

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



FEUP

**Redução do consumo energético de um
equipamento de frio**

Nuno Miguel Rocha Mesquita

Dissertação realizada no âmbito do
Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Major Automação

Orientador: Prof. Dr. Rui Esteves Araújo

Julho 2009

© Nuno Miguel Rocha Mesquita, 2009

Resumo

Nos anos mais recentes, parte do desenvolvimento e inovação associado aos sistemas de refrigeração tem sido alicerçado na utilização de sistemas electrónicos para controlar e optimizar o seu funcionamento. Neste contexto, a dissertação inicia-se com o estudo da termodinâmica, das máquinas de refrigeração e seus componentes. De seguida, apresenta-se a plataforma experimental desenvolvida, a qual constitui um primeiro esforço para munir o Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores da FEUP com um ambiente experimental dedicado aos sistemas de refrigeração. Devido há necessidade de criar perturbações dentro do sistema, foi projectada e construída uma fonte de calor controlada de forma remota por um programa em PC.

Foi realizado um estudo sobre a matéria de identificação de sistemas, no sentido de estabelecer um modelo matemático inicial para o sistema de frio que permitisse estudos e o projecto de controladores digitais. Foram realizados ensaios preliminares no equipamento, tendo-se obtido uma representação para métrica em espaço de estados. Esse modelo constitui-se como a base para projectar o controlador digital que manipula a capacidade de refrigeração do equipamento com base na variação de velocidade do compressor. Foram realizados ensaios experimentais exploratórios e demonstradores do funcionamento da plataforma experimental.

Abstract

In recent years, the development and innovation associated with refrigeration systems have been based on the use of electronic systems to control and optimize its operation. In this context, the dissertation begins with the study of thermodynamics, refrigeration machinery and its components. Then, it is the developed experimental platform, which is a first effort to equip the Department of Electrical and Computer Engineering at FEUP with an environment dedicated to the experimental refrigeration systems. Because there was a need to create disturbances within the system, it was designed and built a controlled heat source controlled remotely by a program on a PC.

There was a study on the subject of identification systems, in order to establish a mathematical model for the initial refrigeration system that would allow studies and the design of digital controllers. Preliminary tests were performed on the equipment, resulting in a representation parametric in space of states. This model is set to be the basis for projecting the digital controller that handles the cooling capacity of the equipment based on the speed variation of the compressor. There were exploratory and experimental demonstrations of the operation of the experimental platform.

Agradecimentos

Um agradecimento em especial aos meus pais e irmã, que são responsáveis pelo homem que sou hoje.

À minha mulher, que me apoiou sempre que precisei.

Ao Prof. Doutor Rui Esteves Araújo pelo seu apoio e motivação no trabalho.

Índice

Resumo	iii
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Índice	ix
Lista de figuras	xii
Lista de tabelas	xvii
Abreviaturas e Símbolos	xviii
Capítulo 1	21
Introdução.....	21
1.1 - Enquadramento Histórico	21
1.2 - Estabelecimento do âmbito e objectivos	21
1.3 - Estrutura do documento	22
Capítulo 2	23
Fundamentos da teoria da refrigeração	23
2.1 - Conceitos básicos da termodinâmica	23
2.1.1 - Propriedades termodinâmicas	23
2.1.2 - Equilíbrio térmico, lei zero da termodinâmica, equilíbrio termodinâmico.....	24
2.1.3 - Gás ideal, trabalho, 1ª Lei da termodinâmica e entalpia	25
2.1.4 - Entropia e a 2ª Lei da termodinâmica.....	27
2.1.5 - Máquina térmica, máquina frigorífica e ciclo de Carnot.....	28
2.2 - Propriedades do frigorígeno, ciclo de refrigeração e sistema de refrigeração	30
2.2.1 - Diagrama de Mollier	30
2.2.2 - Ciclo de refrigeração	32
2.2.3 - Modelo energético simplificado de um sistema de refrigeração	35
2.3 - Componentes do sistema de refrigeração	38
2.3.1 - Compressores	39
2.3.2 - Evaporadores e condensadores.....	42
2.3.2.1 - Coeficiente global de transferência de calor.....	43
2.3.2.2 - Capacidade do condensador	45

2.3.2.3 -	Evaporadores.....	46
2.3.2.4 -	Dispositivos de Expansão.....	46
Capítulo 3	48
Plataforma Experimental.....		48
3.1 -	Introdução.....	48
3.2 -	Requisitos iniciais.....	48
3.3 -	Esboço da plataforma experimental.....	49
3.4 -	Escolha da plataforma experimental.....	51
3.5 -	Sistema de aquisição.....	52
3.5.1 -	Montagem.....	52
3.5.2 -	Calibração.....	54
Capítulo 4	57
Projecto e construção da carga térmica.....		57
4.1 -	Introdução.....	57
4.2 -	Construção da caixa.....	57
4.3 -	Controlo da carga térmica.....	58
4.3.1 -	Descrição geral.....	58
4.3.2 -	Demonstração de resultados.....	61
4.4 -	Análise do sistema.....	62
Capítulo 5	67
Identificação.....		67
5.1 -	Introdução.....	67
5.2 -	Excitação de sinais de entrada.....	70
5.3 -	Sequências binárias pseudo-aleatórias.....	71
5.4 -	Métodos de identificação paramétrica.....	73
5.4.1 -	Classes de estruturas de modelos com representação polinomial.....	73
5.4.2 -	Classes de estruturas de modelos em espaço de estados.....	74
5.5 -	Métodos de identificação em subespaço de estados.....	75
5.5.1 -	Introdução.....	75
5.5.2 -	Ideias básicas dos algoritmos de identificação em subespaço de estados.....	76
5.5.3 -	Identificação combinada determinística e estocástica no subespaço N4SID.....	78
5.6 -	Aquisição de dados de entrada/saída.....	81
5.6.1 -	Dados iniciais.....	82
5.6.2 -	Tempo de amostragem.....	84
5.6.3 -	Sequências binárias pseudo-aleatórias (PRBS) como sinais de entrada.....	85
5.6.3.1 -	Definição de parâmetros.....	85
5.6.3.2 -	Sinais de saída.....	86
5.6.4 -	Sinais de entrada de ruído branco Gaussiano filtrado.....	87
5.7 -	Validação da estrutura do modelo.....	87
Capítulo 6	91
Sistema de Controlo.....		91
6.1 -	Esquema de controlo.....	91
6.2 -	Funcionamento em vazio em regime permanente.....	92
6.2.1 -	Estado inicial da máquina.....	92

6.2.2 - Utilizando o controlador em Labview	94
6.3 - Efeito das perturbações durante o funcionamento	95
6.3.1 - Controlador digital original	96
6.3.2 - Utilizando o controlador em Labview	98
6.4 - Comparação dos resultados	100
Capítulo 7	101
Conclusão	101
Anexos	103
Anexo A	104
Anexo B	109
Anexo C	110
Anexo D	111
Anexo E	112
Anexo F	113
Anexo G	115
Anexo H	117
Referências	118

Lista de figuras

Figura 2.1 - Diagrama PV e ciclo de trabalho.....	26
Figura 2.2 - Diagrama do funcionamento de uma máquina térmica [23]	28
Figura 2.3 - Diagrama do funcionamento de uma máquina frigorífica [23]	29
Figura 2.4 - Diagrama PV do ciclo de carnot [23]	29
Figura 2.5 - Diagrama PH com a linha de saturação e regiões diferentes fases[6]	30
Figura 2.6 - Diagrama PH com linhas isotérmicas[6]	31
Figura 2.7 - Diagrama PH com linhas isocóricas[6]	31
Figura 2.8 - Diagrama PH com linhas isentrópicas[6]	32
Figura 2.9 - Circuito de Carnot [6]	32
Figura 2.10 - Ciclo de Carnot em coordenadas temperatura-entropia, representação das transferências de calor[6]	33
Figura 2.11 - Ciclo de Carnot em coordenadas temperatura-entropia, representação do trabalho realizado [6]	34
Figura 2.12 - Representação do ciclo de Carnot [6]	34
Figura 2.13 - Representação do calculo de título no ponto 1 [6]	34
Figura 2.14 - Esquema demonstrativo das energias envolventes numa parte do circuito [6] ..	35
Figura 2.15 - Exemplo de uma conduta de gás [6].....	35
Figura 2.16 - Representação do compressor [6].....	36
Figura 2.17 - Representação do permutador de calor [6]	36
Figura 2.18 - Representação do dispositivo de expansão [6]	36
Figura 2.19 - Aproximação do funcionamento ideal do compressor à realidade [6].....	37
Figura 2.20 - Aproximação do funcionamento ideal do dispositivo de expansão à realidade [6].....	37

Figura 2.21 - Exemplo esquemático do funcionamento de um circuito de refrigeração [23] ..	38
Figura 2.22 - Representação das três fases do ciclo de compressão	39
Figura 2.23 - a,b,c representam permutadores <i>shell-and-tube</i> ; d,e,f representam <i>finned-coil</i> , [6]e [7].....	43
Figura 2.24 - Ilustração em corte seccional de um permutador de calor refrigerado a água, [7].....	44
Figura 3.1 - Esboço de uma plataforma experimental de um circuito de refrigeração	49
Figura 3.2 - A plataforma experimental preparada para ensaiar com diferente pontos de operação	50
Figura 3.3 - A plataforma experimental preparada para ensaiar a regulação da temperatura na câmara do evaporador	51
Figura 3.4 - Equipamento industrial utilizado para ser a base da plataforma experimental....	51
Figura 3.5 - Representação genérica da circulação das correntes de convecção	52
Figura 3.6-Esquema simplificado da montagem do termistor ou Pt100.....	53
Figura 3.7 - Fonte de corrente para um sensor Pt100.....	53
Figura 3.8 Esquema da dispersão dos transdutores.....	54
Figura 3.9 - Assistente de criação de entradas para os sinais provenientes dos transdutores Pt100	54
Figura 3.10 - Painel de inicio de calibração dos canais de instrumentação criados	55
Figura 3.11 - Mapeamento dos valores de calibração	55
Figura 3.12 - Curva característica do termistor	56
Figura 3.13 - Sinais dos transdutores Pt100 que demonstram o problema de quantificação... 56	56
Figura 4.1 - Desenho da estrutura interna da caixa - a) vista de topo, onde se pode ver as resistências e a sua disposição de forma a obter uma distribuição de calor o mais uniforme possível; b) vista de frente, onde se pode ver com clareza as placas de inox de reforço onde as resistências vão ficar apoiadas; c) vista de perfil; d) foto da caixa;.....	58
Figura 4.2 - Cadeia de controlo da fonte de calor.	59
Figura 4.3 - Diagrama da estrutura do sistema.....	59
Figura 4.4 - Painel de controlo manual	60
Figura 4.5 - Painel de controlo automático	60
Figura 4.7 - Exemplo da forma do sinal a controlar	62
Figura 4.8 - sinal da rede de 110V	63
Figura 4.9 - Relação entre os valores medidos e a expressão(4.2)	64

Figura 5.1 - Fluxograma para realizar um processo de identificação, [13]	69
Figura 5.2 - Diagrama da aplicação da sequência, [14].....	71
Figura 5.3 - Exemplo de uma sequência binária pseudo-aleatória, [14]	72
Figura 5.4 - Largura de banda das sequências binárias pseudo-aleatórias, [14]	72
Figura 5.5 - As duas vertentes de identificação de modelos em espaço de estados [16].....	76
Figura 5.6 - Representação das estimativas de estados ao passar pelo filtro de Kalman [16].	80
Figura 5.7 - Impressão da imagem do ecrã do FLUKE 43	82
Figura 5.8 - Registo da potência aparente em VA	83
Figura 5.9 - Registo da potencia activa em W	83
Figura 5.10 - Representação da subida de temperatura na descarga do compressor	84
Figura 5.11 - Demonstração de que a sequência ao fim de 3000s perde o controlo.....	86
Figura 5.12 - Demonstração de registos de temperatura na identificação entrada PRBS entre 0 e 10V	86
Figura 5.13 - Demonstração de alguns registos de temperatura na identificação sendo o sinal de entrada ruído branco Gaussiano filtrado	87
Figura 5.14 - Parte do painel frontal do programa de validação do modelo	88
Figura 5.15 - Comparação do sinal da temperatura do evaporador com o sinal do modelo de simulação	89
Figura 5.16 - Comparação do sinal da temperatura da câmara com o sinal do modelo de simulação	89
Figura 5.17 - Comparação do sinal da temperatura do evaporador com o sinal do modelo de preditivo	89
Figura 5.18 Comparação do sinal da temperatura da câmara com o sinal do modelo de preditivo	90
Figura 6.1 - Esquema de controlo.....	91
Figura 6.2 - Registo das temperaturas dentro da câmara	92
Figura 6.3 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador	92
Figura 6.4 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor	93
Figura 6.5 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador...	93
Figura 6.6 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43	93
Figura 6.7 - Registo das temperaturas dentro da câmara	94
Figura 6.8 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador	94

Figura 6.9 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor	94
Figura 6.10 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador .	95
Figura 6.11 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43	95
Figura 6.12 - Diagrama de perturbações introduzidas no sistema	96
Figura 6.13- Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador ..	96
Figura 6.14 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor	96
Figura 6.15 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador .	97
Figura 6.16 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador ...	97
Figura 6.17 - Registo das temperaturas dentro da câmara	97
Figura 6.18 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43	98
Figura 6.19 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador .	98
Figura 6.20 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor	98
Figura 6.21 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador ...	99
Figura 6.22 - Registo das temperaturas dentro da câmara	99
Figura 6.23 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43	99
Figura a.1 - painel de controlo do instrumento virtual utilizado para realizar a calibração..	109
Figura a.2 - programa do instrumento virtual de calibração em linguagem G	110
Figura a.3 - programa utilizado para realizar a identificação utilizando um sinal de entrada PRBS	111
Figura a.4 - Programa para realizar a identificação utilizando um sinal de ruído branco gaussiano filtrado	112
Figura a.5 - Registo da evolução da temperatura no evaporador e na câmara frigorífica.....	113
Figura a.6 - Registo da temperatura de sucção e de descarga, ou seja, na entrada e saída do compressor	113
Figura a.7 - Registo da temperatura ambiente e do condensador	114
Figura a.8 - Registo da temperatura na saída do condensador e na entrada do evaporador..	114
Figura a.9 - Registo da evolução da temperatura no evaporador e na câmara frigorífica.....	115
Figura a.10 - Registo da temperatura de sucção e de descarga, ou seja, na entrada e saída do compressor	115
Figura a.11 - Registo da temperatura ambiente e do condensador.....	116

Figura a.12 - Registo da temperatura na saída do condensador e na entrada do evaporador	116
Figura a.13 - Programa utilizado para criar e validar o modelo.....	117

Lista de tabelas

Tabela 1 - Valores de tensão eficaz	62
Tabela 2 - Valores utilizando a expressão (4.2)	63
Tabela 3 - Demonstração dos erros de aproximação	64
Tabela 4 - Demonstração de erros em tensão e potência	65
Tabela 5 - O número de bits a somar para realizar o procedimento	71

Abreviaturas e Símbolos

Lista de abreviaturas (ordenadas por ordem alfabética)

COP	<i>coefficient of performance</i>
DAC	<i>digital to analog converter</i>
DEEC	Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
EER	coeficiente de eficiência energética
FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
MIMO	<i>multiple input to multiple output</i>
ODE	<i>ordinary differential equation</i>
PDE	<i>partial differential equation</i>
PID	proporcional, integral, derivativo
PRBS	<i>pseudo-random binary sequence</i>
SISO	<i>single-input, single-output</i>
SVD	<i>singular value decomposition</i>
VI	<i>virtual instrument</i>

Lista de símbolos

α	coeficiente de transferência de calor
A	área
A,B,C,D	matrizes em espaço de estados
C	calor específico
c	velocidade
E	energia
E	erro, ruído
H,h	entalpia, entalpia específica
I	matriz identidade
L	comprimento

λ	valor próprio
\dot{m}	caudal mássico
η	eficiência
P	pressão, potência
Q	calor
\dot{Q}	Potência calorífica
q	caudal
Re	número Reynold's
ρ	densidade
S	slip ratio
s	entropia específica
σ	valor singular
T	temperatura
t	tempo
U,u	energia interna, energia interna específica, entrada dos controladores
V	volume, tensão
ν	volume específico
W	<i>work</i> (trabalho)
\dot{W}	trabalho por unidade de tempo, potência
ω	frequência angular
X	espessura, coordenada espacial
y	saída do sistema
γ	título
z	coordenada espacial
Z	matriz

Lista de símbolos subscritos

1,2,3	1 ^a ,2 ^a ,3 ^a região
a, air	ar
m	média
p	pressão constante
s	sucção
ν	volumétrica teórica
ν_r	volumétrica real
os	<i>outer surface</i>
is	<i>internal surface</i>
<i>l</i>	<i>in</i>
<i>o</i>	<i>out</i>

Capítulo 1

Introdução

1.1 - Enquadramento Histórico

O registo dos primeiros estudos sobre a refrigeração remontam a 1550, mas foi no século XIX que houve um grande desenvolvimento do conhecimento científico que estabelece os fundamentos teóricos para o desenvolvimento de sistemas de produção de frio. Actualmente, o processo de refrigeração é essencial para a vida moderna.

A refrigeração é utilizada praticamente em todas as sociedades para diversos fins. Desde refrigeração dos produtos para alimentação, ao ar-condicionado, passando por alguns processos industriais de produção de bens. Por último, referênciamos a sua utilização em locais lúdicos para a prática de patinagem e outros desportos de inverno.

Mas no panorama energético, devido à grande quantidade de sistemas de refrigeração, quantidade essa que não pára de aumentar, a refrigeração tem uma forte influência no consumo de energético. Esta influência associada à crise energética e económica forçam a necessidade de evoluir e inovar, de forma os equipamentos fiquem mais económicos e mais eficientes.

1.2 - Estabelecimento do âmbito e objectivos

Face ao anteriormente exposto, sentiu-se a necessidade de estudar a possibilidade de estabelecer modelos paramétricos representativos do sistema de produção de frio, que posteriormente permitam o estabelecimento de uma abordagem de controlo de forma a tornar o equipamento mais eficiente do ponto de vista energético.

Além disso, pretendem construir-se uma plataforma experimental, no sentido de ser atingida um ponto de equilíbrio; por um lado, a possibilidade de exercitar métodos de

identificação de sistemas para a obtenção de modelos por via experimental, por outro lado, manter a complexidade da plataforma a um nível tal que permitisse a sua utilização durante o período de tempo dedicado à preparação da dissertação.

Assim, os objectivos estabelecidos para a dissertação foram:

- Estudo dos sistemas de refrigeração.
- Estabelecimento dos requisitos, projecto e construção da plataforma experimental.
- Teste e verificação da plataforma experimental
- Aplicação de métodos de identificação baseados em subespaço de estados.
- Implementação na plataforma experimental de um controlador simplificado com base no modelo obtido.

1.3 - Estrutura do documento

Para além da introdução, está dissertação contém mais 6 capítulos.

No capítulo 2, é realizado um estudo sobre termodinâmica e sistemas de refrigeração, aqui são apresentados alguns conceitos e elementos necessários para contextualizar a dissertação.

No capítulo 3, é a aplicação do estudo realizado no capítulo 2 de forma a obter uma plataforma experimental para realizar o trabalho.

No capítulo 4, apresenta a solução desenvolvida para variar a carga térmica do sistema.

No capítulo 5, é realizado um estudo sobre modelos e métodos de identificação de sistemas, para posteriormente se escolher o mais apropriado para representar a plataforma experimental. São efectuados alguns processos de identificação para obter um modelo.

No capítulo 6, são realizados alguns ensaios e experiencias para comparar dois modos de funcionamento da plataforma e apresenta os valores registados.

No capítulo 7 são sumariados os principais resultados deste trabalho e são dadas recomendações sobre desenvolvimentos de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Fundamentos da teoria da refrigeração

Neste capítulo, apresentam-se os fundamentos sobre a termodinâmica e uma breve revisão sobre os mecanismos de transferência de calor.

Estes elementos de carácter introdutório são justificados pela natureza muito específica do trabalho e a sua reduzida cobertura na área da electrotecnia. Assim procura-se estabelecer uma revisão dos principais conceitos em torno do campo da refrigeração

2.1 - Conceitos básicos da termodinâmica

2.1.1 - Propriedades termodinâmicas

A ciência termodinâmica estabelece os conceitos que explicam os fenómenos físicos de transferência de energia térmica, identifica os elementos físicos, as propriedades e as respectivas leis que descrevem os fenómenos térmicos.

As principais grandezas e características a saber são:

A **temperatura** (T), é uma grandeza que indica o estado térmico da substância, que por sua vez caracteriza a capacidade que a substância tem para trocar energia com outra em que esteja em contacto.

A **pressão** (P), é uma força normal (perpendicular a uma superfície) exercida por um fluido por unidade de área, existe também a pressão absoluta quando a pressão da substância é medida juntamente com a pressão atmosférica.

A **massa volúmica** (ρ), específica a massa que ocupa uma unidade de volume, **volume específico** (v), é o que caracteriza o volume de uma unidade de massa da substância. A densidade e volume específico são inversos.

O **calor específico** (c), é a quantidade de energia requerida para elevar a temperatura 1°C em cada grama de substância. Como a amplitude desta quantidade é influenciada pelo processo realizado, o método como o calor é adicionado ou retirado é também caracterizado pelo **calor específico a volume constante** (c_v) e **calor específico a pressão constante** (c_p).

A **entalpia** descreve a energia interna total de uma substância, que em determinados processos a sua variação será igual ao calor transferido nesse processo.

A **entropia** apesar de ser uma propriedade das mais fundamentais e amplamente utilizada na termodinâmica, em sistemas de refrigeração não tem grande relevo, mas está fundamentalmente associada a uma grandeza de desordem interna da substância.

Na grande maioria dos sistemas de aquecimento e refrigeração utilizam os **estados de fase** das substâncias no seu estado líquido ou gasoso para caracterizar o funcionamento dos sistemas

2.1.2 - Equilíbrio térmico, lei zero da termodinâmica, equilíbrio termodinâmico

Empiricamente sabemos que dois corpos com a mesma massa, mas com temperaturas diferentes, T_1 e T_2 , quando entram em contacto, a temperatura dos corpos alteram-se, diminuindo no corpo mais quente e aumentando no corpo mais frio. O equilíbrio térmico é atingido quando a temperatura final dos corpos é uma temperatura intermédia entre duas temperaturas iniciais. Em termos matemáticos, estes resultados podem ser formular-se através da equação (2.1)

$$\Delta T_{c1} = -\Delta T_{c2} \quad (2.1)$$

em que os índices $c1$ e $c2$ reaperentam os dois corpos distintos.

A **lei zero da termodinâmica** postula que dois sistemas em equilíbrio térmico com um terceiro estão em equilíbrio térmico entre si. Pode haver equilíbrio térmico sem haver equilíbrio termodinâmico, para haver **equilíbrio termodinâmico** tem que existir as seguintes condições:

- Equilíbrio mecânico (forças e movimento = 0)
- Equilíbrio químico
- Não haver troca de materiais

Quando são misturadas diferentes massas, a temperatura varia inversamente com as massas, ou seja, a menor massa varia mais de temperatura, de modo que os produtos $m\Delta T$ permanecem com a mesma quantidade.

$$m_{c1}\Delta T_{c1} = -m_{c2}\Delta T_{c2} \quad (2.2)$$

A energia térmica absorvida pelo corpo depende das características dos materiais que o compõe. Pode definir-se a energia em forma de calor necessária para variar a temperatura de um corpo através da equação (2.3)

$$Q = cm\Delta T \quad (2.3)$$

em que c é uma constante de proporcionalidade definida de calor específico.

Podemos então considerar que um corpo tem uma **capacidade calorífica** (C)

$$Q = C\Delta T \quad (2.4)$$

Mas a expressão (2.3), só é válida enquanto a substância não muda de fase, porque nessa situação $Q>0$ e $\Delta T=0$.

O calor necessário para esta transição de fase depende da quantidade de massa envolvida, e o parâmetro que define essa escala é chamado de **calor latente**.

$$Q = Lm \quad (2.5)$$

Em refrigeração, L é denominado de **calor de fusão**, L_f , ou de **calor de evaporação**, L_v .

2.1.3 - Gás ideal, trabalho, 1ª Lei da termodinâmica e entalpia

Habitualmente, utilizam-se o conceito de **gás ideal** para representar diversos conceitos da termodinâmica. Um gás ideal é um gás hipotético em que as condições de separação entre moléculas são muito maior do que as dimensões das mesmas, inexistência de interacção entre as moléculas (excepto durante colisões), bem como a ausência de choques elásticos entre moléculas e entre estas e as paredes do recipiente. Admite-se que as moléculas movem-se aleatoriamente, com a mesma probabilidade em qualquer direcção. As suas características macroscópicas, tal como, o volume, a pressão e a temperatura obedecem à equação de estado dos gases ideais

$$PV = nRT \quad (2.6)$$

em que n representa o número de moles da substância e R é a constante universal dos gases.

Sabe-se que um gás real tem um comportamento próximo de um gás ideal quanto menor for a pressão a que está sujeito e quanto mais afastado se encontrar da sua temperatura do seu ponto de liquefacção.

A equação de estado de um gás ideal pode ser obtida combinando as leis de **Boyle** e de **Charles**.

Lei de Boyle-“O volume de uma dada quantidade de gás, a temperatura constante, varia inversamente com a pressão.”[5]

$$V = \frac{const.}{P} \quad (2.7)$$

Lei de Charles-“A pressão constante, o volume de um gás é directamente proporcional à temperatura absoluta.” [5]

$$\frac{V(T)}{V(T_0)} = \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \quad (2.8)$$

A equação de estado do gás ideal só é aplicada num **processo reversível**, processo onde a equação é verificada em cada um dos pontos (que estão bem definidos) por onde passa o estado do sistema no processo. Para realizar processos reversíveis existem duas condições a verificar:

- o processo realiza-se muito lentamente
- o atrito é desprezável.

Num **processo irreversível** pode ter os mesmos pontos limites que o processo reversível, embora tenha alguns estados intermédios que não tenham valores bem definidos da pressão ou da temperatura, e a equação de estado não se verifique.

O trabalho é definido pela equação(2.9) e determina a energia transformada, o qual corresponde a energia transferida na variação de volume de um gás.

$$W = \int_{V_A}^{V_B} p(V, T) dV \quad (2.9)$$

Se não houver forças de atrito, todo o trabalho é realizado sobre a vizinhança, então é um processo reversível em que é possível encontrar uma expressão simples para o trabalho realizado em função das variáveis de estado gás (P, V).

O trabalho realizado num processo reversível é dado pela área sob a curva de um diagrama PV, o trabalho realizado dependerá do caminho e do seu sentido que é escolhido.

O sistema realiza trabalho sobre o exterior quando $dV > 0 \Rightarrow W > 0$.

O exterior realiza trabalho sobre o sistema quando $dV < 0 \Rightarrow W < 0$.

O **trabalho dissipativo** é principalmente caracterizado pelo facto de ser irreversível, ou seja, não é possível encontrar uma expressão para o trabalho dissipativo em função das variáveis de estado do sistema.

O **trabalho realizado numa transformação cíclica**, é o trabalho realizado pelo sistema num processo que tem um percurso em que o sistema retorna ao seu estado inicial, que corresponde à área limitada por uma curva fechada.

$W > 0$ nos sentido horário

$W < 0$ sentido anti-horário

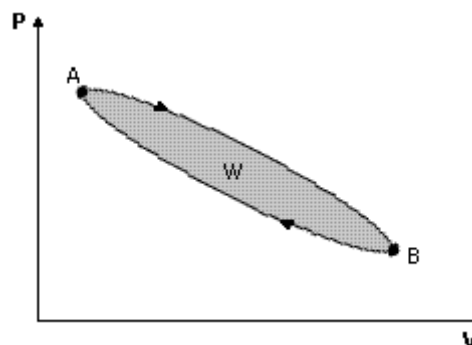


Figura 2.1 - Diagrama PV e ciclo de trabalho

A **1ª lei da termodinâmica** é relativo a conservação de energia e postula o seguinte, “ a variação da **energia interna** de um sistema termodinâmico fechado é igual à soma da energia térmica fornecida ao sistema e o trabalho realizado no sistema”, ou seja, a equação (2.10) representa uma mudança numa propriedade intrínseca do sistema, esta propriedade é chamada de **energia interna** e representada por U.

$$U_A - U_B = -W_{A \rightarrow B} + Q_{A \rightarrow B} \quad (2.10)$$

$$dU = dQ - dW \quad (2.11)$$

$$dU = CdT - PdV \quad (2.12)$$

Na **teoria cinética dos gases** verifica-se que a energia interna de um gás ideal é explicitada em função da sua temperatura.

$$U(T) = nC_v T + U_0 \quad (2.13)$$

A **entalpia** por vezes chamada de “conteúdo térmico” apesar de poder não correcto para todas as situações, é adequada em cerca de 99% das situações encontradas em refrigeração, a sua definição precisa é:

$$H = U + Pv \quad (2.14)$$

Esta propriedade é uma das consideradas mais fundamentais em sistemas de refrigeração, visto que, os sistemas de refrigeração tem elementos que realizam um processo isobárico reversível e uma das características da entalpia é que neste processo a variação de entalpia é igual à quantidade de calor que é transferida.

Num processo reversível (sem atrito) infinitesimal

$$dH = dU + dPV + PdV \quad (2.15)$$

sendo esse processo isobárico e considerando a definição de energia interna

$$dH = dU + PdV = dQ \quad (2.16)$$

Um processo que tenha a entalpia constante é chamado de processo **isentálpico**.

2.1.4 - Entropia e a 2ª Lei da termodinâmica

A **2ª lei da termodinâmica** estabelece o conceito de **entropia**, (S), como sendo uma função de estado e postula o seguinte: “a **entropia** total de qualquer sistema isolado termodinamicamente, tende a aumentar com o tempo até atingir um valor máximo”. o que indica duas importantes consequências:

-Enunciado de Clausius da 2ª lei da termodinâmica

“É impossível construir um dispositivo que opere, segundo um ciclo, e que não produza outros efeitos, além da transferência de calor de um corpo frio para um corpo quente”, [5],

ou seja, o calor não passa espontaneamente de um corpo de menor temperatura (frio) para um corpo de maior temperatura (quente).

-Enunciado de Kelvin da 2ª lei da termodinâmica

“É impossível construir um dispositivo que opere num ciclo termodinâmico e que não produza outros efeitos além de remover calor de um reservatório térmico e produzir uma quantidade equivalente de trabalho”, [5].

Quando uma pequena quantidade de calor é adicionada a uma substância à temperatura T , a entropia da substância muda por

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (2.17)$$

Quando calor é removido, a entropia diminui

$$\Delta Q = T(S_1 - S_2) \quad (2.18)$$

Um processo que tenha a entropia constante é chamado de processo **isentrópico**, equivalente será dizer que, uma transformação adiabática reversível ($dQ = 0$) é uma transformação isentrópica.

2.1.5 - Máquina térmica, máquina frigorífica e ciclo de Carnot

Uma **máquina térmica** (motor) é um dispositivo pelo qual um sistema através de um ciclo de transformação num determinado sentido, absorve calor a partir de uma fonte cuja temperatura é alta, fornecendo uma parte da energia em forma de calor a um poço de temperatura inferior e a restante é fornecida ao exterior em forma de trabalho.

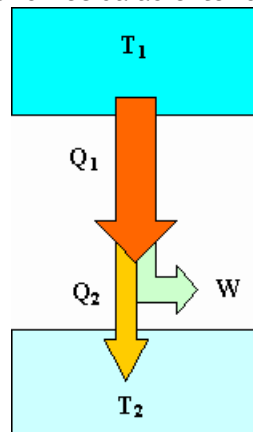


Figura 2.2 - Diagrama do funcionamento de uma máquina térmica [24]

A Figura 2.2 ilustra as transferências de energia do funcionamento da máquina térmica.

O **rendimento** ou **eficiência do motor** é a razão entre o trabalho obtido e a energia libertada pela fonte com da temperatura mais alta.

$$\eta = \frac{W}{Q_1} < 1 \quad (2.19)$$

Numa **máquina frigorífica** o ciclo de transformação é realizado em sentido contrário ao de uma máquina térmica, tem como resultado a absorção de uma certa quantidade de calor a baixa temperatura, e a cedência de uma maior quantidade de calor à temperatura mais elevada, sendo necessário, para tal aplicar uma certa quantidade de trabalho sobre o sistema.

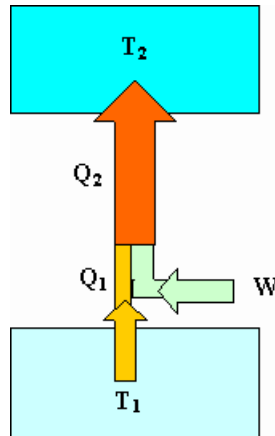


Figura 2.3 - Diagrama do funcionamento de uma máquina frigorífica [24]

A Figura 2.3 ilustra as transferências de energia do funcionamento da máquina frigorífica.

Para medir a eficiência calculamos um **coeficiente de performance**¹ que é a razão entre o calor absorvido da fonte fria e o trabalho realizado sobre o refrigerante

$$COP = \frac{Q_1}{W} > 1 \quad (2.20)$$

Os trabalhos de Carnot permitiram estabelecer que um ciclo reversível com duas fontes é necessariamente formado por duas isotérmicas ligadas por duas adiabáticas, representado na Figura 2.4. Na literatura este ciclo é designado por o **ciclo de Carnot**.

A máquina térmica reversível que execute o ciclo de Carnot chama-se **máquina de Carnot**.

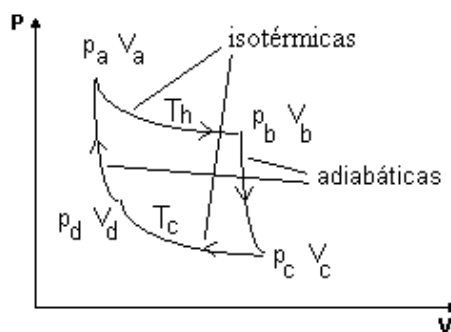


Figura 2.4 - Diagrama PV do ciclo de Carnot [24]

¹ A máquina frigorífica e a bomba de calor têm esquemas semelhantes, mas a principal funcionalidade das bombas de calor é de fornecer calor. Actualmente, à luz das regulamentações da eficiência energética, tal como, a regulamentação RSECE e RCCTE, associa EER ao modo de refrigeração e o COP ao modo de aquecimento. Neste trabalho mantêm-se o conceito clássico do COP associado à termodinâmica

Teorema de Carnot- “Nenhuma máquina térmica que opere entre uma dada fonte quente e uma dada fonte fria pode ter rendimento superior ao de uma máquina de Carnot. Todas as máquinas de Carnot que operem entre essas duas fontes terão o mesmo rendimento”, [5].

Deste modo a eficiência de um motor, (η), e o coeficiente de performance, (COP), terão como valores máximos, η_{Carnot} e COP_{Carnot} , de uma máquina de Carnot.

$$\eta_{Carnot} = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{(T_2 - T_1)(S_f - S_i)}{T_1(S_f - S_i)} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} < 1 \quad (2.21)$$

$$COP_{Carnot} = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_1(S_f - S_i)}{(T_2 - T_1)(S_f - S_i)} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} > 1 \quad (2.22)$$

2.2 - Propriedades do refrigerante, ciclo de refrigeração e sistema de refrigeração

2.2.1 - Diagrama de Mollier

A representação das propriedades termodinâmicas de uma substância é normalmente representada em tabelas ou diagramas onde as abscissas e ordenadas representam grandezas físicas, tais como, temperatura, entropia, pressão, volume ou entalpia.

O diagrama de Mollier, mais conhecido por diagrama PH, é um diagrama onde a abcissa é a entalpia e a ordenada é a pressão. Este diagrama é mais conhecido na área da refrigeração, visto que é uma ótima forma de representar o ciclo de refrigeração, permitindo visualizar as diferentes fases dos processos que ocorrem nos vários componentes do sistema.

Nas próximas figuras são ilustradas propriedades dos refrigerantes em diagramas PH.

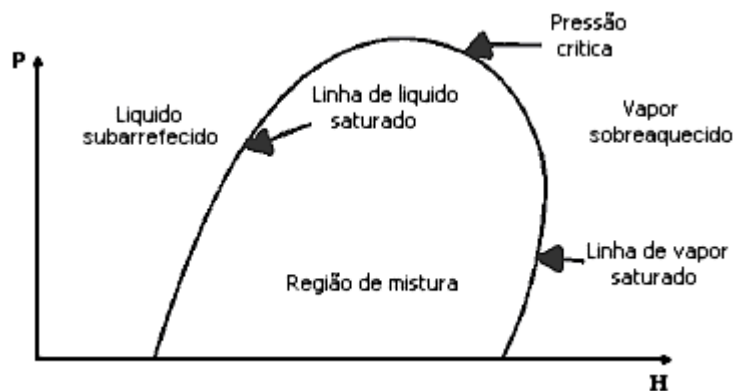


Figura 2.5 - Diagrama PH com a linha de saturação e regiões diferentes fases[7]

Com o diagrama PH da Figura 2.5 podemos observar os três estados (fases) do frigorígeno, líquido subarrefecido, mistura de líquido saturado com vapor saturado e vapor sobreaquecido, que estão separados pela linha de saturação.

O comportamento da temperatura nos diferentes estados está exposto na Figura 2.6

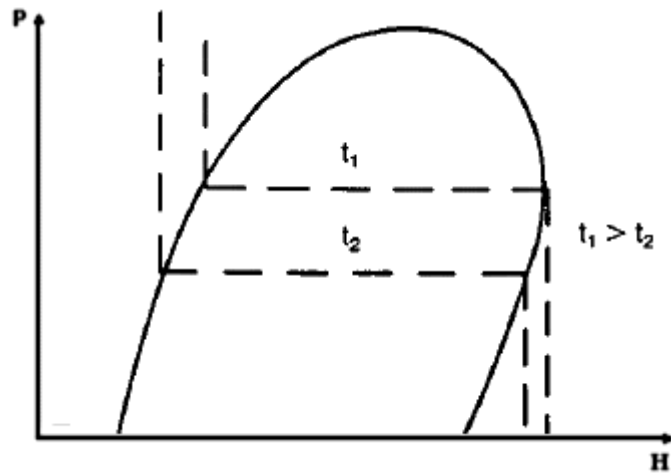


Figura 2.6 - Diagrama PH com linhas isotérmicas[7]

Observa-se na Figura 2.6 que na região de mistura a temperatura é uma linha horizontal. Deste modo, conhecendo a pressão neste estado sabe a sua temperatura. Na região de vapor sobreaquecido na realidade a linha de temperatura constante não decai imediatamente na vertical, primeiro decai ligeiramente para a direita e só depois desce na vertical. Na região de líquido subarrefecido a linha de temperatura constante é quase exactamente na vertical.

Temos ainda as linhas de volume específico constante as linhas representadas na Figura 2.7, em que começam na linha de vapor saturado e estendem-se ao longo da região de vapor sobreaquecido.

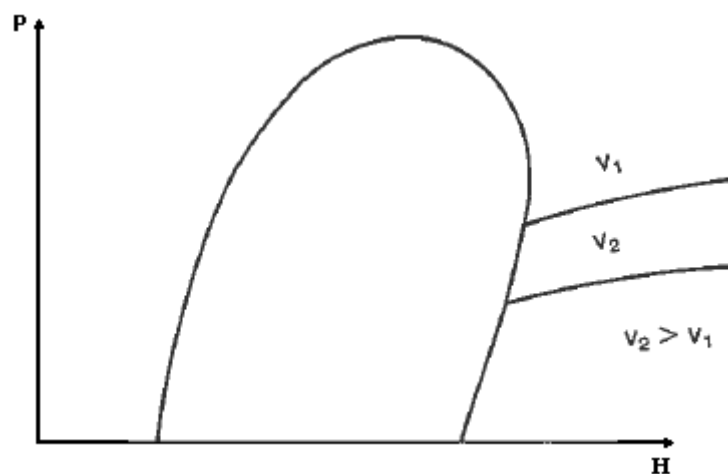


Figura 2.7 - Diagrama PH com linhas isocóricas[7]

À medida que as linhas se prolongam na região de vapor sobreaquecido a equação de estado de gás ideal exprime com mais exactidão o valor do volume específico.

Por fim as linhas de entropia constante, que sobem para a direita na região de vapor sobreaquecido, ilustrado na Figura 2.8.

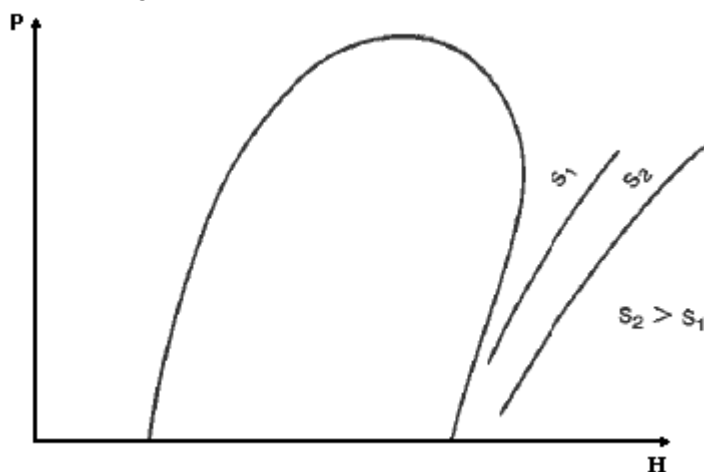


Figura 2.8 - Diagrama PH com linhas isentrópicas[7]

Estas linhas são utilizadas para demonstrar as alterações de estado durante o processo de compressão ideal. O trabalho actual desempenhado na compressão pode ser estimado a partir da divisão do trabalho ideal de compressão pela eficiência de compressão.

2.2.2 - Ciclo de refrigeração

O ciclo de refrigeração de Carnot, é o ciclo de refrigeração em que a máquina frigorífica é o mais eficiente possível entre dois níveis de temperatura.

Os componentes da máquina frigorífica são, o compressor, um motor e dois permutadores de calor

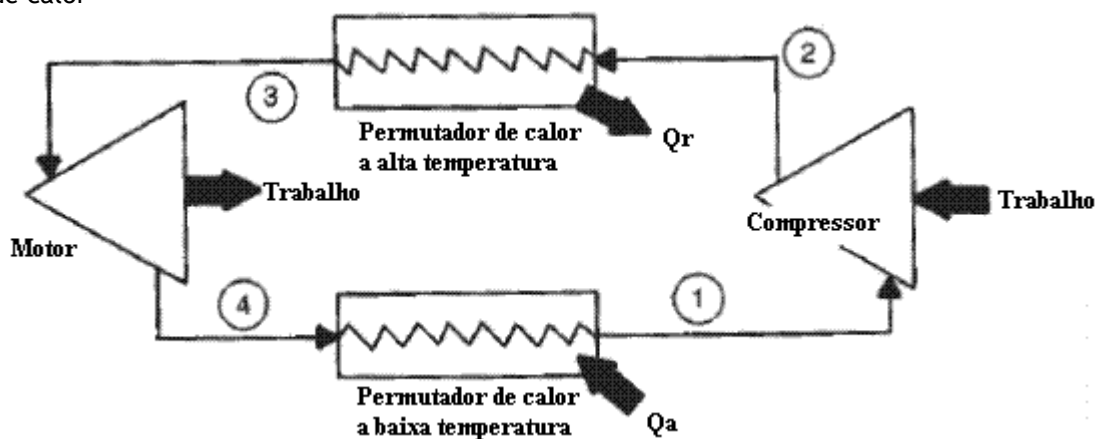


Figura 2.9 - Circuito de Carnot [7]

Em termos ideais o ciclo decorre na seguinte forma:

- 1-2. Compressão sem atrito nem transferência de calor
- 2-3. Rejeições de calor enquanto o frigorígeno mantém uma temperatura constante
- 3-4. Expansão num motor sem atrito nem transferência de calor
- 4-1. Absorções de calor enquanto o frigorígeno mantém uma temperatura constante

Porque os processos 1-2 e 3-4 são sem atrito, estes processos são termodinamicamente reversíveis, como não há transferência de calor, também são processos adiabáticos, e visto que são realizados a temperatura constante, são também processos isentrópicos.

O ciclo de refrigeração de Carnot que consiste em dois processos isentrópicos e dois isotérmicos está representado na Figura 2.10 onde se verifica a quantidade de calor transferida ao longo do ciclo.

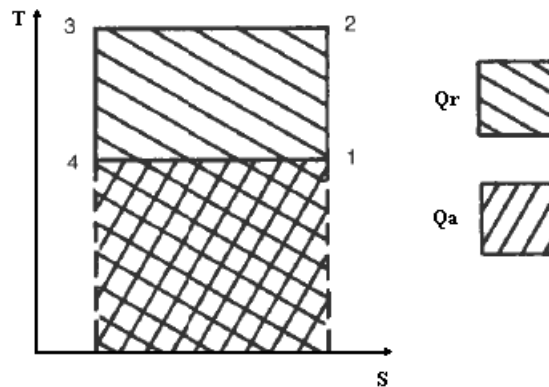


Figura 2.10 - Ciclo de Carnot em coordenadas temperatura-entropia, representação das transferências de calor[7]

A quantidade de calor rejeitado, (Q_r), é determinado pela equação (2.23)

$$Q_r = T_1(S_2 - S_3) \quad (2.23)$$

em que T_1 é a temperatura da fonte quente, S_2 e S_3 são os valores de entropia do frigorígeno no início e no fim do processo de condensação.

A quantidade de calor absorvido, (Q_a), durante o processo de refrigeração é calculada pela equação (2.24)

$$Q_a = T_2(S_4 - S_1) \quad (2.24)$$

em que T_2 é a temperatura da fonte fria, S_4 e S_1 são os valores de entropia do frigorígeno no início e no fim do processo de evaporação.

Como segundo a máquina frigorífica da Figura 2.3 numa máquina de Carnot temos

$$Q_2 = Q_1 + W \quad (2.25)$$

podemos visualizar na Figura 2.11 o trabalho realizado sobre o sistema.

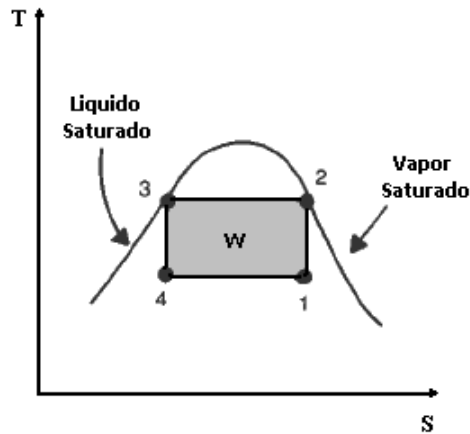


Figura 2.11 - Ciclo de Carnot em coordenadas temperatura-entropia, representação do trabalho realizado [7]

A título explicativo a Figura 2.12 representa o ciclo de Carnot no diagrama PH

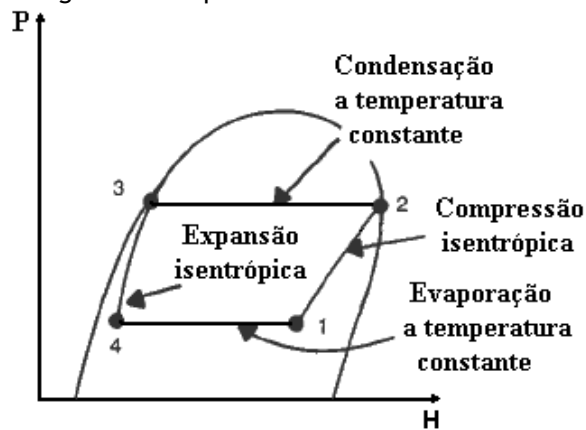


Figura 2.12 - Representação do ciclo de Carnot [7]

Pode observar-se que o ponto 1 e 4 estão numa região de mistura, ou seja, o fluido frigorigénio no evaporador é uma mistura de vapor com líquido, visto que cada fase absorve uma quantidade diferente de calor no evaporador. É de todo conveniente saber qual a massa de vapor sobre a massa total do fluido, esta característica é denominada de título. Para tal, a determinação desse valor é obtida com base no exemplo do ponto 1 descrito na Figura 2.13.

$$\text{título} = \gamma = \frac{m}{n} \quad (2.26)$$

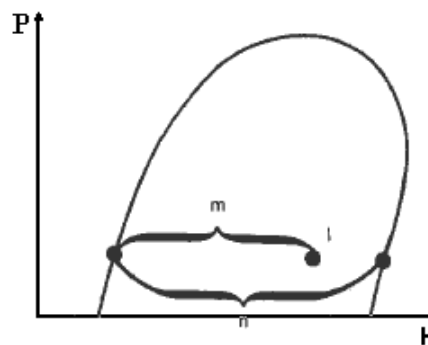


Figura 2.13 - Representação do calculo de título no ponto 1 [7]

2.2.3 - Modelo energético simplificado de um sistema de refrigeração

A equação de energia total de um fluido em escoamento estacionário relaciona os vários termos de energia entre dois pontos de um circuito (1 e 2) é dada por:

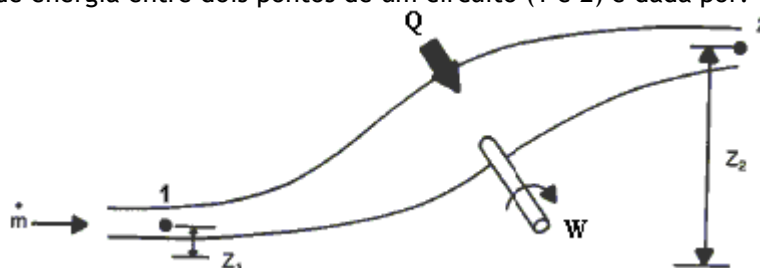


Figura 2.14 - Esquema demonstrativo das energias envolvidas numa parte do circuito [7]

$$\dot{m} \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} + z_1 g \right) + \dot{Q} = \dot{m} \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2} + z_2 g \right) + \dot{W} \quad (2.27)$$

Em que \dot{m} é o caudal mássico que representa a quantidade de massa que atravessa uma secção transversal da conduta por unidade de tempo; c é a velocidade de escoamento do fluido; z é a elevação acima de um dado plano e g é a constante de aceleração gravitacional local, [6].

As representações matemáticas para cada componente do sistema são obtidas com base na equação (2.27) após um conjunto de hipóteses simplificativas.

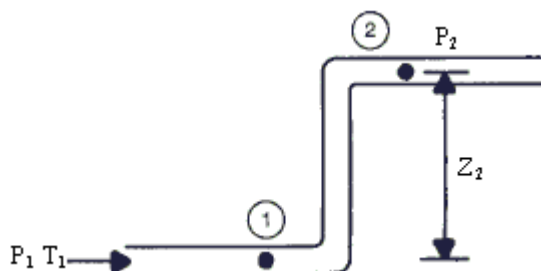


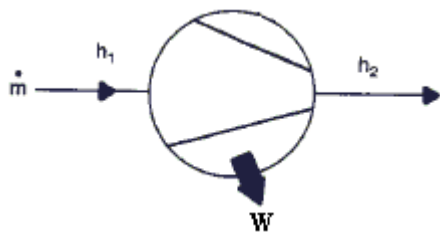
Figura 2.15 - Exemplo de uma conduta de gás [7]

O modelo da elevação de um gás através de uma conduta (ver Figura 2.15) é obtido através da hipótese de desprezar a diferença de velocidade do fluido. Como o volume nos dois pontos (1 e 2) é igual, $Q=0$ e $W=0$, obtêm-se

$$h_1 + z_1 g = h_2 + z_2 g \quad (2.28)$$

$$U_1 + P_1 V_1 + z_1 g = U_2 + P_2 V_2 + z_2 g \quad (2.29)$$

Para o compressor, é habitual desprezar a diferença da energia potencial entre a sua entrada e saída. Assim ao simplificar a expressão (2.27) obtêm a equação (2.30)

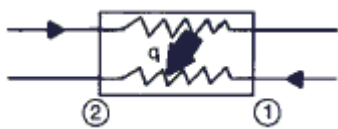


$$\dot{W} = \dot{m}(h_2 - h_1) \quad (2.30)$$

Figura 2.16 - Representação do compressor [7]

em que h_1 e h_2 (ver Figura 2.16) são os valores de entalpia do refrigerante na entrada e saída do compressor.

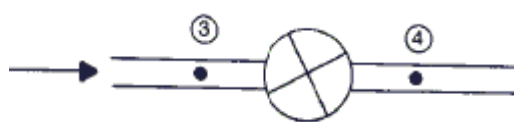
Nos permutadores de calor tal como está exemplificado na Figura 2.17, apesar da equação (2.31) ser semelhante à equação (2.30), a variação da entalpia é manifestada sobre a forma de quantidade de calor transferida.



$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1) \quad (2.31)$$

Figura 2.17 - Representação do permutador de calor [7]

Na Figura 2.20 irá ser mostrado que as máquinas frigoríficas não utilizam motor para realizar trabalho no ambiente, mas sim, dispositivos de expansão. Simplificando a equação (2.27), aplicando as aproximações



$$Z_3 = Z_4 \quad (2.32)$$

$$V_3 \approx V_4 \quad (2.33)$$

$$W = 0 \quad (2.34)$$

$$Q = 0 \quad (2.35)$$

Figura 2.18 - Representação do dispositivo de expansão [7]

permite obter

$$h_3 = h_4 \quad (2.36)$$

Alterando o ciclo de forma a ser mais próximo da realidade, os processos da compressão e expansão são revistos, Figura 2.19 e Figura 2.20.

O processo de compressão verificada até agora é chamado de compressão líquida, existem problemas associados à compressão líquida. Em compressores alternados (deslocamento linear ou pistão), líquido nas paredes de cilindro diminuem a eficácia da lubrificação. Se permanecerem gotas do líquido refrigerante no final da compressão permaneceram por vaporizar, o líquido que é incompressível pode forçar a limitação do volume morto (ver na secção dos compressores) e danificar válvulas. Por este motivo e

outros, o ciclo de refrigeração é modificado de forma que o compressor só trabalhe com vapor, é a chamada compressão seca.

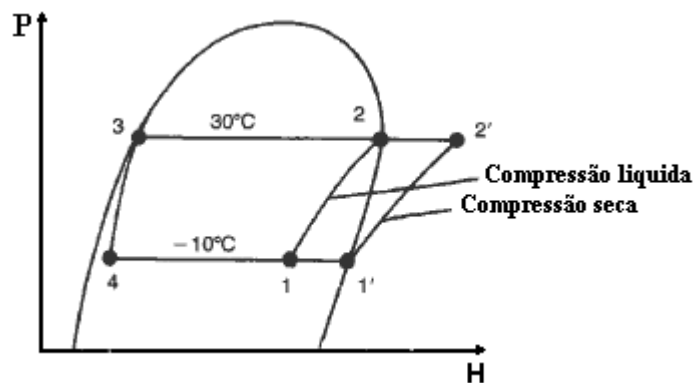


Figura 2.19 - Aproximação do funcionamento ideal do compressor à realidade [7]

Existem diversos motivos práticos para utilizar um dispositivo de expansão em troca de um motor para realizar a expansão, de forma a retirar energia ao refrigerante, tais como:

- a dificuldade em descobrir um motor que opere satisfatoriamente com a mistura de líquido e vapor que do processo 3-4 .
- controlar o motor, tendo em atenção que a variação do caudal do refrigerante a ser admitido para o evaporador pode necessitar de um controlo preciso, para controlar o vapor saturado que sai do evaporador.
- transferir a energia do motor para o compressor.

A utilização da válvula de expansão provoca a modificação do ciclo de refrigeração, figura 2.20. A desvantagem é que o ponto 4' fica mais perto do ponto 1, significando que se perde capacidade de transferência de calor

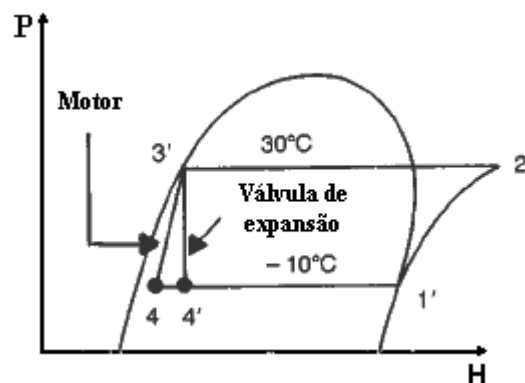


Figura 2.20 - Aproximação do funcionamento ideal do dispositivo de expansão à realidade [7]

Na Figura 2.21 está representado o funcionamento de um sistema de refrigeração e pode ser descrito da seguinte forma.

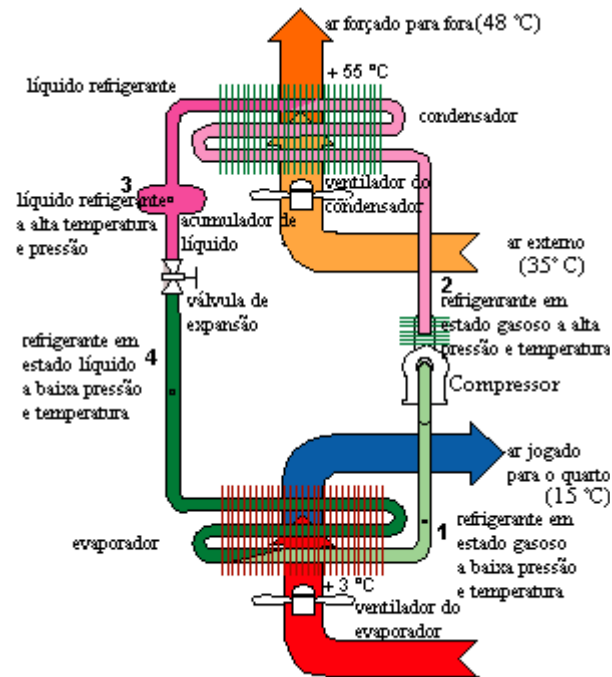


Figura 2.21 - Exemplo esquemático do funcionamento de um circuito de refrigeração [24]

O compressor durante o seu funcionamento cria uma diferença de pressões entre o evaporador e o condensador. Este retira fluido frigorígeno (em estado gasoso) ao evaporador, resultando numa diminuição na pressão de sucção. Essa massa através do trabalho de compressão sofre uma variação na entalpia, equação (2.30), resultando também num aumento nas propriedades de temperatura e pressão.

O fluido frigorígeno que está a uma temperatura superior à temperatura ambiente, ao passar pelo condensador transfere uma quantidade de calor para o ar que passa pelo condensador, essa quantidade é quantificada pela equação (2.31), e que deve corresponder ao calor latente da substância do fluido frigorígeno, (2.5), de forma que o fluido frigorígeno passe para o estado líquido.

O resultado da passagem do fluido frigorígeno pelo condensador foi uma diminuição na sua entalpia. Mas é com este valor de entalpia, apesar com uma pressão e temperatura mais baixa, que o fluido frigorígeno possui ao passar pela válvula de expansão ou tubo capilar. E desta forma consegue absorver o calor do ar que passa pelo evaporador, recuperando grande parte da sua entalpia passando do estado líquido para o estado gasoso.

2.3 - Componentes do sistema de refrigeração

Nesta secção apresentam-se os principais componentes de um sistema de refrigeração.

O estudo destes componentes deu origem ao documento [28]. Mas devido à pouca relevância que a maioria do material teria sobre o final da dissertação, apenas foi transcrita para esta dissertação o estudo mais relevante para o final do trabalho.

2.3.1 - Compressores

Existem basicamente 4 tipos de compressores de refrigeração são: **alternativos**, **parafuso**, **centrífugo** e **axiais**. Outra característica usada habitualmente é serem **hermeticamente fechados**, **semi-herméticos** ou **abertos**.

E as duas grandezas mais importantes para caracterização do seu desempenho são a **capacidade de refrigeração** e a **potência**

Esta subsecção está focada nos compressores alternativos (ou pistão), visto que são os mais utilizados a nível doméstico.

Neste tipo de compressores, a compressão do gás é feita numa câmara de volume variável por um pistão, com as válvulas de sucção e descarga, organizadas de forma a bombear o refrigerante.

O ciclo de compressão é caracterizado em três fases. A **fase da sucção**, fase em que o movimento do pistão aumenta o volume interno do cilindro, aqui o gás refrigerante a baixa pressão é sugado pela válvula de admissão preenchendo o volume da câmara. A **fase da compressão** quando o movimento do pistão diminui o volume interno da câmara, criando um aumento de pressão no gás dentro da câmara o que provoca o fecho da válvula de admissão e o aumento de temperatura do gás. Quando a pressão interna é maior do que a das molas da válvula de descarga, ocorre a **fase da descarga**, originando a abertura da válvula permitindo o escoamento do gás (a alta pressão e temperatura). Na Figura 2.22 encontra-se um esquema ilustrado do funcionamento do compressor e a caracterização típica num diagrama PV.

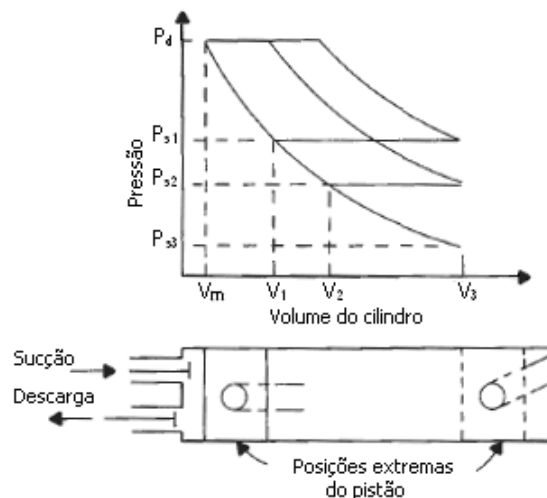


Figura 2.22 - Representação das três fases do ciclo de compressão

Onde V_m é o volume morto ou espaço morto na câmara do pistão e P_d é a pressão de descarga. Volume morto é o espaço entre a fase do pistão e a placa da válvula de descarga no ponto morto superior do curso do pistão, esta folga deve ser o menor possível, de modo a forçar a maior quantidade possível de vapor do refrigerante comprimido a passar pela válvula de descarga. Pode ser representado como uma percentagem do volume que é deslocado pelo pistão.

$$\text{Percentagem de volume nocivo} = m = \left(\frac{V_{\text{morto}}}{V_{\text{total}} - V_{\text{morto}}} \right) \cdot 100 \quad (2.37)$$

A percentagem de volume morto, (m), é uma característica de constante para um dado compressor.

O desempenho do compressor é definido através da sua eficiência volumétrica, esta é definida por dois tipos, **eficiência volumétrica teórica**, (η_v), e **eficiência volumétrica real**, (η_{vr}).

A eficiência volumétrica teórica é definida em [7] por

$$\eta_v = 100 - m \left(\frac{v_s}{v_d} - 1 \right) \quad (2.38)$$

A eficiência volumétrica real é diferente da teórica, segundo [10], devido à falta de consideração de efeitos, tais como:

- Efeitos de variação de temperatura do refrigerante ao entrar no cilindro
- Variação de pressão que ocorre quando o refrigerante passa através da válvula de admissão
- Fugas de refrigerante através das válvulas de admissão e descarga do compressor

Onde apresenta uma relação de η_v com η_{vr} , apresentada em (2.39)

$$0,79\eta_v \leq \eta_{vr} \leq 0,90\eta_v \quad (2.39)$$

A eficiência volumétrica real é definida em [7] como

$$\eta_{vr} = \frac{\text{Caudal } (q)}{\text{Velocidade do deslocamento } (V_D)} \quad (2.40)$$

Em que a velocidade de deslocamento corresponde ao volume por unidade de tempo que é percorrido pelo pistão, nos seus movimentos de sucção, (V_D).

$$V_D = V n \quad (2.41)$$

Um dos factores que influencia a eficiência volumétrica teórica é o caudal mássico que é bombeado pelo compressor. O **caudal mássico** é análogo ao volumétrico, mas mede a massa que atravessa uma área por unidade de tempo. Podemos encara-lo como o caudal medido na zona de sucção do compressor a dividir pelo volume específico do refrigerante nesse local.

$$\dot{m} = \frac{q}{v_s} \quad (2.42)$$

Em que v_s representa o volume específico do gás refrigerante na zona de sucção do compressor. Utilizando a definição de eficiência volumétrica (2.40) obtemos uma relação entre o caudal mássico e a eficiência volumétrica.

$$\dot{m} = V_D \frac{\eta_{vr}}{v_s} \quad (2.43)$$

Sabendo da equação (2.31) que a refrigeração depende fortemente do caudal mássico, desta forma o compressor possui uma **capacidade de refrigeração** que é determinada pelo produto do caudal mássico com o efeito de refrigeração

$$C_{\text{Ref}} = \dot{m} (h_1 - h_4) \quad (2.44)$$

O **efeito de refrigeração**, $(h_1 - h_4)$, consiste na variação na entalpia do frigorigénio quando passa pelo evaporador.

O **requisito de potência** para o compressor consiste no produto do caudal mássico com o trabalho isentrópico da compressão:

$$P = \dot{m} \Delta h_i \quad (2.45)$$

Na equação (2.45) a variação na entalpia, Δh_i , corresponde ao **trabalho isentrópico de compressão**².

Como iremos verificar, a **capacidade de refrigeração e potência de compressão** estão intimamente relacionados com as temperaturas (olhando para o diagrama PH percebemos que está associado a uma pressão) do evaporador e condensador.

A **eficiência da compressão adiabática** do compressor é definida por

$$\eta_a = \frac{\text{trabalho isentropico de compressão}}{\text{trabalho actual de compressão}} \quad (2.46)$$

Os factores que reduzem esta eficiência são devida ao atrito mecânico entre as peças do compressor, à perda de pressão na passagem pelas válvulas e outras perdas devido a passagens estreitas e ao aquecimento do gás durante a compressão (em vez de ser adiabático).

O **coeficiente de performance**, tal como indica na equação (2.20), depende da combinação das temperaturas do condensador e do evaporador, .

$$COP = \frac{\text{capacidade refrigerante}}{\text{potência de compressão}} = \frac{C_{\text{Ref}}}{P} = \frac{T_e}{T_c - T_e} \quad (2.47)$$

A diferença existente entre o COP_{Carnot} que é o ideal e o COP_{actual} , é devido à ineficiência da compressão adiabática, a utilização de uma válvula de expansão em substituição de um motor de expansão, e a compressão de em vez de ser líquida é seca.

Mas a utilidade do COP_{Carnot} é que nos permite obter uma estimativa do COP, embora seja grosseira. Segundo [7] podemos utilizar para obter

$$COP_{\text{actual}} \approx (COP_{\text{Carnot}})(\eta_a)(0.85) \quad (2.48)$$

Podemos então estimar a potência necessária

² É importante notar, para não haver confusões, que tanto o efeito de refrigeração e o trabalho de compressão são variações da entalpia do refrigerante, mas estas variações estão situadas em posições diferentes no ciclo de refrigeração.

$$P = \frac{C_{ref}}{COP_{actual}} \quad (2.49)$$

Controlo da capacidade

Quase todos os sistemas de refrigeração têm que suportar cargas térmicas variáveis.

Se um sistema de refrigeração está a funcionar em modo de regime permanente e a carga de refrigeração diminui, a resposta inerente ao sistema é diminuir a temperatura e pressão do evaporador. Esta alteração de condição no evaporador resulta numa redução na capacidade do compressor, que ao fim de algum tempo irá igualar com a diminuição de carga de refrigeração.

Existem diversos métodos para reduzir a capacidade do compressor:

- O compressor arranca e pára em ciclos conforme a necessidade, normalmente só utilizado em sistemas pequenos.
- Regulação de contra-pressão que estrangula o gás de sucção entre o evaporador e o compressor de forma a manter o evaporador a pressão constante. Este método permite um bom controlo da temperatura do evaporador mas é ineficiente.
- Utilizando um *bypass* para o gás de descarga de volta para a linha de sucção, normalmente permite uma redução precisa da capacidade, mas este método é ineficiente e o compressor fica a trabalhar muito quente. É preferível criar o *bypass* que leva o gás de descarga para a entrada do evaporador.
- Utilizando cilindros sem carga num compressor multicilindros, onde automaticamente a válvula de sucção é deixada aberta ou o gás de descarga é desviado do cilindro de volta para a linha de sucção antes da compressão.
- Regulação da velocidade do motor, pouco utilizado no passado, principalmente realizado por comutação de número de pólos do motor, mas devido a estudos como [25] e [26] actualmente (pelo menos desde 2001) já existe no mercado compressores preparados para a variação de velocidade, como exemplo, a série VCC (compressor de capacidade variável) da Embraco que já está na sua terceira geração ou então a série VTZ da Danfoss

2.3.2 - Evaporadores e condensadores

Existem inúmeros trabalhos a estudar apenas o condensador ou o evaporador, onde as dinâmicas físicas são descritas ao pormenor. Mas nesta dissertação o condensador e o evaporador são componentes genéricos, não directamente controláveis e que possuem uma capacidade de transferir calor que varia conforme determinadas condições.

Os tipos de condensadores e evaporadores mais utilizados são, os permutadores de calor *shell-and-tube* e os *finned-coil*.

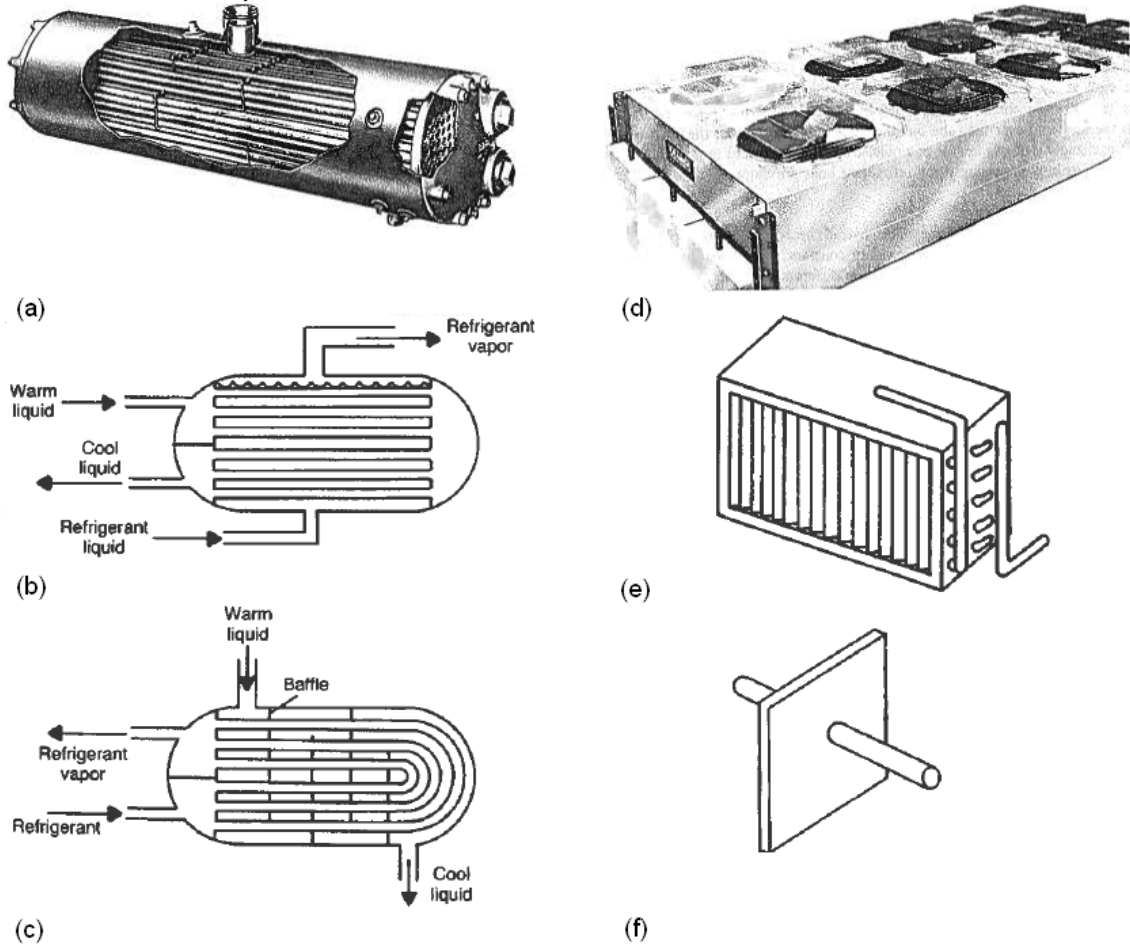


Figura 2.23 - a,b,c representam permutadores *shell-and-tube*; d,e,f representam *finned-coil*, [7] e [8]

As leis que regulam o caudal de água através da *shell* Figura 2.23 b), e por cima do *tube bundle* Figura 2.23 c), são as mesmas quer o permutador de calor seja um evaporador ou um condensador.

Mas é importante ter consciência que o mecanismo quando o refrigerante evapora é muito diferente de quando o refrigerante condensa.

Nos condensadores, os fluidos para os quais o calor é rejeitado, normalmente é água ou ar. Quando o condensador é arrefecido a água, a água é depois dirigida para uma torre de arrefecimento para a rejeição final de calor para a atmosfera.

2.3.2.1 - Coeficiente global de transferência de calor

O coeficiente global de transferência de calor para o evaporador e o condensador é uma constante de proporcionalidade, em que, quando multiplicada pela área de transferência de calor e a temperatura média entre os fluidos, dá o rácio de transferência de calor.

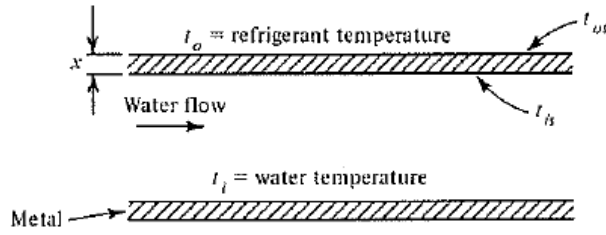


Figura 2.24 - Ilustração em corte seccional de um permutador de calor refrigerado a água, [8]

$$q = \alpha_o A_o (t_o - t_{os}) \quad (2.50)$$

$$q = \frac{k}{x} A_m (t_{os} - t_{is}) \quad (2.51)$$

$$q = \alpha_i A_i (t_{is} - t_i) \quad (2.52)$$

- Onde
- q = rácio de transferência de calor, W
 - α_o = coeficiente de transferência de calor no exterior do tubo, $W/m^2 \cdot K$
 - A_o = área exterior do tubo, m^2
 - t_o = temperatura do fluido frigorígeno, $^{\circ}C$
 - t_{os} = temperatura da superfície externa do tubo, $^{\circ}C$
 - k = condutividade do tubo de metal, $W/m \cdot K$
 - x = espessura do tubo, m
 - t_{is} = temperatura da superfície interna do tubo, $^{\circ}C$
 - A_m = área media da circunferência do tubo, m^2
 - α_i = coeficiente de transferência de calor no interior do tubo, $W/m^2 \cdot K$
 - A_i = área interna do tubo, m^2
 - t_i = temperatura da água, $^{\circ}C$

Para exprimir o coeficiente geral da transferência de calor a área onde o coeficiente é baseado tem de ser especificada. Duas expressões aceitáveis para coeficiente geral de transferência de calor são:

$$q = U_o A_o (t_o - t_i) \quad (2.53)$$

$$q = U_i A_i (t_o - t_i) \quad (2.54)$$

ou seja,

$$U_o A_o = U_i A_i \quad (2.55)$$

o valor de U está sempre associado a uma área. Podemos obter o valor de U_o e U_i através

$$\frac{q}{\alpha_o A_o} + \frac{qx}{k A_m} + \frac{q}{\alpha_i A_i} = (t_o - t_{os}) + ((t_{os} - t_{is}) + (t_{is} - t_i)) = t_o - t_i \quad (2.56)$$

$$t_o - t_i = \frac{q}{U_o A_o} = \frac{q}{U_i A_i} \quad (2.57)$$

$$\frac{1}{U_o A_o} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{\alpha_o A_o} + \frac{x}{k A_m} + \frac{1}{\alpha_i A_i} \quad (2.58)$$

Uma interpretação física dos termos pode ser considerada que $\frac{1}{U_o A_o}$ e $\frac{1}{U_i A_i}$ são os valores de resistência total dos coeficientes de transferência de calor entre a água e o frigorígeno. Esta resistência total é a soma das diversas resistências individuais, onde

$\frac{1}{\alpha_o A_o}$ é a resistência do frigorígeno para o exterior do tubo

$\frac{x}{k A_m}$ é a resistência do tubo

$\frac{1}{\alpha_i A_i}$ é a resistência da superfície interna do tubo para a água

Em determinados pontos no permutador de calor, o fluxo de calor pode ser expresso pela resistência térmica e a diferença de temperatura entre fluidos.

$$q = \frac{\Delta t}{R_{tot}} \quad (2.59)$$

$$R_{tot} = \frac{1}{\alpha_1 A_1} + \frac{\ln(r_o / r_i)}{2\pi k l} + \frac{1}{\alpha_2 A_2} \quad (2.60)$$

Contudo como a temperatura de um ou dois fluidos pode variar à medida que flui através do permutador de calor, análise é difícil a menos que se determine a diferença média de temperatura, que caracterizará a performance geral do permutador de calor. A prática mais usual é a utilização da diferença média-logarítmica de temperatura (LMTD) e um factor de configuração que depende com a fluidez permitida através do permutador de calor.

$$LMTD = \frac{\Delta t_A - \Delta t_B}{\ln(\Delta t_A / \Delta t_B)} \quad (2.61)$$

Onde Δt_A = diferença de temperatura entre dois fluidos na posição A

Δt_B = diferença de temperatura entre dois fluidos na posição B

2.3.2.2 - Capacidade do condensador

A razão de transferência de calor requerida nos condensadores é predominada por uma função da capacidade de refrigeração e da temperatura do evaporador e do condensador.

O condensador deve rejeitar a energia absorvida pelo evaporador e o calor adicionado pelo compressor durante a compressão.

Um termo que normalmente é utilizado para relacionar a razão de transferência de calor de um condensador a um evaporador é a razão de rejeição de calor

$$\text{razão de rejeição de calor} = \frac{\text{razão de calor rejeitado no condensador, KW}}{\text{razão de calor absorvido pelo evaporador, KW}}$$

Teoricamente, cálculos da rejeição de calor no condensador pode ser feitos a partir do ciclo de vapor-compressão normalizado, mas desta forma não é tomado em consideração o calor adicional acrescentado pelas ineficiências do compressor.

Quando o motor do compressor é hermeticamente fechado, algum do calor associado com as ineficiências do motor eléctrico são adicionadas ao circuito do frigorigénio e que ultimamente tem que ser removido no condensador. A razão de rejeição de calor de compressores hermeticamente fechados são normalmente ligeiramente maiores dos que os compressores de tipo aberto.

2.3.2.3 - Evaporadores

Na maioria dos evaporadores de refrigeração o frigorigénio vaporiza dentro dos tubos e arrefece o fluido que passa pelo exterior dos tubos. Os evaporadores que vaporizam o frigorigénio dentro dos tubos são habitualmente denominados de **evaporadores de expansão directa**.

Os evaporadores de expansão directa são utilizados normalmente utilizados em ares condicionados, alimentados por uma válvula de expansão que regula o caudal do líquido, de forma que o vapor do frigorigénio sobreaquecido saia do evaporador. Outro conceito é a **recirculação de líquido** ou **sobrealimentação de líquido** no evaporador, onde algum líquido vaporiza no evaporador e o resto inunda pela saída, o líquido pode ir para um reservatório onde o líquido do evaporador é separado e o vapor flui para o compressor.

2.3.2.4 - Dispositivos de Expansão

O dispositivo de expansão cumpre dois objectivos:

- Reduzir a pressão do frigorigénio líquido
- Regular o caudal de fluido do frigorigénio para o evaporador

O compressor e o dispositivo de expansão devem funcionar em equilíbrio entre a sucção e a descarga, de forma que permita o compressor bombear do evaporador, o mesmo caudal de frigorigénio que o dispositivo de expansão alimenta o evaporador. Uma condição de, caudal descoincidente entre estes componentes, deve ter uma duração bastante reduzida. O funcionamento prolongado em desequilíbrio poderá originar o encharcamento do evaporador ou a sua secura.

Existem diversos tipos de dispositivos de expansão, tais como:

- **Válvulas de expansão de pressão constante**, mantêm a pressão constante em relação à sua saída, ou seja, para a entrada do evaporador. Quando a pressão no evaporador desce abaixo do ponto de controlo a válvula abre mais, quando a pressão aumenta acima do ponto de controlo a válvula fecha-se parcialmente.
- **Válvulas de expansão termostática**, onde o controlo do caudal mássico que entra no evaporador é efectuado pela temperatura do gás sobreaquecido de sucção que sai do evaporador.
- **Válvulas electrónicas de expansão**, como o seu controlo é independente das pressões do frigorigénio, a válvula funciona, independente da direcção do caudal

que a atravessa. O controlo electrónico dá uma flexibilidade que permite escolher esquemas de controlo que são impossíveis de ser aplicados com outras válvulas.

- **Tubos capilares**

Os **tubos capilares** servem quase todos os sistemas de refrigeração de dimensão pequena, normalmente abaixo da ordem dos 10KW [8].

O refrigerante líquido entra no **tubo capilar**, e à medida que o refrigerante passa pelo tubo, a pressão cai devido ao atrito e à aceleração do refrigerante. A diferença de pressão desejada pode ser obtida combinando-se os valores do diâmetro interno com o comprimento do capilar.

Existem diversas combinações de calibre e comprimento disponíveis para obter as condições desejadas.

O tubo capilar consegue regular a quantidade de fluido refrigerante que entra no evaporador baseado no princípio de que uma massa do refrigerante no estado líquido passará mais facilmente através de um capilar que a mesma massa do refrigerante no estado gasoso.

Consequentemente, se o vapor do refrigerante não condensado entra no capilar, o caudal de massa será reduzido, permitindo ao refrigerante mais tempo de arrefecimento no condensador. Por outro lado, se o refrigerante líquido for acumulando no condensador, a pressão e a temperatura aumentarão, resultando em um aumento de caudal de massa de refrigerante.

A sua grande vantagem é o reduzido custo. O grande inconveniente resulta de não ser possível qualquer ajuste para variações de pressão de descarga, pressão de sucção, ou de carga térmica.

Capítulo 3

Plataforma Experimental

3.1 - Introdução

Para atingir os objectivos propostos para a presente dissertação era fulcral o desenvolvimento de uma plataforma experimental em que se permita a realização de estudos experimentais. A condução desses trabalhos iram permitir avaliar as eventuais perdas de eficiência energética em situações com reduzida carga térmica, bem como o estabelecimento de modelos paramétricos para o sistema de produção de frio.

3.2 - Requisitos iniciais

Para o projecto do controlador é essencial conhecer o modelo do sistema a controlar, e identificar os respectivos parâmetros. Dada a complexidade e forte componente não linear, optou-se por realizar uma identificação do sistema com base em diversas experiências que permitam retirar a maior quantidade de informação possível.

A plataforma experimental deveria permitir a medida das pressões, das temperaturas e caudais em várias partes do circuito de frio.

As grandezas a medir inicialmente previstas foram:

- Energia de entrada
- Potência aparente e activa do motor
- Temperatura ambiente
- Temperatura do condensador
- Temperatura do evaporador
- Temperatura da câmara
- Temperatura do corpo de teste (carga do sistema)

- Temperatura do fluido na entrada e saída do tubo capilar
- Temperatura do fluido na entrada e saída do compressor
- Pressão de sucção
- Pressão de descarga
- Pressão à saída do condensador
- Pressão à entrada do evaporador
- Caudal volumétrico na descarga do compressor
- Caudal volumétrico na descarga da válvula de expansão ou tubo capilar

3.3 - Esboço da plataforma experimental

Com o intuito de possuir uma plataforma mais versátil possível, foi desenhada uma plataforma com duas câmaras. (ver Figura 3.1) Na câmara esquerda fica o evaporador e do lado direito o condensador. Deste modo seria possível medir rigorosamente as trocas de calor. A escolha de câmaras em vez de permutadores de calor foi baseada atendendo que, sendo o segundo fluido o ar e não água, permite que a plataforma seja mais fácil de manusear, de alterar os componentes e não exige um local específico onde obrigue a existir tomadas de água dedicadas à plataforma. Na câmara do evaporador simulava-se a carga de refrigeração, na câmara do condensador simulava-se diferentes temperaturas ambiente. A plataforma teria transdutores de temperatura e pressão, assim como, caudalímetros mássicos ou caudalímetros volumétricos, uma válvula termoelétrica e outra electrónica mas só uma estaria em funcionamento de cada ensaio, um variador de velocidade e um contador de energia.

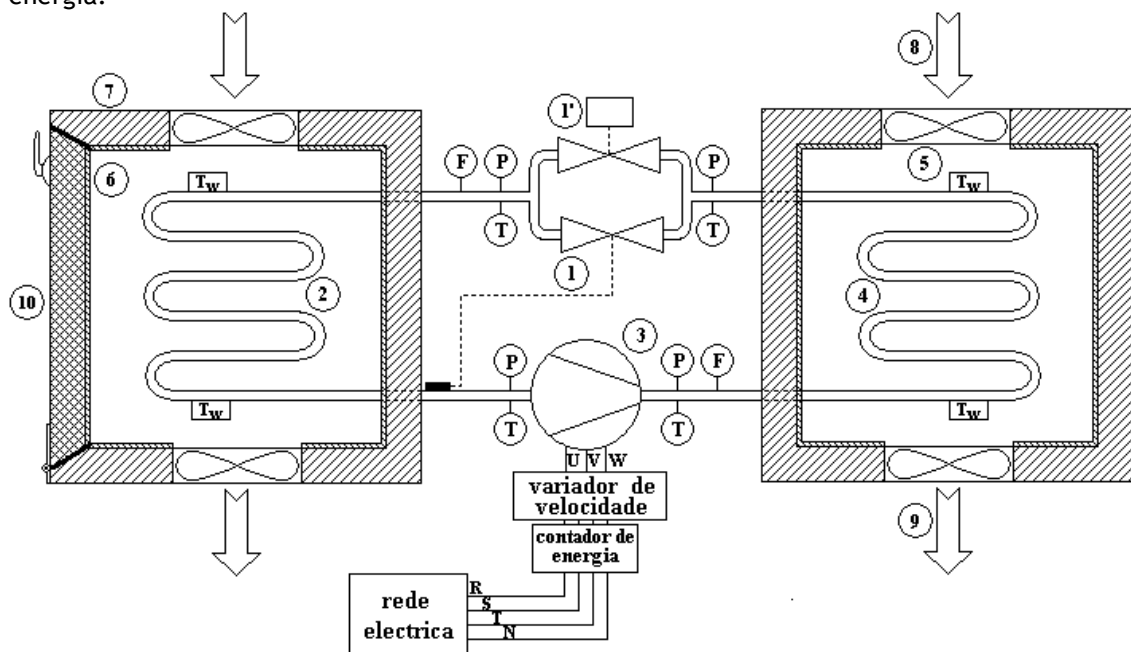


Figura 3.1 - Esboço de uma plataforma experimental de um circuito de refrigeração

Legenda:

- 1- Válvula de expansão termoestática
- 1'- Válvula de expansão eléctrica
- 2- Evaporador
- 3- Compressor
- 4- Condensador
- 5- Ventoinhas
- 6- Câmara de polycarbonato compacto
- 7- Isolante térmico (poliestireno extrudado XPS)
- 8- Caudal de ar de entrada
- 9- Caudal de ar de saída
- 10- Porta da câmara do evaporador
- P- Sensor de pressão
- T- Sensor de temperatura (imersão)
- T_w- Sensor de temperatura (parede do evaporador)
- F- Caudalímetro (por *padwheel*)

Na Figura 3.2 mostra-se como a carga no evaporador e a temperatura ambiente no condensador poderia ser simuladas através do aquecimento do ar com resistências eléctricas. As potências dissipadas pelas resistências seriam reguladas por controladores PID de forma a obter a temperatura desejada

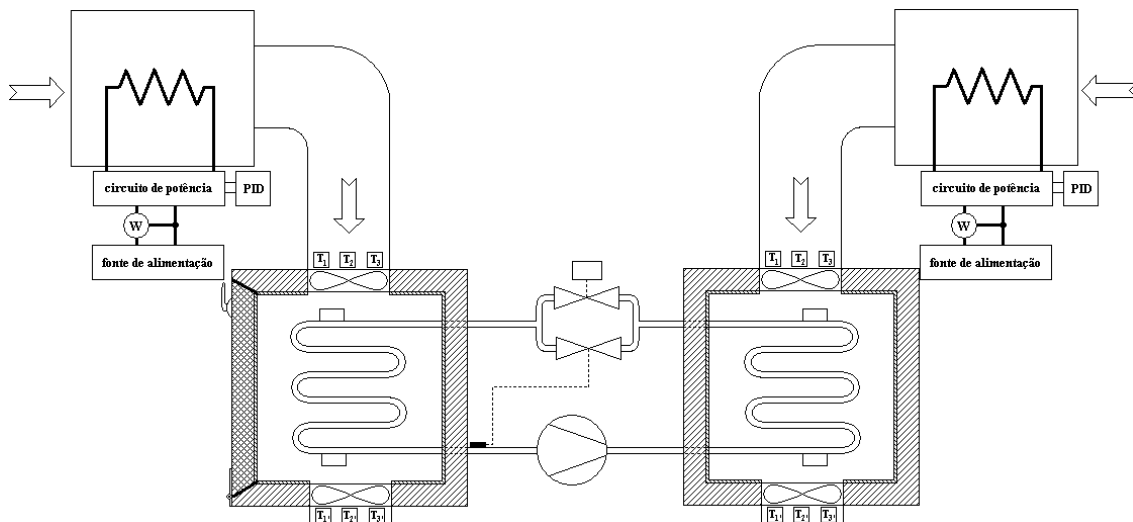


Figura 3.2 - A plataforma experimental preparada para ensaiar com diferente pontos de operação

Com esta configuração não seria possível simular perturbações em degrau devido à inércia térmica das fontes de calor.

Mas utilizando a configuração da Figura 3.3, após estabilizar a temperatura na câmara do evaporador, abrindo a porta é possível simular uma perturbação em degrau onde a amplitude da perturbação é limitada pela diferença com a temperatura ambiente.

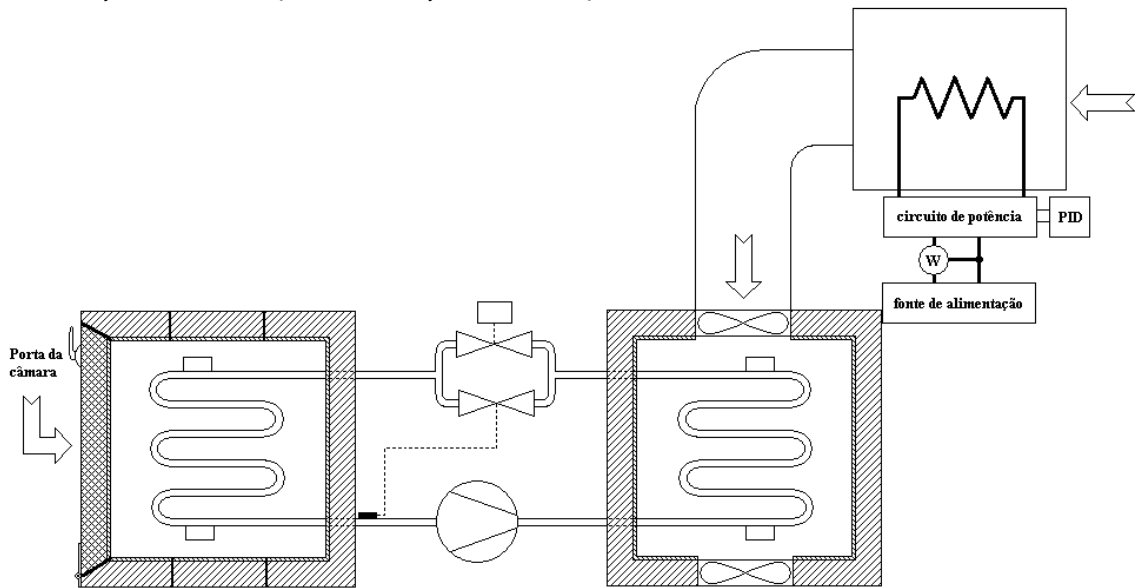


Figura 3.3 - A plataforma experimental preparada para ensaiar a regulação da temperatura na câmara do evaporador

As restrições temporais bem como as inerentes dificuldades de projecto do sistema, obrigaram a procurar soluções alternativas para a plataforma experimental

3.4 - Escolha da plataforma experimental

Assim, para a elaboração do trabalho utilizou-se um armário frigorífico (ver Figura 3.4) comercializada pelo Friemo e disponibilizado pela empresa Filipe Bela S.A..

Tem uma capacidade de refrigeração de 590W podendo atingir temperatura até -40°C .

Na presente versão, o controlador digital só permite o funcionamento até -10°C .



Figura 3.4 -Equipamento industrial utilizado para ser a base da plataforma experimental

Este equipamento tem um compressor hermeticamente fechado, a unidade de condensação ventilação forçada e dois evaporadores sem ventilação. No decurso do trabalho só será utilizado um evaporador dado que o outro está fora de serviço.

Apesar de o evaporador não possuir circulação de ar forçado, ao longo do período de funcionamento aparecerão correntes de convecção (representado de forma genérica na Figura 3.5) que efectuarão essa função e desta forma existe poupança de energia pelo facto de não existir ventilação forçada. A desvantagem é que o caudal de ar que passa pelo evaporador deixa de ser directamente controlável, o que irá criar um gradiente de temperatura dentro do armário.

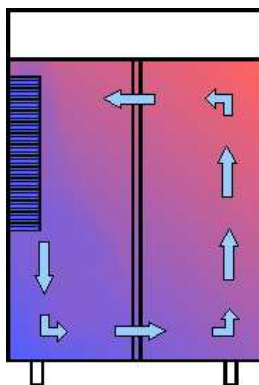


Figura 3.5 - Representação genérica da circulação das correntes de convecção

O equipamento inclui uma sonda NTC que é responsável pela malha de realimentação ao controlador pré-existente.

Nesta fase do trabalho, apenas instrumentação não intrusiva foi utilizada, ou seja, não foram instalados transdutores de pressão, nem os medidores de caudal. A sua instalação representaria intervenção de pessoal especializado para realizar o corte, a colocação dos transdutores, realizar a soldadura e o recarregamento do gás frigorígeno, o que implicaria um tempo de paragem incompatível com o desenvolvimento da dissertação.

3.5 - Sistema de aquisição

3.5.1 - Montagem

A aquisição de sinais é realizada utilizando duas placas de aquisição PCI6024E e dois blocos de terminais TB-68 produtos da National Instruments, com o software Labview. As leituras serão efectuadas em modo diferencial.

O sistema de aquisição como irá medir temperaturas a uma distância com mais de 3 metros da placa de aquisição, quer seja através de quatro termistores NTC, quer seja através de nove Pt100, será utilizada uma montagem de quatro fios com excitação por uma fonte de corrente. O esquema base da montagem da cadeia de medida é representado na Figura 3.6.

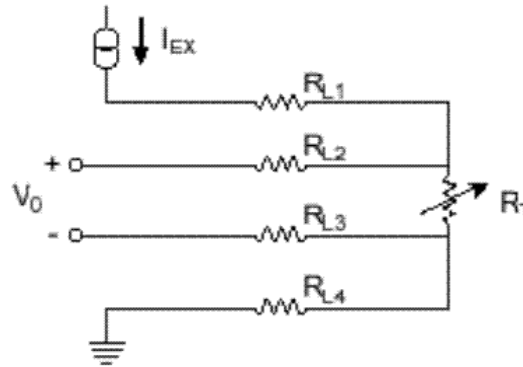


Figura 3.6-Esquema simplificado da montagem do termistor ou Pt100

No sentido de diminuir o efeito de carga dos cabos e reduzir problemas de ruído é utilizada a montagem a quatro fios com medida diferencial. Os transdutores termistores e Pt100 são alimentados por uma fonte de corrente para diminuir a influência do ruído. Os termistores NTC são excitados por uma corrente de $150\mu\text{A}$, os RTDs com um valor de corrente de $1,633\text{mA}$. As correntes de excitação devem ser suficientemente pequenas para que a dissipação de energia no transdutor não influencie a medição.

O esquema da montagem electrónica utilizado, para construir a fonte de corrente encontra-se representado, na Figura 3.7, podendo ser consultado com detalhe em [30].

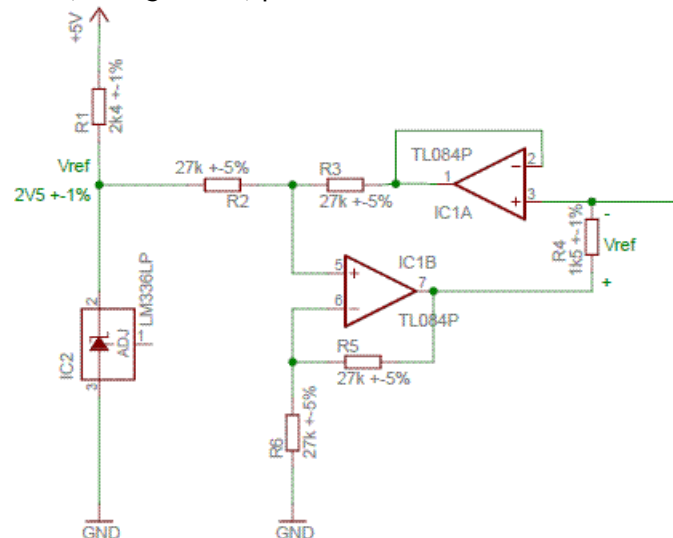


Figura 3.7 - Fonte de corrente para um sensor Pt100

Com esta montagem temos uma fonte de corrente estável, onde a corrente de excitação é definida por $I_e = V_{ref} / R_4$, como os NTCs e os PT100 têm valores diferentes de corrente excitação, é necessário para os NTCs colocar em R4 uma resistência de $18\text{k}\Omega$ e para os Pt100 R4 tem de ser $18\text{k}\Omega$.

A distribuição dos transdutores foi realizada com o objectivo de obter valores o mais rapidamente possível nos locais mais críticos utilizando os transdutores Pt100 e o mais fiável possível dentro da câmara utilizando os transdutores NTC. Mas esta distribuição só foi realizada após a calibração dos instrumentos.

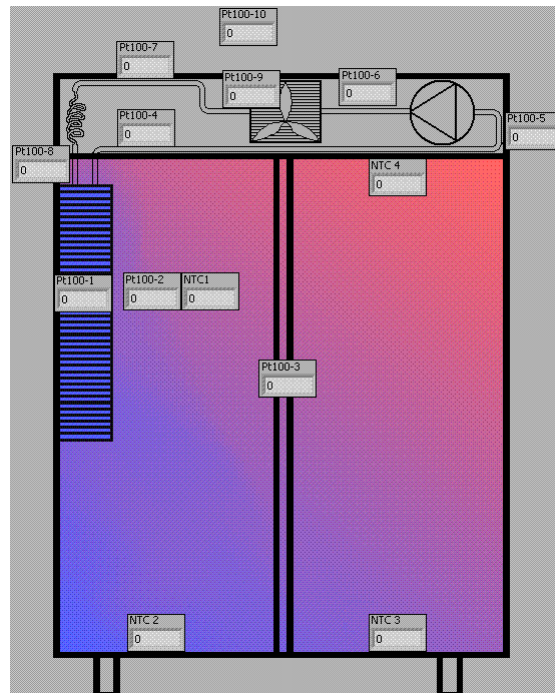


Figura 3.8 Esquema da dispersão dos transdutores

3.5.2 - Calibração

O Labview oferece um conjunto de ferramentas que auxiliam e facilitam o processo de calibração para diversas grandezas. A título de exemplo, na Figura 3.9 e Figura 3.10 mostram-se o tipo de assistentes disponíveis

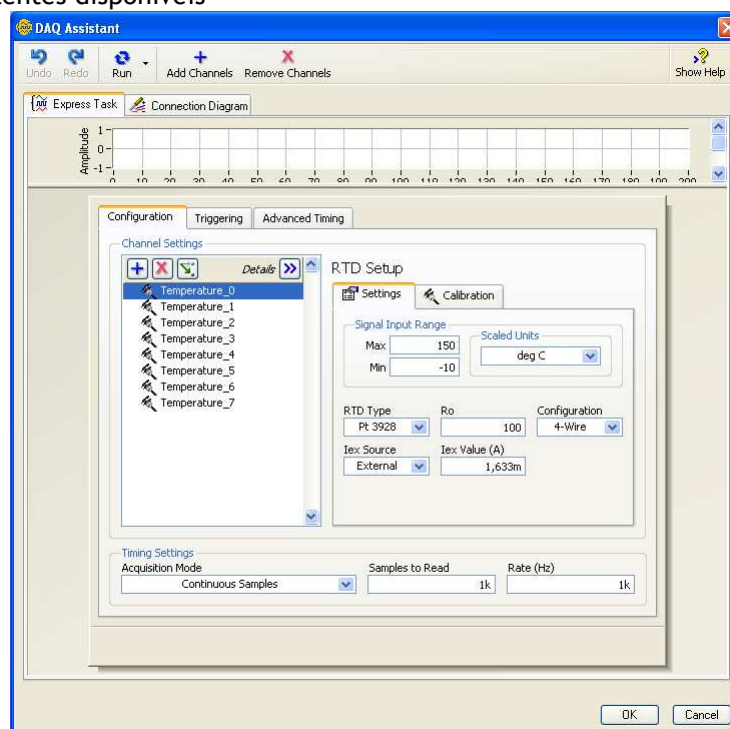


Figura 3.9 - Assistente de criação de entradas para os sinais provenientes dos transdutores Pt100

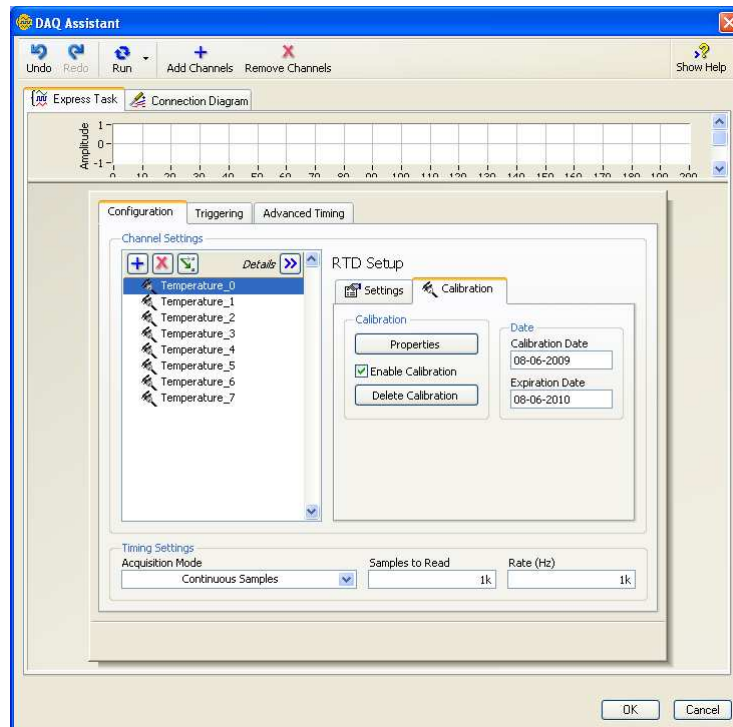


Figura 3.10 - Painel de início de calibração dos canais de instrumentação criados

O processo de calibração é realizado por mapeamento dos pontos de calibração (ver Figura 3.11) em relação aos valores de omissão obtidos pelo Labview. Sendo apenas necessário introduzir o valor de referência e pressionar o botão *Commit Calibration Value*. Mas existe também a possibilidade de introduzir manualmente o valor da coluna *Uncalibrated*, apenas é necessária pressionar o botão stop.

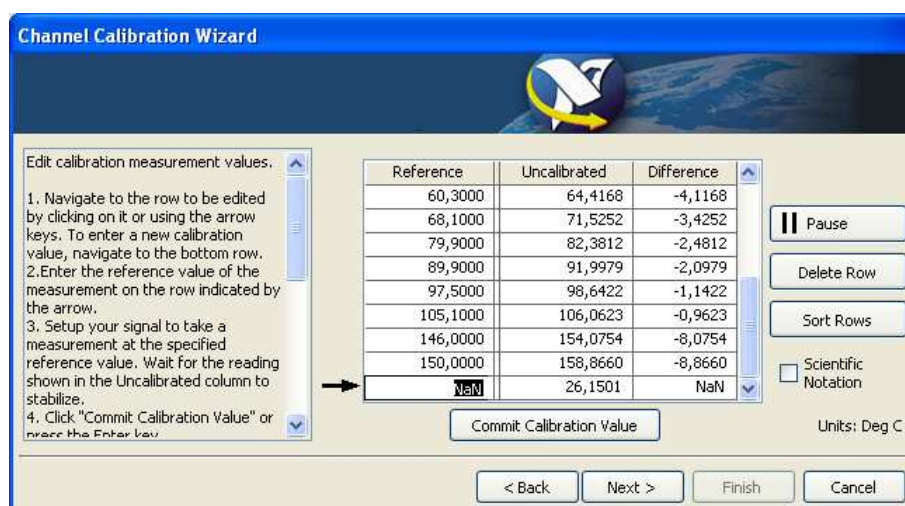


Figura 3.11 - Mapeamento dos valores de calibração

O resultado deste mapeamento é um gráfico representado na Figura 3.12, que define toda a escala dos transdutores.

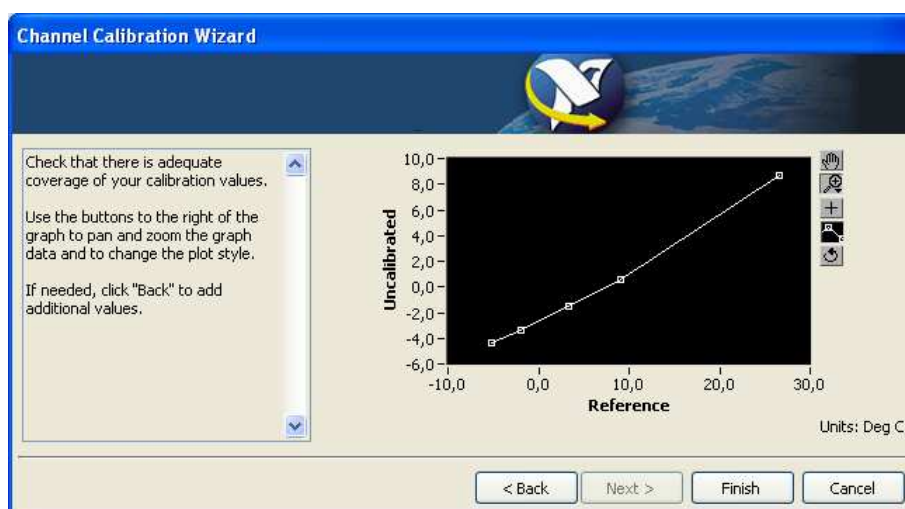


Figura 3.12 - Curva característica do termistor

Devido à amplitude dos sinais dos Pt100 serem pequenos, o DAC utilizado nas placas de aquisição origina um erro de quantificação que pode ser visualizado na Figura 3.13

Através de um programa ³ em Labview foi realizado o registo dos valores por omissão em diferentes pontos de temperatura dentro da câmara durante o funcionamento normal em vazio.

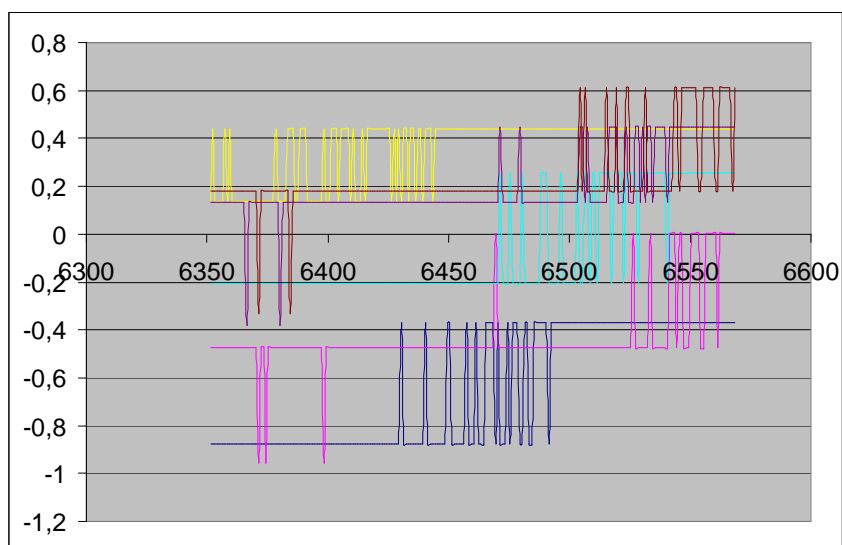


Figura 3.13 - Sinais dos transdutores Pt100 que demonstram o problema de quantificação

Os dados recolhidos foram processados de forma a atenuar o erro de quantificação e o desvio dos valores entre os transdutores, resultando numa tabela de calibração que posteriormente teve de ser manualmente introduzida na janela de calibração para cada transdutor.

³ Imagem do painel do instrumento virtual, assim como o diagrama de blocos se encontram em anexo b

Capítulo 4

Projecto e construção da carga térmica

4.1 - Introdução

Um dos parâmetros com maior influência no desempenho de qualquer sistema de produção de frio é a carga térmica a que é sujeito. Com o objectivo de desencadear a variação da carga térmica de forma controlada projectou-se e construiu-se uma fonte de calor controlável.

Os requisitos estabelecidos para a fonte de calor foram:

- Comando manual e automático;
- Debitar calor variável com uma potência máxima entre 200W a 500W;
- Possibilidade de programar um escalonamento do valor de carga durante 24horas;
- Programa de supervisão a correr em PC.

A produção de calor é originada em duas resistências eléctricas de 2000W, em que o controlo do calor libertado por efeito Joule é efectuado por um conversor CA/CA monofásico com comando por fase. O controlo da fonte de calor é assegurado por um microcontrolador, com possibilidade de comunicação série com um programa de supervisão a correr em computador. O programa de supervisão foi desenvolvido em Lazarus.

4.2 - Construção da caixa

Com intuito de diminuir as não linearidades, a carga tem que ter na sua superfície uma temperatura o mais uniforme possível. Para tal, a fonte de calor foi construída na forma de paralelepípedo com as dimensões (205X270X75), onde ficam alocadas no interior as resistências que irradiam o calor.

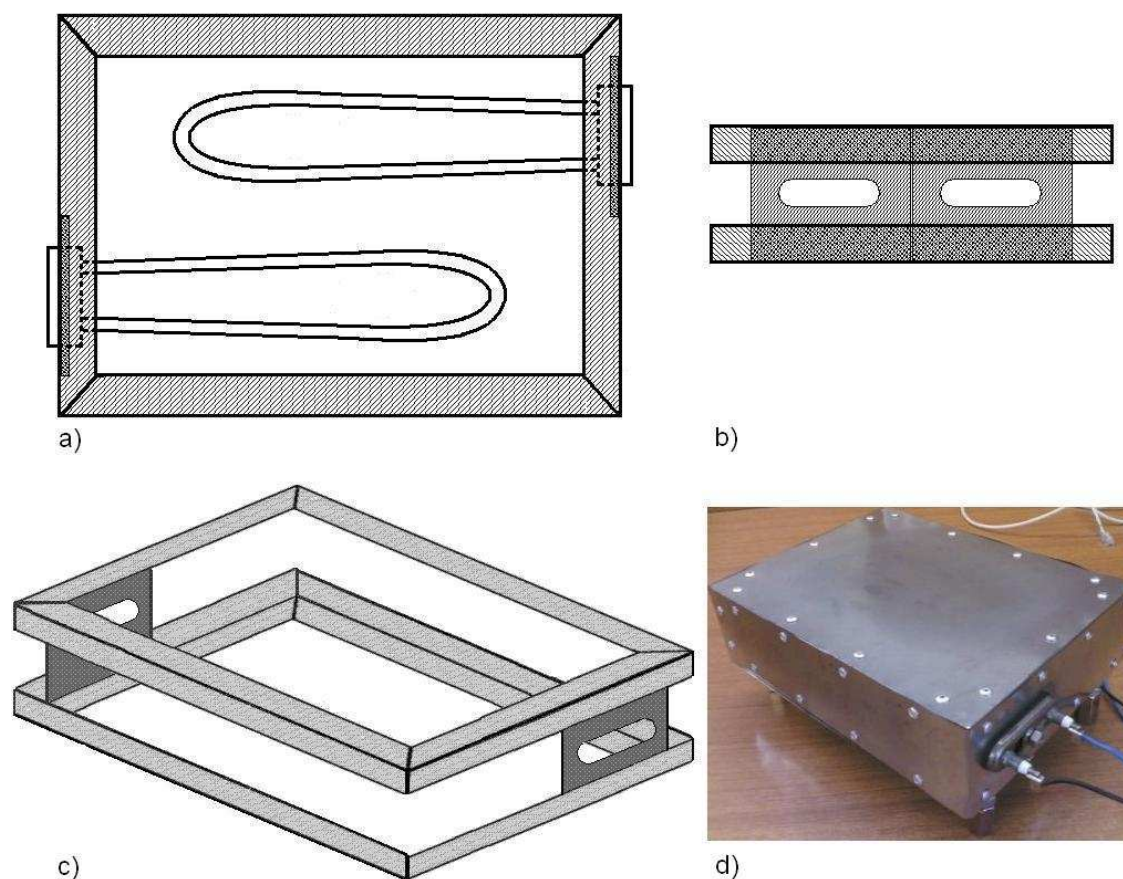


Figura 4.1 - Desenho da estrutura interna da caixa - a) vista de topo, onde se pode ver as resistências e a sua disposição de forma a obter uma distribuição de calor o mais uniforme possível; b) vista de frente, onde se pode ver com clareza as placas de inox de reforço onde as resistências vão ficar apoiadas; c) vista de perfil; d) foto da caixa;

As resistências utilizadas são de 2000W para 230V. As arestas da fonte de calor são constituídas por tiras de alumínio quinado em 90°. As paredes de suporte das resistências são reforçadas com chapa de ferro de 2,5mm. A superfície externa é constituída por uma chapa de inox de 1mm, de forma a minimizar as perdas na condução do calor para o exterior.

4.3 - Controlo da carga térmica

4.3.1 - Descrição geral

A carga térmica é emulada através de uma fonte de calor eléctrica, a qual é composta por dois subsistemas principais, a saber: - circuito de potência e o de comando. A fonte de calor é controlada em malha aberta, através da imposição do valor eficaz da tensão aplicado as resistências eléctricas. Na Figura 4.2 ilustra-se um diagrama de blocos com o fluxo de informação entre os vários subsistemas. A interface com o utilizador é realizada através de um software a correr num PC.

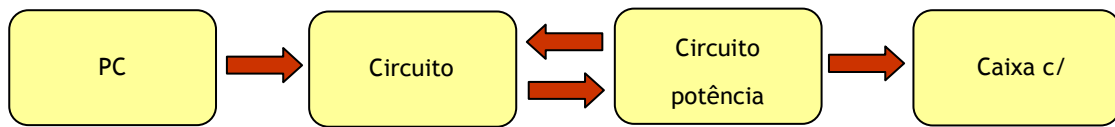


Figura 4.2 - Cadeia de controlo da fonte de calor.

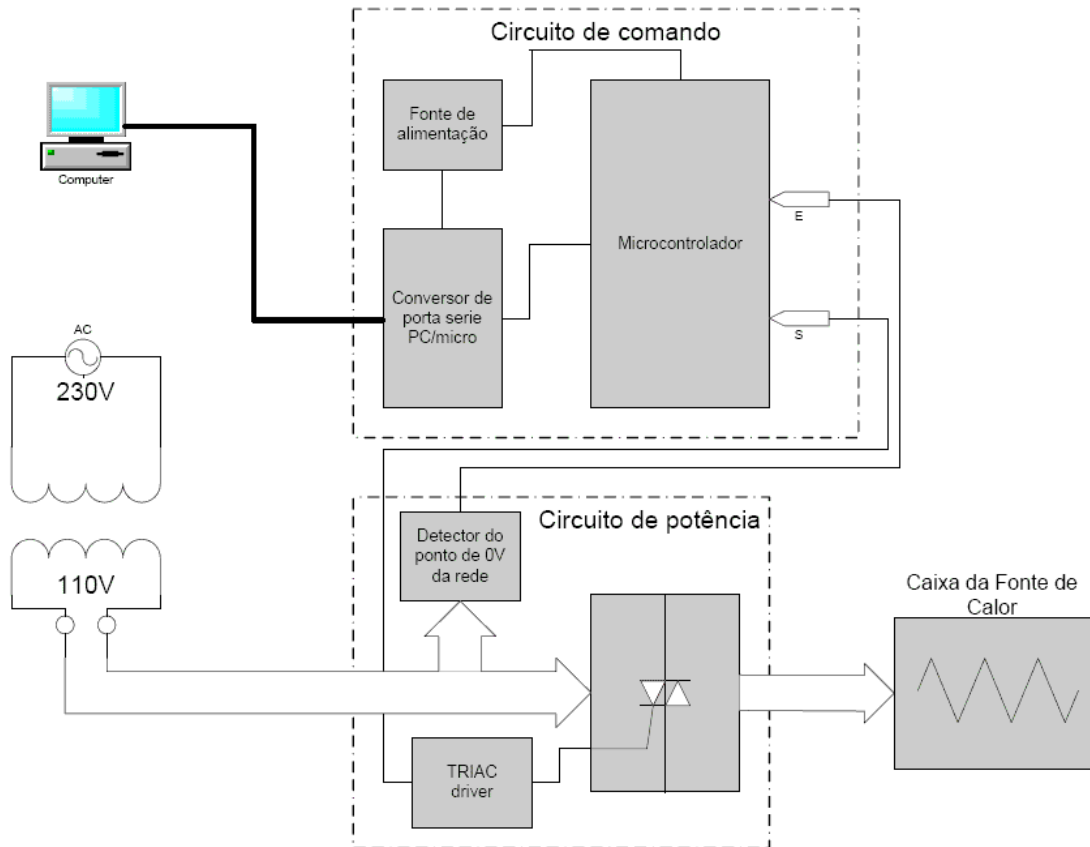


Figura 4.3 - Diagrama da estrutura do sistema

O software no PC foi desenvolvido em Lazarus [22] e permite o utilizador controlar a carga quer de forma manual através do PC, quer de forma automática em que o utilizador programa um diagrama de carga com um período máximo de 24 horas.

Na Figura 4.3 encontra-se detalhado a arquitectura da fonte de calor, sendo de salientar que o controlo por fase do conversor CA/CA monofásico é totalmente realizado no microcontrolador. A detecção do zero da rede é efectuada por intermédio de um rectificador de onda completa e um optoacoplador, o led do optoacoplador fica a conduzir durante a maior parte do sinal sinusoidal provocando na sua saída uma ligação da entrada do microcontrolador à massa, ficando esta com o valor lógico zero, mas quando a tensão da rede é muito baixa +/- 1V o led do optoacoplador deixa de conduzir abrindo o circuito na sua saída e como a entrada do microcontrolador possui um *pull-up* interno, esta entrada fica com valor lógico um.

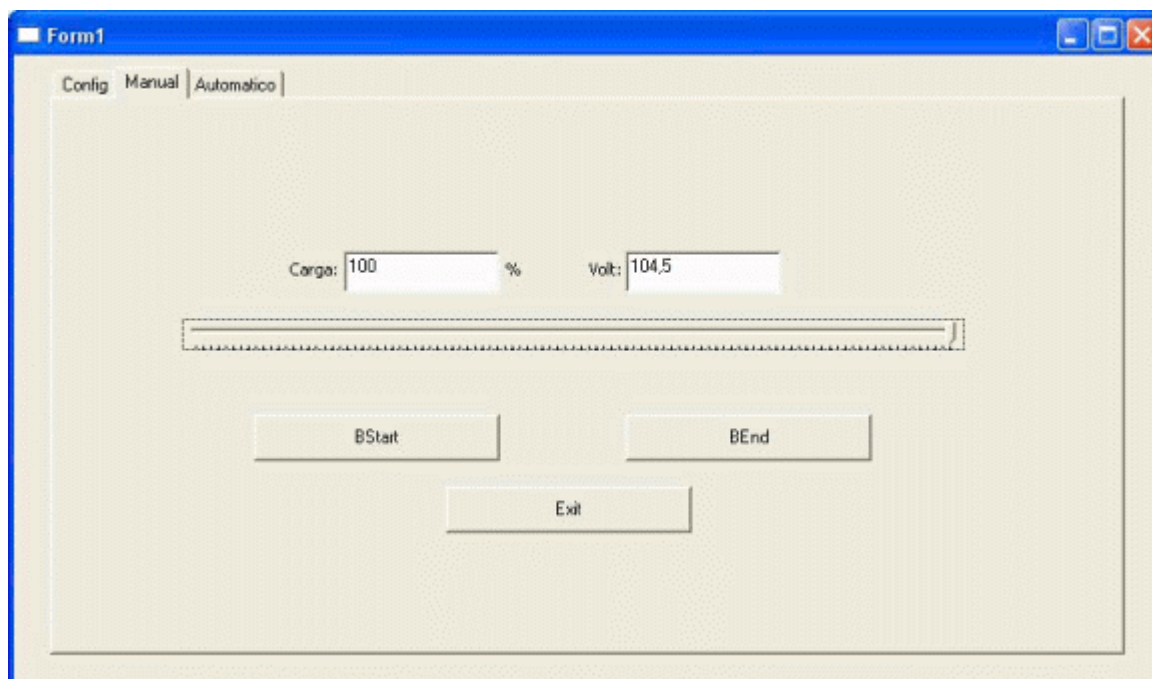


Figura 4.4 - Painel de controlo manual

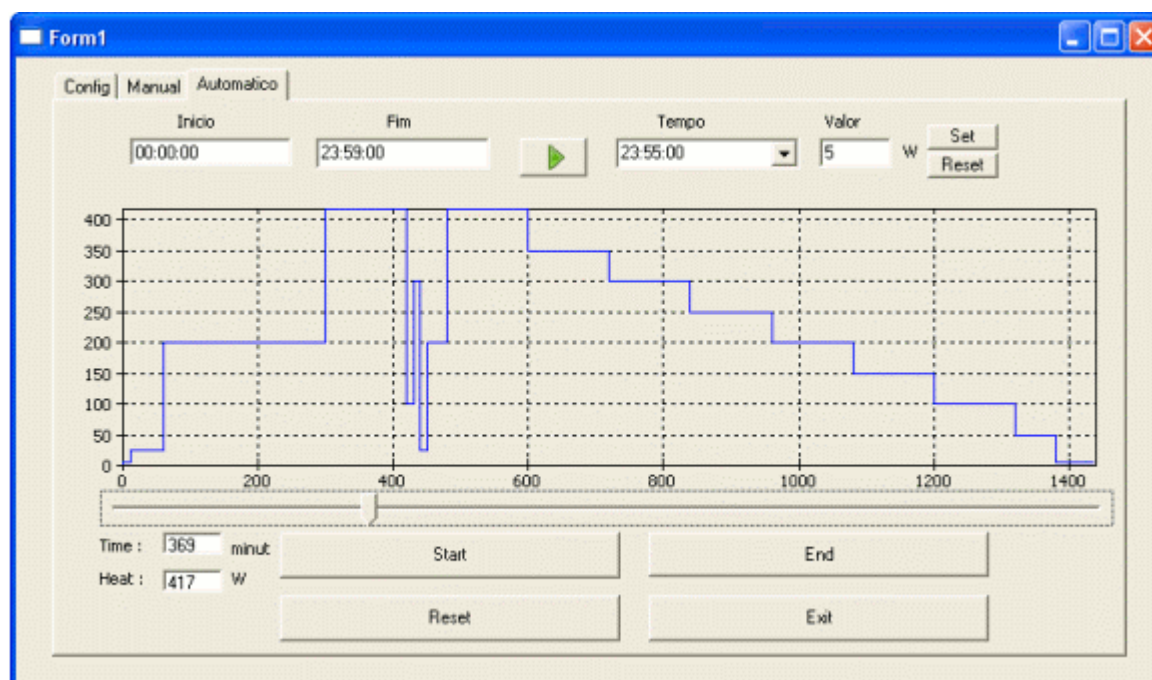


Figura 4.5 - Painel de controlo automático

Este software comunica com o microcontrolador da PCB do circuito de comando por meio de uma comunicação série, nesta comunicação apenas é transmitido ao microcontrolador qual é o valor do instante em que o triac deve disparar, de forma a controlar o valor da tensão de fase das resistências.

O microcontrolador comunica com a PCB do circuito de potência utilizando apenas dois sinais. Uma entrada, onde circuito de potência muda o valor lógico sempre que detecta uma passagem da fase pelo valor de 0V. Outra é uma saída, que é o sinal de disparo para activar o

triac e desta forma alimentar as resistências para estas libertarem calor na potência desejada.

4.3.2 - Demonstração de resultados

Nesta secção apresentam-se sumariamente os resultados dos testes realizados para avaliação preliminar da fonte de calor.

A Figura 4.6 mostra o funcionamento do sistema em controlo manual em dois pontos de operação diferentes. Em a), c) e e) está apresentado o interface para o utilizador e os sinais eléctricos do sistema, detector do ponto de 0V, impulso de disparo para o triac e o sinal de alimentação das resistências, para o ponto de operação a 1% de carga. Em b), d) e f) apresenta a mesma informação para o ponto de funcionamento no ponto de operação a 50% de carga.

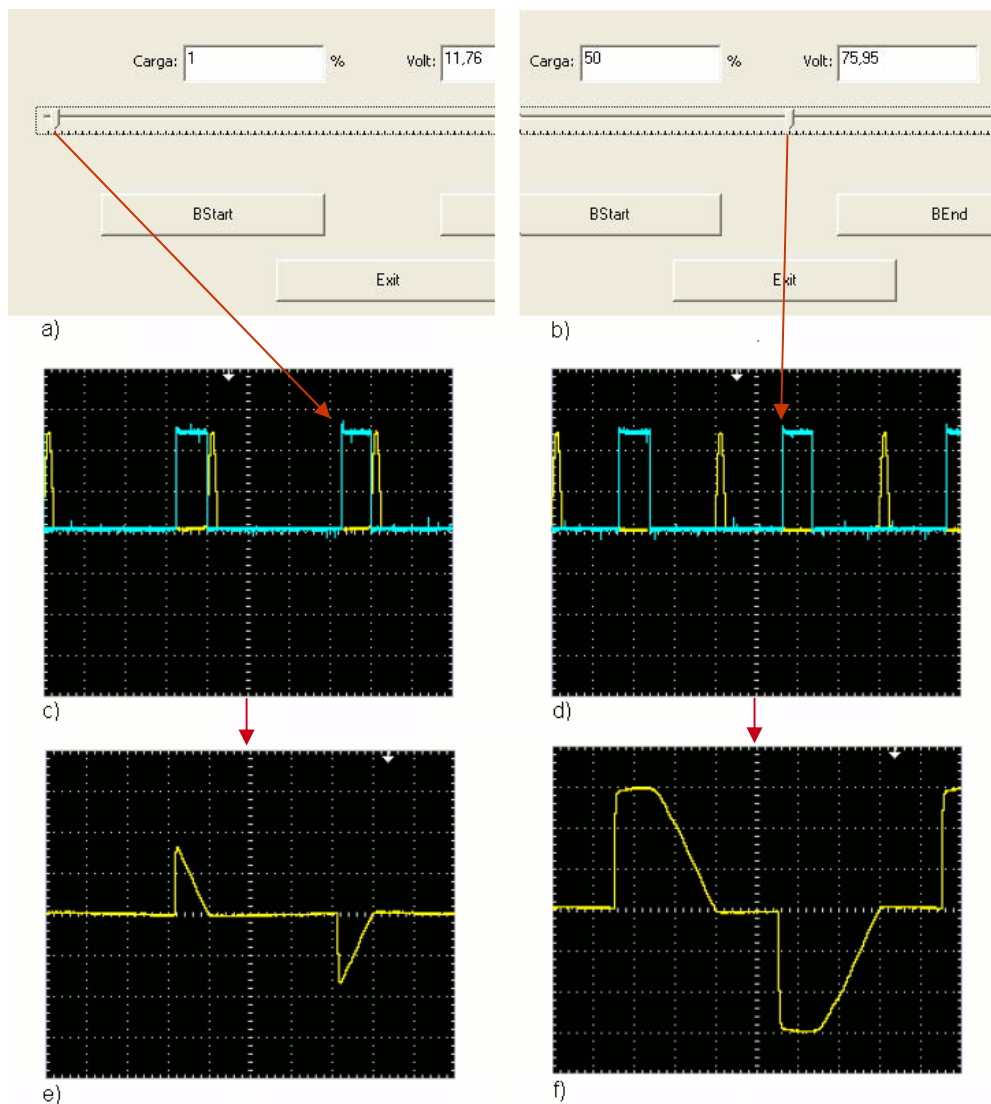


Figura 4.6 - a) e b) interface do utilizador para controlo manual da carga a 1% e 50% respectivamente; c) e d) linha amarela é o sinal de detecção de 0V da rede de 110V e a linha azul é o sinal de impulso de trigger para o triac; e) e f) sinal de tensão da alimentação da carga;

Para além dos ensaios descritos anteriormente, foram também realizadas medidas eléctricas para caracterizar o funcionamento do sistema.

Assim, em modo manual efectuaram-se 11 medições do valor de tensão eficaz que alimenta a carga. Os respectivos valores encontram-se tabelados na tabela 1.

Tabela 1 - Valores de tensão eficaz

escala	valor medido
1	11,9V
10	21,7V
20	34,6V
30	48,7V
40	62,3V
50	76V
60	87,5V
70	96,7V
80	102,2V
90	104,2V
100	104,5V

Verifica-se que o valor mínimo de tensão eficaz aplicado às resistências é 11,9V, este valor é resultante da influência do comprimento do impulso do trigger do triac, ou seja quanto maior for o impulso, menor é o valor máximo do ângulo de disparo do trigger que é possível de atingir, aumentando desta forma o valor mínimo de tensão nas resistências. O valor máximo de tensão eficaz é de 104,5V e não 110V devido a algumas quedas de tensão noutros componentes.

4.4 - Análise do sistema

Como o objectivo é alimentar a carga com um sinal com a seguinte forma

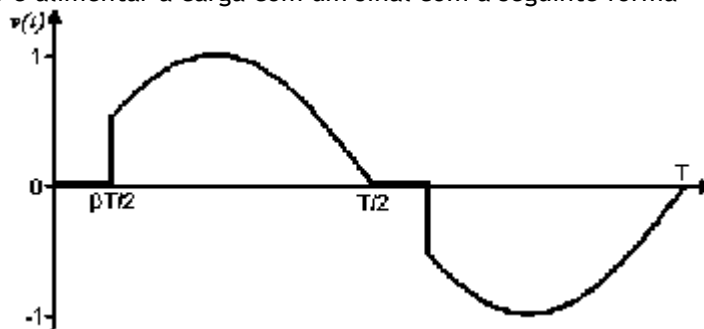


Figura 4.7 - Exemplo da forma do sinal a controlar

Controlado pelo valor β , sendo um valor entre $0 < \beta < 1$, controla-se a tensão em RMS que é dada pela expressão.

$$V_{RMS} = \sqrt{V_m^2 \frac{1}{2}(1-\beta) + \frac{1}{4\pi} \text{sen}(2\pi\beta)} \quad (4.1)$$

Esta expressão pode ser encontrada em [21], mas devido ao facto, do sinal de alimentação de 110V não ser uma onda perfeitamente sinusoidal, Figura 4.7, a expressão (4.1) deixa de ser válida. Para verificar qual é o desvio da expressão (4.1), calcula-se os valores de tensão eficaz para diferentes temperaturas e comparando com os valores obtidos da tabela 1, procura-se uma expressão que relacione satisfatoriamente as duas.

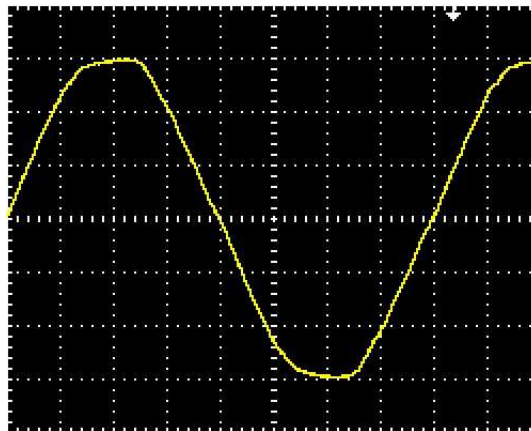


Figura 4.8 - sinal da rede de 110V

Ajustando os cálculos da expressão (4.1) para um valor máximo de β igual a 0.8821^4 , obtêm-se com a expressão

$$V_{RMS} = \sqrt{V_m^2 \frac{1}{2}(1 - \text{escala} * 0.8821) + \frac{1}{4\pi} \text{sen}(2\pi * \text{escala} * 0.8821)} \quad (4.2)$$

valores que foram registados na terceira coluna da tabela 2.

Tabela 2 - Valores utilizando a expressão (4.2)

escala	valor medido	V_{RMS} (4.2)
1	11,9V	11,90V
10	21,7V	24,05V
20	34,6V	39,28V
30	48,7V	54,84V

⁴ Corresponde ao valor máximo de β que se pode utilizar devido ao comprimento do impulso de disparo do triac

40	62,3V	69,45V
50	76V	82,05V
60	87,5V	91,95V
70	96,7V	98,80V
80	102,2V	102,71V
90	104,2V	104,27V
100	104,5V	104,50V

Realizando uma comparação entre os valores medidos (tabela 1) e os valores obtidos pela expressão (4.2) (tabela 2), verifica-se que os valores iniciais e finais são semelhantes mas ao meio da escala de carga tem-se um grande desvio. Utilizando software de folha de cálculo obteve-se uma expressão polinomial de 3ª ordem que relaciona os valores medidos com os da expressão (4.2) através de uma linha de tendência, ou seja obtêm-se uma função composta, $f(V_{rms}(escala))$.

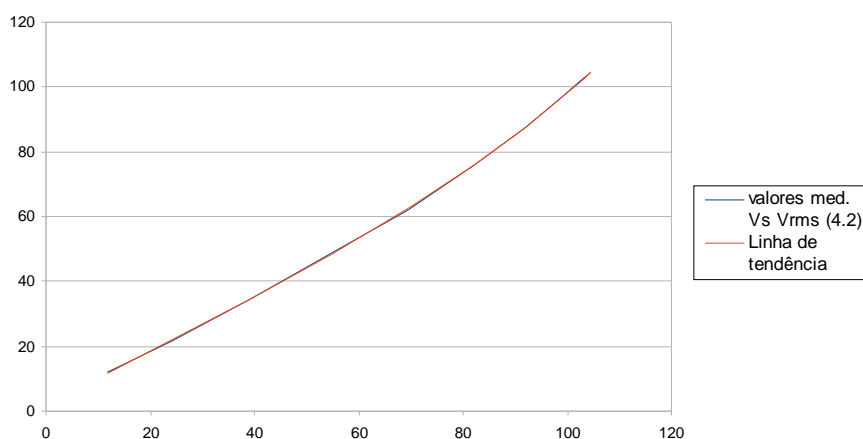


Figura 4.9 - Relação entre os valores medidos e a expressão(4.2)

Verifica-se que esta expressão polinomial de 3ª ordem, $f(V_{rms}(escala))$, tem erros muitos pequenos.

Tabela 3 - Demonstração dos erros de aproximação

Valor medido	Eq. polinom. 3ª ordem	Erros
11,9	11,77	0,13
21,7	21,93	0,23
34,6	34,68	0,08
48,7	48,35	0,35
62,3	62,41	0,11
76	75,96	0,04
87,5	87,77	0,27

96,7	96,65	0,05
102,2	102,02	0,18
104,2	104,21	0,01
104,5	104,55	0,05

Após a introdução da expressão da linha de tendência no software, foi verificado qual seria o erro máximo absoluto da potência debitada pela carga térmica que o utilizador poderia obter.

Obtendo o valor da potência dissipada de forma indirecta, através da expressão de potência (4.3).

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (4.3)$$

E utilizando as expressões (4.4) e (4.5) que se encontra na referência [21], que indica como calcular o majorante do valor absoluto do erro e o valor do seu erro relativo.

$$\delta y \leq \left| \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_{i \max} \right| \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_y \leq \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{f} \right| \varepsilon_{x_i} \quad (4.5)$$

Ficando então na forma

$$\delta P \leq \left| \frac{2U}{R} \Delta U - \frac{U^2}{R^2} \Delta R \right| \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_y \leq \left| \frac{2U}{R} \frac{U}{U^2/R} \right| \frac{\Delta U}{U} + \left| \frac{U^2}{R^2} \frac{R}{U^2/R} \right| \frac{\Delta R}{R} \quad (4.7)$$

Onde consideramos $\Delta R = 0,7\Omega$ (visto que a resistência varia com a temperatura), este valor foi medido após ter atingido a temperatura máxima de funcionamento.

Na tabela 4, tem a coluna da potência que o utilizador pode querer que a carga dissipe, na coluna seguinte está o valor que na teoria seria necessário para obter essa potência, na 3ªcoluna está o valor de tensão que os sistema irá alimentar as resistências, nas colunas seguintes indicam os erros, ou seja, a diferença entre as tensões, e a diferenças entre as potências (utilizando a expressão (4.4)).

Tabela 4 - Demonstração de erros em tensão e potência

potência (W)	tensão teórica (V)	tensão soft. (V)	erro tensão	erro potência	erro relativo potência
5	11,44	11,76	0,32	0,19	7,35%
6	12,53	12,81	0,28	0,16	6,31%

66 Projecto e construção da carga térmica

7	13,54	13,88	0,34	0,22	6,81%
8	14,47	13,88	0,59	0,48	10,41%
9	15,35	14,97	0,38	0,27	6,97%
10	16,18	16,08	0,10	0,07	3,10%
11	16,97	17,22	0,25	0,11	4,79%
12	17,73	17,22	0,51	0,46	7,86%
13	18,46	18,37	0,08	0,13	2,83%
14	19,15	18,37	0,78	0,85	10,42%
15	19,82	19,54	0,28	0,14	4,81%
16	20,47	20,73	0,25	0,09	4,36%
17	21,10	20,73	0,38	0,28	5,54%
18	21,72	21,93	0,22	0,01	3,87%
19	22,31	21,93	0,38	0,29	5,37%
...					
400	102,37	102,36	0,01	7,57	1,92%
401	102,50	102,36	0,14	6,57	2,17%
402	102,63	102,68	0,05	7,27	2,01%
403	102,76	102,68	0,07	7,09	2,05%
404	102,88	102,68	0,20	6,09	2,30%
405	103,01	102,97	0,04	7,37	1,99%
406	103,14	102,97	0,17	6,38	2,24%
407	103,26	103,22	0,04	7,43	1,99%
408	103,39	103,45	0,06	7,33	2,02%
409	103,52	103,45	0,07	7,26	2,04%
410	103,64	103,65	0,01	7,77	1,92%
411	103,77	103,83	0,06	7,41	2,02%
412	103,90	103,83	0,07	7,29	2,04%
413	104,02	103,98	0,04	7,52	1,99%
414	104,15	104,11	0,04	7,56	1,99%
415	104,27	104,30	0,03	7,69	1,97%
416	104,40	104,43	0,03	7,69	1,97%
417	104,52	104,55	0,02	7,79	1,95%
		erro max	1,28	7,79	10,42%

Como é possível ver, o erro máximo em termos de potência é pequeno, apesar em 8 e 14W o erro relativo é ligeiramente acima de 10%, os seus valores de erro absoluto são muito pequenos. De modo geral, os erros sobre o valor da potência dissipada do sistema estão em níveis aceitáveis.

Capítulo 5

Identificação

5.1 - Introdução

Conhecidos os conceitos fundamentais da termodinâmica e estabelecida a plataforma experimental com possibilidade de perturbar de forma controlada a carga térmica, são estudados de seguida alguns dos métodos de identificação de sistemas.

Apesar de haver modelos completos dos sistemas de refrigeração descritos na literatura da especialidade, como por exemplo as referências [18] e [20], são necessários dados que normalmente não são acessíveis ao projectistas a não ser de forma empírica. Outra das dificuldades para a obtenção do modelo matemático do sistema

Com métodos de identificação, o engenheiro pode construir o modelo do sistema com as leis físicas que conhece do sistema, juntamente ou somente com análise numérica das entradas e saídas.

Identificação de sistemas é especialmente útil para modelar sistemas que não são facilmente representados em termos de princípios físicos ou cuja complexidade do modelo é elevada.

A utilização de métodos de identificação de sistemas do tipo “caixa negra”, permite obter descrições paramétricas robustas e mais fáceis de tratar sem que se tenha que modelar o sistema com base nas leis que descrevem o seu comportamento.

Os métodos de identificação em subespaços de estados (como é indicado em[18]) permite obtenção de um modelo linear capaz que ter uma boa correspondência relativa ao comportamento do sistema real mesmo para sistemas não lineares. A descrição do sistema em espaço de estados é particularmente adequada para a representação de sistemas multivariáveis, e a decomposição em valores singulares SVD, reduz o efeito do ruído na estimação das matrizes do sistema.

Em [2] e [14] são realizadas descrições gerais dos procedimentos para efectuar a identificação de um sistema, aqui fica somente apresentado o seu fluxograma principal na Figura 5.1.

Ao realizar o estudo preparatório deste trabalho foi elaborado um documento síntese dos métodos de identificação [29].

Uma abordagem experimental para determinar o modelo dinâmico do sistema é principalmente constituída por quatro passos:

- Aquisição de dados de entrada/saída durante um ensaio.
- Selecção ou estimação da estrutura do modelo.
- Estimação dos parâmetros do modelo.
- Validação do modelo identificado

Este capítulo está focado nos métodos de identificação em *offline*, ou seja, realiza-se a identificação em malha aberta de forma a obter modelos da plataforma experimental em espaço de estados.

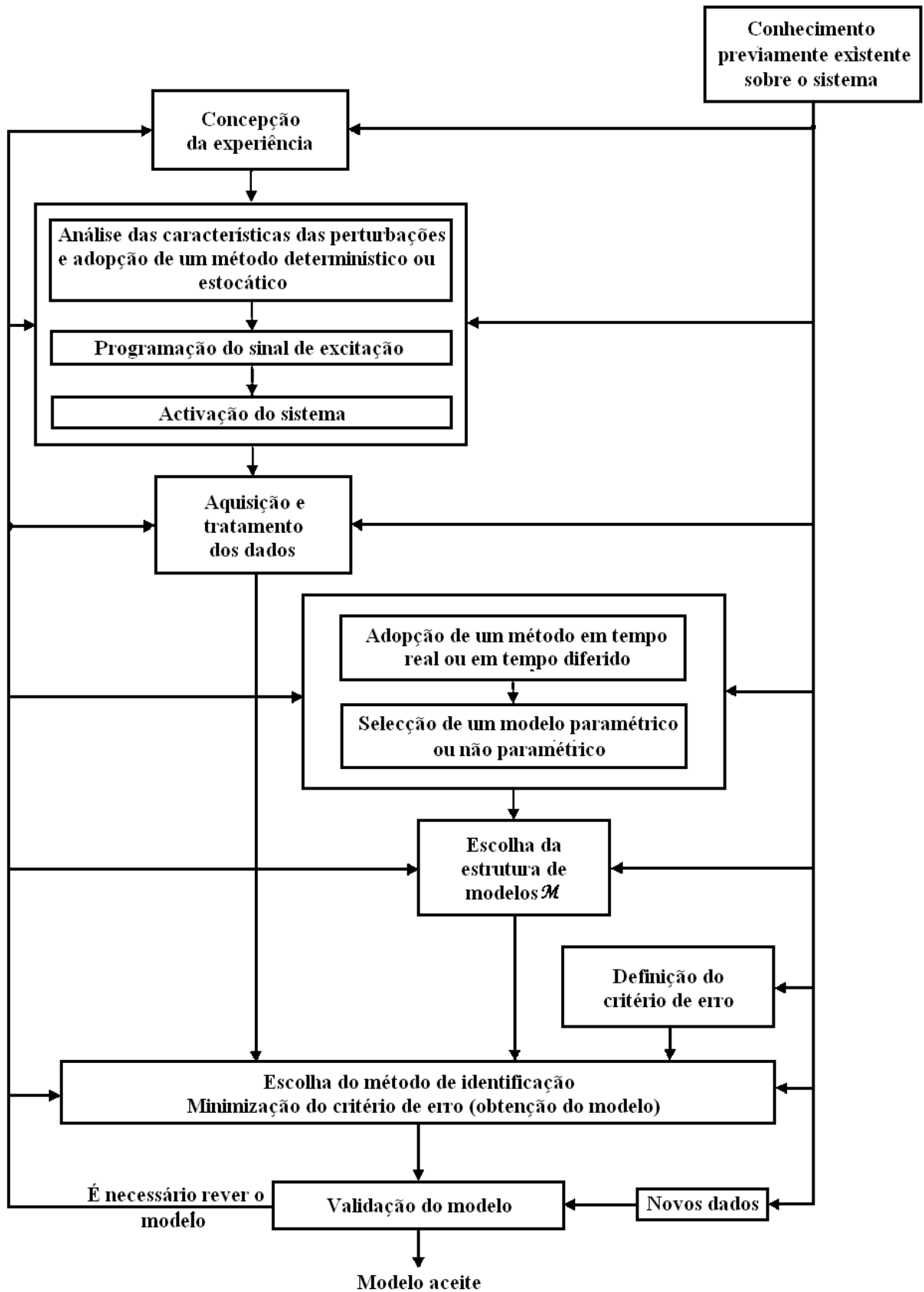


Figura 5.1 - Fluxograma para realizar um processo de identificação, [14]

5.2 - Excitação de sinais de entrada

Um processo para ser identificado tem que ter todos os modos da sua dinâmica excitados, de forma a que se possa observar a totalidade do seu comportamento. Para que esta condição seja criada, é necessário injectar nas entradas do sistema, sinais que devem excitar permanentemente a dinâmica do sistema durante o período de identificação. Esta característica é designada de excitação persistente. Se as entradas falharem de excitar persistentemente a dinâmica, então o sistema não é completamente identificável.

As propriedades de um sinal de excitação persistente de ordem m segundo [2] e [15] são:

1. $\bar{U} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k)$, existe

2. A auto-covariância da entrada

$$r_{uu}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k)u(k+\tau), \quad \tau = 0, 1, \dots, \text{ existe}$$

3. E se a matriz de covariância dos sinais de entrada, R_u ,

$$R_u = \begin{bmatrix} r_{uu}(0) & r_{uu}(1) & \cdots & r_{uu}(m) \\ r_{uu}(1) & r_{uu}(0) & \cdots & r_{uu}(m-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{uu}(m) & r_{uu}(m-1) & \cdots & r_{uu}(0) \end{bmatrix}, \text{ for definida positiva}$$

O melhor sinal de excitação é o ruído branco, porque é muito rico em frequências e portanto tem excitação persistente de qualquer ordem.

Como exemplo, pode verifica-ser que a dinâmica do sistema

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})\varepsilon(k) \quad (5.1)$$

para que seja continuamente excitada durante o período de identificação, $u(k)$ deve ter excitação persistente de ordem $na + nb$ [15]. $A(q)$ e $B(q)$ são operadores de atraso dos sinais, mais à frente existe uma explicação mais pormenorizada e $\varepsilon(k)$ representa ruído branco.

Visto que não é fácil gerar sinais de ruído branco, principalmente se estivermos restritos pelo poder de calculo de um microcontrolador, uma alternativa será a utilização de sequências binárias pseudo-aleatórias (SBPA), tal como foi utilizado em [18].

Podemos verificar que sendo $u(k)$ uma sequência pseudo-aleatória com período M e amplitude V . As suas características são:

1. $\bar{U} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M u(k) = 0$

2. $r_{uu}(\tau) = V^2$, $\tau = kM$, $k = 0, 1, \dots$

3. $r_{uu}(\tau) = -\frac{V^2}{M}$, $kM + 1 < \tau = (k+1)M - 1$, $k = 0, 1, \dots$

Pode-se provar que as sequências binárias pseudo-aleatórias têm excitação persistente para qualquer ordem $m < M$ [15].

5.3 - Sequências binárias pseudo-aleatórias

As sequências binárias pseudo-aleatórias foram utilizadas com sucesso na obtenção de modelos de sistemas de refrigeração em [18].

Para obter um modelo linear, a partir da identificação de um sistema não linear, os sinais PBRS da entrada terão de comutar o sinal de excitação entre dois níveis em torno do ponto de funcionamento, com a amplitude mais pequena possível, para que o sistema não revele comportamentos não lineares.

Contudo, a amplitude deve ter um nível suficiente alto, para que na saída do sistema se consiga distinguir entre a resposta ao sinal de excitação do ruído ou perturbações, que possam existir na vizinhança do sistema.

As sequências binárias pseudo-aleatórias são habitualmente geradas a partir de registos de deslocamento (*shift registers*) a uma frequência p , com uma realimentação que depende do número de bits do registo, na tabela seguinte indica o número de bits a somar

Tabela 5 - O número de bits a somar para realizar o procedimento

nº de bits N	bits a somar
2	1 e 2
3	1 e 3
4	3 e 4
5	3 e 5
6	5 e 6
7	4 e 7
8	4 e 8
9	5 e 9
10	7 e 10

Inicialmente, pelo menos um registo deve ser diferente de zero.

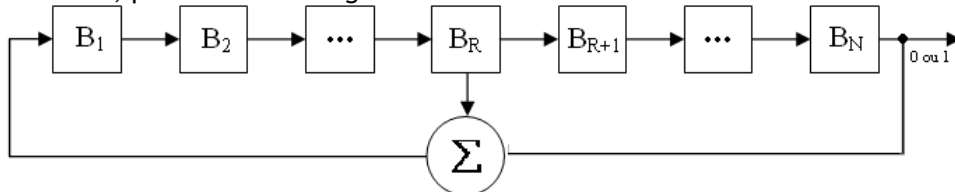


Figura 5.2 - Diagrama da aplicação da sequência, [15]

$$\text{onde, } \begin{cases} u = V & ,1 \\ u = -V & ,0 \end{cases}$$

Não sendo tão rico em frequências como o ruído branco, existe uma condição para que o ganho das baixas frequências esteja correcto.

Condição 1: tendo um registo com N bits, a duração do maior impulso deve ser superior que o tempo de subida do processo.

$$N * T_s > t_R \quad (5.2)$$

Onde T_s é o tempo de amostragem e t_R é o tempo de subida do processo. O período da sequência é $2^N - 1$.

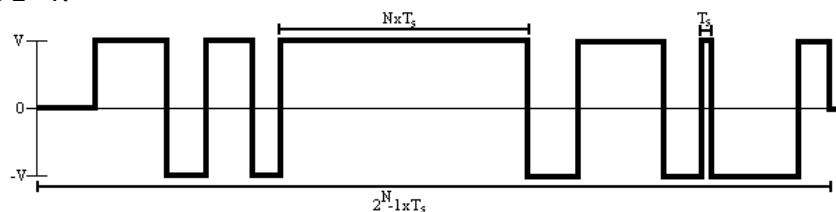


Figura 5.3 - Exemplo de uma sequência binária pseudo-aleatória, [15]

Em [18], para a construção das sequências, têm-se que ter uma ordem de grandeza das constantes de tempo rápido (tais como, compressor e válvula de expansão electrónica), para a definição do T_s . O limite superior da duração dos impulsos ($N \times T_s$), é determinado com base no tempo do sistema a atingir um estado pseudo-estável.

Mas a condição pode, por vezes, impor que o número de bits, N, seja demasiado elevado. Para superar este problema, pode-se utilizar na expressão da condição uma frequência de deslocamento do registo inferior p vezes à frequência de amostragem. A condição fica assim reformulada

$$p * N * T_s > t_R \quad (5.3)$$

Mas é necessário ter um certo cuidado com o valor de p, é necessário equilíbrio, porque um valor muito elevado de p reduz q componente de altas frequências.

O espectro das sequências binárias pseudo-aleatórias é

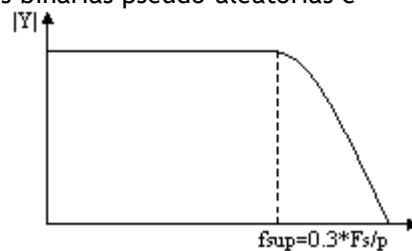


Figura 5.4 - Largura de banda das sequências binárias pseudo-aleatórias, [15]

5.4 - Métodos de identificação paramétrica

Os modelos lineares variantes ou invariantes dos sistemas podem ser descritos por modelos de entrada-saída (modelo externo), ou por modelos em espaço de estados (existe um modelo interno, onde são estimadas variáveis internas do sistema).

5.4.1 - Classes de estruturas de modelos com representação polinomial

Os modelos de descrição mais simples, são os modelos onde existe uma regressão em $y(k)$, tal como,

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) = e(k) \quad (5.4)$$

que com operadores de atraso,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_n q^{-n} \quad (5.5)$$

pode ser reescrito na forma,

$$A(q^{-1})y(k) = e(k) \quad (5.6)$$

pelo que são conhecidos como **modelos auto-regressivos (AR)**. Existe uma grande variedade de modelos autoregressivos, cujos nomes dependem da existência e do comportamento de sinais de entrada e de ruído.

O modelo apresentado atrás é um **modelo estocástico**, em que é assumido que $e(k)$ é ruído branco com média nula e variância dado por:

$$E\{e^2(k)\} = \sigma^2 \quad (5.7)$$

Considerando aumentar a informação no modelo estocástico, acrescentando uma regressão de $e(k)$, obtemos um **modelo auto-regressivos de média móvel, ARMA**, onde

$$A(q^{-1})y(k) = C(q^{-1})e(k) \quad (5.8)$$

Os modelos auto-regressivos com entradas, são denominados de **ARX (AutoRegressive with eXogenous input)**, que têm a seguinte forma

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + e(k) \quad (5.9)$$

E os modelos que são uma combinação de (5.8) e (5.9), obtem-se o modelo denominado por **ARMAX (AutoRegressive Moving Average with eXogenous input)**, expresso por:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})e(k) \quad (5.10)$$

A saída que sofre influência da entrada e do ruído do sistema, pode ser traduzida numa função de transferência relativo a cada uma, neste caso teríamos:

$$G(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \text{ e } H(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (5.11)$$

Mas a parametrização destas funções de transferência, tornam-se mais naturais, do ponto de vista físico, se não tiverem um factor comum, sendo independentes.

O **modelo de Box-Jenkins** segue esse conceito, tendo uma a estrutura expressa por:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(k) \quad (5.12)$$

Em síntese, é possível concluir que existe uma forma geral de modelos polinomiais, definida por:

$$A(q^{-1})y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(k) \quad (5.13)$$

Consoante a parametrização de cada polinómio A, B, C, D e F, é possível obter 32 tipos de modelos diferentes, e cuja dinâmica associados as funções de transferência depende dos pólos e zeros originados pelas raízes destes polinómios.

Os coeficientes dos polinómios podem ser obtidos por diversos métodos, tais como:

- Regressões lineares
- Mínimos quadrados ordinários
- Mínimos quadrados pesados
- Variáveis instrumentais
- Mínimos quadrados generalizados

Cada um dos métodos tem pontos fortes, assim como pontos fracos e só devem ser utilizados quando um determinado conjunto de condições se encontram favoráveis.

5.4.2 - Classes de estruturas de modelos em espaço de estados

Os modelos em espaço de estados permitem uma visão interna sobre a dinâmica do sistema (ao contrário dos modelos indicados anteriormente, que são de “caixa-preta”).

Os modelos em espaço de estados em tempo discretos, são descritos na forma de:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu_k + w(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + (k) \end{cases} \quad (5.14)$$

Ou pela forma de modelo inovação:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu_k + Ke(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + e(k) \end{cases} \quad (5.15)$$

Sendo K constante, é o ganho de Kalman, e se for variável no tempo será o filtro de Kalman, $K(t)$. Mas como o objectivo da utilização do filtro de Kalman é obter a melhor estimação possível dos estados do sistema, e não dos seus parâmetros, por esse motivo, este tema não será abordado nesta dissertação.

5.5 - Métodos de identificação em subespaço de estados

5.5.1 - Introdução

O modelo matemático geral em espaço de estados é descrito por

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + v_k \end{cases} \quad (5.16)$$

Os vectores $u_k \in \mathfrak{R}^m$ e $y_k \in \mathfrak{R}^l$ são as observações no instante de tempo k de respectivamente m entradas e l saídas do processo. O vector $x_k \in \mathfrak{R}^n$ é o vector de estado do processo no tempo discreto no instante k e contém o valor numérico de n estados. Os vectores, $v_k \in \mathfrak{R}^l$ e $w_k \in \mathfrak{R}^n$ são vectores de sinais não observáveis, normalmente denominado de ruído do processo.

A matriz $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é chamada de matriz dinâmica do sistema, a dinâmica do sistema é descrito pelo seus valores próprios. $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ é a matriz de entrada, que corresponde a uma transformação linear da influência das entradas determinísticas no estado do sistema. $C \in \mathfrak{R}^{l \times n}$ é a matriz da saída, que descreve como o estado interno do sistema passa para o exterior nas observações y_k . $D \in \mathfrak{R}^{l \times m}$ é chamada de realimentação directa, onde demonstra no exterior a influencia das entradas determinísticas no mesmo instante k .

Com

$$E \left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \delta_{pq} \geq 0 \quad (5.17)$$

onde w_k e v_k são presumidos como vectores de média nula, estacionário, vectores de sequência de ruído. Onde o delta de Kronecker é $\delta_{pq} = 0$ se $p \neq q$, e $\delta_{pq} = 1$ se $p = q$. As matrizes $Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $S \in \mathfrak{R}^{n \times l}$ e $R \in \mathfrak{R}^{l \times l}$ são as matrizes de covariância do ruído das sequências w_k e v_k .

A identificação em subespaço de estados, tem como objectivo construir modelos em espaço de estados a partir de observações de entradas e saídas. Mas, ao contrário dos modelos clássicos, primeiro os estados são estimados directamente a partir das entradas e saídas, depois as matrizes do sistema podem ser estimadas.

Estes tipos de métodos, tiveram origem na teoria das realizações, desenvolvida em meados dos anos 60, teoria em que considera que um sistema linear pode ser separado por dois sistemas, um determinístico e um outro que é estocástico.

$$\begin{cases} x_k = x_k^d + x_k^s \\ y_k = y_k^d + y_k^s \end{cases} \quad (5.18)$$

Tornando o problema de identificação de um sistema, em dois problemas mais simples, no problema determinístico

$$\begin{cases} x_{k+1}^d = Ax_k^d + Bu_k \\ y_k^d = Cx_k^d + Du_k \end{cases} \quad (5.19)$$

e no problema estocástico

$$\begin{cases} x_{k+1}^s = Ax_k^s + w_k \\ y_k^s = Cx_k^s + v_k \end{cases} \quad (5.20)$$

Altura em que foi introduzidos para o uso na identificação conceitos, tais como, construção de matrizes de blocos Hankel, decomposição de matrizes LQ e principalmente a utilização de SVD de forma a reduzir o efeito do ruído na estimação das matrizes do sistema. Mas nesta altura os métodos estavam muito dependentes dos parâmetros de Markov, o que tornava os algoritmos computacionalmente fracos e lentos, devido aos inúmeros cálculos que eram necessários efectuar

5.5.2 - Ideias básicas dos algoritmos de identificação em subespaço de estados

O passo fundamental para o estabelecimento de identificação em subespaço de estados foi atingir o conhecimento de como os estados do filtro de Kalman podem ser obtidos directamente (quer de forma implícita ou explícita) a partir das observações de entradas/saídas, usando ferramentas de álgebra linear (decomposição LQ, assim como, decomposição em valores singulares, SVD), sem conhecer o modelo.

Conhecendo estes estados o problema de identificação torna-se num problema de mínimos quadrados.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_{i+1} & x_{i+2} & \dots & x_{i+j} \\ y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \end{bmatrix}}_{\text{conhecido}} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} x_i & x_{i+1} & \dots & x_{i+j-1} \\ u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-1} \end{bmatrix}}_{\text{conhecido}} + \underbrace{\begin{bmatrix} w_i & w_{i+1} & \dots & w_{i+j-1} \\ v_i & v_{i+1} & \dots & v_{i+j-1} \end{bmatrix}}_{\text{resíduos dos mínimos quadrados}} \quad (5.21)$$

Assim, a base do algoritmo é determinar a sequência de estados da dinâmica do sistema e posteriormente obter as matrizes do sistema. Nos métodos clássicos, a abordagem é oposta, primeiro estima-se as matrizes do sistema e depois os estados. A Figura 5.5 ilustra as duas abordagens.

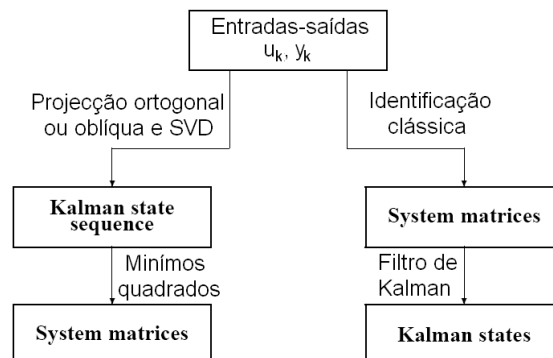


Figura 5.5 - As duas vertentes de identificação de modelos em espaço de estados [17]

Mas apesar de a sequência de estados poder ser determinada explicitamente, na maioria das variantes e implementações, isto não é efectuado explicitamente, mas antes, efectuado implicitamente.

Os dois maiores passos em algoritmo de subespaço são:

- Determinar a ordem do modelo, n , e a sequência de estado $\hat{x}_i, \hat{x}_{i+1}, \dots, \hat{x}_{i+j}$, (usando $\hat{}$ para denotar as estimações). São tipicamente determinados realizando em primeiro lugar, uma projecção em espaço de linhas do bloco de dados da matriz de Hankel.
- Resolver o problema dos mínimos quadrados para obter as matrizes de espaço de estados.

$$\begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} = \left\| \begin{bmatrix} \hat{x}_{i+1} & \hat{x}_{i+2} & \dots & \hat{x}_{i+j} \\ y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_i & \hat{x}_{i+1} & \dots & \hat{x}_{i+j-1} \\ u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-1} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \quad (5.22)$$

E obter também as covariâncias dos resíduos

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} p_{wi} & p_{wi+1} & \dots & p_{wi+j-1} \\ p_{vi} & p_{vi+1} & \dots & p_{vi+j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{wi} & p_{wi+1} & \dots & p_{wi+j-1} \\ p_{vi} & p_{vi+1} & \dots & p_{vi+j-1} \end{bmatrix}^T \quad (5.23)$$

Onde $p_{wk} = \hat{x}_{k+1} - \hat{A}\hat{x}_k - \hat{B}u_k$ e $p_{vk} = y_{k+1} - \hat{C}\hat{x}_k - \hat{D}u_k$ ($k = i, \dots, i+j-1$) são os resíduos dos mínimos quadrados.

A robustez numérica é garantida devido a métodos, tais como, decomposição LQ, decomposição em valores singulares (SVD) e as suas generalizações. Além disso, os algoritmos de subespaços são não iterativos, por isso, não existe problemas de convergência.

Introduzindo agora alguns conceitos utilizados na identificação em subespaços. Com os dados recolhidos, constrói-se matrizes de blocos Hankel, com a seguinte forma:

$$U_{0|2i-1} = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-2} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \dots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \dots & u_{2i+j-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_p \\ U_f \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$= \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-2} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \dots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \dots & u_{2i+j-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{0|i} \\ U_{i+1|2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_p^+ \\ U_f^- \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Onde os subscritos de $U_{0|2i-1}$, $U_{0|i-1}$, $U_{i|2i-1}$, $U_{0|i}$ e $U_{i+1|2i-1}$ denotam o primeiro e o ultimo elemento da matriz de bloco de Hankel.

A construção das matrizes de bloco Hankel para os dados recolhidos da saída é semelhante.

A sequência de estados é definida por:

$$X_i = \begin{bmatrix} x_i & x_{i+1} & \dots & x_{i+j-2} & x_{i+j-1} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times j} \quad (5.26)$$

Os algoritmos de identificação em subespaços fazem um uso intensivo da matriz de observabilidade estendida ($i > n$, onde o subscrito i representa o número de linhas de blocos, n representa a dimensão característica da matriz),

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{li \times n} \quad (5.27)$$

onde o par $\{A, C\}$ é observável.

Os conceitos algébricos que aparecerem do capítulo estão explicados no anexo A.

5.5.3 - Identificação combinada determinística e estocástica no subespaço N4SID

O primeiro passo do algoritmo consiste na obtenção da sequência de estado do espaço, o qual difere conforme o tipo, ou grau, do sistema. Em [11] e [16] demonstra-se que para sistema determinístico a sequência de estado é um espaço de linhas que é a intersecção entre as duas matrizes de blocos Hankel

$$H_1 = \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} U_f \\ Y_f \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Em que X_i , é obtida explicitamente através da decomposição em valores singulares e a sua dimensão é:

$$\begin{aligned} \dim(X_i) &= \dim \left(\text{row space} \begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \end{pmatrix} \cap \text{row space} \begin{pmatrix} U_f \\ Y_f \end{pmatrix} \right) = \text{rank} \begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \end{pmatrix} + \text{rank} \begin{pmatrix} U_f \\ Y_f \end{pmatrix} - \text{rank} \begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \\ U_f \\ Y_f \end{pmatrix} = \\ &= (mi + n) + (mi + n) - (2mi + n) = n \end{aligned} \quad (5.29)$$

Em que, n é a ordem do modelo.

Em sistemas estocásticos, a sequência de estado é obtida através da projecção ortogonal do espaço das saídas futuras no espaço do passado das saídas, realizando de seguida uma decomposição de valores singulares.

Neste caso, como existe uma combinação do sistema determinístico com estocástico, a sequência de espaço de estado é também calculada por uma projecção, mas desta vez é uma projecção oblíqua.

Utilizando a decomposição LQ para calcular a projecção oblíqua $Y_f / U_f \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix}$, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|i} \\ U_{i+1|2i-1} \\ Y_{0|i-1} \\ Y_{i|i} \\ Y_{i+1|2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 & 0 & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & 0 & 0 \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} & 0 \\ L_{61} & L_{62} & L_{63} & L_{64} & L_{65} & L_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \\ Q_5^T \\ Q_6^T \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

A representação matricial da projecção oblíqua $Y_f / U_f \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix}$ do espaço linha das saídas futuras ao longo do espaço linha das entradas futuras, para o espaço comum das entradas e saídas passadas é denominado por O_i .

A projecção oblíqua pode ser obtida por:

$$O_i = Y_f / U_f \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} = L_{U_p} L_{11} Q_1^T + L_{Y_p} \begin{bmatrix} L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

onde

$$\begin{bmatrix} L_{U_p} & L_{U_f} & L_{Y_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} \\ L_{61} & L_{62} & L_{63} & L_{64} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

a partir do qual L_{U_p} , L_{U_f} e L_{Y_p} podem ser calculados.

A projecção oblíqua $Y_f^- / U_f^- \begin{bmatrix} U_p^+ \\ Y_p^+ \end{bmatrix}$, denotada por O_{i-1} é igual a

$$O_{i-1} = L_{U_p^+} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} + L_{Y_p^+} \begin{bmatrix} L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & 0 \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \\ Q_5^T \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

onde

$$\begin{bmatrix} L_{U_p^+} & L_{U_f^-} & L_{Y_p^+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & 0 \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{61} & L_{62} & L_{63} & L_{64} & L_{65} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Dentro das suposições de que:

- O ruído do processo w_k e ruído das medidas v_k são não correlacionados com a entrada u_k ,
- A entrada u_k é de excitação persistente de ordem $2i$, por exemplo, a matriz $U_{0|2i-1}$ é de característica de linha completa,
- O tamanho da amostra tende para o infinito: $j \rightarrow \infty$,
- O ruído do processo w_k e o ruído das medidas v_k não são nulos,

é possível demonstrar que a projecção oblíqua, O_i , é igual ao produto da matriz de observabilidade estendida, Γ_i , com a sequência dos filtros de estado de Kalman, obtida a partir do banco de filtros de Kalman sem regime permanente,

$$O_i = \Gamma_i \tilde{X}_i \tag{5.35}$$

De forma similar, a projecção oblíqua O_{i-1} é igual a

$$O_{i-1} = \Gamma_{i-1} \tilde{X}_{i+1} \tag{5.36}$$

As colunas de \tilde{X}_i e \tilde{X}_{i+1} são estimativas dos estados X_i e X_{i+1} , obtidos a partir do filtro de Kalman em dois instantes de tempo consecutivos, mas com condições iniciais diferentes.

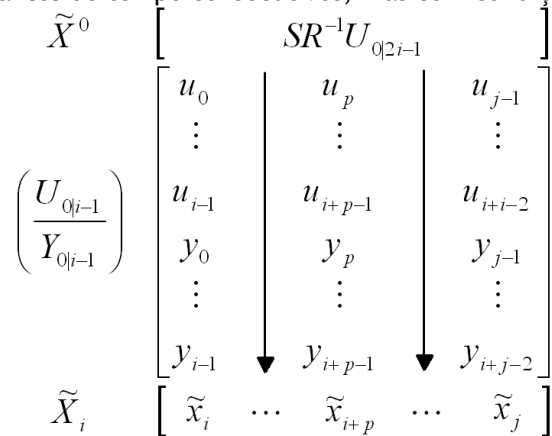


Figura 5.6 - Representação das estimativas de estados ao passar pelo filtro de Kalman [17]

A decomposição em valores singulares da matriz L , que é uma componente de O_i , permite encontrar a ordem do modelo (a característica da matriz O_i , $carac(O_i)$), assim como as matrizes Γ_i e \tilde{X}_i .

$$L_{U_p} [L_{11} \ 0 \ 0 \ 0] + L_{Y_p} [L_{41} \ L_{42} \ L_{43} \ L_{44}] = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 S_1 V_1^T \tag{5.37}$$

Onde a ordem do sistema é igual ao número de valores singulares em (5.37) diferentes de zero. A matriz de observabilidade estendida, Γ_i , é obtida a partir de

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} \tag{5.38}$$

e a sequência de estados, \tilde{X}_i , é calculada explicitamente através de

$$\tilde{X}_i = \Gamma_i^\dagger O_i = S_1^{1/2} V_1^T \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \end{bmatrix} \tag{5.39}$$

Recorrendo à propriedade de *shift invariance* de $U_{0:2i-1}$ e $Y_{0:2i-1}$, denotando $\underline{\Gamma}_i = \Gamma_{i-1}$, que é a matriz Γ_i sem as últimas l linhas, obtemos \tilde{X}_{i+1} ,

$$\tilde{X}_{i+1} = (\underline{\Gamma}_i)^T O_{i-1} \quad (5.40)$$

As matrizes espaço de estados A , B , C e D podem ser agora obtidos, resolvendo o conjunto de equações sobredeterminadas

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_{i+1} \\ U_{ii} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_i \\ U_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_w \\ p_v \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

As covariâncias das estimativas do ruído do processo e das medidas, são obtidas pelos resíduos p_w e p_v , através:

$$\begin{bmatrix} \hat{Q}_i & \hat{S}_i \\ \hat{S}_i^T & \hat{R}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} p_w \\ p_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_w^T & p_v^T \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Onde i , indica que a covariâncias estimadas são enviesadas, [11], mas com um decréscimo exponencial do enviesamento à medida que $i \rightarrow \infty$.

Pode ser provado, [11], que as estimativas de A , B , C e D são não enviesadas se pelo menos umas das condições seguintes são satisfeitas:

- $i \rightarrow \infty$,
- o sistema é puramente determinístico, por exemplo $v_k = w_k = 0, \forall k$,
- as entradas determinísticas u_k são ruído branco.

Se nenhuma das condições acima indicadas for satisfeita, as estimativas são enviesadas.

5.6 - Aquisição de dados de entrada/saída

Para realizar a identificação do sistema foi necessário desenvolver programas em Labview, que enquanto realizassem a aquisição dos sinais de saída da planta, também fornecessem um sinal de entrada ao variador de velocidade do motor.

A entrada do sistema é um sinal analógico que o programa fornece ao variador de velocidade do compressor, é desta forma que se estipula a velocidade do motor. Foram utilizados dois tipos de sinais de entrada para realizar a excitação do sistema, a sequência binária pseudo-aleatória e ruído branco Gaussiano filtrado.

As saídas do sistema são os valores dos transdutores de temperatura dos diversos pontos da plataforma.

O programa utilizado para realizar esta tarefa tem de ser autónomo para interromper o processo de identificação em caso de alguma anomalia. Como o sistema apresenta constantes de tempo dominantes lentas, o tempo de amostragem é elevado, na ordem das dezenas de segundos, o que implica que o período de identificação será na ordem de algumas horas. Esta circunstância originou a necessidade de projectar um ambiente de supervisão do processo de

identificação. Nos anexos D e E encontram-se figuras representativas dos diagramas VI dos programas desenvolvidos.

O motor do compressor é monofásico a ser controlado por um variador de velocidade, optou-se por um variador trifásico dado ser o mais comum no mercado e só é necessário um sinal alternado para criar o campo girante [27].

5.6.1 - Dados iniciais

Para iniciar a identificação, é obrigatório obter dados preliminares sobre a situação do equipamento, de forma a se poder criar experiências com as características necessárias para obter bons modelos.

Após a colocação dos transdutores nos locais indicados pela Figura 3.8, definiu-se o ponto de referência como 4°C. Este valor foi definido com base na temperatura no local mais frio do circuito de refrigeração (entrada do evaporador), onde a utilização de pontos de referência de temperatura mais baixa, a temperatura na entrada do evaporador descia abaixo do mínimo da escala, o que enviesava os dados obtidos.

Registou-se o comportamento da descida das temperaturas do equipamento, desde a temperatura ambiente até ao ponto de operação de 4°C. No anexo F encontram-se as restantes figuras destes registos.

A energia consumida foi medida por intermédio dos registos de potência aparente e activa, efectuados por intermédio de um analisador de qualidade de energia (FLUKE 43 *Power Quality Analyser*).

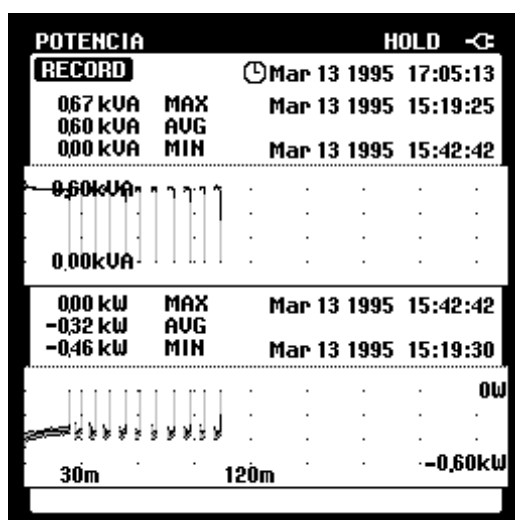


Figura 5.7 - Impressão da imagem do ecrã do FLUKE 43

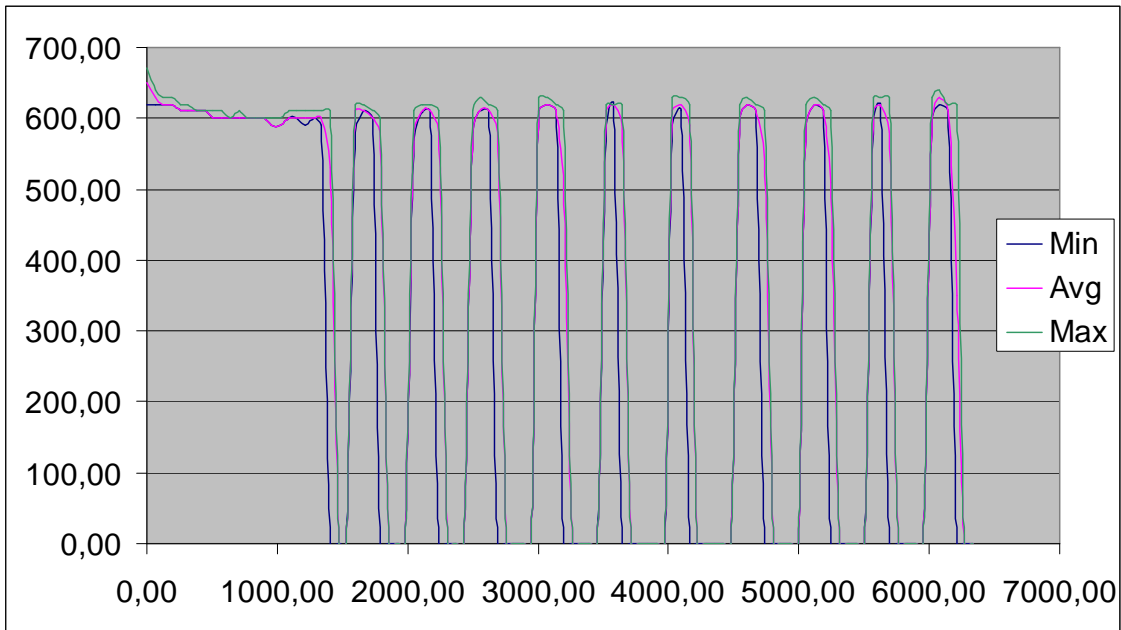


Figura 5.8 - Registo da potência aparente em VA

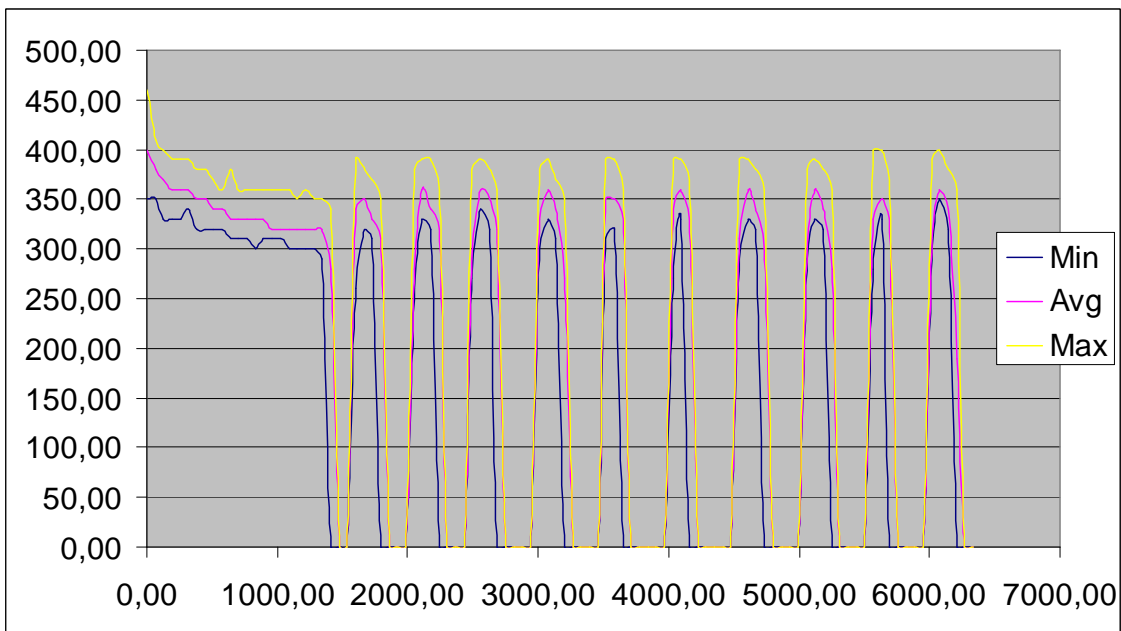


Figura 5.9 - Registo da potencia activa em W

Os dados adquiridos com o FLUKE foram processados através de uma folha de cálculo para determinação da energia consumida. Nesta experiência a energia consumida pelo compressor teve um valor médio de 553,3 VAh, dos quais, em energia activa obteve-se um valor médio de 322,3Wh.

O compressor não irá poder ser controlado em toda a gama de velocidades do seu motor devido a problemas inerentes à construção do compressor. Um desses problemas é a sua auto lubrificação quando o compressor trabalha a baixas velocidades

Para além da informação do tempo de amostragem, é necessário saber qual o valor de entrada para o sistema e a gama de variação desse sinal. A variação de velocidade foi realizada com um variador de velocidade da marca SEW da serie MOVITRAC@07. Foram inicialmente realizados algumas experiencias em controlo de velocidade V/f manualmente através de um potenciômetro. Verificou-se que para velocidades menores do que 1200rpm o compressor apresenta um funcionamento irregular, dando origem a trepidações violentas. Para velocidades acima de 1500rpm, o compressor apresenta novamente vibrações elevadas. Nestas condições, a gama de variações de velocidade para o compressor fica limitada entre 1200 e 1500rpm, ao qual corresponde uma gama do sinal analógico de 8,04 a 10V.

5.6.2 - Tempo de amostragem

Como a identificação vai ser realizada para determinar um modelo discreto, o primeiro passo para iniciar o processo tem de ser a escolha de um valor para o tempo de amostragem.

Existem bastante teoria em torno da escolha do tempo (ou frequência) de amostragem, e cada autor, tal como [2] e [3] onde indicam regras práticas para realizar esta escolha. Mas a escolha do tempo de amostragem é baseado na indicação do Prof. Moreira [4], em que

$$\frac{t_r}{20} > t_s > \frac{t_r}{200} \quad (5.43)$$

onde t_r representa o tempo de subida e t_s o tempo de amostragem.

Tal como se pode ver nas figuras em anexos, não existem muitos sinais de onde se possa retirar valores de tempo de subida. A única escolha que aparenta ser possível é o tempo de subida da temperatura da descarga do compressor.

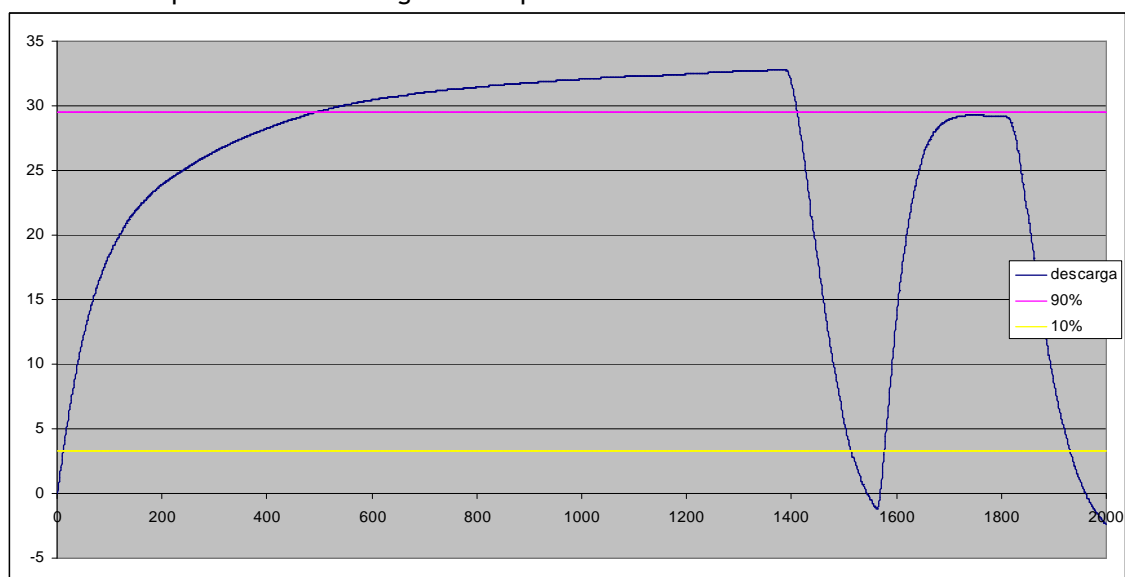


Figura 5.10 - Representação da subida de temperatura na descarga do compressor

Antecipando a possibilidade da utilização das sequências binárias pseudo-aleatórias como sinais de entrada a escolha do tempo de amostragem é de 16s, a justificação aparece no subcapítulo mais à frente.

5.6.3 - Sequências binárias pseudo-aleatórias (PRBS) como sinais de entrada

5.6.3.1 - Definição de parâmetros

O objectivo desta identificação é obter um modelo que revele os modos dinâmicos importantes à variação da velocidade do compressor. O problema é escolher os valores de limite.

Se a escolha for de 10V para o patamar superior e 8,037V para o patamar inferior, o que ocorre é que apesar de a temperatura na descarga variar pouco para além dos 60°C a temperatura na entrada do evaporador mantêm-se a descer até atingir o mínimo da escala, ficando o sinal medido saturado nesse valor, nesta ocasião o programa corta a alimentação ao compressor e só liga quando a temperatura na entrada do evaporador for acima do limite inferior da escala.

Se a escolha for uma variação entre os valores de 0 e 10 V, não se está a adquirir sinais que informem sobre a influência que a variação da velocidade do motor tem no restante sistema. Mas o modelo obtido pode depois ser utilizado numa topologia controlo *on-off* e realizar-se uma comparação com o funcionamento *on-off* que está a ser actualmente utilizado pelo controlador inicial do equipamento.

Relembrando a equação (5.3), para utilizar a sequencia PRBS, é necessário definir:

- tempo de amostragem, t_s
- número de bits a utilizar, N
- se necessário o factor multiplicativo , p

Como o processo de identificação é realizado num PC a executar num programa em Labview, a obtenção de um número grande de bits não é uma dificuldade. O problema de utilizar muitos bits resulta num período de tempo de uma sequência exagerado. Por outras palavras, utilizando como exemplo um $t_s=16s$ e $N=16bits$, obtemos uma sequência com um período aproximado de 291,27horas com um total de 65.536 amostras. Para resolver esse problema utiliza-se o factor multiplicativo p, mas não convém ser grande porque tal como está indicado na Figura 5.4, a largura de banda fica muito limitada. As alterações no tempo de amostragem podem ser úteis para reduzir o número de bits, mas devem respeitar a condição imposta pela equação(5.3). Além disso o aumento do tempo de amostragem tem inerente o efeito de perda de informação. Assim, após algumas experiências definiu-se $t_s=16s$, $N=10$ e $p=3$.

5.6.3.2 - Sinais de saída

Na gama 8,04-10V, podemos observar na Figura 5.11 que o que estava previsto de facto ocorreu. Quando o sistema atingiu o limite inferior na temperatura da entrada no evaporador, o compressor só voltava a ligar conforme o valor da temperatura e não de acordo com a sequência PRBS. Como processo de identificação não efectuou um período completo da sequência binária, podemos afirmar que através da utilização das sequências binárias pseudo-aleatórias não foi possível identificar directamente através da relação entrada saída um modelo que permita a representação dos efeitos da variação de velocidade no circuito de refrigeração.

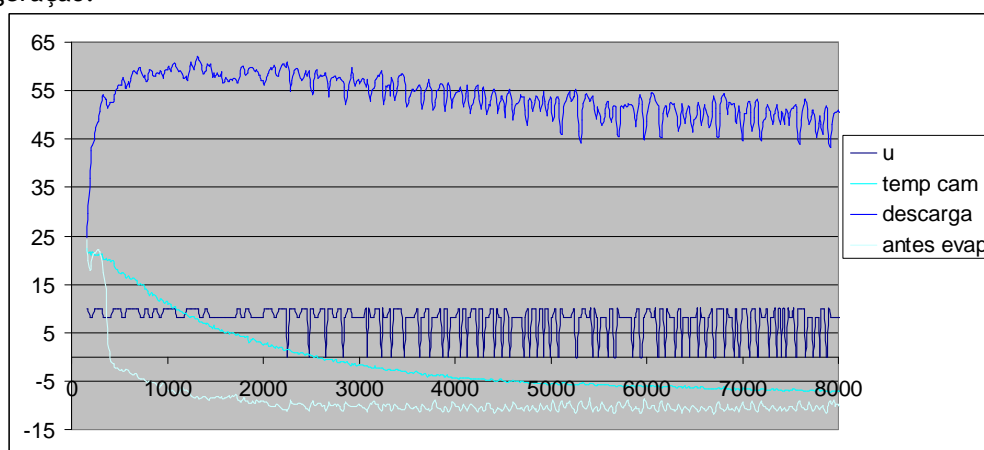


Figura 5.11 - Demonstração de que a sequência ao fim de 3000s perde o controlo

Para 0-10V, podemos observar no Figura 5.12 que o processo de identificação foi implementado com sucesso.

Pode inferir-se que também é possível realizar o processo de identificação entre os valores de 0-8,037V.

Ao impor 8,037V no variador, este por sua vez impõe no motor uma velocidade e tensão de alimentação também menores, resultando num valor de caudal mássico menor e como consequência menos trabalho foi realizado, existindo menos pressão na descarga no compressor. Como o funcionamento dos tubos capilares é fortemente dependente da diferença entre a alta e a baixa pressão, e essa diferença como diminui o frigoriféio na entrada do evaporador não consegue atingir temperaturas tão baixas como anteriormente.

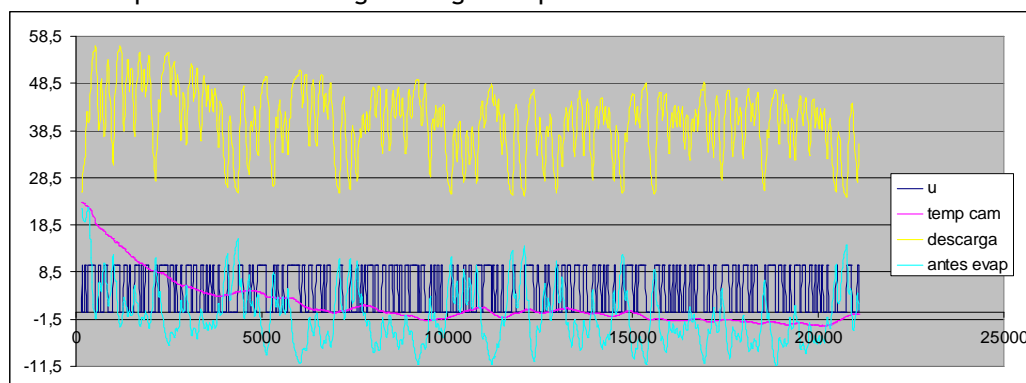


Figura 5.12 - Demonstração de registos de temperatura na identificação entrada PRBS entre 0 e 10V

5.6.4 - Sinais de entrada de ruído branco Gaussiano filtrado

Tal como está no início do subcapítulo 5.2, “o melhor sinal de excitação é o ruído branco, porque é muito rico em frequências e portanto tem excitação de qualquer ordem”. Apesar de não poder aplicar ruído branco na entrada para excitar o sistema, em [2] e [1] é sugerido um sinal aproximado, que provêm do ruído branco, mas filtrado por um filtro linear e devido a ser teoricamente um sinal não limitado, é necessário saturar certas amplitudes.

Desta forma definiu-se o valor central como 9V, e um desvio padrão de 1V mas limitado entre 10 e 8V, mas não ficou só definida valores de velocidade, mas também valores em que o motor é desligado, para valores abaixo de 8,037V o motor do compressor desliga-se.

Para aumentar a informação acumulada no modelo, o tempo de amostragem passa a ser 12s e o número de amostra por período de sequência é aumentado para 1524.

O programa utilizado neste processo de identificação encontra-se em anexo E.

Encontra-se na Figura 5.13 alguns dados obtidos, os restantes encontram-se no anexo G.

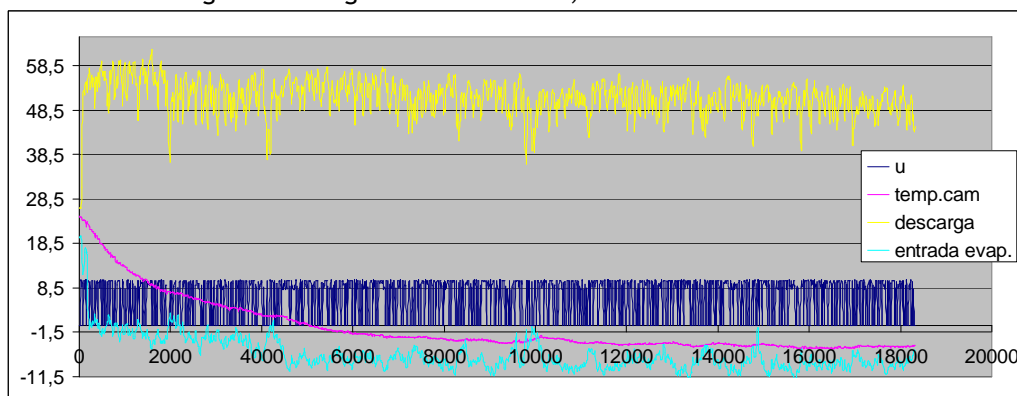


Figura 5.13 - Demonstração de alguns registos de temperatura na identificação sendo o sinal de entrada ruído branco Gaussiano filtrado

5.7 - Validação da estrutura do modelo

Tal como foi indicado na introdução deste capítulo, o modelo escolhido foi um modelo em espaço de estados em que o método de identificação é realizado em subespaço de estados, mais especificamente o algoritmo utilizado é o N4SID [17], cujo as bases estão descritas no subcapítulo 5.5.3 - .

A escolha deste modelo é baseada em vários factores, na facilidade de utilizar numa topologia MIMO, fornece o vector de Kalman, os bons resultados obtidos em certos trabalhos [20] para modelar um sistema de refrigeração, a sua robustez ao ruído, etc. As suas principais desvantagens, decorrem da sua complexidade e tempo de cálculo.

O programa utilizado para obter o modelo encontra-se no anexo H e parte do painel frontal encontra-se na Figura 5.14.

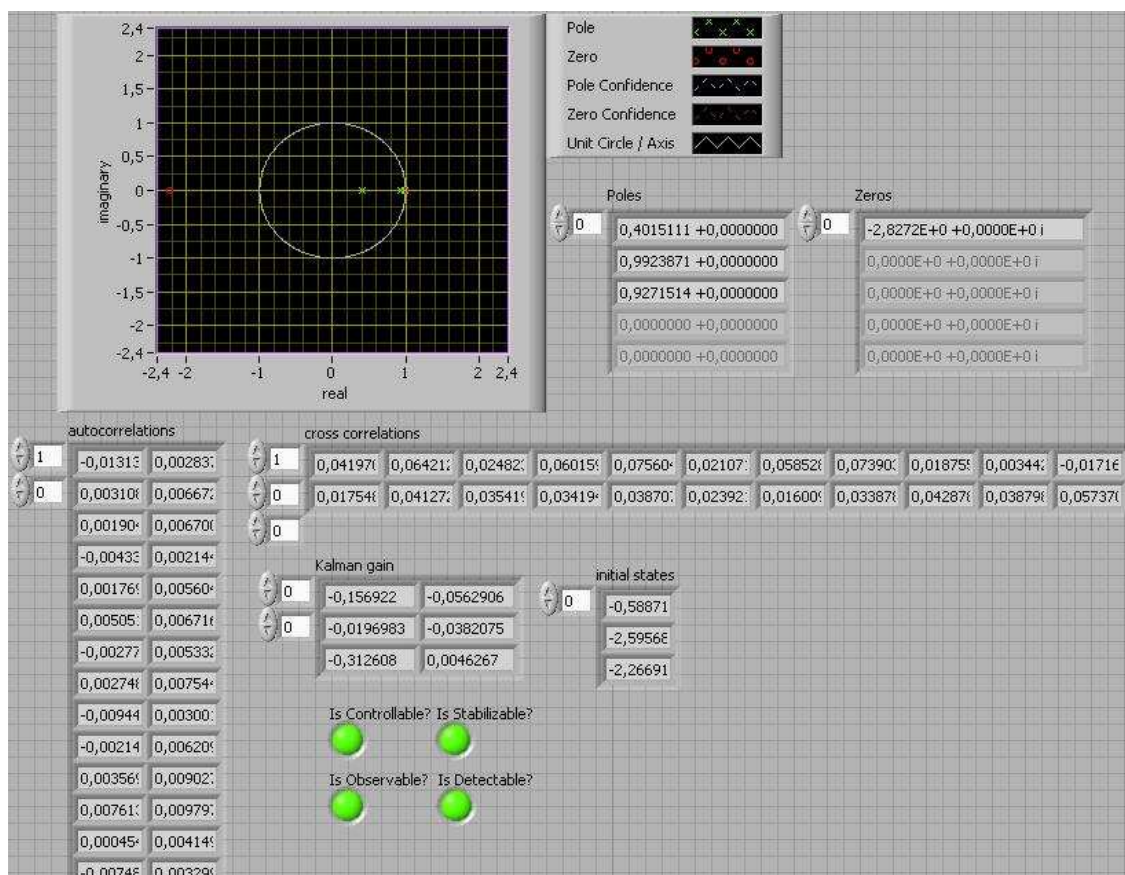


Figura 5.14 - Parte do painel frontal do programa de validação do modelo

A escolha os sinais de entrada e saída do sistema também é importante, por vezes um método de identificação só é aceitável dependendo da escolha do tipo de sinais a serem processados como entradas e saídas. Os sinais que mais satisfizeram como entrada para a formulação do modelo, foi o valor analógico que é enviado para o variador e a temperatura ambiente.

A versatilidade do pacote de identificação de sistemas do Labview é que permite obter imediatamente informação do sistema essenciais, como os pólos da planta, podemos ver que existe um pólo muito próximo do circulo unitário, mas deve ser devido ao facto de a circulação de ar no evaporador não ser forçada, no capítulo 6 existe um ensaio que demonstra essa inércia.

A validação do modelo foi realizada por dois métodos, o de simulação e o de predição, esses resultados estão expostos desde da Figura 5.15 até à Figura 5.18.

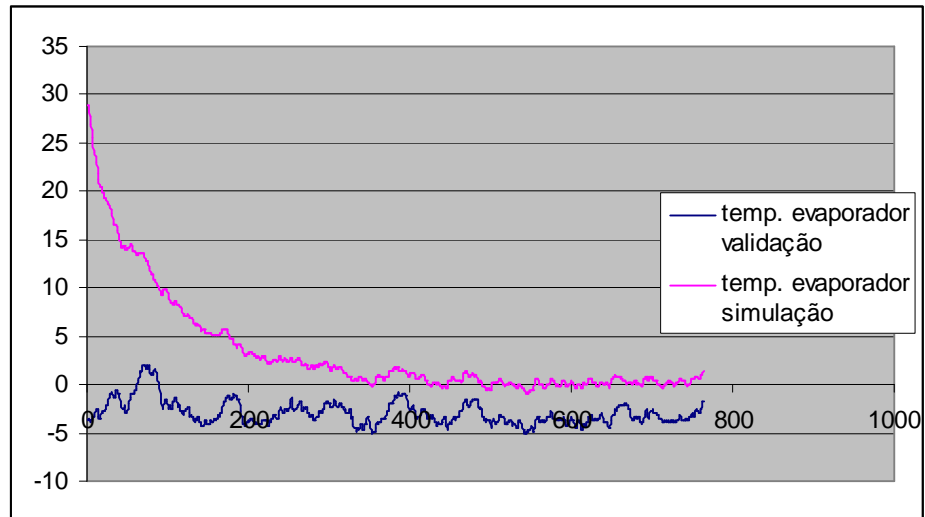


Figura 5.15 - Comparação do sinal da temperatura do evaporador com o sinal do modelo de simulação

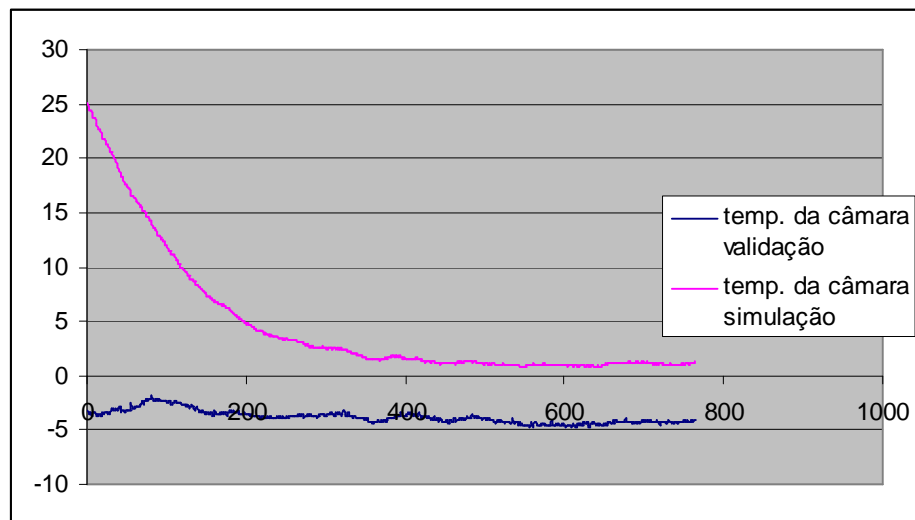


Figura 5.16 - Comparação do sinal da temperatura da câmara com o sinal do modelo de simulação

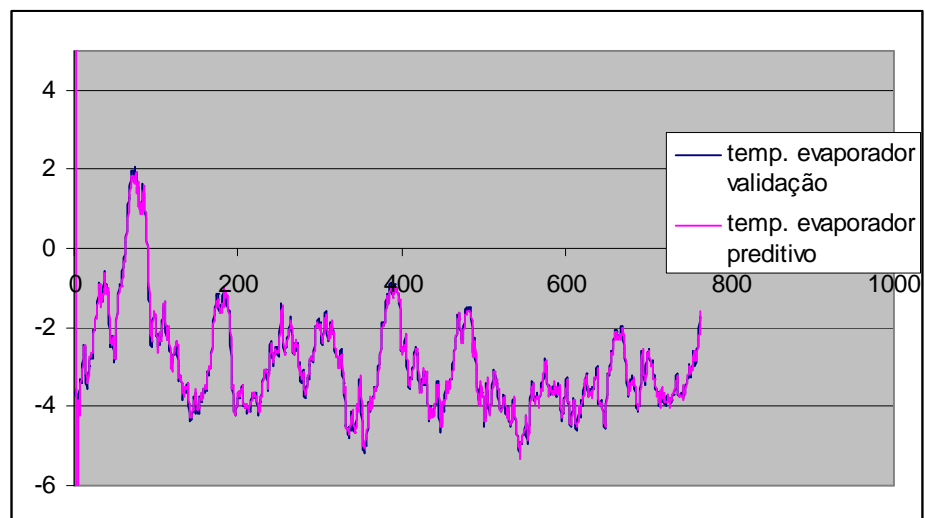


Figura 5.17 - Comparação do sinal da temperatura do evaporador com o sinal do modelo de preditivo

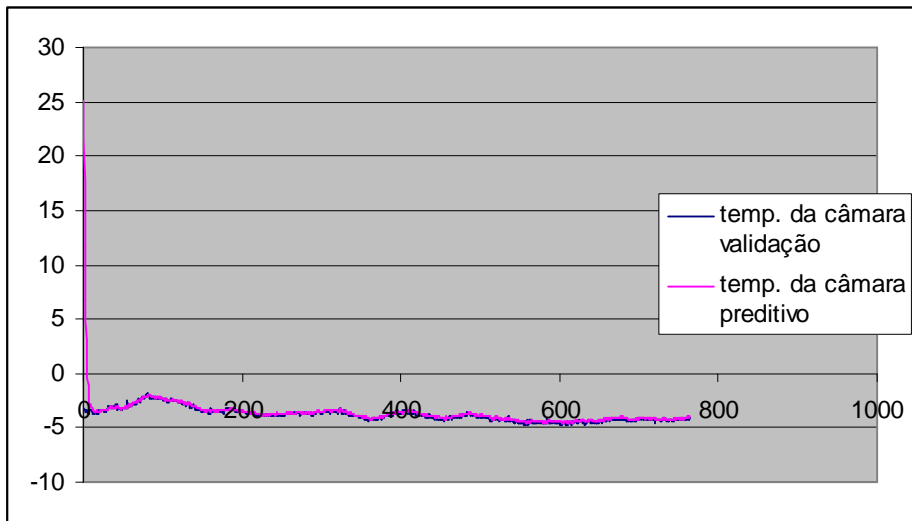


Figura 5.18 Comparação do sinal da temperatura da câmara com o sinal do modelo de preditivo

Os resultados obtidos nesta fase embrionária do trabalho mostram claramente que é necessário aperfeiçoar os métodos de identificação. Com efeito, os resultados apresentados na Figura 5.15 e Figura 5.16 apresentam um erro de regime permanente e um desvio considerável.

Contudo, o modelo de espaço de estados, quando exercitado na perspectiva de modelo preditivo apresenta resultados promissores para o desenvolvimento do controlador. A análise da correlação e a auto-correlação dos sinais (ver Figura 5.14) apresentam bons resultados.

Capítulo 6

Sistema de Controlo

Neste capítulo é apresentado um controlador desenvolvido e os resultados obtidos em alguns ensaios experimentais.

6.1 - Esquema de controlo

O esquema adoptado está representado na Figura 6.1. Não é um esquema que permita o seguimento de diferentes pontos de operação, mas é um esquema que permite a regulação do equipamento em torno de um ponto de funcionamento fixo. Aqui os 4°C podem inicialmente ser considerado como parte da perturbação ou ruído.

Tem um observador de estado em que o valor do vector do ganho K é dado como resultado na identificação do modelo em subespaço de estados. Os pólos para o ganho da realimentação de estado são inicialmente definidos como sendo iguais ao observador de estado.

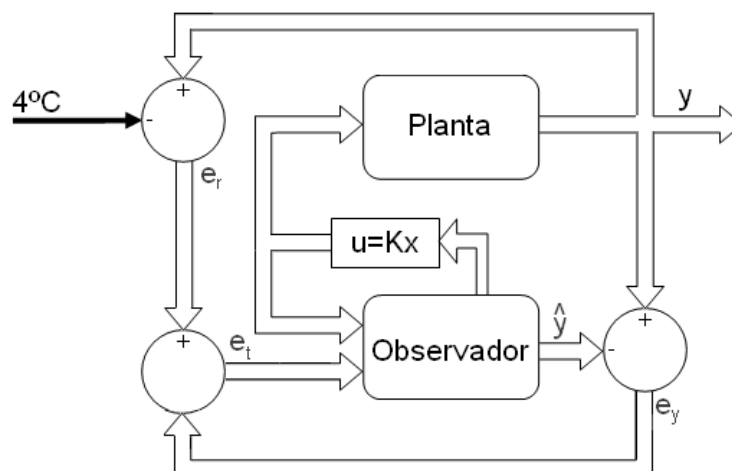


Figura 6.1 - Esquema de controlo

Este esquema, é um esquema inicial para validar o método de reduzir o consumo de energia por controlo de velocidade de compressão.

6.2 - Funcionamento em vazio em regime permanente

A máquina estará a funcionar em regime permanente com os dois controladores, o controlo original do equipamento, que controla o compressor em modo *on-off* através de um PID, e o controlador com um observador em espaço de estados baseado num modelo identificado em subespaço de estados com realimentação de estado.

6.2.1 - Estado inicial da máquina

O desempenho da máquina no seu estado original a funcionar em torno do ponto de referência de 4°C, está representado desde a Figura 6.2 até à Figura 6.6.

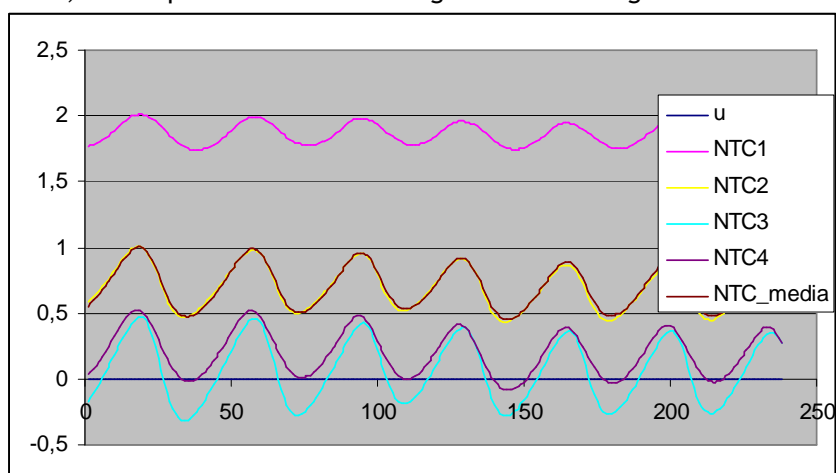


Figura 6.2 - Registo das temperaturas dentro da câmara

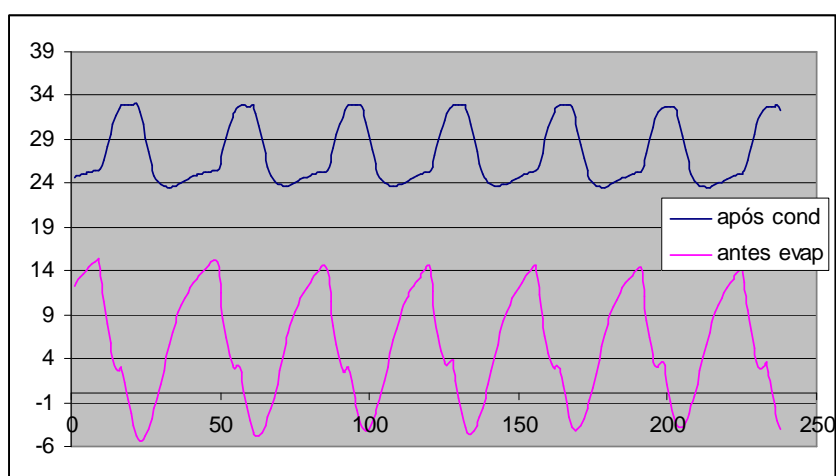


Figura 6.3 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador

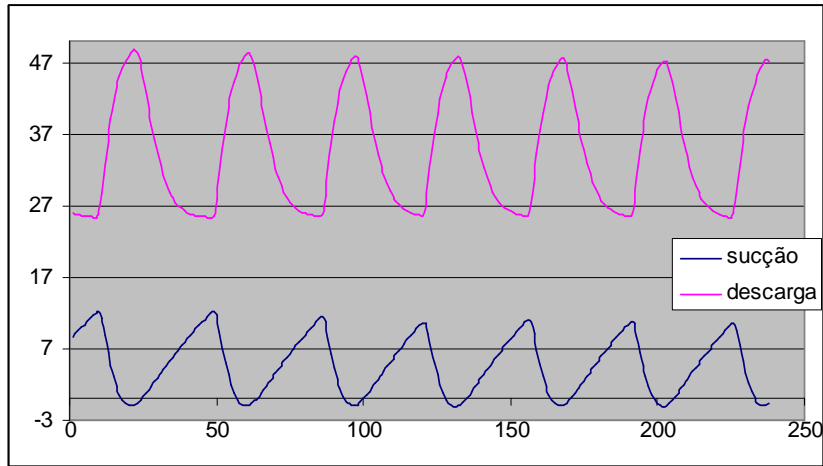


Figura 6.4 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor

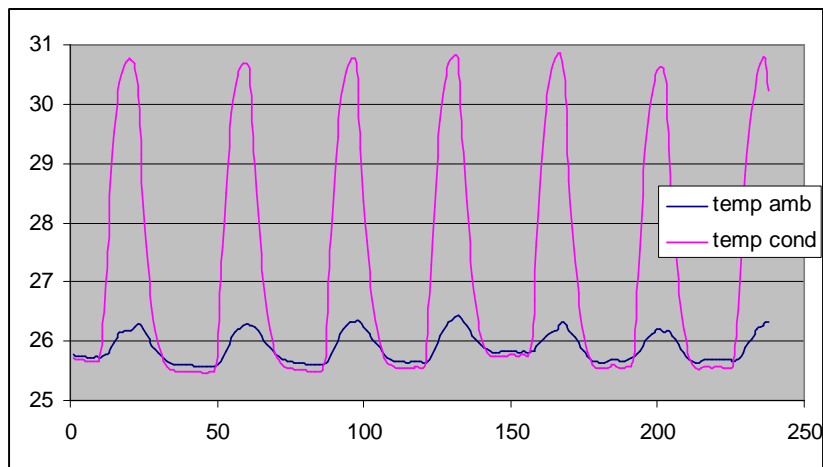


Figura 6.5 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador

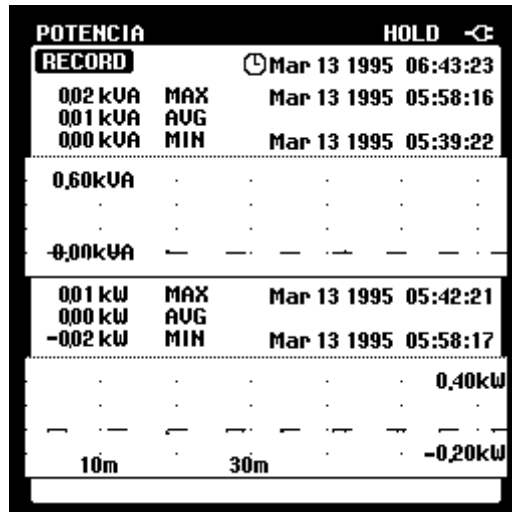


Figura 6.6 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43

O FLUKE 43 permite guardar os registos dos dados numa folha de cálculo, onde irá ser calculada a energia gasta no processo. Neste caso, a energia gasta é de 188,3 VAh onde a parte activa é de 97,9 Wh.

6.2.2 - Utilizando o controlador em Labview

O desempenho da máquina utilizando o programa desenhado em Labview, a funcionar em torno do ponto de referência de 4°C, está representado desde a Figura 6.7 até à Figura 6.11.

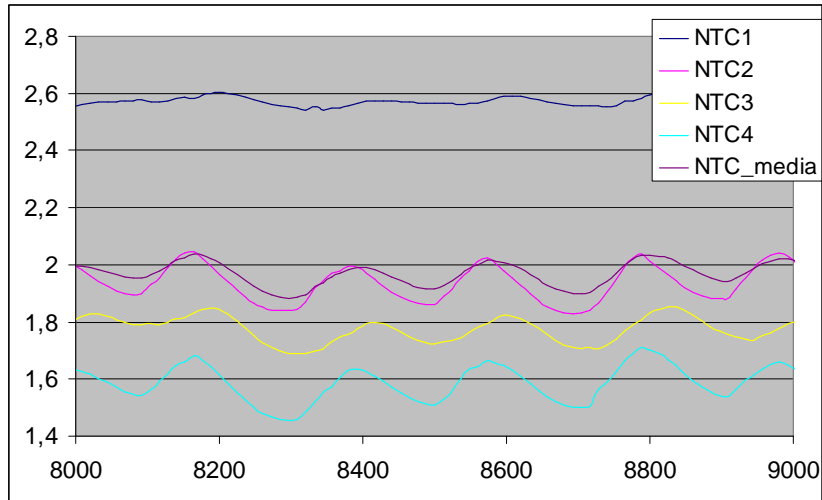


Figura 6.7 - Registo das temperaturas dentro da câmara

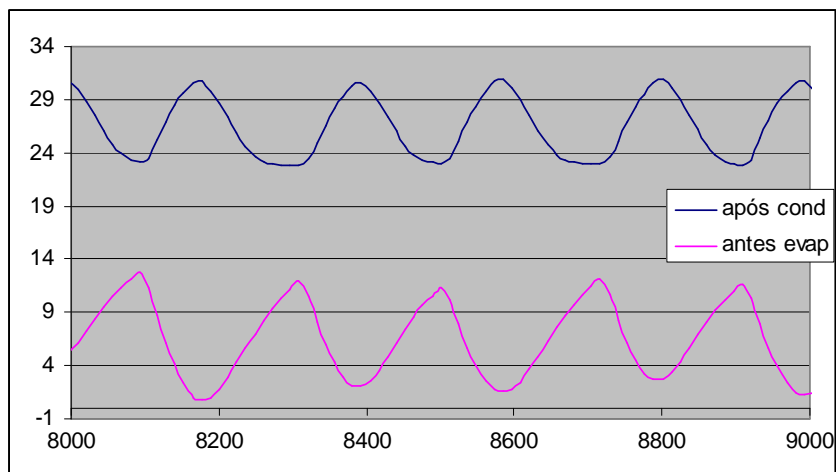


Figura 6.8 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador

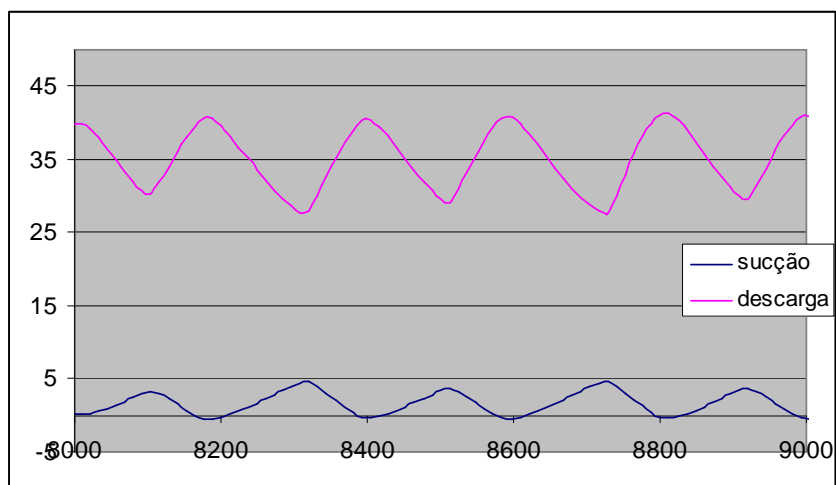


Figura 6.9 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor

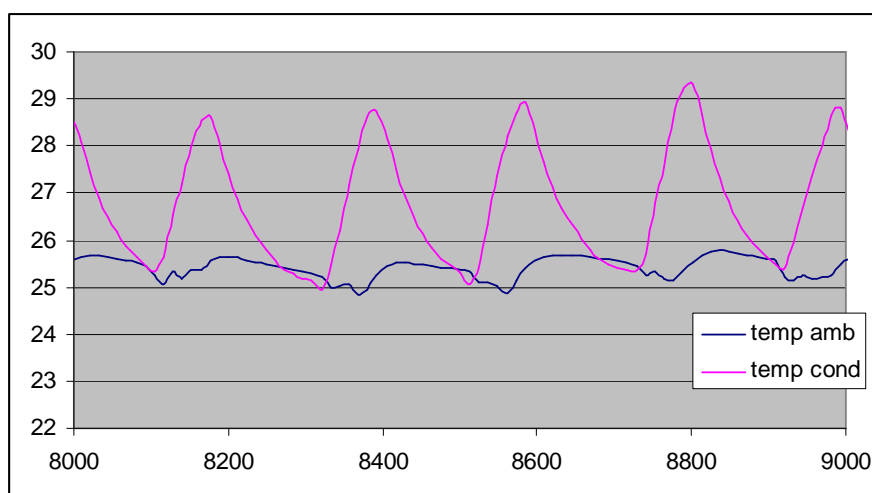


Figura 6.10 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador

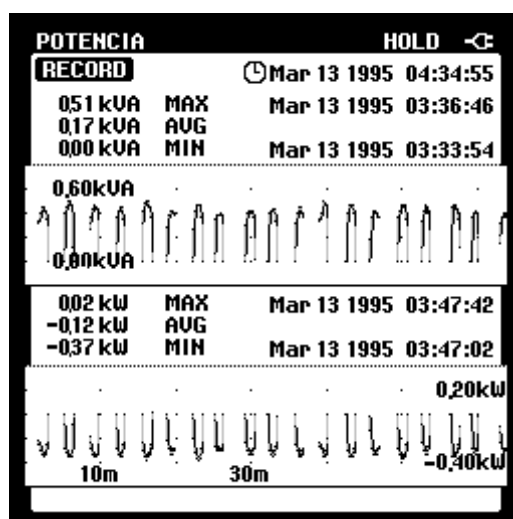


Figura 6.11 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43

Após os cálculos com os registos fornecidos pelo FLUKE43, verifica-se que o consumo foi significativamente menor, gastou 122,1 VAh onde a parte activa é de 88,1 Wh.

6.3 - Efeito das perturbações durante o funcionamento

O equipamento iniciava o ensaio no ponto de 4°C de referência, a funcionar regime estacionário. Com a carga térmica indicada no capítulo 4, foram introduzidas no sistema as perturbações indicadas na Figura 6.12.

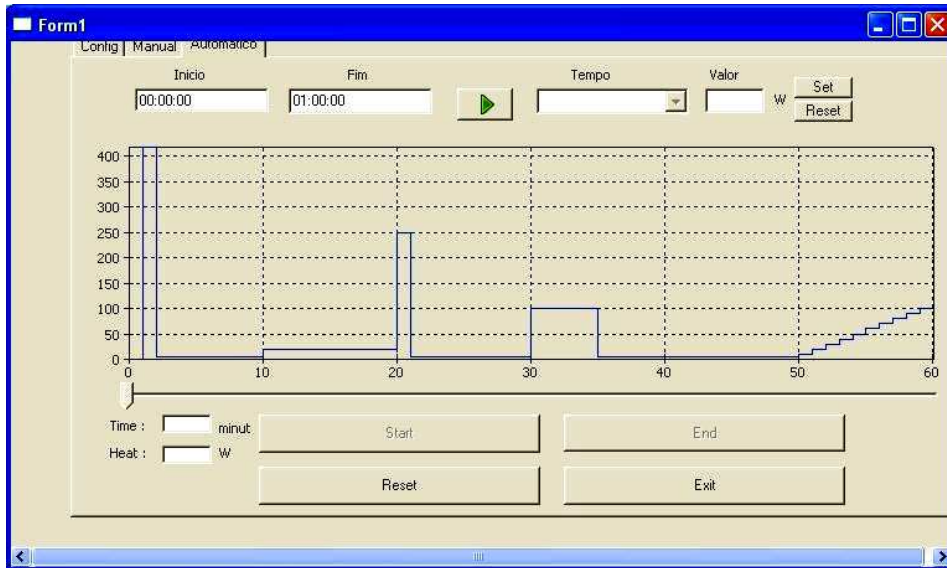


Figura 6.12 - Diagrama de perturbações introduzidas no sistema

6.3.1 - Controlador digital original

As respostas deste ensaio estão registadas desde a Figura 6.13 até à Figura 6.18

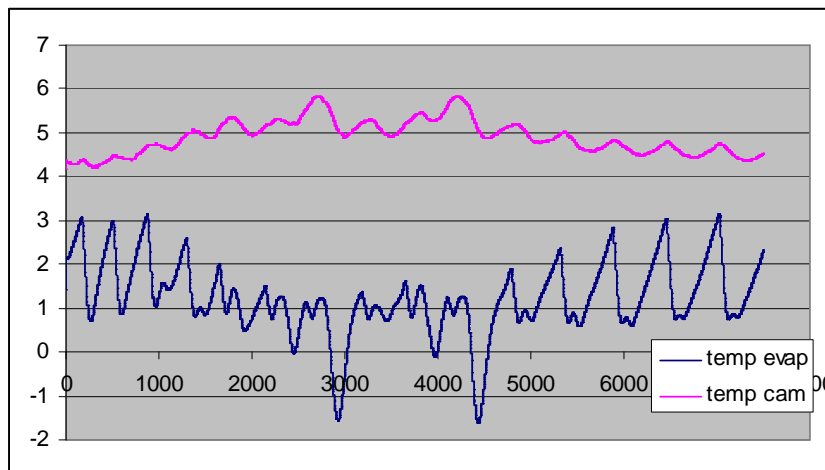


Figura 6.13- Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador

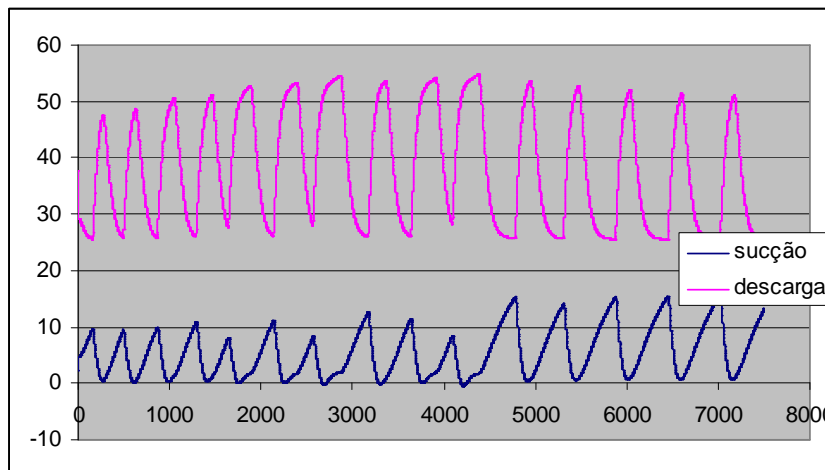


Figura 6.14 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor

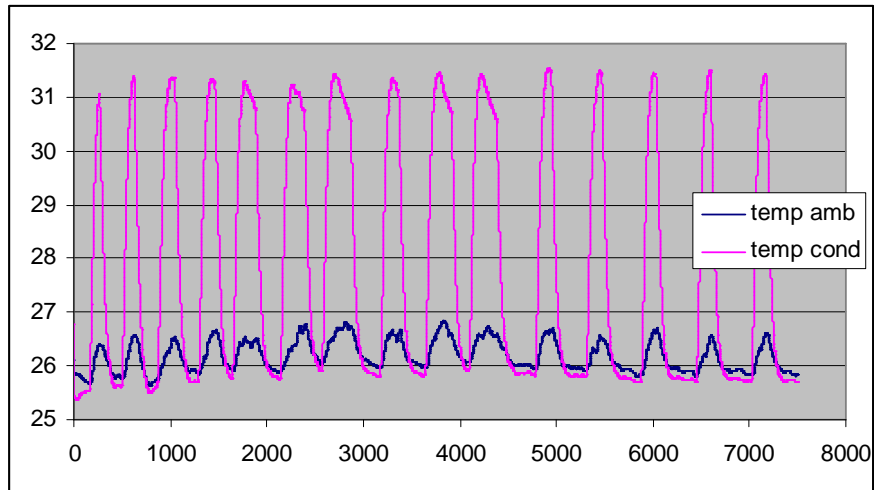


Figura 6.15 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador

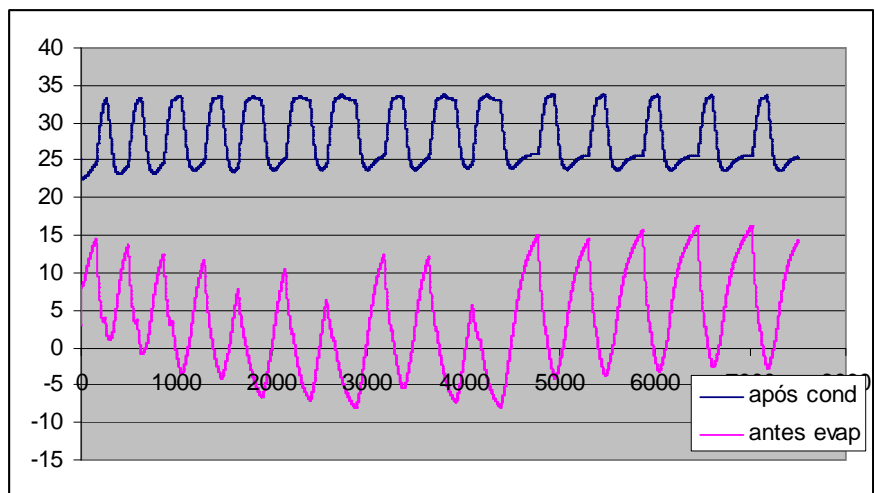


Figura 6.16 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador

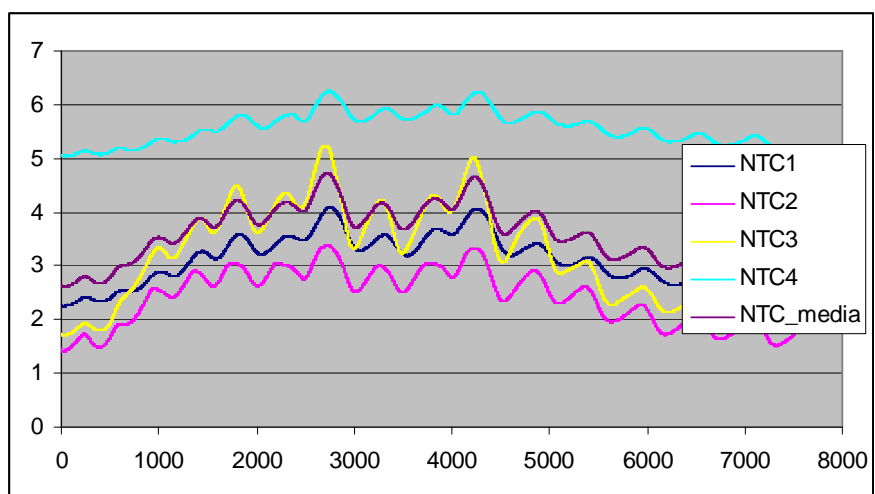


Figura 6.17 - Registo das temperaturas dentro da câmara

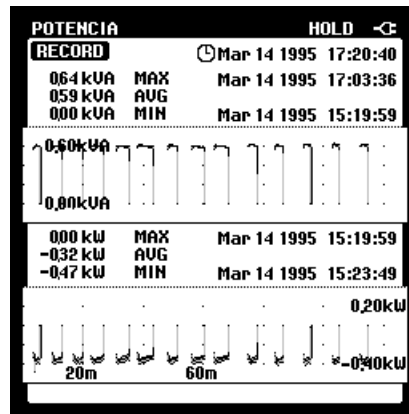


Figura 6.18 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43

O consumo de energia calculado foi de 507,8 VAh e 290,7 Wh.

6.3.2 - Utilizando o controlador em Labview

As respostas desta experiência estão registadas desde a Figura 6.19 até à Figura 6.23

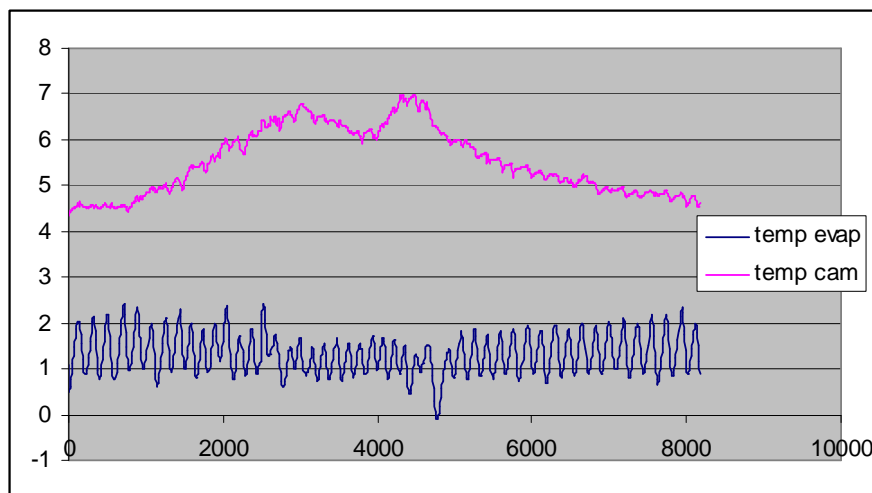


Figura 6.19 - Registo da temperatura ambiente e temperatura dos alhetas do condensador

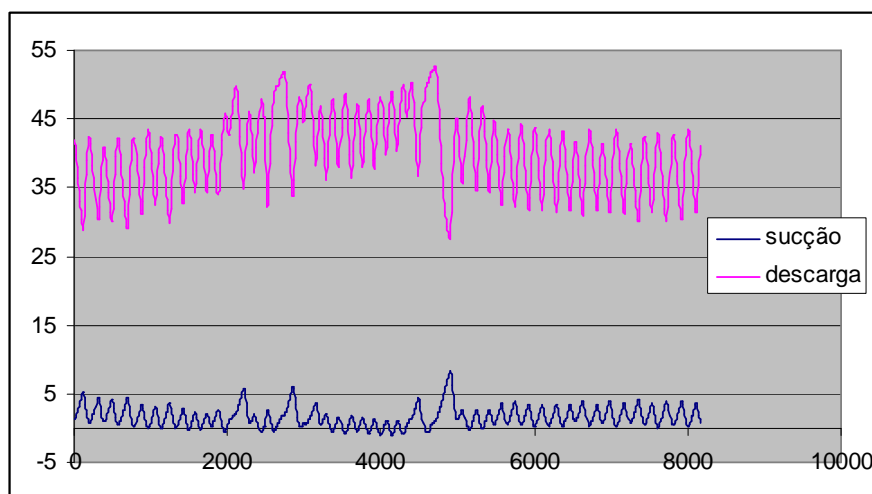


Figura 6.20 - Registo de temperaturas na linha de sucção e na linha de descarga do compressor

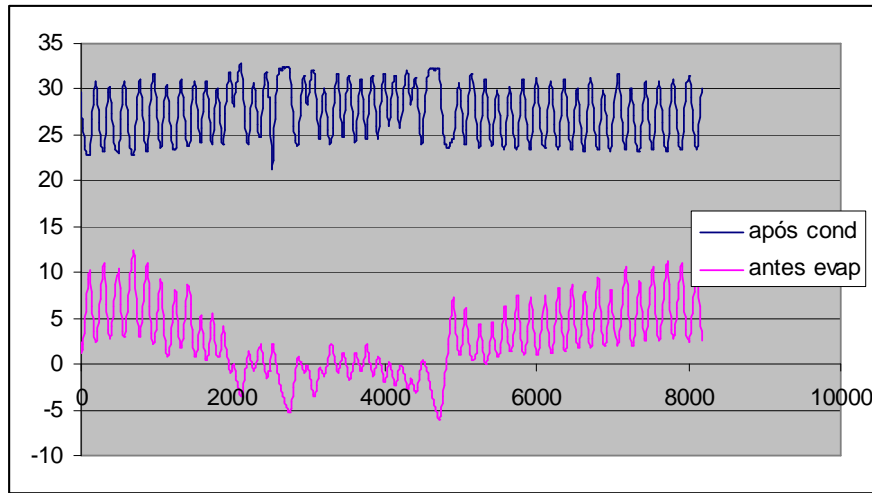


Figura 6.21 - Registo de temperaturas à saída do condensador e à entrada do evaporador

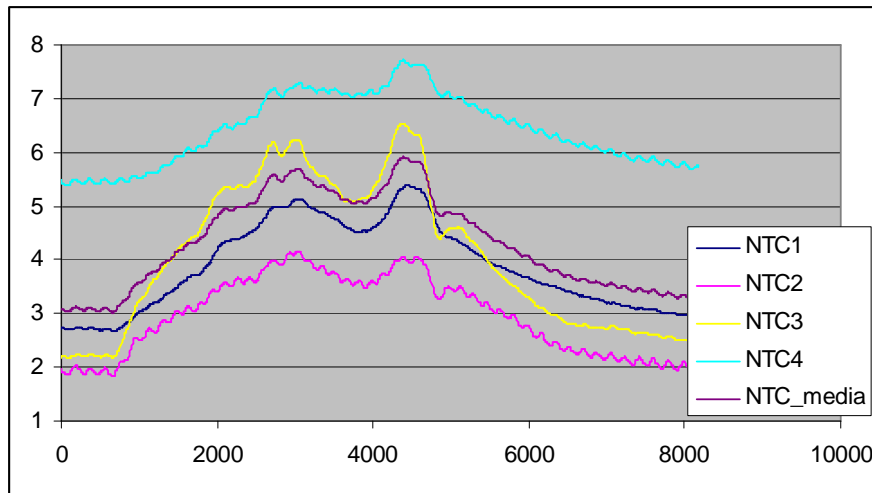


Figura 6.22 - Registo das temperaturas dentro da câmara

Tanto a Figura 6.17 assim como a Figura 6.22 demonstram o que está indicado na secção 5.7. O pólo que está perto do círculo unitário corresponde à inércia de alterar a temperatura do ar, apesar de a carga térmica impor fortes alterações na sua superfície, a temperatura do ar dentro da câmara é alterada muito lentamente.

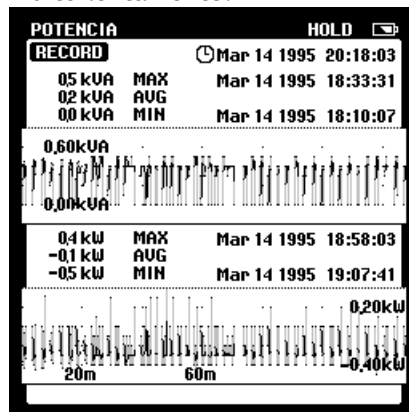


Figura 6.23 - Impressão da imagem de ecrã do FLUKE43

O consumo de energia calculado neste caso foi de de 284,8 VAh e 212,6 Wh.

6.4 - Comparação dos resultados

Pode-se observar que no funcionamento em vazio em regime permanente, o consumo do equipamento com o controlador do Labview origina um consumo significativamente menor em comparação com o consumo que o equipamento tinha com o seu controlador inicial. É possível visualizar na Figura 6.4 e Figura 6.9 que o compressor sendo controlado por variação de velocidade, fica aproximadamente quatro vezes mais tempo ligado (compressor ligado corresponde à subida de temperatura da descarga). Contudo, a utilização do controlador do Labview permitiu que a amplitude das oscilações dos diversos sinais adquiridos fossem menores, diminuindo também o aspecto irregular de alguns sinais.

Sobre a influência das perturbações, observou-se que o controlador do Labview novamente diminuiu as amplitudes das oscilações dos sinais, apesar da frequência dos mesmos ter aumentado. Novamente, o consumo de energia com o controlo de velocidade foi menor em comparação com o consumo originado pelo controlador inicial, reflectiu-se principalmente pelo menor consumo de energia reactiva, ou seja, maior eficiência do motor.

Capítulo 7

Conclusão

A complexidade deste trabalho, devida à sua natureza implicou um esforço elevado no estabelecimento das fundações para realizar o trabalho. Mas apesar as conclusões aqui apresentadas serem apenas comprovativos do que outros investigadores já concluíram, deixo o meu pequeno contributo para que no futuro este trabalho seja desenvolvido no seio do DEEC.

Apesar dos resultados preliminares, a conclusão é que a variação de velocidade do motor do compressor é um meio de reduzir o consumo energético de um equipamento de frio, as experiências de regulação de temperatura em torno de ponto de funcionamento demonstram demonstra este facto.

Os ensaios mostraram que o controlo por variação de velocidade consumiu menos energia, este facto ocorreu sobre a influência de três restrições a que estive sujeito:

- O variador trifásico, não compensa em efectuar o controlo de um motor monofásico em regime de arranque, existe o problema em que a onda fornecida ao motor era um sinal modelado a uma frequência elevada, como o motor tinha o condensador de arranque acoplado, a impedância para as frequências elevadas é menor aumentando desta forma o consumo de corrente enquanto o condensador estivesse em serviço, reflectindo no aumento de consumo de energia.
- A gama de variação de velocidades é muito pequena, o motor em vez de reduzir substancialmente a sua velocidade para diminuir o caudal mássico quando necessita de reduzir a capacidade de refrigeração do evaporador, vê-se obrigado a parar e arrancar mais vezes que no controlo original, o intervalo de arranque de um motor eléctrico é o período de tempo que um motor eléctrico consome mais energia.
- O tempo disponível para realizar o projecto foi curto, o modelo e o controlador em espaço de estados tem muita margem para progredir.

Mas as vantagens do controlo de velocidade não chegaram ao fim, como é possível verificar pelas figuras do capítulo 6:

- Existe menos oscilação nos sinais de temperatura, permitindo um controlo mais preciso da temperatura
- Como cada local do circuito está associado a um volume específico do refrigerante quase constante, um aumento de temperatura nesse local reproduz um aumento de pressão, podemos verificar que com o controlo de velocidade as pressões nos tubos são reduzidas, permitindo desta forma, mais segurança, menos desgaste por stress nos tubos.

Resumindo a conclusão sobre a variação de velocidade no compressor, é que, reduz o consumo de energia principalmente com componentes e modelos adequados. O compressor de pistão não é uma boa carga em termos de controlo de velocidade, porque tem um valor de carga mecânica muito oscilatório, existe a impossibilidade de poder trabalhar a baixas velocidades por motivos de lubrificação.

Para trabalhos futuros, é possível continuar a reduzir o consumo de energia deste equipamento de frio, explorando outros graus de liberdades nos outros componentes do sistema. Para obter o modelo a entrada foi considerada como a velocidade do compressor e a temperatura ambiente, mas pode-se utilizar também a regulação da velocidade da ventoinha do condensador para controlar a temperatura do condensador, controlando desta forma a quantidade de calor permutada com o meio ambiente. Existe ainda a possibilidade de instalar uma válvula de expansão electrónica quando se cortar os tubos para colocar o resto da instrumentação e criar um jogo de pressões de forma a diminuir o número de arranques do compressor, mas o ideal seria obter (ou projectar) um compressor capaz de funcionar a velocidades muito baixas.

Anexos

Anexo A

Ferramentas utilizadas nos algoritmos de identificação

Decomposições QR e LQ

Na elaboração do projecto de um sistema, procura-se obter um sistema que seja o mais robusto possível, está robustez encontra-se na ortogonalidade da matriz responsável pelo desempenho do sistema.

Considerando um sistema

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu_k \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (\text{a.1})$$

Todas as características da dinâmica estão focadas em A, para aumentar a robustez desta matriz, a matriz A é expressa como produto de duas matrizes:

$$A = QR \quad (\text{a.2})$$

Sendo a matriz Q uma matriz ortonormal, o que significa que os seus vectores-linha (e também os vectores-coluna) constituem uma base ortonormal, ou seja, todos os vectores têm norma euclidiana unitária e são ortogonais entre si. A matriz R, é uma matriz triangular superior.

Existem várias formas de obter uma decomposição QR, sendo as transformações de Householder e a ortogonalização de Gram-Schmidt, talvez os mais utilizados, mas sendo preferido o de Householder, por implicar um número menor de multiplicações e de raízes quadradas no cálculo computacional.

A decomposição LQ está estreitamente relacionadas com QR, já que

$$(QR)^T = (R^T Q^T) = LQ_L \quad (\text{a.3})$$

A decisão da escolha do tipo de decomposição, depende das características da matriz a decompor.

De facto, quando $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ tem característica completa nas colunas ($\text{rank}(A) = n < m$), é mais útil optar pela decomposição QR, obtendo-se

$$A = QR = Q \begin{bmatrix} R_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{a.4})$$

sendo R_n uma matriz triangular superior $n \times n$, e Q uma matriz ortonormal $m \times m$.

Quando A tem característica completa nas linhas ($\text{rank}(A) = m < n$), é mais útil optar pela decomposição LQ, obtendo-se

$$A = LQ_L = [L_m \quad 0]Q_L \quad (\text{a.5})$$

sendo L_m uma matriz triangular inferior $m \times m$, e Q_L uma matriz ortonormal $n \times n$.

Decomposição em valores singulares (SVD)

Lema: Se $A \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ tiver característica $r < \min(n, m)$, então existem duas matrizes ortogonais $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ tal que

$$A = U \begin{pmatrix} S_+ & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^T \quad (\text{a.6})$$

$$S_+ = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_r \end{pmatrix} \quad (\text{a.7})$$

onde $U^T U = I_m$, $V^T V = I_n$, e $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_r \geq \sigma_{r+1} = \cdots = \sigma_p = 0$ são os valores singulares onde $p = \min(m, n)$.

A demonstração deste teorema está em [13].

Reescrevendo, obtêm-se a forma reduzida da decomposição em valores singulares

$$A = \begin{bmatrix} U_r & \overline{U_r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} S_+ & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ \overline{V_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_r S_+ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r^T \\ \overline{V_r^T} \end{bmatrix} = U_r S_r V_r^T \quad (\text{a.8})$$

Em [13], mostra que a relação dos valores singulares, σ_i , com os valores próprios de $(A^T A)$, λ_i , é:

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (\text{a.9})$$

Projectões ortogonais

A projecção ortogonal de um espaço de linhas de A num espaço de linhas B é denotado por A/B e a sua representação matricial é

$$A/B \stackrel{\text{def}}{=} AB^T (\underline{BB^T})^\dagger B \quad (\text{a.10})$$

Onde denota que a matriz é uma pseudo-inversa de Moore-Penrose.

A obtenção da projecção complementar ortogonal é obtida através de

$$A/B^\perp \stackrel{\text{def}}{=} A - A/B = A(I_j - B^T (\underline{BB^T})^\dagger B) \quad (\text{a.11})$$

Denotando as projecções por Π_B e Π_{B^\perp} , podemos decompor uma matriz A em duas matrizes de espaço de linhas que são ortogonais entre si.

$$A = A\Pi_B + A\Pi_{B^\perp} \quad (\text{a.12})$$

Realizando a decomposição LQ da matriz $\begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix}$,

$$\begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix} = LQ^T = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{a.13})$$

obtemos as representações das matrizes das projecções

$$A\Pi_B = A/B = L_{21}Q_1^T \quad (\text{a.14})$$

e

$$A\Pi_{B^\perp} = A/B^\perp = L_{22}Q_2^T \quad (\text{a.15})$$

Projecções oblíquas

Mas a decomposição de A também pode ser efectuada em duas matrizes não ortogonais, B e C, apesar de ter de ser derivado de uma decomposição de espaços ortogonais. Decompondo A em

$$A = A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} + A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}^\perp \quad (\text{a.16})$$

Sendo $A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ composto por A/C B e A/B C numa projecção oblíqua, denotando

$$A/C \stackrel{\text{def}}{=} L_B B \quad (\text{a.17})$$

$$A/B \stackrel{\text{def}}{=} L_C C \quad (\text{a.18})$$

.A projecção oblíqua de A fica como,

$$A = L_B B + L_C C + L_{B^\perp, C^\perp} \begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix}^\perp \quad (\text{a.19})$$

A matriz $L_C C$ é definida como exemplo, como sendo a projecção oblíqua do espaço de linhas A ao longo do espaço de linhas B para espaço de linhas C.

A projecção oblíqua pode ser interpretada como a projecção do espaço de linha A para um espaço comum entre B e C, o resultado é decomposto ao longo do espaço de linha B e C.

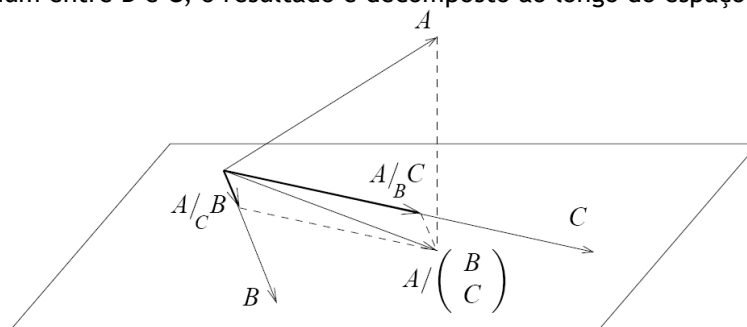


Figure 1 - Exemplo da projecção diagonal

A decomposição LQ da matriz $\begin{bmatrix} B \\ C \\ A \end{bmatrix}$, é dado por

$$\begin{bmatrix} B \\ C \\ A \end{bmatrix} = LQ^T = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{bmatrix} \quad (\text{a.20})$$

Onde a projecção ortogonal $A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$, pode ser determinada na forma descrita na secção anterior:

$$A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{a.21})$$

Como a projecção ortogonal $A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ pode ser escrito como a combinação linear das linhas B e C:

$$A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = L_B B + L_C C = \begin{bmatrix} L_B & L_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{a.22})$$

Considerando a igualdade das equações (a.21) e (a.22)

$$\begin{bmatrix} L_B & L_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} \end{bmatrix} \quad (\text{a.23})$$

Obtêm-se as expressões das componentes da $A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$, tal como,

$$A/_B C = L_C C = L_{32} L_{22}^{-1} \begin{bmatrix} L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{a.24})$$

Matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose

Tendo um sistema

$$Ax = b \quad (\text{a.25})$$

Um dos inconvenientes em resolver sistemas de equações na forma matricial, é quando a matriz inversa do sistema é singular. Por isso, encontrar uma solução para o sistema pode não ser tão simples.

Se A não tiver todas as linhas ou colunas linearmente independentes, a matriz A é singular, tendo m-r graus de liberdade (se $\text{carac}(A) = r$).

A única hipótese para solução é a projecção de b em espaço de linhas ou colunas de A, b_{proj} .

Na impossibilidade de resolver o problema $Ax = b$, procura-se obter a solução com menor norma de

$$Ax^* = b_{proj} \quad (\text{a.26})$$

ou seja

$$x^* = A^\dagger b_{proj} \quad (\text{a.27})$$

Onde A^\dagger representa a pseudo-inversa de Moore-Penrose de A.

A matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose de A, é uma das matrizes inversas generalizadas de A, é uma matriz especial por ser a única matriz capaz de satisfazer todas as condições seguintes:

$$\begin{aligned} AA^\dagger A &= A \\ A^\dagger AA^\dagger &= A^\dagger \\ (A^\dagger A)^T &= A^\dagger A \\ (AA^\dagger)^T &= AA^\dagger \end{aligned} \quad (\text{a.28})$$

Pode-se ver em [11] as propriedades da matriz pseudo-inversa, assim como propriedades de produtos de matrizes onde estão envolvidas matrizes pseudo-inversas.

Anexo B

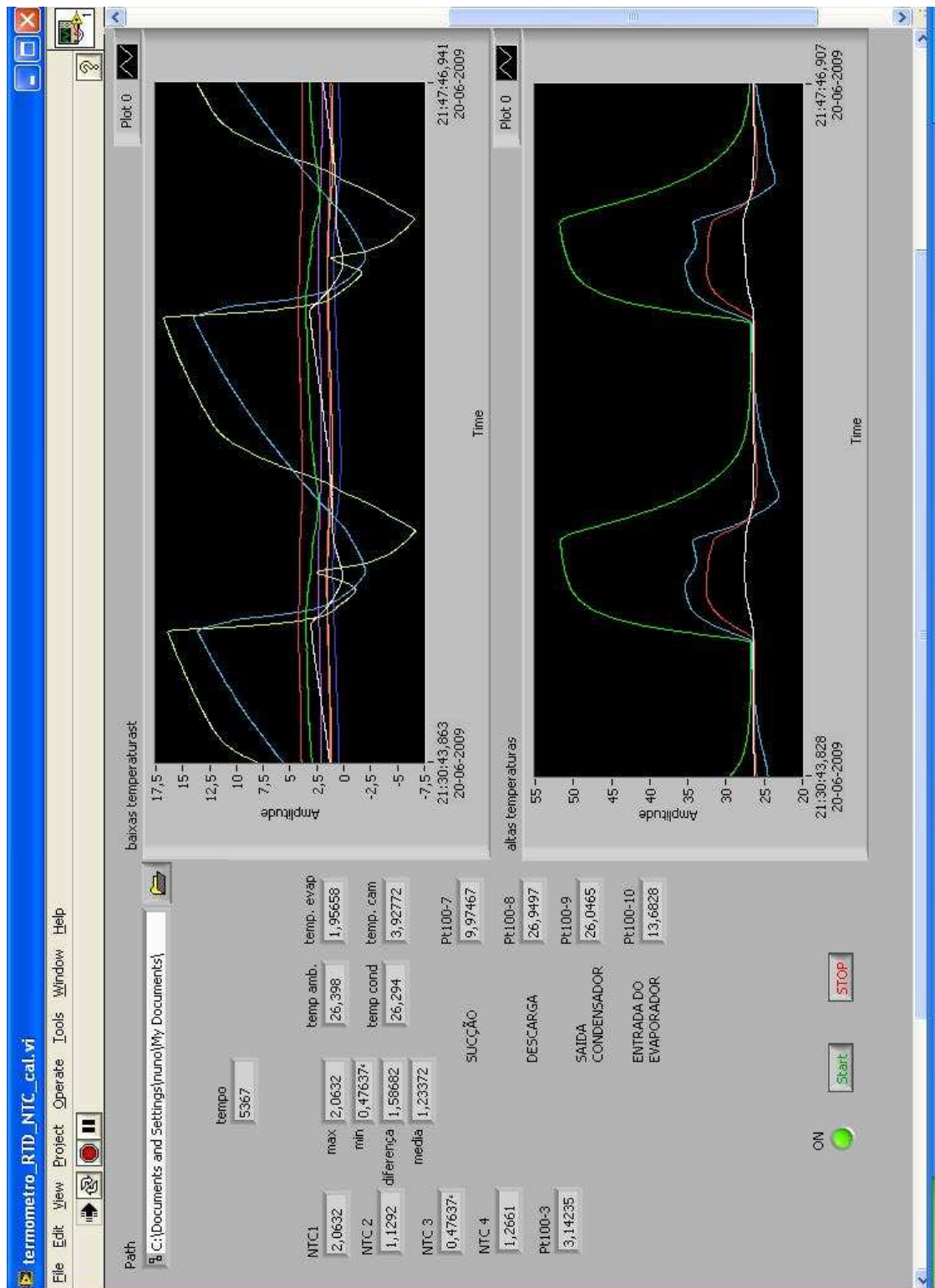


Figura a.1 - painel de controlo do instrumento virtual utilizado para realizar a calibração

Anexo C

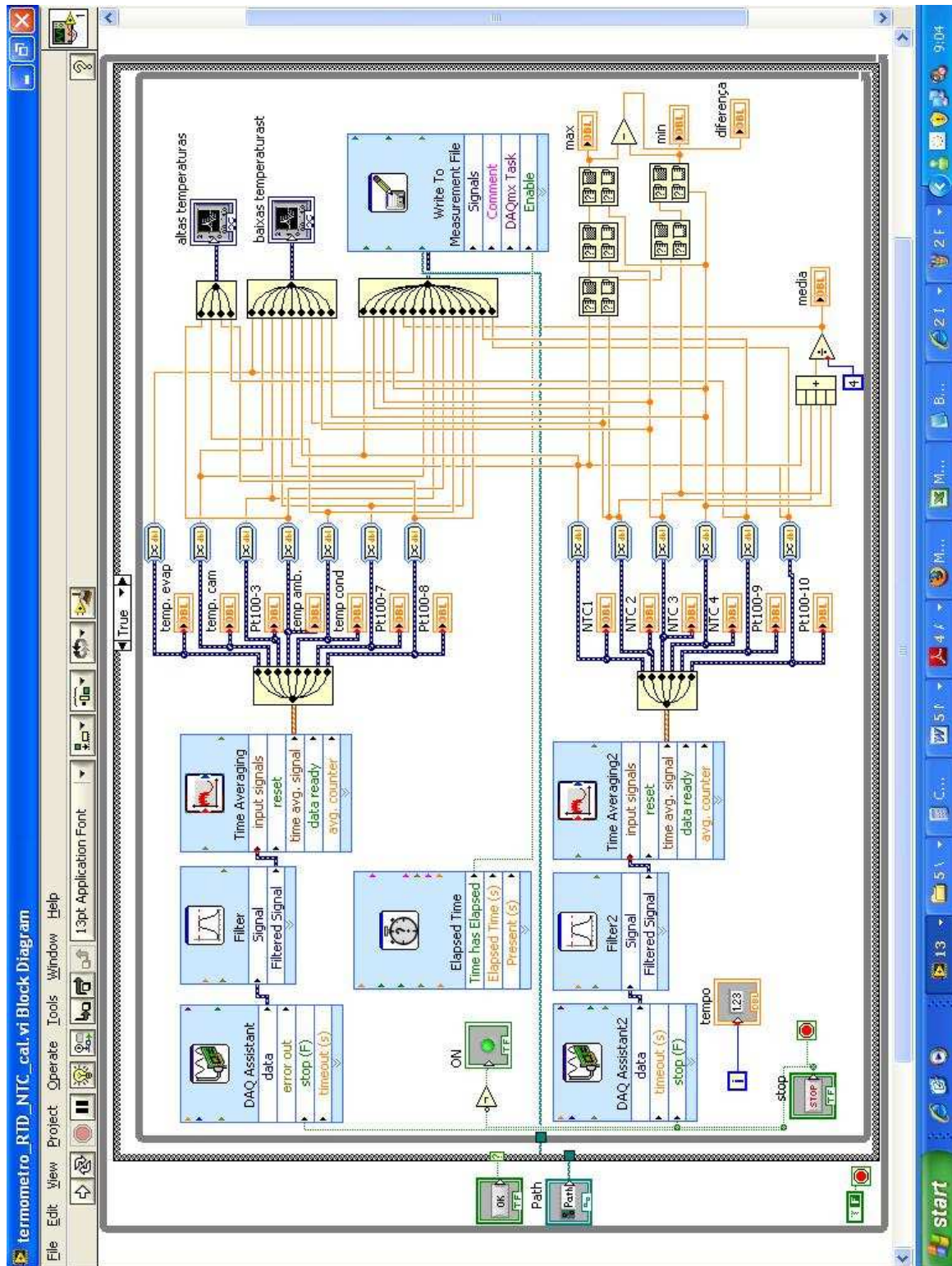


Figura a.2 - programa do instrumento virtual de calibração em linguagem G

Anexo D

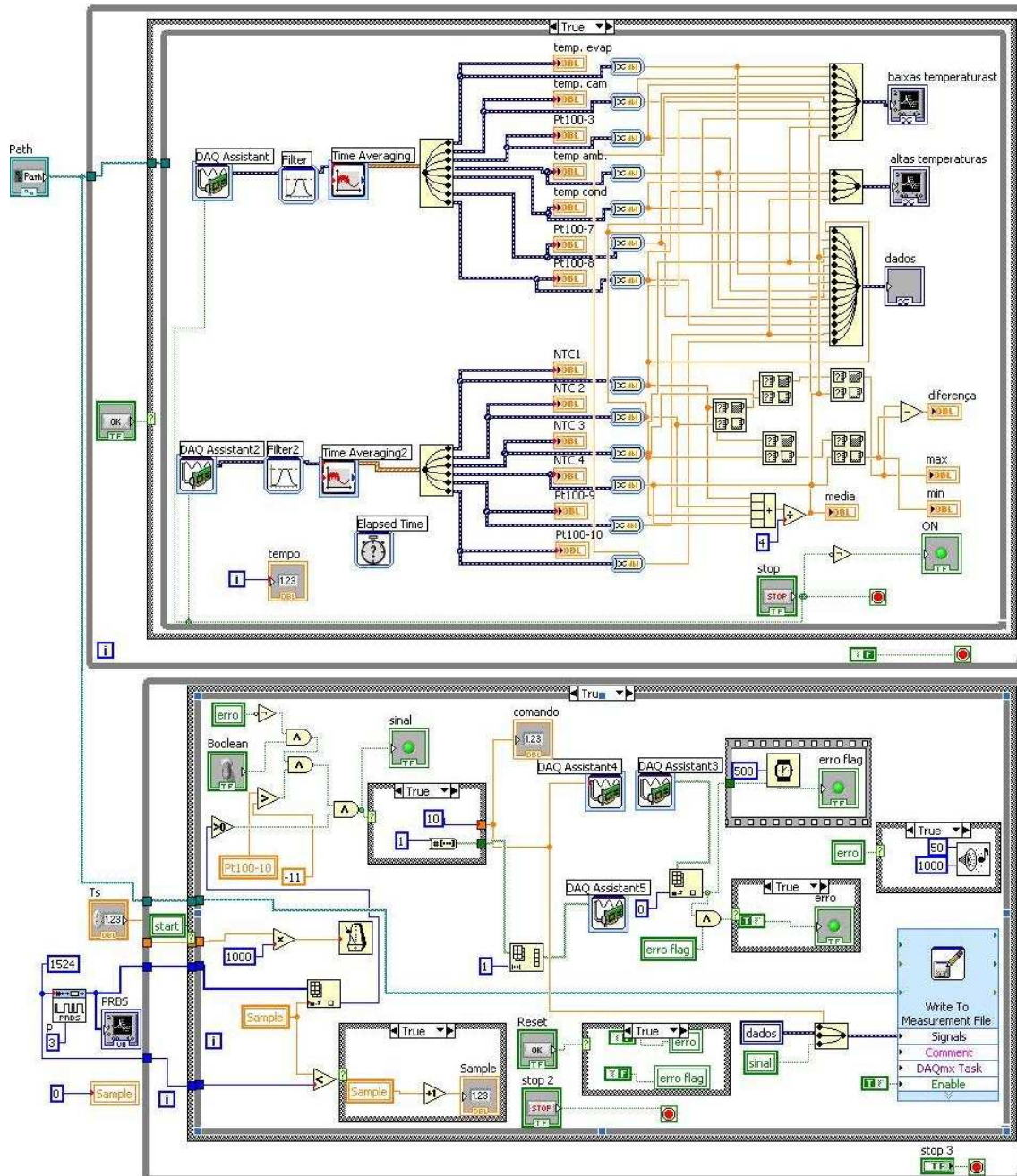


Figura a.3 - programa utilizado para realizar a identificação utilizando um sinal de entrada PRBS

Anexo E

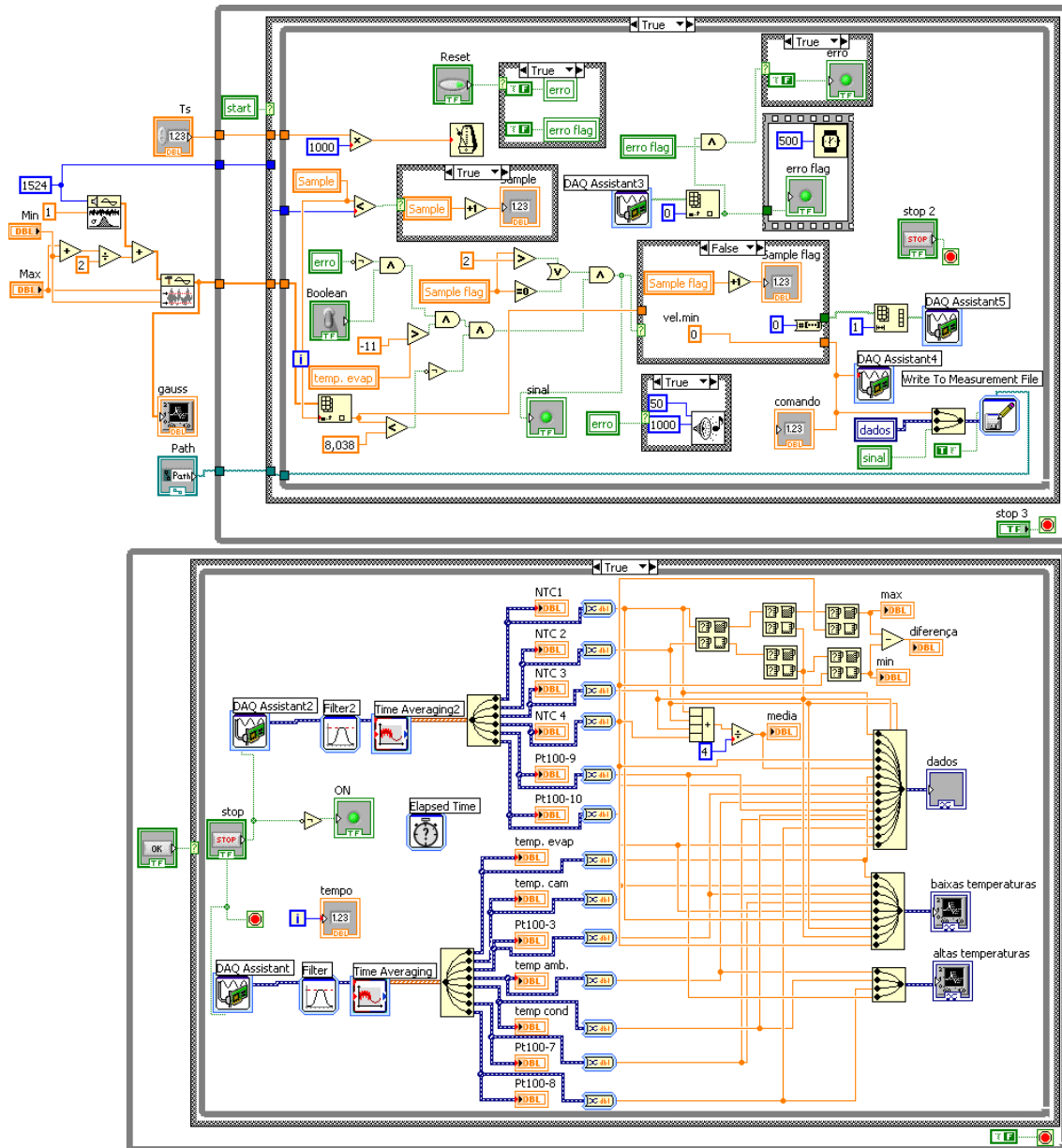


Figura a.4 - Programa para realizar a identificação utilizando um sinal de ruído branco gaussiano filtrado

Anexo F

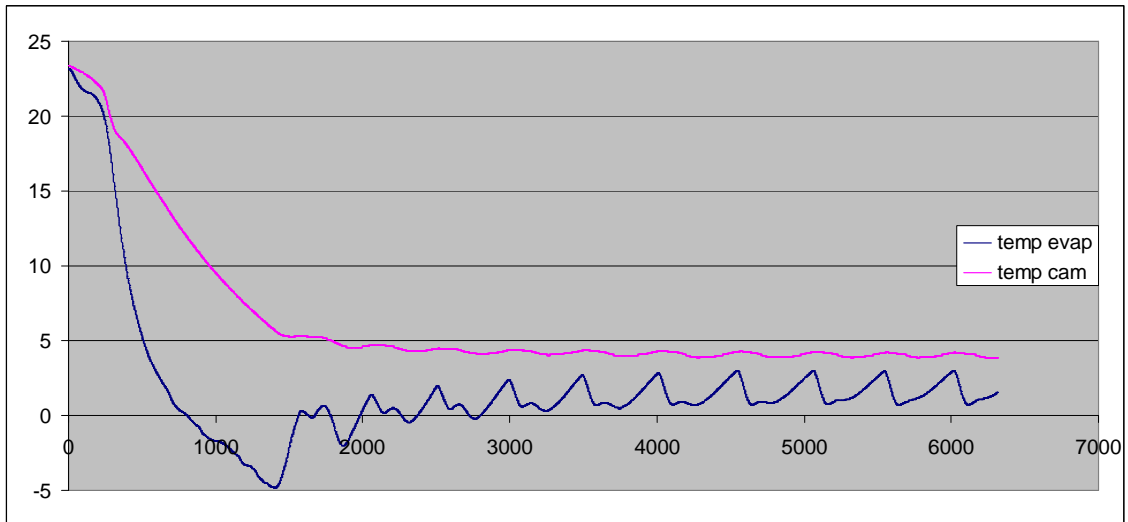


Figura a.5 - Registo da evolução da temperatura no evaporador e na câmara frigorífica

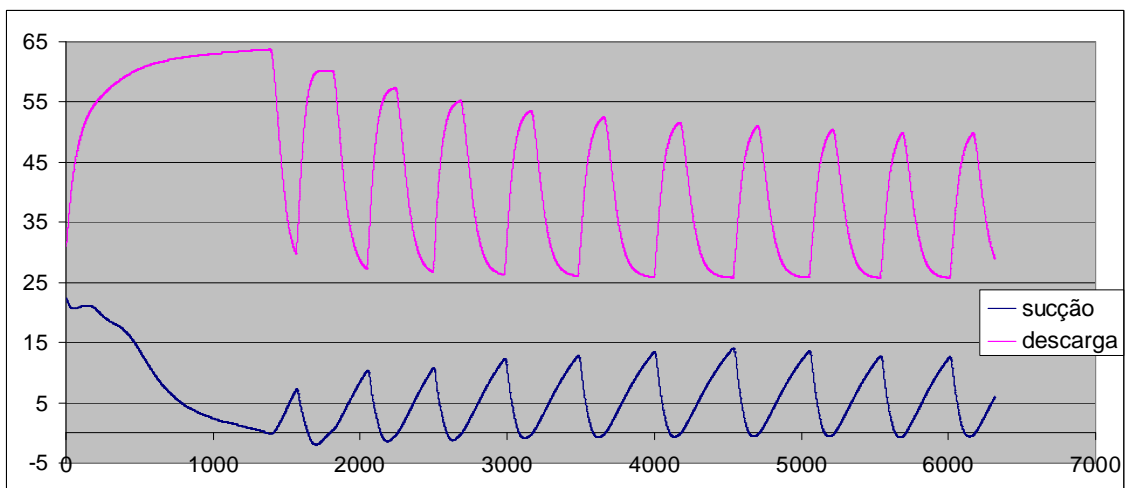


Figura a.6 - Registo da temperatura de sucção e de descarga, ou seja, na entrada e saída do compressor

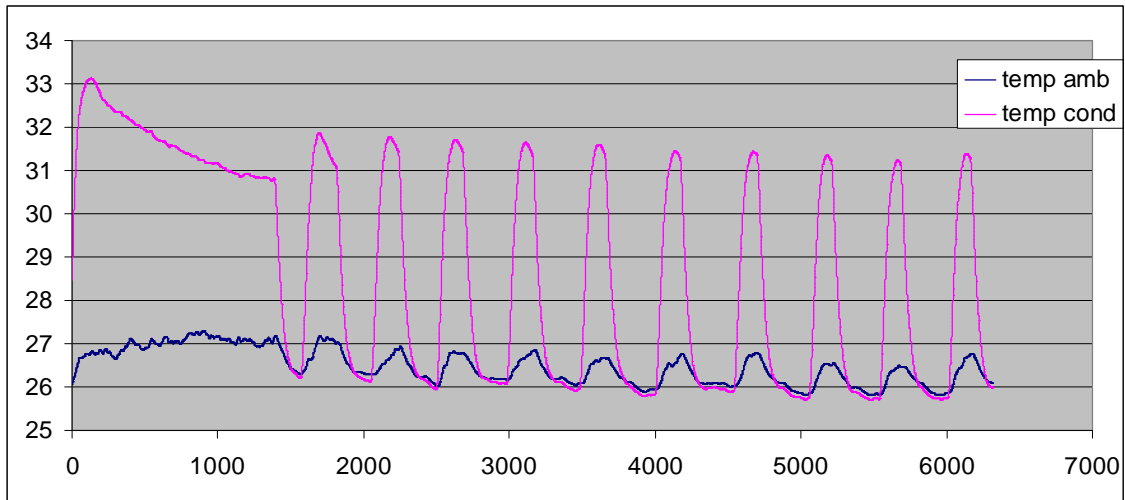


Figura a.7 - Registo da temperatura ambiente e do condensador

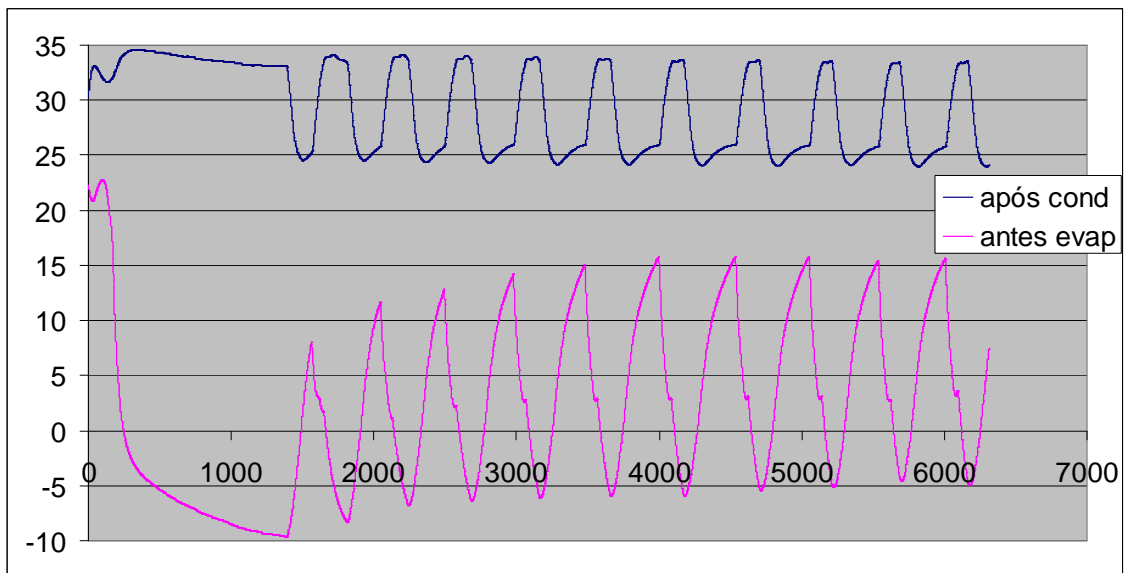


Figura a.8 - Registo da temperatura na saída do condensador e na entrada do evaporador

Anexo G

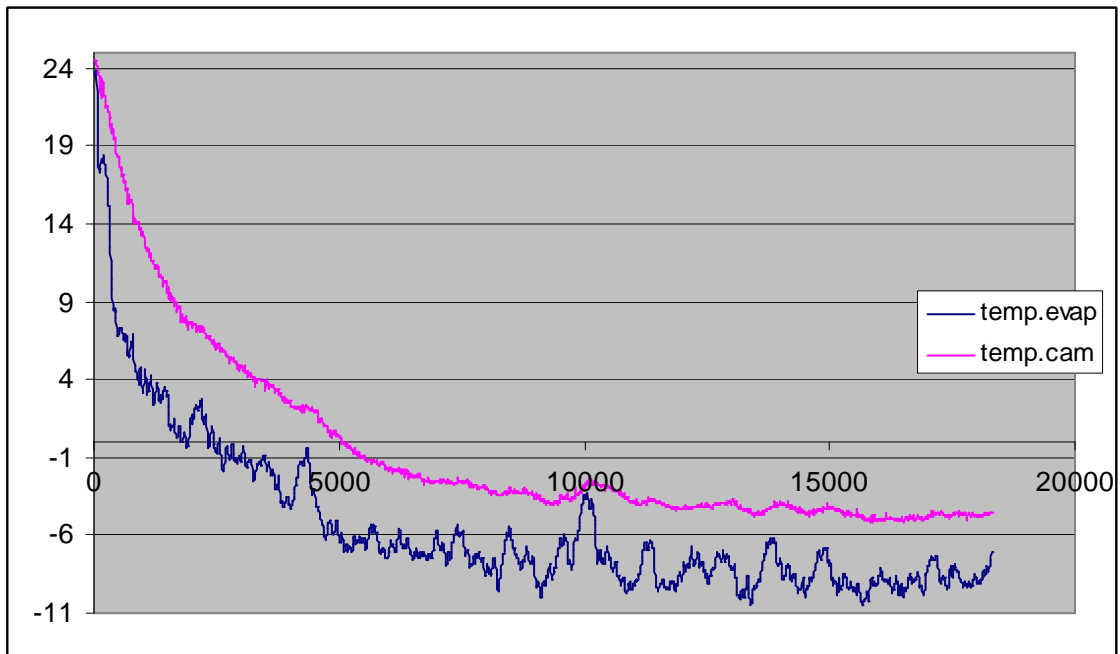


Figura a.9 - Registo da evolução da temperatura no evaporador e na câmara frigorífica

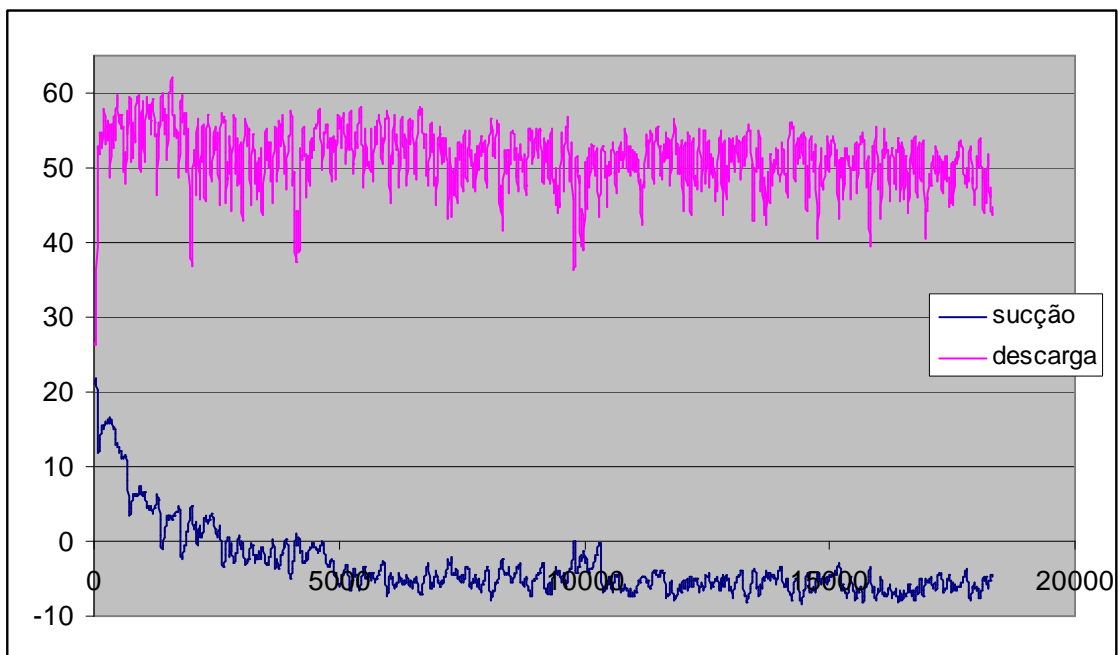


Figura a.10 - Registo da temperatura de sucção e de descarga, ou seja, na entrada e saída do compressor

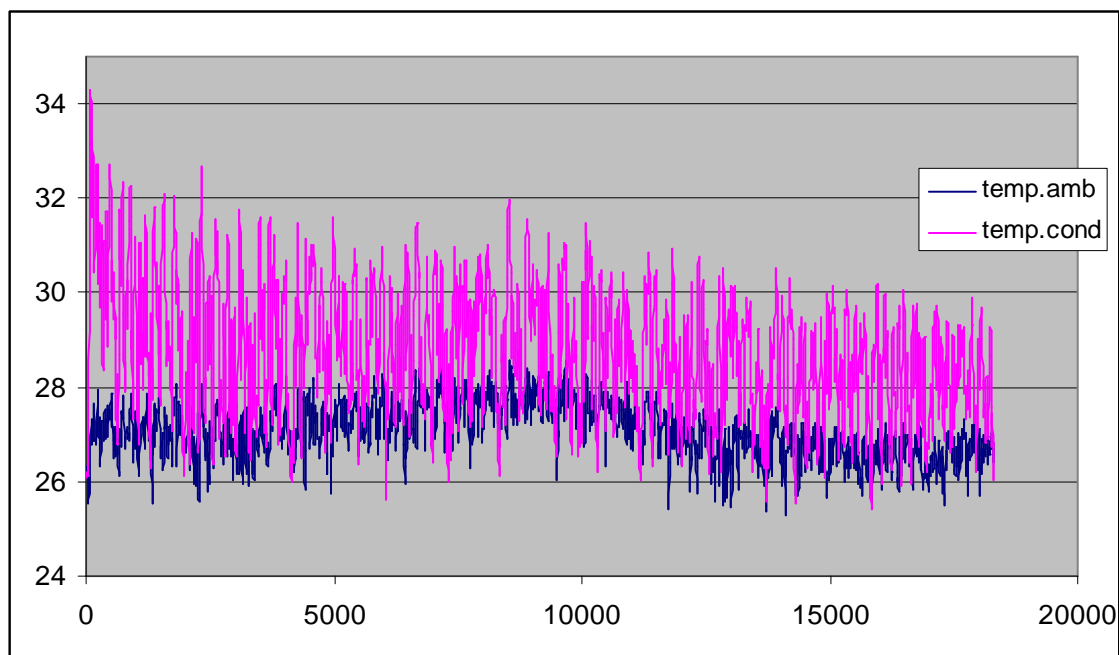


Figura a.11 - Registo da temperatura ambiente e do condensador

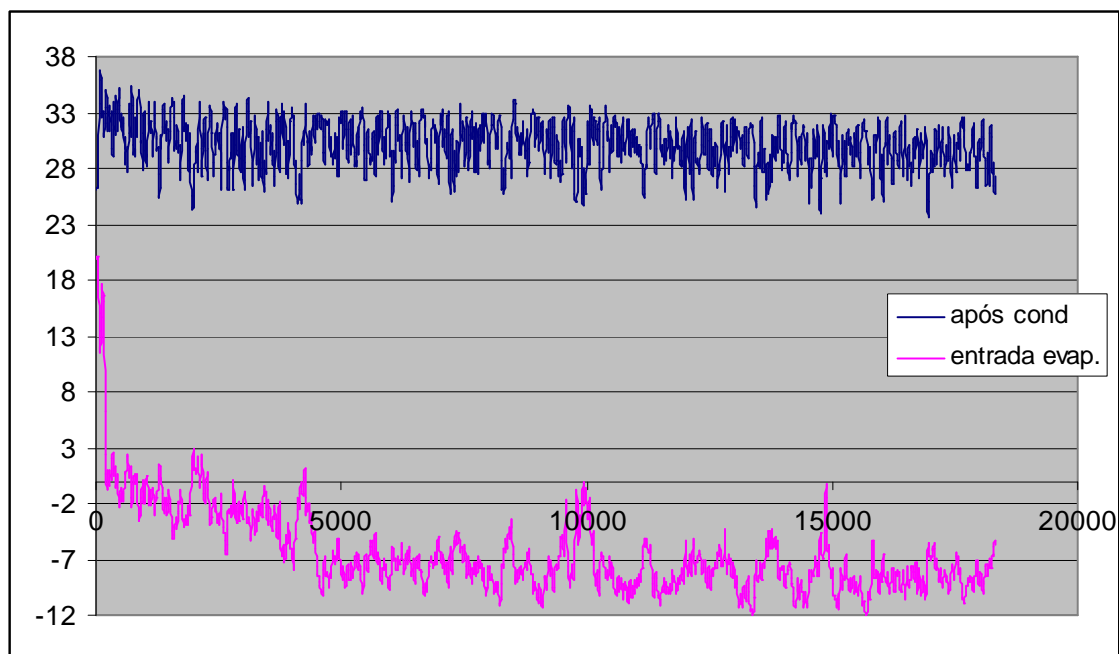


Figura a.12 - Registo da temperatura na saída do condensador e na entrada do evaporador

Anexo H

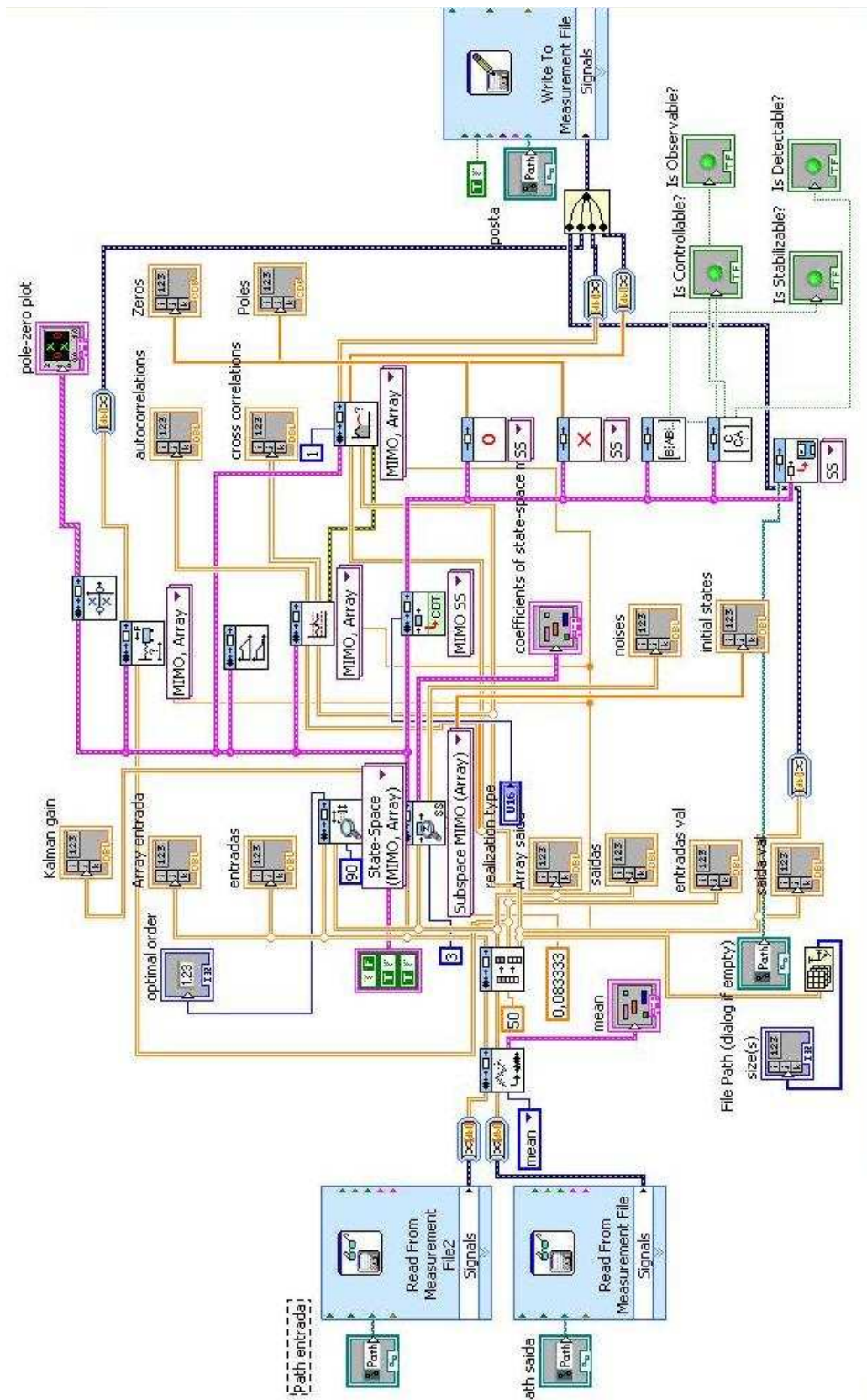


Figura a.13 - Programa utilizado para criar e validar o modelo

Referências

- [1] *Labview System Identification Toolkit User Manual*
- [2] Ljung L., “*System Identification - Theory for the User, 2nd edition*”, Upper Saddle River, New Jersey:Prentice Hall PTR, 1999.
- [3] Landau I.D. e Zito G,”*Digital Control Systems - Design, Identification and Implementation*”, London: Springer, 2005
- [4] Moreira A.,”Sistema integrado de identificação”, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Electrotécnica, Faculdade de Engenharia da universidade do Porto, 1991
- [5] H.M. Nussenzveig, “Curso de Física Básica, vol.II -Fluidos; Oscilações e Ondas; Calor”, Editora Edgard-Blucher, 1986.
- [6] Edmundo G. Azevedo, “Termodinâmica aplicada 2ª edição”, Lisboa : Escolar Editora, 2000
- [7] Wilbert F. Stoecker, “*Industrial refrigeration handbook*”, New York : McGraw-Hill, 1998
- [8] Stoecker W.F., Jones, J. W.,”*Refrigeration and air conditioning*” 2ª edição, Auckland: McGraw- HillBook Company,1982.
- [9] ASHRAE ,“*HVAC Fundamentals Handbook*”, Amer Society of Heating 1997
- [10]Luís Júnior (2009, Março 10),“Introdução a máquinas Térmicas-Refrigeração” ISBN: 978-85-908775-0-9 [online], Disponível em: <http://www.martinelli.eng.br/ebooks.htm>
- [11] Katrien De Cock, Bart De Moor, “*Subspace identification methods*”, in Contribution to section 5.5, "Control systems robotics and automation" of EOLSS, UNESCO Encyclopedia of Life Support Systems, (Unbehauen H.D.), vol. 1 of 3, Eolss Publishers Co., Ltd. (Oxford, UK), 2003, pp. 933-979.
- [12] Delgado, C., “Identificação no subespaço de estados de sistemas lineares”. Tese de dissertação de doutoramento Faculdade de Engenharia da universidade do Porto, 2004.
- [13] Katayama, T., “*Subspace methods for system identification.*”, Springer, 2005
- [14] Leite, A., “Estimação de estados, parâmetros e velocidade do motor de indução trifásico com metodologias de identificação em tempo real.”, Tese de Dissertação de Doutoramento Faculdade de Engenharia da universidade do Porto, 2004.
- [15] Moreira A., Costa P., Santos P, “Introdução à identificação de modelos discretos para sistemas dinâmicos.”,Notas de ensino, trabalho não publicado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2002
- [16] Moonen M., De Moor B., Vandenberghe L., Vandewalle J., “*On-and off-line identification of linear state space models.*” International Journal of Control, 49, 219-232
- [17] Van Overschee P., De Moor B. (1994). “*N4SID - Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems.*” Automatica 30(1), 75-94.

- [18] Rasmussen, B. P. "Control-oriented modelling of transcritical vapor compression systems." Dept. of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois at Urbana, 2002.
- [19] Santos, P. (1987). "Identificação de Sistemas Dinâmicos." Tese de dissertação de Mestrado Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1987.
- [20] Rasmussen, B. P., "Dynamic modeling and advanced control of air conditioning and refrigeration systems.", Dept. of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2005
- [21] Aurélio Campilho, "Instrumentação Electrónica. Métodos e Técnicas de Medição". Porto: FEUP edições, 2000.
- [22] Comunidade de criadores/utilizadores de Lazarus. Disponível em <http://www.lazarus.freepascal.org/>
- [23] Bertulan, C.A.; "1ª lei da termodinâmica"- Projecto de ensino de física à distância. Disponível em <http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/calor/calor.html>. Acesso em 22/02/2008.
- [24] Bertulan, C.A.; "A segunda lei da termodinâmica"-Projecto de ensino de física à distância. Disponível em http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/segunda_lei/segunda_lei.html. Acesso em 22/02/2008.
- [25] R.N.N. Koury, L. Machado, K.A.R. Ismail, "Numerical simulation of a variable speed refrigeration system", International Journal of Refrigeration, Volume 24, Número 2, pág. 192-200, Maio 2001
- [26] Qureshi T.Q.; Tassou S.A., "Variable-Speed Capacity Control in Refrigeration Systems", Applied Thermal Engineering, Volume 16, Número 2, , pág. 103-113 Fevereiro 1996
- [27] Frede Blaabjerg, Florin Lungeanu, Kenneth Skaug, Andreas Aupke. "Comparison of Variable Speed Drives for Single-Phase Induction Motors". Power Conversion Conference-Osaka 2002, Vol. 2, pp. 1328-1333.
- [28] Mesquita, Nuno; "Elementos do circuito de refrigeração". Disponível em <http://paginas.fe.up.pt/~ee99259/projecto/Documentos/Elementosrefrigeracao.pdf>. Acesso em 10/07/2009.
- [29] Mesquita, Nuno; "Identificação de sistemas". Disponível em <http://paginas.fe.up.pt/~ee99259/projecto/Documentos/Identificacao.pdf>. Acesso em 10/07/2009.
- [30] Baker, Bonnie C.; "Precision temperature-sensing with RTD circuits" Application Note AN687, Microchip, 2008.