



**AVALIAÇÃO DE UM PROJECTO DE  
EXTRACÇÃO DE RECURSOS NATURAIS  
PELO MÉTODO DAS OPÇÕES REAIS –  
ESTUDO DE CASO**

por

Inês Filipa Pedrosa Monteiro

Dissertação de Mestrado em Finanças

Orientada por:

Paulo Jorge Marques de Oliveira Ribeiro Pereira

Setembro 2011

## **Nota Biográfica da Autora**

Inês Filipa Pedrosa Monteiro nasceu a 23 de Setembro de 1988. Em 2006 iniciou a Licenciatura em Economia na Universidade de Aveiro, a qual concluiu em Junho de 2009, com média final de 14 valores.

Em Setembro de 2009 iniciou o Mestrado em Finanças na Faculdade de Economia da Universidade do Porto, tendo concluído a parte curricular com média de 15 valores, em Janeiro de 2011.

Desde Setembro de 2011 encontra-se a trabalhar como *Analyst* de auditoria na Deloitte.

## **Resumo**

A presente dissertação analisa o método das opções reais como instrumento de avaliação de projectos mineiros através de um estudo de caso - a mina Neves-Corvo. São consideradas as opções de desenvolvimento e de encerramento, na presença de custos cumulativos, e procura-se analisar em que medida a existência de flexibilidade operacional acrescenta valor aos projectos mineiros.

Foram determinados os preços críticos de entrada e de saída, acima e abaixo dos quais a exploração mineira deve desenvolver ou abandonar a exploração. Os resultados indicam que se a mina Neves-Corvo não possuir opção de abandono da indústria deve investir na extracção dos minérios cobre e zinco quando os seus preços críticos estiverem acima de 2,84 e 2,55 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente. Na presença da opção de abandono da exploração, esta será exercida se os preços relativos do cobre e do zinco forem inferiores a 1,40 e 1,56 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente. No caso de a mina se encontrar inactiva, será óptimo exercer a opção de desenvolvimento quando os preços relativos do cobre e do zinco se encontrarem acima dos 2,37 e 2,43 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente.

Foi ainda determinado o valor da mina Neves-Corvo. Considerando que tanto as minas de cobre como de zinco se encontravam activas no final de 2010 verificou-se que, nessa mesma data, os seus valores correspondiam a 102,22 e 26,15 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente. Na ausência da opção de abandono, a mina de cobre está avaliada em 102,21 dólares por tonelada por unidade de custo e a mina de zinco em 26,10 dólares por tonelada por unidade de custo.

## **Abstract**

This dissertation examines the real options method as a tool for evaluating mining projects through a case study - the Neves-Corvo mine. Invest and abandon options are considered in the presence of cumulative costs. By this way, I pretend to examine to what extent the existence of operational flexibility adds value to mining projects.

The critical prices of entry and exit, above or below of which the mine should develop or abandon its activity were determined. The results indicate that if the Neves-Corvo mine has no option to abandon the industry it should invest in the extraction of copper and zinc when the price cost ratio are above \$ 2.84 and \$ 2.55 per ton per unit cost, respectively. Including the option to abandon, this will be exercised if the price cost ratio of copper and zinc are inferior to \$ 1.40 and \$ 1.56 per ton per unit cost, respectively. If the mine is inactive it is optimal to exercise the option to start operating when the price cost ratio of copper and zinc are above \$ 2.37 and \$ 2.43 per ton per unit cost, respectively.

The value of the Neves-Corvo mine was also estimated. Taking into account that both the mines of copper and zinc were active by the end of 2010, it was found that their values are equal to \$ 102.22 and \$ 26.15 per ton per unit cost, respectively. In the absence of the option to abandon, the copper mine is valued at \$ 102.21 per ton per unit cost and zinc mine at \$ 26.10 per ton per unit cost.

## Índice

|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| Nota Biográfica da Autora.....                                           | i   |
| Resumo .....                                                             | ii  |
| Abstract.....                                                            | iii |
| Índice de Tabelas .....                                                  | v   |
| Índice de Gráficos.....                                                  | v   |
| Capítulo I – Introdução .....                                            | 1   |
| Capítulo II – Enquadramento Teórico .....                                | 3   |
| 2. 1 A Teoria das Opções .....                                           | 4   |
| 2. 2 Avaliação dos Recursos Naturais pelo Método das Opções Reais .....  | 5   |
| 2.2.1 Projectos Petrolíferos e de Gás.....                               | 6   |
| 2.2.2 Projectos Mineiros.....                                            | 8   |
| Capítulo III – Modelo para a Avaliação de uma Exploração Mineira.....    | 16  |
| 3.1 O Modelo .....                                                       | 16  |
| 3.1.1 Valor da Mina Activa .....                                         | 17  |
| 3.1.2 Valor da Mina Inactiva.....                                        | 24  |
| 3.1.3 Solução do Modelo.....                                             | 26  |
| 3.1.4 Modelo Sem Opção de Abandono.....                                  | 27  |
| Capítulo IV – Aplicação do Modelo: A Avaliação da Mina Neves-Corvo ..... | 28  |
| 4.1 Caracterização da Exploração Mineira .....                           | 28  |
| 4.2 Aplicação do Modelo à Avaliação da Mina Neves-Corvo.....             | 32  |
| 4.3 Apresentação e Análise dos Resultados.....                           | 36  |
| 4.3.1 Valor da Exploração Mineira .....                                  | 37  |
| 4.3.2 Análise de Sensibilidade.....                                      | 38  |
| Análise de Sensibilidade para o Minério Cobre .....                      | 39  |
| Análise de Sensibilidade para o Minério Zinco .....                      | 41  |
| Capítulo V – Conclusões .....                                            | 44  |
| Bibliografia .....                                                       | 47  |

## Índice de Tabelas

|                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1: Comparação Entre Opções Financeiras e Opções Reais .....                       | 5  |
| Tabela 2: Evidência Empírica sobre o <i>Discounted Cash-Flow</i> e as Opções Reais ..... | 14 |
| Tabela 3: Cenários e Decisões Possíveis .....                                            | 27 |
| Tabela 4: Investimentos da Mina Neves-Corvo .....                                        | 31 |
| Tabela 5: Determinação da Taxa de Extracção Mensal do Cobre .....                        | 33 |
| Tabela 6: Valores Iniciais das Variáveis que Compõem o Modelo de Avaliação .....         | 35 |
| Tabela 7: Valores Resultantes da Aplicação do Modelo de Avaliação .....                  | 36 |
| Tabela 8: Preços Relativos dos Minérios.....                                             | 37 |
| Tabela 9: Valores da Mina Activa .....                                                   | 38 |

## Índice de Gráficos

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Gráfico 1: Extracção e Custos Unitários.....                                    | 18 |
| Gráfico 2: Evolução das Cotações dos Metais Cobre e Zinco.....                  | 29 |
| Gráfico 3: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Preço do Cobre .....    | 39 |
| Gráfico 4: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Custo do Cobre.....     | 40 |
| Gráfico 5: Análise de Sensibilidade do Coeficiente de Correlação do Cobre ..... | 41 |
| Gráfico 6: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Preço do Zinco .....    | 41 |
| Gráfico 7: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Custo do Zinco .....    | 42 |
| Gráfico 8: Análise de Sensibilidade do Coeficiente de Correlação do Zinco ..... | 43 |

## Capítulo I – Introdução

As decisões de investimento são importantes e determinantes no processo de criação de valor de qualquer empresa. É, por isso, de extrema importância utilizar metodologias de avaliação que permitam a correcta aferição do valor de um projecto. Tradicionalmente, o valor actualizado líquido (VAL) tem sido o método de análise de projectos mais utilizado por gestores no seu processo de tomada de decisão. Apresenta, contudo, algumas limitações, nomeadamente ao ignorar a flexibilidade operacional e o seu valor estratégico, e podem conduzir a decisões não maximizadoras de valor. Neste sentido, o método das opções reais apresenta-se como modelo de avaliação alternativo, com a vantagem de ter em devida consideração características comuns aos projectos de investimento: o investimento é parcial ou totalmente irreversível; existe incerteza quanto aos retornos do mesmo e, por último, o *timing* para a concretização dos investimentos é contingencial.

A presente dissertação irá analisar o método das opções reais como instrumento de avaliação de projectos mineiros através de um estudo de caso - a mina de Neves-Corvo. Usando de informação obtida directamente junto da equipa de gestão e outra informação pública relevante, procura-se analisar em que medida a flexibilidade operacional acrescenta valor aos projectos mineiros, através da presença de opções de desenvolvimento e encerramento.

O modelo que serve de base à avaliação da exploração mineira foi inicialmente usado para avaliar um projecto petrolífero, pelo que tiveram de ser feitas algumas alterações de forma a torná-lo adequado aos projectos mineiros. Ao longo do trabalho foram surgindo algumas dificuldades na implementação do modelo, provavelmente devido ao facto de não ter sido concebido com o propósito de avaliar este tipo de projectos, pelo que foi necessário assumir determinados pressupostos.

Até agora são poucos os modelos que incorporam custos cumulativos, ou seja, consideram que os custos operacionais são tanto maiores quanto menores as reservas

remanescentes. É, por isso, que este estudo tem um contributo importante para a avaliação de projectos de recursos naturais pelo método das opções reais.

Ao analisar um caso real, esta dissertação procura desde logo demonstrar a aplicabilidade do método das opções reais e evidenciar o seu potencial contributo para uma melhoria do processo de tomada de decisão por parte da gestão.

Que seja do meu conhecimento, este foi o primeiro estudo, em Portugal, a avaliar uma exploração mineira pelo método das opções reais. Além de ser pioneiro, como foi referido, o modelo utilizado assume custos cumulativos, uma característica também pouco usual na literatura das opções reais.

Esta dissertação encontra-se estruturada do seguinte modo. No Capítulo II será feita a revisão de literatura, começando por abordar a teoria das opções em termos genéricos para posteriormente concentrar na avaliação de projectos de recursos naturais através do método das opções reais. No Capítulo III será definido e desenvolvido o modelo a utilizar. No Capítulo IV, inicialmente será caracterizada a mina objecto de estudo – a mina Neves-Corvo, de seguida será aplicado o modelo e, por fim, serão apresentados os resultados, nomeadamente o valor da mina, e ainda a análise de sensibilidade às variáveis mais importantes. No capítulo final, Capítulo V, são apresentadas as conclusões e sugestões de áreas de investigação futura.

## Capítulo II – Enquadramento Teórico

De acordo com a literatura financeira, o objectivo principal das empresas é a maximização do seu valor. É, por isso, importante determiná-lo. Para o efeito existem diversos métodos de avaliação, que, no entanto, diferem entre si quanto aos pressupostos assumidos.

Se considerarmos a ausência de flexibilidade operacional, o Valor Actualizado Líquido (VAL) é uma medida de avaliação consistente com o objectivo primordial das empresas. Este é conhecido como o método tradicional de análise de projectos, tendo sido durante muitas décadas e ainda sendo, actualmente, o mais utilizado pelos gestores e sendo essencialmente nele que baseavam as suas decisões<sup>1</sup>. Como tal, se o VAL - que resulta da diferença entre o valor actualizado dos *cash-flows* futuros gerados pelo projecto e o custo do investimento - apresentar um valor positivo o projecto deverá ser implementado, caso contrário não o deverá ser. No entanto, várias críticas foram surgindo ao longo dos anos relativamente a este método.

De acordo com Pindyck (1991), a regra do VAL está incorrecta sempre que os investimentos forem irreversíveis e a decisão de investimento puder ser adiada. Trigeorgis (1988) afirma que o VAL ignora a flexibilidade operacional e o valor estratégico, que resulta das interacções com investimentos futuros. Seguindo a mesma linha de pensamento, Kester (1993) considera que os métodos tradicionais avaliam os projectos de investimento como oportunidades isoladas, ignorando as interacções com projectos futuros.

A abordagem tradicional do Valor Actualizado dos *Cash-flows* futuros (*Discounted Cash-flow* – DCF), tal como a regra do VAL, não incorpora a flexibilidade da gestão para adaptar e reconsiderar mais tarde as decisões em resposta a desenvolvimentos inesperados do mercado (Trigeorgis, 1996). Pelo contrário, esta abordagem baseia-se no pressuposto de que os *cash-flows* seguem um padrão rígido e previsível. Actualmente, num mercado que se caracteriza pela mudança e incerteza é cada vez mais difícil prever os *cash-flows*, pelo que estes vão certamente distanciar-se dos previstos inicialmente.

---

<sup>1</sup> Métodos como a TIR e o *Payback* eram também usados mas com menor regularidade.

Assim, um projecto que contenha alguma flexibilidade operacional será sempre sub-avaliado pelos métodos tradicionais (Kulatilaka e Marcus, 1992), o que pode levar à rejeição de projectos criadores de valor (Kemna, 1993). Todas estas limitações dos métodos tradicionais permitem concluir que os projectos de investimento que incorporem o valor da flexibilidade devem ser avaliados pelo método das opções reais (Trigeorgis e Mason, 1987).

## **2. 1 A Teoria das Opções**

A teoria das opções teve o seu início em 1973 com os modelos de Black e Scholes, (1973) e Merton, (1973) para a avaliação de opções europeias. De acordo com Black e Scholes, (1973), o valor de uma opção financeira depende de um determinado conjunto de variáveis: o preço do activo subjacente; o tempo para a maturidade; a volatilidade do activo subjacente; o preço de exercício e a taxa de juro sem risco. Após estes modelos iniciais a teoria das opções começou a desenvolver-se. Cox e Ross (1976) introduzem as probabilidades neutrais ao risco nas avaliações e Cox *et al* (1979) constroem um método numérico simples que permite avaliar opções cujo exercício antecipado pode ser óptimo.

A teoria das opções é extensível a vários domínios da vida financeira da empresa, como é o caso da avaliação de activos não-financeiros, ou seja, de activos reais. Este termo, “opções reais” é atribuído a Myers (1977) que afirmou que as oportunidades de crescimento das empresas devem ser vistas como opções. O modelo de opções é, aliás, o único a dar o devido tratamento às seguintes características comuns aos projectos de investimento: o investimento é parcial ou totalmente reversível; existe incerteza quanto aos retornos do mesmo e, por último, o *timing* para a concretização dos investimentos é contingencial (Trigeorgis, 1996). São estas as características que fazem com que a oportunidade de investimento seja análoga a uma opção financeira. A Tabela 1 sintetiza esta relação.

**Tabela 1: Comparação Entre Opções Financeiras e Opções Reais**

| <b>Opção de compra de uma acção</b> | <b>Oportunidade de investimento</b>                      |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Preço da acção                      | Valor actual dos <i>cash-flows</i> esperados do projecto |
| Preço de exercício                  | Investimento inicial                                     |
| Tempo para a maturidade             | Tempo até a oportunidade de investimento desaparecer     |
| Volatilidade do preço da acção      | Volatilidade do valor do projecto                        |
| Taxa de juro sem risco              | Taxa de juro sem risco                                   |

Fonte: “A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting”, Trigeorgis, 1988

As opções reais conferem à gestão a possibilidade de diferir, expandir, contrair, abandonar, ou alterar um projecto em várias fases da sua vida útil operacional (Trigeorgis, 1996). A sua aplicabilidade estende-se a diversas áreas, tais como: Investigação e Desenvolvimento em projectos farmacêuticos ou outros de capital intensivo; companhias aéreas; ferrovias; fusões e aquisições ou, ainda, recursos naturais. É sobre esta última área que incidirá a revisão de literatura, com especial ênfase na área mineira.

## **2. 2 Avaliação dos Recursos Naturais pelo Método das Opções Reais**

Os recursos naturais são uma das áreas que mais interesse atrai, justificada pela elevada incerteza presente nos preços das *commodities*. Como os métodos tradicionais não têm em consideração a incerteza inerente aos projectos, a maioria dos estudos realizados sobre os recursos naturais avalia os projectos pelas duas abordagens - tradicional e opções reais - com a finalidade de verificar se a flexibilidade operacional tem, de facto, valor e se o respectivo impacto é capturado pelos métodos tradicionais no processo de tomada de decisão. É importante referir que a maior parte dos modelos teóricos não foram aplicados a casos reais devido à dificuldade na obtenção de informação fidedigna.

O primeiro modelo teórico foi desenvolvido por McDonald e Siegel (1985) para avaliar projectos de elevado risco, o qual incorpora uma opção de suspender temporariamente a produção. De acordo com os autores, a produção deve ser suspensa sempre que os custos variáveis sejam superiores às receitas operacionais. A incerteza no modelo é introduzida através do pressuposto de que os preços e os custos são estocásticos. Em 1986, os mesmos autores e sob os mesmos pressupostos, usam as técnicas de avaliação de opções e constataam que o projecto só deve ser realizado com um VAL suficientemente elevado, uma vez que o valor perdido por investir sub-optimamente num projecto com VAL zero pode ser superior a 20% do valor do projecto. Concluem, portanto, que o valor da opção de diferir o investimento pode ser significativo (McDonald e Siegel, 1986).

Os primeiros a avaliar activos reais pelo modelo das opções foram Brennan e Schwartz (1985a), que construíram um modelo que incorpora a flexibilidade presente nos projectos de recursos naturais. Este modelo tornou-se dos mais citados na literatura das opções reais sendo, posteriormente, utilizado por vários autores<sup>2</sup> nos seus estudos, tendo alguns optado por fazer algumas alterações por forma a torná-lo mais adequado. Mais tarde, Trigeorgis e Mason (1987) deram alguns exemplos da aplicação da avaliação pelo método das opções reais em diversos tipos de projectos de investimento e mostraram como a flexibilidade operacional está presente nos investimentos em recursos naturais.

Uma vez que o ponto central deste trabalho é a avaliação de projectos de recursos naturais, segue-se uma compilação dos diversos estudos efectuados nesta área, os quais abrangem *commodities* como o cobre, zinco, ouro, carvão, chumbo, gás e petróleo.

### **2.2.1 Projectos Petrolíferos e de Gás**

A primeira associação das opções reais aos projectos petrolíferos surgiu em 1988 quando Ekern, através de exemplos simples, verificou que a teoria das opções pode ser vantajosa e, como tal, complementar à avaliação de projectos (Ekern, 1988).

---

<sup>2</sup> Muitos desses autores serão referenciados ao longo desta dissertação.

As opções reais foram primeiramente aplicadas ao petróleo no estudo de Paddock *et al* (1988). Estes autores desenvolveram um modelo para avaliar um campo de petróleo não desenvolvido, tendo constatado que diferir um projecto petrolífero é uma alternativa para evitar o seu fracasso no futuro, o que equivale a dizer que basear a decisão no método do DCF pode levar a conclusões erradas. Bjerk Sund e Ekern (1990) vão mais longe, no âmbito do seu estudo, ao incluir não só a opção de diferimento mas também a de abandono na avaliação de um campo de petróleo norueguês. Cortazar e Schwartz (1997) apresentaram um modelo de não arbitragem para avaliar um campo de petróleo, em que os preços da *commodity* eram estocásticos. O modelo, que não tem solução analítica, tem que ser resolvido com recurso aos métodos numéricos, usando para tal as diferenças finitas. Os autores concluem que uma fracção significativa do valor do campo de petróleo deriva da flexibilidade de adiar o desenvolvimento do campo e ainda que o valor dessa opção decresce com o aumento do preço do petróleo. Constataram também que o preço crítico para desenvolver o campo de petróleo diminui com o tempo disponível para tal.

A maioria dos estudos, como os anteriores, refere que a incerteza presente nos projectos de investimento provém dos preços da *commodity* sendo, portanto, esta a variável que acrescenta valor ao mesmo. No entanto, a incerteza pode provir de diversas fontes. É segundo esta lógica que Ingersoll e Ross (1992) consideram como ponto central do seu estudo o efeito da incerteza da taxa de juro no *timing* do investimento. Estes autores mostram que a opção de esperar tem valor, dado o impacto positivo de uma potencial queda futura da taxa de juro no valor do projecto. Em Salahor (1998) surge uma nova abordagem na avaliação de projectos da indústria petrolífera, o MAP<sup>3</sup> (*Modern Asset Pricing*), tendo como exemplo o desenvolvimento de um campo de gás natural. O autor divide os seus *cash-flows* em duas componentes: receitas e custos e, através de dois exemplos de projectos “agora ou nunca”, elaborados de forma distinta, procura determinar os benefícios do uso desta abordagem de avaliação. Os resultados a que chegou mostram que o uso dos métodos tradicionais (DCF) pode conduzir a enviesamentos sistemáticos e, provavelmente enganadores, nas análises subjacentes ao processo de elaboração e selecção de um projecto.

---

<sup>3</sup>O *Modern Asset Pricing* (MAP) é actualmente designado por *Real Options Valuation* (ROV).

Smith e McCardle (1999) começam por referir a impossibilidade de avaliar os benefícios decorrentes da implementação das opções na análise de projectos, devido à frequente comparação entre este e o DCF, que não tem em conta a flexibilidade existente nos projectos. De acordo com os autores, estas duas abordagens devem ser vistas como complementares, pelo que procuram uma possível forma de integração das mesmas. Segundo os autores, o modelo das opções reais, que tem a vantagem de incorporar informação de mercado, pode melhorar os modelos tradicionais se essa informação for integrada nos mesmos. Apresentam ainda alguns exemplos ilustrativos do uso simultâneo de ambos os métodos para avaliar projectos petrolíferos e de gás.

Faiz (2001) verificou que, apesar de o método das opções reais na avaliação de projectos ser significativamente superior ao método tradicional, este apresenta limitações quando aplicado isoladamente. O autor, apesar de não apresentar uma solução, propõe um “quadro de integração” destas abordagens.

Os projectos petrolíferos podem conter qualquer tipo de opções. Deste modo, Bailey *et al* (2004) avaliaram a opção de expansão de uma empresa detentora de um terminal de gás natural liquefeito em Elba Island, que pretendia adquirir navios de transporte de gás natural para expandir o seu negócio.

Em jeito de conclusão, são vários<sup>4</sup> os autores que estudaram investimentos em projectos petrolíferos e de gás e que verificaram que a existência de opções, independentemente da sua natureza, acrescenta valor ao projecto.

### **2.2.2 Projectos Mineiros**

Como foi referido anteriormente, a avaliação de projectos de recursos naturais pelo método das opções reais teve início com o estudo de Brennan e Schwartz (1985a), no qual foi tomado como exemplo uma hipotética mina de cobre que continha as opções de abertura, suspensão temporária e abandono da mesma. Os autores determinaram o valor da mina pelo método tradicional (DCF) e pelas opções reais, tendo concluído que a

---

<sup>4</sup> Podemos ver, por exemplo, Laughton e Jacoby (1993); Pickles e Smith (1993); Kulatilaka e Trigeorgis (1994).

flexibilidade ignorada pelo método tradicional acrescenta valor à exploração mineira. Num estudo posterior, os mesmos autores voltaram a avaliar uma mina hipotética, desta vez de ouro, reforçando as conclusões anteriores. Mostraram então que o valor das opções de suspender ou abandonar a mina corresponde a uma fracção significativa do seu valor total. Neste sentido, concluem que qualquer método de avaliação que não tenha em consideração as opções operacionais<sup>5</sup> subavalia substancialmente a exploração mineira (Brennan e Schwartz, 1985b). O modelo desenvolvido por Brennan e Schwartz serviu de suporte para diversos estudos, tendo sido implementado por vários autores. Nestes incluem-se Palm *et al* (1986), que avaliaram a opção de suspender e voltar a reabrir várias minas de cobre com custos elevados e reduzidos, tendo verificado que a referida opção tem valor; e Cavender (1992) que avaliou a mesma opção mas para uma pequena mina de ouro americana, constatando que esta flexibilidade corresponde a 16,6% do valor do DCF. Frimpong e Whiting (1997) também se basearam no modelo de Brennan e Schwartz (1985a) para desenvolver o modelo DVA (*Derivative Mine Valuation*) para a avaliação de recursos naturais. Procederam a avaliação de uma empresa de mineração de cobre pelos métodos DVA e DCF, tendo concluído que as opções presentes no modelo DVA têm valor, pelo que a maximização do valor de mercado da empresa obtém-se através do exercício das mesmas. Constataram também que este método permite ultrapassar as limitações do DCF.

Cortazar e Casassus (1998) implementaram um modelo para avaliar um projecto de investimento que expande a capacidade produtiva de uma mina de cobre activa e/ou altera o custo unitário de produção. No momento da avaliação a mina encontra-se activa e são consideradas as opções de suspender a produção e reactivá-la mais tarde. Este modelo, embora semelhante ao de Brennan e Schwartz (1985a), apresenta duas distinções: o preço do cobre segue um processo estocástico de reversão para a média e não é analisada a opção de diferimento. Os autores concluíram que uma fracção significativa do valor do projecto é atribuída à flexibilidade de adiar o investimento, sendo que este valor decresce à medida que o preço do cobre aumenta. Este modelo permite também determinar o preço crítico para o qual é óptimo investir, bem como suspender ou reabrir a mina. Cortazar *et al* (2001) dois anos mais tarde desenvolveram

---

<sup>5</sup> Por opções operacionais entendem-se, por exemplo, opções de abertura, suspensão e abandono.

um modelo, mais uma vez baseado no de Brennan e Schwartz (1985a), para avaliar investimentos em recursos naturais, onde existe um conjunto de preços e incerteza técnica e geológica. Consideram que o investimento tem três fases: exploração, desenvolvimento e extração, sendo que a cada uma delas correspondem determinadas opções. A aplicação computacional do modelo revela que uma fracção significativa do valor do projecto advém da opção de exploração (valor adicional por investir optimamente durante a fase de exploração), da opção de desenvolvimento (valor de diferir o investimento) e das opções operacionais (abertura, abandono, e suspensão).

Actualmente, ainda surgem estudos baseados no modelo de Brennan e Schwartz (1985a), de que é exemplo o de Colwell *et al* (2003), que implementaram um modelo para avaliar a flexibilidade operacional presente em 27 empresas de ouro na Austrália. Os autores recorreram a métodos numéricos de forma a resolver as equações diferenciais por diferenças finitas, tendo concluído que este tipo de flexibilidade é significativo nos projectos mineiros. Verificaram que o valor mediano para a opção de encerramento é de 2,38% do valor das minas individuais e 1,95% do valor das empresas mineiras sem flexibilidade operacional. Constataram, porém, que o valor das referidas opções é muito sensível a erros de estimação dos *inputs* do modelo e que aplicabilidade do modelo das opções reais para algumas minas e empresas mineiras pode ser limitada. Shafiee *et al* (2009) partiram de um modelo original de Brennan e Schwartz (1985a) modificado por Colwell *et al* (2003), cuja principal diferença consiste na estimação da função custo total para cada projecto mineiro, ou seja, este novo modelo acrescentou as funções de custo total como variável endógena. Os autores aplicaram o modelo a uma mina de zinco australiana e compararam com o valor obtido pelo método tradicional. A avaliação pelas opções reais assumia que a mina poderia abrir e fechar infinitas vezes durante a vida do projecto. O valor obtido pelo método do VAL provou ser negativo, pelo que a mina deveria ser encerrada, enquanto que o valor obtido pelas opções reais foi positivo, o que conduziria a uma conclusão distinta.

Embora tenham surgido ao longo dos anos diversos modelos para avaliar projectos de recursos naturais, actualmente ainda existem inúmeros estudos que usam como modelo de base o de Brennan e Schwartz (1985a), apesar de alguns já apresentarem algumas

alterações de forma a torná-lo mais adequado e actual. No entanto, nem todos os autores consideram a existência das mesmas opções nos projectos nem assumem os mesmos pressupostos. São esses os estudos que serão apresentados de seguida.

Mardones (1993) procedeu à avaliação de uma mina de cobre no Chile, tendo como objectivo mostrar o aumento no seu valor resultante da flexibilidade inerente ao projecto. Neste caso, a flexibilidade está expressa na taxa de extracção, isto é, existe a possibilidade de alterar a taxa de extracção sempre que os preços do cobre mudem de forma inesperada. O autor constatou que este tipo de opção acrescenta 2,4% ao valor obtido pelo DCF. Num estudo posterior, Dogbe *et al* (2007) desenvolveram um modelo em que, mais uma vez, a incerteza estava presente nos preços e na variação das reservas devido à flexibilidade da taxa de extracção. Neste caso, os resultados mostram que esta flexibilidade na taxa de extracção nem sempre adiciona valor ao projecto e concluem ainda que usar o novo modelo adia a decisão de investimento e o abandono precoce dos projectos.

O problema das interacções entre as opções foi levantado por Trigeorgis (1993a). O autor mostrou que as opções não são aditivas, ou seja, na presença de várias opções, o valor incremental de uma opção adicional é geralmente inferior ao seu valor isolado. Constatou ainda que o valor diminui com a quantidade de opções presentes.

Laughton (1996) comparou os métodos MAP e DCF na avaliação de minas com uma vida longa, constatando que o último método tende a subavaliá-las. A uma conclusão semelhante chegaram Samis e Poulin, em dois diferentes estudos, ao avaliarem minas de cobre e ouro pelos métodos DCF e opções reais, tendo verificado que o último é mais flexível e apropriado aos projectos mineiros (Samis e Poulin, 1996; Samis e Poulin, 1998). Kelly (1998) aplicou a abordagem binomial (*binomial lattice approach*) à avaliação de uma mina de ouro no momento da oferta pública inicial (IPO). Tendo apenas o preço do ouro como variável estocástica concluiu que, usando o preço *spot* do ouro no momento do IPO, o valor da opção é muito próximo do valor final da oferta (IPO). Cherian *et al* (2000) analisaram o problema da extracção óptima de recursos não renováveis, tomando como exemplo uma mina. Os autores assumiram, pela primeira

vez, preços estocásticos e custos cumulativos, tendo concluído que ignorar estes últimos aquando da determinação da estratégia de extracção pode conduzir a uma perda de valor significativa.

Outros estudos como Sagi *et al* (1998) e Dunbar *et al* (1998) validaram os resultados dos estudos anteriores, ou seja, também concluíram que uso dos métodos tradicionais na avaliação de projectos pode levar a decisões incorrectas de investimento.

Moel e Tufano (2000) analisaram um caso interessante em que o Governo do Peru queria privatizar uma das suas minas, a Antamina. Quem ficasse com a mina teria dois anos para a explorar antes de decidir se a queria ou não desenvolver, pelo que a opção aqui subjacente seria a opção de abandono, finda a fase de exploração. Os autores assumiram como estocásticos os preços do cobre e do zinco e avaliaram a mina pelo DCF e pelas opções reais, usando para tal o método de Monte Carlo. Tal como em estudos anteriores, os resultados permitem concluir que o método tradicional de avaliação de projectos subavalia a mina, uma vez que a opção de abandonar o projecto acrescenta valor.

O modelo de Miltersen e Schwartz (1998) foi aplicado aos recursos naturais por Miltersen (2000), mais concretamente a uma mina de cobre. Este assumiu taxas de juro e *convenience yield* estocásticos, tendo chegado a uma solução fechada. Mostrou então que a presença de *convenience yields* estocásticas tem um impacto significativo no valor das opções e, portanto, no valor do projecto. Este facto é justificado pela elevada correlação entre o preço *spot* do cobre e a *convenience yield spot*, que leva a um efeito de reversão para a média do preço *spot* do cobre que, por sua vez, reduz a volatilidade e o valor da opção de desenvolver a mina.

Os estudos mais recentes analisam não apenas uma mina mas sim um conjunto alargado de minas em actividade num país durante um determinado período de tempo. É neste sentido que surgem os trabalhos de investigação de Slade (2001), Moel e Tufano (2002) e Kelly (2004). Slade (2001) avaliou 21 minas canadianas, cujo minério principal era o cobre e que estiveram em actividade entre 1980-1993. O autor vai além dos estudos

anteriores, ao considerar não apenas o preço como variável estocástica mas também os custos unitários e as reservas remanescentes. Pretende então comparar os resultados que derivam de assumir políticas operacionais flexíveis ou inflexíveis, custos e reservas estocásticos ou determinísticos e, por fim, processos estocásticos estacionários (reversão para a média) ou não estacionários (*Geometric Brownian Motion* - GBM). Verificou que, com preços e custos estocásticos, o valor do projecto que segue o GBM é praticamente o dobro do que reverte para a média e ainda que o valor da opção do GBM é quase 10 vezes superior ao da opção do projecto que reverte para a média. Moel e Tufano (2002) utilizaram as decisões de abertura e fecho de 285 minas de ouro activas da América do Norte durante o período 1988-1997 e procuraram avaliar essas mesmas opções. Concluíram que as opções têm valor e que o fecho das minas está relacionado com factores de mercado, tais como o nível e a volatilidade do preço do ouro e as taxas de juro, assim como com factores específicos das minas, como as reservas e os custos fixos e variáveis. Saber se a avaliação de mercado das empresas de mineração de ouro incorpora o valor da opção de suspensão temporária é o ponto central do estudo de Kelly (2004). Para tal, foram efectuados testes aos valores de mercado de 41 minas de ouro australianas que se encontravam activas entre 1987 e 1994. Através de uma regressão que tinha como objectivo identificar o grau de associação entre o valor actual da opção e o teórico, concluiu que o valor de mercado incorpora a opção de suspender temporariamente as operações. Verificou-se, assim, que a diferença de valor entre o método tradicional e o das opções reais corresponde à referida opção.

Considerar dois projectos que não podem ser implementados simultaneamente e avaliá-los pelos métodos tradicional e das opções reais pode levar a decisões distintas. Samis *et al* (2006) constataram que utilizando o DCF optariam por um projecto, sendo que a avaliação pelo método das opções reais levaria a optar pelo outro. Verificaram também que a opção de suspender temporariamente o projecto aumenta o valor do mesmo.

Guj e Garzon (2007) avaliaram um projecto mineiro de níquel pelo DCF e pelo MAP, tendo comparado posteriormente os seus respectivos valores actualizados líquidos. É importante referir que o MAP assenta no pressuposto de que a essência do risco está na volatilidade do preço da *commodity* extraída. Constataram que o valor do MAP era

inferior ao do DCF, sendo tal justificado pelo tratamento dado ao risco. Assim, enquanto o DCF assume uma atitude neutral face ao risco, o MAP fornece um valor ajustado ao risco mínimo, pelo que serve de importante complemento à análise tradicional.

Dessureault *et al* (2007) apresentaram os métodos que podem ser usados para quantificar a flexibilidade do projecto e fornecem aplicações aos projectos mineiros, mais concretamente a minas de níquel e cobre dos EUA e do Canadá. Através da comparação do método tradicional e o das opções reais - que incorporava a opção de suspender temporariamente - verificaram que esta opção acrescenta valor ao projecto.

Hall e Nicholls (2007) estudaram um exemplo hipotético de uma mina de carvão que continha as opções de abandono e/ou expansão. Avaliaram a mina pelos métodos DCF e das opções reais e a comparação entre os dois métodos permitiu concluir que o valor da opção de abandono corresponde a 1/5 do valor total do projecto e que a opção de expansão nem sempre gera valor adicional. Ainda assim, o valor do projecto considerando as opções é superior ao valor obtido pelo método tradicional. Esta conclusão é consistente com os resultados de estudos anteriores. Concluíram também que o método das opções reais é o mais apropriado para avaliar empresas mineiras, uma vez que a flexibilidade operacional é uma componente importante do valor dos projectos.

A Tabela 2 sintetiza os estudos realizados na área dos recursos naturais acima referidos.

**Tabela 2: Evidência Empírica sobre o *Discounted Cash-Flow* e as Opções Reais**

| Ano   | Autores                 | Método  | Commodity | Mina/Nome Projecto |
|-------|-------------------------|---------|-----------|--------------------|
| 1985a | Brennan e Schwartz      | OR      | Cobre     | Hipotética         |
| 1985b | Brennan e Schwartz      | OR      | Ouro      | Hipotética         |
| 1986  | Palm, Pearson e Read    | DCF, OR | Cobre     | -                  |
| 1988  | Paddock, Siegel e Smith | DCF, OR | Óleo      | Golfo do México    |
| 1990  | Bjerkund e Ekern        | DCF, OR | Óleo      | Noruega            |
| 1992  | Ingersoll e Ross        | OR      | -         | -                  |

|      |                                            |         |               |                            |
|------|--------------------------------------------|---------|---------------|----------------------------|
| 1992 | Kulatilaka e Marcus                        | DCF, OR | Óleo, Gás     | -                          |
| 1992 | Cavender                                   | DCF, OR | Ouro          | Hipotética                 |
| 1993 | Laughton e Jacoby                          | DCF, OR | Óleo          | -                          |
| 1993 | Mardones                                   | DCF, OR | Cobre         | -                          |
| 1993 | Pickles e Smith                            | DCF, OR | Óleo          | -                          |
| 1994 | Kulatilaka e Trigeorgis                    | DCF, OR | Óleo          | Hipotética                 |
| 1996 | Laughton                                   | DCF, OR | Cobre         | -                          |
| 1996 | Samis e Poulin                             | DCF, OR | Ouro          | -                          |
| 1997 | Frimpong a Whiting                         | DCF, OR | Cobre         | Confidencial               |
| 1997 | Cortazar e Schwartz                        | OR      | Óleo          | Chile                      |
| 1998 | Salahor                                    | DCF, OR | Gás           | -                          |
| 1998 | Samis e Poulin                             | DCF, OR | Cobre         | -                          |
| 1998 | Cortazar e Casassus                        | DCF, OR | Cobre         | -                          |
| 1998 | Dunbar, Dessureault e Scoble               | OR      | Ouro          | -                          |
| 1998 | Sagi, Hiob e Jones                         | OR      | Cobre         | -                          |
| 1998 | Kelly                                      | DCF, OR | Ouro          | Lihir Island               |
| 1999 | Smith e McCardle                           | DCF, OR | Óleo, Gás     | Hipotética                 |
| 2000 | Cherian, Patel e Khripko                   | OR      | -             | Hipotética                 |
| 2000 | Moel e Tufano                              | DCF, OR | Cobre, Zinco  | Mina Antamina              |
| 2000 | Miltersen                                  | OR      | Cobre         | Hipotética                 |
| 2001 | Cortazar, Schwartz e Casassus              | OR      | Cobre         | Hipotética                 |
| 2001 | Slade                                      | DCF, OR | Cobre         | 21 minas                   |
| 2001 | Faiz                                       | DCF, OR | Óleo          | Chevron Texaco             |
| 2002 | Moel e Tufano                              | OR      | Ouro          | 285 minas                  |
| 2003 | Colwell, Henker, Ho e Fong                 | DCF, OR | Ouro          | 27 empresas                |
| 2004 | Bailey, Bhandari, Faiz, Srinivasan e Weeds | OR      | Gás           | Elba Island                |
| 2004 | Kelly                                      | DCF, OR | Ouro          | 41 minas                   |
| 2006 | Samis, Davis, Laughton e Poulin            | DCF, OR | Cobre         | -                          |
| 2007 | Hall e Nicholls                            | DCF, OR | Carvão        | Hipotética                 |
| 2007 | Dessureault, Kazakidis e Mayer             | DCF, OR | Níquel, Cobre | Sudbury, Arizona Ocidental |
| 2007 | Guj e Garzon                               | DCF, OR | Níquel        | -                          |
| 2007 | Dogbe, Frimpong e Szymanski                | DCF, OR | Cobre         | Hipotética                 |
| 2009 | Shafiee, Topal e Nehring                   | DCF, OR | Zinco         | Century mine               |

## Capítulo III – Modelo para a Avaliação de uma Exploração Mineira

Este capítulo incidirá sobre a avaliação de uma exploração mineira pelo método das opções reais, através de um estudo de caso – a mina Neves-Corvo. Para o efeito, inicialmente será definido e explicado o modelo utilizado. Seguidamente será caracterizada a mina objecto de estudo e por fim será aplicado o modelo.

### 3.1 O Modelo

O modelo que se segue foi desenvolvido por Postali e Picchetti (2006) para avaliar campos de petróleo e gás, tendo por base a metodologia de Dixit (1989), Pindyck (1988, 1991) e Dixit e Pindyck (1994). Este modelo tem em consideração as flexibilidades operacionais inerentes a um projecto petrolífero e baseia-se na avaliação do mesmo através das opções reais.

Uma vez que o objectivo deste trabalho é a avaliação de uma exploração mineira e este modelo foi previamente aplicado aos investimentos em projectos petrolíferos, serão efectuadas as devidas alterações de forma a tornar o modelo adequado.

Este é um modelo de investimento em dois estágios. No primeiro estágio a exploração mineira está inactiva e, como tal, o proprietário deve avaliar se é óptimo ou não exercer a opção de desenvolvimento e torná-la activa (segundo estágio). Por outro lado, se a exploração mineira estiver activa, o proprietário avalia se é óptimo, ou não, exercer a opção de abandono e torná-la, assim, inactiva. O investimento é irreversível, pelo que, depois de efectuado não pode ser revertido, no entanto, considera que o encerramento da produção pode ser realizado.

O modelo inclui os custos cumulativos, até aqui praticamente inexistente na literatura, e assume que tanto os preços das *commodities* como os custos operacionais são estocásticos, seguindo um *Geometric Brownian Motion* (GBM). O objectivo central da implementação deste modelo é determinar o valor que a flexibilidade operacional acrescenta aos projectos mineiros, através da presença de opções de desenvolvimento e encerramento e também dos custos cumulativos.

É necessário então considerar dois cenários: a mina encontra-se activa, sendo a opção subjacente o abandono da exploração, ou a mina encontra-se inactiva, tendo o seu proprietário a opção de iniciar a produção. No entanto, constata-se que os valores da mina activa e inactiva estão interligados. Isto é, uma parte do valor da mina activa corresponde à opção de abandono que, se for exercida torna a mina inactiva. Contudo, adquire a opção de a activar que, caso seja exercida torna a mina activa, voltando ao estado que se verificava no início do processo. Esta interligação entre os valores das explorações mineiras leva a que o valor das opções deva ser determinado em simultâneo.

### 3.1.1 Valor da Mina Activa

Começamos por determinar o valor da mina quando está activa, que é equivalente a dizer o valor da reserva desenvolvida. Para tal, é necessário assumir que o valor da mesma depende do preço e custo operacional de extracção da *commodity* em causa. Assumindo que estas duas variáveis seguem um *Geometric Brownian Motion*, tem-se que:

$$dP = \alpha P dt + \sigma_P P dZ_P \quad (3.1)$$

$$dC = \varphi C dt + \sigma_C C dZ_C \quad (3.2)$$

Onde:

$\alpha$  e  $\varphi$  – Crescimentos esperados do preço e do custo;

$dZ_P$  e  $dZ_C$  – Incremento dos Processos de Wiener;

$\sigma_P$  e  $\sigma_C$  – Desvios-padrão do preço e do custo.

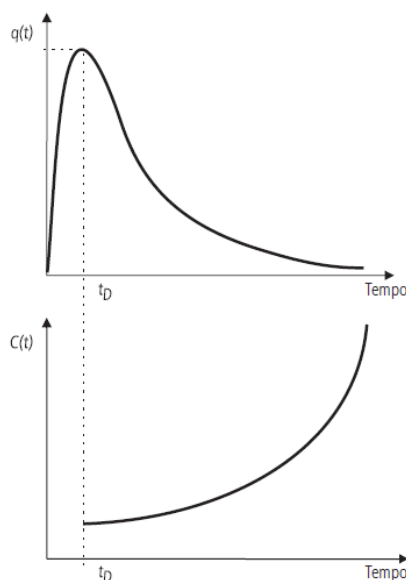
A constante  $\alpha$ , presente na expressão do preço da *commodity*, corresponde ao crescimento esperado do seu preço.

É importante referir que, neste modelo, a taxa de crescimento dos custos unitários, dada por  $\varphi$ , está associada aos custos cumulativos. Desta forma, à medida que a extracção do

minério aumenta, o custo de produção tende a crescer, pois torna-se cada vez mais complexo extrair as reservas remanescentes. Tal como em Postali e Picchetti (2006), assume-se que a taxa de crescimento dos custos unitários é dada pela taxa de extracção,  $\varphi$ .

Pela observação do Gráfico 1 verifica-se que a produção cresce gradualmente até  $t_D$ , momento em que é concluída a fase de desenvolvimento da mina e atinge também o máximo de extracção. Posteriormente, a extracção inicia um processo de redução gradual, ao mesmo tempo que os custos unitários aumentam em consequência da dificuldade em extrair as reservas remanescentes. Assim, custos cumulativos implicam que a taxa de crescimento dos custos unitários seja igual à taxa de diminuição das reservas. Este facto verifica-se especialmente nas minas subterrâneas pois, quando a quantidade de minério por extrair atinge um número relativamente baixo são necessários estudos para determinar os locais exactos onde este se encontra para fazer os furos com a maior precisão possível.

**Gráfico 1: Extracção e Custos Unitários**



Fonte: “Irreversibilidade dos Investimentos e Valor da Opção de Encerrar a Extracção de Petróleo”,  
Postali e Picchetti, 2006

Posto isto, sabendo que o objectivo do proprietário da mina é maximizar o valor da reserva e os respectivos *cash-flows*, tem-se que a rendibilidade proporcionada pela reserva é determinada pela soma dos *cash-flows* provenientes da mesma com a variação que se espera que ocorra no valor da reserva. Assim, pelo princípio de Bellman, tem-se que, em equilíbrio:

$$rV(P, C)dt = L(P, C)dt + E_0(dV) \quad (3.3)$$

Onde:

$rVdt$  – Rendibilidade da reserva desenvolvida;

$L$  – *Cash-flow* proporcionado pela reserva;

$E_0(dV)$  – Variação esperada no valor da reserva.

Assim, é relevante decompor as duas funções que determinam a rendibilidade da reserva. Relativamente ao *cash-flow* unitário, temos que este é determinado pela diferença entre o preço, depois de retirado o valor pago pelos royalties, e o custo. Após esta diferença é retirado o imposto pago pela exploração mineira de forma a obter o *cash-flow líquido* por unidade extraída.

$$L = (1 - R)[(1 - \tau)P - C] \quad (3.4)$$

Onde:

$L$  – *Cash-flow* líquido por unidade extraída;

$R$  – Taxa de IRC;

$\tau$  – Royalties;

$P$  – Preço unitário;

$C$  – Custo unitário.

Para determinar a função correspondente à variação esperada do valor da reserva,  $E_0(dV)$ , é necessário compreender primeiro a expressão correspondente a  $dV$ . Esta

expressão é uma equação diferencial que resulta do facto de a função  $V$  estar dependente do preço ( $P$ ) e do custo ( $C$ ) e pelo Lema de Itô<sup>6</sup>, tem-se que:

$$dV = V_P dP + V_C dC + \frac{1}{2} V_{PP} (dP)^2 + \frac{1}{2} V_{CC} (dC)^2 + V_{PC} dP dC + V_t dt \quad (3.5)$$

Onde:

$V_P = \frac{dV}{dP}$  – Primeira derivada da função  $V$  em ordem a  $P$ ;

$V_C = \frac{dV}{dC}$  – Primeira derivada da função  $V$  em ordem a  $C$ ;

$V_{PP} = \frac{d^2V}{dP^2}$  – Segunda derivada da função  $V$  em ordem a  $P$ ;

$V_{CC} = \frac{d^2V}{dC^2}$  – Segunda derivada da função  $V$  em ordem a  $C$ ;

$V_{PC} = \frac{d^2V}{dP dC}$  – Segunda derivada da função  $V$  em ordem a  $P$  e  $C$ .

Posto isto, para determinar a variação esperada do valor da reserva basta aplicar  $E_0$  à função anterior e substituir  $dP$  e  $dC$  pelas funções (3.1) e (3.2), respectivamente. Assim<sup>7</sup>,

$$E_0(dV) = V_P \alpha P dt + V_C \varphi C dt + \frac{1}{2} V_{PP} \sigma_P^2 P^2 dt + \frac{1}{2} V_{CC} \sigma_C^2 C^2 dt + V_{PC} \rho \sigma_P \sigma_C PC dt + V_t dt \quad (3.6)$$

Substituindo (3.4) e (3.6) em (3.3), dividindo por  $dt$  e rearranjando obtemos uma equação<sup>8</sup> diferencial parcial (sem solução analítica), dada por:

$$V_P \alpha P + V_C \varphi C + \frac{1}{2} V_{PP} \sigma_P^2 P^2 + \frac{1}{2} V_{CC} \sigma_C^2 C^2 + V_{PC} \rho \sigma_P \sigma_C PC + V_t + (1 - R)[(1 - \tau)P - C] - rV = 0 \quad (3.7)$$

<sup>6</sup> Não são considerados os termos  $dt$  de ordem igual ou superior a 2.

<sup>7</sup> Sabe-se que  $E_0(dZ_P) = E_0(dZ_C) = 0$ ;  $E_0(dZ_P)^2 = E_0(dZ_C)^2 = dt$ ;  $E_0(dZ_P dZ_C) = \rho dt$ .

<sup>8</sup> Assume-se que o termo  $V_t$  apresenta uma trajectória determinística, pelo que a extracção do minério só parará quando a reserva esgotar. Assim, o valor da reserva diminui na mesma proporção da taxa de extracção, ou seja,  $V_t = -\varphi V$ .

Uma vez que a função objectivo,  $V$ , depende de duas variáveis, o preço e o custo operacional, a sua solução não é fácil de determinar. Como o que se pretende é encontrar um preço acima do qual seja óptimo investir e um preço abaixo do qual seja óptimo abandonar a exploração, com duas variáveis isso não se torna possível.

Assim, e uma vez que ambas as variáveis seguem um *Geometric Brownian Motion* (GBM), através da propriedade da homogeneidade de grau 1 da função  $V$  em relação às variáveis  $P$  e  $C$ , é possível reduzi-las a uma só variável. Então, a nova variável é dada por  $p = P/C$  e a função<sup>9</sup> objectivo  $v(p)$ .

Posto isto, o surgimento desta nova variável leva a algumas equivalências que posteriormente serão substituídas na equação (3.7).

$$V_P = v'(p)$$

$$V_C = v(p) - pv'(p)$$

$$V_{PP} = \frac{v''(p)}{C}$$

$$V_{PC} = -\frac{pv''(p)}{C}$$

$$V_{CC} = \frac{p^2v''(p)}{C}$$

Substituindo as equivalências anteriores na equação (3.7) e dividindo ambos os membros por  $C$ , pois  $V(P, C) = Cv(p)$  obtém-se a equação diferencial da mina activa, onde o último termo corresponde ao *cash-flow* líquido, por unidade de custo, resultante da actividade da mina:

$$\frac{1}{2}(\sigma_P^2 - 2\rho\sigma_P\sigma_C + \sigma_C^2)p^2v''(p) + (\alpha - \varphi)pv'(p) - rv(p) + (1 - R)[(1 - \tau)p - 1] = 0 \quad (3.8)$$

Esta equação é uma equação diferencial ordinária que admite solução particular e homogénea. Quando a mina está activa existem dois cenários possíveis: (1) o

---

<sup>9</sup> Assume-se que  $V(P, C) = Cv(P/C) = Cv(p)$ .

proprietário da exploração mineira não tem possibilidade de a abandonar e (2) o proprietário pode abandonar a exploração caso as condições económicas não sejam favoráveis.

No primeiro cenário, não existe opção de abandono pelo que o valor da solução homogénea é nulo e, conseqüentemente, o valor da mina é dado apenas pela solução particular. Assim, o valor fundamental da exploração mineira é:

$$v^* = (1 - R) \left[ \frac{(1-\tau)p}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] \quad (3.9)$$

No segundo cenário, em que a opção de abandono da exploração da mina está presente, a solução geral da equação diferencial (3.8) é composta pelas soluções homogénea e particular.

$$v(p) = B_1 p^{\beta_1} + B_2 p^{\beta_2} + (1 - R) \left[ \frac{(1-\tau)p}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] \quad (3.10)$$

Na solução geral acima apresentada os dois primeiros termos capturam o valor da opção de abandono e o último termo corresponde ao valor da mina quando existe flexibilidade. Ainda na mesma equação,  $\beta_1 > 1$   $\beta_2 < 0$  são as raízes do polinómio característico e as constantes  $B_1$  e  $B_2$  determinadas pelas condições fronteira resultantes da flexibilidade inerente ao projecto.

A probabilidade de abandono torna-se extremamente reduzida à medida que  $p$  tende para infinito, pelo que o valor da opção de abandono tende para zero quando o preço se torna demasiado elevado. Para garantir que tal aconteça, o coeficiente  $B_1$  que corresponde à raiz positiva  $\beta_1$  deve ser zero. Assim, tem-se que o valor da mina activa é dado por:

$$v(p) = B_2 p^{\beta_2} + (1 - R) \left[ \frac{(1-\tau)p}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] \quad (3.11)$$

À equação diferencial da mina activa (3.8) corresponde a equação característica:

$$\frac{1}{2}(\sigma_P^2 - 2\rho\sigma_P\sigma_C + \sigma_C^2)\beta^2 + \left[ \alpha - \varphi - \frac{1}{2}(\sigma_P^2 - 2\rho\sigma_P\sigma_C + \sigma_C^2) \right] \beta - r = 0 \quad (3.12)$$

A equação anterior tem como soluções:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (3.13)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (3.14)$$

De forma a definir o sistema de equações do qual resulta a solução do modelo, é necessário descrever as condições fronteira.

Caso a mina se encontre activa, apenas deverá abandonar a actividade se  $p$  atingir níveis inferiores a  $p^S$ . Para que tal aconteça, a exploração mineira incorrerá num custo de saída,  $A$ , que, à semelhança das outras variáveis terá que ser dividida pelo custo operacional,  $C$ . Então, tem-se que,  $A/C = a$

Então, a *value matching condition* é dada por:  $v(p^S) = f(p^S)^{10} - A/C$ , e estabelece que o valor óptimo para o exercício da opção de abandono seja a igualdade entre os valores das minas activa e inactiva líquido do custo de saída.

Daqui resulta<sup>11</sup>:

$$-H_3(p^S)^{\beta_1} + B_2(p^S)^{\beta_2} + (1 - R) \left[ \frac{(1-\tau)p^S}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] + a = 0 \quad (3.15)$$

A segunda condição, a *smooth pasting condition* estabelece que:  $v'(p^S) = f'(p^S)$ , e implica que as primeiras derivadas das funções das minas activa e inactiva sejam iguais, então:

$$-H_3\beta_1(p^S)^{\beta_1-1} + B_2\beta_2(p^S)^{\beta_2-1} + \frac{(1-R)(1-\tau)}{r-\alpha+\varphi} = 0 \quad (3.16)$$

---

<sup>10</sup> O valor da mina inactiva é dado por  $f(p^S)$ .

<sup>11</sup> O termo  $-H_3$  resulta da derivada negativa da função (3.21).

### 3.1.2 Valor da Mina Inactiva

Relativamente à mina inactiva, que equivale à reserva não desenvolvida, o seu valor é dado por  $F$ , que, à semelhança do valor da reserva desenvolvida, depende das variáveis preço e custo, que seguem processos *Geometric Brownian Motion*.

A expressão é semelhante à do valor da mina activa, excluindo a equação do lucro, pois como a mina se encontra inactiva não pode proporcionar qualquer rendimento. Assim, o princípio de Bellman daí resultante é dado por:

$$rF(P, C)dt = E_0(dF) \quad (3.17)$$

Onde:

$rFdt$  – Rendibilidade esperada da reserva não desenvolvida;

$E_0(dF)$  – Variação esperada no valor da reserva.

Aplicando o mesmo procedimento da reserva desenvolvida, pelo Lema de Itô, obtém-se a equação diferencial parcial:

$$F_P\alpha + F_C\varphi + \frac{1}{2}F_{PP}\sigma_P^2P^2 + \frac{1}{2}F_{CC}\sigma_C^2C^2 + F_{PC}\rho\sigma_P\sigma_CPC - rF = 0 \quad (3.18)$$

Mais uma vez utiliza-se a propriedade da homogeneidade entre as variáveis preço e custo, ou seja,  $F(P, C) = Cf\left(\frac{P}{C}\right) = Cf(p)$ . Fazendo a transformação das variáveis, obtém-se a equação diferencial da mina inactiva, dada por:

$$\frac{1}{2}(\sigma_P^2 - 2\rho\sigma_P\sigma_C + \sigma_C^2)p^2f''(p) + (\alpha - \varphi)pf'(p) - (r - \varphi)f(p) = 0 \quad (3.19)$$

Esta equação diferencial (3.19) referente ao estado inactivo apenas admite solução homogénea:

$$f(p) = H_3p^{\beta_3} + H_4p^{\beta_4} \quad (3.20)$$

Onde,  $\beta_3 > 1$   $\beta_4 < 0$  são as raízes do polinómio característico e as constantes  $H_3$  e  $H_4$  determinadas pelas condições fronteira resultantes da flexibilidade inerente ao projecto. De notar que, conforme  $p$  tende para zero, o valor da opção de iniciar a exploração da mina deve igualmente tender para zero. Para garantir esta condição, o coeficiente  $H_4$  que corresponde à raiz negativa  $\beta_4$  deve ser zero. Então, tem-se que o valor da mina inactiva é dado por:

$$f(p) = H_3 p^{\beta_3} \quad (3.21)$$

À equação diferencial da mina inactiva (3.19) corresponde a equação característica:

$$\frac{1}{2}(\sigma_P^2 - 2\rho\sigma_P\sigma_C + \sigma_C^2)\beta^2 + \left[\alpha - \varphi - \frac{1}{2}(\sigma_P^2 - 2\rho\sigma_P\sigma_C + \sigma_C^2)\right]\beta - (r - \varphi) = 0 \quad (3.22)$$

Os betas resultantes da solução da equação característica são determinados da seguinte forma:

$$\beta_3 = \frac{1}{2} - \frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2(r - \varphi)}{\sigma^2}} \quad (3.23)$$

$$\beta_4 = \frac{1}{2} - \frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{(\alpha - \varphi)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2(r - \varphi)}{\sigma^2}} \quad (3.24)$$

De forma a definir o sistema de equações do qual resulta a solução do modelo, é necessário descrever as condições fronteira. Para ser exercida a opção de investimento, ou seja, transformar a mina inactiva em activa, a exploração mineira incorre num custo fixo  $I$ . Uma vez que no início do modelo as variáveis  $P$  e  $C$  foram reduzidas a apenas uma, pela divisão das mesmas, é necessário fazer o mesmo com a variável  $I$ . É importante referir que a empresa só irá exercer a opção para níveis de  $p$  superiores a  $p^E$ . Assim, a *value matching condition* é dada por:  $f(p^E) = v(p^E) - I/C$ , e estabelece que o valor óptimo para o exercício da opção de investimento seja a igualdade entre os valores das minas inactiva e activa, líquido do investimento ( $I/C = i$ ).

Daqui vem:

$$-H_3(p^E)^{\beta_3} + B_2(p^E)^{\beta_2} + (1-R) \left[ \frac{(1-\tau)p^E}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] - i = 0 \quad (3.25)$$

A segunda condição, a *smooth pasting condition* estabelece que:  $f'(p^E) = v'(p^E)$ , e implica que as primeiras derivadas das funções da mina inactiva e activa sejam iguais, então:

$$-H_3\beta_3(p^E)^{\beta_3-1} + B_2\beta_2(p^E)^{\beta_2-1} + \frac{(1-R)(1-\tau)}{r-\alpha+\varphi} = 0 \quad (3.26)$$

### 3.1.3 Solução do Modelo

É, agora, possível definir o sistema de equações através do qual serão obtidos os valores das incógnitas a determinar. Então, tem-se que:

$$\left\{ \begin{array}{l} -H_3(p^E)^{\beta_3} + B_2(p^E)^{\beta_2} + (1-R) \left[ \frac{(1-\tau)p^E}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] - i = 0 \\ -H_3\beta_3(p^E)^{\beta_3-1} + B_2\beta_2(p^E)^{\beta_2-1} + \frac{(1-R)(1-\tau)}{r-\alpha+\varphi} = 0 \\ -H_3(p^S)^{\beta_1} + B_2(p^S)^{\beta_2} + (1-R) \left[ \frac{(1-\tau)p^S}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] + a = 0 \\ -H_3\beta_1(p^S)^{\beta_1-1} + B_2\beta_2(p^S)^{\beta_2-1} + \frac{(1-R)(1-\tau)}{r-\alpha+\varphi} = 0 \end{array} \right.$$

Devido à não linearidade das equações o modelo apresentado não admite solução fechada, mas sim numérica. A resolução em simultâneo das quatro equações permite determinar os preços limite  $p^E$ ,  $p^S$  e as incógnitas  $H_3$  e  $B_2$  presentes nos valores das opções. Sabe-se ainda que  $0 < p^S < p^E < \infty$  e que  $H_3$  e  $B_2$  têm valores positivos. A Tabela 3 sintetiza as opções da gestão da mina perante os diversos cenários.

**Tabela 3: Cenários e Decisões Possíveis**

|                 | <b>Mina Activa</b>    | <b>Mina Inactiva</b> |
|-----------------|-----------------------|----------------------|
| $p < p^S$       | Abandona              | Não investe          |
| $p = p^S$       | Indiferente           | Não investe          |
| $p^S < p < p^E$ | Continua a exploração | Não investe          |
| $p = p^E$       | Continua a exploração | Indiferente          |
| $p > p^E$       | Continua a exploração | Investe              |

### 3.1.4 Modelo Sem Opção de Abandono

Para determinar em que medida a flexibilidade, aqui representada pela opção de abandono, altera o valor do projecto e a decisão de investir (*timing*), é necessário definir o modelo em que essa opção não está presente.

Assim, na ausência de opção de abandono, o valor da mina activa é igual ao seu valor fundamental, dado pela equação (3.9). Quanto ao valor da mina inactiva, é dado pela equação (3.21).

Através das condições fronteira, *value matching condition* e *smooth pasting condition*, anteriormente enunciadas, tem-se que a solução do modelo sem opção de abandono é dada por:

$$\begin{cases} -H_3(p^E)^{\beta_3} + (1-R) \left[ \frac{(1-\tau)p^E}{r-\alpha+\varphi} - \frac{1}{r} \right] - i = 0 \\ -H_3\beta_3(p^E)^{\beta_3-1} + \frac{(1-R)(1-\tau)}{r-\alpha+\varphi} = 0 \end{cases}$$

## **Capítulo IV – Aplicação do Modelo: A Avaliação da Mina Neves-Corvo**

### **4.1 Caracterização da Exploração Mineira**

A exploração mineira objecto de avaliação é a mina de Neves Corvo, cuja exploração se encontra a cargo da Somincor – Sociedade Mineira de Neves Corvo, S.A. Esta mina situa-se na região do Baixo Alentejo, na parte sul da Faixa Piritosa Ibérica e é conhecida por ser a maior mina de cobre da Europa. A sua jazida é constituída por cinco massas de sulfuretos maciços, a saber: Neves, Corvo, Graça, Zambujal e Lombador.

As operações mineiras realizam-se sob um regime de concessão estabelecido entre o Estado Português e a Somincor, que prevê o direito de explorar as jazidas de cobre, zinco, estanho, chumbo, prata, ouro e cobalto por um período inicial de cinquenta anos (desde 24 de Novembro de 1994), podendo a concessão ser renovada duas vezes por períodos de vinte anos.

As jazidas de Neves Corvo foram descobertas em 1977 com elevados teores de cobre tendo sido, posteriormente, em 1980, constituída a Somincor, cujo capital social pertencia 51% ao Estado e 49% ao grupo francês Peñarroya. No entanto, em 1985, com a venda da participação do grupo francês ao grupo Rio Tinto, o capital social passa a ser exclusivamente português.

A actividade mineira teve início em 1989 com a exploração de cobre das jazidas Corvo e Graça. Este ano foi também marcado pelo lançamento do projecto de exploração de estanho, com um custo superior a 55 milhões de euros, que viria a ter início no ano seguinte. Mais tarde, em Junho de 2004, a EuroZinc adquiriu a totalidade da Somincor por 128 milhões de euros. No entanto, em Outubro de 2006 passou a integrar o grupo Lundin Mining no decorrer na fusão entre este e a EuroZinc.

A produção de zinco teve início apenas em 2006, tendo sido suspensa em Novembro de 2008 devido aos preços baixos vigentes no mercado. Em 2009 foi decidido expandir a lavaria de zinco para uma capacidade de produção de 50000 toneladas com um custo

estimado de 43 milhões de euros. A produção de zinco foi retomada no início de 2010, ainda que a taxas bastante reduzidas.

Feita uma breve revisão histórica torna-se necessária a análise e interpretação de alguns indicadores económicos da mina Neves-Corvo no passado recente. É importante referir que, à excepção da evolução das cotações dos minérios, os dados necessários para as análises que se seguem foram recolhidos do relatório da Somincor e, por isso, encontram-se expressos em euros, ao contrário do que acontece na avaliação da mina.

- Evolução das cotações do cobre e do zinco

As cotações do cobre e do zinco na London Metal Exchange (LME) apresentaram-se bastante voláteis ao longo do ano de 2010. O Gráfico 2 mostra uma tendência de aumento das cotações do cobre ao longo do ano, com especial valorização na segunda metade de 2010. Relativamente às cotações do zinco, mantiveram-se em valores baixos, tendo terminado o ano num valor inferior ao do início do mesmo. Apesar de, à semelhança do verificado com o cobre, as cotações terem valorizado no segundo semestre, a empresa decidiu manter a extracção e tratamento de zinco em valores bastante reduzidos, tendo mesmo sido nulos nos meses de Outubro e Novembro.

**Gráfico 2: Evolução das Cotações dos Metais Cobre e Zinco**



- Produção dos Minérios

As reservas de cobre e zinco foram quantificadas em Junho de 2010, tendo sido provada a existência de 21.176.000 toneladas de cobre e 34.319.000 toneladas de zinco.

Analisando os valores anuais, verifica-se um aumento do cobre extraído, com um teor médio de cobre no minério extraído de 3,4%. Em 2010 foram tratadas 2.499.563 toneladas de minérios de cobre, que deram origem a 74.011 toneladas de cobre metal.

A extracção de zinco esteve suspensa durante o ano de 2009, pelo que a produção de zinco metal foi obtida através do tratamento do minério de cobre. Em 2010, apesar da retoma das actividades de extracção, 2.100 toneladas de zinco metal foram obtidas da mesma forma, sendo as restantes 4.300 toneladas de zinco metal resultado da extracção e tratamento dos minérios de zinco.

- Vendas de Concentrados

Em 2010 foram vendidas 303.500 toneladas de cobre metal e 15.000 toneladas de zinco metal, totalizando 318.500 toneladas de concentrados, contrapondo às 350.600 toneladas vendidas durante o ano anterior. As vendas líquidas registaram um elevado aumento ao totalizarem 276 milhões de euros e 420 milhões de euros, em 2009 e 2010 respectivamente. Este acréscimo é essencialmente justificado pelo crescimento dos preços dos metais bem como pela redução dos custos dos contratos de *hedging*.

- Investimentos

O aumento dos investimentos realizados pela mina Neves-Corvo é justificado por grandes projectos, tais como a instalação de deposição em pasta, a expansão da lavaria de zinco e o desenvolvimento mineiro inerente ao projecto do Lombador.

**Tabela 4: Investimentos da Mina Neves-Corvo**

| (milhões de euros)                    | <b>2009</b> | <b>2010</b> |
|---------------------------------------|-------------|-------------|
| Desenvolvimento Mineiro               | 21.828      | 17.886      |
| Prospecção e Pesquisa                 | 1.416       | 1.353       |
| Circuito de Zinco na Lavaria de Cobre | 5.486       | 64          |
| Instalação de Deposição em Pasta      | 5.413       | 10.786      |
| Conversão da Lavaria de Zinco         | 5.003       | 21.098      |
| Equipamentos Móveis                   | 3.124       | 322         |
| Tecnologias de Informação             | 473         | 104         |
| Projecto Lombador                     | 284         | 9.848       |
| Outros Investimentos                  | 12.031      | 12.156      |
| Investimentos CAPEX                   | 55.059      | 73.617      |

- Custos Operacionais

Os custos operacionais totalizaram 126.100.000 euros, ao invés dos 113.300.000 euros verificados em 2009. Este acréscimo deve-se essencialmente ao recomeço da extracção de zinco, ao aumento da produção de concentrados bem como aos efeitos da inflação.

No que respeita aos custos operacionais verificou-se que, em 2010, os custos operacionais por tonelada tratada atingiram os 48,3 euros e custos operacionais por tonelada de metal os 1,7 euros.

- Resultado Líquido

O resultado líquido da mina Neves-Corvo registou um elevado acréscimo em 2010, totalizando 139.900.000 euros, ao invés dos 67.100.000 euros verificados no ano anterior. Este indicador comprova o bom momento que a empresa atravessa e espera-se ainda que consiga atingir melhores resultados quando a extracção de zinco atingir os valores normais, que se prevê que aconteça no primeiro trimestre de 2011.

## 4.2 Aplicação do Modelo à Avaliação da Mina Neves-Corvo

Antes de proceder à implementação do modelo é importante referir que todos os dados utilizados para determinar os *inputs* se encontram expressos em dólares. Posto isto, segue-se uma explicação da forma como foram determinados os valores das variáveis que integram o modelo, bem como os pressupostos assumidos.

O primeiro parâmetro a ser determinado é a taxa de crescimento esperado do preço. Uma forma de determinar esta variável seria usar a taxa de crescimento histórica dos preços como *proxy* da taxa de crescimento futura. Assim, as taxas de crescimento dos preços dos minérios cobre e zinco corresponderiam à média das variações diárias dos índices na London Metal Exchange, para o período 2000-2010, multiplicada por 252, o número de dias de transacção durante um ano. No entanto, segundo esta metodologia as taxas de crescimento esperado do preço do cobre e do zinco seriam de 15,16% e 6,24%, respectivamente. Uma vez que a taxa do cobre é demasiado elevada, não seria razoável assumir que a taxa de crescimento futura igualará a taxa de crescimento histórica. Assume-se, como pressuposto que a taxa de crescimento esperada do preço do cobre será metade da verificada nos últimos 10 anos, ou seja,  $\alpha_{Cu}$  de 7,5%. Relativamente ao zinco, devido aos preços baixos verificados recentemente, é razoável assumir que a taxa de crescimento histórica reflecta a taxa de crescimento futura, ou seja,  $\alpha_{Zn}$  de 6,24%.

Anteriormente foi referido que os custos unitários aumentam com a dificuldade em extrair as reservas remanescentes. Assim, o conceito de custos cumulativos introduzido neste modelo implica que a taxa de crescimento esperado do custo corresponda à taxa de diminuição das reservas, ou seja, à taxa de extracção de cada minério. Recentemente foi realizado um estudo que apurou a existência de 21.176 mil toneladas de cobre e 34.319 mil toneladas de zinco, a 30 de Junho de 2010. Uma vez que a partir dessa data existiam valores mensais de minério extraído, foi calculada uma taxa de extracção mensal até ao final do ano. Posteriormente foi determinado o valor médio dessa taxa para ser, por fim, anualizada.

**Tabela 5: Determinação da Taxa de Extracção Mensal do Cobre**

| (valores em toneladas) | Julho      | Agosto     | Setembro   | Outubro    | Novembro   | Dezembro   |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Cobre Extraído         | 232.537    | 191.337    | 206.430    | 230.240    | 275.412    | 271.030    |
| Reserva de Cobre       | 21.176.000 | 20.943.463 | 20.752.126 | 20.545.696 | 20.315.456 | 20.040.044 |
| Taxa Extracção Mensal  | 1,10%      | 0,91%      | 0,99%      | 1,12%      | 1,36%      | 1,35%      |

Obteve-se assim uma taxa de extracção do minério cobre de 14,56%. Este procedimento não pode ser utilizado para o minério zinco pois, apesar de já ter sido retomada a sua extracção e produção, estas ainda estão a ser realizadas a valores inferiores aos normais, pelo que se assume, como pressuposto, uma taxa de extracção igual à do minério cobre. No entanto, o modelo não permite que a taxa de extracção seja superior ao custo do capital, o que se verificaria com a implementação destes valores. Uma vez que o valor das reservas prováveis é considerável e está ainda previsto para breve o início da exploração de uma nova jazida, assumiu-se como pressuposto uma taxa de extracção para os minérios cobre e zinco,  $\varphi_{Cu}$  e  $\varphi_{Zn}$  de 10%.

O custo do capital corresponde ao custo médio ponderado do capital e é determinado pela aplicação da fórmula  $r = w_S * r_S + w_D * r_D(1 - T)$ . A Somincor não é uma empresa cotada, pelo que, por simplificação assumiu-se como pressuposto que o custo do capital próprio da mesma seria igual ao da empresa-mãe, a canadiana Lundin Mining, que se encontra cotada no Canadá. Segundo fonte da Bloomberg, em 31 de Dezembro de 2010,  $r_S$  era de 23,73%.

Na ausência de informação interna para a determinação do custo da dívida da Somincor,  $r_D$ , assumiu-se como *proxy* a divisão da rubrica “Juros e Gastos Similares”, presente na Demonstração dos Fluxos de Caixa, pelos Empréstimos Obtidos de Médio e Longo Prazo presentes no Balanço. Assim, em 2010, o custo da dívida,  $r_D$ , era de 4,80%. Para apurar a estrutura de capitais foram considerados os valores contabilísticos, e verifica-se

um peso do capital próprio,  $w_S$ , de 52,90% e um peso da dívida,  $w_D$ , de 47,10%. Utilizando uma taxa de imposto,  $T$ , de 26,5%, obtém-se um custo médio ponderado do capital,  $r$ , de 14,81%.

A taxa de IRC,  $R$ , corresponde à taxa em vigor, acrescida da derrama, no final de 2010, ou seja, 26,5%.

A volatilidade dos preços dos minérios de cobre e zinco corresponde ao desvio-padrão das variações diárias dos índices na London Metal Exchange, para o período 2000-2010, multiplicada pela raiz de 252, número de dias em que se verificou transacção durante um ano. Determinou-se assim uma volatilidade do preço do cobre,  $\sigma_{PCu}$ , de 28,92% e uma volatilidade do preço do zinco,  $\sigma_{PZn}$ , de 33,23%.

A volatilidade dos custos resulta do desvio-padrão da variação dos custos unitários por tonelada de concentrado de cobre. Os custos considerados são mensais e compreendem o período 2009-2010. Uma vez que a extracção de zinco esteve suspensa até ao final de 2009, em 2010 ocorreram custos de reactivação, pelo que estes não reflectem os custos reais de extracção do minério. Assim, assumiu-se igual volatilidade para os custos operacionais relativos ao zinco,  $\sigma_{CZn}$ , e ao cobre,  $\sigma_{CCu}$ , de 24,61%.

O coeficiente de correlação entre o preço e o custo do cobre,  $\rho_{Cu}$ , equivale à correlação entre a cotação média mensal do minério na London Metal Exchange e o custo operacional unitário por tonelada de concentrado e corresponde a 0,425. Os dados são mensais e compreendem o período de dois anos, 2009-2010. Relativamente ao zinco, não é possível proceder da mesma forma pois não estão disponíveis os valores dos custos. Assim, assume-se que os custos operacionais do zinco são iguais aos do cobre, pelo que a correlação,  $\rho_{Zn}$ , é determinada entre estes e a cotação do minério zinco na LME e atinge o valor 0,497.

Em 2010 os royalties pagos pela Somincor,  $\tau$ , correspondem a 1% das vendas de cobre e zinco metal.

A variável  $i$  é dada pela razão entre o investimento necessário para desenvolver a exploração mineira e o custo operacional da mesma. Assim, quanto maior for o valor da variável maior é também o peso que os custos em investimento têm nos custos operacionais da mina.

Em 2010, o investimento em desenvolvimento<sup>12</sup> atingiu os 88.159.000 euros e o custo operacional os 126.100.000 euros, pelo que  $i$  corresponde a 0,7.

A variável  $a$  é dada pela razão entre o custo de abandono da exploração mineira e o custo operacional da mesma. Como não me foi possível quantificar o custo de abandono, assumiu-se que este seria metade do custo operacional. Assim,  $a$  é igual a 0,5.

Posto isto, a Tabela 6 sintetiza os valores das variáveis conhecidas incorporadas no modelo de avaliação.

**Tabela 6: Valores Iniciais das Variáveis que Compõem o Modelo de Avaliação**

| Variáveis                                     | Sigla      | Cobre  | Zinco  |
|-----------------------------------------------|------------|--------|--------|
| Taxa de Crescimento Esperado do Preço         | $\alpha$   | 7,5%   | 6,24%  |
| Taxa de Crescimento Esperado do Custo         | $\Phi$     | 10%    | 10%    |
| Custo Médio e Ponderado do Capital            | $r$        | 14,81% | 14,81% |
| Taxa de IRC                                   | R          | 26,5%  | 26,5%  |
| Volatilidade do Preço                         | $\sigma_p$ | 28,92% | 33,23% |
| Volatilidade do Custo                         | $\sigma_c$ | 24,61% | 24,61% |
| Coeficiente de Correlação entre Preço e Custo | $\rho$     | 0,425  | 0,497  |
| <i>Royalties</i>                              | $\tau$     | 1%     | 1%     |
| Investimento/Custo Operacional                | $i$        | 0,7    | 0,7    |
| Custo de Saída/Custo Operacional              | $a$        | 0,5    | 0,5    |

<sup>12</sup> Neste caso, as variáveis que constituem o rácio encontravam-se expressas em euros pois foram retiradas do Relatório da Gestão da Somincor (2010).

No sistema de equações encontram-se algumas variáveis que não são conhecidas nem dadas pela solução do mesmo. Essas variáveis, os betas, correspondem às soluções das equações (3.13) e (3.14) para a mina activa e das equações (3.23) e (3.24) para a mina inactiva.

Assim, para o minério cobre tem-se que  $\beta_1 = 2,84323$ ,  $\beta_2 = -1,24519$ ,  $\beta_3 = 2,13568$  e  $\beta_4 = -0,53764$ , enquanto que para o minério zinco,  $\beta_1 = 2,95729$ ,  $\beta_2 = -1,11762$ ,  $\beta_3 = 2,30477$  e  $\beta_4 = -0,46509$ .

### 4.3 Apresentação e Análise dos Resultados

Como foi explicado aquando da definição do modelo de avaliação, as variáveis Preço ( $P$ ) e Custo ( $C$ ), foram reduzidas a apenas uma, através da propriedade da homogeneidade da função-valor, dando origem à variável  $p$ .

Esta nova variável, obtida através do rácio  $P/C$ , corresponde ao preço do minério por unidade de custo.

Assim, as variáveis determinadas pelo modelo,  $p^E$  e  $p^S$ , a partir de agora designadas por preço crítico de entrada e preço crítico de saída, respectivamente, devem ser interpretadas como o preço do minério por tonelada por unidade de custo e não como a cotação do minério.

Posto isto, com a implementação do modelo no *software Mathematica* pretendia-se determinar os preços críticos de entrada ( $p^E$ ) e saída ( $p^S$ ), acima e abaixo dos quais, a empresa decide investir ou encerrar a produção, respectivamente. A Tabela 7 resume os resultados obtidos para os dois minérios, cobre e zinco:

**Tabela 7: Valores Resultantes da Aplicação do Modelo de Avaliação**

| (valores em dólares<br>por tonelada) | Cobre                       |                           | Zinco                       |                           |
|--------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|
|                                      | Preço Crítico de<br>Entrada | Preço Crítico<br>de Saída | Preço Crítico de<br>Entrada | Preço Crítico<br>de Saída |
| Sem Opção de Saída                   | 2,84323                     | -                         | 2,55295                     | -                         |
| Com Opção de Saída                   | 2,36911                     | 1,40293                   | 2,43303                     | 1,56539                   |

Os resultados mostram que, quando não existe opção de saída da indústria a empresa deve investir na exploração dos minérios cobre e zinco quando os preços dos mesmos forem 2,84 e 2,55 vezes superiores ao seu custo de produção, respectivamente.

Porém, os valores alteram-se quando a opção de saída da indústria está presente. Neste caso, a empresa investirá na exploração de cobre quando o preço crítico se encontrar acima dos 2,37 dólares por tonelada e abandonará a exploração quando o preço crítico estiver abaixo dos 1,40 dólares por tonelada. No que respeita ao zinco, os preços críticos acima e abaixo dos quais deve iniciar ou encerrar a exploração correspondem a 2,43 e 1,56 dólares por tonelada, respectivamente. Verifica-se, assim, e tal como a teoria indica, que na presença de flexibilidade, a empresa investe mais cedo do que investiria caso não existisse a opção de abandonar a exploração.

#### 4.3.1 Valor da Exploração Mineira

Os valores acima apresentados correspondem aos preços críticos de entrada e de saída a partir dos quais a exploração mineira deve iniciar ou abandonar a actividade, respectivamente. No entanto, é importante determinar o valor da exploração mineira e não são esses os preços críticos que devem ser considerados mas sim o preço relativo que vigorava a 31 de Dezembro de 2010, como mostra a Tabela 8.

**Tabela 8: Preços Relativos dos Minérios**

| (Valores a 31-12-2010)                     | <b>Cobre</b> | <b>Zinco</b> |
|--------------------------------------------|--------------|--------------|
| Preço (US\$/ton)                           | 9739,5       | 2444         |
| Custos Operacionais (US\$/ton)             | 381,93       | 308,15       |
| Preço Relativo <sup>13</sup> ( $p = P/C$ ) | 25,5         | 7,93         |

A Tabela 9 mostra os valores para a mina activa de cobre e zinco. Pela análise da mesma tabela verifica-se que a mina de cobre está avaliada em 102,22 dólares por

<sup>13</sup> Preços de mercado por unidade de custo de produção.

tonelada por unidade de custo e a mina de zinco em 26,15 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente.

No cenário anterior estava incorporada a opção de abandono da indústria. No entanto, os valores da mina diferem quando essa a opção não está presente. Pela análise da Tabela 9 constata-se que, no final de 2010, o valor das minas de cobre e de zinco correspondia a 102,21 e 26,10 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente.

Comparando as duas abordagens, com e sem opção de abandono, verifica-se uma diferença nos valores, que corresponde ao valor da opção. Esse valor, 0,06 dólares por tonelada por unidade de custo, é muito baixo e pode ser explicado pelo facto de o preço relativo actual ( $p$ ) ser muito superior ao preço crítico de saída ( $p^S$ ). Neste caso, a probabilidade de a empresa vir a abandonar o projecto é muito baixa, pelo que o valor da opção será, também, reduzido.

**Tabela 9: Valores da Mina Activa**

| (valores em US\$/ton<br>por unidade de custo) |                | <b>Cobre</b> | <b>Zinco</b> | <b>Total</b> |
|-----------------------------------------------|----------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>Mina Activa</b>                            | Com Opção      | 102,22       | 26,15        | 128,38       |
|                                               | Sem Opção      | 102,21       | 26,10        | 128,32       |
|                                               | Valor da Opção | 0,01         | 0,05         | 0,06         |

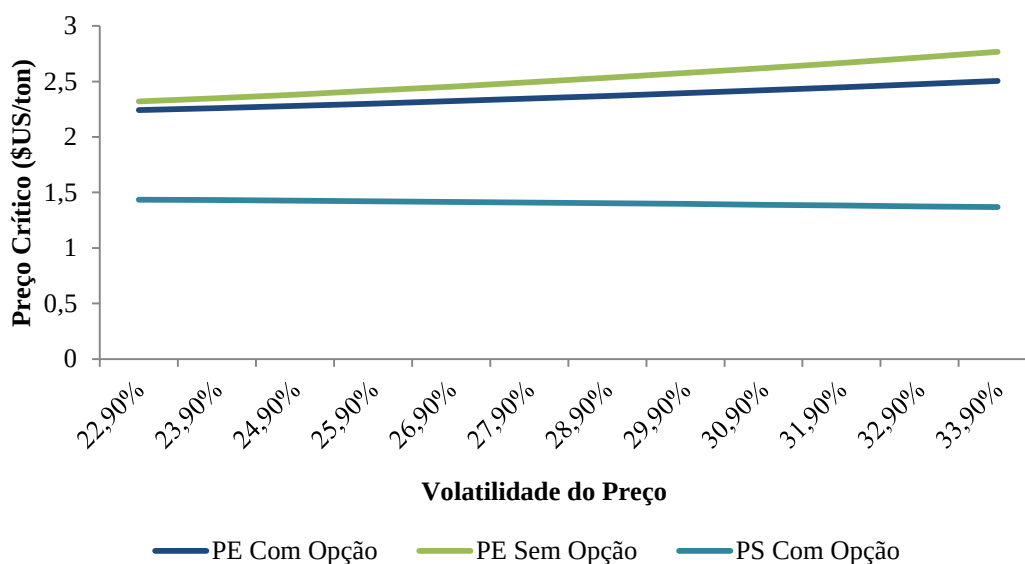
#### **4.3.2 Análise de Sensibilidade**

Uma vez que para alguns parâmetros foram assumidos determinados pressupostos, é essencial fazer uma análise de sensibilidade às variáveis mais importantes de forma a verificar o impacto que as mesmas têm nos preços críticos de entrada e saída. Assim, as variáveis consideradas são a volatilidade do preço, a volatilidade do custo e o coeficiente de correlação entre o preço e o custo.

### Análise de Sensibilidade para o Minério Cobre

A análise à volatilidade do preço do cobre consiste em avaliar o impacto que a incerteza presente no preço provoca nos preços críticos de entrada e de saída. No Gráfico 3 verifica-se que o preço de entrada cresce menos quando existe opção de saída, ou seja, é menos sensível à volatilidade do preço do cobre. Relativamente ao preço crítico de saída é possível retirar duas conclusões: para qualquer valor da volatilidade do preço o preço crítico de saída situa-se sempre abaixo do preço crítico de entrada e, além disso, apresenta um comportamento menos volátil pois mantém-se praticamente constante ao longo da análise.

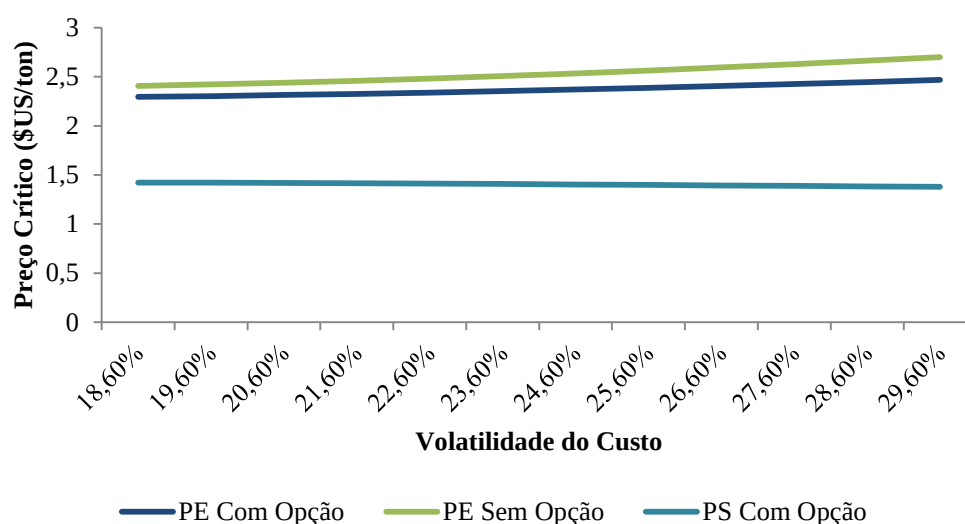
**Gráfico 3: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Preço do Cobre**



O Gráfico 4 mostra o impacto que a incerteza nos custos de produção do minério cobre provoca nos preços críticos de entrada e de saída, ou seja, os preços críticos acima e abaixo dos quais a reserva deve ser desenvolvida e abandonada. À semelhança do que se verifica com o desvio-padrão do preço, o preço crítico de entrada aumenta com o incremento da volatilidade dos custos de produção. Constatase também que a inclinação da recta é inferior quando existe opção de saída da indústria, ou seja, o preço crítico de entrada é menos sensível à incerteza nos custos de produção do cobre.

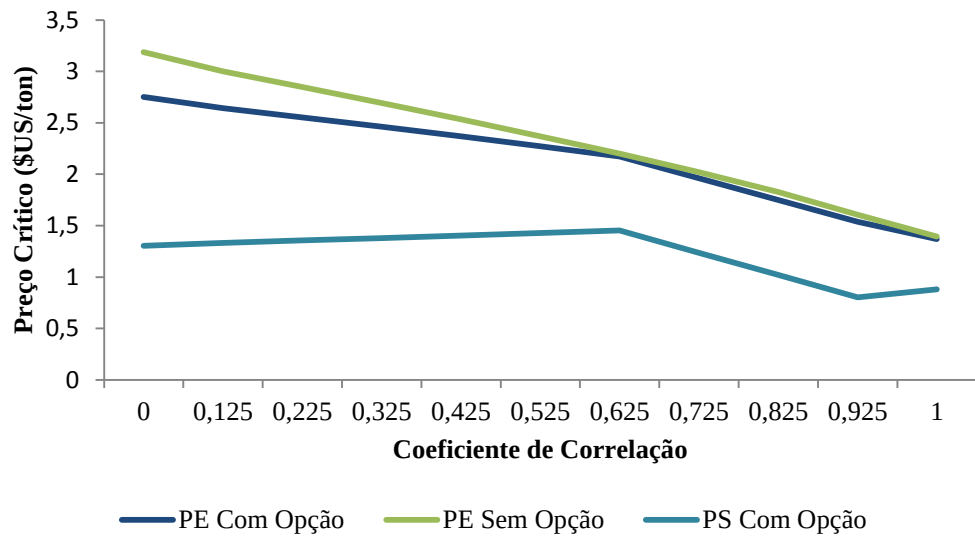
O preço crítico de saída apresenta um comportamento relativamente constante ao longo da análise e encontra-se, mais uma vez, sempre abaixo dos preços críticos de entrada.

**Gráfico 4: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Custo do Cobre**



O coeficiente de correlação entre o preço e o custo de produção é um parâmetro muito importante uma vez que traduz a correlação entre as duas variáveis iniciais. Pela análise do Gráfico 5 constata-se que à medida que o coeficiente de correlação aumenta, o preço crítico de entrada diminui e, como as inclinações de ambas rectas são idênticas, a sensibilidade é semelhante para as duas abordagens. No entanto, verifica-se uma grande discrepância entre os valores quando as variáveis não são correlacionadas. Quando o proprietário da mina tem a opção de saída, só iniciará a exploração da mesma se o preço crítico estiver acima dos 2,75 dólares por tonelada e, quando essa opção não existe, apenas admitirá explorar se o preço do cobre for 3,18 vezes superior ao seu custo de produção. Quanto ao preço crítico de saída, verifica-se alguma irregularidade ao longo da recta, embora mantendo-se sempre abaixo dos preços críticos de entrada. É de referir que não foram considerados valores do coeficiente de correlação negativos, pois o modelo não admitia solução para valores de  $\rho \in [-1,0[$ .

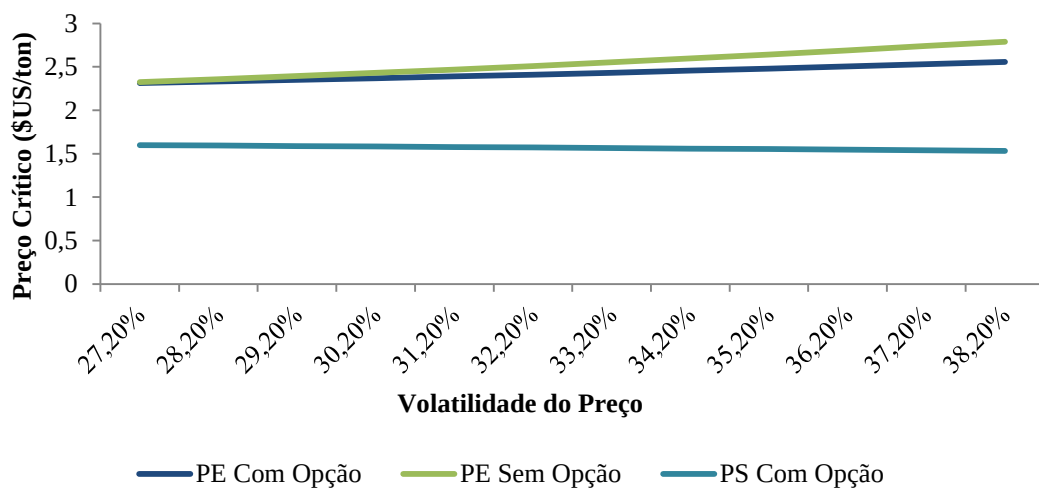
**Gráfico 5: Análise de Sensibilidade do Coeficiente de Correlação do Cobre**



### Análise de Sensibilidade para o Minério Zinco

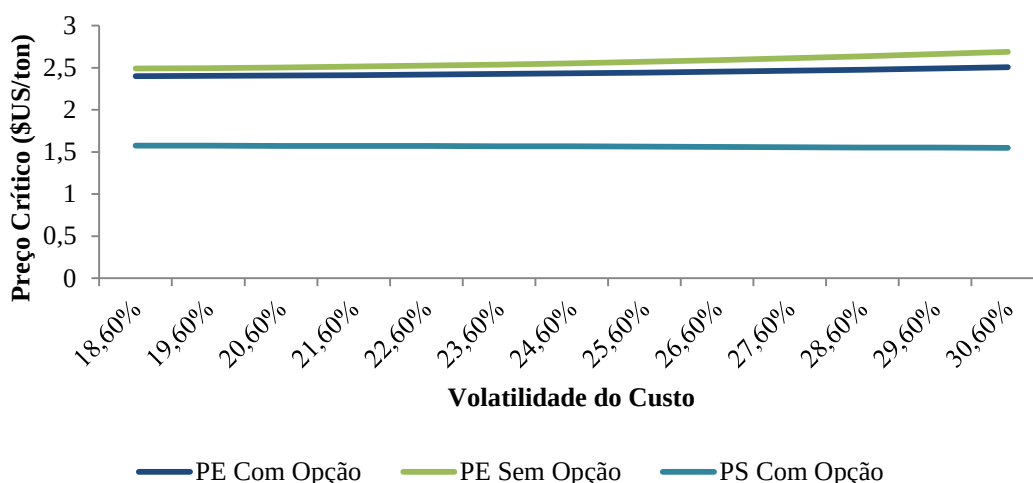
O Gráfico 6 respeita à volatilidade do preço do zinco e, analisando o comportamento das rectas que ilustram os três cenários presentes é em tudo semelhante ao cobre, pelo que também se conclui que a incerteza presente nos preços do zinco provoca um incremento no preço necessário para iniciar o desenvolvimento da reserva do minério.

**Gráfico 6: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Preço do Zinco**



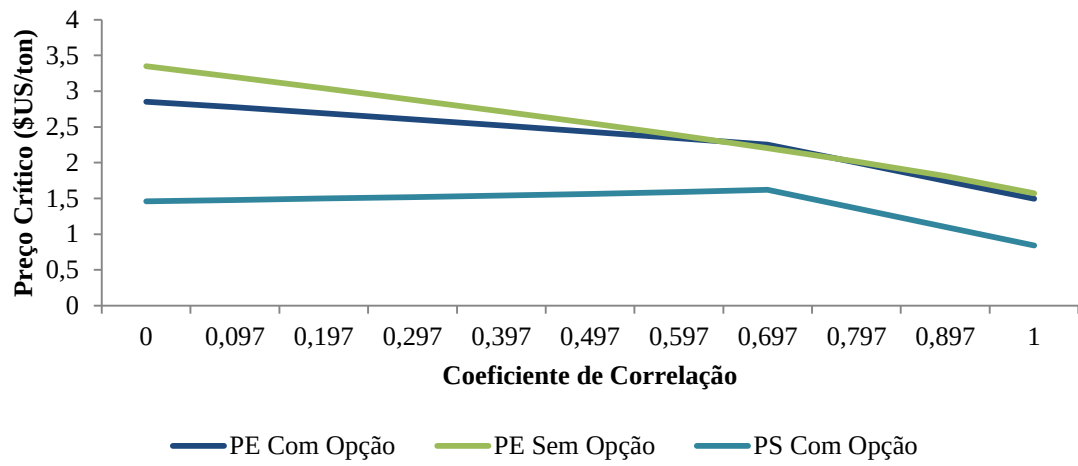
Pelo Gráfico 7 é possível analisar o impacto que a volatilidade dos custos de produção do minério zinco provoca nos preços crítico de entrada e de saída. Analogamente ao que se verifica com o desvio-padrão do preço do zinco, o preço crítico de entrada é sempre inferior quando o modelo incorpora a opção de abandono da exploração. Além disso, o preço crítico de entrada é mais sensível quando não existe opção de abandono devido à inclinação mais acentuada que a recta apresenta. Alterações na volatilidade do custo do zinco praticamente não alteram o preço crítico de saída.

**Gráfico 7: Análise de Sensibilidade do Desvio-Padrão do Custo do Zinco**



O Gráfico 8 ilustra a correlação existente entre as variáveis preço e custo de produção. Como foi referido aquando da análise do minério cobre, esta é uma variável importante pois reflecte a relação existente entre duas variáveis iniciais do modelo que foram reduzidas a uma. Pela análise do gráfico constata-se que, quando não existe correlação entre as variáveis, os preços de entrada nas três alternativas consideradas não são próximos. No entanto, quando a correlação é perfeita e existe opção de saída, a mina começará a ser explorada quando o preço do zinco for 1,49 vezes superior ao custo operacional. Para o mesmo nível de correlação mas sem a opção de saída da indústria, o preço terá de ser 1,57 superior ao custo operacional, o que significa que os preços críticos de entrada são semelhantes para ambas alternativas. À semelhança do que acontecia com o cobre, também o coeficiente de correlação do zinco é bastante volátil e não apresenta um comportamento padrão.

**Gráfico 8: Análise de Sensibilidade do Coeficiente de Correlação do Zinco**



## Capítulo V – Conclusões

A presente dissertação teve como propósito a avaliação de uma exploração mineira – a mina Neves-Corvo – pelo método das opções reais. Para tal foi escolhido um modelo que assume preços e custos operacionais estocásticos, assim como, custos cumulativos, isto é, considera que os custos são tanto maiores quanto menores as reservas remanescentes. O objectivo central da implementação deste modelo foi o de determinar o valor que a flexibilidade operacional acrescenta aos projectos mineiros, bem como a determinação dos *timings* óptimos de entrada e abandono da exploração, através da presença de opções de desenvolvimento e encerramento. Para tal, foram equacionados dois cenários: a mina encontrava-se activa e tinha a opção de abandono ou a mina encontrava-se inactiva e existia a possibilidade de iniciar a exploração. Determinou-se ainda o valor da mina activa quando a opção de abandono não estava presente de forma a averiguar se essa opção acrescenta, de facto, valor ao projecto.

Foram então determinados os preços críticos de entrada e de saída, acima e abaixo dos quais a exploração mineira decide desenvolver ou abandonar a exploração. Os resultados obtidos indicam que, se a mina Neves-Corvo não possuir opção de saída da indústria, deve investir na extracção dos minérios cobre e zinco quando os seus preços relativos estiverem acima de 2,84 e 2,55 dólares por tonelada, respectivamente. Por outro lado, na presença da opção de abandono da exploração, se a mina se encontrar activa esta será exercida se os preços relativos do cobre e do zinco forem inferiores a 1,40 e 1,56 dólares por tonelada, respectivamente. No caso de a mina se encontrar inactiva, será óptimo exercer a opção de desenvolvimento quando os preços relativos do cobre e do zinco se encontrarem acima dos 2,37 e 2,43 dólares por tonelada, respectivamente.

Além de determinar os preços críticos de entrada e saída da indústria, era objectivo deste estudo determinar o valor da mina Neves-Corvo. Considerando a presença das opções acima mencionadas e uma vez que, tanto a mina de cobre como a de zinco se encontravam activas no final de 2010, verificou-se que, nessa mesma data, os seus valores correspondiam a 102,22 e 26,15 dólares por tonelada por unidade de custo, respectivamente. Na ausência da opção de abandono, a mina de cobre está avaliada em

102,21 dólares por tonelada por unidade de custo e a mina de zinco em 26,10 dólares por tonelada por unidade de custo. Assim, verifica-se que a flexibilidade operacional acrescenta valor à mina Neves-Corvo, e ainda que essa flexibilidade, dada pela opção de abandono, corresponde a 0,06 dólares por unidade de custo. O valor baixo da opção de abandono pode ter como explicação o facto de o preço relativo no final de 2010 ser muito superior ao preço crítico de saída, pelo que a probabilidade de a mina Neves-Corvo vir a abandonar o projecto é bastante reduzida, o que se traduz num valor da opção de abandono muito baixo.

Por fim, dado que para alguns *inputs* do modelo tiveram de ser assumidos pressupostos, era imperativo realizar uma análise de sensibilidade às variáveis mais importantes: volatilidade do preço, volatilidade do custo e coeficiente de correlação entre preço e custo. Relativamente às volatilidades do preço e do custo, verificou-se que, para ambos os minérios, um aumento na volatilidade provocaria um aumento nos preços críticos de entrada e um decréscimo nos preços críticos de saída. No que respeita ao coeficiente de correlação, um aumento do mesmo levaria a um decréscimo nos preços críticos de entrada dos minérios cobre e zinco, enquanto que nos preços críticos de saída o seu efeito seria irregular.

Para finalizar, gostaria de sugerir algumas áreas para investigação futura. Uma vez que este estudo é específico para uma exploração mineira, seria oportuno a realização de um estudo que abrangesse todas as minas activas no território português, num intervalo de tempo específico. Seria também interessante, através da implementação de um modelo adequado, avaliar as diversas minas que actualmente se encontram inactivas em Portugal, de forma a determinar os preços críticos a que estas deveriam retomar a exploração. Por fim, outro ponto interessante de análise seria avaliar uma exploração mineira com um modelo mais completo, que incorporasse outras opções, além das opções de desenvolvimento e abandono aqui consideradas.

Em termos concretos o uso do método das opções reais pode ser um precioso instrumento no processo de tomada de decisões de investimento e de avaliação de projectos para empresas e gestores. Assim sendo, uma maior aplicação desta

metodologia à vida prática das empresas iria com certeza gerar benefícios económicos, decorrentes de decisões de investimento e de gestão mais esclarecidas.

## Bibliografia

Bailey, W., B. Couët, A. Bhandari, S. Faiz, S. Srinivasan e H. Weeds (2004), “Unlocking the Value of Real Options”, *Oilfield Review*, Vol. 15, Nº 4, pp. 4-19.

Black, F. e M. Scholes (1973), “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, Nº 3, pp. 637-654.

Bjerksund, P. e S. Ekern (1990), “Managing Investment Opportunities Under Price Uncertainty: From Last Chance to Wait and See Strategies”, *Financial Management*, Vol. 19, Nº 3, pp. 65-83.

Brennan, M. J. e E. S. Schwartz (1985a), “Evaluating Natural Resource Investments”, *The Journal of Business*, Vol. 58, Nº 2, pp. 153-157.

Brennan, M. J. e E. S. Schwartz (1985b), “A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments”, *Midland Corporate Finance Journal*, Vol. 3, Nº 1, pp. 37-47.

Cavender, B. (1992), “Determination of the Optimum Lifetime of a Mining Project Using Discounted Cash Flow and Option Pricing Techniques”, *Mining Engineering*, Vol. 44, Nº10, pp. 1262-1268.

Cherian, J., J. Patel e I. Khripko (2000), “Optimal Extraction of Nonrenewable Resources When Costs Cumulate”, in *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory and Application of Real Options*, M. Brennan e L. Trigeorgis (Ed.), New York: Oxford University Press 2000, pp. 224-253.

Colwell, D., T. Henker, J. Ho e K. Fong (2003), “Real Options Valuation of Australian Gold Mines and Mining Companies”, *The Journal of Alternative Investments*, Vol. 6, Nº 1, pp. 23-38.

Cortazar, G. e E. S. Schwartz (1997), “Implementing a Real Option Model for Valuing an Undeveloped Oil Field”, *International Transactions in Operational Research*, Vol. 4, N° 2, pp. 125-137.

Cortazar, G. e J. Casassus (1998), “Optimal Timing of a Mine Expansion: Implementing a Real Options Model”, *Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 38, N° 3, pp. 755-769.

Cortazar, G., E. S. Schwartz e J. Casassus (2001), “Optimal Exploration Investments under Price and Geological-Technical Uncertainty: A Real Options Model”, *R&D Management*, Vol. 31, N° 2, pp. 181-189.

Cox, J. C. e S. A. Ross (1976), “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, N° 1-2, pp. 145-166.

Cox, J. C., S. A. Ross e M. Rubinstein (1979), “Option Pricing: A Simplified Approach”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 7, N° 3, pp. 229-263.

Dessureault, S., V. N. Kazakids e Z. Mayer (2007), “Flexibility Valuation in Operating Mine Decisions Using Real Options Pricing”, *International Journal of Risk Assessment and Management*, Vol. 7, N° 5, pp. 656-674.

Dixit, A. (1989), “Entry and Exit Decisions under Uncertainty”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 97, N° 3, pp. 620-638.

Dogbe, G., S. Frimpong e J. Skymanski (2007), “Mineral Reserve Risk in Continuous-Time Stochastic Mine Valuation”, *International Journal of Risk Assessment and Management*, Vol. 7, N° 5, pp. 675-694.

Dunbar, W. S. (1998), “Modeling of Flexible Mining Systems” *100th Annual General Meeting of the Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum* (Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum: Montréal).

Ekern, S. (1988), “An Option Pricing Approach to Evaluating Petroleum Projects”, *Energy Economics*, Vol. 10, Nº 2, pp. 91-99.

Faiz, S. (2001), “Real Options Application: From Success in Asset Valuation to Challenges for an Enterprise Wide Approach”, *Journal of Petroleum Technology*, Vol. 53, Nº 1, pp. 42-47.

Frimpong, S. e J. M. Whiting (1997), “Derivative Mine Valuation: Strategic Investment Decisions in Competitive Markets”, *Resources Policy*, Vol. 23, Nº 4, pp. 163-171.

Guj, P. e R. Garzon (2007), “Modern Asset Pricing- A Valuable Real Option Complement to Discounted Cash Flow Modelling of Mining Projects”, [http://www.alexanderresearch.com.au/images/stories/literature/2007\\_guj\\_and\\_garzon\\_map\\_ausimm.pdf](http://www.alexanderresearch.com.au/images/stories/literature/2007_guj_and_garzon_map_ausimm.pdf), acessado em 24 Abril 2011.

Hall, J. e S. Nicholls (2007), “Valuation of Mining Projects Using Option Pricing Techniques”, *Journal of the Securities Institute of Australia (JASSA)*, Nº 4, pp. 22-29.

Ingersoll, J. E. e S. A. Ross (1992), “Waiting to Invest: Investment and Uncertainty”, *The Journal of Business*, Vol. 65, Nº 1, pp. 1-29.

Kelly, S. (1998), “A Binomial Lattice Approach for Valuing a Mining Property IPO”, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 38, Nº 3, pp. 693-709.

Kelly, S. (2004), “The Market Premium for the Option to Close: Evidence from Australian Gold Mining Firm”, [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=564903](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=564903), acessado em 14 de Maio de 2011.

Kemna, A. G. Z. (1993), “Case Studies on Real Options”, *Financial Management*, Vol. 22, Nº 3, pp. 259-270.

Kester, W. C. (1993), "Turning Growth Options into Real Assets", Working Paper/Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University.

Kulatilaka, N. e A. Marcus (1992), "Project Valuation under Uncertainty: When Does DCF Fail?", *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol. 5, Nº 3, pp. 92-100.

Kulatilaka, N. e L. Trigeorgis (1994), "The General Flexibility to Switch: Real Option Revisited", *The International Journal of Finance*, Vol. 6, Nº 2, pp. 778-798.

Laughton, D. G. e H. D. Jacoby (1993), "Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making", *Financial Management*, Vol. 22, Nº 3, pp. 225-240.

Laughton, D. G. (1996), "How Use of a Single Corporate Hurdle Rate Can Undervalue Low Cost Mines And long Life Mines And What To Do About It: An Example of Modern Asset Pricing", *98th Annual General Meeting of the Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum* (Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum: Montréal

Mardones, J. L. (1993), "Option Valuation of Real Assets: Application to a Copper Mine With Operating Flexibility", *Resources Policy*, Vol. 19, Nº 1, pp. 51-65.

McDonald, R. L. e D. R. Siegel (1985), "Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down", *International Economic Review*, Vol. 26, Nº 2, pp. 331-349.

McDonald, R. L. e D. R. Siegel (1986), "The Value of Waiting to Invest", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, Nº 4, pp. 707-728.

Merton, R. C. (1973), "Theory of Rational Option Pricing", *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, Nº 1, pp. 141-183.

Miltersen, K. R. e E. S. Schwartz (1998), “Pricing of Options on Commodity Futures with Stochastic Term Structures of Convenience Yields and Interest Rates”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 33, N° 1, pp. 33-59.

Miltersen, K. R. (2000), “Valuation of Natural Resource Investments with Stochastic Convenience Yields and Interest Rates”, in *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory and Application of Real Options*, M. Brennan e L. Trigeorgis (Ed.), New York: Oxford University Press 2000, pp. 183-204.

Moel, A. e P. Tufano (2000), “Bidding for the Antamina Mine: Valuation and Incentives in a Real Option Context”, in *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory and Application of Real Options*, M. Brennan e L. Trigeorgis (Ed.), Oxford: Oxford University Press 2000, pp.128-150.

Moel, A. e P. Tufano (2002), “When Are Real Options Exercised? An Empirical Study of Mine Closings”, *The Review of Financial Studies*, Vol. 15, N° 1, pp. 35-64.

Myers, Stewart (1977), “Determinants of Corporate Borrowing”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, N° 2, pp. 147-176.

Paddock, J. L., D. R. Siegel e J. L. Smith (1988), “Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases”, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 103, N° 3, pp. 479-508.

Palm, S. K. e N. D. Pearson e J. A. Read (1986), “Option Pricing: A New Approach To Mine Valuation”, *Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum Bulletin*, Vol. 79, N° 889, pp. 61-66.

Pickles, E. e J. L. Smith (1993), “Petroleum Property Valuation: A Binomial Lattice Implementation of Option Pricing Theory”, *The Energy Journal*, Vol. 14, N° 2, pp. 1-26.

Pindyck, R. (1988), “Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm”, *American Economic Review*, Vol. 78, N°5, pp. 969-985.

Pindyck, R. (1991), “Irreversibility, Uncertainty, and Investment”, *Journal of Economic Literature*, Vol. 29, N° 3, pp. 1110-1148.

Postali, F. e P. Picchetti (2006), “Irreversibilidade dos Investimentos e Valor da Opção de Encerrar a Extração de Petróleo”, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Vol. 36, N° 2, pp. 289-318.

Sagi, J. S., E. E. Hiob e S. Jones (1998), “How Option Pricing Can Help The Mine Manager Make Decisions”, *100th Annual General Meeting of the Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum* (Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum: Montréal).

Salahor, Gordon (1998), “Implications of Output Price Risk and Operating Leverage for the Evaluation of Petroleum Development Projects”, *The Energy Journal*, Vol. 19, N° 1, pp. 13-46.

Samis, M. R. e R. Poulin (1996), “Valuing Management Flexibility by Derivative Asset Valuation”, *98th Annual General Meeting of the Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum* (Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum: Montréal).

Samis, M. R. e R. Poulin (1998), “Valuing Management Flexibility: A basis to Compare The Standard DCF and MAP Valuation Framework”, *CIM Bulletin*, Vol. 91, N° 1019, pp. 69-74.

Samis, M. R., G. A. Davis, D. G. Laughton e R. Poulin (2006), “Valuing Uncertain Asset Cash Flows When There Are No Options: A Real Options Approach”, *Resources Policy*, Vol. 30, N° 4, pp. 285-298.

Shafiee, S., E. Topal e M. Nehring (2009), “Adjusted Real Option Valuation to Maximise Mining Project Value - A Case Study Using Century Mine”, <http://www.infomine.com/publications/docs/Shafiee2009b.pdf>, acessado em 10 Maio 2011.

Slade, M. E. (2001), “Valuing Managerial Flexibility: An Application of Real-Option Theory to Mining Investments”, *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 41, Nº 2, pp. 193-233.

Smith, J. E. e K. F. McCardle (1999), “Options in the Real World: Lessons Learned in Evaluating Oil and Gas Investments”, *Operations Research*, Vol. 47, Nº 1, pp. 1-15.

Trigeorgis, L. e J. E. Mason (1987), “Valuing Managerial Flexibility”, *Midland Corporate Finance Journal*, Vol. 5, Nº 1, pp. 14-21.

Trigeorgis, L. (1988), “A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting”, in *Advances in Futures and Options Research: A Research Annual, 1988*, F. Fabozzi (Ed.), JAI Press, Vol. 3, pp. 145-167, New York.

Trigeorgis, L. (1993a), “The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options”, *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 28, Nº 1, pp. 1-20.

Trigeorgis, L. (1993b), “Real Options and Interactions with Financial Flexibility”, *Financial Management*, Vol. 22, Nº 3, pp. 202-224.

Trigeorgis, L. (1996), *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, Cambridge: The MIT Press.

## **Outras Informações**

Lundin Mining, 2010 Annual Filings (December 31, 2010)

Somincor, Relatório da Gestão (2010)