



FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PONTES SOB A ACÇÃO PEDONAL

Rui António Ferreira Alves

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do grau de Mestre em Estruturas de Engenharia Civil, realizada sob orientação dos Professores António Reis e Elsa Caetano

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Dissertação de Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil

© Rui António Ferreira Alves e FEUP, Setembro de 2008

ISBN: 978-989-20-1333-6

***À memória de meu Pai
e à minha Mãe.***

RESUMO

O objectivo essencial do trabalho de investigação desenvolvido no âmbito da elaboração da presente dissertação consistiu na sistematização de conhecimentos sobre a acção dos peões em pontes. Paralelamente pretendeu-se implementar ferramentas e exemplificar a aplicação de metodologias para avaliação do comportamento dinâmico de pontes sujeitas a vibrações induzidas por peões.

Neste contexto, caracterizam-se os principais critérios de segurança e conforto, respectivamente, em termos das bandas de risco de ressonância da acção pedonal, e da relação da aceleração máxima no tabuleiro com os níveis de conforto experimentados pelos peões. Enquadrado pelos resultados experimentais de diversos investigadores, discutem-se os modelos de carga que caracterizam a acção de peões individuais em caminhada e em corrida, e de grupos e fluxos contínuos de peões. Partindo da análise de alguns casos de estudo conhecidos internacionalmente e de resultados experimentais obtidos em laboratório, analisam-se as condições que potenciam a sincronização do movimento dos peões com as oscilações laterais da ponte e apresentam-se diversos modelos de carga e critérios de estabilidade para utilização em projecto.

Dão-se também algumas indicações sobre o cálculo da resposta dinâmica das estruturas devido à acção dos peões. Estabelecem-se equações simplificadas e procedimentos numéricos de integração no tempo para sistemas com um grau de liberdade que, dependendo de algumas condições, permitem aproximar a resposta dinâmica de sistemas mais complexos. Em adição, apresenta-se uma aplicação informática que foi desenvolvida para facilitar a simulação de acções pedonais em modelos de elementos finitos.

Desenvolve-se um exemplo simples que visa comparar diversos modos de cálculo da resposta dinâmica, e exemplificar a aplicação prática de alguns modelos de carga. Apresenta-se o exemplo de uma ponte pedonal projectada pelo autor, descrevendo-se a solução estrutural e discutindo as opções de projecto que foram adoptadas, bem como os resultados da campanha de ensaios dinâmicos realizada após o final da construção, que permitiu a reavaliação do comportamento dinâmico da ponte segundo uma das metodologias recentemente publicadas.

A finalizar, apresentam-se as principais conclusões dos temas abordados, e também um conjunto de ideias que permitem perspectivar novos tópicos de interesse em termos de investigação na continuidade do trabalho realizado.

ABSTRACT

The aim of the research work presented in this thesis was the systematisation of knowledge about the pedestrian action on bridges. In parallel, some tools were implemented and the application of design guidelines for evaluating the dynamic behaviour of bridges subject to vibrations induced by pedestrians were exemplified.

The main criteria of safety and comfort are characterized, respectively, in terms of the risk of resonance associated with pedestrian action frequency ranges, and of the relation of the maximum acceleration in the deck with the pedestrian comfort levels. Supported by experimental results of several researchers, the pedestrian induced dynamic forces arising from individuals walking and running and from groups and streams of pedestrians are discussed. Starting with the analysis of some internationally known case studies and experimental results obtained in the laboratory, the conditions that trigger the synchronisation of pedestrians with the lateral oscillations of the bridge are analysed, and several load models and stability criteria for use in design are presented.

Some indications for calculating the dynamic response of structures due to pedestrian loading are also given. Simplified equations and numerical procedures for time integration of single degree of freedom systems are established that, depending on some conditions, allow estimating the dynamic response of complex systems. In addition, a software application that was developed to facilitate the simulation of pedestrian loading in finite element models is presented.

A simple example is developed in order to compare different procedures of calculating the dynamic response, and to illustrate the practical application of some load models. The example of a footbridge designed by the author is presented, describing its structural solution and discussing the design options that were adopted, as well as the results of the dynamic test campaign carried out the end of the construction, that allowed re-evaluating the dynamic behaviour of the bridge according to one of the recently published design guidelines.

At the end, the main conclusions of this thesis are underlined and some interesting topics of research are presented in order to continue the work.

AGRADECIMENTOS

A minha sincera gratidão e reconhecimento a todas as pessoas que colaboraram comigo na execução deste trabalho, e que de uma forma especial contribuíram com o seu incentivo, amizade e disponibilidade. Em particular, gostaria de expressar um especial agradecimento,

- Ao Professor António Reis, pelo apoio e incentivo à elaboração desta tese.
 - À Professora Elsa Caetano, pela inextinguível disponibilidade, pela revisão cuidada do texto da tese na fase final deste trabalho, e pelo entusiasmo e dedicação com que realizou os ensaios dinâmicos da Ponte de Gouveia.
 - Ao Grupo Soares da Costa, e em particular à Socometal pelas oportunidades de desenvolvimento técnico e profissional que me tem proporcionado.
 - À minha Mãe pela dedicação sem reservas e constante apoio mesmo nas fases mais difíceis.
-

ÍNDICE GERAL

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação	1.3
1.2. Objectivos e organização da dissertação	1.6
1.3. Referências	1.8

2. LIMITES DE SEGURANÇA E CONFORTO

2.1. Critérios de segurança	2.3
2.1.1. Estados limite de serviço	2.3
2.1.1.1. Bandas de risco de ressonância da acção pedonal	2.6
i) BS 5400	2.6
ii) Bachmann	2.6
iii) Sétra / AFGC	2.7
iv) SYNPEX	2.8
v) Anexo Nacional da BS EN 1991-2	2.9
vi) Comparação das disposições dos diferentes documentos	2.9
2.1.2. Estados limite últimos	2.11
2.2. Critérios de conforto humano	2.12
2.2.1. Caracterização experimental da percepção de vibrações e níveis de conforto	2.13
i) Estudos realizados na FEUP	2.13
ii) Estudo de conforto realizado na Alemanha	2.13
2.2.2. Valores limite para acelerações e classes de conforto	2.15
i) Valores limite de diversas normas internacionais	2.15
ii) Classes de conforto do Sétra e do SYNPEX	2.17
iii) Limites de aceleração do Anexo Nacional da BS EN 1991-2	2.18
2.3. Critérios de projecto	2.20
2.3.1. Verificação de estados limite	2.21

2.3.2. Metodologias de avaliação dinâmica	2.22
i) Metodologia da BS 5400-2	2.22
ii) Metodologia do Sétra	2.23
iii) Metodologia do SYNPEX	2.26
iv) Metodologia do Anexo Nacional da BS EN 1991-2	2.28
2.4. Referências	2.31

3. ACÇÕES INDUZIDAS POR PEÕES INDIVIDUAIS

3.1. Caracterização experimental	3.3
3.1.1. Análise de Fourier	3.9
3.2. Modelos de carga segundo diversos autores	3.11
i) Modelo de carga da BS 5400	3.11
ii) Modelos de carga Bachmann e Ammann	3.12
iii) Modelo de carga de Young	3.18
iv) Modelos de carga do Sétra	3.20
v) Modelos de carga do Synpex	3.22
3.3. Referências	3.28

4. GRUPOS E FLUXOS CONTÍNUOS DE PEÕES

4.1. Introdução	4.3
4.2. Caracterização experimental	4.3
4.3. Modelos de carga	4.8
i) Modelo de Matsumoto	4.8
ii) Modelo do Sétra	4.10
iii) Modelos do Synpex	4.17
iv) Modelos do Anexo Nacional da BS EN 1991-2	4.18
4.4. Acções de vandalismo e eventos excepcionais	4.23
i) Modelo do Sétra	4.23
ii) Modelos do Synpex	4.24
4.5. Referências	4.26

5. VIBRAÇÕES LATERAIS E O FENÓMENO DE SINCRONIZAÇÃO

5.1. Introdução	5.3
5.2. Casos de estudo	5.4
5.2.1. Toda Park Bridge em Tóquio	5.4
5.2.2. Millennium Bridge em Londres	5.5
5.2.3. Passerelle Solferino em Paris	5.8
5.2.4. Ponte Pedro e Inês em Coimbra	5.10
5.3. Caracterização experimental	5.11
5.3.1. Projecto Synpex	5.11
5.3.2. Ensaio de Nakamura	5.14
5.4. Critérios de estabilidade	5.14
5.4.1. Modelo de Dallard	5.15
5.4.2. Modelo de Nakamura	5.17
5.4.3. Modelo de Roberts	5.20
5.4.4. Modelo de Newland	5.22
5.4.5. Modelo de Piccardo	5.26
5.4.6. Modelo do Anexo Nacional da BS EN 1991-2	5.29
5.5. Referências	5.32

6. CÁLCULO DA RESPOSTA DINÂMICA

6.1. Introdução	6.3
6.2. Aproximação da resposta por via de sistemas com um grau de liberdade	6.4
6.2.1. Cálculo da aceleração máxima induzida por uma carga harmónica em ressonância	6.4
6.2.2. Resolução da equação do movimento por integração no tempo	6.5
6.3. Análise de sistemas com múltiplos graus de liberdade	6.8
6.4. Exemplo de calibração	6.11
i) Cálculo das frequências naturais, massa modal, e análise de risco de ressonância	6.11
ii) Análise do atravessamento por um peão em caminhada	6.12

iii) Análise do atravessamento por um peão em corrida	6.18
iv) Análise do atravessamento por um fluxo contínuo de peões em caminhada	6.22
v) Conclusões	6.26
6.5. Referências	6.27

7. EXEMPLO DE APLICAÇÃO – PONTE DE ALDEIAS EM GOUVEIA

7.1. Introdução	7.3
7.2. Descrição geral da solução estrutural	7.3
7.3. Análise e dimensionamento estrutural	7.4
7.3.1. Análise estática e pormenorização estrutural	7.4
7.3.2. Comportamento dinâmico à acção pedonal	7.7
7.4. Processo construtivo	7.9
7.5. Ensaios dinâmicos após o final da construção	7.11
7.5.1. Identificação das propriedades modais	7.11
7.5.2. Efeitos dinâmicos induzidos por peões individuais e por pequenos grupos	7.14
7.6. Aplicação da metodologia do Sétra	7.16
7.6.1. Classificação da ponte pedonal	7.16
7.6.2. Análise das bandas de risco de ressonância das frequências naturais	7.17
7.6.3. Análise dos efeitos dinâmicos induzidos por fluxos de peões	7.18
7.7. Conclusões	7.21
7.8. Referências	7.22

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1. Sumário e conclusões	8.3
8.2. Desenvolvimentos futuros	8.9

INTRODUÇÃO

1. Introdução

1.1. Motivação

1.2. Objectivos

1.3. Referências

1.1. MOTIVAÇÃO

A ponte é muito mais do que a simples materialização da ligação entre dois pontos, ultrapassando obstáculos, e unindo territórios e pessoas separados por barreiras topográficas naturais ou criadas pelo homem. Mesmo quando os objectivos fundamentais têm por base critérios de utilidade e funcionalidade, a ponte permanece um local de escapatória da densidade urbana, estabelecendo-se como ponto de referência da cidade [1]. Cada ponte tem a sua história e identidade. A ponte marca e revela a paisagem: o seu impacto visual é marcante, e o trajecto que materializa oferece uma perspectiva ímpar do ambiente em que se insere.

As infra-estruturas são a coluna vertebral da modernização, e as pontes rodoviárias e ferroviárias são um dos seus principais elementos. Enquanto as pontes viárias promovem o desenvolvimento social e económico, as pontes pedonais visam a qualidade do espaço público e do ambiente urbano [2]. A redescoberta da ponte pedonal como elemento de sustentabilidade e de promoção de novas formas de mobilidade amigas do ambiente, baseadas no transporte público e na circulação a pé e em bicicleta, a par de uma nova filosofia de distribuição do espaço urbano baseado nas pessoas em detrimento do automóvel, tem levado a um importante incremento do número e da qualidade deste tipo de construção.

Na sequência de alguns exemplos de sucesso como foi o caso dos projectos do Millennium na Grã-Bretanha [3], muitos promotores passaram a encarar o investimento numa ponte pedonal numa perspectiva de fomento da regeneração urbana e de atracção turística de um local, permitindo considerar um retorno que vai muito além dos benefícios funcionais que lhe estão associados. Apesar de em geral esta tendência ser bastante positiva, nalguns casos a procura de soluções icónicas e monumentais praticamente a qualquer custo, resultaram em obras com qualidade estética e eficiência estrutural muito discutíveis [4].

O incremento da velocidade de processamento e da capacidade dos sistemas informáticos fomentou a evolução rápida da análise estrutural que se tem verificado ao longo das últimas décadas. Resultado do intenso trabalho de investigação que tem vindo a ser desenvolvido e da implementação de sofisticados algoritmos de análise, actualmente é possível analisar qualquer tipo de estrutura, incluindo os efeitos de não linearidades geométricas e materiais, independentemente da sua complexidade [5]. Porém, a utilização de ferramentas de cálculo avançadas implica um nível de conhecimentos mais profundo, nomeadamente em termos de modelação estrutural, das propriedades dos materiais, e da caracterização das acções, e exige um olhar crítico sobre os resultados muito mais apurado.

O comportamento estático tem sido o principal critério de dimensionamento de muitas pontes pedonais. Este facto justifica-se pelo pequeno vão ou pela baixa esbelteza dessas soluções estruturais. A procura de soluções cada vez mais arrojadas e estruturalmente

exigentes, associada à utilização de materiais leves e de alta resistência tende a originar pontes com maiores vãos, menor massa e coeficientes de amortecimento mais baixos [6]. Por tudo isto, nos últimos anos foram surgindo vários exemplos de pontes com vibrações verticais ou laterais induzidas pela acção dos peões que condicionam severamente o conforto dos utilizadores, e por conseguinte, limitam a sua utilização.

Numerosas normas e recomendações indicam limites de conforto humano. No entanto, a percepção de vibrações e a sua apreciação em termos de grau de desconforto é altamente subjectiva [3], variando de indivíduo para indivíduo em dependência, entre outros factores, das expectativas que a estrutura lhe desperta, do contexto em que se verificam, e do meio em que a estrutura se localiza.

É bem sabido que as pontes podem ser especialmente sensíveis a acções em ressonância, podendo exibir vibrações de grande amplitude devido à acção do vento ou à acção dos peões, em particular quando a estrutura é leve e pouco amortecida. Apesar de a intensidade das acções pedonais ser mais ou menos reduzida, dependendo do tipo de andamento praticado e do grau de sincronização dos peões, a localização de uma ou de várias frequências naturais da ponte nas bandas de risco de ressonância da acção dos peões pode motivar a existência de vibrações excessivas. De uma forma geral, a frequência de passada é o parâmetro que mais influencia as acções exercidas sobre o piso, e a densidade de peões no tabuleiro condiciona a velocidade de andamento dos peões e a sua taxa de sincronização.

Para além da sincronização entre os peões de um grupo, em particular na direcção lateral, pode também existir o risco de sincronização do movimento dos peões com a oscilação da estrutura, quando a ponte é caracterizada por um ou vários modos de vibração com componente modal nessa direcção, e frequências naturais próximas de metade das frequências de passada características da caminhada. Se uma ponte vibrar ligeiramente na direcção lateral, e isso levar a que inconscientemente alguns os peões ajustem a sua marcha a essas oscilações, produzem-se condições para que a acção lateral seja induzida em ressonância e em fase com o movimento da ponte. Dependendo do amortecimento da estrutura, a amplitude de oscilação do tabuleiro vai aumentado, e à medida que isso acontece, mais peões se vão sincronizando, num efeito em cadeia, denominado *lock-in*, que pode ser entendido como um fenómeno de instabilidade dinâmica da estrutura. A Millennium Bridge em Londres [7] e a Passerelle Solferino em Paris [8] tornaram-se famosas pela apreciável amplitude de oscilação lateral que exibiram no dia da inauguração, devido à interacção dos peões com a estrutura.

Na construção de edifícios é prática corrente limitar as deformações da estrutura em serviço. Nas pontes pedonais, esse critério iria restringir a liberdade de concepção, tornando-se mesmo desnecessário desde que o gabarit exigível não seja condicionado, e o comportamento dinâmico da ponte seja correctamente avaliado [5]. Na fase de projecto, o comportamento

dinâmico da ponte pode ser melhorado de modo a evitar vibrações significativas devido à acção dos peões, optando por uma de duas vias distintas:

- a) Alterando as propriedades modais da estrutura, de modo a que as frequências naturais da ponte se localizem fora das bandas de maior risco de ressonância da acção dos peões. Este critério corresponde aproximadamente a 3 Hz para vibrações verticais e a cerca de 2 Hz para vibrações horizontais. Em muitos casos, evitar estas frequências obrigaria a um incremento significativo de rigidez, resultando num excessivo sobredimensionamento, e alterando as propriedades estéticas da solução inicial. Para além disso, na maior parte dos casos esta via torna-se mais ou menos impossível, porquanto um incremento de rigidez implica simultaneamente um aumento de massa da estrutura.
- b) Aumentando o amortecimento da estrutura, por exemplo através da inclusão de amortecedores viscosos ou de amortecedores de massas sintonizadas. Os amortecedores viscosos devem ser colocados nos locais específicos onde os deslocamentos relativos dos componentes da estrutura são máximos. Uma importante vantagem destes dispositivos explica-se pelo facto de a energia do movimento ser dissipada independentemente da frequência de oscilação, possibilitando o controlo de mais do que um modo de vibração com o mesmo amortecedor, desde que o deslocamento relativo das suas extremidades seja suficiente. Outra possibilidade é a instalação de amortecedores de massas sintonizadas, conhecidos por *TMDs*, nos pontos onde a amplitude de oscilação do modo de vibração crítico é máxima. Um *TMD* é geralmente constituído por uma massa adicional que é fixada à estrutura através de uma mola e de um amortecedor dispostos em paralelo, actuando como um sistema de um grau de liberdade. Os *TMDs* são eficazes numa estreita banda de frequências de oscilação, significando que cada modo de vibração crítico poderá necessitar de um dispositivo com diferentes características de massa, rigidez e amortecimento.

Um maior conhecimento do comportamento dinâmico das estruturas sob a acção dos peões, associado ao custo tendencialmente cada vez mais reduzido dos sistemas de controlo passivos, especialmente quando comparado com as possíveis alternativas, levará a uma generalização da sua utilização. Em vez de constituir uma solução de recurso após a identificação de um problema com a ponte em serviço, cada vez mais projectos prevêem a utilização de dispositivos de controlo de vibrações desde as suas fases iniciais [9, 10].

Importa também referir que as vibrações induzidas por peões não se restringem às pontes pedonais. De facto, para evitar vibrações verticais significativas, já no século XIX várias pontes rodoviárias exibiam avisos proibindo a circulação de grupos em marcha sincronizada. Além disso, conhecem-se diversos relatos de vibrações laterais de grande amplitude induzidas por grandes massas de peões em pontes rodoviárias. Como exemplo disso, podem-se citar os

eventos ocorridos na Ponte de Auckland Harbour na Nova Zelândia, e na Ponte Brooklyn em Nova Iorque, por ocasião de manifestações de grandes dimensões [7, 11].

1.2. OBJECTIVOS E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho visa efectuar uma sistematização, tanto quanto possível exaustiva, de conhecimentos sobre o comportamento dinâmico de pontes sob a acção pedonal.

Os progressos significativos que se têm registado nos últimos anos, em grande medida, motivados pelos famosos casos de estudo das pontes pedonais de Londres e de Paris, e pelo sucesso das conferências *Footbridge* que têm possibilitado a troca de experiências a nível mundial, levaram à publicação de numerosos trabalhos por parte de muitos autores. De entre todos, salientam-se: (i) a publicação das recomendações de avaliação dinâmica de pontes pedonais do Sétra [12], (ii) a investigação desenvolvida no âmbito do projecto europeu SYNPEX [13], e (iii) o novo Anexo Nacional Britânico da BS EN 1991-2 [14], nos quais se propõem metodologias integradas de avaliação dinâmica de pontes pedonais.

Assim, entende-se relevante a realização de uma análise detalhada e comparativa das diferentes recomendações e procedimentos propostos, não descurando o seu enquadramento à luz dos mais recentes modelos teóricos e resultados experimentais. Complementarmente, pretende-se demonstrar a sua aplicação, e desenvolver ferramentas que simplifiquem a sua aplicação prática.

Considerando os objectivos acima expostos, a dissertação organiza-se em oito capítulos, o primeiro dos quais é o presente capítulo introdutório.

No segundo capítulo, caracterizam-se os principais critérios de segurança e conforto, respectivamente, em termos das bandas de risco de ressonância da acção pedonal, e da relação da aceleração máxima no tabuleiro com os níveis de conforto experimentados pelos peões. São abordados os critérios de projecto para verificação de estados limite últimos e de serviço. Por último, sistematizam-se os critérios e as metodologias de avaliação dinâmica propostas por diversas normas e autores.

No terceiro capítulo, faz-se uma apresentação detalhada dos principais resultados experimentais e dos modelos de carga que caracterizam a acção de peões individuais em caminhada e em corrida.

No quarto capítulo, são discutidas as acções induzidas por grupos e fluxos contínuos de peões, e apresentados os critérios de análise e modelos de carga mais utilizados. O capítulo encerra com algumas indicações sobre acções de vandalismo e eventos excepcionais.

No quinto capítulo, analisam-se as condições que potenciam a sincronização do movimento dos peões com as oscilações laterais da ponte. Apresentam-se diversos casos de estudo que ajudam a enquadrar o fenómeno, e referem-se alguns resultados experimentais obtidos em laboratório. O estudo da acção lateral dos peões é complementado pela análise de diversos modelos de carga e critérios de estabilidade.

No sexto capítulo, dão-se algumas indicações sobre o cálculo da resposta dinâmica das estruturas devido à acção dos peões. Estabelecem-se equações simplificadas e procedimentos numéricos de integração no tempo para sistemas com um grau de liberdade que, dependendo de algumas condições, permitem aproximar a resposta dinâmica de sistemas mais complexos. Apresenta-se uma aplicação informática desenvolvida para facilitar a simulação de acções pedonais em modelos de elementos finitos. E por último, desenvolve-se um exemplo simples que visa discutir a qualidade dos resultados obtidos por cada procedimento, e exemplificar a aplicação prática de alguns modelos de carga.

No sétimo capítulo, apresenta-se o exemplo da Ponte de Aldeias em Gouveia, descrevendo-se em pormenor a solução estrutural e discutindo as opções de projecto que foram adoptadas. A realização de uma campanha de ensaios dinâmicos após o final da construção possibilitou a actualização do modelo estrutural desenvolvido na fase de projecto e a reavaliação do comportamento dinâmico da ponte segundo a metodologia do Sétra.

Por fim, no Capítulo 8 são sumariadas as conclusões resultantes do trabalho desenvolvido, e apontados alguns temas que merecem um maior aprofundamento em trabalhos futuros.

1.3. REFERÊNCIAS

1. Feichtinger, D. *Bridge design*. 2008. Porto: Footbridge 2008 - Proceedings of the third international conference.
 2. Tang, M.-C. *Pursuit of bridge aesthetics in China: a personal experience*. 2008. Porto: Footbridge 2008 - Proceedings of the third international conference.
 3. Schlaich, M. *Guidelines for the design of footbridges*. 2005. Venice: Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference.
 4. Shawn Woodruff, D.B. *Aesthetics and ethics in pedestrian bridge design*. 2005. Venice: Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference.
 5. Keil, A. *Design of footbridges - are there limits?* 2008. Porto: Footbridge 2008 - Proceedings of the third international conference.
 6. Sun, L. *Study on pedestrian-induced vibration of footbridge*. 2008. Porto: Footbridge 2008 - Proceedings of the third international conference.
 7. P. Dallard, e.a., *The London Millennium Footbridge*. The Structural Engineer, 2001. **79**(22).
 8. Frédéric Danbon, e.a. *Dynamic behaviour of a steel footbridge. Characterisation and modelling of the dynamic loading induced by a moving crowd on the Solferino Footbridge in Paris*. 2005. Venice: Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference.
 9. Mendonça, T. *Footbridge near School C+S in Guarda, Portugal*. 2005. Venice: Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference.
 10. Elsa Caetano, e.a. *Assessment and control of human induced vibrations in the new Coimbra footbridge*. 2005. Venice: Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference.
 11. Julavits, R., *Point of Collapse*. 2003 (The village voice (www.villagevoice.com)).
 12. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines*. 2006: Sétra.
 13. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX)*. 2006: European Comission.
 14. Barker, C. *Calibration of the UK National Annex*. in *Footbridge 2008 - Third International Conference*. 2008. Porto.
-

LIMITES DE SEGURANÇA E CONFORTO

2. Limites de segurança e conforto

2.1. Critérios de segurança

2.1.1. Estados limite de serviço

2.1.1.1. Bandas de risco de ressonância da acção pedonal

- i) BS 5400
- ii) Bachmann et al.
- iii) Sétra / AFGC
- iv) SYNPEX
- v) Anexo Nacional da BS EN 1991-2
- vi) Comparação das disposições dos diferentes documentos

2.1.2. Estados limite últimos

2.2. Critérios de conforto humano

2.2.1. Caracterização experimental da percepção de vibrações e níveis de conforto

- i) Estudos realizados na FEUP
- ii) Estudo de conforto realizado na Alemanha

2.2.2. Valores limite para acelerações e classes de conforto

- i) Valores limite de diversas normas internacionais
- ii) Classes de conforto do Sétra e do SYNPEX
- iii) Limites de aceleração do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

2.3. Critérios de projecto

2.3.1. Verificação de estados limite

2.3.2. Metodologias de avaliação dinâmica

- i) Metodologia da BS 5400-2
- ii) Metodologia do Sétra
- iii) Metodologia do SYNPEX
- iv) Metodologia do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

2.4. Referências

2.1. CRITÉRIOS DE SEGURANÇA

2.1.1. Estados limite de serviço

A acção dos peões sobre as estruturas pode originar níveis de vibração que, apesar de em geral serem pouco susceptíveis de pôr em causa a segurança da estrutura, podem ser considerados excessivos pelos seus utilizadores. Se um utilizador de uma ponte pedonal sentir vibrações incomodativas capazes de gerar uma sensação de receio ou medo, será provável que tente evitar a sua travessia no futuro. Trata-se, portanto, efectivamente de uma perda de funcionalidade que deverá ser objecto de análise adequada durante a fase de projecto.

A acção pedonal tem uma variação temporal de natureza periódica, com acções dinâmicas dominadas por contributos caracterizados pela frequência de passada e seus múltiplos inteiros. Assim, a principal causa de níveis de vibração elevados deve-se à possibilidade de ocorrência de fenómenos de ressonância motivados pela proximidade entre a frequência de passada dos peões e a frequência natural de um dado modo de vibração da estrutura.

Uma estrutura será tanto mais vulnerável quanto mais baixo for o seu amortecimento estrutural. A simples análise de um sistema de um grau de liberdade com frequência natural f_n , submetido à acção de uma força sinusoidal de frequência f_p variável, permite tirar conclusões sobre a importância deste parâmetro. Na *Figura 2.1* representa-se o coeficiente de amplificação dinâmica (quociente entre a resposta dinâmica estacionária e a resposta estática) em função do quociente η entre a frequência da força aplicada e da frequência natural do sistema, para coeficientes de amortecimento de 0.2%, 0.6% e 1.5%, típicos respectivamente de pontes pedonais construídas em aço, estrutura mista aço-betão, e betão armado. Explica-se deste modo a grande sensibilidade das modernas soluções estruturais, caracterizadas por muito baixos coeficientes de amortecimento, quando submetidas à acção de forças, mesmo que de pequena intensidade, aplicadas em ressonância com uma das suas frequências naturais. O valor do amortecimento reflecte de forma directa a capacidade da estrutura dissipar energia num dado modo de vibração. Por isso, para além do material resistente que a constitui e da sua tipologia estrutural, os pormenores de construção, nomeadamente as ligações e interfaces entre a própria estrutura e os seus revestimentos, desempenham também um papel fundamental. Assim, os elementos não estruturais, como por exemplo o pavimento ou os guarda-corpos, podem representar um importante contributo em termos de amortecimento.

Na prática, o valor do coeficiente de amortecimento para uma determinada amplitude de vibração, associado a uma solução estrutural em particular, constitui uma das principais incertezas de qualquer análise dinâmica realizada na fase de projecto. Assim, uma adequada estimativa do amortecimento apenas poderá advir da experiência anterior em estruturas semelhantes, e mesmo assim, deverá ser sujeita a confirmação por via experimental após o

final da construção. À falta de valores mais precisos, na fase de projecto poderão utilizar-se os coeficientes de amortecimento indicados no *Quadro 2.1*, provenientes de medições em 43 pontes pedonais no Reino Unido, que foram recolhidos por Pretlove e Bachmann [1]. Convém sublinhar que estes valores dos coeficientes de amortecimento foram medidos com níveis de vibração resultantes de um peão em caminhada na frequência natural da ponte. Dado que, à medida que a amplitude do movimento aumenta, também aumenta o coeficiente de amortecimento, estes coeficientes são demasiado conservativos para serem utilizados no estudo de vibrações de maior amplitude, como acontece nos estados limite últimos, por exemplo, para acções sísmicas ou de vandalismo, entre outras. No *Quadro 2.2* resumem-se os coeficientes de amortecimento indicados pelas pré-normas europeias ENV 1991-2 e ENV 1995-2, que também poderão ser utilizados na fase de projecto.

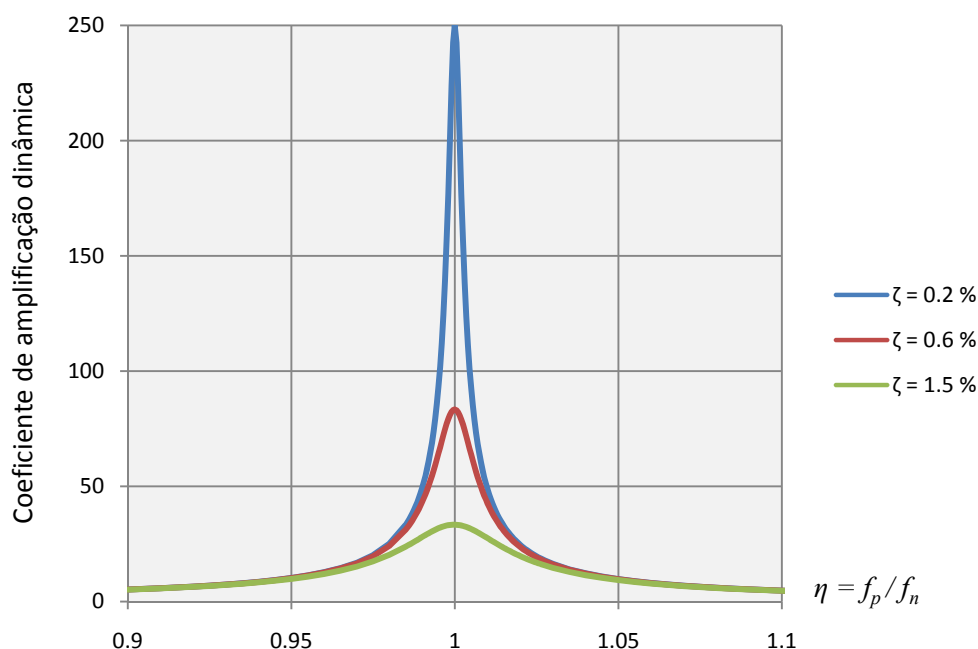


Figura 2.1 – Coeficiente de amplificação dinâmica de um sistema de um grau de liberdade para diferentes coeficientes de amortecimento

A avaliação dinâmica de uma estrutura submetida à acção pedonal deverá iniciar-se pela caracterização dos seus parâmetros estruturais, nomeadamente, frequências próprias e respectivos modos de vibração, e amortecimento estrutural associado a cada modo. Na realidade, qualquer estrutura possui um número infinito de modos de vibração, no entanto, na prática apenas serão relevantes os primeiros modos cujas frequências se encontrem dentro da gama de frequências relevantes para a acção pedonal. Particularmente em pontes pedonais, dependendo do comprimento dos seus vãos e da velocidade de atravessamento,

frequentemente o movimento é do tipo transiente, não se chegando a atingir a estacionariedade da resposta.

Quadro 2.1 – Coeficientes de amortecimento para diferentes tipos de construção [1]

Tipo de construção	ξ mínimo	ξ médio
Estrutura de aço	0.2%	0.4%
Estrutura mista aço-betão	0.3%	0.6%
Estrutura de betão armado	0.8%	1.3%
Estrutura de betão pré-esforçado	0.5%	1.0%
Estrutura de madeira	1.5%	3.0%

Quadro 2.2 – Coeficientes de amortecimento para diferentes tipos de construção [2, 3]

Tipo de construção	ξ médio	
	$L < 20$ m	$L \geq 20$ m
Estrutura de aço e mista	$0.5 + 0.125 (20 - L)$	0.5%
Estrutura de betão armado	$1.5 + 0.07 (20 - L)$	1.5%
Estrutura de betão pré-esforçado	$1.0 + 0.07 (20 - L)$	1.0%
Estrutura de madeira	1.0%, sem juntas mecânicas	
	1.5%, com juntas mecânicas	

Seguidamente serão balizadas as gamas de frequências da acção dos peões, e os correspondentes limites em termos de frequências naturais, indicados por diversas normas e autores, a partir dos quais se dispensa uma análise dinâmica detalhada. Neste e nos restantes capítulos as diferentes referências bibliográficas serão apresentadas, tanto quanto possível, seguindo a sequência cronológica da sua data de publicação.

Sempre que uma ou mais frequências naturais da estrutura em estudo se encontrem nas bandas de risco de ressonância a seguir indicadas, é necessário proceder à avaliação dinâmica da estrutura em serviço e em estado limite último. Em serviço, o aspecto mais relevante a considerar é a verificação do conforto dos peões em situações de uso corrente, como é objectivo central do presente trabalho. Paralelamente deverá verificar-se a admissibilidade das tensões e deslocamentos, combinando as parcelas estática e dinâmica das respectivas

acções. Devido à reserva de resistência dada pela diferença entre as sobrecargas estáticas de utilização empregues no dimensionamento, e as acções dinâmicas acidentais de estado limite último, como sejam as acções de vandalismo ou de uma grande manifestação, a probabilidade destas produzirem danos irreversíveis na estrutura é baixa. Estes casos de carga deverão ser verificados segundo as indicações da secção 2.1.2.

2.1.1.1. Bandas de risco de ressonância da acção pedonal

i) BS 5400

O Apêndice B da BS 5400: Part 2 [4], referente à verificação de estados limite de vibração em pontes pedonais e de ciclovias, indica que superestruturas com frequência natural superior 5 Hz na direcção vertical, e 1.5 Hz na direcção horizontal, dispensam a verificação dinâmica. A verificação deste critério deverá ser realizada calculando a frequência natural do primeiro modo vertical com a ponte descarregada, e no caso da direcção horizontal, considerando o efeito da massa adicional dos peões sobre o tabuleiro. Não é, no entanto, concretamente especificada a densidade de peões a considerar neste último caso.

Consideram-se especialmente susceptíveis de apresentar vibrações laterais de grande amplitude, as pontes com frequência fundamental de vibração na direcção horizontal inferior a 1.5 Hz, em particular no caso de estruturas com baixo amortecimento, e onde seja esperada a utilização por um grande número de peões em simultâneo. Por isso, nestes casos recomenda-se o acordo com as autoridades competentes sobre o modo de avaliação da estrutura.

ii) Bachmann

Bachmann [1] indica que a frequência média de passada dos peões em caminhada é de 2.0 Hz com um desvio padrão de 0.175 Hz, o que significa, para uma distribuição normal, que 95% dos peões caminham com frequências entre 1.65 e 2.35 Hz. A acção da caminhada, seja lenta ou rápida, pressupõe contacto contínuo com o pavimento.

Já no caso da corrida, o contacto com o pavimento é intermitente. A frequência de corrida varia correntemente entre 2.0 Hz para jogging e 3.0 Hz em sprint, sendo indicado o limite superior de 3.5 Hz para pontes pedonais de uso corrente.

Para além destes limites, há que considerar a contribuição do segundo e terceiro harmónico da frequência de passada em caminhada. Deste modo, resulta uma gama de frequências da excitação vertical variando entre um limite inferior de 1.65 Hz e um limite superior de 4.7 Hz

ou 7.0 Hz, conforme se considere o segundo ou o terceiro harmónicos da frequência de passada. Note-se que de uma forma geral, à medida que a ordem do harmónico da frequência de passada aumenta, a sua correspondente amplitude em força diminui, consequentemente reduzindo a sua importância na resposta da estrutura.

iii) Sétra / AFGC

As orientações de projecto do Sétra [5] definem quatro bandas de frequências consoante o nível de risco de ressonância que lhes está associado:

Banda 1: risco de ressonância máximo.

Banda 2: risco de ressonância médio.

Banda 3: baixo risco de ressonância para condições de utilização normal.

Banda 4: risco de ressonância insignificante.

Os valores que limitam as bandas de risco das frequências naturais são indicados na *Figura 2.2* para vibrações na direcção vertical e longitudinal, e na *Figura 2.3* para vibrações transversais.

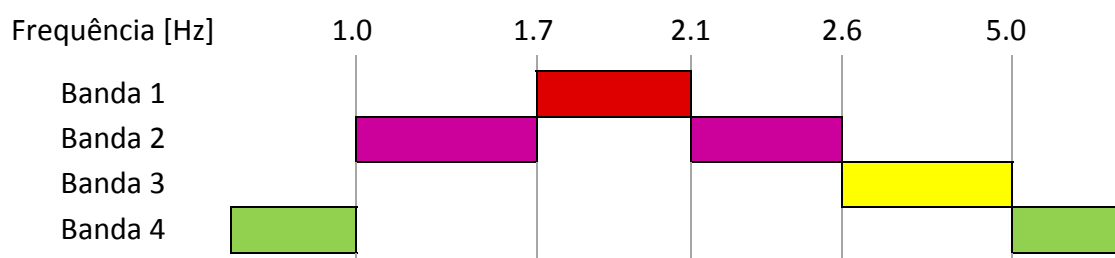


Figura 2.2 – Bandas de risco de ressonância para vibrações na direcção vertical e longitudinal

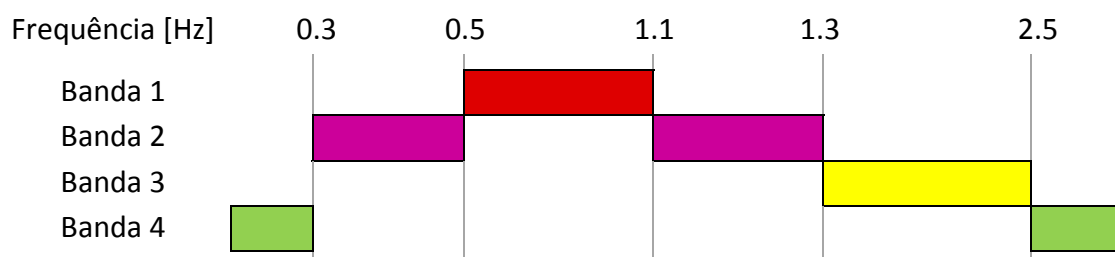


Figura 2.3 – Bandas de risco de ressonância para vibrações na direcção transversal

Dada a sua influência directa no cálculo das frequências e modos de vibração, deverá considerar-se o efeito da massa adicional dos peões, parados ou em movimento sobre o tabuleiro. Assim, cada modo de vibração será caracterizado por duas frequências limite, uma frequência inferior calculada com a massa da construção adicionando a massa dos peões, e uma frequência superior calculada apenas com a massa da construção. Em pontes leves estas frequências poderão estar significativamente afastadas, devendo por isso, calcular-se ambas. A densidade de peões a considerar em cada caso específico é indicada na secção 2.3.

Caso as frequências naturais da estrutura em análise se situem na Banda 4, considera-se que esta não é sensível à acção dos peões e fica-se desde logo dispensado de proceder a quaisquer análises subsequentes. Dependendo da densidade de tráfego prevista na ponte pedonal, nos casos com uma ou várias frequências naturais na gama de frequências das Bandas 1 a 3, será necessário proceder à análise dinâmica considerando um de três casos de carga para cada uma dessas frequências. A metodologia de análise será apresentada em detalhe no Capítulo 3.

iv) SYNPEX

O relatório final do projecto de investigação europeu sobre modelação das acções dos peões e orientações de projecto para pontes pedonais metálicas, conhecido por SYNPEX [6], indica que apenas as pontes com frequências naturais situadas dentro das bandas críticas a seguir indicadas, são susceptíveis de excitação pedonal. Se as frequências naturais se encontrarem fora destes limites, dispensa-se a realização de quaisquer análises dinâmicas suplementares.

As bandas críticas de frequências naturais f_i são as seguintes:

- $1.3 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2.3 \text{ Hz}$: para modos de vibração na direcção vertical
- $0.5 \text{ Hz} \leq f_i \leq 1.2 \text{ Hz}$: para modos de vibração na direcção lateral

Como anteriormente referido, a massa modal de uma ponte aumenta à medida que aumenta a densidade de peões sobre o seu tabuleiro, resultando simultaneamente numa redução das suas frequências naturais. O relatório do projecto SYNPEX refere que, em alguns casos de pontes leves, este aumento de massa modal pode ultrapassar 50% da massa modal da ponte. Neste sentido, sugere-se que, sempre que a massa modal associada aos peões ultrapasse 5% da massa modal do tabuleiro, se considere o seu efeito no cálculo das frequências naturais. Note-se que um aumento de 5% da massa modal corresponde a uma diminuição de 2.5% da frequência natural, logo na ordem de grandeza do erro de modelação.

v) Anexo Nacional da BS EN 1991-2

O Anexo Nacional da BS EN 1991-2 [7] indica apenas os limites superiores das frequências naturais a partir das quais a análise dinâmica não é necessária. Para a direcção vertical, as frequências naturais deverão ser calculadas com a ponte descarregada, enquanto para a direcção horizontal se deverá considerar o efeito da massa adicional dos peões sobre o tabuleiro. Assim, se as frequências dos modos com componente vertical excederem 8.0 Hz, ou 1.5 Hz nos modos com componente horizontal, fica-se imediatamente dispensado de realizar um estudo dinâmico mais detalhado.

vi) Comparação das disposições dos diferentes documentos

Apresenta-se de seguida a comparação entre os critérios de dispensa de uma análise dinâmica detalhada, preconizados pelos autores e regulamentos previamente abordados.

As bandas de frequências de modos de vibração na direcção vertical e horizontal, para as quais se considera não existir risco de ressonância devido à acção dos peões indicam-se a verde, respectivamente, na *Figura 2.4* e na *Figura 2.5*.

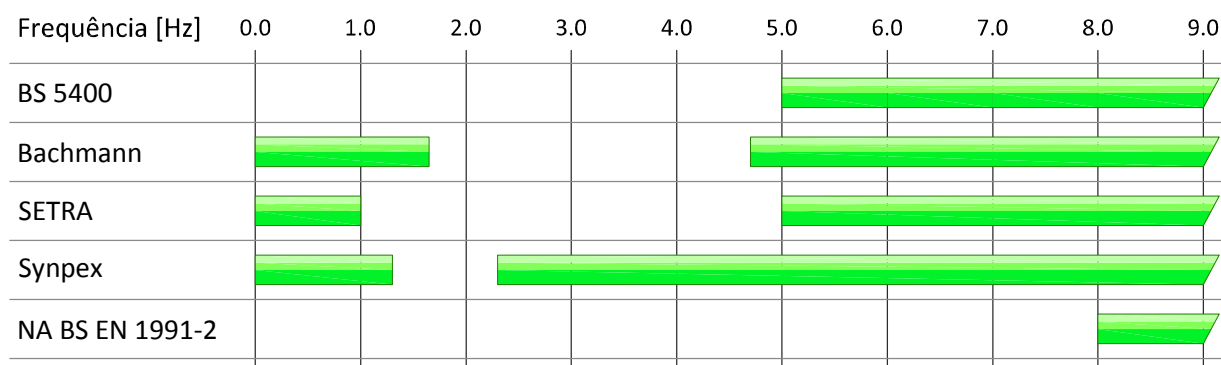


Figura 2.4 – Bandas de frequências de modos verticais para as quais se dispensa a análise dinâmica

Em relação às vibrações no sentido vertical, pode-se observar uma grande concordância entre a BS 5400, Bachmann, e as regras do Sétra. Note-se que relativamente aos limites preconizados por Bachmann, se optou por representar como limite superior o que corresponde ao segundo harmónico de vibração da frequência de passada. As regras do SYNPEX apresentam-se neste conjunto como sendo as menos conservativas, obrigando a uma análise detalhada apenas numa estreita banda de frequências, que cobre unicamente a gama

de variação do primeiro harmónico de vibração da frequência de passada. Depreende-se por isso, que seguindo as regras do SYNPEX de forma estrita, se poderá ignorar os efeitos dos harmónicos de ordem superior, bem como a acção de corrida. Já no caso do Anexo Nacional da BS EN 1991-2, pode-se constatar que a opção foi no sentido oposto, obrigando à avaliação dinâmica detalhada numa vasta gama de frequências, de forma a cobrir todas as gamas de frequência das acções dos peões em situações de uso corrente. Em parte, esta opção também se poderá justificar pelo facto de não se considerar a massa adicional dos peões no cálculo das frequências. Por outro lado, é de realçar que todos os limites indicados são aplicáveis unicamente a condições normais de utilização. Situações com sincronização deliberada, como acontece em acções de vandalismo, ou em que ocorra um agrupamento em massa com movimentos sincronizados, por exemplo manifestações ou maratonas, estes critérios não são aplicáveis.

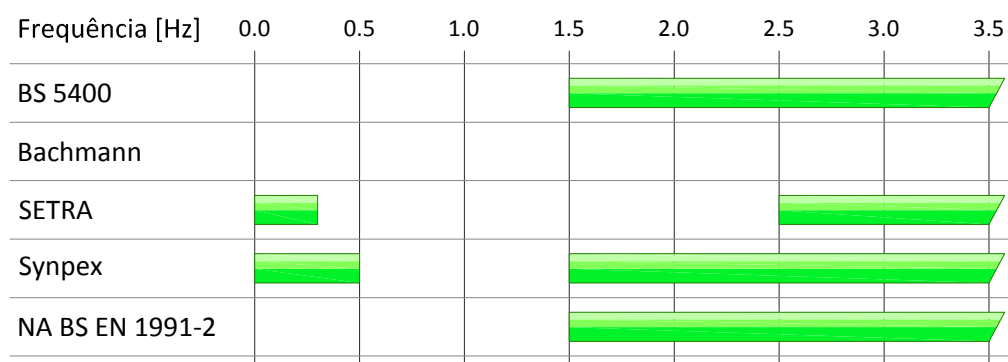


Figura 2.5 – Bandas de frequências de modos horizontais para as quais se dispensa a análise dinâmica

No que respeita a vibrações no sentido horizontal, observa-se uma grande concordância entre todas as referências analisadas. De referir a dispensa de análise dinâmica para muito baixas frequências oferecida pelas regras do Sétra e SYNPEX, possibilidade que não é prevista por nenhuma das normas britânicas. A diferença entre os limites indicados pelo Sétra e as restantes referências, explica-se pelo facto de nas regras da Sétra se prever um caso de carga específico, destinado unicamente a pontes situadas em locais de tráfego intenso, pelo que na maior parte das situações, os limites indicados por todas serão praticamente idênticos.

2.1.2. Estados limite últimos

Ao contrário das verificações dinâmicas em serviço, em que se procura fundamentalmente garantir o conforto dos peões, as verificações em estado limite último destinam-se a garantir a segurança da estrutura, limitando danos irreversíveis que resultem de situações com baixa probabilidade de ocorrência, mas cujo acontecimento não se pode excluir considerando o período de vida útil da obra. Neste sentido, deverá avaliar-se a segurança em *E.L.U.* através de uma combinação do tipo acidental, de modo a simular uma acção de vandalismo, e ou uma manifestação de grandes dimensões sobre o tabuleiro. No Capítulo 4 são dadas indicações sobre o tipo e características das acções dinâmicas a considerar para cada um destes casos.

Dado que na verificação de segurança em estado limite último se assume por definição que os níveis de tensão estão próximos dos limites elásticos dos materiais, não é adequada a utilização dos coeficientes de amortecimento previamente referidos para análises em serviço. No *Quadro 2.3* indicam-se os coeficientes de amortecimento recomendados pelo Sétra [5] para este tipo de verificação.

Quadro 2.3 – Coeficientes de amortecimento para verificações em E.L.U. [5]

Tipo de construção	Amortecimento
Estrutura de aço soldada	2%
Estrutura de aço aparafusada	4%
Estrutura de betão armado	5%
Estrutura de betão pré-esforçado	2%

De acordo com a experiência reportada pelos autores do guia de projecto do Sétra [5], os problemas de falta de resistência devido a acções dinâmicas induzidas por peões apenas se verificam em situações muito particulares de construções muito optimizadas, e onde as secções estão exploradas até ao limite. Pode então concluir-se que é uma situação com pouca probabilidade de ocorrência prática, mas que não pode à partida ser excluída.

2.2. CRITÉRIOS DE CONFORTO HUMANO

Estabelecer critérios de conforto reveste-se de grande dificuldade, desde logo porque o conceito é bastante subjectivo, e depende de inúmeros factores. A percepção de vibrações e a sua apreciação em termos de grau de desconforto varia de indivíduo para indivíduo, dependendo das expectativas que a estrutura desperta em cada utilizador, e do seu meio envolvente.

Ao longo do tempo, poderá existir um incremento de tolerância a vibrações à medida que vá sendo reconhecido publicamente que as estruturas não são necessariamente estáticas e que um comportamento dinâmico mais “vivo” não significa falta de segurança. Pelo contrário, um acidente muito divulgado pode ter o efeito contrário, baixando os níveis de aceitação.

Para cada indivíduo, podem-se definir níveis que vão desde o limite da percepção até graus de desconforto, que se podem classificar como toleráveis, perturbadores ou inaceitáveis. Os níveis de vibração podem-se também distinguir pelas consequências que podem implicar, por exemplo, perda de equilíbrio ou mesmo problemas de saúde. A percepção das vibrações varia com a posição (de pé, sentado, deitado) e actividade (parado, em marcha, em corrida) da pessoa que as avalia. Flaga [8] refere que pessoas sentadas classificam como desagradáveis vibrações cerca de três vezes inferiores às que são indicadas por pessoas em marcha. Outros autores [1] indicam factores como a idade, o sexo, a frequência de ocorrência e a altura do dia, como tendo igualmente um peso apreciável na sua avaliação pelos peões. Em termos da intensidade com que as vibrações são experimentadas, são preponderantes os factores como o período de exposição, frequência, deslocamento, velocidade e aceleração. Bachmann [1] refere que a intensidade da percepção é proporcional à aceleração na gama de frequências de 1 a 10 Hz, enquanto para frequências superiores o parâmetro determinante passa a ser a velocidade.

Importa também referir a importante diferença entre vibrações verticais e horizontais. Na realidade, verifica-se que a sensibilidade humana a vibrações laterais é muito superior em relação às vibrações verticais. De facto, um peão quando sujeito a movimento lateral depressa altera a sua marcha, aproximando-se do corrimão ou mesmo parando devido ao sentimento de insegurança. Este efeito de interacção peões–estrutura foi registado por diversos autores, por exemplo nos casos bem conhecidos da Passerelle Solferino em Paris [5], da Millennium Bridge em Londres [9], e da Ponte Pedro e Inês em Coimbra [10].

Como se poderá verificar a seguir, existe uma grande dispersão entre os critérios propostos por diferentes referências, pelo que os valores indicados deverão tomar-se como ordens de grandeza a respeitar de modo a atingir um determinado nível de conforto pretendido.

2.2.1. Caracterização experimental da percepção de vibrações e de conforto

De seguida apresentam-se dois estudos de conforto retirados da literatura que permitem melhor enquadrar a problemática da percepção de vibrações e avaliação de conforto em pontes pedonais.

i) Estudos realizados na FEUP

No âmbito de um estudo mais alargado [11] realizado numa ponte pedonal do tipo stress-ribon existente no campus da FEUP, foi realizado um inquérito aos participantes da campanha de ensaios dinâmicos. Para cada série de passagens, foram registados os valores de pico da aceleração no tabuleiro e a avaliação dos níveis de vibração experimentados através dos inquéritos aos participantes. As cinco categorias de avaliação consideradas permitiram estabelecer uma relação linear do conforto com a aceleração de pico, desde as fronteiras da percepção aos limites do desconforto, ver *Figura 2.6*.

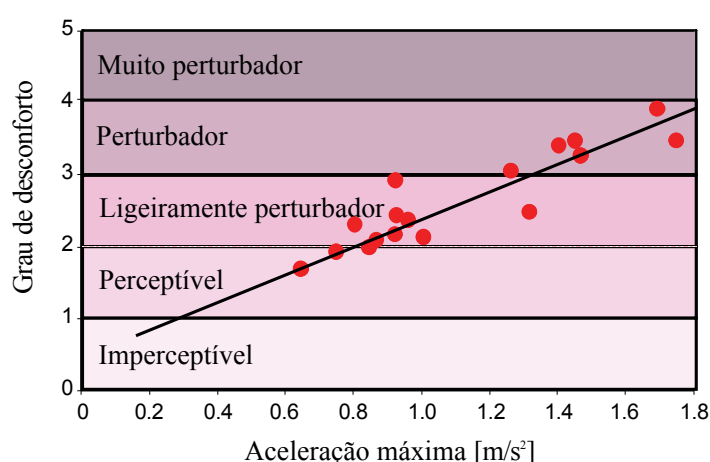


Figura 2.6 – Relação da aceleração de pico com os graus de desconforto

ii) Estudo de conforto realizado na Alemanha

Os exemplos que a seguir se apresentam são o resultado de um questionário elaborado pela Universidade de Aachen RWTH no âmbito do projecto SYNPEX [6]. As duas pontes pedonais seleccionadas para o estudo, uma localizada em Stuttgart e a outra em Pforzheim, têm tipologias estruturais distintas, mas características dinâmicas muito semelhantes. Ambas têm frequências naturais de cerca de 2 Hz, e a aceleração máxima devido ao atravessamento de um peão em caminhada, medida em ensaios dinâmicos, é de aproximadamente 0.3 m/s^2 nos dois casos.



Avaliação das vibrações

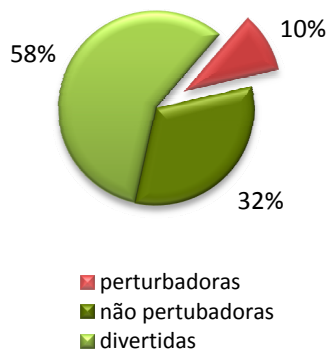


Figura 2.7 – Avaliação de vibrações pelos utilizadores da ponte Kochenhosteg em Stuttgart



Avaliação das vibrações

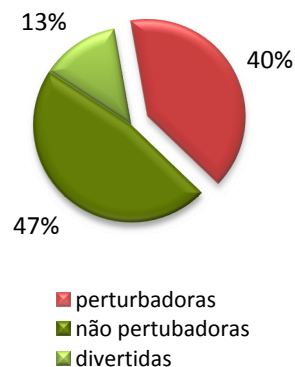


Figura 2.8 – Avaliação de vibrações pelos utilizadores da ponte Wachtelsteg em Pforzheim

Os inquéritos foram respondidos na sua maioria (> 74%) por utilizadores habituais. Nos dois casos, cerca de 80% dos entrevistados afirmaram ter percepção das vibrações. A apreciação que estes utilizadores fazem desses níveis de vibração é, no entanto, significativamente diferente. No caso da ponte de Stuttgart apenas 10% dos utilizadores afirmam sentir vibrações perturbadoras, enquanto na ponte de Pforzheim essa percentagem aumenta para 40%. Segundo o projectista destas pontes, os resultados obtidos comprovam o importante papel das emoções e da psicologia na avaliação do comportamento dinâmico por parte dos seus utilizadores [12]. O mesmo nível de vibração é melhor tolerado em estruturas vistas como flexíveis do que em estruturas que se esperam rígidas. Trata-se pois, de um problema de percepção e expectativa que dificilmente poderá ser traduzido nas normas.

2.2.2. Valores limite para acelerações e classes de conforto

i) *Valores limite de diversas normas internacionais*

Numerosas normas internacionais definem valores limite de acelerações em pontes e edifícios. No *Quadro 2.4* apresentam-se os limites de aceleração vertical indicados por algumas normas mais vulgarmente utilizadas para pontes. Na *Figura 2.9* representam-se os mesmos limites em função da frequência natural da estrutura. Como se pode observar, de uma forma geral, não há concordância entre as regras apresentadas, ou os limites apresentados diferem consideravelmente.

Quadro 2.4 – Valores limite da aceleração vertical de acordo com diversas normas internacionais

Norma	Valor limite $a_{V,max}$ [m/s ²]
BS 5400-2 [4]	$0.5 \sqrt{f}$
ONT83 [13]	$0.25 f^{0.78}$
ENV 1991-3 [2]	$\min \left\{ \begin{array}{l} 0.5 \sqrt{f} \\ 0.7 \end{array} \right.$
ENV 1995-2 [3]	0.7
ISO 10137 [14]	$60 \times \left\{ \begin{array}{l} \text{curva C.1} \\ \text{para edifícios} \end{array} \right.$

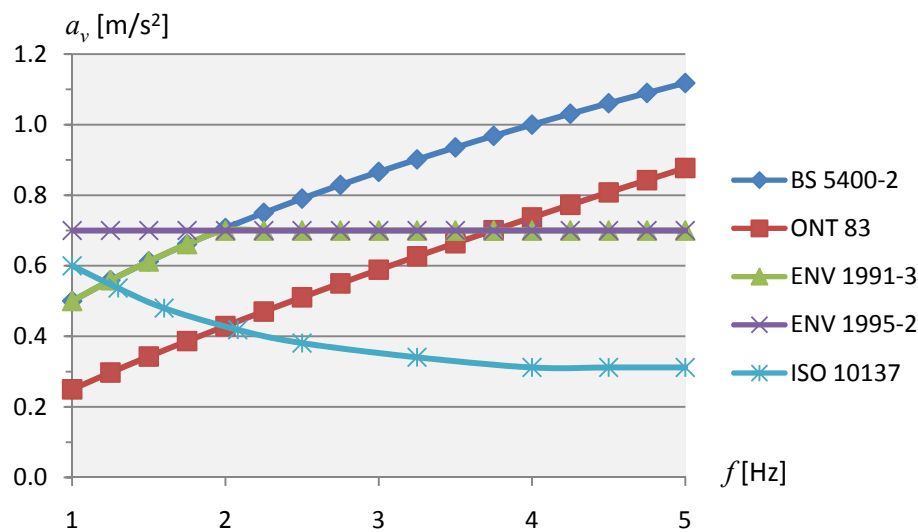


Figura 2.9 – Limites da aceleração vertical em função da frequência natural da estrutura

Tal como já foi referido, os limites para acelerações horizontais são mais reduzidos, fruto da maior sensibilidade humana às vibrações horizontais. Ao contrário do que acontece para vibrações verticais, muitas normas são omissas em relação aos valores admissíveis da aceleração horizontal.

Quadro 2.5 – Valores limite da aceleração horizontal de acordo com diversas normas internacionais

Norma	Valor limite $a_{H,max}$ [m/s ²]
ENV 1991-3 [2]	$\min \begin{cases} 0.14 \sqrt{f} \\ 0.15 \end{cases}$
ENV 1995-2 [3]	0.2
ISO 10137 [14]	$60 \times \begin{cases} \text{curva C.2} \\ \text{para edifícios} \end{cases}$

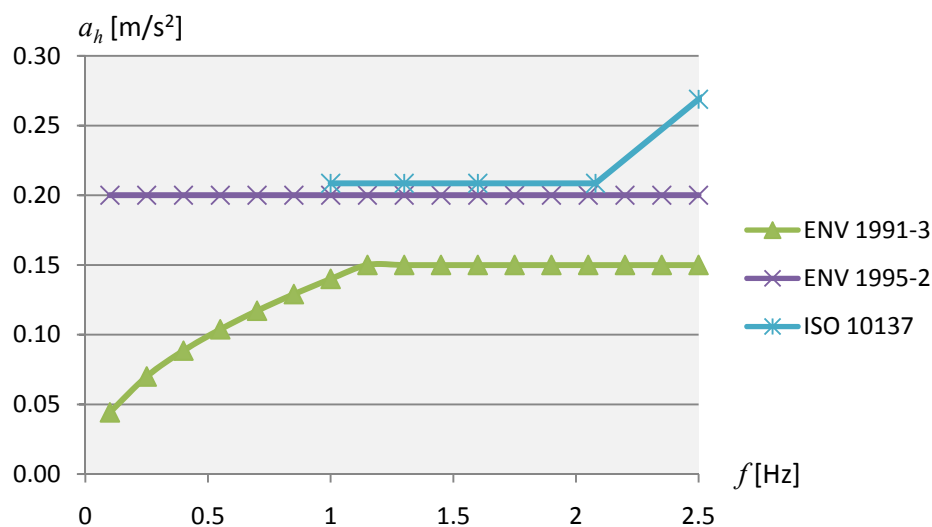


Figura 2.10 – Limites da aceleração horizontal em função da frequência natural da estrutura

ii) Classes de conforto do Sétra e do SYNPEX

Nas orientações de projecto do Sétra, e também no relatório do SYNPEX, os limites de aceleração são estabelecidos através de três classes de conforto que são definidas da seguinte forma:

- Classe *CL1* – Conforto máximo: as acelerações são praticamente imperceptíveis para os utilizadores.
- Classe *CL2* – Conforto médio: as acelerações são meramente perceptíveis para os utilizadores.
- Classe *CL3* – Conforto mínimo: em determinadas condições que ocorrem raramente, as acelerações são perceptíveis para os utilizadores, mas não se tornam intoleráveis.

A partir dos limites da Classe *CL3*, as vibrações tornam-se intoleráveis, podendo inclusivamente limitar a marcha ou o equilíbrio dos peões circulando sobre o tabuleiro. Note-se que as gamas de aceleração indicadas no *Quadro 2.6* foram calibradas para comparação com os valores de pico da aceleração calculados a partir de um conjunto de casos de carga dinâmicos. Por isso, não se trata realmente de uma medida directa das acelerações sentidas pelos utilizadores.

De realçar que as gamas de aceleração indicadas para a direcção horizontal se devem exclusivamente a critérios de conforto, e que é frequentemente recomendado limitá-las a 0.1 m/s^2 de modo a evitar a ocorrência de *lock-in* [15].

O Dono de Obra deverá escolher o nível de conforto a garantir tendo em conta o grau de importância da obra e as características da população que a irá utilizar. Pode-se optar por um critério mais exigente no caso de utilizadores mais sensíveis, como sejam crianças, idosos ou deficientes, e ser mais tolerante para pontes de pequeno comprimento, e de utilização menos intensiva. Na secção 2.3 dão-se algumas indicações sobre esses critérios.

Quadro 2.6 – Classes de conforto em função da aceleração máxima no tabuleiro [5, 6]

Classe de conforto	Aceleração [m/s^2]	
	Dir. Vertical	Dir. Horizontal
<i>CL1</i> : conforto máximo	< 0.5	< 0.1
<i>CL2</i> : conforto médio	0.5 – 1.0	0.1 – 0.3
<i>CL3</i> : conforto mínimo	1.0 – 2.5	0.3 – 0.8
desconforto intolerável	> 2.5	> 0.8

iii) Limites de aceleração do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

Os limites de aceleração propostos no Anexo Nacional da BS EN 1991-2 baseiam-se numa campanha experimental [16] desenvolvida pelos consultores da *Flint & Neill Partnership*, no Reino Unido. O valor da aceleração máxima admissível, para comparação com os resultados numéricos, é obtido pelo produto do limite fundamental da aceleração, tomado igual a 1.0 m/s^2 , por quatro coeficientes adimensionais que são dados em função de diversos critérios, de modo a reflectir os principais factores que influenciam a percepção humana das vibrações. O limite de aceleração na direcção vertical é dado por:

$$a_{\text{lim}} = 1.0 k_1 k_2 k_3 k_4 \quad [\text{m/s}^2] \quad (2.1)$$

e $0.5 \leq a_{\text{lim}} [\text{m/s}^2] \leq 2.0$

Os coeficientes k_1 , k_2 e k_3 são dados nos Quadros 2.7, 2.8 e 2.9 e representam a influência dos seguintes factores:

- k_1 : traduz alterações à sensibilidade dos peões em função da localização da ponte
- k_2 : traduz a redundância do trajecto
- k_3 : traduz alterações da sensibilidade dos peões devido à altura da estrutura
- k_4 : coeficiente de exposição a acordar com o Dono de Obra

Quadro 2.7 – Valores recomendados do coeficiente k_1 [7]

Localização da ponte	k_1
Trajectos principais para hospitais	0.6
Trajectos principais para estádios ou outros locais de grande utilização (por exemplo escolas)	0.8
Principais centros urbanos	1.0
Atravessamentos suburbanos	1.3
Ambientes rurais	1.6

Quadro 2.8 – Valores recomendados do coeficiente k_2 [7]

Redundância do trajecto	k_2
Única via de acesso	0.7
Trajecto principal	1.0
Existem outros trajectos	1.3

Quadro 2.9 – Valores recomendados do coeficiente k_3 [7]

Altura do tabuleiro	k_3
Maior do que 8 m	0.7
Entre 4 e 8 m	1.0
Menor do que 4 m	1.1

O coeficiente de exposição k_4 , a acordar com o Dono de Obra, pode variar entre 0.8 e 1.2, para reflectir o tipo de percepção que os utilizadores têm das vibrações. Neste coeficiente pode-se incluir o efeito de factores como sejam as características do guarda-corpos (altura, rigidez, opacidade), o tipo de superfície do tabuleiro (rigidez, opacidade) ou outros factores potenciadores de conforto.

Verifica-se que este critério é independente da frequência natural em análise e permite uma grande gama de variação das acelerações máximas permitidas. Como exemplo, admita-se um coeficiente k_4 unitário, e considerem-se as duas seguintes situações extremas em termos de grau de importância da obra:

- *Ponte com tabuleiro a mais de 8 m do solo, localizada na única via de acesso a um hospital: $a_{lim} = 0.3 \text{ m/s}^2$.*
- *Ponte com tabuleiro a menos de 4 m do solo, pertencendo a um trajecto alternativo situado em meio rural: $a_{lim} = 2.0 \text{ m/s}^2$.*

Em resumo, esta metodologia oferece uma grande flexibilidade ao projectista no sentido em que permite uma avaliação crítica da localização e do uso da ponte. A consideração da influência de diversos factores de diferente natureza através de coeficientes previamente calibrados resulta numa metodologia de aplicação simples e directa.

2.3. CRITÉRIOS DE PROJECTO

Segundo os princípios dos Eurocódigos [17], a fiabilidade das estruturas é garantida pela verificação de várias situações de projecto, correspondendo de uma forma geral a diferentes estados limite. As situações de projecto seleccionadas devem abarcar todas as condições que podem ocorrer durante a vida da obra, e classificam-se como persistentes, transientes ou acidentais, conforme se tratem respectivamente de condições de uso corrente, temporárias ou excepcionais. Os estados limite denominam-se últimos quando são relativos à segurança de pessoas ou da estrutura, e de serviço quando se referem a deformações, vibrações ou danos.

No contexto da avaliação dinâmica de pontes pedonais, os estados limite mais relevantes são geralmente de serviço, e destinam-se a garantir o conforto dos utilizadores, a funcionalidade da estrutura, e a evitar danos que possam afectar o aspecto, a durabilidade ou o funcionamento da estrutura. Na prática, a escolha criteriosa do tipo de estados limite a analisar, e dos níveis de conforto a atingir em cada um deles, decorre fundamentalmente de opções a articular entre projectista e Dono de Obra.

Em geral, os estados limite últimos devidos a vibrações estão relacionados com eventos excepcionais ou acções do tipo vandalismo. Nos casos em que a estrutura possa ser sensível a este tipo de acções, deverá partir-se de uma análise de risco, identificando os perigos, avaliando as possíveis consequências e apontando medidas de redução de risco.

O tipo de tráfego e a densidade de peões estimada podem influenciar significativamente os requisitos de projecto da ponte. Comparando por exemplo, uma ponte situada no centro de uma cidade com outra localizada num remoto percurso pedonal de montanha, torna-se claro que a probabilidade de ocorrência e a intensidade de certas acções dinâmicas pedonais são distintas. As características da população e o tipo de utilização da ponte dão origem a diferentes requisitos de projecto e de comportamento da ponte. Comparando a sensibilidade a vibrações dos utilizadores de uma ponte de acesso a um hospital com os que atravessam uma ponte integrada num percurso de escalada em montanha, torna-se também claro que as exigências são distintas. Na fase de projecto, é pois essencial verificar os efeitos do tráfego de peões relativo a cada situação, e as condições de serviço para garantir um nível de conforto adequado aos utilizadores.

Durante a vida útil da obra ocorrem diferentes condições de utilização cujos requisitos de conforto é necessário ponderar criteriosamente. Frequentemente, a situação de maior densidade de peões ocorre no dia da inauguração da ponte. Por exemplo, no âmbito do dimensionamento de um sistema de controlo de vibrações, a opção por uma densidade de peões correspondente ao dia da inauguração, que irá ocorrer apenas uma vez, ou a consideração de uma densidade inferior mais próxima do uso corrente, terá impactos muito significativos no custo da solução final.

2.3.1. Verificação de estados limite

Os níveis de segurança e de aptidão ao uso de uma estrutura resultam das acções que lhe são aplicadas e dos parâmetros de resistência que a caracterizam. No entanto, estes dados têm uma natureza aleatória e não podem ser conhecidos com rigor. De facto, as acções são por natureza aleatórias, e as características que definem a estrutura também não são conhecidas com absoluta precisão. Por exemplo, a acção dos peões é caracterizada por um elevado número de variáveis, como sejam o número de peões presentes no tabuleiro e a sua distribuição, a velocidade a que se deslocam e o seu grau de sincronização. Por outro lado, a resposta da estrutura é obtida através de uma representação teórica e muitas vezes aproximada da realidade, pelo que a incerteza do modelo também deve ser considerada. Todas estas incertezas levam a que a verificação dos diversos estados limite tenha que ser realizada através de métodos probabilísticos, ou mais correntemente, através do método dos coeficientes parciais [17].

A verificação de segurança associada a um estado limite é realizada através da equação geral $E_d \leq R_d$, em que E_d representa o valor de cálculo dos efeitos das acções, e R_d o valor de cálculo da resistência. Em serviço, a verificação de um estado limite de vibração, é realizada por comparação das acelerações E_d que se obtêm por aplicação de um modelo de carga, com a aceleração R_d que resulta do critério de conforto considerado. Em geral, no âmbito da análise dinâmica, as verificações dos estados limites são realizadas com valores de cálculo não majorados. Este facto decorre de diversos factores:

- i. Em serviço, os estados limite subdividem-se em reversíveis ou irreversíveis. Um estado limite de serviço irreversível corresponde por exemplo a um limite de vibração do qual resultem lesões para os utilizadores. Neste caso a verificação é realizada através da combinação rara, em que $E_d = E\{ Q_k \}$. Os estados limite do tipo reversível são normalmente associados a um limiar de conforto perceptível. As metodologias de avaliação do conforto são calibradas em geral para os valores de pico da aceleração, o que corresponde a considerar inaceitável qualquer infracção do critério de conforto. Por este motivo, utiliza-se igualmente a combinação rara.
- ii. Em estado limite último, as situações de projecto consideradas são geralmente do tipo accidental, em que $E_d = E\{ A_d + (\Psi_1 \text{ ou } \Psi_2) Q_k \}$, com $\Psi_1 = 0.4$ e $\Psi_2 = 0$.

Devem, no entanto, utilizar-se coeficientes de majoração na verificação de situações de projecto persistentes e transientes. Assim, a verificação de um estado limite último provocado por vibrações em ressonância susceptíveis de provocar a rotura da estrutura, ou de colocar pessoas em perigo, será realizada com $E_d = E\{ \gamma_Q Q_k \}$, em que $\gamma_Q = 1.50$.

2.3.2. Metodologias de avaliação dinâmica

Nesta secção apresentam-se as metodologias de avaliação dinâmica propostas por diversas normas e recomendações de projecto.

i) Metodologia da BS 5400-2

Na Figura 2.12 encontra-se esquematizada a metodologia de avaliação dinâmica proposta pela BS 5400-2. É de sublinhar que esta metodologia apenas contempla a avaliação de vibrações verticais. No caso de existirem modos horizontais com frequência inferior a 1.5 Hz, a possibilidade de vibrações horizontais de grande amplitude deve ser convenientemente avaliada. Porém, não são dadas quaisquer indicações para o efeito.

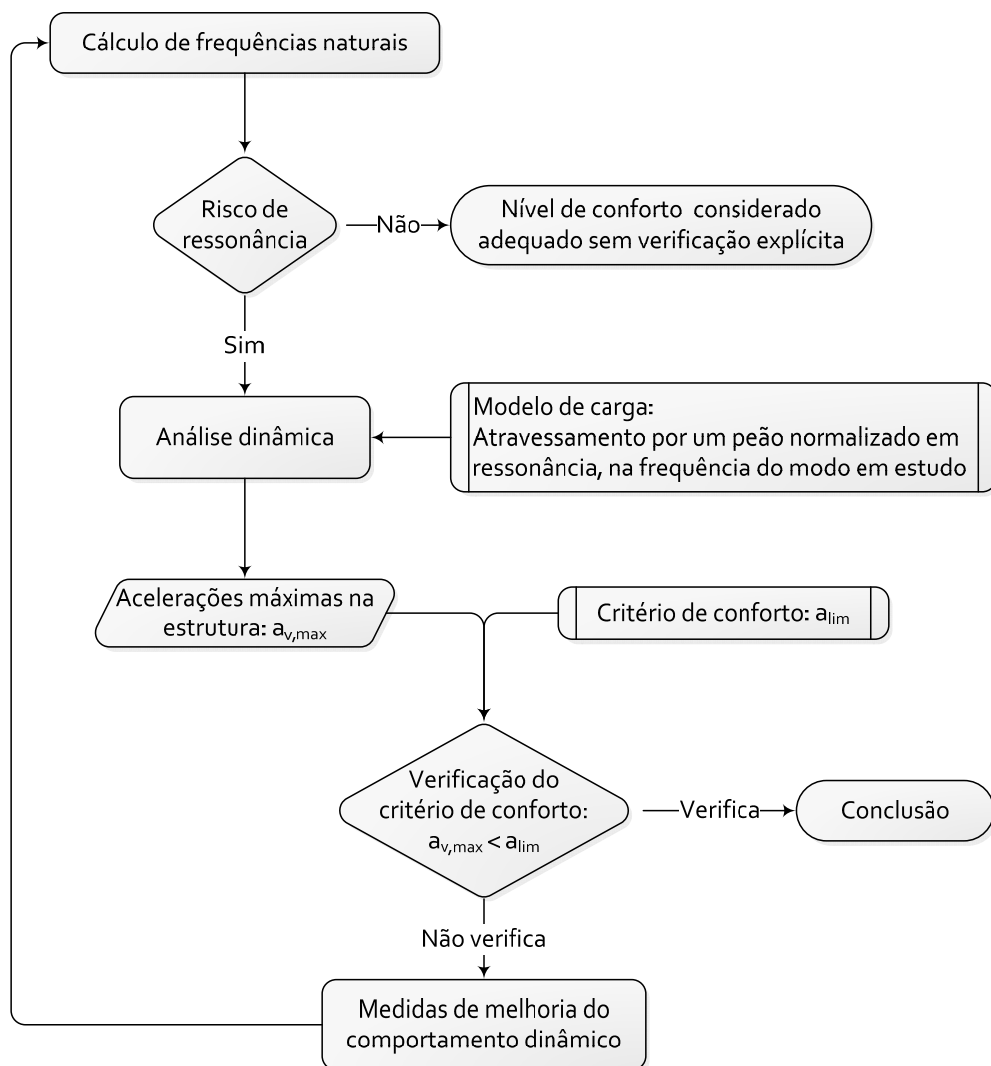


Figura 2.11 – Metodologia de avaliação dinâmica da BS 5400-2

A metodologia de avaliação preconizada pela BS 5400-2 tem uma estrutura bastante simples e os critérios de verificação estão definidos de forma clara. O cálculo das frequências naturais da ponte permite concluir do risco de ressonância devido à acção dos peões. Se as frequências naturais de todos os modos de vibração verticais forem superiores a 5 Hz, considera-se de imediato que a ponte não é susceptível de exibir vibrações desconfortáveis devido à acção dos peões, e dispensa-se a análise dinâmica mais detalhada. Caso contrário, é necessário proceder à análise dinâmica dos modos com frequências naturais na gama da acção dos peões. A aceleração máxima na estrutura é obtida, para cada modo em estudo, pela análise dinâmica da resposta induzida por um peão normalizado atravessando a ponte em ressonância. Se a aceleração máxima calculada for inferior à aceleração limite, dada por $0.5 \sqrt{f_i}$ [m/s²], considera-se verificado o critério de conforto. Caso não se verifique este critério, será necessário proceder à implementação de medidas de melhoria do comportamento dinâmico. De um modo geral, estas medidas podem consistir em alterações da própria estrutura ou dos seus elementos secundários, ou na introdução de sistemas de controlo de vibrações, passivos ou activos.

Apesar da sua simplicidade, esta metodologia é bastante limitada, e a sua aplicação não dá garantias de bom comportamento dinâmico em grande parte das situações críticas que podem ocorrer, por exemplo, fluxos de peões e grupos em marcha e em corrida.

ii) Metodologia do Sétra

Na *Figura 2.12* encontra-se esquematizada a metodologia de avaliação dinâmica proposta pelo Sétra.

Em função da localização da ponte e do tipo de utilização a que estará sujeita, o Dono de Obra e o projectista começam por definir a densidade de tráfego (*Quadro 2.10*) e a classe de conforto a garantir (*Quadro 2.6*). Se a ponte for da Classe *IV*, considera-se não ser necessário verificar o seu comportamento dinâmico. Particularmente em estruturas com frequências situadas nas bandas de risco de ressonância da acção dos peões, esta opção parece pouco prudente e desaconselhável. Recomenda-se então, como mínimo, o estudo dos casos de carga indicados para a Classe *III*, considerando eventualmente uma densidade de peões mais reduzida. Esta recomendação tem particular relevância no caso de pontes muito leves, onde podem ocorrer acelerações elevadas mesmo sem se atingir a ressonância.

O cálculo das frequências naturais da ponte deverá realizar-se para duas hipóteses distintas, de modo a identificar a influência que a massa adicional dos peões pode representar. Na primeira hipótese, da qual resulta o limite superior das frequências naturais, o cálculo é realizado apenas com a massa relativa à estrutura e suas cargas permanentes. Na segunda

hipótese, a massa equivalente a 1.0 P/m^2 sobre o tabuleiro é adicionada à massa inicial, permitindo identificar o limite inferior das frequências naturais.

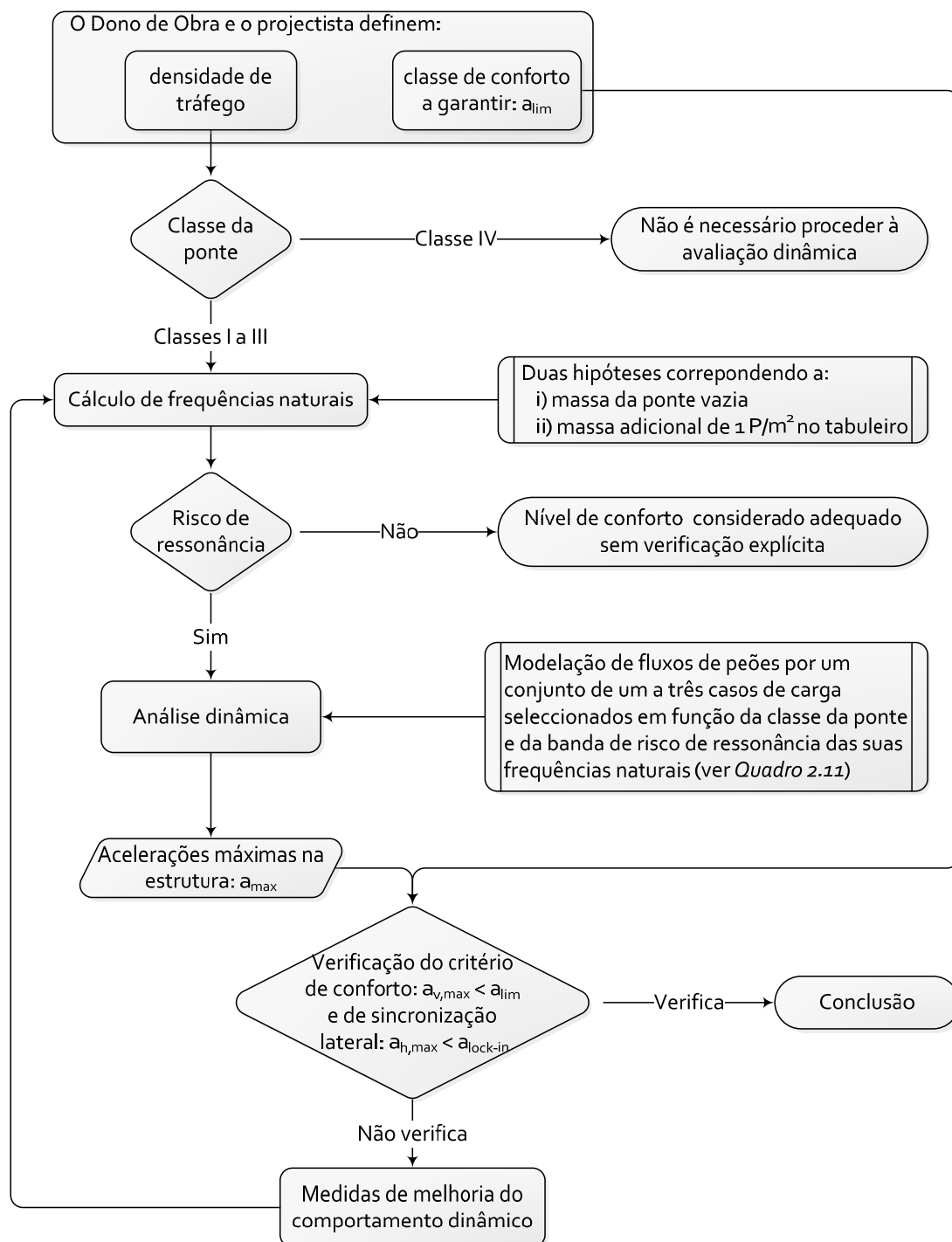


Figura 2.12 – Metodologia de avaliação dinâmica do Sétra

A sequência da análise decide-se em função da banda de risco de ressonância em que as frequências naturais da ponte se inserem (ver *Figuras 2.2 e 2.3*). Se as frequências de todos os modos em análise se situarem na banda de risco insignificante, considera-se não ser necessário prosseguir a análise porque a ponte não é sensível à acção dos peões. Se, por outro lado, existirem modos com frequências em bandas de risco superior, será necessário para cada um deles, proceder à análise de um conjunto de casos de carga a seleccionar do *Quadro 2.11*, de modo a simular diversas situações associadas a fluxos contínuos de peões em caminhada.

Quadro 2.10 – Classificação de pontes pedonais em função da densidade de tráfego [5]

Classe da ponte	Densidade pedonal d [P/m ²]	Descrição
<i>I</i>	1.0	Pontes urbanas situadas em trajectos de circulação intensa (por exemplo estações de comboio ou de metro), ou frequentemente utilizadas por grandes multidões (por exemplo turistas ou manifestações)
<i>II</i>	0.8	Pontes urbanas situadas em trajectos de zonas densamente povoadas, sujeitas a tráfego intenso e que ocasionalmente podem ser carregadas na totalidade do seu tabuleiro
<i>III</i>	0.5	Pontes de uso corrente, que podem ocasionalmente ser atravessadas por grandes grupos de pessoas mas que nunca serão carregadas na totalidade do seu tabuleiro
<i>IV</i>	0	Pontes raramente utilizadas, localizadas em trajectos de ligação entre zonas com baixa densidade populacional, ou em caminhos pedonais de auto-estradas e vias rápidas

Quadro 2.11 – Casos de carga para modelação de fluxos contínuos de peões em função da densidade de tráfego e da banda de risco das frequências naturais da ponte [5]

Casos de carga a analisar				
Classe da ponte	Densidade pedonal d [P/m ²]	Banda de risco das frequências naturais		
		1 (máximo)	2 (médio)	3 (baixo)
<i>I</i>	1.0	<i>C2</i>	<i>C2</i>	<i>C3</i>
<i>II</i>	0.8	<i>C1</i>	<i>C1</i>	<i>C3</i>
<i>III</i>	0.5	<i>C1</i>	–	–

Os casos de carga indicados no *Quadro 2.11* correspondem aos seguintes modelos relativos a fluxos contínuos de peões em caminhada, descritos em pormenor na secção 3.3:

- *C1* é um modelo de carga de fluxos de peões com densidade média a elevada, aplicável sempre que $d < 1.0 \text{ P/m}^2$. Em termos de sincronização, admite-se que todos os peões circulam com frequência e fases aleatórias.
- *C2* é um modelo de carga de fluxos de peões com densidade muito elevada que é aplicável sempre que $d \geq 1.0 \text{ P/m}^2$. Dado o elevado congestionamento o movimento é lento, e a sincronização dos peões aumenta. Admite-se que todos os peões circulam na mesma frequência, e com fases aleatórias.
- *C3* é um modelo de carga complementar destinado a verificar o efeito do segundo harmónico da frequência de passada dos peões.

Na prática, os diferentes modelos de carga são traduzidos por forças distribuídas de distinta amplitude, e variação sinusoidal com frequência igual à frequência natural do modo de vibração em estudo. Da análise dinâmica da estrutura submetida aos diferentes casos de carga, resultam registos temporais de acelerações no tabuleiro, cujos valores de pico deverão respeitar os limites da classe de conforto seleccionada. Nos casos em que o risco de *lock-in* existe, para além do critério de conforto, as acelerações transversais devem ser inferiores a 0.1 m/s^2 de modo a prevenir a ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude. Se em algum instante estes limites forem excedidos, será necessário proceder à implementação de medidas de melhoria do comportamento dinâmico, e reiniciar o processo de avaliação.

Como se pode observar, todos os casos de carga indicados se referem exclusivamente a fluxos contínuos de peões em marcha. Assim, ignoram-se os efeitos frequentemente mais desfavoráveis, produzidos por peões isolados ou em grupo deslocando-se em corrida. Este aspecto constitui, aliás, a limitação mais evidente da metodologia apresentada.

iii) Metodologia do SYNPEX

Na *Figura 2.13* encontra-se esquematizada a metodologia de avaliação dinâmica proposta pelo SYNPEX. No geral, esta metodologia é análoga à proposta pelo Sétra, com algumas modificações que a tornam mais abrangente.

Se a ponte apresentar frequências naturais localizadas nas bandas de frequências de risco de ressonância da acção dos peões, é necessário verificar o seu comportamento dinâmico para um conjunto de situações de projecto a acordar entre Dono de Obra e projectista, procurando simular as condições reais mais condicionantes a que a ponte será submetida. No *Quadro 2.12* apresentam-se as classes de tráfego propostas e a densidade do fluxo de peões a considerar. De acordo com a natureza de cada situação de projecto, é necessário analisar os efeitos

dinâmicos de fluxos contínuos de peões, de peões isolados ou em grupo, em marcha ou em corrida, cujos modelos de carga se detalham nas secções 3.2 e 3.3.

A verificação do critério de conforto e de vibrações laterais é realizada de forma idêntica ao proposto pelo Sétra. Os valores de pico das acelerações verticais deverão respeitar os limites da classe de conforto seleccionada para essa situação de projecto, e as acelerações laterais deverão ser inferiores a 0.1 m/s^2 de modo a prevenir a ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude. Se estes limites forem excedidos, será necessário proceder à implementação de medidas de melhoria do comportamento dinâmico, e reiniciar o processo de avaliação.

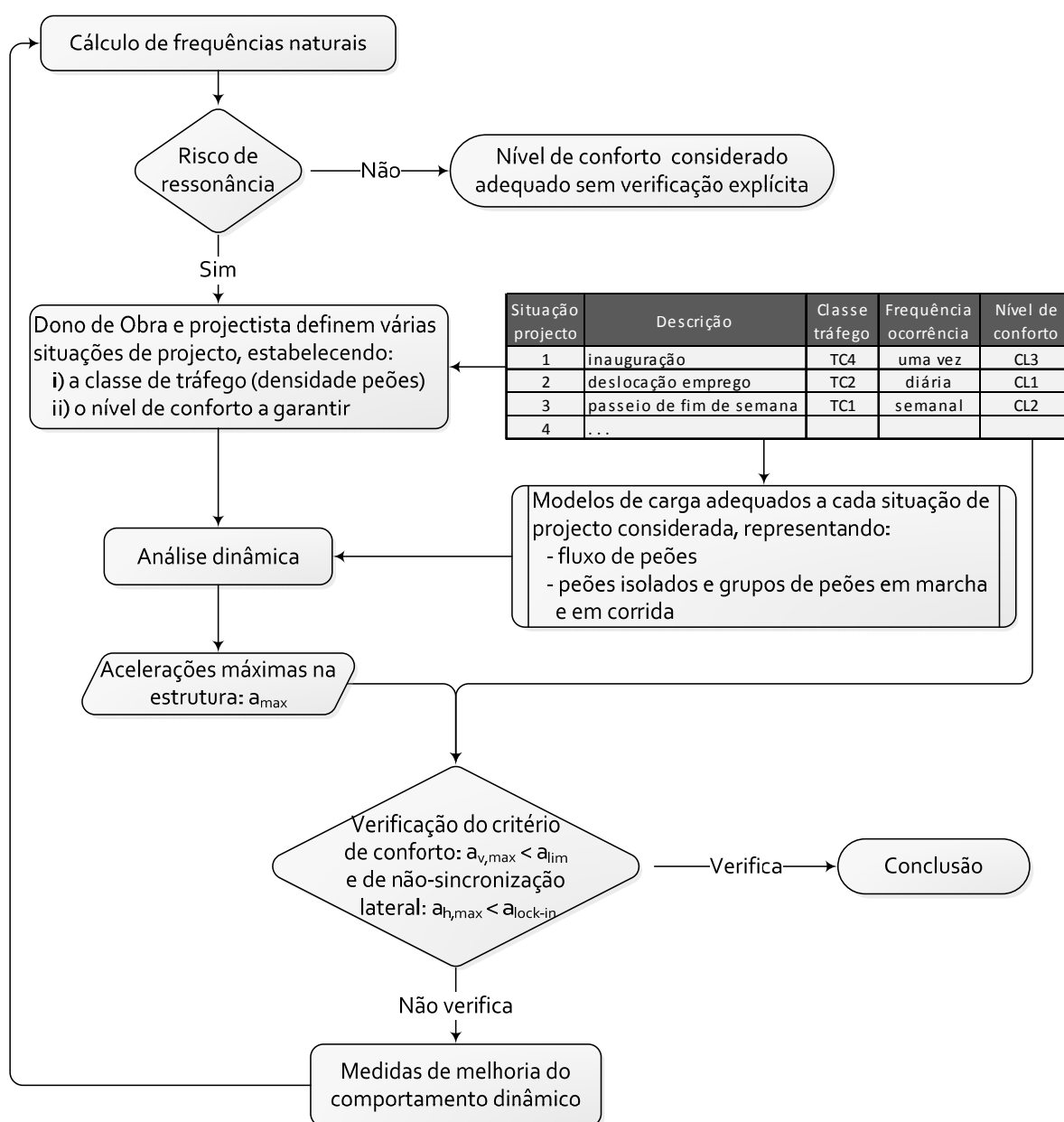


Figura 2.13 – Metodologia de avaliação dinâmica do SYNPEX

Quadro 2.12 – Classes de tráfego pedonal [6]

Classe de tráfego	Descrição	d – densidade pedonal de projecto
<i>TC1</i>	Muito reduzido	Atravessamento por um grupo de 15 peões Densidade equiv.: $d = 15 P / (\text{área do tabuleiro})$
<i>TC2</i>	Reduzido	Fluxo de peões de $0.2 P/m^2$
<i>TC3</i>	Intenso	Fluxo de peões de $0.5 P/m^2$
<i>TC4</i>	Muito intenso	Fluxo de peões de $1.0 P/m^2$
<i>TC5</i>	Excepcionalmente intenso	Fluxo de peões de $1.5 P/m^2$

Nestas recomendações, distingue-se o critério de avaliação do risco de ressonância de vibrações verticais por ser muito pouco conservativo em relação aos restantes, considerando uma banda de risco limitada a 2.3 Hz. De facto, dispensam-se da análise muitos casos com frequências naturais na banda de risco médio ou baixo das frequências de passada em caminhada (efeito do segundo harmónico), e também as frequências mais elevadas na banda de risco elevado das frequências de corrida.

Como vantagem em relação às restantes metodologias, destaca-se a possibilidade de melhor adaptar a solução estrutural ao seu uso específico, através da selecção criteriosa das situações relevantes e da escolha do nível de conforto pretendido para cada uma delas. Esta flexibilidade pode também ser vista como um inconveniente, porque a sua aplicação prática é mais complexa. Por um lado, parece evidente a dificuldade de envolver alguns Donos de Obra nalgumas destas decisões, e por outro, o projectista menos experiente terá maiores dificuldades na sua aplicação.

iv) Metodologia do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

Na *Figura 2.14* encontra-se esquematizada a metodologia de avaliação dinâmica proposta na versão provisória do Anexo Nacional da BS EN1991-2.

O processo de avaliação dinâmica inicia-se com o cálculo das frequências naturais da ponte, permitindo avaliar o risco de ressonância devido à acção dos peões. Se as frequências naturais dos modos de vibração verticais forem superiores a 8 Hz, e a 1.5 Hz para os modos horizontais, considera-se de imediato que a ponte não é susceptível de exhibir vibrações desconfortáveis devido à acção dos peões, e dispensa-se a análise dinâmica mais detalhada. Caso contrário, é necessário proceder à análise dinâmica dos modos com frequências naturais nessa banda de

frequências. Seguidamente, a ponte é classificada em função da sua localização e da densidade de tráfego esperada. A análise dinâmica comporta dois estudos de diferente natureza. O primeiro consiste no cálculo das acelerações máximas verticais no tabuleiro, por aplicação dos modelos de carga descritos na secção 4.3, e na sua comparação com os critérios de conforto indicados na secção 2.2.2. O segundo, visa analisar a probabilidade da ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude, através da verificação do critério de estabilidade indicado na secção 5.4.6.

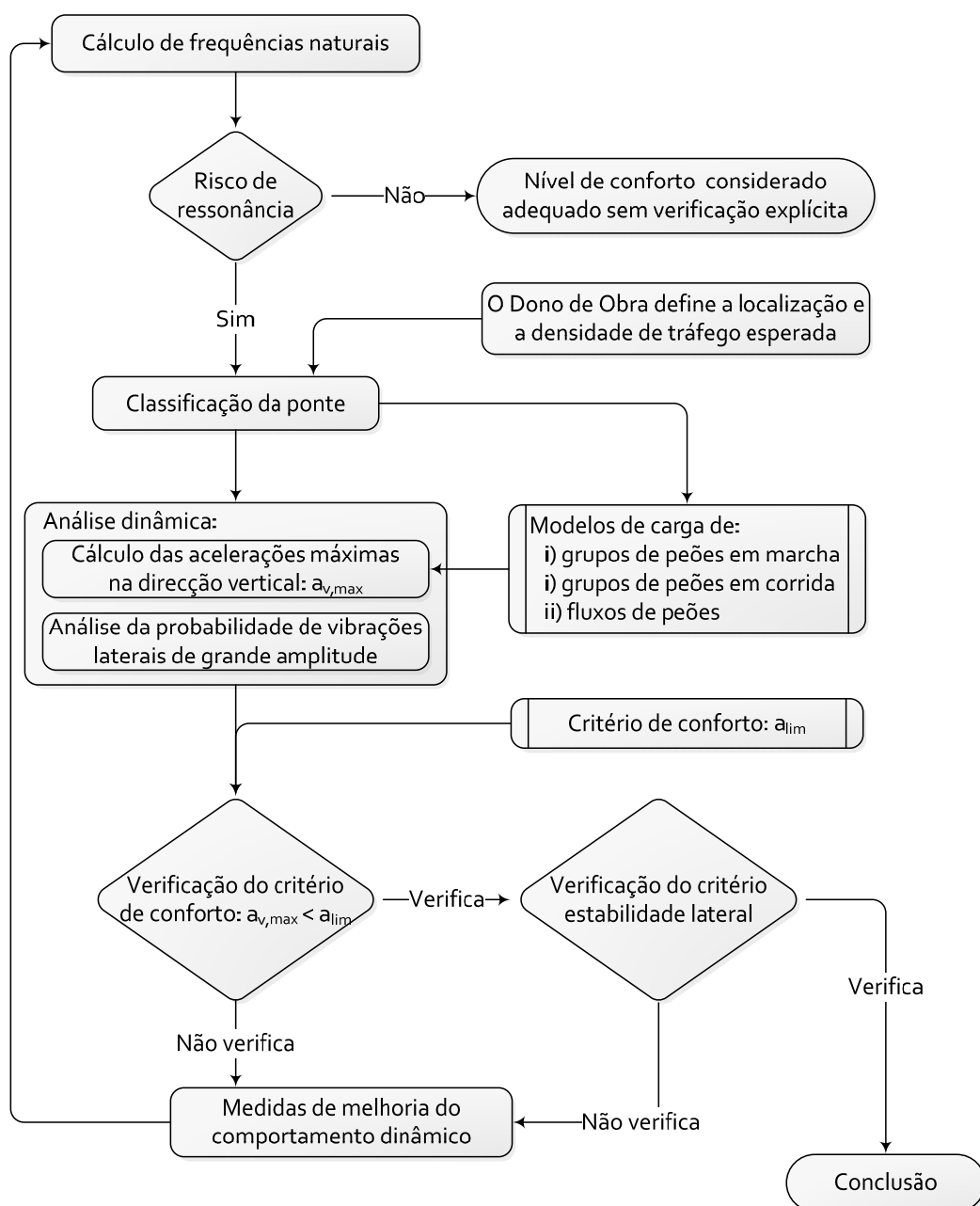


Figura 2.14 – Metodologia de avaliação dinâmica do Anexo Nacional da BS EN1991-2

Para pontes da Classe *A* (localizadas em zonas de baixo tráfego), a análise dos modos de vibração verticais é realizada apenas para um grupo de dois peões em caminhada. Nas restantes classes, é sempre necessário analisar três casos de carga, relativos a grupos em caminhada e em corrida, e fluxos contínuos de peões.

Quadro 2.13 – Classificação de pontes pedonais e parâmetros da análise dinâmica [7]

Classe da ponte	Descrição	Dimensão do grupo		Densidade pedonal d [P/m ²]
		Caminhada [P]	Jogging [P]	
<i>A</i>	Pontes em zonas rurais raramente utilizadas, ou localizadas em zonas com baixa densidade populacional	$n = 2$	$n = 0$	0
<i>B</i>	Pontes em zonas suburbanas onde existem ligeiras variações ocasionais de densidade pedonal	$n = 4$	$n = 1$	0.4
<i>C</i>	Pontes em percursos urbanos com variações diárias significativas de densidade pedonal (por exemplo acessos a escritórios ou escolas)	$n = 8$	$n = 2$	0.8
<i>D</i>	Principais acessos a locais públicos (por exemplo estádios desportivos ou acessos a grandes instalações de transportes públicos)	$n = 16$	$n = 4$	1.5

Esta metodologia distingue-se das anteriores, essencialmente, pelos seguintes aspectos:

- i. Os casos de carga indicados estão bem definidos e cobrem todas as situações de uso corrente, o que não acontece por exemplo na metodologia do Sétra, onde se desprezam os efeitos de pequenos grupos de peões em caminhada e em corrida.
- ii. A análise da probabilidade de ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude é realizada de forma distinta em relação às metodologias do Sétra e do SYNPEX. Nesta abordagem a verificação é realizada através de um critério de estabilidade, enquanto nas anteriores se utiliza um critério de comparação com o valor da aceleração lateral no limiar do início da interacção peão–estrutura.

2.4. REFERÊNCIAS

1. Bachmann, *Vibration problems in structures: practical guidelines*. 1995: Birkhäuser.
 2. *ENV 1991-3, Eurocode 1 - Actions on structures, Part 2: General actions -Traffic loads on bridges*. 2002: European Committee for Standardization CEN.
 3. *ENV 1995-2, Eurocode 5 - Design of timber structures – bridges*. 1997: European Committee for Standardization CEN.
 4. *Design Manual for Roads and Bridges - Composite Version of BS 5400: Part 2, 1978*. Vol. 1. 2001: U.K. Highways Agency.
 5. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines*. 2006: Sétra.
 6. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX)*. 2006: European Comission.
 7. Barker, C. *Calibration of the UK National Annex*. in *Footbridge 2008 - Third International Conference*. 2008. Porto.
 8. Flaga, A., *Vibration confort criteria for pedestrians on footbridges*.
 9. Newland, D. *Vibration of the London Millennium Footbridge: cause and cure*. in *Proceedings 9th International Congress on Sound and Vibration*. 2002. Orlando, Florida, U.S.A.
 10. Cunha, A. *The role of dynamic testing in design, construction and long-term monitoring of lively footbridges*. in *Footbridge 2008 - Third international conference - Worldwide experience workshop*. 2008. Porto.
 11. Caetano, E. *A experiência do VIBEST no estudo do comportamento dinâmico de pontes pedonais - Parte II: Exemplos de aplicação*. in *V Congresso de construção metálica e mista*. 2005. Lisboa.
 12. Schlaich, M. *Guidelines for the design of footbridges*. 2005. Venice: Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference.
 13. *Ontario Highway Bridge Design Code ONT83*. 2000, Canada: Ontario Government.
 14. *Bases for design of structures - Serviceability of buildings against vibration*. 1992: International Standard ISO 10137.
 15. Vion, P. *Design strategy for the dynamic of footbridges under pedestrian loads*. in *Footbridge 2005 - Venice workshop*. 2005. Venice
 16. Mackenzie, D. *Footbridge pedestrian vibration limits - Part 2: Human sensitivity*. in *Footbridge 2005 - Second international conference*. 2005. Venice.
-

17. *EN1990, Eurocode - Basis of design*. 2002: European Committee for Standardization CEN.

ACÇÕES INDUZIDAS POR PEÕES INDIVIDUAIS

3. Acções induzidas por peões individuais

3.1. Caracterização experimental

3.1.1. Análise de Fourier

3.2. Modelos de carga segundo diversos autores

- i) Modelo de carga da BS 5400
- ii) Modelos de carga Bachmann e Ammann
- iii) Modelo de carga de Young
- iv) Modelos de carga do Sétra
- v) Modelos de carga do Synpex

3.3. Referências

3.1. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

A acção dos peões em caminhada ou em corrida tem sido estudada por numerosos autores. Zivanovic [1] realizou uma extensa revisão da literatura onde refere resultados semelhantes obtidos por diversos investigadores que mediram as forças dinâmicas exercidas sobre o piso, pelo pé de um peão em andamento, através de células de carga colocadas sobre um pavimento rígido e estacionário. Em caminhada, os registos temporais das forças verticais e horizontais apresentam a forma indicada na *Figura 3.1*. As curvas representadas, denominadas funções de carga, são características de determinado tipo de andamento, e a sua configuração exacta depende dum número elevado de parâmetros de natureza mais ou menos complexa e que variam de indivíduo para indivíduo.

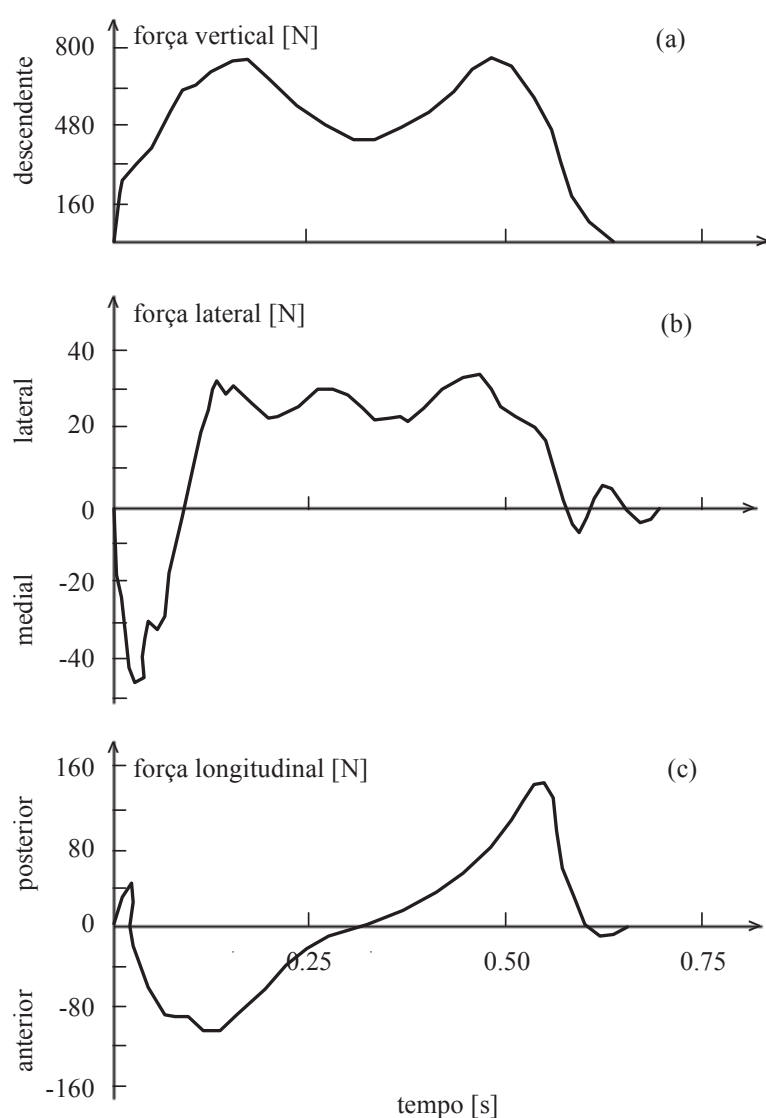


Figura 3.1 – Registos temporais de um passo em caminhada na direcção vertical, lateral, e longitudinal [1]

Observando em pormenor a força vertical exercida pelo pé em caminhada, verifica-se que existem dois picos onde as forças aplicadas são mais elevadas. Conforme ilustrado na *Figura 3.2*, o primeiro corresponde ao momento do contacto do calcanhar com o pavimento, enquanto o segundo diz respeito ao momento em que apenas a biqueira do pé contacta o solo.

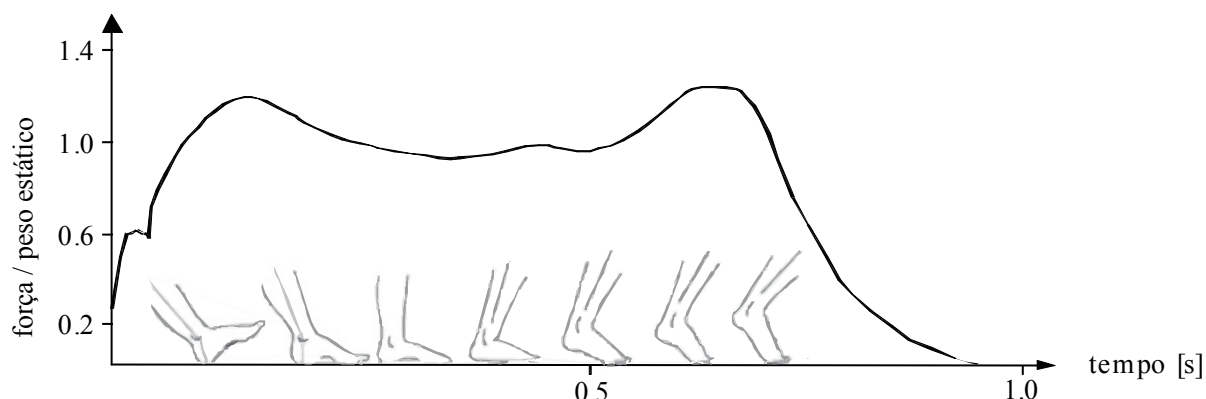


Figura 3.2 – Posição do pé e força dinâmica aplicada em caminhada

Dados recolhidos por Bachmann e Ammann [2] indicam a frequência de passada como o parâmetro que mais influencia as acções exercidas sobre o piso, em caminhada e em corrida. A frequência de passada f_p é definida pelo número de passos dados por um peão no intervalo de tempo de um segundo. O comprimento de passada l_p é a distância entre os pontos de contacto dos pés com o pavimento em passadas sucessivas, e relaciona-se com a frequência de passada e com a velocidade do movimento v através da relação $v = f_p l_p$. No *Quadro 3.1* indicam-se alguns parâmetros típicos de diferentes tipos de andamento.

Quadro 3.1 – Dados sobre caminhada e corrida recolhidos por Bachmann e Ammann [2]

	Frequência de passada f_p (Hz)	Velocidade do movimento v (m/s)	Comprimento de passada l_p (m)
Caminhada lenta	1.7	1.1	0.60
Caminhada normal	2.0	1.5	0.75
Caminhada rápida	2.3	2.2	1.00
Jogging	2.5	3.3	1.30
Sprint	3.2	5.5	1.75

Em recentes ensaios realizados no âmbito do projecto SYNPEX [3] foram registadas cerca de 1000 passagens de peões sobre uma plataforma, com frequências de passada entre 1.2 e 2.5 Hz, com o objectivo de caracterizar detalhadamente as funções de carga. Foi também possível estabelecer relações estatísticas entre a frequência de passada e o tipo de andamento. Na *Figura 3.3* apresentam-se as funções densidade de probabilidade da frequência de passada para o andamento lento, normal e rápido. As distribuições de probabilidade identificadas para cada tipo de andamento são do tipo normal, e apresentam desvios padrão semelhantes.

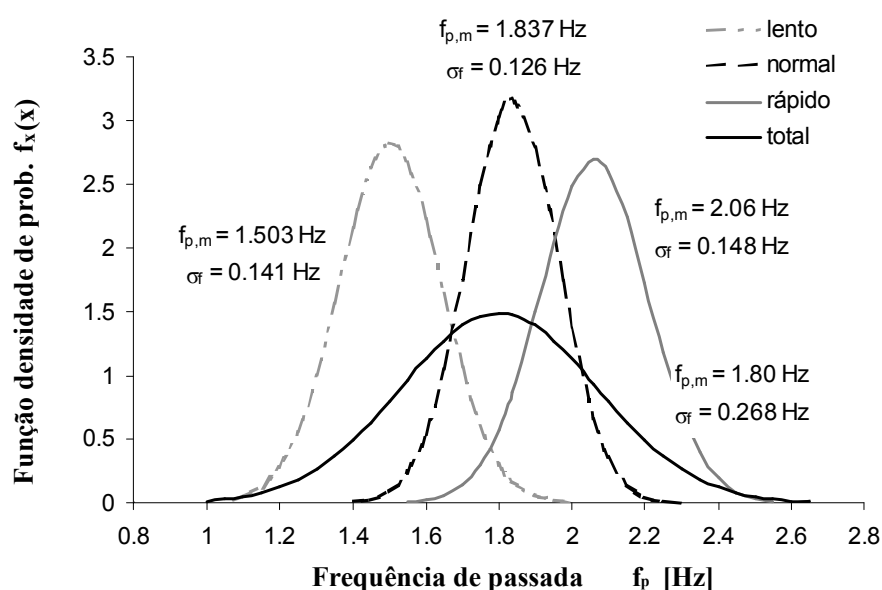


Figura 3.3 – Funções densidade de probabilidade da frequência de passada [3]

Por comparação dos valores apresentados no *Quadro 3.1* e na *Figura 3.3* pode-se concluir que o tratamento estatístico realizado pelo projecto Synpex aponta para valores das frequências de passada um pouco inferiores. De facto, para o andamento normal identificou-se uma frequência média de passada de 1.8 Hz, em vez dos 2.0 Hz apontados por Bachmann, o que pode ser explicado pelo facto dos dados serem recolhidos em diferentes amostras de população, e em diferentes contextos. De certo modo, estes aspectos servem para ilustrar as incertezas associadas à quantificação da acção dos peões.

Wheeler [4] desenvolveu uma extensa pesquisa sobre as acções dinâmicas induzidas por peões em pontes pedonais, estabelecendo várias relações entre diversos parâmetros do movimento humano, tais como o comprimento de passada, a velocidade de deslocamento, o coeficiente dinâmico da força aplicada e o tempo de contacto do pé com o pavimento, ver *Figura 3.4*.

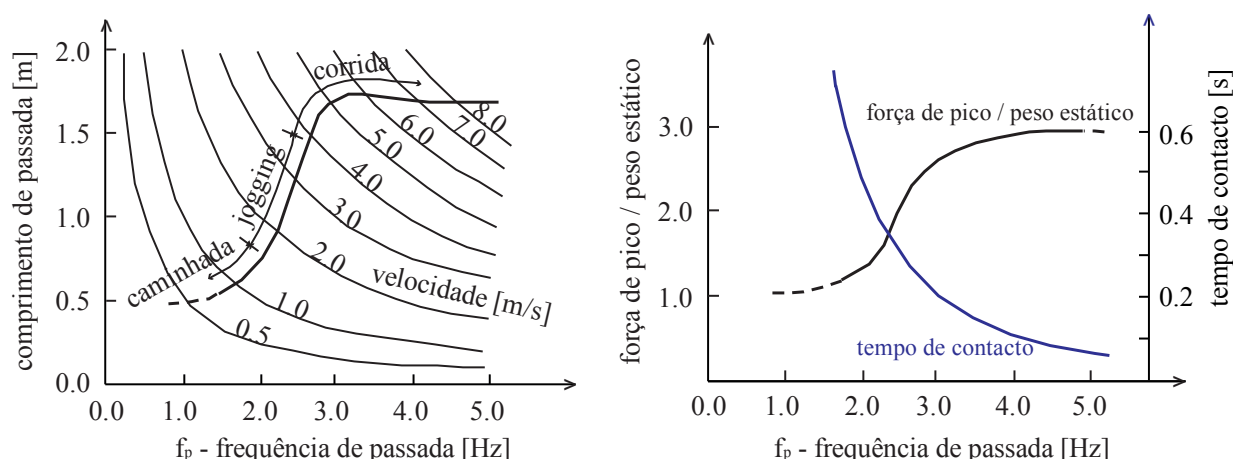


Figura 3.4 – Relação entre a frequência de passada, velocidade do movimento, comprimento de passada, coeficiente dinâmico da força, e tempo de contacto com o pavimento [4]

Também no âmbito do projecto SYNPEX [3] se estabeleceram as relações da frequência de passada com a duração de contacto do pé com o pavimento, e com o coeficiente dinâmico da força aplicada, que se apresentam na Figura 3.5. Com frequências de passada crescentes, aumenta o coeficiente dinâmico da força aplicada, enquanto o tempo de contacto do pé com o pavimento diminui.

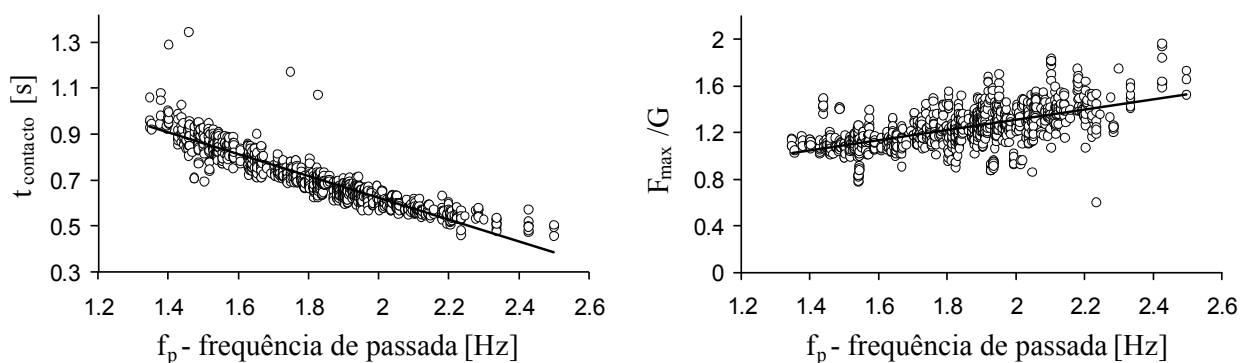


Figura 3.5 – Relações da frequência de passada com o tempo de contacto com o pavimento, e com o coeficiente dinâmico da força aplicada [3]

A configuração das funções de carga vai-se alterando à medida que a velocidade aumenta. A Figura 3.6 ilustra a evolução da função de carga com a variação da frequência de passada. Em caminhada lenta o coeficiente dinâmico da força aplicada pouco excede a unidade, já em corrida pode atingir valores consideravelmente mais elevados.

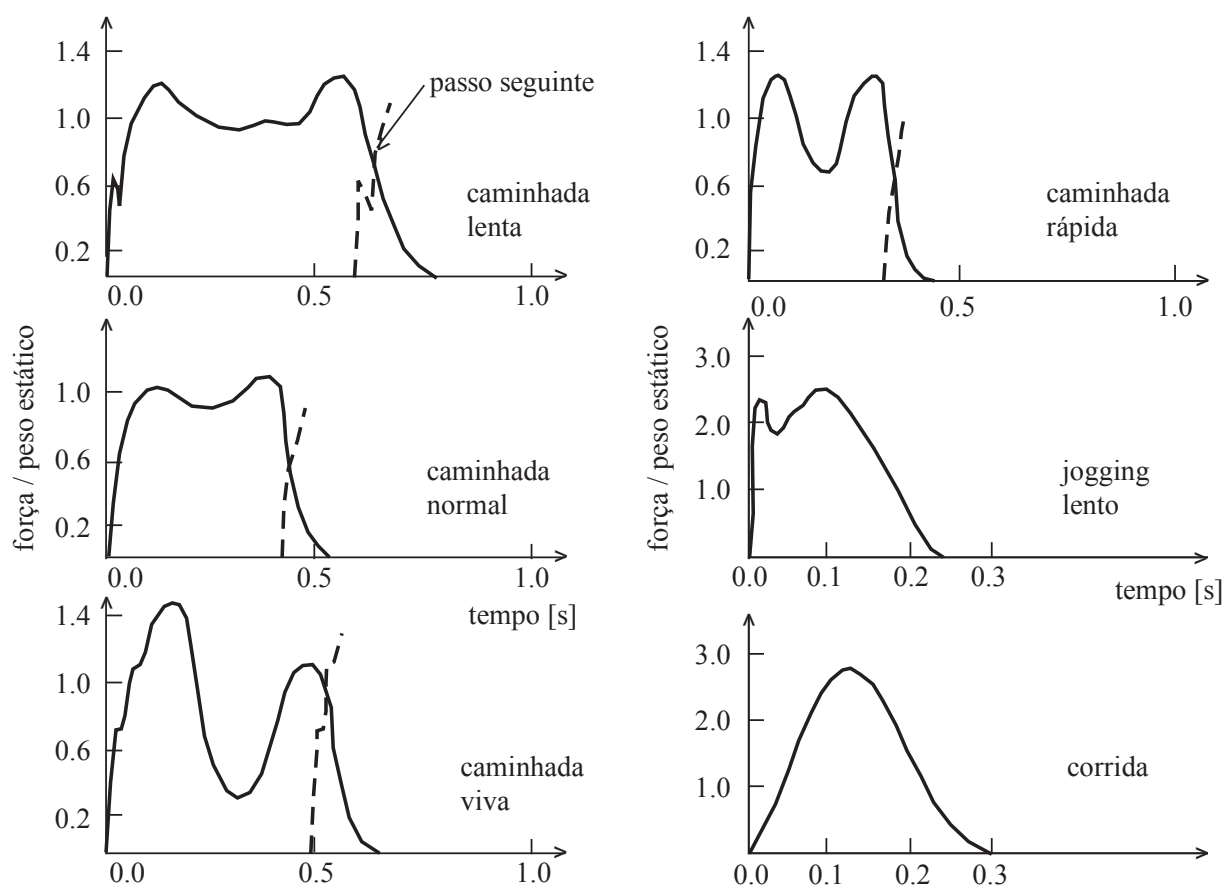


Figura 3.6 – Funções de carga para diferentes frequências de passada [4]

Admitindo que as forças exercidas individualmente por cada pé são idênticas, e combinando a sua aplicação no tempo de forma periódica, obtém-se uma função de carga contínua, ver *Figura 3.7* e *3.8*. Em caminhada, por alguns instantes os dois pés contactam simultaneamente com o pavimento, resultando numa sobreposição temporal das forças aplicadas por cada um deles, e existindo um contacto contínuo permanente com o pavimento. O comprimento da passada aumenta à medida que a velocidade aumenta, e o tempo de contacto com o pavimento diminui. Assim, à passagem de marcha rápida para corrida, as forças dinâmicas aplicadas alteram-se substancialmente, passando a existir um contacto descontínuo dos pés com o pavimento, e a função de carga a ser caracterizada por um único pico.

A observação da *Figura 3.8* permite concluir que o período da função de carga lateral é duplo do período das funções de carga vertical e longitudinal. Esta característica resulta das forças com direcções opostas que são produzidas por cada pé de forma alternada, a cada passo. Tradicionalmente estas forças horizontais eram ignoradas, por apresentarem valores reduzidos, no entanto alguns exemplos recentes revelaram a importância da sua consideração [5, 6].

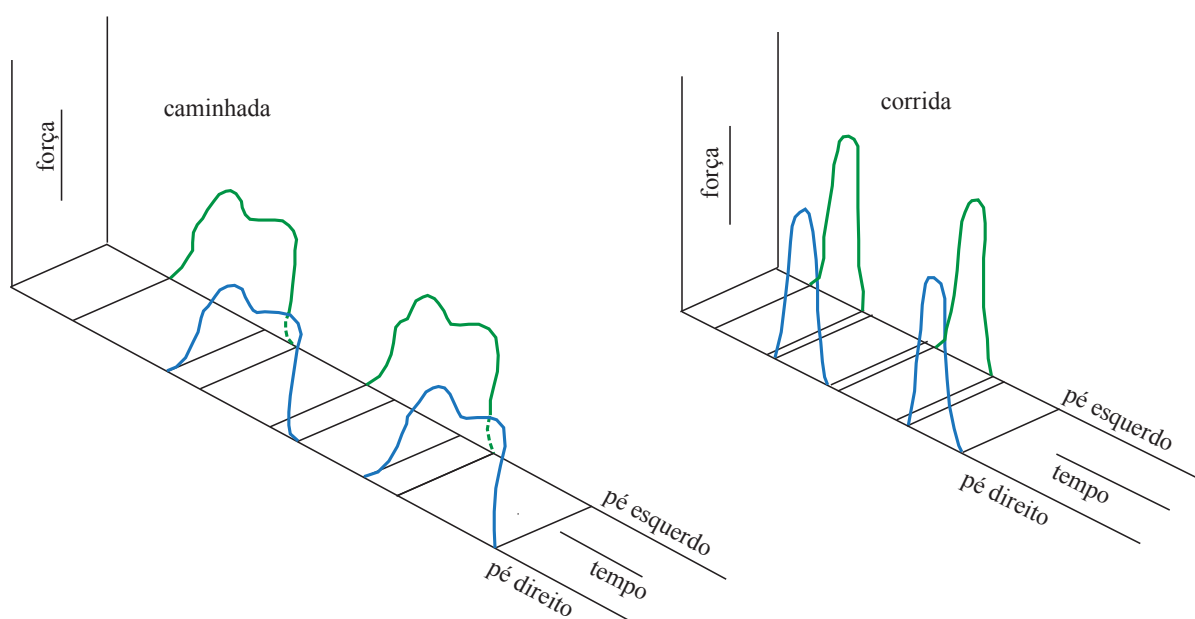


Figura 3.7 – Funções de carga para caminhada e corrida

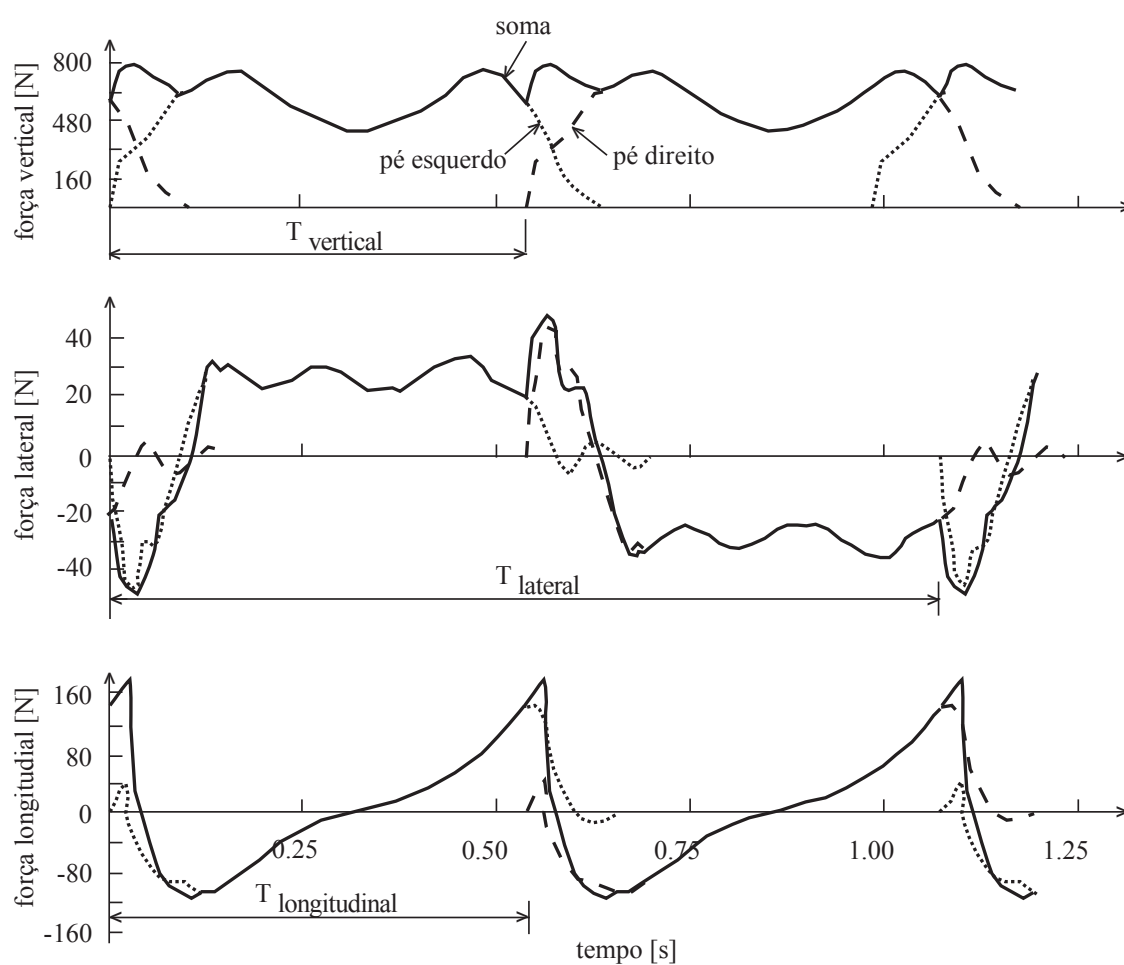


Figura 3.8 – Funções de carga periódicas na direcção vertical, lateral e longitudinal [1]

3.1.1. Análise de Fourier

Qualquer função $x(t)$, periódica num intervalo de tempo T , pode decompor-se numa parcela constante e uma série infinita de contribuições harmónicas com diferentes frequências que, quando sobrepostas, resultam na função dada. Esta decomposição harmónica de uma função é conhecida como Série de Fourier, e representa-se vulgarmente por:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(k \Omega t - \phi_k) \quad (3.1)$$

em que $\Omega = 2\pi / T$ é a frequência angular da função, em correspondência com o período T , e o número inteiro k representa o índice dos componentes harmónicos cujas frequências são múltiplas da frequência Ω .

Assim, analisando o registo da força exercida sobre o pavimento por um peão em andamento com frequência de passada f_p , a função de carga pode ser decomposta em:

- Um valor médio a_0 , equivalente ao peso do peão.
- Uma componente fundamental, para $k = 1$, na frequência de passada.
- Uma série de harmónicos superiores, em que o número de termos utilizados depende do grau de aproximação pretendido.

A equação 3.1 pode então ser reescrita na forma seguinte:

$$F_p(t) = G \left[1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k \sin(2\pi k f_p t - \phi_k) \right] \quad (3.2)$$

em que,

- G é o peso do peão [N].
- k é o número de ordem do harmónico.
- os coeficientes $\alpha_k = a_k / a_0$ são as amplitudes normalizadas dos harmónicos, também denominados coeficientes de Fourier.
- ϕ_k são os ângulos de fase de cada harmónico.
- m é o número de harmónicos considerados.

Aplicando a implementação computacional da transformada de Fourier ao sinal recolhido em células de carga, à passagem de peões em andamento, obtêm-se de forma directa as amplitudes normalizadas de cada harmónico, permitindo estabelecer expressões matemáticas determinísticas das funções de carga, que posteriormente, se podem utilizar nos modelos numéricos.

Num dos estudos mais abrangentes utilizando esta técnica, Kerr [7] analisou mais de 1000 passagens de 40 indivíduos sobre uma célula de carga, de modo a caracterizar a força vertical exercida em caminhada com frequências entre 1.0 e 3.0 Hz. No exemplo da *Figura 3.9*, pode-se observar o espectro de Fourier, obtido por análise da força exercida por um peão em caminhada com frequência de passada de 1.95 Hz, e onde se identificam as amplitudes dos diversos harmônicos. O elevado número de amostras permitiu realizar um tratamento estatístico do valor da amplitude dos diversos harmônicos, e estabelecer relações da sua variação em função da frequência de passada. Na *Figura 3.10* apresentam-se os resultados obtidos para a amplitude do primeiro e segundo harmônicos da função de carga. Pode-se observar que a amplitude do primeiro harmônico aumenta com a frequência de passada, notando-se igualmente uma maior dispersão à medida que este parâmetro aumenta. A amplitude do segundo harmônico é consideravelmente inferior à do primeiro, apresentando um valor médio de cerca de 0.07, e uma elevada dispersão em toda a gama de frequências.

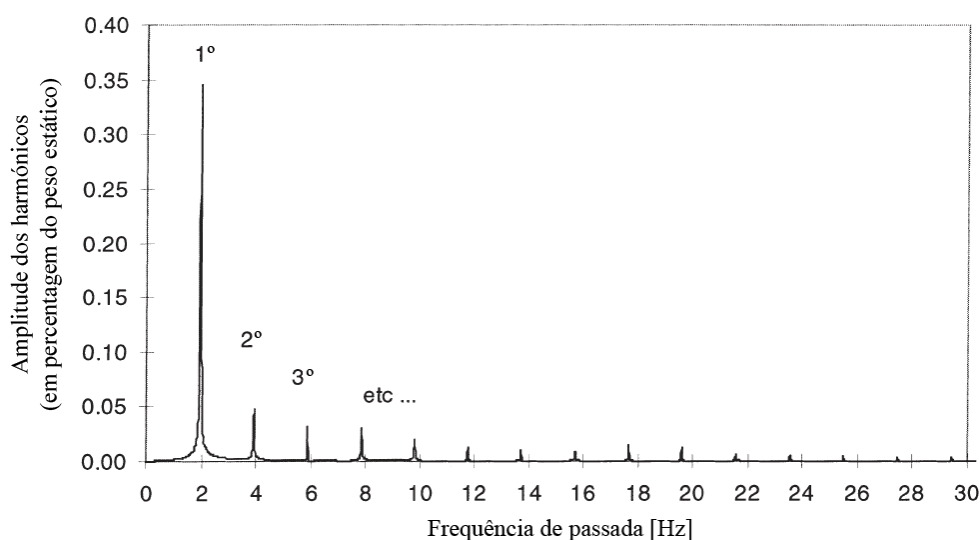


Figura 3.9 – Amplitude normalizada dos harmônicos para caminhada a 1.95 Hz [7]

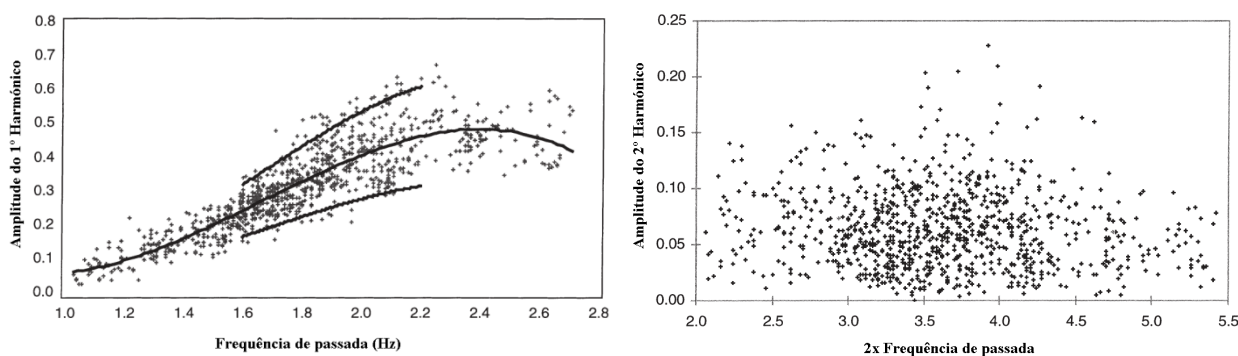


Figura 3.10 – Amplitudes do primeiro e segundo harmônico em função da frequência de passada [7]

3.2. MODELOS DE CARGA SEGUNDO DIVERSOS AUTORES

i) *Modelo de carga da BS 5400*

O modelo de carga adoptado pela BS 5400-2 é baseado no trabalho de investigação de Blanchard [1]. Este autor propôs um modelo simplificado de um peão em caminhada considerando ressonância apenas devido ao primeiro harmónico, com uma amplitude normalizada de 0.257, e um peão com 700 N de peso. O modelo foi formulado para pontes pedonais com frequências naturais até 4 Hz porque, considerando unicamente o primeiro harmónico em caminhada, não é provável excitar frequências superiores. Por este motivo, de modo a ter em conta a menor amplitude do segundo harmónico, entre 4 e 5 Hz a BS 5400-2 indica a aplicação de um coeficiente de redução linear variando entre 0 e 70%.

De acordo com este modelo, a acção de um peão em caminhada é traduzida por uma força harmónica pontual que é dada por,

$$F_p(t) = 700 + 180 \sin(2\pi f_p t) \quad (3.3)$$

e deve ser aplicada considerando o peão a deslocar-se no tabuleiro com velocidade constante $v = 0.9 f_p$.

Convém realçar que este modelo centra-se unicamente no estudo do primeiro modo de vibração vertical. Note-se que considerar f_p igual à frequência natural fundamental pode não ser conservativo. Se esse modo de vibração apresentar uma frequência natural baixa, abaixo dos 1.5 Hz, dificilmente será relevante para a resposta induzida pela acção dos peões. Neste caso, torna-se mais relevante a análise de outros modos com frequências superiores situadas na banda de frequências da acção pedonal com maior risco de ressonância.

Quando este modelo foi formulado em meados dos anos 70 do século 20, o conhecimento da acção pedonal era limitado. Sabe-se actualmente que a amplitude normalizada de 0.257 não é representativa de toda a gama de frequências até 5 Hz. Particularmente para frequências entre 1.6 e 2.4 Hz, o facto de se ignorar a forte dependência da amplitude do primeiro harmónico com a frequência de passada, constitui uma importante limitação deste modelo. Por outro lado, no caso de frequências mais elevadas, a resposta pode ser sobrestimada, porque nessa banda de frequências o primeiro harmónico não é relevante.

Na *Figura 3.11* representa-se a função de carga para caminhada segundo este modelo, para um peão de 700 N, e uma frequência de passada de 2.0 Hz.

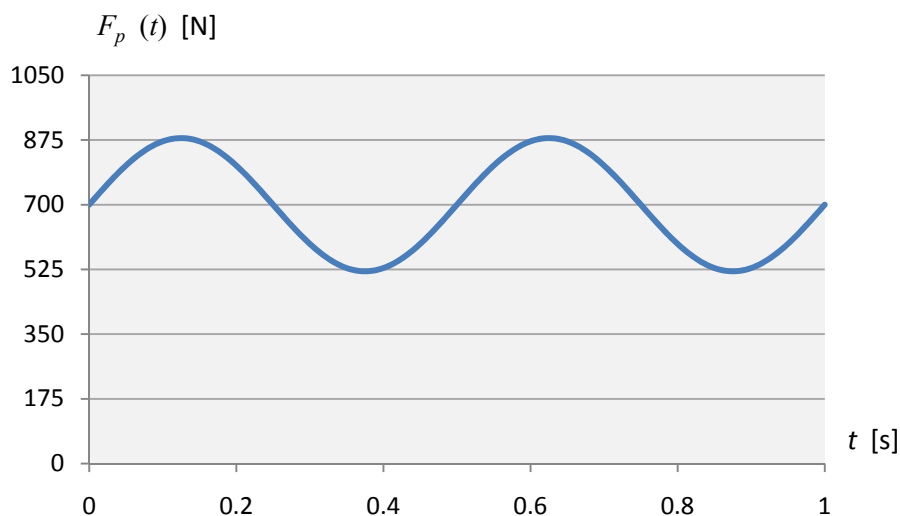


Figura 3.11 – Função de carga para caminhada segundo a BS 5400-2, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

ii) Modelos de carga Bachmann e Ammann

No seu livro de 1987 [2], Bachmann e Amman compilam os seus resultados experimentais e de outros autores, e entre outros, apresentam modelos de carga para peões em caminhada e em corrida.

Para caminhada, indicam-se os valores de 0.4 e 0.5 da amplitude normalizada do primeiro harmónico, para a frequências de passada de respectivamente, 2.0 ou 2.4 Hz, com interpolação linear para valores intermédios. No *Quadro 3.2* apresentam-se as amplitudes normalizadas dos primeiros três harmónicos indicadas por estes autores.

Quadro 3.2 – Amplitude normalizada dos primeiros três harmónicos da função de carga relativa à caminhada

	α_1	α_2	α_3
$f_p \leq 2.0$ Hz	0.4	0.1	0.1
$f_p > 2.0$ Hz	$0.25 f_p - 0.1$	0.1	0.1

Ensaio experimentais demonstram a existência de imperfeições do movimento humano que se podem traduzir em pequenas variações da frequência de passada e da amplitude dos

harmónicos, bem como no ângulo de fase de cada passo. Este facto traduz-se numa grande dispersão dos ângulos de fase dos harmónicos, considerando-se correntemente [8] que a sua distribuição de probabilidade é do tipo uniforme entre $-\pi$ e $+\pi$. Por este motivo, Bachmann refere a necessidade da realização de estudos de sensibilidade caso se pretenda obter a combinação mais desfavorável dos diferentes harmónicos. Na prática, geralmente a resposta é dominada apenas por um harmónico, tornando irrelevante a variação dos ângulos de fase. Em simulações numéricas, Bachmann sugere como aproximação, a adopção dos valores $\phi_2 = \phi_3 = \pi / 2$. Naturalmente, o ângulo de fase da componente fundamental é nulo ($\phi_1 = 0$).

Na *Figura 3.12* representa-se a função de carga para caminhada segundo este modelo, para um peão de 700 N, e uma frequência de passada de 2.0 Hz.

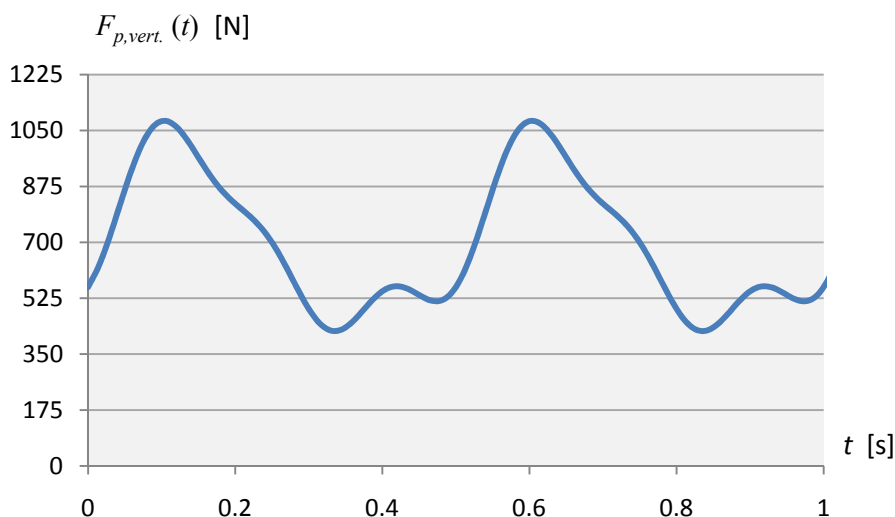


Figura 3.12 – Função de carga para caminhada segundo Bachmann, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

Em relação à acção horizontal na direcção lateral e longitudinal, os autores reportam-se aos ensaios realizados por Schulze com um peão de 587 N circulando com uma frequência de passada de 2.0 Hz. Na *Figura 3.13* indicam-se os coeficientes de Fourier dos primeiros cinco harmónicos das acções na direcção vertical e nas duas direcções horizontais. A importância destes resultados explica-se pela pequena quantidade de dados na literatura sobre acções horizontais, no entanto, devido à sua reduzida representatividade estatística, deverão ser utilizados com reservas.

Como se pode observar, o primeiro harmónico da função de carga lateral e o segundo harmónico da função de carga longitudinal são dominantes. É interessante verificar que no

caso da direcção longitudinal também aparecem sub-harmónicos em $f_p/2$ e $3f_p/2$, que segundo os autores, se devem a uma força mais pronunciada numa das pernas.

Na aplicação da equação 3.2 às acções horizontais, há a considerar que o valor médio da acção deverá ser nulo, e que os índices k deixam de ser inteiros e passam a respectivamente a $1/2$, 1 , $3/2$, 2 e $5/2$. Dado que neste caso os ângulos de fase são aproximadamente zero, a função de carga das acções laterais, é dada por,

$$F_{p,h}(t) = G \sum_k \alpha_k \sin(2\pi k f_p t) \quad (3.4)$$

Nas Figuras 3.14 e 3.15, representam-se as funções de carga nas direcções lateral e longitudinal, que se obtêm pela equação 3.4 com os coeficientes de Fourier da Figura 3.13.

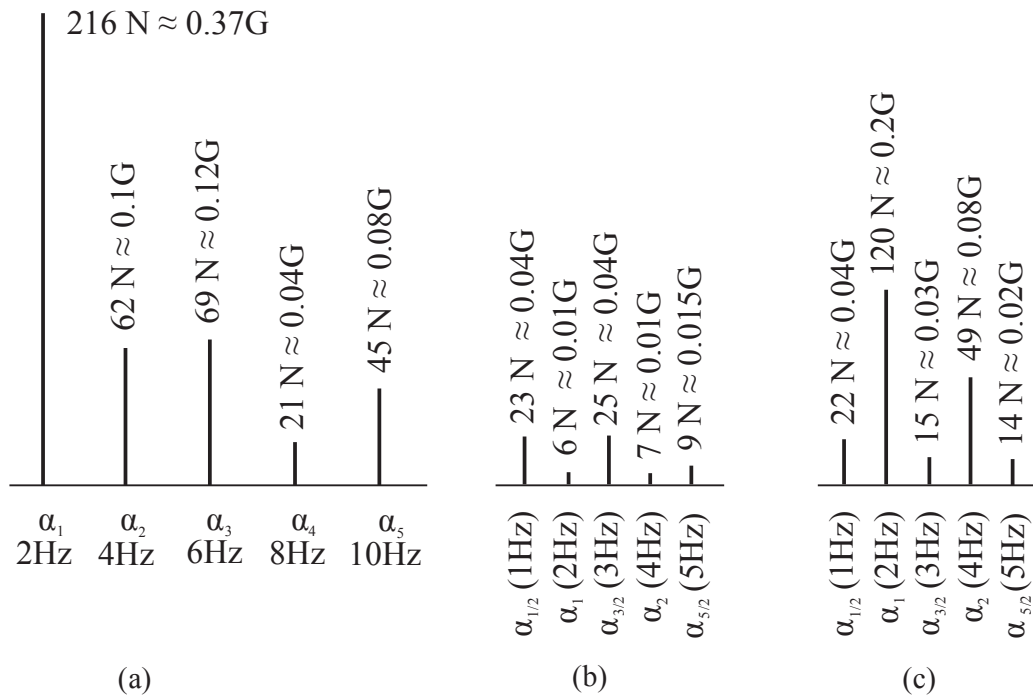


Figura 3.13 – Amplitudes dos componentes harmónicos em caminhada, nas direcções (a) vertical (b) lateral e (c) longitudinal, para $G = 587 \text{ N}$, e $f_p = 2.0 \text{ Hz}$

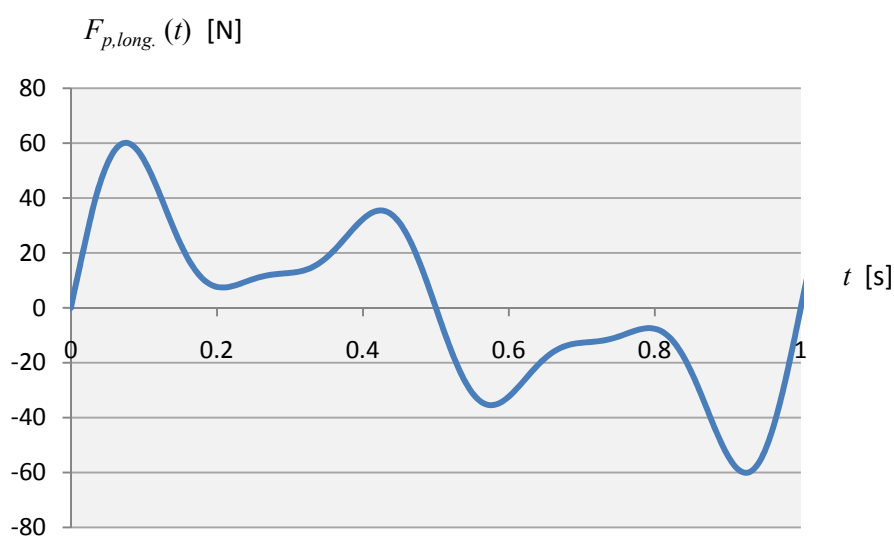


Figura 3.14 – Função de carga na direcção lateral para caminhada segundo Bachmann, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

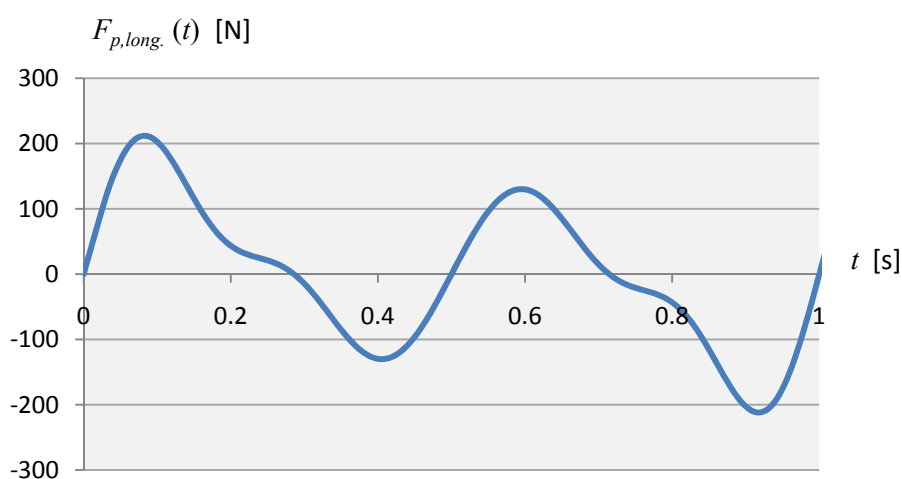


Figura 3.15 – Função de carga na direcção longitudinal para caminhada segundo Bachmann, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

Quando o peão se desloca em corrida sobre a ponte, a acção introduzida é de um tipo distinto da caminhada. De facto, neste caso, o contacto dos pés com o pavimento apresenta um carácter descontínuo, o que resulta numa maior amplitude da carga aplicada.

A função de carga para a acção da corrida, é em geral caracterizada por um único valor máximo, e pode-se expressar por uma sequência de impulsos semi-sinusoidais espaçados em função da frequência de passada, e do tempo de contacto com o pavimento. Para um período, a função de carga é dada por,

$$F_p(t) = \begin{cases} k_p G \sin(\pi t / t_c), & t \leq t_c \\ 0, & t_c \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (3.5)$$

em que,

- k_p é o factor de impacto dinâmico, definido pelo quociente entre o valor máximo da força aplicada, e o peso do peão.
- t_c é o tempo de contacto do pé com o pavimento em cada passada, e diminui à medida que a frequência de passada aumenta.
- T_p é o período da passada, ou seja, $T_p = 1 / f_p$.

O tempo de contacto do pé com o pavimento t_c é definido em média através do gráfico da *Figura 3.4*, ou em alternativa pode ser aproximado pela expressão,

$$t_c = \frac{2}{f_p^{2.13}} \quad (3.6)$$

Pela análise da função semi-sinusoidal, pode-se determinar um valor teórico do factor de impacto dinâmico, impondo que o integral da função de carga ao longo de uma passada seja igual ao seu peso do peão. De acordo com a *Figura 3.16*,

$$G \frac{1}{f_p} = \int_0^{t_c} k_p G \sin\left(\pi \frac{t}{t_c}\right) dt \quad (3.7)$$

donde resulta,

$$k_p = \frac{\pi}{2 t_c f_p} = \frac{\pi}{4} f_p^{1.13} \quad (3.8)$$

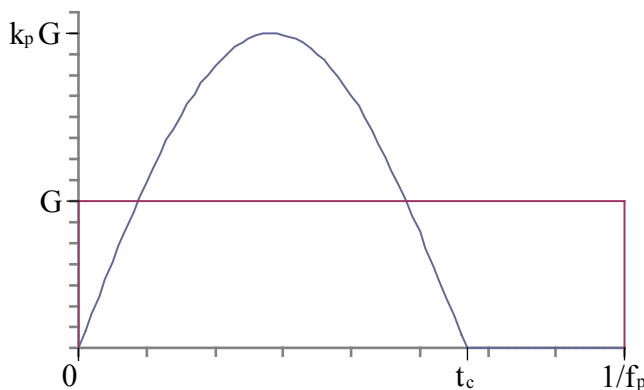


Figura 3.16 – Cálculo do factor de impacto dinâmico teórico

Na *Figura 3.17* representam-se a função de carga do tipo semi-sinusoidal que traduz a acção de um peão com 700 N em corrida, com uma frequência de passada de 3.0 Hz.

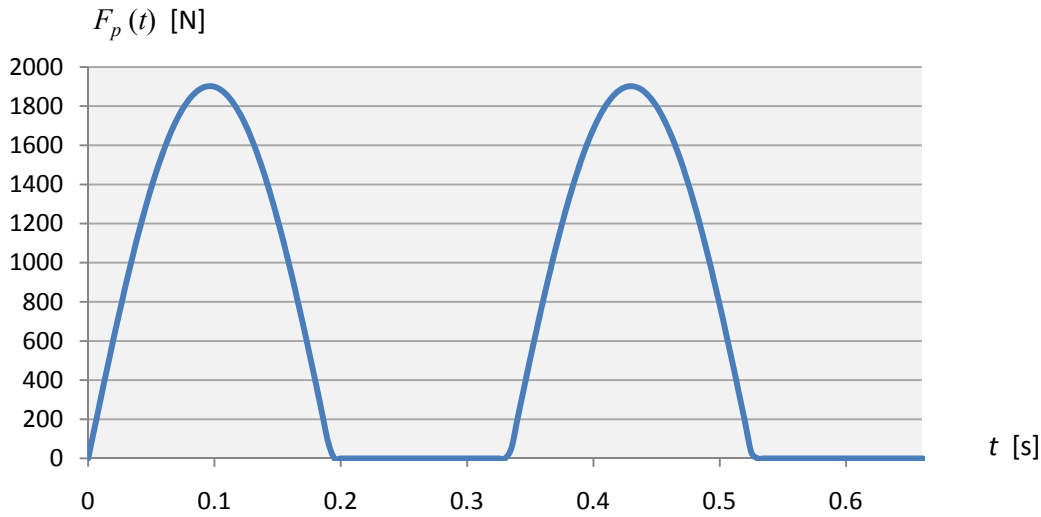


Figura 3.17 – Função de carga para corrida segundo Bachmann, para $G = 700$ N, e $f_p = 3.0$ Hz

De igual modo às funções de carga para caminhada, também no caso da corrida é possível descrever a função de carga através de um desenvolvimento em série de Fourier, passando nesse caso a ser traduzida pela expressão,

$$F_p(t) = G \left[1 + \sum_{k=1}^4 \alpha_k \cos \left(2\pi k f_p \left(t - \frac{t_c}{2k} \right) \right) \right] \quad (3.9)$$

em que os coeficientes de Fourier α_k são definidos pelo ábaco da *Figura 3.18*.

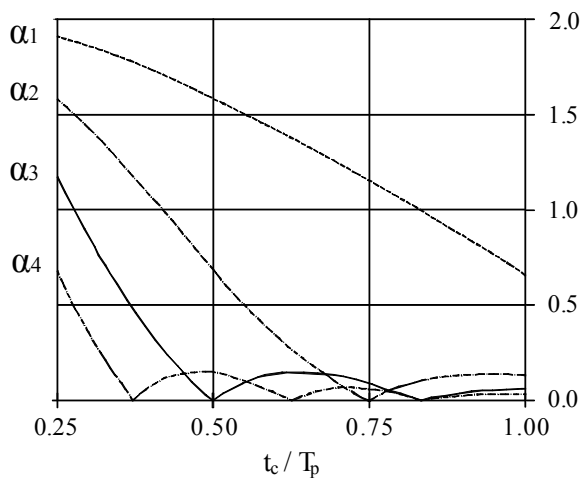


Figura 3.18 – Coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmónicos [2]

iii) Modelo de carga de Young

Young [9] compilou os resultados obtidos por Kerr e por outros cinco autores que se apresentam na *Figura 3.19*, de modo a estabelecer os princípios utilizados pelos consultores da ARUP [10] na modelação da acção dos peões em caminhada. Baseando-se na grande quantidade de resultados experimentais obtidos pelos respectivos autores, foi realizado um tratamento estatístico de modo a estabelecer relações entre as amplitudes normalizadas dos primeiros quatro harmónicos e a frequência de passada dos peões, entre 1.0 e 2.8 Hz.

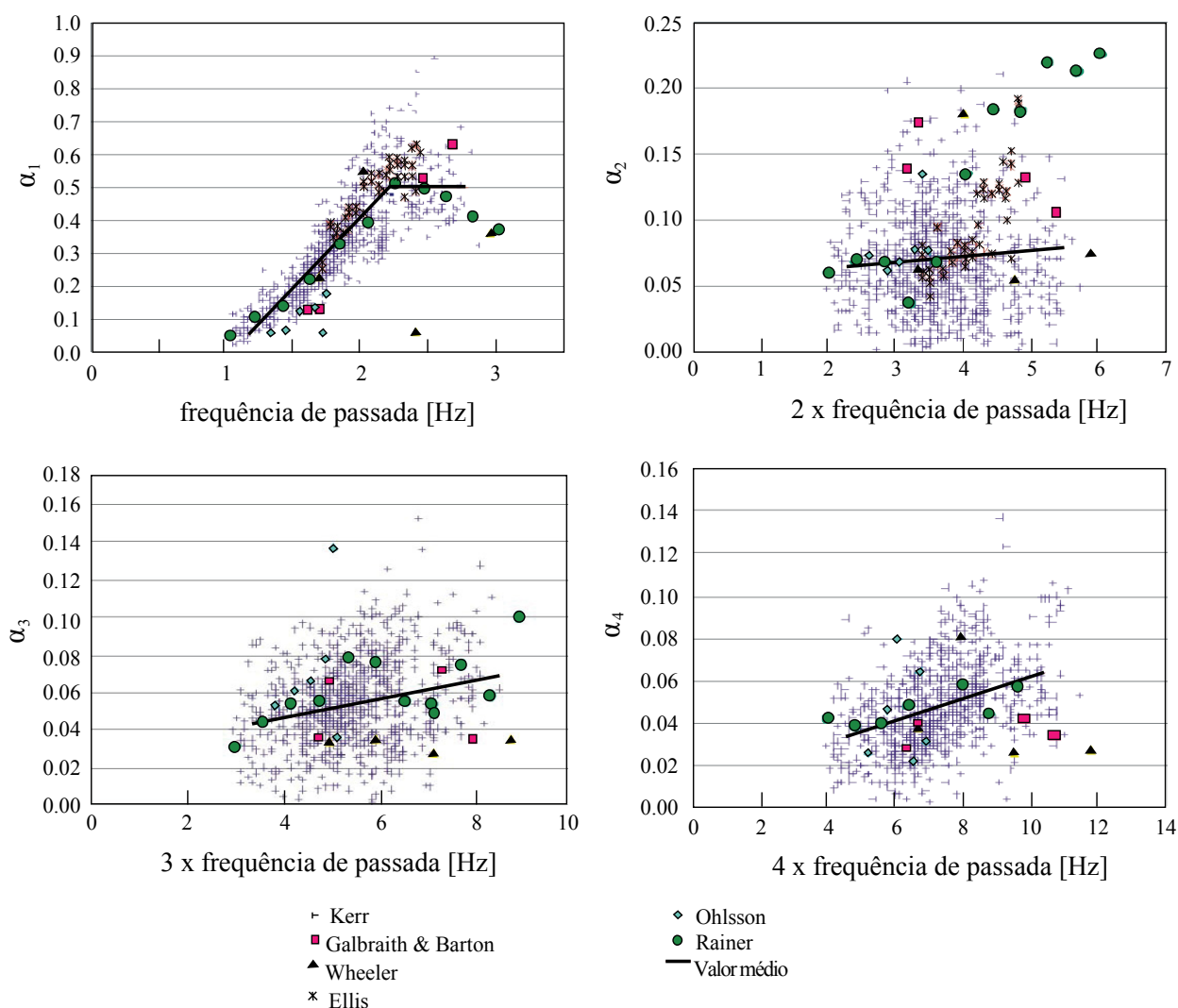


Figura 3.19 – Coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmónicos da função de carga de caminhada, de acordo com diversos autores

Como resultado desta análise, Young apresentou as expressões, dos valores médios e de dimensionamento, das amplitudes normalizadas dos primeiros quatro harmónicos, em função

da frequência de passada, que se indicam no *Quadro 3.3*. Os valores de dimensionamento dos coeficientes de Fourier indicados foram definidos como tendo uma probabilidade de 25% de serem excedidos.

Quadro 3.3 – Amplitude normalizada dos primeiros quatro harmónicos da função de carga relativa à caminhada [9]

Amplitude normalizada do harmónico de ordem i		
	Valor médio	Valor de dimensionamento
α_1	$0.37(f_p - 0.95) \leq 0.5$	$0.41(f_p - 0.95) \leq 0.56$
α_2	$0.054 + 0.0088 f_p$	$0.069 + 0.0112 f_p$
α_3	$0.026 + 0.015 f_p$	$0.033 + 0.0192 f_p$
α_4	$0.010 + 0.0204 f_p$	$0.013 + 0.026 f_p$

Na *Figura 3.20* representa-se a função de carga para caminhada, segundo este modelo, para um peão de 700 N, e uma frequência de passada de 2.0 Hz. A linha a cheio representa a função de carga obtida com os valores médios das amplitudes normalizadas, enquanto a linha a tracejado se refere aos valores de dimensionamento.

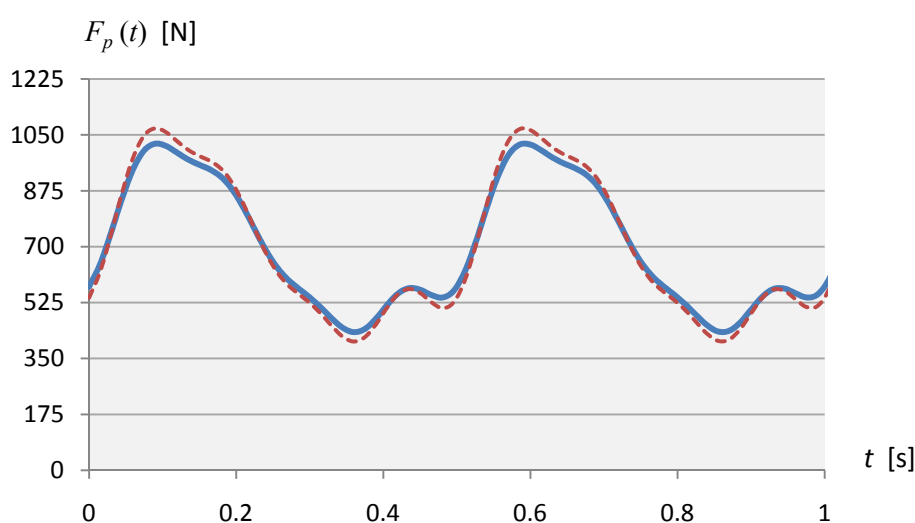


Figura 3.20 – Função de carga para caminhada segundo Young, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

iv) Modelos de carga do Sétra

No que se refere aos modelos de carga para um peão, os autores do documento do Sétra [11], realizaram uma revisão dos modelos disponíveis na literatura, e apresentam algumas recomendações de projecto.

Em caminhada, para a função de carga no sentido vertical, o valor dos coeficientes de Fourier recomendados coincide com o indicado por Bachmann: $\alpha_1 = 0.4 / 0.5$ para frequências de passada de 2.0 / 2.5 Hz, com $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$ e $\phi_2 = \phi_3 = \pi / 2$. Adicionalmente, para andamento lento com frequência de passada de 1.0 Hz, recomenda-se a utilização de uma amplitude mais reduzida do primeiro harmónico, considerando $\alpha_1 = 0.1$, de modo a reflectir a tendência observada nos resultados experimentais (ver *Figura 3.10*).

No que respeita à função de carga na direcção transversal, recomenda-se a consideração dos quatro primeiros harmónicos com amplitudes normalizadas $\alpha_{1/2} = \alpha_{3/2} = 0.05$, e $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.01$. A representação gráfica desta função de carga para um peão de 700 N, em andamento com uma frequência de passada de 2.0 Hz, apresenta-se na *Figura 3.21*.

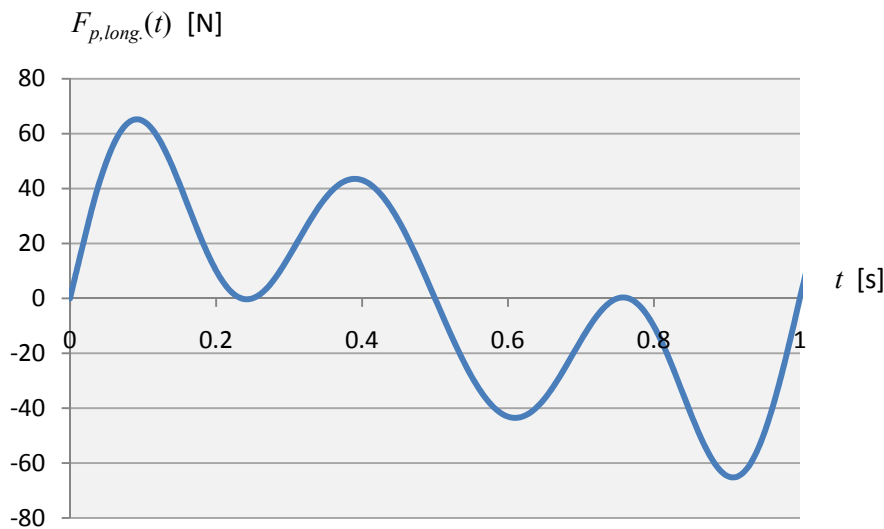


Figura 3.21 – Função de carga na direcção lateral para caminhada segundo as recomendações do Sétra, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

Para a função de carga horizontal na direcção do movimento, recomenda-se igualmente a consideração dos quatro primeiros harmónicos, com amplitudes normalizadas, neste caso precisamente coincidentes com as indicadas por Bachmann, $\alpha_{1/2} = 0.04$, $\alpha_1 = 0.2$, $\alpha_{3/2} = 0.03$, e $\alpha_2 = 0.1$. Como seria de esperar, devido à pequena amplitude, mesmo desprezando o

harmónico de ordem 5/2, a função de carga é praticamente idêntica à proposta por Bachmann, ver *Figura 3.22*. De uma forma geral, a componente longitudinal da acção pedonal tem um efeito reduzido na maior parte das pontes pedonais, e a sua consideração apenas poderá ser relevante em pontes suportadas por pilares muito flexíveis, ou com tabuleiro curvo em planta.

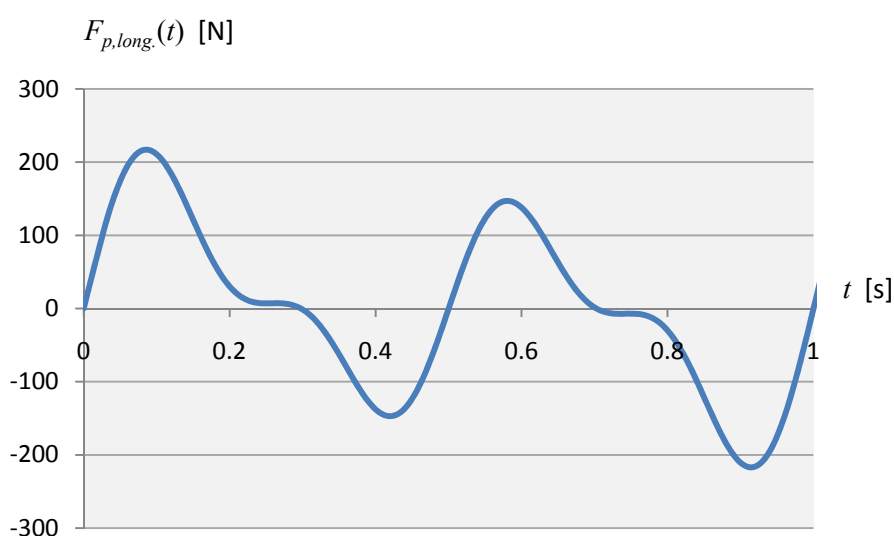


Figura 3.22 – Função de carga na direcção longitudinal para caminhada segundo as recomendações do Sétra, para $G = 700$ N, e $f_p = 2.0$ Hz

Segundo as recomendações do Sétra, a modelação da acção do peão em corrida é realizada de forma idêntica ao que foi preconizado por Bachmann. À data não se conhecem medições da componente horizontal da acção pedonal em corrida. No entanto, é razoável admitir que a componente na direcção transversal, em que há mais sensibilidade às vibrações, tem uma amplitude mais reduzida do que em caminhada, e que a componente longitudinal será mais elevada. Assim, parece seguro admitir que no estudo de vibrações laterais a acção relativa à corrida nunca será condicionante, e que por isso bastará analisar a acção da caminhada.

Para além das funções de carga que se referiram, o Sétra admite igualmente que em projecto se utilizem as seguintes funções simplificadas, limitadas ao primeiro harmónico, respectivamente da acção vertical, lateral e longitudinal:

$$F_{p,vert}(t) = G \left[1 + 0.4 \sin(2\pi f_p t) \right] \quad (3.10)$$

$$F_{p,lat}(t) = 0.05 G \sin(2\pi (f_p / 2) t) \quad (3.11)$$

$$F_{p,long}(t) = 0.2 G \sin(2\pi f_p t) \quad (3.12)$$

v) Modelos de carga do Synpex

No âmbito do projecto europeu Synpex [3], desenvolveu-se uma importante componente experimental com o objectivo fundamental de investigar o comportamento da interacção humana, e das forças induzidas em estruturas móveis no que respeita à sincronização e à correlação entre peões. A investigação experimental permitiu o desenvolvimento de modelos de carga para as forças induzidas pelos peões, assim como a caracterização do comportamento da sincronização dos peões num pavimento com oscilações laterais, em função da amplitude e frequência das vibrações.

Os ensaios foram realizados numa plataforma de 12 m de comprimento e 3 m de largura, suspensa de oito pêndulos que permitiam oscilações na direcção perpendicular ao sentido do movimento, e as impediam na direcção longitudinal. A frequência natural da plataforma, que é função do comprimento dos pêndulos e da sua massa, podia ser ajustada através de molas colocadas na direcção horizontal. Para além disso, um motor externo permitia induzir oscilações laterais com amplitudes até 40 mm.

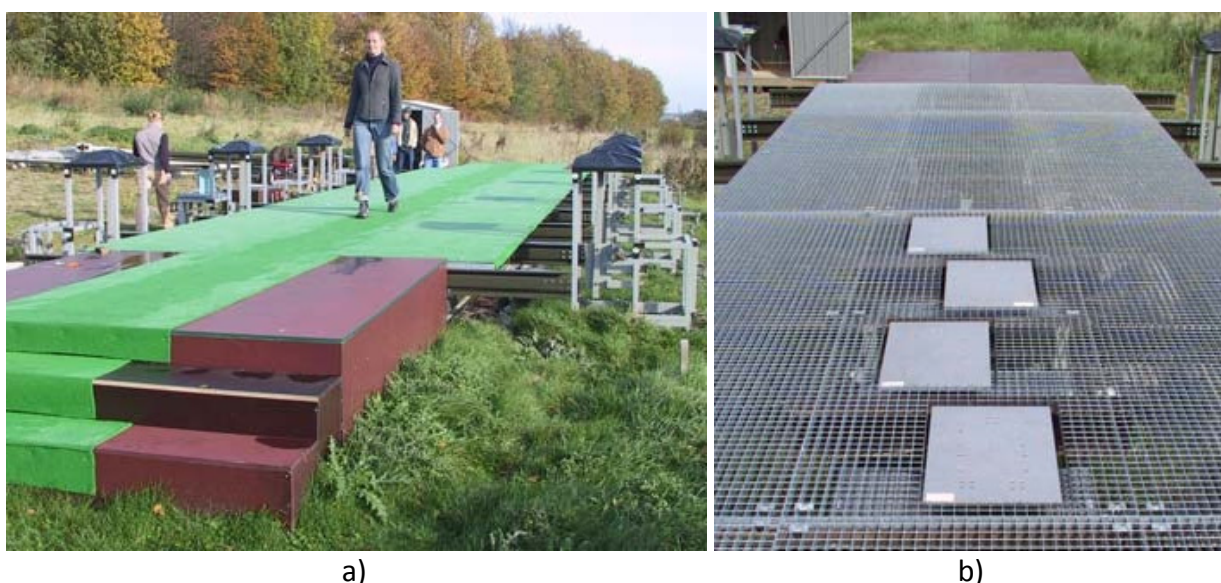


Figura 3.23 – Ensaio experimentais do projecto Synpex: (a) Vista geral da plataforma de ensaio, e (b) Células de carga colocadas no pavimento

Para caracterizar a acção dos peões, foram colocadas no pavimento quatro células de carga e registadas a componente vertical e horizontal das forças exercidas sobre o pavimento, instalaram-se sensores de pressão no sapato direito de cada pessoa para avaliar a frequência de passada, e utilizaram-se câmaras de vídeo para análise visual. Os ensaios foram realizados com um total de 100 pessoas, circulando sós e em grupos de 2 a 5 indivíduos.

O desenvolvimento do modelo de carga para caminhada foi baseado nos resultados obtidos à passagem de peões individuais com a plataforma impedida de oscilar horizontalmente. De uma forma resumida, o modelo de carga foi obtido através dos seguintes passos:

- i. A frequência de passada e as forças exercidas sobre cada célula de carga foram registadas e normalizadas em relação ao peso do peão, obtendo-se numerosas funções de carga para cada frequência de passada.
- ii. A análise de cada função de carga registada, permitiu identificar 11 parâmetros característicos da função de carga, ver *Figura 3.24*.
- iii. Cada um dos 11 parâmetros da função de carga foi objecto de um tratamento estatístico, estabelecendo-se leis de aproximação através de funções de regressão em relação à frequência de passada, ver *Figura 3.5*.
- iv. Para cada frequência de passada, foram definidas curvas polinomiais da função de carga, a partir dos parâmetros calculados por via das funções de regressão previamente determinadas, ver *Figura 3.25*.
- v. Para cada frequência de passada, a função de carga polinomial de uma passada foi deslocada em correspondência com o período de passada ($1 / f_p$), e acumulada numa série temporal característica dessa frequência, ver *Figura 3.26*.
- vi. Cada série temporal foi analisada através da transformada rápida de Fourier, e identificaram-se as amplitudes normalizadas de cada harmónico e os ângulos de fase.
- vii. Relacionando a frequência de passada com os valores dos coeficientes de Fourier, e com os ângulos de fase anteriormente obtidos, estabeleceram-se expressões matemáticas aproximadas que podem ser utilizadas de forma directa na equação 3.2, resultando num novo modelo de carga.

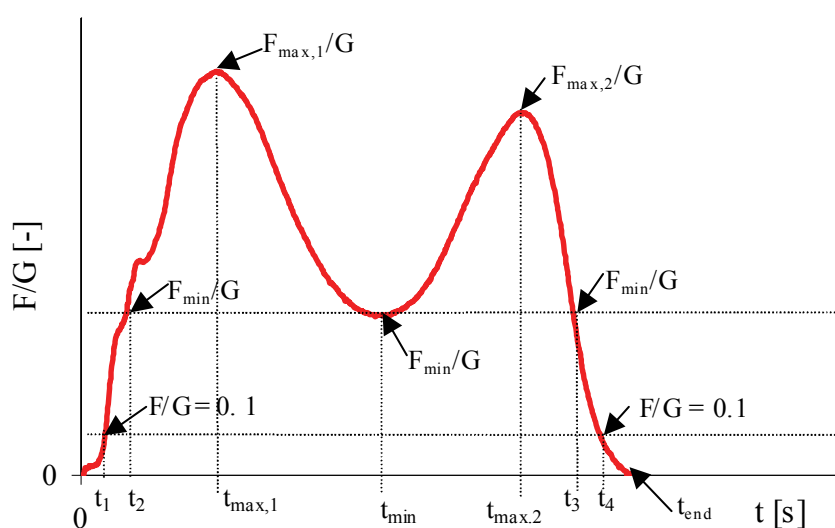


Figura 3.24 – Parâmetros da função de carga de uma passada, de acordo com o Synpex [3]

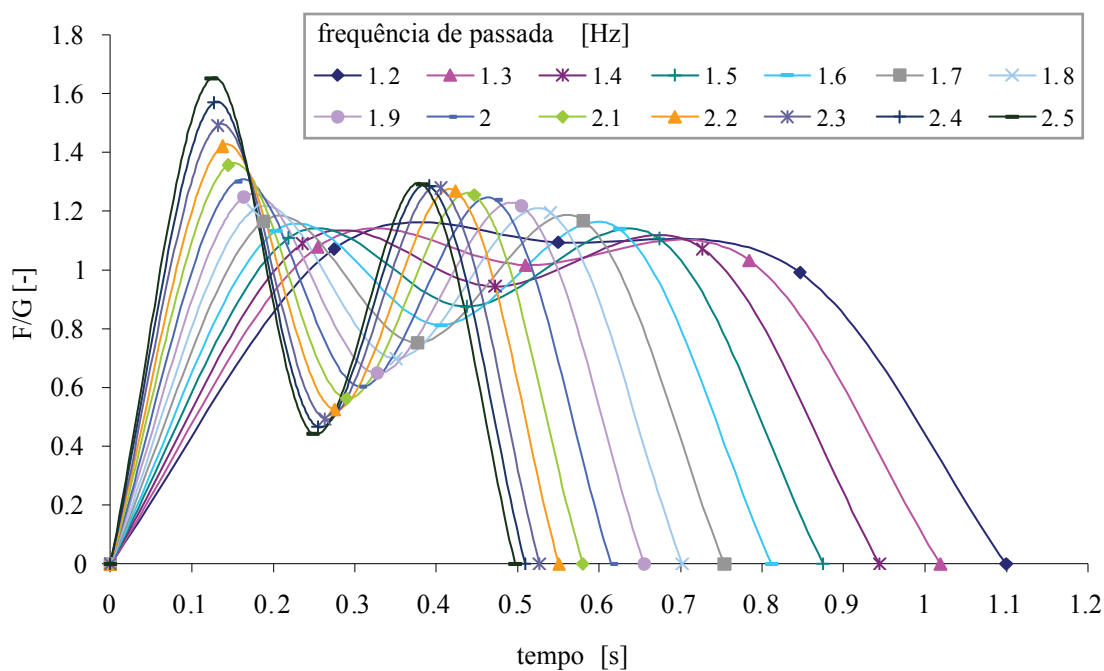


Figura 3.25 – Curvas polinomiais das funções de carga características de uma passada em função da frequência de passada [3]

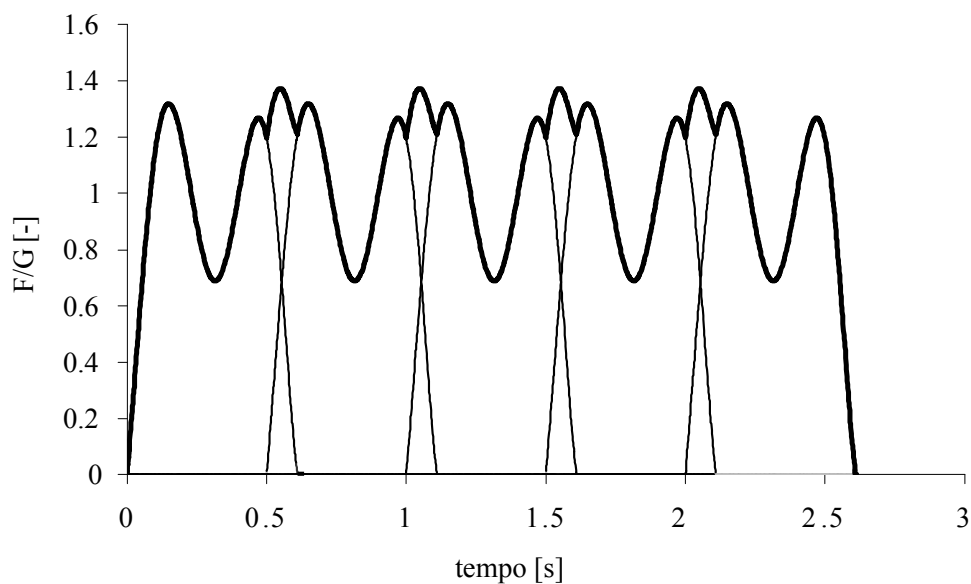


Figura 3.26 – Função de carga característica para uma frequência de passada de 2.0 Hz [3]

No Quadro 3.4 e 3.5, apresentam-se as expressões matemáticas da amplitude normalizada e dos ângulos de fase dos primeiros quatro harmônicos da função de carga relativa a caminhada.

Quadro 3.4 – Amplitude normalizada dos primeiros três harmônicos da função de carga relativa à caminhada [3]

Amplitude normalizada do harmónico de ordem i	
α_1	$0.0115 f_p^2 + 0.2803 f_p - 0.2902$
α_2	$0.0669 f_p^2 + 0.1067 f_p - 0.0417$
α_3	$0.0247 f_p^2 + 0.1149 f_p - 0.1518$
α_4	$-0.0039 f_p^2 + 0.0285 f_p - 0.0082$

Quadro 3.5 – Ângulo de fase dos primeiros três harmônicos da função de carga relativa à caminhada [3]

Ângulo de fase do harmónico de ordem i [rad]	
ϕ_1	0
ϕ_2	$-1.741 f_p^2 + 8.359 f_p - 6.768$
ϕ_3	$-2.633 f_p^3 + 14.306 f_p^2 - 24.982 f_p + 14.171$, para $f_p < 2\text{Hz}$ $14.192 f_p^3 - 93.508 f_p^2 + 204.657 f_p - 148.456$, para $f_p \geq 2\text{Hz}$
ϕ_4	$0.597 f_p - 1.137$

Nas recomendações para avaliação dinâmica de pontes pedonais do Synpex, refere-se que o peso do peão G a adoptar nas simulações numéricas deverá ser escolhido de acordo com as características da população, podendo em geral tomar-se 700 ou 800 N. Para determinação da velocidade de andamento dos peões, sugere-se a utilização da relação empírica $v = 1.271 f_p - 1$, válida para frequências de passada entre 1.3 e 1.8 Hz. No gráfico da Figura 3.27, representa-se a função de carga para caminhada relativa a um peão de 700 N, com uma frequência de passada de 2.0 Hz.

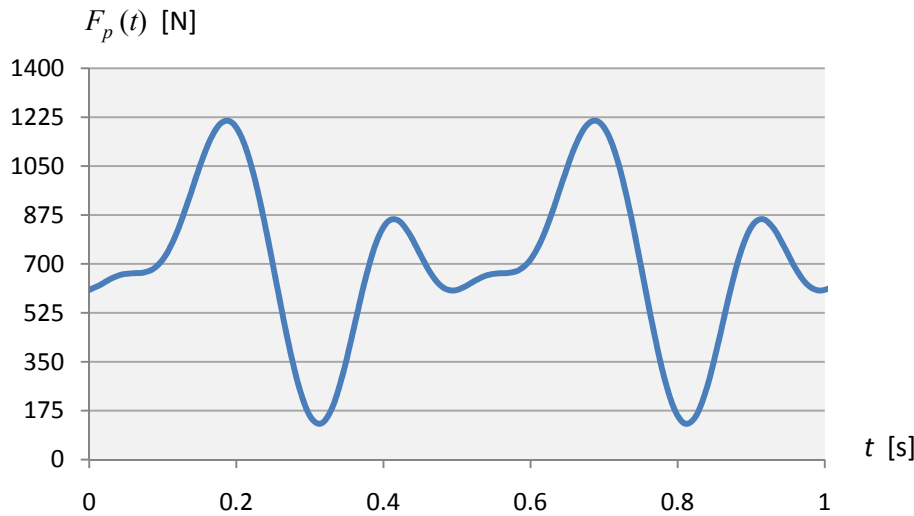


Figura 3.27 – Função de carga para caminhada segundo o SYNPEX, para $G = 700 \text{ N}$, e $f_p = 2.0 \text{ Hz}$

As forças horizontais na direcção transversal ao sentido do movimento que foram registadas nas células de carga à passagem de um peão, não apresentaram características típicas que permitissem parametrizar a função de carga relativa a uma passada do mesmo modo que foi feito para a acção vertical. Conclui-se que a acção lateral é particularmente influenciada por factores que variam para um dado indivíduo, e entre diferentes indivíduos. Alguns exemplos destes factores são o tipo de sapatos, a postura do tronco, o balançar dos braços, a forma e a dimensão das pernas, e o modo de caminhar. Por estes motivos o Synpex não propõe um modelo de carga específico para a acção lateral induzida por um peão.

A integração das séries temporais da força lateral exercida por cada pé nas células de carga com a plataforma fixa lateralmente, permitiu calcular para cada uma delas um impulso rectangular equivalente, caracterizado por um coeficiente de força dinâmica $DLF_{\text{lat,eq}}$ de acordo com a Figura 3.28a. O posterior tratamento estatístico destes coeficientes de força, permitiu concluir que a sua distribuição é do tipo normal, com um valor médio de 0.038, e que não existe correlação com a frequência de passada, ver Figura 3.28b. Devido à significativa dispersão, o valor do coeficiente de força dinâmica $DLF_{\text{lat,eq}}$ utilizado pelo Synpex nos modelos passo a passo foi de 0.043.

Considerando a função de regressão do tempo de contacto do pé com o pavimento determinada para a função de carga na direcção vertical,

$$t_c = 0.2846 f_p^2 - 1.5164 f_p + 2.5091 \quad (3.13)$$

fica-se em condições de escrever a função de carga lateral para um período,

$$F_{p,lat}(t) = \begin{cases} 0.043 G (-1)^{\text{int}(t f_p)}, & t > t_c - T_p \\ 0, & t \leq t_c - T_p \end{cases} \quad (3.14)$$

Na Figura 3.29 apresenta-se a representação gráfica da acção lateral equivalente, exercida por um peão de 700 N, em movimento sobre um pavimento sem oscilações laterais, com uma frequência de passada de 2.0 Hz.

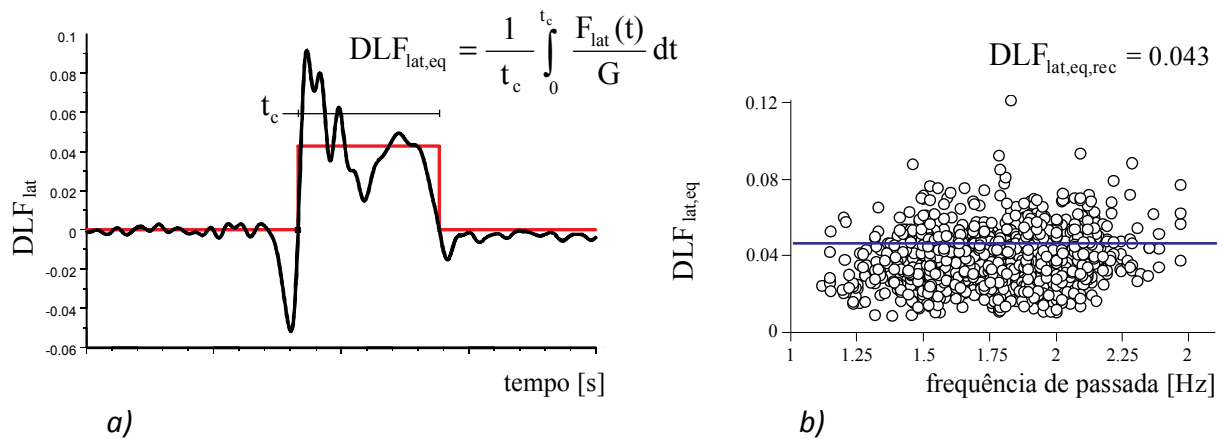


Figura 3.28 – Obtenção do modelo de carga simplificado da acção lateral: (a) Cálculo do coeficiente de força dinâmica equivalente, (b) Tratamento estatístico do valor dos coeficientes força dinâmica equivalente [3]

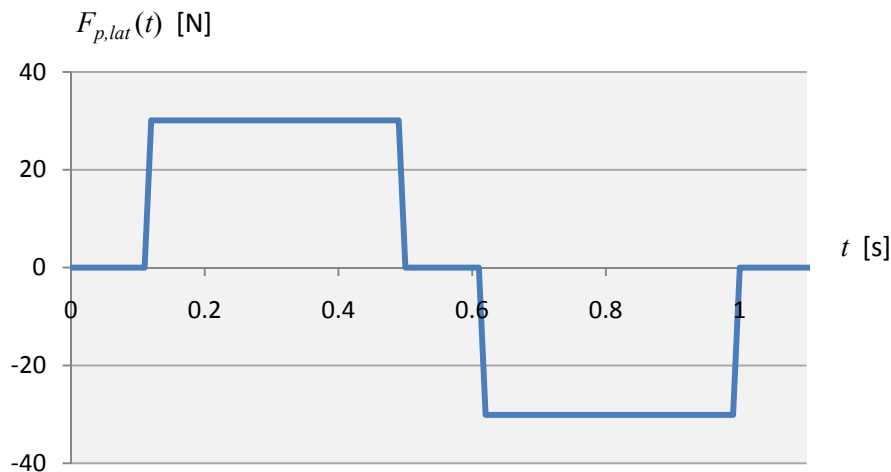


Figura 3.29 – Função de carga lateral discreta para caminhada decorrente dos resultados experimentais do projecto Synpex, para $G = 700$ N e $f_p = 2.0$ Hz

3.3. REFERÊNCIAS

1. S. Zivanovic, A.P., P. Reynolds, *Vibration serviceability of footbridges under human induced excitation: a literature review*. Journal of Sound and Vibration, 2005. **279**: p. 1-74.
 2. Hugo Bachmann, W.A., *Vibrations in structures - induced by man and machines*. 1987: IABSE.
 3. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX)*. 2006: European Comission.
 4. Wheeler, J.E., *Prediction and control of pedestrian induced vibrations in footbridges*. ASCE Journal of the Structural Division, 1982. **108**: p. 2045-2065.
 5. Newland, D. *Vibration of the London Millennium Footbridge: cause and cure*. in *Proceedings 9th International Congress on Sound and Vibration*. 2002. Orlando, Florida, U.S.A.
 6. Cunha, A. *The role of dynamic testing in design, construction and long-term monitoring of lively footbridges*. in *Footbridge 2008 - Third international conference - Worldwide experience workshop*. 2008. Porto.
 7. Kerr, S.C., *Human induced loading on flexible staircases*. Engineering Structures, 2001. **23**: p. 37-45.
 8. Zivanovic, S., *Probability-based prediction of multi-mode vibration response to walking*. Engineering Structures, 2007. **29**: p. 924-954.
 9. Young, P. *Improved floor vibration prediction methodologies*. in *ARUP Vibration Seminar*. October 4, 2001.
 10. ARUP Partnership. www.arup.com.
 11. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines*. 2006: Sétra.
-

ACÇÕES INDUZIDAS POR GRUPOS E FLUXOS CONTÍNUOS DE PEÕES

4. Acções induzidas por grupos e de fluxos contínuos de peões

4.1. Introdução

4.2. Caracterização experimental

4.3. Modelos de carga

- i) Modelo de Matsumoto
- ii) Modelo do Sétra
- iii) Modelos do Synpex
- iv) Modelos do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

4.4. Acções de vandalismo e eventos excepcionais

- i) Modelo do Sétra
- ii) Modelos do Synpex

4.5. Referências

4.1. INTRODUÇÃO

Na sequência do capítulo anterior, onde se analisaram as acções induzidas por um peão isolado, pode-se questionar qual o critério a utilizar quando a ponte é atravessada por uma grande massa de peões. Parece óbvio que nenhuma das hipóteses extremas é realista. Tanto a hipótese de proporcionalidade da carga induzida por um único peão, ao número de peões no tabuleiro, a que corresponde uma perfeita sincronização, como a hipótese de tomar apenas a carga estática, a que corresponde desprezar os efeitos dinâmicos, se afastam da realidade. A investigação levada a cabo por diversos autores comprova que a solução se encontra algures entre estes dois cenários.

4.2. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

Para melhor compreender as questões associadas à modelação de grupos e fluxos contínuos de peões, importa numa primeira fase, analisar as características do tráfego pedonal identificadas experimentalmente por diversos autores.

A investigação realizada no âmbito do projecto Synpex [1] permitiu identificar as principais características associadas a diversas densidades de fluxos contínuos de peões, que se resumem no *Quadro 4.1*.

Quadro 4.1 – Características de diversas densidades de fluxos contínuos de peões [1]

Densidade pedonal d [P/m ²]	Características
0.2	Pode-se caminhar confortável e livremente Ultrapassagem de outros peões sem dificuldades Cada indivíduo pode escolher o ritmo que deseja
0.5	Tráfego significativamente denso A liberdade de movimentos é limitada de forma intermitente
1.0	A liberdade de movimento é reduzida Situação pouco confortável Não é possível ultrapassar
1.5	Tráfego muito denso e marcha desconfortável Apenas é possível dar pequenos passos Razoável apenas durante um curto espaço de tempo

As imagens da *Figura 4.1*, obtidas em ensaios dinâmicos realizados na FEUP [2], ilustram o número de peões no tabuleiro para diversas densidades de peões.

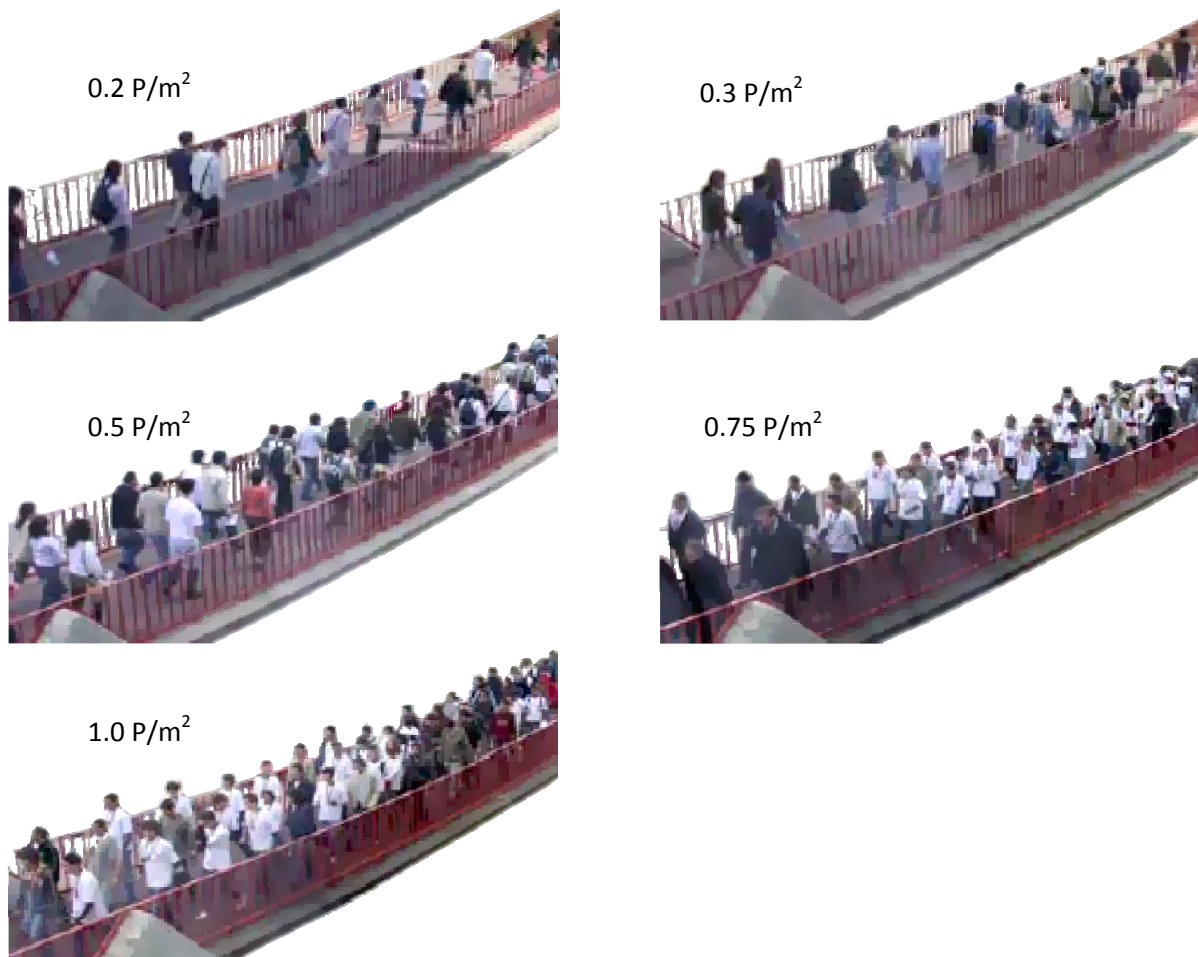


Figura 4.1 – Densidade de fluxos contínuos de peões [2]

A densidade pedonal no tabuleiro condiciona a velocidade de andamento dos peões, verificando-se uma redução de velocidade à medida que a densidade aumenta, e que cada peão restringe a liberdade de movimentos dos seus vizinhos. Em situações de grande densidade pedonal, caracterizadas por baixas velocidades de andamento, cada peão é levado a ajustar-se à frequência de passada dos que o rodeiam, o que resulta numa elevada taxa de sincronização. Porém, como a velocidade e a amplitude dos movimentos são reduzidos, os efeitos dinâmicos são também limitados. A densidade pedonal, expressa em peões por metro quadrado, pode ser calculada do seguinte modo,

$$d = \frac{n}{b_{eff} L} = \frac{\chi T}{b_{eff} L} = \frac{\chi}{v b_{eff}} \left[P / m^2 \right] \quad (4.1)$$

em que, b_{eff} e L são dimensões geométricas que representam respectivamente a largura útil do tabuleiro, e o comprimento total da ponte. O número total de peões no tabuleiro n , é dado pelo produto da taxa de chegada dos peões χ [P/s] com o tempo T que um peão circulando à velocidade v demora a atravessar a ponte ($T = L / v$).

Na *Figura 4.2* apresenta-se a relação entre a densidade pedonal e a velocidade de andamento da massa de peões proposta por Oeding, observando-se que para densidades pedonais abaixo de 0.3 P/m^2 o movimento não é condicionado pelo número de peões. A campanha experimental do Synpex permitiu também identificar a relação entre a velocidade de andamento e a frequência de passada, para tráfego unidireccional, que se apresenta na *Figura 4.3*.

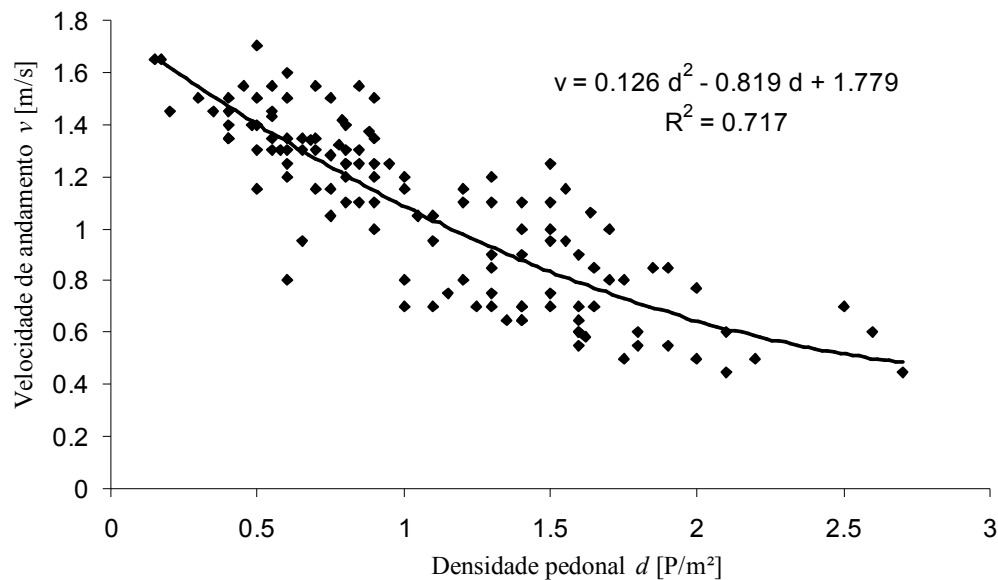


Figura 4.2 – Relação entre a velocidade de andamento e a densidade de peões, segundo Oeding, adaptado de [1]

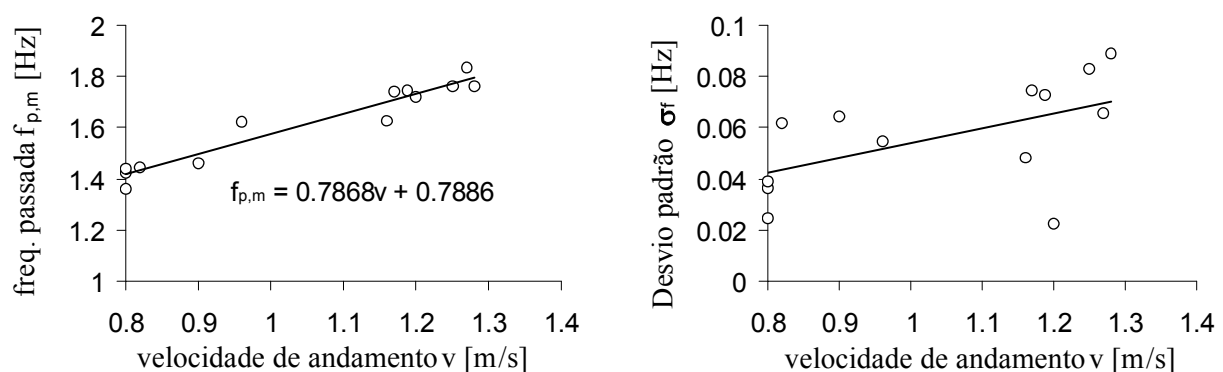


Figura 4.3 – Correlação entre a frequência de passada e a velocidade de andamento para pequenos e grandes grupos em movimento unidireccional [1]

Com base na relação entre a densidade pedonal e a velocidade de andamento de Oeding, e entre a velocidade de andamento e a frequência de passada do Synpex, estabeleceram-se as características de diversas densidades de fluxos de peões que se apresentam no *Quadro 4.2*.

Quadro 4.2 – Características de diversas densidades de fluxos de peões [1]

Densidade pedonal d [P/m ²]	Velocidade de andamento v [m/s]	Frequência de passada f_p [P/m ²]
0.2	1.45	1.93
0.5	1.30	1.81
1.0	1.04	1.61
1.5	0.79	1.41

A previsão dos efeitos da acção simultânea de vários peões sobre uma estrutura tem uma natureza muito mais complexa do que quando se trata de um único peão. Na verdade, por um lado, cada peão apresenta diferentes características (por exemplo, peso, comprimento de passada, e velocidade), e por outro, dependendo essencialmente da densidade de peões no tabuleiro, a acção de cada um deles será mais ou menos síncrona, entre si e com a estrutura. Adicionalmente, a acção dos diversos peões apresentará um desfasamento em função do momento em que cada um deles inicia a marcha sobre o tabuleiro.

Num grupo de peões caminhando à mesma velocidade ou saltando num dado local, o primeiro harmónico da função de força aumenta aproximadamente em proporcionalidade ao número de peões do grupo [3]. No caso dos harmónicos de ordem superior, devido às frequências mais elevadas e períodos mais curtos, as pequenas diferenças existentes entre os peões do grupo (comprimento de passada, fase, peso próprio, etc.) assumem uma maior importância, e podem levar a uma sincronização mais ou menos perfeita. A ordem de grandeza da redução relativa à proporcionalidade directa, depende de variados factores como sejam a banda de frequência e o tipo de actividade, ou o número de elementos do grupo. No entanto, em pequenos grupos a hipótese de proporcionalidade, como limite superior, parece adequada.

Convém antes de mais distinguir o significado dos termos “grupo” e “fluxo” de peões. O termo “grupo” refere-se a um número limitado de pessoas deslocando-se à mesma velocidade, enquanto o termo “fluxo contínuo” está relacionado com uma distribuição uniforme de peões sobre o tabuleiro que, função da densidade pedonal, poderão ter que ajustar as características do seu movimento em função do espaço disponível. O caso de um fluxo contínuo de peões em caminhada sobre uma estrutura com oscilações está relacionado não só com a sincronização

entre peões, mas também com a sincronização entre os peões e a estrutura. Nesta secção analisam-se as questões relacionadas com a sincronização entre peões, enquanto a sincronização entre os peões e a estrutura é tratada na secção seguinte.

Bachmann [4] descreve o efeito de múltiplos peões em caminhada da seguinte forma: Se dois peões se deslocarem em caminhada na zona de meio vão de uma ponte, a resposta induzida por cada um deles irá sobrepor-se, produzindo vibrações com amplitudes que em certos momentos se adicionam ou subtraem, dependendo da frequência e fase dos peões. Assim, a amplitude de deslocamentos da ponte não será constante e exibirá variações que resultam da interferência das duas respostas. À medida que o número de peões aumenta, e os seus efeitos se adicionem podem ocorrer vibrações de maior amplitude. No entanto, as dimensões do tabuleiro limitam o número de peões que podem circular a uma dada velocidade, e a existência de sincronização só é provável para frequências de passada entre 1.6 e 2.4 Hz.

Grundmann [5] propôs três modelos a considerar separadamente, correspondendo a diferentes situações de utilização:

- Modelo 1: Num pequeno grupo de peões em caminhada, é provável que as pessoas se desloquem com a mesma velocidade v , mas com frequências de passada f_p e comprimento de passada l_p ligeiramente diferentes, de acordo com a relação $v = f_p l_p$. Nestes casos, espera-se sincronização entre as pessoas do grupo, mas apenas se a frequência da ponte estiver situada na banda de frequências da caminhada.
- Modelo 2: Em pontes com um fluxo de peões de baixa densidade, as pessoas podem movimentar-se livremente e as frequências de passada são aleatórias. Considera-se que o limite superior da densidade pedonal em que estas circunstâncias se verificam é de 0.3 P/m^2 .
- Modelo 3: Quando o tráfego pedonal assume densidades entre 0.6 e 1.0 P/m^2 , o movimento sem restrições torna-se praticamente impossível. Nestas circunstâncias, os peões são forçados a ajustar o seu comprimento de passada e a velocidade de andamento ao movimento uns dos outros.

Densidades de peões superiores a 1.5 P/m^2 resultam em situações de grande congestionamento onde apenas pequenos passos são possíveis, e onde nenhum peão se pode mover de forma autónoma, levando a que não seja possível cumprir qualquer critério de conforto. Este facto, associado à reduzida importância da componente dinâmica que é previsível devido à pequena amplitude de movimentos desses peões, leva a que na prática se desprezem estes casos de carga.

4.3. MODELOS DE CARGA

i) *Modelo de Matsumoto*

Uma das primeiras abordagens no sentido de traduzir a acção de um grande número de peões foi formulada por Matsumoto [6], consistindo num coeficiente majorativo da carga exercida por um único peão.

Admitindo uma distribuição de Poisson para caracterização probabilística da entrada de peões na ponte, e ângulos de fase totalmente aleatórios, a resposta dinâmica total que resulta da sobreposição das respostas induzidas por cada peão, pode ser obtida através do produto do coeficiente $\sqrt{\chi T} = \sqrt{n}$, pela resposta dinâmica obtida à passagem de um só peão. Isto significa que, de um número total de peões n não correlacionados, $\sqrt{n}$ representa o número de peões que estão sincronizados, ou seja, os que por casualidade, apresentam a mesma fase. O coeficiente $(\sqrt{n}/n)$ expressa a taxa de sincronização λ , e o número de peões sincronizados equivalente ao fluxo de peões aleatórios é dado por,

$$n_{eq} = \sqrt{n} \quad (4.2)$$

Torna-se assim claro que num qualquer grupo ou fluxo de peões, a taxa de sincronização λ se situa no intervalo $[\sqrt{n}/n \ 1.0]$, em que o limite inferior corresponde a um grupo em marcha não sincronizada, e o limite superior a um grupo totalmente sincronizado. Em função da taxa de sincronização, podem-se escrever as funções de carga relativas a um grupo de n peões na direcção vertical e horizontal, com base nas funções de carga de um peão isolado,

$$F_{p, \text{vert}}(t) = n G \left[1 + \lambda \sum_{k=1}^m \alpha_n \sin(2\pi k f_p t - \phi_k) \right] \quad (4.3)$$

$$F_{p, \text{lat/long}}(t) = n \lambda F_{p, \text{lat/long}}(t) = n \lambda G \sum_k \alpha_k \sin(2\pi k f_p t) \quad (4.4)$$

Wheeler [5] realizou numerosas simulações numéricas com um modelo passo-a-passo e funções de carga do tipo semi-sinusoidal, considerando tempos de chegada aleatórios e distribuições normais da frequência de passada e do peso dos peões. Para pontes com frequência natural próxima de 2.0Hz, os seus estudos tendiam a validar a teoria de Matsumoto. Restava no entanto a questão, se seria aplicável em situações com provável sincronização entre peões, como acontece no caso de densidades de peões mais elevadas.

Ainda assim, admitindo que na prática as densidades de peões serão baixas, Bachmann [4] considerou a teoria adequada para pontes com frequências naturais entre 1.8 e 2.2 Hz, e

motivado pela baixa probabilidade de ocorrência de frequências de passada inferiores ou superiores, recomendou a aplicação de uma redução linear de n_{eq} para pontes com frequências naturais situadas nos intervalos 1.6-1.8 e 2.2-2.4 Hz, adoptando o valor 2.0 na extremidade destes intervalos. Esta redução corresponde a considerar como mínimo duas pessoas perfeitamente sincronizadas em caminhada.

Os estudos de Matsumoto e Wheeler incidiam apenas em vibrações na direcção vertical. No entanto, Fujino tentou aplicar a teoria de Matsumoto ao caso da Toda Park Bridge em Tóquio, que foi um dos primeiros exemplos relatados de pontes com vibrações excessivas na direcção lateral [7]. De acordo com medições realizadas durante atravessamentos com cerca de 2000 pessoas em simultâneo sobre o tabuleiro, ver *Figura 4.4*, Fujino concluiu que em vez da taxa de sincronização de Matsumoto $\lambda = \sqrt{2000}/2000 = 2.2\%$, era necessário considerar um valor de λ quase nove vezes superior, de 20%. Adicionalmente, a fórmula de Matsumoto não conseguia prever os níveis de vibração verificados na Millenium Bridge, levando a concluir que não era adequada a situações de elevada densidade de tráfego pedonal com peões sincronizados.



Figura 4.4 – Toda Park Bridge em Tóquio – vista geral da ponte e do atravessamento por uma grande massa de peões, adaptado de [7]

Na sequência dos problemas detectados na Passerelle Solferino em Paris [8], e na Millennium Bridge em Londres [9], as questões relativas a sincronização voltaram à atenção dos investigadores. Actualmente é globalmente reconhecido que pessoas circulando numa multidão tendem a sincronizar os seus passos à medida que a densidade de peões aumenta e o espaço disponível diminui, obrigando a condicionar os movimentos de cada um. Pode-se afirmar que a densidade pedonal influencia a velocidade de andamento, o grau de sincronização dos peões, e consequentemente, a intensidade das forças dinâmicas aplicadas.

ii) Modelo do Sétra

Considerando a limitação dos modelos então disponíveis, e na sequência da experiência adquirida na Passerelle Solferino, o Sétra decidiu desenvolver um novo modelo de análise para fluxos de peões, com particular relevância em pontes urbanas sujeitas a elevadas densidades de tráfego pedonal. Na realidade, de acordo com a anterior experiência de diversos autores, era nestas circunstâncias que as insuficiências do anterior modelo teórico mais se faziam sentir.

O modelo proposto [8] foi desenvolvido através de simulações numéricas de fluxos de peões com frequências de passada e fases aleatórias, em andamento sobre uma ponte com diversos modos de vibração, permitindo estimar o número equivalente de peões sincronizados, que distribuídos uniformemente na ponte, produzem a mesma resposta máxima característica que os peões aleatórios. Neste sentido, foi realizado um elevado número de simulações numéricas com recurso ao Método de Monte Carlo, considerando as seguintes premissas:

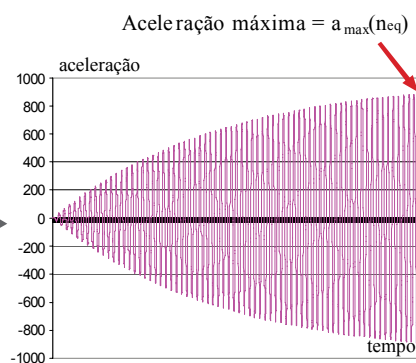
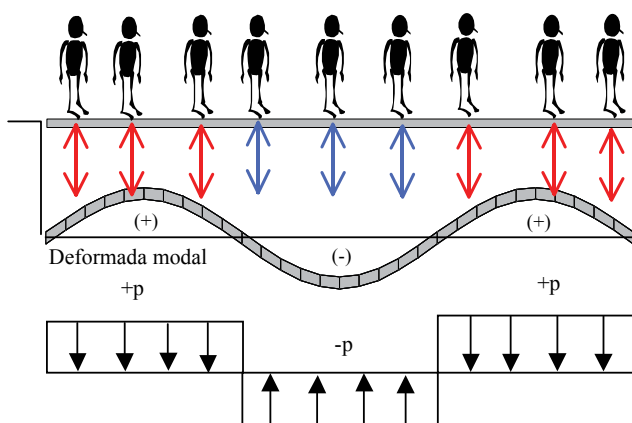
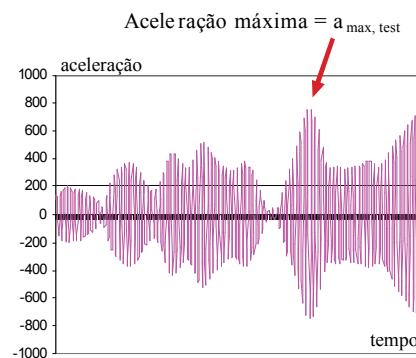
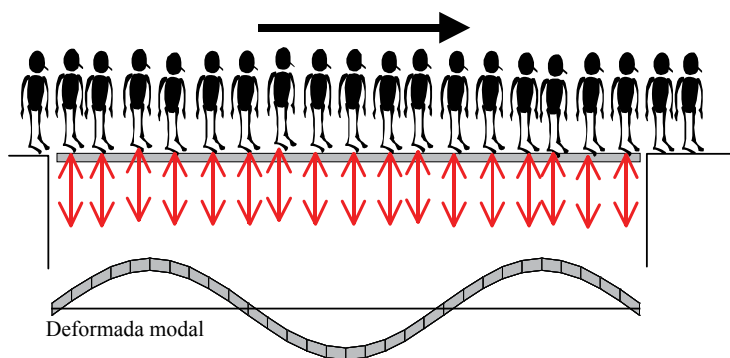
- Para densidades de tráfego muito elevadas com $d \geq 1.0 \text{ P/m}^2$, considerou-se a mesma frequência de passada para todos os peões, e fases aleatórias segundo uma distribuição de probabilidade uniforme.
- Para tráfego esparsa ou denso com $d < 1.0 \text{ P/m}^2$, para além das fases aleatórias, assume-se uma distribuição normal da frequência de passada dos peões em torno da frequência natural da ponte, e um desvio padrão de 0.175 Hz.
- A velocidade de andamento dos peões é constante em todas as simulações, e igual a 1.5 m/s.

Para cada combinação dos parâmetros: densidade do fluxo de peões, amortecimento da estrutura, e número de antinodos dos modos de vibração, foram realizadas 500 simulações consistindo nos seguintes passos:

- 1) Análise da resposta dinâmica induzida por um fluxo de peões individuais em andamento, gerados aleatoriamente pelo Método de Monte Carlo, e extração da aceleração máxima registada durante um período de tempo correspondente a dois atravessamentos.
- 2) Análise da resposta dinâmica induzida por uma força harmónica sinusoidal linearmente distribuída, com o mesmo sinal do modo de vibração em estudo, e cálculo do número de peões equivalente n_{eq} , de modo a que a aceleração máxima correspondente a este caso de carga seja igual à obtida na análise anterior.

A análise estatística do conjunto dos 500 valores do número de peões sincronizados equivalente ao fluxo de peões aleatório permite extrair o valor de n_{eq} correspondente ao percentil 95%. A metodologia de cálculo adoptada encontra-se representada na *Figura 4.5*.

Simulação de um fluxo de peões aleatórios
em andamento sobre a ponte com velocidade $v=1.5$ m/s



$$p(t) = (n_{eq} / S) \cdot 0.4 G \sin(2\pi f_0 t + \phi)$$

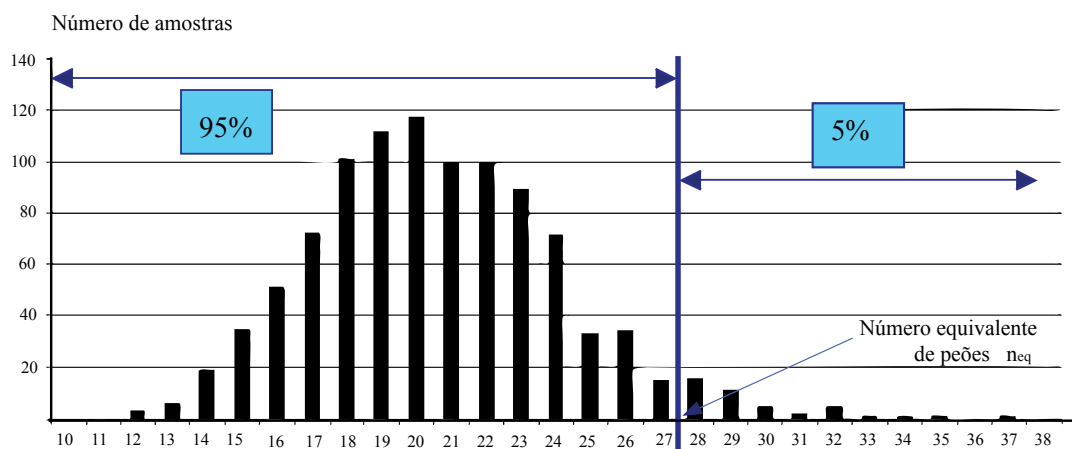


Figura 4.5 – Metodologia de cálculo do número equivalente de peões n_{eq} [8]

Do conjunto das simulações realizadas fazendo variar o coeficiente de amortecimento, a densidade pedonal e o número de antinodos dos modos de vibração, resultaram duas fórmulas empíricas do número de peões sincronizados equivalente aos peões com frequência e ou fase aleatória, que melhor aproximam os resultados numéricos obtidos:

- Para $d \geq 1.0 \text{ P/m}^2$, considerando os peões sincronizados com a mesma frequência de passada, e fases aleatórias:

$$n_{eq} = 1.85 \sqrt{n} \quad (4.5)$$

em que n é o número de peões no tabuleiro, dado pelo produto da densidade de tráfego pedonal d , pela área útil do tabuleiro S , ou seja, $n = S d$.

- Para $d < 1.0 \text{ P/m}^2$, considerando os peões com frequências de passada distribuídas estatisticamente segundo uma lei normal, e fases aleatórias:

$$n_{eq} = 10.8 \sqrt{n} \xi \quad (4.6)$$

em que ξ é o coeficiente de amortecimento do modo de vibração em estudo.

Convém sublinhar que o número equivalente de peões n_{eq} acima indicado não é directamente comparável, em termos absolutos, ao número equivalente obtido pela formulação de Matsumoto. Enquanto no modelo clássico se considera o valor de pico da resposta transiente induzida por um peão equivalente em andamento sobre o tabuleiro, reflectindo a configuração modal e a duração limitada do atravessamento, no modelo do Sétra os peões equivalentes são distribuídos ao longo da ponte, e a resposta máxima é obtida por uma análise harmónica estacionária.

As forças distribuídas na direcção i , representando a acção dinâmica dos peões sincronizados equivalentes ao fluxo de peões aleatórios, apresentam a seguinte forma geral:

$$p_i(t) = d \lambda \psi_{k,i} \left[\alpha_i G \sin(2\pi f_i t) \right] \quad (4.7)$$

em que, d é a densidade pedonal no tabuleiro, $\lambda = n_{eq}/n$ representa a taxa de peões sincronizados, $\psi_{k,i}$ é um coeficiente de redução para atender ao risco de ressonância do harmónico de ordem k da acção dos peões, com a frequência natural f_i do modo de vibração com componente modal na direcção i em estudo, α_i é o coeficiente de Fourier correspondente, e G é o peso do peão normalizado, tomado igual a 700 N. Importa referir que a parte estática da acção pedonal não está incluída nesta expressão, no entanto, dada a sua importância no cálculo das frequências e modos de vibração, a massa dos peões terá que ser incorporada na massa da ponte.

Os modelos de análise de fluxos contínuos desenvolvidos pelo Sétra encontram-se integrados numa metodologia de avaliação dinâmica, cuja descrição geral se apresentou na secção 2.3.2.

De acordo com o *Quadro 2.11*, em função da densidade de tráfego e da banda de risco de ressonância em que se localiza a frequência natural de cada modo de vibração em estudo, é necessário proceder à análise dinâmica de um conjunto de um a três casos de carga denominados *C1*, *C2* e *C3*. Os casos de carga *C1* e *C2* correspondem ao efeito dinâmico do primeiro harmónico da função de carga, respectivamente, para densidades de tráfego $d < 1.0 \text{ P/m}^2$, e $d \geq 1.0 \text{ P/m}^2$. O caso de carga *C3* é relativo ao efeito do segundo harmónico da acção dos peões, e constitui uma verificação complementar a realizar somente em pontes com densidades de tráfego superiores a 0.8 P/m^2 , para modos de vibração com frequências naturais na Banda 3 de risco de ressonância (ver *Figuras 2.2* e *2.3*).

O coeficiente de redução da amplitude das forças harmónicas ψ_k traduz a banda de frequências críticas do harmónico de ordem k da acção dos peões, e foi definido de modo a estabelecer uma transição entre os intervalos de frequência críticos e não-críticos sem descontinuidades. Nas *Figuras 4.6* e *4.7* apresentam-se os valores do coeficiente ψ a adoptar para redução da amplitude do primeiro e segundo harmónico da função de carga, para vibrações na direcção vertical, longitudinal e lateral.

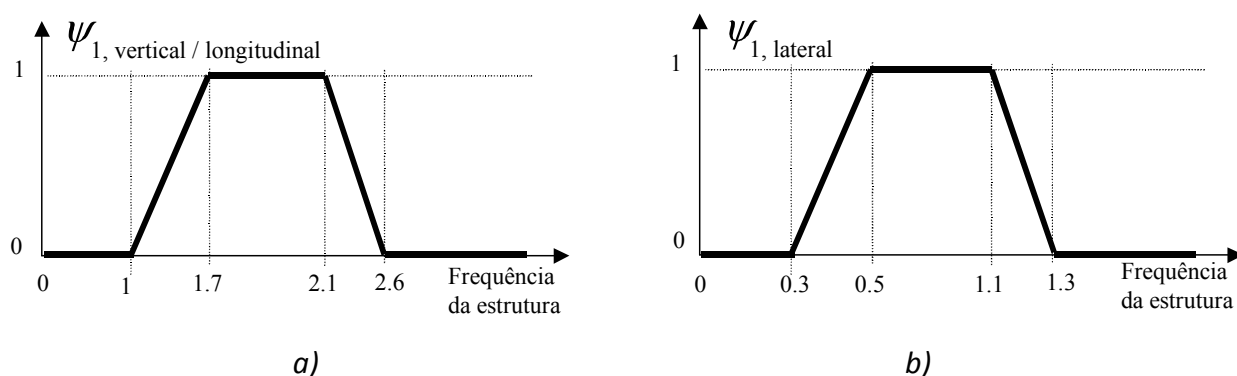


Figura 4.6 – Coeficiente de redução da amplitude do primeiro harmónico ψ_1 : (a) vibrações na direcção vertical ou longitudinal, (b) vibrações na direcção lateral [8]

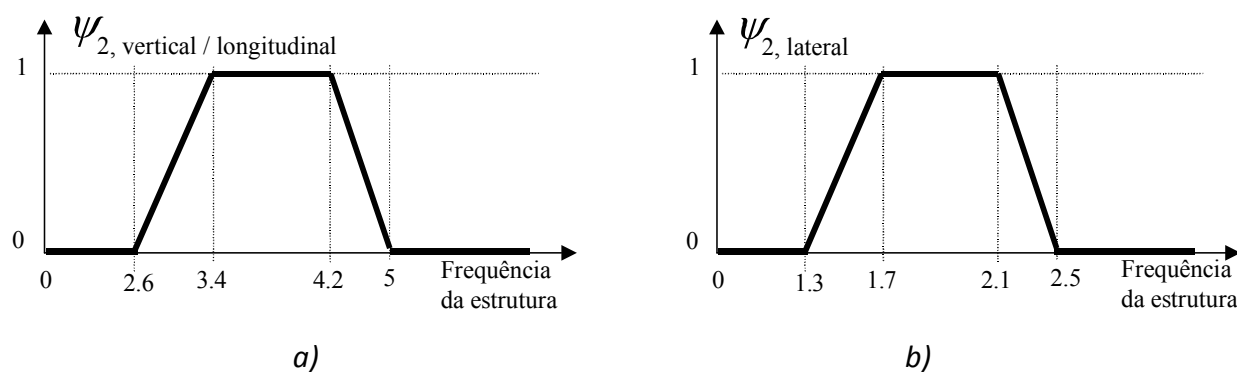


Figura 4.7 – Coeficiente de redução da amplitude do segundo harmónico ψ_2 : (a) vibrações na direcção vertical ou longitudinal, (b) vibrações na direcção lateral [8]

Os coeficientes de Fourier das funções de força da acção dos peões para a direcção vertical, longitudinal, e lateral, considerados pelo Sétra foram respectivamente, $\alpha_{vert} = 0.4$, $\alpha_{long} = 0.2$, e $\alpha_{lat} = 0.05$, para o primeiro harmónico, e $\alpha_{vert} = 0.1$, $\alpha_{long} = 0.05$, e $\alpha_{lat} = 0.01$, para o segundo harmónico. Da aplicação destes coeficientes de Fourier à equação 4.7, resultam as expressões da força harmónica distribuída para cada direcção, que se apresentam no *Quadro 4.3*.

Quadro 4.3 – Força harmónica distribuída para cada direcção e caso de carga

Caso de carga	Direcção	Força harmónica distribuída [N/m ²]
C1 / C2 (1º harmónico)	Vertical	$p_{vert}(t) = d \lambda \psi_{1,vert} [0.4 G \sin(2\pi f_{vert} t)]$
	Longitudinal	$p_{long}(t) = d \lambda \psi_{1,long} [0.2 G \sin(2\pi f_{long} t)]$
	Lateral	$p_{lat}(t) = d \lambda \psi_{1,lat} [0.05 G \sin(2\pi f_{lat} t)]$
C3 (2º harmónico)	Vertical	$p_{vert}(t) = d \lambda \psi_{2,vert} [0.1 G \sin(2\pi f_{vert} t)]$
	Longitudinal	$p_{long}(t) = d \lambda \psi_{2,long} [0.05 G \sin(2\pi f_{long} t)]$
	Lateral	$p_{lat}(t) = d \lambda \psi_{2,lat} [0.01 G \sin(2\pi f_{lat} t)]$

De modo a produzir o efeito mais desfavorável, as forças harmónicas distribuídas acima indicadas devem ser aplicadas ao longo de todo o tabuleiro, seleccionando o sinal da amplitude das forças de acordo com o sinal da deformada modal do modo de vibração em estudo. Este critério corresponde a considerar os peões com fases opostas, conforme o sinal da deformada modal onde estes se localizam no tabuleiro. A *Figura 4.8* ilustra o modo de aplicação da força harmónica distribuída para os casos de estruturas com um modo de vibração com três antinodos, e para um modo de torção.

Estes casos de carga deverão aplicar-se a cada modo de vibração com frequência natural nas bandas de risco de ressonância, como indicado na secção 2.1.1 do capítulo 2. Para além disso, importa realçar que, em cada caso de carga, se deve seleccionar a direcção das forças harmónicas a aplicar de acordo com a deformada modal do modo em estudo. Por exemplo, para um modo vertical deverá aplicar-se apenas a força harmónica distribuída na direcção vertical, ou apenas a força na direcção lateral para um modo de vibração com deformada modal na direcção lateral. Ou seja, as forças harmónicas distribuídas nunca são aplicadas em simultâneo.

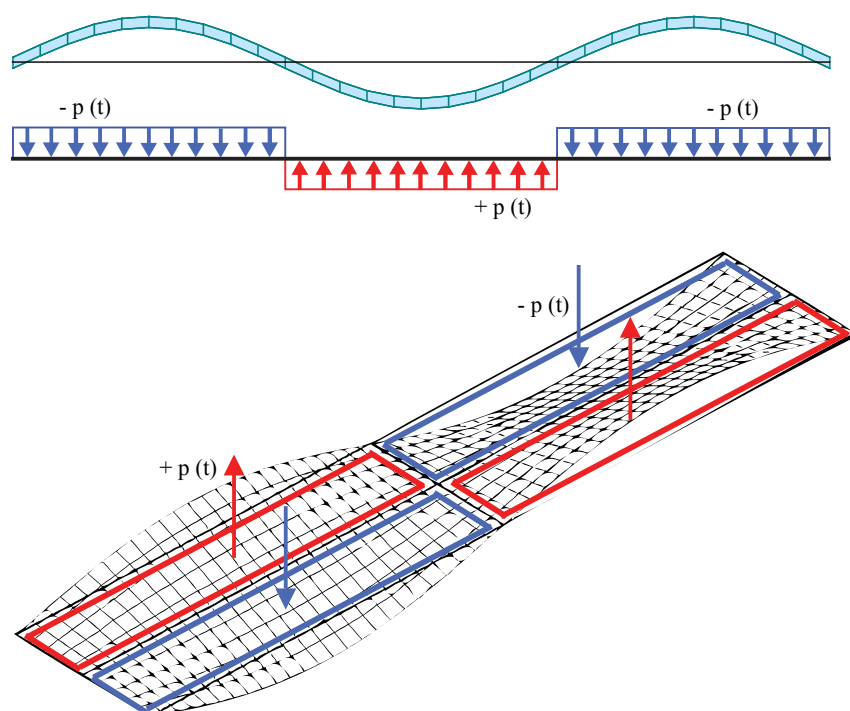


Figura 4.8 – Sinal da amplitude da força harmónica distribuída para os casos de um modo de vibração com três antinodos, e para um modo de torção

Nas expressões da força harmónica distribuída indicadas no *Quadro 4.3*, $\lambda = n_{eq}/n$ tem um significado físico intuitivo, e representa a percentagem de peões uniformemente distribuídos que contribuem para a resposta dinâmica da acção pedonal. Com base nas equações 4.5 e 4.6, a taxa de sincronização dos peões pode expressar-se em função da área útil do tabuleiro S , da densidade de tráfego pedonal d , e do coeficiente de amortecimento ξ , conforme indicado no *Quadro 4.4*. Fixando o coeficiente de amortecimento, e a largura útil do tabuleiro, pode-se representar a percentagem de peões sincronizados em função do comprimento da ponte. Na *Figura 4.9* representa-se a taxa de sincronização dos peões para pontes entre 10 e 200 m de comprimento total, e um tabuleiro com 3.0 m de largura útil. No caso de elevadas densidades de tráfego ($d \geq 1.0 \text{ P/m}^2$), a taxa de sincronização dos peões não depende do coeficiente de amortecimento. Para densidades de tráfego de menor intensidade, taxa de sincronização aumenta à medida que o amortecimento aumenta. A variação da taxa de sincronização em função da densidade de tráfego, para pontes com diferentes comprimentos totais, apresenta-se na *Figura 4.10*, onde se pode observar o incremento súbito de sincronização quando $d \geq 1.0 \text{ P/m}^2$, de acordo com a formulação do Sétra. Em todos os casos, admitiu-se um coeficiente de amortecimento modal de 0.5%.

Quadro 4.4 – Taxa sincronização dos peões em função da densidade pedonal

Densidade pedonal d [P/m ²]	Taxa de sincronização dos peões λ
≥ 1.0	$\lambda = \frac{n_{eq}}{n} = \frac{1.85\sqrt{n}}{n} = 1.85\sqrt{\frac{1}{n}} = 1.85\sqrt{\frac{1}{S d}}$
< 1.0	$\lambda = \frac{n_{eq}}{n} = \frac{10.8\sqrt{n \xi}}{n} = 10.8\sqrt{\frac{\xi}{n}} = 10.8\sqrt{\frac{\xi}{S d}}$

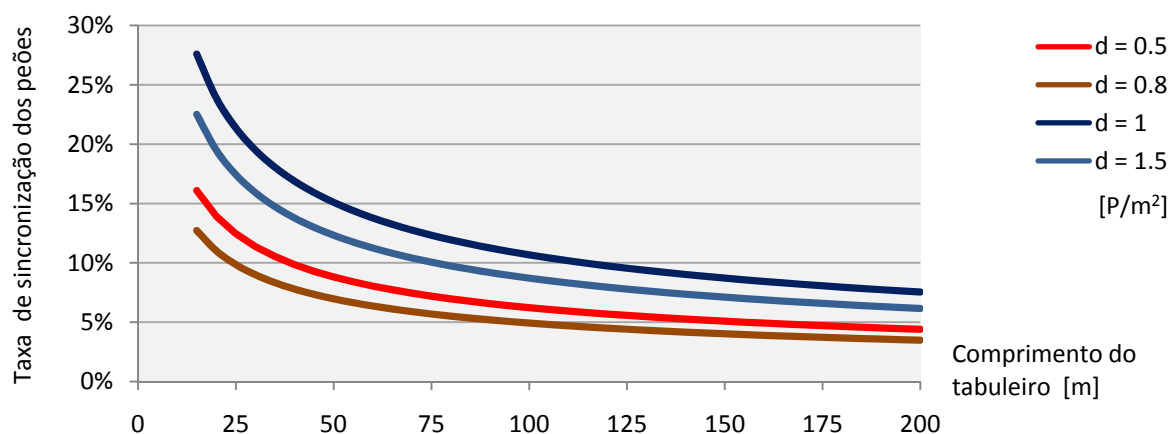


Figura 4.9 – Taxa de sincronização dos peões em função do comprimento total da ponte, considerando um coeficiente de amortecimento de 0.5%, e um tabuleiro com 3.0 m de largura

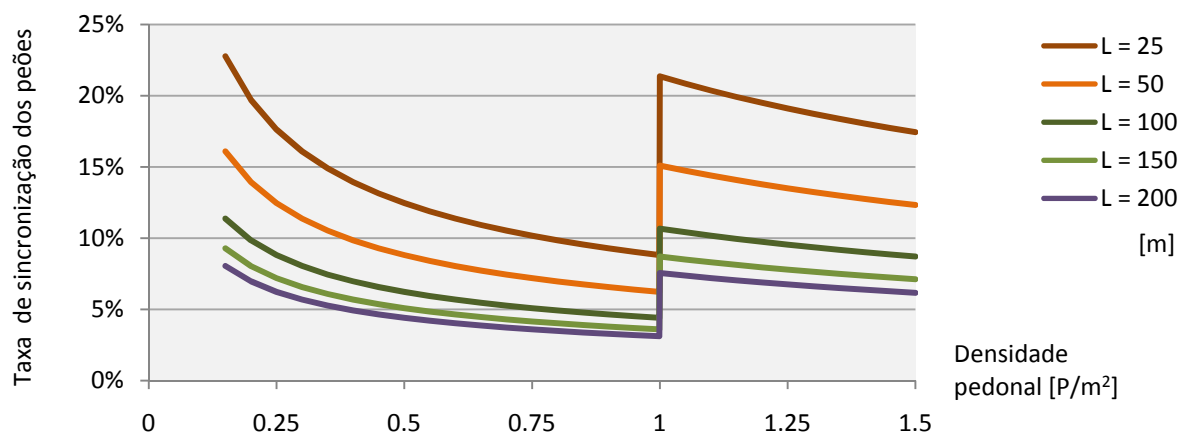


Figura 4.10 – Taxa de sincronização dos peões em função da densidade pedonal, considerando um coeficiente de amortecimento de 0.5%, e um tabuleiro com 3.0 m de largura

iii) Modelos do Synpex

No que se refere a fluxos contínuos de peões, as orientações de projecto do Synpex [1] adoptaram os modelos de carga desenvolvidos pelo Sétra.

Para grupos em corrida, o Synpex recomenda a aplicação de um modelo de carga que consiste num grupo de três peões deslocando-se a uma velocidade de 3 m/s, em ressonância com a frequência natural do modo de vibração em análise. Considera-se que todos os peões estão perfeitamente sincronizados em frequência e em fase, e o coeficiente ψ_1 de redução da amplitude da função de força, que traduz a incerteza da coincidência da frequência de passada dos peões com a frequência natural do modo de vibração em análise, é indicado na *Figura 4.11*.

O Synpex indica uma amplitude máxima relativa a cada peão de 1250 N, o que corresponde a adoptar um coeficiente de Fourier do primeiro harmónico $\alpha_1 = 1250/700 = 1.79$, constante e independente da frequência de passada. Assim, a função de carga na direcção vertical, para um grupo de n peões em corrida é dada por,

$$F_{p, grupo}(t) = n G \left[1 + \psi_1 \alpha_1 \sin(2\pi f_p t) \right] \quad (4.8)$$

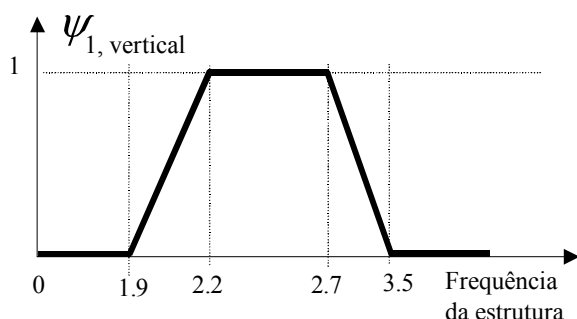


Figura 4.11 – Coeficiente de redução ψ_1 da amplitude da função de carga relativa à corrida [1]

Este modelo de carga destina-se a traduzir situações de uso corrente relativas a pequenos grupos em corrida lenta (jogging), sendo que para frequências de passada superiores e velocidades mais rápidas a probabilidade de sincronização é mais reduzida, bastando em geral considerar a acção de um peão isolado.

iv) Modelos do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

À data da conclusão do presente trabalho o Anexo Nacional da BS EN 1991-2 não estava publicado. Assim, a descrição dos modelos de carga que a seguir se apresenta baseia-se na literatura publicada pelos seus autores [10-13] ao longo do respectivo desenvolvimento, e em particular no artigo [14] onde se descrevem as disposições do documento final.

Os dois modelos de carga propostos no Anexo Nacional Britânico, para grupos em caminhada e em corrida, e para fluxos contínuos de peões em caminhada, destinam-se unicamente a vibrações na direcção vertical, sendo que o conforto na direcção lateral é verificado através de um critério de estabilidade que se apresenta na secção seguinte.

O modelo de carga proposto para grupos de peões foi desenvolvido com base nos seguintes princípios:

- i. Os n peões do grupo fazem um único atravessamento da ponte em conjunto.
- ii. Admite-se que um peão do grupo se desloca com uma frequência de passada exactamente coincidente com a frequência do modo de vibração em análise. A maior ou menor probabilidade de ocorrência desta excitação é considerada através da aplicação do coeficiente $k(f_{vert})$ a retirar da *Figura 4.12*.
- iii. Todos os restantes peões do grupo ($n-1$) deslocam-se com frequências de passada e ângulos de fase aleatórios, escolhidos de acordo com as distribuições de probabilidade do modelo da acção pedonal.
- iv. Para traduzir a maior probabilidade de ocorrência de frequências de passada semelhantes que se observam em grupos de peões, no modelo da acção pedonal considerou-se um desvio padrão da distribuição das frequências de passada igual a 0.1. Devido à maior dispersão de frequências de passada que ocorre em fluxos contínuos de peões, para o valor do desvio padrão considerado foi de 0.3.

A acção relativa a um peão, ou a grupos de peões, em caminhada ou em corrida, é modelada através de uma força harmónica pontual em movimento sobre o tabuleiro com uma velocidade de andamento v constante com o valor indicado no *Quadro 4.5*, considerando,

$$F_{p, grupo}(t) = k(f_{vert}) n_{eq} [\alpha_1 G \sin(2\pi f_{vert} t)] \quad (4.9)$$

com,

$$n_{eq} = \sqrt{1 + \gamma(n-1)} \quad (4.10)$$

em que:

- n é o número de peões do grupo, e n_{eq} é o número de peões sincronizados equivalente ao grupo de peões aleatórios.
- α_1 é o coeficiente de Fourier da função de carga da acção de um peão em caminhada ou em corrida, a retirar do *Quadro 4.5*.
- G é o peso médio de um peão considerado igual a 700 N no Anexo Nacional Britânico.
- f_{vert} é a frequência natural do modo de vibração em análise com componente modal na direcção vertical.
- $k(f_{vert})$ é um coeficiente a retirar da *Figura 4.12*, que pretende traduzir i) os efeitos da variabilidade da população, ii) a amplitude dos harmónicos em caminhada e em corrida, iii) uma ponderação relativa à capacidade humana de excitação em cada frequência.
- γ é um coeficiente que traduz a combinação de acções não sincronizadas num grupo de peões, que depende do coeficiente de amortecimento e do vão eficaz L_{eff} associado ao modo de vibração em análise, e se obtém da *Figura 4.13*.
- O cálculo do comprimento do vão eficaz L_{eff} deve realizar-se de acordo com o indicado na *Figura 4.14*, no entanto, em todos os casos é conservativo considerar $L_{eff} = L$.

Note-se que o modelo de carga da equação 4.9 está definido em função da acção de um peão, considerando unicamente o primeiro harmónico da função de carga. No entanto, como a análise da reposta dinâmica deve ser realizada para todos os modos de vibração verticais com frequências naturais inferiores a 8 Hz, calculadas com a ponte descarregada, o mesmo modelo é utilizado para verificar o efeito do segundo harmónico da função de carga. Assim, a redução da amplitude do segundo harmónico em relação ao primeiro é contabilizada através do coeficiente $k(f_{vert})$ indicado no gráfico da *Figura 4.12*, que para além disso, traduz os efeitos da variabilidade da população e da incerteza da coincidência da frequência de passada dos peões com a frequência natural do modo de vibração em análise. Os efeitos relativos ao comprimento da ponte, ao amortecimento da estrutura, e ao número de pessoas no grupo são traduzidos através do coeficiente γ indicado na *Figura 4.13*.

Quadro 4.5 – Parâmetros da função de carga para peões isolados e para grupos [14]

Parâmetro da função de carga	Caminhada	Jogging / Corrida
Coeficiente de Fourier α_1	0.4	1.3
Velocidade de andamento v [m/s]	1.7	3.0

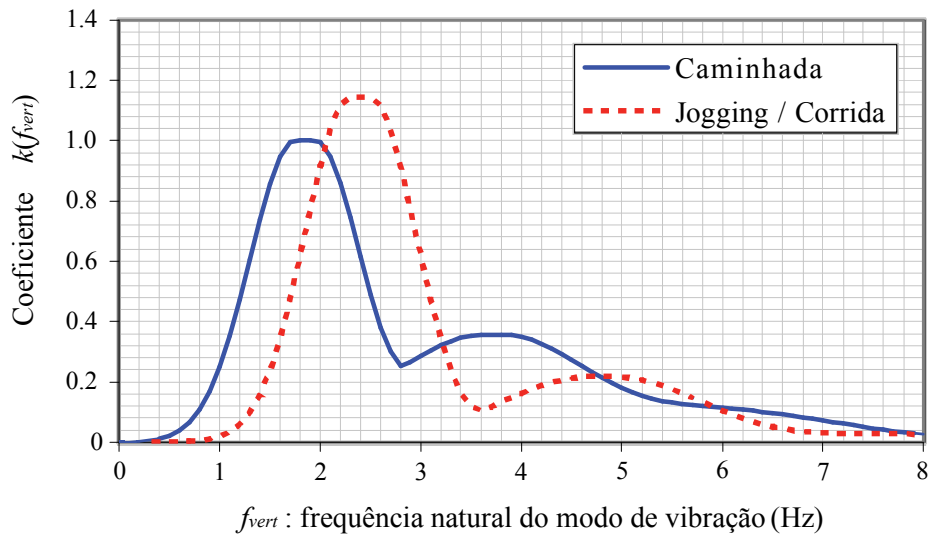


Figura 4.12 – Coeficiente $k(f_{vert})$ em função da frequência natural do modo de vibração em análise [14]

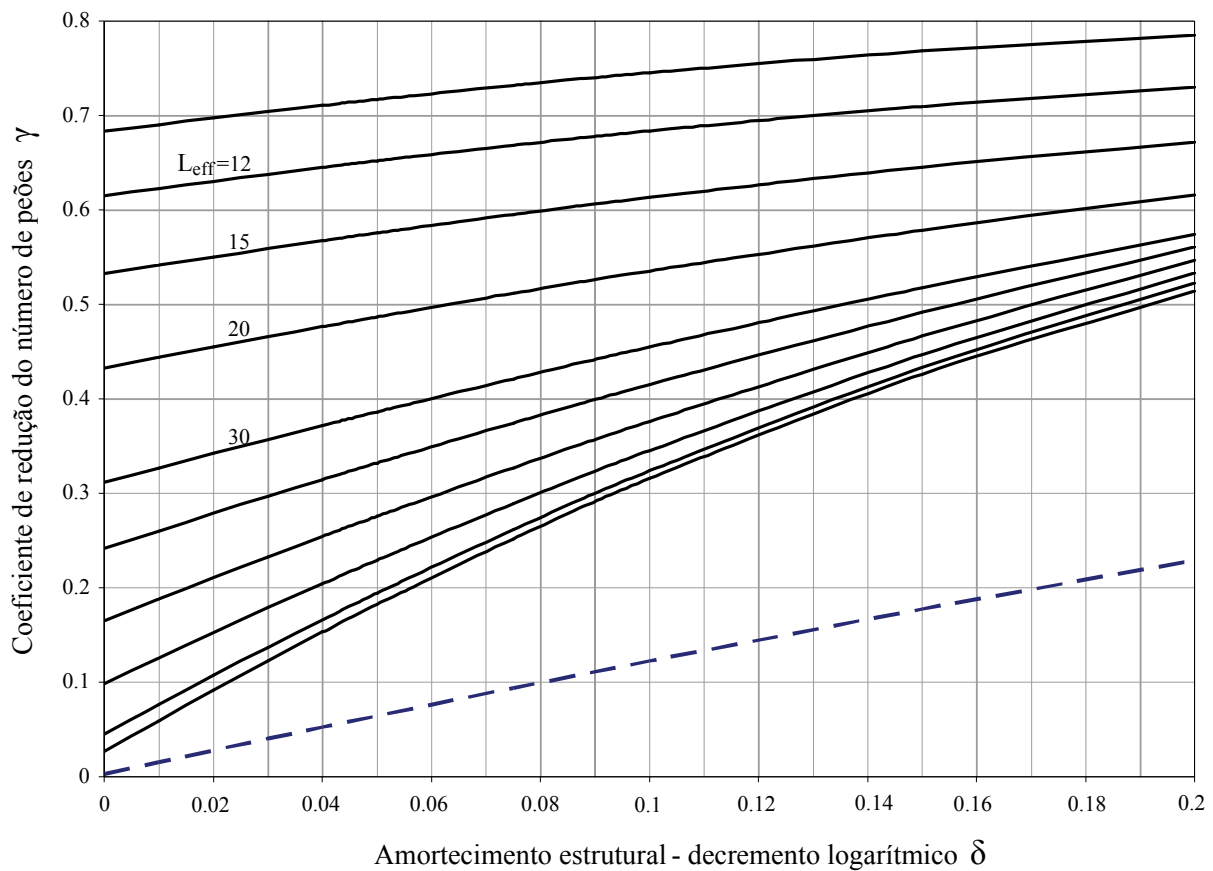


Figura 4.13 – Coeficiente de redução do número de peões γ , em função do amortecimento estrutural, e do vão eficaz [14]

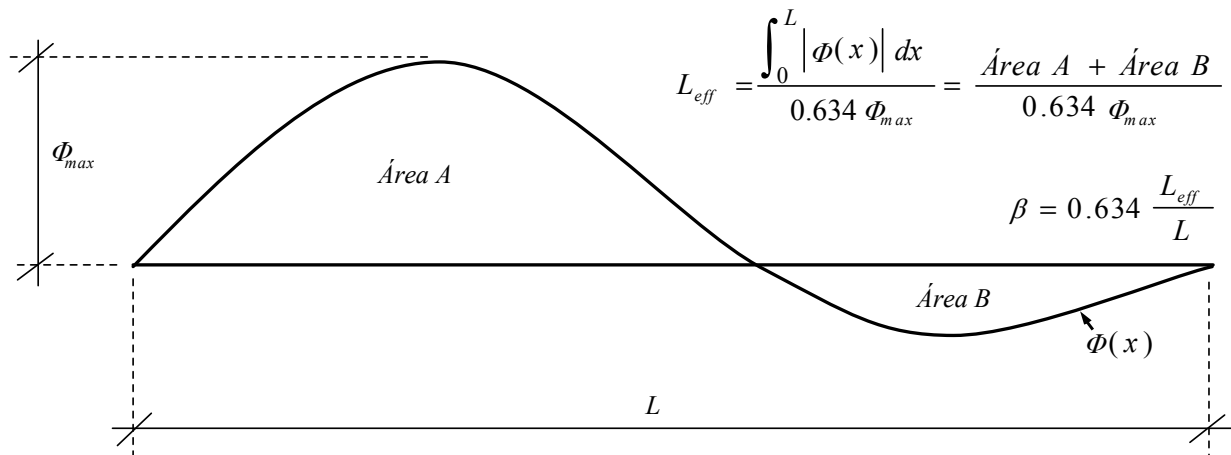


Figura 4.14 – Cálculo do vão eficaz L_{eff} associado ao modo de vibração $\Phi(x)$ [14]

Note-se que na *Figura 4.13*, o amortecimento estrutural está expresso em termos do decremento logarítmico, que pode ser obtido a partir do coeficiente de amortecimento da seguinte forma,

$$\delta = \xi \sqrt{\frac{4\pi^2}{1-\xi^2}} \cong \xi 2\pi \quad (4.11)$$

Segundo o Anexo Nacional Britânico, a acção dinâmica relativa a fluxos contínuos de peões em caminhada é modelada através de uma força harmónica estacionária uniformemente distribuída, obtida por,

$$p_{vert}(t) = d \lambda k(f_{vert}) [\alpha_1 G \sin(2\pi f_{vert} t)] \quad (4.12)$$

com,

$$\lambda = \frac{n_{eq}}{n} = \frac{1.8 \sqrt{\gamma n / \beta}}{n} = 1.8 \sqrt{\frac{\gamma}{\beta n}} = 1.8 \sqrt{\frac{\gamma}{\beta S d}} \quad (4.13)$$

em que as variáveis $k(f_{vert})$, α_1 , G , f_{vert} , n , e γ têm o significado previamente indicado, e $\beta = 0.634 L_{eff} / L$ é um coeficiente que reduz o número de peões em proporção ao integral da deformada modal do modo de vibração em análise. A taxa de sincronização dos peões λ depende dos coeficientes γ e β , obtidos respectivamente das *Figuras 4.13* e *4.14*.

No que concerne à aplicação deste modelo de carga, devido à redução da acção vertical que se verifica à medida que a velocidade de andamento diminui em situações de grande congestionamento, o Anexo Nacional Britânico indica que a densidade de tráfego d deverá ser

limitada a 1.0 P/m^2 em todos os casos. De modo a produzir os efeitos mais desfavoráveis, este carregamento deve ser aplicado ao longo de todo o tabuleiro da ponte, seleccionando o sinal da amplitude da força harmónica distribuída de acordo com o sinal da deformada modal do modo de vibração em estudo, ver *Figura 4.8*. Convém sublinhar que a parte estática da acção pedonal não está incluída na equação 4.12, no entanto, a massa dos peões deverá ser considerada no cálculo das frequências e modos de vibração. As acelerações máximas de cálculo na direcção vertical obtêm-se pela análise da resposta dinâmica induzida pelo carregamento harmónico, considerando um tempo suficiente para se atingir a resposta estacionária do sistema.

Da análise comparativa da presente metodologia com a proposta pelo Sétra, pode-se concluir que o coeficiente $k(f_{\text{vert}})$ tem idêntica natureza ao coeficiente ψ do Sétra. No gráfico da *Figura 4.15* apresenta-se a comparação entre o coeficiente $k(f_{\text{vert}})$ do Anexo Nacional Britânico e os coeficientes ψ de redução do primeiro e do segundo harmónico da função de carga indicados pelo Sétra. Importa referir que, como o coeficiente $k(f_{\text{vert}})$ também comporta o efeito da passagem do primeiro ao segundo harmónico da função de carga, o coeficiente ψ relativo ao segundo harmónico indicado pelo Sétra, foi multiplicado por um coeficiente $k = \alpha_2/\alpha_1 = 0.1/0.4 = 0.25$. Pela análise do gráfico, pode-se concluir que o Anexo Nacional Britânico define a acção pedonal numa banda de frequências mais alargada, e que a amplitude do segundo harmónico é ligeiramente superior ao indicado pelas regras do Sétra. As maiores diferenças entre os dois modelos deverão verificar-se para frequências entre 2.5 e 3.0 Hz, e para frequências respectivamente abaixo de 1.0 Hz ou acima de 5.0 Hz onde o modelo do Sétra apresenta valores nulos.

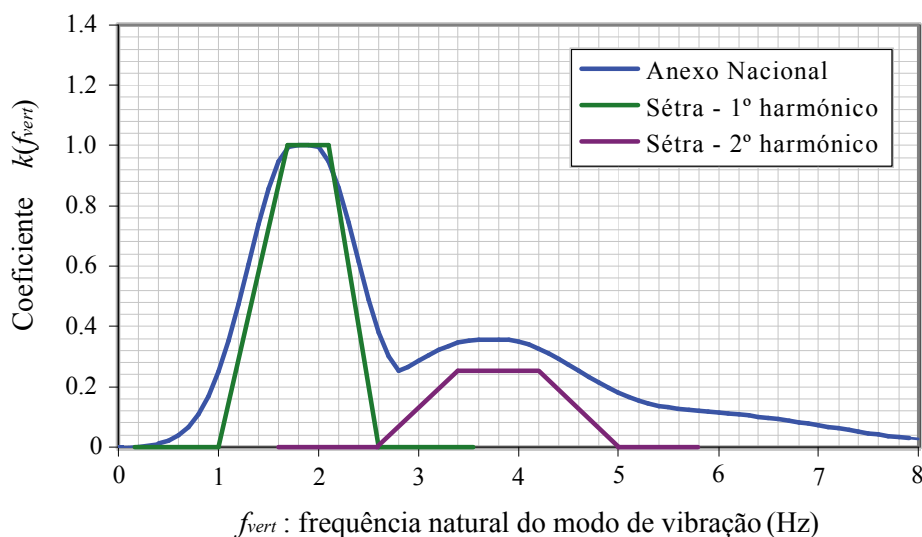


Figura 4.15 – Comparação entre o coeficiente $k(f_{\text{vert}})$ do Anexo Nacional Britânico, e os coef. ψ de redução da amplitude do primeiro e do segundo harmónico indicados pelo Sétra

4.4. ACÇÕES DE VANDALISMO E EVENTOS EXCEPCIONAIS

À excepção de um caso do início do século XIX referido por Zivanovic [5], não se conhecem exemplos de pontes com danos relevantes devido a acções de vandalismo. Talvez por este motivo, o assunto tem sido pouco estudado e as recomendações de projecto são limitadas.

A situação mais comum de excitação intencional ou vandalismo, diz respeito a pequenos grupos de peões aos saltos numa secção do tabuleiro onde as oscilações mais se fazem sentir. O salto rítmico resulta numa elevada força de excitação aplicada individualmente por cada peão. No entanto, a dificuldade de sincronizar a frequência do movimento com a resposta da ponte ou com os outros elementos do grupo, faz com que o tempo de duração da sua aplicação em ressonância seja usualmente limitado. Para além disso, à medida que a amplitude das oscilações aumenta torna-se mais difícil manter a regularidade do contacto dos pés com o pavimento.

Um outro tipo de movimento que produz resultados semelhantes ao salto é o abaixamento. Este movimento é caracterizado por uma oscilação vertical do corpo por flexão dos joelhos, mantendo os pés fixos sobre o pavimento. Neste caso, é mais fácil sincronizar o movimento com a frequência natural da ponte e com os elementos do grupo, resultando numa acção dinâmica mais elevada [1]. Como as pessoas têm maior controlo rítmico é possível manter a acção por um período de tempo consideravelmente mais longo.

Nem todas as situações susceptíveis de pôr em causa a segurança da estrutura são intencionais. De uma forma geral, um fluxo de peões de grande densidade, pode ser condicionante, em particular se o ritmo da marcha for imposto por música ou por outro tipo de marcação. São exemplo concreto desse tipo de situações, grandes manifestações, procissões, ou maratonas.

Os modelos de carga a seguir indicados destinam-se a garantir que as situações de projecto acima referidas, não são susceptíveis de provocar danos irreversíveis na estrutura. Neste sentido, a verificação de segurança deverá realizar-se através de uma combinação accidental em Estado Limite Último, de acordo com os princípios indicados nas secções 2.1.2 e 2.3.1.

i) Modelo do Sétra

Para simular situações de vandalismo ou de uma grande manifestação, o Sétra [8] especifica a realização de uma combinação accidental considerando um caso de carga semelhante ao *CI* indicado no Quadro 4.3, com as seguintes modificações:

- A densidade pedonal d deverá tomar-se igual a 1.0 P/m^2 , independentemente da classe da ponte.

- O coeficiente de redução da amplitude do primeiro harmónico passa a unitário, independentemente da frequência natural da ponte, $\psi_1 = 1.0$.
- O efeito individual dos peões é combinado directamente, admitindo que a taxa de sincronização é 100%, $\lambda = 1.0$. Esta hipótese é extremamente pessimista, porque admite uma perfeita coordenação de toda a multidão que apenas poderá ocorrer em situações limite decorrentes de circunstâncias muito excepcionais, como por exemplo, procissões, corridas, ou em situações de *lock-in*.
- Para além das cargas permanentes, deverá considerar-se o efeito da carga estática da multidão.

Importa referir que este caso de carga se destina apenas à verificação de segurança da estrutura, e que, na eventualidade de acelerações muito elevadas, não é garantida a segurança individual dos peões.

Se o caso de carga for muito condicionante, e a aceleração muito elevada, poderá considerar-se uma redução dos esforços resultantes tendo em conta que a partir de 5 a 10 m/s² se torna impossível caminhar.

ii) Modelos do SYNPEX

De modo a caracterizar a excitação intencional por peões individuais e em grupo, no âmbito do projecto SYNPEX [1] procedeu-se à caracterização experimental da resposta devido a este tipo de acções em quatro pontes pedonais. Em todos os casos, a acção foi aplicada em condições óptimas. A frequência natural da ponte foi medida antes do ensaio e a frequência de excitação foi marcada com um metrónomo. A acção dos peões em ressonância foi aplicada no ponto mais desfavorável do tabuleiro, para obter os maiores efeitos possíveis.

A análise dos resultados experimentais permitiu desenvolver modelos de carga simplificados para a excitação intencional na direcção vertical e lateral. Os modelos propostos incluem o efeito de sincronização entre os elementos do grupo e a ponte, e também os factores de impacto associados a diferentes tipos de excitação. De modo a facilitar a sua aplicação, os autores calibraram os modelos para o coeficiente de amortecimento que é utilizado em serviço, para vibrações de pequena amplitude. Assim, o conhecimento ou a medição do amortecimento para vibrações de grande amplitude deixa de ser necessário.

Os modelos propostos consistem numa força harmónica pontual, fixa na secção de maior amplitude modal, representando um grupo de pessoas a excitar a ponte em ressonância. Tanto para a direcção vertical como para a direcção lateral, o SYNPEX preconiza a consideração de um grupo composto por três peões, $n = 3$.

Na direcção vertical a força harmónica pontual característica em Newton, é dada por,

$$F_{k,vert}(t) = (750 + 400n) \sin(2\pi f_n t) \quad (4.14)$$

em que, n representa o número de peões do grupo perfeitamente sincronizados, e f_n a frequência natural do modo de vibração em análise.

Na direcção horizontal a força harmónica pontual característica em Newton, é dada por,

$$F_{k,lat}(t) = (1150 + 400n) \sin(2\pi f_n t) \quad (4.15)$$

No relatório final do projecto do Synpex, os autores referem que os resultados experimentais apresentam uma elevada dispersão. Por esse motivo, a acção na direcção horizontal é superior à direcção vertical. Como de acordo com o Eurocódigo [15] os valores característicos correspondem ao quantil 95%, a acção é substancialmente agravada em relação aos valores medidos, podendo inclusivamente tornar-se demasiado condicionante [1].

O reduzido número de dados experimentais associado a uma distribuição estatística com elevada dispersão, levou a que estes modelos não fossem incluídos nas recomendações de projecto do Synpex.

4.5. REFERÊNCIAS

1. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX)*. 2006: European Commission.
 2. Cunha, A. *The role of dynamic testing in design, construction and long-term monitoring of lively footbridges*. in *Footbridge 2008 - Third international conference - Worldwide experience workshop*. 2008. Porto.
 3. Bachmann, H. *"Lively" footbridges - a real challenge*. in *Footbridge 2002 - Proceedings of the first international conference on design and dynamic behaviour of footbridges*. 2002. Paris.
 4. Hugo Bachmann, W.A., *Vibrations in structures - induced by man and machines*. 1987: IABSE.
 5. S. Zivanovic, A.P., P. Reynolds, *Vibration serviceability of footbridges under human induced excitation: a literature review*. Journal of Sound and Vibration, 2005. **279**: p. 1-74.
 6. Brownjohn, J. *Crowd dynamic loading on footbridges*. in *Footbridge 2008 - Third international conference*. 2008. Porto.
 7. Shun-ichi Nakamura, e.a., *Lateral vibration of footbridges by synchronous walking*. Journal of Constructional Steel Research, 2006. **62**: p. 1148-1160.
 8. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines*. 2006: Sétra.
 9. Tony Fitzpatrick, e.a., *Linking London: The Millennium Bridge*. The Royal Academy of Engineering, 2001.
 10. Barker, C. *Footbridge pedestrian vibration limits - Part 1: Pedestrian input*. in *Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference*. 2005. Venice.
 11. Mackenzie, D. *Footbridge pedestrian vibration limits - Part 2: Human sensitivity*. in *Footbridge 2005 - Second international conference*. 2005. Venice.
 12. Barker, C. *Footbridge pedestrian vibration limits - Part 3: Background to response calculation*. in *Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference*. 2005. Venice.
 13. Barker, C. *The dynamic response of pedestrian footbridges - Some background to the development of a revised loading model*. in *Dynamic design of footbridges under pedestrian loading - Footbridge 2005 Workshop*. Venice.
 14. Barker, C. *Calibration of the UK National Annex*. in *Footbridge 2008 - Third International Conference*. 2008. Porto.
-

15. *EN1990, Eurocode - Basis of design*. 2002: European Committee for Standardization CEN.

VIBRAÇÕES LATERAIS E O FENÓMENO DE SINCRONIZAÇÃO

5. Vibrações laterais e o fenómeno de sincronização

5.1. Introdução

5.2. Casos de estudo

5.2.1. Toda Park Bridge em Tóquio

5.2.2. Millennium Bridge em Londres

5.2.3. Passerelle Solferino em Paris

5.2.4. Ponte Pedro e Inês em Coimbra

5.3. Caracterização experimental

5.3.1. Projecto Sypex

5.3.2. Ensaaios de Nakamura

5.4. Critérios de estabilidade

5.4.1. Modelo de Dallard

5.4.2. Modelo de Nakamura

5.4.3. Modelo de Roberts

5.4.4. Modelo de Newland

5.4.5. Modelo de Piccardo

5.4.6. Modelo do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

5.5. Referências

5.1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior caracterizaram-se os fenómenos de sincronização entre os peões de um grupo ou de um fluxo contínuo de peões. Nesse contexto, o termo sincronização é utilizado para descrever a tendência dos peões caminharem com a mesma frequência de passada uns dos outros. Outro fenómeno de diferente natureza, mas que pode ocorrer em simultâneo, é a sincronização do movimento dos peões com a oscilação da estrutura, também denominado *lock-in*, que pode ocorrer, ou não, dependendo do modo de caminhar dos indivíduos e da amplitude das oscilações da estrutura.

Bachmann [1] refere que os peões, caminhando inicialmente na sua passada normal, tendem intuitivamente a ajustar o seu movimento à oscilação do pavimento. Esta observação pode ser explicada à luz das teorias propostas por diversos investigadores da área das ciências da saúde, em que os parâmetros da locomoção humana se obtêm por minimização do gasto total de energia do indivíduo [2, 3]. Este fenómeno de feedback e sincronização torna-se mais pronunciado à medida que a amplitude das vibrações da estrutura aumenta. Reportando-se a ensaios realizados na Suíça, Bachmann refere que vibrações verticais com amplitude superior a 10 ou 20 mm são susceptíveis de alterar a frequência de passada dos peões, levando a que estes se ajustem ao movimento do pavimento. No entanto, para vibrações do tabuleiro na direcção vertical, não são conhecidos casos relevantes onde este fenómeno se tenha verificado. Wilford [4] conclui que a probabilidade de sincronização vertical é baixa, em particular desde que os critérios de conforto correntes para vibrações verticais sejam verificados. Para além disso, e apesar de actualmente a sua contribuição não estar devidamente quantificada, é frequentemente reconhecido [5] que os peões sobre o tabuleiro podem contribuir com um amortecimento adicional, tendendo a reduzir a amplitude das vibrações verticais. Convém no entanto sublinhar, que nos casos em que existe o risco de sincronização com as vibrações na direcção horizontal, essa contribuição nunca poderá ser utilizada.

Para o mesmo nível de vibrações, a sincronização dos peões com o movimento do tabuleiro, é muito mais provável na direcção horizontal, do que na direcção vertical. As vibrações verticais são absorvidas pelas pernas e articulações que, para além de terem amortecimento, podem compensar o movimento de modo a que o centro de gravidade seja pouco afectado pelas vibrações. Em caminhada, o centro de gravidade apresenta oscilações na direcção vertical, e também na horizontal, ver *Figura 5.1*. Quando um indivíduo caminha sobre uma ponte com vibrações laterais, tende a compensar o movimento adicional do seu centro de gravidade oscilando na direcção oposta ao deslocamento do tabuleiro, de modo manter o equilíbrio. Esta alteração do movimento é acompanhada por um ajustamento da frequência de passada e da forma de caminhar, levando a um incremento da distância entre os pontos de contacto dos pés com o pavimento na direcção lateral. A frequência de passada tende a ser dupla da

frequência de vibração da ponte, de modo a que a oscilação lateral do corpo seja oposta ao movimento do tabuleiro.

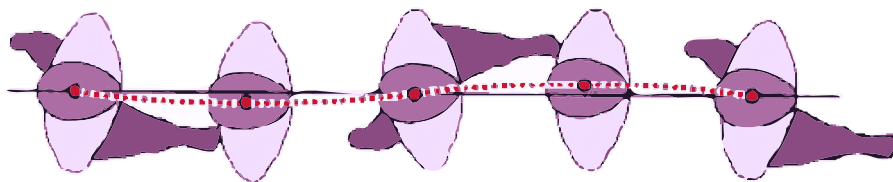


Figura 5.1 – Oscilação lateral do centro de gravidade de um peão em andamento

A oscilação ritmada do corpo em frequência com a vibração da ponte significa que a acção é induzida em ressonância. Em adição, o alargamento da passada na direcção lateral implica um aumento das forças laterais exercidas sobre o pavimento. Assim, se uma ponte vibrar ligeiramente na direcção lateral, e isso levar a que alguns os peões ajustem a sua marcha a essas oscilações, a amplitude das vibrações do tabuleiro vai aumentado em dependência do amortecimento da estrutura. À medida que cresce a amplitude de oscilação do pavimento, mais peões se vão sincronizando, num efeito em cadeia que resulta em instabilidade dinâmica da estrutura. Nestas circunstâncias, só uma redução do número de peões, ou a interrupção do seu movimento, pode deter o problema.

5.2. CASOS DE ESTUDO

5.2.1. Toda Park Bridge em Tóquio

Tipicamente, os problemas de vibrações laterais por ressonância estão associados a pontes que possuem modos de vibração lateral com frequência natural próxima de 1.0 Hz, que é a frequência predominante do primeiro harmónico da acção lateral, ver *Figura 3.13*.

Na literatura, um dos primeiros exemplos deste tipo foi descrito por Fujino [6] reportando-se à previamente referida Toda Park Bridge em Tóquio, ver *Figura 4.4*. A ponte constituía a única ligação entre um estádio e um terminal de autocarros. Durante dez a quinze minutos após o final dos eventos no estádio, a ponte era atravessada por grandes densidades de peões estimadas entre 1.0 e 1.5 P/m², a caminho do terminal. Nessas situações, após cerca de dois minutos da ponte ficar preenchida, observava-se que o tabuleiro começava a vibrar na direcção lateral, até atingir uma amplitude entre 8 e 10 mm. Este nível de vibração mantinha-se até que o número de peões diminuísse. Na sequência de medições dinâmicas na ponte, concluiu-se que as vibrações apresentavam uma frequência de 0.93 Hz, coincidindo

precisamente com a frequência do primeiro modo lateral. Por comparação da resposta lateral com a análise detalhada do movimento da cabeça dos peões observado em gravações de vídeo da multidão, concluiu-se que 20% estavam perfeitamente sincronizados. Fujino considerou que as forças horizontais produzidas pelos restantes elementos da multidão se anulavam devido às diferentes fases, e refere que admitindo esta taxa de sincronização no cálculo da resposta se obtém aproximadamente a amplitude medida na ponte [6]. É interessante verificar que, segundo o relato dos autores, após os dois minutos iniciais, e até o número de peões diminuir, a amplitude das vibrações se mantinha constante ao longo do tempo de observação. Poderão existir diversas explicações para que a taxa de sincronização dos peões não aumentasse progressivamente. A mais plausível parece ser a reduzida amplitude de vibração, associada uma duração limitada do atravessamento.

Considerando a distribuição de probabilidade das frequências de passada da *Figura 3.3*, pode-se concluir que 95% dos peões se deslocam com frequências de passada entre 1.3 e 2.4 Hz. Dado que o período da acção horizontal é duplo da acção vertical, a frequência da acção horizontal estará situada entre 0.6 e 1.2 Hz. Por consequência, pontes com modos laterais nesta banda de frequências e baixo amortecimento, são excitáveis por ressonância directa – é exemplo disso a Toda Park Bridge referida acima. Dependendo da amplitude das vibrações, numa fase seguinte pode também ocorrer um fenómeno de interacção dinâmica, denominado *lock-in*, em que a correlação dos peões aumenta progressivamente, amplificando os efeitos da acção lateral, como se verificou no exemplo que a seguir se apresenta.

5.2.2. Millennium Bridge em Londres

No dia de inauguração da Millennium Bridge em Londres, verificaram-se vibrações laterais com amplitudes de deslocamento que atingiram cerca de 70 mm e acelerações máximas que se estimam entre 2.0 e 2.5 m/s² [7]. As vibrações observadas apresentavam frequências e configurações correspondentes aproximadamente ao primeiro modo de vibração do vão do lado sul, com 0.80 Hz de frequência natural, e ao primeiro e segundo modos do vão central, com frequências naturais 0.48 Hz e de 0.95 Hz. As oscilações não eram constantes. Ocorriam quando um grande número de pessoas se encontrava no tabuleiro, e reduziam-se à medida que a densidade de peões diminuía, ou assim que paravam de caminhar. Quando as acelerações eram mais elevadas, um número significativo de peões começava a ter dificuldades em caminhar, e procurava o apoio do corrimão para manter o equilíbrio. Por outro lado, na direcção vertical as acelerações encontravam-se dentro dos limites normativos.



Figura 5.2 – Vista geral da Millennium Bridge em Londres

Após os acontecimentos do fim-de-semana da inauguração, a ponte foi encerrada de modo a investigar a causa de tais oscilações e a desenvolver uma solução que as minimizasse. Os ensaios dinâmicos realizados após o encerramento da ponte comprovaram que admitindo uma tolerância de 10%, as propriedades modais estavam de acordo com os modelos desenvolvidos na fase de projecto [8]. Isto significava que as vibrações se deviam a forças exteriores não previstas, nomeadamente à acção lateral induzida pelos peões. Os coeficientes de amortecimento medidos entre 0.6 e 0.8%, eram ligeiramente superiores ao valor mais conservativo de 0.5% que foi considerado em projecto.

Analisando os vídeos do dia da inauguração, Fitzpatrick [7] observa que após a oscilação se tornar perceptível, caminhar em sincronização com o movimento do tabuleiro torna-se mais confortável, aumenta a previsibilidade da interacção do peão com a ponte, e ajuda a manter o equilíbrio. Esse comportamento instintivo assegura que a acção é aplicada em ressonância e em fase, ampliando progressivamente o movimento do tabuleiro. Ao mesmo tempo, à medida que a amplitude da oscilação aumenta, cresce a força lateral aplicada por cada peão, e o grau de correlação entre indivíduos.

Paralelamente, e de modo a melhor compreender os fenómenos de interacção peão – estrutura e a natureza da sincronização, desenvolveram-se vários ensaios na Universidade de Southampton e no Imperial College. A *Figura 5.3* resume alguns dos resultados obtidos com um peão em caminhada sobre uma plataforma com vibrações laterais à frequência de 0.75 e 0.95 Hz. A força lateral exercida sobre o pavimento parece insensível à frequência de oscilação, e variando a amplitude do movimento entre 0 e 30 mm, passa de 0.04 para 0.10 do peso do indivíduo. A probabilidade de sincronização varia entre 30 e 50% para 5 mm de amplitude da oscilação lateral, e entre 70 e 80% para cerca 30 mm, conforme a frequência de oscilação. Estes resultados foram medidos à passagem individual de diversos peões em

caminhada normal sobre a plataforma, sem qualquer instrução para afinar a frequência de passada com o movimento da plataforma.

A análise do comportamento dos peões em caminhada sobre um piso com oscilações laterais, permitiu observar que existe a tendência de apoiar o pé esquerdo quando a plataforma apresenta o deslocamento máximo para a direita, e de apoiar o pé direito quando a plataforma apresenta a amplitude máxima para a esquerda. Neste sentido, pode-se concluir que o movimento do corpo está em fase com a oscilação do tabuleiro, o que constitui uma situação mais desfavorável.

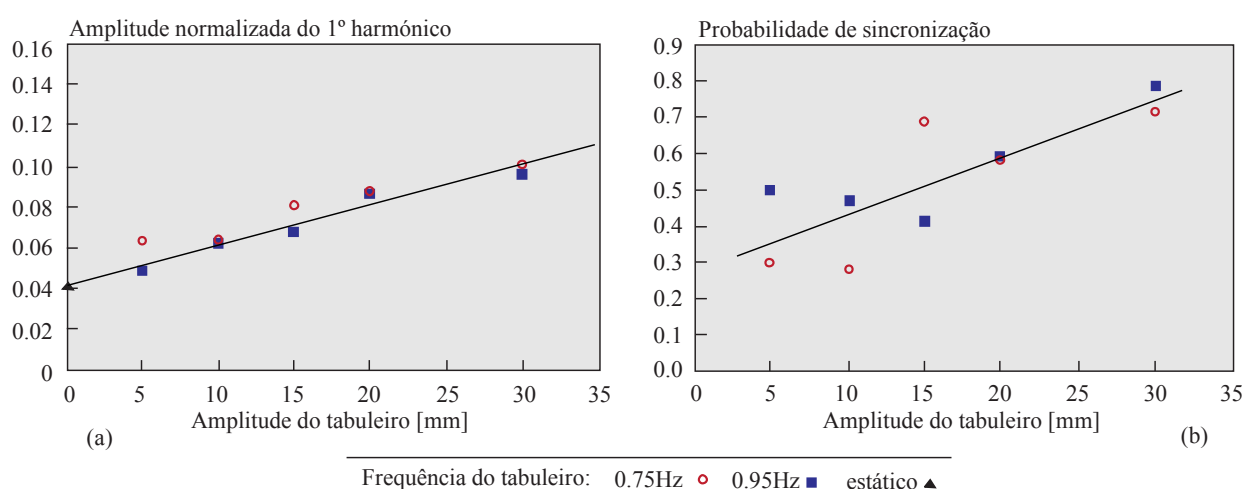


Figura 5.3 – Ensaio do Imperial College: (a) Amplitude normalizada do 1º harmónico da acção lateral, e (b) probabilidade de sincronização em função da amplitude da oscilação do tabuleiro [8]

Para além dos ensaios em laboratório, muitos testes foram realizados na própria ponte. Aumentando gradualmente o número de pessoas de um grupo circulando em circuito sobre o vão norte, e registando a resposta lateral da ponte, observa-se que o fenómeno da sincronização é altamente não-linear. A resposta dinâmica da ponte manteve-se estável até que um número crítico de pessoas circulava sobre a ponte [9]. A partir desse momento, as pessoas sincronizaram o seu movimento com a oscilação da ponte, resultando num rápido incremento da amplitude das vibrações, ver *Figura 5.4*. A observação deste comportamento, levou ao desenvolvimento de uma metodologia de verificação consistindo no cálculo do número de peões a partir do qual o *lock-in* ocorre, que se apresenta mais à frente nesta secção.

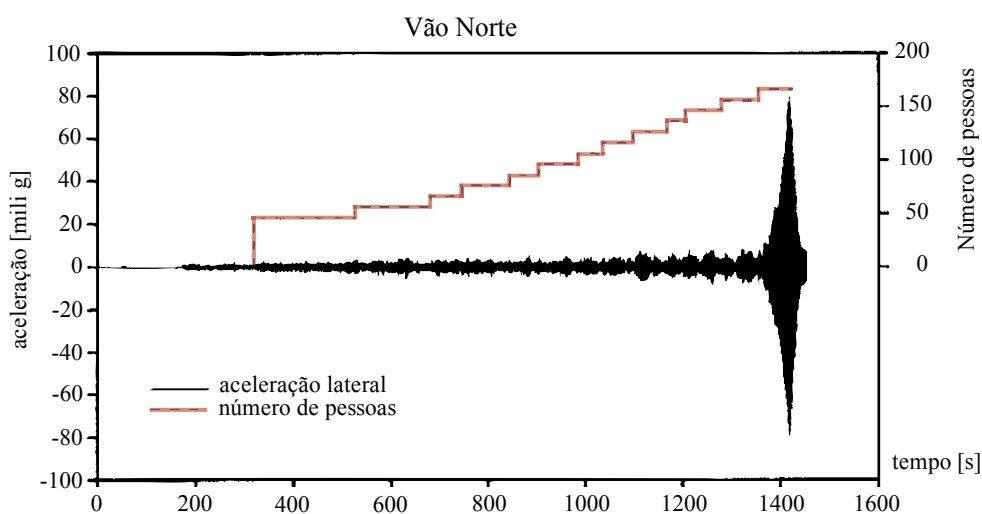


Figura 5.4 – Ensaio na Millennium Bridge: relação da aceleração lateral do tabuleiro com número de peões [9]

5.2.3. Passerelle Solferino em Paris

Fenómenos de idêntica natureza foram também referidos na Passerelle Solferino, cuja vista geral se apresenta na Figura 5.5. Comparando com a Millennium Bridge, a informação sobre a Passerelle Solferino é escassa, no entanto, o guia do Sétra [10] e um artigo de Danbon [11], escrito na sequência de ensaios realizados após a instalação dos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs), indicam os principais dados.



Figura 5.5 – Vista geral da Passerelle Solferino em Paris

O primeiro modo de vibração da ponte é lateral, e originalmente apresentava uma frequência natural de 0.81 Hz, e um coeficiente de amortecimento de 0.38%. Após a instalação dos TMDs,

a frequência natural do primeiro modo baixou para 0.71 Hz. Os restantes modos de vibração são verticais e de torção. Em ensaios controlados com peões em caminhada e os TMDs bloqueados, Danbon refere que o início da sincronização ocorreu com cerca de 140 pessoas, após a aceleração lateral do tabuleiro exceder 0.1 m/s^2 . Numa só passagem com cerca de 230 pessoas atingiu-se uma aceleração máxima de 1.0 m/s^2 . Durante os ensaios observou-se que o *lock-in* era mais facilmente atingido em andamento lento, com uma frequência de passada dos peões ligeiramente inferior à frequência de ressonância, do que quando a frequência de passada era superior.

Posteriormente, realizaram-se vários estudos paramétricos com modelos numéricos não-lineares, simulando um número de peões crescente de acordo com as condições dos ensaios na ponte, e variando a taxa de sincronização dos peões em função da amplitude local do movimento do tabuleiro na posição de cada peão. Danbon concluiu que admitindo uma taxa de sincronização dos peões de 5% para amplitudes de vibração do tabuleiro inferiores a 1 mm, de 50% para amplitudes superiores a 5 mm, e valores interpolados para amplitudes intermédias, conseguia reproduzir aproximadamente a resposta registada nos ensaios. Segundo o autor, a velocidade de andamento tem um efeito significativo, obtendo-se as acelerações máximas para velocidades lentas, inferiores a 1.5 m/s.

Dos ensaios com fluxos de peões na ponte concluiu-se que, mesmo adoptando frequências de passada de modo a induzir ressonância, o *lock-in* parece não ocorrer para modos de vibração com componente modal simultaneamente na direcção vertical e horizontal, por exemplo modos de torção. À medida que as vibrações na direcção vertical aumentam, o andamento dos peões é perturbado, tornando mais desfavoráveis as condições que levam à sincronização.

A caracterização da sincronização dos peões com o modo de vibração lateral na Passerelle Solferino, e num âmbito mais alargado, o estudo das acções dinâmicas relativas a fluxos de peões, foram objecto de extensa investigação pelo Sétra, resultando posteriormente na metodologia de avaliação dinâmica [10] que se tem vindo a descrever. Os ensaios dinâmicos com fluxos de peões na ponte, e também numa plataforma em laboratório, demonstraram que o *lock-in* ocorria invariavelmente a partir do momento em que a aceleração lateral atingia um determinado valor limite, estimado em 0.15 m/s^2 . Assim, ao contrário da abordagem preconizada pela Arup, consistindo num número crítico de peões a partir do qual a sincronização ocorre, o Sétra propôs a adopção de um valor limite da aceleração lateral fixado em 0.1 m/s^2 para efeitos de projecto. Este limite corresponde a uma amplitude de vibração de aproximadamente 5 mm à frequência de oscilação do tabuleiro de 0.7 Hz, e a uma amplitude de cerca de 2.5 mm quando a frequência é de 1.0 Hz.

5.2.4. Ponte Pedro e Inês em Coimbra

A construção da Ponte Pedro e Inês em Coimbra foi acompanhada pelo autor, na qualidade de director técnico da Socometal [12] e coordenador da equipa de apoio técnico à direcção de obra do consórcio empreiteiro, das empresas Soares da Costa [13] / Socometal. Na *Figura 5.6* apresenta-se uma vista geral da ponte após o final da construção.

Os estudos dinâmicos da ponte foram realizados pelo VIBEST/FEUP [14], tendo-se desenvolvido uma extensa campanha numérica e experimental com vista à caracterização da estrutura e do seu comportamento à acção pedonal [15-17]. O primeiro modo de vibração é lateral, com uma frequência natural de 0.91 Hz e um coeficiente de amortecimento de 0.58%. O segundo modo de vibração, com 1.54 Hz de frequência natural, apresenta componentes modais simultaneamente na direcção vertical e transversal. O terceiro e quarto modos de vibração são verticais e apresentam frequências naturais de 1.88 e 1.95 Hz. A existência de numerosos modos de vibração com frequências naturais localizadas nas bandas de médio ou elevado risco de ressonância da acção pedonal na direcção lateral e vertical, indicava que a ponte era especialmente sensível à acção pedonal, e que uma caracterização rigorosa do seu comportamento dinâmico seria essencial.



Figura 5.6 – Vista geral da Ponte Pedro e Inês em Coimbra

Face à existência de um modo horizontal crítico para o efeito de *lock-in* e aos anteriores incidentes nas pontes pedonais de Londres e Paris, decidiu-se realizar ensaios com peões previamente à inauguração da ponte. De modo a caracterizar experimentalmente o comportamento lateral da ponte e a avaliar o efeito da sincronização, registou-se a resposta dinâmica à passagem de um fluxo contínuo de peões em caminhada, de densidade crescente. Os peões caminharam livremente, sem qualquer marcação de ritmo, num percurso em circuito fechado entre as extremidades dos dois triângulos formados pelo arco e tabuleiro. O número de peões foi variando gradualmente até se atingir um número máximo de 145

indivíduos, altura em que se registou uma aceleração máxima de 1.2 m/s^2 na secção de meio vão. Na *Figura 5.7* representa-se a variação da aceleração máxima do tabuleiro na direcção lateral, com o número de peões na ponte. Pode observar-se que a relação não é linear, exibindo uma variação brusca quando o número de peões no tabuleiro atinge cerca de 75. Os resultados experimentais confirmaram as previsões iniciais, e o modo de vibração horizontal foi controlado através da instalação de seis amortecedores de massas sintonizadas colocados na zona central do vão.

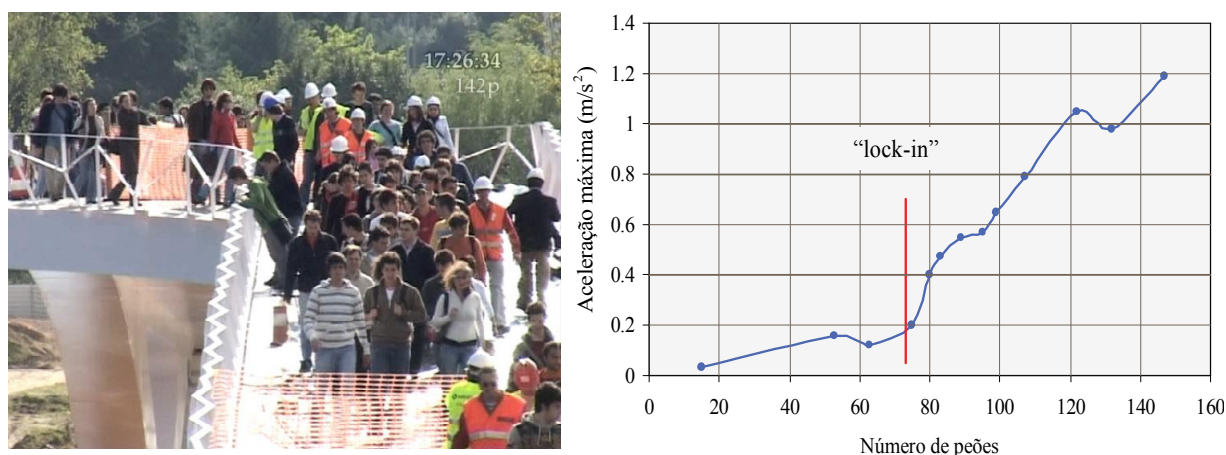


Figura 5.7 – Relação entre o número de peões e a aceleração máxima do tabuleiro na direcção lateral, na Ponte Pedro e Inês em Coimbra [17]

Importa também referir que, para além dos mecanismos de ressonância directa e de interacção dinâmica observados nos anteriores casos de estudo, as vibrações na direcção lateral se podem explicar por fenómenos de ressonância interna, em pontes cuja não-linearidade estrutural dá origem a fenómenos de interacção e ressonância entre diferentes modos de vibração da própria ponte. Este caso ocorre quando a ponte é caracterizada por um rácio de 2:1 entre as frequências dos modos verticais e horizontais, e as frequências dos modos verticais se situam nas bandas de frequências em que o risco de ressonância é mais elevado.

5.3. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

5.3.1. Projecto SYNPEX

Uma das vertentes do programa experimental desenvolvido no âmbito do projecto SYNPEX [18] consistiu na caracterização da acção pedonal num pavimento com oscilações laterais. Na secção 3.2 apresentou-se uma breve descrição das condições de ensaio.

A susceptibilidade de sincronização dos peões com o movimento lateral do pavimento foi avaliada exaustivamente para combinações de amplitude de oscilação da plataforma de 3, 5, 7, 10 e 14 mm, e frequências de 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 e 1.5 Hz. A sincronização pode ocorrer quando o impulso aplicado associado às passadas é positivo, significando que a força lateral exercida sobre o pavimento tem o mesmo sinal da velocidade de oscilação, e que a força é aplicada no sentido do deslocamento do tabuleiro. A *Figura 5.8* ilustra esquematicamente o mecanismo da sincronização em função da vibração do tabuleiro e da passada do peão. Na *Figura 5.9* representam-se os impulsos exercidos pelo pé direito para caminhada aleatória e sincronizada.

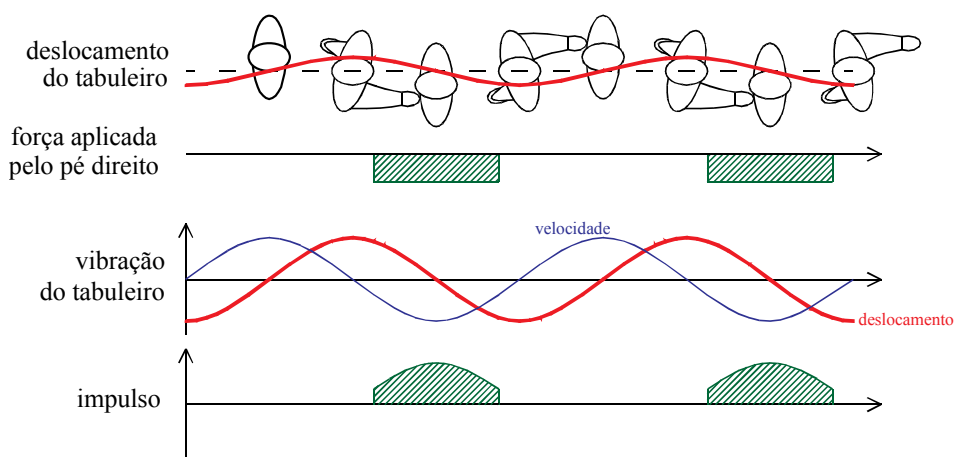


Figura 5.8 – Descrição esquemática da caminhada sincronizada [18]

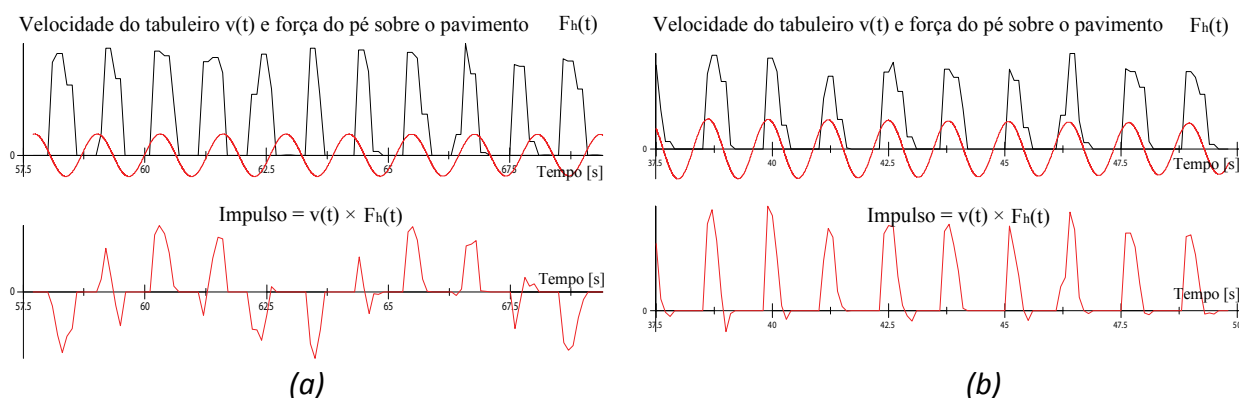


Figura 5.9 – Velocidade do tabuleiro, contacto do pé direito com o pavimento e impulsos para (a) caminhada aleatória, (b) caminhada sincronizada [18]

Os ensaios foram realizados à passagem de um peão de cada vez sobre a plataforma, tendo-se obtido as seguintes principais conclusões:

- Os peões em andamento rápido raramente são afectados pelas vibrações do pavimento: como a velocidade é alta e o contacto dos pés com o pavimento é breve, a estabilidade é menos afectada do que em caminhada normal ou lenta.
- Em alguns casos, quando a amplitude das vibrações é superior a 20 mm, o peão desvia-se lateralmente da sua trajectória inicial.
- Para as frequências de vibração da plataforma de 0.6 e 1.5 Hz, não há sincronização dos peões.
- Para a frequência de vibração da plataforma de 1.2 Hz, em 85% dos casos não há sincronização dos peões.
- Quando a velocidade de andamento é rápida e a plataforma vibra com 0.8 Hz de frequência, ou quando a velocidade de andamento é lenta e a plataforma vibra com 1.0 Hz de frequência, nenhum peão caminha sincronizado.
- As condições mais favoráveis à ocorrência de sincronização verificam-se para a frequência de vibração da plataforma de 0.8 Hz, quando os peões se deslocam em caminhada normal ou lenta, com frequências de passada entre 1.4 e 1.7 Hz.
- Para 1.0 Hz de frequência de vibração da plataforma, os peões em caminhada normal ou rápida, com frequências de passada entre 1.8 e 2.2 Hz, tendem a sincronizar o seu movimento com a oscilação da plataforma.

Baseando-se nestes resultados, os autores do SYNPEX concluem que os peões caminhando individualmente com uma frequência de passada $f_p = 2 f_{lat} \pm 0.2$ Hz num pavimento com frequência de oscilação f_{lat} , tendem a sincronizar o seu movimento com a vibração da estrutura. Confirmou-se a observação de que o *lock-in* era mais facilmente atingido com uma frequência de passada dos peões ligeiramente inferior à frequência de ressonância. No entanto, devido às dificuldades práticas associadas a pequenas amplitudes de oscilação e ao comprimento limitado da plataforma, não foi possível identificar o limite de aceleração para accionamento do *lock-in*, proposto pelo Sétra entre 0.10 e 0.15 m/s².

Com base nas medições registadas nas células de carga colocadas no pavimento, para a situação em que a plataforma está fixa lateralmente, o SYNPEX estabeleceu um coeficiente de força dinâmica da acção lateral de 0.043, previamente referido na secção 3.2. Os ensaios realizados com vibrações da plataforma comprovaram que, nos casos em que a sincronização ocorre, a acção lateral é incrementada significativamente. Nas suas simulações não lineares com modelos passo a passo, o SYNPEX adoptou coeficientes de força dinâmica da acção lateral de 0.055 ou 0.075, conforme a aceleração lateral for inferior ou exceder o valor de 0.5 m/s².

5.3.2. Ensaios de Nakamura

Nakamura [19] desenvolveu um conjunto de ensaios com peões sobre uma mesa sísmica, na qual se induziram oscilações laterais com frequências de 0.75, 0.87, 1.0 e 1.25 Hz, e amplitudes entre 10 e 70 mm. Os ensaios foram realizados com um peão de cada vez, simulando passadas em caminhada, mas mantendo-se sempre na mesma posição sobre a mesa, ver *Figura 5.10*. Em geral, a força lateral induzida pelos peões aumenta com a frequência. À frequência da mesa de 1.0 Hz a taxa de sincronização foi em média de 50%, e a força lateral normalizada ao peso do peão variou entre 0.10 e 0.16, respectivamente, para amplitudes de 10 e 70 mm. 20% dos peões sincronizaram o seu movimento com a oscilação da mesa à frequência de 0.87 Hz para todas as amplitudes. Nas restantes frequências da mesa, a taxa de sincronização foi nula. No entanto, como os ensaios foram realizados em condições pouco realistas e apenas com cinco peões, não podem ser considerados estatisticamente representativos.



Figura 5.10 – Peão em movimento sobre a mesa sísmica de Nakamura [19]

5.4. CRITÉRIOS DE ESTABILIDADE

Os resultados obtidos por diversos investigadores em pontes construídas e em laboratório permitem delimitar aproximadamente as condições que potenciam o fenómeno da sincronização, contudo, a ocorrência de vibrações laterais excessivas depende das reais propriedades da estrutura. Seguidamente apresentam-se os modelos de verificação propostos por variados autores.

5.4.1. Modelo de Dallard

No ano de 2000, quando a Millennium Bridge foi inaugurada, e se verificou existirem vibrações laterais excessivas, já havia relatos anteriores deste fenómeno, no entanto nenhum desses autores quantificou a força exercida pelos peões, ou estabeleceu alguma relação entre a força exercida e o movimento do tabuleiro. Todavia, a observação dos resultados experimentais recolhidos na ponte, ver *Figura 5.11*, permitiu tirar conclusões e formular uma teoria.

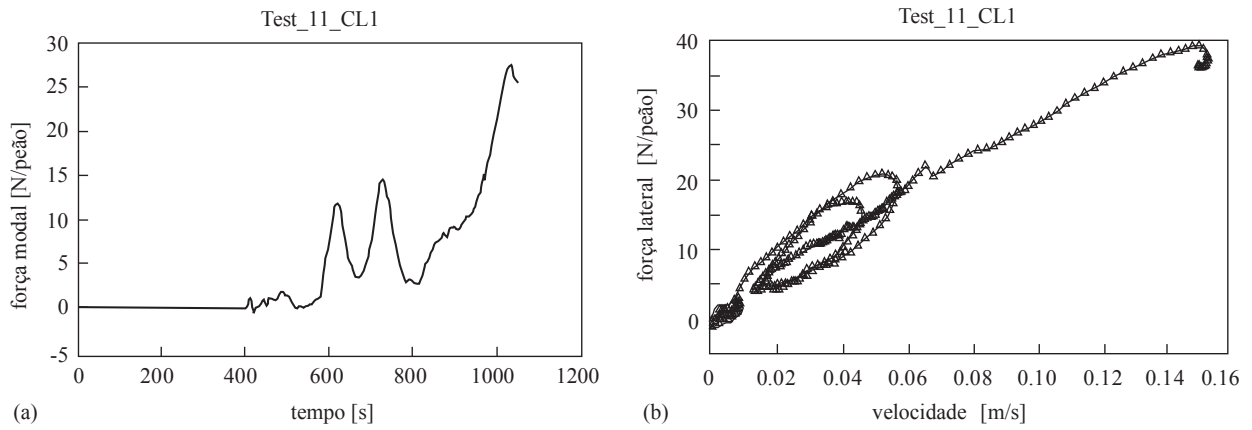


Figura 5.11 – Medições na Millennium Bridge: (a) força modal exercida por cada peão na direcção lateral, (b) relação entre a velocidade no tabuleiro e a força lateral de cada peão [8]

Baseando-se nos resultados da *Figura 5.11b*, Dallard concluiu que a força dinâmica F_p exercida por cada peão, depois de sincronizar o seu movimento com a oscilação da estrutura, é proporcional à velocidade lateral local do tabuleiro $\dot{u}(s, t)$:

$$F_p(s, t) = k \dot{u}(s, t) \quad (5.1)$$

onde k é uma constante a calibrar experimentalmente. A contribuição de cada peão para a força modal é dada por $\Phi_i(s) F_p(s, t)$, em que $\Phi_i(s)$ representa a deformada modal normalizada à unidade do modo de vibração i , na secção s . Considerando que a velocidade local está relacionada com a velocidade modal através da relação $\dot{u}(s, t) = \Phi_i(s) \dot{u}(t)$, pode-se concluir que a contribuição de cada peão para a força modal é dada por,

$$\Phi_i(s) F_p(s, t) = \Phi_i(s) k \dot{u}(s, t) = \Phi_i^2(s) k \dot{u}(t) \quad (5.2)$$

Deste modo, a excitação modal produzida por n peões uniformemente distribuídos ao longo do tabuleiro obtém-se somando a contribuição de cada peão:

$$p_{lat}(t) = \sum_{j=1}^n \left(\Phi_i^2(s_j) k \dot{u}(t) \right) = \frac{n k \dot{u}(t)}{L} \int_0^L \Phi_i^2(s) ds \quad (5.3)$$

Por outro lado, considerando que o amortecimento é linear e viscoso, a força de amortecimento modal é dada por,

$$f_d(t) = c_i \dot{u}(t) = \xi_i c_{crit} \dot{u}(t) \quad (5.4)$$

que, considerando a expressão do amortecimento crítico $c_{crit} = 2 m_i \omega_i$, e a passagem da frequência circular em rad/s a Hz, $\omega_i = 2 \pi f_i$, se pode reescrever na seguinte forma:

$$f_d(t) = 4 \pi \xi m_i f_i \dot{u}(t) \quad (5.5)$$

Substituindo p_{lat} e f_d na equação do movimento do tabuleiro,

$$m_i \ddot{u}(t) + c_i \dot{u}(t) + k_i u(t) = p_{lat}(t) \quad (5.6)$$

$$m_i \ddot{u}(t) + 4 \pi \xi m_i f_i \dot{u}(t) + k_i u(t) = \frac{n k \dot{u}(t)}{L} \int_0^L \Phi_i^2(s) ds$$

e agrupando os termos em $\dot{u}(t)$,

$$m_i \ddot{u}(t) + \left[4 \pi \xi m_i f_i - \frac{n k}{L} \int_0^L \Phi_i^2(s) ds \right] \dot{u}(t) + k_i u(t) = 0 \quad (5.7)$$

como que se transforma a acção pedonal em “amortecimento negativo”. Para que o sistema seja estável, o amortecimento eficaz deverá ser positivo, ou seja,

$$4 \pi \xi m_i f_i - \frac{n k}{L} \int_0^L \Phi_i^2(s) ds > 0 \quad (5.8)$$

donde resulta,

$$n < \frac{4 \pi \xi m_i f_i}{k} \frac{L}{\int_0^L \Phi_i^2(s) ds} \quad (5.9)$$

representando o número crítico de peões no tabuleiro a partir do qual o sistema se torna instável, ou seja, o *lock-in* ocorre.

De acordo com a análise modal e os ensaios dinâmicos da Millennium Bridge [8], os modos de vibração relevantes eram aproximadamente sinusoidais e podiam ser representados pela função $\Phi(s) = \sin(2 \pi s/L)$. Assim, dado que,

$$\int_0^L \Phi^2(s) ds = \int_0^L \sin^2(2\pi s/L) ds = \frac{L}{2} \quad (5.10)$$

o número crítico de peões no tabuleiro a partir do qual a ponte deixa de ser estável, vem dado por,

$$n_c = \frac{8\pi \xi m_i f_i}{k} \quad (5.11)$$

com a constante $k = 300$ N s/m para frequências entre 0.5 e 1.0 Hz, obtida por retro-análise dos dados recolhidos em ensaios dinâmicos realizados com peões na Millennium Bridge.

A aplicação desta formulação ao caso de outras pontes deverá realizar-se considerando a função $\Phi(s)$ de acordo com a deformada modal do modo de vibração em estudo, e obtendo a constante k por calibração experimental. Importa no entanto referir que após a correcção modal, e utilizando o valor da constante k que foi obtido na Millennium Bridge, a formula estimou correctamente o número crítico de peões na Ponte Pedro e Inês [17] e na Changi Mezzanine Bridge em Singapura [20]. Estes resultados parecem indicar que a calibração experimental da constante k em cada aplicação poderá ser desnecessária, no entanto, esta hipótese terá de ser validada num maior número de casos.

A simplicidade deste modelo é simultaneamente uma vantagem, e também uma limitação. De facto, quando a força de amortecimento é inferior à acção lateral, a resposta da ponte aumenta indefinidamente, afastando-se da realidade. Em resultado da elevada sensibilidade humana às vibrações na direcção lateral, observa-se que os peões reduzem a sua velocidade de andamento, ou interrompem o movimento, quando a resposta assume valores suficientemente elevados. Este comportamento leva a que a acção seja progressivamente reduzida até que as oscilações reduzam a sua amplitude, e a força de amortecimento seja novamente superior. Convém sublinhar que nas situações em que $p_{lat}(t) > f_d(t)$, $p_{lat}(t) \rightarrow \infty$, impedindo a utilização prática deste modelo de carga no cálculo da resposta porque a solução da equação do movimento não é estável.

5.4.2. Modelo de Nakamura

Baseado nas observações da Toda Park Bridge em Tóquio que exibia oscilações laterais de grande amplitude à passagem de grandes massas de peões, Nakamura propôs um novo modelo de carga da acção lateral [21] que permite ultrapassar a limitação do modelo da Arup para sistemas pouco amortecidos.

Desde que os modos de vibração estejam suficientemente afastados, a vibração lateral induzida pelos peões pode-se descrever através de um sistema de um grau de liberdade com as propriedades modais do modo de vibração relevante. A equação do movimento é dada por,

$$m_i \ddot{u}(t) + c_i \dot{u}(t) + k_i u(t) = p_{lat,i}(t) \quad (5.12)$$

em que, $\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$, e $u(t)$ representam respectivamente, a aceleração modal, a velocidade modal, e o deslocamento modal do tabuleiro, e m_i , c_i , e k_i , a massa modal, o amortecimento modal e a rigidez modal relativos ao modo de vibração lateral i em análise. Conhecendo o coeficiente de amortecimento, a rigidez e o amortecimento modal podem-se calcular a partir da massa modal e da frequência natural do modo de vibração, através das seguintes relações,

$$k_i = (2\pi f_i)^2 m_i \quad (5.13)$$

$$c_i = 4\pi \xi_i f_i m_i \quad (5.14)$$

Segundo Nakamura, a força modal aplicada pelos peões é dada por,

$$p_{lat,i}(t) = k_1 k_2 H(\dot{u}(t)) G(f_i) m_{p,i} g \quad (5.15)$$

em que:

- k_1 é a amplitude normalizada do primeiro harmónico da acção horizontal, tomada igual a 0.04 de acordo com Bachmann [1].
- k_2 é a taxa de sincronização dos peões com a vibração lateral da ponte, que depende da frequência das oscilações, e da amplitude do movimento.
- $H(\dot{u}(t))$ é uma função que descreve a evolução da taxa de sincronização dos peões em função da velocidade modal do tabuleiro, que apresenta a forma,

$$H(\dot{u}(t)) = \frac{\dot{u}(t)}{k_3 + |\dot{u}(t)|} \quad (5.16)$$

Para baixas velocidades assume-se que a taxa de sincronização dos peões varia proporcionalmente com a velocidade do tabuleiro. Quando a velocidade do tabuleiro assume valores elevados, os peões reduzem a sua velocidade de andamento, ou interrompem o movimento. Consequentemente, a resposta da ponte é limitada a um determinado nível, no que pode ser descrito como um fenómeno de saturação, traduzido pelo denominador da função. A taxa de saturação depende do coeficiente k_3 , que deverá ser obtido por calibração com resultados experimentais.

- $G(f_i)$ é uma função que descreve a probabilidade de sincronização dos peões com a frequência da ponte. Nakamura propõe que se adopte $G(f_i) = 1.0$ para frequências próximas de 1.0 Hz, e refere a necessidade de realizar mais estudos no sentido de determinar a probabilidade de sincronização numa banda de frequências mais alargada.
- $m_{p,i}$ é a massa modal relativa aos peões, que pode ser calculada por,

$$m_{p,i} = \int_0^L m_p(s) \Phi_i^2(s) ds = \frac{S d G}{g L} \int_0^L \Phi_i^2(s) ds \quad (5.17)$$

em que, $(S d G)/g$ representa a massa total dos peões sobre o tabuleiro com comprimento L e área útil S , d é a densidade de peões, G representa o peso de um peão, e $g = 9.807 \text{ m/s}^2$ é a aceleração da gravidade.

Na *Figura 5.12* apresenta-se a comparação entre o modelo de Dallard e o modelo de Nakamura. Ambos assumem que a força lateral induzida pelos peões é função da velocidade do tabuleiro. No modelo proposto por Dallard a força lateral varia linearmente com a velocidade, enquanto no modelo de Nakamura, a variação é também linear para velocidades baixas, mas à medida que a velocidade aumenta, a taxa de variação da força vai diminuindo.

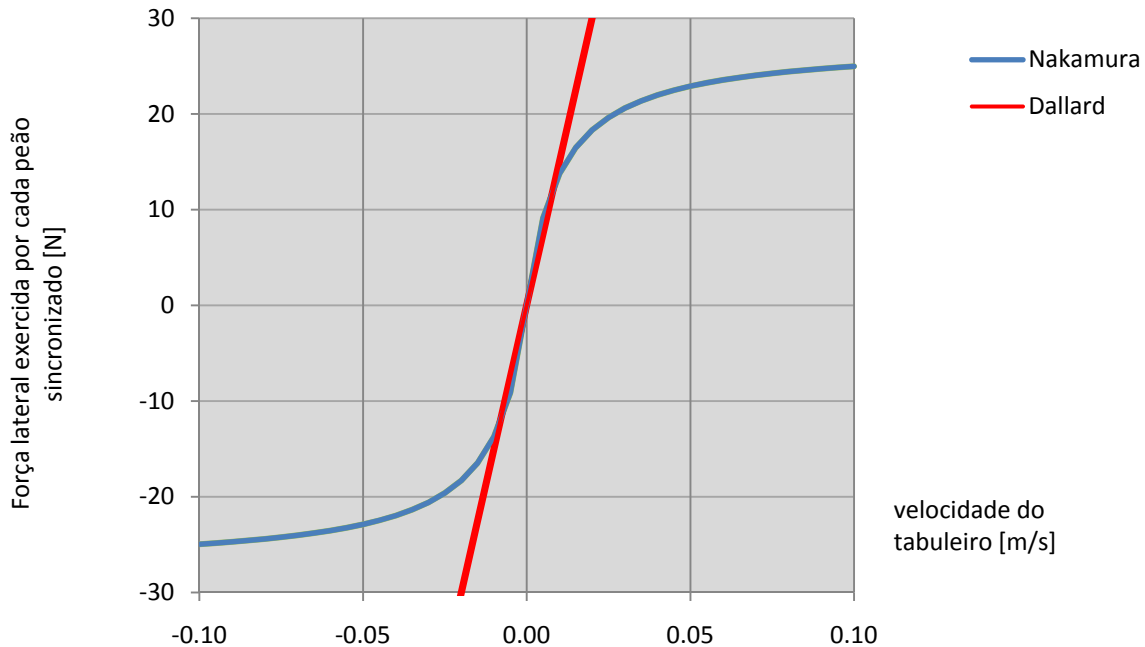


Figura 5.12 – Comparação da força lateral exercida por cada peão sincronizado, segundo os modelos de Dallard e de Nakamura

5.4.3. Modelo de Roberts

O modelo proposto por Roberts [22] baseia-se na solução conjunta das equações do movimento da ponte e dos peões. Ao contrário das anteriores teorias em que a força é definida em função da velocidade, o autor parte do princípio que a força de interacção dos peões está relacionada com a aceleração lateral da ponte. De facto, de uma forma geral, as forças actuantes em corpos em movimento dependem da aceleração, e não da velocidade.

Admitindo n peões de massa média $m_{peão}$, uniformemente distribuídos ao longo do vão de comprimento L , as forças de interacção exercidas pelos peões podem expressar-se por,

$$\frac{n m_{peão}}{L} \ddot{q}(s, t) = -F_p(s, t) \quad (5.18)$$

em que $q(s, t)$ representa o deslocamento lateral dos peões na secção s e no instante t . Considerando uma distribuição uniforme dos ângulos de fase dos peões, e admitindo um intervalo de confiança de 95%, a força lateral é dada por,

$$F_p(s, t) = \frac{\sqrt{2n} m_{peão} q_{peão} (2\pi f_{p,lat})^2}{L} \sin(2\pi f_{p,lat} t) \quad (5.19)$$

em que, $q_{peão}$ é amplitude máxima do deslocamento lateral de um peão, e $f_{p,lat} = f_p/2$ representa a frequência da acção lateral do peão.

Embora o desenvolvimento matemático seja um pouco complexo, a equação final do número crítico de peões a partir do qual a vibração lateral sincronizada pode ocorrer, é bastante simples:

$$n_c = \frac{L(1 + \alpha^2) m_i}{2 \Omega_i^2 Q_i m_{p,i}} \quad (5.20)$$

Nesta equação, $\Omega_i = f_{p,lat}/f_i$ representa a coincidência entre a frequência da acção lateral dos peões e a frequência natural do modo de vibração lateral i , e m_i e m_{pi} representam respectivamente, a massa modal do modo de vibração i , e a massa modal dos peões relativa ao mesmo modo de vibração. Q_i representa o coeficiente de amplificação dinâmica de um sistema de um grau de liberdade, que é dado por,

$$Q_i = \sqrt{\frac{1}{(1 - \Omega_i^2)^2 + (2\xi_i \Omega_i)^2}} \quad (5.21)$$

O coeficiente α representa a percentagem do vão que está carregada. Se os modos de vibração forem sinusoidais, ou seja, $\Phi_i(s) = \sin(i \pi s / L)$, então o comprimento das zonas carregadas é dado por, $\alpha L / i$, como se ilustra na *Figura 5.13*.

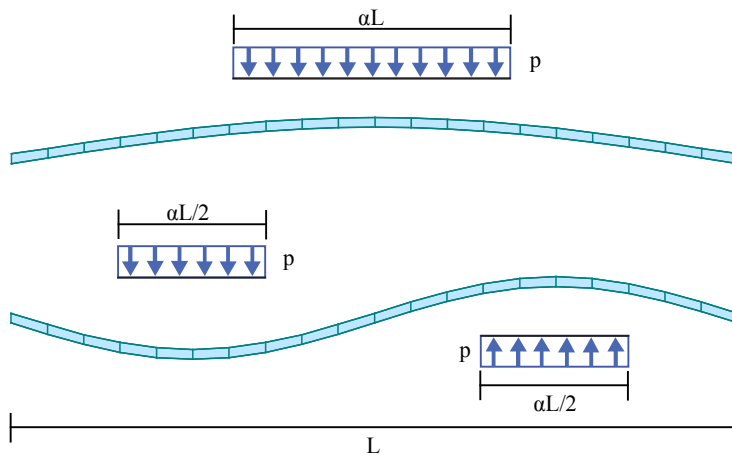


Figura 5.13 – Parâmetro α , e aplicação do carregamento para o primeiro e segundo modos sinusoidais

Para valores baixos do coeficiente de amortecimento, e em particular quando Ω está próximo de 1.0, $(\Omega^2 Q)$ é extremamente sensível a pequenas variações de Ω . Roberts afirma que, na realidade é virtualmente impossível manter um grande grupo de peões com uma frequência de passada precisa, durante um alargado período de tempo. Nesse sentido, na equação 5.20 o autor recomenda a utilização de um valor médio de $(\Omega^2 Q)$ calculado no intervalo $0.8 < \Omega < 1.2$. Esta recomendação, resulta da calibração da teoria com os resultados experimentais do número crítico de peões da Millennium Bridge, ver Figura 5.4.

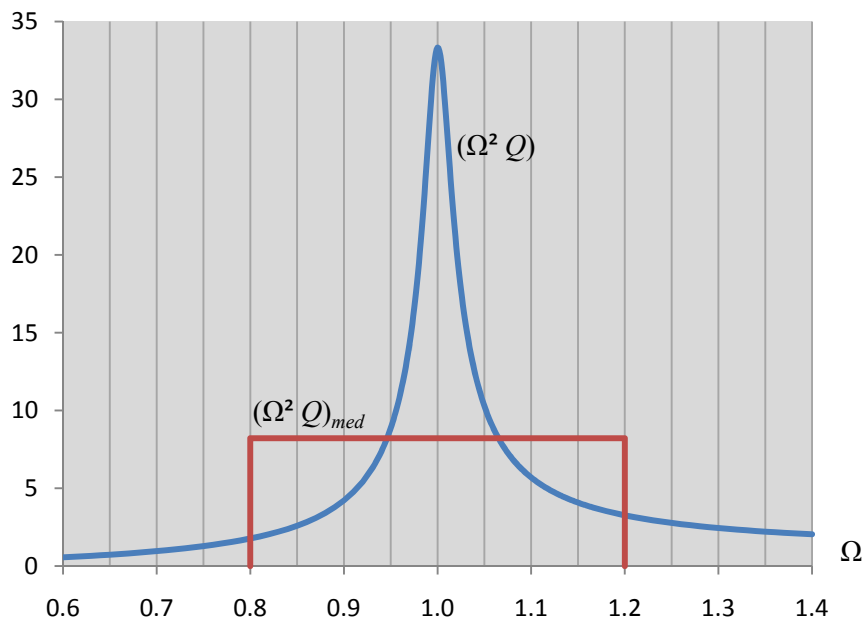


Figura 5.14 – $(\Omega^2 Q)$ e $(\Omega^2 Q)_{med}$ para $\zeta = 1.5\%$, e $0.8 < \Omega < 1.2$

O coeficiente $(\Omega^2 Q)_{med}$ pode ser obtido de tabelas [22] ou através de métodos numéricos. De modo a evitar a consulta de tabelas, e a tornar a aplicação desta metodologia mais expedita, implementou-se um algoritmo de integração numérica e calculou-se o valor do coeficiente $(\Omega^2 Q)_{med}$, para coeficientes de amortecimento entre 0.25% e 10%. A análise dos valores numéricos permitiu estabelecer a seguinte expressão aproximada de $(\Omega^2 Q)_{med}$, para Ω no intervalo $[0.8, 1.2]$, que é válida desde que $\xi \leq 0.1$,

$$(\Omega^2 Q)_{med} = -2.5 \ln(\xi) - 2.2 \quad (5.22)$$

Do mesmo modo, para Ω no intervalo $[0.9, 1.1]$ e $\xi \leq 0.05$, $(\Omega^2 Q)_{med}$ pode ser aproximado por,

$$(\Omega^2 Q)_{med} = -4.9 \ln(\xi) - 7.6 \quad (5.23)$$

Se a massa do tabuleiro for constante ao longo do comprimento, o quociente $m_i/m_{p,i}$ da massa modal do modo de vibração i , pela massa modal dos peões, torna-se independente do modo de vibração, e igual a $m_t/m_{peão}$, em que m_t representa a massa do tabuleiro por metro de comprimento, e $m_{peão}$ é a massa de um peão médio.

Por análise da equação 5.20, conclui-se que n_L é mínimo quando $\alpha \rightarrow 0$. Roberts obteve a melhor calibração da sua teoria considerando $\alpha = 0.5$, o que não parece corresponder perfeitamente às condições em que os resultados da Millennium Bridge foram obtidos. Porém, podem-se obter resultados semelhantes ao autor, considerando α unitário, e calculando $(\Omega^2 Q)_{med}$ para Ω no intervalo $[0.9, 1.1]$.

5.4.4. Modelo de Newland

Newland [23] modelou as forças laterais exercidas pelos peões através da soma de dois termos. O primeiro traduz a força que resulta da oscilação natural do centro de gravidade do peão em caminhada sobre um pavimento estacionário, e o segundo traduz a força que resulta do movimento adicional que ocorre em consequência da oscilação do pavimento. Admitindo que o centro de gravidade dos peões se desloca segundo a lei de movimento do pavimento, com um atraso temporal Δ adequado, a força modal de interacção é dada por,

$$-p_{lat}(t) = \lambda m_p \ddot{x}(t) + \lambda \alpha_{cg} m_p \ddot{u}(t - \Delta) \quad (5.24)$$

em que,

- $x(t)$ representa o movimento natural do centro de gravidade dos peões em caminhada sobre um pavimento sem oscilações.
- $u(t)$ representa o movimento do tabuleiro.

- m_p é a massa modal dos peões.
- λ é a percentagem de peões sincronizados entre si e com o movimento do pavimento. Segundo os ensaios do Imperial College, ver *Figura 5.3*, para amplitudes de oscilação do pavimento até 10 mm, pode-se considerar $\lambda = 0.4$.
- α_{cg} é um coeficiente adimensional que relaciona a aceleração do centro de gravidade do peão devido às oscilações do pavimento, com a aceleração do pavimento:
 $\ddot{x}(t) = \alpha_{cg} \ddot{u}(t)$.
- Δ traduz o possível atraso do movimento lateral do corpo do peão em relação aos pés.

A amplitude de movimento do centro de gravidade do peão pode obter-se a partir dos resultados experimentais da *Figura 5.3a*, e das seguintes relações,

$$F_{lat} = m_{peão} a_{lat} \Rightarrow a_{lat} = \frac{F_{lat}}{m_{peão}} = g \frac{F_{lat}}{g m_{peão}} = g \alpha_{0,lat} \quad (5.25)$$

$$|x| = \frac{a_{lat}}{(2\pi f_{lat})^2} = \frac{g \alpha_{0,lat}}{(2\pi f_{lat})^2} \quad (5.26)$$

Considerando uma frequência média de oscilação do tabuleiro de 0.85 Hz, os referidos resultados experimentais sugerem que a amplitude de movimento do centro de gravidade de um peão em andamento é de cerca de 15 mm para um pavimento sem oscilações laterais, e de cerca de 35 mm para um pavimento com 30 mm de amplitude de oscilação. Fica-se assim em condições de escrever uma relação aproximada entre o movimento do centro de gravidade do peão e o movimento do pavimento,

$$x(t) \cong \frac{0.035 - 0.015}{0.030 - 0.0} u(t) + 0.015 = \frac{2}{3} u(t) + 0.015 \quad (5.27)$$

Podendo-se assim concluir que, em face dos resultados experimentais obtidos no Imperial College [8], α_{cg} é aproximadamente igual a $2/3$.

Admitindo que a resposta da ponte é dominada pelo modo de vibração i , a equação do movimento pode-se expressar através da seguinte equação,

$$\begin{aligned} m_i \ddot{u}(t) + c_i \dot{u}(t) + k_i u(t) &= -\lambda m_{p,i} \ddot{x}(t) - \lambda \alpha_{cg} m_{p,i} \ddot{u}(t - \Delta) \\ \ddot{u}(t) + \lambda \alpha_{cg} \frac{m_{p,i}}{m_i} \ddot{u}(t - \Delta) + 2\xi_i \omega_i \dot{u}(t) + \omega_i^2 u(t) &= -\lambda \frac{m_{p,i}}{m_i} \ddot{x}(t) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Definindo o coeficiente $m_r = \lambda \alpha_{cg} m_{p,i} / m_i$, a equação anterior pode-se reescrever na forma,

$$\ddot{u}(t) + m_r \ddot{u}(t - \Delta) + 2\xi_i \omega_i \dot{u}(t) + \omega_i^2 u(t) = -\lambda \frac{m_r}{\alpha_{cg}} \ddot{x}(t) \quad (5.29)$$

O autor salienta que as hipóteses consideradas acima apenas são válidas para oscilações do pavimento com pequena amplitude (< 10 mm), que não afectem o trajecto ou a postura dos peões.

Desprezando a contribuição do termo em $\ddot{x}(t)$ da equação 5.29, pode-se deduzir o seguinte critério de estabilidade,

$$\xi_i^2 > \frac{1}{4} \left[2 + \Omega^2 (m_r^2 - 1) - \frac{1}{\Omega^2} \right] \quad (5.30)$$

Para uma determinada relação entre a frequência da acção lateral dos peões e a frequência natural do modo de vibração lateral i , traduzida por $\Omega = \omega_{p,lat} / \omega_i$, esta equação representa o valor do amortecimento mínimo para que o sistema se mantenha estável. Na *Figura 5.15* representam-se as curvas do coeficiente de amortecimento crítico para diferentes valores do coeficiente de massa m_r , que traduz a relação da massa dos peões com a massa da ponte. As regiões instáveis encontram-se abaixo das curvas. Para pequenos valores de m_r , é necessário pouco amortecimento para que o sistema seja estável, e a auto-excitação apenas pode ocorrer uma pequena banda de frequências próximas da frequência natural da ponte. No entanto, à medida que a massa dos peões assume maior peso face à massa da ponte, o amortecimento necessário para manter a estabilidade aumenta, e a gama de frequências em que a auto-excitação pode ocorrer alarga-se bastante.

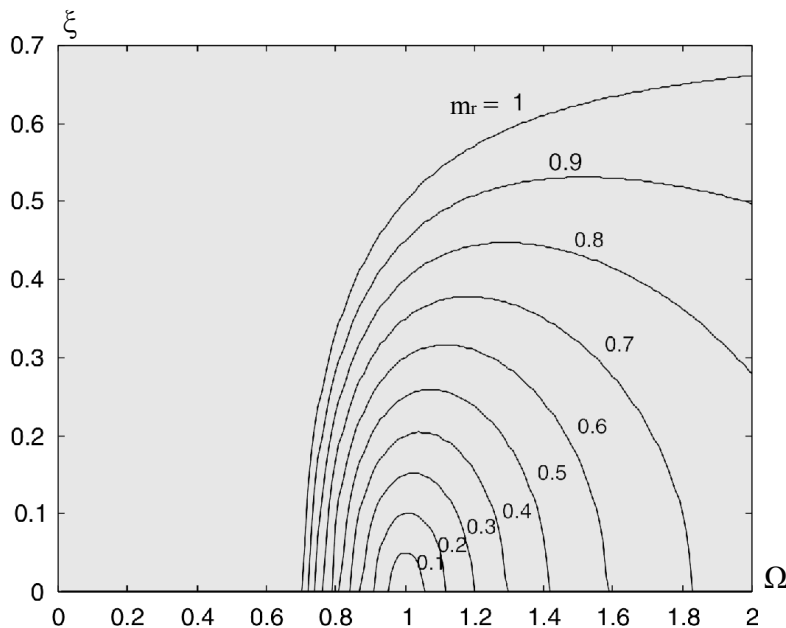


Figura 5.15 – Coeficiente de amortecimento ξ necessário para a estabilidade, em função do coeficiente de frequências Ω e do coeficiente m_r [23]

Calculando o valor máximo das curvas representadas na *Figura 5.15*, obtém-se a frequência crítica ω_c em que a instabilidade ocorre pela primeira vez, e o correspondente coeficiente de amortecimento crítico ξ_c necessário para a estabilidade:

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_i}\right)^4 = \frac{1}{1-m_r^2} \quad (5.31)$$

$$\xi_c^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1-m_r^2}\right) \quad (5.32)$$

No caso do coeficiente de massa m_r ser pequeno, $m_r \ll 1$, as equações podem-se escrever na seguinte forma simplificada,

$$\frac{\omega_c}{\omega_i} \approx 1 + \frac{m_r^2}{4} \quad (5.33)$$

$$\xi_c \approx \frac{m_r}{2} \quad (5.34)$$

Fazendo $\xi > \xi_c$, obtém-se o seguinte critério de estabilidade,

$$\xi_i > \lambda \alpha_{cg} \frac{m_{p,i}}{2m_i} \Leftrightarrow \frac{m_{p,i}}{m_i} < \frac{2\xi_i}{\lambda \alpha_{cg}} \quad (5.35)$$

Este critério é válido desde que a sincronização entre a acção lateral dos peões e o movimento da ponte possa ocorrer, ou seja, para modos de vibração com frequências naturais entre 0.6 e 1.2 Hz. Na *Figura 5.15*, a curva para $m_r = 1$ converge para $\xi_c = 1/\sqrt{2}$, e curvas com m_r superior à unidade são monotonicamente crescentes. Nesse caso, de acordo com este modelo, não é possível obter uma solução estável, independentemente do coeficiente de amortecimento.

Considerando que o número total de peões no tabuleiro é dado por,

$$n = \frac{m_p(s)}{m_{peão}} L = \frac{m_p(s) \int_0^L \Phi_i^2(s) ds}{m_{peão} \int_0^L \Phi_i^2(s) ds} \frac{m_t}{m_i} L = \frac{m_{p,i}}{m_i} \frac{m_t}{m_{peão}} L \quad (5.36)$$

O número crítico de peões pode-se obter a partir da equação 5.35, tomando a seguinte forma,

$$n_c = \frac{2\xi_i}{\lambda \alpha_{cg}} \frac{m_t}{m_{peão}} L \quad (5.37)$$

em que, m_t representa a massa do tabuleiro por unidade de comprimento, e $m_{peão}$ é a massa de um peão médio.

5.4.5. Modelo de Piccardo

Os resultados experimentais medidos no vão central da Millennium Bridge [8], comprovaram que as vibrações laterais apresentavam conteúdo em frequências correspondentes ao primeiro e segundo modos de vibração, com frequências naturais de, respectivamente, 0.48 Hz e 0.95 Hz. Como referido anteriormente com base nos resultados experimentais de diversos autores, a frequência da acção lateral varia entre 0.6 Hz, para peões em andamento lento, e 1.2 Hz, para velocidades de andamento rápidas. Deste modo, o primeiro modo de vibração do vão central com frequência de 0.48 Hz, dificilmente poderia ser excitado em ressonância. Assim sendo, os modelos e critérios de estabilidade previamente apresentados somente poderão explicar a excitação do modo de vibração com frequência de 0.48 Hz caso se admita uma ligeira mudança de direcção dos peões a cada três ou quatro passadas [8].

Piccardo [24] modelou a força lateral exercida pelos peões considerando que a amplitude varia em dependência com o deslocamento lateral do tabuleiro $u(s,t)$:

$$F_p(s,t) = \lambda \alpha_{0,lat}(s,t) g m_p(s) \cos(\omega_{p,lat} t) \quad (5.38)$$

em que, λ é a taxa de sincronização dos peões que tipicamente assume valores entre 0.2 e 0.4, g é a aceleração da gravidade, $m_p(s)$ representa a distribuição de massa dos peões ao longo do comprimento do tabuleiro, $\omega_{p,lat} = 2\pi f_{p,lat}$ é a frequência circular da acção lateral dos peões, e $\alpha_{0,lat}(s,t)$ é o coeficiente de Fourier do primeiro harmónico da acção lateral, que depende da amplitude do deslocamento do tabuleiro. De acordo com os resultados experimentais obtidos no Imperial College (ver *Figura 5.3*), $\alpha_{0,lat}$ é dado por,

$$\alpha_{0,lat}(s,t) = \alpha_0 + \alpha_1 u(s,t) = 0.04 + 2.0 u(s,t) \quad (5.39)$$

A aplicação da força assim definida resulta numa excitação paramétrica da equação do movimento da ponte, levando a oscilações instáveis se a frequência da acção lateral dos peões for próxima do dobro da frequência natural do modo de vibração lateral da ponte, e a massa dos peões for alta em comparação com a massa da ponte.

A equação geral do movimento da ponte, relativa ao modo de vibração i , é dada por,

$$m_i \ddot{u}(t) + c_i \dot{u}(t) + k_i u(t) = p_{lat}(t) \quad (5.40)$$

Partindo da equação 5.38, e considerando que $u(s,t) = \Phi(s) u(t)$, a equação da força modal exercida pelos peões pode-se desenvolver do seguinte modo,

$$p_{lat}(t) = \int_0^L F_p(s,t) \Phi_i(s) ds$$

$$\begin{aligned}
p_{lat}(t) &= \int_0^L \lambda (\alpha_0 + \alpha_1 u(s,t)) g m_p(s) \cos(\omega_{p,lat} t) \Phi_i(s) ds \\
p_{lat}(t) &= g \lambda \alpha_0 \int_0^L m_p(s) \Phi_i(s) ds \cos(\omega_{p,lat} t) + \\
&+ g \lambda \alpha_1 \int_0^L \Phi_i(s) m_p(s) \Phi_i(s) ds u(t) \cos(\omega_{p,lat} t)
\end{aligned} \tag{5.41}$$

Sabendo que a massa modal dos peões relativa ao modo de vibração i é dada por, $m_{p,i} = \int_0^L m_p(s) \Phi_i^2(s) ds$, a expressão da acção lateral pode-se simplificar, ficando na forma,

$$p_{lat}(t) = g \lambda \alpha_0 \int_0^L m_p(s) \Phi_i(s) ds \cos(\omega_{p,lat} t) + g \lambda \alpha_1 m_{p,i} \cos(\omega_{p,lat} t) u(t) \tag{5.42}$$

Substituído $p_{lat}(t)$ na equação 5.40, fica-se com a equação do movimento,

$$\begin{aligned}
m_i \ddot{u}(t) + c_i \dot{u}(t) + \left[k_i - g \lambda \alpha_1 m_{p,i} \cos(\omega_{p,lat} t) \right] u(t) &= \\
= g \lambda \alpha_0 \int_0^L m_p(s) \Phi_i(s) ds \cos(\omega_{p,lat} t)
\end{aligned} \tag{5.43}$$

que descreve a excitação paramétrica de um sistema de um grau de liberdade. A solução desta equação pode ser estável ou instável, dependendo do valor dos seus parâmetros.

Com recurso a métodos matemáticos de perturbação [24], podem-se obter as curvas de transição que separam as regiões onde a solução da equação do movimento é estável, das regiões de instabilidade. Definindo as variáveis:

$$\delta = \frac{4 f_i^2}{f_{p,lat}^2} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \frac{2 g \lambda \alpha_1}{(2 \pi f_{p,lat})^2} \frac{m_{p,i}}{m_i} \tag{5.44}$$

Pode-se provar que a condição de estabilidade do sistema é dada por $\varepsilon < \varepsilon_{lim}$, em que ε_{lim} é dado pela seguinte aproximação de primeira ordem,

$$\varepsilon_{lim} = \sqrt{(\delta - 1)^2 + 4 \xi_i^2 \delta} \tag{5.45}$$

Na *Figura 5.16* representam-se as curvas de transição, dadas pela aproximação de primeira ordem da equação 5.45, para diferentes coeficientes de amortecimento. A transição entre o estado estável e instável, é dominada pelo valor de δ , obtendo-se o valor mínimo de ε quando $\delta = 1$. As curvas de transição são também bastante influenciadas pelo coeficiente de

amortecimento, em particular quando δ está próximo da unidade. As regiões estáveis, em que $\varepsilon < \varepsilon_{\text{lim}}$, encontram-se na zona abaixo das curvas de transição.

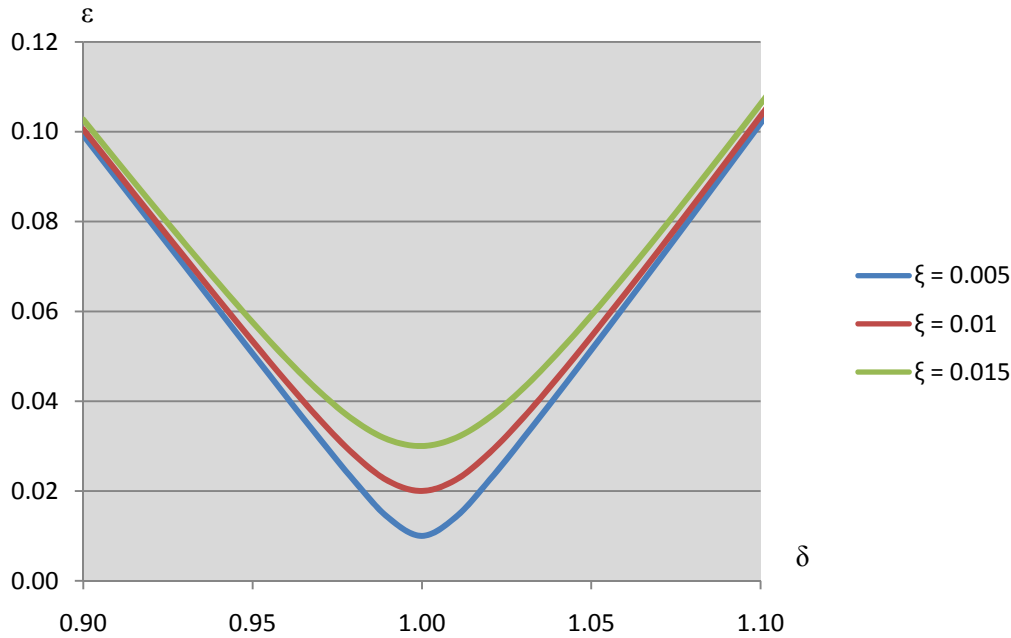


Figura 5.16 – Curvas de transição ε_{lim} para diferentes coeficientes de amortecimento

A interpretação das curvas torna-se intuitiva, tendo em conta que ε é proporcional ao quociente da massa modal dos peões sincronizados pela massa modal do modo de vibração lateral, e que δ é função do quociente entre a frequência natural da ponte e a frequência da acção lateral dos peões.

O mínimo da curva de transição, ocorre quando a frequência da acção lateral é precisamente dupla da frequência natural da estrutura, $f_{p,\text{lat}} = 2 f_i$. Nesse caso, considerando que $\alpha_1 = 2$, o critério de estabilidade é dado por,

$$\frac{m_{p,i}}{m_i} < \frac{8 \xi_i (\pi f_i)^2}{g \lambda} \quad (5.46)$$

Pode-se concluir que as pontes mais susceptíveis ao fenómeno da excitação paramétrica são leves (m_i baixa), pouco amortecidas (ξ pequeno) e sujeitas a uma elevada densidade de tráfego (m_p alta).

Considerando a equação 5.36, o número crítico de peões pode-se obter a partir da equação 5.46, tomando a seguinte forma,

$$n_c = \frac{8 \xi_i (\pi f_i)^2}{g \lambda} \frac{m_t}{m_{\text{peão}}} L \quad (5.47)$$

em que, como anteriormente, m_t representa a massa do tabuleiro por unidade de comprimento, e $m_{\text{peão}}$ é a massa de um peão médio.

Convém realçar que o campo de aplicação do presente critério de estabilidade é distinto dos que foram previamente apresentados. Os critérios de estabilidade de Roberts e de Newland são indicados para pontes suficientemente rígidas na direcção lateral, caracterizadas por modos de vibração laterais com frequência natural superior a 0.6 Hz, em que os mecanismos de interacção dinâmica em condições de ressonância são predominantes, e o presente critério não é aplicável. Por outro lado, em pontes muito leves e flexíveis com frequências naturais próximas de metade da frequência da acção lateral dos peões, ou seja, entre 0.3 e 0.6 Hz, o mecanismo de excitação paramétrica considerado neste critério, é o único aplicável. No entanto, nestes casos, é provável que existam outros modos de vibração com frequências naturais superiores, podendo existir simultaneamente, mecanismos de excitação paramétrica e de interacção dinâmica. Assim, recomenda-se que as verificações de estabilidade se realizem aplicando os critérios e parâmetros mais adequados a cada situação.

5.4.6. Modelo do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

Para todos os modos de vibração com significativa componente horizontal e frequência natural inferior a 1.5 Hz, o Anexo Nacional da BS EN 1991-2 [5] preconiza o limite de estabilidade que a seguir se apresenta. A verificação é realizada através do gráfico da *Figura 5.17*, e do parâmetro adimensional,

$$D = \frac{m_t \xi}{m_p(s)} \quad (5.48)$$

em que,

- m_t é a massa da ponte por unidade de comprimento.
- $m_p(s)$ é a massa dos peões por unidade de comprimento, que é dada por $m_p(s) = b_{\text{eff}} d m_{\text{peão}}$, sendo que b_{eff} é largura útil do tabuleiro, d a densidade pedonal, e $m_{\text{peão}}$ a massa de um peão médio.
- ξ é o coeficiente de amortecimento do modo de vibração lateral em análise.

Caso o parâmetro D , calculado para a densidade pedonal prevista segundo o Quadro 2.13, se encontre abaixo da curva crítica do gráfico da *Figura 5.17* é provável a ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude. Valores acima da curva crítica significam que o *lock-in* não deverá ocorrer.

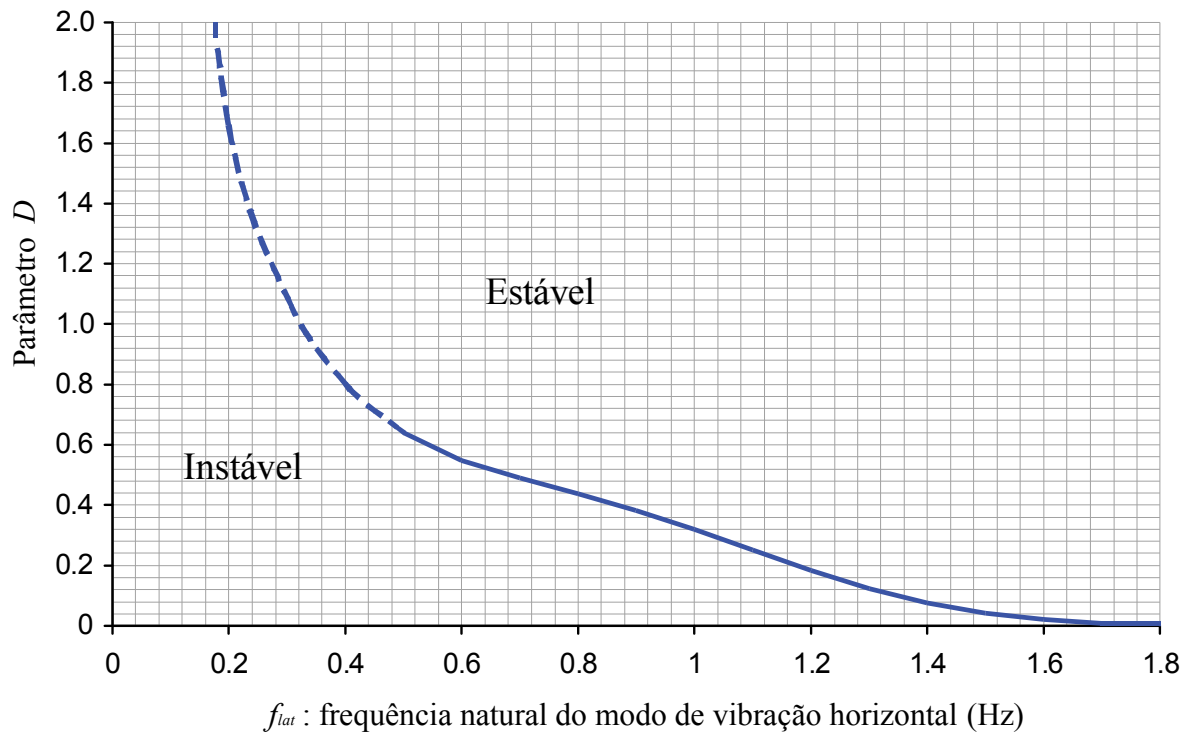


Figura 5.17 – Curva crítica de estabilidade para lock-in na direcção lateral [5]

Esta metodologia baseia-se no princípio de que a massa do tabuleiro é uniforme. Se a massa do tabuleiro não for constante, é conservativo considerar o valor mínimo ao longo do comprimento. Os autores [5] sublinham que, à presente data apenas existem resultados experimentais fiáveis para frequências naturais entre 0.5 e 1.1 Hz. As extensões da curva para além destes limites baseiam-se num modelo teórico não validado experimentalmente, e por esse motivo deverão utilizar-se com reserva.

Nem o Anexo Nacional Britânico, nem os seus autores referem qual a base teórica subjacente à curva crítica do gráfico. Na tentativa de obter uma resposta, partindo das equações 5.48 e 5.11, expressou-se o limite de estabilidade do modelo de Dallard em termos do parâmetro D :

$$D_{Dallard} = \frac{k n}{8\pi m_{p,i} f_i}$$

$$D_{Dallard} = \frac{k}{8\pi m_{p,i} f_i} \left(\frac{m_{p,i}}{m_i} \frac{m_t}{m_{pe\tilde{a}o}} L \right) = \frac{k}{8\pi f_i} \frac{1}{m_t \int_0^L \Phi_i^2(s) ds} \frac{m_t}{m_{pe\tilde{a}o}} L = \frac{k}{8\pi f_i} \frac{L}{(L/2)} \frac{1}{m_{pe\tilde{a}o}}$$

$$D_{Dallard} = \frac{k}{4\pi m_{pe\tilde{a}o} f_i} = \frac{0.334}{f_i} \quad (5.49)$$

Sobrepondo o gráfico desta equação na *Figura 5.17* podem-se tirar algumas conclusões. Dentro do domínio de validade da curva indicado pelos autores, e representado a cinza, conclui-se que o critério do Anexo Nacional é praticamente coincidente com o proposto por Dallard. Para frequências naturais superiores a 1.0 Hz verifica-se que os dois critérios se vão afastando, observando-se que o Anexo Nacional é menos conservativo.

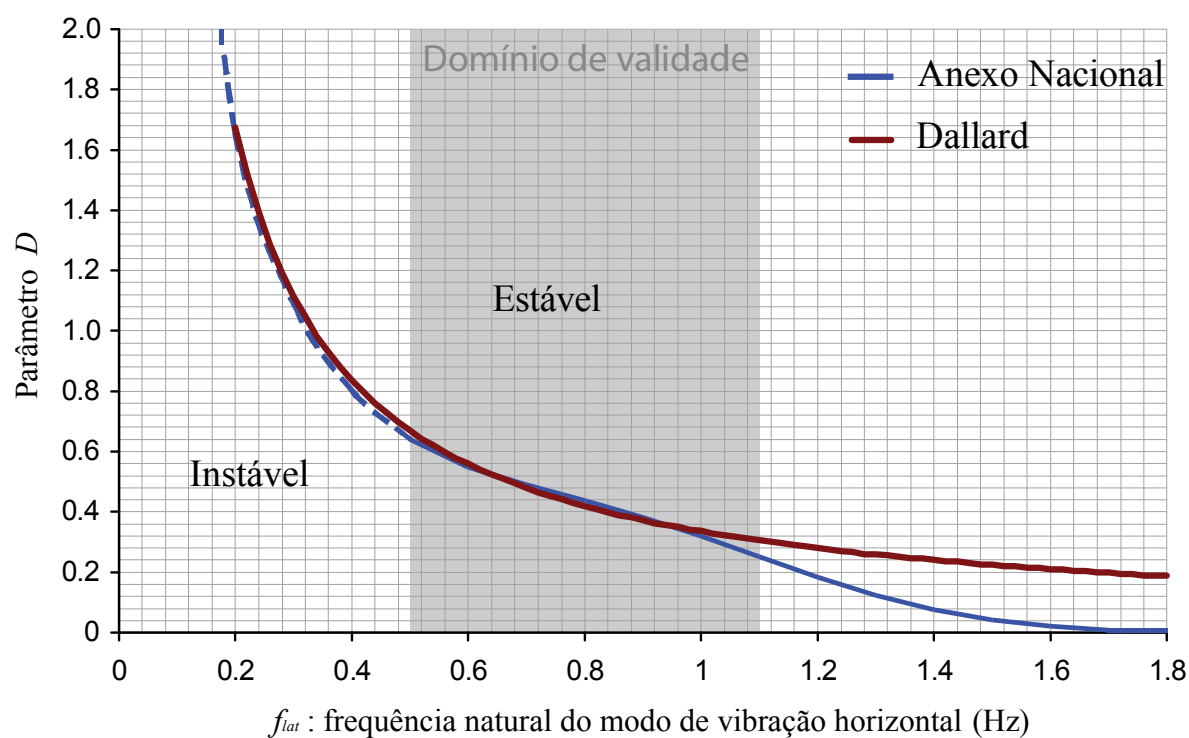


Figura 5.18 – Comparação entre os modelos de verificação do Anexo Nacional da BS EN 1991-2 e o de Dallard

5.5. REFERÊNCIAS

1. Hugo Bachmann, W.A., *Vibrations in structures - induced by man and machines*. 1987: IABSE.
 2. John Bertram, e.a., *Mutliple walking speed-frequency relations are predicted by constrained optimization*. *Journal of Theoretical Biology*, 2001. **209**: p. 445-453.
 3. Vaughan, C. *Theories of bipedal walking: an odyssey*. in *XVIIIth Congress of the International Society of Biomechanics*. 2001. Zurich.
 4. Willford, M. *Dynamic actions and reactions of pedestrians*. in *Footbridge 2002 - Proceedings of the second international conference*. 2002. Paris.
 5. Barker, C. *Calibration of the UK National Annex*. in *Footbridge 2008 - Third International Conference*. 2008. Porto.
 6. Shun-ichi Nakamura, Y.F., *Lateral vibration on a pedestrian cable-stayed bridge*. *Structural Engineering International*, 2002. **4**: p. 295-300.
 7. Tony Fitzpatrick, e.a., *Linking London: The Millennium Bridge*. The Royal Academy of Engineering, 2001.
 8. P. Dallard, e.a., *The London Millennium Footbridge*. *The Structural Engineer*, 2001. **79**(22).
 9. Pat Dallard, e.a., *London Millennium Bridge: pedestrian-induced lateral vibration*. *Journal of Bridge Engineering ASCE*, 2001: p. 412-417.
 10. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines*. 2006: Sétra.
 11. Frédéric Danbon, e.a. *Dynamic behaviour of a steel footbridge. Characterisation and modelling of the dynamic loading induced by a moving crowd on the Solferino Footbridge in Paris*. in *Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference*. 2005. Venice.
 12. *Construções Metálicas Socometal, S. A.* www.socometal.pt.
 13. *Grupo Soares da Costa, S. G. P. S.* www.soaresdacosta.pt.
 14. *Laboratory of Vibrations and Structural Monitoring.* www.fe.up.pt/vibest.
 15. Rui Alves, e.a. *Instrumentation, monitoring and execution control of the new footbridge over Mondego river in Coimbra*. in *Footbridge 2005 - Proceedings of the second international conference*. 2005. Venice.
-

16. Cunha, A. *The role of dynamic testing in design, construction and long-term monitoring of lively footbridges*. in *Footbridge 2008 - Third international conference - Worldwide experience workshop*. 2008. Porto.
 17. Elsa Caetano, e.a. *Lessons from the practical implementation of a passive control system at the new Coimbra footbridge*. in *Footbridge 2008 - Proceedings of the third international conference* 2008. Porto.
 18. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX)*. 2006: European Comission.
 19. Shun-ichi Nakamura, e.a., *Experimental studies on lateral forces induced by pedestrians*. Journal of Constructional Steel Research, 2008. **64**: p. 247-252.
 20. Brownjohn, J. *Crowd dynamic loading on footbridges*. in *Footbridge 2008 - Third international conference*. 2008. Porto.
 21. Nakamura, S.-i., *Model for Lateral Excitation of Footbridges by Synchronous Walking*. Journal of Structural Engineering ASCE, 2004.
 22. Roberts, T.M., *Lateral pedestrian excitation of footbridges*. Journal of Bridge Engineering ASCE, 2005: p. 107-112.
 23. Newland, D.E., *Pedestrian excitation of bridges*. Journal of Mechanical Engineering Science, 2004. **218**: p. 477-492.
 24. Giuseppe Piccardo, e.a., *Parametric resonance of flexible footbridges under crowd-induced lateral excitation*. Journal of Sound and Vibration, 2008. **311**: p. 353-371.
-

CÁLCULO DA RESPOSTA DINÂMICA

6. Cálculo da resposta dinâmica

6.1. Introdução

6.2. Aproximação da resposta por via de sistemas com um grau de liberdade

6.2.1. Cálculo da aceleração máxima induzida por uma carga harmónica em ressonância

6.2.2. Resolução da equação do movimento por integração no tempo

6.3. Análise de sistemas com múltiplos graus de liberdade

6.4. Exemplo de calibração

i) Cálculo das frequências naturais, massa modal, e análise de risco de ressonância

ii) Análise do atravessamento por um peão em caminhada

iii) Análise do atravessamento por um peão em corrida

iv) Análise do atravessamento por um fluxo contínuo de peões em caminhada

v) Conclusões

6.5. Referências

6.1. INTRODUÇÃO

A resposta dinâmica de uma estrutura sob a acção dos peões pode expressar-se em termos de tensões, deslocamentos, velocidades, acelerações ou outro parâmetro afectado pelas vibrações que lhe são induzidas. Como referido no Capítulo 2, os parâmetros mais relevantes em serviço relacionam-se com questões de conforto dos utilizadores da ponte, procurando-se garantir que os deslocamentos, a velocidade e em particular a aceleração de pico se encontram abaixo de um dado limite estabelecido de acordo com os requisitos específicos da obra. Por outro lado, em estado limite último, importa acautelar a segurança da estrutura, essencialmente através da verificação da resistência e da estabilidade dos elementos estruturais, e controlo de deslocamentos e verificação da capacidade dos elementos secundários e da sua interface com a estrutura, face ao nível de vibração que pode ocorrer.

De um modo geral, a avaliação dos efeitos da vibração de uma estrutura pode ser realizada desde que seja possível estabelecer simultaneamente um modelo numérico da estrutura, e das acções que nela actuam. Nos Capítulos 3, 4 e 5 apresentaram-se diversos modelos determinísticos das acções induzidas por peões em situações de uso corrente e em eventos de natureza excepcional. A modelação numérica deverá traduzir o comportamento real da estrutura o mais fielmente possível, traduzindo eventuais não-linearidades e todos os efeitos relevantes que afectem os resultados obtidos, podendo ser validada por resultados teóricos conhecidos, ou por calibração com resultados experimentais.

Qualquer estrutura real pode oscilar segundo um número infinito de modos de vibração. No entanto, em termos de cálculo, o seu número é limitado ao número n de graus de liberdade do modelo numérico utilizado. Na prática, basta considerar os modos de vibração que mais contribuem para a resposta, correspondendo a um número muito inferior a n . As frequências naturais e os modos de vibração da estrutura resultam da solução da equação,

$$[K] \Phi = \{\omega_i^2\} [M] \Phi \quad (6.1)$$

que é obtida por via computacional com recurso a métodos numéricos de resolução de valores e vectores próprios. A matriz Φ representa os vectores próprios ordenados por colunas, e as matrizes K , e M são respectivamente, a matriz de rigidez e a matriz de massa da estrutura.

As equações do movimento de um sistema com múltiplos graus de liberdade podem representar-se pela seguinte equação matricial,

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{p(t)\} \quad (6.2)$$

Aplicando a transformação de coordenadas $\{x\} = \Phi \{u\}$, resultam n equações ortogonais, cada uma delas representando um sistema de um grau de liberdade independente,

$$m_i \ddot{u}_i(t) + c_i \dot{u}_i(t) + k_i u_i(t) = p_i(t) \quad (6.3)$$

que é caracterizado pela frequência natural $\omega_i = 2\pi f_i$, massa modal $m_i = \{\Phi_i\}^T [M] \{\Phi_i\}$, amortecimento modal $c_i = 2\xi_i \omega_i m_i$ e rigidez modal $k_i = \omega_i^2 m_i$, em que ξ_i é o coeficiente de amortecimento, e o carregamento modal $p_i(t) = \{\Phi_i\}^T \{p(t)\}$. A resposta dinâmica total da estrutura é dada por combinação da resposta de cada modo de vibração, bastando considerar os primeiros modos de vibração relevantes.

6.2. APROXIMAÇÃO DA RESPOSTA POR VIA DE SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

A qualidade dos resultados obtidos por aproximação da resposta da estrutura à resposta de um sistema com um grau de liberdade depende de numerosos factores, em particular, da distribuição espacial e da variação temporal do carregamento, e das propriedades da estrutura. Se, por um lado, as propriedades físicas da estrutura levam a que o movimento seja preponderante segundo a configuração assumida, e por outro, a acção dinâmica aplicada é tal que induz uma resposta significativa segundo essa configuração, a solução através de um sistema com um grau de liberdade deverá representar uma boa aproximação da resposta dinâmica real [1]. Estas condições levam a que a aplicabilidade da solução baseada na resposta de um sistema de um grau de liberdade seja limitada, na prática, obrigando a combinar a resposta de dois ou mais osciladores com um grau de liberdade.

6.2.1. Cálculo da aceleração máxima induzida por uma carga harmónica em ressonância

Admitindo que uma força generalizada equivalente p_i^* é aplicada em ressonância, a aceleração máxima pode-se calcular através da seguinte expressão,

$$a_{\max} = \frac{p_i^*}{2\xi_i m_i} \quad (6.4)$$

Um exemplo simples que pode ser útil na prática, é o caso de uma viga simplesmente apoiada de vão único. Admita-se que a deformada modal relativa ao modo de vibração i se pode descrever por uma função sinusoidal,

$$\Phi_i(s) = \sin(i\pi s/L) \quad (6.5)$$

e que a viga tem uma massa constante m_t ao longo do comprimento L . Neste caso particular, a massa modal da viga é independente do modo de vibração, e é dada por,

$$m_i = \int_0^L m_t \Phi_i^2(s) ds = m_t \frac{L}{2} \quad (6.6)$$

A força generalizada equivalente é indicada no *Quadro 6.1*, para os casos de uma força sinusoidal uniformemente distribuída $q \sin(\omega t)$, e para uma força móvel pontual sinusoidal $Q \sin(\omega t)$.

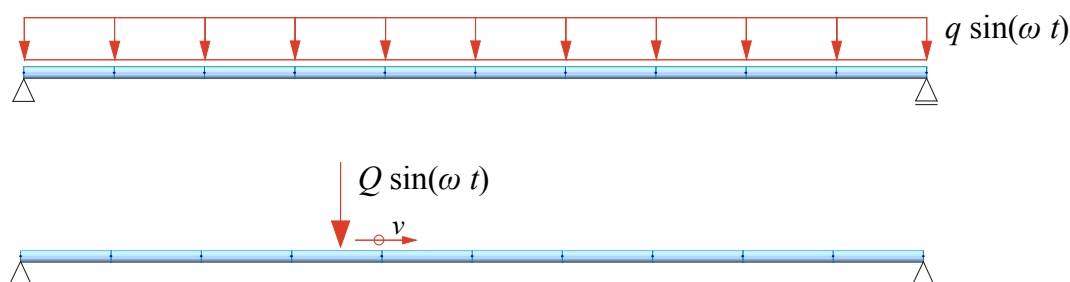


Figura 6.1 – Viga de vão único com (a) uma força sinusoidal uniformemente distribuída, e (b) uma força móvel pontual sinusoidal

Quadro 6.1 – Força generalizada equivalente p_i^* para o caso de uma força uniformemente distribuída e para uma força móvel pontual [2]

Modo de vibração i	Deformada modal Φ_i	Força generalizada equivalente p_i^*	
		Força uniformemente distribuída	Força móvel pontual
1	$\Phi_1(s) = \sin\left(\frac{\pi s}{L}\right)$	$\frac{2}{\pi} q L$	$\frac{2}{\pi} Q$
2	$\Phi_2(s) = \sin\left(\frac{2\pi s}{L}\right)$	$\frac{1}{\pi} q L$	$\frac{2}{\pi} Q$
3	$\Phi_3(s) = \sin\left(\frac{3\pi s}{L}\right)$	$\frac{2}{3\pi} q L$	$\frac{2}{\pi} Q$

6.2.2. Resolução da equação do movimento por integração no tempo

Os métodos computacionais utilizados na resolução de problemas transientes visam satisfazer a equação do movimento em intervalos de tempo discretos. Assume-se que no intervalo de tempo considerado, $[0, t_{max}]$, todas as quantidades discretizadas são conhecidas nos instantes $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, t$, e que se pretendem determinar nos instantes $t + \Delta t, \dots, t_{max}$. Sendo o intervalo de tempo Δt , o passo de integração.

Uma das metodologias mais utilizadas para integração no tempo da equação diferencial do movimento é o método das diferenças centrais [3]. Num dado instante, a velocidade e a aceleração podem-se aproximar através das seguintes expressões de diferenças centrais, escritas em termos de deslocamentos:

$$\dot{u}(t) = [u(t + \Delta t) - u(t - \Delta t)] / (2 \Delta t) \quad (6.7)$$

$$\ddot{u}(t) = [u(t + \Delta t) - 2u(t) + u(t - \Delta t)] / \Delta t^2 \quad (6.8)$$

Considerando estas aproximações da velocidade e da aceleração, facilmente se conclui que a equação do movimento,

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = p(t) \quad (6.9)$$

fica expressa apenas em função dos deslocamentos u nos instantes $t - \Delta t$, t e $t + \Delta t$. Conhecendo $u(t - \Delta t)$ e $u(t)$, pode-se calcular o deslocamento no instante $t + \Delta t$ através da relação,

$$u(t + \Delta t) = p_{eff} / k_{eff} \quad (6.10)$$

em que,

$$p_{eff} = p(t) - a u(t) - b u(t - \Delta t) \quad (6.11)$$

$$k_{eff} = \frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{2 \Delta t}$$

e, a e b são variáveis auxiliares, dadas por,

$$a = k - \frac{2m}{\Delta t^2} \quad (6.12)$$

$$b = \frac{m}{\Delta t^2} - \frac{c}{2 \Delta t} \quad (6.13)$$

Dadas a velocidade e o deslocamento iniciais, $\dot{u}(t_0)$ e $u(t_0)$, pode-se calcular a aceleração nesse instante através da relação,

$$\ddot{u}(t_0) = [p(t_0) - c \dot{u}(t_0) - k u(t_0)] / m \quad (6.14)$$

As equações da diferença central obrigam também a conhecer o deslocamento no instante anterior, que se pode obter da seguinte forma,

$$u(t_0 - \Delta t) = u(t_0) - \Delta t \dot{u}(t_0) + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}(t_0) \quad (6.15)$$

Na *Listagem 6.1* apresenta-se uma possível implementação do método das diferenças centrais em MATLAB [4].

Listagem 6.1 – centralDiffInt.m: Integração no tempo pelo método das diferenças centrais

```
function [u,udot,u2dot,p,t]=centralDiffInt(m,c,k,Fext,dt,T,u0,udot0)
% Integração no tempo pelo Método das Diferenças Centrais
% © Rui Alves, 2008

n=T/dt; % número de incrementos

% declara e inicializa os vectores
u=zeros(n+2,1); % vector de deslocamentos u(t)
udot=zeros(n+2,1); % vector de velocidades udot(t)
u2dot=zeros(n+2,1); % vector de acelerações u2dot(t)
p=zeros(n+2,1); % vector da força modal de excitação
t=zeros(n+2,1); % vector de instantes de integração

% valores iniciais
t(1)=-dt;
p0=Fext(0);

u(2)=u0;
udot(2)=udot0;
u2dot(2)=(p0-c*udot(2)-k*u(2))/m;
u(1)=u(2)-dt*udot(2)+dt^2*u2dot(2)/2;

for i=2:n+1
    t(i)=t(i-1)+dt;
    p(i)=Fext(t(i));

    a=k-2*m/(dt^2); % variáveis auxiliares
    b=m/(dt^2)-c/(2*dt);

    keff=m/(dt^2)+c/(2*dt);
    peff=p(i)-a*u(i)-b*u(i-1);

    u(i+1)=peff/keff;

    udot(i)=(u(i+1)-u(i-1))/(2*dt);
    u2dot(i)=(u(i+1)-2*u(i)+u(i-1))/(dt^2);
end

% remover termos auxiliares
u(1)=[]; u(end)=[];
udot(1)=[]; udot(end)=[];
u2dot(1)=[]; u2dot(end)=[];
p(1)=[]; p(end)=[];
t(1)=[]; t(end)=[];

%function end-----
```

6.3. ANÁLISE DE SISTEMAS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

A realização da análise dinâmica de sistemas com múltiplos graus de liberdade obriga à utilização de aplicações computacionais, em geral, com recurso ao método dos elementos finitos. No entanto, esta necessidade não constitui uma limitação, já que actualmente estas ferramentas são utilizadas desde as fases mais embrionárias do projecto.

A modelação numérica das funções de carga apresentadas nos Capítulos 3 e 4, relativos à acção de peões individuais e em grupo, implica essencialmente a consideração de dois tipos distintos de carregamento. As funções de carga relativas à acção de peões individuais e de pequenos grupos são modeladas através de forças móveis pontuais, enquanto as grandes massas de peões são modeladas através de forças distribuídas. A maior parte das aplicações comerciais de análise estrutural permite a modelação de forças dinâmicas distribuídas sem qualquer dificuldade. Já o mesmo não acontece no caso de forças dinâmicas pontuais em movimento. Mesmo as aplicações mais avançadas apenas permitem a introdução de forças dinâmicas nodais, o que constitui uma importante dificuldade prática para a análise destes casos de carga. De modo a ultrapassar esta limitação, foi desenvolvida uma aplicação que permite analisar a trajectória do peão, calcular as respectivas funções de carga, e gerar um ficheiro de dados com a definição das forças dinâmicas nodais a aplicar no modelo de elementos finitos.

A aplicação que se denominou *Pedestrian Load Generator*, foi desenvolvida na linguagem C# [5] sobre a plataforma .NET [6, 7], para o sistema operativo Windows [8] da Microsoft. Na Figura 6.4 apresenta-se o diagrama dos principais objectos que foram implementados. A aplicação é constituída por dois níveis praticamente independentes: (i) a interface gráfica com o utilizador, que permite a introdução de dados e definição dos parâmetros relevantes, e (ii) um conjunto de algoritmos de análise para cálculo das funções de carga e processamento de forças nodais.

A aplicação desenvolvida permite a definição simultânea de múltiplos casos de carga, sendo necessário indicar os parâmetros de controlo da análise, nomeadamente, o passo de integração, o tempo de duração da análise e o coeficiente de amortecimento modal dos modos de vibração. Em cada caso de carga, pode-se simular um número qualquer de peões em caminhada ou em corrida, percorrendo diferentes trajectórias.

A trajectória de cada peão é definida por uma sequência de números inteiros, correspondendo à identificação sequencial dos nós da malha de elementos finitos que definem o respectivo percurso. Para realizar o cálculo da distribuição de forças nodais que resultam da passagem do peão, é necessário conhecer a geometria da malha de elementos finitos, ver Figura 6.2. Assim, o ficheiro de dados da aplicação de cálculo na qual o modelo foi

definido é processado pelos algoritmos desenvolvidos, reconstituindo internamente, em termos lógicos, a geometria da malha de elementos finitos.

As forças dinâmicas horizontais exercidas por cada peão, em cada instante, são calculadas inicialmente num referencial local, definido considerando que a direcção longitudinal é tangente à trajectória e que a direcção lateral é perpendicular, ver *Figura 6.3*, e posteriormente transformadas para o referencial global em que as forças nodais são definidas.

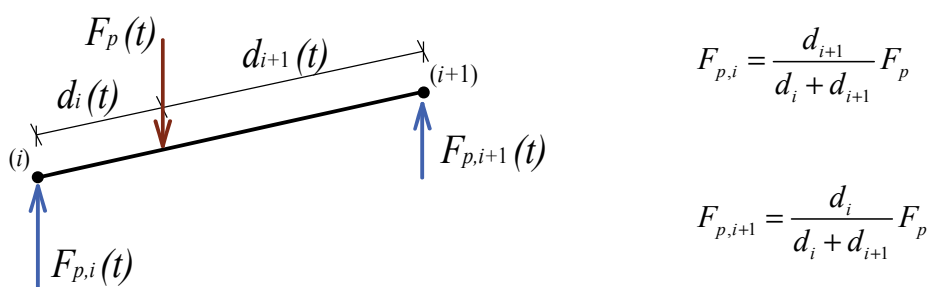


Figura 6.2 – Cálculo das forças nodais exercidas por um peão em função da sua posição relativa entre dois nós da malha de elementos finitos

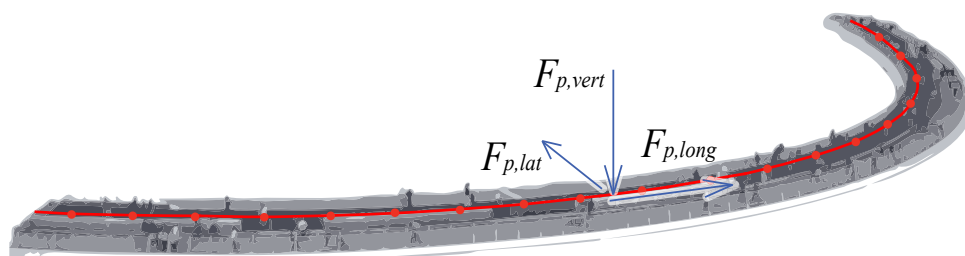


Figura 6.3 – Trajectória de um peão e direcção das forças dinâmicas aplicadas no tabuleiro

Após o cálculo e o processamento das forças dinâmicas nodais exercidas por todos os peões em cada caso de carga, a aplicação escreve um ficheiro de dados que pode ser incorporado directamente no ficheiro de dados da aplicação de cálculo estrutural, para posterior resolução. Os dados introduzidos podem também ser gravados num ficheiro em formato XML [9], para futura reutilização.

Pedestrian Load Generator

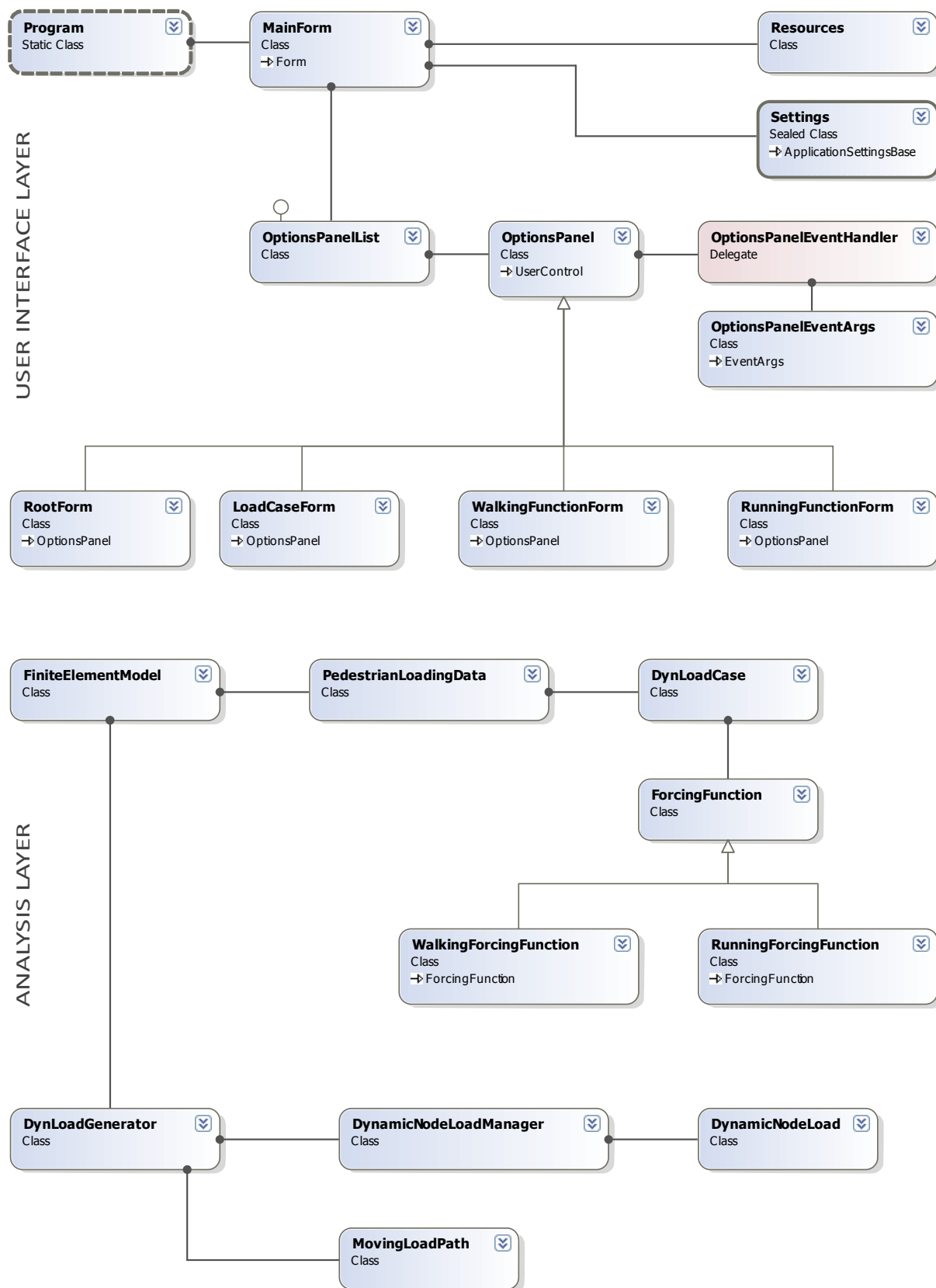


Figura 6.4 – Diagrama dos principais objectos do software “Pedestrian Load Generator”

6.4. EXEMPLO DE CALIBRAÇÃO

Considere-se uma ponte pedonal de vão único simplesmente apoiado, com as seguintes características:

- Comprimento do vão: $L = 35.0$ m
- Largura útil do tabuleiro: $b_{eff} = 3.0$ m
- Massa do tabuleiro: $m_t = 1442$ kg/m
- Rigidez no plano vertical: $EI_{vert} = 4.36 \times 10^9$ Nm²
- Amortecimento: $\xi = 0.5$ %

Pretende-se avaliar o nível de conforto da ponte para vibrações verticais nas seguintes situações:

- a) atravessamento por um peão em caminhada;
- b) atravessamento por um peão em corrida;
- c) fluxo contínuo de peões com uma densidade de 0.8 P/m².

Nas análises relativas aos peões individuais serão considerados os modelos de carga de Bachmann [10, 11], enquanto o caso do fluxo contínuo de peões será analisado segundo os critérios do Sétra [12], admitindo que se trata de uma ponte da Classe II.

i) Cálculo das frequências naturais, massa modal, e análise de risco de ressonância

As frequências naturais da ponte podem-se determinar directamente da forma que a seguir se apresenta. No caso de uma viga de um tramo simplesmente apoiada as frequências naturais são dadas por [13],

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_t}} \quad (6.16)$$

Assim, considerando a ponte descarregada, as duas primeiras frequências naturais tomam os seguintes valores:

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_t}} = \frac{\pi}{2 \times 35^2} \sqrt{\frac{4.36 \times 10^9}{1442}} = 2.23 \text{ Hz} \quad (6.17)$$

$$f_2 = \frac{2\pi}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_t}} = \frac{2\pi}{35^2} \sqrt{\frac{4.36 \times 10^9}{1442}} = 8.92 \text{ Hz} \quad (6.18)$$

No caso da ponte carregada com uma densidade de peões correspondente a 0.8 P/m^2 , considerando que a massa adicional dos peões sobre o tabuleiro é igual a $b_{eff} d G/g = 3 \times 0.8 \times 700 / 9.81 = 171.3 \text{ kg/m}$, as frequências naturais passam a:

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \times 35^2} \sqrt{\frac{4.36 \times 10^9}{1442 + 171}} = 2.11 \text{ Hz} \quad (6.19)$$

$$f_2 = \frac{2\pi}{35^2} \sqrt{\frac{4.36 \times 10^9}{1442 + 171}} = 8.43 \text{ Hz} \quad (6.20)$$

Independentemente da situação de carregamento, pode-se observar que o primeiro modo de vibração com uma frequência natural próxima da frequência de passada correspondente à marcha rápida, ou à corrida lenta, apresenta um risco de ressonância médio. Já no caso do segundo modo de vibração com frequência natural superior a 8 Hz, o risco de ressonância é insignificante.

Como se trata de uma estrutura com modos de vibração sinusoidais, descritos pela função,

$$\Phi_i(s) = \sin\left(\frac{i\pi s}{L}\right) \quad (6.21)$$

a massa modal é constante para todos os modos de vibração, e igual a,

$$m = \int_0^L m_t \Phi_1^2(s) ds = m_t \frac{L}{2} = 1442 \times \frac{35}{2} = 25235 \text{ kg} \quad (6.22)$$

Na situação de carregamento correspondente ao fluxo de peões, a massa dos peões deve adicionar-se à massa do tabuleiro, passando a massa modal a ser dada por,

$$m = \int_0^L (m_t + b_{eff} d G/g) \Phi_1^2(s) ds = (1442 + 171.3) \times \frac{35}{2} = 28233 \text{ kg} \quad (6.23)$$

ii) Análise do atravessamento por um peão em caminhada

Considerando o modelo de carga preconizado por Bachmann para um peão individual em caminhada, a amplitude do primeiro harmónico da função de carga, em ressonância com a frequência natural do primeiro modo da ponte, é dada por,

$$\alpha_1 = 0.25 f_p - 0.1 = 0.25 \times 2.23 - 0.1 = 0.458 \quad (6.24)$$

As amplitudes normalizadas do segundo e terceiro harmónicos são iguais a 0.1. A expressão geral da função de carga de peão individual em caminhada, apresenta a seguinte forma geral,

$$F_p(t) = G \left[1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k \sin(2\pi k f_p t - \phi_k) \right] \quad (6.25)$$

no presente exemplo, tomando a forma,

$$F_p(t) = 700 \times \left[1 + 0.458 \times \sin(2\pi \times 2.23 t) + 0.1 \times \sin\left(4\pi \times 2.23 t - \frac{\pi}{2}\right) + 0.1 \times \sin\left(6\pi \times 2.23 t - \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (6.26)$$

Como no caso da ponte em exemplo a resposta é dominada pelo primeiro modo de vibração, pode-se estimar a aceleração máxima no tabuleiro como se de um sistema de um grau de liberdade se tratasse. No caso de uma carga móvel pontual em movimento, a que corresponde o modelo de carga de Bachmann, a força generalizada equivalente é dada por,

$$p_i^* = \frac{2}{\pi} Q = \frac{2}{\pi} \times 700 \times 0.458 = 204.1 \text{ N} \quad (6.27)$$

Fica-se assim em condições de estimar a aceleração máxima no tabuleiro da ponte:

$$a_{\max} = \frac{p_i^*}{2\xi_i m_i} = \frac{204.1}{2 \times 0.005 \times 25235} = 0.81 \text{ m/s}^2 \quad (6.28)$$

Por comparação com os limites de aceleração indicados pelo Sétra (ver *Quadro 2.6*), conclui-se que, para este caso de carga, a estrutura oferece um nível de conforto médio correspondente à classe *CL2*.

A integração no tempo da equação do movimento no *MATLAB* permite uma análise um pouco mais detalhada. Depois de implementado um método de integração no tempo da equação do movimento, a resolução deste tipo de problemas é extremamente simples, como se pode verificar na *Listagem 6.2*.

Considerou-se que o peão se desloca a uma velocidade v constante e igual a 1.9 m/s, o que equivale a um tempo de atravessamento de 18.4 s. Como a acção do peão é representada por uma força móvel pontual, a força modal em cada instante é dada pelo produto da função de carga pela coordenada modal da secção onde a força está aplicada,

$$p(t) = \Phi_1(s) F_p(t) = \Phi_1(v t) F_p(t) = \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right) F_p(t) \quad (6.29)$$

Na *Listagem 6.3* apresenta-se a implementação da força modal do peão em cada instante.

Listagem 6.2 – *sdofPedestrianWalking.m*: Simulação do atravessamento de um peão em caminhada através de um sistema de um grau de liberdade

```
%-----
% Limpar variáveis e a linha de comando
clear all
close all
clc

% Parâmetros de integração da equação do movimento
dt=0.005;           % passo de integração [s]
Tf=60.0;           % duração da análise [s]
u0=0;              % deslocamento inicial [m]
udot0=0;           % velocidade inicial [m/s]

% Dados do problema
f0=2.23;           % frequência natural [Hz]
csi=0.005;         % coeficiente de amortecimento
m=25235;           % massa modal [kg]
c=2*csi*2*pi*f0*m; % amortecimento modal [kg/s]
k=(2*pi*f0)^2*m;   % rigidez modal [kg/s^2]

% Variáveis globais utilizadas no cálculo da função de carga
global g_fp;        % frequência de passada do peão [Hz]
global g_bodyWeight; % peso do peão médio [N]
global g_speed;     % velocidade de andamento do peão [m/s]
global g_bridgeLenght; % comprimento da ponte [m]

g_fp=f0;
g_bodyWeight=700;
g_speed=1.9;
g_bridgeLenght=35;

% Integração no tempo da equação do movimento
[u, udot, u2dot, p, t] = centralDiffInt(m, c, k, @calcFpWalking, dt, Tf,
u0, udot0);

% Representação gráfica dos resultados
plotGraph(1, 'deslocamento', t, 'tempo [s]', u, 'deslocamento [m]')
plotGraph(2, 'velocidade', t, 'tempo [s]', udot, 'velocidade [m/s]')
plotGraph(3, 'aceleração', t, 'tempo [s]', u2dot, 'aceleração [m/s2]')
plotGraph(4, 'força de excitação modal', t, 'tempo [s]', p, 'força [N]')

% end-----
```

Listagem 6.3 – *calcFpWalking.m*: Cálculo da força modal exercida em cada instante por um peão em caminhada

```
function [p]=calcFpWalking(t)
    % cálculo da força modal relativa a um peão em caminhada acc. Bachmann
    global g_fp;           % frequência de passada
    global g_bodyWeight;   % peso do peão médio
    global g_speed;        % velocidade de andamento do peão
    global g_bridgeLenght; % comprimento da ponte

    s=g_speed*t; % coordenada da secção na posição corrente do peão
    if(s>g_bridgeLenght || s<0) s=0; end
    modalCoord=sin(pi*s/g_bridgeLenght);

    % coeficientes de Fourier
    if(g_fp<=2.0) alfa1=0.4;
    else alfa1=0.25*g_fp-0.1;
    end
    alfa2=0.1;
    alfa3=0.1;

    % cálculo da função de carga
    Pt=alfa1*sin(2*pi*g_fp*t);
    Pt=Pxt+alfa2*sin(4*pi*g_fp*t-pi/2);
    Pt=Pxt+alfa3*sin(6*pi*g_fp*t-pi/2);
    Pt=Pt*g_bodyWeight;

    p=Pt*modalCoord; % força modal
    %function end-----
```

Na *Figura 6.5* apresenta-se a representação gráfica da força modal exercida pelo peão em caminhada. Na *Figura 6.6* representa-se o registo temporal da aceleração vertical calculada à passagem do peão em caminhada.

Pode-se observar que por esta metodologia de integração no tempo, a aceleração máxima calculada de 0.62 m/s^2 , é inferior à calculada através da equação 6.4, de 0.81 m/s^2 . Este facto pode justificar-se pela elevada velocidade de andamento do peão, cuja duração de aplicação da força de excitação não é suficiente para se atingir a estacionariedade da resposta. Conclui-se pois que a resposta é inteiramente transiente.

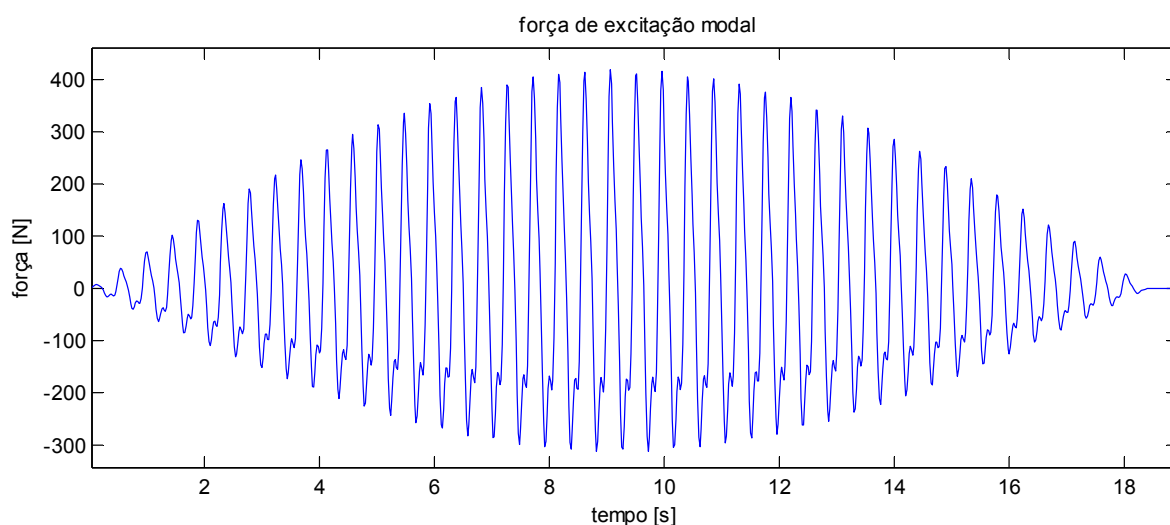


Figura 6.5 – Força de excitação modal relativa à acção de um peão em caminhada, com $f_p = 2.23$ Hz e $v = 1.9$ m/s

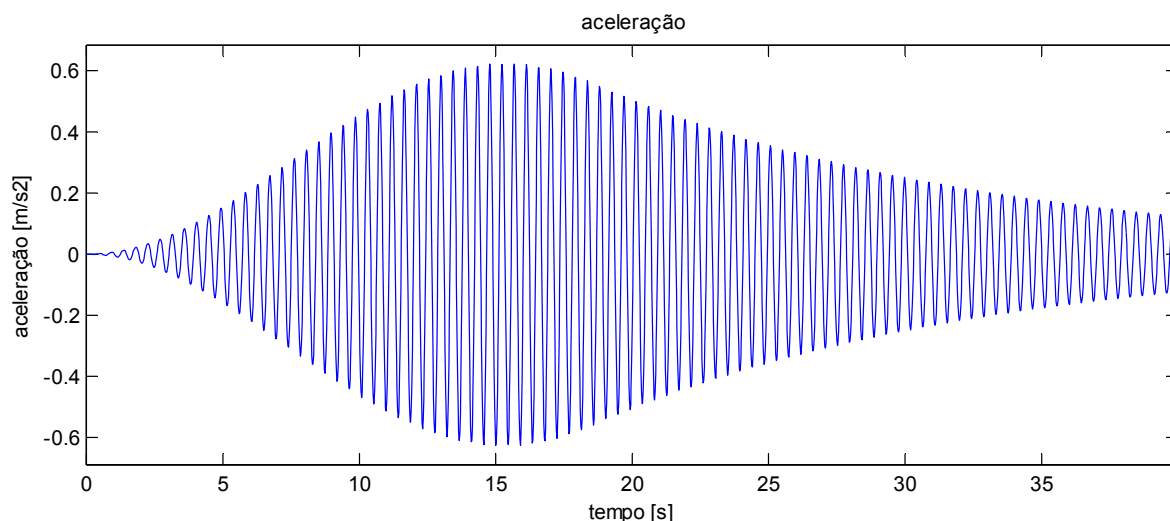


Figura 6.6 – Registo temporal de aceleração devido à passagem de um peão em caminhada, calculado no MATLAB por integração no tempo da equação do movimento

De modo a permitir a comparação dos resultados, paralelamente foi também desenvolvido um modelo de elementos finitos. O tabuleiro da ponte foi discretizado por uma malha regular com dez elementos finitos de barra. As forças dinâmicas nodais exercidas pelo peão em caminhada foram geradas através da aplicação desenvolvida para o efeito, como ilustra a Figura 6.7. A análise dinâmica temporal foi realizada por sobreposição modal, considerando os três primeiros modos de vibração da viga. A aceleração máxima calculada no nó situado a meio vão foi de 0.62 m/s^2 , coincidindo precisamente com a aceleração máxima previamente

calculada por integração no tempo da equação do movimento no MATLAB. Na *Figura 6.8* apresenta-se o registo temporal da aceleração vertical a meio vão do tabuleiro.

Os resultados obtidos permitem concluir que neste exemplo simples a resposta é correctamente estimada pelo modelo de um grau de liberdade. A integração no tempo da equação do movimento permitiu obter resultados idênticos aos obtidos pelo método da sobreposição modal no modelo de elementos finitos. A aplicação da equação 6.4, relativa ao cálculo da resposta máxima estacionária, forneceu uma aceleração superior à calculada pelos outros métodos. O comprimento limitado do tabuleiro, associado à elevada velocidade de andamento do peão, leva a que a resposta seja transiente, limitando as condições de aplicabilidade da referida equação.

Os resultados obtidos através das três metodologias de cálculo permitem confirmar que, para este caso de carga, a estrutura oferece um nível de conforto médio correspondente à classe *CL2* preconizada pelo Sétra. Para além disso, importa também referir que a resposta máxima calculada respeita o limite de aceleração especificado na BS 5400-2 [14], igual a $0.5 \sqrt{2.23} = 0.75 \text{ m/s}^2$. Dado que a norma Britânica apenas contempla este caso de carga, pode-se afirmar que a ponte cumpre os critérios de conforto da BS 5400-2.

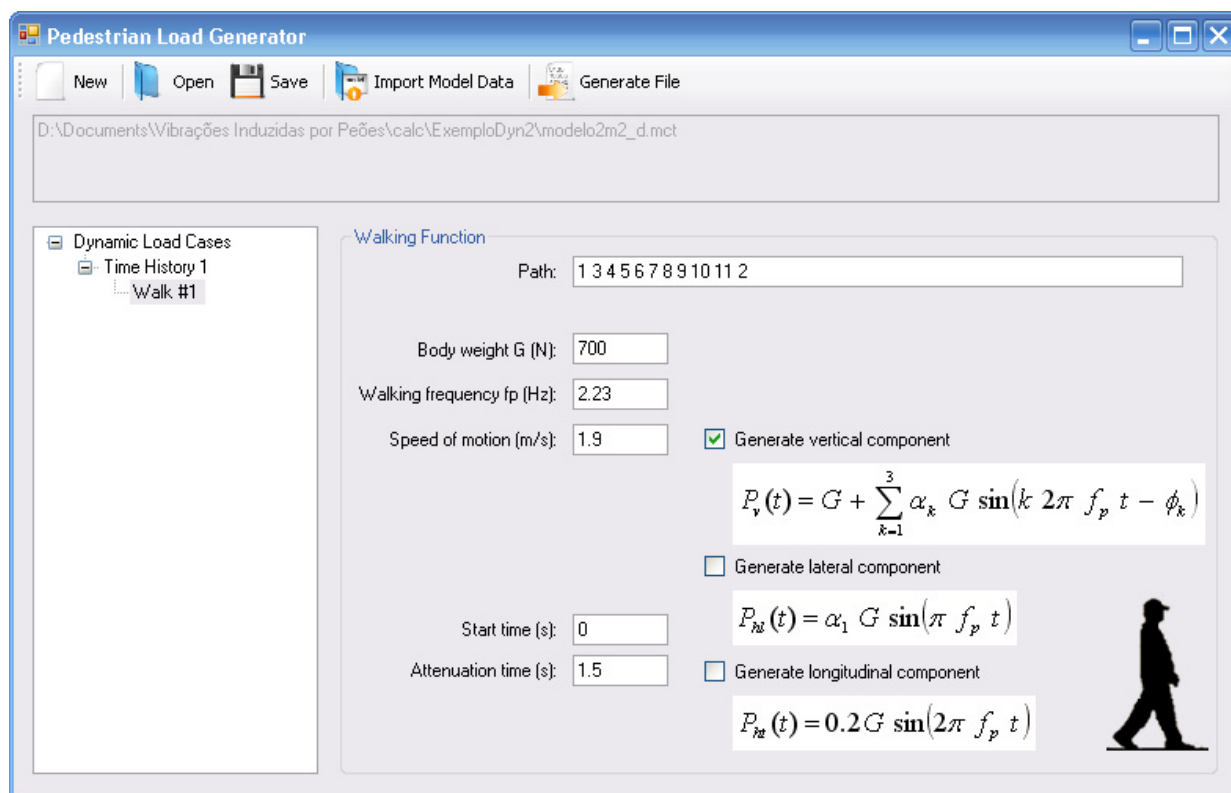


Figura 6.7 – Introdução dos parâmetros para geração das forças dinâmicas nodais exercidas pelo peão em caminhada na aplicação desenvolvida

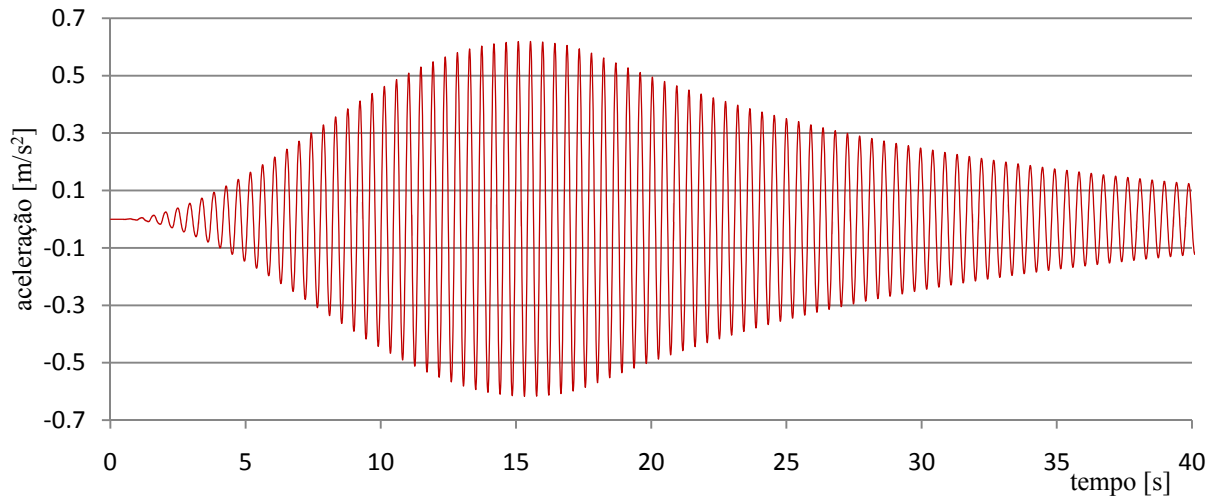


Figura 6.8 – Registo temporal de aceleração devido à passagem de um peão em caminhada, calculado por sobreposição modal no modelo de elementos finitos

iii) Análise do atravessamento por um peão em corrida

A excitação em ressonância do primeiro modo de vibração da ponte com frequência natural de 2.23 Hz corresponde à acção de um andamento rápido em caminhada. No entanto, dado que se trata de uma frequência natural relativamente elevada, este modo de vibração poderá ser igualmente excitado por um peão em corrida lenta. Parece então pertinente, analisar também os efeitos dinâmicos induzidos por peões em corrida. O modelo de carga preconizado por Bachmann para simular um peão em corrida, traduz-se por,

$$F_p(t) = \begin{cases} k_p G \sin(\pi t / t_c), & t \leq t_c \\ 0, & t_c \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (6.30)$$

podendo estimar-se o tempo de contacto dos pés com o pavimento t_c , em cada período da passada T_p igual a $1/2.23 = 0.45$ s, do seguinte modo:

$$t_c = \frac{2}{f_p^{2.13}} = \frac{2}{2.23^{2.13}} = 0.36 \text{ s} \quad (6.31)$$

O valor do factor de impacto dinâmico k_p , é dado por,

$$k_p = \frac{\pi}{4} f_p^{1.13} = \frac{\pi}{4} 2.23^{1.13} = 1.94 \quad (6.32)$$

A velocidade v de andamento do peão considerada foi de 2.5 m/s.

A aplicação da equação 6.4 ao cálculo da resposta máxima estacionária em ressonância, não pode basear-se no modelo de carga descontínuo dado que este não é traduzido por uma função sinusoidal. Uma alternativa é recorrer ao modelo de carga da corrida definido por desenvolvimento em série de Fourier da equação 3.9. De acordo com a Figura 3.18, a amplitude normalizada do primeiro harmónico relativa ao quociente $t_c/T_p = 0.36/0.45 = 0.80$ é aproximadamente igual a 1.05. Pode-se assim estimar a resposta máxima à acção da corrida,

$$p_i^* = \frac{2}{\pi} Q = \frac{2}{\pi} \times 700 \times 1.05 = 467.92 \text{ N} \quad (6.33)$$

$$a_{\max} = \frac{p_i^*}{2\xi_i m_i} = \frac{467.92}{2 \times 0.005 \times 25235} = 1.85 \text{ m/s}^2 \quad (6.34)$$

Tal como no caso de carga previamente analisado, também neste caso a resposta é transiente, pelo que a aceleração máxima calculada pelos restantes métodos de análise será necessariamente inferior.

A integração no tempo da equação do movimento pode ser realizada pelo mesmo código apresentado na *Listagem 6.2*, alterando a velocidade de andamento do peão para 2.5 m/s, e substituindo a referência à função `calcFpWalking` relativa ao cálculo da força modal do peão em caminhada pela função que se apresenta na *Listagem 6.4*. Nas Figuras 6.6 e 6.7 apresenta-se a representação gráfica da força modal aplicada pelo peão em corrida, e a correspondente aceleração calculada por integração no tempo da equação do movimento, que atingiu o valor máximo de 1.19 m/s².

A mesma acção de um peão em corrida foi também simulada através do modelo de elementos finitos previamente desenvolvido. A *Figura 6.11* ilustra a introdução dos dados na aplicação para geração das forças dinâmicas nodais. Na *Figura 6.12* apresenta-se o registo temporal da aceleração calculada pelo método de sobreposição modal no modelo de elementos finitos, à passagem do peão em corrida. A aceleração máxima calculada no nó localizado a meio vão da ponte foi de 1.17 m/s², valor que é aproximadamente igual ao que foi calculado por integração no tempo da equação do movimento.

Os resultados obtidos por via das três metodologias de cálculo, em termos de aceleração máxima, permitem concluir que para este caso de carga a ponte deverá apresentar um nível de conforto mínimo, correspondente à classe *CL3* do Sétra.

Listagem 6.4 – *calcFpRunning.m*: Cálculo da força modal exercida em cada instante por um peão em corrida

```
function [p]=calcFpRunning(t)
% cálculo da força modal relativa a um peão em corrida acc. Bachmann
global g_fp;           % frequência de passada
global g_bodyWeight;   % peso do peão médio
global g_speed;        % velocidade de andamento do peão
global g_bridgeLenght; % comprimento da ponte

s=g_speed*t; % coordenada da secção na posição corrente do peão
if(s>g_bridgeLenght||s<0) s=0; end
modalCoord=sin(pi*s/g_bridgeLenght);

Tp=1/g_fp;
kp=pi/4*g_fp^1.13;
tc=2.0/g_fp^2.13;

% cálculo da função de carga semi-sinusoidal
iCycle=fix(t/Tp);
t=t-Tp*iCycle;

if ((tc<=t)&&(t<=Tp))
    Pt=0;
else
    Pt=kp*g_bodyWeight*sin(pi*t/tc);
end

p=Pt*modalCoord; % força modal
%function end-----
```

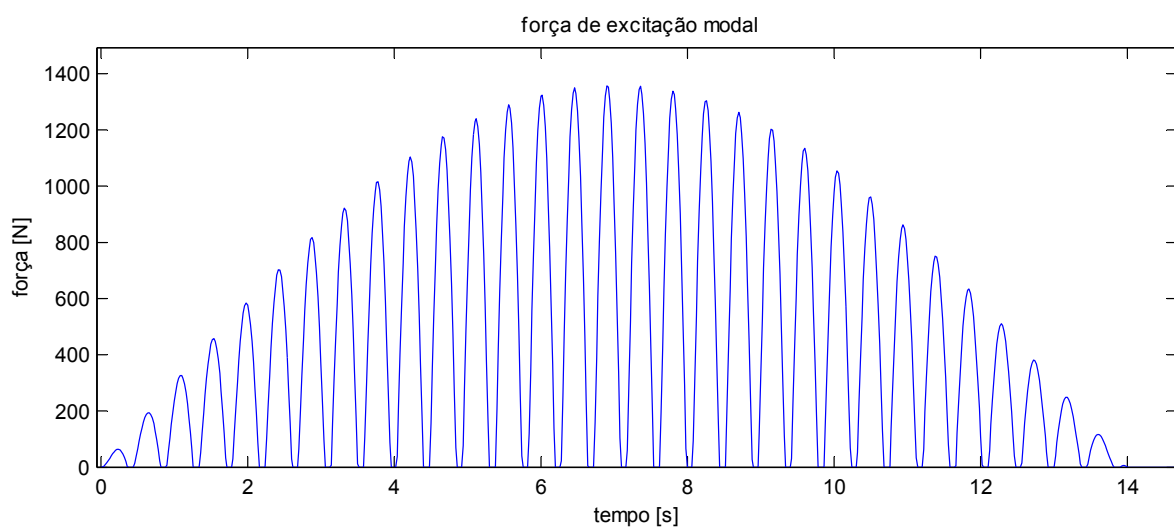


Figura 6.9 – Força de excitação modal relativa à acção de um peão em corrida, com $f_p = 2.23$ Hz e $v = 2.5$ m/s

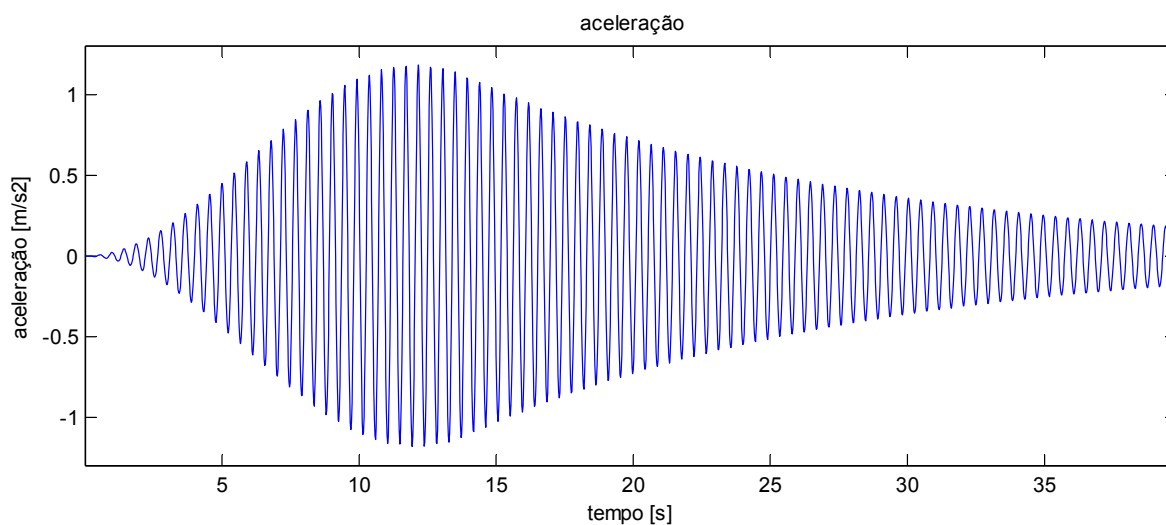


Figura 6.10 – Registo temporal de aceleração devido à passagem de um peão em corrida, calculado no MATLAB por integração no tempo da equação do movimento

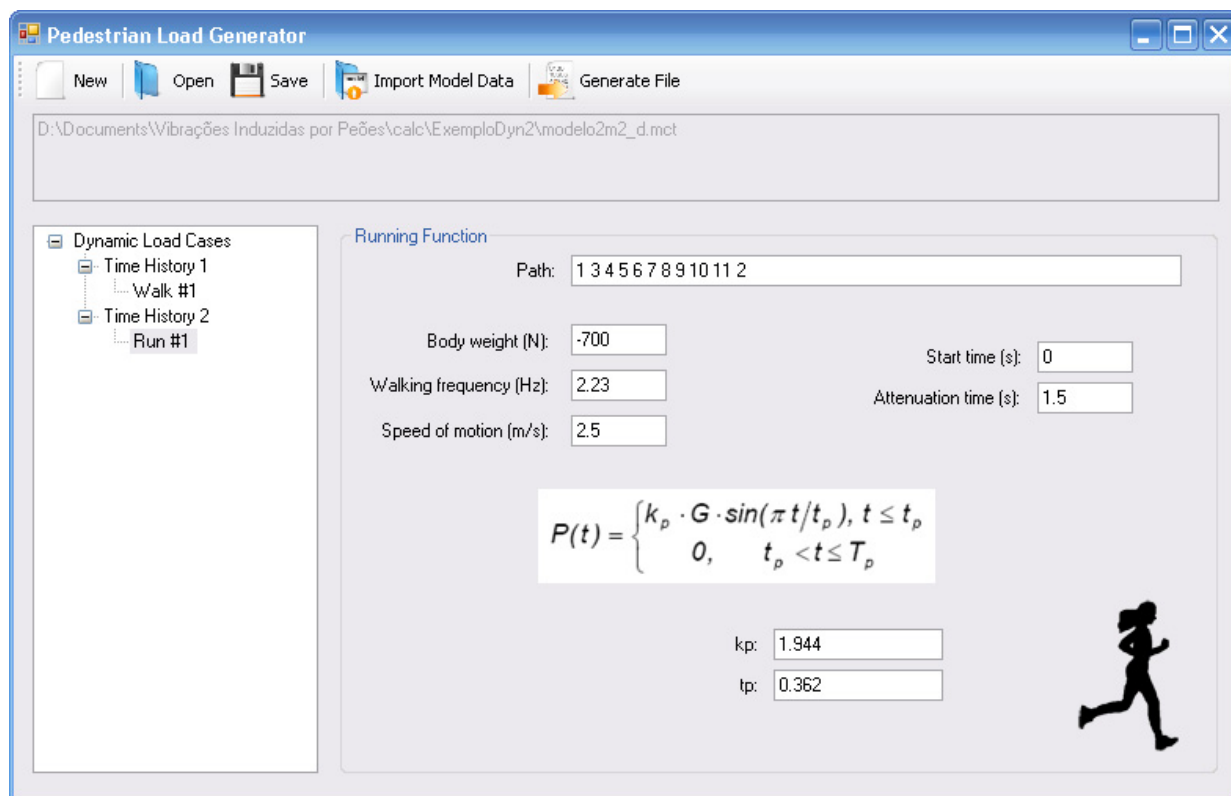


Figura 6.11 – Introdução dos parâmetros para geração das forças dinâmicas nodais exercidas pelo peão em corrida na aplicação desenvolvida

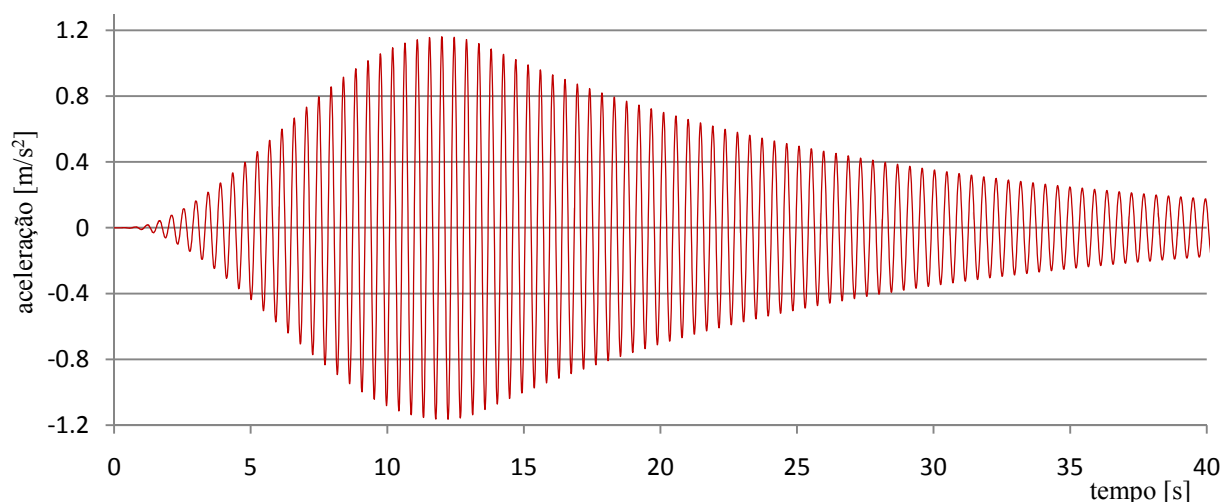


Figura 6.12 – Registo temporal de aceleração devido à passagem de um peão em corrida, calculado por sobreposição modal no modelo de elementos finitos

iv) Análise do atravessamento por um fluxo contínuo de peões em caminhada

Para a situação da ponte carregada com uma densidade de peões de 0.8 P/m^2 , o que equivale a $0.8 \times 35 \times 3 = 84$ peões sobre o tabuleiro, a massa modal da ponte passa a 28233 kg, de modo a incluir a massa adicional dos peões, e a frequência natural da ponte baixa para 2.11 Hz. Segundo o Sétra [12], esta frequência natural localiza-se na Banda 2, correspondendo a um risco médio de ressonância. Assim, de acordo com o *Quadro 2.11*, deverá considerar-se o caso de carga *C1*, cuja força por unidade de comprimento do tabuleiro é dada por,

$$p_{\text{vert}}(t) = b_{\text{eff}} d \lambda \psi_{1,\text{vert}} \left[0.4 G \sin(2\pi f_{\text{vert}} t) \right] \quad (6.35)$$

em que, para $d = 0.8 \text{ P/m}^2$, a taxa de sincronização dos peões λ é definida por,

$$\lambda = 10.8 \sqrt{\frac{\xi}{S d}} = 10.8 \sqrt{\frac{0.005}{35 \times 3 \times 0.8}} = 0.0833 \quad (6.36)$$

e o coeficiente $\psi_{1,\text{vert}}$ de redução da amplitude do primeiro harmónico toma o valor de 0.98, de acordo com a *Figura 4.6*.

A força modal relativa à acção do fluxo de peões em caminhada é calculada pelo integral da seguinte equação,

$$p^*(t) = \int_0^L p(t) \Phi(s) ds = p(t) \frac{2L}{\pi} \quad (6.37)$$

Deste modo, a força modal correspondente à máxima amplitude da função de carga, é dada por,

$$p^* = b_{eff} d \lambda \psi_{1,vert} 0.4 G \frac{2L}{\pi} = 3 \times 0.8 \times 0.0833 \times 0.98 \times 0.4 \times 700 \times \frac{2 \times 35}{\pi} = 1222.3 \quad (6.38)$$

ficando-se em condições de calcular a resposta máxima em ressonância,

$$a_{\max} = \frac{p_i^*}{2\xi_i m_i} = \frac{1222.3}{2 \times 0.005 \times 28233} = 4.33 \text{ m/s}^2 \quad (6.39)$$

que excede claramente qualquer limite de conforto humano.

De modo a validar este resultado, pode-se também implementar a aplicação deste caso de carga no código *MATLAB* para integração no tempo da equação do movimento. Na *Listagem 6.5* apresenta-se a implementação da função de cálculo da força modal devido à passagem de um fluxo contínuo de peões.

Listagem 6.5 – calcFpCrowd.m: Cálculo da força modal exercida em cada instante por um fluxo contínuo de peões em caminhada

```
function [p]=calcFpCrowd(t)
% cálculo da força modal relativa a um fluxo de peões acc. Sétra
global g_fp;           % frequência de passada
global g_bodyWeight;   % peso do peão médio
global g_bridgeLenght; % comprimento da ponte
global g_bridgeWidth;  % largura útil do tabuleiro
global g_pedDensity;   % densidade de peões na ponte [P/m^2]
global g_syncRate;     % taxa de sincronização dos peões
global g_psi;          % coeficiente de redução da amplitude

% cálculo da função de carga
alpha1=0.4;
Pt=alpha1*g_bodyWeight;
Pt=Pt*g_bridgeWidth*g_pedDensity*g_syncRate*g_psi;
Pt=Pt*sin(2*pi*g_fp*t);

p=Pt*2*g_bridgeLenght/pi; % força modal
%function end-----
```

O código principal é praticamente idêntico ao da *Listagem 6.2*, apenas sendo necessário alterar as propriedades modais da estrutura devido à inclusão da massa adicional dos peões, e acrescentar algumas variáveis relativas ao cálculo da função de carga do fluxo de peões, ver *Listagem 6.6*.

Listagem 6.6 – *sdofCrowdWalking.m*: Simulação de um fluxo contínuo de peões em caminhada através de um sistema de um grau de liberdade

```
%-----
% Limpar variáveis e a linha de comando
clear all
close all
clc

% Parâmetros de integração da equação do movimento
dt=0.002;           % passo de integração [s]
Tf=100.0;           % duração da análise [s]
u0=0;               % deslocamento inicial [m]
udot0=0;            % velocidade inicial [m/s]

% Dados do problema
f0=2.11;             % frequência natural [Hz]
csi=0.005;           % coeficiente de amortecimento
m=28233;             % massa modal [kg]
c=2*csi*2*pi*f0*m;   % amortecimento modal [kg/s]
k=(2*pi*f0)^2*m;     % rigidez modal [kg/s^2]

% Variáveis globais utilizadas no cálculo da função de carga
global g_fp;         % frequência de passada do peão [Hz]
global g_bodyWeight; % peso do peão [N]
global g_bridgeLenght; % comprimento da ponte [m]
global g_bridgeWidth; % effective width of the bridge

g_fp=f0;
g_bodyWeight=700;
g_bridgeLenght=35.0;
g_bridgeWidth=3.0;

% Variáveis globais relativas ao cálculo de ação de fluxos de peões
global g_pedDensity; % densidade de peões na ponte [P/m^2]
global g_syncRate;   % taxa de sincronização dos peões
global g_psi;        % coeficiente de redução da amplitude

g_pedDensity=0.8;
g_syncRate=0.0833;
g_psi=0.98;

% Integração no tempo da equação do movimento
[u, udot, u2dot, p, t] = centralDiffInt(m, c, k, @calcFpCrowd, dt, Tf, u0,
udot0);

% Representação gráfica dos resultados
plotGraph(1, 'deslocamento', t, 'tempo [s]', u, 'deslocamento [m]')
plotGraph(2, 'velocidade', t, 'tempo [s]', udot, 'velocidade [m/s]')
plotGraph(3, 'aceleração', t, 'tempo [s]', u2dot, 'aceleração [m/s2]')
plotGraph(4, 'força de excitação modal', t, 'tempo [s]', p, 'força [N]')

% end-----
```

Na *Figura 6.13* apresenta-se a força modal exercida pela massa de peões. Na *Figura 6.14* representa-se o correspondente registo temporal da aceleração calculada. A aceleração máxima, registada após se atingir a estacionariedade da resposta, foi de 4.32 m/s^2 .

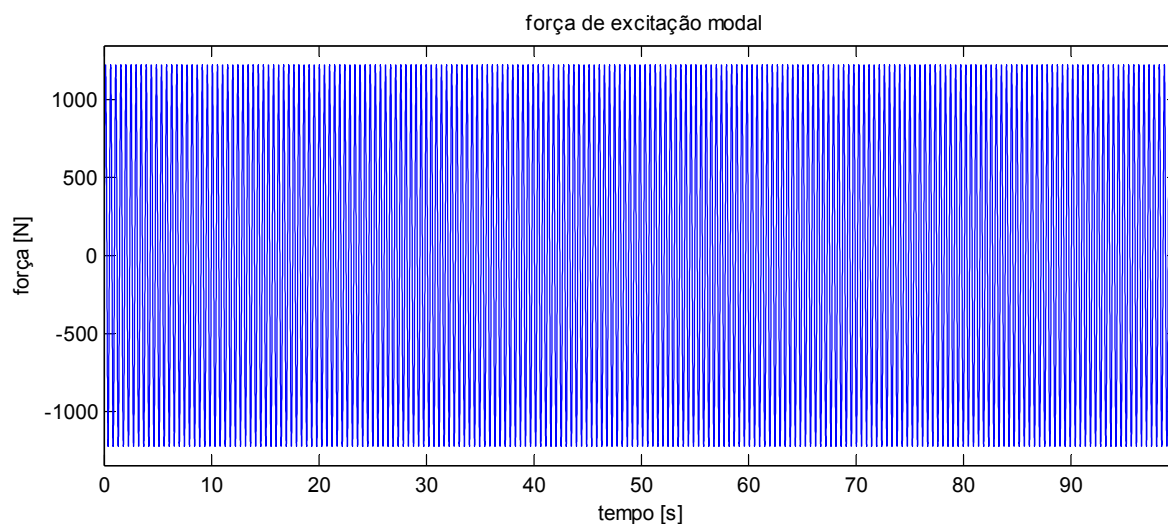


Figura 6.13 – Força de excitação modal relativa à acção de um fluxo contínuo de peões

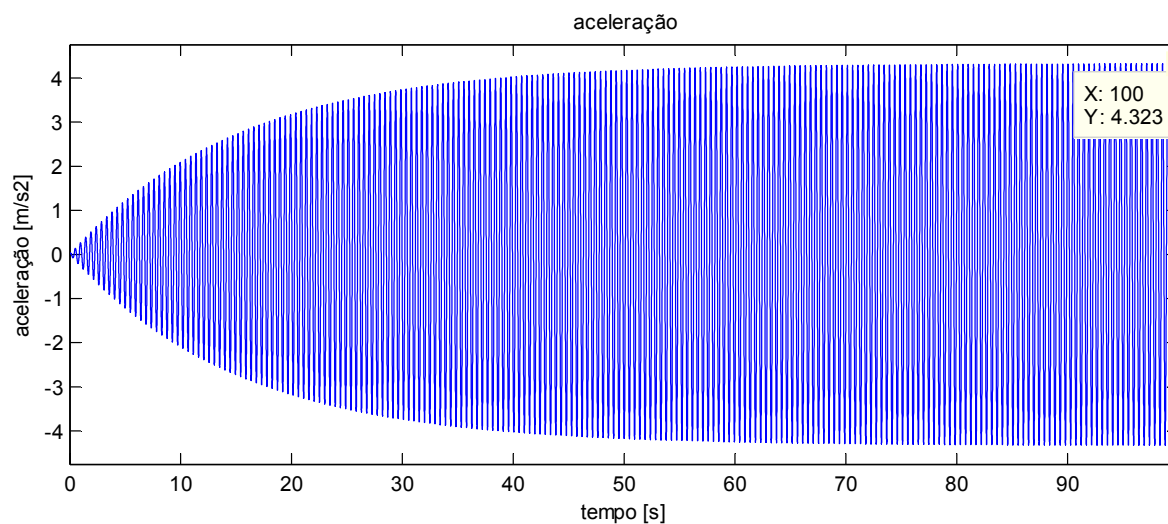


Figura 6.14 – Registo temporal de aceleração devido à passagem de um fluxo contínuo de peões, calculado no MATLAB por integração no tempo da equação do movimento

A mesma acção do fluxo contínuo de peões foi também simulada no modelo de elementos finitos. O registo temporal da aceleração calculada apresenta-se na *Figura 6.15*, verificando-se que a aceleração máxima atinge o valor de 4.32 m/s^2 , tal como nas anteriores análises.

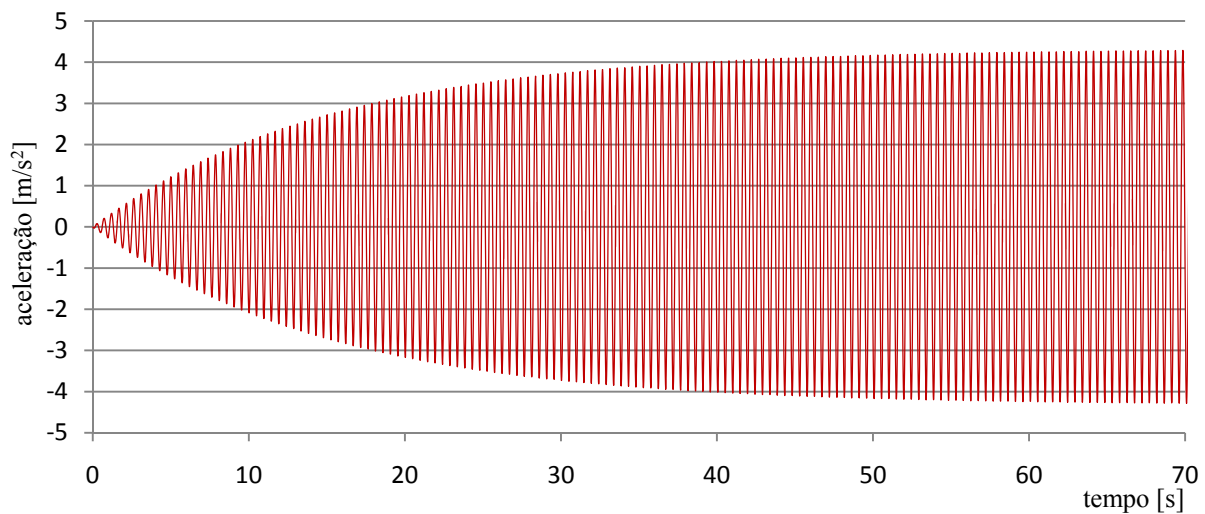


Figura 6.15 – Registro temporal de aceleração devido à passagem de um fluxo contínuo de peões com $d=0.8 \text{ P/m}^2$, calculado por sobreposição modal no modelo de elementos finitos

v) Conclusões

A ponte em exemplo é uma estrutura simplesmente apoiada que apresenta um modo de vibração com uma frequência natural próxima de 2.0 Hz, a que corresponde um risco médio de ressonância para a acção pedonal. Por esse motivo, decidiu-se avaliar o nível de conforto em serviço, para o atravessamento de um peão em caminhada e em corrida, e para um fluxo contínuo de peões em caminhada.

Como a resposta da estrutura à acção pedonal é dominada pelo primeiro modo de vibração, podem-se empregar métodos de cálculo baseados em sistemas com um grau de liberdade sem perda de precisão. Assim, foi possível comparar os valores máximos da resposta calculada por três metodologias distintas: (1) aproximação da resposta máxima na ponte à resposta induzida por uma carga harmónica em ressonância através equação 6.4, (2) resolução numérica da equação do movimento de um sistema de um grau de liberdade por integração no tempo, e (3) utilização da aplicação informática desenvolvida para geração do carregamento pedonal, e análise dinâmica com um modelo de elementos finitos, aplicando o método da sobreposição modal.

Para o atravessamento por um peão em caminhada, a aceleração máxima a meio vão da ponte foi de 0.6 m/s^2 , o que corresponde a um nível de conforto médio. Mesmo considerando o modelo de carga proposto por Bachmann, a que corresponde, para a frequência natural em análise, uma amplitude normalizada do primeiro harmónico de 0.458, a resposta máxima é inferior ao limite especificado na BS 5400-2 para uma acção dinâmica com uma amplitude normalizada de 0.257, aproximadamente 45% inferior. Pode-se assim afirmar que a ponte

cumpre integralmente os critérios de conforto da norma Britânica. A integração no tempo da equação do movimento do primeiro modo de vibração, realizada através de algumas rotinas simples implementadas em *MATLAB*, permitiu obter resultados idênticos aos obtidos pelo método da sobreposição modal no modelo de elementos finitos, considerando os primeiros três modos de vibração. A elevada velocidade de andamento do peão, e o comprimento limitado do tabuleiro, levam a que a resposta da ponte seja transiente. Por esse motivo, a aplicação da equação 6.1, relativa ao cálculo da resposta máxima estacionária, forneceu uma estimativa da aceleração máxima cerca de 30% superior.

A simulação de um peão em corrida permitiu concluir que, para essa situação de carregamento, o nível de conforto é mínimo. A função de carga considerada correspondeu ao modelo descontínuo preconizado por Bachmann. Os resultados calculados em *MATLAB* apresentaram valores idênticos aos que foram obtidos pelo modelo de elementos finitos. A aplicação da equação 6.1, relativa a uma carga harmónica em ressonância, não pode basear-se no modelo descontínuo, obrigando a recorrer ao modelo de carga definido por desenvolvimento em série de Fourier. A estimativa fornecida por este método foi cerca de 55% superior, podendo explicar-se tal diferença pelo carácter eminentemente transiente da resposta.

Admitindo que se trata de uma ponte urbana da Classe *II*, avaliou-se o nível de conforto para um fluxo de peões em caminhada com uma densidade de 0.8 P/m^2 , segundo a metodologia proposta pelo Sétra. A aceleração calculada apresenta um valor máximo superior a 4 m/s^2 , que excede claramente qualquer limite de conforto humano, significando que é necessário implementar medidas de melhoria do comportamento dinâmico da ponte. Neste caso, por se tratar de um carregamento que induz a resposta estacionária, a aceleração máxima calculada pelas três metodologias coincide.

Pode-se concluir que a caracterização do comportamento dinâmico baseada unicamente nos modelos de carga de um peão em ressonância não é conservativa. Neste sentido, é aconselhável a avaliar a resposta dinâmica também com base nos modelos de fluxos contínuos de peões, de acordo com as recomendações de projecto mais recentemente publicadas.

6.5. REFERÊNCIAS

1. Ray Clough, J.P., *Dynamics of structures, 3rd Edition*. 2003: Computers & Structures, Inc.
 2. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX)*. 2006: European Comission.
 3. Wilson, E., *Dynamic analysis by numerical integration*. www.csiberkeley.com.
 4. MATLAB. The MathWorks, Inc. www.mathworks.com.
 5. Visual C# Developer Center. Microsoft. <http://msdn.microsoft.com/en-us/vcsharp>.
 6. Microsoft .NET Framework. Microsoft. <http://www.microsoft.com/.NET/>.
 7. .NET Framework Developer Center. Microsoft. <http://msdn.microsoft.com/en-us/netframework/>.
 8. Windows operating system. Microsoft. <http://www.microsoft.com/windows/>.
 9. Extensible Markup Language (XML). The World Wide Web Consortium (W3C). <http://www.w3.org/XML/>.
 10. Hugo Bachmann, W.A., *Vibrations in structures - induced by man and machines*. 1987: IABSE.
 11. Bachmann, *Vibration problems in structures: practical guidelines*. 1995: Birkhäuser.
 12. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines*. 2006: Sétra.
 13. Frýba, L., *Dynamics of Railway Bridges*. 1996: Thomas Telford.
 14. *Design Manual for Roads and Bridges - Composite Version of BS 5400: Part 2, 1978*. Vol. 1. 2001: U.K. Highways Agency.
-

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

– PONTE DE ALDEIAS EM GOUVEIA

7. Exemplo de aplicação – Ponte de Aldeias em Gouveia

7.1. Introdução

7.2. Descrição geral da solução estrutural

7.3. Análise e dimensionamento estrutural

7.3.1. Análise estática e pormenorização estrutural

7.3.2. Comportamento dinâmico à acção pedonal

7.4. Processo construtivo

7.5. Ensaio dinâmico após o final da construção

7.5.1. Identificação das propriedades modais

7.5.2. Efeitos dinâmicos induzidos por peões individuais e por pequenos grupos

7.6. Aplicação da metodologia do Sétra

7.6.1. Classificação da ponte pedonal

7.6.2. Análise das bandas de risco de ressonância das frequências naturais

7.6.3. Análise dos efeitos dinâmicos de fluxos de peões

7.7. Conclusões

7.8. Referências

7.1. INTRODUÇÃO

A ponte pedonal de Aldeias localiza-se no município de Gouveia, próximo da Serra da Estrela. A ponte resultou de um concurso de concepção/construção promovido pela E.P.E. – Estradas de Portugal, no âmbito da construção de uma variante à E. N. 232, em Gouveia. O projecto vencedor desse concurso foi desenvolvido pelo autor, ao serviço da empresa Construções Metálicas Socometal, S.A. [1].

A ponte pedonal fica situada no Nó Viário de Aldeias, num local de grande visibilidade. Não obstante os condicionamentos económicos, pretendia-se uma solução esteticamente agradável e com um bom enquadramento paisagístico. Para além disso, estavam obviamente subjacentes critérios de funcionalidade e eficiência estrutural.

7.2. DESCRIÇÃO GERAL DA SOLUÇÃO ESTRUTURAL

Tanto a localização como as principais características da ponte pedonal foram determinadas pelo Dono de Obra. O tabuleiro é recto em planta, e apresenta uma rasante curva em alçado concordante com as rampas de acesso de cada um dos lados. Os pilares em tubo metálico de secção circular com betão no interior, delimitam os 57.4 m entre encontros num vão principal de 30.0 m e dois vãos laterais desiguais. Para além de razões de ordem estética, a geometria da ponte foi condicionada de modo a garantir um gabarit vertical mínimo de 5.5 m.

A solução estrutural adoptada, integralmente em construção metálica, consiste numa viga principal em caixão fechado de altura variável. A estrutura resultante apresenta uma forma esbelta e fluida, esteticamente equilibrada e estruturalmente fiável, ver *Figura 7.1*. O tabuleiro, incluindo a viga principal resistente, as vigas de bordadura e o piso metálico foram completamente pré-fabricados em oficina, formando um conjunto único monolítico.

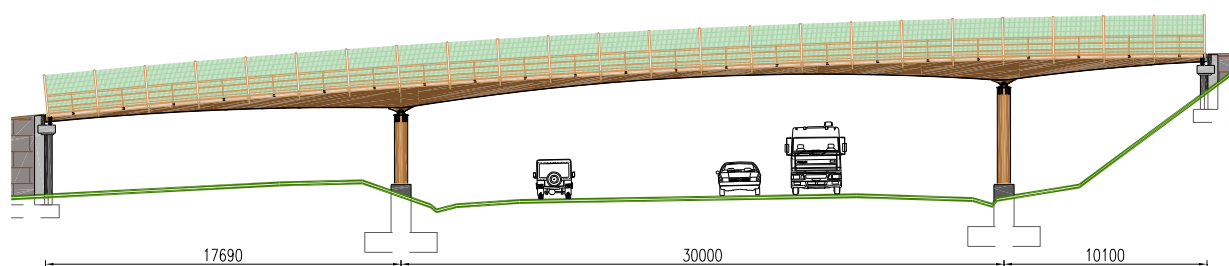


Figura 7.1 – Alçado da ponte pedonal

A segurança dos peões é um dos aspectos de primordial importância na concepção de uma obra destinada a utilização pedonal. Neste sentido, o pavimento metálico foi revestido com uma pintura à base de sílica anti-derrapante. O guarda-corpos foi integrado na estrutura de suporte da rede de protecção, de modo a conseguir uma perfeita simbiose dos diversos elementos funcionais. A inclinação dos painéis de protecção e a utilização de rede de arame em malha rectangular contribuem para maximizar a sensação de espaço no tabuleiro com 1.5 m de largura, e permitir uma boa visibilidade da paisagem circundante. A reduzida largura do tabuleiro foi imposta pelo Dono de Obra, e apenas se justifica pela reduzida densidade de tráfego pedonal esperada.

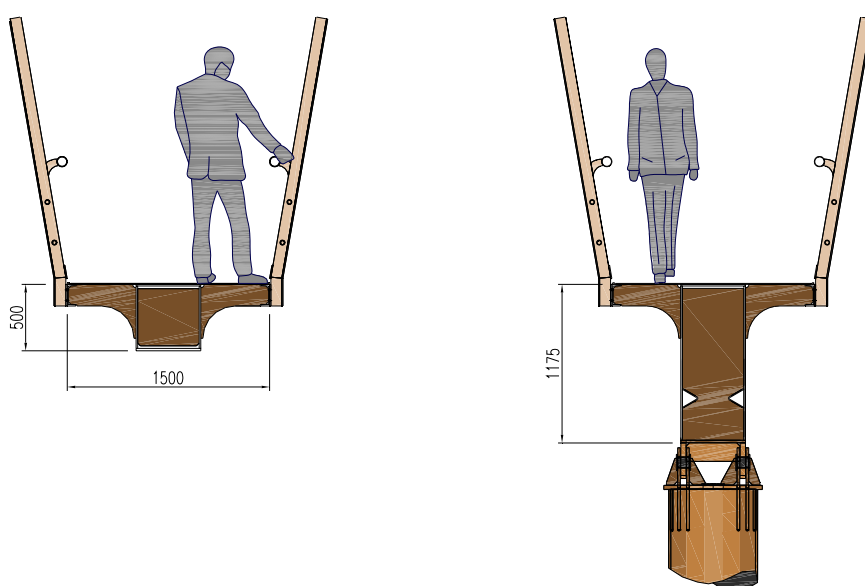


Figura 7.2 – Secção transversal a meio vão (lado esquerdo), e sobre os pilares (lado direito)

7.3. ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

7.3.1. Análise estática e pormenorização estrutural

A viga principal resistente tem uma largura constante de 480 mm e varia em altura, de 500 mm nos encontros e meio vão, a 1175 mm na secção sobre os pilares. Os diafragmas internos foram colocados com um espaçamento de 2500 mm, alinhados com os prumos de suporte dos painéis de rede. A estrutura do tabuleiro é formada por chapas soldadas com espessuras entre 8 e 18 mm, na qualidade S275 J0. A estrutura de suporte da rede de protecção e os prumos do guarda-corpos, respectivamente em secção T e em barra plana, são aparafusados às vigas UNP da bordadura do tabuleiro.

Para a fixação do tabuleiro aos pilares foram idealizadas articulações, permitindo rotações no plano da estrutura, ver *Figura 7.3a*. Nos encontros, o tabuleiro é apoiado por duas bielas, que pela sua ligação duplamente articulada, permitem deslocamentos longitudinais e rotações no plano da estrutura. As acções normais ao plano são resistidas por um sistema de guias lineares, ver *Figura 7.3b*. Em ambos os casos utilizaram-se cavilhões de aço de alta resistência, na qualidade 30CrNiMo8. A verificação dos cavilhões e das chapas de olhal foi realizada de acordo com os critérios da EN 1993, Parte 1-8 [2].

Em resultado das boas características resistentes do solo, as fundações são directas e superficiais, ver *Figura 7.1*.

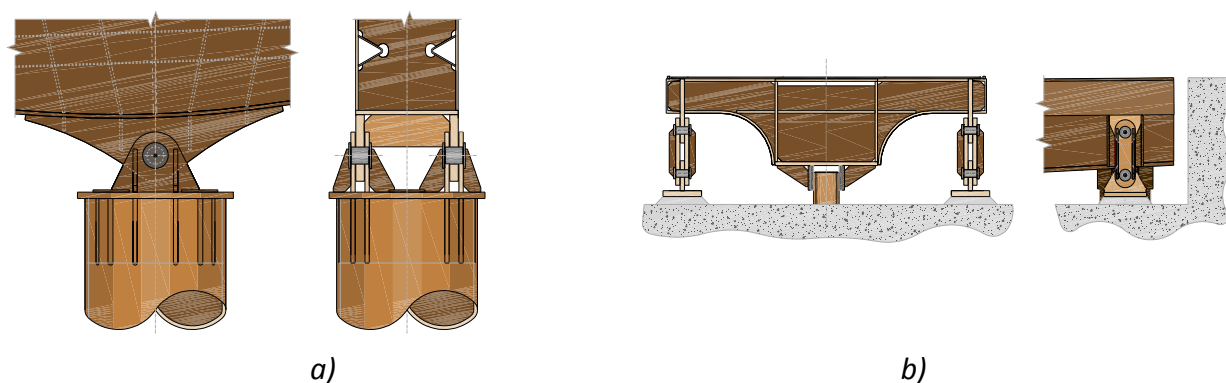


Figura 7.3 – Pormenores de apoio do tabuleiro: a) sobre os pilares, e b) nos encontros

A estrutura da ponte foi modelada com elementos finitos de barra espaciais, e de secção variável. Devido à encurvadura das secções, para a análise estática em Estado Limite Último desprezou-se a contribuição da chapa de piso lateral e das vigas de bordadura. Consequentemente, apenas a secção fechada em caixão foi considerada para resistir aos esforços globais. Na *Figura 7.4*, representa-se o modelo de cálculo da ponte com elementos de barra. Complementarmente ao modelo com elementos finitos de barra, foi também realizado um modelo com elementos de casca. Neste caso, a secção em caixão, os diafragmas transversais e as chapas de piso, foram modelados com elementos de casca de quatro nós, e para as vigas de bordadura e pilares de apoio da ponte pedonal utilizaram-se elementos de barra de dois nós. Este modelo mais detalhado permitiu validar o modelo de barras, concluindo-se que os resultados obtidos através das duas discretizações são praticamente idênticos. Por este motivo, e porque não se justificava o esforço de cálculo acrescido, optou-se por proceder a todas as verificações globais com base no modelo de barras. Na *Figura 7.5* representa-se uma vista parcial do modelo com elementos de casca.

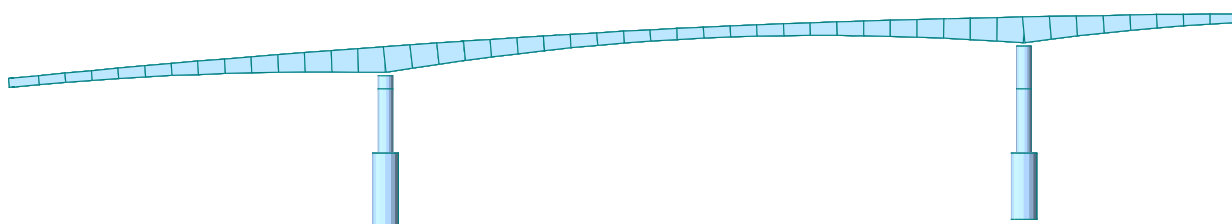


Figura 7.4 – Modelo de cálculo da ponte com elementos de barra

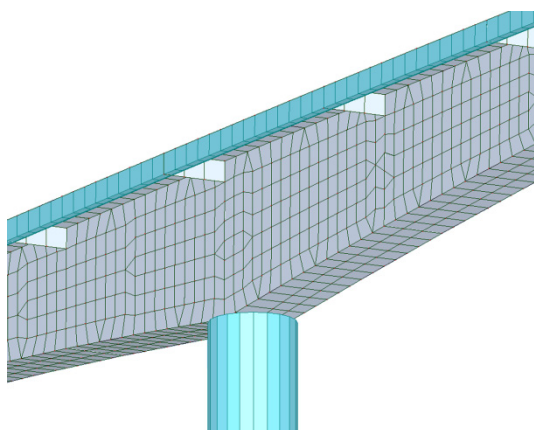


Figura 7.5 – Vista parcial do modelo de cálculo da ponte com elementos de casca

A resistência e a estabilidade da estrutura metálica foram verificadas de acordo com os novos Eurocódigos EN 1993, Partes 1-1 [3], 1-5 [4] e 2 [5]. Para evitar a encurvadura das almas da viga principal, foram colocados reforços longitudinais interiores com cerca de 5.0 m de comprimento, centrados na secção sobre os pilares. Nessa zona, as secções da viga principal são da classe 3, por isso a verificação em Estado Limite Último de toda a viga foi realizada em regime elástico.

As acções foram contabilizadas de acordo com as prescrições do Regulamento de Segurança e Acções para Edifícios e Pontes [6]. Na solução estrutural adoptada, o Estado Limite Último não é condicionante já que o valor máximo do quociente das tensões actuantes sobre as tensões resistentes reduzidas, ronda o valor de 0.6. Consequentemente, os Estados Limite de Serviço estáticos e dinâmicos assumiram um papel dominante.

A deformação máxima, considerando a Combinação Rara com o valor médio das cargas permanentes, o valor característico da acção variável de base, e os valores frequentes das restantes acções, é a meio vão e corresponde aproximadamente a 1/350 do comprimento do vão. Assim, a estrutura pode considerar-se moderadamente flexível.

7.3.2. Comportamento dinâmico à acção pedonal

Para uma estrutura esbelta deste tipo, uma das principais questões de projecto é o comportamento dinâmico à acção pedonal. A análise modal linear realizada na fase de projecto, identificou um primeiro modo de vibração lateral com frequência natural de 2.50 Hz, e dois modos verticais com frequências de 3.13 e 4.5 Hz. Como a frequência da acção lateral dos peões se situa entre 0.5 e 1.5 Hz, o modo de vibração lateral não foi considerado crítico. Para vibrações verticais, os possíveis efeitos de ressonância associados ao segundo harmónico da função de carga relativa à caminhada, ou ao primeiro harmónico da corrida, podem ser problemáticos.

Na altura em que a ponte foi projectada, as recentes recomendações de avaliação dinâmica do Sétra [7] e do Synpex [8] não estavam disponíveis. Em consequência, o estudo dinâmico realizado na fase de projecto foi baseado no trabalho de Bachmann [9], e consistiu na simulação do atravessamento de um peão individual de 800 N, induzindo a resposta dinâmica em ressonância com uma das frequências naturais da ponte. As simulações numéricas foram desenvolvidas com base num modelo linear elástico de elementos finitos, pelo método de sobreposição modal, considerando os dez primeiros modos de vibração. O amortecimento modal considerou-se constante e igual a 0.5% para todos os modos de vibração. Para verificar o critério de conforto, as acelerações máximas calculadas foram comparadas com os limites indicados pela BS 5400 [10].

Para simular um peão em caminhada sobre o tabuleiro com frequências de passada de 1.57 Hz e 2.25 Hz, consideraram-se as funções de carga da acção vertical e lateral do peão de acordo com as seguintes equações 7.1 e 7.2:

$$P_{vert}(t) = G \left[1 + \sum_{k=1}^3 \alpha_k \sin(k 2\pi f_p t - \phi_k) \right] \quad (7.1)$$

$$P_{lat}(t) = G \left[\alpha_1 \sin(\pi f_p t) \right] \quad (7.2)$$

A acção de um peão em corrida com frequência de 3.14 Hz foi simulada através de uma força dinâmica vertical definida pela equação 7.3, considerando um factor de impacto k_p de 2.76 e um período de contacto com o pavimento t_c de 0.18 s.

$$P_{vert}(t) = \begin{cases} k_p G \sin(\pi t/t_p), & t \leq t_p \\ 0, & t_p < t \leq T_p \end{cases} \quad (7.3)$$

Como exemplo, na *Figura 7.6* apresenta-se o registo temporal na secção de meio vão, obtido por simulação do atravessamento de um peão em caminhada, com frequência de passada de 1.57 Hz e 0.9 m/s de velocidade de andamento.

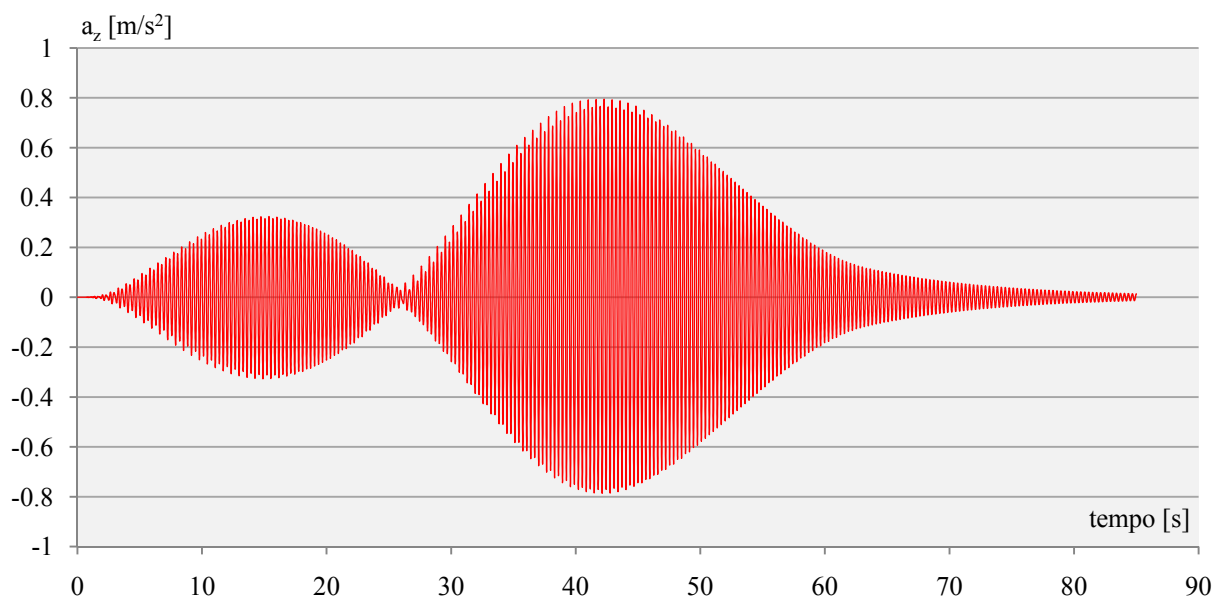


Figura 7.6 – Aceleração vertical na secção de meio vão para um peão em caminhada com frequência de passada de 1.57 Hz e 0.9 m/s de velocidade de andamento

No *Quadro 7.1* apresenta-se um resumo dos parâmetros de cada simulação de atravessamento da ponte por um peão. Os resultados obtidos para a acção relativa à caminhada demonstram claramente que as acelerações de pico satisfazem o limite previsto pela BS 5400. No entanto, para a corrida pode-se tirar uma conclusão distinta, dado que se excedem os limites de conforto. As simulações realizadas mostram uma grande sensibilidade à velocidade de andamento do peão em corrida, reduzindo mais de 50% a aceleração de pico se a velocidade passar de 3.0 para 5.0 m/s. Este efeito pode justificar-se pelo reduzido comprimento da ponte. No projecto, o valor de 0.5% admitido foi considerado o limite inferior do amortecimento realmente esperado. A análise demonstrou que, se na realidade o amortecimento estiver próximo de 1%, então a aceleração máxima será reduzida cerca de 20% mais. Apesar de a análise obviamente indicar níveis de aceleração desconfortáveis, não se podem esquecer as importantes incertezas relacionadas com a modelação das acções e com os limites de conforto humano, que podem alterar as conclusões obtidas. Estas incertezas, associadas à natureza de baixo custo do projecto, e ao facto de que a ponte iria localizar-se numa zona muito pouco povoada, em que a densidade de tráfego é reduzida, justificaram deixar o projecto inalterado. Para além disso, não foram previstos sistemas de controlo de vibrações.

Quadro 7.1 – Parâmetros e resultados de algumas simulações realizadas na fase de projecto

	f_p [Hz]	v [m/s]	ξ	$a_{z,max}$ [m/s ²]	$a_{z,lim}$ [m/s ²]
Caminhada	1.57	0.9	0.5%	0.80	0.89
	2.25	2.0	0.5%	0.11	1.06
Corrida	3.14	3.0	0.5%	5.90	1.25
	3.14	5.0	0.5%	3.90	1.25
	3.14	5.0	1.0%	3.30	1.25

7.4. PROCESSO CONSTRUTIVO

A ponte foi totalmente pré-fabricada em oficina, na Socometal. Para permitir o transporte, o tabuleiro foi dividido aproximadamente a meio vão, em dois segmentos com cerca de 33 e 25 m. A *Figura 7.7* apresenta um desses segmentos no momento da chegada à obra. Entre 13 e 31 de Outubro de 2006, as duas partes foram pré-montadas no solo, ao longo da berma da estrada. A ligação de continuidade dos dois segmentos de tabuleiro foi assegurada por soldadura de penetração total executada em obra, e verificada por ensaios de ultra-sons.



Figura 7.7 – Troço de tabuleiro no momento de chegada à obra

Simultaneamente, executaram-se as fundações e os encontros, e colocaram-se os pilares na sua posição. Ainda no solo, instalaram-se os guarda-corpos e os painéis de rede de protecção.

No dia 2 de Novembro de 2006, o tabuleiro completo foi por uma grua automóvel de 250 t, do local da pré-montagem à sua posição final, ver *Figura 7.8*. A colocação dos cavilhões dos apoios nos pilares e nos encontros, concluiu a operação de montagem da ponte, que no total durou cerca de quatro horas.



Figura 7.8 – Operação de montagem do tabuleiro da ponte



Figura 7.9 – Aspecto geral da ponte após o final da construção

Para evitar danos durante a construção, o pavimento anti-derrapante foi aplicado após a colocação da ponte na sua posição definitiva. No dia 8 de Novembro, todas as tarefas estavam concluídas, e o Dono de Obra fez a recepção provisória da obra.

7.5. ENSAIOS DINÂMICOS APÓS O FINAL DA CONSTRUÇÃO

Considerando as incertezas associadas ao amortecimento da ponte pedonal e a acção dos peões em corrida que afectam a presente estrutura, após o final da construção foi realizada uma campanha de ensaios com os seguintes objectivos fundamentais: (1) identificar as propriedades modais da estrutura, nomeadamente frequências naturais, coeficientes de amortecimento, e modos de vibração; (2) avaliar os efeitos dinâmicos induzidos por peões individuais e em pequenos grupos em caminhada ou em corrida.

As propriedades modais identificadas experimentalmente foram utilizadas para actualizar o modelo de elementos finitos da ponte, e a resposta à acção dos peões foi medida e comparada com os limites de conforto, e com a correspondente resposta avaliada com base em simulações numéricas.

7.5.1. Identificação das propriedades modais

As propriedades modais da estrutura foram identificadas a partir de um ensaio de vibração ambiental com dois sismógrafos equipados com acelerómetros tridimensionais. Um dos sismógrafos foi utilizado como referência e registou as acelerações na direcção vertical e lateral em contínuo, na secção S6 indicada na *Figura 7.10*. O outro sismógrafo registou acelerações sucessivamente ao longo das secções S1 a S10 indicadas na mesma Figura. Os registos temporais foram amostrados a 100 Hz, com 13 minutos de duração em cada secção.

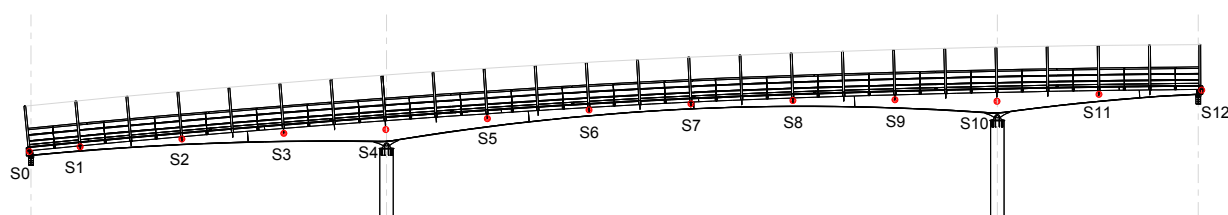


Figura 7.10 – Estações de medição ao longo da ponte

Da análise das estimativas da função densidade espectral de potência média para a direcção vertical e lateral baseadas no conjunto dos registos temporais, identificou-se um conjunto de frequências naturais que se encontram listadas no *Quadro 7.2*, conjuntamente com a caracterização da correspondente deformada modal. A forma modal foi identificada através da análise das estimativas da função de resposta em frequência, que relaciona a resposta em

cada secção medida com a resposta na secção de referência. Na *Figura 7.12* apresentam-se alguns modos de vibração identificados no ensaio. Apesar da frequência natural e das características dos modos de vibração identificados experimentalmente serem bastante próximas das correspondentes obtidas por via do modelo numérico previamente referido, foram introduzidas pequenas modificações no modelo de modo a melhorar a correlação com as propriedades identificadas no ensaio. As frequências naturais obtidas numericamente por via do modelo de elementos finitos actualizado apresentam-se no *Quadro 7.2*, podendo-se observar uma excelente aproximação aos resultados experimentais.

Quadro 7.2 – Frequências naturais e características dos modos de vibração

Modo vibração	Frequência natural identificada [Hz]	Frequência natural calculada [Hz]	Características do modo de vibração
1	2.70	2.70	Transversal (+vertical, experimental)
2	3.68	3.68	Vertical
3	5.16	5.04	Vertical
4	5.38	5.34	Transversal
5	5.78	6.17	Transversal
6	7.45	7.12	Vertical
7	9.27	9.39	Transversal

Os coeficientes de amortecimento foram identificados a partir de ensaios de vibração livre. Nestes ensaios, uma pessoa induziu a resposta da ponte em ressonância saltando numa posição fixa ao longo da ponte, ou no caso do primeiro modo lateral, exercendo vibração no corrimão, e subitamente interrompendo o seu movimento. O ajuste de uma função exponencial à envolvente dos registos temporais filtrados da vibração livre proporcionou estimativas dos coeficientes de amortecimento para os dois primeiros modos de vibração, respectivamente da ordem de 1.2% e de 1.3%, para o modo vertical e transversal, com frequências naturais de 2.70 Hz e de 3.68 Hz. Na *Figura 7.11* apresenta-se um exemplo do registo temporal da aceleração na direcção transversal, após se induzir a resposta em ressonância à frequência de 2.70 Hz

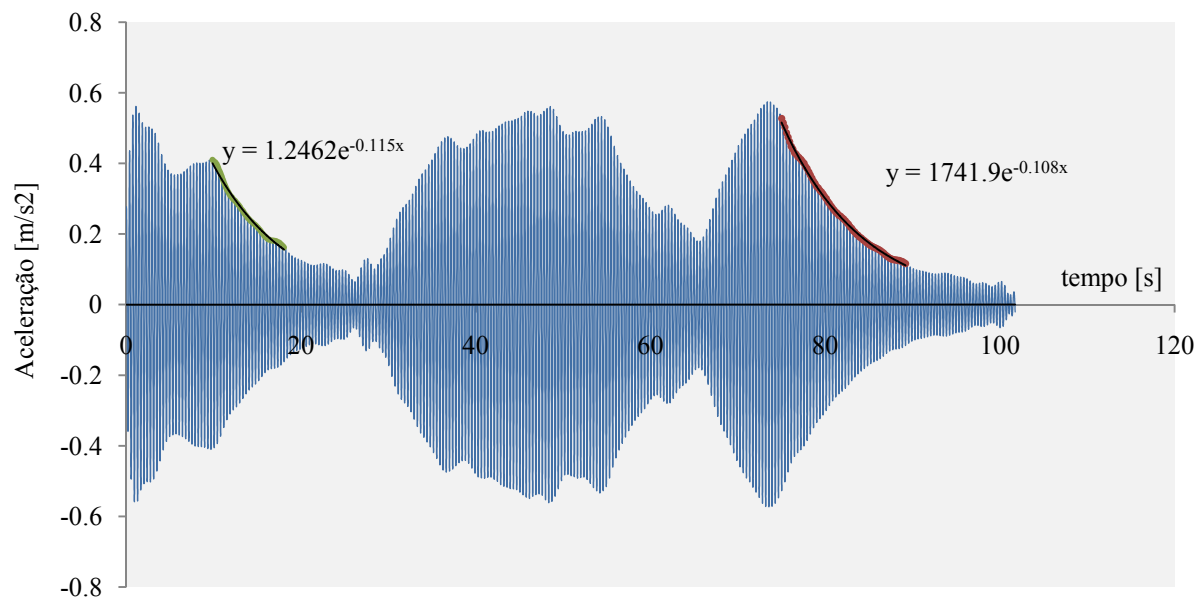


Figura 7.11 – Aceleração livre na direcção transversal, secção S10

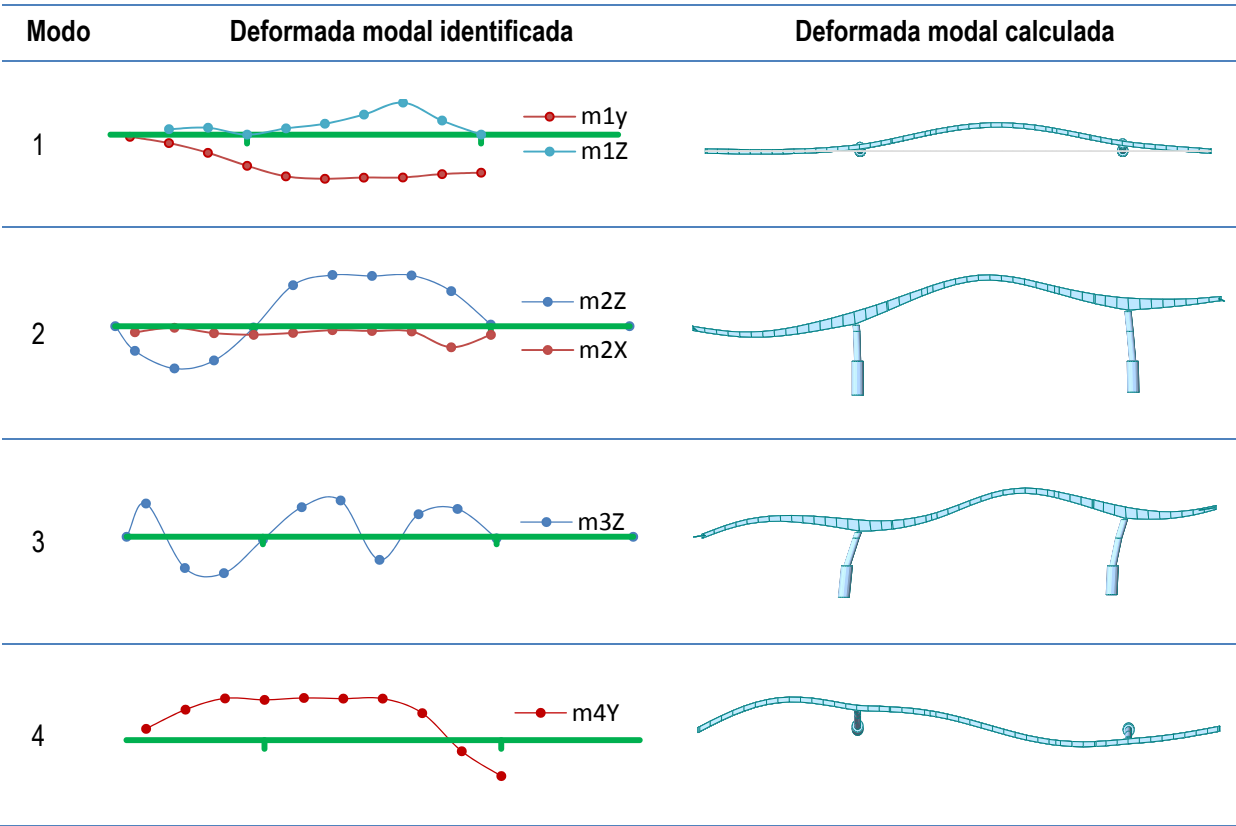


Figura 7.12 – Modos de vibração identificados experimentalmente e calculados numericamente

7.5.2. Efeitos dinâmicos induzidos por peões individuais e por pequenos grupos

A resposta à acção de peões individuais e em grupo em caminhada e em corrida, foi medida por meio de dois sismógrafos localizados nas secções S6 e S9. Na *Figura 7.13* apresenta-se uma das séries temporais da aceleração vertical registadas durante a travessia de um peão em caminhada. Na direcção vertical, foram atingidas acelerações inferiores a 0.3 m/s^2 ou 0.6 m/s^2 , respectivamente, com um peão em caminhada ou em corrida. Na *Figura 7.15* apresentam-se as acelerações máximas registadas com peões em caminhada e em corrida. Na *Figura 7.16* apresentam-se as correspondentes acelerações máximas na direcção vertical. Um grupo de três peões em corrida produziu uma resposta máxima de aproximadamente 1.0 m/s^2 . Em todas as passagens registadas, limites de vibrações da BS 5400 foram respeitados. Embora destes ensaios se possa concluir não existirem problemas de vibração em condições de uso corrente, deve-se recordar que os peões seleccionados e as acções aplicadas não foram necessariamente as mais desfavoráveis, já que o número de amostragens foi baixo e as condições de ressonância não foram obrigatoriamente atingidas.

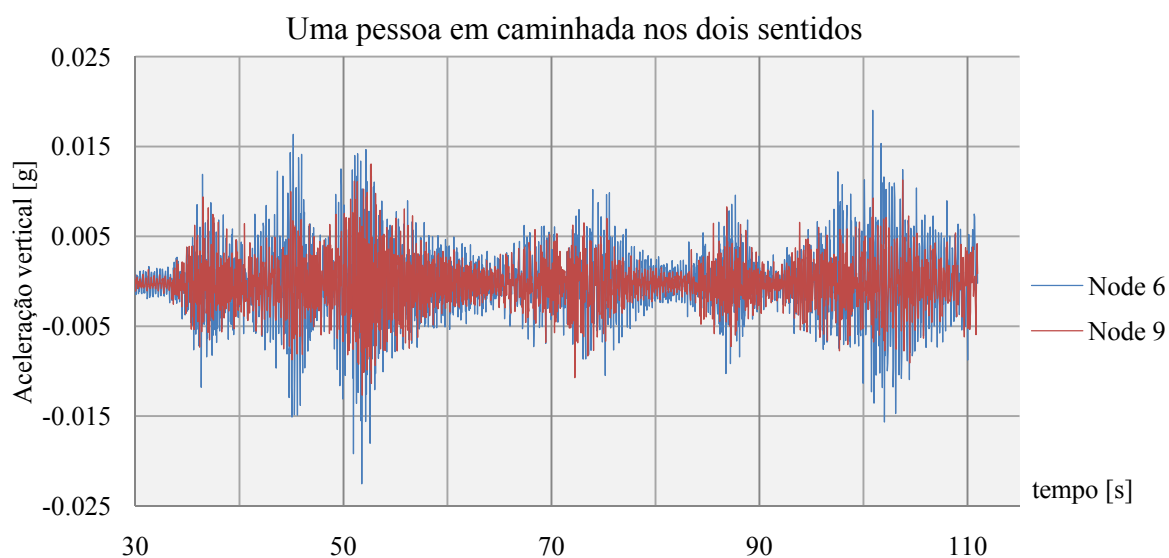


Figura 7.13 – Aceleração vertical registada nas secções S6 e S9 durante o atravessamento de um peão em caminhada

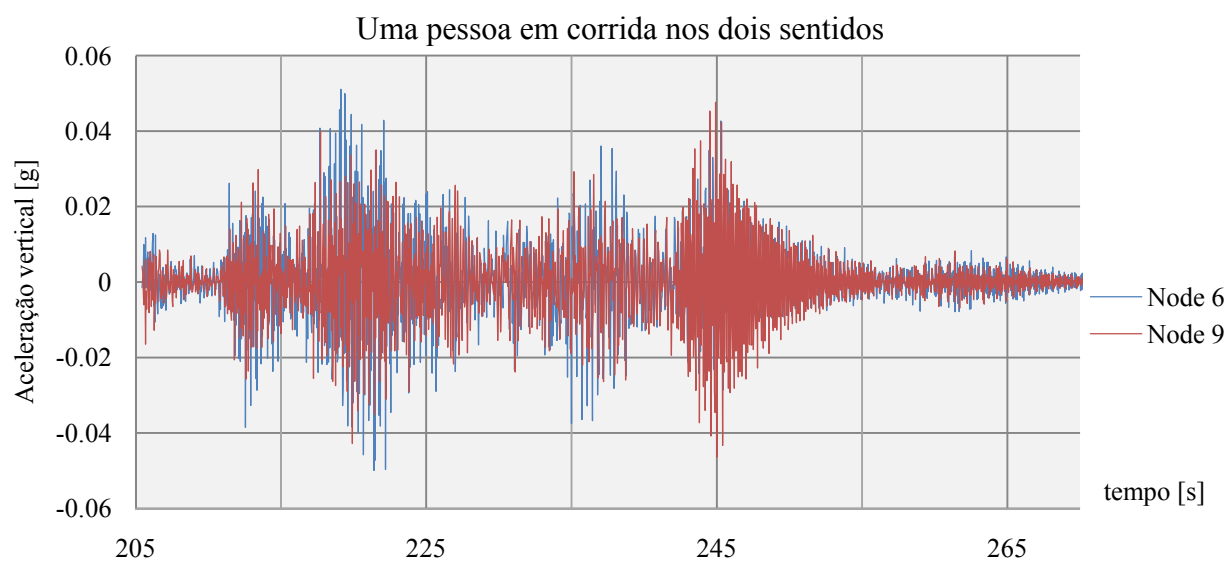


Figura 7.14 – Aceleração vertical registada nas secções S6 e S9 durante o atravessamento de um peão em corrida

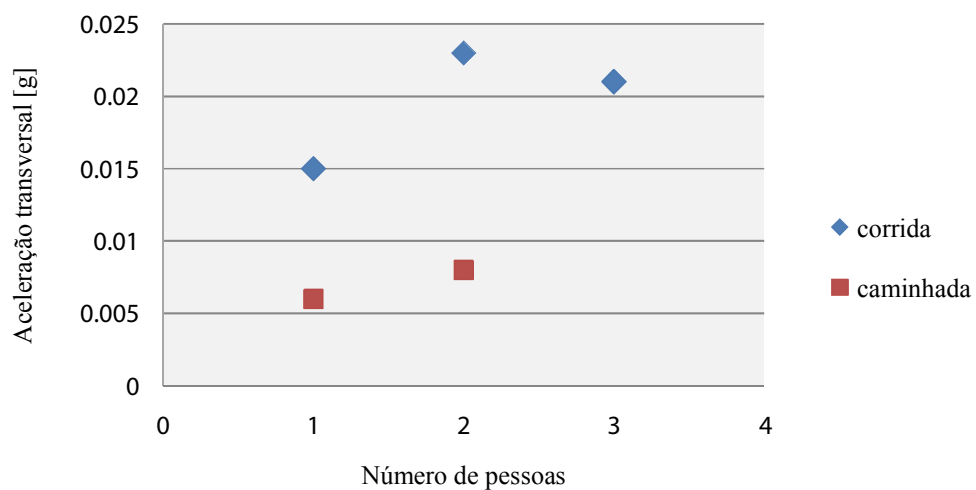


Figura 7.15 – Acelerações transversais máximas registada com peões em caminhada e em corrida

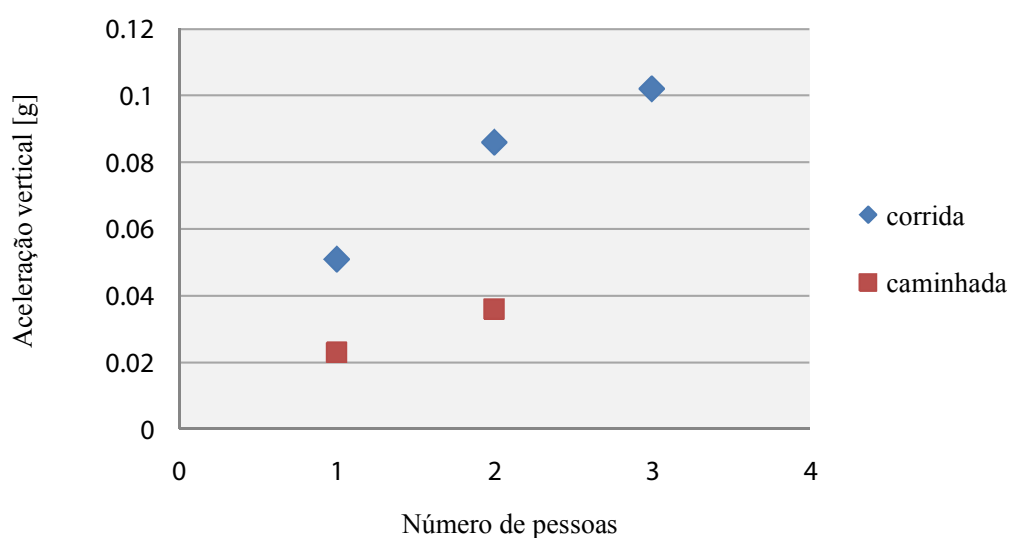


Figura 7.16 – Acelerações verticais máximas registada com peões em caminhada e em corrida

7.6. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DO SÉTRA

A oportunidade de ensaiar a ponte após o final da construção e a recente publicação das recomendações de avaliação dinâmica do Sétra [7], motivaram uma reavaliação da estrutura que se iniciou com a actualização do modelo de elementos finitos com base nos resultados experimentais, e compreendeu a avaliação da resposta dinâmica às acções de projecto propostas.

7.6.1. Classificação da ponte pedonal

De acordo com a classificação proposta pelo Sétra, ver *Quadro 2.10*, e considerando a localização numa zona rural, servindo um número muito limitado de peões, a ponte poderia ser classificada na classe *IV*, consequentemente dispensando a avaliação dinâmica. A fim de discutir os resultados da aplicação dos critérios do Sétra, foram investigados os efeitos de uma classificação nas classes *I*, *II* ou *III*, o que requer em primeiro lugar a avaliação das frequências naturais para identificação de modos críticos e dos correspondentes efeitos induzidos por peões.

No que diz respeito ao critério de conforto, foi especificada a classe *CL3* de acordo com o *Quadro 2.6*, o que significa que as vibrações são perceptíveis para os utilizadores, mas não se tornam intoleráveis. Os limites de aceleração associados a essa classificação são de 1.0 a 2.5 m/s² para vibrações verticais, e de 0.3 a 0.8 m/s² para vibrações laterais, desde que não se preveja o risco de *lock-in*.

7.6.2. Análise das bandas de risco de ressonância das frequências naturais

A classificação da ponte na classe *III*, *II* ou *I* implica a consideração das acções dinâmicas associadas a densidades de tráfego pedonal de 0.5, 0.8 ou 1.0 peão/m². Considerando a reduzida massa da ponte e os possíveis efeitos na alteração das frequências devido à massa adicional dos peões no tabuleiro, as frequências naturais da ponte foram avaliadas com base no modelo de elementos finitos actualizado da ponte descarregada, e com uma massa distribuída adicional correspondente às densidades de peões acima referidas.

No *Quadro 7.3* sistematizam-se os resultados obtidos para cada situação de carregamento, podendo-se observar que entre as situações da ponte descarregada e com 0.5 ou 1.0 P/m², as frequências naturais exibem variações de, respectivamente, 5% e 10%, que são relevantes em termos dos efeitos dinâmicos induzidos por peões.

Quadro 7.3 – Frequências naturais e características dos modos de vibração sob diferentes condições de carregamento

Modo	Direcção predominante	Frequência natural [Hz]			
		Ponte descarregada	Classe III $d = 0.5 \text{ P/m}^2$ (350 N/m ²)	Classe II $d = 0.8 \text{ P/m}^2$ (560 N/m ²)	Classe I $d = 1.0 \text{ P/m}^2$ (700 N/m ²)
1	Lateral	2.70	2.56	2.49	2.44
2	Vertical (c/ long.)	3.68	3.49	3.39	3.32
3	Longitudinal (c/ vert.)	5.04	4.80	4.66	4.58
4	Lateral	5.34	5.09	4.96	4.87
5	Lateral	6.17	5.87	5.71	5.61
6	Vertical/Longitudinal	7.12	6.75	6.55	6.43
7	Lateral	9.39	8.94	8.70	8.56
8	Vertical/Longitudinal	10.30	9.77	9.49	9.31
9	Lateral	13.68	13.04	12.69	12.48
10	Vertical	17.72	16.82	16.34	16.04

Considerando as frequências naturais resumidas no *Quadro 7.3* e a classificação proposta pelo Sétra (ver *Quadro 2.11* e *Figura 2.3*), pode-se concluir que na direcção lateral apenas as vibrações no primeiro modo de vibração devem ser investigadas. Para a direcção vertical,

pode-se concluir que os únicos modos de vibração críticos são o segundo e o terceiro. De acordo com as *Figuras 2.2 e 2.3*, os três modos de vibração críticos identificados localizam-se na Banda 3, significando que o risco de ressonância para condições de utilização normal é baixo. Dependendo da classificação da ponte na classe *II* ou *I*, a que correspondem densidades de tráfego, respectivamente, de 0.8 e 1.0 P/m², apenas é necessário avaliar os efeitos do segundo harmónico da acção pedonal. Para uma ponte da classe *III*, não é necessária uma análise mais aprofundada, considerando-se automaticamente verificado o critério de conforto.

7.6.3. Análise dos efeitos dinâmicos induzidos por fluxos de peões

O modelo simplificado da acção do fluxo de peões proposto pelo Sétra consiste numa força sinusoidal uniformemente distribuída, em ressonância com a frequência natural de cada modo de vibração em análise, e aplicada separadamente na direcção vertical, lateral ou longitudinal de acordo com a direcção predominante de cada um desses modos. As forças distribuídas, respectivamente na direcção lateral, vertical e longitudinal, são definidas pelas seguintes equações, previamente apresentadas na secção 4.2,

$$p_{lat}(t) = d \lambda \psi_{2,lat} [0.01 G \sin(2\pi f_{lat} t)] \quad (7.4)$$

$$p_{vert}(t) = d \lambda \psi_{2,vert} [0.1 G \sin(2\pi f_{vert} t)] \quad (7.5)$$

$$p_{long}(t) = d \lambda \psi_{2,long} [0.05 G \sin(2\pi f_{long} t)] \quad (7.6)$$

Considerando a classificação da ponte na classe *II*, a que corresponde uma densidade pedonal de 0.8 P/m², e sabendo que o comprimento total e a largura útil do tabuleiro são, respectivamente, 57.7 m e 1.5 m, fica-se em condições de calcular a taxa de sincronização dos peões,

$$\lambda = 10.8 \sqrt{\frac{\xi}{S d}} = 10.8 \sqrt{\frac{0.012}{57.7 \times 1.5 \times 0.8}} = 0.142 \quad (7.7)$$

Para as frequências naturais de 2.49 Hz, 3.39 Hz, e 4.66 Hz, correspondentes respectivamente aos modos de vibração na direcção lateral, vertical e longitudinal, os coeficientes ψ_2 assumem os valores de 0.036, 0.983 e 0.42, resultando nas seguintes funções temporais das forças harmónicas distribuídas de acordo com as equações 7.4, 7.5 e 7.6:

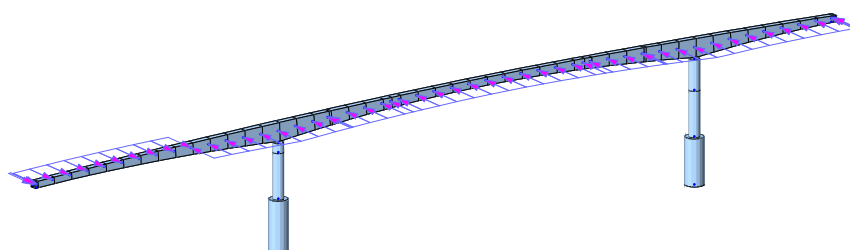
$$p_{lat}(t) = 0.8 \times 0.142 \times 0.036 \times 0.01 \times 700 \times \sin(2\pi \times 2.49 t) = 0.029 \sin(15.64 t) \quad (7.8)$$

$$p_{\text{vert}}(t) = 0.8 \times 0.142 \times 0.983 \times 0.1 \times 700 \times \sin(2\pi \times 3.39 t) = 7.817 \sin(21.3t) \quad (7.9)$$

$$p_{\text{long}}(t) = 0.8 \times 0.142 \times 0.42 \times 0.05 \times 700 \times \sin(2\pi \times 4.66 t) = 1.670 \sin(29.28t) \quad (7.10)$$

Na *Figura 7.17* apresentam-se o sinal e a direcção das forças harmónicas distribuídas aplicadas, e as acelerações máximas calculadas para os três modos de vibração em análise. A *Figura 7.18* exemplifica um dos registos temporais que foram obtidos considerando uma duração suficiente para atingir a estacionariedade da resposta. Pode-se concluir que o nível de conforto é máximo para as vibrações na direcção lateral segundo o primeiro modo de vibração, e médio para as vibrações na direcção longitudinal. Na direcção vertical, para os efeitos do segundo harmónico associado à frequência de 3.39 Hz, o nível de conforto é mínimo.

$$p_{\text{lat}}(t) = 0.029 \sin(15.64t)$$

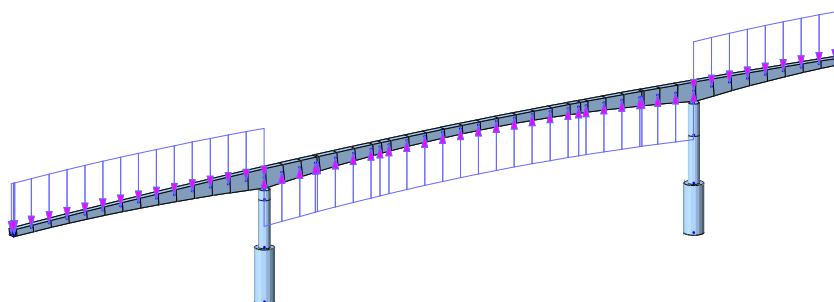


$$a_{t,\text{max}} = 0.004 \text{ m/s}^2$$

(meio-vão)

→ Conforto máximo

$$p_{\text{vert}}(t) = 7.817 \sin(21.3t)$$

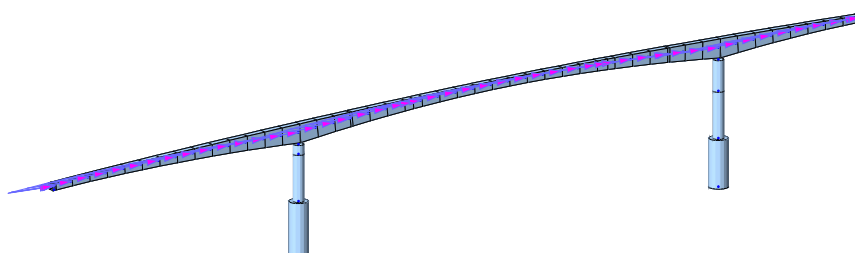


$$a_{v,\text{max}} = 1.250 \text{ m/s}^2$$

(meio-vão)

→ Conforto mínimo

$$p_{\text{long}}(t) = 1.670 \sin(29.28t)$$



$$a_{l,\text{max}} = 0.120 \text{ m/s}^2$$

(meio-vão)

→ Conforto médio

Figura 7.17 – Forças dinâmicas distribuídas e acelerações máximas calculadas

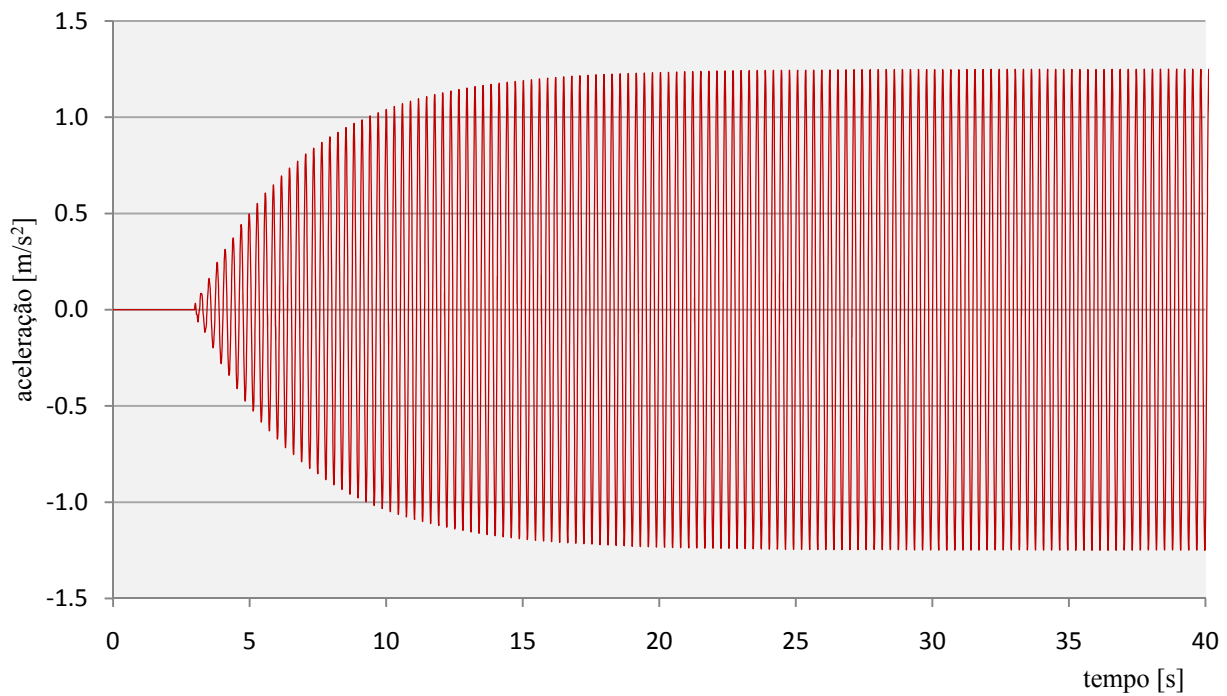


Figura 7.18 – Registo temporal de aceleração vertical na secção de meio vão

Uma análise idêntica foi também realizada considerando a densidade pedonal de 1.0 P/m^2 , considerando a classificação da ponte na classe *I*. Neste caso, dado que a densidade pedonal é mais elevada, a taxa de sincronização dos peões é dada por,

$$\lambda = 1.85 \sqrt{\frac{1}{S d}} = 1.85 \sqrt{\frac{1}{57.7 \times 1.5 \times 1.0}} = 0.199 \quad (7.11)$$

Para as frequências de 2.44 Hz, 3.32 Hz e 4.58 Hz, relativas aos modos de vibração, respectivamente, na direcção lateral, vertical e longitudinal, os coeficientes ψ_2 assumem os valores de 0.15, 0.90 e 0.525. Assim, de acordo com as equações 7.4, 7.5 e 7.6, as forças harmónicas distribuídas equivalentes ao fluxo contínuo de peões, são dadas por,

$$p_{lat}(t) = 1.0 \times 0.199 \times 0.15 \times 0.01 \times 700 \times \sin(2\pi \times 2.44 t) = 0.209 \sin(15.33t) \quad (7.12)$$

$$p_{vert}(t) = 1.0 \times 0.199 \times 0.90 \times 0.1 \times 700 \times \sin(2\pi \times 3.32 t) = 12.537 \sin(20.86t) \quad (7.13)$$

$$p_{long}(t) = 1.0 \times 0.199 \times 0.525 \times 0.05 \times 700 \times \sin(2\pi \times 4.58 t) = 3.657 \sin(28.78t) \quad (7.14)$$

As acelerações máximas calculadas para os modos de vibração, respectivamente, na direcção lateral, vertical e longitudinal, foram de 0.03 m/s^2 , 1.92 m/s^2 e 0.25 m/s^2 , significando que para esta classificação os níveis de conforto em cada direcção mantêm-se inalterados.

7.7. CONCLUSÕES

Devido à natureza da solução estrutural da ponte pedonal de Aldeias, o comportamento dinâmico sob a acção dos peões foi uma das principais questões de projecto. Por conseguinte, na fase de concepção desenvolveu-se um estudo dinâmico baseado nos modelos de carga propostos por Bachmann. Para a acção dos peões em caminhada, a resposta dinâmica calculada respeitava os limites de conforto previstos pela BS 5400, enquanto para corrida em ressonância com a frequência do primeiro modo vertical, os mesmos limites eram claramente excedidos. As incertezas relacionadas com a modelação da acção pedonal, em especial a velocidade de andamento do peão, e o amortecimento assumido nas simulações, que influenciavam apreciavelmente os resultados obtidos, bem como o facto de a ponte se destinar a um local com baixa densidade populacional, justificaram deixar o projecto inalterado, sem prever a utilização de dispositivos de controlo de vibrações.

Seguidamente à conclusão da construção, foi realizado um ensaio dinâmico que permitiu identificar os parâmetros modais da estrutura, e avaliar dos efeitos dinâmicos induzidos por peões individuais e por pequenos grupos em caminhada ou em corrida. Apesar de os peões seleccionados e as cargas aplicadas não terem sido necessariamente as mais desfavoráveis, e as condições de ressonância não terem sido necessariamente atingidas, os limites de vibração previstos pela BS 5400 foram respeitados em todas as situações, o que leva a concluir a ausência de vibrações excessivas em condições de uso corrente.

A oportunidade de ensaiar a ponte após o final da construção, e a recente publicação das recomendações de avaliação dinâmica do Sétra, motivaram uma reavaliação da estrutura que se iniciou com a actualização do modelo de elementos finitos com base nos resultados experimentais, e compreendeu a avaliação da resposta dinâmica às acções de projecto propostas. A aplicação dos critérios do Sétra, e as bandas de risco de ressonância em que as frequências naturais da ponte se localizam, levam a que o conforto se considere automaticamente verificado se a ponte pertencer à classe *III*. Assumindo uma classificação da ponte na classe *II* ou *I*, conclui-se que, para vibrações na direcção lateral e longitudinal, segundo o primeiro e terceiro modos de vibração, o nível de conforto é respectivamente, máximo ou médio. Na direcção vertical, para os efeitos do segundo harmónico da acção relativa à caminhada, em ressonância com a frequência natural do segundo modo de vibração, o nível de conforto é mínimo.

De acordo com a campanha experimental realizada após o final da construção e com os resultados da aplicação dos critérios de avaliação dinâmica do Sétra, consideram-se validadas as opções de projecto de não alterar as características da estrutura, nem prever a utilização de dispositivos de controlo de vibrações. Para além disso, a ponte está em utilização há cerca de dois anos, e não são conhecidos quaisquer relatos de vibrações excessivas.

7.8. REFERÊNCIAS

1. *Construções Metálicas Socometal, S. A.* www.socometal.pt.
 2. *EN1993-1-8 - Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-8: Design of joints.* 2005: European Committee for Standardization CEN.
 3. *EN1993-1-1 - Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.* 2005: European Committee for Standardization CEN.
 4. *prEN1993-1-5 - Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements.* 2004: European Committee for Standardization CEN.
 5. *prEN1993-2 - Eurocode 3: Design of steel structures - Part 2: Steel bridges.* 2004: European Committee for Standardization CEN.
 6. *Regulamento de segurança e acções para edifícios e pontes - D. L. 235/83.* 1983: Diário da República.
 7. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading - Practical guidelines.* 2006: Sétra.
 8. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX).* 2006: European Commission.
 9. Bachmann, *Vibration problems in structures: practical guidelines.* 1995: Birkhäuser.
 10. *Design Manual for Roads and Bridges - Composite Version of BS 5400: Part 2, 1978.* Vol. 1. 2001: U.K. Highways Agency.
-

CONSIDERAÇÕES FINAIS

8. Considerações Finais

8.1. Sumário e conclusões

8.2. Desenvolvimentos futuros

8.1. SUMÁRIO E CONCLUSÕES

A promoção de novas formas de mobilidade amigas do ambiente, a par de uma nova filosofia de distribuição do espaço urbano baseado nas pessoas em detrimento do automóvel, tem levado a uma redescoberta da ponte pedonal. Apercebendo-se das possibilidades de desenvolvimento que uma nova ponte pode oferecer, muitos promotores têm procurado construir obras de identidade e características únicas, levando a soluções cada vez mais arrojadas e estruturalmente exigentes. Esta tendência, associada à utilização de materiais leves e de alta resistência, tende a originar pontes com maiores vãos, menor massa e coeficientes de amortecimento mais baixos, tornando essas soluções especialmente sensíveis à acção dos peões. Por este motivo, a utilização de sistemas de controlo de vibrações tem-se generalizado. Na realidade, em vez de constituir uma solução de recurso após a identificação de um problema com a ponte em serviço, cada vez mais estes dispositivos são encarados como ferramentas de dimensionamento para permitir a criação de soluções mais arrojadas. Tudo isto obriga a um conhecimento mais profundo das acções pedonais e do comportamento dinâmico das estruturas, justificando o propósito do trabalho que foi desenvolvido.

A acção pedonal tem uma variação temporal de natureza periódica, com acções dinâmicas dominadas por contributos caracterizados pela frequência de passada e seus múltiplos inteiros. Assim, a principal causa de níveis de vibração elevados deve-se à possibilidade de ocorrência de fenómenos de ressonância motivados pela proximidade entre a frequência de passada dos peões e a frequência natural de um dado modo de vibração da estrutura.

Uma estrutura será tanto mais vulnerável a uma acção em ressonância quanto mais baixo for o seu amortecimento estrutural. O coeficiente de amortecimento depende de múltiplos parâmetros e não é passível de ser quantificado com precisão de forma analítica, constituindo uma das principais incertezas de qualquer análise dinâmica realizada na fase de projecto. Por este motivo, e pela sua importância nos resultados de qualquer estudo dinâmico, recomenda-se a sua confirmação por via experimental após o final da construção.

Dada a sua influência directa no cálculo das frequências e modos de vibração, deverá considerar-se o efeito da massa adicional dos peões, parados ou em movimento sobre o tabuleiro. Assim, cada modo de vibração será caracterizado por duas frequências limite, uma frequência inferior calculada com a massa da construção adicionando a massa dos peões, e uma frequência superior calculada apenas com a massa da construção.

Diversas normas e autores indicam limites de frequências a partir dos quais se dispensa uma análise dinâmica detalhada. De uma forma geral, os diferentes critérios analisados apresentam uma grande concordância, podendo-se concluir segundo a maioria deles que modos de vibração verticais com frequências naturais superiores a 5.0 Hz ou inferiores a 1.0 Hz, e modos horizontais com frequências naturais superiores a 1.5 Hz, dispensam uma

análise dinâmica detalhada. No entanto, importa referir duas excepções: (1) no Anexo Nacional da BS EN 1991-2, o limite de 5.0 Hz para vibrações verticais, passa a 8.0 Hz, e (2) nas recomendações do Sétra, a frequência de 1.5 Hz para vibrações horizontais, passa a 2.5 Hz. Sempre que uma ou mais frequências naturais da estrutura em estudo se encontrem nas bandas de risco de ressonância da acção pedonal, é necessário proceder à avaliação dinâmica da estrutura em serviço e em estado limite último.

No contexto da avaliação dinâmica de pontes pedonais, a verificação dos estados limite de serviço, destina-se a garantir o conforto dos utilizadores e a funcionalidade da estrutura em situações de uso corrente. Os estados limite últimos estão relacionados com eventos excepcionais ou acções do tipo vandalismo, e visam a segurança das pessoas e da estrutura.

Estabelecer critérios de conforto reveste-se de grande dificuldade, desde logo porque o conceito é bastante subjectivo e depende de inúmeros factores. A percepção de vibrações e a sua apreciação em termos de grau de desconforto varia de indivíduo para indivíduo, dependendo das expectativas que a estrutura desperta em cada utilizador, e do seu meio envolvente. Por outro lado, verifica-se que a sensibilidade humana a vibrações laterais é muito superior em relação às vibrações verticais. De facto, quando sujeito a movimento lateral, o peão depressa altera a sua marcha, aproximando-se do corrimão ou mesmo parando devido ao sentimento de insegurança.

Numerosas normas internacionais definem limites de aceleração em função da frequência natural do modo de vibração em análise, porém, verifica-se que os seus critérios apresentam tendências divergentes e uma grande variação de valores. Os critérios de conforto mais recentemente desenvolvidos, não fazem depender a aceleração máxima da frequência de vibração, e estabelecem limites mais flexíveis que podem ser ajustados por opção do Dono de Obra, em função de alguns parâmetros. Os limites de aceleração do Sétra e do SYNPEX são definidos em função da classe de conforto que se pretende atingir, enquanto os limites do Anexo Nacional da BS EN 1991-2 resultam de quatro coeficientes adimensionais definidos em função de diversos critérios, de modo a reflectir os principais factores que influenciam a percepção humana das vibrações.

No âmbito do presente trabalho, foram analisadas quatro metodologias integradas de avaliação dinâmica, salientando-se os seguintes aspectos em cada uma delas:

- BS 5400-2: A aceleração máxima na estrutura é obtida pela análise dinâmica da resposta induzida por um peão normalizado atravessando a ponte em ressonância. Observa-se que a amplitude normalizada do primeiro harmónico do modelo de carga de um peão definida pela norma Britânica é bastante inferior aos valores que foram identificados experimentalmente por diversos autores. Além disso, não se definem regras para grande parte das situações críticas que podem ocorrer, por exemplo,

grupos e fluxos de peões em marcha e em corrida, podendo-se concluir que a sua aplicação não oferece garantias de bom comportamento dinâmico.

- Sétra: A ponte é classificada em função da sua localização e do tipo de utilização a que estará sujeita. Na análise dinâmica, os casos de carga a considerar dependem da classe da ponte e das bandas de risco de ressonância da acção pedonal em que as suas frequências naturais se localizam, podendo ser necessário analisar um conjunto de casos de carga relativos a fluxos contínuos de peões em caminhada. Se a ponte for da Classe *IV*, o Sétra dispensa a verificação do comportamento dinâmico independentemente das frequências da estrutura, opção que parece pouco prudente e desaconselhável, em particular no caso de estruturas leves, ou quando o risco de ressonância é elevado. Nos casos em que o risco de *lock-in* existe, para além do critério de conforto, a aceleração máxima na direcção transversal calculada por aplicação dos referidos casos de carga, deverá ser inferior a 0.1 m/s^2 , de modo a prevenir a ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude. Como todos os casos de carga indicados se referem exclusivamente a fluxos contínuos de peões em marcha, ignoram-se os efeitos frequentemente mais desfavoráveis produzidos por peões isolados ou em grupo deslocando-se em corrida.
- SYNPEX: A metodologia é análoga à proposta pelo Sétra, com algumas modificações que a tornam mais abrangente. O Dono de Obra e o projectista definem um conjunto de situações de projecto, procurando simular as condições reais mais condicionantes a que a ponte será submetida, e estabelecem o nível de conforto pretendido para cada uma delas. Assim, dependendo da natureza desses casos de carga, poderá ser necessário analisar os efeitos dinâmicos induzidos por fluxos contínuos de peões, e também por peões individuais e em grupo em marcha e em corrida. Como vantagem em relação às restantes metodologias, destaca-se a possibilidade de melhor adaptar a solução estrutural ao seu uso específico, através da selecção criteriosa das situações relevantes e da escolha do nível de conforto pretendido para cada uma delas. No entanto, esta flexibilidade pode também ser vista como um inconveniente, porque a sua aplicação prática é mais complexa.
- Anexo Nacional da BS EN 1991-2: A análise dinâmica segundo esta metodologia comporta dois estudos de diferente natureza. O primeiro consiste na verificação dos critérios de conforto para vibrações verticais, através do cálculo das acelerações máximas no tabuleiro para determinados casos de carga, e o segundo visa garantir a inexistência de vibrações laterais de grande amplitude, através da verificação de um critério de estabilidade. Dependendo da classe da ponte, a análise dinâmica de cada modo de vibração crítico é realizada considerando um a três casos de carga correspondentes respectivamente, a um grupo de peões em caminhada, a um grupo

em corrida, e a um fluxo contínuo de peões. Pode-se assim concluir que os casos de carga previstos cobrem todas as situações de uso corrente.

A configuração das funções de carga relativas a um peão em caminhada ou em corrida depende dum número elevado de parâmetros de natureza mais ou menos complexa e que variam de indivíduo para indivíduo, no entanto, diversos resultados experimentais indicam a frequência de passada como o parâmetro que mais influencia as acções exercidas sobre o piso. Considerando que a acção pedonal é periódica, a correspondente função de carga pode ser decomposta em série de Fourier, num valor médio equivalente ao peso do peão, uma componente fundamental na frequência de passada, e uma série de harmónicos superiores. A aplicação desta técnica aos resultados experimentais de diversos investigadores, permite concluir que a amplitude do primeiro harmónico aumenta com a frequência de passada, e que a amplitude dos harmónicos de ordem superior é consideravelmente inferior à do primeiro, apresentando uma relação pouco pronunciada com as frequências de passada e uma elevada dispersão.

Os efeitos da acção simultânea de vários peões sobre uma estrutura têm uma natureza bastante mais complexa do que quando se trata de um único peão. A densidade pedonal no tabuleiro condiciona a velocidade de andamento dos peões, verificando-se uma redução de velocidade à medida que a densidade aumenta, e que cada peão restringe a liberdade de movimentos dos seus vizinhos. À medida que a densidade pedonal aumenta, baixa a velocidade de andamento, e cada peão é levado a ajustar-se à frequência de passada dos que o rodeiam, condicionando a taxa de sincronização da massa de peões, e consequentemente, a intensidade das forças dinâmicas aplicadas. Conclui-se que, para densidades de peões abaixo de 0.3 P/m^2 , o movimento não é condicionado pelo número de peões, e que densidades superiores a 1.5 P/m^2 resultam em situações de grande congestionamento onde nenhum peão se pode mover de forma autónoma, levando a que não seja possível cumprir qualquer critério de conforto. A taxa de sincronização de Matsumoto corresponde a considerar um grupo não correlacionado em marcha, por esse motivo não é adequada a situações de elevada densidade de tráfego pedonal com peões sincronizados, recomendando-se a utilização dos modelos mais recentemente desenvolvidos, propostos pelo Sétra e pelo Anexo Nacional da BS EN 1991-2.

Nos últimos anos, as vibrações excessivas de algumas pontes pedonais, causadas por grandes massas de peões em caminhada, têm atraído a atenção do grande público. De acordo com a literatura e com a análise desses casos de estudo, existem três mecanismos que podem explicar tais vibrações laterais: ressonância directa, interacção dinâmica e ressonância interna. A ressonância directa da acção lateral dos peões advém da oscilação ritmada do corpo em frequência com a vibração da ponte. Para além disso, se o pavimento vibrar ligeiramente na direcção lateral, pode levar a que alguns peões ajustem a sua marcha a essas oscilações, implicando um aumento das forças laterais exercidas sobre o pavimento. À medida que o número de peões sincronizados aumenta, a amplitude das vibrações vai sendo amplificada

num processo de interacção dinâmica que resulta na instabilidade lateral da estrutura. Por último, os fenómenos de ressonância interna podem ocorrer em pontes cuja não-linearidade estrutural dá origem a fenómenos de interacção e ressonância entre diferentes modos de vibração da própria ponte, e as frequências dos modos verticais se situam nas bandas de frequências em que o risco de ressonância é mais elevado.

À data de desenvolvimento do presente trabalho, as aplicações comerciais de análise estrutural mais correntemente utilizadas não permitem a modelação de forças dinâmicas pontuais em movimento, o que constitui uma importante dificuldade prática para a análise de alguns casos de carga relativos à acção pedonal. No entanto, quase todas possibilitam a modelação de forças dinâmicas nodais. Assim, foi desenvolvida uma aplicação que permite analisar a trajectória do peão, calcular as respectivas funções de carga em cada instante, e definir as forças dinâmicas nodais a aplicar nos modelos de elementos finitos de análise das estruturas, permitindo ultrapassar as correntes limitações dessas aplicações.

No exemplo de calibração apresentado no Capítulo 6 foi realizada a análise dinâmica de uma ponte pedonal de vão único simplesmente apoiado que apresenta uma frequência natural fundamental próxima de 2.0 Hz, correspondendo a um risco médio de ressonância para a acção pedonal. Por esse motivo, avaliou-se o nível de conforto da ponte para vibrações verticais induzidas por um peão em caminhada e em corrida considerando os modelos de carga de Bachmann, e por um fluxo contínuo de peões em caminhada com uma densidade de 0.8 P/m^2 , segundo os critérios do Sétra. O cálculo da resposta dinâmica foi realizado por três vias distintas: (1) aproximação da resposta na ponte à resposta induzida por uma carga harmónica em ressonância, (2) integração no tempo da equação do movimento de um sistema de um grau de liberdade, e (3) análise dinâmica por modelo de elementos finitos. Em todos os casos de carga analisados, a resposta calculada por integração no tempo da equação do movimento de um sistema com um grau de liberdade foi idêntica à calculada no modelo de elementos finitos. Nos casos de carga relativos ao atravessamento por um peão individual a resposta da ponte é transiente, por isso a aproximação da resposta à resposta induzida por uma carga harmónica em ressonância forneceu estimativas da aceleração máxima no tabuleiro bastante superiores aos outros métodos de cálculo.

Para o atravessamento por um peão em caminhada concluiu-se que a ponte cumpre os critérios de conforto da BS 5400-2 e que apresenta um nível de conforto médio. A simulação de um peão em corrida permitiu concluir que, para essa situação de carregamento, o nível de conforto é mínimo. Por outro lado, a análise de um fluxo de peões em caminhada indicou que a aceleração no tabuleiro excede os limites de conforto humano, significando que é necessário implementar medidas de melhoria do comportamento dinâmico da ponte. Pode-se concluir que a caracterização do comportamento dinâmico baseada unicamente nos modelos de carga de um peão em ressonância não é conservativa. Neste sentido, é aconselhável a avaliar a

resposta dinâmica também com base nos modelos de fluxos contínuos de peões, de acordo com as recomendações de projecto mais recentemente publicadas.

Foi também apresentado o exemplo de uma ponte pedonal projectada pelo autor em que, devido à natureza da solução estrutural adoptada, o comportamento dinâmico sob a acção dos peões assumiu especial importância. De acordo com o estudo dinâmico realizado na fase de projecto, a resposta dinâmica calculada para a acção dos peões em caminhada respeitava os limites de conforto previstos pela BS 5400, enquanto para corrida em ressonância com a frequência do primeiro modo vertical, os mesmos limites eram claramente excedidos. Considerando as incertezas relacionadas com a modelação da acção pedonal e o facto de a ponte se destinar a um local com baixa densidade populacional, optou-se por deixar o projecto inalterado, sem prever a utilização de dispositivos de controlo de vibrações.

Após a conclusão da construção, foi realizado um ensaio dinâmico que permitiu identificar os parâmetros modais da estrutura, e avaliar dos efeitos dinâmicos induzidos por peões individuais e por pequenos grupos em caminhada ou em corrida, verificando-se que os limites de vibração previstos pela BS 5400 foram respeitados em todas as situações, podendo-se concluir que a ponte não deverá apresentar vibrações excessivas em condições de uso corrente. Os ensaios dinâmicos efectuados permitiram igualmente realizar uma reavaliação da estrutura que se iniciou com a actualização do modelo de elementos finitos com base nos resultados experimentais, e compreendeu a avaliação da resposta dinâmica às acções de projecto propostas pelo Sétra. Segundo esta metodologia, a ponte poderá enquadrar-se na classe *III* ou *IV*, em qualquer dos casos dispensando a avaliação detalhada do nível de conforto. Assumindo uma classificação da ponte na classe *II* ou *I*, conclui-se que, para vibrações na direcção lateral e longitudinal o nível de conforto é respectivamente, máximo ou médio, e que, na direcção vertical, o nível de conforto é mínimo. De acordo com a campanha experimental realizada após o final da construção e com os resultados da aplicação dos critérios de avaliação dinâmica do Sétra, consideraram-se validadas as opções de projecto de não alterar as características da estrutura, e de não prever a utilização de dispositivos de controlo de vibrações.

8.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Os modelos de carga mais utilizados em projecto são determinísticos e foram desenvolvidos a partir do pressuposto de perfeita periodicidade da força, baseando-se em medições realizadas em superfícies rígidas, ou seja, com alta frequência. Contudo, as pontes que apresentam problemas de vibração em serviço caracterizam-se por frequências no intervalo normal da frequência de passada dos peões. No entanto, sabe-se que as forças dinâmicas induzidas pelos peões não são perfeitamente periódicas, e que podem ser atenuadas devido à interacção dos peões com a estrutura. Julga-se que estes dois factos merecem mais atenção no desenvolvimento de futuros modelos de carga da acção pedonal.

A pesquisa bibliográfica desenvolvida no âmbito do presente trabalho permitiu identificar alguns assuntos que tem sido pouco estudados, e em que as recomendações de projecto são escassas. Referem-se em particular dois exemplos que parecem bastante relevantes na prática:

- Na secção 4.4 foi apresentado um caso de carga proposto pelo Sétra para simular uma acção de vandalismo ou de uma grande manifestação que parece extremamente pessimista. Desconhece-se a base experimental de tal modelo, e a existência de resultados de ensaios estatisticamente representativos, ou de propostas realizados por outros autores que suportem este ou outros modelos.
- Desconhece-se a existência de estudos sobre a acção de uma massa de peões em maratona, situação que poderá ocorrer em muitos percursos urbanos, e cujo efeito dinâmico deverá ser determinante.

Face à crescente tendência de utilização dispositivos de controlo de vibrações, julga-se que seria muito útil desenvolver mais investigação nesta área, compreendendo em particular o dimensionamento e a análise da eficiência de sistemas de controlo.

