tensão de corte na parede

Substituindo as três equações anteriores na equação (4.4) obtém-se a seguinte equação que relaciona a derivada do perfil de velocidades com os parâmetros reológicos $\dot{\gamma}, \tau_w, \lambda, \mu_\infty$ e μ_0 e as características do escoamento r e R .

$$\frac{r}{R} \tau_w = \left((\mu_0 - \mu_\infty) \left[1 + \left(\lambda \left(-\frac{du}{dr} \right) \right)^a \right]^{(n-1)/a} + \mu_\infty \right) \left(-\frac{du}{dr} \right) \quad (4.8)$$

Adimensionalizando esta equação utilizando as equações 4.9 e 4.10

$$r^* = \frac{r}{R} \quad (4.9)$$

$$u^* = \frac{u}{\bar{U}} \quad (4.10)$$

resulta a equação 4.11.

$$\left\{ \left[1 + \left(\frac{\lambda \bar{U}}{R} \left(-\frac{du^*}{dr^*} \right) \right)^a \right]^{(n-1)/a} + \frac{\mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} \right\} \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{\tau_w} \frac{\bar{U}}{R} \left(-\frac{du^*}{dr^*} \right) = r^* \quad (4.11)$$

O processo de cálculo do perfil de velocidades foi o seguinte:

Arbitrando um valor para o parâmetro $\frac{\mu_0 - \mu_\infty}{\tau_w} \frac{\bar{U}}{R}$, onde a única incógnita será o valor da tensão de corte na parede, é possível, integrando a equação não linear (4.11) encontrar o valor da derivada $\frac{du^*}{dr^*}$ para cada valor de r^* . Com base nesses valores e recorrendo à seguinte discretização

$$u^*(r^* - \delta r^*) = u^*(r) - 0,5 \left(\left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right)_r + \left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right)_{\delta r - r} \right) \delta r^* \quad (4.12)$$

A integração efectua-se partindo do ponto $r^*=1$, onde $u^*(1)=0$, obtendo-se uma primeira forma do perfil de velocidades. Este perfil de velocidades, quando estiver correcto, i.e, se o valor da tensão de corte estiver correcto tem de respeitar a seguinte igualdade

$$\frac{\int_0^R 2\pi u r dr}{\bar{U} \pi R^2} = \int_0^1 2u^* r^* dr^* = 1 \quad (4.13)$$

No caso da igualdade não se verificar, será necessário atribuir outro valor para o parâmetro $\frac{\mu_0 - \mu_\infty}{\tau_w} \frac{\bar{U}}{R}$ entrando assim num processo iterativo.

O perfil de velocidades, e consequentemente de τ_w , é considerado correcto quando, por integração numérica, se verificar a igualdade apresentada na equação 4.13.

Possuindo a tensão de corte na parede é possível obter o coeficiente de fricção utilizando a equação 2.6.

Para um novo valor de velocidade na conduta, i.e., um novo número de Reynolds, o processo iterativo acima descrito é novamente aplicado.

Para cada perfil de velocidades obtido, e seguindo a metodologia descrita no capítulo anterior, foi integrada numericamente a equação da energia para assim se obter o correspondente número de Nusselt.

4.4 Análise dos erros no processo de integração

De forma a ser possível utilizar o método numérico com a melhor relação entre o menor erro e o menor tempo de cálculo do número de Nusselt, foram realizados testes para um fluido Carreau-Yasuda com 1000, 2000 e 4000 pontos de integração em r^* . De seguida foram comparados para uma dada taxa de deformação os resultados de Nu obtidos pelo método numérico com os obtidos pelo método simplificado proposto, tendo-se atingido os erros indicados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 Valores do erro de cálculo de Nu em função do número de pontos utilizados

N	Erro (%)
1000	0,0026238899
2000	0,0026238775
4000	0,0026238744

Como é possível constatar na tabela 4.1 a diferença entre os resultados obtidos só é verificada na oitava casa decimal, sendo por isso desprezável. Assim de forma a ser possível realizar o cálculo demorando o menor tempo possível optou-se por utilizar um $N=1000$.

4.5 Resultados

Para o teste do método simplificado relativamente ao fluido Carreau-Yasuda foram admitidos dois fluidos com as propriedades apresentadas na tabela 4.2. Enquanto que o fluido A possui uma forma mais comum da curva de viscosidade para um fluido Carreau-Yasuda, para o fluido B procurou-se um perfil semelhante ao perfil que um fluido descrito pelo modelo de Sisko apresentaria. Desta forma o teste do fluido B vai permitir também testar o método simplificado relativamente ao fluido Sisko, uma vez que este é um fluido que não possui tensão de cedência. Sendo por isso de esperar como foi visto nos capítulos anteriores que a única variável que influenciará os resultados, será a variação da inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade.

Tabela 4.2 Propriedades dos fluidos Carreau-Yasuda em estudo

	A	B
μ_0 [kg/(m.s)]	2,5	923
μ_∞ [kg/(m.s)]	0,2	0,1
a [-]	1,5	2
λ [s]	3	191
n [-]	0,2	0,358
ρ [kg/m ³]	1000	1000

Na figura 4.1 está apresentado o perfil da curva de viscosidade para o fluido A da tabela 4.2.

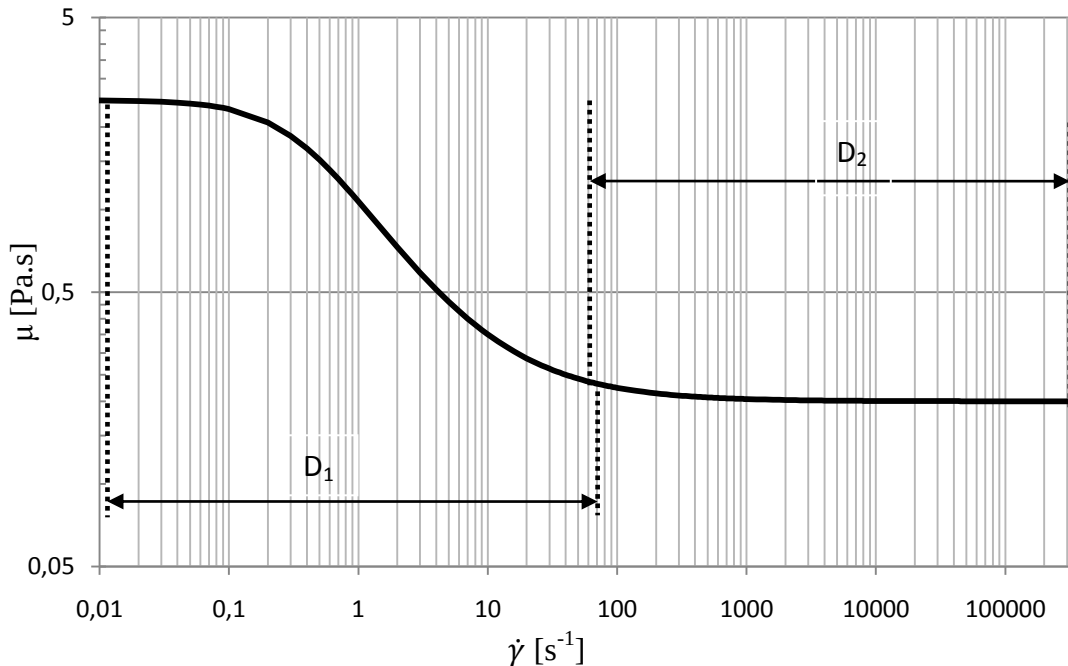


Figura 4.1 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Carreau-Yasuda (A) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

Para realizar o estudo da curva de viscosidade apresentada na figura 4.1, foram necessários testes com 2 diâmetros diferentes de modo a ser possível testar toda a curva ao longo da taxa de deformação. Assim para o estudo de pequenos valores de taxas de deformação foi utilizado o diâmetro $D_1=0,4$ metros que permitiu a análise no intervalo de taxas de deformação $[1,25 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}; 71,3 \text{ s}^{-1}]$ e onde a velocidade média de escoamento esteve situada no intervalo $[6,24 \times 10^{-4} \text{ m/s}; 3,57 \text{ m/s}]$. Para este intervalo foram realizados testes com 11 diferentes números de Reynolds, este número reduzido de testes deve-se ao facto do método numérico utilizado para o cálculo da perda de carga ser muito moroso, por isso optou-se pela diminuição do número de Reynolds testados.

Para o segundo intervalo de teste utilizou-se um diâmetro de 0,002 metros que confinou o estudo para um intervalo de taxas de deformação situados entre $[70,847 \text{ s}^{-1}; 3,4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}]$ e a velocidade média de escoamento entre $[1,77 \times 10^{-2} \text{ m/s}; 85,1 \text{ m/s}]$. O estudo foi realizado até o valor do índice n_{local} ser igual à unidade pois para esse valor o erro era claramente zero.

Através da aplicação do método numérico e do método simplificado para os pontos do primeiro intervalo, foi possível obter os resultados apresentados na tabela 4.3. Para o cálculo do erro de f e de Nu foi utilizada a equação 2.1. O erro médio para o cálculo de perda de carga apresenta um valor aproximado de 0,92% e apresenta um erro máximo de 1,62%. Relativamente ao cálculo do número de Nusselt o erro médio é de 1,02% e o erro máximo de 2,3%.

Tabela 4.3 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,4$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (A)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,10	$6,24 \times 10^{-4}$	$1,25 \times 10^{-2}$	0,995	2,494	0,031	639,779	4,365	0,031	640,000	4,366	0,03	0,02
0,30	$1,86 \times 10^{-3}$	$3,71 \times 10^{-2}$	0,974	2,472	0,092	212,647	4,370	0,092	212,993	4,375	0,16	0,12
0,903	$5,35 \times 10^{-3}$	0,107	0,888	2,369	0,252	70,392	4,395	0,253	70,884	4,417	0,70	0,50
2,713	$1,39 \times 10^{-2}$	0,278	0,691	2,046	0,559	23,226	4,477	0,568	23,590	4,546	1,57	1,53
8,152	0,031	0,623	0,509	1,528	0,937	7,725	4,627	0,952	7,851	4,734	1,62	2,30
24,495	0,064	1,286	0,445	1,050	1,341	2,594	4,760	1,351	2,613	4,828	0,74	1,42
73,602	0,131	2,613	0,477	0,710	1,863	0,873	4,790	1,855	0,870	4,779	0,41	0,24
221,160	0,272	5,430	0,566	0,491	2,697	0,293	4,726	2,667	0,289	4,664	1,11	1,31
664,540	0,594	11,874	0,684	0,357	4,298	$9,75 \times 10^{-2}$	4,615	4,243	$9,63 \times 10^{-2}$	4,551	1,27	1,37
1996,8	1,396	27,927	0,801	0,280	7,891	$3,24 \times 10^{-2}$	4,510	7,812	$3,21 \times 10^{-2}$	4,467	1,01	0,94
6000	3,566	71,313	0,891	0,238	17,057	$1,07 \times 10^{-2}$	4,438	16,952	$1,07 \times 10^{-2}$	4,415	0,62	0,51
Erro médio											0,92	1,02

O estudo do segundo intervalo de taxas de deformação deu origem aos valores apresentados na tabela 4.4. Este intervalo apresenta erros muito reduzidos sendo o erro máximo para o cálculo de f aproximadamente de 0,62% enquanto para Nu é cerca de 0,51%. Estes valores reduzidos para o cálculo de Nu e f pelo método simplificado contribuem para que neste intervalo o erro médio seja de 0,11% e 0,2% respectivamente.

Tabela 4.4 Resultados obtidos para o segundo intervalo estudado ($D_2=0,002$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,149	$1,77 \times 10^{-2}$	70,847	0,891	0,238	16,960	432,496	4,438	16,855	429,830	4,415	0,62	0,51
0,439	$4,77 \times 10^{-2}$	190,69	0,947	0,217	41,570	146,324	4,398	41,414	145,774	4,388	0,38	0,22
1,295	0,134	537,23	0,976	0,208	111,681	49,529	4,379	111,476	49,439	4,374	0,18	0,10
3,817	0,388	1551	0,989	0,203	315,491	16,780	4,370	315,249	16,767	4,368	0,08	0,04
11,255	1,133	4533	0,995	0,201	914,867	5,700	4,363	912,703	5,686	4,366	0,24	0,06
33,186	3,328	13313	0,998	0,201	2673	1,930	4,363	2670	1,928	4,364	0,10	0,02
97,853	9,797	39189	0,999	0,200	7856	0,655	4,363	7847	0,654	4,364	0,11	0,03
288,530	28,868	115471	1,000	0,200	23118	0,222	4,363	23106	0,222	4,364	0,05	0,02
850,760	85,094	340377	1,000	0,200	68099	$7,52 \times 10^{-2}$	4,364	68090	$7,52 \times 10^{-2}$	4,364	0,01	0,00
Erro médio											0,20	0,11

Nas figuras 4.2 e 4.3 estão representados os resultados de f e Nu obtidos para diferentes números de Reynolds.

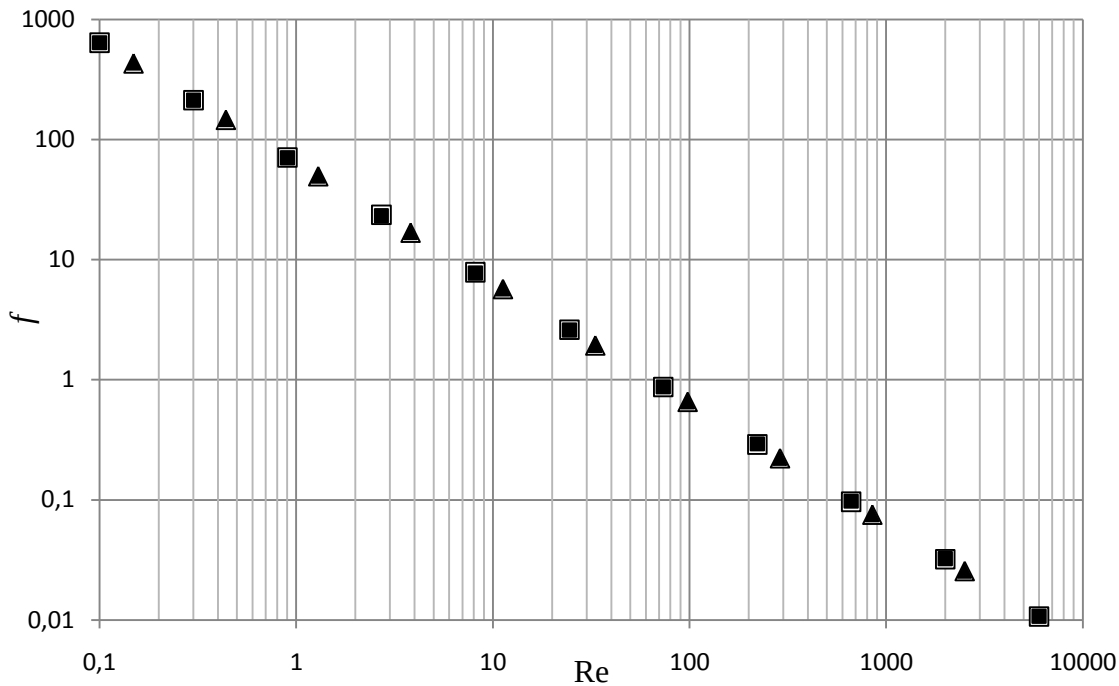


Figura 4.2 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2)

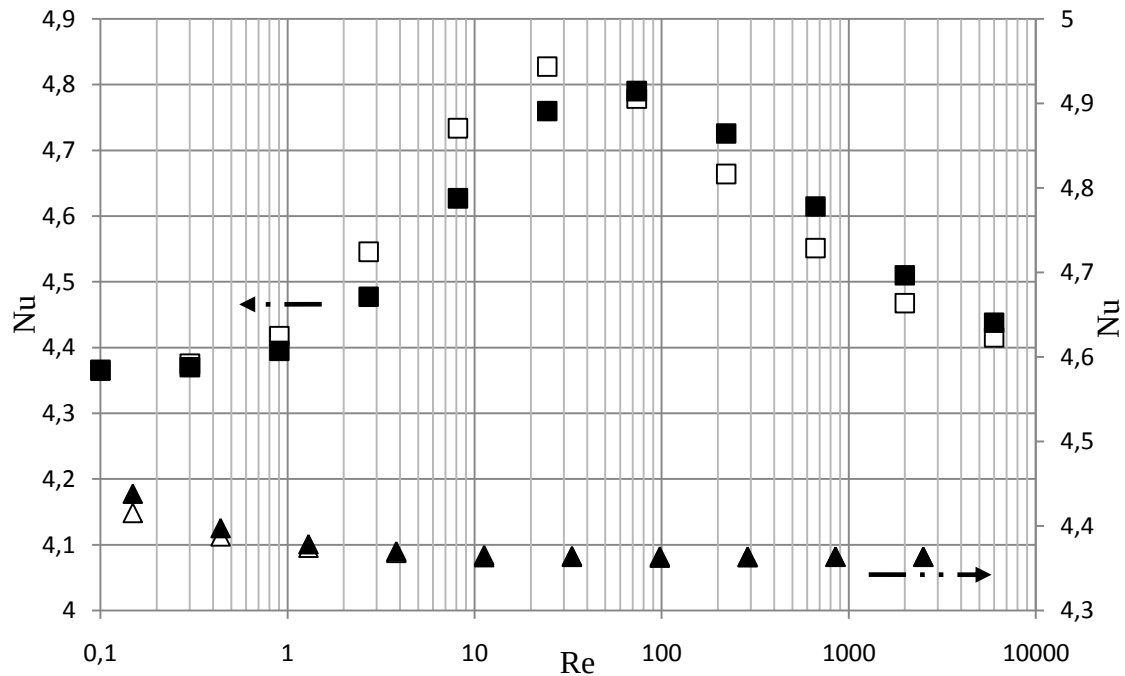


Figura 4.3 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2)

A figura 4.4 permite a comparação entre a variação do índice n_{local} e os resultados obtidos para o número de Nusselt obtidos ao longo da taxa de deformação.

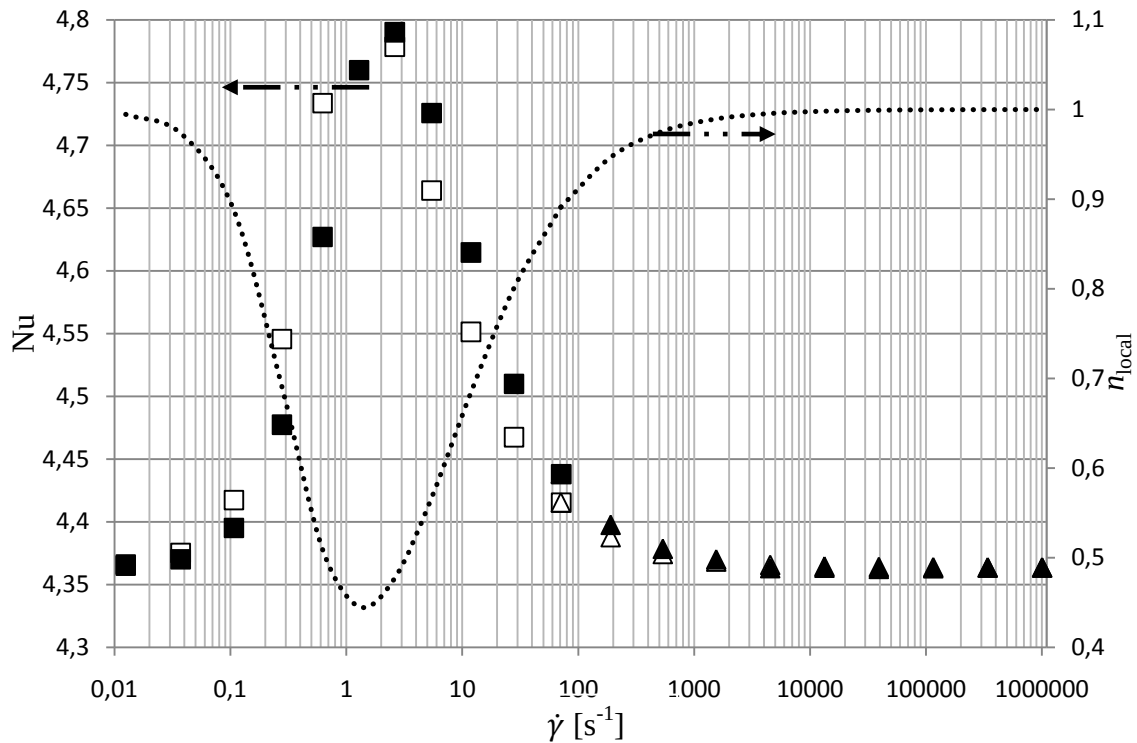


Figura 4.4 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2), (···) Evolução do índice n_{local}

Após a análise dos resultados obtidos para o cálculo do coeficiente de fricção e número de Nusselt, é possível concluir, que é no primeiro intervalo que estão situados os pontos em que o método simplificado apresenta maiores erros de cálculo. Isto ocorre devido à maior variação do índice n_{local} no primeiro intervalo que no segundo como pode ser constatado na figura 4.4. Sendo o erro máximo do método simplificado no cálculo de Nu para um fluido Carreau-Yasuda com as propriedades do fluido A de 1,62% e de 2,30% para o cálculo de f . Estes valores para os erros de cálculo não são significativos para um método simplificado num cálculo de engenharia.

Como o fluido Carreau-Yasuda não possui tensão de cedência o método simplificado consegue estimar perfis de velocidade muito próximos dos perfis de velocidade inerentes ao modelo em análise, como se pode verificar por análise da figura 4.5, justificando assim os erros reduzidos para os de cálculos de Nu e de f .

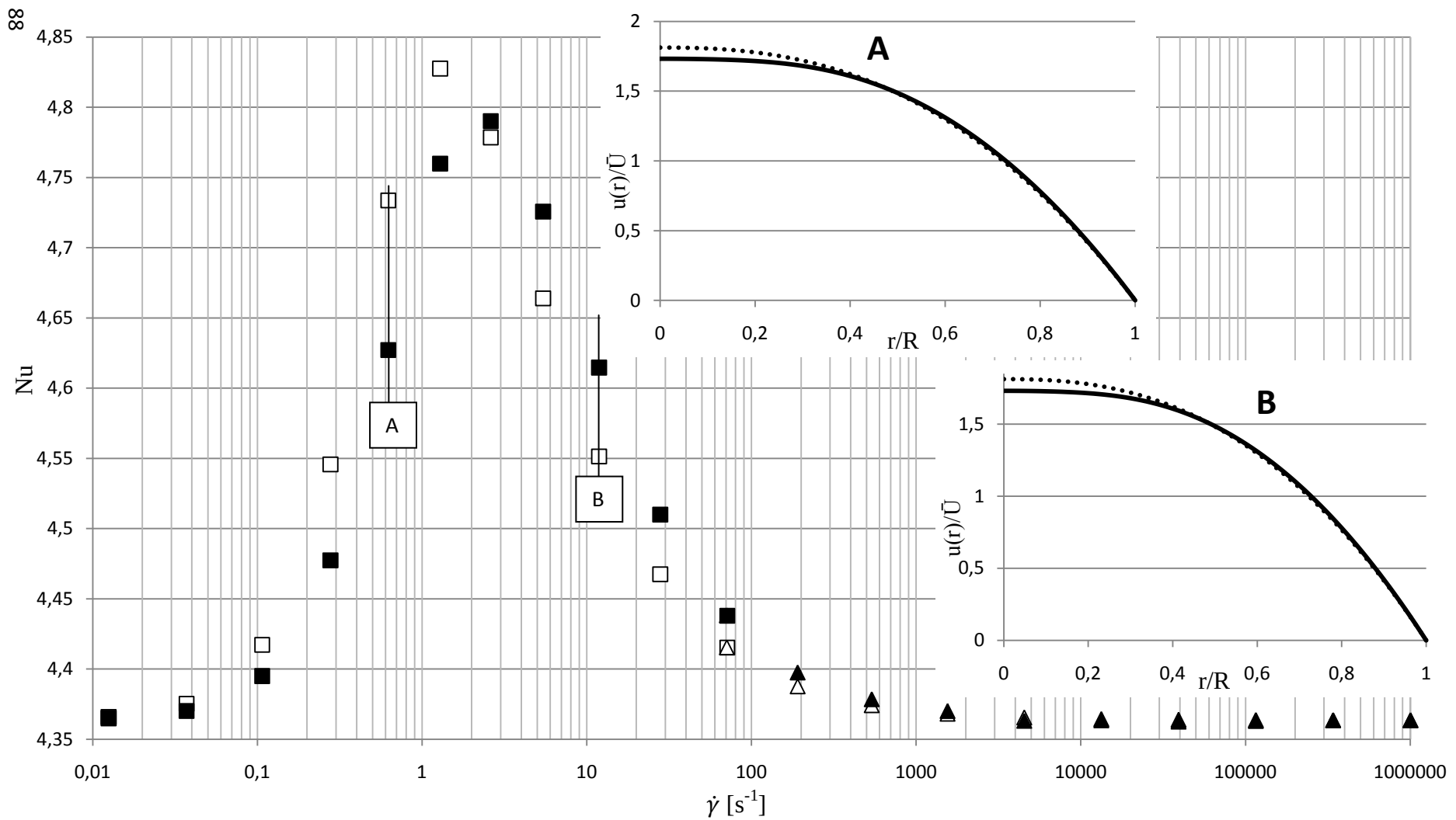


Figura4.5 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (A) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ▲ Método numérico (D_2), △ Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Carreau-Yasuda

Será estudado de seguida o fluido Carreau-Yasuda (B), cujas propriedades estão apresentadas na tabela 4.2. Este fluido apresenta a curva de viscosidade da figura 4.6.

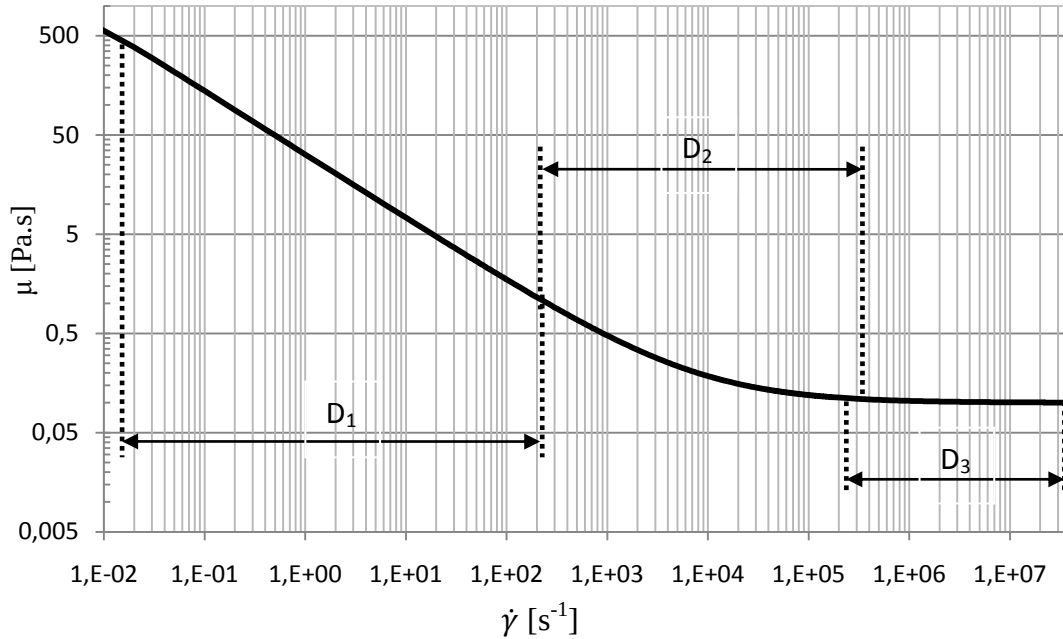


Figura 4.6 Representação gráfica da curva de viscosidade do fluido Carreau-Yasuda (B) em estudo e gamas de taxas de deformação para cada diâmetro utilizado

Para o estudo deste fluido foram utilizados três diâmetros diferentes. Para D_1 foi admitido o valor de 0,5 metros e realizados testes para 10 números e Reynolds, permitindo estudar o intervalo de taxas de deformação $[0,269 \text{ s}^{-1}; 116 \text{ s}^{-1}]$ enquanto a velocidade média do escoamento varia no intervalo $[1,68 \times 10^{-2} \text{ m/s}; 7,25 \text{ m/s}]$.

Para o segundo intervalo foi admitido $D_2=0,0025$ metros, para o qual foram realizados testes para 10 números de Reynolds a variar no intervalo $[0,149; 2509]$. Este intervalo de taxas de deformação está situado entre $[230 \text{ s}^{-1}; 3,53 \times 10^5 \text{ s}^{-1}]$ e a velocidade entre $[7,19 \times 10^{-2} \text{ m/s}; 110,5 \text{ m/s}]$.

Finalmente para o terceiro intervalo estudado, foi utilizado um diâmetro de 0,00002 metros e testados seis números de Re a variar entre $[0,124; 19,7]$. Para estes valores admitido para o teste, o terceiro intervalo de taxa de deformação ficou compreendido entre $[2,78 \times 10^5 \text{ s}^{-1}; 3,95 \times 10^7 \text{ s}^{-1}]$ e a velocidade entre $[0,695 \text{ m/s}; 98,8 \text{ m/s}]$.

Os resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado estão representados na tabela 4.5, e mostram que os erros do método simplificado são bastante reduzidos, sendo o erro máximo para o cálculo de f e Nu , 0,25% e 0,32% respectivamente. Estes valores contribuem para um erro médio de 0,08% para o cálculo da perda de carga e 0,1% para o cálculo da transferência de calor.

Tabela 4.5 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_1=0,5$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,100	$1,68 \times 10^{-2}$	0,269	0,359	84,098	22,627	639,866	4,988	22,632	640,000	4,992	0,02	0,08
0,300	$3,29 \times 10^{-2}$	0,526	0,359	54,724	28,796	213,002	4,990	28,795	212,993	4,991	0,00	0,02
0,903	$6,43 \times 10^{-2}$	1,029	0,360	35,615	36,658	70,903	4,989	36,649	70,884	4,990	0,03	0,00
2,713	0,126	2,013	0,361	23,187	46,686	23,596	4,988	46,675	23,590	4,987	0,02	0,02
8,152	0,246	3,940	0,363	15,103	59,531	7,854	4,985	59,506	7,851	4,983	0,04	0,04
24,495	0,482	7,718	0,365	9,846	76,020	2,614	4,981	75,986	2,613	4,978	0,05	0,07
73,602	0,946	15,136	0,369	6,426	97,349	0,870	4,974	97,267	0,870	4,969	0,08	0,09
221,160	1,859	29,740	0,375	4,202	125,119	0,290	4,964	124,977	0,289	4,956	0,11	0,15
664,540	3,663	58,603	0,385	2,756	161,759	$9,65 \times 10^{-2}$	4,949	161,500	$9,63 \times 10^{-2}$	4,938	0,16	0,23
1996,8	7,249	115,98	0,398	1,815	211,047	$3,21 \times 10^{-2}$	4,927	210,514	$3,21 \times 10^{-2}$	4,911	0,25	0,32
Erro médio											0,08	0,10

Para o segundo intervalo foram obtidos os resultados apresentados na tabela 4.6. Os erros deste intervalo são superiores ao anterior, sendo o erro máximo 1,20% para uma taxa de deformação $2,04 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ para o cálculo de f e de 0,98% para uma taxa de 4006 s^{-1} para o cálculo de Nu .

Tabela 4.6 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_2=0,0025$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,149	$7,19 \times 10^{-2}$	230	0,418	1,207	278,436	431,311	4,896	277,480	429,830	4,873	0,34	0,47
0,439	0,143	457	0,447	0,813	373,596	146,534	4,853	371,658	145,774	4,824	0,52	0,59
1,295	0,288	920,9	0,487	0,556	515,062	49,752	4,801	511,819	49,439	4,763	0,63	0,78
3,817	0,592	1894	0,542	0,388	739,351	16,893	4,736	733,838	16,767	4,692	0,75	0,93
11,255	1,252	4006	0,611	0,278	1123	5,734	4,663	1114	5,686	4,617	0,83	0,98
33,186	2,755	8816	0,691	0,208	1845	1,945	4,586	1830	1,928	4,546	0,86	0,89
97,853	6,373	20395	0,774	0,163	3361	0,662	4,507	3321	0,654	4,484	1,20	0,49
288,530	15,62	49990	0,850	0,135	6808	0,223	4,459	6767	0,222	4,438	0,60	0,48
850,760	40,55	129774	0,909	0,119	15525	$7,55 \times 10^{-2}$	4,420	15465	$7,52 \times 10^{-2}$	4,406	0,39	0,30
2508,5	110,5	353451	0,949	0,110	38996	$2,56 \times 10^{-2}$	4,394	38907	$2,55 \times 10^{-2}$	4,387	0,23	0,17
Erro médio											0,63	0,61

Finalmente para o último intervalo estudado foi possível obter os resultados da tabela 4.7. Os erros para este intervalo foram bastante reduzidos sendo o valor médio para o cálculo de f cerca de 0,21% e para o cálculo de Nu cerca de 0,04%.

Tabela 4.7 Resultados obtidos para o primeiro intervalo estudado ($D_3=0,00002$ metros) do fluido Carreau-Yasuda (B)

Re'	$\bar{U}$ [m/s]	$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	n_{local}	μ' [kg/(m.s)]	Solução analítica			Método simplificado			Erro de f (%)	Erro de Nu (%)
					τ_w [Pa]	f	Nu	τ_w [Pa]	f	Nu		
0,124	0,695	278147	0,941	0,112	31168	515,672	4,399	31084	514,271	4,390	0,27	0,20
0,343	1,821	728481	0,967	0,106	77850	187,773	4,378	77463	186,838	4,378	0,50	0,02
0,943	4,873	1949198	0,982	0,103	201998	68,053	4,371	201483	67,879	4,372	0,25	0,00
2,595	13,21	5282545	0,990	0,102	538108	24,683	4,369	537633	24,661	4,368	0,09	0,02
7,143	36,05	14419679	0,995	0,101	1456646	8,967	4,366	1455404	8,959	4,366	0,09	0,01
19,662	98,79	39515578	0,997	0,100	3972962	3,257	4,365	3970834	3,255	4,365	0,05	0,01
Erro médio											0,21	0,04

As figuras 4.7 e 4.8 apresentam a evolução dos resultados obtidos em função do número de Reynolds para os três intervalos estudados, respectivamente coeficiente de atrito e número de Nusselt.

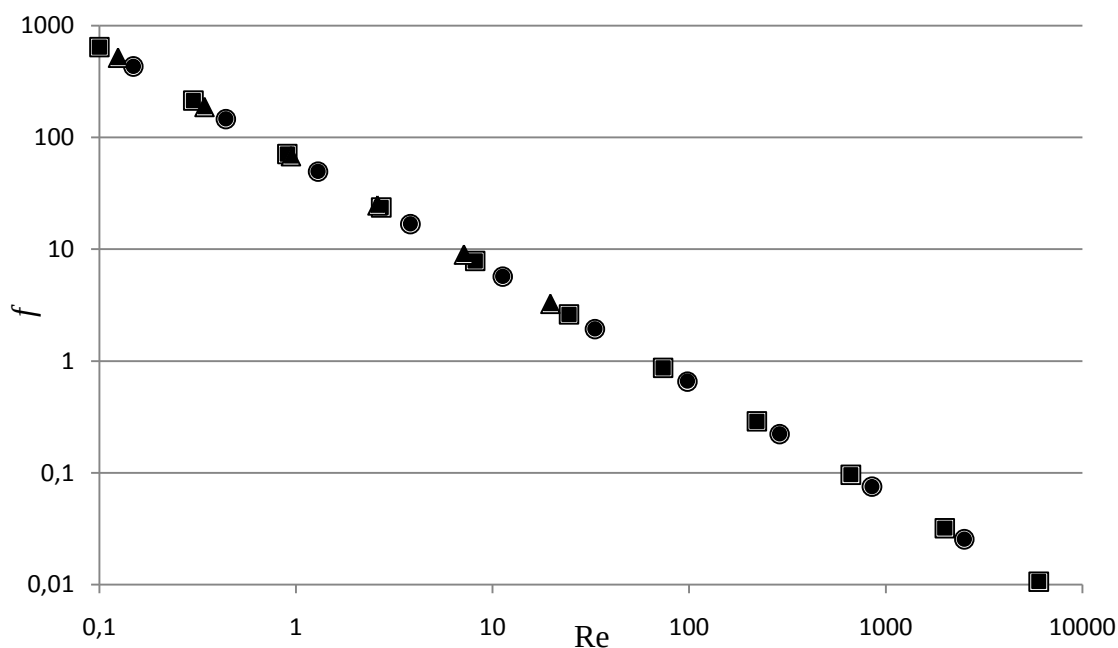


Figura 4.7 Representação dos resultados do coeficiente de fricção do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3)

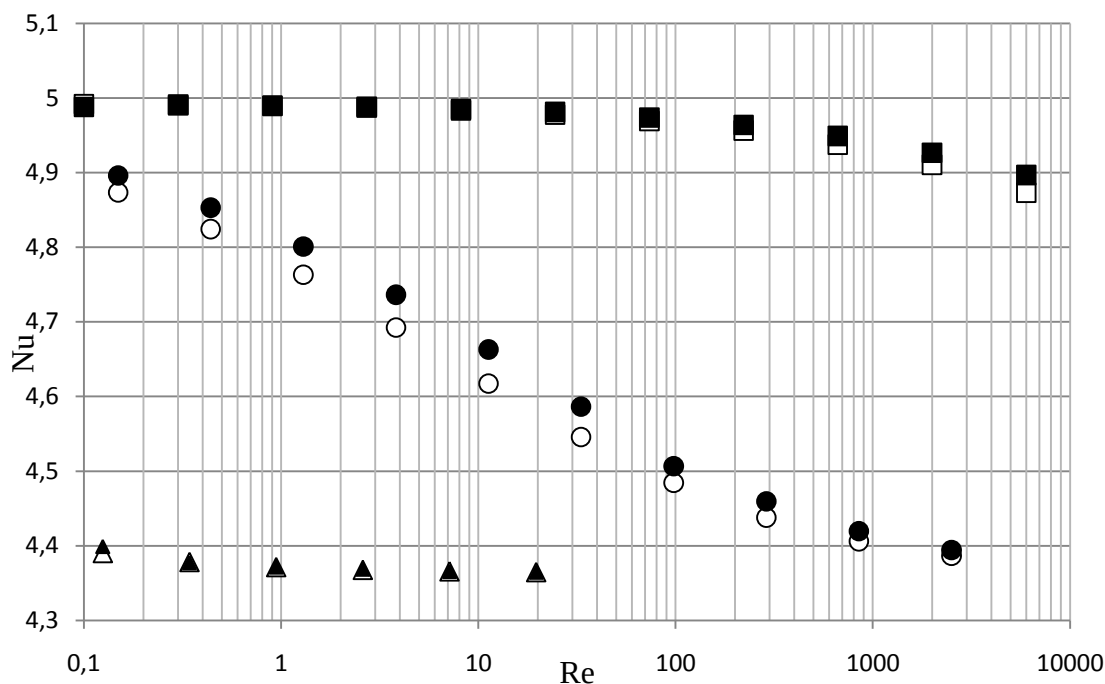


Figura 4.8 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função do número de Reynolds para o método simplificado e para o método numérico. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3)

A figura 4.9 mostra a evolução do índice n_{local} e resultados do número de Nusselt em função da taxa de deformação.

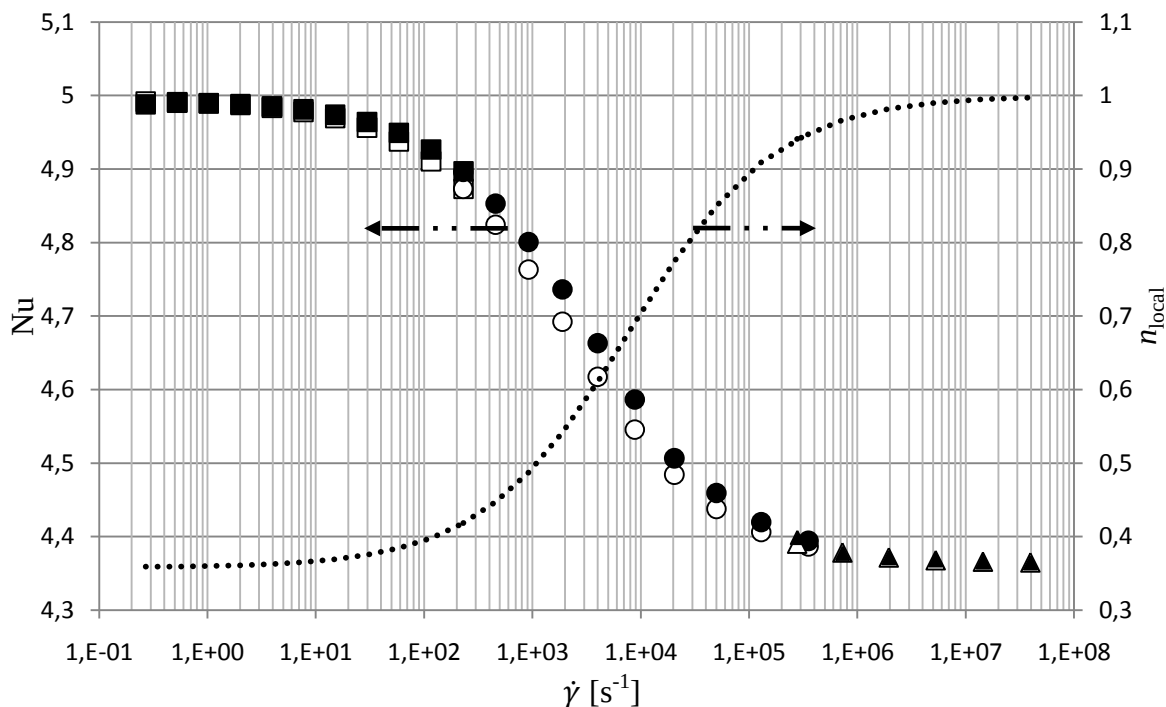


Figura 4.9 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para o método numérico.

■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3).

(...) Evolução do índice n_{local}

Através dos resultados obtidos para os três intervalos estudados é possível verificar que o erro máximo apresentado pela utilização do método simplificado para o cálculo de transferência de calor é de 0,98% e para o cálculo da perda de carga é de aproximadamente 1,20%. Estes erros acontecem para o segundo intervalo estudado na região de transição entre um fluido lei de potência e um fluido Newtoniano.

Analisando os erros médios obtidos para os intervalos estudados é possível verificar que é também para o segundo intervalo que se encontra o maior valor sendo de 0,63% e 0,61% para f e Nu respectivamente. Nos restantes dois intervalos os erros médios variam num intervalo de 0,04% a 0,21% não sendo valores significativos num cálculo aproximado.

Pelos resultados obtidos é também possível concluir, que os maiores erros dos números de Nusselt ocorrem nas regiões onde a curva do índice de potência n_{local} versus taxa de deformação, apresenta maiores alterações de valores. Tal comportamento era esperado pois o método utiliza o n_{local} calculado para uma taxa de deformação muito elevada, praticamente a taxa de deformação máxima do escoamento, o que se traduz pela utilização sistemática de um valor do n_{local} mínimo, nos casos em que o n_{local} diminui com o aumento da taxa de deformação, acarretando um Nu ligeiramente superior ao real, e nos casos em que o n_{local} aumenta com a taxa de deformação implica a utilização sistemática de um n_{local} máximo, o que se traduz num Nu ligeiramente inferior ao real, ver figura 4.4 e equação 1.40.

5 Conclusões e perspectivas de trabalhos futuros

5.1 Conclusões

Neste trabalho foram realizados vários testes com uma metodologia simplificada para o cálculo do número de Nusselt e para o coeficiente de perda de carga. Esta última metodologia já existia, tendo apenas sido tornada mais simples a sua aplicação. Os fluidos analisados foram os seguintes: sPTT, Bingham, Casson, Carreau-Yasuda e Herschel-Bulkley. O estudo foi realizado para escoamentos laminares em condutas circulares no caso de fluxo de calor constante na parede. As principais conclusões obtidas ou constatações dignas de realce são descritas de seguida.

Os maiores erros para o cálculo da transferência de calor ou perda de carga ocorrem para os fluidos que possuem tensão de cedência, como são os casos dos fluidos de Casson, Bingham e Herschel-Bulkley. Isto deve-se à influência apresentada por esta propriedade para com o perfil de velocidades do respectivo fluido, tornando-o diferente do perfil de velocidades de um fluido lei de potência para baixas taxas de deformação.

A variação brusca do n_{local} foi outro factor que influenciou os resultados, principalmente para os fluidos que não possuíam tensão de cedência, pois verificou-se que nas zonas onde existia uma variação brusca da inclinação das rectas tangentes à curva de viscosidade, e por consequência uma variação de n_{local} , os erros de cálculo do número de Nusselt e do coeficiente de fricção eram maiores quando em comparação com zonas onde a curva de viscosidade assumia um declive aproximadamente constante.

Também foram realizados testes para o fluido sPTT considerando o caso de temperatura na parede constante e comparados os resultados obtidos com os resultados numéricos apresentados pela literatura. Pela análise destes resultados tudo leva a crer que o novo método apresentado pode ser uma boa alternativa, para cálculos expeditos mas com algum rigor, no caso de temperatura de parede constante.

Após a realização de todos os testes e analisados os resultados obtidos, foi admitida uma restrição para a utilização do método simplificado proposto relativamente ao estudo do fluido Herschel-Bulkley. Foi constatado que quanto maior fosse a índice de potência n do fluido, maior seria o erro no cálculo da transferência de calor. Assim sendo, para que o método simplificado apresente resultados com erros aceitáveis, este método não deve ser aplicado no estudo de fluidos Herschel-Bulkley para taxas de deformação inferiores a $n \sqrt{\frac{\tau_0}{(n-1)K}}$ quando a propriedade n possuir valores superiores a 1,1. Para um fluido Herschel-Bulkley com $n=1,1$ o erro de cálculo do número de Nusselt atinge o valor máximo de 5,74%, que será considerado como o valor limite aceitável para o erro que um método aproximado possa apresentar no cálculo de Nu .

Assim, pode-se concluir que o método simplificado proposto apresenta todas as condições para ser uma solução válida para o cálculo de transferência de calor e perda de carga em detrimento da solução analítica, uma vez que para além de ser um método de muito mais rápida execução, os resultados obtidos pela sua utilização apresentaram erros máximos próximos de 5,74% para o cálculo do número de Nusselt e de 3,23% para o cálculo de f .

5.2 Perspectivas de trabalhos futuros

Na sequência do estudo seria importante realizar estudos para mais fluidos na condição de temperatura na parede constante uma vez que neste trabalho só foi possível testar para o caso específico do modelo sPTT e em situações pontuais.

A avaliação da aplicação desta metodologia a secções de conduta que não a circular reveste-se também alguma importância.

Bibliografia

- Barletta, A. (1997), Fully developed laminar forced convection in circular ducts for power-law fluids with viscous dissipation, *International Journal Heat and Mass Transfer* Vol.40, pág.15-26.
- Bird, R. B, Armstrong, R. C e Ole H.(1987), *The generalized Newtonian fluid .Dynamics of polymeric liquids* cap .4 (2º ed.), cap .5, pág.258-260 (2º ed.), Wiley-Interscience Publication.
- Chilton, R.A, Stainsby, R. e Thompson S. (1996), The design of sewage sludge pumping systems, *Journal of Hydraulic Research* Vol.34, pág.395-405.
- Chilton, R.A e Stainsby, R. (1998), Pressure loss equation for laminar and turbulent Non-Newtonian pipe flow, *Journal of Hydraulic Engineering* Vol.124, pág.522-529.
- Coelho, PM (2000), *Escoamento de fluido não-Newtoniano em torno de um cilindro*, Dissertação para obtenção de grau de doutor em engenharia mecânica na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Coelho, P.M e Pinho, F.T, (2008), A generalized Brinkman number for non-Newtonian duct flows, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* Vol.156, pág.202-206.
- Dumas, A., Barozzi, G.S. (1984), Laminar heat transfer to blood flowing in a circular duct, *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol.27, pág.391-398.
- Hartnett, J.P e Cho, Y.I.(1998), *Non-Newtonian fluids. Handbook of heat transfer* chap.10 (3rd ed.W.Rohsenow, J.Hartnett e Y. Cho), 10.1-10.53, New York: McGraw-Hill.
- João, A.M.R, (2001), *Escoamentos anulares de fluidos não-Newtonianos*, Dissertação para obtenção de grau de doutor em engenharia mecânica na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Mashelkar, R. A. e Marrucci, G. (1980), Anomalous transport phenomena in rapid external flows of viscoelastic fluids, *Rheol. Acta* Vol.19, pág.426-431.
- Mendes, P.R.S, Naccache, M F. (1998), Heat transfer to Herschel-Bulkley fluids in laminar fully developed flow through tubes, *International Journal of Heat and Fluid Flow*.
- Merrill, E. W., Bennis, A. M., Gilliland E. R., Sherwood, T. K., e Salzman, E. W. (1964), Pressure-flow relations of human blood in hollow fibers at low flow rates, *Journal of Applied Physiology*, pág.954-967.
- Min, T. e Yoo, J.Y. (1999), Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe with uniform wall heat flux: the Graetz problem extended, *Journal of Heat Transfer* Vol.121, pág.556-563.
- Oliveira, P.J., Pinho, F.T. (1999), Analytical solution for fully-developed channel and pipe flow of Phan-Thien-Tanner fluids, *Journal Fluid Mech.* Vol. 387, pág. 271-280
- Pinho, F.T e Coelho, P.M, (2009), Non-Newtonian Heat Transfer. Cap 17, *Encyclopedia of Life Support System (EOLSS)*.

Poole, R.J e Chhabra, R.P. (2010), Development Length Requirements for Fully Developed Laminar Pipe Flow of Yield Stress Fluids, Journal of Fluids Engineering, Vol. 132, pág. 1-4

Skelland, A.H.P. Wiley (1967), Non-Newtonian flow and heat transfer. Cap 5, pág.157-179, Wiley-Interscience Publication.

Victor, S. A. e Shah, V. L. (1975), Heat transfer to blood flowing in a tube, Biorheology, Vol.12, pág.361-368, Pergamon Press.

Yasuda .K. (2006), A Multi-Mode Viscosity Model and Its Applicability to Non-Newtonian Fluids, Journal of Textile Engineering Vol.52, pág.171-173.

Anexo A: Evolução dos resultados do número de Nusselt e dos perfis de velocidade em função da taxa de deformação

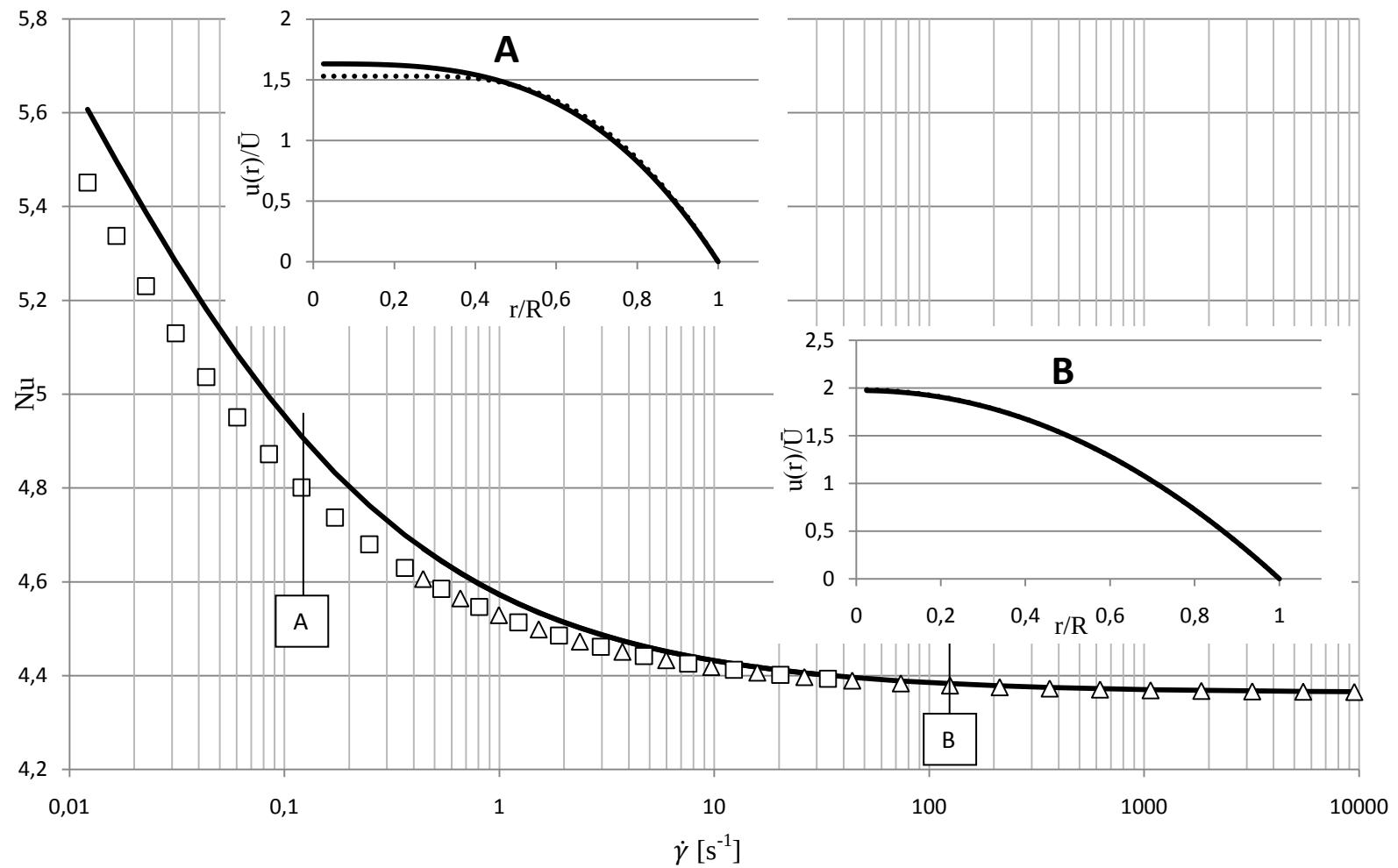


Figura A.1 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Casson (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Solução analítica, $\square$ Método simplificado (D₁), $\triangle$ Método simplificado (D₂). Perfis de velocidade nos pontos A e B para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Casson

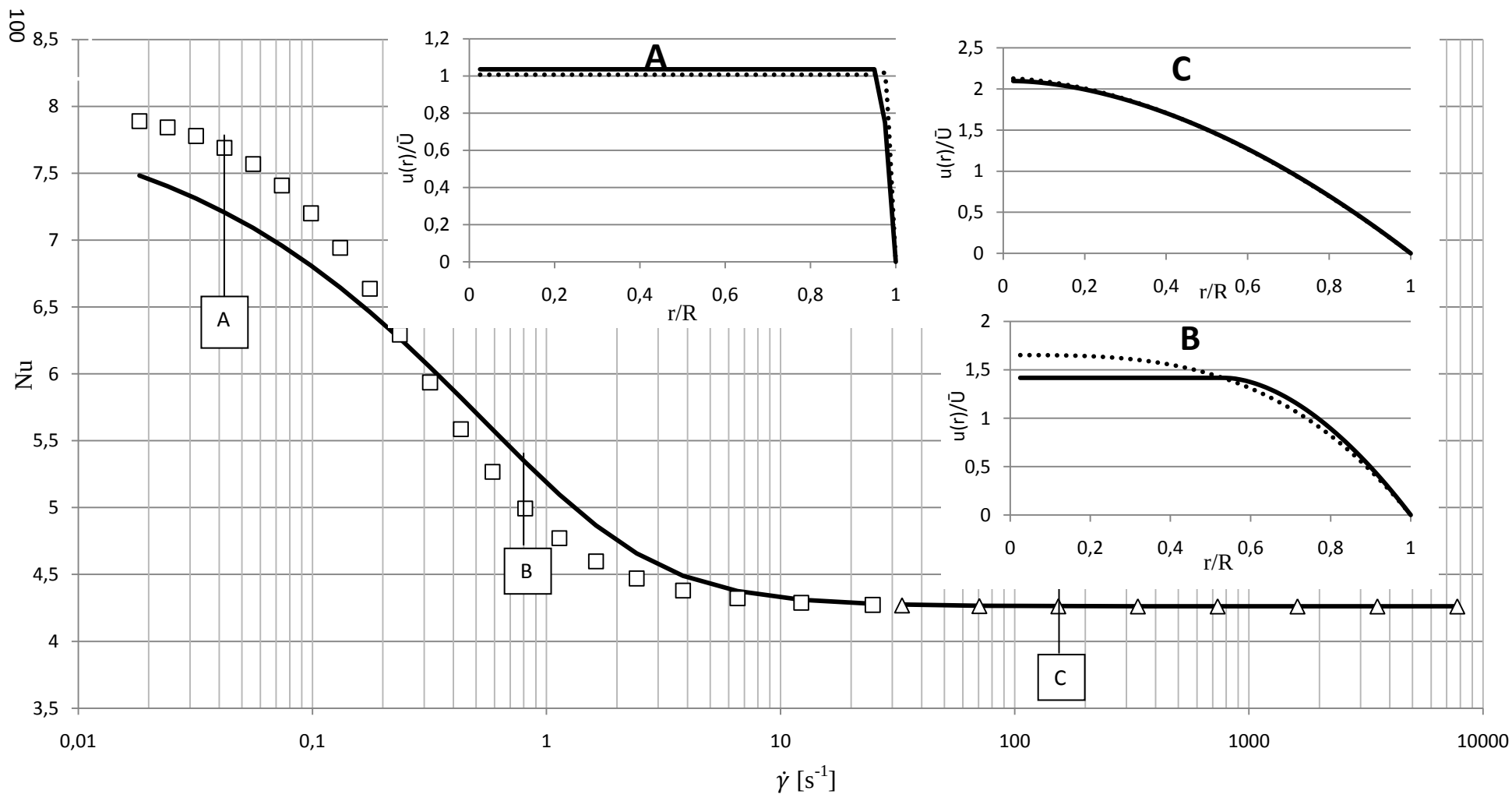


Figura A.2 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, (□) Método simplificado (D_1), (△) Método simplificado (D_2). Perfis de velocidade nos pontos A B e C para (···) modelo lei de potência (—) modelo de Herschel-Bulkley

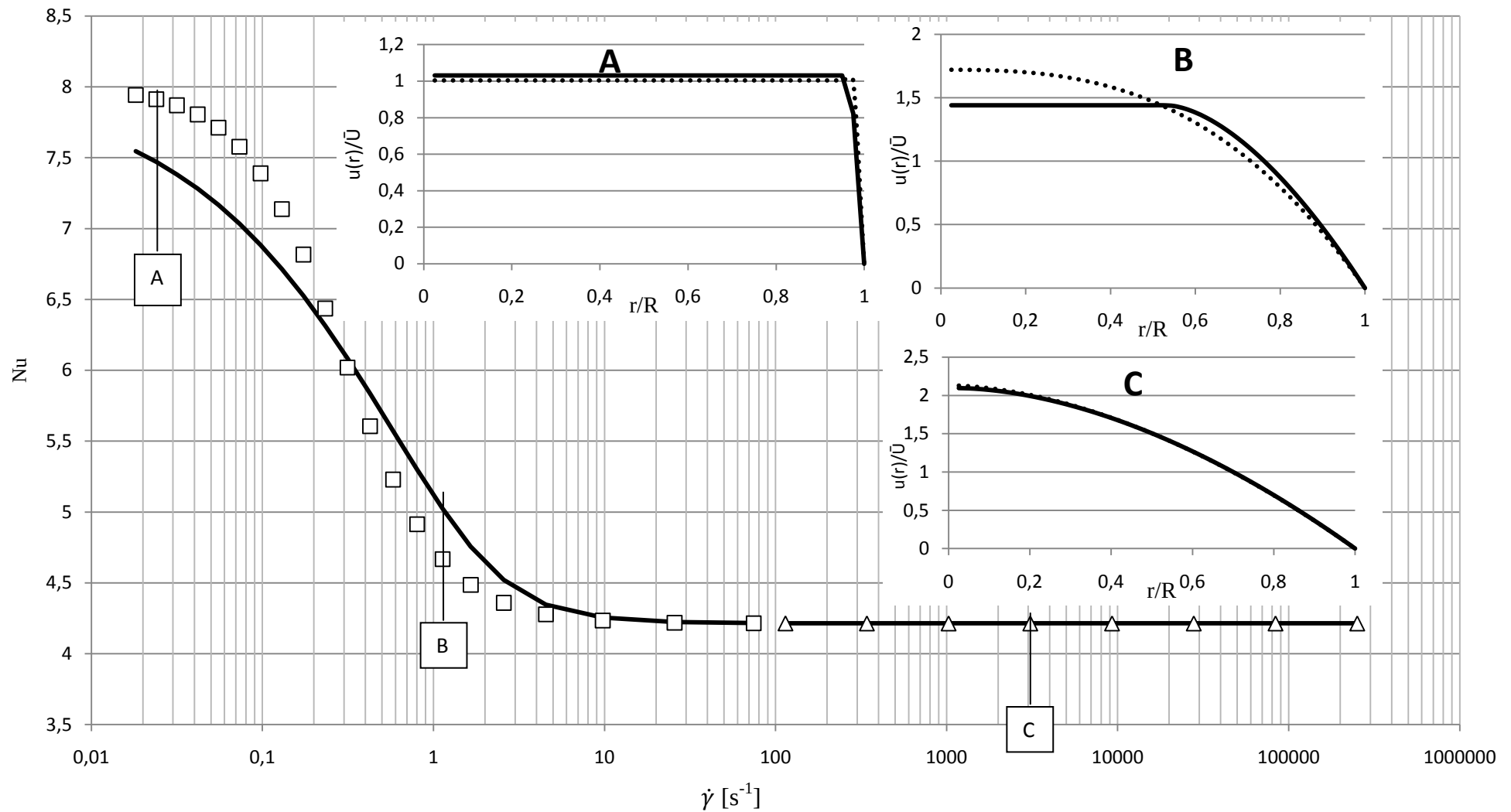


Figura A.3 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Herschel-Bulkley (C) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. (—) Método numérico, □ Método simplificado (D₁), △ Método simplificado (D₂). Perfis de velocidade nos pontos A, B e C para (···) modelo lei de potência e (—) modelo de Herschel-Bulkley

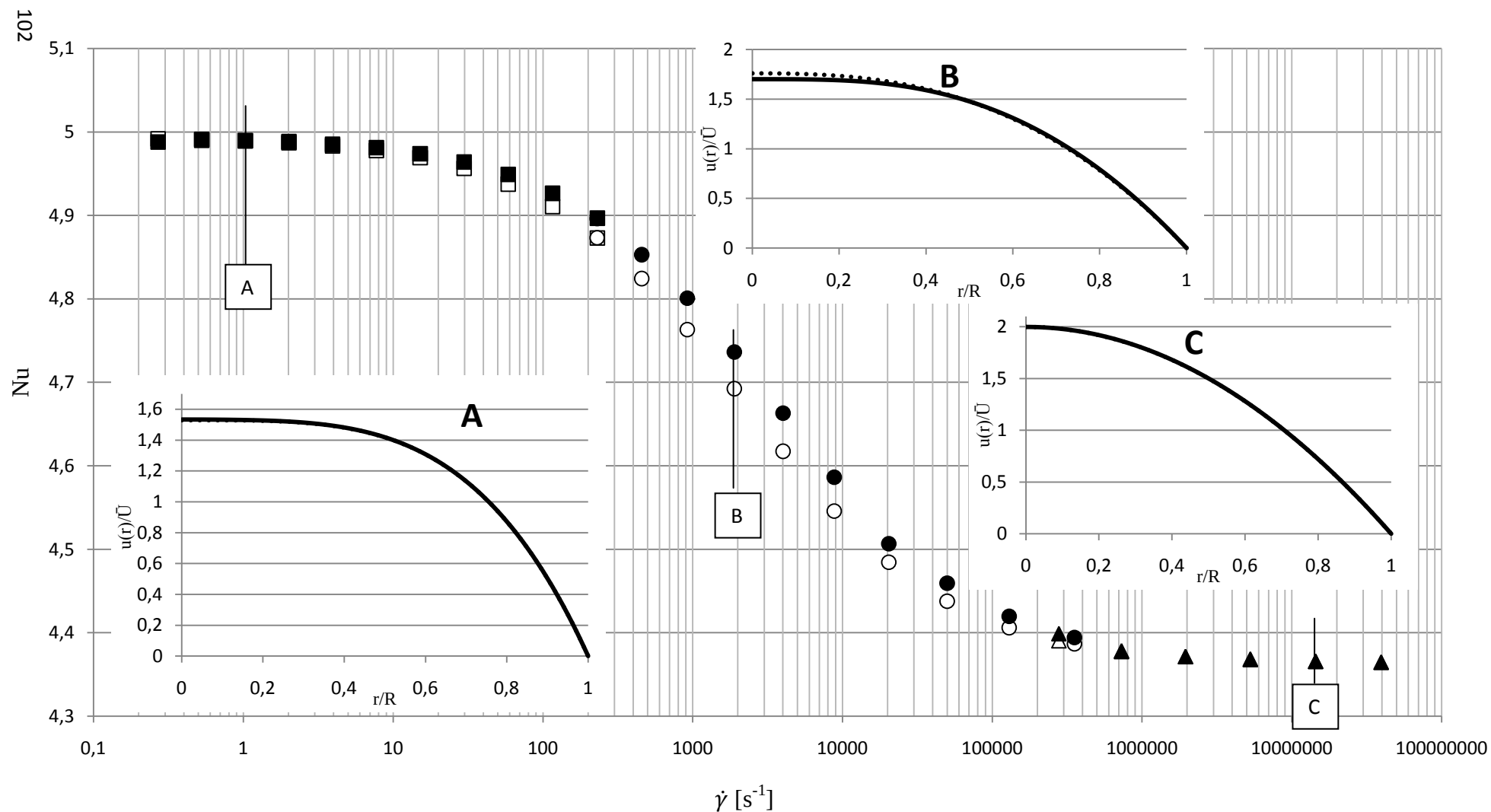


Figura A.4 Representação dos resultados do número de Nusselt do fluido Carreau-Yasuda (B) em análise em função da taxa de deformação para o método simplificado e para a solução analítica. ■ Método numérico (D_1), □ Método simplificado (D_1), ● Método numérico (D_2), ○ Método simplificado (D_2), ▲ Método numérico (D_3), △ Método simplificado (D_3). Perfis de velocidade nos pontos A, B e C para (---) modelo lei de potência (—) modelo de Carreau-Yasuda

Anexo B: Resultados do teste do método de cálculo do número de Nusselt, secção 3.4, utilizando a solução analítica do fluido de Bingham como comparação.

Tabela B.1 Resultados do erro pela utilização do método numérico em detrimento da solução analítica de Bingham

D_1				D_2				D_3			
Re'	Nu Solução analítica	Nu Método numérico	Erro (%)	Re'	Nu Solução analítica	Nu Método numérico	Erro (%)	Re'	Nu Solução analítica	Nu Método numérico	Erro (%)
0,10	7,904	7,904	$1,1 \times 10^{-4}$	0,15	7,596	7,596	$2,4 \times 10^{-5}$	0,12	5,982	5,982	$2,3 \times 10^{-6}$
0,17	7,890	7,890	$9,8 \times 10^{-5}$	0,26	7,541	7,541	$2,1 \times 10^{-5}$	0,21	5,808	5,808	$1,9 \times 10^{-6}$
0,30	7,874	7,874	$8,4 \times 10^{-5}$	0,44	7,480	7,480	$1,8 \times 10^{-5}$	0,34	5,631	5,631	$1,5 \times 10^{-6}$
0,52	7,856	7,856	$7,4 \times 10^{-5}$	0,75	7,411	7,411	$1,5 \times 10^{-5}$	0,57	5,453	5,453	$1,2 \times 10^{-6}$
0,90	7,835	7,835	$6,4 \times 10^{-5}$	1,29	7,334	7,334	$1,3 \times 10^{-5}$	0,94	5,277	5,277	$1,0 \times 10^{-6}$
1,57	7,812	7,812	$5,5 \times 10^{-5}$	2,22	7,249	7,249	$1,1 \times 10^{-5}$	1,56	5,109	5,109	$8,0 \times 10^{-7}$
2,71	7,785	7,785	$4,8 \times 10^{-5}$	3,82	7,154	7,154	$9,6 \times 10^{-6}$	2,60	4,952	4,952	$6,2 \times 10^{-7}$
4,70	7,754	7,754	$4,2 \times 10^{-5}$	6,55	7,048	7,048	$8,2 \times 10^{-6}$	4,31	4,810	4,810	$4,8 \times 10^{-7}$
8,15	7,719	7,719	$3,6 \times 10^{-5}$	11,25	6,932	6,932	$6,9 \times 10^{-6}$	7,14	4,690	4,690	$3,6 \times 10^{-7}$
14,13	7,680	7,680	$3,1 \times 10^{-5}$	19,33	6,805	6,805	$5,9 \times 10^{-6}$	11,85	4,592	4,592	$2,6 \times 10^{-7}$
24,49	7,636	7,636	$2,7 \times 10^{-5}$	33,19	6,667	6,667	$4,9 \times 10^{-6}$	19,66	4,518	4,518	$1,9 \times 10^{-7}$
42,46	7,585	7,585	$2,3 \times 10^{-5}$	56,99	6,517	6,517	$4,1 \times 10^{-6}$	32,62	4,465	4,465	$1,3 \times 10^{-7}$
73,60	7,528	7,528	$2,0 \times 10^{-5}$	97,85	6,357	6,357	$3,4 \times 10^{-6}$	54,12	4,428	4,428	$8,4 \times 10^{-8}$
127,58	7,464	7,464	$1,7 \times 10^{-5}$	168,03	6,187	6,187	$2,9 \times 10^{-6}$	89,79	4,404	4,404	$5,4 \times 10^{-8}$
221,16	7,393	7,393	$1,5 \times 10^{-5}$	288,53	6,008	6,008	$2,3 \times 10^{-6}$	148,96	4,389	4,389	$3,4 \times 10^{-8}$
383,37	7,312	7,312	$1,3 \times 10^{-5}$	495,45	5,822	5,822	$1,9 \times 10^{-6}$	247,14	4,379	4,379	$2,1 \times 10^{-8}$
664,54	7,222	7,222	$1,1 \times 10^{-5}$	850,76	5,633	5,633	$1,5 \times 10^{-6}$	410,02	4,373	4,373	$1,3 \times 10^{-8}$
1151,9	7,123	7,123	$9,2 \times 10^{-6}$	1461	5,443	5,443	$1,2 \times 10^{-6}$	680,25	4,369	4,369	$7,9 \times 10^{-9}$
1996,8	7,012	7,012	$7,8 \times 10^{-6}$	2509	5,256	5,256	$9,8 \times 10^{-7}$	1129	4,367	4,367	$4,8 \times 10^{-9}$
3461,3	6,891	6,891	$6,6 \times 10^{-6}$	4308	5,078	5,078	$7,6 \times 10^{-7}$	1872	4,366	4,366	$2,9 \times 10^{-9}$
6000	6,757	6,757	$5,5 \times 10^{-6}$					3106	4,365	4,365	$1,8 \times 10^{-9}$
								5154	4,364	4,364	$1,1 \times 10^{-9}$