

# **DESENVOLVIMENTO DE UM EQUIPAMENTO LABORATORIAL PARA O ESTUDO DE PROBLEMAS DE PERCOLAÇÃO EM MODELO REDUZIDO**

**CÉSAR ROMÃO CANEDO DUARTE PEREIRA FERREIRA**

Relatório de Projecto submetido para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM GEOTECNIA**

---

Orientador: Professor Doutor José Manuel Mota Couto Marques

JULHO DE 2008

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais



## **AGRADECIMENTOS**

A realização do presente trabalho contou com a colaboração de algumas pessoas que, directa ou indirectamente, o tornaram possível e que tiveram uma influência positiva sobre o mesmo, vindo esta a reflectir-se no resultado final. O autor gostaria de expressar a sua profunda gratidão a todas elas, manifestando-lhes todo o seu reconhecimento e não podendo deixar de realçar algumas que, de uma forma mais preponderante, deram o seu contributo:

Ao Professor Doutor José Couto Marques, pela forma superior como orientou o trabalho, com empenho, dedicação, entusiasmo e disponibilidade permanentes, evidenciados pelo apoio incondicional prestado e ainda pela amizade demonstrada;

À Direcção da FEUP pela disponibilização das verbas necessárias à realização deste trabalho;

À Secção de Geotecnia do Departamento de Engenharia Civil da FEUP pelas excelentes condições de trabalho proporcionadas;

Ao Laboratório de Geotecnia da FEUP - LabGeo, ao seu Director, Professor Doutor António Viana da Fonseca e sua equipa, pela disponibilização das instalações, pela simpatia e pelo apoio concedido em situações pontuais;

A todos os docentes e funcionários da FEUP que contribuíram com valiosas sugestões para este trabalho, nomeadamente à Professora Doutora Maria Fernanda Proença e à Doutora Maria Teresa Restivo;

Aos docentes do Mestrado Integrado em Engenharia Civil, pelos ensinamentos ministrados que marcaram a formação académica e científica do autor;

Aos colegas e amigos do MIEC, sobretudo aos da opção de Geotecnia, pelo estímulo que conseguiram inculcar e pela ajuda disponibilizada, particularmente ao Gil Fonseca, ao Pedro Barbosa e ao Rui Agrelós;

Ao Dr. Danilo Fernandes pela filmagem e edição do vídeo de um ensaio;

Finalmente, o autor quer expressar um agradecimento muito especial à sua família. Aos seus pais pela vida e pelo amor, carinho, compreensão, incentivo e apoio que sempre concederam. À sua irmã pelo amor fraterno, compreensão, alegria e vivacidade.



## **RESUMO**

Neste trabalho descreve-se a concepção, desenvolvimento, realização e aplicação de um equipamento laboratorial com fins didáticos, destinado ao estudo de problemas de percolação em modelo reduzido.

Após uma fase inicial de investigação acerca de equipamentos, materiais e acessórios existentes no mercado e noutras Escolas, procedeu-se ao projecto e construção do protótipo, que é constituído essencialmente por um tanque em acrílico e por um circuito hidráulico fechado, colocados num suporte móvel.

Este equipamento permite reproduzir secções-tipo de ensecadeiras, barragens de aterro e cortinas de retenção para estudo de escoamentos bidimensionais em meios porosos. O equipamento possibilita a visualização de linhas de corrente, bem como a medida de alturas piezométricas e de caudais percolados. Permite ainda reproduzir e observar fenómenos de instabilidade hidráulica.

Foram realizadas três experiências distintas e os dados recolhidos foram comparados com resultados da respectiva modelação numérica pelo método dos elementos finitos, recorrendo ao programa Phase<sup>2</sup> da RocScience. Verificou-se uma excelente concordância entre resultados numéricos e experimentais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Percolação, Equipamento laboratorial, Modelo reduzido, Modelação experimental, Modelação por elementos finitos.





## **ABSTRACT**

This work describes the conception, development, production and application of a didactic laboratory equipment for the small scale study of seepage problems.

After gathering extensive data concerning equipments, materials and accessories available in the market or existing in other schools, the prototype was designed and constructed, comprising an acrylic tank and a closed hydraulic circuit mounted on a mobile support.

The device allows the investigation of two-dimensional fluid flow through permeable media such as in the case of earth dams, sheet pile walls or cofferdams. The equipment provides the visualization of flow line as well as the measurement of pressure heads and discharge rate. It also allows the onset and observation of hydraulic instability phenomena.

Three distinct experiences were conducted and the collected data was compared with that of finite element numerical modeling with the Phase<sup>2</sup> program from RocScience. An excellent agreement has been obtained between numerical and experimental results.

**KEYWORDS:** Seepage, Laboratory equipment, Small scale model, Experimental study, Finite element modelling.



## ÍNDICE GERAL

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	i
<b>RESUMO</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>2. ÁGUA NOS SOLOS E PERCOLAÇÃO</b> .....	3
<b>2.1. NATUREZA E ORIGEM DA ÁGUA NOS SOLOS</b> .....	3
<b>2.2. CAPILARIDADE</b> .....	3
<b>2.3. MOVIMENTO DA ÁGUA NOS MACIÇOS TERROSOS</b> .....	5
<b>2.4. LEI DE DARCY</b> .....	7
2.4.1. BASES E GENERALIDADES .....	7
2.4.2. EXPRESSÃO DA LEI DE DARCY .....	8
<b>2.5. TIPOS DE ESCOAMENTO E NÚMERO DE REYNOLDS</b> .....	10
<b>2.6. FORÇA DE PERCOLAÇÃO</b> .....	11
<b>2.7. COEFICIENTE DE PERMEABILIDADE</b> .....	13
<b>2.8. ANISOTROPIA DE PERMEABILIDADE</b> .....	16
<b>2.9. ESCOAMENTOS PERMANENTES BIDIMENSIONAIS EM MEIOS POROSOS</b> .....	18
2.9.1. BASES E GENERALIDADES .....	18
2.9.2. EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE CONTINUIDADE.....	19
2.9.3. EQUAÇÃO DIFERENCIAL GOVERNATIVA DO ESCOAMENTO NUM MEIO POROSO E ISOTRÓPICO .....	20
2.9.4. CONDIÇÕES DE FRONTEIRA PARA O ESCOAMENTO NUM MEIO POROSO E ISOTRÓPICO .....	23
2.9.5. EQUAÇÃO DIFERENCIAL GOVERNATIVA DO ESCOAMENTO NUM MEIO POROSO E ANISOTRÓPICO .....	25
2.9.6. ALGUNS COMENTÁRIOS ACERCA DAS SOLUÇÕES DE ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS EM MEIOS POROSOS.....	26
<b>2.10. FENÓMENOS DE INSTABILIDADE DE ORIGEM HIDRÁULICA</b> .....	27
2.10.1. GRADIENTE HIDRÁULICO CRÍTICO .....	27
2.10.2. LEVANTAMENTO HIDRÁULICO .....	30
2.10.3. EROÇÃO INTERNA .....	31

<b>3. EQUIPAMENTO LABORATORIAL</b> .....	33
<b>3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS ACERCA DO PROJECTO</b> .....	33
<b>3.2. EQUIPAMENTOS EXISTENTES COM CARACTERÍSTICAS SEMELHANTES</b> .....	33
<b>3.3. ASPECTOS CONSTRUTIVOS</b> .....	41
3.3.1. TANQUE EM ACRÍLICO .....	41
3.3.2. SUPORTE METÁLICO .....	45
3.3.3. CIRCUITO HIDRÁULICO .....	47
3.3.4. ESTADO FINAL DO EQUIPAMENTO.....	52
<b>4. MODELAÇÃO EXPERIMENTAL</b> .....	55
<b>4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> .....	55
<b>4.2. ANÁLISE GRANULOMÉTRICA DA AREIA</b> .....	55
<b>4.3. ENSAIO DE UMA ENSECADEIRA EM MODELO REDUZIDO</b> .....	56
<b>4.4. ENSAIO DE UMA CORTINA IMPERMEÁVEL EM MODELO REDUZIDO</b> .....	61
<b>4.5. ENSAIO DE UMA BARRAGEM DE ATERRO EM MODELO REDUZIDO</b> .....	64
<b>5. MODELAÇÃO NUMÉRICA</b> .....	69
<b>5.1. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS</b> .....	69
5.1.1. INTRODUÇÃO.....	69
5.1.2. APROXIMAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS.....	70
5.1.3. FUNÇÕES DE APROXIMAÇÃO .....	71
5.1.3.1. Funções de Aproximação Globais .....	71
5.1.3.2. Funções de Aproximação Locais.....	73
5.1.4. APROXIMAÇÃO À SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS.....	74
5.1.4.1. Aproximação Recorrendo ao Método dos Resíduos Pesados.....	74
5.1.4.2. Continuidade das Funções de Aproximação .....	79
5.1.4.3. Aproximação Exacta das Condições de Fronteira Essenciais. Método de Galerkin .....	79
<b>5.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS AO ESTUDO DOS ESCOAMENTOS EM REGIME PERMANENTE EM MEIOS POROSOS</b> .....	81
5.2.1. GENERALIDADES .....	81
5.2.2. DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO .....	81
5.2.2.1. Formulação Geral do Problema com Base na Função Potencial .....	81
5.2.2.2. Método dos Resíduos Pesados e Aproximação Exacta em Parte da Fronteira.....	82

5.2.2.3. Discretização por Elementos Finitos. Método de Galerkin.....	83
5.2.3. ELEMENTOS PARAMÉTRICOS.....	86
5.2.4. FAMÍLIAS DE ELEMENTOS.....	88
5.2.5. INTRODUÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA .....	91
5.2.6. DETERMINAÇÃO DA SUPERFÍCIE LIVRE .....	92
<b>5.3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>92</b>
5.3.1. INTRODUÇÃO.....	92
5.3.2. ENSECADEIRA .....	93
5.3.3. CORTINA IMPERMEÁVEL.....	98
5.3.3. BARRAGEM DE ATERRO.....	103
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>107</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>109</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 – Capilaridade num tubo fino .....	4
Fig. 2.2 – Capilaridade nos maciços terrosos .....	5
Fig. 2.3 – Escoamento permanente associado a uma escavação .....	6
Fig. 2.4 – Linha de corrente num maciço terroso .....	7
Fig. 2.5 – Experiência de Darcy.....	9
Fig. 2.6 – Forças aplicadas pela água sobre a amostra de solo na experiência de Darcy.....	12
Fig. 2.7 – Ensaio com permeâmetro de carga variável .....	15
Fig. 2.8 – Maciço terroso estratificado .....	16
Fig. 2.9 – Maciço terroso constituído por duas camadas isotrópicas .....	17
Fig. 2.10 – Rede de escoamento associada a uma cortina impermeável num meio isotrópico .....	18
Fig. 2.11 – Representação bidimensional de um elemento de volume .....	19
Fig. 2.12 – Equipotenciais e linhas do corrente em meio com isotropia de permeabilidade .....	23
Fig. 2.13 – Rede de escoamento numa barragem de terra homogénea .....	24
Fig. 2.14 – Experiência concebida para demonstrar a condição crítica ( <i>quick condition</i> ). .....	27
Fig. 2.15 – Forças aplicadas sobre a amostra de solo até ser atingida a condição hidrodinâmica crítica .....	28
Fig. 2.16 – Valores de gradiente hidráulico associados a um escoamento sob uma cortina .....	29
Fig. 3.1 – Malha de orifícios na parede traseira do tanque.....	41
Fig. 3.2 – Esquema da posição das placas e dos tubos no tanque de acrílico.....	42
Fig. 3.3 – Tanque em acrílico .....	43
Fig. 3.4 – Pormenores de um orifício da parede traseira do tanque e de uma calha.....	43
Fig. 3.5 – Peça de fixação da placa separadora do tanque e acessório de ligação metálico .....	43
Fig. 3.6 – Sistema de fixação dos tubos de pequeno diâmetro e ligação ao tanque .....	44
Fig. 3.7 – Placa de ligação entre a parede frontal e a parede traseira .....	44
Fig. 3.8 – Fixação das peças em acrílico às placas separadoras e sistema de aperto do tubo em acrílico .....	45
Fig. 3.9 – Esquema da estrutura metálica do suporte .....	45
Fig. 3.10 – Estrutura de suporte com rodas .....	46
Fig. 3.11 – Pormenor de uma roda de canto.....	46
Fig. 3.12 – Estrutura de suporte finalizada.....	47
Fig. 3.13 – Esquema geral do circuito hidráulico.....	48

Fig. 3.14 – Contentores empilháveis e entrada de mangueira pela tampa .....	49
Fig. 3.15 – Válvula na ligação entre reservatórios .....	49
Fig. 3.16 – Bomba submersível (Einhell®).....	50
Fig. 3.17 – Curva característica da bomba .....	50
Fig. 3.18 – Circuito hidráulico à saída da bomba .....	51
Fig. 3.19 – Ligação de um tubo de controlo do nível de água à mangueira e sistema de aperto do tubo .....	51
Fig. 3.20 – Vista frontal (em cima) e vista posterior (em baixo) do equipamento finalizado .....	52
Fig. 3.20 – Vista frontal (em cima) e vista posterior (em baixo) do equipamento finalizado .....	53
Fig. 4.1 – Curva granulométrica da areia utilizada .....	55
Fig. 4.2 – Esquema do ensaio da ensecadeira em pleno funcionamento .....	58
Fig. 4.3 – Fotografia do ensaio da ensecadeira em regime permanente de escoamento.....	58
Fig. 4.4 – Injecção do corante no lado exterior à ensecadeira .....	59
Fig. 4.5 – Evolução da linha de corrente para o interior da ensecadeira .....	59
Fig. 4.6 – Valores de carga hidráulica medidos durante o ensaio .....	60
Fig. 4.7 – Esquema do ensaio da cortina em pleno funcionamento.....	62
Fig. 4.8 – Fotografia do ensaio da cortina com percolação em regime permanente .....	62
Fig. 4.9 – Evolução das trajectórias dos corantes no ensaio da cortina.....	63
Fig. 4.10 – Fotografia da barragem de aterro em enchimento com fenda no coroamento .....	64
Fig. 4.11 – Rotura provocada pela erosão interna na barragem.....	65
Fig. 4.12 – Esquema do ensaio da barragem de aterro na altura em que imobilizou o nível da água .	65
Fig. 4.13 – Evolução das trajectórias de corante no seio da barragem.....	66
Fig. 4.14 – Fenda no paramento de jusante da barragem.....	67
Fig. 4.15 – Rotura da barragem .....	67
Fig. 4.15 – Situação da barragem após rotura.....	68
Fig. 5.1 – Exemplo de uma malha de elementos finitos .....	70
Fig. 5.2 – Função de aproximação global $N_j$ .....	72
Fig. 5.3 – Aproximação $\hat{u}$ no interior de um elemento $\Omega^e$ .....	73
Fig. 5.4 – Função de aproximação global no nó $i$ .....	74
Fig. 5.5 – Domínio e fronteira de um problema.....	76
Fig. 5.6 – Malha de elementos finitos constituída por elementos de 4 nós .....	80
Fig. 5.7 – Elemento bidimensional nos referenciais global e local.....	86



Fig. 5.8 – Elemento de contorno.....	88
Fig. 5.9 – Elementos da família de Serendipity de 4 e 8 nós.....	89
Fig. 5.10 – Elemento da família de Lagrange de 9 nós.....	89
Fig. 5.11 – Elementos triangulares de 3 e 6 nós.....	90
Fig. 5.12 – Condições de fronteira tendo como variável dependente a função potencial.....	91
Fig. 5.13 – Malha de elementos finitos e condições de fronteira da ensecadeira.....	93
Fig. 5.14 – Caudais percolados para o interior da ensecadeira.....	94
Fig. 5.15 – Valores de gradiente hidráulico associados ao escoamento para o interior da ensecadeira.....	94
Fig. 5.16 – Rede de escoamento associada à percolação para o interior da ensecadeira.....	95
Fig. 5.17 – Comparação entre linhas de corrente na ensecadeira.....	95
Fig. 5.18 – Alturas piezométricas obtidas no programa para a ensecadeira.....	96
Fig. 5.19 – Valores de carga hidráulica obtidos no programa para a ensecadeira.....	96
Fig. 5.20 – Valores de carga hidráulica medidos no ensaio para a ensecadeira.....	97
Fig. 5.21 – Malha de elementos finitos e condições de fronteira no problema da cortina impermeável.....	98
Fig. 5.22 – Caudais percolados associados à cortina.....	99
Fig. 5.23 – Valores de gradiente hidráulico no escoamento associado à cortina.....	100
Fig. 5.24 – Rede de escoamento associada à cortina impermeável.....	100
Fig. 5.25– Comparação entre linhas de corrente para a cortina.....	101
Fig. 5.26 – Valores de carga hidráulica obtidos no Phase <sup>2</sup> para a cortina.....	101
Fig. 5.27 – Valores de carga hidráulica medidos no ensaio da cortina.....	101
Fig. 5.28 – Malha de elementos finitos e condições de fronteira na barragem de aterro.....	103
Fig. 5.29 – Alturas piezométricas e caudal percolado na barragem.....	103
Fig. 5.30 – Rede de escoamento no interior da barragem.....	104
Fig. 5.31 – Trajectórias do corante e superfície livre na barragem.....	104
Fig. 5.32 – Velocidades de percolação no seio da barragem.....	105



## **ÍNDICE DE QUADROS**

Quadro 2.1 – Relações estabelecidas na experiência de Darcy.....	9
Quadro 2.2 – Classificação dos solos quanto à permeabilidade.....	13
Quadro 2.3 – Valores típicos de coeficientes de permeabilidade de solos de origem sedimentar.....	13
Quadro 3.1 – Características do equipamento da empresa Hampden.....	34
Quadro 3.2 – Características do equipamento da empresa Edibon.....	35
Quadro 3.3 – Características do equipamento da empresa GUNT.....	36
Quadro 3.4 – Características do equipamento da empresa Cussons.....	37
Quadro 3.5 – Características do equipamento da empresa Armfield.....	38
Quadro 3.6 – Características do equipamento da empresa EHF.....	39
Quadro 3.7 – Características do equipamento da empresa TQ.....	40
Quadro 4.1 – Análise granulométrica da areia.....	56
Quadro 5.1 – Valor de permeabilidade do solo na enseadeira.....	93
Quadro 5.2 – Comparação dos valores de carga hidráulica na enseadeira.....	97
Quadro 5.3 – Valor de permeabilidade do solo para a cortina impermeável.....	98
Quadro 5.4 – Comparação dos valores de carga hidráulica para a cortina.....	102







## INTRODUÇÃO

Fazendo parte do conteúdo programático da disciplina de Mecânica dos Solos 1 do MIEC a matéria relacionada com o comportamento hidráulico dos solos, em especial a percolação, é talvez aquela para a qual os alunos apresentam menor sensibilidade aquando do seu contacto inicial. Entende-se que assim seja pois, embora os estudantes tenham adquirido conceitos de Mecânica dos Sólidos e de Mecânica dos Fluidos em cadeiras antecedentes, é nessa altura que pela primeira vez estas disciplinas são verdadeiramente inter-relacionadas.

De facto, o carácter multifásico do solo propicia um comportamento mecânico mais difícil de interpretar, do que o de um simples sólido ou de um fluido. Como tal, considerando situações em que a água se encontra em movimento num maciço terroso, compreende-se que a percepção do fenómeno possa não ser imediata.

Esta realidade há muito despertou a atenção dos docentes da disciplina, que apreciam a possibilidade de adicionar novos equipamentos didácticos ao Laboratório de Geotecnia sempre que possível, perspectivando o reforço da componente experimental que estes proporcionam. Deste modo, o desenvolvimento deste equipamento surgiu no âmbito da unidade curricular Projecto em Geotecnia, por proposta do Professor Doutor José Couto Marques.

O projecto apresentado neste relatório teve como objectivo o desenvolvimento de um equipamento laboratorial para o estudo de problemas de percolação em modelo reduzido para fins essencialmente didácticos.

Tendo em vista esse propósito, após uma fase inicial de investigação sobre equipamentos existentes com características semelhantes, projectou-se e construiu-se um protótipo para a realização de escoamentos em meios porosos. Constituído essencialmente por um tanque em acrílico e um circuito hidráulico acessório, este permite reproduzir secções-tipo de ensecadeiras, barragens de aterro e cortinas impermeáveis para estudo bidimensional.

Assim, espera-se que este trabalho possa auxiliar, ainda que modestamente, no ensino da Mecânica dos Solos, possibilitando a realização de ensaios em aulas de índole prática ou contribuindo com elementos que possam ser expostos nas aulas, potenciando dessa forma a motivação e conhecimento dos alunos sobre os temas abordados.

No que concerne à apresentação deste documento, importa tecer algumas considerações acerca da sua organização. Assim, este relatório pode ser dividido em quatro partes distintas.

A primeira parte que corresponde ao Capítulo 2, tem um carácter introdutório geral, já que inclui noções básicas para a compreensão do comportamento da água nos maciços terrosos.

A segunda parte abrange os Capítulos 3 e 4 e para além de tratar aspectos relacionados com o projecto e construção do equipamento laboratorial, apresenta ainda os ensaios experimentais efectuados.

No Capítulo 3, após algumas considerações iniciais, é feita uma descrição extensa de equipamentos com características afins. Posteriormente discutem-se pormenores ligados directamente com o projecto e construção dos vários componentes do equipamento desenvolvido. Finaliza-se com uma apresentação do aspecto final do equipamento.

O Capítulo 4 inicia-se com alguns comentários sobre as experiências realizadas, seguidos da apresentação da análise granulométrica do solo que serviu de meio poroso nas mesmas. Descrevem-se pormenorizadamente, os três ensaios em modelo reduzido realizados. Estes foram o ensaio de uma ensecadeira, o ensaio de uma cortina impermeável e o ensaio de uma barragem de aterro homogénea.

A terceira parte abarca o Capítulo 5 e insere a modelação numérica, pela aplicação do método dos elementos finitos na análise dos problemas de percolação. Começa-se por fazer uma introdução ao método, discutindo-se depois a aplicação do MEF ao estudo dos escoamentos em regime permanente em meios porosos. Para finalizar este capítulo, é exemplificada a aplicação do método dos elementos finitos, comparando os resultados obtidos por modelação experimental com resultados adquiridos numericamente.

Finalmente, a quarta e última parte, que engloba apenas o Capítulo 6 encerra este documento com uma série de considerações finais.



# 2

## ÁGUA NOS SOLOS E PERCOLAÇÃO

### 2.1. NATUREZA E ORIGEM DA ÁGUA NOS SOLOS

O solo é constituído por partículas sólidas, água e ar. Esta presença de materiais em três estados físicos distintos confere-lhe uma natureza polifásica. A água e o ar preenchem os vazios entre as partículas, podendo existir situações em que só um dos constituintes existe. Na presença de ambos o solo diz-se não saturado, na ausência da fase gasosa está saturado e a inexistência do líquido livre implica que o solo esteja seco.

A água existe nos solos sob a forma de água livre ou então de água adsorvida. A água adsorvida, especialmente importante nos solos mais finos (argilas), não é libertável por estar submetida a uma complexa interacção de forças a nível molecular. Considera-se água livre ou gravítica a que está apenas sujeita à acção da gravidade e não é afectada pelas forças de natureza electroquímica que se desenvolvem na superfície de algumas partículas, podendo desta forma circular entre as mesmas.

A massa de água gravítica num maciço terroso é limitada superiormente por uma superfície denominada por superfície livre, sendo a pressão a que a água se encontra a este nível igual à pressão atmosférica.

Pode-se designar a água nos maciços terrosos segundo a sua origem, como água de infiltração, água de sedimentação e água de condensação. A água de infiltração provém da superfície onde foi depositada pela chuva, rios ou lagos, penetrando através dos poros. A água de sedimentação existe nos solos sedimentares tendo ficado incorporada nestes durante a sua formação. A água de condensação resulta do vapor de água por diminuição da temperatura e ocorre principalmente em camadas superiores dos maciços, mais susceptíveis a mudanças de temperatura por alterações da temperatura ambiente.

### 2.2. CAPILARIDADE

Uma molécula que se encontre à superfície de um líquido sofre uma atracção mais intensa no sentido do interior, onde existe maior número de moléculas. Consequentemente, a superfície do líquido comporta-se como uma membrana elástica tensa em todas as direcções pela chamada tensão superficial [1].

O fenómeno da subida de água no interior de um tubo capilar acima da superfície livre, quando uma extremidade deste é mergulhada em água, resulta da tensão superficial e denomina-se por capilaridade. A altura atingida pela água é designada por altura de ascensão capilar  $h_c$ . Este fenómeno é apresentado na Fig. 2.1, onde a força  $T$  representa a tensão superficial que na água a 20°C vale cerca de  $7,28 \times 10^{-2}$

N/m. O ângulo de contacto  $\theta$  depende do líquido e do material do tubo, sendo nulo para a água sem impurezas num tubo de vidro.

Note-se que a pressão de água no interior do tubo fino é inferior à pressão atmosférica. Tomando como referência a pressão atmosférica e considerando negativa a pressão inferior à mesma, a pressão de água no interior do tubo toma o seu valor máximo negativo ( $-h_c \cdot \gamma_w$ ) ao nível do ponto mais alto da água.

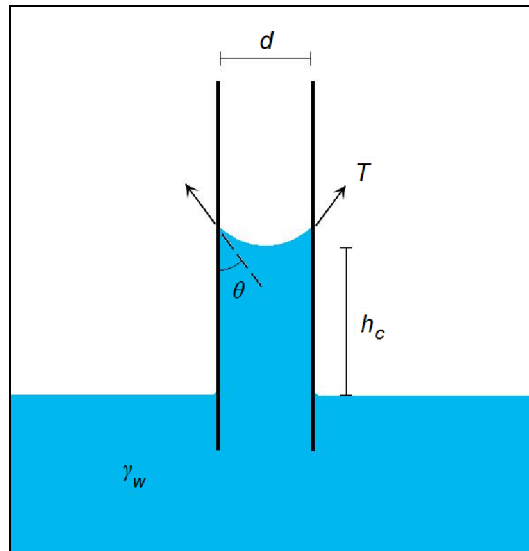


Fig. 2.1 – Capilaridade num tubo fino.

Segundo a lei de *Jurin*, a altura de ascensão capilar  $h_c$  é inversamente proporcional ao diâmetro do tubo capilar  $d$ :

$$h_c = \frac{4.T}{d \cdot \gamma_w} \cos \theta \quad (2.1)$$

Nos maciços terrosos também se fazem sentir os fenómenos de capilaridade, embora estes sejam bastante mais complexos do que o descrito acima, principalmente devido à variabilidade de diâmetros e geometria dos canaliculos formados pela porosidade do solo.

Assim, estando o diâmetro médio dos canaliculos formados pelos poros directamente relacionado com o diâmetro das partículas sólidas, depreende-se que a ascensão capilar será tanto mais importante quanto mais fina for a granulometria do solo.

Contrastando com a lei de *Jurin* refira-se uma expressão empírica de *Terzaghi e Peck*, que relaciona a altura de ascensão capilar num solo granular  $h_c$  em milímetros, com o índice de vazios  $e$ , e o diâmetro efectivo  $D_{10}$  também em milímetros:

$$h_c = \frac{C}{e \cdot D_{10}} \quad (2.2)$$

A constante  $C$  na equação 2.2 é uma constante que depende da forma dos grãos e das impurezas e pode variar de 10 a 50 mm<sup>2</sup> [2].

Admite-se no entanto que a altura de ascensão capilar varia de ponto para ponto, assumindo valores entre um valor mínimo  $h_{c,min}$  correspondente aos canalículos formados pelos poros de maiores dimensões, e um valor máximo  $h_{c,máx}$  correspondente aos canalículos mais delgados. A Fig. 2.2 ilustra a situação num horizonte de um maciço saturado até à altura  $h_{c,min}$ , não saturado entre  $h_{c,min}$  e  $h_{c,máx}$ , e seco acima desta altura.

É usual designar como franja capilar a camada que possa atingir certo grau de saturação, acima do nível freático. A linha de saturação divide a zona de solo saturado da zona de solo não saturado.

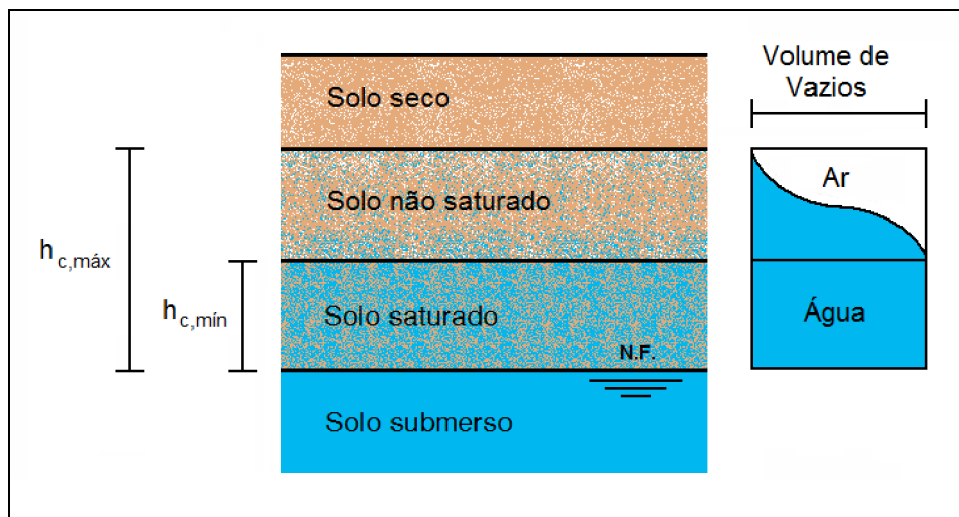


Fig. 2.2 – Capilaridade nos maciços terrosos.

A água retida acima do nível freático está submetida a pressão abaixo da pressão atmosférica, por uma ocorrência que pode ser denominada por sucção da água no solo. A sucção representa a força com que o solo retém a água e varia com o teor em água do mesmo. Evidentemente, a sucção será nula num solo submerso.

Importa frisar o facto de a capilaridade implicar pressões neutras negativas (especialmente elevadas em valor absoluto nos solos finos), que se traduzem em tensões efectivas mais elevadas, atendendo ao princípio da tensão efectiva. Este princípio postula que nos solos a tensão efectiva é igual à tensão total subtraída da pressão na água dos poros ( $\sigma' = \sigma - u$ ), advindo desse modo um aumento das tensões efectivas com um aumento em valor absoluto das pressões neutras negativas.

### 2.3. MOVIMENTO DA ÁGUA NOS MACIÇOS TERROSOS

A circulação da água no solo rege-se por leis gerais da mecânica como a conservação da massa, a conservação da quantidade de movimento e a conservação da energia.

Na generalidade dos casos, os vazios entre as partículas de um solo encontram-se interligados numa rede contínua que permite a passagem de água. Nos maciços terrosos a água existente pode encontrar-se em equilíbrio hidrostático ou então em movimento. Como se verá em pormenor no ponto 2.4, o

líquido movimenta-se em resposta a diferenças de carga hidráulica entre regiões diferentes, dirigindo-se no sentido da região com carga inferior. Ao movimento da água nos maciços terrosos chama-se percolação.

As diferenças de carga hidráulica podem surgir naturalmente ou ser induzidas pelo Homem, alterando as condições de fronteira existentes.

Analise-se por exemplo a situação de uma escavação, numa zona onde o nível freático se encontrava inicialmente junto da superfície. Após instalação das cortinas de retenção impermeáveis e durante a realização da escavação, a bombagem permanente associada provoca um rebaixamento do nível freático no interior da mesma e, conseqüentemente, uma diferença de carga hidráulica. Essa discrepância induz um movimento da água para o interior da escavação. A situação final está representada na Fig. 2.3, obtida por análise no programa Phase<sup>2</sup>. Refira-se que existe um estrato inferior impermeável.

Enquanto se mantiverem as condições de fronteira, o movimento da água manterá as suas características (caudal, pressões, gradiente hidráulico), sendo considerado um escoamento em regime permanente.

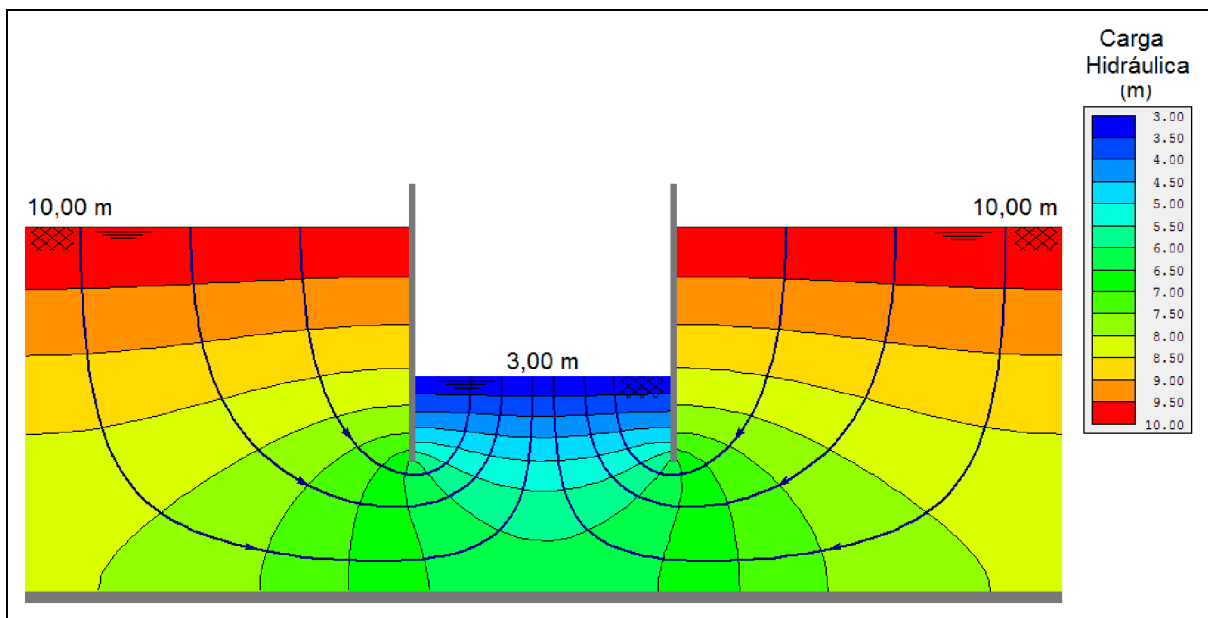


Fig. 2.3 – Escoamento permanente associado a uma escavação.

Suponha-se agora que, por algum motivo a bomba falha, que a água deixa de ser retirada do fundo da escavação e ainda que a situação do nível freático à superfície na zona em redor da obra se mantém. Como é facilmente perceptível, a água continuará a afluir ao interior da escavação e o nível desta começará a subir.

Neste caso o escoamento associado designa-se por escoamento transitório, uma vez que ao longo do tempo variam as condições de fronteira, alterando dessa forma continuamente as características do escoamento. A situação só estará em equilíbrio quando a água estiver à mesma cota dentro e fora da escavação, não havendo então diferença de carga hidráulica.

## 2.4. LEI DE DARCY

### 2.4.1. BASES E GENERALIDADES

O percurso de uma molécula de água ao longo da rede porosa de um solo, é sinuoso e com mudanças de velocidade à medida que esta passa de determinado poro para outro vizinho [3].

No entanto, em problemas de Engenharia Civil, encara-se o movimento da água a uma escala muitíssimo superior à molecular, pelo que se admite que o trajecto da água entre dois pontos seja efectuado segundo uma linha média a uma velocidade média. O escoamento de água pode assim ser representado por linhas médias que representam uma tendência, chamadas linhas de corrente ou linhas de fluxo (a azul e com setas na Fig. 2.3).

A velocidade que caracteriza o fluxo de água tem um carácter aparente ou macroscópico, visto traduzir o volume de água que atravessa a unidade de área, normal à direcção do escoamento, na unidade de tempo e não, como acontece na realidade, os vazios do solo existentes nessa secção.

Considere-se um maciço terroso no qual se processa um escoamento segundo a linha de corrente **AB**, representada na Fig. 2.4 [1]. Colocando um tubo piezométrico em cada um dos pontos, observa-se uma discordância entre os níveis de água, sendo superior o nível de água em **A** relativamente ao registado em **B**.

As cotas geométricas  $z_A$  e  $z_B$  são definidas a partir de um plano de referência arbitrário. As alturas  $h_{wA}$  e  $h_{wB}$ , atingidas pela água no interior dos tubos designam-se por alturas piezométricas.

Adicionando cada uma das alturas piezométricas à respectiva cota geométrica, obtêm-se as cotas piezométricas:

$$h_A = z_A + h_{wA} \quad (2.3)$$

$$h_B = z_B + h_{wB} \quad (2.4)$$

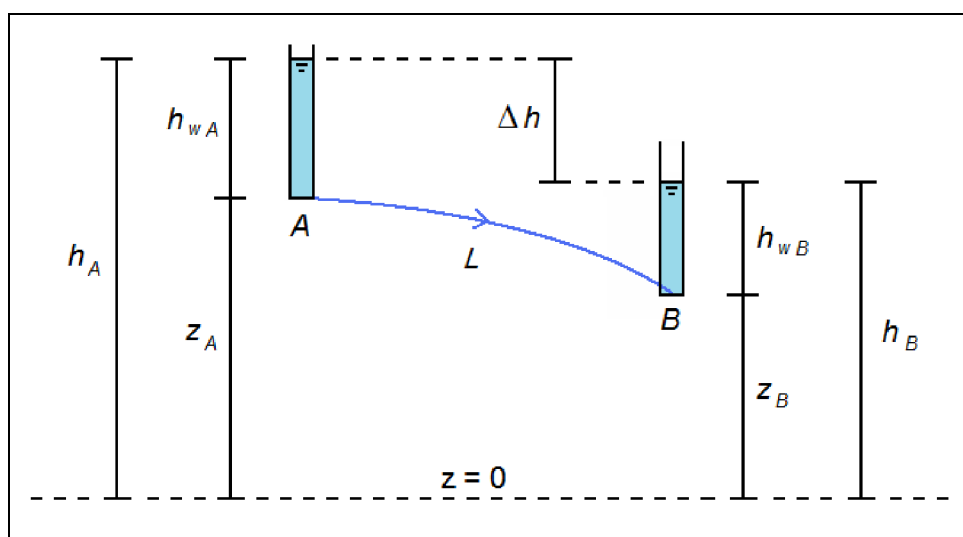


Fig. 2.4 – Linha de corrente num maciço terroso.

De facto, a cota piezométrica  $h$  representa a energia potencial da água por unidade de peso em cada ponto e é constituída por duas componentes. A cota geométrica  $z$  corresponde à energia potencial de posição. Por seu lado, a altura piezométrica está associada ao estado de compressão e corresponde à razão entre a pressão e o peso volúmico ( $h_w = u / \gamma_w$ ).

A energia cinética por unidade de peso ( $v^2 / 2g$ ), é extremamente reduzida pelo facto de a velocidade com que a água se desloca nos maciços terrosos ser muito baixa e daí poder ser desprezada. Consequentemente, a energia potencial da água por unidade de peso é sensivelmente igual à energia mecânica total por unidade de peso, ou seja, a cota piezométrica  $h$  é aproximadamente igual à carga hidráulica  $H$ .

A perda de carga hidráulica entre  $A$  e  $B$ , que corresponde a uma energia dissipada por unidade de peso de água em consequência do atrito entre esta e as partículas do solo, pode então ser calculada através da equação:

$$\Delta H = \Delta h = h_A - h_B \quad (2.5)$$

Substituindo (2.3) e (2.4) na equação (2.5):

$$\Delta h = (z_A + h_{wA}) - (z_B + h_{wB}) \quad (2.6)$$

Ou então ainda:

$$\Delta h = (z_A - z_B) + (h_{wA} - h_{wB}) \quad (2.7)$$

A perda de carga média ao longo do comprimento  $L$  da linha de corrente  $AB$ , denomina-se gradiente hidráulico  $i$ :

$$i = \frac{\Delta h}{L} \quad (2.8)$$

#### 2.4.2. EXPRESSÃO DA LEI DE DARCY

Em 1856, o Engenheiro Francês Henry Darcy enunciou uma lei que rege o movimento da água em meios terrosos, deduzida com base em experiências realizadas num dispositivo semelhante ao esquematizado simplificada na Fig. 2.5.

Neste dispositivo estabelece-se um escoamento permanente entre os pontos 1 e 4. Admite-se que a perda de carga se concentra no trajecto da água através do solo (entre os pontos 2 e 3), desprezando as perdas noutros pontos do percurso já que são diminutas.

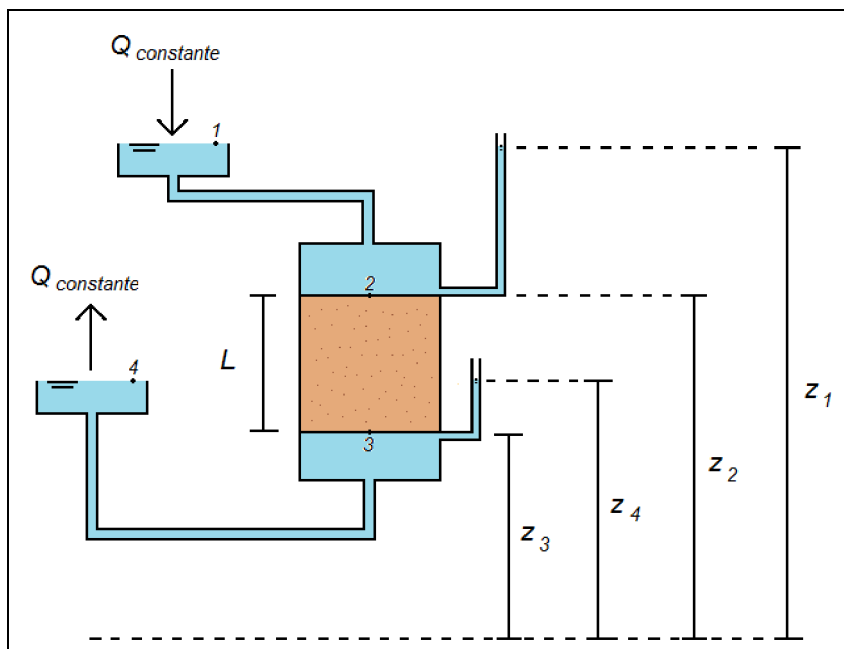


Fig. 2.5 – Experiência de Darcy.

Relativamente à situação descrita podem estabelecer-se as relações descritas no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 – Relações estabelecidas na experiência de Darcy.

Ponto	Cota Geométrica	Altura Piezométrica	Carga Hidráulica
1	$z_1$	$h_w = 0$	$H_1 = h_1 = z_1$
2	$z_2$	$h_w = z_1 - z_2$	$H_2 = h_2 = z_1$
3	$z_3$	$h_w = z_4 - z_3$	$H_3 = h_3 = z_4$
4	$z_4$	$h_w = 0$	$H_4 = h_4 = z_4$

Realizando várias experiências com variação dos diversos parâmetros e medindo o caudal resultante, Darcy verificou que este é directamente proporcional à perda de carga e inversamente proporcional ao comprimento da amostra atravessado:

$$Q = k \frac{h_1 - h_4}{L} S \quad (2.9)$$

Na equação (2.9)  $k$  é a constante de proporcionalidade e  $S$  é a área da secção transversal da amostra. Admitindo que a perda de carga acontece somente entre os pontos 2 e 3, tal como referido acima, então fica:

$$Q = k \frac{h_2 - h_3}{L} S \quad (2.10)$$

Sabendo que a razão entre a perda de carga hidráulica e o comprimento atravessado representa o gradiente hidráulico do solo, pode escrever-se:

$$Q = k.i.S \quad (2.11)$$

Dividindo ambos os membros pela secção  $S$  obtém-se:

$$v = k.i \quad (2.12)$$

Esta é a expressão que vulgarmente se associa à Lei de Darcy e que estabelece a proporcionalidade entre a velocidade de percolação (aparente) em relação ao gradiente hidráulico. A constante de proporcionalidade  $k$  é definida como sendo o coeficiente de permeabilidade do solo e exprime-se geralmente em m/s ou cm/s.

A Lei de Darcy é válida para escoamentos laminares em regime permanente, normalmente em areias, siltes e argilas.

## 2.5. TIPOS DE ESCOAMENTO E NÚMERO DE REYNOLDS

Considere-se um fluido, sob condições de fronteira inteiramente arbitrárias, num estado inicial de repouso. Imagine-se ainda que, a partir de determinado instante, o fluido começa a deslocar-se com velocidades gradualmente crescentes [4].

Inicialmente, para valores de velocidade pequenos, as linhas de corrente apresentam-se completamente individualizadas constituindo um campo perfeitamente regular e estável, de modo que qualquer perturbação introduzida no escoamento é rapidamente amortecida. O movimento com estas características é denominado escoamento laminar.

Para velocidades elevadas o escoamento é designado como turbulento. Neste regime a estrutura individualizada das linhas de corrente perde-se, sendo as trajectórias das partículas aleatórias e verificando-se a ocorrência de rápidas flutuações das grandezas no espaço e no tempo.

Com o intuito de estudar o fenómeno da turbulência, Osborne Reynolds realizou experiências utilizando um dispositivo que permitia observar o comportamento de um filete corado no interior de um tubo de vidro, através do qual se escoava água sob pressão.

Reynolds concluiu que, o parâmetro mais conveniente para caracterizar o regime de escoamento deveria ser um número adimensional (que veio a ser designado por número de Reynolds) [5]:

$$Re = \frac{v.d.\gamma_w}{\mu.g} \quad (2.13)$$

Nesta expressão  $v$  é a velocidade média do fluido,  $d$  é o diâmetro do tubo,  $\gamma_w$  é o peso específico da água,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade, e  $g$  a aceleração da gravidade.



De facto, em escoamentos com número de Reynolds de valor inferior a um determinado valor crítico, mantém-se a estabilidade do regime laminar. Segundo o mesmo autor, o valor crítico inferior de  $Re$  para a água, não ultrapassa cerca de 2000 a 2500.

Os fenómenos relativos ao escoamento de um fluido no interior de um tubo e ao escoamento da água num meio poroso são qualitativamente semelhantes, sob o ponto de vista físico, pelo que os resultados obtidos por Reynolds permanecem válidos, com algumas adaptações.

Desse modo, o número de Reynolds para o escoamento da água num solo pode ser estimado por:

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} \quad (2.14)$$

Na equação (2.14)  $v$  é a velocidade média do fluido,  $d$  é o diâmetro médio das partículas sólidas,  $\rho$  é a massa volúmica da água,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade.

Para que a analogia com os escoamentos em condutas fosse rigorosa, a variável  $d$  deveria representar o diâmetro médio dos canais elementares do meio poroso. No entanto, a dimensão média dos canalículos formados pelos poros do solo está evidentemente relacionada com as dimensões das partículas, daí que muitas vezes se opte por utilizar o diâmetro  $D_{50}$  (diâmetro correspondente a 50% de material passado numa curva granulométrica).

Alternativamente, se for dada maior preponderância às partículas de dimensões mais finas, emprega-se o diâmetro efectivo dos grãos  $D_{10}$  (diâmetro correspondente a 10% de material passado numa curva granulométrica).

Constata-se ainda que, em consequência da reduzida dimensão dos vazios do solo na maioria dos maciços terrosos, a velocidade de percolação é diminuta, correspondendo a números de Reynolds baixos, o que garante escoamentos da água nos solos em regime laminar.

## 2.6. FORÇA DE PERCOLAÇÃO

Analise-se novamente a amostra de solo da Fig. 2.5. As forças verticais aplicadas pelo fluido ao solo, podem ser divididas numa força de impulsão de sentido ascendente e noutra força de sentido descendente devida exclusivamente ao movimento da água, e estão representadas na Fig. 2.6 [1].

Analisando a impulsão a que a amostra está submetida numa situação hidrostática (admitindo por exemplo que o orifício abaixo do ponto 3 na Fig. 2.5 se encontra obturado), esta vale, de acordo com o Princípio de Arquimedes:

$$I = S \cdot \gamma_w \cdot (z_2 - z_3) = S \cdot \gamma_w \cdot L \quad (2.15)$$

Numa situação hidrodinâmica, a força aplicada pela água ao solo, pode ser calculada por equilíbrio das forças provocadas pelas pressões da água nas faces da amostra:

$$F = S \cdot \gamma_w \cdot [(z_1 - z_2) - (z_4 - z_3)] = S \cdot \gamma_w \cdot [(z_1 - z_4) - (z_2 - z_3)] \quad (2.16)$$

A diferença entre as duas forças, permite fazer a distinção entre a situação hidrodinâmica e a situação hidrostática, em termos de forças aplicadas:

$$J = F - I = S \cdot \gamma_w \cdot (z_1 - z_4) = S \cdot \gamma_w \cdot (h_1 - h_4) \quad (2.17)$$

Transformando esta força numa força por unidade de volume, dividindo a equação (2.17) pelo volume da amostra de solo, obtém-se:

$$j = \frac{S \cdot \gamma_w \cdot (h_1 - h_4)}{S \cdot L} = \gamma_w \frac{(h_1 - h_4)}{L} = \gamma_w \cdot i \quad (2.18)$$

A força  $j$  designa-se por força de percolação, é proporcional ao gradiente hidráulico e tem a direcção e sentido do escoamento. De facto esta força é, como foi referido anteriormente, a força que a água aplica por unidade de volume do solo em consequência exclusiva do seu movimento. A energia é transferida da água em movimento para o esqueleto sólido por atrito.

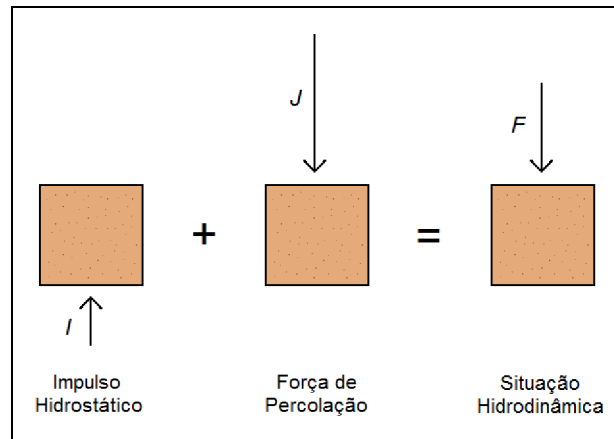


Fig. 2.6 – Forças aplicadas pela água sobre a amostra de solo na experiência de Darcy.

Resumindo, conclui-se que a unidade de volume do solo num maciço terroso submerso, receberá da água as seguintes forças:

- A impulsão, de grandeza  $\gamma_w$ , direcção vertical e sentido ascendente, de acordo com o Princípio de Arquimedes, caso a situação seja hidrostática;
- A impulsão mais a força de percolação, tendo esta última grandeza  $i \cdot \gamma_w$  e a direcção e sentido do escoamento, caso haja percolação.

Sendo as tensões efectivas fundamentais no comportamento mecânico dos solos, pode antever-se a importância que assume a força de percolação.

## 2.7. COEFICIENTE DE PERMEABILIDADE

A permeabilidade é evidentemente a propriedade mais importante nos escoamentos em meios porosos, sendo uma grandeza física que exhibe uma das mais largas gamas de valores.

Sendo a granulometria o factor mais relevante para a permeabilidade à água dos solos, esta depende também de outros factores como o índice de vazios, a estrutura ou fábrica, o grau de saturação e a composição mineralógica (em particular para os solos finos).

No Quadro 2.2 apresenta-se a classificação dos solos de acordo com o coeficiente de permeabilidade  $k$  proposta por Terzaghi e Peck (1967) [3].

Quadro 2.2 – Classificação dos solos quanto à permeabilidade.

Grau de permeabilidade	$k$ (cm/s)
Alto	$> 10^{-1}$
Médio	$10^{-1}$ a $10^{-3}$
Baixo	$10^{-3}$ a $10^{-5}$
Muito Baixo	$10^{-5}$ a $10^{-7}$
Praticamente impermeável	$< 10^{-7}$

No Quadro 2.3 estão inscritas ordens de grandeza típicas do coeficiente de permeabilidade para solos de origem sedimentar [1].

Quadro 2.3 – Valores típicos de coeficientes de permeabilidade de solos de origem sedimentar.

Tipo de solo	$k$ (cm/s)
Cascalhos limpos	$> 1$
Areia grossa	$1$ a $10^{-1}$
Areia média	$10^{-1}$ a $10^{-2}$
Areia fina	$10^{-2}$ a $10^{-3}$
Areia siltosa	$10^{-3}$ a $10^{-4}$

Nos solos naturais de origem sedimentar, a permeabilidade depende bastante do meio onde se realizou o processo, essencialmente devido às tensões a que ficou submetido. Como tal, um solo num depósito eólico pode apresentar uma permeabilidade diferente de um solo do mesmo tipo num depósito marinho ou num depósito aluvionar.

No caso dos solos residuais, a permeabilidade pode variar algumas ordens de grandezas dependendo do grau de alteração das rochas que lhes deram origem.

O coeficiente de permeabilidade pode ser avaliado com recurso a expressões semi-empíricas que relacionam esse parâmetro com outras características do solo. Após estudos em areias, Hazen propôs a seguinte expressão:

$$k(\text{cm/s}) = C.D_{10}^2 \quad (2.19)$$

Na expressão (2.19) o diâmetro efectivo  $D_{10}$  é introduzido em centímetros e  $C$  é uma constante de proporcionalidade cujo valor originalmente proposto foi 100, mas que pode variar bastante [2].

Esta expressão sugere que, quanto menores forem as partículas do solo, menores serão os vazios e sendo estes os locais de passagem da água, então menor será a permeabilidade.

A lógica e a experiência apontam para que as partículas da fracção mais fina tenham maior influência na permeabilidade de um solo, daí a escolha de  $D_{10}$  para relacionar a permeabilidade com o tamanho das partículas.

Esta relação, que deve ser utilizada somente para estimar uma ordem de grandeza da permeabilidade em solos arenosos, não é válida para solos argilosos. Nos solos argilosos a configuração das partículas e a forma como se agrupam tornam mais difícil a relação entre as suas dimensões e as dos canalículos. A composição mineralógica afecta ainda mais a permeabilidade, isto é, quanto mais activa é uma argila, menos permeável é (para iguais valores do índice de vazios).

Outros autores propuseram métodos para avaliar a permeabilidade a partir da distribuição da porosidade como, por exemplo, Marshall (1958) ou Wise (1992).

Refira-se que, apesar das aproximações e métodos sugeridos, nenhuma fórmula é tão válida quanto um ensaio de permeabilidade.

O coeficiente de permeabilidade pode ser estimado por meio de diversos ensaios *in situ* e ainda através de ensaios em laboratório.

Os ensaios *in situ* utilizados correntemente para avaliar a permeabilidade são os ensaios de bombagem em poços e os ensaios Lefranc realizados em furos de sondagens.

Os ensaios *in situ* têm a vantagem de envolverem um volume de maciço considerável, aspecto bastante relevante tendo em conta que a permeabilidade é afectada quer pela estratificação, quer pela macroestrutura dos solos, variando entre diferentes horizontes no mesmo maciço.

Dado que os solos são geralmente anisotrópicos no que respeita à permeabilidade, a maioria dos ensaios *in situ*, pela forma como são executados, permitem determinar o coeficiente de permeabilidade na direcção horizontal  $k_h$ .

Para avaliar o coeficiente de permeabilidade em laboratório pode recorrer-se fundamentalmente a ensaios com o permeâmetro de carga constante ou variável e a ensaios edométricos. Os ensaios laboratoriais têm a desvantagem da eventual falta de representatividade das amostras, mas em contrapartida permitem caracterizar facilmente o coeficiente de permeabilidade em qualquer direcção.

O permeâmetro de carga constante assemelha-se ao aparelho de Darcy representado anteriormente na Fig. 2.5. Este método pode em princípio ser aplicado a todos os tipos de solos.

Através de ensaios edométricos é possível determinar o coeficiente de permeabilidade para as argilas por via indirecta.

O permeâmetro de carga variável é apropriado para graus de permeabilidade típicos das areias finas e dos siltes. Um esquema simplificado do ensaio com este equipamento está ilustrado na Fig. 2.7.

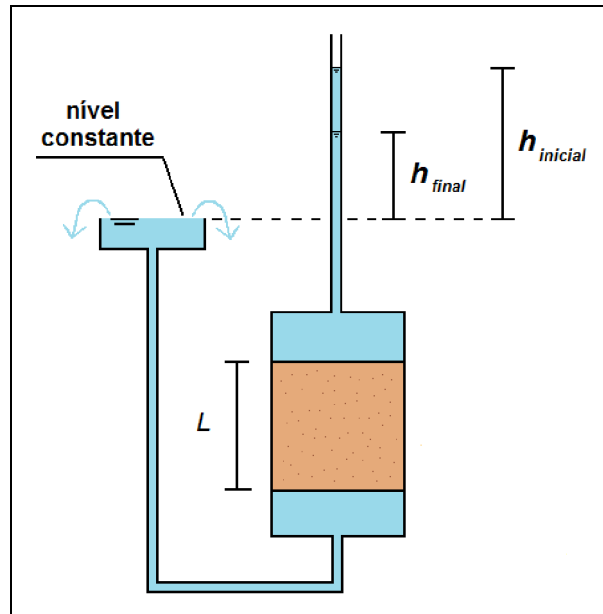


Fig. 2.7 – Ensaio com permeâmetro de carga variável.

Na imagem são representados os valores de perda de carga hidráulica na amostra de solo no início do ensaio  $h_{inicial}$  e no fim do ensaio  $h_{final}$ . Admite-se que a diferença entre os dois valores é pequena, de modo que a velocidade de percolação possa ser considerada constante. Sendo  $dh$  o abaixamento do nível da água no intervalo de tempo  $dt$  e a área da secção do tubo superior  $a$ , o caudal escoado será:

$$Q = -a \frac{dh}{dt} \quad (2.20)$$

Considerando  $h$  a perda de carga média que produz o escoamento no tempo  $dt$  e  $S$  a área da secção da amostra, aplicando a Lei de Darcy fica:

$$Q = k.i.S = k \frac{h}{L} S \quad (2.21)$$

A partir das equações (2.20) e (2.21):

$$-a \frac{dh}{dt} = k.S \frac{h}{L} \quad (2.22)$$

Integrando a equação:

$$-\int_{h_{inicial}}^{h_{final}} \frac{dh}{h} = \int_{t_{inicial}}^{t_{final}} \frac{S}{a} \frac{k}{L} dt \quad (2.23)$$

obtém-se a expressão do coeficiente de permeabilidade:

$$k = \frac{a}{S} \frac{L}{t_{final} - t_{inicial}} \ln \left( \frac{h_{inicial}}{h_{final}} \right) \quad (2.24)$$

## 2.8. ANISOTROPIA DE PERMEABILIDADE

Como foi referido anteriormente, os maciços terrosos apresentam anisotropia de permeabilidade. Na maioria das situações, os maciços terrosos tendem a apresentar uma permeabilidade horizontal maior do que a vertical. A anisotropia pode resultar de duas características fundamentais do terreno.

A orientação preferencial das partículas num estrato, originada pelo peso dos sedimentos que se vão depositando e que tendem a dispor a maior dimensão das partículas na direcção horizontal, facilita a circulação da água nessa direcção. Este aspecto é tanto mais relevante quanto mais laminar for a forma das partículas. Consequentemente, nos solos granulares este aspecto não é muito importante, enquanto nos solos argilosos com estrutura orientada, este fenómeno pode provocar um grau elevado de anisotropia.

Mas o factor predominante para a anisotropia de permeabilidade é a estratificação dos maciços [1].

Considere-se um maciço constituído por  $n$  estratos, sendo  $d_j$  a espessura do estrato  $j$ ,  $k_{hj}$  o coeficiente de permeabilidade horizontal desse estrato e  $k_{vj}$  o coeficiente de permeabilidade vertical do mesmo (Fig. 2.8).

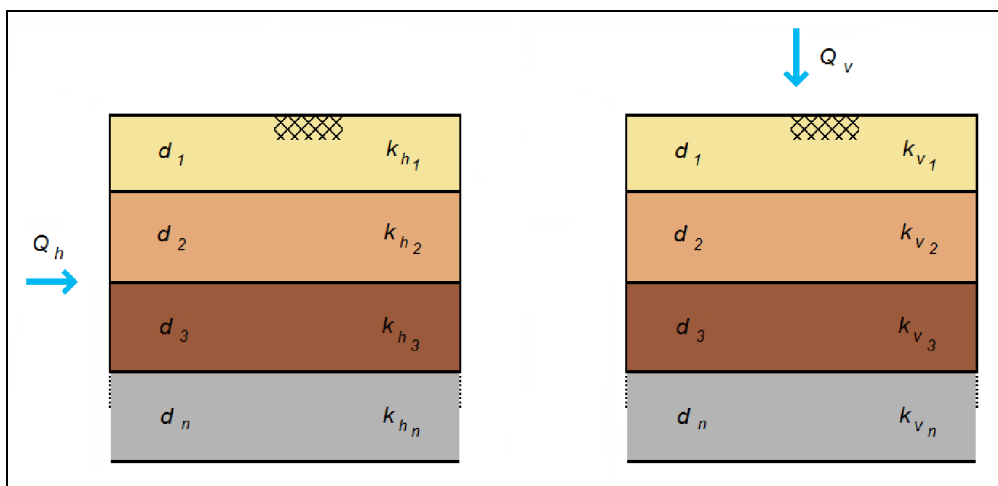


Fig. 2.8 – Maciço terroso estratificado.

Supondo que o maciço é atravessado por um caudal na direcção horizontal  $Q_h$ , designando por  $k_h^e$  o coeficiente de permeabilidade equivalente de um maciço homogéneo de espessura igual a  $\sum_{j=1}^n d_j$  que sob o mesmo gradiente hidráulico  $i_h$  é atravessado pelo mesmo caudal  $Q_h$ , esse coeficiente vale:

$$k_h^e = \frac{\sum_{j=1}^n k_{hj} \cdot d_j}{\sum_{j=1}^n d_j} \quad (2.25)$$

Admitindo que o maciço é atravessado por um caudal na direcção vertical  $Q_v$ , designando por  $k_v^e$  o coeficiente de permeabilidade equivalente de um maciço homogéneo de espessura igual a  $\sum_{j=1}^n d_j$  que é atravessado pelo mesmo caudal  $Q_v$ , esse coeficiente vale:

$$k_v^e = \frac{\sum_{j=1}^n d_j}{\sum_{j=1}^n \frac{d_j}{k_{vj}}} \quad (2.26)$$

Considere-se agora o maciço apresentado na Fig. 2.9, constituído por duas camadas isotrópicas de espessura igual  $d$  e seja  $\zeta$  a razão entre os coeficientes de permeabilidade das duas:

$$\zeta = \frac{k_2}{k_1} \quad (2.27)$$

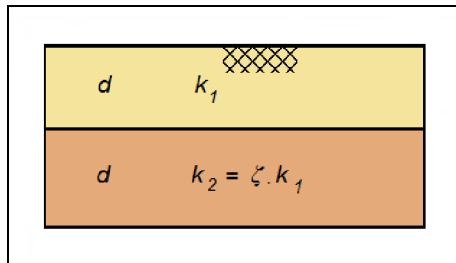


Fig. 2.9 – Maciço terroso constituído por duas camadas isotrópicas.

Convertendo as equações (2.25) e (2.26) para aplicar nesta situação, tem-se:

$$k_h^e = \frac{k_1(1 + \zeta)}{2} \quad (2.28)$$

$$k_v^e = \frac{2.\zeta.k_1}{(1 + \zeta)} \quad (2.29)$$

Neste caso, a razão dos coeficientes de permeabilidade equivalentes fica:

$$\frac{k_h^e}{k_v^e} = \frac{(1 + \zeta)^2}{4.\zeta} \quad (2.30)$$

Verifica-se assim que quando os coeficientes de permeabilidade das duas camadas diferem, o maciço constitui um meio anisotrópico no que diz respeito à permeabilidade. Isto significa que, ainda que cada uma das camadas de um maciço exiba isotropia de permeabilidade, esse maciço apresenta anisotropia de permeabilidade.

## 2.9. ESCOAMENTOS PERMANENTES BIDIMENSIONAIS EM MEIOS POROSOS

### 2.9.1. BASES E GENERALIDADES

Na Fig. 2.10 é representada uma rede de um escoamento permanente associado a uma cortina impermeável, obtida através do programa Phase<sup>2</sup>. Nesta situação o escoamento tem origem no desnível existente entre a esquerda e a direita. O solo no qual ocorre a percolação é um maciço homogéneo e isotrópico no que diz respeito à permeabilidade, estando limitado inferiormente por um estrato impermeável.

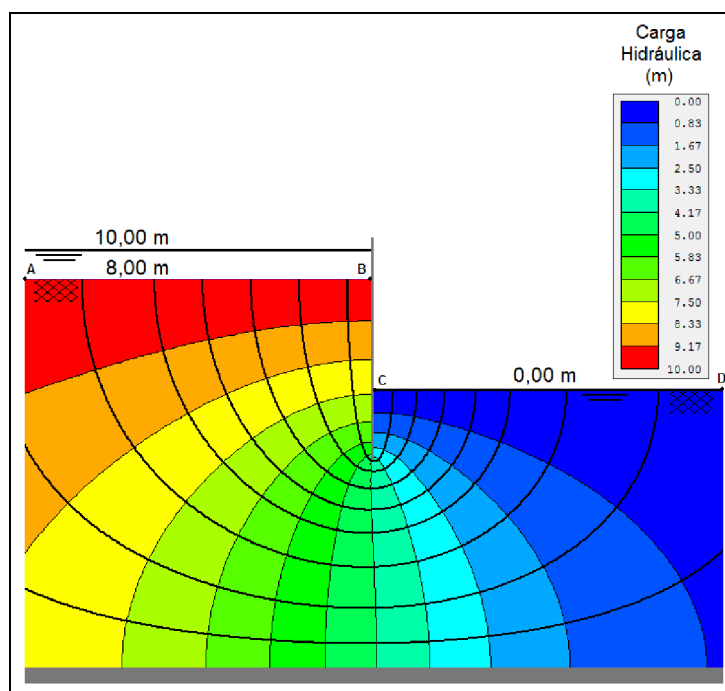


Fig. 2.10 – Rede de escoamento associada a uma cortina impermeável num meio isotrópico.



Na imagem pode observar-se uma rede de fluxo constituída por linhas de corrente e equipotenciais. As linhas de corrente representam trajetórias de partículas de água ao longo do percurso de montante para jusante. As equipotenciais são linhas que unem pontos do maciço com igual carga hidráulica.

Em meios com isotropia de permeabilidade as linhas de corrente e as equipotenciais intersectam-se ortogonalmente, como será demonstrado mais adiante.

Uma rede de fluxo permite obter dados importantes relativos a um escoamento para além dos valores de carga hidráulica, como sejam o caudal, o gradiente hidráulico e pressões neutras, através de simples visualização e/ou cálculos expeditos.

### 2.9.2. EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE CONTINUIDADE

Considere-se um elemento de volume  $dx dy dz$  de um meio poroso homogéneo representado na Fig. 2.11, em que o fluxo considerado é bidimensional, ou seja, todos os fenómenos ocorrentes de repetem identicamente nos planos  $xz$  paralelos ao plano do desenho [1].

O volume de água que na unidade de tempo entra no elemento vale:

$$v_x \cdot dz \cdot dy + v_z \cdot dx \cdot dy \quad (2.31)$$

O volume que sai do elemento vale:

$$\left( v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dz \cdot dy + \left( v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dx \cdot dy \quad (2.32)$$

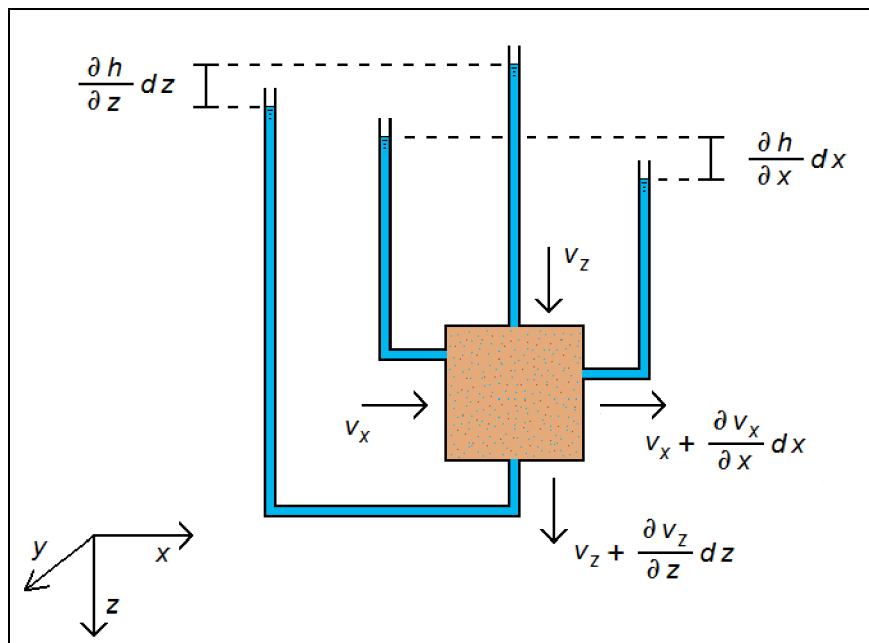


Fig. 2.11 – Representação bidimensional de um elemento de volume.

Considerando como incompressíveis quer a água quer as partículas sólidas do solo, a quantidade de água que entra no elemento terá que ser igual à quantidade que sai. Logo, podemos estabelecer que:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial v_z}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz = 0 \quad (2.33)$$

Atendendo a que esta relação é válida qualquer que seja o elemento de volume obtém-se a chamada equação de continuidade:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.34)$$

### 2.9.3. EQUAÇÃO DIFERENCIAL GOVERNATIVA DO ESCOAMENTO NUM MEIO POROSO E ISOTRÓPICO

Da generalização de lei de Darcy (2.12) para um meio poroso e isotrópico, tem-se:

$$\begin{cases} v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (2.35)$$

O sinal é negativo pois a velocidade está dirigida no sentido correspondente à diminuição da carga hidráulica.

Se se considerar a função  $\phi$ , chamada função de potencial hidráulico:

$$\phi(x, z) = -k \cdot h(x, z) + C \quad (2.36)$$

sendo  $C$  uma constante cujo valor é determinado pelas condições de fronteira, pode escrever-se:

$$\begin{cases} v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{cases} \quad (2.37)$$

Finalmente, substituindo (2.37) na equação de continuidade (2.34), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.38)$$

A equação (2.38) é a equação diferencial governativa do escoamento formulada com base na função potencial e governa o fluxo de qualquer líquido incompressível num meio poroso homogêneo e isotrópico também incompressível. Em especial, a expressão rege a percolação em meios terrosos com isotropia de permeabilidade. Esta equação, sendo do tipo  $\Delta^2 f = 0$ , é designada por equação de Laplace [1]. Importa frisar que para a formulação acima ser válida num escoamento em meio terroso, é necessário que este esteja saturado [2].

Atribuindo um determinado valor constante  $\phi_1$  à equação (2.36) e simplificando, fica:

$$h(x, z) = \frac{1}{K}(C - \phi_1) = \text{const.} \quad (2.39)$$

Esta é a equação que representa uma curva no plano  $xz$  em que a carga hidráulica é constante. Desta forma, designam-se as curvas em que  $\phi$  é constante por equipotenciais.

Considere-se agora a função  $\psi$ , chamada função de corrente, tal que:

$$\begin{cases} v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (2.40)$$

Relacionando (2.37) com (2.40) tem-se:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (2.41)$$

Diferenciando a primeira equação em (2.41) em ordem a  $z$  e a segunda em ordem a  $x$  então:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{cases} \quad (2.42)$$

E atendendo à igualdade das derivadas parciais mistas:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (2.43)$$

Demonstra-se assim que a função  $\psi$  também satisfaz a equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0 \quad (2.44)$$

Atribuindo-se desta vez um determinado valor constante  $\psi_1$  à função  $\psi$ , obtém-se uma curva no plano  $xz$ . Diferenciando a função  $\psi$  para analisar o comportamento da curva:

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial z} dz \quad (2.45)$$

Como se supôs que  $\psi$  é constante ( $\psi = \psi_1$ ), então  $d\psi = 0$ , obtendo-se:

$$\left( \frac{dz}{dx} \right)_{\psi=\psi_1} = - \frac{\frac{\partial \psi}{\partial x}}{\frac{\partial \psi}{\partial z}} = \frac{v_z}{v_x} \quad (2.46)$$

Sendo  $dz/dx$  a tangente à curva correspondente aos valores  $\psi_1 = \psi = \text{const.}$ , esta também coincide com a direcção da velocidade. Verifica-se deste modo, que as curvas lugares geométricos em que  $\psi$  é constante representam a direcção da corrente em cada ponto, sendo por isso designadas por linhas de corrente. [1]

Efectuando um procedimento análogo para a função potencial, tem-se:

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz \quad (2.47)$$

Supondo que  $\phi$  é constante ( $\phi = \phi_1$ ), então  $d\phi = 0$ , obtendo-se:

$$\left( \frac{dz}{dx} \right)_{\phi=\phi_1} = - \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x}}{\frac{\partial \phi}{\partial z}} = - \frac{v_x}{v_z} \quad (2.48)$$

Comparando (2.46) com (2.48) pode observar-se que as curvas em análise são ortogonais.

Conclui-se assim que as equipotenciais são normais às linhas de corrente em meios com isotropia de permeabilidade ( $k_x = k_z$ ) como é ilustrado na Fig. 2.12 [5].

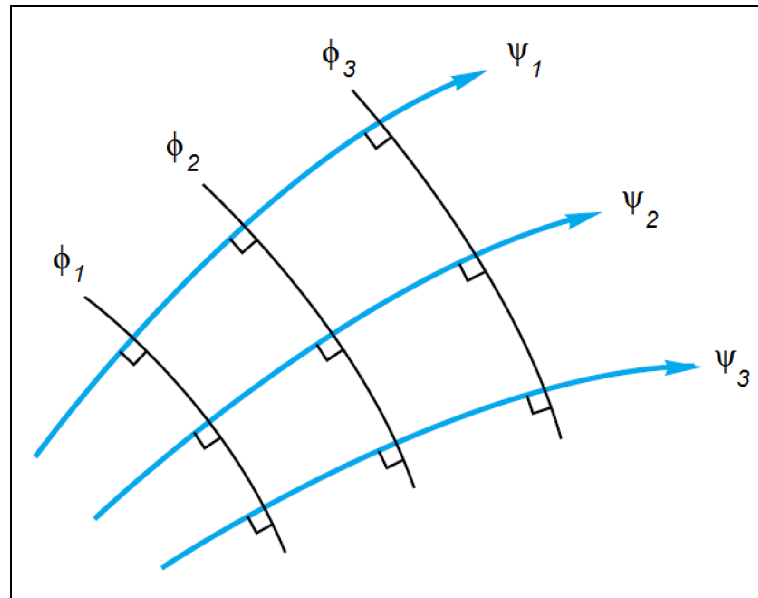


Fig. 2.12 – Equipotenciais e linhas do corrente em meio com isotropia de permeabilidade.

#### 2.9.4. CONDIÇÕES DE FRONTEIRA PARA O ESCOAMENTO NUM MEIO POROSO E ISOTRÓPICO

Para a integração das equações diferenciais ser satisfeita no domínio de um problema, há que ter em conta as condições que devem ser impostas na fronteira. De outro modo, ao não as especificar, o problema não tem solução.

Note-se que só é necessário integrar uma das equações (2.38) ou (2.44) pois, conhecida uma das famílias de curvas (equipotenciais ou linhas de corrente), a outra é facilmente determinável.

As condições de fronteira utilizadas neste tipo de problemas podem ser divididas em condições de fronteira essenciais ou de Dirichlet e condições de fronteira secundárias ou de Cauchy [6].

As condições de fronteira essenciais estão relacionadas com a imposição, em determinados pontos do domínio, de valores da variável dependente da equação diferencial que rege o fenómeno. Se a variável dependente for a função potencial, tem-se como condição de fronteira essencial  $\phi = \bar{\phi}$ . Caso a variável dependente seja a função de corrente, a condição de fronteira essencial toma a forma  $\psi = \bar{\psi}$ .

As condições de fronteira que são função da variável dependente da equação diferencial regente do fenómeno, como por exemplo as que consistem na imposição de caudais nulos em algumas zonas da fronteira, correspondem às condições de fronteira naturais.

Para escoamentos permanentes em solo homogéneo com isotropia de permeabilidade, as condições de fronteira mais correntes serão exemplificadas de seguida.

No exemplo já referido e ilustrado na Fig. 2.10, dá-se um escoamento associado a uma cortina num maciço terroso sobrejacente a outro maciço impermeável. Existe assim uma fronteira impermeável entre os dois maciços. Definindo como  $n$  e  $t$ , respectivamente a direcção normal e a direcção tangencial num ponto genérico da fronteira impermeável, é possível escrever:

$$v_n = \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad (2.49)$$

Pode então impor-se ao longo da fronteira a condição  $\psi = \text{const.}$ , o que significa que a fronteira impermeável é uma linha de corrente.

Ainda na mesma situação representada na Fig. 2.10, analisem-se agora a fronteira de entrada e a fronteira de saída do maciço percolado ( $AB$  e  $CD$  respectivamente). Em qualquer ponto de  $AB$ , por exemplo, tem-se que:

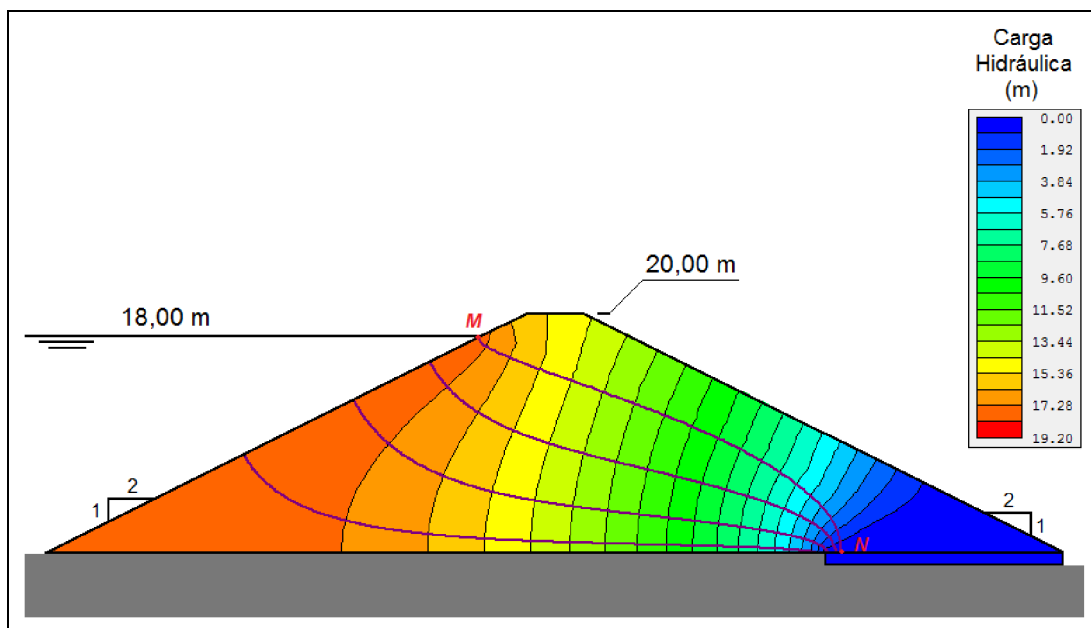
$$h_w = h_{wAB} = \text{const.} \quad (2.50)$$

Fazendo uso da função potencial fica:

$$\phi_{AB} = -k(h_{wAB} + z_{AB}) + C \quad (2.51)$$

Sabendo que são constantes  $k$ ,  $z_{AB}$  e  $C$  então, é condição de fronteira neste caso  $\phi = \text{const.}$ , o que indica que as superfícies de entrada e saída de água, que delimitam a zona em que se verifica a percolação, são equipotenciais.

Analise-se agora a Fig. 2.13 obtida a partir de uma análise no programa Phase<sup>2</sup> em que figura uma rede de fluxo numa barragem de aterro homogénea e isotrópica, com dreno de jusante, sobre um maciço impermeável. A linha  $MN$  representa a linha de saturação que separa a zona do solo saturado da zona não saturada.



Esta superfície não está à partida definida existindo diversos métodos com esse objectivo [1]. Note-se que esta linha terá que ser uma linha de corrente, logo  $\psi$  será constante. Em qualquer ponto ao longo da linha  $MN$ , a pressão terá que ser igual à pressão atmosférica, logo:

$$h_w = 0 \quad (2.52)$$

Empregando a função potencial, pode escrever-se:

$$\phi_{MN} = -k(0 + z_{MN}) + C \quad (2.53)$$

Assim, verifica-se que:

$$\phi_{MN} + k.z_{MN} = \text{const.} \quad (2.54)$$

Isto quer dizer que o potencial varia linearmente com a cota geométrica, ou ainda que a distância na vertical entre equipotenciais de igual queda tem que ser constante.

#### 2.9.5. EQUAÇÃO DIFERENCIAL GOVERNATIVA DO ESCOAMENTO NUM MEIO POROSO E ANISOTRÓPICO

Como foi referido anteriormente, na maioria das situações, os maciços terrosos tendem a apresentar uma permeabilidade horizontal superior à vertical. A anisotropia é por vezes bastante acentuada quer num maciço natural, quer num maciço em que há intervenção humana, fazendo com que a equação definida em 2.9.3. não possa ser considerada válida. Deste modo, interessa definir uma equação governativa do escoamento num meio poroso anisotrópico.

Introduza-se, antes de mais, a noção de tensor de permeabilidade [7]. Num meio anisotrópico bidimensional, a permeabilidade num determinado ponto do meio é caracterizada pelo tensor de permeabilidade:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{xz} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Analisando (2.55) pode notar-se que a permeabilidade é função da direcção.

Num meio homogéneo, o tensor de permeabilidade será o mesmo em todos os pontos. Pelo contrário, se o meio for heterogéneo, o tensor de permeabilidade caracteriza-se pela variabilidade ao longo do meio.

O tensor  $[K]$  é simétrico e o seu elemento  $k_{ij}$  representa a componente da velocidade na direcção  $i$ , induzida por uma componente unitária do gradiente hidráulico na direcção  $j$ .

As direcções para as quais o vector velocidade é colinear com o gradiente hidráulico designam-se por direcções principais de permeabilidade, sendo os valores do coeficiente de permeabilidade associados denominados por coeficientes principais de permeabilidade.

As direcções e os coeficientes principais de permeabilidade determinam-se através de um problema clássico de vectores e valores próprios.

Caso o referencial usado num problema esteja orientado de tal forma que coincida com as direcções principais de permeabilidade do meio, o tensor reduz-se a:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Os valores nulos resultam da ortogonalidade entre as direcções principais de permeabilidade.

Aplicando a generalização da lei de Darcy (2.12) a um meio poroso e anisotrópico, tem-se para o caso geral:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{xz} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial h}{\partial x} \\ -\frac{\partial h}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

Combinando a equação de continuidade (2.34) com a expressão (2.57), obtém-se, com base na função potencial (2.36), a equação diferencial governativa do escoamento de um líquido incompressível num meio poroso homogéneo e anisotrópico também incompressível, a chamada equação quase-harmónica:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_{zz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.58)$$

Se o referencial usado no problema em questão, estiver orientado de tal forma que coincida com as direcções principais de permeabilidade do meio, a equação (2.58) reduz-se a:

$$k_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.59)$$

#### 2.9.6. ALGUNS COMENTÁRIOS ACERCA DAS SOLUÇÕES DE ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS EM MEIOS POROSOS

Existem diferentes métodos que, com maior ou menor aproximação, apresentam soluções para problemas de escoamentos bidimensionais em meios porosos.



As soluções analíticas da integração das equações diferenciais descritivas do escoamento, são conhecidas apenas para alguns casos bastante simples e estão disponíveis parcamente em alguma bibliografia da especialidade.

Para os casos mais complexos, a integração numérica é actualmente feita com recurso a métodos com bastantes potencialidades como o método dos elementos finitos e o método dos elementos fronteira [1]. Estes métodos são particularmente robustos, em relação aos analíticos, para problemas de percolação através de maciços terrosos estratificados e/ou com anisotropia de permeabilidade.

Neste trabalho fez-se uso de programas de cálculo automático baseados no método dos elementos finitos para análise dos problemas estudados, recorreu-se nomeadamente ao programa Phase<sup>2</sup> da RocScience e ao programa Seep/W da Geo-Slope.

Um problema específico de percolação pode também ser investigado pela construção de um modelo a uma escala reduzida. O equipamento que foi desenvolvido no âmbito deste trabalho, permite realizar diferentes modelos e analisar os fenómenos de percolação que neles se processam.

## 2.10. FENÓMENOS DE INSTABILIDADE DE ORIGEM HIDRÁULICA

### 2.10.1. GRADIENTE HIDRÁULICO CRÍTICO

Quando um solo não coesivo é submetido a uma acção da água que resulta na anulação das tensões efectivas, atinge-se uma situação crítica (*quick condition*).

Esta situação crítica pode ser demonstrada pelo exemplo simples apresentado na Fig. 2.14. Neste exemplo, uma amostra de  $1 \text{ m}^3$  de solo é submetida a um fluxo de água ascendente. Este volume foi adoptado de modo a simplificar a explicação e consequentemente facilitar a percepção do fenómeno. Aceita-se como válida a hipótese de não haver atrito significativo entre o bloco de solo e o recipiente.

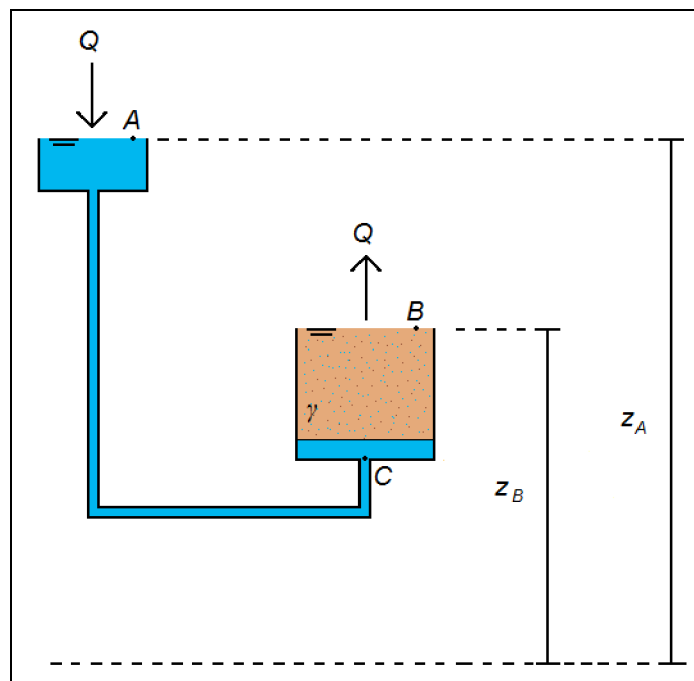


Fig. 2.14 – Experiência concebida para demonstrar a condição crítica (*quick condition*).

Aceitando por enquanto que o tubo está obturado no ponto C a situação é hidrostática. Neste caso, a amostra está submetida à força gravítica e ao impulso hidrostático, representando a resultante das duas o peso volúmico submerso ( $\gamma' = \gamma - \gamma_w$ ). Esta resultante é naturalmente vertical e com sentido descendente (ver Fig. 2.15).

Admitindo agora a situação hidrodinâmica, como a que está representada no exemplo atrás descrito, o bloco fica submetido à força gravítica, ao impulso hidrostático e ainda a uma força de percolação  $j = i \cdot \gamma_w$ . A resultante das forças aplicadas continua a ser vertical e com sentido descendente, mas toma agora um valor inferior ao da situação hidrostática ( $R = \gamma - \gamma_w - i \cdot \gamma_w = \gamma' - j$ ).

Pode então conceber-se uma situação em que o gradiente hidráulico seja suficientemente elevado (aumentando a diferença de cotas entre A e B por exemplo) de modo que a resultante da força de percolação e da impulsão iguale a força gravítica ( $R = 0$ ). Essa situação designa-se por condição hidrodinâmica crítica e o gradiente hidráulico correspondente é o gradiente hidráulico crítico  $i_{cr}$ .

A força total aplicada pela água ao solo iguala as forças gravíticas, logo anulam-se as tensões efectivas.

Nos solos arenosos, cuja resistência se deve ao fenómeno de atrito entre os grãos, a situação de *quick condition* implica a anulação da sua resistência, comportando-se o solo como um líquido denso. Esta é a explicação científica para o fenómeno vulgarmente designado por areia movediça (*quick sand*) [1]. Geralmente este fenómeno ocorre em areias finas, mas nada impede que ocorra em material granular de maiores dimensões, se existir um fluxo de água ascendente com condições apropriadas.

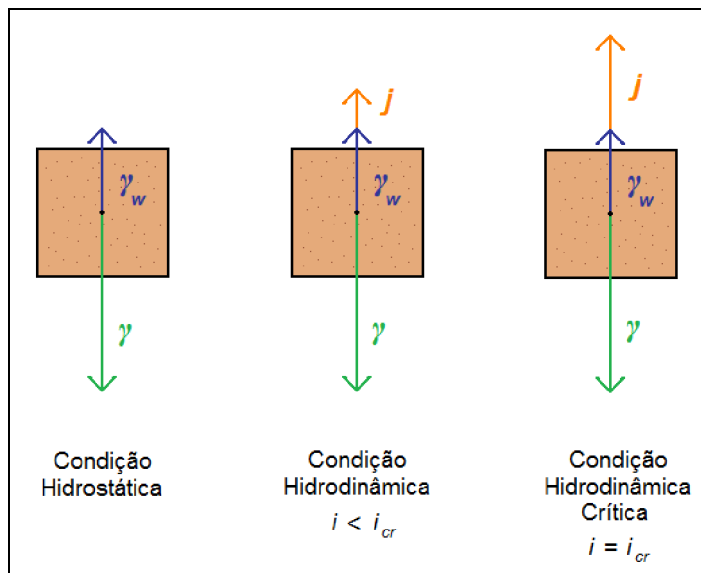


Fig. 2.15 – Forças aplicadas sobre a amostra de solo até ser atingida a condição hidrodinâmica crítica.

Por equilíbrio de forças na condição crítica, pode escrever-se:

$$\gamma_w + i_{cr} \cdot \gamma_w = \gamma \quad (2.60)$$

Daqui resulta que o gradiente hidráulico crítico será:

$$i_{cr} = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad (2.61)$$

Admitindo que o peso volúmico de uma areia seja aproximadamente  $20 \text{ kN/m}^3$ , pode inferir-se que  $i_{cr}$  tomará valores que rondam a unidade.

Nas obras de Engenharia em que se verifique percolação podem surgir problemas de instabilidade de origem hidráulica. Ironicamente, a água que é necessária para estabilizar o solo em algumas situações, pode causar sérios problemas quando existe em excesso. Gradientes hidráulicos elevados, associados a escoamentos verticais ascendentes em maciços terrosos estão na origem de alguns acidentes ocorridos.

A condição crítica ocorre quando, junto da fronteira de jusante, ocorre um escoamento vertical ascendente. O coeficiente de segurança em relação à sua ocorrência é definido em (2.62), onde  $i_{máx}^{jusante}$  é o gradiente hidráulico máximo junto da fronteira de jusante.

$$F = \frac{i_{cr}}{i_{máx}^{jusante}} \quad (2.62)$$

Considerando o exemplo analisado em 2.9.1. de um escoamento associado a uma cortina impermeável num maciço homogéneo isotrópico, sobrejacente a um maciço impermeável, analise-se agora a Fig. 2.16 onde se apresentam as curvas correspondentes aos diferentes valores de gradiente hidráulico registados.

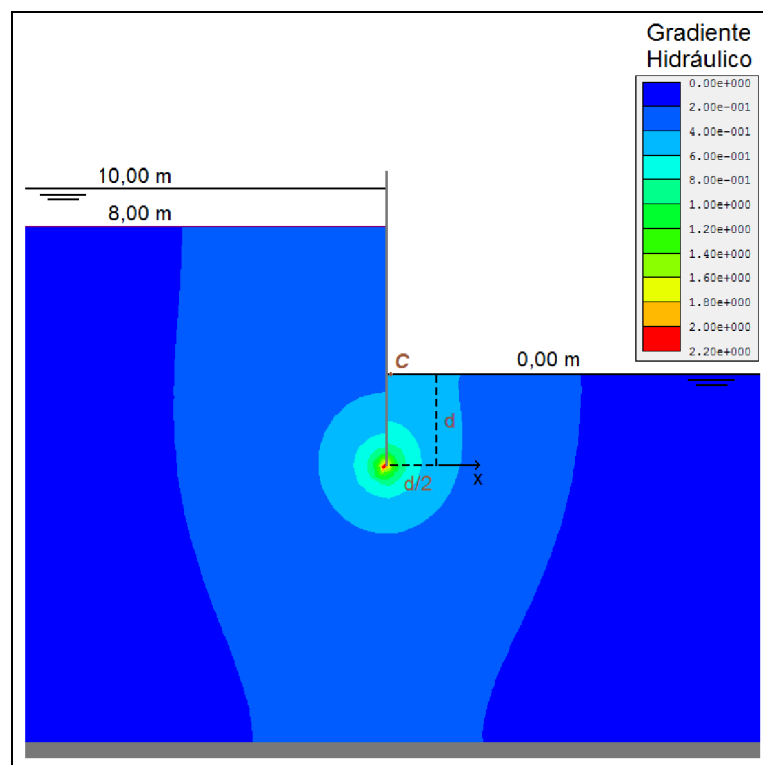


Fig. 2.16 – Valores de gradiente hidráulico associados a um escoamento sob uma cortina.

Imediatamente se depreende que a zona do maciço junto da fronteira de jusante onde é máximo o gradiente hidráulico se localiza nas proximidades do ponto **C**, junto à face da cortina. Assim, a condição crítica terá maior probabilidade de ocorrer nessa zona. Admitindo  $i_{cr} = 1$ , então o coeficiente de segurança rondará:  $F = i_{cr} / i_{máx}^{jusante} = 1 / 0,5 = 2$ .

### 2.10.2. LEVANTAMENTO HIDRÁULICO

Outro fenómeno habitualmente associado a escoamentos verticais ascendentes e que pode provocar insegurança é o levantamento hidráulico (*heave*). Este verifica-se quando o gradiente hidráulico gera forças de percolação que anulam as tensões efectivas no solo acima da secção citada [1].

Observando de novo a figura 2.16 pode concluir-se que, neste exemplo, os gradientes hidráulicos máximos se localizam próximo do pé da cortina. Deste modo, espera-se que a zona mais crítica no que respeita a este fenómeno, corresponda a uma secção encostada à cortina do lado de jusante.

De facto, a partir de modelos à escala reduzida, Karl Terzaghi (1922) deduziu que a zona do maciço onde é mais propícia a ocorrência de levantamento hidráulico é o prisma de solo encostado à face do lado de jusante da cortina, com largura igual a metade da altura enterrada  $d$  da mesma. (ver Fig. 2.16) [8].

Em escavações ou ensecadeiras de largura reduzida o bloco potencialmente instável pode envolver toda a secção entre as duas cortinas [1].

Para avaliar a segurança ao levantamento hidráulico definiu-se um coeficiente, comparando o peso total do bloco potencialmente instável  $W$ , com a resultante  $U$  das pressões da água sobre este:

$$F = \frac{W}{U} = \frac{0,5 \cdot \gamma \cdot d^2}{\int_0^{d/2} \gamma_w \cdot h_w(x) \cdot dx} \quad (2.63)$$

Na expressão acima  $\gamma$  é o peso volúmico saturado do solo e  $h_w$  a altura piezométrica ao nível da base da secção.

Note-se que  $W = W' + I$  e  $U = J + I$ , sendo  $W'$  o peso submerso do bloco potencialmente instável,  $I$  a impulsão e  $J$  a resultante das forças de percolação no mesmo bloco.

A maioria dos autores considera mais correcto calcular o coeficiente de segurança de uma forma que não inclua o impulso, colocando em evidência as grandezas que realmente condicionam a segurança. Assim, deve-se calcular este coeficiente da seguinte forma:

$$F = \frac{W'}{J} = \frac{V \cdot \gamma'}{V \cdot \gamma_w \cdot i_{médio}^{bpi}} = \frac{i_{cr}}{i_{médio}^{bpi}} \quad (2.64)$$

Em (2.64)  $i_{médio}^{bpi}$  representa o gradiente hidráulico médio no bloco potencialmente instável.

Admitindo novamente o valor de  $i_{cr} = 1$ , calcule-se uma estimativa do coeficiente de segurança em relação ao levantamento hidráulico:  $F = i_{cr} / i_{médio}^{bpi} = 1 / 0,6 \approx 1,7$ .

### 2.10.3. EROSÃO INTERNA

Um horizonte de menor permeabilidade, próximo da fronteira de jusante na situação analisada anteriormente, pode potenciar um fenómeno de condição crítica junto da cortina. Como se compreende, existirá nesse ponto arraste das partículas do solo. Esta erosão pode provocar o desenvolvimento de vazios ou cavidades, no interior do maciço e/ou na interface deste com a cortina, progredindo de jusante para montante.

Uma vez iniciado o processo existirá uma tendência para este se intensificar, visto que o potencial erosivo da água aumenta exponencialmente com a existência de escoamentos concentrados. A perigosidade deste fenómeno é extraordinariamente elevada, ao ponto de este se poder desenvolver até tomar proporções dificilmente controláveis sem significativas manifestações no exterior.

O fenómeno de erosão interna descrito é também designado por *piping* pelo facto de os vazios criados tomarem a forma de galerias, condutas ou tubos (*pipes*) [1].

O exemplo aqui referido é uma escavação, mas os princípios destes fenómenos de instabilidade hidráulica são aplicáveis a todas as obras onde exista percolação como, por exemplo, nas barragens e em especial nas barragens de aterro.

Hoje em dia, em todas as obras onde se prevê poder surgir algum tipo de instabilidade hidráulica, são aplicados processos que incrementam a segurança em relação à rotura hidráulica. Esses processos passam por soluções que aumentam o caminho de percolação, isto é, aumentam o caminho a percorrer pela água, instalação de filtros, entre outros.



## EQUIPAMENTO LABORATORIAL

### 3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS ACERCA DO EQUIPAMENTO

O tipo de equipamento que foi desenvolvido neste trabalho é muito específico e pode tornar-se bastante oneroso, tendo em conta que serve principalmente para fins didáticos, pelo que não é usual encontrá-lo em laboratórios de faculdades em Portugal.

Para se ter uma noção dos custos envolvidos, refira-se que durante a investigação inicial acerca de equipamentos comerciais desta natureza se tomou conhecimento que estes podem atingir valores superiores a dez mil euros. O equipamento desenvolvido ficou orçado em menos de um quinto desse valor, sendo que o tanque em acrílico exigiu a maior fatia do dinheiro aplicado, uma vez que foi necessário contratar uma empresa especializada para o construir.

Perante a inexistência de normas que conduzam o projecto de um equipamento como o que foi elaborado neste trabalho, o planeamento foi essencial para tentar antecipar e anular possíveis falhas graves que seria complicado corrigir durante a construção. Deste modo, nessa fase discutiram-se e analisaram-se todos os componentes principais exaustivamente, tentando adoptar as melhores soluções possíveis.

Após a fase de projecto, foi necessário desbloquear as verbas necessárias e só depois se avançou para a construção.

A construção decorreu sem problemas de monta e de um modo célere no geral, respeitando sempre critérios de rigor e precisão. O único atraso significativo verificou-se na entrega do tanque em acrílico por parte do fabricante. Alguns detalhes de menor importância foram adaptados durante esta fase.

Nestes capítulos são apresentados dados de equipamentos comerciais com características idênticas, seguidamente faz-se referência a aspectos construtivos explicando algumas das principais opções tomadas e finaliza-se apresentando o equipamento desenvolvido finalizado.

### 3.2. EQUIPAMENTOS EXISTENTES COM CARACTERÍSTICAS SEMELHANTES

Neste ponto serão descritos equipamentos comercializados por empresas de engenharia e/ou materiais de laboratório utilizados para fins semelhantes dos quais foi possível recolher especificações.

O equipamento de percolação desenvolvido tem algumas características idênticas a estes. Pretendeu-se adoptar certas soluções vantajosas e procuraram-se também algumas soluções alternativas.

Nos Quadros 3.1 a 3.7 foram compiladas as características principais dos equipamentos comerciais geralmente designados *Drainage and Seepage Tank* ou *Permeability Tank*.

Quadro 3.1 – Características do equipamento da empresa Hampden.




Fabricante:  
Hampden ® Engineering Corporation  
(EUA)

Equipamento:  
Drainage and Seepage Tank Demonstrator  
(H-6510)

Dimensões totais (m) (comp x larg x alt):		1,524 x 0,610 x 1,473
Peso total (kg):		294,84
Tanque	Dimensões (m):	1,524 x 0,102 x 0,711
	Estrutura:	Aço inoxidável
	Painel frontal:	Vidro temperado, caixilho em aço inoxidável
	Painéis laterais:	Aço inoxidável
	Painel traseiro:	Alumínio
	Orifícios painel traseiro:	6 Para medir pressões
	Painel inferior:	Aço inoxidável
	Orifícios painel inferior:	1 Válvula de esfera para drenagem total 2 Tubos de altura ajustável para regular níveis de água
Entradas parte superior:		1 Tubo para alimentação de água 1 Tubo para injeção de corante
Reservatório	Tipo:	1 Recipiente em polipropileno
	Capacidade (L):	56,8
	Entradas de água:	2 Tubos ajustáveis do tanque 1 Drenagem total do tanque
	Saídas de água:	1 Válvula para esvaziamento 1 Tubo de aspiração da bomba
Bomba	Tipo:	Centrífuga magnética com filtro
	Caudal máx. (L/min):	18
Dispositivo de injeção de corante	Saídas:	1 Com válvula e derivação para 3 tubos
	Sondas injectoras:	3 Com válvulas
Painel de controlo	Constituição:	1 Interruptor da bomba 1 Válvula de regulação do caudal com mostrador
Suporte	Tipo:	Móvel com rodas
	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular oca com 51mm de lado; prateleira inferior em chapa de aço; tampo de MDF com 27mm de espessura revestido a laminado de plástico
Outras características	Acessórios:	Tubos transparentes flexíveis 1 Gobelé
	Modelos para inserir no tanque:	Cortina impermeável em <i>Lexan</i> Fundação em <i>Lexan</i> Face de barragem de aterro Ensecadeira



Quadro 3.2 – Características do equipamento da empresa Edibon.

		<p>Fabricante: Edibon Internacional ® (Madrid, Espanha)</p>	
		<p>Equipamento: Drainage and Seepage Tank (PDFDC)</p>	
Dimensões totais (m) (comp x larg x alt):		1,60 x 0,60 x 1,50	
Peso total (kg):		190	
Tanque	Estrutura:	Alumínio anodizado	
	Painel frontal:	Plástico metacrilato	
	Painéis laterais:	Aço inoxidável	
	Painel traseiro:	Aço inoxidável	
	Orifícios painel traseiro:	12 Para sensores de pressões	
	Painel inferior:	Aço inoxidável	
	Orifícios painel inferior:	1 Sensor de nível de água 2 Tubos de altura ajustável para regular níveis de água	
Entradas parte superior:	1 Tubo para alimentação de água com válvula 6 Tubos para injeção de corante		
Reservatório	Tipo:	2 Recipientes plásticos interligados	
	Entradas de água:	2 Tubos drenantes do tanque	
	Saídas de água:	1 Válvula para esvaziamento 1 Tubo para a bomba	
Bomba	Tipo:	Desconhecido com regulador de caudal	
Dispositivo de injeção de corante	Saídas:	1 Com válvula e derivação para 6 tubos	
Painel de controlo	Constituição:	1 <i>Control Interface Box</i> junto ao tanque	
		1 <i>Data Acquisition Board</i> para computador	
Suporte	Tipo:	Móvel com rodas	
	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular; prateleira inferior	
Outras características	Acessórios:	Cabos para <i>Control Interface Box</i>	
		Cabo para ligar <i>Control Interface</i> a <i>Data Acquisition Board</i>	
Outras características	Modelos para inserir no tanque:	Software para computador	
		2 Placas permeáveis	
		Ensecadeira	
		Muro de contenção	
Outras características	Modelos para inserir no tanque:	Barragem de Terra	
		Fundação de barragem com tubos manométricos	

Quadro 3.3 – Características do equipamento da empresa GUNT.

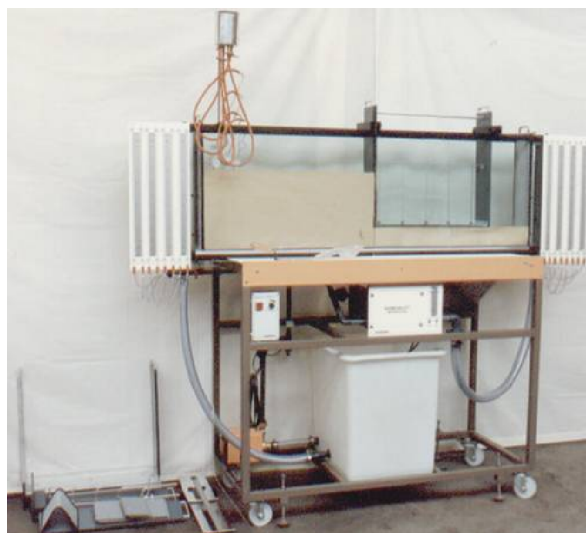


Fabricante:  
G.U.N.T. Gerätebau GmbH  
(Hamburgo, Alemanha)

Equipamento:  
Drainage and Seepage Tank  
(HM 169)

Dimensões totais (m) (comp x larg x alt):		1,60 x 0,75 x 1,78
Peso total (kg):		235
Tanque	Dimensões (m):	1,60 x 0,10 x 0,73
	Volume utilizável (L):	82
	Estrutura:	Aço
	Painel frontal:	Vidro temperado
	Painéis laterais:	Aço
	Painel traseiro:	Alumínio
	Orifícios painel traseiro:	14 Para medir pressões
	Painel inferior:	Aço
	Orifícios painel inferior:	1 Válvula para drenagem com filtro 2 Tubos de altura ajustável para regular níveis de água
Reservatório	Entradas parte superior:	1 Tubo para alimentação de água com válvula 3 Tubos para injeção de corante
	Tipo:	1 Recipiente plástico
	Capacidade (L):	96
Bomba	Entradas de água:	2 Tubos ajustáveis do tanque
	Saídas de água:	1 Válvula para esvaziamento 1 Tubo de aspiração da bomba
	Tipo:	Centrífuga com regulador de caudal e mostrador ; 700W; altura de elevação máxima 34m
Dispositivo de injeção de corante	Caudal máx.:	34 L/min a 2800rpm
	Capacidade do recipiente (L):	0,5
Painel de controlo	Saídas:	3 Com válvula
	Sondas injectoras:	3 Com diferentes tamanhos
Suporte	Constituição:	1 Interruptor da bomba
	Tipo:	Móvel com rodas
Outras características	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular oca; prateleira inferior em chapa de aço
	Acessórios:	2 Placas permeáveis 1 Bateria de 14 piezómetros 0-600mm
	Modelos para inserir no tanque:	Muro de contenção Fundação Ensecadeira

Quadro 3.4 – Características do equipamento da empresa Cussons.



Fabricante:  
Cussons Technology ®  
(Inglaterra)

Equipamento:  
Permeability Apparatus  
(P6520)

Dimensões totais (m) (comp x larg x alt):		2,40 x 0,60 x 1,80
Peso total (kg):		250
Tanque	Dimensões (m):	1,90 x 0,13 x 0,53
	Painel frontal:	Vidro
	Painéis laterais:	Vidro
	Painel traseiro:	Vidro
	Orifícios painel traseiro:	16 Para medir pressões com filtros
	Painel inferior:	Vidro
	Orifícios painel inferior:	1 Válvula para drenagem com filtro 2 Tubos de altura ajustável para regular níveis de água
Reservatório	Entradas parte superior:	1 Tubo para alimentação de água 4 Tubos para injeção de corante
	Tipo:	1 Recipiente plástico
	Entradas de água:	2 Tubos ajustáveis do tanque 1 Drenagem total do tanque
Bomba	Saídas de água:	1 Válvula para esvaziamento 1 Tubo de aspiração da bomba
	Tipo:	Centrífuga com regulador de caudal
Dispositivo de injeção de corante	Saídas:	4 Com válvulas
	Sondas injectoras:	4
Painel de controlo	Constituição:	1 Interruptor da bomba 1 Válvula de regulação do caudal
	Tipo:	Móvel com rodas e niveladores
Suporte	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular oca; prateleira superior em madeira; apoio inferior
	Tipo:	Móvel com rodas e niveladores
Outras características	Acessórios:	2 Placas permeáveis 2 Baterias de 8 piezómetros 0-500mm 1 Sistema de filtragem com carvão activado para descolorir a água
	Modelos para inserir no tanque:	Fundação com tubos manométricos
		Ensecadeira
Cortina impermeável		
		Barragem

Quadro 3.5 – Características do equipamento da empresa Armfield.

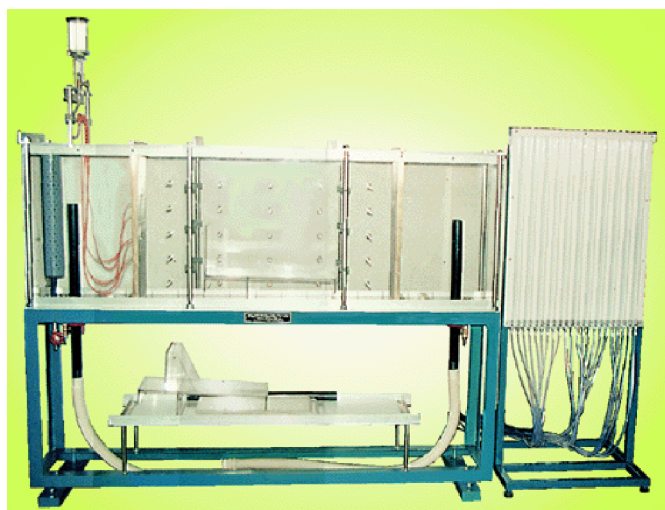


Fabricante:  
Armfield Ltd. ®  
(Inglaterra)

Equipamento:  
Drainage and Seepage Tank  
(S1)

Dimensões totais (m) (comp x larg x alt):		1,60 x 0,60 x 1,45
Peso total (kg):		270
Tanque	Dimensões (m):	1,50 x 0,10 x 0,60
	Estrutura:	Aço
	Painel frontal:	Vidro temperado
	Painéis laterais:	Aço
	Painel traseiro:	Alumínio
	Orifícios painel traseiro:	6 Para medir pressões
	Painel inferior:	Aço
	Orifícios painel inferior:	1 Válvula para drenagem com filtro 2 Tubos de altura ajustável para regular níveis de água
Entradas parte superior:		1 Tubo para alimentação de água 1 Tubo para injeção de corante
Reservatório	Tipo:	1 Recipiente plástico
	Capacidade (L):	56,8
	Entradas de água:	2 Tubos ajustáveis do tanque 1 Drenagem total do tanque
	Saídas de água:	1 Válvula para esvaziamento 1 Tubo de aspiração da bomba
Bomba	Tipo:	Desconhecido
Dispositivo de injeção de corante	Saídas:	1 Com válvula
Painel de controlo	Constituição:	1 Interruptor da bomba com regulação do caudal
Suporte	Tipo:	Fixo com niveladores
	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular oca; apoio inferior; prateleira superior
Outras características	Acessórios:	1 Placa permeável 1 Membrana permeável 1 Dreno
	Modelos para inserir no tanque:	Cortina impermeável Fundação com tubos manométricos Barragem de aterro

Quadro 3.6 – Características do equipamento da empresa EHF.



Fabricante:  
EHF  
(Seul, Coreia do Sul)

Equipamento:  
Permeability Tank  
(EH-PMT-1800)

Peso total (kg):		140
Tanque	Dimensões (m):	1,80 x 0,20 x 0,60
	Estrutura:	Aço
	Painel frontal:	Acrílico com 15mm espessura
	Painéis laterais:	Acrílico com 15mm espessura
	Painel traseiro:	Acrílico com 15mm espessura
	Orifícios painel traseiro:	25 Para medir pressões
	Painel inferior:	Acrílico com 15mm espessura
	Orifícios painel inferior:	12 Para medir pressões 2 Tubos em PVC de altura ajustável para regular níveis de água
	Entradas parte superior:	1 Tubo para alimentação de água com válvula para regulação de caudal 1 Tubo para injeção de corante
Reservatório (Disponível como Acessório)	Tipo:	1 Recipiente em PVC
	Capacidade (L):	170
	Entradas de água:	2 Tubos ajustáveis do tanque
	Saídas de água:	1 Tubo de aspiração da bomba
Bomba (Acessório)	Tipo:	Desconhecido
	Caudal máx. (L/min):	40
Dispositivo de injeção de corante	Saídas:	1 Com válvula e derivação para 4 tubos
	Sondas injetoras:	4
Painel de controlo	Constituição:	Desconhecida
Suporte	Tipo:	Fixo com niveladores
	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular oca; apoio inferior
Outras características	Acessórios:	2 Placas com filtros 1 Bateria de 22 piezómetros 0-600mm
	Modelos para inserir no tanque:	Cortina impermeável em acrílico Barragem em acrílico Ensecadeira em acrílico

Quadro 3.7 – Características do equipamento da empresa TQ.



Fabricante:  
TQ Education and Training Ltd ®  
(Inglaterra)

Equipamento:  
Permeability Tank  
(H 312)

Dimensões totais (m) (comp x larg x alt):		2,45 x 0,70 x 1,5
Peso total (kg):		230
Tanque	Dimensões (m):	1,50 x 0,18 x 0,55
	Painel frontal:	Vidro
	Painéis laterais:	Vidro
	Painel traseiro:	Vidro
	Orifícios painel traseiro:	14 Para medir pressões com filtros
	Painel inferior:	Aço
	Orifícios painel inferior:	1 Válvula para drenagem com filtro 2 Tubos de altura ajustável para regular níveis de água
	Entradas parte superior:	1 Tubo de injeção de corante
Reservatório	Não incluído	
Bomba	Não incluída	
Dispositivo de injeção de corante	Capacidade do recipiente (L):	0,2
	Saídas:	1 Com válvula
	Sondas injectoras:	1 Com orifício de 1mm
Painel de controlo	Não incluído	
Suporte	Tipo:	Fixo com niveladores
	Constituição:	Tubagem em aço de secção quadrangular oca; tampo em madeira
Outras características	Acessórios:	2 Placas permeáveis 1 Bateria de 14 piezómetros 0-600mm
	Modelos para inserir no tanque:	Barragem impermeável em <i>Perspex</i> Fundação de um edifício em <i>Perspex</i> Ensecadeira em <i>Perspex</i>

### 3.3. ASPECTOS CONSTRUTIVOS

Neste ponto descrever-se-ão aspectos ligados directamente com o projecto e construção dos vários componentes do equipamento desenvolvido.

O equipamento pode ser dividido em três constituintes fundamentais:

- Tanque em acrílico;
- Suporte metálico;
- Circuito hidráulico.

#### 3.3.1. TANQUE EM ACRÍLICO

A construção do tanque foi levada a cabo por pessoal especializado com maquinaria de corte muito precisa, pois de outra forma seria impossível atingir a qualidade desejada.

Pretendia-se que o tanque em acrílico tivesse dimensões generosas que permitissem realizar uma série de experiências diferentes, sem restringir demasiado os seus limites e que ao mesmo tempo não fosse demasiado grande, para que não se tornasse incomportável a preparação e realização de experiências num intervalo de tempo razoável e ainda para que este pudesse ser movimentado e arrumado numa normal sala da faculdade.

Obviamente que, sendo o objectivo final estudar escoamentos a duas dimensões, o tanque teria que ter um comprimento bastante maior do que a altura e uma largura reduzida. As dimensões interiores adoptadas foram  $2,000 \times 0,585 \times 0,200 \text{ m}^3$  (comprimento  $\times$  altura  $\times$  largura). A largura e a altura adoptadas permitem manusear o solo com facilidade, mesmo o que se encontra no fundo. O comprimento permite, por exemplo, na modelação experimental de uma barragem de aterro, que esta tenha declives de acordo com os reais sem ter uma altura demasiado reduzida.

A espessura das paredes do tanque foi discutida com o fabricante que aconselhou 12mm. As placas que constituem as paredes foram coladas umas às outras, uma vez que no acrílico é possível efectuar colagens muito fortes que funcionam como autêntica soldadura e garantem a estanquidade.

Para ser possível medir pressões dentro do tanque, foi necessário estudar qual a melhor disposição da furação na parede traseira. Entre as várias hipóteses optou-se pela malha ilustrada na Fig. 3.1. por ter uma quantidade razoável de pontos bem distribuídos ao longo da parede. Os orifícios da parede traseira do tanque foram protegidos com uma rede plástica para evitar a passagem de partículas de areia.

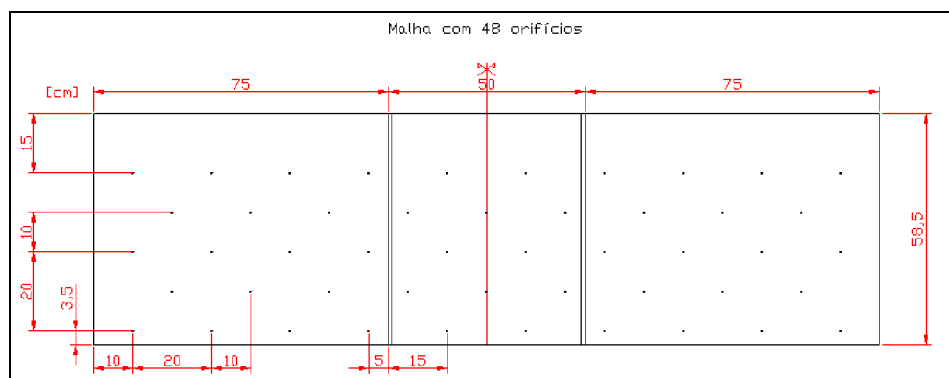


Fig. 3.1 – Malha de orifícios na parede traseira do tanque.

Para a realização ensaios de cortinas impermeáveis, enseadeiras, entre outros, foi necessário prever duas calhas onde são colocadas duas placas em acrílico de altura ajustável. O tanque fica desta forma dividido em três partes. Interessava que a divisão do meio fosse menor do que as outras, para permitir uma melhor adequação das dimensões de uma enseadeira e que as laterais fossem iguais para garantir simetria. A localização das calhas também é visível na Fig 3.1.

As placas separadoras em acrílico têm 8mm de espessura, suficiente para suportar o impulso do solo e da água na situação mais desfavorável.

Para controlar os níveis de água nas diferentes divisões do tanque adoptou-se um sistema de tubos em acrílico com altura ajustável. Existem dois tubos com 68cm de altura e um com 52cm ambos com diâmetro exterior de 5cm e diâmetro interior 4,4cm. O sistema que permite ajustar a altura e garantir a estanquidade é constituído por duas peças roscadas e um *o-ring*. O tubo entra no tanque pela peça roscada que está colada ao tanque e a outra peça é apertada por cima, pressionando o *o-ring* contra o tubo (Fig. 3.8).

O modo como as placas separadoras e os tubos de controlo do nível de água se inserem no tanque podem ser observadas na Fig.3.2.

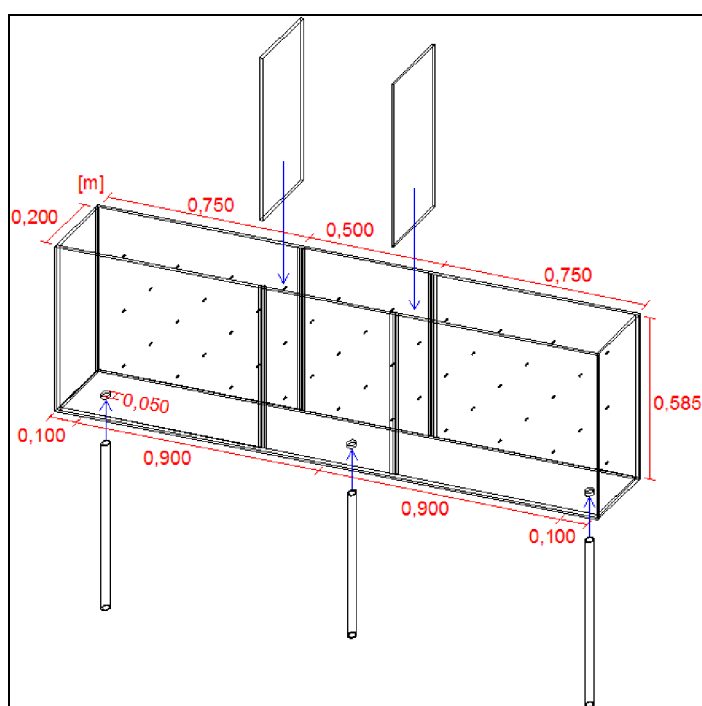


Fig. 3.2 – Esquema da posição das placas e dos tubos no tanque de acrílico.

Tendo em conta o volume de solo e água que o tanque pode conter e a pressão que tal comporta, por segurança ligou-se a parede traseira e a frontal em três pontos nos topos (a meio de cada uma das divisões) de forma a evitar que estas possam começar a ceder, afastando-se ao longo do tempo. Esta união é feita por intermédio de placas em acrílico aparafusadas e não coladas, para que possam ser removidas se necessário.

Na Fig. 3.3 é apresentada uma fotografia do tanque onde se podem visualizar alguns dos detalhes descritos.





Fig. 3.3 – Tanque em acrílico.

Na Fig. 3.4 pode observar-se um pormenor da rede num orifício da parede traseira do tanque e uma calha da parede frontal.

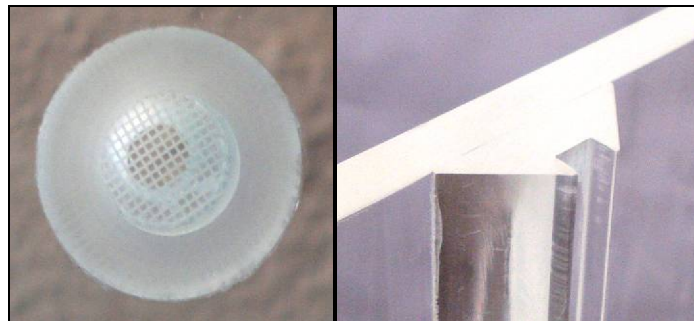


Fig. 3.4 – Pormenores de um orifício da parede traseira do tanque e de uma calha.

Para evitar que as placas separadoras baixem durante um ensaio, foram cortadas umas pequenas peças em acrílico que encaixam nas placas e que apertam com um parafuso (Fig.3.5). Estas peças encostam ao topo das calhas impedindo as placas de descerem.

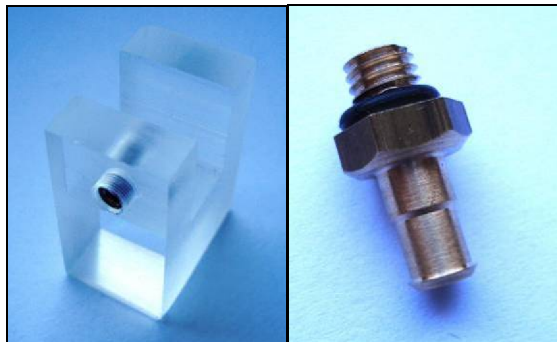


Fig. 3.5 – Peça de fixação da placa separadora do tanque e acessório de ligação metálico.

Nos orifícios da parede traseira foram inseridos acessórios metálicos (em latão) que apertam ao tanque com uma rosca e que permitem a ligação a um tubo na outra ponta (Fig.3.5). Estes acessórios metálicos têm um *o-ring* para impedir que a água escape do tanque por esses pontos.

Os tubos ligados às peças em latão servirão como piezómetros durante as experiências ensaiadas neste trabalho mas estes também podem ser ajustados a sensores de pressão se necessário. A tubagem é transparente, de PVC (policloreto de vinilo) plastificado, tem diâmetro interior 4mm e diâmetro exterior 6mm.

Os tubos piezométricos foram fixados ao tanque na sua extremidade superior através de um dispositivo constituído por dois perfis plásticos colados. Um perfil foi perfurado para fixar os tubos e o outro ajusta-se no topo da parede traseira do tanque.

O sistema de fixação dos tubos e a ligação destes aos acessórios de latão na parede do tanque estão representados na Fig. 3.6.

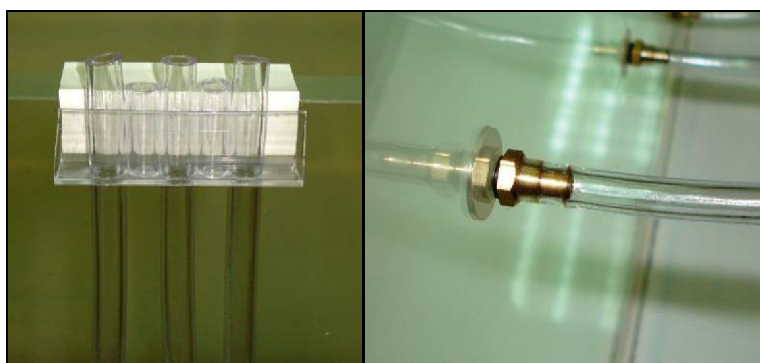


Fig. 3.6 – Sistema de fixação dos tubos de pequeno diâmetro e ligação ao tanque.

Uma das placas em acrílico que fazem a ligação entre a parede frontal e traseira do tanque pode ser vista em pormenor na Fig. 3.7. Nesta tem-se também uma outra perspectiva dos tubos de pequeno diâmetro, sua fixação e ligação ao tanque.

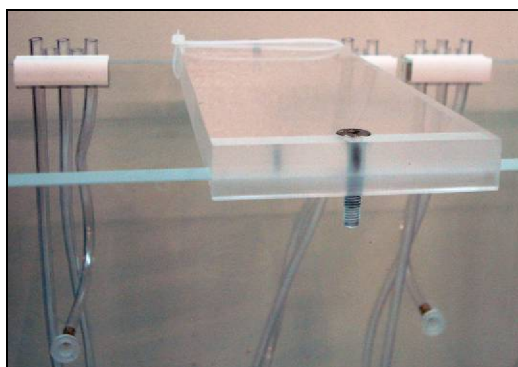


Fig. 3.7 – Placa de ligação entre a parede frontal e a parede traseira.

As peças em acrílico que impedem as placas separadoras de deslizarem podem ser visualizadas na Fig. 3.8. Pode também ver-se o sistema de aperto dos tubos de controlo do nível de água.

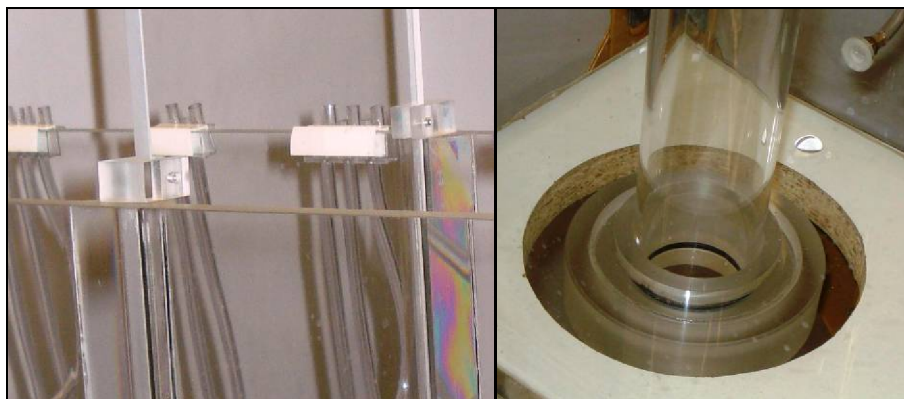


Fig. 3.8 – Fixação das peças em acrílico às placas separadoras e sistema de aperto do tubo em acrílico.

### 3.3.2. SUPORTE METÁLICO

A estrutura do suporte metálico construído foi adaptada a partir de uma mesa bastante antiga existente na arrecadação da faculdade e que estava desaproveitada e ainda alguns perfis metálicos perfurados que constituíam uma estante também abandonada. Os perfis metálicos perfurados apresentam a vantagem de serem relativamente fáceis de cortar e aparafusar.

Antes de se construir o suporte planeou-se pormenorizadamente a forma pretendida tendo em atenção que este teria que suportar o seu peso próprio, o peso do tanque, da água, do solo e do circuito hidráulico. Estimou-se que peso total pudesse atingir 400 kg. Era obviamente necessária uma estrutura metálica robusta, mas que ao mesmo tempo fosse possível desmontar parcialmente em pouco tempo, para permitir remover o tanque quando fosse preciso.

Na Fig. 3.9 está representada uma vista traseira a três quartos da estrutura metálica adoptada.

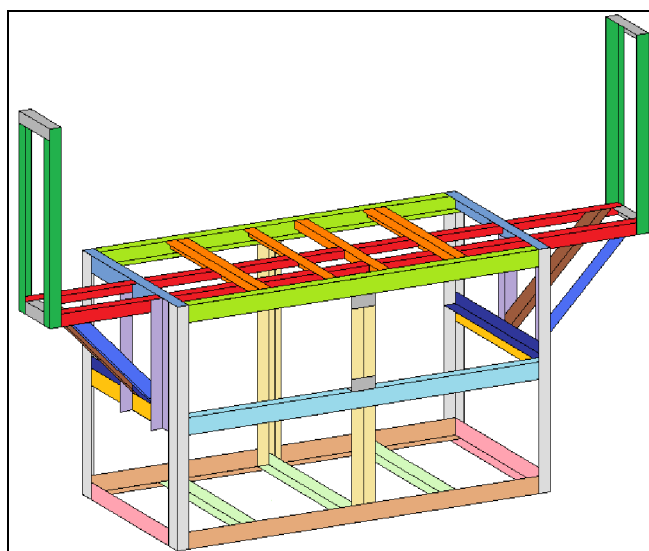


Fig. 3.9 – Esquema da estrutura metálica do suporte.

Excluindo as peças laterais, a estrutura paralelepípedica tem dimensões aproximadas  $1,26 \times 0,79 \times 0,62$  m<sup>3</sup> (comprimento  $\times$  altura  $\times$  largura).

Pretendia-se que o suporte fosse móvel para que o equipamento pudesse ser movimentado quando tal fosse necessário. Desta forma, optou-se por colocar seis rodas no alinhamento das peças verticais de maiores dimensões da estrutura, para haver uma transmissão eficaz dos esforços até ao chão. Cada uma das rodas tem 8 cm de diâmetro e pode suportar 125kg, segundo dados do fabricante.

Entre as rodas e o suporte foi necessário colocar chapas metálicas para assegurar uma correcta ligação. As quatro rodas dos cantos são direccionais com travão para permitir imobilizar o equipamento e as duas do centro são direccionais simples. Em algumas ligações nos cantos do suporte foram adicionadas chapas metálicas triangulares que conferem uma maior resistência a esforços de torção e flexão.

A estrutura de suporte com rodas pode ser observada na Fig.3.10.



Fig. 3.10 – Estrutura de suporte com rodas.

Pintou-se o suporte com tinta de esmalte que impede a propagação da ferrugem.

O pormenor de uma roda de canto pode ser observado na Fig. 3.11.



Fig. 3.11 – Pormenor de uma roda de canto.

Para que o tanque não ficasse pousado directamente sobre a estrutura metálica, cortaram-se placas de aglomerado de madeira com revestimento branco que se fixaram ao suporte metálico. Estas placas foram niveladas para acautelar que o tanque não ficasse inclinado. Outras placas, que servem como superfícies de apoio aos trabalhos, foram também cortadas e fixadas à parte superior do suporte. A placa de aglomerado de madeira que constituía o tampo da antiga mesa, foi cortada e pousada na parte inferior do suporte para servir de apoio aos depósitos de água.

O aspecto final do suporte pode ser avaliado na Fig. 3.12.



Fig. 3.12 – Estrutura de suporte finalizada.

Desta forma, com algum trabalho foi possível construir um suporte adaptado às necessidades deste equipamento com um orçamento baixo, reutilizando grande parte do material usado.

### 3.3.3. CIRCUITO HIDRÁULICO

O circuito hidráulico projectado neste trabalho funciona em circuito fechado, ou seja, a água que parte dos reservatórios percorre uma determinada trajectória e volta novamente ao princípio sucessivamente. Este ciclo inicia-se pela bombagem da água dos reservatórios até ao tanque de percolação que posteriormente é drenada e volta aos reservatórios.

Quis-se que este sistema fosse simples mas eficaz, que eliminasse as fugas de água e que fosse versátil, podendo ser desmontado e adaptado em pouco tempo.

Na Fig.3.13 está ilustrado um esquema simplificado do circuito em funcionamento com todos os elementos ligados. Este é o circuito necessário num ensaio de uma enscadeira, por exemplo. Em alguns ensaios de outros tipos nem todos os componentes indicados são utilizados e/ou não estarão em funcionamento.

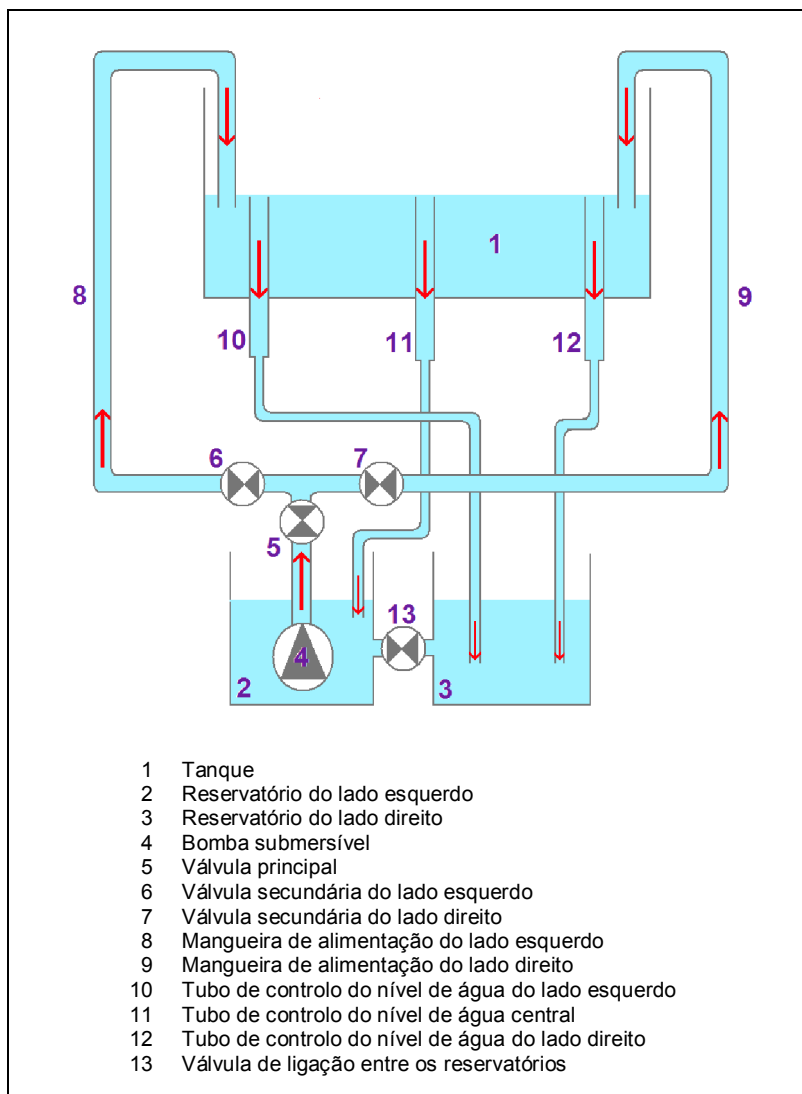


Fig. 3.13 – Esquema geral do circuito hidráulico.

Estimou-se que a quantidade de água suficiente para realizar qualquer uma das experiências seria um pouco abaixo dos 200 litros. Escolheu-se distribuir esse volume por dois reservatórios ligados por uma válvula. Preferiu-se esta solução a uma outra com um reservatório único, já que permite por exemplo, separar dois volumes diferentes ou permite trabalhar só com um deles.

Os reservatórios foram adaptados de contentores de 100 litros empilháveis, usados na indústria alimentar. Foi feito um único orifício para ligação nos reservatórios para minimizar a possibilidade de fugas. A restante tubagem que faz ligação com o tanque entra por orifícios cortados na tampa dos reservatórios.

Os reservatórios têm dimensões exteriores  $620 \times 403 \times 500 \text{ mm}^3$  (comprimento  $\times$  altura  $\times$  largura).

Na Fig.3.14 são apresentados os contentores empilháveis e um pormenor da entrada de uma mangueira pela tampa.



Fig. 3.14 – Contentores empilháveis e entrada de mangueira pela tampa.

A válvula na ligação entre os reservatórios é uma válvula esférica de aperto rápido em PVC (policloreto de vinilo) (Fig.3.15). A ligação desta aos reservatórios é feita através de acessórios em latão correctamente vedados e um pequeno tubo em PVC para se conseguir o afastamento necessário a uma fácil manobra da válvula.



Fig. 3.15 – Válvula na ligação entre reservatórios.

Escolheu-se uma pequena bomba submersível Einhell® para funcionar como “coração” do circuito, em detrimento de outro tipo de bomba. A bomba submersível apresenta a vantagem de poder ser colocada dentro de um reservatório ficando escondida. Pode ser adaptada facilmente a outra situação que não a contemplada no circuito, alterando a sua posição rapidamente.

A bomba é de baixo custo, não exige manutenção e pode aspirar algumas partículas (até 5mm) sem sofrer danos. É monofásica, tem 300 watts de potência e no máximo pode aspirar 7000 l/h. Pode ser ligada a uma normal tomada de 230 volts.

A bomba tem um flutuador que serve como dispositivo de segurança, parando o seu funcionamento se o nível de água no reservatório foi demasiado baixo, evitando que trabalhe em seco. Tem também um disjuntor que não permite o sobreaquecimento.

Na Fig. 3.16 está ilustrada a bomba.



Fig. 3.16 – Bomba submersível (Einhell®).

A curva característica desta bomba está representada na Fig. 3.17

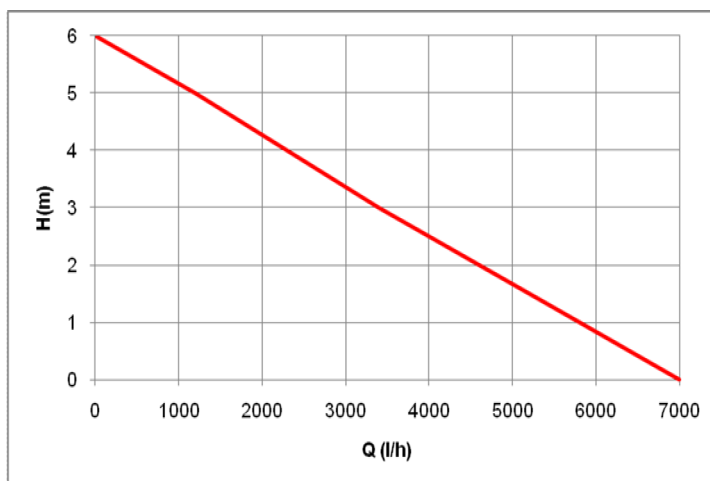


Fig. 3.17 – Curva característica da bomba.

Para ligar e desligar a bomba adaptou-se um pequeno interruptor que se liga à ficha. Pode ainda controlar-se o seu funcionamento através da colocação do flutuador em posição “ligado” ou “desligado”.

Esta bomba não tem incorporado um dispositivo de controlo de caudal, no entanto este é ajustado através das válvulas. Uma bomba com controlo de caudal seria demasiado dispendiosa e desnecessária para os fins pretendidos.

A jusante da bomba existe uma válvula principal que controla o caudal bombeado e duas válvulas secundárias para fazer ajustes nos caudais elevados em cada uma das mangueiras. As válvulas são esféricas de aperto rápido em PP (polipropileno) PN10.



Quando a bomba estiver em funcionamento nunca se deve fechar totalmente a válvula principal para não impedir completamente a passagem de água e forçar demasiado a bomba. Mesmo que isso aconteça, o tipo de impulsor semi-aberto da bomba ajudará a impedir que esta sofra danos.

A ligação entre a bomba e a válvula principal faz-se através de tubagem em PEAD (polietileno de alta densidade) Ø25 mm PN8, de um adaptador em latão e um acessório roscado de aperto rápido em PP.

Na ligação entre a válvula principal e as secundárias existe tubagem em PEAD, uma curva a 90° e um tê, ambos de aperto rápido e em PP.

Na Fig. 3.18 pode ser observado o circuito desde a válvula principal, até aos tubos após as válvulas secundárias.



Fig. 3.18 – Circuito hidráulico à saída da bomba.

A partir dos tubos em PEAD após as válvulas secundárias, a ligação às mangueiras de alimentação do tanque é feita através de adaptadores em PP. As mangueiras são em PVC (policloreto de vinilo) plastificado de 25 mm de diâmetro interior e 30mm de diâmetro exterior.

Os tubos de controlo do nível de água do tanque estão ligados aos reservatórios por mangueiras em PVC plastificado. Na Fig 3.19 pode ver-se essa ligação em pormenor assim como o sistema de aperto dos tubos de controlo do nível de água no tanque.



Fig. 3.19 – Ligação de um tubo de controlo do nível de água à mangueira e sistema de aperto do tubo.

Todas as ligações neste circuito foram convenientemente vedadas. Durante os testes a este sistema não se verificaram fugas de água. De facto, as pressões envolvidas são muito pequenas pelo que não se esperam problemas do género.

#### 3.3.4. ESTADO FINAL DO EQUIPAMENTO

O equipamento desenvolvido cujos aspectos construtivos foram discutidos no ponto anterior, será agora apresentado na sua configuração final.

Na Fig. 3.20 podem ver-se uma fotografia frontal (em cima) e outra posterior (em baixo) do equipamento.

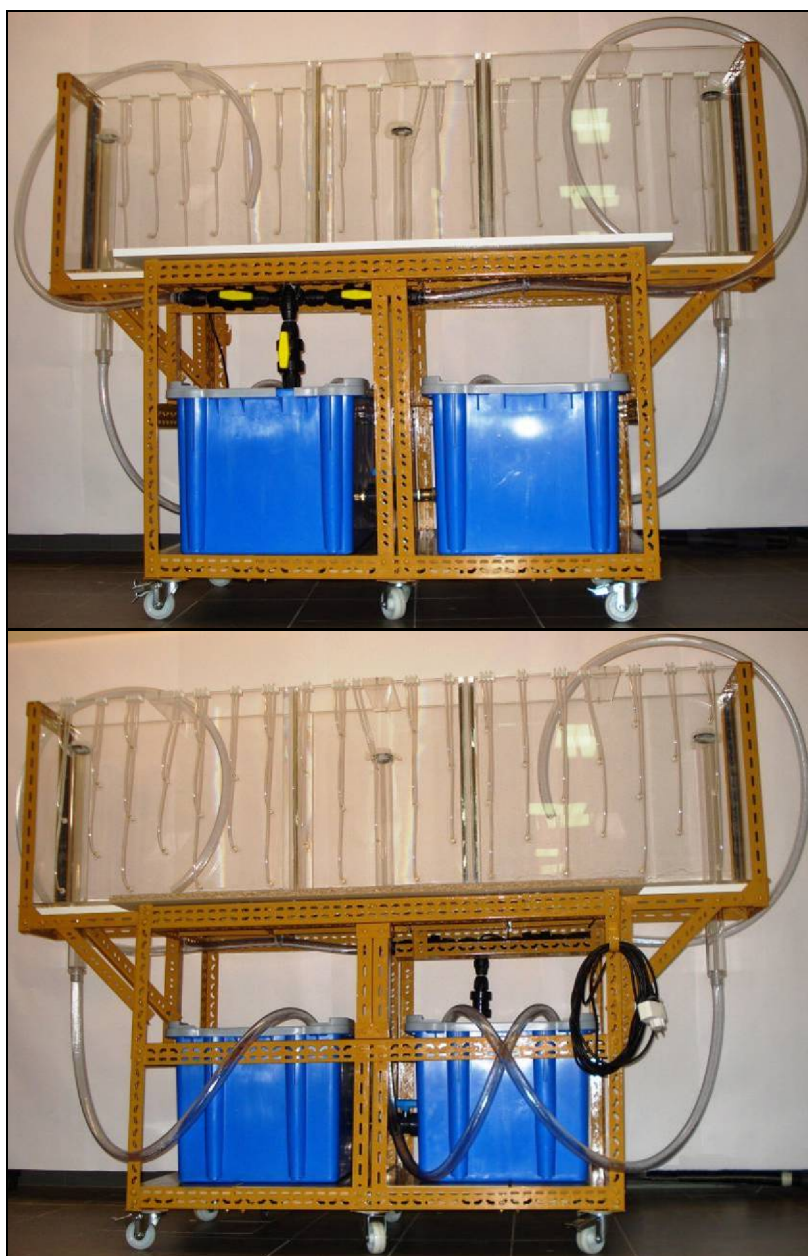


Fig. 3.20 – Vista frontal (em cima) e vista posterior (em baixo) do equipamento finalizado.

Na Fig. 3.21 podem observar-se duas fotos a três quartos do equipamento, uma frontal (em cima) e outra posterior (em baixo).



Fig. 3.21 – Vistas do equipamento a três quartos frontal (em cima) e posterior (em baixo).



## MODELAÇÃO EXPERIMENTAL

### 4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Durante o decorrer deste trabalho, após terminada a construção do equipamento de percolação, realizaram-se uma série de experiências, cujas etapas principais serão descritas nos pontos seguintes. Foram ensaiadas três situações diferentes, começando pelo modelo de uma ensecadeira, seguida por uma cortina impermeável e finalizando com uma barragem de aterro. Optou-se por estas situações pois pensa-se serem as que mais frequentemente serão alvo de estudo no futuro.

Estes ensaios, para além de configurarem uma fase de testes controlados ao funcionamento de todo o sistema, serviram ainda para registar dados e observações que serão analisados.

Nesta fase preferiu utilizar-se como meio poroso um único tipo de solo, para mais correctamente avaliar o desempenho do equipamento. Escolheu-se uma areia lavada que se considerou poder constituir um meio aproximadamente homogéneo.

### 4.2. ANÁLISE GRANULOMÉTRICA DA AREIA

À amostra de areia inicial, retirou-se o material retido no peneiro nº4 ASTM (abertura 4,75mm) por se considerar demasiado grosseiro. Realizou-se uma análise granulométrica por peneiração da restante areia. No Quadro 4.1 estão registados os resultados da análise que permitiram traçar a curva granulométrica da Fig. 4.1.

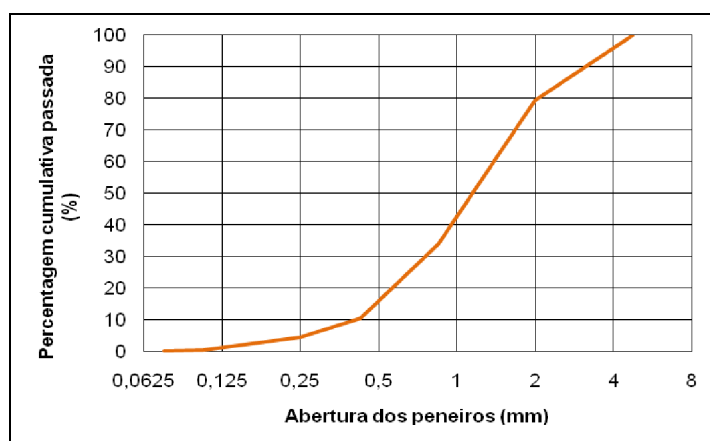


Fig. 4.1 – Curva granulométrica da areia utilizada.

Quadro 4.1 – Análise granulométrica da areia.

Peneiros	Abertura	Material retido	Material retido	Acumulado retido	Acumulado passado
ASTM nº	(mm)	(g)	(%)	(%)	(%)
4	4,75	0	0	0	100
10	2	123	20,5	20,5	79,5
20	0,850	274	45,7	66,2	33,8
40	0,425	140	23,3	89,5	10,5
60	0,250	36	6,0	95,5	4,5
140	0,106	24	4,0	99,5	0,5
200	0,075	2	0,3	99,8	0,2
Passado no nº 200		1	0,2	100,0	0

A areia é constituída por cerca de 20% de cascalho fino, 46% de areia grossa, 29% de areia média e 5% de areia fina. Sendo uma areia razoavelmente bem graduada, este meio parece ser adequado à realização dos ensaios.

É de esperar que a permeabilidade do meio constituído pela areia ronde  $10^{-2}$  a  $10^{-3}$  m/s atendendo exclusivamente à granulometria, mas este intervalo é muito amplo, pelo que mais adiante será tratado novamente este assunto. O índice de vazios será um factor com bastante relevância para a permeabilidade, pelo que a compactação efectuada torna-se num aspecto fundamental.

### 4.3. ENSAIO DE UMA ENSECADEIRA EM MODELO REDUZIDO

Esta foi a primeira vez que o equipamento foi usado e que a areia foi inserida no tanque, pelo que a preparação foi um pouco morosa, de modo a garantir que não existiriam falhas graves no decorrer da experiência. No entanto, acredita-se que no futuro será possível replicar esta experiência com uma ou duas horas de preparação, mais uma hora ou hora e meia de ensaio.

Deve assegurar-se que o tanque está nivelado e a válvula entre os reservatórios está aberta antes de começar o teste.

Para começar ajustaram-se no nível desejado os tubos de controlo do nível de água e as “cortinas”, realizadas pelas placas separadoras em acrílico.

Inicialmente tentou realizar-se o ensaio sem qualquer vedação especial da junta entre as placas e as respectivas calhas para perceber a importância da mesma. Rapidamente se constatou que tal não é possível considerando a enorme quantidade de água que passa entre as placas e as paredes do tanque, em relação ao caudal que efectivamente seria percolado, apesar do ajuste entre as placas e as paredes ser bastante bom.

Como previsto foi necessário vedar as juntas, colocando fita adesiva transparente na vertical em ambos os lados das placas garantindo um ajuste completo e a impermeabilidade nessas zonas. Isto obriga a água a passar por baixo das placas. De outra forma, os dados obtidos seriam afectados de um erro significativo.

Procedeu-se ao enchimento do tanque com areia até aos níveis desejados, executando uma ligeira compactação manual da mesma, usando utensílios não metálicos.

Após o enchimento com areia, ajustou-se a mangueira do lado direito do tanque e colocou-se a ponta dentro de um pequeno reservatório pousado na superfície da areia, para que a saída de água não incidisse directamente na areia e não provocasse escavação nem perturbasse demasiado o ensaio. O reservatório funciona como um dissipador de energia. Fechou-se a válvula secundária do lado direito.

A mangueira do lado esquerdo foi colocada provisoriamente no interior da ensecadeira (protegendo igualmente a ponta), pois o enchimento seria iniciado nessa zona para que a subida da água fosse lenta e sensivelmente uniforme no tanque. Verificou-se que a válvula do lado esquerdo estava aberta.

Antes de ligar a bomba ajustou-se a válvula principal para que o início de funcionamento desta não lançasse repentinamente uma grande quantidade de água através da mangueira.

Ajustou-se o flutuador mantendo-o na posição “ligado” e iniciou-se o trabalho da bomba ligando o interruptor.

Manteve-se um enchimento lento no interior da ensecadeira até ser atingida a cota do tubo de controlo central e a água começar a escoar pela parte superior do mesmo. Quando tal sucedeu, suspendeu-se o funcionamento da bomba e mudou-se a posição da mangueira do lado esquerdo para a posição final, o lado esquerdo exterior à ensecadeira, acautelando novamente a protecção na saída da água.

Abriu-se a válvula secundária do lado direito e retomou-se a acção da bomba e o enchimento do tanque, executando um enchimento lento, gradual e equilibrado de ambos os lados.

Ao longo deste enchimento foi necessário fazer pequenos ajustes nas válvulas secundárias para que os níveis de água em ambos os lados fossem aumentando equitativamente.

A válvula principal foi ajustada para aumentar o caudal bombeado, quando este não foi suficiente para continuar a elevar os níveis de água dentro do tanque. Isto pode acontecer se o caudal que estiver a ser bombeado for inferior ao caudal que está a ser percolado num determinado momento.

No momento em que a água atinge a cota superior dos tubos de controlo de nível laterais, fecha-se ligeiramente a válvula principal garantindo que nos tubos entra apenas uma pequena quantidade de água.

A água fica a circular num circuito fechado, sendo bombeada do reservatório esquerdo, entrando no tanque pelas mangueiras e voltando aos reservatórios através dos três tubos de controlo do nível.

Durante o enchimento do tanque com água existiu um pequeno assentamento da areia, pelo que se esperou algum tempo após a água atingir o nível máximo, para que tal se desenrolasse completamente. Alguns minutos depois a areia assentou completamente e estabeleceu-se um escoamento em regime permanente.

Na Fig. 4.2 é apresentado um esquema deste ensaio na fase em que já se encontra em completo funcionamento, após enchimento.

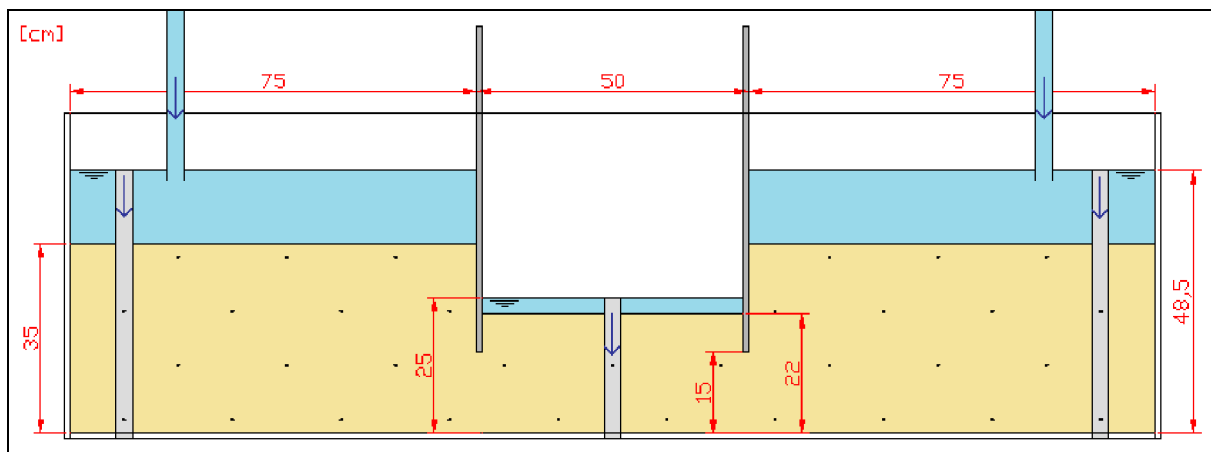


Fig. 4.2 – Esquema do ensaio da ensecadeira em pleno funcionamento.

Na Fig. 4.3 é apresentada uma fotografia da situação real durante o decorrer do ensaio com a percolação a efectuar-se em regime permanente.



Fig. 4.3 – Fotografia do ensaio da ensecadeira em regime permanente de escoamento.

De seguida passou-se à injeção de um corante natural junto da superfície da areia do lado direito exterior à ensecadeira, como pode ser observado na Fig 4.4. A injeção deve ser lenta e controlada para que não se acumule tinta em excesso e para que o arrastamento da tinta pela água seja eficaz e uniforme.





Fig. 4.4 – Injecção do corante no lado exterior à ensecadeira.

A trajectória do corante foi evoluindo lentamente até atingir o interior da ensecadeira passado alguns minutos. Foi necessário ir injectando mais corante ao longo do tempo. Esta trajectória representa uma linha de corrente ou linha de fluxo deste escoamento (Fig. 4.5).

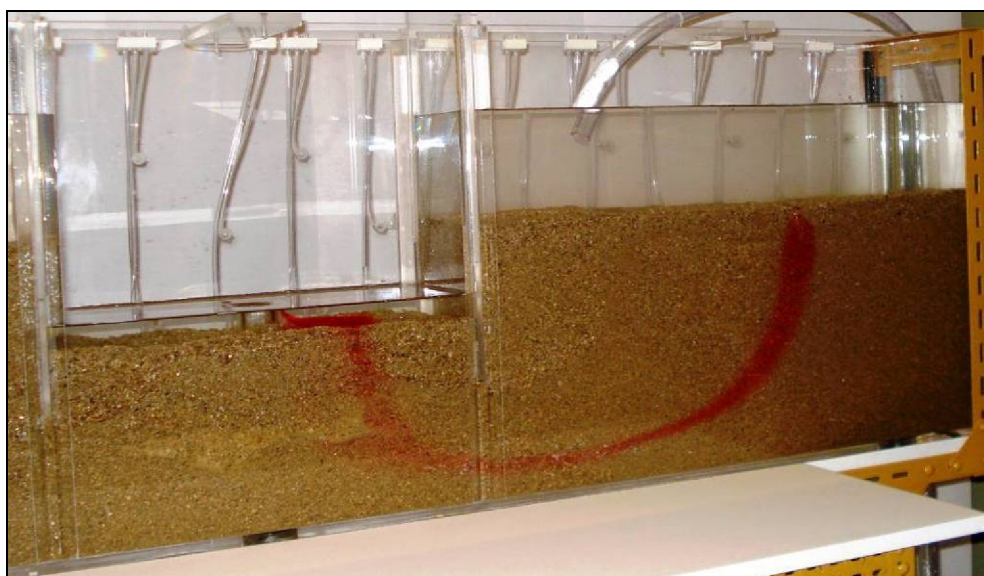


Fig. 4.5 – Evolução da linha de corrente para o interior da ensecadeira.

Se for cronometrado o tempo desde a injecção até ao instante em que são visíveis as primeiras partículas de corante na água no interior da ensecadeira, é possível estimar a velocidade média de deslocamento de uma partícula que percorra essa trajectória.

Posteriormente fez-se uma leitura dos níveis atingidos pela água nos tubos piezométricos de pequeno diâmetro ligados aos orifícios da parede traseira do tanque. A leitura foi efectuada com auxílio das escalas graduadas fixas à parede. Admitindo, como foi referido no capítulo 2, que a carga hidráulica é aproximadamente igual à cota piezométrica, as medições efectuadas representam  $H$  em cada um dos pontos da malha.

Retiraram-se dos tubos pequenas bolhas de ar que poderiam afectar os resultados.

Embora as leituras sejam facilmente efectuadas a olho nu, pois é possível visualizar o menisco, nas fotografias tal não é tão claro. Este problema foi resolvido antes da realização do terceiro ensaio, (o da barragem de aterro) através da introdução de flutuadores de cor amarela de pequena dimensão nos tubos.

Os valores das leituras são apresentados no capítulo 5 e comparados com resultados numéricos. No geral pode dizer-se que os níveis nos tubos “piezométricos” exteriores à ensecadeira se encontram abaixo dos níveis de água no tanque. Por outro lado, os níveis nos tubos “piezométricos” interiores à ensecadeira encontram-se acima do nível no tanque.

Na Fig. 4.6 é exibida a medição de dois valores de carga hidráulica dentro da ensecadeira.

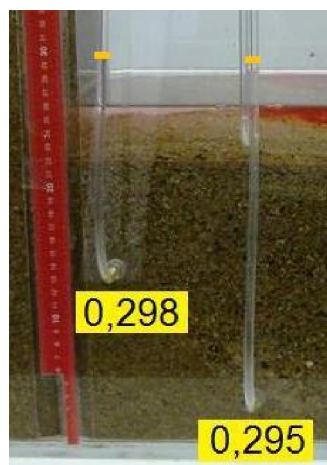


Fig. 4.6 – Valores de carga hidráulica medidos durante o ensaio.

Para finalizar mediu-se o caudal percolado para o interior da ensecadeira. Fazendo uso de um recipiente graduado, deixou-se que a água proveniente do tubo de controlo do nível de água central vertesse para dentro deste e registou-se o tempo que este demorou a encher. O caudal determinou-se dividindo o volume pelo intervalo de tempo. O caudal registado foi  $Q=6,112 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Desligou-se a bomba e deu-se por terminado o ensaio.

Antes de se proceder à vedação da junta entre as placas de acrílico e as paredes do tanque verificou-se uma perturbação das partículas do solo junto à parte inferior da placa do lado interior da ensecadeira. Observou-se um arrastamento de partículas que de certa forma se assemelha a um fenómeno erosivo que se tenta evitar em obras reais de Engenharia.

Durante o decorrer deste ensaio todo o equipamento funcionou sem problemas. Não existiram fugas de água no tanque nem em nenhuma junta ou ligação do circuito hidráulico. A bomba funcionou sem falhas e foi possível regular o caudal necessário sem dificuldade.

#### **4.4. ENSAIO DE UMA CORTINA IMPERMEÁVEL EM MODELO REDUZIDO**

A preparação desta experiência foi bastante mais expedita visto a areia já se encontrar dentro do tanque. O ensaio pode ser realizado em cerca de uma hora.

Iniciou-se a preparação retirando toda a água que tinha ficado dentro do tanque desde o ensaio anterior para os reservatórios, com o auxílio uma mangueira provocando um efeito tipo sifão.

Retirou-se a placa separadora do lado direito e o tubo de controlo do nível de água central. O orifício de saída do tubo central foi vedado por uma “bolacha” redonda constituída por uma chapa metálica entre duas membranas de borracha que encaixa no sistema de aperto. Em seguida ajustaram-se os tubos de controlo do nível restantes. Para efectuar estas operações foi essencial afastar a areia e limpar as zonas onde se encontravam os elementos retirados ou movimentados, evitando dessa forma que a areia entrasse para as juntas.

Procedeu-se à regularização da areia até esta ficar à cota desejada, cuidando para que a compactação fosse o mais uniforme possível. Retirou-se a areia em excesso.

Ajustou-se a mangueira do lado esquerdo do tanque colocando a ponta dentro de um pequeno reservatório pousado na superfície da areia, para que a saída de água não incidisse directamente nesta e não provocasse escavação nem demasiada perturbação na água. Fechou-se a válvula secundária do lado esquerdo.

Ajustou-se a mangueira do lado direito do tanque colocando a ponta dentro de um pequeno reservatório pousado na superfície da areia. Certificou-se que a válvula secundária do lado direito estava aberta.

Antes de ligar a bomba ajustou-se a válvula principal, para que o funcionamento não se iniciasse introduzindo um caudal excessivo.

Colocou-se o flutuador na posição “ligado” e pôs-se a bomba a trabalhar.

Manteve-se um enchimento lento do lado direito da cortina até ser atingida a cota superior do tubo de controlo do nível do lado direito e a água começar a escoar pelo mesmo. Quando isto sucedeu, fechou-se a válvula secundária do lado direito e abriu-se a válvula secundária do lado esquerdo, executando um enchimento lento e gradual.

Ao longo deste enchimento foi necessário fazer pequenos ajustes na válvula secundária e na válvula principal para que o nível da água fosse subindo.

No momento em que a água começa a escoar pelo tubo de controlo do nível de água esquerdo, fecha-se ligeiramente a válvula principal garantindo que no tubo entra apenas um pequeno caudal.

A água fica a circular em circuito fechado, sendo bombeada do reservatório, entrando no tanque pela mangueira e voltando aos reservatórios através dos dois tubos de controlo do nível de água.

Esperou-se alguns minutos após a água atingir o nível máximo, para que a areia assentasse totalmente e se estabelecesse um escoamento em regime permanente.

Na Fig. 4.7 é apresentado um esquema deste ensaio numa fase em que se encontra em completo funcionamento, após enchimento.

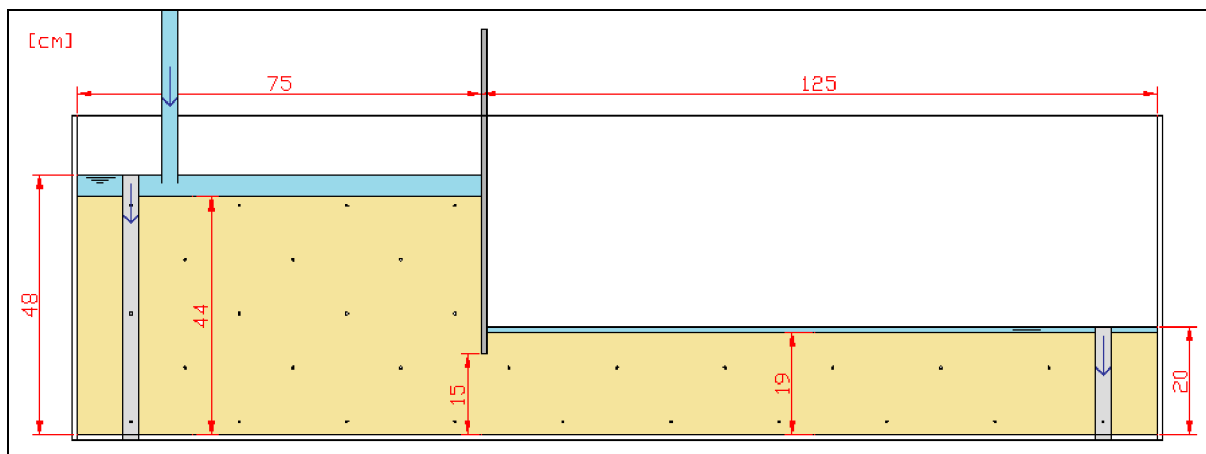


Fig. 4.7 – Esquema do ensaio da cortina em pleno funcionamento.

Na Fig. 4.8 é apresentada uma fotografia tirada durante o decorrer do ensaio com a percolação a efectuar-se em regime permanente.



Fig. 4.8 – Fotografia do ensaio da cortina com percolação em regime permanente.

Seguidamente procedeu-se à injeção de dois corantes naturais de cores diferentes junto à superfície da areia do lado esquerdo da cortina. A injeção deve ser lenta e controlada para que não se acumule tinta em excesso e para que o arrastamento da tinta pela água seja eficaz e uniforme.

As trajetórias dos corantes foram evoluindo lentamente até atingir o lado direito da cortina passado alguns minutos. Estas trajetórias representam linhas de corrente ou linhas de fluxo do escoamento. A evolução das trajetórias é ilustrada na Fig. 4.9.



Fig. 4.9 – Evolução das trajetórias dos corantes no ensaio da cortina.

Posteriormente efectuou-se a leitura dos níveis atingidos pela água nos tubos de pequeno diâmetro ligados aos orifícios da parede traseira do tanque. A leitura foi efectuada com auxílio de escalas graduadas fixas à parede. As medições efectuadas representam a carga hidráulica em cada um dos pontos da malha.

Previamente retiraram-se dos tubos pequenas bolhas de ar que poderiam afectar os resultados.

Os valores das leituras são apresentados no capítulo 5 e comparados com resultados numéricos. No geral pode dizer-se que os níveis nos tubos “piezométricos” do lado esquerdo da cortina se encontram abaixo dos níveis de água no tanque. Do outro lado da cortina, os níveis nos tubos são superiores ao nível no tanque nos pontos mais próximos da cortina e tendem a igualá-lo com o afastamento.

Para finalizar mediu-se o caudal percolado. Fazendo uso de um recipiente graduado, deixou-se que a água proveniente do tubo de controlo do nível de água do lado direito vertesse para dentro deste e registou-se o tempo de enchimento. O caudal determinou-se dividindo o volume pelo intervalo de tempo. O caudal registado foi  $Q=3,560 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Terminou-se o ensaio desligando a bomba.

Durante esta experiência todo o equipamento funcionou sem problemas. Não existiram fugas de água no tanque nem em nenhuma junta ou ligação do circuito hidráulico. A bomba funcionou sem falhas e foi possível regular o caudal necessário sem dificuldade.

#### **4.5. ENSAIO DE UMA BARRAGEM DE ATERRO EM MODELO REDUZIDO**

A preparação desta experiência foi mais demorada que a anterior devido à quantidade de areia que foi preciso movimentar e o cuidado necessário para construir a barragem de aterro. O ensaio levou cerca de duas horas a realizar-se.

Antes de começar substituiu-se toda a água do sistema, uma vez que os corantes injectados nos ensaios anteriores tinham deixado uma coloração perceptível na água.

Não foi necessário ajustar os tubos que controlam o nível de água, pois estes encontravam-se na posição desejada desde o ensaio anterior.

Procedeu-se à construção da barragem homogénea efectuando uma ligeira compactação. As correctas inclinações dos paramentos foram conseguidas com o auxílio visual de um fio colado à parede do tanque. Retirou-se a areia em excesso.

Ajustaram-se ambas as mangueiras e colocaram-se as pontas dentro de pequenos reservatórios pousados na superfície da areia junto às paredes laterais do tanque. Certificou-se que as válvulas secundárias estavam abertas.

Antes de ligar a bomba ajustou-se a válvula e o flutuador. Ligou-se a bomba.

Manteve-se um enchimento lento e equilibrado em ambos os lados da barragem até a água começar a escoar pelo tubo de controlo do nível do lado direito. Quando tal sucedeu fechou-se a válvula secundária do lado direito.

Continuou a elevar-se a água do lado esquerdo fazendo pequenos ajustes na válvula principal, para que tal acontecesse lentamente. Observou-se um assentamento pequeno e gradual da barragem.

Começou a notar-se algum arrastamento de material na saída de jusante da barragem.

Enquanto o nível da água do lado esquerdo se elevava, começou a surgir uma pequena fenda no coroamento da barragem, Fig 4.10.



Fig. 4.10 – Fotografia da barragem de aterro em enchimento com fenda no coroamento.

A falha foi o primeiro grande sinal que poderia vir a dar-se a rotura da estrutura. Esta poderá ter acontecido devido a uma progressiva instabilização do talude de montante combinada com o arrastamento de material do interior da barragem.

Passados alguns minutos foi possível começar a observar ressurgência de água no paramento de jusante, ligeiramente acima do nível da água, com maior arrastamento de material fino. Pouco tempo depois deu-se uma pequena rotura com deslizamento de material nesse mesmo local (Fig. 4.11). Essa rotura certamente ficou a dever-se a um fenómeno erosivo no interior da barragem, cuja manifestação principal foi o arrastamento de material.



Fig. 4.11 – Rotura provocada pela erosão interna na barragem.

Nessa altura optou-se por manter o nível de água constante, regulando a válvula principal.

Nesta situação, todo o caudal que entrava no tanque estava a ser percolado uma vez que a cota superior do tubo de controlo do nível ainda não tinha sido atingida.

O esquema da situação com o nível de água estático pode ser observado na Fig.4.12.

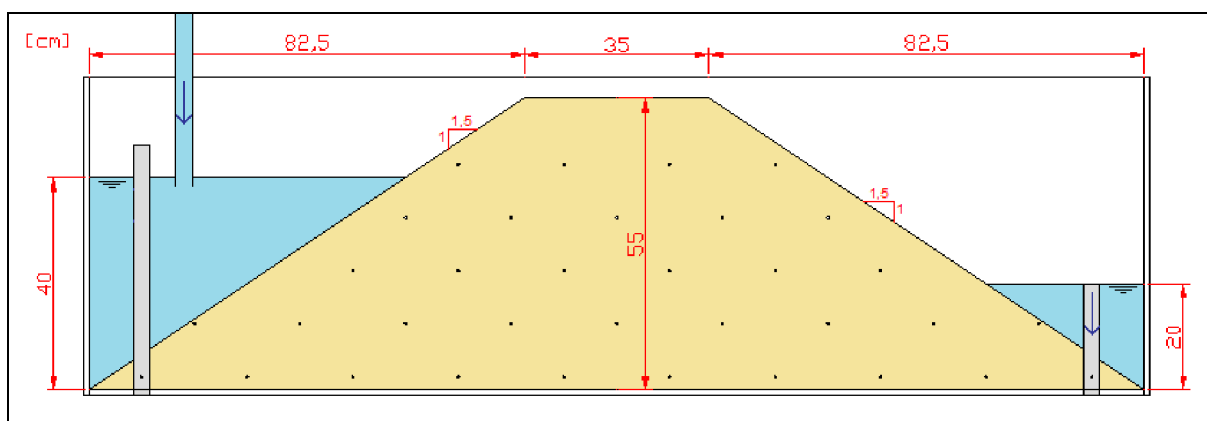


Fig. 4.12 – Esquema do ensaio da barragem de aterro na altura em que imobilizou o nível da água.

Seguidamente procedeu-se à injeção de dois corantes naturais de cores diferentes no paramento de montante. Após a injeção verificou-se que o corante injectado à cota superior (verde) avançou para jusante mais rapidamente do que o outro (vermelho) (Fig. 4.13).

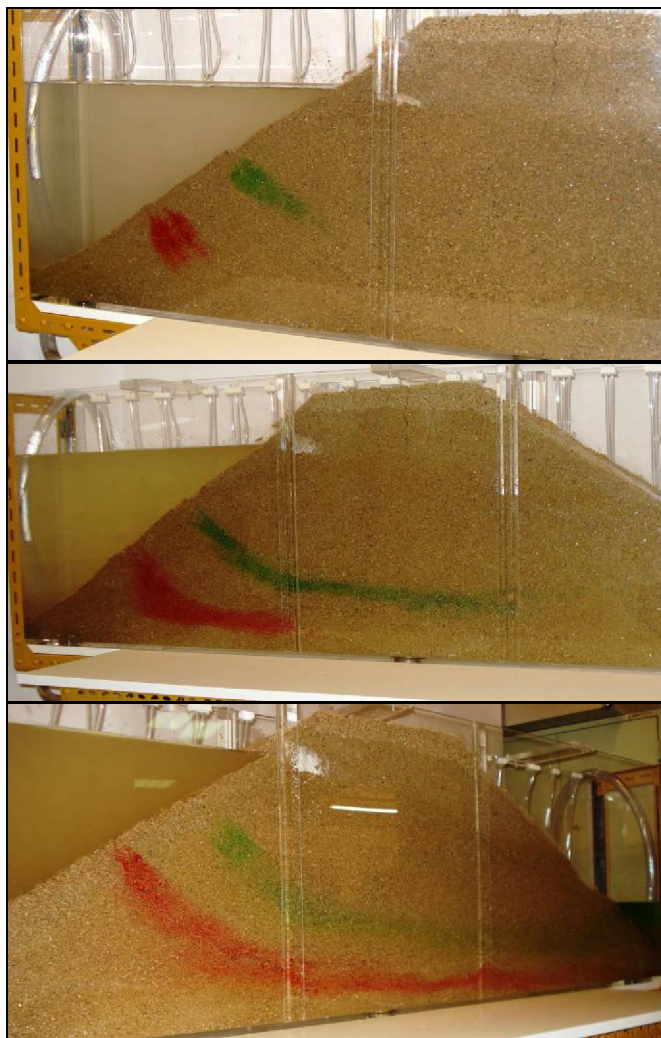


Fig. 4.13 – Evolução das trajectórias de corante no seio da barragem.

Ao longo do ensaio tanto a fenda no coroamento como a rotura a jusante continuaram a evoluir lentamente.

Optou-se por não registar as leituras das cargas hidráulicas uma vez que a situação da barragem não estava perfeitamente estabilizada e portanto o regime de escoamento observado não era permanente.

Verificou-se mais tarde o aparecimento de uma nova fenda, esta no paramento de jusante próxima do coroamento na zona onde se localizam as calhas que servem de suporte à placa separadora de acrílico (Fig.4.14).





Fig. 4.14 – Fenda no paramento de jusante da barragem.

Esta fenda permitiu perceber que parte da barragem se estaria a deslocar ligeiramente para jusante e que as calhas estavam de alguma forma a travar esse movimento. Era notório que estava a suceder um pequeno efeito de arco entre esses pontos. Esta fenda continuou a evoluir lentamente.

Como, apesar de se encontrar em situação bastante instável, a barragem não colapsava totalmente, passados alguns minutos começou a elevar-se deliberadamente o nível de água a montante abrindo a válvula principal.

A rotura deu-se na sequência do galgamento da barragem (Fig. 4.15).



Fig. 4.15 – Rotura da barragem.

A situação final está ilustrada na Fig. 4.16.

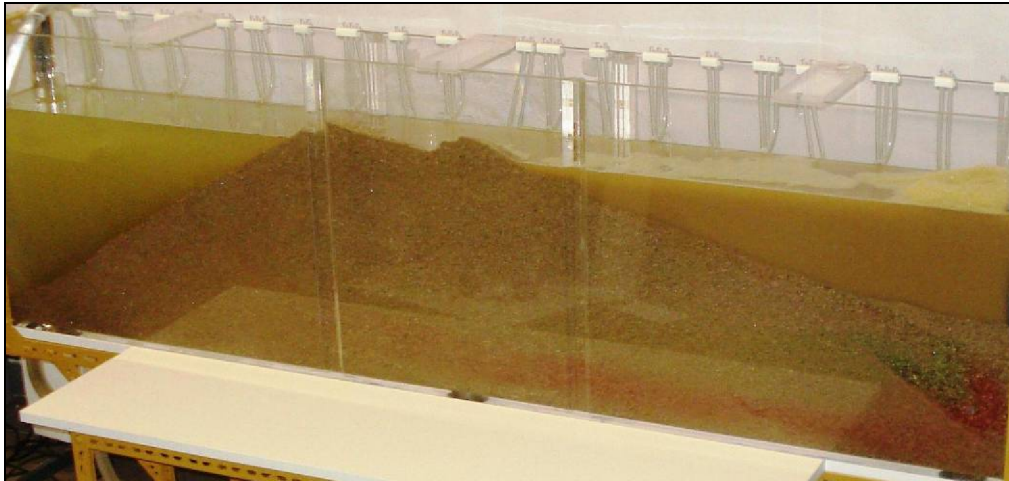


Fig. 4.15 – Situação da barragem após rotura.

Deu-se o ensaio por terminado desligando a bomba.

Esta experiência foi rica na visualização de fenómenos que podem acontecer em barragens reais se estas não forem correctamente projectadas. Tanto o arrastamento de material como as falhas são susceptíveis de ocorrer alertando para possíveis danos estruturais graves.

Durante o decorrer deste ensaio todo o equipamento funcionou sem problemas. Não existiram fugas de água no tanque nem em nenhuma junta ou ligação do circuito hidráulico. A bomba funcionou sem falhas e foi possível regular o caudal necessário sem dificuldade.

## MODELAÇÃO NUMÉRICA

### 5.1. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

#### 5.1.1. INTRODUÇÃO

A maioria dos fenómenos que ocorrem na natureza pode ser descrita por modelos físicos, formulados matematicamente através de equações diferenciais (ou integrais) que relacionam os diversos parâmetros intervenientes na sua caracterização.

Embora tais equações se consigam estabelecer com relativa facilidade, a sua resolução por via analítica está restringida apenas a casos bastante simples.

Este facto, aliado ao permanente desenvolvimento a nível informático, tem conduzido ao incremento da utilização dos métodos numéricos, através dos quais as equações são tratadas de modo a assumirem uma forma algébrica, envolvendo assim apenas operações aritméticas elementares.

Dos métodos numéricos mais divulgados destacam-se os métodos de diferenças finitas, métodos variacionais (Ritz, mínimos quadrados, Courant), os métodos de resíduos pesados e o método dos elementos finitos [6].

O método dos elementos finitos (MEF) é um dos métodos numéricos mais utilizados presentemente. Os trabalhos pioneiros neste método devem-se a Clough (1960) que desenvolveu o método para o estudo estrutural de aeronaves e a Zienkiewicz e Cheung (1965) generalizando o método à mecânica dos meios contínuos. Vários autores têm opiniões diferentes acerca da origem do MEF mas pensa-se que Clough terá sido o primeiro a empregar o termo “elemento finito” [9].

Ainda que primeiramente o MEF tenha sido amplamente utilizado em problemas de mecânica dos sólidos e de estruturas complexas, mais recentemente tornou-se também uma poderosa ferramenta para solucionar problemas de mecânica dos fluidos e em especial problemas de percolação. Este atraso relativo deve-se, em parte, ao sucesso atingido pelo tradicional método de diferenças finitas na resolução deste tipo de problemas [10].

A utilização do método dos elementos finitos permite a transformação de problemas de tipo contínuo em problemas discretos. Isto é, os problemas regidos por equações diferenciais, cuja solução é dada por funções contínuas das coordenadas espaciais e/ou do tempo, reduzem-se à obtenção do valor dessas funções em pontos discretos do domínio. A obtenção dos valores das grandezas nos restantes pontos ou instantes é conseguida através de processos de aproximação (ou interpolação) ao nível de cada elemento. Em contrapartida, os métodos variacionais e de resíduos pesados têm por objectivo a construção de uma função que seja uma boa aproximação à solução da equação diferencial em todo o domínio.

Por esta razão, o MEF pode ser interpretado como a aplicação, ao nível do elemento finito, de um dos métodos variacionais ou de resíduos pesados já referidos. Enquanto estes são de difícil aplicação em domínios de geometria irregular, o MEF apresenta a vantagem de permitir, ao discretizar o domínio, a transformação de um domínio geometricamente irregular em vários subdomínios (ou elementos finitos) de geometria mais simples.

Efectivamente, a aplicação do MEF implica a divisão do domínio de análise em subdomínios (elementos), ligados entre si por pontos (nós), de tal forma que a solução aproximada é calculada nos nós dos elementos que discretizam o domínio em causa (ver Fig. 5.1).

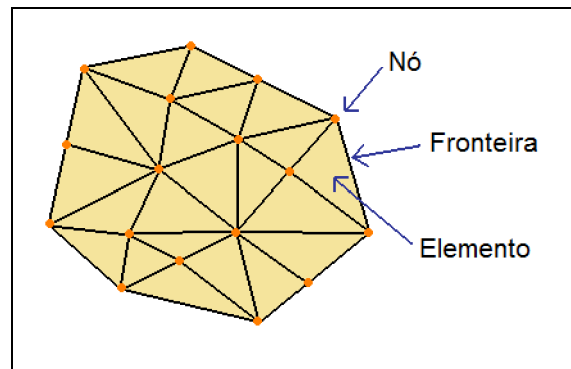


Fig. 5.1 – Exemplo de uma malha de elementos finitos.

A subdivisão de um sistema complexo em componentes ou elementos básicos, cujo comportamento é mais facilmente entendido e a posterior reconstrução do sistema original visando o seu estudo, é de resto, um processo humano verdadeiramente instintivo, configurando a via natural do engenheiro [11].

Assim, o método dos elementos finitos, ao caracterizar-se pela sua versatilidade, quer na aplicação a domínios de geometria complexa, quer no desenvolvimento dos algoritmos matemáticos subjacentes à implementação de programas de cálculo automático, tornou-se no método de discretização e aproximação mais completo e divulgado na actualidade.

A formulação do MEF pode ser realizada por duas vias: por via variacional ou por uma via de resíduos pesados. Usualmente, a via adoptada na formulação deste método para a percolação é a via de resíduos pesados, já que opera directamente sobre as equações governativas do problema e permite, como tal, uma interpretação física mais imediata e inteligível [6].

### 5.1.2. APROXIMAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

No método dos elementos finitos, o domínio  $\Omega$ , onde é definida uma determinada equação diferencial cuja solução exacta se pretende aproximar, é tratado como um somatório de subdomínios elementares  $\Omega^e$ . Consequentemente, a fronteira  $\Gamma$  do domínio  $\Omega$ , também é constituída por um conjunto de fronteiras parciais  $\Gamma_f^e$ , correspondentes a zonas dos elementos finitos que coincidam com a fronteira  $\Gamma$ . Tem-se então:

$$\Omega = \sum_e^E \Omega^e \quad (5.1)$$

$$\Gamma = \sum_e^E \Gamma_f^e \quad (5.2)$$

Nas expressões acima,  $E$  é igual ao número de elementos finitos em que é dividido o domínio  $\Omega$ .

Da transformação pelo MEF de problemas do tipo contínuo em problemas discretos, decorre que o vector das incógnitas associado ao problema é constituído pelos valores da variável dependente nos nós da malha.

Por outro lado, às incógnitas do problema está ainda atribuída a tarefa de servirem de coeficientes de combinação linear na formação da função aproximante  $\hat{u}$  que se pretende determinar. Esta função toma o aspecto:

$$\hat{u} = \sum_{j=1}^M u_j \cdot N_j \approx u \quad (5.3)$$

Na expressão (5.3)  $u_j$  é o valor da variável dependente no nó  $j$  da malha de elementos finitos;  $N_j$  é a função de aproximação relativa ao nó  $j$  da mesma malha;  $M$  é o número de nós da malha;  $u$  é a solução exacta.

Da análise de (5.3) infere-se que as funções aproximadas  $\{N_j\}$  vão conferir à função aproximante  $\hat{u}$  um papel interpolador no domínio. Isto é, para calcular o valor da variável dependente, ou das suas derivadas, em qualquer dos restantes pontos do domínio, basta introduzir o valor das respectivas coordenadas na equação (5.3).

Note-se que no MEF a divisão do domínio  $\Omega$  em subdomínios implica que cada função de aproximação  $N_j$  esteja apenas referida ao seu subdomínio de aplicação [6].

### 5.1.3. FUNÇÕES DE APROXIMAÇÃO

As funções de aproximação devem ser completas, linearmente independentes, devem permitir uma aproximação exacta em parte da fronteira e satisfazer as exigências de continuidade das equações diferenciais ou de eventuais formulações fracas [7].

Ser uma função completa significa que se o seu grau for  $n$  deve conter todos os termos de ordem igual ou inferior a  $n$ . O termo de ordem zero não deve ser excluído, já que é necessário à construção da aproximação à solução  $u$  de valor constante. Dizer que as funções têm que ser linearmente independentes significa que acrescentar a uma combinação linear de funções uma nova função que seja combinação linear das já existentes, é o mesmo que não acrescentar nada de novo.

#### 5.1.3.1. Funções de Aproximação Globais

Pelo facto da aproximação  $\hat{u}$  à solução exacta  $u$  poder ser construída a partir de uma combinação linear de funções associadas aos nós, a cada nó  $j$  terá que corresponder uma função  $N_j$  com as seguintes propriedades [6]:

- a) A função  $N_j$  terá que assumir um valor nulo em todo o domínio, excepto nos elementos associados ao nó  $j$ ;
- b) A função  $N_j$  é igual à unidade no nó  $j$  a que está associada e tem valor nulo nos restantes nós.

Para ilustrar esta situação, considere-se uma função  $u(x)$  definida num domínio unidimensional  $\Omega=[0,L_x]$  dividido em  $E$  elementos finitos ligados por  $E+1$  nós. A função mais simples que se consegue definir, obedecendo às condições a) e b), é uma função linear como se pode observar na Fig. 5.2.

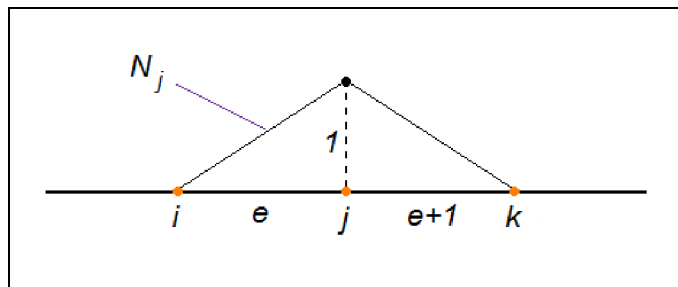


Fig. 5.2 – Função de aproximação global  $N_j$ .

A função  $N_j$  é uma função de aproximação global já que é diferente de zero em mais do que um elemento do domínio ( $e$  e  $e+1$ ). Se tal se verificasse em relação a um único elemento, a função passaria a ser designada por função de aproximação local.

Considere-se para a função aproximante  $\hat{u}$ , uma combinação linear de funções dada por:

$$\hat{u} = \sum_{j=1}^M a_j \cdot N_j \quad (5.4)$$

Em (5.4)  $a_j$  é um coeficiente de aproximação.

Impondo-se que a aproximação seja exacta nos nós ( $\hat{u}_i = u_i$ , para  $i=1, \dots, M$ ) é possível estabelecer o seguinte sistema de  $M$  equações lineares a  $M$  incógnitas:

$$[N_{ij}] \{a_j\} = \{u_i\} \quad (5.5)$$

Na expressão (5.5)  $N_{ij}$  é o valor da função  $N_j$  calculada no nó  $i$  (para  $i, j=1, \dots, M$ );  $u_i$  é o valor exacto da solução  $u$  no nó  $i$  da malha;  $\{a_j\}$  é o vector das incógnitas ou dos coeficientes de aproximação.

Atendendo à propriedade b) das funções  $N_j$ , a matriz  $[N_{ij}]$  é uma matriz identidade, podendo por isso concluir-se que os coeficientes  $\{a_j\}$  representam os valores da função  $u(x)$  nos nós do domínio. Como tal, a expressão (5.4) é reescrita na forma:

$$\hat{u} = \sum_{j=1}^M u_j \cdot N_j \quad (5.6)$$

Se esta aproximação é exacta em todos os pontos do domínio, então também é exacta nos pontos que definem a fronteira. Portanto, desde que as funções  $N_j$  gozem das propriedades a) e b), a expressão (5.6) permite uma aproximação exacta às condições de fronteira essenciais.

Refira-se que estas conclusões são extensíveis a domínios bidimensionais ou tridimensionais.

### 5.1.3.2. Funções de Aproximação Locais

A determinação do valor da aproximação  $\hat{u}$  no interior de um elemento  $\Omega^e$  pode ser feita, como é previsível, a partir da expressão (5.6). Neste caso, apenas as funções  $N_i$  relativas aos nós do elemento assumem valores diferentes de zero.

Deste modo, por força das propriedades a) e b), na construção da função aproximante  $\hat{u}$  apenas intervêm os termos afectados pelos valores de  $u_i$  e  $u_j$  [7]:

$$\hat{u} = \dots + 0 + u_i N_i + u_j N_j + 0 + \dots \quad (5.7)$$

Reescrevendo a expressão (5.7) tem-se:

$$\hat{u} = u_i N_i^e + u_j N_j^e \quad \text{para} \quad x_i \leq x \leq x_j \quad (5.8)$$

Representando  $N_i^e$  e  $N_j^e$ , respectivamente, as partes das funções  $N_i$  e  $N_j$  relativas ao elemento  $e$  como apresentado na Fig. 5.3.

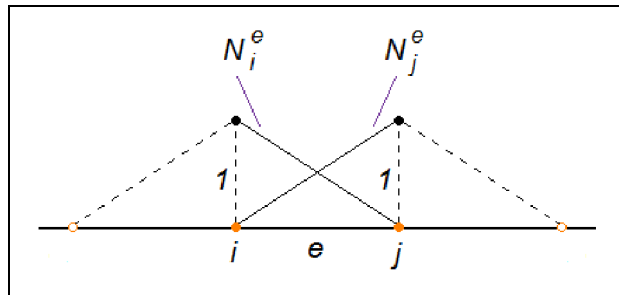


Fig. 5.3 – Aproximação  $\hat{u}$  no interior de um elemento  $\Omega^e$ .

Desta forma, conclui-se que uma função de aproximação global, relativa a um dado nó  $i$ , pode ser obtida por combinação das funções de aproximação locais, correspondentes aos elementos que contêm esse nó (Fig. 5.4).

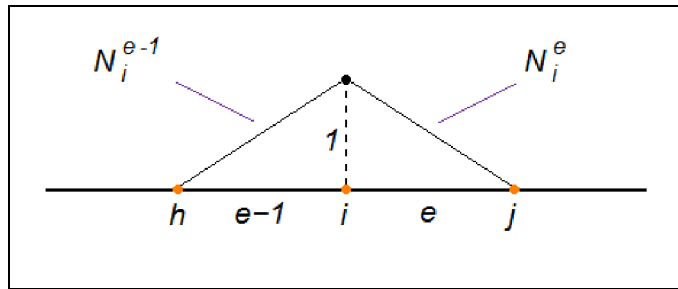


Fig. 5.4 – Função de aproximação global no nó  $i$ .

Analogamente ao que sucedeu para as funções de aproximação globais, esta conclusão também é extensível a domínios bidimensionais ou tridimensionais.

#### 5.1.4. APROXIMAÇÃO À SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

##### 5.1.4.1. Aproximação Recorrendo ao Método dos Resíduos Pesados

A aproximação à solução exacta de uma equação diferencial será abordada pelo Método dos Resíduos Pesados (MRP). Pretende-se que a introdução do MRP seja feita de uma forma concisa mas que, ainda assim, permita a compreensão do modelo numérico desenvolvido pelo MEF.

O objectivo deste método é a determinação de uma função aproximante  $\hat{u}$  à solução exacta  $u$  de uma equação diferencial que governa um determinado fenómeno, garantindo o cumprimento das condições de fronteira, isto é, que seja exacta na fronteira  $\Gamma$  do domínio  $\Omega$ .

Considere-se para a função aproximante, uma combinação de funções:

$$u \approx \hat{u} = \Psi + \sum_{j=1}^M a_j \cdot N_j \quad (5.9)$$

Na expressão (5.9),  $\Psi$  é uma função que na fronteira  $\Gamma$  assume exactamente os valores de  $u$  ( $\Psi_{\Gamma} = u_{\Gamma}$ );  $\{N_j\}$  para  $j=1, \dots, M$ , é um conjunto de funções de aproximação linearmente independentes, que devem anular-se na fronteira  $\Gamma$ ;  $\{a_j\}$  para  $j=1, \dots, M$ , é o conjunto dos coeficientes de aproximação que devem ser determinados de forma que a aproximação  $\hat{u}$  seja a melhor possível.

A determinação dos coeficientes  $\{a_j\}$  pode ser conseguida impondo a condição de a função aproximante assumir valores exactos em  $M$  pontos distintos do domínio. Ao impor-se que  $\hat{u}_{p_i} = u_{p_i}$ , para  $j=1, \dots, M$ , torna-se possível estabelecer um sistema de  $M$  equações lineares a  $M$  incógnitas que permite calcular os valores dos coeficientes  $\{a_j\}$ :

$$k_{ij} \cdot a_j = f_i \quad \text{ou} \quad [K]\{a\} = \{f\} \quad (5.10)$$

$$f_i = u_{p_i} - \Psi_i \quad \text{ou} \quad \{f\} = \{u_p\} - \{\Psi\} \quad (5.11)$$



Nas expressões (5.10) e (5.11)  $k_{ij}$  é o valor da função  $N_j$  calculada no ponto  $p_i$  ( $i, j=1, \dots, M$ );  $u_{p_i}$  é o valor exacto da função  $u$  num dos pontos  $p_i$  escolhidos ( $i=1, \dots, M$ );  $\Psi_i$  é o valor de  $\Psi$  num dos pontos  $p_i$  escolhidos ( $i=1, \dots, M$ );  $a_j$  para  $i=1, \dots, M$  correspondem aos coeficientes de aproximação ou incógnitas do problema.

Introduza-se agora a noção de resíduo. Entende-se por erro ou resíduo de uma aproximação a diferença entre a solução exacta e a aproximação [6]:

$$R_\Omega = u - \hat{u} \quad (5.12)$$

Constatando-se que as funções  $u$  e  $\hat{u}$  são apenas função das coordenadas do domínio  $\Omega$ , então a função resíduo  $R_\Omega$  também tem por variáveis dependentes as mesmas coordenadas do domínio em causa.

Numa primeira asserção poderia considerar-se que a precisão de uma aproximação será tanto maior quanto menor for o valor do resíduo associado. Bastaria então para isso que se impusesse o anulamento do integral do resíduo estendido ao domínio, de tal forma que os erros por defeito compensassem os erros por excesso:

$$\int_{\Omega} R_\Omega . d\Omega = \int_{\Omega} (u - \hat{u}) . d\Omega \quad (5.13)$$

No entanto, face à possibilidade de surgirem funções aproximantes geradoras de resíduos que se caracterizem pela sua grande amplitude e dispersão no domínio, poderá acontecer que um grande resíduo de valor negativo, num certo ponto do domínio, possa ser compensado por outro grande resíduo, mas agora de sinal positivo, noutra qualquer ponto do domínio.

Consequentemente, infere-se que o critério preconizado em (5.13) para minimização do resíduo não garante a obtenção de uma boa aproximação [7].

Alternativamente, sugere-se um outro critério (5.14) que consiste no anulamento de um número apropriado de integrais do resíduo estendidos ao domínio, mas agora com o resíduo pesado de diversas formas.

$$\int_{\Omega} W_i . R_\Omega . d\Omega = \int_{\Omega} W_i (u - \hat{u}) . d\Omega = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.14)$$

Na expressão acima  $W_i$ , para  $i=1, \dots, M$ , é um conjunto de funções de peso linearmente independentes.

Neste critério, o peso varia de ponto para ponto por força das funções de peso que se encontram a afectar o resíduo. Visto que cada uma destas funções corresponde a uma distribuição de pesos diferente, a cada integral corresponde um integral do resíduo pesado de forma diferente.

Resulta então que o anulamento de diversos integrais do resíduo pesado de formas diferentes, só é compatível com uma aproximação cada vez mais ajustada à solução exacta. Na realidade, o aumento

do número das funções de aproximação  $\{N_j\}$  e de peso  $\{W_i\}$  contribui para a melhoria da qualidade da aproximação obtida.

Sendo as  $M$  incógnitas associadas ao problema os  $M$  coeficientes de aproximação  $\{a_j\}$  que intervêm na função aproximante  $\hat{u}$ , torna-se necessário estabelecer  $M$  integrais do resíduo pesado para outras tantas funções de peso linearmente independentes.

Com efeito, combinando a expressão (5.9) da função aproximante  $\hat{u}$  com a expressão (5.14) é possível estabelecer um sistema de  $M$  equações lineares a  $M$  incógnitas como em (5.10), ficando neste caso,  $k_{ij}$  e  $f_i$ :

$$k_{ij} = \int_{\Omega} W_i \cdot N_j \cdot d\Omega \quad i, j = 1, \dots, M \quad (5.15)$$

$$f_i = \int_{\Omega} W_i \cdot (u - \Psi) \cdot d\Omega \quad i = 1, \dots, M \quad (5.16)$$

Consoante a escolha do tipo de funções de peso o MRP pode assumir vários cambiantes. O método de Galerkin, por exemplo, é uma variante do MRP caracterizada pela adoção de funções de peso iguais às funções de aproximação.

Suponha-se agora um problema regido por uma equação diferencial  $A(u)$ , definida num domínio  $\Omega$  (ver Fig. 5.5) cuja forma genérica é [6]:

$$A(u) = L(u) + p = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (5.17)$$

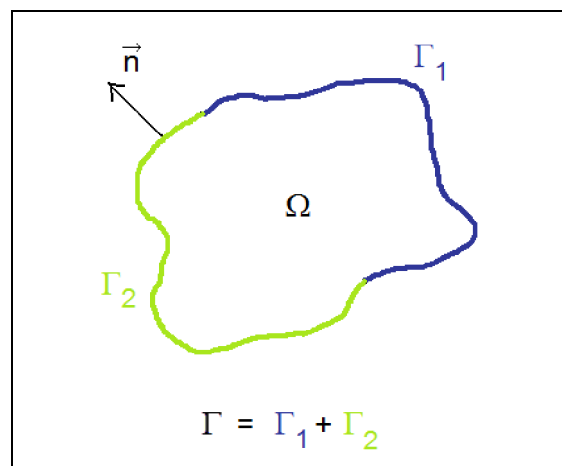


Fig. 5.5 – Domínio e fronteira de um problema.

Na equação diferencial (5.17),  $L$  é um operador diferencial linear, ou seja, um operador que obedece à condição (5.18), onde  $\alpha$  e  $\beta$  assumem valores escalares,  $u$  e  $v$  são funções e  $p$  é uma função das coordenadas do domínio  $\Omega$ .

$$L(\alpha.u + \beta.v) = \alpha.L(u) + \beta.L(v) \quad (5.18)$$

Considere-se ainda as condições de fronteira  $B(u)$ , associadas à equação diferencial  $A(u)$ , cuja forma genérica é dada por:

$$B(u) = M(u) + r = 0 \quad \text{em } \Gamma \quad (5.19)$$

Em (5.19)  $M$  é também um operador diferencial linear e  $r$  uma função das coordenadas na fronteira  $\Gamma$ .

Tanto o operador  $M$  como a função  $r$  assumem diferentes aspectos conforme o tipo de condição de fronteira. Assim, tem-se:

- 1) Condição de fronteira essencial ou de Dirichlet – condição em que os valores da função são impostos em determinados trechos da fronteira:

$$u = \bar{u} \quad \text{em } \Gamma_1 \quad (5.20)$$

$$M(u) = \bar{u} \quad \text{em } \Gamma_1 \quad (5.21)$$

$$r = -\bar{u} \quad \text{em } \Gamma_1 \quad (5.22)$$

- 2) Condições de fronteira naturais ou de Neumann – a derivada da função, segundo a normal à fronteira, tem valores prescritos:

$$\bar{q} = \frac{\partial u}{\partial n} \quad \text{em } \Gamma_2 \quad (5.23)$$

$$M(u) = \frac{\partial u}{\partial n} \quad \text{em } \Gamma_2 \quad (5.24)$$

$$r = \bar{q} \quad \text{em } \Gamma_2 \quad (5.25)$$

Até agora, a formulação do MRP exposta não dispensa o conhecimento prévio da solução exacta  $u$ . Ora, como a solução de uma equação não é conhecida “a priori”, torna-se necessário redefinir o conceito de resíduo sem recorrer ao conhecimento prévio da solução exacta [6]. Considerando a equação diferencial (5.17) este consiste em:

$$R_\Omega = A(\hat{u}) - A(u) = A(\hat{u}) \quad (5.26)$$

Substituindo a expressão da função aproximante (5.9) e a equação (5.17) em (5.26) tem-se:

$$R_{\Omega} = A(\hat{u}) = L(\hat{u}) + \rho = L(\Psi) + \sum_{j=1}^M a_j \cdot L(N_j) + \rho \quad (5.27)$$

Na expressão (5.27) o operador linear  $L$  faz com que as funções a que está associado, sejam tão diferenciáveis quanto o exigido por este operador diferencial.

Para domínios geometricamente complexos é difícil, se não mesmo impossível, encontrar funções de aproximação que obedecem a algumas condições estabelecidas anteriormente, quer relativamente às condições de fronteira, quer em relação ao grau de diferenciação exigido. Para além disso, cada vez que as condições de fronteira são modificadas, torna-se necessário encontrar nova função  $\Psi$ . Assim, deve-se construir uma aproximação em que seja possível relaxar esta imposição. Para tal, considere-se a expressão:

$$\hat{u} = \sum_{j=1}^M a_j \cdot N_j \approx u \quad (5.4)$$

Esta traduz uma aproximação que, à partida, não satisfaz as condições de fronteira. Consequentemente para além de se considerar um resíduo no domínio, emerge agora um resíduo que terá que ser considerado na fronteira:

$$R_{\Omega} = A(\hat{u}) = L(\hat{u}) + \rho \quad \text{no domínio } \Omega \quad (5.28)$$

$$R_{\Gamma} = B(\hat{u}) = M(\hat{u}) + r \quad \text{na fronteira } \Gamma \quad (5.29)$$

A construção da aproximação passa novamente pela minimização do resíduo, mas agora estendida ao domínio e à fronteira. Esta condição traduz-se matematicamente pelo anulamento da soma dos integrais dos resíduos pesados, no domínio e na fronteira, que é dada por:

$$\int_{\Omega} W_i \cdot R_{\Omega} \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} V_i \cdot R_{\Gamma} \cdot d\Gamma = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.30)$$

Finalmente, importa referir que existe a possibilidade de procurar uma aproximação exacta apenas no trecho da fronteira onde o valor da função  $u$  é prescrito, sem contudo perder a precisão da aproximação já conseguida pelos outros processos de aproximação à fronteira [6]. Esta aproximação, cuja formulação exacta não interessa aqui desenvolver, dá origem à formulação fraca do MRP que é expressa pela equação (5.31). Esta designação deve-se ao facto da equação poder ser estabelecida com base apenas na integração do resíduo pesado estendido ao domínio  $\Omega$ .

$$\int_{\Omega} C(W_i) \cdot D(\hat{u}) \cdot d\Omega + \int_{\Omega} W_i \cdot p \cdot d\Omega - \int_{\Gamma_q} W_i \cdot r \cdot d\Gamma = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.31)$$

Na equação (5.31)  $C$  e  $D$  são operadores diferenciais lineares de ordem inferior ao operador  $L$ ;  $\Gamma_q$  é a parte da fronteira onde existe diferença entre a solução aproximada e a solução exacta.

#### 5.1.4.2. Continuidade das Funções de Aproximação

Como se poderá concluir facilmente pela análise da expressão (5.3), a continuidade da função aproximante  $\hat{u}$  está directamente relacionada com a continuidade das funções de aproximação  $\{N_j\}$ .

Conforme foi visto num domínio unidimensional, as funções de aproximação enfermam de uma descontinuidade da primeira derivada nas fronteiras dos elementos finitos, induzindo assim esta mesma descontinuidade na função aproximante  $\hat{u}$ . Nesta medida, ressalta a necessidade de determinação do grau de continuidade a impor a uma aproximação (5.3) à solução de uma qualquer equação diferencial [6].

Introduzindo as expressões dos resíduos (5.28) e (5.29) na equação (5.30) pode escrever-se:

$$\int_{\Omega} W_i \cdot L(\hat{u}) \cdot d\Omega + \int_{\Omega} W_i \cdot p \cdot d\Omega - \int_{\Gamma} V_i \cdot M(\hat{u}) \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma} V_i \cdot r \cdot d\Gamma = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.32)$$

Ao resolver esta equação, é fundamental garantir que os argumentos dos integrais que constituem as parcelas do primeiro membro assumam sempre valores finitos, em todos os pontos do domínio de integração. Para que tal seja viável, é necessário que os operadores diferenciais  $L$  e  $M$ , quando aplicados à função aproximante  $\hat{u}$ , também assumam sempre valores finitos em todos os pontos do domínio de integração.

Geralmente, para que esta imposição seja respeitada, basta escolher funções de aproximação que obedeam ao critério: se os argumentos dos integrais contêm derivadas de ordem  $n$ , as derivadas de ordem  $n-1$  das funções de aproximação  $N_j$  devem ser contínuas.

Analogamente ao que se passa com  $L(\hat{u})$  e  $M(\hat{u})$ , também as funções de peso  $\{W_i\}$  e  $\{V_i\}$  terão que assumir valores finitos em todo o domínio de integração, excepto no caso da função delta de Dirac ser escolhida para função de peso.

#### 5.1.4.3. Aproximação Exacta das Condições de Fronteira Essenciais. Método de Galerkin.

Sendo a aproximação (5.3) exacta no trecho da fronteira  $\Gamma_u$ , onde o valor de  $u$  é prescrito, é possível utilizar a formulação fraca do MRP (5.31) desde que os operadores diferenciais  $E$  e  $M$  sejam idênticos. A partir da equação (5.31) é possível gerar o sistema de  $M$  equações a  $M$  incógnitas  $[K]\{u\} = \{f\}$  considerando  $\{u\}$  o vector das incógnitas e, neste caso,  $k_{ij}$  e  $f_i$  [6]:

$$k_{ij} = \int_{\Omega} C(W_i) \cdot D(N_j) \cdot d\Omega \quad i, j = 1, \dots, M \quad (5.33)$$

$$f_i = -\int_{\Omega} W_i \cdot p \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_q} W_i \cdot r \cdot d\Gamma \quad i = 1, \dots, M \quad (5.34)$$

Caso  $L$  seja um operador diferencial de ordem par, os operadores  $C$  e  $D$  têm a mesma ordem de diferenciação, tornando deste modo iguais os graus de diferenciação a exigir às funções de peso  $\{W_i\}$  e de aproximação  $\{N_i\}$ . Por este facto, é recomendável a utilização da variante de Galerkin do MRP, e tomar  $W_i = N_i$ . Modificando (5.33) e (5.34) tem-se finalmente:

$$k_{ij} = \int_{\Omega} C(N_i) \cdot D(N_j) \cdot d\Omega \quad i, j = 1, \dots, M \quad (5.35)$$

$$f_i = -\int_{\Omega} N_i \cdot p \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_q} N_i \cdot r \cdot d\Gamma \quad i = 1, \dots, M \quad (5.36)$$

A matriz  $[K]$  do sistema de equações revela-se uma matriz simétrica, esparsa e em banda [7]. Veja-se o exemplo na Fig. 5.6 e a matriz do sistema de equações (5.37).

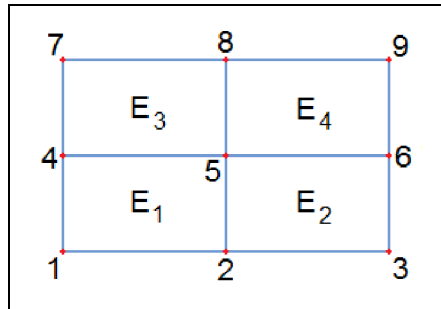


Fig. 5.6 – Malha de elementos finitos constituída por elementos de 4 nós.

$$[K] = \begin{bmatrix} * & * & & * & * & & & & \\ * & * & * & * & * & * & & & \\ & * & * & & * & * & & & \\ * & * & & * & * & & * & * & \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ & * & * & & * & * & & * & * \\ & & & * & * & & * & * & \\ & & & & * & * & * & * & \\ & & & & & * & * & * & * \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

A simetria da matriz acima resulta da aplicação do método de Galerkin. Por sua vez o facto de a matriz  $[K]$  ser esparsa e em banda, resulta da utilização de funções de aproximação que obedecem às

condições a) e b) referidas em 5.1.3.1. Neste sentido, cada função tem  $N_i$  tem valor nulo em todos os elementos que não contêm o nó a que está associada. Isto é, o elemento  $k_{ij}$  da matriz  $[K]$  é nulo sempre que os índices  $i$  e  $j$  se referem a nós que não pertencem a um mesmo elemento.

Assim, a resolução do sistema de equações  $[K]\{u\} = \{f\}$  constituído pelo MEF, exige menos operações do que a resolução do seu homólogo, constituído pela aplicação do MRP a todo o domínio, cuja matriz  $[K]$  associada se revela completa. Conclui-se que o MEF é um método mais versátil e eficiente do que o MRP, como aliás já tinha sido referido.

## 5.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS AO ESTUDO DOS ESCOAMENTOS EM REGIME PERMANENTE EM MEIOS POROSOS

### 5.2.1. GENERALIDADES

Tendo sido abordada a formulação geral do método dos elementos finitos por uma via de resíduos pesados, neste ponto será abordado um modelo numérico que permite a aplicação do MEF ao estudo dos escoamentos permanentes, confinados ou não confinados, em meios porosos, cujo modelo físico se encontra caracterizado no capítulo 2.

O modelo numérico em causa deriva da aplicação do MEF à solução da equação diferencial governativa, com base na função potencial, dos escoamentos em meios porosos.

### 5.2.2. DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO

#### 5.2.2.1. Formulação Geral do Problema com Base na Função Potencial

Relembre-se a equação diferencial governativa do escoamento bidimensional em regime permanente de um líquido incompressível, num meio poroso homogéneo e anisotrópico também incompressível, que foi deduzida no capítulo 2:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_{zz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.58)$$

Esta é a equação diferencial que vai ser objecto de tratamento pelo MEF nesta parte. As condições de fronteira associadas, também referidas anteriormente, traduzem-se matematicamente por:

i) Condições de fronteira essenciais ou de Dirichlet:

$$\phi = \bar{\phi} \quad \text{em } \Gamma_{\phi} \quad (5.38)$$

ii) Condições de fronteira naturais ou de Neumann:

$$\left( k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_{zz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) n_z = -v_n \quad \text{em } \Gamma_v \quad (5.39)$$

Nas expressões acima  $\Gamma_\phi$  e  $\Gamma_v$  são porções da fronteira do domínio,  $n_x$  e  $n_z$  são as componentes do vetor  $\vec{n}$  da normal exterior à fronteira (co-senos directores) e  $v_n$  a componente da velocidade normal à fronteira.

### 5.2.2.2. Método dos Resíduos Pesados e Aproximação Exacta em Parte da Fronteira

Tendo em vista a determinação de uma aproximação, no domínio e em parte da fronteira, à solução exacta da equação diferencial (2.58) que governa o escoamento, sujeita às condições de fronteira (5.38) e (5.39), irá ser aplicada uma formulação pelo MRP [7].

Com efeito, a função a aproximar no domínio e na fronteira é o potencial:

$$\phi \approx \hat{\phi} = \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot N_i \quad (5.40)$$

De acordo com (5.28) e (5.29), os resíduos no domínio e na fronteira são dados, respectivamente por:

$$R_\Omega = \frac{\partial}{\partial X} \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \quad (5.41)$$

$$R_{\Gamma_v} = \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z + v_n \quad (5.42)$$

Admitindo que o resíduo no trecho  $\Gamma_\phi$  é nulo por força das características da aproximação (5.40), tal como supracitado em 5.1.4.1, o anulamento da soma dos integrais dos resíduos pesados leva a:

$$\int_{\Omega} W_i \cdot R_\Omega \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_v} V_i \cdot R_{\Gamma_v} \cdot d\Gamma = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.43)$$

Substituindo (5.41) e (5.42) em (5.43) tem-se:

$$\int_{\Omega} W_i \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_v} V_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z + v_n \right] \cdot d\Gamma = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.44)$$

Torna-se necessário fazer uma transferência de diferenciação para as funções de peso  $W_i$  no integral do resíduo pesado estendido ao domínio  $\Omega$ . Nesse sentido, tendo em conta o teorema de Green [6]:



$$\int_{\Omega} \alpha \frac{\partial \beta}{\partial X} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial \beta}{\partial X} \beta \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} \alpha \cdot \beta \cdot n_x \cdot d\Gamma \quad (5.45)$$

$$\int_{\Omega} \alpha \frac{\partial \beta}{\partial Z} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial \beta}{\partial Z} \beta \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} \alpha \cdot \beta \cdot n_z \cdot d\Gamma \quad (5.46)$$

O integral do resíduo estendido ao domínio dado pelas parcelas do 1º membro da equação (5.44) será igual a:

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial W_i}{\partial X} \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) + \frac{\partial W_i}{\partial Z} \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega + \\ & + \int_{\Gamma} W_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z \right] \cdot d\Gamma + \\ & + \int_{\Gamma_v} V_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z + v_n \right] \cdot d\Gamma = 0 \\ & \quad \quad \quad i = 1, \dots, M \quad (5.47) \end{aligned}$$

### 5.2.2.3. Discretização por Elementos Finitos. Método de Galerkin.

Desdobrando os integrais que constituem as parcelas em (5.47), em somatórios de integrais estendidos aos elementos e respectivas fronteiras, e considerando ainda [6]:

$$\Gamma = \sum_{e=1}^E \Gamma_f^e = \sum_{e=1}^E \Gamma_{\phi}^e + \sum_{e=1}^E \Gamma_v^e \quad (5.48)$$

a expressão (5.47) pode então ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned} & - \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} \left[ \frac{\partial W_i}{\partial X} \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) + \frac{\partial W_i}{\partial Z} \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega + \\ & + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_{\phi}^e} W_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z \right] \cdot d\Gamma + \\ & + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_v^e} W_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z \right] \cdot d\Gamma + \\ & + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_v^e} V_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z \right] \cdot d\Gamma + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_v^e} V_i \cdot v_n \cdot d\Gamma = 0 \\ & \quad \quad \quad i = 1, \dots, M \quad (5.49) \end{aligned}$$

Adoptando o critério  $V_i = -W_i$  em  $\Gamma_v$ , a equação (5.49) vem simplificada:

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} \left[ \frac{\partial W_i}{\partial X} \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) + \frac{\partial W_i}{\partial Z} \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega + \\
 & + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_\phi^e} W_i \cdot \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial Z} \right) \cdot n_z \right] \cdot d\Gamma + \\
 & - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_v^e} W_i \cdot v_n \cdot d\Gamma = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (5.50)
 \end{aligned}$$

Introduzindo a aproximação (5.40) na equação (5.50) e tendo em conta que o integral de contorno relativo à fronteira  $\Gamma_\phi$  é nulo, visto que a fronteira  $\Gamma_\phi$  é constituída por um conjunto discreto de pontos, a equação assume o aspecto:

$$\begin{aligned}
 \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} \left[ \frac{\partial W_i}{\partial X} \sum_{j=1}^M \phi_j \left( k_{xx} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right) + \frac{\partial W_i}{\partial Z} \sum_{j=1}^M \phi_j \left( k_{xz} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_v^e} W_i \cdot v_n \cdot d\Gamma = 0 \\
 i = 1, \dots, M \quad (5.51)
 \end{aligned}$$

Modificando ligeiramente (5.51) obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^M \phi_j \left\{ \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial W_i}{\partial X} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial W_i}{\partial X} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right) + \left( k_{xz} \frac{\partial W_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial W_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega \right\} + \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_v^e} W_i \cdot v_n \cdot d\Gamma = 0 \\
 i, j = 1, \dots, M \quad (5.52)
 \end{aligned}$$

A partir da expressão (5.52) é possível gerar um sistema de  $M$  equações a  $M$  incógnitas na forma:

$$[K]\{\phi\} = \{f\} \quad (5.53)$$

Recorrendo à abordagem de Galerkin ( $W_i = N_i$ ), as grandezas intervenientes  $k_{ij}$  e  $f_i$  são dadas por:

$$\begin{aligned}
 k_{ij} = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} \left[ \left( k_{xx} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right) + \left( k_{xz} \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right) \right] \cdot d\Omega \\
 i, j = 1, \dots, M \quad (5.54)
 \end{aligned}$$

$$f_i = - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} N_i \cdot v_n \, d\Gamma \quad i, j = 1, \dots, M \quad (5.55)$$

Fazendo uso de uma notação diferente, sendo  $n$  igual ao número de nós de um elemento, pode escrever-se:

$$[K^e] = \int_{\Omega_e} [B]^T [D][B] \cdot d\Omega \quad (5.56)$$

$$\{f^e\} = - \int_{\Gamma_e} [N]^T \cdot v_n \, d\Gamma \quad (5.57)$$

$$[B] = [\{B_1\}, \{B_2\}, \dots, \{B_i\}, \dots, \{B_n\}] \quad ; \quad \{B_i\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (5.58)$$

$$[N] = [\{N_1\}, \{N_2\}, \dots, \{N_i\}, \dots, \{N_n\}] \quad (5.59)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{xz} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

A matriz  $[K^e]$  resulta do desenvolvimento da parcela da equação diferencial que representa o fluxo de água através da superfície que limita o volume de controlo, fluxo este que é dependente da permeabilidade do solo caracterizada pela matriz  $[D]$ . A matriz  $[K]$ , que resulta do agrupamento das matrizes  $[K^e]$  relativas a cada elemento, é designada por matriz de permeabilidade.

O vector  $\{f_e\}$  resulta da condição de fronteira natural e traduz o fluxo de água que atravessa a fronteira do elemento. Este fluxo  $v_n$ , definido pela projecção da velocidade na normal à fronteira, é convertido em caudal nos nós da malha a partir da expressão (5.57).

O campo de velocidades associado a um determinado problema em causa, pode tomar a forma (5.61), recorrendo à generalização da lei de Darcy tratada no capítulo 2 e à aproximação (5.40).

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{xz} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} - \sum_{i=1}^n \phi_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ - \sum_{i=1}^n \phi_i \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (5.61)$$

O vector velocidade num dado ponto  $P$  de um elemento será então dado por:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_z \end{Bmatrix} = [D] \cdot \sum_{i=1}^n \{B_i\} \cdot \phi_i \quad (5.62)$$

### 5.2.3. ELEMENTOS PARAMÉTRICOS

A definição geométrica dos elementos no MEF é realizada a partir de funções idênticas à função utilizada na aproximação dos potenciais (5.40):

$$x = \sum_{j=1}^M x_j \cdot N_j \quad (5.63)$$

$$z = \sum_{j=1}^M z_j \cdot N_j \quad (5.64)$$

Nas funções acima,  $x_j$  e  $z_j$  são coordenadas dos nós na malha de elementos finitos.

Caso se utilizem as mesmas funções de interpolação  $N_j$  para traduzir os potenciais e definir a geometria dos elementos, atribui-se aos elementos em causa a designação de elementos isoparamétricos. Nos casos em que tal não acontece, as funções que aproximam o campo designam-se por funções de forma  $N$  e as funções que definem a geometria por funções de *mapping*  $M$  [6].

Observe-se a Fig. 5.7 em que se encontra representado um elemento bidimensional posicionado em relação a um referencial global ( $Oxz$ ) e em relação a um referencial local ( $O'\xi\eta$ ). Note-se que cada coordenada no referencial local, varia entre -1 e 1 no interior do elemento.

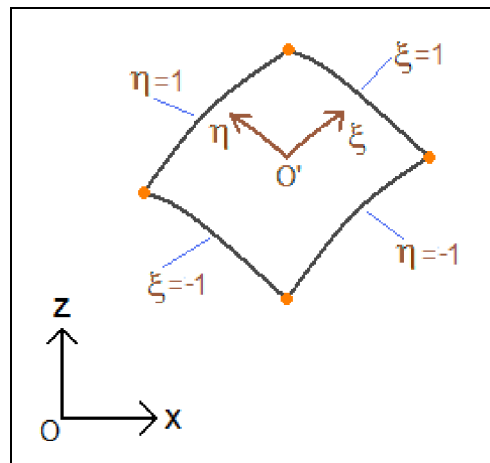


Fig. 5.7 – Elemento bidimensional nos referenciais global e local.

A partir das coordenadas nodais ( $x_j, z_j$ ) e recorrendo às funções de *mapping*  $M_i = M_i(\xi, \eta)$ , as coordenadas globais ( $x = x_p$  e  $z = z_p$ ) de um ponto  $P(\xi, \eta)$ , localizado no interior do elemento, são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} M_i & 0 \\ 0 & M_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ z_i \end{Bmatrix} \quad (5.65)$$

O campo dos potenciais do elemento no referencial global OXZ é:

$$\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot N_i \quad (5.66)$$

Na expressão (5.66)  $\phi_i$  representa o potencial do nó  $i$  do elemento e  $n$  representa o número de nós do elemento a serem utilizados na definição do campo dos potenciais.

A partir da matriz de permeabilidade  $[K^e]$  definida em (5.56), é possível obter a submatriz  $[k_{ij}]$  em que  $i$  e  $j$  são nós genéricos do elemento em causa:

$$[k_{ij}] = \int_{\Omega_e} [B_i]^T [D] [B_j] \cdot d\Omega \quad (5.67)$$

Em relação ao referencial local, sabendo que  $d\Omega = |J| \cdot d\xi \cdot d\eta$ , sendo  $|J|$  o determinante da matriz jacobiana (5.69), a expressão anterior assume a forma:

$$[k_{ij}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_i]^T [D] [B_j] \cdot |J| \cdot d\xi \cdot d\eta \quad (5.68)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

O vector  $\{f_e\}$  (5.57) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\{f_e\} = - \int_{\Gamma_v^e} [N_i]^T \cdot v_n \cdot d\Gamma \quad (5.70)$$

Para que esta expressão seja estabelecida em relação ao referencial local, o elemento de contorno  $\Gamma_v$  tem que ser expresso em coordenadas locais. Observando a Fig. 5.8, estabelece-se que  $d\Gamma \approx \sqrt{dx^2 + dz^2}$  sendo:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta \quad (5.71)$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial z}{\partial \eta} d\eta \quad (5.72)$$

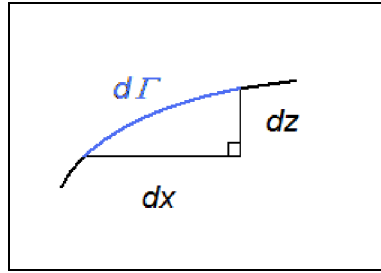


Fig. 5.8 – Elemento de contorno.

O fluxo de água atravessa a fronteira por trechos da mesma que coincidem, eventualmente, com lados de alguns dos elementos periféricos da malha de elementos finitos. Isto é, atendendo à Fig. 5.7, o fluxo de água atravessa lados em que uma das variáveis ( $\xi, \eta$ ) assume o valor de +1 ou -1 enquanto a outra varia entre -1 e +1.

Por exemplo, caso no lado do elemento em causa se verifique  $\xi=1$  então  $d\xi=0$ . Substituindo (5.71) e (5.72) em  $d\Gamma \approx \sqrt{dx^2 + dz^2}$  e atendendo à matriz jacobiana, fica:

$$d\Gamma = [J_{21}^2 + J_{22}^2]^{1/2} \cdot d\eta \quad (5.73)$$

Finalmente, em relação ao referencial local pode escrever-se:

$$\{f_i^e\} = - \int_{-1}^1 N_i(1, \eta) \cdot v_n(1, \eta) \cdot [J_{21}^2(1, \eta) + J_{22}^2(1, \eta)]^{1/2} \cdot d\eta \quad (5.74)$$

Para determinar a matriz de permeabilidade  $[K]$  e o vector  $\{f\}$  do sistema de equações (5.53), bastará apenas calcular os integrais (5.68) e (5.74) para cada elemento da malha por integração numérica em relação ao referencial local de cada elemento aplicando o método de Gauss-Legendre [6].

#### 5.2.4. FAMÍLIAS DE ELEMENTOS

Admitindo que os escoamentos se processam em domínios bidimensionais, os elementos finitos mais utilizados são elementos planos, pertencentes à família de Serendipity, à família de Lagrange e à família de elementos triangulares.

Os elementos mais divulgados da família de Serendipity são os elementos de quatro e oito nós que estão representados na Fig. 5.9.

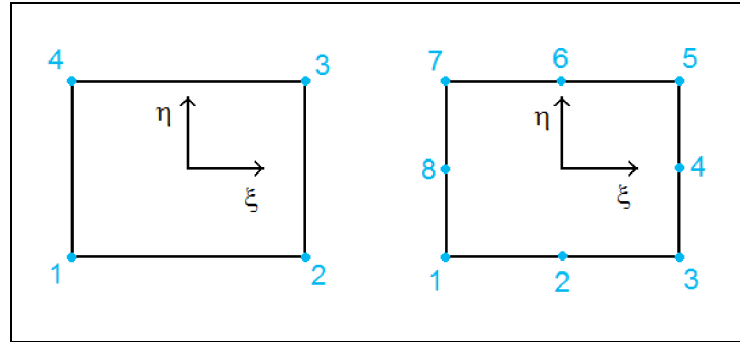


Fig. 5.9 – Elementos da família de Serendipity de 4 e 8 nós.

As funções de aproximação para o elemento de quatro nós, são definidas pelas equações:

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad i = 1,2,3,4 \quad (5.75)$$

As funções de forma para os elementos de oito nós diferem entre os nós de canto e os nós intermédios:

$$\text{Nós de canto} \rightarrow N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1) \quad i = 1,3,5,7 \quad (5.76)$$

$$\text{Nós intermédios} \rightarrow N_i = \frac{\xi_i^2}{2}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta^2) + \frac{\eta_i^2}{2}(1 + \eta\eta_i)(1 + \xi^2) \quad i = 2,4,6,8 \quad (5.77)$$

O elemento de nove nós apresentado na Fig.5.10 é o elemento da família de Lagrange mais difundido.

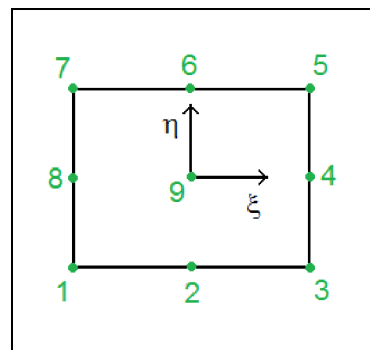


Fig. 5.10 – Elemento da família de Lagrange de 9 nós.

As funções de forma para o elemento lagrangiano são:

$$\text{Nós de canto} \rightarrow N_i = \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi\xi_i)(\eta^2 + \eta\eta_i) \quad i = 1,3,5,7 \quad (5.78)$$

$$\text{Nós intermédios} \rightarrow N_i = \frac{\eta_i^2}{2}(\eta^2 + \eta\eta_i)(1 - \xi^2) + \frac{\xi_i^2}{2}(\xi^2 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) \quad i = 2,4,6,8 \quad (5.79)$$

$$\text{Nó central} \rightarrow N_i = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \quad i = 9 \quad (5.80)$$

Quanto aos elementos triangulares com relevância, os elementos de três e seis nós são ilustrados na Fig. 5.11.

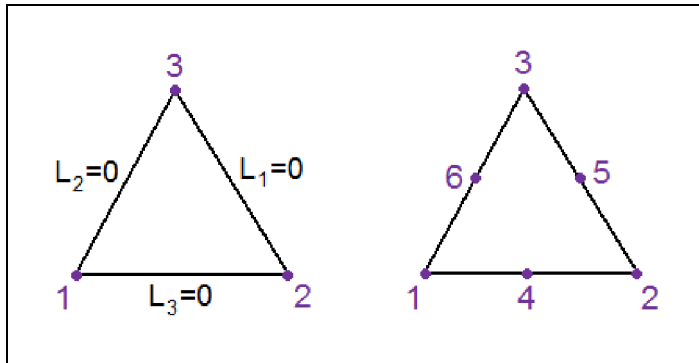


Fig. 5.11 – Elementos triangulares de 3 e 6 nós.

Para estes elementos o sistema de coordenadas local cartesiano não é o mais indicado, sendo este substituído por outro definido pelas relações seguintes [11]:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (5.81)$$

$$x = L_1 \cdot x_1 + L_2 \cdot x_2 + L_3 \cdot x_3 \quad (5.82)$$

$$z = L_1 \cdot z_1 + L_2 \cdot z_2 + L_3 \cdot z_3 \quad (5.83)$$

Segundo este sistema, as coordenadas no nó 1 do elemento de três nós são (1,0,0).

As funções de forma para o elemento triangular de três nós são simplesmente:

$$N_i = L_i \quad i = 1,2,3 \quad (5.84)$$

Para o elemento triangular de seis nós, as funções de forma podem escrever-se:



$$\text{Nós de canto} \rightarrow N_i = (2L_i - 1)L_i \quad i = 1,2,3 \quad (5.85)$$

$$\text{Nós intermédios} \rightarrow N_4 = 4L_1L_2 \quad (5.86)$$

$$N_5 = 4L_2L_3 \quad (5.87)$$

$$N_6 = 4L_1L_3 \quad (5.88)$$

### 5.2.5. INTRODUÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

Considere-se uma barragem de aterro, constituída por material anisotrópico, cuja geometria do domínio se encontra representada na Fig. 5.12 bem como as condições de fronteira.

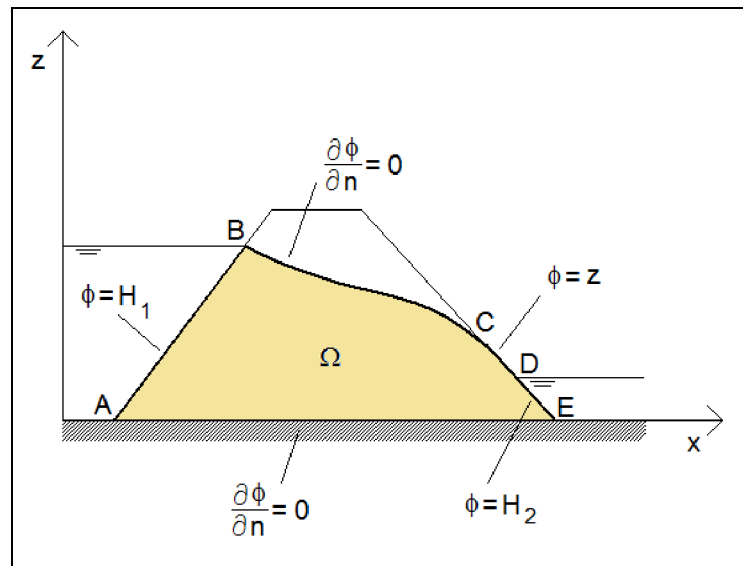


Fig. 5.12 – Condições de fronteira tendo como variável dependente a função potencial.

Estando o problema formulado com base na função potencial  $\phi$ , as condições de fronteira também são estabelecidas matematicamente em função do potencial.

Nas linhas AB, CD e DE as condições de fronteira são essenciais, pois o valor da função potencial é prescrito ao longo dos seus comprimentos [6]:

$$\phi = \bar{\phi} \quad \text{em } \Gamma_1 = AB + CD + DE \quad (5.89)$$

Porém, enquanto ao longo de AB e DE o valor da função é constante, na linha CD varia linearmente.

Nos trechos AE e BC as condições de fronteira são naturais e constata-se que a componente da velocidade na normal à fronteira se anula (superfícies impermeáveis).

$$\left( k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial X} + k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \cdot n_x + \left( k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial X} + k_{zz} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \cdot n_z = 0 \quad \text{em } \Gamma_2 = AE + BC \quad (5.90)$$

Enquanto a posição da linha AE é conhecida previamente, a da linha BC é desconhecida.

A formulação do MEF desenvolvida anteriormente conduz a um sistema de  $M$  equações a  $M$  incógnitas dado por  $[K]\{\phi\} = \{f\}$ , em que  $[K]$  é a matriz de permeabilidade,  $\{f\}$  é o vector que resulta das condições de fronteira naturais,  $\{\phi\}$  é o vector das incógnitas (potenciais) e  $M$  o número de nós em que é discretizado o domínio.

Neste caso, como a componente da velocidade normal à fronteira se anula em AE e BC, para introduzir as condições de fronteira naturais no sistema de equações basta anular o vector  $\{f\}$ , ficando  $[K]\{\phi\} = 0$ .

Por outro lado, de forma a introduzir as condições de fronteira essenciais do tipo  $\phi = \bar{\phi}$  no sistema anterior, recorre-se geralmente à adição de valores muito altos, adequadamente posicionados, na diagonal principal e no vector dos termos independentes, apenas nas linhas correspondentes aos pontos nodais com potenciais prescritos. Assim o sistema transforma-se em  $[\bar{K}]\{\phi\} = \{\bar{Q}\}$

#### 5.2.6. DETERMINAÇÃO DA SUPERFÍCIE LIVRE

Na determinação de solução numérica a partir da resolução do sistema  $[\bar{K}]\{\phi\} = \{\bar{Q}\}$ , parte-se do princípio que o domínio onde se processa o escoamento é totalmente conhecido. Ora, no caso dos escoamentos não confinados esse domínio não é inicialmente conhecido. Desta forma, para o estudo destes escoamentos pelo MEF existem essencialmente dois tipos de procedimentos: procedimentos de malha variável e de malha constante [6].

A utilização da técnica de malha variável, apesar de permitir obter aproximações para a posição da superfície livre com elevada precisão, tem alguns inconvenientes, como obrigar à resolução de um novo sistema de equações em cada passo iterativo; dificultar o estudo de problemas em que se pretende obter em separado, a distribuição de pressões neutras e tensões; comprometer a convergência do método iterativo quando a superfície livre do escoamento apresenta grandes inclinações.

Estas dificuldades têm levado a optar por técnicas de malha constante. O procedimento mais disseminado para o estudo dos escoamentos não confinados foi proposto por Bathe *et al.* A essência desse procedimento está na consideração de uma relação de dependência entre as características de permeabilidade do meio e o potencial em todos os pontos do domínio onde se processa o escoamento.

### 5.3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

#### 5.3.1. INTRODUÇÃO

No capítulo 4 foram descritas uma série de experiências realizadas no âmbito deste trabalho. Nesta parte do relatório serão apresentados três exemplos de modelação numérica pelo MEF, tomando como objectos de análise as situações modeladas experimentalmente.

Este estudo será feito por intermédio do programa Phase<sup>2</sup> e os resultados obtidos serão analisados e confrontados com os dados obtidos experimentalmente. O programa Seep/W foi utilizado unicamente

para comparação com os resultados do programa Phase<sup>2</sup> e eliminação de possíveis lapsos humanos ou erros computacionais.

### 5.3.2. ENSECADEIRA

Na Fig. 5.13 é apresentada a geometria do problema introduzido no programa e a malha de elementos adoptada. A malha é constituída por 1872 elementos triangulares de 6 nós. As condições de fronteira inseridas nos nós da superfície do terreno nas zonas exteriores à ensecadeira fixam  $H=0,485\text{m}$  e no interior da ensecadeira  $H=0,250\text{m}$ .

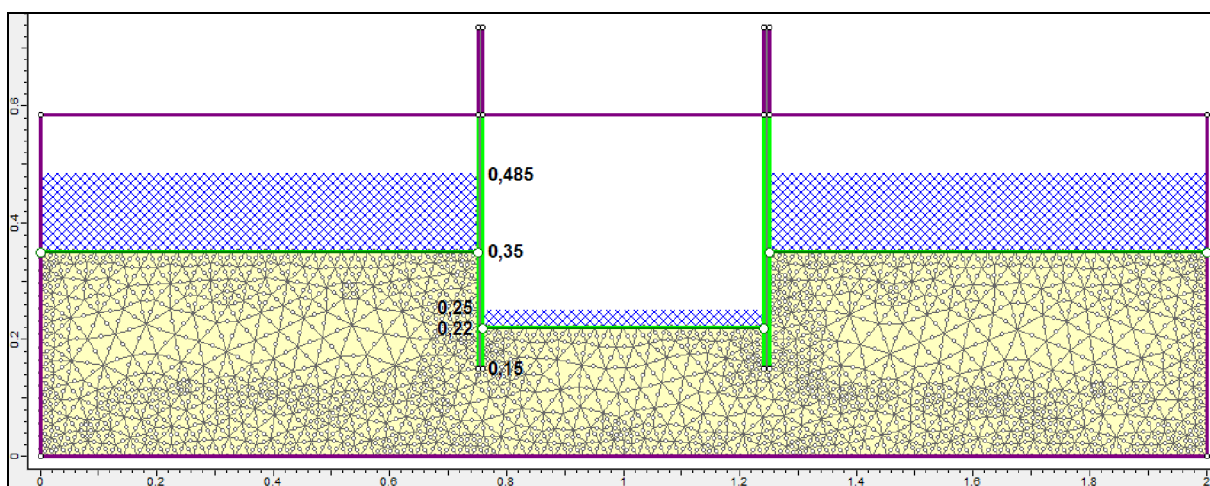


Fig. 5.13 – Malha de elementos finitos e condições de fronteira da ensecadeira.

O terreno foi considerado homogéneo e com isotropia de permeabilidade. O coeficiente de permeabilidade adoptado  $k=1,3032 \times 10^{-3} \text{m/s}$  foi estimado por interpolação. Fez-se correr o cálculo automático várias vezes com diferentes valores de  $k$ , até se obter um caudal percolado aproximadamente igual ao medido na experiência realizada (capítulo 4). Os valores obtidos nos sucessivos passos desta aproximação podem ser consultados no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 – Valor de permeabilidade do solo na ensecadeira.

$k$ (m/s)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s/m)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q$ (l/h)
1,0000E-04	2,3450E-03	4,690E-04	1688
1,0000E-03	2,3450E-04	4,690E-05	169
2,0000E-03	4,6899E-04	9,380E-05	338
1,5000E-03	3,5174E-04	7,035E-05	253
1,3000E-03	3,0484E-04	6,097E-05	219
1,3030E-03	3,0555E-04	6,111E-05	220
1,3032E-03	3,0559E-04	6,112E-05	220

O valor de permeabilidade atingido corresponde ao de uma areia grossa (Quadro 2.3). Analisando a curva granulométrica da areia (Fig. 4.1), verifica-se uma correspondência favorável.

Na Fig. 5.14 são exibidos os valores dos caudais por metro de desenvolvimento que atravessam as diferentes secções no domínio do problema bem como vectores de fluxo.

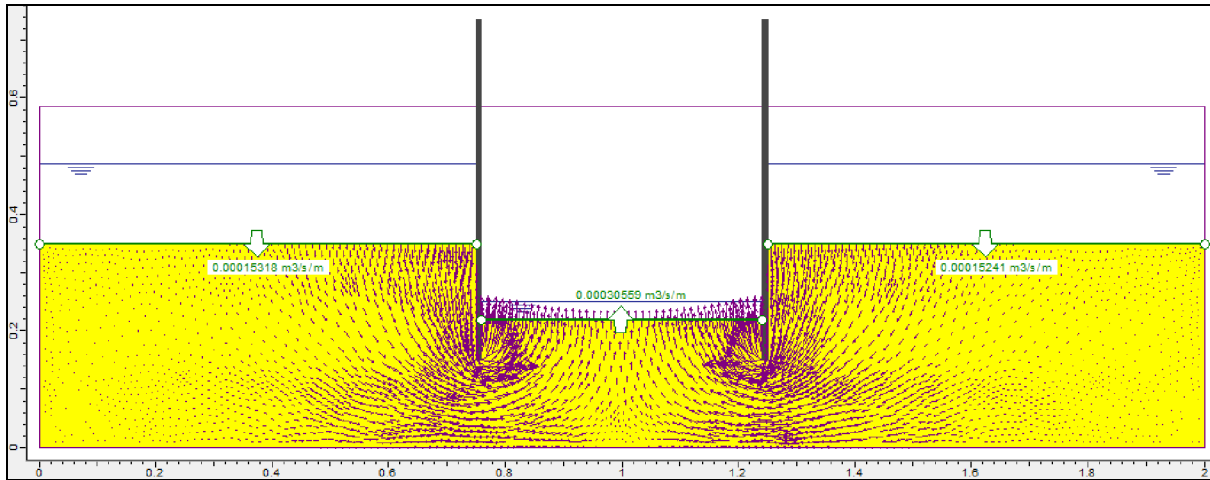


Fig. 5.14 – Caudais percolados para o interior da ensecadeira.

O caudal que surge no interior da ensecadeira na figura acima, multiplicado pela largura do tanque, corresponde ao valor registado na experiência.

Os vectores de fluxo assumem maiores dimensões junto à base e na face interior das paredes da ensecadeira, o que indica claramente que essas zonas são atravessadas por uma maior quantidade de água, num certo intervalo de tempo, em relação às restantes zonas. Atingem-se portanto maiores velocidades de escoamento nessas regiões e conseqüentemente maiores valores de gradiente hidráulico, atendo à proporcionalidade entre as duas grandezas. Estes resultados explicam a perturbação das partículas junto à base de uma das placas observada durante a realização da experiência, equivalente a um fenómeno de erosão interna.

Os valores de gradiente hidráulico do escoamento são apresentados na Fig. 5.15.

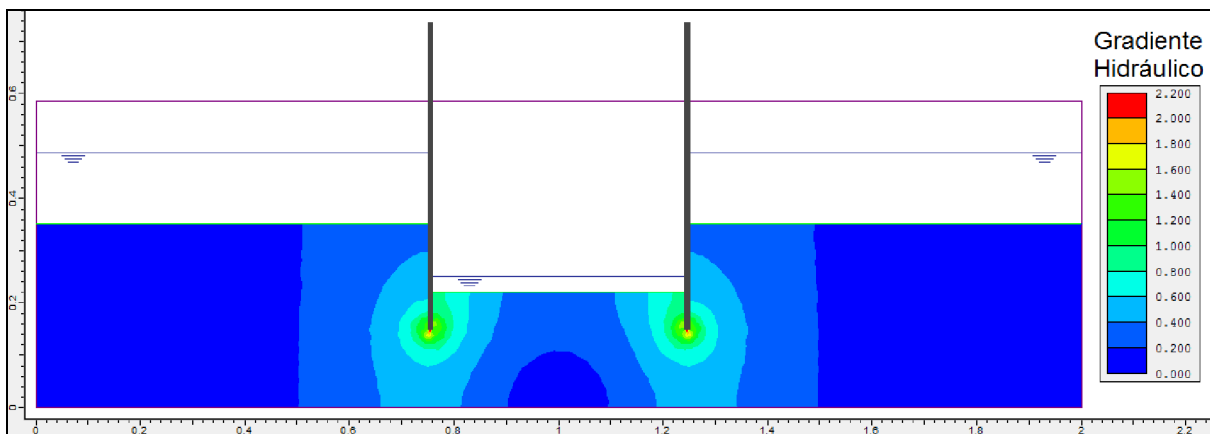


Fig. 5.15 – Valores de gradiente hidráulico associados ao escoamento para o interior da ensecadeira.

À superfície do terreno, os máximos gradientes dão-se no interior da ensecadeira nas zonas mais próximas das paredes da mesma.

A rede de escoamento que se desenvolve no problema em regime permanente é ilustrada na Fig. 5.16. Podem observar-se as equipotenciais que atravessam pontos de iguais valores de carga hidráulica e as linhas de corrente que representam trajectórias das partículas de água ao longo do percurso do exterior para o interior da ensecadeira.

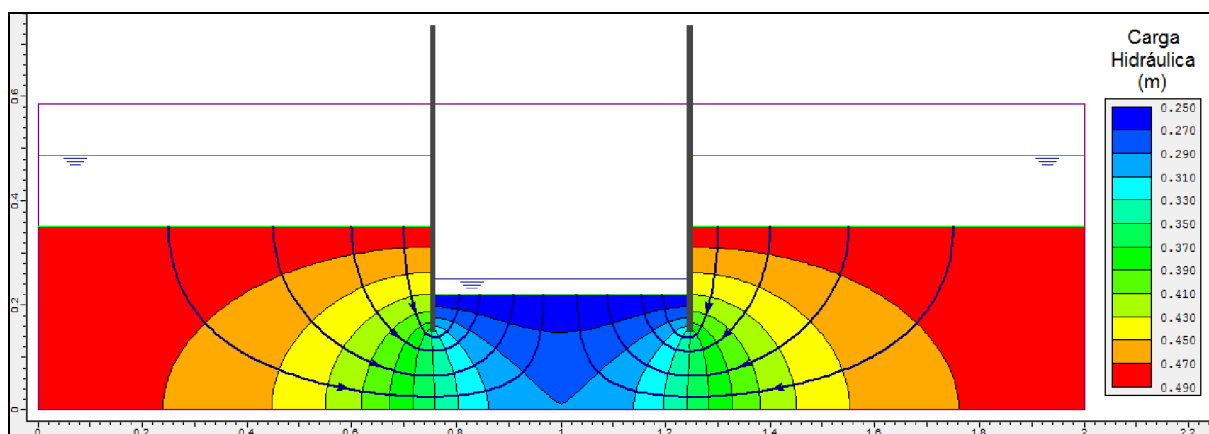


Fig. 5.16 – Rede de escoamento associada à percolação para o interior da ensecadeira.

Compare-se uma linha de corrente traçada através do programa com a trajectória do corante injectado durante a modelação experimental. Na Fig. 5.17 a semelhança entre as duas situações é notória, tal como seria de esperar.

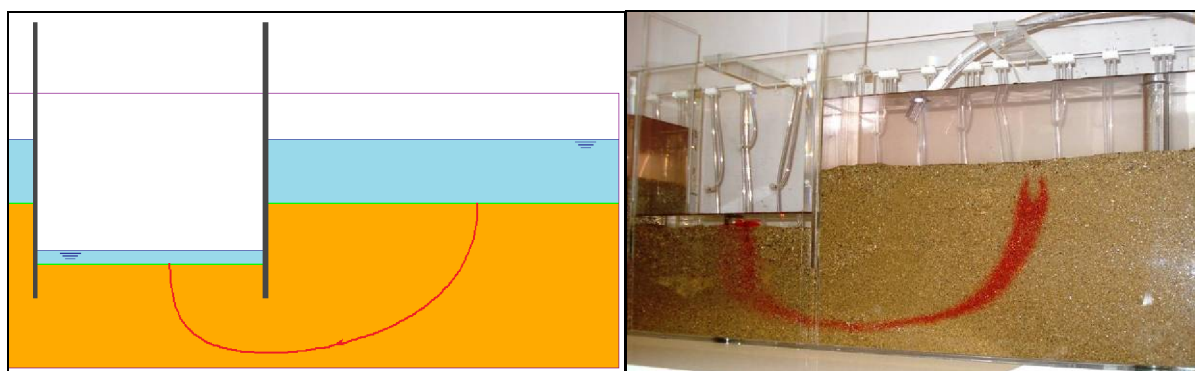


Fig. 5.17 – Comparação entre linhas de corrente na ensecadeira.

A distribuição dos valores de altura piezométrica obtida no Phase<sup>2</sup> pode ser analisada na Fig. 5.18.

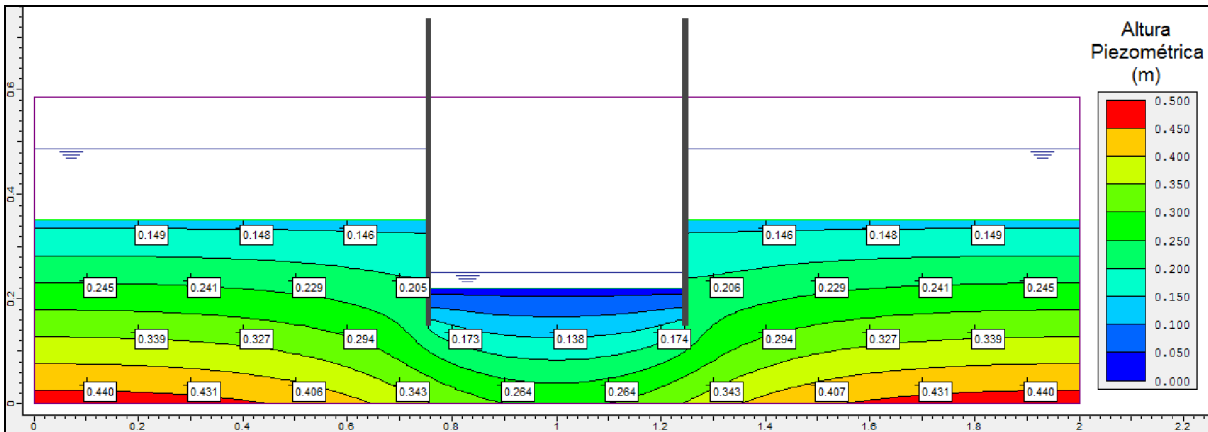


Fig. 5.18 – Alturas piezométricas obtidas no programa para a ensecadeira.

Esta distribuição é obviamente simétrica. Os valores nos pontos correspondentes à malha de orifícios existente na parede do tanque de percolação, que interessam neste problema, figuram também no desenho juntamente com as respectivas legendas. Estes valores correspondem à altura atingida pela água no interior dos tubos, medida na vertical a partir dos orifícios na parede do tanque.

Aos valores das alturas piezométricas podem adicionar-se as cotas geométricas medidas a partir da base do tanque e obtêm-se os valores de carga hidráulica ilustrados na Fig. 5.19. Admite-se, como foi anteriormente referido no capítulo 2, que a carga hidráulica é aproximadamente igual à cota piezométrica.

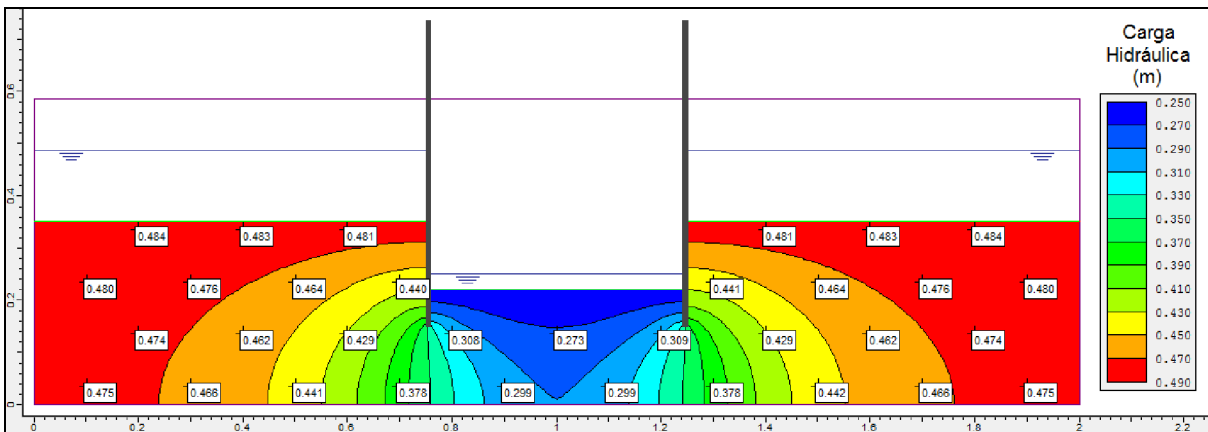


Fig. 5.19 – Valores de carga hidráulica obtidos no programa para a ensecadeira.

Na Fig. 5.20 são representadas duas imagens da parte traseira do tanque com indicação da carga hidráulica atingida em cada um dos pontos da malha, medida com auxílio das escalas fixas à parede do tanque.

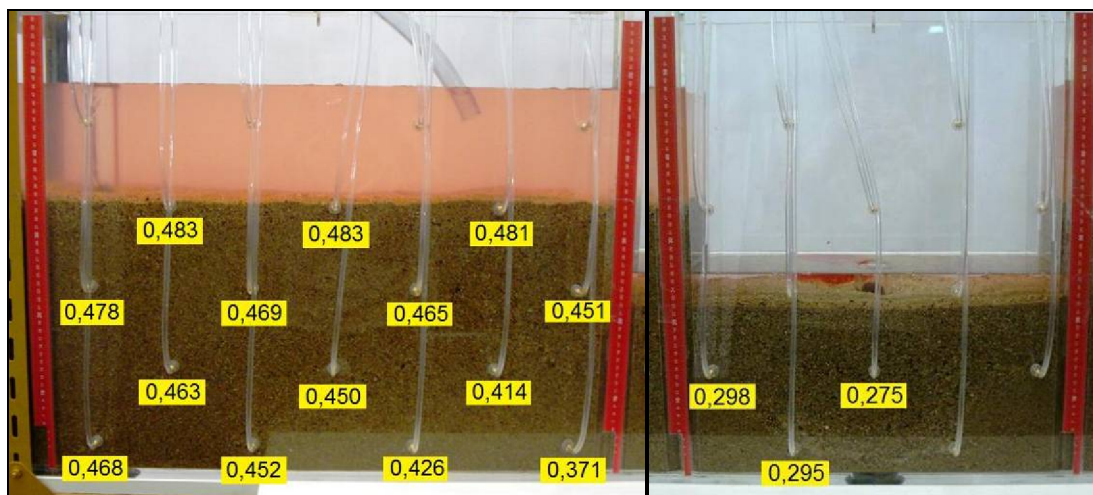


Fig. 5.20 – Valores de carga hidráulica medidos no ensaio para a ensecadeira.

No Quadro 5.2 faz-se uma comparação entre valores de  $H$  medidos e valores obtidos numericamente.

Quadro 5.2 – Comparação dos valores de carga hidráulica na ensecadeira.

$H$ (m) Phase <sup>2</sup>	$H$ (m) Medido	Diferença	%
0,480	0,478	0,002	0,42
0,475	0,468	0,007	1,47
0,484	0,483	0,001	0,21
0,474	0,463	0,011	2,32
0,476	0,469	0,007	1,47
0,466	0,452	0,014	3,00
0,483	0,483	0,000	0,00
0,462	0,450	0,012	2,60
0,464	0,465	-0,001	-0,22
0,442	0,426	0,016	3,62
0,481	0,481	0,000	0,00
0,429	0,414	0,015	3,50
0,441	0,451	-0,010	-2,27
0,378	0,371	0,007	1,85
0,308	0,298	0,010	3,25
0,299	0,295	0,004	1,34
0,273	0,275	-0,002	-0,73

A maior diferença registada entre os valores experimentais e numéricos é de 3,62% e a média dos desvios é de 1,7%, o que parece ser um valor perfeitamente razoável. Mais ainda, considerando que existe sempre uma pequena variabilidade que influencia um solo real e que não pode ser simulado no programa.

O programa assume um solo perfeitamente homogéneo completamente isotrópico no que respeita à permeabilidade, o que, ainda que seja uma simplificação aceitável, não representa o que se passa à escala das partículas como se compreende. O tamanho e o arranjo dos grãos no solo varia de ponto para ponto.

No geral, a análise das observações do modelo reduzido da ensecadeira realizada por via numérica permite obter resultados bastante satisfatórios.

### 5.3.3. CORTINA IMPERMEÁVEL

A geometria do problema introduzido no programa Phase<sup>2</sup> e a malha de elementos adoptada é apresentada na Fig. 5.21. A malha é constituída por 1065 elementos triangulares de 6 nós. As condições de fronteira inseridas nos nós da superfície do terreno à direita da cortina fixam  $H=0,480\text{m}$  e à esquerda  $H=0,200\text{m}$ .

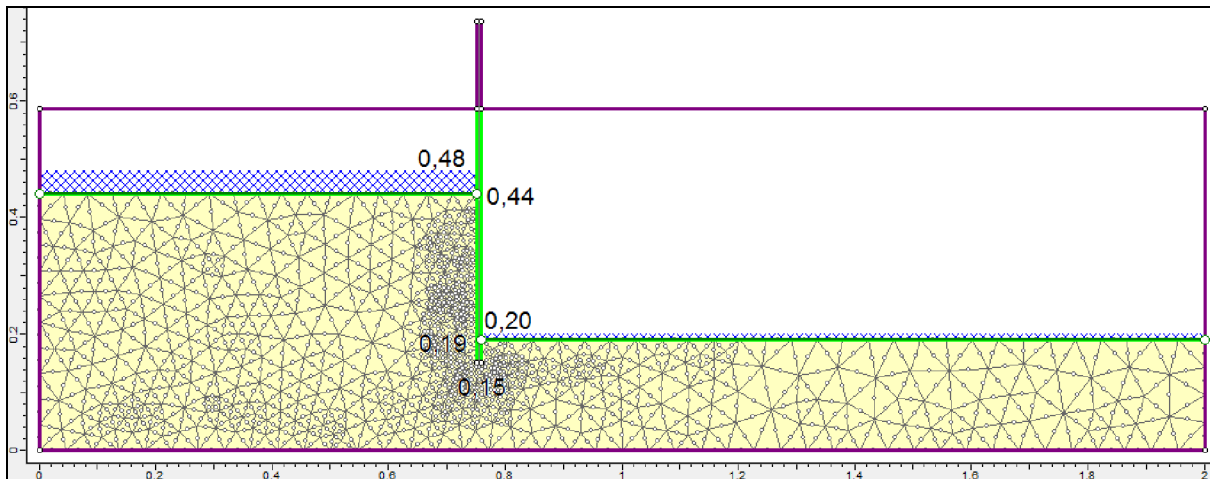


Fig. 5.21 – Malha de elementos finitos e condições de fronteira no problema da cortina impermeável.

O terreno é considerado homogéneo com isotropia de permeabilidade. O coeficiente de permeabilidade adoptado  $k=1,271 \times 10^{-3} \text{m/s}$  foi estimado por interpolação. A partir do valor estimado para a ensecadeira, correu-se o cálculo automático várias vezes com diferentes valores de  $k$ , até se obter um caudal percolado aproximadamente igual ao medido nesta experiência (capítulo 4). Este valor é bastante próximo do obtido anteriormente, uma vez que o solo utilizado foi o mesmo.

Os valores alcançados nesta aproximação podem ser consultados no Quadro 5.3.



Quadro 5.3 – Valor de permeabilidade do solo para a cortina impermeável.

$k$ (m/s)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s/m)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q$ (l/h)
1,3032E-03	1,8253E-04	3,651E-05	131
1,2000E-03	1,6807E-04	3,361E-05	121
1,2500E-03	1,7508E-04	3,502E-05	126
1,2600E-03	1,7648E-04	3,530E-05	127
1,2710E-03	1,7802E-04	3,560E-05	128

Na Fig. 5.22 é exibido o valor do caudal por metro de desenvolvimento que passa por baixo da cortina bem como vectores de fluxo.

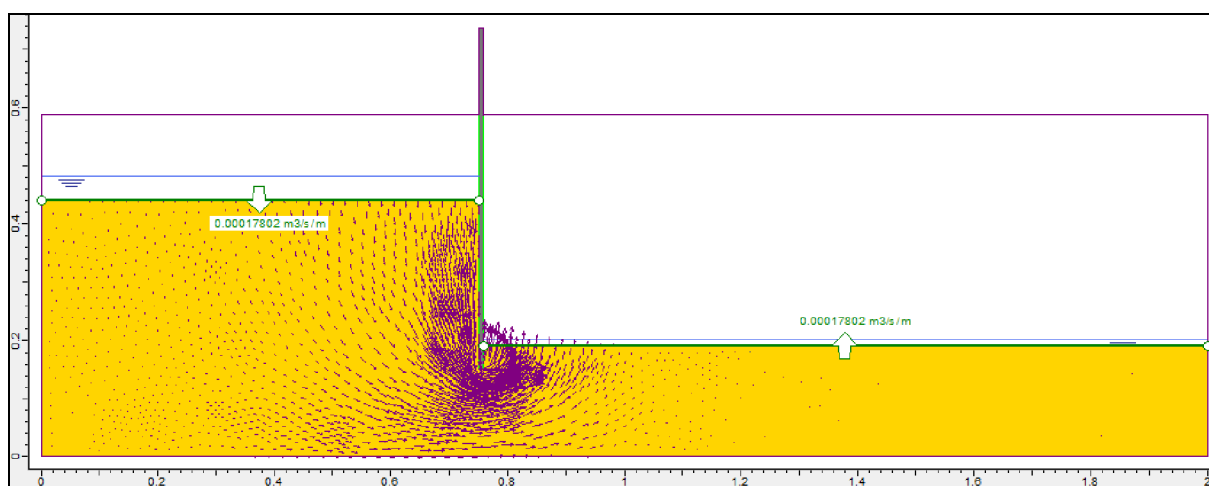


Fig. 5.22 – Caudais percolados associados à cortina.

O caudal percolado na figura acima, multiplicado pela largura do tanque, corresponde ao valor registado na experiência da cortina impermeável.

Os vectores de fluxo são de maiores dimensões junto das paredes da cortina, em especial na base, o que indica que essas zonas são atravessadas por uma maior quantidade de água, tal como acontece na ensecadeira. Atingem-se portanto maiores velocidades de escoamento nessas regiões e consequentemente maiores valores de gradiente hidráulico. Os valores de gradiente hidráulico do escoamento são apresentados na Fig. 5.23.

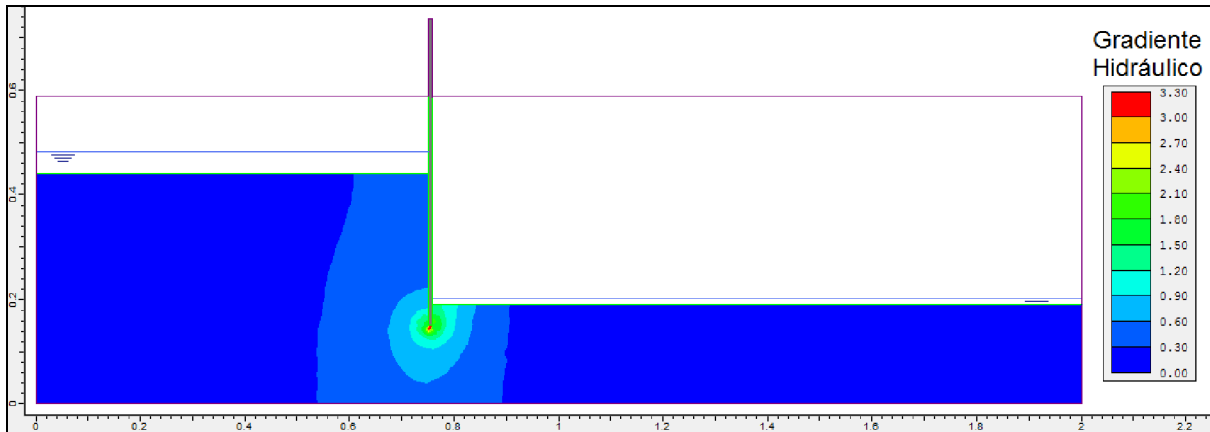


Fig. 5.23 – Valores de gradiente hidráulico no escoamento associado à cortina.

Os máximos gradientes à superfície dão-se à direita da cortina nas zonas mais próximas das paredes da mesma. Sabe-se que probabilidade de ocorrência de fenómenos de instabilidade hidráulica é mais elevada nesta zona, embora não se tenha registado nenhum.

A rede de escoamento que se desenvolve no problema em regime permanente é ilustrada na Fig. 5.24.

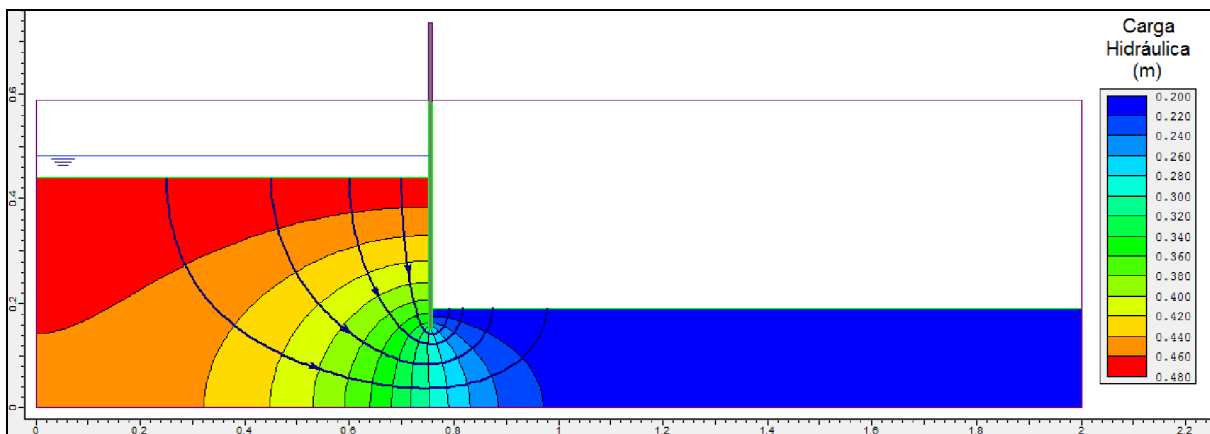


Fig. 5.24 – Rede de escoamento associada à cortina impermeável.

Na imagem acima, podem observar-se as equipotenciais que atravessam pontos de iguais valores de carga hidráulica e as linhas de corrente que representam trajectórias das partículas de água.

Observem-se as linhas de corrente traçadas fazendo uso do programa e comparem-se com as trajectórias dos corantes injectados durante a modelação experimental (Fig. 5.25). Mais uma vez, a semelhança entre as duas situações é evidente.

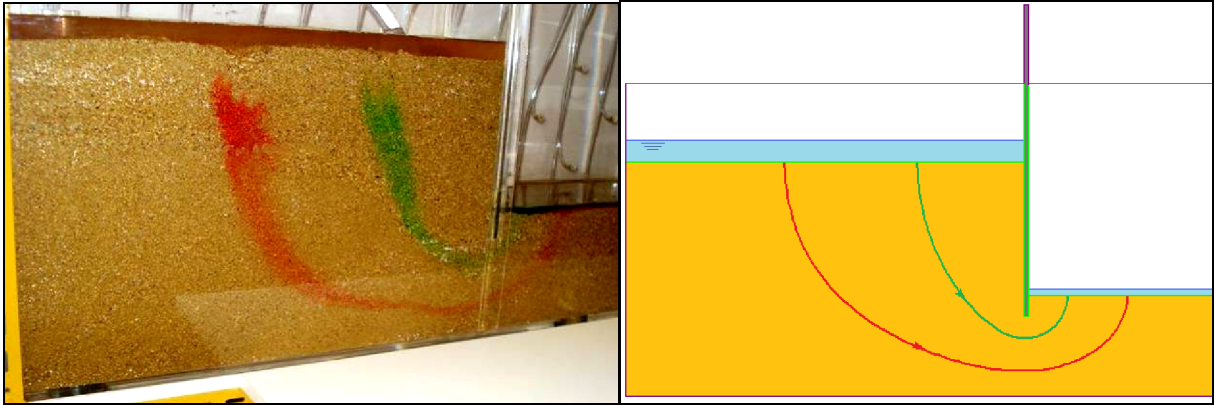


Fig. 5.25– Comparação entre linhas de corrente para a cortina.

Os valores de carga hidráulica obtidos numericamente para os pontos correspondentes à malha do tanque estão ilustrados na Fig. 5.26. Na Fig. 5.27 apresentam-se os valores medidos durante o ensaio.

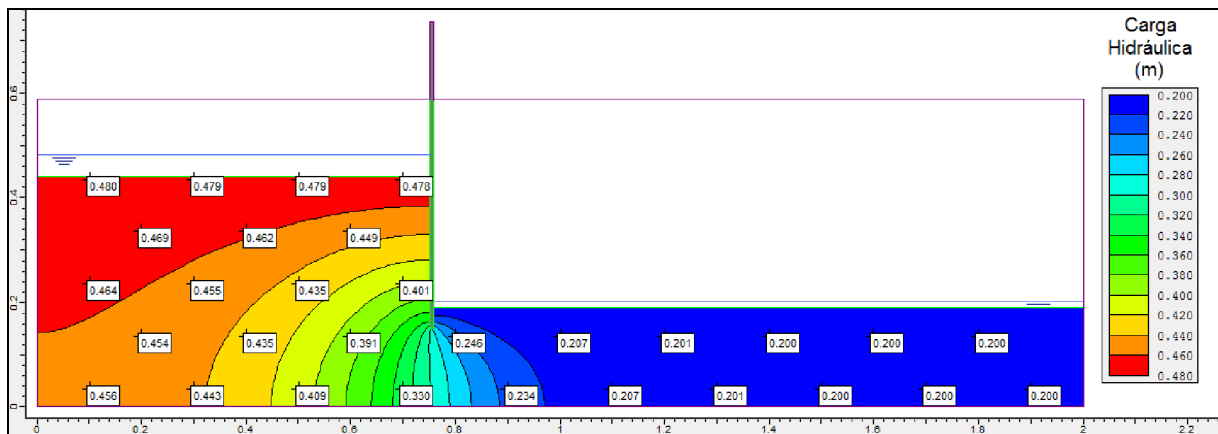


Fig. 5.26 – Valores de carga hidráulica obtidos no Phase<sup>2</sup> para a cortina.

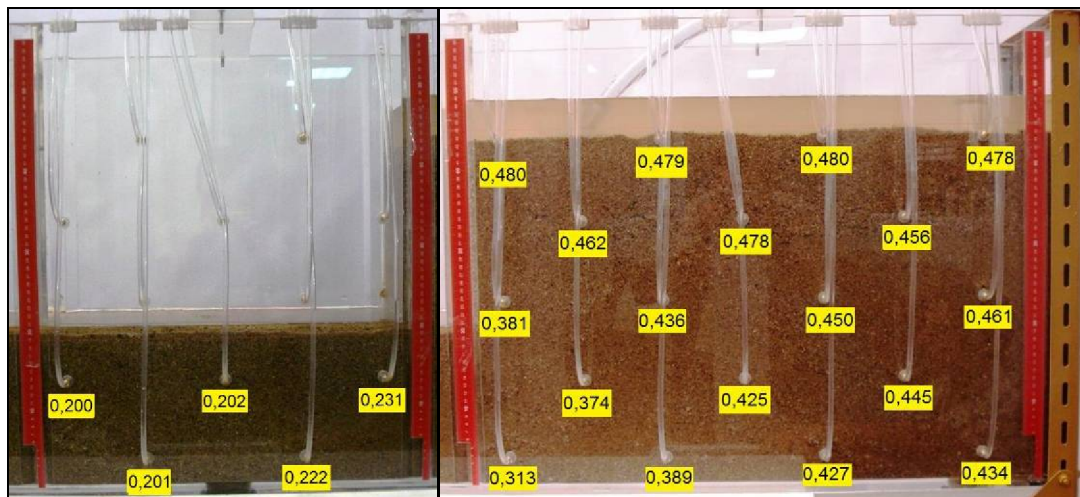


Fig. 5.27 – Valores de carga hidráulica medidos no ensaio da cortina.

No Quadro 5.4 foram registados os valores de carga  $H$  medidos e os valores obtidos através do programa baseado no MEF.

Quadro 5.4 – Comparação dos valores de carga hidráulica para a cortina.

$H$ (m) Phase <sup>2</sup>	$H$ (m) Medido	Diferença	%
0,480	0,478	0,002	0,42
0,464	0,461	0,003	0,65
0,456	0,434	0,022	4,82
0,469	0,456	0,013	2,77
0,454	0,445	0,009	1,98
0,479	0,480	-0,001	-0,21
0,455	0,450	0,005	1,10
0,443	0,427	0,016	3,61
0,462	0,478	-0,016	-3,46
0,435	0,425	0,010	2,30
0,479	0,479	0,000	0,00
0,435	0,436	-0,001	-0,23
0,409	0,389	0,020	4,89
0,449	0,462	-0,013	-2,90
0,391	0,374	0,017	4,35
0,478	0,480	-0,002	-0,42
0,401	0,381	0,020	4,99
0,330	0,313	0,017	5,15
0,246	0,231	0,015	6,10
0,234	0,222	0,012	5,13
0,207	0,202	0,005	2,42
0,207	0,201	0,006	2,90
0,201	0,200	0,001	0,50

Observa-se uma diferença máxima de 6,10% e uma média dos desvios de 2,9%.

Consideram-se perfeitamente aceitáveis estes resultados.

### 5.3.4. BARRAGEM DE ATERRO

Na figura 5.28 é apresentada a geometria da barragem introduzida no Phase<sup>2</sup> e a malha de elementos adoptada. Esta malha é constituída por 1220 elementos triangulares de seis nós. Na imagem podem ainda ser observadas as condições de fronteira inseridas. Nos nós do paramento de montante fixou-se a carga hidráulica  $H=0,40\text{m}$ ; no paramento de jusante até uma cota de  $0,20\text{m}$  introduziu-se  $H=0,20\text{m}$  e a partir dessa cota atribuiu-se aos nós uma condição de fronteira redefinível.

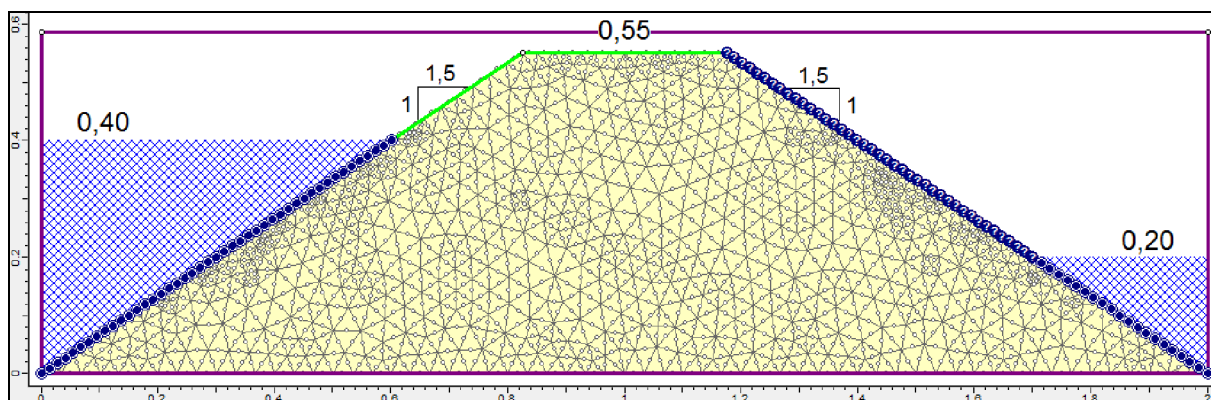


Fig. 5.28 – Malha de elementos finitos e condições de fronteira na barragem de aterro.

A barragem é homogénea com isotropia de permeabilidade e admitiu-se neste caso  $k=1,3 \times 10^{-3}$  m/s, valor aproximado ao determinado nos dois problemas anteriores.

Na Fig. 5.29 é exibida a distribuição dos valores de altura piezométrica no corpo da barragem. A linha de saturação está marcada, como é óbvio, ao longo da superfície com altura piezométrica de valor nulo.

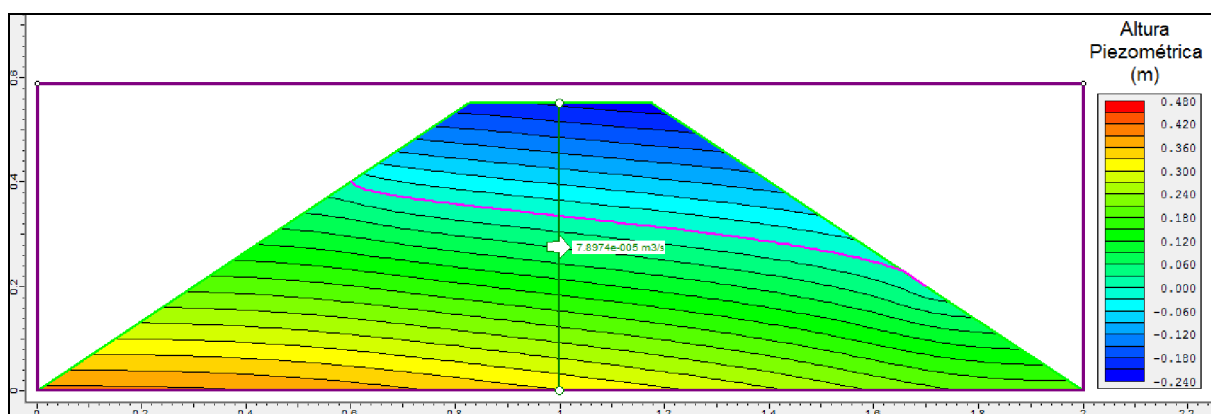


Fig. 5.29 – Alturas piezométricas e caudal percolado na barragem.

O caudal que atravessa o corpo da barragem toma o valor  $Q=7,8974 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/s/m, ou seja, tendo em conta a largura do tanque (0,2m), o caudal que atravessa a barragem é 56,9 l/h.

O decréscimo da carga hidráulica e das linhas de fluxo na barragem estão representadas na Fig. 5.30 caracterizando a rede de escoamento que se desenvolve no problema em regime permanente.

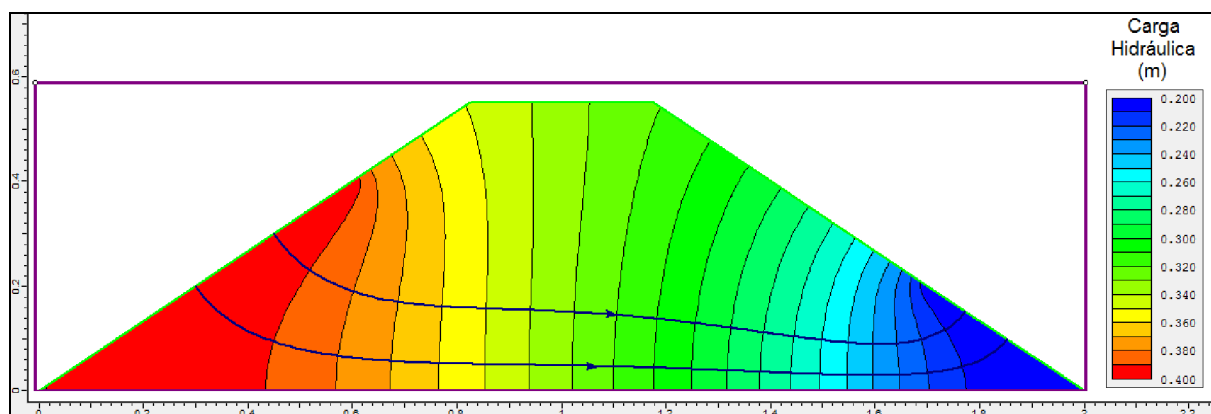


Fig. 5.30 – Rede de escoamento no interior da barragem.

Comparando a Fig. 5.29 e Fig. 5.30 com a Fig. 5.31, mais uma vez se verifica boa correspondência entre as linhas de fluxo obtidas no programa e as linhas determinadas experimentalmente. A superfície livre foi marcada para auxiliar a sua percepção.

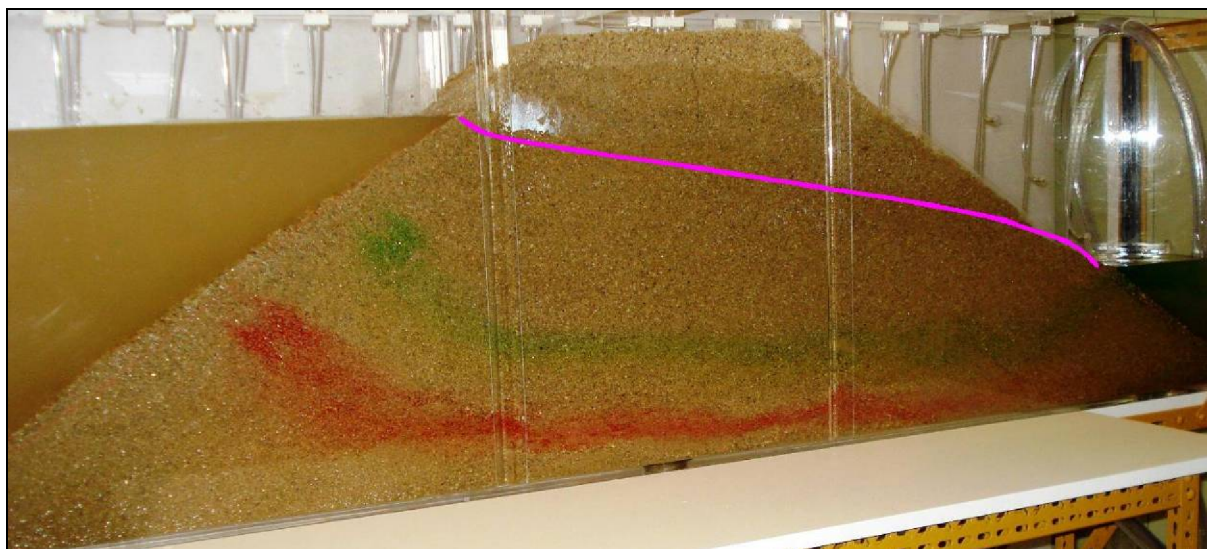


Fig. 5.31 – Trajectórias do corante e superfície livre na barragem.

As velocidades de percolação no seio da barragem são apresentadas na Fig. 5.32.

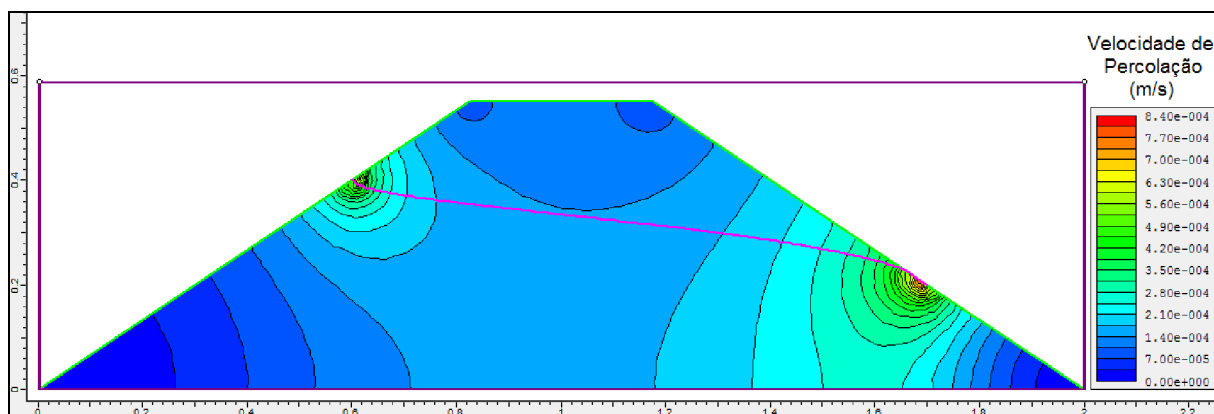


Fig. 5.32 – Velocidades de percolação no seio da barragem.

Como facilmente se conclui, a velocidade da água em movimento atinge o valor mais elevado junto da saída de jusante, próximo da face do talude. Maior velocidade implica maior gradiente hidráulico, o que ajuda a explicar o fenómeno erosivo registado na experiência e ressurgência de caudal no paramento. A introdução de um dreno de jusante poderia evitar este fenómeno.

A diferença na velocidade de propagação das linhas de corante observadas no ensaio atribui-se a diferentes velocidades de percolação que ficam deste modo demonstradas.

Assim, a realização do estudo deste problema fazendo uso do MEF através do programa Phase<sup>2</sup> parece ser apropriado para auxílio da compreensão das características do escoamento e dos fenómenos observados durante o ensaio experimental.





## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este relatório é apenas uma parte do trabalho realizado durante este projecto, mas tentou-se que fossem abordados todos os aspectos fundamentais do mesmo.

As bases teóricas de percolação e solos em geral, bem como os fundamentos do método dos elementos finitos, abriram caminho para o projecto e construção do equipamento, que culminou com a comparação entre resultados numéricos pelo MEF e resultados experimentais.

Obtiveram-se resultados bastante satisfatórios, tanto na visualização de fenómenos durante os ensaios como na comparação dos dados recolhidos com resultados numéricos.

No que diz respeito ao potencial didáctico do tanque de percolação crê-se que este seja bastante razoável. A visualização de linhas de corrente é talvez a capacidade onde esse potencial está mais patente. A visualização directa de uma aproximação da carga hidráulica em pontos discretos ao longo do tanque, também será útil na percepção de uma rede de escoamento real.

O tipo de ensaio que mais deverá agradar aos novos alunos que são introduzidos no universo da Mecânica dos Solos será talvez uma barragem de aterro. A construção de uma determinada secção-tipo com os diferentes órgãos correctamente dimensionados, percebendo a sua utilidade com o decorrer do ensaio, deverá constituir um exercício interessante. Ao adoptar-se propositadamente secções erradas a nível estrutural, os fenómenos observados de erosões internas, arrastamento de material, falhas, roturas serão bastante enriquecedores e ficarão no mínimo gravados na memória.

Se ao procedimento experimental se juntar a tentativa de obtenção de resultados numéricos pelo método dos elementos finitos tanto melhor, já que os alunos ganham experiência num domínio com cada vez mais utilidade para qualquer Engenheiro.

A experiência de projectar e construir um determinado cenário experimentalmente e depois utilizar um *software* poderoso para modelar o mesmo sistema, constitui um desafio estimulante na tentativa de obter resultados semelhantes e compreendê-los.

No decorrer do processo vai-se tomando contacto com uma série de conceitos e teorias de Mecânica dos Solos e Geotecnia em geral de uma forma interactiva e divertida. Ganham-se também noções experimentais ao mesmo tempo que se adquirem capacidades de resolução de problemas.

O objectivo fundamental deste projecto de desenvolver um equipamento que permita estudar problemas de percolação em modelo reduzido a duas dimensões considera-se atingido. Embora o projecto e construção do equipamento tenha implicado bastante mais trabalho e demorado mais tempo do que se imaginava chegou-se ao fim com uma sensação de dever cumprido. Foi gratificante verificar que o que foi planeado funcionou sem problemas e o sacrifício não foi em vão.

Deixou-se no entanto margem de manobra para possíveis desenvolvimentos futuros, devido à versatilidade e grau de liberdade imprimidos no equipamento.

Poderá facilmente criar-se um sistema de injeção de corante a partir de um reservatório e algumas pequenas válvulas, uma vez que o recurso a uma seringa pode tornar-se desconfortável quando for necessário introduzir corante durante bastante tempo para que as linhas de corrente sejam contínuas.

Pensa-se que existirá interesse em dotar o aparelho de um sistema de automação e controlo remoto que permita que este equipamento possa ser posto a funcionar à distância por um computador. Com prévia preparação dos ensaios, o sistema permitiria que a partir de uma qualquer sala de aula, se ligasse a bomba, se fizesse injeção de corante e se medissem pressões visualizando o decorrer da experiência através de câmaras.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Matos Fernandes, M. *Mecânica dos Solos Conceitos e Princípios Fundamentais*, Volume 1. FEUP Edições, Porto, (2006).
- [2] Smith, G.N., Smith, I.G.N. *Elements of Soil Mechanics*, Blackwell Science, Oxford, (1998).
- [3] William Lambe, T., Whitman, R.V. *Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, (1969).
- [4] Novais Barbosa, J.A. *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica Geral*, Porto Editora, Porto, (1985).
- [5] White, F.M. *Fluid Mechanics*, Mc Graw Hill, Boston, 4ª edição.
- [6] Pinto Marado, J.M., *Análise de problemas Percolação pelo Método dos Elementos Finitos*, Dissertação de Mestrado, FEUP, (1993).
- [7] Figueiredo, M. M. P., *Escoamentos Transitórios em Meios Porosos – Uma Análise pelo Método dos Elementos Finitos*, Relatório para Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, FEUP, Porto, (1990).
- [8] Terzaghi, K., *Soil Mechanics in Engineering Practice*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, (1996).
- [9] Lewis, R. W., Nithiarasu, P., Kankanhalli, N. S., *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, (2004).
- [10] Rao, S. S., *The Finite Element Method in Engineering*, Elsevier, (2004).
- [11] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., *The Finite Element Method*, Volumes 1 e 2, Butterworth Heinemann, Oxford, (2000).
- [12] Couto Marques, J. M. M., Apontamentos sobre o Método dos Elementos Finitos.
- [13] Cardoso, R., Gomes, R. C., Santos, J. A., Sena Costa, V., *Novos Equipamentos Didáticos no Ensino da Mecânica dos Solos*, 10º Congresso Nacional de Geotecnia, 22 a 26 de Maio de 2006.
- [14] Santana, T., Lamas, P., *Modelos Físicos Simples de Apoio ao Ensino da Geotecnia*, 10º Congresso Nacional de Geotecnia, 22 a 26 de Março de 2006.

- [15] Aysen, A., *Soil Mechanics: Basic Concepts and Engineering Applications*, A. A. Balkema Publishers, Lisse, (2002).
- [16] Miyazaki, T., *Water Flow in Soils*, Taylor and Francis, Boca Raton, (2006).
- [17] Hua Chen, F., *Soil Engineering Testing, Design and Remediation*, CRC Press, Boca Raton, (2000).
- [18] Couto Marques, J. M. M., Oliveira, P., Lopes, S., *Percolação Não Confinada, Uma Comparação de Métodos de Solução*, Jornadas de Hidráulica Recursos Hídricos e Ambiente, FEUP, (2006).
- [19] *Perspex a Workshop Handbook*, consultado a 10/02/2008 em <http://www.allplastics.com.au/03/files/products/perspex/PerspexforglazingPXTD236.pdf>
- [20] <http://www.edibon.com/products/catalogues/en/units/environment/waterhandling/PDFDC.pdf>  
22/09/2007
- [21] [http://www.armfield.co.uk/pdf\\_files/s1.pdf](http://www.armfield.co.uk/pdf_files/s1.pdf) 22/09/2007
- [22] [http://www.usdidactic.com/html/educational\\_equipment\\_-\\_hydrol.html](http://www.usdidactic.com/html/educational_equipment_-_hydrol.html) 22/09/2007
- [23] <http://www.hampden.com/images/pdf/H-6510.pdf> 25/09/2007
- [24] <http://www.cussons.co.uk/pdf/english/enfluids/P6520.PDF> 25/09/2007
- [25] <http://www.tq.com/product/cart/pdfs/H312.PDF> 25/09/2007