
História e Metodologia da Investigação Operacional

Slide 1

Transparências de apoio à leccionação de aulas teóricas

Versão 2
©2001, 1998
Maria Antónia Carravilla – FEUP

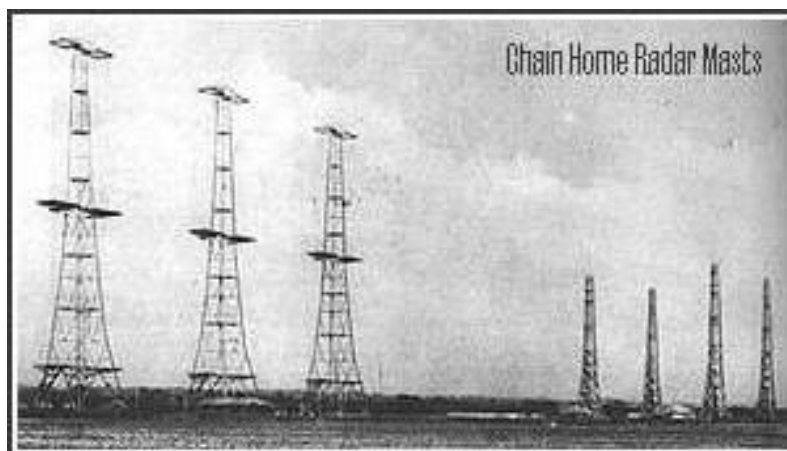
História da Investigação Operacional

Slide 2

Origens da Investigação Operacional

Grã-Bretanha 1936

Slide 3



fonte: www.battleofbritain.net/section-3/appendix-19.html

1937

- Instalação de radares
- Exercícios de defesa aérea para teste dos radares
 - Vantagem: aviso antecipado
 - Desvantagem: localização muito deficiente das aeronaves

1938

- Instalação de radares adicionais
- Exercícios de defesa aérea
 - Necessidade de correlacionar toda a informação adicional, por vezes conflituosa

Slide 4



fonte: www.battleofbritain.net/section-3/appendix-19.html

1938

- 2ª Guerra Mundial aproxima-se – é necessária uma abordagem completamente diferente.
- Arranque de um programa de **investigação** com o objectivo de resolver aspectos **operacionais** (e não técnicos) do sistema.

Slide 5

- Grupo constituído pelos elementos da investigação em radares e por outros cientistas de topo recrutados nas universidades ^a.

1939

- Exercícios de defesa aérea
- A grande melhoria dos resultados dos exercícios considerou-se devida à “Secção de Investigação Operacional”.

^aAlguns elementos deste grupo vieram a ser Prémio Nobel na sua área de investigação

10 esquadrões adicionais para França?

1940

- Alemães avançam rapidamente em França
- França necessita de incrementar o seu sistema defensivo.
- Pedido de França – 10 esquadrões adicionais de caças (12 aviões por esquadrão)
- “Secção de Investigação Operacional”
 - Avaliação das perdas – 3 esquadrões em cada 2 dias
 - Recomendação – não enviar os esquadrões pedidos e ordenar mesmo o retorno de França de alguns esquadrões lá estacionados
- Consequências – esquadrões poupados puderam ser usados na defesa da Grã-Bretanha na batalha conhecida por “Battle of Britain”, primeira grande derrota de Hitler.

Slide 6

“Battle of Britain”

Agosto e Setembro de 1940

- Recomendações para os pilotos dos caças – usar as vantagens tácticas da altitude e obrigar os caças alemães a atacarem com sol de frente.
- Durante a Batalha – verificaram-se grandes perdas de aviões e de pilotos
- “Secção de Investigação Operacional-- Analisou a situação.
- Recomendação – Pilotos não devem perseguir caças alemães pelo Canal da Mancha.
- Recomendação – Pilotos devem-se concentrar nos bombardeiros alemães e não nos caças
- Consequência – Redução significativa das perdas de caças

Slide 7

Comando Costeiro

Responsabilidades do Comando Costeiro:

Slide 8

- Gestão de saídas de aviões usados para localização e ataque de submarinos alemães.
- Organização da manutenção e inspeção de aeronaves.
- Escolha de tipos de aeronaves para determinadas missões.
- Aumento da probabilidade de atacar e afundar submarinos.

Organização das manutenção e inspeção de aviões

Em cada ciclo de 300 horas de voo cada avião deve ser sujeito a:

- 7 inspeções pequenas (com uma duração de 2 a 5 dias)
- 1 inspeção grande (com uma duração de 15 dias)

Cada tripulação tem o seu próprio avião, há uma equipa em terra dedicada à manutenção de cada avião.

Slide 9

- Problemas – sempre que o avião pára para manutenção a tripulação também pára.
- Recomendação – Uma oficina central trata de todos os aviões.
- Recomendação – A tripulação deve voar num avião diferente, se for necessário.
- Vantagem – Mais horas de voo
- Desvantagem – Corte dos laços avião/tripulação/manutenção

Solução apresentada aumentou horas de voo em mais de 50%.

O que é a Investigação Operacional?

Investigação Operacional

Investigação das Operações

Investigação das Actividades (de uma Organização)

Slide 10

Utilização de Métodos Científicos para fazer
Investigação sobre Actividades de uma Organização.
Objectivo: Auxiliar na tomada de melhores Decisões.

História da IO – Alguns marcos importantes

- 0–500 **Teoria dos Jogos** Talmude (o problema do contrato de casamento)
- 1654 **Teoria das Probabilidades** Blaise Pascal e Fermat
- 1730 **Teoria das Probabilidades** Daniel Bernoulli
- 1713 **Teoria dos Jogos** James Waldegrave
- 1738 **Teoria dos Grafos** Leonard Euler
- 1764 **Teoria das Probabilidades** Thomas Bayes
- 1781 **Problema de Transportes** Gaspard Monge
- 1909 **Filas de Espera** Agner Erlang Edgeworths
- 1913 **Teoria dos Jogos** Francis Isidro Edgeworths
- 1928 **Teoria dos Jogos** John Von Neumann

Slide 11

- 1936 **Teoria dos Grafos** Dènes König
- 1939 **Programação Linear** L.V. Kantorovich
- 1947 **Algoritmo Simplex** George Dantzig
- 1954 **Programação Dinâmica** Richard Bellman
- 1963 **Programação Inteira** Egon Balas
- 1975 **Algoritmos Genéticos** John Holland
- 1983 **Simulated Annealing** S. Kirkpatrick
- 1989 **Pesquisa Tabu** Fred Glover
- 1989 **GRASP** Maurício Resende

Slide 12

Bibliografia

- Hillier, Frederick S. e Lieberman, Gerald (2001). *Introduction to Operations Research – seventh edition*, Mc Graw-Hill.

Radares – “Battle of Britain”

- <http://www.ms.ic.ac.uk/jeb/or/intro.html> – (2001.09.11)
- <http://www.battleofbritain.net/section-3/appendix-19.html> – (2001.09.11)
- <http://www.legionmagazine.com/features/canadianmilitaryhistory/95-11.asp> – (2001.09.11)
- <http://www3.sympatico.ca/drrennie/chap2.html> – (2001.09.11)
- <http://www.radar.pages.cwc.net/mob/ch/chainhome.htm> – (2001.09.11)

Slide 13

História da IO

- <http://www-anw.cs.umass.edu/rich/book/1/node7.html> – (2001.09.20)
- <http://william-king.www.drexel.edu/top/class/histf.html> – (2001.09.20)
- <http://www.math.nus.edu.sg/matngkl/> – (2001.09.20)
- <http://www.gsia.cmu.edu/andrew/eb17/public/balas-publications.html>
– (2001.09.20)
- <http://www2.uwindsor.ca/hlynka/qfaq.html> – (2001.09.20)

Slide 14

O Caso Rio Negro^a

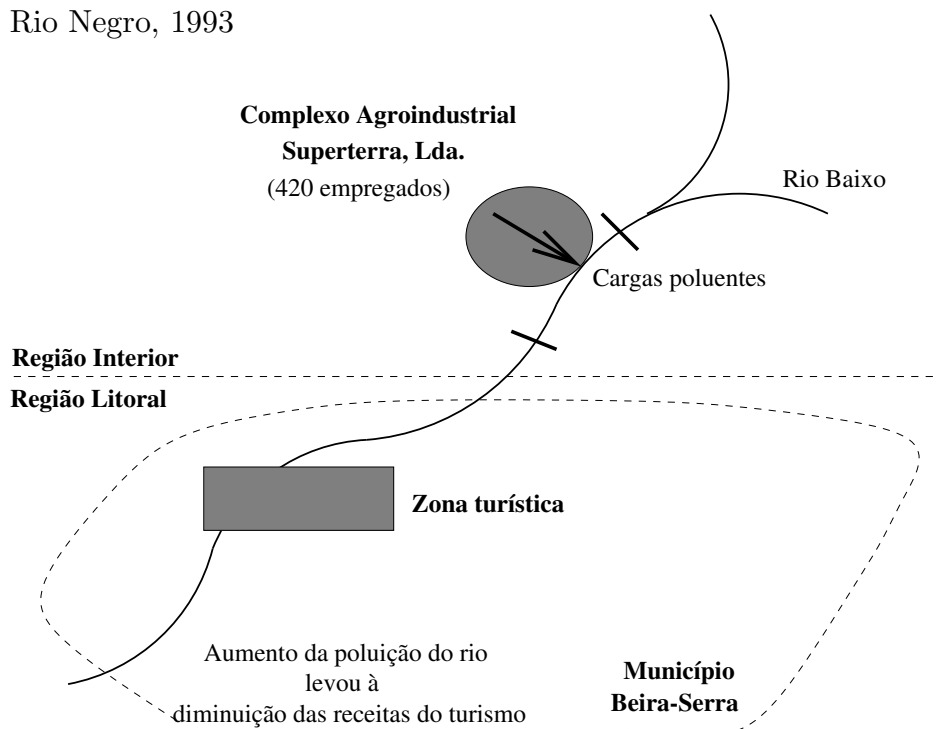
Slide 15

^ain “Investigação Operacional”, Valadares Tavares *et al*

O caso do Rio Negro (in “Investigação Operacional”, Valadares Tavares *et al*)

Rio Negro, 1993

Slide 16



Resultado da reunião...

...do grupo de trabalho interministerial com representantes dos movimentos de defesa do ambiente, dos empresários turísticos e das comissões de coordenação das duas regiões:

- O ministério da Indústria concluiu que a principal fonte de poluição correspondia à produção agrária que lançava no rio elevadas quantidades de matéria orgânica, pelo que não tinha responsabilidades nesta área;
- O Ministério da Agricultura reconheceu o carácter frágil da empresa;
- O Ministério do Emprego explicou que não poderia gerar emprego alternativo para um eventual encerramento da indústria;
- O Ministério do Turismo fez notar que, embora fosse desejável reduzir a poluição, existiam outras áreas com problemas ambientais, pelo que haveria de adaptar o tipo de turismo a este novo condicionamento;
- O Ministério do Ambiente explicou que a política ambiental tem uma natureza horizontal e inter sectorial, pelo que sozinho não poderia resolver tudo;
- Os restantes representantes deixaram de comparecer às reuniões, em sinal de protesto.

Slide 17

O Município da Beira-Serra encetou negociações directas com a Superterra, Lda. — contrataram um jovem engenheiro com boa formação em IO para analisar o problema e equacionar soluções: o Eng. Luís Bela Vida.

Análise da situação da fábrica

O complexo agro-industrial tem, basicamente, duas linhas de produtos, A e B, costumando produzir, por mês, 20 toneladas de A e 80 toneladas de B, respeitando-se assim a sua capacidade máxima total de produção mensal, que é de 100 toneladas/mês. O seu director diz, com orgulho, que há mais de 10 anos que adoptam esta solução.

Slide 18



Caudal de águas residuais elevado e bastante poluído, especialmente em matérias orgânicas.



“Morte” do rio no período de menor caudal (Verão) ⇒ fim da pesca, dos banhos, etc.

Quantificação da poluição

Indicador da presença de matéria orgânica — CBO₅

(Carência Bioquímica de Oxigénio para o período de 5 dias)^a

Se o caudal do rio for elevado consegue receber um caudal de águas residuais mais “contaminado” (valor de CBO₅ mais elevado). No entanto, para o mesmo caudal de águas residuais, se o caudal do rio menor, as águas residuais terão que ter um teor de CBO₅ mais baixo, para que não se sintam os indesejáveis efeitos da poluição.

Slide 19

- Durante o Verão a capacidade de recepção do rio não ultrapassa os 210 mg/l de CBO₅ no caudal de águas residuais.
- A análise do sistema de produção permitiu concluir que cada tonelada produzida de A é responsável por uma carga de 0.7 mg/l de CBO₅, e cada tonelada de B, por 3.5 mg/l.
O caudal residual não depende das quantidades produzidas de cada tipo de produto.

^aMede a quantidade de oxigénio dissolvido na água que é necessária à oxidação bioquímica da referida matéria orgânica por parte de uma cultura de microorganismos à temperatura de 20°.

Análise económica da empresa

Identificação dos lucros relativos às duas linhas de produção (difícil dado o deficiente sistema contabilístico da Superterra):

- Existe uma despesa de 280000 contos/mês mesmo que não haja produção;
- Sem contar com esse encargo, o lucro obtido por tonelada de A e B é de 2000 e 4000 contos, respectivamente;
- Dada a sólida posição da empresa no mercado, as actuais produções, ou mesmo produções superiores, são facilmente escoadas para o mercado.

Slide 20

E se se construísse um sistema de tratamento das águas residuais?

Slide 21

Atendendo aos problemas de poluição já apresentados, a empresa encomendou um projecto de construção de um sistema de tratamento das suas águas residuais, tendo-se concluído que as cargas passavam a 0.6 e 3.0 mg/l, para A e B, respectivamente. Todavia, os custos fixos aumentariam de 20000 contos, e o lucro unitário reduzir-se-ia de 20%, o que foi considerado uma exorbitância.

Decisão do município

Obrigar a empresa a respeitar o limite de 210 mg/l \Rightarrow redução das produções, pois:

$$20 \times 0.7 + 80 \times 3.5 = 294 > 210$$

Para tal sugeriu que a empresa produzisse na mesma proporção de 1 para 4 (produtos A e B) mas em quantidades tais que o limite de 210 mg/l fosse respeitado, isto é:

$$0.7 \times x + 3.5 \times 4x = 210 \quad \Leftrightarrow \quad x = 14.3 \Leftrightarrow A \rightarrow 14.3 \text{ ton/mês} \wedge B \rightarrow 57.2 \text{ ton/mês}$$

Slide 22

O que daria um lucro de:

$$L = 2000 \times 14.3 + 4000 \times 57.2 - 280000 = -22600 \text{ contos/mês}$$

A empresa rejeitou esta solução pois daria prejuízo. No caso da introdução do sistema de tratamento:

$$0.6 \times x + 3.0 \times 4x = 210 \quad \Leftrightarrow \quad x = 16.7$$

e portanto:

$$L = 1600 \times 16.7 + 3200 \times 66.8 - 300000 = -59520 \text{ contos/mês}$$

o que também foi considerado inaceitável pois dava um prejuízo maior!

Não há melhor solução?

Para saber isso é preciso descrever o problema de uma forma rigorosa (matemática). É necessário identificar e quantificar:

- o tipo de decisão a tomar
 - fechar o complexo e despedir trabalhadores está fora de questão;
 - só se pode actuar ao nível das quantidades de A e B a produzir mensalmente. Como são as nossas incógnitas chamemos-lhes x_A e x_B .
- o que limita a nossa capacidade de decisão, que neste caso são as limitações produtivas e os condicionamentos ambientais.
 - Não se pode produzir mais do que 100 toneladas por mês:

$$x_A + x_B \leq 100$$

- Não se pode exceder 210 mg/l de CBO₅:

$$0.7x_A + 3.5x_B \leq 210 \quad \text{— cenário sem estação de tratamento}$$

ou

$$0.6x_A + 3.0x_B \leq 210 \quad \text{— cenário com estação de tratamento}$$

- o objectivo que norteia as nossas decisões, que neste caso será o lucro da empresa:

$$2x_A + 4x_B - 280 \text{ (} 10^3 \text{ contos)} \quad \text{— cenário **sem** estação de tratamento}$$

ou

$$1.6x_A + 3.2x_B - 300 \text{ (} 10^3 \text{ contos)} \quad \text{— cenário **com** estação de tratamento}$$

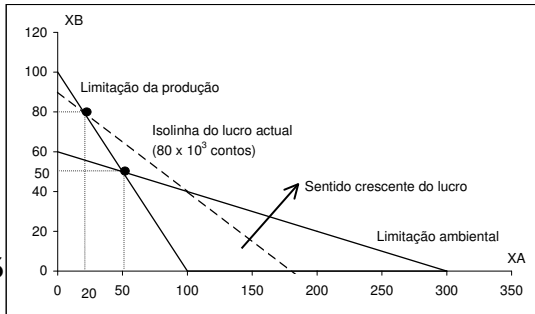
Slide 23

Slide 24

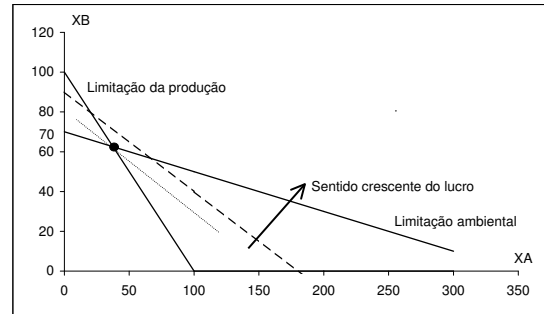
Para resolver o problema de achar a melhor solução (quantidades a produzir de cada tipo de produto) dentro de cada um dos cenários, o Eng. Luís Bela Vida achou útil representar os problemas graficamente num espaço a duas dimensões.

Representação gráfica do problema

Cenário sem estação de tratamento



Cenário com estação de tratamento



Slide 25

$$\begin{cases} 0.7x_A + 3.5x_B = 210 \\ x_A + x_B = 100 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_A = 50 \\ x_B = 50 \end{cases} \Rightarrow L = 300 - 280 = 20$$

Plano de produção com lucro (20 000 contos/mês) apesar de menor que o actual (80 000 contos/mês).

$$\begin{cases} 0.6x_A + 3x_B = 210 \\ x_A + x_B = 100 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_A = 37.5 \\ x_B = 62.5 \end{cases} \Rightarrow L = -40$$

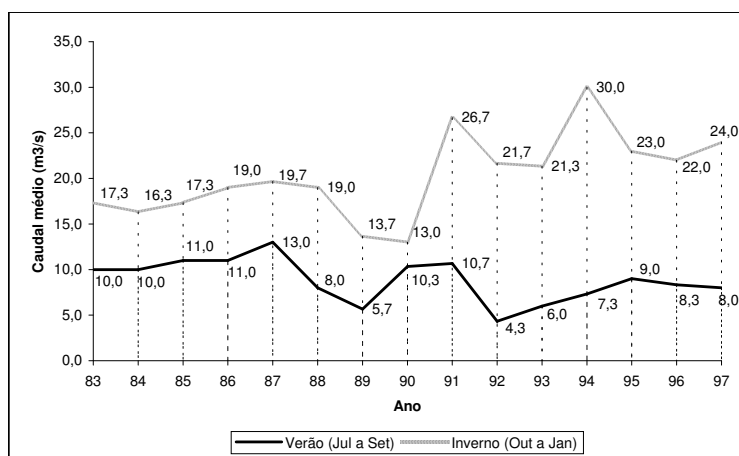
Plano de produção com prejuízo (40 000 contos/mês).

Recomendação do Eng. Luís Bela Vida: não instalação do sistema de tratamento e alteração do plano de produção nos meses de Verão.

Mas...

Porque é que, estando a Superterra a aplicar o seu plano de produção $x_A = 20$, $x_B = 80$ há mais 10 anos, só recentemente surgiu o problema da poluição do rio?

Caudais médios estivais e invernais (m^3/s) nos últimos anos:



Slide 26

Em 1992 foi inaugurada uma nova captação de água para abastecimento urbano, pois o aumento do número de turistas nos meses de Verão conduziu a rupturas sistemáticas no abastecimento de água.

Análise da variação dos caudais

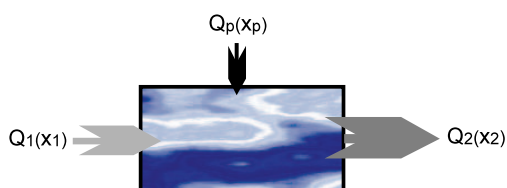
Comparação dos caudais estivais antes e depois da entrada em funcionamento da nova captação:

$$\frac{Q_{>91}}{Q_{\leq 91}} = \frac{7220 \text{ l/s}}{9960 \text{ l/s}} = 0.73$$

Próximo passo: encontrar uma estimativa para a carga de CBO₅ que seria possível lançar num caudal igual a $\frac{1}{0.73}$ vezes o actual.

Slide 27

Modelo do comportamento do rio face a uma descarga poluente, com base em equações de conservação da massa:



$$x_p \cdot Q_p + x_1 \cdot Q_1 = x_2 \cdot Q_2$$

x_p – carga poluente lançada no rio por unidade de caudal;

Q_p – caudal lançado pela fonte poluente no rio;

x_1 – carga poluente trazida pelo rio (por unidade de caudal) a montante da descarga poluente;

Q_1 – caudal do rio a montante da descarga poluente;

x_2 – carga poluente no rio (por unidade de caudal) a jusante da descarga poluente;

Q_2 – caudal do rio a jusante da descarga poluente

($Q_2 = Q_1 + Q_p$)

Recolhendo mais alguma informação:

- $Q_p = 80 \text{ l/s}$ (caudal da descarga poluente — igual nos últimos 10 anos);
- $x_1 = 10 \text{ uni. CBO}_5$ (poluição a montante da Superterra);

a que se adiciona os 210 CBO₅ que se pretende impôr para x_p e 7220 l/s como valor médio para Q_2 após a entrada em funcionamento da nova captação de água.

Slide 28

Então, para a situação actual, o valor máximo admissível para x_2 , para que não se sintam os efeitos da poluição, será:

$$x_2 = \frac{210 \times 80 + 10 \times 7220}{7220 + 80} = 12.2$$

No passado o caudal era maior: em média $Q_1 = 9960$.

↓

Assumindo Q_p constante, Q_2 também seria maior.

↓

x_2 também poderia ser maior sem que se sentisse poluição.

Vamos no entanto assumir o caso mais desfavorável de, no passado, x_2 não poder exceder também os 12.2 mg/l de CBO₅.

$$x_p \times 80 + 10 \times 9960 = 12.2 \times (9960 + 80) \Leftrightarrow x_p = 286$$

Com os caudais do passado o rio era capaz de receber uma carga poluente muito semelhante à actualmente gerada pela Superterra — 294.

Slide 29

O aumento de turistas implicou o aumento de poluição no rio!

Solução do Eng. Luís Bela Vida: Repartir os custos da necessária alteração de produção de (20,80) para (50,50) pela SuperTerra e pelos operadores turísticos.

- Lucro actual: $2 \times 20 + 4 \times 80 - 280 = 80$ (10^3 contos/mês)
- Lucro após alteração: $2 \times 50 + 4 \times 50 - 280 = 20$ (10^3 contos/mês)

Considerando os 3 meses de Verão o prejuízo por ano será de 180000 contos (por sinal muito inferior ao resultante da introdução da estação de tratamento...).

A aplicação das soluções

Reuniões + reuniões + reuniões + reuniões + ...

- Os operadores turísticos não aceitaram cobrir parcialmente os prejuízos por entenderem ser obrigação legal do município proporcionar boa qualidade ambiental.
- A Superterra recusou-se alterar a produção pois considerou que o interessante relatório do Eng. Luís Bela Vida mostrava que a causa do aumento da poluição era a redução do caudal do rio, de que eles não eram responsáveis.

Slide 30

O município acabou por deliberar:

- Impôr a redução de produção à Superterra nos meses de Julho, Agosto e Setembro.
- Aplicar uma taxa adicional à actividade turística a fim de compensar os custos adicionais do abastecimento de água.

E o que aconteceu?

- A poluição começou gradualmente a diminuir e o turismo voltou a florescer.
- O Eng. Luís Bela Vida foi contratado como assessor do Presidente da Câmara para o ambiente.

Slide 31

Dois anos mais tarde...

O Presidente chama o Eng. Luís Bela Vida ao seu gabinete e confia-lhe pessoalmente um novo dossier: o excesso de turistas estava a criar situações de insuficiência de abastecimento de água à população nos meses mais secos!

Bibliografia

- Tavares, L. V., Oliveira, R. C., Themido, I. H., Correia, F. N. (1997). *Investigação Operacional*. Mc Graw-Hill.

Slide 32

Metodologia da Investigação Operacional

Slide 33

Método da Investigação Operacional Fases do método

1. Formulação do problema
2. Construção de um modelo
3. Obtenção da solução
4. Validação do modelo e teste da solução
5. Implementação da solução

Slide 34

Observações:

- sequência apresentada não é rígida;
- fases, depois de iniciadas, sobrepõem-se no tempo;
- há interacção contínua entre as várias fases;
- fases são mutuamente dependentes.

Método da Investigação Operacional Razões para diversidade nas abordagens

Slide 35

- Estrutura particular do problema em análise
- Contexto em que o problema ocorre
 - prazo para conclusão
 - dificuldade na obtenção de dados
- Composição do grupo que realiza o estudo

Método da Investigação Operacional O Modelo como representação da realidade

Porque se usam modelos?

Slide 36

Método científico \iff Experimentação

Método científico aplicado a sistemas económicos/sociais organizados \iff Modelos \iff Experimentação

Método da Investigação Operacional O Modelo como representação da realidade

Sistema real

- complexo;
- grande número de variáveis;
- interacção entre variáveis.

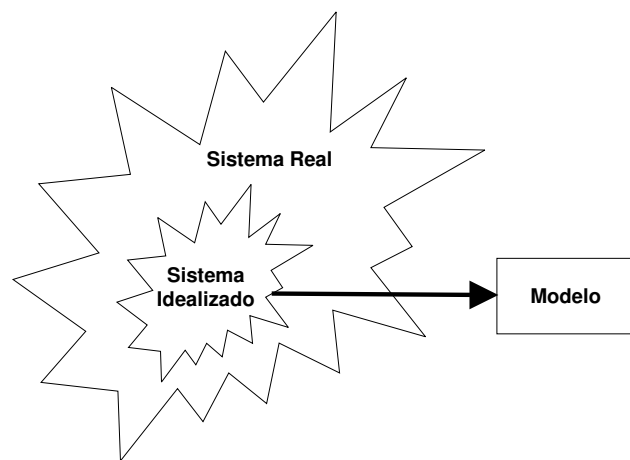
Modelo

- variáveis dominantes;
- simplificação da interacção entre as variáveis dominantes.

Slide 37

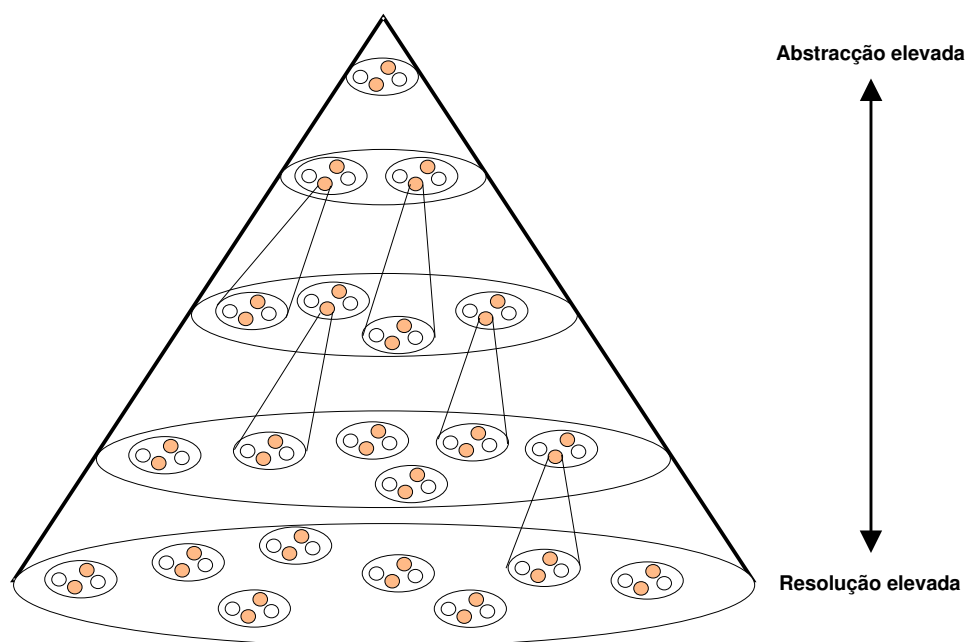
Sistema idealizado

- concentração nas variáveis dominantes;
- interacção entre variáveis dominantes.



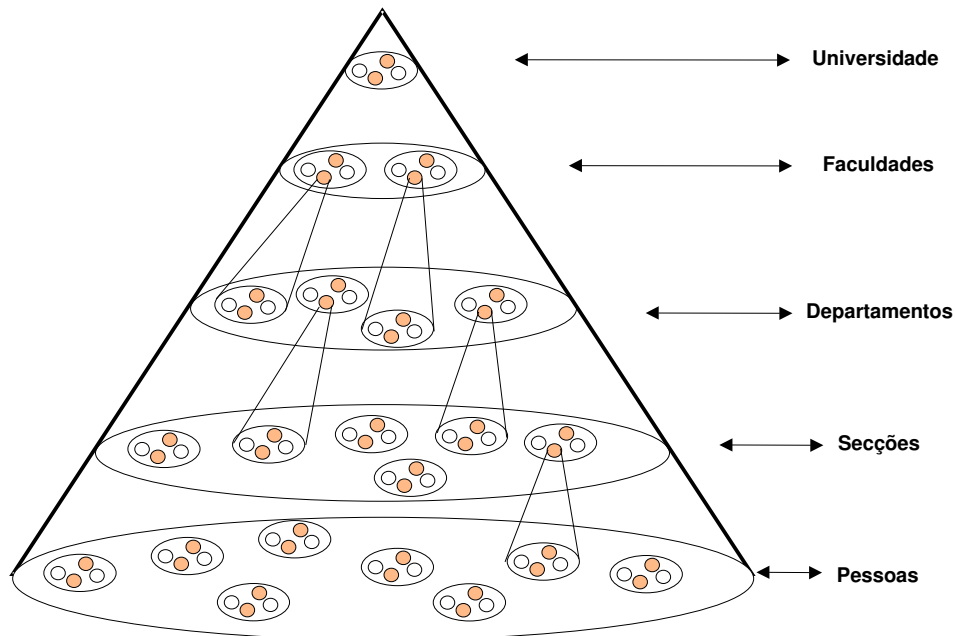
Método da Investigação Operacional Cone de resolução (in Beer 1967)

Slide 38



Método da Investigação Operacional Cone de resolução (exemplo)

Slide 39



Método da Investigação Operacional Procedimento para representação de um sistema em análise

Slide 40

1. Construir um modelo
 - simples;
 - de dimensão reduzida.
2. Usar modelo para detectar subsistemas relevantes
 - máquinas onde é mais simples conseguir um aumento de produção;
 - sectores que correspondem a estrangulamentos, etc ...
3. Aumentar a resolução de subsistemas considerados relevantes.
4. Aumentar modelo ...

Quando se atinge a base do cone de resolução, já se focam apenas os subsistemas relevantes para o problema em causa.

Modelos de problemas de decisão

Quando é que há um problema de decisão?

Slide 41

- Quando existe pelo menos um indivíduo (agente de decisão) a quem o problema é atribuído;
- Quando existe mais do que uma linha de acção que esse agente pode seguir;
- Quando o agente de decisão tem pelo menos um objectivo a atingir quando opta por uma das decisões alternativas;
- Quando as alternativas de decisão não correspondem todas ao mesmo grau de satisfação do objectivo.

Modelos e técnicas usados em IO

Slide 42

- | | |
|------------------------------|----------------------------------------|
| • Modelos Estocásticos | • Modelos Determinísticos |
| – Teoria das Filas de Espera | – Programação Linear |
| – Teoria da Decisão | – Programação Inteira |
| – Teoria do Valor | – Análise de Dados |
| – Programação estocástica | – Programação Não-linear |
| – Teoria dos Jogos | – Optimização com Objectivos Múltiplos |
| – Simulação | – Programação Dinâmica |
| – Programação Dinâmica | – ... |
| – ... | |

Alguns domínios de aplicação da IO

Slide 43

- Previsão
- Marketing
- Economia e Finanças
- Gestão de Recursos Humanos
- Gestão de Stocks
- Planeamento da Produção
- Manutenção
- Localização
- Distribuição
- Processos Sequenciais
- Transportes
- Sistemas Urbanos
- Controlo de Processos Industriais
- Planeamento de Sistemas de Energia
- Recursos Hídricos
- Problemas Ambientais
- ...

Bibliografia

- Guimarães, Rui Campos (1979). *Metodologia da Investigação Operacional*. FEUP.

Slide 44