

TESE DE DOUTORAMENTO

Departamento de Engenharia Química
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

UM NOVO SEPARADOR E
CLASSIFICADOR MAGNÉTICO

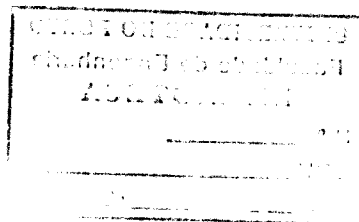
PAULO ALOÍSIO EDMOND REIS DA SILVA AUGUSTO

MARÇO 2001

LOPE 25

TESE DE DOUTORAMENTO
Departamento de Engenharia Química
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

UM NOVO SEPARADOR E CLASSIFICADOR MAGNÉTICO



PAULO ALOÍSIO EDMOND REIS DA SILVA AUGUSTO

MARÇO 2001

66(043)/AVGp/NOV

UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA M
N.º 56152
CDU 66(043)
Data 13, 11, 20 01

RESUMO

A separação magnética é uma área bem desenvolvida no processamento de minérios. Após uma análise detalhada aos vários modelos e máquinas de separação existentes, concluímos da necessidade de desenvolver um aparelho que alie uma classificação magnética diferencial das partículas à sua separação.

Desenvolvemos uma teoria suporte do novo separador-classificador magnético, estabelecendo as equações descritivas do movimento das partículas e as condições limite que as principais variáveis manipuláveis deste aparelho deverão respeitar. Introduzimos dois coeficientes (T_{CG1} e T_{CG2}) para contabilizar possíveis desvios à idealidade.

Efectuámos diversas simulações do movimento das partículas magnéticas e não magnéticas, determinando a influência das principais variáveis manipuláveis e analisando os efeitos que desvios à idealidade possam ter na separação-classificação. Simulámos o processo de separação-classificação de duas misturas de minérios e de misturas de partículas do mesmo minério com diferentes graus de pureza.

Desenvolvemos o sistema supercondutor, gerador do campo magnético, usando critérios de estabilização, de modo a que a sua configuração final seja imune a extinções (e respectivas propagações). Determinámos os tempos de energização / desenergização do cabo supercondutor, e a configuração final óptima deste e do sistema criogénico associado, de modo a obtermos o perfil de campo magnético pretendido.

Concebemos finalmente, as restantes componentes deste novo aparelho: corpo, sistemas de alimentação e colectores-classificadores de partículas magnéticas e não magnéticas, dentro do objectivo de separação e classificação simultânea.

ABSTRACT

Magnetic separation is a well developed area within mineral processing. After a detailed analysis of the existing separating models and machines, the need to develop a device presenting simultaneous magnetic separation and differential magnetic classification of the particles, is obvious.

We developed a support theory of the new magnetic separator and classifier, establishing the equations which describe the movement of the particles, and the limiting conditions of the main working variables of the device. We applied two theoretical coefficients (T_{CG1} and T_{CG2}) in order to account possible deviations from ideality.

We have made several simulations of the movement of magnetic and non-magnetic particles, detecting the influence of the main working variables, and analysing the effects of ideality deviations on the separation and classification task. We simulated the magnetic separation and classification process of two mineral mixtures and of mixtures composed by the same mineral with different degrees of purity.

We developed the superconducting system, generator of the magnetic field, using stabilization methods, in order to assure that its final configuration will sustain extinctions (and respective propagations). We determined the charging/discharging times of the superconducting cable, and its final optimized configuration and of the associated cryogenic system, in order to obtain the desired magnetic field profile.

Finally, we designed the other device components: trunk, feeding systems and classifying collectors of magnetic and non-magnetic particles, regarding the simultaneous separation and classification goal.

RESUMÉ

La séparation magnétique est un domaine bien développée dans le traitement minéral. Après une analyse détaillée des modèles et des machines de séparation existants, la nécessité de développer un dispositif présentant une classification magnétique différentielle simultanée à la séparation magnétique des particules, est évidente.

Nous avons développé une théorie de support du nouveaux séparateur et classificateur magnétique, établissant les équations qui décrivent le mouvement des particules, et les conditions limite des variables manipulables principales du dispositif. Nous avons appliqué deux coefficients théoriques (T_{CG1} et T_{CG2}) afin de rendre compte des déviations possibles d'idéalité.

Nous avons fait plusieurs simulations du mouvement des particules magnétiques et non magnétiques, détectant l'influence des variables manipulables principales, et analysant les effets des déviations d'idéalité sur la tâche de séparation et de classification. Nous avons simulé le procédé magnétique de séparation et de classification de deux mélanges minéraux et des mélanges composés par le même minerai avec différents degrés de pureté.

Nous avons développé le système superconducteur, générateur du champ magnétique, utilisant des méthodes de stabilisation, afin de s'assurer que sa configuration finale soutiendra des extinctions (et des propagations respectives). Nous avons déterminé les temps de chargement/déchargement du câble superconducteur, et sa configuration optimisée finale et du système cryogénique associé, afin d'obtenir le profil désiré de champ magnétique.

Finalement, nous avons conçu les autres composants de dispositif: corps, systèmes d'alimentation et collecteurs-classificateurs des particules magnétiques et non magnétiques, concernant le but de séparation et classification simultanée.

“Uma noite eu tive um sonho...

Sonhei que andava a passear na praia com o Senhor, e, no firmamento, passavam cenas da minha vida. Após cada cena que passava, percebi que ficavam dois pares de pegadas na areia: um era o meu e o outro era do Senhor.

Quando a última cena da minha vida passou diante de nós, olhei para trás, para as pegadas na areia, e notei que muitas vezes, no caminho da minha vida, havia apenas um par de pegadas na areia.

Notei também que isso aconteceu nos momentos mais difíceis e angustiantes do meu viver. Isso aborreceu-me deveras e perguntei então ao Senhor:

- Senhor, Tu disseste-me que, uma vez que resolvi seguir-Te, Tu andarias sempre comigo, em todos os caminhos. Contudo notei que durante as maiores tribulações do meu viver, havia apenas um par de pegadas na areia. Não compreendo porque é que, nas horas em que mais necessitava de Ti, Tu me deixaste sozinho.

O Senhor respondeu-me:

- Meu querido filho, jamais te deixaria nas horas de prova e sofrimento. Quando viste, na areia, apenas um par de pegadas, eram as minhas. Foi exactamente aí que peguei em ti ao colo.”

ANÓNIMO

Obrigado, Senhor, por em todas as fases da minha vida me acompanhares, e nas mais difíceis me teres levado ao colo...

“Penetrei naquele mundo mágico e imaginário,
sem saber o que iria encontrar...
Fui dar a um monte,
em que a natureza vivia
em paz com Deus e com os homens...
No cimo de um rochedo,
vi o ser mais belo que
eu poderia imaginar
que existisse...
Seu cabelo esvoaçava ao sabor
do vento, parecendo tiras
de prata ao luar...
Seu rosto era de tal forma
doce e meigo que não pude
resistir ao impulso e beijá-lo...
Mas ao beijar seu rosto,
o sabor que tive foi a mar,
a água salgada...
Foi então que me apercebi
da sua tristeza, da sua solidão...
Dos seus olhos bondosos e lindos
brotavam longas gotas de mar,
o meu ser chorava!!!
O que será que te fez tão triste,
Seria só curiosidade ou carinho
que me fez perguntar?...
Foi então que ele virou seu rosto
e a sua expressão era de tal dor
e tristeza, como se o mundo
tivesse colocado toda a sua dor
neste rosto tão doce...
Ele apenas sorriu e me disse:
“Demoraste tanto,
julguei que nunca mais chegavas...”

TERESA CASTELO GRANDE (TCG)

A ti Tuxinha, o ser mais maravilhoso deste mundo, que me fazes agradecer a Deus todos os dias pela oportunidade de contigo partilhar o presente e o futuro, peço-te desculpa por às vezes demorar tanto a chegar, e dedico este trabalho e, se Deus ajudar, todo o meu futuro...

Obrigado por todo o apoio, carinho e amor...

A vós, minha querida família: Mário, Marina, Pedro e Ana, agradeço todo o carinho, apoio e amor partilhados, e o ambiente salutar que em parte fez de mim o que sou...

Aos meus amigos e à família da minha namorada gostava de agradecer todo o apoio e carinhos dados ao longo destes anos.

Agradeço ao Doutor Eng^o José Inácio Martins a oportunidade que me deu de trabalhar sob a sua orientação e toda a amizade partilhada. Também agradeço ao Doutor Jaime Villate o contributo que deu como co-orientador, nomeadamente levantando algumas questões importantes no decorrer do trabalho, e ao Doutor Eng^o Romualdo Salcedo pela ajuda prestada relativamente ao sistema de alimentação.

Agradeço ao meu irmão, Doutor Pedro Augusto, a orientação e grande ajuda que me deu neste trabalho, de modo semelhante ao que tem acontecido um pouco por toda a minha vida.

Agradeço ao meu pai, Dr. Mário Augusto, pela correcção ortográfica que fez neste trabalho.

Agradeço à minha namorada, Eng^a Teresa Castelo-Grande, e ao meu pai, Dr. Mário Augusto, por me terem ajudado a sobreviver no ano final deste trabalho.

Agradeço à Comunidade do Mosteiro Beneditino de Singeverga, pelo seu acolhimento em fases importantes deste trabalho que me fizeram integrar um pouco do seu espírito *Ora et Labora*. Gostava de agradecer especialmente ao Padre Marcos (OSB) por todo o apoio prestado nessas alturas, assim como noutras etapas da minha vida, e por me alegrar por conhecer um sacerdote de Cristo que se empenha verdadeiramente em viver a Sua Palavra.

Agradeço ao Departamento de Matemática da Universidade da Madeira por me ter permitido a impressão final deste trabalho.

Agradeço à Fundação de Ciência e Tecnologia (antiga JNICT) do Ministério de Ciência e Tecnologia pelo apoio económico prestado, nomeadamente através da Bolsa de Doutoramento concedida PRAXIS XXI BD / 5778 / 95.

Agradeço ao saudoso Prof. Eládio Jaraíz da Universidade de Salamanca por ter acreditado no projecto numa fase de algumas dúvidas.

Finalmente, agradeço a este meu belo país que é Portugal, o facto de ainda ser como é.

ABREVIATURAS E CONVENÇÕES

- Em todo o texto, as letras a negrito significam vectores (excepto nas figuras, onde os vectores são representados por uma seta).
- O sistema de unidades utilizado é o Sistema Internacional de Unidades (S.I.). As excepções são devidamente assinaladas.
- \otimes representa um vector com sentido para dentro do papel, e \odot representa um vector com sentido para fora do papel.
- + representa o sentido considerado como positivo para um vector, – representa o sentido considerado como negativo para um vector
- *corpo-rotativo* – modo de operação do novo separador-classificador magnético, referido ao caso em que o corpo roda sobre si mesmo.
- *corpo-estático* – modo de operação do novo separador-classificador magnético, referido ao caso em que o corpo se encontra estático.
- *SAT_C* – supercondutor de alta temperatura crítica
- *SBT_C* – supercondutor de baixa temperatura crítica
- *SMAG* – separação magnética de alto gradiente
- *SMGL* – separação magnética de gradiente livre

ÍNDICE

1 – Introdução	1
1.1 – Princípios de Magnetismo Estático	1
1.1.1 – Susceptibilidade e permeabilidade magnética	2
1.2 – Propriedades Magnéticas da Matéria	3
1.3 – Classificação dos Minerais Segundo as Suas Propriedades Magnéticas	7
1.3.1 – Diamagnetismo	7
1.3.2 – Paramagnetismo	9
1.3.3 – Ferromagnetismo	10
1.3.4 – Antiferromagnetismo	19
1.3.5 – Ferrimagnetismo	21
1.3.6 – Superparamagnetismo	23
1.3.7 – Resumo e comparação	23
1.4 – Fio Condutor Eléctrico Linear: Resistividade e Criação de Campo Magnético	24
1.5 – Escudos Magnéticos	29
1.6 – Supercondutividade: Definição e Propriedades Básicas	32
1.7 – Teoria da Supercondutividade	35
1.8 – Supercondutores de Altas Temperaturas Críticas	36
1.9 – Supercondutores de Baixas Temperaturas Críticas	39
1.10 – Supercondutividade Prática	44
1.10.1 – Extinção	44
1.10.2 – Salto de fluxo	44

1.10.3 – Estabilização adiabática	46
1.10.4 – Estabilização dinâmica	47
1.10.5 – Estabilização criogénica	49
1.10.6 – Estabilizações de Wilson e Iwasa	50
1.10.7 – Utilização de Hélio II – Hélio superfluido	52
1.10.8 – Utilização de uma corrente de hélio líquido para obtenção do arrefecimento de ímans supercondutores	52
1.10.9 – Torcedura	54
1.10.10 – Perdas Energéticas em Corrente Alternada e Campos Transientes	54
1.10.11 – Destabilizações Mecânicas e Impregnação	65
1.10.12 – Isolamento Eléctrico	78
1.10.13 – Factores de Enchimento e Densidades de Corrente	87
1.11 – Crióstato	88
1.12 – “Current Leads”	92
1.13 – Interruptores de Corrente Permanente	101
1.14 – Princípios da Separação Magnética	102
1.14.1 – Forças magnéticas presentes num separador magnético	104
1.14.2 – Forças que interactuam num separador magnético com as forças magnéticas	110
1.14.3 – Balanço das forças presentes num separador magnético	119
2 – Separação e Classificação Magnética. A Inovação	122
2.1 – Separadores Magnéticos	124
2.1.1 – Separadores magnéticos de deflecção	124
2.1.2 – Filtração magnética / Separação magnética de alto gradiente (SMAG)	133

2.2 – Classificação Magnética	-----	137
2.3 – O Nosso Separador-Classificador Magnético	-----	141
A) Rotação do corpo do separador-classificador	-----	143
B) Corpo do separador-classificador estático (caso ciclónico)	-----	144
3 – Teoria Suporte do Novo Separador-Classificador Magnético:		
<i>corpo-rotativo</i>	-----	146
3.1 – Introdução e Aproximações	-----	146
3.2 – Movimento das Partículas Não Magnéticas	-----	148
3.2.1 – Quantificação da separação ideal (T_{CG1})	-----	150
3.2.2 – Fórmulas físicas	-----	150
3.2.3 – Condições para a separação	-----	154
3.3 – Movimento das Partículas Magnéticas		
3.3.1 – Quantificação da separação ideal (T_{CG2})	-----	161
3.3.2 – Movimento sobre a superfície do Corpo do Separador-Classificador ($r_{lv} \leq r \leq T_{CG2} r_i$)	-----	162
3.3.2.1 – Fórmulas físicas	-----	164
3.3.2.2 – Condições de separação-classificação	-----	167
3.3.3 – Momento de transição ($r = r_{lv}$)	-----	176
3.3.4 – Voo da partícula em direcção ao colector central ($r \leq r_{lv}$)	-----	178
3.3.4.1 – Fórmulas físicas	-----	179
3.3.4.2 – Condições de separação-classificação	-----	181
3.4 – Esquemas Resumo	-----	182
3.4.1 – Fórmulas físicas	-----	182
3.4.2 - Condições de separação-classificação	-----	183

4 – Simulações	-----	188
4.1 - Introdução	-----	188
4.2 – Influência dos Parâmetros de Separação-Classificação	---	188
4.2.1 - Introdução	-----	188
4.2.2 – ângulo do tronco α	-----	195
4.2.3 – Velocidade de rotação ω	-----	199
4.2.4 – coeficiente de atrito no sentido ascendente/descendente μ	-----	205
4.2.5 – Raio da partícula r_{part}	-----	209
4.2.6 – Intensidade de corrente I	-----	214
4.2.7 – raio real r_R (raio de alimentação r_i)	-----	218
4.3 – Desvios da Idealidade (Problemas Práticos)	-----	223
4.4 – Separação-Classificação para Misturas Comuns de Partículas	__	227
4.4.1 – Separação-classificação por grau de pureza	-----	228
4.4.2 – Separação-classificação por espécie química - <i>selectividade</i>	-----	231
5 – Projecto da Fonte Geradora do Campo Magnético	-----	235
5.1 – Procura do Sistema de Geração de Campo Magnético Ideal	___	235
5.1.1 – Condutor linear de condutibilidade elevada	-----	236
5.1.2 – Fio supercondutor	-----	237
5.1.3 – Factores de decisão	-----	238
5.2 - Íman	-----	238
5.2.1 – Estabilização adiabática	-----	239
5.2.2 – Estabilização dinâmica	-----	239
5.2.3 – Estabilização criogénica	-----	240

5.2.4 – Estabilizações de Wilson e de Iwasa	240
5.2.5 – Torcedura e força magnética	240
5.2.6 – Discussão	241
5.2.7 – Considerações finais	273
5.3 – Sistema Criogénico	284
5.3.1 - Crióstato	284
5.3.2 – “Current Leads”, Interruptores de Corrente Permanente, Geradores de Corrente	295
6 – Design do Separador-Classificador Magnético	300
6.1 – Corpo do Separador-Classificador	300
6.2 – Alimentação	303
6.2.1 - Corpo do separador-classificador em rotação	303
6.2.2 - Corpo do separador-classificador estático	307
6.3 – Colectores de Partículas	309
6.3.1 – Colector central	309
6.3.2 – Colector de base	313
6.3.3 – Colector de topo	313
7 – Conclusões e Trabalho Futuro	315
Referências	317

Apêndices	-----	329
Apêndice 1 (exemplos de perdas energéticas em corrente alterna e campos transientes)	-----	329
Apêndice 2 (empresas fabricantes de separadores magnéticos)	---	379
Apêndice 3	-----	383
Apêndice 3A (resolução da equação diferencial (3.13))	---	384
Apêndice 3B (análise da influência do parâmetro ω na condição limite em α e vice-versa para os pares de condições (3.23)-(3.24) e (3.26)-(3.27) do movimento das partículas não magnéticas)	---	385
Apêndice 3C (resolução da equação (3.55) para determinação da expressão que traduz a velocidade tangencial em função do tempo para o movimento das partículas magnéticas assentes sobre a superfície do separador-classificador ($r > r_{lv}$))	-----	387
Apêndice 3D (“Output” do programa Mathematica®v.3.0, relativo ao cálculo da solução da eq. (3.98) resolvida em ordem a r (para obter r_{lv}))	-----	391
Apêndice 3E (resolução da equação (3.106) para determinação da expressão que traduz a velocidade segundo r em função do tempo para o movimento das partículas magnéticas em voo para o colector central ($r < r_{lv}$))	---	393
Apêndice 3F (resolução da equação (3.110) para determinação da expressão que traduz a velocidade segundo z em função do tempo para o movimento das partículas magnéticas em voo para o colector central ($r < r_{lv}$))	---	395
Apêndice 3G (determinação das condições limites de separação-classificação para o movimento das partículas magnéticas em voo para o colector central ($r < r_{lv}$))	---	397

Apêndice 3H (esquema-resumo das condições limites de separação-classificação para o movimento das partículas magnéticas em voo para o colector central ($r < r_{lv}$)	404
Apêndice 4	406
Índice	507
Apêndice 5	557
Apêndice 5A (estabilização adiabática)	559
Apêndice 5B (estabilização dinâmica)	561
Apêndice 5C (estabilização criogénica)	566
Apêndice 5D (outros métodos de estabilização)	574
Apêndice 5E (determinação das condições óptimas de operação do íman supercondutor)	594
Apêndice 5F (determinação das dimensões óptimas do cabo supercondutor baseada em considerações geométricas)	601
Apêndice 6	604
Apêndice 6A (cálculo da distância e alturas mínimas da serpentina)	605
Apêndice 6B (cálculo do tempo e da velocidade de descida das partículas no colector central em modo contínuo)	608

1 – INTRODUÇÃO

Os princípios teóricos e as aplicações práticas existentes do magnetismo e da supercondutividade constituem um leque muito vasto do conhecimento. Existem vários livros escritos sobre cada assunto. Neste capítulo apenas serão apreciados os tópicos de cada disciplina com aplicação directa no trabalho em análise. São ainda apresentadas as bases teóricas da separação magnética.

1.1-PRINCÍPIOS DE MAGNETISMO ESTÁTICO

Vamos começar por rever uns princípios de magnetismo estático fundamentais para a compreensão do fenómeno da separação magnética.

Qualquer íman permanente ou electroíman produz o chamado campo magnético. Para se entender e equacionar este fenómeno temos de falar obrigatoriamente de duas entidades vectoriais diferentes: o vector indução magnética, B , também chamado de densidade de fluxo magnético, e o vector intensidade do campo magnético, H .

O vector indução magnética B pode ser definido como o número de unidades de força que atravessam a unidade de área do material.

A unidade de medida de B no S.I. é o *Tesla* (T) = $\left(\frac{Wb}{m^2}\right)$.

B pode ser calculado de várias modos (ver por exemplo [1-6]), sendo um deles,

$$B = \text{rot}A \quad (1.1)$$

em que A é o potencial magnético vectorial, com unidades em Tm .

O fluxo magnético Φ_B pode ser calculado por,

$$\Phi_B = \int B dS \quad (1.2)$$

onde Φ_B vem em $Tm^2 = Wb$

A intensidade de campo H pode ser definida como a força de magnetização que induz as linhas de força através do material. Esta intensidade de campo H tem as unidades S.I. de Am^{-1} .

Este campo é calculado pelas chamadas leis de Ampère. Sabe-se também que,

$$\nabla \times H = J \quad (1.3)$$

onde J é a densidade de corrente que produz o campo e é medida em Am^{-2} .

No vácuo H e B relacionam-se proporcionalmente por uma constante μ_0 , que se chama permeabilidade magnética do vácuo e que toma o valor de $4\pi 10^{-7} \frac{Tm}{A}$,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (1.4)$$

Existe outra entidade vectorial muito importante que esclarece a diferença entre \mathbf{B} e \mathbf{H} (\mathbf{H} está associado às correntes que causam o campo, enquanto \mathbf{B} está associado ao efeito ocasionado pelo campo): a magnetização \mathbf{M} .

Uma definição mais aprofundada de magnetização será dada à frente quando falarmos das propriedades magnéticas da matéria, pelo que para já ficamos apenas com algumas noções macroscópicas.

Quando um material é colocado numa região que sofre a influência de um campo magnético, este corpo vai sofrer, além do campo magnético externo, uma magnetização provocada por este último, resultando que a indução magnética total nesse material será,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} \quad (1.5)$$

onde $\mu_0 \mathbf{H}$ representa a parcela da indução devida ao campo magnético externo e $\mu_0 \mathbf{M}$ a parcela da indução no corpo devida à magnetização que este sofre quando submetido à influência do campo magnético externo. A magnetização, como se conclui da equação (1.5), é medida nas mesmas unidades que a intensidade de campo, ou seja, em Am^{-1} .

Relacionada com a magnetização, encontra-se a polarização \mathbf{J}_p , que é definida por,

$$\mathbf{J}_p = \mu_0 \mathbf{M} \quad (1.6)$$

Esta propriedade é utilizada, muitas vezes, em detrimento da magnetização pelo facto de ser medida em Teslas e poder ser, deste modo, directamente comparada com o valor de \mathbf{B} .

Para finalizar devemos referir que quer a magnetização \mathbf{M} quer a polarização \mathbf{J}_p apresentam para cada material um determinado valor limite, chamado de saturação, a partir do qual não se consegue elevar mais o seu valor independentemente da elevação do valor da intensidade de campo externo, em contraste com a indução magnética \mathbf{B} que continuará a aumentar sem limites.

1.1.1 - SUSCEPTIBILIDADE E PERMEABILIDADE MAGNÉTICA

A susceptibilidade magnética κ é definida como a razão entre a magnetização sofrida pelo corpo e a intensidade de campo magnético que a produz,

$$\kappa = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}} \quad (1.7)$$

sendo κ adimensional e podendo ser interpretado como o medidor da influência exercida num determinado corpo pelo campo magnético externo imposto.

A susceptibilidade magnética mássica (ou específica) χ , é definida como,

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho} \quad (1.8)$$

sendo ρ a massa específica do material em causa, e χ medido em $\frac{\text{m}^3}{\text{Kg}}$.

Se substituirmos a equação (1.7) na forma escalar da equação (1.5),

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \kappa H = \mu_0 H(1 + \kappa) = \mu_r \mu_0 H = \mu H \quad (1.9)$$

onde μ_r é a permeabilidade magnética relativa, definida por,

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1.10)$$

e μ a permeabilidade magnética do meio.

1.2 - PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

Sabe-se da Electricidade que uma carga colocada no espaço sem a presença de outras, cria o chamado *pólo eléctrico*. Poder-se-ia pensar que no Magnetismo seria possível falar duma estrutura magnética similar ou seja do *monopólo magnético*. Verifica-se, no entanto, que este monopólo magnético não encontra existência real, sendo a estrutura magnética mais simples que se conhece o *dipólo magnético* [3]. De facto, se dividirmos qualquer pedaço de íman, apresentando um dipólo magnético N-S, em vários pedaços menores, obteremos apenas ímans mais pequenos apresentando também todos eles dipólos magnéticos (fig. 1.1). Tentativas muito mais elaboradas para a obtenção de um monopólo magnético falharam, o que se justifica pelo facto de os próprios electrões, prótons e neutrões, que constituem os átomos do íman, serem dipólos magnéticos (fig 1.2).

A lei de Gauss do Magnetismo traduz exactamente a impossibilidade da existência de um monopólo magnético isolado, pois diz que através de qualquer superfície fechada,

$$\Phi_B = \oint B dS = 0 \quad (1.11)$$

ou seja, o fluxo magnético que “sai” tem de ser igual ao que “entra”, não podendo assim haver só “criação” de campo tendo de haver também “consumo” deste (fig. 1.3).

Qualquer dipólo magnético é caracterizado pelo seu momento de dipólo magnético m . Este vector m pode ser definido e obtido a partir do conhecimento de que qualquer dipólo magnético quando sujeito a um campo magnético externo B sofre um binário que o faz orientar,

$$\tau = m \times B \quad (1.12)$$

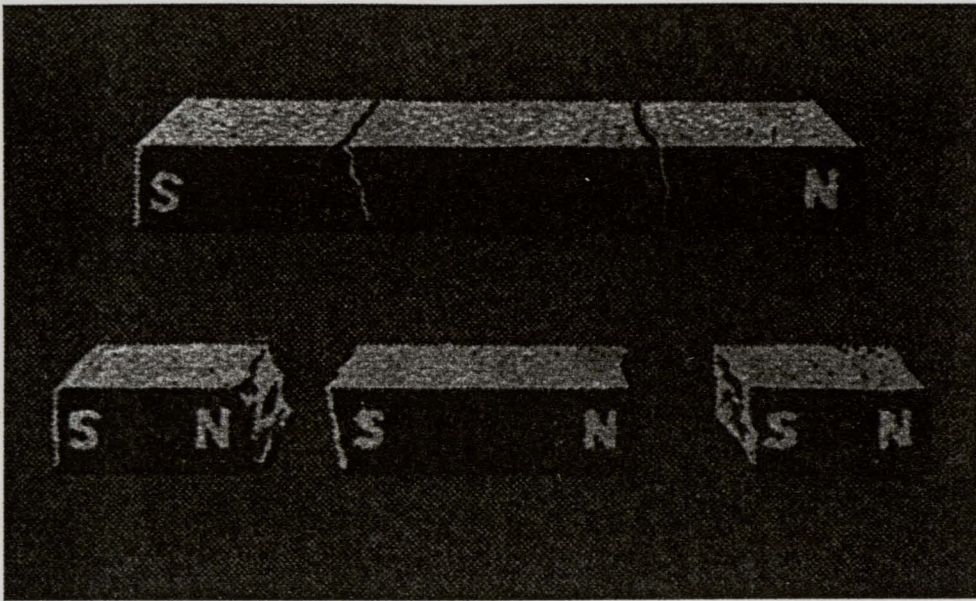


Figura 1.1 - Barra de íman partida em pedaços, mas mantendo o dipólo. (Baseado em [3]).

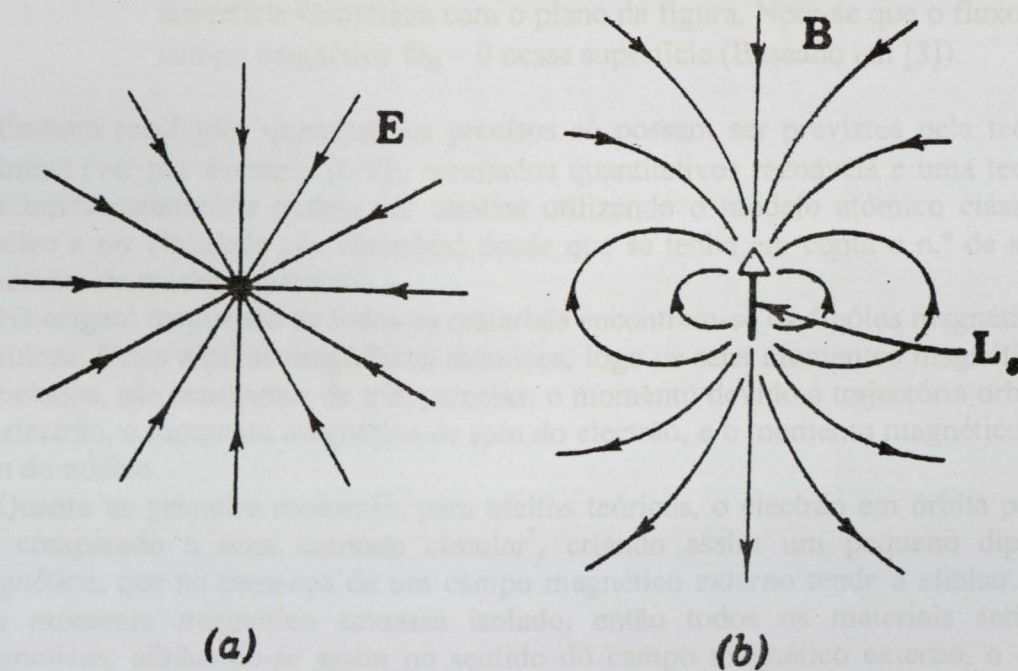


Figura 1.2 - Comparação entre as características eléctricas e magnéticas de um electrão livre. a) linhas de força do vector campo eléctrico E ; b) linhas de indução do vector densidade de fluxo de campo magnético B . L_s é o momento angular. (Baseado em [3]).

sendo τ o binário que o íman sofre, que tende a alinhar o íman na direcção (não obrigatoriamente no sentido) do campo externo. Este alinhamento é a base das

propriedades magnéticas de qualquer material cujas causas serão analisadas em seguida.

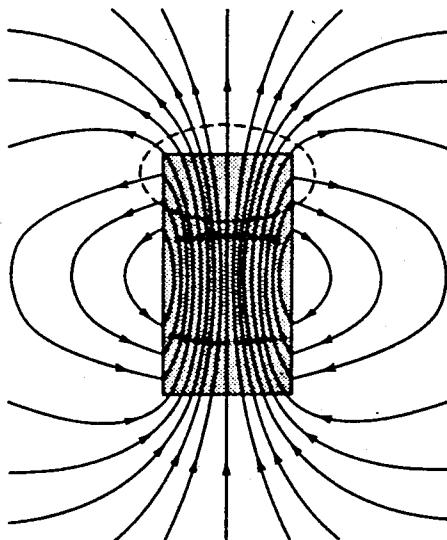


Figura 1.3 - Linhas do vector de indução magnética B para uma barra magnetizada. A linha a tracejado corresponde à intercepção de uma superfície Gaussiana com o plano da figura. Note-se que o fluxo de campo magnético $\Phi_B = 0$ nessa superfície. (Baseado em [3]).

Embora resultados quantitativos precisos só possam ser previstos pela teoria quântica (ver por exemplo [6-9]), resultados quantitativos razoáveis e uma teoria qualitativa satisfatória podem ser obtidos utilizando o modelo atômico clássico (núcleo a ser circulado por electrões) desde que se tenha em conta o $n.^{\circ}$ de spin resultante do modelo quântico.

Na origem magnética de todos os materiais encontram-se os dipólos magnéticos atômicos. Estes dipólos magnéticos atômicos, logo os seus momentos magnéticos associados, são resultantes de três parcelas: o momento devido à trajetória orbital do electrão, o momento magnético de spin do electrão, e o momento magnético de spin do núcleo.

Quanto ao primeiro momento, para efeitos teóricos, o electrão em órbita pode ser comparado a uma corrente circular*, criando assim um pequeno dipólo magnético, que na presença de um campo magnético externo tende a alinhar. Se este momento magnético actuasse isolado, então todos os materiais seriam magnéticos, alinhando-se assim no sentido do campo magnético externo, o que aumentaria o valor do campo magnético existente no interior do material em questão.

Quanto ao momento magnético de spin do electrão, ao contrário do que se poderia à primeira vista pensar, não se conseguem obter resultados quantitativos satisfatórios ao considerar o electrão girando em torno de si mesmo como a causa deste tipo de momento magnético. Em vez disso será necessário desenvolver a matemática da teoria quântica relativista para mostrar que um electrão pode ter

* O sentido convencional para a corrente eléctrica é o sentido oposto ao movimento do electrão.

momento magnético de spin de cerca de $\pm 9 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$, aparecendo o sinal \pm para indicar que o alinhamento pode ser a favor ou contra o campo magnético externo. Só os momentos magnéticos dos electrões do átomo que se encontram em camadas electrónicas não totalmente preenchidas, irão contribuir para o momento magnético total do átomo.

A terceira contribuição para o momento magnético atómico total encontra a sua causa no momento magnético de spin do núcleo. Embora esta contribuição seja desprezável para o total do momento magnético atómico (o seu momento é mil vezes mais baixo em termos de ordem de grandeza, do que os anteriores), é a base da Ressonância Magnética Nuclear muito usada em hospitais.

Na fig. 1.4 representam-se em esquema os momentos magnéticos atómicos de materiais para-, ferro- ou ferrimagnéticos (ver sector 1.3), que são resultantes das três contribuições acima descritas. Estes momentos magnéticos atómicos foram substituídos por sistemas de correntes circulares magnéticas, cujo momento dipolar resultante é quantitativamente e qualitativamente similar ao momento magnético atómico, possuindo a vantagem de produzir uma melhor visualização física do fenómeno.

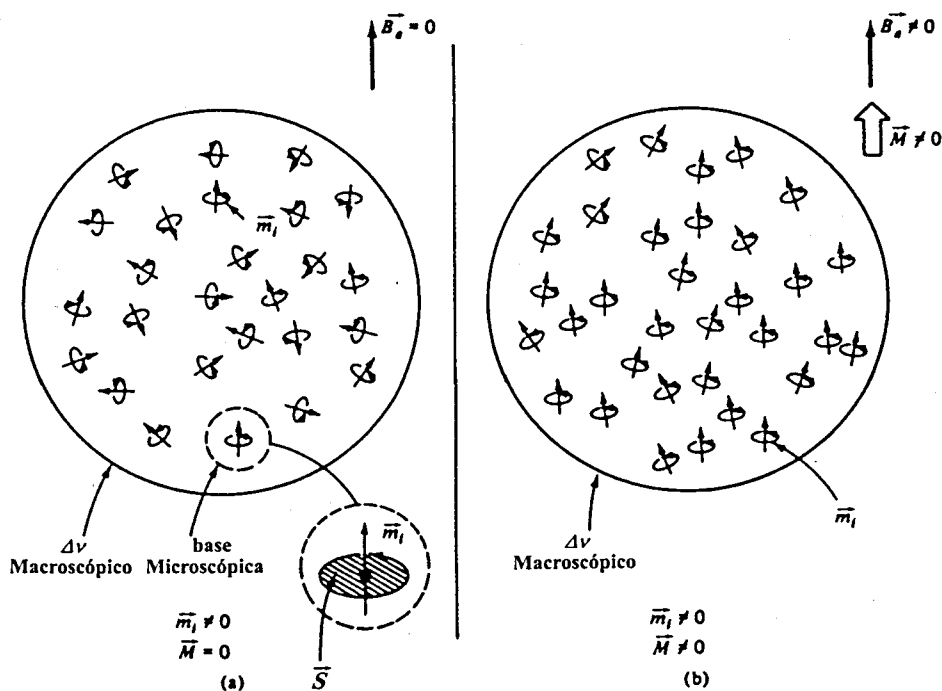


Figura 1.4 - Momentos magnéticos dipolares num material magnético: a) o campo externo aplicado $B_a = 0$, logo dum base macroscópica a magnetização $M = 0$; b) o campo externo aplicado $B_a \neq 0$, o que leva a que os momentos de dipólo magnético m 's apresentem a propensão para alinhar no sentido de B_a (material não diamagnético), logo dum base macroscópica $M \neq 0$; Δv é a fracção de volume considerada. (Baseado em [10]).

Sabe-se que,

$$\mathbf{m} = I_b \mathbf{S} \quad (1.13)$$

sendo \mathbf{m} e I_b , respectivamente, o momento magnético atómico e a corrente magnética circular de cada sistema individual de correntes magnéticas circulares, e \mathbf{S} a sua área de círculo.

Da fig. 1.4, verificamos que em a) devido a uma orientação aleatória dos átomos, uma vez que não há campo magnético externo aplicado, o somatório dos \mathbf{m} 's numa base microscópica é zero. Em b) aplica-se um campo magnético externo no material o que faz com que os \mathbf{m} 's tendam a alinhar-se aproximadamente na direcção e sentido de \mathbf{B}_a (campo aplicado) por causa do binário τ que sofrem (ver eq. 1.12). Assim, o somatório dos \mathbf{m} 's já não será nulo e existirá um momento magnético total com a direcção de \mathbf{B}_a e que vai afectar o campo \mathbf{B}_a dentro e fora do material magnético. Existe uma entidade macroscópica que representa o somatório de todos os efeitos microscópicos, que é a já falada magnetização \mathbf{M} .

Deste modo, se existirem n dipólos magnéticos por unidade de volume e considerando o volume Δv , o momento de dipólo magnético total é dado por,

$$\mathbf{m}_t = \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{m} \quad (1.14)$$

e assim,

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{m}_i \quad (\text{Am}^{-1}) \quad (1.15)$$

sendo \mathbf{M} a magnetização, ou seja, o momento de dipólo magnético por unidade de volume.

No caso dos momentos de dipólo ficarem totalmente alinhados (fig. 1.4b) e de \mathbf{B}_a ser uniforme, então de (1.15),

$$\mathbf{M} = n\mathbf{m} = nI_b \mathbf{S} \quad (1.16)$$

Justifica-se assim a divisão efectuada para o campo magnético dentro de um material com propriedades magnéticas em campo magnético externo e campo magnético induzido, ou seja,

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_a + \mathbf{B}_i \quad (1.17)$$

onde \mathbf{B} é o campo magnético total interno, \mathbf{B}_a é o campo magnético externo aplicado e \mathbf{B}_i o campo magnético induzido devido à magnetização.

Para um desenvolvimento mais aprofundado do assunto tratado neste sector aconselha-se a consulta a: [5], [10], [11].

A dedução e explicação do momento magnético segundo a teoria quântica pode encontrar-se por exemplo em [6].

1.3 - CLASSIFICAÇÃO DOS MINERAIS SEGUNDO AS SUAS PROPRIEDADES MAGNÉTICAS

A diferença do sentido e valor dos momentos magnéticos contribuintes para os momentos magnéticos atômicos nos materiais - momentos atômicos estes que originam o momento de dipólo magnético do material-, é que vai causar a diferença de comportamento dos materiais na presença de um campo magnético externo.

Assim se justifica o facto de uns materiais sofrerem uma forte indução, logo uma forte atracção - ferromagnéticos -, alguns uma fraca indução, logo fraca atracção - paramagnéticos - e outros sofrerem mesmo uma atracção "negativa" sofrendo uma repulsão fraca - diamagnéticos.

Estas são as principais classes, havendo, no entanto, mais algumas classes que irão ser consideradas: materiais antiferromagnéticos, materiais ferrimagnéticos e materiais superparamagnéticos[†]. Os materiais de comportamento ferromagnético, antiferromagnético e ferrimagnético, pertencem ao grupo da *magnetização ordenada*.

Não é de estranhar que em textos ainda apareçam as denominações de materiais forte, fracamente e não magnéticos^[12]. Como irá ser referido no capítulo 2 esta denominação existiu até ao surgimento da separação magnética de alto gradiente (SMAG) nos anos 70.[‡]

1.3.1 - DIAMAGNETISMO

Nos materiais *diamagnéticos* os átomos que os constituem são tais que se fizermos um balanço total aos momentos magnéticos produzidos em cada átomo, devido ao movimento dos electrões nas suas órbitas e devido aos movimentos de spin dos electrões e de spin do núcleo, este anula-se, na ausência de qualquer campo magnético externo.

Podemos descrever este tipo de material como aquele em que o momento magnético permanente de qualquer átomo é zero. Poderíamos ser levados a concluir que neste tipo de material a aplicação de um campo magnético externo não provocaria qualquer reacção no mesmo e que assim o campo magnético interno seria o mesmo que o externo, não existindo, por isso, qualquer magnetização (indução magnética). Pode ser provado^{[1], [4], [6]} que tal não se verifica e que a susceptibilidade dos materiais diamagnéticos apresenta sempre um valor negativo e não nulo.

Na tabela 1.1 apresentam-se valores da susceptibilidade de diversos materiais diamagnéticos. De notar que os valores da susceptibilidade de materiais diamagnéticos são pequenos e negativos (da ordem dos 10^{-5} ^[6]).

[†]Em [13] encontram-se várias tabelas com os dados e constantes para vários materiais magnéticos. Neste capítulo referiremos apenas alguns deles.

[‡]Esta nomenclatura, com o seu sentido usual, será inclusivamente usada, por vezes, neste trabalho, em sectores onde não interessa especificar a que tipo de subclasse é que o material magnético ou não-magnético que está a ser considerado, pertence.

DESIGNAÇÃO	SÍMBOLO QUÍMICO DO ELEMENTO, OU COMPOSIÇÃO NORMAL DA LIGA	MASSA ESPECÍFICA $\rho / 10^3$ $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}\right)$	SUSCEPTIBILIDADE $\kappa (= \rho \cdot \chi) / 10^5$ (SI) (ADIMENSIONAL) (*)
Bismuto	Bi	9.80 ^[13]	-16.13 ^[6]
Diamante	C	3.53 ^[13]	-2.18 ^[15]
Grafite	C	2.23 ^[13]	-9.81 ^[15]
Cobre	Cu	8.95 ^[13]	-0.967 ^[15]
Prata	Ag	11.10 ^[13]	-2.68 ^[15]
Ouro	Au	19.30 ^[13]	-3.45 ^[15]
Quartzo	SiO ₂	2.65 ^{[13], [14]}	-1.64 ^{[1], [14], [15]}
Água	H ₂ O	1.00 (0°C) ^[13]	-0.907 ^[15]
Esfarelite	ZnS	4.10 ^[13]	-1.34 ^[15]
Cassiterite	SnO ₂	6.99 ^[13]	-1.63 ^[15]
Fluorite	CaF ₂	3.18 ^[13]	-1.43 ^[15]
Galena	PbS	7.59 ^[13]	-3.34 ^[15]
Calcite	CaCO ₃	2.94 ^[13]	-1.41 ^[15]
Barite	BaSO ₄	4.50 ^[13]	-1.73 ^[15]
InP (semicondutor)	InP	4.787 ^[13]	-137.2 ^[13]
Supercondutor ideal	§	§	$\chi = -10^5 \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1}$

(*) os valores apresentados foram calculados tendo em conta valores de susceptibilidade magnética mássica (quer em CGS quer em SI) presentes na bibliografia citada.

Tabela 1.1 - Diversos materiais diamagnéticos e suas susceptibilidades e massas específicas. (Ver tabelas com um maior número de minerais e elementos em [12], [13], [15])

O efeito diamagnético está presente em todos os materiais, pois é causado a partir da interacção do campo magnético externo com todos os electrões que orbitam. Contudo na grande maioria dos metais, este efeito é completamente sobreposto pelo outro tipo de efeitos que vamos ver em seguida.

O diamagnetismo é particularmente proeminente em materiais que consistem inteiramente em átomos ou iões com camadas electrónicas completamente preenchidas, já que para estes casos as contribuições paramagnéticas anulam-se umas às outras. É de realçar ainda que a susceptibilidade dos materiais diamagnéticos é independente da temperatura .

§ Depende do material considerado.

1.3.2 - PARAMAGNETISMO

Como foi referido, no diamagnetismo os átomos têm momento magnético dipolar nulo na ausência de campo magnético externo. Existem diversos materiais, nos quais o balanço atómico dos momentos magnéticos provocados pelos vários electrões - quer devido à sua órbita, quer ao seu spin - não se anula. Neste tipo de materiais, chamados de *paramagnéticos*, cada átomo será um pequeno dipólo magnético. No entanto, na ausência de qualquer campo magnético externo - fig 1.4a -, estes átomos distribuem-se em direcções aleatórias no material, o que origina um momento magnético médio total nulo. Quando se aplica um campo magnético externo, estes átomos tendem a alinhar-se com o campo. Não podemos esquecer, porém, que também existirá diamagnetismo cujo efeito é oposto ao do paramagnetismo. Uma substância só se comportará como paramagnética se este efeito se sobrepuser sobre o efeito diamagnético - o que acontece em quase todos os casos.

Este alinhamento não será, no entanto, tão simples como seria se realmente a estrutura do átomo fosse o electrão circulatorio clássico, existindo os seguintes obstáculos:

- a) na presença de um campo magnético, os movimentos dos electrões são quantizados de modo que cada orbital e momento de spin só se pode orientar de uma determinada maneira relativamente à direcção do campo. Nenhum electrão da molécula pode ocupar o mesmo estado quântico de outro, de modo que se existir um número de electrões por molécula suficiente para preencher as camadas electrónicas, então todas as orientações possíveis serão utilizadas - $m_l = 0$ -, e o material não será paramagnético^[4].
- b) o movimento dos electrões dentro dos átomos que cria o momento magnético dipolar, também produz um momento angular - este momento está relacionada linearmente com o m_l ^[1] -, o que faz com que o binário magnético não possa alinhar direccionalmente o momento de dipólo magnético m_l com o campo, causando, assim, uma precessão em volta da direcção do campo com inclinação constante. Como os átomos do material em consideração, se encontram em contacto térmico uns com os outros os vários m_l 's intercambiam a energia magnética com a energia térmica do seu sistema, efectuando assim transições de um estado precessional para outro de inclinação diferente. A energia térmica do sistema tenderá a orientar aleatoriamente os m_l 's, mas, uma vez que os alinhamentos segundo o campo têm uma energia magnética mais baixa, haverá uma tendência para este alinhamento^[4]. Verifica-se ainda que esta precessão desaparece em temperaturas muito baixas, levando a que o material sofra uma forte magnetização, enquanto que a temperaturas mais elevadas (como por exemplo à temperatura ambiente) a agitação térmica predomina e a precessão é mais forte^[16].

O paramagnetismo pode ser encontrado em^[17] :

- a) átomos, moléculas e defeitos de conformação possuindo um excesso de electrões em número ímpar - pois o cômputo de spin total do sistema não pode ser igual a zero. Exemplos: átomos de sódio isolados, monóxido de azoto - NO - e radicais livres orgânicos como o trifenilmetil - $C(C_6H_5)_3$;

- b) átomos livres e iões com uma camada interior parcialmente ocupada: elementos de transição, iões isoelectrónicos com elementos de transição, elementos de terras raras. Exemplos: Mn^{2+} , Gd^{3+} , U^{4+} . O paramagnetismo aparece ainda frequentemente em sólidos que incorporam este tipo de iões.
- c) Alguns compostos (com um número par de electrões) sem electrões excedentários, incluindo oxigénio molecular e bi-radicaís orgânicos.
- d) Metais

Verifica-se, neste tipo de materiais que a sua susceptibilidade magnética apresenta valores positivos. Para a maioria dos metais esta susceptibilidade é independente da temperatura, variando com a mesma no caso de metais de terras raras ou de transição.

Na tabela 1.2 apresentam-se valores da susceptibilidade de diversos materiais paramagnéticos. Verifica-se que os valores da susceptibilidade de materiais paramagnéticos são pequenos - embora não tanto como no caso dos diamagnéticos - e positivos (com ordem de grandeza entre os 10^{-3} e os 10^{-5} [6]).

1.3.3 - FERROMAGNETISMO

Há milhares de anos que os materiais ferromagnéticos são conhecidos.

O Homem tentou desde sempre saber a razão pela qual estes materiais apresentam um magnetismo permanente baixo ou mesmo nulo, no *estado virgem*** , mas após a aplicação dum campo magnético externo, adquirem um magnetismo permanente bastante elevado.

Na tentativa de explicar este fenómeno, Weiss sugeriu a existência de um "campo molecular". Este "campo molecular" seria o responsável por um paralelismo de spin de átomos vizinhos. Esta hipótese proposta por Weiss, consegue justificar as principais características do ferromagnetismo, falhando, no entanto, quanto à justificação da grandeza do valor de alguns parâmetros e quanto à justificação da origem deste "campo molecular".

Só em 1927 é que se encontrou a justificação e origem deste "campo molecular", quando Heisenberg mostrou que só os momentos angulares de spin é que contribuem para este "campo molecular" e que este campo é produzido basicamente por forças electrostáticas. Estas forças electrostáticas são provenientes das forças de Coulomb e também de certos termos de energia adicionais, que, de facto, dependem da orientação do spin dos electrões. Estes termos são normalmente denominados de *energia de troca*, *interacção de troca* ou *acoplamento de troca*. A sua definição e interpretação física são algo complicadas sendo explicadas de uma maneira substancialmente diferente por vários autores. Interessa é reter a ideia dos efeitos da mesma, nomeadamente o alinhamento paralelo de spins que leva a uma forte magnetização.

Este alinhamento é tão forte, que as vibrações térmicas só conseguem produzir efeitos práticos quando a temperatura externa ultrapassa a chamada *temperatura de Curie*, a partir da qual o material se comporta como paramagnético.

Era de esperar que com forças de alinhamento tão fortes, os materiais ferromagnéticos apresentassem um magnetismo permanente a todo o tempo,

** Um material virgem, em termos ferromagnéticos, é entendido como aquele que não sofreu ainda qualquer influência de um campo magnético externo excepto, evidentemente, do campo magnético da Terra.

DESIGNAÇÃO	SÍMBOLO QUÍMICO DO ELEMENTO, OU COMPOSIÇÃO NORMAL DA LIGA	MASSA ESPECÍFICA $\rho / 10^3$ $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}\right)$	SUSCEPTIBILIDADE $\kappa (= \rho \cdot \chi) / 10^{-5}$ (SI) (ADIMENSIONAL) (*)
Alumínio	Al	2.702 ^[13]	5.602 ^[6]
Volfrâmio (Tungsténio)	W	19.35 ^[13]	150.27 ^[6]
Platina	Pt	21.45 ^[13]	567.13 ^[6]
Manganês	Mn	7.20 ^[13]	598.06 ^[6]
Samário	Sm	7.520 ^[13]	79.712 ^[12]
Neodímio	Nd	7.008 ^[13]	344.794 ^[12]
Oxigénio líquido (-219°C)	O ₂	1.306 ^[13]	176.963 ^[12]
Calcantite	CuSO ₄ ·5H ₂ O	2.284 ^[14]	17.518 ^[14]
Ilmenite	FeTiO ₃	4.76 ^[13]	95.20 - 714.00 ^[12]
Rutilo	TiO ₂	5.5 ^[13]	6.6 - 27.5 ^[12]
Wolframite	(Fe,Mn)WO ₄	7.51 ^[13]	285.38- 901.20 ^[12]
Monazite	(Ce,La,Dy)PO ₄	5.3 ^[13]	63.6 - 132.5 ^[12]
Siderite	FeCO ₃	3.96 ^[13]	150.48- 594.00 ^[12]
Hematite	Fe ₂ O ₃	5.26 ^[13]	263.00- 1999.0 ^[12]
Pirite	FeS ₂	5.018 ^[13]	2.007 - 6.523 ^[15]
Calcopirite	CuFeS ₂	4.3 ^[13]	686.2 ^[12]
Cassiterite	SnO ₂	6.99 ^[13]	1493.27 ^[12]
Niccolite	NiAs	7.784 ^[13]	3.892 - 8.562 ^[15]
Goetite	FeO(OH)	4.3 ^[13]	107.5 ^[12] - - 197.8 ^[15]
Manganite	MnO(OH)	4.43 ^[13]	159.48 - 221.5 ^[15]
Pirolusite	MnO ₂	5.08 ^[13]	152.40- 243.84 ^[15]
Cromite	FeCr ₂ O ₄	5.1 ^[13]	163.2 - 193.8 ^[15]
Olivine	(Mg,Fe)SiO ₄	4.39 ^[13]	48.29 - 553.14 ^[15]
Rodonite	(Mn,Ca)SiO ₃	3.76 ^[13]	251.92 - 413.6 ^[15]

(*) os valores apresentados foram calculados tendo em conta valores de susceptibilidade magnética mássica (quer em CGS quer em SI) presentes na bibliografia citada.

Tabela 1.2 - Alguns materiais paramagnéticos e suas susceptibilidades e massas específicas. (Para outros minerais e elementos consultar [12], [13], [15])

mesmo no seu estado virgem. No entanto tal não acontece e o material ferromagnético precisa de ser magnetizado previamente. Uma justificação para este comportamento foi proposta por Weiss que sugeriu que realmente haveria o alinhamento de spins, mas de um modo em que só atingiria uma determinada

porção do material: um *domínio*, encontrando-se o resto do material também dividido em domínios, mas sendo o sentido dos spins alinhados diferente de domínio para domínio. Tal suposição veio a comprovar-se como verdadeira.

Estes domínios, na ausência de campo magnético externo, distribuem-se com direcções de magnetização de uma maneira aleatória (ver fig. 1.5), de tal modo que a magnetização total é nula ou praticamente nula.

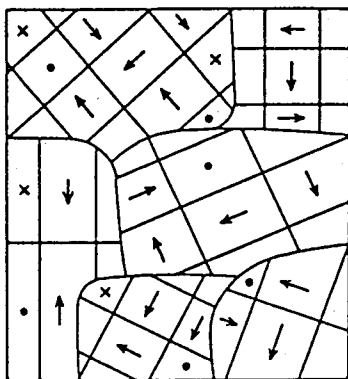


Figura 1.5 - Domínios num material ferromagnético, na ausência de campo magnético externo. (Tirado de ^[11].)

A comprovação da divisão do material ferromagnético em domínios e o surgimento da sua teoria foi uma surpresa, pois até aí pensava-se que como o alinhamento de spins é favorável energeticamente ^[6], este alinhamento efectuar-se-ia por todo o material numa só direcção.

Landau e Lifschitz em 1935, mostraram que a existência de domínios era devida a uma minimização de energia. Um material ferromagnético que seja todo ele constituído por um só domínio, tem associado uma grande energia magnetostática, mas uma distribuição da magnetização por vários domínios e com um fluxo magnético totalmente dentro do material, reduz essa energia magnetostática ^{[6], [9]}.

Na figura 1.6, apresenta-se a sequência de desmagnetização de uma amostra, que inicialmente se encontrava saturada (situação A), através do aparecimento de múltiplos domínios.

É de notar o aparecimento, nos extremos do material, de domínios de direcção de magnetização perpendicular à inicial. São os chamados *domínios terminais* ou de fecho, pois a sua função é a de providenciar trajectos de retorno para o fluxo magnético dentro do material. Na base da sua origem e crescimento estão *defeitos*, incluindo a superfície do material. São normalmente os últimos domínios a desaparecer em campos magnéticos altos.

Sendo tão favorável a divisão do material em domínios de diferente orientação, poder-se-ia pensar que existiriam uma infinidade de domínios no material. Tal não acontece, pois entre dois domínios existe a chamada *parede de domínios*, que é a interface que se cria entre dois domínios. Esta parede para se formar e manter requer energia do sistema, pelo que quantos mais domínios existirem, mais energia será necessária para formar e manter as paredes entre eles.

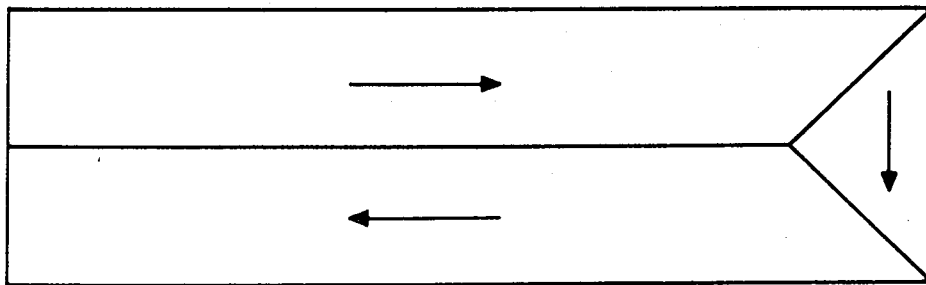
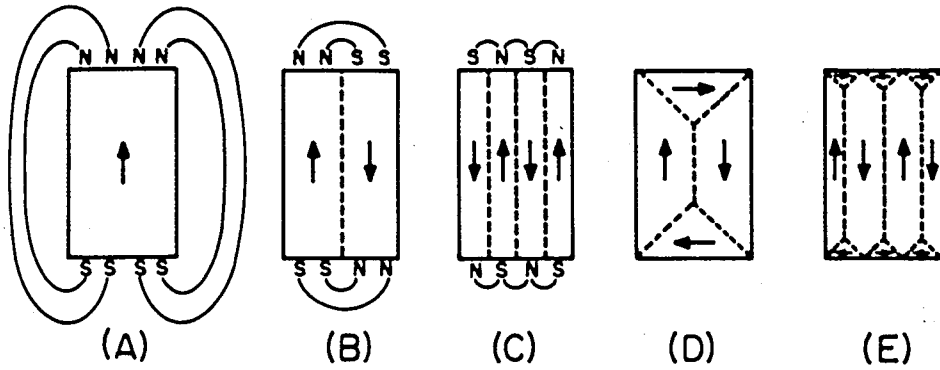


Figura 1.6 - Desmagnetização de uma amostra de ferro monocristalino, através do aparecimento de domínios. Na forma A (um só domínio) o material encontra-se saturado e completamente magnetizado, enquanto que na forma E já se desmagnetizou completamente através da criação de domínios. (Tirado de [6].)

Existe portanto um balanço de energia, apresentando o material a conformação correspondente ao mínimo da energia total, na ausência de campos energéticos externos. Para prevermos qual o número de domínios que o material contém, basta traçarmos um gráfico como o apresentado na fig. 1.7, e determinarmos qual o nº de domínios que corresponde ao mínimo da energia total do sistema.

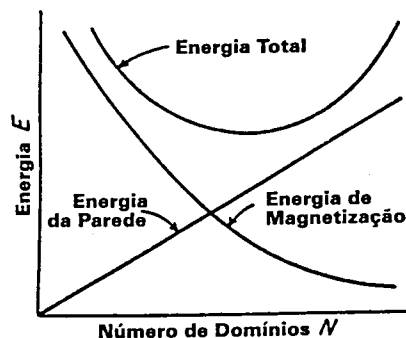


Figura 1.7 - Balanço energético num material ferromagnético. A forma destas curvas encontra-se justificada em, por exemplo, [6]. (Baseado em [11]).

As paredes dos domínios consistem em regiões onde os momentos magnéticos individuais rodam gradualmente, desde a orientação de magnetização de um domínio até orientação de magnetização do outro domínio (ver fig. 1.8). Nesta fase, os momentos não pertencem a nenhum dos domínios separados pela parede.

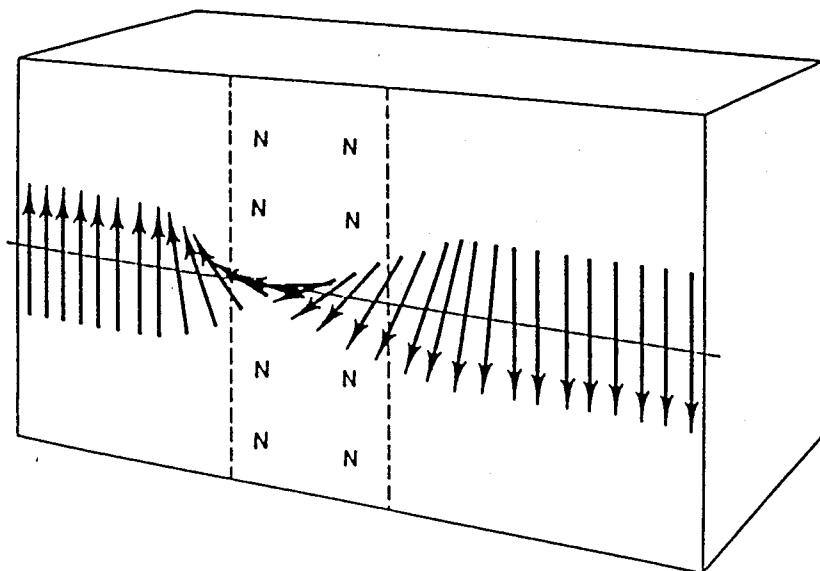


Figura 1.8 - Parede de domínio de 180°. (Tirado de [6].)

A energia das paredes, consistirá na adição de duas formas de energia: a energia de troca e a energia de anisotropia do cristal. A própria espessura da parede, que ronda normalmente o diâmetro de 100 átomos^[4], resulta de um compromisso entre estas duas formas de energia, uma vez que a energia de troca é menor mas a energia de anisotropia maior quando a espessura é maior [6]. As paredes de domínios não são sempre de 180° - como é o caso da figura 1.8-, dependendo do tipo de cristais que compõem o material - por exemplo, no caso de domínios terminais o ângulo é de 90°.

Com tudo o que foi dito até agora, já temos as bases para podermos definir uma das características mais marcantes nos materiais ferromagnéticos: a *histerese* que surge quando se traça o campo magnético no material ferromagnético, em função do campo externo aplicado.

Observemos a fig.1.9. Começando em P_0 - quando o material se encontra completamente desmagnetizado - aumentando o valor de H até H_3 (ponto P_3) e voltando a reduzir o campo até zero (ponto P_4), verificamos que ocorreu algo curioso: a curva percorrida no gráfico quando o campo externo é diminuído, não coincide com aquela que foi traçada quando se aumentou o campo externo. Mais ainda: verifica-se que em P_4 o material apresenta, ele próprio, uma magnetização, ou seja, criamos um *íman permanente*. A indução magnética que resta em P_4 é chamada de *indução remanescente* - B_r .

Impõe-se aqui distinguir a *indução remanescente* de *remanescência*: esta é o valor máximo de todas as *induções remanescentes*, ou seja, o valor obtido para a indução remanescente quando o material é levado até à *saturação* - todos os

momentos alinhados segundo o campo - através da aplicação de um campo externo que é depois totalmente removido.

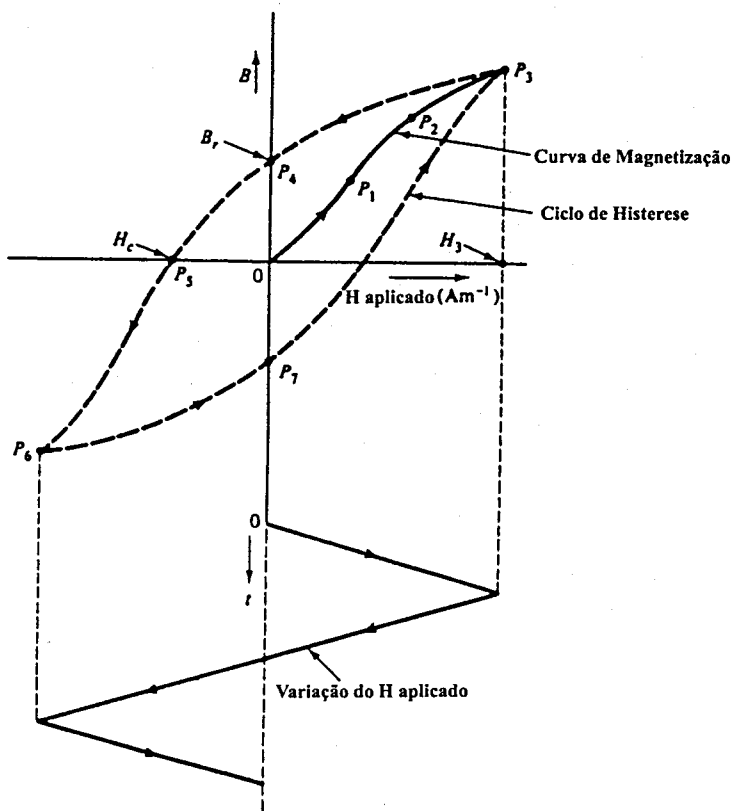


Figura 1.9 - Curva de magnetização (da origem a P_3) de um material ferromagnético virgem. A curva a tracejado corresponde ao ciclo de histerese $B-H$ quando o campo aplicado H é variado ao longo de um ciclo. (Baseado em [10]).

Vamos abrir aqui uns parêntesis na nossa análise à *histerese* da fig. 1.9, para definirmos três conceitos fundamentais na magnetização que importa distinguir bem entre si.

Temos três tipos de magnetização: a *magnetização de saturação teórica*, a *magnetização de saturação técnica* e a *magnetização espontânea*. A *magnetização espontânea* é a magnetização restante correspondente à *indução remanescente*. Para nos apercebermos da diferença entre a *magnetização de saturação* e *magnetização espontânea*, vejamos a fig. 1.10. Conclui-se primeiramente que a *magnetização espontânea* é dependente da temperatura. A 0K o seu valor é o mesmo da *magnetização de saturação*, mas à medida que se aumenta a temperatura, aumenta-se a energia térmica, o que provoca uma precessão em torno da direcção do campo. A precessão aumenta à medida que a temperatura aumenta. É esta precessão que causa o menor valor da *magnetização espontânea* em relação à *magnetização de saturação* (a não ser a 0K, quando são iguais).

Para entendermos a diferença entre a *magnetização de saturação teórica* e *técnica*, olhemos para a figura 1.11.

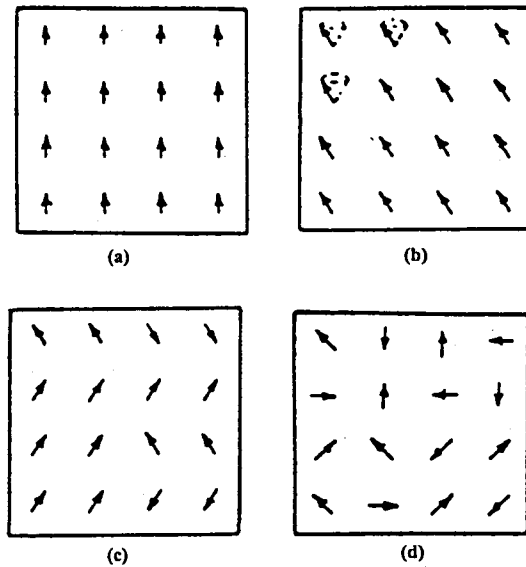


Figura 1.10 - Alinhamento de momentos individuais dentro de um domínio a várias temperaturas: a) alinhamento perfeito a 0K onde não existe energia térmica para ocorrer a precessão; b) a temperaturas baixas onde os momentos magnéticos precessam em torno da direcção do campo em estados excitados de “*baixa-energia*”; c) a temperaturas mais elevadas, mas abaixo do ponto de Curie; d) a temperaturas extremamente elevadas e acima do ponto de Curie, onde por consequência se adquire um alinhamento aleatório. (Tirado de [6]).

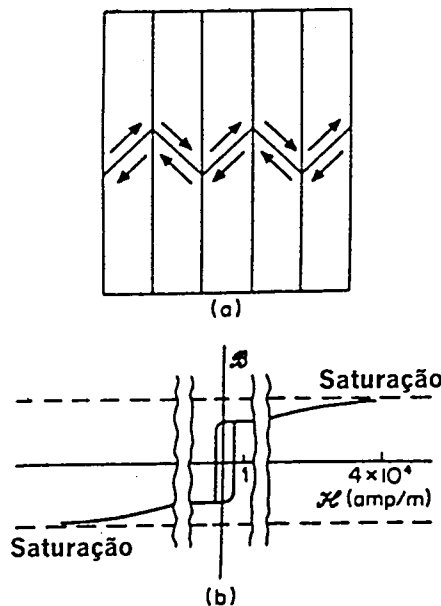


Figura 1.11 - a) Domínios de magnetização ao longo da interface diagonal no ferro; b) curva de histerése correspondente. (Baseado em [11]).

Quando todos os domínios alinharem os seus vectores de *magnetização espontânea* paralelamente ao campo, o material passa a consistir um só *domínio*, dizendo-se que atingiu a *magnetização de saturação técnica* (corresponde ao ponto onde a *histerése* acaba). Se o campo magnético externo aumentar para além do valor correspondente à ocorrência da *magnetização de saturação técnica*, nota-se um crescimento assintótico da magnetização, correspondendo o valor assintótico à *magnetização de saturação teórica*. Esta magnetização “extra” deve-se a um aumento do valor da *magnetização espontânea* M_s dentro do domínio, por causa do perfeito alinhamento dos momentos magnéticos atómicos que vai sendo conseguido dentro do único domínio, uma vez que estes no ponto de magnetização de saturação técnica não se encontram completamente alinhados com o campo, devido à agitação térmica existente.

Voltando agora à curva de *histerése* da figura 1.9 e diminuindo H desde P_4 até P_5 , verificámos que neste ponto a indução magnética se anula, sendo de notar que foi necessário inverter a intensidade de campo magnético externo de um valor H_c para que tal fosse possível. Esta quantidade H_c é chamada de *força coerciva* ou de *campo coercivo*.

Impõe-se distinguir entre *campo coercivo* e *coercividade*: o último é o valor máximo dos *campos coercivos*, ou seja, é o valor obtido para o *campo coercivo*, quando o material é levado até à *saturação* sendo depois o campo removido e invertido até que a indução magnética se anule.

Após chegarmos ao ponto P_5 , faz-se o esquema inverso, obtendo-se um trajecto inverso e simétrico ao obtido até aqui. Verifica-se que a *histerése* é simétrica em relação à origem das coordenadas.

É com base nos valores da *coercividade* e *remanescência*, que se classificam os materiais, como *duros*, ou *macios magneticamente*. Como se pode ver na fig.1.12, os materiais *duros magneticamente* são aqueles que apresentam uma alta *coercividade*, um alto valor de *remanescência* e uma baixa *magnetização de saturação* ^{[18], [19]}, enquanto os materiais *macios magneticamente* apresentam uma baixa *coercividade*, um alto valor de *remanescência*, uma alta *magnetização de saturação* e uma alta *permeabilidade magnética inicial* ^[19]. Estas características são largamente aproveitadas em diversas aplicações. Para o caso de materiais *macios*: transformadores, electroímans, motores. Para o caso de materiais *duros*: ímãs permanentes e material de gravação magnética.

Como se percebe pela curva de *histerése*, a susceptibilidade magnética não é uma quantidade muito operacional em materiais ferromagnéticos, uma vez que é extremamente variável, chegando mesmo a ter um valor infinito, quando o material se encontra totalmente magnetizado e o campo exterior é nulo. Por tudo isto, costuma trabalhar-se com uma outra quantidade chamada de *susceptibilidade diferencial* χ' definida como,

$$\chi' = \frac{dM}{dH} \quad (1.18)$$

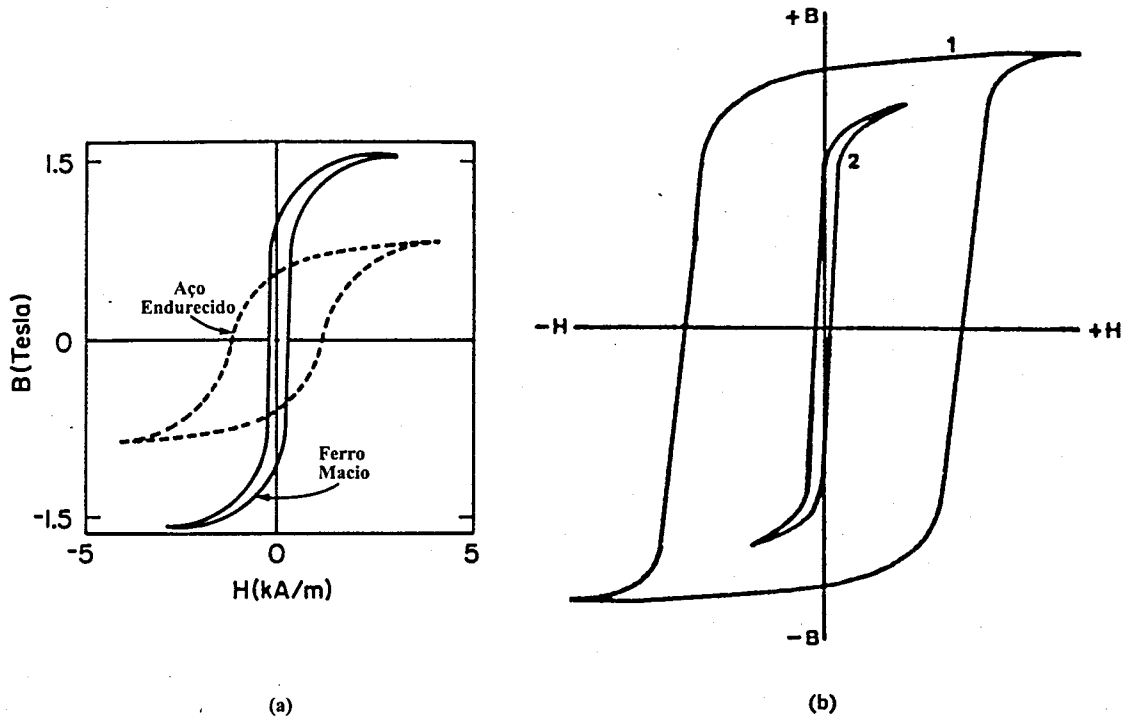


Figura 1.12 - a) Dependência do ciclo de histerése do ferro ou aço com a dureza causada pela adição de carbono ou outro material não-magnético ou pelo trabalho a frio (Baseado em [6]); b) curvas de histerése típicas dos ímans duros (1) e dos ímans macios (2) (tirado de [18]).

SUBSTÂNCIA	MAGNETIZAÇÃO DE SATURAÇÃO M_S em Gauss ($= 10^{-4}$ T)		μ_B ^(a) (0K)	TEMPERATURA DE CURIE em K
	a 20°C	a 0 K		
Fe	1714 ^[13]	1740 ^[17]	2.219 ^[13]	1043.15 ^[17]
Co	1422 ^[13]	1446 ^[17]	1.715 ^[13]	1404.15 ^[13]
Ni	484.1 ^[13]	510 ^[17]	0.604 ^[13]	631.15 ^[13]
Gd	0 ^[13]	2060 ^[17]	7.12 ^[13]	289.15 ^[13]
Dy	0 ^[17]	2920 ^[17]	10.2 ^[17]	85.15 ^[13]
Er				19.15 ^[13]
MnAs	670 ^[17]	870 ^[17]	3.4 ^[17]	318 ^[17]
MnBi	620 ^[17]	680 ^[17]	3.52 ^[17]	630 ^[17]
MnSb	710 ^[17]	----- ^[17]	3.5 ^[17]	587 ^[17]
CrO ₂	515 ^[17]	----- ^[17]	2.03 ^[17]	386 ^[17]
EuO	----- ^[17]	1920 ^[17]	6.8 ^[17]	69 ^[17]
Terfenol				653.15-703.15 ^[17]
Nd ₂ Fe ₁₄ B				585.15 ^[17]
Alnico				1123.15 ^[17]
SmCO ₅				993.15 ^[17]

^(a) momentos magnéticos por átomo medidos em *magnetrons de Bohr* (ver [7]).

Tabela 1.3 - Alguns materiais ferromagnéticos e suas características.

No caso dos materiais ferromagnéticos não se apresentam tabelas exemplificativas da sua susceptibilidade, uma vez que esta última não é constante, apresentando-se preferivelmente alguns valores característicos das suas propriedades ferromagnéticas.

Como se observa na tabela 1.3 a susceptibilidade magnética mássica de qualquer material ferromagnético é positiva encontra-se compreendida tipicamente entre os valores 0.05 e $10 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$ [6].

O ferromagnetismo pode ser encontrado na chamada “família 3d” (Ferro - *Fe* -, Níquel - *Ni* - e Cobalto - *Co*) e também em alguns metais de terras raras não paramagnéticos (Ítrio - *Y* - e alguns lantanídeos, como por exemplo o Gadolínio - *Gd*).

1.3.4 - ANTIFERROMAGNETISMO

O fenómeno do antiferromagnetismo, primeiramente encontrado no óxido de manganês, já foi encontrado em centenas de materiais. Dentro destes podemos destacar os vários óxidos, sulfitos e cloritos de “metais 3d” (ver sector 1.3.3 para definição), metais de terras raras e metais actinídios.

Este fenómeno pode ser “radiografado” pelo uso da difracção de neutrões. Embora o neutrão não tenha carga eléctrica, apresenta momento magnético^{[9], [20]}, pelo que se incidirmos um feixe de neutrões polarizados^{††} sobre um material ferromagnético, os spins dos electrões que se encontram nas “*janelas da rede cristalina*”, irão deflectir o feixe de modo diferente, consoante a direcção do spin destes electrões, podendo-se assim obter informações acerca do sentido destes^[9].

O antiferromagnetismo é uma forma de magnetismo ordenado como o ferromagnetismo, sendo que no antiferromagnetismo a energia de troca entre spins é negativa, o que origina uma ordenação dos momentos magnéticos antiparalela (ver fig. 1.13).

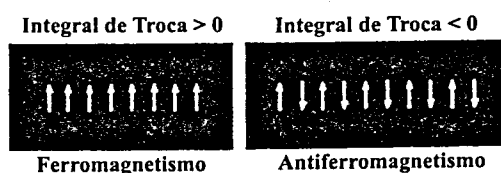


Figura 1.13 - Ordenação dos spins em materiais ferromagnéticos ($J > 0$) e em materiais antiferromagnéticos ($J < 0$). (Baseado em [17]).

Verifica-se que também no material antiferromagnético existe uma temperatura chamada de *temperatura de Néel* - T_N -, a partir da qual o material passa a comportar-se como paramagnético.

Existem vários tipos de antiferromagnetismo, encontrando-se estes representados na fig. 1.14.

†† Todos os momentos magnéticos orientados numa só direcção

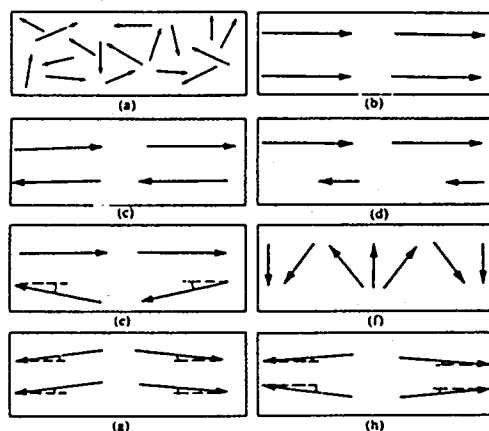


Figura 1.14 - Representação esquemática das disposições dos spins: a) no estado paramagnético desordenado; b) no ferromagnetismo - spins paralelos; c) no antiferromagnetismo tipo Néel - spins antiparalelos; d) no ferrimagnetismo de Néel - spins antiparalelos não compensados; e) no ferrimagnetismo de Yafet-Kittel - spins antiparalelos triangulares; f) em estruturas de espiral em hélice (helimagnetismo) : estruturas antiferromagnéticas compensadas ou ferrimagnéticas não compensadas; g) ferromagnetismo fraco - desvio de spins de Dzialoshinskii; h) no antiferromagnetismo compensado com desvio de spins - desvio disfarçado. (Tirado de [12]).

Existem alguns materiais que apresentam uma temperatura em que o material se passa a comportar como ferromagnético. Como exemplo disso, podemos destacar algumas ligas Cr-Mn-Sb ^[16]. O helimagnetismo também apresenta esta temperatura ^[6].

Nos materiais antiferromagnéticos, assim como nos ferrimagnéticos, que vamos ver no sector que se segue, as paredes de domínios apresentam características e comportamentos semelhantes ao estudado anteriormente para o caso de materiais ferromagnéticos. A única excepção aparece no helimagnetismo, pois neste tipo de material a transição para o ferromagnetismo é causada pelo aumento de tamanho das paredes de domínios, quando na presença de um campo magnético externo perpendicular ao eixo único ^[6].

Na prática os valores da susceptibilidade magnética mássica dos materiais antiferromagnéticos não são exactamente zero, mas sim da ordem de grandeza dos $10^{-10} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$ ^[12].

1.3.5 - FERRIMAGNETISMO

Os materiais ferrimagnéticos apresentam um comportamento muito próximo do observado para o ferromagnetismo, com algumas características próprias do antiferromagnetismo^[3]. Tal deve-se ao facto dos seus momentos se encontrarem ordenados de uma maneira antiparalela (fig. 1.14d), mas sendo o cômputo geral da magnetização diferente de zero - ao contrário do antiferromagnetismo -, uma vez que o somatório dos momentos num dos sentidos, excede o somatório dos de sentido contrário.

Estes sentidos diferentes de momentos magnéticos, não são necessariamente provocados por átomos de diferentes elementos. Verifica-se que a mesma espécie pode ser encontrada em estados de oxidação e de cristalografia diferentes. Estas diferenças são suficientes para que os momentos magnéticos nas duas localizações se diferenciem em magnitude. Como exemplo disso podemos considerar a magnetite, na qual existem por molécula (Fe_3O_4), dois átomos de ferro no estado de oxidação Fe^{3+} e um átomo no estado de oxidação Fe^{2+} . Atendendo a que o momento magnético da espécie Fe^{3+} é de $5\mu_B$ (sendo μ_B o magnetão de Bohr) e o da espécie Fe^{2+} é $4\mu_B$, se o material fosse ferromagnético, verificar-se-ia uma magnetização total de $14\mu_B$ por molécula, mas na prática só se verifica uma magnetização total de $4.1\mu_B$ por molécula^[17]. A interpretação encontrada é que o total dos átomos de Fe^{3+} se encontram repartidos em duas metades, uma orientada num sentido e a outra no sentido oposto, enquanto que os átomos de Fe^{2+} se encontram todos orientados num só sentido. Teremos então $(5+4-5)\mu_B = 4\mu_B$ /molécula, resultado este aproximadamente igual ao encontrado na prática.

Os materiais ferrimagnéticos e ferromagnéticos comportam-se macroscopicamente de uma forma muito similar, de tal forma que durante anos foram confundidos entre si. Ambos exibem *histerése* e *saturação*, nas suas curvas de magnetização, ambos apresentam um *magnetismo permanente*, em ambos se verifica a presença de *domínios* e seus movimentos, e, ambos exibem uma temperatura característica, acima da qual perdem as suas características ordenadas e passam a comportar-se como materiais magnéticos. Quanto a esta temperatura, no caso dos materiais ferrimagnéticos, existe uma discussão em aberto, sobre a denominação deste ponto: se de Curie, se de Néel, mas a maioria dos raciocínios parece apontar claramente para a primeira denominação como a mais correcta^[16].

O ferrimagnetismo, embora também existindo noutro tipo de materiais, encontra-se facilmente nas chamadas *ferrites*, donde inclusivamente origina o seu nome.

As ferrites são minérios que se podem dividir em três grupos distintos:

- as *ferrites espinelas*, que apresentam uma estrutura cristalina chamada de espinela, e cuja fórmula química usual é $\text{MO}\cdot\text{Fe}_2\text{O}_3$, onde M representa genericamente um catião divalente, normalmente Zn, Cd, Fe, Ni, Cu, Co ou Mg. Se M for o Fe, estamos na presença da magnetite, um dos minérios mais importantes em termos magnéticos e de uso mais antigo^[18]. A *temperatura de Curie* das ferrites espinelas varia de substância para substância, mas podemos defini-la como compreendida entre os 100°C e os 700°C ^[18].
- as *ferrites granadas*, cuja estrutura é complexa, têm como fórmula geral $5\text{Fe}_2\text{O}_3\cdot 3\text{R}_2\text{O}_3$, onde R representa genericamente um ião de terras raras.

Podemos apontar, como exemplo, as ferrites granadas de ítrio. O valor da temperatura de Curie para as ferrites granadas é cerca de 300°C^[18].

→ as *ferrites hexagonais (magnetoplumbites)*, cuja estrutura cristalina é hexagonal-compacta, apresentam como fórmula geral $Me^{2+}O \cdot 6Fe_2O_3$, onde Me^{2+} representa genericamente um dos cátions Sr^{2+} , Ba^{2+} , Pb^{2+} . Devido às suas características, são usadas como materiais de ímans permanentes, uma vez que são duras magneticamente ao contrário do resto das ferrites. As suas temperaturas de Curie rondam normalmente os 450°C^[18].

A grande importância das ferrites advém do facto de se comportarem quase como materiais ferromagnéticos, mas ao mesmo tempo apresentarem uma forte resistividade eléctrica o que permite reduzir drasticamente as possibilidades de geração de *correntes de Foucault* (ou "*eddy-currents*")^{††} em aplicações de campos magnéticos alternados.

Neste sector dos materiais ferrimagnéticos não se apresentam tabelas exemplificativas de materiais ferrimagnéticos e sua susceptibilidade, uma vez que esta última não é constante. Apresentam-se apenas alguns valores característicos das propriedades ferrimagnéticas de certos materiais ferrimagnéticos (tabela 1.4).

A susceptibilidade magnética mássica de qualquer material ferromagnético é positiva e encontra-se compreendida tipicamente entre os valores 0.05 e 10 m³kg⁻¹^[6].

SUBSTÂNCIA	MAGNETIZAÇÃO DE SATURAÇÃO M_S em Gauss (= 10 ⁻⁴ T)		$\mu_B^{(a)}$ (0K)	TEMPERATURA DE CURIE em K
	a 20°C	a 0 K		
MnOFe ₂ O ₃	410 ^[17]	----- ^[17]	5.0 ^[17]	573 ^[17]
FeOFe ₂ O ₃	480 ^[17]	----- ^[17]	4.1 ^[17]	858 ^[17]
NiOFe ₂ O ₃	270 ^[17]	----- ^[17]	2.4 ^[17]	858 ^[17]
CuOFe ₂ O ₃	135 ^[17]	----- ^[17]	1.3 ^[17]	728 ^[17]
MgOFe ₂ O ₃	110 ^[17]	----- ^[17]	1.1 ^[17]	713 ^[17]
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	130 ^[17]	200 ^[17]	5.0 ^[17]	560 ^[17]
BaO6Fe ₂ O ₃				723.15 ^[6]

^(a) momentos magnéticos por átomo medidos em magnetrões de Bohr.

Tabela 1.4 - Alguns materiais ferrimagnéticos e suas características.

Não terminamos este sector sem referirmos a importante aplicação de outro tipo de material ferrimagnético: o γ -Fe₂O₃, que é largamente utilizado como o material base na produção de fitas magnéticas para gravação. Durante muito tempo, esta indústria e a indústria dos ímans permanentes, foram conjuntamente as únicas indústrias de materiais magnéticos de verdadeiro impacto.

^{††} *Correntes de Foucault* ou "*eddy-currents*" são correntes espontâneas que se geram no material magnético, na presença de campos magnéticos alternados^[16], o que normalmente aumenta as perdas óhmicas em transformadores.

1.3.6 - SUPERPARAMAGNETISMO

O superparamagnetismo apresenta um comportamento de estado intermédio entre o apresentado por átomos paramagnéticos isolados e o apresentado por um corpo ferromagnético.

Quando uma partícula ferromagnética é tão pequena que não consegue conter mais do que um domínio e não apresenta anisotropia, está sujeita a efeitos térmicos ^[16]. Estes efeitos térmicos consistem na mudança de direcção da magnetização com a temperatura.

O comportamento de um conjunto compacto de partículas ferromagnéticas tão pequenas que estão sujeitas a estes efeitos térmicos, será semelhante ao de partículas paramagnéticas - não apresentando *histerése* e sendo a magnetização dependente da temperatura - no caso de uma amostra isotrópica. A diferença consiste em que, como neste caso, as unidades individuais são partículas e não átomos, o seu alinhamento com o campo magnético será muito mais forte, levando a susceptibilidade magnética a apresentar valores muito mais elevados do que no caso de materiais simplesmente paramagnéticos, daí a denominação de partículas superparamagnéticas ^[16].

Uma pequena concentração de partículas superparamagnéticas pode ter um efeito notável na susceptibilidade magnética dos minerais ^[12].

1.3.7 - RESUMO E COMPARAÇÃO ^{[L23],[L45]}

Apresentam-se em seguida uma tabela (tabela 1.5) e dois gráficos (figuras 1.15 e 1.16) comparativos dos comportamentos e propriedades apresentadas pelos diferentes tipo de materiais magnéticos descritos neste sector (1.3).

CLASSIFICAÇÃO	MOMENTOS MAGNÉTICOS	VALORES DO CAMPO MAGNÉTICO
Diamagnetismo	$m_{orb} + m_{spin} = 0$	$B_{interno} < B_{aplicado}$
Paramagnetismo	$m_{orb} + m_{spin} = \text{pequeno}$	$B_{interno} > B_{aplicado}$
Ferromagnetismo	$ m_{spin} \gg m_{orb} $	$B_{interno} \gg B_{aplicado}$
Antiferromagnetismo	$ m_{spin} \gg m_{orb} $	$B_{interno} \doteq B_{aplicado}$
Ferrimagnetismo	$ m_{spin} > m_{orb} $	$B_{interno} > B_{aplicado}$
Superparamagnetismo	$ m_{spin} \gg m_{orb} $	$B_{interno} > B_{aplicado}$

Tabela 1.5 - Características de materiais magnéticos ^[5]. m_{orb} , e m_{spin} representam respectivamente os momentos atómicos devidos à trajectória orbital e ao momento de spin dos electrões; $B_{interno}$ e $B_{aplicado}$ representam respectivamente a indução magnética dentro das partículas, e aplicada externamente.

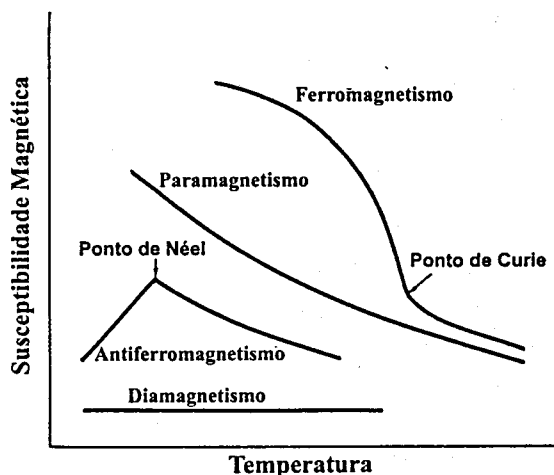


Figura 1.15 - Comportamento de cada classe de material magnético em função da temperatura. (Baseado em [12])

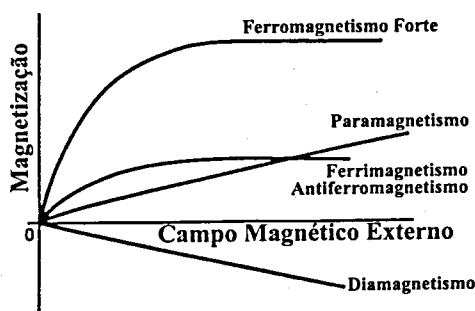


Figura 1.16 - Curvas de magnetização de cada classe de material em função do campo magnético externo aplicado. (As curvas não se encontram à escala). (Baseado em [12]).

1.4 – FIO CONDUTOR ELÉCTRICO LINEAR: RESISTIVIDADE E CRIAÇÃO DE CAMPO MAGNÉTICO

No sector 1.3 foram apresentadas as características de materiais susceptíveis de reagir à presença de um campo magnético externo, e no caso de materiais ferromagnéticos criar mesmo um campo magnético próprio permanente. Neste sector analisar-se-á a criação deste campo magnético externo por intermédio de um fio condutor de corrente eléctrica linear.

A característica fundamental de um material onde é suposto circular corrente eléctrica é a sua *resistência* à passagem da mesma. Quanto maior for esta última, maiores serão as *diferenças de potencial* necessárias a aplicar por parte do gerador

e maiores serão as perdas energéticas por dissipação calorífica obrigando à existência de um sistema de refrigeração de modo a evitar a fusão do fio.

Para se obter numericamente a resistência de um material condutor, num determinado circuito eléctrico, é necessário saber-se a sua *resistividade* (ou o seu inverso, a *condutividade*) que é uma propriedade característica do material.

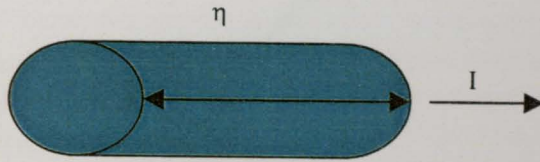


Figura 1.17 – Representação esquemática de um condutor eléctrico.

A relação entre a resistência R e a resistividade η para o caso de um condutor de comprimento l e área seccional S (ver figura 1.17) é dada por ^{[4], [5], [21], [22]}

$$R = \frac{l\eta}{S} \quad (1.19)$$

Na tabela 1.6 encontram-se apresentados valores da resistividade de vários materiais. Como a resistividade varia com a temperatura, na tabela 1.6 apresentam-se de igual modo valores dessa variação, apresentando-se também nas figuras 1.18 e 1.19 a variação gráfica da resistividade do cobre e do alumínio, respectivamente, com a temperatura (de notar a diminuição em 6 vezes na resistividade do cobre quando se baixa da temperatura ambiente para 77K, e que a sua resistividade mais baixa no estado puro é da ordem de grandeza dos $10^{-12}\Omega\text{m}$ ^[17]).

Material	Resistividade (Ωm)	$1/\eta \text{ d}\eta/\text{d}T$ ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Alumínio	2.65E-8	0.0043
Cobre	1.67E-8	0.0039
Ferro	9.71E-8	0.0065
Ouro	2.35E-8	0.004
Prata	1.59E-8	0.0041
Níquel	6.84E-8	0.0069
Constantino (liga)	49.0E-8	0.0000
Germanio (puro)	0.46	-0.048
Grafite	1.4E-5	
Vidro	1E10 – 1E14	
Quartzo	1E13	
Madeira	1E8 – 1E11	

Tabela 1.6 – Resistividade η e variação da mesma com a temperatura ($1/\eta \text{ d}\eta/\text{d}T$), para vários materiais. (Valores retirados de ^{[4], [5], [22]}.)

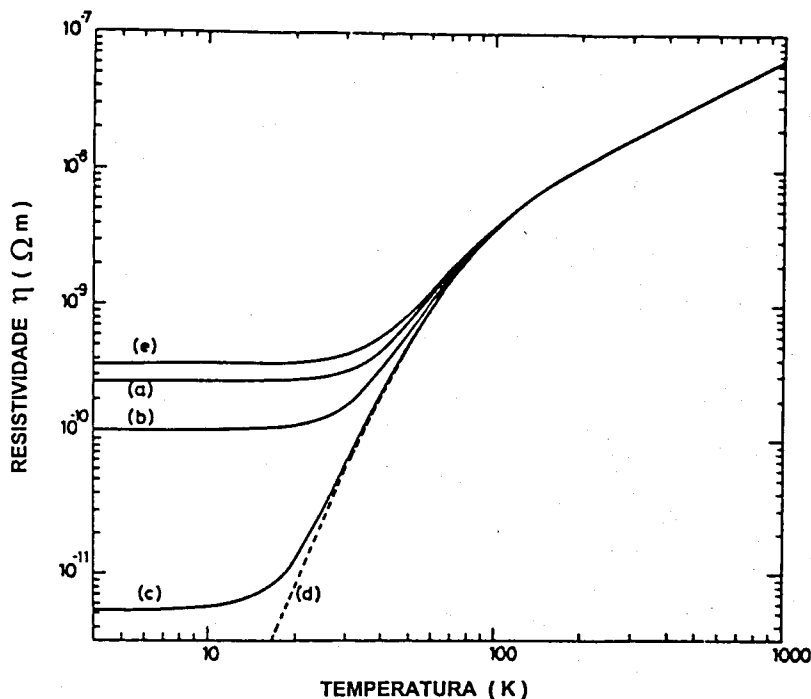


Figura 1.18 – Resistividade do Cobre sob várias formas: a) OFHC meio-duro; b) OFHC temperado; c) temperado e 99.999% puro; d) curva calculada para cobre sem impurezas (puro); e) curva calculada para cobre OFHC temperado sofrendo acção de um campo magnético de 5T. (Baseado em [23].)

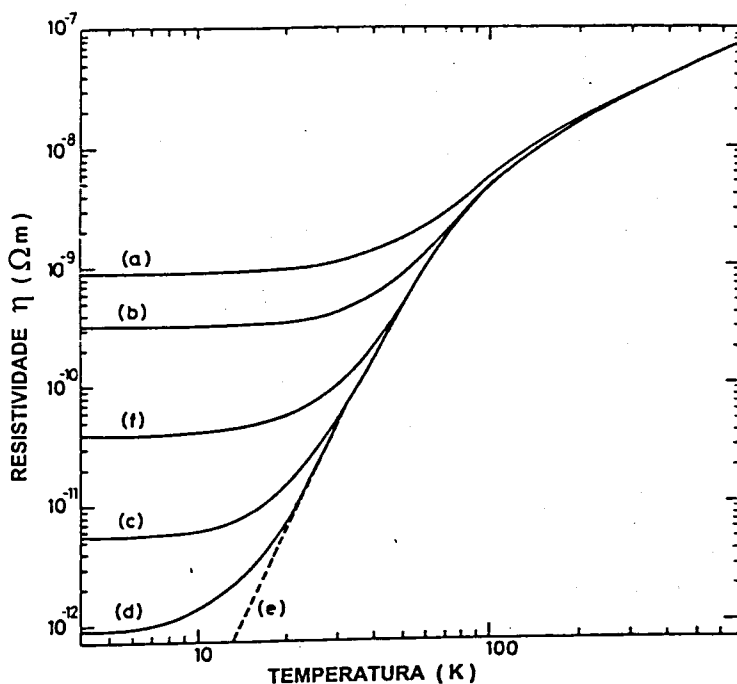


Figura 1.19 – Resistividade do alumínio em diversos graus de pureza: a) 99.7% puro, temperado; b) 99.9% puro, temperado; c) 99.999% puro, temperado; d) 99.9998% puro, temperado; e) curva calculada para alumínio sem impurezas (puro); f) curva calculada para alumínio 99.999% puro sofrendo acção de um campo magnético de 5T. (Baseado em [23].)

Embora não referido nas tabelas e gráficos, um material usualmente utilizado em ímãs de alto campo é a liga Cu-AlO, que alia as boas propriedades de condutividade às de boa resistência mecânica [24].

O condutor eléctrico linear, é o gerador de campo magnético mais simples e mais antigo conhecido pela Humanidade, desde a descoberta da relação entre a corrente eléctrica e o magnetismo por Oersted. A sua simplicidade experimental reflecte-se na sua simplicidade teórica, sendo a descrição teórica da configuração magnética gerada por este tipo de sistema muito mais simples que, por exemplo, a configuração magnética gerada pelos sistemas de bobines electromagnéticas utilizados na *separação magnética de alto gradiente* [12], [25], [26] e mesmo na *separação magnética de gradiente livre* [14] (ver capítulo 2).

Logo a seguir à descoberta experimental de Oersted, Biot e Savart e ainda Ampère, formularam leis teóricas importantes descrevendo a relação entre o campo magnético e a corrente eléctrica. Das leis de Biot-Savart sabe-se (figura 1.20) que a corrente eléctrica ao fluir num condutor linear, provoca um campo magnético num ponto P genérico traduzido por [3], [4], [22], [27], [28]

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \times r}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin\theta}{r^2} u_B \quad (1.20)$$

tendo o campo magnético infinitesimal dB o sentido do versor u_B , ou seja, para dentro da folha (obtido pela regra da mão direita), sendo o resto das variáveis definidas como na figura 1.20

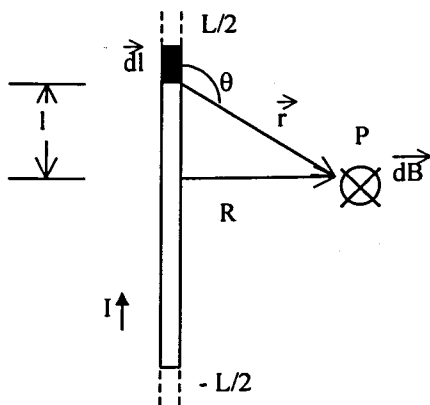


Figura 1.20 – Campo magnético infinitesimal dB exercido no ponto P, por uma corrente eléctrica de intensidade I percorrendo um fio condutor linear. dl é a fracção de comprimento em análise, θ é o ângulo entre o vector posição de dl e o ponto P, R é a distância entre o condutor e o ponto P e L é o comprimento total do fio condutor.

O campo magnético total exercido no ponto P será a soma de todos os campos magnéticos infinitesimais dB provocados por todos os elementos de corrente. Pode ser obtido por integração da equação (1.20) segundo o comprimento do condutor linear. Para o fazer temos duas hipóteses:

a) aproximação fio de comprimento infinito

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{l} \sin\theta}{r^2} \mathbf{u}_B \quad (1.21)$$

e como

$$\sin\theta = \sin(180^\circ - \theta) = \frac{R}{r} \quad (1.22)$$

então

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{l} R}{r^3} \mathbf{u}_B \quad (1.23)$$

Como $R = \text{constante}$ e

$$r = \sqrt{l^2 + R^2} \quad (1.24)$$

então,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{l} R}{(l^2 + R^2)^{3/2}} \mathbf{u}_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r} \mathbf{u}_B \quad (1.25)$$

Este resultado também poderia ter sido obtido utilizando a lei de Ampère ^{[3], [4]}.

b) fio de comprimento curto e largura não desprezável (relação L/D baixa)

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{d\mathbf{l} \sin\theta}{r^2} \mathbf{u}_B \quad (1.26)$$

e então,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2r\pi} \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + 4 \cdot R^2}} \right) \mathbf{u}_B \quad (1.27)$$

É de notar que se calcularmos o limite da expressão (1.27) quando o comprimento tende para infinito, obtemos a expressão (1.25) como seria de esperar.

1.5 – ESCUDOS MAGNÉTICOS

Os escudos magnéticos já são conhecidos e utilizados há bastantes décadas, baseando-se em dois princípios básicos ^[29]: ou se utilizam materiais diamagnéticos (e.g. supercondutores) que excluem do seu interior e de qualquer corpo que rodeiem o campo magnético^{§§}, ou se utilizam materiais ferromagnéticos macios, que devido à sua elevadíssima permeabilidade magnética absorvem para o seu interior o fluxo magnético, desviando-o da zona a escudar. A última alternativa é a que encontra maior aplicação, e é sobre ela que nos iremos debruçar.

Se colocarmos um cilindro revestido de material ferromagnético macio, oco por dentro, num volume sob o efeito de um campo magnético perpendicular à superfície do cilindro, verificamos que este absorverá o fluxo magnético, escudando o seu interior ^[2] (ver figura 1.21).

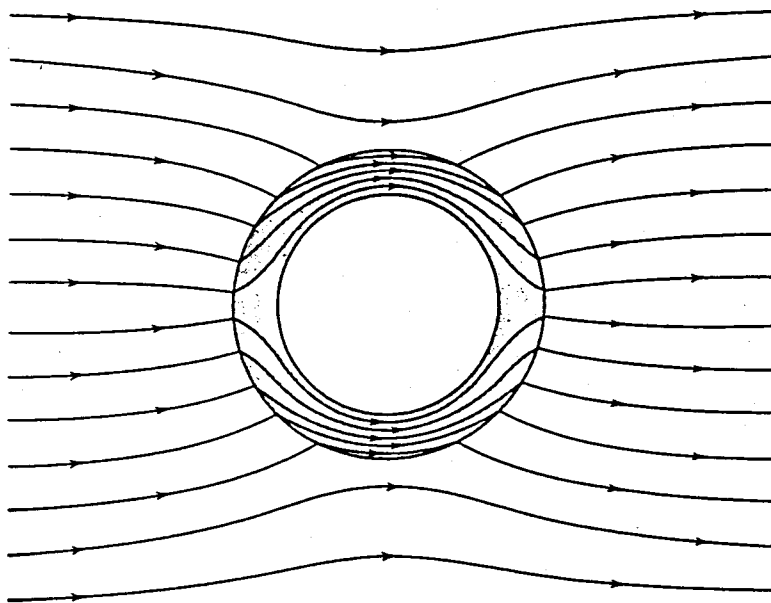


Figura 1.21 – Absorção do fluxo magnético num cilindro oco com paredes de material ferromagnético macio, escudando-se deste modo o seu interior (de [2]).

Para se calcular com precisão a totalidade das dimensões geométricas dum escudo magnético, ter-se-ia de aplicar uma análise tridimensional bastante elaborada, como a descrita em [29], em [30] ou em [31]. Verifica-se no entanto, que normalmente se podem aplicar equações mais genéricas que originam resultados próximos da prática. No caso em questão vai-se aplicar uma série de normas práticas descritas em [32] e que se exporão em seguida.

^{§§} Desde que o campo não seja aplicado antes de ser instalado o escudo.

O primeiro passo será o de calcular a atenuação de campo A que se pretende, ou seja, a redução H_{0i} de campo externo H_0 que se pretende obter no interior do escudo magnético e que será determinada por

$$A = \frac{H_0 \text{ (Gauss)}}{H_{0i} \text{ (Gauss)}} \quad (1.28)$$

Em seguida calcula-se a espessura do escudo t necessária, sabendo-se o diâmetro do escudo d e utilizando-se as equações

$$B_e \text{ (Gauss)} = \frac{2.5d \text{ (polegadas)} H_0 \text{ (Gauss)}}{2t \text{ (polegadas)}} \quad (1.29)$$

$$A = \frac{\mu t \text{ (polegadas)}}{d \text{ (polegadas)}} \quad (1.30)$$

$$\mu = \frac{B_e \text{ (polegadas)}}{H_M \text{ (Oe ou Gauss)}} \quad (1.31)$$

sendo μ a permeabilidade magnética do material (adimensional no sistema utilizado nas equações apresentadas), H_M a força de magnetização e B_e a indução magnética existente no escudo. Estas equações conjugam-se com o gráfico B vs H característico do material ferromagnético que compõe o escudo magnético, e só depois se poderá chegar ao valor necessário para espessura do escudo. Conjugando (1.29), (1.30) e (1.31) obtemos

$$H_M \text{ (Gauss)} = 1.25 \frac{H_0 \text{ (Gauss)}}{A} \quad (1.32)$$

pelo que consoante a atenuação pretendida obtém-se então H_M ; em seguida analisando o gráfico B vs H obtém-se B_e e μ , de (1.29) ou de (1.30) sabendo-se o diâmetro do escudo obtém-se a espessura do mesmo, e de (1.28) obtém-se H_{0i} .

A espessura prática poderá ser superior ao valor obtido para t , o que só reforçará o efeito do escudo magnético, diminuindo o valor de campo magnético no interior do mesmo, aumentando a atenuação, mas aumentando os custos associados ao escudo magnético.

É importante ter em atenção que o valor de saturação do material ferromagnético utilizado como escudo, nunca deverá ser ultrapassado por B_e , caso contrário o valor da permeabilidade magnética do mesmo baixará drasticamente (como pode ser facilmente comprovado por qualquer gráfico B vs H), perdendo o material as características de escudo magnético.

Na tabela 1.7 são apresentados diversos materiais utilizados para o fabrico de escudos magnéticos e as suas propriedades.

*** Se for rectangular utiliza-se a dimensão maior.

Material	Composição	Indução de Saturação B_S (T)	Coercividade H_C (A/m)	Permeabilidade magnética inicial μ_i	Permeabilidade magnética máxima $\mu_{máx}$
Ferro "electroímán"	apr. 100% Fe	2.15	81.6	2750 (a 80 A/m)	-----
Ferro (lingote)	apr. 100% Fe	-----	24.8	-----	21000
Ferro (electrolítico)	apr. 100% Fe	-----	18.4	-----	41500
Ferro puro	100% Fe	2.16	4.0	-----	100000
Ferro	99% Fe	2.15	80	150	5000
Aço Silicoso	97.5% Fe 2.5% Si	2.0	8	1500	40000
Hipernik	50% Fe 50% Ni	1.60	4	4000	70000
78 Permalloy	22% Fe 78% Ni	1.08	4	8000	100000
Supermalloy	16% Fe 79% Ni 5%Mo	0.79	0.16	100000	1000000
Mumetal	16% Fe 77% Ni 5%Cu 2% Cr	0.65	4	20000	100000
Permendur	50% Fe 50% Co	2.45	160	800	5000
Hiperco	64% Fe 35% Co 0.5% Cr	2.42	80	650	10000
Supermendur	49% Fe 49%Co 2% V	2.40	16	-----	60000
Mn Ferrite	$MnFe_2O_4$	0.49	-----	-----	2500
Ni ferrite	$NiFe_2O_4$	0.32	-----	-----	2500

Tabela 1.7 - Valores das características magnéticas de vários materiais, sendo a maioria utilizáveis em escudos magnéticos, já que são materiais ferromagnéticos macios (ver sector 1.3.3). Em destaque encontra-se o material escolhido no sector 6.2 para o escudamento magnético do sistema de alimentação. Valores retirados de [4], [6] e [13].

1.6 – SUPERCONDUTIVIDADE: DEFINIÇÃO E PROPRIEDADES BÁSICAS

Decorria o ano de 1911, quando Kamerlingh Onnes, 3 anos após ter efectuado a primeira liquefacção do hélio, surpreendeu o mundo científico com o anúncio da descoberta de uma propriedade que se denominou *supercondutividade*. De facto, ao determinar a variação da resistência eléctrica do mercúrio com a temperatura, Onnes descobriu que quando se atingiam temperaturas da ordem dos 4.2K o mercúrio perdia a sua resistência eléctrica. Não se tratava de um simples fenómeno de abaixamento da resistividade do mercúrio com a temperatura, mas sim do desaparecimento completo de qualquer valor de resistência eléctrica mensurável: não era um fenómeno limite do mecanismo de condução eléctrica, mas era um fenómeno que por si só constituía um mecanismo próprio. Desde então esta propriedade já foi encontrada em diversos elementos químicos e ligas.

A não existência de uma resistência à passagem da corrente eléctrica, faz com que se possam manter a circular neste tipo de materiais correntes eléctricas por um período indefinido de tempo sem que o valor destas diminua por efeito da queda óhmica, dispensando-se assim a existência de uma fonte de tensão. Esta implicação levou a que se sonhasse na altura com fontes inesgotáveis de energia e campo magnético. Tal foi, no entanto, deitado por terra a partir do momento em que se percebeu que esta propriedade era extremamente dependente dos valores da temperatura, da intensidade de corrente e do campo magnético criado pela própria corrente eléctrica em circulação, passando o material ao estado normal para valores destes parâmetros acima de determinados valores críticos que na época eram extremamente baixos.

Foram precisos cerca de 50 anos de estudos intensivos sobre as propriedades supercondutoras de elementos e ligas, para finalmente na década de 60 se descobrirem ligas baseadas em Nióbio que apresentam a capacidade de manter a supercondutividade a campos magnéticos elevados (até 20T), sendo ainda capazes de transportar densidades de corrente eléctrica elevadas (da ordem de 10^5 Acm⁻²), embora exigindo temperaturas muito baixas (até 15K). Estes apresentaram, no entanto, vários problemas tecnológicos que foram sendo resolvidos, crescendo deste modo o número de aplicações onde é viável a sua utilização.

Existia ainda um problema económico grave a resolver: o problema da refrigeração. É que a temperaturas críticas tão baixas o único sistema capaz de refrigerar eficazmente o material é baseado em hélio líquido que é extremamente dispendioso. Bem mais barato e acessível é o azoto líquido, que apresenta, no entanto um ponto de ebulição a 77K, bem longe das temperaturas críticas até então atingidas.

Após décadas de esforço concertado, Bednorz e Muller em 1986, descobriram uma nova classe de ligas supercondutoras capazes de manter a supercondutividade até os 30K, e após um ano de investigação nesta ligas conseguiu-se finalmente obter um material supercondutor que mantinha a supercondutividade acima dos 93K [33]. Criava-se assim uma nova classe de materiais supercondutores que se denominou de *Supercondutores de Altas Temperaturas Críticas (SAT)* sendo a classe de materiais cuja a temperatura crítica se mantém abaixo dos 77K denominada de *Supercondutores de Baixas Temperaturas Críticas (SBT)*. Embora

já se tenham obtido materiais que apresentam temperaturas críticas tão elevadas como os 134K [33], problemas tecnológicos associados aos SAT_c - ainda mais profundos que os verificados nos SBT_c - têm feito com que a adopção deste tipo de supercondutores a nível de aplicações industriais se verifique lentamente.

Temperatura Crítica

Uma das mais marcantes propriedades características dos materiais supercondutores é a *temperatura crítica*, que corresponde à temperatura acima da qual o material perde as suas propriedades supercondutoras e passa ao estado normal. Esta temperatura é característica de cada material.

Como foi referido, atendendo à sua temperatura crítica dividem-se os materiais em duas classes: os *Supercondutores de Altas Temperaturas Críticas* que apresentam temperaturas críticas superiores a 77K e que consistem em materiais de base cerâmica; e os *Supercondutores de Baixas Temperaturas Críticas* que apresentam temperaturas críticas inferiores a 77K e que são normalmente metais ou suas ligas.

Campo Magnético Crítico – Supercondutores tipo I e tipo II

Desde os primórdios da supercondutividade que foi verificado que se um campo magnético fosse aplicado paralelamente e com uma intensidade suficiente, a supercondutividade do material desaparecia. Esta “intensidade suficiente” do campo magnético a partir da qual se verifica a passagem do material do estado supercondutor para o estado normal, denomina-se de *campo magnético crítico*.

Consoante o seu comportamento perante campos magnéticos os supercondutores podem dividir-se em duas classes:

- Aqueles que excluem de todo o seu interior o fluxo magnético (*efeito de Meissner*) até ao campo magnético externo atingir um valor crítico, a partir do qual o material se deixa penetrar na totalidade pelo campo magnético externo, perdendo as suas características supercondutoras – *supercondutores tipo I*.
- Aqueles que excluem de todo o seu interior o fluxo magnético (*efeito de Meissner*) até ao campo magnético externo atingir um determinado valor crítico, a partir do qual o fluxo entra parcialmente no material, não perdendo este, contudo, as suas características supercondutoras, formando-se zonas no material com um comportamento normal (não supercondutivo) que vão aumentando de tamanho à medida que se aumenta o valor da intensidade de campo magnético externo, até que se atinge um determinado valor crítico a partir do qual o material se deixa penetrar na totalidade pelo campo magnético externo, perdendo as suas características supercondutoras – *supercondutores tipo II*.

Densidade de Corrente Crítica

A densidade de corrente crítica pode ser definida como o valor a partir do qual o material passa do estado supercondutor para o estado normal.

Verifica-se que esta densidade de corrente, embora se considere baixa em termos das aplicações pretendidas, apresenta valores (ver sectores 1.8 e 1.9) bastante elevados (da ordem dos 10^5 Acm^{-2}) quando comparados com as

já se tenham obtido materiais que apresentam temperaturas críticas tão elevadas como os 134K ^[33], problemas tecnológicos associados aos SAT_c - ainda mais profundos que os verificados nos SBT_c - têm feito com que a adopção deste tipo de supercondutores a nível de aplicações industriais se verifique lentamente.

Temperatura Crítica

Uma das mais marcantes propriedades características dos materiais supercondutores é a *temperatura crítica*, que corresponde à temperatura acima da qual o material perde as suas propriedades supercondutoras e passa ao estado normal. Esta temperatura é característica de cada material.

Como foi referido, atendendo à sua temperatura crítica dividem-se os materiais em duas classes: os *Supercondutores de Altas Temperaturas Críticas* que apresentam temperaturas críticas superiores a 77K e que consistem em materiais de base cerâmica; e os *Supercondutores de Baixas Temperaturas Críticas* que apresentam temperaturas críticas inferiores a 77K e que são normalmente metais ou suas ligas.

Campo Magnético Crítico – Supercondutores tipo I e tipo II

Desde os primórdios da supercondutividade que foi verificado que se um campo magnético fosse aplicado paralelamente e com uma intensidade suficiente, a supercondutividade do material desaparecia. Esta “intensidade suficiente” do campo magnético a partir da qual se verifica a passagem do material do estado supercondutor para o estado normal, denomina-se de *campo magnético crítico*.

Consoante o seu comportamento perante campos magnéticos os supercondutores podem dividir-se em duas classes:

- Aqueles que excluem de todo o seu interior o fluxo magnético (*efeito de Meissner*) até ao campo magnético externo atingir um valor crítico, a partir do qual o material se deixa penetrar na totalidade pelo campo magnético externo, perdendo as suas características supercondutoras – *supercondutores tipo I*.
- Aqueles que excluem de todo o seu interior o fluxo magnético (*efeito de Meissner*) até ao campo magnético externo atingir um determinado valor crítico, a partir do qual o fluxo entra parcialmente no material, não perdendo este, contudo, as suas características supercondutoras, formando-se zonas no material com um comportamento normal (não supercondutivo) que vão aumentando de tamanho à medida que se aumenta o valor da intensidade de campo magnético externo, até que se atinge um determinado valor crítico a partir do qual o material se deixa penetrar na totalidade pelo campo magnético externo, perdendo as suas características supercondutoras – *supercondutores tipo II*.

Densidade de Corrente Crítica

A densidade de corrente crítica pode ser definida como o valor a partir do qual o material passa do estado supercondutor para o estado normal.

Verifica-se que esta densidade de corrente, embora se considere baixa em termos das aplicações pretendidas, apresenta valores (ver sectores 1.8 e 1.9) bastante elevados (da ordem dos 10^5 Acm⁻²) quando comparados com as

densidades de corrente apresentadas pelos condutores eléctricos vulgares (e.g. um fusível normal funde a densidades de corrente superiores 10^4 Acm^{-2}).

Superfície Crítica

Todos os 3 anteriores parâmetros críticos podem ser conjugados num gráfico tridimensional, de modo a obtermos uma superfície crítica como a apresentada na

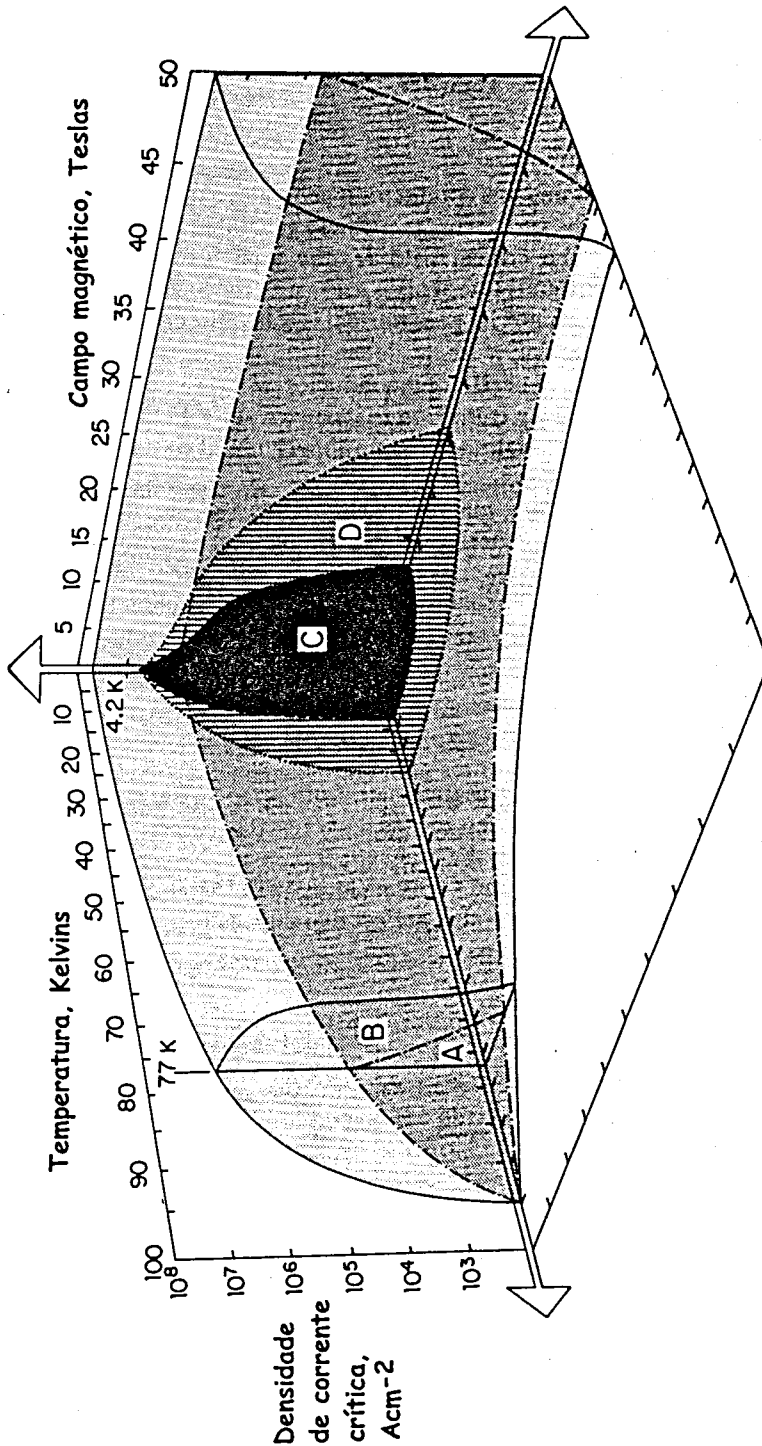


Figura 1.22 – Superfície crítica para : A) YBCO (fio); B) YBCO (película); C) NbTi; D) Nb₃Sn. (Baseado em [6]).

figura 1.22. No volume contido abaixo da superfície crítica o material é supercondutor, enquanto que acima encontra-se no estado normal.

Efeito de Meissner

A supercondutividade apresenta dois efeitos independentes: a perfeita condutividade e o perfeito diamagnetismo.

Ao segundo efeito, perfeito diamagnetismo, chama-se *efeito de Meissner*, pois foi Meissner quem provou que num material supercondutor o fluxo é excluído independentemente de durante a passagem para o estado supercondutor, estar a actuar ou não um campo magnético externo na partícula supercondutora. Deste modo no material supercondutor (para definição das variáveis consultar sector 1.1)

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = 0 \quad (1.33)$$

e

$$\mathbf{H} = -\mathbf{M} \quad (1.34)$$

logo,

$$\chi = -1 \wedge \mu = 0 \quad (1.35)$$

É importante destacar que a magnetização existente no supercondutor não é similar à presente num material diamagnético ou ferromagnético, uma vez que é exclusivamente devida à existência de correntes superficiais que se criam (como na lei de Lenz ^[20]) em oposição ao campo magnético imposto, sendo que neste caso elas não decaem com o tempo pois o material onde circulam é supercondutor, e originam um campo magnético que se opõe na totalidade em valor e sentido ao campo magnético externo.

1.7 – TEORIA DA SUPERCONDUTIVIDADE

Desde a descoberta da supercondutividade até ao momento presente, foi efectuada muita investigação na tentativa de se construir um modelo teórico da supercondutividade, e com naturalidade os modelos foram-se sucedendo.

A primeira teoria plausível foi apresentada por Keesom em 1924 e tentava explicar o fenómeno através da aplicação de modelos termodinâmicos. Em seguida (1934) foi apresentada uma teoria, apresentada por Casimir e Gorter, que através de um modelo consistindo na consideração de dois fluidos diferentes, tentou explicar fenomenologicamente a supercondutividade.

Em 1935 surge a teoria de London&London que conjuga as leis de Maxwell com a supercondutividade através do desenvolvimento de duas equações electromagnéticas. Esta conjugação resulta na definição da condutividade perfeita e na descrição do efeito de Meissner através de,

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{\mathbf{B}}{\lambda^2} \quad (1.36)$$

sendo λ um parâmetro denominado de *profundidade de penetração*.

Para o caso de uma fatia de material semi-infinita, supondo que a fronteira do supercondutor corresponde ao plano $x=0$ e que o campo aplicado é uniforme e paralelo à superfície fronteira, o perfil do fluxo do campo magnético dentro do material supercondutor pode ser descrito por,

$$B = B_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad (1.37)$$

sendo B_0 o fluxo de campo magnético exercido na superfície do material supercondutor.

De notar que λ corresponde então à profundidade a partir da qual se considera desprezável o valor do fluxo magnético dentro do material supercondutor.

Em 1953 Pippard desenvolveu o conceito de *comprimento coerente*, que é o comprimento mínimo que terá de apresentar uma zona de transição entre um sector normal e um sector supercondutor.

Bardeen, Cooper e Schrieffer apresentam uma teoria em 1957 (que ficou conhecida como *teoria BCS*) baseada em princípios microscópicos de mecânica quântica, que revoluciona o conceito da supercondutividade e que encontra aplicação prática quase total à realidade da supercondutividade a baixas temperaturas críticas.

Com a descoberta de supercondutores de altas temperaturas críticas, verifica-se que a *teoria BCS* não se pode aplicar na totalidade a estes, e reavalia-se então uma teoria já desenvolvida por Ginzburg, Landau, Abrikosov e Gorkov, que consegue explicar o comportamento de materiais supercondutores tipo II, mas que passou despercebida na altura.

1.8 – SUPERCONDUTORES DE ALTAS TEMPERATURAS CRÍTICAS

Desde que foram descobertos, os materiais supercondutores a altas temperaturas críticas têm sofrido um acentuado desenvolvimento, o que encontra expressão na subida que têm sofrido os valores das variáveis críticas. Persistem no entanto muitos obstáculos tecnológicos que impedem um desenvolvimento a um ritmo mais acelerado.

As aplicações deste tipo de supercondutores na área da separação magnética, intensificaram-se (ver por exemplo [34-42]).

A grande luta tem sido travada contra as baixas densidades de corrente crítica que teimam em persistir. Não é de estranhar assim que após 12 anos da sua descoberta, encontremos apenas dois tipos de compostos cerâmicos supercondutores a altas temperaturas, com aplicações práticas visíveis: o YBCO (ligas de Y-Ba-Cu-O) e o BSCCO (ligas de Bi-Sr-Ca-Cu-O).

Em relação ao YBCO só se conseguem obter valores razoáveis de densidade de corrente crítica para a conformação em fitas. Os valores normais e mais actualizados deste tipo de fitas encontram-se representados na figura 1.23. De notar que a gama de densidades na presença de campos até 6T se mantém entre os

10^5 e os 10^6 A/cm² (valores de 1996), o que confirma o valor de 1×10^6 A/cm² (0T) a 4.2K apontado em [43] (valor de 1995-6). A 77K e B=9T, em [33] aponta-se o valor de $J_c = 4 \times 10^5$ A/cm² (valores de 1995) e a 64K e 0T é apontado em [44] o valor de $J_c = 3 \times 10^5$ A/cm² (valores de 1996). A conformação em fio é difícil de conseguir neste material, pelo que não se apresentam valores para este caso.

Para o BSCCO, se em fitas deste material superconductor encontramos normalmente valores de densidades críticas compreendidos entre os 10^4 - 10^5 A/cm² na presença de campo magnético exterior (como podemos confirmar na figura 1.24), e de 5×10^5 e 2.5×10^5 A/cm² a 0T e 20T, respectivamente, com a liga obtida pelo método MDT (“Melt Dipping Technique”) e de 2.5×10^5 e 1.2×10^5 A/cm² a 0T e 15T, respectivamente, com a liga obtida pela técnica PIT (“powder-in-tube”) [44] -valores de 1996, e ainda valores de 10^7 A/cm² (0T) em fitas monocristalinas [45] – valores de 1996, já na conformação em fio estes valores baixam para a ordem dos 10^4 A/cm², conforme pode ser confirmado na figura 1.25, e da ordem dos 2×10^5 A/cm² (4.2K,0T) e 3.5×10^4 A/cm² (77K) [33] – valores de 1995, ou de 20-50 kA/cm² (77K, 0T) para ligas (Bi,Pb)₂Sr₂Ca₂Cu₃O_x, sendo J_c 5-7 vezes superior se operado a 4K e 0T [46] – valores de 1997.

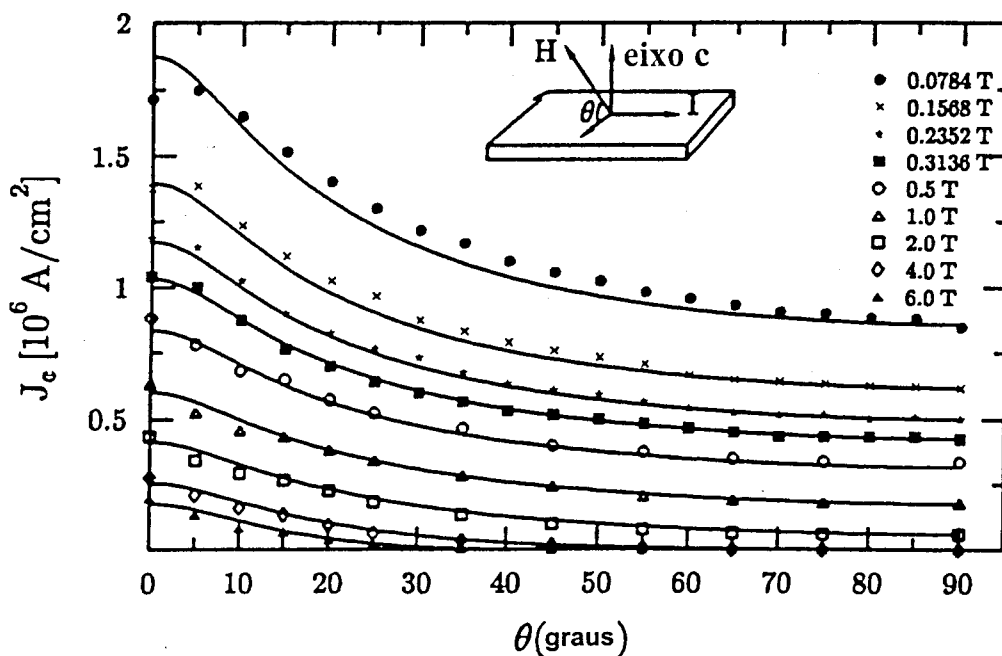


Figura 1.23 – Dependência da densidade de corrente crítica com o ângulo θ e o valor do campo magnético externo para YBa₂Cu₃O₇ (de [47]) - 1996.

De notar que se em termos de densidade crítica as ligas referidas ainda não apresentam valores elevados, já em relação ao campo magnético crítico, todas as ligas supercondutoras a altas temperaturas críticas apresentam a característica de este ser muito elevado (ver figura 1.26), havendo mesmo quem o estime em mais de 300T [6].

Valores actualizados das variáveis críticas das ligas referidas e de outras, podem ser encontrados em livros da especialidade e bases de dados (ver por exemplo os apontadores referidos em [24]).

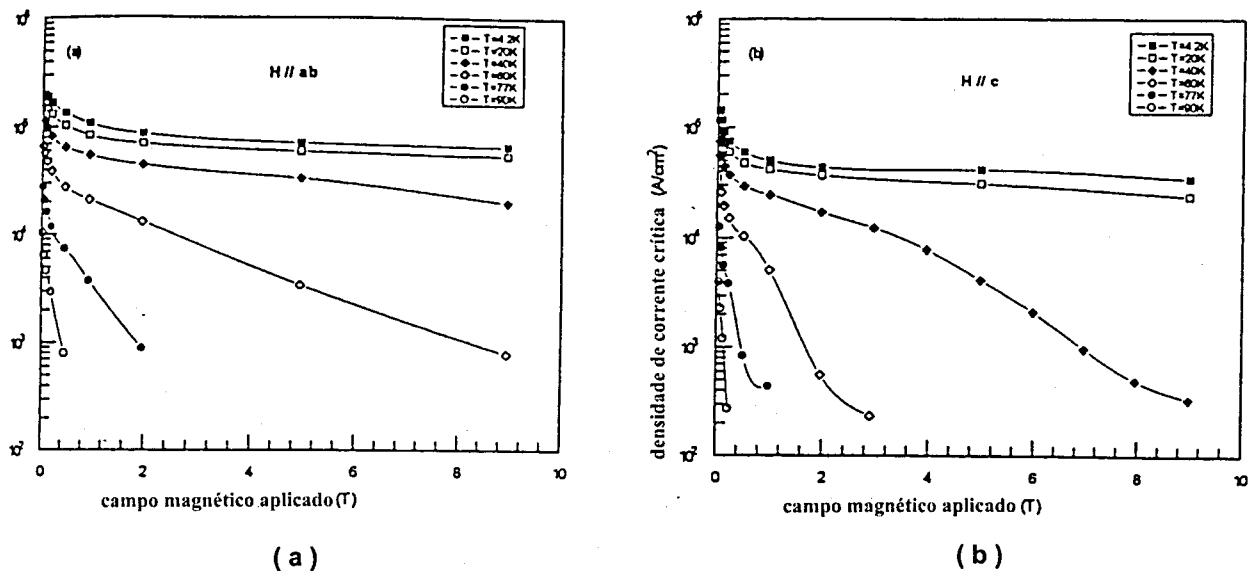


Figura 1.24 – Densidade de corrente crítica vs ângulo e valor do campo magnético externo para fitas de Bi-2223 (de [42]) – 1998. *ab* é o plano paralelo á circulação da corrente e *c* o perpendicular (ver figura 1.23)

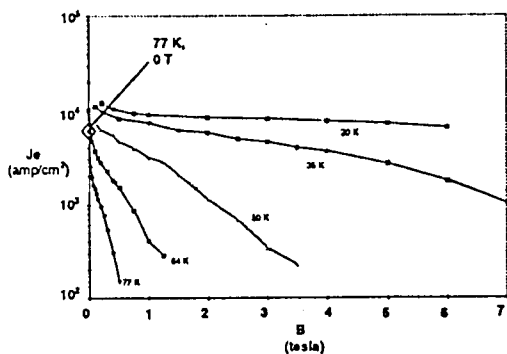


Figura 1.25 – Densidade de corrente crítica vs indução magnética e temperatura para supercondutores de altas temperaturas críticas (de [36]) - 1996.

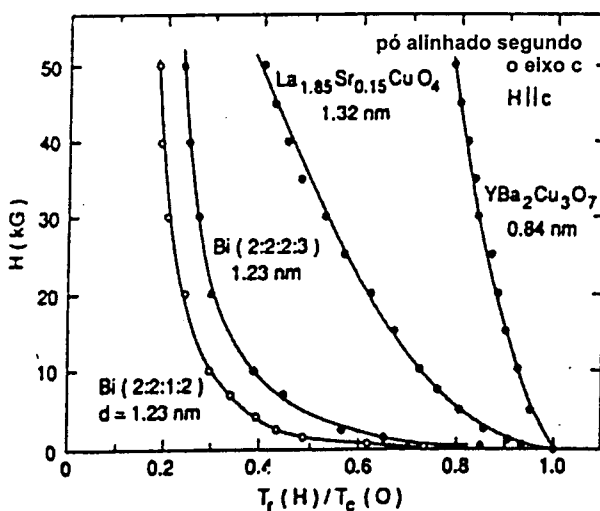


Figura 1.26 – Curvas críticas normalizadas e irreversíveis para vários compósitos supercondutores a altas temperaturas críticas. As temperaturas críticas absolutas de cada composto são respectivamente: Bi-2212 ~90K, Bi-2223 ~107K, LSCO ~37K, YBCO ~90K. (De [46]) - 1992.

1.9 – SUPERCONDUTORES DE BAIXAS TEMPERATURAS CRÍTICAS

Os supercondutores de baixas temperaturas críticas, desde que foram resolvidos os problemas tecnológicos existentes, tem sido largamente utilizados na indústria.

Apenas 5 ligas chegaram à utilização industrial: NbTi, Nb₃Sn, V₃Ga, compostos das “fases de Chevrel” e Nb₃Al. Destas ligas o NbTi é sem dúvida o mais utilizado, seguido do Nb₃Sn. Já o V₃Ga deixou praticamente de se utilizar, tendo-se nos últimos tempos verificado um aumento nas aplicações baseadas em compostos das “fases de Chevrel” e Nb₃Al, devido a um súbito melhoramento das suas características [44].

Os materiais supercondutores baseados no NbTi apresentaram uma grande evolução nos últimos 18 anos em termos da densidade de corrente crítica, como pode ser visto na figura 1.27. Na figura 1.28 são apresentados curvas J_c vs $B(T)$ demonstrando o efeito da temperatura.

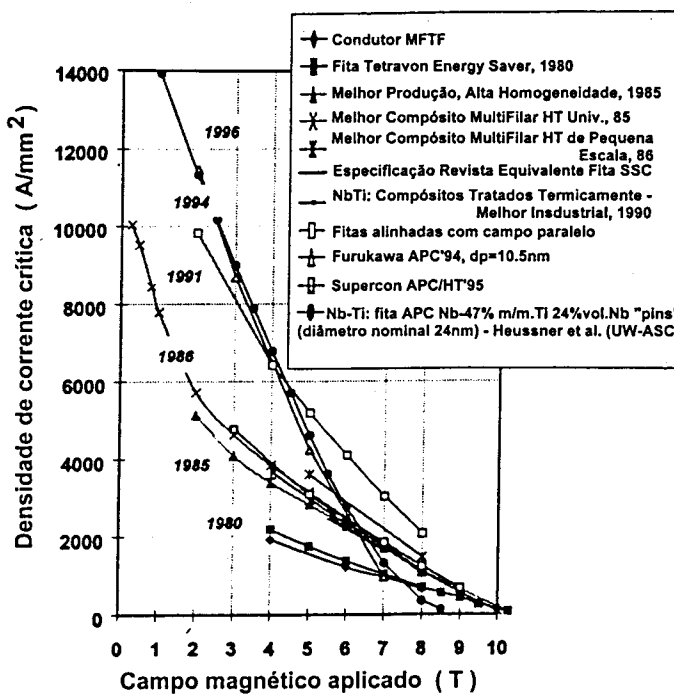


Figura 1.27 – Evolução da densidade de corrente crítica em condutores de forma cilíndrica de NbTi (de [46]).

No que concerne ao efeito do campo magnético crítico, como podemos verificar das figuras 1.27, 1.28 e 1.31, este na prática cifra-se nos 9T-10T, e portanto esta liga só pode ser usada em aplicações nas quais não se verifiquem campos superiores a 9T.

Em termos económicos este composto é o mais barato de todos os materiais supercondutores com aplicação prática, devido ao seu fácil fabrico.

Os materiais supercondutores baseados na liga Nb₃Sn, apresentam melhores características em termos de densidade de corrente crítica. Na figura 1.29 apresentam-se curvas J_c vs $B(T)$ para várias ligas baseadas em Nb₃Sn, obtidas pelo

processo do bronze. Aplicando outro processo na sua produção poderemos obter ainda melhores características (ver tabela 1.8), como por exemplo um J_c (4K,10T) da ordem dos 100-200 kA/cm² [46] – valores de 1997. Na figura 1.30 apresentam-se curvas J_c vs $B(T)$ demonstrando a dependência das mesmas com o diâmetro dos filamentos (dependência normal em qualquer material supercondutor).

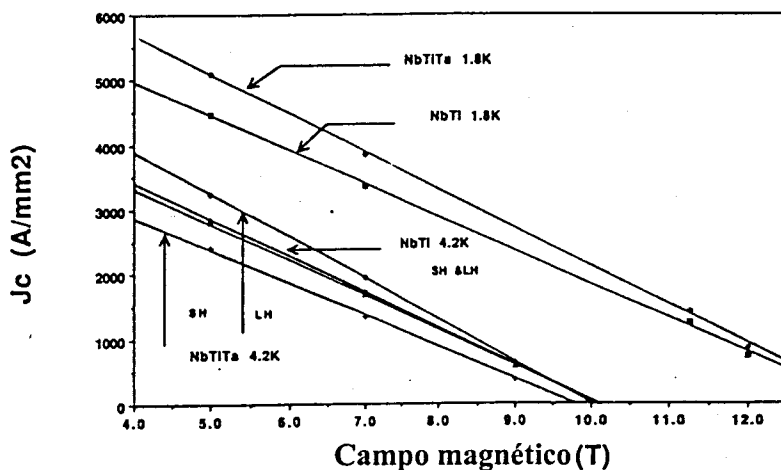


Figura 1.28 – Curvas de densidade de corrente crítica a 1.8K e 4.2K para NbTiTa e NbTi. SH – tratamento térmico curto, LH – tratamento térmico longo (de [48]) – valores de 1989.

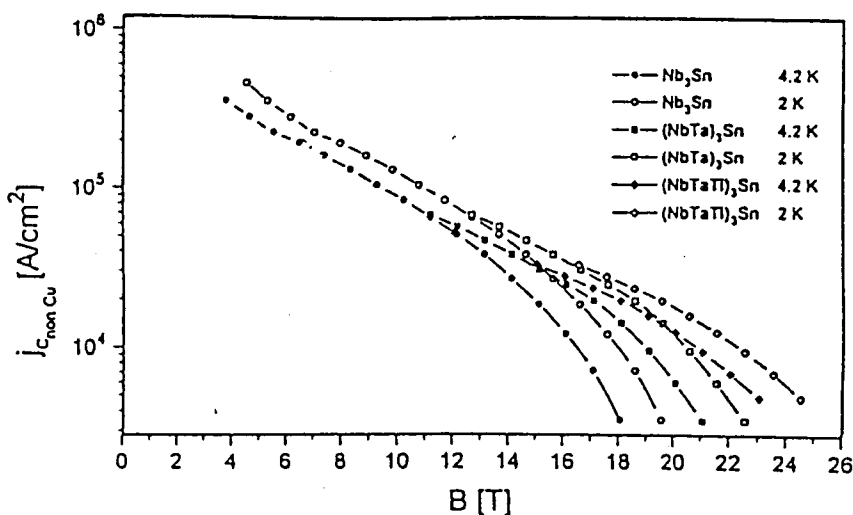


Figura 1.29 – Curvas de densidade crítica para fios multifilares de ligas baseadas em Nb₃Sn, a duas temperaturas. (de [44]) – valores de 1997.

Método	Conteúdo de Sn total (%)	Campo magnético (T)	J_c (não-cobre) (Amm^{-2})	n^*
Via do Bronze	13.5-15.4	12	550-800	35-70
Sn interno	16-20	12	950-1500	30-40
Tubo Nb	>18	12	>1000	
Via NbSn ₂	>30	12	2000	50

* este parâmetro é definido pela relação $r = \text{const} \times I^n$, onde r é a resistividade e I a corrente determinada na amostra. É a medida da amplitude da transição superconductor-estado normal, que reflecte o grau de não uniformidade da secção de corte ao longo do comprimento do fio ("sausaging") [48].

Tabela 1.8 – Densidade de corrente crítica em condutores de Nb₃Sn obtidos pelos diversos processos (de [44]) – valores de 1997.

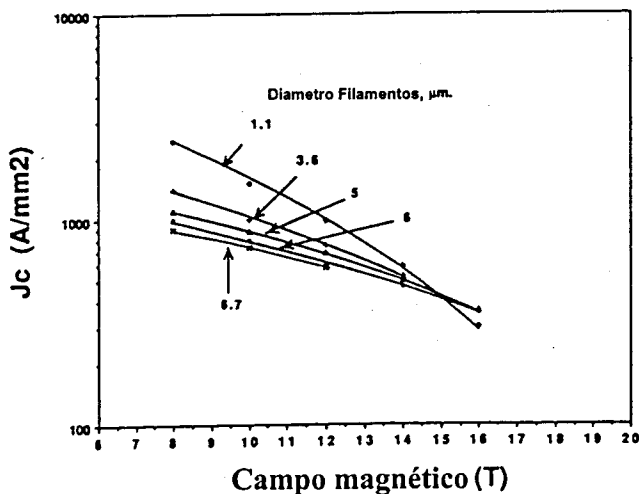


Figura 1.30 – Efeito do tamanho dos filamentos para fios de Nb₃Sn obtidos pela via do Bronze (de [48]) – valores de 1989.

Em termos de campo magnético crítico, como podemos verificar das figuras 1.29, 1.30 e 1.31, este cifra-se na prática (para o Nb₃Sn puro) nos 16T-18T.

Em termos económicos como estas ligas são mais difíceis de trabalhar do que as de NbTi, a sua produção é bastante mais cara, pelo que na prática só se utilizam em aplicações que necessitem de trabalhar em campo magnéticos externos entre os 9T-16T.

As ligas V₃Ga constituem um dos materiais de aplicação prática que melhores características críticas apresenta. Para fitas atingem-se valores de densidade de corrente crítica da ordem de grandeza dos $2 \times 10^5 A/cm^2$ a 12T e 4.2K (valores de 1988 – [48]), atingindo-se também valores algo elevados para conformação em fio, conforme demonstra a figura 1.31.

No que concerne ao valor crítico do campo magnético, como é demonstrado na figuras 1.31, o seu valor é da ordem dos 23 T. Economicamente estas ligas são ainda mais difíceis de manufacturar que as de Nb₃Sn e por isso a sua aplicação era aconselhada em aplicações com campo magnéticos externos situados entre os 16T-23T. Devido a problemas tecnológicos hoje em dia abandonou-se praticamente a sua produção.

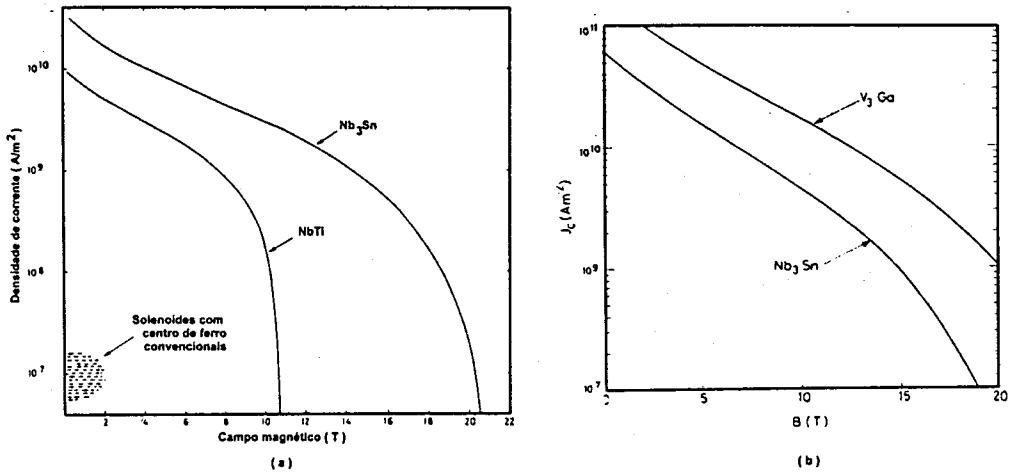


Figura 1.31 – Curvas de densidade de corrente crítica: a) para NbTi, Nb₃Sn, e solenóides convencionais; b) para Nb₃Sn e V₃Ga (de [23]) –valores de 1983.

O composto Nb₃Al, após um período de decadência, ressurgiu nos últimos anos, apresentando-se já como um competidor em relação ao Nb₃Sn. As suas curvas críticas características típicas encontram-se apresentadas na figura 1.32, não sendo muito inferiores às apresentadas pelo Nb₃Sn, o que aliado às suas melhores características mecânicas [44], [49], o torna um competidor apetecível.

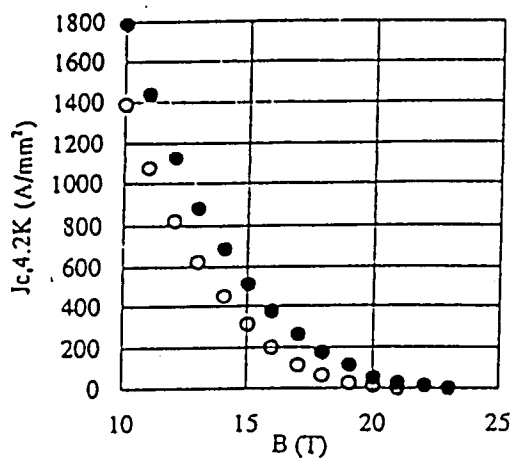


Figura 1.32 – Valores da densidade de corrente crítica de fios de Nb₃Al multifilamentares para valores de campo magnético externo elevados (de [44]) – valores de 1997.

Os compostos $PbMo_6S_8$ (fases de Chevrel) embora apresentando o campo magnético crítico mais elevado de todos os analisados neste sector (ver figura 1.31), são extremamente difíceis de sintetizar como fio multifilares e por isso só se apresentam as curvas características relativas a fios monofilamentares na figura 1.33.

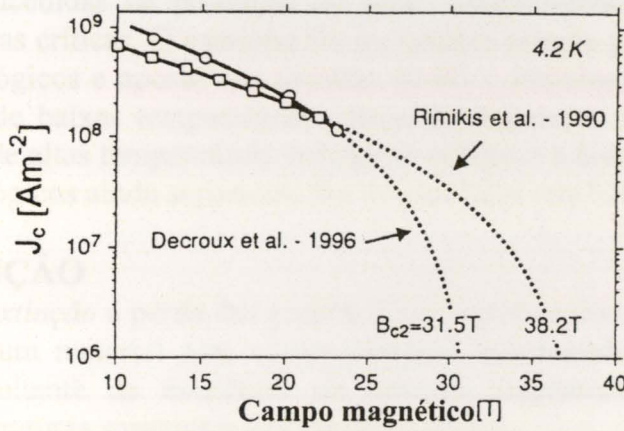


Figura 1.33 – Valores da densidade de corrente crítica para fios monofilamentares de $PbMo_6S_8$ (fases de Chevrel) (de [44]) – valores de 1997.

Na figura 1.34 apresenta-se um gráfico comparativo dos materiais supercondutores capazes de sustentar longos comprimentos.

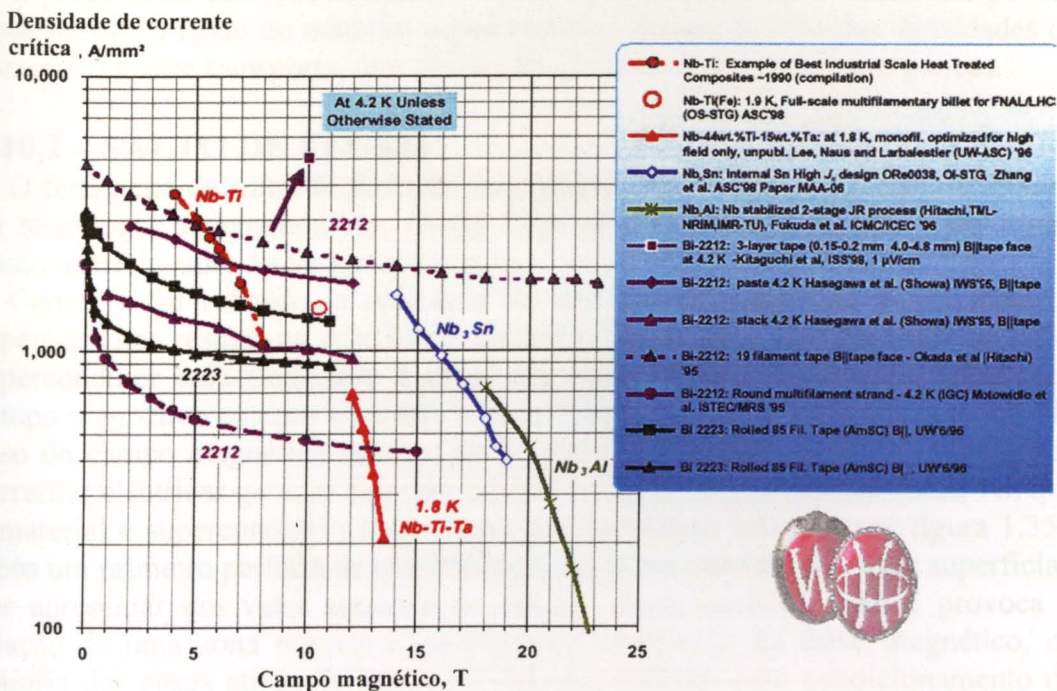


Figura 1.34 – Curvas da densidade de corrente crítica para condutores ou fitas feitas de vários materiais supercondutores capazes de aguentar longos comprimentos. (de [50]) – valores de 1999.

1.10 – SUPERCONDUTIVIDADE PRÁTICA

Devido a limitações técnicas, aplicações a grande escala da supercondutividade são raras. Até à descoberta dos supercondutores de alto campo magnético nos finais da década de 50, pensava-se mesmo que a supercondutividade era um campo improdutivo em termos práticos. Só após esta década é que se iniciaram as tentativas bem sucedidas de produção de íman supercondutores industriais de baixas temperaturas críticas. O caminho foi no entanto sempre pautado de grandes obstáculos tecnológicos e apenas nas décadas 80-90 a tecnologia de produção de supercondutores de baixas temperaturas críticas amadureceu. Já em relação aos supercondutores de altas temperaturas críticas se continua a batalhar para resolver obstáculos tecnológicos ainda superiores aos encontrados nos SBT.

1.10.1 - EXTINÇÃO

Denomina-se *extinção* a perda das propriedades supercondutoras numa zona ou na totalidade de um material com comportamento supercondutor. A extinção é normalmente resultante da existência de campos magnéticos, densidades de corrente ou temperaturas superiores aos valores críticos.

O facto de uma zona do supercondutor voltar ao estado normal faz com que nesse sector se restaure a resistência à passagem da corrente eléctrica, o que vai originar uma dissipação energética devida à passagem da corrente eléctrica (enquanto não decai para zero). Esta dissipação energética elevará a temperatura nas zonas circundantes para valores superiores ao valor crítico, criando-se assim novos sectores em extinção, que por sua vez criam outros, e assim sucessivamente, alastrando-se a zona em extinção até que a corrente se anule.

O processo de extinção se não for imediatamente detectado e controlado poderá levar mesmo à fusão do material supercondutor, devido às elevadas densidades de corrente que este transporta, que dissiparão elevadas quantidades energéticas.

1.10.2 – SALTO DE FLUXO

O fenómeno de *salto de fluxo* foi dos primeiros problemas a serem detectados na tecnologia supercondutora. Desde logo se procuraram soluções que foram sendo aperfeiçoadas ao longo dos tempos.

Como já foi referido, a aplicação de um campo magnético a um material supercondutor resulta na criação de correntes eléctricas à superfície do material supercondutor cuja finalidade é gerar um campo magnético que se oponha ao campo magnético externo e escude a parte interior do material supercondutor. No caso do campo magnético externo ser paralelo à superfície do supercondutor, as correntes eléctricas geradas formam um circuito interno permanente (uma vez que o material é supercondutor) com tempo de decaimento infinito (ver figura 1.35). Após um primeiro período de instabilidade, em que a corrente eléctrica superficial, por apresentar um valor superior ao crítico, decai resistivamente e provoca a criação de uma zona normal e consequente penetração de fluxo magnético, na maioria dos casos atinge-se uma estabilização definida pelo condicionamento da penetração do fluxo do campo magnético externo ao sector normal onde as correntes eléctricas apresentam um valor igual ao valor crítico.

Se existir um pequena perturbação energética ΔQ no sistema assim estabilizado, esta provocará uma subida na temperatura ΔT , que provocará a descida do valor da

densidade de corrente crítica J_c em $-\Delta J_c$, decaindo a corrente eléctrica resistivamente até ao novo valor da densidade de corrente crítica, o que provocará a propagação da zona normal e uma maior penetração do fluxo magnético $\Delta\phi$, penetração esta que juntamente com o trabalho resistivo provocado pela circulação da corrente eléctrica de intensidade superior à crítica provoca um aumento energético ΔQ , estabelecendo-se assim o ciclo em “feedback” representado na figura 1.36.

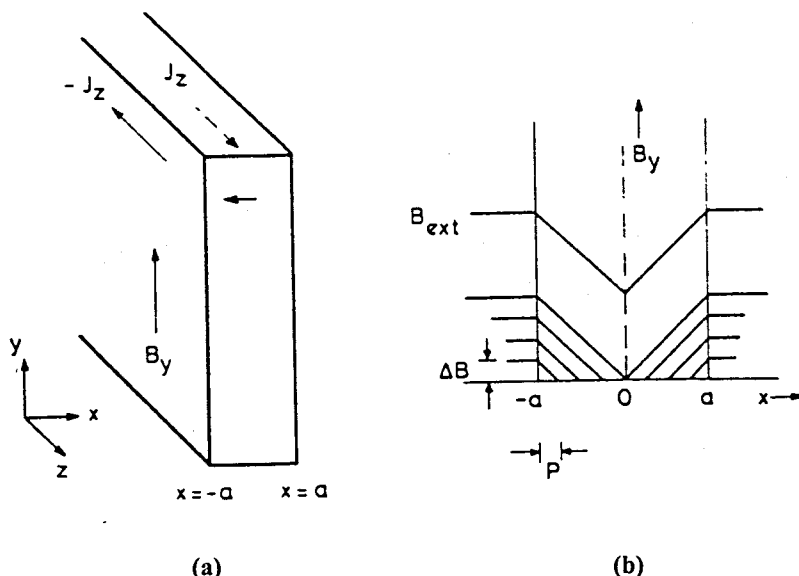


Figura 1.35 – a) Correntes induzidas criadas por um campo magnético externo paralelo à parede do material supercondutor; b) Perfil do campo magnético interno, que demonstra a redução do mesmo pelo efeito de escudo criado pelas correntes induzidas. (Tirado de [23]).

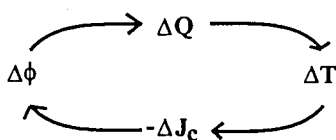


Figura 1.36 – Ciclo em “feedback” originado num material supercondutor por uma pequena instabilidade.

Se o ciclo em “feedback” for *negativo*, ou seja, a amplitude das variações diminui de ciclo em ciclo, o sistema volta a estabilizar-se, caso contrário (ciclo de “feedback” positivo) as variações aumentam em amplitude de ciclo em ciclo, provocando-se um “efeito bola de neve” na geração de calor e consequente penetração de fluxo magnético.

Este efeito denomina-se de *salto de fluxo* e só termina com a extinção total do material supercondutor.

O raciocínio foi efectuado tendo por base uma pequena variação energética, mas a causa do início do ciclo pode ser qualquer uma das variações apresentadas na figura 1.36. Considerou-se ainda que este ciclo se iniciava após uma prévia estabilização, mas esta não é necessária para a criação do ciclo.

1.10.3 – ESTABILIZAÇÃO ADIABÁTICA

Para contrariar os obstáculos tecnológicos encontrados (entre os quais o *salto de fluxo*) estudaram-se várias técnicas de estabilização.

Uma das técnicas denomina-se de *estabilização adiabática*. Esta consiste em considerar que o material absorverá adiabaticamente toda a quantidade de calor produzida por uma extinção, minimizando-se assim os efeitos sobre a subida de temperatura.

Pode-se provar^[23] que para o caso de uma “fatia” de material supercondutor de comprimento semi-infinito segundo dois eixos e de espessura $2a$ segundo o outro, se consideramos $\delta J_c / \delta T \approx \Delta J_c / \Delta T = -J_c / (T_c - T_T)$, então,

$$\frac{\Delta T}{\Delta Q} = \frac{1}{\gamma C - \frac{\mu_0 J_c^2 a^2}{3(T_c - T_T)}} \quad (1.38)$$

sendo J_c a densidade de corrente crítica, T_c a temperatura crítica, T_T a temperatura de trabalho, μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, γ a massa específica do material supercondutor ou da matriz e C o seu calor específico.

O objectivo desta estabilização é o de tornar o denominador do lado direito da equação (1.38) o maior possível de modo a se minimizar a variação de temperatura com o incremento de calor gerado, acontecendo a situação de “runaway” no caso do denominador ser nulo.

Deste modo para se evitar a ocorrência do *salto de fluxo*,

$$\gamma C - \frac{\mu_0 J_c^2 a^2}{3(T_c - T_T)} > 0 \Leftrightarrow \beta - \frac{\frac{\mu_0 J_c^2 a^2}{(T_c - T_T)}}{\gamma C} < 3 = \beta_{ea} \quad (1.39)$$

onde β é o parâmetro de estabilidade, β_{ea} é o valor máximo que o parâmetro de estabilidade pode apresentar e é denominado de parâmetro de estabilidade adiabática.

Resolvendo a inequação (1.39) em ordem a a , obtemos a limitação dimensional da fatia supercondutora

$$a < \frac{1}{\mu_0 J_c} \sqrt{3\mu_0 \gamma C (T_c - T_T)} \quad (1.40)$$

Por razões de segurança o valor real de a deverá ser metade do considerado na inequação (1.40).

Os valores assim obtidos para a dimensão a são muito baixos, levando a que as correntes eléctricas transportadas sejam extremamente baixas. Para resolver esta contrariedade juntam-se vários destes fios numa matriz de material não supercondutor, formando-se o que se denomina de *fio compósito multifilamentar*, sendo cada fio supercondutor denominado de *filamento* e respeitando o critério de estabilização adiabático.

As inequações (1.39) e (1.40) foram deduzidas tendo como suposição que o campo magnético criado pela própria circulação de corrente eléctrica no material superconductor – denominado de *campo magnético próprio* –, não influenciaria no fenómeno de *salto de fluxo*. Verifica-se, no entanto, que em muitos casos tal não é verdade e pode ser mesmo o *campo magnético próprio* o causador de um *salto de fluxo*.

Considerando então uma fatia de material superconductor semi-infinita segundo dois eixos e de espessura $2a$ segundo o outro, transportando uma corrente eléctrica I_t , se for válida $\delta J_c / \delta T \cong \Delta J_c / \Delta T = -J_c / (T_c - T_T)$, então,

$$\beta = \frac{\mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2}{\gamma C (T_c - T_T)} < \beta_{\text{eat}} = (-0.5 \ln \varepsilon - 0.375 + 0.5 \varepsilon^2 - 0.125 \varepsilon^4)^{-1} \quad (1.41)$$

sendo λ o factor de enchimento definido pela razão entre as áreas transversais do material superconductor e do fio compósito, β_{eat} o valor máximo obtido para o parâmetro de estabilidade β , e ε definido como a razão entre c e a onde c é o raio de penetração da corrente eléctrica, calculado por

$$I_t = \lambda J_c \pi (a^2 - c^2) \quad (1.42)$$

podendo-se ainda notar que,

$$i = \frac{I_t}{I_c} = (1 - \varepsilon^2) \quad (1.43)$$

1.10.4 – ESTABILIZAÇÃO DINÂMICA

Contrariamente à estabilização adiabática, na *estabilização dinâmica* procura-se maximizar o transporte do calor gerado para o exterior de modo a se controlar e anular o crescimento da zona normal. Para tal a matriz do compósito deverá apresentar excelentes propriedades de condução térmica de modo a se evacuar o calor gerado para a superfície do fio compósito e depois para o meio envolvente. A matriz deverá ainda ser excelente condutora eléctrica de modo a oferecer um caminho alternativo para a corrente eléctrica fluir em caso de extinção num sector do superconductor, de modo a se minimizar a criação de calor por dissipação resistiva.

Para uma fatia compósita supercondutora semi-infinita segundo dois eixos e de espessura $2a$ segundo o outro, transportando uma corrente eléctrica I_t , esta estabilização exige que,

$$\beta = \frac{\mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2}{\gamma C (T_c - T_T)} < \beta_{\text{ed},i} = \frac{3}{1 + 3i^2} \left(1 + \frac{4}{\pi^2} (1+i)^2 v \right) \quad (1.44)$$

sendo β_{eds} o valor máximo admitido para o parâmetro de estabilidade β para se considerar o compósito supercondutor estabilizado dinamicamente, o resto das variáveis definidas como no sector 1.10.3, e ν definido como

$$\nu = \frac{h\mu_0(1-\lambda)}{\rho\gamma C} \quad (1.45)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor, ρ é a resistividade da matriz, e o resto das variáveis definidas como no sector 1.10.3, representando o parâmetro ν o balanço entre o calor transferido e o calor acumulado.

Para o caso de um fio compósito filamentar,

$$\beta = \frac{\mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2}{(\bar{T}_c - \bar{T}_T) \gamma C} < \beta_{edr} = \frac{1 + 2 \frac{\nu}{\alpha^2}}{-0.5 \ln \varepsilon - 0.375 + 0.5 \varepsilon^2 - 0.125 \varepsilon^4} \quad (1.46)$$

sendo β_{edr} o valor máximo admitido para o parâmetro de estabilidade β para se considerar o compósito supercondutor estabilizado dinamicamente, ν definido por (1.45), ε definido por (1.43), o resto das variáveis definida como no sector 1.10.3, e α obtido pela resolução de

$$\frac{J_0(\alpha\varepsilon)}{Y_0(\alpha\varepsilon)} = \frac{J_1(\alpha)}{Y_1(\alpha)} \quad (1.47)$$

onde J e Y são as equações de Bessel do primeiro e segundo tipo, respectivamente, e 0 e 1 a ordem das mesmas. A solução da equação (1.47) encontra-se representada graficamente na figura 1.37.

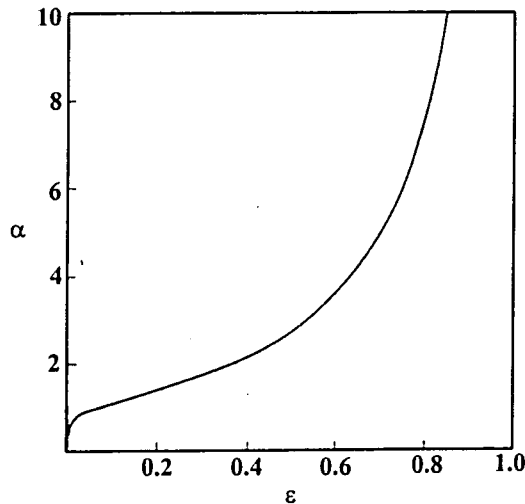


Figura 1.37 – Solução numérica da equação (1.47). (Baseado em [23].)

Para o caso do comprimento dos filamentos não poder ser considerado semi-infinito, e em casos em que o efeito do campo magnético próprio pode ser desprezado, as condições dimensionais para uma estabilização dinâmica são:

$$\text{- filamento: } a < \sqrt{8}d \quad (1.48)$$

$$\text{- fita: } a < \sqrt{3}d \quad (1.49)$$

sendo d definido por

$$d = \sqrt{\frac{k(T_c - T_T)(1 - \lambda)}{\lambda J_c^2 \rho}} \quad (1.50)$$

e k o coeficiente de condutividade térmica do supercondutor.

1.10.5 – ESTABILIZAÇÃO CRIOGÉNICA

Se para ímans de pequenas dimensões as duas estabilizações apresentadas anteriormente conseguem ser eficazes, já em ímans de grandes dimensões se verifica a presença de um fenómeno que se denomina de *treino*. Este fenómeno consiste em que nas primeiras utilizações o íman supercondutor extingue-se para valores da densidade de corrente bem abaixo do crítico, valores estes que vão aumentando de utilização para utilização até se atingirem finalmente o valor crítico. Este fenómeno consome grandes quantidades de hélio e faz com que os tempos de carregamento energético do íman sejam extremamente elevados.

Desenvolveu-se por isso um outro meio de estabilização que se denomina de *estabilização criogénica* e que ignorando totalmente as bases do fenómeno de *salto de fluxo*, consiste em providenciar que todo o calor gerado seja dissipado para o meio criogénico envolvente, fazendo com que a capacidade de arrefecimento seja superior à geração de calor.

Tal é conseguido através de dois processos:

- alargamento da matriz, de modo a transportar uma maior quantidade de calor, e em caso de extinção fornecer um caminho alternativo para a passagem da corrente eléctrica, restabelecendo-se, deste modo, o estado supercondutor na zona afectada.
- criação de canais para a circulação do material criogénico no interior do material supercondutor, de modo a que todo o calor gerado seja dissipado imediatamente para o sistema de refrigeração, não sendo necessária a condução providenciada pela estabilização dinâmica.

Steckly demonstrou ^[51] que considerando-se um coeficiente de transferência de calor constante, para um supercondutor se considerar estabilizado criogenicamente,

$$\alpha = \frac{G_c A}{Ph(T_c - T_b)} = \frac{\lambda^2 J_c^2 \rho A}{(1 - \lambda)Ph(T_c - T_b)} < 1 \quad (1.51)$$

sendo G_c o calor crítico gerado no supercondutor, A a área seccional do supercondutor, P o perímetro em contacto com o arrefecimento, T_b a temperatura a

que se encontra o hélio, λ o factor de enchimento e ρ a resistividade da matriz condutora.

Verifica-se, no entanto, que o coeficiente de transferência de calor varia com a temperatura, e que, na maioria dos casos, tal facto não pode ser desprezado. Deste modo, Maddock, James e Norris ^[52] desenvolveram um método de estabilização criogénico denominado de *igual-área*. Neste método considera-se que a quantidade de calor gerado tem de ser igual à quantidade de calor retirado do sistema pela refrigeração, sendo o calor crítico gerado e as dimensões máximas do supercondutor determinadas, se igualarmos graficamente, para cada caso, as áreas de arrefecimento (/////) e geração de calor (\\\\\\) apresentadas na figura 1.38.

1.10.6 – ESTABILIZAÇÕES DE WILSON E DE IWASA

Os métodos convencionais de estabilização criogénica, que o supercondutor apresente uma espessura demasiado elevada e que assim o valor da densidade de corrente crítica seja baixa. Por outro lado o teorema da igual área de Maddock só é aplicável a supercondutores que apresentem uma geração de fluxo calorífico inferior a 3 kWm^{-2} , o que excluíra a aplicação desta técnica a ímans mais potentes. Para este tipo de ímans existem variadas formas de estabilização, mas serão referidas apenas duas.

Wilson e Iwasa ^[53], desenvolveram um método denominado “*MPZ/ColdEnd*”. Este método consiste em considerar que os métodos convencionais são extremamente conservativos, e que em muitos casos os distúrbios energéticos são pontuais e não contínuos. Deste modo através de integrações numéricas a balanços energéticos (ver [53]) determinam-se os perfis de temperaturas de uma zona normal estável (sem progressão) e a energia máxima do distúrbio energético que é sustido sem ocorrer uma extinção não desprezável do supercondutor, em função da geração crítica de calor.

Iwasa ^[54], apercebendo-se que mesmo o método *MPZ/ColdEnd* desenvolvido poderia ser demasiado conservativo em relação a ímans supercondutores com geração de calor superior a 10 kWm^{-2} , desenvolveu o modelo *margem de corrente crítica*. Por este método os distúrbios energéticos só precisam de ser limitados em tamanho, não sendo necessária a sua eliminação ou serem localizados, bastando para isso que

$$\frac{I_{op}}{I_c} \leq \frac{\theta_c(B_m) - \theta_N}{\theta_c(B_m)} \quad (1.52)$$

que é suficiente para o íman estar estabilizado contra distúrbios energéticos inferiores a

$$E_c = \frac{e_c P}{A} \quad (1.53)$$

sendo I_{op} a intensidade de corrente de trabalho, I_c a intensidade de corrente crítica, B_m o campo magnético de trabalho, θ_c a diferença entre a temperatura crítica e a temperatura de ebulição do hélio líquido, θ_N a elevação máxima de temperatura – que em condições de estabilidade varia entre 0.2 e 0.4K-, E_c a densidade

energética máxima permitida (Jcm^{-3}), P o perímetro arrefecido do supercondutor, A a área seccional do supercondutor e e_c é o fluxo energético crítico – que varia normalmente entre $10-50 \times 10^{-3} Jcm^{-2}$.

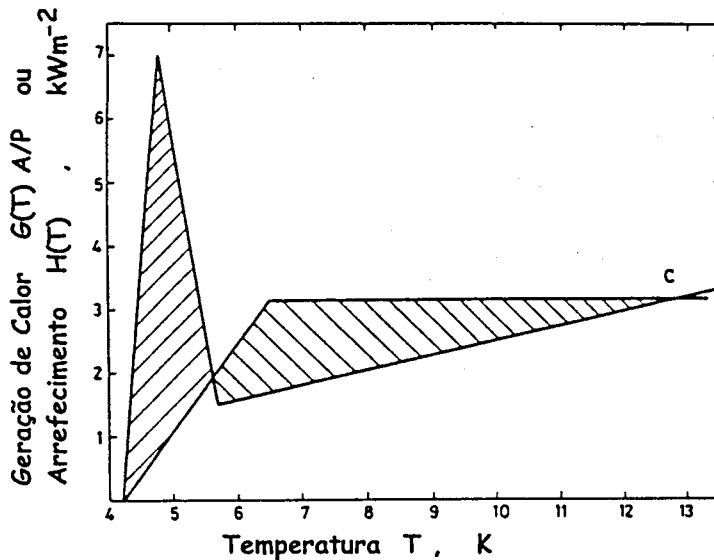


Figura 1.38 – Aplicação do teorema de igual área de Maddock et al, para a estabilização criogénica de uma zona normal envolvida em regiões frias supercondutoras (desenhado para NbTi a 6T). (////) é a área de arrefecimento e (\\\\) a área de geração de calor. A curva com um pico corresponde à variação do coeficiente de transferência de calor do hélio com a temperatura, sendo a outra curva a de geração de calor do supercondutor no estado normal. (Baseado em [23]).

Verifica-se, no entanto, que na prática, o processo mais “independente” (dependendo só da margem de temperatura) e mais correcto de traduzir a margem de corrente admissível é não utilizar para valor de I_c o determinado pelo método de Iwasa, mas sim o valor da ordenada do ponto de intercepção da curva de energização (“load line”) – ver sector 5.2.6 - com a superfície crítica como definido por Keilin em [55]. A margem de corrente crítica calculada deste modo relaciona-se com a calculada pelo método de Iwasa por [55]:

$$(1 - n_{BI}) = \left(1 - \frac{B_0}{B_C}\right) (1 - n_B) \quad (1.54)$$

sendo n_{BI} a margem de corrente prática, n_B a margem de corrente de Iwasa, B_0 o valor de campo magnético nas condições normais de trabalho (correspondente a I_{op}) e B_C o valor de campo magnético crítico máximo a uma intensidade nula.

Atendendo à grande variedade dos métodos de estabilização existentes, Iwasa aconselhou a sua utilização consoante o valor da geração crítica de calor do sistema supercondutor em questão (ver figura 1.39).

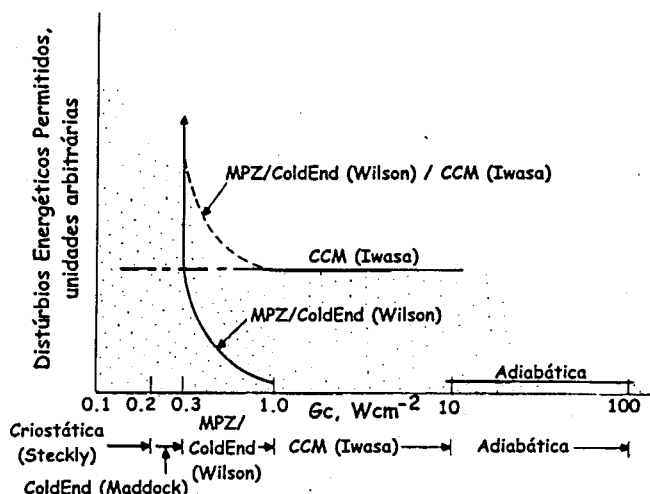


Figura 1.39 – Distúrbios energéticos permitidos vs geração de calor em estado normal por unidade de área arrefecida do condutor, para vários critérios de estabilização (baseado em [54]).

1.10.7 – UTILIZAÇÃO DE HÉLIO II – HÉLIO SUPERFLUÍDO

Denomina-se de *Hélio II* ou *Hélio superfluido* ao estado de condensação que o hélio líquido apresenta quando arrefecido até temperaturas mais baixas que 2.17K (*ponto lambda*). Este fenómeno é uma condensação energética quântica que apresenta grandes similaridades com a transição observável aquando da passagem de um material do estado normal ao supercondutivo. Algumas das propriedades mais importantes que este estado apresenta são a sua viscosidade extremamente baixa, a sua elevada condutividade térmica e o seu calor específico elevado. Em termos criogénicos a sua importância situa-se nos elevados coeficientes de transferência de calor que consegue apresentar, o que aliado ao baixo valor da temperatura de trabalho (que eleva o valor da densidade de corrente crítica), faz com que este estado seja mais vantajoso que o estado normal, sendo por isso muitas vezes escolhido em detrimento deste último. A teoria e a prática da aplicação do hélio neste estado a ímãs supercondutores encontra-se descrita por exemplo em [23], [29], [56], [57].

1.10.8 – UTILIZAÇÃO DE UMA CORRENTE DE HÉLIO LÍQUIDO PARA OBTENÇÃO DO ARREFECIMENTO DE ÍMANS SUPERCONDUTORES

Uma outra forma de arrefecimento dos supercondutores que encontra cada vez maior expansão, é a imposição da circulação de uma corrente de hélio líquido, que se processará a uma determinada velocidade, no interior dos cabos supercondutores e/ou entre fios e filamentos (através de canais feitos propositadamente). As grandes vantagens apresentadas por este sistema são a menor utilização e gasto de hélio líquido, a maior estabilidade mecânica conseguida no ímã supercondutor, a possibilidade da utilização de uma matriz mais delgada e a facilidade de adaptação deste processo a sistemas industriais.

Neste tipo de fluxo é válida a equação (desprezando o efeito da subida da temperatura)^[29]

$$N_u = 0.0023Re^{0.8}Pr^{0.4} \quad (1.55)$$

sendo

$$N_u = \frac{hd_h}{k} \quad (1.56)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor, k a condutividade térmica e d_h o diâmetro hidráulico dado por

$$d_h = \frac{4A_{cHe}}{P_m} \quad (1.57)$$

sendo A_{cHe} a área seccional dos canais de hélio e P_m o perímetro “molhado” do canal.

Re é o número de Reynolds dado por

$$R_e = \frac{4\dot{m}}{\mu U} = \frac{4A_{cHe}v\rho}{\mu P_a} \quad (1.58)$$

sendo ρ a densidade do hélio, v a velocidade de deslocamento do fluxo, μ a viscosidade dinâmica e P_a o perímetro aquecido dos canais de hélio.

Pr é o número de Prandlt dado por

$$P_r = \frac{\mu C_p}{k} \quad (1.59)$$

sendo C_p o calor específico do hélio.

Se resolvermos (1.55) em relação a h obtemos

$$h = 4^{-0.2} 0.023 k^{0.6} \rho^{0.8} v^{0.8} A_{cHe}^{-0.2} \mu^{-0.4} C_p^{0.4} P_m P_a^{-0.8} \quad (1.60)$$

Considerando $P_m = P_a$, $A_{cHe} = \pi r_{cHe}^2$ e $P_m = 2\pi r_{cHe}$,

$$h = 0.020 k^{0.6} \rho^{0.8} v^{0.8} r_{cHe}^{-0.2} \mu^{-0.4} C_p^{0.4} \quad (1.61)$$

sendo r_{cHe} o raio dos canais de hélio. Considerando como líquido criogénico o Hélio líquido, $k=0.156WK^{-1}m^{-1}$, $\rho=125kgm^{-3}$, $\mu=19.9E-6sPa$ e $C_p=5200Jkg^{-1}K^{-1}$,

$$h(Wm^{-2}K^{-1}) = 726.596 r_{cHe}^{-0.2} v^{0.8} \quad (1.62)$$

Em [23] e [29] são apresentadas descrições mais detalhadas sobre este tipo de sistemas.

1.10.9 – TORCEDURA

A simples subdivisão multifilamentar e inserção numa matriz de cobre, não resolve o problema de *salto de fluxo*, pois verificar-se-á um fenómeno de circulação de corrente entre os filamentos, que originaria novos problemas de *salto de fluxo*. Este problema é definitivamente resolvido se impusermos uma torcedura nos filamentos, que provocará uma alternância no fluxo do campo magnético externo sofrido pelos sucessivos filamentos supercondutores, reduzindo-se assim o diamagnetismo e a desigualdade de distribuição de corrente entre os filamentos supercondutores [58].

1.10.10 – PERDAS ENERGÉTICAS EM CORRENTE ALTERNA E CAMPOS TRANSIENTES

Sempre que os ímans supercondutores são sujeitos a campo magnéticos variáveis, verificam-se perdas energéticas. Estas perdas podem ser ocasionadas por [59], [60]:

- histerése no material supercondutor e no núcleo de ferro;
- criação de “*eddy currents*” (ver sector 1.3.5) que circularão entre fios no cabo supercondutor e no interior dos mesmos (cujo valor somado ao valor da corrente de transporte nunca deverá exceder o valor de intensidade de corrente crítica) e no interior de materiais acoplados que apresentem boas propriedades condutoras eléctricas;
- uma distribuição de corrente desigual entre os fios que compõem o íman supercondutor, que limitará assim o ritmo de *energização/desenergização* do íman.
- campos magnéticos provocados pela própria corrente de transporte variável.

Exceptuando o caso particular da perda ocasionada pela criação de um campo magnético alternado pela própria corrente de transporte e exceptuando ímans supercondutores como *Tokamaks*, “*pulsed magnets*” e bobines de grandes dimensões, na maioria dos casos práticos todos estes fenómenos são hoje em dia eliminados pela aplicação de um isolamento adequado e de uma torcedura aos filamentos supercondutores [23], [58], [59].

De notar que mesmo em casos em que se utilize corrente contínua, estas perdas existirão, uma vez que pelo menos na altura de *energização/desenergização* do íman existirá um período de corrente variável e assim de variação de campo magnético. Vamos debruçar-nos as perdas ocasionadas por este processo.

A análise das perdas caloríficas ocasionadas pela operação de *energização/desenergização* do íman, é importante, de modo a determinarmos o ritmo ideal a que se deverá processar a elevação do valor da intensidade de corrente durante esta operação (o declive óptimo da “*rampa*”), uma vez que estas perdas nunca deverão superiorizar-se em nenhum momento ao valor do calor que o sistema criogénico consegue retirar do sistema. Quanto maiores forem as dimensões do íman, maior será o tempo necessário para a operação de *energização/desenergização* do mesmo.

Para o cálculo destas perdas caloríficas utiliza-se [23],

$$Q = E \cdot J = EJ_c \quad (1.63)$$

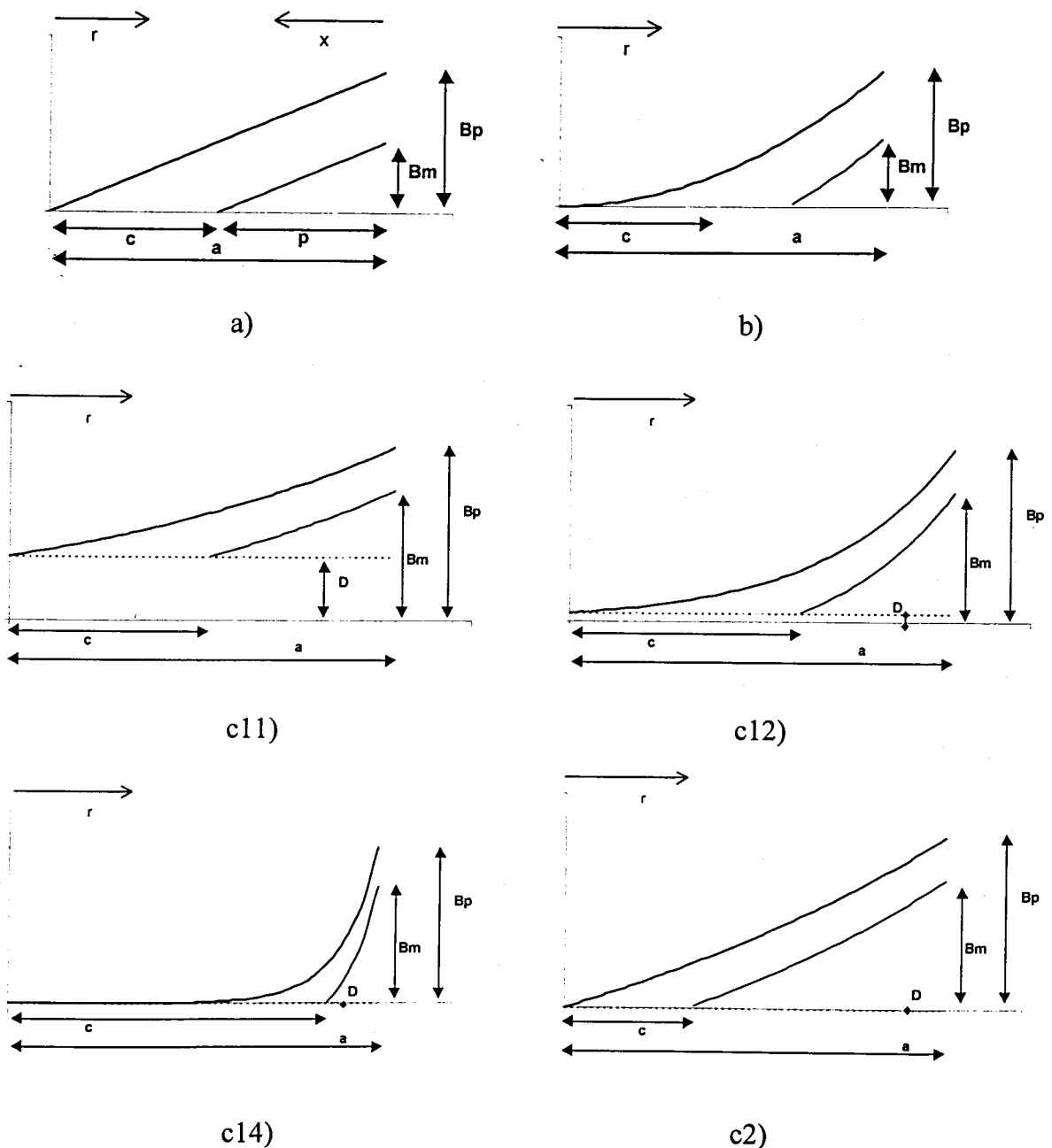


Figura 1.40 – Perfis de penetração do campo magnético externo no material supercondutor. a) modelo de Bean (linear) - aproximação placa plana (a1) e aproximação fio cilíndrico (a2) (ver figura 1.41); b) penetração em forma de parábola – aproximação segundo Wilson^[23] (b1) e modelo completo (b2); c) penetração em forma de exponencial: c11) aproximação de London (36.85%), c12) aproximação 95%, c13) aproximação 99.995%, c2) aproximação por translação.

B_m é o valor do campo magnético externo instantâneo originado por uma intensidade de corrente I_m , sendo B_p o campo magnético externo máximo originado por I_c . a é a metade da espessura do material supercondutor, sendo $c-a$ a espessura do material penetrado pelo campo magnético externo. D é a distância que vai desde a recta considerada como nula até ao eixo dos xx' .

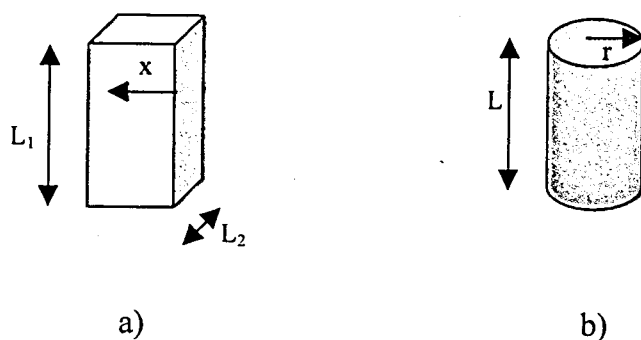


Figura 1.41 – Desenho esquemático das configurações consideradas para o material supercondutor. L , L_1 , L_2 são parâmetros geométricos.

e assim ^{[23], [29]},

$$Q = \frac{J_c \lambda \int \Delta\phi \, dV}{V} \quad (1.64)$$

sendo Q a quantidade de calor gerado, $E = d\phi/dt$, J_c a densidade de corrente crítica do supercondutor, λ o factor de enchimento, v o volume do supercondutor, e $\Delta\phi$ a variação de fluxo em comprimento (no fio) devida à oscilação de campo magnético (ver sector 1.1) ^{[23], [29], [61]}.

Podemos ter dois casos:

- o valor máximo do campo magnético externo B_p não atinge o valor de penetração completa ($B_p = \mu_0 \lambda J_c a$) ^[23], sendo a metade da espessura do material supercondutor
- o valor máximo do campo magnético atinge e ultrapassa o valor de penetração completa

Iremos considerar como aplicável o primeiro dos casos.

Como se pode aperceber da equação (1.64) as perdas de calor dependerão do perfil de penetração do campo magnético externo no material supercondutor. Iremos analisar os casos apresentados na figura 1.40. *De referir que os perfis de penetração a2) b2) c11) c12) c13) e c2) são inovações em relação à teoria existente.*

Nos cálculos apresentados considerou-se apenas a *energização* do íman. O calor dissipado durante a *desenergização* do íman será de igual valor.

Considerou-se que o fluxo em comprimento (no fio) devida à oscilação de campo magnético variava desde um estado inicial de fluxo nulo por todo o material supercondutor para um estado de penetração conforme o valor de campo magnético externo obtido após a *energização*. Este estado final dependerá do perfil de penetração:

a1) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como placa plana – baixas frequências

Para este caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(x) = -\frac{B_m}{p}x + B_m \quad \wedge \quad x \leq p \quad (1.65)$$

sendo a variação de fluxo segundo o comprimento determinada por

$$\Delta\varphi(x) = \int B(x)dx - 0 = -\frac{B_m}{p} \frac{x^2}{2} + B_m x \quad (1.66)$$

a2) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como forma cilíndrica

Para este caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(r) = \frac{B_m}{a-c}(r-c) \quad \wedge \quad r \geq c \quad (1.67)$$

e assim a variação de fluxo segundo o comprimento virá

$$\Delta\varphi(r) = \int B(r)dr - 0 = \frac{B_m}{a-c} \left(\frac{r^2}{2} - cr \right) \quad (1.68)$$

b1) penetração em forma de parábola - aproximação de Wilson

Neste caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(r) = -\frac{B_m}{c^2 - a^2}r^2 + \frac{B_m}{c^2 - a^2}c^2 \quad \wedge \quad r \geq c \quad (1.69)$$

sendo a variação de fluxo segundo o comprimento dada por

$$\Delta\varphi(r) = B(r)a = -\frac{B_m}{c^2 - a^2}r^2 a + \frac{B_m}{c^2 - a^2}c^2 a \quad (1.70)$$

b2) penetração em forma de parábola

A configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(r) = -\frac{B_m}{c^2 - a^2}r^2 + \frac{B_m}{c^2 - a^2}c^2 \quad \wedge \quad r \geq c \quad (1.71)$$

sendo a variação de fluxo segundo o comprimento determinada por

$$\Delta\varphi(r) = \int B(r)dr - 0 = -\frac{1}{3} \frac{B_m}{c^2 - a^2}r^3 + \frac{B_m}{c^2 - a^2}c^2 r \quad (1.72)$$

c) penetração em forma de exponencial

c1) caso normal geral

Para este caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(r) = B_m e^{\left(\frac{\ln \frac{D}{B_m}}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.73)$$

e assim a variação de fluxo segundo o comprimento é determinada por

$$\Delta\phi(r) = \int B(r) dr - 0 = \frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{D}{B_m}} e^{\left(\frac{\ln \frac{D}{B_m}}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.74)$$

sendo D a diferença entre o valor zero do eixo das ordenadas à recta de aproximação considerada (ver figura 1.40).

c11) aproximação de London (36.8%)

Neste caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é dada pela expressão

$$B(r) = B_m e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p - 1}{B_m}}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.75)$$

e assim a variação de fluxo segundo o comprimento virá

$$\Delta\phi(r) = \frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} - 1} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p - 1}{B_m}}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.76)$$

c12) aproximação 95%

Para este caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é determinada por

$$B(r) = B_m e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p - 3}{B_m}}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.77)$$

e assim a variação de fluxo segundo o comprimento virá

$$\Delta\varphi(r) = \frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} - 3} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} - 3}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.78)$$

c13) aproximação 99.995%

A configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(r) = B_m e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} - 10}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.79)$$

e assim a variação de fluxo segundo o comprimento virá

$$\Delta\varphi(r) = \frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} - 10} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} - 10}{c-a} (r-a) \right)} \quad (1.80)$$

c2) aproximação por translação

Para este caso a configuração final do perfil do campo magnético no interior do material supercondutor é traduzida pela expressão

$$B(r) = B_p e^{\left(\frac{\ln \left(\frac{B_m}{B_p} + 1 \right)}{a-c} (r-c) \right)} - B_p \quad (1.81)$$

onde se aplicou a translação $B=B-B_p$.

A variação de fluxo segundo o comprimento será determinada por

$$\Delta\varphi(r) = \int B(r) dr - 0 = \frac{(a-c)B_p}{\ln \left(\frac{B_m}{B_p} + 1 \right)} e^{\left(\frac{\ln \left(\frac{B_m}{B_p} + 1 \right)}{a-c} (r-c) \right)} - B_p r \quad (1.82)$$

Importante será calcular a relação entre o raio de penetração final e o raio de penetração máximo.

Comecemos por definir

$$\beta = \frac{B_m}{B_p} = \frac{I_m}{I_c} = i \quad (1.83)$$

onde

$$B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2} \quad (1.84)$$

Ora, por inspeção aos gráficos da figura 1.40 verifica-se que na maioria dos casos a curva B_m se obterá da curva B_p se fizermos uma translação desta última de $B_m - B_p$. Isto significa que as primeiras derivadas de ambas as curvas são iguais na maioria dos casos.

Assim, da igualdade das derivadas obtém-se:

a1) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como placa plana

$$\beta = i = \frac{B_m}{B_p} = \frac{p}{a} \quad \wedge \quad c = a(1-i) \quad (1.85)$$

a2) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como forma cilíndrica

$$\beta = i = \frac{B_m}{B_p} = 1 - \frac{c}{a} \quad \wedge \quad c = a(1-i) \quad (1.86)$$

b1) penetração em forma de parábola - aproximação de Wilson

$$c = a\sqrt{1-i} = a\sqrt{1-\beta} = a\sqrt{1 - \frac{B_m}{B_p}} \quad (1.87)$$

b2) penetração em forma de parábola

$$c = a\sqrt{1-i} = a\sqrt{1-\beta} = a\sqrt{1 - \frac{B_m}{B_p}} \quad (1.88)$$

c) penetração em forma de exponencial

Para este caso se aplicarmos somente a igualdade de derivadas, obteremos uma solução dependente de r .

Verifica-se, por outro lado, que a diferença entre a curva de penetração máxima e uma curva de penetração genérica é constante e igual a $B_m - B_p$. Deste modo, designando por $(B)_m$ a curva de penetração máxima e por $(B)_p$ a curva de penetração genérica,

$$(B)_m = (B)_p + B_m - B_p \quad (1.89)$$

Se em vez de utilizarmos as expressões (1.73) ou (1.81) para definir o perfil de penetração do campo magnético no material supercondutor, utilizarmos a expressão (1.89), podemos obter a relação entre a e c se igualarmos o valor da expressão (1.89) obtida quando $r=c$, ao valor da ordenada da recta de aproximação considerada.

Verifica-se então:

c1) caso normal geral

c11) aproximação de London (36.8%)

$$(B)_m |_{r=c} = \frac{B_p}{e} \Rightarrow c = a \ln[1 + e(1-i)] \Leftrightarrow c = a \ln[1 + e(1-\beta)] \Leftrightarrow c = a \ln \left[1 + e \left(1 - \frac{B_m}{B_p} \right) \right] \quad (1.90)$$

c12) aproximação 95%

$$(B)_m |_{r=c} = \frac{B_p}{e^3} \Rightarrow c = \frac{a \ln[1 + e^3(1-i)]}{3} \Leftrightarrow c = \frac{a \ln[1 + e^3(1-\beta)]}{3} \Leftrightarrow c = \frac{a \ln \left[1 + e^3 \left(1 - \frac{B_m}{B_p} \right) \right]}{3} \quad (1.91)$$

c13) aproximação 99.995%

$$(B)_m |_{r=c} = \frac{B_p}{e^{10}} \Rightarrow c = \frac{a \ln[1 + e^{10}(1-i)]}{10} \Leftrightarrow c = \frac{a \ln[1 + e^{10}(1-\beta)]}{10} \Leftrightarrow c = \frac{a \ln \left[1 + e^{10} \left(1 - \frac{B_m}{B_p} \right) \right]}{10} \quad (1.92)$$

c2) aproximação por translação

$$(B)_m |_{r=c} = B_p - B_p \Rightarrow c = \frac{a \ln[2-i]}{\ln(2)} \Leftrightarrow c = \frac{a \ln[2-\beta]}{\ln(2)} \Leftrightarrow c = \frac{a \ln \left[2 - \frac{B_m}{B_p} \right]}{\ln(2)} \quad (1.93)$$

Utilizando então as equações anteriormente deduzidas neste sector, podemos calcular as perdas caloríficas para cada perfil:

a1) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como placa plana

$$Q = \frac{2J_c \lambda \int_0^p \left(-\frac{B_m}{p} \frac{x^2}{2} + B_m x \right) d(L_1 L_2 x)}{L_1 L_2 a} = \frac{2}{3} J_c \lambda B_m \frac{p^2}{a} \quad J(\text{ciclo})^{-1} m^{-3} \quad (1.94)$$

e se atendermos a que neste caso $B_m = \frac{\mu_0 \lambda J_c p}{2}$ e $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$, então

$$Q = \frac{1}{3} \mu_0 J_c^2 \lambda^2 \frac{p^3}{a} = \frac{4}{3} \beta \frac{B_m^2}{\mu_0} = \frac{4}{3} i \frac{B_m^2}{\mu_0} \quad J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad (1.95)$$

a2) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como forma cilíndrica

De notar que a expressão (1.68) apresenta um zero em $r=2c$, ou seja, é positiva se $r>2c$ e negativa em caso contrário. No caso de $2c < a$ ($\beta > 0.5$) teremos então de dividir o integral do cálculo de calor em duas partes, não necessitando de o fazer quando $2c > a$ ($\beta < 0.5$), ou seja,

→ se $\beta < 0.5$

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{B_m}{a-c} \left(\frac{r^2}{2} - cr \right) \right) d(L\pi r^2)}{L\pi^2} = \frac{2J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{B_m}{a-c} \left(\frac{r^3}{2} - cr^2 \right) \right) dr}{a^2} =$$

$$= -\mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2 \left(-\frac{5}{24} + \frac{\beta}{3} + \frac{5}{24} (1-\beta)^4 \right) \quad J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad (1.96)$$

pois neste caso $B_m = \frac{\mu_0 \lambda J_c (a-c)}{2}$ e $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

→ se $\beta > 0.5$

$$Q = -\frac{2J_c \lambda \int_c^{2c} \left(\frac{B_m}{a-c} \left(\frac{r^3}{2} - cr^2 \right) \right) dr}{a^2} + \frac{2J_c \lambda \int_{2c}^a \left(\frac{B_m}{a-c} \left(\frac{r^3}{2} - cr^2 \right) \right) dr}{a^2} =$$

$$= \mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2 \left(\frac{1}{8} + \frac{(1-\beta)}{3} + \frac{27}{24} (1-\beta)^4 \right) \quad J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad (1.97)$$

pois neste caso $B_m = \frac{\mu_0 \lambda J_c (a-c)}{2}$ e $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

b1) penetração em forma de parábola - aproximação de Wilson

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_c^a \left(-\frac{B_m}{c^2 - a^2} r^2 a + \frac{B_m}{c^2 - a^2} c^2 a \right) d(L\pi r^2)}{L\pi^2} = \frac{2J_c \lambda \int_c^a \left(-\frac{B_m}{c^2 - a^2} r^3 + \frac{B_m}{c^2 - a^2} c^2 r \right) dr}{a} =$$

$$= \lambda J_c B_m a \frac{\beta}{2} = \lambda J_c B_p a \frac{\beta^2}{2} = \mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2 \frac{\beta^2}{4} \quad J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad (1.98)$$

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

b2) penetração em forma de parábola

De notar que a expressão (1.72) apresenta um zero em $r = \sqrt{3}c$, ou seja, é positiva se $r > \sqrt{3}c$ e negativa em caso contrário. Vamos então dividir o integral para o cálculo de calor em duas partes no caso de $\sqrt{3}c < a$ ($\beta > 2/3$), podendo calculá-lo de uma vez só em caso contrário:

→ se $\beta < 2/3$

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_0^a \left(-\frac{1}{3} \frac{B_m}{c^2 - a^2} r^3 + \frac{B_m}{c^2 - a^2} c^2 r \right) d(L\pi r^2)}{L\pi a^2} = -\frac{2J_c \lambda \int_0^a \left(-\frac{1}{3} \frac{B_m}{c^2 - a^2} r^4 + \frac{B_m}{c^2 - a^2} c^2 r^2 \right) dr}{a^2} =$$

$$= -\mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2 \left(-\frac{4}{15} + \frac{\beta}{3} + \frac{4}{15} (1-\beta)^{5/2} \right) \quad J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad (1.99)$$

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

→ se $\beta > 2/3$

$$Q = -\frac{2J_c \lambda \int_0^{\sqrt{3}c} \left(-\frac{1}{3} \frac{B_m}{c^2 - a^2} r^4 + \frac{B_m}{c^2 - a^2} c^2 r^2 \right) dr}{a^2} + \frac{2J_c \lambda \int_{\sqrt{3}c}^a \left(-\frac{1}{3} \frac{B_m}{c^2 - a^2} r^4 + \frac{B_m}{c^2 - a^2} c^2 r^2 \right) dr}{a^2} =$$

$$= \mu_0 \lambda^2 J_c^2 a^2 \left(-\frac{4}{15} + \frac{\beta}{3} + \frac{12\sqrt{3}-4}{15} (1-\beta)^{5/2} \right) \quad J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad (1.100)$$

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

c) penetração em forma de exponencial

c1) caso normal geral

c11) aproximação de London (36.8%)

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} - 1} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} - 1}{c-a} (r-a) \right)} \right) d(L\pi r^2)}{L\pi a^2} = \frac{2J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(a-c)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} + 1} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} + 1}{a-c} (r-a) \right)} \right) r dr}{a^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 J_c^2 \lambda^2 a^2 \beta}{(\ln \beta + 1)^2} (1 - \ln[1 + e(1-\beta)])^2 \left(1 - \frac{1 - \ln[1 + e(1-\beta)]}{\ln \beta + 1} - \frac{\ln[1 + e(1-\beta)]}{\beta e} + \frac{1 - \ln[1 + e(1-\beta)]}{\beta e (\ln \beta + 1)} \right)$$

$J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad \wedge \quad \beta > 0.368 \quad (B_m > B_p/e) \quad (1.101)$

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

c12) aproximação 95%

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} - 3} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} - 3}{c-a} (r-a) \right)} \right) d(L\pi r^2)}{L\pi a^2} = \frac{2J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(a-c)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} + 3} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} + 3}{a-c} (r-a) \right)} \right) r dr}{a^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 J_c^2 \lambda^2 a^2 \beta}{9(\ln \beta + 3)^2} (3 - \ln[1 + e^3(1-\beta)])^2 \left(1 - \frac{3 - \ln[1 + e^3(1-\beta)]}{3(\ln \beta + 3)} - \frac{\ln[1 + e^3(1-\beta)]}{3\beta^3} + \frac{3 - \ln[1 + e^3(1-\beta)]}{3\beta^3(\ln \beta + 3)} \right)$$

$J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad \wedge \quad \beta > 0.0498 \quad (B_m > B_p/e^3) \quad (1.102)$

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

c13) aproximação 99.995%

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(c-a)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} - 10} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} - 10}{c-a} (r-a) \right)} \right) d(L\pi r^2)}{L\pi a^2} = \frac{2J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(a-c)B_m}{\ln \frac{B_p}{B_m} + 10} e^{\left(\frac{\ln \frac{B_p}{B_m} + 10}{a-c} (r-a) \right)} \right) r dr}{a^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 J_c^2 \lambda^2 a^2 \beta}{100(\ln \beta + 10)^2} (10 - \ln[1 + e^{10}(1-\beta)])^2 \left(1 - \frac{10 - \ln[1 + e^{10}(1-\beta)]}{10(\ln \beta + 10)} - \frac{\ln[1 + e^{10}(1-\beta)]}{10\beta^{10}} + \frac{10 - \ln[1 + e^{10}(1-\beta)]}{10\beta^{10}(\ln \beta + 10)} \right)$$

$J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3} \quad \wedge \quad \beta > 4.54E-5 \quad (B_m > B_p/e^{10}) \quad (1.103)$

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

c2) aproximação por translação

$$Q = \frac{J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(a-c)B_p}{\ln\left(\frac{B_m}{B_p} + 1\right)} e^{\left(\frac{\ln\left(\frac{B_m+1}{B_p}\right)}{a-c}\right)(r-c)} - B_p r \right) d(L\pi r^2)}{L\pi^2} = \frac{2J_c \lambda \int_c^a \left(\frac{(a-c)B_m}{\ln\left(\frac{B_m}{B_p} + 1\right)} e^{\left(\frac{\ln\left(\frac{B_m+1}{B_p}\right)}{a-c}\right)(r-c)} r - B_p r^2 \right) dr}{a^2} =$$

$$= \mu_0 J_c^2 \lambda^2 a^2 \beta \left(\left(\frac{\ln\left(\frac{2}{2-\beta}\right)}{\ln(\beta+1)} \right)^2 \frac{1}{\ln 2} \left(\frac{\beta+1}{\ln 2} - \ln(2-\beta) - \frac{\beta \ln\left(\frac{2}{2-\beta}\right)}{\ln(\beta+1)(\ln 2)^2} \right) + \frac{\left(\frac{\ln(2-\beta)}{\ln 2}\right)^3}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$J(\text{ciclo})^{-1} \text{m}^{-3}$ (1.104)

pois neste caso $B_p = \frac{\mu_0 \lambda J_c a}{2}$.

No apêndice 1 apresentam-se vários gráficos representando a variação do calor gerado, com β e com a , para os vários modelos discutidos anteriormente, tomando como exemplo as várias opções consideradas para o material supercondutor no capítulo 5.

1.10.11 – DESTABILIZAÇÕES MECÂNICAS E IMPREGNAÇÃO

Para além das destabilizações estudadas anteriormente, é frequente observar num íman supercondutor – sobretudo em ímans supercondutores de grandes dimensões, ou portadores de elevadas densidades de corrente eléctrica – a existência do fenómeno de *treino*. Este fenómeno, como já visto no sector 1.10.5, consiste no baixo valor apresentado pela intensidade de corrente suficiente para extinguir o supercondutor em relação ao valor da intensidade de corrente crítica teórica esperada, nas primeiras utilizações do íman, só atingindo valores próximos do crítico teórico em utilizações posteriores.

Como causas principais deste fenómeno podem-se apontar: as tensões aplicadas durante o fabrico do íman, as forças magnética de Lorentz criadas a partir do momento que se energiza o íman, e a contracção térmica dos diferentes materiais que constituem o íman. As duas primeiras causas são as mais críticas.

Tensões de Fabrico

Durante o fabrico do íman, o fio supercondutor é sujeito a tensões de torçedura (no caso de bobines) e a uma tensão unidireccional resultante de uma pré-tensão do fio. Se esta operação de montagem não for feita cuidadosamente, verificar-se-

-ão gradientes elevados de tensão, que ocasionarão o fenómeno de *treino* aquando da energização do íman.

Para evitar este tipo de problemas costuma assegurar-se uma tensão constante entre os 10 e os 40Mpa, durante a operação de montagem.

Forças Magnéticas

Quando o condutor é percorrido por uma corrente eléctrica e se encontra sob a influência de um campo magnético externo, verifica-se a criação de uma força no condutor, resultante da interacção entre o deslocamento dos electrões e o campo magnético exercido externamente. A esta força chama-se *força de Lorentz*.

Na sua forma geral é determinada por^{[1], [23]}

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (1.105)$$

onde F é a força magnética criada por unidade de volume, J é a densidade de corrente e B o campo magnético externo.

Uma vez que na maioria dos ímans supercondutores a densidade de corrente e o campo magnético externo criado apresentam valores elevados, as forças magnéticas criadas não podem ser desprezadas. Antes pelo contrário, verifica-se que estas forças magnéticas em ímans supercondutores de alta intensidade se tornam a principal causa da extinção provocada pelo fenómeno de *treino*, podendo levar à criação de fissuras na estrutura ou mesmo à destruição do íman se não forem devidamente controladas. De facto, as forças magnéticas podem ser de tal modo elevadas que originem a deslocação de fios supercondutores do seu alinhamento correcto. Existirá então uma dissipação de calor associada, que se apresentar um valor demasiado elevado levará à extinção do íman a valores de densidade de corrente bem abaixo do valor esperado^[62].

Será então fundamental a previsão deste tipo de forças. Para tal é necessário conhecer com precisão a distribuição do campo magnético externo no interior do íman supercondutor.

Para o caso de um fio supercondutor sujeito a um campo magnético criado por uma bobine externa que o envolve a tensão magnética σ criada por estas forças pode ser calculada a partir de

$$\sigma = JBR \quad (1.106)$$

sendo R o raio da bobine.

Para outros sistemas não existe expressão geral sendo necessária uma análise caso a caso, recorrendo-se por exemplo a fórmulas mais genéricas como as apresentadas em [1] ou a métodos numéricos^[28].

Para uma configuração linear de circulação de corrente eléctrica, o campo externo criado terá um sentido tangencial à superfície circular do íman supercondutor – sector 1.4. De (1.105) verifica-se que a tensão magnética de Lorentz terá o sentido radial compressivo, ou seja de fora para dentro da estrutura supercondutora. Considerando o íman supercondutor como se de um fio eléctrico contínuo se tratasse, o campo magnético interno no mesmo será determinado por^[3],

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R^2} \quad (1.107)$$

onde R é o raio externo do cabo supercondutor e $r < R$.

Deste modo ^[1],

$$dF = Idl \times B \Leftrightarrow \frac{dF}{dl} = IB = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \frac{r}{R^2} \quad (\text{N/m}) \quad (1.108)$$

pelo que a tensão magnética será

$$d\sigma = \frac{dF}{d(P_0)dl} = \frac{IB}{2r\pi} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 R^2} = \frac{\mu_0 J^2 R^2}{4} \quad (\text{Nm}^{-2}) \quad (1.109)$$

sendo P_0 o perímetro do fio

Verifica-se então o fenómeno extremamente curioso, de que para a configuração em análise, o valor da tensão magnética de Lorentz é igual por todo o material supercondutor, não dependendo do valor do raio ou da altura do mesmo, sendo apenas dependente do valor da densidade de corrente eléctrica aplicada e do valor do raio geométrico externo do cabo supercondutor.

Tendo em vista a aproximação considerada, para os cálculos teóricos corresponderem minimamente à realidade prática não poderemos trabalhar com J mas sim com I uma vez que a aproximação considerada corresponderá a $\lambda=1$.

A dissipação energética provocada por uma deslocação do fio supercondutor foi estudada por diversos autores e pode ser encontrada por exemplo em [63], [64], [65]. Foi concluído nesses trabalhos que uma variação da ordem de grandeza dos microns já é suficiente para provocar um impulso energético próximo dos valores limite possíveis.

Para obstar aos efeitos nocivos da pressão criada em ímans supercondutores costumam-se aplicar vários métodos de entre os quais destacamos três.

Utilizar uma estrutura externa que suporte as tensões criadas no íman ^[14], ^[66], pode constituir uma eficaz solução em situações em que a tensão total resultante não seja compressiva.

Outro método consiste em se exercer uma tensão prévia no íman supercondutor antes de ser energizado ^[67], o que fará com que o íman fique em pré-tensão. Deste modo uma possível tensão de compressão verificada aquando do funcionamento do íman será contrariada pela pré-tensão. O problema principal deste método são os custos que se lhe encontram associados.

O método que maior aceitação encontra é a impregnação do íman com um material capaz de suportar altas tensões. Este método será visto em detalhe no próximo subsector.

Será de referir que mesmo sustida, a tensão ocasiona sempre perdas em termos do valor de I_c , baixando-o consideravelmente ^[68].

Impregnação e Contração Térmica

O modo mais prático e usual de contrariar o movimento de fios supercondutores dentro da estrutura que compõe o íman, é o de impregnar este último com resinas ou ceras (mais as primeiras, pois as segundas apresentam características de resistência mecânica comparativamente mais baixas).

Esta impregnação desempenha também em muitos casos as funções de isolamento eléctrico dentro da estrutura.

Para efectuar a impregnação do íman podem-se utilizar três processos diferentes:

- a) Pré-impregnação – Este método é normalmente utilizado em casos especiais (como em dipólos e quadrapólos de aceleradores de partículas ou em ímans de detecção) onde os outros métodos de impregnação não podem ser aplicados. Tem como base a utilização de fitas pré-impregnadas. Estas fitas são normalmente compostas por uma matriz de fibra de vidro ou vidro, na qual é aplicada resina epoxi num estado parcialmente curado e de fácil manuseamento, tendo em vista o seu estado físico seco. Após a colocação das mesmas fitas no íman o sistema é aquecido até os 40°C e depois até aos 80°C tornando-se então a resina macia. Se necessário for, aplica-se uma tensão compressiva durante esta fase. Submete-se em seguida o sistema a uma temperatura entre os 150°C e os 170°C durante cerca de 2h, “*curando-se*” (polimerizando-se) a resina, que endurecerá.

As vantagens deste método em relação aos restantes são a não utilização de moldes, a fácil colocação das fitas impregnadas onde pretendido, e a existência de um elevado controlo sobre o comportamento mecânico e as condições de arrefecimento (bastando para isso apenas aumentar ou diminuir a quantidade de resina epoxi impregnada nas fitas). É também um sistema vantajoso em casos onde se pretende a criação na estrutura de canais por onde possa fluir o hélio líquido.

Como desvantagens principais deste método destacam-se a menor rigidez e piores propriedades mecânicas apresentadas e ainda o facto de em certos casos (e.g. Nb₃Sn obtido pela técnica de “*wind-and-react*”) não poder ser utilizada.

- b) Impregnação húmida – Este método de impregnação é normalmente utilizado em impregnações de ímans de grandes dimensões, ou mesmo em outros casos onde se torna premente a utilização de resinas (ou ceras) de baixa viscosidade, de modo a que o tempo de impregnação não seja proibitivo, o que aconteceria se se utilizasse a técnica de impregnação por vácuo (que implica a utilização de resinas de alta viscosidade).

A técnica consiste simplesmente na aplicação (por pincel ou outro meio semelhante) de uma camada de resina epoxi durante o processo de bobinagem do íman. Quando finalizada a aplicação de resina epoxi eleva-se a temperatura de modo a curar-se esta.

As vantagens principais deste método são a facilidade da aplicação das resinas e a possibilidade de utilização de resinas de baixa viscosidade.

As desvantagens principais são a exposição que o operador terá à resina epoxi líquida e ao seu vapor, e a possibilidade da existência de bolhas de ar dentro da impregnação. As bolhas de ar, caso existam, colocam em grande risco a integridade mecânica do íman (chega-se mesmo a considerar que é preferível um íman não impregnado a um mal impregnado ^[69]).

c) Impregnação por vácuo – Este método é normalmente o mais utilizado. Tal deve-se à obtenção de uma impregnação sem a presença de bolhas de ar.

Na figura 1.42 apresenta-se um diagrama do processo de impregnação por vácuo. Começa-se por colocar o íman num molde que deverá ter a forma mais aproximada possível do íman, sendo ainda de fácil desmontagem e quando possível ser untado com um agente *anti-colante* de modo a que a remoção do íman após impregnação seja facilitada. Coloca-se em seguida o conjunto num tanque de vácuo, onde todo o ar é evacuado, e, através da aplicação de calor, a humidade também. Após a formação de um bom vácuo (<1mbar) injecta-se a resina epoxi proveniente de um misturador (onde os seus vários componentes são homogeneizados) que através da acção do calor e do efeito da mistura prévia, torna-se *desgaseada*. A injeção da resina deverá ser efectuada a um ritmo lento, de modo a se poder evitar a formação de bolhas de ar. Quando o sistema estiver cheio de resina aplica-se uma compressão através de um gás inerte (e.g. N₂). Finaliza-se a operação curando-se a resina (através da aplicação de temperaturas até aos 120°C durante 24h) e desmontando-se o molde.

As vantagens deste método são as excelentes propriedades mecânicas que o produto final apresenta e a ausência de bolhas de ar na impregnação.

A desvantagem principal é que este modo não é aplicável em sistemas onde é necessária a utilização de resinas de baixa viscosidade. O facto de se utilizarem moldes também constitui uma desvantagem pois aumenta os custos do processo.

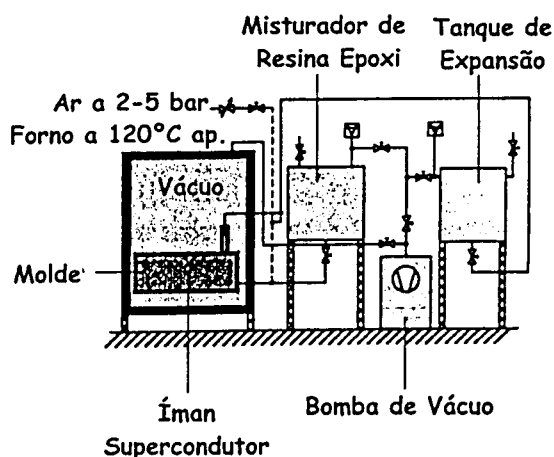


Figura 1.42 – Diagrama esquemático da aplicação do método de impregnação por vácuo (baseado em [29]).

Na prática verifica-se que embora se possam minimizar os problemas associados com a impregnação, existirá sempre o fenómeno de *treino* embora em baixa escala. Existe mesmo a afirmação prática de que as zonas de impregnação que devem rachar racham.

Para além dos problemas associados à possível existência de bolhas de ar dentro da impregnação, teremos de nos preocupar com outros problemas como o da libertação da energia devido às tensões de contacto entre o isolamento e o material de impregnação, a condutibilidade eléctrica da impregnação (que deverá apresentar valores muito baixos, eliminando-se assim à partida materiais como o carbono e a grafite para a composição final) e a sua condutibilidade térmica (importante para providenciar a transferência rápida do calor originado numa zona em extinção, para o hélio líquido).

Um dos factores que se deve ter mais em conta na selecção do material de impregnação é a diferente contracção térmica que apresentam os materiais que compõe o íman supercondutor (impregnante, supercondutor, matriz, isolamento) quando sofrem um abaixamento de temperatura: da temperatura ambiente até às temperaturas criogénicas, neste caso [70]. Estas diferenças na contracção térmica sofrida originam tensões extra dentro do sistema e podem levar à ocorrência de extinções se a energia armazenada por sua causa for de algum modo libertada (pela existência ou criação de fissuras, por exemplo) ou se actuarem em conjunto com as forças magnéticas. Para evitar tal diferença costumam adicionar-se fibras de vidro à estrutura impregnante.

Estas tensões podem mesmo ser avaliadas numericamente (pelo menos em termos de ordem de grandeza) pela aplicação da equação [23]:

$$\sigma = \int_{\theta \text{ temp. ambiente}}^{\theta \text{ temp. final}} Y(\alpha_p - \alpha_m) d\theta \approx Y_{\text{médio}} \int_{\theta \text{ temp. ambiente}}^{\theta \text{ temp. final}} (\alpha_p - \alpha_m) d\theta \quad (1.110)$$

para o caso de interacção unidimensional entre o impregnante e o metal, onde σ é a tensão extra exercida, Y é o módulo de Young (elasticidade) e α_p e α_m são os coeficientes de contracção térmica do material impregnante e do material metálico.

Para o caso de interacção tridimensional:

$$\sigma = \int_{\theta \text{ temp. ambiente}}^{\theta \text{ temp. final}} Y \frac{(\alpha_p - \alpha_m)}{(1 - 2\nu)} d\theta \approx \left(\frac{Y}{1 - 2\nu} \right)_{\text{médio}} \int_{\theta \text{ temp. ambiente}}^{\theta \text{ temp. final}} (\alpha_p - \alpha_m) d\theta \quad (1.111)$$

onde ν é a razão de Poisson ($\approx 1/3$).

O coeficiente de contracção térmica relaciona-se com a contracção térmica ΔL sofrida pelo material de comprimento L , por [29]

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{L(T) - L(\text{Temp. ambiente}(K))}{L(\text{Temp. ambiente}(K))} = \int_T^{\text{Temp. ambiente}} \alpha(T) dT \Rightarrow \alpha(T) = \frac{dL}{dT} \quad (1.112)$$

Embora as equações (1.110) e (1.111) tenham sido deduzidas para o caso da interacção plástico-metal, elas podem ser utilizadas nos restantes casos para

podemos aferir a ordem de grandeza das tensões resultantes. Destas equações pode facilmente aperceber-se que para diminuirmos o valor da tensão teremos de diminuir a diferença de valor entre os coeficientes térmicos de expansão do metal e do material impregnante.

Na figura 1.43 e na tabela 1.9 são apresentados gráficos e valores da contracção térmica sofrida por vários materiais e compósitos com o abaixamento da temperatura.

Como se pode facilmente verificar a resina epoxi “pura” apresenta um nível de contracção a 4.2K cerca de 10 vezes superior ao resto do material que compõe a estrutura do superconductor. Fazendo os cálculos para, por exemplo, um superconductor constituído por resina epoxi como impregnante e cobre como material da matriz, teremos $\int(\alpha_p - \alpha_m)d\theta = 8 \times 10^{-3}$. Considerando $Y_{\text{médio}} = 5 \times 10^9 Pa$, então $\sigma = 4 \times 10^7 Nm^{-2}$ no caso unidimensional, ou $\sigma = 12 \times 10^7 Nm^{-2}$ no caso tridimensional. Os valores destas tensões são bastante elevados e poderão facilmente iniciar a extinção do íman superconductor. A alternativa mais comum é a utilização de fibras de vidro ou pó de alumínio no material de impregnação de modo a diminuir a contracção térmica para valores próximos dos restantes materiais que compõem o íman superconductor, minimizando-se assim o valor da tensão extra. Actuam ainda como “bloqueadores” da expansão de rupturas. Por exemplo, utilizando Epoxi + 60% fibra de vidro (ver tabela 1.9) $\Delta L/L = 0.0024$ e $\int(\alpha_p - \alpha_m)d\theta = 6 \times 10^{-4}$, considerando $Y_{\text{médio}} = 10 \times 10^9 Pa$, então $\sigma = -6 \times 10^6 Nm^{-2}$.

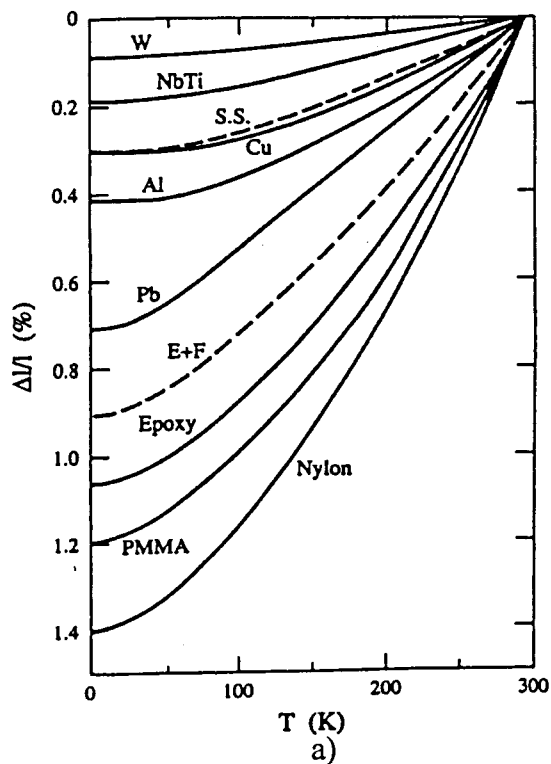
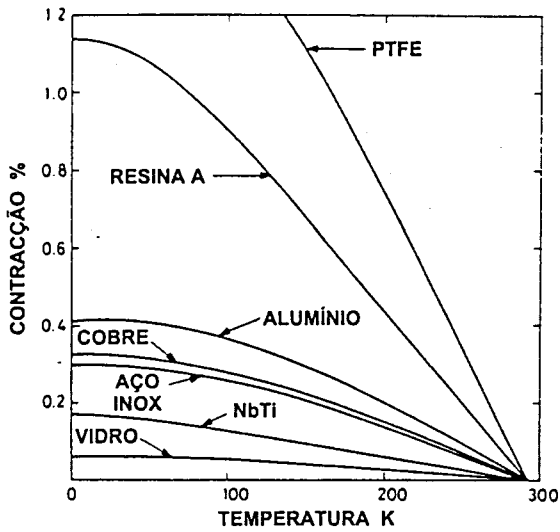
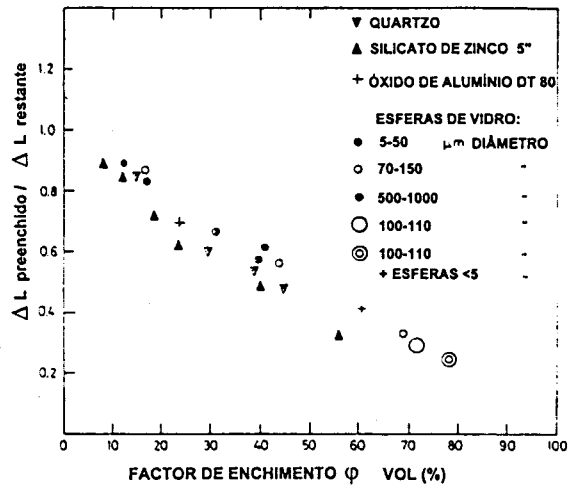


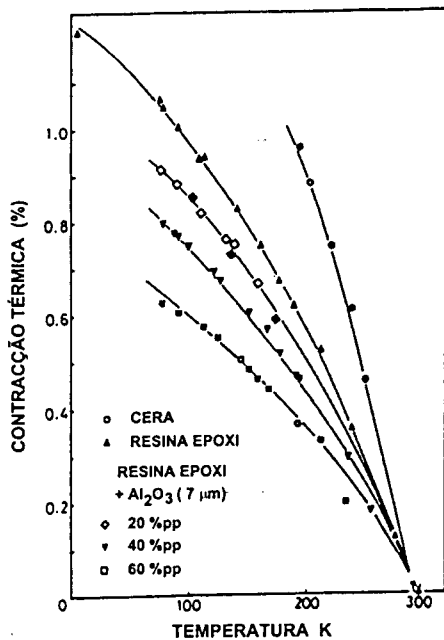
Figura 1.43 – Dependência da contracção térmica sofrida por diversos materiais com a temperatura. (Baseado em: a) [29]; b) e c) [23]; d) [70]; e) [71].)



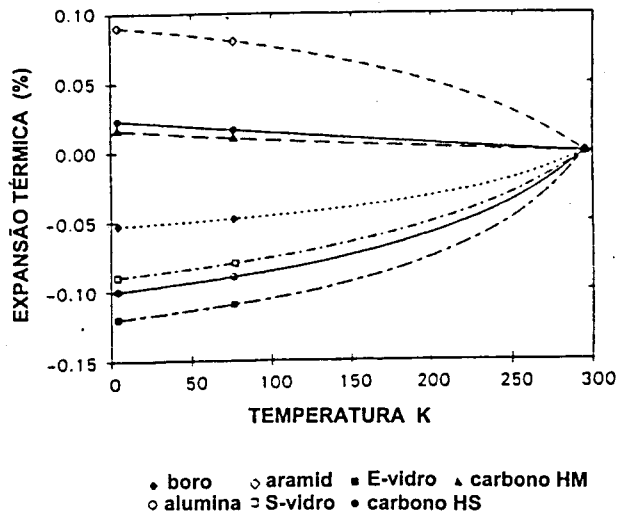
b)



c)



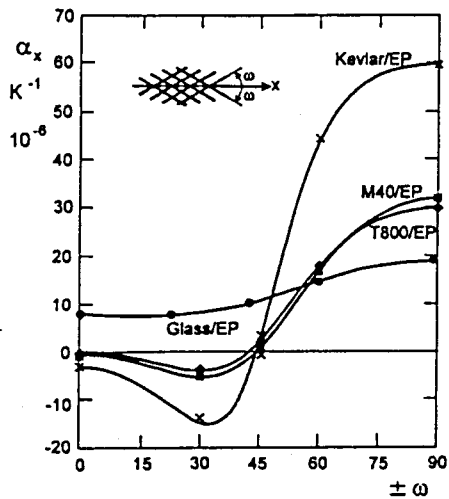
d)



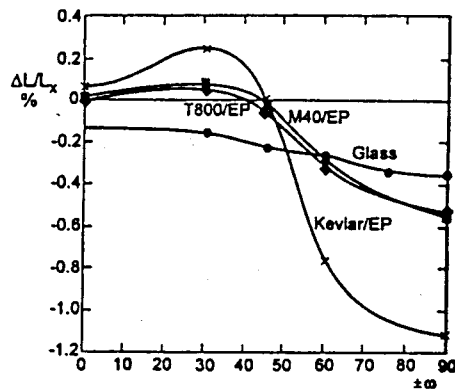
e)

Figura 1.43 (Continuação).

Infelizmente o problema não é assim de tão simples resolução, pois, por exemplo, para os valores da tensão admissível (ver tabela 1.9) em sistemas resina epoxi + fibras de vidro, nota-se que estes são mais baixos que os valores apresentados pela resina epoxi pura. Deste modo para determinar o conteúdo ideal em fibra de vidro dever-se-á proceder a uma optimização $\sigma_{\text{admissível}}$ vs contracção térmica. Verifica-se ainda uma anisotropia em termos da direcção sob a qual as fibras sofrem contracção térmica (ver figuras 1.44 e 1.45).

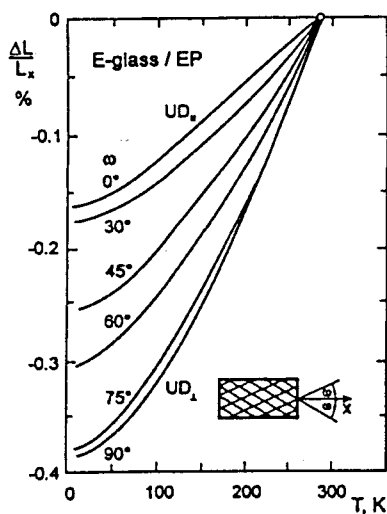


(a)

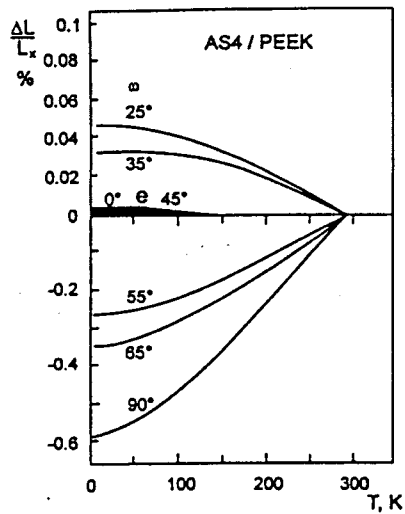


(b)

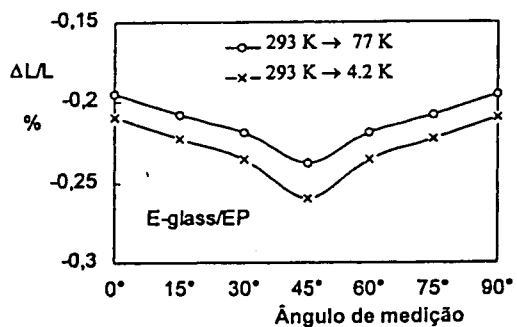
Figura 1.44 – Coeficiente de expansão térmica (a) e % de alongamento (b) verificadas para uma variação de temperaturas de 293K a 77K, a vários ângulos de disposição das fibras de vidro ($\pm\omega$) (de [29]).



(a)



(b)



(c)

Figura 1.45 – Variação do alongamento devido à expansão térmica com a temperatura e ângulo das fibras, para (a) E-glass/EP (70%vol) e (b) carbon/PEEK (60%vol) (c) E-glass/EP. (De [29]).

É importante referir que embora se fale de resina epoxi como se de uma substância bem definida se tratasse, a verdade é que o termo resina epoxi refere-se a uma classe de substâncias obtidas pela polimerização de um éter contendo grupos epóxidos^{†††}. A esta resina epoxi pura ainda se encontram normalmente adicionadas substâncias tão diversas como endurecedores e aceleradores da polimerização. Deste modo, as propriedades físicas e mecânicas das resinas epoxi variarão de acordo com a “mistura” que estamos a considerar.

Em resumo pode dizer-se que, na selecção do material a usar para a impregnação de ímans supercondutores, se deve ter em conta certas características, como: resistência mecânica, contracção térmica, viscosidade, distribuição espacial das fibras (no caso de serem utilizadas), condutividade térmica, adesão ao isolamento eléctrico, flexibilidade e comportamento sob radiação.

Alguns materiais comumente utilizados nas operações de impregnação e algumas das suas propriedades físicas e mecânicas, encontram-se apresentados na tabela 1.9.

Para melhor compreensão descrevem-se em seguida o significado e composição de cada mistura representada por siglas na tabela 1.9, apresentando-se na figura 1.46 as estruturas moleculares dos compostos base de algumas destas substâncias:

→ De [29]:

PEEK – Poliéterétercetona
 PC – Policarbonato
 PESU – Poliétersulfona
 PI – Poliimida
 PA12 – Poliamida
 LH – LY556/HY917

→ De [72]:

ALEPH – MY745/HY905/DY072/DY073	proporção: 100/100/1/0
MHD1 – MY740/HY905/DY061	proporção: 100/100/1.8
XHX – XW508/HY918/XB3020	proporção: 100/120/0.3
CH1 – CY192/HY918	proporção: 100/100
CH2 – CY184/HY918	proporção: 100/100
CH3 – CY284/HY918	proporção: 100/100

→ De [23]:

MHD2 – MY740/HY906/DY063	proporção: 100/80/2
MD – MY740/D230	proporção: 100/44

A resina MY745 é do tipo DGEBA (diglicidiléter de bisfenol A) sendo misturada com cresilglicidiléter que funciona como diluente reactivo.

A resina MY740 é uma resina pura do tipo DGEBA que apresenta alta viscosidade, não podendo assim ser utilizada na impregnação de vácuo de estruturas de grande porte, sendo por isso utilizada na impregnação de itens de pequenas dimensões.

††† Éteres cíclicos com anéis de três componentes:
$$\begin{array}{c} | \quad | \\ \text{--C--C--} \\ \quad \backslash \quad / \\ \quad \quad \text{O} \end{array}$$

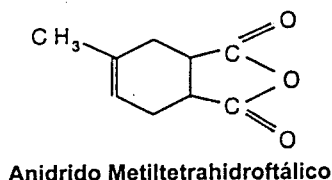
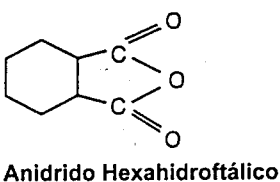
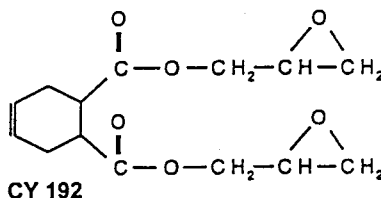
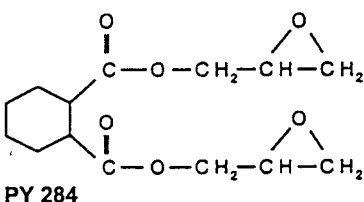
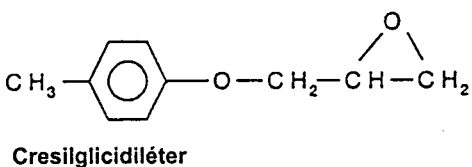
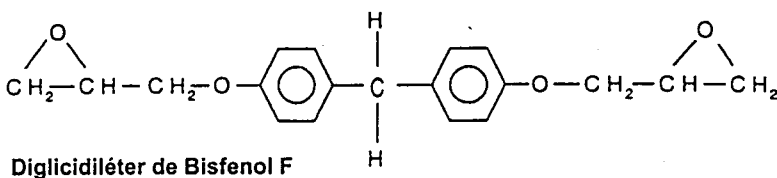
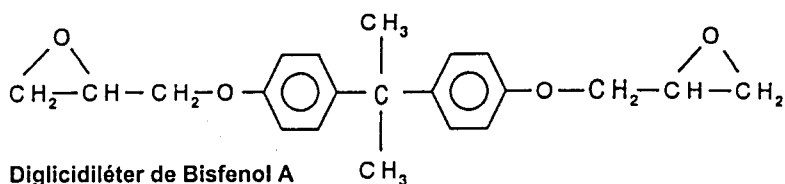


Figura 1.46 – Estrutura molecular de diferentes substâncias.(De [72]).

A resina XW508 é uma mistura de resinas do tipo DGEBA com resinas do tipo DGEBF (diglicidiléter de bisfenol F), sendo que as últimas reduzem a viscosidade total.

As resinas CY192, CY184 e PY284 são resinas cicloalifáticas de baixo peso molecular e baixa viscosidade. A diferença entre CY192 e PY284 reside na ligação dupla do anel alifático. As resinas PY284 e CY184 são praticamente a mesma substância, diferindo apenas no comprimento das cadeias moleculares entre o anel alifático e o grupo epoxi, diferença esta que se traduz no entanto em grandes diferenças de viscosidade do produto final.

HY905 é um endurecedor resultante da mistura líquida de anidridos ftálicos e hexahidroftálicos, sendo por sua vez o endurecedor HY918 baseado no anidrido metiltetrahidroftálico.

DY072, DY073 e DY061 são catalisadores de composto base em aminas terciárias, enquanto que XB3020 é um catalisador de composto base tricloreto de boro.

SUBSTÂNCIA	TENSÃO MÁXIMA ADMISSÍVEL σ (GPa)	YIELD STRENGTH (GPa)	MÓDULO DE YOUNG E (GPa)	CONTRACÇÃO TÉRMICA $\Delta L/L$ (%)	RESISTIVIDADE ELÉCTRICA ρ ($\mu\Omega$ m)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA λ (W/mK)	VISCOSIDADE η (Pa s)
Cobre	0.450 ^(a,x)	0.430 ^(a,x)	120 ^(b,*)	0.31 ^(a)	0.35 ^(a,1) 20 ^(c,2)	1E3 ^(c,1,++) 400 ^(c,2)	
Alumínio	0.110 ^(d,#)	0.095 ^(d,#)	70 ^(d,#)	0.41 ^(a)	0.31 ^(a,.,1) 30 ^(c,2)	1.5E3 ^(c,1,xx) 125 ^(c,2)	1.3E-6 ^(d,6)
Aço Inox	0.860 ^(d,**)	0.500 ^(d,**)	190 ^(d,**)	0.28 ^(a)	496 ^(c,##,3) 710 ^(c,##,4)	0.2 ^(c,.,.,1) 15 ^(c,.,.,2)	
NbTi	2.250 ^(a)	0.500 ^(c)		0.18 ^(a)	600 ^(a,1)	0.11 ^(a)	
Nb ₃ Sn		>0.250 ^(c)					
NbTi compósito	0.750 ^(a,***)	>0.100 ^(c,xxx)		0.28 ^(c,+++)			
Nb ₃ Sn compósito	0.4-0.575 ^(a,***)	0.1-0.25 ^(c,xxx)					
Cera	1.0 kg/mm ² ^(c,***)			1.7 ^(e)			
Epoxi ⁽⁺⁾	12 kg/mm ² ^(c,***)		8 ^(c)	1.1 ^(c)		0.08 ^(f)	
PEEK	0.20 ^(c,1) 0.19 ^(c,5)		6.9 ^(c,1) 6.1 ^(c,5)	1.0 ^(c)			
PC	0.18 ^(c,1) 0.16 ^(c,5)		5.6 ^(c,1) 4.9 ^(c,5)	1.4 ^(c)			
PESU	0.130 ^(c,5)		5.2 ^(c,1) 4.3 ^(c,5)	1.1 ^(c)			
PI	0.157 ^(c,1)		5.8 ^(c,1)	0.9 ^(c)			
PA12	0.182 ^(c,5)		6.7 ^(c,5)	1.8 ^(c)			
ALEPH				1.10 ^(g)			0.1 ^(h,7) 3.3 ^(h,2)
MHD1				1.09 ^(g)			5.5-6.6 ^(h,2)
MHD2	0.145 ^(a,1)		6.9 ^(a,1)	1.14 ^(a)			
MD	0.11 ^(a,1)		7.4 ^(a,1)	1.09 ^(a)			
XHX				1.14 ^(g)			1.1-1.3 ^(h,2)

Tabela 1.9 – Substâncias usadas no processo de impregnação de ímãs supercondutores e algumas das suas propriedades físicas e mecânicas. Para definição das siglas consultar texto descritivo no sector 1.10.11.

SUBSTÂNCIA	TENSÃO MÁXIMA ADMISSÍVEL σ (GPa)	YIELD STRENGTH (GPa)	MÓDULO DE YOUNG E (GPa)	CONTRACÇÃO TÉRMICA $\Delta L/L$ (%)	RESISTIVIDADE ELÉCTRICA ρ ($\mu\Omega$ m)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA λ (W/mK)	VISCOSIDADE η (Pa s)
CH1				1.14 ^(g)			0.25-0.5 ^(h,2)
CH2				1.21 ^(g)			0.4-0.6 ^(h,2)
CH3				1.09 ^(g)			
PY284							0.1-0.5 ^(h,2)
LH	0.18 ^(c,1) 0.15 ^(c,5)		7.8 ^(c,1) 7.2 ^(c,5)	1.2 ^(c)			
Epoxi+Al ₂ O ₃ ^(+z)	10 kg/mm ² (e,***)			1.07 ^(e)			
Epoxi+Al ₂ O ₃ ^(+a)	12 kg/mm ² (e,***)			0.99 ^(e)			
Epoxi+Al ₂ O ₃ ^(+b)	0.6 ^(c,5)		50 ^(c,5)	0.79 ^(e)			
Epoxi+Vidro ^(+#)				0.38 ^(a,+a) 0.29 ^(a,+b)			
Epoxi+Vidro ^(+#)				0.22 ^(a,+c) 0.09 ^(a,+d)			
Epoxi+Vidro ^(x*)			25 ^(c,1) 20 ^(c,2)	0.24 ^(c)			
Epoxi+E-glass	1.3 ^(c,+b,5) 1.4 ^(c,+e,1)		47 ^(c,+e,1) 43 ^(c,+e,2)	0.16 ^(c,+f,1)		0.09 ^(i,1)	
Epoxi+S-glass	1.5 ^(c,+b,5) 1.5 ^(c,+e,1)		62 ^(c,+e,1) 57 ^(c,+e,2)	0.09 ^(i,+e,1)		0.09 ^(i,1)	
Epoxi+Kevlar ^(+b)	0.31 ^(c,+b,5) 0.25 ^(c,+e,1)		100 ^(c,+e,1) 80 ^(c,+e,2)	-0.25 ^(c,+g,5) 1.1 ^(c,+h,5)			
Epoxi+antriquinona						0.05 ^(f,1)	
Epoxi+Boro	2.7 ^(i,+e,1) 3.2 ^(i,+e,5)			0.05 ^(i,1)		0.22 ^(i,1)	
Epoxi+HMgrafite ^(###)	1.0 ^(c,5)		230 ^(c,+b,5)	0.02 ^(i,+e,1)		0.029 ^(i,1)	
Epoxi+HMgrafite ^(:.....)	1.7 ^(c,5)		150 ^(c,+b,5)	0.025 ^(i,+e,1)		0.035 ^(i,1)	

Referências: (a) [23]; (b) [13]; (c) [29]; (d) [73]; (e) [70]; (f) [74]; (g) [72]; (h) calculado baseado em [72]; (i) [71]

Temperaturas: (1) 4.2K; (2) 300K; (3) 4.0K; (4) 273K; (5) 77K; (6) 973K; (7) 343K

Geral: (+) resina de propriedades médias; (x) duro; (*) electrolítico; (#) 99% puro; (..) 99,9 % puro; (++) RRR=200 (residual resistivity ratio [29]); (xx) RRR=279; (**) tratado a frio; (###) AISI 302; (:..) AISI 304; (xxx) depende da % Cu; (+++) Cu/Supercondutor = 1,6:1; (***) tensão de torcedura; (###) HM (Módulo Elevado); (:.....) HT/HS (Tensão Elevada); (+#) esferas; (x*) fibras(60%); (+z) 20%; (+a) 40%; (+b) 60%; (+c) 75%; (+d) 90%; (+e) % elevada; (+f) $\alpha=0^\circ$; (+g) $\alpha=30^\circ$; (+h) $\alpha=90^\circ$

Tabela 1.9 (continuação)

1.10.12 – ISOLAMENTO ELÉCTRICO

A principal função de um material isolador é de evitar a circulação de corrente eléctrica. Em ímans supercondutores, este tipo de materiais são utilizados para prevenir contra o fenómeno de “arcing” entre camadas de compósito, resultante das voltagens demasiado elevadas que se verificam em caso de extinção e durante a *energização/desenergização* do íman.

Durante a ocorrência de uma extinção, o facto da queda de tensão ocasionada pelo surgimento de resistência num sector do supercondutor ser de sinal contrário à tensão criada pela indução da bobine, faz com que o pico de tensão que percorre o íman não seja facilmente detectável exteriormente, o que pode originar uma detecção tardia da ocorrência da extinção.

Na figura 1.47 encontra-se representado um esquema que traduz este fenómeno de pico de tensão interna. Enquanto que a tensão normal exercida pela fonte de alimentação do circuito não excede normalmente os 5-10V, a tensão interna resultante da ocorrência de uma extinção num determinado sector do íman apresenta valores que podem chegar facilmente às centenas ou mesmo milhares de Volts. Esta tensão tão elevada se não detectada atempadamente leva ao derretimento do fio compósito supercondutor.

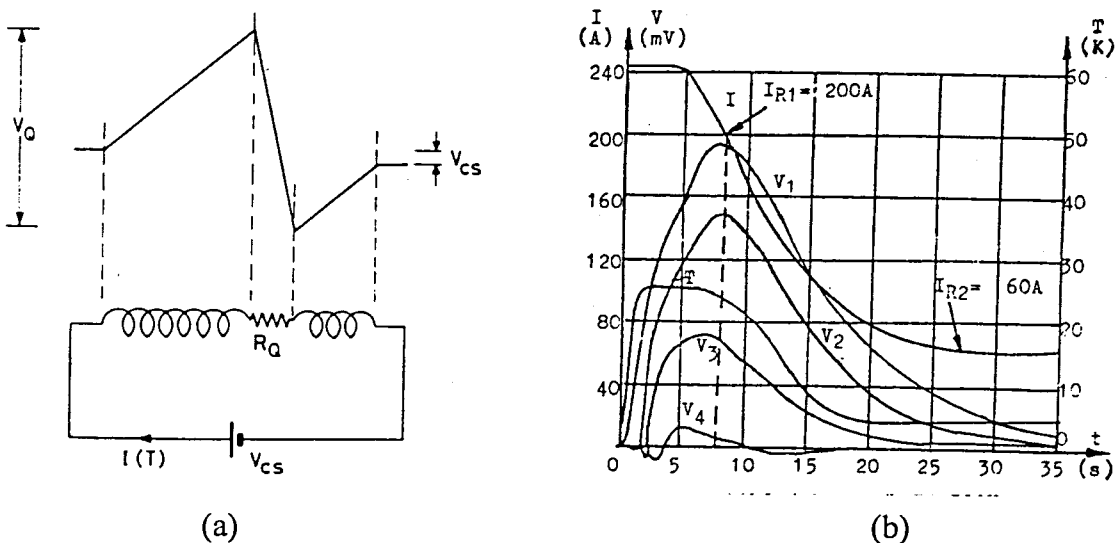


Figura 1.47 – a) Distribuição de voltagem ao longo do circuito num íman com um sector em extinção (de [23]); b) Recuperação da voltagem após uma extinção a 255A (de [75]).

Em termos matemáticos, baseando-nos na figura 1.47a),

$$V_Q(T) = I(T)R_Q(T) - M \frac{dI(T)}{dT} \quad (1.113)$$

$$L \frac{dI(T)}{dT} = I(T)R_Q(T) \quad (1.114)$$

sendo V_Q a tensão de extinção, I a intensidade de corrente, R_Q a resistência oferecida pelo troço do circuito em extinção, L a indutância própria de todo o íman superconductor, e M a indutância mútua entre a zona em extinção e o resto do íman.

De (1.113) e (1.114)

$$V_Q(T) = I(T)R_Q(T) \left(1 - \frac{M}{L} \right) \quad (1.115)$$

e assim verifica-se que a voltagem interna em caso de extinção irá primeiro apresentar um pico de tensão que decairá com o tempo, uma vez que a indutância mútua aumenta de valor à medida que o tempo passa (a zona normal alastra-se), o mesmo acontecendo com o valor da resistência e o oposto com o valor da intensidade de corrente que decairá até zero (ver figura 1.47b)).

Da equação (1.115) verifica-se que os picos de tensão serão tanto menores quanto maior for o valor de M , ou seja, quanto mais eficaz for o alastramento (logo, a condução do calor gerado).

Como foi referido anteriormente, um dos principais métodos de melhoramento da propagação da zona normal no caso da ocorrência de uma extinção, consiste na utilização de materiais de alta condutividade térmica. Verifica-se que a maioria dos isoladores eléctricos apresenta boas características de condutividade térmica, o que valoriza este método de isolamento e protecção em relação à protecção pela utilização de canais de hélio líquido, uma vez que este último não apresenta valores de condutividade térmica tão elevados [76].

Contudo, a utilização de uma película de isolamento eléctrico nos fios, ou nos cabos supercondutivos aumenta as dimensões do íman, a que estará sempre associado um aumento do fenómeno de *treino*, e assim um abaixamento do valor máximo permitido para a corrente eléctrica. O isolamento também diminui a rigidez do íman e diminui o seu ritmo de *energização/desenergização*.

As técnicas clássicas de fabrico de compósitos (cura sob pressão, ou utilização de autoclave) não podem ser usadas na aplicação do isolamento ao superconductor, podendo-se utilizar em contrapartida 4 técnicas diferentes, conforme o pretendido para as características finais do sistema (figura 1.48):

- a) **revestimento de verniz** – o envernizamento é normalmente usado em condutores de baixo diâmetro e de forma circular ou rectangular, que apresentem superfícies polidas. Normalmente este método é apenas aplicado a condutores feitos de NbTi, embora também seja possível a sua aplicação a condutores feitos de Nb₃Sn obtidos pela técnica “react and wind” que será contudo mecanicamente algo complicada.
- b) **enrolamento** – este método é o mais utilizado. Consiste no enrolamento do compósito superconductor em fitas ou cabos de material isolante. A fita é aplicada de um modo sobreposto assegurando-se assim pelo menos uma camada de isolador (tipicamente 50-66% da fita encontra-se em sobreposição). Em seguida enrola-se o conjunto com uma fita préimpregnada de material de impregnação, deixando-se normalmente uma

pequena falha entre as diferentes voltas deste material de impregnação de modo a que se possam contactar alguns sectores do isolamento eléctrico com líquido criogénico no qual o cabo supercondutivo é mergulhado. Na figura 1.49 pode ver-se um esquema típico industrial deste processo de fabrico.

- c) **utilização de espaçadores** – Torna-se por vezes necessário (por questões de estabilidade) que os fios compósitos supercondutores estejam em contacto directo permanente com o líquido de arrefecimento. Nestes casos utilizam-se barras ou fitas separadoras entre conjuntos de fios supercondutores, sendo o resto do espaço preenchido com o líquido criogénico de arrefecimento. Este método, faz com que o sistema fique com dimensões elevadas, levantando ainda algumas questões em termos de isolamento que agora será proporcionado em certas zonas apenas pelo líquido criogénico. Será importante ter uma atenção permanente, neste método, ao nível da pureza e limpeza da superfície e do material criogénico utilizado.
- d) **envernizamento+espaçamento** – Este tipo de processo surgiu para colmatar algumas das desvantagens do método anterior. Utilizando um revestimento de verniz nos fios, mas adicionando-se espaçadores criam-se canais pequenos onde o líquido criogénico irá circular. Com esta configuração conseguem-se manter as dimensões do íman baixas, evitando-se ainda os problemas ocasionados por possíveis impurezas nas superfícies e no líquido de arrefecimento. Existem mesmo aplicações para as quais os espaçadores já vêm fabricados num sistema de “favos de mel” (e.g. [77]) – ver figura 1.50.

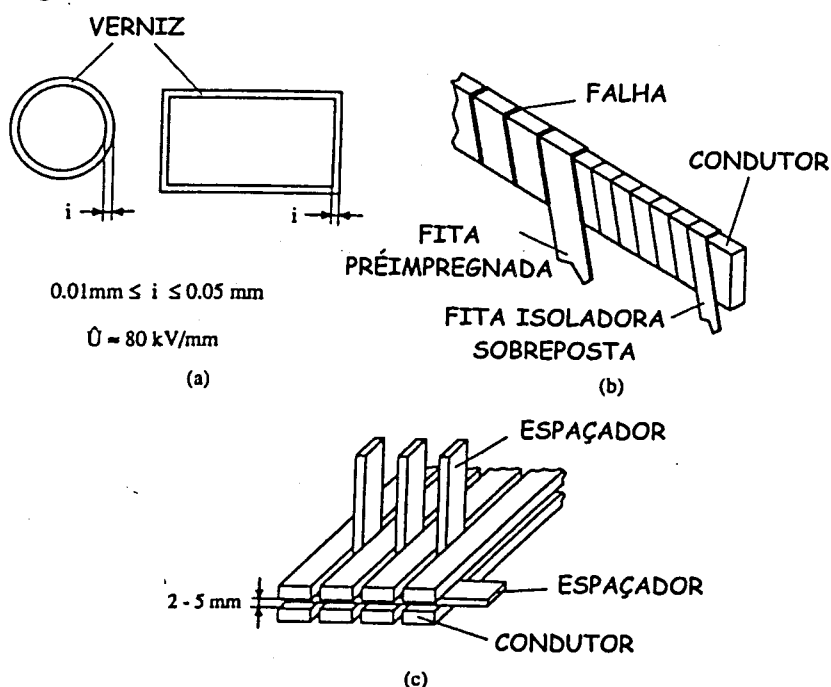


Figura 1.48 – Diferentes métodos de aplicação do isolamento a um supercondutor: a) revestimento de verniz; b) enrolamento com fita isoladora e fita préimpregnada; c) utilização de espaçadores. (Baseado em [29]).

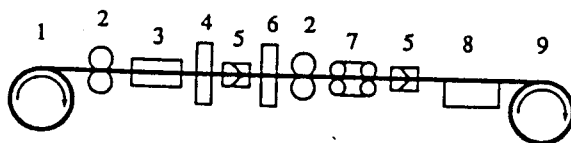


Figura 1.49 – Linha de aplicação de isolamento por enrolamento típica: 1-alimentação; 2- controlo dimensional; 3- limpeza (escovas, banho ultrasónico, etc.); 4- cabeça de enrolamento da fita de isolamento; 5- controlo de isolamento de alta voltagem; 6- cabeça de enrolamento (opcional se forem usadas fitas préimpregnadas); 7- alavancas; 8- unidade de inspecção e reparação; 9- produto final. (De [29]).

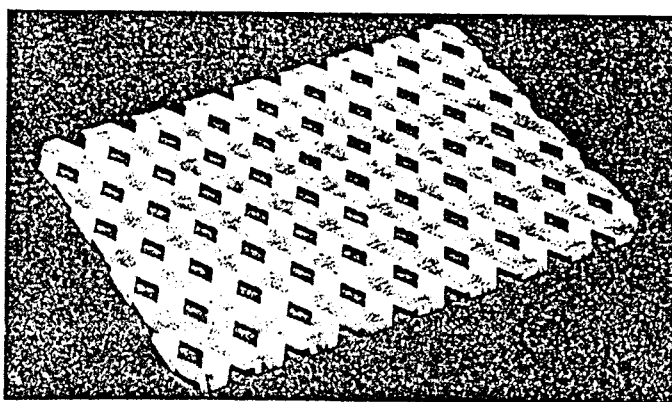


Figura 1.50 – Favos de mel. (De [77]).

Na escolha do tipo de isolamento eléctrico a utilizar deveremos ter em conta vários factores:

- interacção isolador-material de impregnação (por exemplo, um isolamento de poliimida adicionado a uma impregnação de resina epoxi contendo fibras de vidro, não é o ideal uma vez que a fibra de vidro interage com a poliimida degradando-a);
- propriedades dieléctricas (“electric strength”, resistividade, esperança de vida, etc.) – principalmente em aplicações a.c.
- propriedades mecânicas
- contracção térmica
- condutividade térmica
- comportamento sob radiação
- compatibilidade com sistemas criogénicos ou vácuo
- custos de fabrico

Destes factores apenas não foram estudadas as propriedades eléctricas dos materiais isoladores (dieléctricas). Estas propriedades podem ser de base intrínseca e/ou extrínseca.

Propriedades com base intrínseca:

a) *Resistência e resistividade*

A resistividade é uma propriedade que praticamente só depende da temperatura do material, podendo então designar-se esta propriedade como intrínseca. Para materiais dieléctricos o seu valor é extremamente elevado. Tal fará com que a resistência oferecida à passagem de corrente eléctrica seja muito elevada pois ^{[5], [29]} como foi visto na equação (1.19) esta é directamente proporcional àquela.

b) *Constante e perdas dieléctricas*

Idealmente, um material dieléctrico não deixa passar nenhuma corrente eléctrica. Isto na prática nunca se verifica e existirá sempre uma corrente mínima que se deslocará (embora seja desprezável na maioria dos casos).

Se aplicarmos uma corrente eléctrica a um material dieléctrico criamos uma *polarização*, ou seja, *dipólos eléctricos* (polarização esta que será capaz de criar campo eléctricos externos).

Esta *polarização* P relaciona-se com o campo eléctrico externo macroscópico E por ^[4]

$$P = \chi(E)E \quad (1.116)$$

onde $\chi(E)$ é a *susceptibilidade eléctrica* do material

Por outro lado o *deslocamento eléctrico* D é dado por,

$$D = \varepsilon(E)E \quad (1.117)$$

onde $\varepsilon(E)$ é a *permitividade eléctrica* do material, determinada por

$$\varepsilon(E) = \varepsilon_0 + \chi(E) \quad (1.118)$$

sendo ε_0 a *permitividade do vácuo*, e então,

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{\chi}{\varepsilon_0} \quad (1.119)$$

onde ε_r é a *permitividade relativa*, também chamada de *constante dieléctrica* e onde se desprezou a dependência dos parâmetros com o campo eléctrico, uma vez que esta dependência só existe na prática para campos eléctricos muito elevados ^[4] (válido para os materiais denominados *dieléctricos lineares*).

Podemos, por outro lado, considerar que, sobretudo em casos de corrente alterna

$$\varepsilon_r = \varepsilon_R - j\varepsilon_I \quad (1.120)$$

sendo ε_R o módulo da parte real da permissividade, e ε_I o módulo da parte imaginária, em casos em que existe uma variação sinusoidal do campo eléctrico.

Neste caso, pode então definir-se como *factor dieléctrico* de dissipação $\text{tg}\delta$,

$$\text{tg}\delta = \frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_R} \quad (1.121)$$

Calcula-se o valor das *perdas dieléctricas* P_v por ^[29]

$$P_v = \omega \varepsilon_0 E_{\text{rqm}}^2 \varepsilon_R \text{tg}\delta \quad (1.122)$$

sendo ω a velocidade de variação do campo, E_{rqm} a raiz quadrada média ponderada do campo eléctrico, e $\varepsilon_R \text{tg}\delta$ o chamado *número de perda dieléctrica*.

Propriedades com base intrínseca e extrínseca:

a) "*Dielectric strength*"

Se o campo eléctrico, sob a influência do qual o material se encontra, for muito forte, os electrões serão totalmente arrancados das moléculas, e o material perderá as suas características dieléctricas passando a conduzir electricidade. Ao campo máximo que o material dieléctrico consegue suportar sem se observar esta perda de propriedades chama-se "*dielectric strength*" ou "*voltage breakdown*".

Embora teoricamente se possa falar em "*dilectric strength*" como uma propriedade intrínseca, na realidade prática teremos de adicionar efeitos extrínsecos ao valor base obtido intrinsecamente.

Na maioria dos isoladores pode considerar-se a ordem de magnitude de 10^9 V/m como um valor normal da "*dielectric strength*" extrínseca.

A "*dielectric strength*" é extremamente dependente da espessura do isolamento (proporcional à raiz quadrada desta). Deste modo qualquer valor apontado para a "*dielectric strength*" tem de ser referido relativamente a uma determinada espessura.

A "*dielectric strength*" também é dependente do grau de pureza do material isolador (impurezas condutoras e bolhas de ar baixam o seu valor) e do número de descargas parciais sofridas.

Como foi falado, as propriedades dieléctricas dos fluidos criogénicos são bastante importantes, sobretudo nos casos em que o íman é estabilizado e isolado apenas por canais de fluido criogénico. Verifica-se que o hélio, hidrogénio e azoto no estado líquido apresentam boas características isolantes. Não podemos no entanto esquecer que estas propriedades isolantes dependem do estado físico em que o fluido criogénico se encontra (líquido, gasoso, ou no caso do hélio ainda apresentando 3 estados possíveis de fluidez).

De um modo geral as propriedades gerais necessárias para que um fluido criogénico apresente um bom comportamento criogénico são:

- uma resistividade muito elevada (o que implica um elevado grau de pureza de modo a evitar a presença de partículas condutoras);
- *perdas dieléctricas* extremamente baixas no caso de aplicações a.c.;
- um valor da “*dielectric strength*” suficientemente elevado;
- um comportamento isolante estável, de modo a que a interacção com outras superfícies ou substâncias não origine uma degradação das propriedades dieléctricas do fluido ou do material contactante.

Na tabela 1.10 são apresentados alguns materiais dieléctricos e suas propriedades mais importantes.

De referir que o material de impregnação também desempenha muitas vezes as funções de isolante, pelo que uma consulta à tabela 1.9 torna-se sempre indispensável.

De notar a ausência na tabela 1.10 de isolantes à base de fibra de carbono ou de grafite, o que se justifica pois estes apresentam uma condutividade eléctrica elevada. Isolantes à base de boro foram também eliminados devido à grande degradação que sofrem quando expostos a radiações. Embora com excelentes características a poliimida apresenta temperaturas e pressões de cura muito elevadas, pelo que normalmente só é aplicada pelo método da pré-impregnação, embora existam excepções [75].

Os valores da “*dielectric strength*” apresentados na tabela 1.10 não se encontram indexados a uma espessura específica, uma vez que nas referências em que foram baseados tal não era especificado. Podem ser considerados como propriedades médias. O valor da “*dielectric strength*” do ar foi referido na tabela 1.10, para justificar a necessidade de eliminação de bolhas de ar na estrutura isolante.

Como já foi referido quanto maiores forem as dimensões do íman, mais intenso será o fenómeno de *treino* e menor o ritmo de energização/desenergização. Deste modo a espessura do isolamento deverá ser a menor possível, devendo ser no entanto suficiente para conseguir sustentar o pico de voltagem. Por norma, para o caso de fitas supercondutoras, esta espessura situa-se entre os 5-15% da espessura total da bobine.

Como aplicações práticas do isolamento podem-se referir as seguintes:

a) Separação magnética:

- condutor multicamadas NbTi impregnado com resina epoxi e com um isolamento entre fitas de 50 μ m de poliéster pré-impregnado [78];
- condutor multifilar NbTi (61 filamentos) com matriz de cobre e isolamento de acetato de polivinilo [69];
- condutor multifilar de NbTi ($d=50\mu$ m) com matriz de cobre (razão área de Cobre / área de supercondutor (Cu/S.C.) = 2), isolamento de 50 μ m de verniz de poliimida e canais de hélio ($h=0.54mm$, $wsc=60\%$) [75];
- condutores multifilares de NbTi ($d=70\mu$ m) com matriz de cobre (Cu/S.C.=13, Cu/S.C.=2, Cu/S.C.=2, respectivamente), com isolamento

SUBSTÂNCIA	TENSÃO MÁXIMA ADMISSÍVEL σ (GPa)	DIELECTRIC CONSTANT	DIELECTRIC LOSS FACTOR	DIELECTRIC STRENGTH (V/m)	RESISTIVIDADE ELÉCTRICA ρ (Ω m)	CONTRACÇÃO TÉRMICA $\Delta L/L$ (%)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA λ (W/mK)	ESPESSURA TÍPICA (μ m)
Poliéster		2.9 ^(a,1,+) 3.0 ^(a,1,#)	5E-4 ^(a,1,+) 2E-3 ^(a,1,#)	6E6 ^(k)	1E15 ^(a,+) 1E14 ^(a,#)			50 ^(f) 65 ^(k)
Papel		3.0 ^(a,1,+,#,2)	4E-4 ^(a,1,+2) 4E-3 ^(a,1,#,2)					500 ^(g)
Papel Kraft		1.6 ^(a,4,+,#)	3E-4 ^(a,4,+) 1E-3 ^(a,4,#)					500 ^(g)
“Mylar”		2.8 ^(a,1,+,#)	1E-4 ^(a,1,+) 5E-4 ^(a,1,#)				1E-4 ^(b)	250 ^(g)
Polivinilo ⁽¹⁶⁾		3.02 ^(b,5,x)		1.3E9 ^(a,+,#,6)				
Epoxi ⁽⁷⁾	Ver tabela	3.63 ^(b,5,x)				Ver tabela	Ver tabela	
Poliimida	155 ^(a,+3) 110 ^(a,#,3)	3.1 ^(a,8,+,#)	2E-4 ^(a,8,+) 7E-4 ^(a,8,#)	1.8E8 ^(a)		0.9 ^(a)		12-125 ^(a,h,i,j)
Poliimida ⁽⁹⁾	1.12 ^(e,+)			7.9E7 ^(e,#)				12-125 ^(a,h,i,j)
Verniz Acetal								50-70 ^(j,l)
Epoxi+fib.vidro	1.35 ^(o,#,27)	4.1 ^(a,1,+) 4.5 ^(a,1,#)	9E-4 ^(a,1,+) 3E-3 ^(a,1,#)	7.6E7 ^(o,#,27)	>1E18 ^(a)			
Formvar		4.8 ^(a,1,+)	8E-4 ^(a,1,+)					10-11 ^(m)
Vidro ⁽¹⁰⁾		4-10 ^(c,d)	2E-3 ^(d)	5E5 ^(a) -9E6 ^(c)	1.3E5-3E10 ^(b)			70-250 ^(a)
Mica		5.4 ^(b,d) -7 ^(a,1)	1E-5 ^(c,1)	1.5E7 ^(a)				80-150 ^(a)
Safira		9.3 ^(a,+)	4E-10 ^(a,11,+)				150 ^(a)	
Polietileno	150 ^(a,+3) 100 ^(a,#,3)	2.26 ^(b,5,x)	2E-5 ^(a,1,+) 3E-5 ^(a,1,#)	1.8E7 ^(c) -7E8 ^(a)		0.6 ^(a,5)		
Polietileno ⁽¹⁷⁾	190 ^(a,+3) 170 ^(a,#,3)	3.1 ^(a,5)	9E-5 ^(a,1,+) 6E-4 ^(a,1,#)			1.2 ^(a,5)		
Politetrafluoretileno		2.1 ^(a,8,+,#)	2.4E-5 ^(a,8,+) 3E-5 ^(a,8,#)					
Nylon		2.4 ^(a,12,+,#)	3E-5 ^(a,12,+) 1E-4 ^(a,12,#)	1.9E7 ^(c)		1.38 ^(a,*)	0.012 ^(a,+)	
Polipropileno	210 ^(a,+3) 180 ^(a,#,3)	2.3 ^(a,5)	2.1E-5 ^(a,1,+) 5E-5 ^(a,1,#)			0.6 ^(a,5)		
Policarbonato	170 ^(a,+3) 93 ^(a,#,3)	3.0 ^(a,5)	5.5E-5 ^(a,1,+)			0.5 ^(a,5)		
SAMICA ⁽¹³⁾		3.2 ^(a,8,+) 3.1 ^(a,8,#)	1E-4 ^(a,8,+) 2E-4 ^(a,8,#)					
Epoxi ⁽¹⁴⁾			9E-4 ^(a,+) 5E-3 ^(a,#)					
Silica Fundida		3.8 ^(a,5,+,#)	8E-6 ^(a,+1) 1E-6 ^(a,#)					

Tabela 1.10 – Substâncias isoladoras e suas propriedades típicas.

SUBSTÂNCIA	TENSÃO MÁXIMA ADMISSÍVEL σ (GPa)	DIELECTRIC CONSTANT	DIELECTRIC LOSS FACTOR	DIELECTRIC STRENGTH (V/m)	RESISTIVIDADE ELÉCTRICA ρ ($\mu\Omega$ m)	CONTRACÇÃO TÉRMICA $\Delta L/L$ (%)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA λ (W/mK)	ESPESSURA TÍPICA (μ m)
Quartzo Fundido	>1.1 ^(b)	3.75 ^(b,.,,15)	<4E-4 ^(b,.,,15)		1E13 ^(c)		1.38 ^(b)	
Teflon		2.5 ^(a,1,+)	3.9E-5 ^(a,1,+)			2.11 ^(a,.)	0.05 ^(a,+) 0.2 ^(a,#)	
Kapton		3.2 ^(a,1,+)	9E-5 ^(a,1,+)	4E8 ^(a)				25 ^(a)
Vidro-cerâmica		5.0 ^(a,1,+) 5.2 ^(a,1,#)	1.5E-4 ^(a,1,+) 1E-3 ^(a,1,#)					
PMMA ⁽¹⁸⁾				1.4E9 ^(a)				
Poliestireno		2.56 ^(d)	5E-5 ^(d)	7.5E8 ^(a)	1E16 ^(d)			
Poliisobutileno		2.23 ^(b,x,5)		5E8 ^(a,+,#)				
Hélio ^(26,+)		1.0 ^(a,23) 1.05 ^(a,24)	1E-5 ^(a,24,25)	1.2E7 ^(n,23) 4E7 ^(n,24)				500-1000 ^(h,i,j,l)
Nitrogénio ^(26,#)		1.0 ^(a,23) 1.23 ^(a,24)	2.3E-4 ^(a,24,25)	1.1E7 ^(n,23) 6E7 ^(n,24)				
Óxido de Alumínio		8.8 ^(d)	6E-4 ^(d)	6E6 ^(c)	1E14 ^(c)	0.064 ^(a,.)		
Madeira ⁽¹⁰⁾		1.5-8.0 ^(c,d)	1E-2 ^(d)		1E8-1E11 ^(c)			
Titanato de Bário		1200 ^(d)	1.3E-2 ^(d)					
Borracha ⁽¹⁹⁾		2.4 ^(a,+1)	9E-4 ^(a,+1)					
Neoprene		6.6 ^(d)	1.1E-2 ^(d)					
Plexiglas		3.45 ^(d)	3E-2 ^(d)				0.04 ^(a,+) 0.1 ^(a,#)	
DGEBA ⁽²⁰⁾ Flexível	1.36 ^(e,+)			7.5E7 ^(e,#)				
DGEBA ⁽²⁰⁾	1.30 ^(e,+)			9.0E7 ^(e,#)				
TGDM ⁽²¹⁾	1.26 ^(e,+)			7.9E7 ^(e,#)				
Cerâmica				4E6 ^(a)				300-2000 ^(a)
Ar ⁽²²⁾		1.001 ^(c)		3E6 ^(c)				

Referências: (a) [29]; (b) [13]; (c) [4]; (d) [5]; (e) [71]; (f) [78]; (g) [79]; (h) [59]; (i) [75]; (j) [80]; (k) [81]; (l) [63]; (m) [76]; (n) calculado a partir de [29] com d=1mm e P=1atm (pressão est. gas.); (o) [82]

Temperaturas: (+) 4.2K; (x) 300K; (*) 20K; (#) 77K; (.) 293K

Geral: (1) 50 Hz; (2) lâminas de epoxi com fibras de papel; (3) Yield Strength (MPa); (4) 47 Hz; (5) 1 kHz; (6) Policloroacetato de vinilo; (7) resina de propriedades médias; (8) 75 Hz; (9) compósito ou composição de fitas juntamente com resina epoxi e fibras de vidro; (10) propriedades médias; (11) 2.76 kHz; (12) 2.34 kHz; (13) delimitada a silicone; (14) Cy221 / Hy 779; (15) 1 MHz; (16) acetato de polivinilo; (17) tereftalato de polietileno; (18) Polimetilmetacrilato; (19) borracha etileno-propileno; (20) diglicidiléter de bisfenol A; (21) tetraglicidil diaminodifenilmetano; (22) 1 atm; (23) gasoso; (24) líquido; (25) E=6 MV/m; (26) canais; (27) CTD 101K/S-2

Tabela 1.10 (continuação)

- (fraco, 65 μ m de verniz, 65 μ m de “acetal varnish”, respectivamente) e com canais de hélio ($h=1mm$, $h=0mm$, $h=0.5mm$, respectivamente) [80];
- condutor multifilar de NbTi ($d=70\mu m$) com matriz de cobre (Cu/S.C.=2), isolamento de 65 μ m de poliéster e canais de hélio ($h=0.45mm$) [81];
 - condutor multifilar de NbTi ($d=20-70\mu m$) com matriz de cobre (Cu/S.C.=2-3.6), isolamento de 50-70 μ m de um verniz de valor elevado de “dielectric strength” e canais de hélio ($h=0.5mm$) [63].
- b) CICC:
- isolamento em fibra de vidro (conjunto 4x3) [83];
 - condutores de NbTi com matriz de cobre (Cu/S.C.=1, Cu/S.C.=1.63, Cu/S.C.=3, Cu/S.C.=2.66, Cu/S.C.=2.54, respectivamente), com canais de hélio e com isolamento (11 μ m de Formvar, 11 μ m de Formvar, 10 μ m de Formvar, 0, 0, respectivamente) [76].
- c) Detectores em Física Energética:
- condutor de NbTi com matriz de cobre e isolamento entre voltas (0.5mm papel de cabo ou 0.25mm fita de “mylar”) [79].
- d) Separador de isótopos:
- condutor de NbTi com matriz de cobre (Cu/S.C.=40) com isolamento volta-a-volta de fita de “mylar” e camada-a-camada de epoxi com fibras de vidro ASTM/NEMA G-10CR e com canais de hélio formados por esta estrutura de epoxi “favos de mel” [77].
- e) SSC (Superconductor SuperCollider):
- Isolamentos possíveis:
 - 1 - 25 μ m de fita de poliimida (enrolada com 50% de sobreposição), envolvida em 125 μ m de resina epoxi com fibra de vidro, com falhas de 0.5mm;
 - 2 – como em 1) mas utilizando-se em vez de fibras de vidro uma segunda camada de poliimida conjuntamente com um adesivo termoplástico de poliimida;
 - 3 – como em 2) mas usando um adesivo termoplástico de outra substância.

Após o isolamento ser produzido é necessário efectuarem-se testes para comprovar a eficácia da barreira dieléctrica. Alguns destes testes estão descritos em [29].

1.10.13 – FACTORES DE ENCHIMENTO E DENSIDADES DE CORRENTE

No sector 1.10.3 foi introduzida a definição de *factor de enchimento*:

$$\lambda = \frac{\text{área transversal efectiva ocupada pelo material superconductor}}{\text{área transversal do íman}} \quad (1.123)$$

No entanto, podem-se definir outros factores de enchimento parciais:

$$\lambda_1 = \frac{\text{área transversal efectiva ocupada pelo material superconductor} \times n^\circ \text{ filamentos}}{\text{área transversal do fio (superconductor + cobre)}} \quad (1.124)$$

e

$$\lambda_2 = \frac{\text{área transversal do fio (supercondutor + cobre)} \times \text{n}^\circ \text{ fios}}{\text{área transversal do íman}} \quad (1.125)$$

podendo definir-se as seguintes densidades de corrente eléctrica:

$$J = \frac{I_{\text{filamento}}}{\text{área transversal do filamento supercondutor}} = \frac{I_{\text{fio}}}{\text{área transversal efectiva ocupada pelo material supercondutor}} \quad (1.126)$$

$$J^* = \frac{I_{\text{fio}}}{\text{área transversal do fio (supercondutor + cobre)}} = \lambda_1 J \quad (1.127)$$

$$J^{**} = \frac{I_{\text{fio}}}{\text{área transversal do íman}} = \lambda_1 \lambda_2 J = \lambda_2 J^* = \lambda J \quad (1.128)$$

sendo J a densidade de corrente no filamento supercondutor, J^* a densidade de corrente no fio e J^{**} a densidade de corrente no íman.

É importante realçar que enquanto no caso de um condutor rectangular $0 < \lambda_1 < 100\%$, num condutor circular, na melhor das hipóteses $0 < \lambda_1 < \pi/2\sqrt{3}$ ($\approx 90\%$) – resultado obtido por considerações geométricas ^[84].

1.11 – CRIÓSTATO

Todos os ímans supercondutores requerem um sistema envolvente que os estabilize térmicamente. Este sistema denomina-se *crióstato* e a sua configuração final depende:

- a) da temperatura de trabalho pretendida no íman supercondutor;
- b) do método de arrefecimento utilizado;
- c) do nível de protecção térmica pretendido *vs* custos e dimensões.

Se a temperatura de trabalho no íman supercondutor tiver de ser menor que 77K (e.g. 4.2K), a configuração terá obrigatoriamente de conter algum reservatório de hélio líquido, actuando directamente (escudo de hélio) ou indirectamente (escudo térmico em contacto com o reservatório). No caso oposto em que a temperatura de trabalho pode ser superior ou igual a 77K, a configuração terá obrigatoriamente de conter um reservatório de azoto líquido, actuando directamente (escudo de azoto) ou indirectamente (escudo térmico em contacto com o reservatório) ^{***}.

São possíveis três métodos de arrefecimento: piscina, circulação imposta de corrente de hélio supercrítico, crióstato de fluxo contínuo.

^{***} Nos últimos 5 anos tem surgido uma alternativa denominada de Arrefecedor Criogénico (“Cryocooler”) que evita a existência destes reservatórios de hélio ou de azoto.

O arrefecimento através de piscina de material criogénico corresponde à utilização de um banho estático de material criogénico que contendo no seu interior o íman superconductor, o estabilizará à temperatura pretendida. Este caso corresponde ao método de arrefecimento mais vulgarmente adoptado (ver por exemplo [12], [14], [29], [69], [76-78], [85-94]).

O arrefecimento através de circulação imposta de corrente de hélio supercrítico, consiste na obtenção do arrefecimento pela circulação forçada de hélio nas condutas que contêm o íman superconductor. Este método apresenta bastantes vantagens em relação ao método da piscina, nomeadamente reduzindo a protecção térmica envolvente necessária – utiliza-se normalmente apenas uma parede simples na conduta de hélio, sem qualquer reforço térmico. É no entanto mais dispendioso^{§§§}.

O arrefecimento proporcionado pelo método de crióstato de fluxo contínuo, é efectuado de um modo semelhante ao de circulação imposta de corrente de hélio supercrítico, diferindo no facto de se contabilizar com a presença de uma fonte de calor no sector da amostra, o que obriga a um elevado controlo do arrefecimento e da velocidade de circulação do hélio^{****}.

Existem vários esquemas de protecção térmica, que podem ser utilizados isoladamente ou em conjunto de modo a proporcionar uma protecção térmica mais eficaz. Teremos de ter em conta no entanto, que quanto maior for o número de protecções utilizadas, maiores serão os custos de construção e as dimensões do crióstato. Dentro dos variados meios de protecção poderemos destacar os seguintes:

- 1) Piscinas de líquido criogénico – funcionam como verdadeiros escudos térmicos, e se utilizadas em conjunto com outras técnicas de protecção térmica protegem quase totalmente o íman superconductor de destabilizações térmicas externas, proporcionando ainda uma estabilidade do próprio material criogénico que baixará grandemente os seus níveis de evaporação. As piscinas podem ser à base de azoto líquido ou à base de hélio líquido, podendo ainda utilizar-se em conjunto^{[14], [39], [85], [86], [87]}. São normalmente revestidas por um material de baixa *emissividade* (e.g. cobre, alumínio ou aço inoxidável).
- 2) Vácuo – a existência de um compartimento de vácuo, proporciona um eficaz escudo contra as transferências de calor por convecção e condução. É por norma utilizado conjuntamente com um escudo térmico ou refrigerado (ver por exemplo [14], [77], [85-87]).
- 3) Escudos: a) *refrigerados* : este tipo de escudos consiste na utilização de um material de baixa *emissividade* (normalmente cobre ou alumínio), que em contacto com o reservatório de líquido criogénico, proporciona um eficaz escudo contra as transferências de calor por radiação e condução, sobretudo se envolvido em vácuo (ver por exemplo [14], [69], [85], [91]).
b) *arrefecidos a vapor e com superisolamento* : este tipo de escudos consiste na utilização de várias camadas de material

^{§§§} Em [57] encontra-se apresentado um exemplo de aplicação deste método, e uma análise comparativa com o método da piscina.

^{****} Detalhes e exemplos de aplicação deste método podem ser encontrados em [29].

de baixa *emissividade* (normalmente alumínio), entremeados por um material superisolador térmico (normalmente "mylar"), que ligados à *manga* do reservatório de hélio proporcionam uma eficaz barreira contra as transferências de calor por radiação e condução, sobretudo se forem envolvidos por um sistema de vácuo (ver por exemplo [78], [89] e [95]).

- 4) Superisolamento – Várias camadas de material superisolador térmico são normalmente utilizadas para revestir quer os escudos, quer as próprias paredes dos reservatórios de líquido criogénico e do crióstato. Normalmente utiliza-se "Mylar" (que é um filme transparente de poliéster), pois devido às suas propriedades térmicas conseguem-se criar potentes barreiras à transferência de calor por condução térmica (ver por exemplo [69], [91]).

Várias conjunções destes meios de protecção têm sido utilizadas na prática, mas podemos destacar quatro (ver figura 1.51):

- Piscinas de hélio e nitrogénio líquido entremeadas por um escudo de vácuo e revestidas em alumínio ou aço inoxidável [86];
- Piscina de hélio com escudo de vácuo e escudo refrigerado (por azoto líquido) com superisolamento (ou não) [14], [69], [85];
- Piscina de hélio líquido com escudos arrefecidos a vapor [78], [89], [95];
- "Cryogen-free": constituído só por vácuo e escudos de radiação, apresentando uma cuidada correlação entre o arrefecimento proporcionado e as necessidades energéticas [29], [96];

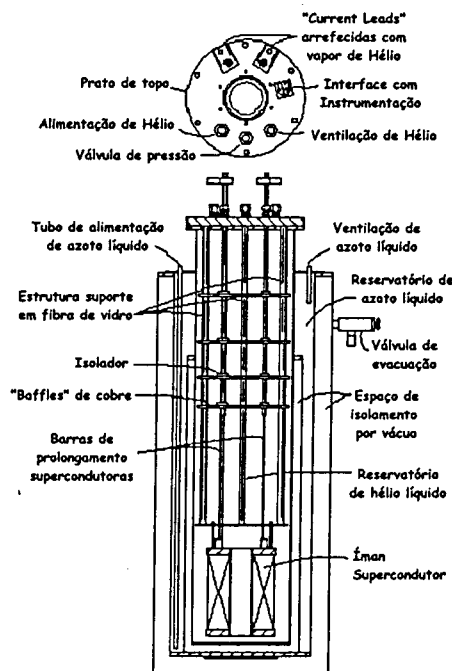
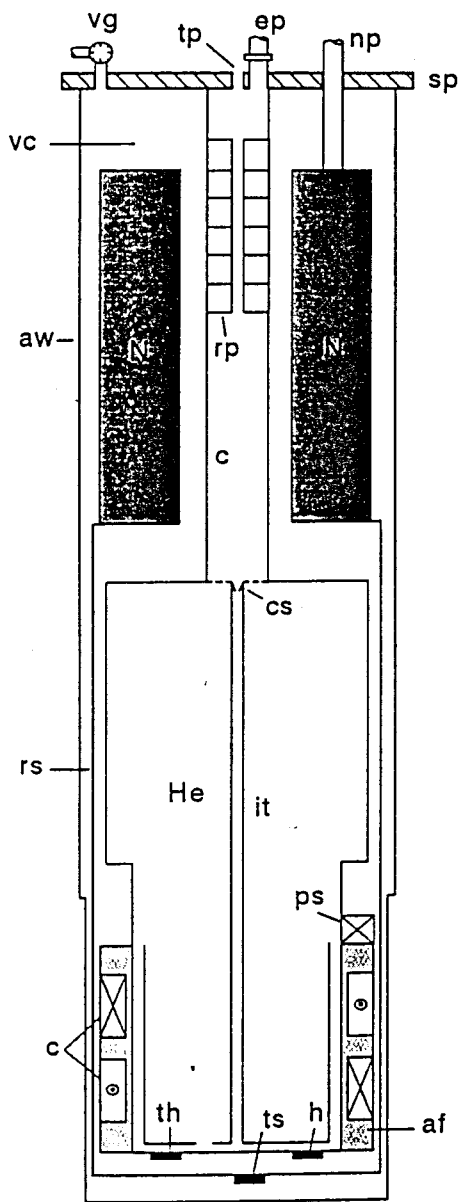
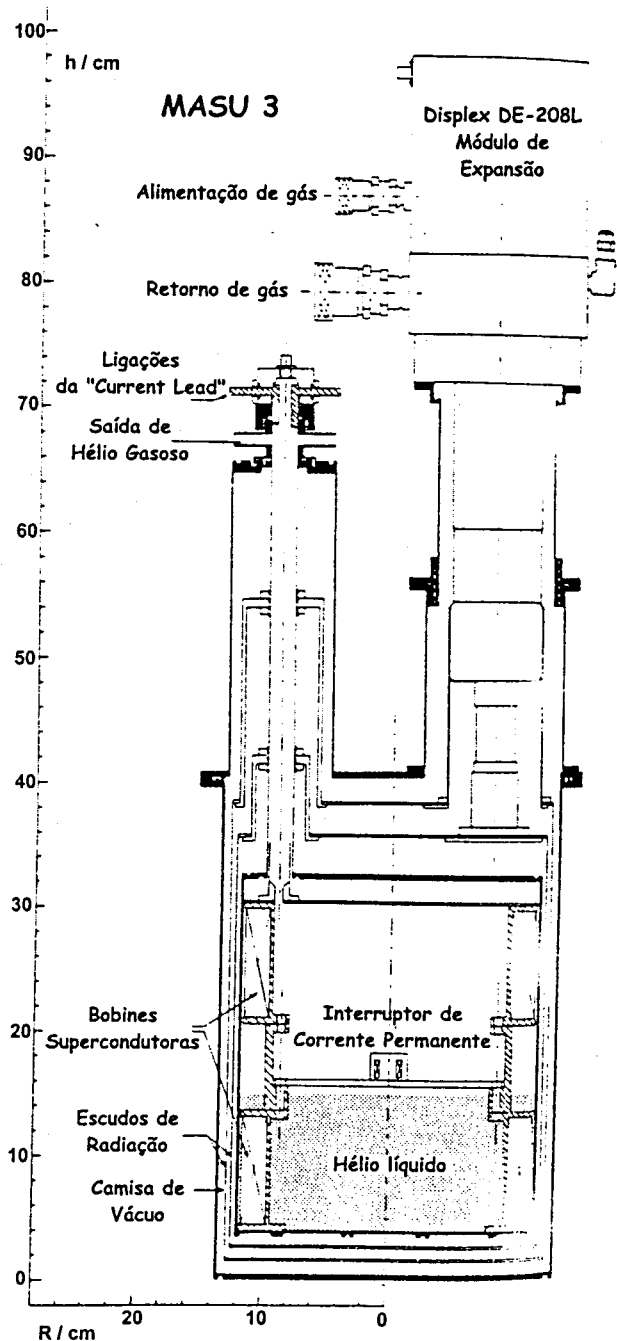


Figura 1.51 – a) Sistema criostático contendo piscinas de hélio e nitrogénio líquido entremeadas por um escudo de vácuo e revestidas em alumínio ou aço inoxidável (baseado em [86]).



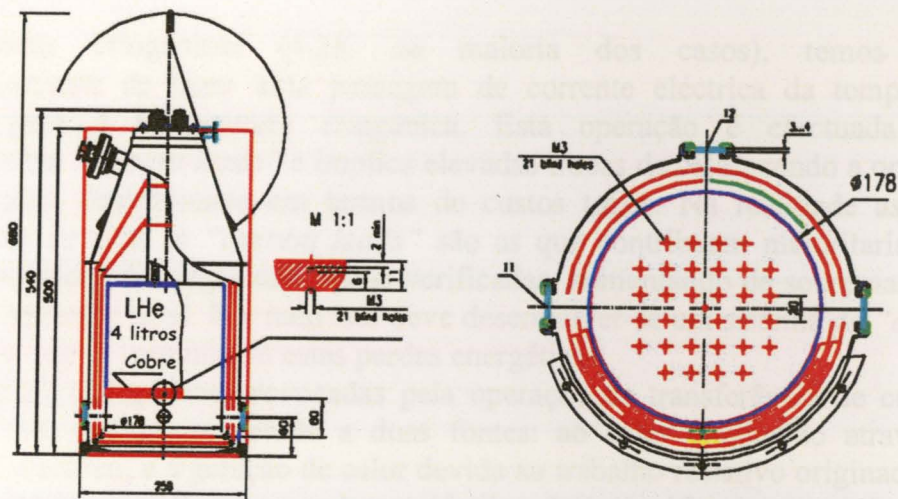
b)



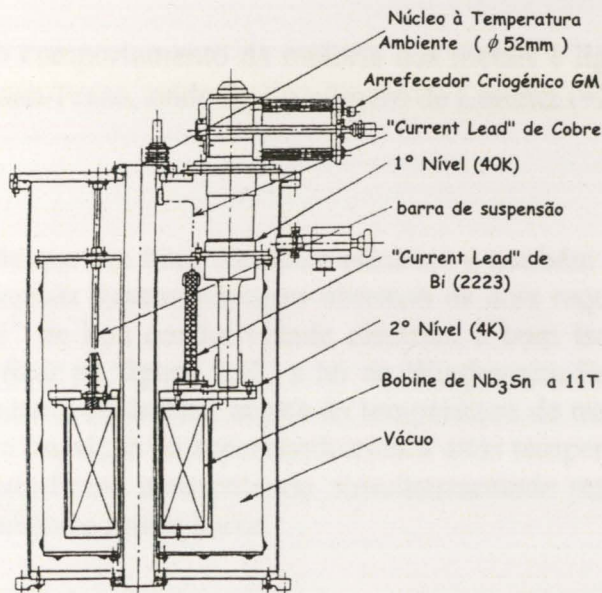
c1)

Figura 1.51 – b) Sistema criostático contendo piscina de hélio com escudo de vácuo e escudo refrigerado (por azoto líquido) com superisolamento (ou não)(de [85]): vg – válvula de vácuo; tp – válvula de transferência; ep – válvula de saída de gases de hélio; np - válvula de saída de gases de nitrogénio; sp – prato de topo; ow – parede exterior do criostato; vc – compartimento de vácuo; N – reservatório de nitrogénio líquido; rp – pratos de radiação; cs – cano cónico; it – tubo de transferência interno; rs – escudos de radiação; He – reservatório de hélio líquido; af – suporte de alumínio; c- bobinas; th – sensor de temperatura ligado ao contentor de hélio; ts – sensor de temperatura ligado ao escudo de radiação; h- resistência aquecedora; ps – interruptor de corrente persistente.

c1) Sistema criostático contendo piscina de hélio líquido com escudos arrefecidos a vapor (baseado em [89]).



c2)



d)

Figura 1.51 – c2) Sistema criostático contendo piscina de hélio líquido com escudos arrefecidos a vapor (baseado em [95]).

d) Sistema criostático “cryogen-free”, constituído só por vácuo e escudos de radiação (baseado em [96]).

1.12 – “CURRENT LEADS”

Para energizar o supercondutor teremos de fornecer corrente eléctrica ao mesmo^{††††}. Esta corrente eléctrica é criada por um gerador de corrente que se encontra à temperatura ambiente. Como o supercondutor se encontra a

^{††††} A intensidade desta corrente eléctrica poderá variar entre os 30A necessários em ímans laboratoriais de pequenas dimensões até aos 75kA necessários para ímans gigantes usados na Física das partículas. No entanto, a diferença de potencial do gerador deverá situar-se apenas entre os 2-6V, no caso de corrente contínua.

temperaturas criogénicas (4.2K na maioria dos casos), temos então necessariamente de fazer uma passagem de corrente eléctrica da temperatura externa para a temperatura criogénica. Esta operação é efectuada pelas denominadas “*current leads*” e implica elevadas trocas de calor, sendo a operação normalmente determinante em termos de custos totais. Na realidade as fugas energéticas devidas às “*current leads*” são as que contribuem maioritariamente para a totalidade das fugas caloríficas verificadas, aumentando de sobremaneira o custo de operação total. Por tudo isto deve desenvolver-se um sistema de “*current leads*” em que se minimizem estas perdas energéticas.

As perdas energéticas provocadas pela operação de transferência de corrente eléctrica são devidas sobretudo a duas fontes: ao calor conduzido através do condutor eléctrico, e à geração de calor devida ao trabalho resistivo originado pela corrente eléctrica ao fluir no condutor eléctrico. Isto significa que a optimização do design de “*current leads*” deverá ter em conta a minimização do valor do coeficiente de transferência de calor k e a minimização do valor da resistência eléctrica k .

Verifica-se que o comportamento da maioria dos metais e ligas é bem descrito pela lei de Wiedemann-Franz, onde L_0 é o número de Lorentz ($=2.45E-8 \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$),

$$k(T)\rho(T) = L_0 T \quad (1.129)$$

traduzindo o facto de que um bom condutor eléctrico é também um bom condutor térmico. Só em materiais supercondutores obtemos os dois requisitos necessários para “*current leads*” de boa condutividade eléctrica e bom isolamento térmico. Como se pode verificar na figura 1.52, a lei de Wiedemann-Franz é válida para metais e supercondutores cerâmicos acima da temperatura de transição. Só abaixo desta temperatura de transição os supercondutores a altas temperaturas se desviam da lei de Wiedemann-Franz apresentando simultaneamente resistividade nula e uma condutividade térmica muito baixa.

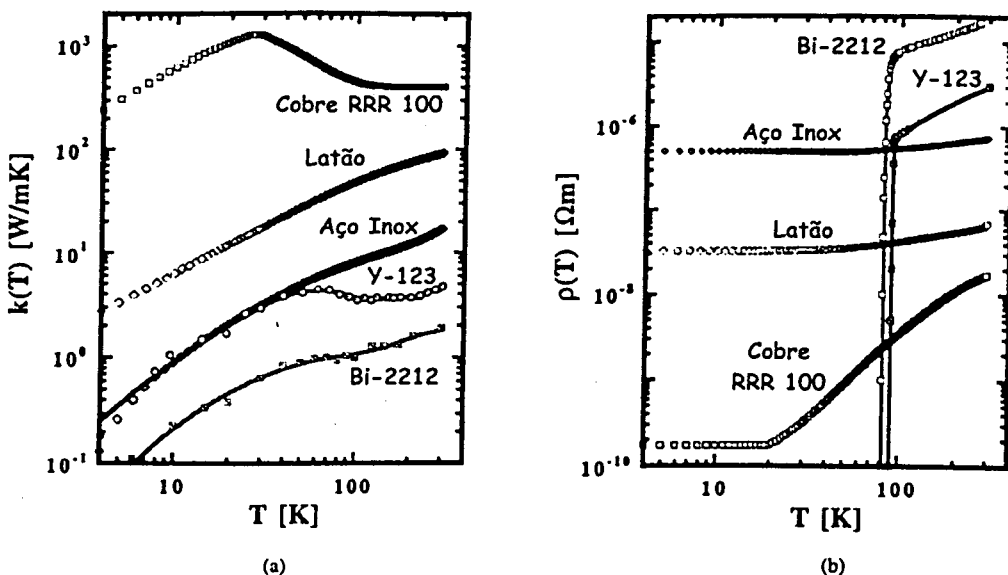


Figura 1.52 – Dependência da condutividade térmica k (a) e da resistividade eléctrica ρ (b) com a temperatura T para diversos materiais. (Baseado em [29]).

A lei de Wiedemann-Franz implica a existência de uma perda energética mínima associada com a transmissão de qualquer corrente, que é praticamente independente do material utilizado (desde que este obedeça à dita lei), o que faz com que a optimização de “current leads” fabricadas em materiais deste tipo dependa praticamente só da geometria da mesma.

São utilizados normalmente três géneros de configuração que minimizam as perdas caloríficas nas “current leads”:

- a) “current leads” de condutor eléctrico metálico arrefecidas a vapor (figura 1.53) – neste modelo, as capacidades caloríficas apresentadas pelo hélio líquido são aproveitadas ao máximo, tendo em vista que embora se necessite apenas de 1J para vaporizar 48mg de He(l), são necessários mais 74J para aquecer esta massa de hélio vaporizada até à temperatura ambiente. Deste modo, proporcionando um espaço entre o condutor eléctrico metálico e as paredes da “current lead” por onde fluirá o hélio vaporizado, obtém-se uma permutação de calor entre o condutor e o gás, que diminuirá a quantidade de calor que chega ao nível do líquido criogénico, diminuindo-se deste modo as perdas energéticas. É o sistema normalmente adoptado em “current leads” que operem a 4.2K.

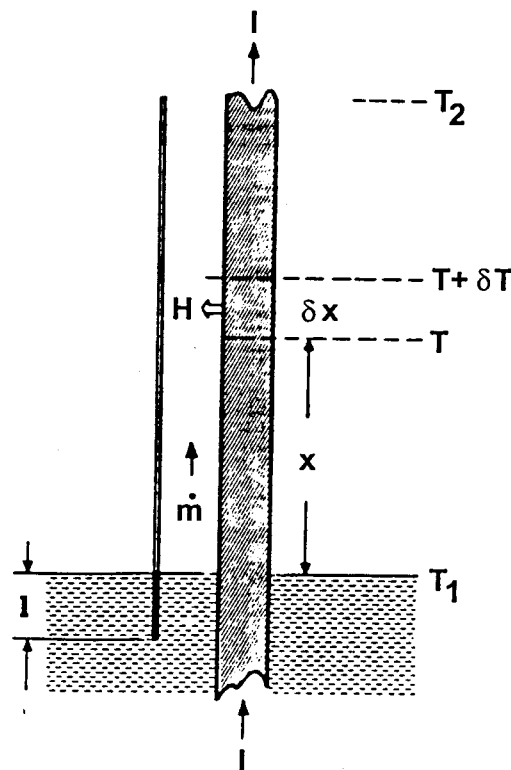


Figura 1.53 – Modelo de “current lead” arrefecida a vapor e feita de condutor eléctrico metálico (baseado em [23]). T_1 e T_2 são respectivamente a temperatura na superfície do líquido criogénico e a temperatura ambiente, δx , δT e H são respectivamente as fracções de comprimento e temperatura e o calor transferido pela porção infinitesimal de condutor em análise, I é a intensidade de corrente em circulação, m é o caudal mássico de líquido criogénico evaporado e l é o altura da porção da parede da “current lead” que se encontra submersa.

- b) “current leads” de condutor eléctrico metálico arrefecidas por condução (figura 1.54) – neste modelo, elimina-se a permutação de calor, sendo o calor totalmente conduzido para o meio criogénico líquido e aí dissipado pela evaporação do fluido criogénico. Se este processo se torna economicamente inviável com a utilização de hélio líquido, já no caso de utilizarmos azoto líquido se torna na melhor opção. Isto deve-se a que o azoto líquido apresenta um calor latente de vaporização dez vezes superior ao hélio líquido sendo ainda da ordem de grandeza da energia necessária para aquecer o gás vaporizado até à temperatura ambiente. Por este motivo o arrefecimento por condução é o sistema normalmente adoptado para “current leads” que trabalhem a 77K.

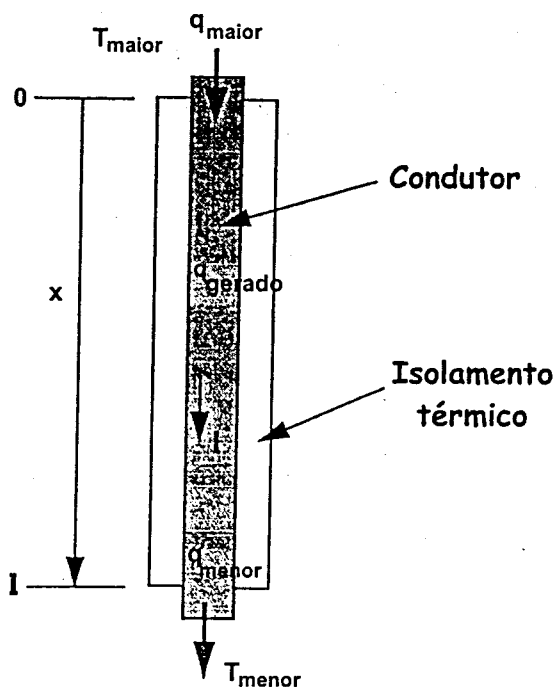


Figura 1.54 - Modelo de “current lead” por condução e feita de condutor eléctrico metálico (baseado em [97]).

- c) “current leads” híbridas metal-supercondutor-de-alta-temperatura-crítica (figura 1.55) – neste modelo, utiliza-se a propriedade da nula resistência eléctrica que os supercondutores apresentam abaixo da temperatura crítica. Adopta-se uma estrutura resultante da junção condutor eléctrico metálico / supercondutor de alta temperatura crítica, cobrindo o condutor metálico a zona de temperaturas compreendidas entre a temperatura ambiente e a crítica, e o supercondutor a zona de temperaturas compreendida entre a temperatura crítica e a temperatura do líquido criogénico. Este tipo de sistema utiliza sempre o arrefecimento a vapor, sendo apenas utilizado em “current leads” que operem a 4.2K.

O sistema da alínea a), é o mais utilizado na prática e o mais desenvolvido tecnologicamente, pelo que se vai aprofundar o seu estudo. Para este caso será

aplicável a lei de Wiedemann-Franz, pelo que tendo em conta a figura 1.53 e fazendo o balanço

$$k(T)A \frac{dT}{dx} \Big|_{x+\delta x} - k(T)A \frac{dT}{dx} \Big|_x - H + \frac{I^2 \rho(T)}{A} dx = 0 \quad (1.130)$$

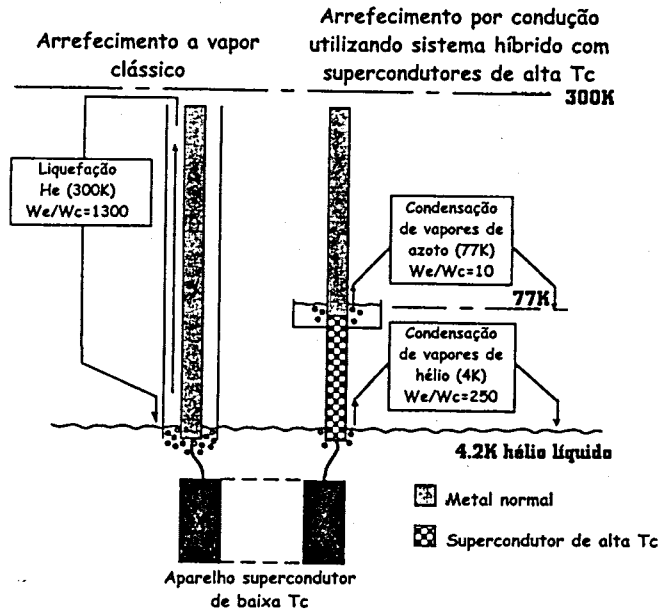


Figura 1.55 - Modelo de "current lead" híbrida metal-supercondutor-de-alta-temperatura-crítica (baseado em [29]).

sendo A a área seccional do fio condutor, T a temperatura, x o nível, I a intensidade de corrente eléctrica fornecida e $H = \int \dot{m} C_p dT$ (onde f é a eficiência do coeficiente de calor, \dot{m} o fluxo mássico de hélio evaporado e C_p o calor específico do gás – pressão constante – considerado como constante).

Aplicando as mudanças de variável

$$dz = \frac{I dx}{k(T)A}, w = \dot{m} C_L, u = \frac{C_p}{C_L} \quad (1.131)$$

sendo C_L o calor latente de vaporização do líquido criogénico, pode então provar-se que^[23],

$$T = T_2 \frac{e^{az} \sin(\beta z)}{e^{az_2} \sin(\beta z_2)} \quad (1.132)$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\beta T_2}{e^{az_2} \sin(\beta z_2)} = \frac{\omega}{I} \quad (1.133)$$

$$\alpha_0 \sin(\beta_0 z_{20}) + \beta_0 \sin(\beta_0 z_{20}) = 0 \quad (1.134)$$

$$\beta_0 z_{20} = \tan(\beta_0 z_{20}) \ln \left(-\frac{2 \cos(\beta_0 z_{20})}{f u T_2} \right) \quad (1.135)$$

$$\cos(\beta_0 z_{20}) = -\frac{\alpha_0}{L_0^{0.5}} \quad (1.136)$$

onde

$$\alpha = \frac{f \omega \omega}{2I}, \beta = \sqrt{(L_0 - \alpha^2)} \quad (1.137)$$

e o coeficiente ω é usado para os valores óptimos, sendo o coeficiente 2 usado para os valores no extremo da "current lead" que se encontra à temperatura ambiente.

Uma vez que para o hélio a 1atm. $C_L = 2.09E4 \text{ Jkg}^{-1}$, sendo $C_p = \bar{C}_p = 5.21E3 \text{ Jkg}^{-1}$, e considerando que $f=1$ e $T_2=300K$, então de (1.135) obtém-se $\beta_0 z_{20} = 2.5512$ e se tivermos em conta (1.136) e (1.137) obtemos $\alpha = 1.3003E-4$, $\beta = 8.7137E-5$ e $\omega_0/I = 1.0432E-3 \text{ W/A}$,^{****} obtendo-se a distribuição de temperaturas apresentada na figura 1.56 traduzida pela equação (calculada a partir de (1.132)),

$$T = 11.972 e^{1.3003 \cdot 10^{-4} z} \sin(8.7137 \cdot 10^{-5} z) \quad (1.138)$$

onde $z_{20} = 2.9278E-4$ foi calculado a partir do conhecimento de β_0 e de $\beta_0 z_{20}$.

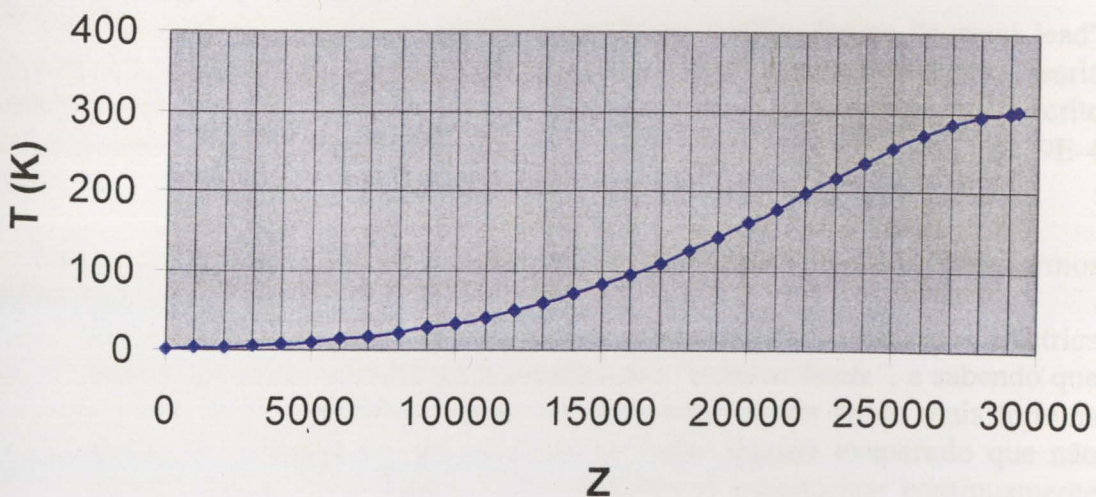


Figura 1.56 – Perfil de temperaturas apresentado por uma "current lead" arrefecida a vapor.

^{****} Se porventura utilizássemos a opção de arrefecimento por condução (b), obteríamos ^[23] $\omega_0/I_0 = \sqrt{L_0 (T_2^2 - T_1^2)} = 46.953E-3 \text{ W/A}$, valor cerca de 45 vezes superior ao da opção (a).

Como o objectivo final é o cálculo de x_{20} , ou seja L (o comprimento otimizado do fio condutor que compõe a “current lead”), teremos de recorrer à transformação de z_{20} em x_{20} ,

$$\frac{Ix}{A} = \int k(T) dz \quad (1.139)$$

e se até este ponto os resultados obtidos são independentes do material que compõe a “current lead”, já não o serão mais, devendo-se então proceder a uma escolha deste material.

Nas figuras 1.57 e 1.58 apresentam-se os perfis de temperatura e sensibilidade de “current leads” feitas de três materiais em relação a uma possível sobreintensidade de corrente. Verifica-se facilmente que dos três o latão é o mais estável e robusto, sendo que o cobre puro apresenta uma sensibilidade extrema bastando uma variação infinitesimal da intensidade de corrente em relação ao valor óptimo para se provocar uma elevada subida na temperatura do material, sendo por isso de evitar na maioria dos casos a sua utilização. Já “current leads” feitas de latão exigem uma área bastante elevada para o condutor, tornando deste modo a “current lead” pesada [29]. O cobre fosforoso desoxidado, apresenta boas características em termos de robustez e um valor de área necessária intermédio, pelo que é vulgarmente utilizado para o fabrico das “current leads”.

Depois de seleccionar o condutor eléctrico que comporá a “current lead” calcula-se K vs z a partir do conhecimento de K vs T , obtendo-se deste modo o perfil T vs x/x_{20} e determinando o valor de $I_0 x_{20}/A$ (que é um parâmetro independente da intensidade de corrente e da geometria da “current lead”, sendo característico do material utilizado), do qual se podem tirar os parâmetros geométricos da “current lead”.

Importa também calcular as perdas energéticas verificadas na “current lead” quando a corrente eléctrica externa se encontra desligada. Baseando-nos na teoria descrita em [23] e adoptando um processo de cálculo equivalente ao descrito anteriormente para a intensidade de corrente óptima, obtemos $\omega'/I_0 = 7.8229E-4$ W/A.

Não se finalizará este sector relativo às “current leads” sem nos debruçarmos sobre alguns pontos práticos importantes:

- *Sistema de protecção* – uma vez que as oscilações de corrente eléctrica podem provocar um sobreaquecimento das “current leads”, e sabendo que o efeito deste sobreaquecimento far-se-á sentir de um modo mais forte na queda de potencial (e não no fluxo de hélio líquido evaporado que não variará muito) – ver figura 1.59 – deveremos monitorizar continuamente esta queda de potencial, atendendo a que no estado otimizado todas as “current leads” apresentam um valor de queda de tensão de 80mV [23].
- *Eficiência de transferência de calor* – em todos os cálculos efectuados previamente, considerou-se a eficiência de transferência de calor como sendo unitária. No entanto, em casos em que as “current leads” são de baixas dimensões ($L < 1m$) tal não acontece, e poderá ser necessário

subdividir o fio condutor em filamentos, de modo a aumentar a superfície de transferência de calor e assim a sua eficiência [23].

- *Refrigeração* – em sistemas de ímãs supercondutores de grandes dimensões pode ser mais económica a utilização de uma refrigeração em circuito fechado do hélio evaporado. Nestes casos os custos de operação das “current leads” não serão medidos em termos de litros de hélio líquido, mas sim em termos de potência consumida pelo refrigerador.

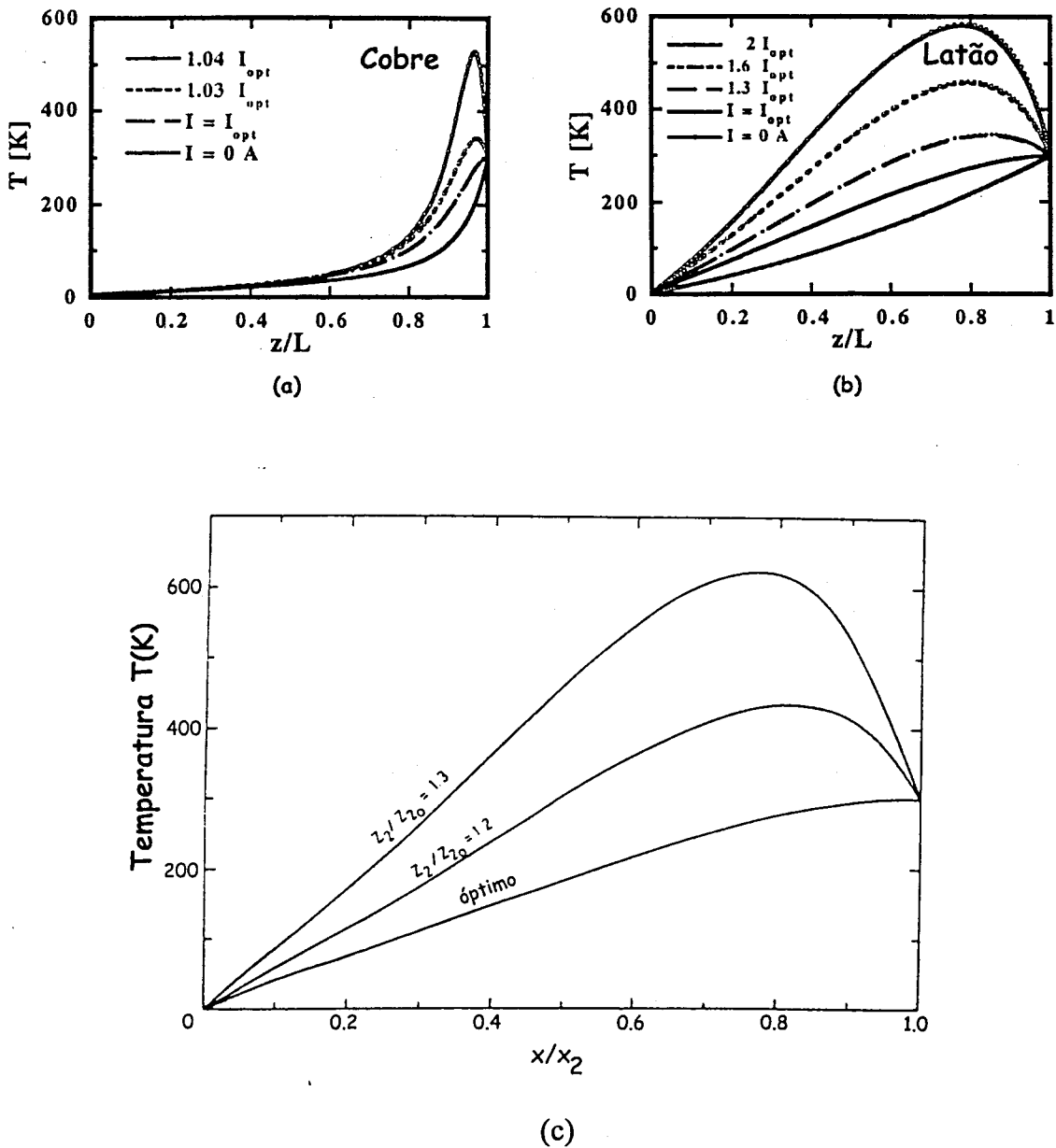
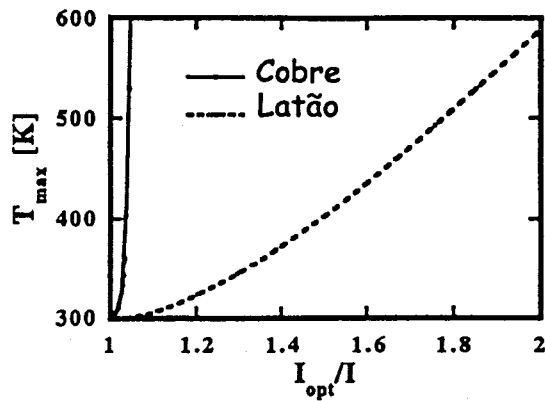
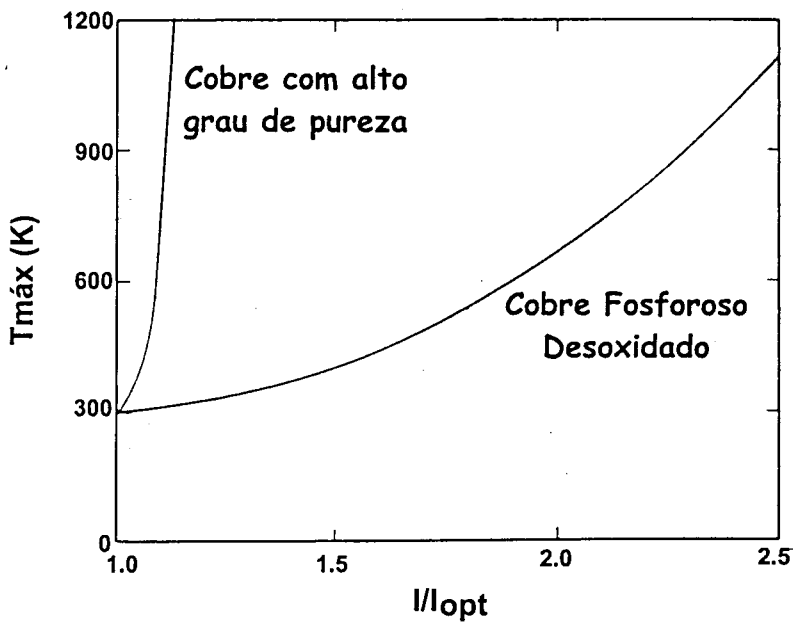


Figura 1.57 – Perfis de temperatura em “current leads” para várias intensidades de corrente, em que o material que constitui o fio condutor é: a) cobre; b) latão; c) cobre fosforoso desoxidado. (Baseados em [29] e [23]).



a)



b)

Figura 1.58 – Sensibilidade a variações de intensidade de corrente observadas em “current leads” feitas de: a) cobre ou latão; b) cobre ou cobre fosforoso desoxidado (baseados em [23] e [29]).

- *Gerador de corrente* – por vezes torna-se mais económica a utilização de geradores de corrente supercondutores que serão mergulhados no contentor de hélio líquido, dispensando-se assim a utilização de “current leads”. Este geradores de corrente supercondutores, encontram-se no entanto ainda em fase de desenvolvimento [23].
- *Formação de gelo* – se na “current lead” circular uma intensidade de corrente abaixo do valor optimizado, existirá a forte possibilidade da formação de gelo na extremidade do condutor que se encontra à temperatura ambiente, originado pelo gradiente de temperaturas geral (em

caso de não circulação de corrente a extremidade apresenta-se fria, mas não gelada). Deste modo deve procurar não se sobredimensionar as “*current leads*”.

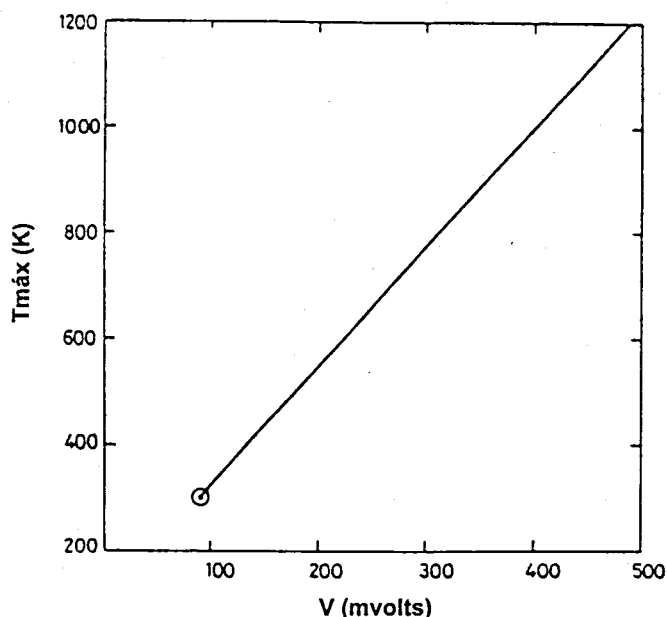


Figura 1.59 – Relação entre o pico da temperatura e a queda de tensão global verificada em “*current leads*” que transportam uma intensidade de corrente em excesso. O ponto dentro do círculo corresponde ao ótimo. (Baseado em [23]).

1.13 – INTERRUPTORES DE CORRENTE PERMANENTE

Existem casos em que é vantajoso manter a corrente a circular por um período indefinido de tempo. Esta corrente denomina-se *corrente persistente* ou *corrente permanente*. Para a obter adiciona-se em paralelo um segmento supercondutor conjuntamente com uma resistência a ele associada, no circuito entre as “*current leads*” e ainda no meio criogénico (figura 1.60). No modo de alimentação externa,

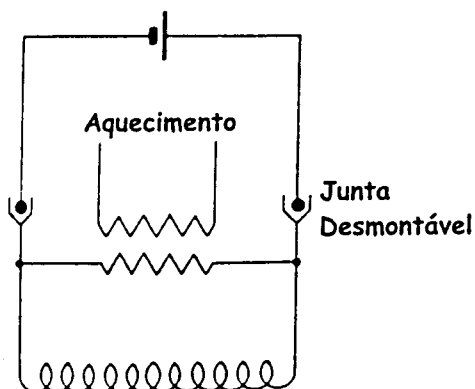


Figura 1.60 – Esquema do funcionamento de um interruptor de corrente permanente. (Baseado em [23]).



a resistência aquece o segmento supercondutor que não conduzirá, deste modo, nenhuma corrente eléctrica. Caso se pretenda trabalhar no modo de corrente persistente anula-se a circulação de corrente na resistência, adquirindo deste modo o segmento propriedades supercondutoras, fechando o circuito eléctrico; em seguida retiram-se as “*current leads*” desmontando-se as mesmas pelas juntas, uma vez que já não são necessárias, pois o sistema mantém-se por ele sem descaimento de corrente (se as junções do sistema forem perfeitas).

Com este tipo de correntes eliminam-se as perdas caloríficas devidas às “*current leads*”.

1.14 - PRINCÍPIOS DA SEPARAÇÃO MAGNÉTICA

A separação magnética consiste no aproveitamento da diferença nas propriedades magnéticas dos materiais, para os poder separar (ver capítulo 2). Esta separação é conseguida pela provocação de uma competição entre três classes de forças, como pode ser apreciado na fig. 1.61 (baseada no já famoso diagrama de Oberteuffer ^[98]).

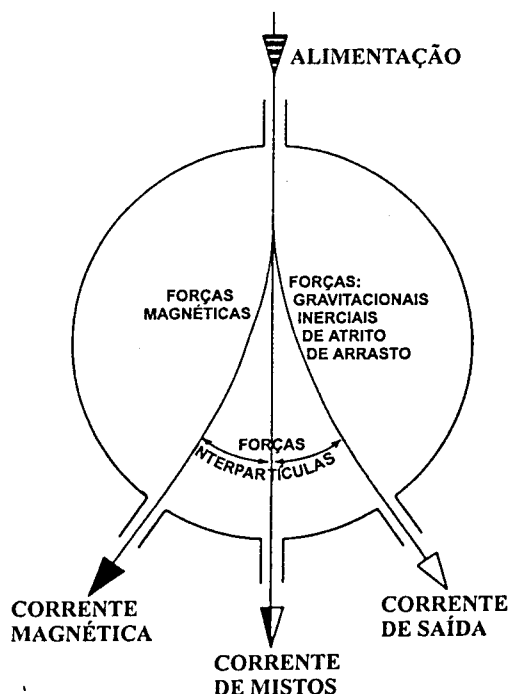


Figura 1.61 - Esquema representando os princípios dum separador magnético. (Baseado em [25] e [98].)

Num sistema de separação magnética existirá um balanço entre a força magnética e as forças gravíticas, inerciais e/ou de atrito, que, normalmente, se oporão à força magnética na sua acção de atracção de materiais magnéticos.

A separação processar-se-á provocando 3 tipos de correntes - a corrente magnética, a corrente de mistos e a corrente da cauda-, se se verificarem as

condições necessárias (mas não suficientes) de que a força magnética actuante nas partículas mais magnéticas - F_{mag}^m - tem de ser superior à soma das forças que competem com ela - F_e^{im} -, e de que a força magnética actuante nas partículas menos magnéticas - F_{mag}^n - tem de ser inferior à soma das forças que com ela competem - F_e^{in} -, ou seja ^[99],

$$F_{mag}^m \geq \sum_i F_e^{im} \quad (1.140)$$

$$F_{mag}^n \leq \sum_i F_e^{in} \quad (1.141)$$

Pode-se, medir a eficiência da separação magnética por dois parâmetros ^[25],
^[98] §§§§

→ a *recuperação*, que pode ser definida como a razão entre o material mais (menos) magnético na corrente magnética, em relação ao que entra na alimentação - R_m (R_{nm}).

→ o *grau de pureza*, que pode ser definido como a fracção de material mais (menos) magnético na corrente magnética - G_m (G_{nm}).

Estas definições podem ser equacionadas em termos de probabilidade, obtendo-se:

$$G_m = \frac{R_m}{R_m + AR_{nm}} \quad (1.142)$$

sendo R_{nm} a *recuperação de partículas mais magnéticas na corrente magnética*, R_m a *recuperação de partículas menos magnéticas na corrente magnética*, e A a *razão mássica entre as partículas menos magnéticas e as mais magnéticas na corrente de alimentação*. Normalmente R_m e R_{nm} , dependem de forma complicada das variáveis de operação do processo de separação ^[25], ^[98]. Esta dependência pode ser descrita supondo que se encontra relacionada com a razão entre a força magnética (F_{mag}^m ou F_{mag}^n) e as forças que competem com ela ($\sum_i F_e^{im}$ ou $\sum_i F_e^{in}$).

Se considerarmos esta relação como linear e K como a sua constante de proporcionalidade,

$$R_m = K \frac{F_{mag}^m}{\sum_i F_e^{im}} \quad (1.143)$$

A expressão de R_{nm} será mais complicada, pois trata-se da possibilidade da existência de partículas menos magnéticas entranhadas na corrente magnética ^[25],

§§§§ Os parêntesis aparecem nestas definições, uma vez que a recuperação e o grau de pureza interessam quando aplicados em relação à substância que estamos interessados em recuperar, que tanto pode ser a parte mais magnética ou a parte menos magnética.

$$R_{nm} = K'R_m \frac{F_i^m}{\sum_i F_e^{im}} \quad (1.144)$$

sendo K' a constante de proporcionalidade (mais uma vez se considera a dependência linear) e F_i^m representa as forças de interacção entre as partículas, que atraem, no cômputo geral, para a corrente magnética, as partículas menos magnéticas.

Substituindo agora (1.143) e (1.144) em (1.142),

$$G_m = \frac{1}{1 + AK' \frac{F_i^m}{\sum_i F_e^{im}}} \quad (1.145)$$

De (1.143) e (1.145), verifica-se que a recuperação aumenta com o aumento da força magnética e com o abaixamento das forças que competem com ela, enquanto que o grau de pureza aumenta com a diminuição das forças interpartículas de atracção para a corrente magnética, e com o aumento das forças de competição com a força magnética.

Existe ainda um outro parâmetro de medição da eficiência de um separador magnético que é a *razão de desempenho*, e que pode ser definida considerando que só partículas magnéticas do mesmo tamanho e forma entram na alimentação. Então a *razão de desempenho* (Π) será dada pela razão N_{ent}/N_{sai} , sendo N_{ent} o número de partículas mais magnéticas que entram no separador e N_{sai} o número de partículas que sai pela corrente de cauda, podendo definir-se a *razão de desempenho*,

$$R_m = 1 - \Pi \quad (1.146)$$

1.14.1 - FORÇAS MAGNÉTICAS PRESENTES NUM SEPARADOR MAGNÉTICO

A) TEORIA CLÁSSICA

Uma partícula magnética colocada numa determinada posição de um campo magnético, tem uma energia potencial magnética, E , que é dada por ^[100],

$$E = \frac{\mu_0}{2} \int_{V_p} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} dV \quad (1.147)$$

sendo μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, M a magnetização da partícula e H a intensidade do campo magnético exercido sobre a partícula de volume V_p .

Se esta partícula estiver num campo magnético constante em todas as direcções, esta energia potencial magnética será igual em qualquer ponto do campo, sendo nulo o trabalho magnético efectuado pela partícula ao deslocar-se para outro ponto do campo. No caso do campo não ser uniforme, uma deslocação de uma partícula produz um trabalho magnético, resultante da variação da energia potencial

magnética. Considerando F_m como a força magnética responsável pelo trabalho magnético,

$$F_m dl = -dE \quad (1.148)$$

onde o sinal negativo aparece, pois a força magnética tem um sentido contrário ao de E .

Tendo em vista as eq. (1.147) e (1.148),

$$F_m = \frac{\mu_0}{2} \bar{\nabla} \int_{V_p} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} dV \quad (1.149)$$

sendo $\bar{\nabla}$ o operador *del* (gradiente) definido como

$$\bar{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (1.150)$$

Se a partícula for pequena [15], [98], [100] ou de formato adequado [L15], então quaisquer que sejam as suas propriedades magnéticas, a sua magnetização e o campo magnético que actua em si, podem ser considerados como uniformes em todo o material, e (1.149) transforma-se em

$$F_m = \frac{\mu_0 V_p}{2} \bar{\nabla} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) \quad (1.151)$$

A equação (1.151) é válida para partículas paramagnéticas e diamagnéticas, independentemente do seu tamanho. Como foi visto anteriormente, para partículas paramagnéticas e diamagnéticas,

$$\kappa = \frac{M}{H} \quad (1.7)$$

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho} \quad (1.8)$$

pelo que *****,

$$\mathbf{M} = \rho \chi \mathbf{H} \quad (1.152)$$

e substituindo em (1.151),

$$F_m = \frac{m \mu_0 \chi}{2} \bar{\nabla} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) = \frac{m \mu_0 \chi}{2} \bar{\nabla} (H^2) \quad (1.153)$$

**** χ neste capítulo representa: $\chi = \chi_p - \chi_m$, onde χ_p representa a susceptibilidade magnética mássica da partícula e χ_m a susceptibilidade magnética mássica do meio.

onde

$$H^2 = \mathbf{H} \cdot \mathbf{H} = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2 \quad (1.154)$$

logo,

$$\mathbf{F}_m = m\mu_0\chi\mathbf{H}\nabla\mathbf{H} \quad (1.155)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\nabla\mathbf{H} = & \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + H_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \mathbf{i} + \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial y} + H_y \frac{\partial H_y}{\partial y} + H_z \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \mathbf{j} + \\ & + \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial z} + H_y \frac{\partial H_y}{\partial z} + H_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (1.156)$$

Na prática utiliza-se a indução magnética em vez da intensidade de campo magnético e (1.155) fica,

$$\mathbf{F}_m = \frac{m\chi}{\mu_0} \mathbf{B}\nabla\mathbf{B} \quad (1.157)$$

A força magnética tem o sentido do gradiente do campo magnético^{[12], [16]}.

O produto $\mathbf{B}\nabla\mathbf{B}$ denomina-se *índice de força magnética*^[100], e é o aspecto central da força magnética.

Na prática, verifica-se que^[101] se o campo magnético se distribuir uniformemente, as partículas magnéticas sofrerão um binário que as orienta no sentido do campo, mas não se movimentarão (ver fig. 1.62). Criando um gradiente de campo - como por exemplo, o apresentado na figura 1.62 - verifica-se que além do binário de alinhamento, a partícula sofre uma força no sentido do crescimento positivo do gradiente de campo.

O gradiente de campo magnético à medida que o volume V das partículas a serem separadas diminui, torna-se cada vez mais importante. Altos gradientes de campo magnético são necessários para a produção de forças elevadas em partículas de pequenas dimensões, de modo a se poder efectuar uma separação das mesmas.

A grandeza do campo magnético encontra a sua grande relevância sobretudo em materiais paramagnéticos, uma vez que a magnetização neste tipo de materiais magnéticos é influenciada pelo valor da intensidade do campo magnético.

Poder-se-ia supor, que sempre que aumentássemos a intensidade de campo magnético e assim a indução magnética, estaríamos a aumentar também o gradiente de campo magnético, e em consequência o índice de força magnética. Ora, o que acontece na realidade, é o representado na fig. 1.63, ou seja, podemos

ter na prática três tipos distintos de comportamento, correspondendo a três características do campo magnético diferentes: campo magnético *anadinâmico*, *isodinâmico* ou *catadinâmico*. Aqui não vamos explicar as razões e características destes tipos de campos, mas o leitor interessado em tal poderá ler artigos como por exemplo [102] e [103].

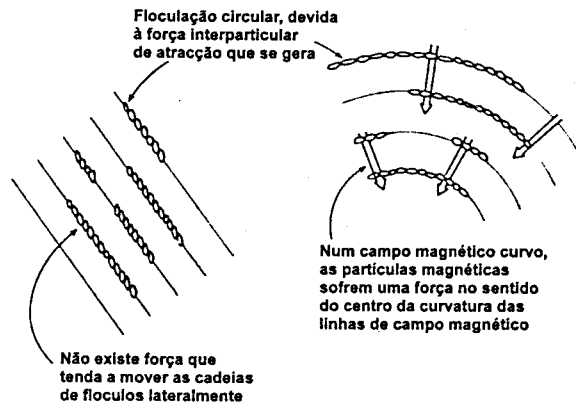


Figura 1.62 - Influência do gradiente de campo no comportamento de partículas magnéticas num campo magnético.(Baseado em [101].)

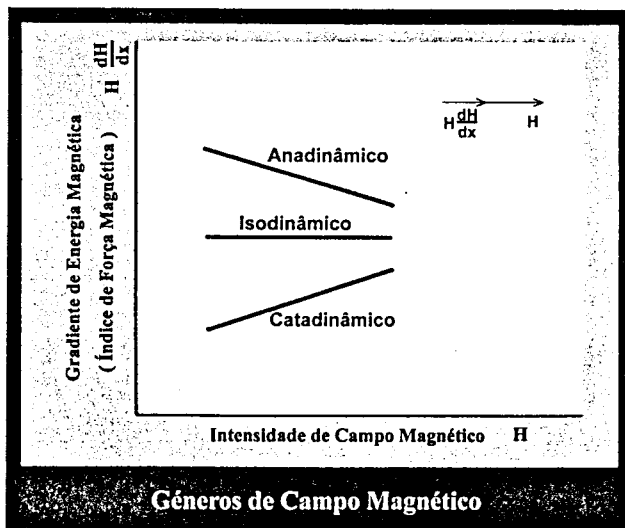


Figura 1.63 - Tipos de campo magnético.(Baseado em [102] e [103].)

A1) Teoria de Hopstock para partículas ferromagnéticas

Hopstock^[15] deduziu através da aplicação da teoria do campo de desmagnetização, que para partículas elipsoidais ferromagnéticas,

$$\begin{cases} F_x = \mu_0 V_p M_{sat,x} \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \Leftarrow H > DM_{sat} \\ F_x = \mu_0 V_p \left(D_x^{-1} H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + D_y^{-1} H_y \frac{\partial H_y}{\partial y} + D_z^{-1} H_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \Leftarrow H \leq DM_{sat} \end{cases} \quad (1.158)$$

sendo D o campo magnético de desmagnetização, D_x , D_y e D_z as suas componentes segundo cada eixo e M_{sat} a magnetização de saturação.

Hopstock^[15] deduziu ainda que para mistura de partículas,

$$F_x = \mu_0 m M_{s,x} \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \quad (1.159)$$

sendo m a massa da partícula.

B) TEORIA DE HENJES^[104]

Henjes, no seu artigo de 1994^[104], baseando-se em recentes desenvolvimentos na teoria de fluidos magnéticos, afirma que a teoria clássica, e as equações-base (1.147) e (1.149), só são validas para $\chi \ll 1$, uma vez que se consideram na teoria clássica, como desprezáveis as contribuições de ordem χ^2 .

Henjes sugere a seguinte equação-base,

$$F_m = \int_{V_p} \mu_0 \cdot M \nabla H_{tot} dV + \oint_S \frac{\mu_0}{2} \cdot M_n^2 df \quad (1.160)$$

sendo V_p o volume da partícula, M a sua magnetização e H_{tot} o campo magnético dentro da partícula, diferindo do campo externo aplicado por um factor de desmagnetização dependente da forma da partícula. M e H_{tot} são assumidos como paralelos, caso contrário terá de se substituir $M \nabla H_{tot}$ por $M_j \nabla H_{tot j}$, em que só contribui a componente de M paralela a H_{tot} . M_n é a componente de magnetização normal à superfície S da partícula magnética (ver fig. 1.64), sendo o seu quadrado integrado sobre a superfície S , onde $df = \mathbf{n} \cdot d\mathbf{f}$ aponta para fora da partícula.

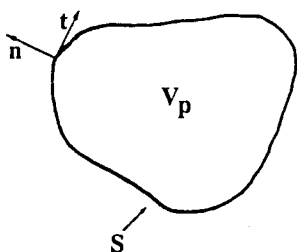


Figura 1.64 - Representação de uma partícula magnética genérica de volume V_p e de superfície S , apresentando-se os vectores \mathbf{n} e \mathbf{t} , que representam o vector local normal à superfície, e o vector local tangencial à superfície. (Tirado de^[104].)

O primeiro termo da equação (1.160) é o que se apresenta na teoria clássica, e que é facilmente confirmado por intuição, enquanto o segundo termo anisotrópico (de área) é ignorado na teoria clássica e já não é tão intuitivo. Este último termo deve a sua existência ao facto de \mathbf{H} não ser contínuo na superfície da partícula, o que leva a que $\nabla\mathbf{H}$ seja uma função mal comportada e mal definida.

Como,

$$\mathbf{M}^2 = M_n^2 + M_t^2 \quad (1.161)$$

e,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} \quad (1.5)$$

(1.160) transforma-se em

$$\mathbf{F}_m = \int_{V_p} \mathbf{M} \nabla \mathbf{B} dV - \oint_s \frac{\mu_0}{2} M_t^2 d\mathbf{f} \quad (1.162)$$

sendo M_t a componente da magnetização tangencial à superfície da partícula magnética.

Para casos em que $\chi \ll 1$, os efeitos de desmagnetização podem ser desprezados, e a equação (1.160) assume a forma da equação (1.155), uma vez que o segundo termo de (1.160) é da ordem de grandeza de χ^2 , e pode portanto ser desprezado.

Para $\chi \gg 1$ (casos de material de forte magnetização), o valor do segundo integral de (1.160) sobrepõe-se ao primeiro, e a equação (1.160) tende para,

$$\mathbf{F}_m^{\text{forte}} = \oint_s \frac{\mu_0}{2} M_n^2 d\mathbf{f} \quad (1.163)$$

Este integral será, neste caso, diferente de zero pois a magnetização não é uniforme dentro da partícula.

Para partículas supercondutoras ideais $\chi = -1$ e $\mathbf{B} = 0$. Então^{††††},

$$\mathbf{F}_m^{\text{supercondutores}} = - \oint_s \frac{\mu_0}{2} M_t^2 d\mathbf{f} \quad (1.164)$$

^{††††} É de notar que embora as equações (1.160) e (1.161) apareçam na forma mais geral e portanto algo complicada, elas conduzem a resultados muito semelhantes aos casos das partículas paramagnéticas. De facto, para uma esfera (factor de desmagnetização igual a 2), a equação (1.155) reduz-se a^[12]

$\mathbf{F}_{m,\text{esfera}}^{\text{para}} = \kappa V_p \mu_0 \mathbf{H} \nabla \mathbf{H}$ para uma partícula paramagnética, enquanto que (1.160) se reduz a^[104]

$\mathbf{F}_{m,\text{esfera}}^{\text{forte}} = 3 V_p \mu_0 \mathbf{H} \nabla \mathbf{H}$ para uma partícula que sofre forte magnetização, e a eq. (1.161) se reduz a

^[104] $\mathbf{F}_{m,\text{esfera}}^{\text{super}} = - \frac{3}{2} V_p \mu_0 \mathbf{H} \nabla \mathbf{H}$.

Finalmente, a força em partículas ferromagnéticas^{****},

$$F_m = \int_{V_p} \mu_0 \cdot M_j \nabla H_j dV \quad (1.165)$$

As equações genéricas (1.160) e (1.162) não são válidas se o fluxo transportador for um meio de susceptibilidade magnética não desprezável χ_0 . Na maioria dos casos, porém, a susceptibilidade magnética do meio é fraca ($\chi_0 \ll 1$), e assim, pode-se substituir a eq. (1.160) por,

$$F_m = \int_{V_p} \mu_0 M \nabla H_{tot} dV + \oint_S \frac{\mu_0}{2} M_n^2 df - V_p \chi_0 H \nabla H \quad (1.166)$$

1.14.2 - FORÇAS QUE INTERACTUAM NUM SEPARADOR MAGNÉTICO COM AS FORÇAS MAGNÉTICAS

Para além da força magnética, entram em jogo num separador magnético, outro tipo de forças, sendo os 5 grupos principais: as forças gravitacionais, as forças de inércia, as forças de atrito, as forças de arrasto e as forças interpartículas.

A) FORÇAS GRAVITACIONAIS

A força da gravidade é dada por,

$$F_g = V_p \rho_p g = m_p g \quad (1.167)$$

sendo F_g a força da gravidade, V_p o volume da partícula, ρ_p a massa específica da partícula e g a aceleração da gravidade.

Em meios em que a partícula se encontra submersa num fluido, existe a chamada força de impulsão (ou de imersão, ou de flutuação) que vai actuar no sentido inverso ao da força da gravidade. Do balanço entre estes dois tipos de forças resulta ^{[105], [106]},

$$F_g = V_p (\rho_p - \rho_f) g \quad (1.168)$$

sendo ρ_f a massa específica do fluido.

B) FORÇAS INERCIAIS

Este tipo de forças são fictícias, só surgem quando se considera um referencial fixo e fora do sistema.

A expressão das forças inerciais depende do próprio sistema de separação magnética. Se em separadores tipo tambor ou ciclónicos é normal encontrar a

^{****} A partícula aqui é assumida como tendo uma magnetização constante, o que leva a que a única contribuição presente seja a do primeiro termo da eq. (1.160).

força centrífuga como força inercial ^[107-109], já em separadores supercondutores de fluxo de ar invertido ^[106], estas forças inerciais serão de outro tipo.

A força centrífuga F_c é normalmente representada pela seguinte equação ^[107]

$$F_c = V_p \frac{(\rho_p - \rho_f)}{r} v_{pt}^2 \quad (1.169)$$

sendo v_{pt} a velocidade da partícula na direcção tangencial ao movimento circular e r a distância radial entre a partícula e o centro geométrico do separador ^[107] ou do íman criador do campo magnético ^[100]. A direcção desta força é normalmente perpendicular ao movimento e tem sentido igual ao do sentido de aumento de raio, (e não no sentido e direcção de v_{pt}).

Zhou *et al.* ^[106] no estudo de um separador magnético supercondutor de fluxo de ar invertido, sugerem como força inercial F_i ,

$$F_i = V_p \rho_p \frac{dv_p}{dt} \quad (1.170)$$

sendo v_p a velocidade das partículas e t o vector tempo. Esta expressão também é sugerida por Cummings *et al.* ^[105], para a separação por matriz.

Para um melhor entendimento sobre a natureza deste tipo de forças, sugere-se uma consulta a [110].

C) FORÇAS DE ATRITO

Dentro deste tipo de forças é frequente incluírem-se as forças de arrasto. Estas, no entanto, são de natureza diferentes, pelo que o mais correcto é considerá-las separada e diferentemente.

As forças de atrito são resultantes da oposição ao movimento exercida por um material sobre um outro, pelo que só estarão presentes em separadores que apresentem essas características pelo menos nalguma fase da separação.

Existem dois tipos de atrito: o *atrito estático* - quando os materiais em contacto mútuo se encontram em repouso - e o *atrito cinético* - quando, pelo menos, um dos materiais se encontra em movimento. As fórmulas que os traduzem são,

$$F_a \leq \mu_e N \quad (1.171)$$

para o atrito estático, onde μ_e é o coeficiente de atrito estático, F_a é a força de atrito - a força necessária para iniciar o movimento de um material sobre o outro, no caso em que a eq. (1.171) se torna uma igualdade -, e N é a força que comprime os dois materiais um contra o outro - sendo por isso a normal à superfície do material que está debaixo -, e, por outro lado,

$$F_a = \mu_c N \quad (1.172)$$

para o atrito cinético, sendo μ_c o coeficiente de atrito cinético.

Em ^[13] apresentam-se muitos valores destes dois coeficientes para diversos tipos de material.

A explicação do fenómeno do atrito encontra-se bem desenvolvida em [110], onde também são apresentados alguns valores para os coeficientes de atrito e um método de medição do atrito estático (através da utilização de um plano sucessivamente mais inclinado).

Normalmente, $\mu_e > \mu_c$, $\mu_e < 1$ e $\mu_c < 1$.

D) FORÇAS DE ARRASTO

As forças de arrasto são difíceis de determinar para partículas com movimento rápido e de forma irregular ^[100].

A fórmula geral deste tipo de forças é

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A_p \rho_f (v_p - v_0)^2 \mathbf{i}_{v_p - v_0} \quad (1.173)$$

sendo F_d a força de arrasto, C_d o coeficiente de arrasto, A_p a área projectada, ρ_f a massa específica do fluido, v_p a velocidade da partícula, v_0 a velocidade do fluido, e $\mathbf{i}_{v_p - v_0}$ o versor no sentido do movimento da partícula relativo ao movimento do fluido. A área projectada é definida como a área resultante da projecção da partícula no plano perpendicular ao sentido do movimento. Note-se que ter $v_p - v_0$ ou $v_0 - v_p$ na equação produz o mesmo efeito em termos de valores numéricos, uma vez que essa diferença se encontra elevada ao quadrado. Normalmente costuma representar-se conforme o movimento da partícula é superior ao movimento do fluido ou não, por $v_p - v_0$ ou $v_0 - v_p$, respectivamente.

A força de arrasto numa partícula movimentando-se num fluido é dependente das condições do fluido que o envolve, definidas pelo número de Reynolds modificado, Re_x , que é por sua vez definido como,

$$Re_x = \frac{\rho_f d_p |v_0 - v_p|}{\mu_v} \quad (1.174)$$

sendo μ_v a viscosidade do fluido e d_p o diâmetro da partícula.

Costuma dividir-se a gama de valores de Reynolds em regiões, uma vez que cada região apresenta um comportamento típico. A fronteira entre essas regiões nem sempre é clara dependendo das características de cada sistema.

Normalmente para $Re_x \leq 0.2$, o fluido comporta-se de maneira *laminar (ou stokesiana)*, e para $Re_x \geq 50000$, o *fluxo é turbulento ou Newtoniano* ^[100]. A região $0.2 \leq Re_x \leq 50000$, é a chamada *zona intermediária ou de transição*.

Os problemas no cálculo da fórmula geral (1.173) residem no valor do coeficiente de arrasto e da área projectada. De facto, as partículas podem apresentar várias formas podendo ser ainda irregulares, e a dependência com o modo como elas se encontram alinhadas contra o fluido também terá de ser considerada ^{[100], [111]}.

Vamos iniciar o nosso estudo pela forma mais simples, que é a forma esférica.

D1) Partículas esféricas

Esta é a forma mais simples em termos de análise das forças de arrasto, uma vez que não é irregular e a sua área de projecção é sempre a mesma, independentemente do modo como se encontra alinhada com o fluido.

Vários estudos foram efectuados, quanto à dependência do valor do C_d com o valor de Re_x [112], [113] e verificou-se a dependência apresentada na fig. 1.65.

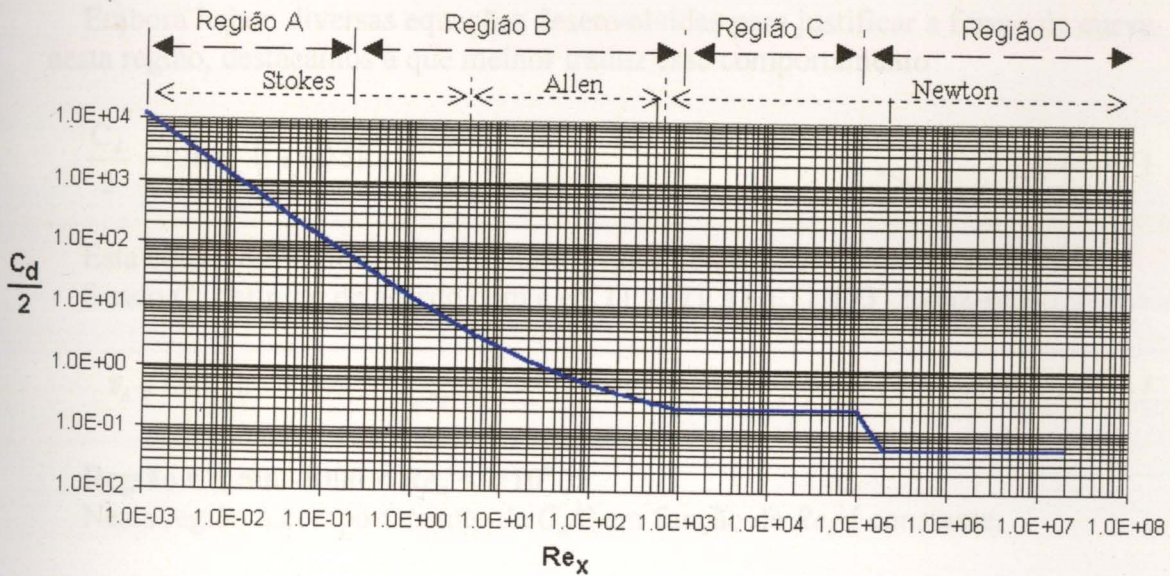


Figura 1.65 - Representação logarítmica da dependência do coeficiente de arrasto C_d com o valor do número de Reynolds modificado Re_x , para o caso de uma partícula esférica. A divisão da mesma pode ser efectuada quer em 4 regiões quer em 3. (Baseado em [112], [113].)

A curva $C_d=f(Re_x)$ para este caso é normalmente dividida em 4 regiões^[112]: A) $Re_x < 0.2$; B) $0.2 < Re_x < 1000$; C) $1000 < Re_x < 10^5$; D) $Re_x > 10^5$, embora como representado na fig. 1.65, também se divida em três de acordo com as leis de arrasto que aí se aplicam.

Vários investigadores sugeriram diferentes equações para justificar a forma da curva em cada uma das regiões. Aqui, apenas se vão apresentar as mais relevantes (para um estudo mais alargado, consultar, por exemplo, [112] e [113]).

Região A ($10^{-4} < Re_x < 0.2$):

Nesta região a curva na escala logarítmica aproxima-se de uma linha recta,

$$\frac{C_d}{2} = 12Re_x^{-1} \quad (1.175)$$

Lembrando que para uma esfera a área de projecção $A_p = \frac{\pi}{4} d_p^2$, sendo d_p o diâmetro da mesma, a eq. (1.175) reduz-se a

$$F_d = 12Re_x^{-1} \frac{\pi}{4} d_p^2 \rho_f (v_p - v_0)^2 \Leftrightarrow F_d = 3\mu_v d_p \pi (v_p - v_0) \quad (1.176)$$

Esta equação, que se aplica para esferas submersas em fluidos com escoamento laminar, é a chamada *equação de Stokes*.

Região B ($0.2 < Re_x < 500-1000$):

Embora hajam diversas equações desenvolvidas para justificar a forma da curva nesta região, destacamos a que melhor traduz esse comportamento

$$\frac{C_d}{2} = 12Re_x^{-1} (1 + 0.15Re_x^{0.687}) \quad (1.177)$$

Esta equação é válida até Re_x atingir o valor de cerca de 800.

Sendo C_d definido de acordo com a eq. (1.177), a eq. (1.173) reduz-se a,

$$F_d = 12Re_x^{-1} (1 + 0.15Re_x^{0.687}) \frac{\pi}{4} d_p^2 \rho_f (v_p - v_0)^2 \Leftrightarrow F_d = 3\mu_v d_p \pi (v_p - v_0) (1 + 0.15Re_x^{0.687}) \quad (1.178)$$

Região C ($500-1000 < Re_x < 2 \cdot 10^5$):

Nesta região o comportamento de $C_d/2$ em função de Re_x é constante,

$$\frac{C_d}{2} = 0.22 \Leftrightarrow C_d = 0.44 \quad (1.179)$$

logo, da eq. (1.173),

$$F_d = 0.22 \frac{\pi}{4} d_p^2 \rho_f (v_p - v_0)^2 = 0.055 d_p^2 \rho_f \pi (v_p - v_0)^2 \quad (1.180)$$

Região D ($Re_x > 2 \cdot 10^5$):

Nesta região o comportamento de $C_d/2$ em função de Re_x também é constante, só que com um valor bastante mais baixo que o correspondente à região C,

$$\frac{C_d}{2} = 0.05 \Leftrightarrow C_d = 0.1 \quad (1.181)$$

e assim da eq. (1.173),

$$F_d = 0.05 \frac{\pi}{4} d_p^2 \rho_f (v_p - v_0)^2 = 0.0125 d_p^2 \rho_f \pi (v_p - v_0)^2 \quad (1.182)$$

D2) Partículas com outras formas

Para o caso de partículas não esféricas - a maioria dos casos, na prática -, a determinação dos valores de C_d e A_p , logo da força de arrasto, complica-se deveras. Devido à forte dependência destes com a forma, rugosidade e rotação da

partícula - uma vez que a rotação origina que ao longo do escoamento, a partícula apresente diversas áreas de projecção - ^[111], torna-se quase impossível, arranjar algum factor de forma que possa modelizar o sistema em torno de uma expressão genérica.

Um dos processos mais comuns para contornar estas dificuldades é o de tentar conjugar os vários diâmetros da partícula ^[114], de modo a se conseguir obter, quer um factor de forma ^[114], quer um valor de diâmetro, o qual se a partícula fosse esférica apresentando este valor como diâmetro, daria uma área de projecção com o mesmo valor algébrico da área real ^{[100], [114]}.

Neste aspecto, podemos destacar a análise feita por Heywood ^{[112], [100]}, que determinou as expressões da área de projecção e do diâmetro, para partículas de forma arredondada, com base nas suas principais dimensões perpendiculares entre si, l_p e b_p ,

$$A_p = 0.77 l_p b_p \quad (1.183)$$

$$d_p = \sqrt{\frac{4}{\pi} A_p} \quad (1.184)$$

Estas equações coadunam-se com a prática, principalmente na zona de transição (regime intermédio) ^[100].

A situação mais frequente porém é a de se terem de realizar experiências de modo a poder determinar a dependência de $C_d/2$ com Re_x para as partículas do sistema em consideração. A forma da curva dessa dependência, a não ser para partículas de forma muito esotérica, não deverá ser muito diferente da obtida para partículas esféricas, pelo menos no concerne às expressões e divisão em regiões do gráfico ^[112].

Teremos, deste modo, as mesmas regiões, e aceita-se que na região A, a dependência seja da forma ^[112]
















$$\frac{C_d}{2} = k Re_x^{-1} \quad (1.185)$$

enquanto que na zona C o valor será constante ^[112],

$$\frac{C_d}{2} = k \quad (1.186)$$
















Nas tabelas 1.11 e 1.12, apresentam-se alguns valores de k para várias formas das partículas.

Em [113] e [115] encontram-se vários gráficos com a dependência do valor de $C_d/2$ com o Re_x , para vários tipos de sistemas e de partículas. Em [100] encontram-se várias referências sobre o assunto.

FORMA	ORIENTAÇÃO	C_D	FORMA	ORIENTAÇÃO	C_D
Prato: circular		2.0	Cilindro		1.2 ^(b) e 0.3 ^(c)
Quadrado		1.08-1.24 ^(a)	Elipses: 2:1 4:1 8.1		0.6 ^(b) e 0.2 ^(c)
Meio Cilindro		1.7			0.35 ^(b) e 0.1 ^(c)
		1.2			0.28 ^(b) e 0.1 ^(c)
Meio Tubo		2.3	Prato rectangular b h 		
		1.2		b/h = 1	1.18
Cilindro: Quadrado		2.1		b/h = 5	1.2
		1.6		b/h = 10	1.3
Triângulo Equilátero		1.6		b/h = 20	1.5
		2.0		b/h = 100	≈2.0
0			b/h → ∞	≈2.0	

(^a) Extremidades aguçadas; (^b) Fluido laminar; (^c) Fluido turbulento

Tabela 1.11 - Valores do coeficiente de arrasto - C_d - para várias configurações de diferentes corpos bidimensionais. As condições de medição são as da região C e os valores baseiam-se em dados apresentados em [112], [115], [112].

FORMA	ORIENTAÇÃO	C_D	FORMA	ORIENTAÇÃO	C_D	
Disco:		1.17	Elipses 2:1 4:1 8.1		0.27 ^(b) e 0.06 ^(c)	
Cone (60°)		0.49			0.20 ^(b) e 0.06 ^(c)	
Semi- -esfera sólida		1.17			0.25 ^(b) e 0.13 ^(c)	
		0.38	Cilindro d 			
"Taça" vazia		1.42		b/d = 1	0.9	
Cubo		1.05		b/d = 1 ^(a)	1.1	
		0.8		b/d = 1.5 ^(a)	0.8	
Esfera		0.47 ^(b) e 0.27 ^(c)		b/d = 5 ^(a)	0.7	
	"Lágrima"					b/d = 1
				b/d = 5	0.7	
				b/d = 20	0.9	
			b/h = 100	0.9-1.2		
			b/h → ∞	1.2		

(^a) Extremidades aguçadas; (^b) Fluido laminar; (^c) Fluido turbulento

Tabela 1.12 - Valores do coeficiente de arrasto - C_d - para várias configurações de diferentes corpos tridimensionais. Os valores baseiam-se em dados apresentados em [112], [115], [116].

Um parâmetro que também deverá ser conhecido, é a velocidade do fluido em cada ponto, de modo a não existirem dificuldade no cálculo de F_D . O cálculo da distribuição de velocidades do fluido no sistema pode ser efectuado através de balanços como os apresentados em [113] e [115]. Em [117] também se encontram apresentadas as distribuições de velocidades para diversos tipos de sistemas típicos. Dentro da Mecânica dos Fluidos existe uma nova área que se denomina Mecânica dos Fluidos Computacional (CFM ou CFD em inglês), e que consegue apresentar de uma forma completa a distribuição de velocidades numa partícula que se move submersa num determinado fluido, embora o sistema de equações seja, normalmente, um conjunto complicado de equações diferenciais.

E) FORÇAS INTERPARTÍCULAS

Este tipo de forças são fortemente dependentes do sistema magnético que está a ser usado, sendo extremamente difíceis de quantificar.

Os tipos mais vulgares de forças de interacção entre as partículas são: o atrito resultante do choque entre as partículas, as forças de adesão e as forças de atracção magnética e electrostática.

Como forças de atrito podemos considerar os contactos entre as partículas. Este efeito é ainda mais marcante em separadores de “queda livre”. Kopp ^[117], apresentou um estudo sobre o efeito das colisões entre as partículas na separação magnética em queda livre, tendo chegado a uma fórmula ^{[100], [117]} que se baseia na probabilidade de colisão das partículas magnéticas com as partículas não magnéticas.

Assim, sendo t a espessura da corrente e sendo \bar{s} o “percurso livre médio” (distância média percorrida entre colisões),

$$\bar{n}_c = \frac{t}{\bar{s}} \quad (1.187)$$

sendo \bar{n}_c o número de colisões médio (número de colisões que uma partícula normalmente sofrerá ao atravessar a corrente de partículas).

O percurso livre médio é calculado por ^[100],

$$\bar{s} \approx \frac{6}{(1-\delta)N_v\pi\bar{d}^2} \quad (1.188)$$

sendo δ a fracção de partículas magnéticas na alimentação, N_v o número de partículas por unidade de volume, e \bar{d} o diâmetro médio das partículas.

As forças de adesão adquirem importância no caso de separação magnética por via húmida, ou até mesmo na separação por via seca realizada num meio húmido ou com misturas. Vários estudos foram apresentados ^{[12], [100], [113]}, conducentes a fórmulas que infelizmente são díspares umas das outras, nomeadamente nos coeficientes que são apresentados.

Em [100], Stradling apresenta-nos a seguinte equação,

$$F_a = \frac{2c\pi\sigma_i d_1 d_2}{d_1 + d_2} \quad (1.189)$$

sendo F_a a força de atracção molecular de Van der Walls, entre duas partículas esféricas de diâmetros d_1 e d_2 , σ_i a tensão de superfície de uma partícula (Nm^{-1}) e c um coeficiente adimensional que depende do grau de humidade e da área de contacto.

Já Ogawa ^[113] apresenta o modelo de Hamaker que contabiliza também a distância entre partículas,

$$F_a = \frac{A}{12d^2} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \quad (1.190)$$

sendo d a distância entre as partículas e A um coeficiente adimensional que também depende do grau de humidade. Esta fórmula encontra validade principalmente em poeiras.

As forças de atracção electrostática aparecem sobretudo no tratamento de poeiras, e principalmente se imediatamente antes da separação magnética se efectuarem processos de separação electrostática. A causa deste fenómeno é a maior dificuldade que algumas partículas, sobretudo as não condutoras, têm em redistribuir a carga por toda a partícula. Existirá assim uma carga de superfície que provocará a geração de um campo electrostático. Estas partículas carregadas, quer positiva quer negativamente, podem aderir fortemente a superfícies ou a outras partículas. O leitor interessado em saber mais detalhes sobre o assunto deverá consultar [12].

A atracção magnética entre partículas ferromagnéticas pode levar à formação de grupos de partículas denominados de *flocos*, que podem aprisionar partículas não magnéticas ^[100].

Em conclusão podemos afirmar que embora as forças interpartículas sejam difíceis de quantificar, a sua influência qualitativa pode ser facilmente medida indirectamente, em termos da quantidade de minerais magnéticos e não magnéticos desviados indevidamente, presente nas duas correntes de saída do separador magnético ^[100].

F) OUTRO TIPO DE FORÇAS

Schlömann^[118], ^[119], e mais recentemente Boehm^[14] na sua tese de doutoramento, destacam ainda um outro tipo de forças eléctricas: as forças de corrente de Eddy, traduzidas pela fórmula ^[14],

$$F_e = \frac{2\pi}{15} \sigma v (\nabla B)^2 r^5 \quad (1.191)$$

sendo F_e a força eléctrica, σ a condutividade da partícula, e v a sua velocidade.

O efeito deste tipo de forças é o de provocar uma deflecção com a intensidade calculada por (1.191), e aplica-se a partículas que tenham uma elevada condutibilidade eléctrica, não precisando de apresentar propriedades magnéticas.

Esta força é dominante em partículas grandes em dimensão^[14].

1.14.3 - BALANÇO DAS FORÇAS PRESENTES NUM SEPARADOR MAGNÉTICO

O balanço de forças presentes no separador dependerá do tipo de sistema de separação magnética que está a ser utilizado.

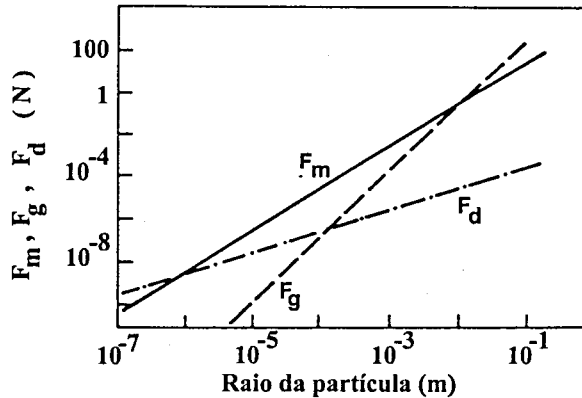


Figura 1.66 - Representação da dependência da força magnética - F_m - e das forças que com ela competem: gravitacional - F_g - e de arrasto - F_d - com o tamanho da partícula, para o caso de uma partícula de uraninite que se move com uma velocidade intersticial de 0.1ms^{-1} através de uma matriz ferromagnética de bolas, sujeita a um campo magnético de 1T. (Baseado em [23].)

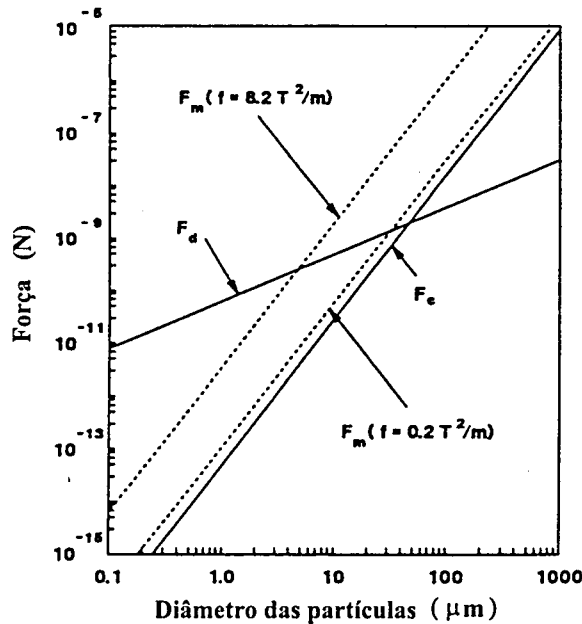


Figura 1.67 - Representação da dependência da força magnética - F_m - e das forças que com ela competem: centrífuga - F_c - e de arrasto - F_d - com o tamanho da partícula, para o caso de uma partícula de magnetite que se move num hidrociclone magnético. (Baseado em [107])

TIPO DE SEPARADOR	FORÇA MAGNÉTICA (partículas esféricas de raio b)	OUTRAS FORÇAS				BALANÇOS TOTAIS		
		FORÇAS GRAVITACIONAIS	FORÇAS INERCIAIS	FORÇAS DE ATRITO	FORÇAS DE ARRASTO	FORÇAS INTERPARTÍCULAS	PARTÍCULAS MAGNÉTICAS (e)	PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS
Separador de Matriz (SMAG) [12],[98],[105]	$F_m = \mu_0 \kappa \frac{4}{3} \pi b^3 \left(H_0 + H_0 \frac{a^2}{r^2} \right) \left(-2H_0 \frac{a^2}{r^2} \right)$	$F_g = \frac{4}{3} \pi b^3 (\rho_p - \rho_f) g$ [47], [89]	(a)	(b)	$F_d = 6\pi \mu_v (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$ [47], [89], [113]	(b)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = F_m$ (c) $F_d + F_g = F_m$ (d)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = 0$ (c) $F_d + F_g = 0$ (d)
Separador de Tambor por Via Seca [100]	$F_m = \mu_0 \kappa \frac{4}{3} \pi b^3 H \nabla H$	$F_g = \frac{4}{3} \pi b^3 (\rho_p - \rho_f) g$	$F_i = \frac{4}{3} \pi b^3 \frac{(\rho_p - \rho_f)}{r} v_p^2 i_r$	$F_a = \mu_c R$ $F_s = \mu_c R$	(b)	(b)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g + F_i = F_m$ (c) $F_d + F_g = F_m$ (d)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g + F_i = 0$ (c) $F_d + F_g = 0$ (d)
Separador de Tapetes Cruzados [100]	$F_m = \mu_0 \kappa \frac{4}{3} \pi b^3 H \nabla H$	$F_g = \frac{4}{3} \pi b^3 (\rho_p - \rho_f) g$	(a)	(b)	(b)	F_p - forças do leito fluidizado devido à presença de partículas adjacentes - superincombentes (b)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = F_m$ (c) $F_p + F_g = F_m$ (d)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = 0$ (c) $F_p + F_g = 0$ (d)
Ciclone e Hidrociclone Magnéticos [107-109]	$F_m = \mu_0 \kappa \frac{4}{3} \pi b^3 H \nabla H$ [47], [89]	desprezável, pois as partículas são pequenas (poeiras)	$F_i = \frac{4}{3} \pi b^3 \frac{(\rho_p - \rho_f)}{r} v_p^2 i_r$ [120]	(b)	$F_d = 6\pi \mu_v (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$ ou $F_d = \frac{1}{2} C_d A_p \rho_f \cdot (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$ [113]	(b)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = F_m$ (c) $F_d + F_g = F_m$ (d)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = 0$ (c) $F_d + F_g = 0$ (d)
Separador Supercondutor em queda livre [14], [117] ou em contracorrente [106]	$F_m = \mu_0 \kappa \frac{4}{3} \pi b^3 H \nabla H$	$F_g = \frac{4}{3} \pi b^3 (\rho_p - \rho_f) g$	$F_i = \frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{dv_p}{dt}$ (a)	(b)	$F_d = 6\pi \mu_v (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$ ou $F_d = \frac{1}{2} C_d A_p \rho_f \cdot (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$ [121]	(b)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = F_m$ (c) $F_d + F_g = F_m$ (d)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g = 0$ (c) $F_d + F_g = 0$ (d)
Separador de campo magnético gerado por um fio [101]	$F_m = \mu_0 \kappa \frac{4}{3} \pi b^3 \cdot \frac{I}{2r\pi} \frac{-I}{2r^2\pi}$	$F_g = \frac{4}{3} \pi b^3 (\rho_p - \rho_f) g$	(a)	$F_a = \mu_c R$ $F_s = \mu_c R$	$F_d = 6\pi \mu_v (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$ ou $F_d = \frac{1}{2} C_d A_p \rho_f \cdot (v_p - v_0) \dot{\lambda}_{v_p - v_0}$	(b)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g + F_i = F_m$ (c) $F_d + F_g = F_m$ (d)	$\frac{4}{3} \pi b^3 \rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} + F_d + F_g + F_i = 0$ (c) $F_d + F_g = 0$ (d)

(a) Pode ou não existir dependendo do referencial. (b) Podem ou não ser consideradas dependendo do tipo de análise. (c) Em movimento. (d) Em repouso.

(e) Embora em alguns dos casos os sinais correspondam à realidade eles dependem do sistema de separação magnético e não devem ser levados literalmente.

Tabela 1.13 - Forças presentes em sistemas de separação magnética e seu balanço global. Para descrição dos separadores ver capítulo 2.

Na tabela 1.13 apresentam-se alguns exemplos desses balanços.

Costuma traçar-se um gráfico com as curvas de dependência das forças com o diâmetro da partícula (que se supõe esférica) de modo a se poderem inferir os limites entre os quais o diâmetro das partículas deverá estar contido de modo a que a separação seja possível. Apresentam-se como exemplos dois gráficos nas figuras 1.66 e 1.67.

2 – SEPARAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO MAGNÉTICA. A INOVAÇÃO.

Desde os primórdios da história da humanidade que o homem tem deparado com a necessidade de separar certos componentes de uma mistura composta por vários materiais diferentes. À medida que o caminho da humanidade vai sendo percorrido, verifica-se um aumento dessas mesmas necessidades. Se durante longos períodos, a separação foi processada manualmente e com base nas diferenças macroscopicamente observáveis das partículas, a ciência, com o seu evoluir constante, proporciona nos tempos decorrentes uma separação industrial com base em diferenças microscópicas. Como exemplo deste tipo de separações podem apontar-se a separação gravimétrica (baseada em diferenças de peso)^[122], a separação centrífuga (baseada em diferenças de massa específica)^[120], a destilação^[100] (baseada em diferenças na temperatura de ebulição).

No caso da separação magnética, a propriedade particular do material que nos interessa aproveitar para promover uma separação é a sensibilidade ao magnetismo, ou seja, a susceptibilidade magnética, cuja definição já foi apresentada no capítulo 1. Estas diferenças nas propriedades magnéticas, são exploradas há muito tempo, como um dos meios possíveis para se efectuar a separação dos componentes de misturas^[105]. Realmente é sabido que já a antiga civilização Grega, em 550 a.C., estava familiarizada com alguns dos fenómenos magnéticos^[12], sendo conhecidas e utilizadas, para separação magnética, as propriedades da pedra-íman - à base de magnetite, Fe_3O_4 -^{[14], [19], [123]}, e também é sabido que a civilização chinesa já controlava as propriedades direccionais dos ímans no sec. I a.C.^[12]. Porém a tecnologia da separação magnética só a partir da Revolução Industrial se começou a vislumbrar, sendo de destacar nesse período o registo da primeira patente britânica no sector, por William Fullarton em 1792^[123].

Em 1845, Faraday revolucionou o conceito de materiais magnéticos com a sua descoberta de que todas as substâncias eram susceptíveis, até um determinado grau, de serem influenciadas por um campo magnético^[12]. No entanto, embora desde 1849 numerosas patentes em separação magnética tivessem sido registadas nos Estados Unidos^[98], e embora Ball, Norton, Edison e outros tivessem aplicado este novo princípio à separação de minérios de ferro, tendo ainda levado este processo mais longe, separando com sucesso minerais fortemente magnéticos, através de tambores electromagnéticos^[12], teve de se esperar até 1895 para que se conseguisse finalmente obter êxito nas sucessivas tentativas de separar materiais de susceptibilidades magnéticas tão pequenas que eram mesmo considerados como não magnéticos. Assim, nesse ano, Wetherill engendrou um separador que combinou a alta intensidade de campo magnético com a deflecção de uma corrente de grãos. Este separador conseguiu separar dois componentes antes considerados como não magnéticos. De seguida vários tipos de separador - disco, tambor e rolo - de via sêca foram inventados^[12] e existem textos anteriores a 1910 - Langguth, Korda e Gunther - que descrevem uma variedade de aparelhos para o processamento de minérios^[98], embora o seu alcance de separação fossem apenas materiais rudes moderadamente ou fortemente magnéticos^[12].

A 6 de Outubro de 1936 S.G.Frantz regista a sua patente^[103] (S.G.Frantz, "Magnetic Separation Method and Means" USPatent no. 2056426), em que relata

o desenvolvimento de um separador baseado num solenóide com o interior preenchido por uma grelha de ferro ferromagnética, que se veio a verificar ser um marco muito importante para o desenvolvimento da arte de Separação Magnética de Alto Gradiente (SMAG) ^[12]. É curioso notar que embora o electromagnetismo já fosse conhecido desde 1820, após a descoberta por H.C.Orstead de que uma corrente eléctrica é sempre acompanhada por um campo magnético ^[14], só em 1936 alguém teve a ideia de utilizar os electroímans conjuntamente com um circuito de ferro ^[124] de modo a se conseguir aumentar a gama de materiais separáveis magneticamente.

Teve porém de se esperar até à década de 60 para que a separação magnética deixasse de estar confinada à remoção de materiais ferro ou ferrimagnéticos ^[125]. Assim, os estudos efectuados em 1960 no Canadá por G.H.Jones que culminaram no desenvolvimento de um separador magnético de alta intensidade em via húmida, a demonstração no fim da década de 60 de que a SMAG constituía um método económico e efectivo de remoção de corpos sólidos pequenos e fracos magneticamente e ainda o facto de se ter demonstrado na década de 70 que campos magnéticos não uniformes podem ser empregues para desenvolver forças magnéticas fortes em corpos dipolares, vieram “dar o abanão” que faltava para o definitivo consolidar da separação magnética como uma atraente área de separação ^[126], ^[127]. Não foi estranho para ninguém, que, embora a separação magnética como uma tecnologia comercial para o processamento de minerais já existisse há mais de 100 anos ^[124], finalmente na década de 70 entrasse em função o primeiro separador electromagnético industrial de grande capacidade na indústria mineira ^[126]. Embora o desenvolvimento da técnica de SMAG tenha sido um ponto crucial, existiam limitações para a mesma, uma vez que esta é fortemente dependente da saturação magnética do ferro - que é da ordem dos 2T -, e portanto o valor do campo magnético efectivo seria limitado a essa ordem de grandeza.

Houve então uma viragem para uma nova área ainda não devidamente desenvolvida em termos de separação magnética industrial: a supercondutividade. Embora o fenómeno da supercondutividade já fosse conhecido desde que em 1911 o cientista holandês Kammerling Onnes, descobriu que o mercúrio a temperaturas muito baixas - aproximadamente à temperatura do ponto de ebulição do hélio - perdia a sua resistência eléctrica ^[14], este fenómeno ainda não tinha sido suficientemente explorado em termos da produção de supercondutores como geradores magnéticos em separações magnéticas. Após “declarada” a prioridade para a investigação da aplicação deste tipo de ímans em separações magnéticas ^[128], em 1986, assistiu-se à construção e instalação pela Eriez Magnetics do primeiro SMAG supercondutor em grande escala ^[34]. Nesse mesmo ano Bednorz e Müller, descobriram a supercondutividade a altas temperaturas em ligas de La-Ba-Cu-O, estimulando uma enorme pesquisa em todo o mundo nestes compostos e seus pares ^[34], originando que, nos mais variados compostos, se tenham observado grandes avanços em supercondutividade a altas temperaturas, reduzindo-se assim os custos de manutenção e funcionamento deste tipo de ímans.

Pode dizer-se que hoje a utilização de supercondutores, como meio de geração de campo em separadores magnéticos, é frequente e aconselhável.

É incrível verificar como a separação magnética se espalhou pelas mais diversas áreas do conhecimento, podendo ser encontrada nas mais variadas aplicações.

2.1 – SEPARADORES MAGNÉTICOS

Existem várias formas propostas para a divisão em classes dos aparelhos de separação magnética existentes. A mais correcta e vulgar é a divisão segundo o meio de processamento de minérios utilizado: separação das partículas magnéticas por deflecção destas do corrente principal – *separação magnética por deflecção*; separação das partículas magnéticas por recolha das mesmas normalmente em matrizes – *separação magnética de alto gradiente* ou *filtração magnética*. Esta é a divisão que iremos adoptar.

Existem centenas de patentes e descrições de aparelhos capazes de efectuar a separação magnética de partículas, mas destes apenas algumas poucas dezenas encontraram verdadeiramente aplicações práticas. De modo a assegurar a inovação do aparelho desenvolvido nesta dissertação foram vistos centenas de modelos de separação. Nesta secção serão apresentados os mais importantes.

2.1.1 – SEPARADORES MAGNÉTICOS DE DEFLECCÃO

A) SEPARADORES DE TAMBOR

Este tipo de separador é sem dúvida dos mais antigos e dos mais utilizados na indústria. Tal fica a dever-se à sua extrema simplicidade e ao seu baixo custo de fabrico.

Consiste basicamente (ver figura 2.1) num cilindro rotativo, em volta de um sistema de ímans fixo com polaridades consecutivamente inversas. As partículas magnéticas presentes na alimentação, ao entrarem no sector sob a influência do campo magnético, aderem à superfície do cilindro, mantendo essa aderência até saírem do mesmo sector, numa zona afastada do resto sistema - que efectua um trajecto definido pela gravidade-, caindo então nos sistemas de recolha.

Este tipo de sistemas pode ser facilmente aplicado quer a alimentações secas, quer a alimentações húmidas.

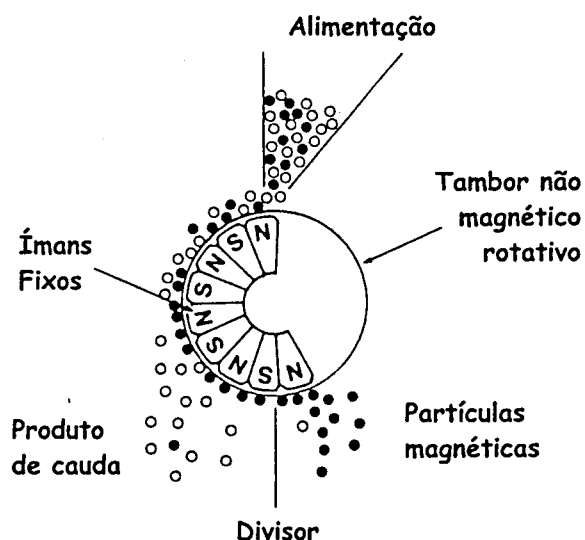


Figura 2.1 – Separador magnético de tambor. Via seca. (Baseado em [25].)

Existem três formas de operação (figura 2.2): co-corrente, contra-rotação co-corrente e contra-corrente.

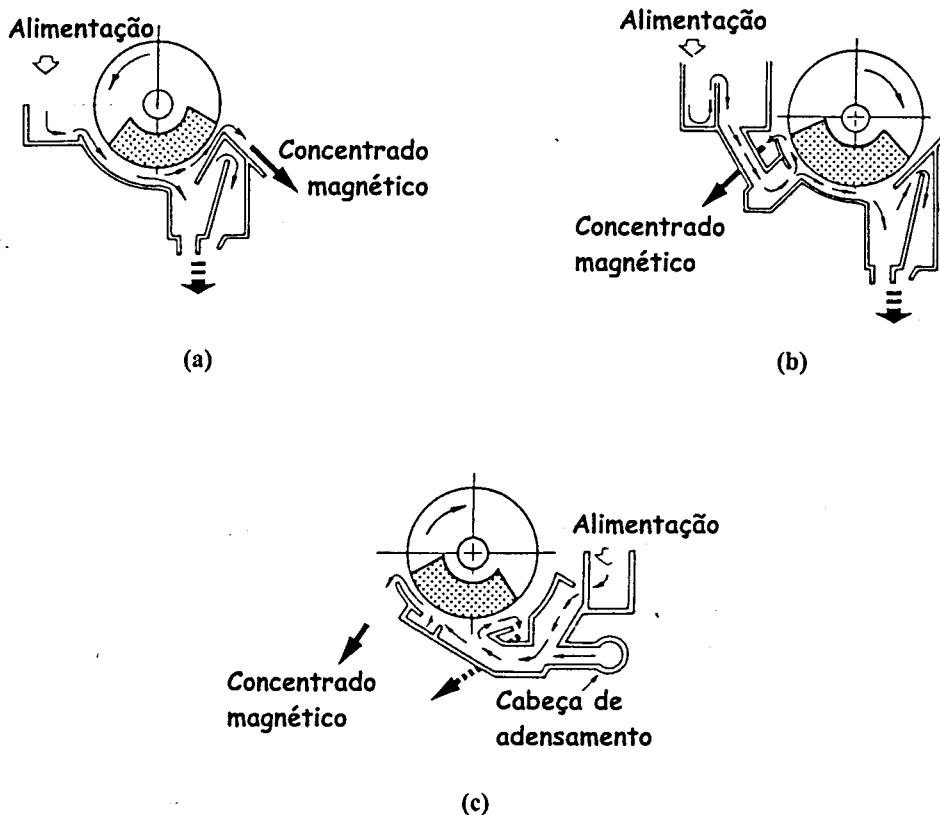


Figura 2.2 – Modos de operação dos separadores magnéticos de tambor: a) co-corrente; b) contra-rotação co-corrente; c) contra-corrente. (Baseado em [12].)

Inicialmente o campo magnético era gerado por electroímans, mas modernamente com o desenvolvimento de ímans permanentes de terras raras e da supercondutividade, utilizam-se normalmente um destes dois sistemas para gerar o campo magnético (ver figura 2.3). Consecutivamente, se antigamente este sistema era apenas aplicado para a separação de partículas fortemente magnéticas, hoje em dia já se aplica na separação magnética de partículas paramagnéticas de propriedades mediamente magnéticas.

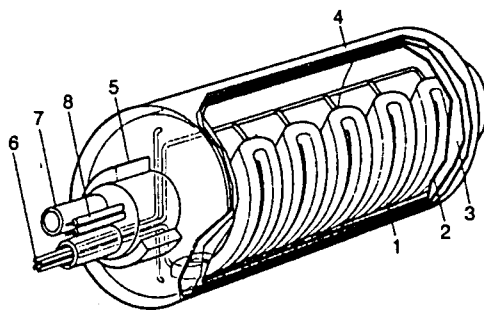


Figura 2.3 – Separador magnético de tambor supercondutor. 1) Bobine magnética; 2) Escudo de radiação; 3) Tanque de vácuo; 4) Tambor; 5) Suporte; 6) Tubos de enchimento de hélio; 7) Sistema de vácuo; 8) Alimentação de corrente. (Baseado em [129].)

B) SEPARADORES DE ÍMANS SUSPENSOS

Em várias indústrias (como por exemplo a alimentar) as partículas magnéticas existem de uma forma inconstante. Para estes casos utilizam-se os *separadores de ímãs suspensos* que consistem (ver figura 2.4) na utilização de um ímã permanente, normalmente de forma rectangular, que suspenso sobre a correia onde circula a alimentação atrai as partículas magnéticas para a sua superfície, separando-as deste modo do resto do sistema. São sistemas vulgarmente utilizados na entrada da alimentação de máquinas trituradoras de minérios, de modo a evitar a presença de pedaços de ferro, que poderiam levar à rotura de algumas das suas peças.

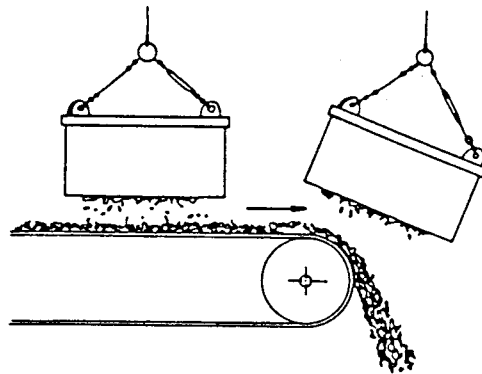


Figura 2.4 – Separador de ímã suspenso rectangular. (Baseado em [15].)

C) SEPARADORES DE DISCOS

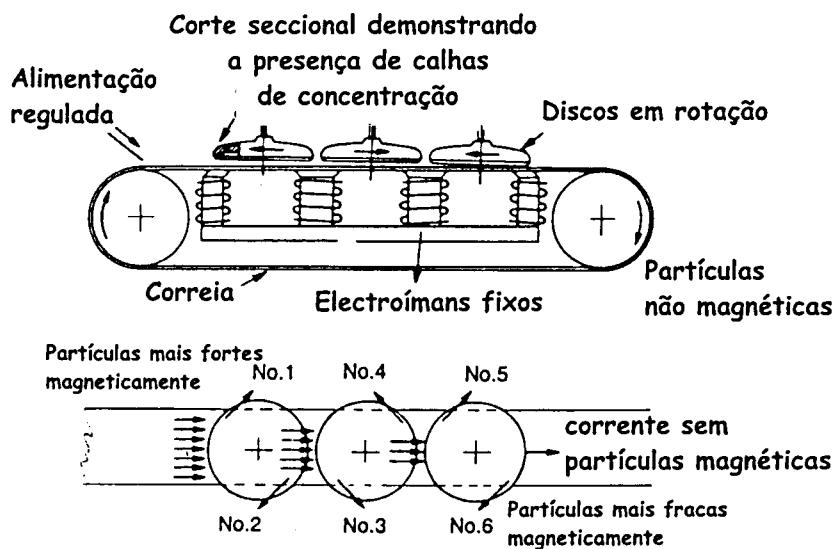


Figura 2.5 – Esquema do separador magnético de discos. Vistas laterais e de topo. (Baseado em [129].)

Existem vários modelos de separadores de discos. O mais vulgar é apresentado na figura 2.5 e foi desenvolvido pela empresa Boxmag Rapid (ver no apêndice 2 a lista de alguns dos fornecedores de separadores magnéticos). Neste separador o

campo magnético é criado por electroímans em forma de U, que se situam debaixo da correia por onde circula a mistura de minérios. Este campo magnético induz magnetismo nos discos que se encontram suspensos acima da correia. As partículas magnéticas aderem aos discos que as levam para fora da área da correia (os discos têm um diâmetro que excede a largura desta) onde deixam de sentir a influência do campo magnético e caem por gravidade nos colectores. Estes discos são reguláveis em altura e permitem que a parte frontal esteja mais elevada que a parte posterior, possibilitando que em cada disco se possam separar duas espécies de diferente susceptibilidade magnética. Colocando vários discos consecutivamente mais próximos da correia, consegue-se a separação de várias espécies com diferente susceptibilidade magnética.

D) SEPARADORES DE CORREIAS CRUZADAS

O *separador de correias cruzadas* é um dos mais antigos ainda em operação. Neste aparelho as partículas são alimentadas numa monocamada para uma correia transportadora. Esta correia leva as partículas a passarem entre dois sistemas electromagnéticos (ver figura 2.6): o debaixo apresentando a configuração plana, e o de cima apresentando a forma em U que faz com que existam pólos em forma de bico. As partículas magnéticas são atraídas para estes últimos pólos, por baixo dos quais se situa uma correia transportadora, que impede que as partículas magnéticas adiram a este pólos e as leva para fora do sistema onde são recolhidas em recipientes especialmente colocados para o efeito. Nestes separadores também se pode aplicar o sistema de cascata, ou seja, podem existir vários sistemas electromagnéticos-correntes-cruzadas de modo a se obter a separação de mais do que uma espécie magnética.

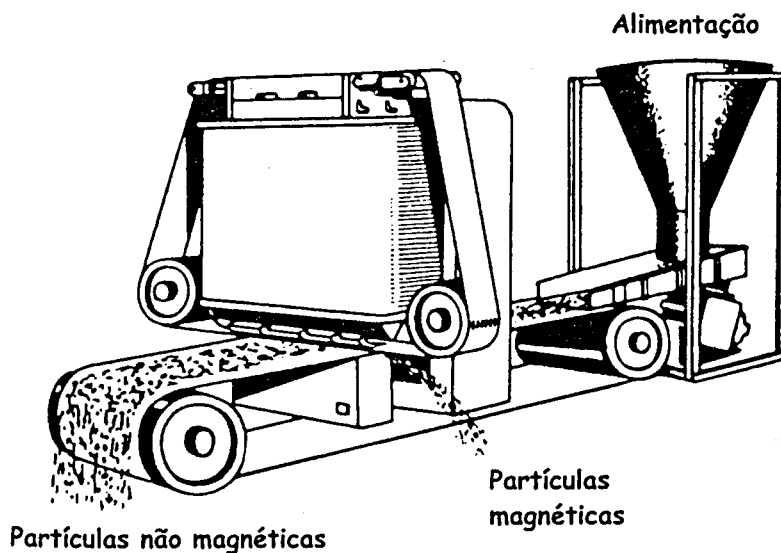


Figura 2.6 – Esquema de um separador de correias cruzadas. (Baseado em [12].)

E) SEPARADORES DE ROLOS DE INDUÇÃO

Todos os separadores acima descritos apresentam a característica de só conseguirem separar, na maioria das aplicações materiais forte ou mediamente magnéticos. Desenvolveu-se por isso um sistema onde através do aumento do gradiente da densidade de força magnética se obtém a separação de materiais já mais fracos magneticamente. Este sistema encontra-se apresentado na figura 2.7. Na base da separação encontram-se rolos laminados feitos de discos que tanto podem ser alternadamente magnéticos e não magnéticos, como ser magnéticos na totalidade mas com raios alternadamente maiores e menores, rolos estes que interagindo com o campo magnético gerado pelo sistema electromagnético adquirem uma indução magnética. A alimentação roda na superfície destes rolos rotativos, sendo que as partículas magnéticas, por influência do gradiente de campo magnético gerado, aderem na superfície dos mesmos, sendo deste modo desviadas da trajectória seguida pelo resto do sistema, caindo depois num sector já fora da influência do campo magnético. Tendo em vista o aproveitamento da presença de dois pólos, existirá ainda a possibilidade de uma separação posterior de outra espécie magnética, bastando para tal ajustar a distância entre o segundo pólo e o rolo. O modo como se processa a alimentação nos rolos e a distância entre estes e os pólos são os parâmetros fundamentais neste tipo de aparelhos. Pode ainda existir um pólo auxiliar e um rolo primário logo à saída da alimentação, de modo a remover as partículas ferromagnéticas do sistema.

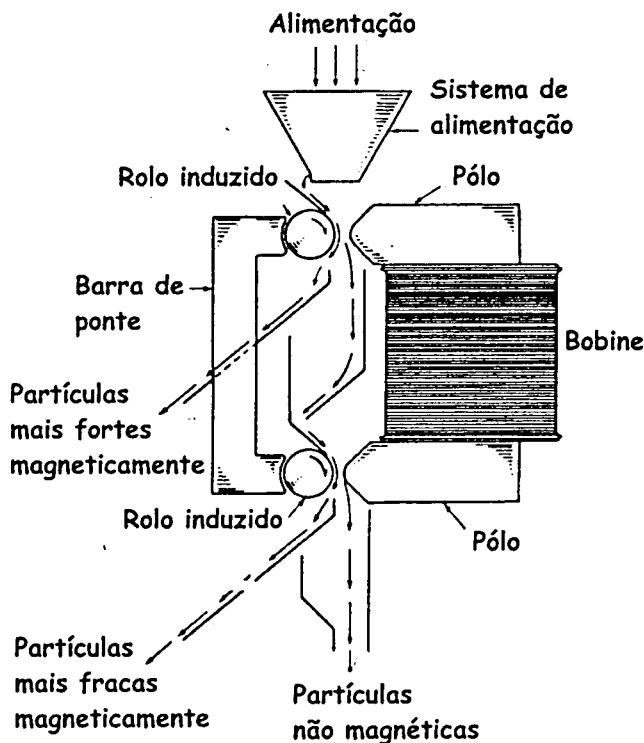


Figura 2.7 – Separador de rolo de indução. (Baseado em [12].)

F) SEPARADORES MAGNÉTICOS DE GRADIENTE LIVRE (SMGL)

Esta classe de separadores magnéticos tem sido objecto de um intenso desenvolvimento e de uma profunda caracterização [130], que se deve sobretudo à sua capacidade de constituir um método mais eficaz, mais prático, e menos dispendioso do que a *separação magnética de alto gradiente (SMAG)* que iremos ver no sector 2.1.2. Estes separadores possibilitam uma força magnética de longo alcance e constituem uma das classes de separadores magnéticos de maior sucesso comercial. Apresentam, no entanto, baixas magnitudes de densidade de força magnética.

Este tipo de separadores são constituídos por um gerador de campo magnético submerso no criostato, um sistema de alimentação, um volume de separação na vizinhança da parede do criostato no qual as partículas estão em queda livre, e um mecanismo de divisão no sector baixo do volume de separação (ver figura 2.8).

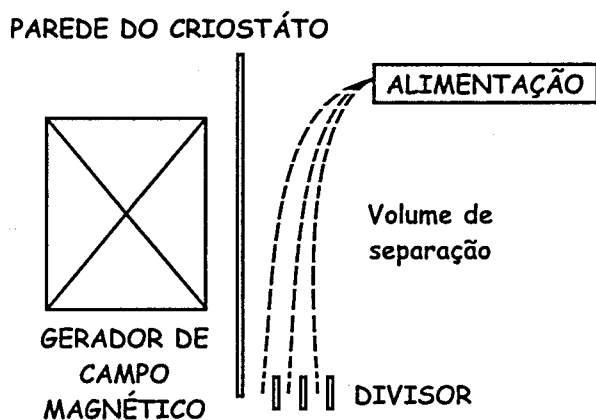


Figura 2.8 – Representação esquemática de um separador magnético de gradiente livre (SMGL). (Baseado em [130].)

Os separadores magnéticos de gradiente livre são divididos em subclasses, de acordo com:

- a) *o gerador de campo magnético*, que pode ser composto de duas (ou mais) bobinas, nas quais a corrente flui em sentidos opostos (“cusp-mode” ou “split-coil”) – figura 2.9a –, ou alternativamente por um íman linear (“racetrack”) – figura 2.9b;
- b) *o modo de operação*, que pode ser em via seca – figura 2.9c –, ou em via húmida – figura 2.9d;
- c) *o processo de separação*, que pode ser otimizado para partículas paramagnéticas – figura 2.9e –, ou para partículas diamagnéticas – figura 2.9f.

Independentemente da subclasse, em todos estes aparelhos a separação das partículas magnéticas é obtida pela oposição entre a força magnética gerada e a força gravítica da queda livre, deflectindo as partículas magnéticas (por repulsão no caso de partículas diamagnéticas, e por atracção no caso de partículas paramagnéticas ou ferromagnéticas) do percurso percorrido pelas partículas não magnéticas.

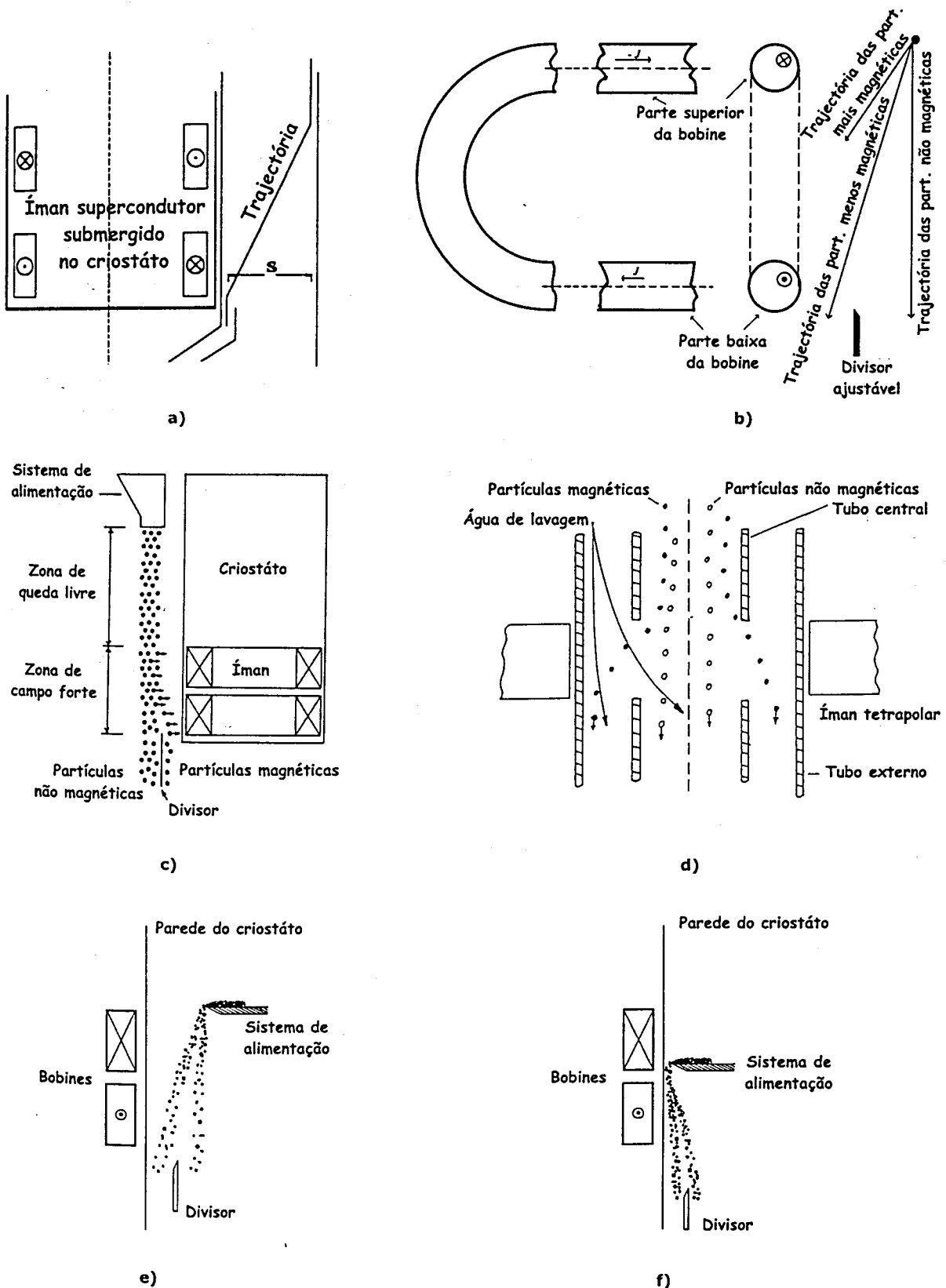


Figura 2.9 – Diferentes processos de separação e concepções da SMGL: a) campo magnético gerado por duas bobines em oposição (baseado em [131]); b) campo magnético gerado por um sistema magnético linear (baseado em [132]); c) via seca (baseado em [117]); d) via húmida (baseado em [14] e [91]); e) separação de partículas paramagnéticas (baseado em [85]); f) separação de partículas diamagnéticas (baseado em [85]);

G) CICLONES E HIDROCICLONES MAGNÉTICOS

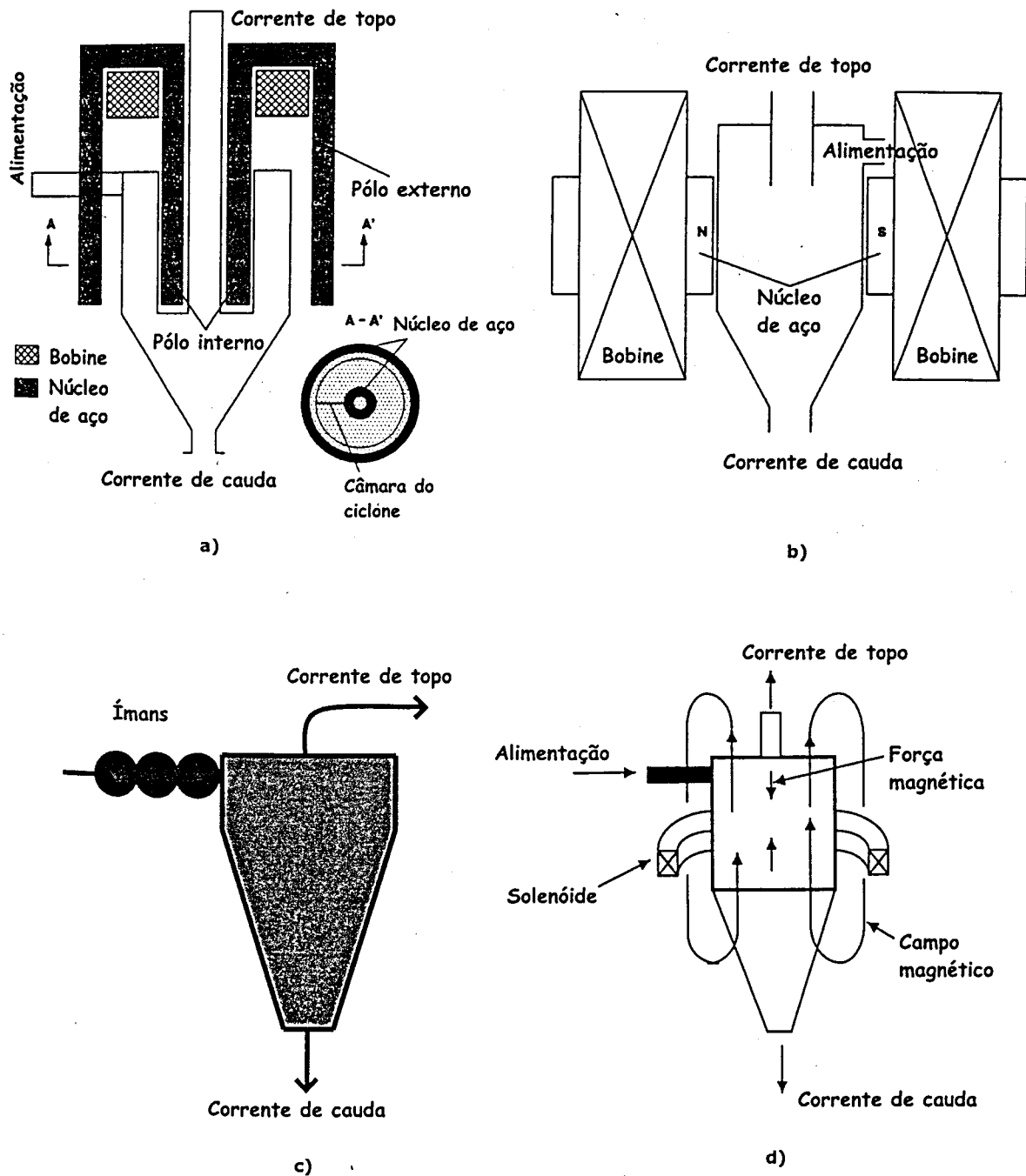


Figura 2.10 – Hidrociclones e ciclones magnéticos. Modelos de: a) Fricker (baseado em [107]); b) Watson (baseado em [107]); c) Freeman (baseado em [145]); d) Svoboda (baseado em [133]).

Num diagrama de processos normal na indústria mineira, a separação magnética é usualmente antecedida ou sucedida por uma etapa de classificação. Para a obtenção desta tarefa de classificação são várias vezes utilizados ciclones e

hidrociclones. Por razões económicas e práticas têm sido desenvolvidos hidrociclones e ciclones magnéticos com o objectivo de desempenhar estas duas operações numa só etapa.

Nestes separadores o processo de separação magnética é obtido pela criação de uma força magnética que complementa o efeito da força centrífuga. Estes separadores magnéticos dividem-se em dois modelos básicos: aqueles nos quais a força magnética se opõe à força centrífuga, atraindo as partículas magnéticas para a corrente de topo – figura 2.10a –, e aqueles nos quais a força magnética assume o sentido da força centrífuga, impelindo as partículas magnéticas contra as paredes do aparelho que saem pela corrente de cauda – figura 2.10b.

Recentemente tem-se verificado um esforço de melhoramento dos resultados da separação nestes aparelhos, através do posicionamento de ímans permanentes no canal de entrada – figura 2.10c –, ou pela criação de um campo magnético orientado verticalmente que reforça o efeito da massa específica nas partículas magnéticas – figura 2.10d.

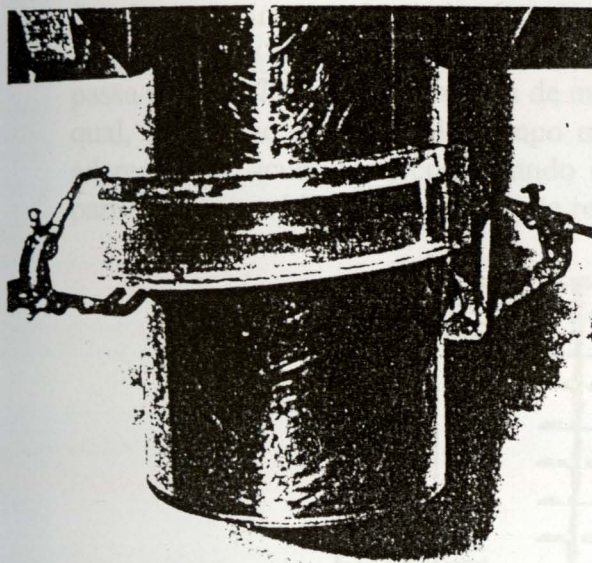
Verifica-se, porém, que estes separadores ainda não apresentam resultados totalmente satisfatórios.

H) SEPARADORES MAGNÉTICOS DE FLUXO HELICOIDAL

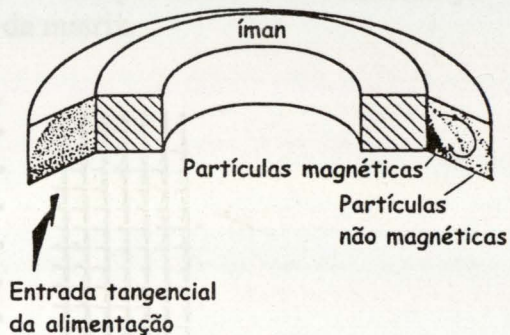
Os *separadores magnéticos de fluxo helicoidal* apresentam duas configurações possíveis.

O *separador magnético de canal helicoidal* que foi desenvolvido por Cohen e Good, apresenta-se na figura 2.11. Neste separador um canal rectangular com inclinação envolve a superfície de um sistema magnético superconductor tetrapolar central – figura 2.11a. Devido à geometria e à inclinação do canal, efectuando uma entrada tangencial da alimentação, criar-se-á uma circulação primária no fluido, que, por sua vez, gerará uma circulação secundária que lhe será transversal – figura 2.11b. Esta circulação secundária leva todas as partículas em suspensão a passar junto do íman, onde o campo magnético existente obriga as partículas magnéticas a deslizarem agarradas à parede interior do canal, enquanto que as partículas não magnéticas, devido à inclinação do canal, circularão junto à parede exterior do canal. Colocando um divisor na saída do canal, consegue-se assim separar o fluxo em duas correntes secundárias: uma contendo as partículas magnéticas, e a outra contendo as restantes partículas.

O *separador magnético centrífugo* ou *separador magnético superconductor de fluxo helicoidal* que foi desenvolvido em diferentes etapas por Eyssa, Boom e Abdelsalam apresenta-se na figura 2.12. Neste separador o espaço criado entre dois cilindros concêntricos desempenha as funções de canal de separação. Um íman superconductor linear é colocado dentro do cilindro de menor raio, e cria um campo magnético radial concêntrico. O fluido que é alimentado circula de um modo helicoidal no canal cilíndrico. Devido à presença do campo magnético as partículas magnéticas presentes no fluido aproximar-se-ão da parede interna do canal, enquanto que as restantes partículas, devido à força centrífuga, circularão junto à parede externa do canal. Ajustando devidamente um divisor na saída do canal, divide-se o fluido principal em dois fluxos secundários: o fluxo que contém as partículas magnéticas, e o fluxo que contém as restantes partículas.



a)



b)

Figura 2.11 – Separador magnético de canal helicoidal. a) vista geral (baseado em [134]); b) circulação secundária (baseado em [91]).

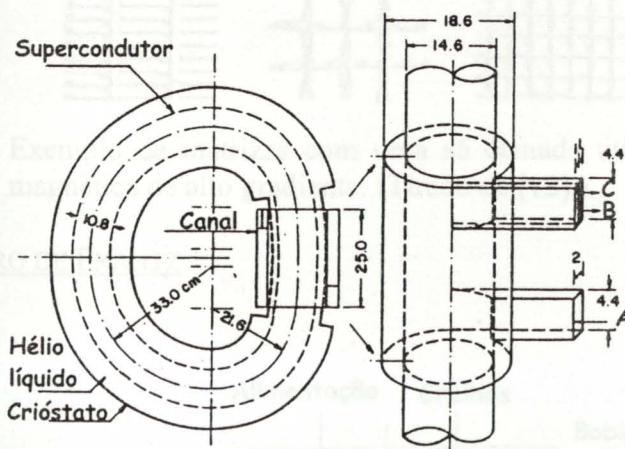


Figura 2.12 – Separador magnético supercondutor de fluxo helicoidal (baseado em [91]). A – alimentação; B – partículas magnéticas; C – partículas não magnéticas.

2.1.2 – FILTRAÇÃO MAGNÉTICA / SEPARAÇÃO MAGNÉTICA DE ALTO GRADIENTE (SMAG)

Verificou-se, desde o início do desenvolvimento da separação magnética como método alternativo para o processamento de minérios, a necessidade da separação de materiais paramagnéticos muito fracos. Como pelos processos clássicos não era possível a obtenção da separação deste tipo de minérios procuraram-se alternativas viáveis tecnologicamente. Estas alternativas foram orientadas para a criação de

gradientes de densidade de força magnética muito elevados em curtos espaços. Surgiram assim os denominados *filtros magnéticos* ou também *separadores magnéticos de alto gradiente (SMAG)*. Neste tipo de separadores a alimentação passa por um *filtro* ou *matriz* feita de material ferromagnético (ver figura 2.13), na qual, devido ao gradiente de campo magnético criado, as partículas magnéticas aderem e se acumulam, continuando o fluido o seu percurso, não contendo já partículas magnéticas, que depois são retiradas da matriz.

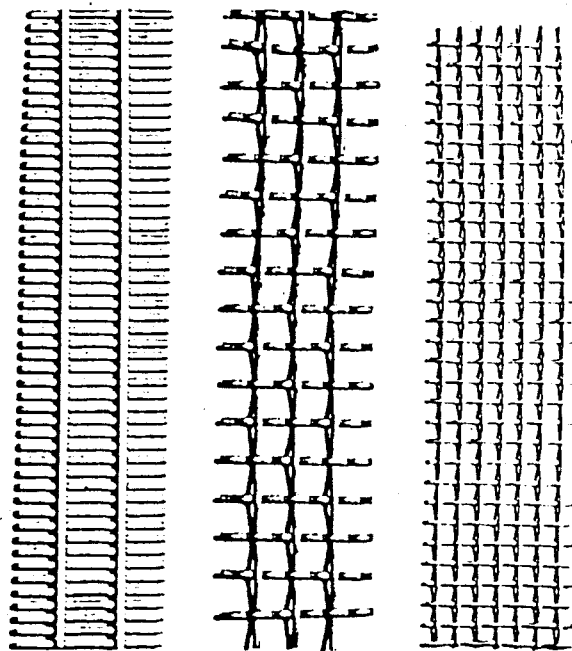


Figura 2.13 – Exemplo de matrizes com uma só camada utilizadas na separação magnética de alto gradiente. (Tirado de [12].)

A) FERROFILTRO DE FRANTZ

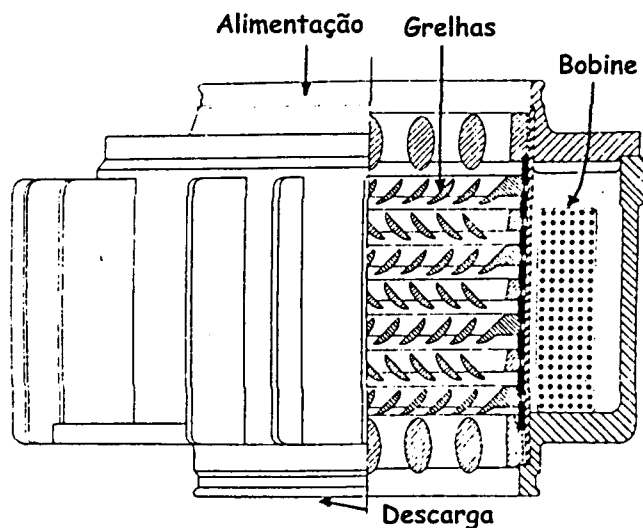


Figura 2.14 – Esquema do ferrofiltro de Frantz. (Baseado em [12].)

Este separador constituiu o primeiro desenvolvido com a aplicação do alto gradiente de campo magnético criado pela indução deste em materiais ferromagnéticos. Como se pode verificar na figura 2.14 é constituído por uma bobine que rodeia o sector onde circula o fluido que é alimentado. Neste sector existe uma grelha que contém várias fitas ferromagnéticas em aço inoxidável. Sob efeito do campo magnético gerado as partículas magnéticas contidas no fluido alimentado aderem a estas fitas ferromagnéticas, sendo o fluido “limpo” descarregado pela base do aparelho. Quando as grelhas se encontram lotadas de material magnético, suspende-se a alimentação e a geração de campo magnético, e injecta-se fluido no sentido oposto à circulação anterior, retirando-se deste modo as partículas magnéticas do sistema, restabelecendo-se por fim de novo o circuito normal. As fitas ferromagnéticas são direccionadas de um modo paralelo ao campo magnético, o que faz com consigam recuperar na totalidade as suas propriedades magnéticas.

B) SEPARADOR DE JONES

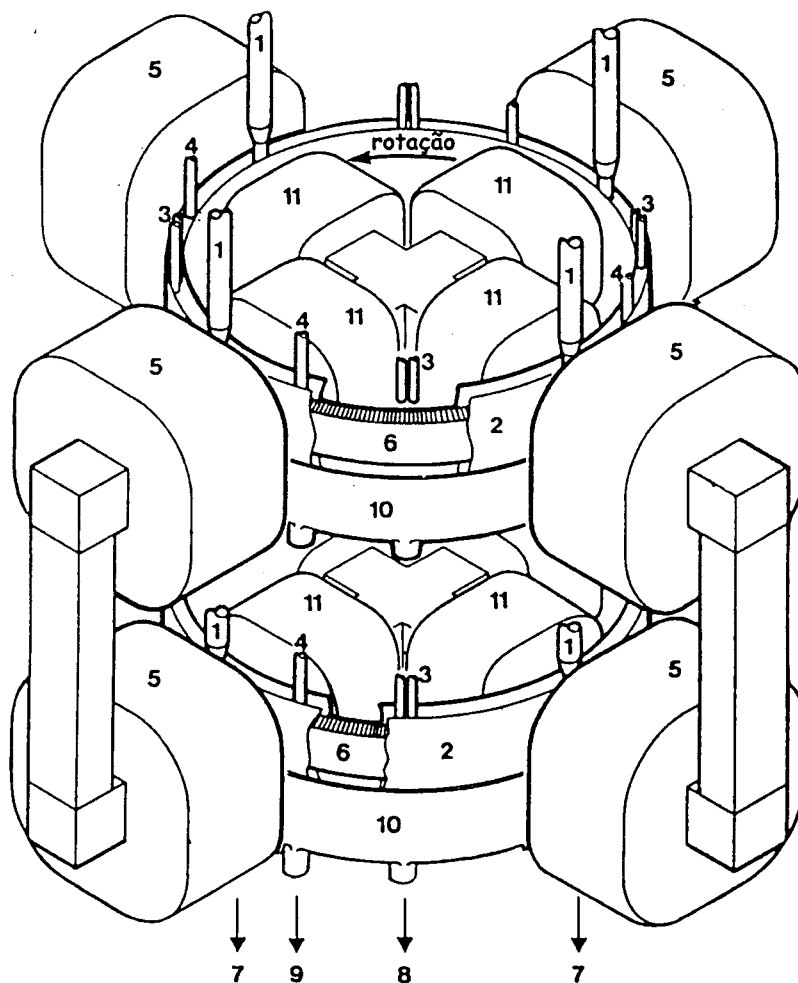


Figura 2.15 – Representação esquemática do separador de Jones contínuo: 1 – Tubo de alimentação; 2 – Rotor; 3 – Jacto de água de alta pressão; 4 – Jacto de água de baixa pressão; 5 – Bobine externa; 6 – Placas ferromagnéticas; 7 – Partículas não magnéticas; 8 – Partículas magnéticas; 9 – Mistos; 10 – Garganta; 11 – Bobine interna. (Baseado em [25].)

O separador magnético inventado por Jones é um separador por partidas, mas os seus princípios são quase idênticos aos separadores que foram desenvolvidos posteriormente para modo contínuo, e que serão descritos neste sector uma vez que são os que verdadeiramente encontram aplicação prática.

Estes separadores são dos mais utilizados na indústria de processamento de minérios.

Na figura 2.15 apresenta-se uma representação esquemática de um separador de Jones com processamento contínuo. O seu funcionamento é o seguinte: a alimentação é injectada num anel em rotação imediatamente antes deste se encontrar sob a influência do campo magnético gerado por bobines electromagnéticas. Nestes anéis em rotação encontram-se placas ferromagnéticas ranhuradas colocadas radial e verticalmente ou esferas ferromagnéticas, às quais irão aderir as partículas magnéticas. O fluido “limpo” cai em seguida num tubo de descarga devidamente posicionado. As partículas que se encontra agarradas às placas ou esferas ferromagnéticas rodam com o anel até atingirem a entrada do jacto de água de baixa pressão, onde os mistos são removidos por esta, saindo por um tubo de descarga. Finalmente quando o anel chega a um sector fora da influência do campo magnético as partículas magnéticas são removidas pela aplicação de um jacto de água de alta pressão, saindo por um tubo de descarga devidamente posicionado. Pode ainda existir (como na figura) um segundo anel em rotação para recuperação de uma segunda espécie de partículas magnéticas.

C) SEPARADORES DE MATRIZ

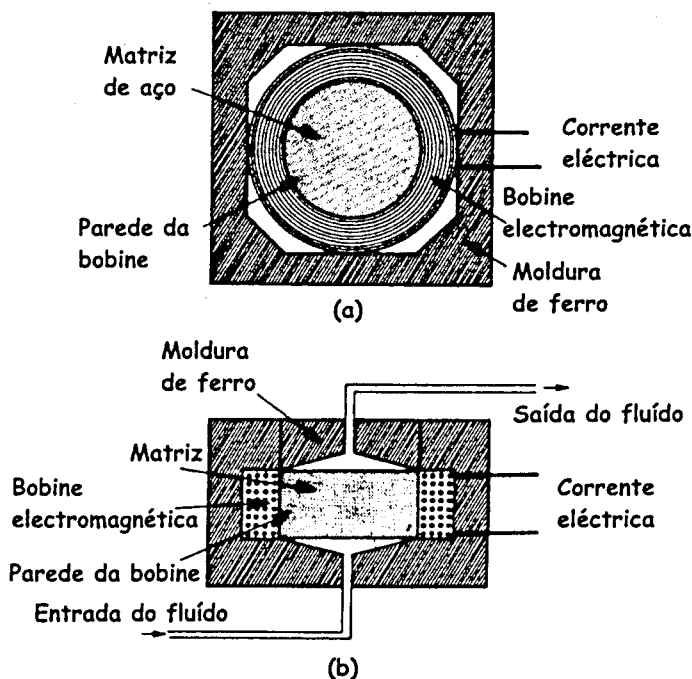


Figura 2.16 – Separador magnético de alto gradiente clássico. a) corte seccional de topo; b) corte seccional lateral. (Baseado em [129].)

Os separadores de matriz são o núcleo central dos separadores magnéticos de alto gradiente. Embora exista um grande número de variações, a maioria cai no

desenho básico apresentado na figura 2.16. Nestes separadores a alimentação é injectada através de uma matriz de várias camadas feita de material ferromagnético (como as apresentadas na figura 2.13), onde as partículas magnéticas aderem, prosseguindo o fluido sem as partículas magnéticas para a saída. O campo magnético é criado por uma bobine electromagnética ou supercondutora (ver figura 2.17), sendo ainda o sistema envolvido por uma moldura de ferro que forma um caminho de retorno contínuo para o fluxo magnético (diminuindo deste modo a energia despendida para energizar a bobine). À medida que as partículas magnéticas se vão acumulando na matriz, esta vai perdendo a eficácia, e por isso é necessário a certo ponto suspender o sistema e inverter o fluxo da forma que foi indicada no *ferrofiltro de Frantz*. A matriz pode ser de vários géneros sendo os mais vulgares indicados na figura 2.13. As aberturas na matriz são normalmente muito pequenas, o que se justifica pelo curto alcance que apresenta o campo magnético por elas gerado.

Este tipo de separadores exigiu o desenvolvimento de uma teoria específica, nomeadamente no concerne à acumulação das partículas magnéticas na matriz.

Este tipo de separadores são dos mais utilizados correntemente na indústria de processamento de minérios.

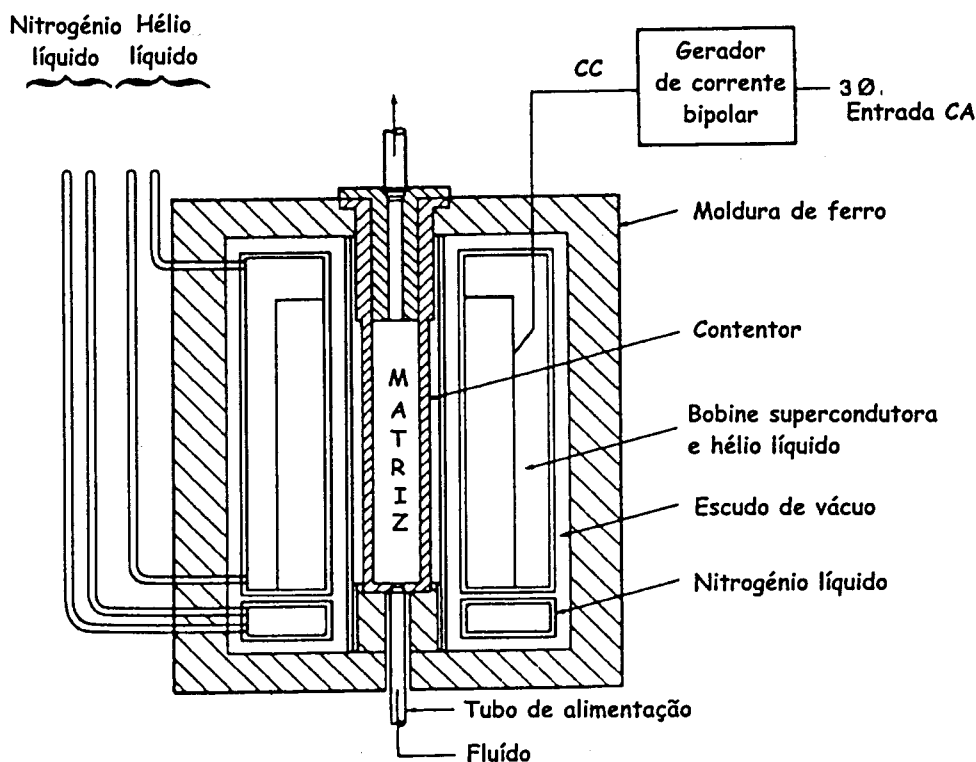
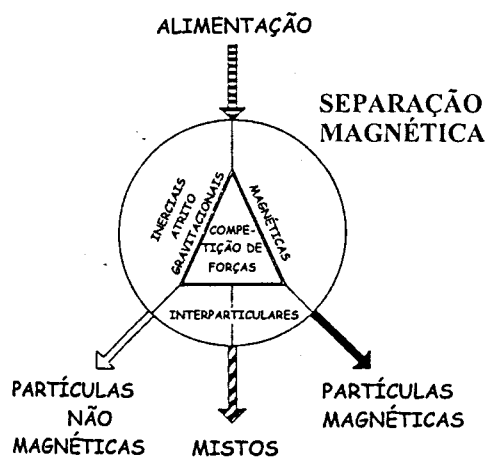


Figura 2.17 – Separador magnético supercondutor de alto gradiente. (Baseado em [129].)

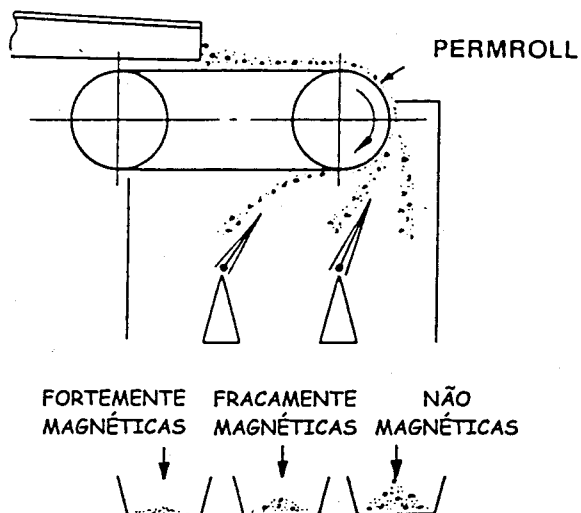
2.2 – CLASSIFICAÇÃO MAGNÉTICA

Classificação magnética diferencial é definida como a classificação das partículas magnéticas por classes de susceptibilidade magnética, cujos limites,

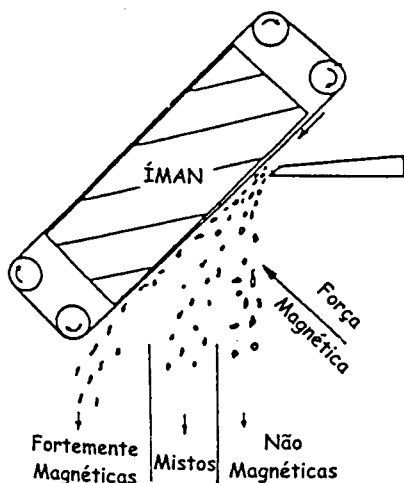
definidores destas, podem ser tão próximos quanto se deseje ([135], [136]).



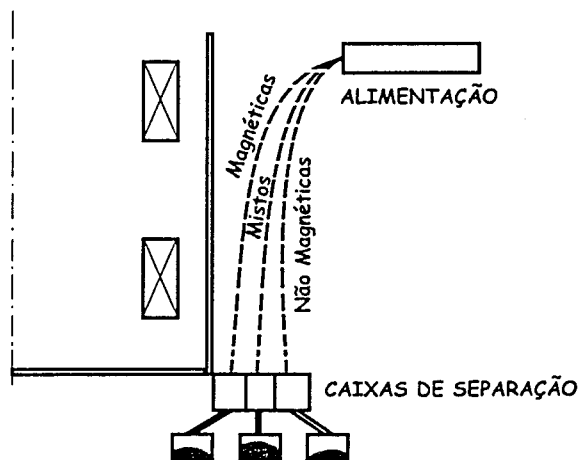
a)



b)



c)



d)

Figura 2.18 – Processos de separação típicos: a) esquema processual normal clássico (baseado em [98]); b) operação de um separador magnético Permroll® (baseado em [137]); c) processo de queda livre inclinada (baseado em [138]); d) separação magnética de gradiente livre via seca com bobine supercondutora (baseado em [89]);

Apesar da separação magnética ser um método de separação de partículas em processamento de minérios, já conhecido à mais de 100 anos, os separadores

magnéticos desenvolvidos até ao momento não apresentam a possibilidade de se conseguir uma classificação magnética diferencial das partículas que vão sendo separadas. De facto, a grande maioria destes separadores magnéticos só alcança os três produtos clássicos de separação: partículas magnéticas, mistos e partículas não magnéticas (ver figura 2.18a). Alguns exemplos típicos são apresentados na figura 2.18.

Foram, no entanto, desenvolvidos alguns sistemas de separação magnética que demonstram alguma preocupação em se obter uma espécie de classificação das partículas magnéticas que vão sendo separadas (ver figura 2.19). Esta tarefa de classificação magnética era porém conseguida invariavelmente através de uma cascata de separadores magnéticos simples.

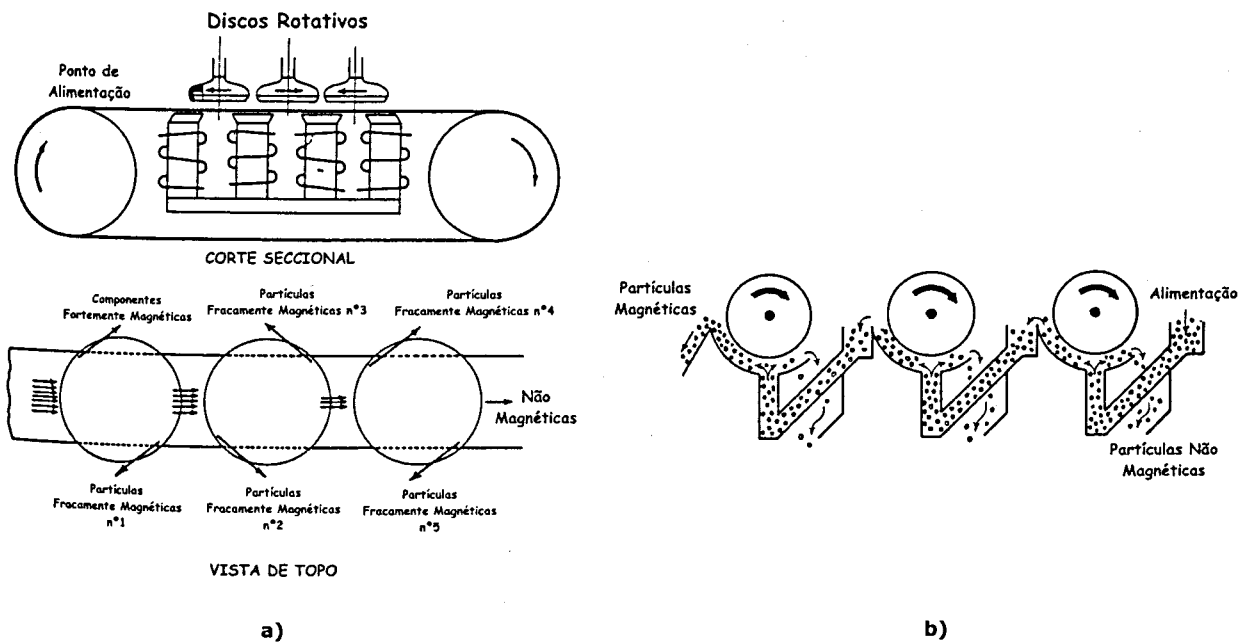


Figura 2.19 – Processos de separação magnética clássicos em cascata, demonstrando um cuidado para se atingir uma espécie de classificação magnética (baseado em [123]): a) separador de discos; b) separadores de tambor em contra-corrente, via húmida.

No início da década de 80 alguns investigadores desenvolveram sistemas de separação magnética capazes de melhorar a *selectividade*. A definição de *selectividade* é diferente da definição de *classificação magnética diferencial*, pois a última contém a primeira como um caso particular, uma vez que a primeira é definida como a capacidade de um separador magnético em separar uma certa espécie de partículas magnéticas (e.g. manganite) das restantes (e.g. cromite) independentemente dos seus valores de susceptibilidade magnética, no estado puro, serem muito próximos. A *classificação magnética diferencial*, para além de provocar este efeito quantas vezes for desejado, ainda classifica as partículas magnéticas do mesmo material por grau de pureza.

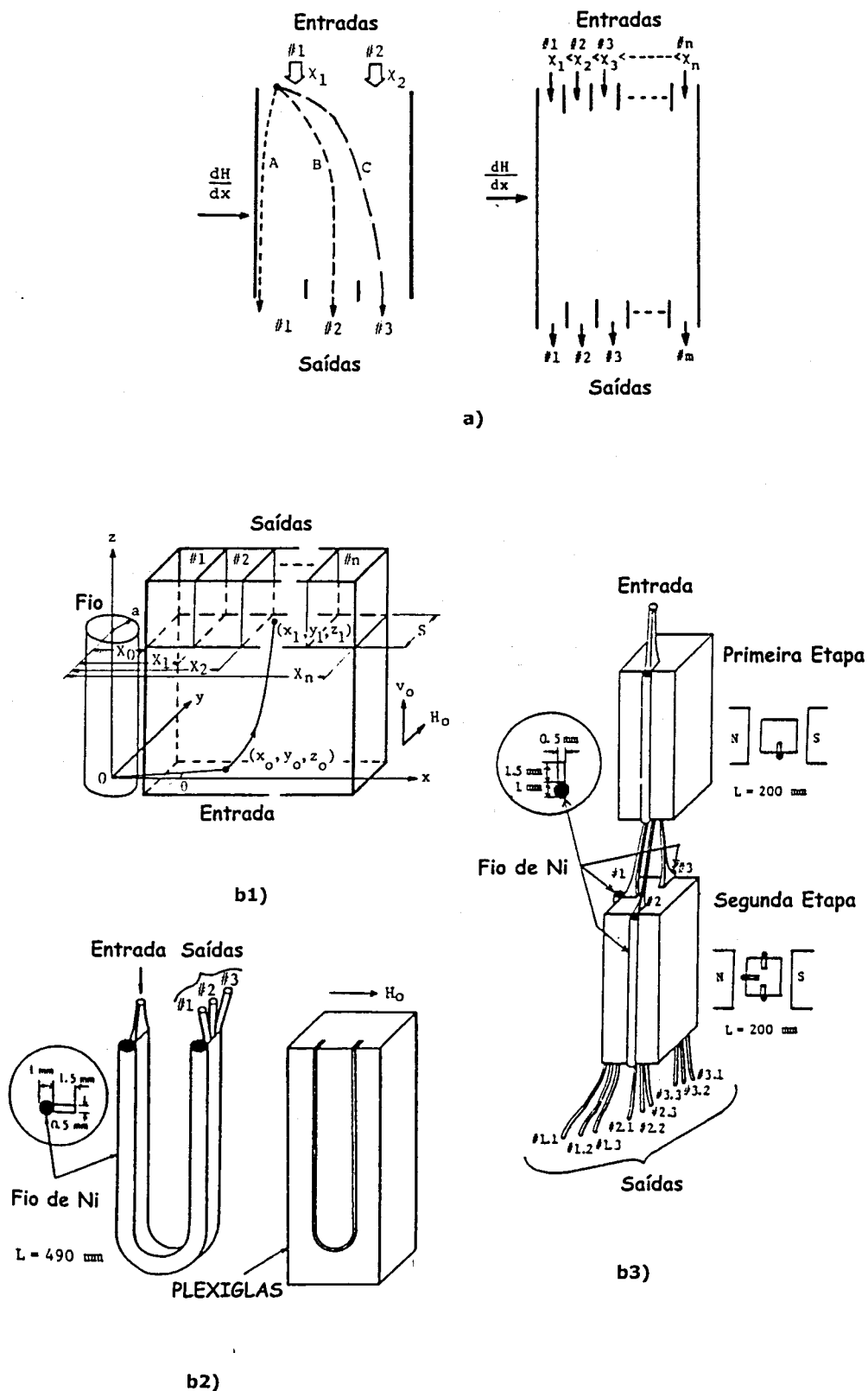


Figura 2.20 – Modelos de separadores magnéticos melhorados para efectuarem uma selectividade, apresentando inerentemente um princípio de classificação magnética das partículas magnéticas: a) processo de gradiente de susceptibilidade magnética (baseado em [139]); b) separação magnética selectiva axial de alto gradiente: b1 – modelo teórico (baseado em [140]), b2 – modelo prático de uma passagem (baseado em [141]), b3 – modelo em cascata (baseado em [142]).

De qualquer dos modos, dentro de todos estes separadores melhorados em termos de selectividade, existem aqueles que inerentemente apresentam um princípio de classificação magnética. É o caso do denominado *processo de gradiente de susceptibilidade magnética* e da *separação magnética selectiva axial de alto gradiente* (figura 2.20). No primeiro, a separação das partículas magnéticas de acordo com a sua susceptibilidade é conseguida baseada no princípio de que uma solução magnética coloidal apresenta uma susceptibilidade magnética variável quando sujeita a um gradiente de campo magnético. Este processo é limitado, no entanto, a partículas de tamanho abaixo do micron, por motivos económicos e práticos. No segundo processo, a separação das partículas magnéticas de acordo com a sua susceptibilidade magnética, é conseguida graças ao aproveitamento do gradiente de campo magnético criado por um fio de nióbio. Este método exige um processo em cascata (figura 2.20b3) para se poder obter uma espécie de classificação das partículas magnéticas.

Nenhum dos processos é portanto capaz de conseguir uma classificação magnética diferencial.

2.3 - O NOSSO SEPARADOR-CLASSIFICADOR MAGNÉTICO ^{[143], [144]}

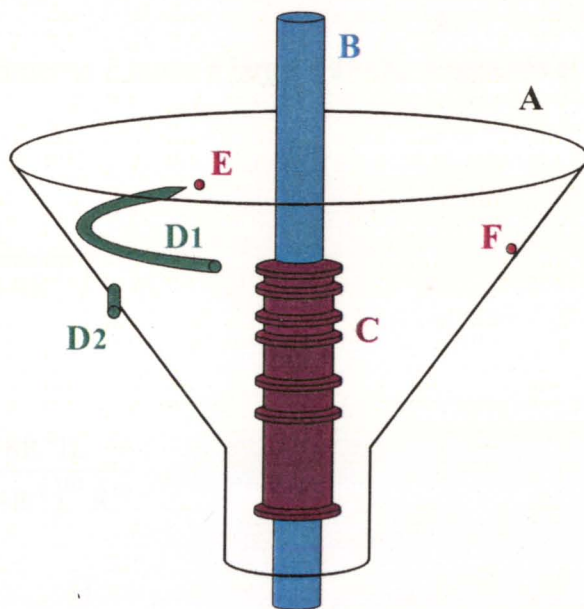


Figura 2.21 - Representação esquemática do novo separador-classificador: *A*- corpo do separador-classificador em forma de funil (em rotação ou estático); *B*- ímã supercondutor; *C*- coletor central de partículas magnéticas; *D1*- sistema de alimentação para a configuração de corpo em rotação; *D2*- sistema de alimentação para a configuração de corpo estático; *E*- partícula alimentada a um raio inicial r_i ; *F*- partícula sofrendo o processo de separação-classificação.

Atendendo à lacuna existente em termos de *classificação magnética diferencial*, desenvolveu-se um novo separador magnético para a tentar suprimir. O esquema geral do novo separador-classificador magnético proposto apresenta-se na figura 2.21. Os seus componentes principais são um corpo cónico, onde o sistema de alimentação deposita as partículas, e um íman supercondutor central fixo rodeado por um sistema colector. O íman supercondutor apresenta uma configuração linear, de modo a que se possa considerar que o campo magnético gerado seja representado pelas equações apresentadas no sector 1.4 e consecutivamente que a densidade de força magnética sofrida por qualquer partícula paramagnética seja representada por:

a) fio de comprimento infinito

Neste caso

$$H = \frac{I}{\pi 2R} \quad (2.1)$$

e assim

$$\mathbf{f}_R = -\frac{\mu_0 I^2}{R^3 4\pi^2} \mathbf{u}_R \quad (2.2)$$

b) fio de comprimento L curto e largura D não desprezável (relação L/D baixa)

Neste caso

$$H = \frac{I}{\pi 2R} \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}} \right) \quad (2.3)$$

logo

$$\frac{\partial H}{\partial R} = -\frac{IL^3 + 8R^2 IL}{2\pi(L^2 + 4R^2)^{3/2} R^2} \quad (2.4)$$

e então

$$\mathbf{f}_R = -\frac{\mu_0 I^2}{R^3 4\pi^2} \frac{L^4 + 8R^2 L^2}{L^4 + 8R^2 L^2 + 16R^4} \mathbf{u}_R \quad (2.5)$$

Note-se que para os cálculos anteriores se utilizou a densidade de força magnética definida por

$$\mathbf{f}_R = \frac{1}{2} \mu_0 \left(2H_R \frac{\partial H_R}{\partial R} \right) \mathbf{u}_R = \mu_0 H_R \frac{\partial H_R}{\partial R} \mathbf{u}_R \quad (2.6)$$

sendo \mathbf{u}_R o versor segundo o sentido radial (de R), expressão esta obtida a partir da expressão genérica [28]

$$\mathbf{f} = \bar{\nabla} \left(\frac{1}{2} H B_0 \right) = \frac{1}{2} \mu_0 \bar{\nabla} (H^2) \quad (2.7)$$

considerando que no caso em questão só existe gradiente na direcção radial, e então

$$f_R = \left(\frac{\partial}{\partial R} \right) \left(\frac{1}{2} H B_0 \right) \quad (2.8)$$

A principal aptidão do separador-classificador é a de exercer uma combinação de forças nas partículas magnéticas presentes na alimentação, tal que estas partirão num determinado raio (que é dependente das suas propriedades magnéticas intrínsecas) da superfície do corpo em direcção ao centro do separador-classificador, onde são recolhidas por uma peça especialmente desenhada que permite a sua recolha por classes de susceptibilidade magnética.

A configuração cónica do corpo permite às partículas encontrar uma força magnética sucessivamente mais elevada à medida que descem na sua superfície. Deste modo, sem se alterar o valor da intensidade de corrente no íman superconductor, o gradiente de força magnética necessário para a separação-classificação é naturalmente conseguido, através de um sistema geométrico simples. As partículas com uma susceptibilidade magnética mais elevada partirão em direcção ao centro num raio maior, chegando ao colector central a um nível mais elevado. Se desenharmos o colector central correctamente, poderemos classificar as partículas magnéticas enquanto elas são separadas.

Existem dois modos de controlar a força centrífuga das partículas magnéticas ([135], [136]): A) por uma rotação do corpo do separador-classificador; B) por uma velocidade tangencial inicial imprimida pelo mecanismo de alimentação.

A) Rotação do corpo do separador-classificador

Esquemas demonstrativos da descrição que irá ser efectuada podem ser vistos nas figuras 4.34 e 4.39.

Quando as partículas são alimentadas, e se encontram na superfície do separador-classificador, devido à rotação do corpo deste, sofrerão a influência de uma força centrífuga, que para velocidades de rotação acima de um determinado valor (ver capítulo 3) as faria mover no sentido ascendente, se esta força fosse a única actuante. No entanto, devido à presença do campo magnético, as partículas magnéticas presentes na corrente de alimentação sofrerão uma força magnética que se oporá em sentido à força centrífuga. Se a susceptibilidade magnética das

partículas for suficientemente elevada para tornar esta força magnética maior que a força centrífuga, as partículas não se moverão no sentido ascendente mas sim no descendente. Existirá um determinado valor limite da susceptibilidade magnética – que poderemos controlar através da manipulação de certas variáveis - (ver capítulo 3), que definirá que classe de partículas ascenderá na superfície juntamente com as não magnéticas, e quais as partículas que descerão na superfície para serem separadas e classificadas.

Seguindo a trajetória das partículas descendentes, verifica-se que devido à geometria cônica, à medida que as partículas descem, aproximam-se do íman supercondutor central, sofrendo deste modo uma densidade de força magnética progressivamente maior. Eventualmente, existirá um raio, no qual a força magnética actuante nas partículas é elevada o suficiente para compensar a componente do peso, e as partículas “voarão” em direcção ao centro do separador. Das equações (2.2) e (2.5) conclui-se que, no mesmo raio, as partículas com uma susceptibilidade magnética mais elevada sofrerão uma força magnética mais elevada que as partículas com uma susceptibilidade magnética mais baixa. Tal significa que as partículas de susceptibilidade magnética mais elevada sofrerão a força magnética necessária para “levantarem voo” a um raio mais elevado, chegando deste modo ao colector central a uma altura mais elevada (figura 2.21). Se o colector central for devidamente concebido, podemos (para além da separação) recolher as partículas magnéticas por classes de susceptibilidade magnética diferencial. Uma vez que a susceptibilidade magnética de uma partícula se encontra relacionada com o seu grau de pureza, poderemos ainda recolhê-las por classes de pureza.

As partículas magnéticas que não possuam susceptibilidade magnética suficientemente elevada para compensar o efeito do peso, antes de chegarem ao raio menor do sector cónico do corpo, cairão num colector de base.

Resumindo, teremos três etapas de separação e uma de classificação diferencial:

1ª etapa de separação – no raio de alimentação

2ª etapa de separação e classificação diferencial – durante a descida

3ª etapa de separação – no raio menor do sector cónico do corpo.

B) Corpo do separador-classificador estático (caso ciclónico)

Este caso é semelhante ao anterior, sendo que o comportamento das partículas será dependente do modo como é feita a alimentação das partículas, uma vez que estas entram animadas de uma velocidade tangencial inicial. Se direccionarmos a alimentação no sentido ascendente, obteremos as três etapas de separação e uma de classificação diferencial, descritas anteriormente. Se a alimentação for direccionada no sentido descendente, as partículas não magnéticas mover-se-ão conjuntamente com as partículas magnéticas no sentido descendente, obtendo-se assim uma etapa de separação, conjuntamente com uma etapa de classificação diferencial. Se a alimentação for direccionada horizontalmente poderemos obter um ou outro dos casos descritos anteriormente, dependendo da velocidade tangencial inicial imposta no mecanismo de alimentação.

Em seguida ir-se-á desenvolver a base teórica do separador-classificador (capítulo 3), efectuar-se-ão simulações para diversos valores das variáveis manipuláveis (capítulo 4), e conceber-se-á finalmente o desenho óptimo de cada componente (capítulos 5 e 6) deste inovador separador-classificador magnético.

3 – TEORIA SUPORTE DO NOVO SEPARADOR-CLASSIFICADOR MAGNÉTICO: CORPO-ROTATIVO

3.1- INTRODUÇÃO E APROXIMAÇÕES

Neste capítulo será apresentada toda a teoria desenvolvida que descreverá física e matematicamente o funcionamento normal do separador-classificador magnético.

Considerou-se que se trabalha em via seca, ou seja, utilizando o ar como meio fluido.

Na figura 3.1 apresenta-se uma representação esquemática do novo separador e classificador magnético com os principais parâmetros geométricos devidamente assinalados.

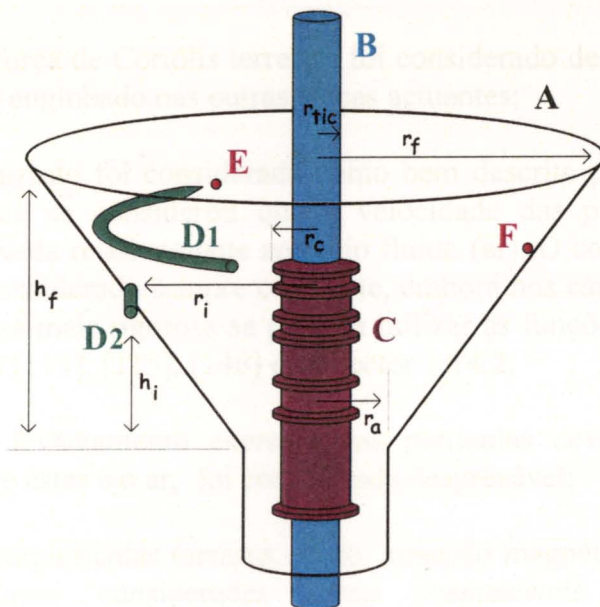


Figura 3.1 - Representação esquemática do novo separador-classificador: h_f altura total da parte cônica do corpo do separador-classificador; h_i altura inicial das partículas alimentadas; r_a raio da parte cilíndrica do corpo do separador-classificador; r_c raio externo do colector central de partículas magnéticas; r_f raio interno máximo da parte cônica do corpo do separador-classificador; r_i raio inicial das partículas alimentadas; r_{tic} raio do ímã supercondutor + sistema criostático envolvente. O resto dos componentes são definidos como na figura 2.21.

O separador-classificador magnético desenvolvido poderá trabalhar em dois modos distintos: com rotação do corpo ou com corpo estático.

A análise teórica do modo de operação *corpo-estático*, poderá ser considerada como um caso particular do desenvolvimento geral apresentado em [107] e [145] para ciclones e hidrociclones magnéticos. Por este motivo não se irá aqui

apresentar a teoria relativamente a este caso, concentrando-se a análise no caso mais eficaz e de mais difícil descrição física que representa o do *corpo-rotativo*.

Para a dedução das fórmulas que descrevem matematicamente e fisicamente, para o *corpo-rotativo*, as trajectórias efectuadas pelas diversas partículas presentes na alimentação, utilizaram-se diversas aproximações, umas de carácter geral e outras de carácter mais específico. As aproximações de carácter geral são a seguir indicadas, enquanto que as de carácter específico são referidas ao longo da dedução no sector a que dizem respeito.

Aproximações gerais:

- o movimento foi sempre considerado relativo a um observador estático no exterior do campo de acção. Os casos em que tal não aconteceu foram devidamente assinalados no texto;
- o efeito da força de Coriolis terrestre foi considerado desprezável, ou como podendo ser englobado nas outras forças actuantes;
- a força de arrasto foi considerada como bem descrita pela lei de Newton, uma vez que se considerou que a velocidade das partículas é sempre bastante elevada relativamente ao meio fluído (ar). O coeficiente de arrasto – C_d – foi considerado sempre constante, embora nos casos em que proceda a uma análise mais rigorosa se possam utilizar as funções apresentadas por exemplo em [113], [115], [146] e no sector 1.14.2;
- a força de levantamento exercida nas partículas devida ao movimento relativo entre estas e o ar, foi considerada desprezável;
- as forças interpartículas (arrasto, atrito, atracção magnética e electrostática, choque) foram consideradas como desprezáveis. Este separador-classificador apresenta uma enorme vantagem neste aspecto, uma vez que as correntes de partículas magnéticas e não magnéticas seguem percursos opostos, só se contactando dentro do sistema de alimentação e na zona de alimentação do separador-classificador. Verifica-se ainda que mesmo dentro das correntes de partículas, desde que verificados pressupostos devidamente analisados e expostos posteriormente, as partículas no seu movimento não contactarão com qualquer outra: é uma separação-classificação “limpa”. Será de referir ainda que quanto mais baixo for o caudal de alimentação menores serão as forças interpartículas;
- as partículas não sofrerão qualquer descontinuidade no seu movimento entre a alimentação e a superfície do separador-classificador magnético.
- as partículas foram consideradas como sendo de forma esférica. A influência provocada por outras formas nas partículas foi considerada como desprezável;

- a dimensão de cada partícula foi considerada suficientemente pequena para que: i) se possa afirmar que o seu campo magnético interno é uniforme por todo o seu volume; ii) seja desprezável comparada com todas as distâncias envolvidas no separador-classificador;
- Considerou-se que o coeficiente de atrito no sentido rotacional é suficiente para manter as partículas “coladas” ao corpo do separador-classificador quer em relação a todo o movimento descrito pelas partículas não magnéticas, quer em relação ao movimento efectuado pelas partículas magnéticas até ao momento em que “levantam vôo” em direcção ao colector central.

Os possíveis afastamentos entre as condições reais e as condições ideais estão englobados em dois coeficientes - T_{CG1} e T_{CG2} – como descrito no que se segue.

3.2 – MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Considera-se, em termos de análise, o movimento das partículas a partir do momento em que se encontram assentes na superfície. Desprezam-se: i) as forças de arrasto F_D , uma vez que o filme de ar presente na vizinhança da superfície sofrerá também a acção de uma força rotacional e mover-se-á, deste modo, no mesmo sentido das partículas não magnéticas, fazendo com que a velocidade relativa entre o ar e as partículas seja bastante pequena; ii) a aceleração angular das partículas no separador-classificador; iii) a influência da força magnética sobre as partículas menos magnéticas que sobem em conjunto com as não magnéticas.

Para analisarmos o movimento efectuado por uma partícula não magnética, devemos começar por fazer o balanço das forças que actuam sobre a mesma, depois de assente na superfície. Considera-se que a rotação do separador-classificador é suficiente para causar a subida das partículas (o valor mínimo desta rotação será visto no sector 3.2.3, e exemplos do efeito do seu não cumprimento no capítulo 4). Apoiando-nos no esquema apresentado na figura 3.2, obtemos para o balanço das forças actuantes segundo a direcção:

- i) normal à superfície,

$$N = P \cos \alpha + F_c \sin \alpha \quad (3.1)$$

- ii) tangencial à superfície,

$$F_{r_t} = F_c \cos \alpha - P \sin \alpha - F_{at} \quad (3.2)$$

F_{r_t} é a força resultante no sentido tangencial à superfície.

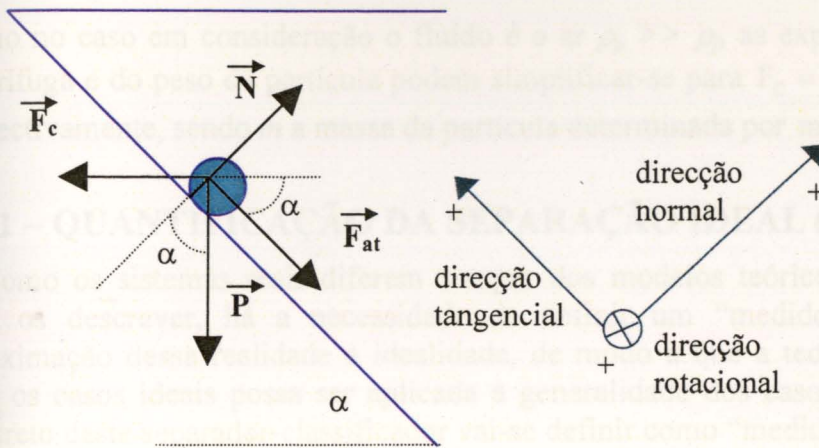


Figura 3.2 - Representação esquemática das forças que actuam sobre uma partícula não magnética, assente sobre a superfície do separador-classificador (corte seccional). **P** - Peso da partícula; **F_c** - Força centrífuga; **F_{at}** - Força de atrito tangencial ; **N** - Força exercida pela superfície na partícula; α - Ângulo que o eixo do separador-classificador faz com a direcção normal.

Do balanço segundo a direcção rotacional resultará apenas uma condição para o coeficiente de atrito rotacional, sendo irrelevante para a análise cinemática que se segue, e por isso é apenas considerado no sector das condições a respeitar pelas variáveis do separador-classificador.

Por outro lado sabe-se que ^[3],

$$F_{at} = \mu N \quad (3.3)$$

sendo μ o coeficiente de atrito característico da superfície do separador-classificador segundo a direcção tangencial (considerado geralmente como o coeficiente de atrito cinético, pois as partículas encontram-se sempre em movimento).

Assim, substituindo (3.3) em (3.1) e depois esse resultado em (3.2) obtém-se,

$$\begin{aligned} Fr_t &= F_c \cos \alpha - P \sin \alpha - \mu P \cos \alpha - \mu F_c \sin \alpha \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Fr_t &= (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) F_c - (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) P \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Fr_t &= (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) m \omega^2 r - (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) mg \end{aligned} \quad (3.4)$$

Onde como vimos anteriormente (capítulo 2), $F_c = V_p (\rho_p - \rho_f) \omega^2 r$ ^[120] e $P = V_p (\rho_p - \rho_f) g$ ^[110] sendo V_p o volume da partícula, ρ_p e ρ_f a massa específica da partícula e do fluido (respectivamente), ω a velocidade angular de rotação do corpo do separador-classificador, g a aceleração gravítica à superfície terrestre (tomou-se como valor médio 9.80665 ms^{-2}), e r o vector módulo (ver figura 3.3).

Como no caso em consideração o fluido é o ar $\rho_p \gg \rho_f$, as expressões da força centrífuga e do peso da partícula podem simplificar-se para $F_c = m\omega^2 r$ e $P = mg$, respectivamente, sendo m a massa da partícula determinada por $m = \rho_p V_p$.

3.2.1 – QUANTIFICAÇÃO DA SEPARAÇÃO IDEAL (T_{CGI}).

Como os sistemas reais diferem sempre dos modelos teóricos desenvolvidos para os descrever, há a necessidade de definir um “medidor” do nível de aproximação dessa realidade à idealidade, de modo a que a teoria desenvolvida para os casos ideais possa ser aplicada à generalidade dos casos reais. No caso concreto deste separador-classificador vai-se definir como “medidor” o coeficiente T_{CGI} .

A interpretação física deste coeficiente é a seguinte: para um separador-classificador ideal, a partícula que sai da alimentação estabelece contacto com o separador-classificador a um determinado raio do mesmo, a que se chamou r_i (ver figura 3.1). O afastamento da idealidade, através do não cumprimento de qualquer uma das aproximações indicadas no sector 3.1, não deverá ser muito grande, podendo-se considerar, na prática, que o sistema real será equivalente a um sistema ideal em que o raio inicial de contacto da partícula com o separador-classificador, não será r_i mas sim um raio diferente a que chamaremos r_R . Este raio r_R relaciona-se com o raio r_i através do coeficiente T_{CGI} , pela equação*:

$$r_R = T_{CGI} r_i \quad (T_{CGI} > 0) \quad (3.5)$$

T_{CGI} é um parâmetro adimensional, cujo valor deverá situar-se normalmente em valores menores mas próximos da unidade. Dependerá principalmente: i) da esfericidade das partículas; ii) do modo como é efectuada a alimentação; iii) da velocidade relativa entre as partículas e o fluido (que determina qual o modelo apropriado para descrever as forças de arrasto exercidas pelo ar nas partículas em movimento); iv) das forças interpartículas.

T_{CGI} é o ponto fulcral da interface entre a realidade prática e a realidade teórica aqui desenvolvida. A sua determinação experimental não deverá apresentar grande dificuldade.

3.2.2 – FÓRMULAS FÍSICAS

No que se segue, foram utilizadas relações físicas básicas, que podem ser consultadas por exemplo em [110].

Neste sector ir-se-ão considerar dois sistemas de coordenadas, alternando-se entre eles consoante a sua melhor adequação ao caso em estudo: o sistema de coordenadas apresentado na figura 3.2 e o sistema de coordenadas cilíndricas apresentado na figura 3.3.

* Convém no entanto não esquecer que r_R é um raio fictício pois o verdadeiro raio real – prático - a que entra a alimentação é r_i .

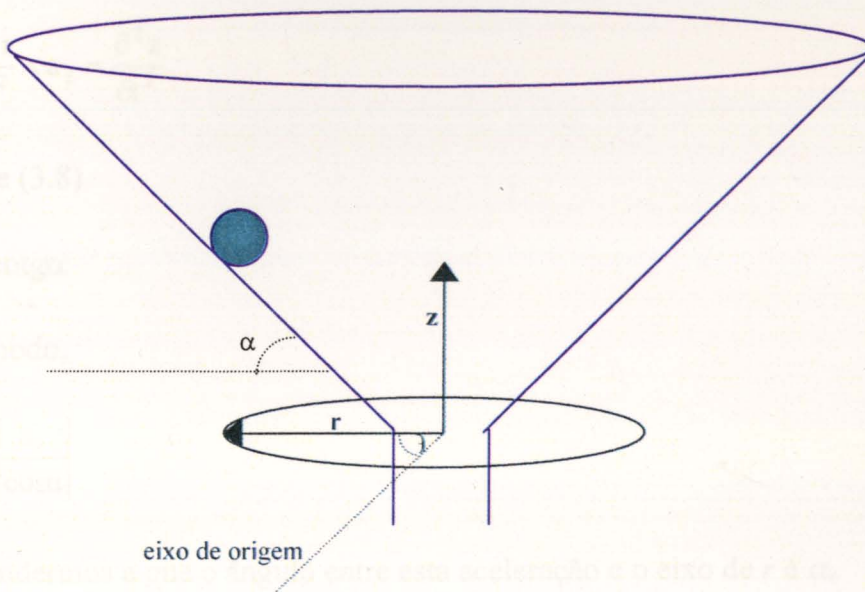


Figura 3.3 - Sistema de coordenadas cilíndricas alternativo considerado;
 α - Ângulo que o separador-classificador faz com o eixo y .

A) RAIOS VS TEMPO

Retomando a equação (3.4) e lembrando da 2ª lei de Newton que para uma partícula de massa m , a força F e a aceleração a relacionam-se por $F = m \cdot a$, podemos estabelecer a expressão da aceleração tangencial da partícula, que na realidade é a aceleração que ela sofre globalmente, uma vez que não existe aceleração rotacional (ω é constante). Vem:

$$a_{tt} = (\cos\alpha - \mu\text{sen}\alpha)\omega^2 r - (\text{sen}\alpha + \mu\cos\alpha)g \quad (3.6)$$

Por outro lado, utilizando o sistema de coordenadas cilíndricas (figura 3.3)

$$\mathbf{a}_{tot} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_\theta + \mathbf{a}_z \quad (3.7)$$

sendo \mathbf{a}_{tot} a aceleração total sofrida pelas partículas, \mathbf{a}_r a componente da aceleração segundo o vector módulo r , \mathbf{a}_θ a componente da aceleração segundo o vector θ , \mathbf{a}_z a componente da aceleração segundo o vector z .

Ora, uma das aproximações consideradas no sector 3.1 foi a de que as partículas se deslocam a uma velocidade angular constante ("coladas" ao corpo do separador-classificador), ou seja, a sua aceleração angular é nula. Esta aproximação leva a que para a trajetória das partículas os vectores z e r se relacionem a todo o momento pela expressão

$$r = T_{CGI} r_i + z \cot\alpha \quad (3.8)$$

Atendendo a que

$$a_r = \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \wedge a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

então de (3.8)

$$a_r = a_z \cot \alpha \quad (3.10)$$

Deste modo,

$$\|a_{\text{tot}}\| = \left| \frac{a_r}{\cos \alpha} \right| \quad (3.11)$$

e se atendermos a que o ângulo entre esta aceleração e o eixo de r é α ,

$$a_t = \|a_{\text{tot}}\| = \frac{1}{\cos \alpha} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \quad (3.12)$$

Finalmente de (3.6),

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = (\cos^2 \alpha - \mu \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha) \omega^2 r - (\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + \mu \cos^2 \alpha) g = ar + b \quad (3.13)$$

onde $a = (\cos^2 \alpha - \mu \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha) \omega^2$ e $b = -(\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + \mu \cos^2 \alpha) g$

Deste modo, vem (apêndice 3A):

$$r(t) = \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) - \frac{b}{a} \quad (3.14)$$

onde $\frac{b}{a} = -\frac{(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha) g}{(\cos \alpha - \mu \operatorname{sen} \alpha) \omega^2} = -\frac{(\operatorname{tg} \alpha + \mu) g}{(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \omega^2}$ e $\sqrt{a} = \omega \cos \alpha \sqrt{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}$, pois $\omega > 0$ e $\cos \alpha > 0$.

B) ALTURA VS TEMPO

Para a coordenada z (ver figura 3.3), virá de (3.8),

$$z = z_i + (r - T_{\text{CGI}} r_i) \operatorname{tg} \alpha = z_i + \left(\left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) - \frac{b}{a} - T_{\text{CGI}} r_i \right) \operatorname{tg} \alpha \quad (3.15)$$

sendo $z_i = h_i$ (figura 3.1)

C) VELOCIDADE TANGENCIAL VS TEMPO

A velocidade da partícula no sentido tangencial é dada por (da eq. (3.14) e de um modo semelhante ao descrito para a aceleração tangencial)

$$v_{\pi}(t) = \frac{\sqrt{a}}{\cos\alpha} \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} - e^{-\sqrt{a}t}) \quad (3.16)$$

$$\text{sendo } \frac{\sqrt{a}}{\cos\alpha} = \omega \sqrt{1 - \mu \operatorname{tg}\alpha}$$

D) ACELERAÇÃO TANGENCIAL VS TEMPO

A aceleração tangencial é dada por:

$$a_{\pi}(t) = \frac{dv_{\pi}}{dt} = \frac{a}{\cos\alpha} \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) \quad (3.17)$$

$$\text{sendo } \frac{a}{\cos\alpha} = \omega^2 (\cos\alpha - \mu \cdot \operatorname{sen}\alpha)$$

E) VELOCIDADE LINEAR ROTACIONAL VS TEMPO

Embora não exista aceleração angular (uma das aproximações consideradas), existe porém velocidade angular nesse sentido, que traduz uma velocidade linear rotacional dada por

$$v_{\theta}(t) = \omega r = \omega \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) - \frac{b}{a} \omega \quad (3.18)$$

na direcção rotacional (figura 3.2). De notar que embora não exista aceleração angular, existe uma força de atrito rotacional ($F_{a\theta}$) com um coeficiente de atrito μ_{θ} diferente de μ (o coeficiente de atrito na direcção tangencial – ver figura 3.2), que anula as forças de arrasto neste sentido

F) DESLOCAMENTO ANGULAR VS TEMPO

Como a velocidade angular é constante e igual a ω , vem

$$\theta(t) = \omega t - 2\pi n \quad (3.19)$$

onde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

G) VELOCIDADE TOTAL (ÂNGULO) VS TEMPO

A partir de (3.16) e (3.18) determina-se a velocidade total da partícula num dado instante, e o ângulo que a mesma faz com o sentido rotacional do separador-classificador.

A norma da velocidade total será dada por,

$$\|v_t\| = \sqrt{\|v_r\|^2 + \|v_\theta\|^2} \quad (3.20)$$

O ângulo φ entre a velocidade total e o sentido rotacional é calculado por,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{v_r}{v_\theta} = \\ &= \left[\frac{\sqrt{a}}{\cos \alpha} \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} - e^{-\sqrt{a}t}) \right] / \left[\omega \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \right) (e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) - \frac{b}{a} \omega \right] \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = \operatorname{arctg} \left[\frac{\frac{\sqrt{a}}{\cos \alpha} [1 - e^{(-2\sqrt{a}t)}]}{\omega [1 + e^{(-2\sqrt{a}t)}] - \omega \frac{2}{r_R \frac{a}{b} + 1} e^{(-\sqrt{a}t)}} \right] \quad (3.21)$$

3.2.3 – CONDIÇÕES PARA A SEPARAÇÃO

A) F_r

Para ser possível efectuar a separação das partículas não magnéticas do resto das partículas, a força resultante tangencial traduzida pela equação (3.4), terá de ser positiva (no sentido definido na Fig. 3.2), ou seja,

$$(\cos \alpha - \mu \operatorname{sen} \alpha) \eta \omega^2 r - (\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha) \eta g > 0$$

Dividindo esta inequação por $\cos \alpha$ e visto que $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 0 < \cos \alpha < 1$, então

$$(1 - \operatorname{tg} \alpha \mu) \omega^2 r - (\operatorname{tg} \alpha + \mu) g > 0 \quad (3.22)$$

Desenvolvendo a inequação (3.22) em ordem a α :

$$\omega^2 r - \mu \omega^2 r \operatorname{tg} \alpha - g \operatorname{tg} \alpha - g \mu > 0 \Leftrightarrow -(\mu \omega^2 r + g) \operatorname{tg} \alpha > g \mu - \omega^2 r \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha < \frac{-g \mu + \omega^2 r}{\mu \omega^2 r + g}$$

visto que $\mu \omega^2 r + g > 0, \forall \mu, \omega, r$.

A condição (3.22) transformar-se-á então em

$$0 < \alpha < \operatorname{arctg} \left(\frac{-g \mu + \omega^2 r}{\mu \omega^2 r + g} \right) \quad (3.23)$$

obtendo-se assim uma condição em α^\dagger .

Como $0 < \alpha < 90^\circ$ e $\mu \omega^2 r + g > 0, \forall \mu, \omega, r$ a expressão (3.23) só será viável se

$$\omega^2 r - \mu g > 0 \Leftrightarrow \omega^2 r > \mu g \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g \mu}{r}} \wedge r \neq 0 \quad (3.24)$$

obtendo-se assim uma condição em ω tendo em vista a condição em α expressa na inequação (3.23).

Temos, assim, o par de condições (3.23)-(3.24) em (α, ω) .

No apêndice 3B apresenta-se uma análise que leva à conclusão de que um valor mais limitado de ω origina um valor menos limitado de α , e um valor menos limitado de ω origina um valor mais limitado de α .

Obtemos um par de condições alternativo, se desenvolvermos a inequação (3.22) em ordem a ω :

$$(1 - \operatorname{tg} \alpha \mu) \omega^2 r > (\operatorname{tg} \alpha + \mu) g \quad (3.25)$$

Como $1 - \operatorname{tg} \alpha \mu < 0$ torna o sistema impossível, então:

$$\omega > \sqrt{\frac{(\operatorname{tg} \alpha + \mu) g}{(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) r}} \quad (3.26)$$

com

[†] Para o caso particular de superfícies sem atrito ou de atrito desprezável (na direcção tangencial), verificamos que:

$$0 < \alpha < \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega^2 r}{g} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{F_c}{P} \right) \Rightarrow \begin{cases} P \gg F_c \Rightarrow \alpha = 0 \\ P = F_c \Rightarrow 0 < \alpha < 45^\circ \\ P \ll F_c \Rightarrow 0 < \alpha < 90^\circ \end{cases}$$

$$1 - \operatorname{tg}\alpha\mu > 0 \Rightarrow \alpha < \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\mu}\right) \quad (3.27)$$

Obtém-se assim uma condição em α tendo em vista a condição (3.26) em ω

O novo par de condições em (ω, α) é (3.26)-(3.27)

Também para este caso no apêndice 3B se apresenta uma análise que leva de igual modo à conclusão de que um valor mais limitado de ω origina um valor menos limitado de α , e um valor menos limitado de ω origina um valor mais limitado de α .

Comparemos agora os dois pares de condições em (ω, α) . A inequação (3.27) é menos limitada que a (3.23), o mesmo se passando com a inequação (3.24) em relação a (3.26), ou seja o domínio de valores permitidos para α pela condição (3.27) é mais lato que o definido pelo condição (3.23), sendo que o domínio de valores permitidos para ω pela condição (3.24) é mais lato que o definido pelo condição (3.26). De facto:

$$(1 + \mu^2) > 0 \Leftrightarrow -\frac{g}{\mu}(1 + \mu^2) < 0 \Leftrightarrow -g\mu + \omega^2 r < \omega^2 r + \frac{g}{\mu} \Leftrightarrow \frac{-g\mu + \omega^2 r}{\mu\omega^2 r + g} < \frac{1}{\mu} \quad (3.28)$$

e

$$(1 + \mu^2) > 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}\alpha(1 + \mu^2) > 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}\alpha + \mu > \mu - \mu^2 \operatorname{tg}\alpha \Leftrightarrow \frac{(\operatorname{tg}\alpha + \mu)g}{(1 - \mu \operatorname{tg}\alpha)r} > \frac{\mu g}{r} \quad (3.29)$$

pois das inequações (3.28), (3.27) e (3.23) temos que $1 - \mu \operatorname{tg}\alpha > 0$. Os resultados obtidos indicam pois que os pares de condições em análise são concorrentes.

Deste modo, se for mais vantajoso manter a velocidade de rotação o mais baixa possível (por motivos económicos, por exemplo), então para baixarmos o valor de ω limitante, teremos de “sacrificar” o valor do ângulo e portanto limitá-lo mais, utilizando por conseguinte o par de condições (3.23)-(3.26). No caso de ser mais vantajoso manter um valor de ângulo o mais alto possível (por exemplo, para aproveitamento de corpos já existentes e que foram geometricamente definidos para outras separações-classificações) teremos então de limitar o valor da velocidade angular, utilizando-se o par de condições (3.26)-(3.27).

Nas expressões (3.24) e (3.26) verifica-se, por inspecção, que quanto menor for o raio mais limitadas se tornarão as condições que elas definem. (3.27) por outro lado é independente de r . No caso da expressão (3.23) teremos de analisar o sinal da sua 1ª derivada em ordem a r :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{-g\mu + \omega^2 r}{\mu\omega^2 r + g} \right) = \frac{\omega^2(\mu\omega^2 r + g) - \mu\omega^2(-g\mu + \omega^2 r)}{(\mu\omega^2 r + g)^2} = \frac{\omega^2 g(1 + \mu^2)}{(\mu\omega^2 r + g)^2} > 0, \forall \omega, \mu, r$$

Como a 1ª derivada é positiva então a função é crescente em r , e assim quanto menor o valor do raio mais limitado será o valor de α .

No separador ideal o menor raio possível é r_a (Fig. 3.1). Como estamos a analisar o caso das partículas não magnéticas cujo movimento faz-se sempre de uma maneira ascendente a partir do momento que são alimentadas, o menor valor de raio pelo qual estas partículas passarão será r_i . Para separadores reais este raio não será r_i , mas sim r_R , ou seja $T_{CGI} r_i$.

Deste modo, os dois pares de condições de facto limitantes das variáveis α e ω no sistema considerado serão[‡]:

PAR DE CONDIÇÕES N°1

$$0 < \alpha < \arctg \left(\frac{-g\mu + \omega^2 T_{CGI} r_i}{\mu\omega^2 T_{CGI} r_i + g} \right) \quad (3.30)$$

e

$$\omega > \sqrt{\frac{g\mu}{T_{CGI} r_i}} \quad (3.31)$$

PAR DE CONDIÇÕES N°2

$$0 < \alpha < \arctg \left(\frac{1}{\mu} \right) \quad (3.32)$$

e

$$\omega > \sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha) T_{CGI} r_i}} \quad (3.33)$$

[‡] Se em vez de considerarmos os pares de condições n°1 ou n°2, optarmos por considerar a condição (3.22), teremos então também de respeitar a condição,

$$\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow T_{CGI} r_i > \frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)\omega^2}$$

de modo a que a função r vs t seja crescente.

B) μ

Os coeficientes de atrito do sentido rotacional e tangencial são diferentes, pelo que as suas condições limite serão analisadas em separado.

No caso do *sentido tangencial* não existe qualquer restrição para o valor de μ . Pode-se porém verificar qual a sua influência nas condições limite desenvolvidas para α e ω . Para as inequações (3.30), (3.31) e (3.32) quanto maior for o valor do coeficiente de atrito, mais limitados serão os valores de α e ω (facilmente comprovado por inspecção). Já em relação à expressão (3.33) teremos de nos socorrer do cálculo da primeira derivada para podermos concluir algo:

$$\frac{\partial \left(\sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)T_{CGI} r_i}} \right)}{\partial \mu} = \frac{1}{2} \frac{g(1 - \mu tg\alpha)T_{CGI} r_i + T_{CGI} r_i tg\alpha (t + \mu)g}{((1 - \mu tg\alpha)T_{CGI} r_i)^2} \Bigg/ \sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)T_{CGI} r_i}} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{T_{CGI} r_i g(1 + tg^2\alpha)}{((1 - \mu tg\alpha)T_{CGI} r_i)^2} \Bigg/ \sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)T_{CGI} r_i}} > 0 \quad \forall \mu, r, \text{ e atendendo à condição (3.32) também } \alpha$$

Conclui-se que para este caso quanto maior for o valor do coeficiente de atrito, mais limitados serão os valores de α e ω . Se o coeficiente T_{CGI} não englobar a possibilidade da existência de alguma diferença entre os valores do coeficiente de atrito na superfície de sector para sector, nas expressões (3.30), (3.31), (3.32) e (3.33) deverá utilizar-se como valor do coeficiente μ o valor mais conservativo.

No caso do *sentido rotacional*, o atrito terá de ser o suficiente para manter as partículas “coladas” à superfície do separador-classificador nesta direcção. Para que tal aconteça (balanço de forças na direcção rotacional – Fig. 3.2 e Fig. 3.3):

$$F_{a\theta} \geq F_D \Rightarrow \mu_{\theta} N \geq \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} m \frac{\rho_f}{\rho_p} \omega^2 r^2 \Leftrightarrow \mu_{\theta} \geq \frac{\frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \omega^2 r^2}{\omega^2 r \sin\alpha + g \cos\alpha} \quad (3.34)$$

onde $F_D = C_d A \rho_f \frac{v_p^2}{2}$ [115], μ_{θ} é o coeficiente de atrito no sentido rotacional, C_d é o coeficiente de arrasto das partículas, r_{part} é o raio das partículas, ρ_f é a massa específica do fluido e ρ_p é a massa específica das partículas, e tomaram-se as partículas como sendo esféricas e deste modo

$$F_D = C_d A \rho_f \frac{v_p^2}{2} = m C_d \frac{A}{Vol_p} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{v_p^2}{2} = m C_d \frac{1}{\frac{4}{3} r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{v_p^2}{2} = \frac{3}{8} m \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_p^2 \quad (3.35)$$

Pois para partículas esféricas,

$$\frac{A}{Vol_p} = \frac{\pi r_{part}^2}{\frac{4}{3} \pi r_{part}^3} = \frac{3}{4} \frac{l}{r_{part}} \quad (3.36)$$

sendo A a área seccional das partículas e Vol_p o seu volume.

C) T_{CGI}

Na inequação (3.22) substituindo r por $T_{CGI} r_i$ e desenvolvendo em ordem a $T_{CGI} r_i$:

$$\omega^2 T_{CGI} r_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) > g(\operatorname{tg} \alpha + \mu) \Leftrightarrow T_{CGI} > \frac{g(\operatorname{tg} \alpha + \mu)}{r_i \omega^2 (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \wedge \alpha < \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\mu} \right) \quad (3.37)$$

pois se $\alpha > \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\mu} \right)$ então $T_{CGI} < 0$, o que é impossível.

D) VOLUME MÁXIMO DAS PARTÍCULAS (r_{part})

Se em vez de se considerar o movimento das partículas relativamente a um observador estático, se considerar relativamente a um observador colocado no eixo de rotação do separador-classificador rodando com a mesma velocidade de rotação deste, verificamos que o movimento das partículas será apenas no sentido tangencial ascendente. Isto significa que todas as partículas não magnéticas alimentadas na mesma posição, seguem exactamente a mesma trajectória[§]. Como já foi referido (sector 1.14) a minimização dos choques interpartículas deverá constituir um dos objectivos na concepção de qualquer separação magnética, tendo em vista um acréscimo na sua eficiência. Uma minimização do choque interpartículas no caso do separador-classificador em análise, será conseguido se o raio das partículas não magnéticas for inferior a um certo valor crítico. Este é calculado tendo em conta o movimento tangencial ascendente das partículas não magnéticas: será metade da distância mínima percorrida por uma partícula numa volta genérica n . Isto porque só de T em T segundos (sendo T o período de uma volta do tronco do separador-classificador) é que uma partícula nova é inserida no mesmo lugar do corpo do separador-classificador em que a antiga já foi inserida.

Para calcular o valor máximo do r_{part} será importante saber se esta distância entre partículas aumenta ou diminui de volta para volta. Para tal deveremos aperceber-nos de que o espaço percorrido de um modo tangencial pela partícula é dado por:

$$S = (r - T_{CGI} r_i) / \cos \alpha = \left(\frac{T_{CGI} r_i}{2 \cos \alpha} + \frac{b}{2 a \cos \alpha} \right) (e^{\sqrt{a} t} + e^{-\sqrt{a} t}) - \frac{b}{a \cos \alpha} - \frac{T_{CGI} r_i}{\cos \alpha} \quad (3.38)$$

(a e b definidos como no sector 3.2.2 após a equação (3.13))

[§] Esta afirmação é verdadeira porque desprezamos as forças de arrasto.

Como o tempo que uma partícula leva a efectuar uma volta (entre o fim e o princípio da volta de ordem n) é T , a distância percorrida (ΔS) será:

$$\Delta S = \left(\frac{T_{CG1} r_i}{2 \cos \alpha} + \frac{b}{2a \cos \alpha} \right) (e^{\sqrt{a}(n+1)T} - e^{\sqrt{a}nT} - e^{-\sqrt{a}nT} + e^{-\sqrt{a}(n+1)T}) \quad (3.39)$$

Fazendo $c = \left(\frac{T_{CG1} r_i}{2 \cos \alpha} + \frac{b}{2a \cos \alpha} \right)$, e calculando a expressão da 1.ª derivada de ΔS em função de n , para inferirmos em que volta ΔS será mínimo:

$$\frac{\partial \Delta S}{\partial n} = c \sqrt{a} T (e^{\sqrt{a}(n+1)T} - e^{\sqrt{a}nT} + e^{-\sqrt{a}nT} - e^{-\sqrt{a}(n+1)T}) \quad (3.40)$$

O segundo termo da equação (3.40) é sempre positivo, e então o sinal da derivada só depende do sinal de c .

$$c = \frac{T_{CG1} r_i}{2 \cos \alpha} - \frac{(tg \alpha + \mu)g}{2 \cos \alpha (1 - \mu tg \alpha) \omega^2}$$

Como das condições anteriormente desenvolvidas (excepto a condição para o atrito rotacional que por si só é uma condição independente e alheia ao movimento tangencial em análise) se tira que **,

$$T_{CG1} r_i > \frac{g(tg \alpha + \mu)}{\omega^2 (1 - \mu tg \alpha)} \Leftrightarrow c > 0 \quad (3.41)$$

conclui-se que c é sempre positivo, o que implica que $\frac{\partial \Delta S}{\partial n}$ é sempre positiva, e assim a função ΔS é sempre crescente. Por conseguinte, a volta após a qual ΔS é menor será a primeira. Substituindo então na equação (3.39) n por 0 :

$$\Delta S_{\text{mínimo}} = c (e^{\sqrt{a}T} + e^{-\sqrt{a}T} - 2) \quad (3.42)$$

Considerando a relação $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ [3],

$$\Delta S_{\text{mínimo}} = c \left(e^{\frac{\sqrt{a} 2\pi}{\omega}} + e^{-\frac{\sqrt{a} 2\pi}{\omega}} - 2 \right) \Leftrightarrow$$

** A condição (3.37) é a mesma que (3.41); atendendo à condição (3.32), (3.33) reduz-se à condição (3.41); de (3.30) tira-se $tg \alpha < \frac{-g\mu + \omega^2 T_{CG1} r_i}{\mu \omega^2 T_{CG1} r_i + g} \Leftrightarrow T_{CG1} r_i (1 - \mu tg \alpha) \omega^2 > (tg \alpha + \mu)g$ e como a inequação (3.32)

é válida então esta condição reduz-se à Inequação (3.41); (3.30) é mais limitada que (3.32) e como (3.30) obedece à inequação (3.41), também (3.32) obedece.

$$\Leftrightarrow \Delta S_{\text{mínimo}} = \left(T_{CG1} r_i - \frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)\omega^2} \right) \left(\frac{e^{2\pi\cos\sqrt{1-\mu tg\alpha}} + e^{-2\pi\cos\sqrt{1-\mu tg\alpha}} - 2}{2\cos\alpha} \right) \quad (3.43)$$

Deste modo, o raio máximo (médio) da partícula deverá obedecer à seguinte condição:

$$r_{\text{part}} \leq \frac{\Delta S_{\text{mínimo}}}{2} = \left(T_{CG1} r_i - \frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)\omega^2} \right) \left(\frac{e^{2\pi\cos\sqrt{1-\mu tg\alpha}} + e^{-2\pi\cos\sqrt{1-\mu tg\alpha}} - 2}{4\cos\alpha} \right) \quad (3.44)$$

Desde que este raio máximo (médio) seja assegurado, pode-se então garantir a não existência de choques entre as partículas no seu movimento ascendente.

No caso de pretendermos utilizar partículas de raio superior ao calculado pela expressão limite (3.44) teremos duas opções: i) consideramos o efeito desse desvio englobado no coeficiente T_{CG1} ; ii) fazemos um esquema de cálculo inverso ao aqui descrito, ou seja, calculamos ΔS a partir do valor de r_{part} , e a partir deste valor calculamos os valores de α , ω e T_{CG1} que deveremos respeitar.

3.3–MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Designaram-se “partículas magnéticas” aquelas cuja susceptibilidade magnética é suficientemente elevada para sofrerem na alimentação uma separação das “não magnéticas”, descrevendo assim um movimento oposto a estas últimas.

As partículas magnéticas podem apresentar um tipo de movimento adicional em relação às não magnéticas: o vôo até ao colector central (Fig. 3.1) – não esquecer para além disso que todas as partículas magnéticas se deslocam em sentido oposto ao apresentado pelas partículas não magnéticas. Dividiremos o estudo do movimento em três partes, que dependem do raio ao qual a partícula levanta vôo:

- a) Deslocamento da partícula assente sobre o corpo do separador-classificador ($r_{lv} < r \leq T_{CG2} r_i$) – sector 3.3.2;
- b) Momento em que a partícula levanta vôo em direcção ao colector central ($r = r_{lv}$) – sector 3.3.3;
- c) Deslocamento da partícula em vôo em direcção ao colector central ($r < r_{lv}$) – sector 3.3.4.

3.3.1 – QUANTIFICAÇÃO DA SEPARAÇÃO IDEAL (T_{CG2}).

De um modo semelhante ao efectuado na análise do movimento das partículas não magnéticas, também para o movimento das partículas magnéticas se irá adotar um coeficiente cujo objectivo é a medição do nível de aproximação entre a realidade prática e a idealidade teoria. Este coeficiente será denominado de T_{CG2} .

A interpretação física deste coeficiente é similar à descrita para T_{CG1} (sector 3.2.1), divergindo apenas no facto de ser definido por:

$$r_R = T_{CG2} r_i \quad (3.45)$$

onde T_{CG2} é um parâmetro adimensional e o seu valor é sempre positivo.

Embora posteriormente nesta análise vejamos mais factores de que depende T_{CG2} , podemos desde já apontar que T_{CG2} dependerá principalmente: i) da esfericidade das partículas; ii) da forma como é feita a alimentação; iii) das forças interpartículas; iv) do comportamento apresentado pelas partículas magnéticas sob influência do campo magnético externo (que será diferente do calculado no caso de existir não uniformidade do campo magnético interno das partículas, e ainda no caso da configuração do campo magnético externo prático ser diferente do esperado teoricamente).

Este coeficiente T_{CG2} constitui outro dos pontos fulcrais da interface entre a realidade prática e a idealidade teórica aqui desenvolvida.

3.3.2 – MOVIMENTO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CORPO DO SEPARADOR-CLASSIFICADOR ($r_{iv} \leq r \leq T_{CG2} r_i$)

Como pressupostos a esta análise considera-se que a velocidade inicial da partícula será nula no sentido tangencial e será igual à velocidade de rotação do corpo do separador-classificador no sentido rotacional.

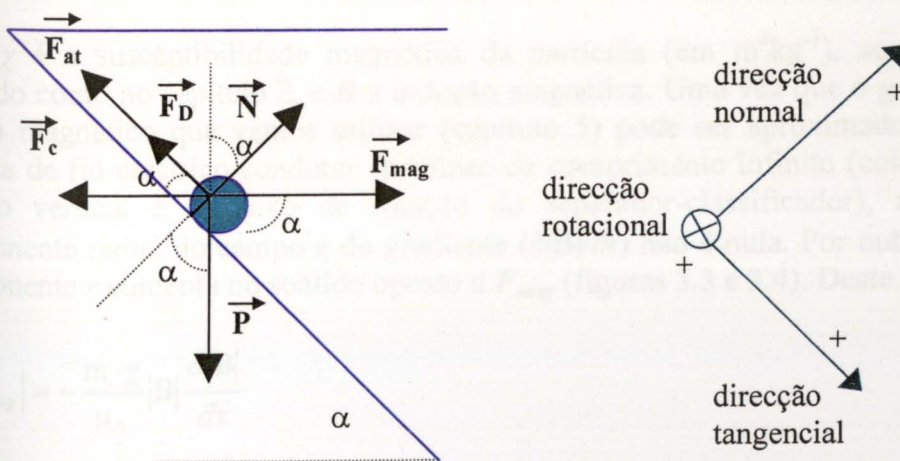


Figura 3.4 - Representação esquemática das forças que actuam sobre uma partícula magnética, assente sobre a superfície do separador-classificador. P - Peso da partícula; F_c - Força centrífuga; F_a - Força de atrito; F_D - Força de arrasto; F_{mag} - Força magnética; N - Força exercida pela superfície na partícula; α - Ângulo que o eixo do separador-classificador faz com a horizontal.

As forças de arrasto foram contabilizadas neste sector do movimento. Elas poderiam ter sido quantificadas dentro do coeficiente T_{CG2} , de modo similar ao efectuado na análise do movimento das partículas não magnéticas. No entanto, uma vez que o movimento destas partículas magnéticas se faz de maneira oposta ao movimento do ar, ao contrário das não magnéticas, constituiria com certeza uma enorme inexactidão não considerar o efeito destas forças.

Na figura 3.4 encontram-se representadas as forças actuantes sobre uma partícula magnética que está sobre o corpo do separador-classificador. Como vimos anteriormente, $P = mg$; $F_a = \mu N$; $F_c = m\omega^2 r$, e vamos admitir que^[115] $F_D = C_d A \frac{\rho_f v_p^2}{2} = m C_d \frac{A}{Vol_p} \frac{\rho_f \cdot v_p^2}{2}$. Todos os parâmetros são como em 3.2.

Quanto à força magnética sabe-se ser definida por^[100]:

$$F_{mag} = \frac{\mu_0}{2} \nabla \int (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) dV \quad (3.46)$$

onde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ é a permeabilidade do vácuo, \mathbf{M} é a magnetização da partícula e \mathbf{H} é a intensidade de campo magnético.

Sendo a partícula pequena, o campo magnético e a magnetização podem ser considerados uniformes em todo o seu volume - V_{olp} , e supondo que a partícula é paramagnética e se encontra num meio de susceptibilidade desprezável^[100],

$$F_{mag} = \frac{m\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \nabla B \quad (3.47)$$

onde χ é a susceptibilidade magnética da partícula (em m^3kg^{-1}), sendo $\mathbf{B} \nabla B$ definido como no capítulo 2, e \mathbf{B} a indução magnética. Uma vez que o gerador de campo magnético que vamos utilizar (capítulo 5) pode ser aproximado por um sistema de fio eléctrico condutor rectilíneo de comprimento infinito (colocado no sentido vertical e no eixo de rotação do separador-classificador), apenas a componente radial do campo e do gradiente ($\partial|\mathbf{B}|/\partial r$) não é nula. Por outro lado a componente r aumenta no sentido oposto a F_{mag} (figuras 3.3 e 3.4). Deste modo,

$$|F_{mag}| = -\frac{m \cdot \chi}{\mu_0} |\mathbf{B}| \frac{\partial |\mathbf{B}|}{\partial r} \quad (3.48)$$

A variação de B com r , como visto no capítulo 2, será da forma:

$$|\mathbf{B}| = \frac{a}{r}$$

sendo a uma constante, que no nosso caso particular (fio supercondutor - ver capítulos 2 e 5) será dada por $a = \frac{\mu_0 I}{2\pi}$, sendo I a intensidade de corrente total no fio. Assim, $\partial|\mathbf{B}|/\partial r < 0$ (pois $a > 0$) e (3.48) é positiva. Vem,

$$|F_{\text{mag}}| = \frac{m\chi}{\mu_0} \frac{a}{r} \frac{a}{r^2} = \frac{m\chi}{\mu_0} \frac{a^2}{r^3} \quad (3.49)$$

Observando novamente a figura 3.4, e fazendo um balanço de forças segundo a componente normal à superfície (omitimos a expressão dos módulos de todos os vectores envolvidos):

$$N + F_{\text{mag}} \text{sen}\alpha - F_c \text{sen}\alpha - P \text{cos}\alpha = 0 \Leftrightarrow N = (F_c - F_{\text{mag}}) \text{sen}\alpha + P \text{cos}\alpha \quad (3.50)$$

Procedendo a um raciocínio análogo ao efectuado para as partículas não magnéticas (sector 3.2), visto que a partícula se desloca igualmente sobre o corpo do separador-classificador, podemos calcular a componente da força tangencial ao separador-classificador, a única a actuar macroscopicamente. Assim:

$$\begin{aligned} F_{R_t} &= F_{\text{mag}} \text{cos}\alpha + P \text{sen}\alpha - F_c \text{cos}\alpha - F_a - F_D \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F_{R_t} &= F_{\text{mag}} \cdot (\text{cos}\alpha + \mu \cdot \text{sen}\alpha) + P \cdot (\text{sen}\alpha - \mu \cdot \text{cos}\alpha) - F_c (\text{cos}\alpha + \mu \text{sen}\alpha) - F_D \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F_{R_t} &= \frac{m a^2 \chi}{\mu_0 r^3} (\text{cos}\alpha + \mu \text{sen}\alpha) + mg (\text{sen}\alpha - \mu \text{cos}\alpha) - \\ &\quad - m \omega^2 r (\text{cos}\alpha + \mu \text{sen}\alpha) - m C_d \frac{A}{\text{Vol}_p} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{v_t^2}{2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

3.3.2.1 – FÓRMULAS FÍSICAS

Neste sector ir-se-ão considerar de igual modo os dois sistemas de coordenadas já considerados no sector 3.2.2: o sistema de coordenadas apresentado na figura 3.4 e o sistema de coordenadas cilíndricas apresentado na figura 3.3.

A) SENTIDO TANGENCIAL

Da equação (3.51)

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{F_{R_t}}{m} = \frac{a^2 \chi}{\mu_0 r^3} (\text{cos}\alpha + \mu \text{sen}\alpha) + g (\text{sen}\alpha - \mu \text{cos}\alpha) - \\ &\quad - \omega^2 r (\text{cos}\alpha + \mu \text{sen}\alpha) - C_d \frac{A}{\text{Vol}_p} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{v_t^2}{2} \end{aligned} \quad (3.52)$$

A1) VELOCIDADE TANGENCIAL VS TEMPO

Fazendo um raciocínio análogo ao feito no sector 3.2.2.A, chegamos à conclusão de que,

$$a_t = - \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \frac{1}{\text{cos}\alpha} \wedge v_t = - \frac{\partial r}{\partial t} \frac{1}{\text{cos}\alpha} \quad (3.53)$$

Deste modo,

$$a_t = \frac{\partial v_t}{\partial t} = \frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} = -\frac{\partial v_t}{\partial r} v_t \cos \alpha \quad (3.54)$$

e assim a equação (3.52) ficará,

$$\frac{\partial v_t}{\partial r} + \frac{q_1}{2} v_t = f(r) v_t^{-1} \quad (3.55)$$

onde

$$f(r) = q_2 r^{-3} + q_3 r + q_4 \quad (3.56)$$

e em que

$$q_1 = -\frac{3 C_d \rho_f}{4 r_{part} \rho_p} \frac{1}{\cos \alpha}, \quad q_2 = -\frac{a^2 \chi}{\mu_0} (1 + \mu \operatorname{tg} \alpha), \quad q_3 = \omega^2 (1 + \mu \operatorname{tg} \alpha), \quad q_4 = -g(\operatorname{tg} \alpha - \mu) \quad (3.57)$$

No apêndice 3C, apresenta-se o esquema de resolução detalhado da equação (3.55), em que se obteve como expressão final para a velocidade tangencial,

$$v_t(r) = \sqrt{\frac{\frac{q_2}{T_{CG_2}^2 r_i^2} e^{-q_1(r-T_{CG_2} r_i)} - \frac{q_2}{r^2} + \frac{q_2 q_1}{T_{CG_2} r_i} e^{-q_1(r-T_{CG_2} r_i)} - \frac{q_2 q_1}{r} - \frac{2}{q_1} \left(q_4 - \frac{q_3}{q_1} \right) e^{-q_1(r-T_{CG_2} r_i)} + \frac{2}{q_1} \left(q_4 - \frac{q_3}{q_1} \right)}{-q_2 q_1^2 e^{-q_1 r} \left(\ln(T_{CG_2} r_i) + \sum_{i=1}^n \frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i! i} \right) + q_2 q_1^2 e^{-q_1 r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(q_1 r)^i}{i! i} \right)} - \frac{2 q_3 T_{CG_2} r_i}{q_1} e^{-q_1(r-T_{CG_2} r_i)} + \frac{2 q_3 r}{q_1}} \quad (3.58)$$

ou então,

$$v_t = \sqrt{\frac{\frac{q_2}{T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda^2} \right) + \frac{q_2 q_1}{T_{CG_2} r_i} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{2}{q_1} \left(\frac{q_3}{q_1} - q_4 \right) \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - 1 \right) + q_1^2 q_2 \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda)}{\left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i! i} (\lambda^i - 1) \right) \right) + 2 \frac{q_3}{q_1} T_{CG_2} r_i (\lambda - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)))}} \quad (3.59)$$

sendo que se utilizou o parâmetro adimensional:

$$\lambda = \frac{r}{T_{CG_2} r_i} \quad (3.60)$$

A2) RAIOS VS TEMPO

Sabe-se que,

$$\cos\alpha_0 = -\frac{dr}{dt} \Leftrightarrow t = -\int_{r_{CG_2, r_i}}^r \frac{dr}{\cos\alpha_0(r)} = \int_r^{r_{CG_2, r_i}} \frac{dr}{\cos\alpha_0(r)} \quad (3.61)$$

ou,

$$\cos\alpha_0 = -T_{CG_2, r_i} \frac{d\lambda}{dt} \Leftrightarrow t = -\int_1^\lambda \frac{T_{CG_2, r_i} d\lambda}{\cos\alpha_0(\lambda)} = \int_\lambda^1 \frac{T_{CG_2, r_i} d\lambda}{\cos\alpha_0(\lambda)} \quad (3.62)$$

Das expressões (3.58) e (3.59) chega-se imediatamente à conclusão de que estes integrais, só são possíveis calcular numericamente.

O procedimento para obtenção de $r = f(t)$ e/ou $\lambda = f(t)$, será então o de calcular primeiro $v_t = f(t)$, e depois obter a trajectória utilizando as expressões (3.61) e (3.62). Tal processo só é possível de efectuar numericamente e por esse motivo não é apresentada aqui nenhuma expressão final geral.

A3) ALTURA VS TEMPO

Para este caso:

$$z(t) = z_{iv} + (r - r_{iv}) \operatorname{tg}\alpha \quad (3.63)$$

ou

$$z(t) = z_i - (T_{CG_2, r_i} - r) \operatorname{tg}\alpha \quad (3.64)$$

sendo $z_i = h_i$ (ver figura 3.1),

ou

$$z(t) = (r - r_a) \operatorname{tg}\alpha \quad (3.65)$$

B) SENTIDO ROTACIONAL

B1) VELOCIDADE LINEAR ROTACIONAL VS TEMPO

A força de rotação resultante é nula, uma vez que a força de atrito é suficiente para anular as forças de arrasto. Deste modo apenas teremos a actuar no sentido rotacional a velocidade angular ω . A velocidade linear rotacional é então dada por:

$$v_\theta(t) = \omega r(t) \quad (3.66)$$

Logo, sabendo-se $r(t)$ da trajectória tangencial calcula-se v_θ facilmente.

B2) DESLOCAMENTO ANGULAR VS TEMPO

Como a velocidade angular é constante e igual a ω ,

$$\theta = \omega t - 2\pi n \quad (3.67)$$

onde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

C) GERAL

A velocidade total da partícula é dada por:

$$v_T = v_t + v_\theta \quad (3.68)$$

O seu módulo será

$$\|v_T\| = \sqrt{\|v_t\|^2 + \|v_\theta\|^2} \quad (3.69)$$

O ângulo que a velocidade total faz com a velocidade rotacional pode ser calculado por:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{v_t}{v_\theta}\right) \quad (3.70)$$

3.3.2.2 – CONDIÇÕES DE SEPARAÇÃO - CLASSIFICAÇÃO

A) F_{rt}

Para que a separação das partículas magnéticas ocorra :

$$F_{rt} > 0$$

ou seja, de (3.36) e (3.51) e dividindo por $\cos\alpha$ (>0 no 1º e 2º quadrante),

$$\frac{a^2 \chi}{\mu_0 r^3} (1 + \mu \operatorname{tg}\alpha) + g(\operatorname{tg}\alpha - \mu) - \omega^2 r (1 + \mu \operatorname{tg}\alpha) - \frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{\text{part}}} \frac{v_t^2}{\cos\alpha} \frac{\rho_f}{\rho_p} > 0 \quad (3.71)$$

o que se reduz a:

$$-\frac{q_4}{r} + \frac{q_1}{2 \cdot r} v_t^2 - \frac{q_2}{r^4} - q_3 > 0 \quad (3.72)$$

com q_1, q_2, q_3 e q_4 como em (3.57).

Substituindo v_i^2 pela expressão (3.59), resulta a condição:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{q_4}{\lambda T_{CG_2} r_i} - \frac{q_1 q_2}{2 T_{CG_2}^3 r_i^3} \frac{1}{\lambda} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda^2} \right) - \frac{q_2 q_1^2}{2 T_{CG_2}^2 r_i^2} \frac{1}{\lambda} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda} \right) - \\
 & -\frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{1}{\lambda} \left(\frac{q_3}{q_1} - q_4 \right) \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + 1 \right) + \frac{q_1^3 q_2}{2 T_{CG_2} r_i} \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda)}{\lambda} \\
 & \cdot \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) - \frac{q_3}{\lambda} \left(-\lambda + \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \right) - \frac{q_2}{\lambda^4 T_{CG_2}^4 r_i^4} - q_3 > 0 \quad (3.73)
 \end{aligned}$$

Esta condição pode ser resolvida em função de qualquer das variáveis manipuláveis ω , α , r_{part} , χ ou I . Resolvendo em função de uma delas fará com que se obtenham condições implícitas para uma das outras, que por sua vez fará com que se obtenham condições implícitas para outra, e assim sucessivamente. Resultará deste modo uma "teia" de condições alternativas, que serão mais ou menos limitadas em relação a uma variável conforme o pretendido. O que se segue é precisamente a construção dessa "teia" de condições. No final do capítulo apresenta-se um esquema resumo de todo este tipo de análise efectuada para cada uma das fases do movimento das partículas magnéticas e não magnéticas, com a finalidade de se facilitar a sua leitura e utilização.

1) CONDIÇÃO EM ω

Resolvendo a inequação (3.73) em ordem a q_3 :

$$\begin{aligned}
 & -q_3 \left(\frac{1}{\lambda} \left(-\lambda + \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \right) + 1 + \frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{1}{\lambda} \frac{1}{q_1} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + 1 \right) \right) = \\
 & -q_3 \left(\frac{1}{\lambda} \left(-\lambda + \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \right) + \lambda + \frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{1}{q_1} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + 1 \right) \right) > \\
 & > \frac{q_4}{\lambda T_{CG_2} r_i} - \frac{q_1 q_2}{2 T_{CG_2}^3 r_i^3} \frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda^2} \right) \\
 & - \frac{q_2 q_1^2}{2 T_{CG_2}^2 r_i^2} \frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \frac{1}{\lambda} \left(1 - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \right) \\
 & - \frac{q_1^3 q_2}{2 T_{CG_2} r_i} \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda)}{\lambda} \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) + \frac{q_2}{\lambda^4 T_{CG_2}^4 r_i^4} \quad (3.74)
 \end{aligned}$$

Verifica-se que a inequação estará dependente do sinal da expressão multiplicadora de q_3 , ou seja:

$$\frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \left(1 - \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) + \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) = \text{EXPR}$$

definindo $EXPR \rightarrow \frac{EX}{\lambda q_1 T_{CG_2} r_i}$ e $EX \rightarrow \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) (q_1 T_{CG_2} r_i - 1) + 1$

então,

$$\begin{cases} EX < 0 \Rightarrow EXPR > 0 & (3.75) \\ EX > 0 \Rightarrow EXPR < 0 & (3.76) \end{cases}$$

pois $q_i < 0$ uma vez que $\cos \alpha > 0$.

Deste modo poderemos ter dois casos:

i) $EX(f(r_{part}, \alpha, \lambda)) < 0$

Para este caso:

$$\begin{aligned} & -\frac{q_1 q_2}{2 T_{CG_2}^3 r_i^3} \frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda^2} \right) - \\ & -\frac{q_2 q_1^2}{2 T_{CG_2}^2 r_i^2} \frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{\lambda} \\ & -\frac{q_1^3 q_2}{2 T_{CG_2} r_i} \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda)}{\lambda} \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) + \frac{q_2}{\lambda^4 T_{CG_2}^4 r_i^4} \\ -q_3 > & \frac{\left(\frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{q_1 T_{CG_2} r_i} + \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) \right)} \end{aligned} \quad (3.77)$$

como $q_3 = \omega^2 (1 + \mu t g \alpha)$:

$$\begin{aligned} & -\frac{q_1 q_2}{2 T_{CG_2}^3 r_i^3} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda^2} \right) - \\ & -\frac{q_2 q_1^2}{2 T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \\ & + \frac{q_1^3 q_2}{2 T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda) \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) - \frac{q_2}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4} \\ w < & \left((1 + \mu t g \alpha) \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{q_1 T_{CG_2} r_i} + \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.78)$$

Não é possível calcular $\partial \omega / \partial r$ como foi efectuado no sector 3.2.3, pois esta derivada depende de r . Isto significa que para cada caso teremos de construir um gráfico ω vs r para a condição limitante e então inferir qual o valor mais limitado de ω .

Para a inequação (3.78) ser possível tem de se respeitar a seguinte condição:

$$\begin{aligned}
& - \frac{q_1 q_2}{2T_{CG_2}^3 r_i^3} \left(- \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda^2} \right) - \\
& - \frac{q_2 q_1^2}{2T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(- \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \\
& + \frac{q_1^3 q_2}{2T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda) \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) - \frac{q_2}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4} > 0 \quad (3.79)
\end{aligned}$$

pois o denominador na condição em análise é positivo.

Desta condição podemos tirar condições para o resto das variáveis o que é feito em seguida.

A) CONDIÇÃO EM χ

Vamos resolver a inequação (3.79) em função de χ . Começamos por colocar em evidência nesta inequação $-q_2$ (considerando que $-q_2$ é sempre positivo, o que se verifica sempre em partículas paramagnéticas ($\chi > 0$)),

Virá então,

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{aligned}
& \frac{q_1}{2T_{CG_2}^3 r_i^3} \left(\frac{1}{\lambda^2} - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \right) + \\
& \frac{q_1^2}{2T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(\frac{1}{\lambda} - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \right) - \\
& - \frac{q_1^3}{2T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda) \cdot \\
& \cdot \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) + \\
& + \frac{1}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4}
\end{aligned} \right] < \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) \quad (3.80)
\end{aligned}$$

INEQ1

e uma vez que $q_2 = -\frac{a^2 \chi}{\mu_0} (1 + \mu g \alpha)$

$$\left\{ \begin{aligned}
(INEQ1) < 0 \Rightarrow \frac{a^2 \chi}{\mu_0} < \frac{-g(\text{tg} \alpha - \mu) \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{1 + \mu \text{tg} \alpha} \frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{1}{(INEQ1)} \quad (3.81)
\end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
(INEQ1) > 0 \Rightarrow \frac{a^2 \chi}{\mu_0} > \frac{-g(\text{tg} \alpha - \mu) \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{1 + \mu \text{tg} \alpha} \frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{1}{(INEQ1)} \quad (3.82)
\end{aligned} \right.$$

Verifique-se que *INEQ1* é uma inequação dependente de r_{part} , α , e λ , pelo que se obtém uma condição nestas variáveis. Podemos ter dois casos:

- Se $INEQ1 (f(r_{part}, \alpha, \lambda)) < 0$

Neste caso, para a inequação (3.81) ser viável, o lado direito da mesma terá de ser maior que zero, ou seja

$$\alpha > \arctg(\mu) \quad (3.83)$$

Para aferirmos a condição limite do valor de r_{part} teremos duas possibilidades:

- a) consideramos o valor mais lato de α definido pela inequação (3.83) e assim calculamos o valor limite do r_{part} utilizando a intercepção dos limites definidos pelas condições das inequações (3.75) e (3.81);
- b) consideramos um valor de α que embora obedecendo à inequação (3.83) seja mais estrito, tirando em seguida o valor limite do r_{part} utilizando a intercepção dos limites definidos pelas condições das inequações (3.75) e (3.81).

- Se $INEQ1 (f(r_{part}, \alpha, \lambda)) > 0$

Neste caso, a inequação (3.82) será sempre viável, e caso se verifique (3.83) a inequação (3.82) toma um carácter universal, e não existindo deste modo limite para χ ou para I .

Para aferirmos a condição limite dos valores de r_{part} e de α teremos de os calcular utilizando a intercepção dos limites definidos pelas condições das inequações (3.75) e (3.82);

B) CONDIÇÃO EM α, r_{part}

Para se poder determinar a condição em α e r_{part} a partir da inequação (3.79) devido à complexidade das diversas funções envolvidas dependentes das duas variáveis, dever-se-á primeiramente escolher um valor de $\alpha^2 \chi$ e só depois se poderá obter um limite em α ou r_{part} (escolher entre estes dois primeiro um e determinar depois o outro em função deste).

ii) EX ($f(r_{part}, \alpha, \lambda) > 0$)

Para este caso,

$$\begin{aligned}
& -\frac{q_1 q_2}{2T_{CG_2}^3 r_i^3} \frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda^2} \right) - \\
& -\frac{q_2 q_1^2}{2T_{CG_2}^2 r_i^2} \frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{\lambda} - \\
& -\frac{q_1^3 q_2}{2T_{CG_2} r_i} \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda)}{\lambda} \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) + \frac{q_2}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4}
\end{aligned} \tag{3.84}$$

$$-q_3 < \frac{\left(\frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{q_1 T_{CG_2} r_i} + \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) \right)}{\left(\frac{1}{\lambda} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{q_1 T_{CG_2} r_i} + \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) \right)}$$

como $q_3 = \omega^2 (1 + \mu g \alpha)$:

$$\omega > \sqrt{\frac{\begin{aligned} & -\frac{q_1 q_2}{2T_{CG_2}^3 r_i^3} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda^2} \right) - \\ & -\frac{q_2 q_1^2}{2T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \\ & + \frac{q_1^3 q_2}{2T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda) \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) - \frac{q_2}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4} \end{aligned}}{\left((1 + \mu g \alpha) \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))}{q_1 T_{CG_2} r_i} + \frac{1}{q_1 T_{CG_2} r_i} \right) \right)}} \tag{3.85}$$

Como em i) $\partial\omega/\partial r$ depende de r , pelo que teremos de construir o gráfico ω vs r para a função limitante e verificar qual o valor de ω^2 mais limitado.

Verificamos que a inequação (3.85) é sempre viável e que se o numerador do lado direito for menor que zero, a condição limite em ω desaparece. Para tal acontecer deverá respeitar-se a seguinte condição:

$$\begin{aligned}
& -\frac{q_1 q_2}{2T_{CG_2}^3 r_i^3} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda^2} \right) - \\
& -\frac{q_2 q_1^2}{2T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \\
& + \frac{q_1^3 q_2}{2T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda) \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) - \frac{q_2}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4} > 0 \tag{3.86}
\end{aligned}$$

pois consideramos o denominador como negativo.

Ora a inequação (3.86) é exactamente a mesma que a inequação (3.79). Deste modo, toda a análise desenvolvida a partir da equação (3.80) até à inequação (3.84) – esta última exclusive – torna-se válida para este caso, mas com o intuito

de tornar a inequação (3.85) universal e assim as condições de separação-classificação independentes do valor de χ (ou λ).

2) CONDIÇÃO EM α , r_{part}

Analisando a inequação (3.73) apercebemo-nos facilmente de que é impossível tirar uma inequação explícita em ordem a α ou r_{part} (não esquecer que q_1, q_2, q_3 , e q_4 são funções de α e r_{part}). Deveremos então primeiro escolher os valores de ω , χ (ou λ) e só depois resolver a inequação para α ou r_{part} .

3) CONDIÇÃO EM χ^{++}

Resolvendo a inequação (3.73) em ordem a $-q_2$,

$$\begin{aligned}
 & -q_2 \left(\frac{q_1}{2T_{CG_2}^3 r_i^3} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda^2} \right) + \frac{q_1^2}{2T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(-\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + \frac{1}{\lambda} \right) - \right. \\
 & \left. - \frac{q_1^3}{2T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda) \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} (\lambda^i - 1) \right) \right) + \frac{1}{\lambda^3 T_{CG_2}^4 r_i^4} \right) > \\
 & > \frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{q_3}{q_1} (1 - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))) + \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + q_3 (\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))) \quad (3.87)
 \end{aligned}$$

sendo o primeiro membro simplesmente $-q_2$ INEQ1.

Poderemos ter dois casos:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \text{INEQ1} < 0 & \Rightarrow \frac{a^2 \chi}{\mu_0} < \frac{\frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{q_3}{q_1} (1 - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))) + \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + q_3 (\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)))}{(1 + \mu \text{tg} \alpha)(\text{INEQ1})} \quad (3.88) \\
 \text{INEQ1} > 0 & \Rightarrow \frac{a^2 \chi}{\mu_0} > \frac{\frac{1}{T_{CG_2} r_i} \frac{q_3}{q_1} (1 - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1))) + \frac{q_4}{T_{CG_2} r_i} \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) + q_3 (\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)))}{(1 + \mu \text{tg} \alpha)(\text{INEQ1})} \quad (3.89)
 \end{aligned} \right.$$

i) INEQ1 ($f(r_{part}, \alpha, \lambda)$) < 0

Neste caso

⁺⁺ Qualquer condição definida em χ significa na prática estabelecer uma susceptibilidade magnética mínima que as partículas magnéticas terão de possuir para serem separadas das restantes.

$$\frac{a^2 \chi}{\mu_0} < \frac{\frac{1}{T_{CG_2 r_i}} \frac{q_3}{q_1} (1 - \exp(-q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1))) + \frac{q_4}{T_{CG_2 r_i}} \exp(-q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1)) + q_3 (\exp(-q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1)))}{(1 + \mu \operatorname{tg} \alpha) (\text{INEQ1})} \quad (3.90)$$

Para a inequação (3.90) ser possível o numerador do lado direito da inequação deverá ser menor que zero:

$$\frac{1}{T_{CG_2 r_i}} \frac{q_3}{q_1} (1 - \exp(-q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1))) + \frac{q_4}{T_{CG_2 r_i}} \exp(-q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1)) + q_3 (\exp(-q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1))) < 0 \quad (3.91)$$

INEQ2

A) CONDIÇÃO EM ω

Resolvendo (3.91) em ordem a q_3

$$q_3 \left(\frac{\exp(q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1)) - 1 + T_{CG_2 r_i} q_1}{q_1} \right) < -q_4 \quad (3.92)$$

Definindo

$$\frac{\exp(q_1 T_{CG_2 r_i} (\lambda - 1)) - 1 + T_{CG_2 r_i} q_1}{q_1} \rightarrow (\text{INEQ } 3)$$

Verificámos que dependendo do sinal da expressão (INEQ3) teremos dois casos diferentes.

- Se $\text{INEQ3} (f(r_{part}, \alpha, \lambda)) > 0$

Neste caso (3.92) ficará

$$\omega^2 < \frac{g(\operatorname{tg} \alpha - \mu)}{(\text{INEQ3})} \quad (3.93)$$

O que traduz a limitação para o valor de ω .

Ora para a inequação (3.93) ser viável o numerador do lado direito deverá ser positivo. Isto implica que obtenhamos a *condição em α e r_{part}* (3.83).

Para aferirmos a condição limite do valor de r_{part} teremos duas possibilidades:

- a) ou consideramos o valor mais lato de α definido pela inequação (3.83) e depois calculamos o valor limite do r_{part} utilizando a intercepção dos limites definidos pelas condições das inequações (INEQ3>0) e (3.88);
- b) ou consideramos um valor de α que embora obedecendo à inequação (3.83) seja mais estrito, tirando em seguida o valor limite do r_{part} utilizando a intercepção dos limites definidos pelas condições das inequações (INEQ3>0) e (3.88).

- Se $INEQ3 (f(r_{part}, \alpha, \lambda)) < 0$

Neste caso (3.92) ficará

$$\omega^2 > \frac{g(\operatorname{tg}\alpha - \mu)}{1 + \mu \operatorname{tg}\alpha} \quad (3.94)$$

(INEQ3)

O que traduz a limitação para o valor de ω .

(3.94) é sempre viável e é mesmo universal (ou seja ω poderá tomar qualquer valor) se o numerador do lado direito for positivo, ou seja se a condição (3.83) for válida. Para aferirmos a condição limite dos valores de r_{part} e de α para este caso universal, teremos de os calcular utilizando a intercepção dos limites definidos pelas condições das inequações (INEQ3<0) e (3.88).

B) CONDIÇÃO EM α, r_{part}

De (3.91) é impossível tirar uma inequação explícita em ordem a α ou r_{part} pois q_1, q_3 , e q_4 são funções de α e r_{part} . Deveremos assim escolher primeiro o valor de ω e só depois determinar a inequação para α ou r_{part} .

ii) INEQ1 ($f(r_{part}, \alpha, \lambda) > 0$)

Neste caso,

$$\frac{a^2 \chi}{\mu_0} > \frac{\frac{1}{T_{CG_2, r_i}} \frac{q_3}{q_1} (1 - \exp(-q_1 T_{CG_2, r_i} (\lambda - 1))) + \frac{q_4}{T_{CG_2, r_i}} \exp(-q_1 T_{CG_2, r_i} (\lambda - 1)) + q_3 (\exp(-q_1 T_{CG_2, r_i} (\lambda - 1)))}{(1 + \mu \operatorname{tg}\alpha)(INEQ1)} \quad (3.95)$$

A inequação (3.95) é sempre viável e é universal, ou seja independente do valor de χ (ou Λ), se o numerador do lado direito da inequação for menor que zero, ou seja se $INEQ2 < 0$.

Sendo assim, toda a análise desenvolvida a partir da equação (3.91) até à inequação (3.95) – esta última exclusiva – torna-se válida neste caso, mas com o intuito de tornar a inequação (3.95) universal e assim as condições de separação-classificação independentes do valor de χ (ou Λ).

B) μ_0

A força de atrito na direcção rotacional tem de ser tal, que contrabalance totalmente as forças de arrasto que actuam nesta direcção. Isto quer dizer que,

$$F_{a0} \geq F_D \Leftrightarrow \mu_0 N \geq F_D \quad (3.96)$$

De (3.50), da expressão que define F_D e de (3.96), vem

$$\begin{aligned} \mu_0 \left(\left(\omega^2 r - \frac{a^2 \chi}{\mu_0 r^3} \right) \text{sen} \alpha + g \text{cos} \alpha \right) &\geq \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{\text{part}}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \omega^2 r^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \mu_0 &\geq \frac{\frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{\text{part}}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \omega^2 r^2}{\left(\left(\omega^2 r - \frac{a^2 \chi}{\mu_0 r^3} \right) \text{sen} \alpha + g \text{cos} \alpha \right)} \end{aligned} \quad (3.97)$$

pois N é sempre positivo até se atingir o raio de levantamento de voo das partículas, onde se anulará.

Podemos então determinar qual o coeficiente de atrito mínimo que deverá apresentar a superfície na direcção de θ para a força de atrito contrabalançar com a força de arrasto nesta direcção, o que a não acontecer anularia a possibilidade de criação de força centrífuga nas partículas^{††}.

3.3.3 – MOMENTO DE TRANSIÇÃO ($r = r_{lv}$)

Para a maioria das partículas magnéticas que descrevem o movimento descendente sobre a superfície do corpo do separador-classificador haverá um determinado raio em que levantarão vôo em direcção ao colector central - r_{lv} . Quando $r=r_{lv}$ a força normal nula. Igualando (3.50) a zero:

$$\begin{aligned} N = (F_c - F_{\text{mag}}) \text{sen} \alpha + P \text{cos} \alpha = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow m \cdot \omega^2 r - m \frac{a^2 \chi}{\mu_0 r^3} + mg \cot \alpha = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \omega^2 r^4 + \cot \alpha \frac{gr^3}{\mu_0} - \frac{a^2 \chi}{\mu_0} = 0 \end{aligned} \quad (3.98)$$

Desta equação pode-se tirar a expressão que relaciona o raio em que a partícula levanta vôo (r_{lv}) com α , ω e χ , resolvendo para tal a equação polinomial do 4º grau (utilizamos o programa Mathematica® v.3.0 cujos resultados se encontram apresentados em apêndice - Apêndice 3D).

Por outro lado a equação (3.98) pode ser resolvida em ordem a qualquer uma das outras variáveis (χ , a (I), ω , α), consoante a manipulação pretendida: controlar a que raio a partícula levantará vôo, o que é necessário para que a partícula levante vôo em determinado raio, ou ainda qual a classe de partículas que pretendemos que levante vôo antes de chegar ao raio menor da parte cónica do separador-

^{††} Não esquecer que no sentido tangencial pretendemos um coeficiente de atrito precisamente oposto, ou seja o mais baixo possível.

classificador (r_a) – figura 3.1 (as partículas magnéticas para as quais tal não acontece, caem no colector de base).

Determinamos em seguida as condições em χ e a (I) para que as partículas levantem vôo antes de chegarem a r_a .

Substituindo r por r_a na equação (3.98) e resolvendo-a em ordem a χ ou a a (logo em ordem a I):

$$\chi = \frac{\mu_0 \omega^2 r_a^4}{a^2} + \frac{\mu_0 \cot \alpha g r_a^3}{a^2} \quad (3.99)$$

$$a = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega^2 r_a^4}{\chi} + \frac{\mu_0 \cot \alpha g r_a^3}{\chi}} \quad (3.100)$$

Como χ é crescente com r , pois a sua derivada parcial em r é positiva,

$$\frac{\partial \chi}{\partial r} = (4\omega^2 r^3 + 3\cot \alpha g r^2) \frac{\mu_0}{a^2} > 0, \forall r, \alpha, \omega, a$$

então temos de ter:

$$\chi > \frac{\mu_0 \omega^2 r_a^4}{a^2} + \frac{\mu_0 \cot \alpha g r_a^3}{a^2} \quad (3.101)$$

para que as partículas que seguem a trajectória descendente, não caiam no colector de base. Quanto maior o valor de r_a , mais elevado será o maior valor de χ das partículas que caem no colector de base.

Como a é crescente com r , pois a sua derivada parcial em r é positiva,

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{(4\omega^2 r^3 + 3\cot \alpha g r^2) \frac{\mu_0}{\chi}}{2 \sqrt{\frac{\mu_0 \omega^2 r_a^4}{\chi} + \frac{\mu_0 \cot \alpha g r_a^3}{\chi}}} > 0, \forall r, \alpha, \omega, a$$

então temos de ter

$$a \geq \sqrt{\frac{\mu_0 \omega^2 r_a^4}{\chi} + \frac{\mu_0 \cot \alpha g r_a^3}{\chi}} \quad (3.102)$$

Para assegurar que as partículas de susceptibilidade magnética igual ou superior a χ sejam separadas e classificadas, não caindo no colector de base. Quanto maior o valor de r_a , maior vai ser o valor da intensidade de corrente necessária para evitar

que as partículas de uma dada susceptibilidade magnética χ caiam no colector de base.

Analisando a influência de ω sobre (3.101) e (3.102), verifica-se que quanto maior for o valor de ω , mais elevado será o maior valor da susceptibilidade magnética das partículas que caiem no colector de base; além disso, também maior é o valor necessário de α para separar e classificar uma partícula de susceptibilidade magnética χ .

Analisando agora a influência de α sobre (3.101) e (3.102), verifica-se que quanto maior for α , mais baixo será o maior valor de χ das partículas que caiem no colector de base, e também menor será o valor necessário da intensidade de corrente para separar e classificar uma partícula de susceptibilidade magnética χ .

Dependendo então da gama de classe de partículas que pretendemos classificar, ou do valor de intensidade eléctrica que podemos utilizar, escolhemos α e ω .

Importante é destacar que o raio em que a partícula levanta vôo é **independente** do raio de alimentação (r_i, r_R), o que se torna fundamental para se conseguir a classificação diferencial das partículas magnéticas, mesmo quando existe dispersão na alimentação.

3.3.4 - VÔO DA PARTÍCULA EM DIRECÇÃO AO COLECTOR CENTRAL ($r \leq r_{lv}$)

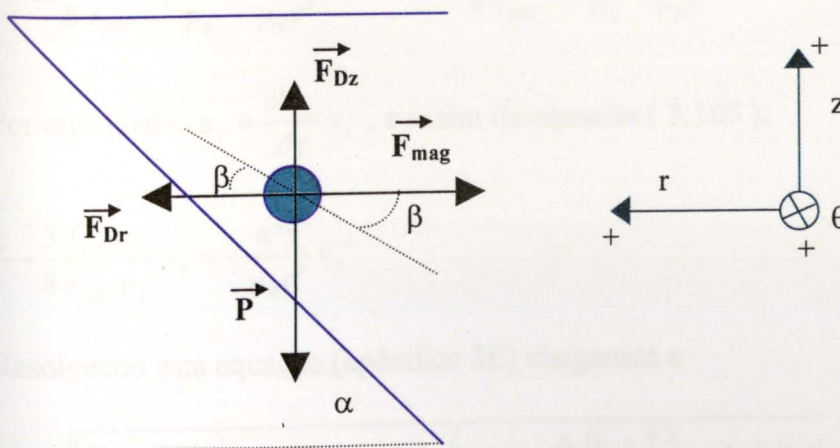


Figura 3.5 - Representação esquemática das forças que actuam sobre uma partícula magnética, em vôo para o colector central. P - Peso da partícula; F_{mag} - Força magnética; F_{Dz} - Força de arrasto segundo z ; F_{Dr} - Força de arrasto segundo r ; α - Ângulo que o corpo do separador-classificador faz com o eixo r ; β - Ângulo da velocidade instantânea com o eixo r .

Na figura 3.5 apresenta-se um esquema das forças actuantes sobre as partículas magnéticas, nesta fase do movimento, bem como o sistema de coordenadas cilíndricas, que é o que melhor se adequa a esta fase do movimento.

Os balanços de força nas direcções de r e θ na realidade encontram-se interligados. Neste trabalho porém foi desprezada essa relação, já que a velocidade das partículas segundo r é muito superior à sua velocidade segundo θ , pelo que não há praticamente movimento segundo θ . Deste modo, também o movimento segundo θ foi desprezado.

Para obtermos as trajetórias desta parte do movimento podemos considerar um balanço de forças segundo as restantes direcções:

$$z: F_{Dz} - P = F_{Rz} \quad (3.103)$$

$$r: -F_{mag} + F_{Dr} = F_{Rr} \quad (3.104)$$

$$\text{Em que temos } P = mg, F_{dz} = \frac{3}{8} m \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_z^2, F_{dr} = \frac{3}{8} m \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_r^2 \text{ e } F_{mag} = \frac{m\chi}{\mu_0} \frac{a^2}{r^3}$$

3.3.4.1 – FÓRMULAS FÍSICAS

A) TRAJECTÓRIA SEGUNDO r

A1) VELOCIDADE VS TEMPO

Da equação (3.104),

$$F_{Rr} = m \left[\frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} v_r^2 \frac{\rho_f}{\rho_p} - \frac{ma^2\chi}{\mu_0 r^3} \right] \Leftrightarrow a_r = \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} v_r^2 \frac{\rho_f}{\rho_p} - \frac{a^2\chi}{\mu_0 r^3} \quad (3.105)$$

Por outro lado, $a_r = \frac{\partial v_r}{\partial r} v_r$, e assim da equação (3.105),

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_r = - \frac{a^2\chi}{\mu_0 r^3} v_r^{-1} \quad (3.106)$$

Resolvendo esta equação (apêndice 3E) chegamos a

$$v_r(r) = - \sqrt{\frac{\left(\frac{K_b}{r_{iv}^2} + \frac{K_b K_a}{r_{iv}} \right) e^{K_a(r_{iv}-r)} - K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r_{iv}) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r_{iv})^i}{i!} \right) + v_{iv}^2 e^{K_a(r_{iv}-r)}}{-\frac{K_b}{r^2} - \frac{K_b K_a}{r} + K_b K_a^2 \cdot e^{-K_a r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r)^i}{i!} \right)}} \quad (3.107)$$

onde

$$K_a = -\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \wedge K_b = -\frac{a^2 \chi}{\mu_0} \quad (3.108)$$

A2) RAIO VS TEMPO

Sabe-se que,

$$v_r = \frac{dr}{dt} \Leftrightarrow t - t_{lv} = \int_{r_{lv}}^r \frac{dr}{v_r(r)} \quad (3.109)$$

Da expressão (3.107) conclui-se imediatamente que este integral só é possível de calcular numericamente. O procedimento para obtenção de $r = f(t)$, será então calcular em primeiro lugar $v_r = f(t)$ e depois utilizar este resultado em (3.109).

B) TRAJECTÓRIA SEGUNDO z

B1) VELOCIDADE VS TEMPO

Resolvendo a equação (3.103),

$$\begin{aligned} F_{D_z} - P = F_{R_z} &\Leftrightarrow \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} m v_z^2 - mg = m a_z \Leftrightarrow a_z = \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_z^2 - g \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\partial v_z}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} &= \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_z^2 - g \Leftrightarrow \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{3}{8} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} v_z = -g v_z^{-1} \end{aligned} \quad (3.110)$$

Então (apêndice 3F):

$$v_z = -\sqrt{K_1 + K_2 e^{K_3(z-K_4)}} \quad (3.111)$$

onde

$$K_1 = \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f} \wedge K_2 = v_{zlv}^2 - \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f} \wedge K_3 = \frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \wedge K_4 = z_{lv} \quad (3.112)$$

B2) ALTURA VS TEMPO

Como

$$\frac{dz}{dt} = v_z \quad (3.113)$$

então

$$\int_{z_{lv}}^z \frac{dz}{-\sqrt{K_1 + K_2 e^{K_3(-zK_4)}}} = \int_{t_{lv}}^t dt \quad (3.114)$$

Integrando a equação (3.114) obtemos^{§§}

$$t - t_{lv} = \frac{2 \operatorname{Arctgh} \left(\frac{\sqrt{K_1 + K_2 e^{K_3(z-K_4)}}}{\sqrt{K_1}} \right)}{\sqrt{K_1} K_3} - \frac{2 \operatorname{Arctgh} \left(\frac{\sqrt{K_1 + K_2}}{\sqrt{K_1}} \right)}{\sqrt{K_1} K_3} \quad (3.115)$$

C) VELOCIDADE TOTAL VS TEMPO

A velocidade total da partícula é dada por:

$$V_T = V_r + V_z \quad (3.116)$$

O seu módulo será

$$\|V_T\| = \sqrt{\|V_r\|^2 + \|V_z\|^2} \quad (3.117)$$

O ângulo que a velocidade total faz com a velocidade radial pode ser calculado por:

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{V_z}{V_r} \right) \quad (3.118)$$

3.3.4.2 – CONDIÇÕES DE SEPARAÇÃO - CLASSIFICAÇÃO

A determinação das condições de separação-classificação nesta fase do movimento é um “pró-forma”, uma vez que as mais limitativas são as encontradas na fase do movimento sobre a superfície, que assim englobarão estas. Estas condições encontram-se apresentadas em apêndice (apêndice 3G), bem como um esquema-resumo das mesmas (apêndice 3H).

^{§§} Cálculos efectuados no programa *Mathematica*® 3.0.

3.4.1 – FÓRMULAS FÍSICAS

		TRAJECTÓRIA			VELOCIDADE				ACELERAÇÃO			
		Direcção <i>r</i>	Direcção <i>z</i>	Direcção θ	Direcção <i>r</i>	Direcção <i>z</i>	Direcção θ	Total	Direcção <i>r</i>	Direcção <i>z</i>	Direcção θ	
PARTÍCULAS	Não Magnéticas	(3.14)	(3.15)	(3.19)	(3.16)*		(3.18)	(3.20) e (3.21)	(3.17)**		nula	
	Magnéticas	$r_{IV} < r < r_{ICG2}$	(3.61) ou (3.62) e (3.60)	(3.63) ou (3.64) ou (3.65)	(3.67)	(3.58) ou (3.60) e (3.59)*		(3.66)	(3.68) e (3.69) e (3.70)	(3.54)**		nula
		$r = r_{IV}$ ***	(3.98)	(3.63) e (3.98)	(3.67) e (3.98)	(3.58) ou (3.60) e (3.59) e (3.98)*		(3.66) e (3.98)	(3.68) e (3.69) e (3.70) e (3.98)	(3.54) e (3.98)		nula
		$r < r_{IV}$	(3.109)	(3.115)	Desprezável****	(3.107)	(3.111)	Desprezável****	(3.116), (3.117) e (3.118)	-----	-----	-----

Tabela 3.1 – Tabela-resumo das equações que descrevem o movimento das diversas partículas presentes no separador-classificador.

* velocidade tangencial (duas direcções); ** aceleração tangencial (duas direcções); *** cálculo dos valores no momento de levantamento de vô da partícula; **** ao contrário dos casos anteriores θ não é o sentido rotacional (ver texto).

3.4.2 - CONDIÇÕES DE SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

- 1) $F_{RT} > 0$ (3.22)
- $\left\{ \begin{array}{l} (3.30) \text{ condição em } \alpha \text{ (mais limitado)} \\ (3.31) \text{ condição em } \omega \end{array} \right.$ (C111)
- ou
- $\left\{ \begin{array}{l} (3.32) \text{ condição em } \alpha \\ (3.33) \text{ condição em } \omega \text{ (mais limitado)} \end{array} \right.$ (C112)
- ou
- $\left\{ \begin{array}{l} (3.37) \text{ condição em } T_{CG_1} \\ (3.32) \text{ condição em } \alpha \end{array} \right.$ (C113)
- ou
- $\left\{ \begin{array}{l} (3.22) \text{ condição em } \alpha, \omega, r \\ (3.37) \text{ condição em } \alpha, \omega, T_{CG_1} \end{array} \right.$ (C114)
- 2) **Imposição de “colagem” de partículas ao tronco do separador-classificador**
- (3.34) condição em μ (C121)
- 3) **Não existência de choques entre partículas durante o movimento ascendente**
- (3.44) condição em r_{part} (C131)

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

I) MOVIMENTO ASSENTE SOBRE A SUPERFÍCIE DO CORPO DO SEPARADOR-CLASSIFICADOR ($r_{lv} < r \leq r_i T_{CG2}$)

1) $F_{RT} > 0$ (3.73)

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.78) \text{ condição em } \omega \\ (3.75) \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.81) \text{ condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 < 0 \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \text{ condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C211)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.78) \text{ condição em } \omega \\ (3.75) \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.82) \text{ condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 > 0 \text{ condição em } r_{part}, \alpha \end{array} \right. \quad (C212)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.78) \text{ condição em } \omega \\ (3.75) \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ INEQ1 > 0 \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \text{ condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C213)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.78) \text{ condição em } \omega \\ (3.75) \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.79) \text{ condição em } r_{part}, \alpha, a^2 \cdot \chi \text{ resolvida para } r_{part}, \alpha \\ \text{sabendo } a^2 \cdot \chi \end{array} \right. \quad (C214)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.85) \text{ condição em } \omega \\ (3.76) \text{ condição em } r_{part}, \alpha \end{array} \right. \quad (C215)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.76) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.81) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \quad \text{condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C216)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.76) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.82) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \end{array} \right. \quad (C217)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.76) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ INEQ1 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \quad \text{condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C218)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.76) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.79) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha, a^2 \cdot \chi \quad \text{resolvida para } r_{part}, \alpha \\ \text{sabendo } a^2 \cdot \chi \end{array} \right. \quad (C219)$$

ou

$$(3.73) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha, \omega, a^2 \chi \quad \text{resolvida para } r_{part}, \alpha \quad (C2110) \\ \text{sabendo } a^2 \chi, \omega$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.90) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.93) \quad \text{condição em } \omega \\ INEQ3 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \quad \text{condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C2111)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.90) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.94) \quad \text{condição em } \omega \\ INEQ3 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \end{array} \right. \quad (C2112)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.90) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ INEQ3 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \quad \text{condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C2113)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.90) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.91) \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha, \omega \quad \text{resolvida para } r_{part}, \alpha \\ \quad \text{sabendo } \omega \end{array} \right. \quad (C2114)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} (3.95) \quad \text{condição em } a^2 \cdot \chi \\ INEQ1 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \end{array} \right. \quad (C2115)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} INEQ1 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.93) \quad \text{condição em } \omega \\ INEQ3 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \quad \text{condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C2116)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} INEQ1 > 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.94) \quad \text{condição em } \omega \\ INEQ3 < 0 \quad \text{condição em } r_{part}, \alpha \end{array} \right. \quad (C2117)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} INEQ1 > 0 \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ INEQ3 < 0 \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.83) \text{ condição em } \alpha \end{array} \right. \quad (C2118)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} INEQ1 > 0 \text{ condição em } r_{part}, \alpha \\ (3.91) \text{ condição em } r_{part}, \alpha, \omega \text{ resolvida para } r_{part}, \alpha \\ \text{sabendo } \omega \end{array} \right. \quad (C2119)$$

2) Imposição de “colagem” de partículas ao tronco do separador-classificador

$$(3.97) \text{ condição em } \mu \quad (C221)$$

II) PARTÍCULA EM VÔO EM DIRECÇÃO AO COLECTOR CENTRAL ($r < r_{lv}$)

Como já foi referido as condições limite para esta fase do movimento encontram-se englobadas nas condições limite existentes na fase anterior. Um resumo das condições limite específicas desta fase encontra-se apresentado no apêndice 3H.

4 – SIMULAÇÕES

4.1 - INTRODUÇÃO

Tendo em vista as equações que foram deduzidas e apresentadas no sector 3, descrevendo o movimento das partículas e condições necessárias para a sua viabilidade, foram elaboradas diversas simulações, que são apresentadas neste capítulo.

Inicialmente analisou-se a influência de cada variável manipulável nos resultados da separação-classificação (sector 4.2). Em seguida analisaram-se os efeitos provocados por possíveis desvios práticos da idealidade admitida previamente (sector 4.3). Finalizou-se o estudo com uma inspecção a possíveis aplicações práticas típicas (exemplos não limitativos) do novo aparelho (sector 4.4).

Em teoria todos os materiais magnéticos são possíveis de processar no novo aparelho. Existem no entanto alguns cuja importância sobressai pelo seu grau de aplicabilidade: e.g. volframite, cassiterite, hematite. Foram estes últimos que foram analisados.

No tabela 1.2 do sector 1.3.2 apresentam-se valores de propriedades magnéticas e físicas de vários materiais paramagnéticos.

4.2 – INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DE SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO

4.2.1 - INTRODUÇÃO

Para verificarmos a influência parcial de cada parâmetro manipulável nos resultados do processo de separação e classificação magnética, variou-se em cada caso o parâmetro em estudo mantendo-se o resto do sistema constante. Embora o ideal fosse analisar o sistema com uma variação simultânea de todas as variáveis, tal torna-se extremamente complicado. Efectivamente a função-objectivo varia de caso para caso, dependendo exclusivamente do utilizador. Apesar de tudo o método seguido permite inferir acerca da influência de cada variável e obter a gama de valores aconselhados para um eficaz funcionamento do separador-classificador.

Foram *seis* as variáveis manipuladas, estudadas: o ângulo α que o corpo do separador-classificador faz com a horizontal, a velocidade de rotação ω do corpo do separador-classificador, o coeficiente de atrito na direcção ascendente/descendente μ , o raio das partículas r_{part} , a intensidade de corrente fornecida ao íman supercondutor I e o raio real de alimentação $r_R (=T_{CG}r)$. Os outros parâmetros foram considerados constantes e os seus valores escolhidos dentro da gama normal ou necessária (ver tabela 4.1).

A função-objectivo (embora varie de caso para caso) foi tomada de uma maneira genérica (apenas para fins comparativos) como a separação e classificação da maior gama de susceptibilidades magnéticas possível. Foi ainda tomada como função-objectivo em relação às partículas magnéticas a separação e

classificação das partículas de wolframite presentes na alimentação com 100% de pureza.

PARÂMETROS UNIVERSAIS		
$g (ms^{-2})$		$\mu_0 (TmA^{-1})$
9.80665		$4\pi 10^{-7}$
PARÂMETROS GEOMÉTRICOS		
$r_c (cm)$	$r_a (cm)$	$r_f (cm)$
12	15	45
PARÂMETROS:		
DAS PARTÍCULAS		DO FLUÍDO
C_d		$\rho_f (kgm^{-3})$
0.27		1.24

Tabela 4.1 – Valores utilizados nas simulações para os parâmetros constantes. g é a aceleração gravítica à superfície terrestre (valor médio), μ_0 é a permeabilidade do vácuo, r_a é o raio da parte cilíndrica do corpo do separador-classificador, r_c é o raio externo do colector central de partículas magnéticas, r_f é o raio interno máximo da parte cónica do corpo do separador-classificador, C_d é o coeficiente de arrasto das partículas, ρ_f é a massa específica do fluido.

O coeficiente de atrito no sentido rotacional (μ_θ), foi considerado sempre superior ao valor limite calculado pelas condições (3.34) e (3.97). Para tal considerou-se como raio mínimo, até ao qual deverá ser mantida a condição de “colagem”, o raio superior em 5% ao valor do raio de levantamento de vôo.

De uma maneira geral para cada variável apenas se apresentam aqui os resultados finais comparativos entre os vários valores considerados para a variável manipulável sob observação, apresentando-se os resultados parciais para cada caso no Apêndice 4.

Para controlo dos resultados das simulações foi sempre considerado um caso típico, em termos de valores das variáveis, cujos resultados se apresentam em seguida.

Na tabela 4.2 apresentam-se os valores considerados para as variáveis manipuláveis. Apresentam-se ainda as condições limite que foram respeitadas e o valor mínimo obtido para o coeficiente de atrito no sentido rotacional.

Os resultados foram divididos em duas secções principais: partículas não magnéticas e partículas magnéticas. Dentro das partículas magnéticas ainda foram apresentados os resultados finais para as duas fases principais do movimento: partículas assentes sobre a superfície do corpo do separador-classificador e partículas em vôo em direcção ao colector central.

De um modo geral os valores em % referem-se ao grau de pureza das partículas de wolframite – caso típico – que seria separado para os valores das variáveis manipuláveis em consideração. Esta percentagem foi calculada tendo em conta que se considera o 100% de pureza para partículas com susceptibilidade igual a $12E-7 m^3kg^{-1}$.

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)**	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3E6	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.19			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_f (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹)** : 1.2x10 ⁻⁶		
CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS* : [(C112),(C114),(C121),(C131)], (capítulo 3) [(C2115), (C221)]							

* Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

** Só para partículas magnéticas.

Tabela 4.2 – Valores utilizados nas simulações do caso típico para as variáveis principais manipuláveis e indicação das condições limite respeitadas. α é o ângulo que o corpo do separador-classificador faz com a horizontal, ω é a velocidade de rotação do corpo do separador-classificador, μ_{tang} é o coeficiente de atrito na direcção ascendente/descendente, μ_{θ} é o coeficiente de atrito na direcção rotacional, r_{part} é o raio das partículas, I é a intensidade de corrente fornecida ao íman supercondutor, r_i é o raio inicial de alimentação T_{CG1} e T_{CG2} são os coeficientes-charneira entre a idealidade e a realidade prática, ρ_f é a massa específica do fluido e χ é a susceptibilidade magnética das partículas.

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Na figura 4.1 apresentam-se os resultados das simulações para as trajectórias seguidas pelas partículas não magnéticas com os valores das variáveis definidos nas tabelas 4.1 e 4.2. Os percursos apresentam-se para intervalos de tempo Δt contados a partir de $t = 0s$. Na alínea *f*) apresenta-se o percurso completo desde a saída da alimentação até as partículas chegarem a r_f ($t_f \approx 0.45s$). O tempo t_f necessário para uma partícula não magnética subir no corpo do separador-classificador desde o raio de alimentação até ao topo do corpo do separador-classificador (a que corresponde um raio $r_f = 0.45m$ – ver figura 3.1) foi calculado resolvendo a equação 3.14 em ordem a $t=t_f$ para $r=r_f$.

Na tabela 4.3 apresentam-se os valores de todas as variáveis relevantes, para t_f e cinco tempos intermédios.

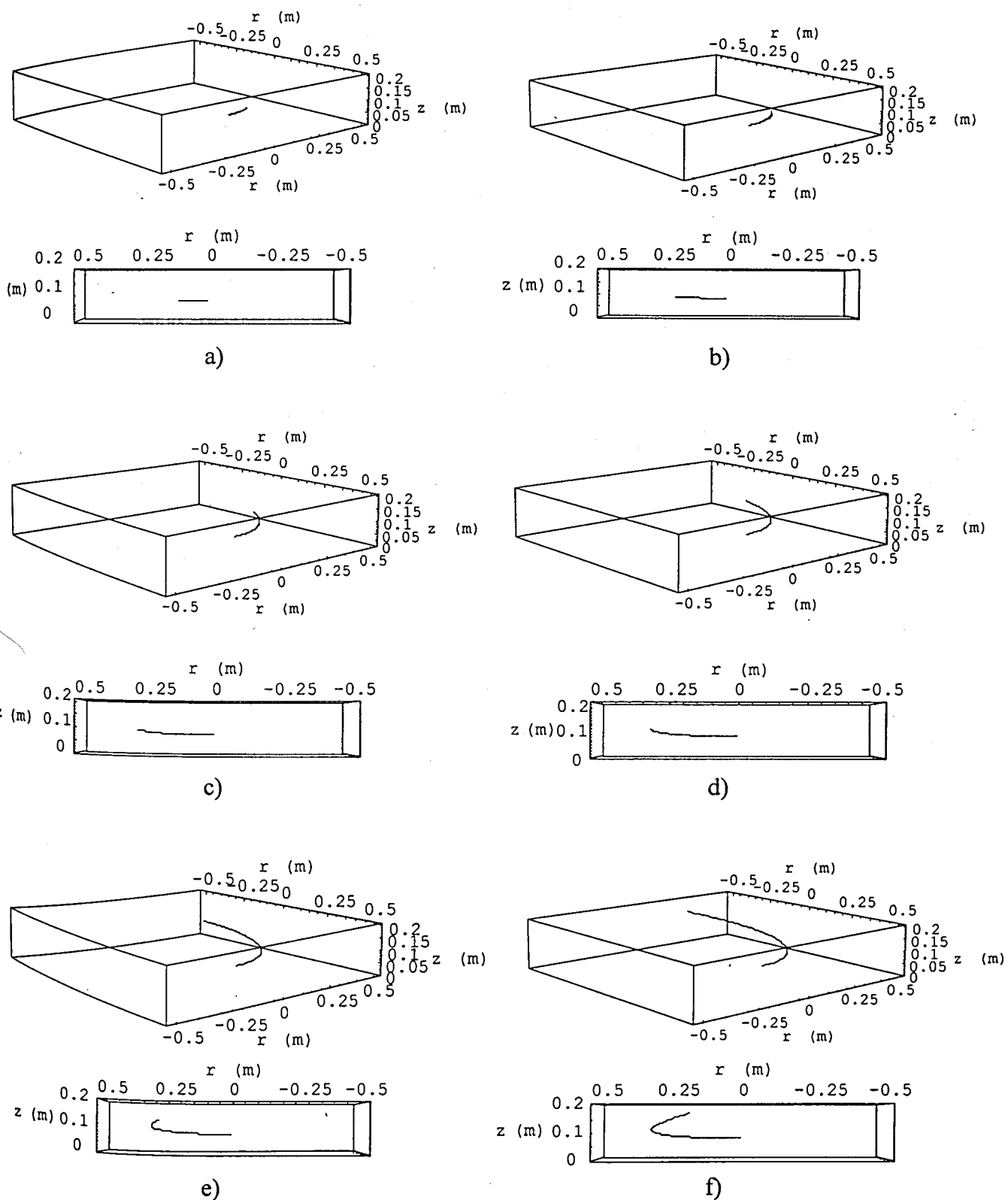


Figura 4.1 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais, a) $\Delta t = 0.075$ s ; b) $\Delta t = 0.151$ s ; c) $\Delta t = 0.226$ s ; d) $\Delta t = 0.302$ s ; e) $\Delta t = 0.377$ s ; f) $\Delta t = 0.452$ s.

$t = t_f / 6 = 0.075 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$v_{rt} \text{ (m/s)}$	$v_r \text{ (m/s)}$
0.288	0.080	25.9°	0	0.097	0.084
$v_z \text{ (m/s)}$	$v_\theta \text{ (m/s)}$	$v_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.048	1.729	1.732		3.211°	1.344
$t = t_f / 3 = 0.151 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$v_{rt} \text{ (m/s)}$	$v_r \text{ (m/s)}$
0.298	0.085	51.9°	0	0.207	0.180
$v_z \text{ (m/s)}$	$v_\theta \text{ (m/s)}$	$v_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.104	1.788	1.800		6.615°	1.615
$t = t_f / 2 = 0.226 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$v_{rt} \text{ (m/s)}$	$v_r \text{ (m/s)}$
0.316	0.096	77.8°	0	0.346	0.300
$v_z \text{ (m/s)}$	$v_\theta \text{ (m/s)}$	$v_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.173	1.895	1.926		10.351°	2.108
$t = 2 * t_f / 3 = 0.302 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$v_{rt} \text{ (m/s)}$	$v_r \text{ (m/s)}$
0.344	0.112	104°	0	0.532	0.461
$v_z \text{ (m/s)}$	$v_\theta \text{ (m/s)}$	$v_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.266	2.065	2.133		14.458°	2.890
$t = 5 * t_f / 6 = 0.377 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$v_{rt} \text{ (m/s)}$	$v_r \text{ (m/s)}$
0.387	0.137	130°	0	0.792	0.686
$v_z \text{ (m/s)}$	$v_\theta \text{ (m/s)}$	$v_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.396	2.322	2.453		18.834°	4.069
$t = t_f = 0.452 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$v_{rt} \text{ (m/s)}$	$v_r \text{ (m/s)}$
0.450	0.173	156°	0	1.160	1.005
$v_z \text{ (m/s)}$	$v_\theta \text{ (m/s)}$	$v_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.580	2.700	2.939		23.254°	5.808

Tabela 4.3 – Resultados das simulações do caso típico para as partículas não magnéticas. Variáveis de saída de acordo com o definido no sector 3.2.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Existem 3 variáveis que importa definir (ver figuras 4.34 e 4.39): $\chi_{min rR}$ é o valor mais baixo da susceptibilidade magnética que as partículas magnéticas deverão apresentar para serem separadas das não magnéticas no raio em que são alimentadas (a que corresponde um determinado grau de pureza); χ_{base} é o valor mais baixo da susceptibilidade magnética (a que corresponde um determinado grau de pureza) que as partículas magnéticas deverão apresentar para partirem em direcção ao colector central (serem classificadas) antes de chegarem ao raio r_a onde cairiam no colector de base; $\chi_{máxclas}$ é o valor mais elevado da susceptibilidade magnética que as partículas magnéticas deverão apresentar para serem

classificadas no colector central, pois acima desse valor irão ser todas recolhidas no mesmo nível do colector central.

Na tabela 4.4 apresentam-se os resultados das simulações efectuadas para as partículas magnéticas tendo em conta os valores das variáveis apresentados nas tabelas 4.1 e 4.2. Na figura 4.2 apresenta-se um método de determinação gráfico do r_{lv} . A trajectória bidimensional simulada das partículas magnéticas em análise é apresentada na figura 4.3.

PARTE 1						
$\chi_{\min.rR} (m^3 kg^{-1})$	$\chi_{base} (m^3 kg^{-1})$	$r_{lv} (m)$	$z_{lv} (m)$	θ_{lv}	n volt	$t_{lv} (s)$
8.753E-7 (72.94%)	2.637E-7 (21.98%)	0.238	0.051	69°	0	0.201
$\chi_{máxclas}(m^3 kg^{-1})$	$v_{tlv} (m/s)$	$v_{rlv} (m/s)$	$v_{zlv} (m/s)$	$v_{\theta lv} (m/s)$	$v_{Tlv} (m/s)$	ϕ_{lv}
2.619E-6	1.324	1.147	0.662	1.427	1.947	43°
PARTE 2						
$r_c (m)$	$z_c (m)$	$t_c (s)$	$v_{rc} (m/s)$	$v_{zc} (m/s)$	$v_{Tc} (m/s)$	β_c
0.12	0.002	0.254	4.339	1.175	4.495	15.154°
PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS						
$r (m)$	$z (m)$	$T (s)$	$r (m)$	$z (m)$	$t (s)$	
0.220	0.041	0.214	0.150	0.011	0.246	
0.200	0.031	0.226	0.140	0.008	0.249	
0.180	0.022	0.235	0.130	0.005	0.251	
0.160	0.015	0.242				

Tabela 4.4 – Resultados das simulações do caso típico para as partículas magnéticas. Variáveis de saída de acordo com o definido no sector 3.3. Movimento das partículas: *parte 1* –sobre a superfície do corpo do separador-classificador; *parte 2* – em vôo em direcção ao colector central.

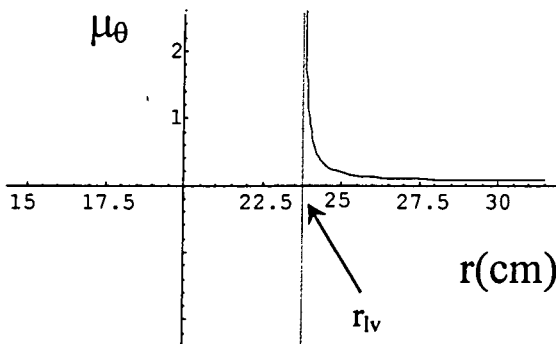


Figura 4.2 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(cm)$. O raio de intercepção da linha — com o eixo das abcissas é r_{lv} (=23.8cm).

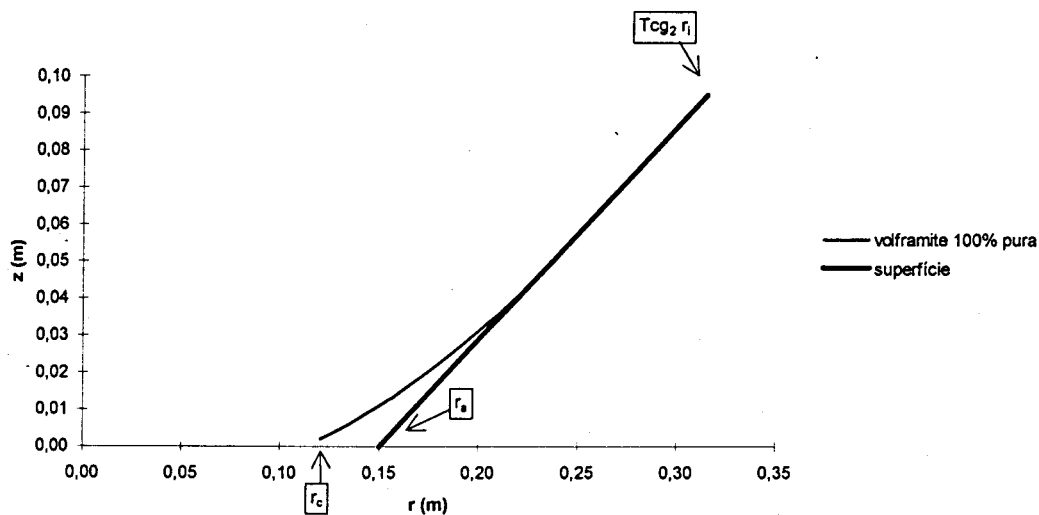


Figura 4.3 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado. r_a é o raio da parte cilíndrica do corpo do separador-classificador, r_c é o raio externo do colector central de partículas magnéticas.

Em seguida apresenta-se um gráfico elucidativo da distribuição de densidade de força magnética no separador-classificador para o valor de intensidade de corrente eléctrica em análise (3E6A).

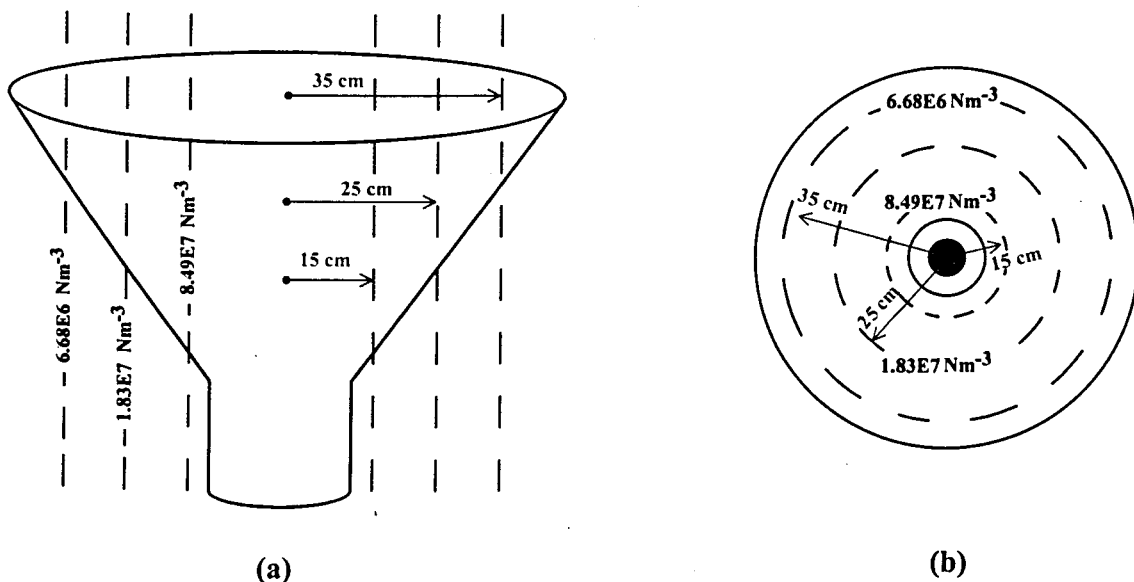


Figura 4.4 - Distribuição da densidade de força magnética no separador-classificador para uma intensidade de corrente eléctrica de 3MA. a) vista tridimensional; b) vista de topo.

Finalmente é de lembrar que nas secções que se seguem apenas se variou uma das variáveis mantendo-se os valores das outras variáveis manipuláveis constantes e de acordo com o apresentado nas tabelas 4.1 e 4.2. O esquema apresentado nas

secções seguintes foi geralmente o mesmo: apresentação dos resultados comparativos entre os diversos valores das variáveis considerados, apresentando-se no apêndice 4 resultados específicos em tabelas e figuras similares às apresentadas para o caso típico (tabelas 4.3 e 4.4 e figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4).

4.2.2 – ÂNGULO DO TRONCO α

Simularam-se os casos $\alpha = 30^\circ, 34^\circ, 45^\circ$ e 60° para os quais se apresentam em seguida resultados gráficos comparativos.

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Na figura 4.5 apresentam-se as trajetórias seguidas pelas partículas não magnéticas para os casos de $\alpha = 30^\circ$ e 34° , uma vez que para $\alpha \geq 35^\circ$ as partículas magnéticas descem na superfície com as magnéticas (apêndice 4). As trajetórias foram calculadas em seis diferentes intervalos de tempo, todos desde $t=0s$ até uma fracção ou a totalidade do valor de t_f (que foi considerado igual ao t_f menor dos dois casos em análise, que foram por sua vez calculados da maneira descrita no sector 4.2.1).

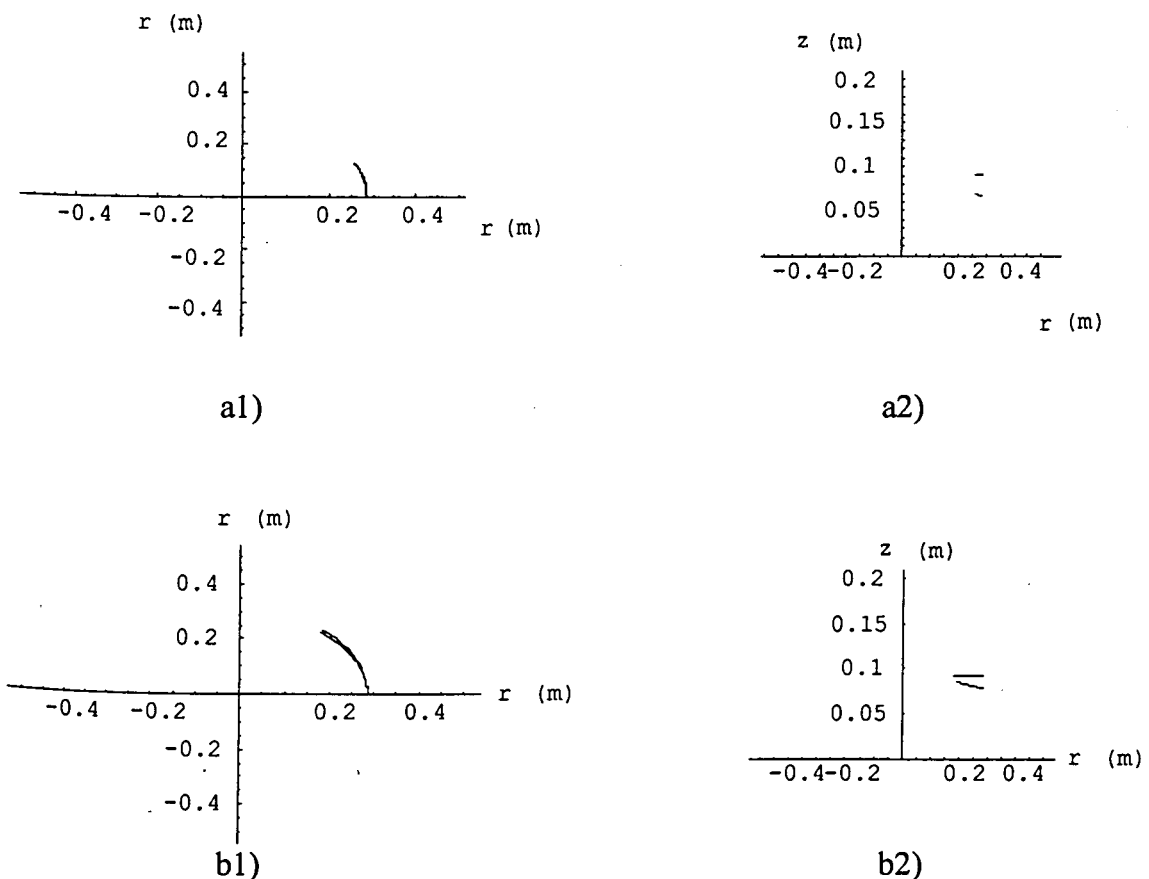
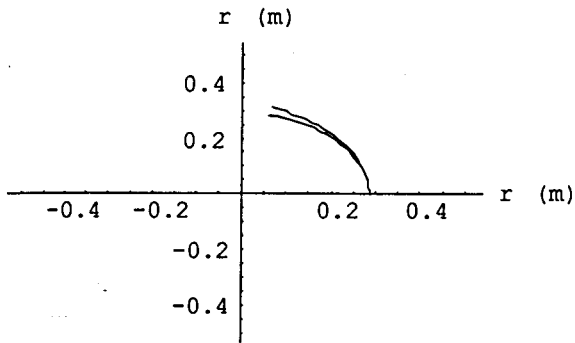
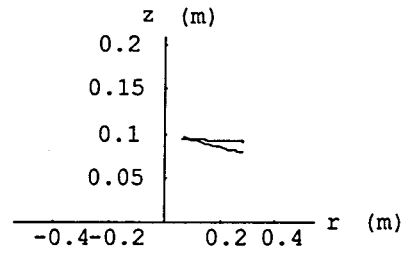


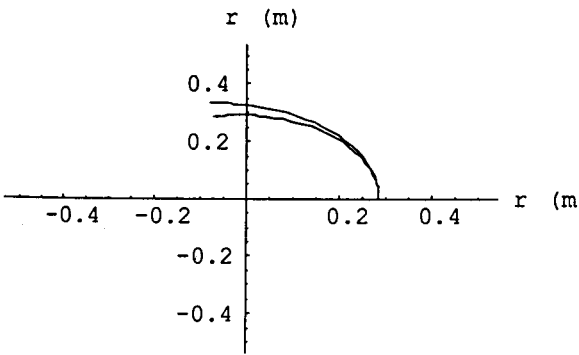
Figura 4.5 – Trajetórias das partículas não magnéticas para os casos de $\alpha = 30^\circ$ (----) e 34° (- - - -): 1- vistas de topo, 2 - vistas laterais. a) $\Delta t = 0.075$ s ; b) $\Delta t = 0.151$ s ; c) $\Delta t = 0.226$ s ; d) $\Delta t = 0.302$ s ; e) $\Delta t = 0.377$ s ; f) $\Delta t = 0.452$ s



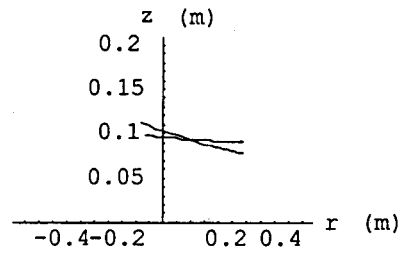
c1)



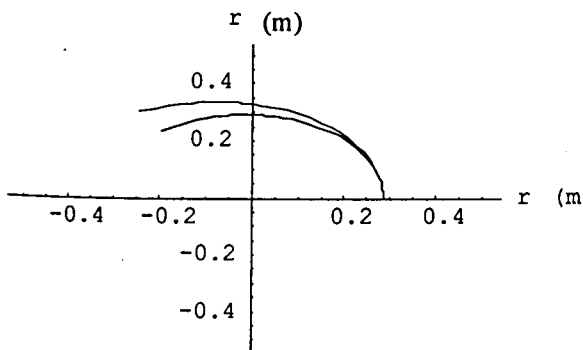
c2)



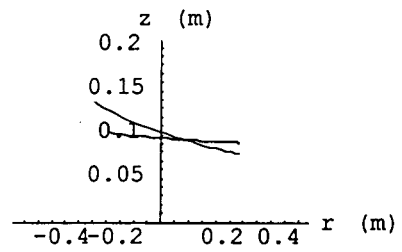
d1)



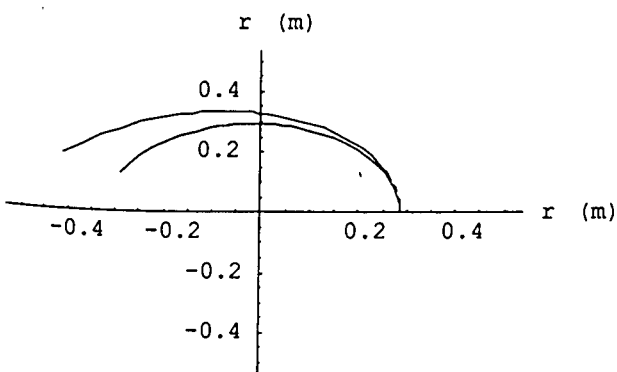
d2)



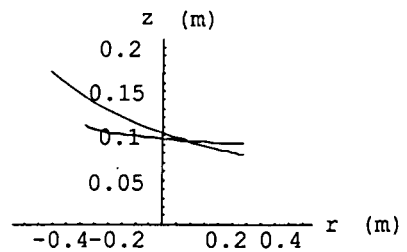
e1)



e2)



f1)



f2)

Figura 4.5 (continuação).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Na figura 4.6 apresenta-se a determinação gráfica dos raios de levantamento de vô para os casos em estudo.

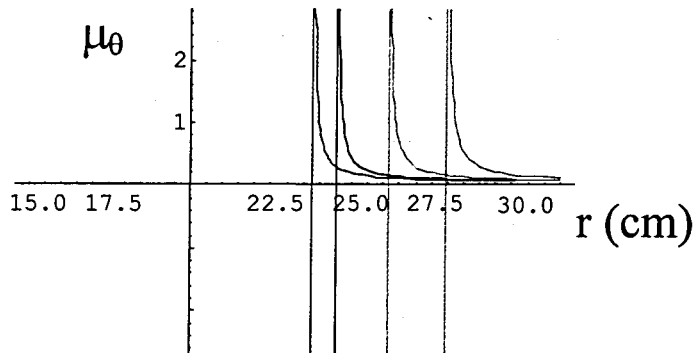


Figura 4.6 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para $\alpha = 30^\circ$ (- - - -), 34° (- - - -), 45° (- - - -) e 60° (- - - -). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{IV} (23.8cm, 24.5cm, 26.2cm e 28.0cm, respectivamente).

Na figura 4.7 apresentam-se as trajetórias bidimensionais relativas às partículas magnéticas para as diferentes “inclinações” do corpo do separador-classificador estudadas. Como se verifica os valores da altura de chegada ao colector central variam de acordo com o valor de α , assim como os valores de r_{IV} (consultar apêndice 4).

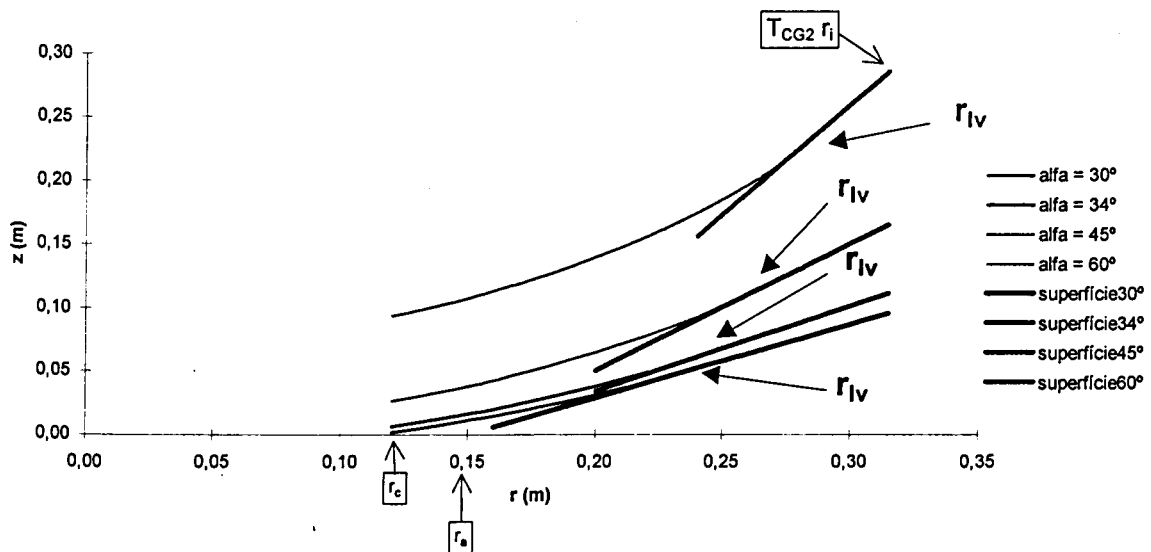


Figura 4.7 – Trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras) para as diversas “inclinações” do separador (secções representadas a preto) estudadas : $\alpha = 30^\circ, 34^\circ, 45^\circ$ e 60° . O deslocamento segundo θ foi ignorado. r_a é o raio da parte cilíndrica do corpo do separador-classificador, r_c é o raio externo do colector central de partículas magnéticas.

Em relação aos objectivos de separação e classificação, na tabela 4.5 apresentam-se os resultados comparativos entre os diversos casos analisados). $\chi_{classificado}$ representa o domínio de susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas, que é definido entre χ_{base} e $\chi_{máxclas}$ (ver definição destes parâmetros no sector 4.2.1), sendo que $\chi_{separado}$ representa o valor mais baixo da susceptibilidade magnética que as partículas magnéticas deverão apresentar para serem separadas das não magnéticas no raio em que são alimentadas ($=\chi_{min rR}$). (Ver figuras 4.34 e 4.39).

VALOR DE α	χ CLASSIFICADO (m^3Kg^{-1})	χ SEPARADO (m^3Kg^{-1})(%)
30°	[8.75E-7, 2.62E-6]	8.75E-7 (72.94%)
34°	[7.90E-7, 2.39E-6]	7.90E-7 (65.82%)
45°	[5.24E-7, 1.94E-6]	5.24E-7 (43.66%)
60°	[1.30E-7, 1.55E-6]	1.98E-8 (1.65%)

Tabela 4.5 – Valores das susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas ou separadas (os valores em % referem-se ao grau de pureza das partículas de wolframite – caso típico – que seria separado para os valores das variáveis manipuláveis considerados).

C) ANÁLISE DE RESULTADOS

Os valores obtidos para os tempos de saída das partículas não magnéticas pelo topo do separador-classificador e para os tempos de chegada das partículas magnéticas ao colector central são bastante baixos (ver apêndice 4), o que se deve a uma velocidade de rotação de certa forma elevada (6 rad/s) e uma intensidade de corrente também elevada (3MA), que cria um perfil de densidade de força magnética bastante acentuado. Tal só beneficia a separação-classificação.

Observando a tabela 4.5 conclui-se que à medida que se aumenta a inclinação do funil, melhora-se a separação das partículas magnéticas do resto da alimentação, baixando-se, no entanto, os valores limite da gama de susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas. Tal deve-se ao facto de que um aumento do ângulo da superfície do funil, provoca um aumento das dificuldades de ascensão das partículas sobre a mesma (para os ângulos de 45° e a 60° as partículas não magnéticas não conseguem mesmo subir na superfície, descendo-a conjuntamente com as magnéticas). Por outro lado como mantemos o mesmo raio da alimentação, mas aumentamos o ângulo, a altura da alimentação é cada vez mais elevada (ver figura 3.1), fazendo com que as partículas disponham de muito mais espaço e tempo para serem separadas, verificando-se deste modo uma melhoria na separação à medida que se aumenta o ângulo.

Comparando as trajectórias que as partículas não magnéticas efectuam nos casos de 30° e 34° (figura 4.5), verificamos que para 30° as partículas sobem mais rapidamente, o que era de esperar uma vez que o ângulo é menor, logo o seu movimento será mais facilitado.

O facto da altura inicial aumentar à medida que se aumenta o ângulo de inclinação do corpo do separador-classificador faz com que nas trajectórias seguidas pelas partículas magnéticas o r_{lv} aumente à medida que o ângulo aumenta

(figura 4.6), assim como aumenta a altura de chegada ao colector com o aumento do ângulo (figura 4.7).

De notar ainda que para o caso do ângulo ser 60° as condições magnéticas são quase universais, ou seja, a condição (C2116) (ver sector 3.4.2) quase que se aplica. Isto significa que se tivermos um ângulo ainda mais elevado não existirá condição para χ , ou seja, todas as partículas magnéticas (independentemente do seu χ) deslocar-se-ão num sentido descendente, fazendo com que o valor da susceptibilidade limitante em termos de classificação seja o valor da susceptibilidade das partículas magnéticas que caem na base (o que já acontece no caso de 60°).

D) CONCLUSÕES

Pode afirmar-se que mantendo o valor das outras variáveis constante:

- quanto maior for o ângulo, menores serão os valores dos extremos da gama de susceptibilidades magnéticas classificadas e menor será o valor da susceptibilidade magnética da última partícula magnética a ser separada;
- se elevarmos demasiado o ângulo perde-se a separação entre as partículas magnéticas e não magnéticas.

4.2.3 – VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ω

Estudamos 4 valores da velocidade de rotação do corpo do separador-classificador ω : 5 rad/s, 6 rad/s, 6.5 rad/s e 7 rad/s.

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Na figura 4.8 encontram-se representadas as trajectórias seguidas pelas partículas não magnéticas presentes na alimentação apenas para os casos de 6, 6.5 e 7 rad/s, uma vez que velocidades de rotação inferiores não conseguem provocar a subida das partículas magnéticas na superfície do separador-classificador. De igual modo os intervalos de tempo são contabilizados a partir de $t=0s$, representando fracções ou a totalidade de t_f (que foi calculado da maneira descrita em 4.2.2).

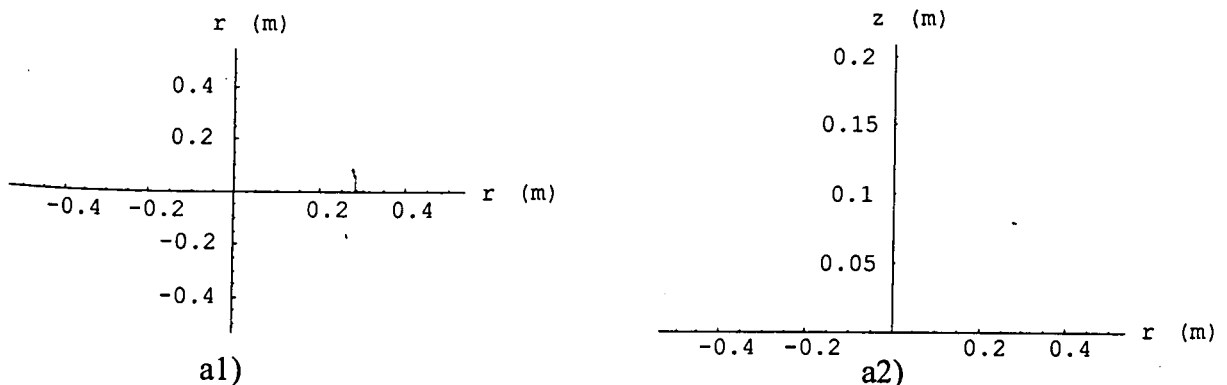
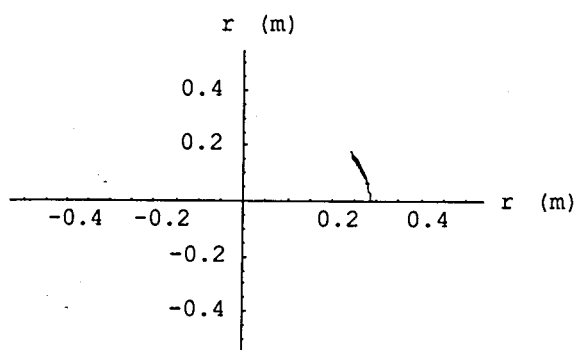
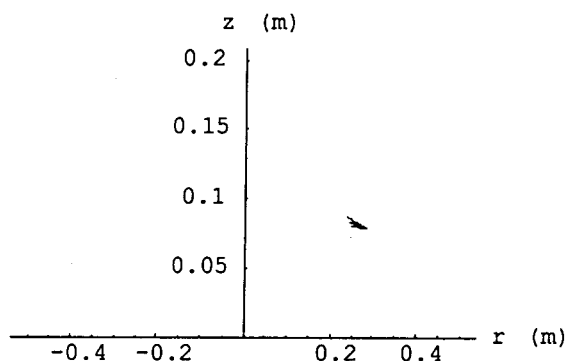


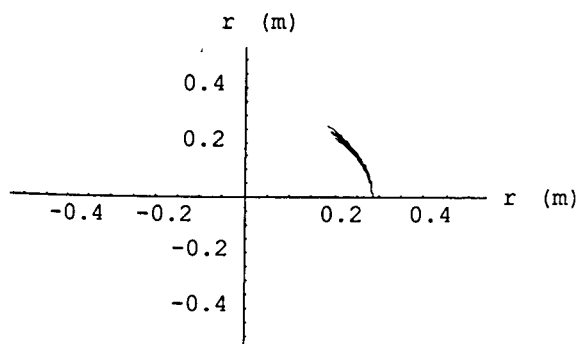
Figura 4.8 – Trajectórias das partículas não magnéticas para os casos de $\omega = 6$ rad/s (- - - -), 6.5 rad/s (- . - .) e 7 rad/s (. . . .) : 1- vistas de topo, 2 - vistas laterais. a) $\Delta t = 0.046$ s ; b) $\Delta t = 0.092$ s ; c) $\Delta t = 0.138$ s ; d) $\Delta t = 0.184$ s ; e) $\Delta t = 0.230$ s ; f) $\Delta t = 0.276$ s



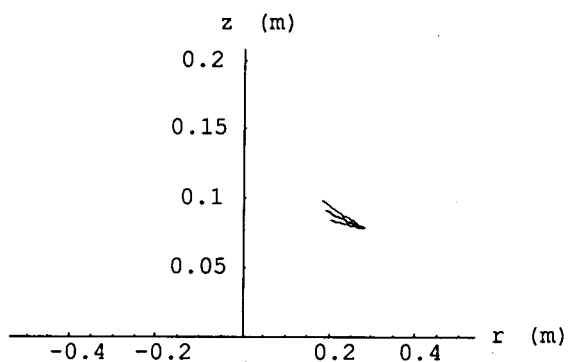
b1)



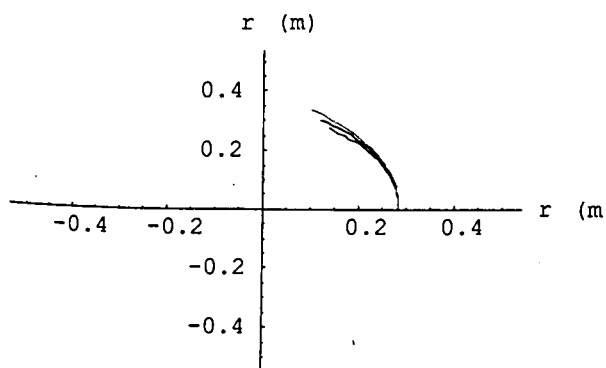
b2)



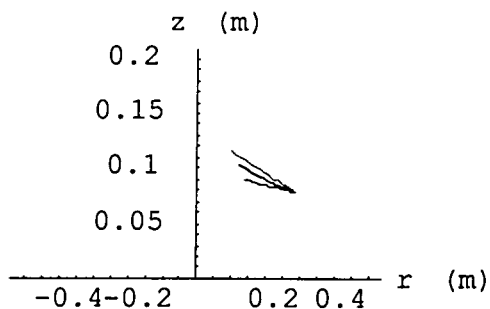
c1)



c2)



d1)



d2)

Figura 4.8 (continuação).

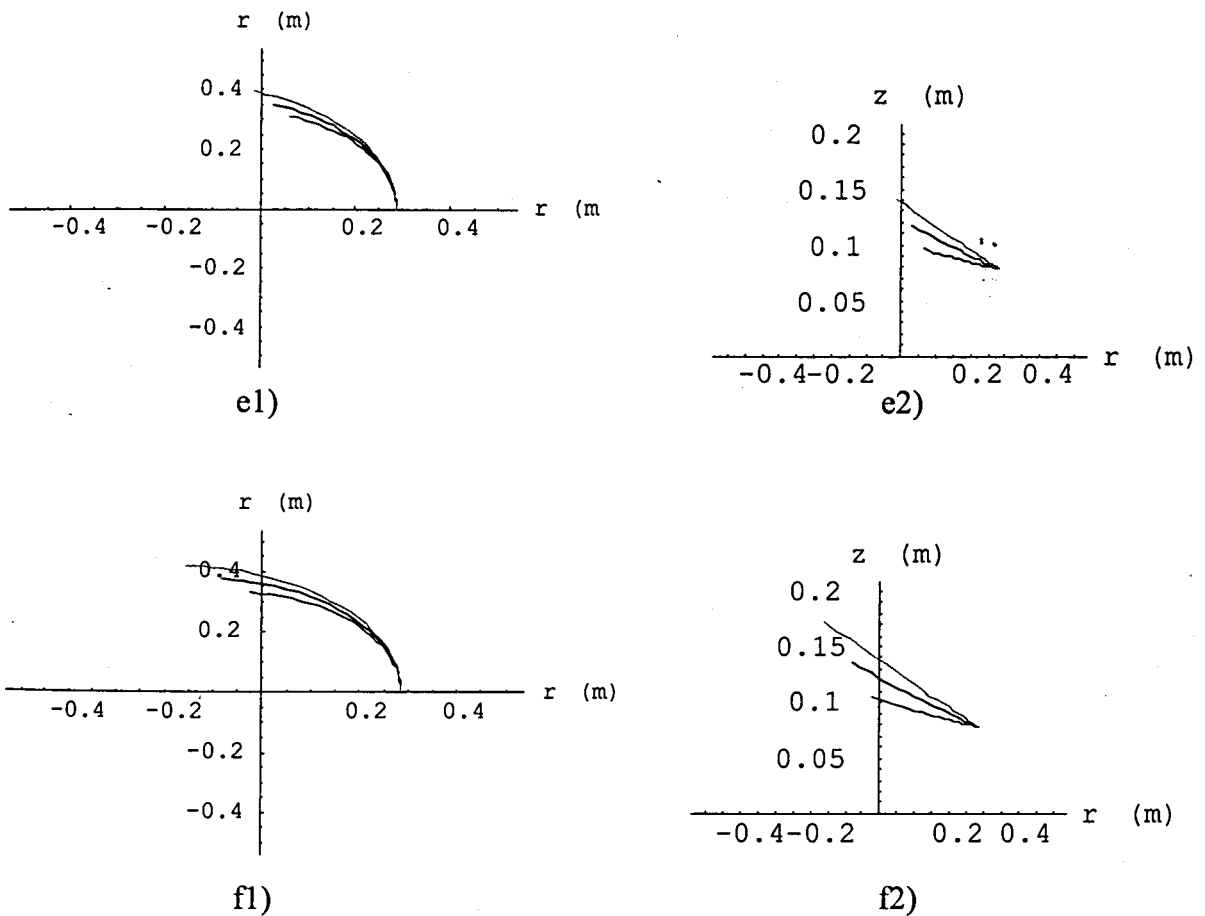


Figura 4.8 (continuação).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Na figura 4.9 é apresentada a determinação gráfica dos diversos raios de levantamento de voo. De notar que o caso de 7 rad/s não é representado pois a esta velocidade de rotação a volframite 100% pura sobe na superfície juntamente com as partículas não magnéticas.

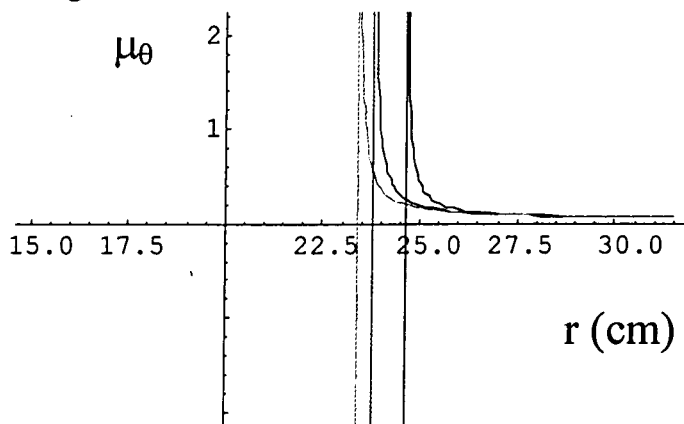


Figura 4.9 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(\text{cm})$ para $\omega = 5 \text{ rad/s}$ (- - - -), 6 rad/s (- - - -) e 6.5 rad/s (- - - -). Os raios correspondentes às assintotas são os r_{lv} (24.6cm, 23.8cm e 23.4cm, respectivamente).



Na figura 4.10 apresentam-se as trajetórias seguidas pelas partículas magnéticas para as diferentes velocidades de rotação em estudo. Como se verifica as trajetórias são praticamente coincidentes do ponto de vista macroscópico pelo que se apresentam ampliações das mesmas na figura 4.11.

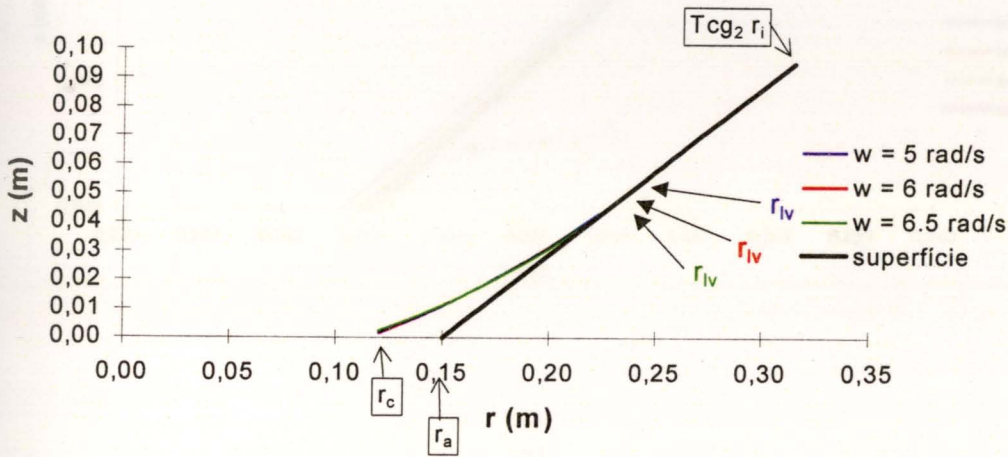
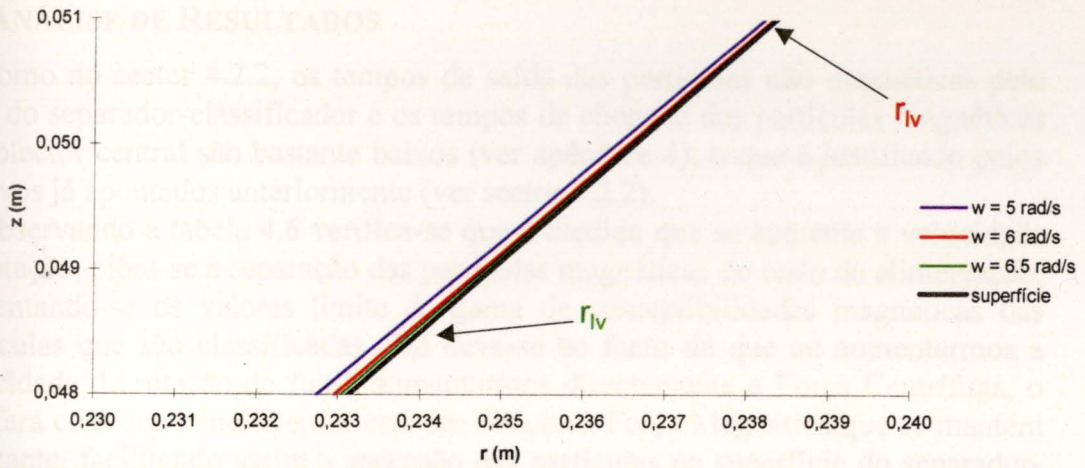


Figura 4.10 – Trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras) para as diversas velocidades rotacionais do separador estudadas : $\omega = 5, 6$ e 6.5 rad/s. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

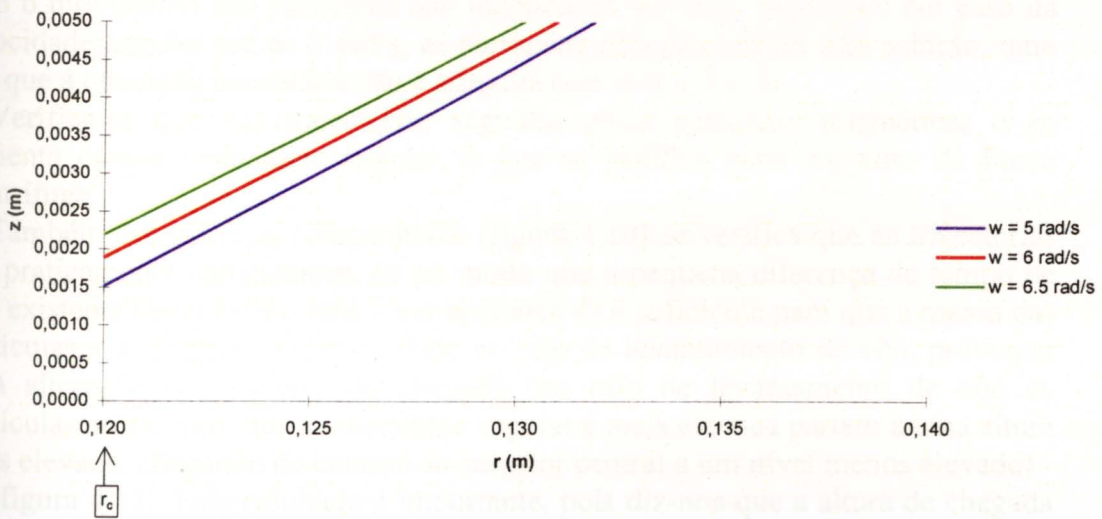
Em relação aos objectivos de separação e classificação, na tabela 4.6 apresentam-se os resultados comparativos entre os diversos casos analisados.

VALOR DE α	χ CLASSIFICADO ($m^3 Kg^{-1}$)	χ SEPARADO ($m^3 Kg^{-1}$)(%)
5 rad/s	[4.97E-7, 2.31E-6]	4.97E-7 (41.44%)
6 rad/s	[8.75E-7, 2.62E-6]	8.75E-7 (72.94%)
6.5 rad/s	[1.09E-6, 2.80E-6]	1.09E-6 (90.84%)
7 rad/s	[1.32E-6, 2.99E-6]	1.32E-6 (110.17%)

Tabela 4.6 – Valores das susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas ou separadas. (ver sector 4.2.2 para definição dos parâmetros).



a)



b)

Figura 4.11 – Detalhes das trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Volframite (100% puras) para as diversas velocidades rotacionais do separador estudadas : $\omega = 5, 6$ e 6.5 rad/s: a) no raio de levantamento de vôo; b) na chegada ao colector central.

C) ANÁLISE DE RESULTADOS

Como no sector 4.2.2, os tempos de saída das partículas não magnéticas pelo topo do separador-classificador e os tempos de chegada das partículas magnéticas ao colector central são bastante baixos (ver apêndice 4), o que é justificado pelos motivos já apontados anteriormente (ver sector 4.2.2).

Observando a tabela 4.6 verifica-se que à medida que se aumenta a velocidade de rotação, piora-se a separação das partículas magnéticas do resto da alimentação, aumentando-se os valores limite da gama de susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas. Tal deve-se ao facto de que ao aumentarmos a velocidade de rotação do funil, aumentamos directamente a Força Centrífuga, o que fará com que beneficiemos esta em relação à Força Magnética que se mantém constante, facilitando assim a ascensão das partículas na superfície do separador-classificador (tal é facilmente verificado, pois para os casos relativo à velocidade de 7 rad/s só são separadas e classificadas partículas magnéticas com susceptibilidade superior à da Volframite 100% pura).

De notar que o valor necessário para o coeficiente de atrito no sentido rotacional μ_{θ} aumenta com o aumento do valor da velocidade de rotação (ver apêndice 4), o que se deve ao aumento associado das Forças de Arrasto.

Comparando as trajectórias que as partículas não magnéticas efectuam nos casos de 6 rad/s, 6.5 rad/s e 7 rad/s, constatamos que em 7 rad/s as partículas sobem mais rapidamente, o que era de esperar por ser maior a velocidade angular, logo o movimento das partículas não magnéticas ser mais facilitado. No caso da velocidade angular ser de 5 rad/s, as partículas não magnéticas não subirão, uma vez que a condição necessária não é atingida (ver sector 3.4.2).

Verifica-se que nas trajectórias seguidas pelas partículas magnéticas o r_{lv} aumenta com a velocidade angular, o que se justifica pelo aumento da Força Centrífuga.

Também nos gráficos comparativos (figura 4.10) se verifica que as trajectórias são praticamente coincidentes, de tal modo que a pequena diferença de tempo de vôo existente (no máximo 5ms – ver apêndice 4) é suficiente para que a massa das partículas e a diferença de velocidade no raio de levantamento de vôo, provoque uma alteração no esquema de chegada (no raio de levantamento de vôo as partículas no caso em que a velocidade angular é mais elevada partem a uma altura mais elevada, chegando no entanto ao colector central a um nível menos elevado) - ver figura 4.11. Este resultado é importante, pois diz-nos que a altura de chegada é praticamente independente da velocidade angular ($\pm 0.5\text{mm}$ para variações unitárias desta).

D) CONCLUSÕES

Pode afirmar-se que mantendo o valor das outras variáveis constante:

- quanto maior for a velocidade angular maiores serão os valores dos extremos da gama de susceptibilidades magnéticas classificadas;
- a altura de chegada para variações unitárias da velocidade angular é praticamente independente desta;
- se diminuirmos demasiado a velocidade angular perde-se a separação entre as partículas magnéticas e não magnéticas.

4.2.4 - COEFICIENTE DE ATRITO NO SENTIDO ASCENDENTE/DESCENDENTE μ

Os resultados do processo de separação-classificação para os valores de $\mu = 0.1$, 0.2, 0.3 e 0.4, encontram-se apresentados em seguida:

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

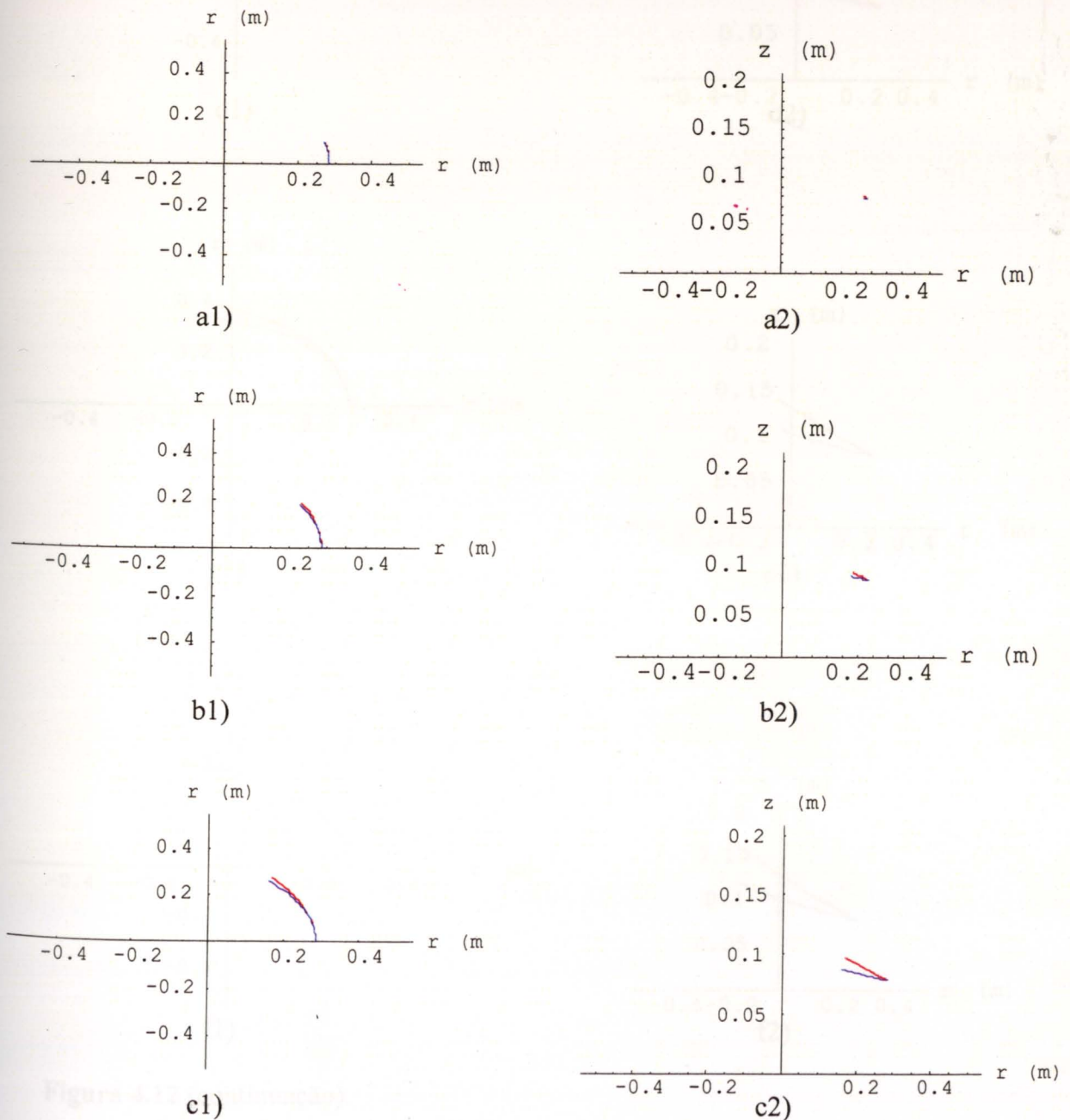


Figura 4.12 - Trajetórias das partículas não magnéticas para os casos de $\mu = 0.1$ (- - -) e 0.2 (- - -): 1- vistas de topo, 2 - vistas laterais.
a) $\Delta t = 0.056$ s ; b) $\Delta t = 0.113$ s ; c) $\Delta t = 0.169$ s ; d) $\Delta t = 0.226$ s ; e) $\Delta t = 0.282$ s ; f) $\Delta t = 0.339$ s

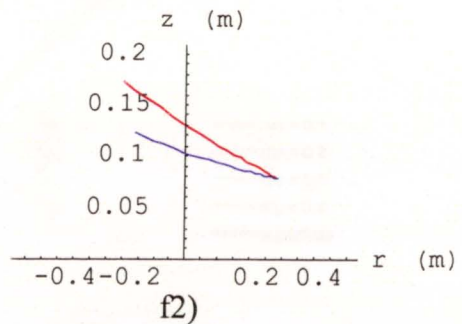
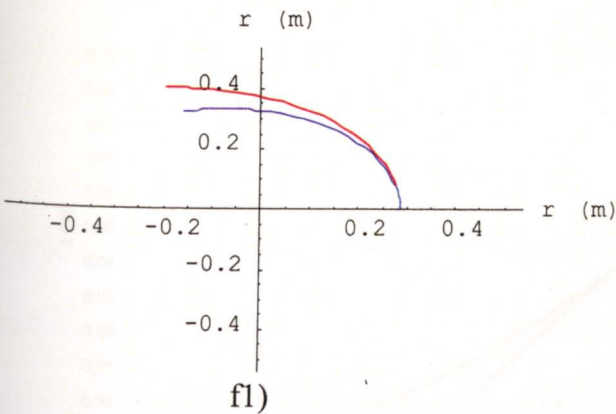
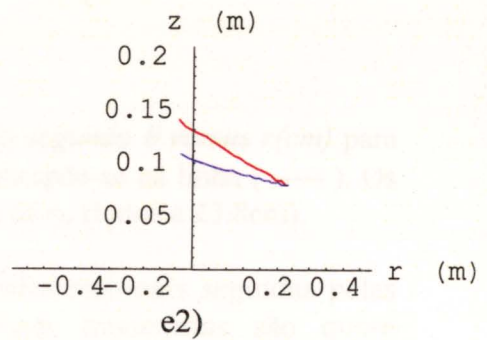
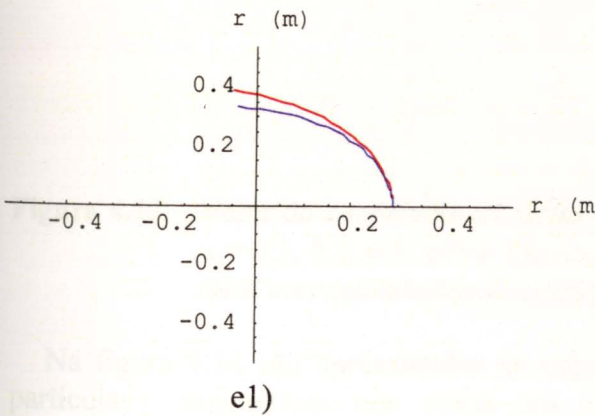
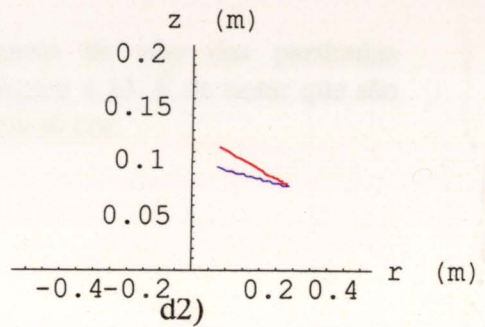
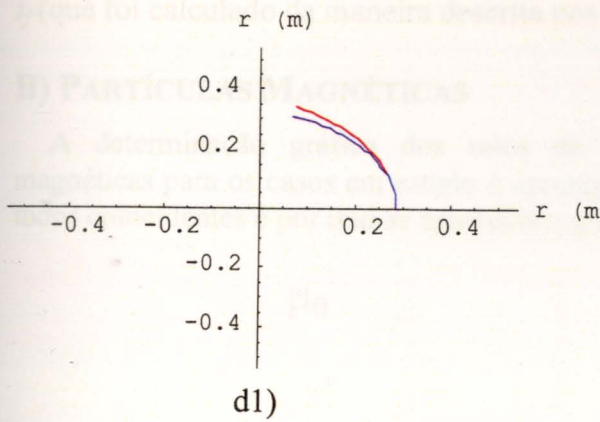


Figura 4.12 (continuação).

Na figura 4.12 são apresentadas as trajetórias efectuadas pelas partículas não magnéticas para os casos em que $\mu = 0.1$ e 0.2 , uma vez que para os outros casos as partículas não magnéticas descem na superfície juntamente com as magnéticas. De igual modo ao que foi dito anteriormente (sectores 4.2.2 e 4.2.3) os intervalos

de tempo são medidos em relação a $t=0$ s e representam fracções ou a totalidade de t_f (que foi calculado da maneira descrita nos sectores 4.2.2 e 4.2.3).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

A determinação gráfica dos raios de levantamento de vôo das partículas magnéticas para os casos em estudo é apresentada na figura 4.13. É de notar que são todos coincidentes e por isso se apresenta o gráfico a uma só cor.

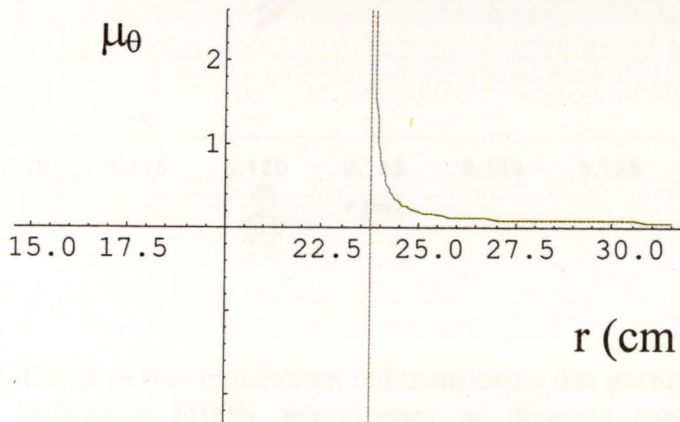


Figura 4.13 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm)* para $\mu = 0.1, 0.2, 0.3$ e 0.4 . Os resultados sobrepõe-se na linha (- - - -). Os raios correspondentes às assintotas são os r_{lv} (todos a 23.8cm).

Na figura 4.14 são apresentadas as trajectórias bidimensionais seguidas pelas partículas magnéticas nos casos em estudo. Estas trajectórias são quase coincidentes macroscopicamente, pelo que se apresenta uma ampliação de um sector na figura 4.15.

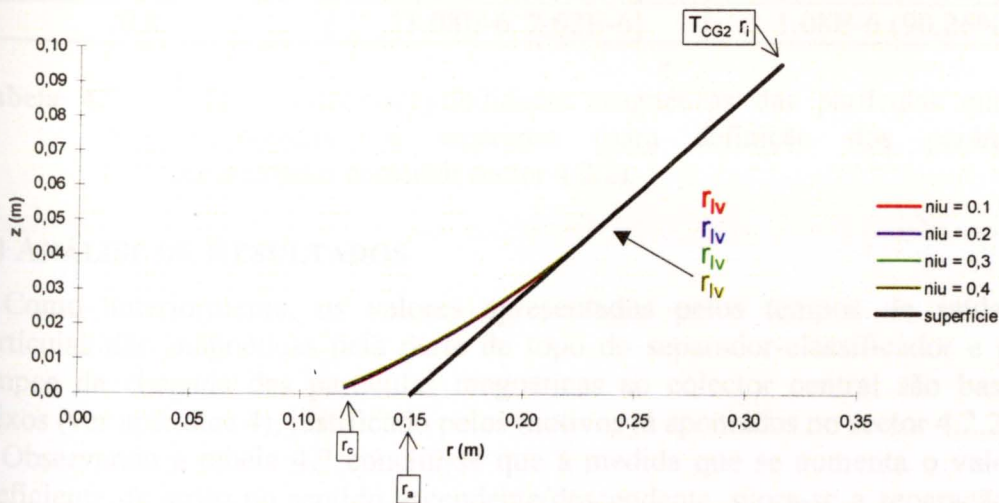


Figura 4.14 – Trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras) para os diversos coeficientes de atrito estudados: $\mu = 0.1, 0.2, 0.3$ e 0.4 . O deslocamento segundo θ foi ignorado.

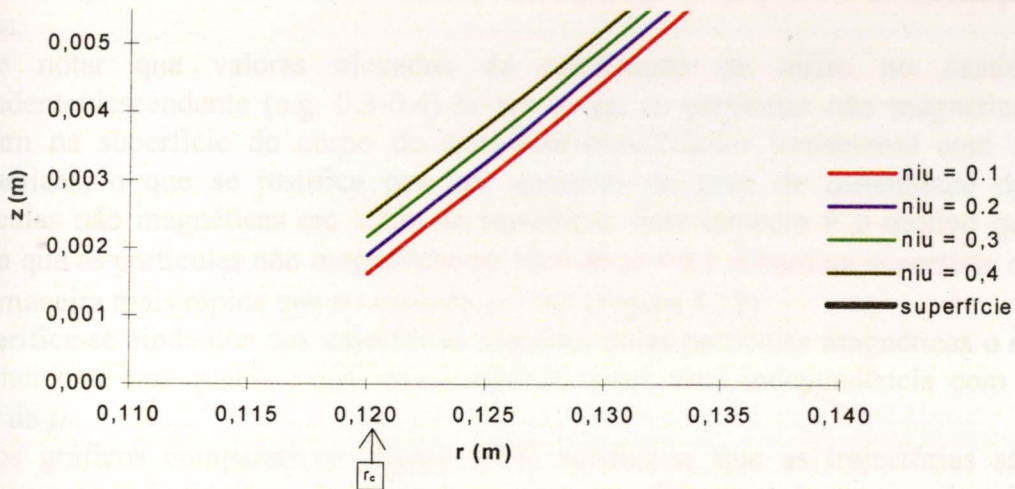


Figura 4.15 – Detalhes das trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras) para os diversos coeficientes de atrito estudados : $\mu = 0.1, 0.2, 0.3$ e 0.4 (chegada ao colector central).

Na tabela 4.7 apresentam-se os resultados comparativos em termos de susceptibilidades magnéticas classificadas e separadas, entre os diversos casos analisados.

VALOR DE α	χ CLASSIFICADO (m^3Kg^{-1})	χ SEPARADO (m^3Kg^{-1})(%)
0.1	[7.54E-7, 2.62E-6]	7.54E-7 (62.86%)
0.2	[8.75E-7, 2.62E-6]	8.75E-7 (72.94%)
0.3	[9.84E-7, 2.62E-6]	9.84E-7 (82.02%)
0.4	[1.08E-6, 2.62E-6]	1.08E-6 (90.26%)

Tabela 4.7 – Valores das susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas ou separadas (para definição dos parâmetros apresentados consultar sector 4.2.2).

C) ANÁLISE DE RESULTADOS

Como anteriormente, os valores apresentados pelos tempos de saída das partículas não magnéticas pela parte de topo do separador-classificador e pelos tempos de chegada das partículas magnéticas ao colector central são bastante baixos (ver apêndice 4), justificado pelos motivos já apontados no sector 4.2.2.

Observando a tabela 4.7 conclui-se que à medida que se aumenta o valor do coeficiente de atrito no sentido ascendente/descendente, piora-se a separação das partículas magnéticas do resto da alimentação. O aumento do valor do coeficiente de atrito ascendente/descendente também aumenta o valor limite inferior da gama de susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas, mantendo-se o limite superior inalterado (a que não será alheia a independência do raio de levantamento de vôo com este coeficiente), diminuindo deste modo a gama das

partículas que são classificadas. Assim, um aumento de μ piora a classificação obtida.

De notar que valores elevados do coeficiente de atrito no sentido ascendente/descendente (e.g. 0.3-0.4) levam a que as partículas não magnéticas desçam na superfície do corpo do separador-classificador juntamente com as magnéticas, o que se justifica por um aumento do grau de dificuldade das partículas não magnéticas em subir na superfície. Este também é o motivo que leva a que as partículas não magnéticas no caso de $\mu = 0.1$ subam na superfície de uma maneira mais rápida que no caso de $\mu = 0.2$ (Figura 4.12).

Verifica-se ainda que nas trajectórias seguidas pelas partículas magnéticas o r_{lv} é coincidente nos quatro casos, demonstrando a sua total independência com o valor de μ .

Nos gráficos comparativos (figura 4.14) verifica-se que as trajectórias são praticamente coincidentes. No entanto a pequena diferença de tempo de vôo existente (1.6ms no máximo - ver apêndice 4) é suficiente para que a massa das partículas e a diferença de velocidade no raio de levantamento de vôo, provoque uma pequena diferença na altura de chegada das partículas ao colector central (figura 4.15).

D) CONCLUSÕES

Pode afirmar-se que mantendo o valor das outras variáveis constante:

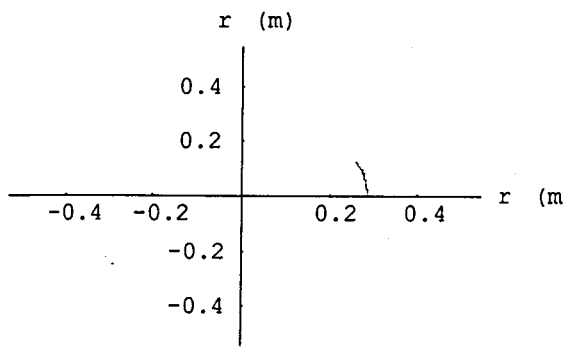
- quanto maior for o valor do coeficiente de atrito no sentido ascendente/descendente, pior será a separação e a classificação obtidas;
- a altura de chegada para variações decimais do coeficiente de atrito ascendente/descendente é praticamente independente destas;
- se aumentarmos demasiado o coeficiente de atrito no sentido ascendente/descendente perde-se a separação entre as partículas magnéticas e não magnéticas.

4.2.5 – RAIÓ DA PARTÍCULA r_{part}

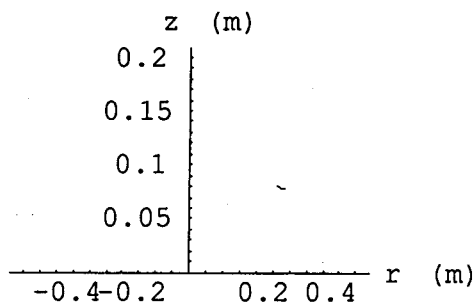
Foram efectuadas simulações para os seguintes valores de r_{part} : 10 μ m, 100 μ m, 250 μ m e 500 μ m. Os resultados gráficos comparativos encontram-se apresentados em seguida.

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

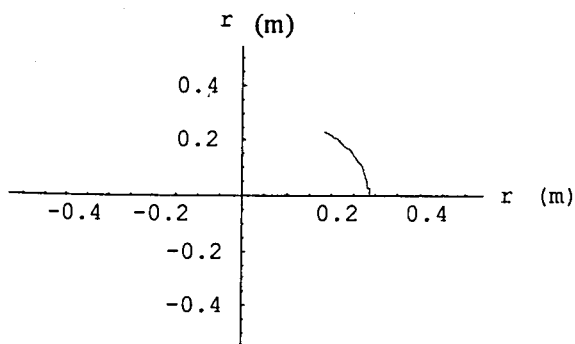
Na figura 4.16 são apresentadas as trajectórias seguidas pelas partículas não magnéticas para os casos em estudo. Como as trajectórias são totalmente coincidentes, apenas se representa a uma cor. Os intervalos de tempo são calculados a partir de $t=0$ s e representam fracções ou a totalidade de t_f (que foi calculado da maneira descrita anteriormente – sector 4.2.2).



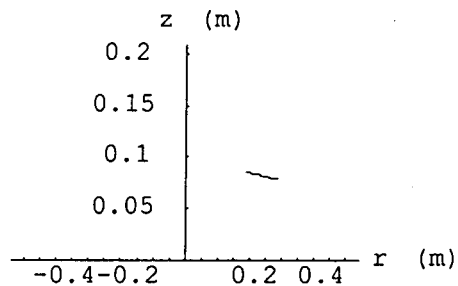
a1)



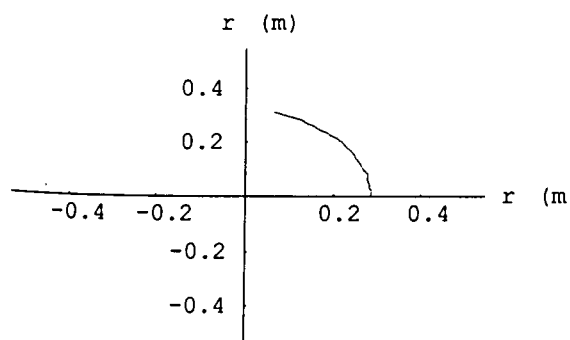
a2)



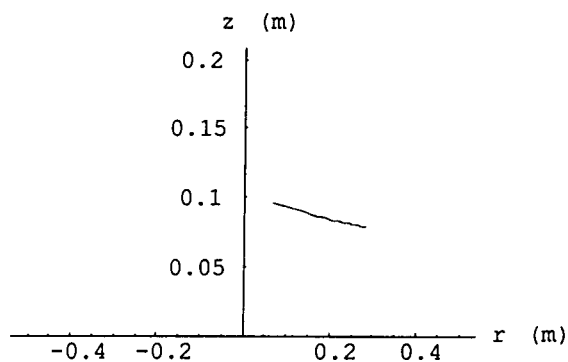
b1)



b2)

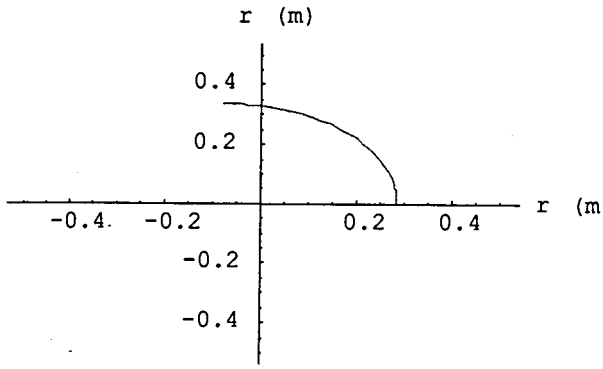


c1)

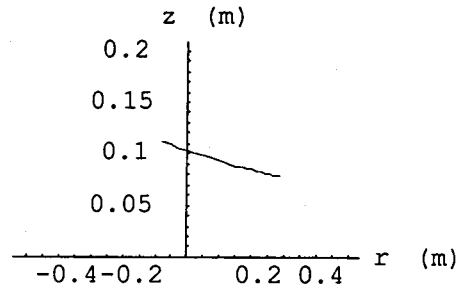


c2)

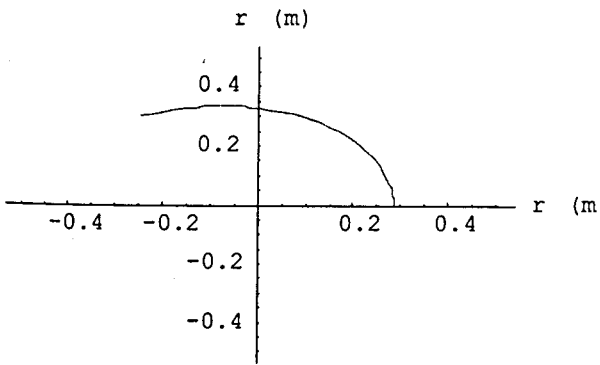
Figura 4.16 – Trajectórias das partículas não magnéticas para os casos de $r_{part} = 10\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$, $250\mu\text{m}$ e $500\mu\text{m}$. Os resultados sobrepõem-se na linha (-----): 1- vistas de topo, 2 - vistas laterais.
a) $\Delta t = 0.075$ s ; b) $\Delta t = 0.151$ s ; c) $\Delta t = 0.226$ s ; d) $\Delta t = 0.302$ s ;
e) $\Delta t = 0.377$ s ; f) $\Delta t = 0.453$ s



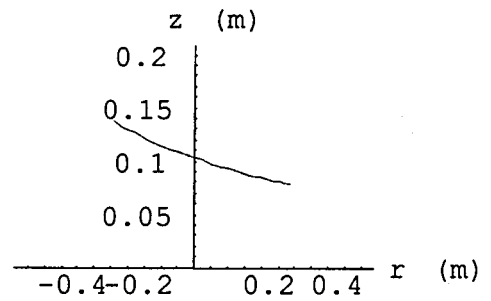
d1)



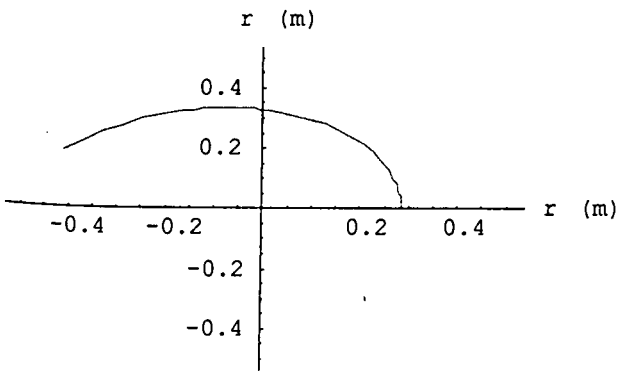
d2)



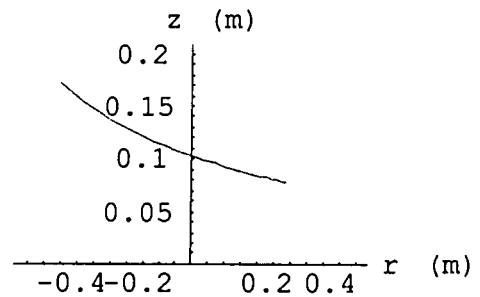
e1)



e2)



f1)



f2)

Figura 4.16 (continuação).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Na figura 4.17 é apresentada a determinação gráfica do raio de levantamento de vôo para os diversos valores de r_{part} em estudo.

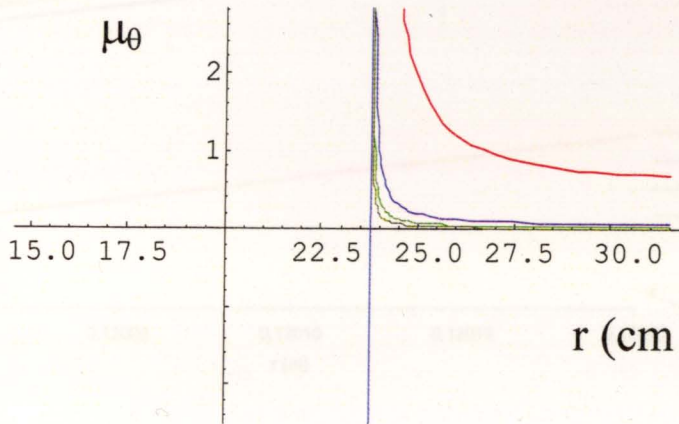


Figura 4.17 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para $r_{part} = 10\mu\text{m}$ (-----), $100\mu\text{m}$ (-----), $250\mu\text{m}$ (-----) e $500\mu\text{m}$ (-----). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{lv} (todos a 23.8cm).

Na figura 4.18 apresentam-se as trajetórias bidimensionais efectuadas pelas partículas magnéticas para os diversos casos em estudo. Verificamos que são praticamente coincidentes pelo que se apresentam uma ampliação de um sector da trajetória na figura 4.19.

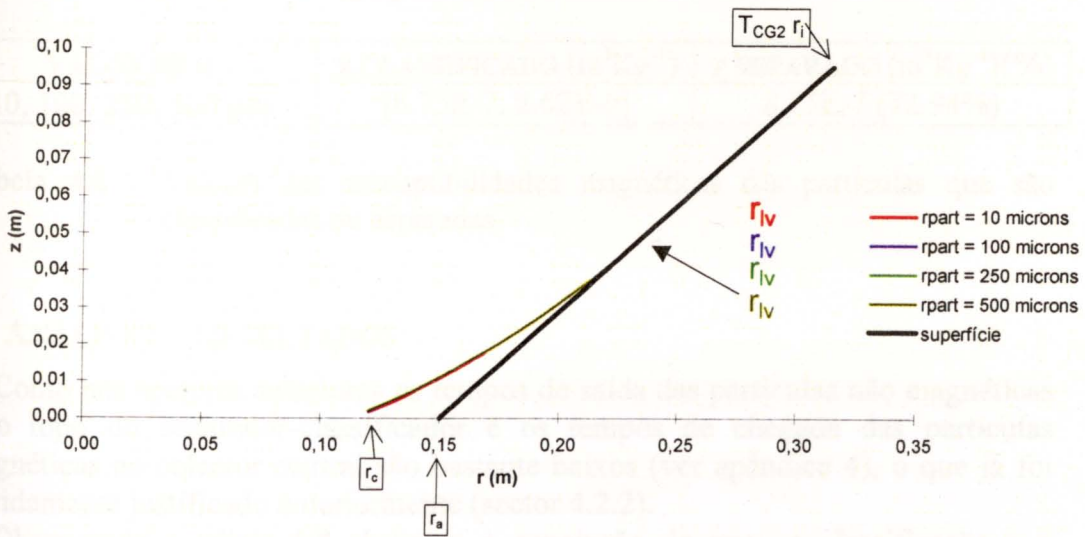


Figura 4.18 – Trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Volfrâmio (100% puras) para os diversos coeficientes de atrito estudados: $r_{part} = 10\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$, $250\mu\text{m}$ e $500\mu\text{m}$. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

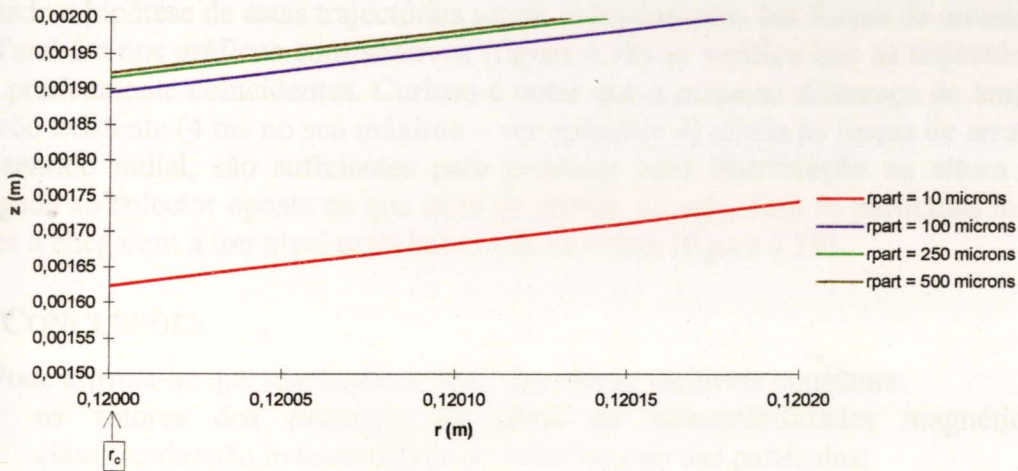


Figura 4.19 – Detalhes das trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras) para os diversos coeficientes de atrito estudados : $r_{part} = 10\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$, $250\mu\text{m}$ e $500\mu\text{m}$ (chegada ao colector central).

Tendo em vista os objectivos de separação e classificação, na tabela 4.8 apresentam-se os resultados comparativos entre os diversos casos analisados.

VALOR DE α	χ CLASSIFICADO (m^3Kg^{-1})	χ SEPARADO (m^3Kg^{-1})(%)
10, 100, 250, 500 μm	[8.75E-7, 2.62E-6]	8.75E-7 (72.94%)

Tabela 4.8 – Valores das susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas ou separadas.

C) ANÁLISE DE RESULTADOS

Como nos sectores anteriores os tempos de saída das partículas não magnéticas pelo topo do separador-classificador e os tempos de chegada das partículas magnéticas ao colector central são bastante baixos (ver apêndice 4), o que já foi devidamente justificado anteriormente (sector 4.2.2).

Observando a tabela 4.8 chega-se à conclusão de que a classificação e a separação das partículas é independente do valor do raio das mesmas. Tal deve-se ao facto do raio de levantamento de vôo ser independente de r_{part} .

De notar que o valor necessário para o coeficiente de atrito no sentido rotacional aumenta com a diminuição do valor do raio das partículas, o que se deve às Forças de Arrasto aumentarem de valor, tornando-se mesmo extremamente elevado (de 0.73 a 1.93 dependendo da aproximação considerada) para o valor de raio de partícula de $10\mu\text{m}$ (ver apêndice 4).

As trajectórias das partículas não magnéticas nos 4 casos são totalmente coincidentes, o que já era de esperar por se ter no seu desenvolvimento (Sector 3) tomado a hipótese de estas trajectórias serem independentes das forças de arrasto.

Também nos gráficos comparativos (figura 4.18) se verifica que as trajectórias são praticamente coincidentes. Curioso é notar que a pequena diferença de tempo de vôo existente (4 ms no seu máximo – ver apêndice 4) aliada às forças de arrasto no sentido radial, são suficientes para provocar uma distribuição na altura de chegada ao colector oposta ao que seria de prever, ou seja, com as partículas mais leves a chegarem a um nível mais baixo que as outras (figura 4.19).

D) CONCLUSÕES

Pode afirmar-se que mantendo o valor das outras variáveis constante:

- os valores dos extremos da gama de susceptibilidades magnéticas classificadas são independentes do valor do raio das partículas;
- a altura de chegada para variações do raio das partículas é praticamente independente deste;
- se diminuirmos demasiado o valor do raio das partículas será impossível manter um valor do coeficiente de atrito a nível rotacional suficientemente elevado para manter as partículas “coladas” à superfície do separador-classificador.

4.2.6 – INTENSIDADE DE CORRENTE I

Apresentam-se nesta secção os resultados do processo de separação-classificação para os seguintes valores de I : $2E6$ A, $2.6E6$ A, $3E6$ A e $4.5E6$ A.

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

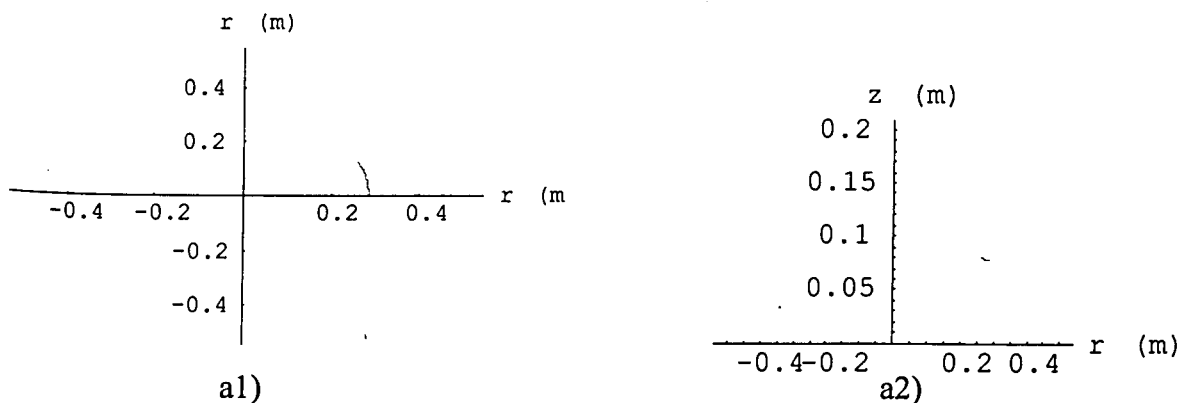


Figura 4.20 – Trajectórias das partículas não magnéticas para os casos de $I = 2MA, 2.6MA, 3MA$ e $4.5MA$. Os resultados sobrepõem-se na linha (----): 1- vistas de topo, 2 - vistas laterais.

- a) $\Delta t = 0.075$ s ; b) $\Delta t = 0.151$ s ; c) $\Delta t = 0.226$ s ; d) $\Delta t = 0.302$ s ;
e) $\Delta t = 0.377$ s ; f) $\Delta t = 0.452$ s

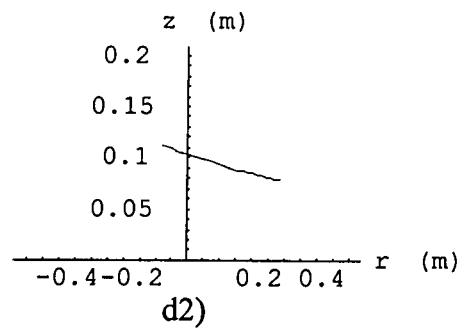
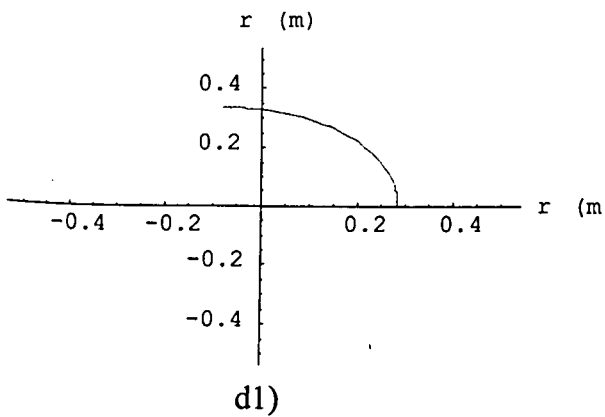
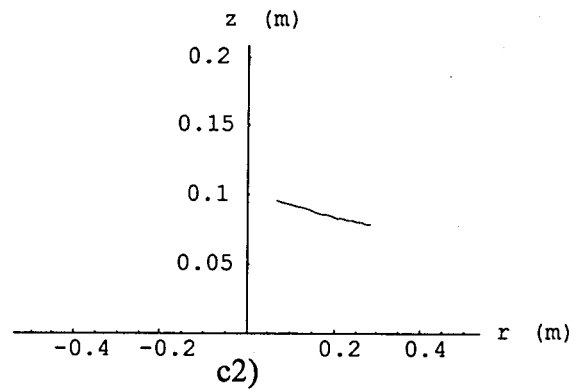
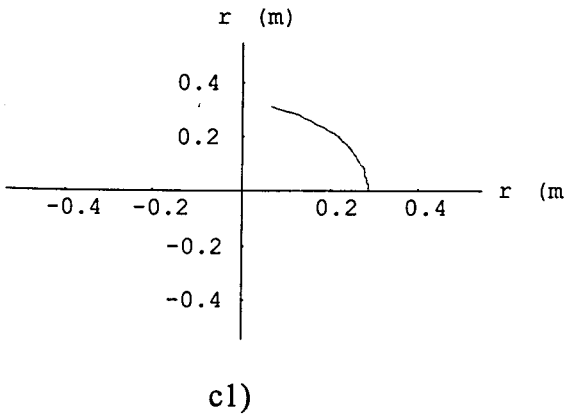
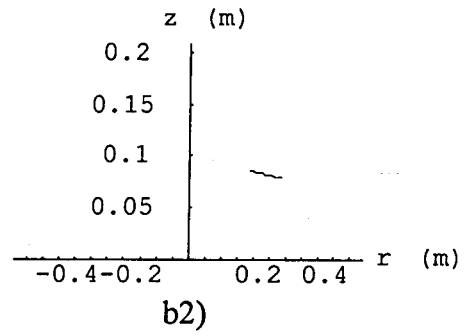
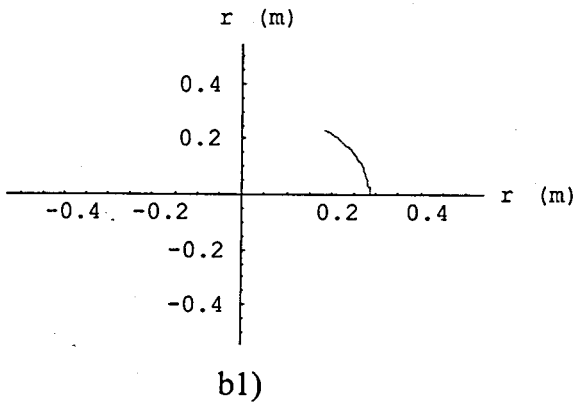


Figura 4.20 (continuação).

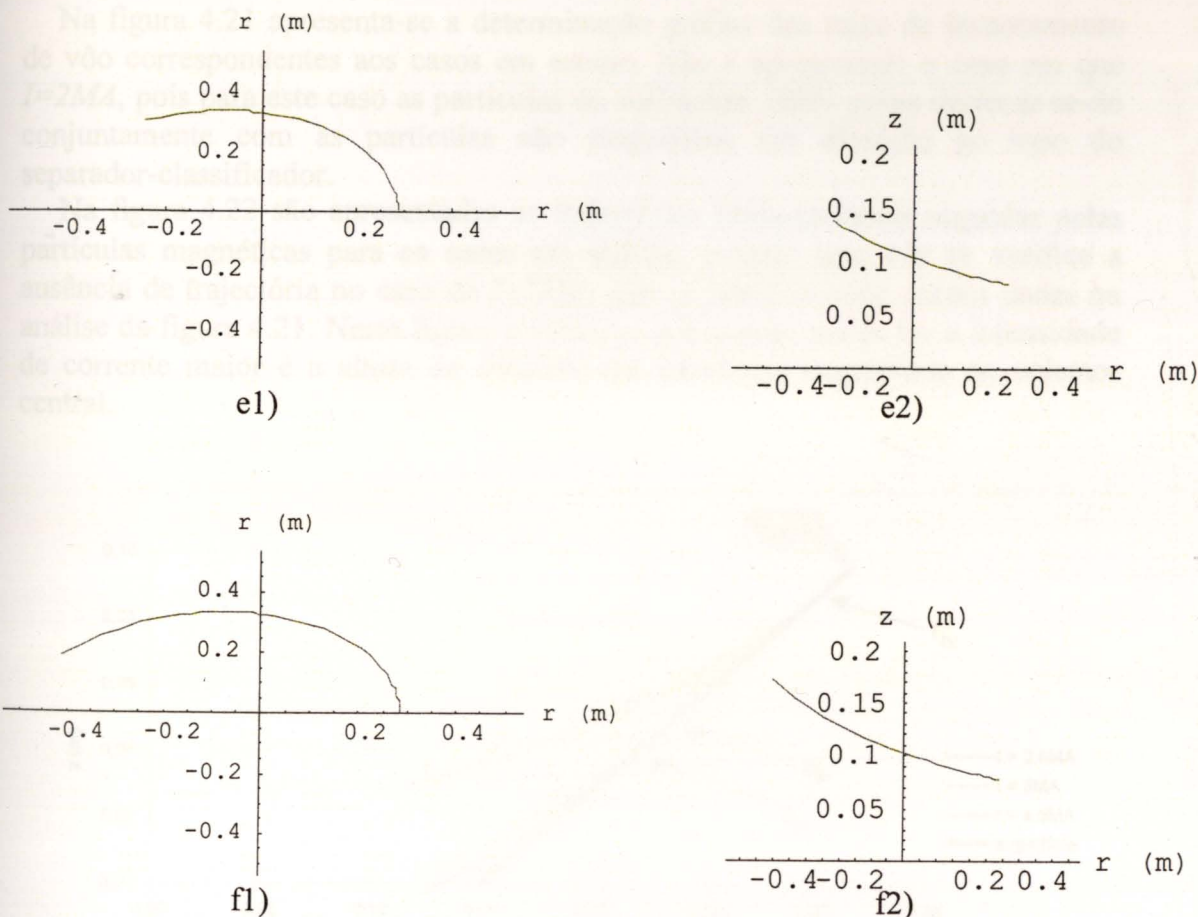


Figura 4.20 (continuação).

As trajetórias que as partículas magnéticas efectuam nos casos em estudo são apresentadas na figura 4.20. Só se apresenta a uma cor uma vez que aquelas são totalmente coincidentes. Os intervalos de tempo são como anteriormente considerados em relação a $t=0s$ e representam fracções ou a totalidade de t_f (que foi calculado com no sector 4.2.2).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

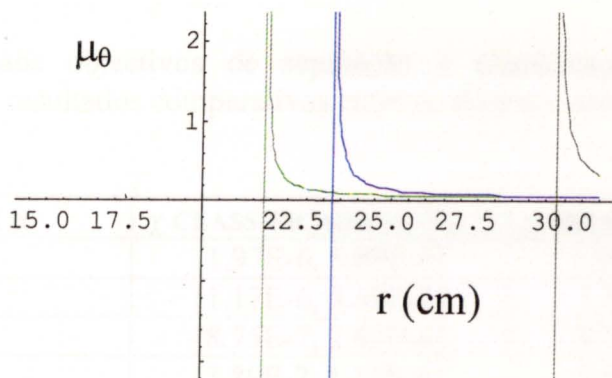


Figura 4.21 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para $I = 2.6MA$ (-----), $3MA$ (-----) e $4.5MA$ (-----). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{lv} (21.8cm, 23.8cm e 30.3cm, respectivamente).

Na figura 4.21 apresenta-se a determinação gráfica dos raios de levantamento de vôo correspondentes aos casos em estudo. Não é apresentado o caso em que $I=2MA$, pois para este caso as partículas de volframite 100% puras deslocar-se-ão conjuntamente com as partículas não magnéticas em direcção ao topo do separador-classificador.

Na figura 4.22 são apresentadas as trajectórias bidimensionais seguidas pelas partículas magnéticas para os casos em análise, e mais uma vez se verifica a ausência de trajectória no caso de $I=2MA$, que se justifica pelas razões dadas na análise da figura 4.21. Nesta figura verifica-se que quanto maior for a intensidade de corrente maior é a altura de chegada das partículas magnéticas ao colectador central.

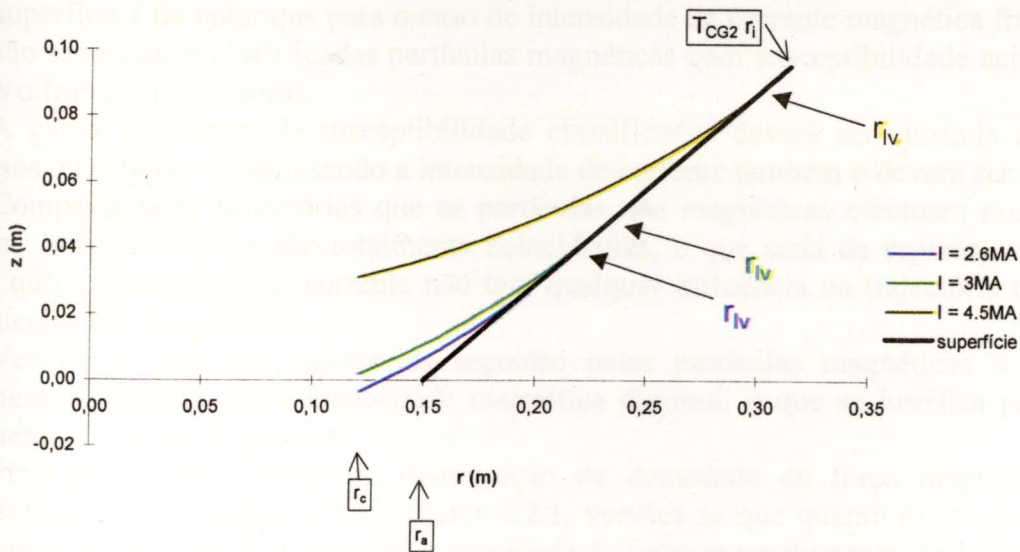


Figura 4.22 – Trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas de Volframite (100% puras) para os diversos coeficientes de atrito estudados: $I=2.6MA$, $3MA$, $4.5MA$. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

Em relação aos objectivos de separação e classificação, na tabela 4.9 apresentam-se os resultados comparativos entre os diversos casos analisados.

VALOR DE α	χ CLASSIFICADO (m^3Kg^{-1})	χ SEPARADO (m^3Kg^{-1})(%)
2MA	[1.97E-6, 5.89E-6]	1.97E-6 (164.12%)
2.6MA	[1.17E-6, 3.49E-6]	1.17E-6 (97.11%)
3MA	[8.75E-7, 2.62E-6]	8.75E-7 (72.94%)
4.5MA	[3.89E-7, 1.16E-6]	3.89E-7 (32.42%)

Tabela 4.9 – Valores das susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas ou separadas.

C) ANÁLISE DE RESULTADOS

Os valores apresentados pelos tempos de saída das partículas não magnéticas pela parte de topo do separador-classificador e pelos tempos de chegada das partículas magnéticas ao colectador central são bastante baixos (ver apêndice 4), o que é justificado pelos motivos já apontados anteriormente (sector 4.2.2).

Da tabela 4.9 conclui-se que um aumento da intensidade de corrente, melhora a separação das partículas magnéticas do resto da alimentação e diminui os valores-limite da gama de susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas. Tal deve-se ao facto de que ao aumentarmos a intensidade de corrente, aumentamos directamente a Força Magnética, o que fará com que beneficiemos esta em relação à Força Centrifuga que se mantém constante, diminuindo assim as dificuldades que as partículas passam para poderem descer na superfície (de notar que para o caso de intensidade de corrente magnética fraca só são separadas e classificadas partículas magnéticas com susceptibilidade acima da Wolframite 100% pura).

A gama de valores de susceptibilidade classificados deverá ser ajustada aos nossos objectivos, e assim sendo a intensidade de corrente também o deverá ser.

Comparando as trajectórias que as partículas não magnéticas efectuam nos 4 casos, verificamos que são totalmente coincidentes, o que seria de esperar, uma vez que a intensidade de corrente não tem qualquer influência na trajectória das partículas não magnéticas.

Verifica-se que nas trajectórias seguidas pelas partículas magnéticas o r_{lv} aumenta à medida que a intensidade magnética diminui, o que se justifica pelo aumento da Força Magnética.

Finalmente nos gráficos de distribuição de densidade de força magnética apresentados no apêndice 4 e no sector 4.2.1, verifica-se que quanto maior for a intensidade de corrente, maior será a densidade de força magnética num dado raio.

D) CONCLUSÕES

Pode afirmar-se que mantendo o valor das outras variáveis constante, quanto maior for a intensidade de corrente aplicada:

- menores serão os valores dos extremos da gama de susceptibilidades magnéticas classificadas;
- menores serão os valores da susceptibilidade magnética mínima separada;
- maior é a altura de chegada;
- maior é a densidade de força magnética.

4.2.7 – RAIOS REAIS r_R (RAIOS DE ALIMENTAÇÃO r_i)

Simulou-se o processo de separação-classificação para os seguintes valores de r_i : 20 cm, 26 cm, 30 cm, 35 cm. Os resultados gráficos comparativos encontram-se apresentados em seguida.

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Na figura 4.23 apresentam-se as trajectórias seguidas pelas partículas não magnéticas para os casos em estudo. Como anteriormente os intervalos de tempo

são medidos em relação a $t=0s$ e representam frações ou a totalidade de t_f (cujo processo de cálculo foi semelhante ao utilizado em 4.2.2). Não se apresenta a trajetória para o caso de $r_i=20cm$ pois para este caso as partículas não magnéticas seguem conjuntamente com as magnéticas no sentido descendente.

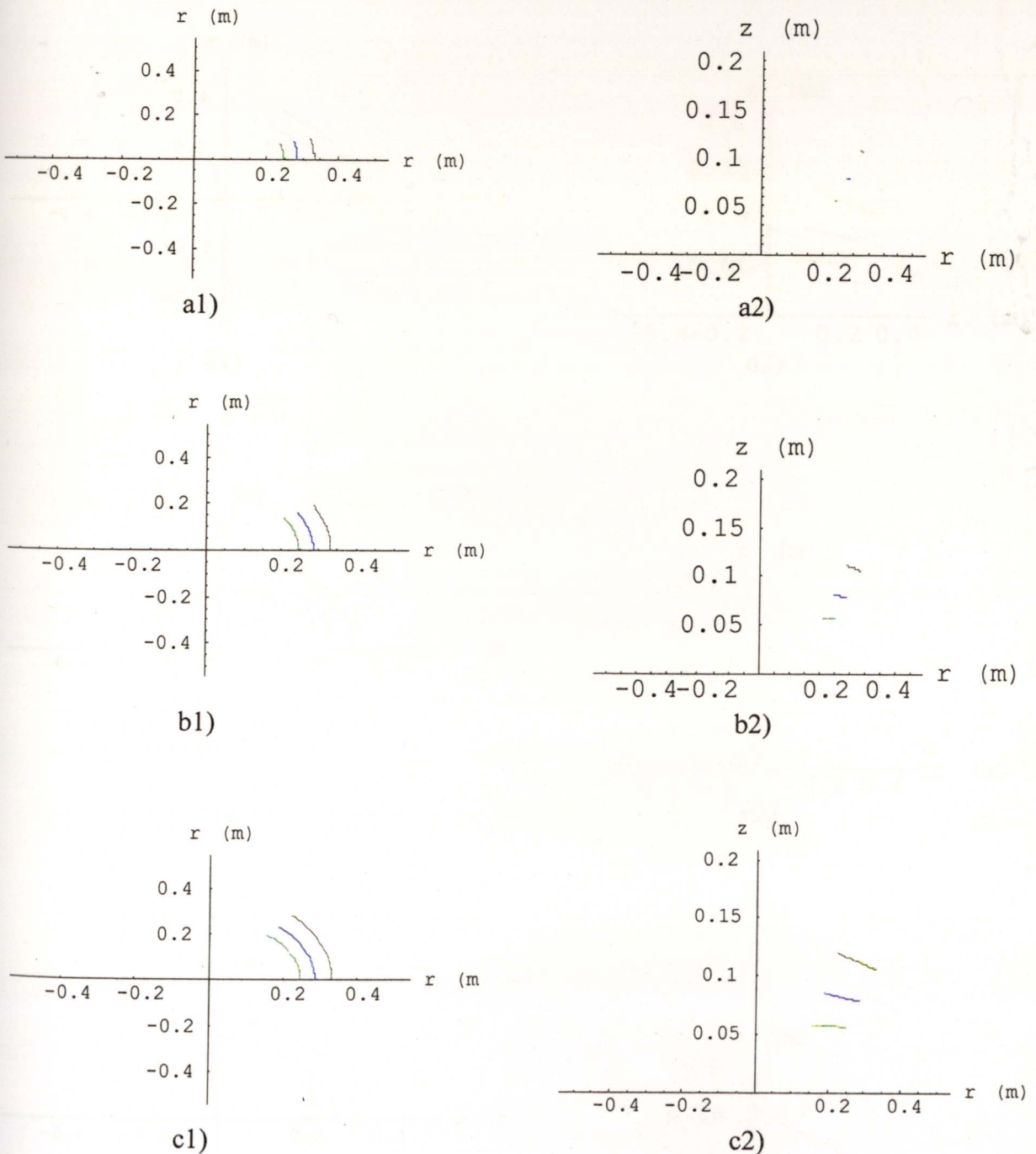


Figura 4.23 – Trajetórias das partículas não magnéticas para os casos de $r_R = 24.7$ (- - - -), $28.5cm$ (. . . .) e $33.25cm$ (- . - .): 1- vistas de topo, 2- vistas laterais.

a) $\Delta t = 0.050$ s ; b) $\Delta t = 0.099$ s ; c) $\Delta t = 0.149$ s ; d) $\Delta t = 0.199$ s ;
e) $\Delta t = 0.248$ s ; f) $\Delta t = 0.298$ s

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Na figura 4.24 é apresentada a determinação da posição e da velocidade de lançamento de voo para os casos em estudo. De notar que para os casos em estudo a velocidade de lançamento na figura é o teórico, pois o r_0 real será menor devido ao efeito de arrasto. São apresentadas as trajetórias seguidas pelas partículas magnéticas para os casos em estudo. Em ambas as figuras são apresentados a posição para o tempo $t = 0,1$ s e a velocidade de lançamento é 35 cm/s, pois para as partículas de velocidade baixa, para simplificar o tratamento com as partículas magnéticas.

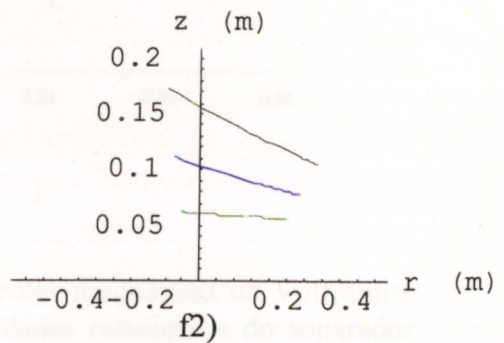
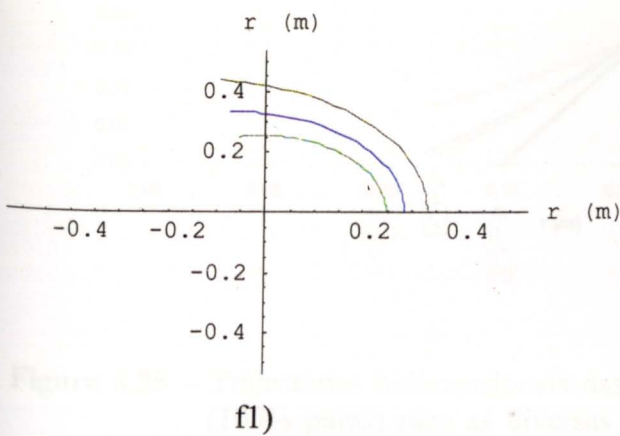
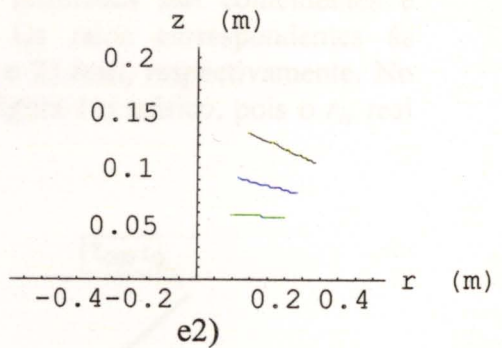
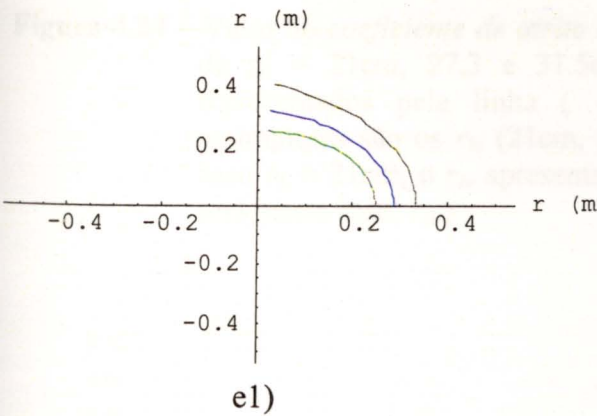
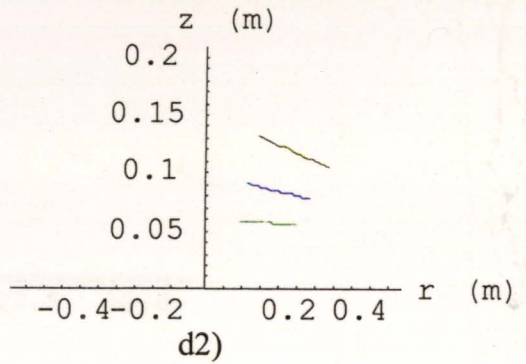
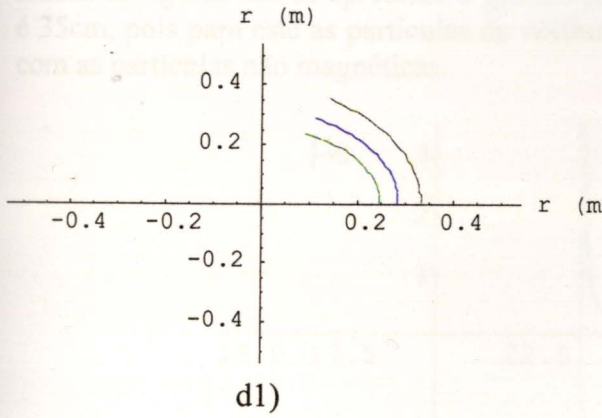


Figura 4.23 (continuação).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Na figura 4.24 é apresentada a determinação gráfica dos raios de levantamento de vôo para os casos em estudo. De notar que para o caso $r_R = 21\text{cm}$, o r_{lv} apresentado na figura é o teórico, pois o r_{lv} real será, neste caso, r_R . Na figura 4.25 são apresentadas as trajetórias seguidas pelas partículas magnéticas para os casos em estudo. Em ambas as figuras não se apresenta o gráfico para o caso em que o raio da alimentação é 35cm, pois para este as partículas de volframite 100% puras seguem conjuntamente com as partículas não magnéticas.

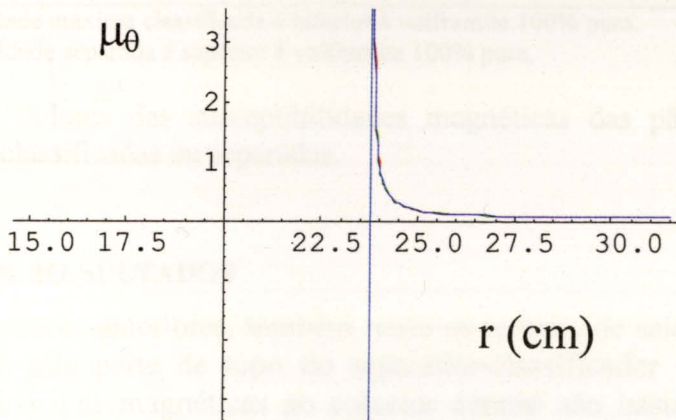


Figura 4.24 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(\text{cm})$ para de $r_R = 21\text{cm}$, 27.3 e 31.5cm . Os resultados são coincidentes e representados pela linha (----). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{lv} (21cm , 23.8cm e 23.8cm , respectivamente. No caso $r_R = 21\text{cm}$, o r_{lv} apresentado na figura é o teórico, pois o r_{lv} real será, neste caso, r_R).

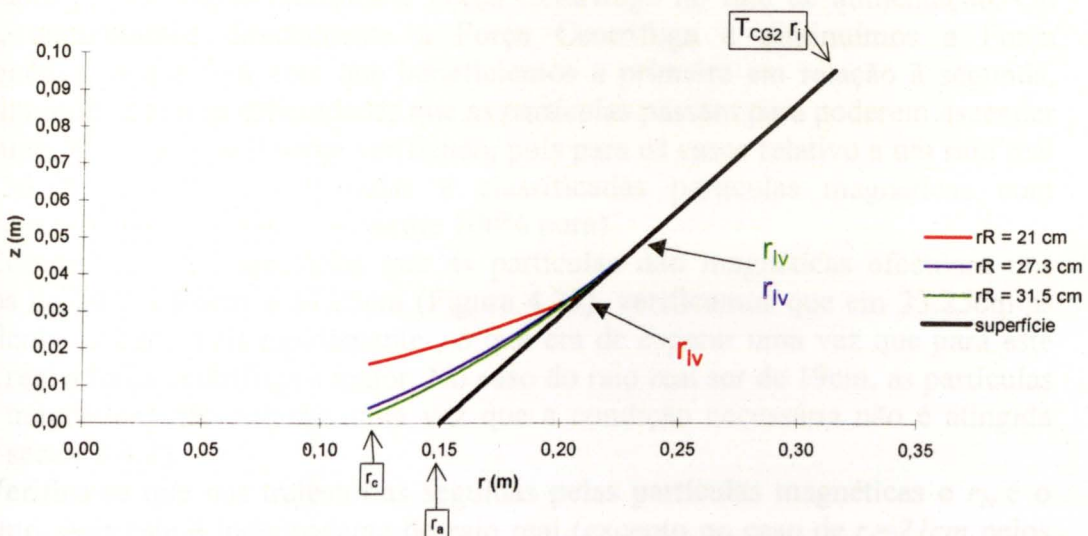


Figura 4.25 – Trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Volframite (100% puras) para as diversas velocidades rotacionais do separador estudadas : $r_R = 21\text{cm}$, 27.3 e 31.5cm . O deslocamento segundo θ foi ignorado.

Em relação aos objectivos de separação e classificação, na tabela 4.10 apresentam-se os resultados comparativos entre os diversos casos analisados.

VALOR DE α	χ CLASSIFICADO (m^3Kg^{-1})	χ SEPARADO (m^3Kg^{-1})(%)
21.0 cm	[1.37E-7, -----*]	1.37E-7 (11.43%)
27.3 cm	[4.62E-7, 1.58E-6]	4.62E-7 (38.53%)
31.5 cm	[8.75E-7, 2.62E-6]	8.75E-7 (72.94%)
36.75 cm	[1.72E-6, 4.54E-6]	1.72E-6 (143.11%**)

* a susceptibilidade máxima classificada é inferior à volframite 100% pura.

** a susceptibilidade separada é superior à volframite 100% pura.

Tabela 4.10 – Valores das susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas ou separadas.

C) ANÁLISE DE RESULTADOS

Como nos sectores anteriores, também neste os tempos de saída das partículas não magnéticas pela parte de topo do separador-classificador e os tempos de chegada das partículas magnéticas ao colector central são bastante baixos (ver apêndice 4), pelos mesmos motivos apontados no sector 4.2.2.

Observando a tabela 4.10 conclui-se que à medida que aumenta o raio real, piora a separação das partículas magnéticas do resto da alimentação e aumentam os valores limite da gama de susceptibilidades magnéticas das partículas que são classificadas. Tal deve-se a que um aumento do raio de alimentação baixa a densidade de força magnética actuante neste, ou seja verifica-se um efeito em tudo similar a um abaixamento do valor da intensidade de campo magnético, mas piorado, pois ainda se modifica a Força Centrífuga no raio de alimentação. Ou seja, aumentamos directamente a Força Centrífuga e diminuimos a Força Magnética, o que fará com que beneficiemos a primeira em relação à segunda, diminuindo assim as dificuldades que as partículas passam para poderem ascender na superfície (tal é facilmente verificado, pois para os casos relativo a um raio real de 36.75 cm só são separadas e classificadas partículas magnéticas com susceptibilidade acima da Volframite 100% pura).

Comparando as trajectórias que as partículas não magnéticas efectuam nos casos de 24.7, 28.5cm e 33.25cm (Figura 4.23), verificamos que em 33.25cm as partículas sobem mais rapidamente, o que era de esperar uma vez que para este raio real a força centrífuga é maior. No caso do raio real ser de 19cm, as partículas não magnéticas não subirão, uma vez que a condição necessária não é atingida (ver sector 3.4.2).

Verifica-se que nas trajectórias seguidas pelas partículas magnéticas o r_{iv} é o mesmo, pois este é independente do raio real (excepto no caso de $r_i=21cm$ pelos motivos apontados na figura 4.24).

Nos gráficos comparativos (figura 4.25) verifica-se que quanto maior for o raio real, mais baixa será a altura de chegada da partícula ao colector central. Isto quer dizer que as diferenças no valor das velocidades no raio de levantamento de vôo (ver apêndice 4), são suficientes para provocar uma diferença no nível de chegada das partículas.

D) CONCLUSÕES

Pode afirmar-se que mantendo o valor das outras variáveis constante:

- quanto maior for o raio real maiores serão os valores dos extremos da gama de susceptibilidades magnéticas classificadas e menor será a altura de chegada ao colectador central;
- se diminuirmos demasiado o raio real perde-se a separação entre as partículas magnéticas e não magnéticas.

4.3 – DESVIOS DA IDEALIDADE (PROBLEMAS PRÁTICOS)

Para as variáveis manipuláveis foram considerados os valores do caso típico apresentado no sector 4.2.1.

Não se apresenta neste sector uma análise extensiva sobre os possíveis desvios à idealidade que poderão existir. Apenas foram analisados dois casos cuja ocorrência é bastante provável.

A existência de várias partículas na alimentação, apresentando diferentes raios já foi analisada e foi demonstrado (sector 4.2.5) que desde que as partículas não atinjam valores muito baixos de raio ($<10\mu\text{m}$), tamanhos diferentes na alimentação (com a mesma susceptibilidade magnética) não influenciam os resultados da separação-classificação.

Verifica-se por outro lado, que *as partículas ao serem alimentadas* pelos sistemas apresentados no sector 6.2, *podem não seguir a linearidade admitida, podendo atingir uma certa dispersão*, cujo máximo dimensionalmente corresponderá ao diâmetro do sistema utilizado (figuras 6.4 e 6.5, tabelas 6.2 e 6.3).

Foram analisados detalhadamente os efeitos desta dispersão, cujos resultados se apresentam no apêndice 4 sendo os resultados gráficos comparativos apresentados em seguida. Foi considerada que a alimentação se encontraria centrada para um raio de alimentação de 30cm, considerando-se uma dispersão de $\pm 0.5\text{cm}$ (que foi analisada tomando os valores-limite deste intervalo).

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Na figura 4.26 apresentam-se as trajectórias efectuadas pelas partículas não magnéticas para a dispersão na alimentação considerada. Como anteriormente (secção 4.2) os intervalos de tempo foram contabilizados em relação a $t=0\text{s}$ e representam fracções ou a totalidade de t_f (que foi calculado de acordo com o método descrito no sector 4.2.1).

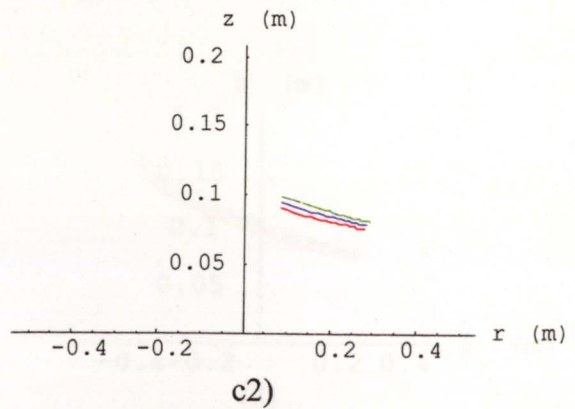
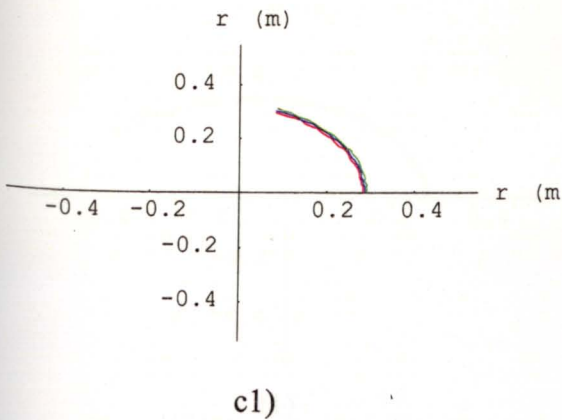
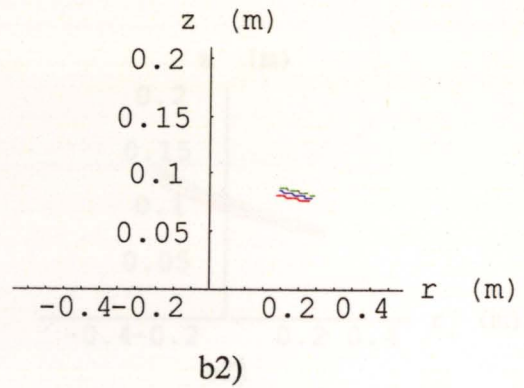
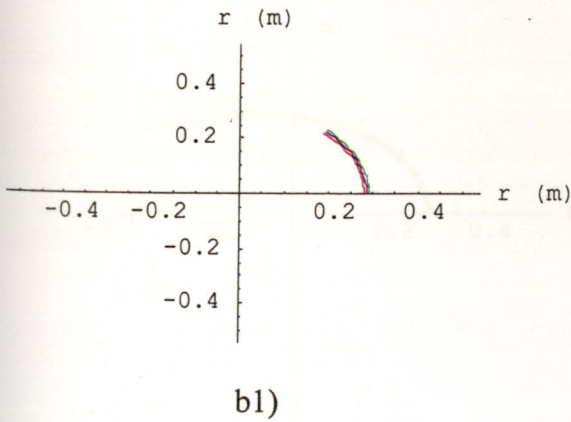
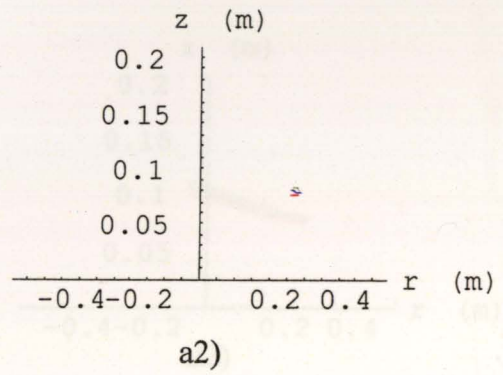
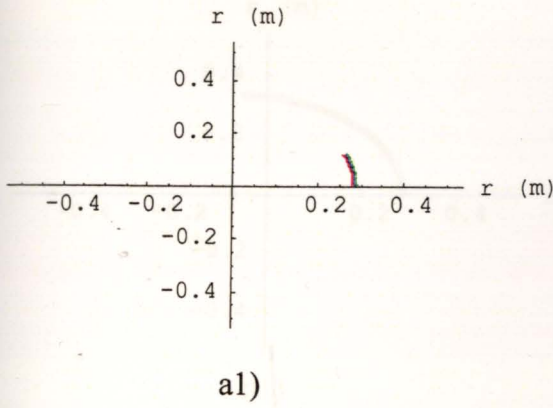


Figura 4.26 – Trajectórias das partículas não magnéticas para os casos de $r_R = 28.025$ cm (---), 28.5 cm (---) e 28.975 cm (----): 1- vistas de topo, 2 - vistas laterais.

a) $\Delta t = 0.072$ s ; b) $\Delta t = 0.144$ s ; c) $\Delta t = 0.216$ s ; d) $\Delta t = 0.288$ s ;

e) $\Delta t = 0.360$ s ; f) $\Delta t = 0.432$ s

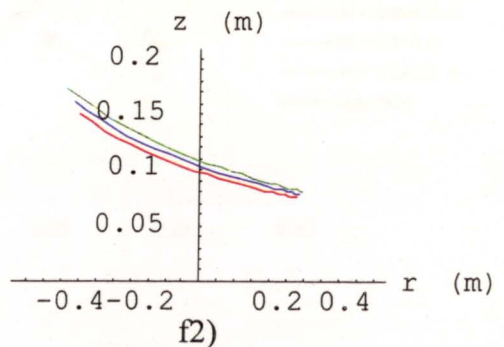
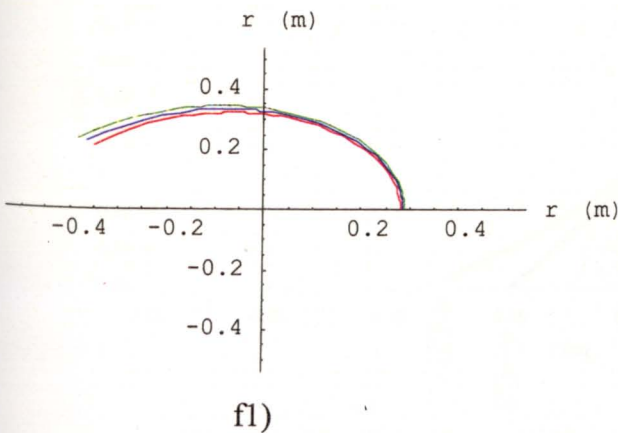
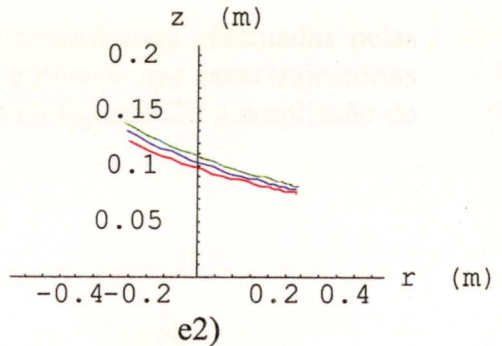
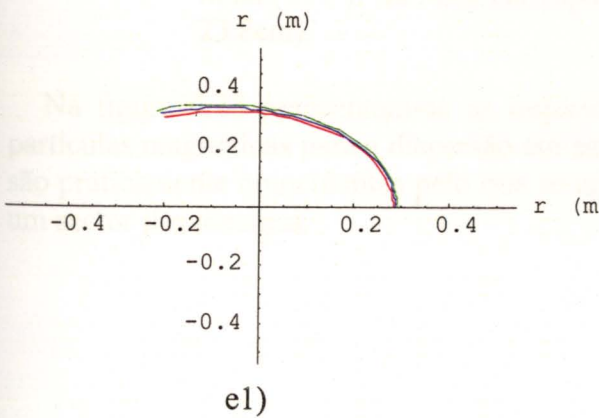
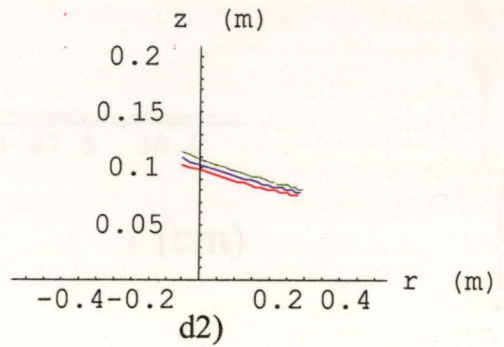
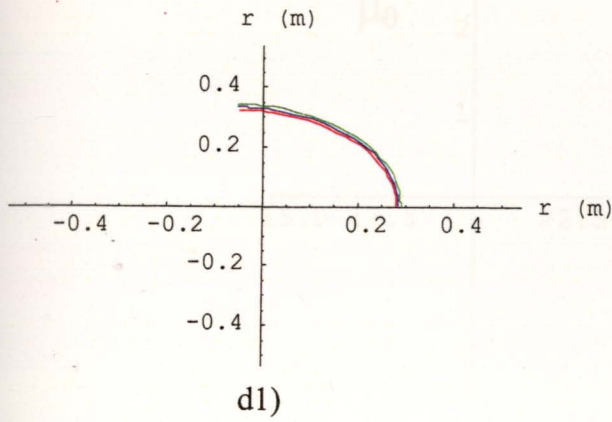


Figura 4.26 (continuação).

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Na figura 4.27 apresenta-se a determinação gráfica dos diversos raios de levantamento de vôo para a dispersão em estudo.

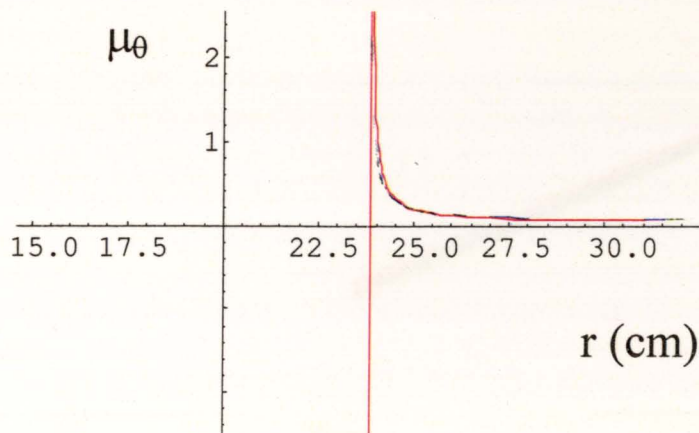


Figura 4.27 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para $r_R = 30.975$ cm, 31.5 cm e 32.025 cm.. Os resultados sobrepõe-se na linha (-----). Os raios correspondentes às assíptotas são os r_{lv} (todos 23.8cm).

Na figura 4.28 apresentam-se as trajectórias bidimensionais efectuadas pelas partículas magnéticas para a dispersão em estudo. Verifica-se que estas trajectórias são praticamente coincidentes pelo que se apresenta na figura 4.29 a ampliação de um sector das mesmas.

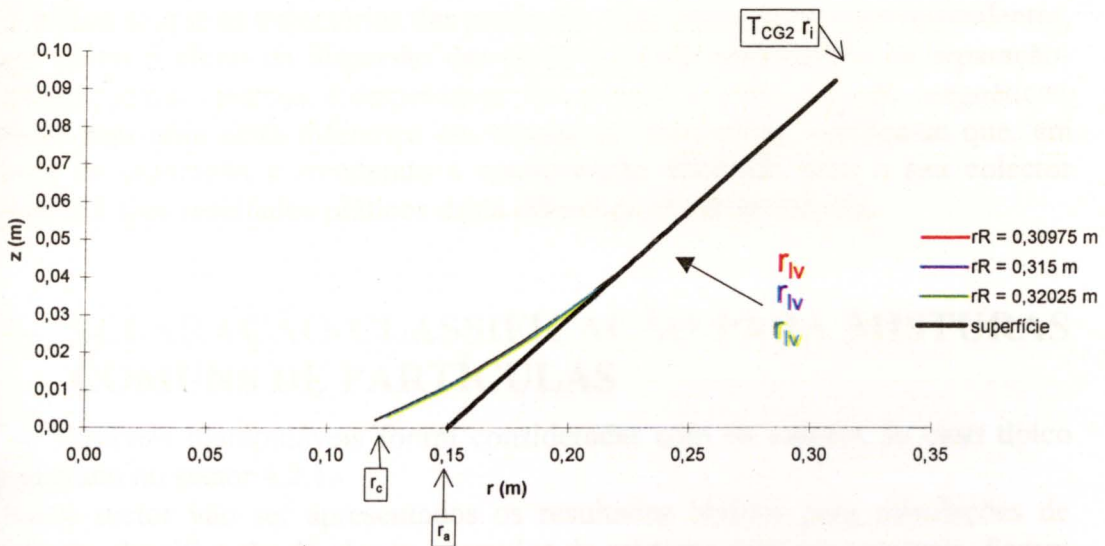


Figura 4.28 – Trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas de Volframite (100% puras) para os diversos coeficientes de atrito estudados: $r_R = 30.975$ cm (-----), 31.5 cm (-----) e 32.025 cm (-----). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

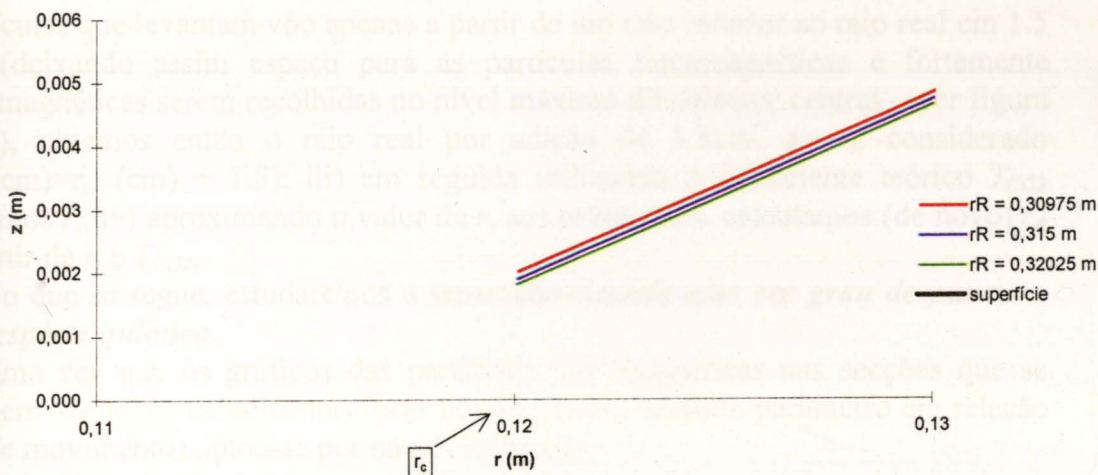


Figura 4.29 – Detalhes das trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras) na chegada ao colector central, para a dispersão na alimentação estudada : $r_R = 30.975$ cm (---), 31.5 cm (---) e 32.025 cm (---).

C) CONCLUSÕES

Verifica-se que as trajetórias das partículas magnéticas são quase coincidentes, e que assim o efeito da dispersão das partículas pela alimentação na separação-classificação das mesmas, é desprezável. Em relação às partículas não magnéticas, embora haja uma certa diferença em termos de trajetórias, verifica-se que, em termos de separação e atendendo à configuração adoptada para o seu colector (sector 6.3), os resultados práticos desta diferença são desprezáveis.

4.4 – SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO PARA MISTURAS COMUNS DE PARTÍCULAS

As variáveis manipuláveis foram consideradas com os valores do caso típico apresentado no sector 4.2.1.

Neste sector vão ser apresentados os resultados obtidos para simulações de separação-classificação de alguns exemplos de misturas práticas possíveis. Foram analisados dois géneros de misturas, diferindo assim os objectivos finais de separação-classificação de cada uma delas.

Para cada caso apenas se variou o raio real da alimentação (r_R) – de modo similar ao efectuado no sector 4.2.7 - de modo a poder obter-se uma separação-classificação óptima. Para o seu cálculo utilizou-se a seguinte sequência: i) sabendo o valor das restantes variáveis, da equação (3.98) tira-se o valor de r_{lv} para a partícula com susceptibilidade magnética mais elevada, que estamos interessados em classificar; ii) supondo que consideramos como classificáveis as

partículas que levantam vôo apenas a partir de um raio inferior ao raio real em 1.5 cm (deixando assim espaço para as partículas ferromagnéticas e fortemente paramagnéticas serem recolhidas no nível máximo do colectador central – ver figura 4.34), obtemos então o raio real por adição de 1.5cm* ao r_{iv} considerado (r_R (cm) = r_{iv} (cm) + 1.5); iii) em seguida utilizando o coeficiente teórico T_{CG2} obtemos r_i ; iv) aproximando o valor de r_i aos milímetros, calculamos (de novo) r_R a partir de r_i e T_{CG2} .

No que se segue, estudaremos a separação-classificação por *grau de pureza* e por *espécie química*.

Uma vez que os gráficos das partículas não magnéticas nas secções que se seguem são todos coincidentes (pois não se mudou nenhum parâmetro em relação a este movimento) optou-se por não os apresentar.

4.4.1 – SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO POR GRAU DE PUREZA

Neste caso a mistura a separar-classificar será constituída por uma mesma espécie de partículas, mas com diferentes graus de pureza. Foram analisados dois exemplos: volframite e cassiterite. Estes minerais foram escolhidos por serem ambos paramagnéticos, pela presença comum que o primeiro tem em Portugal e pela adequação do segundo às dimensões base seleccionadas para o aparelho (ver capítulos 5 e 6).

A) VOLFRAMITE

Vamos supor que temos uma alimentação constituída por diversos minérios entre os quais volframite em variados graus de pureza, sendo o resto da alimentação partículas ferromagnéticas, paramagnéticas ou diamagnéticas cujas susceptibilidades magnéticas são mais baixas que $3.49E-7$ m³/kg ou maiores que $1.2E-6$ m³/kg (limites definidos pela susceptibilidade magnética da volframite que pretendemos separar e classificar). Pretendemos então como exemplo separar e classificar a volframite consoante o seu grau de pureza, entre os 29.1% e 100%. Utilizando a sequência descrita para o cálculo de r_R , obteríamos, neste caso, $r_R = 0.25095$ m ($r_i = 0.239$ m) pois $T_{CG2} = 1.05$ (ver tabela 4.2).

Verificaram-se os resultados do processo de separação-classificação para os seguintes valores de pureza de volframite: 29.10%, 52.73%, 76.37% e 100%, resultados estes que se encontram apresentados no apêndice 4, apresentando-se em seguida os resultados gráficos comparativos em relação ao movimento efectuado pelas partículas magnéticas.

Na figura 4.30 apresenta-se a determinação gráfica dos raios de levantamento de vôo para as percentagens de pureza de volframite em estudo.

Na figura 4.31 apresentam-se as trajetórias bidimensionais efectuadas pelas partículas magnéticas em estudo.

* De notar que o valor escolhido teve em conta que a classificação das partículas de volframite 100% puras se faria com um $r_{iv} = 30$ cm.

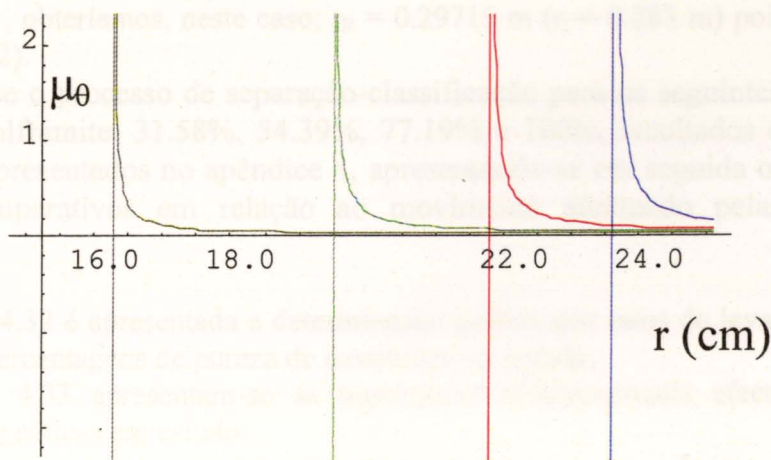


Figura 4.30 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para partículas de Wolfrâmio de 29.10% (-----), 52.73% (-----), 76.37% (-----) e 100% (-----). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{1v} (16.3cm, 19.5cm, 21.8cm e 23.6cm, respectivamente).

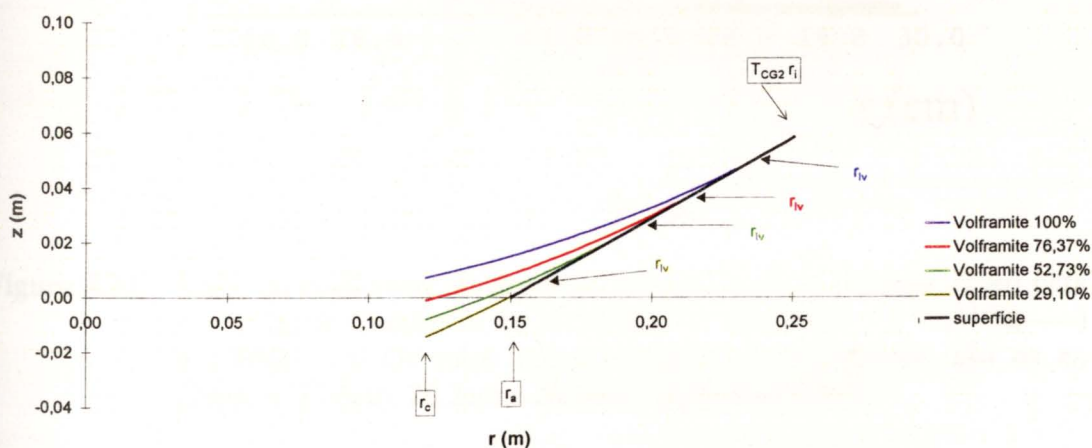


Figura 4.31 – Trajetórias bidimensionais das partículas magnéticas de Wolfrâmio para os diversos graus de pureza estudados: 29.10%, 52.73%, 76.37% e 100%. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

B) CASSITERITE

Considera-se uma alimentação constituída por diversos minérios entre os quais cassiterite em variados graus de pureza, estando ainda presentes na alimentação partículas ferromagnéticas, paramagnéticas ou diamagnéticas cujas susceptibilidades magnéticas são mais baixas que $6.76E-7 \text{ m}^3/\text{kg}$ ou maiores que $2.14E-6 \text{ m}^3/\text{kg}$ (limites definidos pela susceptibilidade magnética da cassiterite que pretendemos separar e classificar). Pretende-se neste exemplo separar e classificar a cassiterite consoante o seu grau de pureza, entre os 31.58% e 100%. Utilizando a sequência descrita para o

cálculo de r_R , obteríamos, neste caso, $r_R = 0.29715$ m ($r_i = 0.283$ m) pois $T_{CG2}=1.05$ (ver tabela 4.2).

Simulou-se o processo de separação-classificação para os seguintes valores de pureza de volframate: 31.58%, 54.39%, 77.19% e 100%, resultados estes que se encontram apresentados no apêndice 4, apresentando-se em seguida os resultados gráficos comparativos em relação ao movimento efectuado pelas partículas magnéticas.

Na figura 4.32 é apresentada a determinação gráfica dos raios de levantamento de vó para as percentagens de pureza de cassiterite em estudo.

Na figura 4.33 apresentam-se as trajectórias bidimensionais efectuadas pelas partículas magnéticas em estudo.

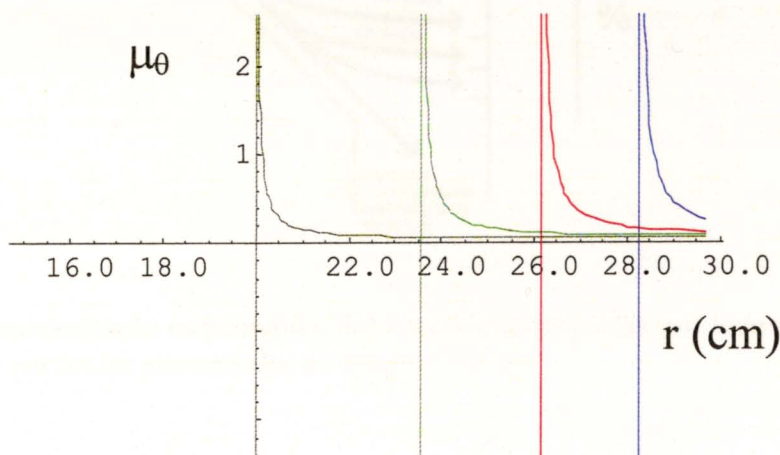


Figura 4.32 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para partículas de Cassiterite de 31.58%(---), 54.39%(---), 77.19%(---) e 100%(---). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{IV} (20.0cm, 23.6cm, 26.2cm e 28.3cm, respectivamente).

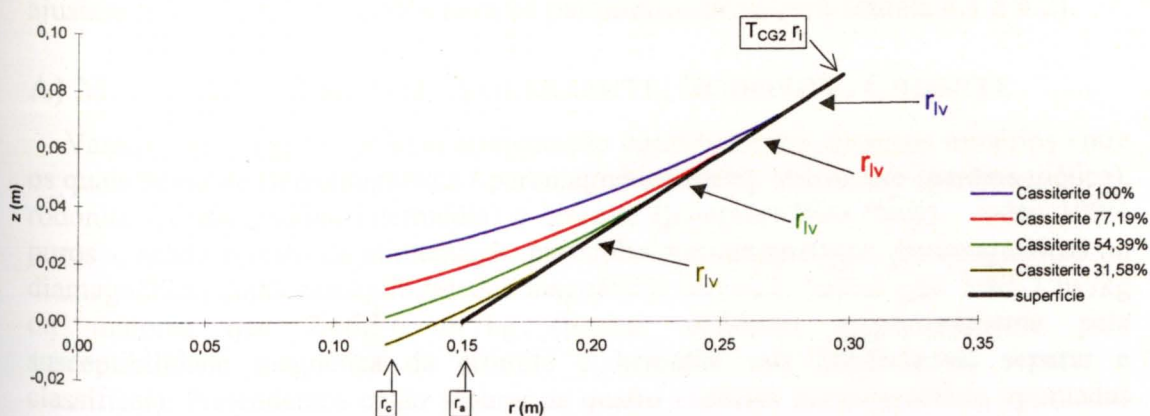


Figura 4.33 – Trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas de Volframate para os diversos graus de pureza estudados: 31.58%, 54.39%, 77.19% e 100%. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

C) ANÁLISE GENÉRICA

Na figura 4.34 apresenta-se um sumário da separação-classificação por graus de pureza genérica.

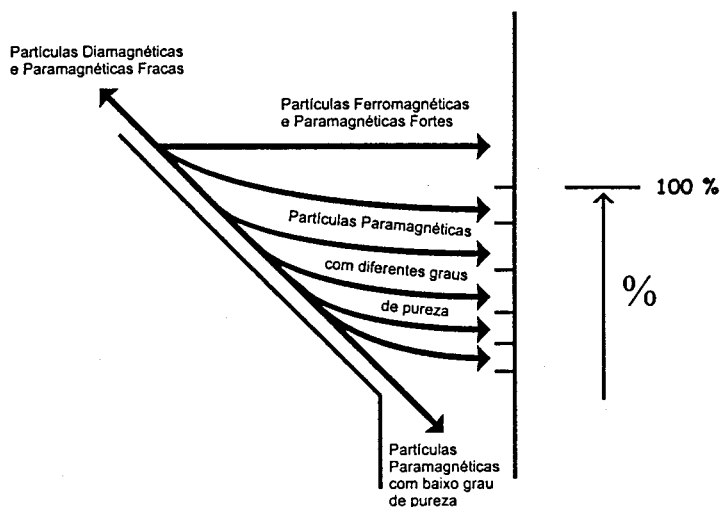


Figura 4.34 – Representação esquemática das trajetórias seguidas por todos os tipos de partículas alimentadas ao sistema [147].

4.4.2 – SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO POR ESPÉCIE QUÍMICA - *SELECTIVIDADE*

Neste caso a mistura a separar-classificar será constituída por várias espécies de partículas (todas com 100% de pureza). Foram analisadas duas misturas, que se ajustam aos valores escolhidos para os parâmetros principais (tabela 4.1 e 4.2).

A) MISTURA 1: HEMATITE, VOLFRAMITE, RODONITE, CROMITE

Vamos supor que temos uma alimentação constituída por diversos minérios entre os quais hematite (ferromagnética / paramagnética forte), volframite (paramagnética), rodonite (paramagnética intermédia) e cromite (paramagnética fraca) - todos 100% puros -, sendo o resto da alimentação partículas ferromagnéticas, paramagnéticas ou diamagnéticas cujas susceptibilidades magnéticas são mais baixas que $3.8E-7 \text{ m}^3/\text{kg}$ ou maiores que $2.66E-6 \text{ m}^3/\text{kg}$ (limites definidos respectivamente pela susceptibilidade magnética da cromite e hematite que pretendemos separar e classificar). Pretendemos então separar as quatro espécies paramagnéticas apontadas umas das outras e do resto das partículas presentes na alimentação. Utilizando a sequência descrita para o cálculo de r_R , obteríamos, neste caso, $r_R = 0.25095 \text{ m}$ ($r_i = 0.239 \text{ m}$) pois $T_{CG2}=1.05$ (ver tabela 4.2). Este resultado é o mesmo que em 4.4.1.A, pois utilizou-se o mesmo objectivo de optimização.

Simulou-se o processo de separação-classificação para cada espécie, resultados estes que se encontram apresentados no apêndice 4, apresentando-se em seguida

os resultados gráficos comparativos em relação ao movimento efectuado pelas partículas magnéticas.

Na figura 4.35 apresenta-se a determinação gráfica dos raios de levantamento de vó para as quatro espécies em estudo.

Na figura 4.36 apresentam-se as trajectórias bidimensionais efectuadas pelas partículas magnéticas em estudo.

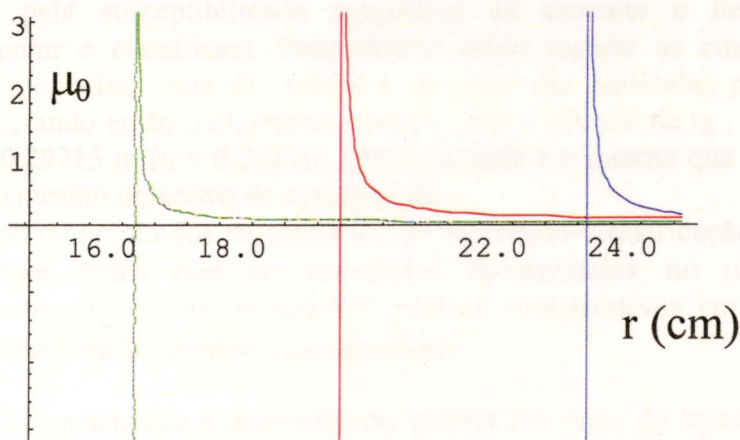


Figura 4.35 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (cm) para partículas de Cromite (---), Rodonite (---) e Volframite (---). Os raios correspondentes às assintotas são os r_{lv} (16.7cm, 19.8cm e 23.6cm, respectivamente, sendo que para a Hematite $r_{lv}=T_{CG2}r_i=25.1$ cm, não existindo por isso o seu gráfico).

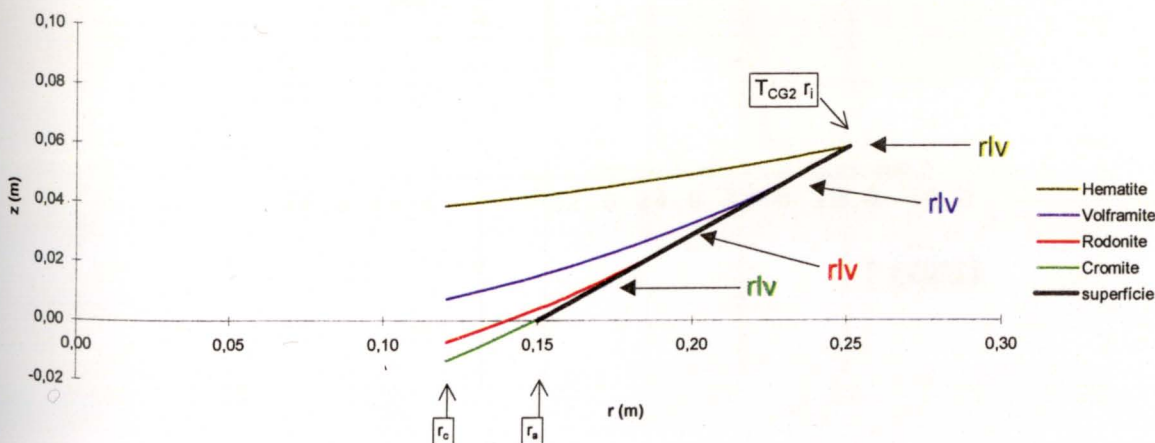


Figura 4.36 – Trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas presentes na mistura 1: cromite, rodonite, volframite e hematite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

B) MISTURA 2: HEMATITE, CASSITERITE, CALCOPIRITE, VOLFRAMITE, ILMENITE

Considerou-se uma alimentação constituída por diversos minérios entre os quais hematite (ferromagnética / paramagnética forte), cassiterite (paramagnética forte), volframite (paramagnética), calcopirite (paramagnética intermédia), ilmenite (paramagnética fraca) - todos 100% puros -, sendo o resto da alimentação partículas ferromagnéticas, paramagnéticas ou diamagnéticas cujas susceptibilidades magnéticas são mais baixas que $8.5E-7 \text{ m}^3/\text{kg}$ ou maiores que $2.66E-6 \text{ m}^3/\text{kg}$ (limites definidos respectivamente pela susceptibilidade magnética da ilmenite e hematite que pretendemos separar e classificar). Pretendemos então separar as cinco espécies paramagnéticas apontadas umas das outras e do resto das partículas presentes na alimentação. Utilizando então o algoritmo descrito para o cálculo de r_R , obteríamos, neste caso, $r_R = 0.29715 \text{ m}$ ($r_i = 0.283 \text{ m}$). Este resultado é o mesmo que em 4.4.1.B, pois utilizou-se o mesmo objectivo de optimização.

Verificaram-se os resultados do processo de separação-classificação para cada espécie, resultados estes que se encontram apresentados no apêndice 4, apresentando-se em seguida os resultados gráficos comparativos em relação ao movimento efectuado pelas partículas magnéticas.

Na figura 4.37 apresenta-se a determinação gráfica dos raios de levantamento de vô para as cinco espécies em estudo.

Na figura 4.38 apresentam-se as trajectórias bidimensionais efectuadas pelas partículas magnéticas em estudo.

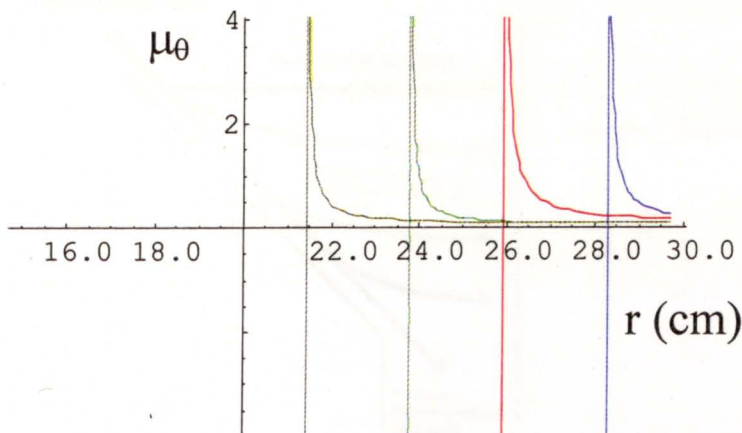


Figura 4.37 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(\text{cm})$ para partículas de Ilmenite (-----), Volframite (-----), Calcopirite (-----) e Cassiterite (-----). Os raios correspondentes às assíntotas são os r_{lv} (21.4cm, 23.8cm, 25.9cm e 28.3cm, respectivamente, sendo que para a Hematite $r_{lv}=T_{CG2}r_i=29.7\text{cm}$, não existindo por isso o seu gráfico).

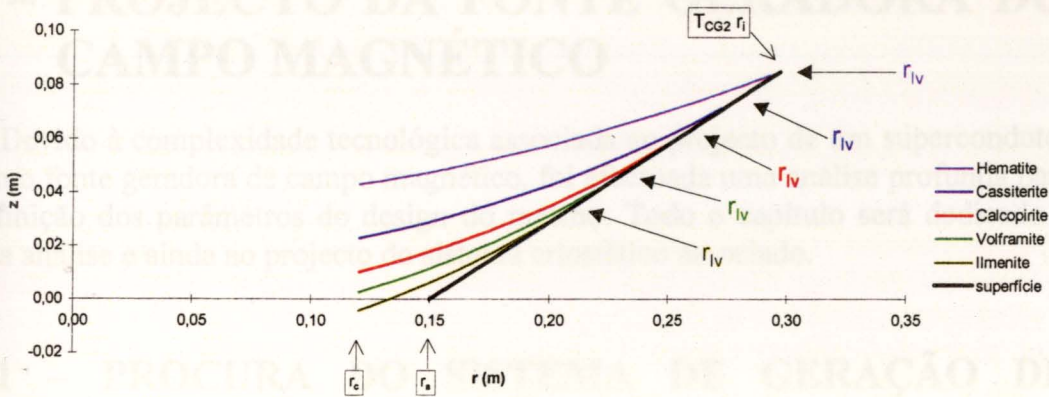


Figura 4.38 – Trajectórias bidimensionais das partículas magnéticas presentes na mistura 2: ilmenite, volframite, calcopirite, cassiterite e hematite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

C) ANÁLISE GENÉRICA

Na figura 4.39 apresenta-se um sumário da separação-classificação por espécie química.

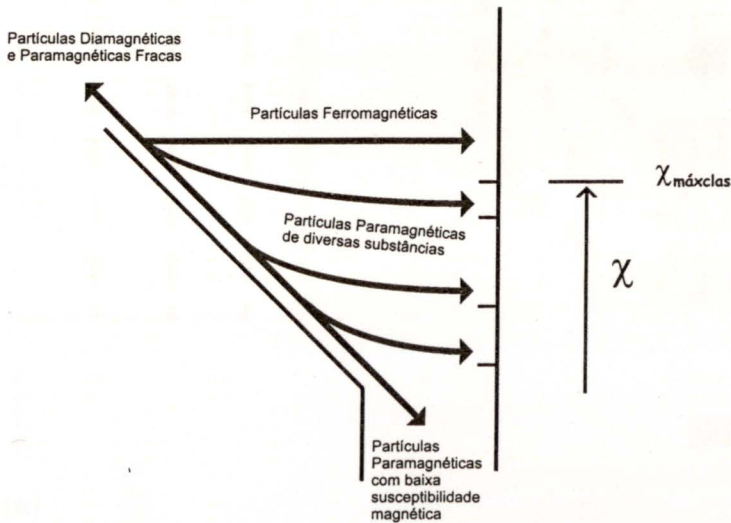


Figura 4.39 – Representação esquemática das trajetórias seguidas por todos os tipos de partículas alimentadas ao sistema [147]. $\chi_{máxclas}$ é o valor mais elevado da susceptibilidade magnética que as partículas magnéticas deverão apresentar para serem classificadas no coletor central, pois acima desse valor irão ser todas recolhidas no mesmo nível do coletor central.

5 – PROJECTO DA FONTE GERADORA DO CAMPO MAGNÉTICO

Devido à complexidade tecnológica associada ao projecto de um supercondutor como fonte geradora de campo magnético, foi efectuada uma análise profunda para definição dos parâmetros do design do mesmo. Todo o capítulo será dedicado a esta análise e ainda ao projecto do sistema criostático associado.

5.1 – PROCURA DO SISTEMA DE GERAÇÃO DE CAMPO MAGNÉTICO IDEAL

Para se atingir a solução otimizada de qualquer sistema terá de se definir primeiro a função-objectivo. Para este caso definiu-se como objectivo principal o aproveitamento da geometria adoptada para o aparelho (forma de funil) de modo a poder obter-se uma separação e classificação das partículas magnéticas conforme descrito no sector 2.3. Para tal ser conseguido o campo magnético gerado pelo sistema a adoptar terá de ter a configuração radial apresentada na Figura 5.1.

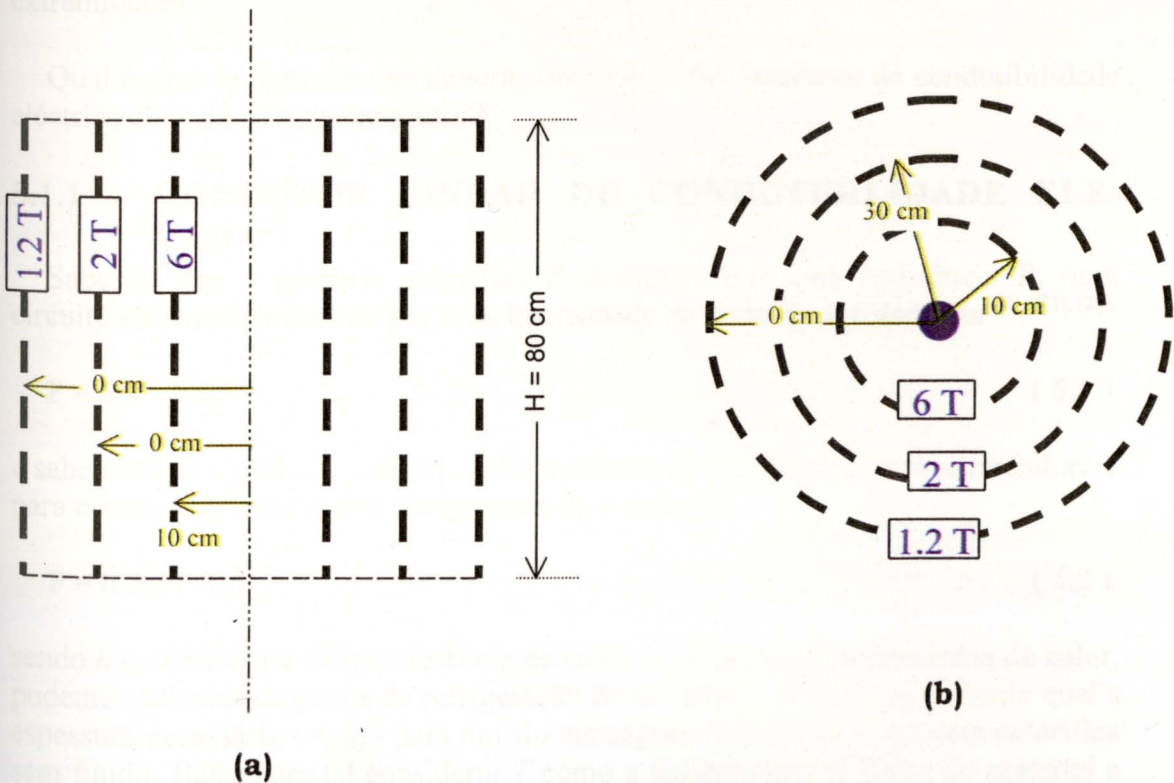


Figura 5.1 – Campo magnético necessário para cumprir os objectivos da separação-classificação de partículas (os valores indicados servem apenas de referência – capítulo 4): a) vista lateral; b) vista de topo.

Como primeira hipótese para a obtenção do campo necessário, adoptou-se como fonte geradora do campo magnético, uma bobine electromagnética colocada no centro geométrico do separador-classificador [135]. Verificou-se porém que o

campo magnético externo gerado por esta fonte era fraco, apresentando ainda o problema de produzir um gradiente de campo magnético no sentido vertical e não somente no sentido radial, como pretendido. Para além disto, ainda apresentava o defeito de o seu comportamento ser de difícil quantificação teórica.

Analisando a configuração pretendida, esta só será conseguida se a fonte geradora de campo magnético consistir num condutor linear colocado verticalmente no centro geométrico do separador-classificador. De facto, como foi demonstrado nos sectores 1.4 e 2.3 e em [101], a configuração de fio vertical proporciona a criação de um gradiente radial que levará as partículas magnéticas a sofrerem uma força radial em direcção ao centro geométrico. Esta força é de fácil quantificação teórica e cresce proporcionalmente ao cubo da distância ao centro [136], sendo nulo o gradiente de campo magnético noutras direcções.

O condutor linear a utilizar como gerador de campo magnético deverá ter uma razão L/D elevada, de modo a assegurar-se uma distribuição uniforme do campo magnético segundo as direcções verticais e rotacionais (sectores 1.4 e 2.3). Para uma relação $L/D=8$ para $R/D=2$, o erro de aproximação será cerca de 10.56 % em termos de campo magnético - que se notará sobretudo em pontos próximos das extremidades -, e será cerca de 4 % em termos de densidade de força magnética (sector 2.3) - que de igual modo se notará sobretudo em pontos próximos das extremidades.

Qual o tipo de material que deverá constituir o fio: condutor de condutibilidade eléctrica elevada ou supercondutor?

5.1.1 – CONDUTOR LINEAR DE CONDUTIBILIDADE ELEVADA

Sabendo que a potência calorífica P dissipada por uma resistência R , num circuito eléctrico percorrido por uma intensidade de corrente I , é dada por ^{[4], [21], [22]}

$$P = RI^2 \quad (5.1)$$

e sabendo que a potência calorífica P transferida de um corpo a uma temperatura T para o meio ambiente a uma temperatura T_0 é dada por

$$P = h A (T - T_0) \quad (5.2)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor e A a área de transferência de calor, podemos calcular os gastos de refrigeração de um íman, ou alternativamente qual a espessura necessária - r_{cabo} - para um fio conseguir dissipar esta potência calorífica sem fundir. Basta para tal considerar T como a temperatura de fusão do material a multiplicar por um factor de segurança (que vamos tomar como sendo 0.95).

Como exemplo para o caso de um fio de cobre à temperatura ambiente, arrefecido a água, de resistividade η ,

$$r_{cabo} = \sqrt[3]{\frac{\eta I^2}{2h(T - T_0)}} \quad (5.3)$$

e assim para $T = 1084^\circ \times 0.95 = 1030^\circ$, $T_0 = 20^\circ$, $h = 3E4 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, $I = 3E6 \text{ A}$ (valor típico necessário – capítulo 4), $\eta = 1.67E-8$, obtemos $r_{\text{cabo}} = 13.54 \text{ cm}$, a que corresponde uma densidade de corrente ($I/(\pi r_{\text{cabo}}^2)$) de $5.2E7 \text{ A/m}^2$ que é impossível de aguentar pelo fio de cobre (só sustem densidades até $1E6 \text{ A/m}^2$ [33]). Para além disso gastar-se-ia imensa água no arrefecimento, uma vez que neste caso a potência dissipada seria da ordem dos $2.6E6 \text{ W}$ permanentemente, o que levaria à evaporação de grandes quantidades de água.

De igual modo, qualquer outro material, ou meio de arrefecimento (óleo, oxigénio líquido, azoto líquido, hélio líquido, etc.) levaria a que se tivesse de utilizar sempre, pelo menos, um sistema multifilar e a que se observassem evaporações de grandes quantidades do meio de refrigeração.

Assim, a opção de condutor linear de condutibilidade elevada não é nem a mais prática nem a mais económica.

5.1.2 – FIO SUPERCONDUTOR

Como foi referido, a característica fundamental dos supercondutores (para além do seu perfeito diamagnetismo) é a sua nula resistência à passagem da corrente eléctrica. De facto, cálculos efectuados demonstraram que uma corrente posta a circular num supercondutor (sem a presença de zonas em extinção) só decai em 10^{100} anos, uma vez que encontra, no máximo, uma resistividade de $10^{-25} \Omega\text{m}$ (limite do aparelho de medida). Apresentam no entanto uma grande limitação: a superfície crítica. Esta divide-se em três vectores:

A *temperatura crítica*, a partir do qual o supercondutor volta ao estado normal, é sempre uma temperatura baixa, requerendo-se um sistema de refrigeração criogénico que encarece sempre os custos globais do sistema (hélio líquido para supercondutores de baixa temperatura crítica, e azoto líquido para supercondutores de alta temperatura crítica).

A *densidade de corrente crítica*, acima da qual o supercondutor volta ao estado normal, constitui sempre uma limitação, mas comparando-a com as densidades críticas dos condutores normais, apresenta valores cerca de 4-5 ordens de grandeza mais elevados. No nosso caso este não é um vector importante (sector 5.2.6).

O *campo magnético crítico*, acima do qual o supercondutor se extingue, também não será um vector importante (sector 5.2.6).

Como foi referido no capítulo 1, os supercondutores encontram-se divididos em duas grandes classes: os *ímans supercondutores de altas temperaturas críticas* e os *ímans supercondutores de baixas temperaturas críticas*. O parâmetro fundamental que decide a escolha do tipo de supercondutor é a relação densidade de corrente – intensidade do campo magnético criado, necessária para a obtenção do perfil de campo magnético pretendido.

Se é verdade que valores normais de J_c – densidade de corrente crítica – exigidos para supercondutores de modo a terem alguma utilidade prática se situam na gama $5\text{-}250 \text{ kA/cm}^2$ [46], também é verdade que, no caso em questão, teremos de atingir valores no limite desta gama, ou seja, entre os 10^4 A/cm^2 e os $2.5 \times 10^5 \text{ A/cm}^2$, a campos próprios de $7\text{-}10\text{T}$ (sector 5.2.6 e capítulo 4).

Analisando de novo a figura 1.34 são imediatamente eliminados todos os supercondutores de altas temperaturas críticas, uma vez que os que conseguem atingir os valores críticos pretendidos não apresentam conformação em fio (e.g. YBCO). Restam assim os supercondutores de baixas temperaturas críticas, sendo

que quase todos eles podem ser utilizados. Vamos restringir a nossa opção ao “leque”: NbTi, Nb₃Sn, uma vez que estes dois compostos são actualmente os mais económicos, apresentando, além disso, um estado mais avançado de desenvolvimento da arte de fabricação.

Como nota final, note-se que o campo magnético externo exercido sobre o superconductor, é o próprio campo provocado pela corrente em circulação, apresentando assim a conformação radial concêntrica, sendo deste modo exercido sobre o plano *a-b* e nunca sobre o eixo *c* (ver figuras 1.23 e 1.24), o que constitui uma vantagem extra.

5.1.3 – FACTORES DE DECISÃO

A decisão entre os dois sistemas de geração de corrente, reduz-se a dois factores: economia e viabilidade. O segundo factor é eliminatório e podemos desde logo resolver a questão, apercebendo-nos que, de facto, a única possibilidade de conseguirmos a configuração de campo magnético necessária, é a de utilizarmos um sistema multifilar, o que no caso de condutor linear de condutividade elevada torna os custos, em refrigeração, inabarcáveis. Devemos ainda atender que para sistemas de bobine electromagnéticas em que o campo é superior aos 2T, os sistemas superconductores são mais económicos^[122], o que se pode de igual modo afirmar para o nosso caso, uma vez que se trata de um sistema multifilar linear que para ter operacionalidade prática deverá atingir pelo menos os 8T na superfície do condutor. O sistema superconductor tem ainda as vantagens de apresentar um limite máximo de resistividade cerca de 13 ordens de grandeza mais baixo que o limite inferior de resistividade do Cobre, e de o seu “scale-up” não apresentar normalmente grandes problemas.

Optou-se deste modo por um sistema superconductor de baixas temperaturas críticas.

5.2 - ÍMAN

Para se poder seleccionar correctamente o material superconductor do sistema de geração de campo magnético, far-se-á primeiramente um estudo geral às condições de estabilidade oferecidas por cada uma das opções consideradas (ver tabela 5.1) – ver sector 5.1, efectuando-se em seguida uma escolha selectiva de cada material que compõe o sistema, dimensionando-se totalmente todo o cabo superconductor gerador do campo magnético.

Material	Campo Magnético (T)		
	NbTi	8T	9T
Nb ₃ Sn	9T	10T	12T

Tabela 5.1 – Opções consideradas na análise prévia geral.

A *extinção* do superconductor (ou seja, - capítulo 1 - a passagem do material superconductor do estado supercondutivo para o estado normal resistivo) é um fenómeno que nos interessa evitar que ocorra no superconductor em questão. Admitindo que a extinção ocasional é um fenómeno quase impossível de evitar,

interessa-nos sobretudo preparar todo o design do íman, de modo a podermos controlar qualquer extinção que porventura ocorra. Deste modo, em toda a análise que se segue, procurar-se-á estabelecer um design de acção após efeito, e não de prevenção. Interessa, de qualquer dos modos, minimizar as condições de ocorrência de extinção.

Qualquer das técnicas de estabilização desenvolvidas têm por objectivo a minimização dos efeitos do calor resultante da perturbação ocasional, de modo a poder evitar-se a extinção, e as medidas protectivas (como o isolamento) têm por objectivo minimizar a propagação das consequências de uma extinção ao resto do íman.

Uma vez que a configuração de campo magnético pretendida é uniforme com o tempo, e que não existem forças magnéticas dentro do próprio íman (sector 1.10.11), pode afirmar-se com segurança que a principal causa possível de ocorrência do fenómeno de extinção, a verificar-se, será o fenómeno de *salto de fluxo*.

Neste sentido, as medidas de estabilização a tomar deverão ser orientadas principalmente para evitar este fenómeno, desviando o sistema de uma situação inerente de “runaway”, que levaria a uma extinção do superconductor, por vezes irreversível se não for devidamente controlada (sector 1.10.2).

5.2.1 – ESTABILIZAÇÃO ADIABÁTICA

Uma das formas encontradas para minimizar o fenómeno de *salto de fluxo* é a subdivisão do superconductor em finos filamentos apresentando um raio suficientemente baixo para reduzir os movimentos de fluxo de modo a que o calor produzido pela perturbação possa ser totalmente absorvido adiabaticamente pelo material superconductor sem se despoletar o fenómeno de “runaway” – sector 1.10.3. Deste modo consegue-se uma maior estabilidade e um menor diamagnetismo, podendo-se ainda energizar e desenergizar o íman a um ritmo mais elevado.

Foram calculados os valores limite dimensionais do sistema superconductor para se considerar este como estabilizado adiabaticamente, tendo em vista as opções da tabela 5.1. Estes valores apresentam-se no apêndice 5A, tendo-se considerado todas as aproximações descritas no sector 1.10.3.

Verificamos que os raios de cada fio necessários para uma estabilização adiabática são extremamente baixos (no máximo da ordem de grandeza dos 400 μ m), implicando que cada fio só possa transportar baixos valores de intensidade de corrente. Conclui-se assim, que teremos de usar um sistema multifilamentar, de modo a conseguirmos arcar com as necessidades em termos de intensidade de corrente eléctrica do separador-classificador magnético.

5.2.2 – ESTABILIZAÇÃO DINÂMICA

A estabilização dinâmica alternativamente à estabilização adiabática, minimiza a ocorrência de *saltos de fluxo* pela maximização da transferência do calor gerado pela extinção para o exterior. Utiliza ainda um caminho paralelo para a corrente eléctrica fluir (sector 1.10.4).

Para obtermos este tipo de estabilização deveremos inserir os filamentos numa matriz feita de um material que seja ao mesmo tempo bom condutor eléctrico e bom condutor térmico. O material mais utilizado pela indústria para compor a matriz é o cobre, embora por vezes se utilize o alumínio.

No apêndice 5B, apresentam-se os valores resultantes dos cálculos efectuados relativamente aos limites dimensionais a apresentar pelo compósito supercondutor, para as três aproximações consideradas no sector 1.10.4 tendo em vista as opções da tabela 5.1, de modo a se assegurar uma estabilização dinâmica.

5.2.3 – ESTABILIZAÇÃO CRIOGÉNICA

Na estabilização criogénica, ao contrário das anteriores, não se procura saber a causa do fenómeno da extinção, procurando-se apenas providenciar um design para o supercondutor de modo a que todo o calor gerado numa extinção, independentemente da sua origem, seja transferido para um sistema de arrefecimento (hélio líquido em supercondutores de baixas temperaturas críticas e azoto líquido em supercondutores de altas temperaturas críticas) – ver sector 1.10.5. Este sistema de arrefecimento pode tomar a forma de uma piscina de líquido criogénico, ou de uma estrutura de canais contendo líquido criogénico, canais estes que passam entre os fios compósitos supercondutores. Adicionalmente também se providencia uma estabilização dinâmica.

No apêndice 5C apresentam-se os limites dimensionais obtidos por aplicação dos métodos de Steckly e de Maddock aos casos em estudo para as opções da tabela 5.1, de acordo com o descrito no sector 1.10.5. De referir que em ambos os sistemas analisados se considerou que a espessura da piscina ou dos canais é suficiente para h – o coeficiente de transferência de calor - se poder comportar de forma “normal” com a variação de temperatura.

5.2.4 – ESTABILIZAÇÕES DE WILSON E DE IWASA

No sector 1.10.6 foram descritos métodos de estabilização desenvolvidos para suplantarem o carácter conservativo dos métodos convencionais. Estes métodos foram aplicados aos casos em análise (tabela 5.1) e os resultados obtidos apresentam-se no apêndice 5D.

5.2.5 – TORCEDURA E FORÇA MAGNÉTICA

No sector 1.10.9 foi referido que a simples subdivisão multifilamentar e inserção numa matriz de cobre, não resolve o problema de salto de fluxo. Foi referido então como solução normalmente adoptada, a aplicação de uma torcedura ao fio compósito. Esta torcedura poderia constituir um obstáculo à obtenção da configuração de campo magnético desejada (concêntrico), mas verifica-se que em termos práticos tal não acontece, pois macroscopicamente o efeito da torcedura cancela-se [14], [28], [132], [148]*.

A única força magnética existente no interior do fio supercondutor, corresponde à força magnética criada pela circulação da corrente no mesmo fio supercondutor. Utilizando as equações (1.108) e (1.109) e calculando para $I=3 \times 10^6 A$, $R=8cm$, $l=1m$, (valores de acordo com o capítulo 4 e o sector 5.2.6) então

* De igual modo a conformação prática dos filamentos (hexagonal e não circular) não influenciará em termos macroscópicos a configuração de campo magnético gerada. O supercondutor trabalhará em corrente contínua sendo a única variação de campo devida à corrente de transporte, podendo considerar-se como dispensável o efeito de torcedura [14], [23], [28], [58], [144], [149]

$$F = 2.81 \times 10^8 r(m) (N) \rightarrow \begin{cases} r = 0 \text{ cm} \Rightarrow F = 0 \text{ N} \\ r = 2 \text{ cm} \Rightarrow F = 5.63 \times 10^6 \text{ N} \\ r = 4 \text{ cm} \Rightarrow F = 1.13 \times 10^7 \text{ N} \\ r = 6 \text{ cm} \Rightarrow F = 1.69 \times 10^7 \text{ N} \\ r = 8 \text{ cm} \Rightarrow F = 2.25 \times 10^7 \text{ N} \end{cases}$$

$$\sigma = 4.48 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2} = 44.8 \text{ MPa}$$

valores estes que se comparados com os valores normais em ímans supercondutores [23], [29], [150], se encontram dentro da gama esperada e abaixo do limite crítico de tensão permitida para os compósitos supercondutores em análise.

5.2.6 – DISCUSSÃO

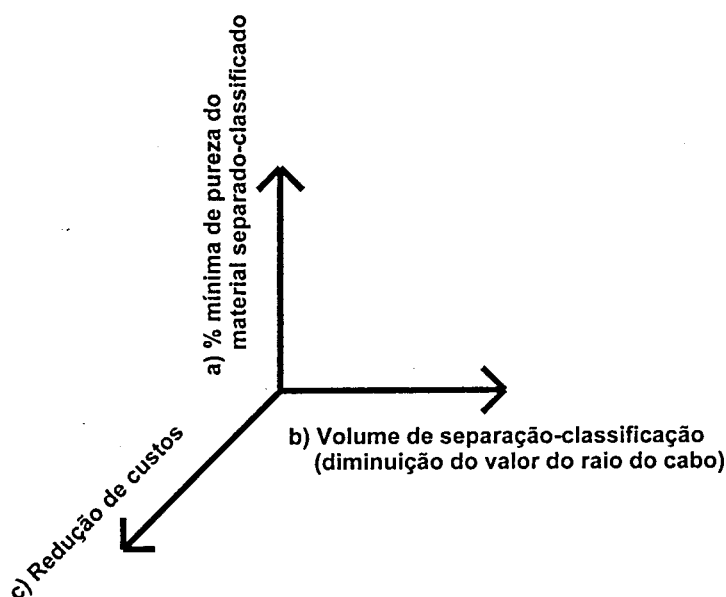


Figura 5.2 – Os três vectores de otimização considerados no design do íman supercondutor. A situação ideal é no infinito e a pior possível é na origem.

Para o design do íman supercondutor ter-se-ão em conta três vectores de otimização (ver figura 5.2):

- % mínima do minério a ser separado e classificado:** considera-se que o sistema deverá ser capaz de separar e classificar volframate com 73% de pureza. Do sector 4.2.1 verificamos que isto implicará um campo magnético de 2T no raio de alimentação – r_i – (30cm), ou seja uma intensidade de corrente no íman de cerca de $3 \times 10^6 \text{ A}$.
- O volume de separação e classificação (o maior possível):** isto significa que o raio da secção do íman supercondutor – r_{cabo} – deverá ser o menor possível - ou seja, o factor de enchimento deverá ser o maior possível -, de modo a ocupar o menor espaço possível do volume de separação e classificação. Como limite máximo para r_{cabo} tomaremos 9cm.

- c) **Redução de custos:** a quantidade de fios e o seu comprimento deverão ser os menores possíveis - ou seja, o número de voltas o menor possível, no caso de se optar por um sistema solenóide alongado. Para reduzir custos também se deverá utilizar, se possível for, como material supercondutor NbTi em detrimento do Nb₃Sn ou de qualquer outro material supercondutor, pois o primeiro é mais fácil de manobrar, menos quebradiço e mais barato ^{[148], [151]}.

Análise da aplicação dos métodos de estabilização aos casos em estudo (tabela 5.1).

Não existe uma “receita mágica” de estabilização aplicável de um modo geral a todos os ímans supercondutores. O modelo de estabilização apropriado dependerá do nível esperado para os distúrbios energéticos no íman. Por exemplo, para ímans com grandes distúrbios energéticos (e.g. ímans para Física de Partículas) torna-se por vezes necessário recorrer à ultra-conservativa estabilização criogénica de Steckly que leva a elevadas dimensões, baixas densidades de corrente globais e baixos factores de enchimento (ver sector 1.10.13), enquanto que para ímans estáveis energeticamente (e.g. ímans para Separação Magnética) costuma trabalhar-se com factores de enchimento e densidades de corrente globais elevadas, que originam dimensões reduzidas.

Nas tabelas 5.2 e 5.3, apresenta-se um resumo dos valores limite dos raios de filamentos ou fios, obtidos pelos três tipos de estabilização clássicos para supercondutores feitos de Nb₃Sn e NbTi (sectores 5.2.1 a 5.2.3), a vários valores de intensidade de campos magnéticos dentro da gama que se espera trabalhar (tabela 5.1) e a vários factores de enchimento (dentro dos valores previstos e tendo em conta o vector de optimização b)).

De uma maneira geral verifica-se que os valores limite dos raios obtidos para supercondutores baseados em NbTi são substancialmente maiores que os obtidos para supercondutores baseados em Nb₃Sn. Tal pode ser justificado pelo efeito adverso de um valor mais elevado da densidade de corrente crítica a um mesmo campo magnético que o material Nb₃Sn apresenta em relação ao NbTi (sector 1.9).

Quanto ao efeito do campo magnético, quanto maior é a sua intensidade maiores são os valores limite que os raios dos filamentos ou fios poderão ter. Isto é devido a um abaixamento dos valores da densidade de corrente crítica (drasticamente no caso do NbTi) - sector 1.9 -, o que eleva o número de filamentos requeridos para se conseguir a intensidade necessária obtida segundo o vector de optimização a), o que por sua vez aumenta os custos de fabrico, contrariando deste modo o sentido pretendido pelos vectores de optimização b) e c). Deverá então ser efectuada uma optimização global para se encontrar o campo que dará o menor valor para r_{cabo} e consecutivamente os menores custos de fabrico.

Da estabilização adiabática tiramos a conclusão de que não poderemos ter um fio supercondutor isolado capaz de conduzir os 3MA necessários, uma vez que nesse caso G_c (o calor de geração crítico, que corresponde ao calor gerado pelo íman se todo ele se extinguisse) seria muito elevado, o que em caso de extinção levaria indubitavelmente a uma fusão do fio supercondutor. Deste modo é necessária uma subdivisão do íman em vários fios, os quais conterão vários

		NBTi										
		B = 8T			B = 9T			B = 10T				
		$\lambda=0.09$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.35$	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.35$	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.35$		
ADIABÁ -TICA	$i=0.00$		$r_{fil}<80$			$r_{fil}<93$			$r_{fil}<382$			
	$i=0.50$		$r_f<1716$	$r_f<1363$		$r_f<1989$	$r_f<1579$		$r_f<8141$	$r_f<6463$		
	$i=0.75$		$r_f<752$	$r_f<597$		$r_f<871$	$r_f<692$		$r_f<3567$	$r_f<2832$		
DINÂMICA	D1	$i=0.00$		$r_f<4150$	$r_f<1870$		$r_f<5570$	$r_f<2500$		$r_f<92700$	$r_f<41000$	
		$i=0.50$		$r_f<5310$	$r_f<2360$		$r_f<7130$	$r_f<3170$		$r_f<119000$	$r_f<52700$	
		$i=0.75$		$r_f<4700$	$r_f<2090$		$r_f<6310$	$r_f<2800$		$r_f<106000$	$r_f<46700$	
	D2	$i=0.10$		$r_f<43000$	$r_f<26500$		$r_f<54200$	$r_f<32400$		$r_f<694000$	$r_f<323000$	
		$i=0.50$		$r_f<16100$	$r_f<7290$		$r_f<21500$	$r_f<9700$		$r_f<358000$	$r_f<158000$	
		$i=0.75$		$r_f<11300$	$r_f<5.06$		$r_f<15200$	$r_f<6770$		$r_f<254000$	$r_f<112000$	
D3	$i=n/c$		$r_f<116$	$r_f<91.6$		$r_f<135$	$r_f<106$		$r_f<552$	$r_f<434$		
CRIOGENICA	C1	$h = 1000$	$y\%=50$	$r_f<634$	$r_f<67.7$	$r_f<29.9$	$r_f<852$	$r_f<91.0$	$r_f<40.2$	$r_f<14300$	$r_f<1520$	$r_f<674$
			$y\%=100$	$r_f<1270$	$r_f<135$	$r_f<59.9$	$r_f<1700$	$r_f<182$	$r_f<80.4$	$r_f<28500$	$r_f<3050$	$r_f<1350$
		$h = 10000$	$y\%=50$	$r_f<6340$	$r_f<677$	$r_f<299$	$r_f<8520$	$r_f<910$	$r_f<402$	$r_f<143000$	$r_f<15200$	$r_f<6740$
			$y\%=100$	$r_f<12700$	$r_f<1350$	$r_f<599$	$r_f<17000$	$r_f<1820$	$r_f<804$	$r_f<285000$	$r_f<30500$	$r_f<13500$
	C2	$y\%=50$		$r_f<1000$	$r_f<107$	$r_f<47.3$	$r_f<1620$	$r_f<174$	$r_f<77$	$r_f<34700$	$r_f<3710$	$r_f<1640$
		$y\%=100$		$r_f<2000$	$r_f<214$	$r_f<94.6$	$r_f<3250$	$r_f<347$	$r_f<153$	$r_f<69400$	$r_f<7420$	$r_f<3280$

C1 – Estabilização Criogénica segundo Steckly; C2 – Estabilização Criogénica segundo Maddock; D1 – Aproximação fiação semi-infinita; D2 – Aproximação fio compósito semi-infinito; D3 – Aproximação fio compósito finito; n/c – não considerado; i – razão entre a intensidade de corrente eléctrica fornecida e a crítica; y% - razão entre o perímetro do fio em contacto com o líquido criogénico e o total; h em $Wm^{-2}K^{-1}$.

Tabela 5.2 - Limites máximos para o raio do filamento (r_{fil}) ou do fio (r_f) – em μm – calculados pelos vários métodos de estabilização para o NbTi.

		Nb ₃ Sn										
		B = 9T			B = 10T			B = 12T				
		$\lambda=0.09$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.35$	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.35$	$\lambda=0.09$	$\lambda=0.25$	$\lambda=0.35$		
ADIABÁ -TICA	$i=0.00$		$r_{fil}<50$			$r_{fil}<58$			$r_{fil}<100$			
	$i=0.50$			$r_f<1072$	$r_f<847$		$r_f<1253$	$r_f<990$		$r_f<2152$	$r_f<1700$	
	$i=0.75$			$r_f<470$	$r_f<371$		$r_f<549$	$r_f<434$		$r_f<943$	$r_f<745$	
DINÂMICA	D1	$i=0.00$			$r_f<1750$	$r_f<805$		$r_f<2380$	$r_f<1080$		$r_f<6950$	$r_f<3110$
		$i=0.50$			$r_f<2220$	$r_f<997$		$r_f<3030$	$r_f<1350$		$r_f<8910$	$r_f<3960$
		$i=0.75$			$r_f<1970$	$r_f<881$		$r_f<2680$	$r_f<1200$		$r_f<7900$	$r_f<3500$
	D2	$i=0.10$			$r_f<22300$	$r_f<14700$		$r_f<27800$	$r_f<17900$		$r_f<64200$	$r_f<37100$
		$i=0.50$			$r_f<6800$	$r_f<3160$		$r_f<9230$	$r_f<4240$		$r_f<26900$	$r_f<12100$
		$i=0.75$			$r_f<4750$	$r_f<2150$		$r_f<6470$	$r_f<2910$		$r_f<19000$	$r_f<8450$
D3	$i=n/c$			$r_f<75.2$	$r_f<59.1$		$r_f<87.8$	$r_f<69.1$		$r_f<151$	$r_f<119$	
CRIOGENICA	C1	$h = 1000$	$y\%=50$	$r_f<264$	$r_f<28.3$	$r_f<12.5$	$r_f<361$	$r_f<38.6$	$r_f<17.1$	$r_f<1070$	$r_f<114$	$r_f<50.3$
			$y\%=100$	$r_f<529$	$r_f<56.5$	$r_f<25.0$	$r_f<722$	$r_f<77.1$	$r_f<34.1$	$r_f<2130$	$r_f<228$	$r_f<101$
		$h = 10000$	$y\%=50$	$r_f<2640$	$r_f<283$	$r_f<125$	$r_f<3610$	$r_f<386$	$r_f<171$	$r_f<10700$	$r_f<1140$	$r_f<503$
			$y\%=100$	$r_f<5290$	$r_f<565$	$r_f<250$	$r_f<7220$	$r_f<771$	$r_f<341$	$r_f<21300$	$r_f<2280$	$r_f<1010$
	C2	$y\%=50$		$r_f<167$	$r_f<17.9$	$r_f<7.91$	$r_f<249$	$r_f<26.6$	$r_f<11.8$	$r_f<914$	$r_f<97.6$	$r_f<43.1$
		$y\%=100$		$r_f<335$	$r_f<35.8$	$r_f<15.8$	$r_f<498$	$r_f<53.2$	$r_f<23.5$	$r_f<1830$	$r_f<195$	$r_f<86.3$

C1 – Estabilização Criogénica segundo Steckly; C2 – Estabilização Criogénica segundo Maddock; D1 – Aproximação fiação semi-infinita; D2 – Aproximação fio compósito semi-infinito; D3 – Aproximação fio compósito finito; n/c – não considerado; i – razão entre a intensidade de corrente eléctrica fornecida e a crítica; y% - razão entre o perímetro do fio em contacto com o líquido criogénico e o total; h em $Wm^{-2}K^{-1}$.

Tabela 5.3 - Limites máximos para o raio do filamento (r_{fil}) ou do fio (r_f) – em μm - calculados pelos vários métodos de estabilização para Nb₃Sn.

filamentos acamados numa matriz. As ordens de grandeza do valor dos raios de fios ou filamentos a que se chega por este método de estabilização não são muito distantes dos valores normalmente utilizados na prática e que são de 25-50 μm para o NbTi e de 2.5-15 μm para o Nb₃Sn [29].

Da estabilização dinâmica tira-se a conclusão que a matriz deverá ser feita de um material que apresente uma elevada condutibilidade térmica e uma elevada condutibilidade eléctrica. Para este caso foi considerado que o fio estará totalmente submerso numa piscina de hélio líquido, os valores obtidos significam que por este método por si só também não conseguiremos nunca atingir os 3MA que são necessários conduzir no íman supercondutor pretendido.

Será necessário então considerar que se criam canais de hélio que contactam directamente com cada fio, o que fará com que sejam possíveis conjuntos de fios supercondutores capazes de conduzir 3MA e que respeitam as configurações definidas pelos dois métodos de estabilização atrás descritos. Tal processo consiste na adopção da estabilização criogénica cujos resultados são também apresentados na tabelas 5.2 e 5.3 e em seguida analisados.

Quanto ao método de estabilização criogénica de Steckly, e se à partida os resultados parecem vir de encontro ao necessário, a verdade é que são baseados no pressuposto de que os canais de hélio apresentam uma espessura suficientemente elevada e uma altura suficientemente baixa para se poder garantir um coeficiente de transferência de calor no hélio líquido de $10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], [152]. Para uma altura típica dos canais de hélio de 30cm, o valor de $10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ para o coeficiente de transferência de calor só será atingido se os canais de hélio apresentarem no mínimo uma espessura de 1.5mm [23], [152]. Isto implica uma dimensão extremamente elevada para r_{cabo} o que contraria o sentido imposto pelo vector de optimização b). Além disso a altura mínima do supercondutor na sua parte linear (e logo dos canais de hélio associados, de modo a se manter a configuração radial concêntrica do campo magnético gerado) deverá ser de 80cm. Isto leva a que no seu máximo H_{pn} – o fluxo de transferência de calor máximo – tenha um valor de cerca de 3000 Wm^{-2} (ver figuras 5.3 e 5.4). Verifica-se ainda que neste caso para se obter um valor para H_{pn} de 1000 Wm^{-2} a espessura dos canais de hélio deverá ser cerca de 800 μm . Das tabelas 5.2 e 5.3, verificamos que para este caso o valor de r_f será da ordem de grandeza da espessura necessária para os canais de hélio, o que originaria invariavelmente um íman supercondutor de λ baixo e dimensões elevadas, não se conseguindo cumprir de forma alguma o limite de 9cm para o r_{cabo} imposto pelo vector de optimização b).

O critério de estabilização criogénica de Maddock considera a variação do coeficiente de transferência de calor com a temperatura da superfície, mas como se pode ver nas tabelas 5.2 e 5.3 limita grandemente o valor máximo admissível para os fios. Na sua versão original ainda apresenta a característica de apenas poder ser aplicado a ímans com G_c menores que 0.3 Wcm^{-2} , o que implicaria um r_{fio} extremamente baixo, que quebraria a condição de $r_{cabo} < 9\text{cm}$ apontada no vector de optimização b), uma vez que seriam necessários milhares de fios para transportar a intensidade de corrente total pretendida.

Uma vez que pela aplicação dos métodos clássicos de estabilização (sectores 5.2.1 a 5.2.3), não conseguimos obter uma optimização segundo os 3 vectores definidos na figura 5.2, vamos proceder a uma análise que nos dará as

características ideais do ímã supercondutor, discutindo-se no fim a forma de estabilização do mesmo.

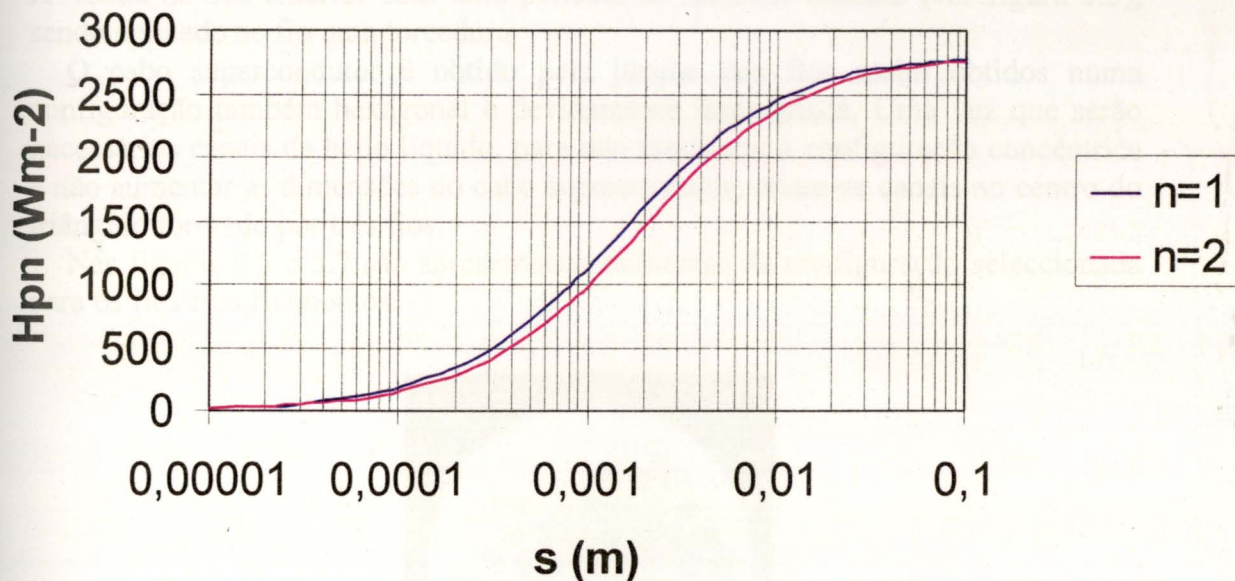


Figura 5.3 – Fluxo de transferência de calor máximo (“nucleate boiling”) H_{pn} calculado pela equação de Sydoriak ^{[23], [152]}, em que se considerou a altura dos canais $z=0.8m$. n é o número de faces aquecidas no caso de uma extinção. s é a espessura dos canais de hélio.

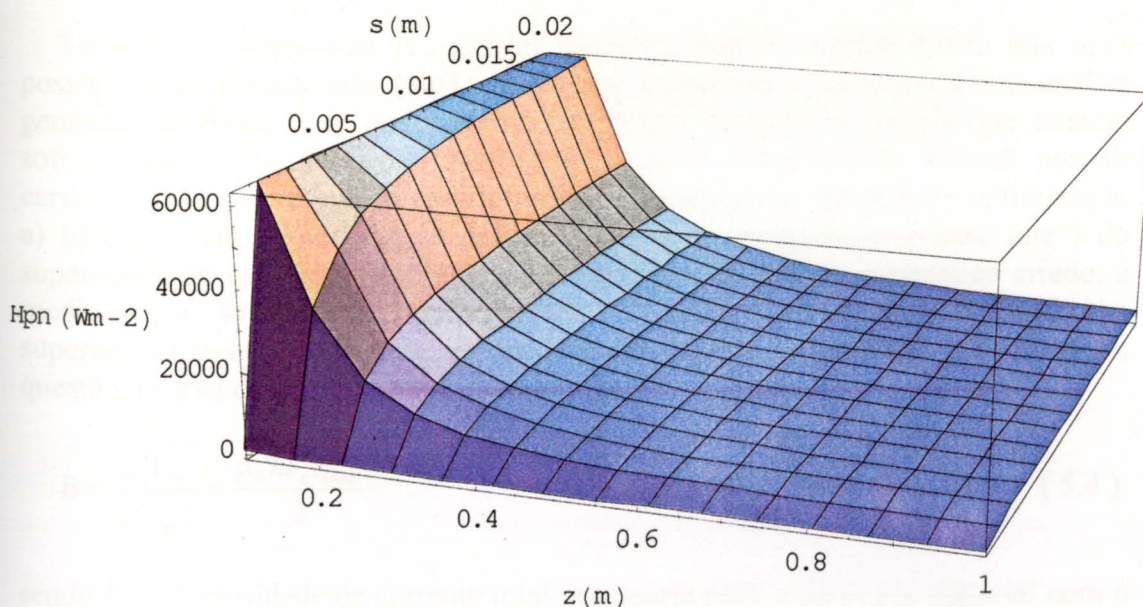


Figura 5.4 – Fluxo de transferência de calor máximo (“nucleate boiling”) H_{pn} calculado pela equação de Sydoriak ^{[23], [152]}. n é o número de faces aquecidas e foi considerado igual a 1. s é a espessura dos canais de hélio e z a sua altura.

O cabo supercondutor – configuração, dimensões e materiais constituintes

Em relação ao fio adopta-se a configuração clássica do hexágono de 61 filamentos de NbTi, acamados numa matriz de Cobre de formato circular e revestida no seu exterior com uma película de material isolante (ver figura 5.5), sendo aplicado ao fio uma torcedura.

O cabo supercondutor é obtido pela junção dos fios assim obtidos numa configuração também hexagonal e devidamente impregnada. Uma vez que serão necessários canais de hélio líquido, para não modificar a configuração concêntrica e não aumentar as dimensões do cabo supercondutor, criam-se canais no centro do triângulo formado por três fios.

Nas figuras 5.6 e 5.7 são apresentados esquemas da configuração seleccionada para os fios e os filamentos.

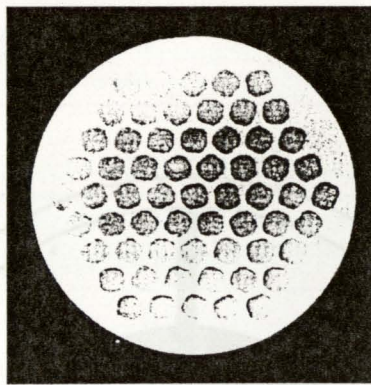


Figura 5.5 – Corte seccional de um fio supercondutor com configuração hexagonal de 61 filamentos de NbTi acamados numa matriz cilíndrica de cobre (de [23]).

Ter-se-á de seleccionar o material supercondutor a utilizar dentro das duas possibilidades consideradas (NbTi ou Nb₃Sn), embora se vá proceder a uma análise genérica, de modo a se poder aplicar no futuro a outros materiais que tenham sofrido um maior desenvolvimento. O material seleccionado deverá possuir características que respeitem as limitações impostas pelos vectores de optimização a) b) e c). Para tal terá de se definir a curva de energização (“load line”) do supercondutor, que representa a evolução do valor do campo magnético criado, à medida que se aumenta linearmente a intensidade de corrente no cabo supercondutor, até se atingir a intensidade de corrente de operação. No caso em questão a curva de energização é dada por:

$$B = \frac{\mu_0 I_{nec}}{2r_{cabo} \pi} = \frac{\mu_0 \lambda J_c r_{cabo}}{2} \quad (5.4)$$

sendo I_{nec} a intensidade de corrente total necessária para separar um material com o mínimo de pureza pretendido (vector de optimização a)), r_{cabo} é o valor do raio do cabo supercondutor, λ o seu factor de enchimento (ver sector 1.10.13) e J_c a densidade de corrente crítica do mesmo (ver sector 1.10.13). Esta equação foi obtida tendo em conta o que foi apresentado no sector 1.4.

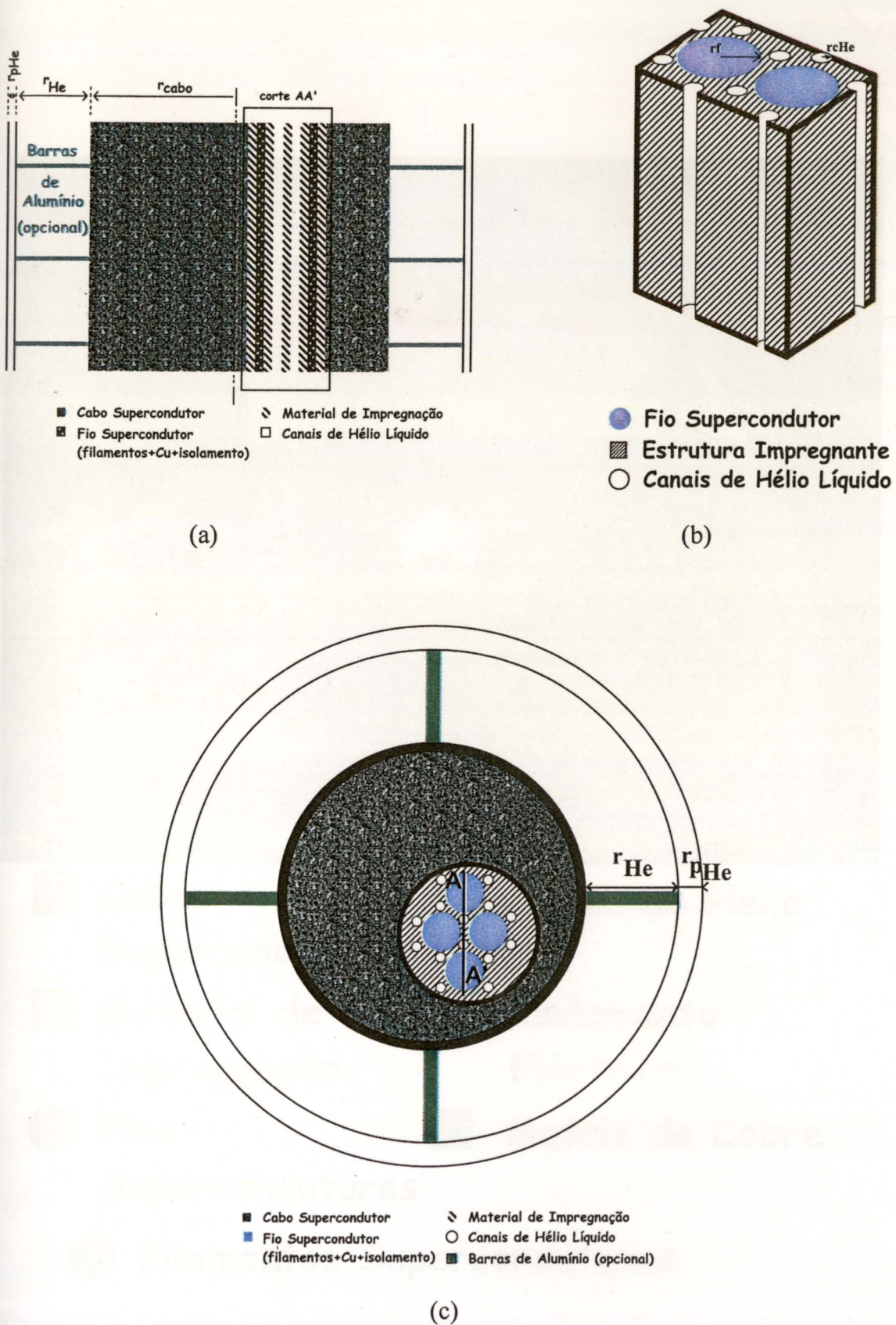
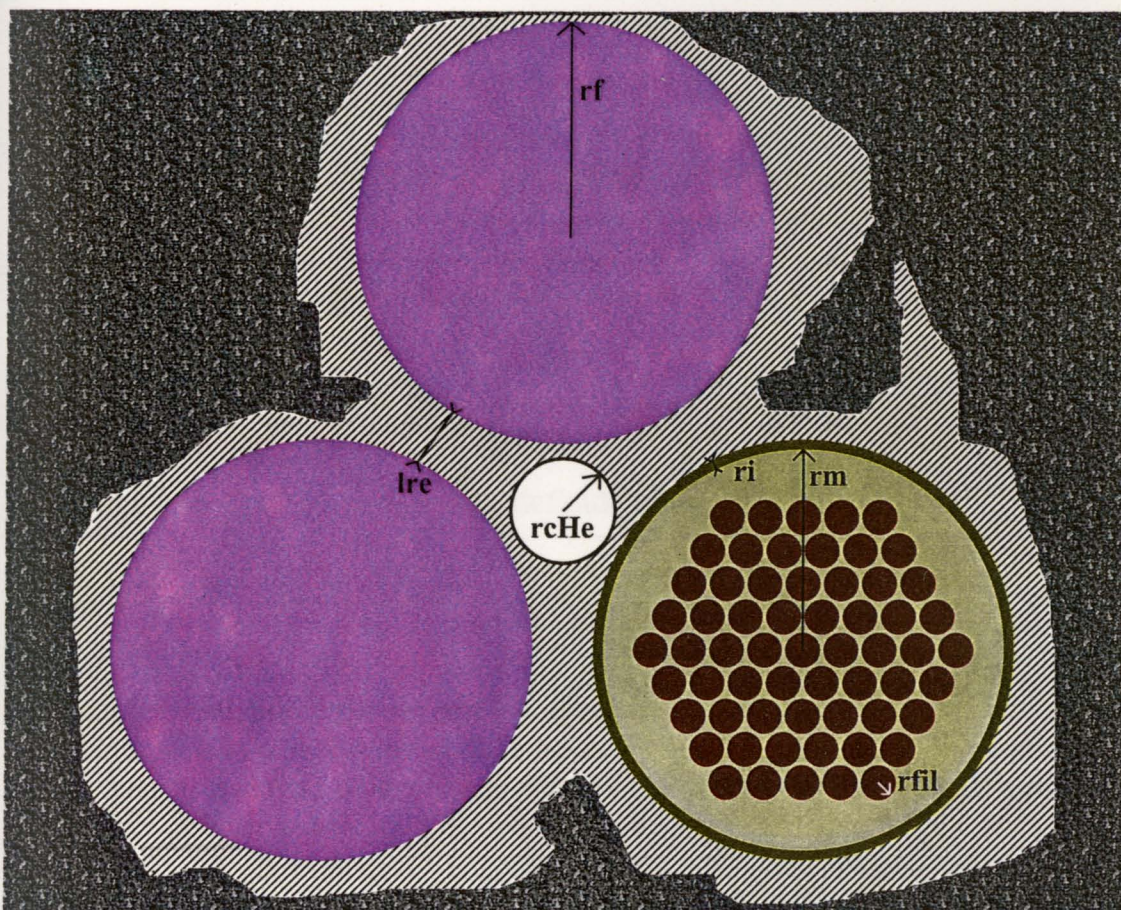


Figura 5.6 – Representação esquemática da estrutura do cabo supercondutor. AA' é um corte parcial ^[144]: a) vista lateral; b) esquema da estrutura de uma secção (vista tridimensional); c) vista de topo.

r_{cabo} – raio do cabo supercondutor; r_{He} – espessura da piscina de hélio; r_{pHe} – espessura da parede da piscina de Hélio; r_f – raio dos fios compósitos supercondutores; r_{cHe} – raio dos canais de hélio.



- | | |
|------------------------------|------------------------|
| ■ Cabos Supercondutores | ○ Canais de Hélio |
| ▨ Material de Impregnação | ■ Isolamento Eléctrico |
| ● Fios Supercondutores | ■ Matriz de Cobre |
| ● Filamentos Supercondutores | |

Figura 5.7 - Representação esquemática da estrutura de um fio supercondutor e da configuração triangular com canais de hélio – vista de topo.
 r_{fil} – raio dos filamentos supercondutores; r_m – raio da matriz;
 r_i – espessura do isolamento eléctrico; r_f – raio dos fios compósitos supercondutores; r_{cHe} – raio dos canais de hélio; l_{re} – espessura mínima da resina epoxi entre dois fios compósitos supercondutores.

Se considerarmos como condições mínimas exigíveis, $r_{cabo}=0.09m$ e $\lambda=0.25$ de (5.4) tira-se

$$B=1.414E-8 J_c \quad (5.5)$$

Sabendo que $I_{nec}=3 \times 10^6 A$, se atendermos que o valor máximo de B será atingido na superfície do supercondutor ($r_{cabo}=0.09m$) [3], [28], [121] então $B_c(r_{cabo}=0.09m, \lambda=0.25)=6.667 T$, e assim de (5.5) $J_{cmin}=J_c=4.716E4 Acm^{-2}$, valores estes que corresponderão ao *ponto mínimo de operação*.

Este resultado pode ser obtido por outro lado de

$$I_{nec} = \pi \lambda x J_c r_{cabo}^2 \Leftrightarrow J_c = \frac{I_{nec}}{\pi x \lambda r_{cabo}^2} \quad (5.6)$$

sendo x o coeficiente de segurança definido por

$$x = \frac{J_u}{J_c} \quad (5.7)$$

onde J_u é a densidade de corrente efectivamente utilizada.

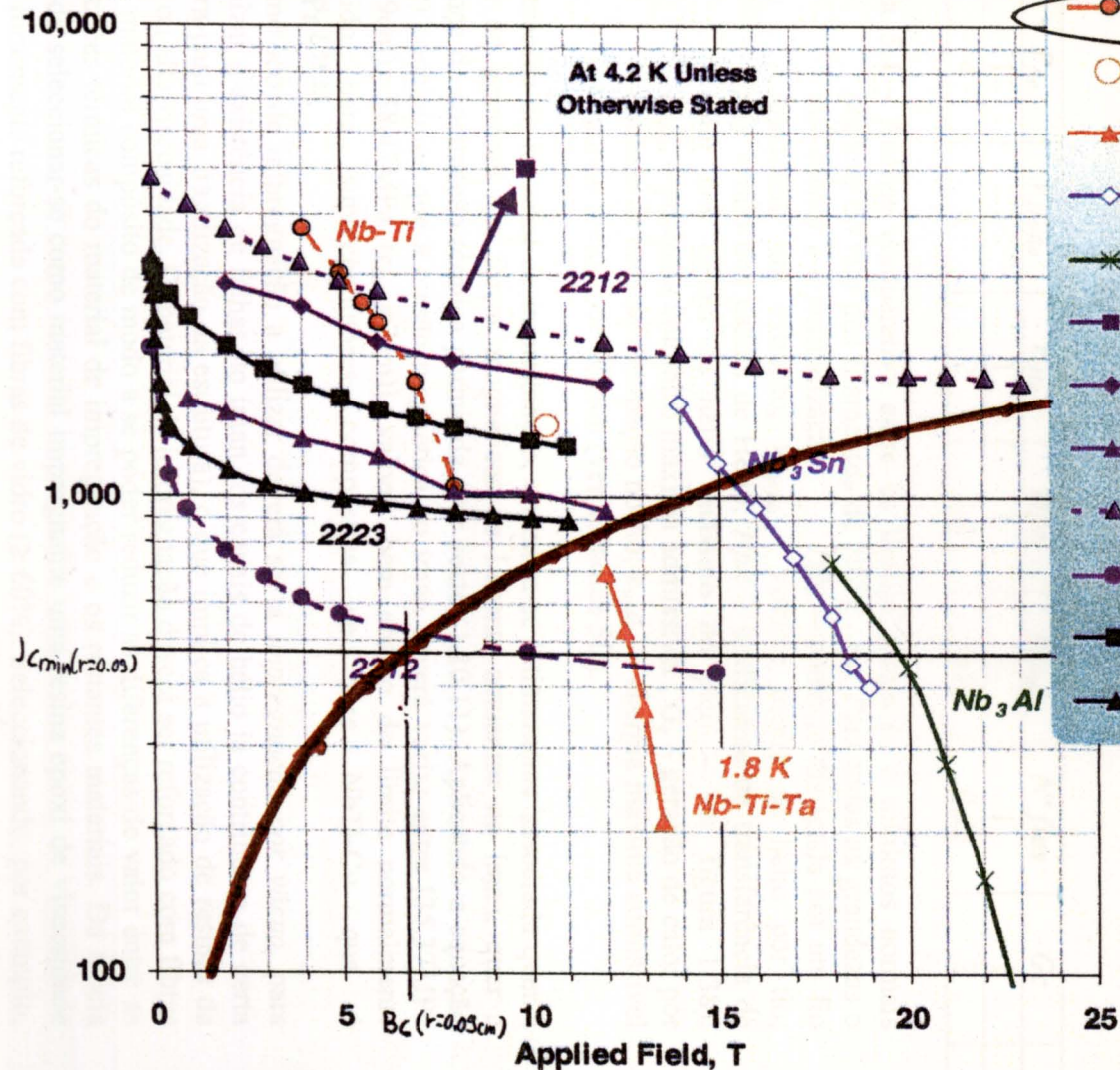
O valor obtido para J_c corresponde ao valor mínimo da densidade de corrente crítica quando o campo magnético presente é B_c , de modo a se poderem respeitar os vectores de optimização a) e b) – ver figura 5.2.

No apêndice 5E são apresentadas as curvas limite (J_c vs T) de diversos materiais supercondutores e a curva de energização - equação (5.4) -, juntamente com o ponto mínimo de operação definido anteriormente. Verifica-se destes gráficos que praticamente todos os materiais supercondutores aí representados conseguem suportar esta curva de energização até ao ponto mínimo de operação (embora em alguns dos supercondutores de altas temperaturas críticas seja quase no limite), pois este situa-se abaixo dessas curvas limite. Tendo em vista o vector de optimização c), ou seja a minimização de custos, verifica-se que a decisão inicial (sector 5.1) de eliminar de hipótese todos os materiais que não fossem os baseados em NbTi e Nb₃Sn, foi acertada. Como ambos estes materiais são possíveis de utilização no caso em estudo optaremos pelo NbTi, pois como já foi referido é o menos custoso [23], [29], [148]. Dentro dos materiais à base de NbTi, seleccionam-se os que já foram testados industrialmente, em conformação de fio e em longos comprimentos. Selecciona-se assim o material apresentado na figura 5.8 com a designação “NbTi: example of best industrial scale heat treated composites – 1990 (compilation)”.

Seleccionado o material dos filamentos supercondutores, interessa agora seleccionar qual a dimensão dos mesmos, do fio e do cabo, assim como a configuração deste último de modo a se poder em seguida optimizar J_u , J_c e B_c em função do valor de r_{cabo} .

Advancing Critical Currents in Superconductors

Critical Current
Density, A/mm²



- Nb-Ti: Example of Best Industrial Scale Heat Treated Composites -1990 (compilation)
- Nb-Ti(Fe): 1.9 K, Full-scale multifilamentary billet for FNAL/LHC (OS-STG) ASC'98
- ▲ Nb-44wt.%Ti-15wt.%Ta: at 1.8 K, monofil. optimized for high field only, unpubl. Lee, Naus and Larbaestier (UW-ASC) '96
- ◇ Nb₃Sn: Internal Sn High J_c design ORe0038, OI-STG, Zhang et al. ASC'98 Paper MAA-06
- × Nb₃Al: Nb stabilized 2-stage JR process (Hitachi,TML-NRIM,IMR-TU), Fukuda et al. ICMC/CEC '96
- Bi-2212: 3-layer tape (0.15-0.2 mm 4.0-4.8 mm) Biltape face at 4.2 K -Kitaguchi et al, ISS'98, 1 μV/cm
- ◆ Bi-2212: paste 4.2 K Hasegawa et al. (Showa) IWS'95, Biltape
- ▲ Bi-2212: stack 4.2 K Hasegawa et al. (Showa) IWS'95, Biltape
- ▲- Bi-2212: 19 filament tape Biltape face - Okada et al (Hitachi) '95
- Bi-2212: Round multifilament strand - 4.2 K (IGC) Motowidlo et al. ISTE/MRS '95
- Bi 2223: Rolled 85 Fil. Tape (AmSC) BII, UW'8/96
- ▲ Bi 2223: Rolled 85 Fil. Tape (AmSC) BI_L, UW'8/96

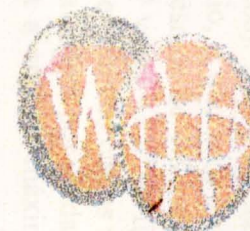


Figura 5.8 – Curvas críticas J_c vs B para vários materiais supercondutores com capacidade de serem fabricados com conformação em fio alongada [50], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo. Encontra-se assinalada a opção seleccionada.

Atendendo às dimensões práticas limite normais para filamentos de NbTi, na tabela 5.4 apresentam-se comparativamente os parâmetros mais importantes de filamentos de NbTi com um raio de 25 μm e de 50 μm (considera-se que todas as outras dimensões variam proporcionalmente). Nesta tabela observa-se que a potência dissipada pelo fio no caso de ocorrência de uma extinção e o volume de Hélio “de arrefecimento” disponível por fio quadruplicam ao passarmos do raio menor para o maior, pelo que o efeito total será nulo (uma vez que os dois efeitos são antagónicos). Por outro lado, verifica-se um aumento em duas vezes do raio dos canais de hélio, o que leva a um aumento do valor do coeficiente de transferência de calor nos mesmos de 1.8 vezes, diminuindo ainda a potência volúmica máxima admissível em 0.9 vezes. O nº de fios (= nº de voltas – ver início deste sector) diminui em 4 vezes, o que baixa os custos no processo de bobinagem e fabrico do íman. A geração de energia calorífica por unidade de área de dissipação no fio dobra de valor, diminuindo assim a energia máxima admissível calculada pelo método de Wilson para cerca de metade.

Assim a configuração de raio de filamento 25 μm deverá ser utilizada em casos em que se esperem distúrbios energéticos mais elevados ou se pretenda energizar o íman mais rapidamente em detrimento dos custos práticos e económicos da bobinagem, devendo a configuração de raio de filamento 50 μm ser utilizada no caso inverso.

r_{fil} (μm)	P_{fio}	$V_{He/fio}$	r_{cHe}	H_{pn}	E_{vmax}	N° fios	G_c	e_{wilson}
25	1	1	1	1	1	1	1	1
50	4	4	2	1.8	0.9	0.25	2	0.5

Tabela 5.4 - Análise comparativa entre os limites máximos e mínimos normais práticos do raio dos filamentos de NbTi - r_{fio} . Para todas as grandezas o raio menor é a normalização. P_{fio} – potência dissipada por um fio totalmente em extinção; $V_{He/fio}$ – volume médio de hélio por fio; r_{cHe} – raio dos canais de Hélio; H_{pn} – coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio (máximo do pico – ver figura 1.38); E_{vmax} – potência volúmica máxima admissível; G_c – geração de calor por unidade de área de dissipação no fio; e_{wilson} – energia máxima admissível segundo método de Wilson (ver apêndice 5D).

A escolha do material de impregnação, encontra-se intimamente associada quer à ordem de grandeza das forças magnéticas de Lorentz actuantes no íman, quer à diferença de contracção térmica permitida (ver sector 1.10.11). Aplicando a equação (1.109) concluímos que a tensão magnética no íman deverá variar entre [35.37MPa ($r_{cabo}=9\text{cm}$); 58.47MPa ($r_{cabo}=7\text{cm}$)], valores bem abaixo do limite normalmente assumido para supercondutores compósitos de base NbTi-Cu que é 250MPa [153].

O método de impregnação a utilizar deverá ser a *impregnação por vácuo*, para minimizar a existência de falhas no íman (os canais de hélio já contribuem de certa maneira para uma fragilização da estrutura), o que implica a utilização de resinas de média ou alta viscosidade. O material de impregnação deverá ser reforçado com fibras de um material compósito de modo a se poder reduzir as diferenças de valor entre as contracções térmicas do material de impregnação e os restantes materiais. Da tabela 1.9 pode seleccionar-se como material impregnante uma resina epoxi de viscosidade média fortemente reforçada com fibras de vidro ($\geq 60\%$). Seleccionando, por exemplo, a resina epoxi+60% fibras de vidro, podemos verificar que a tensão máxima

admissível se situa nos 16GPa que é um valor bem acima dos 58.47MPa resultantes da tensão da magnética, e podemos calcular que o valor absoluto da tensão devida à contracção térmica se situa nos 6MPa que é um valor bem abaixo dos 16GPa da tensão máxima admissível.

De notar que os canais de hélio não modificam grandemente a estabilidade mecânica do cabo, uma vez que a força magnética de Lorentz é compressiva e actua no sentido radial que atravessará o centro dos fios supercondutores e nunca a zona dos canais de hélio.

O material de isolamento deverá ser escolhido tendo em conta o pico de tensão observável – sector 1.10.12. Da equação (1.115) conclui-se que a tensão máxima limite será obtida quando $M=0$ e $I=I_c$. Deste modo o valor máximo que poderá apresentar o pico de tensão será dado por,

$$V_{Q_{\text{máx}}} = I_{\text{máx}} R_{Q_{\text{máx}}} = I_{\text{máx}} \rho \frac{L}{A} \quad (5.8)$$

Calculando este valor máximo para o caso do fio e do cabo†:

- $r_{\text{fil}}=25\mu\text{m}$
 $V_{Q_{\text{máxfio}}}=1.949\text{V} \quad \wedge \quad V_{Q_{\text{máxcabo}}}=118.91\text{V}$
- $r_{\text{fil}}=50\mu\text{m}$
 $V_{Q_{\text{máxfio}}}=1.949\text{V} \quad \wedge \quad V_{Q_{\text{máxcabo}}}=118.91\text{V}$

Considerando uma espessura de $15\mu\text{m}$ para o isolamento, verificamos que a “breakdown voltage” máxima – ver sector 1.10.12 - que deverá apresentar o isolamento será:

- $r_{\text{fil}}=25\mu\text{m}$ e $r_{\text{fil}}=50\mu\text{m}$
 $BV_{Q_{\text{máxfio}}}=1.300\text{E}5 \text{ Vm}^{-1} \quad \wedge \quad BV_{Q_{\text{máxcabo}}}=7.927\text{E}6 \text{ Vm}^{-1}$

A resina epoxi apresenta um valor de “breakdown voltage” superior a estes limites máximos, pelo que se poderia dispensar um isolamento eléctrico específico. No entanto, tendo em vista uma superior prevenção, ir-se-á utilizar uma camada de isolamento eléctrico de acetato de polivinilo, que é capaz de sustentar uma tensão de 20000V com uma espessura de apenas $15\mu\text{m}$. A técnica de aplicação do isolamento escolhida é a do envernizamento.

Na figura 5.9 é apresentado um pormenor do sistema de configuração triangular de fios do cabo supercondutor. Não se considerou uma conformação circular para os canais de hélio, mas sim a resultante da junção dos três fios. A conformação real será definida de acordo com a técnica de mais fácil adaptação na prática: se a criação de canais circulares como os apresentados nas figura 5.6 e 5.7, se a criação de canais resultantes da junção de fios supercondutores como apresentado na figura 5.9. Independentemente da opção considerada, a área destes canais será a mesma, pelo que em termos de cálculos dimensionais vamos considerar a hipótese da figura 5.9 por ser mais fácil de equacionar.

Na configuração da figura 5.9, para evitar que o contacto dos fios seja só uma linha, a resina epoxi apresenta uma camada extra até $1.4l_{re}/2$ na zona de contacto com o hélio, diminuindo progressivamente de espessura até $l_{re}/2$ na zona da distância mínima entre os fios.

† Valores calculados de acordo com as intensidades de corrente apresentadas mais à frente neste sector.

As considerações geométricas de que resultam os valores dimensionais das configurações apresentadas nas figuras 5.6, 5.7 e 5.9 encontram-se apresentadas no apêndice 5F. Na tabela 5.5 apresenta-se um resumo destes valores dimensionais.

As únicas variáveis cujo valor ainda não foi resultante dos cálculos geométricos são l_{re} , r_i e n_{fios} , que correspondem respectivamente à espessura mínima da resina epoxi entre fios supercondutores, à espessura do isolamento de cada fio supercondutor, e ao número de fios que compõe o cabo supercondutor (no caso de ser uma bobine corresponderá ao número de voltas desta). Para l_{re} escolhe-se $100\mu m$ para o caso de $r_{fil}=25\mu m$ e $200\mu m$ para o caso de $r_{fil}=50\mu m$, pois são valores típicos^[29]. Para o isolamento escolhem-se a espessuras de $15\mu m$ para o caso de $r_{fil}=25\mu m$ e $30\mu m$ para o caso de $r_{fil}=50\mu m$, como já foi referido. O n_{fios} é determinado com base no conhecimento do valor de J_c , que será determinado em seguida.

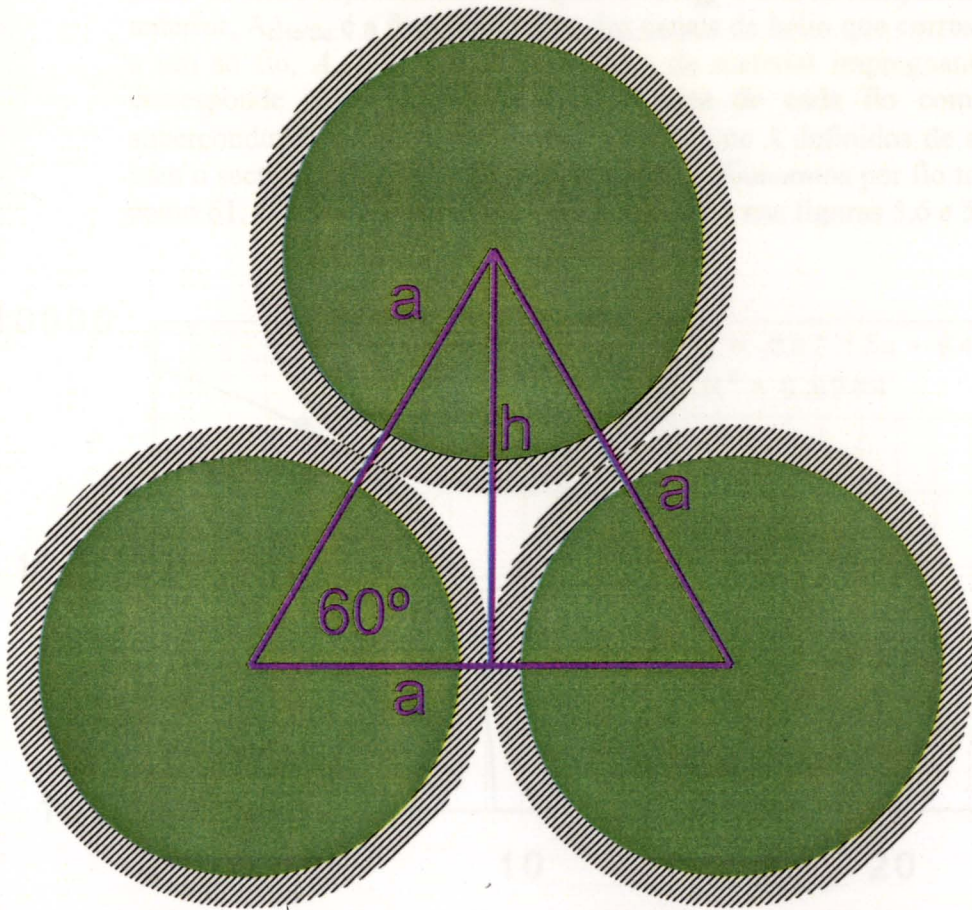


Figura 5.9 – Pormenor do sistema de configuração triangular dos fios no cabo.

Para determinarmos o valor de J_c teremos de nos guiar pela curva crítica J_c vs B do material supercondutor (figura 5.8) e pela curva de energização do íman (equação 5.4). Para tal ser feito de modo analítico e atendendo ao bom comportamento que as curvas críticas de NbTi normalmente apresentam, ajustou-se a curva crítica J_c vs B do material supercondutor seleccionado, obtendo-se os resultados apresentados nas figuras 5.10.

$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$r_m (\mu m)$	$r_f (\mu m)$	$a (\mu m)$	$h (\mu m)$	$A_{\blacktriangle} (\mu m^2)$
25	15	100	312.5	327.5	755	653.85	246828
50	30	200	625	655	1510	1307.70	987312
$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$A_{\blacktriangle} (\mu m^2)$	$A_{\triangle} (\mu m^2)$	$r_{cHe} (\mu m)$	$A_{cHe/fio} (\mu m^2)$	$A_{epoxi/fio} (\mu m^2)$
25	15	100	223848	22980	85.526	45960	110741
50	30	200	895393	91919	171.052	183838	442965
$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$A_{fio/fio} (\mu m^2)$	λ_1	λ_2	λ	
25	15	100	336955	0.355457	0.682571	0.242625	
50	30	200	1347822	0.355457	0.682571	0.242625	

Tabela 5.5 - Valores característicos e dimensionais para o íman supercondutor (parte I). Duas opções: $r_{fil}=25\mu m$ e $r_{fil}=50\mu m$. h é um parâmetro geométrico (figura 5.9), a é a distância entre o centro geométrico dos fios, A_{\blacktriangle} é a área total do triângulo assinalado na figura 5.9, A_{\triangle} é a área total do canal de hélio representado na figura 5.9, A_{\blacktriangle} é a área complementar à anterior, $A_{cHe/fio}$ é a fracção da área dos canais de hélio que corresponde a um só fio, $A_{epoxi/fio}$ a fracção da área de material impregnante que corresponde a um só fio e $A_{fio/fio}$ a área de cada fio composto supercondutor, sendo os factores de enchimento λ definidos de acordo com o sector 1.10.13, e o $n_{fil/fio}$ é o número de filamentos por fio tomado como 61. O resto das variáveis é definido como nas figuras 5.6 e 5.7.

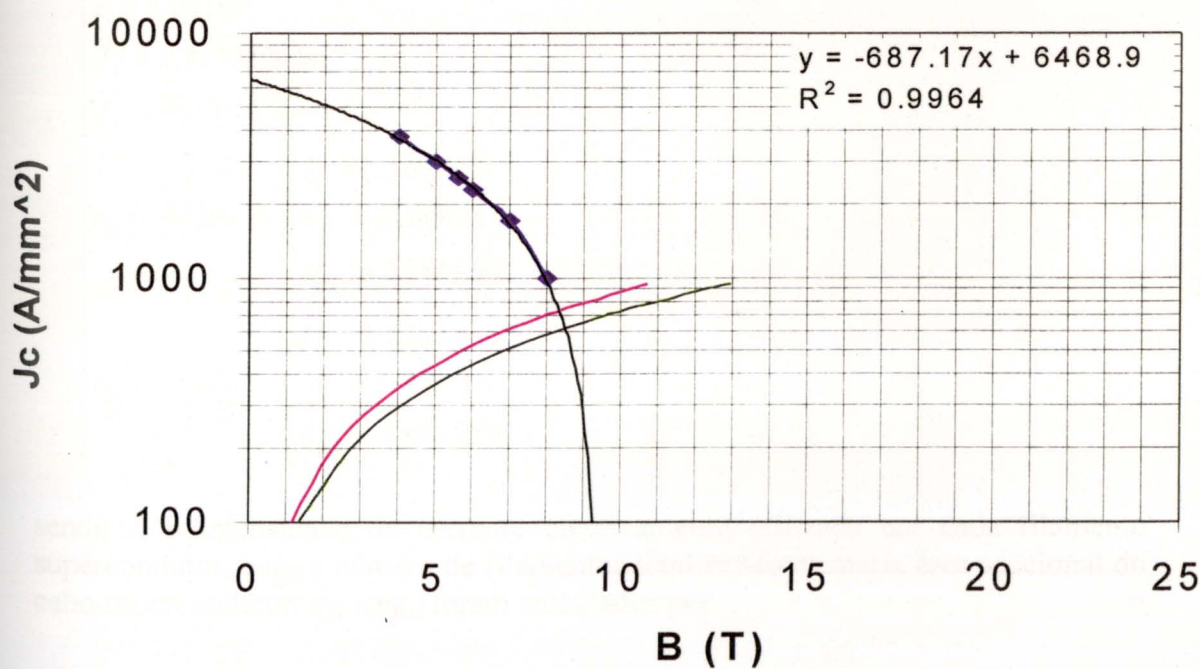


Figura 5.10 - Curva crítica J_c vs B (—♦—) a 4.2K para o material supercondutor seleccionado (NbTi industrial). É ainda apresentado o ajuste linear desta curva J_c vs B (—), assim como as linhas de energização do íman para r_{cabo} optimizado (—) e para $r_{cabo}=0.09m$ (—), sendo r_{cabo} o raio do cabo supercondutor.

Deste modo obtemos

$$J_c (\text{Amm}^{-2}) = aB(T) + b \quad \wedge \quad a = -687.17 \wedge b = 6468.9 \quad (5.9)$$

Por outro lado a curva de energização é dada por

$$B = \frac{\mu_0 I_{nec} (A)}{\pi 2 r_{cabo} (mm)} * 10^3 \quad (5.10)$$

e finalmente

$$J_u = \frac{I_{nec}}{\lambda \pi r_{cabo}^2} \Leftrightarrow r_{cabo} (mm) = \sqrt{\frac{I_{nec}}{\lambda \pi J_u}} = \sqrt{\frac{I_{nec}}{\lambda \pi x J_c (\text{Amm}^{-2})}} \quad (5.11)$$

Resolvendo o sistema definido pelas equações (5.9), (5.10) e (5.11), determina-se o valor óptimo para r_{cabo} . Sabendo que a intensidade de corrente que é necessária circular no íman supercondutor é $I_{nec} = 3 \text{ MA}$ e que $\lambda = 0.242625$, e ainda considerando $x = 0.75$ como uma margem de segurança eficaz, obtém-se

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{cabo} = 7.4609 \text{ cm} \\ B = 8.0419 \text{ T} \\ J_c = 9.4273 \text{ E}8 \text{ Am}^{-2} \\ J_u = 7.0705 \text{ E}8 \text{ Am}^{-2} \\ r_{fil} = 25 \mu\text{m} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_u = 1.3883 \text{ A} \\ n_{fil} = 2160922 \\ n_{fios} = 35424.95 \end{array} \right. \\ r_{fil} = 50 \mu\text{m} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_u = 5.5532 \text{ A} \\ n_{fil} = 540230.6 \\ n_{fios} = 8856.239 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

sendo I_u a intensidade de corrente efectivamente utilizada em cada filamento supercondutor, e n_{fil} o número de filamentos total existente numa área seccional do cabo supercondutor. n_{fil} e n_{fios} foram calculados por

$$n_{fil} = \frac{I_{nec}}{I_u} \quad (5.12)$$

$$n_{fios} = \frac{n_{fil}}{n_{fil/fio}} \quad (5.13)$$

O número de filamentos e o número de fios terão de ser obrigatoriamente números inteiros, e n_{fil} terá de ser também divisível por $n_{fil/fio}$ (neste caso 61).

Devemos ajustar então os resultados obtidos anteriormente para valores reais. Na tabela 5.6 apresentam-se os valores de algumas das principais características para os dois valores de raio de filamento considerados que não foram apresentados na tabela 5.5 e que complementam esta.

Relembra-se que em toda a análise quando se refere ao *número de fios* refere-se ao número de voltas que um solenóide apresentará, caso seja a configuração seleccionada.

J_{cee} e B_{cee} são os parâmetros críticos da curva de energização, sendo assim $(1-x_{ce}) * 100$ a margem de segurança percentual utilizada segundo a definição vulgar prática. Esta definição é, no entanto, errada do ponto de vista real, pois a margem de segurança que deverá ser considerada é a definida por $(1-x) * 100$, embora ambas estejam correctamente definidas [55].

Observando a ordem de grandeza das dimensões apresentadas nas tabelas 5.5 e 5.6, e comparando-as com valores práticos normais (e.g. [14], [23], [28], [63], [69], [75], [78-81], [89], [132], [150], [153-157]) verificamos que todos eles se enquadram dentro da gama normal. Apenas o valor do n_{fios} (nº de voltas) para o caso de $r_{fil}=25\mu m$ e o valor de voltas-Ampère (ou seja, o I_{nec}) são algo elevados para o costume, mas não elevados demais (como pode ser comprovado por exemplo em [79], [92], [150], [153], [158]).

$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	n_{fil}	n_{fios}	$r_{cabo} (cm)$	$B(r=r_{cabo}) (T)$
25	15	100	2160925	35425	7.4609	8.0419
50	30	200	540216	8856	7.4608	8.0420
$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$J_c (A/m^2)$	$I_u (A)$	$J_u (A/m^2)$	$x = n_B$
25	15	100	9.4274E8	1.3883	7.0705E8	0.75000
50	30	200	9.4266E8	5.5533	7.0707E8	0.75008
$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$J_{cee} (A/m^2)$	$B_{cee} (T)$	$x_{ce} = n_{BI}$	
25	15	100	7.33787E8	8.3460	0.96357	
50	30	200	7.33797E8	8.3461	0.96358	

Tabela 5.6 - Valores característicos e dimensionais para o íman supercondutor (parte II). Duas opções: $r_{fil}=25\mu m$ e $r_{fil}=50\mu m$. n_{fil} é o número de filamentos presentes na área transversal do cabo supercondutor, n_{fios} é o número de fios presentes na área transversal do cabo supercondutor, r_{cabo} é o raio do cabo supercondutor, $B(r=r_{cabo})$ é o valor do campo magnético à superfície do cabo supercondutor, J_c é a densidade de corrente crítica correspondente a este campo magnético, I_u é a intensidade de corrente efectivamente utilizada num filamento, J_u é a densidade de corrente crítica efectivamente utilizada, x é o factor de segurança, J_{cee} e B_{cee} são os parâmetros críticos da curva de energização, sendo assim x_{ce} a margem de segurança utilizada segundo a definição vulgar prática, e sendo o resto das variáveis definidas de acordo com o descrito nas figuras 5.6 e 5.7 e no sector 1.10.6.

Um parâmetro importante que falta calcular é o $G_c A/P$. O seu valor para fios constituídos por filamentos de tamanho $r_{fil}=25\mu m$ e $r_{fil}=50\mu m$ encontra-se

apresentado na tabela 5.7. Estes valores estão bem acima dos 3000 Wm^{-2} que constitui o limite da aplicação do método de Maddock na sua forma simplificada.

r_{fi} (μm)	$G_{cA/P}$ (W/m^2)
25	10270.4
50	20537.6

Tabela 5.7 - Valores de geração de calor por fio.

Na tabela 5.8 apresentam-se os valores do coeficiente de transferência de calor apresentados pelos canais de hélio das duas configurações possíveis seleccionadas, calculados pela correlação de Sydoriak, para dois tamanhos do íman.

r_{fi} (μm)	H_{pn} (W/m^2), $z=40\text{cm}$	H_{pn} (W/m^2), $z=80\text{cm}$
25	618.548	154.637
50	1172.623	293.156

Tabela 5.8 - Valores do coeficiente de transferência calor máximos nos canais de hélio segundo Sydoriak ^{[23], [152]} para alturas do íman de 40cm e 80cm ($n=1$).

Limites de estabilidade gerais

Interessa calcular os limites de estabilidade gerais tendo só em conta o valor apresentado pelo valor do coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio e a quantidade de hélio presente nos mesmos canais, ignorando-se, por ora, as dimensões dos fios compósitos supercondutores.

Supondo então que temos um determinado coeficiente de transferência de calor h_{cHe}^\dagger nos canais de hélio que apresentam a configuração adoptada na figura 5.9, e ainda que a superfície de transferência de calor é uma fracção z_{cHe} da área total superficial dos canais de hélio que e notando que cada fio é rodeado por seis canais de hélio, mas cada canal de hélio é partilhado por 3 fios, pode-se calcular a potência máxima de calor gerado que os canais de hélio conseguem suster (P) por

$$P(W) = 2h_{cHe} l_{cHe} 2r_{cHe} \pi z_{cHe} \frac{3}{n_{\text{fios em extinção}}} \quad (5.14)$$

onde l_{cHe} é a altura dos canais de hélio, r_{cHe} é o raio dos canais de hélio e $n_{\text{fios em extinção}}$ é o número de fios em extinção que pode variar entre 1 e 3.

Na tabela 5.9 apresentam-se os resultados obtidos no cálculo da potência definida pela equação 5.14 para o caso da ocorrência de uma extinção abrangendo 1,2 e 3 fios respectivamente, e para três fracções diferentes de z_{cHe} .

Destes resultados podem-se retirar duas consequências possíveis:

[†] Em toda a análise considera-se sempre que $h_{cHe} = H_{pn}$ calculado pela correlação de Sydoriak.

POTÊNCIA MÁXIMA ADMISSÍVEL (W)										
EXTINÇÃO NUM SÓ FIO										
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe} (Wm^{-2})$	$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
		$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
25	154	0.039723	0.099307	0.198614	0.059584	0.148961	0.297921	0.079446	0.198614	0.397228
50	293	0.075577	0.188941	0.377883	0.113365	0.283412	0.566824	0.151153	0.377883	0.755765
	1000	0.257940	0.644851	1.28970	0.386911	0.967276	1.93455	0.515881	1.28970	2.57940
	50000	12.8970	32.2425	64.4851	19.3455	48.3638	96.7276	25.7940	64.4851	128.970
EXTINÇÃO EM DOIS FIOS										
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe} (Wm^{-2})$	$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
		$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
25	154	0.019861	0.049654	0.099307	0.029792	0.074480	0.148961	0.039723	0.099307	0.198614
50	293	0.037788	0.094471	0.188941	0.056682	0.141706	0.283412	0.075577	0.188941	0.377883
	1000	0.128970	0.322425	0.644851	0.193455	0.483638	0.967276	0.257940	0.644851	1.28970
	50000	6.44851	16.1213	32.2425	9.67276	24.1819	48.3638	12.8970	32.2425	64.4850
EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS										
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe} (Wm^{-2})$	$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
		$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
25	154	0.013241	0.033102	0.066205	0.019861	0.049654	0.099307	0.026482	0.066205	0.132409
50	293	0.025192	0.062980	0.125961	0.037788	0.094471	0.188941	0.050384	0.125961	0.251922
	1000	0.085980	0.214950	0.429901	0.128970	0.322425	0.644851	0.171960	0.429901	0.859801
	50000	4.29901	10.7475	21.4950	6.44851	16.1213	32.2425	8.59801	21.4950	42.9901

Tabela 5.9 - Potência máxima admissível por transferência para os canais de Hélio. r_{fil} é o raio dos filamentos, h_{cHe} é o coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio, l_{cHe} é a altura dos canais de hélio, z_{cHe} é a fracção da superfície dos canais de hélio onde se efectua a transferência de calor.

A primeira consequência é a determinação dos valores máximos de potência dos distúrbios energéticos – P_{de} – que o íman assim configurado poderá sustentar sem entrar em extinção (Wm^{-3}), que se encontram apresentados na tabela 5.10 e foram calculados a partir de

$$P_{de} = \frac{P}{\pi Z r_f^2} \quad (5.15)$$

A segunda consequência é a determinação do tamanho máximo admissível para uma zona em extinção (mais propriamente a altura máxima, pois considera-se que a propagação no sentido seccional é imediata) l_e , a partir de

$$P = \frac{\rho l_e}{(1 - \lambda_1) r_f^2 \pi} \left(n_{fil/fio} \frac{I_u}{X} \right)^2 \Leftrightarrow l_e = \frac{6 h_{cHe} l_{cHe} 2 r_{cHe} \pi Z_{cHe} (1 - \lambda_1) r_f^2 \pi}{\rho \left(n_{fil/fio} \frac{I_u}{X} \right)^2 n_{fios \text{ em extinção}}} \quad (5.16)$$

e cujos resultados se encontram apresentados nas tabelas 5.11 e 5.12.

Podemos calcular a energia máxima de dissipação admissível E_v , que no seu máximo vaporizará todo o hélio contido nos canais,

$$E_v (J) = 2 \frac{3}{n_{fios \text{ em extinção}}} l_{cHe} r_{cHe}^2 \pi \lambda_{cHe} \quad (5.17)$$

onde λ_{cHe} é o calor latente de vaporização do hélio.

Na tabela 5.13 apresentam-se resultados da aplicação desta equação às opções consideradas.

Da equação (5.17) podem-se tirar duas consequências possíveis:

A primeira consequência é a determinação do valor máximo da energia de distúrbios energéticos que o íman poderá sustentar sem entrar em extinção (Jm^{-3}) E_{ed} que se encontram apresentados na tabela 5.14 e que foram calculados a partir de

$$E_{ed} = \frac{E_v}{Z_{cHe} r_f^2 \pi} \quad (5.18)$$

A segunda consequência é a determinação do tamanho máximo admissível (mais propriamente altura máxima, pois considera-se que a propagação no sentido seccional é imediata) l_e ou a duração máxima admissível t_e , para uma zona em extinção, sendo ρ a resistividade da matriz, por

$$E_v = \frac{\rho l_e t_e}{(1 - \lambda_1) r_f^2 \pi} \left(n_{fil/fio} \frac{I_u}{X} \right)^2 \Leftrightarrow l_e t_e = \frac{6 l_{cHe} r_{cHe}^2 \pi Z_{cHe} \lambda_{cHe} (1 - \lambda_1) r_f^2 \pi}{\rho \left(n_{fil/fio} \frac{I_u}{X} \right)^2 n_{fios \text{ em extinção}}} \quad (5.19)$$

e cujos resultados se encontram apresentados na tabela 5.15.

DISTÚRBIOS ENERGÉTICOS MÁXIMOS ADMISSÍVEIS (Wm^{-3})

r _f = 327.5 μm										
		EXTINÇÃO NUM SÓ FIO			EXTINÇÃO EM DOIS FIOS			EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS		
		I _{cHe} =Z			I _{cHe} =Z			I _{cHe} =Z		
r _{fil} (μm)	h _{cHe} (Wm ⁻²)	z _{cHe} =0.2	z _{cHe} =0.5	z _{cHe} =1.0	z _{cHe} =0.2	z _{cHe} =0.5	z _{cHe} =1.0	z _{cHe} =0.2	z _{cHe} =0.5	z _{cHe} =1.0
25	154	2.947E+05	7.368E+05	1.474E+06	1.474E+05	3.684E+05	7.368E+05	9.824E+04	2.456E+05	4.912E+05
	1000	1.914E+06	4.784E+06	9.569E+06	9.569E+05	2.392E+06	4.784E+06	6.379E+05	1.595E+06	3.190E+06
	50000	9.569E+07	2.392E+08	4.784E+08	4.784E+07	1.196E+08	2.392E+08	3.190E+07	7.974E+07	1.595E+08
r _f = 655 μm										
		EXTINÇÃO NUM SÓ FIO			EXTINÇÃO EM DOIS FIOS			EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS		
		I _{cHe} =Z			I _{cHe} =Z			I _{cHe} =Z		
r _{fil} (μm)	h _{cHe} (Wm ⁻²)	z _{cHe} =0.2	z _{cHe} =0.5	z _{cHe} =1.0	z _{cHe} =0.2	z _{cHe} =0.5	z _{cHe} =1.0	z _{cHe} =0.2	z _{cHe} =0.5	z _{cHe} =1.0
50	293	1.402E+05	3.505E+05	7.009E+05	7.009E+04	1.752E+05	3.505E+05	4.673E+04	1.168E+05	2.336E+05
	1000	4.784E+05	1.196E+06	2.392E+06	2.392E+05	5.980E+05	1.196E+06	1.595E+05	3.987E+05	7.974E+05
	50000	2.392E+07	5.980E+07	1.196E+08	1.196E+07	2.990E+07	5.980E+07	7.974E+06	1.993E+07	3.987E+07

Tabela 5.10 - Distúrbios energéticos máximos admissíveis (em potência). r_f é o raio de cada fio composto supercondutor e o resto das variáveis definidas como na tabela 5.9.

ALTURA MÁXIMA ADMISSÍVEL PARA A ZONA EM EXTINÇÃO (m)

		EXTINÇÃO NUM SÓ FIO								
		$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe}(Wm^{-2})$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
25	154	0.001880	0.004699	0.009398	0.002819	0.007048	0.014097	0.003759	0.009398	0.018796
	1000	0.012205	0.030512	0.061025	0.018307	0.045769	0.091537	0.02441	0.061025	0.12205
	50000	0.610249	1.52562	3.05125	0.915374	2.28844	4.57687	1.22050	3.05125	6.10249
		EXTINÇÃO EM DOIS FIOS								
		$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe}(Wm^{-2})$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
25	154	0.000940	0.002349	0.004699	0.00141	0.003524	0.007048	0.001880	0.004699	0.009398
	1000	0.006102	0.015256	0.030512	0.009154	0.022884	0.045769	0.012205	0.030512	0.061025
	50000	0.305125	0.762812	1.52562	0.457687	1.14422	2.28844	0.610249	1.52562	3.05125
		EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS								
		$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe}(Wm^{-2})$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
25	154	0.000627	0.001566	0.003133	0.00094	0.002349	0.004699	0.001253	0.003133	0.006265
	1000	0.004068	0.010171	0.020342	0.006102	0.015256	0.030512	0.008137	0.020342	0.040683
	50000	0.203416	0.508541	1.01708	0.305125	0.762812	1.52562	0.406833	1.01708	2.03417

Tabela 5.11 - Altura máxima admissível para a zona em extinção ($r_f = 327.5 \mu m$). Variáveis definidas como nas tabelas 5.9 e 5.10.

ALTURA MÁXIMA ADMISSÍVEL PARA A ZONA EM EXTINÇÃO (m)

		EXTINÇÃO NUM SÓ FIO								
		$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe}(Wm^{-2})$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
50	293	0,000894	0,002235	0,004470	0,001341	0,003352	0,006705	0,001788	0,004470	0,008940
	1000	0,003051	0,007628	0,015256	0,004577	0,011442	0,022884	0,006102	0,015256	0,030511
	50000	0,152557	0,381392	0,762784	0,228835	0,572088	1,14418	0,305114	0,762784	1,52557
		EXTINÇÃO EM DOIS FIOS								
		$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe}(Wm^{-2})$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
50	293	0,000447	0,001117	0,002235	0,000670	0,001676	0,003352	0,000894	0,002235	0,004470
	1000	0,001526	0,003814	0,007628	0,002288	0,005721	0,011442	0,003051	0,007628	0,015256
	50000	0,076278	0,190696	0,381392	0,114418	0,286044	0,572088	0,152557	0,381392	0,762784
		EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS								
		$l_{cHe}=0.4m$			$l_{cHe}=0.6m$			$l_{cHe}=0.8m$		
$r_{fil} (\mu m)$	$h_{cHe}(Wm^{-2})$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$	$z_{cHe}=0.2$	$z_{cHe}=0.5$	$z_{cHe}=1.0$
50	293	0,000298	0,000745	0,001490	0,000447	0,001117	0,002235	0,000596	0,001490	0,002980
	1000	0,001017	0,002543	0,005085	0,001526	0,003814	0,007628	0,002034	0,005085	0,010170
	50000	0,050852	0,127131	0,254261	0,076278	0,190696	0,381392	0,101705	0,254261	0,508523

Tabela 5.12 - Altura máxima admissível para a zona em extinção ($r_f = 655 \mu m$). Variáveis definidas como nas tabelas 5.9 e 5.10.

ENERGIA DISSIPADA MÁXIMA ADMISSÍVEL (J)									
	EXTINÇÃO NUM SÓ FIO			EXTINÇÃO EM DOIS FIOS			EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS		
$r_{cHe} (\mu m)$	$l_{cHe}=0.4m$	$l_{cHe}=0.6m$	$l_{cHe}=0.8m$	$l_{cHe}=0.4m$	$l_{cHe}=0.6m$	$l_{cHe}=0.8m$	$l_{cHe}=0.4m$	$l_{cHe}=0.6m$	$l_{cHe}=0.8m$
85.5	1.434E-01	2.151E-01	2.868E-01	7.170E-02	1.075E-01	1.434E-01	4.780E-02	7.170E-02	9.560E-02
171	5.736E-01	8.604E-01	1.147E+00	2.868E-01	4.302E-01	5.736E-01	1.912E-01	2.868E-01	3.824E-01

Tabela 5.13 - Energia de dissipação máxima admissível (vaporização dos canais de hélio). Variáveis definidas como nas tabelas 5.9 e 5.10 e na figura 5.7.

DISTÚRBIOS ENERGÉTICOS MÁXIMOS ADMISSÍVEIS (Jm^{-3})				
		EXTINÇÃO NUM SÓ FIO	EXTINÇÃO EM DOIS FIOS	EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS
$r_f (\mu m)$	$r_{cHe} (\mu m)$	$l_{cHe}=z_{cHe}$	$l_{cHe}=z_{cHe}$	$l_{cHe}=z_{cHe}$
327.5	85.5	1.064E+06	5.319E+05	3.546E+05
655	171	1.064E+06	5.319E+05	3.546E+05

Tabela 5.14 - Distúrbios energéticos máximos admissíveis (vaporização dos canais de hélio). Variáveis definidas como nas tabelas 5.9 e 5.10 e na figura 5.7.

PRODUTO ALTURAxDURAÇÃO MÁXIMA ADMISSÍVEL DE UMA ZONA EM EXTINÇÃO (m s)										
		EXTINÇÃO NUM SÓ FIO			EXTINÇÃO EM DOIS FIOS			EXTINÇÃO EM TRÊS FIOS		
$r_f (\mu m)$	$r_{cHe} (\mu m)$	$l_{cHe}=0.4m$	$l_{cHe}=0.6m$	$l_{cHe}=0.8m$	$l_{cHe}=0.4m$	$l_{cHe}=0.6m$	$l_{cHe}=0.8m$	$l_{cHe}=0.4m$	$l_{cHe}=0.6m$	$l_{cHe}=0.8m$
327.5	85.5	0.006785	0.010177	0.013570	0.003392	0.005089	0.006785	0.002262	0.003392	0.004523
655	171	0.006785	0.010177	0.013569	0.003392	0.005089	0.006785	0.002262	0.003392	0.004523

Tabela 5.15 – Altura x duração máxima admissível de uma zona em extinção (vaporização dos canais de hélio). Variáveis definidas como nas tabelas 5.9 e 5.10 e na figura 5.7.

Estabilização do cabo supercondutor seleccionado

Definida a configuração, estrutura e dimensões principais do cabo supercondutor, poderemos confirmar que os métodos de estabilização clássicos não são aplicáveis a esta estrutura e que teremos de adoptar outras soluções de estabilidade. Na tabela 5.16 apresentam-se os valores limite que r_{fil} e r_f deverão apresentar para obedecer aos critérios de estabilidade dos diversos métodos clássicos, calculados com base nas duas opções consideradas de design do cabo supercondutor. Enquanto que os valores seleccionados para o r_{fil} obedecem aos limites impostos pela estabilização adiabática, já os valores de r_f otimizados encontram-se bem acima dos valores limite estabelecidos pelas estabilizações adiabática[§], dinâmica e criogénica de Steckly, só apresentando valores abaixo destes limites no caso de estabilizações em que $h \geq 1000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, o que, como visto na tabela 5.8, raramente acontece.

Verifica-se então que o valor do coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio é um factor preponderante na estabilidade do nosso íman supercondutor e que teremos de optar por outras formas de estabilização.

Teremos 3 possibilidades:

- I) ou se aumentam as dimensões dos canais de hélio, redesenhando-se assim a configuração do íman supercondutor;
- II) ou se aumenta a ordem de grandeza do coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio
- III) ou se aplicam outros critérios de estabilidade

A possibilidade I) acarretaria um aumento de dimensões do íman que violaria o sentido imposto pelo vector de optimização b) – ver figura 5.2 –, pelo que se elimina desde já.

A possibilidade do aumento da ordem de grandeza do coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio (possibilidade II), estando fora de causa o aumento de dimensões dos mesmos canais, só se verificará se, por exemplo, usarmos uma circulação imposta de hélio nos mesmos. No sector 1.10.8 foram apresentadas as equações descritivas deste tipo de sistema de arrefecimento.

Na tabela 5.17 e no gráfico da figura 5.11 apresentam-se vários valores de h para diversas velocidades impostas à circulação de hélio líquido, calculados com base na equação (1.62). A velocidade de 240m/s representa a velocidade mínima necessária para o hélio líquido substituir todo o que é evaporado no caso de uma extinção generalizada (o que nunca acontece em termos práticos)**. Esta velocidade é impraticável em termos práticos pelo que uma extinção generalizada nunca será controlada.

[§] Não se deve esquecer que os limites calculados por estes métodos de estabilização correspondem praticamente não ao raio do fio mas sim ao raio do cabo.

** Calculado com base em

$$P_{\text{fio}} = \frac{\rho z}{(1-\lambda_1)r_f^2 \pi} \left(61 \frac{I_u}{x} \right)^2 \wedge \frac{P_{\text{fio}} (\text{Js}^{-1})}{\lambda_{\text{cHe}} (\text{Jm}^{-3})} = Q_v (\text{m}^3 \text{s}^{-1}) \wedge v (\text{ms}^{-1}) = \frac{Q_v (\text{m}^3 \text{s}^{-1})}{A_{\text{cHe}}} \quad (5.20)$$

sendo Q_v o caudal de hélio evaporado, v a velocidade de circulação imposta de hélio, P_{fio} a potência dissipada pelo fio e z a altura do fio.

		$r_{fil}=25\mu m$	$r_{fil}=50\mu m$			
ADIABÁ-TICA	$i=0.00$	$r_{fil}<69$	$r_{fil}<69$			
	$i=0.50$	$r_f<1674$	$r_f<1674$			
	$i=0.75$	$r_f<733$	$r_f<733$			
DINÂMICA	D1	$i=0.00$	$r_f<385$	$r_f<390$	$h=h^*$	
			$r_f<421$	$r_f<421$	$h=1000$	
			$r_f<4060$	$r_f<4060$	$h=50000$	
		$i=0.50$	$r_f<294$	$r_f<302$	$h=h^*$	
			$r_f<342$	$r_f<342$	$h=1000$	
			$r_f<5190$	$r_f<5190$	$h=50000$	
		$i=0.75$	$r_f<238$	$r_f<245$	$h=h^*$	
			$r_f<281$	$r_f<281$	$h=1000$	
			$r_f<4600$	$r_f<4600$	$h=50000$	
	D2	$i=0.10$	$r_f<23100$	$r_f<23100$	$h=h^*$	
			$r_f<23300$	$r_f<23300$	$h=1000$	
			$r_f<42000$	$r_f<42000$	$h=50000$	
		$i=0.50$	$r_f<1700$	$r_f<1720$	$h=h^*$	
			$r_f<1840$	$r_f<1840$	$h=1000$	
			$r_f<15700$	$r_f<15700$	$h=50000$	
		$i=0.75$	$r_f<750$	$r_f<766$	$h=h^*$	
			$r_f<852$	$r_f<852$	$h=1000$	
			$r_f<11100$	$r_f<11100$	$h=50000$	
	D3	$i=n/c$	$r_f<113$	$r_f<113$		
	CRIOGÊNICA	C1	$h = h^*$	$y\%=50$	$r_f<10.2$	$r_f<19.4$
				$y\%=100$	$r_f<20.4$	$r_f<38.8$
$h = 1000$			$y\%=50$	$r_f<66.2$	$r_f<66.2$	
			$y\%=100$	$r_f<132$	$r_f<132$	
$h = 10000$			$y\%=50$	$r_f<662$	$r_f<662$	
			$y\%=100$	$r_f<1320$	$r_f<1320$	
C2		$y\%=50 e 100$	não aplicável	não aplicável		

Tabela 5.16 - Limites máximos para o raio do filamento (r_{fil}) ou do fio (r_f) – em μm – calculados pelos vários métodos de estabilização para as duas opções finais optimizadas. A correspondência simbólica é a mesma que a da tabela 5.2 e ainda com h^* a simbolizar $154Wm^{-2}K^{-1}$ ($r_{fil}=25\mu m$) e $293Wm^{-2}K^{-1}$ ($r_{fil}=50\mu m$) respectivamente.

No entanto, uma velocidade de fluido da ordem dos 2m/s já é suficiente para originar um *coeficiente de transferência de calor* da ordem dos $1000\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$, subindo para cerca de $10000\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ a velocidades de 3.0m/s e para $50000\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ a 20m/s.

Deste modo, desde que a zona em extinção apresente um tamanho exagerado, pode-se concluir que o íman supercondutor, com a configuração seleccionada, desde que utilizado com um caudal imposto de hélio de velocidade superior a 0.2m/s se encontra estabilizado dinamicamente, não podendo porém sofrer distúrbios energéticos ou apresentar zonas em extinção superiores aos valores indicados nas tabelas 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15.

Em relação à possibilidade III) podemos considerar que os distúrbios energéticos são esporádicos e abaixo de um determinado nível energético, sendo então válidos os critérios de estabilidade desenvolvidos por Wilson e Iwasa. Atendendo à figura 1.39 pode-se mesmo considerar que, com o nível de G_c inerente à configuração do íman supercondutor desenhado, os processos de estabilização adequados são precisamente estes.

a) Método de Wilson

Para a aplicação deste método calcula-se em primeiro lugar para cada uma das configurações escolhidas T_c (pela regressão $B=69.31(0.6894)^{T_c}$ obtida para o perfil do campo magnético crítico do filamento de NbTi escolhido) e T_{cs} (pela equação apresentada em [75]), que apresentarão então os valores de 5.79K e 4.60K, respectivamente, independentemente do raio considerado para os filamentos.

Aplicando-se em seguida o critério de estabilização de Wilson, obtemos os resultados apresentados na figura 5.12 e na tabela 5.18. Destes podemos concluir que o íman com as configurações optimizadas, estará estabilizado desde que o nível de distúrbios energéticos não ultrapasse os 3.2KJm^{-3} (45J no total) para o caso de $r_f=327.5\mu\text{m}$ e os 2.7KJm^{-3} (37J no total) para o caso de $r_f=655\mu\text{m}$.

b) Método de Iwasa (CCM) + Keilin

Aplicando às duas configurações seleccionadas o critério de estabilizações de Iwasa e ainda o comentário de Keilin, obtemos os resultados apresentados na tabela 5.19. Estes valores são muito mais latos que os apresentados pelo método de Wilson. Se cumprirmos a margem de segurança de 0.874 (0.982 segundo a razão de Keilin) o íman estará estabilizado para sustentar distúrbios energéticos que não ultrapassem os 1.27MJm^{-3} (0.177MJ no total) para o caso em que $r_f=327.5\mu\text{m}$ e os 6.36MJm^{-3} (0.089MJ no total) para o caso em que $r_f=655\mu\text{m}$. A margem de segurança que foi considerada na optimização é bastante inferior à limite: 0.75 (0.964 na razão de Keilin).

Tempo de energização/desenergização do cabo supercondutor

Para finalizar este subcapítulo basta apenas analisar o efeito provocado pela energização e desenergização do íman com a configuração optimizada, assim como o tempo necessário para esta operação.

Na tabela 5.20 apresentam-se os valores obtidos para a quantidade de calor gerada devida à energização ou desenergização do íman supercondutor até B_m -

COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NOS CANAIS DE HÉLIO DEVIDOS À UTILIZAÇÃO DE "FORCED FLOW HELIUM"											
r _{cHe} = 85.5 μm											
v (m/s)	0.1	0.2	0.4	0.7	1.0	3.0	5.0	10	20	30	240
h (Wm ⁻² K ⁻¹)	749.721	1305.34	2272.73	3556.14	4730.42	11391.9	17142.6	29846.9	51966.5	71878.1	379375
r _{cHe} = 171 μm											
v (m/s)	0.1	0.2	0.4	0.7	1.0	3.0	5.0	10	20	30	240
h (Wm ⁻² K ⁻¹)	652.670	1136.37	1978.53	3095.80	4118.07	9917.24	14923.5	25983.3	45239.5	62573.6	330265

Tabela 5.17 - Coeficientes de transferência de calor nos canais de Hélio h devidos à imposição de um caudal de Hélio de velocidade v .

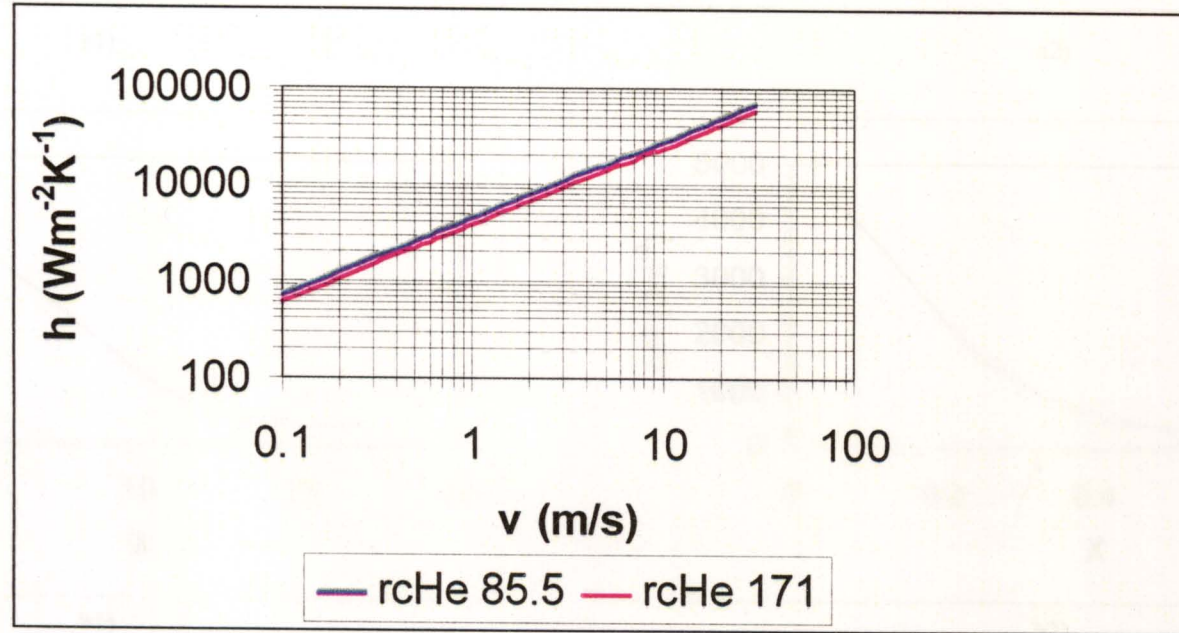
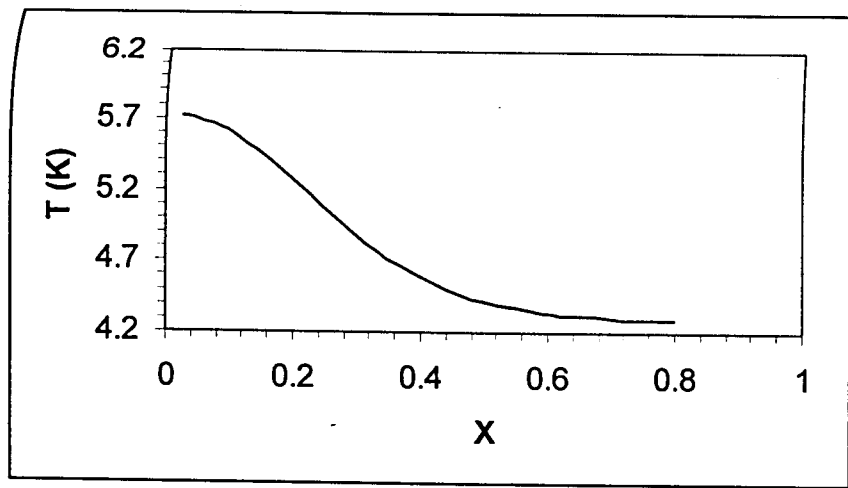
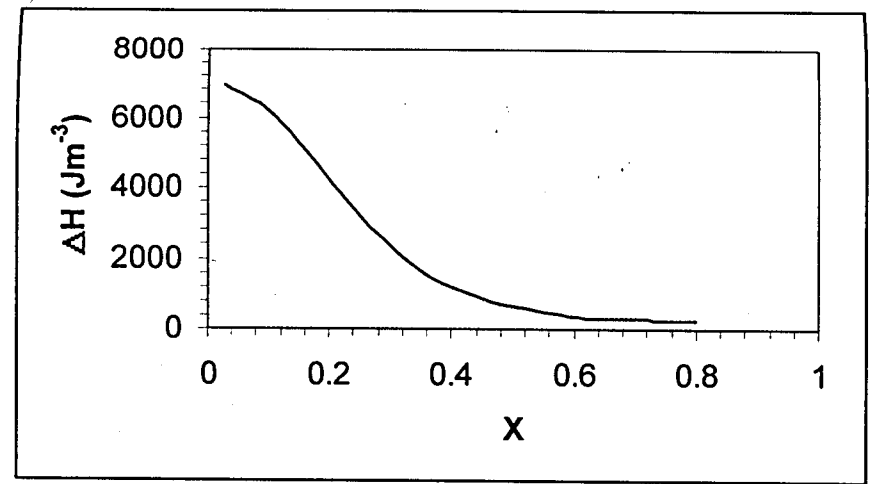


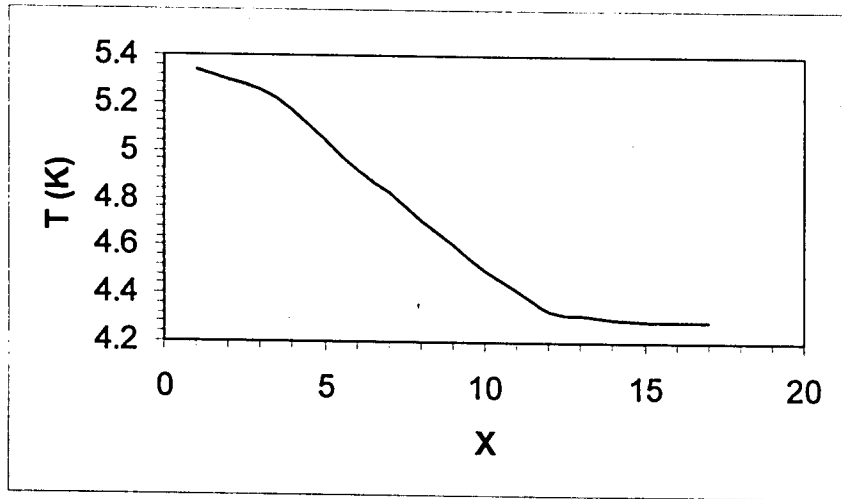
Figura 5.11 - Variação do coeficiente de transferência de calor nos canais de Hélio h com a velocidade v imposta ao caudal de Hélio circulante. A curva $r_{cHe} 85.5$ corresponde à configuração em que os canais de hélio são de 85.5 μm, correspondendo $r_{cHe} 171$ à configuração em que os canais de hélio são de 171 μm.



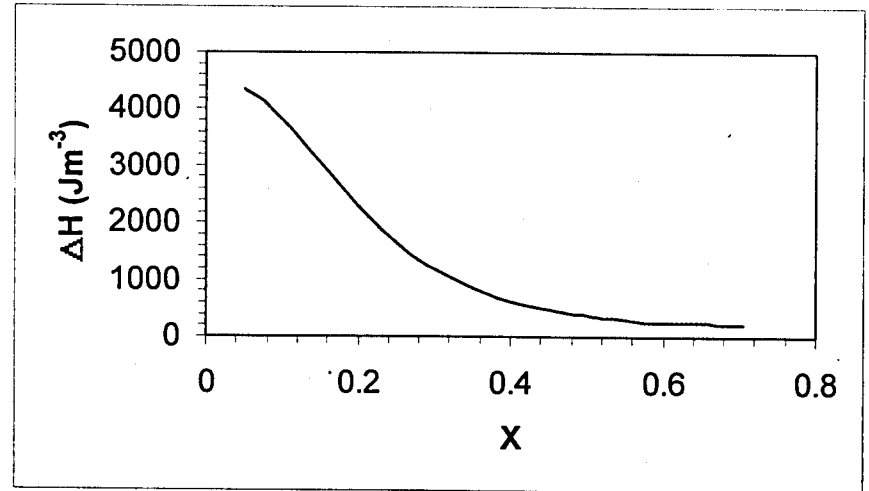
a1)



a2)



b1)



b2)

Figura 5.12 – Gráficos resultantes da aplicação do método de Wilson a: a1) $r_{fil}=25\mu m$ (perfil de temperaturas numa zona em extinção em equilíbrio com o sistema de arrefecimento); a2) $r_{fil}=25\mu m$ (perfil da variação de entalpia numa zona em extinção em equilíbrio com o sistema de arrefecimento); b1) $r_{fil}=50\mu m$ (perfil como em a1)); b2) $r_{fil}=50\mu m$ (perfil como em a2)), x é o comprimento normalizado da zona em extinção.

r_f (μm)	$T_{\text{máx}}$ (K)	e_x (Jm^{-3})	X_0 (m) ^(a)	$E_{q\text{fio}}$ (μJ) ^(a)	$E_{v\text{fio}}$ (Jm^{-3})	$E_{q\text{cabo}}$ (J)	$E_{v\text{cabo}}$ (Jm^{-3})
327.5	5.7226	1857.56	0.02622	20.8997	1.49385E-3	0.740372	52.9209
655	5.3290	1088.91	0.03709	69.3050	4.95371E-3	37.4397	43.8724

(a) Cálculos baseados em [23]

Tabela 5.18 - Parâmetros e resultados da aplicação da estabilização de Wilson. r_f é o raio dos fios supercondutores, $T_{\text{máx}}$ é valor máximo da temperatura atingido no centro da zona em extinção, e_x é a energia máxima admissível volúmica normalizada, X_0 é o comprimento característico unitário, $E_{q\text{fio}}$ é a energia máxima admissível por fio, $E_{v\text{fio}}$ é a energia máxima volúmica admissível por fio, $E_{q\text{cabo}}$ é a energia máxima admissível por cabo, $E_{v\text{cabo}}$ é a energia máxima volúmica admissível por cabo.

r_f (cm)	B_0 (T)	B_c (T)	$T_c - 4.2\text{K}$	θ_N (K)	e_c (Jcm^{-2})	$n_B = I_{op}/I_c$	n_{BI}	$E_{c\text{qfio}}$ (Jm^{-3})	$E_{c\text{vfio}}$ (J)	$E_{c\text{qcabo}}$ (J)	$E_{c\text{vcabo}}$ (Jm^{-3})
0.03275	8.0419	9.4138	1.59	0.2	0.01	0.874	0.982	3.0534E5	8.2310E-2	2.9158E3	2.0842E5
0.0655	8.0420	9.4138	1.59	0.2	0.01	0.874	0.982	1.5267E5	1.6462E-1	1.4579E3	1.0421E5

Tabela 5.19 - Parâmetros e resultados da aplicação do método de Iwasa (CCM) e do comentário de Keilin. $E_{c\text{qfio}}$ é a energia máxima admissível por fio, $E_{c\text{vfio}}$ é a energia máxima volúmica admissível por fio, $E_{c\text{qcabo}}$ é a energia máxima admissível por cabo, $E_{c\text{vcabo}}$ é a energia máxima volúmica admissível por cabo. A definição das outras variáveis é de acordo com o apresentado na tabela 5.18 e no sector 1.10.6.

r_f (μm)	r_{cabo} (m)	J_{ccc} (Am^{-2})	B_m (T)	B_p (T)	β	λ	Q ($\text{Jciclo}^{-1}\text{m}^{-3}$)			
							a1	a2	b1	b2
327.5	0.074609	7.3379E+08	8.0419	8.345967	0.963567	0.242625	6.6119E+07	2.5025E+07	5.1464E+07	1.2152E+07
655.0	0.074608	7.3380E+08	8.0420	8.345969	0.963579	0.242625	6.6122E+07	2.5026E+07	5.1466E+07	1.2152E+07

r_f (μm)	r_{cabo} (m)	J_{ccc} (Am^{-2})	B_m (T)	B_p (T)	β	λ	Q ($\text{Jciclo}^{-1}\text{m}^{-3}$)			
							c11	c12	c13	c2
327.5	0.074609	7.3379E+08	8.0419	8.345967	0.963567	0.242625	7.2285E+07	1.1842E+07	2.2811E+05	1.8210E+08
655.0	0.074608	7.3380E+08	8.0420	8.345969	0.963579	0.242625	7.2288E+07	1.1843E+07	2.2816E+05	1.8210E+08

Tabela 5.20 - Quantidade de calor gerada aquando da energização do íman supercondutor de $0T$ a B_m (perdas A.C.) calculada pelos 8 modelos. r_f é o raio dos fios supercondutores, r_{cabo} é o raio do cabo supercondutor, sendo o resto das variáveis definidas como nos sectores 1.10.10 e 5.2.6.

campo magnético máximo na superfície do supercondutor -, valores estes que foram calculados tendo em conta os 8 modelos discutidos previamente no sector 1.10.10. Verifica-se que exceptuando para o *modelo C13* ($2.28E5 \text{ Jciclo}^{-1}\text{m}^{-3}$) todos os outros apresentam valores de geração de calor entre 10^7 - 10^8 . De referir que se considerou como 1 ciclo o tempo correspondente ao total da energização (desenergização) de 0T a B_m (B_m a 0T).

O tempo necessário para a energização (desenergização) do íman de modo a evitar a destabilização deste durante esta operação dependerá do esquema de estabilização adoptado:

a) utilização de corrente forçada de hélio

A limitação do calor possível de ser gerado sem ocorrência de extinção não controlada, é originada quer pela razão entre a quantidade de hélio líquido evaporado nos canais em relação à que é alimentada, quer pela capacidade de transferência de calor dos mesmos canais de hélio. Se consultarmos as tabelas 5.9, 5.10, 5.13 e 5.14 verificamos que as quantidades presentes na tabela 5.20 são superiores. O ciclo de energização/desenergização deverá então apresentar na maioria dos casos a duração de algumas centenas ou mesmo milhares de segundos, ou em alternativa deveremos aplicar um velocidade de circulação do hélio líquido elevada.

Podemos fazer uma estimativa do tempo mínimo necessário para cada ciclo de energização, supondo que qualquer valor para a velocidade de circulação do hélio líquido é aceitável (o que na prática nem sempre acontece), definindo,

$$v_{\min} = 0.8 \frac{Q_{\text{cabo}}}{E_{\text{cabo}}} \quad (5.21)$$

e

$$Q_{\text{cabo}} = 0.8 \frac{Q}{t} \pi r_{\text{cabo}}^2 \quad (5.22)$$

onde 0.8 é o valor escolhido para a altura do cabo supercondutor, v_{\min} é a velocidade mínima que é necessária impor ao hélio líquido em circulação, E_{cabo} é a energia máxima que o hélio líquido pode receber (dissipando na totalidade), Q é o calor dissipado pela energização/desenergização do íman (valores apresentados na tabela 5.20) e Q_{cabo} (em W) é a quantidade de calor dissipada por um ciclo de energização/desenergização de duração t pelo cabo supercondutor de raio r_{cabo} . Teremos em seguida de impor a condição

$$P_{\text{cabo}} > Q_{\text{cabo}} \quad (5.23)$$

sendo P_{cabo} a potência máxima de calor gerado que os canais de hélio conseguem suportar (definida pela equação 5.14). Das tabelas 5.5, 5.6 e das equações (5.14), (5.17), (1.62),

$$P_{\text{cabo}} = 3509.46 r_{\text{cHe}}^{-0.8} (n_{\text{fios}})^{0.2} Q^{0.8} T^{0.8} r_{\text{cabo}}^{1.6} \lambda_{\text{cHe}}^{-0.8} \quad (5.24)$$

sendo λ_{cHe} o calor latente de vaporização do hélio, r_{cHe} o raio dos canais de hélio e n_{fios} o número de fios supercondutores utilizados (número de volta), pelo que

$$P_{cabo} > Q_{cabo} \Leftrightarrow T > \left(7.16142E - 4 Q^{0.2} r_{cabo}^{0.4} r_{cHe}^{0.8} (n_{fios})^{-0.2} \lambda_{cHe}^{0.8} \right)^{\frac{1}{1.8}} \quad (5.25)$$

Na tabela 5.21 são apresentados os tempos mínimos necessários de energização/desenergização do íman, calculados pela inequação (5.25), para os diversos métodos de cálculo de perdas AC, para as duas configurações consideradas. De igual modo na tabela 5.22 são apresentados os valores das velocidades de circulação de corrente de hélio necessários correspondentes a estes tempos mínimos. Os tempos mínimos são extremamente baixos, originando que as velocidades correspondentes sejam extremamente elevadas. Ir-se-ão por isso considerar vários tempos, verificando-se em seguida qual o valor da velocidade correspondente de modo a se poder escolher o tempo mais viável.

Na tabela 5.23 apresentam-se os resultados destes cálculos, comparando-se ainda a dissipação suportada pelo hélio ($P_{cabo}(W)$) com a produzida para cada caso. Como se pode verificar, o íman estará sempre estabilizado, sendo que quanto maior for a duração do ciclo de energização/desenergização mais baixas serão as velocidades necessárias, e os valores dos calores gerados e conduzidos. Não poderão no entanto suportar-se tempos de energização/desenergização muito elevados, pelo que deverá ser efectuada uma optimização. Para este modelo seleccionou-se 300-600s como o intervalo ideal (5-10 minutos).

b) utilização de corrente forçada de hélio em íman estabilizado de acordo com o método de Iwasa+Keilin

Os cálculos a efectuar para este caso são iguais aos da alínea anterior, com a diferença de que em vez de utilizarmos a energia limite resultante da evaporação do Hélio nos canais deveremos utilizar a energia limite resultante do limite de Iwasa (ver tabela 5.19), uma vez que estes valores são mais baixos que os primeiros, tendo sempre em conta que nunca deveremos trabalhar com uma razão de intensidades acima do definido na tabela 5.19.

Os resultados obtidos estão descritos na tabela 5.24 e tal como no ponto anterior verifica-se um abaixamento das velocidades necessárias e dos valores apresentados pelos calores gerados e conduzidos, à medida que se aumenta o tempo de energização/desenergização. Após uma optimização apresentam-se os tempos de energização/desenergização entre 300-600s (5-10 minutos) como os mais aconselháveis.

c) energização/desenergização limitada pela estabilização de Iwasa+Keilin, sem recurso a corrente imposta de hélio líquido

Neste caso teremos de ter em conta os valores baixos apresentados pelo coeficiente de transferência de calor nos canais de hélio, o que limitará de maneira elevada a potência máxima que é possível transferir no cabo. De facto, o calor total gerado pelo cabo durante o ciclo de energização/desenergização do íman definirá o tempo mínimo que deverá ter cada ciclo se a subida de corrente fornecida for linear e contínua. Uma vez que o íman se encontra estabilizado sob o modelo de Iwasa, os distúrbios energéticos deverão ser limitados em tempo e intensidade. Tal implica que a alimentação de corrente deverá ter a forma de uma rampa com

degraus, ou seja, inicia-se a alimentação de corrente até à energia gerada atingir o valor calculado pela estabilização de Iwasa, devendo nessa altura parar-se o aumento, deixar o sistema estabilizar e o hélio no estado gasoso que se encontra presente nos canais dar lugar ao hélio líquido, e só depois retomar o aumento da intensidade de corrente até nova paragem no limite energético, e assim sucessivamente. Na tabela 5.25 são apresentados os valores relativos a cada uma das variáveis referidas (considerou-se 2s como um tempo suficiente para cada paragem) e ainda a estimativa do tempo mínimo total necessário para a operação de energização/desenergização deste modelo.

5.2.7 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste subcapítulo procurou-se encontrar o design óptimo para o íman supercondutor gerador do campo magnético actuante no separador-classificador magnético.

Esta procura teve como linhas mestras três limitações diferentes, por vezes apontando em sentido opostos:

- 1) a criação de um campo magnético de valor 2T a uma distância de 30cm do centro geométrico do separador-classificador (ou seja, uma intensidade de corrente total no íman linear de pelo menos 3×10^6 A);
- 2) a criação do maior volume de separação-classificação possível, limitando para isso as dimensões do íman: $r_{\text{cabo}} < 9\text{cm}$;
- 3) redução das despesas para o nível mais baixo possível em termos económicos, o que implica a utilização de materiais supercondutores de baixos custos, e uma configuração final que permita baixos custos de operação.

O ponto fulcral no design de qualquer íman supercondutor é a estabilização contra o fenómeno de saltos de fluxo, e de um modo geral contra o fenómeno de extinção.

Iniciou-se então a procura do design óptimo por uma análise da aplicação dos métodos de estabilização clássicos e mais modernos, ao leque de materiais, composições e parâmetros do sistema dentro dos quais se deverá enquadrar o nosso caso (NbTi e Nb₃Sn; 8T-12T; $\lambda=0.09-0.35$; $x=0-0.75$; $h=1E3 - 5E4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$; piscina ou canais de hélio; $G_c=0-100 \text{ kWm}^{-2}$, para definição das variáveis consultar sector 5.2.6). De realçar que no caso do modelo de estabilização de Wilson *elaborou-se, desenvolveu-se e utilizou-se um método inédito* e alternativo ao proposto de maneira clássica, que evitou a utilização de método numéricos.

Passou-se em seguida a uma análise mais determinante e após uma inspecção comparativa dos vários resultados obtidos pelos processos de estabilização clássicos, chegou-se à conclusão que, tendo em vista os três vectores de optimização definidos, não seria possível obter uma configuração estável apenas baseando-nos nestes métodos de estabilização clássicos.

Antes, no entanto, de se tentar aplicar outros métodos alternativos de estabilização teve de se concretizar o design do íman optimizado até esse ponto, quer em termos numéricos, quer em termos geométricos (conforme indicado pela análise prévia). Tal foi efectuado através de uma análise profunda e detalhada de cada dimensão, tendo-se sempre em consideração os 3 vectores de optimização definidos.

r_f (μm)	T_{\min} (s)							
	a1	a2	b1	b2	c11	c12	c13	c2
327.5	0.2563	0.2301	0.2493	0.2124	0.2589	0.2118	0.1365	0.2869
655.0	0.4069	0.3653	0.3957	0.3371	0.4110	0.3361	0.2167	0.4554

Tabela 5.21 - Tempo mínimo de energização(desenergização) necessário T_{\min} para garantir a estabilidade do método de circulação de correntes forçadas de Hélio. a1, a2, b1, b2, c11, c12, c13 e c14 são os métodos de aproximação considerados relativos às perdas energéticas observáveis – sector 1.10.10. r_f é o raio dos fios supercondutores.

r_f (μm)	v_{\max} (ms^{-1})							
	a1	a2	b1	b2	c11	c12	c13	c2
327.5	682.380	287.712	546.129	151.387	738.662	147.950	4.420	1679.28
655.0	429.890	181.254	344.052	95.368	465.346	93.210	2.785	1057.88

Tabela 5.22 - Velocidade máxima necessário v_{\max} para garantir a estabilidade do método de circulação de correntes forçadas de Hélio. Consultar legenda da tabela 5.21 para definição dos outros parâmetros.

A1													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	0.095538	3384.43	218.652	21.8652	3.6442	2.1865	0.7288	0.3644				
655.0	171	0.382151	3384.33	218.668	21.8668	3.6445	2.1867	0.7289	0.3644				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	1.072E7	9.250E5	1.699E6	9.250E4	4.053E5	1.542E4	2.693E5	9.250E3	1.118E5	3.083E3	6.423E4	1.542E3	
655.0	1.867E7	9.250E5	2.959E6	9.250E4	7.057E5	1.542E4	4.690E5	9.250E3	1.947E5	3.083E3	1.118E5	1.542E3	

A2													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	82.7563	8.27563	1.3792717	0.827563	0.27585	0.13793				
655	171	0.38215	3384.33	82.7619	8.27619	1.3793658	0.827619	0.27587	0.13794				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	4.929E6	3.501E5	7.811E5	3.501E4	1.863E5	5.835E3	1.238E5	3.501E3	5.141E4	1.167E3	2.953E4	5.835E2	
655.0	8.582E6	3.501E5	1.360E6	3.501E4	3.244E5	5.835E3	2.156E5	3.501E3	8.951E4	1.167E3	5.141E4	5.835E2	

B1													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	170.189	17.0189	2.8364771	1.701886	0.5673	0.28365				
655	171	0.38215	3384.33	170.2	17.02	2.8366674	1.702	0.56733	0.28367				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	8.774E6	7.200E5	1.391E6	7.200E4	3.317E5	1.200E4	2.204E5	7.200E3	9.152E4	2.400E3	5.257E4	1.200E3	
655.0	1.528E7	7.200E5	2.421E6	7.200E4	5.775E5	1.200E4	3.838E5	7.200E3	1.594E5	2.400E3	9.153E4	1.200E3	

Tabela 5.23 - Velocidade do da corrente imposta de hélio líquido v_{min} , potência máxima sustida pelo íman P_{cabo} , e calor máximo gerado pela energização (desenergização) do íman Q_{cabo} , para cada um dos 8 modelos de perdas estudados – sector 1.10.10, tendo em conta o tempo de duração do ciclo de carga (descarga). Resto das variáveis definidas no sector 5.2.6.

B2													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	40.186	4.0186	0.6697666	0.40186	0.13395	0.06698				
655	171	0.38215	3384.33	40.1871	4.01871	0.6697855	0.401871	0.13396	0.06698				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	2.765E6	1.700E5	4.383E5	1.700E4	1.045E5	2.833E3	6.946E4	1.700E3	2.884E4	5.667E2	1.657E4	2.833E2	
655.0	4.815E6	1.700E5	7.631E5	1.700E4	1.820E5	2.833E3	1.209E5	1.700E3	5.022E4	5.667E2	2.884E4	2.833E2	
C11													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	239.043	23.9043	3.9840422	2.390425	0.79681	0.3984				
655	171	0.38215	3384.33	239.059	23.9059	3.98432	2.390592	0.79686	0.39843				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	1.151E7	1.011E6	1.825E6	1.011E5	4.352E5	1.685E4	2.892E5	1.011E4	1.201E5	3.371E3	6.898E4	1.685E3	
655.0	2.005E7	1.011E6	3.178E6	1.011E5	7.578E5	1.685E4	5.036E5	1.011E4	2.091E5	3.371E3	1.201E5	1.685E3	
C12													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	39.1608	3.91608	0.6526807	0.391608	0.13054	0.06527				
655	171	0.38215	3384.33	39.1653	3.91653	0.6527543	0.391653	0.13055	0.06528				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	2.709E6	1.657E5	4.293E5	1.657E4	1.024E5	2.761E3	6.804E4	1.657E3	2.825E4	5.522E2	1.623E4	2.761E2	
655.0	4.717E6	1.657E5	7.475E5	1.657E4	1.783E5	2.761E3	1.185E5	1.657E3	4.920E4	5.523E2	2.826E4	2.761E2	

Tabela 5.23 (continuação).

C13													
				v_{\min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	<i>ciclo=1s</i>	<i>ciclo=10s</i>	<i>ciclo=60s</i>	<i>ciclo=100s</i>	<i>ciclo=300s</i>	<i>ciclo=600s</i>				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	0.75435	0.07543	0.0125725	0.007543	0.00251	0.00126				
655	171	0.38215	3384.33	0.75453	0.07545	0.0125756	0.007545	0.00252	0.00126				
		<i>ciclo=1s</i>		<i>ciclo=10s</i>		<i>ciclo=60s</i>		<i>ciclo=100s</i>		<i>ciclo=300s</i>		<i>ciclo=600s</i>	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	1.150E5	3.191E3	1.822E4	3.191E2	4.345E3	5.319E1	2.888E3	3.191E1	1.199E3	1.064E1	6.887E2	5.319	
655.0	2.002E5	3.192E3	3.173E4	3.192E2	7.567E3	5.320E1	5.029E3	3.192E1	2.088E3	1.064E1	1.199E3	5.320	
C2													
				v_{\min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{fio} (J)	E_{cabo} (J)	<i>ciclo=1s</i>	<i>ciclo=10s</i>	<i>ciclo=60s</i>	<i>ciclo=100s</i>	<i>ciclo=300s</i>	<i>ciclo=600s</i>				
327.5	85.5	0.09554	3384.43	602.195	60.2195	10.036579	6.021947	2.00732	1.00366				
655	171	0.38215	3384.33	602.212	60.2212	10.036862	6.022117	2.00737	1.00369				
		<i>ciclo=1s</i>		<i>ciclo=10s</i>		<i>ciclo=60s</i>		<i>ciclo=100s</i>		<i>ciclo=300s</i>		<i>ciclo=600s</i>	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	2.411E7	2.548E6	3.822E6	2.548E5	9.115E5	4.246E4	6.057E5	2.548E4	2.515E5	8.492E3	1.445E5	4.246E3	
655.0	4.199E7	2.548E6	6.654E6	2.548E5	1.587E6	4.246E4	1.055E6	2.548E4	4.379E5	8.492E3	2.515E5	4.246E3	

Tabela 5.23 (continuação).

A1													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{cabo} V (J)	E_{cabo} I (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	253.791	25.3791	4.2298564	2.537914	0.84597	0.42299				
655.0	171	3384.33	1457.87	507.619	50.7619	8.4603234	5.076194	1.69206	0.84603				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	1.208E7	9.250E5	1.915E6	9.250E4	4.566E5	1.542E4	3.034E5	9.250E3	1.260E5	3.083E3	7.237E4	1.542E3	
655.0	3.662E7	9.250E5	5.804E6	9.250E4	1.384E6	1.542E4	9.199E5	9.250E3	3.820E5	3.083E3	2.194E5	1.542E3	
A2													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{cabo} V (J)	E_{cabo} I (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	96.056	9.6056	1.600934	0.96056	0.32019	0.16009				
655	171	3384.33	1457.87	192.125	19.2125	3.2020818	1.921249	0.64042	0.32021				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	5.553E6	3.501E5	8.800E5	3.501E4	2.099E5	5.835E3	1.395E5	3.501E3	5.792E4	1.167E3	3.326E4	5.835E2	
655.0	1.683E7	3.501E5	2.668E6	3.501E4	6.363E5	5.835E3	4.228E5	3.501E3	1.756E5	1.167E3	1.008E5	5.835E2	
B1													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{cabo} V (J)	E_{cabo} I (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	197.54	19.754	3.2923264	1.975396	0.65847	0.32923				
655	171	3384.33	1457.87	395.105	39.5105	6.5850852	3.951051	1.31702	0.65851				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	9.886E6	7.200E5	1.567E6	7.200E4	3.737E5	1.200E4	2.483E5	7.200E3	1.031E5	2.400E3	5.922E4	1.200E3	
655.0	2.997E7	7.200E5	4.750E6	7.200E4	1.133E6	1.200E4	7.528E5	7.200E3	3.126E5	2.400E3	1.795E5	1.200E3	

Tabela 5.24 - Velocidade do da corrente imposta de hélio líquido v_{min} , potência máxima sustida pelo íman P_{cabo} , e calor máximo gerado pela energização (desenergização) do íman Q_{cabo} , para cada um dos 8 modelos de perdas estudados – sector 1.10.10, tendo em conta o tempo de duração do ciclo de carga (descarga) e o limite energético definido pela aplicação do método de estabilização de Iwasa. Resto das variáveis definidas nos sectores 5.2.6 e 1.10.6.

B2													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{cabo} V (J)	E_{cabo} I (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	46.6443	4.66443	0.7774046	0.466443	0.15548	0.07774				
655	171	3384.33	1457.87	93.2911	9.32911	1.5548509	0.932911	0.31097	0.15549				
		Ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	3.115E6	1.700E5	4.938E5	1.700E4	1.178E5	2.833E3	7.826E4	1.700E3	3.250E4	5.667E2	1.866E4	2.833E2	
655.0	9.444E6	1.700E5	1.497E6	1.700E4	3.570E5	2.833E3	2.372E5	1.700E3	9.851E4	5.667E2	5.658E4	2.833E2	
C11													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{cabo} V (J)	E_{cabo} I (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	277.459	27.7459	4.6243163	2.77459	0.92486	0.46243				
655	171	3384.33	1457.87	554.956	55.4956	9.2492643	5.549559	1.84985	0.92493				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	1.297E7	1.011E6	2.056E6	1.011E5	4.904E5	1.685E4	3.259E5	1.011E4	1.353E5	3.371E3	7.772E4	1.685E3	
655.0	3.933E7	1.011E6	6.233E6	1.011E5	1.487E6	1.685E4	9.879E5	1.011E4	4.102E5	3.371E3	2.356E5	1.685E3	
C12													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	E_{cabo} V (J)	E_{cabo} I (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	45.4544	4.54544	0.7575728	0.454544	0.15151	0.07576				
655	171	3384.33	1457.87	90.9189	9.09189	1.5153143	0.909189	0.30306	0.15153				
		ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s	
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	3.052E6	1.657E5	4.837E5	1.657E4	1.153E5	2.761E3	7.665E4	1.657E3	3.183E4	5.522E2	1.828E4	2.761E2	
655.0	9.252E6	1.657E5	1.466E6	1.657E4	3.497E5	2.761E3	2.324E5	1.657E3	9.650E4	5.523E2	5.542E4	2.761E2	

Tabela 5.24 (continuação).

C13													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	$E_{cabo V}$ (J)	$E_{cabo I}$ (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	0.87558	0.08756	0.014593	0.008756	0.00292	0.00146				
655	171	3384.33	1457.87	1.75159	0.17516	0.0291931	0.017516	0.00584	0.00292				
	ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s		
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	1.295E5	3.191E3	2.053E4	3.191E2	4.895E3	5.319E1	3.253E3	3.191E1	1.351E3	1.064E1	7.759E2	5.319	
655.0	3.927E5	3.192E3	6.224E4	3.192E2	1.484E4	5.320E1	9.864E3	3.192E1	4.096E3	1.064E1	2.352E3	5.320	
C2													
				v_{min} (m/s)									
r_f (μm)	r_{cHe} (μm)	$E_{cabo V}$ (J)	$E_{cabo I}$ (J)	ciclo=1s	ciclo=10s	ciclo=60s	ciclo=100s	ciclo=300s	ciclo=600s				
327.5	85.5	3384.43	2915.83	698.973	69.8973	11.649554	6.989732	2.32991	1.16496				
655	171	3384.33	1457.87	1397.98	139.798	23.299732	13.97984	4.65995	2.32997				
	ciclo=1s		ciclo=10s		ciclo=60s		ciclo=100s		ciclo=300s		ciclo=600s		
r_f (μm)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	P_{cabo} (W)	Q_{cabo} (W)	
327.5	2.717E7	2.548E6	4.306E6	2.548E5	1.027E6	4.246E4	6.824E5	2.548E4	2.834E5	8.492E3	1.628E5	4.246E3	
655.0	8.236E7	2.548E6	1.305E7	2.548E5	3.113E6	4.246E4	2.069E6	2.548E4	8.590E5	8.492E3	4.934E5	4.246E3	

Tabela 5.24 (continuação).

		$Q_{\text{cabo}} \text{ (J/ciclo)}$							
$r_f \text{ (}\mu\text{m)}$	$h_{\text{He}} \text{ (Wm}^{-2}\text{K}^{-1}\text{)}$	a1	a2	b1	b2	c11	c12	c13	c2
327.5	154	9.250E+05	3.501E+05	7.200E+05	1.700E+05	1.011E+06	1.657E+05	3.191E+03	2.548E+06
655.0	293	9.250E+05	3.501E+05	7.200E+05	1.700E+05	1.011E+06	1.657E+05	3.192E+03	2.548E+06
		$t_{\text{min}} \text{ (s/ciclo)}$							
$r_f \text{ (}\mu\text{m)}$	$P_{\text{cabo}} \text{ (W)}$	a1	a2	b1	b2	c11	c12	c13	c2
327.5	4.689E+03	197.266	74.662	153.543	36.255	215.662	35.331	0.681	543.295
655.0	4.461E+03	207.375	78.488	161.410	38.112	226.713	37.143	0.716	571.110
		nº de rampas-degrau mínimas							
$r_f \text{ (}\mu\text{m)}$	$E_{\text{cabo}} \text{ (J)}$	a1	a2	b1	b2	c11	c12	c13	c2
327.5	2.916E+03	317.239	120.070	246.924	58.305	346.824	56.818	1.094	873.717
655.0	1.458E+03	634.507	240.150	493.868	116.611	693.676	113.646	2.189	1747.43
		tempo de carga-descarga (s)							
$r_f \text{ (}\mu\text{m)}$	$t_{\text{paragem}} \text{ (s)}$	a1	a2	b1	b2	c11	c12	c13	c2
327.5	2	831.744	314.802	647.392	152.866	909.310	148.967	2.870	2290.73
655.0	2	1476.39	558.787	1149.15	271.333	1614.07	264.434	5.094	4065.98

Tabela 5.25 – Tempos mínimos, nº de rampas-degrau mínimas e tempos totais de descarga, das configurações otimizadas do íman, para os 8 modelos de perdas AC estudados, tendo em conta um íman estabilizado pelo método de Iwasa+Keilin sem circulação imposta de hélio líquido. Ver legenda da tabela 5.24 para definição das variáveis.

Chegou-se assim à configuração óptima apresentada nas figuras 5.6, 5.7, 5.9, 5.10, 5.13 e 5.14 e com as dimensões e propriedades apresentadas nas tabelas 5.5, 5.6, 5.7 e 5.26 (que iremos denominar de configuração óptima).

Tendo-se refeito a análise de estabilização clássica para o design otimizado, provou-se que realmente o íman não se encontrava estabilizado para perturbações energéticas suficientemente grandes.

Exploraram-se então em seguida outras possibilidades de estabilização do íman, mas mantendo-se as dimensões deste, tendo-se então chegado a três vias que se aconselham para o design e operação do íman:

A) Configuração óptima + Corrente imposta de hélio líquido

Esta opção deverá ser utilizada no caso de se preverem perturbações energéticas bastante elevadas durante o funcionamento normal do íman supercondutor.

Consiste na aplicação de uma corrente forçada de hélio circulante nos canais de hélio presentes na configuração otimizada, o que aumenta o coeficiente de transferência de calor nestes canais e possibilita a aplicação dos critérios de estabilidade clássicos (nomeadamente o dinâmico), estabilizando-se assim o íman contra extinções e saltos de fluxo.

A velocidade de circulação deverá ser escolhida consoante o valor de h pretendido (ver tabela 5.17 e figura 5.11).

B) Configuração óptima + Estabilização de Iwasa e comentário de Keilin

Esta opção deverá ser utilizada no caso de se preverem perturbações energéticas limitadas durante o funcionamento normal do íman supercondutor.

Consiste na consideração de que a configuração óptima se encontra estabilizada desde que as perturbações energéticas pontuais não apresentem os valores acima dos apresentados na tabela 5.19. Obriga ainda a que a intensidade de corrente aplicada seja uma fracção abaixo da crítica.

É a opção menos dispendiosa.

C) Configuração óptima + Corrente imposta de hélio líquido + Estabilização de Iwasa e comentário de Keilin

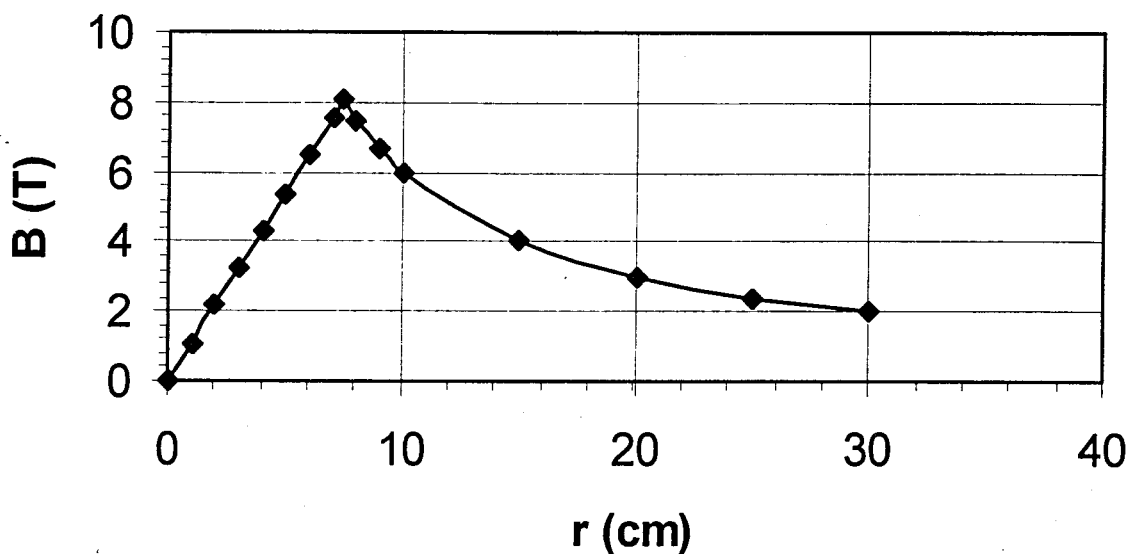
Esta opção deverá ser utilizada no caso de se pretender estabilizar o íman na sua totalidade. É a mais dispendiosa.

Consiste na aplicação de uma corrente forçada de hélio circulante nos canais de hélio presentes na configuração otimizada, com os efeitos apontados na alínea A), e considerando-se ainda que as perturbações energéticas serão limitadas.

Finalizou-se com a análise das perdas devidas à energização/desenergização do íman supercondutor, tendo-se analisado os três métodos diferentes de operação durante a mesma, reflectindo-se a escolha do método no tempo mínimo da operação de energização/desenergização.

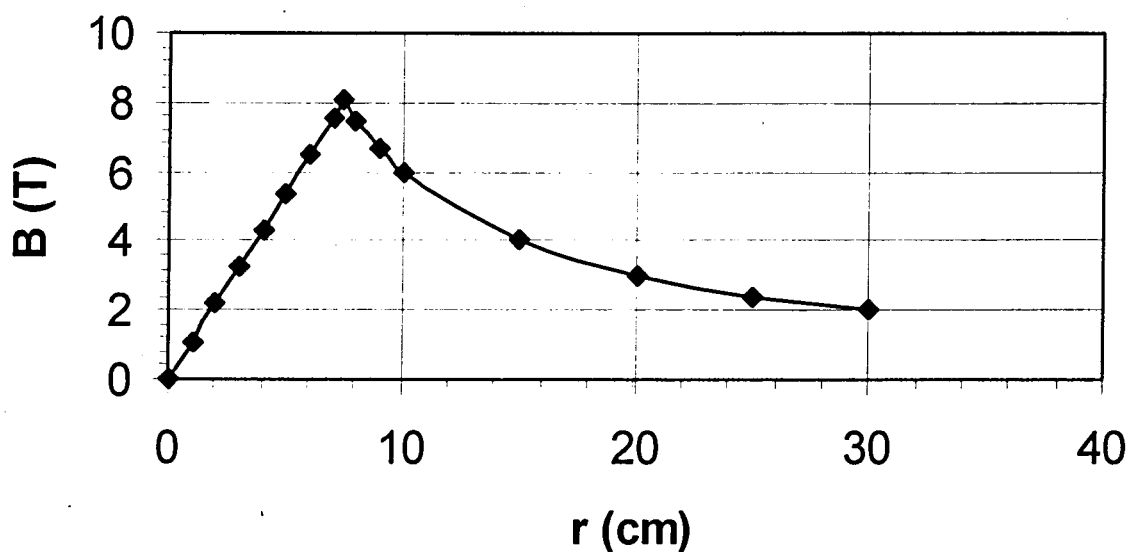
De notar que em toda a análise efectuada se consideraram duas escalas de dimensões (reflectidas por exemplo nas dimensões dos filamentos), isto porque ambas se encontram optimizadas e a única diferença prática determinante entre as duas consiste em que a opção de filamentos menores é a mais dispendiosa (número de fios 4 vezes superior) mas a mais estável, enquanto que a opção de

$I = 3000000 \text{ A}$, $r_{\text{cabo}} = 7.46 \text{ cm}$, $r_{\text{fil}} = 25 \mu\text{m}$



(a)

$I = 3000000 \text{ A}$, $r_{\text{cabo}} = 7.46 \text{ cm}$, $r_{\text{fil}} = 50 \mu\text{m}$



(b)

Figura 5.13 – Perfil do campo magnético criado pelo ímã supercondutor otimizado, para: a) $r_{\text{fil}} = 25 \mu\text{m}$; b) $r_{\text{fil}} = 50 \mu\text{m}$. r_{cabo} é o raio do cabo supercondutor, r_{fil} é o raio dos filamentos supercondutores, e I a intensidade eléctrica total que circula no ímã supercondutor.

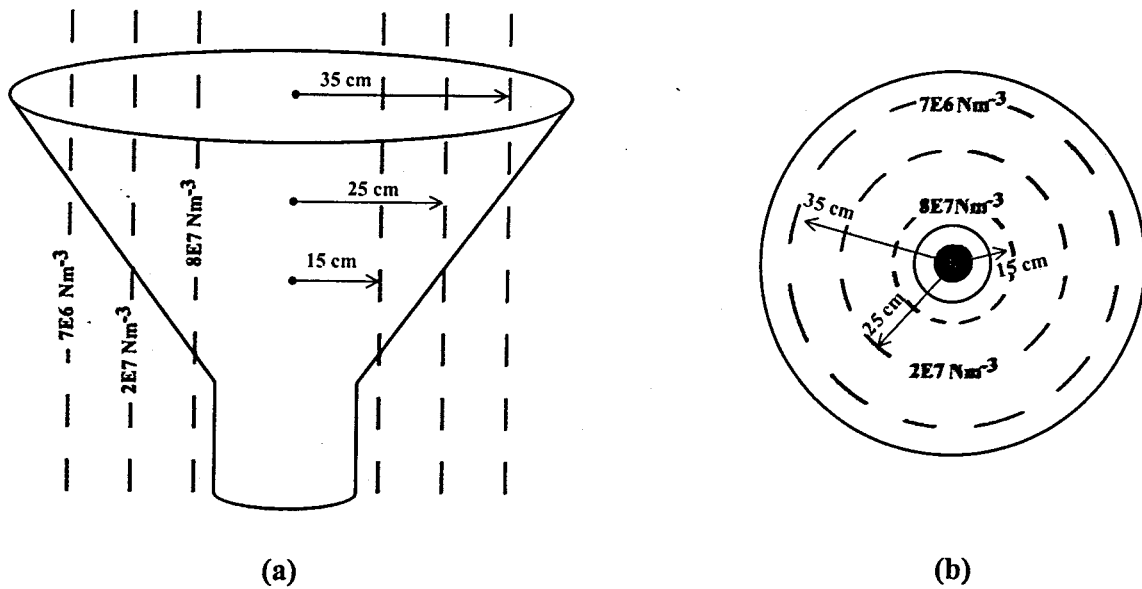


Figura 5.14 – Gradiente da densidade de força magnética criada no separador pelo íman supercondutor otimizado (para as duas opções dimensionais).

$r_{cabo} (cm)$	$\sigma_R (Nm^{-2})$
7.4609	5.146E+07
7.4608	5.147E+07

Tabela 5.26 – Valores da compressão radial devida às forças magnéticas.

filamentos maiores é a menos dispendiosa mas a menos estável (os distúrbios energéticos máximos permitidos pelo método de Iwasa têm metade do valor).

É importante verificar que, como já foi notado, quando nos referimos a número de fios estamos de facto a referirmos a um número de voltas, pois o ideal em termos económicos é que o íman supercondutor seja na prática uma bobine em que o mesmo fio apresenta milhares ou dezenas de milhar de voltas.

Será vantajosa e mesmo imprescindível, a operação em corrente contínua, pois só este tipo de alimentação não provocará ainda maiores perdas energéticas pela variação de campo magnético. Tendo em vista que a corrente fornecida pela EDP é no modo corrente alterna, será necessário aplicar um comutador CA-CC.

5.3 – SISTEMA CRIOGÉNICO

5.3.1 - CRIÓSTATO

Também no caso de crióstatos, não existe um design genérico aplicável a todos os casos. Na realidade, embora muitas secções sejam comuns nos diversos

crióstatos, a verdade é que a sua configuração poderá ser a mais variada, dependendo do objectivo pretendido e das condições necessárias para cada caso.

Como foi referido no sector 1.11, um dos parâmetros que determina a configuração final de um crióstato é a temperatura de trabalho pretendida no íman superconductor. No caso em questão utilizar-se-á a configuração própria para a obtenção da temperatura de 4.2K, ou seja, terá de existir um reservatório de hélio líquido.

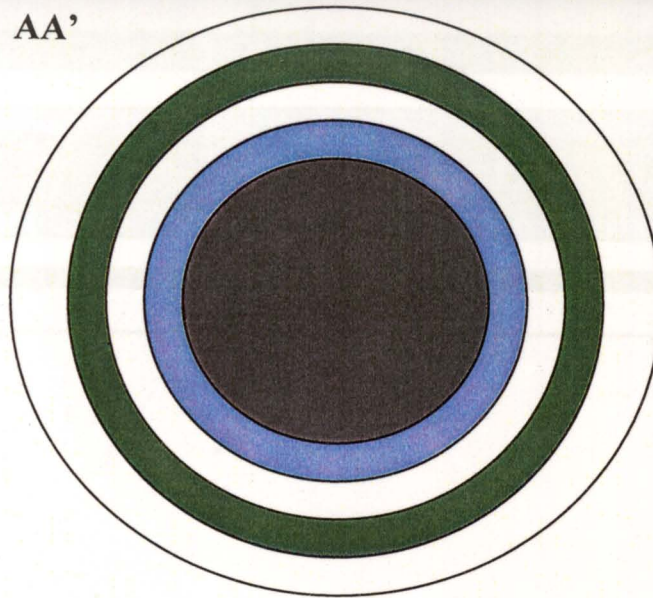
Já no concerne ao método de arrefecimento, e dependendo da configuração seleccionada para o íman superconductor (ver sector 5.2) utilizaremos o método da piscina ou o método de circulação imposta de corrente de hélio supercrítico.

Em termos de esquemas de protecção térmica, dentro dos que foram expostos no sector 1.11, teremos duas configurações possíveis, atendendo às opções feitas no íman superconductor. Para a opção de estabilização por piscina de hélio, iremos utilizar o sistema a) – piscinas de hélio e nitrogénio líquido entremeadas por um escudo de vácuo e revestidas em alumínio ou aço inoxidável –, no circuito magnético, excepto no sector contido no volume de separação-classificação, em que de modo a provocar uma diminuição das dimensões do crióstato, iremos utilizar a opção b) – piscina de hélio com escudo de vácuo e escudo refrigerado (por azoto líquido) –, conjuntamente com um escudo arrefecido a vapor e utilizando-se ainda uma camada de material superisolante na parede do reservatório de hélio, no escudo de vapor, na parede do escudo de nitrogénio e na parede externa do crióstato, sendo o escudo de vapor e o escudo refrigerado feitos de cobre e o reservatório de hélio e a estrutura feitos de aço inoxidável. De notar que não se utilizou a configuração mínima possível em termos dimensionais, devido à necessidade de se estabilizar termicamente a um nível elevado o íman superconductor. Nesta concepção o único escudo que poderá não se comportar de acordo com o previsto é o escudo arrefecido a vapor, devido ao elevado comprimento que apresenta (1m ou 80cm), que origina um gradiente de temperaturas no sentido descendente. Este desvio deverá ser amenizado pela presença dos diversos escudos externos. Na figura 5.15 apresenta-se um esquema da configuração escolhida para o crióstato se adoptarmos a configuração de piscina. No caso da opção de circulação imposta de corrente de hélio supercrítico, o sistema a utilizar será idêntico ao anterior, exceptuando a ausência do reforço das paredes dos reservatórios de hélio e nitrogénio, a diminuição da sua espessura, e a ausência do escudo de vapor. Na figura 5.15 apresenta-se um corte seccional da configuração escolhida para o crióstato se adoptarmos a configuração de circulação imposta de corrente de hélio supercrítico.

Em termos dimensionais podemos seleccionar espessuras e dimensões dentro dos valores normais para este género de sistema. A distância otimizada à qual devemos colocar os escudos refrigerados e/ou os escudos arrefecidos a vácuo e/ou o reservatório de azoto líquido, foi calculada com base no método desenvolvido para o efeito em [159]^{††}. Os resultados da aplicação deste método encontram-se apresentados nas tabelas 5.27 e 5.28. As dimensões principais encontram-se apresentadas nas tabelas 5.29 e 5.30 em relação aos esquemas apresentados nas figuras 5.16 e 5.17^{††}.

^{††} Algumas das equações apresentadas neste artigo encontram-se erradas, pelo que foram devidamente corrigidas e só depois aplicadas.

^{‡‡} De notar que todo o sistema de tubos se encontra ligado entre si por barras suporte feitas de fibra de vidro.



(a)

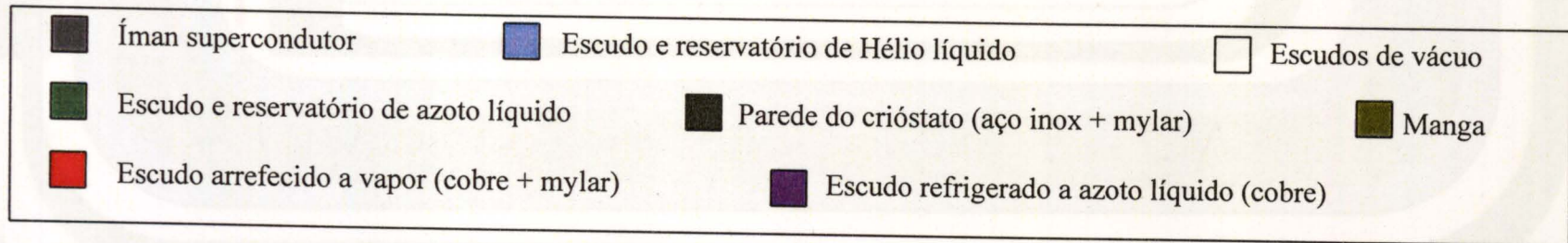
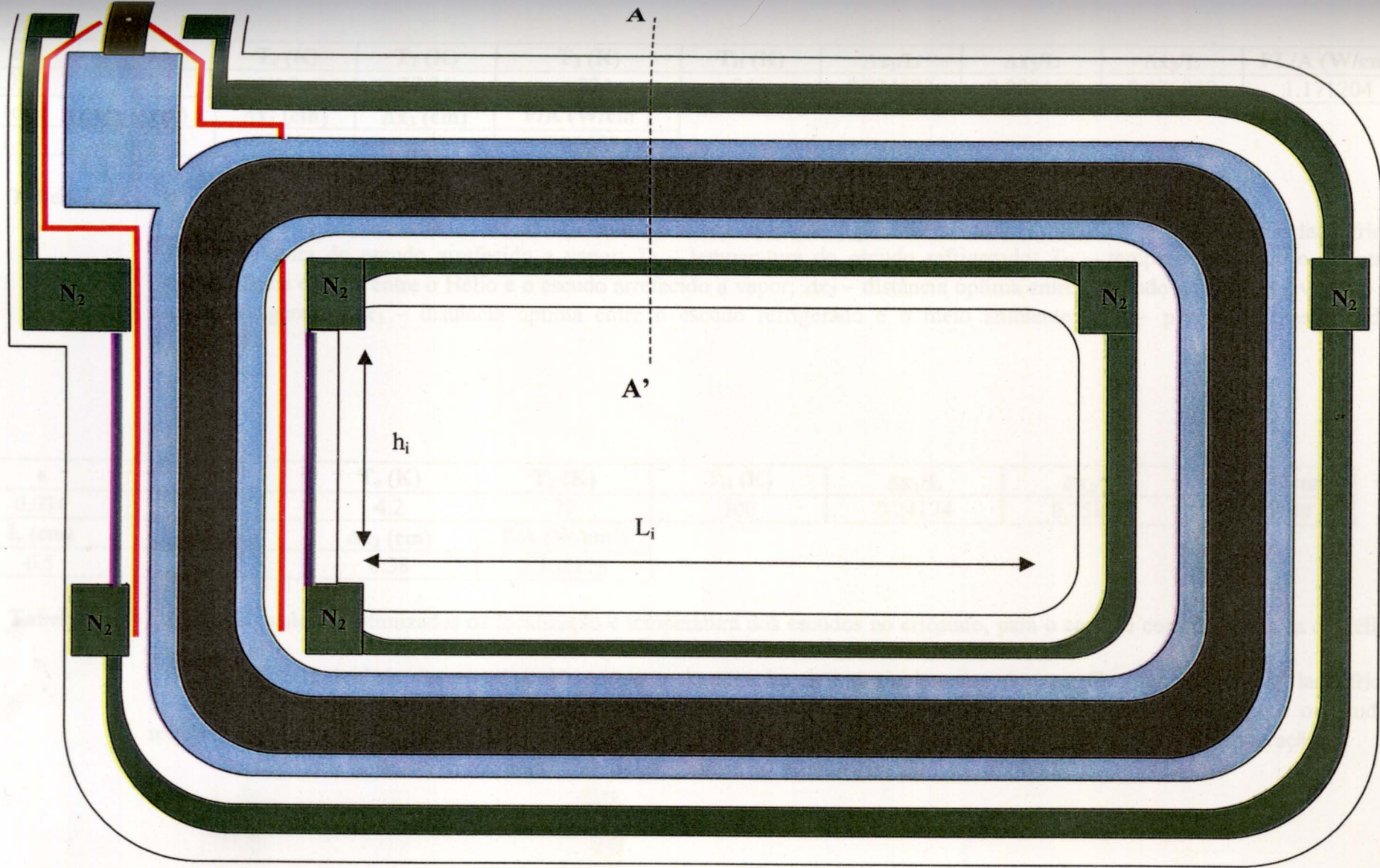


Figura 5.15 - Esquema final do criostato para o caso da Piscina. No caso de corrente imposta de hélio supercrítico, as únicas alterações são a ausência do escudo arrefecido a vapor, a ausência do reservatório de hélio, a espessura mais fina do reservatório de hélio e a presença de uma bomba criogénica. a) corte seccional AA'; b) corte lateral.



(b)

Figura 5.15 (continuação).

e	M	T_c (K)	T_2 (K)	T_3 (K)	T_H (K)	$\Delta x_1/L$	$\Delta x_2/L$	$\Delta x_3/L$	PL/A (W/cm)
0.034	25	4.2	27.84	77	300	0.034623	0.088468	0.876909	1.171204
L (cm)	Δx_1 (cm)	Δx_2 (cm)	Δx_3 (cm)	P/A (W/cm ²)					
1.4	0.05	0.15	1.2	0.836574					

Tabela 5.27 - Cálculo dos valores otimizados da localização e temperatura dos escudos no crióstato, para o caso de Piscina.

e – valor da emissividade dos escudos; M – número de camadas de superisolamento por cm; T_c – temperatura do lado frio; T_2 – temperatura do escudo arrefecido a vapor; T_3 – temperatura do escudo refrigerado; T_H – temperatura do lado quente; Δx_1 – distância óptima entre o Hélio e o escudo arrefecido a vapor; Δx_2 – distância óptima entre o escudo arrefecido a vapor e o escudo refrigerado; Δx_3 – distância óptima entre o escudo refrigerado e o meio ambiente; P/A – potência necessária de refrigeração.

e	M	T_c (K)	T_2 (K)	T_H (K)	$\Delta x_1/L$	$\Delta x_2/L$	PL/A (W/cm)
0.034	25	4.2	77	300	0.24174	0.75826	1.566409
L (cm)	Δx_1 (cm)	Δx_2 (cm)	P/A (W/cm ²)				
0.5	0.12	0.38	3.132818				

Tabela 5.28 - Cálculo dos valores otimizados da localização e temperatura dos escudos no crióstato, para o caso de corrente imposta de hélio supercrítico.

e – valor da emissividade dos escudos; M – número de camadas de superisolamento por cm; T_c – temperatura do lado frio; T_2 – temperatura do escudo refrigerado; T_H – temperatura do lado quente; Δx_1 – distância óptima entre o Hélio e o escudo refrigerado; Δx_2 – distância óptima entre o escudo refrigerado e o meio ambiente; P/A – potência necessária de refrigeração.

PISCINA											
r_{He} (cm)	r_{pHe} (cm)	r_{iso1} (cm)	r_{eav} (cm)	r_{iso2} (cm)	r_{eN2} (cm)	r_{eve} (cm)	r_{pc} (cm)	r_{tic} (cm)	d_c (cm)	h_i (cm)	L (cm)
1.00	0.30	0.05	0.05	0.05	0.15	1.10	0.30	10.5	15.0	140.0	1.40
Corrente imposta de hélio supercrítico											
r_{He} (cm)	r_{pHe} (cm)	r_{evi} (cm)	r_{eN2} (cm)	r_{eve} (cm)	r_{pc} (cm)	r_{tic} (cm)	d_c (cm)	h_i (cm)	L (cm)		
1.00	0.20	0.12	0.15	0.23	0.30	9.50	15.0	140.0	0.50		

Tabela 5.29 - Valores dos parâmetros geométricos para o crióstato (sector vertical que se encontra dentro do volume de classificação-separação). As variáveis são relativas à figura 5.16.

PISCINA											
r_{He} (cm)	r_{pHe} (cm)	r_{evi} (cm)	r_{piN2} (cm)	r_{eN2} (cm) *	r_{peN2} (cm)	r_{eve} (cm)	r_{pc} (cm)	r_{tic} (cm)	d_c (cm)	L_i (cm)	L (cm)
2.50	0.30	1.00	0.20	1.00	0.02	1.00	0.30	14.0	15.0	100	3.40
Corrente imposta de hélio supercrítico											
r_{He} (cm)	r_{pHe} (cm)	r_{evi} (cm)	r_{piN2} (cm)	r_{eN2} (cm) *	r_{peN2} (cm)	r_{eve} (cm)	r_{pc} (cm)	r_{tic} (cm)	d_c (cm)	L_i (cm)	L (cm)
2.50	0.30	1.00	0.20	1.00	0.02	1.00	0.30	14.0	15.0	100	3.40

Tabela 5.30 - Valores dos parâmetros geométricos para o crióstato (sector horizontal e vertical que se encontra fora do volume de classificação-separação). As variáveis são relativas à figura 5.17.

(*) Localização óptima segundo [159].

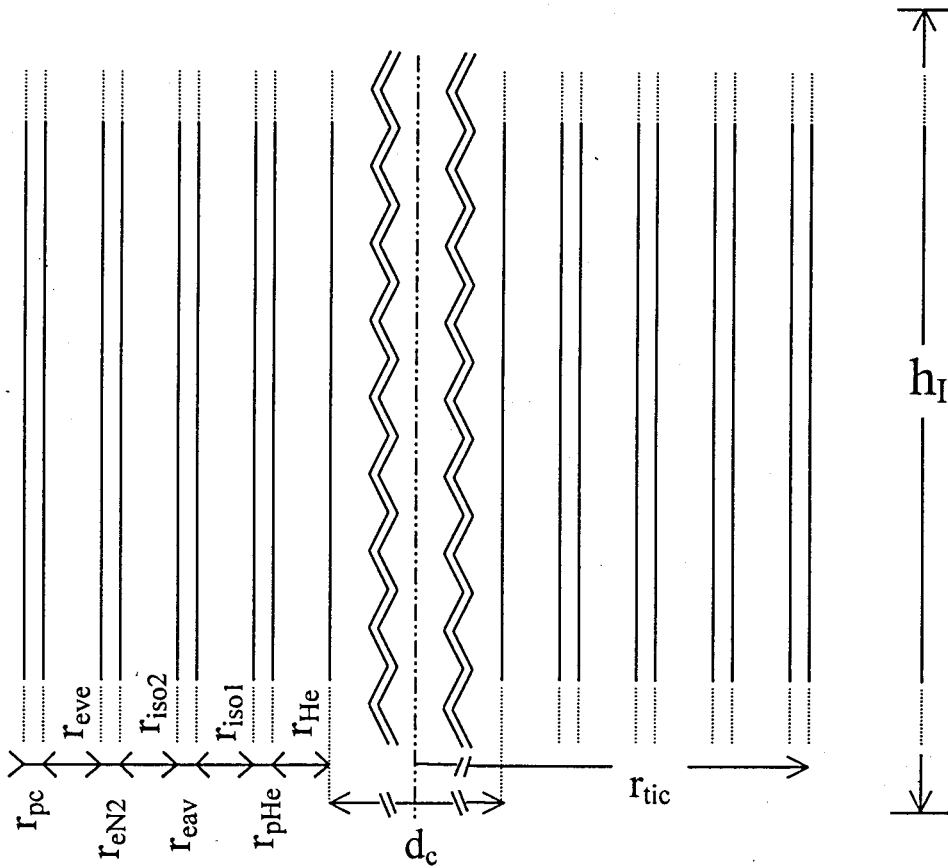


Figura 5.16 - a) Criostato - sector vertical que se encontra dentro do volume de classificação-separação. r_{He} - espessura do escudo de Hélio líquido; r_{pHe} - espessura da parede do escudo de Hélio líquido (aço inox e superisolamento); r_{isol} - espessura do superisolamento entre o escudo de Hélio líquido e o escudo arrefecido a vapor; r_{eav} - espessura do escudo arrefecido a vapor (cobre e superisolamento); r_{iso2} - espessura do superisolamento entre o escudo arrefecido a vapor e o escudo refrigerado pelo Nitrogénio líquido; r_{eN2} - espessura do escudo refrigerado pelo Nitrogénio líquido (cobre); r_{eve} - espessura do escudo de vácuo externo; r_{pc} - espessura da parede do criostato (aço inox e superisolamento); r_{tic} - raio total do criostato; d_c - diâmetro do cabo supercondutor; h_I - altura do sistema criostato; L - espessura total do revestimento entre a parede do escudo de Hélio líquido e a parede do criostato. (Não à escala.) Válido para o caso da Piscina.

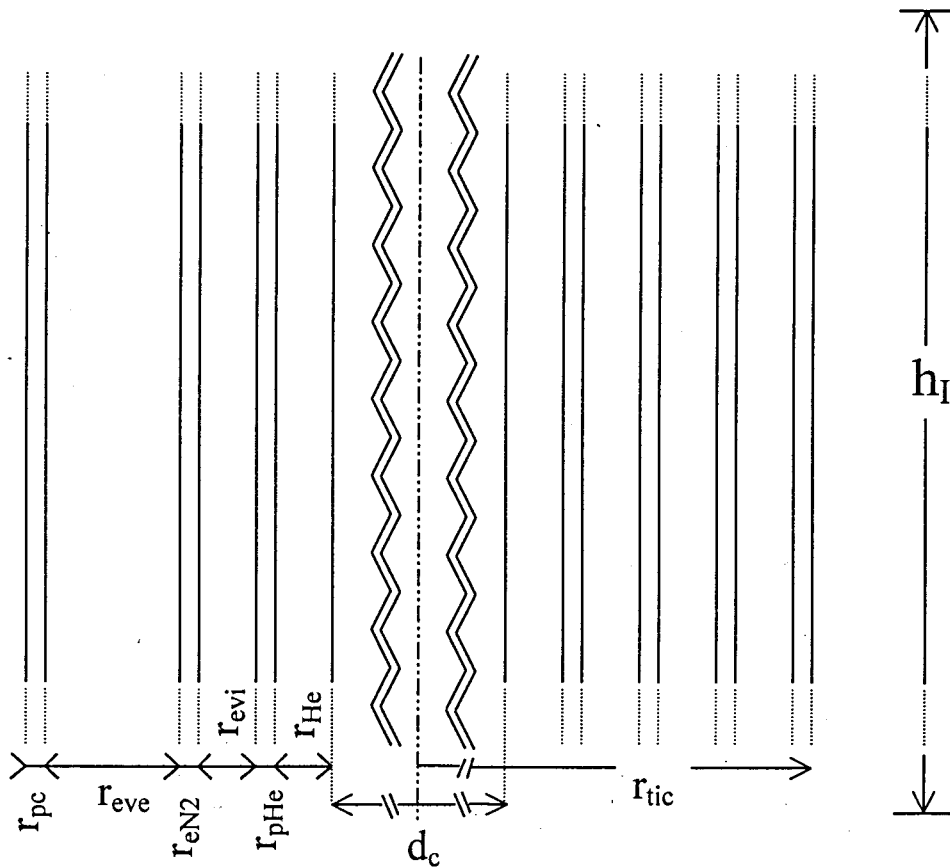


Figura 5.16 - b) Crióstato - sector vertical que se encontra dentro do volume de classificação-separação. r_{He} - espessura do escudo de Hélio líquido; r_{pHe} - espessura da parede do escudo de Hélio líquido (aço inox e superisolamento); r_{evi} - espessura do escudo de vácuo interno; r_{eN2} - espessura do escudo refrigerado pelo Nitrogénio líquido (cobre); r_{eve} - espessura do escudo de vácuo externo; r_{pc} - espessura da parede do crióstato (aço inox e superisolamento); r_{tic} - raio total do crióstato; d_c - diâmetro do cabo supercondutor; h_i - altura do sistema crióstato; L - espessura total do revestimento entre a parede do escudo de Hélio líquido e a parede do crióstato. (Não à escala.) Válido para o caso do SFFHe.

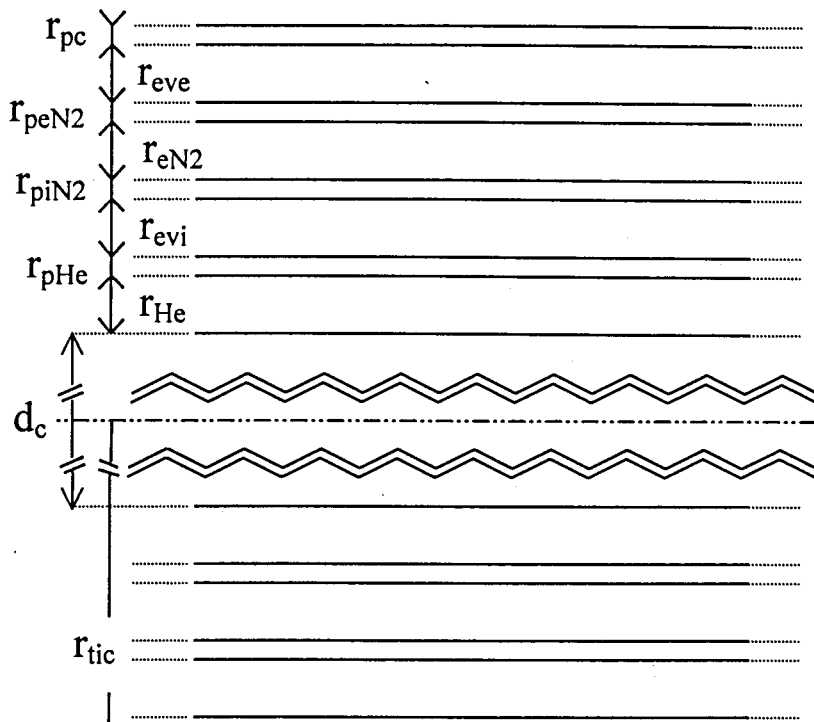


Figura 5.17 - Criostato - sector horizontal e vertical que se encontra fora do volume de classificação-separação. r_{He} - espessura do escudo de Hélio líquido; r_{pHe} - espessura da parede do escudo de Hélio líquido (aço inox e superisolamento); r_{evi} - espessura do escudo de vácuo interno; r_{piN2} - espessura da parede interna do escudo de Nitrogénio líquido (aço inox e superisolamento); r_{eN2} - espessura do escudo de Nitrogénio líquido; r_{peN2} - espessura da parede externa do escudo de Nitrogénio líquido (aço inox e superisolamento); r_{eve} - espessura do escudo de vácuo externo; r_{pc} - espessura da parede do criostato (aço inox e superisolamento); r_{tic} - raio total do criostato; d_c - diâmetro do cabo supercondutor; L_i - comprimento do sistema criostato; L - espessura total do revestimento entre a parede do escudo de Hélio líquido e a parede do criostato. (Não à escala.) Válido para o caso da Piscina e do SFFHe.

Vista a estrutura principal do crióstato, analisaremos agora o design da interface do mesmo com o meio ambiente e com os sistemas exteriores de controlo, de enchimento de líquido criogénico, de fornecimento de corrente, etc. Esta interface encontra-se colocada no extremo superior e no nível mais elevado possível do crióstato, de modo a se minimizarem possíveis problemas práticos.

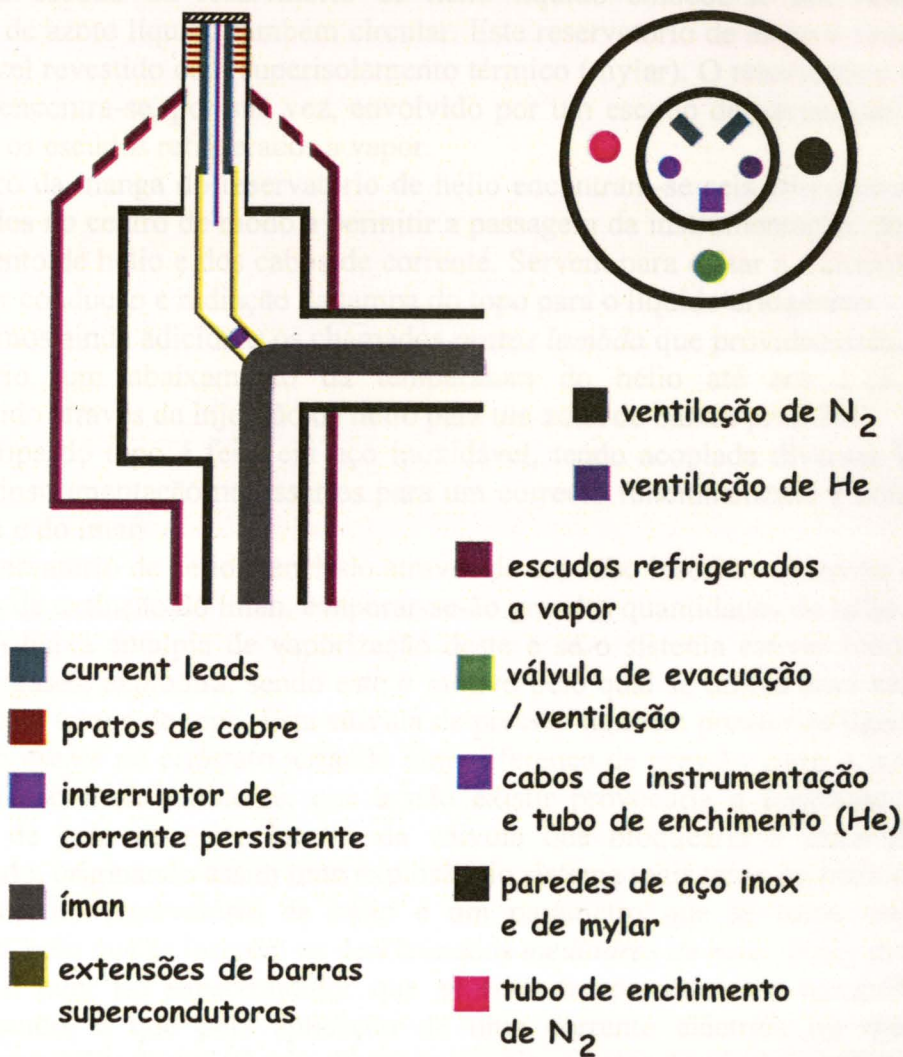


Figura 5.18 – Esquema da interface crióstato - meio ambiente e da tampa de topo.

O componente mais volumoso da interface (ver figura 5.18) é o reservatório de hélio líquido, que se encontra em contacto directo com o circuito de hélio líquido. Tem a forma cilíndrica e as suas paredes são feitas de aço inoxidável revestido com um material superisolador térmico (mylar). É sustentado por uma manga de fibra de vidro, onde se encontram ligados os escudos arrefecidos a vapor (escudos estes que são perfurados na estrutura cónica de modo a que exista vácuo em cada lado do escudo). A manga é feita em fibra de vidro, tendo em vista que este material apresenta um coeficiente de transferência de calor por condução muito baixo, sendo só superado entre os materiais compósitos por fibras de carbono a temperaturas

inferiores a 40K^{§§}. Comparativamente ao aço inoxidável, a fibra de vidro apresenta no entanto a desvantagem de ser permeável à infiltração de hélio líquido (o que por vezes pode causar problemas de infiltração de hélio no escudo de vácuo ^[85]), não sendo por isso utilizada como material de estrutura de reservatórios. O objectivo desta manga é providenciar a ligação entre a tampa de topo (que se encontra a 300K) e o reservatório de hélio líquido (que se encontra a 4.2K).

Como escudo do reservatório de hélio líquido colocou-se um reservatório circular de azoto líquido também circular. Este reservatório de azoto é feito de aço inoxidável revestido com superisolamento térmico (mylar). O reservatório de azoto líquido encontra-se, por sua vez, envolvido por um escudo de vácuo que também envolve os escudos refrigerados a vapor.

Dentro da manga do reservatório de hélio encontram-se seis cilindros de cobre perfurados no centro de modo a permitir a passagem da instrumentação, do tubo de enchimento de hélio e dos cabos de corrente. Servem para evitar a transferência de calor por condução e radiação da tampa do topo para o líquido criogénico.

Podemos ainda adicionar os chamados *pratos lambda* que providenciam, quando necessário, um abaixamento da temperatura do hélio até aos 2.2K, efeito conseguido através da injeção de hélio para um zona de baixas pressões.

A tampa do topo é feita em aço inoxidável, tendo acoplada diversas ligações, tubos e instrumentação necessários para um correcto funcionamento e controlo do crióstato e do íman.

O reservatório de hélio é enchido através de um tubo inserido na tampa do topo. Em caso de extinção do íman, evaporar-se-ão grandes quantidades de hélio líquido, devido à baixa entalpia de vaporização deste e se o sistema estiver bloqueado à saída de gases, explodirá, sendo este o motivo pelo qual se utiliza uma válvula de exaustão na tampa de topo. Esta válvula de pressão também pressuriza ligeiramente o hélio presente no crióstato, criando uma diferença de pressão entre o interior do crióstato e o meio ambiente, que a não existir provocaria a formação de uma camada de gelo na parte interna da válvula que bloquearia a saída do hélio vaporizado, originando assim uma explosão do sistema mais tarde ou mais cedo.

O nível do reservatório de hélio é um parâmetro que se torna importante controlar, pelo que se inserem os denominados *medidores de nível* (estes medidores consistem num fio supercondutor que se encontra parcialmente mergulhado no hélio líquido, e que pela aplicação de uma corrente eléctrica no mesmo se determina o valor da resistência eléctrica, ou seja, o valor do nível de hélio presente no reservatório).

Do mesmo modo existirá um tubo de enchimento do reservatório de azoto e uma válvula de pressão regulará a saída dos vapores de azoto.

Para criar e manter o vácuo utiliza-se uma pequena bomba de vácuo ligada ao escudo de vácuo pela tampa de topo. Existirá ainda uma válvula de evacuação (utilizada no evento de algum gás escapar para a zona de vácuo) e um barómetro para medir o nível de vácuo.

Um tubo atravessará a tampa de topo pelo centro, contendo no seu interior vários fios eléctricos que se encontram ligados ao sistema de controlo das várias variáveis do crióstato.

^{§§} Por este motivo utiliza-se por vezes uma manga que constitui a junção de duas mangas: dos 300K aos 40K uma manga de fibra de vidro, e dos 40K aos 4.2K uma manga de fibra de carbono.

Resta referir que a tampa de topo é ainda perfurada de modo a permitir a passagem de duas “current leads”: uma que transporta a corrente eléctrica do gerador de corrente externa para o íman e outra que faz precisamente o inverso. Devido à sua complexidade estas serão analisadas num sector separado, já em seguida.

5.3.2 – “CURRENT LEADS”, INTERRUPTORES DE CORRENTE PERMANENTE, GERADORES DE CORRENTE

Como foi referido no sector 1.12, para fornecer corrente eléctrica ao íman superconductor são utilizadas as denominadas “current leads” que promovem a passagem da corrente eléctrica da temperatura ambiente para a temperatura do líquido criogénico, minimizando as perdas energéticas da operação. Foram vistos 3 tipos de “current leads”. Para o caso em questão ir-se-á optar pela utilização de “current leads” arrefecidas a vapor e de condutor eléctrico metálico, visto este ser o sistema mais utilizado na prática e o melhor desenvolvido tecnologicamente

Pode-se então aplicar o balanço e as equações deduzidas no sector 1.12 relativamente a este tipo de “current leads”, de modo a se encontrar as suas dimensões e constituição óptimas.

Utilizando para os parâmetros, os mesmos valores que foram utilizados no sector 1.12, obtém-se $\beta_o z_{2o} = 2.5512$, $\alpha = 1.3003E-4$, $\beta = 8.7137E-5$, $z_{2o} = 2.9278E-4$ e $\omega_o/I = 1.0432E-3$ W/A, que corresponderá a uma evaporação de 0.122 l/h ($r_{fil} = 25 \mu m$) e de 0.489 l/h ($r_{fil} = 50 \mu m$), obtendo-se então finalmente a distribuição de temperatura apresentada na figura 1.56 e representada pela equação (1.138).

Para o cálculo de x_{2o} , ou seja L (o comprimento do fio condutor que compõe a “current lead”), teremos de recorrer à transformação de z_{2o} em x_{2o} que é dada pela equação (1.139), transformação esta dependente do tipo de material que compõe a “current lead”. Escolhendo como material que comporá o fio condutor nas “current leads”, o cobre fosforoso desoxidado, uma vez que este apresenta boas características em termos de robustez e um valor de área necessária intermédio (sector 1.12), calcula-se em seguida, K vs z (figura 5.20) tendo em conta K vs T (figura 5.19). Integrando numericamente o primeiro gráfico obtemos o perfil T vs x/x_{2o} (figura 5.21) e determinamos que $I_o x_{2o}/A = 3.27E6$ Am⁻¹. Considerando que $x_{2o} = L = 30$ cm, chegamos aos resultados apresentados na tabela 5.31 e na figura 5.22.

r_{fil} (μm)	A_{ccl} (mm^2)	r_{ccl} (mm)
25	7.80352	1.57605
50	31.1223	3.14746

Tabela 5.31 - Área e raio do condutor de cobre fosforoso desoxidado da “current lead” (A_{ccl} e r_{ccl} , respectivamente) para as duas configurações escolhidas previamente (e $L = x_{2o} = 30$ cm).

Calculando as perdas energéticas verificadas na “current lead” quando a corrente eléctrica externa se encontra desligada, pelos métodos apontados no sector 1.12, obtemos $\omega'/I_o = 7.8229E-4$ W/A, que correspondem à evaporação de 0.0921 l/h ($r_{fil} = 25 \mu m$) e de 0.367 l/h ($r_{fil} = 50 \mu m$) de hélio.

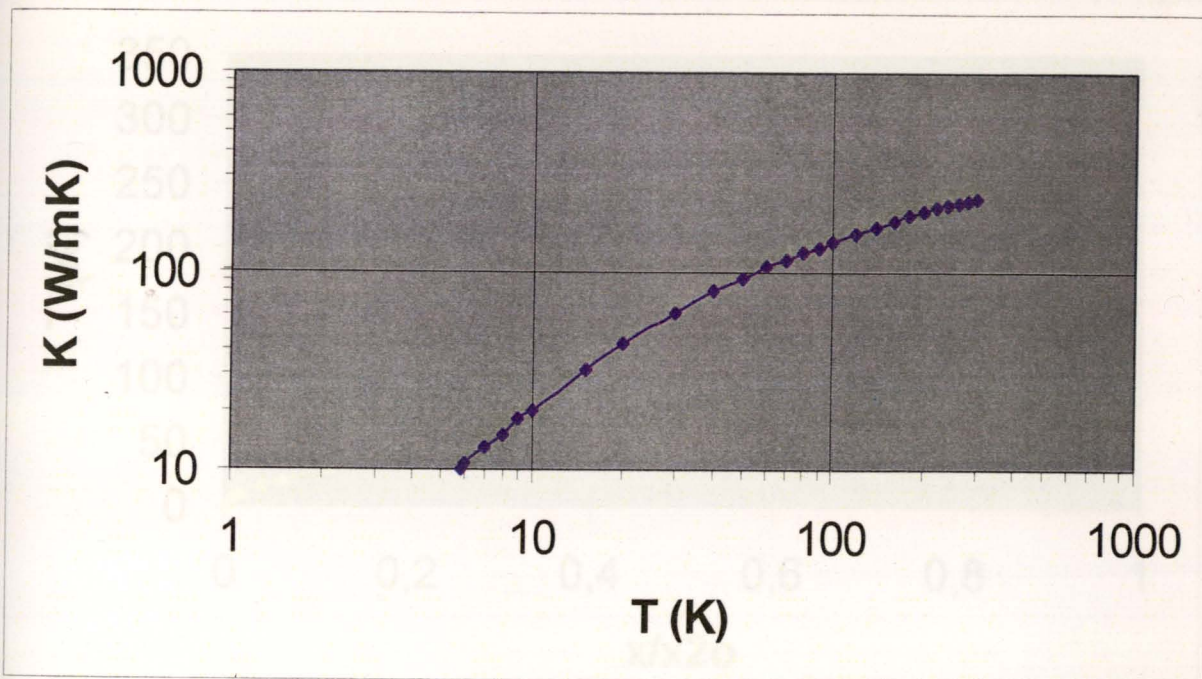


Figura 5.19 – Variação do coeficiente de condutibilidade térmica k com a temperatura T , para um condutor eléctrico feito de cobre fosforoso desoxidado.

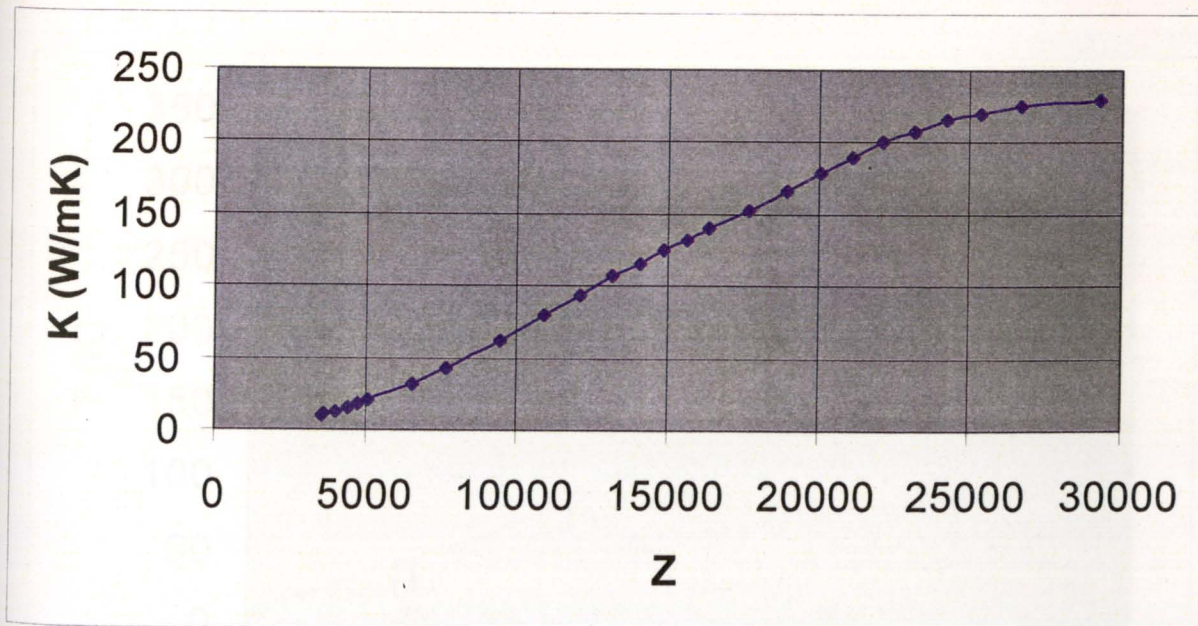


Figura 5.20 – Variação do coeficiente de condutibilidade térmica k com o parâmetro z , para um condutor eléctrico feito de cobre fosforoso desoxidado.

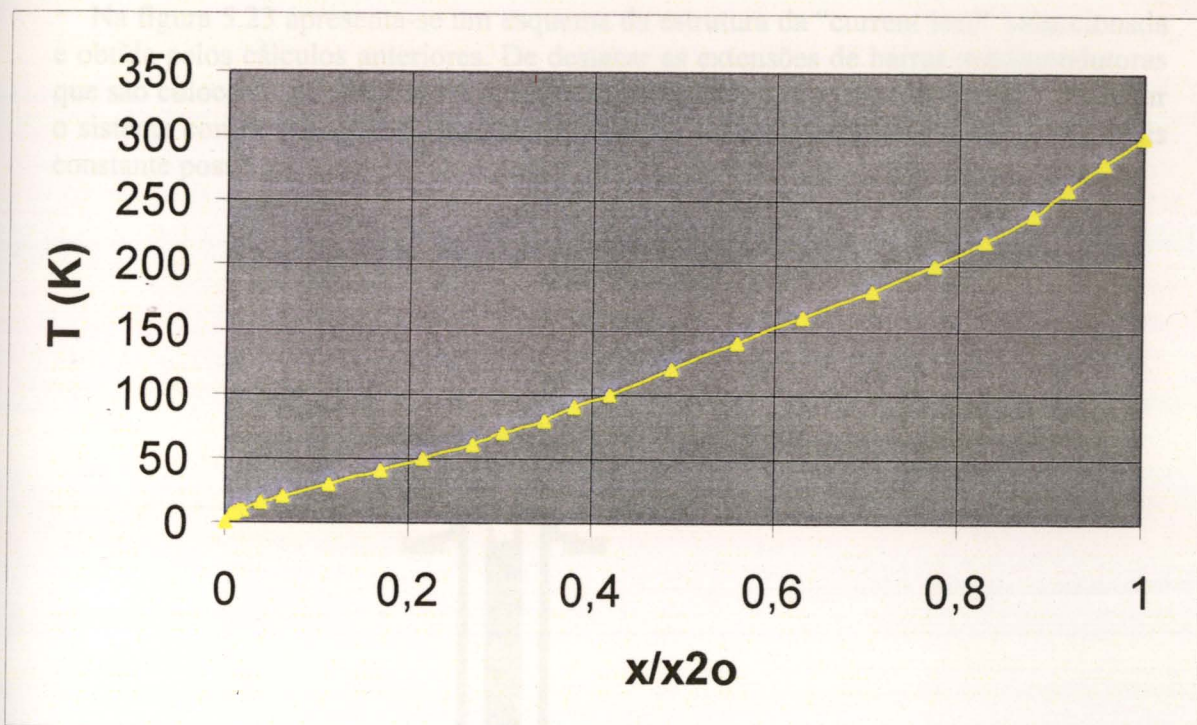


Figura 5.21 – Perfil de temperatura T de uma “current lead” com um condutor eléctrico feito de cobre fosforoso desoxidado, x/x_{20} é o comprimento normalizado.

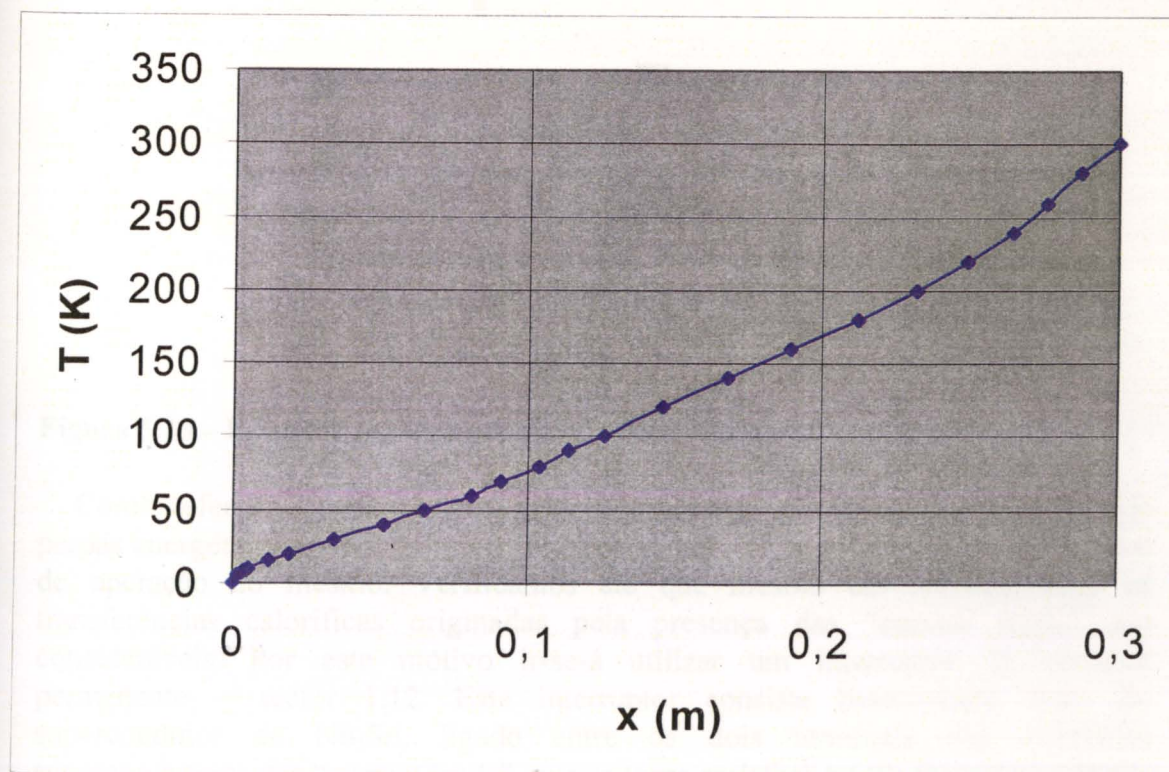


Figura 5.22 – Perfil de temperatura T de uma “current lead” com um condutor eléctrico feito de cobre fosforoso desoxidado de altura $L=x_{20}=30$ cm.

Na figura 5.23 apresenta-se um esquema da estrutura da “current lead” seleccionada e obtida pelos cálculos anteriores. De destacar as extensões de barras supercondutoras que são colocadas paralelamente à zona fria do condutor, e que servem para estabilizar o sistema contra possíveis flutuações do nível de hélio líquido (que deverá ser o mais constante possível).

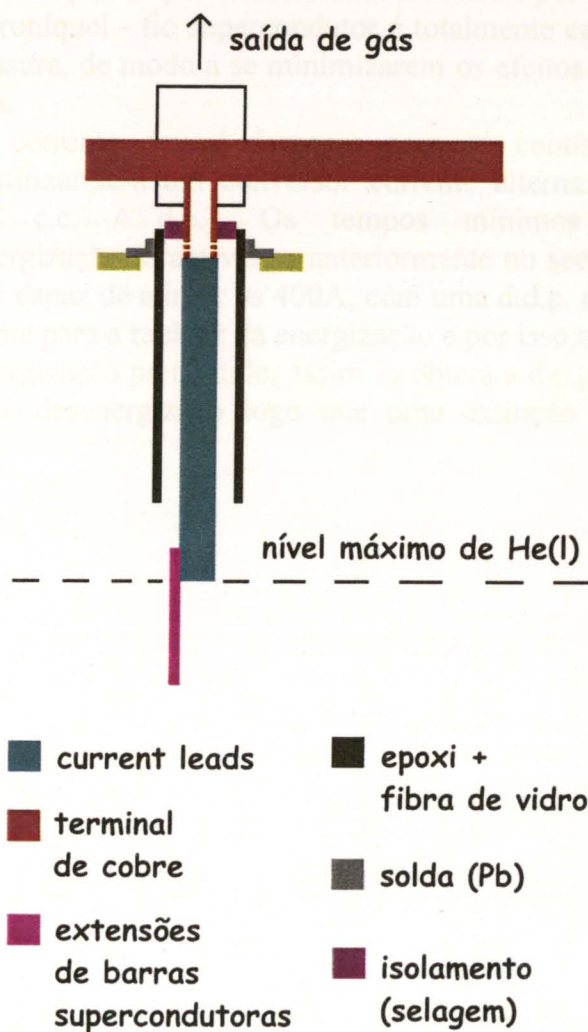


Figura 5.23 – Esquema das “current leads” seleccionadas.

Como referido - sector 1.12 - as “current leads” são as principais fontes de perdas energéticas nos ímans supercondutores, logo as principais fontes dos custos de operação do mesmo. Verificamos até que mesmo em *corrente zero* as transferências caloríficas originadas pela presença das “current leads” são consideráveis. Por este motivo ir-se-á utilizar um interruptor de corrente permanente – sector 1.12. Este interruptor consiste basicamente num fio supercondutor de Nb_3Sn , ligado entre os dois terminais das extensões supercondutoras das “current leads”, que se torna resistivo ou supercondutor graças à acção de um fio de cuproníquel que a este se encontra acoplado (separado apenas por uma película isoladora térmica feita de resina epóxi). Se o fio de cuproníquel

for percorrido por uma corrente eléctrica elevará a temperatura do fio supercondutor até uma temperatura acima da temperatura crítica, que faz com que este se torne resistivo, obrigando à presença das “current leads”; se pararmos a circulação da corrente no fio de cuproníquel, o fio supercondutor adquire propriedades supercondutoras fechando o circuito supercondutivo, podendo-se então desligar e remover o gerador externo de corrente eléctrica e as “current leads” (de modo a diminuir as perdas por transferência de calor e por trabalho resistivo). O sistema fio de cuproníquel - fio supercondutor é totalmente encapsulado em resina epoxi de alta espessura, de modo a se minimizarem os efeitos de perdas caloríficas no resto do sistema.

O gerador de corrente deverá fornecer corrente contínua (c.c / d.c), ou alternativamente utilizar-se-á um conversor corrente alterna - corrente contínua (c.a. / a.c. -> c.c. / d.c.). Os tempos mínimos da operação de energização/desenergização foram vistos anteriormente no sector 5.2.6. Dever-se-á utilizar um gerador capaz de atingir os 400A, com uma d.d.p. de 10-20V (a d.d.p. é sobretudo importante para a rapidez da energização e por isso consoante o tempo de energização/desenergização pretendido, assim se obterá a d.d.p. óptima). O sistema será imediatamente desenergizado logo que uma extinção seja detectada pelo sistema de controle.

6 – DESIGN DO SEPARADOR CLASSIFICADOR MAGNÉTICO ^{[143], [144]}

6.1 – CORPO DO SEPARADOR-CLASSIFICADOR

Iremos começar por determinar qual a forma mais eficaz para o corpo do separador-classificador. Deveremos orientar-nos pelos objectivos propostos: a forma terá de tirar o máximo de vantagem da configuração do campo magnético gerado (ver figura 5.1 e 5.14) tendo em conta a finalidade de classificação diferencial – sector 2.3.

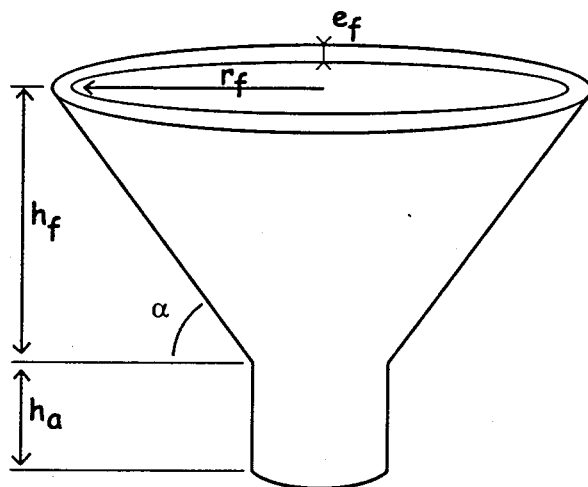
A *geometria* que melhor se adapta ao nosso objectivo é a de um funil (já de certo modo utilizada em ciclones e hidrociclones – sector 2.1.1.G). De facto ao analisarmos a figura 5.14, e se consultarmos a descrição apresentada no sector 2.3, verificamos que devido a esta configuração geométrica, a trajectória seguida por uma partícula magnética à medida que vai descendo na superfície, leva-a a penetrar em regiões de maior gradiente de densidade de força magnética. Assim, as partículas de susceptibilidade magnética mais elevada, chegam ao colector central a um nível mais alto que as restantes (ver capítulos 3 e 4), classificando-se as partículas diferencialmente.

Tendo em conta os valores considerados para os parâmetros nas simulações efectuadas no capítulo 4, iremos trabalhar com três corpos apresentando diferentes inclinações no sector cónico dos mesmos ($\alpha=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$). Na tabela 6.1 e na figura 6.1 apresentam-se os valores geométricos e a estrutura seleccionada para o corpo do separador (todos tendo em conta os valores apresentados no capítulo 4). De notar que o valor da altura da zona cilíndrica do corpo h_a foi sempre considerado como a quarta parte do valor da altura da zona cónica do corpo h_f , de modo a se facilitar um futuro “scale-up” do separador-classificador.

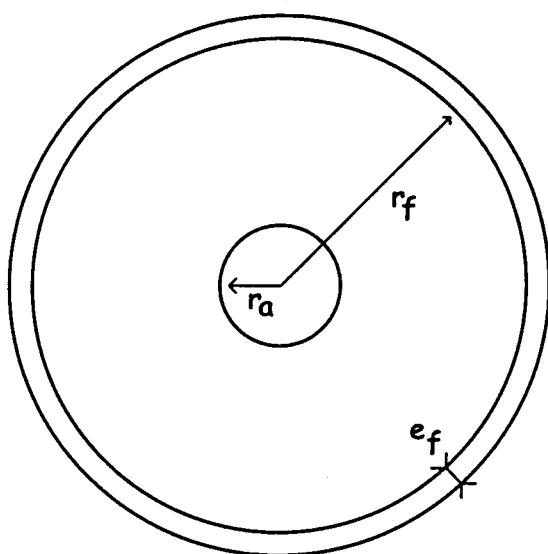
α	r_f (cm)	r_a (cm)	$h_f = (r_f - r_a)\text{tg}\alpha$ (cm)	$h_a = h_f/4$ (cm)	e_f (cm)	e_a (cm)
30°	45	15	$10\sqrt{3}\approx 17.3$	$2.5\sqrt{3}\approx 4.3$	1.5	1.0
45°	45	15	30	7.5	1.5	1.0
60°	45	15	$30\sqrt{3}\approx 52.0$	$7.5\sqrt{3}\approx 13.0$	1.5	1.0
μ_{tang}						
0.2		0.4		0.6		0.8

Tabela 6.1 - Valores dos parâmetros geométricos relativos ao corpo do separador-classificador magnético escolhido.

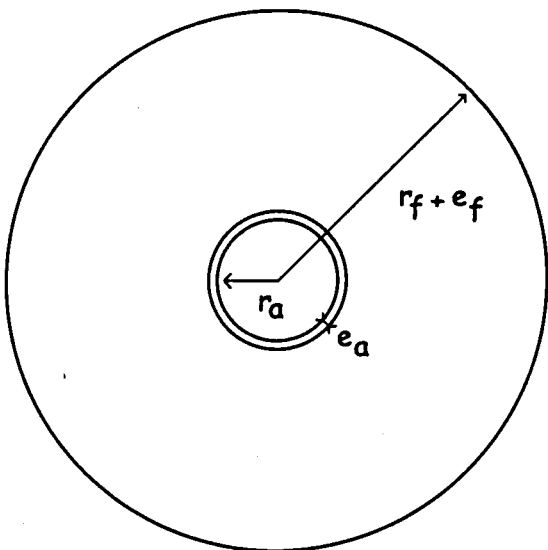
α - ângulo da inclinação da zona cónica do corpo do separador;
 r_a - raio interno da zona cilíndrica do corpo do separador; r_f - raio interno da zona cónica do corpo do separador; h_a - altura da zona cilíndrica do corpo do separador; h_f - altura da zona cónica do corpo do separador; e_a - espessura da zona cilíndrica do corpo do separador; e_f - espessura da zona cónica do corpo do separador. μ_{tang} é o valor do coeficiente de atrito no sentido tangencial (capítulo 3).



a)



b)



c)

Figura 6.1 – Corpo do separador-classificador magnético: a) vista 3D; b) vista de topo; c) vista de baixo. As variáveis são definidas como na tabela 6.1.



O *material* que constitui o corpo do separador deverá ser não-magnético, pelo que se eliminam logo à partida a maioria dos aços, que são ferromagnéticos. Na escolha do mesmo, deve-se ter em conta a resistência mecânica oferecida pelo material a tensões e a abrasões, assim como a massa específica dos materiais (se for demasiado elevada levará a uma erosão precoce das rodas dentadas constituintes do sistema de rotação, e se for demasiado baixa poderá não atingir uma rotação estável quando necessária).

Destacam-se dentro dos materiais possíveis:

- a) o aço inoxidável (12%Ni, 12%Cr ou 18%Ni, 8%Cr) ^[16], que apresenta excelentes características em termos de resistência à abrasão e tensões mecânicas (ver tabela 1.9) e é não magnético, apresentando no entanto uma massa específica elevada (7.9 gcm^{-3} ^[13]);
- b) o latão ^[14], que apresenta boas características em termos de resistência à abrasão e tensões mecânicas (tensões máximas admissíveis entre os 0.3 e os 0.8 GPa) ^[13] e é não magnético, apresentando no entanto uma massa específica elevada (8.5 gcm^{-3} ^[13]);
- c) materiais compósitos - resinas epoxi ou polímeros contendo fibras de vidro, borrachas, polimetais, plexiglass, resinas poliéster contendo fibras de vidro, etc. - que são não magnéticos e apresentam excelentes características em termos de resistência a tensões mecânicas (ver tabela 1.9), razoáveis características em termos de resistência à abrasão ^[160], apresentado ainda uma massa específica média ^[160]. Estes materiais já são vulgarmente utilizados em ciclones ^[161], hidrociclones ^[162] e centrifugadoras ^[163].

No caso em consideração utilizar-se-á um corpo feito à base de resinas poliéster (ou resina epoxi) com fibras de vidro impregnadas, pela vantagem que oferecem em termos económicos ^[160] e de valor de massa específica para protótipos. A resistência à abrasão não será um factor determinante, uma vez que o atrito será criado artificialmente por superfícies justapostas como será visto em seguida.

Para uma maior versatilidade do separador-classificador, é necessário poder actuar sobre o atrito apresentado pela superfície do corpo do mesmo (μ_{tang} da tabela 6.1). Utilizam-se fitas com diferentes rugosidades superficiais que coladas sobre a superfície do corpo lhe conferem diferentes coeficientes de atrito. Irão ser utilizadas 4 tipos diferentes de fitas que possibilitam os coeficientes de atrito apresentados na tabela 6.1. O material que compõe estas fitas não poderá ser magnético. Uma análise mais detalhada sobre o atrito e algumas das formas de o podermos controlar é apresentada em [164] e em [165].

O tronco do separador-classificador deverá ter a possibilidade de rodar sobre si mesmo, pelo que existirá um *motor* acoplado, que será capaz de imprimir várias velocidades de rotação a este. O motor deverá ser escudado magneticamente no caso de ser eléctrico.

6.2 – ALIMENTAÇÃO

O sistema de alimentação no caso em que o corpo do separador-classificador sofre rotação, é diferente do sistema de alimentação no caso em que o corpo do separador-classificador se encontra estático. Por este motivo, são discutidos em separado.

6.2.1 - CORPO DO SEPARADOR-CLASSIFICADOR EM ROTAÇÃO

Para este caso teremos de respeitar duas condições, de modo a podermos assegurar um eficiente desempenho para o separador-classificador magnético [144]:

1) as partículas deverão entrar no separador-classificador animadas de uma velocidade tangencial de valor igual ou ligeiramente superior ao valor da velocidade linear do corpo do separador-classificador (correspondente à sua velocidade de rotação); 2) as partículas, até se encontrarem assentes na superfície do corpo do separador-classificador, não deverão sofrer qualquer efeito devido ao campo magnético criado pelo supercondutor.

1) 1ª condição

A configuração que melhor se coaduna com esta condição e com a minimização de choques e instabilidades na transição alimentação-superfície do corpo do separador-classificador, é a de uma espiral tubular descendente decrescendo em raio de volta para volta (num ângulo, de preferência, ligeiramente superior ao da inclinação α da parte cónica do corpo do separador-classificador – figura 6.1) até atingir um valor de raio igual ao do raio da alimentação r_i – ver figura 6.4 e tabela 6.2. Esta configuração, desde que bem desenhada, permitirá que a partícula chegue ao raio de alimentação animada com a velocidade pretendida, e com um movimento de inércia adequado à trajectória seguida pela partícula nos primeiros instantes do seu movimento na superfície do corpo.

Importante é saber qual o volume das partículas com que se trabalha, pois tal influenciará o tamanho necessário da abertura de saída do tubo de alimentação. No caso em questão como se irá trabalhar com partículas de raio compreendido entre os 100-500 μ m (capítulo 4), o diâmetro escolhido para a alimentação é de 10mm. Este diâmetro é bastante abaixo do que é normalmente utilizado em sistemas similares, mas isso deve-se à tentativa de minimizar os problemas de dispersão de partículas à saída da alimentação.

Como fluido de transporte das partículas na alimentação utilizar-se-á o ar, que será misturado com as partículas e depois injectado na tubagem por um sistema de jacto em tudo similar ao que é utilizado em [166].

Para as partículas atingirem a velocidade linear do fluido (que será igual ou ligeiramente superior à velocidade linear da rotação do corpo do separador-classificador) deverão percorrer uma *distância mínima*, ou seja a serpentina deverá apresentar um valor mínimo em termos de comprimento total, a que corresponderá uma determinada *altura total*. Esta distância mínima e correspondente altura total foram calculadas para cada uma das inclinações α do corpo do separador-classificador consideradas (30°, 45° e 60°), encontrando-se estes cálculos apresentados no apêndice 6A. Como resultados finais obteve-se.

$$\begin{cases} \alpha_{al} = 35^\circ, n = 5 \Rightarrow h_{Tserpentina} = 20cm \Rightarrow L_{serpentina} = 16.7cm; L_{restante} = 40.0cm \\ \alpha_{al} = 50^\circ, n = 5 \Rightarrow h_{Tserpentina} = 20cm \Rightarrow L_{serpentina} = 14.5cm; L_{restante} = 42.2cm \\ \alpha_{al} = 65^\circ, n = 5 \Rightarrow h_{Tserpentina} = 20cm \Rightarrow L_{serpentina} = 13.1cm; L_{restante} = 43.6cm \end{cases}$$

sendo n o número de voltas da serpentina, $h_{Tserpentina}$ a altura total da serpentina, $L_{serpentina}$ a fracção de comprimento total na forma de serpentina interna, e $L_{restante}$ a fracção de comprimento total sob a forma de prolongamento externo. α_{al} é o ângulo de inclinação que a serpentina faz com a horizontal e é ligeiramente superior ao ângulo do corpo α para existir espaço para a circulação das partículas e do ar.

Devido à forma em serpentina, as partículas sofrerão uma força centrífuga que as impelirá contra a parede da mesma. Devido ao efeito do peso, as partículas não circularão encostadas à parede numa linha a meia altura desta, mas sim num ponto intermédio entre o fundo do tubo e a meia altura da parede (de uma maneira próxima ao descrito em artigos relativos ao movimento em espirais: [167]). A superfície interna da serpentina deverá oferecer pouco atrito ao movimento do fluido contendo as partículas. A tubagem que compõe a serpentina encontra-se forrada internamente por uma fina película de material não magnético ou paramagnético de modo a se evitar uma “colagem” das partículas à parede da mesma.

O caudal máximo processado pode ser determinado pela multiplicação da velocidade das partículas - v_{part} - pela área efectiva - A_{ef} - de saída:

$$G = v_{part} A_{ef} \quad (6.1)$$

Para se evitar uma acumulação e sobreposição de partículas descendentes na parede, e para evitar problemas na interface alimentação-corpo do separador-classificador, considera-se que o máximo de partículas que se deverá processar é o correspondente a uma só camada de partículas que sairá no quadrante entre o fundo do tubo e a meia altura da parede mais próxima do corpo do separador. Assim,

$$A_{ef} = \frac{\pi^2 d_{al} r_p}{8} \quad (6.2)$$

sendo d_{al} o diâmetro da serpentina e r_p o raio das partículas. Para $d_{al} = 10mm$, e

$$\begin{cases} r_p = 100 \mu m \Rightarrow G = 2.22E - 6 \text{ m}^3 s^{-1} = 7.99E - 3 \text{ m}^3 hr^{-1} = 60.0 \text{ kg hr}^{-1} \\ r_p = 250 \mu m \Rightarrow G = 5.55E - 6 \text{ m}^3 s^{-1} = 2.00E - 2 \text{ m}^3 hr^{-1} = 150 \text{ kg hr}^{-1} \\ r_p = 500 \mu m \Rightarrow G = 1.11E - 5 \text{ m}^3 s^{-1} = 4.00E - 2 \text{ m}^3 hr^{-1} = 300 \text{ kg hr}^{-1} \end{cases}$$

Os caudais obtidos são algo abaixo do normal em escalas laboratoriais ^[14], mas tal é devido às precauções que se tomaram em relação à alimentação, que sendo conservativas podem assim ser diminuídas quando pretendido, aumentando-se deste modo o valor dos caudais processados.

2) 2ª condição

O único meio de proporcionar um caminho livre de influências de campos magnéticos externos para as partículas que descem na serpentina, é o de aplicar um escudo magnético a esta, durante todo o percurso sob influência do campo magnético. No sector 1.5 foram vistos os princípios gerais dos escudos magnéticos e iremos utilizar as equações então desenvolvidas para calcular as dimensões do escudo em análise.

No nosso caso, o campo externo H_0 terá um valor de $2T=20kGauss$ a um raio de alimentação de 30 cm (ver capítulos 3, 4 e 5). Considerando que um campo magnético H_{0i} de 20Gauss (2mT) no interior do sistema de alimentação já é suficiente baixo para poder ser desprezado, determinamos através da equação (1.28) que a atenuação do campo magnético tem o valor de $A=1000$. Para seleccionarmos o material ferromagnético a utilizar como escudo notemos que para um diâmetro do tubo $d=1cm$ e $H_0=20kGauss$, da equação (1.29),

$$t(cm) = \frac{25000}{B_e(Gauss)} \quad (6.3)$$

pelo que para a espessura do escudo magnético t não ser superior a 2.5cm (valor, mesmo assim, bastante elevado), a indução magnética externa B_e deverá ser superior a 10kGauss. Isto implica que a indução magnética de saturação do material a utilizar como escudo deverá ser superior a 10kGauss. Deste modo, materiais de excelentes propriedades magnéticas normalmente utilizados em escudos magnéticos, como o Mumetal, o Permalloy e o Supermalloy, são imediatamente eliminados como podemos inferir dos valores apresentados na tabela 1.7. Preferimos o *ferro macio* - ver figura 6.2 - uma vez que este apresenta um valor de indução de saturação bastante superior a 1T, apresentando ainda uma baixa coercividade (factor importante na diminuição da magnetização sofrida).

Da equação (1.32) obtém-se a força de magnetização $H_M=25 Gauss(Oe)$. Utilizando a curva da figura 6.2 obtém-se $B_e=16.5kGauss$ e do declive nesse ponto do gráfico, tira-se o valor da permeabilidade magnética de $\mu=660$, e deste modo da equação (1.30) obtém-se finalmente $t=1.5cm$.

A forma de serpentina de raio decrescente que foi considerada para a alimentação adequa-se às necessidades de escudo magnético. De facto, a variação gradual do raio da serpentina em cada volta fará com que o efeito *anti-escudo* que existiria no caso de raio constante seja eliminado ^[168].

O ponto crítico situar-se-á na interface alimentação-corpo do separador-classificador, pois pode dar-se o caso da influência do campo magnético externo na partícula se verificar antes mesmo desta estar sobre a superfície do corpo em

rotação (ver figura 6.3). A solução consiste na existência de um prolongamento da parte de topo da tubagem feita em ferro macio, que ficará assim com a forma de bico, enquanto que a parte de baixo diminuirá gradualmente até desaparecer. O efeito deste “bico” será o mesmo que o considerado em [168], ou seja, o efeito de escudo prolongar-se-á até à superfície, protegendo a partícula até esta se encontrar totalmente assente na superfície do corpo em rotação.

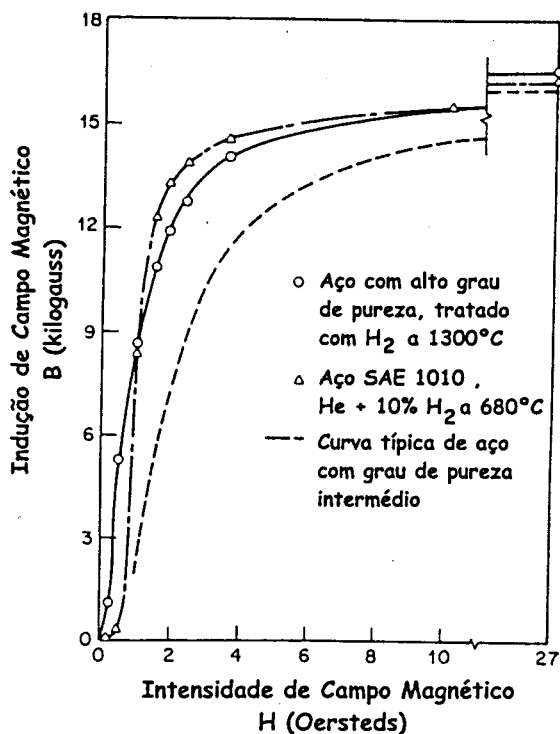


Figura 6.2 – Curvas de magnetização inicial para aços de alta pureza (ferros macios) (baseado em [6]).

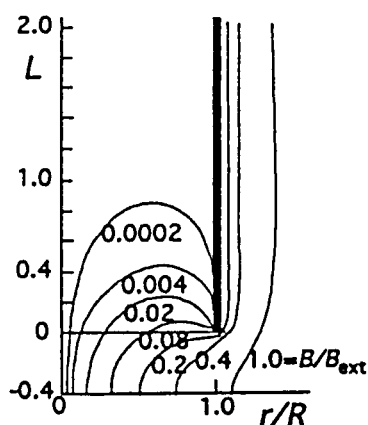


Figura 6.3 – Irregularidade no escudamento magnético existente na extremidade da tubagem (que corresponde ao segmento (0,0)–(1,0)) (de [29]).

Na figura 6.4 apresenta-se um esquema da alimentação seleccionada para o caso em análise e na tabela 6.2 apresentam-se os valores das variáveis dimensionais desta.

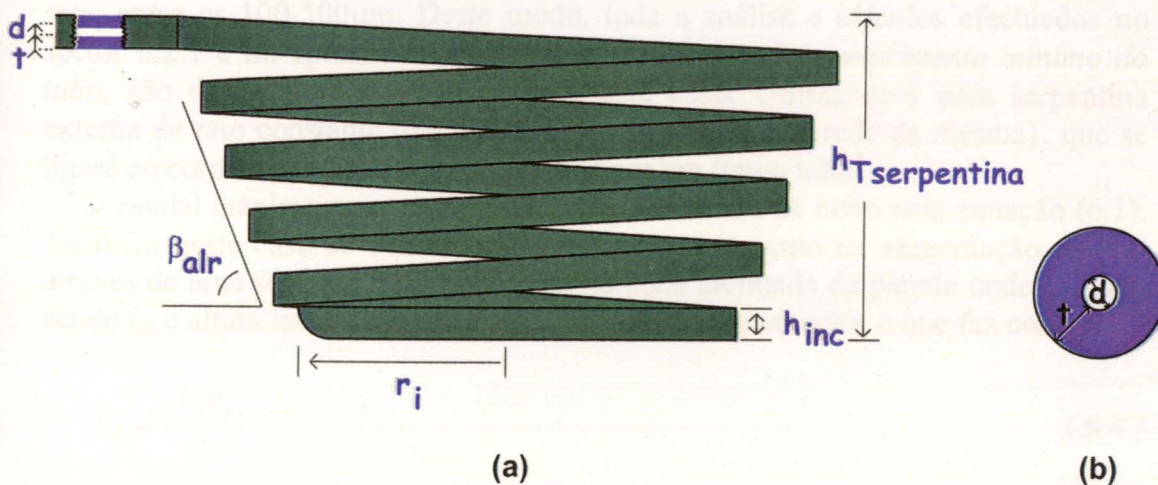


Figura 6.4 – Esquema da serpentina de alimentação para o caso do corpo do separador-classificador em rotação (caso $\beta_{alr}=50^\circ$): a) vista lateral; b) corte seccional. d é o diâmetro interno da serpentina; t é a espessura da parede – escudo magnético; β_{alr} é o ângulo de “decréscimo” do raio da serpentina; h_{inc} é a altura (diâmetro) total da serpentina ($=d+2t$); r_i é o raio inicial (figura 3.1); $h_{Tserpentina}$ é a altura total da serpentina (ver apêndice 6A).

d (cm)	t (cm)	β_{alr}	r_i (cm)	h_{inc} (cm)
1.0	1.5	$35^\circ, 50^\circ, 65^\circ^*$	30	4.0

Tabela 6.2 - Valores das variáveis geométricas da serpentina de alimentação num separador-classificador com o corpo em rotação – ver figura 6.4.

6.2.2 - CORPO DO SEPARADOR-CLASSIFICADOR ESTÁTICO

As duas condições necessárias apontadas para o caso do corpo em rotação, também se aplicam ao caso do corpo estático.

1) 1ª condição

A configuração que melhor se coaduna com esta condição e com a minimização de choques e instabilidades na transição alimentação-superfície do corpo do separador-classificador, vem imediatamente do conhecimento prático do funcionamento de ciclones e hidrociclones, ou seja, é um tubo com direcção paralela à superfície de entrada e que utilizando um sistema de injeção de partículas semelhante ao referido no caso anterior, fará com que estas entrem

* Para justificação destes valores consultar apêndice 6A.

animadas da velocidade inicial tangencial pretendida. A tubagem deverá ter uma configuração rectangular com inclinação lateral igual à do corpo do separador-classificador, conservando-se deste modo as partículas a todo o tempo, em contacto com a parede-superfície do tubo – ver figura 6.5 e tabela 6.3.

O raio das partículas a tratar deverá situar-se dentro da gama já considerada, ou seja, entre os 100-500 μm . Deste modo, toda a análise e cálculos efectuados no sector 6.2.1 e no apêndice 6A para a determinação do *comprimento mínimo do tubo*, são de igual modo válidos para este caso. Utilizar-se-á uma serpentina externa de raio constante (que “colará” as partículas à parede da mesma) que se ligará ao corpo do separador-classificador por um longo tubo[†].

O caudal máximo processado poderá ser calculado de novo pela equação (6.1). Também neste caso se considerará que o processamento da alimentação se fará através de uma só camada de partículas na zona inclinada da parede onde $l_{al}=1\text{cm}$ sendo l_{al} o altura lateral da parede da tubagem de alimentação, o que faz com que

$$A_{ef} = \frac{\pi l_{al} r_p}{2} \quad (6.4)$$

e assim

$$\begin{cases} r_p = 100\mu\text{m} \Rightarrow G = 2.83E-6 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 1.02E-2 \text{ m}^3\text{hr}^{-1} = 76.4 \text{ kghr}^{-1} \\ r_p = 250\mu\text{m} \Rightarrow G = 7.07E-6 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 2.54E-2 \text{ m}^3\text{hr}^{-1} = 191 \text{ kghr}^{-1} \\ r_p = 500\mu\text{m} \Rightarrow G = 1.41E-5 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 5.09E-2 \text{ m}^3\text{hr}^{-1} = 382 \text{ kghr}^{-1} \end{cases}$$

Também aqui os caudais obtidos são algo abaixo do normal em escalas laboratoriais^[14], e de igual modo tal é devido às precauções que se tomaram em relação à alimentação, que sendo conservativas podem assim ser diminuídas quando pretendido, aumentando-se deste modo o valor dos caudais processados.

2) 2ª condição

Também para este caso se deverá utilizar um escudo magnético, embora agora limitado à parte recta da alimentação (desde que a serpentina externa esteja longe da influência do campo magnético gerado pelo superconductor). Como o tubo de alimentação tem a forma rectangular, como diâmetro do escudo iremos considerar a sua maior dimensão lateral^[32], ou seja o lado onde $l_{al}=1\text{cm}$. Isto significa que toda a análise feita para o cálculo de t no sector 6.2.1 é válida para este caso, e os resultados obtidos são idênticos se escolhermos o mesmo material de escudagem magnética. Deste modo podemos afirmar que a espessura de um escudo de ferro macio é de 1.5cm. Também neste caso o interior das paredes será forrado com uma película fina de um material não magnético ou paramagnético.

Na figura 6.5 apresenta-se um esquema geral da alimentação seleccionada, sendo que na tabela 6.3 se apresentam os valores dimensionais da mesma.

[†] A força centrífuga exercida nas partículas deverá ser controlada de modo a se evitar que as partículas se acumulem ou ultrapassem o vértice mais baixo da parede de alimentação.

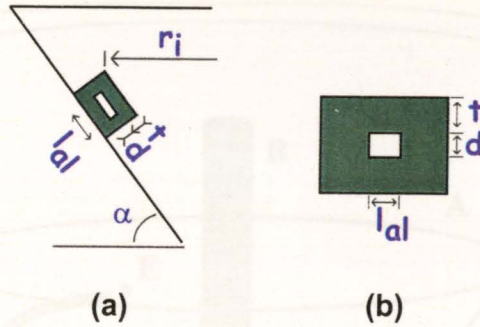


Figura 6.5 – Esquema da alimentação para o caso do corpo do separador-classificador estático: a) vista lateral; c) corte seccional. d é o diâmetro interno da alimentação; t é a espessura da parede – escudo magnético; α é o que o corpo do separador-classificador faz com a horizontal; r_i é o raio inicial (ver figura 3.1); l_{al} é o comprimento lateral da parede do tubo.

d (cm)	l_{al} (cm)	t (cm)	r_i (cm)	α
1.0	1.0	1.5	30	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$

Tabela 6.3 - Valores das variáveis geométricas da alimentação no caso do corpo do separador-classificador estático – ver figura 6.5.

6.3 – COLECTORES DE PARTÍCULAS

São três os colectores necessários para o separador-classificador magnético desenvolvido (figura 6.6):

- i) *um colector central* - responsável pela recolha selectiva das partículas magnéticas,
- ii) *um colector de base* – responsável pela recolha dos mistos magnéticos,
- iii) *um colector de topo* – responsável pela recolha das restantes partículas.

Discutimos os três tipos a seguir, individualmente.

6.3.1 – COLECTOR CENTRAL

Este colector é o principal, uma vez que é nele que as partículas magnéticas a separar serão selectivamente recolhidas. Para o seu design teve-se em conta deveria possuir uma forma adequada à tarefa de classificação por classes de susceptibilidade das partículas magnéticas. Definiu-se uma forma que leva em linha de conta o facto das partículas com maior susceptibilidade magnética chegarem ao colector central a um nível mais elevado do que as que apresentam menor susceptibilidade magnética (sector 2.3, capítulos 3 e 4). A configuração final dependerá, do modo de operação do separador-classificador magnético, entre dois possíveis:

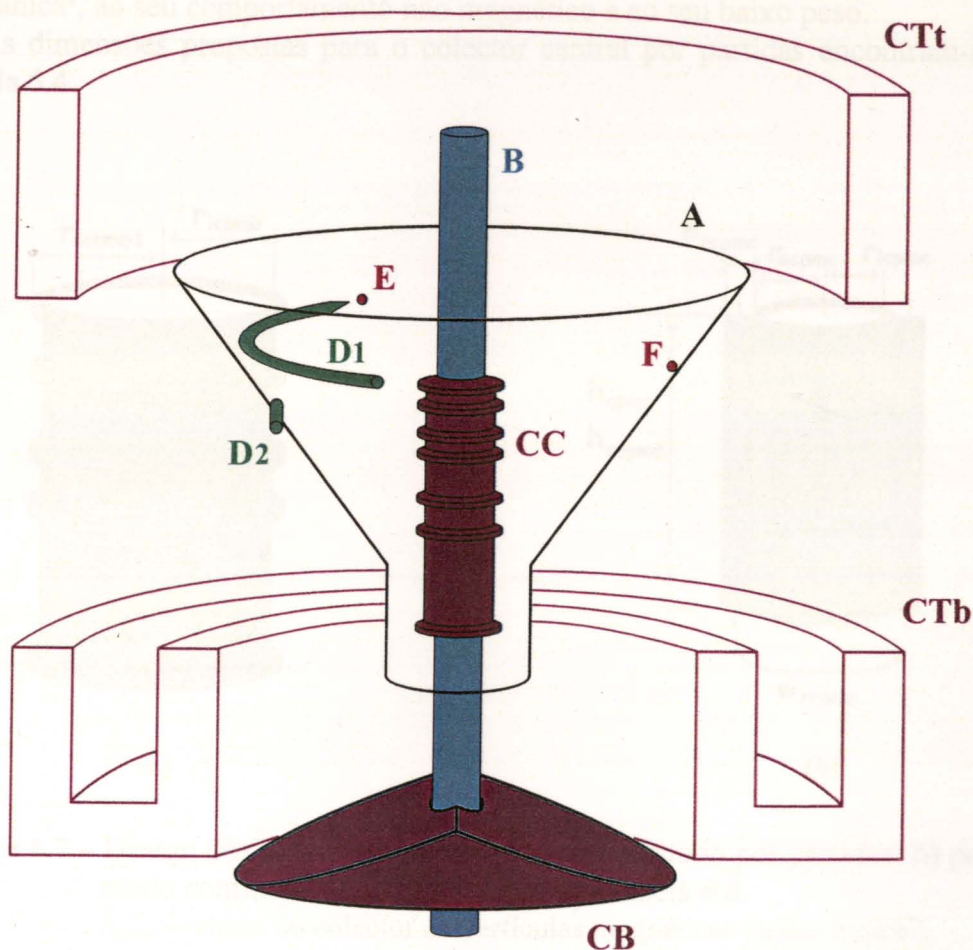


Figura 6.6 – Representação esquemática do separador-classificador com os coletores devidamente posicionados. Legenda como na figura 2.21, sendo ainda *CC* o coletor central, *CB* o coletor de base, *CTb* o coletor de topo – parte de base, e *CTt* o coletor de topo – parte de topo. O coletor de topo encontra-se seccionado e representado apenas por linhas para facilitar a leitura do esquema.

A) Modo “batch” (por partidas)

Na figura 6.7a) apresenta-se o modelo do coletor escolhido. Consiste num cilindro oco colocado em redor do cabo supercondutor, que contém níveis de recolha-classificação definidos por círculos de material não-magnético. Estes círculos são removíveis, pois contêm dobradiças num dos lados e no lado oposto um sistema de parafuso-porca-de-pressão. Para remoção das classes de partículas magnéticas existe presa no topo do cilindro uma estrutura cilíndrica (recolhível) que se pode alongar de modo a formar um cilindro que se sobreporá ao coletor; em seguida desliga-se o supercondutor, e subindo de novo o cilindro exterior, recolhem-se então as partículas classe a classe[‡].

Como material de estrutura do coletor selecciona-se um material compósito: resina poliéster (ou epoxi) contendo fibras de vidro, devido à sua excelente

[‡] Para outros recipientes, com ajuda de uma pá ou espátula.

maleabilidade aquando do fabrico, às suas excelentes características de resistência mecânica[§], ao seu comportamento não magnético e ao seu baixo peso.

As dimensões propostas para o colector central por partidas encontram-se na tabela 6.4.

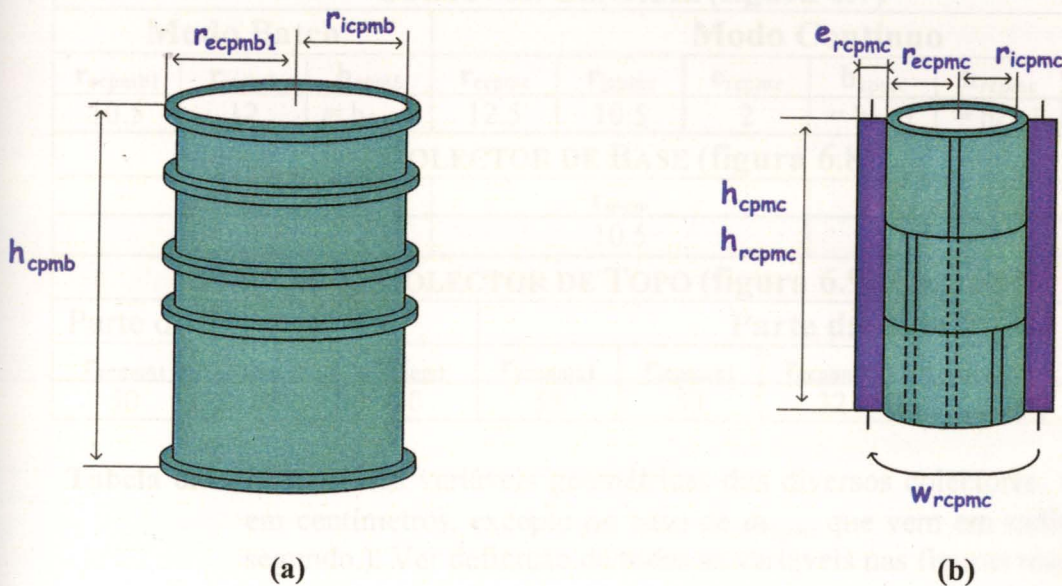


Figura 6.7 – Design dos colectores centrais: a) para o modo por partidas; b) para o modo contínuo. Ver valores típicos na tabela 6.4.

- h_{cpmb} – altura do colector de partículas magnéticas modo “batch”;
- r_{ecpm_b1} – raio externo do colector de partículas magnéticas modo “batch” (parede + anilha) no primeiro nível;
- r_{icpm_b} – raio interno do colector de partículas magnéticas modo “batch”;
- h_{cpmc} – altura do colector de partículas magnéticas modo contínuo;
- h_{rcpm_c} – altura do “rapador” do colector de partículas magnéticas modo contínuo (neste caso igual a h_{cpmc});
- e_{rcpm_c} – espessura do “rapador” do colector de partículas magnéticas modo contínuo;
- r_{ecpm_c} – raio externo do colector de partículas magnéticas modo contínuo;
- r_{icpm_c} – raio interno do colector de partículas magnéticas modo contínuo;
- ω_{rcpm_c} – velocidade de rotação dos “rapadores” do colector de partículas magnéticas modo contínuo.

B) Modo contínuo

Na figura 6.7b) apresenta-se o modelo do colector escolhido. Consiste num cilindro oco colocado em redor do cabo supercondutor que contém várias calhas verticais. Estas calhas só se encontram destapadas no nível da classe pretendida, encontrando-se tapadas nos outros níveis. Existirão ainda duas chapas “rapadoras” que rodarão rentes à superfície do colector, empurrando deste modo as partículas para as calhas^{**}. As calhas apresentarão uma superfície de atrito praticamente nulo

[§] Importantes devido ao forte impacto de partículas que o colector sofrerá.

^{**} O sistema de rotação é semelhante ao descrito para o caso do corpo do separador-classificador

no sentido vertical (até nas paredes) e elevado no sentido horizontal^{††}, o que levará a que as partículas magnéticas pelo efeito do seu peso se desloquem, em queda livre, para um sistema de tubagens que as retirará do sistema por classes.

COLECTOR CENTRAL (figura 6.7)								
Modo Batch			Modo Contínuo					
r_{cpmb1}	r_{cpmb}	h_{cpmb}	r_{cpmc}	r_{cpmc}	e_{cpmc}	h_{cpmc}	h_{repmc}	ω_{repmc}
10.5	12	$= h_f - 1$	12.5	10.5	2	$= h_f - 1$	$= h_f - 1$	2
COLECTOR DE BASE (figura 6.8)								
l_{scm}			r_{mcm}			h_{cm}		
$10\sqrt{2}$			10.5			10		
COLECTOR DE TOPO (figura 6.9)								
Parte do Topo			Parte da Base					
r_{cpnmt}	r_{cpnmt}	h_{cpnmt}	r_{cpnmb1}	r_{cpnmb1}	r_{cpnmb2}	r_{cpnmb2}	h_{cpnmb}	
50	47	20	55	53	32	30	10	

Tabela 6.4 - Valores das variáveis geométricas dos diversos colectores. (Valores em centímetros, excepto no caso de ω_{repmc} que vem em radianos por segundo.). Ver definição de todas as variáveis nas figuras respectivas.

A velocidade e tempo de queda das partículas magnéticas para colectores centrais em modo contínuo foi calculada (apêndice 6B), encontrando-se os resultados apresentados na tabela 6.5.

$r_{part} = 100\mu m$			
	$h_{cpmc} = 10\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$	$h_{cpmc} = 29 \text{ cm}$	$h_{cpmc} = 30\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$
$v \text{ (m/s)}$	9.841E-2	9.841E-2	9.841E-2
$t \text{ (s)}$	1.658	2.947	5.178
$r_{part} = 250\mu m$			
	$h_{cpmc} = 10\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$	$h_{cpmc} = 29 \text{ cm}$	$h_{cpmc} = 30\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$
$v \text{ (m/s)}$	0.156	0.156	0.156
$t \text{ (s)}$	1.049	1.864	3.275
$r_{part} = 500\mu m$			
	$h_{cpmc} = 10\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$	$h_{cpmc} = 29 \text{ cm}$	$h_{cpmc} = 30\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$
$v \text{ (m/s)}$	0.220	0.220	0.220
$t \text{ (s)}$	0.742	1.318	2.316

Tabela 6.5 - Velocidade e tempo de descida das partículas magnéticas nos colectores centrais de modo contínuo para vários valores do raio das partículas e da altura do colector (o coeficiente de arrasto foi considerado como constante e igual a 0.27).

^{††} Ao contrário da superfície do cilindro-colector que apresenta um superfície com atrito elevado no sentido vertical e muito baixo no sentido horizontal.

O material de estrutura do colector é o material compósito resina poliéster (ou epoxi) contendo fibras de vidro, pelos motivos já descritos na alínea anterior.

As dimensões do colector central contínuo encontram-se descritas na tabela 6.4.

A estrutura das calhas poderá ser modificada de orientação vertical para uma orientação oblíqua com rotação do colector (e não das placas “rapadoras”) no caso de se pretender controlar a velocidade de descida das partículas (nomeadamente aumentando-a)^[144].

Uma opção aconselhável que se poderá ter em conta quer para o modo por partidas, quer para o modo contínuo, no caso de um número baixo de classes pretendido, é a utilização de um colector central composto por cilindros concêntricos sucessivamente mais baixos, que definirão as classes magnéticas (a superfície dos cilindros deverá apresentar um coeficiente de atrito praticamente nulo).

6.3.2 – COLECTOR DE BASE

O colector de base tem como função recolher todas as partículas mistas que caem na zona circular do corpo do separador-classificador não se exigindo por isso quaisquer cuidados a nível de separação classificativa. Deste modo, o colector será um simples sistema de duas rampas situado abaixo do nível mais baixo do corpo do separador-classificador. Estas rampas farão com que as partículas se desloquem para fora do sistema de uma maneira simples e eficaz. Serão feitas do mesmo material compósito dos colectores centrais: resina poliéster (ou epoxi) contendo fibras de vidro. O atrito da superfície das rampas deverá ser reduzido ao mínimo.

Na figura 6.8 apresenta-se um esquema do colector de base (de mistos).

Na tabela 6.4 apresentam-se as dimensões deste colector.

6.3.3 – COLECTOR DE TOPO

Este colector recolherá todas as partículas presentes na alimentação, que não sofreram o movimento descendente, não tendo assim sido classificadas como partículas magnéticas ou separadas como mistos. Também neste caso não existirão cuidados classificativos. Este colector consiste numa secção cilíndrica que rodeará um sector do separador-classificador magnético, que aliado a reservatórios de partículas colocados na base do sistema, recolherá as partículas não magnéticas. Todas as peças são feitas do mesmo material compósito utilizado nos outros colectores: resina poliéster (ou epoxi) contendo fibras de vidro.

Na figura 6.9 apresenta-se um esquema do colector de partículas não magnéticas.

Na tabela 6.4 apresentam-se as dimensões escolhidas para as peças que compõem este colector.

7 - CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

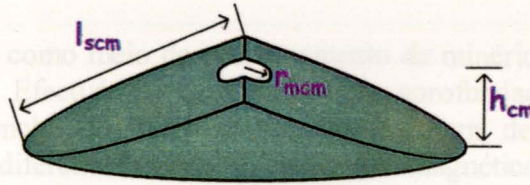


Figura 6.8 – Design do coletor de base (coletor de mistos). Ver valores típicos na tabela 6.4.

l_{scm} – comprimento da superfície do coletor de mistos;

r_{mcm} – raio menor do coletor de mistos;

h_{cm} – altura do coletor de mistos.

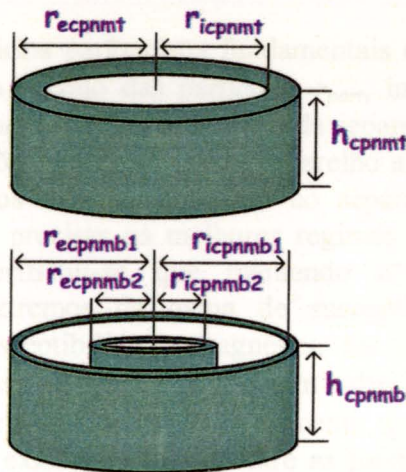


Figura 6.9 – Esquema do coletor de topo. Ver valores típicos na tabela 6.4.

r_{ecpnmt} – raio externo do coletor de partículas não magnéticas – parte de topo;

r_{icpnmt} – raio interno do coletor de partículas não magnéticas – parte de topo;

$r_{ecpnmb1}$ – raio externo do coletor de partículas não magnéticas – parte de base, parede externa;

$r_{icpnmb1}$ – raio interno do coletor de partículas não magnéticas – parte de base, parede externa;

$r_{ecpnmb2}$ – raio externo do coletor de partículas não magnéticas – parte de base, parede interna;

$r_{icpnmb2}$ – raio interno do coletor de partículas não magnéticas – parte de base, parede interna;

h_{cpnmt} – altura do coletor de partículas não magnéticas – parte de topo;

h_{cpnmb} – altura do coletor de partículas não magnéticas – parte de base.

7 – CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

A separação magnética, como meio de processamento de minérios, tem verificado uma acentuada evolução. Efectuámos uma inspecção aprofundada aos aparelhos separadores existentes concluindo, no entanto, que nenhum destes apresenta a capacidade de classificar diferencialmente as partículas magnéticas, antes obtendo (tipicamente) apenas as 3 classes clássicas: partículas magnéticas, mistos e partículas não magnéticas.

O novo separador-classificador por nós desenvolvido colmata esta lacuna, devendo para isso apresentar um corpo com a configuração cónica, contendo no centro um condutor eléctrico linear gerador do campo magnético.

A teoria-base aqui desenvolvida adapta-se ao princípio fundamental do aparelho, que é o da oposição da força centrífuga à força magnética nas partículas magnéticas a separar e classificar, e a ausência desta oposição nas partículas não magnéticas e magnéticas que não pretendemos separar nem classificar. Esta teoria foi já preparada para suster possíveis desvios à idealidade, pela introdução de dois coeficientes – T_{CG1} e T_{CG2} .

Analisada a influência de vários parâmetros fundamentais (ângulo α , velocidade angular ω , coeficiente de atrito μ , raio das partículas r_{part} , intensidade de corrente eléctrica I e raio real da alimentação r_R) nos resultados da separação-classificação, por simulações, e estudadas aplicações práticas do novo aparelho a misturas de minérios, demonstrámos que os princípios teóricos inerentes ao separador-classificador são aplicáveis, podendo nós, então precisar os melhores regimes de funcionamento do aparelho. Especificamente, verificou-se que mantendo o resto das variáveis constantes, os valores dos extremos da gama de susceptibilidades magnéticas classificadas e o valor da susceptibilidade magnética da última partícula a ser separada, diminuem com o aumento de α ou de I , e com a diminuição de ω ou de r_R , mantendo-se constantes com variações de r_{part} . Um aumento de μ piora a separação e classificação obtidas. Deixa de existir separação entre as partículas magnéticas e as não magnéticas (continuando contudo a existir classificação das partículas magnéticas) nos casos em que se aumenta demasiado o valor de α ou de μ , ou se diminui demasiado o valor de ω ou de r_R . No caso de se diminuir em demasia o valor de r_{part} deixa-se mesmo de conseguir separar ou classificar as partículas magnéticas neste aparelho. A altura de chegada das partículas magnéticas ao colectador central aumenta com o aumento do valor de I , mantendo-se, por outro lado, praticamente invariável com variações unitárias de ω , com variações decimais de μ e com variações de r_{part} da ordem de meio milímetro. Os possíveis desvios à idealidade analisados (e. g. dispersão das partículas na alimentação) provaram ser desprezáveis.

Efectuámos uma análise ao gerador de campo magnético, e concluímos que a distribuição de campo magnético pretendida só seria conseguida através da utilização de um cabo supercondutor. Para que o cabo supercondutor concebido se encontre estabilizado contra possíveis extinções, ter-se-á de optar por um de três métodos diferentes: a) estabilização por corrente imposta de hélio líquido; b) estabilização pelo critério de Iwasa (opção menos dispendiosa, mas mais condicionante em termos de operação do cabo); c) junção dos métodos a) e b) (opção mais dispendiosa). Foram ainda consideradas duas escalas dimensionais internas do cabo supercondutor (reflectidas, por exemplo, nas dimensões dos filamentos), sendo a opção de filamentos menores mais dispendiosa, mas mais estável, enquanto que a opção de filamentos maiores é a menos dispendiosa, mas também a menos estável.

Tendo em vista a configuração do sistema separador-classificador, desenhamos dois sistemas de alimentação e três tipos de colectores, sendo pouco provável a obtenção dos objectivos de classificação-separação, sem a adopção do design que concebemos para cada um deles.

De um modo geral pode afirmar-se que o novo separador-classificador desenvolvido, apresenta, entre outras, as seguintes características:

- classifica diferencialmente as partículas magnéticas à medida que vão sendo separadas (o que por si só constitui uma *inovação*);
- pode trabalhar em dois modos: corpo-rotativo e corpo-estático;
- pode ser aplicado na classificação por grau de pureza de minérios da mesma natureza química;
- pode ser aplicado na separação e classificação de espécies magnéticas dentro de uma mistura de minérios;
- apresenta grandes vantagens do ponto de vista económico, por realizar duas tarefas (separação e classificação) na mesma máquina e numa só etapa, e por permitir também a redução nos custos devidas à aquisição de solventes utilizados em etapas posteriores de dissolução dos minérios;
- apresenta um “caminho limpo”, ou seja, não existem choques entre as partículas a partir do momento em que estas se encontram na superfície do seu corpo;
- as trajectórias das partículas são longas (pois são radiais), o que permite um maior tempo de exposição das partículas ao gradiente magnético criado, melhorando assim a eficiência da separação-classificação;
- o gradiente de campo magnético acompanha a geometria do corpo e a trajectória das partículas.

Futuro:

- ✓ Separador-classificador: - construiremos um protótipo que permita testes nos três corpos estudados, com as superfícies de atrito consideradas nas simulações;
- os dois modos de operação (corpo-estático e corpo-rotativo) serão testados.
- ✓ Teoria e simulações: - a teoria e as simulações serão confrontadas com os resultados práticos, determinando-se os valores de T_{CG1} e T_{CG2} para aplicações típicas.
- ✓ Cabo supercondutor: - determinar-se-ão as perdas energéticas práticas devidas à energização/desenergização, do íman supercondutor e comparar-se-ão os valores obtidos com os previstos teoricamente, determinando-se qual o modelo teórico que melhor os traduz.

REFERÊNCIAS

- [1] - I. S. Grant, W. R. Phillips; Electromagnetism ; John Wiley & Sons, 1988
- [2] - J. D. Jackson; Classical electrodynamics ; John Wiley & Sons, 1962
- [3] - D. Halliday, R. Resnick; Física ; volume 3, 4th Ed., Livros técnicos e científicos editora, São Paulo, 1987
- [4] - J. R. Reitz, F. J. Milford, R. W. Christy; Foundations of electromagnetic theory ; 4th Ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1993
- [5] - W. H. Hayt Jr.; Engineering electromagnetics ; 5th Ed., McGraw-Hill International Editions, Engineering Series, 1989
- [6] - D. Jiles; Introduction to magnetism and magnetic materials ; 1st Ed. (reprint), Chapman&Hall, 1994
- [7] - M. Born; Física Atômica ; 4^a Edição, Fundação Calouste Gulbenkian, 1986
- [8] - D. Griffiths; Introduction to elementary particles ; John Wiley & Sons, 1987
- [9] - J. C. Anderson; Magnetism and magnetic materials; Chapman&Hall Ltd., 1968
- [10] - S. V. Marshall, G. G. Skitek; Electromagnetic concepts and applications; 3rd Ed., Prentice-Hall International, 1990
- [11] - A. Nussbaum; Electromagnetic and quantum properties of materials ; Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1966
- [12] - J. Svoboda; Magnetic methods for the treatment of minerals ; Developments in Mineral Processing n°8, Elsevier Science Publishers, Amsterdam 1987
- [13] - D. R. Lide, ed.; Handbook of chemistry and physics ; 75th Ed.; Special Student Edition; CRC Press; 1995
- [14] - J. Boehm; A study of the open gradient magnetic separation method ; Tese de Doutorado (PhD Thesis); University of Salford, 1990
- [15] - Cap. 2. Minerals and their properties e Cap. 6. Magnetic and Electrical Separation em SME Handbook ; SME
- [16] - M. McCaig, A. G. Clegg; Permanent magnets in theory and practice ; 2nd Ed. , Pentech Press, 1987

- [17] - Charles Kittel; *Introduction to solid state physics* ; 5th Ed. , John Wiley & Sons Inc., 1976
- [18] - C. A. P. da Silva, M. M. Oliveira; *Ferrites - propriedades e tecnologia* ; Laboratório de Física e Engenharia Nucleares, Fev. 1978, IFEN-B-N-29, UMTM, INIS-B24
- [19] - *Magnetism em New Grolier Multimedia Encyclopedia* ; Grolier Electronic Publishing Inc. ; 1993
- [20] - A. F. Kip; *Fundamentals of electricity and magnetism* ; McGraw-Hill International Edition, Engineering Series, 1969
- [21] - H. Lumbroso; *Problèmes résolus sur les circuits électriques* ; Dunod, 1986
- [22] - M. Alonso, E. J. Finn; *Fundamental university physics. Volume II: Fields and Waves* ; Addison- Wesley Publishing Company, Inc., 1970
- [23] - M. N. Wilson; *Superconducting magnets* ; R. G. Scurlock Editions; 1983
- [24] - “Building world-record magnets”; G. Boebinger, Al Passner, J. Beuk; *Scientific American* Jan 1995, pág.34-40
- [25] - R. Gerber, R. R. Birss; *High Gradient Magnetic Separation* ; Research Studies Press, John Wiley & Sons, 1983
- [26] - D. R. Kelland; *Magnetic enhancement in HGMS* ; Tese de Doutorado (PhD Thesis), Department of Pure and Applied Physics, University of Salford, Oct. 1988
- [27] - A. Nussbaum; “Cap. 4 - Currents and fields” em *Electromagnetic theory for engineers and scientists* ; pág. 171-264; Prentice-Hall Inc. E Series, Englewood Cliffs, New Jersey
- [28] - M. H. Watmough; *Theoretical studies in magnetic separation* ; Tese de Doutorado (PhD Thesis), Department of Pure and Applied Physics, University of Salford, 1989
- [29] - Bernd Seeber (ed.); *Handbook of applied superconductivity* ; 2 volumes, Institute of Physics Publishing, Bristol, 1998
- [30] - “A novel design approach for grasping broad characteristics of magnetic shield problem”; S.Wakao et al; *IEEE Transactions on Magnetics* v34 n4 July1998, pág.2144-6
- [31] - “A method to compute the shielding of a #D conductor array by a semi-infinite permeable layer”; M.Sharifi, JDLavers, Mgyimesi; *IEEE Transactions on Magnetics* v34 n4 July1998, pág.2111-3

- [32] - "Design Guide", Mμshield® - Magnetic Shield, 1998
- [33] - "High-temperature superconductors"; P. W. Chu; *Scientific American* Sept. 1995, pág.128-131
- [34] - "The design for a high-T_C superconducting magnetic separator"; J. H. P. Watson; *Superconductor Science and Technology* vol.5 n°11, Nov 1992, pág. 694-702
- [35] - "Novos cabos supercondutivos"; BICC Cables; *Electricidade* n° 330, Fev 1996, pág. 51
- [36] - "Prospects for HTS applications"; B. B. Gamble, G. L. Snitchler, R. E. Schwall; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 32 n°4, Jul 1996, pág. 2714-9
- [37] - "Superconductivity helps magnetic separators"; *Electronics Now* Jan 1997, pág.8
- [38] - "Los Alamos superconductivity expertise will help magnetic separators"; *Filtration and Separation* v33 Oct 1996, pág.766
- [39] - "HTS high gradient magnetic separation system"; M. A. Daugherty et al; *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* v7 n2 Jun 1997, pág. 439-442
- [40] - "Magnetic separation of kaolin clay using a high temperature superconducting magnet system"; J. Iannicelli et al; *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* v7 n2 Jun 1997, pág. 1061-4
- [41] - "High T_C superconducting separator"; *Magnetic and Electrical Separation* v8 n2 1997, pág. 136
- [42] - "Magnetic separation using high-T_C superconductors"; L. Bolt, J. H. P. Watson; *Superconductor Science and Technology* v11 1998, pág. 154-161
- [43] - "Advances in processing and characterizing Bi-based superconductors"; U. Balachandian et al.; *JOM – Journal of the Minerals, Metals and Materials Society* v48 Oct 1996, pág. 19-23
- [44] - "Materials for classical and high-T_C superconducting tapes and wires at 4.2K"; R. Flukiger; *Superconductor Science and Technology* v10 n12 Dec 1997, pág. 872-5
- [45] - "Superconducting homopolar motor and conductor development"; D. U. Gubser; *JOM – Journal of the Minerals, Metals and Materials Society* v48 Oct 1996, pág. 30-34

- [46] - "The road to conductors of high temperature superconductors: 10 years do make a difference"; D. C. Larbalestier; *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* v7 n2 Jun 1997, pág.90-97
- [47] - "A scaling formula of critical current density for anisotropic superconductors"; X. J. Xu et al.; *Journal of Physics D: Applied Physics* v29 1996, pág.2473-5
- [48] - "Conventional wire and cable technology" E. Gregory; *IEEE Proceedings* v77 n8 Aug 1989, pág.1110-23
- [49] - "Improvement of a critical current density and residual resistivity on jelly-roll processed Nb₃Al superconducting wires"; N. Ayai et al; *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* v7 n2 Jun 1997, pág.1564-7
- [50] - www.asc.wisc.edu
- [51] - "Stable superconducting coils"; Z. J. J. Stekly and J. L. Zar; *IEEE Transactions on Nuclear Science* NS-12 1965, pág.367-372
- [52] - "Superconductive composites: heat transfer and steady state stabilization"; B. J. Maddock, G. B. James, T. Norris; *Cryogenics* Aug 1969, pág. 261-273
- [53] - "Stability of superconductors against localized disturbances of limited magnitude"; M. N. Wilson, Y. Iwasa; *Cryogenics* v18 Jan 1978, pág.17-25
- [54] - "A critical current-margin design criterion for high performance magnet stability"; Y. Iwasa; *Cryogenics* Dec 1979, pág.705-714
- [55] - "Choice of design margins of superconducting magnets"; V. E. Keilin; *Conference on Applied Superconductivity* , The Netherlands, 30 June – 3 July 1997, pág. 1663-1666
- [56] - "Comparision of different ways of using superfluid helium to cool superconducting magnets"; A. J. Mord, H. A. Snyder; *Cryogenics* v36 1996, pág.209-214
- [57] - "Design study of a superconducting 120'' - diameter magnetic matrix separator"; S. Grundorfer et al; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 28 n°1, Jan 1992, pág. 663-7
- [58] - <http://www.americanmagnetics.com/tutorial/conductp.html>
- [59] - "Status of superconducting magnets for the Superconducting Super Collider"; R. I. Schemer; *IEEE Transactions on Magnetics* v30 n4 Jul 1994, pág. 1587-1594

- [60] - "Losses in a twister multifilamentary superconducting composite submitted to any space and time variation of the electromagnetic surrounding"; A. Fevrier; *Cryogenics* Apr 1983, pág.185-200
- [61] - "AC power loss for superconducting strips of arbitrary thickness in the critical state carrying a transport current"; M. Daumling; *Superconductor Science and Technology* v11 n6 June 1998, pág.590-3
- [62] - <http://www.americanmagnetics.com/tutorial/magnetp.html>
- [63] - "Stability of high current density magnets with narrow liquid helium channel cooling"; Y. Luguang, Y. Changlian, Q. Jie; *Cryogenics* vol. 31, Jul 1991, pág. 580-584
- [64] - "Stability analysis of a superconducting magnet: an approach to quantification of energy of disturbance caused by conductor motion"; D. Tsukamoto, T. Takao, S. Honjo; *Cryogenics* v29 June 1989, pág.616-620
- [65] - "Epoxy cracking in the epoxy-impregnated superconducting winding nonuniform dissipation of stress energy in a wire-epoxy matrix model"; O. Tsukamoto, Y. Iwasa; *IEEE Transactions on Magnetics* v21 1985, pág.377-9
- [66] - "Magnet system for a superconducting magnetic separator"; K. P. Jungst et al; *Cryogenics* Nov 1984, pág.684-652
- [67] - "Transverse mechanical properties of glass reinforced composite materials at 4K"; D. E. Baynham et al; *Cryogenics* v38 1998, pág.61-67
- [68] - "II-4: Stress/strain effects on critical current"; J. W. Ekin; *Cryogenics* v35 1995, pág.S25-S28
- [69] - "A superconducting magnet system for a very high intensity magnetic mineral separator"; J. A. Good, E. Cohen; *IEEE Transactions on Magnetics* v12 n°5, Sep 1976, pág. 493-7
- [70] - "An attempt to reduce training using fined epoxy as an impregnated material"; S. Nishijima, K. Shibata, T Osaka; *IEEE Transactions on Magnetics* v19 n3 May 1983, pág.216-9
- [71] - "Properties of composite materials for cryogenic application"; J. B. Schutz; *Cryogenics* v38 1998, pág. 3-12
- [72] - "Epoxy resin developments for large superconducting magnets impregnation"; J. M. Rey et al; *Cryogenics* v38 1998, pág.19-23
- [73] - F. Beer, E. Johnston; *Mechanics of materials* , McGraw-Hill, 1987

- [74] - "Influence of antraquinone inclusions on the thermal properties of epoxy resins at low temperatures"; L. E. Evseeva, S. A. Tanaeva; *Cryogenics* v38 1998, pág.253-5
- [75] - "A high current density bath-cooled superconducting solenoid with varnish-coated conductor"; Y. Luguang, L. Qitang, L. Yiping; *IEEE Transactions on Magnetics* v24 n2 Mar 1988, pág.1078-81
- [76] - "Effect of insulation on stability of cable-in-conduit type forced-cooled superconducting coils"; Y. Wachi et al; *Cryogenics* v36 1996, pág.155-158
- [77] - "The design approach and innovations for the largest uniform field, superconducting solenoid magnet"; G. A. Danninger, D. W. Lieurance, D. L. Walker; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 19 n°3, May 1983, pág. 872-5
- [78] - "Design and use of a superconducting solenoid type magnetic separator in mineral processing "; G. Gillet, R. Houot; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 20 n°5, Sep 1984, pág. 1210-2
- [79] - "Development on superconductivity in China"; S. Han; *IEEE Transactions on Magnetics* v17 n°5, Sep 1981, pág. 1831-5
- [80] - "Design and development of a superconducting magnet for industrial magnetic separator "; Y. Luguang et al; *Cryogenics* vol. 30 supplement, Sept 1990, pág. 771-775
- [81] - "Development of the superconducting magnet system for industrial high gradient magnetic separator "; Y. Luguang, Y. Changlian, Y. Yunjia; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 27 n°2, Mar 1991, pág. 2276-9
- [82] - "Mechanical and electrical properties of wrappable ceramic insulation"; J. A. Rice, P. E. Fabian, C. S. Hazelton; *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* v9 n2 1999, pág.220-3
- [83] - "Measurements of current distribution in a 12-strand Nb₃Sn cable-in-conduit conductor"; V. S. Vysotsky et al.; *Cryogenics* v37 n8 1997, pág.431-9
- [84] - "Methods to increase quench currents of superconducting magnets"; O. P. Anashkin, V. E. Keilin, A. V. Krivykh; *Cryogenics* v36 1996, pág.107-111
- [85] - P. Krist; *Diamagnetic mode of the open gradient magnetic separation* ; Tese de Doutorado (PhD Thesis); University of Salford, Feb 1998
- [86] - <http://www.americanmagnetics.com/tutorial/simplsys.html>
- [87] - <http://www.americanmagnetics.com/tutorial/dewar.html>

- [88] - [http:// www.americanmagnetics.com/tutorial/ndm.html](http://www.americanmagnetics.com/tutorial/ndm.html)
- [89] - “Superconducting open gradient magnetic separator”; H. K. Collan et al; *Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy: Sector C: Minerals processing and extractive metallurgy* vol. 91, 1982, pág. C5-C11
- [90] - “Applicability of superconducting magnet to high gradient magnetic separator”; S. Nishijima; *IEEE Transactions on Magnetics* v23 n2 Mar 1987, pág.573-6
- [91] - “The principles and operation of a very high intensity magnetic separator”; H. Cohen, J. A. Good; *IEEE Transactions on Magnetics* v12 n°5, Sep 1976, pág. 552-555
- [92] - “Superconductive helical flow magnetic ore separator “; M. Abdelsalam, R. W. Boom; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 20 n°5, Sep 1984, pág. 1207-9
- [93] - “Theory of separation in the helical flow superconducting magnetic ore separator”; M. K. Abdelsalam; *IEEE Transactions on Magnetics* v23 n5 Sept 1987, pág.2758-60
- [94] - “Flow-through magnetic separators for weakly-magnetic ores designed for superconducting magnets”; Y. M. Eyssa, R. W. Boom; *IEEE Transactions on Magnetics* v11 n5 Sept 1975, pág.1585-7
- [95] - www.artas.de
- [96] - “Liquid helium free superconducting magnets and their applications”; K. Watanabe et al.; *Cryogenics* v34 1994, pág.639-642
- [97] - “Optimization of termination for a high-temperature superconducting cable with a room temperature dielectric design”; C. N. Rasmussen, C. Rasmussen; *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* v9 n1 Mar 1999, pág.45-49
- [98] - “Magnetic separation: a review of principles, devices, applications “; J. A. Oberteuffer; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 10 n°2, Jun 1974, pág. 223-238
- [99] - “Effect of magnetic field strength on the efficiency of magnetic separation”; J. Svoboda; *Minerals Engineering* vol. 7 n°5-6, May-Jun 1994, pág. 747-57
- [100] - “The physics of open-gradient dry magnetic separation”; A. W. Stradling; *International Journal of Mineral Processing* vol. 39, 1993, pág. 1-18

- [101] - "The uses of magnetized fields in the processing of solids "; E. Jaraiz - M., O. Levenspiel, T. j. Fitzgerald; *Chemical Engineering Science* vol. 38 n°1, 1983, pág. 107-114
- [102] - "Dry separation techniques"; J. K. Bèddow; *Chemical Engineering*, 10 Aug 1981, pág. 71-84
- [103] - "Some old and new concepts in magnetic separation"; D. Lewis, T. D. Wellington; *IEEE Transactions on Magnetics* v12 n°5, Sep 1976, pág. 480-2
- [104] - "Traction force in magnetic separators"; K. Henjes; *Measurement Science and Technology* vol. 5 n°9, Sep 1994, pág. 1105-8
- [105] - "Capture of small paramagnetic particles by magnetic forces from low speed fluid flows"; D. L. Cummings et al; *AIChE Journal* vol. 22 n°3 , May 1976 , pág. 569-75
- [106] - "Dry superconducting magnetic cleaning of pulverized coal "; S. Zhou, E. S. Garbett, R. F. Boucher ; *AIChE Journal* vol 42 n°1 , Jan 1996 , pág. 277-284
- [107] - "Theoretical analysis of multipole magnetic hydrocyclones "; G. Shen, J. A. Finch ; *Canadian Metallurgical Quarterly* vol. 29 n°3, 1990, pág. 171-176
- [108] - "The development of a magnetic hydrocyclone for processing finely-ground magnetite"; R. J. Freeman et al; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 30 n°6, Nov 1994, pág. 4665-7
- [109] - "Magnetic hydrocyclone separator"; A. G. Fricker; *Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy: Sector C: Minerals processing and extractive metallurgy* vol. 94, Sep 1985, pág. C158-C163
- [110] - D. Halliday, R. Resnick; *Física* ; volume 4, 4th Ed., Livros técnicos e científicos editora, São Paulo, 1987
- [111] - "Fundamental aspects of solid-gas flow. Part IV : the effects of particle rotation, roughness and shape "; L. B. Torobin, W. H. Gauvin; *Canadian Journal of Chemical Engineering* vol. 38, Oct 1960, pág. 142-153
- [112] - J. M. Coulson, J. F. Richardson; *Tecnologia química* Volume II ; Fundação Calouste Gulbenkian, 1989
- [113] - A. Ogawa; *Separation of particles from air and gases* ; volume I; CRC Press, 1984
- [114] - W. Licht; *Air pollution control engineering - basic calculation for particulate collection* , Pollution Engineering and Technology n°10, Marcel Dekker Ed.

- [115] - I. H. Shames; Mechanics of Fluids ; 2nd Ed.; McGraw-Hill International, 1982
- [116] - Cap. 4. Electrical concentration em A. F. Taggart; Handbook of mineral dressing , Wiley, New York, 1948
- [117] - “The physics of high intensity dry magnetic separation”; J. Kopp, J. A. Good ; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 18 n°3, May 1982, pág. 833-5
- [118] - “Separation of nonmagnetic metals from solid waste by permanent magnets I. Theory”; E. Schlomann; *Journal of Applied Physics* vol. 46 n°11, Nov 1975, pág. 5012-21
- [119] - “Separation of nonmagnetic metals from solid waste by permanent magnets II. Experiments on circular disks”; E. Schlomann; *Journal of Applied Physics* vol. 46 n°11, Nov 1975, pág. 5022-9
- [120] - A J Latourrette, O. Pombeiro; Técnicas e operações unitárias em química laboratorial , Fundação Calouste Gulbenkian, 1983
- [121] - “Superconducting magnet design for open gradient magnetic separation”; J. Gerhold; *Cryogenics* vol. 26, Oct 1986, pág. 523-30
- [122] - B. A. Wills; Mineral processing technology ; 5th Ed.; Pergamon Press, 1992
- [123] - “The physics of magnetic separation”; M. R. Parker; *Contemporary Physics* vol. 18 n°3, 1977, pág. 279-306
- [124] - “Selectivity in the magnetic separation of minerals”; U. Andres, W. O’Reilly; *Powder Technology* vol. 79 n°2, May 1994, pág. 147-58
- [125] - “Status of magnetic separation”; F. J. Friedlaender et al; *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* vol. 15-18, 1980, pág. 1555-8
- [126] - “Séparation magnétique - Progrès récents”; G. Gillet; *Industrie Minérale*, Avr 1983, pág. 181-222
- [127] - “High gradient magnetic filtration of fine particles from a gas stream “; C. H. Gooding, R. M. Felder ; *AIChE Journal* vol. 27 n°2 , Mar 1981 , pág. 193-202
- [128] - “Table 2. Possible research topics, and their relative importance, for ‘industrial filtration’ separation processes”; *Filtration and Separation* vol. 14, Jul/Aug 1977, pág. 329
- [129] - B. A. Wills; Mineral processing technology ; 6th Ed.; Oxford Butlerworth-Heinemann, 1997

- [130] - "Innovation features of a new magnetic separator and classifier"; P.A. Augusto and J.P. Martins; aceite para publicação em *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, pp.17, (2001).
- [131] - "The superconducting OGMS separator optimization"; T. Janowski, S. Koraz; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 29 nº6, Nov 1993, pág. 3261-3
- [132] - "Linear superconducting OGMS system: optimum configuration and performance"; R. Gerber, M. H. Watmough; *Journal of Physics D: Applied Physics* vol. 22, 1989, pág. 440-8
- [133] - "Experimental investigation into the application of a magnetic cyclone for dense medium separation"; J. Svoboda, C. Coetzee, Q. P. Campbell; *Minerals Engineering*, v11 nº6 1998, pág.501-509
- [134] - "The application of a superconducting magnet system to the cleaning and desulphurization of coal"; E. Cohen, J. A. Good; *IEEE Transactions on Magnetics* v12 nº5, Sep 1976, pág. 503-6
- [135] - "A new prototype to separate solid particles by centrifugal and magnetic forces"; P.A. Augusto, J.I. Martins; *International Symposium on Filtration and Separation, Salamanca*, eds. A. M. Machín, A. Estévez, E. Jaraíz, Salamanca, Setembro 1995, pág. 174-183
- [136] - "A new prototype to separate solid particles by centrifugal and magnetic forces: further developments"; P.A. Augusto, J.I. Martins J. Villate; *II International Symposium on Filtration and Separation*, eds. A. Macias Machín and A. Estevez, Las Palmas de Gran Canaria, Fevereiro de 1998, pág. 339-348
- [137] - "Magnetic separation: an ever more exacting science"; A. Russel; *Industrial Minerals* Mar 1992, pág.39-57
- [138] - "Developments in superconducting magnetic separation"; A. A. Stradtmuller, J. A. Goode, N. J. Riches; *Industrial Minerals* May 1988, pág.58-69
- [139] - "Dynamic magnetic separation by a magnetic susceptibility distribution"; M. Takayasu, D. R. Kelland; *IEEE Transactions on Magnetics* v20 nº5 Sept 1984, pág. 1183-5
- [140] - "Continuous selective HGMS in the repulsive force mode"; M. Takayasu, E. Maxwell D. R. Kelland; *IEEE Transactions on Magnetics* v20 nº5 Sept 1984, pág. 1186-8
- [141] - "Selective continuous magnetic separation of two-component particulate suspensions"; M. Takayasu, D. R. Kelland; *IEEE Transactions on Magnetics* v22 nº5 Sept 1986, pág. 1125-7

- [142] - "Increased selectivity in continuous axial HGMS separators"; D. R. Kelland, M. Takayasu; *IEEE Transactions on Magnetics* v24 n6 Nov 1988, pág. 2416-8
- [143] - P. A. Augusto, "Separador e classificador magnético", *patente submetida* nº 102 326-B
- [144] - "A new magnetic separator and classifier: prototype design"; P.A.Augusto, J.P.Martins; *Minerals Engineering* v12 n7 1999 pág.799-807
- [145] - "The progress of the magnetic hydrocyclone"; J. Freeman et al.; *Magnetic and Electrical Separation* v4 1993, pág. 139-149
- [146] - "Selection of an expression for the hydrodynamic drag on a particle in a magnetic separator"; Y. S. Mostika et al.; *Magnetic and Electrical Separation* v10 1999, p.45-55
- [147] - "A new magnetic separator and classifier: case study"; P.A.Augusto and J.P.Martins; *Proceedings of the XXI IMPC* Volume C, Chapter 7, p.9-14, 2000, First Edition, Developments in Mineral Processing Serie n.13, Elsevier Science B.V.
- [148] - Comunicação particular da Oxford Instruments
- [149] - *Conference on Applied Superconductivity* , The Netherlands, 30 June – 3 July 1997, pág.913-6
- [150] - "A 124" warm bore superconducting iron clad high gradient magnetic separator "; J. A. Selvaggi, T. Kranyecz, S. Bell; *Applied Superconductivity* vol. 1 nº1/2 , Jan-Feb 1993 , pág. 13-18
- [151] - <http://www.americanmagnetics.com/tutorial/charactr.html>
- [152] - *Low Temperature Physics (LT13)* v4 1974; S. G. Sydoriak; pág.607
- [153] - "Superconducting magnetic separators"; J. Kopp; *Magnetic and Electrical Separation* v3 1991, p.17-32
- [154] - "A fast-ramp superconducting magnet for HGMS"; L. Yan et al; *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 32 nº4, Jul 1996, pág. 2707-9
- [155] - "Some effects of matrix additions to Nb₃Sn and NbTi multifilamentary superconductors"; E. Gregory, H. E. Liu, T. T. Pyon; *Cryogenics* v34 1994, pág. 543-6
- [156] - "I_C anisotropy in flattened Nb₃Sn superconductors and possible ways for overcoming it"; P. Kovac et al.; *Cryogenics* v35 1995, p.83-6
- [157] - V. L. Ginzburg, E. A. Andryushin; *Superconductivity* , World Scientific Publishing Co., 1994

- [158] - <http://www.americanmagnetics.com/tutorial/homogsol.html>
- [159] - “Thermodynamic optimization of thermal radiation shields for a cryogenic apparatus”; Y. M. Eyssa, O. Osaka; *Cryogenics* May 1978, pág. 305-7
- [160] - Comunicação particular da LongPlay®
- [161] - “Use of cyclones in the grinding of Taconite”; F. D. DeVaney; *Mining Engineering*, Aug 1957, pág. 880-2
- [162] - “Hydrocyclones and arrays”, panfleto técnico da Svedala, 2000.
- [163] - “A preliminary investigation of dense-medium centrifugal for fine coal separators”; M. S. Klima, D. D. Xu, H. Cho; *Proceedings of the XIX IMPC*, SME, 1995, Chapter 26, p.139-142
- [164] - “Friction at the atomic scale”; J. Krim; *Scientific American* Oct 1996, pág. 48-56.
- [165] - “The microscopic origin of sliding friction: a spectroscopic approach”; D. Fuhrmann, C. Woll; *New Journal of Physics* (on line) v1 1998, pág.11-19
- [166] - “High velocity impact of particles on target – an experimental study”; M. Mebtoul, J. F. Large, P. Grigon; *International Journal of Mineral Processing* v44-45 1996, pág.77-91
- [167] - “Mechanics of coal spirals”; C. H. J. Glass et al.; *Minerals Engineering* v12 n3 1999, pág.271-280
- [168] - “Magnetic field shielding concepts for power transmission lines”; K. Wassef, V. V. Varandan; *IEEE Transactions on Magnetics* v34 n3 May 1998, pág. 649-654
- [169] - “Buyers’ Guide”; *Filtration and Separation* Dec 2000 (supplement)
- [170] - E. Kreyzig; *Advanced Engineering Mathematics* ; 5th Ed.; John Wiley & Sons, 1988
- [171] - “Processing of classical and high-T_C superconducting wires”; R. Flukiger et al.; *Applied Superconductivity* v1 n3-6 1993, pág.709-723
- [172] - A. Ogawa; *Separation of particles from air and gases* ; volume I; CRC Press, 1984

APÊNDICE 1

EXEMPLOS DE PERDAS ENERGÉTICAS EM CORRENTE ALTERNA E CAMPOS TRANSIENTES

Em seguida apresentam-se vários gráficos representando a variação do calor gerado, com β e com α , para os vários modelos discutidos no sector 1.10.10 e para as várias opções consideradas em relação ao material supercondutor no capítulo 5.

Em todos os cálculos efectuados foi considerado um único ciclo (variação de 0 até ao máximo da rampa de energização, ou o oposto para a desenergização), não existindo mais ciclos posteriores.

a1) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como placa plana

a) NbTi 9T

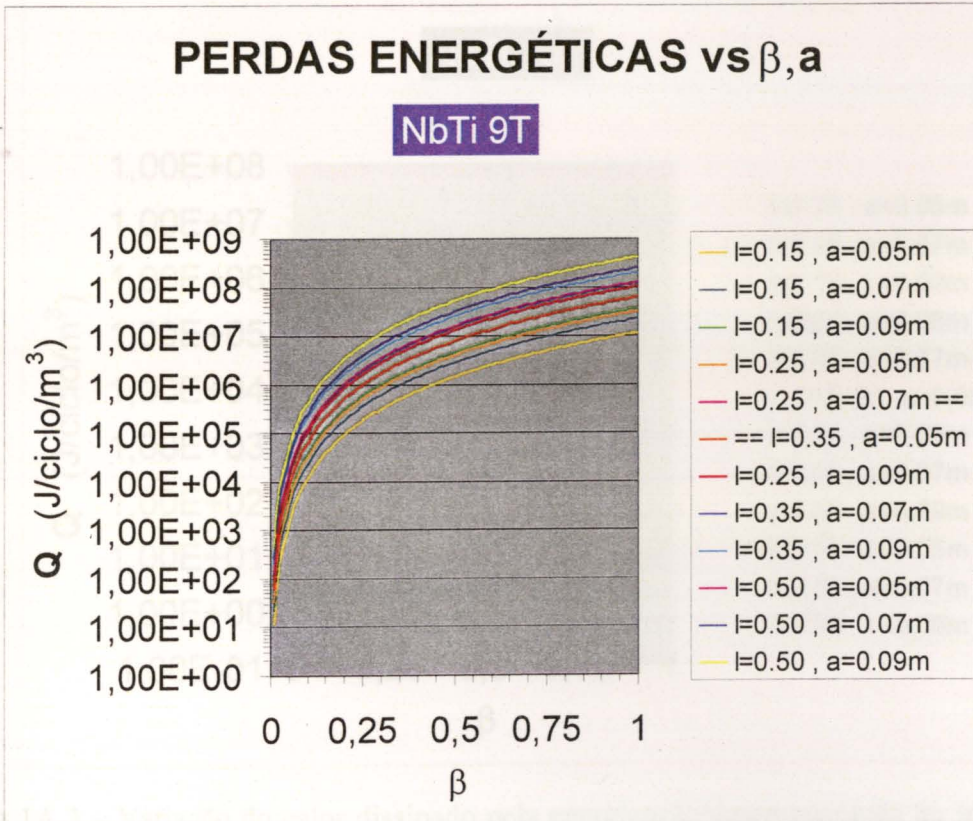


Figura 1A.1 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

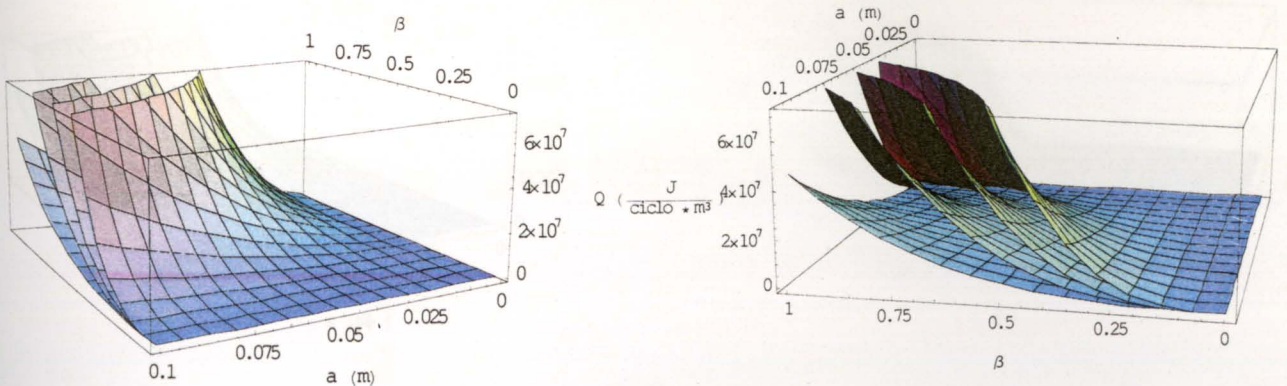


Figura 1A.2 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

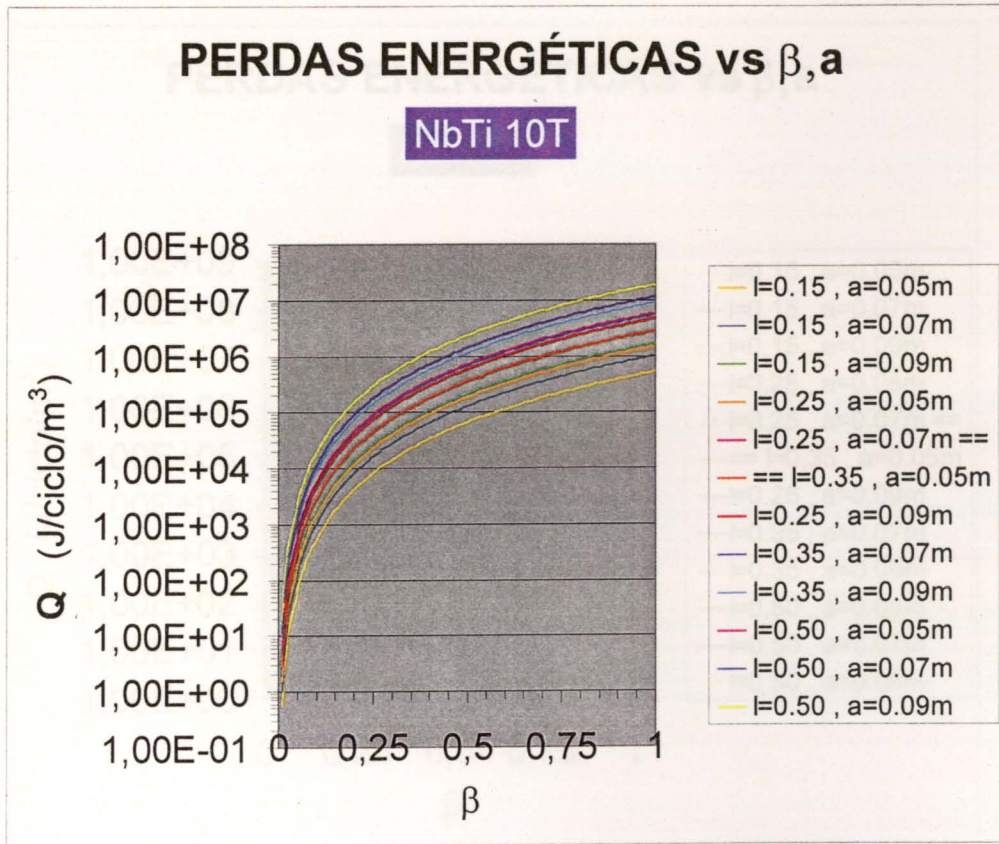


Figura 1A.3 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

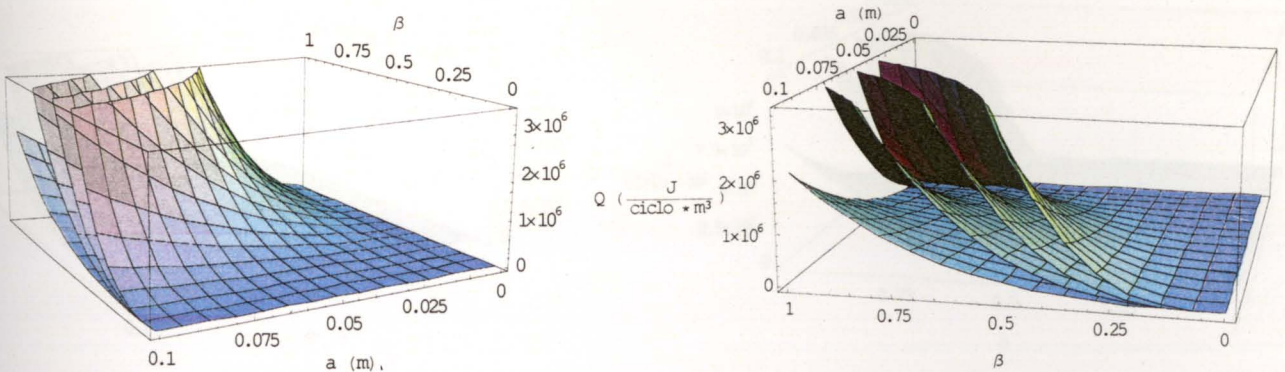


Figura 1A.4 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

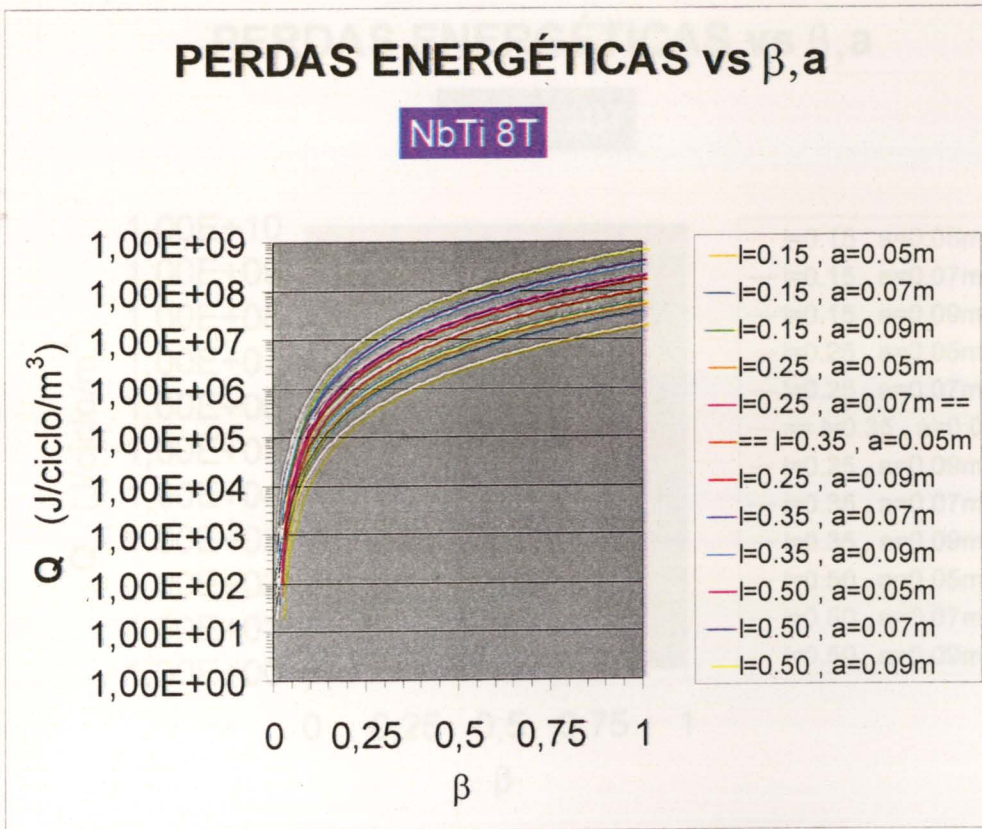


Figura 1A.5 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

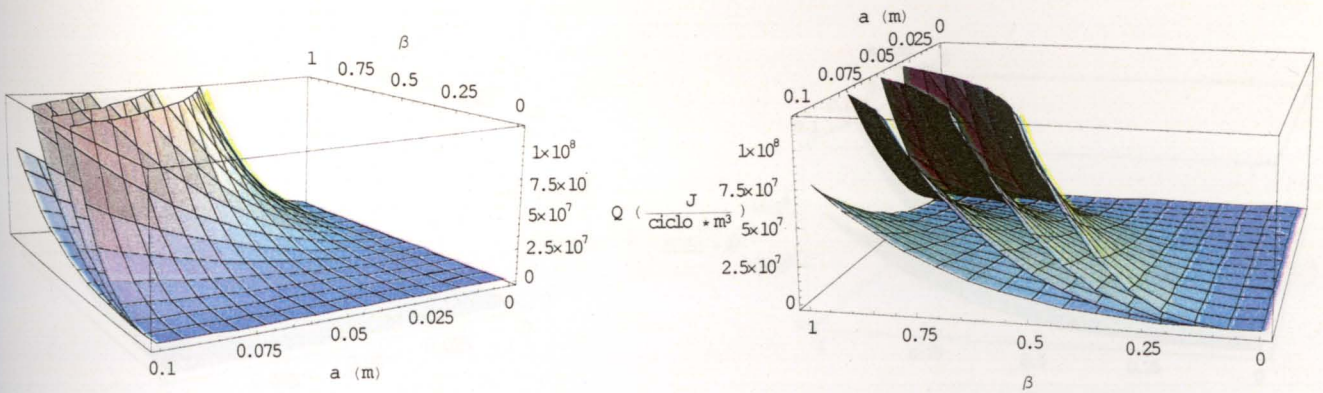


Figura 1A.6 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

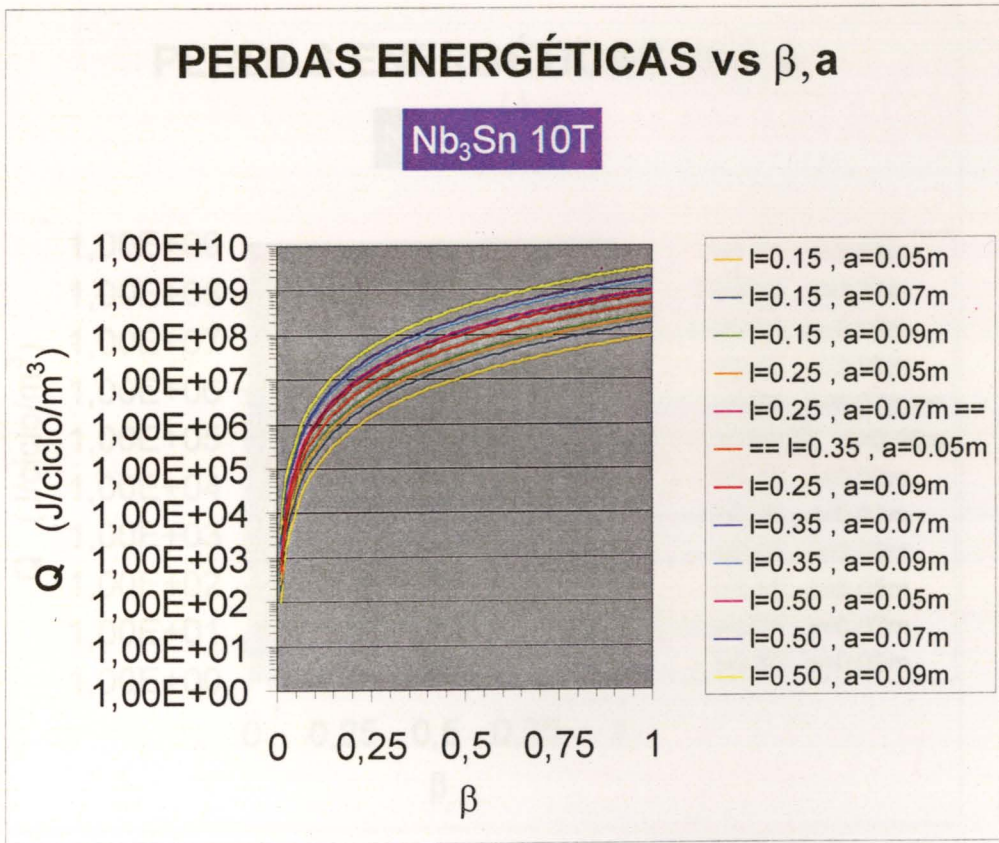


Figura 1A.7 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

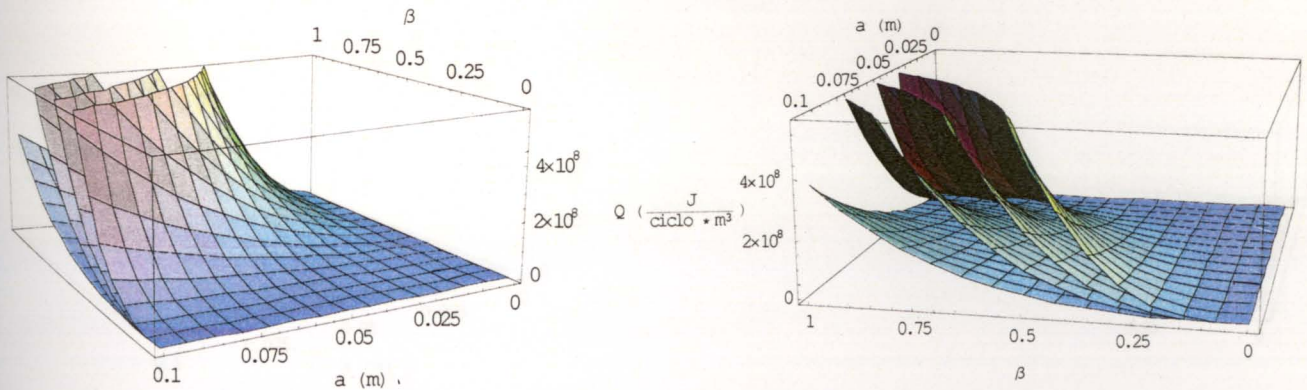


Figura 1A.8 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

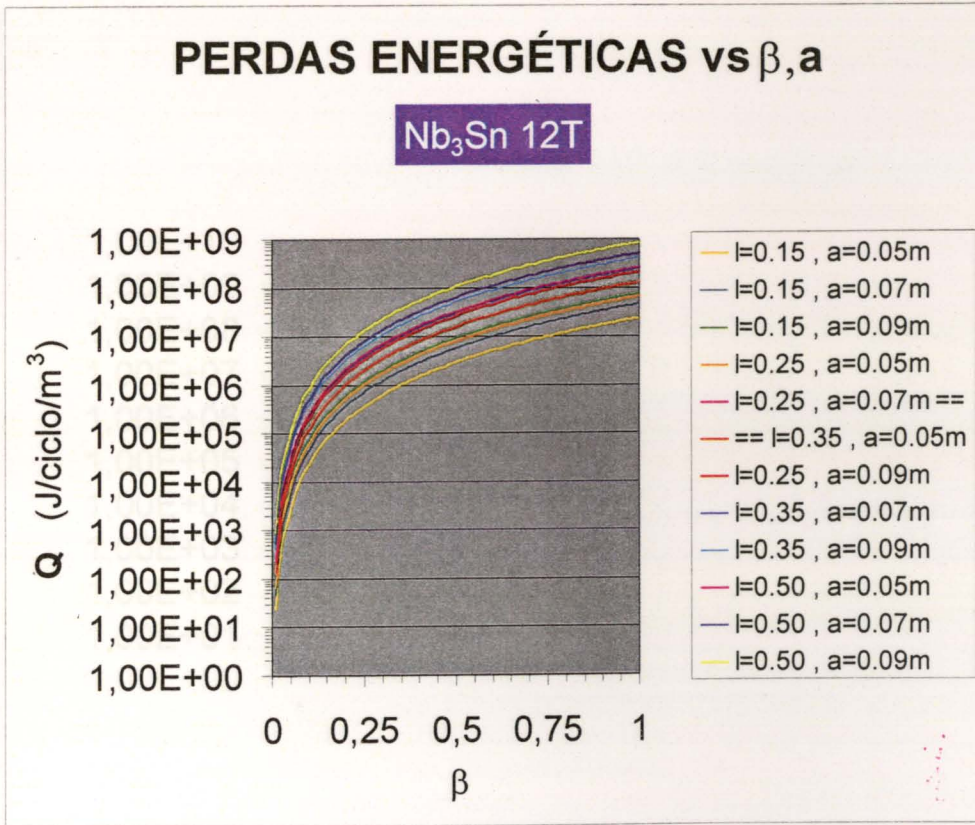


Figura 1A.9 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

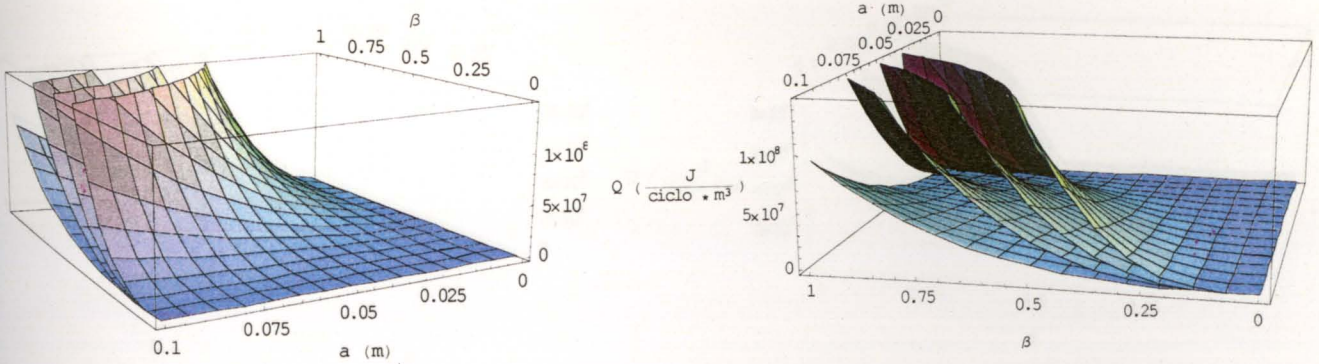


Figura 1A.10 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 9T

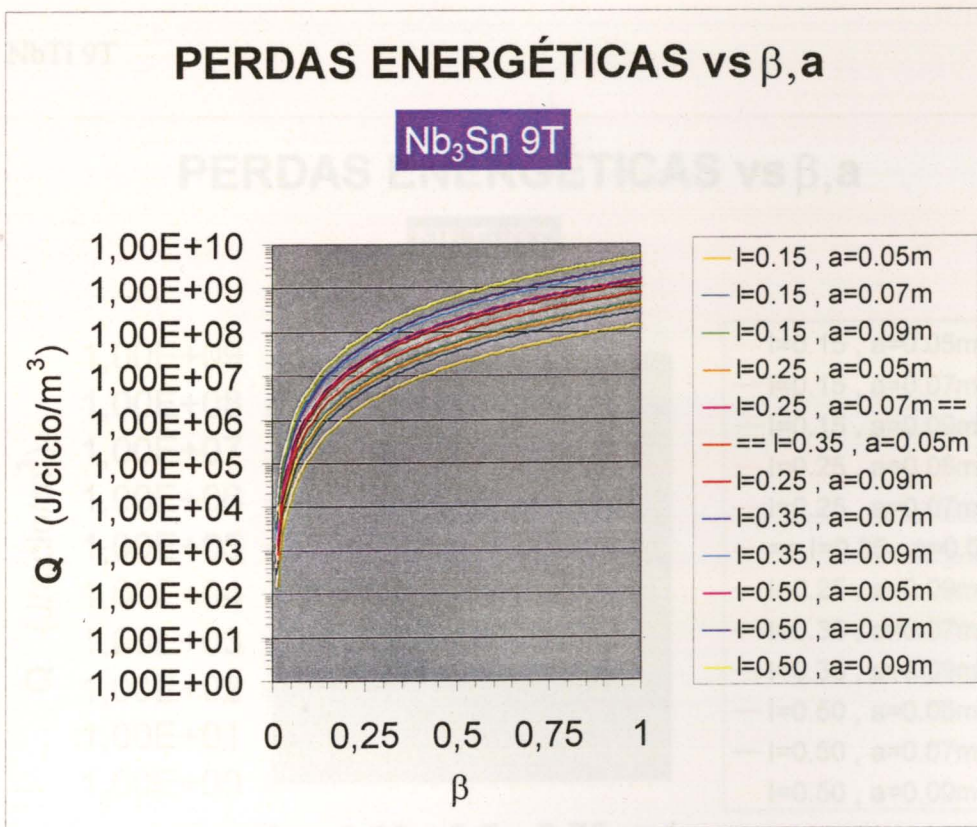


Figura 1A.11 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

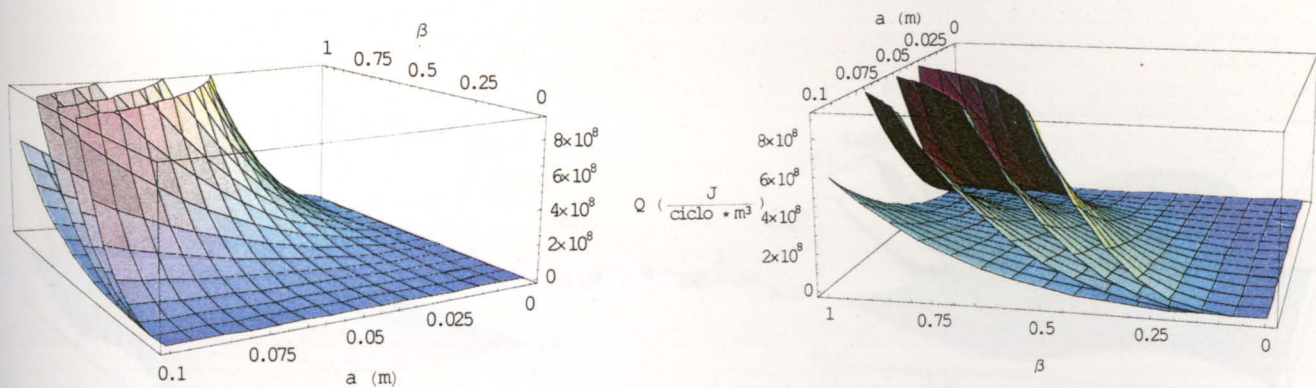


Figura 1A.12 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

a2) modelo de Bean (penetração linear) e aproximação como forma cilíndrica

a) NbTi 9T

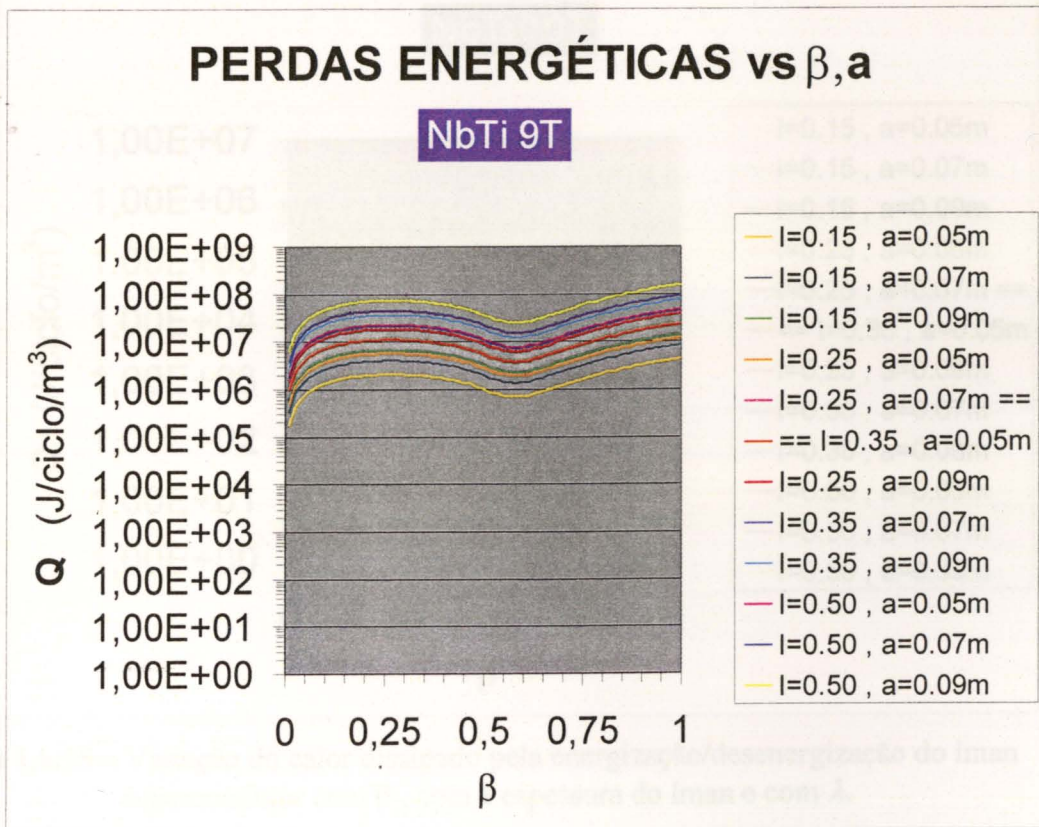


Figura 1A.13 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

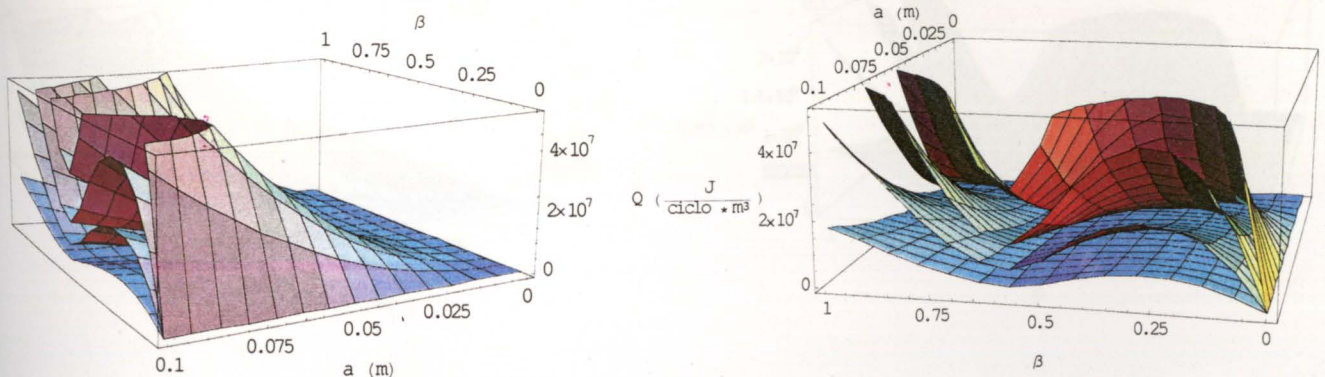


Figura 1A.14 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

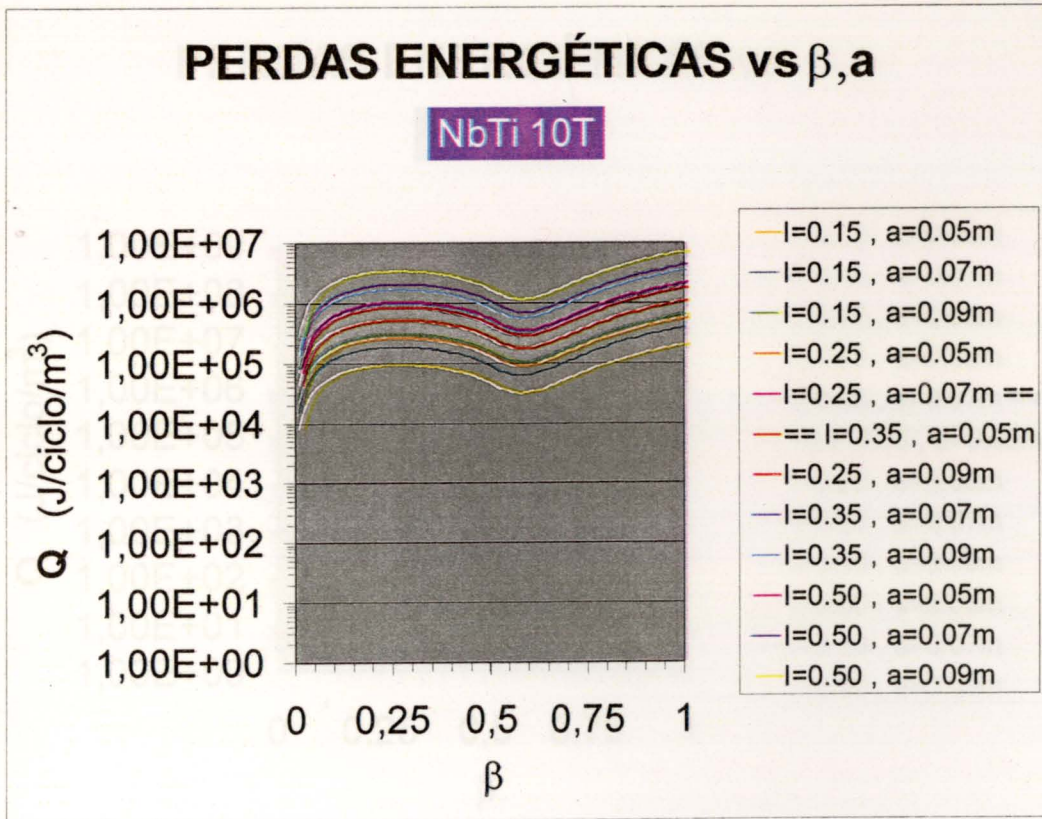


Figura 1A.15 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

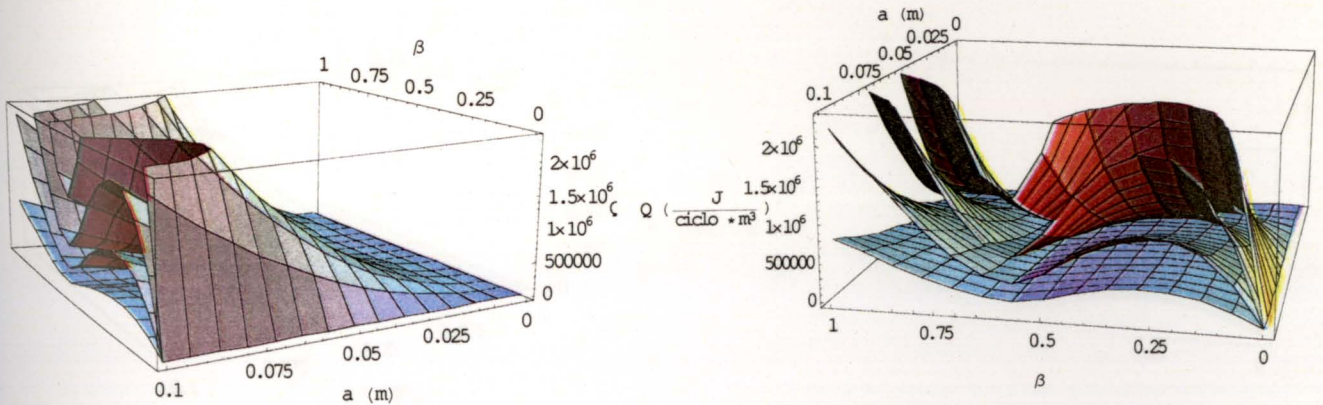


Figura 1A.16 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

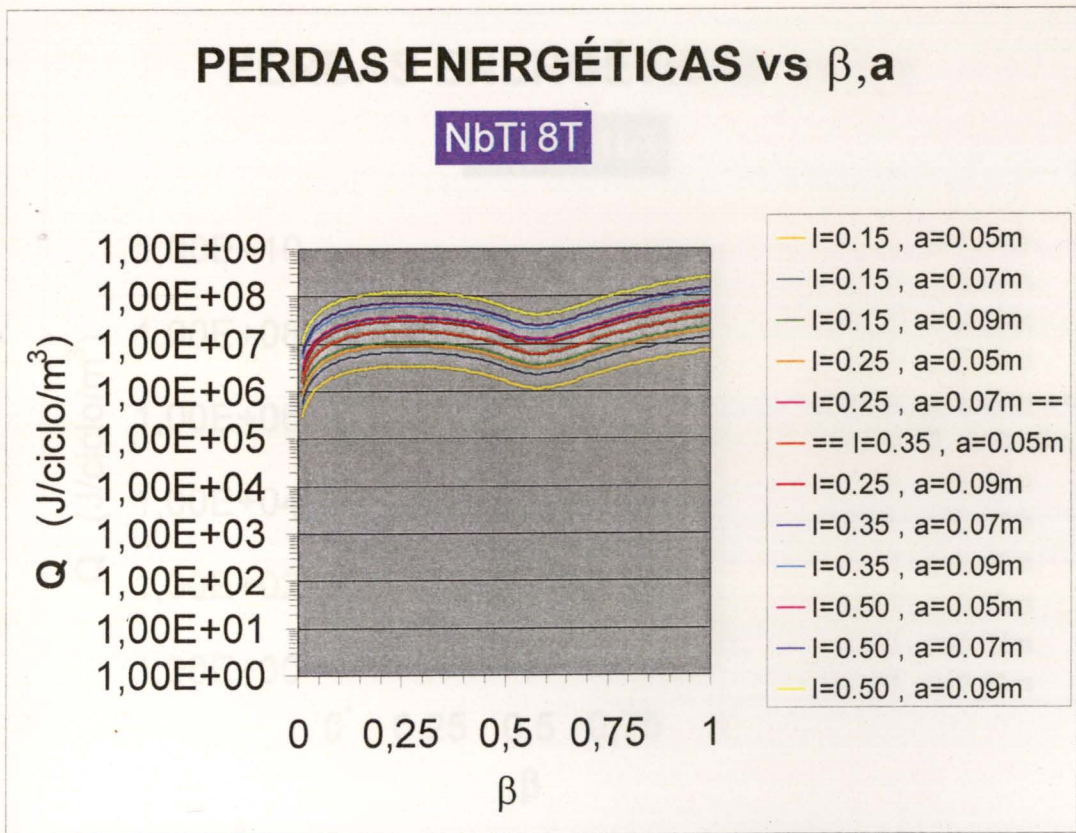


Figura 1A.17 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

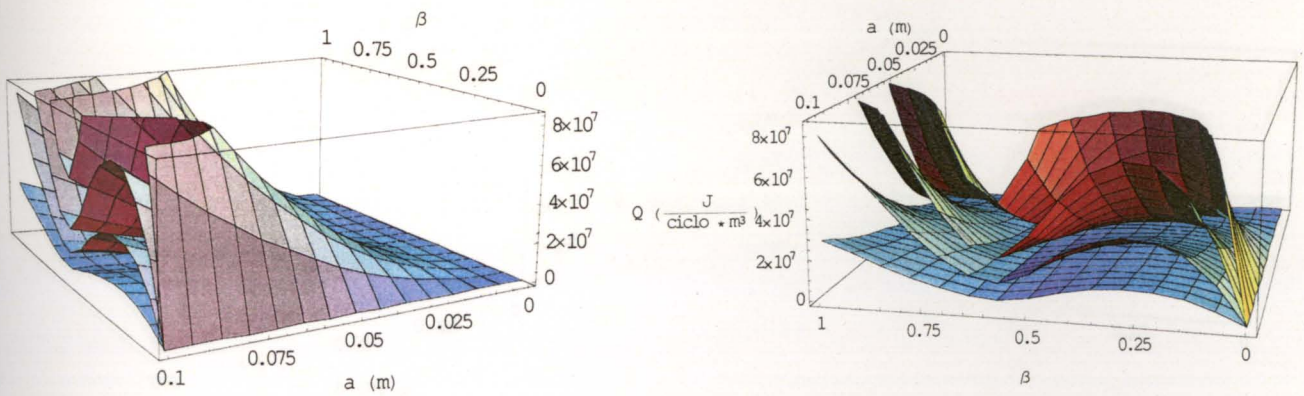


Figura 1A.18 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

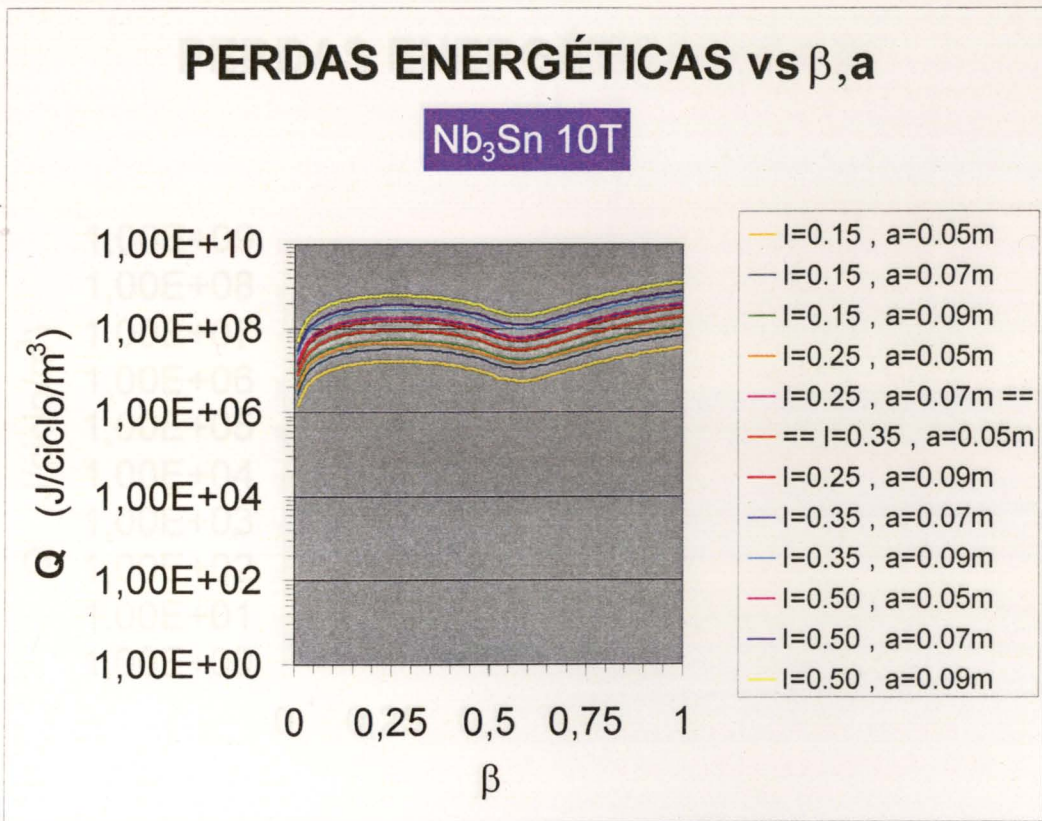


Figura 1A.19 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

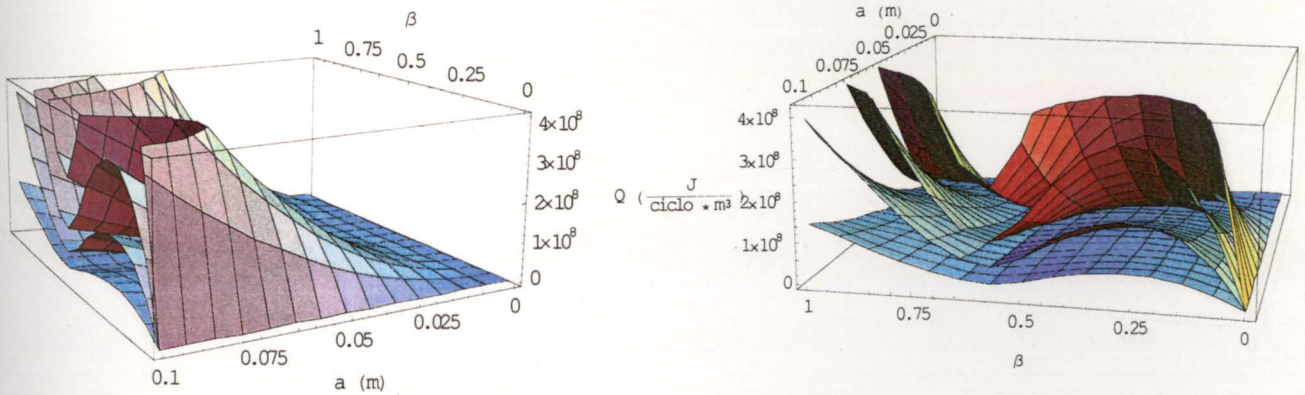


Figura 1A.20 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

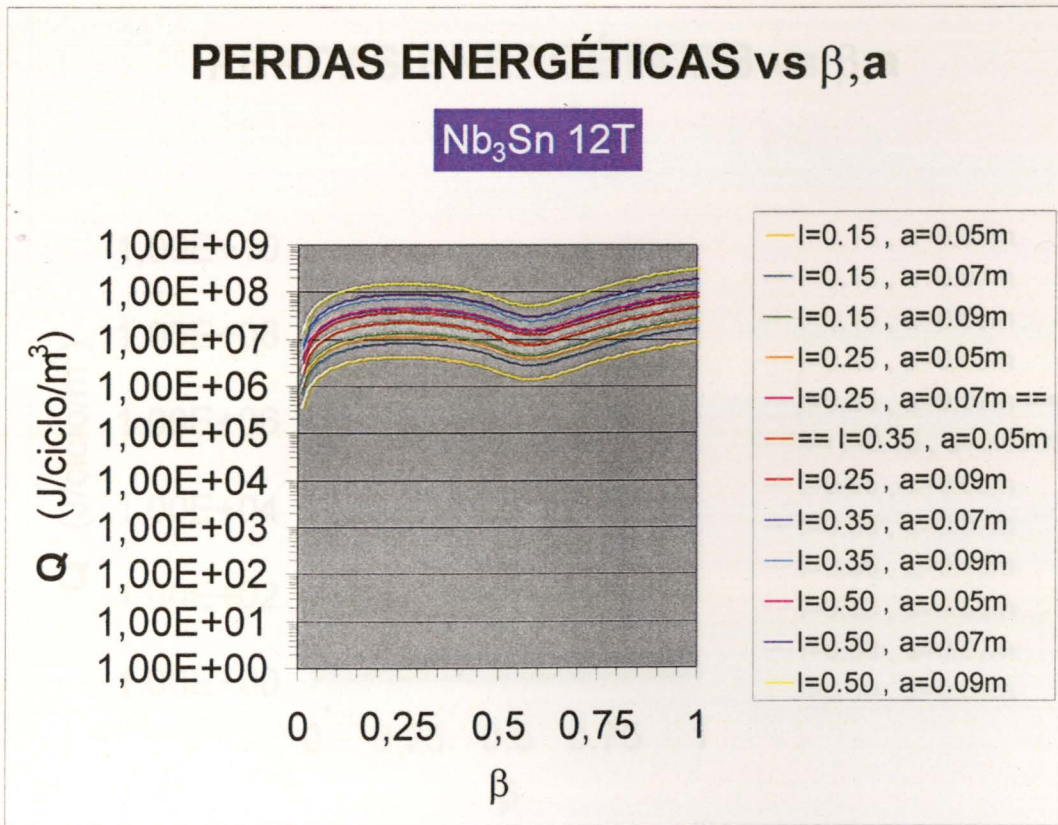


Figura 1A.21 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

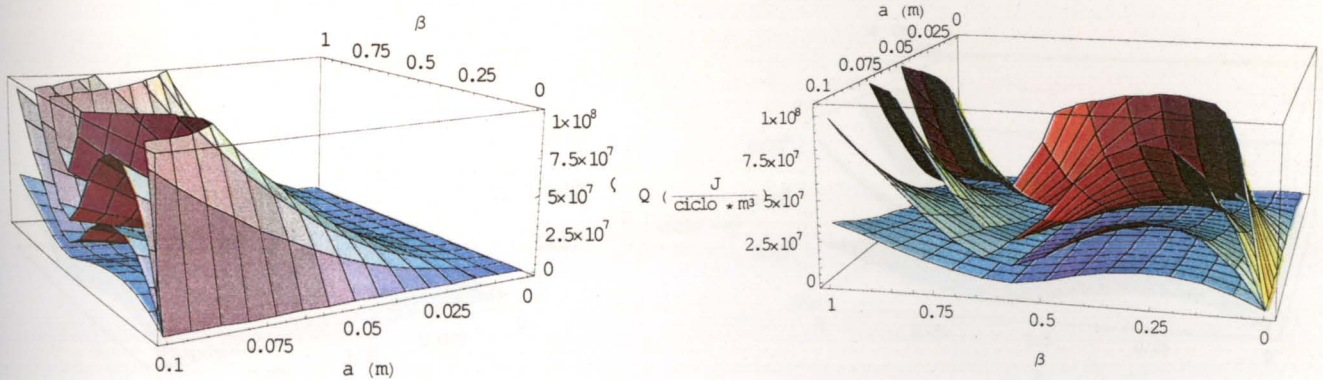


Figura 1A.22 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 9T

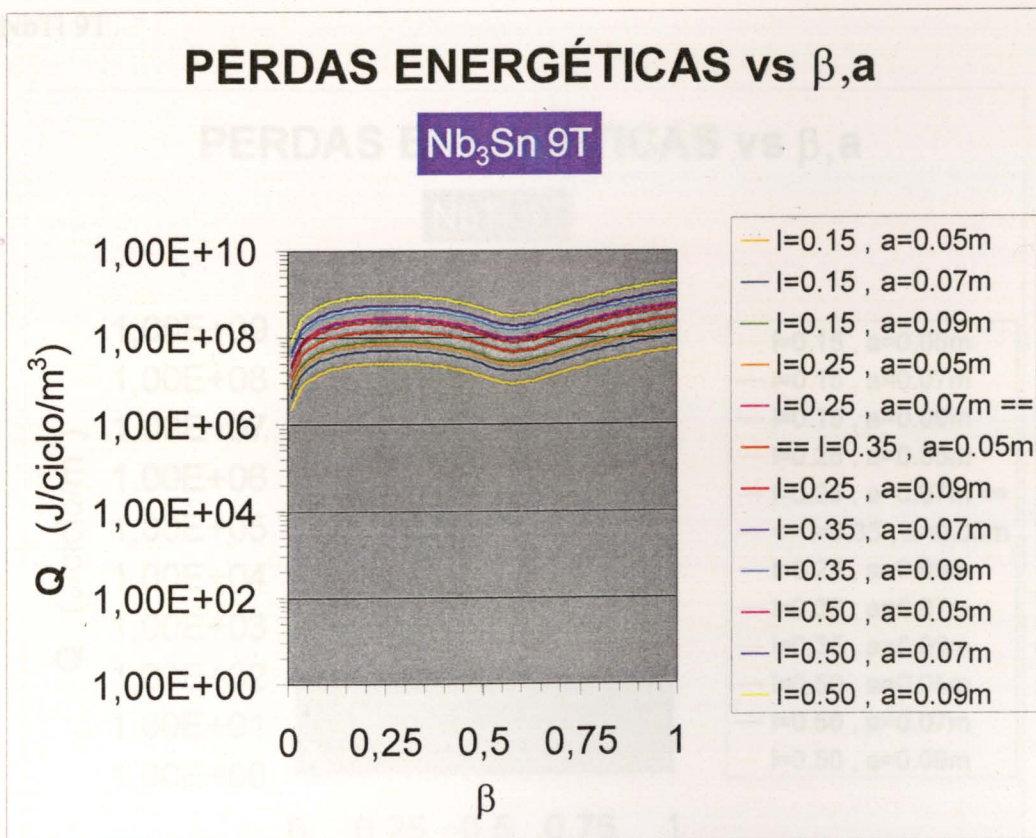


Figura 1A.23 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

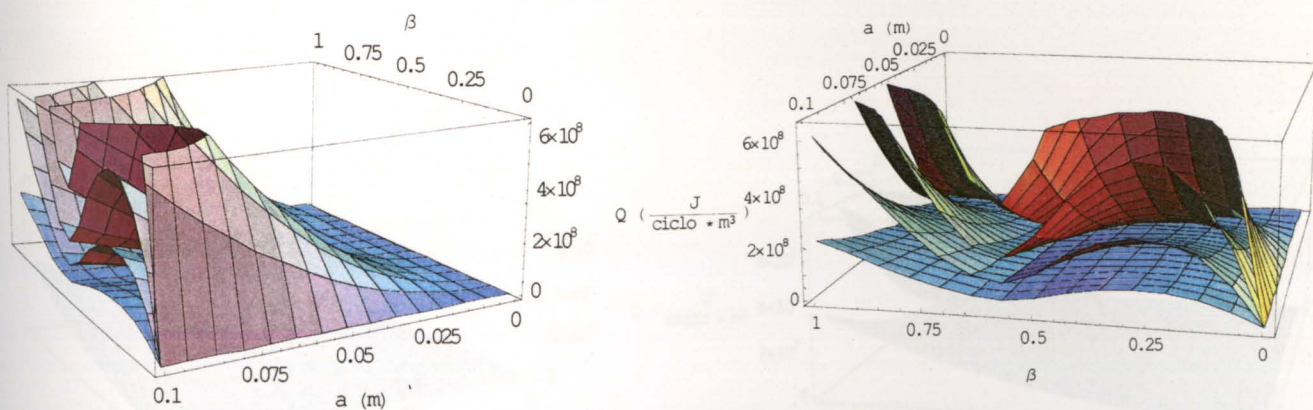


Figura 1A.24 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b1) penetração em forma de parábola - aproximação de Wilson

a) NbTi 9T

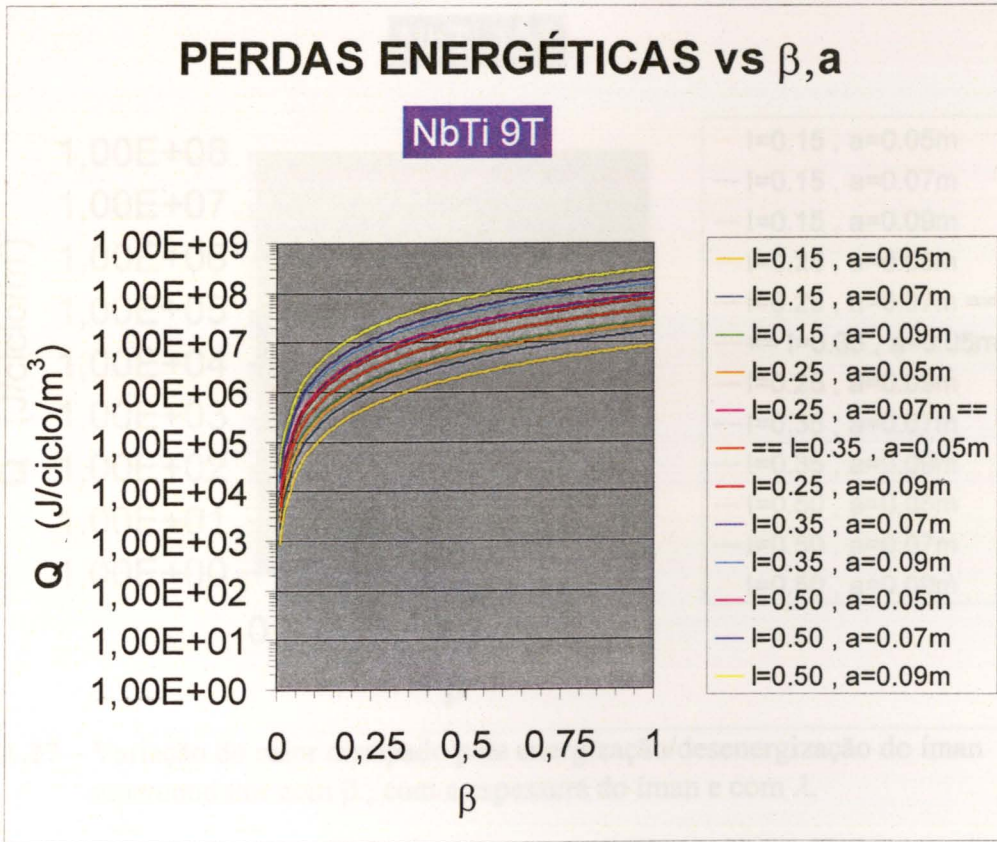


Figura 1A.25 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

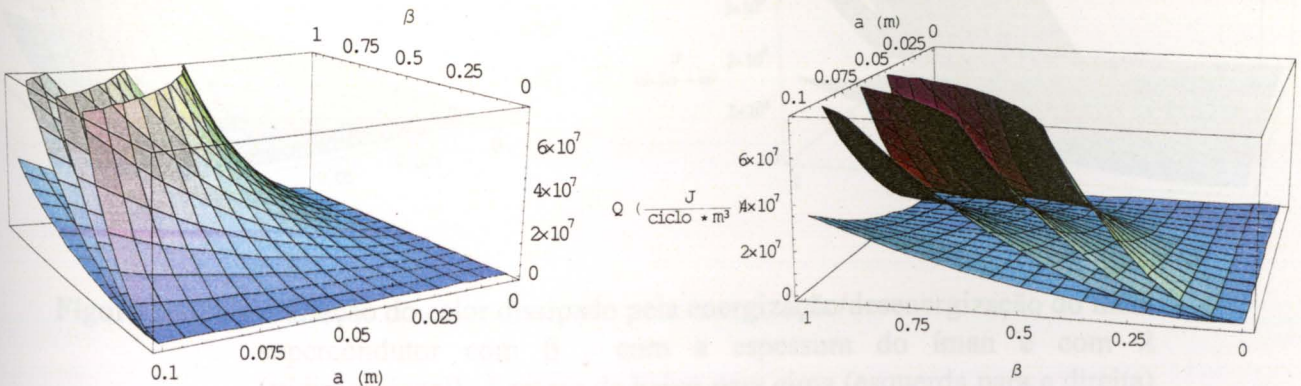


Figura 1A.26 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

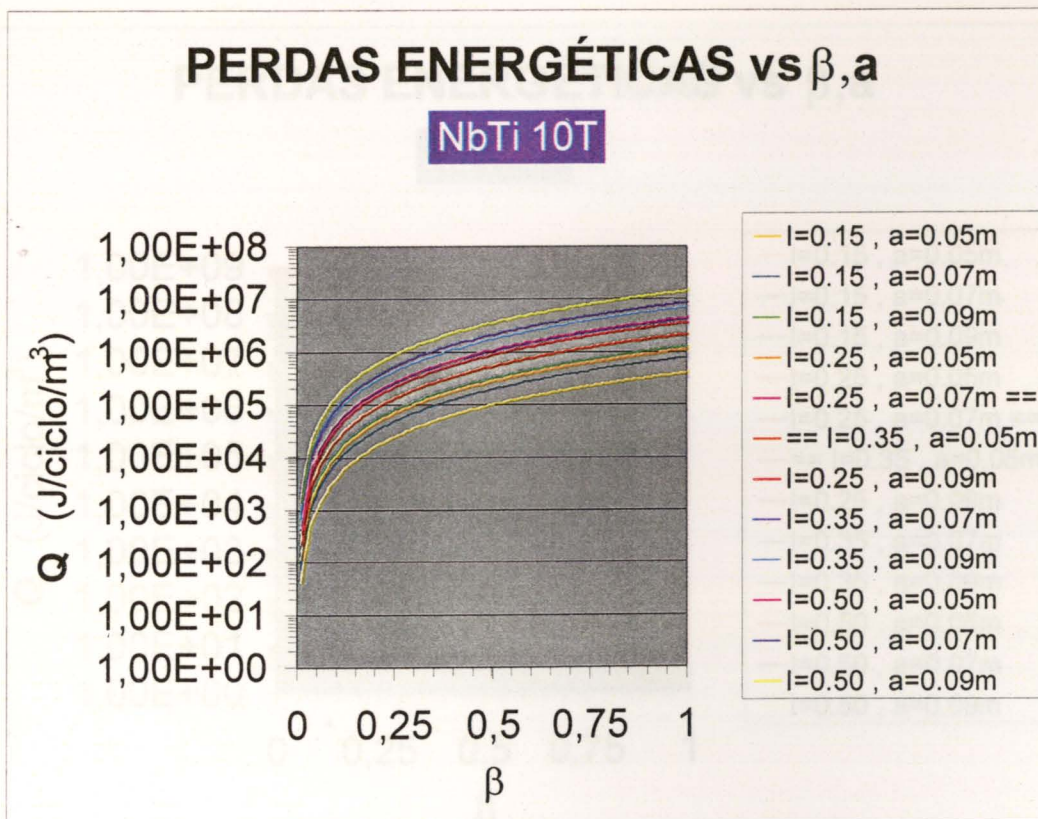


Figura 1A.27 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

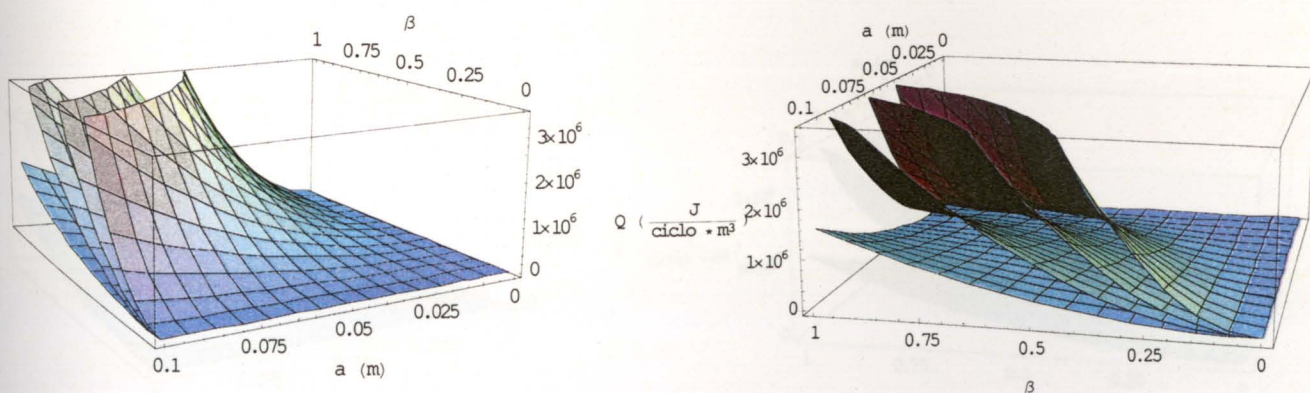


Figura 1A.28 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

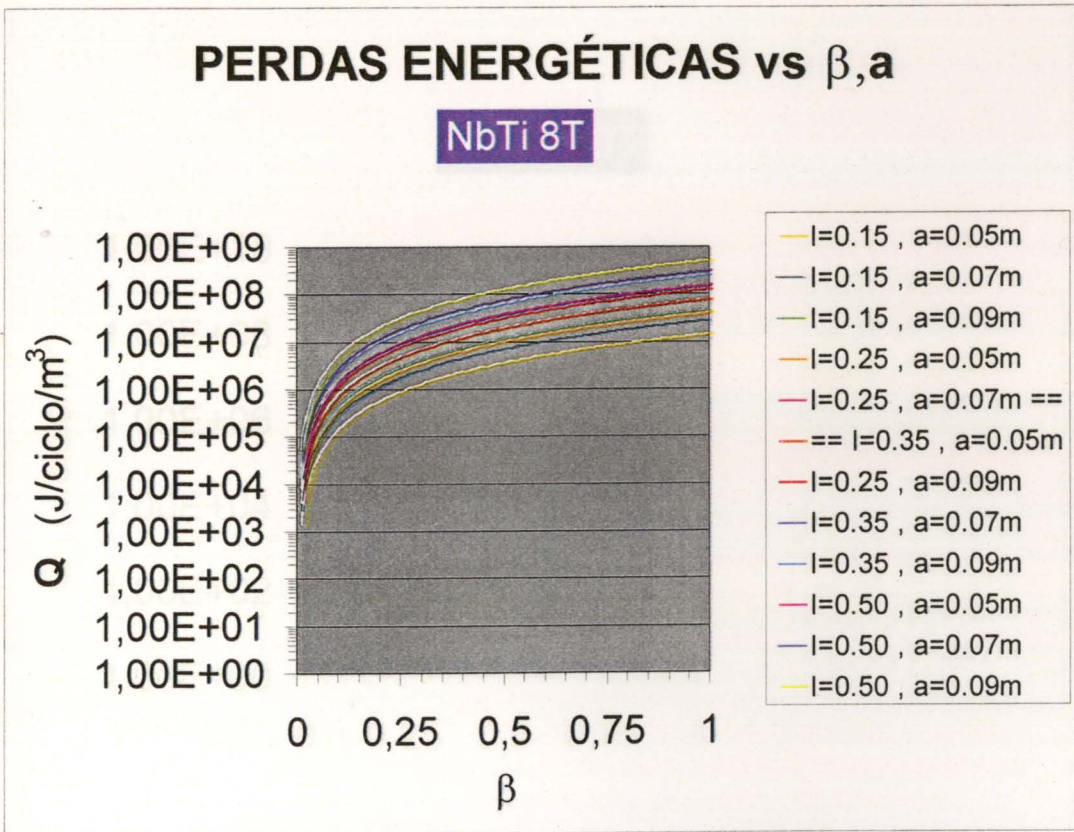


Figura 1A.29 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

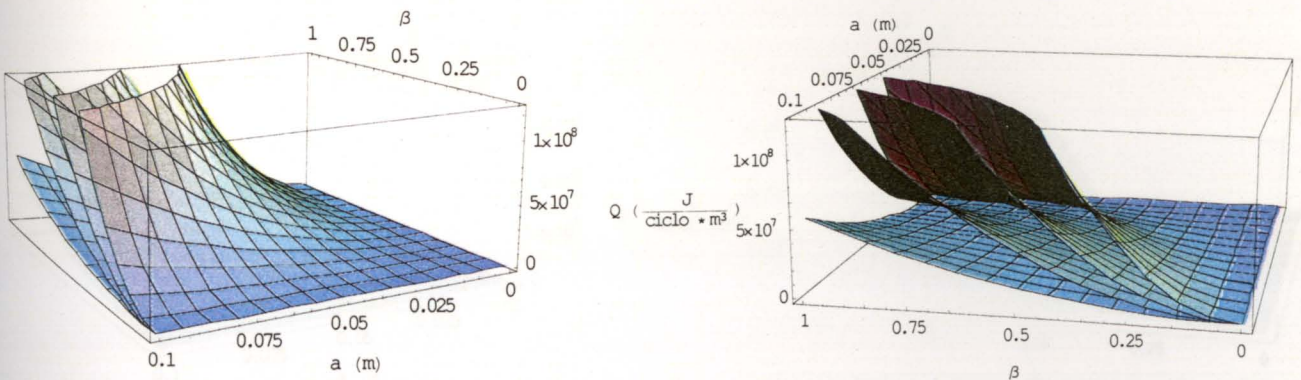


Figura 1A.30 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

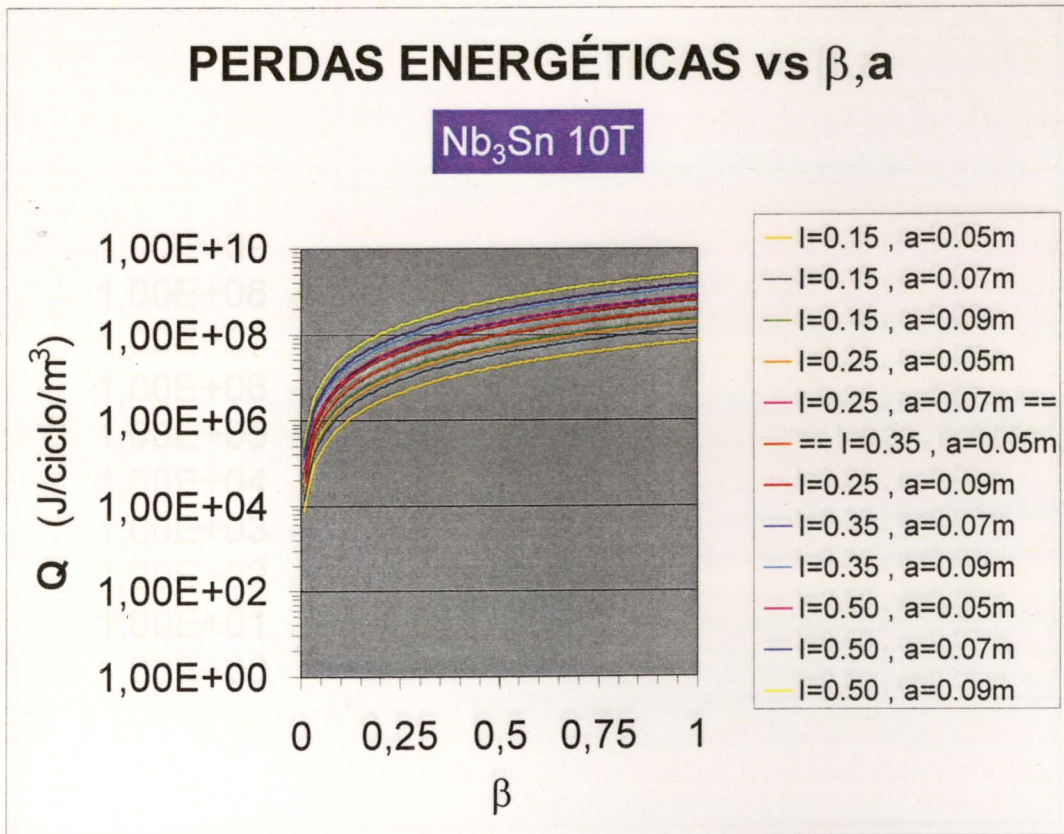


Figura 1A.31 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

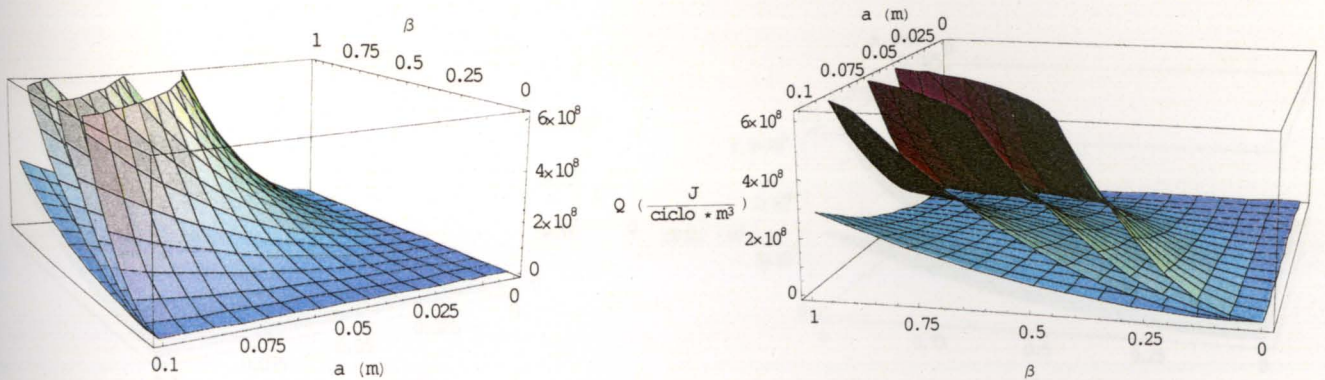


Figura 1A.32 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

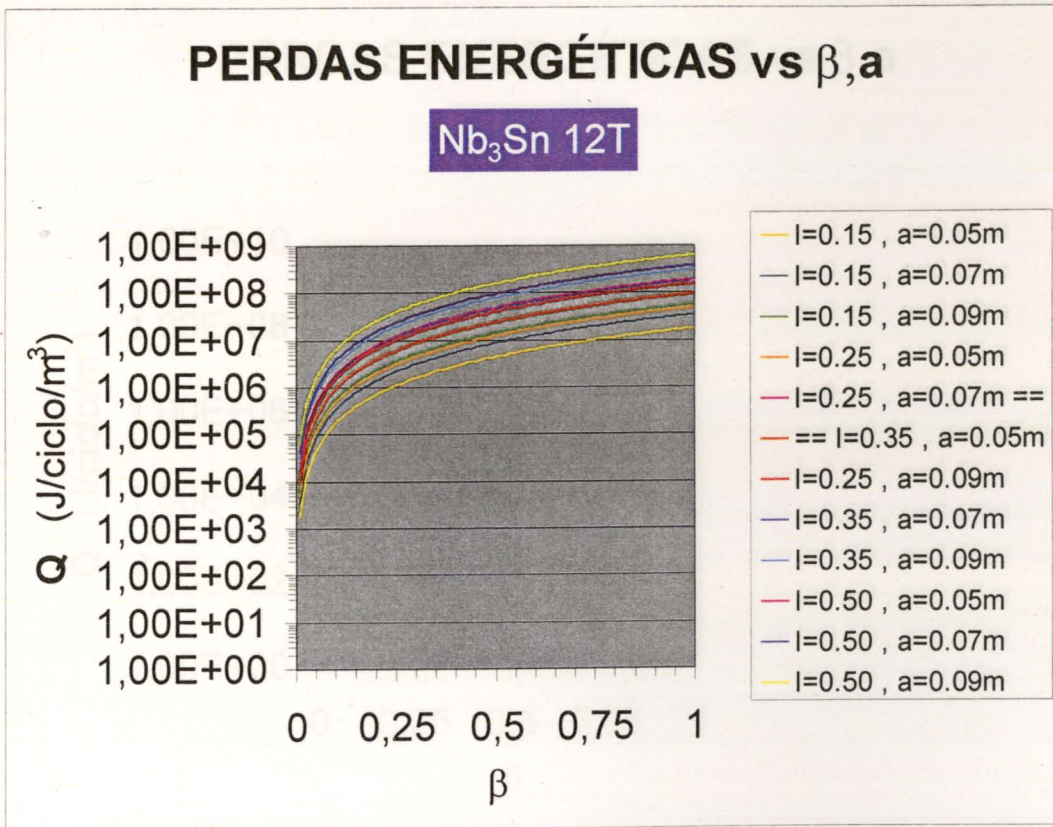


Figura 1A.33 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

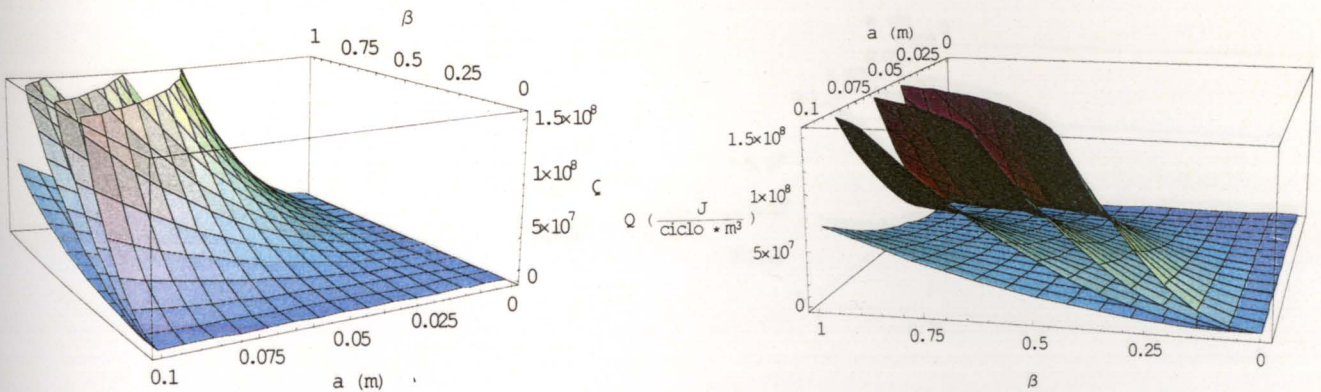


Figura 1A.34 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 9T em forma de parábola

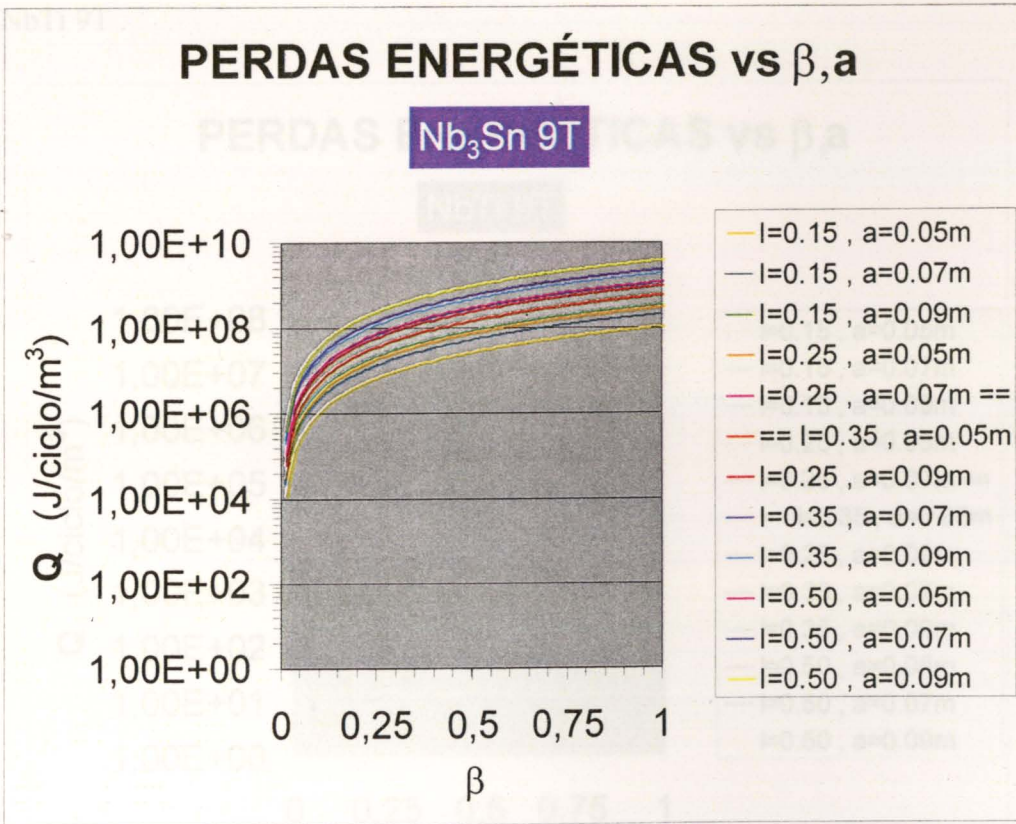


Figura 1A.35 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

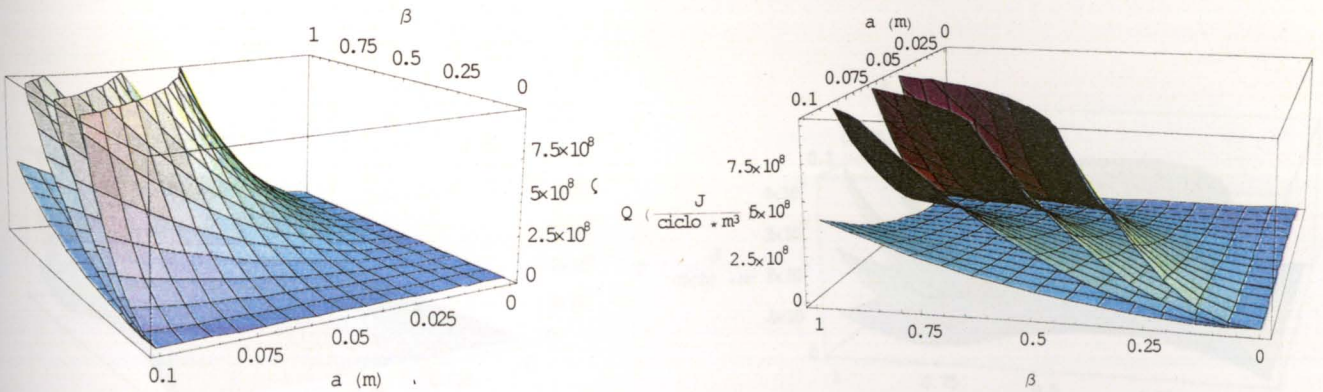


Figura 1A.36 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b2) penetração em forma de parábola

a) NbTi 9T

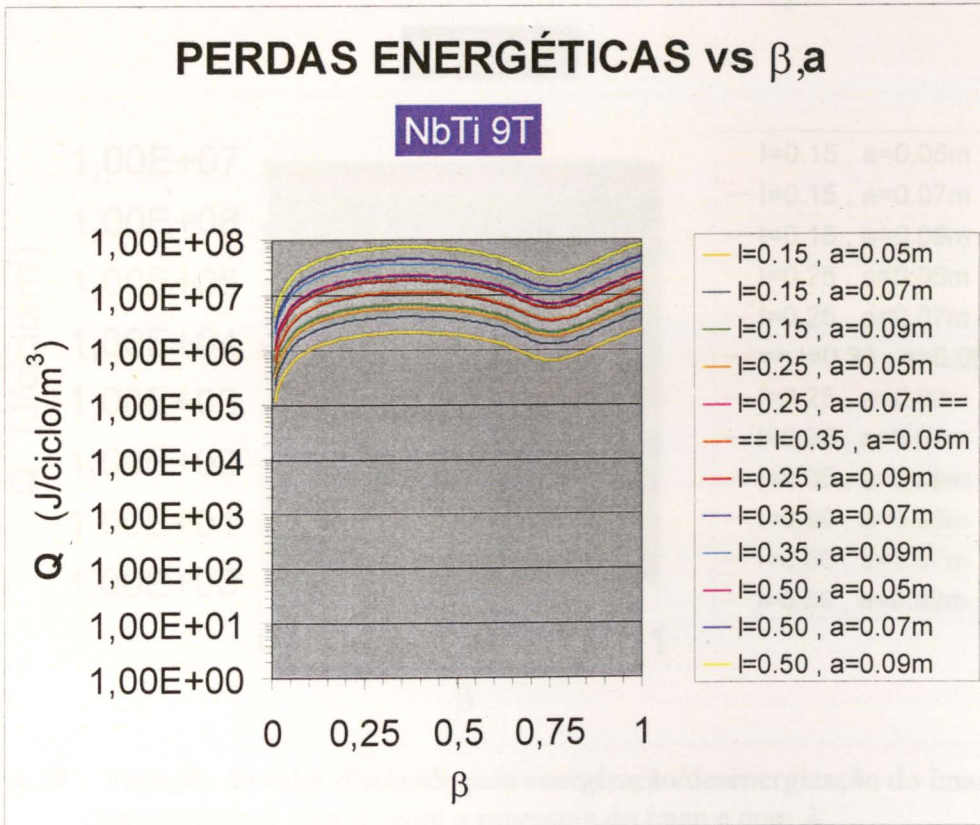


Figura 1A.37 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

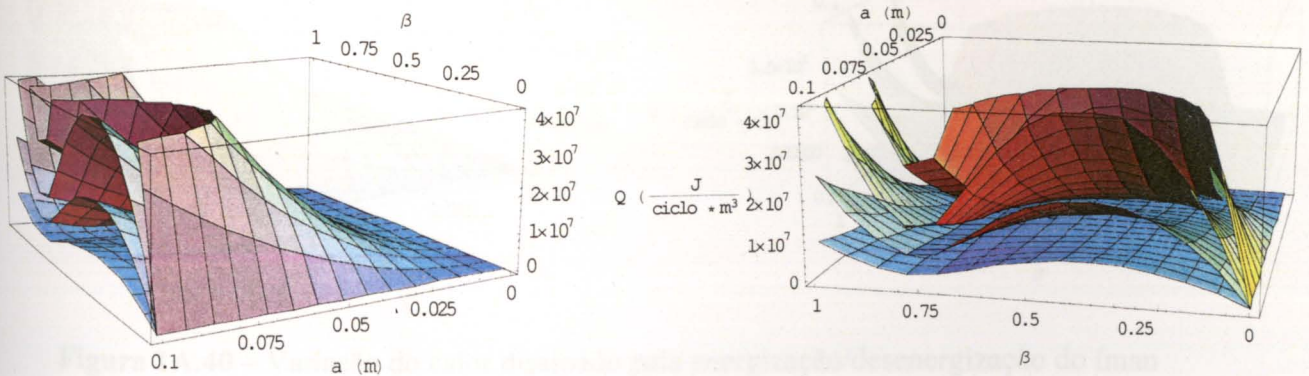


Figura 1A.38 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

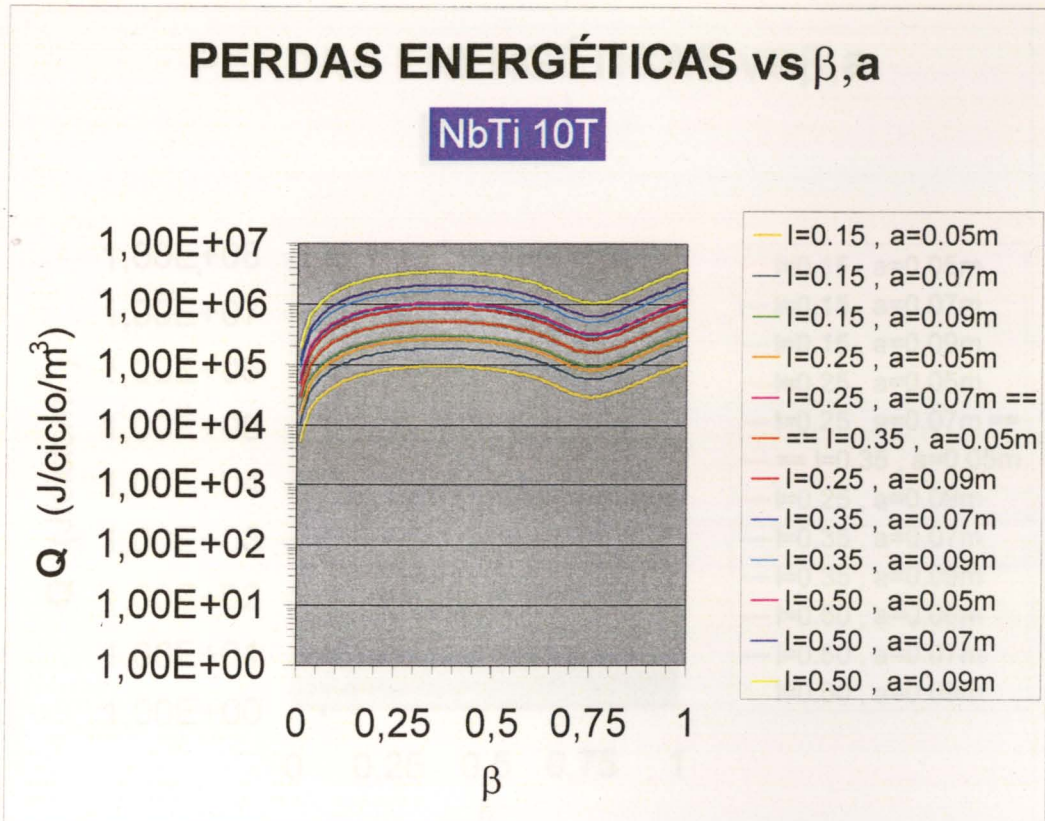


Figura 1A.39 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

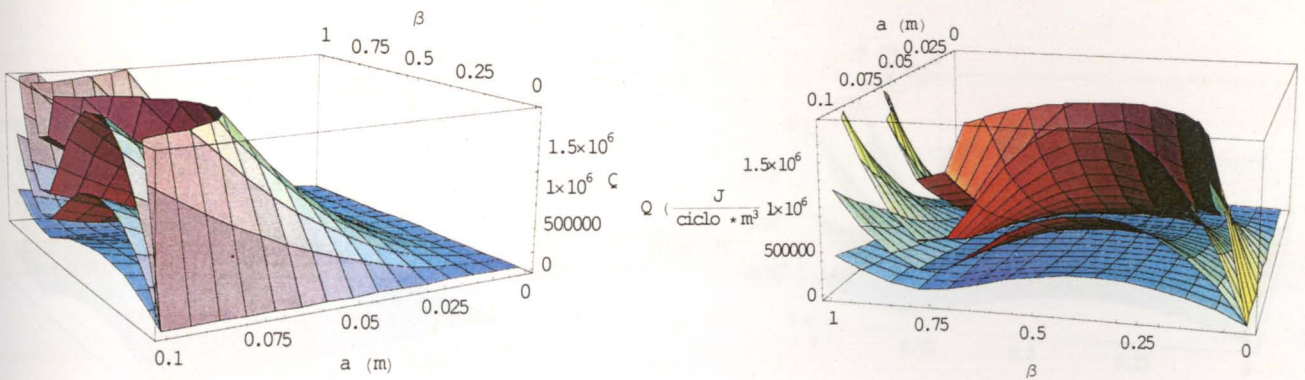


Figura 1A.40 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

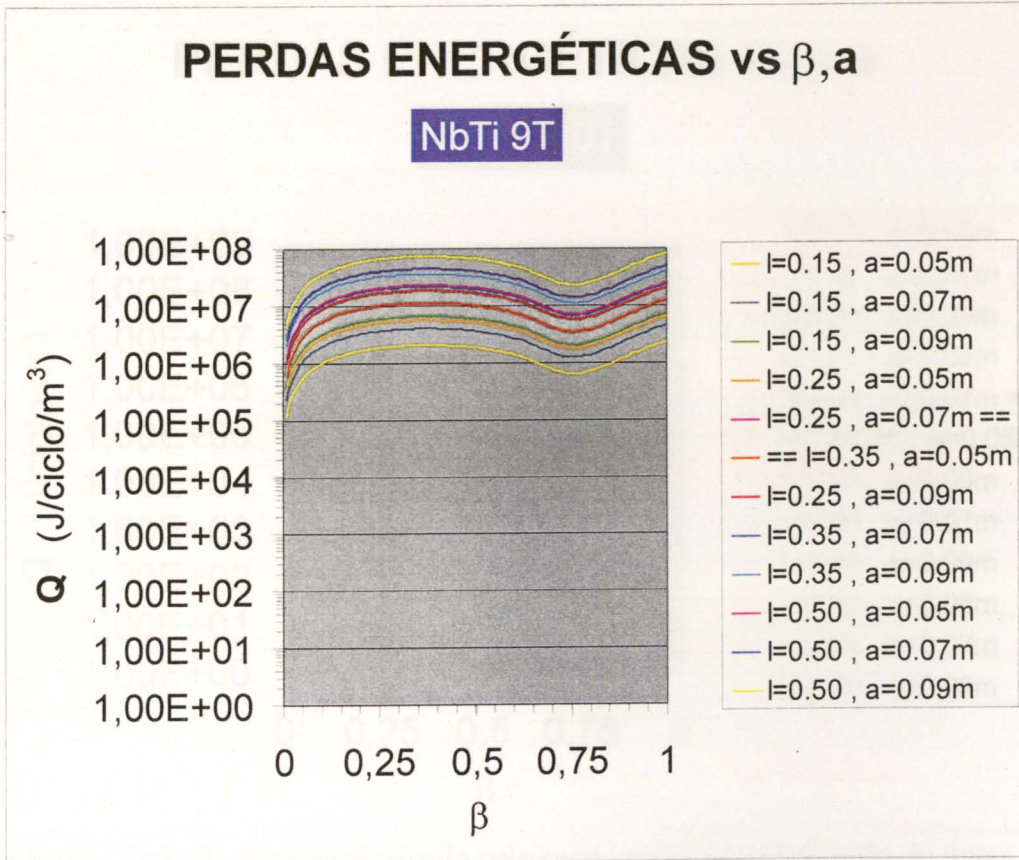


Figura 1A.41 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

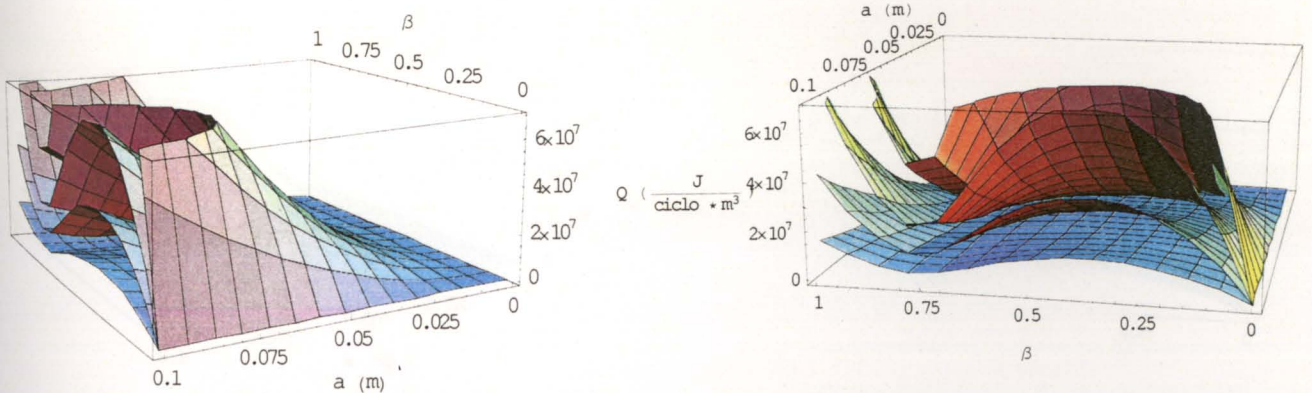


Figura 1A.42 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

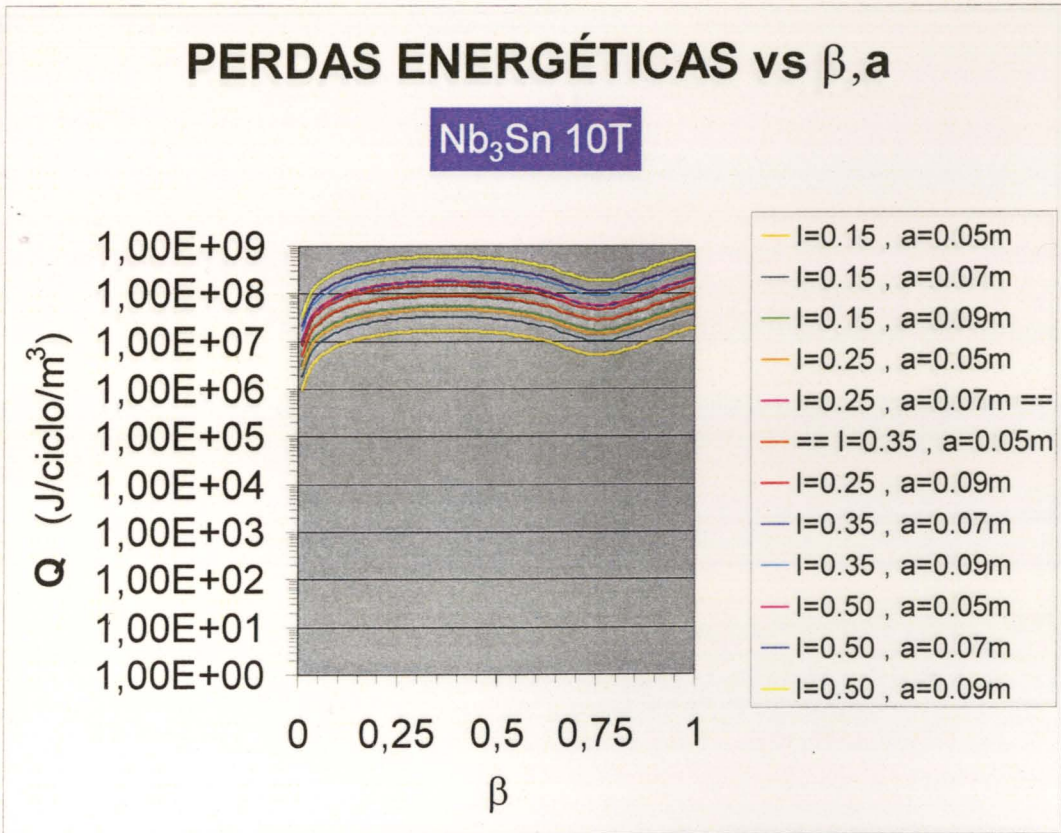


Figura 1A.43 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

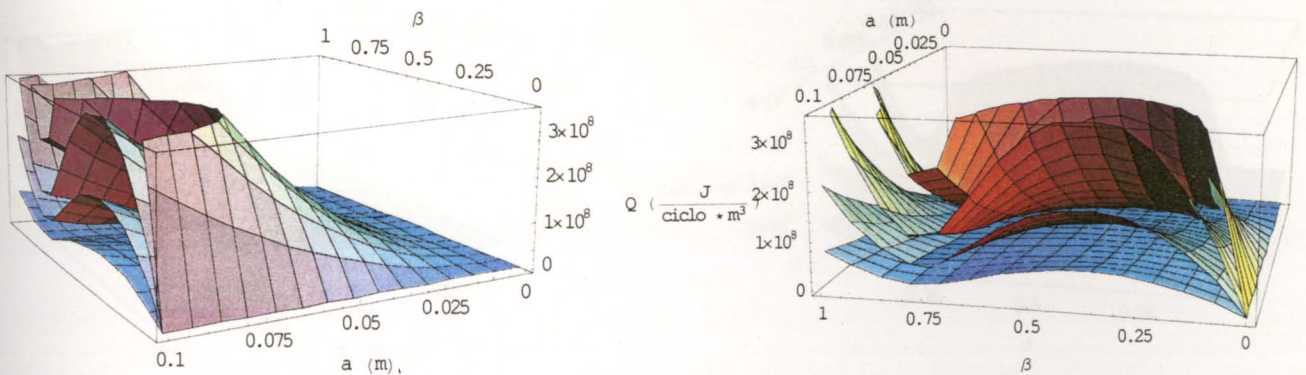


Figura 1A.44 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

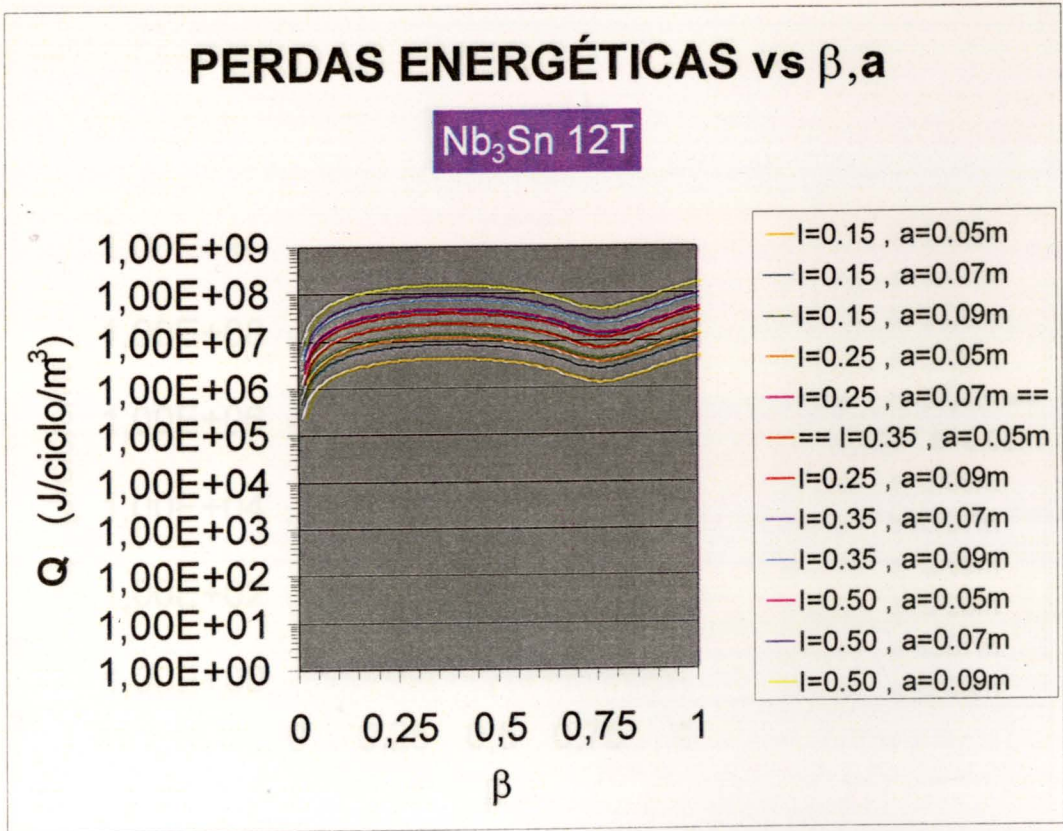


Figura 1A.45 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

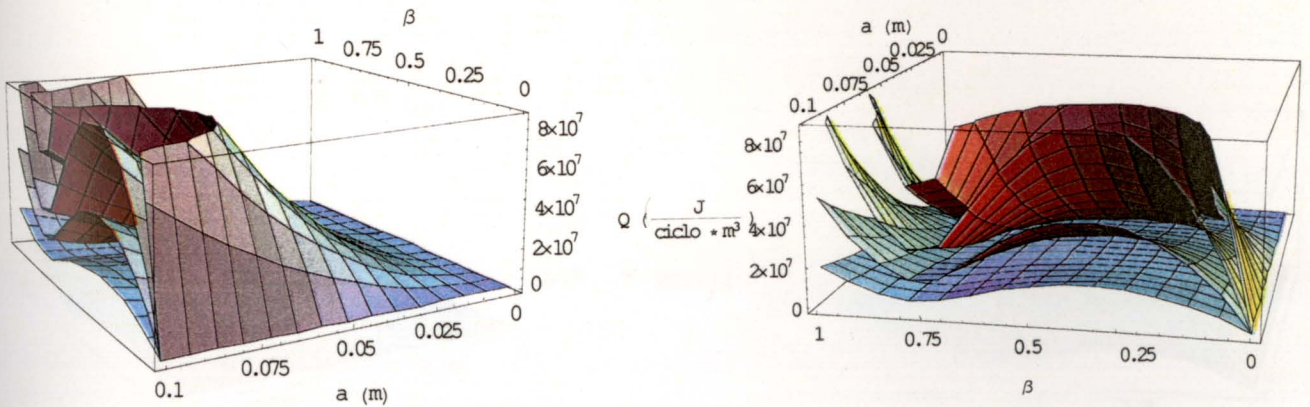


Figura 1A.46 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 9T em forma de exponencial

(1) aproximação de London (36,3%)

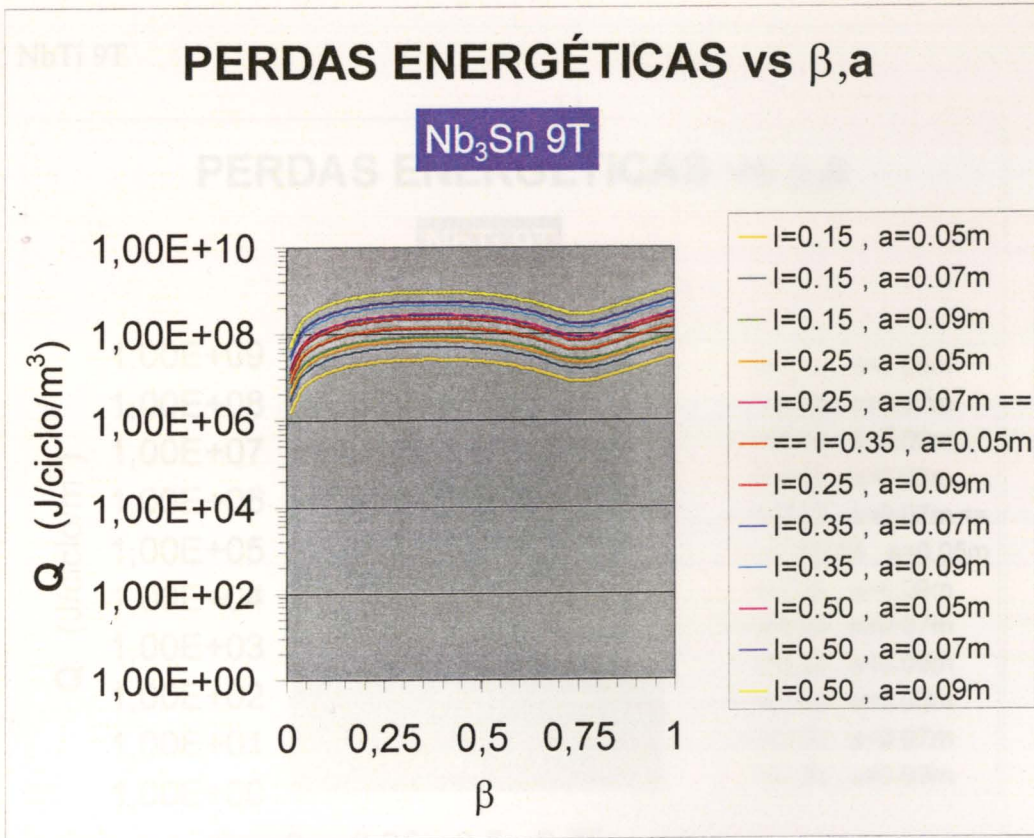


Figura 1A.47 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

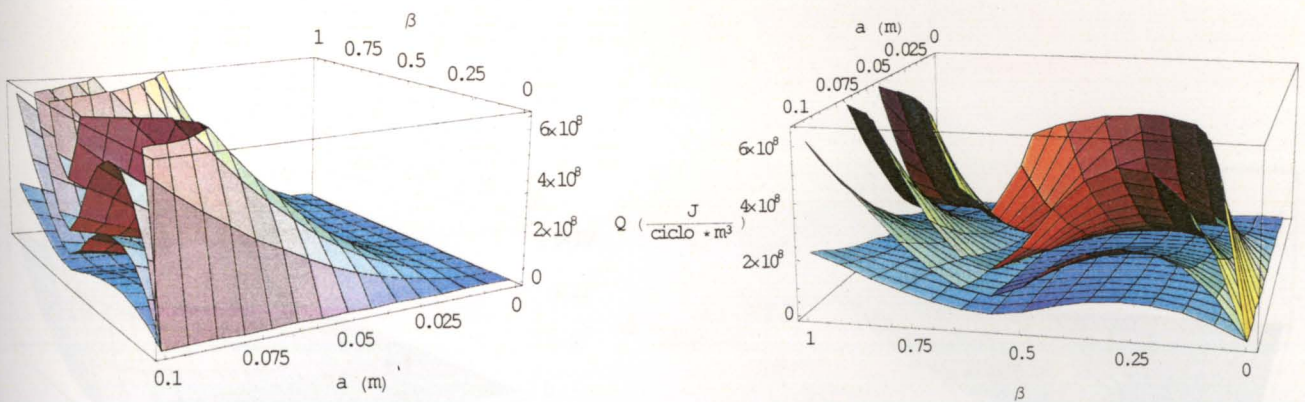


Figura 1A.48 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

- c) penetração em forma de exponencial
- c11) aproximação de London (36.8%)

a) NbTi 9T

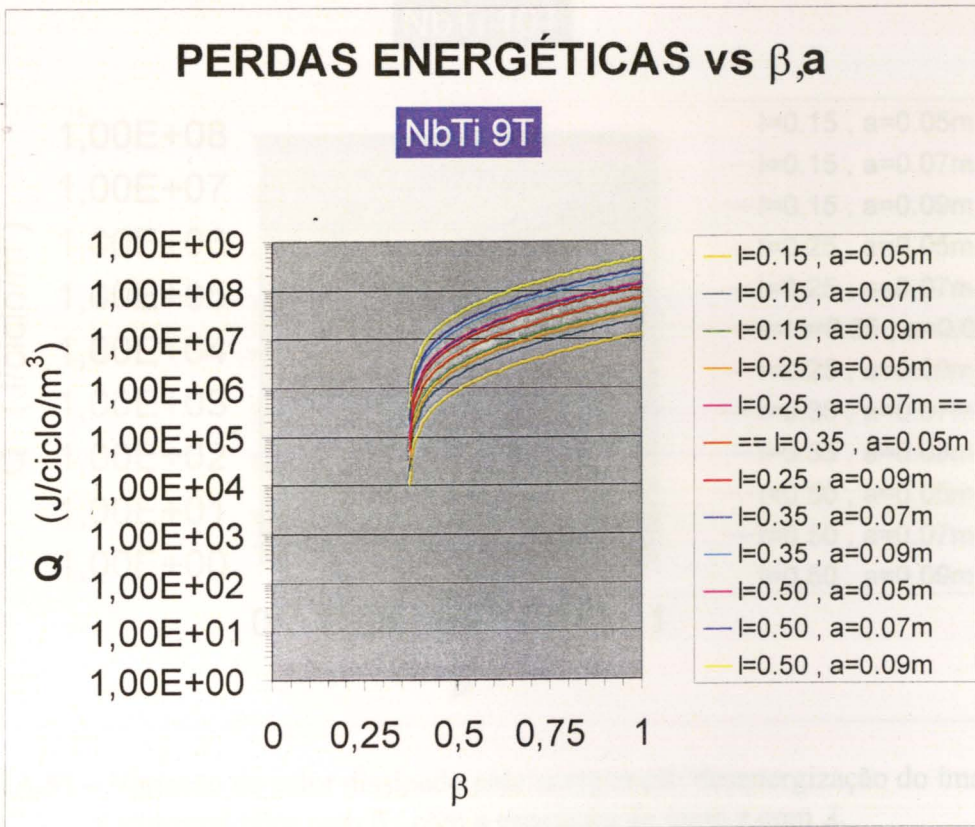


Figura 1A.49 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

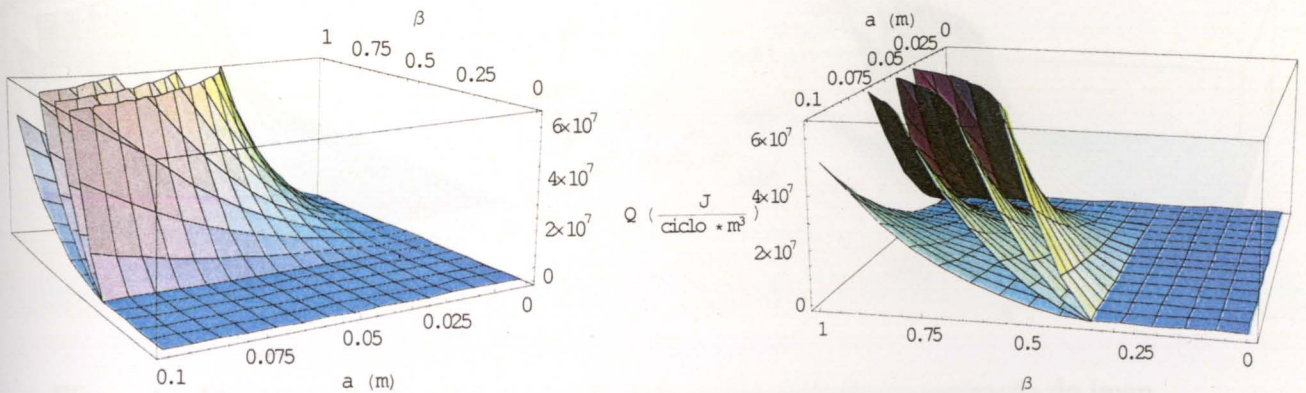


Figura 1A.50 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

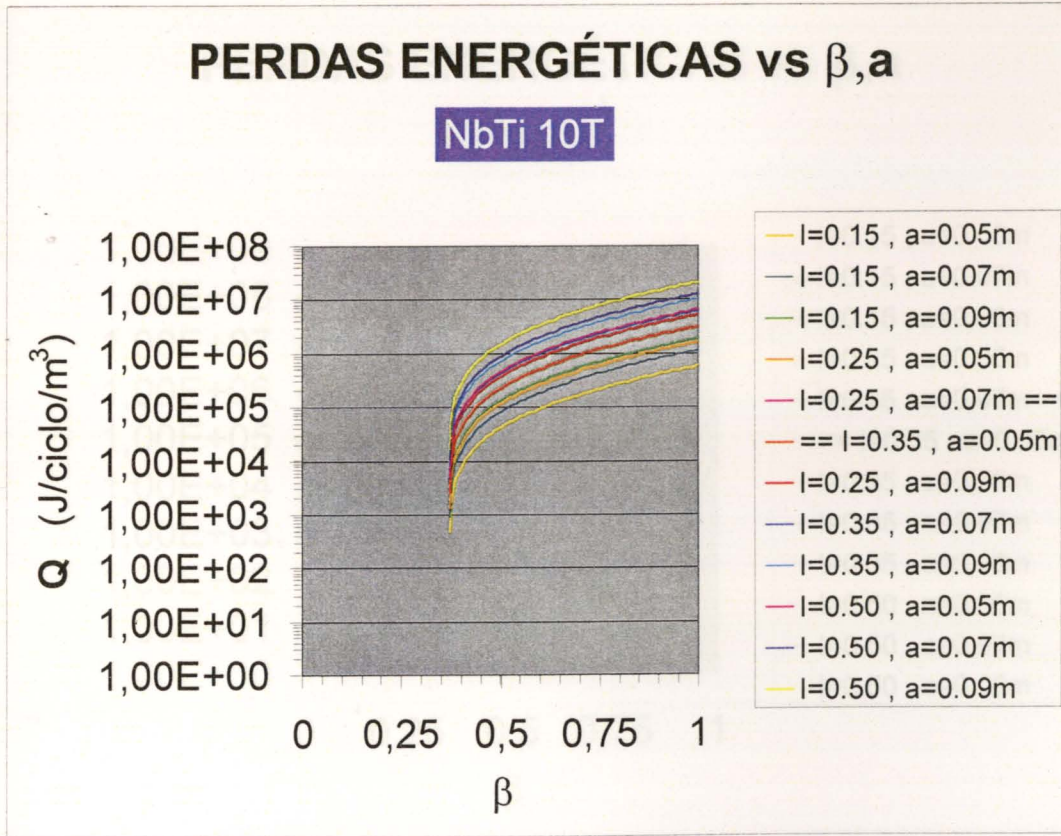


Figura 1A.51 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

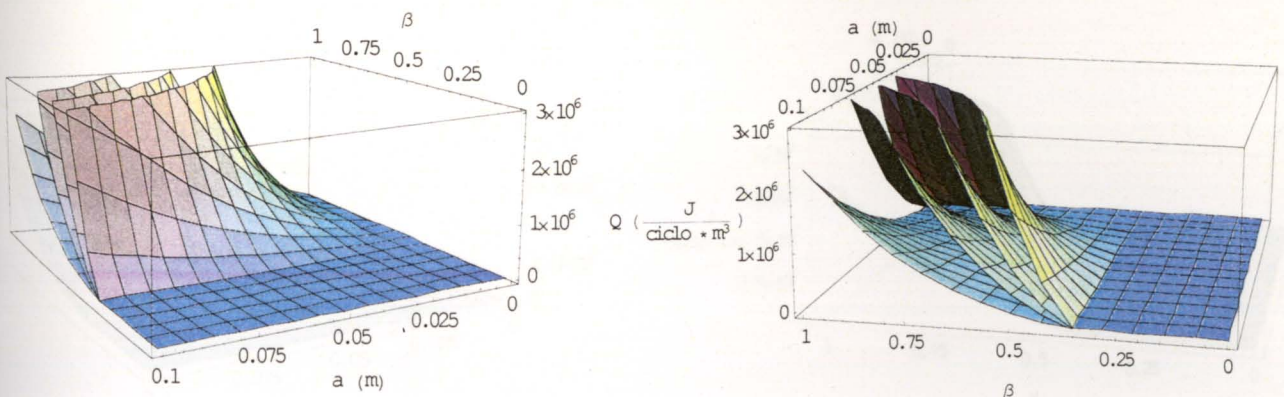


Figura 1A.52 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

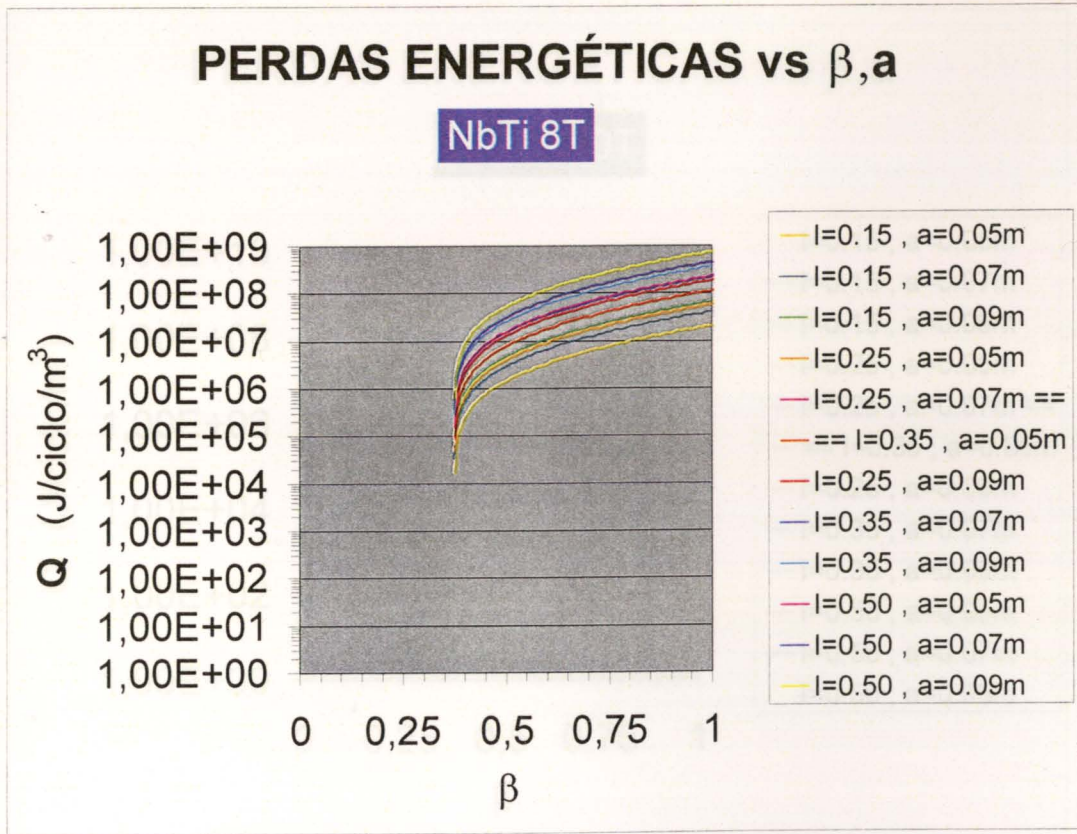


Figura 1A.53 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

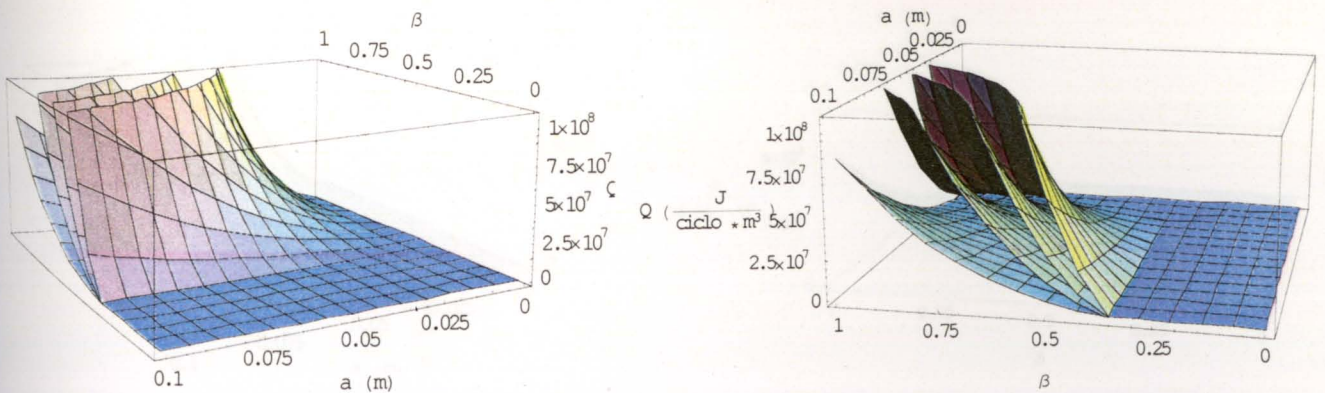


Figura 1A.54 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

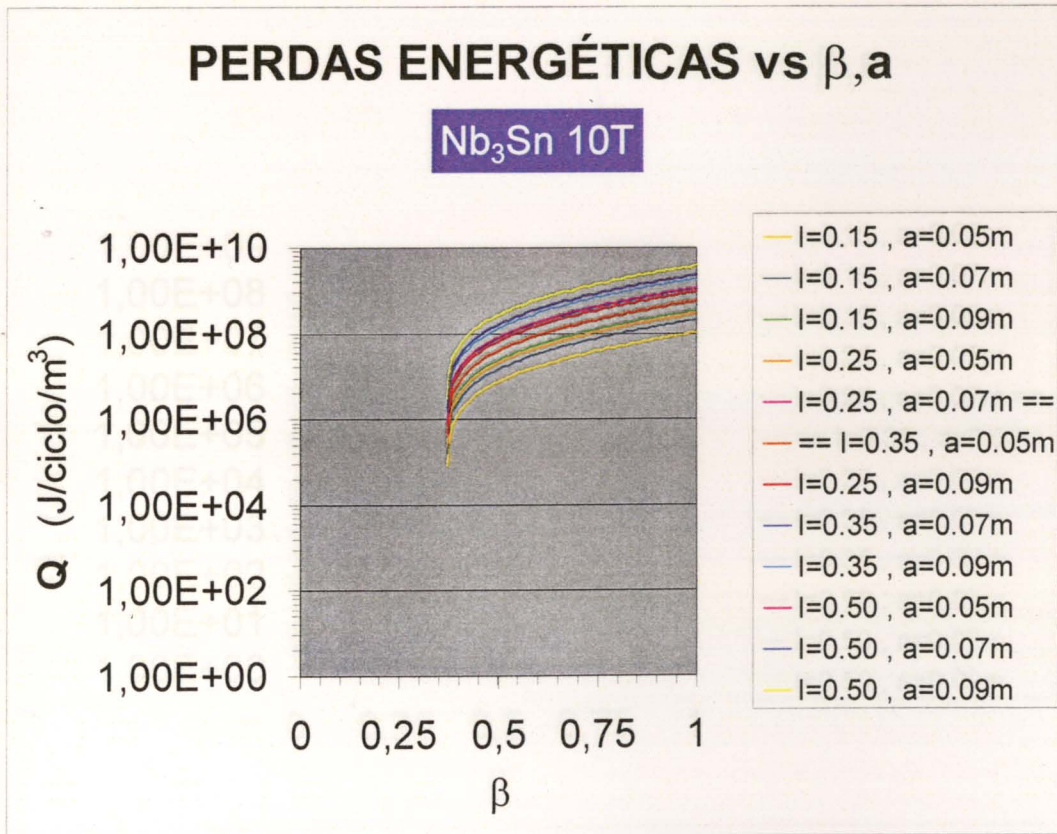


Figura 1A.55 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

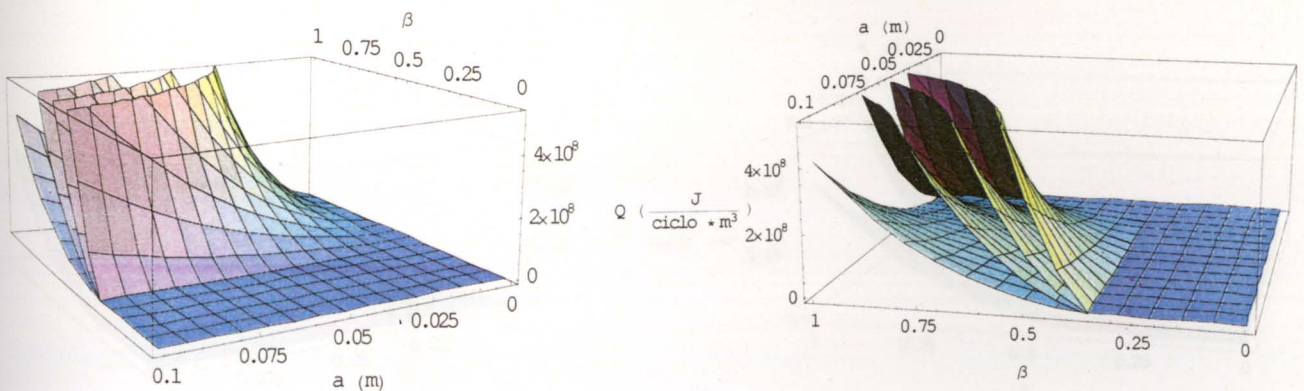


Figura 1A.56 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

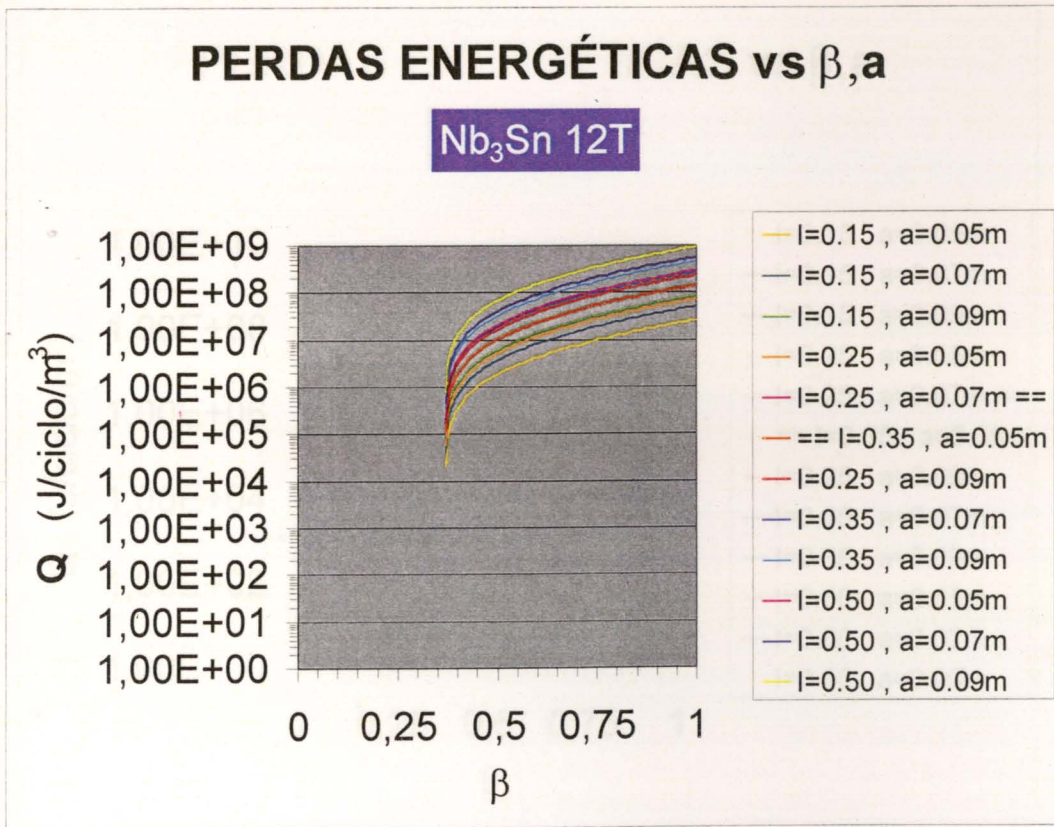


Figura 1A.57 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

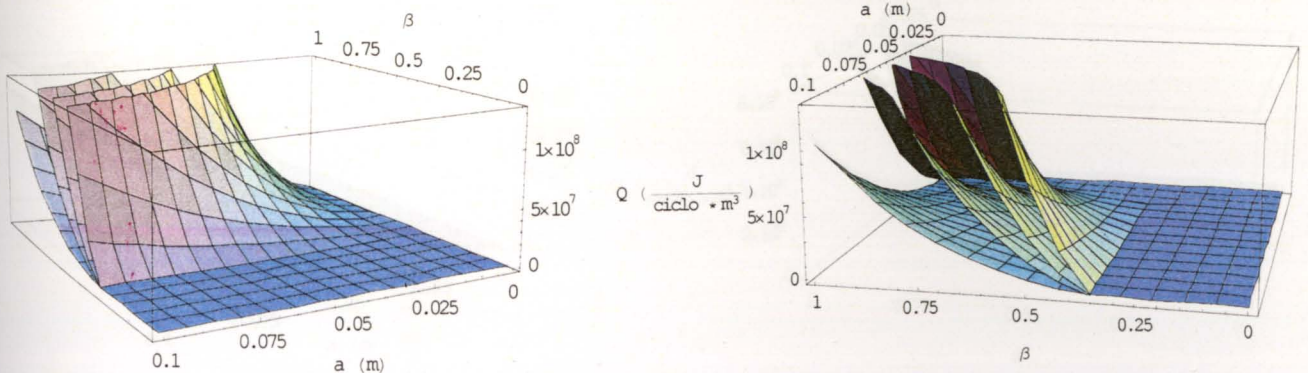


Figura 1A.58 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 12T

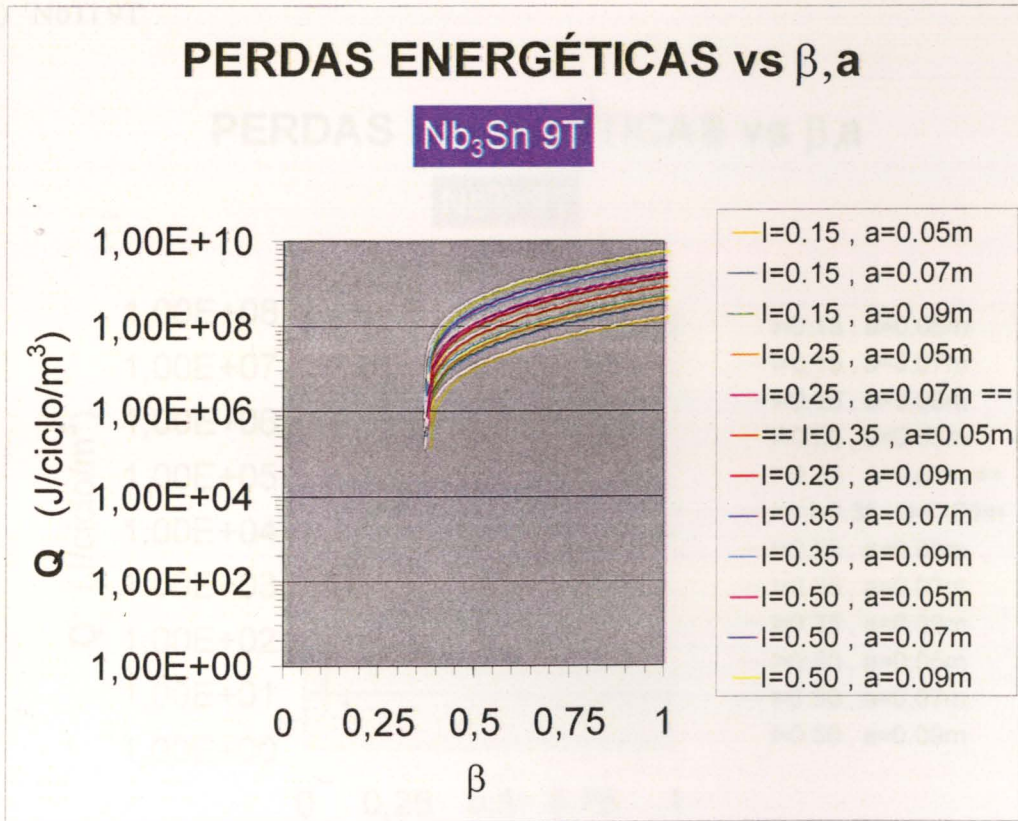


Figura 1A.59 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

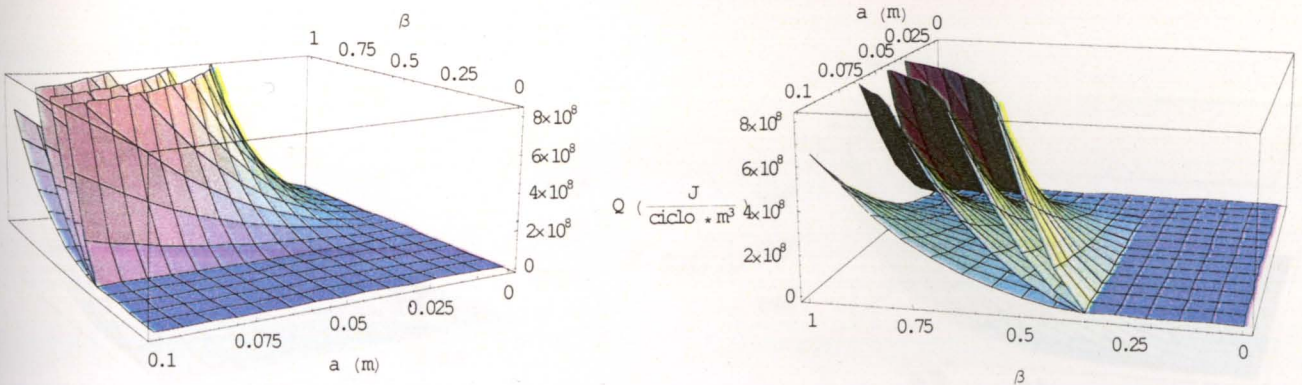


Figura 1A.60 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c12) aproximação 95%

a) NbTi 9T

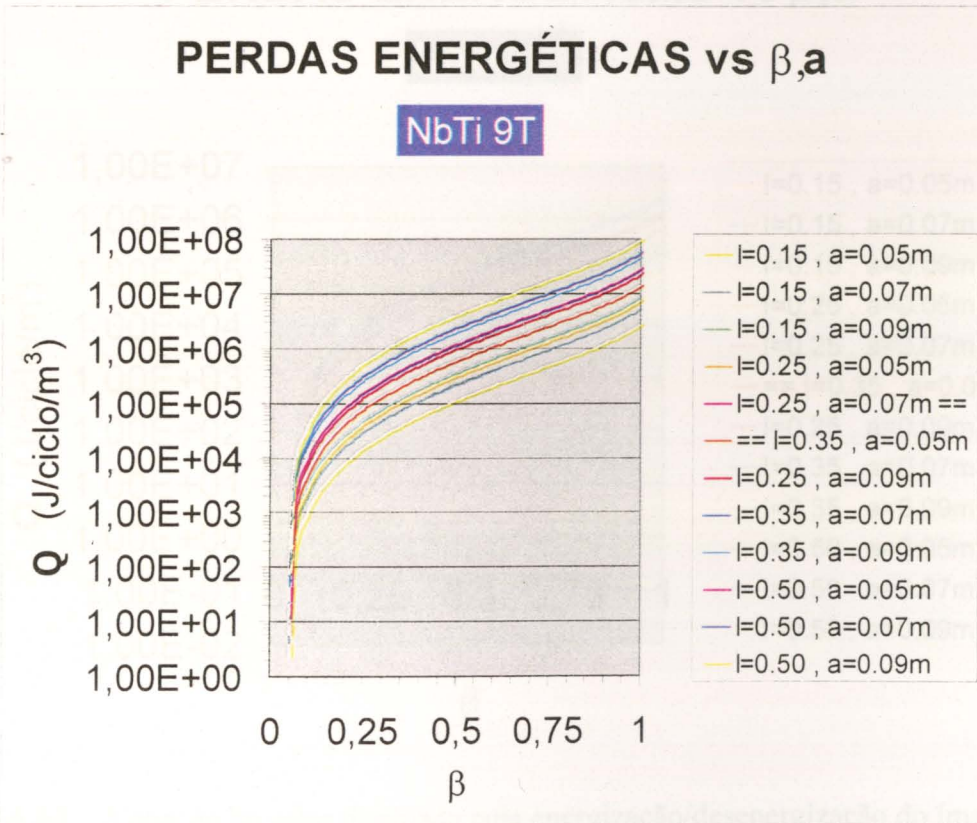


Figura 1A.61 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

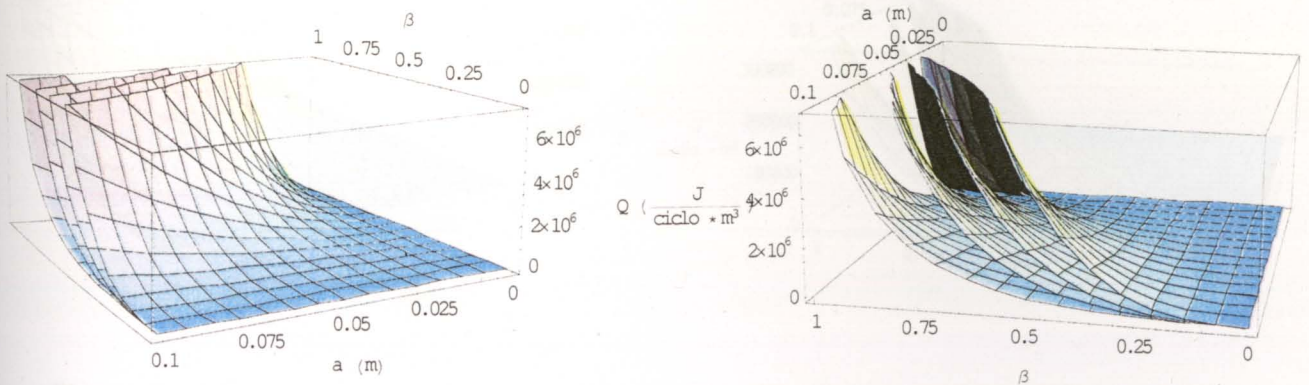


Figura 1A.62 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

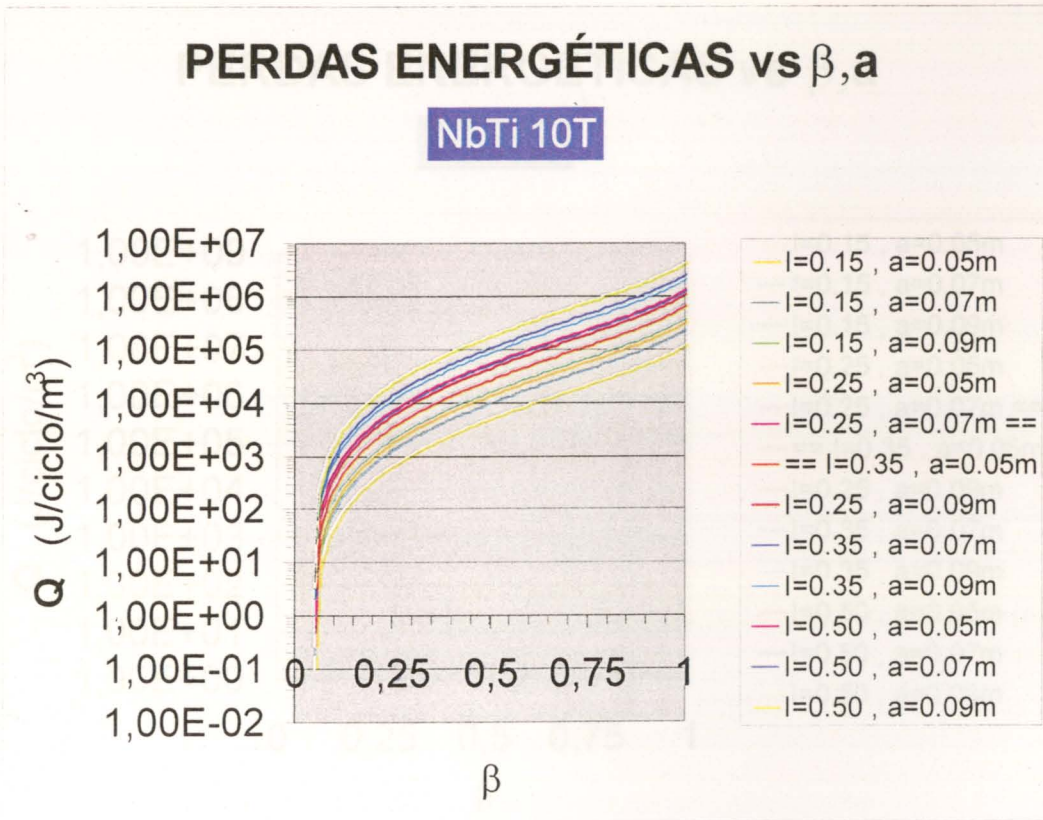


Figura 1A.63 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

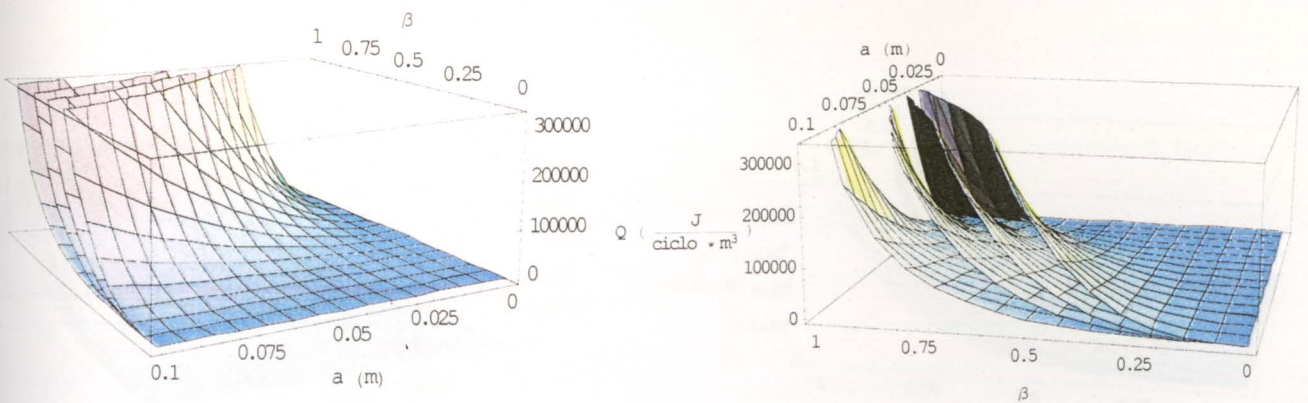


Figura 1A.64 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

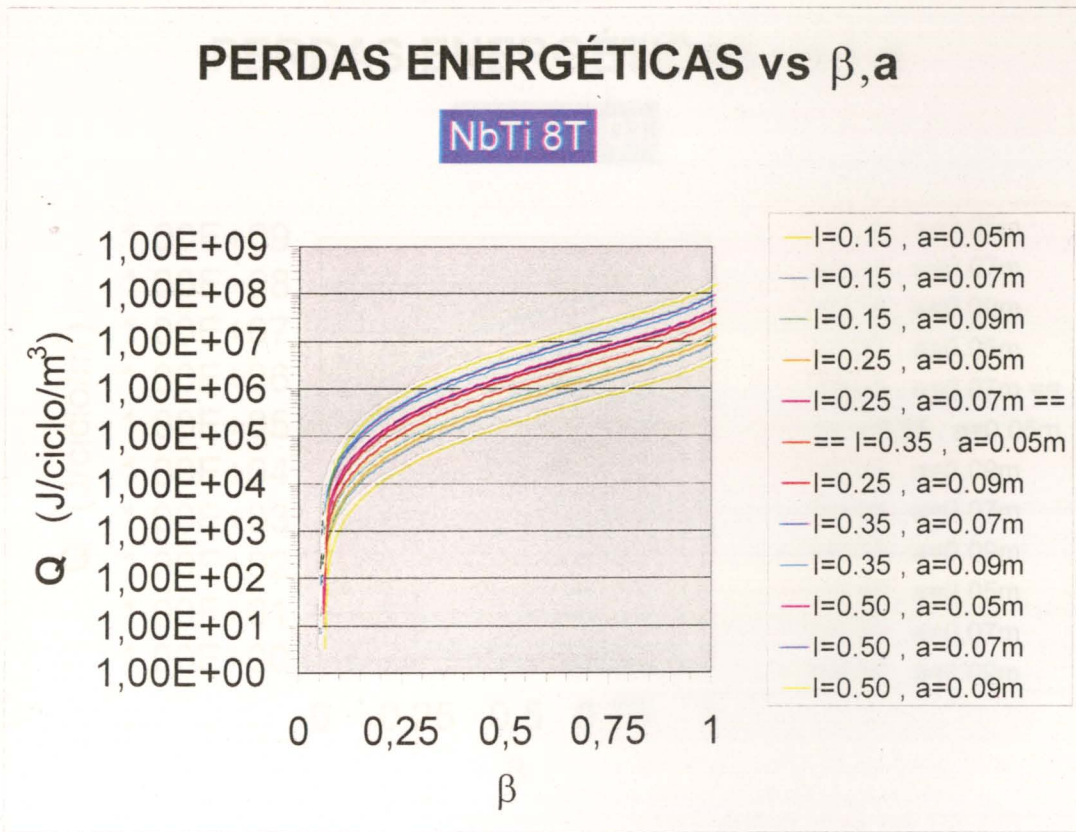


Figura 1A.65 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

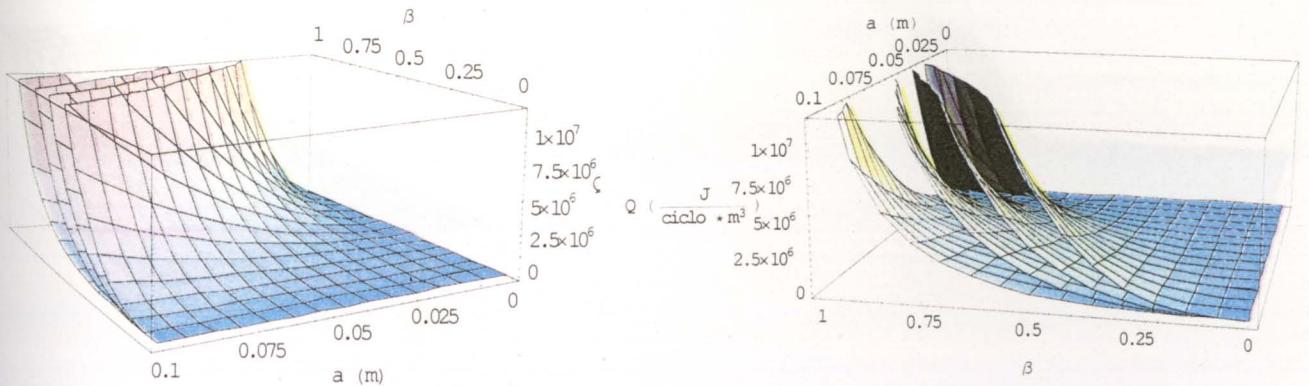


Figura 1A.66 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

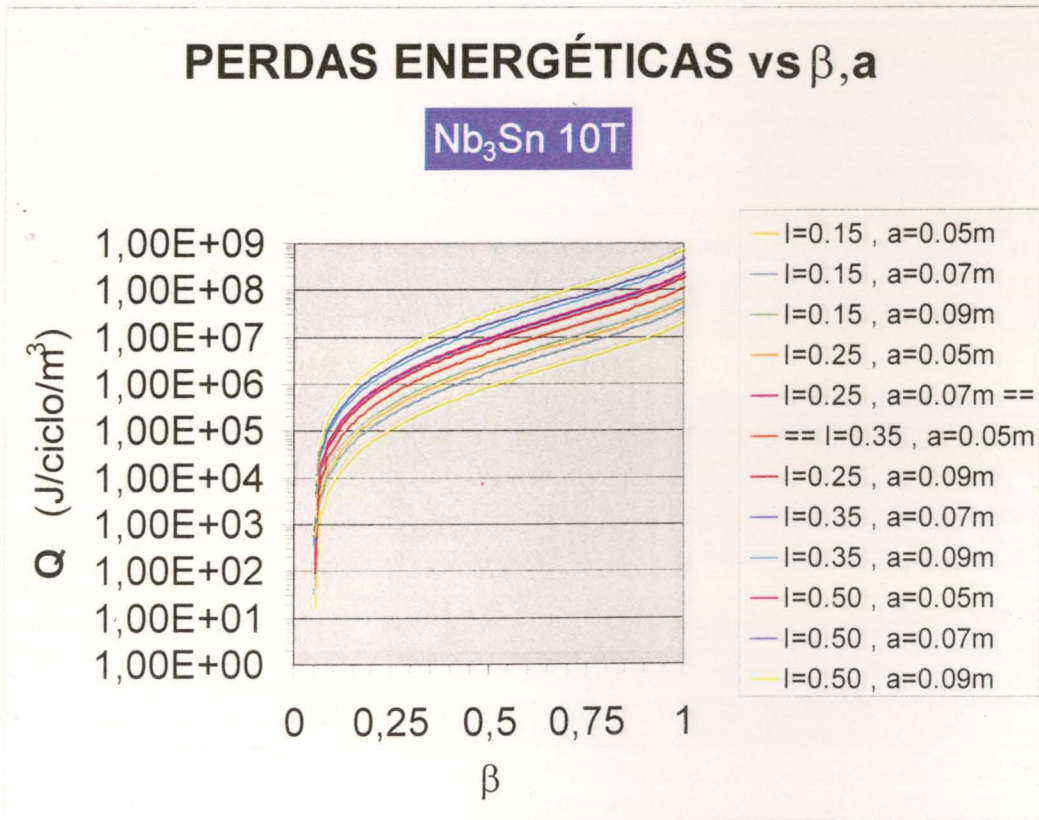


Figura 1A.67 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

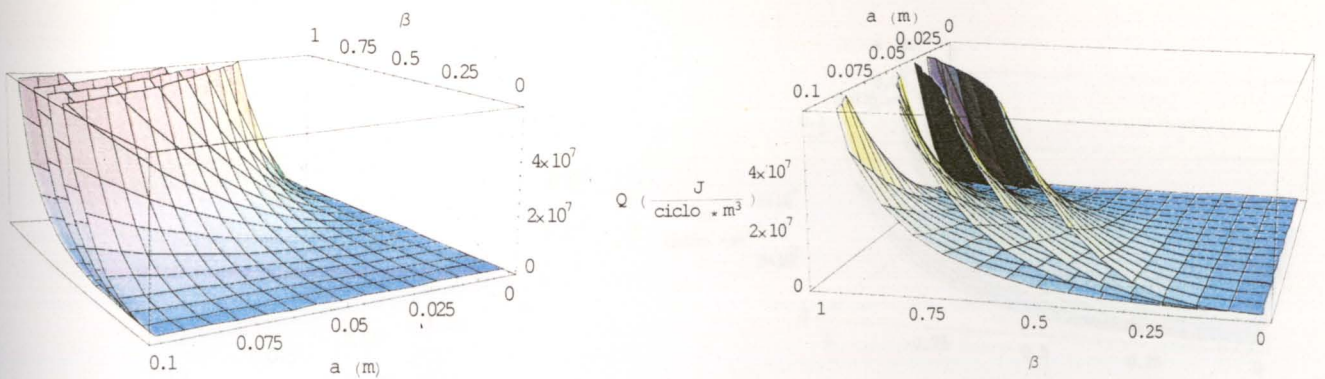


Figura 1A.68 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

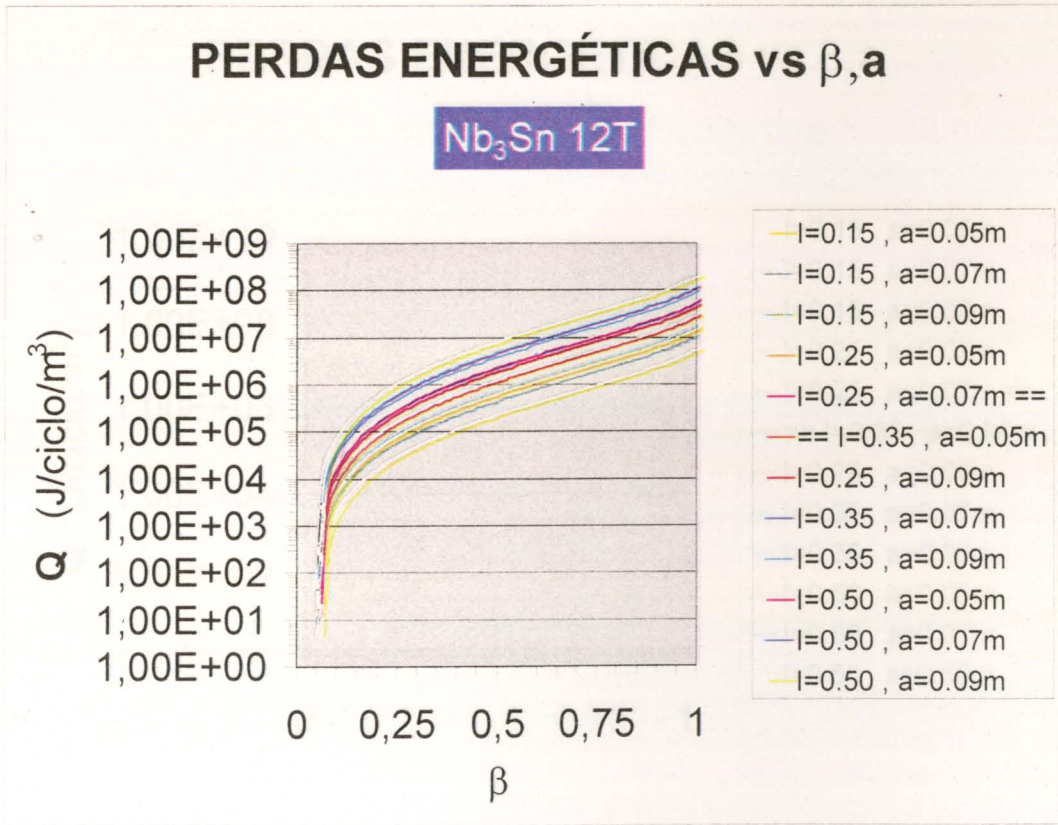


Figura 1A.69 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

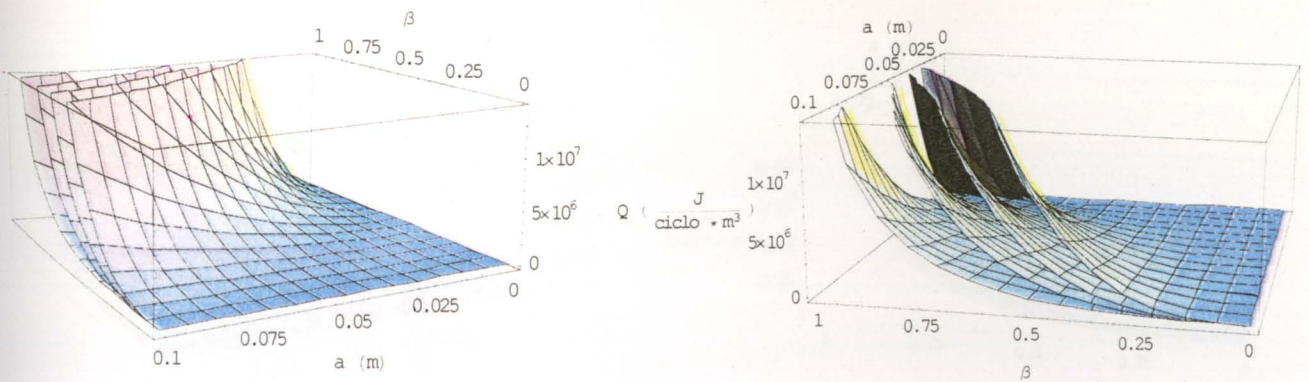


Figura 1A.70 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

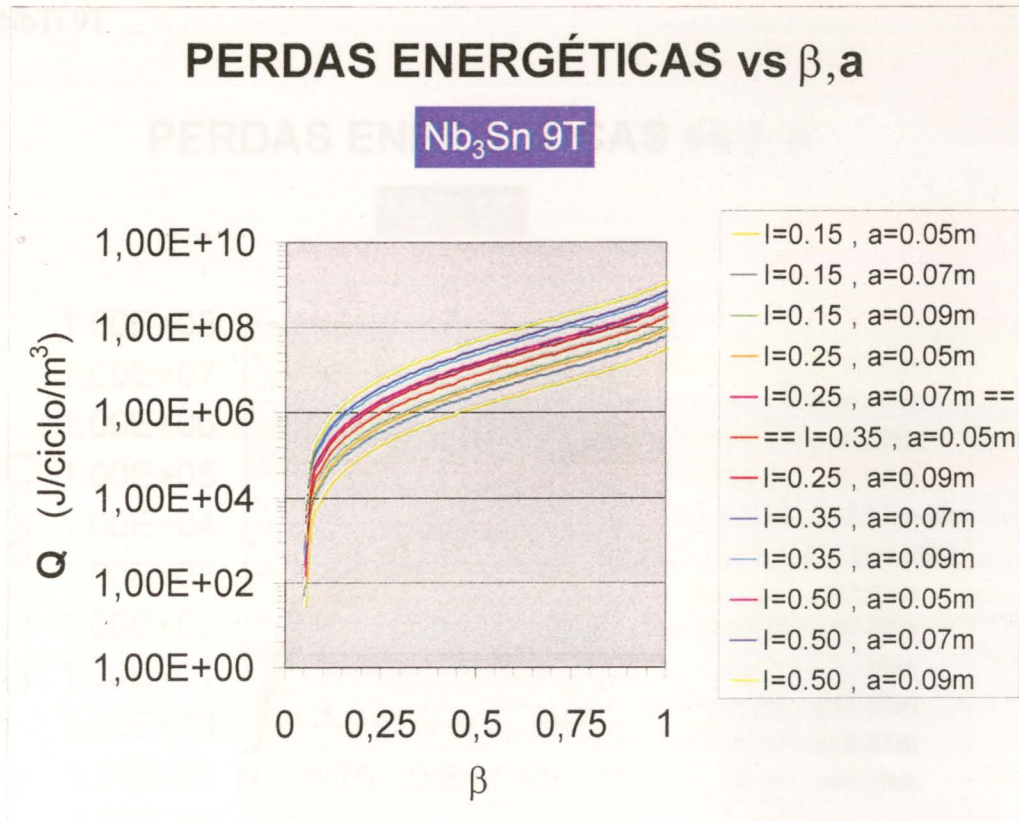


Figura 1A.71 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

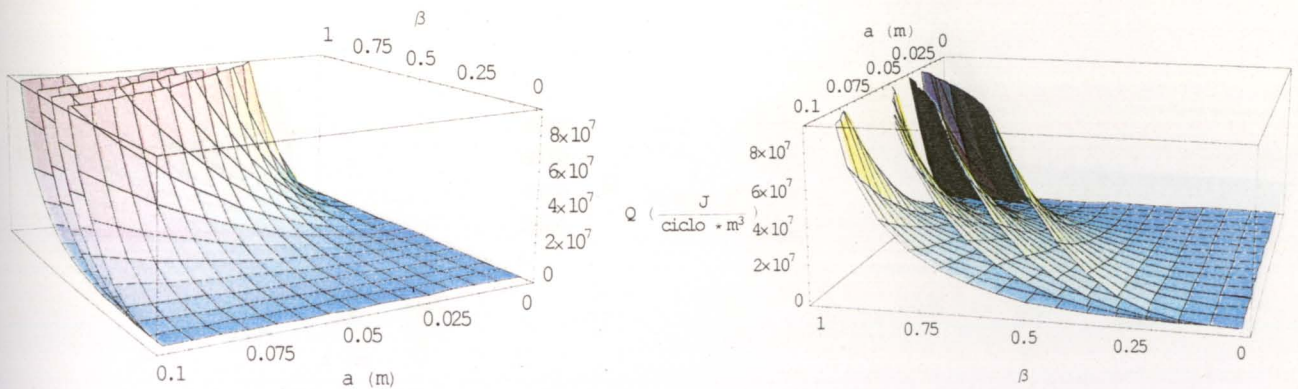


Figura 1A.72 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c13) aproximação 99.995%

a) NbTi 9T

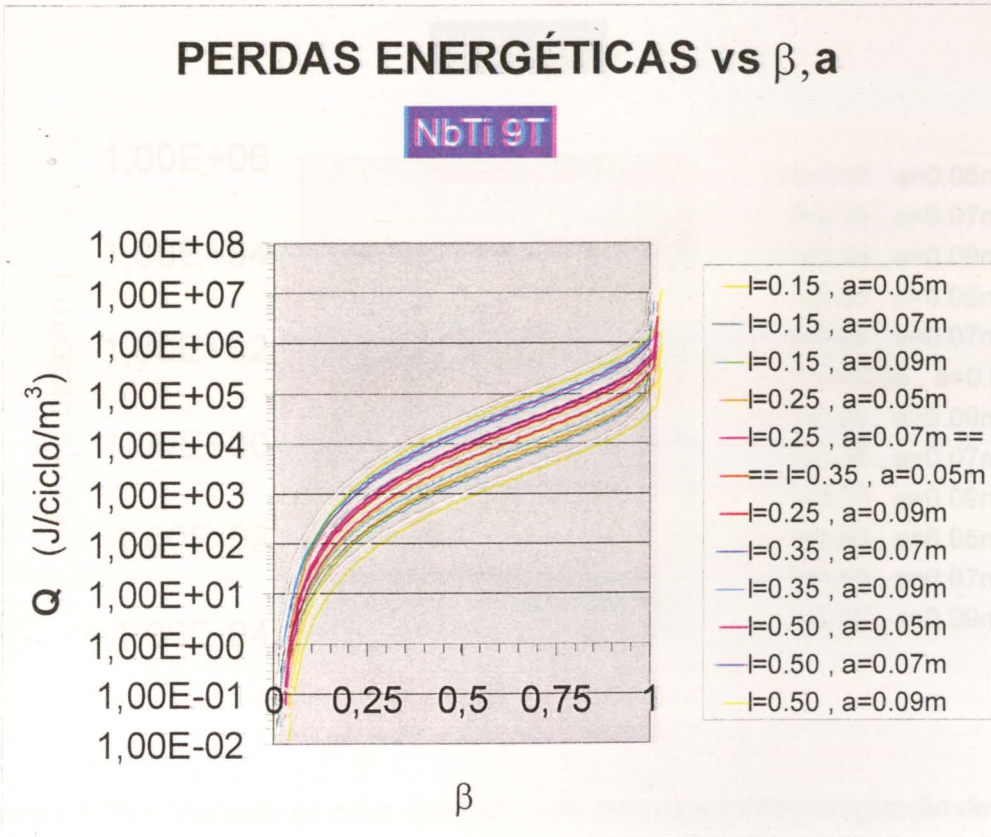


Figura 1A.73 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

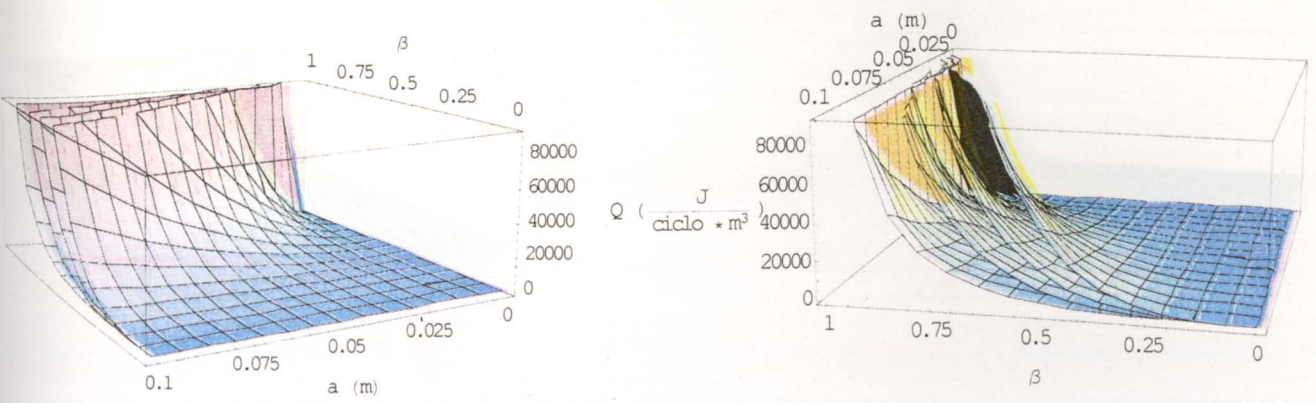


Figura 1A.74 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

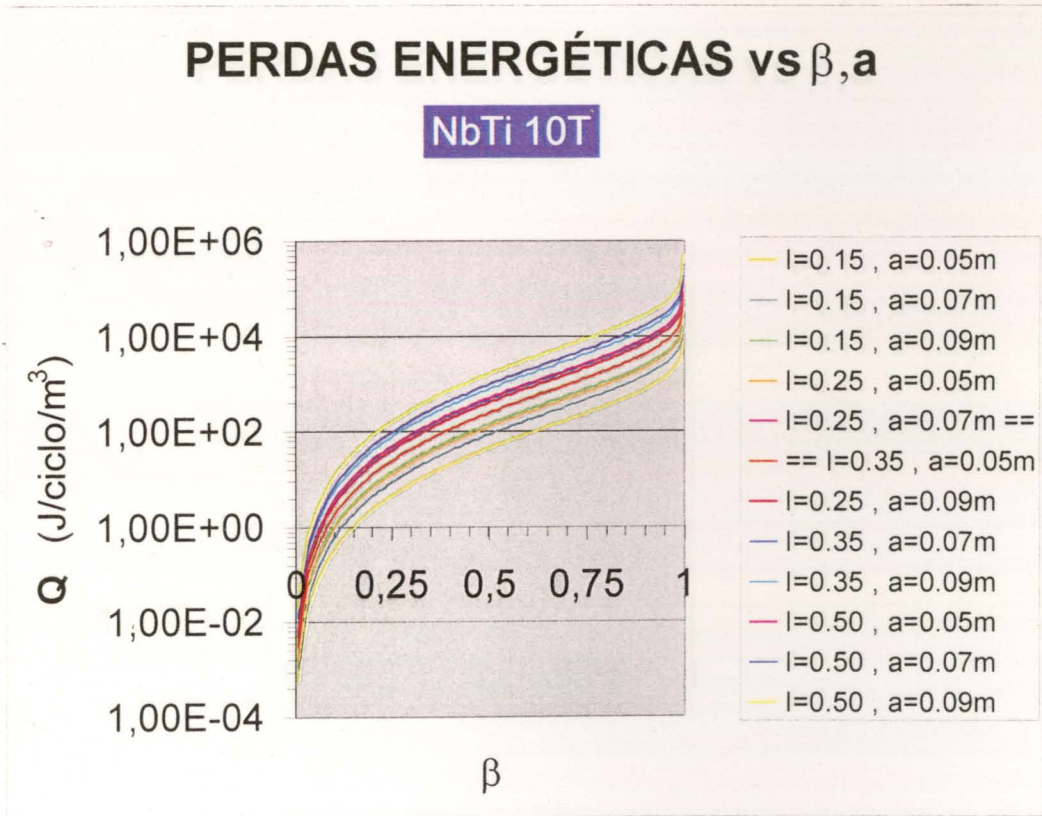


Figura 1A.75 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

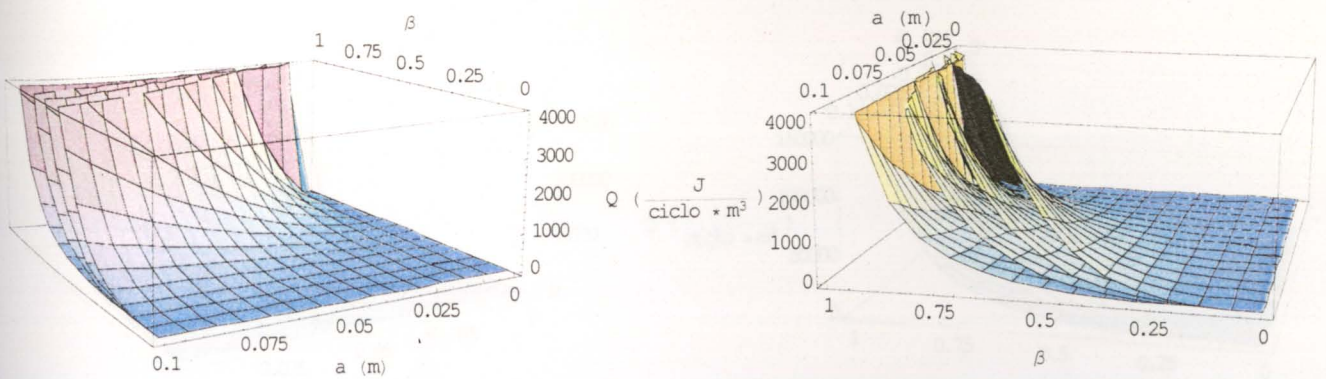


Figura 1A.76 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

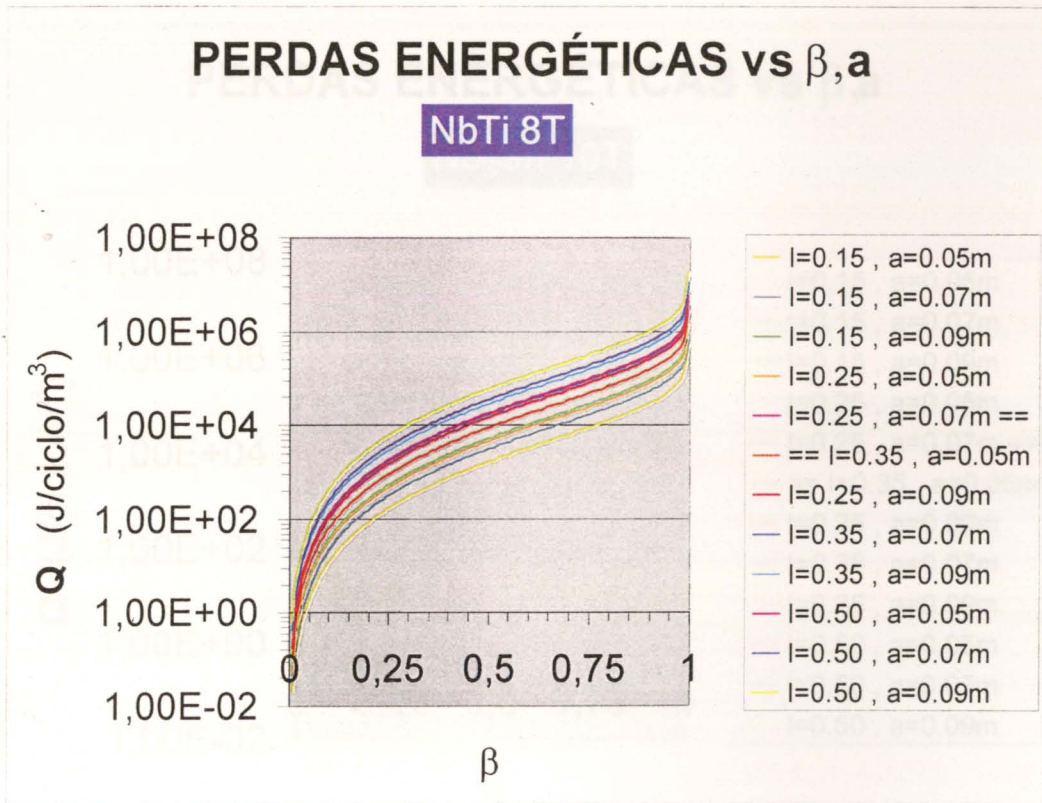


Figura 1A.77 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

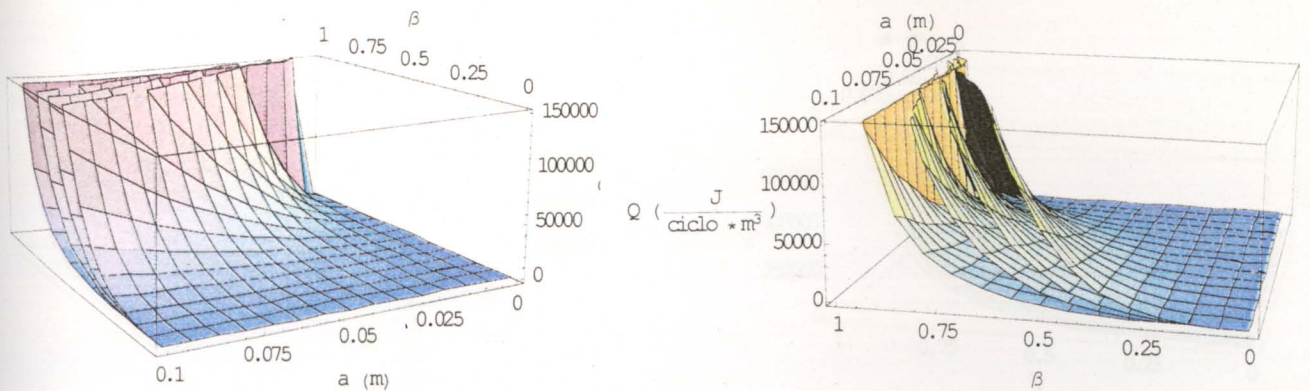


Figura 1A.78 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

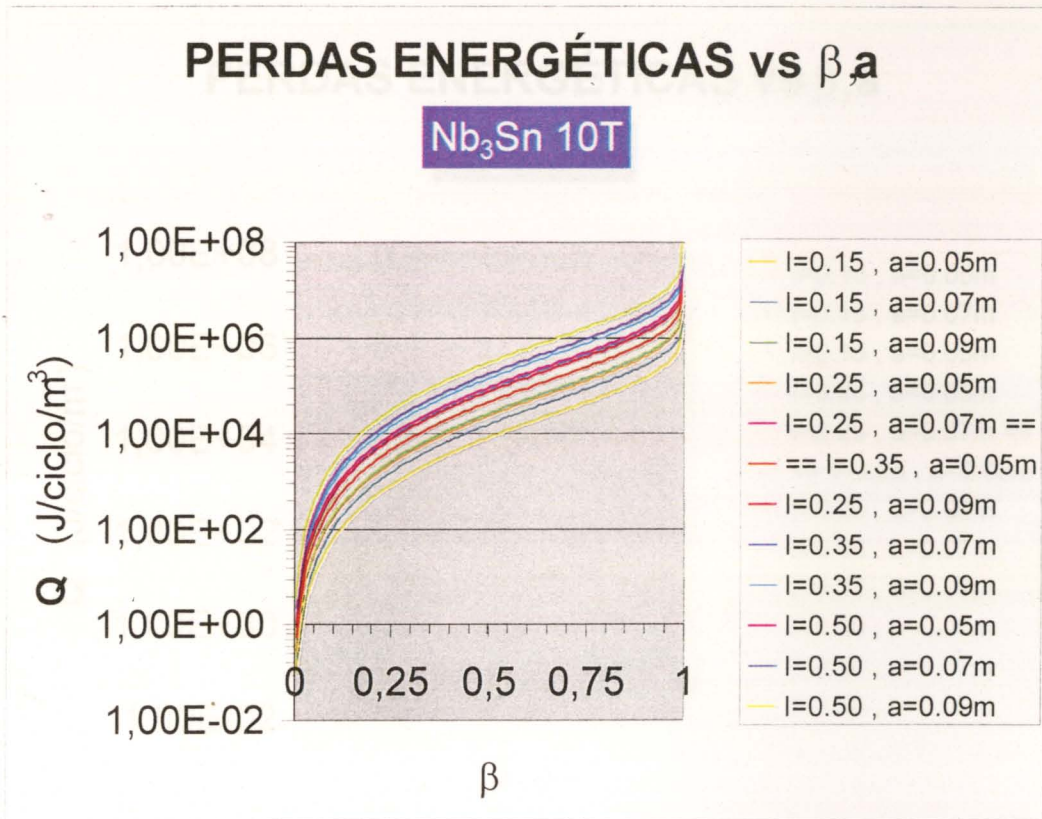


Figura 1A.79 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

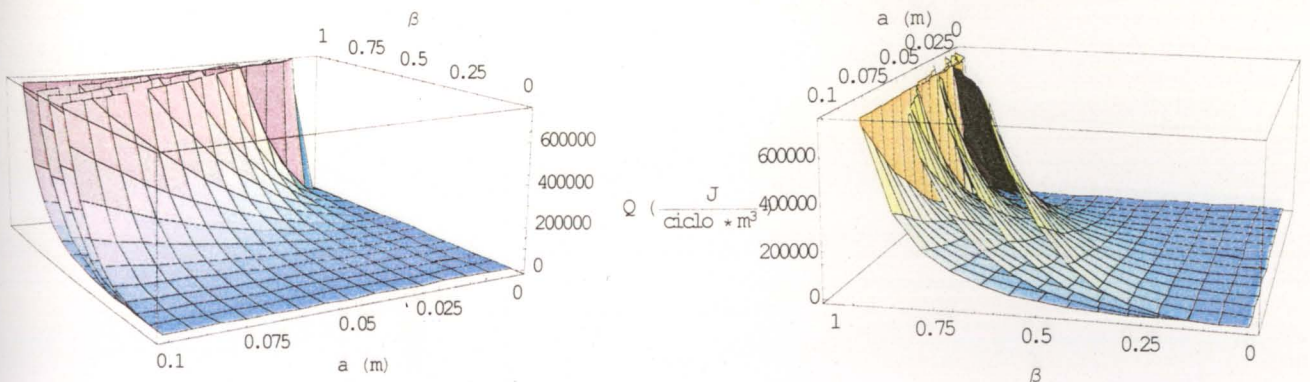


Figura 1A.80 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

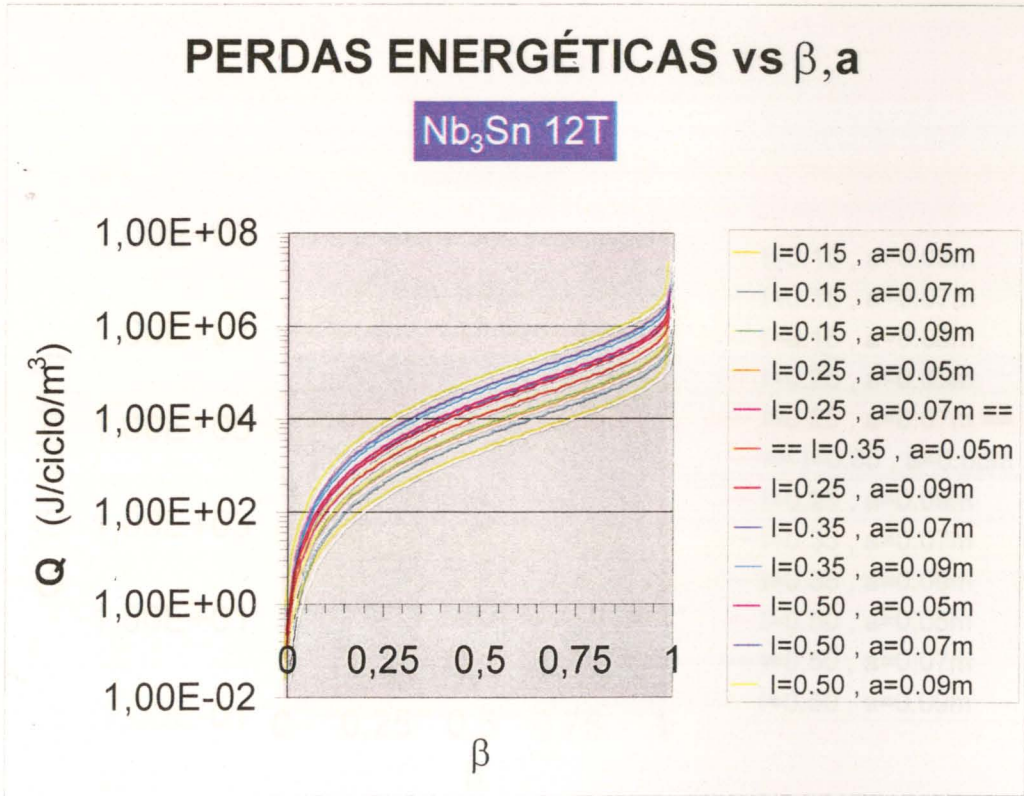


Figura 1A.81 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

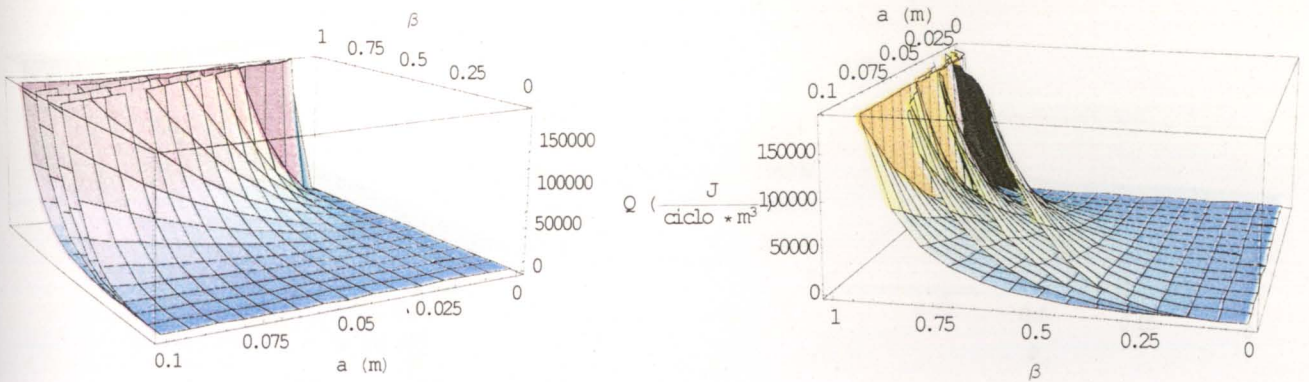


Figura 1A.82 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 9T

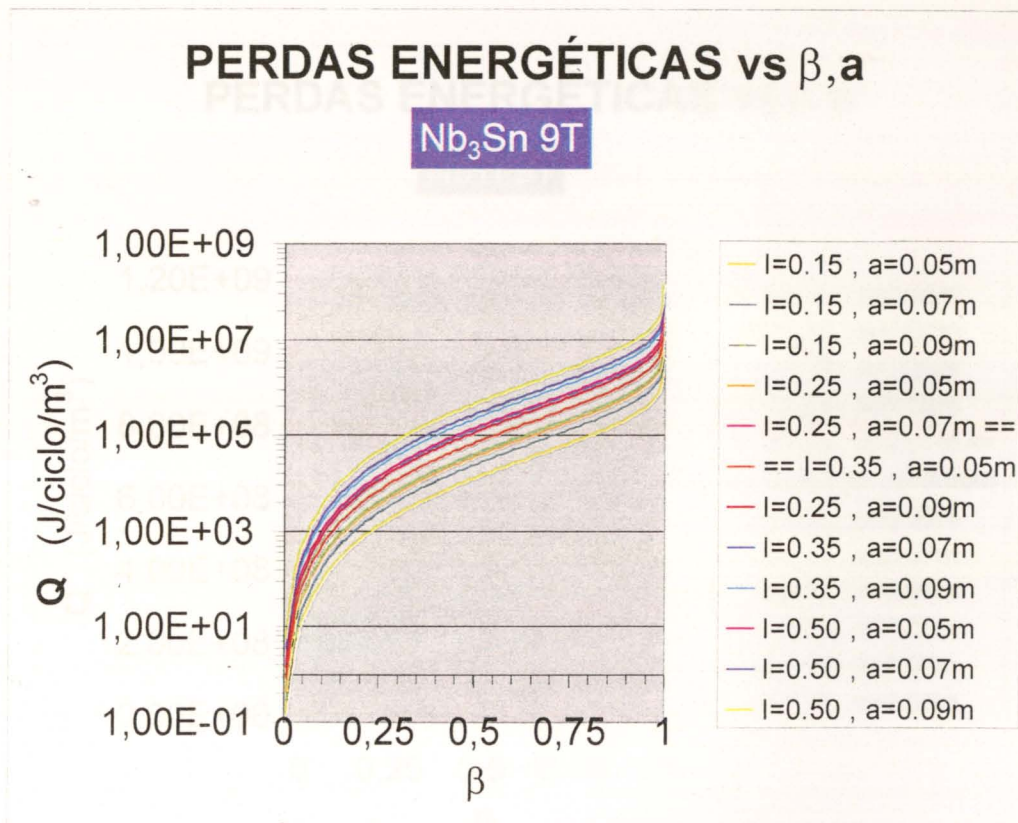


Figura 1A.83 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

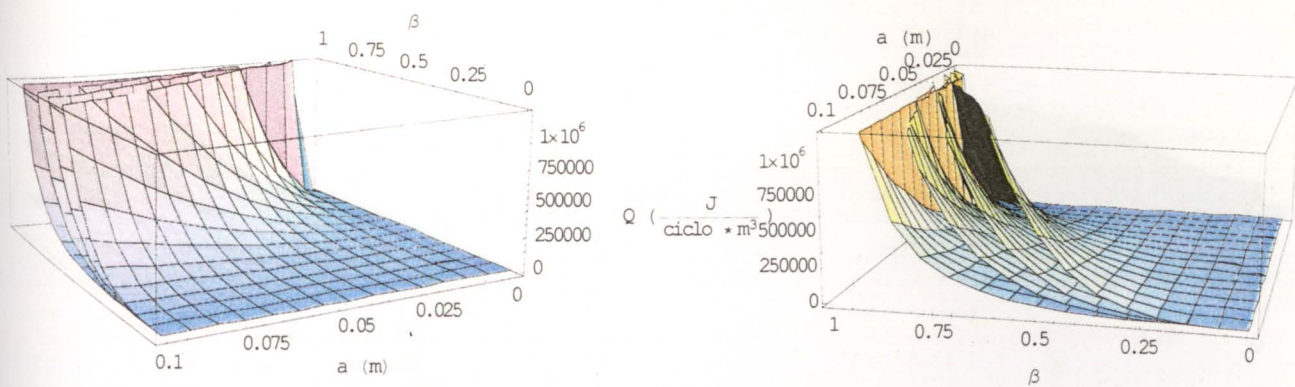


Figura 1A.84 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c2) aproximação por translação

a) NbTi 9T

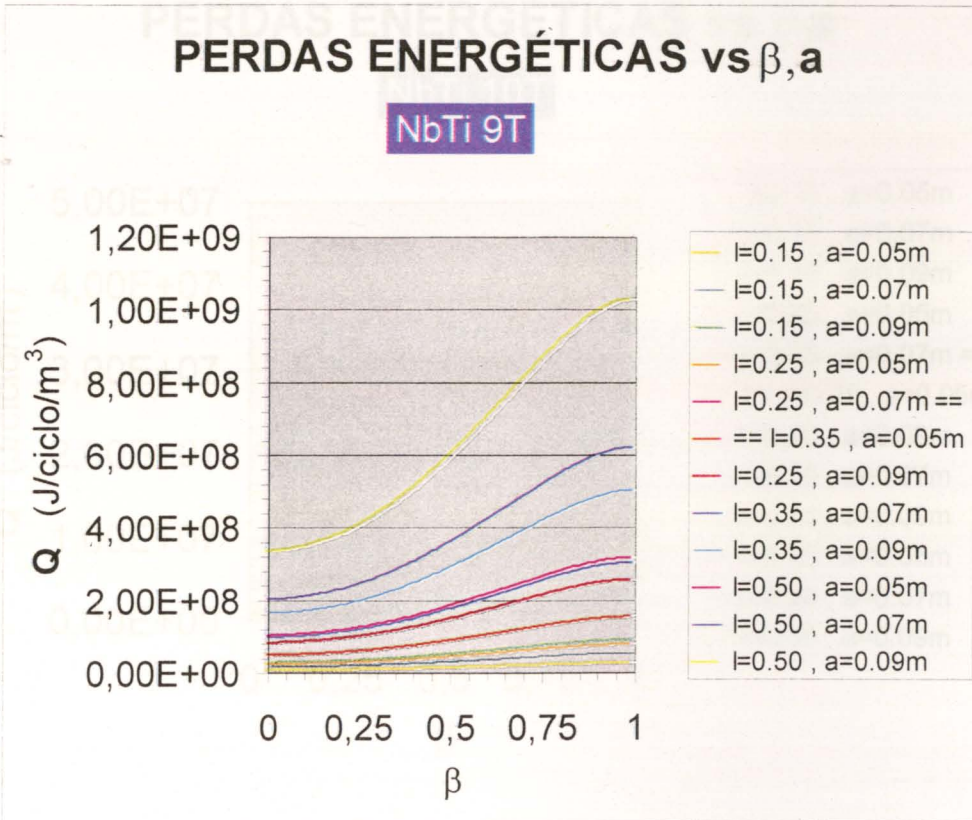


Figura 1A.85 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

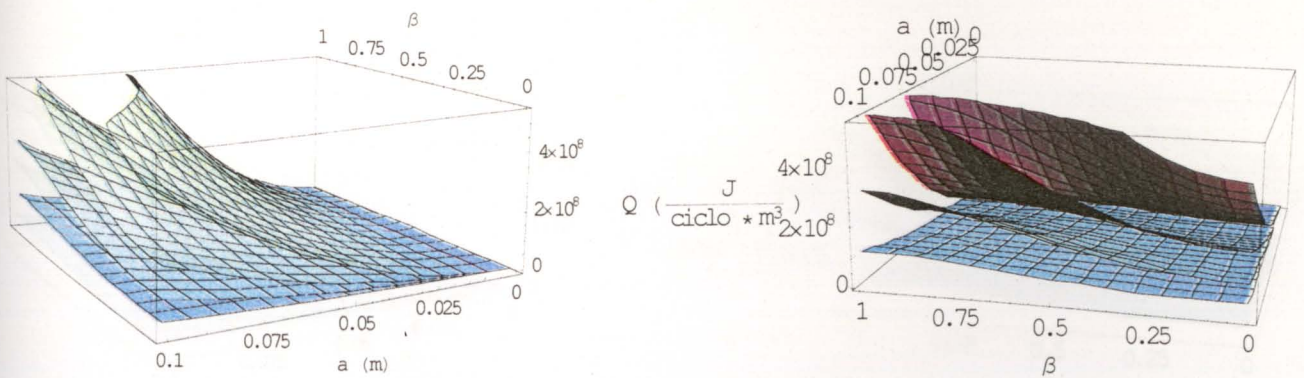


Figura 1A.86 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

b) NbTi 10T

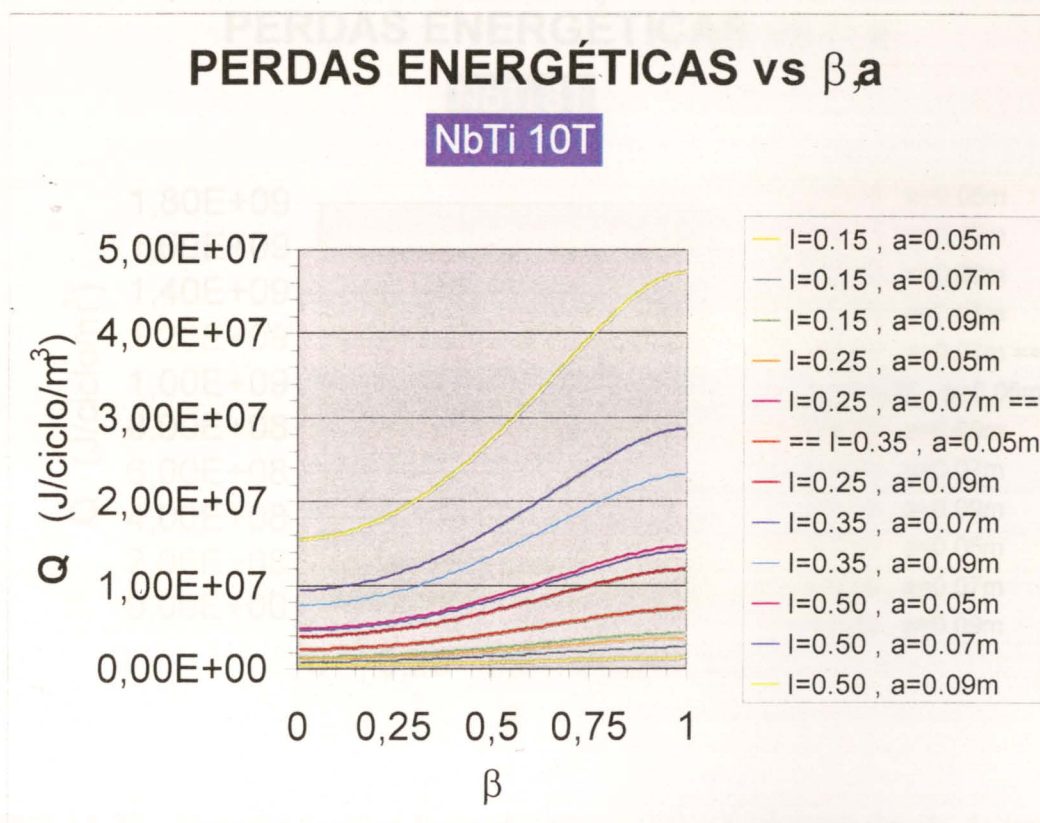


Figura 1A.87 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

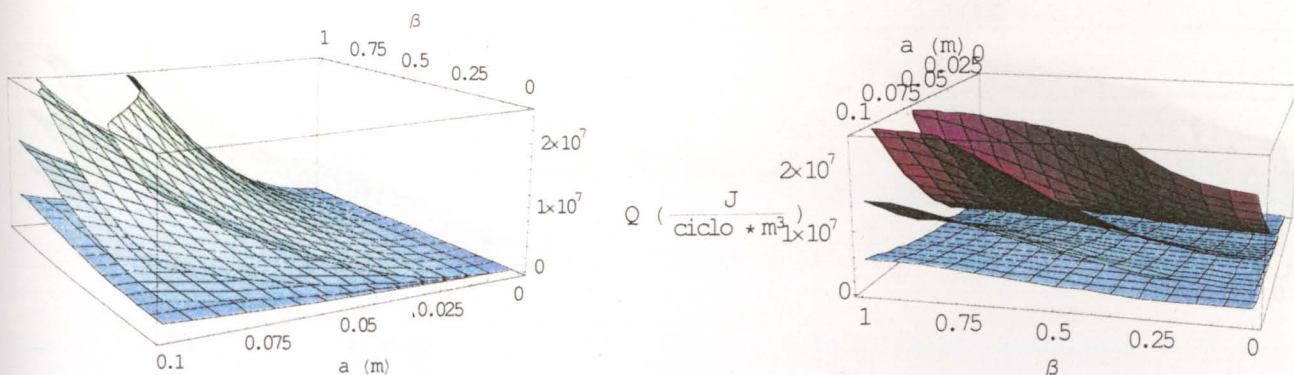


Figura 1A.88 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

c) NbTi 8T

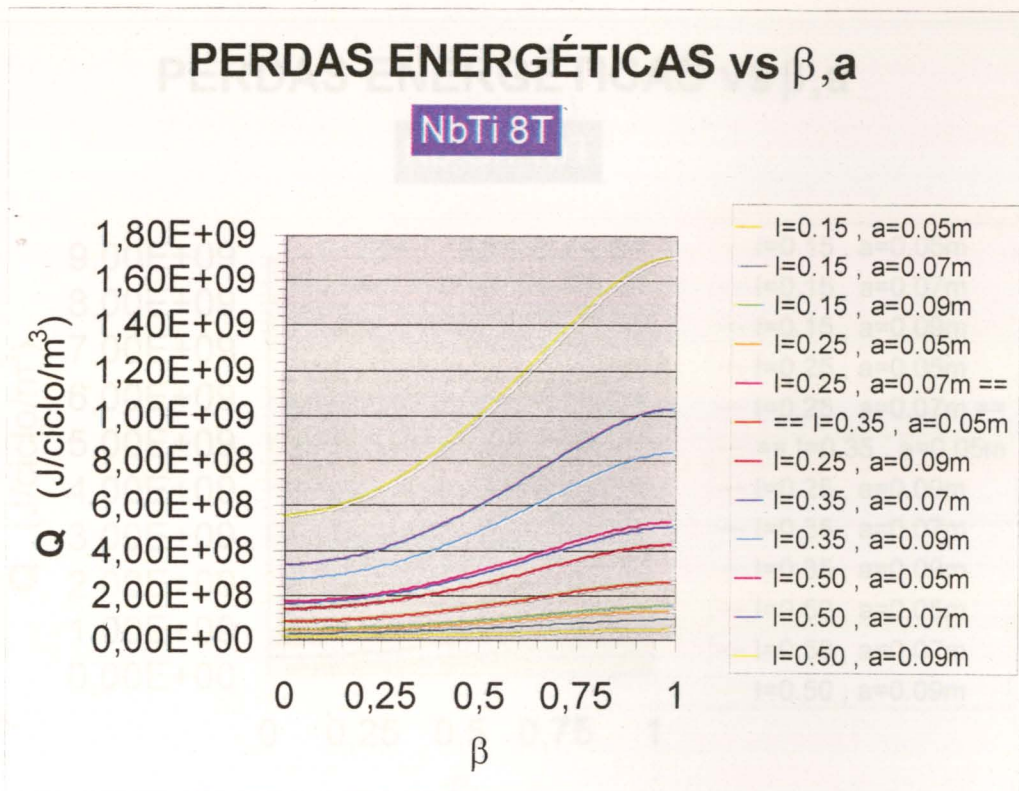


Figura 1A.89 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

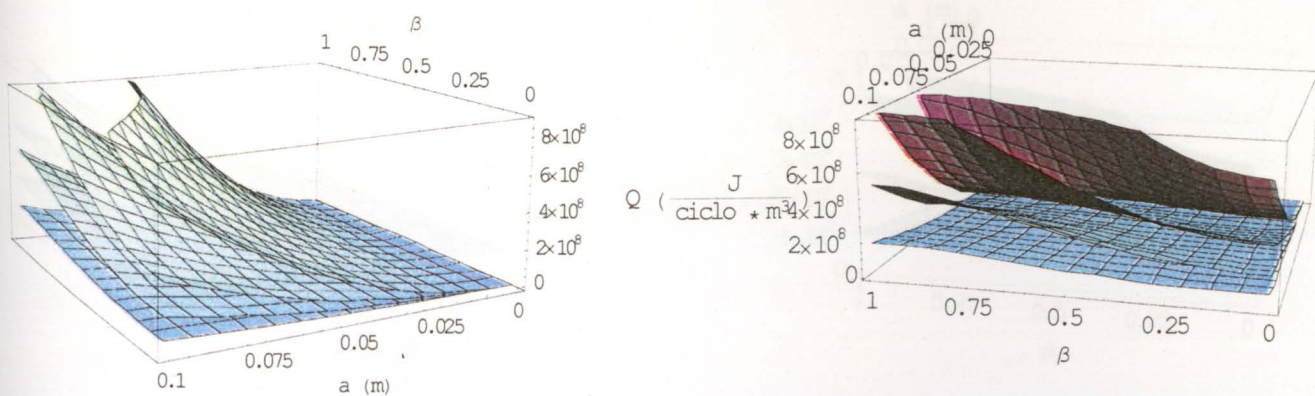


Figura 1A.90 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

d) Nb₃Sn 10T

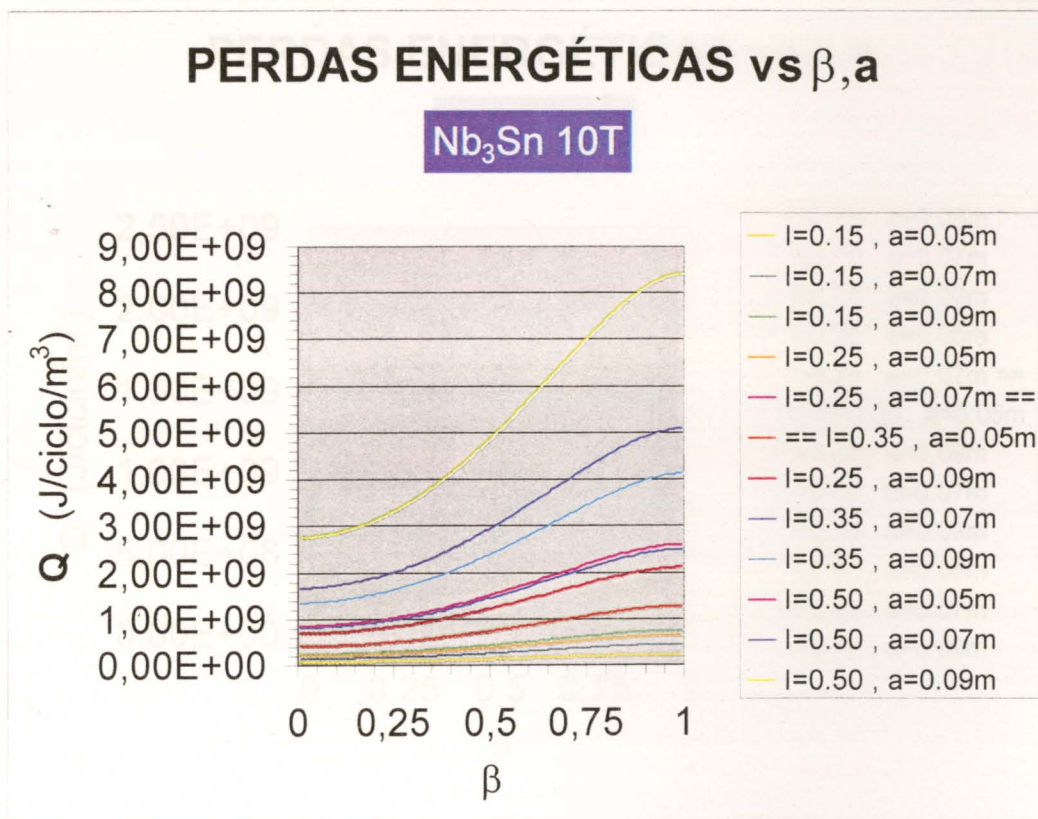


Figura 1A.91 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

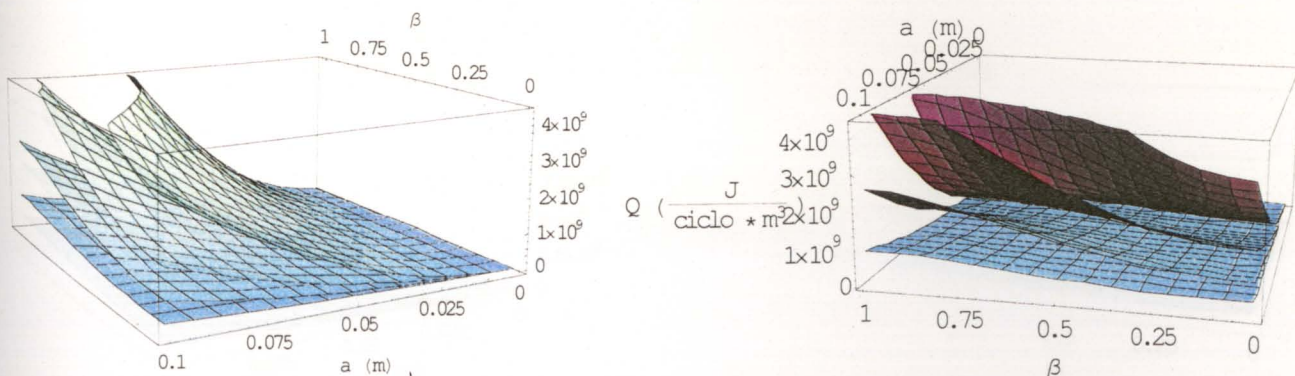


Figura 1A.92 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

e) Nb₃Sn 12T

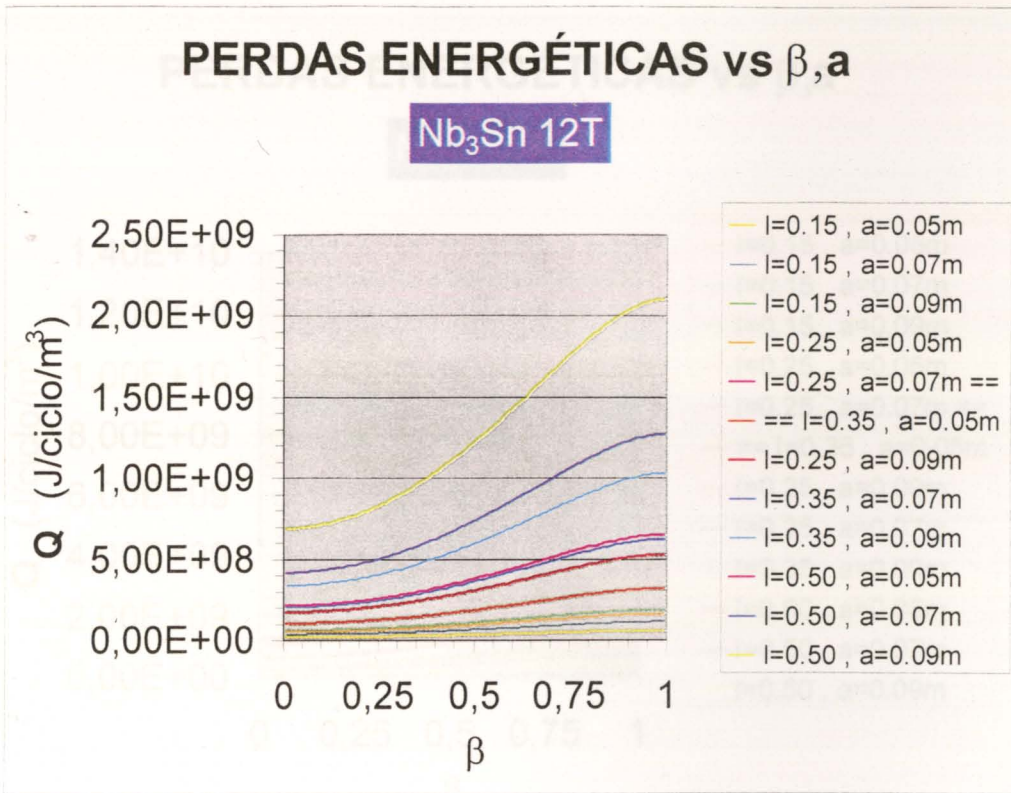


Figura 1A.93 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ .

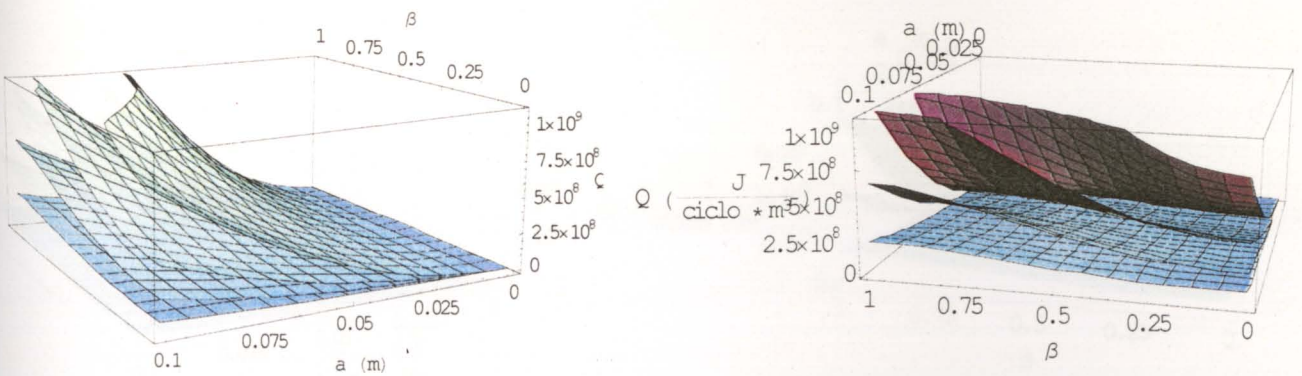


Figura 1A.94 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do íman supercondutor com β , com a espessura do íman e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

f) Nb₃Sn 9T

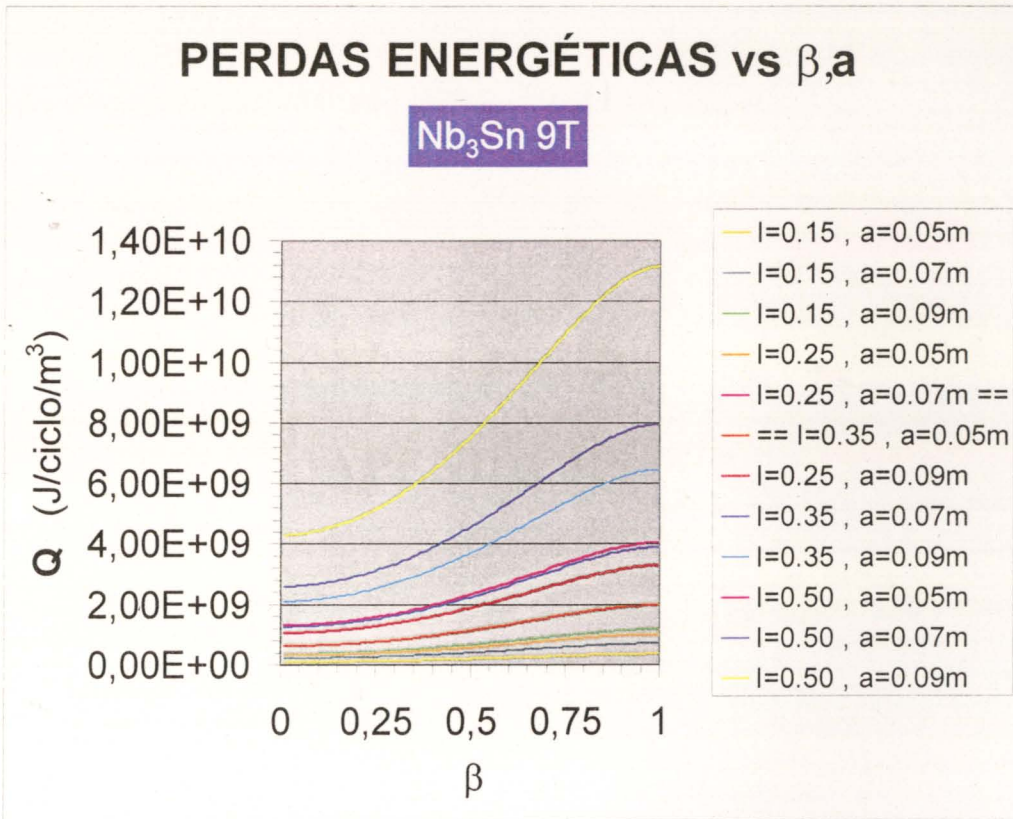


Figura 1A.95 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ .

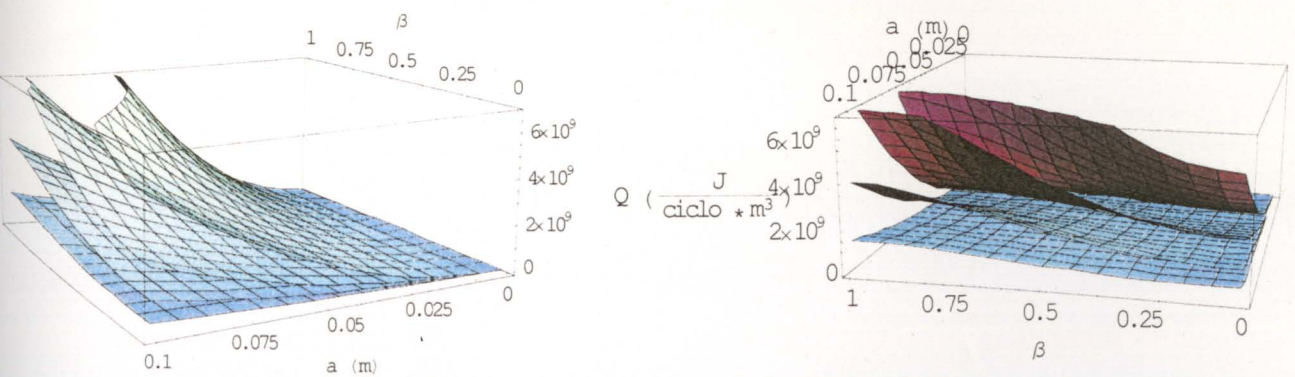


Figura 1A.96 – Variação do calor dissipado pela energização/desenergização do ímã supercondutor com β , com a espessura do ímã e com λ (tridimensional). λ cresce de baixo para cima (esquerda para a direita) tomando os valores 0.15, 0.25, 0.35, 0.50.

APÊNDICE 2

EMPRESAS FABRICANTES DE SEPARADORES MAGNÉTICOS

Em seguida apresentam-se as moradas de algumas das empresas que fabricam separadores magnéticos (tirado de [169]).

BEKAERT ADVANCED FILTRATION

Kouterstraat 8
Wevelgem
B-8560
Belgium
Tel: + 32 56 766706
Fax: + 32 56 767966
E-mail: guy.vanhoutte@bekaert.com
Website: www.bekaert.com/baf

BOXMAG-RAPID LTD

Chester Street, Aston
Birmingham
B6 4AJ
UK
Tel: + 44 121 3595061
Fax: + 44 121 3593501
E-mail: contactus@boxmag.co.uk
Website: www.boxmag.co.uk

ERIEZ MAGNETICS

2200 Asbury Road, PO Box 10608
Erie
PA 16514-0608
USA
Tel: + 1 814 8356000
Fax: + 1 814 8384960
E-mail: eriez@eriez.com
Website: www.eriez.com

ERIEZ MAGNETICS EUROPE LTD

Bedwas House Industrial Estate, Bedwas
Caerphilly
CF83 84G
UK
Tel: + 44 29 20868501
Fax: + 44 29 20851314
E-mail: eriez@eriezeurope.co.uk

ERIEZ MAGNETS

154 Northbourne Road

Campbellfield

Victoria 3061

Australia

Tel: + 61 3 93054099

Fax: + 61 3 93054042

E-mail: erieza@broadway.net.au

FILTRES PHILIPPE

50/64 Avenue Français Arago

Nanterre

F-01560

France

Tel: + 33 1 56 8383000

Fax: + 33 1 56 838301

E-mail: sales@filtres-philippe.fr

Website: www.aoustin.com

INCHHEAD LTD

2 Restmor Way Hackbridge

Surrey

SM6 7AH

UK

Tel: + 44 181 6692264

Fax: + 44 181 6694344

O.S. WALKER

PO Box 20911

Milwaukee

W1

53220

USA

Tel: + 1 414 3219739

Fax: + 1 414 3219756

OUTOKUMPU TECHNOLOGY PTY LTD

Unit 1, 25 Frenchs Forest Road, Frenchs Forest, Sydney

NSW 2086

Australia

Tel: + 61 2 99842500

Fax: + 61 2 99842501

E-mail: technology.sydney@outokumpu.com

Website: www.outokumpu.com.au

PLASTOK SEPARATION SYSTEMS LTD

75/79 Market Street, Birkenhead

Wirral, Merseyside

L41 6AN

UK

Tel: + 44 151 6474579

Fax: + 44 151 6473641

S G FRANTZ CO INC

31 East Darrah Lane, PO Box 1138

Trenton

NJ 08606

USA

Tel: + 1 609 8827100

Fax: + 1 609 8823047

E-mail: jdahl@bellatlantic.net

APÊNDICE 3

APÊNDICE 3A

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL (3.13)

Para resolvermos a equação diferencial (3.13), teremos de resolver em primeiro lugar a equação homogénea e depois procurar uma solução particular.

Para a equação homogénea,

$$\lambda^2 - a = 0 \Leftrightarrow \lambda = \pm\sqrt{a}$$

tem-se como solução,

$$r = Ae^{\sqrt{a}t} + Be^{-\sqrt{a}t}$$

cuja condição de fronteira é

$$\frac{dS}{dt} = 0 \Rightarrow \left. \frac{dr}{dt} \right|_{t=0} = 0$$

logo

$$A = B$$

Analisando a equação não homogénea (3.13), verificamos que a solução particular corresponde a uma constante que será representada por C . Deste modo tem-se como solução geral da equação não homogénea (3.13) a expressão:

$$r = A(e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) + C \quad (3A.1)$$

Para determinar das constantes da equação (3A.1) podemos usar as condições,

$$\bullet \quad t = 0 \Rightarrow r = r_R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_R = A \cdot 2 + C \Leftrightarrow C = r_R - 2 \cdot A \Rightarrow r = A(e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t} - 2) + r_R$$

$$\bullet \quad \frac{d^2 r}{dt^2} = a r + b \Leftrightarrow Aa(e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) = a r + b \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Aa(e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) = aA(e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t} - 2) + ar_R + b \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a(r_R - 2 \cdot A) + b = 0 \Leftrightarrow A = \frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a} \Rightarrow C = -\frac{b}{a}$$

pelo que

$$r(t) = \left(\frac{r_R}{2} + \frac{b}{2a}\right)(e^{\sqrt{a}t} + e^{-\sqrt{a}t}) - \frac{b}{a} \quad (3A.2)$$

onde $\frac{b}{a} = -\frac{(\text{sena} + \mu\text{cosa})g}{(\text{cosa} - \mu\text{sena})\omega^2} = -\frac{(\text{tga} + \mu)g}{(1 - \mu\text{tga})\omega^2}$ e $\sqrt{a} = \omega\text{cosa}\sqrt{1 - \mu\text{tga}}$, pois $\omega > 0$ e $\text{cosa} > 0$.

APÊNDICE 3B

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO PARÂMETRO ω NA CONDIÇÃO LIMITE EM α E VICE-VERSA PARA OS PARES DE CONDIÇÕES (3.23)-(3.24) E (3.26)-(3.27) DO MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

Será interessante verificar a influência de ω na condição (3.23) em α , para nos inteirarmos se as condições apresentadas são competitivas ou conjugadas. Pelo cálculo da primeira derivada do operando do lado direito da condição (3.23) em ordem a ω , obtemos que:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{-g\mu + \omega^2 r}{\mu \omega^2 r + g} \right) = \frac{2\omega r(\mu^2 r + g) - 2\omega r\mu g\mu + \omega^2 r}{(\mu \mu^2 r + g)^2} = \frac{2\omega r g(+\mu^2)}{(\mu \mu^2 r + g)^2} > 0, \forall_{\mu, \omega, r}$$

Podemos então concluir que o argumento da função *arctg* é crescente, e que o mesmo acontecerá ao valor do *arctg* - face ao domínio dos valores de α -, podendo-se então constatar que a um valor mais limitado de ω corresponderá um valor menos limitado de α , sendo o contrário também verdade, uma vez que quanto mais elevado for o valor de ω , maior será o valor de α necessário. Exemplificando: se da condição (3.24) tivermos por exemplo $\omega > 5 \xrightarrow{(3.23)} \alpha < R_1$ e $\omega > 4 \xrightarrow{(3.23)} \alpha < R_2$, então $R_1 > R_2$.

Será de igual modo interessante verificar a influência de α na condição (3.26) em ω , pelo mesmo motivo apontado anteriormente. Pelo cálculo da 1ª derivada do lado direito da inequação (3.26) em ordem a α , obtemos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)r}} \right)}{\partial \alpha} &= \frac{1}{2} \frac{\frac{g}{\cos^2 \alpha} (1 - \mu tg\alpha)r + \frac{r\mu}{\cos^2 \alpha} (tg\alpha + \mu)g}{((1 - \mu tg\alpha)r)^2} \Bigg/ \sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)r}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{rg(1 + \mu^2)}{((1 - \mu tg\alpha)r)^2 \cos^2 \alpha} \Bigg/ \sqrt{\frac{(tg\alpha + \mu)g}{(1 - \mu tg\alpha)r}} > 0 \quad \forall_{\mu, r, \alpha} \text{ e atendendo à condição (3.27) também } \alpha \end{aligned}$$

Pode-se constatar então que a um valor mais limitado de α corresponde um valor menos limitado de ω , sendo o contrário verdade também.

APÊNDICE 3C

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (3.55) PARA DETERMINAÇÃO DA EXPRESSÃO QUE TRADUZ A VELOCIDADE TANGENCIAL EM FUNÇÃO DO TEMPO PARA O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS MAGNÉTICAS ASSENTES SOBRE A SUPERFÍCIE DO SEPARADOR-CLASSIFICADOR ($r > r_{lv}$)

A equação (3.55) é uma equação de Bernouilli^[170] que pode ser resolvida por uma mudança de variável:

$$y(r) = v_t^2 \Rightarrow \frac{\partial v_t}{\partial r} = \frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial y}{\partial r}$$

Substituindo em (3.55),

$$\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{q_1}{2} y^{\frac{1}{2}} = f(r) y^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{\partial y}{\partial r} + q_1 y = 2f(r) \quad (3C.1)$$

que é uma equação diferencial não homogênea de 1ª ordem.

Resolvendo a equação (3C.1) pelo método dos coeficientes indeterminados^[170], ter-se-á a expressão,

$$y = C_1(r) e^{-q_1 r} \quad (3C.2)$$

(resultado este obtido a partir da solução da equação homogênea).

Substituindo em seguida esta solução na equação diferencial (3C.1),

~~$$\frac{\partial C_1}{\partial r} e^{-q_1 r} - q_1 C_1 e^{-q_1 r} + q_1 C_1 e^{-q_1 r} = 2f(r) \Leftrightarrow C_1(r) = C_2 + \int 2f(r) e^{q_1 r} dr$$~~

Ora

$$\int 2f(r) e^{q_1 r} dr = 2q_2 \int \frac{e^{q_1 r}}{r^3} dr + 2q_3 \int r e^{q_1 r} dr + 2q_4 \int e^{q_1 r} dr \quad (3C.3)$$

e como

$$\int e^{q_1 r} dr = \frac{e^{q_1 r}}{q_1} \quad (3C.4)$$

e

$$\int r e^{q_1 r} dr = \frac{r}{q_1} e^{q_1 r} - \frac{1}{q_1} \int e^{q_1 r} dr = \frac{r}{q_1} e^{q_1 r} - \frac{1}{q_1^2} e^{q_1 r} \quad (3C.5)$$

e ainda

$$\begin{aligned} \int \frac{e^{q_1 r}}{r^3} dr &= -\frac{1}{2} \frac{e^{q_1 r}}{r^2} + \frac{1}{2} q_1 \int \frac{e^{q_1 r}}{r^2} dr = -\frac{1}{2} \frac{e^{q_1 r}}{r^2} + \frac{1}{2} q_1 \left(-\frac{e^{q_1 r}}{r} + q_1 \int \frac{e^{q_1 r}}{r} dr \right) = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{e^{q_1 r}}{r^2} - \frac{1}{2} q_1 \frac{e^{q_1 r}}{r} + \frac{1}{2} q_1^2 \int \frac{e^{q_1 r}}{r} dr \end{aligned} \quad (3C.6)$$

então

$$C_1(r) = C_2 + 2q_4 \frac{e^{q_1 r}}{q_1} + \frac{2q_3 r}{q_1} e^{q_1 r} - \frac{2q_3}{q_1^2} e^{q_1 r} - q_2 \frac{e^{q_1 r}}{r^2} - q_2 q_1 \frac{e^{q_1 r}}{r} + q_2 q_1^2 \int \frac{e^{q_1 r}}{r} dr \quad (3C.7)$$

e assim,

$$v_1(r) = \sqrt{C_2 e^{-q_1 r} + 2 \frac{q_4}{q_1} + \frac{2q_3 r}{q_1} - \frac{2q_3}{q_1^2} - \frac{q_2}{r^2} - \frac{q_2 q_1}{r} + q_2 q_1^2 e^{-q_1 r} \int \frac{e^{q_1 r}}{r} dr} \quad (3C.8)$$

De notar o facto de se encontrar dentro da expressão (3C.8) um integral não resolvido. Tal é devido ao integral não ser resolúvel de uma maneira finita e geral. Deste modo, temos duas hipóteses para a resolução do integral:

1. Integração numérica;
2. Expansão da função exponencial em série de Taylor.

Quanto à última hipótese de resolução sabe-se que:

$$e^{q_1 r} = 1 + q_1 r + \frac{(q_1 r)^2}{2} + \frac{(q_1 r)^3}{3 \cdot 2} + \frac{(q_1 r)^4}{4 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{(q_1 r)^5}{5!} + \dots + \frac{(q_1 r)^n}{n!} \quad (3C.9)$$

logo

$$\frac{e^{q_1 r}}{r} = \frac{1}{r} + q_1 + \frac{q_1^2 r}{2} + \frac{q_1^3 r^2}{3 \cdot 2} + \frac{q_1^4 r^3}{4 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{q_1^5 r^4}{5!} + \dots + \frac{q_1^n r^{n-1}}{n!} \quad (3C.10)$$

e assim,

$$\int \frac{e^{q_1 r}}{r} = \ln(r) + q_1 r + \frac{q_1^2 r^2}{2 \cdot 2} + \frac{q_1^3 r^3}{3 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{q_1^4 r^4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{q_1^5 r^5}{5!5} + \dots + \frac{q_1^n r^n}{n!n} \quad (3C.11)$$

sendo n a ordem da aproximação, e tendo a expressão (3C.11) um erro de aproximação de:

$$\int_0^{q_1 r} \frac{e^t}{n!} (q_1 r - t)^n dt$$

Deste modo (3C.8) ficará:

$$v_t(r) = \sqrt{C_2 e^{-q_1 r} + 2 \frac{q_4}{q_1} + \frac{2q_3 r}{q_1} - \frac{2q_3}{q_1^2} - \frac{q_2}{r^2} - \frac{q_2 q_1}{r} + q_2 q_1^2 e^{-q_1 r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(q_1 r)^i}{i!} \right)} \quad (3C.12)$$

e restará apenas a determinação de C_2 . Tal pode obter-se a partir das equações (3C.12) ou (3C.8) - consoante a aproximação considerada para o cálculo do integral - bastando para tal aplicar a condição fronteira:

$$r = T_{CG2} r_i \Rightarrow v_t = 0$$

Deste modo:

$$C_2 = \frac{q_2}{T_{CG2}^2 r_i^2} e^{q_1 T_{CG2} r_i} + \frac{q_2 q_1}{T_{CG2} r_i} e^{q_1 T_{CG2} r_i} - \frac{2}{q_1} \left(q_4 - \frac{q_3}{q_1} \right) e^{q_1 T_{CG2} r_i} - q_2 q_1^2 \left(\ln(T_{CG2} r_i) + \sum_{i=1}^n \frac{(q_1 T_{CG2} r_i)^i}{i!} \right) - \frac{2q_3 T_{CG2} r_i}{q_1} e^{q_1 T_{CG2} r_i} \quad (3C.13)$$

Substituindo este resultado em (3C.12),

$$v_t(r) = \sqrt{\frac{q_2}{T_{CG2}^2 r_i^2} e^{-q_1(r-T_{CG2} r_i)} - \frac{q_2}{r^2} + \frac{q_2 q_1}{T_{CG2} r_i} e^{-q_1(r-T_{CG2} r_i)} - \frac{q_2 q_1}{r} - \frac{2}{q_1} \left(q_4 - \frac{q_3}{q_1} \right) e^{-q_1(r-T_{CG2} r_i)} + \frac{2}{q_1} \left(q_4 - \frac{q_3}{q_1} \right) - q_2 q_1^2 e^{-q_1 r} \left(\ln(T_{CG2} r_i) + \sum_{i=1}^n \frac{(q_1 T_{CG2} r_i)^i}{i!} \right) + q_2 q_1^2 e^{-q_1 r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(q_1 r)^i}{i!} \right) - \frac{2q_3 T_{CG2} r_i}{q_1} e^{-q_1(r-T_{CG2} r_i)} + \frac{2q_3 r}{q_1}} \quad (3C.14)$$

Adimensionalizando (3C.14), para obtermos resultados físicos e manipulações mais controladas, usando :

$$\lambda = \frac{r}{T_{CG2} r_i} \quad (3C.15)$$

vem finalmente:

* Na maioria dos casos $0 \leq \lambda \leq 1$

$$v_i = \sqrt{\frac{q_2}{T_{CG_2}^2 r_i^2} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda^2} \right) + \frac{q_2 q_1}{T_{CG_2} r_i} \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{2}{q_1} \left(\frac{q_3}{q_1} - q_4 \right) \left(\exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)) - 1 \right) + q_1^2 q_2 \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i \lambda)} \quad (3C.16)$$

$$\cdot \left(\ln(\lambda) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{(q_1 T_{CG_2} r_i)^i}{i!} \cdot (\lambda^i - 1) \right) \right) + 2 \frac{q_3}{q_1} T_{CG_2} r_i (\lambda - \exp(-q_1 T_{CG_2} r_i (\lambda - 1)))$$

APÊNDICE 3D

“OUTPUT” DO PROGRAMA MATHEMATICA®V.3.0, RELATIVO AO CÁLCULO DA SOLUÇÃO DA EQ. (3.98) RESOLVIDA EM ORDEM A r (PARA OBTER r_{IV})

rlv_modificado_para_impressao.nb

1

Solve[$u^2 + x^4 + \text{Cot}[\alpha] * g * x - a^2 * x / \mu_0 == 0, x]$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\left(- (4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} + \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\left((4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} - \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) - (2 g \text{Cot}[\alpha]) / \left(\omega^2 \sqrt{\left(- (4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} + \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) \right) \right) \right) \right\} \right\},$$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\left(- (4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} + \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) \right) \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left((4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} - \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) - (2 g \text{Cot}[\alpha]) / \left(\omega^2 \sqrt{\left(- (4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} + \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) \right) \right) \right) \right) \right\} \right\},$$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow -\frac{1}{2} \sqrt{\left(- (4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} + \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) \right) \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\left((4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} - \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) + (2 g \text{Cot}[\alpha]) / \left(\omega^2 \sqrt{\left(- (4 2^{1/3} a^2 x) / (27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} + \frac{1}{3 2^{1/3} \mu_0 \omega^2} \left((27 g^2 \mu_0^3 \omega^2 \text{Cot}[\alpha]^2 + \sqrt{(6912 a^6 \mu_0^3 x^3 \omega^6 + 729 g^4 \mu_0^6 \omega^4 \text{Cot}[\alpha]^4)})^{1/3} \right) \right) \right) \right) \right) \right\} \right\},$$

APÊNDICE 3E

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (3.106) PARA DETERMINAÇÃO DA EXPRESSÃO QUE TRADUZ A VELOCIDADE SEGUNDO r EM FUNÇÃO DO TEMPO PARA O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS MAGNÉTICAS EM VÔO PARA O COLECTOR CENTRAL ($r < r_{lv}$)

A equação (3.106) é uma equação de Bernoulli e fazendo

$$K_a = -\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \Delta K_b = -\frac{a^2 \chi}{\mu_0}$$

e

$$v_r = -\sqrt{y} \Leftrightarrow y = v_r^2 \Rightarrow \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial y}{\partial r}$$

então (3.106) transforma-se em,

$$-\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{K_a}{2} y^{\frac{1}{2}} = -K_b y^{-\frac{1}{2}} r^{-3} \Leftrightarrow \frac{\partial y}{\partial r} + K_a y = 2K_b r^{-3} \quad (3E.1)$$

que é uma equação diferencial não homogênea de 1ª ordem.

Resolvendo (3E.1) pelo método dos coeficientes indeterminados, obtemos

$$y = C_1(r) e^{-K_a r},$$

expressão resultante da solução da equação homogênea.

Substituindo esta solução na equação diferencial (3E.1),

$$\frac{\partial C_1}{\partial r} e^{-K_a r} - K_a C_1 e^{-K_a r} + K_a C_1 e^{-K_a r} = 2K_b r^{-3} \Leftrightarrow C_1(r) = C_2 + \int 2K_b r^{-3} e^{K_a r} dr \quad (3E.2)$$

Ora

$$\begin{aligned} K_b \int \frac{e^{K_a r}}{r^3} dr &= K_b \left(-\frac{1}{2} \frac{e^{K_a r}}{r^2} + \frac{1}{2} K_a \int \frac{e^{K_a r}}{r^2} dr \right) = K_b \left(-\frac{1}{2} \frac{e^{K_a r}}{r^2} + \frac{1}{2} K_a \left(-\frac{e^{K_a r}}{r} + K_a \int \frac{e^{K_a r}}{r} dr \right) \right) = \\ &= K_b \left(-\frac{1}{2} \frac{e^{K_a r}}{r^2} - \frac{1}{2} K_a \frac{e^{K_a r}}{r} + \frac{1}{2} K_a^2 \int \frac{e^{K_a r}}{r} dr \right) \end{aligned}$$

e então

$$C_1(r) = C_2 + 2K_b \left(-\frac{1}{2} \frac{e^{K_a r}}{r^2} - \frac{1}{2} K_a \frac{e^{K_a r}}{r} + \frac{1}{2} K_a^2 \int \frac{e^{K_a r}}{r} dr \right) \quad (3E.3)$$

e assim,

$$v_r(r) = -\sqrt{C_2 e^{-K_a r} - \frac{K_b}{r^2} - \frac{K_b K_a}{r} + K_b K_a^2 e^{-K_a r} \int \frac{e^{K_a r}}{r} dr} \quad (3E.4)$$

De notar o facto de que como já descrito no apêndice 3C, dentro da expressão (3E.4) se encontrar um integral não resolvido. Ter-se-á pois duas hipóteses para a sua resolução:

1. Integração numérica;
2. Expansão da função exponencial em série de Taylor.

Quanto ao último ponto verificamos que o integral é em tudo semelhante ao integral da equação (3C.8), pelo que fazendo uma análise semelhante:

$$\int \frac{e^{K_a r}}{r} = \ln(r) + K_a r + \frac{K_a^2 r^2}{2 \cdot 2} + \frac{K_a^3 r^3}{3 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{K_a^4 r^4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{K_a^5 r^5}{5!5} + \dots + \frac{K_a^n r^n}{n!n}$$

sendo n a ordem da aproximação, tendo a expressão (3E.4) um erro de aproximação de:

$$\int_0^{K_a r} \frac{e^t}{n!} (K_a r - t)^n dt$$

Deste modo (3E.4) ficará:

$$v_r(r) = -\sqrt{C_2 e^{-K_a r} - \frac{K_b}{r^2} - \frac{K_b K_a}{r} + K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r)^i}{i!i} \right)} \quad (3E.5)$$

Restará a determinação de C_2 . A expressão para C_2 pode obter-se a partir das equações (3E.4) ou (3E.5) - consoante a aproximação considerada para o cálculo do integral - bastando para tal atender à condição de fronteira:

$$r = r_{lv} \Rightarrow v_r = v_{rlv}^\dagger$$

Deste modo:

$$C_2 = \frac{K_b}{r_{lv}^2} e^{K_a r_{lv}} + \frac{K_b K_a}{r_{lv}} e^{K_a r_{lv}} - K_b K_a^2 \left(\ln(r_{lv}) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r_{lv})^i}{i!i} \right) + v_{rlv}^2 e^{K_a r_{lv}} \quad (3E.6)$$

Substituindo este resultado em (3E.5),

$$v_r(r) = -\sqrt{\left(\frac{K_b}{r_{lv}^2} + \frac{K_b K_a}{r_{lv}} \right) e^{K_a (r_{lv} - r)} - K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r_{lv}) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r_{lv})^i}{i!i} \right) + v_{rlv}^2 e^{K_a (r_{lv} - r)} - \left(-\frac{K_b}{r^2} - \frac{K_b K_a}{r} + K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r)^i}{i!i} \right) \right)} \quad (3E.7)$$

[†] Não esquecer que tem valor negativo

APÊNDICE 3F

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (3.110) PARA DETERMINAÇÃO DA EXPRESSÃO QUE TRADUZ A VELOCIDADE SEGUNDO z EM FUNÇÃO DO TEMPO PARA O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS MAGNÉTICAS EM VÔO PARA O COLECTOR CENTRAL ($r < r_{lv}$)

A equação (3.110) é uma equação de Bernoulli. A sua resolução como já se mostrou anteriormente, passa por uma mudança de variável que neste caso será:

$$y = v_z^2 \Leftrightarrow v_z = -y^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{dy}{dz} = -2v_z \frac{dv_z}{dz} \Rightarrow \frac{dv_z}{dz} = -\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} \frac{dy}{dz}$$

deste modo (3.110) ficará,

$$\frac{dy}{dz} - \frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} y = -2g \quad (3F.1)$$

Resolvendo a equação (3F.1) pelo método dos coeficientes indeterminados:

$$y = C_1(z) e^{\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} z} \quad (3F.2)$$

Substituindo (3F.2) em (3F.1),

$$\frac{dC_1}{dz} e^{\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} z} = -2g \Leftrightarrow \int dC_1 = -2g \int e^{-\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} z} dz \Leftrightarrow C_1(z) = \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f} e^{-\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} z} + C_2 \quad (3F.3)$$

e assim,

$$y = \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f} + C_2 e^{\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} z} \quad (3F.4)$$

Para determinarmos C_2 basta atendermos à condição de fronteira:

$$z = z_{lv} \Rightarrow y = v_{zlv}^2 \Rightarrow C_2 = (v_{zlv}^2 - \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f}) e^{-\frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} z_{lv}} \quad (3F.5)$$

Então:

$$v_z = -\sqrt{K_1 + K_2 e^{K_3(z-K_4)}} \quad (3F.6)$$

onde

$$K_1 = \frac{8}{3} g \frac{r_{\text{part}} \rho_p}{C_d \rho_f} \wedge K_2 = v_{\text{zlv}}^2 - \frac{8}{3} g \frac{r_{\text{part}} \rho_p}{C_d \rho_f} \wedge K_3 = \frac{3}{4} \frac{C_d \rho_f}{r_{\text{part}} \rho_p} \wedge K_4 = z_{\text{lv}}$$

APÊNDICE 3G

DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES LIMITES DE SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO PARA O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS MAGNÉTICAS EM VÔO PARA O COLECTOR CENTRAL ($r < r_{lv}$)

3G.1 – DETERMINADAS PELA TRAJECTÓRIA EM r (APENAS)

Para que as trajetórias calculadas para a partícula segundo r sejam possíveis, terão de se verificar duas condições gerais.

A) CONDIÇÃO 1

É-nos dada pela imposição de que o operador da raiz quadrada da expressão da velocidade seja sempre maior ou igual a zero:

$$\begin{aligned} & (K_b r_{lv}^{-2} + K_b K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a(r_{lv}-r)} - K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r_{lv}) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r_{lv})^i}{i!} \right) \\ & + v_{lv}^2 e^{K_a(r_{lv}-r)} - K_b r^{-2} - K_b K_a r^{-1} + K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r)^i}{i!} \right) > 0 \end{aligned} \quad (3G.1)$$

1) Condição em r_{part}

Uma vez que K_a é uma função de r_{part} é impossível chegar a uma inequação explícita em r_{part} a partir de (3G.1). Teremos primeiro de atribuir valores para o resto das variáveis e só depois tirar a condição limite em r_{part} a partir de (3G.1).

2) Condição em $a^2 \chi$

Resolvendo a inequação (3G.1) em ordem a $-K_b$

$$-K_b \left(\begin{aligned} & -(r_{lv}^{-2} + K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a(r_{lv}-r)} + K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r_{lv}) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r_{lv})^i}{i!} \right) + \\ & + r^{-2} + K_a r^{-1} - K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r)^i}{i!} \right) \end{aligned} \right) > -v_{lv}^2 e^{K_a(r_{lv}-r)} \quad (3G.2)$$

Definindo (INEQ4) como

$$\begin{aligned} & -(r_{lv}^{-2} + K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a(r_{lv}-r)} + K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r_{lv}) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r_{lv})^i}{i!} \right) + \\ & + r^{-2} + K_a r^{-1} - K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln(r) + \sum_{i=1}^n \frac{(K_a r)^i}{i!} \right) \end{aligned}$$

teremos então as seguintes duas possibilidades:

A) INEQ4 ($f(r_{part}) > 0$)

Este caso torna a inequação (3G.2) sempre possível e universal, ou seja, o produto $a^2\chi$ pode tomar qualquer valor sendo a única limitação relativa a r_{part} que será determinada pela inequação (INEQ4).

B) INEQ4 ($f(r_{part}) < 0$)

Neste caso

$$\frac{a^2\chi}{\mu_0} < \frac{-v_{rlv}^2 e^{K_a(r_{lv}-r)}}{(INEQ4)} \quad (3G.3)$$

e teremos assim uma condição em $a^2\chi$ tendo em vista a condição em r_{part} definida por (INEQ4).

B) CONDIÇÃO 2

É-nos dada pela imposição de que a aceleração seja negativa no sentido arbitrado,

$$\frac{a^2\chi}{\mu_0 r^3} - \frac{3 C_d \rho_p}{8 r_{part} \rho_f} v_r^2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{K_b}{r^3} + \frac{K_a}{2} v_r^2 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{K_b}{r^3} + \frac{K_a}{2} \left(\begin{array}{l} (K_b r_{lv}^{-2} + K_b K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a(r_{lv}-r)} + \\ + v_{rlv}^2 e^{K_a(r_{lv}-r)} - K_b r^{-2} - K_b K_a r^{-1} + \\ + K_b K_a^2 e^{-K_a r} \left(\ln\left(\frac{r}{r_{lv}}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{K_a^i}{i! i} (r^i - r_{lv}^i) \right) \end{array} \right) > 0 \quad (3G.4)$$

1) Condição em r_{part}

Uma vez que K_a é uma função de r_{part} é impossível obter uma inequação explícita em r_{part} a partir de (3G.4). Teremos primeiro de atribuir valores para o resto das variáveis e só depois tirar a condição limite em r_{part} a partir de (3G.4).

2) Condição em $a^2\chi$

Resolvendo a inequação (3G.4) em ordem a $-K_b$

$$-K_b \left(\begin{aligned} & -\frac{K_a^3}{2} e^{-K_a r} \left(\ln \left(\frac{r}{r_{lv}} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{K_a^i}{i!i} (r^i - r_{lv}^i) \right) + \\ & + \frac{K_a}{2} r^{-2} + \frac{K_a^2}{2} r^{-1} + r^{-3} - \frac{K_a}{2} (r_{lv}^{-2} + K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a (r_{lv} - r)} \end{aligned} \right) > -\frac{K_a}{2} v_{lv}^2 e^{K_a (r_{lv} - r)} \quad (3G.5)$$

Definindo (INEQ5) como

$$\begin{aligned} & -\frac{K_a^3}{2} e^{-K_a r} \left(\ln \left(\frac{r}{r_{lv}} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{K_a^i}{i!i} (r^i - r_{lv}^i) \right) + \\ & + \frac{K_a}{2} r^{-2} + \frac{K_a^2}{2} r^{-1} + r^{-3} - \frac{K_a}{2} (r_{lv}^{-2} + K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a (r_{lv} - r)} \end{aligned}$$

e uma vez que o lado direito da inequação (3G.5) é sempre positivo, a inequação (3G.5) só será possível no caso em que

$$(INEQ5) > 0 \quad (3G.6)$$

que fará com que (3G.5) fique da forma

$$\frac{a^2 \chi}{\mu_0} > \frac{-\frac{K_a}{2} v_{lv}^2 e^{K_a (r_{lv} - r)}}{(INEQ5)} \quad (3G.7)$$

Teremos assim uma condição em $a^2 \chi$ tendo em vista a condição em r_{part} definida por (INEQ5).

3G.2 – DETERMINADAS PELA TRAJECTÓRIA EM z (APENAS)

Como $t > t_{lv}$, então de (3.115),

$$\text{Arctgh} \left(\frac{\sqrt{K_1 + K_2 e^{K_3(z - K_4)}}}{\sqrt{K_1}} \right) > \text{Arctgh} \left(\frac{\sqrt{K_1 + K_2}}{\sqrt{K_1}} \right) \quad (3G.8)$$

onde, como vimos anteriormente,

$$K_1 = \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f}, K_2 = v_{zv}^2 - \frac{8}{3} g \frac{r_{part}}{C_d} \frac{\rho_p}{\rho_f}, K_3 = \frac{3}{4} \frac{C_d}{r_{part}} \frac{\rho_f}{\rho_p} \text{ e } K_4 = z_{lv}$$

Para (3G.8) ser verdadeira então,

$$K_3(-K_4 + z) < 0 \quad (3G.9)$$

e

$$K_2 < 0 \quad (\text{para ser real}) \quad (3G.10)$$

Se a condição (3G.9) se reduz a $z_{lv} > z$, o que é sempre verdadeiro (no sentido de coordenadas que foi escolhido na dedução de trajectória segundo z), já a condição (3G.10) reduzir-se-á a,

$$v_{z_{lv}}^2 < \frac{8}{3} g \frac{r_{part} \rho_p}{C_d \rho_f} \Leftrightarrow r_{part} > \frac{3}{8} \frac{C_d \rho_f}{g \rho_p} v_{z_{lv}}^2 \quad (3G.11)$$

que definirá assim o limite para r_{part} .

3G.3 – DETERMINADAS PELA CONJUNÇÃO DE TRAJECTÓRIAS EM z E r

Para que a partícula se mantenha a voar é suficiente que:

$\beta < \alpha$ e *que ambos estejam no mesmo quadrante*, sendo α o ângulo que o corpo do separador-classificador faz com o eixo horizontal e β o ângulo entre a força resultante segundo r e a resultante entre esta força e a força resultante segundo z , ou seja,

$$\beta = \arctg\left(\frac{F_{R_z}}{F_{R_r}}\right) = \arctg\left(\frac{\cancel{m} \cdot g - \frac{3}{8} \cdot \cancel{m} \cdot \frac{C_d \cdot \rho_f \cdot V_z^2}{r_{part} \rho_p}}{\cancel{m} \cdot \frac{a^2 \cdot \chi}{\mu_0 \cdot r^3} - \frac{3}{8} \cdot \cancel{m} \cdot \frac{C_d \cdot \rho_f \cdot V_r^2}{r_{part} \rho_p}}\right) \quad (3G.12)$$

Assumindo então que β e α estão no mesmo quadrante e que esse quadrante é o 1º quadrante (o que corresponde à figura complementar da figura 3.5), então as funções \arctg e tg são funções crescentes, logo:

$$tg\beta < tg\alpha \Leftrightarrow \frac{g - \frac{3}{8} \frac{C_d \rho_f}{r_{part} \rho_p} v_z^2}{\frac{a^2 \chi}{\mu_0 r^3} - \frac{3}{8} \frac{C_d \rho_f}{r_{part} \rho_p} v_r^2} < tg\alpha \quad (3G.13)$$

Das condições já definidas anteriormente (inequação (3G.3) o denominador de (3G.13) terá de ser sempre maior que zero, o que então fará com que (3G.13) se transforme em[†]

[†] De notar que

$$v_z^2 = -\frac{2g}{K_s} + (v_{z_{lv}}^2 + \frac{2g}{K_s}) \exp(-K_s(z - z_{lv})) \Rightarrow g + \frac{K_s}{2} v_z^2 = (g + \frac{K_s}{2} v_{z_{lv}}^2) \exp(-K_s(z - z_{lv}))$$

$$\operatorname{tg}\alpha \left(\begin{array}{l} \frac{K_b K_a^3}{2} e^{-K_a r} \left(\ln \left(\frac{r}{r_{lv}} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{K_a^i}{i! i} (r^i - r_{lv}^i) \right) - \\ - \frac{K_b K_a}{2} r^{-2} - \frac{K_b K_a^2}{2} r^{-1} - K_b r^{-3} + \\ + \frac{K_b K_a}{2} (r_{lv}^{-2} + K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a (r_{lv} - r)} + \\ + \frac{K_a}{2} v_{r_{lv}}^2 e^{K_a (r_{lv} - r)} \end{array} \right) > \left(g + \frac{K_a}{2} v_{z_{lv}}^2 \right) e^{-K_a (z_{lv} - z)} \quad (3G.14)$$

A) CONDIÇÃO EM r_{part}

Uma vez que K_a é uma função de r_{part} é impossível obter uma inequação explícita em r_{part} a partir de (3G.14). Daí que seja necessário primeiro atribuir valores para o resto das variáveis e só depois tirar a condição limite em r_{part} a partir de (3G.14).

B) CONDIÇÃO EM $a^2 \chi$

Colocando em evidência $-K_b$,

$$-K_b \left(\begin{array}{l} -\frac{K_a^3}{2} e^{-K_a r} \left(\ln \left(\frac{r}{r_{lv}} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{K_a^i}{i! i} (r^i - r_{lv}^i) \right) + \\ + \frac{K_a}{2} r^{-2} + \frac{K_a^2}{2} r^{-1} + r^{-3} - \frac{K_a}{2} (r_{lv}^{-2} + K_a r_{lv}^{-1}) e^{K_a (r_{lv} - r)} \end{array} \right) > \frac{\left(g + \frac{K_a}{2} v_{z_{lv}}^2 \right) e^{-K_a (z_{lv} - z)}}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{K_a}{2} v_{r_{lv}}^2 e^{K_a (r_{lv} - r)} \quad (3G.15)$$

Ora a expressão que multiplica $-K_b$ é a expressão (INEQ5), pelo que temos duas hipóteses:

1) INEQ5($f(r_{part})$) > 0

Neste caso,

$$\frac{a^2 \chi}{\mu_0} > \frac{\left(g + \frac{K_a}{2} v_{z_{lv}}^2 \right) e^{-K_a (z_{lv} - z)}}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{K_a}{2} v_{r_{lv}}^2 e^{K_a (r_{lv} - r)}}{(INEQ5)} \quad (3G.16)$$

A equação (3G.16) é sempre viável. Se o numerador for negativo torna-se mesmo universal, não existindo deste modo limitação em $a^2 \chi$ quando

$$\frac{\left(g + \frac{K_a}{2} v_{z_{iv}}^2\right) e^{-K_a(z_{iv}-z)}}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{K_a}{2} v_{r_{iv}}^2 e^{K_a(r_{iv}-r)} < 0 \quad (3G.17)$$

2) INEQ5(f(r_{part})) < 0

Neste caso,

$$\frac{a^2 \chi}{\mu_0} < \frac{\left(g + \frac{K_a}{2} v_{z_{iv}}^2\right) e^{-K_a(z_{iv}-z)} - \frac{K_a}{2} v_{r_{iv}}^2 e^{K_a(r_{iv}-r)}}{\operatorname{tg}\alpha} \quad (3G.18)$$

(INEQ5)

equação que só será viável se o numerador for negativo, ou seja se a inequação (3G.17) se verificar. Teremos assim uma condição em $a^2 \chi$ tendo em vista a condição em r_{part} definida pela intercepção entre (INEQ5) e (3G.17).

C) CONDIÇÃO EM α

Resolvendo (3G.14) em ordem a α e definido INEQ6 como:

$$\begin{aligned} & \frac{K_b K_a^3}{2} e^{-K_a r} \left(\ln\left(\frac{r}{r_{iv}}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{K_a^i}{i! i} (r^i - r_{iv}^i) \right) - \frac{K_b K_a}{2} r^{-2} - \frac{K_b K_a^2}{2} r^{-1} - K_b r^{-3} + \\ & + \frac{K_b K_a}{2} (r_{iv}^{-2} + K_a r_{iv}^{-1}) e^{K_a(r_{iv}-r)} + \frac{K_a}{2} v_{r_{iv}}^2 e^{K_a(r_{iv}-r)} \end{aligned} \quad (3G.19)$$

então:

$$\operatorname{tg}\alpha > \frac{\left(g + \frac{K_a}{2} v_{z_{iv}}^2\right) e^{-K_a(z_{iv}-z)}}{\operatorname{tg}\alpha} \wedge (\text{INEQ6}) > 0 \quad (3G.20)$$

pois se (INEQ6) < 0 a inequação tornar-se-ia impossível (uma vez que a condição (3G.11) obriga o numerador a ser positivo, e então se (INEQ6) fosse negativo então $\operatorname{tg}\alpha$ seria negativo também, o que não é possível no quadrante em questão).

1) Condição em r_{part}

Uma vez que K_b é uma função de r_{part} é impossível obter uma inequação explícita em r_{part} a partir de (INEQ6) > 0. Atribuem-se por isso primeiro valores para o resto das variáveis e só depois se obtém a condição limite em r_{part} a partir de (INEQ6) > 0.

2) Condição em $a^2\chi$

Para obtermos uma condição em $a^2\chi$ a partir de (INEQ6)>0 teremos de colocar $-K_b$ em evidência, e então

$$-K_b (INEQ5) > -\frac{K_a}{2} v_{riv}^2 e^{K_a(r_{iv}-r)} \Leftrightarrow \frac{a^2\chi}{\mu_0} > \frac{-\frac{K_a}{2} v_{riv}^2 e^{K_a(r_{iv}-r)}}{(INEQ5)} \quad (3G.21)$$

uma vez que (INEQ5)>0, como foi visto anteriormente.

Obtemos assim uma condição em $a^2\chi$ tendo em vista a condição em r_{part} definida pela inequação (INEQ5)>0.

APÊNDICE 3H

ESQUEMA-RESUMO DAS CONDIÇÕES LÍMITES DE SEPARAÇÃO-CLASSIFICAÇÃO PARA O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS MAGNÉTICAS EM VÔO PARA O COLECTOR CENTRAL ($r < r_{lv}$)

1) Velocidade Radial com valores no campo Real (3G.1)

$$\left\{ \begin{array}{l} (3G.4) \quad \text{condição em } a^2\chi \\ \text{INEQ4} < 0 \quad \text{condição em } r_{part} \end{array} \right. \quad (C311)$$

ou

$$\text{INEQ4} > 0 \quad \text{condição em } r_{part} \quad (C312)$$

ou

$$(3G.1) \quad \text{condição em } r_{part}, a^2\chi \text{ resolvida para } r_{part} \text{ sabendo } a^2\chi \quad (C313)$$

2) $a_r < 0$ (3G.4)

$$\left\{ \begin{array}{l} (3G.7) \quad \text{condição em } a^2\chi \\ \text{INEQ5} > 0 \quad \text{condição em } r_{part} \end{array} \right. \quad (C321)$$

ou

$$(3G.4) \quad \text{condição em } r_{part}, a^2\chi \text{ resolvida para } r_{part} \text{ sabendo } a^2\chi \quad (C322)$$

3) Valores de z no campo Real

$$(3G.11) \quad \text{condição em } r_{part} \quad (C331)$$

4) Condição suficiente para as partículas se manterem em vôo, no seu movimento em direcção ao colector central (3G.14)

$$\left\{ \begin{array}{l} (3G.16) \quad \text{condição em } a^2\chi \\ \text{INEQ5} > 0 \quad \text{condição em } r_{part} \end{array} \right. \quad (C341)$$

ou

$$\begin{cases} \text{INEQ5} > 0 \text{ condição em } r_{\text{part}} \\ (3\text{G.17}) \text{ condição em } r_{\text{part}} \end{cases} \quad (\text{C342})$$

ou

$$\begin{cases} (3\text{G.18}) \text{ condição em } a^2\chi \\ \text{INEQ5} < 0 \text{ condição em } r_{\text{part}} \\ (3\text{G.17}) \text{ condição em } r_{\text{part}} \end{cases} \quad (\text{C343})$$

ou

$$(3\text{G.14}) \text{ condição em } r_{\text{part}}, a^2\chi, \alpha \text{ resolvida para } r_{\text{part}} \text{ sabendo } a^2\chi, \alpha \quad (\text{C344})$$

ou

$$\begin{cases} (3\text{G.20}) \text{ condição em } \alpha \\ (3\text{G.21}) \text{ condição em } a^2\chi \\ \text{INEQ5} > 0 \text{ condição em } r_{\text{part}} \end{cases} \quad (\text{C345})$$

ou

$$\begin{cases} (3\text{G.20}) \text{ condição em } \alpha \\ \text{INEQ6} > 0 \text{ condição em } r_{\text{part}}, a^2\chi \text{ resolvida para } r_{\text{part}} \\ \text{sabendo } a^2\chi \end{cases} \quad (\text{C346})$$

APÊNDICE 4

ÍNDICE

VARIÁVEL	PÁGINAS
α	408 – 417
ω	418 – 428
μ	429 – 438
r_{part}	439 – 450
I	451 – 464
r_R	465 – 475
<i>dispersão na alimentação</i>	476 – 488
<i>%Volframite</i>	489 – 504
<i>%Cassiterite</i>	505 – 520
<i>Mistura 1</i>	521 – 536
<i>Mistura 2</i>	537 – 556

VARIÁVEL MANIPULADA : α

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
34°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 20			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³): 7510			χ (m ³ kg ⁻¹): 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS*: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.129332$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.286776	0.0922566	44.5°	0	0.0341102	0.0282787
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0190742	1.72066	1.72099		1.13568°	0.294491

$t = t_f / 3 = 0.258665$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.292759	0.0962922	88.9°	0	0.080802	0.0669879
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0451839	1.75655	1.75841		2.63377°	0.448969

$t = t_f / 2 = 0.387997$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.305156	0.104654	133°	0	0.157298	0.130406
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0879597	1.83094	1.83768		4.91028°	0.769048

$t = 2 * t_f / 3 = 0.517329$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32854	0.120426	178°	0	0.291812	0.241923
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.163179	1.97124	1.99272		8.42063°	1.37279

* Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.646661 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.371535	0.149427	222°	0	0.533962	0.442675
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.298588	2.22921	2.29227		13.4703°	2.48289

$t = t_f = 0.775994 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.202353	267°	0	0.973064	0.806706
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.54413	2.7	2.86999		19.8189°	4.5088

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
7.8988E-7 (65.82%)	2.34898E-7 (19.57%)	0.245054	0.064115	63°	0	0.184381
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.38812E-6	1.26422	1.04808	0.706941	1.47033	1.939	41°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0061783	0.242909	4.3538	1.27105	4.53554	16.2747°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.24	0.0607712	0.188967	0.14	0.0125227	0.23782
0.22	0.0486179	0.203732	0.13	0.0092237	0.240491
0.20	0.0378690	0.215055			
0.18	0.0283252	0.224163			
0.16	0.0198942	0.231641			
0.15	0.0160784	0.234878			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

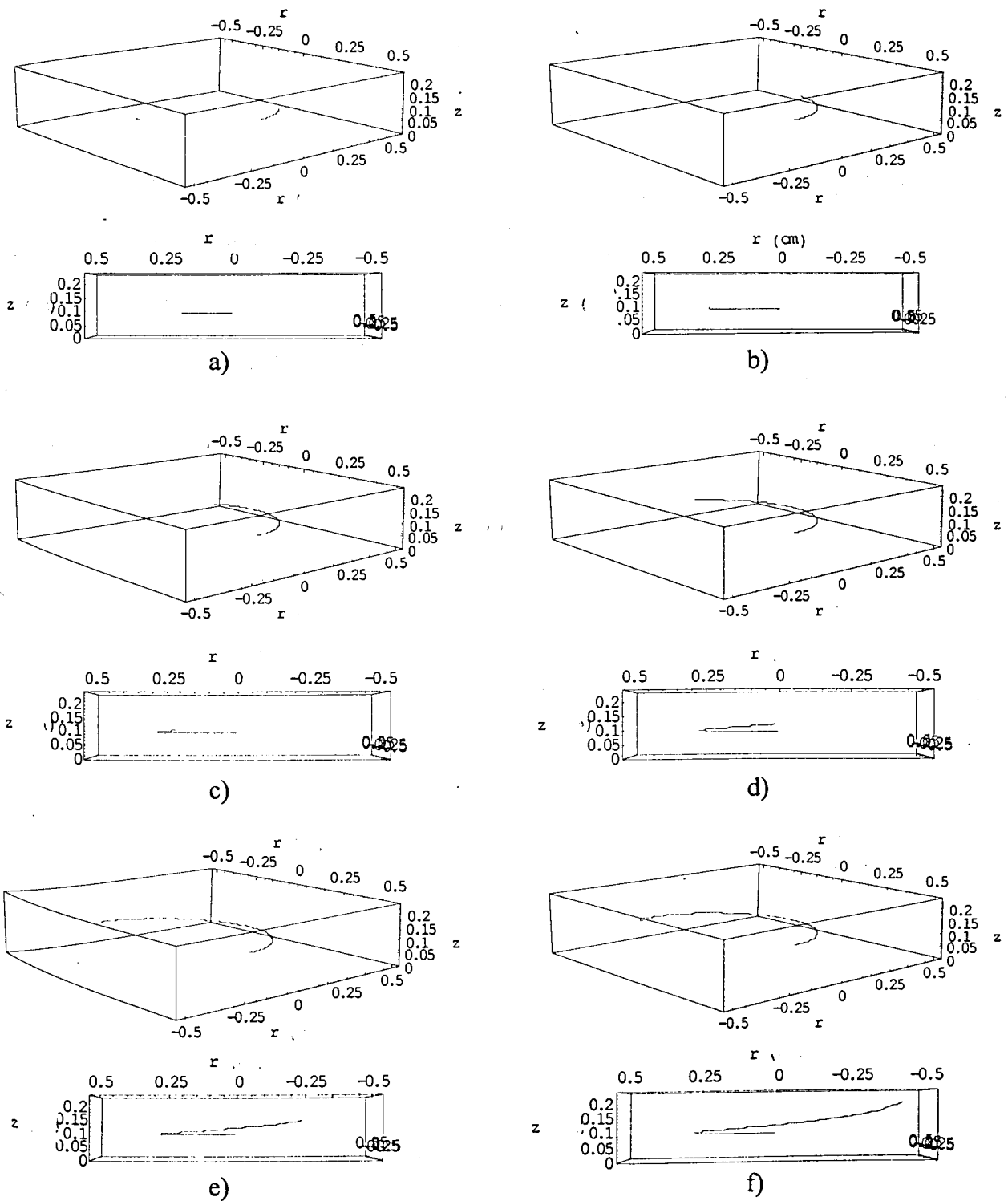


Figura 4A1.1 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1293$ s ; b) $t = 0.2587$ s ; c) $t = 0.3880$ s ; d) $t = 0.5173$ s ; e) $t = 0.6467$ s ; f) $t = 0.7760$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

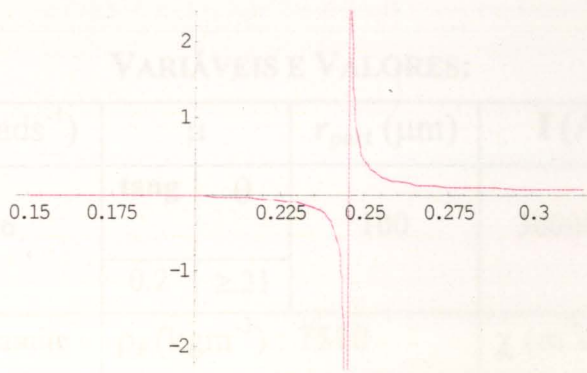


Figura 4A1.2 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

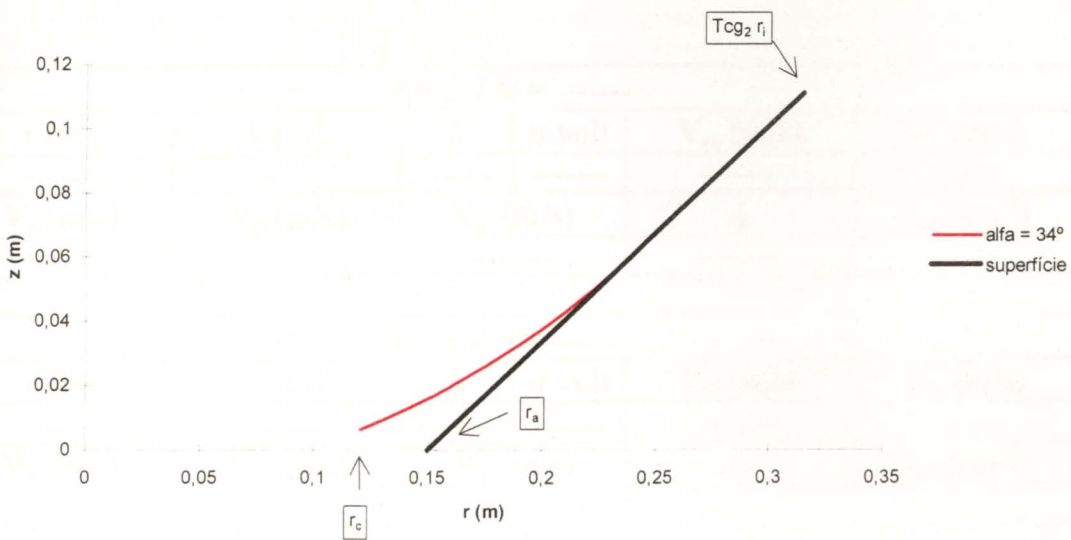


Figura 4A1.3 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Volframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : α

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
45°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.21			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS[†]: [----], [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f / 3 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f / 2 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = 2 * t_f / 3 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

[†] Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
5.23937E-7 (43.66%)	1.79148E-7 (14.93%)	0.261516	0.111516	53°	0	0.154911
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.94212E-6	1.16917	0.82673	0.82673	1.5691	1.957	37°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0261071	0.227545	4.38425	1.52174	4.64084	19.1415°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.26	0.1100150	0.156708	0.15	0.0379121	0.219591
0.24	0.0923385	0.175604	0.14	0.0336641	0.222500
0.22	0.0773160	0.189351	0.13	0.0297310	0.225146
0.20	0.0641798	0.200201			
0.18	0.0526219	0.209060			
0.16	0.0424819	0.216399			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

As partículas não magnéticas, neste caso, seguirão para baixo juntamente com as magnéticas.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

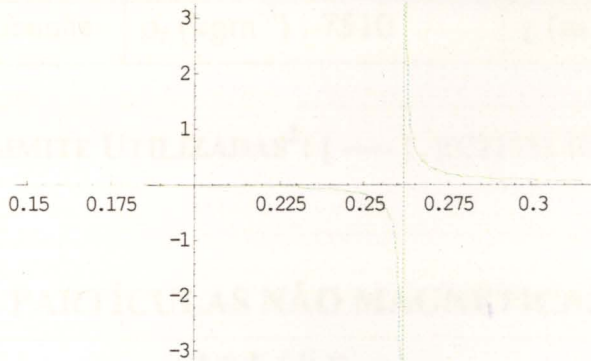


Figura 4A1.4 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

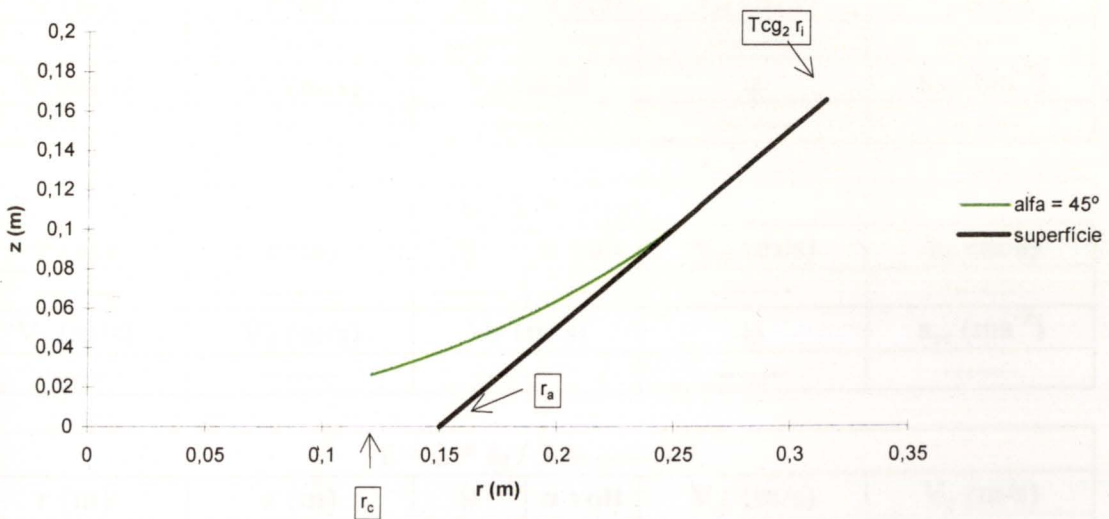


Figura 4A1.5 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : α

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
60°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 23			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS[‡]: [----], [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f / 3 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f / 2 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = 2 * t_f / 3 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

[‡] Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

t = 5 * t _f / 6 = -----					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V _z (m/s)	V _θ (m/s)	V _T (m/s)		φ	a _{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

t = t _f = -----					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V _z (m/s)	V _θ (m/s)	V _T (m/s)		φ	a _{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
χ _{min rR} (m ³ kg ⁻¹)	χ _{base} (m ³ kg ⁻¹)	r _{lv} (m)	z _{lv} (m)	θ _{lv}	n volt	t _{lv} (s)
1.97723E-8 (1.65%)	1.30319E-7 (10.86%)	0.279601	0.224476	46°	0	0.134379
χ _{máxclas} (m ³ kg ⁻¹)	V _{tlv} (m/s)	V _{rlv} (m/s)	V _{zlv} (m/s)	V _{θlv} (m/s)	V _{Tlv} (m/s)	φ _{lv}
1.55148E-6	1.13369	0.566846	0.981806	1.67761	2.025	34°

PARTE 2						
r _c (m)	z _c (m)	t _c (s)	V _{rc} (m/s)	V _{zc} (m/s)	V _{Tc} (m/s)	β _c
0.12	0.0929134	0.226873	4.4128	1.85658	4.78745	22.8178°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMEDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.27	0.209673	0.148481	0.16	0.112835	0.215839
0.26	0.196647	0.159607	0.15	0.107260	0.21899
0.24	0.174517	0.176566	0.14	0.102088	0.221868
0.22	0.155764	0.189527	0.13	0.0973103	0.224491
0.20	0.139482	0.199982			
0.18	0.125251	0.208624			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

As partículas não magnéticas, neste caso, seguirão para baixo juntamente com as magnéticas.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

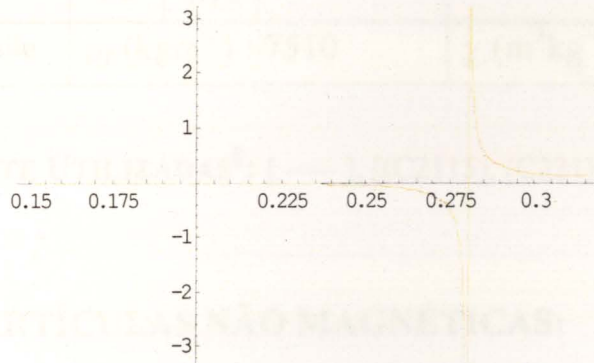


Figura 4A1.6 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

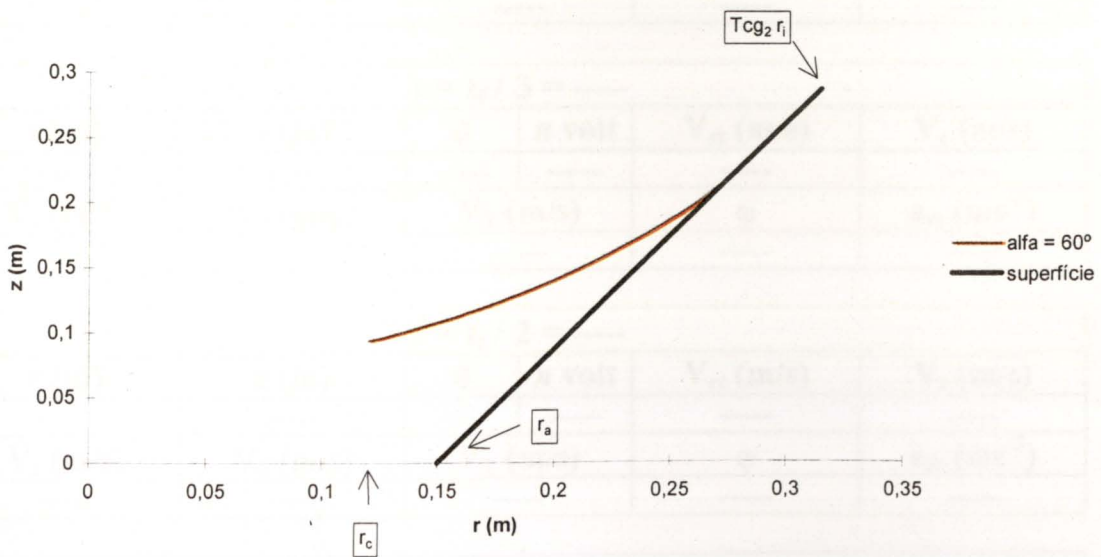


Figura 4A1.7 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : ω

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	5	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 16			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS[§]: [----], [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 2 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = 2 * t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

[§] Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

t = 5 * t _r / 6 = ----					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V _z (m/s)	V _θ (m/s)	V _T (m/s)		φ	a _{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

t = t _r = ----					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V _z (m/s)	V _θ (m/s)	V _T (m/s)		φ	a _{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
χ _{min rR} (m ³ kg ⁻¹)	χ _{base} (m ³ kg ⁻¹)	r _{lv} (m)	z _{lv} (m)	θ _{lv}	n volt	t _{lv} (s)
4.97239E-7 (41.44%)	2.44284E-7 (20.36%)	0.24586	0.0553446	41°	0	0.144206
χ _{máxclas} (m ³ kg ⁻¹)	V _{tlv} (m/s)	V _{rlv} (m/s)	V _{zlv} (m/s)	V _{θlv} (m/s)	V _{Tlv} (m/s)	φ _{lv}
2.3077E-6	1.37439	1.19026	0.687195	1.2293	1.843 94	48°

PARTE 2						
r _c (m)	z _c (m)	t _c (s)	V _{rc} (m/s)	V _{zc} (m/s)	V _{Tc} (m/s)	β _c
0.12	0.0015174	0.200344	4.39276	1.22886	4.56141	15.6288°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.24	0.0520041	0.148912	0.14	0.0075809	0.195312
0.22	0.0412258	0.16241	0.13	0.004432	0.19795
0.20	0.0314014	0.173138			
0.18	0.0225215	0.181931			
0.16	0.0145819	0.189232			
0.15	0.0109642	0.192412			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

As partículas não magnéticas, neste caso, seguirão para baixo juntamente com as magnéticas.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

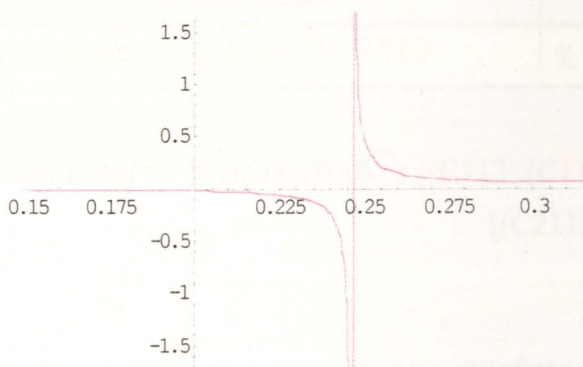


Figura 4A1.8 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

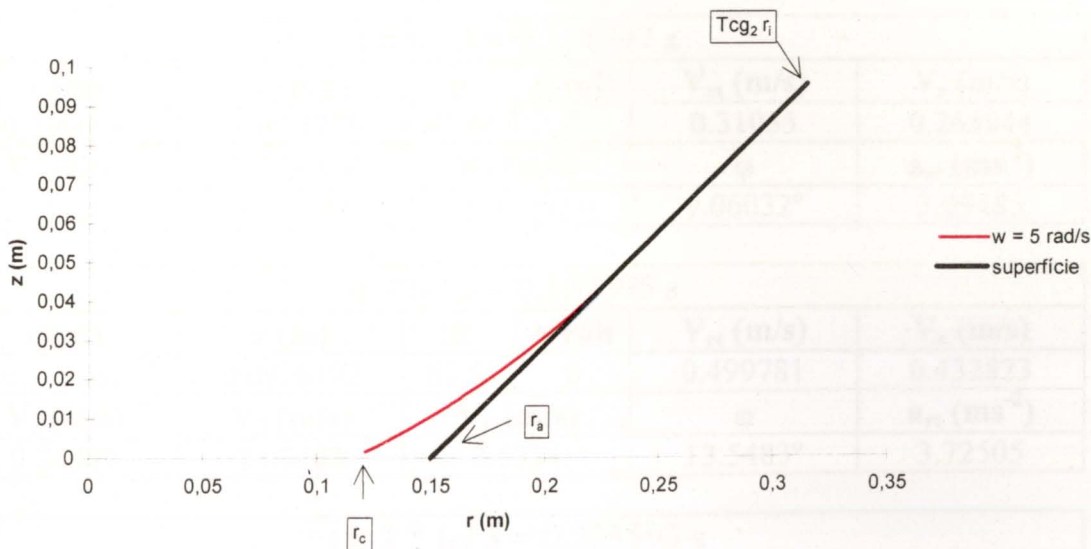


Figura 4A1.9 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : ω

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.5	tang	θ	100	3000012	30	
		0.2	≥ 21			T _{CG1}	T _{CG2}
						0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS** : [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0558983$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288574	0.0800055	20.8°	0	0.148715	0.128791
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0743575	1.87573	1.88161		4.53315°	2.73767

$t = t_f / 3 = 0.111797$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.299609	0.0863771	41.6°	0	0.31055	0.268944
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.155275	1.94746	1.97207		9.06032°	3.09485

$t = t_f / 2 = 0.167695$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.319081	0.0976192	62.5°	0	0.499781	0.432823
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.24989	2.07403	2.1334		13.5483°	3.72505

$t = 2 * t_f / 3 = 0.223593$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.348707	0.114724	83.3°	0	0.733102	0.634885
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.366551	2.2666	2.3822		17.9232°	4.68387

** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.279491 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.3911	0.139199	104°	0	1.0311	0.892957
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.515549	2.54215	2.7433		22.0775°	6.0559

$t = t_f = 0.33539 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	125°	0	1.42006	1.2298
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.710028	2.925	3.25149		25.8961°	7.96217

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
1.09008E-6 (90.84%)	2.74767E-7 (22.90%)	0.233893	0.0484354	106°	0	0.285569
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$	$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$	ϕ_{lv}
2.79542E-6	1.27689	1.10582	0.638446	1.5203	1.985	41°

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
0.12	0.0021991 3	0.337507	4.30601	1.14072	4.45454	14.8376°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
0.22	0.0408123	0.296585	0.13	0.00496268	0.335059
0.20	0.0309916	0.308787			
0.18	0.0223076	0.318329			
0.16	0.0146485	0.326040			
0.15	0.0111846	0.329350			
0.14	0.00795669	0.332348			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

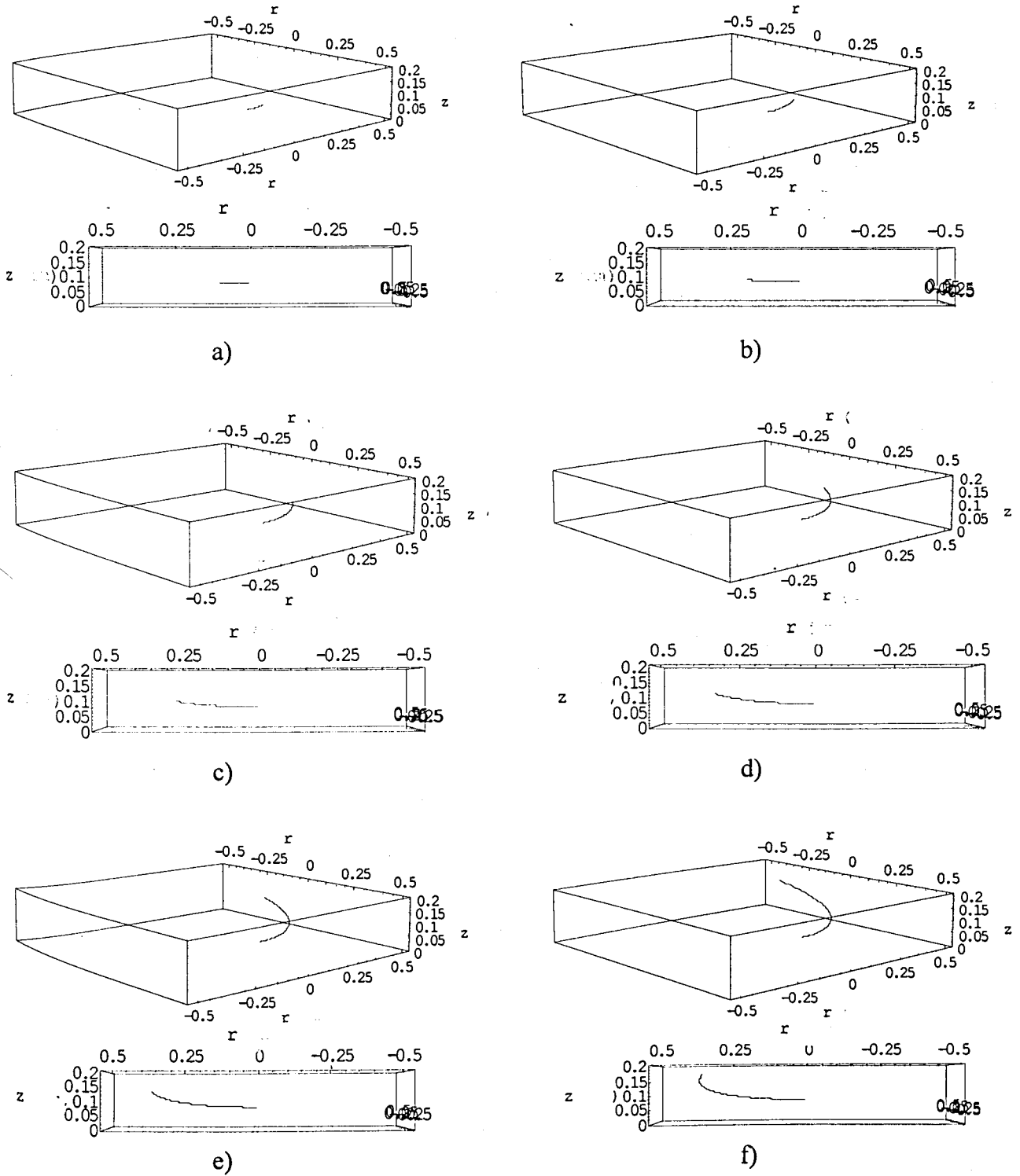


Figura 4A1.10 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0559$ s ; b) $t = 0.1118$ s ; c) $t = 0.1677$ s ; d) $t = 0.2236$ s ; e) $t = 0.2795$ s ; f) $t = 0.3354$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

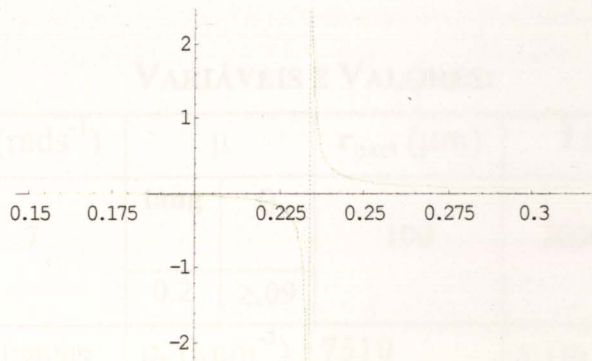


Figura 4A1.11 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

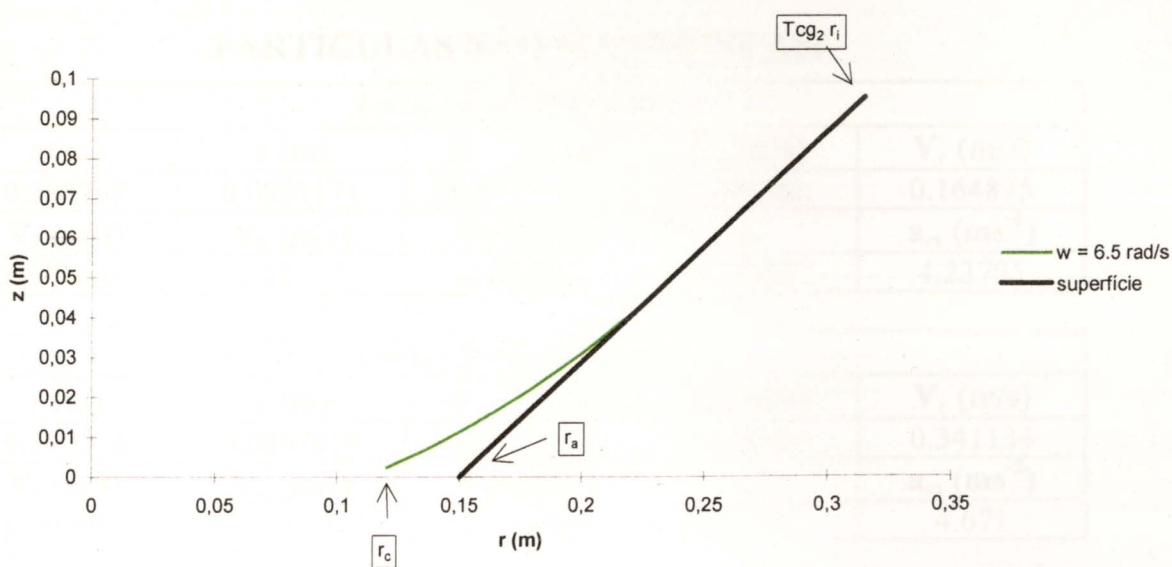


Figura 4A1.12 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : ω

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	7	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.09			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³): 7510			χ (m ³ kg ⁻¹): 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.045956$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288767	0.0801171	18.4°	0	0.190381	0.164875
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0951905	2.02137	2.03031		5.38049°	4.23705

$t = t_f / 3 = 0.091912$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.300328	0.0867919	36.9°	0	0.393907	0.341134
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.196954	2.1023	2.13888		10.6125°	4.671

$t = t_f / 2 = 0.137868$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.320481	0.0984274	55.3°	0	0.624631	0.540946
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.312315	2.24337	2.3287		15.559°	5.42745

$t = 2 * t_f / 3 = 0.183824$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.350618	0.115827	73.7°	0	0.898483	0.778109
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.449241	2.45433	2.61362		20.1067°	6.55866

^{††} Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.22978 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.39282	0.140192	92.2°	0	1.23437	1.069
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.617186	2.74974	3.01409		24.1755°	8.1427

$t = t_f = 0.275736 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	110°	0	1.65549	1.43369
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.827744	3.15	3.55853		27.7242°	10.289

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
1.32206E-6 (110.17%)	2.86695E-7 (23.89%)	----	----	----	----	----
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$	$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$	ϕ_{lv}
2.98628E-6	----	----	----	----	----	----

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
----	----	----	----	----	----	----

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
----	----	----	----	----	----
----	----	----			
----	----	----			
----	----	----			
----	----	----			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

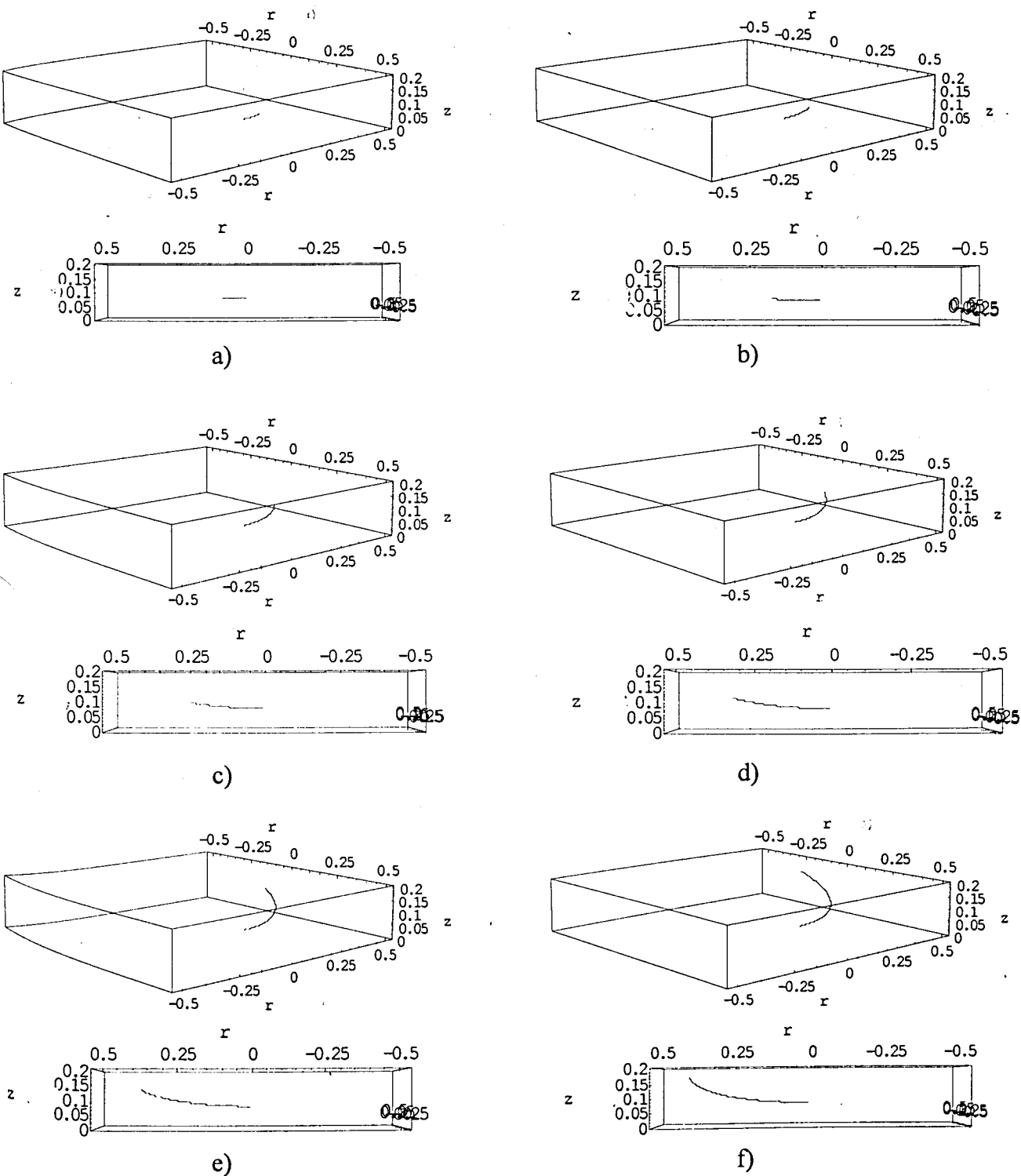


Figura 4A1.13 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0460$ s ; b) $t = 0.0919$ s ; c) $t = 0.1379$ s ; d) $t = 0.1838$ s ; e) $t = 0.2298$ s ; f) $t = 0.2757$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Para este caso, a susceptibilidade mínima das partículas magnéticas separadas do fluxo das não magnéticas é superior à susceptibilidade magnética das partículas de Wolframite 100% puras escolhidas para a análise, ou seja as partículas de Wolframite farão um movimento ascendente juntamente com as não magnéticas e não serão separadas nem classificadas.

Destê modo, não se apresentam resultados gráficos para este caso, uma vez que eles não existem.

VARIÁVEL MANIPULADA : μ

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.1	≥ 19			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0564454$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288639	0.0800432	19.4°	0	0.149882	0.129802
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0749412	1.73183	1.73831		4.94637°	2.72671

$t = t_f / 3 = 0.112891$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.299852	0.0865172	38.8°	0	0.311996	0.270197
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.155998	1.79911	1.82597		9.83819°	3.05613

$t = t_f / 2 = 0.169336$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.319555	0.0978928	58.2°	0	0.499571	0.432641
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.249785	1.91733	1.98135		14.604°	3.63494

$t = 2 * t_f / 3 = 0.225782$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.349356	0.115098	77.6°	0	0.727914	0.630392
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.363957	2.09614	2.21893		19.1503°	4.51039

^{††} Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_r / 6 = 0.282227 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.391686	0.139537	97.0°	0	1.01566	0.879587
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.50783	2.35012	2.5602		23.3727°	5.75392

$t = t_r = 0.338672 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	116°	0	1.38629	1.20056
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.693145	2.7	3.03509		27.1778°	7.46701

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
7.5437E-7 (62.86%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	63°	0	0.183548
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$	$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$	φ_{lv}
2.61871E-6	1.3566	1.17485	0.678301	1.42711	1.969	44°

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
0.12	0.0016299	0.236162	4.34638	1.18642	4.5054	15.2679°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
0.22	0.0409342	0.196731	0.13	0.00447587	0.233739
0.20	0.0310685	0.208179			
0.18	0.02225	0.217351			
0.16	0.0144227	0.224863			
0.15	0.0108709	0.228111			
0.14	0.00755549	0.231062			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

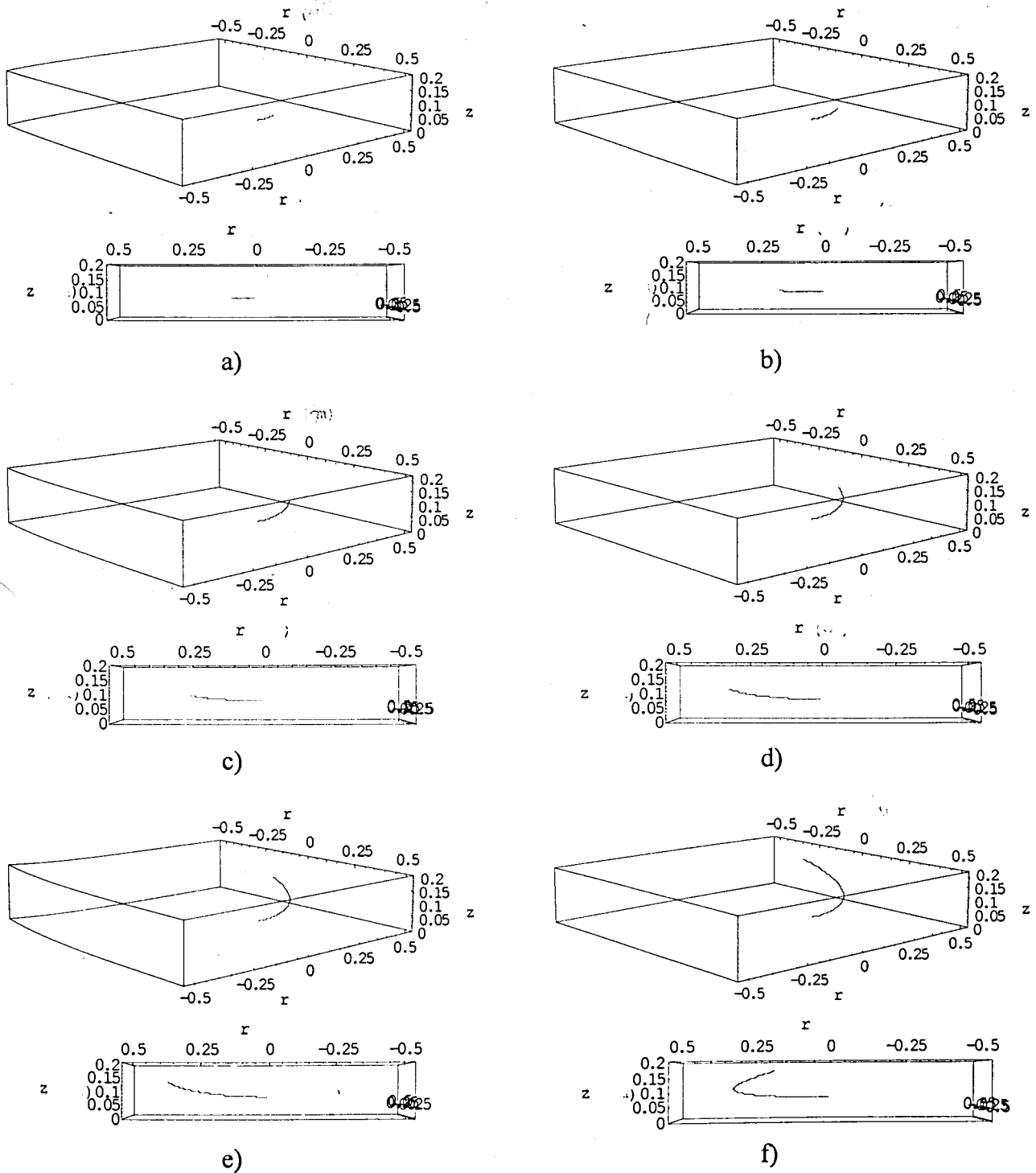


Figura 4A1.14 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0564$ s ; b) $t = 0.1129$ s ; c) $t = 0.1693$ s ; d) $t = 0.2258$ s ; e) $t = 0.2822$ s ; f) $t = 0.3387$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

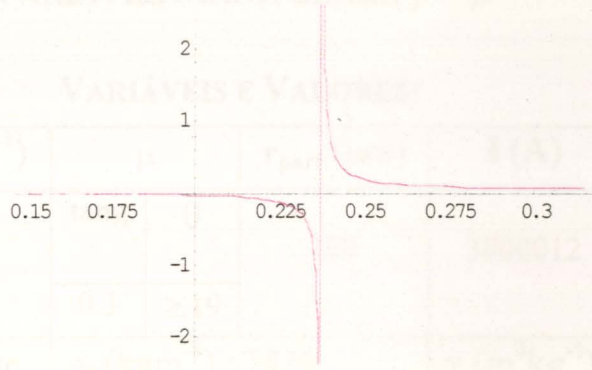


Figura 4A1.15 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

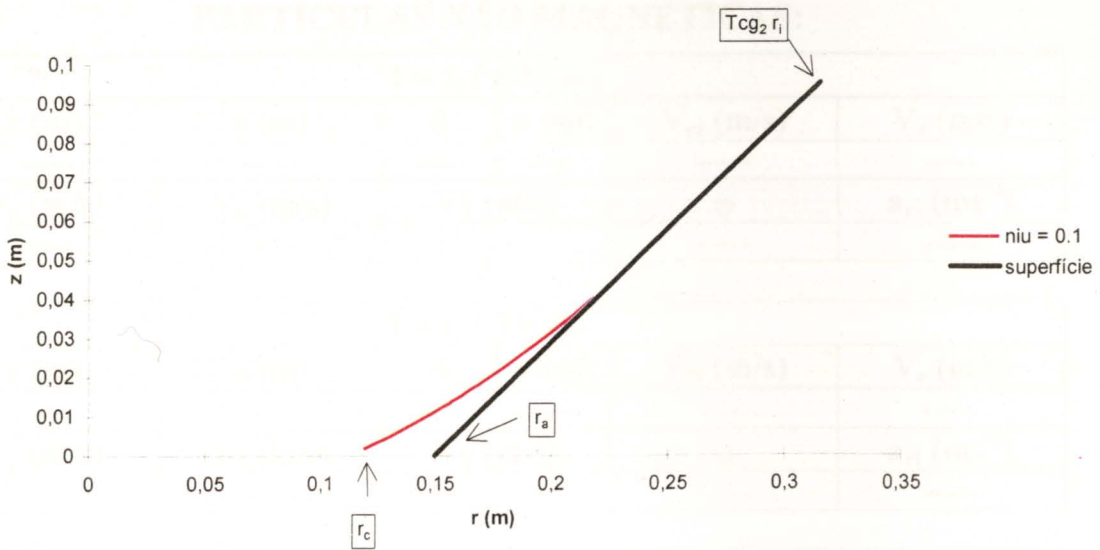


Figura 4A1.16 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Volframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : μ

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.3	≥ 19			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{§§}: [----], [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 2 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = 2 * t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

^{§§} Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
9.84289E-7 (82.02%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	77°	0	0.225113
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.61871E-6	1.29051	1.11762	0.645256	1.42711	1.924	42°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0021713	0.278749	4.33185	1.1639	4.48543	15.0368°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0409750	0.238804	0.13	0.00497257	0.276317
0.20	0.0312015	0.250508			
0.18	0.0224898	0.259808			
0.16	0.0147701	0.267390			
0.15	0.0112702	0.270661			
0.14	0.0080047	0.273628			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

As partículas não magnéticas, neste caso, seguirão para baixo juntamente com as magnéticas.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

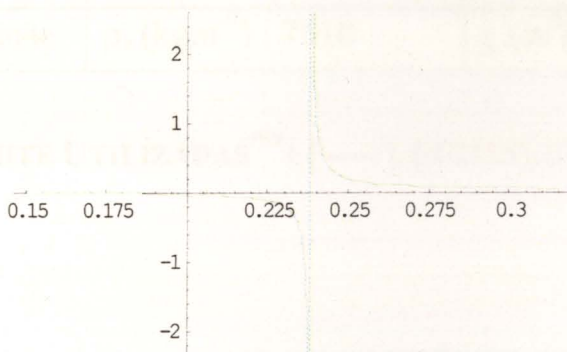


Figura 4A1.17 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (m). O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

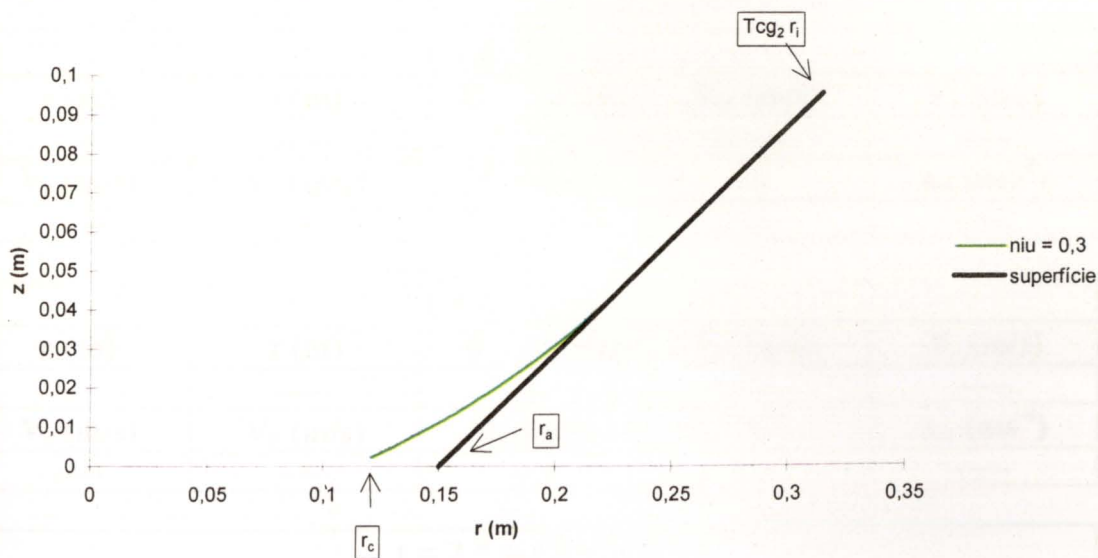


Figura 4A1.18 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : μ

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.4	≥ 19			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{***} : [----], [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 2 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = 2 * t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

*** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

$t = t_f = \text{-----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
-----	-----	-----		-----	-----

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
1.08307E-6 (90.26%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	91°	0	0.26578
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.61871E-6	1.25617	1.08787	0.628083	1.42711	1.901	41°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0024595	0.31996	4.32456	1.15202	4.47538	14.9166°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0409978	0.279749	0.13	0.00523753	0.317524
0.20	0.0312746	0.291587			
0.18	0.0226200	0.300954			
0.16	0.0149571	0.308571			
0.15	0.0114844	0.311853			
0.14	0.0082450	0.314829			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

As partículas não magnéticas, neste caso, seguirão para baixo juntamente com as magnéticas.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

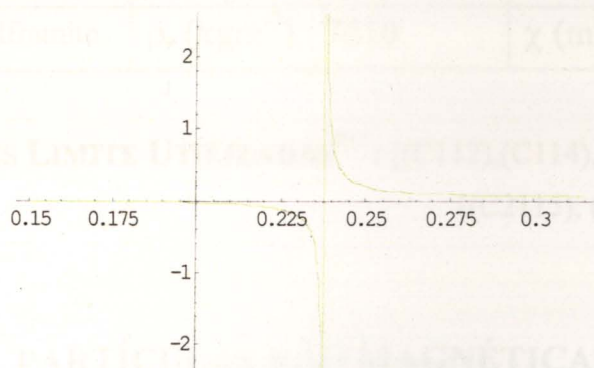


Figura 4A1.19 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

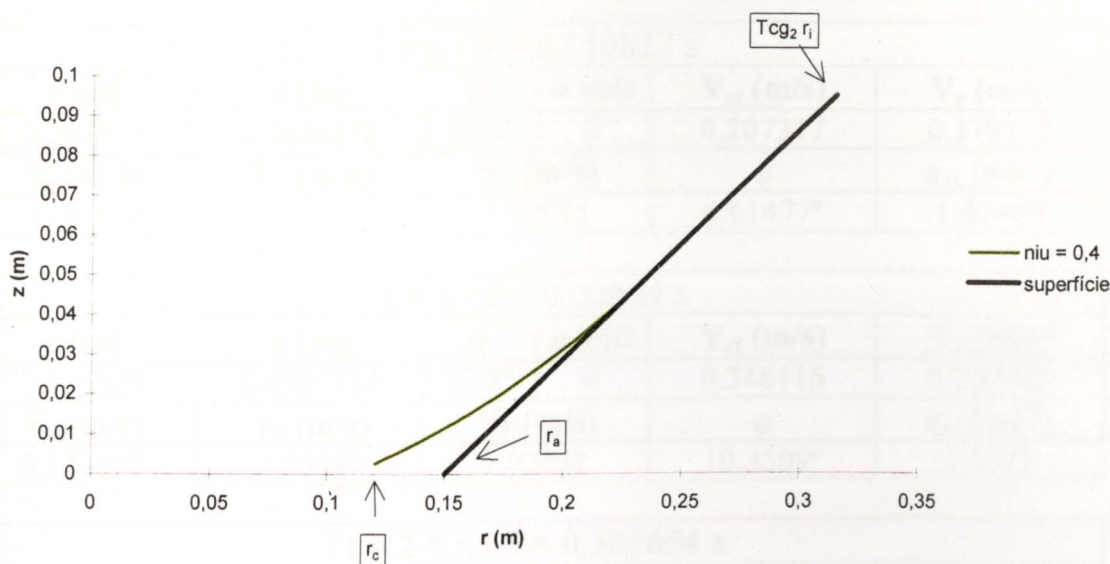


Figura 4A1.20 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_{part}

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	10	3000012	30	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.2	$\geq.**$			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{†††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

** $\mu_0 \geq 1.93$ ($r=1.05r_{lv}$) ou 1.15 ($r=1.10r_{lv}$) ou 0.90 ($r=1.15r_{lv}$) ou 0.79 ($r=1.20r_{lv}$) ou 0.73 ($r=1.25r_{lv}$), consoante a aproximação permitida entro o raio de levantamento de voo prático e o teórico.

††† Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.395973	2.32178	2.45313		18.8342°	4.06938

$t = t_f = 0.45248 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.580111	2.7	2.93873		23.2538°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
8.75279E-7 (72.94%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	70°	0	0.203745
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.61871E-6	1.26301	1.0938	0.631504	1.42711	1.906	42°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0016234	0.259794	4.06011	1.10748	4.20845	15.2574°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0409478	0.217806	0.13	0.00446943	0.257200
0.20	0.0310948	0.229952			
0.18	0.0222734	0.239699			
0.16	0.0144330	0.247708			
0.15	0.0108739	0.251179			
0.14	0.00755258	0.254335			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

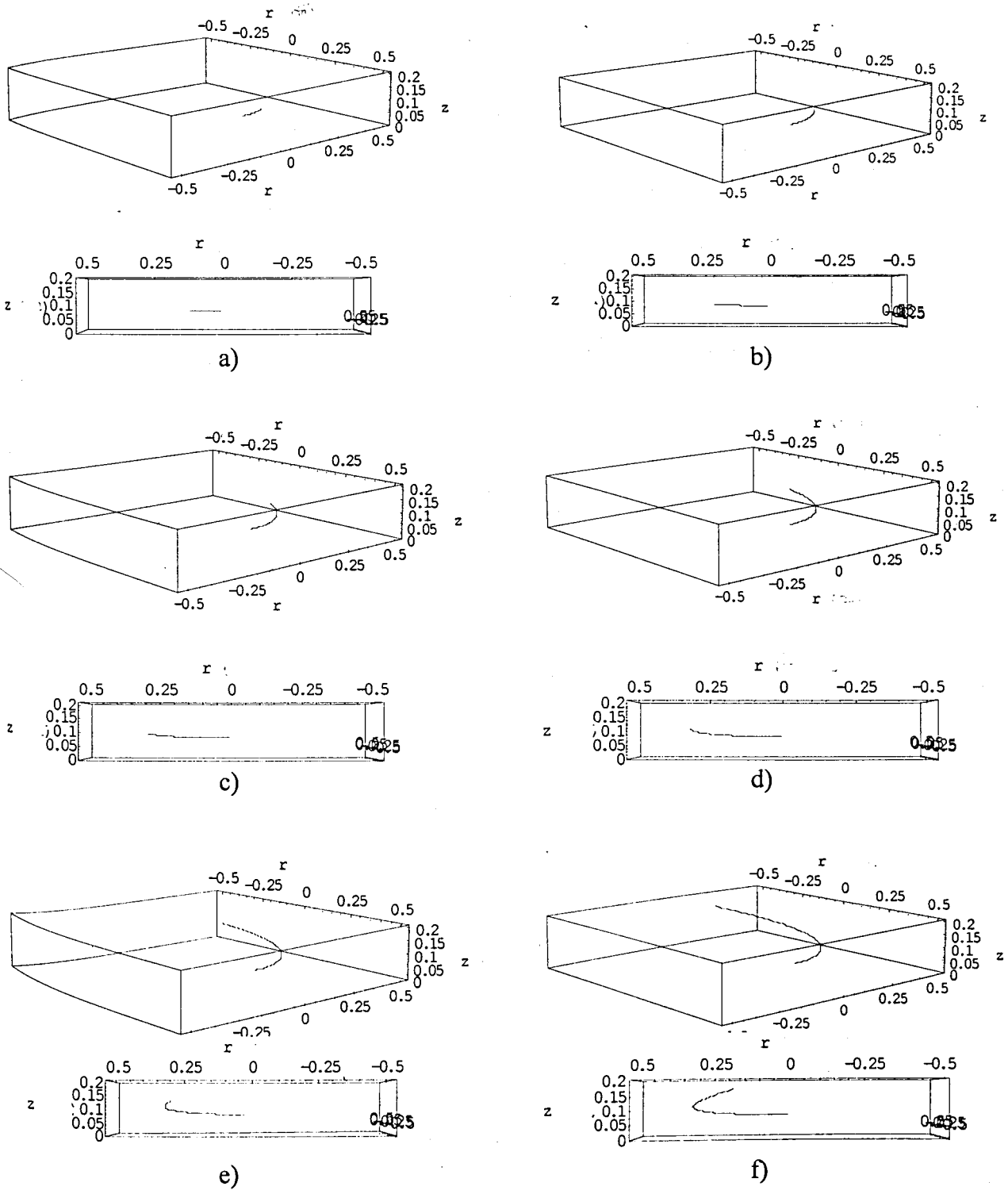


Figura 4A1.21 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

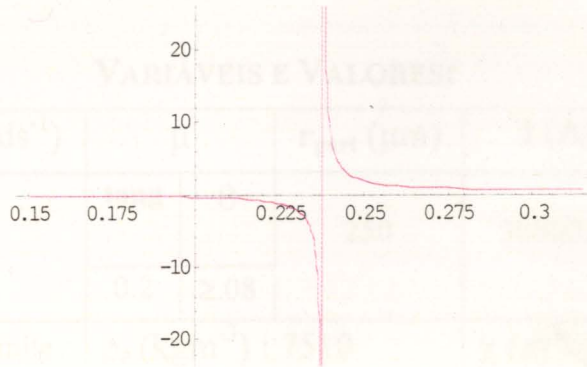


Figura 4A1.22 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

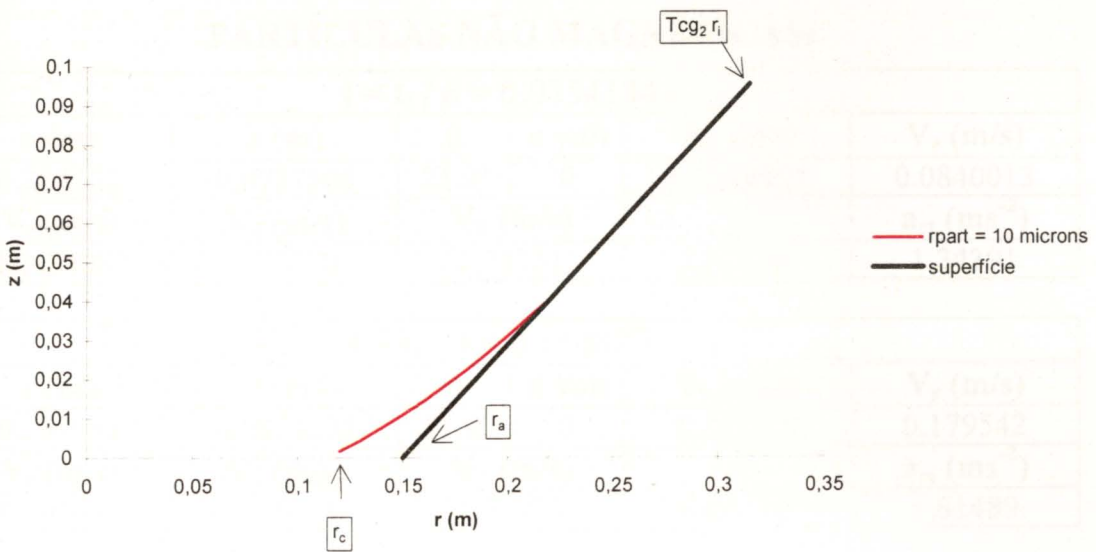


Figura 4A1.23 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_{part}

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	250	3000012	30	
		0.2	≥ 0.8			T_{CG1}	T_{CG2}
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{†††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

††† Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.395973	2.32178	2.45313		18.8342°	4.06938

$t = t_f = 0.45248 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.580111	2.7	2.93873		23.2538°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
8.75279E-7 (72.94%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	69°	0	0.200476
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$	$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$	ϕ_{lv}
2.61871E-6	1.32825	1.1503	0.664126	1.42711	1.950	43°

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
0.12	0.0019155	0.253391	4.35954	1.17996	4.5164	15.1449°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
0.22	0.0409543	0.213863	0.13	0.00473756	0.250976
0.20	0.0311357	0.225398			
0.18	0.0223735	0.234598			
0.16	0.0146039	0.242114			
0.15	0.0110801	0.245359			
0.14	0.00779163	0.248305			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

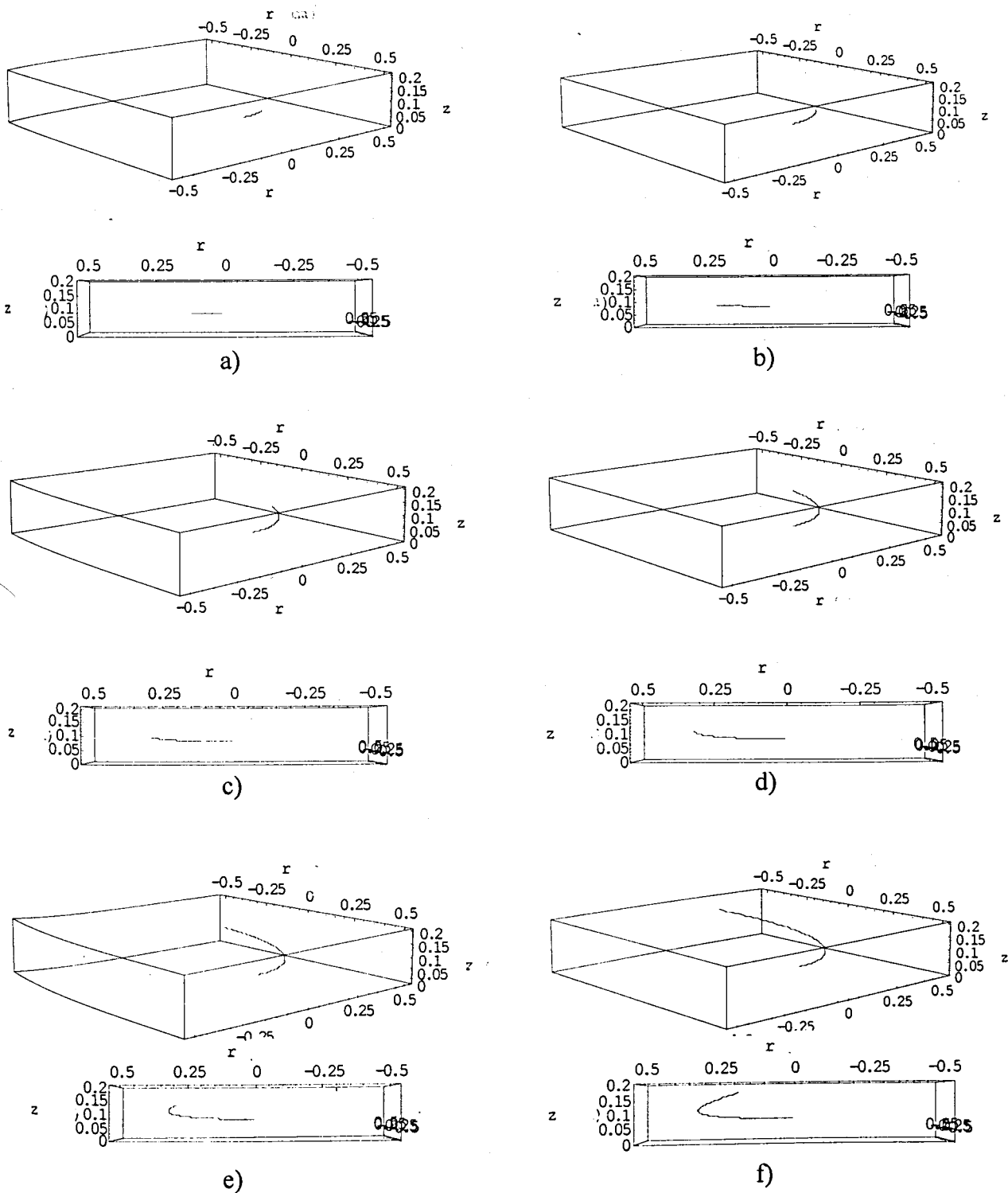


Figura 4A1.24 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

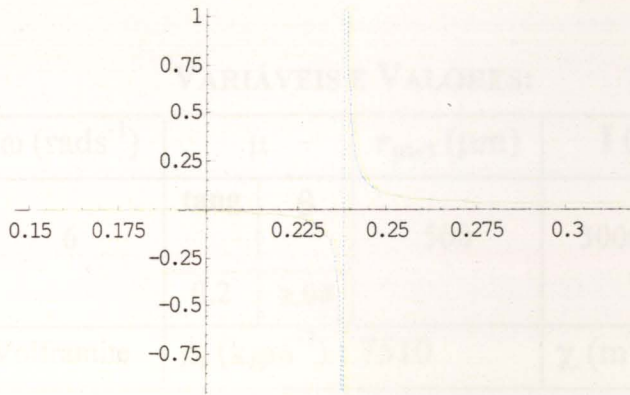


Figura 4A1.25 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

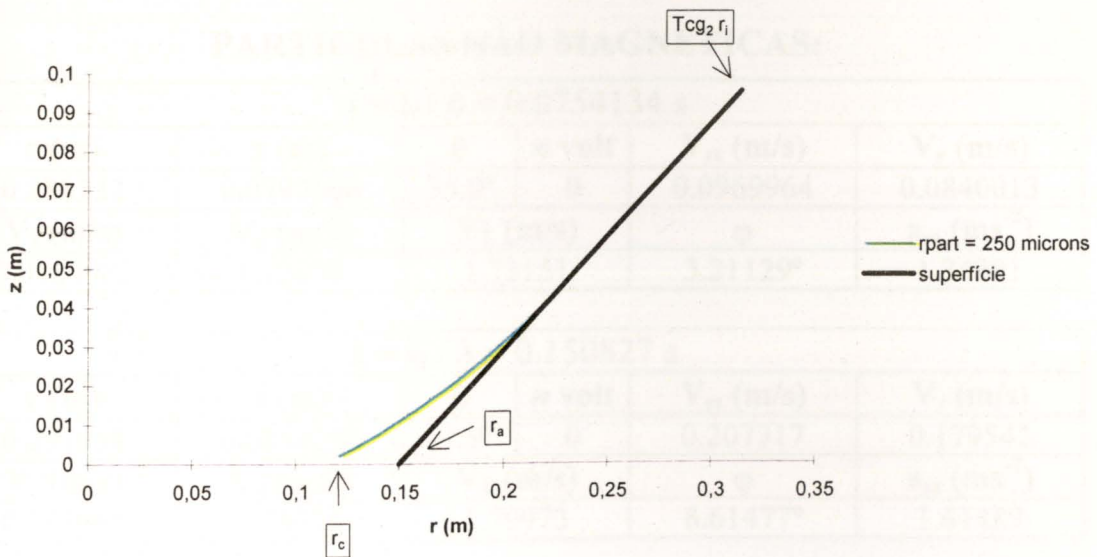


Figura 4A1.26 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Volframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_{part}

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	500	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 0.8			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{sss}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

^{sss} Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.395973	2.32178	2.45313		18.8342°	4.06938

$t = t_f = 0.45248 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.580111	2.7	2.93873		23.2538°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
8.75279E-7 (72.94%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	69°	0	0.200408
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.61871E-6	1.32969	1.15154	0.664843	1.42711	1.951	43°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0019224	0.253257	4.3664	1.18157	4.52345	15.1419°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0409544	0.213781	0.13	0.00474381	0.250845
0.20	0.0311366	0.225303			
0.18	0.0223757	0.234492			
0.16	0.0146078	0.241997			
0.15	0.0110848	0.245237			
0.14	0.0077972	0.248179			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

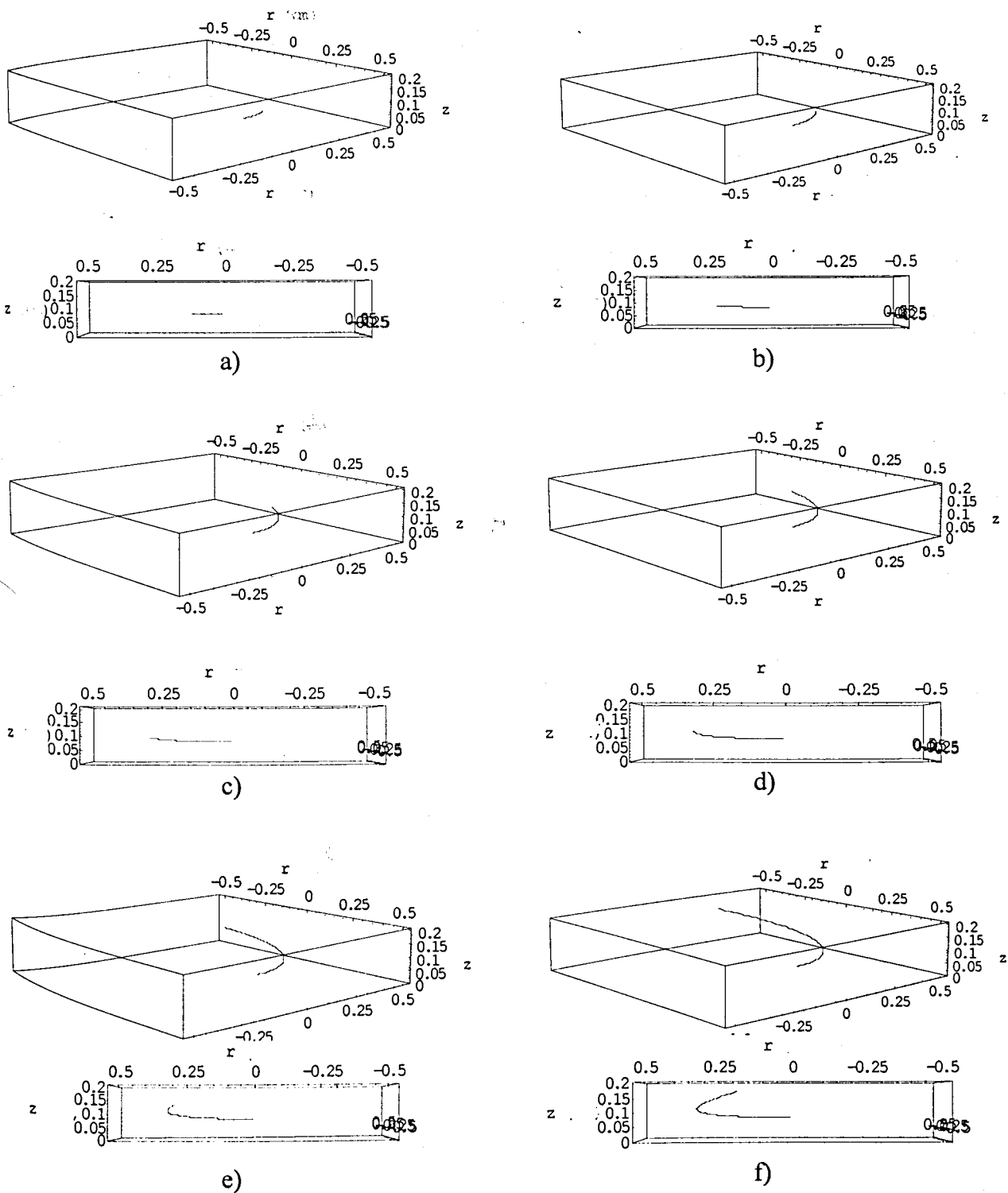


Figura 4A1.27 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

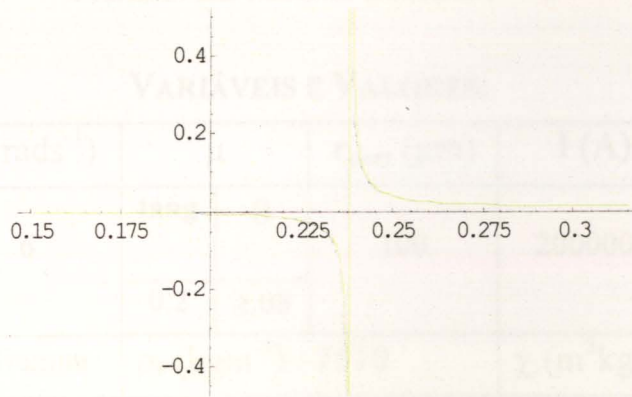


Figura 4A1.28 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

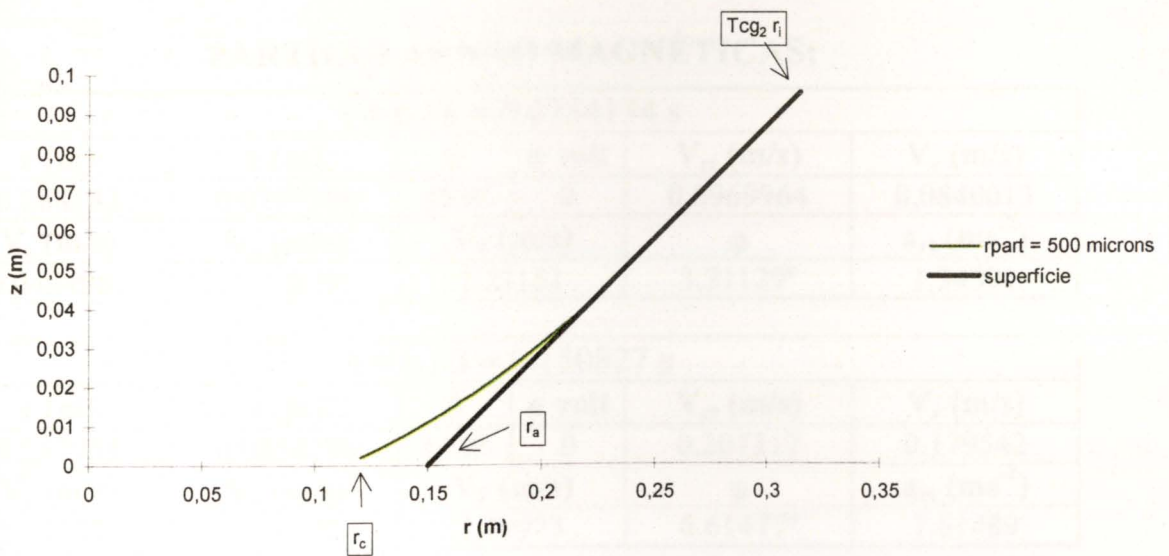


Figura 4A1.29 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : I

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	2000000	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.08			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_P (kgm ⁻³): 7510			χ (m ³ kg ⁻¹): 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS****: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

**** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$	φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$	
0.395973	2.32178	2.45313	18.8342°	4.06938	

$t = t_f = 0.45248 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$	φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$	
0.580111	2.7	2.93873	23.2538°	5.80773	

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
1.96939E-6 (164.12%)	5.9338E-7 (49.45%)	-----	-----	-----	-----	-----
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$	$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$	φ_{lv}
5.89215E-6	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

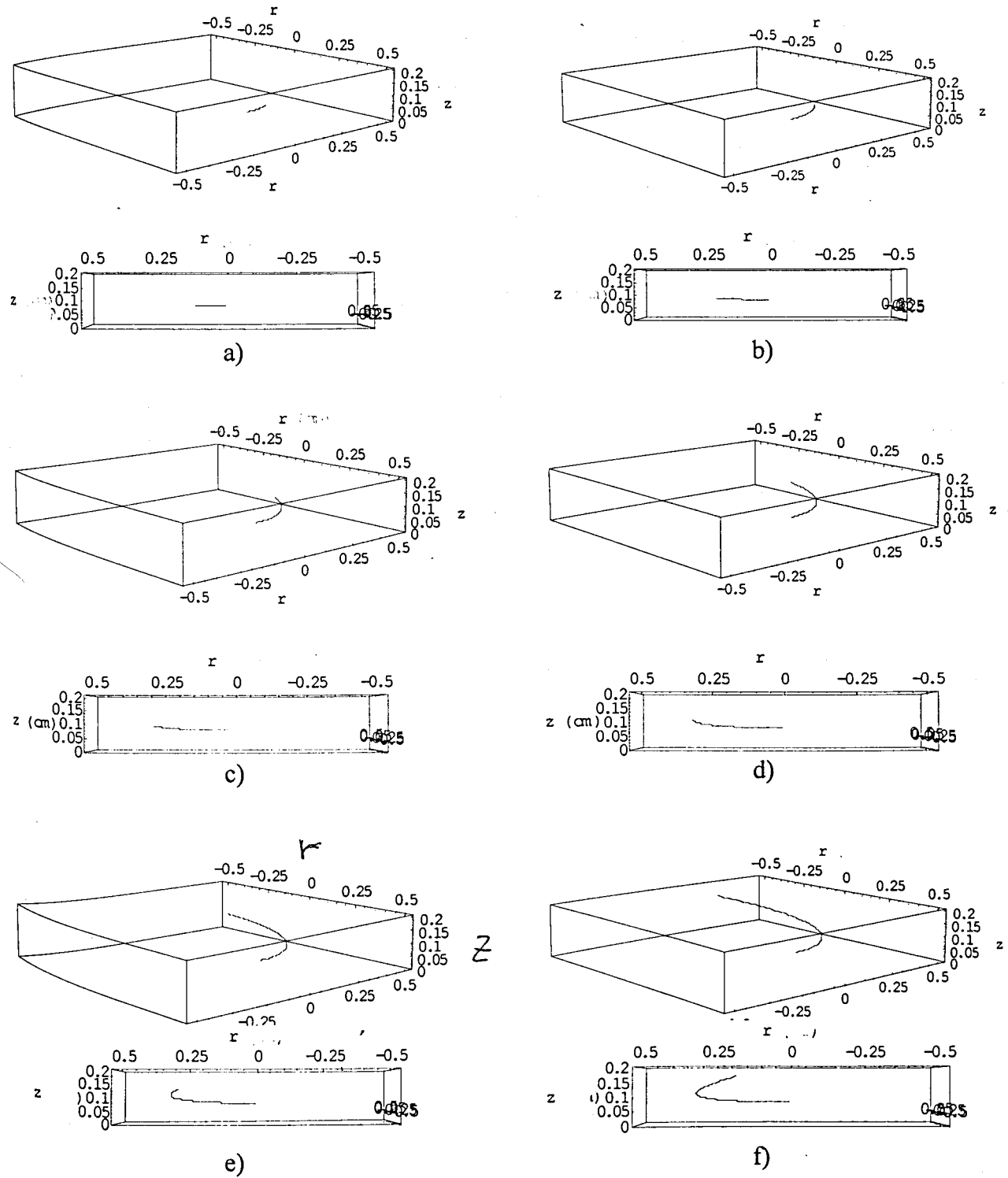


Figura 4A1.30 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Para este caso, a susceptibilidade mínima das partículas magnéticas separadas do fluxo das não magnéticas é superior à susceptibilidade magnética das partículas de Wolframite 100% puras escolhidas para a análise, ou seja as partículas de Wolframite farão um movimento ascendente juntamente com as não magnéticas e não serão separadas nem classificadas.

Deste modo, não se apresentam resultados gráficos para este caso, uma vez que eles não existem.

C) DENSIDADE DE FORÇA MAGNÉTICA

Em seguida apresenta-se um gráfico elucidativo da distribuição de densidade de força magnética no separador-classificador para o valor de intensidade de corrente eléctrica em análise.

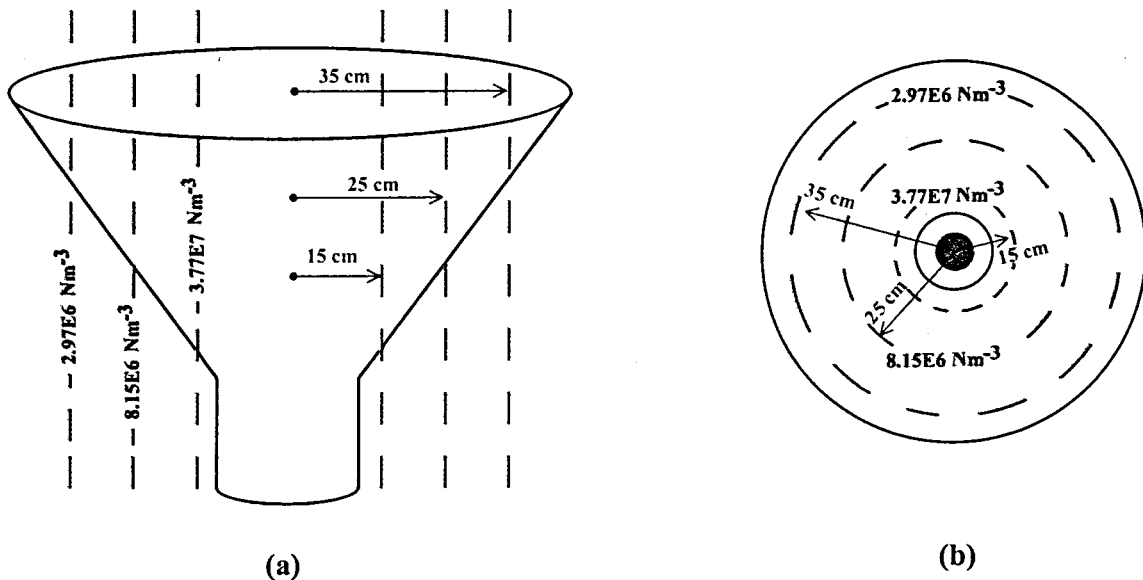


Figura 4A1.31 - Distribuição da densidade de força magnética no separador-classificador para uma intensidade de corrente eléctrica de 2MA. a) vista tridimensional; b) vista de topo.

VARIÁVEL MANIPULADA : I

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	2600000	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 17			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³): 7510			χ (m ³ kg ⁻¹): 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{†††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

††† Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.395973	2.32178	2.45313	18.8342°		4.06938

$t = t_f = 0.45248 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.580111	2.7	2.93873	23.2538°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
1.16532E-6 (97.11%)	3.51112E-7 (29.26%)	0.218238	0.039397	155°	0	0.451861
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
3.48648E-6	1.32991	1.15173	0.664954	1.30943	1.866	45°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.003463	0.499664	3.69447	1.12717	3.8626	16.9667°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.20	0.0293978	0.465532			
0.18	0.0195598	0.477057			
0.16	0.0108262	0.486216			
0.15	0.00685952	0.490117			
0.14	0.0031575	0.493635			
0.13	-0.00028293	0.496807			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

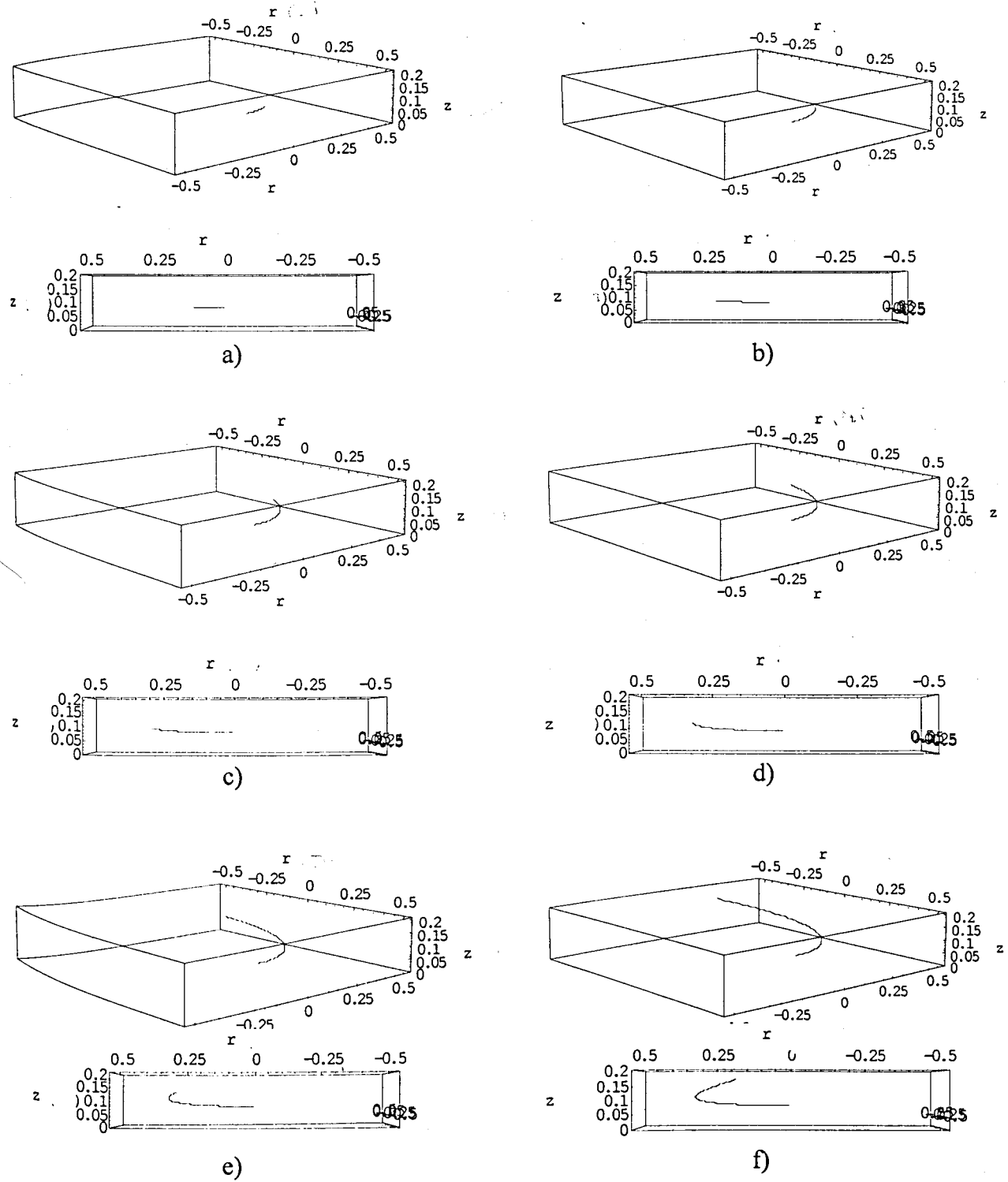


Figura 4A1.32 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

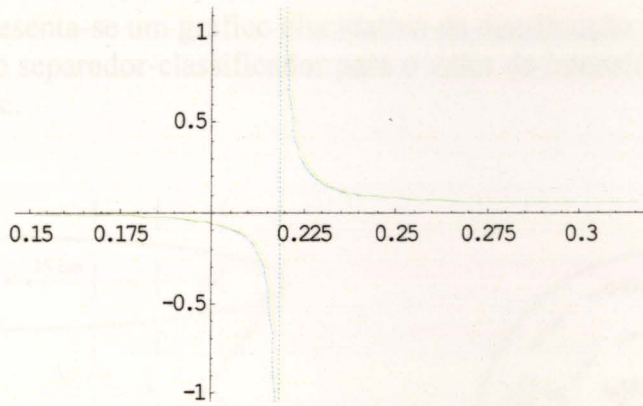


Figura 4A1.33 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

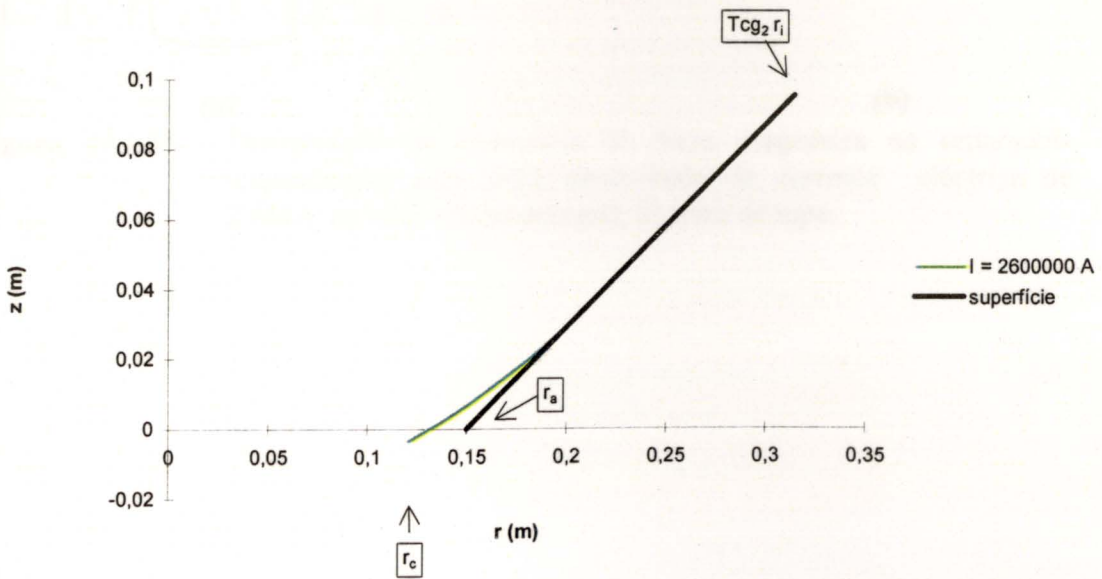


Figura 4A1.34 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Volframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

C) DENSIDADE DE FORÇA MAGNÉTICA

Em seguida apresenta-se um gráfico elucidativo da distribuição de densidade de força magnética no separador-classificador para o valor de intensidade de corrente eléctrica em análise.

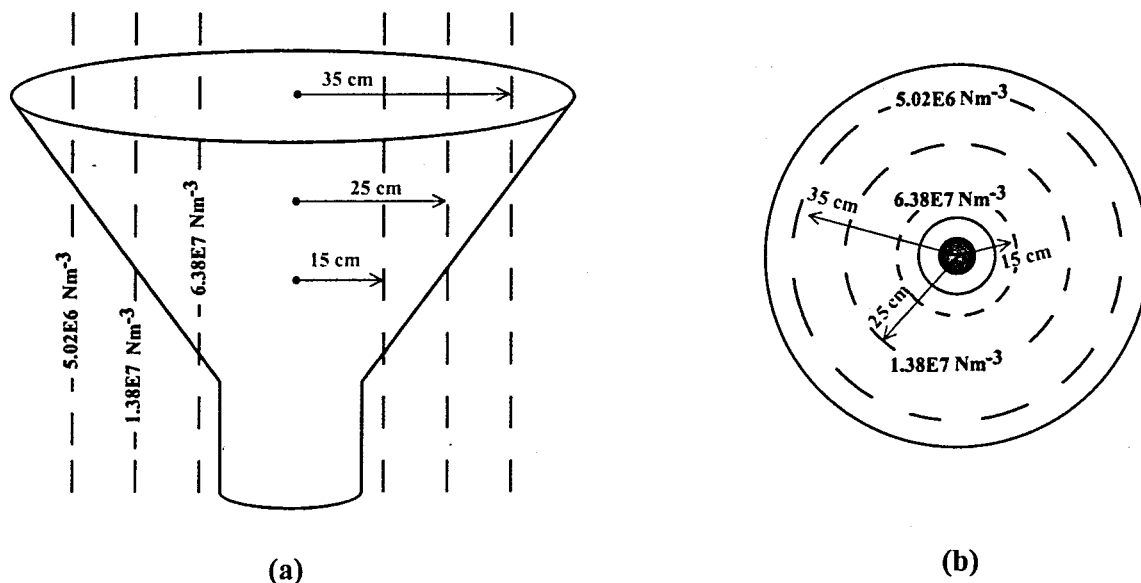


Figura 4A1.35 - Distribuição da densidade de força magnética no separador-classificador para uma intensidade de corrente eléctrica de 2.6MA. a) vista tridimensional; b) vista de topo.

VARIÁVEL MANIPULADA : I

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	4500000	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 34 **			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS⁺⁺⁺: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

** Para este caso r_{iv} das partículas de Wolframite 100% puras é muito próximo de T_{CG2}r₁.

+++ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.395973	2.32178	2.45313		18.8342°	4.06938

$t = t_f = 0.45248 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.580111	2.7	2.93873		23.2538°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.89016E-7 (32.42%)	1.17211E-7 (9.77%)	0.302717	0.0881712	14°	0	0.0411671
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.16388E-6 (96.99%)	0.710655	0.615446	0.355328	1.8163	1.950	21°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0310543	0.118964	6.69754	1.11063	6.789	9.41545

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.28	0.0770847	0.0647314	0.16	0.038827	0.11174
0.26	0.0688749	0.0774139	0.15	0.0366685	0.113793
0.24	0.0615297	0.0871274	0.14	0.0346543	0.115676
0.22	0.0549047	0.0950006	0.13	0.0327831	0.117397
0.20	0.0489339	0.101552			
0.18	0.043582	0.107072			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

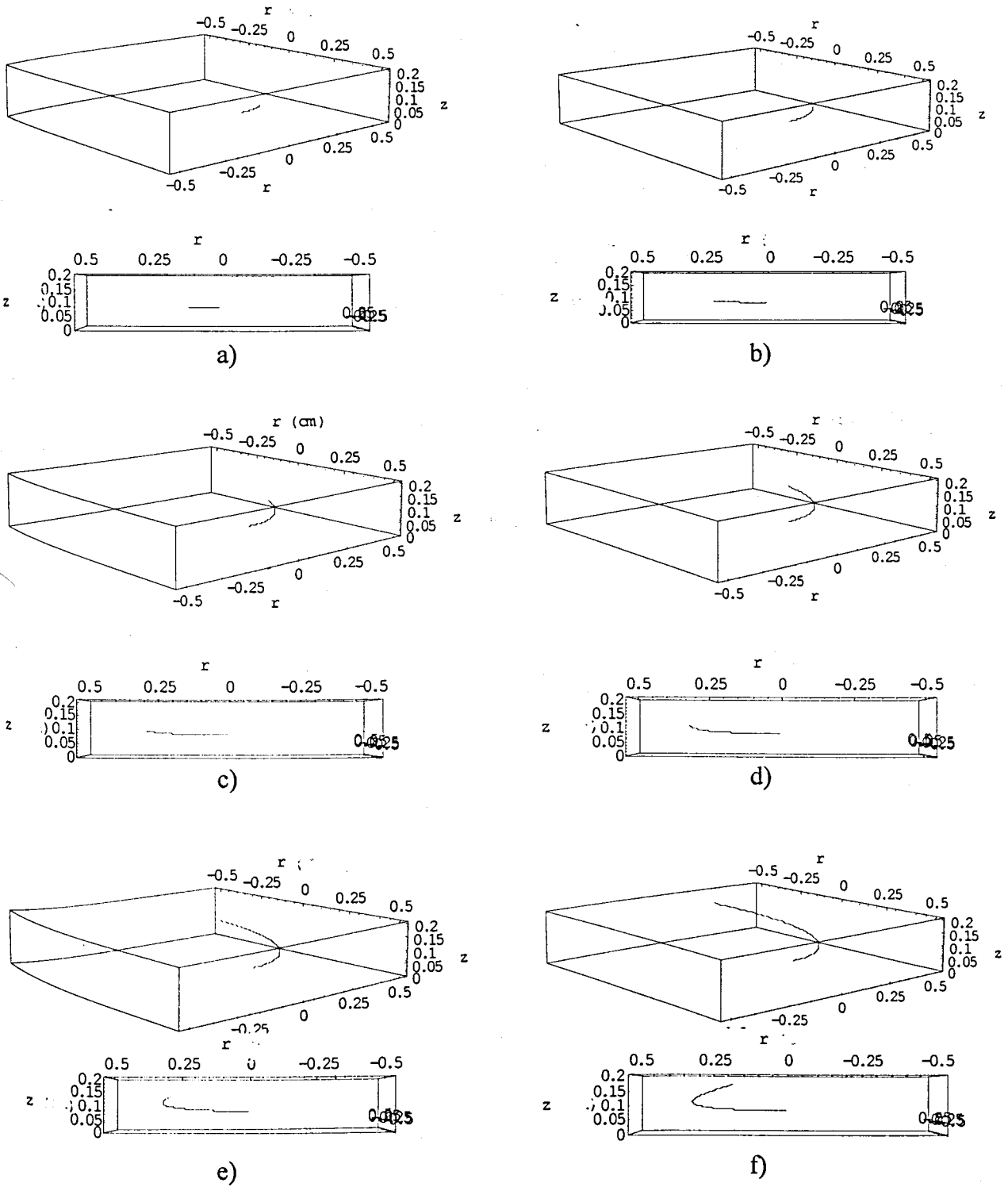


Figura 4A1.36 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Em seguida apresenta-se um gráfico discriminativo da distribuição da densidade de força magnética no separador classificador para o valor de intensidade de corrente eléctrica em análise.

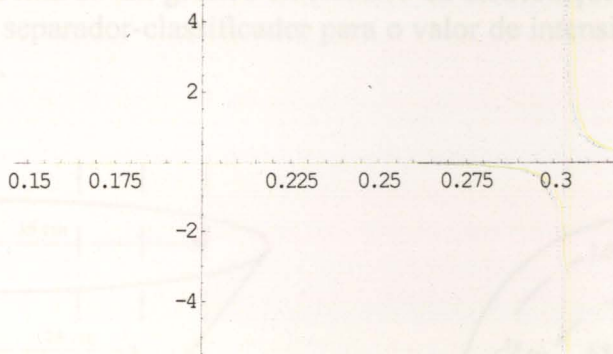


Figura 4A1.37 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

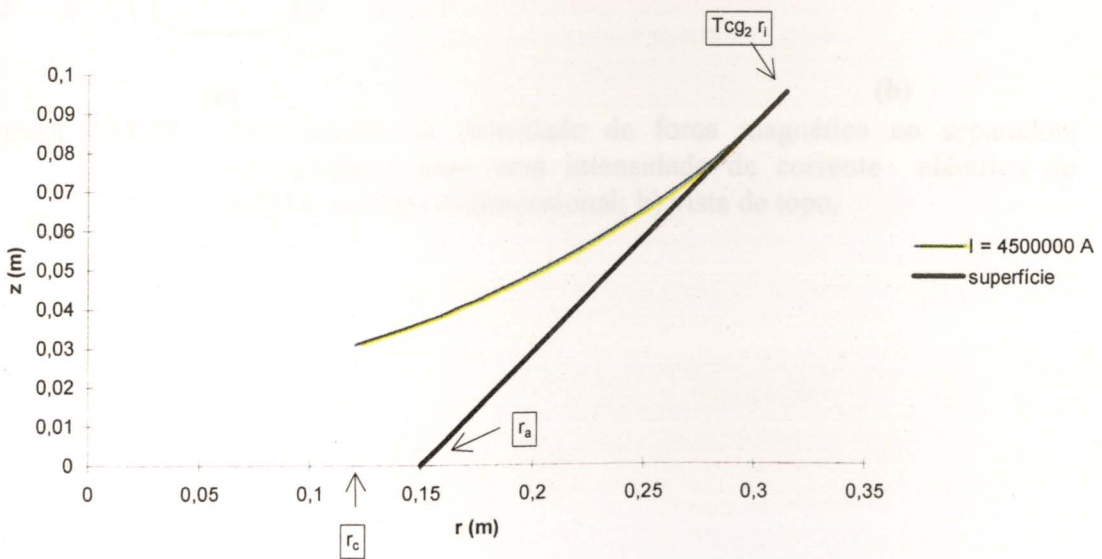


Figura 4A1.38 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

C) DENSIDADE DE FORÇA MAGNÉTICA

Em seguida apresenta-se um gráfico elucidativo da distribuição de densidade de força magnética no separador-classificador para o valor de intensidade de corrente eléctrica em análise.

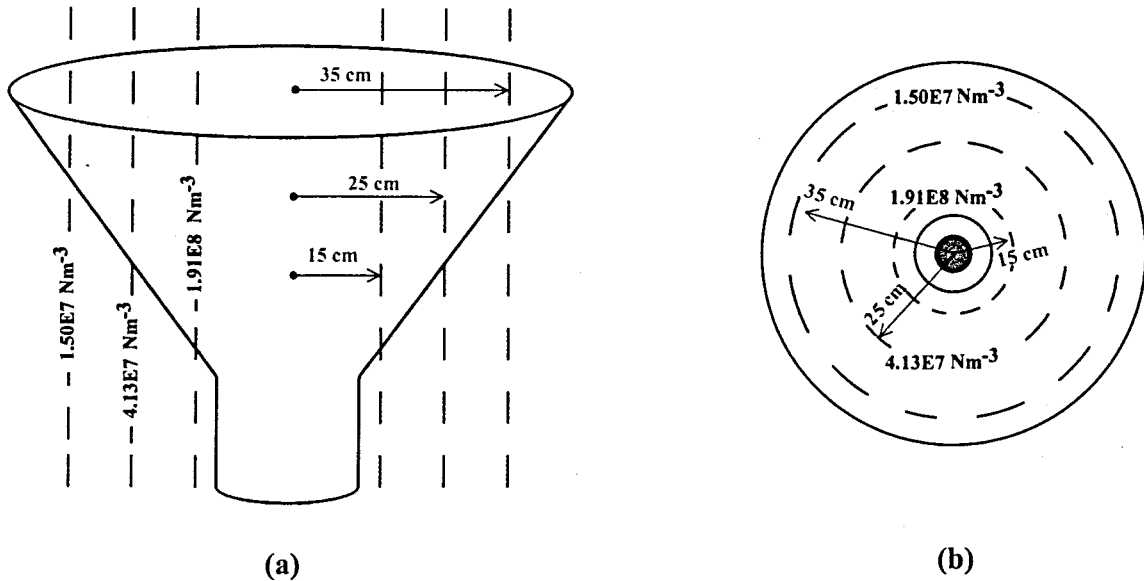


Figura 4A1.39 - Distribuição da densidade de força magnética no separador-classificador para uma intensidade de corrente eléctrica de 4.5MA. a) vista tridimensional; b) vista de topo.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_R

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	20	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.2	≥ 0.8			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_P (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{§§§§}: [----], [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = t_f / 2 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

$t = 2 * t_f / 3 = \text{----}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
----	----	----	----	----	----
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
----	----	----		----	----

§§§§ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

t = 5 * t _f / 6 = -----					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V _z (m/s)	V _θ (m/s)	V _T (m/s)	φ	a _{rt} (ms ⁻²)	
-----	-----	-----	-----	-----	-----

t = t _f = -----					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
V _z (m/s)	V _θ (m/s)	V _T (m/s)	φ	a _{rt} (ms ⁻²)	
-----	-----	-----	-----	-----	-----

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
χ _{min rR} (m ³ kg ⁻¹)	χ _{base} (m ³ kg ⁻¹)	r _{lv} (m)	z _{lv} (m)	θ _{lv}	n volt	t _{lv} (s)
1.37147E-7 (11.43%)	2.63722E-7 (21.98%)	=T _{CG2} r _i = 0.21 *****	0.034641	0°	0	0
χ _{máxclas} (m ³ kg ⁻¹)	V _{tlv} (m/s)	V _{rlv} (m/s)	V _{zlv} (m/s)	V _{θlv} (m/s)	V _{Tlv} (m/s)	φ _{lv}
0	0	0	0	1.26	1.26	0°

PARTE 2						
r _c (m)	z _c (m)	t _c (s)	V _{rc} (m/s)	V _{zc} (m/s)	V _{Tc} (m/s)	β _c
0.12	0.0159518	0.0617699	3.98793	0.604496	4.03349	8.61935°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.20	0.0320776	0.0228665			
0.18	0.0273013	0.0386978			
0.16	0.0230187	0.0487014			
0.15	0.0210642	0.0526403			
0.14	0.0192347	0.0560778			
0.13	0.0175306	0.0591009			

***** O “verdadeiro” r_{lv} seria 0.237851 m (ver figura ____) mas como o r_R é inferior a esse valor, o raio a que as partículas de Wolframite 100% puras levantarão vôo é o próprio r_R.

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

As partículas não magnéticas, neste caso, seguirão para baixo juntamente com as magnéticas.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

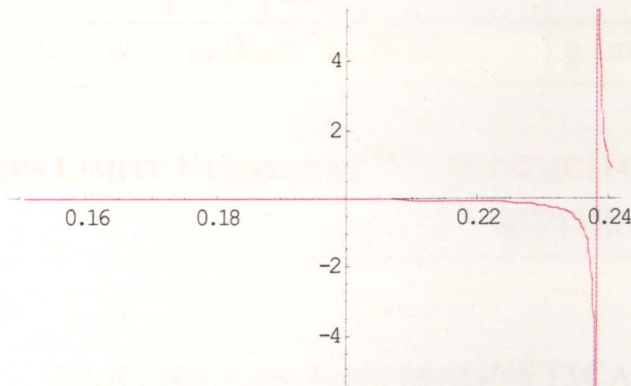


Figura 4A1.40 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} teórico, pois o r_{lv} real será, neste caso, r_R . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

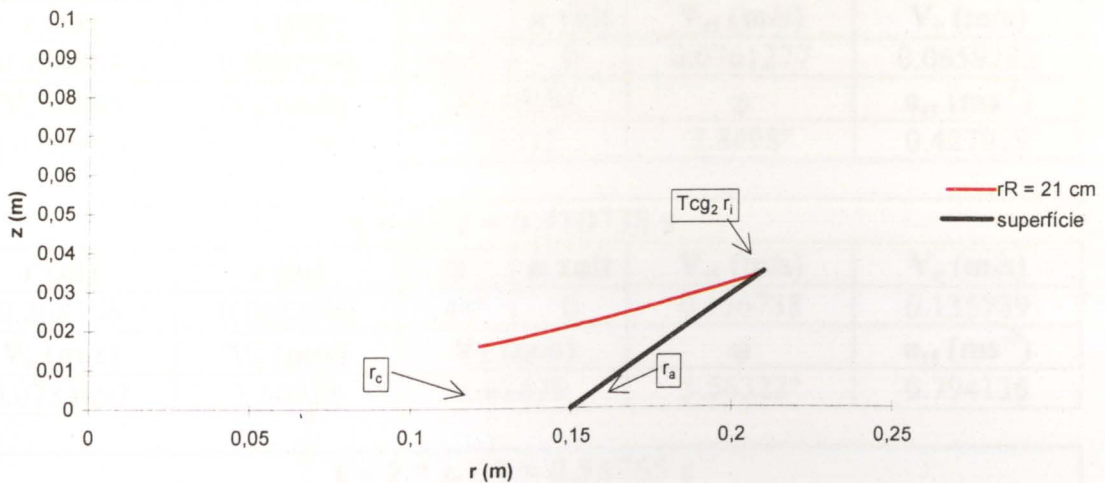


Figura 4A1.41 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_R

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	26	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.2	≥ 20			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{††††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.136913$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.248766	0.0570225	47.1°	0	0.0308881	0.0267499
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0154441	1.49259	1.49291		1.18552°	0.258307

$t = t_f / 3 = 0.273825$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.254884	0.0605546	94.1°	0	0.0761277	0.0659285
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0380639	1.5293	1.5312		2.8498°	0.427019

$t = t_f / 2 = 0.410738$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.268196	0.0682406	141°	0	0.156738	0.135739
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0783692	1.60918	1.61679		5.56322°	0.794136

$t = 2 * t_f / 3 = 0.54765$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.294889	0.0836514	188°	0	0.310174	0.268618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.155087	1.76933	1.79631		9.94324°	1.53023

†††† Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.684563 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.347363	0.113948	235°	0	0.607725	0.526305
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.303862	2.08418	2.17097	16.2561°		2.97731

$t = t_f = 0.821475 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	282°	0	1.18764	1.02853
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.593821	2.7	2.94966	23.7431°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
4.62389E-7 (38.53%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	29°	0	0.0847337
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.57501E-6	1.0794	0.934787	0.539699	1.42711	1.789	37°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0040193	0.141876	4.29001	1.09345	4.42717	14.2992°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0411379	0.100302	0.14	0.00955787	0.136692
0.21	0.0362709	0.107023	0.13	0.00667794	0.139418
0.20	0.0316998	0.112847			
0.18	0.0233552	0.122547			
0.16	0.0159928	0.130340			
0.15	0.0126620	0.133676			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

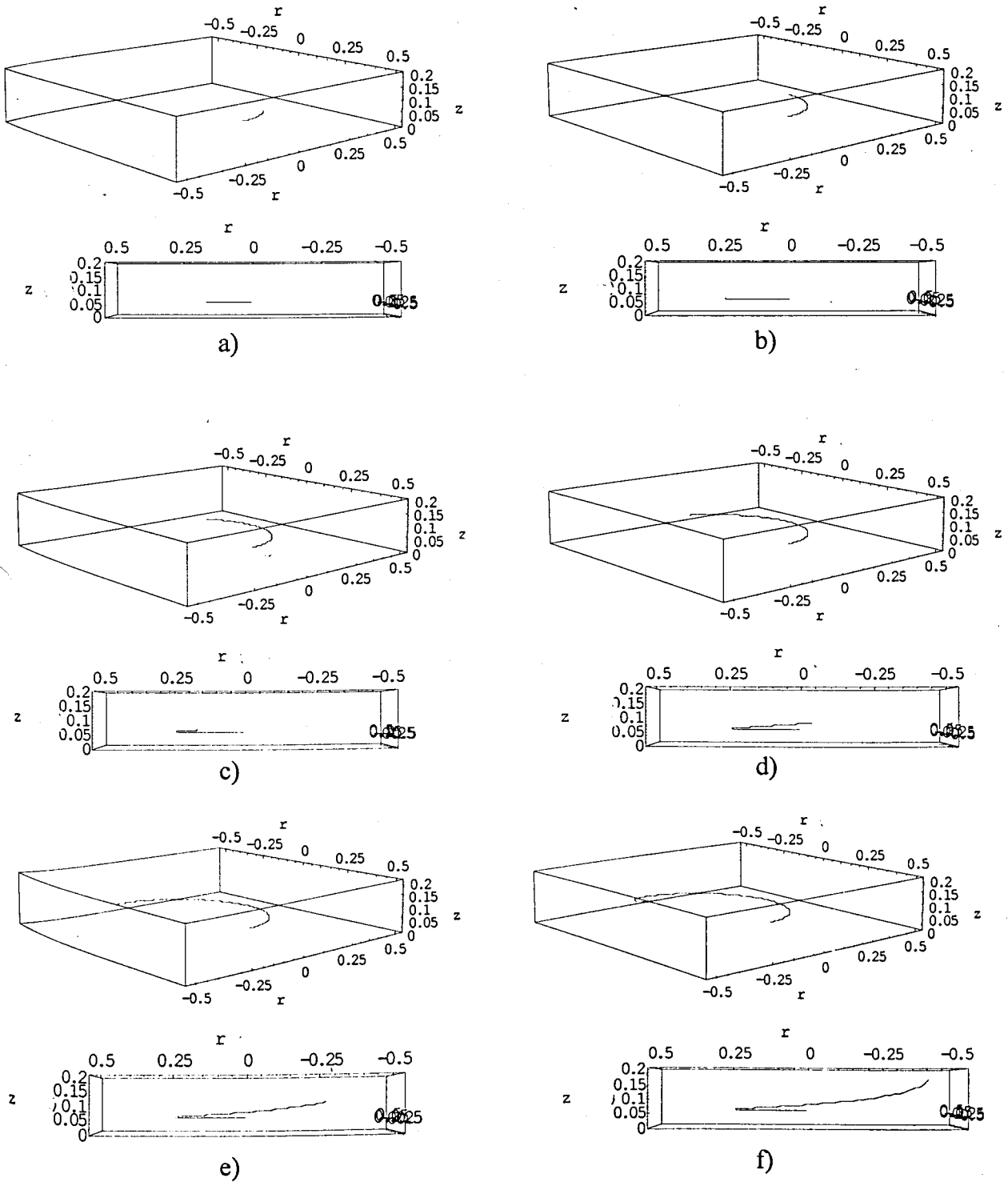


Figura 4A1.42 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1369$ s ; b) $t = 0.2738$ s ; c) $t = 0.4107$ s ; d) $t = 0.5477$ s ; e) $t = 0.6846$ s ; f) $t = 0.8215$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

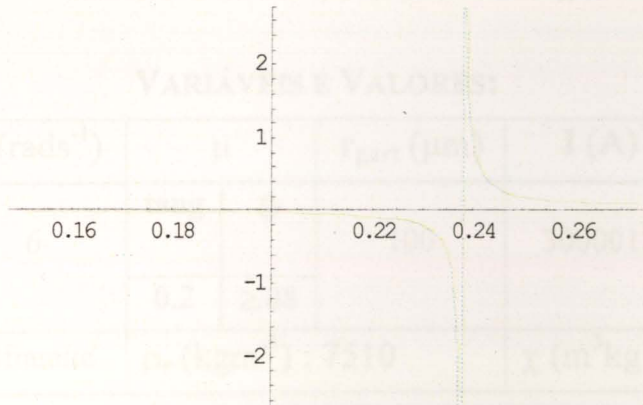


Figura 4A1.43 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (m). O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

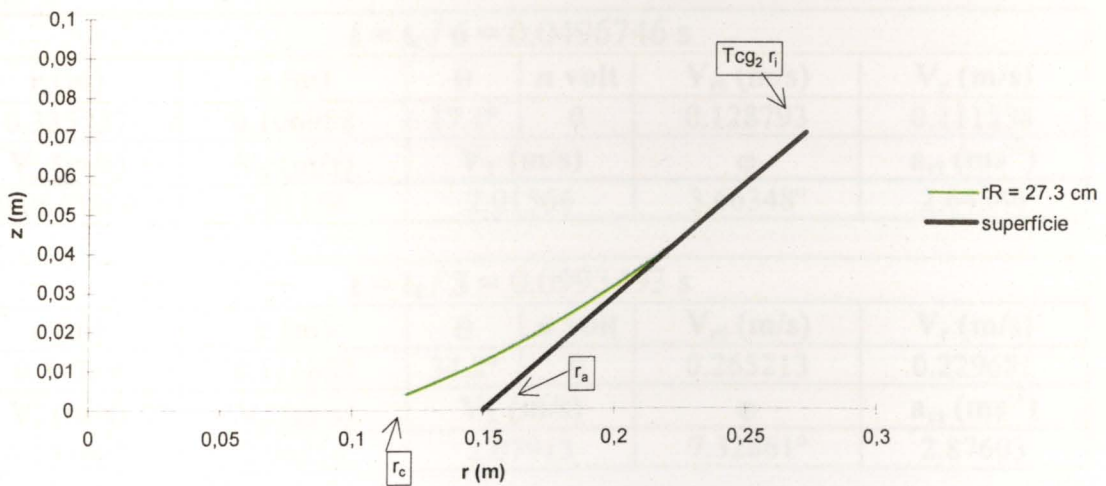


Figura 4A1.44 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_R

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	35	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.2	≥ 0.8			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_P (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2×10^{-6}		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS⁺⁺⁺⁺: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0496746$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.335257	0.106958	17.1°	0	0.128793	0.111538
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0643964	2.01154	2.01566		3.66348°	2.64346

$t = t_f / 3 = 0.0993493$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.34369	0.111827	34.2°	0	0.265213	0.229681
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.132607	2.06214	2.07913		7.32861°	2.87603

$t = t_f / 2 = 0.149024$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.3583	0.120262	51.2°	0	0.417339	0.361427
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.20867	2.1498	2.18994		10.9861°	3.27893

$t = 2 * t_f / 3 = 0.198699$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.379952	0.132763	68.3°	0	0.594181	0.514576
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.297091	2.27971	2.35587		14.6085°	3.87601

++++ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.248373 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.409927	0.150069	85.4°	0	0.806211	0.698199
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.403106	2.45956	2.58832		18.1485°	4.70262

$t = t_f = 0.298048 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	102°	0	1.06599	0.923171
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.532993	2.7	2.90282		21.5446°	5.80774

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
1.71736E-6 (143.11%)	2.63722E-7 (21.98%)	-----	-----	-----	-----	-----
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
4.537313E-6	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	-----

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

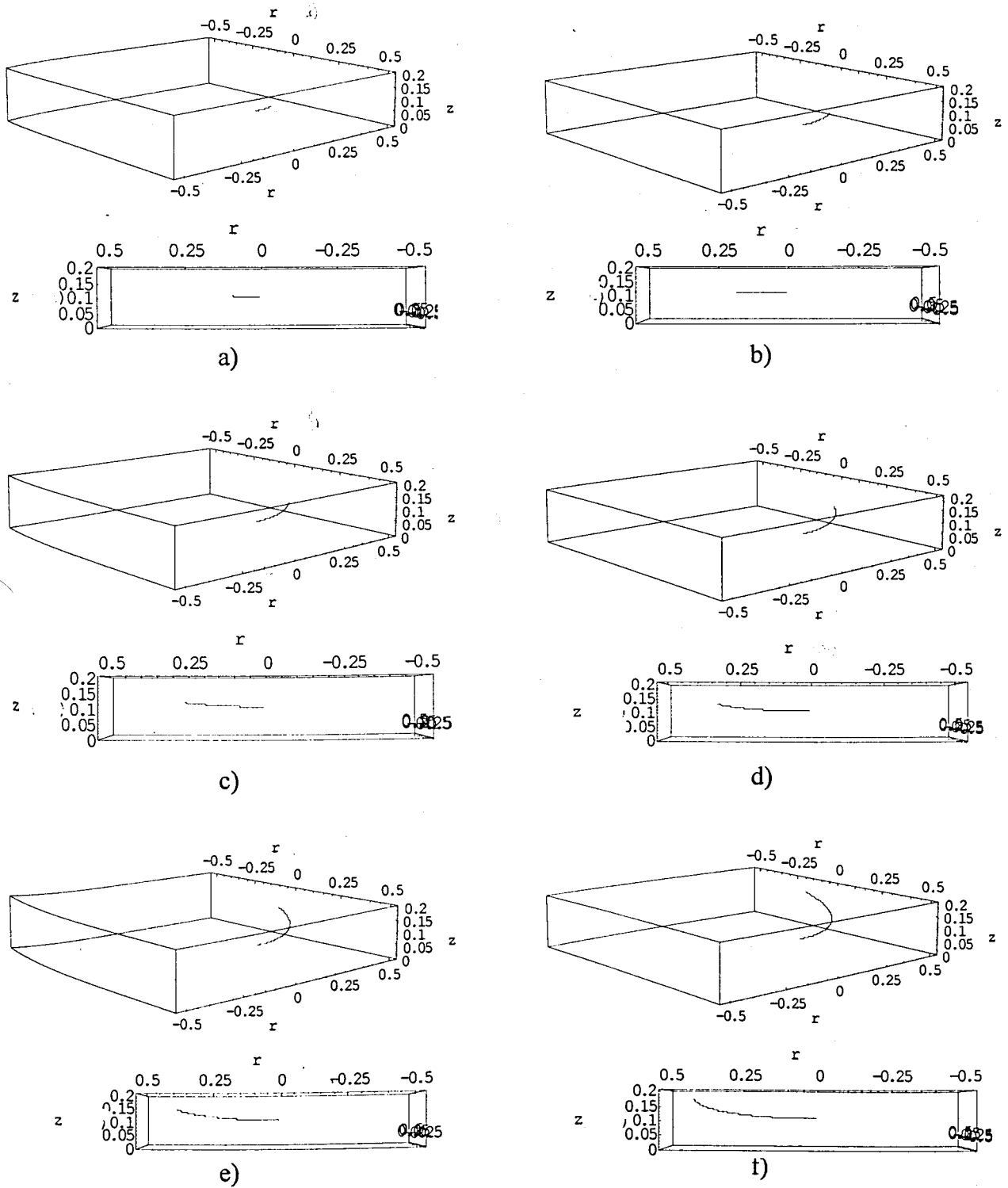


Figura 4A1.45 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0497$ s ; b) $t = 0.0993$ s ; c) $t = 0.1490$ s ; d) $t = 0.1987$ s ; e) $t = 0.2484$ s ; f) $t = 0.2981$ s . r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Para este caso, a susceptibilidade mínima das partículas magnéticas separadas do fluxo das não magnéticas é superior à susceptibilidade magnética das partículas de Wolframite 100% puras escolhidas para a análise, ou seja as partículas de Wolframite farão um movimento ascendente juntamente com as não magnéticas e não serão separadas nem classificadas.

Deste modo, não se apresentam resultados gráficos para este caso, uma vez que eles não existem.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_i devido à dispersão na alimentação

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	29.5 ^{§§§§§}	
		0.2	≥ 19			T_{CG1}	T_{CG2}
MATERIAL: Wolframite		ρ_P (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{*****} : [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0792464$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.283352	0.0769908	27.2°	0	0.0915229	0.0792611
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0457614	1.70011	1.70257		3.08146°	1.21208

$t = t_f / 3 = 0.158493$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.293129	0.0826354	54.5°	0	0.196945	0.170559
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0984724	1.75877	1.76976		6.38928°	1.4817

$t = t_f / 2 = 0.237739$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.311065	0.092991	81.7°	0	0.332276	0.287759
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.166138	1.86639	1.89574		10.0947°	1.97633

$t = 2 * t_f / 3 = 0.316986$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.339885	0.10963	109°	0	0.518067	0.44866
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.259034	2.03931	2.10409		14.2539°	2.77109

§§§§§ Pois o diâmetro da alimentação é de 1cm (ver capítulo 6).

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.396232 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.383965	0.13508	136°	0	0.782535	0.677695
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)	
0.391268	2.30379	2.43307	18.7612°	3.98669	

$t = t_f = 0.475478 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	163°	0	1.16584	1.00965
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)	
0.582921	2.7	2.94095	23.3544°	5.80772	

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

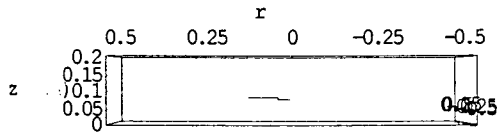
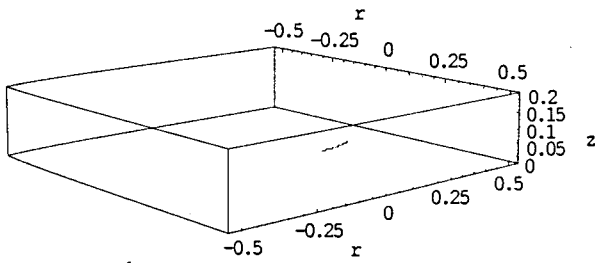
PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
8.12634E-7 (67.72%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	62°	0	0.179001
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.46673E-6	1.30949	1.13405	0.654743	1.42711	1.937	43°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0020141	0.232339	4.33595	1.17018	4.49108	15.1031°

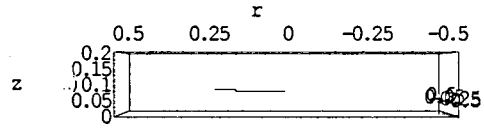
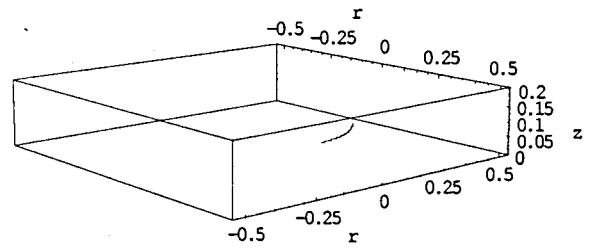
PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.23	0.0462999	0.185445	0.14	0.00787401	0.227225
0.22	0.0409628	0.192543	0.13	0.00482822	0.229911
0.20	0.0311623	0.204172			
0.18	0.0224196	0.213436			
0.16	0.0146688	0.220998			
0.15	0.0111539	0.224262			

RESULTADOS GRÁFICOS

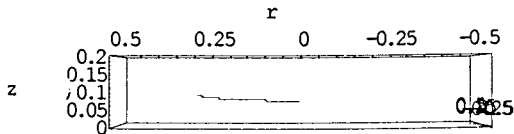
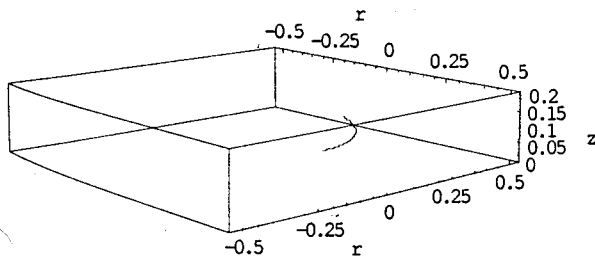
A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS



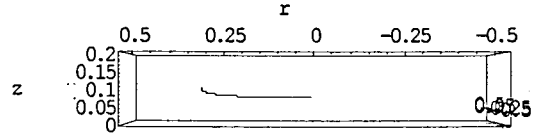
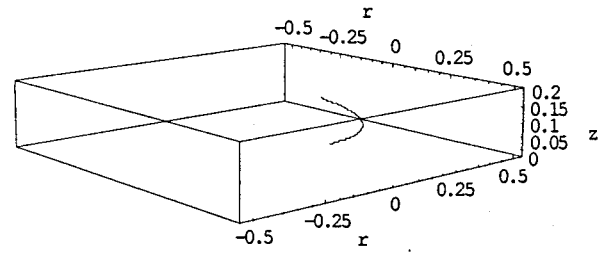
a)



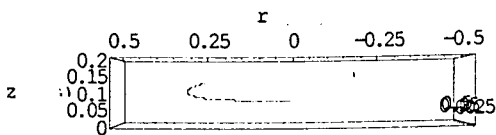
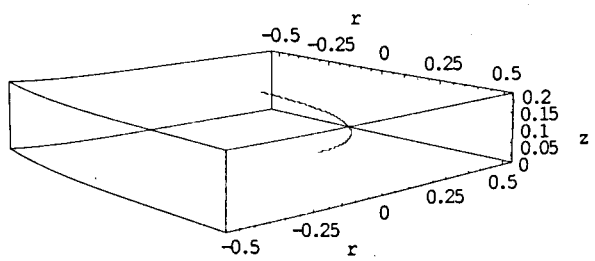
b)



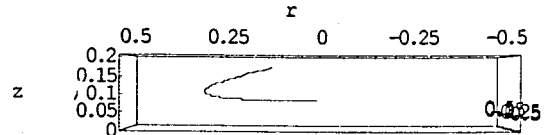
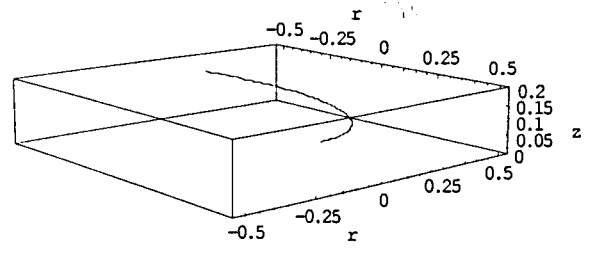
c)



d)



e)



f)

Figura 4A1.46 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0792$ s ; b) $t = 0.1585$ s ; c) $t = 0.2377$ s ; d) $t = 0.3170$ s ; e) $t = 0.3962$ s ; f) $t = 0.4755$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

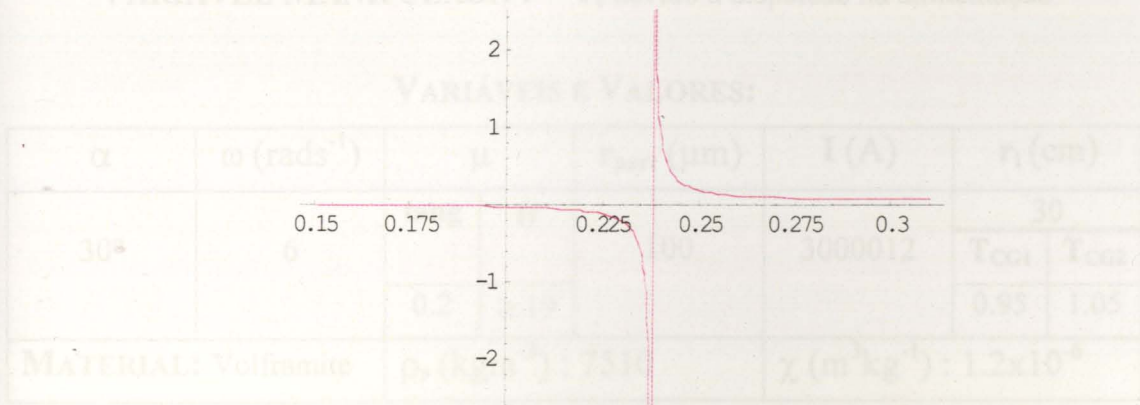


Figura 4A1.47 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (m). O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

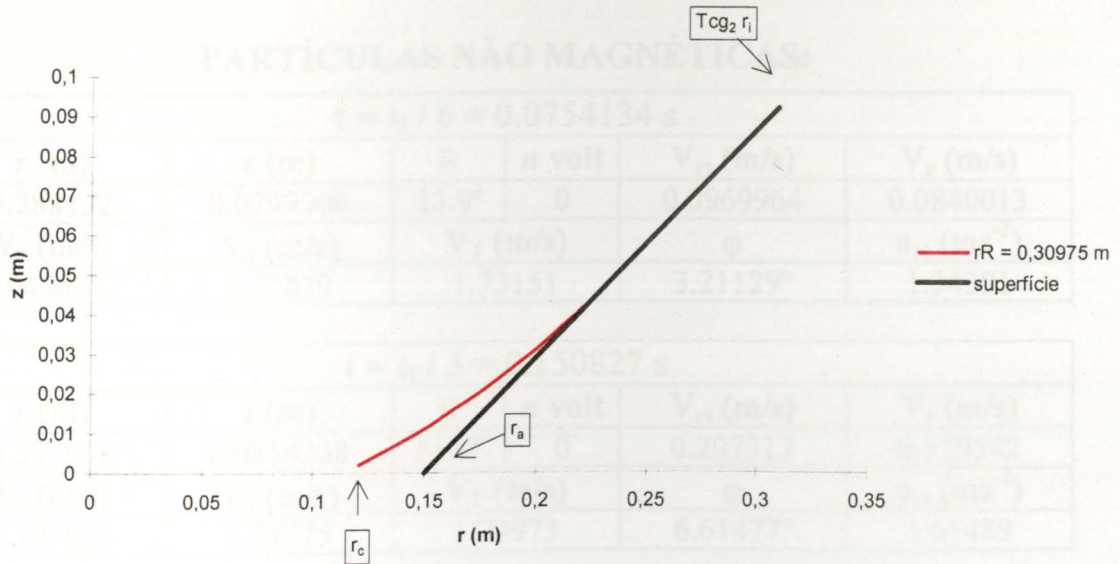


Figura 4A1.48 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_i devido à dispersão na alimentação

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	30	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.19			0.95	1.05
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{†††††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0754134$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.288132	0.0797506	25.9°	0	0.0969964	0.0840013
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0484982	1.72879	1.73151		3.21129°	1.34391

$t = t_f / 3 = 0.150827$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.297958	0.0854238	51.9°	0	0.207317	0.179542
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.103658	1.78775	1.79973		6.61477°	1.61489

$t = t_f / 2 = 0.22624$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.315829	0.0957414	77.8°	0	0.346116	0.299745
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.173058	1.89497	1.92632		10.3509°	2.1077

$t = 2 * t_f / 3 = 0.301654$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.344198	0.112121	104°	0	0.53246	0.461124
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.26623	2.06519	2.13273		14.4575°	2.89004

††††† Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.377067 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.386964	0.136811	130°	0	0.791947	0.685846
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.395973	2.32178	2.45313		18.8342°	4.06938

$t = t_r = 0.45248 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	156°	0	1.16022	1.00478
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.580111	2.7	2.93873		23.2538°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
8.75279E-7 (72.94%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	69°	0	0.20068
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.61871E-6	1.32397	1.14659	0.661985	1.42711	1.947	43°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0018957	0.253794	4.33912	1.17515	4.49544	15.1537°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMEDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0409538	0.214110	0.13	0.0047195	0.251367
0.20	0.0311330	0.225683			
0.18	0.0223669	0.234918			
0.16	0.0145925	0.242466			
0.15	0.0110659	0.245725			
0.14	0.0077756	0.248684			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

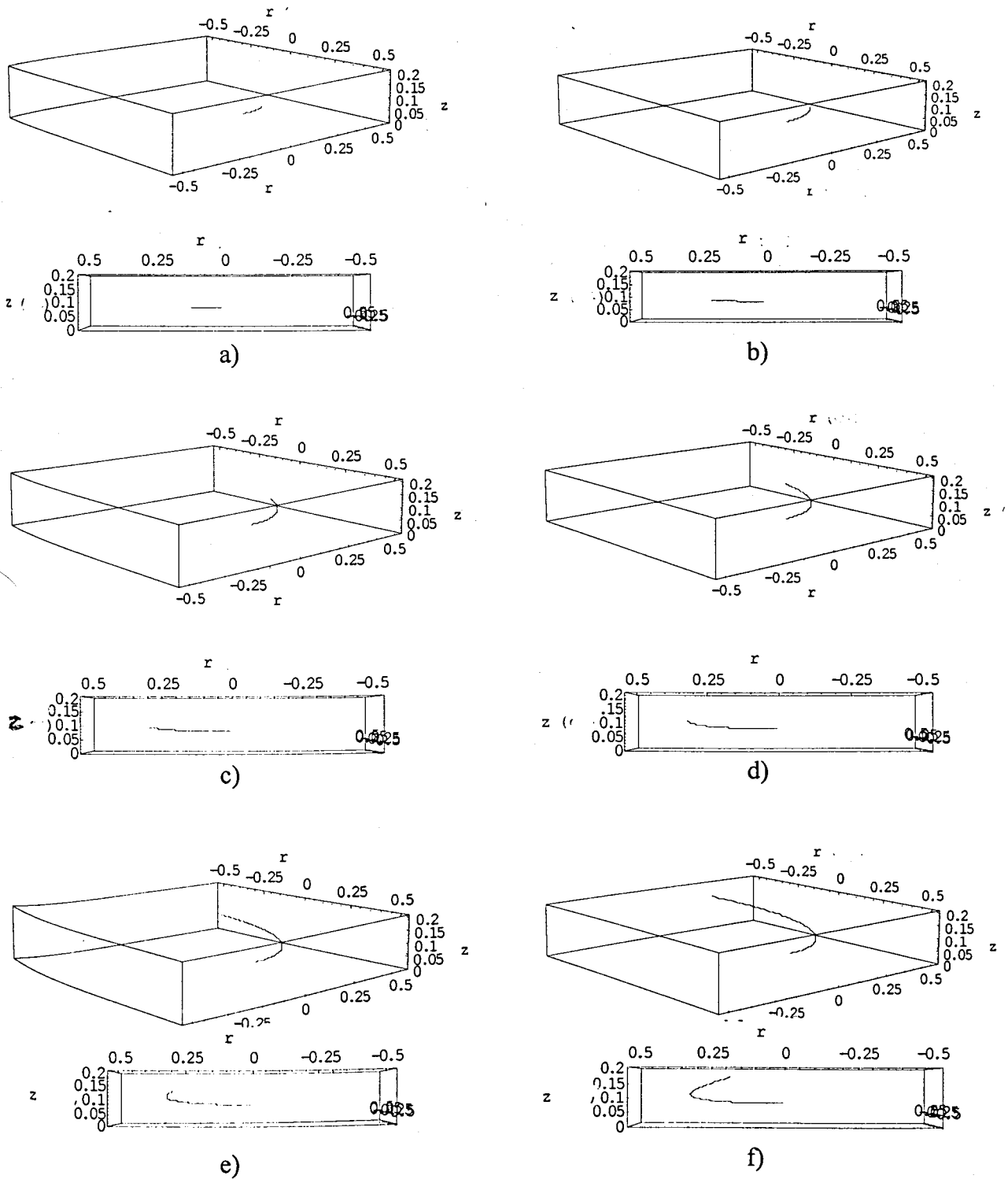


Figura 4A1.49 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0754$ s ; b) $t = 0.1508$ s ; c) $t = 0.2262$ s ; d) $t = 0.3017$ s ; e) $t = 0.3771$ s ; f) $t = 0.4525$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

Em seguida apresenta-se um gráfico descritivo da distribuição de densidade de força magnética no separador-classificador para o caso em análise.

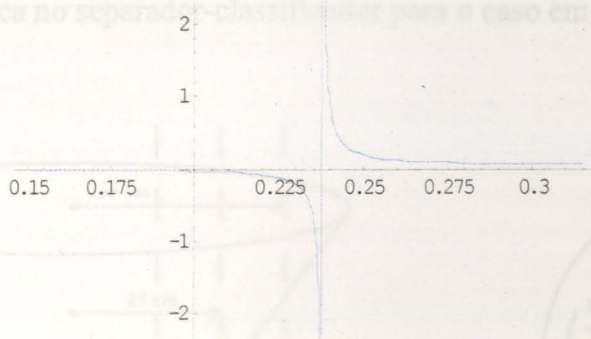


Figura 4A1.50 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

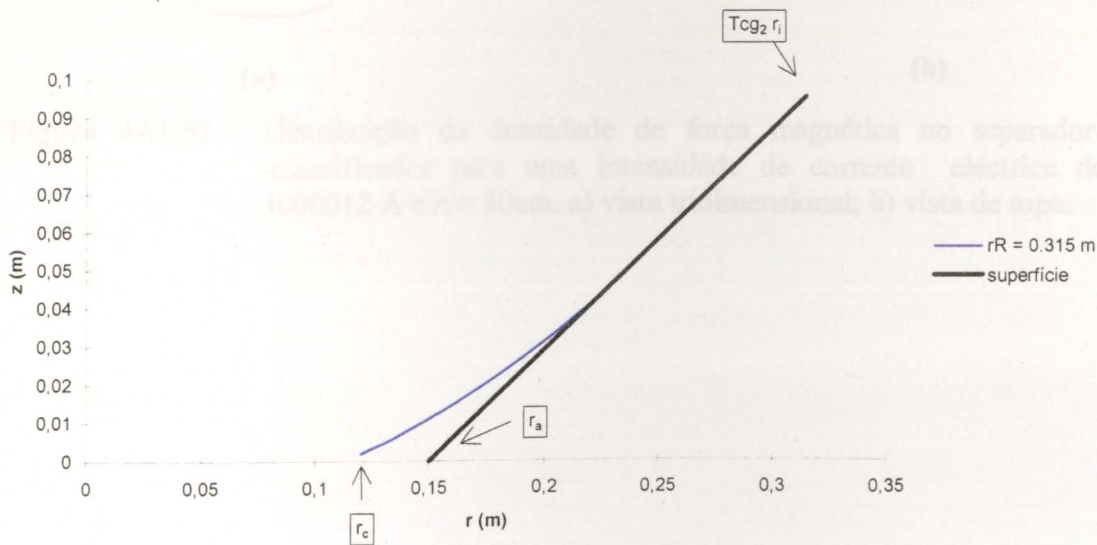


Figura 4A1.51 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

C) DENSIDADE DE FORÇA MAGNÉTICA

Em seguida apresenta-se um gráfico elucidativo da distribuição de densidade de força magnética no separador-classificador para o caso em análise.

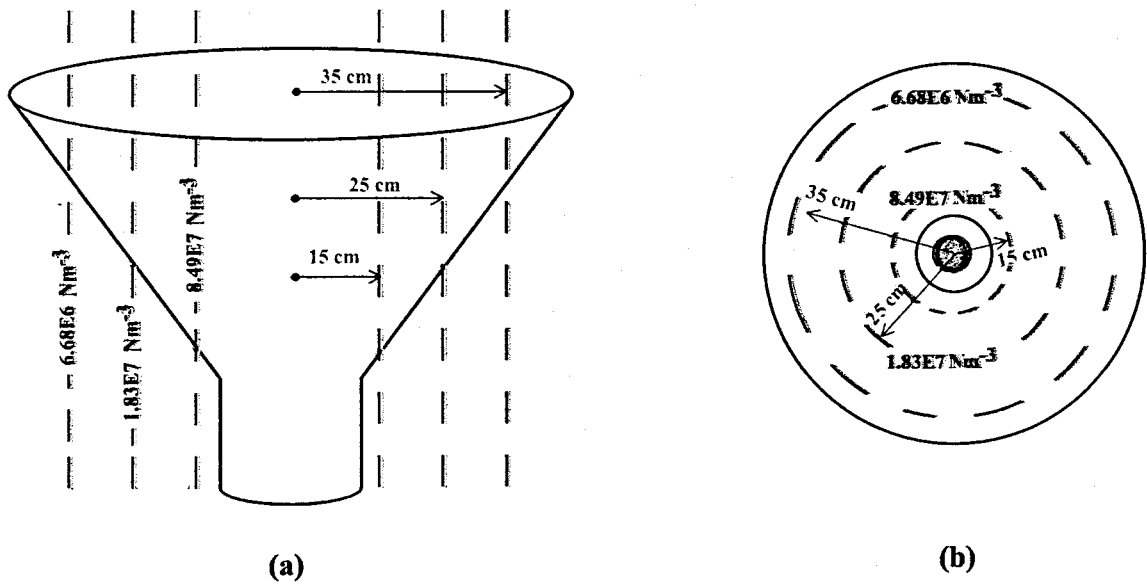


Figura 4A1.52 - Distribuição da densidade de força magnética no separador-classificador para uma intensidade de corrente eléctrica de 3000012 A e $r_i = 30\text{cm}$. a) vista tridimensional; b) vista de topo.

VARIÁVEL MANIPULADA : r_i devido à dispersão na alimentação

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	30.5 ^{*****}	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.2	≥ 19			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{ssssss}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0719429$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.292894	0.0825	24.7°	0	0.101965	0.0883044
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0509826	1.75736	1.76032		3.32067°	1.47523

$t = t_f / 3 = 0.143886$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.302719	0.0881724	49.5°	0	0.21665	0.187637
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.108332	1.81631	1.82919		6.80256°	1.74617

$t = t_f / 2 = 0.215829$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.320452	0.0984106	74.2°	0	0.358423	0.310403
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.179211	1.92271	1.95583		10.5596°	2.23519

$t = 2 * t_f / 3 = 0.287772$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.348308	0.114493	98.9°	0	0.544944	0.471935
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.272472	2.08985	2.15973		14.6149°	3.00336

***** Pois o diâmetro da alimentação é de 1cm (ver capítulo 6).

ssssss Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.359714 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.389764	0.138428	124°	0	0.799522	0.692406
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.399761	2.33859	2.47148	18.8747°		4.14661

$t = t_f = 0.431657 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	148°	0	1.15395	0.99935
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.576975	2.7	2.93626	23.1413°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
9.41446E-7 (78.45%)	2.63722E-7 (21.98%)	0.237851	0.050721	78°	0	0.227539
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.77738E-6	1.33513	1.15626	0.667566	1.42711	1.954	43°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0018039	0.280481	4.34159	1.179	4.49882	15.1928°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.23	0.0462961	0.233875	0.14	0.00769957	0.275374
0.22	0.040947	0.240884	0.13	0.00463536	0.278055
0.20	0.0311106	0.252414			
0.18	0.0223264	0.261627			
0.16	0.0145338	0.269163			
0.15	0.0109988	0.272418			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

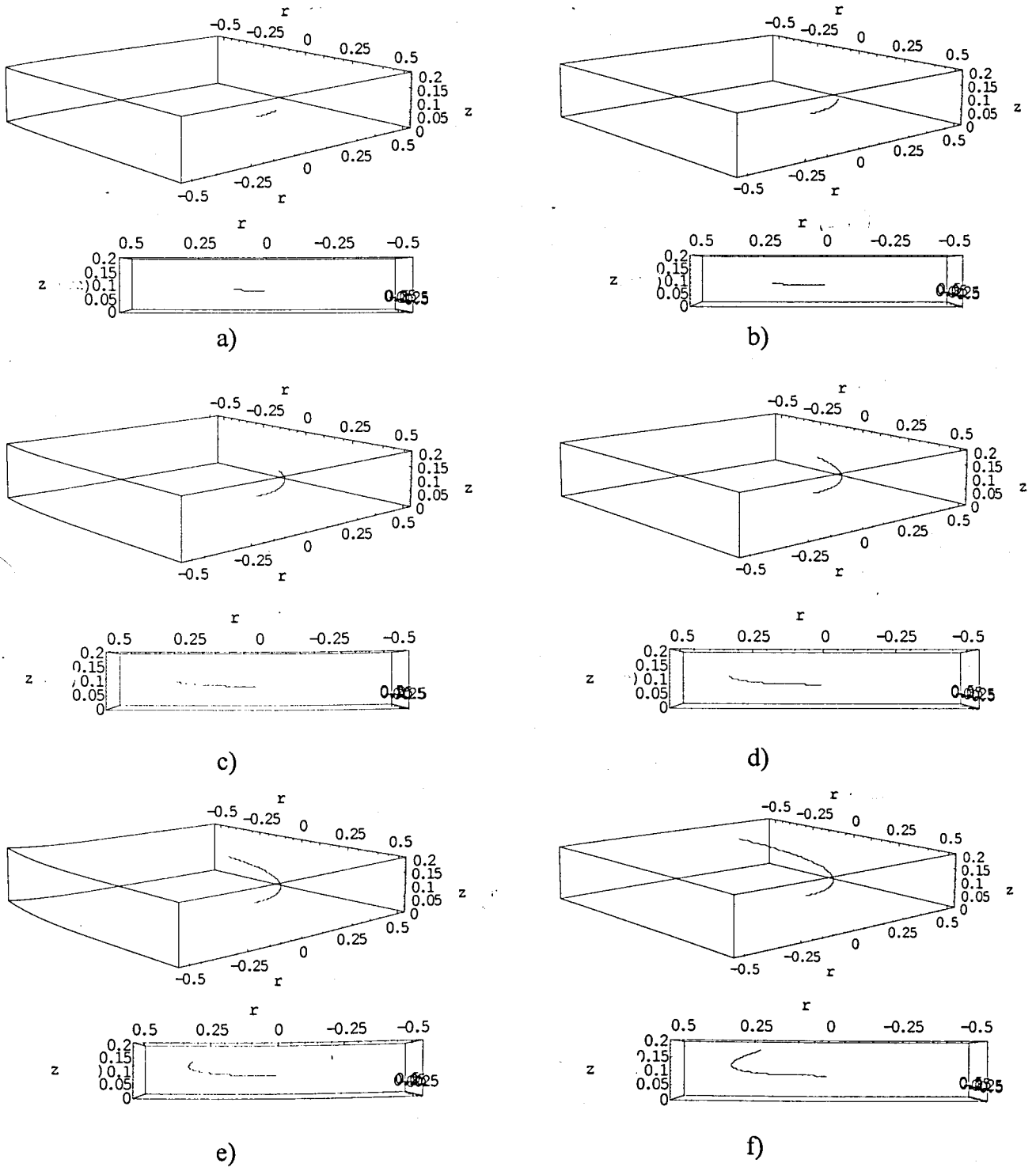


Figura 4A1.53 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0719$ s ; b) $t = 0.1439$ s ; c) $t = 0.2158$ s ; d) $t = 0.2878$ s ; e) $t = 0.3597$ s ; f) $t = 0.4317$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

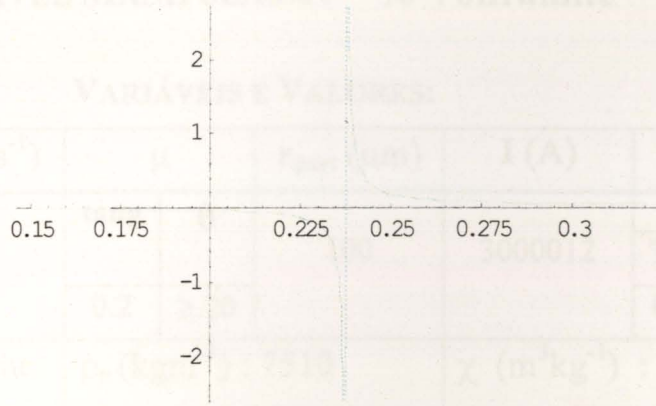


Figura 4A1.54 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

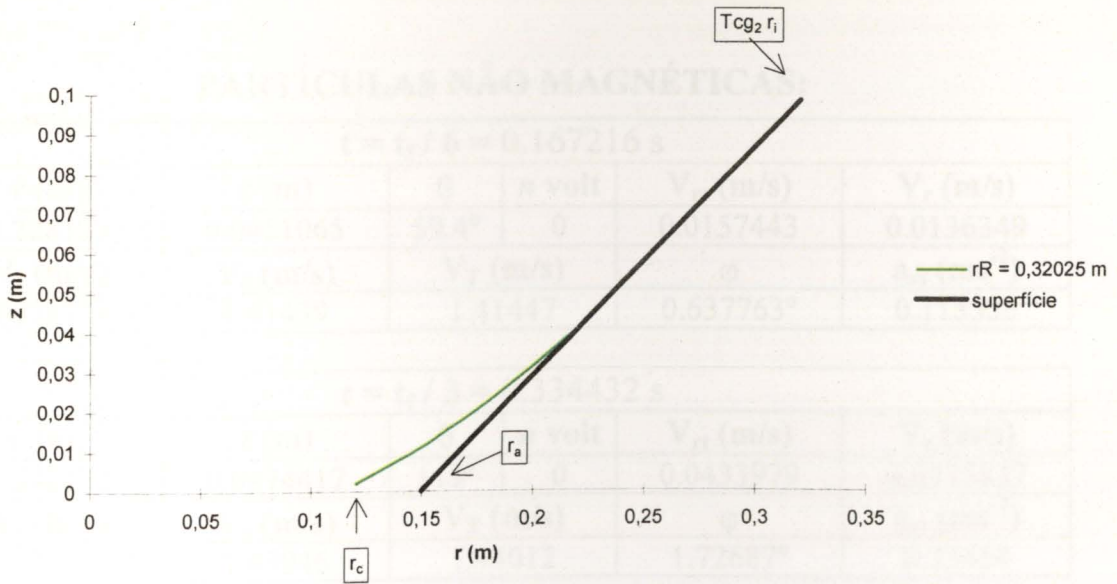


Figura 4A1.55 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Wolframite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)		
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9		
		0.2	≥ 20			T _{CG1}	T _{CG2}	
							0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_P (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 3.49x10 ⁻⁷ (29.10%)			

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{*****} : [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		φ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
3.49143E-7 (29.10%)	2.68034E-7 (22.34%)	0.162666	0.00731281	107°	1	1.31515
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$		$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$
1.2E-6	1.23182	1.06679	0.615911	1.00853		1.592
						51°

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
0.12	-0.014286	1.34376	2.06609	0.893708	2.2511	23.3913°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMEDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
0.16	0.0057852	1.31759			
0.15	0.00025803	1.32572			
0.14	-0.00493483	1.33263			
0.13	-0.00978482	1.33858			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

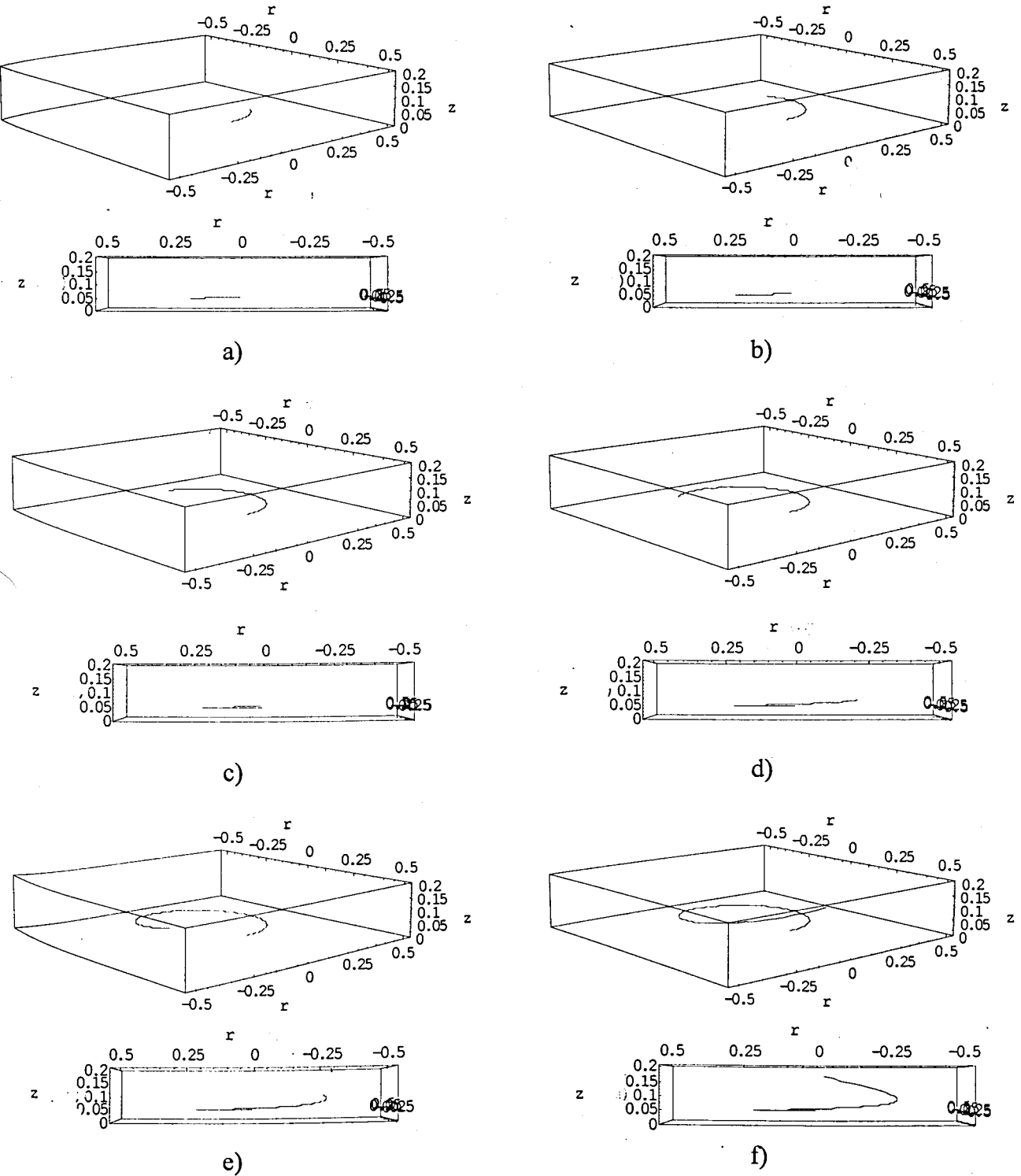


Figura 4A1.56 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s . r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

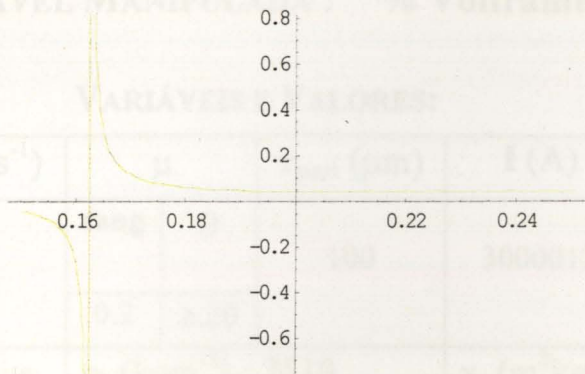


Figura 4A1.57 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

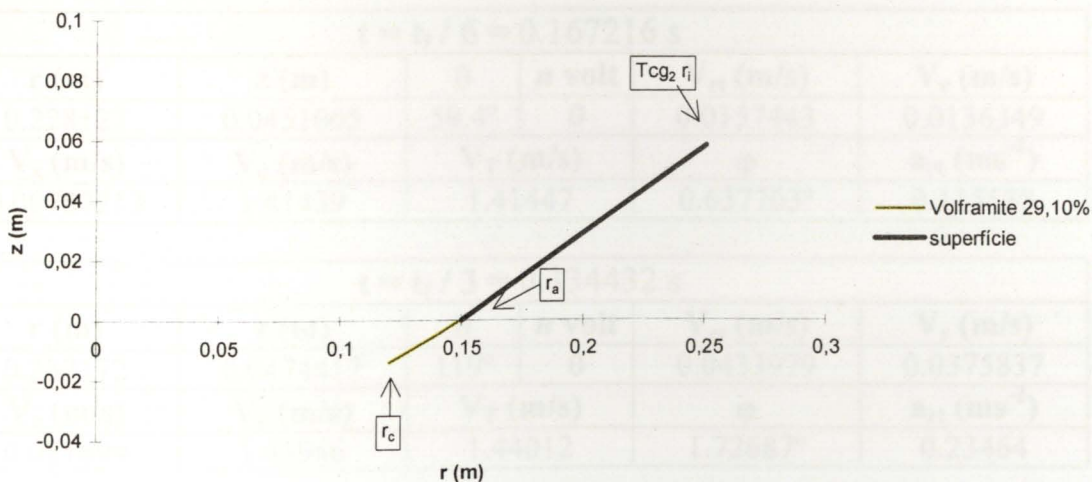


Figura 4A1.58 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (29.10% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Wolframite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.20			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³): 7510			χ (m ³ kg ⁻¹): 6.33x10 ⁻⁷ (52.73%)		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{††††††}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

†††††† Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

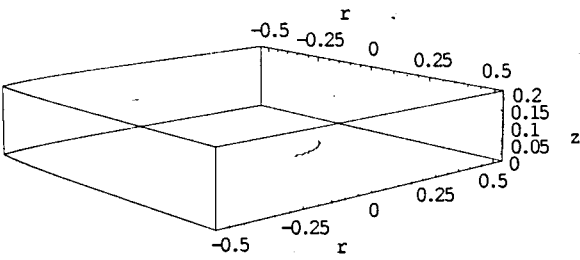
PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7 (29.10%)	2.68034E-7 (22.34%)	0.194918	0.0259334	50°	0	0.141
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.2E-6	1.20104	1.04013	0.600521	1.20849	1.704	45°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.008064	0.183205	2.96619	1.00974	3.13335	18.7994°

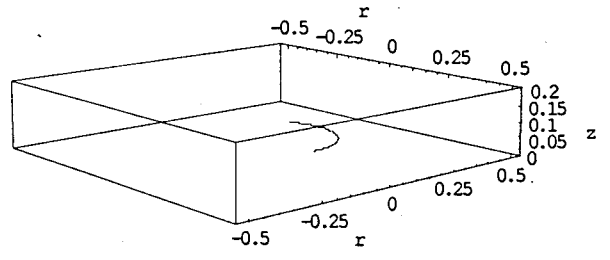
PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.18	0.0177326	0.153408			
0.16	0.00791151	0.165963			
0.15	0.00346964	0.171081			
0.14	-0.00067045	0.175608			
0.13	-0.00451366	0.179628			

RESULTADOS GRÁFICOS

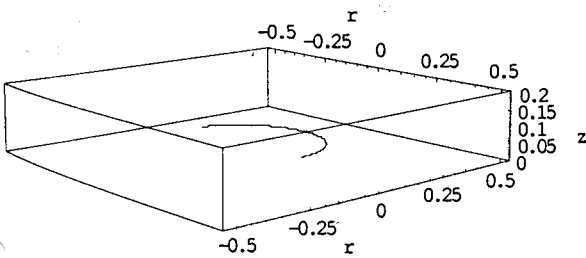
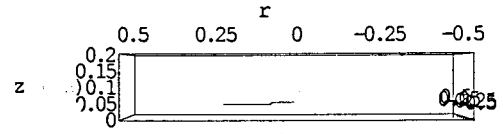
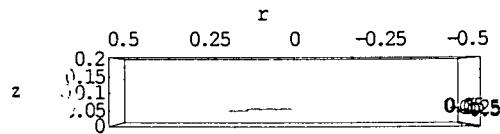
A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS



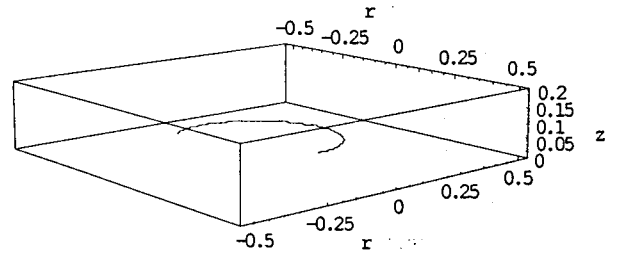
a)



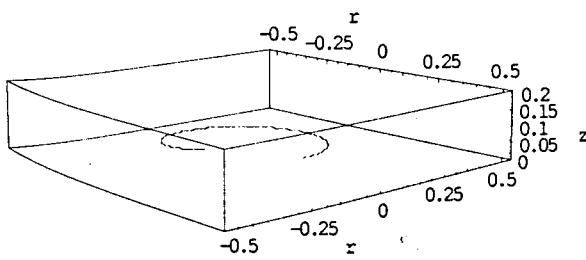
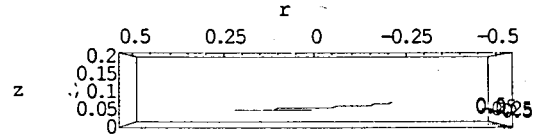
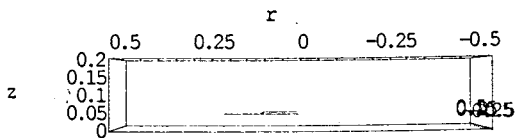
b)



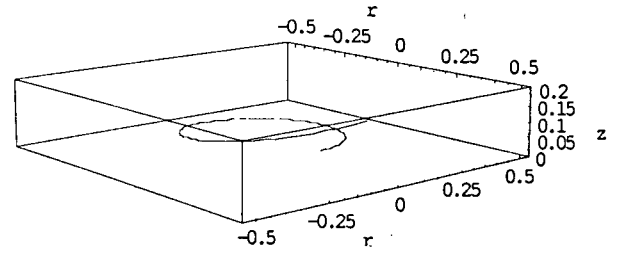
c)



d)



e)



f)

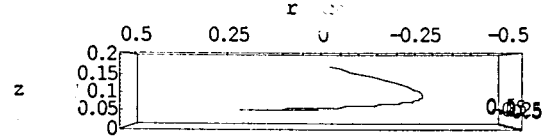
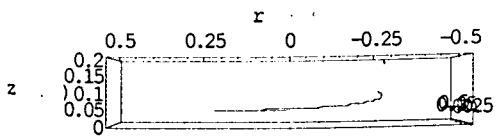


Figura 4A1.59 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

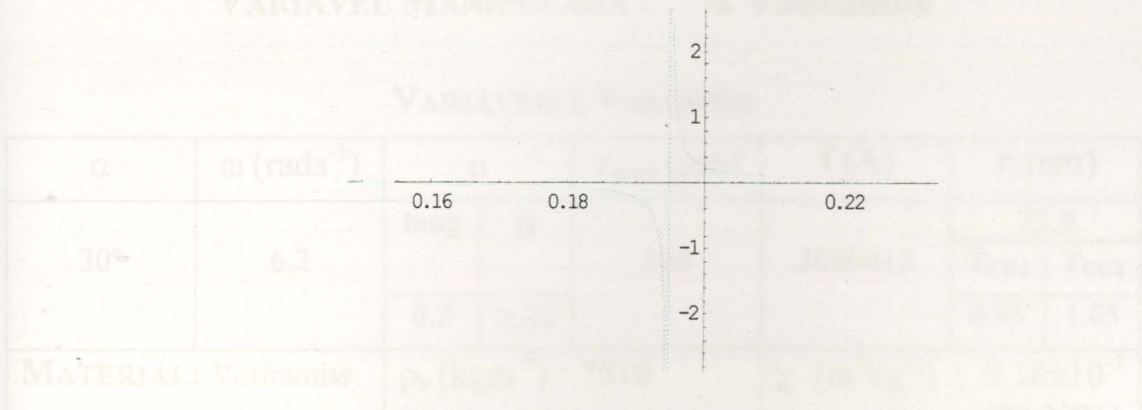


Figura 4A1.60 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

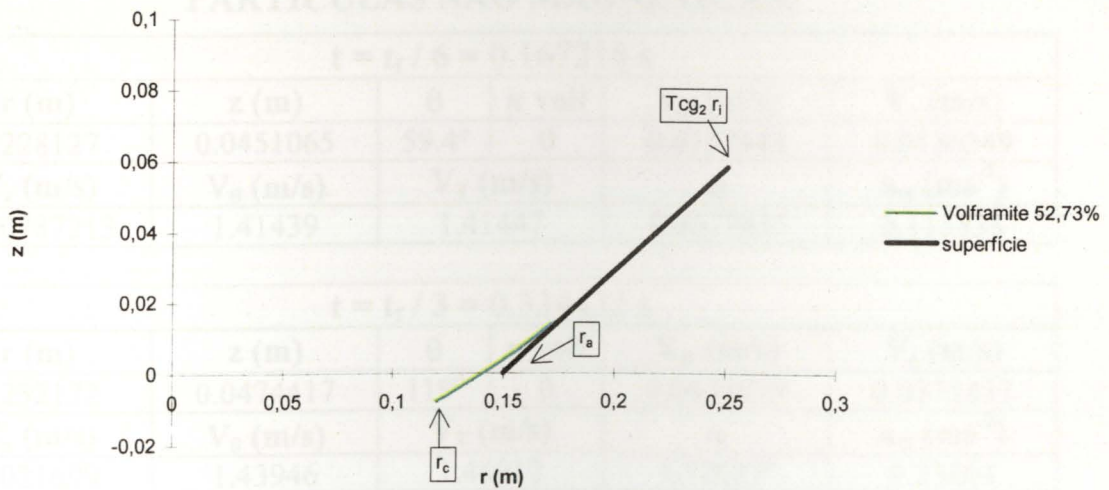


Figura 4A1.61 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (52,73% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Wolframite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥20			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³): 7510			χ (m ³ kg ⁻¹): 9.16x10 ⁻⁷ (76.37%)		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{*****}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7 (29.10%)	2.68034E-7 (22.34%)	0.217933	0.0392214	29°	0	0.0824583
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.2E-6	1.04405	0.904175	0.522025	1.35119	1.708	38°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.001095	0.134481	3.65354	1.02679	3.79508	15.6974°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.21	0.0348062	0.0903363	0.13	0.00183769	0.131586
0.20	0.0296293	0.0984458			
0.18	0.0202989	0.111069			
0.16	0.0121299	0.120711			
0.15	0.0084452	0.124745			
0.14	0.00501631	0.128353			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

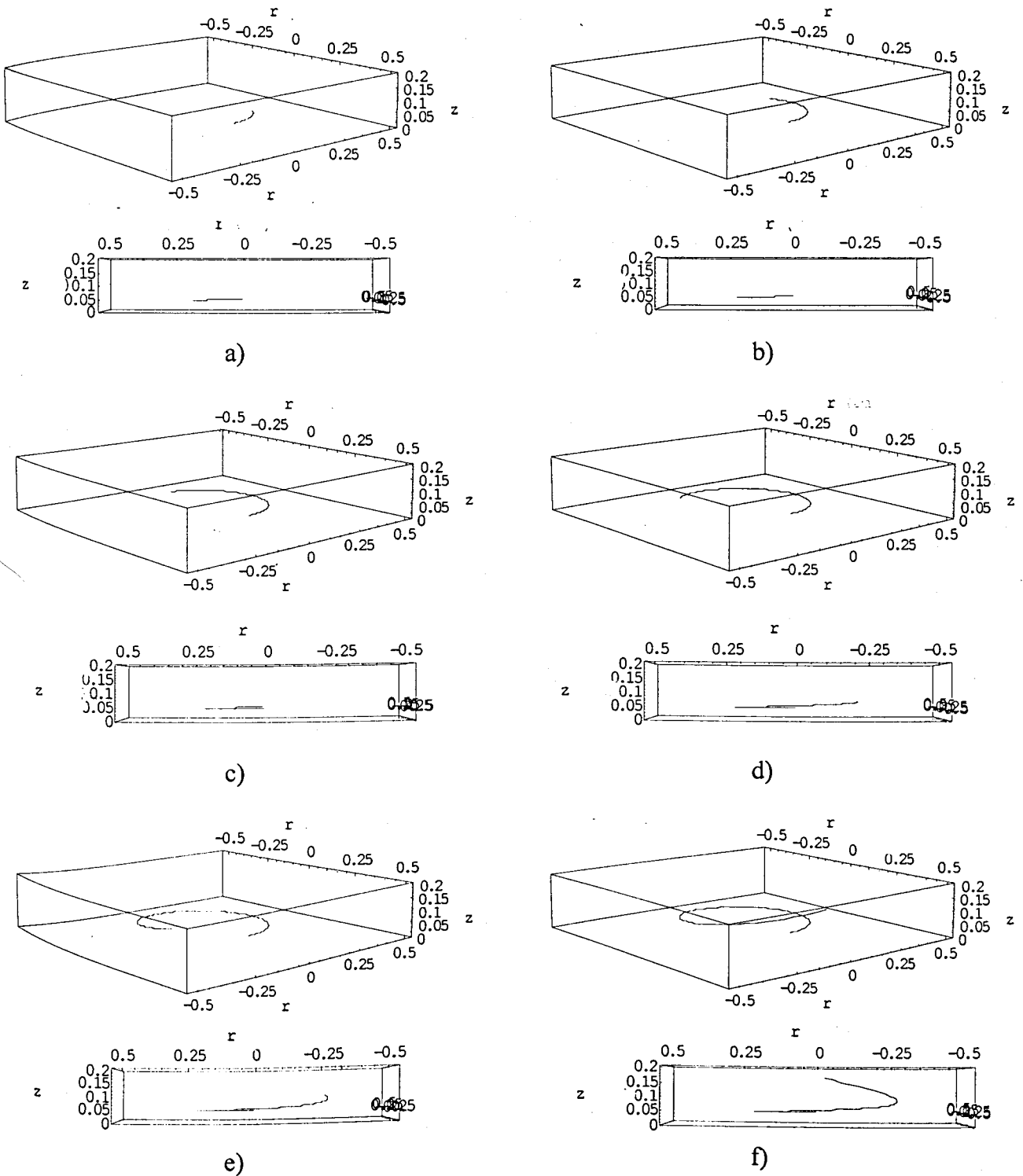


Figura 4A1.62 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

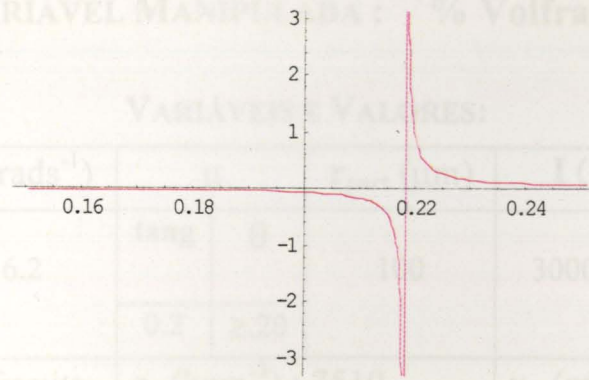


Figura 4A1.63 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

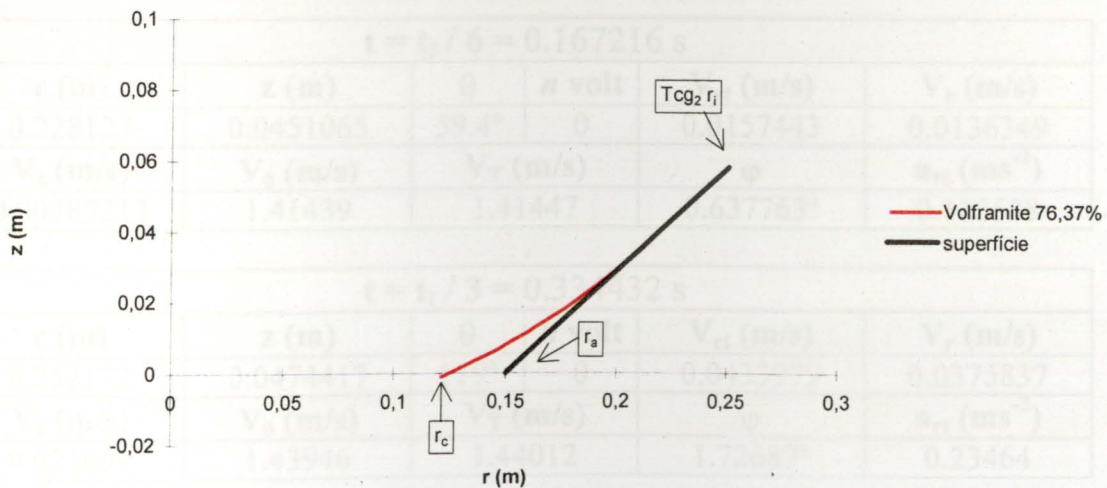


Figura 4A1.64 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (76.37% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Wolframite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.20			0.95	1.05
MATERIAL: Wolframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶ (100%)		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{sssssss}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

^{sssssss} Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7 (29.10%)	2.68034E-7 (22.34%)	0.236261	0.049803	17°	0	0.0465692
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.2E-6	0.762209	0.660092	0.381104	1.46482	1.651	27°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0071604	0.108855	4.23135	0.986719	4.34487	13.1264°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0414038	0.06449	0.13	0.00959333	0.106359
0.20	0.0325944	0.0785877			
0.18	0.0248927	0.0889423			
0.16	0.0181283	0.0970584			
0.15	0.0150739	0.100493			
0.14	0.0122509	0.103581			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

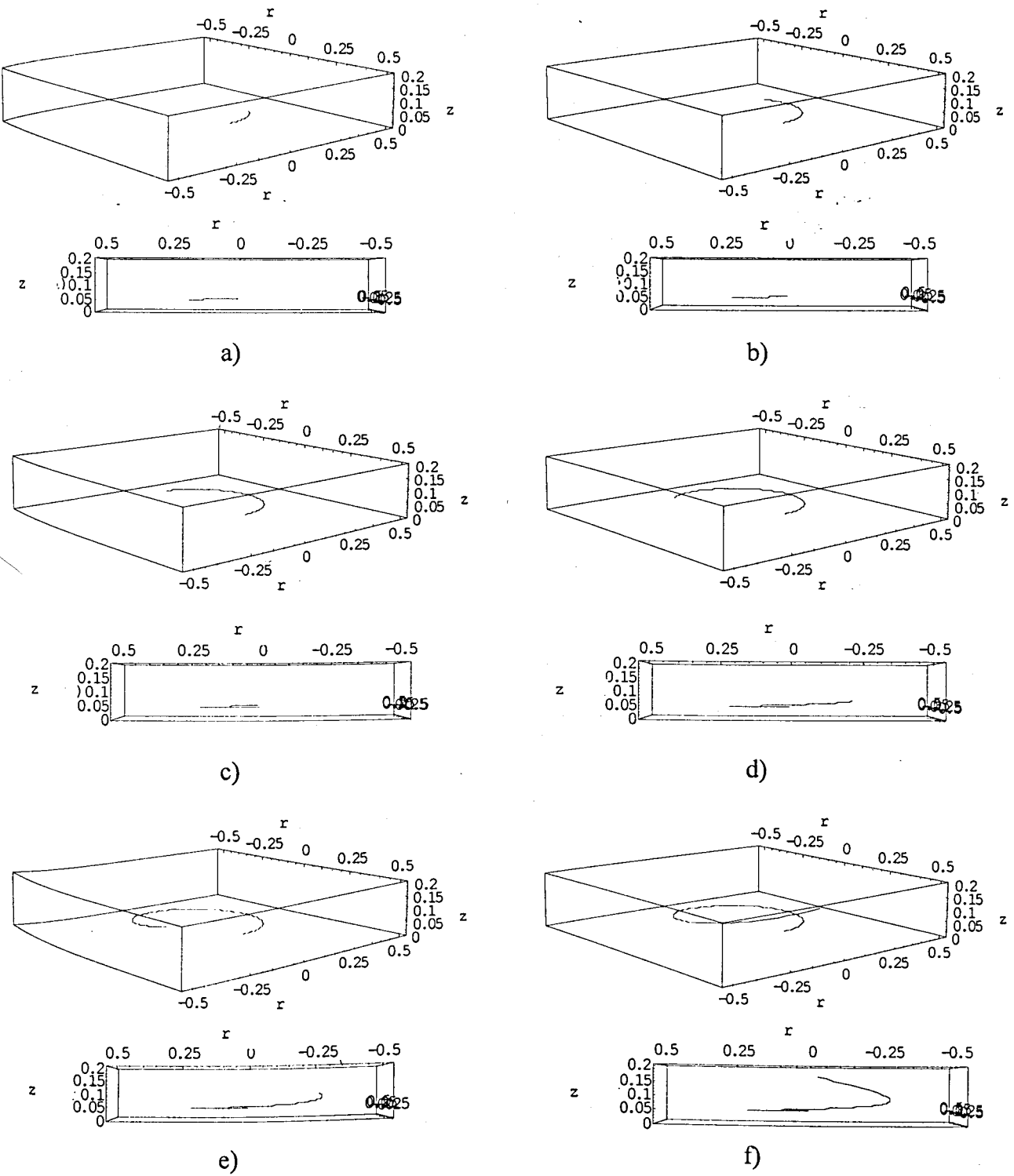


Figura 4A1.65 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

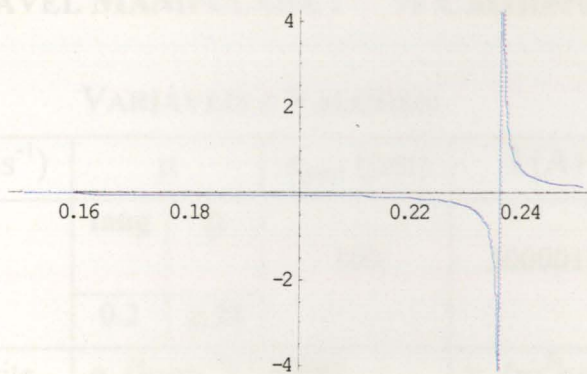


Figura 4A1.66 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

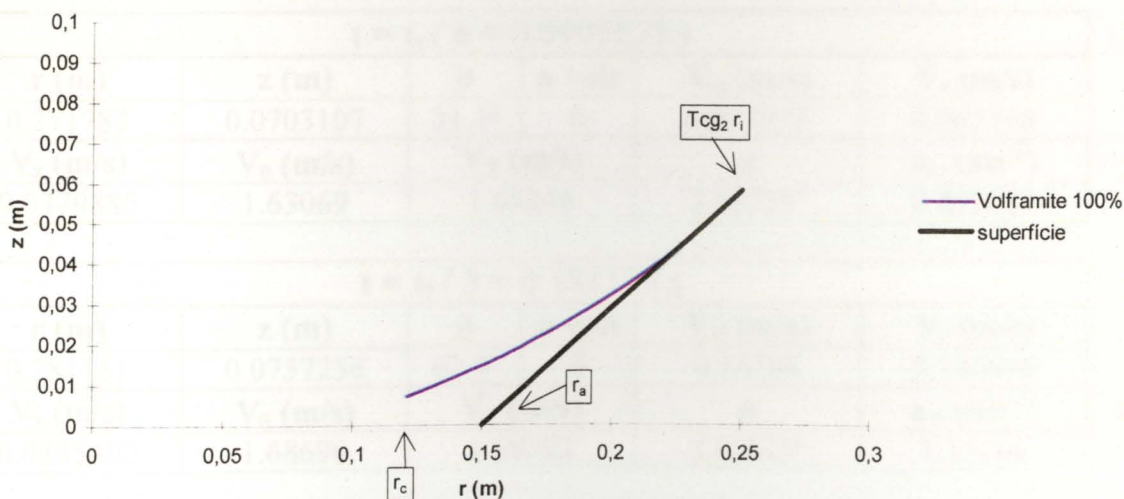


Figura 4A1.67 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Volframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Cassiterite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 28			0.95	1.05
MATERIAL: Cassiterite		ρ_p (kgm ⁻³) : 6990			χ (m ³ kg ⁻¹) : 6.76x10 ⁻⁷ (31.58%)		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS ***** : [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548	18.4192°		3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529	23.5489°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7 (31.58%)	2.63722E-7 (12.32%)	0.200046	0.0288943	7.9°	1	1.07015
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.14E-6	1.30787	1.13265	0.653934	1.20028	1.775	47°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.007724	1.11272	3.12452	1.06561	3.30124	18.8319°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.19	0.0232528	1.07829			
0.18	0.0179451	1.08521			
0.16	0.0082239	1.09658			
0.15	0.00380307	1.10131			
0.14	-0.00032756	1.10555			
0.13	-0.0041694	1.10933			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

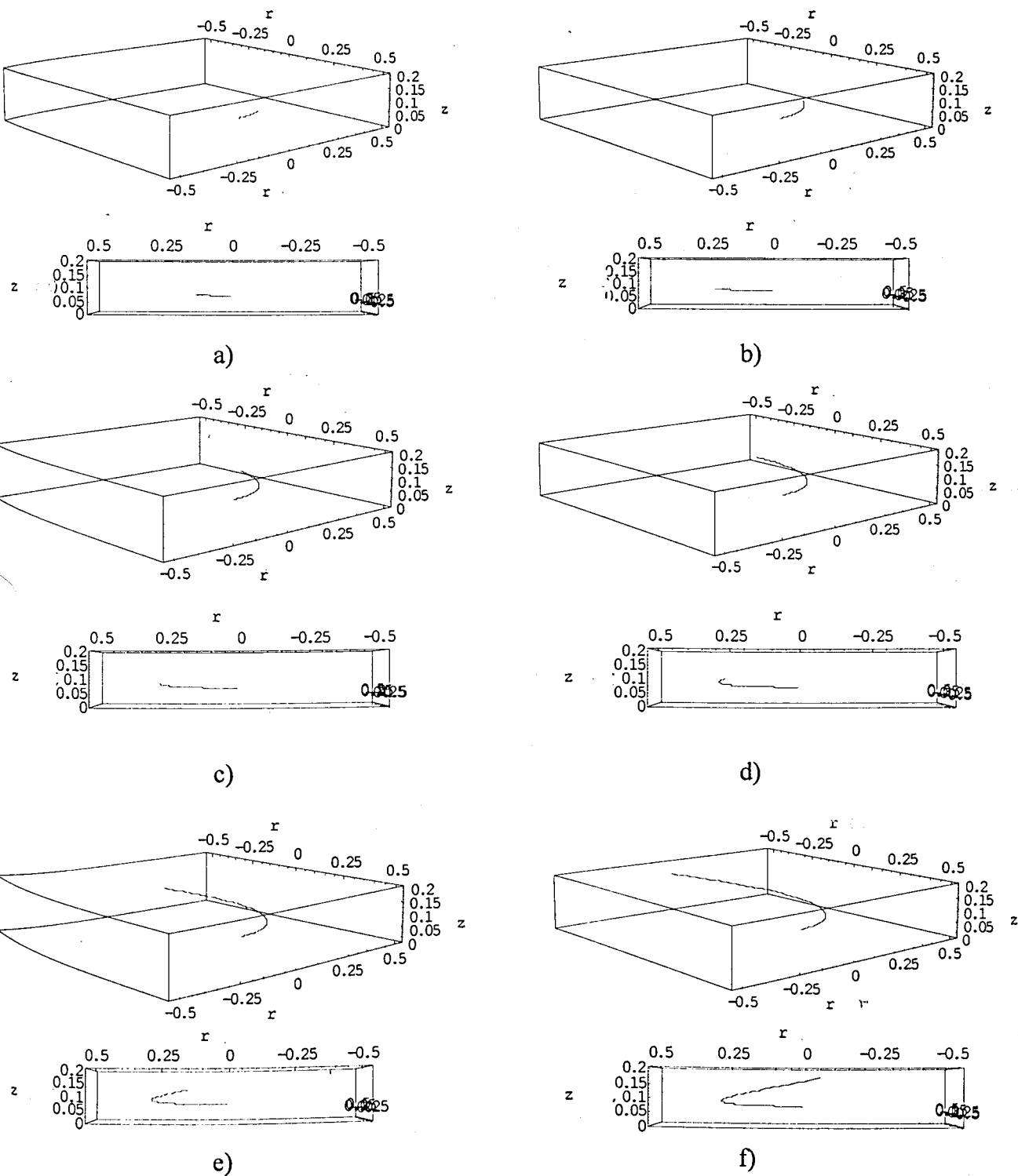


Figura 4A1.68 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

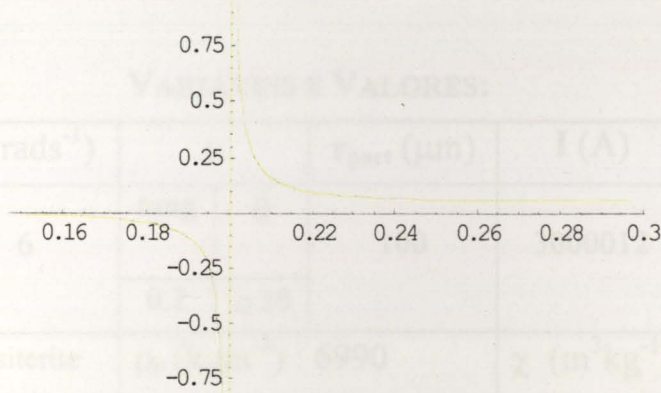


Figura 4A1.69 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus r (m). O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

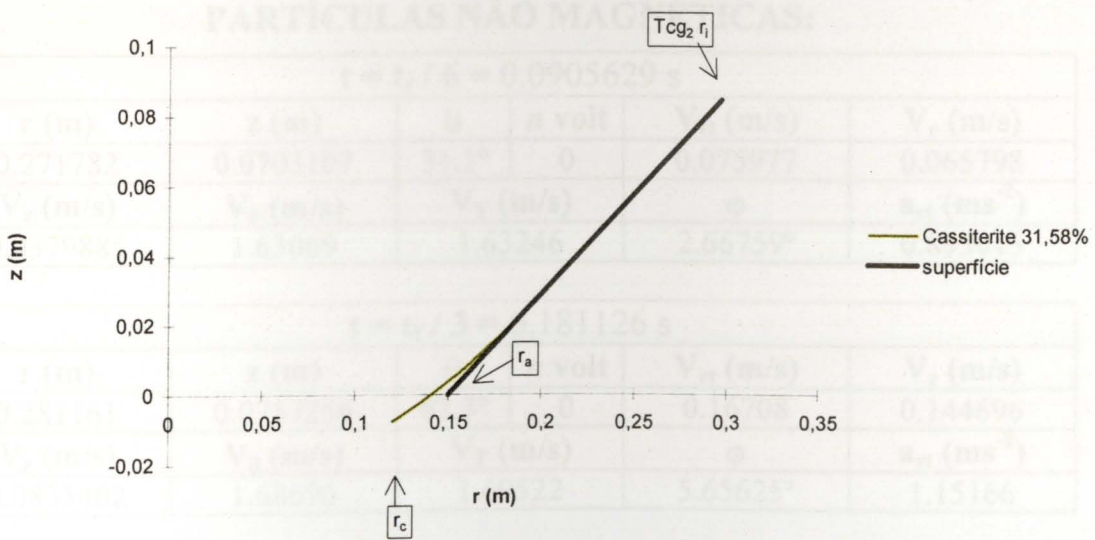


Figura 4A1.70 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (31.58% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Cassiterite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.28			0.95	1.05
MATERIAL: Cassiterite		ρ_p (kgm ⁻³) : 6990			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.16x10 ⁻⁶ (54.39%)		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS⁺⁺⁺⁺⁺: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

+++++ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548		18.4192°	3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529		23.5489°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7 (31.58%)	2.63722E-7 (12.32%)	0.235684	0.0494696	50°	0	0.145406
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.14E-6	1.26773	1.09789	0.633865	1.4141	1.899	42°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0017324	0.198873	4.25105	1.15033	4.40394	15.1415°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0408608	0.157808	0.13	0.00455422	0.196395
0.20	0.0309923	0.169943			
0.18	0.0222065	0.179511			
0.16	0.0144257	0.187279			
0.15	0.0108991	0.1960621			
0.14	0.00760889	0.193651			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

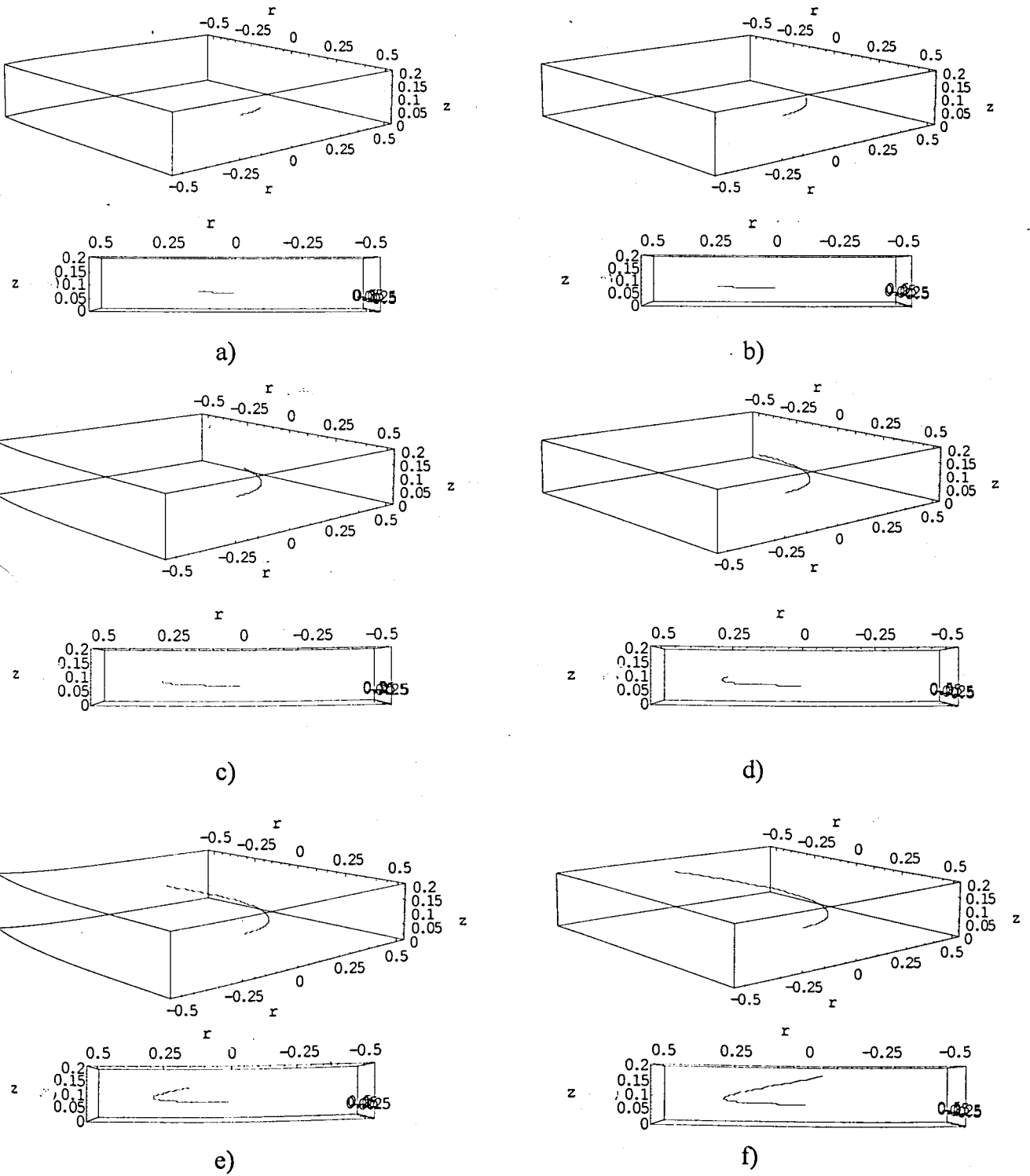


Figura 4A1.71 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

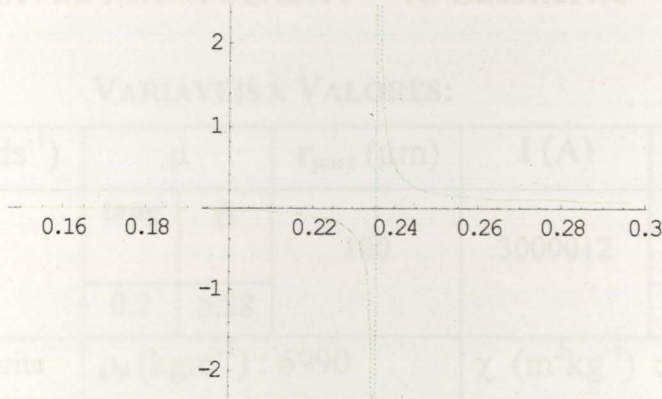


Figura 4A1.72 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

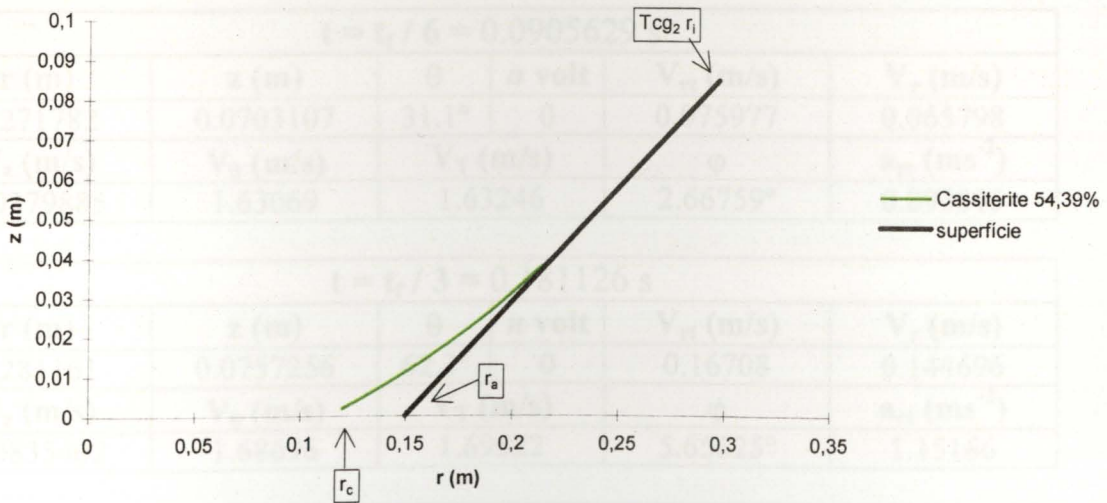


Figura 4A1.73 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (77.19% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Cassiterite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 28			0.95	1.05
MATERIAL: Cassiterite		ρ_p (kgm ⁻³) : 6990			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.65x10 ⁻⁶ (77.19%)		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS⁺⁺⁺⁺⁺: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

+++++ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548	18.4192°		3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529	23.5489°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7 (31.58%)	2.63722E-7 (12.32%)	0.261695	0.064487	29°	0	0.0841917
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.14E-6	1.09026	0.944193	0.54513	1.57017	1.912	35°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0114288	0.146724	5.13733	1.14993	5.26445	12.617°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.25	0.0580827	0.0949125	0.15	0.0190156	0.139935
0.24	0.0530394	0.102271	0.14	0.0162918	0.142418
0.22	0.0438533	0.114073	0.13	0.0137636	0.144676
0.20	0.0356729	0.123364			
0.18	0.028387	0.130938			
0.16	0.0219373	0.137209			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

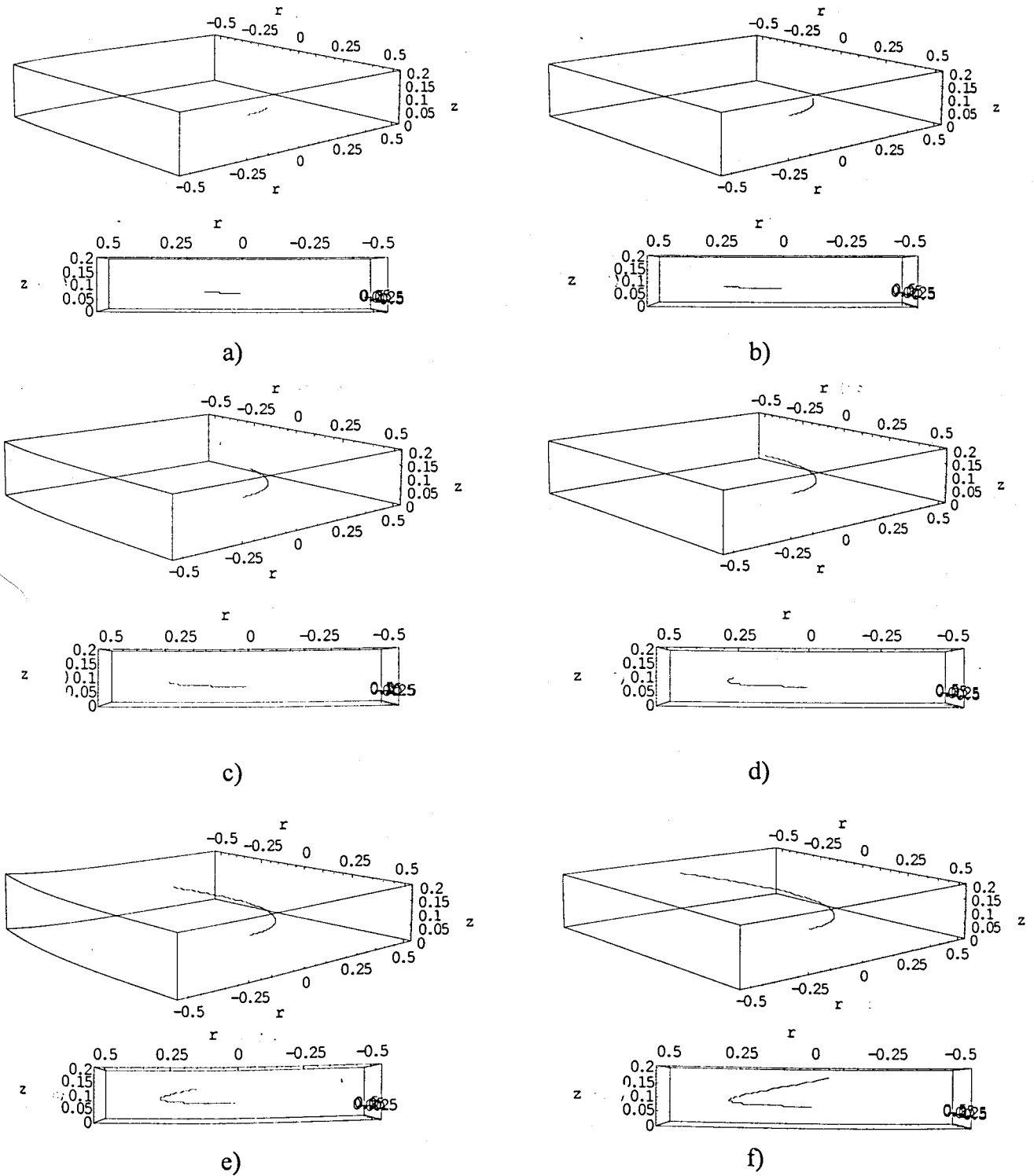


Figura 4A1.74 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

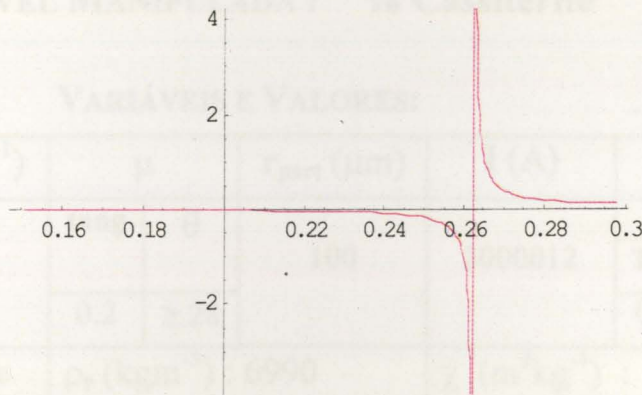


Figura 4A1.75 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

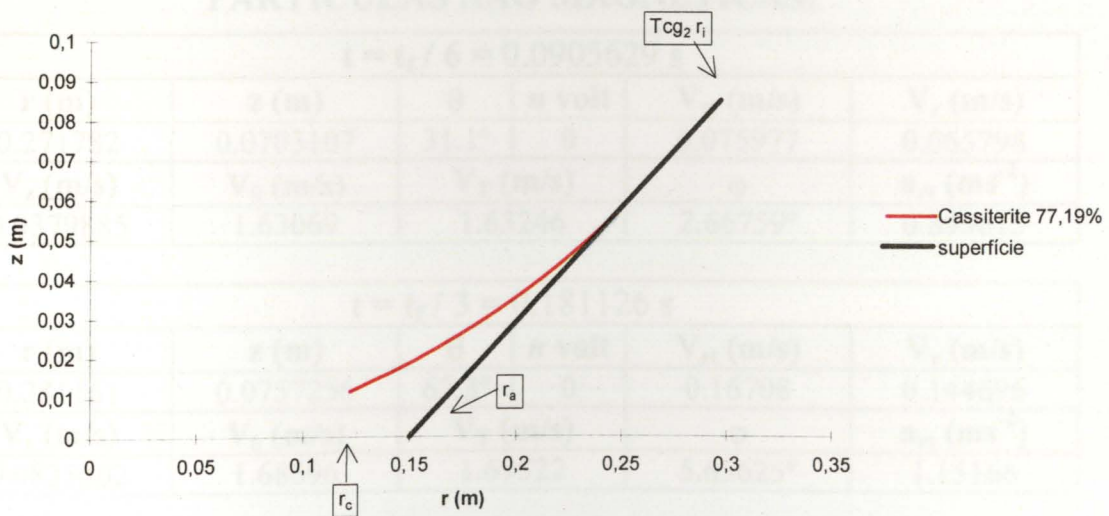


Figura 4A1.76 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (77.19% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : % Cassiterite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
		0.2	≥ 28			T _{CG1}	T _{CG2}
		ρ_p (kgm ⁻³) : 6990			χ (m ³ kg ⁻¹) : 2.14x10 ⁻⁶ (100%)		
MATERIAL: Cassiterite							

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{§§§§§§§§}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

§§§§§§§§ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.375286	2.25378	2.37548		18.4192°	3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	θ	$n \text{ volt}$	$V_{rt} \text{ (m/s)}$	$V_r \text{ (m/s)}$
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
$V_z \text{ (m/s)}$	$V_\theta \text{ (m/s)}$	$V_T \text{ (m/s)}$		ϕ	$a_{rt} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$
0.588368	2.7	2.94529		23.5489°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$\chi_{\text{base}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$r_{lv} \text{ (m)}$	$z_{lv} \text{ (m)}$	θ_{lv}	$n \text{ volt}$	$t_{lv} \text{ (s)}$
6.75901E-7 (31.58%)	2.63722E-7 (12.32%)	0.282615	0.0765651	16°	0	0.045639
$\chi_{\text{máxclas}} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{)}$	$V_{tlv} \text{ (m/s)}$	$V_{rlv} \text{ (m/s)}$	$V_{zlv} \text{ (m/s)}$	$V_{\theta lv} \text{ (m/s)}$	$V_{Tlv} \text{ (m/s)}$	ϕ_{lv}
2.14E-6	0.764611	0.662172	0.382305	1.69569	1.860	24°

PARTE 2						
$r_c \text{ (m)}$	$z_c \text{ (m)}$	$t_c \text{ (s)}$	$V_{rc} \text{ (m/s)}$	$V_{zc} \text{ (m/s)}$	$V_{Tc} \text{ (m/s)}$	β_c
0.12	0.0226942	0.118666	5.89182	1.09077	5.99194	10.4886°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$r \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$
0.27	0.0699682	0.0601887	0.16	0.0313785	0.110404
0.26	0.0653139	0.0684316	0.15	0.028966	0.112764
0.24	0.056905	0.0810534	0.14	0.026715	0.114919
0.22	0.0494131	0.0907267	0.13	0.0246248	0.116882
0.20	0.0426991	0.0985407			
0.18	0.0366994	0.105005			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

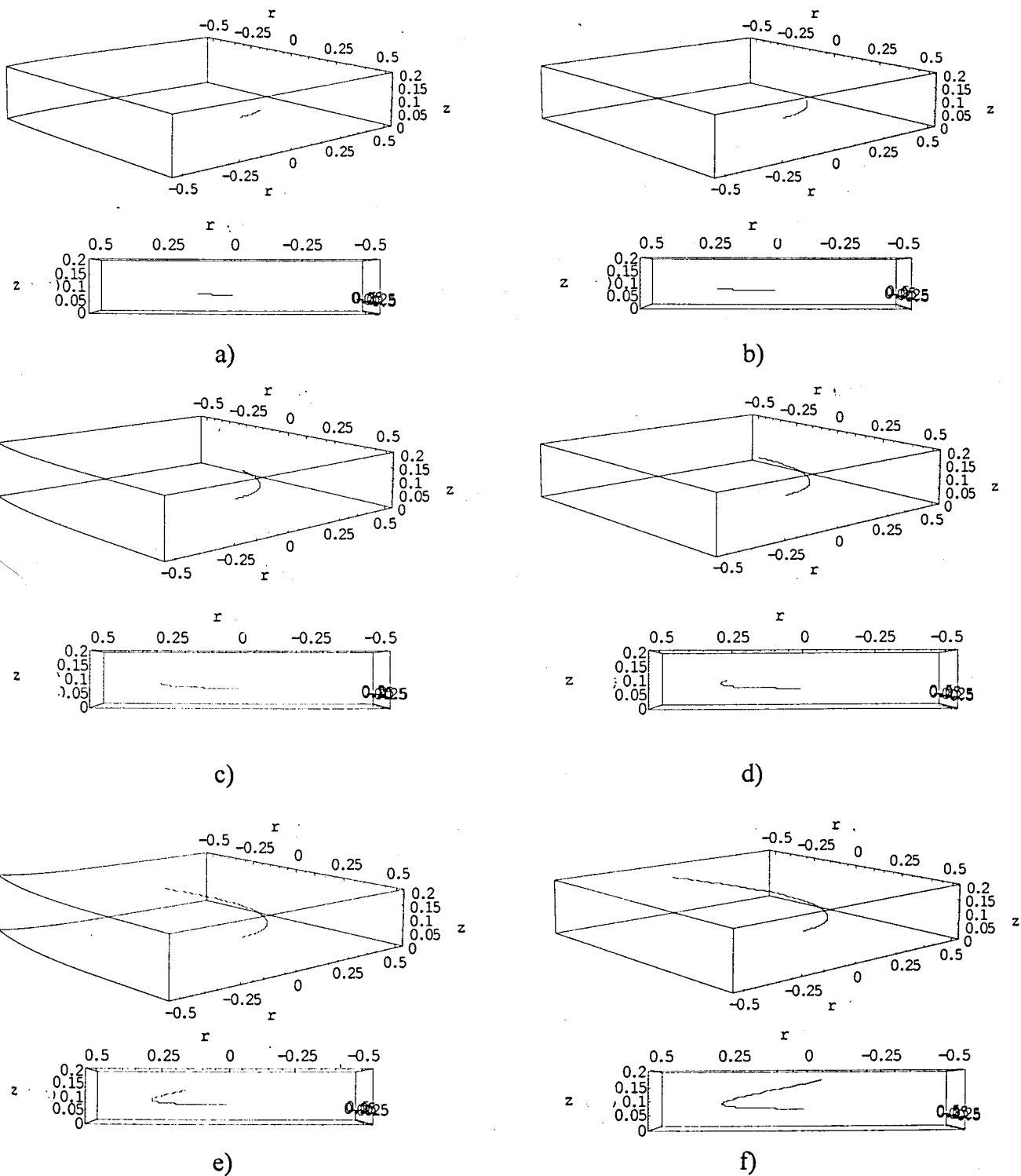


Figura 4A1.77 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

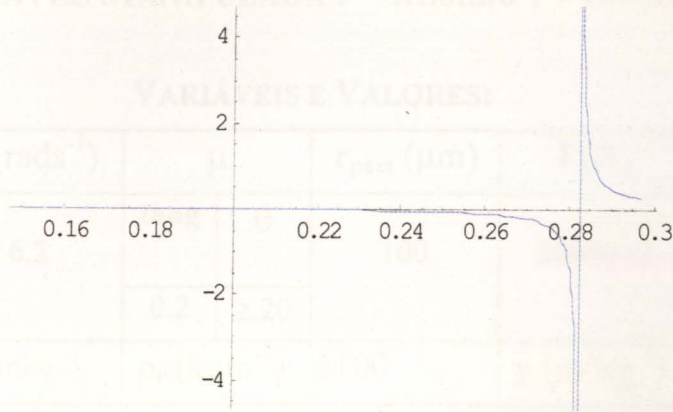


Figura 4A1.78 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

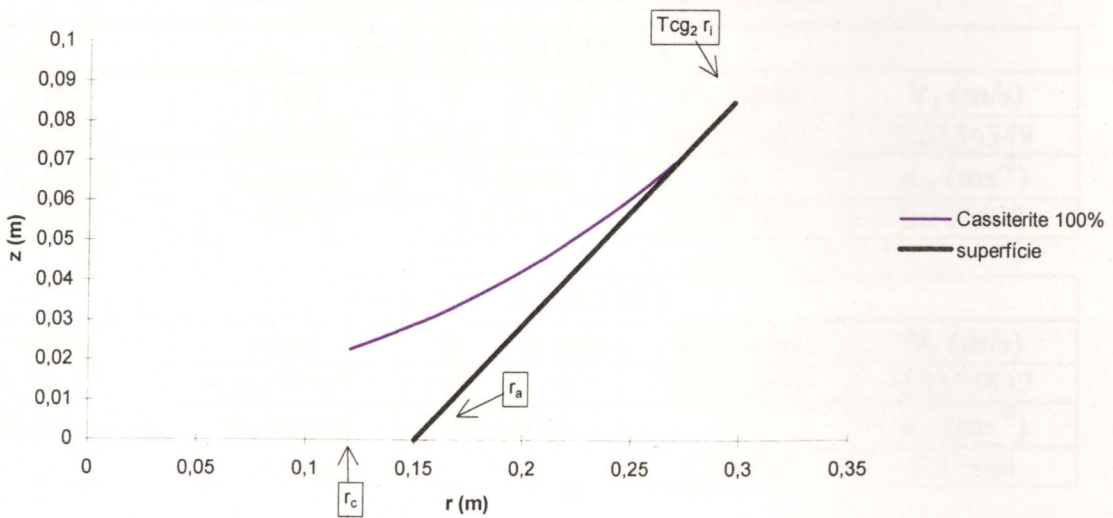


Figura 4A1.79 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite (100% puras). O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 1 - Cromite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
		0.2	≥ 20			T _{CG1}	T _{CG2}
						0.95	1.05
MATERIAL: Cromite		ρ_p (kgm ⁻³) : 5100			χ (m ³ kg ⁻¹) : 3.8x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS *****: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

t = t _f / 6 = 0.167216 s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

t = t _f / 3 = 0.334432 s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

t = t _f / 2 = 0.501648 s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

t = 2 * t _f / 3 = 0.668864 s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V _{rt} (m/s)	V _r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V _z (m/s)	V _{θ} (m/s)	V _T (m/s)		ϕ	a _{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7	2.68034E-7	0.166932	0.00977564	125°	0	0.351357
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.2E-6	1.2342	1.06885	0.617102	1.03498	1.611	50°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.013662	0.381983	2.17591	0.912963	2.35968	22.7618°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.16	0.0058209	0.357428			
0.15	0.000466791	0.364984			
0.14	-0.00458399	0.371455			
0.13	-0.00929471	0.377071			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

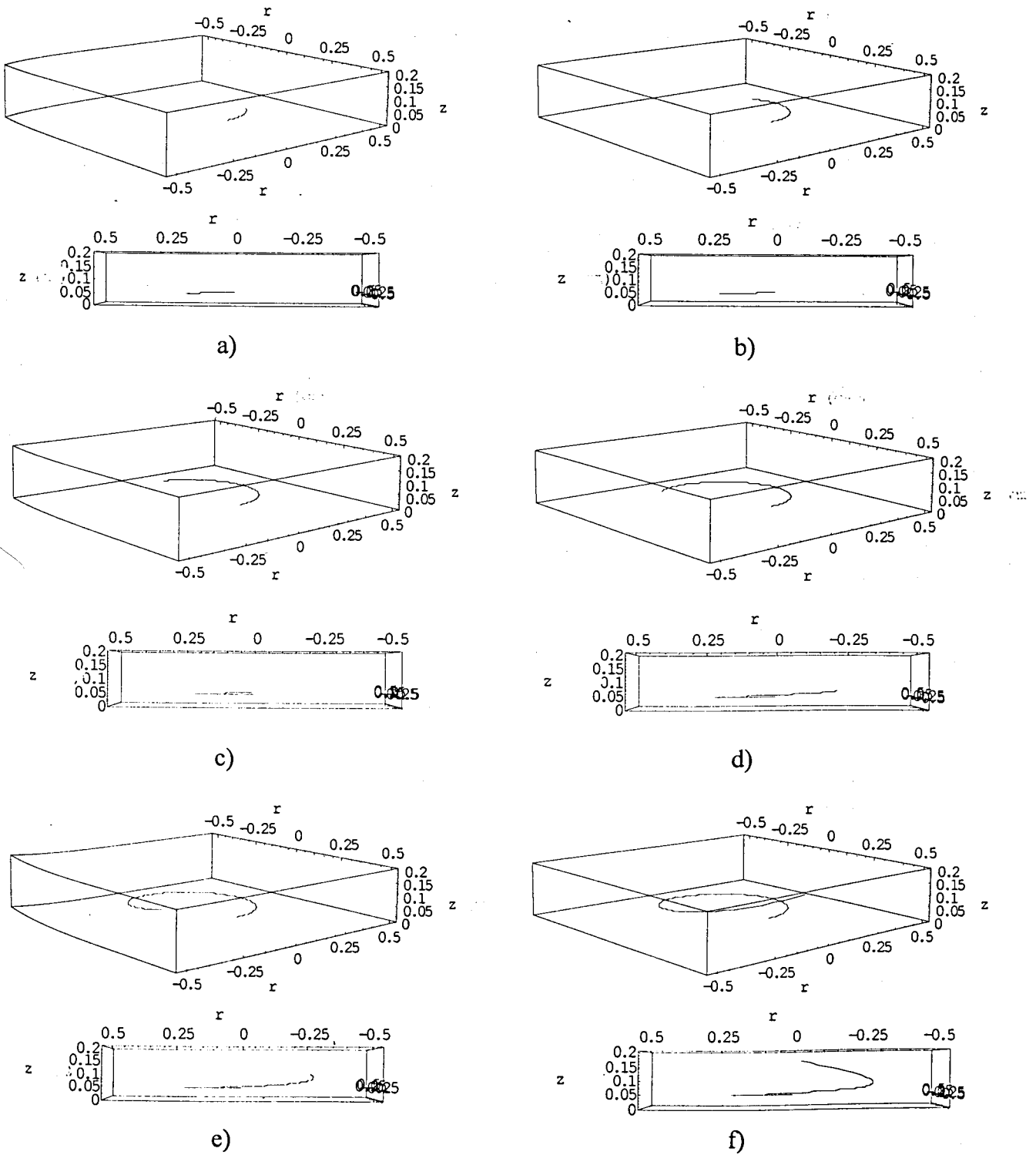


Figura 4A1.80 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

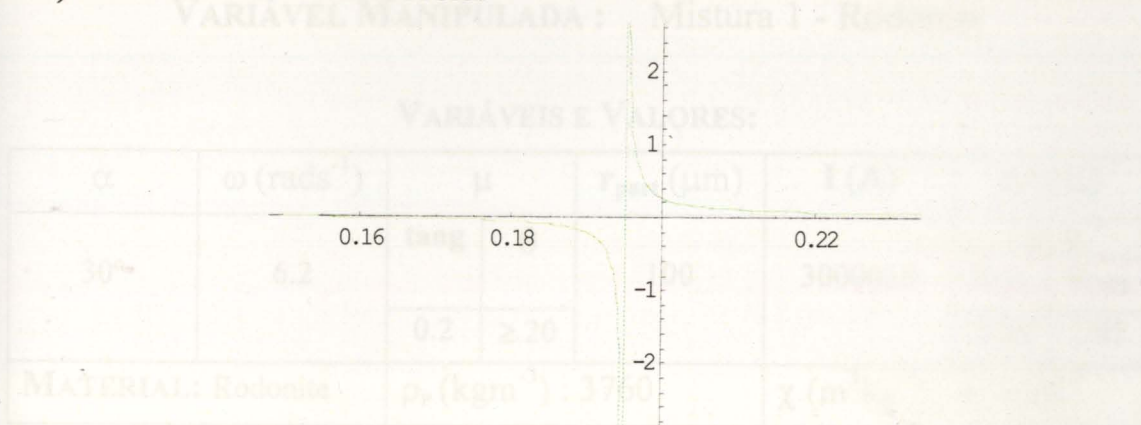


Figura 4A1.81 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

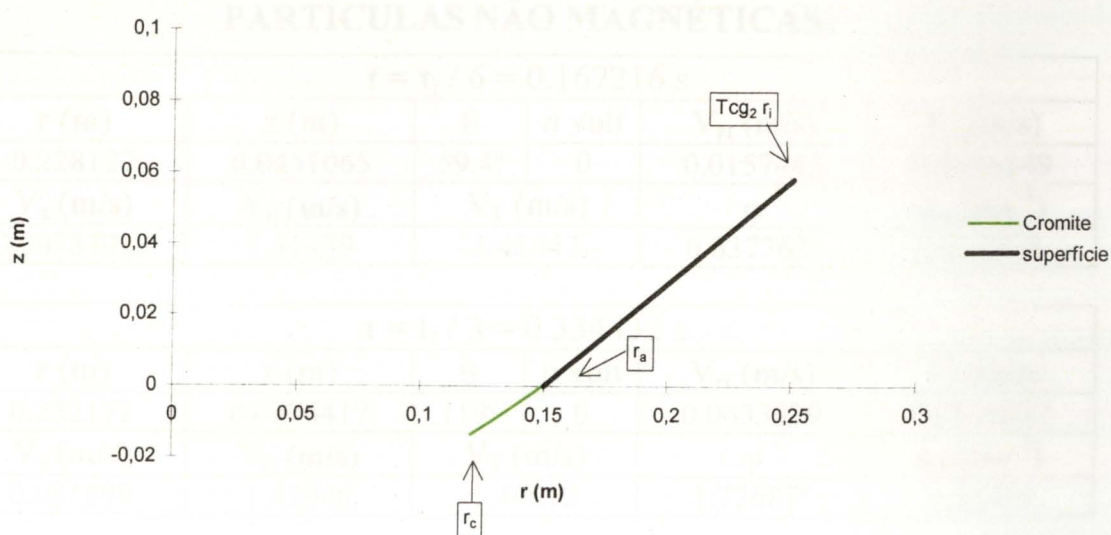


Figura 4A1.82 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Cromite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

V_x (m/s)	V_y (m/s)	V_z (m/s)	θ
0.9519395	1.50191	1.5015	3.95653°
$t = 2 * t_1 / 3 = 0.668864$ s			
r (m)	z (m)	θ	n volt
0.265963	0.0669511	238°	0
V_x (m/s)	V_y (m/s)	V_z (m/s)	θ
0.121465	1.64897	1.66677	8.3809°

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 1 - Rodonite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
		0.2	≥ 20			T _{CG1}	T _{CG2}
		ρ_p (kgm ⁻³) : 3760			χ (m ³ kg ⁻¹) : 6.7x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS⁺⁺⁺⁺⁺: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

+++++ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7	2.68034E-7	0.198317	0.0278957	46°	0	0.130553
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.2E-6	1.18188	1.02354	0.590939	1.22956	1.705	44°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.007214	0.174348	3.04617	1.0108	3.20949	18.3573°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.19	0.0232297	0.137996			
0.18	0.0179496	0.145545			
0.16	0.00836528	0.15762			
0.15	0.00403215	0.162571			
0.14	-5.7092E-6	0.166961			
0.13	-0.00375324	0.170867			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

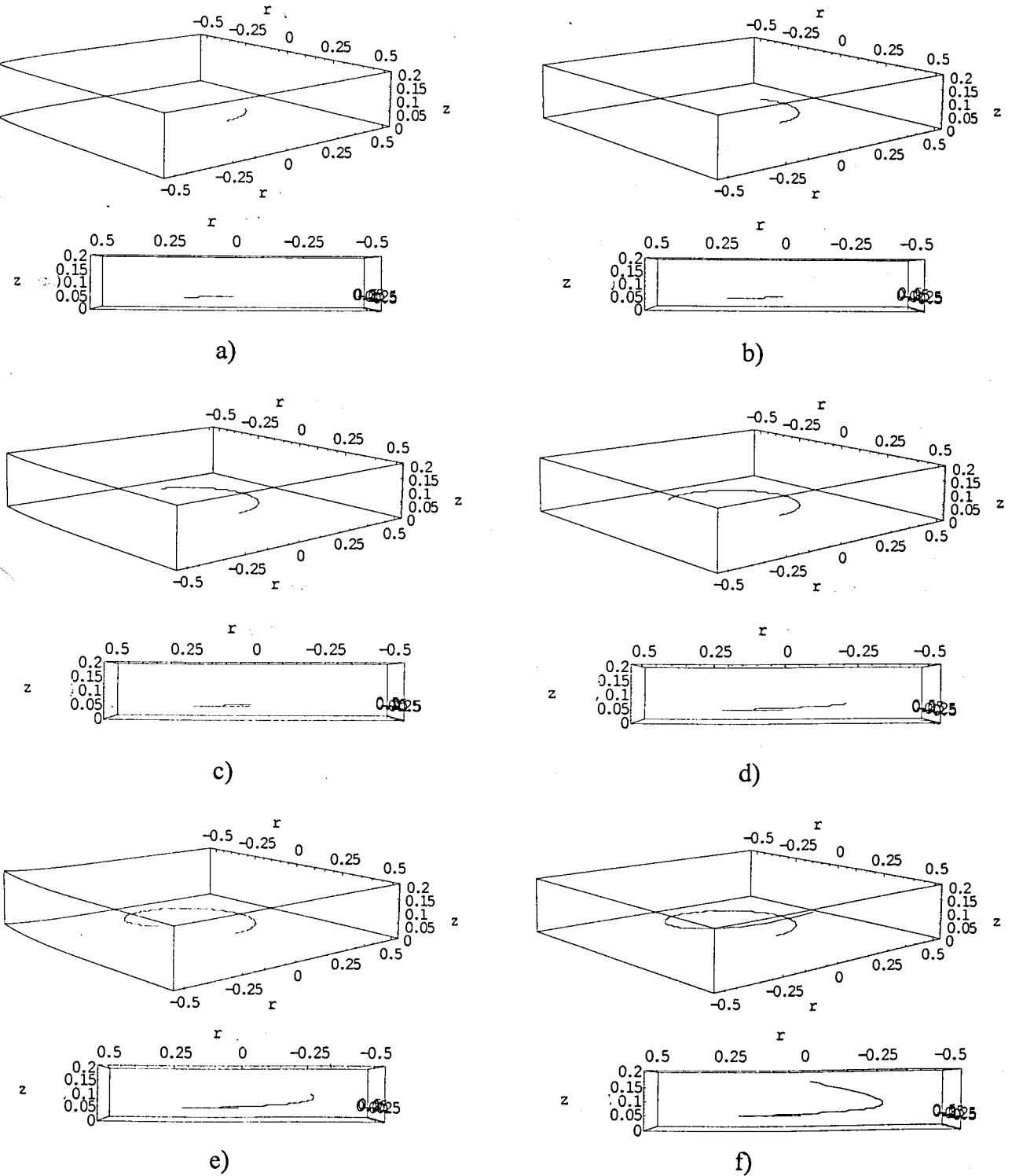


Figura 4A1.83 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

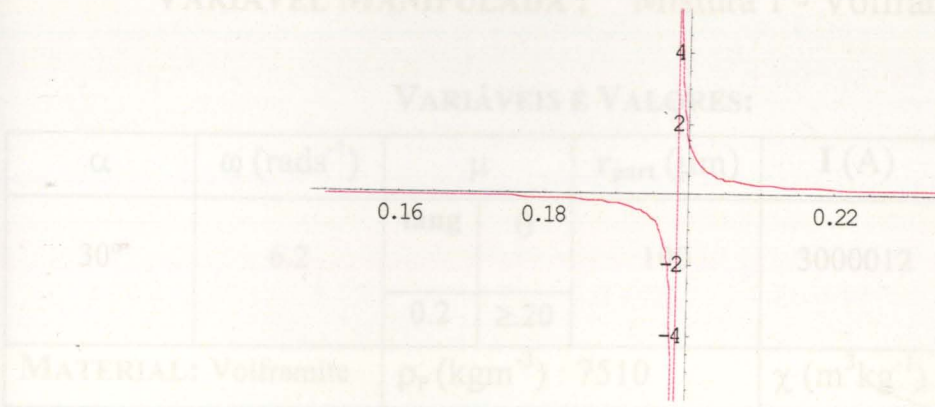


Figura 4A1.84 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

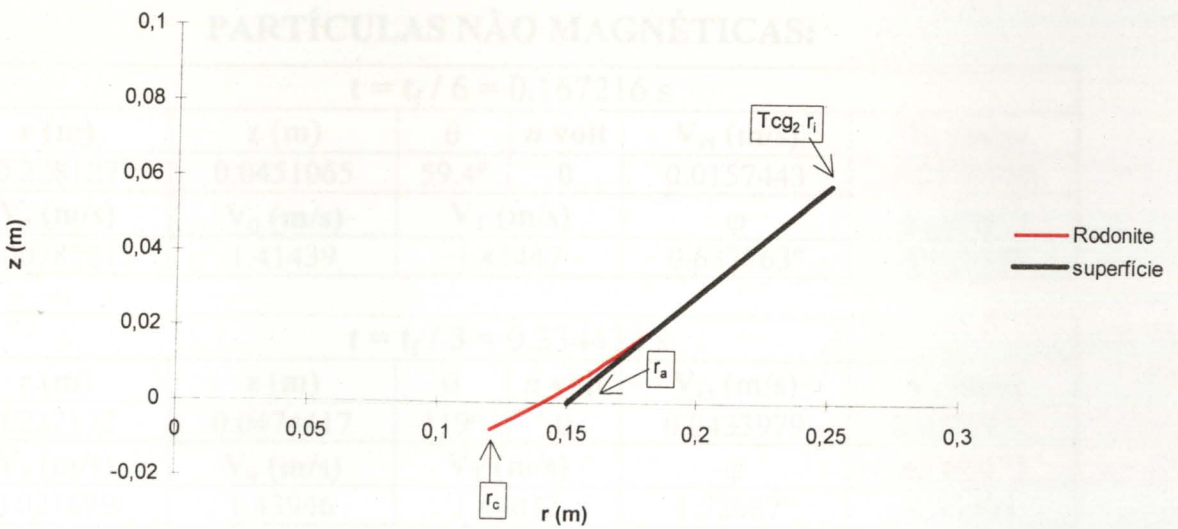


Figura 4A1.85 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Rodonite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 1 - Volframite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
		0.2	≥ 20			T_{CG1}	T_{CG2}
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 1.2x10 ⁻⁶		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{*****}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066		15.8563°	2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503		25.2615°	6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7	2.68034E-7	0.236261	0.049803	17°	0	0.0465692
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	φ_{lv}
1.2E-6	0.762209	0.660092	0.381104	1.46482	1.651	27°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0071604	0.108855	4.23135	0.986719	4.34487	13.1264°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.22	0.0414038	0.06449	0.13	0.00959333	0.106359
0.20	0.0325944	0.0785877			
0.18	0.0248927	0.0889423			
0.16	0.0181283	0.0970584			
0.15	0.0150739	0.100493			
0.14	0.0122509	0.103581			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

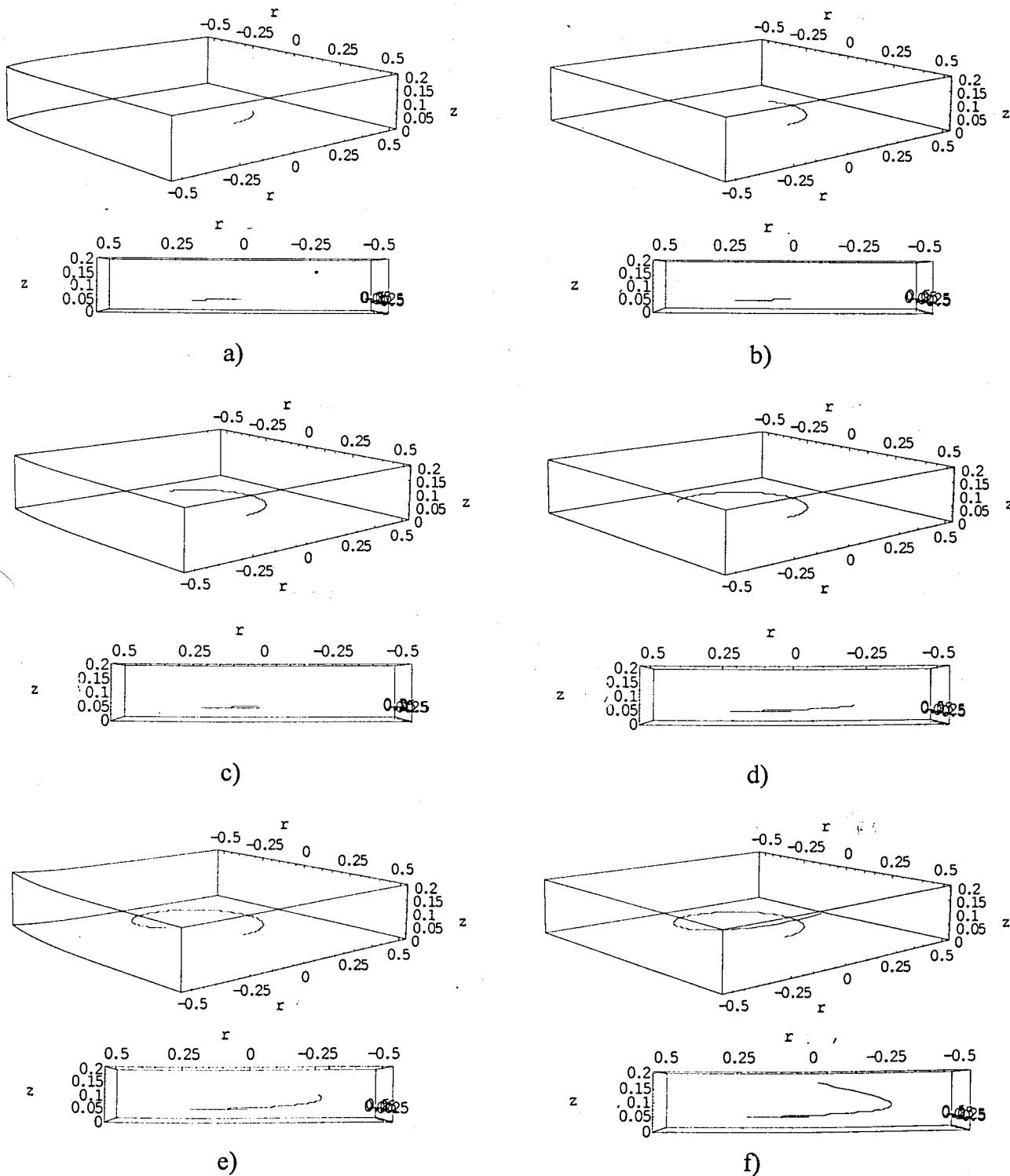


Figura 4A1.86 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

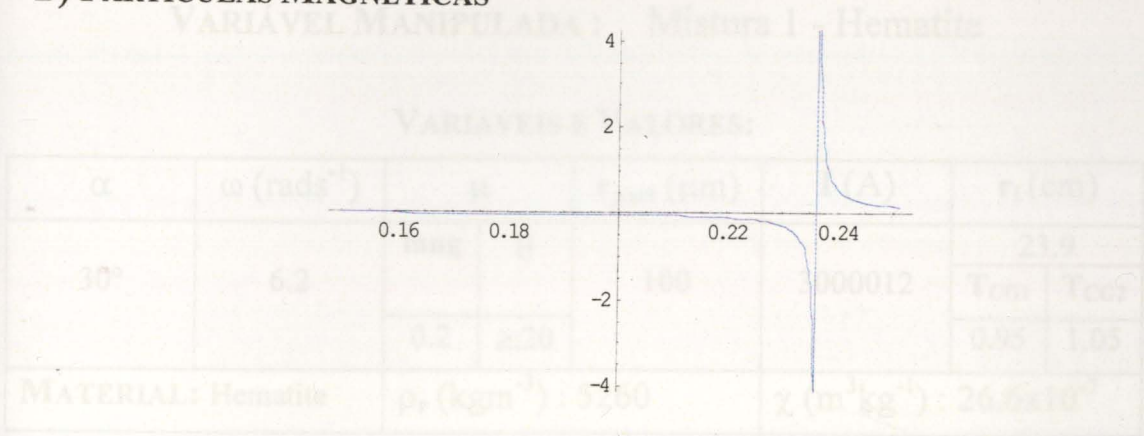


Figura 4A1.87 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

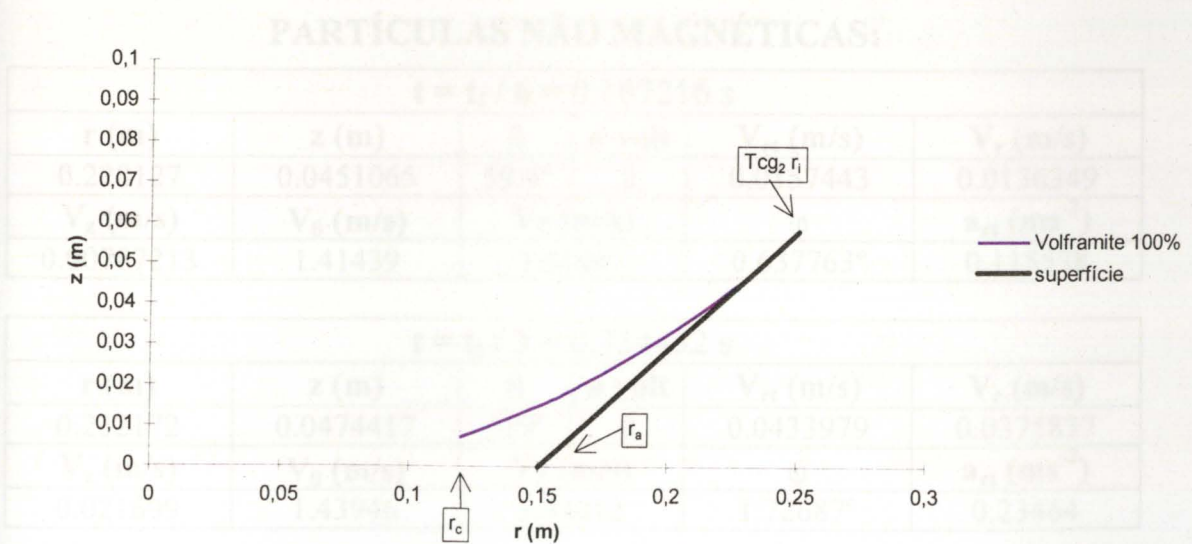


Figura 4A1.88 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Volframite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

V_x (m/s)	V_y (m/s)	ϕ	a_x (m/s ²)
0.0519395	1.50191	3.95653°	0.53123

r (m)	z (m)	a (m/s ²)	V_{ax} (m/s)	V_{ay} (m/s)
0.263963	0.0669513	g	0.210389	0.179782

V_x (m/s)	V_y (m/s)	ϕ	a_x (m/s ²)
0.121468	1.64397	8.3809°	1.27966

Como foi referido nas condições operacionais, as curvas para as condições apresentadas são limitantes.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 1 - Hematite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6.2	tang	θ	100	3000012	23.9	
						T_{CG1}	T_{CG2}
		0.2	≥ 2.0			0.95	1.05
MATERIAL: Hematite		ρ_P (kgm ⁻³) : 5260			χ (m ³ kg ⁻¹) : 26.6x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{§§§§§§§§}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.167216$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.228127	0.0451065	59.4°	0	0.0157443	0.0136349
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.00787213	1.41439	1.41447		0.637763°	0.115538

$t = t_f / 3 = 0.334432$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.232172	0.0474417	119°	0	0.0433979	0.0375837
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.021699	1.43946	1.44012		1.72687°	0.23464

$t = t_f / 2 = 0.501648$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.242244	0.053257	178°	0	0.103879	0.0899618
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0519395	1.50191	1.5055		3.95653°	0.53123

$t = 2 * t_f / 3 = 0.668864$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.265963	0.0669511	238°	0	0.210389	0.171782
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.121468	1.64897	1.66677		8.3809°	1.22966

§§§§§§§§ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.83608 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.32127	0.0988826	297°	0	0.565759	0.489962
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.282879	1.99187	2.07066	15.8563°		2.85823

$t = t_f = 1.0033 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	356°	0	1.31654	1.14015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.658268	2.79	3.08503	25.2615°		6.64884

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
3.49143E-7	2.68034E-7	= $T_{CG2} r_i$ = = 0.25095	0.0582835	0°	0	0
$\chi_{\text{máximas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
1.2E-6	0	0	0	1.55589	1.556	0°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0385253	0.0635293	6.32512	0.62105	6.35554	5.60777°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.24	0.056117	0.0210223	0.14	0.0406517	0.0600079
0.22	0.0523882	0.0346826	0.13	0.039548	0.0618609
0.20	0.0489741	0.0435893			
0.18	0.0458782	0.0503238			
0.16	0.0431033	0.0556744			
0.15	0.041837	0.057953			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

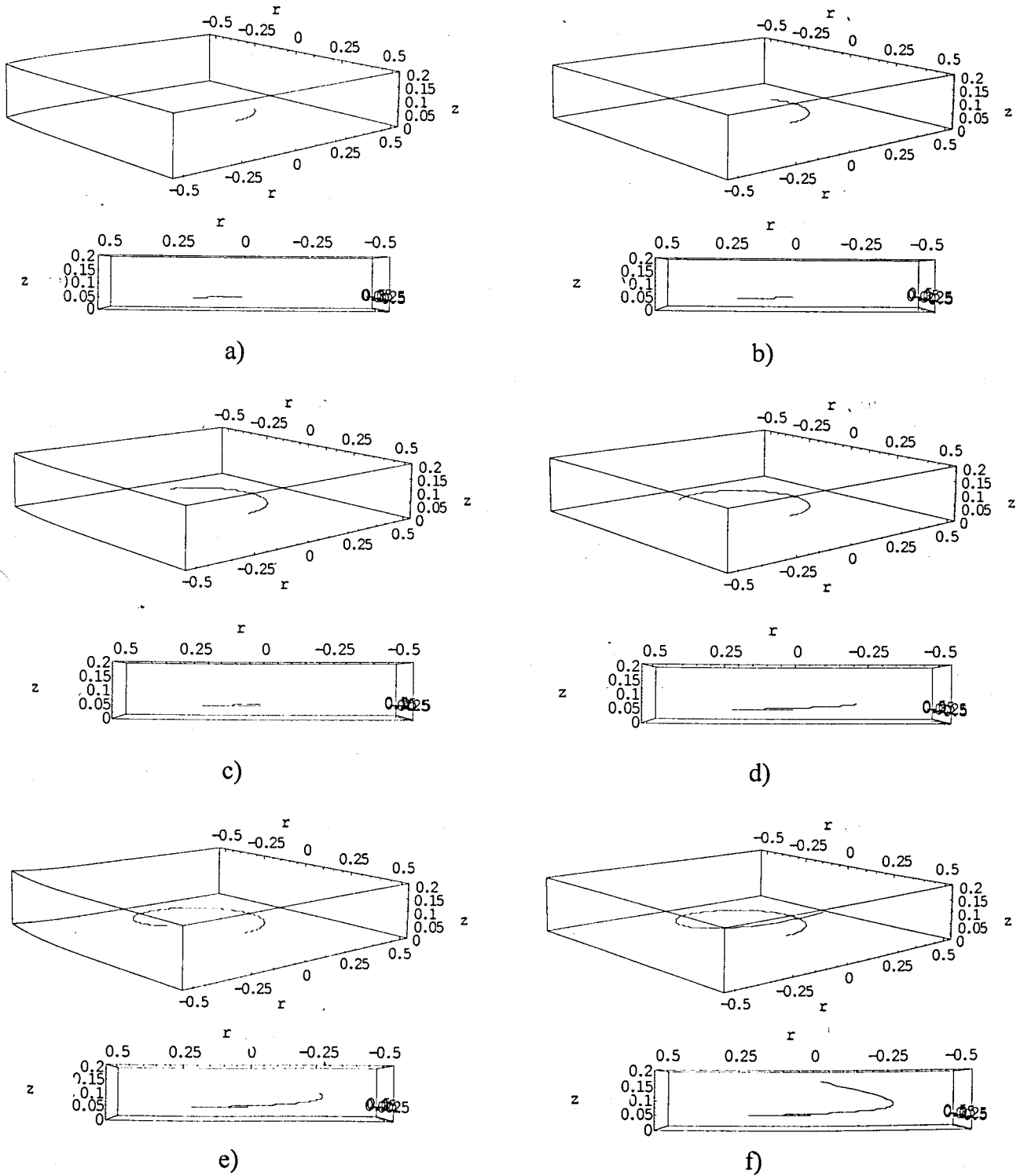


Figura 4A1.89 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.1672$ s ; b) $t = 0.3344$ s ; c) $t = 0.5016$ s ; d) $t = 0.6689$ s ; e) $t = 0.8361$ s ; f) $t = 1.0033$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

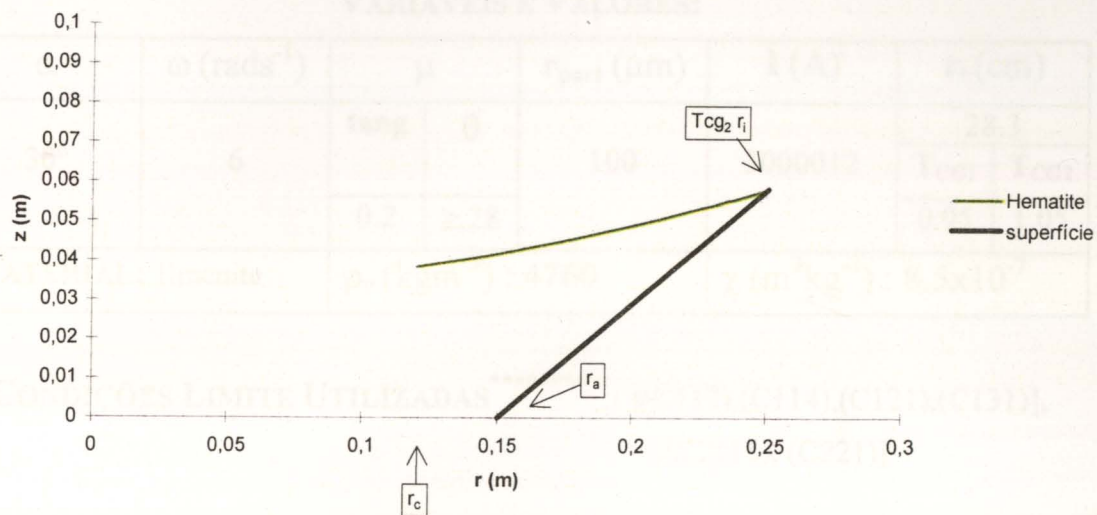


Figura 4A1.90 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Hematite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 2 - Ilmenite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥ 28			0.95	1.05
MATERIAL: Ilmenite		ρ_p (kgm ⁻³) : 4760			χ (m ³ kg ⁻¹) : 8.5x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS ***** : [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	φ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548	18.4192°		3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	φ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529	23.5489°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

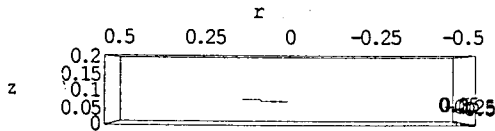
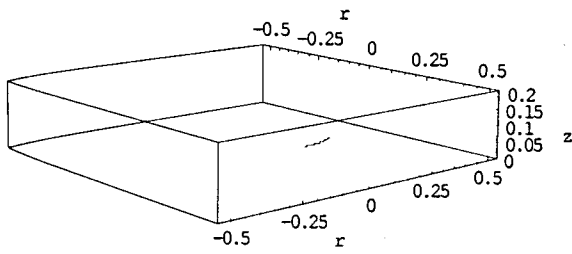
PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7	2.63722E-7	0.214411	0.0371877	83°	0	0.242272
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	φ_{lv}
2.14E-6	1.30967	1.13421	0.654834	1.28647	1.836	46°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	-0.004339	0.289373	3.55425	1.10686	3.72261	17.2976°

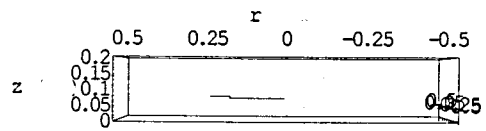
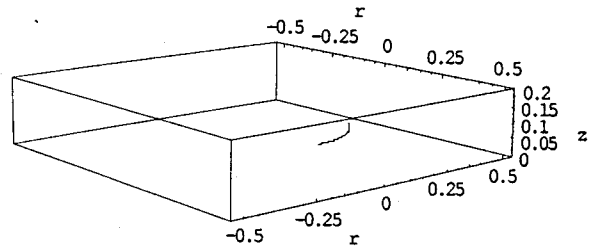
PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.21	0.0346736	0.246008	0.13	-0.00109299	0.286402
0.20	0.0292043	0.253527			
0.18	0.0191609	0.265737			
0.16	0.0102455	0.275351			
0.15	0.00619764	0.279428			
0.14	0.00241884	0.283098			

RESULTADOS GRÁFICOS

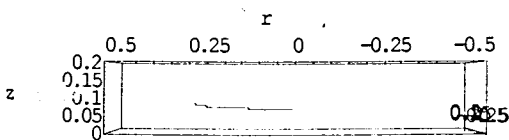
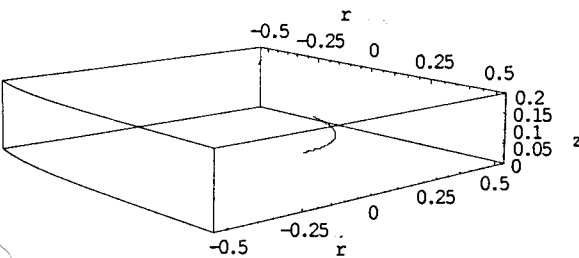
A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS



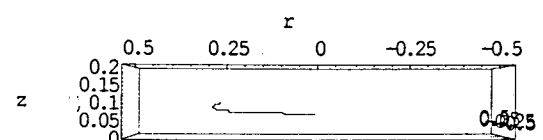
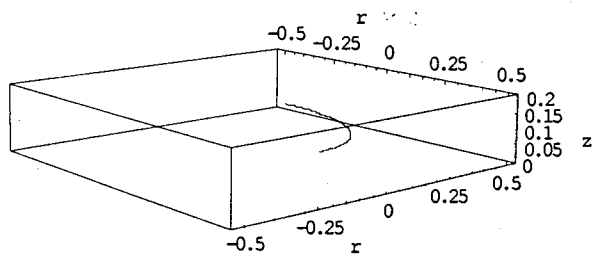
a)



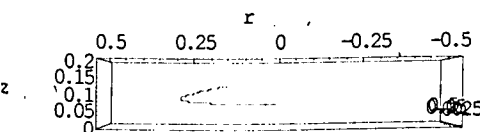
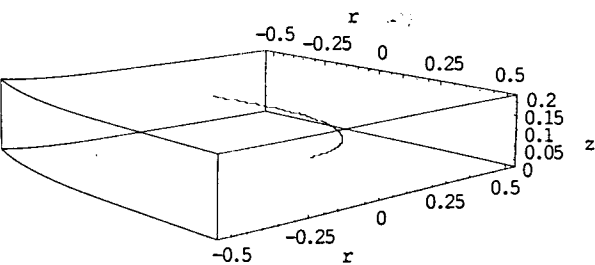
b)



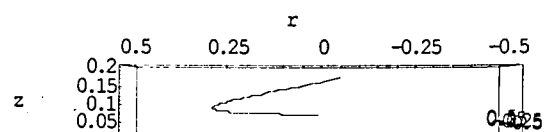
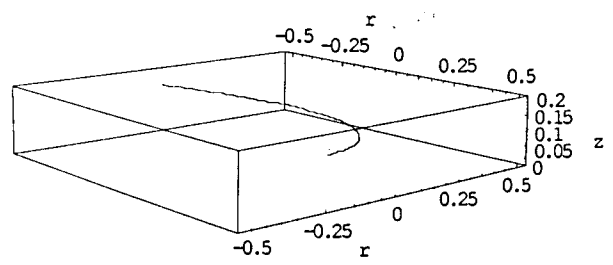
c)



d)



e)



f)

Figura 4A1.91 – Trajectórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

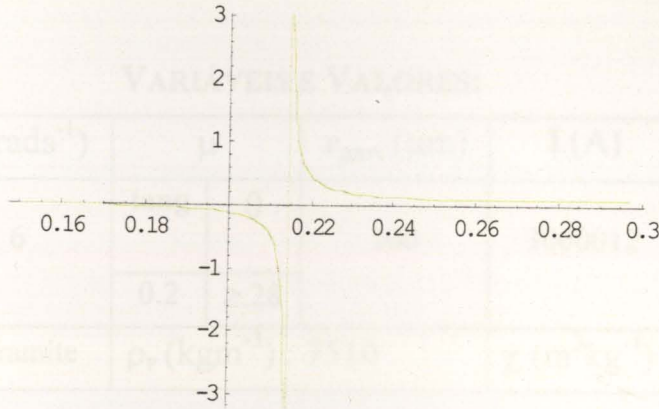


Figura 4A1.92 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

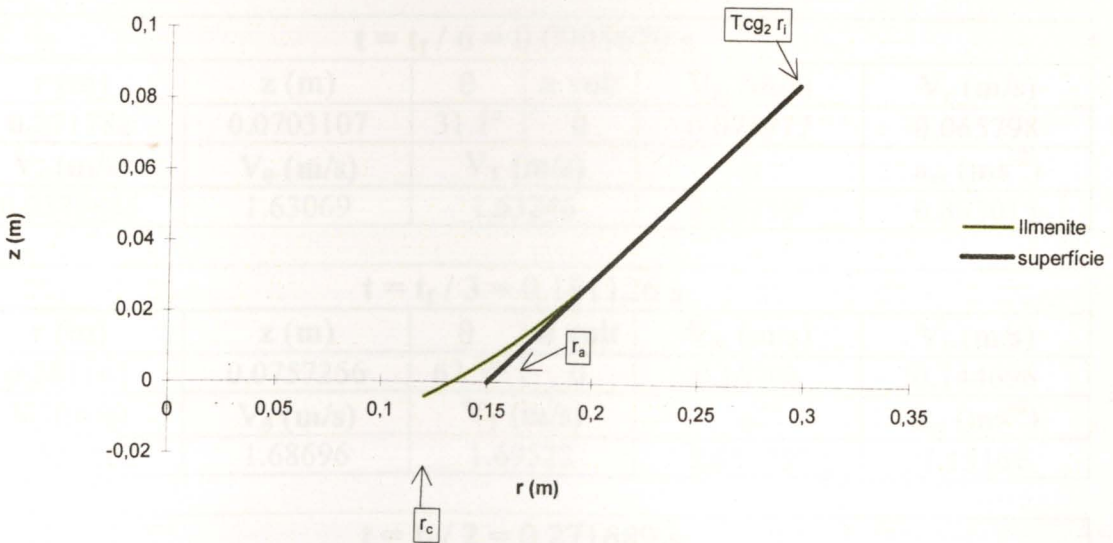


Figura 4A1.93 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Ilmenite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 2 - Volframite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
		0.2	≥ 28			T _{CG1}	T _{CG2}
MATERIAL: Volframite		ρ_p (kgm ⁻³) : 7510			χ (m ³ kg ⁻¹) : 12x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS⁺⁺⁺⁺⁺: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

+++++ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548		18.4192°	3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529		23.5489°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7	2.63722E-7	0.237851	0.0507209	48°	0	0.139001
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)		V_{Tlv} (m/s)
2.14E-6	1.25926	1.09055	0.629628	1.42711		1.903
						ϕ_{lv}
						41°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0024334	0.193132	4.32521	1.15306	4.47627	14.9274°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMEDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.23	0.046308	0.145667	0.14	0.00822313	0.188001
0.22	0.0409957	0.152945	0.13	0.00521348	0.190696
0.20	0.0312679	0.16477			
0.18	0.0226082	0.174131			
0.16	0.0149401	0.181746			
0.15	0.0114649	0.185026			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

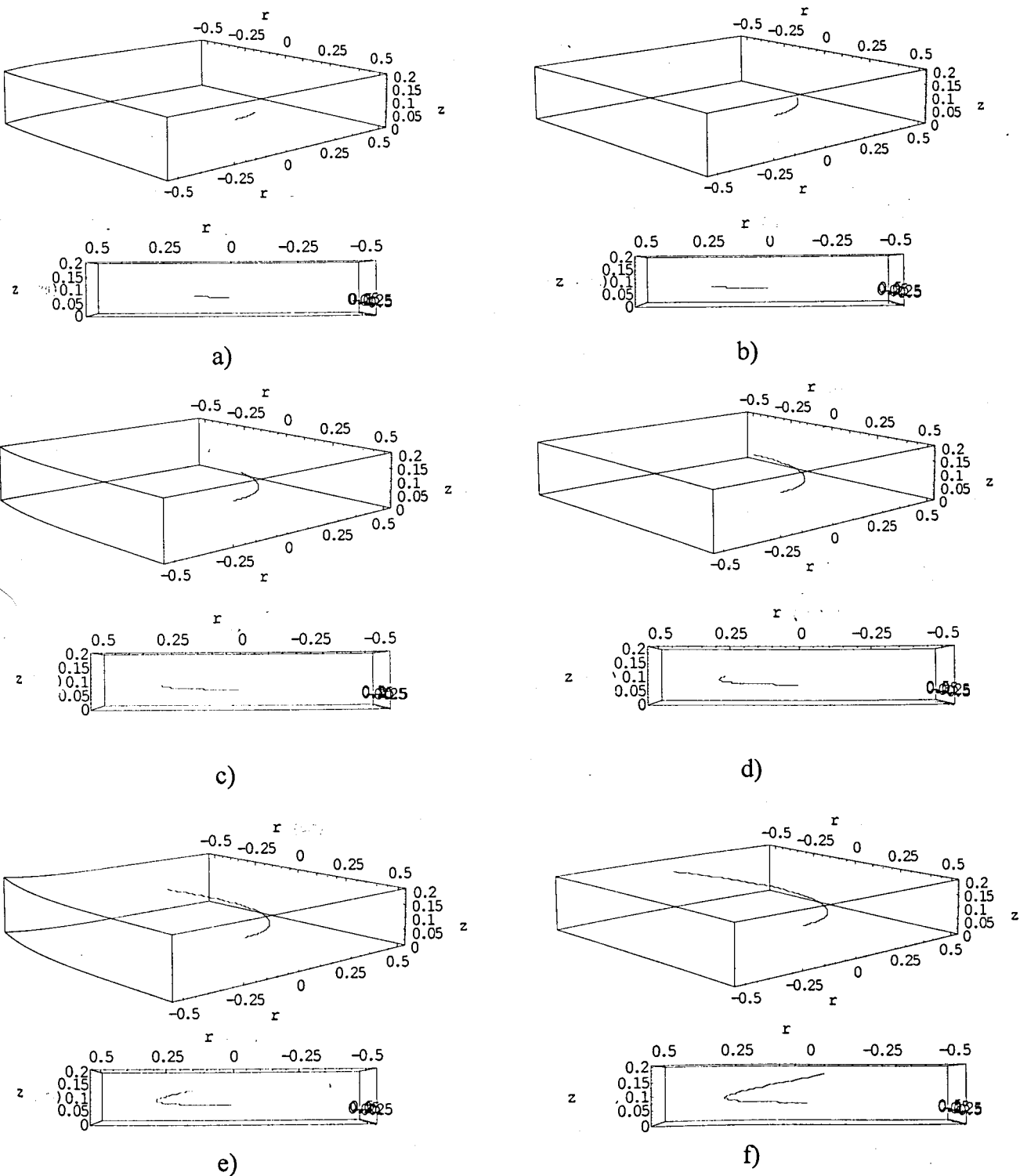


Figura 4A1.94 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

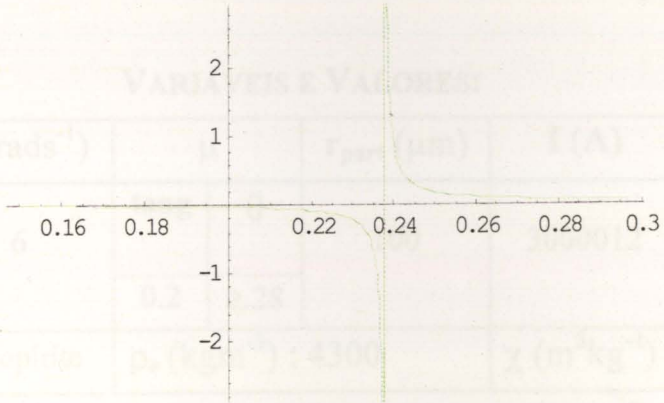


Figura 4A1.95 – Valor do *coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$* . O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

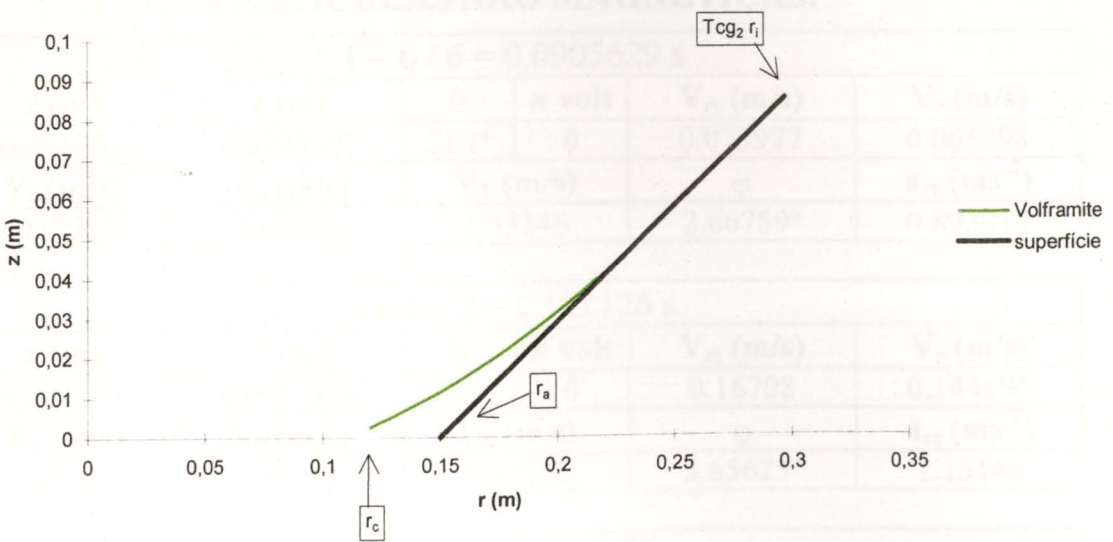


Figura 4A1.96 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 2 - Calcopirite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
		0.2	≥ 28			T_{CG1}	T_{CG2}
MATERIAL: Calcopirite		ρ_p (kgm ⁻³) : 4300			χ (m ³ kg ⁻¹) : 15.96x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{*****}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548		18.4192°	3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		ϕ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529		23.5489°	5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7	2.63722E-7	0.25902	0.062943	31°	0	0.0894789
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.14E-6	1.11452	0.965206	0.557262	1.55412	1.912	36°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0102233	0.151178	5.01681	1.14864	5.14663	12.8961°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMÉDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.25	0.0579389	0.0978487	0.15	0.017984	0.144223
0.24	0.0527774	0.10549	0.14	0.0151977	0.146767
0.22	0.043384	0.117672	0.13	0.0126116	0.146767
0.20	0.0350201	0.127225			
0.18	0.0275694	0.134999			
0.16	0.0209727	0.141429			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

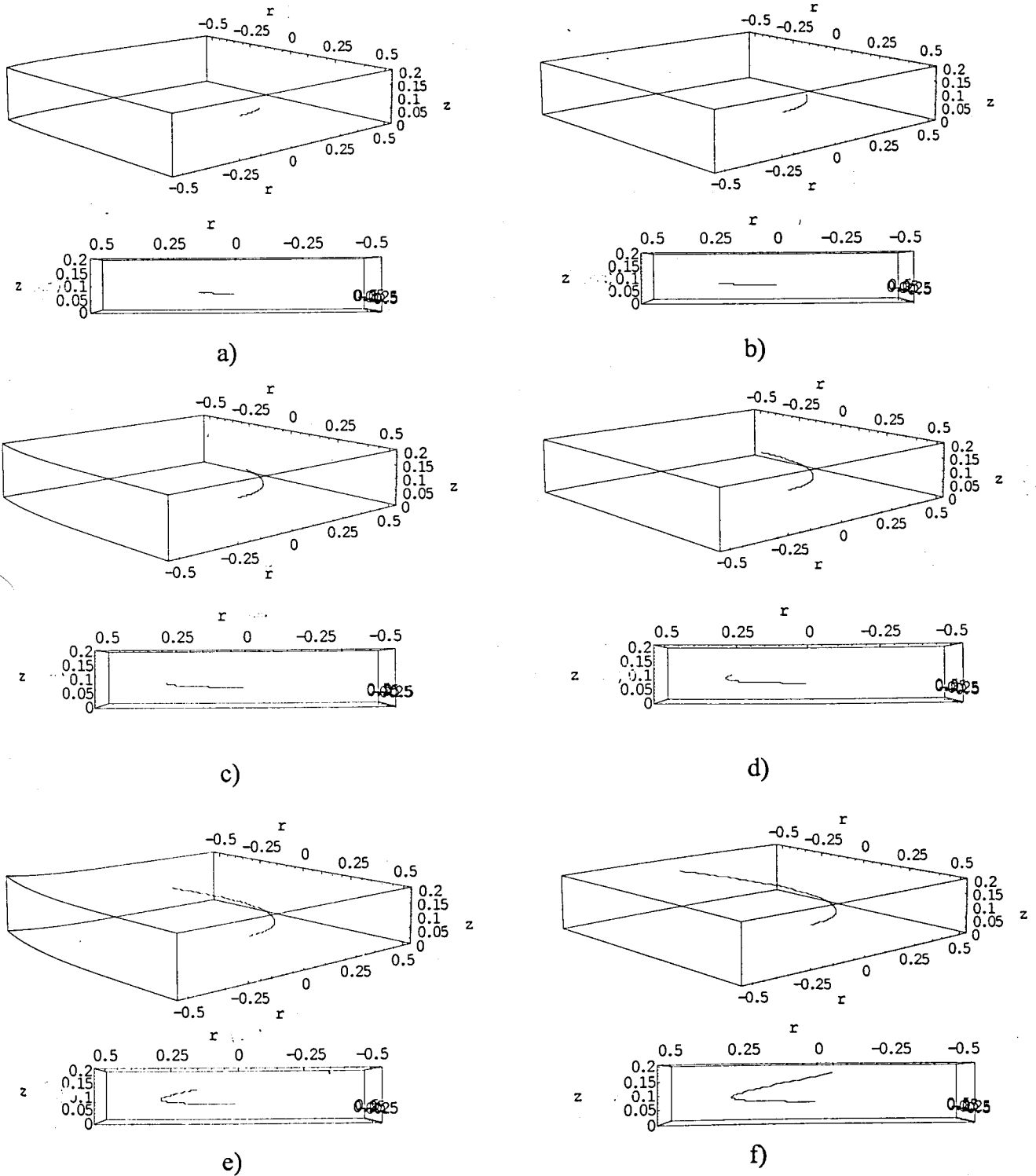


Figura 4A1.97 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

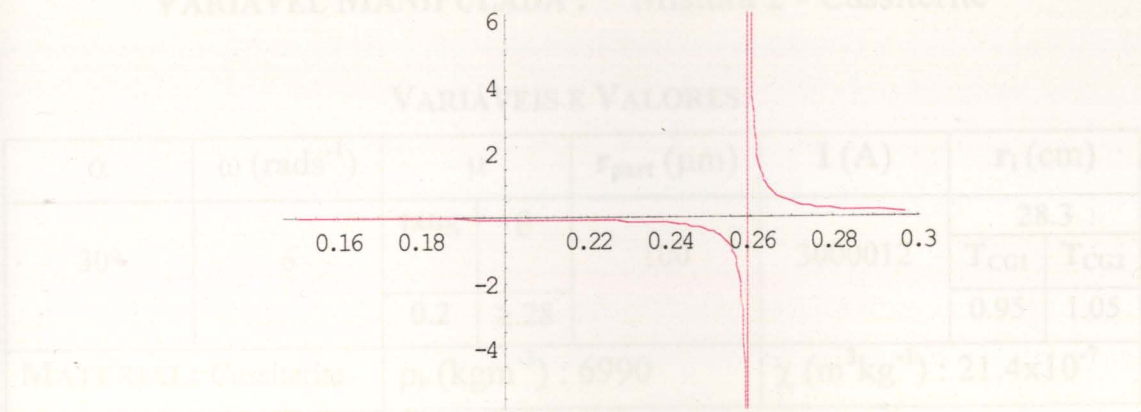


Figura 4A1.98 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

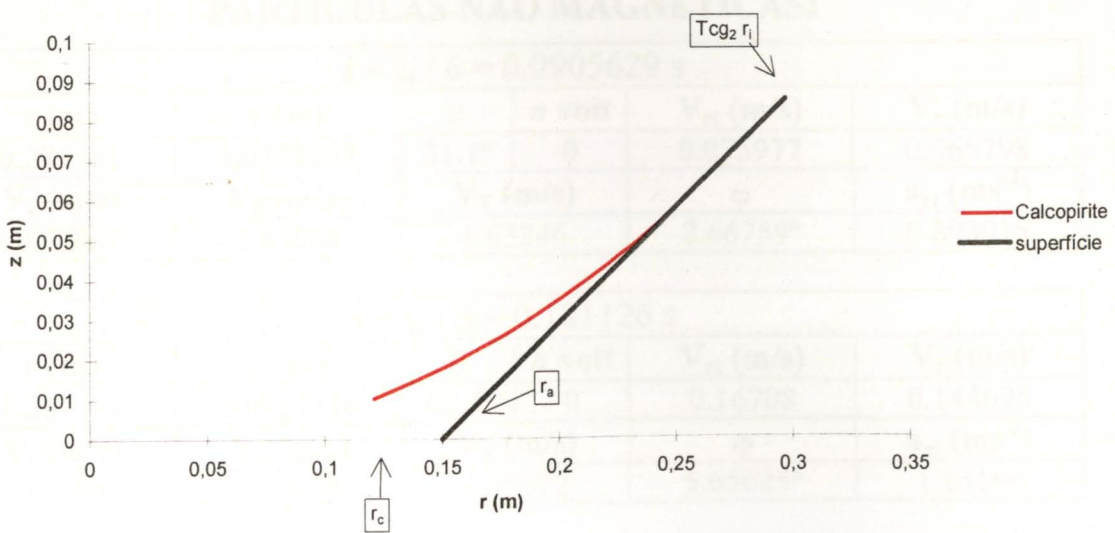


Figura 4A1.99 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Calcopirite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 2 - Cassiterite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μ m)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
		0.2	≥ 28			T _{CG1}	T _{CG2}
						0.95	1.05
MATERIAL: Cassiterite		ρ_p (kgm ⁻³) : 6990			χ (m ³ kg ⁻¹) : 21.4x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS^{§§§§§§§§§§}: [(C112),(C114),(C121),(C131)],
 [(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

§§§§§§§§§§ Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548	18.4192°		3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529	23.5489°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7	2.63722E-7	0.282615	0.0765651	16°	0	0.045639
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.14E-6	0.764611	0.662172	0.382305	1.69569	1.860	24°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.0226942	0.118666	5.89182	1.09077	5.99194	10.4886°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMEDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.27	0.0699682	0.0601887	0.16	0.0313785	0.110404
0.26	0.0653139	0.0684316	0.15	0.028966	0.112764
0.24	0.056905	0.0810534	0.14	0.026715	0.114919
0.22	0.0494131	0.0907267	0.13	0.0246248	0.116882
0.20	0.0426991	0.0985407			
0.18	0.0366994	0.105005			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

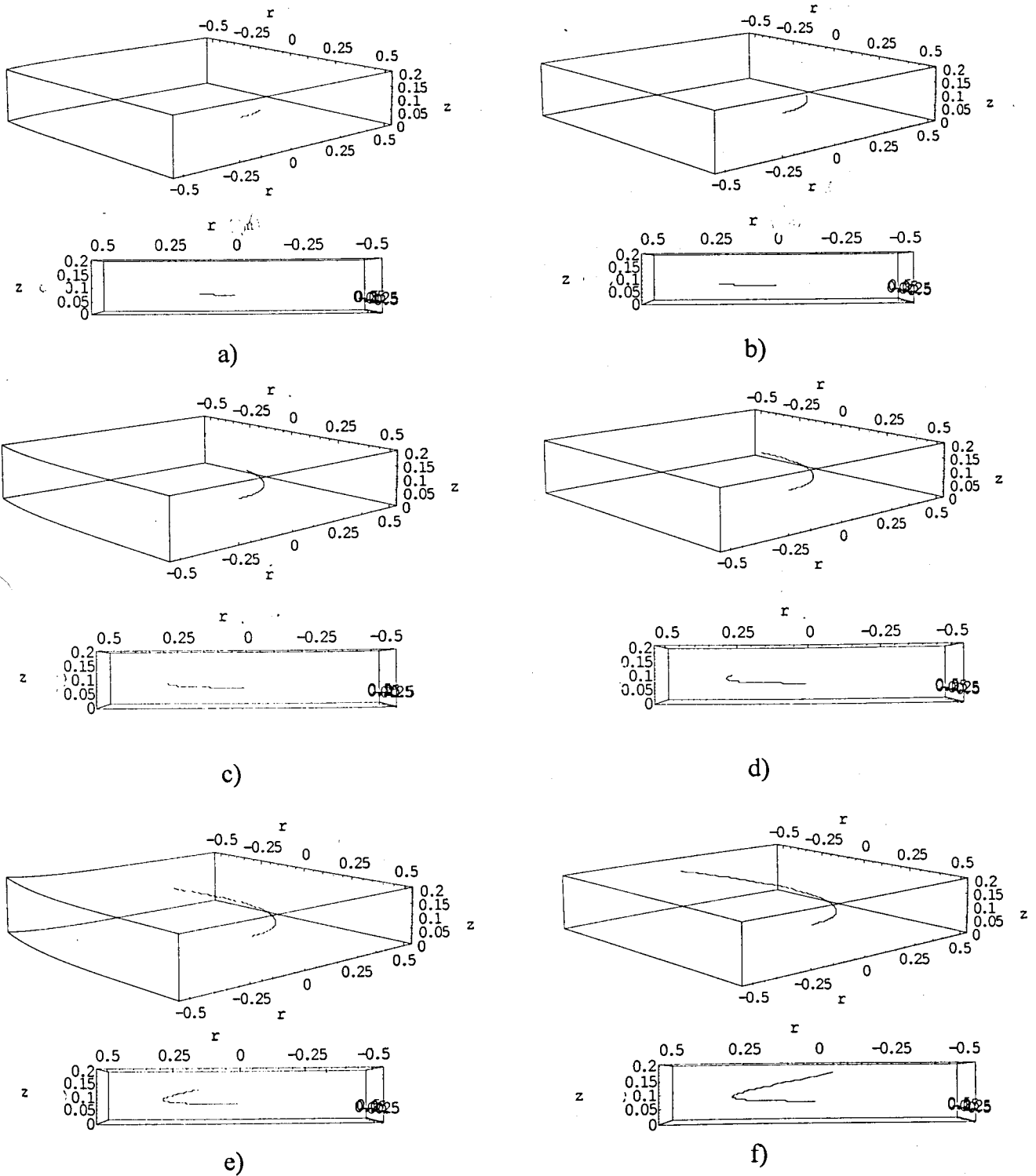


Figura 4A1.100 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros. |

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

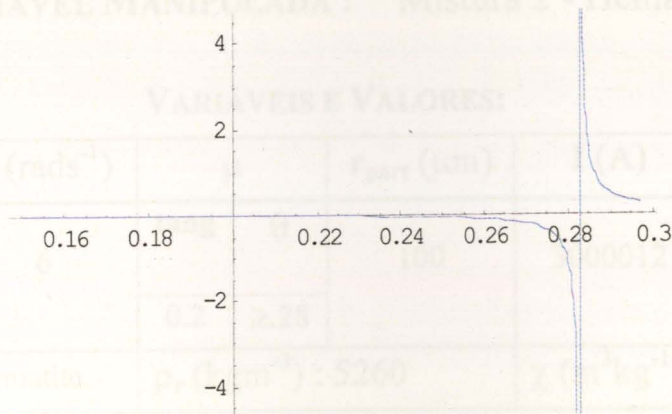


Figura 4A1.101 – Valor do coeficiente de atrito necessário segundo θ versus $r(m)$. O raio correspondente à descontinuidade é o r_{lv} . O lado esquerdo da descontinuidade não tem significado físico e real.

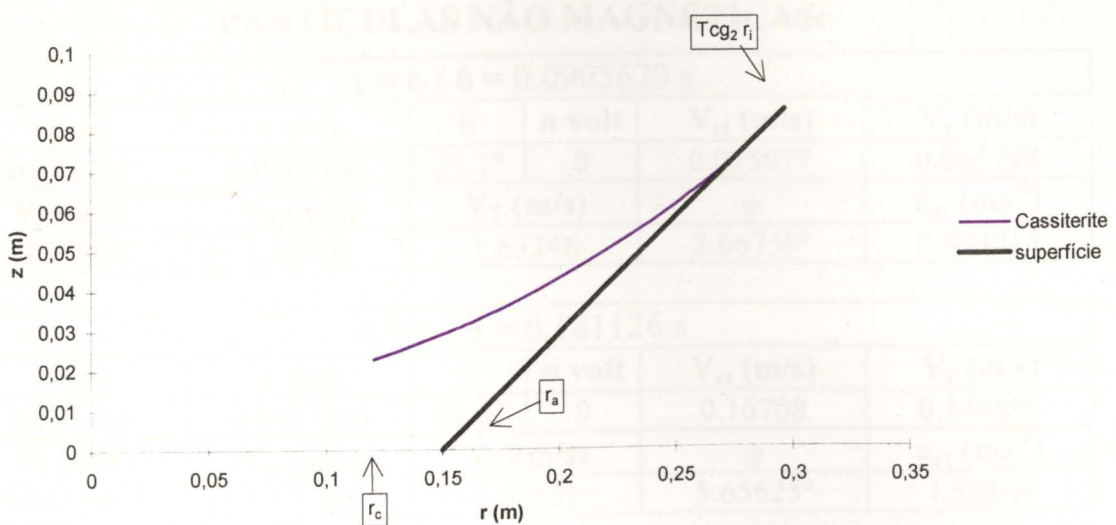


Figura 4A1.102 – Trajetória bidimensional das partículas magnéticas de Wolframite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

VARIÁVEL MANIPULADA : Mistura 2 - Hematite

VARIÁVEIS E VALORES:

α	ω (rads ⁻¹)	μ		r_{part} (μm)	I (A)	r_i (cm)	
30°	6	tang	θ	100	3000012	28.3	
						T _{CG1}	T _{CG2}
		0.2	≥.28			0.95	1.05
MATERIAL: Hematite		ρ_p (kgm ⁻³) : 5260			χ (m ³ kg ⁻¹) : 26.6x10 ⁻⁷		

CONDIÇÕES LIMITE UTILIZADAS ***** : [(C112),(C114),(C121),(C131)],
[(C2115), (C221)]

PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS:

$t = t_f / 6 = 0.0905629$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.271782	0.0703107	31.1°	0	0.075977	0.065798
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0379885	1.63069	1.63246		2.66759°	0.893015

$t = t_f / 3 = 0.181126$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.281161	0.0757256	62.3°	0	0.16708	0.144696
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.0835402	1.68696	1.69522		5.65625°	1.15166

$t = t_f / 2 = 0.271689$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.298854	0.0859408	93.4°	0	0.291448	0.252402
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.145724	1.79312	1.81665		9.23193°	1.63958

$t = 2 * t_f / 3 = 0.362252$ s					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.328384	0.10299	125°	0	0.473841	0.410359
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)		φ	a_{rt} (ms ⁻²)
0.236921	1.97031	2.02648		13.5223°	2.45394

***** Como foi referido umas condições contêm as outras pelo que são apresentadas as mais limitantes.

$t = 5 * t_f / 6 = 0.452815 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.375631	0.130268	156°	0	0.750572	0.650015
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.375286	2.25378	2.37548	18.4192°		3.75685

$t = t_f = 0.543378 \text{ s}$					
r (m)	z (m)	θ	n volt	V_{rt} (m/s)	V_r (m/s)
0.45	0.173205	187°	0	1.17674	1.01908
V_z (m/s)	V_θ (m/s)	V_T (m/s)	ϕ		a_{rt} (ms ⁻²)
0.588368	2.7	2.94529	23.5489°		5.80773

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS:

PARTE 1						
$\chi_{\min rR}$ (m ³ kg ⁻¹)	χ_{base} (m ³ kg ⁻¹)	r_{lv} (m)	z_{lv} (m)	θ_{lv}	n volt	t_{lv} (s)
6.75901E-7	2.63722E-7	= $T_{CG2} r_i$ = = 0.29715	0.0849571	0°	0	0
$\chi_{\text{máxclas}}$ (m ³ kg ⁻¹)	V_{tlv} (m/s)	V_{rlv} (m/s)	V_{zlv} (m/s)	$V_{\theta lv}$ (m/s)	V_{Tlv} (m/s)	ϕ_{lv}
2.14E-6	0	0	0	1.7829	1.783	0°

PARTE 2						
r_c (m)	z_c (m)	t_c (s)	V_{rc} (m/s)	V_{zc} (m/s)	V_{Tc} (m/s)	β_c
0.12	0.042794	0.0928857	6.57528	0.904815	6.63725	7.83518°

PARTE 2 – RESULTADOS INTERMEDIOS					
r (m)	z (m)	t (s)	r (m)	z (m)	t (s)
0.29	0.0825889	0.0219786	0.18	0.0531123	0.0806916
0.28	0.0793564	0.0338054	0.16	0.0492156	0.0854986
0.26	0.0732157	0.0489573	0.15	0.0474385	0.0876045
0.24	0.0675172	0.0596798	0.14	0.0457757	0.0895306
0.22	0.0622651	0.06809	0.13	0.0442275	0.0912879
0.20	0.0574623	0.0749643			

RESULTADOS GRÁFICOS

A) PARTÍCULAS NÃO MAGNÉTICAS

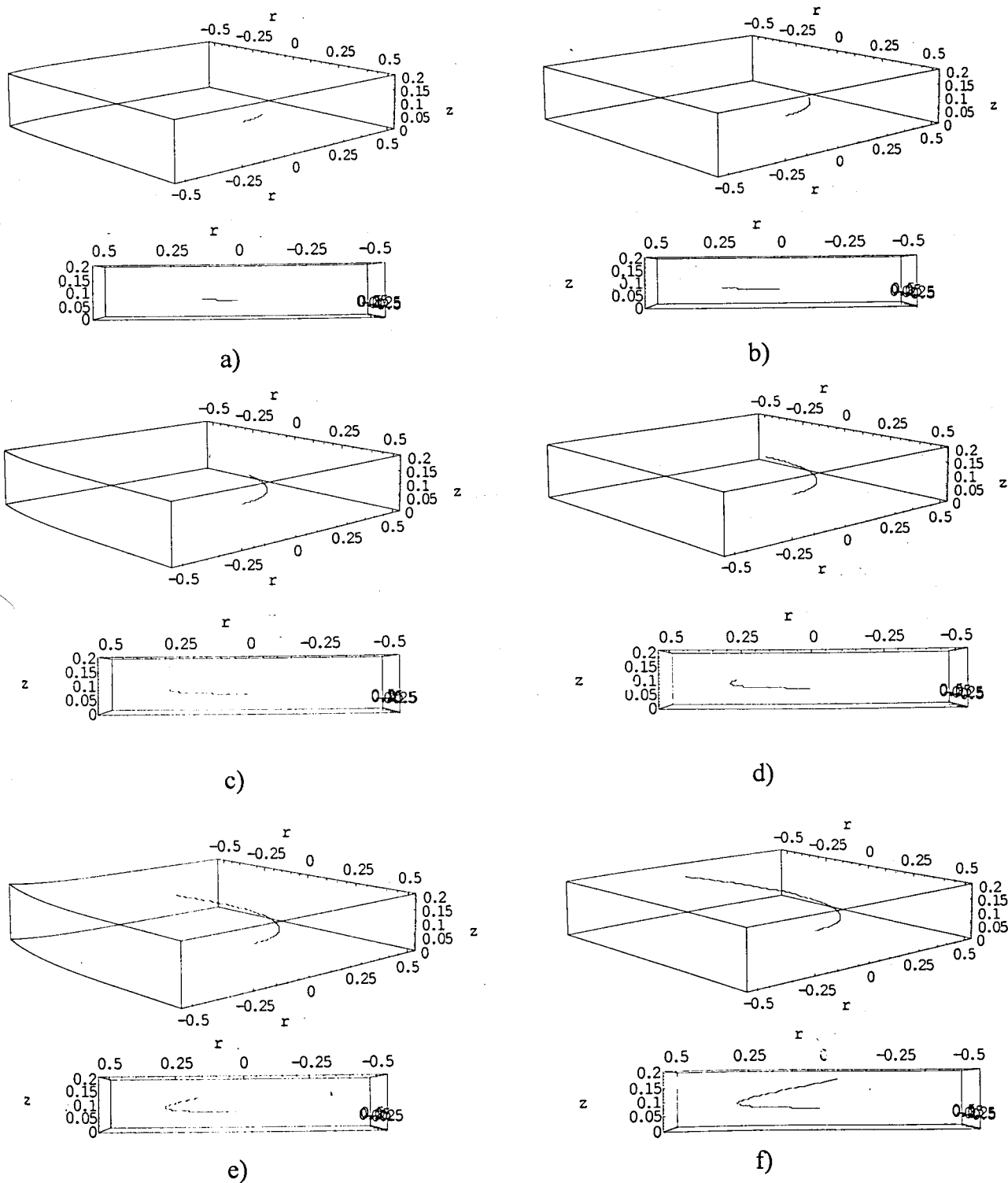


Figura 4A1.103 – Trajetórias das partículas não magnéticas: vistas tridimensionais e laterais. a) $t = 0.0906$ s ; b) $t = 0.1811$ s ; c) $t = 0.2717$ s ; d) $t = 0.3623$ s ; e) $t = 0.4528$ s ; f) $t = 0.5434$ s. r e z em metros.

B) PARTÍCULAS MAGNÉTICAS

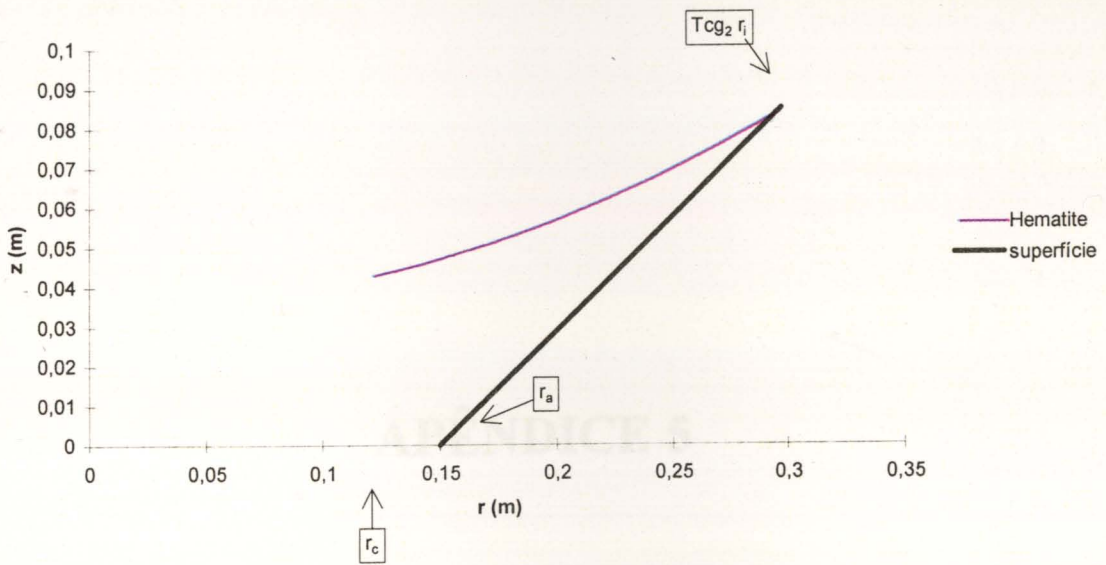


Figura 4A1.104 – Trajectória bidimensional das partículas magnéticas de Hematite. O deslocamento segundo θ foi ignorado.

APÊNDICE 5

Todos os valores obtidos nos apêndices 5A, 5B e 5C, através das equações apresentadas pretendem apenas indicar de um modo geral a ordem de grandeza a que devem obedecer os raios dos filamentos. Geralmente estes valores são conservativos em relação à realidade prática.

APÊNDICE 5A

ESTABILIZAÇÃO ADIABÁTICA

a) aproximação de fatia supercondutora semi-infinita desprezando-se o efeito do campo magnético próprio

Resolvendo a inequação (1.40) para os valores em análise (tabela 5.1), obtém-se

1) NbTi, $B=9T$, $J_c = 7 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $C=0.89Jkg^{-1}K^{-1}$ [23], $T_c=5.5K$ [23], $\gamma=6.2 \times 10^3 kgm^{-3}$

↳ $a < 187\mu m \xrightarrow{\text{condição de segurança [L23]}} a < 187 / 2 = 93\mu m$

2) NbTi, $B=10T$, $J_c = 1.5 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $C=0.89Jkg^{-1}K^{-1}$ [23], $T_c=5.2K$ [23], $\gamma=6.2 \times 10^3 kgm^{-3}$

↳ $a < 765\mu m \xrightarrow{\text{condição de segurança [L23]}} a < 765 / 2 = 382 \mu m$

3) NbTi, $B=8T$, $J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $C=0.89Jkg^{-1}K^{-1}$ [23], $T_c=5.8K$ [23], $\gamma=6.2 \times 10^3 kgm^{-3}$

↳ $a < 187\mu m \xrightarrow{\text{condição de segurança [L23]}} a < 187 / 2 = 93\mu m$

4) Nb₃Sn, $B=10T$, $J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $C\gamma=5000Jm^{-3}K^{-1}$ [29], $T_c=8.7K$ [48]

↳ $a < 116\mu m \xrightarrow{\text{condição de segurança [L23]}} a < 116 / 2 = 58\mu m$

5) Nb₃Sn, $B=12T$, $J_c = 1 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $C\gamma=5000Jm^{-3}K^{-1}$ [29], $T_c=7.52K$ [48]

↳ $a < 199\mu m \xrightarrow{\text{condição de segurança [L23]}} a < 199 / 2 = 100\mu m$

6) Nb₃Sn, $B=9T$, $J_c = 2.5 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $C\gamma=5000Jm^{-3}K^{-1}$ [29], $T_c=9.35K$ [48]

↳ $a < 99\mu m \xrightarrow{\text{condição de segurança [L23]}} a < 99 / 2 = 50\mu m$

onde a condição de segurança utilizada é a referida no sector 1.10.3.

b) aproximação de fatia supercondutora semi-infinita considerando-se o efeito do campo magnético próprio

Resolvendo a inequação (1.41) e a equação (1.43) para os valores em análise (tabela 5.1), obtém-se

- 1) NbTi, $B=9T$, $J_c = 7 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.5K$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1989\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1579\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 871\mu\text{m}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 692\mu\text{m}$
- 2) NbTi, $B=10T$, $J_c = 1.5 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.2K$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 8141\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 6463\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 3567\mu\text{m}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 2832\mu\text{m}$
- 3) NbTi, $B=8T$, $J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.8K$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1716\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1363\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 752\mu\text{m}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 597\mu\text{m}$
- 4) Nb₃Sn, $B=10T$, $J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=8.7K$ [48]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1253\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 990\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 549\mu\text{m}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 434\mu\text{m}$
- 5) Nb₃Sn, $B=12T$, $J_c = 1 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=7.52K$ [48]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 2152\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1700\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 943\mu\text{m}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 745\mu\text{m}$
- 6) Nb₃Sn, $B=9T$, $J_c = 2.5 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=9.35K$ [48]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 1072\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 847\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 470\mu\text{m}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $a < 371\mu\text{m}$

APÊNDICE 5B

ESTABILIZAÇÃO DINÂMICA

a) aproximação de fatia supercondutora semi-infinita

Resolvendo a inequação (1.44) e a equação (1.45) para os valores em análise (tabela 5.1), obtém-se

- 1) NbTi, $B=9T$, $J_c = 7 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.5K$ [23], Matriz de Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-36.3\mu\text{m} < a < 5.57\text{mm}$
 - b) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-16.2\mu\text{m} < a < 7.13\text{mm}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-11.9\mu\text{m} < a < 6.31\text{mm}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-51.1\mu\text{m} < a < 2.50\text{mm}$
 - e) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-23\mu\text{m} < a < 3.17\text{mm}$
 - f) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-16.9\mu\text{m} < a < 2.80\text{mm}$

- 2) NbTi, $B=10T$, $J_c = 1.5 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.2K$ [23], Matriz de Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-36.6\mu\text{m} < a < 92.7\text{mm}$
 - b) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-16.3\mu\text{m} < a < 119\text{mm}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-11.9\mu\text{m} < a < 106\text{mm}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-52.1\mu\text{m} < a < 41.0\text{mm}$
 - e) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-23.2\mu\text{m} < a < 57.2\text{mm}$
 - f) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-17.0\mu\text{m} < a < 46.7\text{mm}$

- 3) NbTi, $B=8T$, $J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.8K$ [23], Matriz de Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-36.2\mu\text{m} < a < 4.15\text{mm}$
 - b) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-16.2\mu\text{m} < a < 5.31\text{mm}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-11.9\mu\text{m} < a < 4.70\text{mm}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-50.7\mu\text{m} < a < 1.87\text{mm}$
 - e) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-22.9\mu\text{m} < a < 2.36\text{mm}$
 - f) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-16.9\mu\text{m} < a < 2.09\text{mm}$

- 4) Nb₃Sn, $B=10T$, $J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=8.7K$ [48], Matriz de Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 - a) $\lambda=0.25$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-33.7\mu\text{m} < a < 2.38\text{mm}$
 - b) $\lambda=0.25$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-15.1\mu\text{m} < a < 3.03\text{mm}$
 - c) $\lambda=0.25$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-11.1\mu\text{m} < a < 2.68\text{mm}$
 - d) $\lambda=0.35$, $I_t=0I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-46.2\mu\text{m} < a < 1.08\text{mm}$
 - e) $\lambda=0.35$, $I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-21.1\mu\text{m} < a < 1.35\text{mm}$
 - f) $\lambda=0.35$, $I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$, $-15.6\mu\text{m} < a < 1.20\text{mm}$

- 5) Nb₃Sn, B=12T, J_c = 1x10⁹ Am⁻² [44], [50], T_T = 4.2K, T_c=7.52K^[48], Matriz de Cu, h=5x10⁴ Wm⁻²K⁻¹[23], ρ=3.5x10⁻¹⁰Ωm^[23]
- λ=0.25, I_t=0I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, -34.0μm <a<6.95mm
 - λ=0.25, I_t=0.5I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, -15.2μm <a<8.91mm
 - λ=0.25, I_t=0.75I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, -11.2μm <a<7.90mm
 - λ=0.35, I_t=0I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, -47.6μm <a<3.11mm
 - λ=0.35, I_t=0.5I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, -21.3μm <a<3.96mm
 - λ=0.35, I_t=0.75I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, -15.7μm <a<3.50mm
- 6) Nb₃Sn, B=9T, J_c = 2.5x10⁹ Am⁻² [44], [50], T_T = 4.2K, T_c=9.35K^[48], Matriz de Cu, h=5x10⁴ Wm⁻²K⁻¹[23], ρ=3.5x10⁻¹⁰Ωm^[23]
- λ=0.25, I_t=0I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, -33.5μm <a<1.75mm
 - λ=0.25, I_t=0.5I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, -15.1μm <a<2.22mm
 - λ=0.25, I_t=0.75I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, -11.1μm <a<1.97mm
 - λ=0.35, I_t=0I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, -45.6μm <a<805μm
 - λ=0.35, I_t=0.5I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, -21.0μm <a<997μm
 - λ=0.35, I_t=0.75I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, -15.5μm <a<881μm

b) aproximação de fio compósito filamentar semi-infinito

Resolvendo a inequação (1.46) e utilizando a figura 1.37 para os valores em análise, obtém-se

- NbTi, B=9T, J_c = 7x10⁸ Am⁻² [23], T_T = 4.2K, T_c=5.5K^[23], Matriz de Cu, h=5x10⁴ Wm⁻²K⁻¹[23], ρ=3.5x10⁻¹⁰Ωm^[23]
 - λ=0.25, I_t=0.1I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.948683, α→∞, -13.8mm <a<54.2mm
 - λ=0.25, I_t=0.5I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.707107, α=5, -184μm <a<21.5mm
 - λ=0.25, I_t=0.75I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.5, α=2.6, -49.9μm <a<15.2mm
 - λ=0.35, I_t=0.1I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.707107, α=5, -14.5mm <a<32.4mm
 - λ=0.35, I_t=0.5I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.707107, α=5, -257μm <a<9.70mm
 - λ=0.35, I_t=0I_c ⇒ γC=2465.145 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.707107, α=5, -70.7μm <a<6.77mm
- NbTi, B=10T, J_c = 1.5x10⁸ Am⁻² [23], T_T = 4.2K, T_c=5.2K^[23], Matriz de Cu, h=5x10⁴ Wm⁻²K⁻¹[23], ρ=3.5x10⁻¹⁰Ωm^[23]
 - λ=0.25, I_t=0.1I_c ⇒ γC=1995.475 Jm⁻³K⁻¹, ε=0.948685, α=50, -18mm <a<694mm

- b) $\lambda=0.25, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-185\mu\text{m} <a<358\text{mm}$
- c) $\lambda=0.25, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-50.1\mu\text{m} <a<254\text{mm}$
- d) $\lambda=0.35, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-24.4\text{mm} <a<323\text{mm}$
- e) $\lambda=0.35, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-264\mu\text{m} <a<158\text{mm}$
- f) $\lambda=0.35, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-71.4\mu\text{m} <a<112\text{mm}$
- 3) NbTi, $B=8\text{T}, J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2\text{K}, T_c=5.8\text{K}$ [23], Matriz de Cu,
 $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
- a) $\lambda=0.25, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-12.9\text{mm} <a<43\text{mm}$
- b) $\lambda=0.25, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-183\mu\text{m} <a<16.1\text{mm}$
- c) $\lambda=0.25, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-49.9\mu\text{m} <a<11.3\text{mm}$
- d) $\lambda=0.35, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-13.2\text{mm} <a<26.5\text{mm}$
- e) $\lambda=0.35, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-255\mu\text{m} <a<7.29\text{mm}$
- f) $\lambda=0.35, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-70.4\mu\text{m} <a<5.06\text{mm}$
- 4) Nb₃Sn, $B=10\text{T}, J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}, T_c=8.7\text{K}$ [48], Matriz de
Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
- a) $\lambda=0.25, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-10.7\text{mm} <a<27.8\text{mm}$
- b) $\lambda=0.25, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-170\mu\text{m} <a<9.23\text{mm}$
- c) $\lambda=0.25, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-46.5\mu\text{m} <a<6.47\text{mm}$
- d) $\lambda=0.35, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-10.3\text{mm} <a<17.9\text{mm}$
- e) $\lambda=0.35, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-231\mu\text{m} <a<4.24\text{mm}$
- f) $\lambda=0.35, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-64.7\mu\text{m} <a<2.91\text{mm}$
- 5) Nb₃Sn, $B=12\text{T}, J_c = 1 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}, T_c=7.52\text{K}$ [48], Matriz de
Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
- a) $\lambda=0.25, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-13.6\text{mm} <a<64.2\text{mm}$
- b) $\lambda=0.25, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \varepsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-178\mu\text{m} <a<26.9\text{mm}$

- c) $\lambda=0.25, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-46.7\mu\text{m} <a<19.0\text{mm}$
- d) $\lambda=0.35, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-14.7\text{mm} <a<37.1\text{mm}$
- e) $\lambda=0.35, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-240\mu\text{m} <a<12.1\text{mm}$
- f) $\lambda=0.35, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-65.6\mu\text{m} <a<8.45\text{mm}$
- 6) $\text{Nb}_3\text{Sn}, B=9\text{T}, J_c = 2.5 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}, T_c=9.35\text{K}$ [48], Matriz de Cu, $h=5 \times 10^4 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
- a) $\lambda=0.25, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-97.5\mu\text{m} <a<22.3\text{mm}$
- b) $\lambda=0.25, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-169\mu\text{m} <a<6.80\text{mm}$
- c) $\lambda=0.25, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=1995.475 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-46.4\mu\text{m} <a<4.75\text{mm}$
- d) $\lambda=0.35, I_t=0.1I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-9.2\text{mm} <a<14.7\text{mm}$
- e) $\lambda=0.35, I_t=0.5I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-227\mu\text{m} <a<3.16\text{mm}$
- f) $\lambda=0.35, I_t=0.75I_c \Rightarrow \gamma C=2465.145 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1}, \epsilon=0.707107, \alpha=5,$
 $-64.2\mu\text{m} <a<2.15\text{mm}$

c) aproximação de fio compósito filamentar finito desprezando-se o efeito do campo magnético próprio

Resolvendo a inequação (1.48) e a equação (1.50) para os valores em análise, obtém-se

- 1) $\text{NbTi}, B=9\text{T}, J_c = 7 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2\text{K}, T_c=5.5\text{K}$ [23], Matriz de Cu, $K=0.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
- a) $\lambda=0.25, a<135\mu\text{m}$
- b) $\lambda=0.35, a<106\mu\text{m}$
- 2) $\text{NbTi}, B=10\text{T}, J_c = 1.5 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2\text{K}, T_c=5.2\text{K}$ [23], Matriz de Cu, $K=0.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
- a) $\lambda=0.25, a<552\mu\text{m}$
- b) $\lambda=0.35, a<434\mu\text{m}$

- 3) NbTi, $B=8\text{T}$, $J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=5.8\text{K}$ [23], Matriz de Cu,
 $K=0.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 a) $\lambda=0.25$, $a < 116 \mu\text{m}$
 b) $\lambda=0.35$, $a < 91.6 \mu\text{m}$
- 4) Nb₃Sn, $B=10\text{T}$, $J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=8.7\text{K}$ [48], Matriz de
 Cu, $K=0.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 a) $\lambda=0.25$, $a < 87.8 \mu\text{m}$
 b) $\lambda=0.35$, $a < 69.1 \mu\text{m}$
- 5) Nb₃Sn, $B=12\text{T}$, $J_c = 1 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=7.52\text{K}$ [48], Matriz de
 Cu, $K=0.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 a) $\lambda=0.25$, $a < 151 \mu\text{m}$
 b) $\lambda=0.35$, $a < 119 \mu\text{m}$
- 6) Nb₃Sn, $B=9\text{T}$, $J_c = 2.5 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=9.35\text{K}$ [48], Matriz de
 Cu, $K=0.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ [23], $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 a) $\lambda=0.25$, $a < 75.2 \mu\text{m}$
 b) $\lambda=0.35$, $a < 59.1 \mu\text{m}$

APÊNDICE 5C

ESTABILIZAÇÃO CRIOGÊNICA

a) método de Steckly

Aplicando a equação de Steckly (1.51):

para um fio circular com perímetro totalmente submerso (piscina):

$$r_p < \frac{2h(T_c - T_T)(1 - \lambda)}{\rho\lambda^2 J_c^2} \quad (5C.1)$$

para um fio circular com metade do perímetro submerso (canais):

$$r_{cHe} < \frac{h(T_c - T_T)(1 - \lambda)}{\rho\lambda^2 J_c^2} \quad (5C.2)$$

Deste modo (para as opções consideradas na tabela 5.1):

- 1) NbTi, B=9T, $J_c = 7 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=5.5\text{K}$ [23], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 - I) $h=1000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
 - a) $\lambda=0.25$, $r_p < 182\mu\text{m}$, $r_{cHe} < 91.0\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $r_p < 80.4\mu\text{m}$, $r_{cHe} < 40.2\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.09$, $r_p < 1.70\text{mm}$, $r_{cHe} < 852\mu\text{m}$
 - II) $h=10000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
 - a) $\lambda=0.25$, $r_p < 1.82\text{mm}$, $r_{cHe} < 910\mu\text{m}$
 - b) $\lambda=0.35$, $r_p < 804\mu\text{m}$, $r_{cHe} < 402\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.09$, $r_p < 17.0\text{mm}$, $r_{cHe} < 8.52\text{mm}$

- 2) NbTi, B=10T, $J_c = 1.5 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=5.2\text{K}$ [23], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 - I) $h=1000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
 - a) $\lambda=0.25$, $r_p < 3.05\text{mm}$, $r_{cHe} < 1.52\text{mm}$
 - b) $\lambda=0.35$, $r_p < 1.35\text{mm}$, $r_{cHe} < 674\mu\text{m}$
 - c) $\lambda=0.09$, $r_p < 28.5\text{mm}$, $r_{cHe} < 14.3\text{mm}$
 - II) $h=10000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
 - a) $\lambda=0.25$, $r_p < 30.5\text{mm}$, $r_{cHe} < 15.2\text{mm}$
 - b) $\lambda=0.35$, $r_p < 13.5\text{mm}$, $r_{cHe} < 6.74\text{mm}$
 - c) $\lambda=0.09$, $r_p < 2.85\text{mm}$, $r_{cHe} < 143\text{mm}$

- 3) NbTi, $B=8T$, $J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.8K$ [23], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
- I) $h=1000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 135 \mu m$, $r_{cHe} < 67.7 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 59.9 \mu m$, $r_{cHe} < 29.9 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 1.27 mm$, $r_{cHe} < 634 \mu m$
- II) $h=10000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 1.35 mm$, $r_{cHe} < 677 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 599 \mu m$, $r_{cHe} < 299 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 12.7 mm$, $r_{cHe} < 6.34 mm$
- 4) Nb₃Sn, $B=10T$, $J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=8.7K$ [48], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
- I) $h=1000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 77.1 \mu m$, $r_{cHe} < 38.6 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 34.1 \mu m$, $r_{cHe} < 17.1 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 722 \mu m$, $r_{cHe} < 361 \mu m$
- II) $h=10000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 771 \mu m$, $r_{cHe} < 386 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 341 \mu m$, $r_{cHe} < 171 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 7.22 mm$, $r_{cHe} < 3.61 mm$
- 5) Nb₃Sn, $B=12T$, $J_c = 1 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=7.52K$ [48], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
- I) $h=1000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 228 \mu m$, $r_{cHe} < 114 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 101 \mu m$, $r_{cHe} < 50.3 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 2.13 mm$, $r_{cHe} < 1.07 mm$
- II) $h=10000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 2.28 mm$, $r_{cHe} < 1.14 mm$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 1.01 mm$, $r_{cHe} < 503 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 21.3 mm$, $r_{cHe} < 10.7 mm$
- 6) Nb₃Sn, $B=9T$, $J_c = 2.5 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=9.35K$ [48], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
- I) $h=1000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 56.5 \mu m$, $r_{cHe} < 28.3 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 25.0 \mu m$, $r_{cHe} < 12.5 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 529 \mu m$, $r_{cHe} < 264 \mu m$
- II) $h=10000 \text{ Wm}^{-2}K^{-1}$
- $\lambda=0.25$, $r_p < 565 \mu m$, $r_{cHe} < 283 \mu m$
 - $\lambda=0.35$, $r_p < 250 \mu m$, $r_{cHe} < 125 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 5.29 mm$, $r_{cHe} < 2.64 mm$

b) teorema de *igual-área* de Maddock

Para as opções consideradas na tabela 5.1

1) NbTi, $B=9T$, $J_c = 7 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.5K$ [23], Matriz de Cu,
 $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]

$\Rightarrow G_c A/P = 2.480 \text{ kWm}^{-2}$

- a) $\lambda=0.25$, $r_p < 347 \mu m$, $r_{cHe} < 174 \mu m$
- b) $\lambda=0.35$, $r_p < 153 \mu m$, $r_{cHe} < 77 \mu m$
- c) $\lambda=0.09$, $r_p < 3.25 mm$, $r_{cHe} < 1.62 mm$

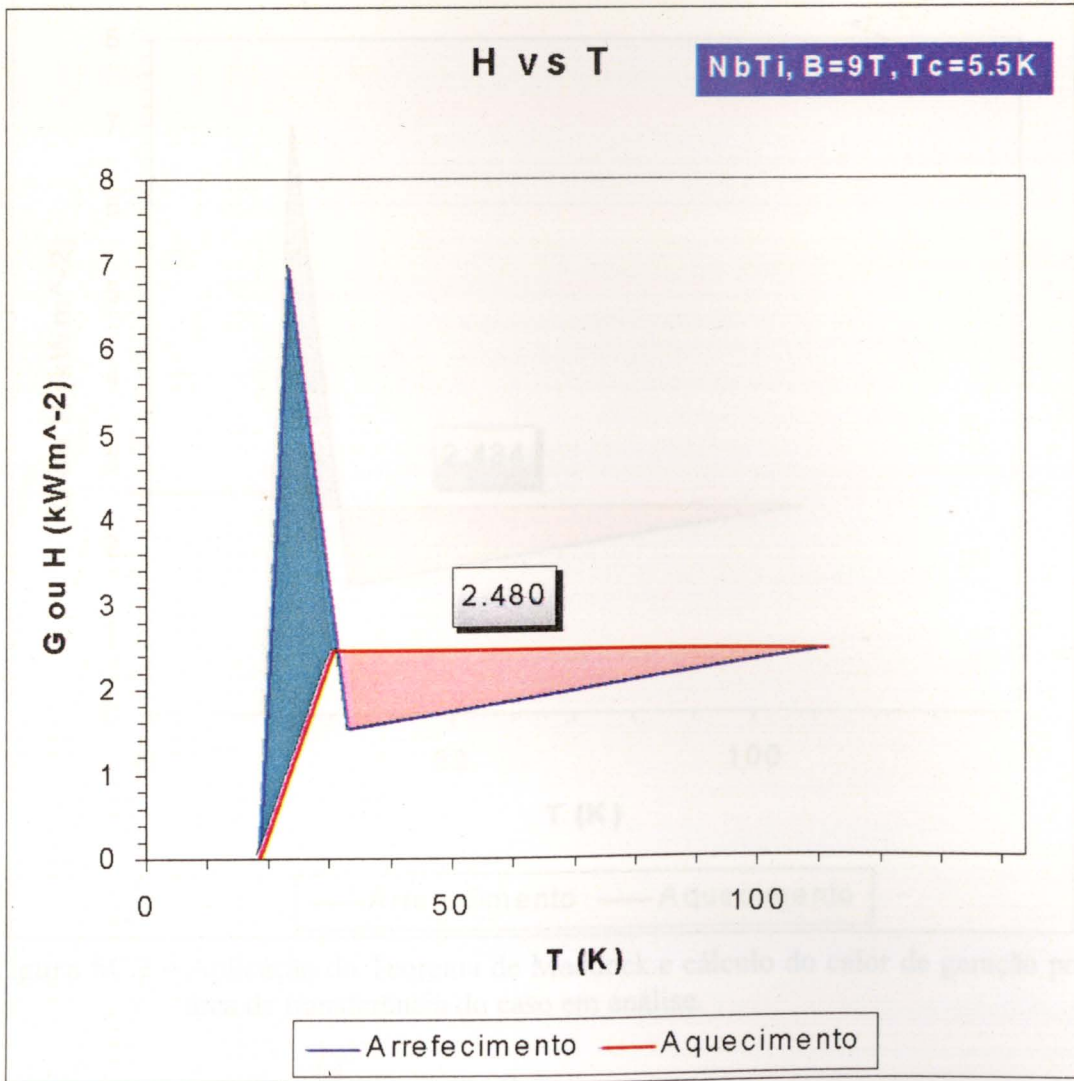


Figura 5C.1 – Aplicação do Teorema de Maddock.e cálculo do calor de geração por área de transferência do caso em análise.

2) NbTi, $B=10T$, $J_c = 1.5 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.2K$ [23], Matriz de Cu,
 $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
 $\Rightarrow G_c A/P = 2.434 \text{ kWm}^{-2}$

- a) $\lambda=0.25$, $r_p < 7.42 \text{ mm}$, $r_{cHe} < 3.71 \text{ mm}$
- b) $\lambda=0.35$, $r_p < 3.28 \text{ mm}$, $r_{cHe} < 1.64 \text{ mm}$
- c) $\lambda=0.09$, $r_p < 69.4 \text{ mm}$, $r_{cHe} < 34.7 \text{ mm}$

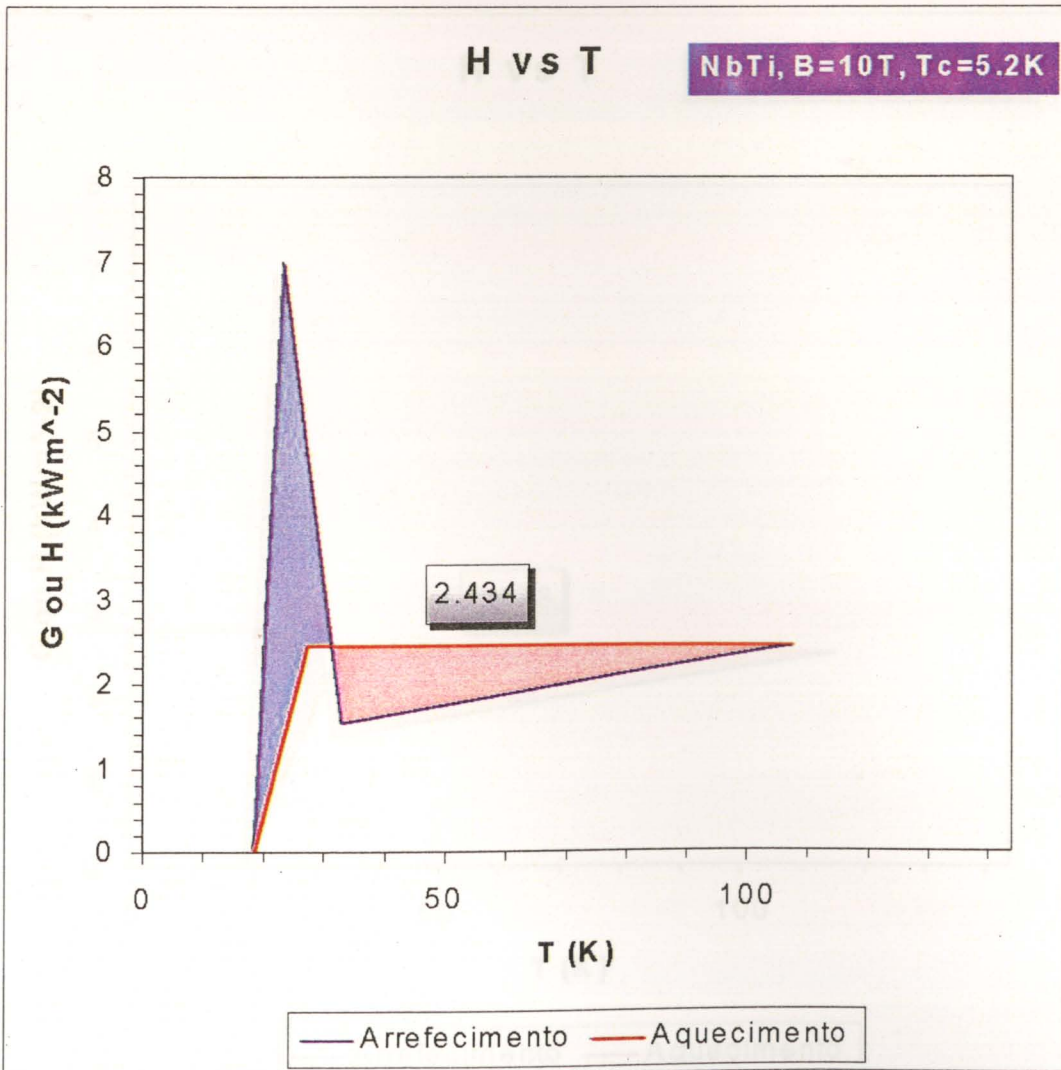


Figura 5C.2 – Aplicação do Teorema de Maddock.e cálculo do calor de geração por área de transferência do caso em análise.

- 3) NbTi, $B=8T$, $J_c = 9 \times 10^8 \text{ Am}^{-2}$ [23], $T_T = 4.2K$, $T_c=5.8K$ [23], Matriz de Cu,
 $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
 $\Rightarrow G_c A/P = 2.528 \text{ kWm}^{-2}$
- a) $\lambda=0.25$, $r_p < 214 \mu m$, $r_{cHe} < 107 \mu m$
 - b) $\lambda=0.35$, $r_p < 94.6 \mu m$, $r_{cHe} < 47.3 \mu m$
 - c) $\lambda=0.09$, $r_p < 2.00 mm$, $r_{cHe} < 1.00 mm$

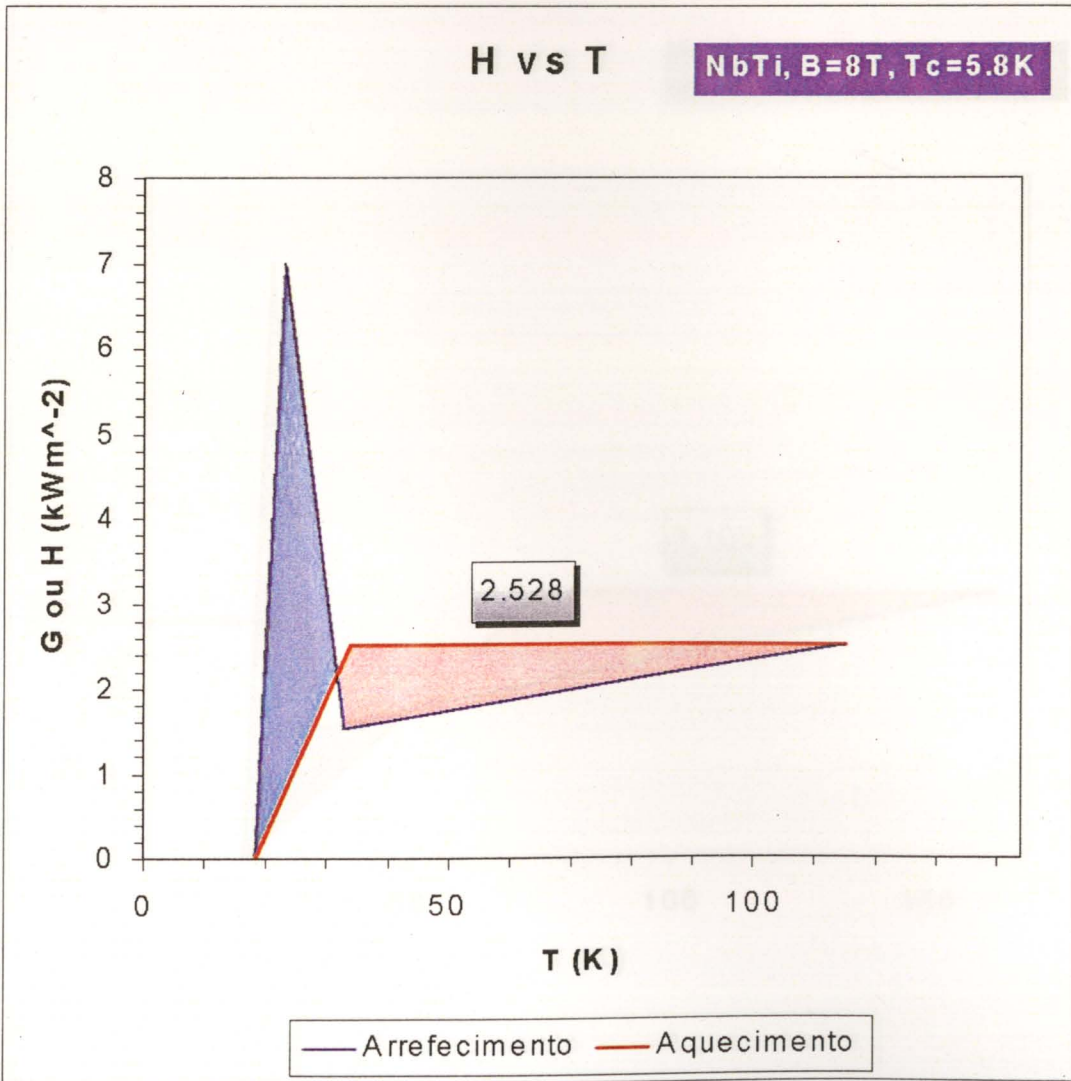


Figura 5C.3 – Aplicação do Teorema de Maddock.e cálculo do calor de geração por área de transferência do caso em análise.

- 4) Nb_3Sn , $B=10\text{T}$, $J_c = 2 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=8.7\text{K}$ [48], Matriz de Cu , $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 $\Rightarrow G_c A/P = 3.105 \text{ kWm}^{-2}$
- d) $\lambda=0.25$, $r_p < 53.2 \mu\text{m}$, $r_{\text{cHe}} < 26.6 \mu\text{m}$
 - e) $\lambda=0.35$, $r_p < 23.5 \mu\text{m}$, $r_{\text{cHe}} < 11.8 \mu\text{m}$
 - f) $\lambda=0.09$, $r_p < 498 \mu\text{m}$, $r_{\text{cHe}} < 249 \mu\text{m}$

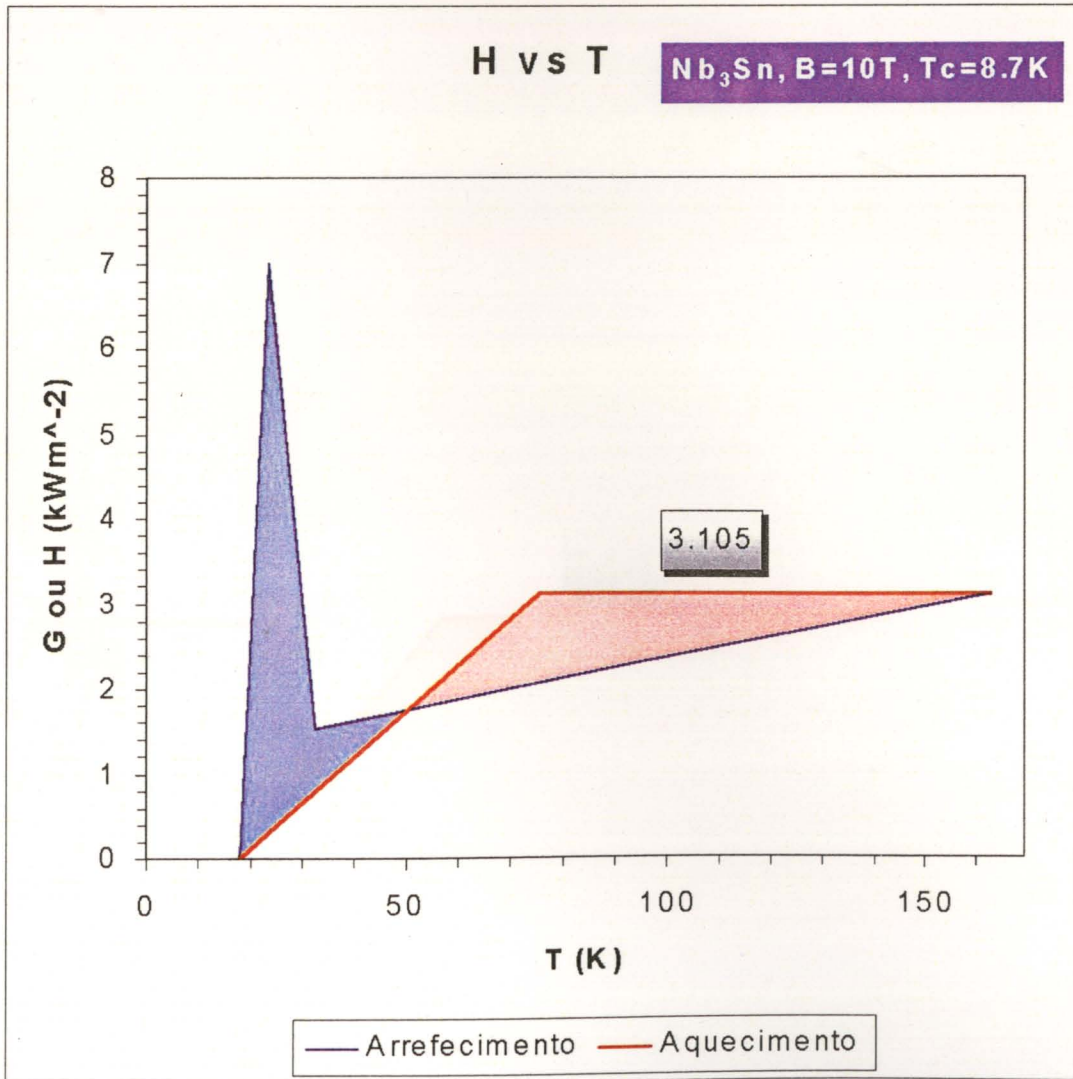


Figura 5C.4 – Aplicação do Teorema de Maddock.e cálculo do calor de geração por área de transferência do caso em análise.

- 5) Nb_3Sn , $B=12\text{T}$, $J_c = 1 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=7.52\text{K}$ [48], Matriz de Cu , $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega\text{m}$ [23]
 $\Rightarrow G_c A/P = 2.846 \text{ kWm}^{-2}$
- d) $\lambda=0.25$, $r_p < 195 \mu\text{m}$, $r_{\text{cHe}} < 97.6 \mu\text{m}$
 - e) $\lambda=0.35$, $r_p < 86.3 \mu\text{m}$, $r_{\text{cHe}} < 43.1 \mu\text{m}$
 - f) $\lambda=0.09$, $r_p < 1.83\text{mm}$, $r_{\text{cHe}} < 914 \mu\text{m}$

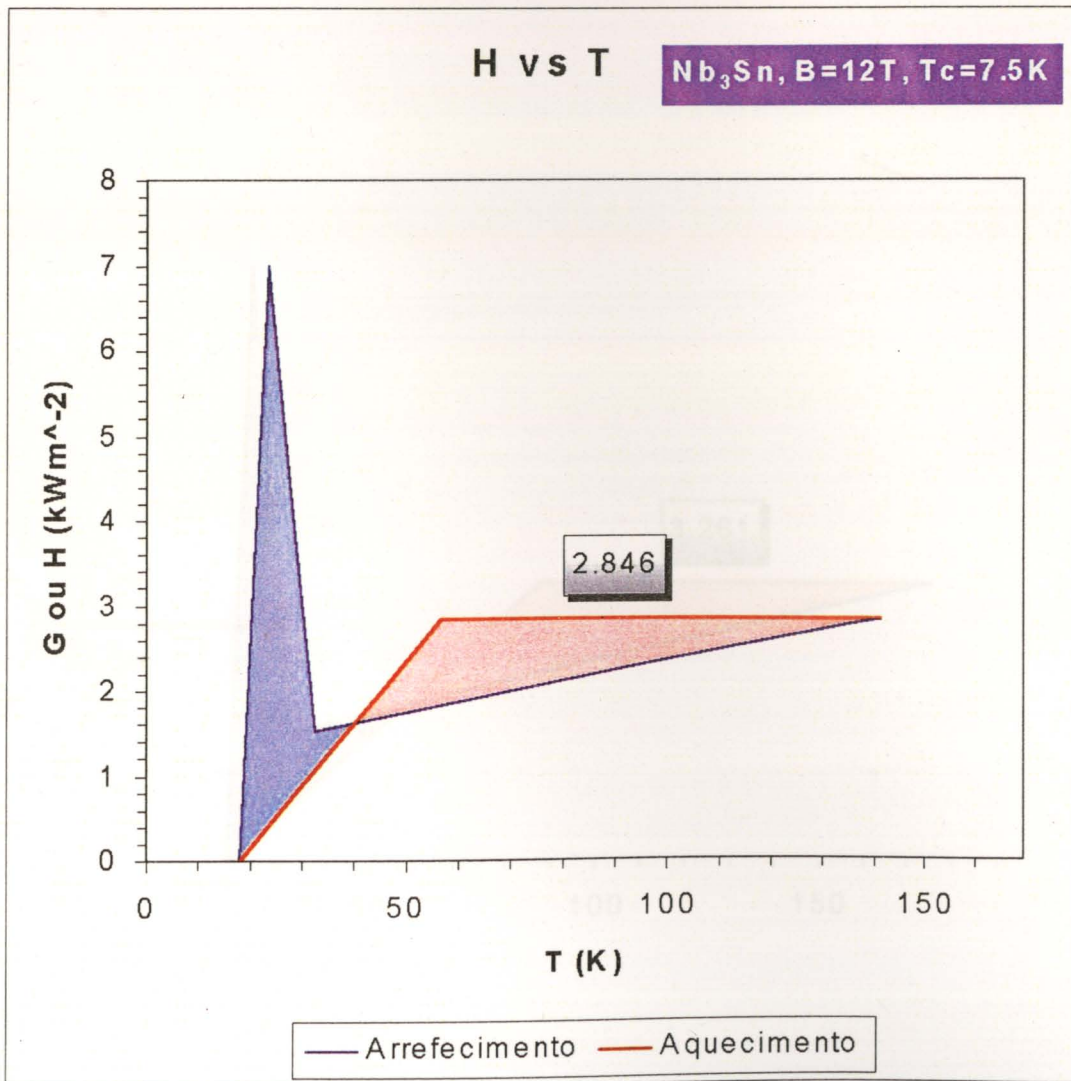


Figura 5C.5 – Aplicação do Teorema de Maddock.e cálculo do calor de geração por área de transferência do caso em análise.

- 6) Nb_3Sn , $B=9T$, $J_c = 2.5 \times 10^9 \text{ Am}^{-2}$ [44], [50], $T_T = 4.2K$, $T_c=9.35K$ [48], Matriz de Cu, $\rho=3.5 \times 10^{-10} \Omega m$ [23]
 $\Rightarrow G_c A/P = 3.261 \text{ kWm}^{-2}$
- g) $\lambda=0.25$, $r_p < 35.8 \mu m$, $r_{cHe} < 17.9 \mu m$
 - h) $\lambda=0.35$, $r_p < 15.8 \mu m$, $r_{cHe} < 7.91 \mu m$
 - $\lambda=0.09$, $r_p < 335 \mu m$, $r_{cHe} < 167 \mu m$

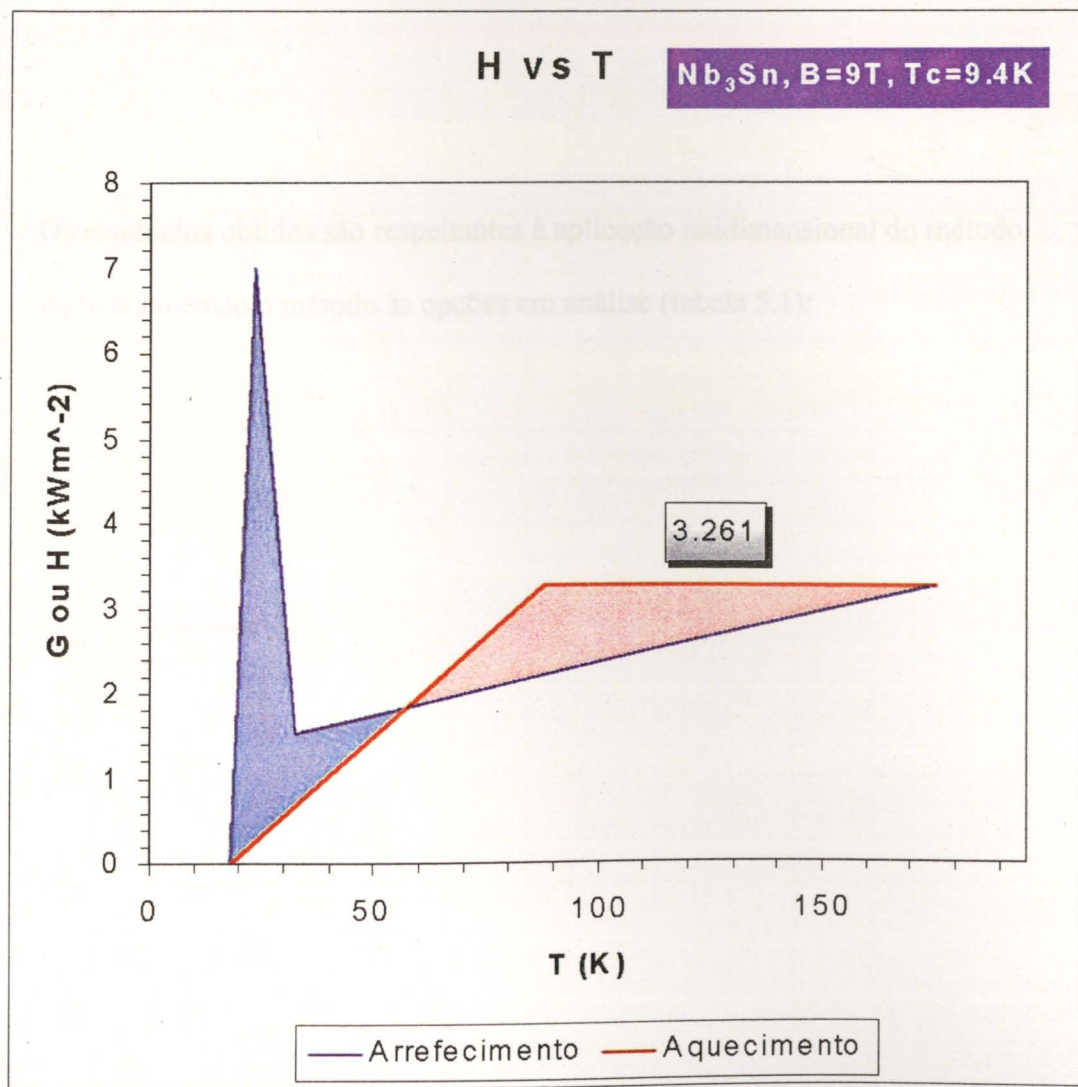


Figura 5C.6 – Aplicação do Teorema de Maddock.e cálculo do calor de geração por área de transferência do caso em análise.

APÊNDICE 5D

OUTROS MÉTODOS DE ESTABILIZAÇÃO

a) método de Wilson (“MPZ/Cold End”)

Os resultados obtidos são respeitantes à aplicação unidimensional do método.

Aplicando então o método às opções em análise (tabela 5.1):

A) NbTi

	NbTi		B=8T		T _T =4.2K		T _c =5.8K		
	2.7	3.5	4	5	7	10	20	50	100
g _c (kWm ⁻²)	2.7	3.5	4	5	7	10	20	50	100
X	3.775895	1.528723	1.296597	1.072978	0.86101	0.81299	0.712837	0.583609	0.491792
T _{máx} (K)	9.725751	7.311949	6.873896	6.39804	5.967578	5.689106	5.249282	4.822864	4.666334
e _x (Jm ⁻³) λ=0.35	102115.8	12937.82	8265.754	4732.817	2569.585	1735.712	978.9854	469.414	289.662
e _x (Jm ⁻³) λ=0.25	126146	14454.5	9046.207	5075.327	2737.444	1845.723	1038.061	496.3179	305.9035

	NbTi		B=9T		T _T =4.2K		T _c =5.5K		
	2.7	3.5	4	5	7	10	20	50	100
g _c (kWm ⁻²)	2.7	3.5	4	5	7	10	20	50	100
X	3.024602	1.454958	1.240064	1.029406	0.86101	0.775435	0.675864	0.540319	0.470872
T _{máx} (K)	9.050693	7.076727	6.664572	6.210188	5.794442	5.514713	5.106498	4.745282	4.635393
e _x (Jm ⁻³) λ=0.35	62245.16	10879.5	6991.256	3968.649	2121.426	1403.227	794.3751	375.4966	258.3107
e _x (Jm ⁻³) λ=0.25	75035.78	12023.26	7580.172	4234.749	2257.768	1490.514	841.5328	396.785	272.7307

	NbTi		B=10T		T _T =4.2K		T _c =5.2K		
	2.7	3.5	4	5	7	10	20	50	100
g _c (kWm ⁻²)	2.7	3.5	4	5	7	10	20	50	100
X	2.630585	1.38698	1.188116	0.991103	0.84351	0.736484	0.627071	0.498583	0.449259
T _{máx} (K)	8.554215	6.850174	6.461124	6.026294	5.619268	5.302521	4.939078	4.677405	4.604296
e _x (Jm ⁻³) λ=0.35	43964	9122.102	5870.607	3275.722	1826.923	1096.154	595.3433	297.2874	221.5042
e _x (Jm ⁻³) λ=0.25	51962.98	9974.681	6311.827	3491.798	1942.495	1162.82	629.9516	313.9758	233.8277

Tabela 5D.1 – Resultados obtidos pelo método de *MPZ/ColdEnd* para o caso de um fio supercondutor feito de NbTi.

1) NbTi, $B=9T$, $\theta_0=T_T = 4.2K$, $T_c=5.5K$ ^[23], $T_S=4.5K$, $Q_0=G_0=1kWm^{-2}$

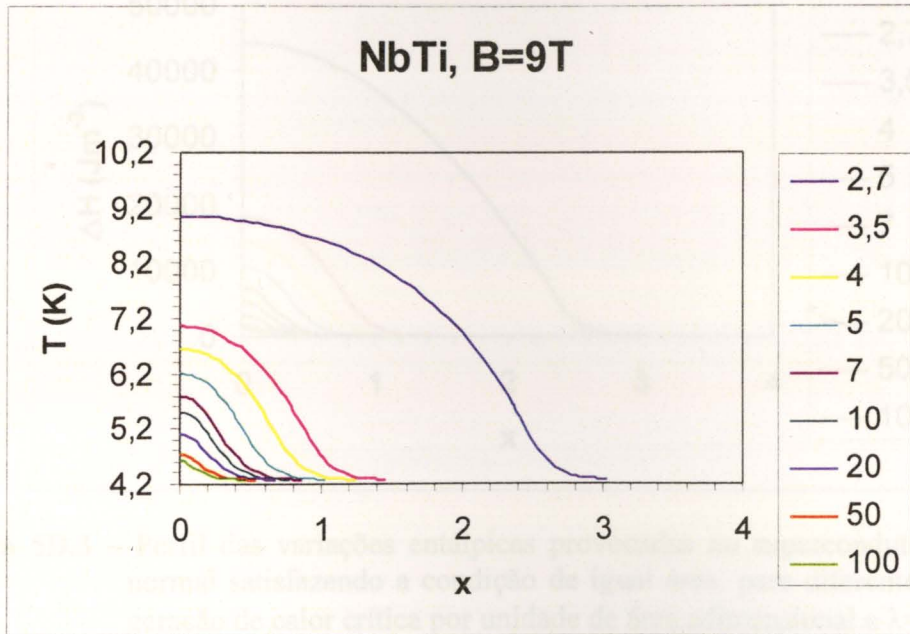


Figura 5D.1 – Perfil de temperaturas existente numa zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional (G_c/G_0). x é a distância adimensional dada por $x=X/X_0$, onde X_0 é um comprimento crítico (ver [53]).

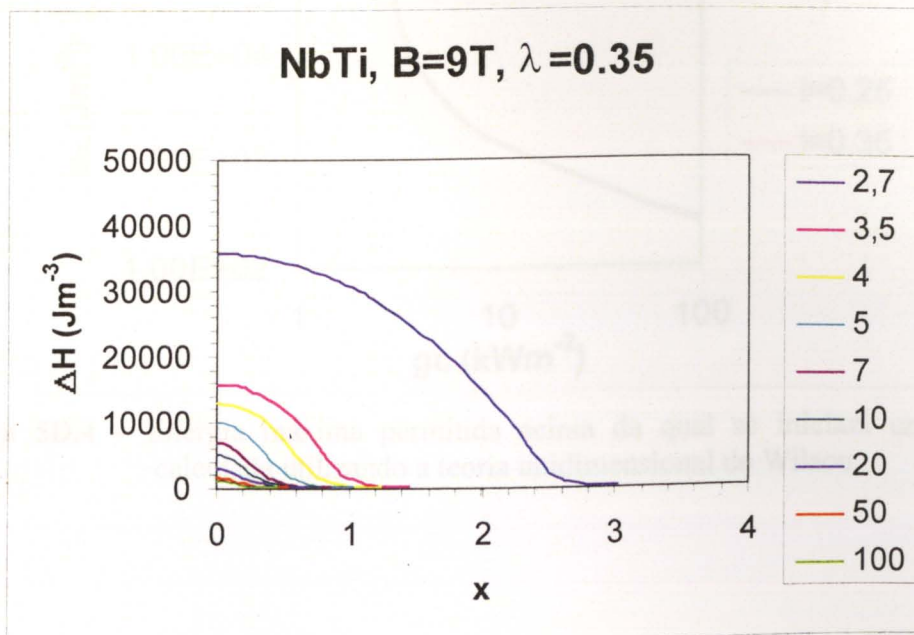


Figura 5D.2 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.35$.

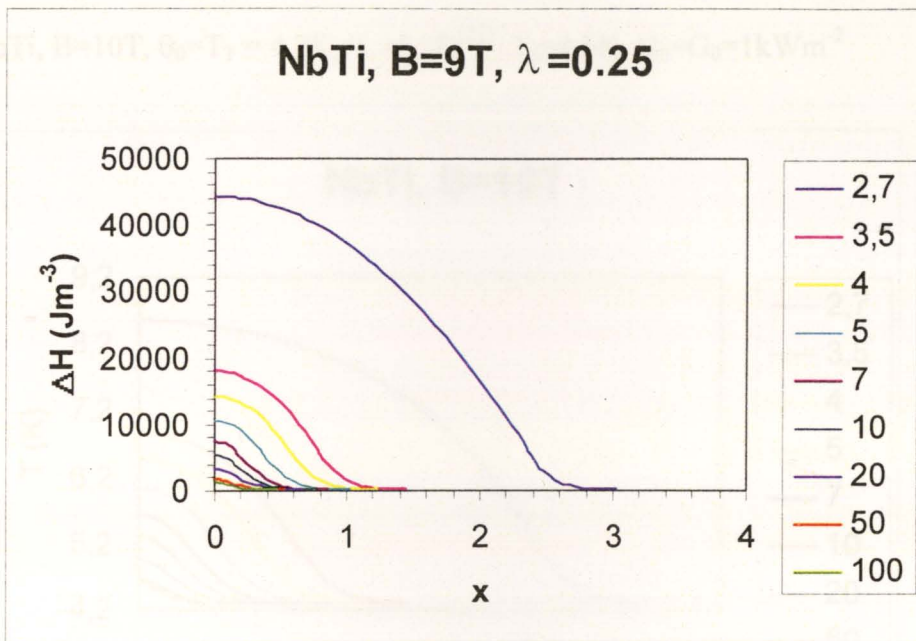


Figura 5D.3 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.25$.

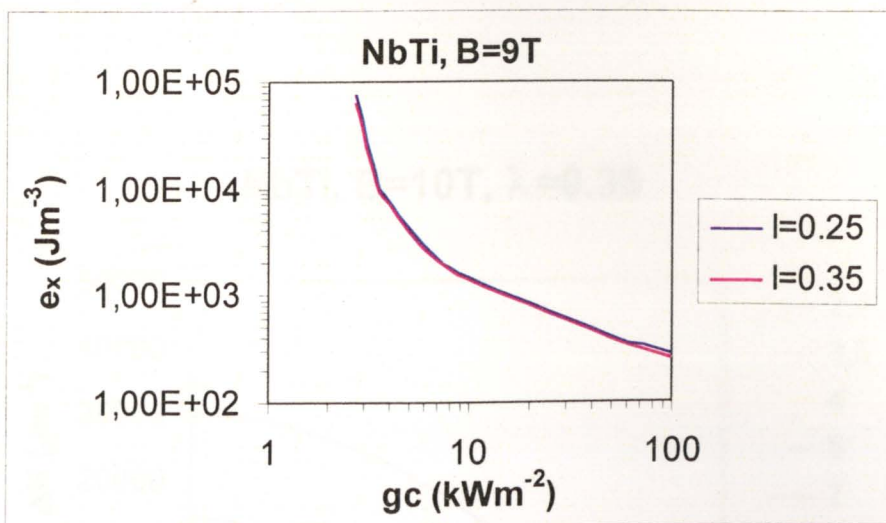


Figura 5D.4 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson.

2) NbTi, $B=10T$, $\theta_0=T_T = 4.2K$, $T_c=5.2K^{[23]}$, $T_S=4.5K$, $Q_0=G_0=1kWm^{-2}$

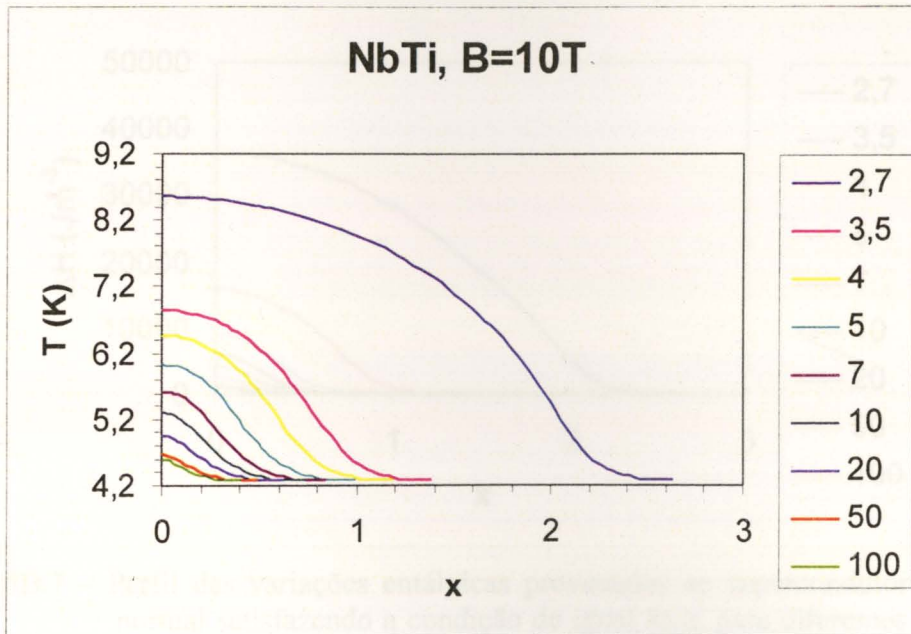


Figura 5D.5 – Perfil de temperaturas existente numa zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional.

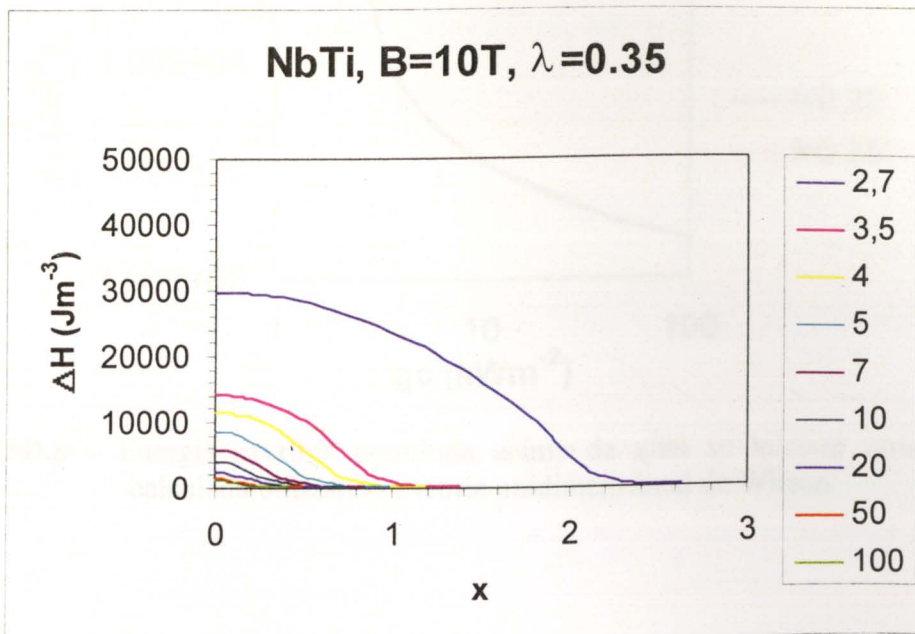


Figura 5D.6 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.35$.

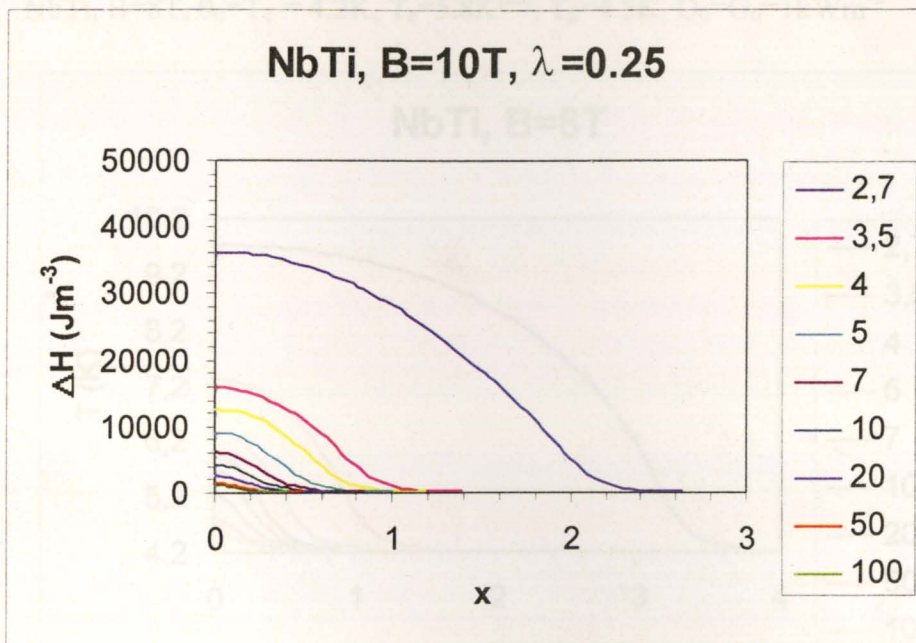


Figura 5D.7 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.25$.

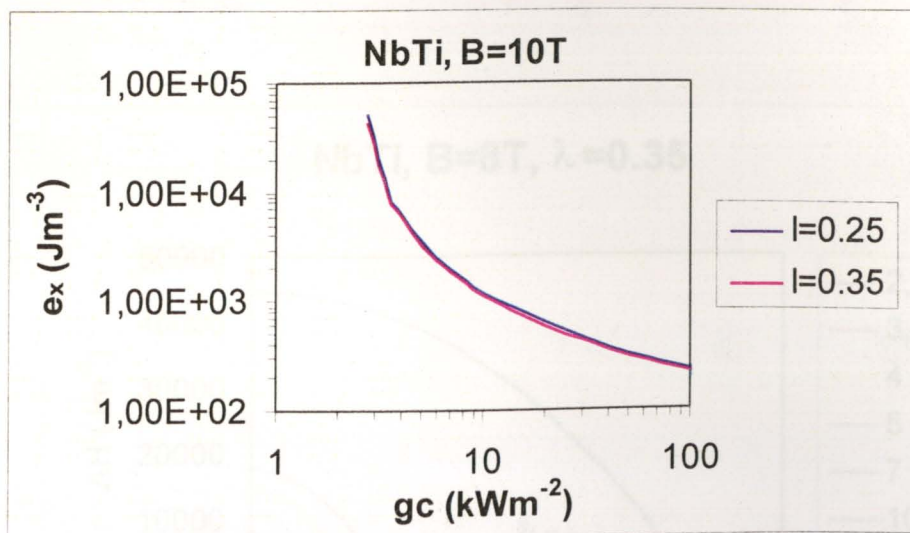


Figura 5D.8 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson.

3) NbTi, $B=8T$, $\theta_0=T_T = 4.2K$, $T_c=5.8K$ ^[23], $T_S=4.5K$, $Q_0=G_0=1kWm^{-2}$

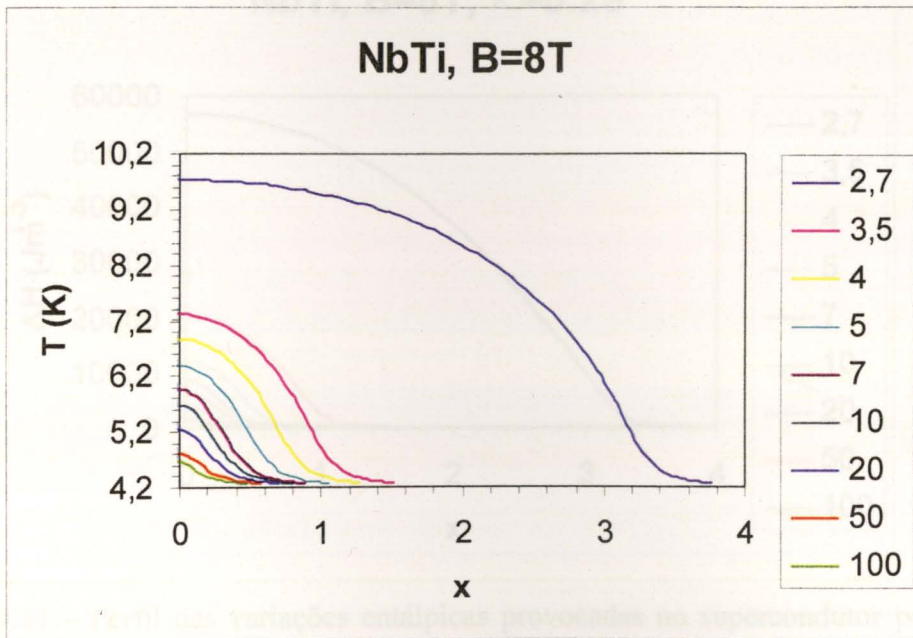


Figura 5D.9 – Perfil de temperaturas existente numa zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional.

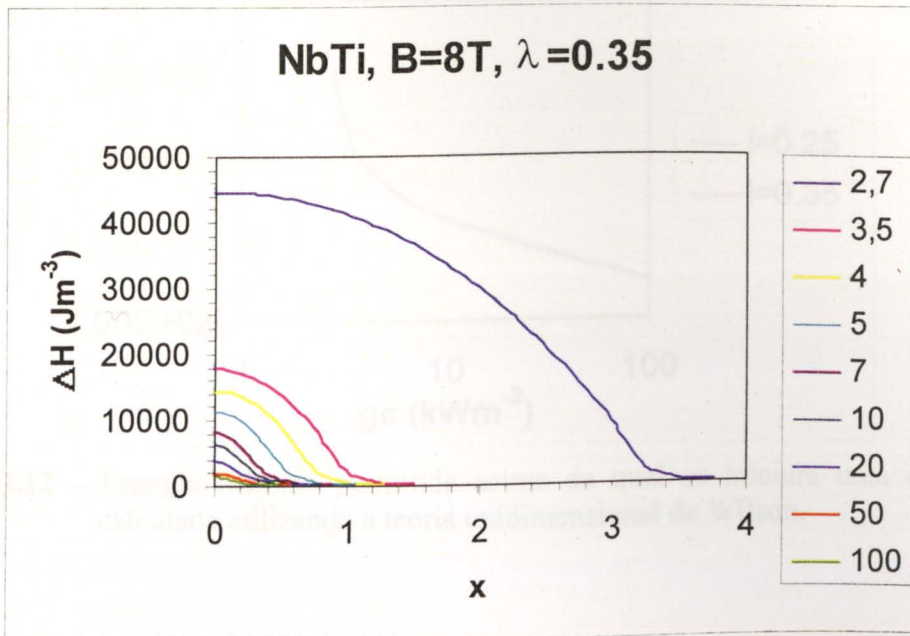


Figura 5D.10 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.35$.

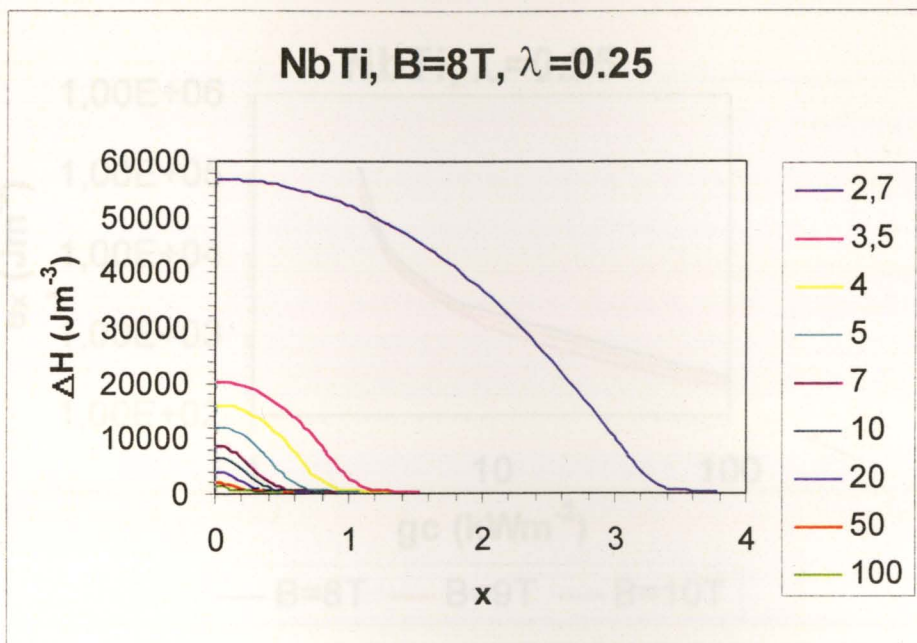


Figura 5D.11 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.25$.

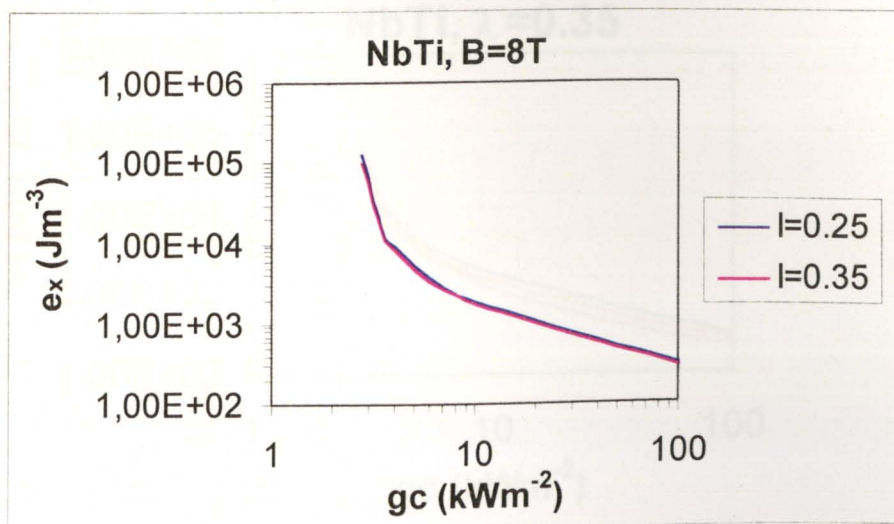


Figura 5D.12 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson.

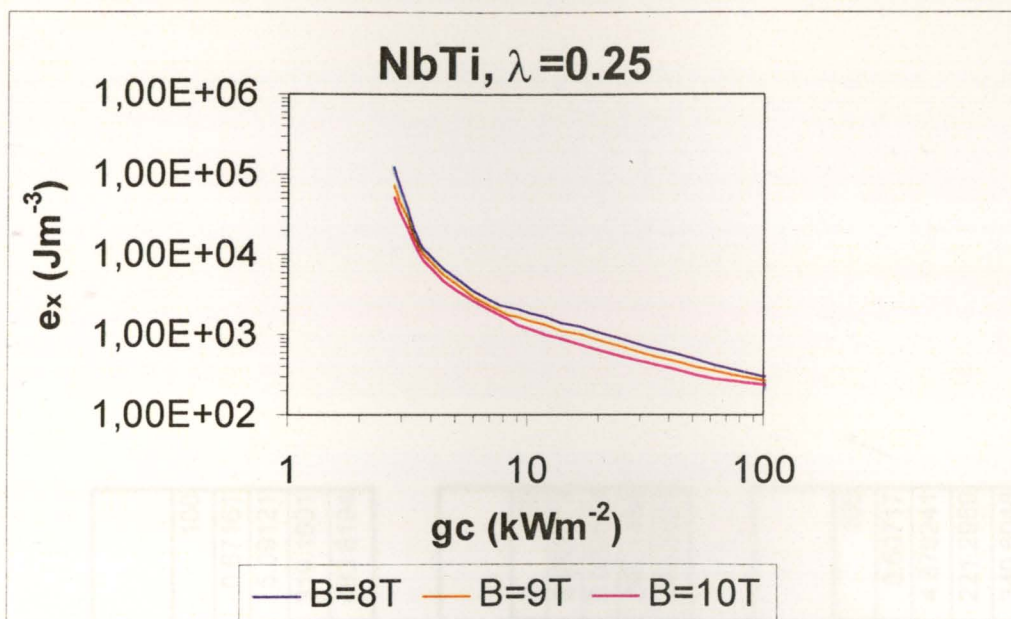


Figura 5D.13 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson para $\lambda = 0.25$ – gráfico comparativo, mostrando a influência do valor do campo magnético externo.

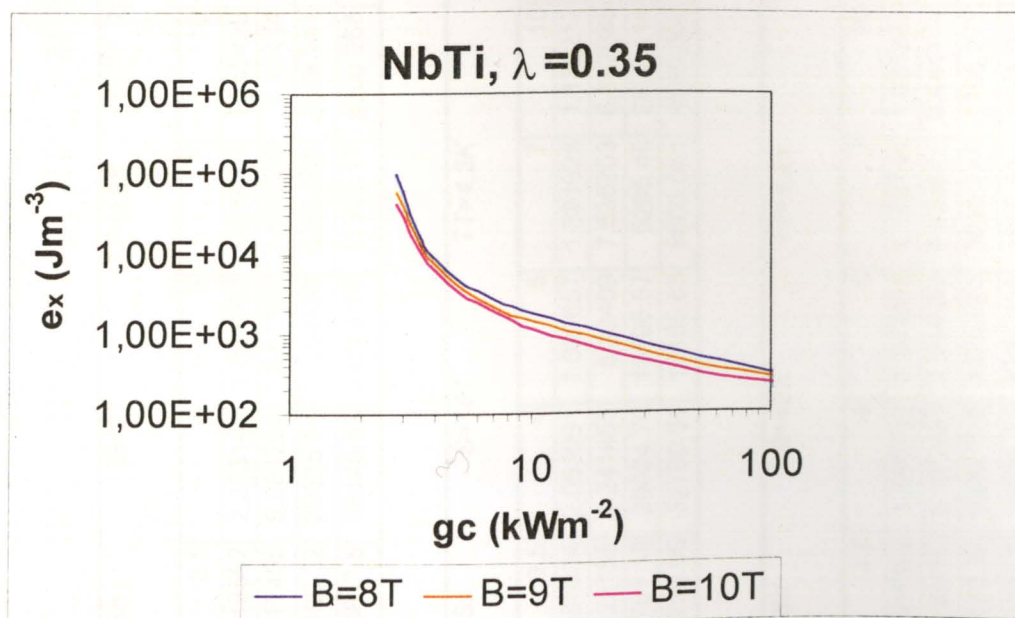


Figura 5D.14 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson para $\lambda = 0.35$ – gráfico comparativo, mostrando a influência do valor do campo magnético externo.

B) Nb₃Sn

Nb ₃ Sn B=9T TT=4.2K Tc=9.35K								
g _c (kWm ⁻²)	3.5	4	5	7	10	20	50	100
X	3.213592	2.303148	1.863962	1.509094	1.253459	0.956967	0.770684	0.67161
T _{máx} (K)	11.17405	9.881205	8.87397	7.865386	7.12414	6.201119	5.494801	5.09121
e _x (Jm ⁻³) I=0.35	76190.32	29535.54	14726	6988.953	3648.781	1354.605	560.8807	319.1601
e _x (Jm ⁻³) I=0.25	120817.5	48140.53	24104.17	11392.17	5896.268	2151.219	875.8309	493.6194

Nb ₃ Sn B=10T TT=4.2K Tc=8.7K								
g _c (kWm ⁻²)	3.5	4	5	7	10	20	50	100
X	2.688834	2.063091	1.691657	1.391928	1.175217	0.91528	0.749117	0.652073
T _{máx} (K)	10.22195	9.241453	8.39409	7.535203	6.887685	6.063082	5.403199	5.020894
e _x (Jm ⁻³) I=0.35	42701.19	20024.79	10496.57	5295.48	2895.114	1143.247	497.7034	285.1484
e _x (Jm ⁻³) I=0.25	69290.96	32760.85	17165.65	8603.551	4660.802	1809.829	775.4617	440.3021

Nb ₃ Sn B=12T TT=4.2K Tc=7.52K								
g _c (kWm ⁻²)	3.5	4	5	7	10	20	50	100
X	2.085389	1.699732	1.397981	1.188746	1.031347	0.838513	0.702267	0.60717
T _{máx} (K)	8.86192	8.195098	7.549655	6.929622	6.441174	5.793648	5.207559	4.879241
e _x (Jm ⁻³) I=0.35	18033.42	9956.728	5370.073	3016.746	1795.277	808.0676	380.6476	221.2959
e _x (Jm ⁻³) I=0.25	29533.7	16275.17	8726.225	4859.934	2865.932	1270.857	590.3354	340.6048

Tabela 5D.2 – Resultados obtidos pelo método de *MPZ/ColdEnd* para o caso de um fio supercondutor feito de Nb₃Sn.

1) Nb_3Sn , $B=10\text{T}$, $\theta_0=T_T=4.2\text{K}$, $T_c=8.7\text{K}^{[23]}$, $T_S=4.5\text{K}$, $Q_0=G_0=1\text{kWm}^{-2}$

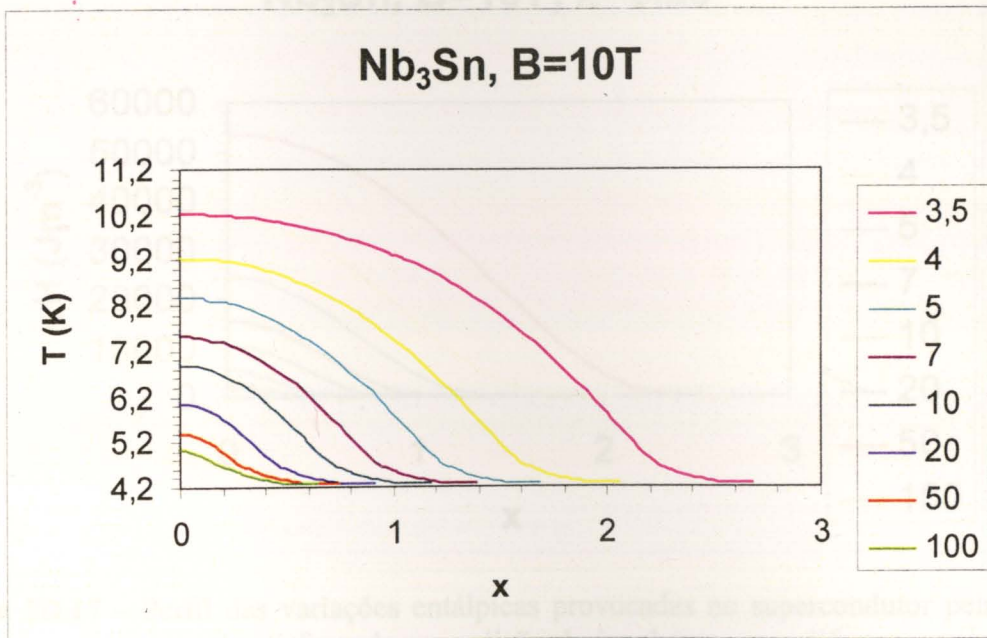


Figura 5D.15 – Perfil de temperaturas existente numa zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional.

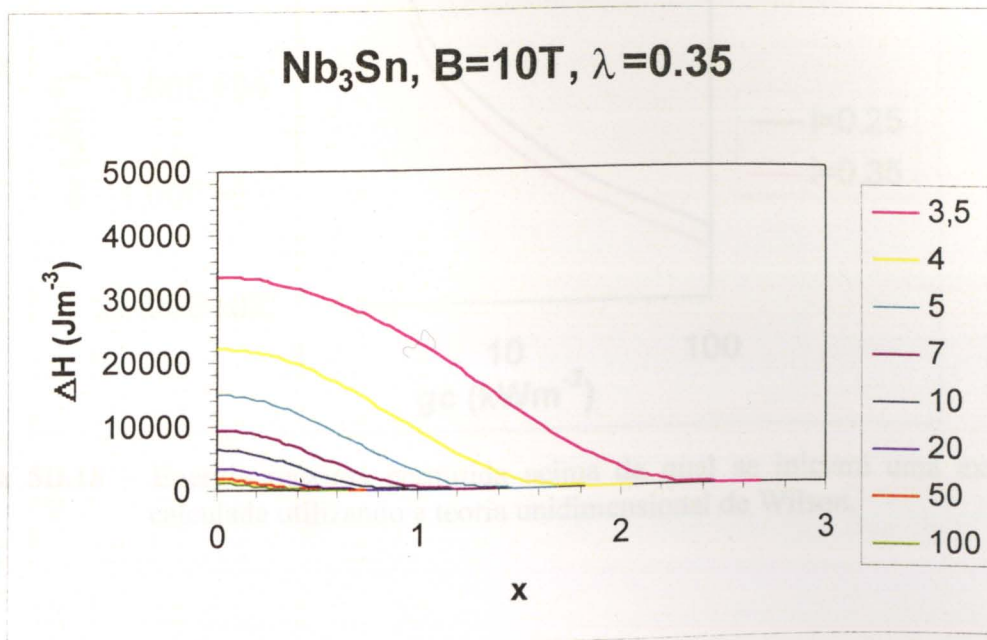


Figura 5D.16 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.35$.

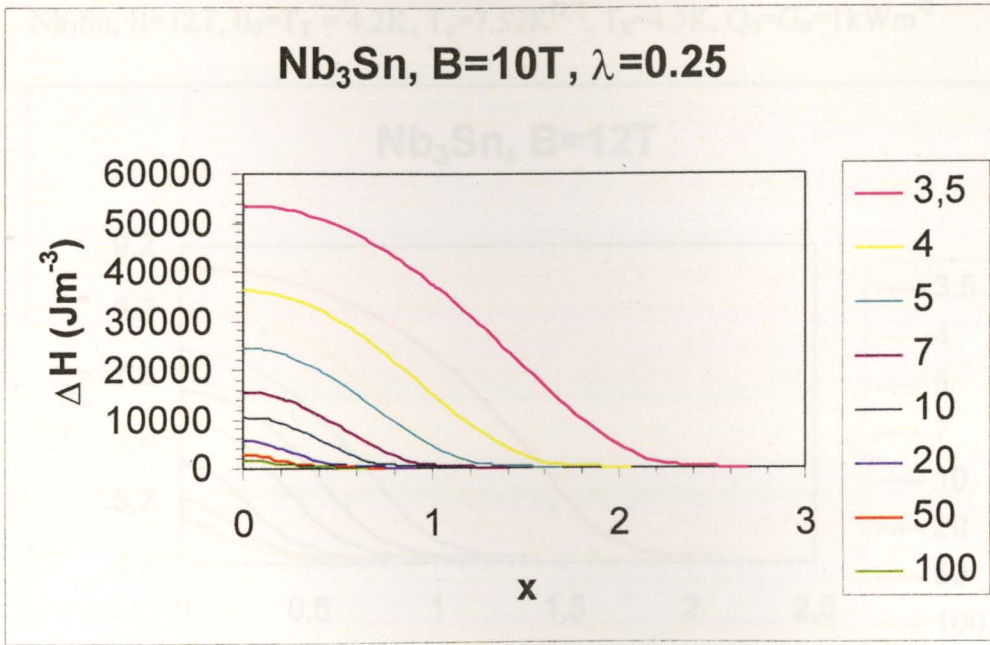


Figura 5D.17 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.25$.

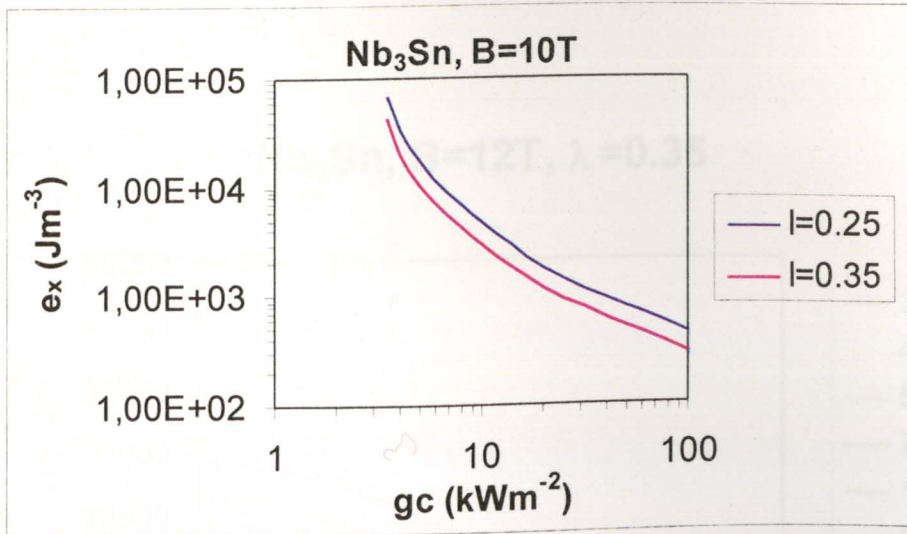


Figura 5D.18 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson.

2) Nb_3Sn , $B=12\text{T}$, $\theta_0=T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=7.52\text{K}^{[23]}$, $T_S=4.5\text{K}$, $Q_0=G_0=1\text{kWm}^{-2}$

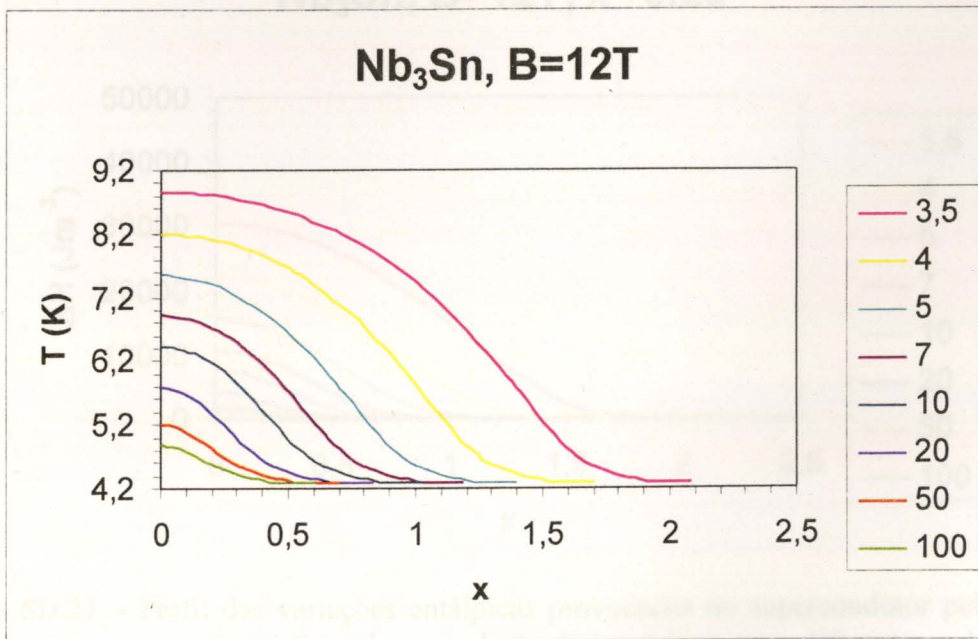


Figura 5D.19 – Perfil de temperaturas existente numa zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional.

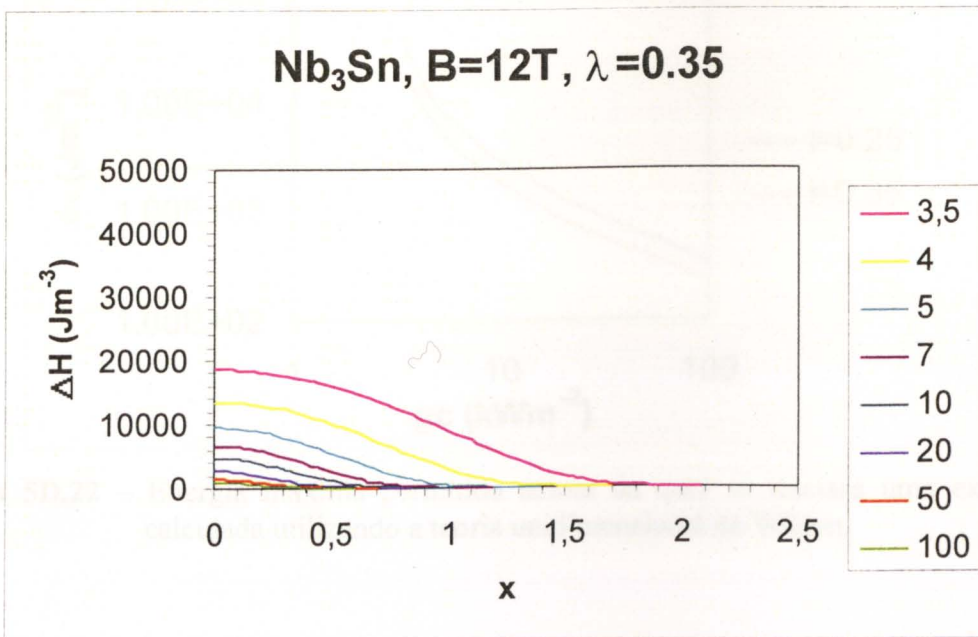


Figura 5D.20 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.35$.

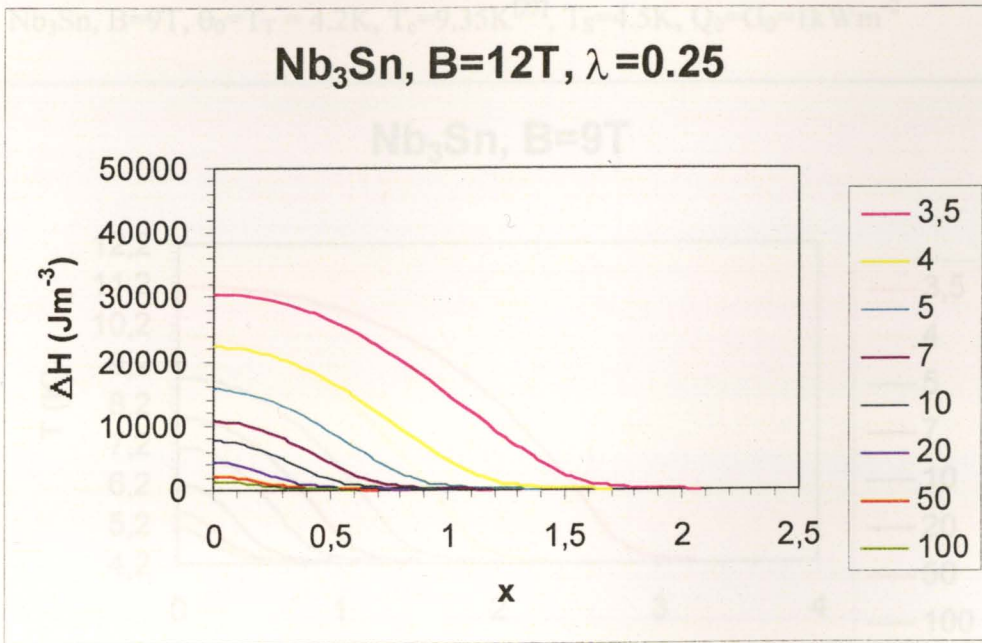


Figura 5D.21 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.25$.

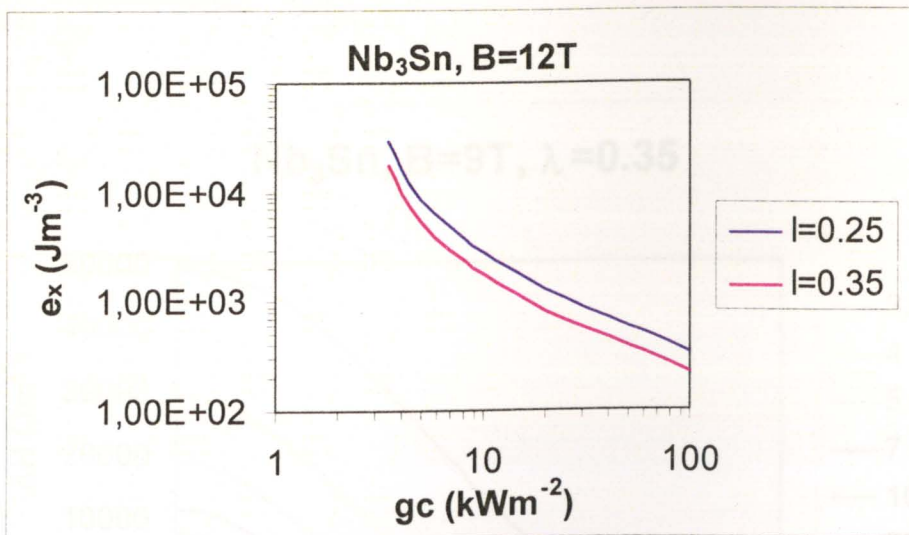


Figura 5D.22 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson.

3) Nb_3Sn , $B=9\text{T}$, $\theta_0=T_T = 4.2\text{K}$, $T_c=9.35\text{K}^{[23]}$, $T_S=4.5\text{K}$, $Q_0=G_0=1\text{kWm}^{-2}$

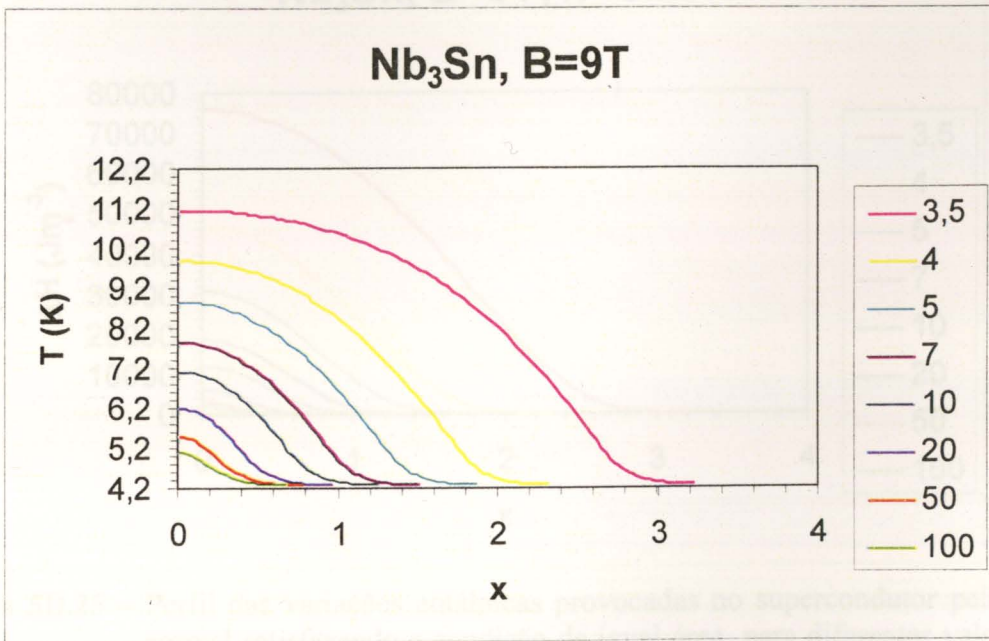


Figura 5D.23 – Perfil de temperaturas existente numa zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional.

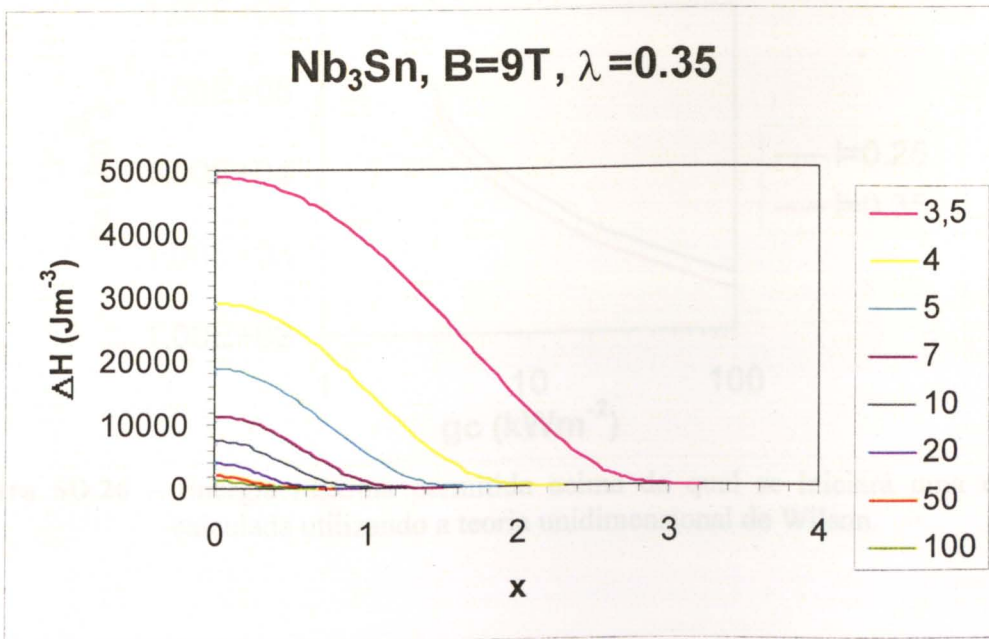


Figura 5D.24 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.35$.

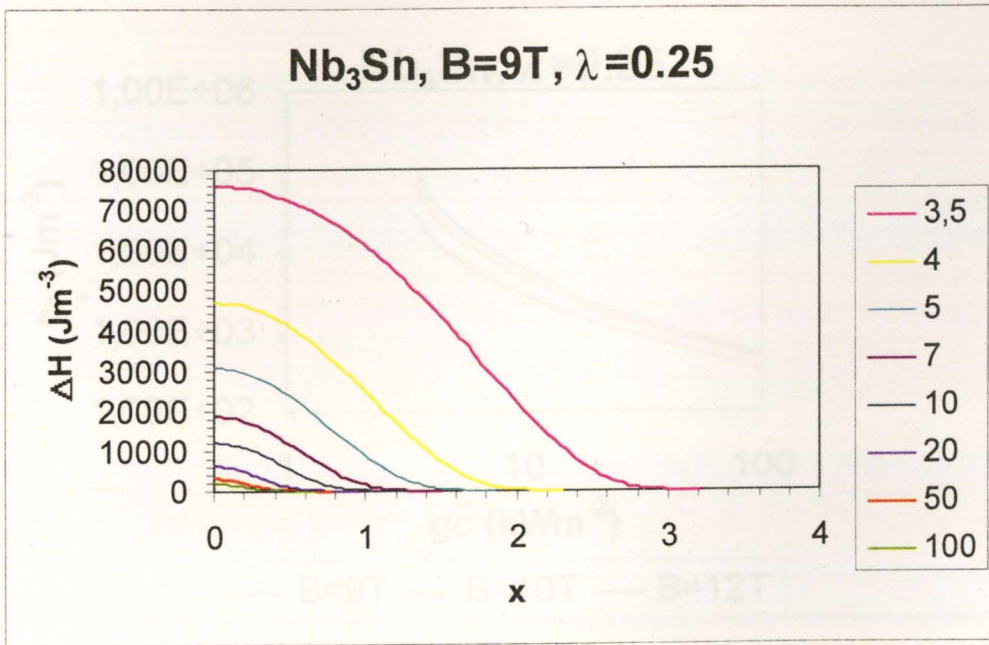


Figura 5D.25 – Perfil das variações entálpicas provocadas no supercondutor pela zona normal satisfazendo a condição de igual área, para diferentes valores de geração de calor crítica por unidade de área adimensional e $\lambda=0.25$.

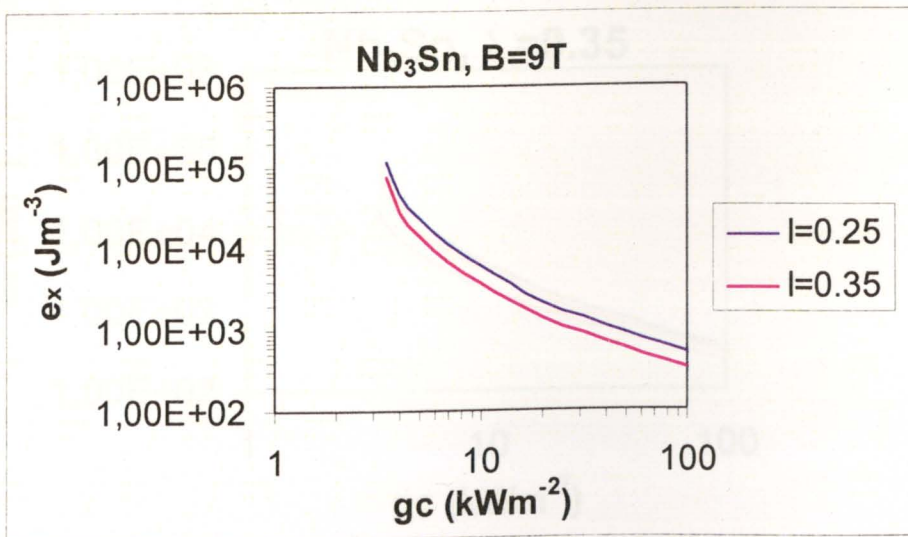


Figura 5D.26 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson.

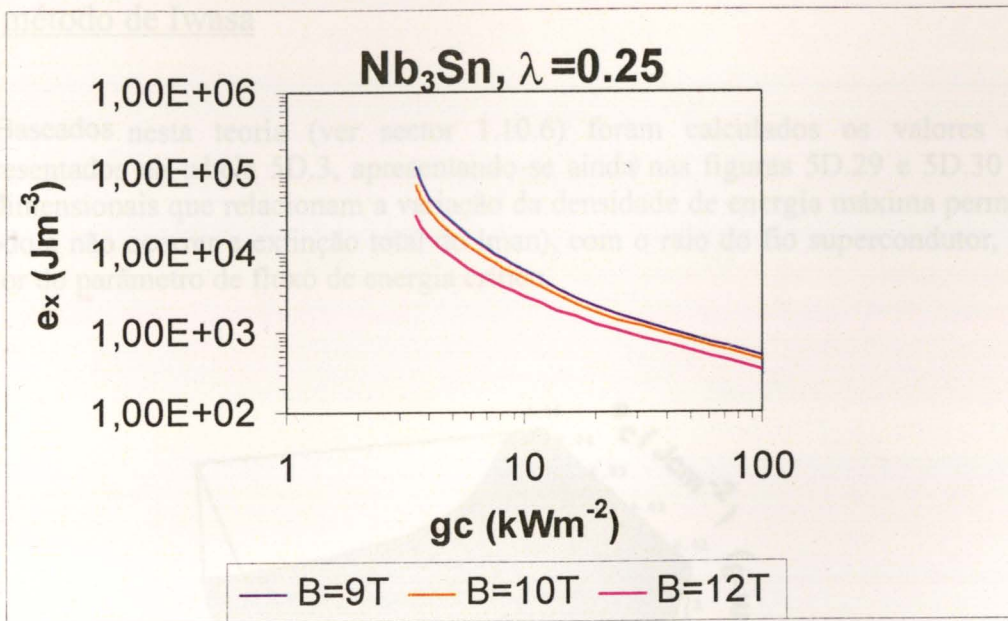


Figura 5D.27 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson para $\lambda = 0.25$ – gráfico comparativo, mostrando a influência do valor do campo magnético externo.

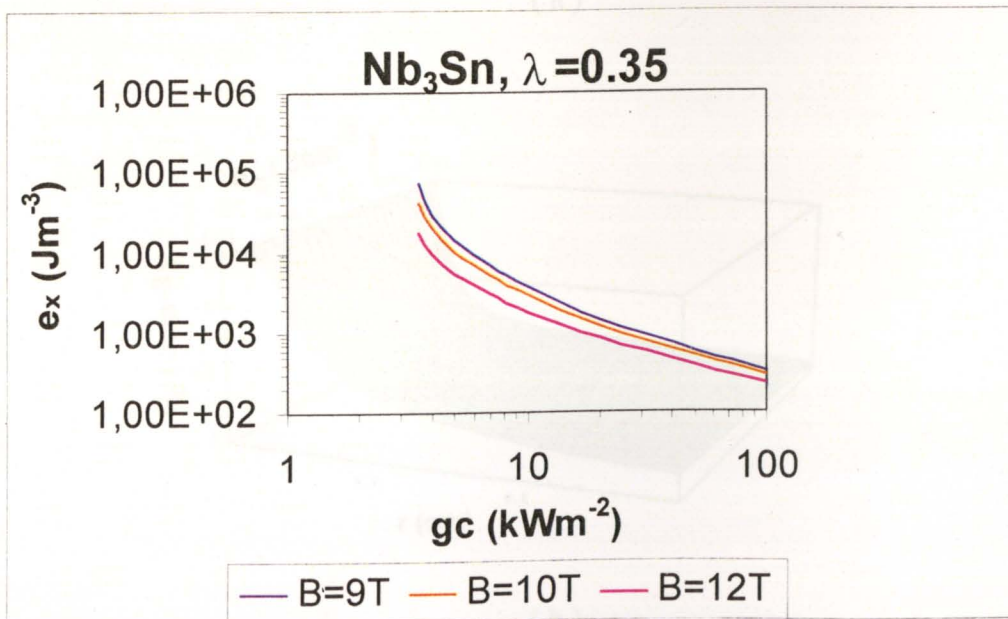
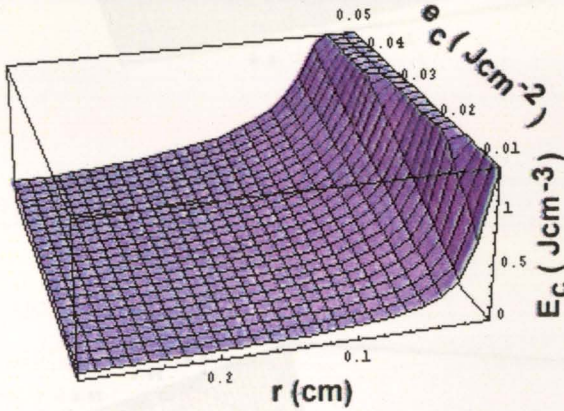


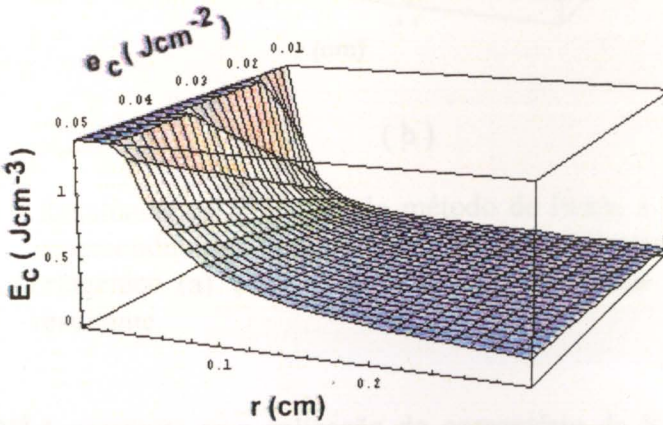
Figura 5D.28 – Energia máxima permitida acima da qual se iniciará uma extinção, calculada utilizando a teoria unidimensional de Wilson para $\lambda = 0.35$ – gráfico comparativo, mostrando a influência do valor do campo magnético externo.

b) método de Iwasa

Baseados nesta teoria (ver sector 1.10.6) foram calculados os valores que são apresentados na tabela 5D.3, apresentando-se ainda nas figuras 5D.29 e 5D.30 gráficos tridimensionais que relacionam a variação da densidade de energia máxima permitida (de modo a não ocorrer a extinção total do ímã), com o raio do fio supercondutor, e com o valor do parâmetro de fluxo de energia crítico.

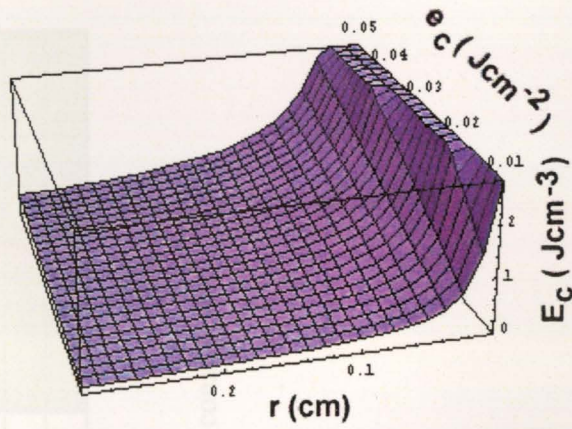


(a)

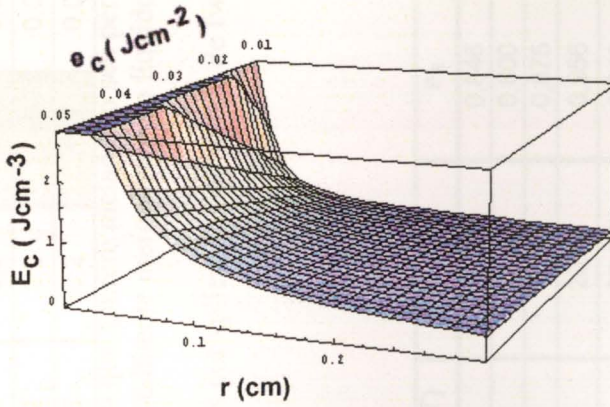


(b)

Figura 5D.29 – Resultados da aplicação do método de Iwasa à estabilização de um fio supercondutor com metade do seu perímetro submerso em líquido criogénico. (a) e (b) são vistas de diferentes ângulos da superfície resultante.



(a)



(b)

Figura 5D.30 – Resultados da aplicação do método de Iwasa à estabilização de um fio supercondutor com a totalidade do seu perímetro submerso em líquido criogénico. (a) e (b) são vistas de diferentes ângulos da superfície resultante.

Na tabela 3D.4 apresenta-se a aplicação do comentário de Keilin como descrito no sector 1.10.6.

Supercondutor	B (T)	Jc (A m ⁻²)	T _c - 4.2 (K)	θ _N (K)	I _{op} / I _c	e _c (J cm ⁻²)	r (cm)	Ec1 (J cm ⁻³) *	Ec2 (J cm ⁻³) **
NbTi	9	7,00E+08	1,30	0,2	0,846	0,03	0,05	0,6	1,2
NbTi	10	1,50E+08	1,00	0,2	0,800	0,03	0,05	0,6	1,2
NbTi	8	9,00E+08	1,60	0,2	0,875	0,03	0,05	0,6	1,2
Nb ₃ Sn	10	2,00E+09	4,50	0,2	0,956	0,03	0,05	0,6	1,2
Nb ₃ Sn	12	1,00E+09	3,32	0,2	0,940	0,03	0,05	0,6	1,2
Nb ₃ Sn	9	2,50E+09	5,15	0,2	0,961	0,03	0,05	0,6	1,2

* Fio supercondutor contendo canais de hélio que cobrem metade do seu perímetro

** Fio supercondutor com o seu perímetro totalmente mergulhado no líquido criogénico

Tabela 5D.3 – Resultados obtidos por aplicação do método de Iwasa às opções consideradas.

Supercondutor	B ₀ (T)	B _c (T)	η _B	η _{BI}
NbTi	9	15,00	0,846	0,938
NbTi	10	15,00	0,800	0,933
NbTi	8	15,00	0,875	0,942
Nb ₃ Sn	10	20,00	0,956	0,978
Nb ₃ Sn	12	20,00	0,940	0,976
Nb ₃ Sn	9	20,00	0,961	0,979

Tabela 5D.4 – Resultados obtidos por aplicação do método de Iwasa e do comentário de Keilin às opções consideradas.

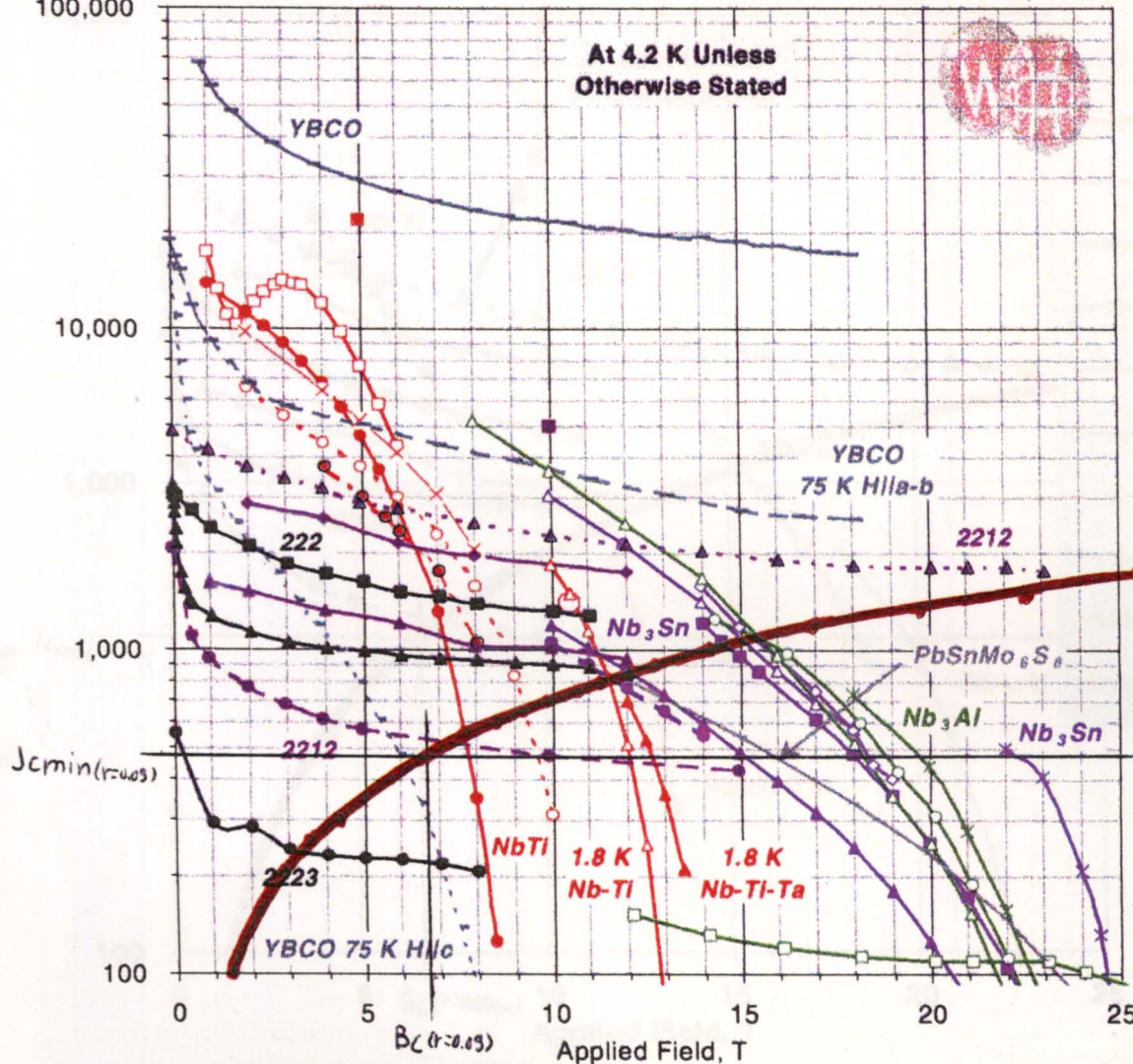
APÊNDICE 5E

DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES ÓPTIMAS DE OPERAÇÃO DO ÍMAN SUPERCONDUTOR

Em seguida apresentam-se gráficos contendo as curvas limite J_c vs T para diversos materiais supercondutores industriais. Nestes gráficos foi traçada a curva de energização - equação (5.4) -, e o ponto mínimo de operação do sistema supercondutor de modo a decidir qual dos materiais deverá ser utilizado no sistema supercondutor em estudo. Os materiais imediatamente eliminados são aqueles nos quais o ponto mínimo de operação se situa acima da curva limite.

Advancing Critical Currents in Superconductors

Critical Current
Density, A/mm²
100,000



- Nb-Ti: Nb-Ti/Nb (21/6) 390 nm multilayer '95 (5°), 50 μ V/cm - McCambridge et al. (Yale)
- Nb-Ti: Nb-Ti/Ti (19/5) 370 nm multilayer '95 (0°), 50 μ V/cm - N. Rizzo et al. LTSC'96 (Yale)
- Nb-Ti: APC strand Nb-47wt.%Ti with 24vol.%Nb pins (24nm nominal diam.) - Heussner et al. (UW-ASC)
- × Nb-Ti: Aligned ribbons, Bil ribbons, Cooley et al. (UW-ASC)
- - - Nb-Ti: Best Heat Treated UW Mono-Filament. (Li and Larbaestier, '87)
- - - Nb-Ti: Example of Best Industrial Scale Heat Treated Composites - 1990 (compilation)
- Nb-Ti(Fe): 1.9 K, Full-scale multifilamentary billet for FNAL/LHC (OS-STG) ASC'98
- △ Nb-Ti: Nb-47wt.%Ti, 1.8 K, Lee, Naus and Larbaestier (UW-ASC'96) ICNC-CEC1997.
- ▲ Nb-44wt.%Ti-15wt.%Ta: at 1.8 K, monofil. optimized for high field, unpub. Lee, Naus and Larbaestier (UW-ASC'96)
- △ Nb₃Sn: Internal Sn High J_c design CFE1912, OI-STG, - Zhang et al. ASC'98 Paper MAA-06
- ◇ Nb₃Sn: Internal Sn High J_c design ORE0038, OI-STG, - Zhang et al. ASC'98 Paper MAA-06
- Nb₃Sn: Internal Sn, ITER type low hysteresis loss design - (IGC - Gregory et al.) (Non-Cu J_c)
- ▲ Nb₃Sn: Bronze route int. stab. -VAC-HP, non-(Cu+Ta) J_c - Thoner et al., Erice '96.
- Nb₃Sn: SMI-PIT, non-Cu J_c 10 μV/m, 36 fil., 0.8 mm dia. (42.6% Cu), - U-Twente & NHFML data provided April 29th 1999 by SMI.
- ★ Nb₃Sn: Tape from (Nb,Ta), Sn, +Nb-4at.%Ta powder, (Core J_c, core ~25 % of non-Cu area) Tachikawa et al. (Tokai U.), ICNC-CEC '99
- ▲ Nb₃Al: 84 Fil. RHQT Nb/Al-Mg(0.8 μm), - Iijima et al. NRIM ASC'98 Paper MVC-04
- Nb₃Al: 84 Fil. RHQT Nb/Al-Ge(1.5 μm), - Iijima et al. NRIM ASC'98 Paper MVC-04
- △ Nb₃Al: Nb stabilized 2-stage JR process (Hitachi,TML-NRIM, IMR-TU), Fukuda et al. ICNC/CEC '96
- Nb₃Al: Transformed rod-in-tube Nb₃Al (Hitachi,TML-NRIM), Nb Stabilized - non-Nb J_c, APL, vol. 71(1), p.122, 1997
- - - YBCO: /Ni/YSZ -1 μm thick microbridge, Hllc 4 K, - Foltyn et al. (LANL) '96
- - - YBCO: /Ni/YSZ -1 μm thick microbridge, Hllc 75 K, - Foltyn et al. (LANL) '96
- - - YBCO: /Ni/YSZ -1 μm thick microbridge, Hllc 75 K, - Foltyn et al. (LANL) '96
- Bi-2212: 3-layer tape (0.15-0.2 mm 4.0-4.8 mm) Biltape at 4.2 K face - Kitaguchi et al. ISS'98, 1 μV/cm
- ◇ Bi-2212: paste, Biltape, 4.2 K - Hasegawa et al. (Showa) IWS'95
- ▲ Bi-2212: stack, Biltape, 4.2 K - Hasegawa et al. (Showa) IWS'95
- △ Bi-2212: 19 filament tape Biltape face - Okada et al (Hitachi) '95
- Bi-2212: Round multifilament strand - 4.2 K - (IGC) Motowidlo et al. ISTE/MRS '95
- Bi-2223: multi, Biltape, 4.2 K - Hasegawa et al. (Showa) IWS'95
- Bi 2223: Rolled 85 Fil., Tape, Bil, - (AmSC) UW'96
- ▲ Bi 2223: Rolled 85 Fil. Tape, B.L., - (AmSC), UW'96
- - - PbSnMo₆S₈ (Chevrel Phase): Wire with 20%SC in 14 turn coil, - (Univ. Geneva/HFML&RIM - NLU-Rennes), 97

Figura 5E.1 – Curvas críticas J_c vs B para vários materiais supercondutores^[50], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

Advancing Critical Currents in Superconductors

Critical Current
Density, A/mm²

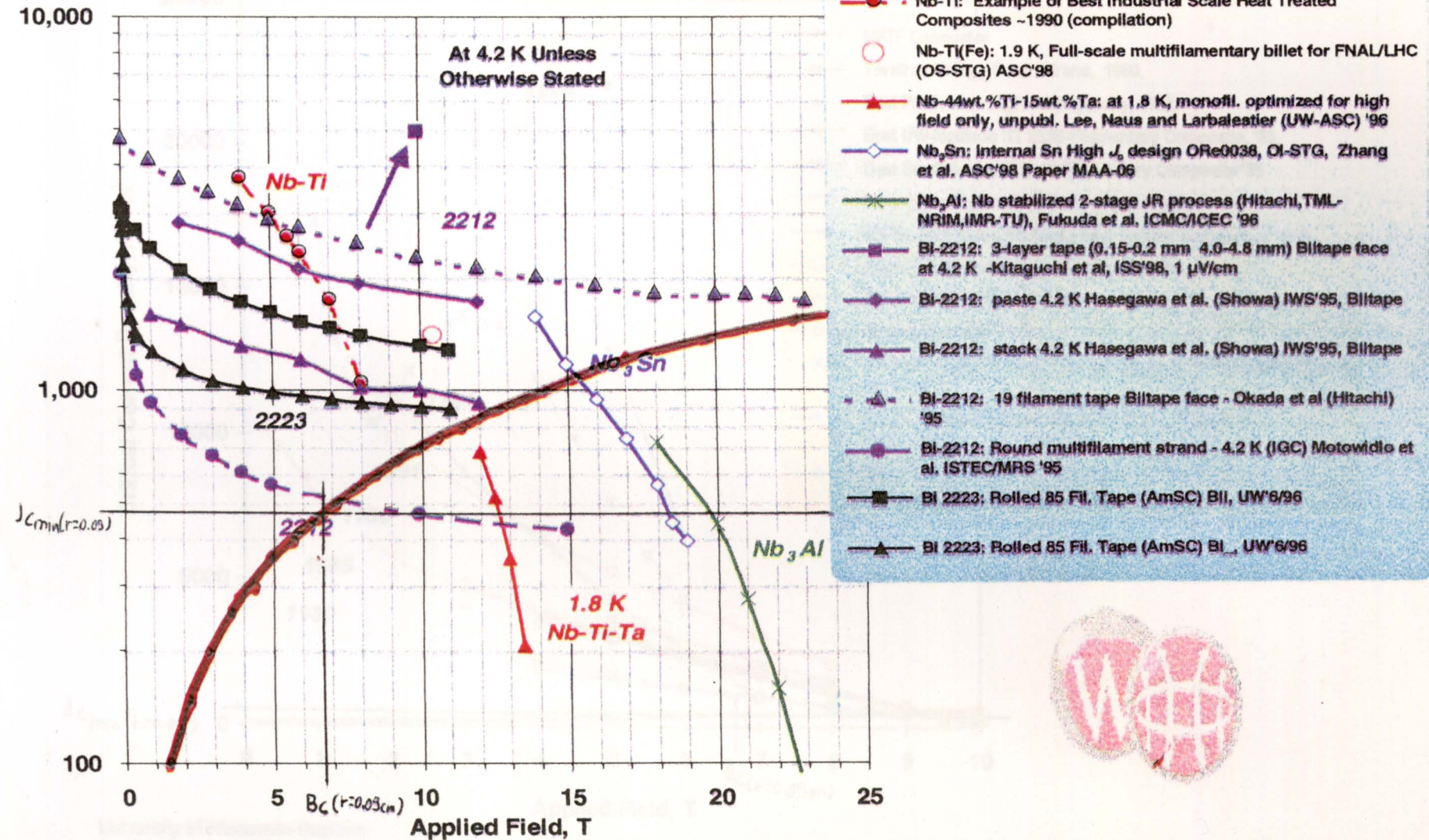
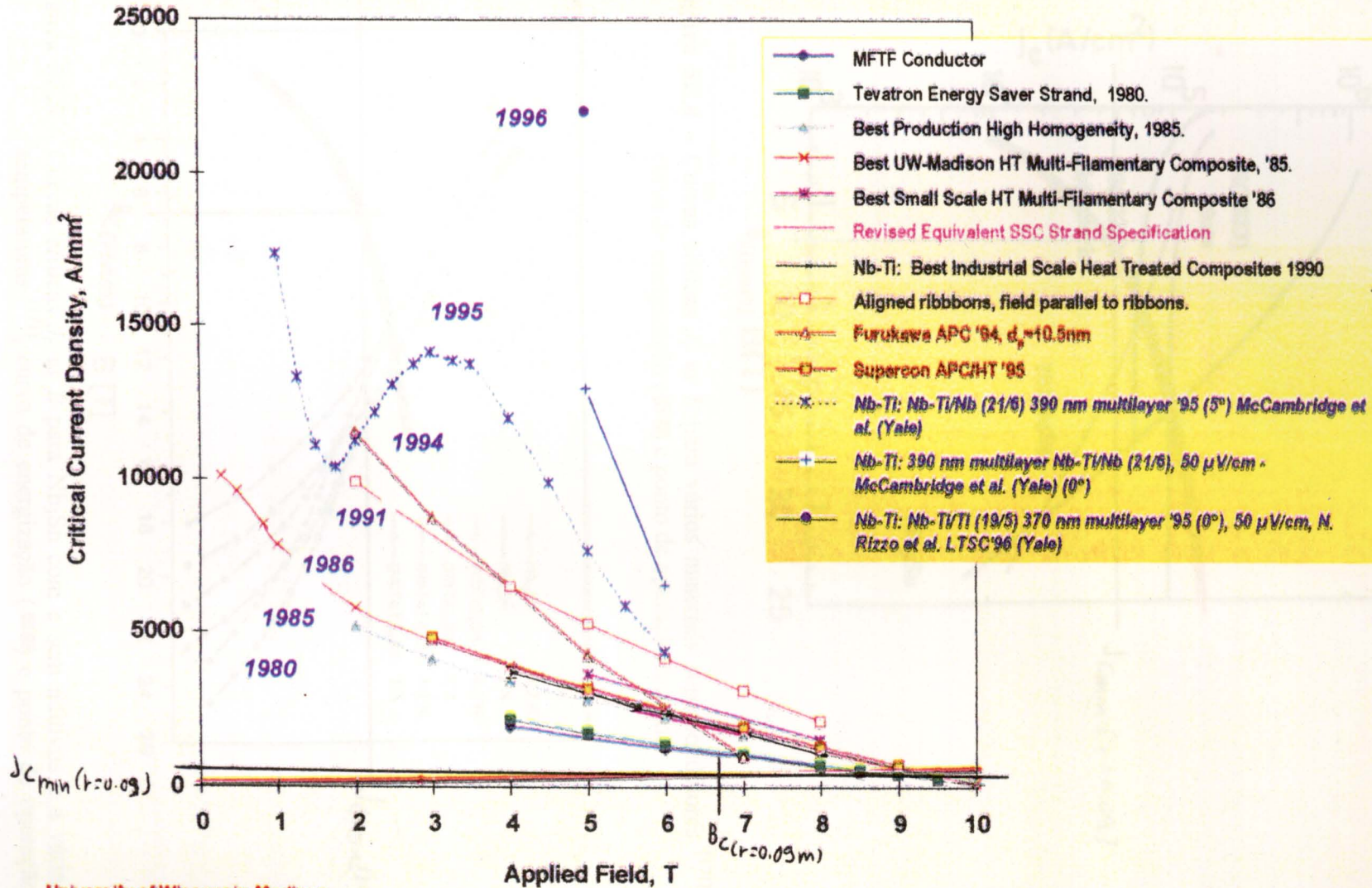


Figura 5E.2 – Curvas críticas J_c vs B para vários materiais supercondutores com capacidade de serem fabricados com conformação em fio alongada^[50], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

Advancing Critical Currents in Nb-Ti



University of Wisconsin-Madison
Applied Superconductivity Center

November 21st 1997 - Compiled by Peter J. Lee - nb-ti_progress42.ppt, JCProg40.xls

Figura 5E.3 – Curvas críticas J_c vs B para NbTi ao longo dos anos [50], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

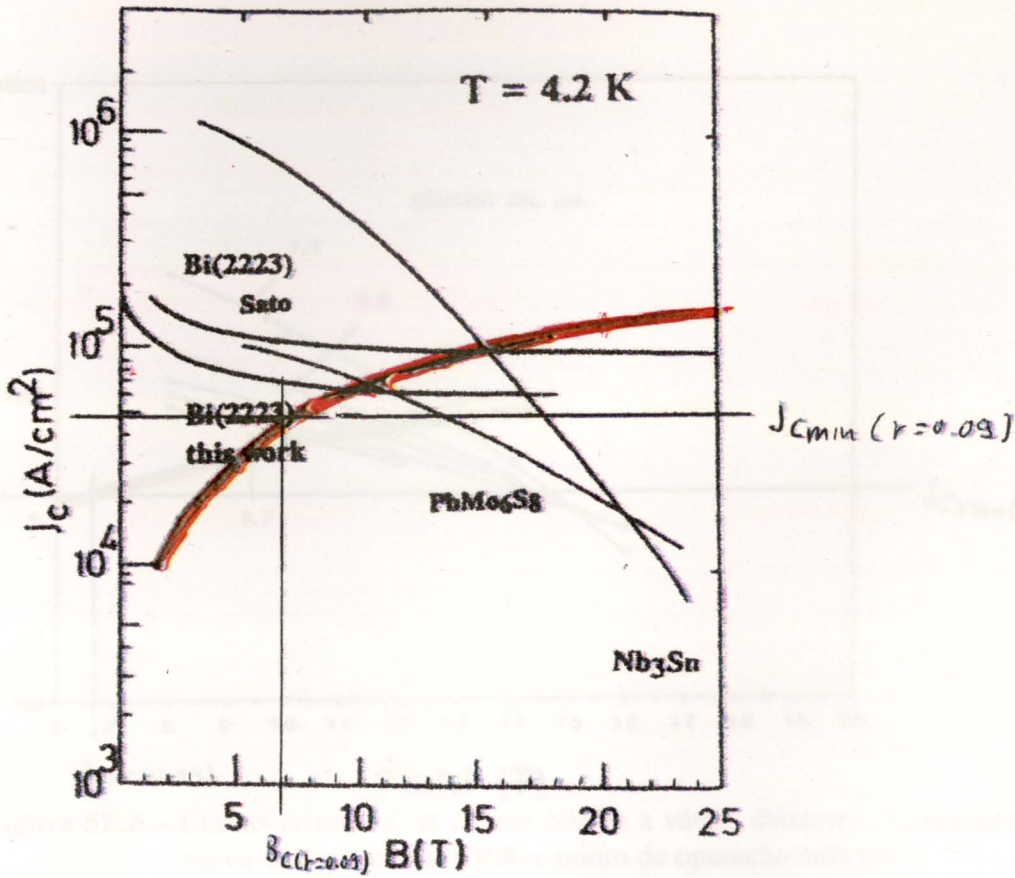


Figura 5E.4 – Curvas críticas J_c vs B para vários materiais supercondutores ^[171], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

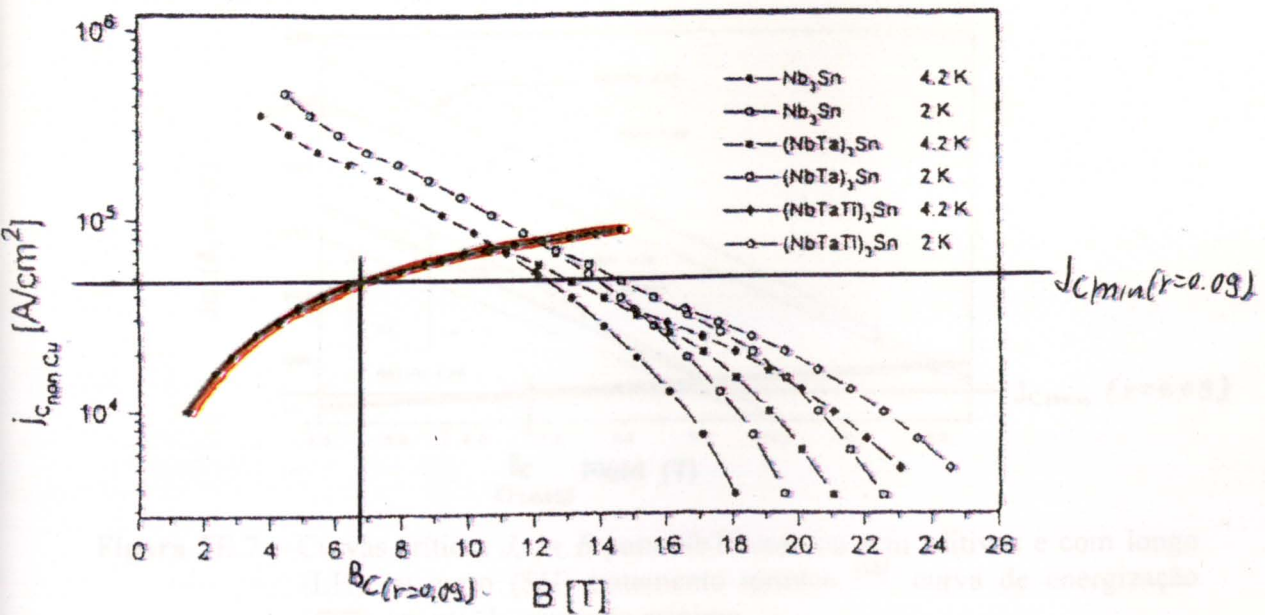


Figura 5E.5 – Curvas críticas J_c vs B para Nb_3Sn com e sem aditivos e a várias temperaturas ^[171], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

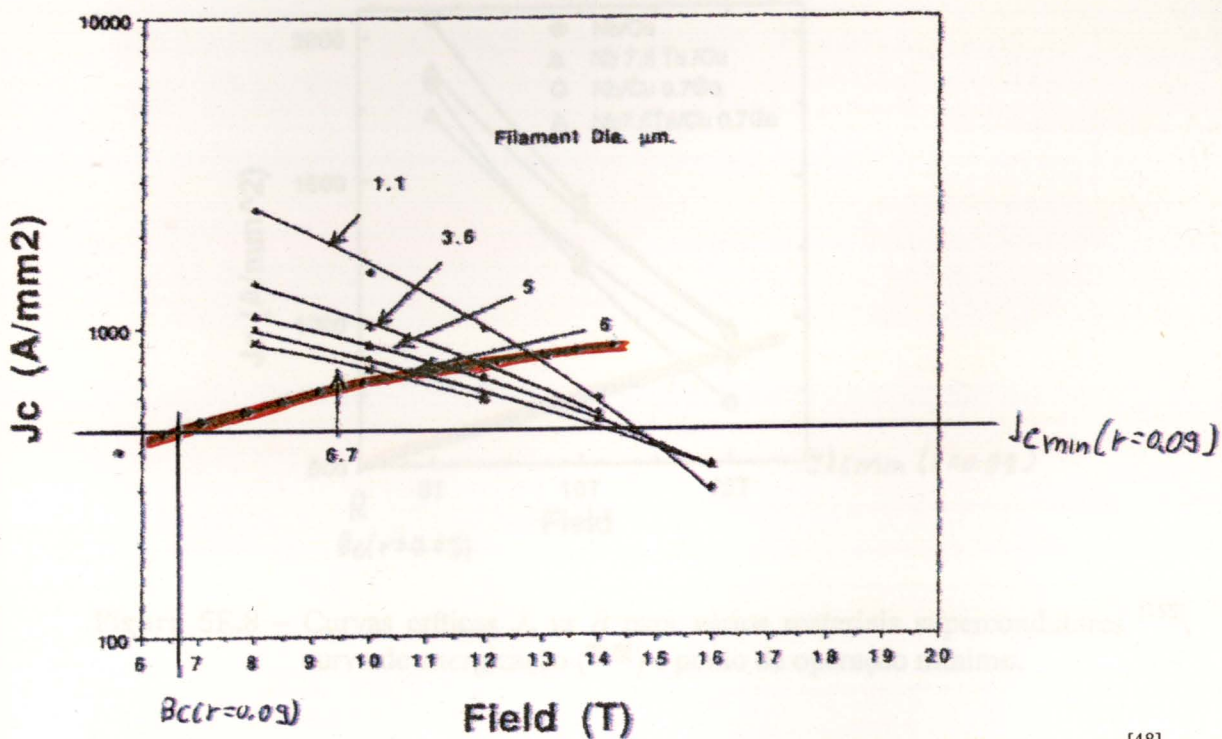


Figura 5E.6 – Curvas críticas J_c vs B para Nb₃Sn a vários diâmetro filamentos [48], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

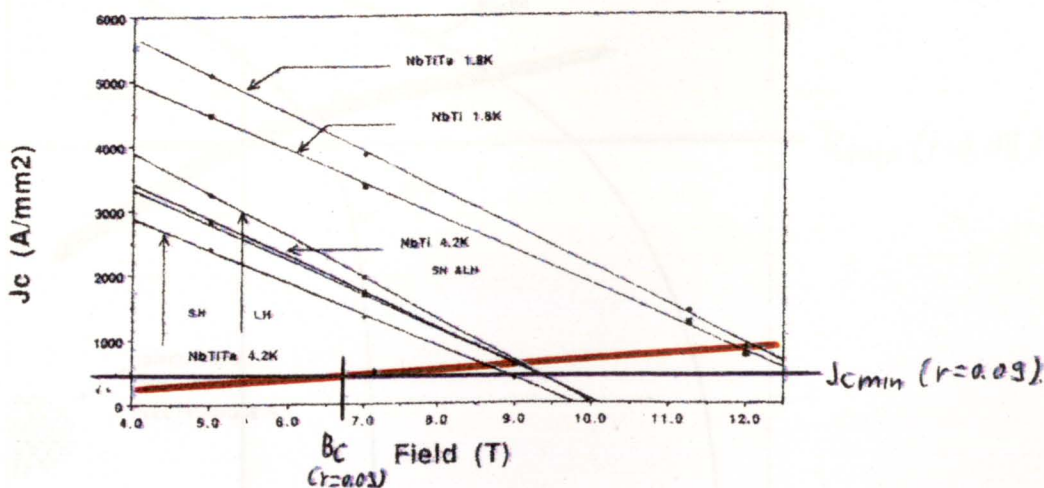


Figura 5E.7 – Curvas críticas J_c vs B para NbTi com ou sem aditivos e com longo (LH) ou curto (SH) tratamento térmico [48], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

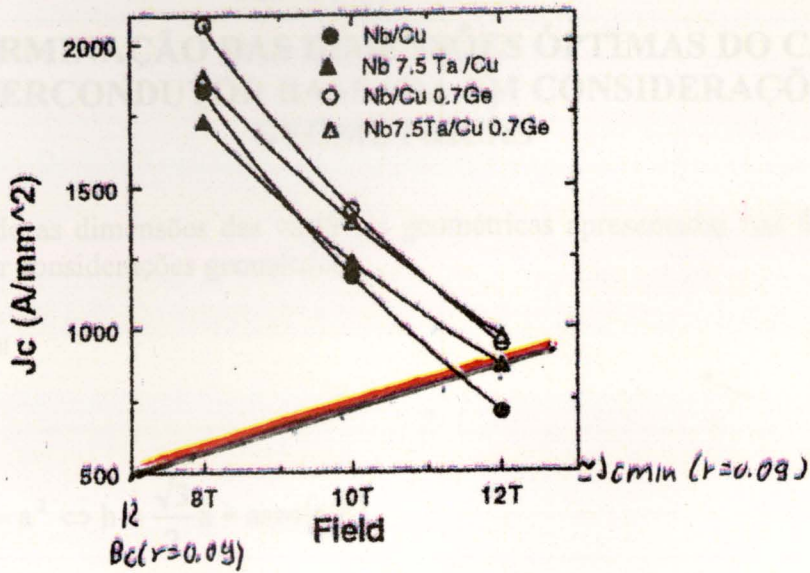


Figura 5E.8 – Curvas críticas J_c vs B para vários materiais supercondutores [155], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

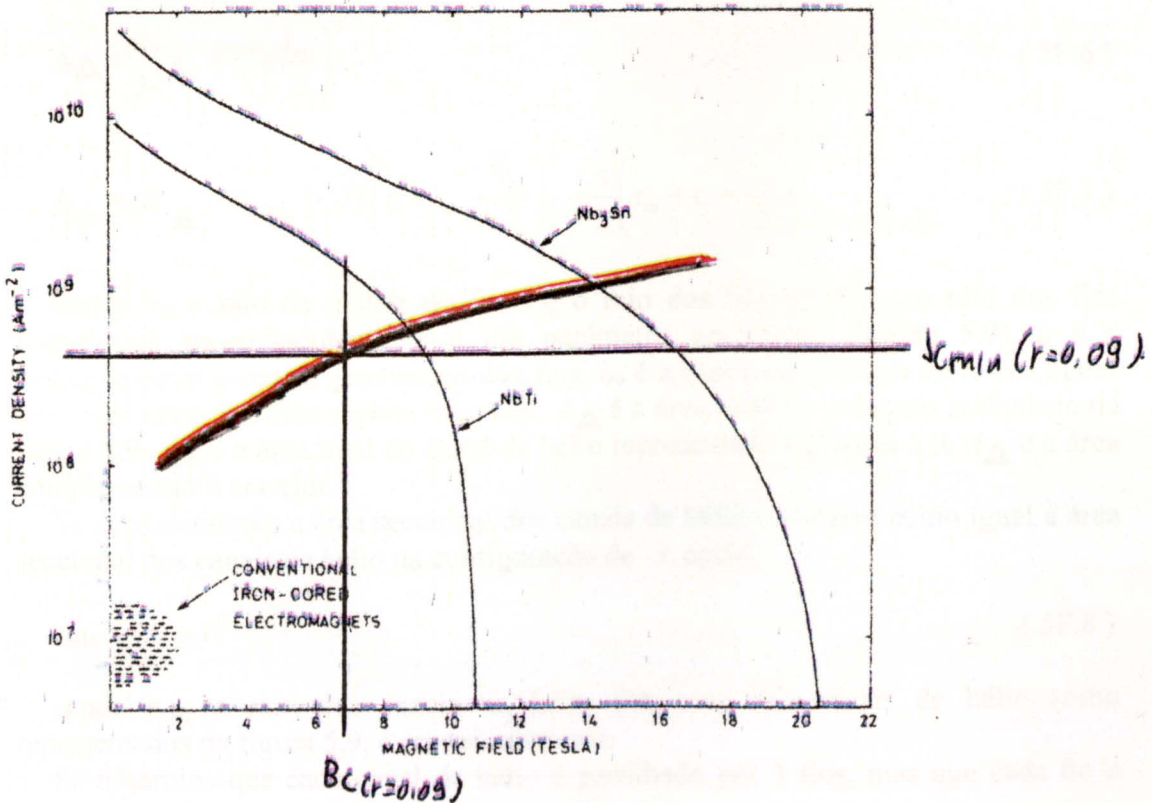


Figura 5E.9 – Curvas críticas J_c vs B para Nb₃Sn e NbTi [23], curva de energização (■) e ponto de operação mínimo.

APÊNDICE 5F

DETERMINAÇÃO DAS DIMENSÕES ÓPTIMAS DO CABO SUPERCONDUTOR BASEADA EM CONSIDERAÇÕES GEOMÉTRICAS

Calculando as dimensões das variáveis geométricas apresentadas nas figuras 5.6, 5.7 e 5.9, por considerações geométricas,

$$r_m = 12.5 r_{fil} \quad (5F.1)$$

$$r_f = r_i + r_m \quad (5F.2)$$

$$h^2 + \frac{a^2}{4} = a^2 \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = a \sin(60^\circ) \quad (5F.3)$$

$$a = 2r_f + l_{re} \quad (5F.4)$$

$$A_{\blacktriangle} = \frac{ah}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3} \left(r_i + r_m + \frac{l_{re}}{2} \right)^2 \quad (5F.5)$$

$$A_{\triangle} = \frac{\pi}{2} \left(r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2} \right)^2 \quad (5F.6)$$

$$A_{\triangle} = A_{\blacktriangle} - A_{\triangle} = \sqrt{3} \left(r_i + r_m + \frac{l_{re}}{2} \right)^2 - \frac{\pi}{2} \left(r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2} \right)^2 \quad (5F.7)$$

Sendo r_m o raio da matriz do fio, r_{fil} o raio dos filamentos, r_f o raio dos fios compósitos supercondutores, h é um parâmetro geométrico (figura 5.9), a é a distância entre o centro geométrico dos fios, l_{re} é a espessura mínima de resina epoxi existente entre dois fios supercondutores, A_{\blacktriangle} é a área total do triângulo assinalado na figura 5.9, A_{\triangle} é a área total do canal de hélio representado na figura 5.9, A_{\triangle} é a área complementar à anterior.

Se considerarmos a área seccional dos canais de hélio circulares como igual à área seccional dos canais de hélio na configuração de \triangle então,

$$r_{cHe} = (A_{\triangle})^{-0.5} \quad (5F.8)$$

sendo r_{cHe} o raio dos canais de hélio (no caso dos canais de hélio como representados na figura 5.9, é um raio fictício).

Se notarmos que cada canal de hélio é partilhado por 3 fios, mas que cada fio é rodeado por 6 canais de hélio,

$$A_{cHe/fio} = 6 A_{\triangle} / 3 \quad (5F.9)$$

$A_{cHe/fio}$ é a fracção da área dos canais de hélio que corresponde a um só fio.

Já para a resina epoxi,

$$A_{\text{epoxi/fio}} = \pi \left(r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2} \right)^2 - \pi (r_m + r_i)^2 \quad (5F.10)$$

$$A_{\text{fio/fio}} = \pi (r_m + r_i)^2 \quad (5F.11)$$

sendo $A_{\text{epoxi/fio}}$ a fracção da área de material impregnante que corresponde a um só fio e $A_{\text{fio/fio}}$ a área de cada fio compósito supercondutor.

Assim,

$$\lambda_{\text{fil/fio}} = \lambda_1 = \left(\frac{r_{\text{fil}}}{r_m + r_i} \right)^2 n_{\text{fil/fio}} \quad (5F.12)$$

e

$$\lambda_{\text{fio/cabo}} = \lambda_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{r_{\text{fil}} + r_i}{r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2}} \right)^2 \quad (5F.13)$$

sendo os factores de enchimento λ definidos de acordo com o sector 1.10.13, e o $n_{\text{fil/fio}}$ é o número de filamentos por fio, uma vez que

$$A_{\text{cabo}} \approx n_{\text{fios}} (A_{\text{fio/fio}} + A_{\text{epoxi/fio}} + A_{\text{cHe/fio}}) = 2\sqrt{3} n_{\text{fios}} \left(r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2} \right)^2 \quad (5F.14)$$

onde A_{cabo} é a área transversal total do cabo supercondutor e n_{fios} é o número de fios presentes nesta secção transversal, e então

$$\bar{r}_{\text{cabo}} \approx \sqrt{\frac{A_{\text{cabo}}}{\pi}} = \left(r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2} \right) \sqrt{\frac{2\sqrt{3} n_{\text{fios}}}{\pi}} \quad (5F.15)$$

sendo \bar{r}_{cabo} o raio médio do cabo supercondutor.

Por fim,

$$\lambda_{\text{fil/cabo}} = \lambda = \lambda_1 \lambda_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} n_{\text{fil/fio}} \left(\frac{r_{\text{fil}}}{r_m + r_i + \frac{l_{re}}{2}} \right)^2 \quad (5F.16)$$

Na tabela 5F.1 apresentam-se os valores de algumas das principais características para os dois valores de raio de filamento considerados ($n_{\text{fil/fio}} = 61$).

$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$r_m (\mu m)$	$r_f (\mu m)$	$a (\mu m)$	$h (\mu m)$	$A_{\Delta} (\mu m^2)$
25	15	100	312.5	327.5	755	653.85	246828
50	30	200	625	655	1510	1307.70	987312
$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$A_{\Delta} (\mu m^2)$	$A_{\Sigma} (\mu m^2)$	$r_{cHe} (\mu m)$	$A_{cHe/fio} (\mu m^2)$	$A_{epo/fio} (\mu m^2)$
25	15	100	223848	22980	85.526	45960	110741
50	30	200	895393	91919	171.052	183838	442965
$r_{fil} (\mu m)$	$r_i (\mu m)$	$l_{re} (\mu m)$	$A_{fio/fio} (\mu m^2)$	λ_1	λ_2	λ	
25	15	100	336955	0.355457	0.682571	0.242625	
50	30	200	1347822	0.355457	0.682571	0.242625	

Tabela 5F.1 - Valores característicos e dimensionais para o íman supercondutor (parte I). Duas opções: $r_{fil}=25\mu m$ e $r_{fil}=50\mu m$. Ver sector 5.2.6 para parte II.

APÊNDICE 6

APÊNDICE 6A

CÁLCULO DA DISTÂNCIA E ALTURAS MÍNIMAS DA SERPENTINA

Sabendo que o número de Reynolds é definido como,

$$R_{ex} = \frac{\rho |V_0 - U_p| X_p}{\mu} \quad (6A.1)$$

definindo,

$$F = \frac{3C_D \rho}{4X_p \rho_p} (V_0 - U_p) \quad (6A.2)$$

$$\sqrt{C_D} = 0.64 + \frac{4.8}{\sqrt{\frac{(V_0 - U_p) X_p \rho}{\mu}}} \quad (6A.3)$$

onde ρ é a densidade do fluido, ρ_p é a densidade da partícula, μ é a viscosidade do fluido, V_0 é a velocidade do fluido, U_p é a velocidade da partícula e X_p é o diâmetro da partícula, e sabendo que o balanço cinemático feito ao sistema com o objectivo de calcular qual a distância X mínima necessária para a velocidade da partícula atingir a velocidade do fluido, prosseguindo depois o movimento a esta velocidade, é dada por [113] e [172],

$$-\frac{d(V_0 - U_p)}{dt} = F(V_0 - U_p) \quad (6A.4)$$

podemos determinar que

$$-\int_{X_0}^X dX = \int_{(V_0 - U_p)_{X_0}}^{(V_0 - U_p)} \frac{U_p}{F(V_0 - U_p)} d(V_0 - U_p) \quad (6A.5)$$

Sendo $V_0 = \text{const.}$ e considerando $V_r = V_0 - U_p$ ($\Rightarrow dV_r = d(V_0 - U_p)$) e $V_r|_{X_0=0} = V_0$, então,

$$X = -\int_{V_0}^{V_r} \frac{V_0 - V_r}{F V_r} dV_r \quad (6A.6)$$

e para $X = X_{min}$ onde $V_r = 0$, então,

$$X_{min} = \int_0^{V_0} \frac{V_0 - V_r}{F V_r} dV_r \quad (6A.7)$$

ou substituindo,

$$X_{\min} = \int_0^{V_0} \left[\frac{V_0 - V_r}{FV_r} \frac{4X_p \rho_p}{3\rho V_r} \left(0.64 + \frac{4.8}{\sqrt{\frac{X_p \rho_p}{\mu} V_r}} \right)^{-2} \right] dV_r \quad (6A.8)$$

Resolvendo o integral no programa *Mathematica 3.0*[®] para três raios das partículas e considerando X_{\min} a distância na qual $V_r=0.04$ e não $V_r=0$ (para obtermos valores finitos), que corresponde a uma aproximação de cerca de 97.78%, e considerando ainda o fluido como sempre em regime turbulento então obtemos*,

$$\begin{cases} r_p = 100 \mu m \Rightarrow X_{\min} = 3.30889m \\ r_p = 250 \mu m \Rightarrow X_{\min} = 17.1001m \\ r_p = 500 \mu m \Rightarrow X_{\min} = 56.6678m \end{cases}$$

Ora como as partículas não ultrapassarão a velocidade do fluido, o comprimento que nos interessa considerar é o maior obtido, que neste caso corresponde às partículas de maior raio.

Falta-nos calcular a altura mínima que terão as serpentinas.

Apercebendo-nos que o ângulo de inclinação da serpentina deverá ser ligeiramente superior ao apresentado pelo sector cónico do corpo do separador-classificador, de modo a possibilitar a circulação de partículas na superfície deste último, iremos considerar esta margem de segurança como igual a 5°.

Considerando em termos de cálculos a serpentina como podendo ser representada por um somatório de círculos concêntricos espaçados de h_{inc} onde h_{inc} é dado por

$$h_{inc} = d + 2t = 4cm \quad (6A.9)$$

onde t é a espessura do escudo magnético e d o diâmetro interno do tubo de alimentação, e definindo r_{inc} como o espaçamento em termos de raio entre dois círculos consecutivos definido por

$$r_{inc} = \frac{h_{inc}}{tg(\alpha_{al})} \quad (6A.10)$$

sendo α_{al} o ângulo da inclinação da serpentina, podemos finalmente calcular o comprimento da serpentina por

$$L = 2\pi \left[\frac{r_{inc}}{2} n^2 + \left(\frac{r_{inc}}{2} + r_i \right) n + r_i \right] \quad (6A.11)$$

* Considerou-se $\rho=1.2232kgm^3$, $\mu=1.777E-5 Nsm^2$, $\rho_p=7510kgm^3$, $r_i=0.3m$, $\omega=6rads^{-1}$, $\alpha=30^\circ$

sendo L o comprimento total do percurso assim definido.

Para calcular a altura total da serpentina - $h_{Tserpentina}$ - teremos de calcular o somatório dos h_{inc} a multiplicar pelo número de voltas. O número de voltas é calculado fazendo $L=X_{min}$. Deste modo para

$$\begin{cases} \alpha = 35^\circ \Rightarrow n = 12.6423; h_{Tserpentina} = 50.5692cm \\ \alpha = 50^\circ \Rightarrow n = 15.2321; h_{Tserpentina} = 60.9284cm \\ \alpha = 65^\circ \Rightarrow n = 18.2; h_{Tserpentina} = 72.8cm \end{cases}$$

Os valores a que se chegou em termos de $h_{Tserpentina}$ são demasiado elevados. Deste modo o ideal será considerar um número baixo fixo de voltas para a serpentina no volume útil de separação-classificação e depois utilizar um prolongamento em forma de serpentina ou sem nenhuma forma especial, mas localizado fora do volume útil de separação-classificação. Então neste caso considerando um número de voltas igual a cinco ($n=5$),

$$\begin{cases} \alpha = 35^\circ, n = 5 \Rightarrow h_{Tserpentina} = 20cm \Rightarrow L_{serpentina} = 16.7cm; L_{res\ tan\ te} = 40.0cm \\ \alpha = 50^\circ, n = 5 \Rightarrow h_{Tserpentina} = 20cm \Rightarrow L_{serpentina} = 14.5cm; L_{res\ tan\ te} = 42.2cm \\ \alpha = 65^\circ, n = 5 \Rightarrow h_{Tserpentina} = 20cm \Rightarrow L_{serpentina} = 13.1cm; L_{res\ tan\ te} = 43.6cm \end{cases}$$

sendo $L_{serpentina}$ a fracção de comprimento total na forma de serpentina interna, e $L_{restante}$ a fracção de comprimento total sob a forma de prolongamento externo.

APÊNDICE 6B

CÁLCULO DO TEMPO E DA VELOCIDADE DE DESCIDA DAS PARTÍCULAS NO COLECTOR CENTRAL EM MODO CONTÍNUO

Apercebendo-nos que o sistema de forças se reduzirá neste caso ao Peso e às Forças de Arrasto poderemos calcular o tempo que cada partícula demorará a ser recolhida.

Do capítulo 1,

$$P = mg \quad (6B.1)$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (6B.2)$$

sendo P o peso, m a massa das partículas, g a constante gravítica terrestre, F_D é a força de arrasto, C_D é o coeficiente de arrasto, ρ é a massa específica das partículas, A é a área seccional da partícula perpendicular à força de arrasto, v é a velocidade relativa entre a partícula e o fluido, e o fluido foi considerado como newtoniano.

Deste modo, tendo em conta que estas são as únicas forças actuantes nas partículas no sentido vertical e que se opõe,

$$F_R = ma = mg - \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \Leftrightarrow a = g - \frac{1}{2m} C_D \rho A v^2 \quad (6B.3)$$

sendo a a aceleração vertical das partículas.

Ora, verifica-se que para partículas muito pequenas (da ordem das centenas de micron ou menores) a aceleração resultante diminui exponencialmente atingindo valores desprezáveis muito rapidamente^[112], pelo que se pode considerar que em todo o movimento se obterá um equilíbrio definido por,

$$P = F_D \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2mg}{C_D A \rho}} \quad (6B.4)$$

e para partículas esféricas,

$$v = \sqrt{\frac{8g r_{part}}{3C_D}} \quad (6B.5)$$

sendo r_{part} o raio das partículas.

O tempo de descida t_d da partícula magnética na calha será então determinado por

$$t_d = \frac{h_{cpmc}}{v} \quad (6B.6)$$

sendo h_{cpmc} a altura do colector de partículas magnéticas no modo contínuo.

Na tabela 6B.1 são apresentados alguns dos tempos calculados para diferentes tamanhos de partículas.

$r_{part} = 100\mu\text{m}$			
	$h_{cpmc}=10\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$	$h_{cpmc}=29 \text{ cm}$	$h_{cpmc}=30\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$
v (m/s)	9.841E-2	9.841E-2	9.841E-2
t (s)	1.658	2.947	5.178
$r_{part} = 250\mu\text{m}$			
	$h_{cpmc}=10\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$	$h_{cpmc}=29 \text{ cm}$	$h_{cpmc}=30\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$
v (m/s)	0.156	0.156	0.156
t (s)	1.049	1.864	3.275
$r_{part} = 500\mu\text{m}$			
	$h_{cpmc}=10\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$	$h_{cpmc}=29 \text{ cm}$	$h_{cpmc}=30\sqrt{3} - 1 \text{ cm}$
v (m/s)	0.220	0.220	0.220
t (s)	0.742	1.318	2.316

Tabela 6B.1 - Velocidade e tempo de descida das partículas magnéticas nos colectores centrais de modo contínuo para vários valores do raio das partículas e da altura do colector (o coeficiente de arrasto foi considerado como constante e igual a 0.27).





FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000056152