

Universidade do Porto

FEUP Faculdade de
Engenharia

ANÁLISE DE INCERTEZAS EM ENSAIOS DE QUALIDADE

Cláudia Isabel Pires Moreiras

Licenciada em Matemática
Ramo Aplicada
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Estatística Aplicada e Modelação

Dissertação realizada sob a supervisão do
Professor Doutor Francisco Lage Calheiros
Departamento de Engenharia Civil
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Porto 2005

RESUMO

Esta Tese teve como base um estágio de 9 meses no Centro de Apoio Tecnológico à Indústria Metalomecânica (CATIM).

O objectivo foi a organização do estudo das incertezas de medições em ensaios; pretendia-se organizar esse estudo de forma a que pudesse ser utilizado quase automaticamente pelos diversos operadores.

A importância da conformidade de diferentes produtos com as normas é fundamental por uma questão de segurança (aparelhos com combustíveis gasosos, tubos, mangueiras, torneiras, etc.) para garantir aos consumidores segurança e qualidades razoavelmente estáveis.

Assim para 21 ensaios avaliou-se as incertezas dos resultados de forma a evitar ao máximo situações de não conformidade. Muitas vezes o cuidado foi de em caso de dúvida se usar um majorante nalgum sentido.

Assim, organizaram-se os processos para diversos ensaios, que podendo parecer repetitivos, correspondem a uma “boa prática”, razoavelmente reproduzível por diferentes operadores.

Analisou-se as diferentes fontes de incerteza (nalguns casos pela primeira vez), tendo sido possível constatar que a reprodutibilidade (efeito dos diferentes operadores) é de longe a maior fonte de incerteza. Num ensaio, em que não se considerou a repetibilidade nem a reprodutibilidade, a maior fonte de incerteza foi o registador fornecer o resultado em papel milimétrico com o erro da malha e a variabilidade do traço da caneta.

Estudaram-se as estatísticas de alguns valores em alguns ensaios para validar a existência de pequenas variações no cálculo da incerteza expandida caso se use uma amostra normal de dados simulados em vez dos dados obtidos por medição. Usou-se, também, o teste das permutações: à excepção do ensaio para a medição do caudal térmico em fogões domésticos onde os operadores são extremamente compatíveis para a execução do mesmo, nos outros 3 ensaios em que foi aplicado o teste verificou-se a discrepância que existia entre operadores.

SUMMARY

This thesis was based on a training period of 9 months in the “Centro de Apoio Tecnológico à Indústria Metalomecânica” (CATIM).

The objective was the organization of uncertainty studies in assays of measurements; it was intended to organize them in such a way that they could, almost automatically, be used by several operators.

Nom conformity is crucial by security reasons (gaseous fuel equipments, pipes, loses, taps, ...) and to assure consumers stable properties.

Thus, in 21 assays the uncertainties of results were evaluated in order to avoid situations of maximum non conformity. If some doubt remains, a majorant in some sense was used.

Moreover, the protocols for various assays had been organized, they can seem repetitive, but they correspond to a good practice and are easily executed by several operators.

Different sources of uncertainty had been analysed (in some cases for the first time) leading to the evidence that the reproductivity (different operators effects) is certainly the biggest source of uncertainty. In an assay, where neither the repeatability nor the reproductivity, was considered, the biggest source of uncertainty was the millimetric paper used with the error of the mesh and the variability of the pen.

Statistics of some values, in certain assays had been studied to validate the existence of the expanded uncertainty, using a normal sample of simulated data, instead of the real data obtained by measurement. Permutations test were used in order to verify the difference between operators. In three of the analysed cases differences were detected. In one case, thermal flow in domestic stoves, the operators were extremely conform.

AGRADECIMENTOS

Gostaria aqui de prestar os meus sinceros e profundos agradecimentos a todos os que, directa ou indirectamente, possibilitaram a aquisição dos conhecimentos necessários, bem como os meios indispensáveis para o desenvolvimento do trabalho.

Ao Centro de Apoio Tecnológico à Industria Metalomecânica (CATIM), pela oportunidade que me concedeu para a realização deste estágio, pelos meios disponibilizados, pelo ambiente e as oportunidades de formação.

À Eng.^a Elisa Costa, por toda a ajuda, dedicação e interesse demonstrado. Por todas as oportunidades que me proporcionou e apoio que me deu, o meu sincero obrigado.

Ao Eng.^o Pedro Castro, pela sua orientação e acompanhamento em todos os ensaios.

Aos colaboradores do Laboratório de Ensaios pela maneira como me acolheram e por toda a ajuda e apoio prestado.

À Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP) e ao Mestrado em Estatística Aplicada e Modelação que foi o ponto de partida.

Ao Professor Francisco Calheiros, dirijo um agradecimento muito especial por ter tornado possível a realização deste estágio. Agradeço também o seu apoio e incentivo, as suas precisas sugestões e críticas, a sua disponibilidade e a sua forma amigável como sempre me acompanhou, tornaram-se imprescindíveis no desenvolvimento deste trabalho.

A nível pessoal queria agradecer à minha família e amigos pelo apoio permanente e incondicional.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - Apresentação do CATIM	3
1.1 – Breve Introdução Histórica.....	4
1.2 – Principais Áreas de Actuação do CATIM	6
CAPÍTULO 2 - Expressão da incerteza de medição	9
2.1 – Fontes de Incerteza de medição.....	11
2.2 – Distinção entre erro e incerteza	11
2.3 – Âmbito e definições	12
2.4 – Avaliação da incerteza de medição de estimativas das grandezas de entrada	13
2.4.1 – Avaliação de Tipo A da incerteza-padrão	14
2.4.2 – Avaliação de Tipo B da incerteza-padrão	15
2.5 – Cálculo da incerteza padrão combinada	18
2.6 – “Balanço” da incerteza	19
2.7 – Incerteza de medição expandida	20
2.7.1 – Número de graus de liberdade	20
2.8 – Precisão.....	22
2.8.1 – Reprodutibilidade	22
2.9 – Os 10 mandamentos das incertezas.....	23
2.10 – Formas de apresentar a incerteza.....	24
2.10.1 – Algarismos significativos	24
2.10.2 – Formas compactas.....	25
CAPÍTULO 3 - Cálculo das incertezas de medição num laboratório acreditado	27
3.1 – Ensaio de Materiais e Produtos	30
3.1.1 – Incerteza na verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás	30
3.1.1.1 – Diâmetro interno.....	30
3.1.1.2 – Concentricidade entre diâmetro interno e diâmetro externo	35
3.1.2 – Incerteza na verificação da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos ..	40
3.1.2.1 – Camada interior.....	41
3.1.2.1.1 – Mistura absorvida	41
3.1.2.1.2 – Matéria extraída.....	46
3.1.2.2 – Cobertura	48
3.1.3 – Incerteza do ensaio de tracção de materiais metálicos	49
3.2 – Área do Gás	59

3.2.1 – Incerteza de medição do caudal térmico em ensaios em esquentadores...	59
3.3 – Área de Química.....	67
3.3.1 – Determinação de cádmio e chumbo no extracto acético por espectrometria de absorção atómica a louça em contacto com alimentos (louça côncava e louça rasa)	67
CAPÍTULO 4 - Estudo estatístico dos dados de alguns ensaios	69
4.1 – Estudo estatístico da repetibilidade.....	70
4.1.1 – Ensaio da medição da dureza de Brinell	70
4.1.2 – Ensaio da medição da dureza de Vickers	76
4.2 – Teste de permutação	79
4.3 – Análise da incerteza	81
4.3.1 – Estudo da incerteza simulando a repetibilidade em dois ensaios	81
4.3.1.1 – Verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás	81
4.3.1.1.1 – Diâmetro interno	81
4.3.1.1.2 – Concentricidade entre o diâmetro interno e o diâmetro externo	84
4.3.1.2 – Medição do caudal térmico em esquentadores	86
4.3.2 – Determinação da distribuição da incerteza (testes à normalidade).....	91
4.3.2.1 – Verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás (diâmetro interno).....	91
4.3.2.2 – Determinação da dureza de Rockwell	92
CAPÍTULO 5 - Algumas Conclusões.....	95
Referências Bibliográficas.....	99
ANEXOS.....	101
ANEXO I – Demonstração para a fórmula da variância experimental da média	103
ANEXO II - Lei da Propagação das Incertezas	104
ANEXO III-A – Incerteza do Indicador e dispositivo de indicação de pressão.....	107
ANEXO III-B – Incerteza da verificação das características dimensionais em tubos de aço inoxidável.....	112
ANEXO III-C – Incerteza da verificação das características dimensionais de acessórios em ferro fundido maleável roscado.....	117
ANEXO III-D – Incerteza de medição na escala de dureza brinell	123
ANEXO III-E – Incerteza de medição na escala de dureza vickers	128
ANEXO III-F – Incerteza de medição na escala de dureza Rockwell	130
ANEXO III-G – Incerteza de medição no ensaio de choque em provete entalhado Charpy	132
ANEXO III-H – Incerteza nas verificações dimensionais em torneiras sanitárias	135

ANEXO III-I – Incerteza de medição do rendimento em ensaios em esquentadores	139
ANEXO III-J – Incertezas no ensaio de sensibilidade do dispositivo à deposição de ferrugem no permutador e no ensaio do defeito do funcionamento do dispositivo	149
ANEXO III-L – Incertezas no ensaio de combustão a aparelhos domésticos para preparação de alimentos que utilizam combustíveis gasosos e a aparelhos de cozinha profissional	153
ANEXO III-M – Incertezas no ensaio de determinação do rendimento de aparelhos de cozinha profissional	159
ANEXO IV – Glossário dos instrumentos de medição usados nos ensaios	170
ANEXO V – Verificação da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos	176
ANEXO VI - Incerteza associada à curva de calibração analítica de 1º grau	180
ANEXO VII – Dados do teste de permutações	182
ANEXO VII-A – Programa feito em MATLAB para o teste as permutações	183
ANEXO VIII – Programa feito em MATLAB para gerar um amostra de tamanho 1000 da incerteza do ensaio “Verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás (diâmetro interno)”	186
ANEXO IX - Programa feito em MATLAB para gerar um amostra de tamanho 1000 da incerteza do ensaio “Determinação da dureza Rockwell (calibração)”	189
ANEXO X – Derivadas parciais de F_1 para o cálculo dos coeficientes de sensibilidade da pressão de ensaio, p , pressão atmosférica, p_a , e para a temperatura do gás, t_g , no ensaio da determinação do rendimento de aparelhos de cozinha profissional.	190
ANEXO XI – Dados da reprodutibilidade	191
ANEXO XII - Cálculo da incerteza de medição na calibração da escala de dureza Vickers (EN ISO 6507-2)	198
ANEXO XIII - Cálculo da incerteza de medição na calibração da escala de dureza Rockwell HRB (EN ISO 6508-2)	199
ANEXO XIV – Testes de aderência à normalidade	200

INTRODUÇÃO

O principal objectivo deste trabalho é o cálculo da incerteza de medição de alguns ensaios realizados no Laboratório de Ensaios do Centro de Apoio Tecnológico à Indústria Metalomecânica (CATIM).

Quando se relata o resultado de medição de uma grandeza física, é obrigatório que seja dada alguma indicação quantitativa da qualidade do resultado, de tal forma que aqueles que o utilizam possam avaliar a sua confiabilidade. Sem essa indicação, resultados de medição não podem ser comparados, seja entre eles mesmos ou com valores de referência fornecidos numa especificação ou numa norma.

O conceito de *incerteza* como um atributo quantificável é relativamente novo na história da medição, embora o *erro* e a *análise de erro* tenham sido, há muito, uma parte prática da ciência da medição ou metrologia. É agora amplamente reconhecido que, quando todos os componentes do erro conhecidos ou suspeitos tenham sido avaliados e as correcções adequadas tenham sido aplicadas, ainda permanece uma incerteza sobre quanto correcto é o resultado declarado, isto é, uma dúvida à cerca de quanto correctamente o resultado da medição representa o valor da grandeza que está a ser medida.

Da mesma forma que o uso quase universal do Sistema Internacional de Unidades (SI) trouxe coerência a todas as medições científicas e tecnológicas, um consenso mundial sobre a avaliação e expressão da incerteza de medição permitiu que o significado de um vasto espectro de resultados de medições na ciência, engenharia, comércio, indústria e regulamentação, fosse prontamente compreendido e apropriadamente interpretado.

Esta dissertação é constituída por esta pequena introdução ao objectivo deste trabalho e à importância do cálculo da incerteza de medição, e por cinco capítulos.

No primeiro capítulo faz-se uma pequena abordagem à entidade que proporcionou este estudo, o CATIM, fazendo uma breve referência à sua introdução histórica e um levantamento das diversas áreas de intervenção do CATIM.

No segundo capítulo faz-se um enquadramento geral do tema. Neste, são abordados conceitos gerais subjacentes ao estudo. É descrito o conceito de incerteza e apresentadas regras gerais para avaliar e expressar a incerteza de medição.

No terceiro capítulo são apresentados os cálculos efectuados para a determinação da incerteza de medição em quatro dos ensaios realizados no Laboratório de Ensaios,

sendo os restantes apresentados em anexo. Para a elaboração do estudo das incertezas, foram criadas folhas de cálculo, em Microsoft Excel.

No quarto capítulo foram utilizadas diversas ferramentas estatísticas para proceder ao tratamento estatístico dos dados de alguns ensaios. Nomeadamente, efectuou-se o estudo da distribuição das repetibilidades relativamente ao ensaio de durezas Brinell e Vickers, aplicou-se o teste de permutações aos dados da reprodutibilidade de alguns dos ensaios da área do gás para testar a existência de discrepância entre operadores, para finalizar estudou-se a distribuição das incertezas e as alterações verificadas caso se use uma simulação normal para a repetibilidade.

No quinto capítulo são apresentadas as conclusões obtidas ao longo do trabalho realizado e os possíveis desenvolvimentos futuros.

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO DO CATIM

Neste capítulo seguiu-se de perto os textos do *Manual da Qualidade – Parte A*, 8ª edição, 2002 do CATIM.

O CATIM – Centro de Apoio Tecnológico à Indústria Metalomecânica, foi criado com o objectivo do apoio técnico e a promoção tecnológica das indústrias nacionais de metalomecânica, para o que deverá, nomeadamente:

- a) Apoiar técnica e tecnologicamente as empresas do sector ou dos sectores afins ou complementares;
- b) Promover a melhoria da qualidade dos produtos e processos industriais;
- c) Apoiar ou promover a formação técnica e tecnológica especializada do pessoal das empresas;
- d) Divulgar informação técnica e tecnológica;
- e) Realizar e dinamizar trabalhos de investigação, desenvolvimento e demonstração (ID&D), visando o progresso tecnológico do sector;
- f) Contribuir para o equilibrado desenvolvimento regional e, consequentemente, para um melhor ordenamento industrial do País.

O CATIM conta com cerca de 450 associados (sócios) e possui, além da sua Sede no Porto, uma Delegação em Lisboa.



Figura 1: Instalações do CATIM (Porto)

1.1 – Breve Introdução Histórica

Em 23 de Maio de 1980, a Associação de Industriais Metalúrgicos e Metalomecânicos do Norte (A.I.M.M.N., actual AIMMAP) em representação dos industriais do sector, o Instituto de Apoio às Pequenas e Médias Empresas Industriais (IAPMEI), o

Laboratório Nacional de Engenharia e Tecnologia Industrial (LNETI) e a Direcção Geral da Qualidade (DGQ, actual IPQ) por parte do Estado, assinaram um protocolo pelo qual se comprometem a tomar as iniciativas conducentes à criação dum Centro de Apoio Tecnológico à Industria Metalomecânica (CATIM), com sede no Porto.

No mesmo dia e por um segundo protocolo os mesmos signatários decidiram a imediata criação de um Laboratório de Apoio Tecnológico ao Material de Queima (LMQ), que em 1985 originou a Unidade Térmica Industrial. O LMQ foi inicialmente instalado numa área de 500 m² alugada no Hiper-Centro, na rua do Rio, à Areosa (Porto). Vocacionado para realizar ensaios para certificação de aparelhos a gás e seus acessórios, produziu os seus primeiros resultados em Julho de 1981.

Em Outubro de 1983 foi criada a Unidade Electrónica Industrial (UEI) que funcionou igualmente em instalações alugadas.

Em Setembro de 1985 ambas as unidades foram transferidas para o edifício da Rua dos Plátanos, propriedade do LNETI mas concebido especialmente para o CATIM, que o utiliza em regime de comodato¹. Procedeu-se então à instalação de mais duas Unidades, a de Metrologia Industrial (UMI) e a de Ensaios Mecânicos (UEM).

Em 1987 foi criada a Unidade de Projecto e Automação (UPA) e em 1990 a Unidade da Qualidade (UQ).

Em 1994 foi criada a unidade do CATIM Lisboa.

Em 1996 procedeu-se a uma primeira reestruturação do CATIM, tendo-se agrupado os serviços em duas grandes Unidades: Apoio Tecnológico (Pólo do Porto e de Lisboa) e Laboratórios.

Além disso, e porque a actividade que anteriormente vinha sendo desenvolvida nas Unidades Electrónica Industrial, Projecto e Automação deixou de concitar interesse bastante, deu-se por terminada a intervenção do CATIM naqueles domínios.

No final de 2000, iniciou-se uma nova organização do CATIM, com autonomização das áreas de negócio da Unidade de Apoio Tecnológico, culminando após período de adaptação, no modelo reflectido no organigrama actual.

Já em 2001 a Unidade CATIM – Lisboa foi dividida em duas Actividades, Revestimento Técnico e CATIM Medical (Revestimento de Próteses e Implantes Médicos).

¹ Empréstimo gratuito de coisa não fungível para ser restituída no prazo convencionado.

1.2 – Principais Áreas de Actuação do CATIM

A partir de 1997 as áreas de intervenção do CATIM são as seguintes:

1) UAT – Qualidade

- Assistência Técnica:
 - Implementação de Sistemas de Gestão e Garantia da Qualidade – Normas ISO 9000;
 - Diagnósticos e Auditorias da Qualidade – Normas ISO 9000;
 - Implementação de Sistemas de Gestão de Equipamentos de Inspeção, Medição e Ensaio;
 - Apoio a PME's na Gestão e Garantia da Qualidade.
- Formação em Gestão e Garantia da Qualidade, Controlo Estatístico do Processo, Gestão dos Equipamentos de Inspeção, Medição e Ensaio

2) Higiene e Segurança

- Assistência Técnica:
 - Diagnóstico de Higiene e Segurança;
 - Implementação e Gestão de Sistemas de Higiene e Segurança;
 - Caracterização e avaliação do ambiente industrial (ruído, ambiente térmico, luminância, ergonomia dos postos de trabalho, contaminantes químicos, etc.);
- Formação em Higiene e Segurança.

3) Segurança de Máquinas

- Assistência Técnica:
 - Identificação e análise das exigências de segurança constantes na legislação e normalização em vigor;
 - Identificação dos riscos associados às máquinas e definição de soluções a adoptar;
 - Elaboração de documentação, nomeadamente manual de instruções, desenhos técnicos, etc;
 - Apoio na constituição do Dossier Técnico de Fabrico;
- Formação em Segurança de Máquinas.

4) Certificação no âmbito da Directiva Máquinas: Exames CE de Tipo

- Realização de Exames CE de Tipo (exames realizados por um organismo notificado no sentido de verificar a conformidade do equipamento com as especificações da directiva máquinas, no âmbito da segurança)

5) UAT – Ambiente

- Assistência Técnica:
 - Diagnóstico e Auditorias Ambientais;
 - Caracterização e Análise da conformidade com a legislação em vigor de águas residuais;
 - Estudos de tratabilidade e optimização de águas residuais;
 - Caracterização e definição de sistemas de poluentes gasosos;
 - Implementação de Sistemas de Gestão Ambiental – ISO 14000;
- Formação em avaliação e gestão ambiental; formação de técnicos para acompanhamento da ETAR.

6) Normalização

- Coordenação e dinamização das Comissões de Normalização do ONS CATIM;
- Apoio à normalização junto das empresas.

7) Laboratório de Metrologia

- Calibrações de equipamentos no âmbito da Metrologia Dimensional, de Temperaturas, Pressões, Forças e Grandezas Eléctricas;
- Medições:
 - Estado Superficial (rugosidade);
 - Tridimensionais de Peças;
 - Perfis de temperaturas em estufas, muflas² e banhos;
- Verificação de máquinas ferramenta;
- Formação em Metrologia.

² A mufla é um aparelho que produz altas temperaturas. É utilizada na calcinação (processo de aquecimento de corpos sólidos para provocar a decomposição, mas sem oxidação pelo ar atmosférico) de substâncias, por aquecimento até 1800º C.

8) Laboratório de Ensaios

- Ensaios de Materiais
 - Determinação das características mecânicas (tracção, compressão, choque, dureza, dobragem);
 - Análises metalográficas (macro/micrográficas);
 - Análise de composição química por espectrometria de emissão óptica;
 - Radioscopia;
 - Ensaios de Corrosão;
- Ensaios de Produtos
 - Aparelhos a gás e eléctricos;
 - Brinquedos e artigos de puericultura;
 - Ensaios de louça metálica, cutelaria;
 - Torneiras sanitárias e componentes metálicos para canalizações;
- Formação Inter/Intra empresas em ensaios mecânicos e metalográficos;
- Formação de Técnicos de gás, mecânicos de aparelhos a gás, instaladores de redes de gás e de soldadores de cobre e polietileno.

9) Projecto Pense Indústria

Em estreita colaboração com as restantes actividades do CATIM, o Projecto Pense Indústria integra-se no domínio de formação em áreas prioritárias para o desenvolvimento industrial, visando sensibilizar e motivar os jovens, com idades tipicamente compreendidas entre os 13 e os 18 anos, através duma abordagem criativa, para a escolha de uma futura carreira na indústria. Para tal, procura-se mostrar-lhes uma outra faceta da indústria, os seus novos desafios e valores, influenciando-os positivamente para um processo de aproximação através do contacto com empresas inovadoras, com a experimentação em laboratório, com máquinas de comando numérico, com robots, com simulação de controlo de processos, com o CAD tridimensional, com as energias alternativas nomeadamente a energia solar, eólica, células de combustível (hidrogénio).

Este processo contínuo de aproximação dos jovens e da indústria é feito de modo a que a actual imagem da indústria junto destes seja substituída progressiva e alicerçadamente, por uma nova imagem cujos horizontes se coadunem com os desafios do novo século.

CAPÍTULO 2

EXPRESSÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Apesar do conceito de medição de incerteza ser há muito conhecido, foi a publicação em 1993 (revista em 1995) do “ *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*” [2] pela ISO em colaboração com o “Bureau International des Poids et Mesures” (BIPM), “International Electrotechnical Commission” (IEC), “International Federation of Clinical Chemistry” (IFCC), “International Union of Pure and Applied Chemistry” (IUPAC), “International Union of Pure and Applied Physics” (IUPAP) e “International Organization of Legal Metrology” (OIML), que estabeleceu formalmente as regras gerais para avaliar e exprimir incerteza da medição numa vasta gama de medições.

A definição do termo incerteza (da medição) neste estudo é extraída da versão actual adoptada do Vocabulário Internacional de Termos Básicos e Gerais em Metrologia (VIM) [17], é: “Um parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem com razoabilidade ser atribuídos à mensuranda”.

Notas:

- 1** – O parâmetro pode ser, por exemplo, um desvio padrão (ou um dado múltiplo dele), ou a metade de um intervalo para um dado nível de confiança.
- 2** – As mensurandas são as grandezas submetidas à medição.

A definição de incerteza acima apresentada foca a gama de valores que o analista acredita poderem ser, com razoabilidade, atribuídos à mensuranda.

Na linguagem comum, a palavra incerteza está associada ao conceito geral de dúvida. Incerteza de medição não implica que se coloquem dúvidas sobre a validade de uma medição, antes pelo contrário, o conhecimento da incerteza implica confiança na validade do resultado de uma medição (o resultado de uma medição é uma estimativa ou aproximação do valor da mensuranda e só poderá considerar-se completo quando acompanhado da indicação de uma incerteza).

A expressão de um resultado de medição só está completa quando contém o valor atribuído à mensuranda e a incerteza de medição associada a esse valor, bem como a sua distribuição que usualmente consideramos normal por diversas razões (a mais comum é o Teorema do Limite Central e suas variantes).

2.1 – Fontes de Incerteza de medição

Os fenómenos que contribuem para a incerteza e, portanto, para o facto de que o resultado da medição não pode ser caracterizado por um único valor, são chamados fontes de incerteza. Na prática, há muitas fontes de incerteza de medição possíveis, incluindo:

- a) definição incompleta da mensuranda;
- b) realização imperfeita da definição da mensuranda no ensaio;
- c) amostragem não representativa – a amostra medida pode não representar a mensuranda definida;
- d) influência das condições ambientais mal conhecida ou deficientemente medida;
- e) erros de leitura dos instrumentos analógicos;
- f) resolução finita dos instrumentos ou limites de mobilidade;
- g) valores inexactos dos padrões e dos materiais de referência;
- h) valores inexactos das constantes ou outros parâmetros obtidos da bibliografia e utilizados no algoritmo matemático;
- i) aproximações ou hipóteses contidas no método e procedimento de medição;
- j) variações nas observações repetidas da mensuranda, aparentemente, nas mesmas condições.

As fontes de incerteza interagem e são mal conhecidas no seu detalhe, então usa-se a estatística que “é um método pragmático de lidar com o desconhecido” como dizia Tiago de Oliveira [24].

2.2 – Distinção entre erro e incerteza

É importante distinguir erro de incerteza. Erro é definido como a diferença entre um resultado individual e o valor verdadeiro da mensuranda. Como tal o erro é um valor único. Em princípio, o valor de um determinado erro pode ser aplicado na correcção do resultado. Erro é um conceito idealizado e, em geral, os erros não podem ser conhecidos com exactidão, pois isso significava conhecer o verdadeiro valor da mensuranda. A incerteza, por outro lado, toma a forma de uma gama de valores (distribuição), e se avaliada por um procedimento analítico e para um dado tipo de amostra, pode aplicar-se a todas as determinações descritas dessa forma.

Para melhor ilustração da diferença, o resultado de uma análise depois da correcção pode, por coincidência, ser muito próximo do valor da mensuranda e assim ter um erro desprezável. Contudo, a incerteza pode ainda assim ser muito grande,

simplesmente porque o analista está muito inseguro sobre quão perto esse resultado está do valor.

A incerteza do resultado de uma medição nunca deveria ser interpretada como representando o próprio erro, nem o erro residual após correcção.

Um erro é olhado como tendo duas componentes, nomeadamente, uma componente aleatória e uma componente sistemática. O erro sistemático, na metrologia, acontece frequentemente e é independente do número de medições, logo não se reduz com o aumento das medições. No decurso de um número de análises do mesmo mensurando, permanece constante ou varia de forma previsível. Mas, se o erro sistemático é frequente, o erro aleatório (de quantificação exacta impossível) está sempre presente. Resulta de variações imprevisíveis de quantidades que influenciam o resultado, podendo-se reduzir aumentando o número de observações.

Exemplo: Se considerarmos um paquímetro temos como exemplo de um erro sistemático algum defeito do instrumento, e como erro aleatório a força não controlada do operador.

2.3 – Âmbito e definições

Em muitos casos uma mensuranda Y não é medida directamente, mas é determinada a partir de um certo número de grandezas de entrada X_i ($i=1, 2, \dots, N$) de acordo com a relação funcional:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1)$$

que será denominada de Modelo Matemático.

Frequentemente, a função f será uma expressão analítica, mas também pode ser um grupo de expressões que incluam correcções e factores de correcção para efeitos sistemáticos (casos destes vão ser analisados mais adiante na determinação das incertezas em ensaios da área do gás), levando assim a uma relação mais complicada do que uma função explicitamente expressa. Além disso, f , pode ser determinada experimentalmente, existir apenas como um algoritmo informático que tem de ser avaliado numericamente ou pode ser uma combinação de todas estas formas.

O conjunto das grandezas de entrada pode ser agrupado em categorias de acordo com o modo como o valor da grandeza e a incerteza associada foram determinadas:

- As grandezas cuja estimativa e incerteza associadas são determinadas directamente numa medição corrente. Esses valores podem ser obtidos, por exemplo, de uma simples observação, de observações repetidas, ou de avaliação baseada na experiência;
- As quantidades, cuja estimativa e incerteza associada são provenientes de origens externas à medição, tais como grandezas associadas aos padrões de medição calibrados, materiais de referência certificados ou dados de referência obtidos de manuais.

Uma estimativa da mensuranda Y , estimativa da grandeza de saída designada por y , é obtida da equação (1) usando estimativas das grandezas de entrada x_i para os valores de X_i .

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2)$$

Nota: O exemplo mais vulgar de uma estimativa é o que resulta da média aritmética de N determinações usualmente ou supostas independentes.

Para variáveis aleatórias, a variância da sua distribuição, ou a sua raiz quadrada positiva, chamada desvio-padrão, é utilizada como uma medida da dispersão dos valores, a assimetria e o achatamento são utilizados como avaliação de proximidade à normalidade. A *incerteza de medição padrão* associada à estimativa da grandeza de saída ou resultado de medição y , designa-se por $u(y)$, é o desvio-padrão da mensuranda Y . Tem de ser determinada a partir das estimativas x_i das grandezas de entrada X_i e das suas incertezas-padrão associadas $u(x_i)$. A incerteza-padrão associada a uma estimativa tem a mesma dimensão da estimativa.

2.4 – Avaliação da incerteza de medição de estimativas das grandezas de entrada

De acordo com o método de determinação, a incerteza pode ser classificada como do Tipo A, ou do Tipo B. A incerteza do Tipo A resulta de uma determinação baseada em análise estatística de uma série repetida de observações, medidas em condições idênticas (repetibilidade). O parâmetro calculado em termos de análise estatística é o desvio-padrão. A incerteza Tipo B resulta de métodos de cálculo não estatísticos, baseada no entanto em conceitos científicos. Também este tipo de incerteza nos leva à estimativa de um desvio padrão.

2.4.1 – Avaliação de Tipo A da incerteza-padrão

A avaliação da incerteza Tipo A tem lugar quando se tem várias observações independentes da grandeza de entrada X_i , tendo havido condições semelhantes durante a respectiva medição. Haverá sempre uma dispersão dos valores obtidos, podendo ocorrer casos em que as variações são assumidas como zero devido a uma insuficiente resolução do equipamento de medição utilizado.

À grandeza de entrada X_i medida de modo repetitivo, vai-se chamar Q . Quando n medições ($n > 1$) são estatisticamente independentes, a estimativa de Q é a *média aritmética*, $\bar{q}$, dos valores individualmente medidos q_j ($j=1,2,\dots,n$),

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3)$$

A *variância experimental* (chama-se experimental porque refere-se a uma amostra e não a uma população) é uma estimativa que corresponde à distribuição de probabilidade da distribuição relacionada com a dispersão de resultados.

A variância experimental $s^2(q)$ dos valores q_j é dada por:

$$s^2(q_j) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (4)$$

A estimativa da variância e a respectiva raiz quadrada – o *desvio padrão experimental* – caracterizam a variabilidade dos valores observados q_j , ou seja, a dispersão da média $\bar{q}$.

Ao calcular a média, tem-se mais confiança no resultado obtido se tivermos feito maior número de observações. Assim, tem-se que fazer uma estimativa daquilo a que se chama *variância experimental da média* a qual é determinada pela seguinte expressão:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (5)$$

Ao determinar a raiz quadrada desta variância obtem-se o chamado *desvio padrão experimental da média*. De agora em diante, vai-se passar a chamar ao desvio-padrão *incerteza-padrão* $u(\bar{q})$ da estimativa da grandeza de entrada $\bar{q}$, pelo que:

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) = u(x_i) \quad (6)$$

Nota: Geralmente, quando o número n de medições repetidas for pequeno ($n < 10$), terá de se ter em consideração a fiabilidade da avaliação de Tipo A da incerteza de medição, expressa pela equação anterior. Na metrologia em geral e mesmo nas calibrações, é

muito vulgar utilizar-se um número de 3 ou 5 observações repetidas. É evidentemente muito pouco para se considerar um tratamento estatístico definitivo. Daí que deverá haver um tratamento final que compense de algum modo os efeitos desta tão pequena amostragem (mesmo que seja de 5 repetições). Mais adiante é apresentada a equação de Welch-Satterthwait, através da qual se procede a uma correcção conveniente (ver anexo E do Guia para a expressão da incerteza de medições nos Laboratórios de Calibração, IPQ – Maio de 1998, ref. [1]).

Nota: O tamanho da amostra reduzido deve-se, por vezes, ao custo elevado do ensaio, alguns ensaios serem destrutivos, o tempo de execução do ensaio não permitir responder em tempo útil ao consumidor, etc..

2.4.2 – Avaliação de Tipo B da incerteza-padrão

Quando existem valores x_i estimados de uma quantidade de entrada X_i que não tenha sido obtida de observações repetidas, a incerteza-padrão associada $u(x_i)$ é avaliada através de informação acerca da possível variabilidade de X_i . A informação pode advir de:

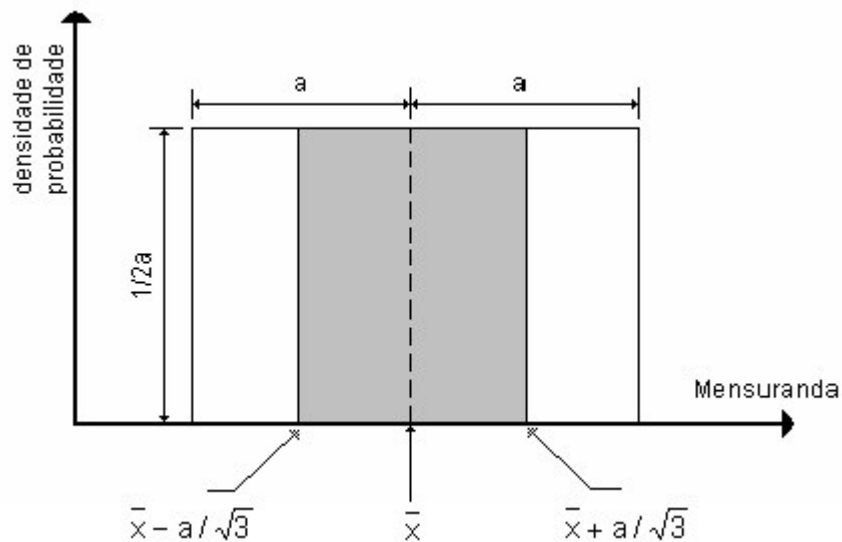
- medições prévias
- conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes
- especificações do fabricante
- dados provenientes de certificados de calibração
- incertezas fornecidas por bibliografia, ou qualquer outra fonte
- etc.

O uso adequado da informação disponível para uma avaliação de Tipo B da incerteza-padrão da medição exige experiência e conhecimento específico. É um saber que pode ser aprendido com a prática. Uma avaliação de Tipo B pode ser tão fiável como uma avaliação de Tipo A da incerteza-padrão, especialmente numa situação de medição em que a avaliação de Tipo A é baseada apenas num número comparativamente pequeno de observações estatisticamente independentes. Os seguintes casos devem ser individualizados:

- a) Se para a grandeza X_i apenas for conhecido um único valor, isto é, um único valor medido, um valor resultante de uma medição anterior, um valor de referência da literatura ou um valor de correcção, esse valor deve ser usado

como o valor estimado x_i . A incerteza-padrão $u(x_i)$ associada a x_i quando dada, deve ser adoptada. De outro modo, deve ser calculada a partir de dados inequívocos da incerteza. Se não houverem tais dados a incerteza deve ser avaliada com base na experiência.

- b) Se for possível admitir uma certa distribuição de probabilidade para a grandeza baseada na teoria ou na experiência, então, deve ser utilizado o correspondente valor esperado e a raiz quadrada da variância desta distribuição como a estimativa x_i e a incerteza-padrão associada $u(x_i)$, respectivamente.
- c) Se só for possível estimar os valores dos limites superior e inferior, a_+ e a_- , da grandeza X_i (por exemplo, especificações do fabricante, resolução do indicador, tolerância de normas, gama de valores, erro de arredondamento, erro de truncagem), então deve ser usada uma distribuição de probabilidade com densidade de probabilidade constante entre limites (distribuição de probabilidade rectangular ou como se diz em estatística, uniforme no intervalo $]a_-, a_+]$) sobre a variabilidade possível de X_i .



De acordo com b), fica:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (7)$$

para os valores estimados respectivos e

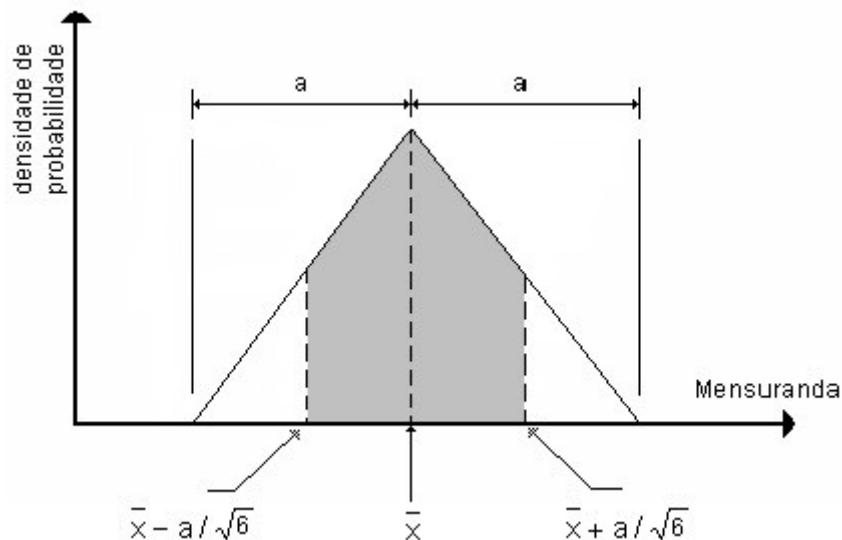
$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ + a_-)^2 \quad (8)$$

para o quadrado da incerteza-padrão. Se a diferença entre os valores limite for chamada $2a$, então a equação anterior fica

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (9)$$

A distribuição rectangular é um modelo de recurso razoável na situação de conhecimento insuficiente da grandeza de entrada X_i , na ausência de qualquer outra informação que não sejam os seus limites de variabilidade (como vai ser referido posteriormente nos 10 mandamentos das incertezas).

- d) Em muitos casos é mais realista considerar que valores próximos dos extremos de um intervalo são menos frequentes que os valores próximos do ponto médio. Assim é razoável considerar uma distribuição trapezoidal simétrica em vez de uma distribuição rectangular simétrica. Considerem-se os trapezóides com as bases todas iguais de tamanho $a_+ - a_- = 2a$, e uma altura de $2a\beta$, onde $0 \leq \beta \leq 1$. Para $\beta = 0$ está-se perante uma distribuição triangular.



Assumindo uma distribuição trapezoidal para X_i e $x_i = (a_- + a_+) / 2$ com uma variância de

$$u^2(x_i) = a^2(1+\beta^2) / 6, \quad (11)$$

para $\beta = 0$, tem-se $u^2(x_i) = \frac{1}{6}a^2$ (12).

e) Se para a grandeza X_i apenas for conhecida a expressão $U = \pm k \times u(x_i)$, sendo k um factor de expansão, então deve ser usada uma distribuição Normal, e a incerteza-padrão da grandeza X_i é dada por U/k .

2.5 – Cálculo da incerteza padrão combinada

A informação obtida na secção anterior consiste num certo número de contribuições quantificadas, para a incerteza total, quer elas sejam associadas com fontes individuais ou com efeitos combinados de várias fontes. A incerteza padrão aqui calculada tem o valor de um desvio padrão e também se pode chamar “incerteza padrão combinada”, pois resulta da combinação das incertezas padrão dos componentes. A incerteza padrão combinada corresponde a uma incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída, que como já foi visto anteriormente, é designada por y .

O quadrado da incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída (variância combinada) é o resultado da soma do quadrado das incertezas padrão associadas a cada componente de incerteza, afectado de um coeficiente de sensibilidade:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^n u_i^2(y) \quad (13)$$

A grandeza $u_i(y)$ com $(i=1,2,\dots,N)$ é a contribuição para a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída y , resultando da incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de entrada x_i

$$u_i(y) = c_i \times u(x_i) \quad (14)$$

em que c_i é o *coeficiente de sensibilidade* associado à estimativa da grandeza de entrada x_i , isto é, a derivada parcial do modelo matemático, f , em relação a X_i , avaliada nas estimativas x_i da grandeza de entrada,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (15)$$

O coeficiente de sensibilidade c_i descreve como a grandeza estimada de saída y é influenciada pelas variações de cada uma das estimativas das grandezas de entrada x_i . Assim,

$$u_i(y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \times u(x_i) \quad (16)$$

Pode-se representar uma expressão global para a incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída (para variáveis não correlacionadas), como se segue:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 \cdot u^2(x_i)} \quad (17)$$

Nota: Há casos, em que a função modelo é fortemente não linear, ou alguns dos coeficientes de sensibilidade c_i (ver equações (14) e (15)) são insignificantes, e têm de ser incluídos termos de ordem superior na equação (17). Para o tratamento destes casos ver páginas 20-22 de [2]. Esta situação parece raramente acontecer nas calibrações.

Nota IPQ: A expressão da Lei da Propagação, mais genérica nestes casos, vem dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i, x_j)$$

em que o primeiro termo corresponde ao descrito no texto e o segundo termo corresponde à contribuição das correlações existentes, sendo c_i e c_j os coeficientes de sensibilidade de x_i e x_j , $u^2(x_i)$ a variância de x_i e $u(x_i, x_j)$ a covariância entre x_i e x_j (ver demonstração no ANEXO II).

2.6 – “Balanço” da incerteza

Este balanço corresponde a uma análise da incerteza de medição e representa a contribuição de cada um dos componentes de incerteza, e deve apresentar:

- estimativas das grandezas de entrada
- incertezas padrão associadas a cada variável de entrada
- coeficientes de sensibilidade de cada um dos componentes
- contribuição para a incerteza-padrão de cada componente

A bem da clareza, os dados relevantes para esta análise devem ser apresentados num quadro. Neste quadro, todas as grandezas devem ser referenciadas por um símbolo físico X_i ou um identificador abreviado. Para cada um deles, pelo menos a estimativa x_i , a incerteza-padrão de medição associada $u(x_i)$, o coeficiente de sensibilidade c_i e as diferentes contribuições para a incerteza $u_i(y)$ devem ser especificadas.

Grandeza X_i	Estimativa x_i	Incerteza padrão $u(x_i)$	Coeficiente de sensibilidade c_i	Quadrado da contribuição para a incerteza padrão $u^2_i(y) = (u(x_i) \cdot c_i)^2$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_i	$u^2_{i1}(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_i	$u^2_{i2}(y)$
...	...	...	...	...
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_i	$u^2_{iN}(y)$
Y	y			$u^2(y)$

2.7 – Incerteza de medição expandida

A incerteza expandida U é obtida multiplicando a incerteza padrão combinada, $u(y)$, por um factor de expansão k :

$$U = k \times u(y)$$

A incerteza expandida é necessária para fornecer um intervalo em torno do resultado da medição com o qual se abranja uma extensa fracção da distribuição de valores que podem ser razoavelmente atribuídos à mensuranda.

Ao escolher um valor para o factor de expansão, k , vários aspectos devem ser tomados em consideração, incluindo o nível de confiança exigido, alguns conhecimentos das distribuições e algum conhecimento do número de valores usados na estimativa dos efeitos aleatórios.

Para a maioria dos fins recomenda-se que k seja igual a 2 (mas depende do contexto em que se está a trabalhar). Contudo, este valor de k pode ser insuficiente quando a incerteza padrão combinada é baseada em observações estatísticas com relativamente poucos graus de liberdade. A escolha de k depende então do número efectivo de graus de liberdade.

2.7.1 – Número de graus de liberdade

Na avaliação da incerteza Tipo A, o número de graus de liberdade é $\nu_A = n - m$, onde n é número de observações independentes e m é o número de quantidades determinadas. No caso mais simples a quantidade é a média e o número de graus de liberdade é $\nu_A = n - 1$. É mais problemático associar graus de liberdade a uma incerteza-padrão obtida por uma avaliação de Tipo B. Contudo, é prática corrente efectuar tais avaliações de forma a garantir que não foi cometida qualquer subestimação. Se, por exemplo, são definidos limites inferior e superior, a_- e a_+ , eles são habitualmente escolhidos por forma a que a probabilidade da grandeza em questão estar fora destes limites seja de facto extremamente pequena. Nesta hipótese, o número de graus de

liberdade da incerteza-padrão $u(x_i)$ obtida por uma avaliação de Tipo B pode ser tomado $\nu_B \rightarrow \infty$.

Nota IPQ: Ao se considerar o componente de incerteza associado à utilização de padrões ou instrumentos de medição calibrados por uma entidade externa ao laboratório, e sempre que o respectivo certificado de calibração não indique o número de graus de liberdade efectivos da calibração, mas somente o factor de expansão, k , deverá assumir-se um número de graus de liberdade efectivos igual a 50.

A incerteza padrão estimada pela equação (6) tem uma incerteza padrão dada por [GUM]

$$\Delta u_A = \frac{u_A}{\sqrt{2\nu_A}}. \quad (18)$$

Esta relação mostra que a “incerteza na incerteza” está directamente relacionada com o número de graus de liberdade ν . A equação anterior permite associar um número de graus de liberdade ν_B à incerteza padrão Tipo B (u_B). Se Δu_B é a incerteza padrão em u_B :

$$\nu_B \approx \frac{1}{2} \left[\frac{u_B}{\Delta u_B} \right]^2. \quad (19)$$

Assim, se a “incerteza” na incerteza u_B é estimada, obtém-se uma estimativa para ν_B .

O número de graus de liberdade efectivos, ν_{ef} , para a incerteza padrão combinada também pode ser estimado. Se cada incerteza $u_i(y)$ na equação (17) tem uma incerteza Δu_i , a “incerteza” na incerteza padrão combinada é obtida pela própria fórmula de propagação de incertezas. Substituindo as incertezas Δu_i em termos dos respectivos graus de liberdade, obtém-se a fórmula de Welch-Satterthwaite [GUM]:

$$\frac{u^4(y)}{\nu_{ef}} = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{\nu_i} \Leftrightarrow \nu_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}. \quad (20)$$

O factor de expansão k será determinado pela seguinte tabela (baseada numa distribuição t de Student para uma probabilidade de 95,45%):

ν_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

Nota: Nos casos em que a distribuição normal (Gaussiana) pode ser atribuída à mensuranda e a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída tenha suficiente fiabilidade, deve ser usado o factor de expansão $k=2$. A incerteza expandida expressa corresponde a uma probabilidade expandida de aproximadamente 95%.

A fiabilidade da incerteza-padrão da grandeza de saída é determinada pelos seus graus de liberdade efectivos.

2.8 – Precisão

A precisão é um termo geral que pretende avaliar a dispersão de resultados entre ensaios independentes, repetidos sobre uma mesma amostra, amostras semelhantes ou padrões, em condições definidas. É importante salientar que será mais realista estudar preferencialmente a precisão sobre amostras, para minimizar efeitos de matriz.

Existem duas medidas extremas para avaliar esta dispersão, designadas por repetibilidade (anteriormente mencionada) e reprodutibilidade.

2.8.1 – Reprodutibilidade

A reprodutibilidade refere-se à precisão de um método efectuado em condições de ensaio diferentes, utilizando o mesmo método de ensaio, sobre uma mesma amostra, fazendo-se variar as condições de medição, tais como:

- diferentes operadores;
- diferentes laboratórios;
- diferentes equipamentos;
- e/ou épocas diferentes.

Nos ensaios em que o número de repetições (nas medições) em cada condição de ensaio for menor que 10 (que são os casos que vão ser analisados neste trabalho), deve-se optar pelo seguinte método para o cálculo da reprodutibilidade.

Considere-se a reprodutibilidade uma incerteza do Tipo B - rectangular (B-R), devido ao conhecimento insuficiente da grandeza de entrada, e ausência de qualquer outra informação que não sejam os limites de variabilidade. Considere-se, também, como limites superior e inferior a média mais alta e a média mais baixa, respectivamente, das repetições em cada condição de ensaio (por exemplo, diferentes operadores). Seja 2a a

diferença entre a média mais elevada e a média mais baixa, assim a variância (quadrado da incerteza-padrão) é dada por:

$$u^2 = a^2 / 3$$

logo, a incerteza-padrão é dada por:

$$u = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\text{máximo (médias das medições)} - \text{mínimo (médias das medições)}}{\sqrt{3}} \quad (24)$$

2.9 – Os 10 mandamentos das incertezas

Como orientação para aquele que se inicia no cálculo das incertezas, é interessante conhecer os 10 mandamentos da estimativa de incertezas (Jörg W. Müller, 1993):

- 1 – O resultado numérico de uma medição que não tenha informação acerca da exactidão, não tem qualquer utilidade.
- 2 – A estimativa da incerteza é uma actividade do experimentador que deve ser sempre feita, mesmo que isso exija um esforço adicional. A responsabilidade da sua determinação não deve ser delegada.
- 3 – Evitar usar o conceito de incerteza associado ao “limite máximo”, só porque é de fácil avaliação. Pensar para todos os valores, bem ou mal, o uso que pode ser feito deles.
- 4 – Estimar de modo realista as variâncias e covariâncias. Algumas estimativas poderão se feitas de modo grosseiramente aproximado.
- 5 – Aplicar a lei geral da propagação das incertezas [2] para obter a incerteza da grandeza que interessa (incluindo as covariâncias). Isto é somente uma aproximação de primeira ordem.
- 6 – Chegar a uma correcta ordem de grandeza das variâncias e covariâncias pode não ser trivial; requer um conhecimento teórico e prático profundo do método experimental em causa.
- 7 – Descrever com clareza tudo o que se fez (fontes de incerteza, método de estimativa e respectiva combinação, etc.); assim, posteriormente os dados poderão vir a ser úteis ao “próximo”.
- 8 – Retenha que não exigido um valor exacto de incerteza (tal não é possível). Pretende-se tão somente uma estimativa, mais ou menos grosseira, mas fiável. Deve-se ser generoso quando se indicam valores arredondados.

9 – Só porque são simples, não devemos acreditar em distribuições universalmente aplicáveis. A distribuição normal é uma forma limite e a distribuição rectangular geralmente é escolhida em desespero de causa. Uma lei específica é tão boa quanto as condições para a sua aplicação são realistas.

10 – As discrepâncias significativas têm geralmente uma origem bem definida. Ocasionalmente, isto poderá levar a uma interessante descoberta.

2.10 – Formas de apresentar a incerteza

A incerteza de um resultado de medição deve ser apresentada de tal forma que permita ao leitor refazer completamente os cálculos, quando necessário. Num resultado final, a incerteza deve ser qualificada, indicando explicitamente se é a incerteza padrão ou a incerteza expandida com um dado factor de expansão, k . Além disso, devem ser apresentados o número de graus de liberdade, covariâncias quando for o caso, descrição detalhada do método de cálculo e listagem completa de todas as quantidades de entrada, importadas ou determinadas experimentalmente, juntamente com as respectivas incertezas Tipo A e Tipo B. Também devem ser indicadas explicitamente as incertezas Tipo A e Tipo B do resultado final e respectivos graus de liberdade.

2.10.1 – Algarismos significativos

Não existem regras bem estabelecidas para o número de algarismos a ser indicado na incerteza. Entretanto é consenso, que a incerteza expandida não deve ser apresentada com mais de 2 algarismos significativos. A justificação para isto é que a “incerteza” na incerteza nunca é muito pequena, excepto em casos muito excepcionais em que o número de graus de liberdade seja excepcionalmente grande.

Textos bastante expressivos tais como [3] usam sempre 2 algarismos significativos para a incerteza. Parece que o mais razoável é adoptar esta regra geral, embora não seja muito consistente. Por exemplo, se um diâmetro é medido com um instrumento de resolução 0,01mm e se se obtém um diâmetro de 0,98mm, não é muito consistente dizer que a incerteza do diâmetro é $u_d = 0,010$ mm. Seria mais consistente escrever $u_d = 0,01$ mm.

Independentemente de se usar um ou dois algarismos para a incerteza num resultado final, os cálculos intermédios, devem ser feitos com mais algarismos, preferencialmente 3, quando disponível para evitar erros de arredondamento.

Num resultado final, a quantidade deve ser sempre indicada com os algarismos consistentes com a incerteza padrão. Em cálculos intermédios, devem ser usados mais algarismos, quando disponíveis.

2.10.2 – Formas compactas

É evidente a necessidade de formas compactas para indicar a incerteza apesar de não haver muito consenso sobre isso. De seguida vai-se apresentar 3 opções para representar a incerteza padrão ou a incerteza expandida:

- a) $(12,435 \pm 0,067)$ mm
- b) 12,435 (67) mm
- c) 12,435 (0,067) mm

Neste trabalho vai ser sempre usada a opção a), indicando sempre a incerteza expandida. De qualquer modo, quando esta forma é utilizada, deve ser explicitamente mencionado em alguma parte do texto se indica incerteza padrão ou incerteza expandida.

CAPÍTULO 3

CÁLCULO DAS INCERTEZAS DE MEDIÇÃO NUM LABORATÓRIO ACREDITADO

A política do Instituto Português da Qualidade (IPQ) relativamente ao cálculo das incertezas associadas aos resultados obriga a que, numa calibração, o seu cálculo seja efectuado, conforme indicado no documento LAB/G06 - *Guia para a aceitação de incertezas em laboratórios de calibração*. Para cada padrão e equipamento confirmado, deve considerar-se o efeito cumulativo das incertezas, introduzido em cada etapa da cadeia de calibração. Devem ser tomadas acções quando a incerteza total é tal que compromete significativamente a capacidade de realizar medições dentro dos limites do erro admissível. Os detalhes de todos os componentes significativos que permitem obter a incerteza total devem ser registados, bem como o método utilizado para a calcular.

Relativamente aos ensaios propriamente ditos, não é necessário apresentar o valor da incerteza nos relatórios de ensaio. No entanto os laboratórios devem conhecer as incertezas dos ensaios que efectuam.

O cálculo de incertezas foi desenvolvido nos seguintes ensaios, do laboratório de ensaios (LE):

- Ensaio de materiais e produtos
 - resistência aos hidrocarbonetos aromáticos em tubos flexíveis de borracha e plástico para utilização com gás combustível;
 - verificação das características dimensionais em tubos de aço inoxidável;
 - verificações dimensionais em torneiras sanitárias;
 - verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás;
 - indicador e dispositivo de indicação de pressão;
 - verificação das características dimensionais de tubos e acessórios em ferro fundido para evacuação de água em edifícios;
 - verificação das características dimensionais de acessórios em ferro fundido maleável roscado;
 - ensaios de durezas e calibração dos durómetros;
 - ensaios de tracção de materiais metálicos;
 - medição no ensaio de choque em provete entalhado Charpy.
- Área do Gás
 - obtenção de caudais em esquentadores;
 - medição do rendimento em esquentadores;
 - ensaio do defeito do funcionamento do dispositivo de corte de gás;
 - ensaio de sensibilidade do dispositivo de corte de gás à deposição de ferrugem no permutador;
 - obtenção de caudais em fogões domésticos;
 - medição do rendimento - queimadores descobertos em fogões domésticos,

- medição da combustão em fogões domésticos;
- medição do consumo de manutenção de fornos em fogões domésticos,
- obtenção de caudais em aparelhos de cozinha profissional;
- medição do rendimento - queimadores descobertos em aparelhos de cozinha profissional; medição da combustão em aparelhos de cozinha profissional;
- Área de Química
 - determinação de cádmio e chumbo no extracto acético por espectrometria de absorção atómica em louça em contacto com alimentos (louça côncava e louça rasa).

No seguimento do estudo do tema das incertezas, foram criadas folhas de cálculo, em Microsoft Excel, para a elaboração do cálculo das incertezas em cada um dos ensaios anteriormente mencionados e divulgado aos operadores do CATIM que realizam estes ensaios.

De seguida vai-se apresentar o estudo das incertezas dos seguintes ensaios: verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás; verificação da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos em tubos flexíveis de borracha e plástico para utilização com gás combustível; ensaios de tracção de materiais metálicos; obtenção de caudais em esquentadores. Relativamente aos restantes ensaios o estudo pode ser consultado no anexo III (de A a M).

3.1 – Ensaio de Materiais e Produtos

3.1.1 – Incerteza na verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás

3.1.1.1 – Diâmetro interno

Equipamento utilizado

- fita métrica
- x-acto
- paquímetro³

Princípio do ensaio

O ensaio para a medição do diâmetro interno de tubos de borracha consiste em cortar 3 amostras⁴ de tubo com 10 cm de comprimento, dos extremos e do meio de uma peça de tubo com 5 m de comprimento. E nessas 3 amostras, usando as maxilas de medição de interiores do paquímetro, fazer em cada extremo duas medições em ângulo recto, m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , (ver figura 2), tendo o cuidado de não distorcer o tubo.

Repete-se o processo 5 vezes.

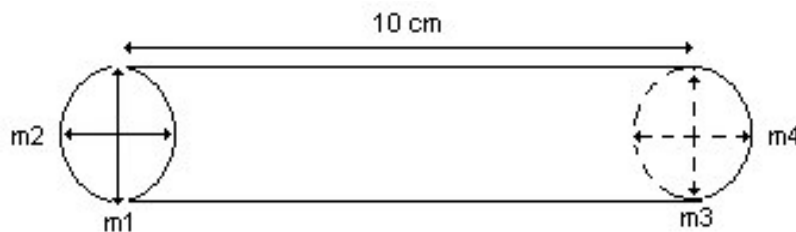


Figura 2 – Diagrama exemplificativo do princípio do ensaio

Assim, em cada amostra fazem-se 4 medições, repetidas 5 vezes, como descrito na figura 2.

Considera-se como diâmetro interno do tubo a média global resultante das médias de cada amostra:⁵

$$(\text{média}_1 + \text{média}_2 + \text{média}_3) / 3 \quad (25)$$

onde

³ Ver anexo IV

⁴ A palavra amostra neste trabalho é naturalmente utilizada com 2 sentidos, no sentido estatístico usual e no sentido corrente como um bocado a observar, que é aqui o caso.

⁵ Conservou-se a notação usada no CATIM e nos textos de apoio.

$$\text{média}_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) / 4$$

$$\text{média}_2 = (m'_1 + m'_2 + m'_3 + m'_4) / 4$$

$$\text{média}_3 = (m''_1 + m''_2 + m''_3 + m''_4) / 4.$$

Resultados das medições efectuadas

Amostra 1(mm)					
	m₁	m₂	m₃	m₄	média₁
1ª medição	8,03	9,78	9,33	8,58	8,93
2ª medição	8,01	9,8	8,99	8,52	8,83
3ª medição	8,09	9,63	9,24	8,34	8,83
4ª medição	8,05	9,61	9,27	8,61	8,89
5ª medição	8,06	9,76	9,21	8,73	8,94
Amostra 2 (mm)					
	m'₁	m'₂	m'₃	m'₄	média₂
1ª medição	9,04	8,84	9,03	8,67	8,90
2ª medição	9,03	8,73	9,09	8,77	8,91
3ª medição	9,00	8,79	8,87	8,80	8,87
4ª medição	9,08	8,72	8,92	8,76	8,87
5ª medição	9,00	8,79	9,01	8,83	8,91
Amostra 3 (mm)					
	m''₁	m''₂	m''₃	m''₄	média₃
1ª medição	9,35	7,92	9,06	8,73	8,77
2ª medição	9,32	8,03	9,01	8,81	8,79
3ª medição	9,32	8,05	9,07	8,75	8,80
4ª medição	9,29	8,13	9,06	8,73	8,80
5ª medição	9,20	7,99	8,97	8,75	8,73

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade
- Incerteza devida ao erro máximo admissível (EMA) do paquímetro
- Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Repetibilidade das medições

Efectuaram-se 5 medições separadamente, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Assim, tem-se:

medição nº	média ₁ (mm)	média ₂ (mm)	média ₃ (mm)
1	8,93	8,90	8,77
2	8,83	8,91	8,80
3	8,83	8,87	8,80
4	8,89	8,87	8,80
5	8,94	8,91	8,73
média	8,88	8,89	8,78
s²	0,0029	0,0004	0,0010
s	0,0539	0,0198	0,0312
u	0,0241	0,0089	0,0140

O coeficiente de sensibilidade relativo ao estudo da repetibilidade das medições dos diâmetros internos das três amostras é a derivada parcial da equação (25) em ordem à média_i, i=1,2,3, e é dado por:

$$C_{rep.} = \frac{\partial(\text{média}_1 + \text{média}_2 + \text{média}_3) / 3}{\partial \text{média}_i} = \frac{1}{3}$$

Incerteza do paquímetro (maxilas de interiores)

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), pois está-se a usar o erro máximo admissível (EMA), que é de 0,04 mm para medições entre os 0 e os 100 mm.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,04}{\sqrt{3}} = 0,0231 \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo ao paquímetro é a derivada parcial da equação (25) em ordem à média_i, i=1,2,3, e é dado por:

$$C = \frac{\partial(\text{média}_1 + \text{média}_2 + \text{média}_3) / 3}{\partial \text{média}_i} = \frac{1}{3}$$

Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Para proceder à determinação da reprodutibilidade o ensaio foi efectuado por 5 operadores, 2 do sexo feminino (operador 1 e operador 5) e 3 do sexo masculino.

Como se têm poucas observações considera-se o caso em que a incerteza da reprodutibilidade é uma incerteza Tipo B-R com uma incerteza padrão dada por (ver secção 3.8.1):

$$u(\text{reprodutibilidade}) = \frac{\text{máximo (médias dos operadores)} - \text{mínimo (média dos operadores)}}{\sqrt{3}}$$

$$= 0,09 / \sqrt{3} = 0,05$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à reprodutibilidade é:

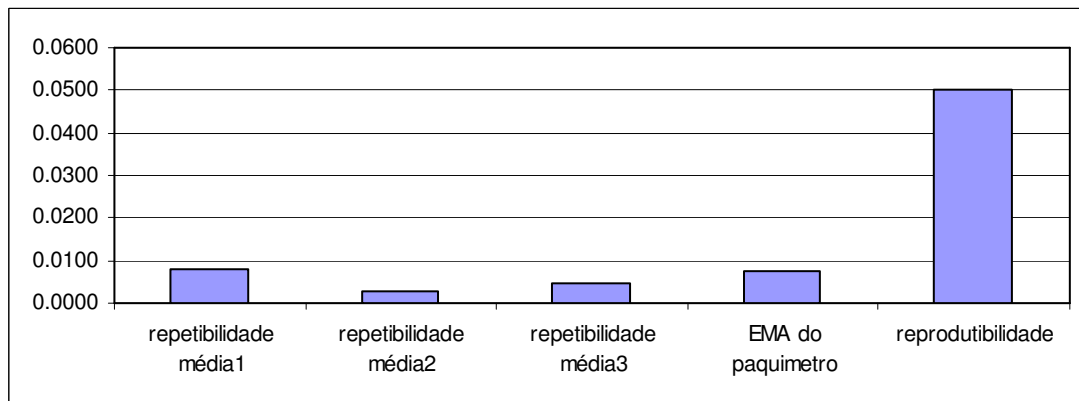
$$C_{\text{reprodutibilidade}} = 1.$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente, num quadro resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade média ₁	A	0,0241 mm	0,3333	$6,46 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₂	A	0,0089 mm	0,3333	$8,72 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₃	A	0,0140 mm	0,3333	$2,17 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
EMA do paquímetro	B-R	0,0231 mm	0,3333	$5,93 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,0500 mm	1,0000	$2,50 \times 10^{-3} \text{ mm}^2$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico podemos verificar que a incerteza associada à reprodutibilidade é a dominante, o que se deve à diferença na força aplicada pelos operadores ao paquímetro.

Usando o quadro anterior, calculamos a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 0,0027 \text{ mm}^2$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{0,0027} \text{ mm} = 0,0516 \text{ mm}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$\nu_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} = 5985,54$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2,00$.

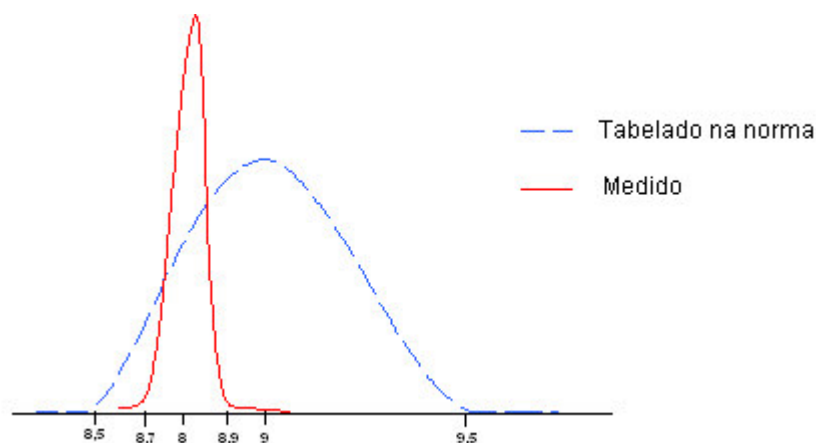
A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2,00$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,00 \times 0,0516) = \pm 0,10 \text{ mm}$$

Portanto, o diâmetro interno do tubo é:

$$\text{diâmetro interno} = 8,85 \pm 0,10 \text{ mm}$$

A título de referência, e para a amostra ensaiada, verifica-se que o diâmetro interno está dentro do intervalo de conformidade, previsto na norma, $9,00 \pm 0,50$, (ver gráfico seguinte) concluindo-se assim que esta amostra está conforme relativamente ao diâmetro interno.



3.1.1.2 – Concentricidade entre diâmetro interno e diâmetro externo

Equipamento utilizado

- comparador⁶
- suporte

Princípio do ensaio

O ensaio para a medição da concentricidade é efectuado nas mesmas 3 amostras usadas para medir o diâmetro interno e consiste em fazer em cada extremo das três amostras quatro medições a 90º (figura 3), tendo o cuidado de não distorcer o tubo, usando um comparador acoplado a um suporte. Obtendo-se assim 8 medidas locais da espessura do tubo.

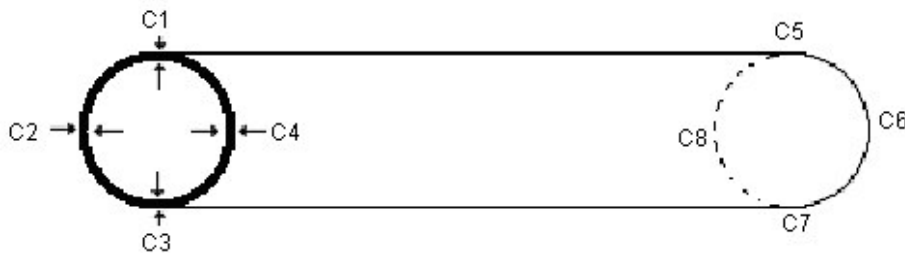


Figura 3 – Diagrama exemplificativo do princípio do ensaio

Em cada amostra obtiveram-se 8 quantidades. A diferença entre a máxima e a mínima destas quantidades é a variação da amostra. A média com a variação das outras amostras é a concentricidade da amostra.

$$(\text{variação}_1 + \text{variação}_2 + \text{variação}_3) / 3 \quad (26)$$

Repete-se o processo 5 vezes.

Resultado das medições efectuadas

Amostra 1 (mm)					
	1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
C1	3,06	3,10	3,04	3,07	3,07
C2	3,23	3,29	3,26	3,33	3,31
C3	3,71	3,78	3,80	3,80	3,81
C4	3,10	3,15	3,17	3,13	3,14
C5	3,05	3,02	3,03	3,05	3,06
C6	3,17	3,14	3,18	3,19	3,17
C7	2,99	2,95	2,97	2,95	2,91
C8	2,92	2,95	2,93	2,95	2,98

⁶ Ver anexo IV

Amostra 2(mm)					
	1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
C'1	2,98	2,96	2,96	3,00	3,00
C'2	3,03	3,00	3,05	2,99	3,04
C'3	2,96	3,01	2,98	3,02	3,00
C'4	2,90	2,90	2,89	2,90	2,89
C'5	3,02	3,02	3,02	3,05	3,02
C'6	2,95	2,97	2,96	2,99	2,98
C'7	2,90	2,91	2,91	2,92	2,91
C'8	2,93	2,94	2,92	2,94	2,93
Amostra 3(mm)					
	1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
C''1	3,14	3,19	3,17	3,19	3,18
C''2	3,72	3,68	3,72	3,74	3,70
C''3	3,03	2,99	2,96	2,95	2,96
C''4	3,02	3,00	2,98	2,97	3,01
C''5	3,13	3,11	3,10	3,10	3,14
C''6	3,22	3,22	3,23	3,25	3,25
C''7	2,91	2,92	2,93	2,96	3,00
C''8	2,95	2,95	2,96	2,94	2,94

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade
- Incerteza devida ao comparador
- Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Repetibilidade das medições

Efectuaram-se 5 medições independentes, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Assim, tem-se:

medição nº	variação ₁ (mm)	variação ₂ (mm)	variação ₃ (mm)
1	0,79	0,13	0,81
2	0,83	0,12	0,76
3	0,87	0,16	0,79
4	0,85	0,15	0,80
5	0,9	0,15	0,76
média	0,85	0,14	0,78
s²	0,0017	0,0003	0,0005
s	0,0415	0,0164	0,0230
u	0,0185	0,0073	0,0103

O coeficiente de sensibilidade relativo ao estudo da repetibilidade das medições das variações é a derivada parcial da equação (26) em ordem a variação_i, i=1,2,3, e é dado por:

$$C_{rep.} = \frac{\partial(\text{variação}_1 + \text{variação}_2 + \text{variação}_3) / 3}{\partial \text{variação}_i} = \frac{1}{3}$$

Incerteza do comparador

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do comparador, sob a forma de $u=1,5 \mu\text{m}$. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza - padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2 ($k=2$), então, a incerteza padrão é :

$$u = \frac{1,5}{2} = 0,0008 \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo ao comparador é a derivada parcial da equação (26) em ordem à variação, i=1,2,3, e é dado por:

$$C = \frac{\partial(\text{variação}_1 + \text{variação}_2 + \text{variação}_3) / 3}{\partial \text{variação}_i} = \frac{1}{3}$$

Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Para proceder à determinação da reprodutibilidade o ensaio foi efectuado por 5 operadores, 2 do sexo feminino (operador 1 e operador 5) e 3 do sexo masculino.

Como se têm poucas observações considera-se o caso em que a incerteza da reprodutibilidade é uma incerteza Tipo B-R com uma incerteza padrão dada por (ver secção 3.8.1):

$$\begin{aligned} u(\text{reprodutibilidade}) &= \frac{\text{máximo (médias dos operadores)} - \text{mínimo (média dos operadores)}}{\sqrt{3}} \\ &= \\ &= 0,0227 \text{ mm} \end{aligned}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à reprodutibilidade é:

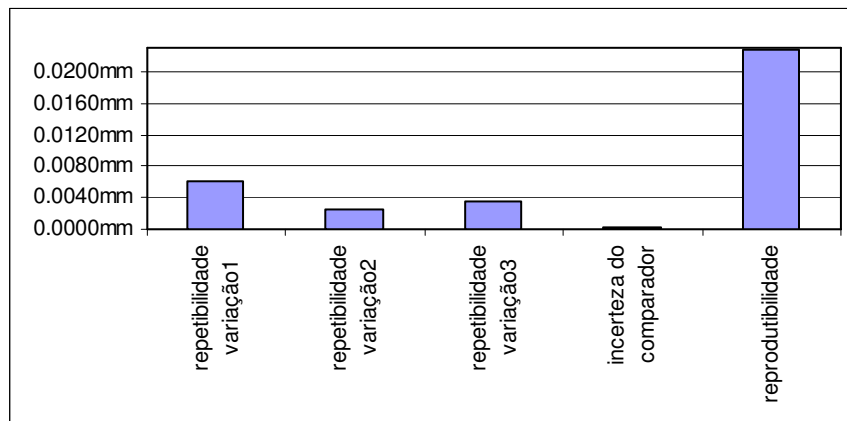
$$C_{\text{reprodutibilidade}} = 1.$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente, num quadro resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade variação ₁	A	0,0185 mm	0,3333	$3,82 \times 10^{-5} \text{mm}^2$	4
repetibilidade variação ₂	A	0,0073 mm	0,3333	$6,00 \times 10^{-6} \text{mm}^2$	4
repetibilidade variação ₃	A	0,0103 mm	0,3333	$1,18 \times 10^{-5} \text{mm}^2$	4
incerteza do comparador	B-N	0,0008 mm	0,3333	$6,25 \times 10^{-8} \text{mm}^2$	50
reprodutibilidade	B-R	0,0227 mm	1,0000	$5,16 \times 10^{-4} \text{mm}^2$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico podemos verificar, mais uma vez, que a incerteza associada à reprodutibilidade é a dominante. O que tem a ver, neste caso, com a pressão que cada operador faz no suporte do comparador para tentar manter a amostra plana.

Usando o quadro anterior, calculamos a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 5,72 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{5,72 \times 10^{-4}} \text{ mm} = 0,0239 \text{ mm}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 799,48$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2$

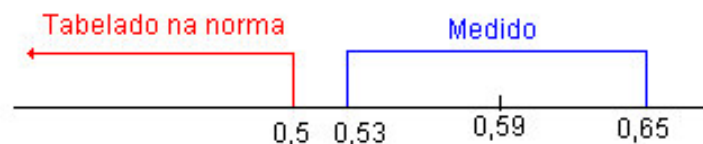
A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0239) = \pm 0,048 \text{ mm}$$

Assim, a concentricidade é:

$$\text{concentricidade} = 0,59 \pm 0,05 \text{ mm}$$

A título de referência, e para a amostra ensaiada, verificou-se que o valor da concentricidade é superior à máxima variação de concentricidade tabelada, 0,50 mm (ver figura seguinte), para o diâmetro interno nominal de 9 mm, logo o tubo não está conforme.



3.1.2 – Incerteza na verificação da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos

Equipamento utilizado

- fita métrica
- x-acto
- balança
- cronómetro
- isoctano⁷ / tolueno⁸
- termómetro
- estufa

Princípio do ensaio

Cortam-se 3 amostras provenientes do interior do tubo e da cobertura (tubo com reforço, 3 de cada uma das amostras) ou do tubo sem reforço e pesam-se (m_0). Cada amostra deve ter uma massa mínima de 2g.

As amostras são imersas numa mistura de 70 % de isoctano e 30 % de tolueno (em volume) à temperatura de $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$ durante $72 \text{ h} \pm 1 \text{ h}$. O volume de mistura deve ser pelo menos igual a 50 vezes o volume das amostras. Após as 72 h de ensaio retiram-se as amostras e após, precisamente, 1 min pesam-se (m_1). De seguida condicionam-se as amostras durante 96 h à temperatura de 70°C , após o que se deixam arrefecer durante 30 min à temperatura de $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$ e repete-se a pesagem (m_2).

A resistência aos hidrocarbonetos aromáticos é medida através da percentagem de absorção da mistura de isoctano⁵ e tolueno⁶, e posteriormente, a percentagem de matéria extraída. Essas percentagens são dadas por:

$$\% \text{ mistura absorvida} = \frac{m_1 - m_0}{m_0} \times 100 \% \quad (27)$$

$$\% \text{ matéria extraída} = \frac{m_0 - m_2}{m_0} \times 100 \% \quad (28)$$

⁷ 2,2,4 – Trimethylpentane com fórmula molecular: $(\text{CH}_3)_3\text{CCH}_2\text{CH}(\text{CH}_3)_2$

⁸ Fórmula molecular: $\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_3$

Resultado das medições efectuadas

		m_0 (g)	m_1 (g)	m_2 (g)
Camada interior	amostra-1	7,1045	8,5930	6,3883
	amostra-2	6,4942	7,8990	5,8276
	amostra-3	6,6958	8,0540	6,0108
	amostra-4	6,6190	7,9240	5,9543
	amostra-5	6,7234	8,0450	6,0242
Cobertura	amostra-1	10,7702	12,5790	9,5235
	amostra-2	9,0537	10,6300	7,9996
	amostra-3	9,3903	10,9530	8,2948
	amostra-4	9,4079	10,9380	8,3033
	amostra-5	9,3786	11,0840	8,2770

O estudo das incertezas vai ser dividido em quatro partes:

- Camada interior
 - mistura absorvida
 - matéria extraída
- Cobertura
 - mistura absorvida
 - matéria extraída

Só se vai expor de uma forma mais pormenorizada as partes relativas à camada interior, para a cobertura o procedimento para o cálculo das incertezas é o mesmo.

3.1.2.1 – Camada interior**3.1.2.1.1 – Mistura absorvida**Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade
- Incerteza devida ao erro máximo admissível (EMA) da balança (para m_0 , m_1)
- Incerteza devido à resolução da balança
- Incerteza relativa à precisão da medição m_1 relativamente ao instante de medição
- Incerteza da recta de regressão ajustada a algumas medições de m_1 ao longo do tempo

Repetibilidade das medições

Considere-se a repetibilidade relativamente à mistura absorvida. Efectuaram-se 5 medições separadamente, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Assim, tem-se:

Camada interior	
	mist. absorv. (%)
amostra-1	21
amostra-2	22
amostra-3	20
amostra-4	20
amostra-5	20
média (%)	20
s^2 (%)	0,7108
s (%)	0,8431
μ_i (%)	0,3770

O coeficiente de sensibilidade relativo ao estudo da repetibilidade da mistura absorvida, é:

$$C_{\text{rep}} = 1$$

Incerteza da balança

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular, pois está-se a usar o erro máximo admissível (EMA), que é de 0,5 mg para pesagens entre os 0 e 100 g.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,5}{\frac{1000}{\sqrt{3}}} = 0,0003 \text{ g}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do instrumento de pesagem relativamente a m_0 e m_1 , é a derivada parcial da equação (27) em ordem a m_0 e m_1 :

$$C_i = C_{m_0} = -\frac{m_1}{m_0^2} \times 100 = -17,90 \text{ g}^{-1}$$

$$C_i = C_{m_1} = \frac{1}{m_0} \times 100 = 14,86 \text{ g}^{-1}$$

Incerteza devido à resolução da balança

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), sendo “2a” = 0,0001 g

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = \frac{\frac{0,0001}{2}}{\sqrt{3}} = 2,89 \times 10^{-5} \text{ g}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da resolução da balança é dado pela derivada parcial da equação (27) em ordem a m_0 e m_1 .

Incerteza da precisão da medição m_1 relativamente ao instante de tempo

A medição de m_1 é efectuada 1 min após a extracção das amostras da mistura de isoctano e tolueno onde estiveram durante 72 h. Considerando um raio de erro, para esta medição, de 10 s (5s antes e 5s depois), calculou-se a incerteza associada a esta variação. Foram efectuadas várias medições entre os 45s e os 3 min, a essas medições ajustou-se uma recta de regressão usando o método dos mínimos quadrados. Com a recta de regressão foi possível retirar um valor aproximado para as pesagens aos 55s e aos 65s.

Trata-se de uma incerteza do Tipo B rectangular, B-R, cuja incerteza padrão é dada por

$$u = \frac{\text{desvio médio}}{2 \times \sqrt{3}} = 0,0027 \text{ g}$$

onde o desvio médio é a diferença entre as médias das medições aos 55s e aos 65s.

Nota: os dados encontram-se no ANEXO V

O coeficiente de sensibilidade relativo a esta incerteza é dado pela derivada parcial da equação (27) em ordem a m_1 .

Incerteza da recta de regressão ajustada a algumas medições de m_1 ao longo do tempo

Usaram-se 5 amostras, logo obtiveram-se 5 rectas de regressão. Considerou-se para intervalo de variação dos erros de ajuste das rectas aos pontos a diferença máxima entre os valores do coeficiente de aproximação da recta aos valores, R^2 .

Trata-se de uma incerteza do Tipo B rectangular, B-R, cuja incerteza padrão é dada por:

$$u = \frac{0,0031}{2 \times \sqrt{3}} = 8,95 \times 10^{-4} \text{ g}$$

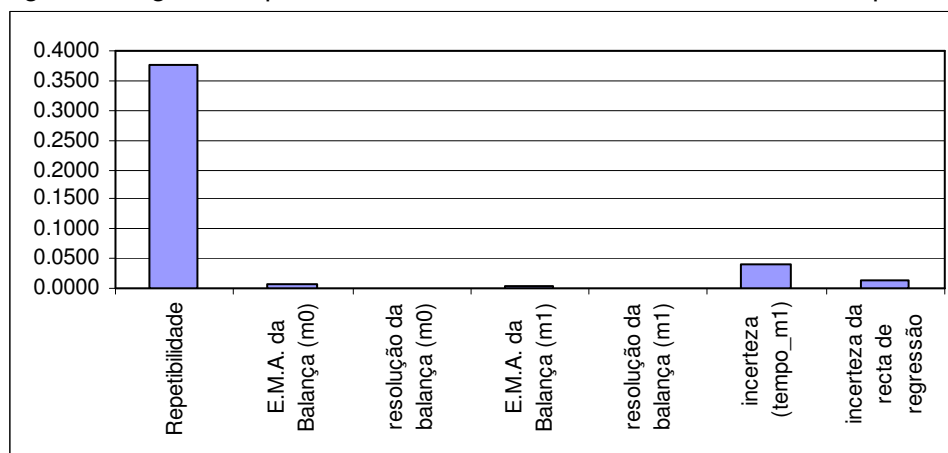
Nota: os dados encontram-se no ANEXO V

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente, num quadro resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
Repetibilidade	A	0,3770	1	$1,42 \times 10^{-1}$	4
E.M.A. da Balança (m0)	B-R	0,0003 g	$-17,90 \text{ g}^{-1}$	$2,67 \times 10^{-5}$	∞
resolução da balança (m0)	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ g}$	$-17,90 \text{ g}^{-1}$	$2,67 \times 10^{-7}$	∞
E.M.A. da Balança (m1)	B-R	0,0003 g	$14,86 \text{ g}^{-1}$	$1,84 \times 10^{-5}$	∞
resolução da balança (m1)	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ g}$	$14,86 \text{ g}^{-1}$	$1,84 \times 10^{-7}$	∞
incerteza (tempo_m1)	B-R	0,0027 g	$14,86 \text{ g}^{-1}$	$1,56 \times 10^{-3}$	∞
incerteza da recta de regressão	B-R	$8,95 \times 10^{-4} \text{ g}$	$14,86 \text{ g}^{-1}$	$1,77 \times 10^{-4}$	∞

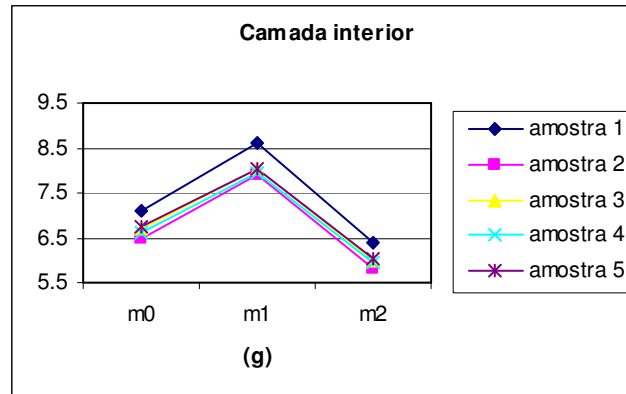
Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico podemos verificar que a incerteza da repetibilidade é a dominante, o que se deve ao facto da repetibilidade ser efectuada com 5 amostras

diferentes, uma vez que não é possível repetir o ensaio usando a mesma amostra. Através das medições efectuadas pode-se verificar que a amostra, inicialmente a mais leve, foi a que teve maior absorção. Pelo gráfico seguinte pode-se observar que apesar da amostra 1 ser consideravelmente mais pesada as suas pesagens (m_0 , m_1) crescem proporcionalmente às respectivas pesagens das outras amostras, o que não é tão explícito na amostra 2.



Por outro lado, a incerteza da balança e a da sua resolução são praticamente desprezáveis.

Usando o quadro anterior, calculamos a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 0,1439$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{0,1439} = 0,3794$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 4,10$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k = 2,87$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k = 2,87$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,87 \times 0,3794) = \pm 1,1 \%$$

Assim a % de mistura absorvida é $(20,5 \pm 1,1) \%$.

A título de referência, e para a amostra ensaiada, verificou-se que a percentagem de mistura absorvida é superior à percentagem máxima de absorção declarada na norma ET IPQ 107-1: 1999⁹, 15 %, logo o tubo não está conforme.

3.1.2.1.2 – Matéria extraída

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade
- Incerteza devida ao erro máximo admissível (EMA) da balança (para m_0 , m_2)
- Incerteza devido à resolução da balança

Fazendo cálculos análogos ao do ponto 3.1.2.1 e considerando a mesma incerteza-padrão para o E.M.A. e para a resolução da balança, tem-se:

Camada interior	
	mat. extrai. (%)
amostra-1	11
amostra-2	11
amostra-3	11
amostra-4	11
amostra-5	12
média (%)	11
s^2 (%)	0,0323
s (%)	0,1796
$u(x_i)$ (%)	0,1037

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
Repetibilidade	A	0,1037	1	$1,08 \times 10^{-2}$	4
E.M.A. da Balança (m_0)	B-R	0,0003 g	$13,35^{10} \text{ g}^{-1}$	$1,48 \times 10^{-5}$	∞
resolução da balança (m_0)	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ g}$	$13,35 \text{ g}^{-1}$	$1,48 \times 10^{-7}$	∞
E.M.A. da Balança (m_2)	B-R	0,0003 g	$-14,86^{11} \text{ g}^{-1}$	$1,84 \times 10^{-5}$	∞
resolução da balança (m_2)	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ g}$	$-14,86 \text{ g}^{-1}$	$1,84 \times 10^{-7}$	∞

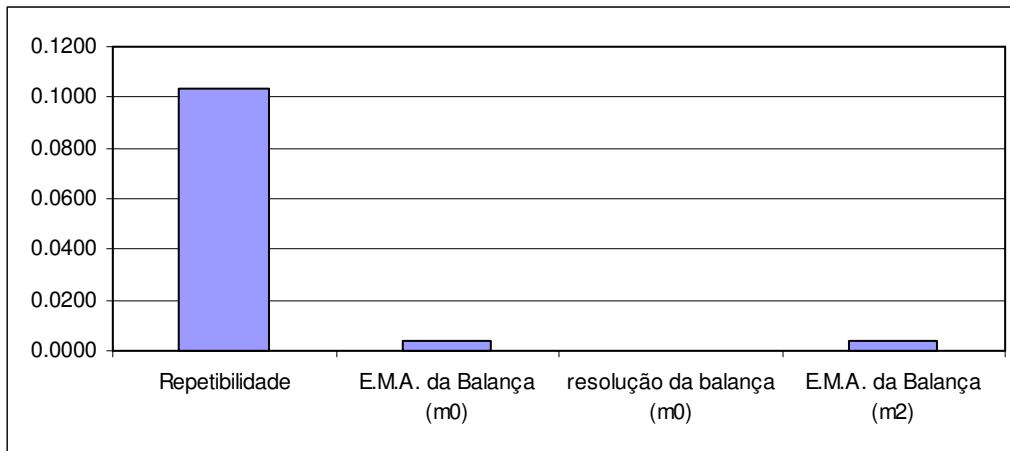
⁹ ET IPQ 107-1: 1999 - Tubos em Borracha em Plástico para utilização com propano e butano na fase gasosa. Parte 1 – Requisitos para tubos de borracha e de plásticos – Características Dimensionais; propriedades dos materiais, segurança e aptidão ao uso.

¹⁰ $C_i = C m_0 = -m_2 / m_0^2 \times 100$

¹¹ $C_i = C m_2 = -C_{m1}$

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Analogamente à absorção, podemos verificar que a grandeza que acarreta mais incertezas é a repetibilidade, sendo a incerteza da balança praticamente desprezável.

Usando o quadro anterior, calculamos a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 1,08 \times 10^{-2}$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{1,08 \times 10^{-2}} = 0,1039$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 4,03$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2,87$

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2,87$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,87 \times 0,1039) \% = \pm 0,3 \%$$

Assim a % de matéria extraída é $(11,0 \pm 0,3) \%$.

Novamente, a % de matéria extraída é superior à % máxima de extracção declarada na norma ET IPQ 107-1: 1999, 10 %, logo o tubo não está conforme.

3.1.2.2 – Cobertura

Fazendo cálculos análogos para a cobertura, obtém-se os seguintes resultados (ver dados no anexo V):

- incerteza expandida referente à mistura absorvida

$$U = \pm (2,87 \times 0,4355) = \pm 1,2 \%$$

Assim a % de mistura absorvida é $(17,0 \pm 1,2) \%$.

- incerteza expandida referente à matéria extraída

$$U = \pm (2,87 \times 0,0530) = \pm 0,2 \%$$

Assim a % de matéria extraída é $(13,0 \pm 0,2) \%$.

Relativamente à cobertura os valores para a % máxima de absorção e extracção são de 30% e 15%, respectivamente. Para a cobertura haveria conformidade do tubo, mas como a camada interior não está conforme, o tubo não está conforme.

3.1.3 – Incerteza do ensaio de tracção de materiais metálicos

Equipamento utilizado¹²

- paquímetro / comparador
- registador X-Y
- papel milimétrico
- extensómetro
- máquina de tracção

Princípio do ensaio¹³

O ensaio de tracção de materiais metálicos consiste na deformação de um provete¹⁴ sob a acção de uma força de tracção, geralmente até à rotura, com o fim de determinar várias características entre as quais o limite elástico, a tensão de cedência e a tensão de rotura. O ensaio deve ser realizado à temperatura ambiente entre 10°C e 35°C. Os ensaios sob condições controladas devem realizar-se a $(23 \pm 5)^\circ\text{C}$.

Os provetes podem ter duas formas, paralelipédica ou cilíndrica.

Provetes cilíndricos:

O limite elástico é dado por $R_e = \frac{F_e}{S_0} = \frac{F_e}{\frac{\pi \times D^2}{4}} \text{ N / mm}^2$ (29)

A tensão de cedência é dada por $R_e = \frac{F_e}{S_0} = \frac{F_e}{\frac{\pi \times D^2}{4}} \text{ N / mm}^2$ (30)

A tensão de rotura à tracção é dada por $R_m = \frac{F_{max}}{S_0} = \frac{F_{max}}{\frac{\pi \times D^2}{4}} \text{ N / mm}^2$ (31)

onde S_0 é a área da secção inicial da zona útil do provete, F_e é a força de ensaio, F_{max} a força máxima e D é a diagonal do provete.

Provetes paralelipédicos:

O limite elástico é dado por $R_e = \frac{F_e}{S_0} = \frac{F_e}{a \times b} \text{ N / mm}^2$ (32)

A tensão de cedência é dada por $R_e = \frac{F_e}{S_0} = \frac{F_e}{a \times b} \text{ N / mm}^2$ (33)

¹² Ver anexo IV

¹³ Segundo a norma NP EN 10 002-1/1990 – **Materiais Metálicos:** Ensaio de tracção. Parte 1:Método de ensaio

¹⁴ Ver anexo IV

A tensão de rotura à tracção é dada por $R_m = \frac{F_{max}}{S_0} = \frac{F_{max}}{a \times b} \text{ N/mm}^2$ (34)

onde S_0 é a área da secção inicial da zona útil do provete, F_e é a força de ensaio, F_{max} a força máxima, a é a espessura do provete e b a largura.

O procedimento para a determinação das incertezas é análogo para os 2 tipos de provetes e dentro de cada tipo para as três características medidas, assim vai-se desenvolver somente a determinação da incerteza para o limite elástico em provetes cilíndricos.

Resultado das medições efectuadas

	Diagonal (mm)
	10,001
	10,006
	10,009
média	10,005
variância	$1,63 \times 10^{-5}$
desvio padrão	0,0040

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devido à repetibilidade na medição da diagonal
- Incerteza do instrumento usado para medir a diagonal
- Incerteza devido à resolução do instrumento usado para medir a diagonal
- Incerteza do registador X-Y
- Incerteza devido à resolução do papel milimétrico
- Incerteza do extensómetro
- Incerteza da máquina de ensaio

Repetibilidade nas medições da diagonal

Efectuaram-se 3 medições independentes, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,0040}{\sqrt{3}} = 0,0023 \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo ao estudo da repetibilidade dos valores da diagonal, é a derivada parcial da função (29) em ordem a D , ou seja:

$$C_i = -\frac{8 \times F_e}{\pi \times D^3} = -8,5501 \frac{N}{mm^3}$$

Incerteza relativa aos instrumentos que podem ser usados para a medição da diagonal

Paquímetro

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), pois está-se a usar o erro máximo admissível (EMA), que é de 0,02 mm para medições entre os 0 e os 100 mm.

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = \frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,0115 \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade à incerteza do paquímetro, é a derivada parcial da função (1) em ordem a D , ou seja:

$$C_i = -\frac{8 \times F_e}{\pi \times D^3} = -8,5501 \frac{N}{mm^3}$$

*Micrómetro de pontas cilíndricas*¹⁵

Trata-se de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do micrómetro, sob a forma de $U = \pm 2,2 \text{ } \mu\text{m}$, com factor de expansão, $k=2,52$, o qual para uma distribuição-t com $\nu_{ef} = 6$ graus de liberdade efectivos corresponde uma probabilidade de, aproximadamente, 95%.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{\frac{2,2}{1000}}{2,52} = 0,0009 \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do micrómetro de pontas cilíndricas, é a derivada parcial da função (29) em ordem a D , ou seja:

¹⁵ Ver anexo IV

$$C_i = -\frac{8 \times F_e}{\pi \times D^3} = -8,5501 \frac{N}{mm^3}$$

Micrómetro de pontas planas

Trata-se de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do micrómetro, sob a forma de $U = \pm 0,9 \mu m$, com factor de expansão, $k=2$.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,9}{2} = 0,0005 \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do micrómetro de pontas planas, é a derivada parcial da função (29) em ordem a D , ou seja:

$$C_i = -\frac{8 \times F_e}{\pi \times D^3} = -8,5501 \frac{N}{mm^3}$$

Incerteza relativa à resolução dos instrumentos que podem ser usados para a medição da diagonal

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), sendo “ $2a$ ” = $\begin{cases} 0,1 \text{ mm} \\ 0,01 \text{ mm} \\ 0,001 \text{ mm} \end{cases}$

Assim, as incertezas-padrão são:

$$u = \begin{cases} \frac{0,1}{\sqrt{3}} \times 10^{-3} \text{ mm} \\ \frac{0,01}{\sqrt{3}} \times 10^{-3} \text{ mm} \\ \frac{0,001}{\sqrt{3}} \times 10^{-3} \text{ mm} \end{cases}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução dos instrumentos de medição, é a derivada parcial da função (29) em ordem a D , ou seja:

$$C_i = -\frac{8 \times F_e}{\pi \times D^3} = -8,5501 \frac{N}{mm^3}$$

Incerteza relativa à máquina de ensaio

Instron 1185 e Instron 4502

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), pois é fornecida a classe de exactidão a que pertence, classe 0,5, que corresponde a um erro máximo admissível (EMA) de $\pm 0,5 \%$.

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = \frac{0,5 \times F_e}{100 \times \sqrt{3}} = 9,7081 N$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da máquina de ensaio, é a derivada parcial da função (29) em ordem a F_e , ou seja:

$$C = \frac{1}{S_0} = 0,0127 \frac{1}{mm^2}$$

Mayes DH600

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), é-nos fornecida a classe de exactidão a que pertence, conforme a força máxima e a escala.

Mayes DH600 (escala=100kN; $40kN \leq F_{max} < 60kN$)	Classe 1
Mayes DH600 (escala=100kN; $60kN \leq F_{max} < 150kN$)	Classe 0,5
Mayes DH600 (escala=250kN; $40kN \leq F_{max} < 80kN$)	Classe 1
Mayes DH600 (escala=250kN; $80kN \leq F_{max} < 250kN$)	Classe 0,5
Mayes DH600 (escala=600kN; $120kN \leq F_{max} < 400kN$)	Classe 0,5
Mayes DH600 (escala=600kN; $400kN \leq F_{max} < 500kN$)	Classe 1

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = \frac{Classe \times F_e}{100 \times \sqrt{3}} N = \frac{Classe \times 3363}{100 \times \sqrt{3}} N$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da máquina de ensaio, é a derivada parcial da função (29) em ordem a F_e , ou seja:

$$C = \frac{1}{S_0} = 0,0127 \frac{1}{mm^2}$$

Incerteza relativa ao registador X-Y

Trata-se de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do registador, sob a forma de $U = \pm 7,2$ mV, para uma escala de 0,25 V/cm e $U = \pm 14$ mV, para uma escala de 0,5 V/cm, com factor de expansão, $k=2$.

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = 3,6 \text{ mV se escala} = 0,25 \text{ V/cm}$$

$$u = 7,0 \text{ mV se escala} = 0,5 \text{ V/cm}$$

Convertendo a incerteza - padrão em N , tem-se:

$$\frac{u \times F_{im} - de - escala}{10 \times 1000} = \begin{cases} 35N & \text{se escala} = 0,5V / cm \\ 18N & \text{se escala} = 0,25V / cm \end{cases}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do registador, é a derivada parcial da função (29) em ordem a F_e , ou seja:

$$C = \frac{1}{S_0} = 0,0127 \frac{1}{mm^2}$$

Incerteza relativa à resolução do papel milimétrico

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), a resolução é de 1 mm.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = 0,2887 \text{ mm}$$

Convertendo a incerteza - padrão em N , tem-se:

$$\frac{\text{escala} \times u \times \text{Fim} - \text{de} - \text{escala}}{100} = \begin{cases} 72,1688 N & \text{se escala} = 0,5V / cm \\ 36,0844 N & \text{se escala} = 0,25V / cm \end{cases}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da resolução, é a derivada parcial da função (29) em ordem a F_e , ou seja:

$$C = \frac{1}{S_0} = 0,0127 \frac{1}{mm^2}$$

Incerteza relativa ao extensómetro

Trata-se de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do extensómetro, sob a forma de $U = \pm 0,92 \mu m$, com factor de expansão, $k=2,04$, para $Le=50 \text{ mm}$, e $U = \pm 29,5 \mu m$, com factor de expansão, $k=4,5$, para $Le=20 \text{ mm}$.

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = \begin{cases} \frac{0,92}{2,04} = 0,45 \mu m & \text{se } Le = 50 mm \\ \frac{29,5}{4,5} = 6,56 \mu m & \text{se } Le = 20 mm \end{cases}$$

Convertendo a incerteza - padrão em N , tem-se:

$$\frac{\text{escala} \times u \times 10^{-3} \times \text{Fim} - \text{de} - \text{escala}}{100} = \begin{cases} 1,6389 N & \text{se escala} = 0,5V / cm \\ 0,8194 N & \text{se escala} = 0,25V / cm \end{cases}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da extensómetro, é a derivada parcial da função (29) em ordem a F_e , ou seja:

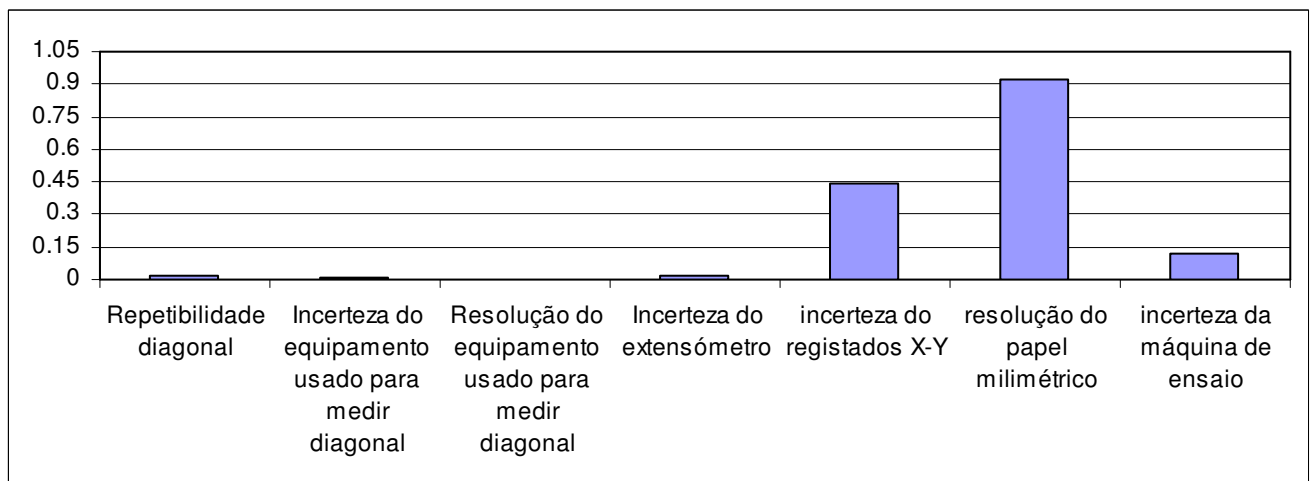
$$C = \frac{1}{S_0} = 0,0127 \frac{1}{\text{mm}^2}$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente num quadro, resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
Repetibilidade diagonal	A	0,0023 mm	-8,5501 N/mm ³	0,0004 (Nmm ⁻²) ²	2
Incerteza do equipamento usado para medir diagonal	B-N	0,0009 mm	-8,5501 N/mm ³	0,0001 (Nmm ⁻²) ²	50
Resolução do equipamento usado para medir diagonal	B-R	0,0003 mm	-8,5501 N/mm ³	0,0000 (Nmm ⁻²) ²	∞
Incerteza do extensómetro	B-N	1,6389 N	0,0127 mm ⁻²	0,0004 (Nmm ⁻²) ²	50
incerteza do registados X-Y	B-N	35,0000 N	0,0127 mm ⁻²	0,1982 (Nmm ⁻²) ²	50
resolução do papel milimétrico	B-R	72,1688 N	0,0127 mm ⁻²	0,8425 (Nmm ⁻²) ²	∞
incerteza da máquina de ensaio	B-R	9,7081 N	0,0127 mm ⁻²	0,0152 (Nmm ⁻²) ²	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico podemos verificar que a incerteza da resolução do papel milimétrico é a dominante.

Usando o quadro anterior, calculamos a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 1,0569 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)^2$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{1,0569 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)^2} = 1,0280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$\nu_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} = 1421,97$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2,00$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2,00$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,01 \times 1,0280 \text{ Nmm}^{-2}) = \pm 2,1 \text{ N / mm}^2$$

Portanto, o limite elástico é:

$$42,8 \text{ N / mm}^2 \pm 2,1 \text{ N / mm}^2$$

Procedendo de forma análoga para a tensão de rotura, tem-se

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,00 \times 1,7525 \text{ Nmm}^{-2}) = \pm 3,5 \text{ N / mm}^2$$

E assim, a tensão de cedência é:

$$492,9 \text{ N / mm}^2 \pm 3,5 \text{ N / mm}^2$$

Para a determinação da tensão de rotura, não são necessários o registador X-Y nem o extensómetro. Assim as fontes de incerteza são:

- Repetibilidade na medição da diagonal
- Incerteza do instrumento usado para medir a diagonal
- Resolução do instrumento usado para medir a diagonal

- Incerteza da máquina de ensaio

E procedendo da mesma forma que nos casos anteriores, tem-se

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,00 \times 0,6632 \text{ Nmm}^{-2}) = \pm 1,3 \text{ N / mm}^2$$

Portanto, a tensão de rotura é:

$$229,2 \text{ N / mm}^2 \pm 1,3 \text{ N / mm}^2$$

3.2 – Área do Gás

Nesta área do laboratório de ensaios o estudo das incertezas foi efectuado em alguns ensaios a aparelhos de produção instantânea de água quente para usos sanitários equipados com queimadores atmosféricos que utilizam combustíveis gasosos (esquentadores), aparelhos domésticos para preparação de alimentos que utilizam, também, combustíveis gasosos (fogões domésticos) e a aparelhos de cozinha profissional.

O procedimento para a determinação da incerteza da medição do caudal térmico é igual nos três tipos de aparelhos ensaiados, logo vai-se proceder, somente, à exposição para o caso dos esquentadores.

3.2.1 – Incerteza de medição do caudal térmico em ensaios em esquentadores

Equipamento utilizado¹⁶

- contador de gás
- cronómetro
- transdutor de pressão
- barómetro digital
- termómetro

Princípio do ensaio

Antes de iniciar o ensaio deve-se efectuar a verificação do caudal térmico nominal utilizando, de acordo com a categoria do aparelho, o gás ou os gases de referência indicados nas pressões das secções 7.1.1.1 e 7.1.3 da norma NP EN 30-1-1 2000 – *Aparelhos domésticos para preparação dos alimentos que utilizam os combustíveis gasosos, Parte 1.1: Segurança, generalidades*, às pressões de ensaio adequadas definidas na secção 7.1.2 da mesma norma, correspondentes às pressões indicadas no aparelho (veja-se a secção 8.1 da mesma norma) e com os injectores correspondentes.

O caudal térmico nominal indicado pelo fabricante calcula-se a partir da seguinte fórmula:

$$Q_m = 0,278V_m.H_s$$

onde

¹⁶ Ver anexo IV

Q_m - Expresso em kW;

V_m - Caudal de gás corrigido para 1013,25 mbar e 15°C, expresso em m³/h;

H_s - Poder calorífico inferior, expresso em MJ/m³.

Os caudais volumétricos (V_m e V_0) correspondem a uma medição e a um fluxo do gás de referência, em condições de referência, i.e. considerando o gás seco a 15°C e à pressão de 1013,25 mbar. Na prática os valores obtidos nos ensaios não correspondem a estas condições de referência e por isso devem ser corrigidos no sentido de os converter nos valores que teriam sido obtidos se essas condições de referência tivessem sido conseguidas na saída do injecto.

Assim o caudal volúmico corrigido determina-se a partir da seguinte expressão:

$$Q_c = 0,278 \times \frac{H_s \times \frac{(V_{fim} - V_{início}) \times 60}{T}}{1000} \times \sqrt{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{(p_a + p - p_w) \times d + 0,622 \times p_w}{p_a + p}}$$

(35)

onde

$V_{início}$ – Contagem do gás no início do ensaio, expresso em l

V_{fim} – Contagem do gás no fim do ensaio, expresso em l

T – Tempo de contagem do gás, expresso em minutos

t_g – Temperatura do gás à entrada do contador, expressa em graus Celsius

p – Pressão de alimentação do gás, expressa em mbar

p_a – Pressão atmosférica no momento do ensaio, expressa em mbar

p_w – Pressão de saturação da água à temperatura t_g , expressa em mbar

d – Densidade do gás de referência

Medições efectuadas

	p_a (mbar)	p (mbar)	t_g (°C)	$V_2/1000$ (m ³ /h)
	1014,40	22,40	24,20	2,82
	1014,50	22,40	24,10	2,81
	1014,50	22,50	24,00	2,81
média	1014,47	22,43	24,10	2,81
variância	0,0033	0,0033	0,0100	0,0000
desvio padrão	0,0577	0,0577	0,1000	0,0020

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devido à repetibilidade na medição do volume de gás consumido a dividir pelo tempo de contagem, V/T
- Incerteza do contador de gás
- Incerteza devido à resolução do contador de gás
- Incerteza do cronómetro
- Incerteza devido à repetibilidade na medição da pressão atmosférica, p_a
- Incerteza do transdutor de pressão
- Incerteza devido à resolução do transdutor de pressão
- Incerteza devido à repetibilidade na medição da pressão do gás, p
- Incerteza do barómetro digital
- Incerteza devido à resolução do barómetro digital
- Incerteza devido à repetibilidade na medição da temperatura do gás à entrada do contador, T_g
- Incerteza do termómetro
- Incerteza devido à resolução do termómetro
- Incerteza devido ao operador (reprodutibilidade)

Incerteza devida às repetibilidades

Efectuaram-se 3 medições separadamente, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Assim, tem-se:

	p_a (mbar)	p (mbar)	t_g (°C)	$V_2/1000$ (m ³ /h)
Incerteza-padrão $\mu(x_i)$	$3,33 \times 10^{-2}$	$3,33 \times 10^{-2}$	0,06	$1,13 \times 10^{-3}$

Os coeficientes de sensibilidade relativos às incertezas das repetibilidades na medição de $V_2/1000$, p_a , p e t_g , são respectivamente dados pelas derivadas parciais da equação (35) em ordem a $V_2/1000$, p_a , p e t_g :

$$C_{V_2/1000} = 0,278 \times F_1 \times H_s = 9,49 \text{ kW} / \text{m}^3 / \text{h}$$

$$C_{p_a} = 0,278 \times \frac{V_0}{F_1} \times H_s \times \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25^2} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{dh}{d}}{2F_1} +$$

$$+ \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{d \times [d \times (p_a + p) - d \times (p_a + p - p_w) - d \times 0,622 \times p_w]}{d^2 \times (p_a + p)^2}}{2F_1} =$$

$$= 0,03kW / mbar$$

$$C_p = 0,278 \times \frac{V_0}{F_1} \times H_s \times \left(\frac{\frac{p_a + p}{1013,25^2} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{dh}{d} + \frac{1013,25 + p}{1013,25^2} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{dh}{d}}{2F_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{d \times [d \times (p_a + p) - d \times (p_a + p - p_w) - d \times 0,622 \times p_w]}{d^2 \times (p_a + p)^2}}{2F_1} \right) =$$

$$= 0,01kW / mbar$$

$$C_{t_g} = 0,278 \times \frac{V_0}{F_1} \times H_s \times \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{(273,15 + t_g)^2} \times \frac{dh}{d}}{2F_1} = 0,0448$$

Incerteza do contador de gás

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,32 \%$.

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{\frac{0,32}{2} \times V}{\frac{100}{1000}} = 8,0 \times 10^{-4} \text{ litros}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do contador de gás é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a V :

$$C_i = 0,278 \times \frac{\frac{60 \times m}{T}}{1000} \times F_1 \times H_s = 0,11kW / l$$

Incerteza do cronómetro

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do cronómetro, sob a forma de $U(95\%) = 0,11s$.

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,11}{2} = 0,055s$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do cronómetro é dado pela derivada parcial da equação (35) em ordem a T :

$$C_i = -0,278 \times \frac{V \times 60 \times m}{1000 \times T^2} \times F_1 \times H_s = -5,01kW / min$$

Incerteza do transdutor de pressão

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,44 \text{ mbar}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,44}{2} = 0,22mbar$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do transdutor de pressão é dado pela derivada parcial da equação (35) em ordem a p_a .

Incerteza do barómetro digital

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,04 \text{ mbar}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,04}{2} = 0,02mbar$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do barómetro digital é dado pela derivada parcial da equação (35) em ordem a p .

Incerteza do termómetro

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,085\text{ }^{\circ}\text{C}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,085}{2} = 0,043\text{ }^{\circ}\text{C}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do termómetro é dado pela derivada parcial da equação (35) em ordem a T_g .

Incerteza devida às resoluções

As incertezas devidas às resoluções são incertezas do Tipo B-R com incerteza-padrão dada pela resolução a dividir por $\sqrt{12}$, assim os valores das incertezas padrões são os seguintes:

	$p_a\text{ (mbar)}$	$p\text{ (mbar)}$	$t_g\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	$V\text{ (m}^3\text{)}$
Incerteza-padrão $\mu(x_i)$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,1}{\frac{\sqrt{12}}{1000}} = 2,89 \times 10^{-5}$

Os coeficientes de sensibilidades relativos às incertezas das repetibilidades na medição de V , p_a , p e t_g , são respectivamente dados pelas derivadas parciais da equação (35) em ordem a V , p_a , p e t_g .

Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Para proceder à determinação da reprodutibilidade o ensaio foi efectuado por 3 operadores do sexo masculino.

Como se têm poucas observações considera-se o caso em que a incerteza da reprodutibilidade é uma incerteza Tipo B-R com uma incerteza padrão dada por (ver secção 3.8.2):

$$u(\text{reprodutibilidade}) = \frac{\text{máximo (médias dos operadores)} - \text{mínimo (média dos operadores)}}{\sqrt{3}}$$

$$= 0,15\text{ kW}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à reprodutibilidade é:

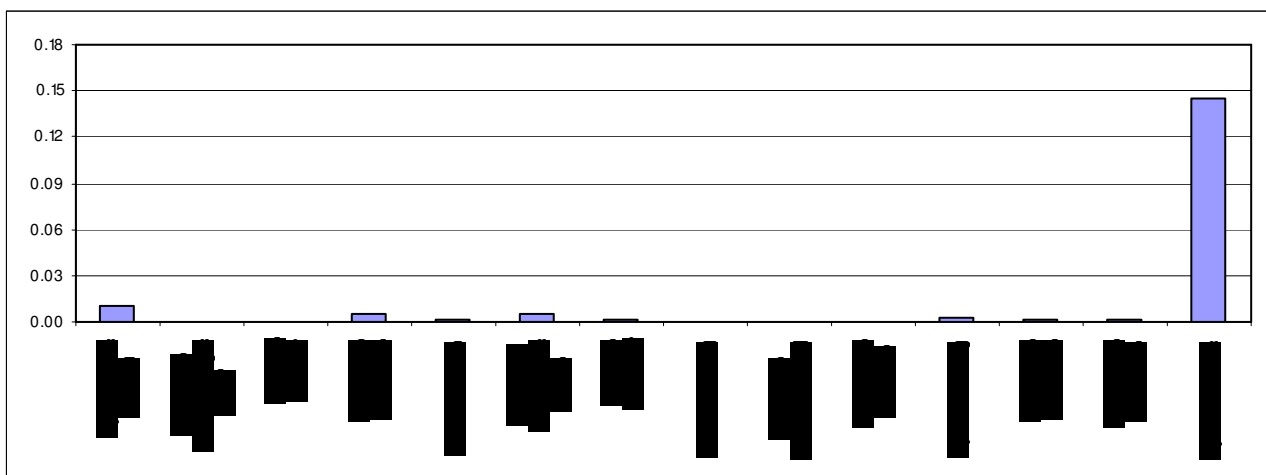
$$C_{\text{reprodutibilidade}} = 1.$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente num quadro, resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade $V_2/1000$	A	$1,13 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$	$9,49 \text{ KW}/\text{m}^3/\text{h}$	$1,14 \times 10^{-4} \text{ KW}^2$	2
incerteza do contador de gás para V	B-N	$8,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$	$0,11 \text{ KW}/\text{m}^3$	$7,31 \times 10^{-9} \text{ KW}^2$	50
resolução contador	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ m}^3$	$0,11 \text{ KW}/\text{m}^3$	$9,51 \times 10^{-12} \text{ KW}^2$	∞
incerteza do cronómetro	B-N	$9,17 \times 10^{-4} \text{ min}$	$-5,01 \text{ KW}/\text{min}$	$2,11 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	50
repetibilidade Pa	A	$3,33 \times 10^{-2} \text{ mbar}$	$0,03 \text{ KW}/\text{mbar}$	$7,40 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	2
incerteza do transdutor de pressão	B-N	0,22 mbar	0,0258 KW/mbar	$3,13 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	50
resolução transdutor	B-R	0,03 mbar	0,0258 KW/mbar	$5,55 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	∞
repetibilidade P	A	$3,33 \times 10^{-2} \text{ mbar}$	$0,01 \text{ KW}/\text{mbar}$	$1,85 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	2
incerteza do barómetro digital	B-N	0,02 mbar	0,0129 KW/mbar	$6,67 \times 10^{-8} \text{ KW}^2$	50
resolução do barómetro	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ mbar}$	0,0129 KW/mbar	$1,39 \times 10^{-9} \text{ KW}^2$	∞
repetibilidade Tg	A	0,06 °C	-0,0448	$6,68 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	2
incerteza do termómetro	B-N	0,04 °C	-0,0448	$3,62 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	50
resolução do termómetro	B-R	0,03 °C	-0,0448	$1,67 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,15 KW	1,0000	$2,11 \times 10^{-2} \text{ KW}^2$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico podemos verificar que a incerteza da reprodutibilidade é a dominante, enquanto que as incertezas das outras componentes são praticamente insignificantes.

Usando o quadro anterior, calculamos a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 0,02 kW^2$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{0,02} = 0,14 kW$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 68814,61$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2,00$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2,00$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,00 \times 0,14) = \pm 0,28 kW$$

Portanto, o caudal térmico é:

$$(26,71 \pm 0,28) kW$$

A título de referência, o aparelho está conforme, neste ensaio, pois o seu caudal térmico encontra-se entre os caudais térmicos máximos e mínimos admitidos que são dados por $Q_n + Q_n \times Tol$ e $Q_n - Q_n \times Tol$, respectivamente. O Q_n é o caudal térmico nominal do queimador, que neste caso é de 29.70, e TOL é tolerância admitida que é de 5%. Assim os caudais máximos e mínimos admitidos são 29.30 e 26.52, respectivamente.

3.3 – Área de Química

Nesta área do Laboratório de Ensaios o estudo das incertezas foi efectuado somente ao ensaio de determinação de cádmio e chumbo no extracto acético por espectrometria de absorção atómica a louça em contacto com alimentos (louça côncava e louça rasa). Tendo sido somente efectuado um levantamento das fontes de incerteza.

3.3.1 – Determinação de cádmio e chumbo no extracto acético por espectrometria de absorção atómica a louça em contacto com alimentos (louça côncava e louça rasa)

Princípio do ensaio

O ensaio consiste na determinação de chumbo e cádmio no extracto acético por espectrometria de absorção atómica.

A quantidade de cádmio e chumbo expressa em mg / dm² é dada por:

$$\frac{C_0 \times V}{A_r} \quad (\text{louça rasa})$$

em que:

C_0 : concentração de Pb / Cd obtida por leitura directa

V : volume de solução de ensaio

A_r : área de superfície de referência do provete

Ou somente por C_0 no caso da louça concava, pois as quantidades de cádmio e chumbo são obtidas por interpolação directa da curva de calibração.

Identificação das fontes de incerteza

Louça concava:

- efeito da temperatura
- efeito do tempo de ensaio
- concentração de ácido
- calibração do espectrofotómetro:

- curva de calibração
- padrões de trabalho

Relativamente ao efeito da temperatura, do tempo de ensaio e da concentração de ácido, não foi realizado o estudo que é necessário para a estimativa das incertezas. Para isso é necessário repetir diversas vezes o ensaio tentando garantir as mesmas condições e fazendo variar a temperatura ou o tempo de ensaio ou as concentrações de ácido, conservando as outras duas quantidades. Estudos destes já foram realizados e os resultados possivelmente podem ser utilizados, consultar [4, pag.72-78].

Relativamente à curva de calibração, existem vários estudos referentes ao assunto e é conhecida uma expressão para a incerteza associada à interpolação na curva de calibração. [ver ANEXO VI]

CAPÍTULO 4

ESTUDO ESTATÍSTICO DOS DADOS DE ALGUNS ENSAIOS

Neste capítulo foram utilizadas diversas ferramentas estatísticas para proceder ao tratamento estatístico dos dados de alguns ensaios. Nomeadamente, efectuou-se o estudo da distribuição das repetibilidades relativamente ao ensaio de durezas Brinell e Vickers, aplicou-se o teste de permutações aos dados da reprodutibilidade de alguns dos ensaios da área do gás para testar a existência de discrepância entre operadores, para finalizar estudou-se a distribuição das incertezas e as alterações verificadas caso se use uma simulação normal para a repetibilidade.

4.1 – Estudo estatístico da repetibilidade

4.1.1 – Ensaio da medição da dureza de Brinell

Processo para obter os dados analisados

O ensaio de dureza Brinell consiste na aplicação de uma força de ensaio (F), através de um penetrador esférico (esfera de metal duro, com diâmetro, D), na superfície da amostra e medição do diâmetro da impressão deixada na superfície após remoção da força de ensaio, F .

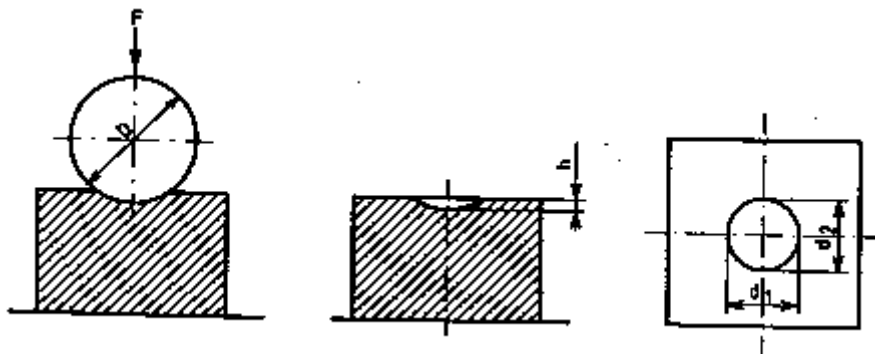


Figura 5 - Princípio do ensaio da dureza Brinell [7]

O valor de dureza Brinell é proporcional ao quociente obtido entre a força de ensaio e a área da superfície curva da impressão. Assume-se que a impressão é esférica, com um raio correspondente a metade do diâmetro da esfera do penetrador.

Símbolo	Designação
D	Diâmetro da esfera, em mm
F	Força de ensaio, em Newton
d	Diâmetro médio da impressão, em mm
h	Profundidade da impressão, em mm

	$h = \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2}$
HWB	$HWB = 0,102 \times \frac{2F}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)} \quad (35)$

No ensaio da medição da dureza de Brinell obtiveram-se 10 medições do diâmetro da impressão deixada na superfície do material ensaiado após remoção da força de ensaio, F . As medições efectuadas não são 10 valores independentes, mas 5 pares de valores independentes entre si. Em cada par os valores não são independentes.

Vai-se também analisar os valores resultantes da média entre as duas diagonais.

Resultados dos testes de normalidade e variáveis descritivas

A tabela seguinte mostra os valores das variáveis em análise, as médias, desvios padrão, coeficiente de assimetria (skewness), coeficiente de achatamento (kurtosis).

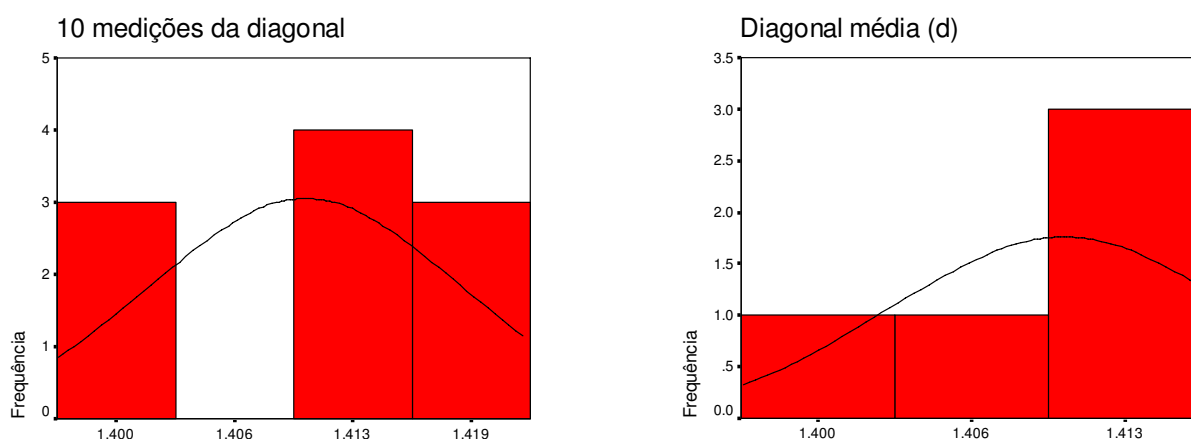
	1ª diâmetro (mm)	2ª diâmetro (mm)	Diâmetro médio (mm)
	1,400	1,400	1,400
	1,400	1,410	1,405
	1,410	1,420	1,415
	1,410	1,420	1,415
	1,410	1,420	1,415
Média	1,410		1,410
Desvio padrão	$8,17 \times 10^{-3}$		$7,07 \times 10^{-3}$
Skewness	0		-0,884
Kurtosis	-1,393		-1,750

Pode-se observar que as 10 medições da diagonal são simétricas, já que apresentam um valor de Skewness nulo, mas o mesmo não se verifica na diagonal média que apresenta uma ligeira assimetria para a esquerda, pois apresenta um valor negativo de Skewness.

Para analisar a normalidade das 10 medições da diagonal e da diagonal média, d , utilizaram-se os seguintes testes não paramétricos de aderência à normalidade (ANEXO XIV), *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* com a correcção de Lilliefors (pois desconhece-se a média e o desvio padrão do universo), *Shapiro-Wilk*, *Anderson-Darling* e *David*. O teste de *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* testa a normalidade através da comparação das frequências relativas acumuladas observadas com as frequências relativas acumuladas esperadas. O valor do teste é a maior diferença existente entre as frequências acumuladas.

O teste de *Shapiro-Wilk* assume-se como especialmente adequado, para testar a normalidade de uma distribuição a partir de amostras pequenas ($n < 30$). O teste de normalidade de *Anderson-Darling* mede o quadrado da distância dos pontos da distribuição a um ajuste de curva normal, com maiores pesos para os valores de cauda. Um menor valor deste teste indica uma melhor aproximação da distribuição de uma normal.

Análises exploratórias dos histogramas relativos a cada uma das variáveis, complementadas pelos testes da normalidade, revelam que as distribuições dos dados não parecem compatíveis com distribuições normais.



		10 medições da diagonal	Diagonal média
Kolmogorov-Smirnov¹⁷	Estatística	0,367	0,360
	p	0,026	0,033
Shapiro-Wilk¹	Estatística	0,615	0,010
	p	0,722	0,024
Anderson-Darling	Estatística (AD)	0,705	0,619
	p	0,044	0,046
David	Limite inferior	2,76	2,22
	Estatística (A)	2,45	2,12
	Limite superior	3,57	2,71

Apesar de, na análise anterior se ter concluído que d não segue uma distribuição normal, vai-se considerar no estudo seguinte que d segue uma distribuição normal, uma vez que $d \ll D$.

Nota: a intercepção de uma espera com um plano (que neste caso é a superfície do material em ensaio) é sempre circular, pequenas diferenças são devidas ao material.

¹⁷ Considerou-se que uma distribuição segue a normal sempre que a significância de qualquer um destes testes seja superior a um α (isto é, $p > 0,05$).

Pretende-se, de seguida, determinar a distribuição de h e HWB , para tal começou-se por determinar as distribuições por um método analítico e posteriormente pode-se corroborar as conclusões com um método experimental.

Determinação da distribuição analiticamente:

A transformação $h = \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2}$ com $D^2 - d^2 \geq 0$ é uma bijecção. Aplicando o método do jacobiano para a determinação da distribuição de h , tem-se

$$\begin{aligned} f_h(y) &= f_d(h^{-1}(y)) \times \left| \frac{dh^{-1}(y)}{dy} \right| = f_d\left(\sqrt{D^2 - (D - 2y)^2}\right) \times \left| \frac{2(D - 2y)}{\sqrt{D^2 - (D - 2y)^2}} \right| = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\sqrt{D^2 - (D - 2y)^2} - \mu)^2}{2\sigma^2}} \times \frac{2|D - 2y|}{\sqrt{D^2 - (D - 2y)^2}} \end{aligned}$$

com

$$D = 2.5,$$

$$D^2 - (D - 2y)^2 > 0 \Leftrightarrow (y > 0 \wedge D - y > 0) \vee (y < 0 \wedge D - y < 0) \Leftrightarrow (0 < y < 2.5) \vee \underbrace{(y < 0 \wedge y > 2.5)}_{\text{condição impossível}}$$

μ é a média de d e σ o seu desvio padrão.

Procedendo de forma análoga para $HWB = 0.102 \frac{F}{\pi D h}$ com $h > 0$, que é uma bijecção, tem-se $f_{HWB}(z) = f_h(HWB^{-1}(z)) \times \left| \frac{dHWB^{-1}(z)}{dz} \right| = f_h\left(\frac{0.120F}{\pi D z}\right) \times \frac{0.120F}{\pi D z^2}$, com $z \neq 0$.

Determinação da distribuição experimentalmente:

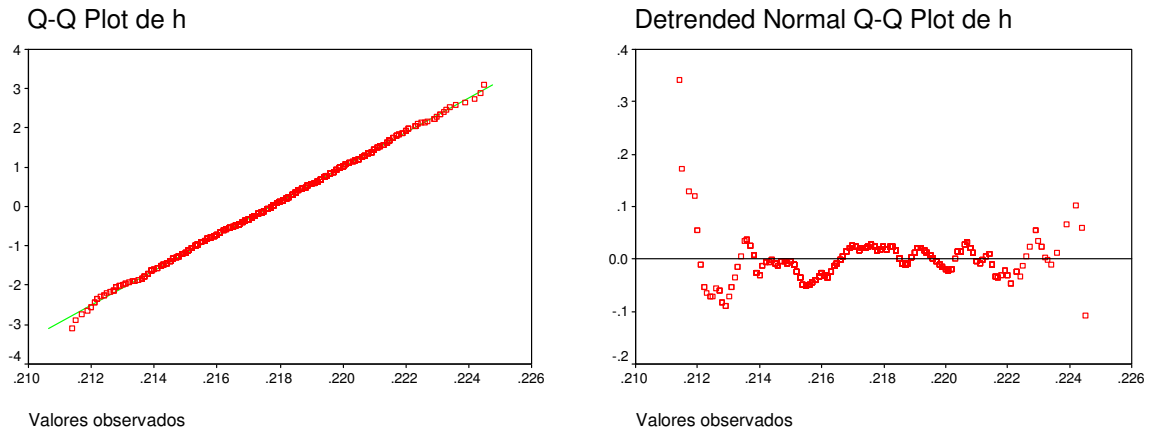
Supondo d normal, simulou-se uma amostra de tamanho 1000 para d e determinou-se h e HWB . Para analisar a normalidade de h e HWB , utilizou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov ($K-S$) com a correcção de Lilliefors.

Relativamente à distribuição de h , como o valor de p do teste $K-S$ é 0,200, valor superior a 0,05, não se rejeita a hipótese da distribuição ser normal. O mesmo não se verifica relativamente à distribuição de HWB , que tem um valor de p para este teste de 0,000.

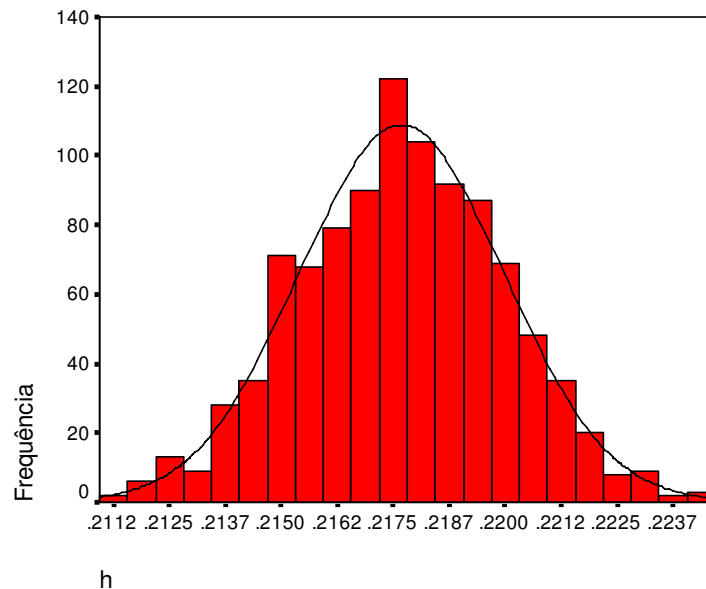
Embora a distribuição de h se aproxime da normalidade pode haver observações que se desviem desta. A análise das observações que mais se afastam da normalidade, pode ser feita através dos gráficos $Q-Q$ e *Detrended normal Q-Q plots*.

No caso *Q-Q plot* as observações devem distribuir-se junto à linha recta oblíqua para a distribuição ser normal, o que se verifica neste caso.

No gráfico *Detrended normal Q-Q plot*, as observações devem distribuir-se de forma aleatória à volta da linha recta horizontal 0 para a distribuição ser normal, o que também é verificado neste caso.

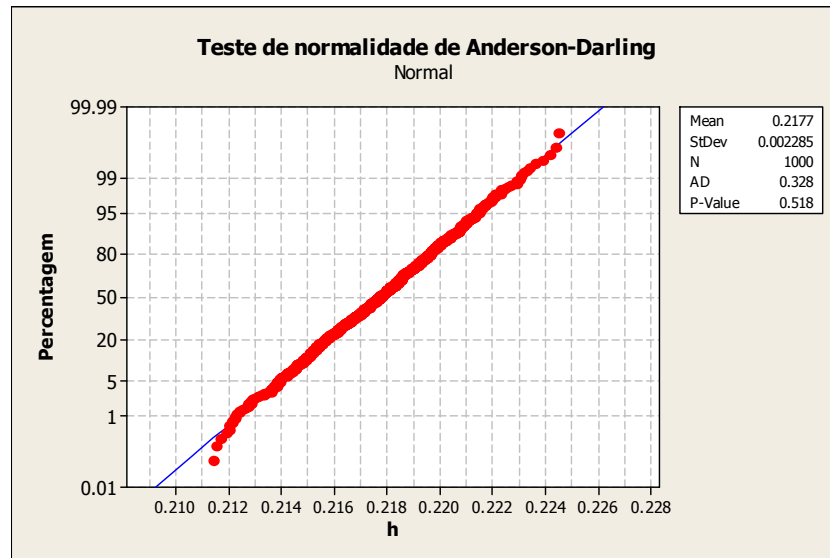


Adicionalmente o histograma com a normal sobreposta é mais uma fonte gráfica para a verificação da aproximação à normalidade.



A comparação do histograma com a curva de frequências da normal, mostra que não existem grandes desvios entre as duas distribuições, principalmente na parte direita da distribuição.

Para solidificar a conclusão relativamente à normalidade de *h*, aplicou-se também os testes de *Anderson-Darling* e *David*. E os resultados foram os seguintes:



TESTE DE NORMALIDADE/TESTE DE DAVID (ao nível de 10% de probabilidade)

Limite inferior = 5,92

Valor do teste (A) = 5,71

Limite superior = 7,11

Pode-se assim verificar que através do teste de *Anderson-Darling*, também se verifica a normalidade, pois $AD = 0,328 < 0,518 = p\text{-valor}$, mas que o mesmo não acontece no teste de *David*, pois o valor do teste é menor que o limite inferior.

4.1.2 – Ensaio da medição da dureza de Vickers

Processo para obter os dados analisados

No ensaio de dureza de Vickers é aplicada uma força de ensaio (F) à superfície de um provete, através de um penetrador em diamante (pirâmide de base quadrangular, com um ângulo de 136° entre as faces opostas relativamente ao vértice) e medição do comprimento das diagonais da impressão deixada na superfície após remoção da força de ensaio, F .

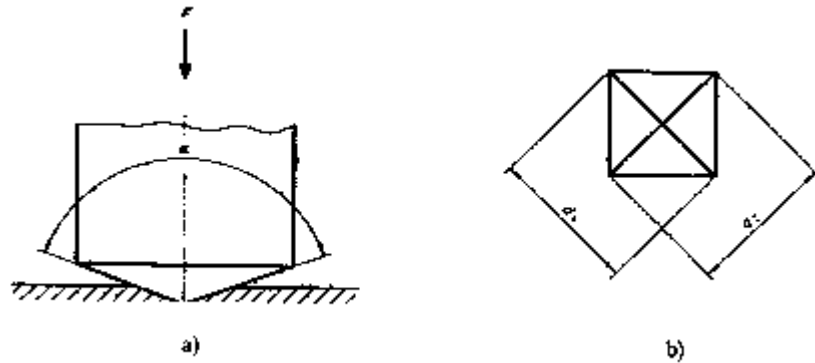


Figura 6: a) Penetrador (pirâmide de diamante); b) Impressão de dureza Vickers [8]

A dureza é proporcional ao quociente obtido entre a força de ensaio e a área da impressão de dureza resultante, a qual se assume ser uma pirâmide de base quadrada, tendo no vértice o mesmo ângulo que o penetrador.

Símbolo	Designação
α	Ângulo entre faces opostas no vértice do penetrador piramidal (136°)
F	Força de ensaio, em Newton
d	Média aritmética, em mm, do comprimento das duas diagonais d_1 e d_2
HV	$HV = 0,102 \times \frac{2F \sin\left(\frac{136^\circ}{2}\right)}{d^2} = 0,1891 \times \frac{F}{d^2} \quad (36)$

A dureza Vickers é designada pelo símbolo HV precedido pelo valor da dureza e completado por um número representativo da Força de ensaio (ex.: 640 HV 30). Quando o número representativo da força de ensaio é menor que 1, considera-se que se está a medir uma microdureza. O procedimento para o cálculo das incertezas é igual qualquer que seja a força exercida.

A amostra de dados analisados consiste nas 10 medições do diâmetro da impressão deixada na superfície do material ensaiado após remoção da força de ensaio,

F. As medições efectuadas não são 10 valores independentes, mas 5 valores independentes de um par, relativos à medição de duas diagonais.

Vai-se também analisar os valores resultantes da média entre as duas diagonais.

Resultados dos testes de normalidade e variáveis descritivas

A tabela seguinte mostra os valores das variáveis em análise, as médias, desvios padrão, coeficiente de assimetria (skewness), coeficiente de achatamento (kurtosis).

	1ª diagonal (μm)	2ª diagonal (μm)	Diagonal média (mm)
	61,3	61,7	0,0615
	60,9	61,7	0,0613
	61,7	62,1	0,0619
	61,9	61,9	0,0619
	61,3	61,7	0,0615
Média	61,6 μm		0,0616 mm
Desvio padrão	0,36		$2,68 \times 10^{-4}$
Skewness	-0,874		0,166
Kurtosis	0,527		-2,407

Pode-se observar que as medições da diagonal apresentam assimetria para a esquerda, já que têm um valor de skewness negativo, e a diagonal média apresenta assimetria para a direita, pois apresenta um valor positivo de skewness.

Para analisar a normalidade das 10 medições da diagonal e da diagonal média, d, utilizaram-se os seguintes testes não paramétricos de aderência à normalidade, *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* com a correcção de Lilliefors (pois desconhece-se a média e o desvio padrão do universo), *Shapiro-Wilk*, *Anderson-Darling* e *David*.

Analizando os níveis de significância dos testes de normalidade, conclui-se que as variáveis analisadas tendem a seguir a distribuição normal, à excepção do teste de *Anderson-Darling*, pois $AD > CV$.

		10 medições da diagonal	Diagonal média
Kolmogorov-Smirnov¹⁸	Estatística	0,221	0,273
	<i>p</i>	0,200	0,200
Shapiro-Wilk¹	Estatística	0,937	0,802
	<i>p</i>	0,578	0,096
Anderson-Darling	Estatística (AD)	0,528	0,432
	<i>p</i>	0,132	0,171
David	Limite inferior	2,76	2,22
	Estatística (A)	3,38	2,24
	Limite superior	3,57	2,27

¹⁸ Considerou-se que uma distribuição segue a normal sempre que a significância de qualquer um destes testes seja superior a um α (isto é, $p > 0,05$).

Assumindo que a diagonal média segue uma distribuição normal, pretende-se, de seguida, determinar a distribuição da dureza, para tal começou-se por determinar as distribuições por um método analítico e posteriormente por um método experimental.

Determinação da distribuição analiticamente

A dureza de Vickers é dada por $HV = 0,1891 \frac{F}{d^2}$. Aplicando o método do jacobiano para a determinação da distribuição de HV , tem-se

$$f_{HV}(y) = f_d(HV^{-1}(y)) \times \left| \frac{dHV^{-1}(y)}{dy} \right| = f_d\left(\sqrt{0,1891 \frac{F}{y}}\right) \times \left| -\frac{0,1891 \times F}{2 \times y^2 \sqrt{\frac{0,1891 \times F}{y}}} \right| =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(\sqrt{\frac{0,1891 \times F}{y}} - \mu\right)^2}{2\sigma^2}} \times \frac{0,1891 \times F}{2 \times y^2 \sqrt{\frac{0,1891 \times F}{y}}}$$

com

$y > 0$, μ a média de d e σ o seu desvio padrão.

Determinação da distribuição experimentalmente

Supondo d normal, com média 0,0616 mm e desvio padrão $2,68 \times 10^{-4}$, simulou-se uma amostra de tamanho 1000 para d e determinou-se HV . Para analisar a normalidade de HV , utilizaram-se novamente os testes de *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* com a correcção de Lilliefors, *Shapiro-Wilk*, *Anderson-Darling* e *David*.

Analisando a tabela seguinte pode-se verificar que amostra não seguem uma distribuição normal.

		10 medições da diagonal
Kolmogorov-Smirnov	Estatística	0,170
	p	0,000
Anderson-Darling	Estatística (AD)	16,937
	p	<0,005
David	Limite inferior	5,92
	Estatística (A)	5,54
	Limite superior	7,11

Por outro lado se aplicar os testes de normalidade aos 5 valores de dureza obtidos a partir da diagonal média, verifica-se que estes tendem a seguir uma distribuição normal, pois os níveis de significância são maiores que 0,05.

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
HV	.245	5	.200*	.829	5	.176

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Esta conclusão também é corroborada pelo teste de *David*.

TESTE DE NORMALIDADE / TESTE DE DAVID (ao nível de 10% de probabilidade)

Limite inferior = 2,22

Valor do teste (A) = 2,31

Limite superior = 2,71

4.2 – Teste de permutação

De seguida vai-se aplicar o teste de permutações aos dados da reprodutibilidade de alguns dos ensaios da área do gás para testar se existe grande discrepância entre operadores, se as amostras referentes a cada operador são provenientes de distribuições essencialmente idênticas.

Antes de aplicar o teste das permutações deve-se decidir qual a estatística que se vai utilizar para análise. Nos casos que vão ser estudados de seguida utilizou-se a diferença máxima das médias (o que neste caso, em que as amostras têm dimensões iguais, é equivalente a calcular a diferença máxima das somas).

Nos ensaios que vão ser analisados tem-se três conjuntos de 3 observações cada, logo o número de possíveis amostras é demasiado grande $\left(\frac{9!}{6^3}\right)$ para que se proceda à listagem exaustiva. Assim, recorreu-se ao Matlab para gerar as partições aleatórias a partir das 9 observações e calculou-se a diferença máxima das médias.

Os ensaios aos quais se vai aplicar o teste das permutações são:

- medição do caudal térmico em esquentadores
- medição do rendimento em esquentadores
- medição da combustão em fogões domésticos
- medição do caudal térmico em fogões domésticos

Na tabela que se segue pode-se observar a distribuição de frequências da estatística em estudo para cada ensaio (relativamente ao ensaio de medição do caudal térmico em esquentadores os dados encontram-se em ANEXO VII).

Medição do rendimento em esquentadores					
Diferença máxima entre médias	Frequência relativa	Diferença máxima entre médias	Frequência relativa	Diferença máxima entre médias	Frequência relativa
0,0333	0,0214	0,2667	0,0607	0,5000	0,0500
0,0667	0,0286	0,3000	0,0643	0,5333	0,0429
0,1000	0,0357	0,3333	0,0821	0,5667	0,0250
0,1333	0,0643	0,3667	0,0571	0,6000	0,0214
0,1667	0,0500	0,4000	0,0643	0,6333	0,0143
0,2000	0,0821	0,4333	0,0750	0,6667	0,0071
0,2333	0,0750	0,4667	0,0750	0,7000	0,0036

Medição da combustão em fogões domésticos		Medição do caudal térmico em fogões domésticos	
Diferença máxima entre médias	Frequência relativa	Diferença máxima entre médias	Frequência relativa
0,0033	0,6429	0,0033	0,1286
0,0067	0,2143	0,0067	0,1286
0,0100	0,1429	0,0100	0,1857
		0,0133	0,3214
		0,0167	0,1714
		0,0200	0,0643

De seguida vai-se apresentar uma tabela com a diferença máxima de médias observada e a probabilidade de se observarem diferenças maiores que a obtida.

	Diferença observada	Probabilidade
Medição do caudal térmico em esquentadores	0,5033	0,1464
Medição do rendimento em esquentadores	0,6667	0,0036
Medição da combustão em fogões domésticos	0,0100	0,1429
Medição do caudal térmico em fogões domésticos	0,0033	1

Analisando os resultados anteriores pode-se concluir que nos três primeiros ensaios a incerteza devida à reprodutibilidade é um dos maiores valores que se poderia obter com as medições efectuadas, devido ao facto da probabilidade ser bastante baixa. O que não se verifica no ensaio da medição do caudal térmico em fogões domésticos, em que o valor para a incerteza devida à reprodutibilidade é o menor valor possível com as medições efectuadas.

4.3 – Análise da incerteza

4.3.1 – Estudo da incerteza simulando a repetibilidade em dois ensaios

4.3.1.1 – Verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás

4.3.1.1.1 – Diâmetro interno

Efectuou-se o mesmo estudo que no ponto 4.1 para o cálculo das incertezas, mas usando para a repetibilidade amostras simuladas.

Simularam-se 3 amostras, para cada média_i (i=1, 2, 3), de tamanho 5:

- amostra de distribuição normal com a mesma média e desvio padrão que a amostra obtida nas medições efectuadas no ensaio.

“medição” nº	média ₁ (mm)	média ₂ (mm)	média ₃ (mm)
1	8,90	8,87	8,74
2	8,88	8,91	8,71
3	8,85	8,90	8,81
4	8,85	8,87	8,76
5	8,90	8,88	8,79

- mistura a 50% de duas normais com a mesma média da amostra proveniente do ensaio, mas desvios padrões diferentes, uma das distribuições tem o desvio padrão da amostra proveniente do ensaio e a outra tem 1/10 desse desvio padrão, isto é, mistura entre $N(a, b)$ e $N(a, 0,1b)$, sendo a e b a média e o desvio padrão da amostra anteriormente mencionada.

“medição” nº	média ₁ (mm)	média ₂ (mm)	média ₃ (mm)
1	8,88	8,90	8,79
2	8,87	8,90	8,78
3	8,91	8,90	8,77
4	8,82	8,89	8,77
5	8,89	8,90	8,75

- mistura a 50% de duas normais com o mesmo desvio padrão da amostra proveniente do ensaio e médias diferentes, uma das normais tem a média da amostra proveniente do ensaio e a outra tem como média o valor que se pretende obter no ensaio.

“medição” nº	média ₁ (mm)	média ₂ (mm)	média ₃ (mm)
1	8,96	8,95	8,96
2	8,88	8,95	8,89
3	9,00	8,94	8,89
4	9,00	8,96	8,92
5	8,94	8,93	8,89

Apesar destas 3 amostras serem simuladas o procedimento para o cálculo das incertezas vai ser análogo ao da amostra proveniente do ensaio, considerando-se assim as mesmas fontes de incerteza. Depois de levantadas as fontes de incerteza, efectuando cálculos análogos aos anteriores obtiveram-se os seguintes resultados:

- Amostra proveniente da simulação de $N(a, b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \cdot u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade média ₁	A	0,0124 mm	0,3333 mm	$1,71 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₂	A	0,0070 mm	0,3333 mm	$5,43 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₃	A	0,0175 mm	0,3333 mm	$3,39 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
EMA do paquímetro	B-R	0,0231 mm	0,3333 mm	$5,93 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,0500 mm	1,0000 mm	$0,0022 \text{ mm}^2$	∞

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(a, 0,1b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \cdot u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade média ₁	A	0,0147 mm	0,3333 mm	$2,40 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₂	A	0,0016 mm	0,3333 mm	$2,84 \times 10^{-7} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₃	A	0,0056 mm	0,3333 mm	$3,47 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
EMA do paquímetro	B-R	0,0231 mm	0,3333 mm	$5,93 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,0500 mm	1,0000 mm	$0,0027 \text{ mm}^2$	∞

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(9, b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade média ₁	A	0,0235 mm	0,3333 mm	$6,12 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₂	A	0,0044 mm	0,3333 mm	$2,19 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade média ₃	A	0,0136 mm	0,3333 mm	$2,04 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
EMA do paquímetro	B-R	0,0231 mm	0,3333 mm	$5,93 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,0200 mm	1,0000 mm	$0,0003 \text{ mm}^2$	∞

Calculando para os 3 casos a incerteza padrão combinada, u , e o factor de expansão, k , usando as fórmulas anteriormente mencionadas, obtém-se as seguintes incertezas expandidas: 0,095 mm; 0,11 mm e 0,043 mm, respectivamente.

Portanto, o diâmetro interno do tubo é, respectivamente:

$$\text{diâmetro interno (ensaio)} = 8,85 \pm 0,10 \text{ mm}$$

$$\text{diâmetro interno (1ª simulação)} = 8,84 \pm 0,10 \text{ mm}$$

$$\text{diâmetro interno (2ª simulação)} = 8,85 \pm 0,11 \text{ mm}$$

$$\text{diâmetro interno (3ª simulação)} = 8,94 \pm 0,04 \text{ mm}$$

Pelos resultados anteriormente mencionados, facilmente se pode verificar que não houve grandes variações relativamente ao diâmetro interno e à incerteza expandida nas amostras provenientes do ensaio e das 1ª e 2ª simulações. O mesmo não acontece na amostra proveniente da 3ª simulação, onde se obteve um diâmetro interno superior ao das outras amostras e muito mais próximo do valor que se pretendia medir no ensaio, 9 mm, o que é previsível dado que esta amostra resulta da simulação de uma mistura a 50% em que uma das distribuições é uma normal de média 9 mm. Relativamente à incerteza expandida, obteve-se para a amostra proveniente da 3ª simulação um valor bastante mais baixo, 0,04 mm, o que se deve ao facto do ensaio com esta amostra ter uma incerteza devida à reprodutibilidade mais baixa que a dos outros ensaios, 0,02 mm.

4.3.1.1.2 – Concentricidade entre o diâmetro interno e o diâmetro externo

Analogamente ao estudo das incertezas na medição do diâmetro interior, também neste ensaio (4.1.2) se procedeu ao cálculo das incertezas usando três amostras simuladas.

- Amostra proveniente da simulação de $N(a, b)$

medição nº	variação ₁ (mm)	variação ₂ (mm)	variação ₃ (mm)
1	0,83	0,16	0,78
2	0,78	0,16	0,80
3	0,85	0,14	0,77
4	0,86	0,15	0,83
5	0,80	0,14	0,78
média	0,82	0,15	0,79
s²	0,0012	0,0001	0,0006
s	0,0345	0,0095	0,0254

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(a, 0,1b)$

medição nº	variação ₁ (mm)	variação ₂ (mm)	variação ₃ (mm)
1	0,83	0,14	0,78
2	0,84	0,14	0,78
3	0,86	0,14	0,80
4	0,83	0,13	0,78
5	0,82	0,14	0,77
média	0,84	0,14	0,78
s²	0,0003	0,0000	0,0002
s	0,0167	0,0035	0,0135

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(9, b)$

medição nº	variação ₁ (mm)	variação ₂ (mm)	variação ₃ (mm)
1	0,58	0,35	0,64
2	0,67	0,33	0,64
3	0,63	0,31	0,64
4	0,70	0,33	0,63
5	0,70	0,30	0,67
média	0,66	0,32	0,65
s²	0,0024	0,0003	0,0002
s	0,0486	0,0176	0,0126

Mais uma vez foram consideradas as mesmas fontes de incerteza e usado um procedimento análogo ao anterior e os resultados foram os seguintes:

- Amostra proveniente da simulação de $N(a, b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade variação ₁	A	0,0154 mm	0,3333 mm	$2,65 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade variação ₂	A	0,0043 mm	0,3333 mm	$2,01 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade variação ₃	A	0,0114 mm	0,3333 mm	$1,44 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
incerteza do comparador	B-N	0,0008 mm	0,3333 mm	$6,25 \times 10^{-8} \text{ mm}^2$	50
reprodutibilidade	B-R	0,0358 mm	1,0000 mm	$1,28 \times 10^{-3} \text{ mm}^2$	∞

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(a, 0,1b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade variação ₁	A	0,0075 mm	0,3333 mm	$6,22 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade variação ₂	A	0,0016 mm	0,3333 mm	$2,70 \times 10^{-7} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade variação ₃	A	0,0060 mm	0,3333 mm	$4,04 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
incerteza do comparador	B-N	0,0008 mm	0,3333 mm	$6,25 \times 10^{-8} \text{ mm}^2$	50
reprodutibilidade	B-R	0,0293 mm	1,0000 mm	$8,60 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$	∞

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(9, b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade variação ₁	A	0,0217 mm	0,3333 mm	$5,24 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade variação ₂	A	0,0079 mm	0,3333 mm	$6,86 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
repetibilidade variação ₃	A	0,0056 mm	0,3333 mm	$3,53 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$	4
incerteza do comparador	B-N	0,0008 mm	0,3333 mm	$6,25 \times 10^{-8} \text{ mm}^2$	50
reprodutibilidade	B-R	0,0247 mm	1,0000 mm	$6,12 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$	∞

Calculando para os 3 casos a incerteza padrão combinada, u , e o factor de expansão, k , usando as fórmulas anteriormente mencionadas, obtém-se as seguintes incertezas expandidas: 0,073 mm; 0,059 mm e 0,052 mm, respectivamente.

Assim, a concentricidade é, respectivamente:

$$\begin{aligned}\text{concentricidade (ensaio)} &= 0,59 \pm 0,05 \text{ mm} \\ \text{concentricidade (1ª simulação)} &= 0,59 \pm 0,07 \text{ mm} \\ \text{concentricidade (2ª simulação)} &= 0,59 \pm 0,06 \text{ mm} \\ \text{concentricidade (3ª simulação)} &= 0,54 \pm 0,05 \text{ mm}\end{aligned}$$

Novamente a amostra proveniente da 3ª simulação se diferencia das outras com um valor de concentricidade mais baixo, 0,54 mm. Relativamente à incerteza expandida, o maior valor é obtido na amostra 2, $12\% \left(\frac{0,07}{0,59} \times 100 \right)$, enquanto que a da amostra proveniente das medições do ensaio tem $8\% \left(\frac{0,05}{0,59} \times 100 \right)$, o que se deve mais uma vez à incerteza da reprodutibilidade.

4.3.1.2 – Medição do caudal térmico em esquentadores

Para este ensaio (4.4) também foi efectuado o estudo do cálculo das incertezas usando amostras simuladas.

Simularam-se 2 amostras, para cada variável do caudal térmico:

- mistura a 50% de duas normais com a mesma média da amostra proveniente do ensaio, mas desvios padrões diferentes, uma das distribuições tem o desvio padrão da amostra proveniente do ensaio e a outra tem 1/10 desse desvio padrão, isto é, mistura entre $N(a, b)$ e $N(a, 0.1b)$, sendo a e b a média e o desvio padrão da amostra anterior mencionada.

p_a (mbar)	p (mbar)	t_g (°C)	$V_2/1000$ (m³/h)
1014,50	22,38	24,07	2,79
1014,50	22,31	24,21	2,60
1014,50	22,41	24,09	2,61

média	1014,50	22,37	24,13	2,67
variância	0,0000	0,0027	0,0059	0,0118
desvio padrão	0,0000	0,0517	0,0771	0,1086
$u(x_i)$	0,0000	0,0298	0,0445	0,0627

- mistura a 50% de duas normais com o mesmo desvio padrão da amostra proveniente do ensaio e médias diferentes, uma das normais tem a média da amostra proveniente do ensaio e a outra normal tem a média anterior mas neste truncada à unidade.

	p_a (mbar)	p (mbar)	t_g (°C)	$V_2/1000$ (m³/h)
	1014,20	22,31	24,02	3,24
	1014,30	22,23	24,12	3,06
	1014,20	22,18	23,99	2,96
média	1014,23	22,24	24,04	3,09
variância	0,0033	0,0044	0,0041	0,0209
desvio padrão	0,0577	0,0660	0,0641	0,1447
$u(x_i)$	0,0333	0,0381	0,0370	0,0836

Apesar das 2 últimas amostras serem simuladas o procedimento para o cálculo das incertezas vai ser análogo ao da amostra proveniente do ensaio, e os resultados são os seguintes:

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(a, 0,1b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade $V_2/1000$	A	$6,27 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{h}$	$9,54 \text{ KW}/\text{m}^3/\text{h}$	$3,58 \times 10^{-1} \text{ KW}^2$	2
incerteza do contador de gás para V	B-N	$8,35 \times 10^{-3} \text{ m}^3$	$0,09 \text{ KW}/\text{m}^3$	$5,61 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	50
resolução contador	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ m}^3$	$0,09 \text{ KW}/\text{m}^3$	$6,70 \times 10^{-12} \text{ KW}^2$	∞
incerteza do cronómetro	B-N	$9,17 \times 10^{-4} \text{ min}$	$-4,21 \text{ KW}/\text{min}$	$1,49 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	50
repetibilidade p_a	A	0,00 mbar	$0,03 \text{ KW}/\text{mbar}$	$0,00 \times 10^{-0} \text{ KW}^2$	2

incerteza do transdutor de pressão	B-N	0,22 mbar	0,0259 KW/mbar	$3,15 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	50
resolução transdutor	B-R	0,03 mbar	0,0259 KW/mbar	$5,58 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	∞
repetibilidade p	A	$2,98 \times 10^{-2}$ mbar	0,01 KW/mbar	$1,48 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	2
incerteza do barómetro digital	B-N	0,02 mbar	0,0129 KW/mbar	$6,67 \times 10^{-8} \text{ KW}^2$	50
resolução do barómetro	B-R	$2,89 \times 10^{-3}$ mbar	0,0129 KW/mbar	$1,39 \times 10^{-9} \text{ KW}^2$	∞
repetibilidade T_g	A	0,04 °C	-0,0452	$4,04 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	2
incerteza do termómetro	B-N	0,04 °C	-0,0452	$3,69 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	50
resolução do termómetro	B-R	0,03 °C	-0,0452	$1,70 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,35 KW	1,0000	$1,25 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	∞

- Amostra proveniente da simulação de uma mistura de normais, $N(a, b)$ e $N(c, b)$

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade $V_2/1000$	A	$8,36 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{h}$	9,54 KW/m ³ /h	$6,35 \times 10^{-1} \text{ KW}^2$	2
incerteza do contador de gás para V	B-N	$8,51 \times 10^{-4} \text{ m}^3$	0,09 KW/m ³	$5,83 \times 10^{-9} \text{ KW}^2$	50
resolução contador	B-R	$2,89 \times 10^{-5} \text{ m}^3$	0,09 KW/m ³	$6,70 \times 10^{-12} \text{ KW}^2$	∞
incerteza do cronómetro	B-N	$9,17 \times 10^{-4} \text{ min}$	-4,21 KW/min	$1,49 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	50
repetibilidade p_a	A	$3,33 \times 10^{-2} \text{ mbar}$	0,03 KW/mbar	$7,44 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	2
incerteza do transdutor de pressão	B-N	0,22 mbar	0,0259 KW/mbar	$3,15 \times 10^{-5} \text{ KW}^2$	50
resolução transdutor	B-R	0,03 mbar	0,0259 KW/mbar	$5,58 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	∞
repetibilidade p	A	$3,81 \times 10^{-2} \text{ mbar}$	0,01 KW/mbar	$2,42 \times 10^{-7} \text{ KW}^2$	2
incerteza do barómetro digital	B-N	0,02 mbar	0,0129 KW/mbar	$6,67 \times 10^{-8} \text{ KW}^2$	50
resolução do barómetro	B-R	$2,89 \times 10^{-3} \text{ mbar}$	0,0129	$1,39 \times 10^{-9} \text{ KW}^2$	∞

			KW/mbar		
repetibilidade T_g	A	0,04 °C	-0,0452	$2,79 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	2
incerteza do termómetro	B-N	0,04 °C	-0,0452	$3,69 \times 10^{-6} \text{ KW}^2$	50
resolução do termómetro	B-R	0,03 °C	-0,0452	$1,70 \times 10^{-56} \text{ KW}^2$	∞
reprodutibilidade	B-R	0,91 KW	1,0000	$8,25 \times 10^{-1} \text{ KW}^2$	∞

Calculando para os 2 casos a incerteza padrão combinada, u , e o factor de expansão, k , usando as fórmulas anteriormente mencionadas, obtém-se as seguintes incertezas expandidas: 2,30 kW; 2,76 kW, respectivamente.

Portanto, o caudal térmico é:

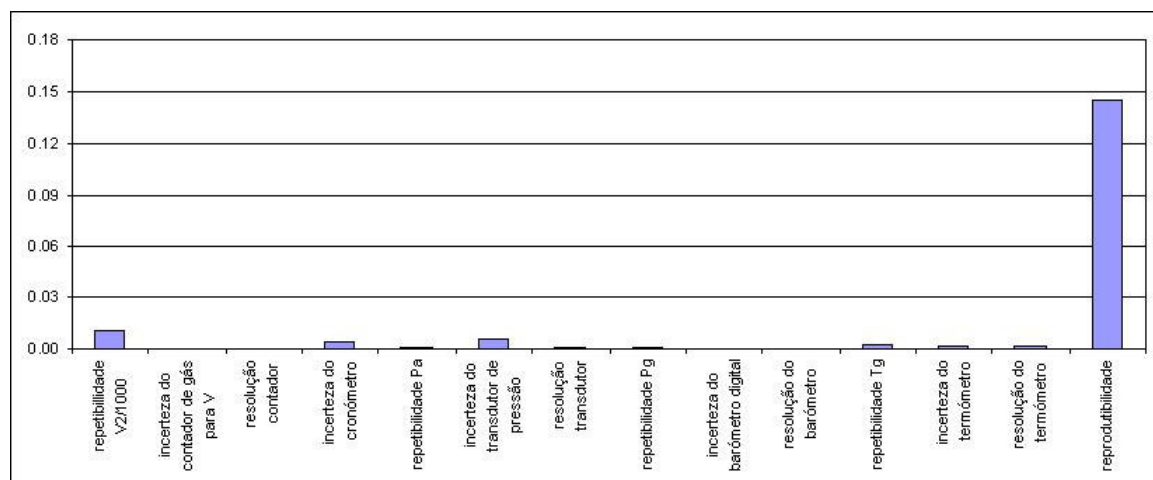
$$\text{Amostra do ensaio} = (26,71 \pm 0,29) \text{ kW}$$

$$\text{Amostra da 1ª simulação} = (26,63 \pm 2,30) \text{ kW}$$

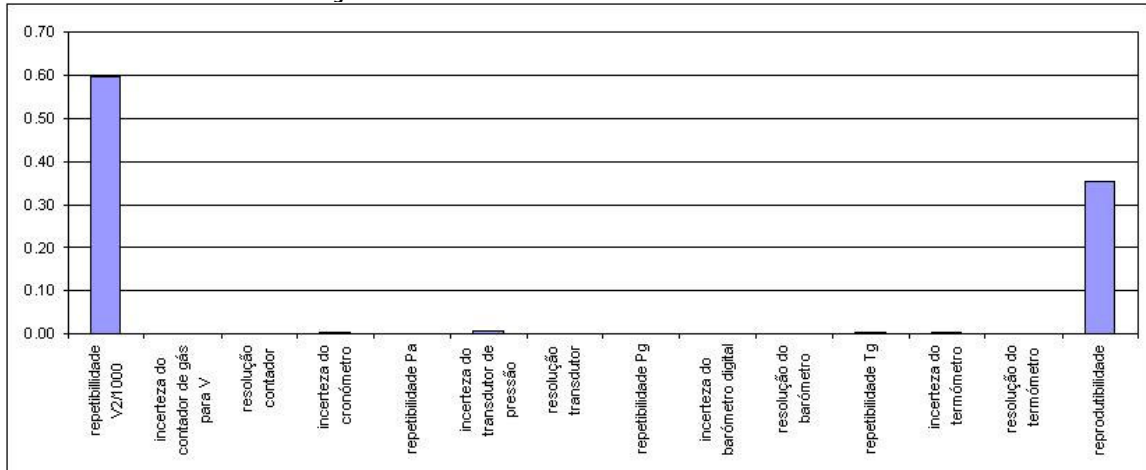
$$\text{Amostra da 2ª simulação} = (30,94 \pm 2,76) \text{ kW}$$

Pelos resultados anteriormente mencionados, verifica-se que não houve grandes variações relativamente ao caudal térmico da amostra do ensaio para a amostra da 1ª simulação, o que não acontece com a incerteza expandida que cresce substancialmente de uma amostra para a outra, de 0,29 kW para 2,30 kW. O que se deve ao aumento da incerteza relativa à repetibilidade de $V_2/1000$ e à incerteza relativa à reprodutibilidade. Como se pode observar nos seguintes gráficos:

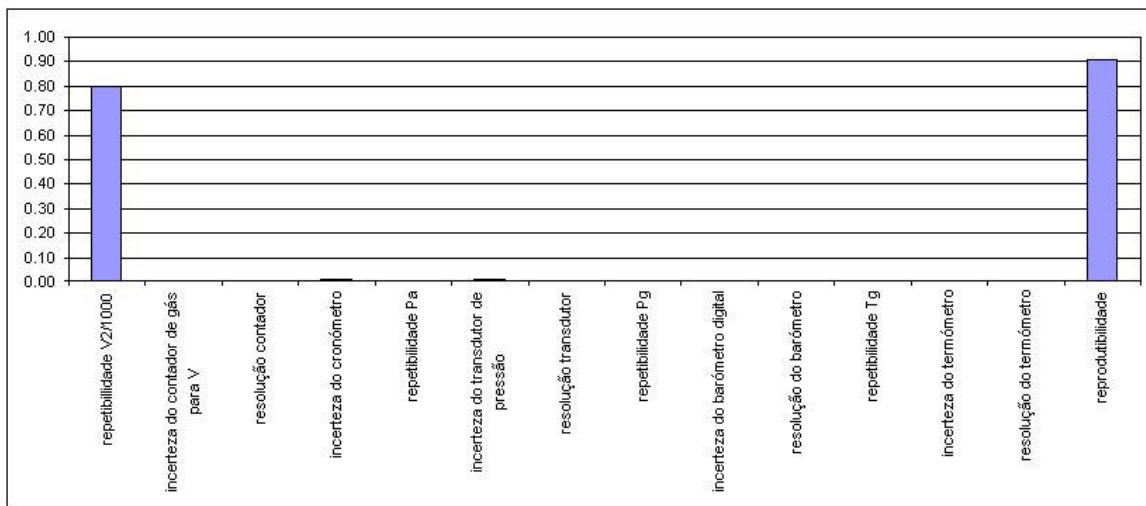
Amostra do ensaio



Amostra da 1ª simulação



Amostra da 2ª simulação



Relativamente à amostra da 2ª simulação verifica-se o maior caudal térmico e a maior incerteza expandida, o que se deve mais uma vez ao aumento da incerteza relativa à repetibilidade de $V_2/1000$ e à incerteza relativa à reprodutibilidade. Como se pode verificar comparando os três gráficos anteriores.

O aumento da incerteza relativa à repetibilidade de $V_2/1000$ deve-se ao facto de V_2 depender do valor de V_i e V_f , onde V_i é o valor registado no contador de gás antes de iniciar o ensaio e V_f é o valor no contador de gás após o ensaio. Ao proceder à simulação, em ambos os casos, de V_i e V_f considera-se o desvio padrão das 3 medições efectuadas para cada um dos casos, sendo este desvio padrão bastante elevado, o que se vai verificar novamente na amostra simulada. Quando se calcula a diferença $V_f - V_i$, verifica-se uma grande variação deste valor nas 3 medições, mesmo que se subtrai o menor valor de V_i ao menor valor de V_f e o maior valor de V_i ao maior de V_f .

Para ultrapassar este problema podia pensar-se em simular directamente V_2 , mas os valores de V_1 e V_i , individuais, vão ser necessários para calcular V que por sua vez vai ser necessário para calcular dh .

Podia-se então pensar-se em simular directamente V esquecendo os volumes anteriores, mas neste caso ainda se verifica uma grande dispersão que só vai ser atenuada quando se dividir este valor pelo tempo de ensaio.

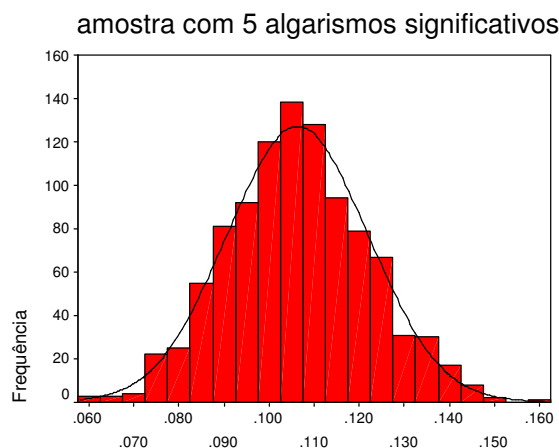
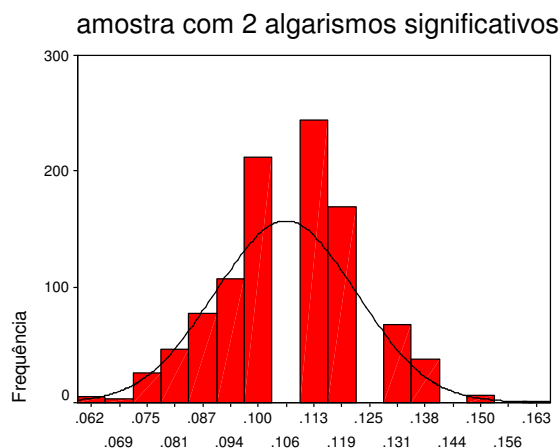
4.3.2 – Determinação da distribuição da incerteza (testes à normalidade)

Para a determinação da distribuição da incerteza simularam-se amostras de tamanho 1000 para cada uma das variáveis intervenientes no cálculo da incerteza, utilizando o MATLAB (programa em ANEXO VIII), e obteve-se assim uma amostra de tamanho 1000 para cada incerteza de cada ensaio. Os ensaios para os quais se estudou a distribuição da incerteza foram o da verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás (diâmetro interno) e no ensaio da medição da dureza Rockwell.

Efectuou-se o estudo para amostras com 2 e 5 algarismos significativos.

4.3.2.1 – Verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás (diâmetro interno)

Análises exploratórias dos histogramas relativos a cada uma das amostras, complementadas pelos testes de normalidade de *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* com a correcção de Lilliefors, *Anderson-Darling*, revelam que as distribuições das amostras com 2 algarismos significativos não tendem a seguir uma distribuição normal, o que não é corroborado pelo teste de *David*. Relativamente à amostra com 5 algarismos significativos, todos os testes de normalidade revelam uma tendência para a distribuição da amostra seguir uma distribuição normal à excepção do teste de *Anderson-Darling*.



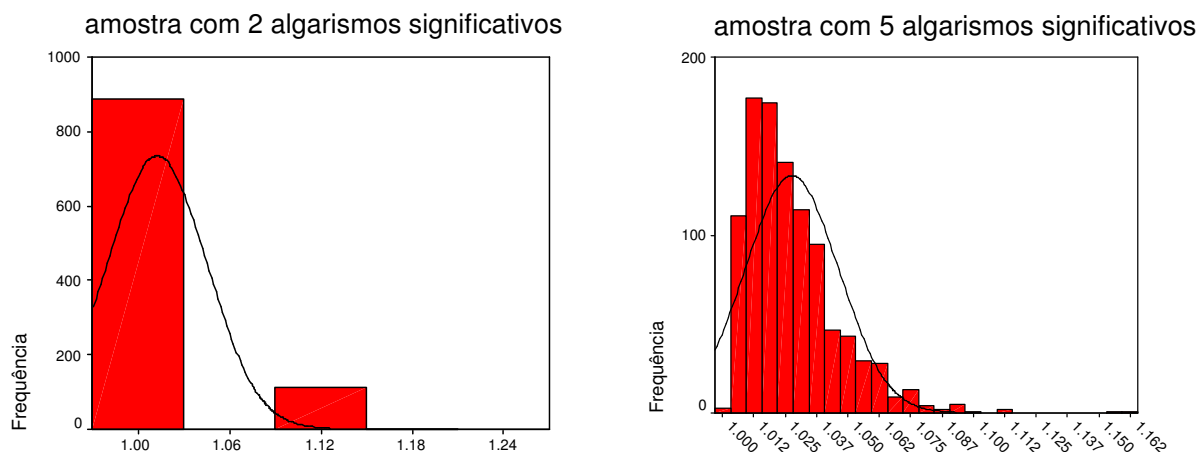
		Amostra com 2 algarismos significativos	Amostra com 5 algarismos significativos
Kolmogorov-Smirnov¹⁹	Estatística	0,127	0,022
	p	0,000	0,200
Anderson-Darling	Estatística (AD)	11,677	0,416
	p	<0,005	0,332
David	Limite inferior	5,92	5,92
	Estatística (A)	6,31	6,38
	Limite superior	7,11	7,11

Denote-se que o teste de *David* aceita a normalidade com valores no meio do intervalo de aceitação e o teste de *Anderson-Darling* rejeita a amostra com 5 algarismos significativos com um valor muito próximo do limite de aceitação, 0,332 e AD = 0,416.

4.3.2.2 – Determinação da dureza de Rockwell

Mais uma vez a análise exploratória dos histogramas relativos a cada uma das amostras é complementada pelos testes de normalidade de *Kolmogorov-Smirnov* (K-S) com a correcção de Lilliefors, *Anderson-Darling* e *David*, que revelam que as distribuições das amostras com 2 e 5 algarismos significativos não tendem a seguir uma distribuição normal, o que só não é corroborado pelo teste de *David* para a distribuição da amostra com 2 algarismos significativos.

¹⁹ Considerou-se que uma distribuição segue a normal sempre que a significância de qualquer um destes testes seja superior a um α (isto é, $p > 0,05$).



A comparação dos histogramas com a curva de frequências da normal, mostra que existem desvios entre as duas distribuições. De facto, no centro das distribuições, as amostras apresentam valores abaixo da normal e nas abas apresentam valores mais elevados do que a normal, indicando também que a dispersão das duas distribuições é diferente.

		Amostra com 2 algarismos significativos	Amostra com 5 algarismos significativos
Kolmogorov-Smirnov²⁰	Estatística	0,525	0,101
	p	0,000	0,000
Anderson-Darling	Estatística (AD)	317,024	24,674
	p	<0,005	<0,005
David	Limite inferior	5,92	5,92
	Estatística (A)	6,12	8,79
	Limite superior	7,11	7,11

²⁰ Considerou-se que uma distribuição segue a normal sempre que a significância de qualquer um destes testes seja superior a um α (isto é, $p > 0,05$).

CAPÍTULO 5

ALGUMAS CONCLUSÕES

Com a edição de novas normas para a acreditação de laboratórios, estes têm de trabalhar no sentido de adaptarem o seu sistema às novas exigências da norma. Uma dessas exigências diz respeito ao cálculo das incertezas de medição nos ensaios, que é um passo importante em vários aspectos. Um deles diz respeito à possibilidade de tentativa de melhoria da qualidade dos resultados obtidos, uma vez que, analisando a contribuição relativa de cada fonte de incerteza poder-se-á intervir directamente no procedimento de ensaio no sentido de minimizar a incerteza associada à medição.

Outro aspecto será a possibilidade dada ao cliente de ter uma percepção quantitativa da qualidade dos resultados obtidos, que é um aspecto benéfico para a sua análise dos resultados. A apresentação da incerteza associada à medição também pode funcionar como uma mais valia do laboratório. Um dado conjunto de laboratórios a efectuar o mesmo tipo de ensaios a melhor escolha será aquele que apresenta a menor incerteza.

A procura de métodos alternativos para avaliação não deve ser descurada pois há muitas incertezas na avaliação das incertezas. Assim, prosseguiu-se este trabalho a avaliar as incertezas das incertezas.

Listamos em seguida as principais conclusões para cada ensaio:

Relativamente aos resultados obtidos nas incertezas dos ensaios, verificou-se que nos ensaios da área do gás as componentes que mais influenciam a incerteza padrão combinada são a repetibilidade de algumas medições e a reprodutibilidade, ou seja, as fontes que estão mais directamente relacionadas com o operador. Nos ensaios realizados a aparelhos domésticos para preparação de alimentos e a aparelhos de cozinha profissional, existe outra fonte de incerteza que tem uma contribuição considerável para a incerteza padrão combinada que é a incerteza do termómetro de contacto usado para medir a temperatura do gás.

No ensaio de determinação da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos em tubos de borracha para gás a componente que mais influencia a incerteza padrão combinada é a repetibilidade, que na medição da mistura absorvida se deve à amostra 2 (apesar de ser a amostra mais pequena foi a que teve maior absorção, o que pode ter a ver com a irregularidade com que a superfície fica ao ser cortada com um x-acto) e na medição da matéria extraída se deve à amostra 5. Uma das ilações que se podem retirar deste ensaio é que a percentagem de absorção e extracção não depende do tamanho da amostra (desde que superior a 2 g) uma vez que a amostra 1 era consideravelmente maior que as outras.

No ensaio de choque em provete entalhado Charpy, mais uma vez a maior fonte de incerteza é a repetibilidade que é efectuada usando provetes diferentes, embora com as mesmas características estruturais, uma vez que este ensaio é destrutivo.

Nos ensaios de tracção, nomeadamente na determinação do limite elástico verifica-se, contrariamente à determinação da tensão de cedência e de rotura, que não é a incerteza da máquina a componente que mais contribui para a incerteza padrão combinada, pois a força de ensaio é consideravelmente menor e a incerteza da máquina de ensaio depende da força.

No ensaio da verificação das características dimensionais de acessórios em ferro fundido maleável roscado efectuaram-se medições à dimensão do topo ao eixo, topo a topo e à dimensão mínima das faces, nas duas primeiras medições sempre que é utilizado o paquímetro, a incerteza que lhe está associada é a que mais contribui para a incerteza padrão combinada; nos casos em que se usa o graminho, a maior fonte de incerteza é a da repetibilidade, devido ao facto da incerteza associada ao paquímetro ser muito maior que a incerteza do graminho. Na dimensão mínima das faces, apesar de ser utilizado o paquímetro a maior fonte de incerteza é a repetibilidade.

Contrariamente aos ensaios anteriormente mencionados, no ensaio ao indicador e dispositivo de indicação de pressão todas as fontes de incerteza consideradas contribuem significativamente para a incerteza padrão combinada, não se verifica uma discrepância tão grande de uma componente para as outras. Neste caso se retirar ou alterar uma das fontes de incerteza verifica-se uma considerável alteração na incerteza padrão combinada, enquanto que nos outros ensaios se alterar uma das fontes de incerteza que menos contribui para a incerteza padrão combinada não se verificar grandes alterações ou até mesmo não se verifica alteração nenhuma.

Fazendo um estudo comparativo entre as incertezas em termos percentuais de todos os ensaios do Laboratório de Ensaios de Materiais e Produtos, pode-se concluir que os ensaios que têm maior incerteza expandida (%) são os ensaios a tubos de borracha para gás, na medição da concentricidade entre o diâmetro interior e o diâmetro exterior ($\cong 8\%$); os ensaios de tracção, na determinação do limite elástico ($\cong 4,8\%$), tanto em provetes cilíndricos como em rectangulares; e na calibração da máquina de choque com provetes Charpy (4% - 8%, conforme o padrão utilizado). Por outro lado, os ensaios que têm menor incerteza expandida (%), são os ensaios a torneiras sanitárias, a acessórios de canalização em ferro fundido maleável e a tubos de aço-inoxidável que têm valores $\leq 1\%$. Na área do gás as maiores incertezas expandidas obtêm-se na medição da combustão. É de salientar a diferença de incerteza que se verifica no ensaio dimensional

em tubos de borracha relativamente aos tubos de aço-inoxidável devido aos tubos de borracha serem muito mais sensíveis à força do operador e facilmente perderem a circularidade (tornarem-se achatados).

No geral verificou-se, em quase todos os ensaios, que a maior fonte de incerteza é a repetibilidade, uma forma do CATIM tentar melhorar esta situação é usar todos os tempos mortos para fazer repetições dos ensaios que não sejam extremamente caros e tentar se possível aumentar o tamanho das amostras (número de repetições) . E posteriormente proceder à actualização das folhas de cálculo. Actualização essa que também deve ser efectuada cada vez que se calibra ou se substitui algum dos instrumentos de medição.

No dia a dia, em que há a necessidade de prestar o apoio aos clientes e responder às suas solicitações o mais eficiente e rapidamente possível, nem sempre se encontra tempo disponível para tratar de certos pormenores burocráticos. A participação, apesar de indirectamente, na auditoria como estagiária permitiu verificar que a realização de uma auditoria, quer seja realizada interna ou externamente, permite a revisão de todo o sistema implementado. Essa revisão permitiu a actualização de certos itens e alertou para determinados requisitos que, por qualquer motivo alheio ao trabalho diário, não se tinha dedicado a atenção devida. Outro ponto de realce, é o facto de que realmente se verifica, que a revisão efectuada por uma terceira entidade independente do organismo auditado, consegue detectar e evidenciar aspectos que à partida sendo de fácil detecção, não foram detectados pelo pessoal do laboratório, de certa maneira “viciados no sistema”. As auditorias são, sem dúvida, uma ferramenta da melhoria contínua.

Cremos ter cumprido os objectivos do ponto de vista do CATIM pela formação que fornecemos a outros técnicos (com a Dr^a Nélia Lopes) na RELACRE (Associação dos Laboratórios Acreditados de Portugal) em Lisboa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Guia para a expressão da incerteza de medição nos Laboratórios de calibração, IPQ – Maio de 1998
- [2] BIPM / IEC / IFCC / ISO / IUPAC / IUPAP / OIML, *Guide to the expression of uncertainty in measurement*, Edição revista de 1995
- [3] Cohen, E.R., and Taylor, B.N., 1987, *The 198 CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants*, J. Res. National Bureau of Standards, Vol. 92/2, pp.85.
- [4] Guia EURACHEM / CILAC “*Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement*”, Abril de 2000.
- [5] Quantificação da incerteza nas medições analíticas, versão em Português do Guia Eurachem/CITAC, tradução e adaptação da 2ª edição (2000), Outubro de 2001
- [6] Guia EURACHEM / RELACRE 1, “*Exemplos de cálculos de incertezas*”, Setembro de 2002.
- [7] ISO 6506-1, Metallic Materials. Brinell hardness test. Part 1: Test method; 1999
- [8] ISO 6507-1, Metallic Materials. Vickers hardness test. Part 1: Test method; 1997
- [9] J. M. Juran. *Juran's Quality Control, Handbook*, fourth edition. McGraw-Hill Publishing Company
- [10] CATIM. *Manual da Qualidade – Parte A*, 8ª edição, 2002
- [11] Hoaglin, David C.; Mosteller, Frederick; Tukey, John W., *Análise Exploratória de Dados: Técnicas Robustas*, Um Guia, Edições Salamandra, 1983
- [12] Mosteller, Frederick; Rourke, R.E.K., *Estatísticas Firmes*, Edições Salamandra, 1973
- [13] ENV 13005, *Guide pour l'expression de l'incertitude e mesure*, 1999
- [14] ISO 10012, *Measurement management systems – Requirements for measurement processes and measuring equipment*, 2003
- [15] ISO 5725-2:1994 (E), Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 2: Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method
- [16] ISO GUM, Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) – Supplement 1: Numerical methods for the propagation of distributions, 2004

- [17] Vocabulário Internacional de Metrologia, IPQ – Junho de 1996
- [18] Documento EA-4/02 (antigo EAL-R2), *Expression of the uncertainty of measurement in calibration*, Dezembro de 1999.
- [19] Guia IPQ Lab / G05 “*Guia para aceitação de incertezas em laboratório de ensaios*”, 1995.
- [20] Coleman, Hugh W.; Steele, W. Glenn, *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*, second edition, A Wiley-Interscience Publication.
- [21] Murteira, Bento; Ribeiro, Carlos Silva; Silva, João Andrade; Pimenta, Carlos, *Introdução à Estatística*, Mc Graw Hill, 2002.
- [22] LAB/G05 - Guia para a aceitação de incertezas em laboratórios de ensaio.
- [23] LAB/G06 - Guia para a aceitação de incertezas em laboratórios de calibração.
- [24] Oliveira, Tiago (1992). “*O acaso é a única coisa que não acontece por acaso*” Matemática e Cultura I – Coordenação de J. Furtado Coelho. Centro Nacional de Cultura, Edições Cosmos, Lisboa.

ANEXOS

ANEXO I – Demonstração para a fórmula da variância experimental da média

Sendo estatisticamente clássico é um exemplo da contribuição da autora para a disponibilização de material de apoio.

Considerem-se n quantidades de entrada correlacionadas entre si, obtidas por repetição de medições. A sua média é dada por $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, com X_i uma variável aleatória.

Seja $\bar{X} = \frac{X_1}{n} + \frac{X_2}{n} + \dots + \frac{X_n}{n}$ como sendo a quantidade de saída e se lhe aplicar a lei da propagação das incertezas, tem-se:

$$u_c^2(\bar{X}) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{1}{n}\right)^2 u^2(x_2) + \dots + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times u(x_i, x_j)$$

sendo ρ o coeficiente de correlação linear entre 2 variáveis, $\rho(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \times u(x_j)}$ e

$u(x_i) = \sigma$ (desvio padrão da população), pode-se escrever a equação anterior da seguinte forma

$$u^2(\bar{X}) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 n\sigma^2 + n(n-1) \frac{1}{n^2} \sigma^2 r = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{n-1}{n} \times \sigma^2 r$$

Nota: se as observações obtidas por repetibilidade forem independentes, tem-se $r = 0$ e

$$u^2(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}, \text{ logo } u(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

ANEXO II²¹ - Lei da Propagação das Incertezas

Considere-se a quantidade de saída $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ que depende de N quantidades de entrada $x_1, x_2, \dots, x_N$, onde cada x_i é descrito por uma distribuição de probabilidade apropriada. O desenvolvimento de f em torno do valor esperado de x_i , $E(x_i) = \mu_i$, na série de Taylor de 1ª ordem para pequenas variações de y em volta de μ_y em função das pequenas variações de x_i em volta de μ_i ,

$$y - \mu_y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \mu_i)$$

onde todos os termos de maior ordem são desprezáveis e $\mu_y = f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$. O

quadrado do desvio $y - \mu_y$ é então dado por $(y - \mu_y)^2 = \left[\sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \mu_i) \right]^2$, o qual pode

ser escrito por

$$(y - \mu_y)^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (x_i - \mu_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j).$$

O valor esperado do quadrado do desvio $(y - \mu_y)^2$ é a variância de y , que é, $E[(y - \mu_y)^2] = u^2(y)$, e assim a equação anterior fica,

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) \rho_{ij} \quad (1)$$

Nesta expressão, $u^2(x_i) = E[(x_i - \mu_i)^2]$ é a variância de x_i e $\rho_{ij} = u(x_i, x_j) / u(x_i)u(x_j)$ é o coeficiente de correlação de x_i e x_j onde $u(x_i, x_j) = E[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)]$ é a covariância entre x_i e x_j .

Na terminologia tradicional, a equação anterior é frequentemente chamada a “lei geral da propagação dos erros”, uma terminologia que é melhor aplicada para a

expressão da forma $\Delta y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$, onde Δy é a variação em y devido a pequenas

variações Δx_i em x_i . De facto, é também apropriado chamar à equação (1) a lei da propagação das incertezas, pois esta mostra como as incertezas das quantidades de entrada x_i combinadas, dados os desvios padrões das distribuições de probabilidade de x_i , dá a incerteza da quantidade de saída, se se considerar a incerteza do desvio padrão da distribuição de probabilidade de y .

²¹ Usou-se [2, pagina 47]

Nota:

1 – quando as grandezas de entrada não são correlacionadas, os termos da covariância são nulos, a lei da propagação das incertezas fica:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$$

2 – quando as grandezas de entrada são correlacionadas a covariância $u(x_i, x_j)$ pode ser estimada por três métodos:

1º método: estimação das covariâncias por estimação de um coeficiente de correlação

Considere-se $u(x_i, x_j) = \rho(x_i, x_j) \times u(x_i) \times u(x_j)$. Uma solução prática consiste em fazer variar ρ nos valores extremos, -1, 0, +1 e observar os valores da incerteza sobre y , e por segurança e prudência, tomar para o valor da incerteza o mais elevado.

2º método: estimação das covariâncias por cálculo dos seus termos

Considerem-se duas grandezas de entrada correlacionadas X_i e X_j que são estimadas pelas suas médias $\overline{x_i}$ e $\overline{x_j}$ determinadas a partir de n pares independentes de observações simultaneamente repetidas, assim os termos da covariância experimental são:

$$u(x_i, x_j) = s(\overline{x_i}, \overline{x_j}) \text{ com } s(\overline{x_i}, \overline{x_j}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \overline{x_i})(x_{j,k} - \overline{x_j})$$

3º método: estimação das covariâncias por examinação dos termos comuns às duas grandezas de entrada

Na prática, as grandezas de entrada estão frequentemente correlacionadas porque na avaliação dos respectivos valores é utilizado o mesmo padrão, instrumento de medição, dado de referência ou método que possui uma incerteza insignificativa. Sem perda de generalidade, suponha que duas grandezas de entrada X_i e X_j , estimadas por x_i e x_j dependem de um conjunto de variáveis independentes Q_i ($i=1, 2, \dots, L$)

$$X_i = g_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

$$X_j = g_j(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

embora algumas destas variáveis possam não aparecer necessariamente em ambas as funções. As estimativas x_i e x_j das grandezas de entrada serão, de alguma forma,

correlacionadas mesmo que as estimativas q_l ($l=1, 2, \dots, L$) sejam não correlacionadas. A covariância estimada $u(x_i, x_j)$ associada com x_i e x_j é dada por:

$$u(x_i, x_j) = \sum_{l=1}^L c_{il} c_{jl} u^2(q_l)$$

em que c_{il} e c_{jl} são os coeficientes de sensibilidade derivados das funções g_i, g_j .

ANEXO III-A – Incerteza do Indicador e dispositivo de indicação de pressão

Equipamento utilizado

- transdutor de pressão²²
- papel milimétrico
- cronómetro

Princípio do ensaio

Numa panela de pressão em que se montou um transdutor de pressão:

- 1 – enche-se 50 % da sua capacidade nominal com água;
- 2 – coloca-se a panela sobre uma fonte de calor, até que esta atinja a pressão de regulação indicada pelo fabricante;
- 3 – observa-se a actuação do dispositivo durante 5 min;

O ensaio é repetido três vezes. Durante esses 5 min os níveis de pressão são marcados automaticamente num papel milimétrico com um marcador. O marcador tem uma certa grossura, o que vai transferir para as medições um determinado erro. Para determinar a incerteza das leituras, efectuou-se ao longo da parte crescente da linha quatro medições, com um paquímetro, da grossura da linha em cada um dos três ensaios. Os resultados foram os seguintes:

milímetros			
	1º ensaio	2º ensaio	3º ensaio
	0,71 mm	0,85 mm	0,80 mm
	0,68 mm	0,88 mm	1,00 mm
	0,64 mm	0,83 mm	0,98 mm
	0,65 mm	0,93 mm	0,97 mm
média	0,67 mm	0,87 mm	0,94 mm

O estudo foi efectuado para duas escalas diferentes:

- escala: 0,25 V/cm (divisão: 0,004 bar e resolução: 0,002 bar)
- escala: 0,5 V/cm (divisão: 0,008 bar e resolução: 0,004 bar).

Só se apresenta aqui o estudo para a escala 0,25 V/cm, para a outra escala o procedimento é análogo.

²²Ver anexo IV

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza do transdutor de pressão
- Incerteza devido ao erro relativo máximo
- Incerteza devido ao erro da marcação no papel milimétrico
- Incerteza devido à resolução do papel milimétrico

Incerteza do transdutor de pressão

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do transdutor de pressão, sob a forma de $U = \pm 0,0015$ bar. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza - padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2,09 ($k=2,09$), então, a incerteza padrão é :

$$u = \frac{0,0015}{2,09} = 0,0007 \text{ bar}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do transdutor de pressão, é:

$$C_i = 1$$

Erro relativo máximo

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), pois esta-se a usar o erro relativo máximo, que é de 0,29%.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,29}{\frac{100}{\sqrt{3}}} \times 0,5 = 0,0008 \text{ bar}$$

O coeficiente de sensibilidade, é:

$$C_i = 1$$

Resolução do papel milimétrico

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), a resolução é de 0,002 bar.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,002}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 0,0006 \text{ bar}$$

O coeficiente de sensibilidade, é:

$$C_i = 1$$

Erro na marcação do papel

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R). Neste caso, separaram-se os três ensaios, pois a grossura do marcador é diferente.

Assim, as incertezas padrão são:

$$u_1 = \frac{0,67}{\sqrt{3}} \times 0,004 = 0,0008 \text{ bar}$$

$$u_2 = \frac{0,87}{\sqrt{3}} \times 0,004 = 0,0010 \text{ bar}$$

$$u_3 = \frac{0,94}{\sqrt{3}} \times 0,004 = 0,0011 \text{ bar}$$

Os coeficientes de sensibilidade, são:

$$C_i = 1$$

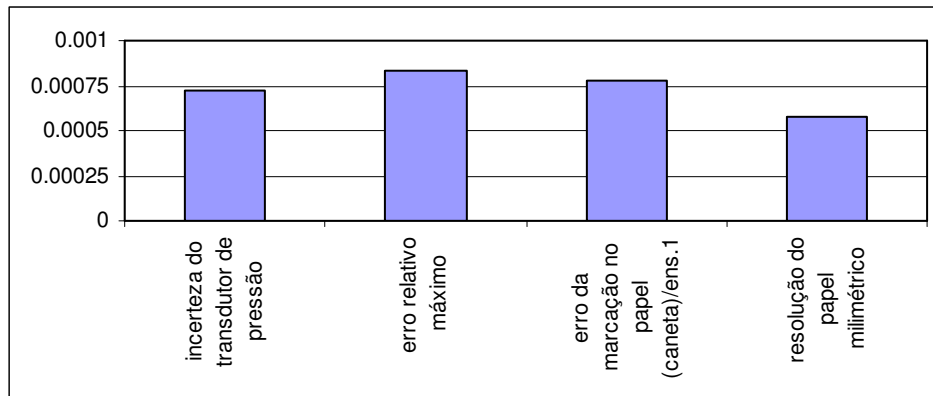
Resumindo os cálculos, feitos anteriormente, resulta:

• **ensaio – 1:**

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
Incerteza do transdutor de pressão	B-N	0,0007 bar	1	$5,15 \times 10^{-7} \text{ bar}^2$	50
Erro relativo máximo	B-R	0,0008 bar	1	$7,01 \times 10^{-7} \text{ bar}^2$	∞
Erro da marcação no papel milimétrico/ensaio 1	B-R	0,0008 bar	1	$5,99 \times 10^{-7} \text{ bar}^2$	∞
Resolução do papel milimétrico	B-R	0,0006 bar	1	$3,33 \times 10^{-7} \text{ bar}^2$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico pode-se verificar que o erro máximo absoluto é a componente que acarreta mais incerteza, mas sendo as quatro componentes da mesma ordem de grandeza.

Usando o quadro anterior, calcula-se a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 2,15 \times 10^{-6} \text{ bar}$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{2,15 \times 10^{-6} \text{ bar}} = 0,0015 \text{ bar}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 869,31$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0015) = \pm 0,0029 \text{ bar}$$

Procedendo de forma análoga para o ensaio 2 e o ensaio 3, tem-se respectivamente:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0016) = \pm 0,0032 \text{ bar}$$

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0017) = \pm 0,0033 \text{ bar}$$

Analogamente para a escala 0,5 V/cm, tem-se:

- **ensaio – 1:**

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0035) = \pm 0,007 \text{ bar}$$

- **ensaio – 2:**

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0036) = \pm 0,007 \text{ bar}$$

- **ensaio – 3:**

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2 \times 0,0035) = \pm 0,007 \text{ bar}$$

ANEXO III-B – Incerteza da verificação das características dimensionais em tubos de aço inoxidável

1 – Diâmetro Exterior

Equipamento utilizado

- paquímetro
- fita métrica

Princípio do ensaio

O ensaio da medição do diâmetro exterior consiste em efectuar duas medições, desfazadas de 90° (figura 4 a)), em três zonas do tubo (figura 4 b)):

- extremidades (no espaço entre 10 mm e 3×Diâmetro Exterior);
- aproximadamente no centro do tubo

Usando as maxilas de exteriores do paquímetro.

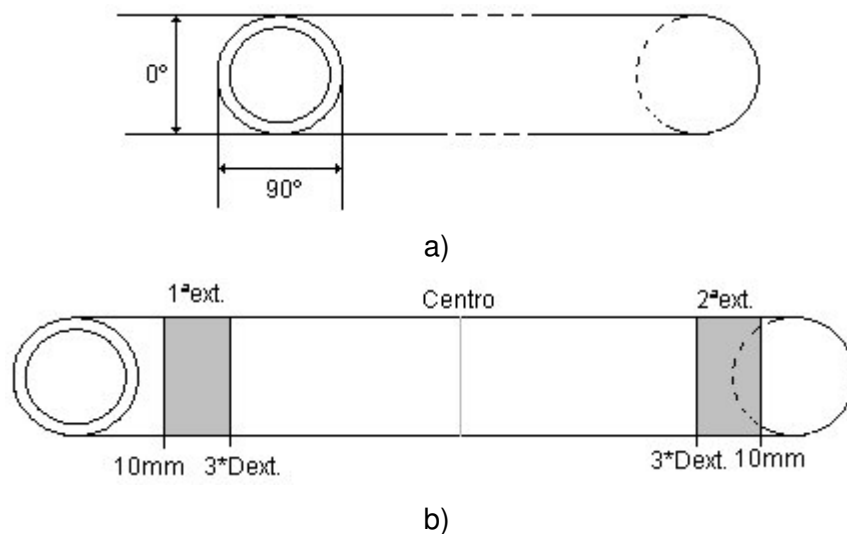


Figura 1 – Diagrama exemplificativo do princípio do ensaio

O ensaio foi efectuado em dois tubos, um com diâmetro (ϕ) de 28 mm e o outro com diâmetro (ϕ) de 15 mm.

Resultado das medições efectuadas ϕ 28 mm

medição nº	1ªext. 0º (mm)	1ªext. 90º (mm)	centro 0º (mm)	centro 90º (mm)	2ªext. 0º (mm)	2ªext. 90º (mm)
1	28,09	27,95	28,05	27,98	27,97	28,15
2	28,09	27,95	28,05	27,97	27,97	28,15
3	28,09	27,95	28,05	27,99	27,97	28,16
4	28,09	27,96	28,04	27,99	27,96	28,15
5	28,09	27,96	28,05	27,98	27,97	28,15
média	28,09	27,95	28,05	27,98	27,97	28,15
s²	$2,27 \times 10^{-13}$	$3,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$	$7,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$
s	$4,77 \times 10^{-7}$	$5,48 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$	$8,37 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$

 ϕ 15 mm

medição nº	1ªext. 0º (mm)	1ªext. 90º (mm)	centro 0º (mm)	centro 90º (mm)	2ªext. 0º (mm)	2ªext. 90º (mm)
1	15,01	14,99	15,04	14,96	15,08	15,04
2	15,01	14,98	15,04	14,97	15,07	15,05
3	15,00	14,98	15,04	14,96	15,07	15,05
4	15,01	14,99	15,04	14,96	15,07	15,05
5	15,01	14,99	15,04	14,96	15,07	15,04
média	15,01	14,99	15,04	14,96	15,07	15,05
s²	$2,00 \times 10^{-5}$	$3,00 \times 10^{-5}$	$5,68 \times 10^{-14}$	$2,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$	$3,00 \times 10^{-5}$
s	$4,47 \times 10^{-3}$	$5,48 \times 10^{-3}$	$2,38 \times 10^{-7}$	$4,47 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$	$5,48 \times 10^{-3}$

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade das medições
- Incerteza devida ao EMA do paquímetro
- Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

O procedimento para o cálculo das incertezas é análogo ao da verificação dimensional em tubos de borracha para gás (ver secção 3.1.1). Usam-se as maxilas de exteriores do paquímetro, que têm um EMA de 0,02. E os valores da incerteza da reprodutibilidade são os seguintes:

	1ªext. 0º	1ªext. 90º	centro 0º	centro 90º	2ªext. 0º	2ªext. 90º
ϕ 15 mm	0,0462 mm	0,0485 mm	0,0312 mm	0,0139 mm	0,0450 mm	0,0404 mm
ϕ 28 mm	0,0450 mm	0,0577 mm	0,0277 mm	0,0277 mm	0,0520 mm	0,0346 mm

Portanto, os diâmetros exteriores, são:

φ 28 mm

1ª extremidade, 0º = 28,09 ± 0,09 mm

1ª extremidade, 90º = 27,95 ± 0,12 mm

centro, 0º = 28,05 ± 0,06 mm

centro, 90º = 27,98 ± 0,06 mm

2ª extremidade, 0º = 27,97 ± 0,11 mm

2ª extremidade, 90º = 28,15 ± 0,07 mm

A título de referência, as tolerâncias especificadas na norma de ensaio, EN 10312-2002²³, para o diâmetro externo nominal de 28 mm, são 27.86 mm para diâmetro mínimo e 28.14 mm para diâmetro máximo.

φ15 mm

1ª extremidade, 0º = 15,01 ± 0,10 mm

1ª extremidade, 90º = 14,99 ± 0,10 mm

centro, 0º = 15,04 ± 0,07 mm

centro, 90º = 14,96 ± 0,04 mm

2ª extremidade, 0º = 15,07 ± 0,09 mm

2ª extremidade, 90º = 15,05 ± 0,08 mm

As tolerâncias especificadas na norma de ensaio, EN 10312-2002, para o diâmetro externo nominal de 15 mm, são 14,90 mm para o diâmetro mínimo e 15,10 mm para o diâmetro máximo.

2 – Espessura

Princípio do ensaio

O ensaio para a medição da espessura de tubos de aço-inoxidável consiste em efectuar duas medições desfasadas de 90º, em cada extremidade do tubo, tendo o cuidado de que nenhuma se efectue no cordão de soldadura. Efectuar de seguida uma medição em cada extremidade sobre o cordão de soldadura, usando o micrómetro de pontas redondas.

²³ EN 10312-2002 – “Welded stainless tubes for the conveyance of aqueous liquids including water for human consumption – Technical delivery conditions”

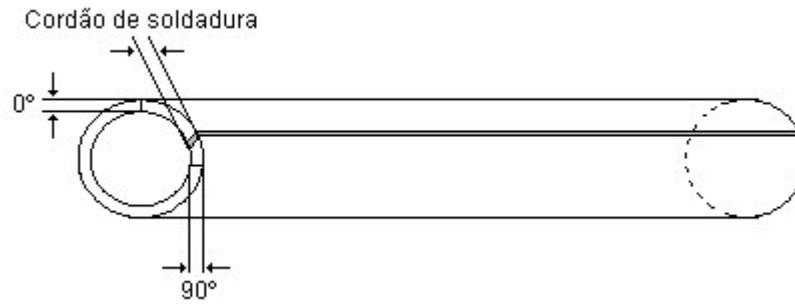


Figura 5 – Diagrama exemplificativo do princípio do ensaio

O ensaio foi efectuado nos mesmos tubos do ensaio da medição do diâmetro exterior.

Resultado das medições efectuadas

ϕ 28 mm

medição nº	1ªext. 0º	1ªext. 90º	2ªext. 0º	2ªext. 90º	Cordão de soldadura	
					1ªext.C.S.	2ªext.C.S.
1	0,82	0,82	0,81	0,82	0,82	0,81
2	0,82	0,82	0,82	0,84	0,82	0,82
3	0,83	0,82	0,81	0,83	0,81	0,81
4	0,83	0,82	0,81	0,82	0,81	0,81
5	0,83	0,82	0,81	0,82	0,81	0,81
média	0,83	0,82	0,81	0,83	0,81	0,81
s^2	$3,00 \times 10^{-5}$	0,00	$2,00 \times 10^{-5}$	$8,00 \times 10^{-5}$	$3,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$
s	$5,48 \times 10^{-3}$	0,00	$4,47 \times 10^{-3}$	$8,94 \times 10^{-3}$	$5,48 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$

ϕ 15 mm

medição nº	1ªext. 0º	1ªext. 90º	2ªext. 0º	2ªext. 90º	Cordão de soldadura	
					1ªextrem.	2ªextrem.
1	0,64	0,64	0,64	0,64	0,65	0,64
2	0,64	0,64	0,64	0,63	0,65	0,65
3	0,64	0,64	0,64	0,64	0,66	0,64
4	0,63	0,64	0,63	0,65	0,65	0,64
5	0,64	0,64	0,63	0,64	0,65	0,64
média	0,64	0,64	0,64	0,64	0,65	0,64
s^2	$2,00 \times 10^{-5}$	0,00	$3,00 \times 10^{-5}$	$5,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$
s	$4,47 \times 10^{-3}$	0,00	$5,48 \times 10^{-3}$	$7,07 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$	$4,47 \times 10^{-3}$

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade das medições
- Incerteza devida ao micrómetro²⁴
- Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

²⁴ Ver anexo IV

O procedimento para o cálculo das incertezas é análogo ao da medição do diâmetro exterior. Com a diferença que em vez de se usar um paquímetro usa-se um micrómetro.

Incerteza do micrómetro

Trata-se de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do micrómetro, sob a forma de $U = \pm 2 \mu\text{m}$, com factor de expansão, $k=2,52$, o qual para uma distribuição-t com $v_{ef}=6$ graus de liberdade efectivos corresponde a uma probabilidade de, aproximadamente, 95%.

Assim, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{2}{2,52} = 0,0009 \text{ mm}$$

E os valores da incerteza da reprodutibilidade são os seguintes:

	1ªext. 0º	1ªext. 90º	centro 0º	centro 90º	Cordão de Soldadura	
					1º ext.	2ªext.
φ15 mm	0,0219 mm	0,0092 mm	0,0058 mm	0,0139 mm	0,0266 mm	0,0254 mm
φ 28 mm	0,0092 mm	0,0266 mm	0,0335 mm	0,0277 mm	0,0277 mm	0,0219 mm

Portanto, as espessuras, são:

φ 28 mm

1ª extremidade, 0º = $0,83 \pm 0,02$ mm

1ª extremidade, 90º = $0,82 \pm 0,05$ mm

centro, 0º = $0,81 \pm 0,07$ mm

centro, 90º = $0,83 \pm 0,06$ mm

1ª extremidade, C.S. = $0,81 \pm 0,06$ mm

2ª extremidade, C.S. = $0,81 \pm 0,04$ mm

φ15 mm

1ª extremidade, 0º = $0,64 \pm 0,04$ mm

1ª extremidade, 90º = $0,64 \pm 0,02$ mm

centro, 0º = $0,64 \pm 0,01$ mm

centro, 90º = $0,64 \pm 0,03$ mm

1ª extremidade, C.S. = $0,65 \pm 0,05$ mm

2ª extremidade, C.S. = $0,64 \pm 0,05$ mm

ANEXO III-C – Incerteza da verificação das características dimensionais de acessórios em ferro fundido maleável roscado

Equipamento utilizado²⁵

- paquímetro
- graminho traçador
- plano em ferro fundido

Princípio do ensaio

Este ensaio consiste na verificação de algumas características dimensionais e construtivas em amostras de acessórios de canalização em ferro fundido maleável roscados.

LARGURA MÍNIMA DAS FACES

Esta verificação dimensional foi efectuada somente em alguns acessórios (N8-2"×1 ¼", P4-3", U1 1", U11-3/4" e UA12-1 ¼").

Medições efectuadas

medição nº	N8-2"×1 ¼"	P4-3"	U1 1"	U11-3/4"	UA12-1 ¼"
1	10,80	18,13	16,65	16,00	18,37
2	10,82	18,17	16,58	15,92	18,37
3	10,87	18,16	16,51	16,00	18,32
4	10,74	18,18	16,30	15,99	18,35
5	10,77	18,22	16,37	15,83	18,34
6	10,97	18,19	16,51	15,85	18,36
média (mm)	10,83	18,22	16,49	15,93	18,35
s ² (mm ²)	0,0068	0,0009	0,0170	0,0060	0,0004
s (mm)	0,0823	0,0302	0,1303	0,0773	0,0194

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade nas medições
- Incerteza do paquímetro de 150 mm

Procedendo da mesma forma como se procedeu na secção 4.5.1, para a determinação da incerteza na medição do diâmetro exterior em tubos de aço-inoxidável, no sentido de se considerarem as mesmas fontes de incerteza, e têm-se as seguintes incertezas expandida:

²⁵ Ver anexo IV

Acessórios	k	estimativa	Incerteza expandida	Limite especificado na norma ²⁶
N8-2"×1 ¼"	2,65	10,83 mm	± 0,10 mm	> 7 mm
P4-3"	2,20	18,22 mm	± 0,04 mm	> 7,5 mm
U1-1"	2,87	16,49 mm	± 0,16 mm	> 6 mm
U11-3/4"	2,65	15,93 mm	± 0,09 mm	> 5,5 mm
UA12-1 ¼"	2,07	18,35 mm	± 0,03 mm	> 6,5 mm

Como os valores para a largura mínima das faces são superiores aos limites especificados, estes acessórios estão conformes para este critério.

DIMENSÃO TOPO A TOPO

Mais uma vez esta verificação dimensional também foi efectuada somente em alguns acessórios (B1-3/8", C1-1 ¼", M2-3/4", N8-2×1 ¼", P4-3", U1-1" e U11-3/4").

Medições efectuadas

medição nº	B1-3/8" (mm)	C1-1 ¼" (mm)		M2-3/4" (mm)	N8-2"×1 ¼" (mm)	P4-3" (mm)	U1-1" (mm)	U11-3/4" (mm)
		1 a 3	2 a 4					
1	50,17	89,01	88,83	37,58	68,05	20,13	54,78	52,46
2	50,18	88,8	88,75	37,69	68,17	19,95	55,05	52,51
3	50,20	88,70	88,82	37,63	68,13	20,90	54,98	52,48
média (mm)	50,18	88,84	88,80	37,63	68,12	20,33	54,94	52,48
s² (mm²)	0,0002	0,0250	0,0019	0,0030	0,0037	0,2546	0,0196	0,0006
s (mm)	0,0153	0,1582	0,0436	0,0551	0,0611	0,5046	0,1401	0,0252
u(xi)	0,0088	0,0913	0,0252	0,0318	0,0353	0,2913	0,0809	0,0145

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade nas medições
- Incerteza do paquímetro de 150 mm
- Incerteza do graminho traçador
- Incerteza do plano de ferro fundido

Cálculo da incerteza-padrão relativa ao graminho traçador

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que nos é fornecido pelo certificado de calibração do graminho traçador, sob a forma de $u = 8,7 \mu\text{m}$. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza-padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2,02 ($k=2,02$), portanto, a incerteza-padrão é:

²⁶ NP EN 10242 (Acessórios de Ferro fundido maleável roscado – Características dimensionais e construtivas, do material e segurança de funcionamento)

$$u = \frac{8,7}{2,02} = 0.0043 \text{ mm}$$

Cálculo da incerteza-padrão relativa ao plano de ferro fundido

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que nos é fornecido pelo certificado de calibração do plano, sob a forma de $u = 1 \text{ } \mu\text{m}$. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza-padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2 ($k=2$), portanto, a incerteza-padrão é:

$$u = \frac{1}{2} = 0.0005 \text{ mm}$$

Relativamente à repetibilidade e ao paquímetro, as incertezas são calculadas como na secção anterior.

O coeficiente de sensibilidade relativo as 5 fontes de incerteza, é:

$$C_i = 1$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente, num quadro resulta:

Acessórios		Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	$u(x_i)$ (mm)	Ci	$u_i^2(y)$ (mm ²)	grau de liberdade
B1-3/8”		repetibilidade	A	0,0088	1	$7,78 \times 10^{-5}$	4
		E.M.A. paquímetro	B-R	0,0115	1	$1,33 \times 10^{-4}$	∞
C1-1 ¼”	1 a 3	repetibilidade	A	0,0913	1	$8,34 \times 10^{-3}$	4
		Incerteza graminho	B-N	0,0043	1	$1,85 \times 10^{-5}$	50
		Incerteza do plano	B-N	0,0005	1	$2,50 \times 10^{-7}$	50
	2 a 4	repetibilidade	A	0,0252	1	$6,33 \times 10^{-4}$	4
		Incerteza graminho	B-N	0,0043	1	$1,85 \times 10^{-5}$	50
		Incerteza do plano	B-N	0,0005	1	$2,50 \times 10^{-7}$	50
		M2-3/4”		repetibilidade	A	0,0318	1
Incerteza graminho	B-N			0,0043	1	$1,85 \times 10^{-5}$	50
Incerteza do plano	B-N			0,0005	1	$2,50 \times 10^{-7}$	50
Incerteza graminho	B-N			0,0043	1	$1,85 \times 10^{-5}$	50
Incerteza do plano	B-N			0,0005	1	$2,50 \times 10^{-7}$	50

P4-3"	repetibilidade	A	0,2913	1	$8,49 \times 10^{-2}$	4
	E.M.A. paquímetro	B-R	0,0115	1	$1,33 \times 10^{-4}$	∞
U1-1"	repetibilidade	A	0,0809	1	$6,54 \times 10^{-3}$	4
	Incerteza graminho	B-N	0,0043	1	$1,85 \times 10^{-5}$	50
	Incerteza do plano	B-N	0,0005	1	$2,50 \times 10^{-7}$	50
U11-3/4"	repetibilidade	A	0,0145	1	$2,11 \times 10^{-4}$	4
	Incerteza graminho	B-N	0,0043	1	$1,85 \times 10^{-5}$	50
	Incerteza do plano	B-N	0,0005	1	$2,50 \times 10^{-7}$	50

Acessórios		<i>k</i>	Estimativa	Incerteza expandida	Limites especificados na norma ²⁷
B1-3/8"		2,09	31,18	$\pm 0,030$ mm	32 ± 2 mm
C1-1 1/4"	1 a 3	2,87	88,84	$\pm 0,26$ mm	90 ± 3 mm
	2 a 4	2,87	88,80	$\pm 0,073$ mm	90 ± 3 mm
M2-3/4"		2,87	37,63	$\pm 0,092$ mm	39 ± 2 mm
N8-2"×1 1/4"		2,87	68,12	$\pm 0,10$ mm	$68 \pm 2,5$ mm
P4-3"		2,87	20,33	$\pm 0,84$ mm	> 19 mm
U1-1"		2,87	54,94	$\pm 0,23$ mm	$58 \pm 2,5$ mm
U11-3/4"		2,87	52,48	$\pm 0,044$ mm	$52 \pm 2,5$ mm

Como as dimensões topo a topo estão entre os limites especificados, estes acessórios estão conformes para este critério.

²⁷ NP EN 10242 (Acessórios de Ferro fundido maleável roscado – Características dimensionais e construtivas, do material e segurança de funcionamento)

DIMENSÃO TOPO AO EIXO

Mais uma vez esta verificação dimensional também foi efectuada somente em alguns acessórios (A4-1 ½", B1-3/8", C1-1 ¼", G1-1 ½", G8 1" e UA12-1 ¼").

Resultado das medições efectuadas

medição nº	A4 - 1 ½" (mm)		B1-3/8" (mm)		G1 - 1 ½" (mm)		G8- 1" (mm)		UA12 - 1 ¼" (mm)	
	1 a 2	2 a 1	1 a 3	2 a 3	1 a 2	2 a 1	1 a 2	2 a 1	1 a 2	2 a 1
1	63,45	48,99	25,50	24,98	112,98	113,12	75,96	75,02	48,30	110,61
2	63,54	48,99	25,49	24,99	112,93	113,12	75,94	75,01	48,25	110,60
3	63,57	48,97	25,46	24,95	112,97	113,12	75,92	75,03	48,29	110,61
4	63,55	48,99	25,48	24,98	112,96	113,10	75,94	75,01	48,25	110,62
5	63,56	48,99	25,48	24,95	112,95	113,10	75,96	75,00	48,26	110,62
média (mm)	63,53	48,99	25,48	24,97	112,96	113,11	75,94	75,01	48,27	110,61
s ² (mm ²)	0,0025	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0001	0,0002	0,0002	0,0006	0,0001
s (mm)	0,0500	0,0119	0,0158	0,0176	0,0192	0,0099	0,0156	0,0126	0,0238	0,0119
u(xi)	0,0224	0,0053	0,0070	0,0079	0,0086	0,0044	0,0060	0,0049	0,0106	0,0053
medição nº	C1-1 ¼" (mm)									
	1 a 2	1 a 4	2 a 1	2 a 3	3 a 2	3 a 4	4 a 3	4 a 1		
1	44,77	44,48	44,49	44,83	44,70	44,37	44,51	44,46		
2	44,76	44,47	44,45	44,82	44,71	44,42	44,54	44,43		
3	44,76	44,48	44,46	44,82	44,68	44,38	44,53	44,45		
4	44,76	44,44	44,47	44,82	44,69	44,37	44,54	44,43		
5	44,75	44,45	44,47	44,82	44,70	44,39	44,54	44,45		
média (mm)	44,76	44,46	44,47	44,82	44,69	44,39	44,53	44,44		
s ² (mm ²)	0,0001	0,0004	0,0003	0,0000	0,0001	0,0004	0,0001	0,0002		
s (mm)	0,0086	0,0207	0,0160	0,0068	0,0110	0,0193	0,0110	0,0130		
u(xi)	0,0039	0,0093	0,0071	0,0030	0,0049	0,0086	0,0049	0,0059		

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade nas medições
- Incerteza do graminho traçador
- Incerteza do plano de ferro fundido
- Incerteza do paquímetro

Procedendo como na secção anterior, obtêm-se as seguintes incertezas expandidas:

Acessórios		<i>k</i>	Estimativa	Incerteza expandida	Limites especificados na norma ²⁸
A4 - 1 ½"	1 a 2	2,16	63,53 mm	± 0,070 mm	65 ± 2,5 mm
	2 a 1	2,00	48,99 mm	± 0,048 mm	50 ± 2 mm
B1-3/8"	1 a 3	2,00	25,48 mm	± 0,049 mm	25 ± 1,5 mm
	2 a 3	2,01	24,97 mm	± 0,050 mm	25 ± 1,5 mm
G1 - 1 ½"	1 a 2	2,01	112,96 mm	± 0,050 mm	116 ± 3,5 mm
	2 a 1	2,00	113,11 mm	± 0,048 mm	116 ± 3,5 mm
G8- 1"	1 a 2	2,00	75,94 mm	± 0,049 mm	75 ± 2,5 mm
	2 a 1	2,00	75,01 mm	± 0,048 mm	75 ± 2,5 mm
UA12 - 1 ¼"	1 a 2	2,02	48,27 mm	± 0,052 mm	45 ± 2 mm
	2 a 1	2,00	110,61 mm	± 0,048 mm	107 ± 3,5 mm
C1-1 ¼"	1 a 2	2,00	44,76 mm	± 0,048 mm	45 ± 2 mm
	1 a 4	2,01	44,46 mm	± 0,051 mm	45 ± 2 mm
	2 a 1	2,00	44,47 mm	± 0,049 mm	45 ± 2 mm
	2 a 3	2,00	44,82 mm	± 0,047 mm	45 ± 2 mm
	3 a 2	2,00	44,69 mm	± 0,048 mm	45 ± 2 mm
	3 a 4	2,01	44,39 mm	± 0,050 mm	45 ± 2 mm
	4 a 3	2,00	44,53 mm	± 0,048 mm	45 ± 2 mm
	4 a 1	2,00	44,44 mm	± 0,048 mm	45 ± 2 mm

Todas as dimensões topo ao eixo estão entre os limites especificados à excepção do acessório UA12 – 1 ¼".

²⁸ NP EN 10242 (Acessórios de Ferro fundido maleável roscado – Características dimensionais e construtivas, do material e segurança de funcionamento)

ANEXO III-D – Incerteza de medição na escala de dureza brinell

Princípio do ensaio

O ensaio de dureza Brinell consiste na aplicação de uma força de ensaio (F), através de um penetrador esférico (esfera de metal duro, com diâmetro, D), na superfície da amostra e medição do diâmetro da impressão deixada na superfície após remoção da força de ensaio, F .

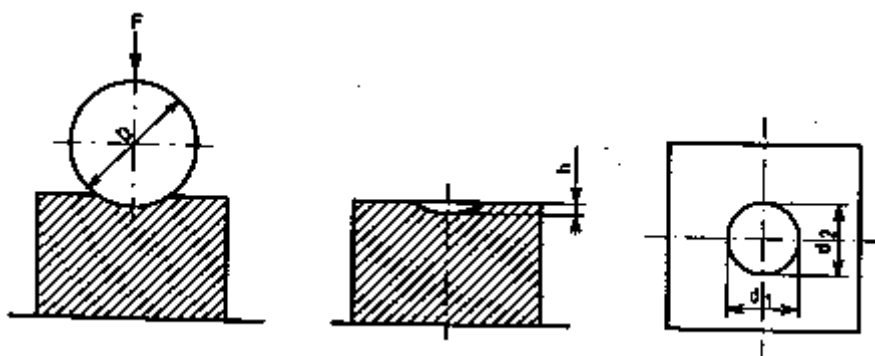


Figura 1 - Princípio do ensaio da dureza Brinell [7]

O valor de dureza Brinell é proporcional ao quociente obtido entre a força de ensaio e a área da superfície curva da impressão. Assume-se que a impressão é esférica, com um raio correspondente a metade do diâmetro da esfera do penetrador.

Símbolo	Designação
D	Diâmetro da esfera, em mm
F	Força de ensaio, em Newton
d	Diâmetro médio da impressão, em mm
h	Profundidade da impressão, em mm $h = \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2}$
HWB	$HWB = 0,102 \times \frac{2F}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)} \quad (1)$

CÁLCULO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO ASSOCIADA À CALIBRAÇÃO DE DUREZA BRINELL 2,5/187,5

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade
- Incerteza devida à resolução do equipamento
- Incerteza devida ao padrão

A calibração do durómetro efectua-se para três padrões diferentes, para expor o procedimento para o cálculo das incertezas na calibração usa-se somente os dados do **padrão 108 HBW**, para os outros padrões o procedimento é análogo.

Incerteza devida à repetibilidade

Efectuaram-se 5 medições separadamente, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Portanto, tem-se:

	Diagonal média (mm)	Dureza medida (HBW)
1ª leitura	1,432	106,00
2ª leitura	1,444	104,00
3ª leitura	1,444	104,00
4ª leitura	1,450	103,00
5ª leitura	1,438	105,00
Média	1,442	104,00
	Variância	1.30
	Desvio padrão	1.14
	Incerteza padrão $u(x_i)$	0,51 HBW

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da repetibilidade, é:

$$C_i = 1$$

Incerteza devida ao padrão utilizado

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que nos é fornecida pelo certificado de calibração do padrão, sob a forma de $U = \pm 1,00 \text{ HBW}$. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza - padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2,00 ($k=2,00$), então, a incerteza padrão é :

$$u = \frac{1,00}{2,00} = 0,50 \text{ HBW}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do padrão, é:

$$C_i = 1$$

Incerteza devida à resolução do aparelho indicador

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), sendo “2a” = 0,01 mm

Assim, a incerteza - padrão é:

$$u = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 2,89 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da resolução do aparelho indicador é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a d ,

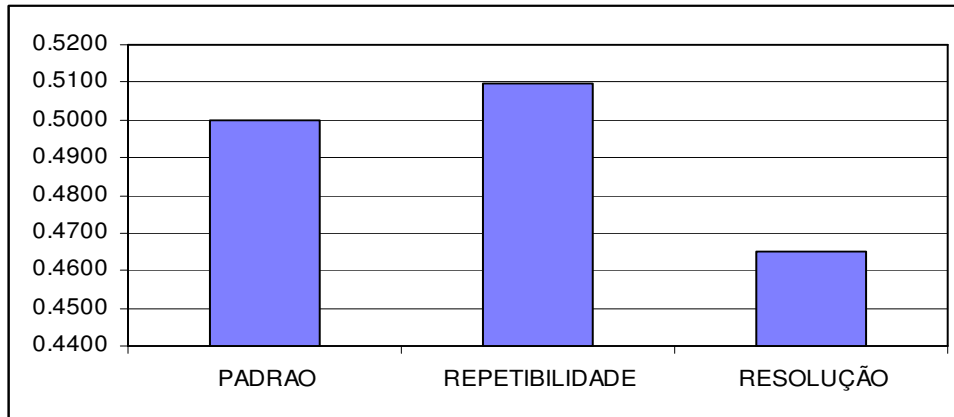
$$C_i = \frac{\partial HBW}{\partial d} = - \frac{0,204 \times d \times F}{\pi \times D \times \sqrt{D^2 - d^2} \times \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)^2} = -161 \text{ kg} / \text{mm}^3$$

Resumindo estes dados num quadro, tem-se:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
Padrão	B-N	0,50 HBW	1	2.50×10^{-3}	50
Repetibilidade	A	0,51 HBW	1	2.60×10^{-1}	4
Resolução	B-R	$2.89 \times 10^{-3} \text{ mm}$	-161 kg/mm ³	2.16×10^{-1}	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico pode-se verificar que as incertezas da repetibilidade e do padrão são as dominantes.

Usando o quadro anterior, calcula-se a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 0,726$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{0,726} = 0,85$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 29,1$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k= 2,09$

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2,09$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,09 \times 0,85) \% = \pm 1,8 \text{ HBW}$$

CÁLCULO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO ASSOCIADO AO ENSAIO DE DUREZA BRINELL 2,5/187,5

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à calibração da máquina de ensaio
- Incerteza devida à resolução do aparelho indicador
- Incerteza devida à repetibilidade das medições efectuadas

Medições efectuadas

	Diagonal média (mm)	Dureza medida (HBW)
1ª leitura	1,432	106,00
2ª leitura	1,444	104,00
3ª leitura	1,444	104,00
4ª leitura	1,450	103,00
5ª leitura	1,438	105,00
Média	1,442	104,00
	Variância	1,30
	Desvio padrão	1,14
	Incerteza padrão $u(x_i)$	0,51 HBW

Procedendo como em ensaios anteriores, a incerteza da repetibilidade é uma incerteza Tipo A, com uma incerteza padrão anteriormente mencionada na tabela e a incerteza da calibração é uma incerteza Tipo B-N, com a incerteza da calibração da secção anterior, obtém-se assim a seguinte incerteza expandida:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,07 \times 0,99) \% = \pm 2,1 \text{ HBW}$$

Assim, o valor de dureza é:

$$\text{Dureza} = 104 \pm 2,1 \text{ HBW}$$

ANEXO III-E – Incerteza de medição na escala de dureza vickers

Princípio do ensaio

No ensaio de dureza de Vickers é aplicada uma força de ensaio (F) à superfície de um provete, através de um penetrador em diamante (pirâmide de base quadrangular, com um ângulo de 136° entre as faces opostas relativamente ao vértice) e medição do comprimento das diagonais da impressão deixada na superfície após remoção da força de ensaio, F .

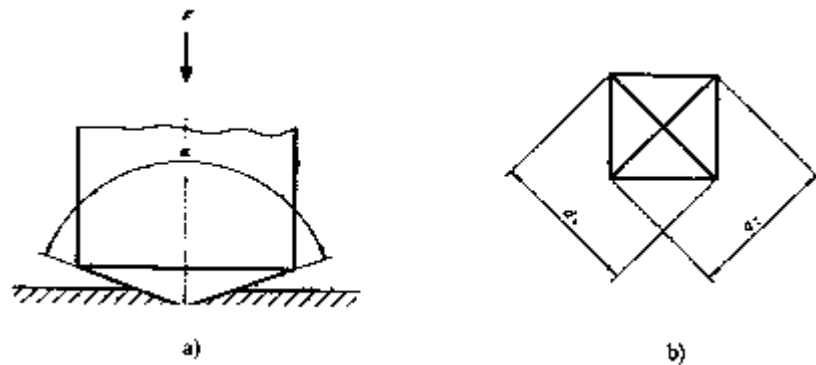


Figura 1: a) Penetrador (pirâmide de diamante); b) Impressão de dureza Vickers [8]

A dureza é proporcional ao quociente obtido entre a força de ensaio e a área da impressão de dureza resultante, a qual se assume ser uma pirâmide de base quadrada, tendo no vértice o mesmo ângulo que o penetrador.

Símbolo	Designação
α	Ângulo entre faces opostas no vértice do penetrador piramidal (136°)
F	Força de ensaio, em Newton
D	Média aritmética, em mm, do comprimento das duas diagonais d_1 e d_2
HV	$HV = 0,102 \times \frac{2F \sin\left(\frac{136^\circ}{2}\right)}{d^2} = 0,1891 \times \frac{F}{d^2} \quad (1)$

A dureza Vickers é designada pelo símbolo HV precedido pelo valor da dureza e completado por um número representativo da Força de ensaio (ex.: $640 HV 30$). Quando o número representativo da força de ensaio é menor que 1, considera-se que se está a medir uma microdureza. O procedimento para o cálculo das incertezas é igual qualquer que seja a força exercida.

CÁLCULO DA INCERTEZA DA MEDIÇÃO ASSOCIADA À CALIBRAÇÃO DA ESCALA DE DUREZA VICKERS

O cálculo do valor da incerteza de medição associada à calibração da escala de Vickers é semelhante ao cálculo anteriormente demonstrado para a escala de dureza Brinell, uma vez que ambos os valores de dureza, dependem da medição dos diâmetros e das diagonais de impressão, respectivamente para a escala de Brinell e Vickers, excepto no que diz respeito ao cálculo da contribuição da resolução do aparelho indicador. Caso o valor da medição seja fornecida em unidades de comprimento (mm), o coeficiente de sensibilidade, C_i , é determinado a partir da derivada parcial da função de dureza; ora tratando-se de escalas de dureza diferentes, a função a partir da qual o valor de dureza é determinado, consequentemente também é diferente [7].

Assim sendo, para o cálculo da contribuição da resolução para a incerteza global, tem-se que:

Quando o valor da medição é fornecido em unidades de comprimento (mm)

$$C_i = \frac{\partial HV}{\partial d} = -0,3782 \times \frac{F}{d^3}$$

em que d é o valor da diagonal média da impressão e F a força de ensaio.

(ver um exemplo em ANEXO XII)

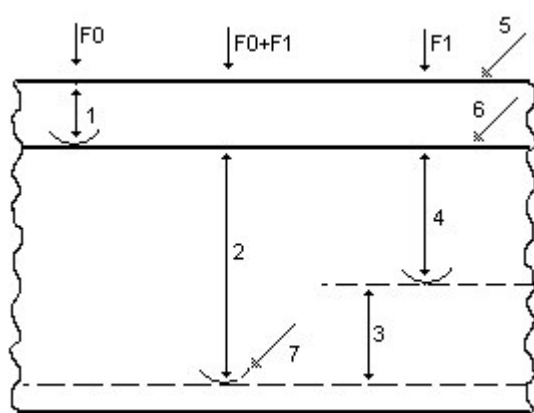
CÁLCULO DA INCERTEZA DA MEDIÇÃO ASSOCIADA AO ENSAIO DE DUREZA VICKERS

O cálculo da incerteza de medição associada ao ensaio de dureza Vickers é em todo semelhante ao cálculo anteriormente apresentado para a escala de dureza Brinell.

ANEXO III-F – Incerteza de medição na escala de dureza Rockwell

Princípio do ensaio

No ensaio de dureza de Rockwell é aplicada uma força de ensaio (F) à superfície de um provete, através de um penetrador (cone de diamante 120° , esfera em aço ou metal duro) em duas etapas segundo condições específicas. Medição da profundidade de penetração permanente (h) remanescente após a remoção da força de ensaio adicional e sob a força de ensaio preliminar.



medição
7. Posição do penetrador

Legenda:

1. Profundidade de penetração após a aplicação da força inicial F_0
2. Profundidade de penetração após a aplicação da força força adicional F_1
3. Recuperação elástica do material imediatamente após a remoção da força adicional F_1
4. Profundidade de penetração permanente h
5. Superfície da amostra
6. Plano de referência para a

Figura 1 - Diagrama exemplificativo do princípio de ensaio de Dureza Rockwell

CÁLCULO DA INCERTEZA DA MEDIÇÃO ASSOCIADA À CALIBRAÇÃO DA ESCALA DE DUREZA ROCKWELL

O estudo das incertezas foi efectuado para duas escalas de dureza Rockwell, B e C (HRB e HRC , respectivamente), que diferem no tipo de penetrador e na força de ensaio. Para a dureza HRB , usa-se um penetrador em esfera de diâmetro 1,5875 mm e uma força de 980,7 N, enquanto que para a dureza HRC usa-se um penetrador de diamante de forma cônica e aplica-se uma força de 1,471 kN.

Também na escala de dureza Rockwell o cálculo do valor da incerteza de medição associada à calibração é semelhante ao cálculo para a escala de dureza Brinell. Como as

medições são directas os coeficientes de sensibilidade são iguais a 1 [ver um exemplo em ANEXO XIII].

CÁLCULO DA INCERTEZA DA MEDIÇÃO ASSOCIADA AO ENSAIO DE DUREZA ROCKWELL

Mais uma vez, o cálculo da incerteza de medição associada ao ensaio de dureza Rockwell é em todo semelhante ao cálculo anteriormente apresentado para a escala de dureza Brinell.

ANEXO III-G – Incerteza de medição no ensaio de choque em provete entalhado Charpy

Princípio do ensaio

O ensaio de choque em provetes Charpy (entalhes em U ou em V) de materiais metálicos consiste na rotura do provete biapoado nas extremidades, com o entalhe a meio, mediante o choque de um martelo pendular, sob certas condições de ensaio. Determina-se a energia absorvida, em Joules, pelo provete até à rotura. Esta energia absorvida caracteriza a resistência ao choque do material ensaiado.

CÁLCULO DA INCERTEZA DA VERIFICAÇÃO INDIRECTA DE UMA MÁQUINA DE ENSAIOS DE CHOQUE (CALIBRAÇÃO)

Este método consiste na determinação da energia absorvida na rotura dos provetes Charpy provenientes de lotes cuja energia de rotura é conhecida.

Para cada nível de energia verificado, devem ser ensaiados 5 provetes.

A verificação foi efectuada em três níveis de energia diferentes. Vai-se fazer a exposição do procedimento para o cálculo da incerteza só para um dos níveis de energia, 78 J (nos outros níveis de energia procede-se da mesma forma).

Medições efectuadas

Padrão: 78 J	
1ª leitura	78
2ª leitura	79
3ª leitura	80
4ª leitura	80
5ª leitura	83
média	80
variância	3,50
desvio padrão	1,87

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade das medições
- Incerteza devida ao padrão
- Incerteza devida à resolução

A incerteza da repetibilidade é uma incerteza Tipo A com uma incerteza padrão de 0,0367 J, a incerteza do padrão é uma incerteza Tipo B-N, pois é dada pelo certificado de calibração do padrão e é de 1,25 J, e por fim, a incerteza da resolução é uma incerteza Tipo B-R e é de 0,2887 J.

Os coeficientes de sensibilidade são iguais a 1.

Procedendo-se como em ensaios anteriores, tem-se a seguinte incerteza expandida:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,09 \times 1,53) \text{ J} = \pm 3,2 \text{ J}$$

Portanto a energia absorvida na rotura dos provetes Charpy é de $80 \pm 3,2 \text{ J}$.

CÁLCULO DA INCERTEZA DA VERIFICAÇÃO INDIRECTA DE UMA MÁQUINA DE ENSAIOS DE CHOQUE (ENSAIO)

Os provetes podem ser retirados de 3 zonas diferentes do material metálico (cordão de soldadura, zona termicamente atingida e material base). O procedimento para o cálculo das incertezas é igual nos 3 casos.

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devida à repetibilidade
- Incerteza devida à resolução

Retirando a incerteza do padrão, o procedimento é análogo ao da calibração. Vai-se analisar o caso referente a **provetes retirados da zona termicamente atingida**.

Medições efectuadas

	Energia absorvida
proвете 1	126 J
proвете 2	126 J
proвете 3	128 J
média	127 J
variância	1,33
desvio padrão	1,15

Cálculo da incerteza expandida

Fonte de Incerteza	Tipo de avaliação (A ou B) e Distribuição	Valor da Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente de sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
Repetibilidade	A	0,6667 J	1	0,4440 J ²	2
Resolução	B-R	0,2887 J	1	0,0833 J ²	∞
			$u^2(y) =$	0,53	
			$u(y) =$	0,73	
			$V_{ef} =$	2,82	
			$k =$	4,58	
			Incerteza expandida	$\pm 3,3 \text{ J}$	

Assim, o valor da energia absorvida é:

$$\text{Energia absorvida} = 127 \pm 3,3 \text{ J}$$

ANEXO III-H – Incerteza nas verificações dimensionais em torneiras sanitárias

Equipamento utilizado²⁹

- paquímetro
- graminho traçador
- plano de ferro fundido

Princípio do ensaio

Este ensaio consiste na realização dos testes de acordo com a norma NP EN 200, a torneiras sanitárias misturadoras e misturadoras mecânicas. O estudo das incertezas foi efectuado somente a alguns tipos de torneiras e dentro dessas torneiras só à medição de algumas cotas. O ensaio foi realizado a:

- Torneiras misturadoras para 3 furos montadas em superfícies horizontais;
- Torneira misturadora monobloco para superfícies horizontais;
- Torneira misturadora montada sobre superfícies verticais;
- Torneira misturadora mecânica para montagem em superfícies horizontais;
- Torneira misturadora mecânica para montagens em superfícies verticais.

Identificação das fontes de incerteza

- **Incerteza devida à repetibilidade**

Efectuaram-se 5 medições independentes, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

²⁹ Ver anexo IV

- **Incerteza devida ao paquímetro de 150 mm e ao de 500 mm**

Tratam-se de incertezas Tipo B rectangular (B-R), pois está-se a usar o erro máximo admissível (EMA).

150 mm	Medições de:	E.M.A.	Incerteza padrão
Maxilas de interiores	0 – 100 mm	0,04 mm	$\frac{0,04}{\sqrt{3}} = 0,0231$
	101 – 150 mm	0,05 mm	$\frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,0289$
Maxilas de Exteriores	0 – 100 mm	0,02 mm	$\frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,0115$
	101 – 150 mm	0,03 mm	$\frac{0,03}{\sqrt{3}} = 0,0173$

500 mm	Medições de:	E.M.A.	Incerteza padrão
Máxilas de interiores	0 – 100 mm	0,05 mm	$\frac{0,03}{\sqrt{3}} = 0,0289$
	101 – 500 mm	0,1 mm	$\frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,0577$
Máxilas de Exteriores		0,05 mm	$\frac{0,054}{\sqrt{3}} = 0,0289$

- **Incerteza devida ao graminho traçador**

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que é fornecido pelo certificado de calibração do graminho traçador, sob a forma de $U = 8,7 \mu\text{m}$. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza-padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2,02 ($k=2,02$), portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{8,7}{2,02} = 0,0043 \text{ mm}$$

- **Incerteza devida ao plano de ferro fundido**

Trata-se de uma incerteza Tipo B normal (B-N), que é fornecido pelo certificado de calibração do plano, sob a forma de $U = 1 \mu\text{m}$. Como no certificado a incerteza expandida está expressa pela incerteza-padrão multiplicada por um coeficiente de expansão que é igual a 2 ($k=2$), portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{1}{2} \frac{1000}{2} = 0,0005 \text{ mm}$$

Resumindo todos os resultados numa tabela, tem-se:

Ensaio	Cotas	Instrumentos	k	Estimativa	Incerteza expandida	Limites
Torneira misturadora para três furos e superfícies horizontais (NP EN 200)	B	P_{111}	2,13	10,66 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$> 8 \text{ mm}$
	E	P_{111}, G, P	2,52	76,24 mm	$\pm 0,06 \text{ mm}$	$> 25 \text{ mm}$
	F	P_{111}	2,00	54,68 mm	$\pm 0,02 \text{ mm}$	$> 42 \text{ mm}$
	G	P_{111}	2,37	55,66 mm	$\pm 0,05 \text{ mm}$	$> 45 \text{ mm}$
	H	P_{111}	2,01	25,83 mm	$\pm 0,02 \text{ mm}$	$< 29 \text{ mm}$
	J	P_{111}	2,01	20,87 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$< 33,5 \text{ mm}$
	V	P_{111}	2,32	31,99 mm	$\pm 0,05 \text{ mm}$	$< 32 \text{ mm}$
	D	P_{111}, G, P	2,65	139,36 mm	$\pm 0,10 \text{ mm}$	$> 90 \text{ mm}$
Torneira misturadora monobloco para superfícies verticais (NP EN 200)	G	P_{111}	2,15	49,06 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$> 45 \text{ mm}$
	V	P_{111}	2,15	23,66 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$< 32 \text{ mm}$
	E	P_{111}, P, G	2,32	37,50 mm	$\pm 0,05 \text{ mm}$	$> 25 \text{ mm}$
Torneira misturadora montada sobre superfícies verticais (NP EN 200)	D	P_{111}	2,37	66,76 mm	$\pm 0,05 \text{ mm}$	$> 50 \text{ mm}$
	B	G, P	2,65	22,70 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$> 25 \text{ mm}$
	C	G, P	2,65	2,43 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$> 5 \text{ mm}$
	A	P_{111}, G, P	2,11	121,57 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$> 115 \text{ mm}$
	E	P_{211}, P_{111}	2,01	11,23 mm	$\pm 0,07 \text{ mm}$	$> 5 \text{ mm}$
Torneira misturadora mecânica, montagem em superfícies horizontais (EN817)	G	P_{111}	2,32	45,25 mm	$\pm 0,05 \text{ mm}$	$> 42 \text{ mm}$
	V	P_{111}	2,52	22,72 mm	$\pm 0,07 \text{ mm}$	$< 32 \text{ mm}$
	D	G, P	2,87	102,85 mm	$\pm 0,12 \text{ mm}$	$> 100 \text{ mm}$
	E	P, G, P_{111}	2,00	31,55 mm	$\pm 0,03 \text{ mm}$	$> 25 \text{ mm}$

Ensaio	Cotas	Instrumentos	k	Estimativa	Incerteza expandida	Limites
Torneira misturadora mecânica, montagem superfícies verticais (EN 817)	C	P_{111}	2,20	20,25 mm	$\pm 0,04$ mm	> 15 mm
	G	P_{112}, P_{121}	2,02	149,77 mm	$\pm 0,07$ mm	150 ± 1
	F	$P_{112}, P_{121}, P_{211}, P_{111}$	2,08	172,20 mm	$\pm 0,11$ mm	141 a 160 mm

Legenda:

P_{111} → paquímetro de 150 mm, maxilas de exteriores, medições menores que 100 mm

P_{112} → paquímetro de 150 mm, maxilas de exteriores, medições maiores que 100 mm

P_{121} → paquímetro de 150 mm, maxilas de interiores, medições menores que 100 mm

P_{122} → paquímetro de 150 mm, maxilas de exteriores, medições maiores que 100 mm

P_{211} → paquímetro de 500 mm, maxilas de exteriores, medições menores que 100 mm

P_{221} → paquímetro de 500 mm, maxilas de interiores, medições menores que 100 mm

P_{222} → paquímetro de 500 mm, maxilas de interiores, medições maiores que 100 mm

G → graminho traçador

P → plano de ferro fundido

Relativamente às amostras ensaiadas, verifica-se que todas as cotas estão dentro dos limites especificados à excepção de 3, as cotas B e C da torneira misturadora montada sobre superfícies verticais e a cota F da torneira misturadora mecânica montada sobre superfícies verticais.

ANEXO III-I – Incerteza de medição do rendimento em ensaios em esquentadores

Equipamento utilizado³⁰

- contador de gás
- transdutor de pressão
- barómetro digital
- termómetro
- balança
- cronómetro

Princípio do ensaio

O rendimento é determinado a partir da seguinte expressão, depois de efectuar todas as medições necessárias:

$$\eta(\%) = \frac{\left(\frac{m_f - m_i}{t_{med1}} \right) \times (T_{saída} - T_{entrada}) \times 0,0697 \times 3600}{\left(\frac{V_{fim} - V_{início}}{t_{med2}} \times m + b \right) \times \left(\frac{p_a + p_{entrada} - p_{H_2O}}{1013,25} \right) \times \left(\frac{288,15}{273,15 + T_{gás}} \right) \times H_i} \times 100$$

(1)

onde

m_i – Massa de água inicial na balança, expressa em kg

m_f – Massa de água final na balança, expressa em kg

t_{med1} – Tempo de contagem da água, expresso em min

$V_{início}$ – Contagem do gás no início do ensaio, expressa em l

V_{fim} – Contagem do gás no final do ensaio, expressa em l

T_{med2} – Tempo de contagem do gás, expresso em min

m e b – Correção do caudal de gás em função do contador (m declive da recta, e b a ordenada)

$T_{entrada}$ – Temperatura de entrada da água, expressa em °C

$T_{saída}$ – Temperatura de saída da água, expressa em °C

p_a – Pressão atmosférica no momento do ensaio, expressa em mbar

³⁰ Ver anexo IV

$p_{entrada}$ – Pressão do gás medida na entrada do aparelho, expressa em mbar

p_{h2o} – Pressão de saturação da água à temperatura t_g , expressa em mbar

$T_{gás}$ – Temperatura do gás à entrada do aparelho, expressa em °C

H_i - Poder calorífico inferior do gás de ensaio, expresso em MJ/m³

Medições efectuadas

	$p_{entrada}$ (mbar)	$T_{gás}$ (°C)	$p_{atm.}$ (mbar)	Fluxo gás corr. (l/hora)	$t_{med.2}$ (min.)	$T_{med.corr}$ (°C)	$t_{med.1}$ (min.)	Fluxo água (kg/min.)
	22,00	24,40	1007,80	2742,10	8,20	39,96	7,93	7,63
	22,10	24,70	1007,80	2749,60	8,18	40,25	8,13	7,57
	22,10	24,30	1007,80	2747,10	7,10	39,73	7,08	7,70
média	22,07	24,47	1007,80	2746,27	7,83	39,98	7,71	7,63
variância	0,0033	0,0433	0,0000	14,5833	0,3961	0,0679	0,3108	0,0041
desvio padrão	0,0577	0,2082	0,0000	3,8188	0,6294	0,2606	0,5575	0,0639

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devido à repetibilidade na medição do fluxo de gás
- Incerteza do contador de gás³¹
- Incerteza devido à resolução do contador de gás
- Incerteza do cronómetro para a medição de T_{med2}
- Incerteza devido à repetibilidade na medição de P_a
- Incerteza devido à incerteza do transdutor de pressão
- Incerteza devido à resolução do transdutor de pressão
- Incerteza devido à repetibilidade na medição de $P_{entrada}$
- Incerteza do barómetro digital¹
- Incerteza devido à resolução do barómetro digital
- Incerteza devido à repetibilidade na medição de $T_{med.corr.}$
- Incerteza do termómetro para $T_{med.corr.}$
- Incerteza devido à repetibilidade na medição de $Fluxo_{água}$
- Incerteza da balança¹ para a medição de $m_{água med.}$
- Incerteza do cronómetro para T_{med1}
- Incerteza devido à repetibilidade na medição de T_g
- Incerteza do termómetro

³¹ Ver anexo IV

- Incerteza devido ao operador (reprodutibilidade)

Incerteza devida às repetibilidades

Efectuaram-se 3 medições independentes, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto está-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Assim, tem-se:

	$p_{entrada}$ (mbar)	$T_{gás}$ (°C)	p_a (mbar)	Fluxo gás corr. (l/hora)	$T_{med.corrig}$ (°C)	Fluxo água (kg/min.)
Incerteza-padrão $u(x_i)$	0,03	0,12	0,00	2,20	0,15	0,037

Os coeficientes de sensibilidade relativos às incertezas das repetibilidades na medição de Fluxo gás corr., p_a , $p_{entrada}$, $t_{med.corrig}$, Fluxo água, $T_{gás}$ são respectivamente dados pelas derivadas parciais da equação (1) em ordem a Fluxo gás corr., p_a , $p_{entrada}$, $t_{med.corrig}$, Fluxo água, $T_{gás}$:

$$C_{\text{Fluxo gás corr.}} = -\frac{f_{corr} \times H_i \times P_{\text{útil}}}{Q_{medido}^2 \times 3600} \times 100 = -0,0316$$

$$C_{p_a} = C_{p_{entrada}} = -\frac{\frac{1}{1013,25} \times \text{fluxo}_{gascorr} \times \frac{288,15}{273,15 + T_{gás}} \times H_i \times P_{\text{útil}}}{Q_{medido}^2 \times 3600} \times 100 = -0,0868$$

$$C_{t_{med.corrig}} = \frac{f_{\text{água}} \times 0,0697}{Q_{medido}} \times 100 = 2,1623$$

$$C_{\text{Fluxo água}} = \frac{T_{med.corrig} \times 0,0697}{Q_{medido}} \times 100 = 11,1595$$

$$C_{T_{gás}} = \frac{\frac{288,15}{(273,15 + T_{gás})^2} \times H_i \times \frac{p_a + p_{entrada} - p_{H_2O}}{1013,25} \times f_{gás.corrig} \times P_{\text{útil}}}{Q_{medido}^2 \times 3600} \times 100 = 0,2888$$

Incerteza do contador de gás

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,32 \%$.

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{\frac{0,32}{2} \times V}{100} = 0,52 \text{ litros}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do contador de gás é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a $V_{gás}$ medido:

$$C = \frac{\frac{m \times 60}{t_{med2}} \times f_{corr} \times H_i \times P_{útil}}{Q_{medido}^2 \times 3600} \times 100 = -0,2643$$

Incerteza do cronómetro

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do cronómetro, sob a forma de $U(95\%) = 0,11s$.

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,11}{2} = 9,17 \times 10^{-4} \text{ min}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do cronómetro é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a t_{med2} :

$$C = \frac{\frac{V_f - V_i}{t_{med2}^2} \times 60 \times m \times f_{corr} \times H_i \times P_{útil}}{Q_{medido}^2 \times 3600} \times 100 = 12,0991$$

Incerteza do transdutor de pressão

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,44 \text{ mbar}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,44}{2} = 0,22 \text{ mbar}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do transdutor de pressão é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a p_a .

Incerteza do barómetro digital

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,04 \text{ mbar}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,04}{2} = 0,02 \text{ mbar}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do barómetro digital é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a $p_{entrada}$.

Incerteza do termómetro para $T_{med, corrigido}$

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,085 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,085}{2} = 0,043 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do termómetro é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a $T_{med, corrigida}$.

$$C_i = \pm \frac{f_{\text{água}} \times 0,0697}{Q_{medido}} \times 100 = -2,1622$$

Incerteza da balança para a medição de $m_{\text{água med.}}$

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,01 \text{ kg}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,01}{2} = 0,005 \text{ kg}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza da balança é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a $m_{\text{água med}}$.

$$C_i = \pm \frac{\frac{1}{t_{\text{med}_1}} \times T_{\text{med. corr.}} \times 0,0697}{Q_{\text{medido}}} \times 100 = 1,5762$$

Incerteza do cronómetro

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do cronómetro, sob a forma de $U(95\%) = 0,11 \text{ s}$.

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,11}{2} = 0,001 \text{ min}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do cronómetro é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a t_{med_1} :

$$C_i = \frac{-\frac{m_f - m_i}{t_{\text{med}_1}^2} \times T_{\text{med. corr.}} \times 0,0697}{Q_{\text{medido}}} \times 100 = -12,1332$$

Incerteza do termómetro

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,085 \text{ }^\circ\text{C}$

Como é para 95%, então o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,085}{2} = 0,043 \text{ }^\circ\text{C}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do termómetro é dado pela derivada parcial da equação (38) em ordem a T_g .

Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Para proceder à determinação da reprodutibilidade o ensaio foi efectuado por 3 operadores do sexo masculino.

Como se têm poucas observações considera-se o caso em que a incerteza da reprodutibilidade é uma incerteza Tipo B-R com uma incerteza padrão dada por (ver secção 3.8.2):

$$u(\text{reprodutibilidade}) = \frac{\text{máximo (médias dos operadores)} - \text{mínimo (média dos operadores)}}{\sqrt{3}} = 0,19 \%$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à reprodutibilidade é:

$$C_{\text{reprodutibilidade}} = 1.$$

Incerteza devida às resoluções

As incertezas devidas às resoluções são incertezas do Tipo B-R com incerteza-padrão dada pela resolução a dividir por $\sqrt{12}$, assim os valores das incertezas padrões são os seguintes:

	Contador de gás	Transdutor de pressão	Barómetro
Incerteza-padrão $u(x_i)$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,01}{\sqrt{12}} = 0,0029$

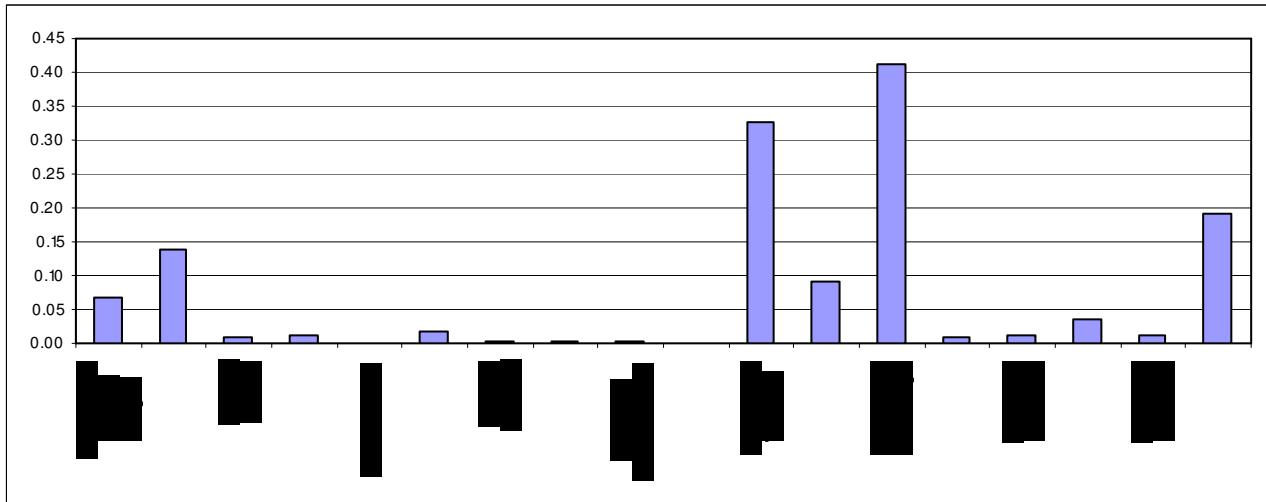
Os coeficientes de sensibilidade relativos às incertezas das repetibilidades na medição de $V_{\text{gás medido}}$, p_a , p_{entrada} são respectivamente dados pelas derivadas parciais da equação (38) em ordem a $V_{\text{gás medido}}$, p_a , p_{entrada} .

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente num quadro, resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade Fluxo gás corrigido	A	2,20 litros/hora	-0,0313	$4,76 \times 10^{-3}$	2
incerteza do contador de gás para V	B-N	0,52 litros	-0,2643	$1,89 \times 10^{-2}$	50
resolução contador	B-R	0,03 litros	-0,2643	$5,82 \times 10^{-5}$	∞
incerteza do cronómetro	B-N	$9,17 \times 10^{-4}$ min	12,0991	$1,23 \times 10^{-4}$	50
repetibilidade p_a	A	0,00 mbar	$-8,59 \times 10^{-2}$	$0,00 \times 10^0$	2
incerteza do transdutor de pressão	B-N	0,22 mbar	$-8,59 \times 10^{-2}$	$3,47 \times 10^{-4}$	50
resolução transdutor	B-R	0,03 mbar	$-8,59 \times 10^{-2}$	$6,15 \times 10^{-6}$	∞
repetibilidade $p_{entrada}$	A	0,03 mbar	$-8,59 \times 10^{-2}$	$8,20 \times 10^{-6}$	2
incerteza do barómetro digital	B-N	0,02 mbar	$-8,59 \times 10^{-2}$	$2,95 \times 10^{-6}$	50
resolução do barómetro	B-R	$2,89 \times 10^{-3}$ mbar	$-8,59 \times 10^{-2}$	$6,15 \times 10^{-8}$	∞
repetibilidade $T_{med,corr}$	A	0,15 °C	2,1622	$1,06 \times 10^{-1}$	2
incerteza do termómetro para $T_{med,corr}$	B-N	0,04 °C	2,1622	$8,44 \times 10^{-3}$	50
repetibilidade Fluxo de água	A	0,037 Kg/min	11,1595	$1,70 \times 10^{-1}$	2
incerteza da balança para $m_{água med.}$	B-N	0,005 Kg	1,5762	$6,21 \times 10^{-5}$	50
incerteza do cronómetro	B-N	0,001 min	-12,1332	$1,24 \times 10^{-4}$	50
repetibilidade T_g	A	0,12 °C	0,2888	$1,20 \times 10^{-3}$	2
incerteza do termómetro	B-N	0,04 °C	0,2888	$1,51 \times 10^{-4}$	50
reprodutibilidade	B-R	0,19 %	1	$3,70 \times 10^{-2}$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico, pode-se verificar, que a incerteza da repetibilidade de $T_{med. corrig.}$ é a dominante, seguida da incerteza da repetibilidade na medição do fluxo do gás, enquanto que as que têm menor incerteza são a resolução do barómetro e a repetibilidade de p_a .

Usando o quadro anterior, calcula-se a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 3,47 \times 10^{-1}$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{3,47 \times 10^{-1}} = 5,89 \times 10^{-1}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 6,01$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k = 2,52$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k = 2,52$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,52 \times 5,89 \times 10^{-1}) = \pm 1,5 \%$$

Portanto, o rendimento é:

$$(85,90 \pm 1,5) \%$$

O aparelho está conforme pois o rendimento obtido é inferior a 89%.

ANEXO III-J – Incertezas no ensaio de sensibilidade do dispositivo à deposição de ferrugem no permutador e no ensaio do defeito do funcionamento do dispositivo

Princípio dos ensaios

- **Ensaio de sensibilidade do dispositivo à deposição de ferrugem no permutador**

O ensaio consiste em verificar se o dispositivo interrompe a chegada de gás ao queimador e ao pavio antes de o teor de CO₂ na câmara de ensaios chegar a 100 ppm.

Simula-se a deposição de ferrugem no permutador usando uma placa perfurada.

- **Ensaio do defeito do funcionamento do dispositivo**

O ensaio consiste em verificar se o dispositivo interrompe a chegada de gás ao queimador e ao pavio antes do teor de CO₂ na câmara de ensaio chegar a 200 ppm.

Simula-se o mau funcionamento do dispositivo obstruindo o dispositivo com um anel e o permutador com uma placa perfurada.

Os teores de CO e CO₂ são registados pelo analisador de CO / CO₂³².

O procedimento para o cálculo das incertezas é o mesmo em ambos os ensaios, assim vai-se descrever somente para o ensaio do defeito do funcionamento do dispositivo.

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devido à repetibilidade na medição de CO e CO₂
- Incerteza do analisador de CO / CO₂
- Incerteza devido à resolução do analisador de CO / CO₂.

Medições efectuadas

	CO (ppm)	CO2 (%)
	19	0,24
	18	0,24
	19	0,25
média	19	0,24
variância	0,3333	$3,33 \times 10^{-5}$
desvio padrão	0,5774	0,0058

³² Ver anexo IV

Vai-se começar por analisar a incerteza na medição do teor de CO.

Incerteza devido à repetibilidade de CO:

Trata-se de uma incerteza Tipo A com uma incerteza padrão de 0,3333 ppm

O coeficiente de sensibilidade relativo ao estudo da repetibilidade da medição do teor de CO é dado por:

$$C_i = 1$$

Incerteza do analisador de CO

A calibração deste aparelho processa-se regulando os valores das concentrações de CO indicados pela análise (garrafas de CO) com os potenciómetros “SPAN” e o zero de CO com os potenciómetros “ZERO”. Repete-se este procedimento até se conseguir os valores pretendidos para “ZERO” e “SPAN”. Ajusta-se uma recta a esses dois valores, e a partir daí qualquer leitura é feita através dessa recta. A concentração de CO definida na garrafa, 1500 ppm, tem uma incerteza de ± 30 ppm, assim a recta mencionada anteriormente pode variar entre as rectas de declive 1470/1500 e 1530/1500, que passam na origem. Portanto para uma dada concentração, C, a resposta instrumental pode variar no intervalo $[1470/1500 \times C; 1530/1500 \times C]$.

Logo a este resultado está associada uma incerteza Tipo B rectangular (B-R) e é dada por:

$$u = \frac{\frac{1530}{1500} \times C - \frac{1470}{1500} \times C}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 0,2155 \text{ ppm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução do analisador de CO é dado por:

$$C_i = 1$$

Incerteza relativa à resolução do analisador de CO

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), sendo “2a” = 1ppm

Assim, a incerteza-padrão é:

$$u = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = 0,2887 \text{ ppm}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução do analisador de CO é dado por:

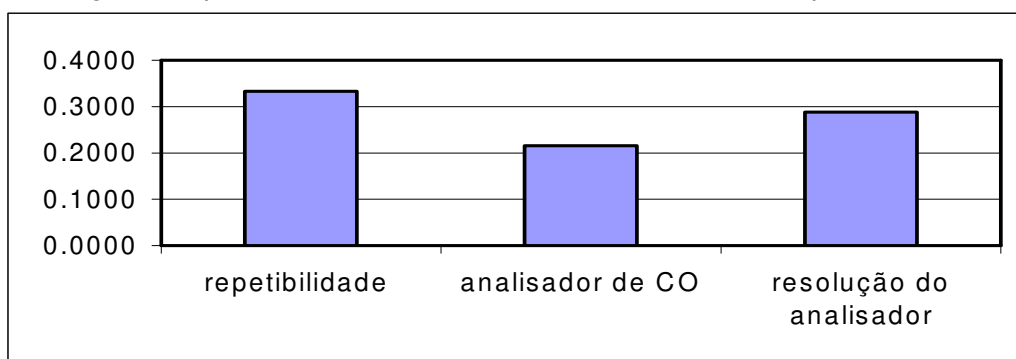
$$C = 1$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente num quadro, resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade na medição de CO	A	0,3333 ppm	1	0,1111 ppm ²	2
Incerteza do analisador de CO	B-R	0,2155 ppm	1	0,0465 ppm ²	∞
resolução do analisador de CO	B-R	0,2887 ppm	1	0,0833 ppm ²	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico, pode-se verificar que todas as componentes contribuem significativamente para a incerteza padrão combinada.

Usando o quadro anterior, calcula-se a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 0,2409 \text{ ppm}^2$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{0,2409 \text{ ppm}^2} = 0,4908 \text{ ppm}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 9,40$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k=2,33$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k=2,33$, logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,33 \times 0,4908 \text{ ppm}) = \pm 1,1 \text{ ppm}$$

Portanto, o teor de CO é:

$$(19 \pm 1,1) \text{ ppm}$$

Procedendo de forma análoga para a determinação da incerteza na medição do teor de CO₂, obtém-se a seguinte incerteza expandida:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,03 \times 0,0034 \%) = \pm 0,01 \%$$

Portanto, o teor de CO₂ é:

$$(0,24 \pm 0,01) \%$$

ANEXO III-L – Incertezas no ensaio de combustão a aparelhos domésticos para preparação de alimentos que utilizam combustíveis gasosos e a aparelhos de cozinha profissional

O ensaio é igual para os dois tipos de aparelhos, por isso vai-se descrever somente o procedimento para o cálculo das incertezas para aparelhos domésticos

Princípio do ensaio

O ensaio consiste em determinar a higieine da combustão em aparelhos de cozinha profissional. Os produtos da combustão são $(CO)_N$ e $(CO_2)_N$.

O teor em percentagem de $(CO)_N$ é dado pela seguinte fórmula:

$$(CO)_N = (CO)_M \times \frac{(CO_2)_N}{(CO_2)_M} \quad (1)$$

onde

$(CO)_N$ – percentagem volumétrica de monóxido de carbono dos produtos da combustão isentos de ar e de vapor de água

$(CO_2)_N$ – percentagem volumétrica de dióxido de carbono dos produtos da combustão isentos de ar e de vapor de água

$(CO)_M$ – percentagem volumétrica de monóxido de carbono medida nas amostras (secas) recolhidas durante o ensaio de combustão

$(CO_2)_M$ – percentagem volumétrica de dióxido de carbono medida nas amostras (secas) recolhidas durante o ensaio de combustão

Os valores em percentagem de $(CO_2)_N$ são dados no quadro seguinte:

Designação do gás	G10	G20	G21	G25	G26	G30	G31
% $(CO_2)_N$	7,6	11,7	12,2	11,5	11,8	14,0	13,7

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devido à repetibilidade de $(CO)_N$
- Incerteza do analisador³³ de $(CO)_M$
- Incerteza devido à resolução do analisador para $(CO)_M$

³³ Ver anexo IV

- Incerteza do analisador de CO_2
- Incerteza devido à resolução do analisador para CO_2
- Incerteza devido à reprodutibilidade

Medições efectuadas

	$(CO)_M(\%)$	$CO_2(\%)$	$(CO)_N(\%)$
	0,0042	3,28	0,02
	0,0048	3,31	0,02
	0,0042	3,13	0,02
média	0,0044	3,24	0,02
variância	$1,20 \times 10^{-7}$	$9,30 \times 10^{-3}$	$1,45 \times 10^{-6}$
desvio padrão	$3,46 \times 10^{-4}$	$9,64 \times 10^{-2}$	$1,20 \times 10^{-3}$

Incerteza devido à repetibilidade

Trata-se de uma incerteza do Tipo A, com uma incerteza-padrão de $6,94 \times 10^{-4} \%$.

O coeficiente de sensibilidade relativo ao estudo da repetibilidade da medição do teor de $(CO)_N$ é dado por:

$$C_i = 1$$

Incerteza relativa ao analisador de $(CO)_M$

A calibração deste aparelho processa-se regulando os valores das concentrações de CO indicados pela análise (garrafas de CO) com os potenciómetros “SPAN” e o zero de CO com os potenciómetros “ZERO”. Repete-se este procedimento até se conseguir os valores pretendidos para “ZERO” e “SPAN”. Ajusta-se uma recta a esses dois valores, e a partir daí qualquer leitura é feita através dessa recta. A concentração de CO definida na garrafa, 400 ppm, tem uma incerteza de $\pm 10,1$ ppm, assim a recta mencionada anteriormente pode variar entre as rectas de declive 389,9/400 e 410,1/400, que passam na origem. Portanto para uma dada concentração, C, a resposta instrumental pode variar no intervalo $[389,9/400 \times C; 410,1/400 \times C]$.

Logo a este resultado está associada uma incerteza Tipo B rectangular (B-R) e é dada por:

$$u = \frac{\frac{410,1}{400} \times C - \frac{389,9}{400} \times C}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 0,0001 \%$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução do analisador de CO é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a $(CO)_M$:

$$C = \frac{(CO_2)_N}{CO_2} = 4,2683$$

Incerteza relativa à resolução do analisador de $(CO)_M$

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), sendo “2a” = 1ppm

Assim, as incertezas-padrão são:

$$u = \frac{\frac{0,0001}{2}}{\sqrt{3}} = 2,89 \times 10^{-5}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução do analisador de CO é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a $(CO)_M$:

$$C = \frac{(CO_2)_N}{CO_2}$$

Incerteza relativa ao analisador de CO_2

A calibração deste aparelho processa-se regulando os valores das concentrações de CO_2 indicados pela análise (garrafas de CO_2) com os potenciômetros “SPAN” e o zero de CO_2 com os potenciômetros “ZERO”. Repete-se este procedimento até se conseguir os valores pretendidos para “ZERO” e “SPAN”. Ajusta-se uma recta a esses dois valores, e a partir daí qualquer leitura é feita através dessa recta. A concentração de CO_2 definida na garrafa, 2,5%, tem uma incerteza de $\pm 0,03 \%$, assim a recta mencionada anteriormente pode variar entre as rectas de declive 2,47/2,5 e 2,53/2,5, que passam na origem. Portanto para uma dada concentração, C, a resposta instrumental pode variar no intervalo $[2,47/2,5 \times C; 2,53/2,5 \times C]$.

Logo a este resultado está associada uma incerteza Tipo B rectangular (B-R) e é

$$\text{dada por: } u = \frac{\frac{2,53}{2,5} \times C - \frac{2,47}{2,5} \times C}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 0,0227\%$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução do analisador de CO_2 é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a CO_2 :

$$C = -\frac{(CO)_M}{(CO_2)^2} \times (CO_2)_N = -0,0055$$

Incerteza relativa à resolução do analisador de CO_2

Trata-se de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), sendo “2a” = 1ppm

Assim, a incerteza-padrão é:

$$u = \frac{\frac{0,01}{2}}{\sqrt{3}} = 2,89 \times 10^{-3}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à resolução do analisador de CO_2 é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a CO_2 :

$$C = \frac{(CO_2)_N}{CO_2}$$

Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Para proceder à determinação da reprodutibilidade o ensaio foi efectuado por 3 operadores do sexo masculino.

Como se têm poucas observações considera-se o caso em que a incerteza da reprodutibilidade é uma incerteza Tipo B-R com uma incerteza padrão dada por (ver secção 3.8.2):

$$\begin{aligned} u(\text{reprodutibilidade}) &= \frac{\text{máximo (médias dos operadores)} - \text{mínimo (média dos operadores)}}{\sqrt{3}} = \\ &= 1,92 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à reprodutibilidade é:

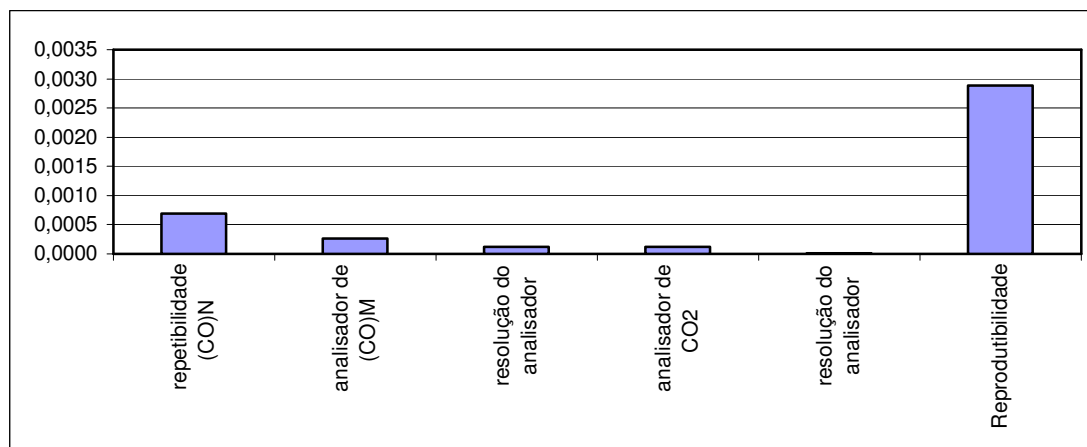
$$C_{\text{reprodutibilidade}} = 1.$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente num quadro, resulta:

Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade $(CO)_N$	A	$6,94 \times 10^{-4}$	1,0000	$4,82 \times 10^{-7}$	2
analizador de $(CO)_M$	B-N	$6,12 \times 10^{-5}$	4,2683	$6,83 \times 10^{-8}$	50
resolução do analisador	B-R	$2,89 \times 10^{-5}$	4,2683	$1,52 \times 10^{-8}$	∞
analizador de CO_2	B-N	$2,27 \times 10^{-2}$	-0,0055	$1,54 \times 10^{-8}$	50
resolução do analisador	B-R	$2,89 \times 10^{-3}$	-0,0055	$2,49 \times 10^{-10}$	∞
reprodutibilidade	B-R	$2,89 \times 10^{-3}$	1,0000	$8,33 \times 10^{-6}$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.



Assim, pela análise do gráfico, pode-se verificar que a incerteza da reprodutibilidade é a dominante, sendo a incerteza da resolução do analisador praticamente insignificante para a incerteza padrão combinada.

Usando o quadro anterior, calcula-se a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 8,91 \times 10^{-6}$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{8,91 \times 10^{-6}} = 0,0030$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 684$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k = 2$.

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k = 2$, logo:

$$U = \pm(k \times u) = \pm(2 \times 0,0030) = \pm 0,006\%$$

Portanto, o teor em percentagem de $(CO)_N$ é:

$$(0,018 \pm 0,006) \%$$

ANEXO III-M – Incertezas no ensaio de determinação do rendimento de aparelhos de cozinha profissional

Equipamento utilizado³⁴

- contador de gás
- cronómetro
- transdutor de pressão
- barómetro digital
- termopar
- termómetro de contacto

Princípio do ensaio

O ensaio consiste na determinação do rendimento de aparelhos de cozinha profissional que utilizam combustíveis gasosos.

O rendimento é dado por:

$$\eta(\%) = \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60}{H_s \times T \times \left(\frac{V \times 60}{T} \times m + b \right) \times \sqrt{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{d_h}{d}} \quad (1)$$

onde

$$dh = \frac{(p_a + p - p_w) \times d + 0,622 \times p_w}{d \times (p_a + p)}$$

M – Massa de água contida no recipiente, expressa em kg

t_i – Temperatura da água contida no recipiente no início do ensaio, expressa em °C

t_f – Temperatura máxima da água contida no recipiente no fim do ensaio, expressa em °C

t_g – Temperatura do gás à entrada do aparelho, em graus celsius

T – Tempo de contagem do gás, expresso em minutos

p_a – Pressão atmosférica no momento do ensaio, expressa em mbar

p – Pressão de alimentação do gás, expressa em mbar

d – Temperatura do gás à entrada do aparelho, em graus Celsius

V – Caudal de gás nas condições de ensaio, expresso em dm³/h ($V \times 60 / T$)

H_s – Poder calorífico inferior do gás, expresso em MJ/m³

³⁴ Ver anexo IV

m – Declive da recta função do contador

b – Ordenada função do contador

O rendimento interpolado entre dois rendimentos usando dois recipientes com diferentes diâmetros, ϕ_1 , ϕ_2 , e é dado por:

$$\eta_{\text{int}} = \eta_{\phi_2} - \frac{(\eta_{\phi_2} - \eta_{\phi_1}) \times (Q_{n_{\phi_2}} - Q_n)}{(Q_{n_{\phi_2}} - Q_{n_{\phi_1}})}$$

O procedimento para o cálculo das incertezas é igual para os dois recipientes com $\phi = 420$ mm e $\phi = 380$ mm, procedendo-se assim à descrição somente para o caso de $\phi = 420$ mm.

Medições efectuadas

	$V_2/1000$ (m ³ /h)	p_a (mbar)	p (mbar)	$(t_r - t_i)_{\text{corrig.}}$ (°C)	t_g (°C)
	0,234	1012,70	37	70,402	24
	0,233	1013,70	37	69,612	23
	0,234	1012,70	37	69,908	24
média	0,234	1013,03	37	69,974	24
variância	9,74E-08	0,3333	0,0000	0,1593	0,3333
desvio padrão	0,0003	0,5774	0,0000	0,3991	0,5774

Identificação das fontes de incerteza

- Incerteza devido à repetibilidade do caudal de gás corrigido em função do contador utilizado dividido por 1000, $V_2/1000$
- Incerteza do contador de gás para V
- Incerteza devido à resolução do contador de gás
- Incerteza do cronómetro
- Incerteza devido à repetibilidade na medição da pressão de ensaio, p
- Incerteza do transdutor de pressão
- Incerteza devido à resolução do transdutor de pressão
- Incerteza devido à repetibilidade na medição da pressão atmosférica, p_a
- Incerteza do barómetro digital
- Incerteza devido à resolução do barómetro digital

- Incerteza devido à repetibilidade na medição de $(t_f - t_i)_{\text{corrig.}}$
- Incerteza do termopar para t_1
- Incerteza do termopar para t_2
- Incerteza devido à repetibilidade na medição da temperatura do gás, t_g
- Incerteza do termómetro de contacto
- Incerteza devido à resolução do termómetro de contacto
- Incerteza devido à reprodutibilidade

Incerteza devida às repetibilidades

Efectuaram-se 3 medições independentes, repetidas segundo as mesmas condições. Portanto esta-se perante uma incerteza do Tipo A, cuja incerteza padrão experimental da média é dada por:

$$u_i = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Assim, tem-se:

	$V_2/1000$ (m ³ /h)	p_a (mbar)	p (mbar)	$(t_f - t_i)_{\text{corrig.}}$ (°C)	t_g (°C)
Incerteza-padrão $u(x_i)$	0,0002	0,33	0,00	0,23	0,33

Os coeficientes de sensibilidade relativos às incertezas das repetibilidades na medição de $V_2/1000$, p_a , p , $(t_f - t_i)_{\text{corrig.}}$, t_g são respectivamente dados pelas derivadas parciais da equação (1) em ordem a $V_2/1000$, p_a , p , $(t_f - t_i)_{\text{corrig.}}$, t_g :

$$C_{V_2/1000} = - \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60 \times H_s \times T \times F_1}{(H_s \times T \times V_0)^2} = -249,69$$

$$C_p = - \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60 \times H_s \times T \times \frac{V_2}{1000} \times \frac{\partial F_1}{\partial p}}{(H_s \times T \times V_0)^2} = -0,0561$$

$$C_{p_a} = - \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60 \times H_s \times T \times \frac{V_2}{1000} \times \frac{\partial F_1}{\partial p_a}}{(H_s \times T \times V_0)^2} = -0,0283$$

$$C_{(t_f - t_i)_{\text{corrig.}}} = \frac{M \times 0,4416 \times 60}{H_s \times T \times V_0} = 0,8294$$

$$C_{t_g} = - \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60 \times H_s \times T \times \frac{V_2}{1000} \times \frac{\partial F_1}{\partial t_g}}{(H_s \times T \times V_0)^2} = -0,0983$$

Nota: As expressões para as derivadas parciais de F_1 encontram-se no ANEXO X

Incerteza relativa ao contador de gás

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,23 \%$.

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{\frac{0,23}{2} \times V}{100} = 1,71 \times 10^{-1} \text{ litros}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do contador de gás é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a V :

$$C_V = - \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60 \times H_s \times T \times \frac{60 \times m}{1000} \times F_1}{(H_s \times T \times V_0)^2} = -0,3958$$

Incerteza relativa ao cronómetro

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do cronómetro, sob a forma de $U(95\%) = 0,11 \text{ s}$.

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{\frac{0,11}{2}}{60} = 9,17 \times 10^{-4} \text{ min}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do cronómetro é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a T :

$$C = - \frac{M \times 0,4416 \times (t_f - t_i)_{\text{corrig.}} \times 60 \times H_s \times F_1 \times \left(\frac{V_2}{1000} - T \times \frac{V \times 60 \times m}{T^2} \right)}{(H_s \times T \times V_0)^2} = -0,0146$$

Incerteza relativa ao transdutor de pressão

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,44 \text{ mbar}$

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a 2,03 ($k = 2,03$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,44}{2,03} = 0,22 \text{ mbar}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do transdutor de pressão é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a p .

Incerteza relativa ao barómetro digital

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do barómetro, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,04 \text{ mbar}$

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,04}{2} = 0,02 \text{ mbar}$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do barómetro digital é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a p_a .

Incerteza relativa ao termopar para t_1 e t_2

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), que é fornecida pelo certificado de calibração do contador, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,094 \text{ }^\circ\text{C}$.

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a 2 ($k = 2$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,085}{2} = 0,05^\circ C$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do termómetro é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a t_1 ou a t_2 .

$$C_i = \pm \frac{M \times 0,4416 \times 60}{H_s \times T \times V_0} = \pm 0,8294$$

Incerteza relativa ao termómetro de contacto

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B rectangular (B-R), pois somente se conhece o intervalo de tolerância do termómetro que é de $3^\circ C$.

Assim a incerteza padrão é:

$$u = \frac{3}{\sqrt{3}} = 1,7321^\circ C$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do termómetro de contacto é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a T_g .

Incerteza devida às resoluções

As incertezas devidas às resoluções são incertezas do Tipo B-R com incerteza-padrão dada pela resolução a dividir por $\sqrt{12}$, assim os valores das incertezas padrões são os seguintes:

	$V (m^3)$	$p_a (mbar)$	$p (mbar)$	$t_g (^\circ C)$
Incerteza-padrão $u(x_i)$	$\frac{0,01}{\sqrt{12}} = 0,0029$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289$	$\frac{0,01}{\sqrt{12}} = 0,0029$

Os coeficientes de sensibilidade relativos às incertezas das repetibilidades na medição de V , p_a , p , t_g são respectivamente dados pelas derivadas parciais da equação (1) em ordem a V , p_a , p , t_g .

Incerteza devida ao operador (reprodutibilidade)

Para proceder à determinação da reprodutibilidade o ensaio foi efectuado por 3 operadores do sexo masculino.

Como se têm poucas observações considera-se o caso em que a incerteza da reprodutibilidade é uma incerteza Tipo B-R com uma incerteza padrão dada por (ver secção 3.8.1):

$$u(\text{reprodutibilidade}) = \frac{\text{máximo (médias dos operadores)} - \text{mínimo (média dos operadores)}}{\sqrt{3}}$$

$$= 8,66 \times 10^{-2} \%$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à reprodutibilidade é:

$$C_{\text{reprodutibilidade}} = 1.$$

Resumindo os cálculos, feitos anteriormente num quadro, resulta:

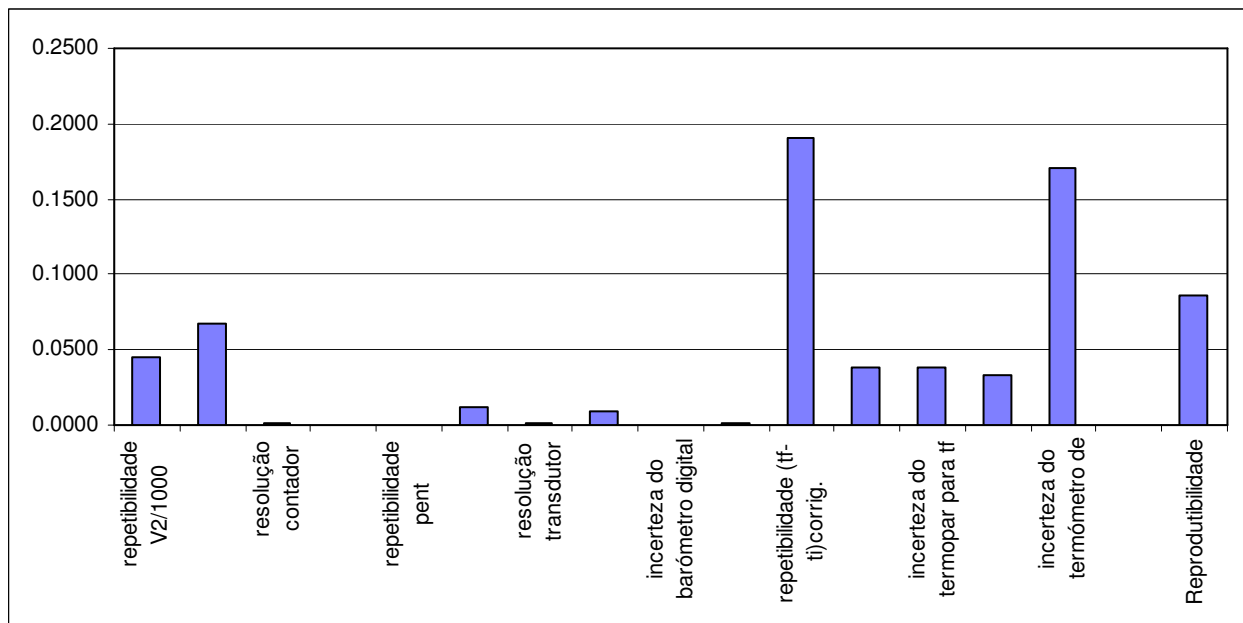
Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coeficiente sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \times u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
repetibilidade $V_2/1000$	A	0,0002 m ³ /h	-249,69	$2,02 \times 10^{-3}$	3
incerteza do contador de gás para V	B-N	$1,71 \times 10^{-1}$ litros	-0,3958	$4,60 \times 10^{-3}$	50
resolução contador	B-R	$2,89 \times 10^{-3}$ litros	-0,3958	$1,31 \times 10^{-6}$	∞
incerteza do cronómetro	B-N	$9,17 \times 10^{-4}$ min	-0,0146	$1,80 \times 10^{-10}$	50
repetibilidade p	A	0,00 mbar	-0,0561	0,00	3
incerteza do transdutor de pressão	B-N	0,22 mbar	-0,0561	$1,48 \times 10^{-4}$	50
resolução transdutor	B-R	0,03 mbar	-0,0561	$2,62 \times 10^{-6}$	∞
repetibilidade p_a	A	0,33 mbar	-0,0283	$8,89 \times 10^{-5}$	3
incerteza do barómetro digital	B-N	0,02 mbar	-0,0283	$3,20 \times 10^{-7}$	50
resolução do barómetro	B-R	0,03 mbar	-0,0283	$6,67 \times 10^{-7}$	∞
repetibilidade $(t_f - t_i)_{\text{corrig.}}$	A	0,23 °C	0,8294	$3,65 \times 10^{-2}$	3
incerteza do termopar para t_i	B-N	0,05 °C	0,8294	$1,52 \times 10^{-3}$	50
incerteza do termopar para t_f	B-N	0,05 °C	0,8294	$1,52 \times 10^{-3}$	50
repetibilidade t_g	A	0,33 °C	-0,0983	$1,07 \times 10^{-3}$	3

incerteza do termómetro de contacto	B-R	1,732 °C	-0,0983	$2,90 \times 10^{-2}$	∞
resolução do termómetro de contacto	B-R	$2,89 \times 10^{-3}$ °C	-0,0983	$8,05 \times 10^{-8}$	∞
Reprodutibilidade	B-R	$8,66 \times 10^{-2}$ %	1,0000	$7,50 \times 10^{-3}$	∞

Representação gráfica

O gráfico seguinte representa a incerteza, u_i , de cada uma das componentes.

φ 420 mm



Assim, pela análise do gráfico, pode-se verificar que a as incertezas da repetibilidade ($t_f - t_i$)_{corrig.} e a incerteza do termómetro de contacto são as dominantes.

Usando o quadro anterior, calcula-se a variância combinada, que é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 8,91 \times 10^{-6}$$

logo, incerteza padrão combinada, é dada por:

$$u(y) = \sqrt{8,91 \times 10^{-6}} = 0,0030$$

Assim,

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^4 u_i^2(y) = 8,40 \times 10^{-2}$$

ou seja,

$$u(y) = \sqrt{8,40 \times 10^{-2}} = 2,90 \times 10^{-1}$$

De seguida vão ser calculados os graus de liberdade efectivos (utilizando a equação de Welch-Satterthwaite):

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = 15,77$$

Assim, pela tabela de graus de liberdade da distribuição de t-student, este valor corresponde a um factor de expansão, $k = 2,18$

A incerteza expandida vai ser igual à incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão $k = 2,18$ logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,18 \times 2,90 \times 10^{-1}) = \pm 0,63 \%$$

Portanto, o rendimento é:

$$(58,39 \pm 0,63) \%$$

Procedendo de forma análoga para o recipiente de $\phi = 380$ mm, obtém-se a seguinte incerteza expandida:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,28 \times 3,11 \times 10^{-1}) = \pm 0,71 \%$$

Portanto, o rendimento é:

$$(59,19 \pm 0,71) \%$$

Incerteza do rendimento interpolado

Identificação das fontes de incerteza

- incerteza do rendimento para $\phi = 420$ mm
- incerteza do rendimento para $\phi = 380$ mm

Incerteza relativa ao rendimento para $\phi = 420$ mm

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), pois é conhecida a incerteza expandida, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,63\%$.

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a ($k = 2,18$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,63}{2,18} = 0,29\%$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do rendimento é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a $\eta_{\phi 420}$.

$$C_i = 1 - \frac{Q_{n_{\phi 420}} - Q_n}{Q_{n_{\phi 420}} - Q_{n_{\phi 380}}} = 0,9746$$

Incerteza relativa ao rendimento para $\phi = 380$ mm

Trata-se assim de uma incerteza Tipo B Normal (B-N), pois é conhecida a incerteza expandida, sob a forma de $U(95\%) = \pm 0,71$.

Para 95%, o coeficiente de expansão é igual a ($k = 2,28$) e, portanto, a incerteza padrão é:

$$u = \frac{0,71}{2,28} = 0,31^\circ C$$

O coeficiente de sensibilidade relativo à incerteza do rendimento é dado pela derivada parcial da equação (1) em ordem a $\eta_{\phi 380}$.

$$C_i = \frac{Q_{n_{\phi 420}} - Q_n}{Q_{n_{\phi 420}} - Q_{n_{\phi 380}}} = 0,0254$$

Portanto a incerteza expandida vai ser igual à incerteza-padrão multiplicada pelo factor de expansão $k = 2,05$ logo:

$$U = \pm (k \times u) = \pm (2,05 \times 2,83 \times 10^{-1}) = \pm 0,58 \%$$

Portanto, o rendimento interpolado é:

$$(58,41 \pm 0,58) \%$$

O aparelho está conforme, pois o rendimento é superior a 50%.

ANEXO IV – Glossário dos instrumentos de medição usados nos ensaios

1 – Balança

Exemplo da balança usada no ensaio da medição da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos em tubos flexíveis de borracha e plástico para utilização com gás combustível.



2 – Barómetro

Instrumento usado para medir a pressão atmosférica.



3 – Comparador

O comparador é um instrumento de medição por comparação, dotado de uma escala e um ponteiro, ligados por mecanismos diversos a uma ponta de contacto.

As diferenças percebidas pela ponta de contacto são amplificadas mecanicamente e irão movimentar o ponteiro rotativo diante da escala. Quando a ponta de contacto sofre uma pressão e o ponteiro gira em sentido horário, a diferença é positiva. Isso significa que a peça apresenta maior dimensão que a estabelecida. Se o ponteiro girar em sentido anti-horário, a diferença será negativa, ou seja, a peça apresenta menor dimensão que a estabelecida.



4 – Contador de gás

Serve para a medição do volume de gás.



6 – Extensómetro

Um extensómetro é um elemento que converte uma deformação numa variação de resistência. Os extensómetros são utilizados em transdutores de deslocamento, força, carga, pressão e binário.

Numa das suas formas típicas, um extensómetro é constituído por um filamento metálico de secção reduzida assente num material elástico (figura seguinte). Se esta base estiver solidária com o material a testar, o extensómetro é deformado de igual forma.



6 – Graminho traçador

Esse instrumento baseia-se no mesmo princípio de funcionamento do paquímetro (ponto 8), apresentando a escala fixa com cursor na vertical. Usa-se para traçar peças, para facilitar o processo de fabricação e, com auxílio de acessórios, no controle dimensional.



7 – Micrómetro

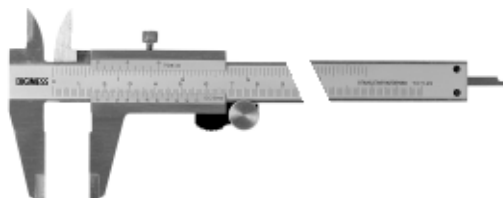
É um instrumento que permite a leitura de centésimos de milímetro, de maneira simples. O micrómetro permite medições mais rigorosas e exactas do que o paquímetro (ponto 8).



8 – Paquímetro

O paquímetro é um instrumento usado para medir as dimensões lineares internas, externas e de profundidade de uma peça. Consiste numa régua graduada, com encosto fixo, sobre a qual desliza um cursor.

8.1 – Paquímetro Universal

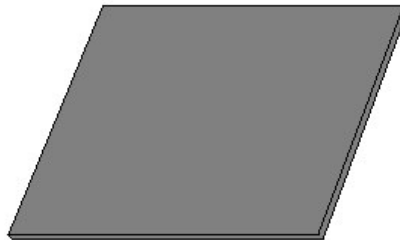


8.2 – Paquímetro Digital



9 – Plano de ferro fundido ferro

Placa em ferro fundido, plana e calibrada, que serve para se fazerem medições em cima (como foi o caso dos ensaios onde foi usado juntamente com o graminho traçador), fazer o zero de alguns instrumentos (como por exemplo o nível), entre outras aplicações.



10 – Registrador X-Y

Um registrador X-Y permite traçar em papel milimétrico os espectros de emissão.



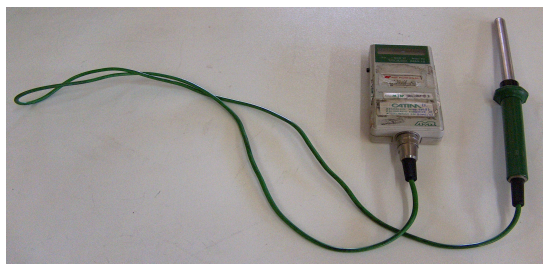
11 – Transdutor de pressão

O transdutor de pressão é um equipamento que ao ser alimentado com uma certa tensão (em Vcc), deixa passar uma certa corrente (em mA) que varia de acordo com a pressão aplicada ao transdutor.



12 – Termómetro de contacto

Mede a temperatura de um sistema de aquecimento à superfície.



13 – Analisador de CO / CO2

Analizador de oxigénio e/ou gases combustíveis para medição de eficiência de combustão.



Analógico



Digital

14 – Provete

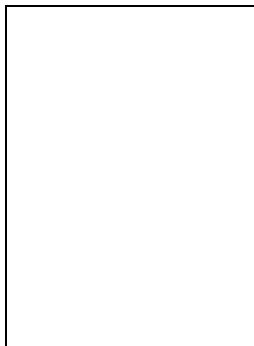
Um provete é um pedaço / porção de material representativo do material a ensaiar. Conforme o ensaio e o material têm que ter dimensões e formas especificadas por normas.

15 – Durómetro

Mede a dureza do material.



16 – Máquina de Charpy



17 – Provete de Charpy

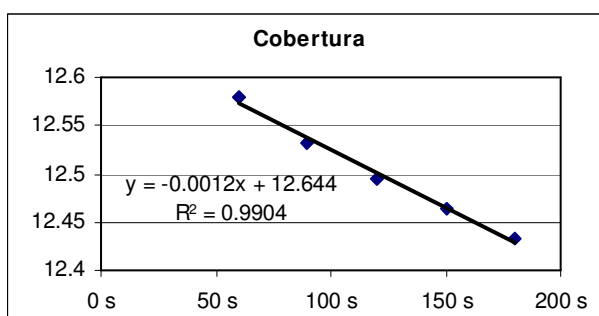
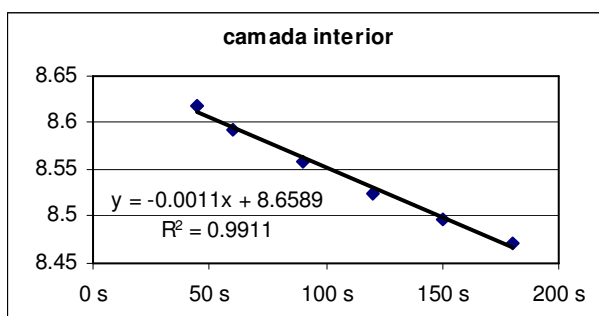


ANEXO V – Verificação da resistência aos hidrocarbonetos aromáticos

Dados para o cálculo da incerteza-padrão da recta de regressão ajustada a algumas medições de m_1 ao longo do tempo.

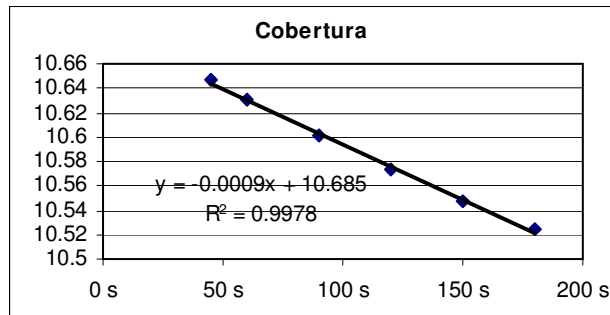
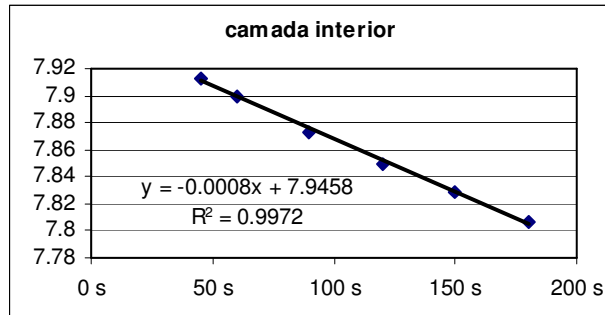
AMOSTRA 1

Tempo	Camada interior	Cobertura
45 s	8,618 g	12,603 g
60 s	8,593 g	12,579 g
90 s	8,558 g	12,532 g
120 s	8,525 g	12,495 g
150 s	8,497 g	12,463 g
180 s	8,472 g	12,434 g



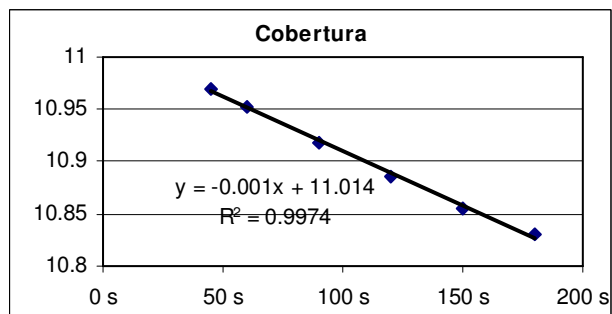
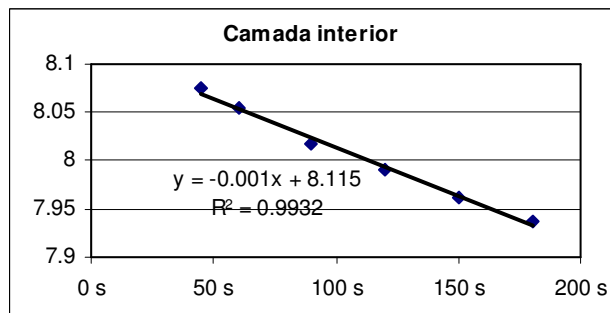
AMOSTRA 2

Tempo	Camada interior	Cobertura
45 s	7,913 g	10,647 g
60 s	7,899 g	10,630 g
90 s	7,873 g	10,601 g
120 s	7,849 g	10,574 g
150 s	7,828 g	10,548 g
180 s	7,807 g	10,524 g



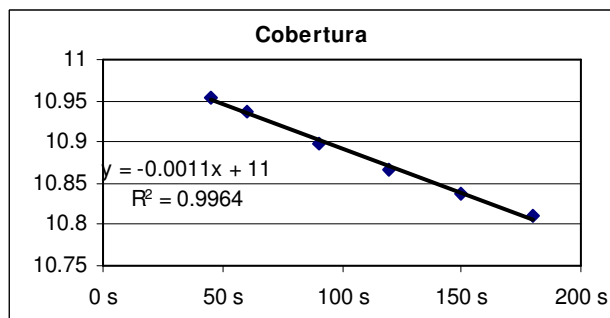
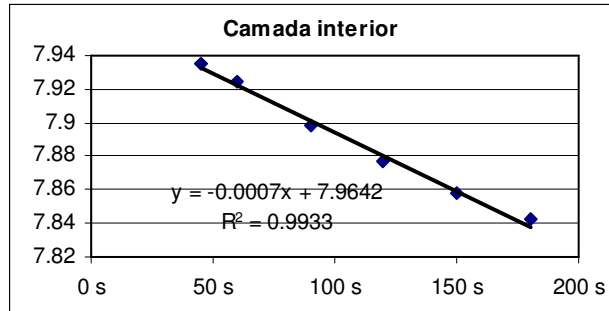
AMOSTRA 3

Tempo	Camada interior	Cobertura
45 s	8,075 g	10,969 g
60 s	8,054 g	10,953 g
90 s	8,018 g	10,919 g
120 s	7,990 g	10,885 g
150 s	7,962 g	10,856 g
180 s	7,937 g	10,830 g

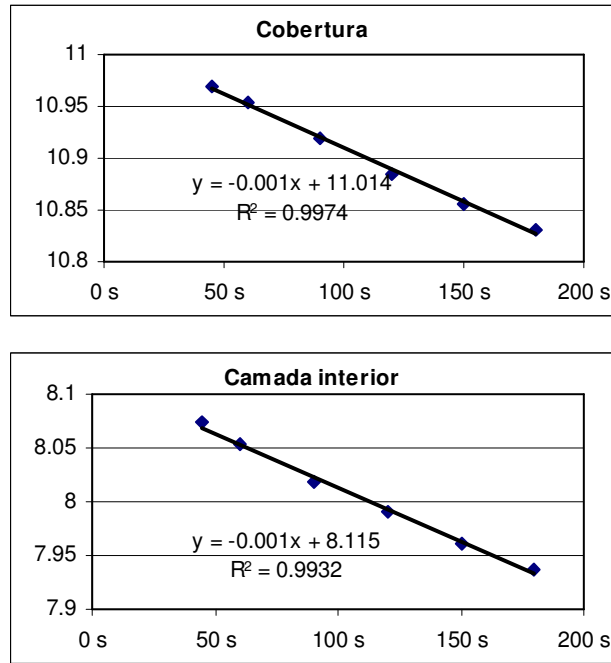


AMOSTRA 4

Tempo	Camada interior	Cobertura
45 s	7,935 g	10,953 g
60 s	7,924 g	10,938 g
90 s	7,898 g	10,899 g
120 s	7,877 g	10,867 g
150 s	7,858 g	10,837 g
180 s	7,842 g	10,810 g

**AMOSTRA 5**

Tempo	Camada interior	Cobertura
45 s	8,075 g	10,969 g
60 s	8,054 g	10,953 g
90 s	8,018 g	10,919 g
120 s	7,990 g	10,885 g
150 s	7,962 g	10,856 g
180 s	7,937 g	10,830 g



Dados para o cálculo da incerteza-padrão da precisão da medição m_1 relativamente ao tempo.

	55 segundos		65 segundos	
	Camada Interior	Cobertura	Camada Interior	Cobertura
	8,5984 g	12,5780 g	8,5874 g	12,5660 g
	7,9018 g	10,6355 g	7,8938 g	10,6265 g
	8,0600 g	10,9590 g	8,0500 g	10,9490 g
	7,9257 g	10,9395 g	7,9187 g	10,9285 g
	8,0600 g	10,9590 g	8,0500 g	10,9490 g
Média	8,1092 g	11,2142 g	8,1000 g	11,2038 g
Desvio Médio	0,0092 g	0,0104 g		

ANEXO VI³⁵ - Incerteza associada à curva de calibração analítica de 1º grau

Um método ou instrumento analítico é geralmente calibrado pela observação das respostas, y , aos diferentes níveis do analito x . Na maioria dos casos assume-se que esta relação é linear, ou seja:

$$y = b_0 + b_1 \times x \quad (1)$$

Esta recta de calibração é então utilizada para se obter a concentração x (prevista) do analito de uma amostra que produz uma resposta observada, y , através de:

$$x = \frac{y - b_0}{b_1} \quad (2)$$

onde b_0 e b_1 são determinados a partir da regressão linear de um conjunto de n pares de valores (x_i, y_i) e são dados por:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} \quad (4)$$

Para o cálculo da incerteza expandida associada à concentração de uma amostra, tem que se começar por definir todas as fontes de incerteza intervenientes. No âmbito deste trabalho apenas se vai considerar as seguintes fontes:

- incerteza associada à interpolação da leitura da amostra na curva de calibração;
- incerteza associada à diluição da amostra, quando aplicável;
- incerteza associada à preparação dos padrões de trabalho e/ou incerteza associada a padrões comerciais com certificado.

³⁵ Para este anexo foram usadas as referências bibliográficas [4], [5] e [6]

Incerteza associada à interpolação na curva de calibração

A incerteza padrão associada ao cálculo do desvio padrão da concentração da amostra problema como resultado da interpolação na recta de calibração pelo método dos mínimos quadrados, pode ser calculada a partir das variâncias e covariâncias.

Conhecidos os valores de b_0 e b_1 , as suas variâncias $var(b_0)$ e $var(b_1)$, e a sua covariância $cov(b_0, b_1)$, determinados pelo método dos mínimos quadrados, pode-se calcular a variância de x , $var(x)$, aplicando a lei da propagação das incertezas ao modelo matemático (1). Assim,

$$\begin{aligned} var(x) &= \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 var(y) + \left(\frac{\partial x}{\partial b_0}\right)^2 var(b_0) + \left(\frac{\partial x}{\partial b_1}\right)^2 var(b_1) + 2 \frac{\partial x}{\partial b_0} \frac{\partial x}{\partial b_1} cov(b_0, b_1) = \\ &= \frac{1}{b_1^2} var(y) + \frac{1}{b_1^2} var(b_0) + \frac{(y - b_0)^2}{b_1^4} var(b_1) + 2 \frac{1}{b_1} \frac{(y - b_0)}{b_1^2} cov(b_0, b_1) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow var(x) = \frac{1}{b_1^2} (var(y) + var(b_0) + x^2 var(b_1) + 2x cov(b_0, b_1)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Substituindo } var(b_0) &= \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}, \quad var(b_1) = \frac{\sigma^2 n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \text{ e} \\ cov(b_0, b_1) &= - \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}, \text{ onde } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 2}, \text{ na equação} \end{aligned}$$

anterior, tem-se que

$$var(x) = \frac{var(y)}{b_1^2} + \frac{\sigma^2}{b_1^2} \left(\frac{1}{n} + \frac{n(x - \bar{x})^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \right)$$

e a incerteza padrão é dada por $\sqrt{var(x)}$.

ANEXO VII – Dados do teste de permutações

Medição do caudal térmico em esquentadores					
Diferença máxima entre médias	Frequência relativa	Diferença máxima entre médias	Frequência relativa	Diferença máxima entre médias	Frequência relativa
0,0533	0,0036	0,2500	0,0071	0,4433	0,0107
0,0567	0,0036	0,2600	0,0143	0,4467	0,0036
0,0633	0,0071	0,2633	0,0214	0,4500	0,0107
0,0667	0,0036	0,2667	0,0071	0,4533	0,0071
0,0733	0,0036	0,2700	0,0214	0,4567	0,0071
0,0767	0,0036	0,2733	0,0214	0,4600	0,0036
0,0800	0,0036	0,2767	0,0071	0,4633	0,0071
0,0867	0,0071	0,2800	0,0071	0,4667	0,0107
0,0900	0,0071	0,2833	0,0071	0,4733	0,0143
0,0933	0,0036	0,2933	0,0071	0,4767	0,0071
0,0967	0,0036	0,2967	0,0071	0,4833	0,0071
0,1000	0,0036	0,3000	0,0071	0,4867	0,0036
0,1033	0,0036	0,3033	0,0071	0,4967	0,0071
0,1067	0,0036	0,3067	0,0143	0,5000	0,0036
0,1100	0,0071	0,3100	0,0143	0,5033	0,0071
0,1133	0,0107	0,3133	0,0143	0,5100	0,0036
0,1167	0,0036	0,3167	0,0071	0,5133	0,0036
0,1200	0,0071	0,3200	0,0143	0,5167	0,0036
0,1233	0,0214	0,3233	0,0143	0,5200	0,0036
0,1267	0,0036	0,3300	0,0071	0,5267	0,0036
0,1300	0,0143	0,3333	0,0143	0,5300	0,0071
0,1333	0,0143	0,3400	0,0071	0,5333	0,0036
0,1400	0,0036	0,3433	0,0214	0,5367	0,0036
0,1433	0,0036	0,3500	0,0071	0,5400	0,0071
0,1500	0,0071	0,3533	0,0107	0,5533	0,0036
0,1533	0,0071	0,3567	0,0036	0,5567	0,0107
0,1600	0,0143	0,3633	0,0036	0,5600	0,0107
0,1633	0,0071	0,3733	0,0071	0,5667	0,0143
0,1700	0,0071	0,3767	0,0071	0,5700	0,0036
0,1900	0,0143	0,3833	0,0071	0,5733	0,0036
0,1967	0,0143	0,3933	0,0107	0,5767	0,0071
0,2033	0,0214	0,3967	0,0071	0,5833	0,0036
0,2067	0,0071	0,4000	0,0071	0,5967	0,0071
0,2100	0,0071	0,4033	0,0214	0,6300	0,0071
0,2167	0,0071	0,4067	0,0071	0,6367	0,0071
0,2200	0,0143	0,4100	0,0143	0,6400	0,0071
0,2233	0,0071	0,4133	0,0071	0,6667	0,0071
0,2267	0,0071	0,4167	0,0143	0,6700	0,0071
0,2300	0,0071	0,4200	0,0071	0,6767	0,0071
0,2367	0,0071	0,4233	0,0107		
0,2400	0,0071	0,4300	0,0036		

ANEXO VII-A – Programa feito em MATLAB para o teste as permutações

```
% introdução dos dados
operador1=[1.70;1.74;1.73];
operador2=[1.73;1.73;1.72];
operador3=[1.72;1.73;1.72];
mediaA=mean(operador1);
mediaB=mean(operador2);
mediaC=mean(operador3);
media=[mediaA;mediaB;mediaC];
dif_max_medias=max(media)-min(media);

%introduzir os dados dos três vectores ordenados por ordem
crescente
Z=[1.70;1.72;1.72;1.72;1.73;1.73;1.73;1.73;1.74];
[n c]=size(Z);
aux=0;aux5=0;aux6=0;aux7=0;
C=[];D=[];E=[];K=[];M=[];N=[];O=[];F1=[];P=[];
for i=1:n
    for j=1:n
        for k=1:n
            if (j>i & k>j)
                aux=aux+1;
                C(aux)=[Z(i)];
                D(aux)=[Z(j)];
                E(aux)=[Z(k)];
                for l=1:n
                    if (l~=i & l~=j & l~=k)
                        aux5=aux5+1;
                        K(aux5)=[Z(l)];
                    end
                end
            end
            %K'
            [auxi1,auxi2]=size(K);
            t1=auxi2-5;
            for m=t1:auxi2
                for o=t1:auxi2
                    for p=t1:auxi2
```

```

        if (o>m & p>o)
            aux6=aux6+1;
            M(aux6)=[K(m)];
            N(aux6)=[K(o)];
            O(aux6)=[K(p)];
        end
    end
end
end
end
end
end
end
end
P=[M' N' O'];
F=[C' D' E'];
[ta1,ta2]=size(P);
size(F);
[num_permutacoes q]=size(F);
%num_permutacoes
G=[];aux1=0;H=[];Q=[];aux7=0;
for i=1:num_permutacoes
    for t=20*i-19:20*i
        aux1=aux1+1;
        G(aux1)=[mean(F(i,:))];
        H(aux1)=[mean(P(t,:))];
    end
    for j=20*i:-1:20*i-19
        aux7=aux7+1;
        Q(aux7)=[mean(P(j,:))];
    end
end
end
R=[G' H' Q'];
[auxi3,auxi4]=size(R);
I=[];aux2=0;
for i=1:auxi3
    aux2=aux2+1;
    I(aux2)=[max(R(i,:))-min(R(i,:))];

```

```
end
I';
aux3=0;
for i=1:size(I')
    if I(i)>=dif_max_medias
        aux3=aux3+1;
    end
end
%aux3
probabilidade_mean=aux3/auxi3
```

ANEXO VIII – Programa feito em MATLAB para gerar um amostra de tamanho 1000 da incerteza do ensaio “Verificação das características dimensionais em tubos de borracha para gás (diâmetro interno)”

```
cont=0;incerteza=[];
for k=1:1000
n=5;
%Geração dos dados da repetibilidade
%operador2
%troço 1
media1_op2=8.93;
desv_pad1_op2=0.0501;
%troço 2
media2_op2=8.95;
desv_pad2_op2=0.0183;
%troço 3
media3_op2=8.93;
desv_pad3_op2=0.0347;
%x segue uma N(0,1)
x1_op2=randn(n,1);
x2_op2=randn(n,1);
x3_op2=randn(n,1);
%y segue uma N(media,desv_pad)
contador_op2=0;y1_op2=[];y2_op2=[];y3_op2=[];
for i=1:n
    contador_op2=contador_op2+1;
    y1_op2(contador_op2)=[x1_op2(i)*desv_pad1_op2+media1_op2];
    y2_op2(contador_op2)=[x2_op2(i)*desv_pad2_op2+media2_op2];
    y3_op2(contador_op2)=[x3_op2(i)*desv_pad3_op2+media3_op2];
end
m1_op2=mean(y1_op2);
m2_op2=mean(y2_op2);
m3_op2=mean(y3_op2);
op2=[m1_op2;m2_op2;m3_op2];
m2o=mean(op2);
%operador3
%Geração dos dados da repetibilidade
%troço 1
media1_op3=8.95;
desv_pad1_op3=0.0516;
```

```
%troço 2
media2_op3=8.92;
desv_pad2_op3=0.0378;
%troço 3
media3_op3=8.71;
desv_pad3_op3=0.0899;
%x segue uma N(0,1)
x1_op3=randn(n,1);
x2_op3=randn(n,1);
x3_op3=randn(n,1);
%y segue uma N(media,desv_pad)
contador_op3=0;y1_op3=[];y2_op3=[];y3_op3=[];
for i=1:n
    contador_op3=contador_op3+1;
    y1_op3(contador_op3)=[x1_op3(i)*desv_pad1_op3+media1_op3];
    y2_op3(contador_op3)=[x2_op3(i)*desv_pad2_op3+media2_op3];
    y3_op3(contador_op3)=[x3_op3(i)*desv_pad3_op3+media3_op3];
end
m1_op3=mean(y1_op3);
m2_op3=mean(y2_op3);
m3_op3=mean(y3_op3);
op3=[m1_op3;m2_op3;m3_op3];
m3o=mean(op3);
%operador
%troço 1
media1=8.88;
desv_pad1=0.0539;
%troço 2
media2=8.89;
desv_pad2=0.0198;
%troço 3
media3=8.78;
desv_pad3=0.0312;
%x segue uma N(0,1)
x1=randn(n,1);
x2=randn(n,1);
x3=randn(n,1);
%y segue uma N(media,desv_pad)
contador=0;y1=[];y2=[];y3=[];
for i=1:n
```

```
    contador=contador+1;
    y1(contador)=[x1(i)*desv_pad1+media1];
    y2(contador)=[x2(i)*desv_pad2+media2];
    y3(contador)=[x3(i)*desv_pad3+media3];
end
m1=mean(y1);
m2=mean(y2);
m3=mean(y3);
op=[m1;m2;m3];
m=mean(op);
mm=[m;m2o;m3o];
%Passos para o cálculo da incerteza
u1=std(y1)/sqrt(5);
u2=std(y2)/sqrt(5);
u3=std(y3)/sqrt(5);
u4=0.04/sqrt(3);
u5=(max(mm)-min(mm))/sqrt(3);
c1=1/3;c2=1;g11=4;g12=10^20;
inc_combinada1=(u1*c1)^2;
inc_combinada2=(u2*c1)^2;
inc_combinada3=(u3*c1)^2;
inc_combinada4=(u4*c1)^2;
inc_combinada5=(u5*c2)^2;
soma=(inc_combinada1)^2/g11+(inc_combinada2)^2/g11+(inc_combinada3)^2/g11
+(inc_combinada4)^2/g12+(inc_combinada5)^2/g12;
u_quadrado=inc_combinada1+inc_combinada2+inc_combinada3+inc_combinada4+inc_combinada5;
u=sqrt(u_quadrado);
vef=u^4/soma;
k=tinvt(0.97745,vef)
cont=cont+1;
incerteza(cont)=[k*u];
end
```

ANEXO IX - Programa feito em MATLAB para gerar um amostra de tamanho 1000 da incerteza do ensaio “Determinação da dureza Rockwell (calibração)”

```
%Calibração HRB
cont=0;incerteza=[];
for k=1:1000
n=5;
%Geração dos dados da repetibilidade
media=56.7;
desv_pad=0.26;
%x segue uma N(0,1)
x=randn(n,1);
%y segue uma N(media,desv_pad)
contador=0;y=[];
for i=1:n
    contador=contador+1;
    y(contador)=[x(i)*desv_pad+media];
end
%y=[56.3;56.6;57;56.8;56.8];
f=980.7;
%Passos para o cálculo da incerteza
u1=1/2;
u2=std(y)/sqrt(5);
u3=0.1/sqrt(12);
c=1;
gl1=4;gl2=10^20;gl3=50;
inc_combinada1=(u1*c)^2;
inc_combinada2=(u2*c)^2;
inc_combinada3=(u3*c)^2;
soma=(inc_combinada1)^2/gl3+(inc_combinada2)^2/gl1+(inc_combinada3)^2/gl2
;
u_quadrado=inc_combinada1+inc_combinada2+inc_combinada3;
u=sqrt(u_quadrado);
vef=u^4/soma;
%k=tinv(0.97745,vef)
cont=cont+1;
incerteza(cont)=[2*u];
end
%incerteza'
```

ANEXO X – Derivadas parciais de F_1 para o cálculo dos coeficientes de sensibilidade da pressão de ensaio, p , pressão atmosférica, p_a , e para a temperatura do gás, t_g , no ensaio da determinação do rendimento de aparelhos de cozinha profissional.

$$F_1 = \sqrt{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{(p_a + p - p_w) \times d + 0,622 \times p_w}{d \times (p_a + p)}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial p} = & \frac{\frac{p_a + p}{1013,25^2} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{d_h}{d} + \frac{1013,25 + p}{1013,25^2} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{d_h}{d}}{2 \times F_1} + \\ & + \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \left[\frac{d^2 \times (p_a + p) - d^2 \times (p_a + p - p_w) - d \times 0,622 \times p_w}{d^2 \times (p_a + p)^2} \right]}{2 \times F_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial p_a} = & \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25^2} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \frac{d_h}{d}}{2 \times F_1} + \\ & + \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{273,15 + t_g} \times \left[\frac{d^2 \times (p_a + p) - d^2 \times (p_a + p - p_w) - d \times 0,622 \times p_w}{d^2 \times (p_a + p)^2} \right]}{2 \times F_1} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial t_g} = - \frac{\frac{1013,25 + p}{1013,25} \times \frac{p_a + p}{1013,25} \times \frac{288,15}{(273,15 + t_g)^2} \times \frac{d_h}{d}}{2 \times F_1}$$

ANEXO XI – Dados da reprodutibilidade

Neste anexo são apresentados os dados referentes aos operadores 2 e 3 ou operadores 2, 3, 4, 5 (nos casos em que efectuaram 5 operadores o ensaio) nos ensaios onde foi considerada a reprodutibilidade como fonte de incerteza.

1 – VERIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DIMENSIONAIS EM TUBOS DE BORRACHA PARA GÁS

1.1 – DIÂMETRO INTERNO

OPERADOR 2

Troço 1(mm)				
	m1	m2	m3	m4
1ª medição	8,09	9,84	9,31	8,76
2ª medição	8,11	9,70	9,3	8,58
3ª medição	7,93	9,61	9,31	8,64
4ª medição	8,05	9,8	9,31	8,69
5ª medição	8,01	9,68	9,22	8,7
Troço 2 (mm)				
	m'1	m'2	m'3	m'4
1ª medição	9,03	8,64	9,10	8,92
2ª medição	9,04	8,73	9,12	8,94
3ª medição	9,06	8,87	9,07	8,87
4ª medição	9,01	8,94	9,04	8,81
5ª medição	9,03	8,84	9,01	8,85
Troço 3 (mm)				
	m"1	m"2	m"3	m"4
1ª medição	9,56	8,33	9,20	8,86
2ª medição	9,47	8,31	9,11	8,85
3ª medição	9,45	8,25	9,09	8,84
4ª medição	9,49	8,20	9,05	8,87
5ª medição	9,57	8,14	9,07	8,88

OPERADOR 3

Troço 1(mm)				
	m1	m2	m3	m4
1ª medição	8,58	9,99	8,77	8,56
2ª medição	8,32	9,88	9,19	8,72
3ª medição	8,08	9,91	9,28	8,49
4ª medição	8,01	9,74	9,30	8,71
5ª medição	8,04	9,69	9,04	8,78
Troço 2 (mm)				
	m'1	m'2	m'3	m'4
1ª medição	9,15	8,92	9,01	8,76
2ª medição	9,18	8,77	8,90	8,84
3ª medição	9,23	8,95	9,19	8,42
4ª medição	8,93	8,91	8,91	8,70
5ª medição	8,99	8,62	9,06	8,98
Troço 3 (mm)				
	m"1	m"2	m"3	m"4
1ª medição	9,12	7,95	8,92	8,80
2ª medição	9,12	8,10	8,98	8,70
3ª medição	9,04	7,93	8,62	8,70
4ª medição	9,20	7,96	9,07	8,79
5ª medição	9,15	8,11	9,13	8,87

1.2 – CONCENTRICIDADE ENTRE DIÂMETRO INTERNO E DIÂMETRO EXTERNO

OPERADOR 2

	troço 1							
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8
1ª medição	3,11	3,30	3,95	3,25	3,08	3,24	3,00	2,94
2ª medição	3,07	3,26	3,84	3,23	3,02	3,27	3,00	2,94
3ª medição	3,20	3,16	3,91	3,23	3,07	3,28	3,04	2,92
4ª medição	3,08	3,15	3,83	3,21	3,08	3,20	3,00	2,97
5ª medição	3,09	3,21	3,77	3,38	3,07	3,22	3,02	2,96
	troço 2							
	c'1	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8
1ª medição	3,01	3,09	3,04	2,94	3,04	2,93	2,94	2,97
2ª medição	2,97	3,08	3,07	2,93	3,04	2,98	2,97	2,95
3ª medição	2,99	3,01	3,08	2,92	3,05	2,99	2,98	2,93
4ª medição	2,99	3,03	3,02	2,98	3,04	3,00	2,94	2,92
5ª medição	3,00	3,07	3,12	2,94	3,04	2,99	2,96	2,92
	troço 3							
	c''1	c''2	c''3	c''4	c''5	c''6	c''7	c''8
1ª medição	3,16	3,61	3,01	3,00	3,14	3,31	2,91	2,97
2ª medição	3,21	3,83	3,04	3,01	3,14	3,46	2,92	2,99
3ª medição	3,08	3,82	3,05	3,00	3,24	3,39	2,97	2,99
4ª medição	3,13	3,78	3,08	3,00	3,09	3,37	3,01	3,00
5ª medição	3,12	3,86	3,15	3,01	3,16	3,34	3,04	3,00

OPERADOR 3

	troço 1							
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8
1ª medição	3,10	3,38	3,87	3,38	3,08	3,42	3,01	2,92
2ª medição	3,12	3,34	3,90	3,29	3,04	3,28	3,03	2,92
3ª medição	3,12	3,32	3,87	3,3	3,10	3,2	3,03	2,92
4ª medição	3,15	3,25	3,80	3,23	3,05	3,35	3,00	2,94
5ª medição	3,12	3,29	3,81	3,34	3,05	3,21	3,14	2,95
	troço 2							
	c'1	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8
1ª medição	3,00	2,91	3,07	2,92	3,06	2,97	2,92	2,92
2ª medição	2,98	3,04	3,03	2,92	3,05	3,10	2,94	2,92
3ª medição	3,00	3,04	3,01	2,92	3,05	2,98	2,93	2,92
4ª medição	2,99	3,06	3,05	2,93	3,05	3,00	2,90	2,92
5ª medição	2,98	3,04	3,05	2,94	3,04	2,97	2,92	2,92
	troço 3							
	c''1	c''2	c''3	c''4	c''5	c''6	c''7	c''8
1ª medição	3,16	3,72	3,00	3,01	3,22	3,28	2,97	2,97
2ª medição	3,25	3,69	3,08	3,01	3,23	3,33	2,98	2,99
3ª medição	3,11	3,70	3,13	3,03	3,13	3,25	2,95	2,98
4ª medição	3,20	3,76	3,04	3,02	3,11	3,31	2,93	2,96
5ª medição	3,18	3,73	2,98	3,03	3,15	3,30	2,97	2,99

2 – INCERTEZA DA VERIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DIMENSIONAIS EM TUBOS DE AÇO INOXIDÁVEL

2.1 – DIÂMETRO EXTERIOR

φ 28 mm

			1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
operador 2	1ª extrem.	0º	28,10 mm	28,10 mm	28,08 mm	28,08 mm	28,08 mm
		90º	27,93 mm	27,91 mm	27,91 mm	27,91 mm	27,93 mm
	Centro	0º	28,08 mm	28,09 mm	28,09 mm	28,09 mm	28,09 mm
		90º	27,98 mm	27,98 mm	27,98 mm	27,98 mm	27,98 mm
	2ª extrem.	0º	27,96 mm	27,96 mm	27,94 mm	27,92 mm	27,93 mm
		90º	28,13 mm	28,11 mm	28,09 mm	28,08 mm	28,08 mm
operador 3	1ª extrem.	0º	28,15 mm	28,15 mm	28,04 mm	28,13 mm	28,04 mm
		90º	27,91 mm	28,07 mm	27,94 mm	28,13 mm	28,04 mm
	Centro	0º	28,06 mm	28,12 mm	28,06 mm	28,05 mm	28,05 mm
		90º	28,05 mm	28,04 mm	27,98 mm	28,06 mm	27,99 mm
	2ª extrem.	0º	27,93 mm	27,94 mm	27,99 mm	27,90 mm	28,03 mm
		90º	28,15 mm	28,16 mm	28,14 mm	28,22 mm	28,12 mm
operador 4	1ª extrem.	0º	28,02 mm	28,03 mm	28,02 mm	28,02 mm	28,03 mm
		90º	27,99 mm	28,00 mm	27,98 mm	27,99 mm	27,99 mm
	Centro	0º	28,07 mm	28,09 mm	28,08 mm	28,08 mm	28,08 mm
		90º	28,00 mm	28,00 mm	28,00 mm	28,00 mm	28,00 mm
	2ª extrem.	0º	27,88 mm	27,87 mm	27,87 mm	27,88 mm	27,89 mm
		90º	28,11 mm	28,14 mm	28,13 mm	28,13 mm	28,13 mm
operador 5	1ª extrem.	0º	28,09 mm	28,09 mm	28,10 mm	28,09 mm	28,08 mm
		90º	27,92 mm	27,93 mm	27,93 mm	27,93 mm	27,92 mm
	Centro	0º	28,04 mm	28,04 mm	28,04 mm	28,04 mm	28,04 mm
		90º	27,97 mm	27,98 mm	27,98 mm	27,97 mm	27,98 mm
	2ª extrem.	0º	27,95 mm	27,94 mm	27,94 mm	27,94 mm	27,95 mm
		90º	28,15 mm	28,14 mm	28,14 mm	28,14 mm	28,14 mm

φ 15 mm

			1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
operador 2	1ª extrem.	0º	15,07 mm	15,05 mm	15,03 mm	15,04 mm	15,05 mm
		90º	15,05 mm	15,08 mm	15,05 mm	15,06 mm	15,08 mm
	Centro	0º	15,04 mm	15,03 mm	15,09 mm	15,09 mm	15,08 mm
		90º	14,96 mm	14,97 mm	14,97 mm	14,97 mm	14,97 mm
	2ª extrem.	0º	15,01 mm	15,00 mm	15,02 mm	15,01 mm	15,01 mm
		90º	15,02 mm	15,01 mm	15,00 mm	15,01 mm	15,02 mm
operador 3	1ª extrem.	0º	15,03 mm	15,04 mm	15,02 mm	15,01 mm	15,03 mm
		90º	15,01 mm	15,01 mm	15,00 mm	15,04 mm	15,02 mm

	Centro	0º	15,07 mm	15,04 mm	15,07 mm	15,06 mm	15,04 mm
		90º	14,97 mm	14,99 mm	14,96 mm	14,97 mm	14,98 mm
	2ª extrem.	0º	15,02 mm	14,96 mm	14,97 mm	15,00 mm	15,02 mm
		90º	15,07 mm	15,10 mm	15,09 mm	15,08 mm	15,07 mm
	1ª extrem.	0º	15,01 mm	15,01 mm	15,01 mm	15,00 mm	15,02 mm
		90º	15,01 mm	15,00 mm	15,00 mm	15,00 mm	15,01 mm
operador 4	Centro	0º	15,03 mm	15,02 mm	15,01 mm	15,00 mm	15,00 mm
		90º	14,98 mm	14,97 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm
	2ª extrem.	0º	15,01 mm	15,01 mm	15,01 mm	15,01 mm	15,01 mm
		90º	15,05 mm	15,05 mm	15,05 mm	15,05 mm	15,05 mm
	1ª extrem.	0º	14,97 mm	14,97 mm	14,96 mm	14,97 mm	14,97 mm
		90º	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm
operador 5	Centro	0º	15,06 mm	15,05 mm	15,05 mm	15,05 mm	15,05 mm
		90º	15,00 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,99 mm
	2ª extrem.	0º	15,07 mm	15,07 mm	15,07 mm	15,06 mm	15,07 mm
		90º	15,06 mm	15,06 mm	15,06 mm	15,06 mm	15,05 mm
	1ª extrem.	0º	14,97 mm	14,97 mm	14,96 mm	14,97 mm	14,97 mm
		90º	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm	14,98 mm

2.2 – ESPESSURA

φ 28 mm

			1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
operador 2	1ª extrem.	0º	0,82 mm	0,83 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,83 mm
		90º	0,83 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,83 mm	0,82 mm
	2ª extrem.	0º	0,82 mm	0,83 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,83 mm
		90º	0,81 mm	0,81 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,81 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,81 mm	0,81 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,81 mm
		2ª extrem.	0,82 mm	0,81 mm	0,80 mm	0,80 mm	0,81 mm
operador 3	1ª extrem.	0º	0,85 mm	0,83 mm	0,82 mm	0,84 mm	0,84 mm
		90º	0,87 mm	0,85 mm	0,86 mm	0,87 mm	0,88 mm
	2ª extrem.	0º	0,87 mm	0,87 mm	0,87 mm	0,87 mm	0,87 mm
		90º	0,88 mm	0,91 mm	0,85 mm	0,84 mm	0,83 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,90 mm	0,86 mm	0,85 mm	0,85 mm	0,85 mm
		2ª extrem.	0,83 mm	0,85 mm	0,83 mm	0,85 mm	0,81 mm
operador 4	1ª extrem.	0º	0,83 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,82 mm
		90º	0,83 mm	0,83 mm	0,83 mm	0,83 mm	0,83 mm
	2ª extrem.	0º	0,82 mm	0,82 mm	0,83 mm	0,82 mm	0,85 mm
		90º	0,81 mm	0,85 mm	0,83 mm	0,80 mm	0,81 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,82 mm	0,84 mm	0,82 mm	0,85 mm	0,82 mm
		2ª extrem.	0,82 mm	0,83 mm	0,80 mm	0,82 mm	0,84 mm
operador 5	1ª extrem.	0º	0,82 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,82 mm	0,82 mm
		90º	0,83 mm	0,82 mm	0,83 mm	0,82 mm	0,83 mm
	2ª extrem.	0º	0,83 mm	0,84 mm	0,82 mm	0,84 mm	0,82 mm
		90º	0,84 mm	0,84 mm	0,85 mm	0,83 mm	0,82 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,82 mm	0,81 mm	0,81 mm	0,81 mm	0,82 mm
		2ª extrem.	0,78 mm	0,80 mm	0,79 mm	0,81 mm	0,80 mm

ϕ 15 mm

			1ª medição	2ª medição	3ª medição	4ª medição	5ª medição
operador 2	1ª extrem.	0º	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm
		90º	0,62 mm	0,62 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm
	2ª extrem.	0º	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,62 mm
		90º	0,63 mm	0,63 mm	0,62 mm	0,63 mm	0,63 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,62 mm	0,62 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,62 mm
		2ª extrem.	0,64 mm	0,64 mm	0,64 mm	0,63 mm	0,64 mm
operador 3	1ª extrem.	0º	0,66 mm	0,68 mm	0,65 mm	0,69 mm	0,66 mm
		90º	0,64 mm	0,63 mm	0,66 mm	0,62 mm	0,62 mm
	2ª extrem.	0º	0,63 mm	0,63 mm	0,62 mm	0,62 mm	0,63 mm
		90º	0,67 mm	0,64 mm	0,65 mm	0,65 mm	0,65 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,65 mm	0,68 mm	0,67 mm	0,66 mm	0,65 mm
		2ª extrem.	0,71 mm	0,64 mm	0,71 mm	0,65 mm	0,68 mm
operador 4	1ª extrem.	0º	0,64 mm	0,64 mm	0,64 mm	0,64 mm	0,65 mm
		90º	0,64 mm	0,64 mm	0,64 mm	0,64 mm	0,65 mm
	2ª extrem.	0º	0,62 mm	0,63 mm	0,64 mm	0,63 mm	0,64 mm
		90º	0,67 mm	0,64 mm	0,65 mm	0,65 mm	0,64 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,66 mm	0,64 mm	0,67 mm	0,68 mm	0,70 mm
		2ª extrem.	0,66 mm	0,67 mm	0,69 mm	0,70 mm	0,69 mm
operador 5	1ª extrem.	0º	0,63 mm	0,63 mm	0,64 mm	0,62 mm	0,64 mm
		90º	0,64 mm	0,63 mm	0,65 mm	0,63 mm	0,64 mm
	2ª extrem.	0º	0,64 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,63 mm	0,64 mm
		90º	0,65 mm	0,64 mm	0,63 mm	0,64 mm	0,64 mm
	cordão de soldadura	1ª extrem.	0,70 mm	0,66 mm	0,67 mm	0,65 mm	0,67 mm
		2ª extrem.	0,63 mm	0,65 mm	0,68 mm	0,65 mm	0,68 mm

3 – INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO CAUDAL TÉRMICO EM ENSAIOS EM ESQUENTADORES

PERADOR 2

	Pg (mbar)	tg (°C)	Pa (mbar)	V ₂ /1000 (m³/h)
1ª medição	22,2	25,2	1007,8	2,82
2ª medição	22,1	25,0	1007,8	2,75
3ª medição	22,1	24,8	1007,8	2,75

OPERADOR 3

	Pg (mbar)	tg (°C)	Pa (mbar)	V ₂ /1000 (m³/h)
1ª medição	20,0	24,0	1008,0	2,85
2ª medição	20,0	24,0	1008,0	2,79
3ª medição	20,0	24,0	1008,0	2,79

4 – INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO RENDIMENTO EM ENSAIOS EM ESQUENTADORES

OPERADOR 2

	P_{entrada} (mbar)	$T_{\text{gás}}$ (°C)	$P_{\text{atm.}}$ (mbar)	Fluxo gás corr. (l/hora)	$t_{\text{med.2}}$ (min.)	$T_{\text{med.corr}}$ (°C)	$t_{\text{med.1}}$ (min.)	Fluxo água (kg/min.)
1ª medição	22,40	23,50	1014,40	2804,40	8,56	40,82	8,75	7,54
2ª medição	22,40	23,60	1014,50	2808,80	8,69	40,61	8,54	7,59
3ª medição	22,40	23,80	1014,40	2809,80	8,81	40,51	8,54	7,60

OPERADOR 3

	P_{entrada} (mbar)	$T_{\text{gás}}$ (°C)	$P_{\text{atm.}}$ (mbar)	Fluxo gás corr. (l/hora)	$t_{\text{med.2}}$ (min.)	$T_{\text{med.corr}}$ (°C)	$t_{\text{med.1}}$ (min.)	Fluxo água (kg/min.)
1ª medição	20,00	24,00	1008,00	2832,60	4,83	39,80	4,77	7,86
2ª medição	20,00	24,00	1008,00	2777,30	4,98	40,10	4,86	7,64
3ª medição	20,00	24,00	1008,00	2785,60	4,33	40,20	4,31	7,62

5 – INCERTEZAS NO ENSAIO DE COMBUSTÃO A APARELHOS DOMÉSTICOS PARA PREPARAÇÃO DE ALIMENTOS QUE UTILIZAM COMBUSTÍVEIS GASOSOS

OPERADOR 2

	$(\text{CO})_{\text{M}}$ (%)	CO_2 (%)	$(\text{CO})_{\text{N}}$ (%)
1ª medição	0,0050	3,25	0,02
2ª medição	0,0074	3,25	0,03
3ª medição	0,0060	3,30	0,03

OPERADOR 3

	$(\text{CO})_{\text{M}}$ (%)	CO_2 (%)	$(\text{CO})_{\text{N}}$ (%)
1ª medição	0,0047	3,24	0,02
2ª medição	0,0049	3,58	0,02
3ª medição	0,0062	3,09	0,03

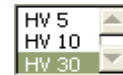
6 – INCERTEZAS NO ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DO RENDIMENTO DE APARELHOS DE COZINHA PROFISSIONAL ($\phi = 420$ mm)

	$V_2/1000$ (m ³ /h)	p_a (mbar)	p_{ensaio} (mbar)	$(t_r - t_i)_{corrig.}$ (°C)	t_g (°C)
1ª medição	0,234	1012,70	37	70,402	24
2ª medição	0,233	1013,70	37	69,612	23
3ª medição	0,234	1012,70	37	69,908	24

ANEXO XII - Cálculo da incerteza de medição na calibração da escala de dureza Vickers (EN ISO 6507-2)

PADRÃO	Incerteza expandida	Resolução do equipamento
245 HV 30	$\pm 2,4 \text{ HV } 30$	0,005 mm

Escolher



			1ª diagonal (mm)	2ª diagonal (mm)	Diagonal média (mm)	Dureza obtida
Padrão	Valores de dureza medidos na máquina de ensaio	1ª leitura	0,470	0,475	0,473	249 HV 30
245 HV 30		2ª leitura	0,470	0,475	0,473	249 HV 30
		3ª leitura	0,475	0,475	0,475	247 HV 30
		4ª leitura	0,475	0,475	0,475	247 HV 30
		5ª leitura	0,475	0,475	0,475	247 HV 30
Média da diagonal média 0,474					soma	1238
					média	248
					variância	2,05
					desvio padrão	1,43

Fonte de Incerteza	Tipo de avaliação (A ou B) e Distribuição	Valor da Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente de sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \cdot u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
PADRÃO	B-N	1,20 HV	1	1,44	50
REPETIBILIDADE	A	0,64 HV	1	0,41	4
RESOLUÇÃO	B-R	$1,44 \times 10^{-3} \text{ mm}$	1044,79039 N/mm ³	2,2	∞
				$u^2(y)$	4,12
				$u(y)$	2,03
				V_{ef}	203
				k	2,01
				incerteza expandida (HV 30)	4,1
					-4,1

ANEXO XIII - Cálculo da incerteza de medição na calibração da escala de dureza Rockwell HRB (EN ISO 6508-2)

PADRÃO	Incerteza expandida	Resolução do equipamento
57,33 HRB	$\pm 1 \text{ HRB}$	0,1 HRB

Padrão	Valores de dureza medidos na máquina de ensaio	Dureza medida	
		1ª leitura	56,3
57,33 HRB		2ª leitura	56,6
		3ª leitura	57,0
		4ª leitura	56,8
		5ª leitura	56,8
		soma	284
		média	56,7
		variância	0,07
		desvio padrão	0,26

Fonte de Incerteza	Tipo de avaliação (A ou B) e Distribuição	Valor da Incerteza-padrão $[u(x_i)]$	Coefficiente de sensibilidade $[c_i]$	Componente quadrático $u_i^2 = [c_i \cdot u(x_i)]^2$	nº de Graus de Liberdade $[v_i]$
PADRAO	B-N	0,5000 HRB	1	$2,50 \times 10^{-1}$	50
REPETIBILIDADE	A	0,1183 HRB	1	$1,40 \times 10^{-2}$	4
RESOLUÇÃO	B-R	0,0289 HRB	1	$8,33 \times 10^{-4}$	∞
				$u_2(y)$	$2,65 \times 10^{-1}$
				$u(y)$	0,51
				V_{ef}	54
				k	2,05
				incerteza expandida (HRB)	$\pm 1,05 \text{ HRB}$

ANEXO XIV – Testes de aderência à normalidade

A distribuição normal é uma distribuição muito importante, visto ser um pressuposto de utilização de muitos testes estatísticos e permitir a aplicação de um grande número de estatísticas descritivas.

Existem diversos testes para analisar o ajustamento ou aderência à normalidade de uma dada distribuição. Neste trabalho só vão ser utilizados quatro.

Teste de Anderson-Darling

O teste de Anderson-Darling mede o quadrado da distância dos pontos da distribuição em análise a um ajuste de curva normal, com maiores pesos para os valores de cauda.

A estatística para o teste de normalidade tem a seguinte forma funcional:

$$AD = \sum_{i=1}^n \frac{1-2i}{n} \{ \ln(F_0[Z_{(i)}]) + \ln(1 - F_0[Z_{(n+1-i)}]) \} - n$$

onde F_0 é a distribuição assumida (normal), $Z_{(i)}$ é o $i^{\text{ésimo}}$ valor amostral estandardizado, “n” é o tamanho da amostra e “ln” é o logaritmo de base e.

Este teste considera as seguintes hipóteses:

H_0 : a população é normalmente distribuída

H_1 : a população não é normalmente distribuída

Para determinar se se deve rejeitar ou não a hipótese nula de normalidade, é necessário examinar a estatística AD. Rejeita-se a hipótese nula se:

$$AD > CV = \frac{0,752}{\left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2}\right)}$$

Nota: Para aplicar este teste aos dados em estudo foi utilizado o MINITAB 14.

Teste de Kolmogorov-Smirnov

O teste de Kolmogorov-Smirnov de aderência à normalidade, serve para analisar o ajustamento ou aderência à normalidade da distribuição de uma variável de nível ordinal ou superior, através da comparação das frequências relativas acumuladas observadas com as frequências relativas acumuladas esperadas. O valor do teste é a maior diferença existente entre ambas. Isto é,

$$\text{Teste K-S} = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

onde $F_n(x)$ é a função de distribuição amostral e $F(x)$ é a função de distribuição sob H_0 .

As hipóteses a testar são as seguintes:

H_0 : x (variável aleatória contínua) segue uma determinada distribuição amostral (Normal, por exemplo)

H_1 : x não segue essa distribuição

A região crítica é sempre unilateral direita, visto que se rejeita a hipótese nula quando as frequências observadas são significativamente diferentes das frequências esperadas, o que corresponde a valores do teste sempre positivos, uma vez que se usa módulos.

Rejeita-se a hipótese nula se, teste K-S < VC (valor crítico tabelado).

Nota: Para aplicar este teste aos dados em estudo foi utilizado o SPSS 10.

Teste de David

O teste de David baseia somente na relação entre a amplitude (R) e o desvio padrão (s) da amostra, não sendo assim sensível a valores singulares que possam existir na amostra. E determina-se da seguinte forma:

1) Calcula-se a estatística do teste, $A = R/s$

onde R = Valor máximo – Valor mínimo e s = desvio padrão da amostra

2) Verifica se o valor do teste A está entre o limite inferior e o limite superior, sendo estes limites tabelados para diferentes números de dados (n) e níveis de significância.

3) Então, se limite inferior $\leq A \leq$ limite superior a amostra provem de uma população normal.

Tabela do teste de David:

Limites inferiores						Limites superiores						
Nível de significância α												
n	0.000	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.000
3	1.732	1.735	1.737	1.745	1.758	1.782	1.997	1.999	2.000	2.000	2.000	2.000
4	1.732	1.83	1.87	1.93	1.98	2.04	2.409	2.429	2.439	2.445	2.447	2.449
5	1.826	1.98	2.02	2.09	2.15	2.22	2.712	2.753	2.782	2.803	2.813	2.828
6	1.826	2.11	2.15	2.22	2.28	2.37	2.949	3.012	3.056	3.095	3.115	3.162
7	1.871	2.22	2.26	2.33	2.40	2.49	3.143	3.222	3.282	3.338	3.369	3.464
8	1.871	2.31	2.35	2.43	2.50	2.59	3.308	3.399	3.471	3.543	3.585	3.742
9	1.897	2.39	2.44	2.51	2.59	2.68	3.449	3.552	3.634	3.720	3.772	4.000
10	1.897	2.46	2.51	2.59	2.67	2.76	3.57	3.685	3.777	3.875	3.935	4.243
11	1.915	2.53	2.58	2.66	2.74	2.84	3.68	3.80	3.903	4.012	4.079	4.472
12	1.915	2.59	2.64	2.72	2.80	2.90	3.78	3.91	4.02	4.134	4.208	4.690
13	1.927	2.64	2.70	2.78	2.86	2.96	3.87	4.00	4.12	4.244	4.325	4.899
14	1.927	2.70	2.75	2.83	2.92	3.02	3.95	4.09	4.21	4.34	4.431	5.099
15	1.936	2.74	2.80	2.88	2.97	3.07	4.02	4.17	4.29	4.44	4.53	5.292
16	1.936	2.79	2.84	2.93	3.01	3.12	4.09	4.24	4.37	4.52	4.62	5.477
17	1.944	2.83	2.88	2.97	3.06	3.17	4.15	4.31	4.44	4.60	4.70	5.657
18	1.944	2.87	2.92	3.01	3.10	3.21	4.21	4.37	4.51	4.67	4.78	5.831
19	1.949	2.90	2.96	3.05	3.14	3.25	4.27	4.43	4.57	4.74	4.85	6.000
20	1.949	2.94	2.99	3.09	3.18	3.29	4.32	4.49	4.63	4.80	4.91	6.164
25	1.961	3.09	3.15	3.24	3.34	3.45	4.53	4.71	4.87	5.06	5.19	6.93
30	1.966	3.21	3.27	3.37	3.47	3.59	4.70	4.89	5.06	5.26	5.40	7.62
35	1.972	3.32	3.38	3.48	3.58	3.70	4.84	5.04	5.21	5.42	5.57	8.25
40	1.975	3.41	3.47	3.57	3.67	3.79	4.96	5.16	5.34	5.56	5.71	8.83
45	1.978	3.49	3.55	3.66	3.75	3.88	5.06	5.26	5.45	5.67	5.83	9.38
50	1.980	3.56	3.62	3.73	3.83	3.95	5.14	5.35	5.54	5.77	5.93	9.90
55	1.982	3.62	3.69	3.80	3.90	4.02	5.22	5.43	5.63	5.86	6.02	10.39
60	1.983	3.68	3.75	3.86	3.96	4.08	5.29	5.51	5.70	5.94	6.10	10.86
65	1.985	3.74	3.80	3.91	4.01	4.14	5.35	5.57	5.77	6.01	6.17	11.31
70	1.985	3.79	3.85	3.96	4.06	4.19	5.41	5.63	5.83	6.07	6.24	11.75
75	1.987	3.83	3.90	4.01	4.11	4.24	5.46	5.68	5.88	6.13	6.30	12.17
80	1.987	3.88	3.94	4.05	4.16	4.28	5.51	5.73	5.93	6.18	6.35	12.57
85	1.988	3.92	3.99	4.09	4.20	4.33	5.56	5.78	5.98	6.23	6.40	12.96
90	1.989	3.96	4.02	4.13	4.24	4.36	5.60	5.82	6.03	6.27	6.45	13.34
95	1.990	3.99	4.06	4.17	4.27	4.40	5.64	5.86	6.07	6.32	6.49	13.71
100	1.990	4.03	4.10	4.21	4.31	4.44	5.68	5.90	6.11	6.36	6.53	14.07
150	1.993	4.32	4.38	4.48	4.59	4.72	5.96	6.18	6.39	6.64	6.82	17.26
200	1.995	4.53	4.59	4.68	4.78	4.90	6.15	6.39	6.60	6.84	7.01	19.95
500	1.998	5.06	5.13	5.25	5.37	5.49	6.72	6.94	7.15	7.42	7.60	31.59
1000	1.999	5.50	5.57	5.68	5.79	5.92	7.11	7.33	7.54	7.80	7.99	44.70

Nota: Para aplicar este teste aos dados em estudo foi utilizado o software Assistat.

Teste de Shapiro-Wilk:

O teste de Shapiro-Wilk testa a hipótese nula de que uma amostra, $x_1, x_2, \dots, x_n$ segue uma distribuição normal. A estatística do teste é calculada da seguinte forma:

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

onde

- $x_{(i)}$ é a $i^{\text{ésima}}$ estatística de ordem, isto é, é o $i^{\text{ésimo}}$ número mais pequeno da amostra;
- $\bar{x}$ é a média da amostra;
- a_i é uma constante dada por

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{m^T V^{-1} V^{-1} m} \quad \text{com } m = (m_1, \dots, m_n)^T \text{ e } m_1, \dots, m_n \text{ são os valores esperados}$$

da estatística de ordem de uma amostra independente e identicamente distribuída (iid) de uma distribuição normal “standard”;

- V é a matriz de covariâncias das estatísticas de ordem

Rejeita-se a hipótese nula se W for muito pequeno.

Nota: Para aplicar este teste aos dados em estudo foi utilizado o SPSS 10.

