

**Faculdade de Economia do Porto  
Universidade do Porto**

**Modelização da influência dos ciclos económicos  
na tomada de decisão em sistemas de produção  
flexíveis através de Cadeias de Markov  
encadeadas**

**Cláudia Teixeira Leite**

**Dissertação Apresentada para Obtenção do  
Grau de Mestre em Análise de Dados e Sistemas de Apoio à Decisão**

**Orientadora: Dalila B. M. M. Fontes  
Co-Orientador: Fernando A. C. C. Fontes**

**2009**

## **Nota biográfica**

Nascida no Porto a 20 de Agosto de 1977, licenciou-se em Economia, pela Faculdade de Economia da Universidade do Porto, em 2000.

Em 2004 concluiu a Pós-Graduação em Análise de Dados e Sistemas de Apoio à Decisão, pela Faculdade de Economia da Universidade do Porto.

A sua actividade profissional iniciou-se em 2001 na Comissão de Coordenação e Desenvolvimento Regional do Norte, onde ainda se mantém à data de elaboração da presente tese. Desde 2001, as funções desenvolvidas passaram pelo acompanhamento transversal da implementação do IIIº Quadro Comunitário na Região do Norte, em particular no que diz respeito ao Programa Operacional Regional do Norte, bem como à realização de análises socio-económicas na área de Planeamento e Desenvolvimento Regional. Participou, ainda, no processo de definição, preparação e implementação do actual Programa Operacional Regional do Norte 2007-2013 (ON.2).

Actualmente integra o Secretariado Técnico para os Sistemas de Incentivos do ON.2, acompanhando os projectos de investimento em pequenas e micro empresas da Região do Norte.

# Agradecimentos

Esta tese nunca teria sido possível sem o apoio e orientação da Professora Dalila Fontes que, quatro anos após a minha primeira inscrição no Mestrado de Análise de Dados e Sistemas de Apoio à Decisão, me incentivou a abraçar este desafio e nunca deixou de me motivar. A sua dedicação e perseverança perante as pequenas adversidades que naturalmente vão surgindo em qualquer processo de criação são o primeiro ensinamento que guardo deste trabalho.

Não podia também deixar de agradecer ao Professor Fernando Fontes, pela sua constante disponibilidade e pelas suas críticas e sugestões.

E como qualquer tese é uma prova de nervos, que obriga a uma gestão de tempo nem sempre fácil e muita força de vontade, agradeço à minha família, ao meu namorado e aos meus amigos por estarem sempre e incondicionalmente ao meu lado, desculparem as minhas ausências e, acima de tudo, por acreditarem e me fazerem acreditar que tudo é possível.

# Resumo

O objectivo do presente trabalho de tese de mestrado é avaliar a pertinência e relevância da utilização da informação relativa ao ciclo económico e à previsão da sua evolução nas decisões de investimento das empresas.

Para este efeito considerou-se como ponto de partida o trabalho realizado por Silva (2007) e Fontes et al (2008), os quais propõem um modelo de decisão da política óptima de investimento em capacidade de produção de uma empresa com um regime de produção flexível. Neste modelo, o investimento em capacidade produtiva depende da procura esperada por essa empresa, a qual é modelada através de uma cadeia de Markov considerando em termos globais as probabilidades estacionárias de transição, em um período, entre diferentes níveis de procura ocorridas em períodos anteriores, independentemente da evolução da economia ocorrida nesse espaço de tempo.

Ora, considerando-se que a procura de bens e serviços é influenciada pela fase do ciclo em que a economia se encontra, e de forma a avaliar o impacto desta informação na tomada de decisão do gestor, estendeu-se o referido modelo de modo a incluir este pressuposto na previsão da procura esperada pela empresa, recorrendo à utilização de cadeias de Markov encadeadas.

Ambos os modelos, o original e o agora proposto, foram implementados e testados em MatLab com base num conjunto de dados reais, com vista a analisar as consequências dos desenvolvimentos incorporados na determinação da política óptima de investimento da empresa.

Os resultados obtidos reflectem uma maior precisão e um melhor desempenho do novo modelo, uma vez que a adopção das estratégias definidas por este permitem ao gestor obter um valor óptimo para o projecto superior ao gerado quando considera a política óptima de investimento determinada pelo modelo original. Consequentemente, os testes realizados permitem concluir pelo valor acrescentado da inclusão dos dados relativos ao ciclo económico neste processo de tomada de decisão.

# Índice Geral

<b>Índice geral</b>	iv
<b>Índice de equações</b>	vi
<b>Índice de tabelas</b>	vii
<b>Índice de Gráficos</b>	viii
<b>Índice de figuras</b>	iv
<b>1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1.O problema a abordar	2
1.2. Estrutura da tese	4
<b>2. Ciclos económicos</b>	<b>5</b>
2.1. Evolução cíclica da economia portuguesa	6
2.2. As cadeias de Markov na previsão de ciclos económicos	10
2.2.1. Modelos de Cadeias de Markov com probabilidades de transição estacionárias	13
2.2.2. Modelos de Cadeias de Markov com probabilidades de transição variáveis	16
<b>3. Apresentação e descrição dos modelos</b>	<b>21</b>
3.1. Descrição do problema	21
3.2. Formulação do problema	24
3.3. Metodologia proposta	29
3.3.1. Modelização da procura no modelo original -Cadeia de Markov simples	31
3.3.2. Modelização da procura no modelo proposto - Cadeia de Markov encadeada	33
3.3.3.O processo de decisão	35
<b>4. Teste dos modelos e análise dos resultados</b>	<b>42</b>
4.1 Descrição dos dados e parâmetros	42
4.2. Descrição da implementação dos modelos	44
4.3. Análise dos resultados do modelo	46

<b>5. Conclusões e trabalho futuro</b>	<b>51</b>
5.1. Resumo e conclusões	51
5.2. Perspectivas futuras	53
<b>Bibliografia</b>	<b>55</b>
<b>Anexo A – Dados utilizados no desenvolvimento e teste dos modelos</b>	<b>57</b>
<b>Anexo B – Matrizes de probabilidades de transição</b>	<b>58</b>
B.1 – Matriz de transição para Cadeia de Markov simples	58
B.2 - Matriz de transição para Cadeia de Markov encadeada em períodos de expansão	59
B.3 - Matriz de transição para Cadeia de Markov encadeada em períodos de recessão	60
B.4 - Matriz de probabilidade de transição entre diferentes períodos de duração da mesma fase do ciclo económico	61

# Índice de Equações

3.1 -Evolução da procura em função do preço	26
3.2 – Função de custos de produção	27
3.3 – Custos de troca da capacidade instalada	27
3.4 – Função lucro	28
3.5 – Quantidade óptima de produção	28
3.6 – Quantidade a produzir no período t	28
3.7 – Lucro operacional no período t	29
3.8 – Probabilidade estacionária de transição de $\theta_i$ para $\theta_j$	32
3.9 – Probabilidade estacionária de transição de $\theta_i$ para $\theta_j$ , dado que a economia se encontra na face c do ciclo económico	33
3.10 – Probabilidade estacionária da economia se manter na fase c do ciclo económico, dado que já está nessa fases á d períodos	34
3.11 – Regressão logística para cálculo das probabilidades relativas ao estado da economia	34
3.12 – Probabilidade de transição do nível de procura entre os períodos t e t-1, dada a fase do ciclo económico em t-1	34
3.13 – Opção de abandono do projecto – modelo original	36
3.14 – Opção de diferimento do projecto – modelo original	37
3.15 – Opção de expansão da capacidade de produção – modelo original	37
3.16 – Opção de contracção da capacidade de produção – modelo original	37
3.17 – Valor óptimo do projecto - modelo original	37
3.18 – Valor esperado do projecto em caso de novo investimento – modelo original	38
3.19 – Valor óptimo esperado do projecto no 1ºperíodo – modelo original	38
3.20 – Opção de abandono do projecto – novo modelo	38
3.21 – Opção de diferimento do projecto – novo modelo	38
3.22 – Opção de expansão da capacidade de produção – novo modelo	38
3.23 – Opção de contracção da capacidade de produção – novo modelo	39
3.24 – Valor óptimo do projecto – novo modelo	39
3.25 – Valor esperado do projecto em caso de novo investimento – novo modelo	39
3.26 – Valor óptimo esperado do projecto no 1ºperíodo – novo modelo	40
3.27 – Valor do projecto no último período – modelo original e novo modelo	40
3.28 – Cálculo do valor esperado do projecto – modelo original	40
3.29 - Cálculo do valor esperado do projecto – novo modelo	41

# Índice de Tabelas

4.1 – Dados previsionais e do conjunto de experimentação para os modelos original e proposto	47
4.2 – Resultados dos grupos de testes para o modelo original e modelo proposto	49
A.1 - Valores trimestrais de vendas entre 1982 e 2006	57
B.1 - A matriz das probabilidades estacionárias do modelo original.	58
B.2 - A matriz das probabilidades estacionárias na fase de expansão	59
B.3 – A matriz das probabilidades estacionárias na fase de recessão	60
B.4 - Matriz de probabilidade de transição entre diferentes períodos de duração da mesma fase do ciclo económico	61

# Índice de Gráficos

2.1 - PIB real e tendência entre 1982 e 2006	7
2.2 - Componente cíclica do PIB entre 1982 e 2006	8
4.1 – Evolução das vendas entre 1982 e 2006	43

# Índice de Figuras

3.1 – Matriz das probabilidades de transição	32
4.1 – Algoritmo de programação dinâmica	45

# CAPÍTULO 1

## Introdução

A análise dos ciclos económicos é um tema que sempre despertou o interesse da comunidade científica, interesse esse reforçado à luz dos acontecimentos mais recentes, com a recessão que se tem vindo a sentir nos últimos anos. O que determina os ciclos económicos, o seu impacto na economia e como prever a sua evolução, são questões determinantes para a definição de opções de política económica que permitam proteger os países das consequências mais nefastas de uma dada fase do ciclo económico e melhor aproveitar as oportunidades que essa mesma fase pode originar.

Todavia, a evolução cíclica da economia não deverá ser um tema apenas da esfera dos macroeconomistas ou dos decisores de política, mas deve ser acompanhada e incorporada nas decisões a tomar por todos os agentes económicos, uma vez que esta altera, entre outros, a procura de bens e serviços dirigida às empresas, as condições do mercado de trabalho e o rendimento disponível dos particulares.

Nomeadamente, no que concerne às empresas, para as quais a crescente globalização da economia exige que estejam preparadas para rápida e eficientemente tomarem decisões de afectação de recursos, de forma a tirarem partido das oportunidades com que se deparam e consequentemente criarem valor, importa não esquecer que parte da eficácia dessas decisões depende da correcta ponderação da informação que a empresa tem ao seu dispor, em particular, da atenção dada ao contexto económico onde esta se insere.

Tanto em negócios já existentes como em novos negócios, as empresas têm que decidir, por exemplo, se investem de imediato, se avançam para um investimento de uma forma faseada, ou se simplesmente não o efectuam, e para melhor optarem é importante não só ponderar os custos e benefícios directos desse mesmo investimento, como conhecer o seu enquadramento sectorial, os concorrentes, o modelo de negócio e

as condicionantes que podem estar a influenciar o mercado mais a um nível micro, como também é fundamental perceber e antecipar a evolução do contexto macroeconómico.

Numa fase de recessão ou expansão, a resposta do mercado pode ser diversa e por si só influenciar o sucesso ou insucesso de determinada estratégia. Do mesmo modo, a consideração do comportamento diferenciado da economia ao longo de um ciclo económico, é determinante para a análise de um investimento e assim conseguir antecipar em que fase do ciclo é que os efeitos do projecto se irão fazer sentir. Isto porque os projectos hoje iniciados se prolongam para além do momento presente, e na grande maioria das vezes os seus impactos apenas se reflectirão em períodos futuros, pelo que a melhor decisão é aquela que consegue prever a sua maior ou menor adequabilidade ao contexto no qual se irão produzir os resultados da acção hoje tomada. Em períodos de recessão, como a que agora vivemos, saber antecipar a evolução da economia e perceber as oportunidades, poderá ser a chave para a realização de negócios importantes, bem como o factor determinante para a sobrevivência de um conjunto de empresas.

Assim, o propósito desta tese de mestrado é testar a validade de alguns dos pressupostos acima assumidos, avaliando se um processo de decisão de investimento em sistemas de produção flexíveis, utilizando a informação relativa aos ciclos económicos, gera melhores resultados do que os obtidos quando esta informação não é considerada.

## **1.1 O problema a abordar**

No seguimento do acima referido e partindo do principio que o conhecimento dos ciclos económicos pode ajudar as empresas a tomar melhores decisões e a prever melhor os seus investimentos, o presente trabalho visa a aplicação a um caso concreto de tomada de decisão em ambiente empresarial da introdução da informação sobre a evolução cíclica da economia.

Para este efeito considerou-se como ponto de partida o trabalho apresentado por Silva (2007) e por Fontes et al (2008), os quais desenvolveram um modelo de avaliação das

opções reais com base em cadeias de Markov, para a determinação da capacidade de produção a instalar numa empresa com um regime de produção flexível.

O problema considerado visa decidir em diferentes períodos do horizonte temporal qual a capacidade produtiva a instalar na empresa, a qual permite responder à procura dirigida aos seus produtos nos períodos de produção seguintes, e envolve várias decisões possíveis que foram modeladas recorrendo às seguintes opções reais: (i) opção de manutenção do actual nível de capacidade de produção; (ii) opção de abandono da produção; (iii) opção de expansão da capacidade de produção e (iv) opção de contracção da capacidade de produção. Estas decisões são tomadas considerando a procura esperada para o período seguinte, dada a procura actual, e o lucro óptimo que daí poderá advir para a empresa, o nível actual de capacidade de produção e os custos incorridos com a alteração do mesmo. A procura esperada é determinada com base em informação recolhida para períodos anteriores, com a qual é possível modelizar as probabilidades estacionárias de transição em um período entre diferentes níveis de procura com recurso a uma cadeia de Markov. Nos trabalhos acima referidos estas probabilidades de transição foram calculadas independente das alterações cíclicas observadas na economia.

Neste contexto, considera-se que as diferentes fases do ciclo económico influenciam a procura de bens e serviços, pelo que propomos alterar o modelo acima referido para avaliar o impacto da inclusão na tomada de decisão do gestor da informação relativa à fase do ciclo económico em que a economia se encontra.

Com o objectivo de analisar a prestação do novo modelo e identificar ganhos de eficiência que possam decorrer da incorporação desta nova informação, foram desenvolvidos e comparados computacionalmente dois modelos de programação dinâmica: um que corresponde ao modelo original de Silva (2007) e Fontes et al (2008), e outro, que expande esse mesmo modelo de forma a incorporar o comportamento do ciclo económico na modelização da procura e na previsão de uma política óptima de investimento, através da utilização de cadeias de Markov encadeadas.

## **1.2 A Estrutura da Tese**

Tendo em consideração o referido relativamente ao objectivo da presente tese e à metodologia definida para o seu desenvolvimento, a mesma encontra-se organizada da seguinte forma:

No Capítulo 2 é efectuada uma breve descrição da evolução cíclica da economia portuguesa desde 1982 a 2006, período para o qual estão disponíveis os dados para implementação e teste do modelo proposto neste trabalho. Neste Capítulo é ainda apresentado um resumo da utilização das cadeias de Markov enquanto modelo de análise e previsão dos ciclos económicos.

No Capítulo 3 procede-se à apresentação do problema ao qual serão aplicados o modelo definido por Silva (2007) e Fontes et al (2008) e o novo modelo proposto, ao que se segue uma descrição dos pressupostos associados a ambos e a cada um dos modelos. Destacam-se as diferenças entre os modelos e as respectivas implicações na definição do processo de decisão.

No Capítulo 4 descreve-se, em primeiro lugar, a implementação dos modelos, referindo as principais características do conjunto de dados recolhidos para o seu desenvolvimento e os parâmetros assumidos para este efeito. De seguida, realiza-se a análise e comparação dos resultados obtidos para os dois modelos e do respectivo desempenho e eficácia da política óptima de investimento determinada por cada um.

Por fim, no Capítulo 5 apresentam-se as conclusões do estudo e as propostas de trabalho futuro.

# CAPÍTULO 2

## Ciclos económicos

A análise dos ciclos económicos tem sido um elemento central da investigação no âmbito da macroeconomia e constituiu uma peça fundamental de apoio à tomada de decisão em política económica. Contudo, se podemos afirmar que a nível dos decisores de política o conhecimento e previsão do comportamento dos ciclos económicos, e das diferentes dinâmicas observadas nas fases de expansão e recessão, é essencial na minimização ou potenciação dos efeitos da fase do ciclo económico em que a economia se encontra, também ao nível micro, nomeadamente se tivermos em consideração que a evolução cíclica da economia afecta a procura de bens e serviços, os agentes económicos como as empresas deveriam incorporar nas suas decisões a informação sobre o estado da economia.

Mais se entende que este conhecimento não se deve limitar à identificação da fase do ciclo económico que ocorre em determinado momento, sendo também fundamental conseguir prever a sua evolução, uma vez que a maior parte das decisões que hoje tomamos, seja no âmbito da implementação de políticas económicas ou das decisões de investimento de uma empresa, não têm consequências apenas no momento presente, mas também em períodos futuros, e a melhor decisão é aquela que consegue prever a sua maior ou menor adequabilidade ao contexto no qual se irão produzir os resultados da acção hoje tomada.

Sendo o objectivo desta tese verificar se existe valor acrescentado na inclusão de informação sobre o estado da economia num contexto particular de tomada de decisão em sistema de produção flexível, e sendo os dados utilizados para este efeito relativos à economia portuguesa, a primeira secção deste Capítulo visa efectuar uma breve descrição dos ciclos económicos portugueses observados no período em análise.

Em segundo lugar, e uma vez que as probabilidades de transição entre as fases do ciclo económico a incorporar no modelo descrito nos Capítulos 3 e 4 serão modelizadas através de uma cadeia de Markov, efectua-se na secção 2.2 um resumo dos estudos desenvolvidos ao nível da previsão de ciclos económicos que recorrem à utilização de deste tipo de metodologia. Em particular, é importante notar que os diferentes estudos descritos concluem pela assimetria entre as fases do ciclo económico e pela obtenção de melhores resultados na previsão da evolução do crescimento do produto interno bruto quando a informação sobre o estado da economia é incorporada no modelo.

## **2.1 A evolução cíclica da economia portuguesa**

Como já observado na introdução ao presente capítulo, uma vez que o objectivo desta tese é analisar o efeito da inclusão da informação sobre os ciclos económicos num processo de decisão relativo às capacidades de produção óptimas de uma empresa portuguesa, efectua-se aqui uma breve descrição da evolução cíclica da nossa economia.

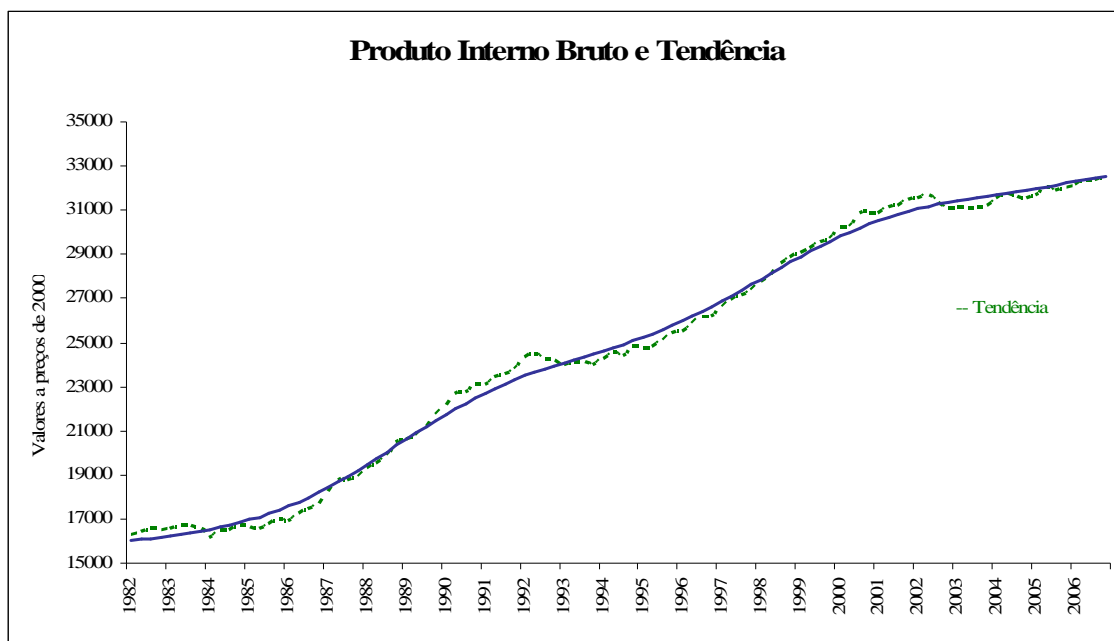
Importa, contudo, referir desde já que Portugal não tem um processo de datação oficial dos ciclos económicos, bem como do início e conclusão de cada uma das suas fases, como é efectuado, por exemplo, pelo National Bureau of Economic Research (NBER) para os Estados Unidos da América (EUA).

Não obstante, alguns estudos têm sido desenvolvidos sobre esta matéria, em particular desde os anos 50, altura em que o Banco de Portugal deu início à publicação das primeiras “Séries longas para a economia portuguesa”. Esta instituição publica regularmente, no respectivo Boletim Económico, algumas análises sobre a evolução cíclica da economia portuguesa e sobre os dados das séries trimestrais que esta instituição divulga, as quais contêm informação sobre o crescimento observado no produto interno bruto e nas suas principais componentes. São precisamente estas análises do Banco de Portugal que constituem a fonte de informação utilizada para a caracterização da economia portuguesa a realizar nesta secção, a qual será utilizada na

construção da matriz de probabilidades de transição entre as diferentes fases do ciclo económico a integrar no modelo proposto na presente tese.

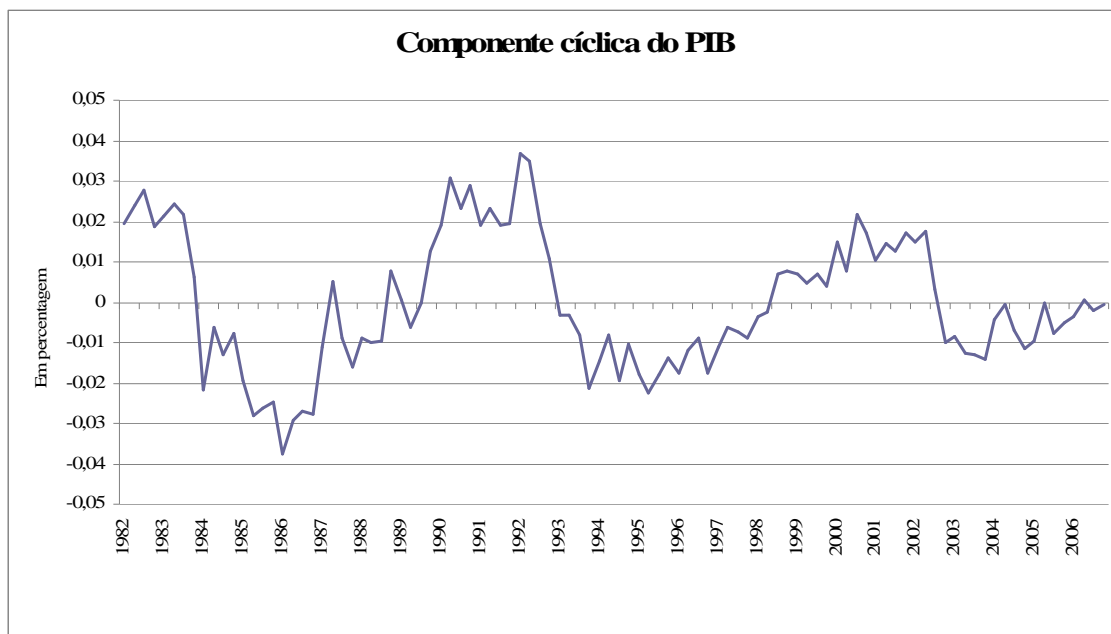
A escolha do período para o qual os dados são apresentados – valores trimestrais do PIB, a preços de 2000, entre 1982 e 2006 – foi determinada de modo a coincidir com as observações disponíveis para o desenvolvimento do modelo de decisão apresentado nos Capítulos 3 e 4.

Assim, e como se pode observar nos gráficos seguintes<sup>1</sup>, a economia portuguesa entre os anos 80 e o final de 2006 passou por três ciclos económicos, registando-se para o período em análise três fases de recessão e três de expansão, a última das quais a iniciar-se em 2003.



**Gráfico 2.1 – PIB real e tendência entre 1982 e 2006.**

<sup>1</sup> Para separar as componentes cíclica e tendência do PIB para o período em estudo foi aplicado o filtro de Hodrik-Prescott com um parâmetro de alisamento de 1600, visto tratarem-se de dados trimestrais, de acordo com a metodologia referida por Bonfim e Neves (2002), Castro e Esteves (2004), Dias (1997) e Neves e Belo (2002). Os resultados obtidos são consistentes com os dados apresentados nos artigos de Bonfim e Neves (2002), Castro e Esteves (2004), Dias (1997), que abrangem parte do período em análise.



**Gráfico 2.2 – Componente cíclica do PIB entre 1982 e 2006.**

Os pontos mais positivos dos ciclos (picos ou cristas), que marcam a transição entre as fases de expansão e recessão, registaram-se no primeiro trimestre de 1990 e no terceiro trimestre de 2000. Refira-se, a título de informação complementar que recessão observada no princípio do período em análise iniciou-se no final de 1980. Já os pontos mais negativos (cavas), os quais ocorrem na transição entre uma recessão e uma fase de expansão, tiveram lugar no segundo trimestre de 1986, no primeiro trimestre de 1995 e no quarto trimestre de 2003.

Conforme referido por Dias (1997), os movimentos cíclicos observados identificam os principais acontecimentos da história económica deste período, como o programa de estabilização do FMI entre 1983 e 1985 e o significativo crescimento económico após a adesão à CEE em 1986. Mais recentemente, identifica-se a crise internacional após a bolha da internet em 2000, a qual se reflectiu na economia portuguesa até ao final de 2003. Importa, então, identificar quais as consequências destes movimentos cíclicos na economia portuguesa e, em particular, de que forma as expansões e recessões identificadas se reflectem ao nível das empresas.

Para este efeito, através da análise da componente cíclica dos principais agregados da despesa, bem como do mercado de trabalho, é possível observar o comportamento dos

mesmos em cada uma das fases do ciclo económico, e identificar alguns dos factos estilizados do ciclo económico português, que a seguir se descrevem:

- o **consumo privado** tem um comportamento coincidente com o ciclo económico, registando um crescimento mais elevado na fase de recuperação/expansão e um menor dinamismo ou contracção em períodos de recessão. Este comportamento é mais marcado no consumo de bens duradouros, o qual é muito sensível a alterações do ciclo económico, enquanto que o consumo de bens não duradouros reage com algum atraso a essas mesmas alterações;
- o **consumo público** também apresenta um comportamento pró-cíclico, e uma volatilidade semelhante à do PIB;
- a **formação bruta de capital fixo** é fortemente pró-cíclica, reagindo com alguma antecipação a alterações no ciclo económico, evidenciando a retracção no investimento em contextos económicos menos favoráveis e o seu maior dinamismo em fases de expansão da economia;
- em **termos sectoriais**, verifica-se que todos os sectores da actividade económica têm um comportamento cíclico que acompanha a evolução registada em termos do produto interno bruto, sendo o sector da indústria o que regista uma maior correlação com o ciclo económico;
- as **exportações de bens e serviços** também estão fortemente correlacionadas com o ciclo do PIB, embora apresentem uma maior volatilidade e tendam a reagir com antecipação a alterações do mesmo. Este facto, como referido por Castro e Esteves (2004), é consistente com a tendência da economia portuguesa para reflectir com algum atraso as alterações observadas no contexto internacional;
- as **importações** são igualmente pró-cíclicas, apresentando as importações de bens uma correlação superior com o ciclo económico que a registada nas importações de serviços;
- por fim, ao nível do **mercado de trabalho**, verifica-se que a população activa e o emprego têm uma evolução pró-cíclica, enquanto que o desemprego é fortemente contra-cíclico.

Estes factos observados em Portugal são coerentes com os descritos em termos teóricos relativamente aos impactos das fases de expansão e recessão dos ciclos económicos no consumo, investimento e mercado de trabalho. Castro e Esteves (2004) compararam também as regularidades observadas na economia portuguesa com um conjunto de economias europeias tendo identificado comportamentos semelhantes entre estas. Excepção registada para o consumo público, que na generalidade dos países analisados não apresentam uma correlação tão significativa com o ciclo económico, como a verificada para Portugal.

Por fim, e como informação complementar, acresce referir que desde a integração de Portugal na União Europeia se tem registado uma maior correlação entre o ciclo económico português e o ciclo de outros países europeus, situação que não era observável em períodos anteriores. Lopes (2004) analisou a evolução recente dos ciclos económicos das economias europeias e conclui que Portugal se enquadra num grupo de países que apresentam uma sincronização dos ciclos económicos, no qual se encontram a Alemanha, Espanha, Itália, França, Bélgica e Holanda.

Face ao exposto, destaca-se das regularidades acima referidas o comportamento pró-cíclico do consumo privado e, em particular, dos bens duradouros, facto pelo qual se entende ser interessante a incorporação da informação sobre os ciclos económicos nos modelos em que é necessário prever a evolução da procura em determinados sectores. Esta questão já tem sido explorada em estudos elaborados para outros países e, sobretudo, em modelos de previsão da evolução do sector do turismo, mas no contexto nacional não foi possível identificar muitas referências a trabalhos desenvolvidos neste ou outros sectores da actividade económica portuguesa que contemplem informação sobre a evolução cíclica da nossa economia.

## **2.2 As cadeias de Markov na previsão de ciclos económicos**

A análise da evolução cíclica das economias, das características e factos estilizados dos ciclos económicos, e o desenvolvimento de modelos de previsão dos mesmos tem sido objecto de particular interesse ao longo das últimas décadas.

Neste contexto, a aplicação de modelos com recurso a cadeias de Markov teve início na década de 80, com o trabalho pioneiro desenvolvido por J. D. Hamilton (1989).

Até essa data, a maioria dos estudos desenvolvidos no âmbito da análise das dinâmicas dos ciclos económicos e das tendências de crescimento das economias baseavam-se na assumpção de que a evolução do produto seguia um processo linear. Assim, e de acordo com o referido por Hamilton (1989), a generalidade dos modelos aplicados pelos diversos investigadores seguiam processos multiplicativos (ARMA) e processos integrados mistos não sazonais (ARIMA), modelos lineares de componentes não observáveis, e a especificação de co-integração de Engel e Granger.

Contudo, Hamilton (1989) e outros investigadores, tais como Aoki (1967), Tong (1983) e Sclove (1983), defendiam que os modelos lineares não seriam os mais adequados para este efeito, pelo facto de não serem capazes de capturar as assimetrias dos ciclos económicos. Segundo estes autores, os modelos lineares não tinham em consideração, nomeadamente, as diferentes dinâmicas de crescimento económico observadas nas fases de expansão e recessão e o facto de, durante cada uma das fases do ciclo económico o PIB exibir um comportamento diferenciado, crescendo a ritmos distintos e por vezes até em sentidos opostos.

Tendo por base este pressuposto, e de forma a ultrapassar as limitações identificadas no contexto dos modelos lineares, em 1989, Hamilton desenvolveu um modelo de regressão para caracterização do crescimento económico de longo prazo nos Estados Unidos. Neste modelo foram incorporadas cadeias de Markov para modelizar alterações nos parâmetros decorrentes da transição entre uma fase de maior crescimento (expansão) e uma fase de crescimento reduzido ou contracção (recessão) da economia. Estas alterações foram introduzidas no modelo como um evento estrutural inerente ao processo de crescimento do PIB.

Hamilton (1989) aplicou o seu modelo aos dados do PIB real dos Estados Unidos entre 1952 a 1984, tendo concluído que o mesmo permitia modelar e identificar simultaneamente a tendência de crescimento de longo prazo e as alterações de comportamento do PIB observadas em determinados períodos de tempo, decorrentes das características inerentes às diversas fases do ciclo económico.

Da aplicação do modelo, verificou-se que as estimativas obtidas para a evolução do produto interno bruto nas duas fases de crescimento consideradas no modelo não só eram consistentes com os efeitos dos períodos de expansão e recessão no crescimento do PIB, descritos na teoria macroeconómica, como não correspondiam a alterações de longo prazo da tendência de crescimento do mesmo. Este facto, e ainda as diferenças registadas entre as durações médias das expansões e recessões identificadas pelo modelo, permitiram a Hamilton concluir pela assimetria do ciclo económico.

Por outro lado, os resultados obtidos pelo modelo em termos de classificação das fases do ciclo económico provaram ser consistentes com os períodos de recessão e expansão identificados pelo National Bureau of Economic Research (NBER), organização que nos Estados Unidos é responsável pela datação oficial dos ciclos económicos. Em particular, os respectivos picos e cavas determinados pelo modelo eram coincidentes ou muito próximos com as datas definidas pelo NBER. Também a duração esperada para as recessões determinada através do modelo de Markov utilizado por Hamilton apresentava um valor similar ao determinado pelo NBER, embora a duração das expansões definidas pelo primeiro fosse inferior em 3,8 trimestres à identificada por aquele organismo.

Ainda no que respeita à modelização do ciclo económico, Hamilton testou e comparou o seu modelo com um modelo linear ARIMA, tendo observado melhores resultados e adequabilidade do primeiro, uma vez que os coeficientes do modelo linear apenas permitiam identificar alterações na tendência de longo prazo do PIB, não captando as assimetrias do ciclo económico.

Os resultados obtidos com o modelo de Markov-Switching e as vantagens a ele associadas cativaram o interesse de outros investigadores, que utilizaram este modelo como a base de vários trabalhos desenvolvidos posteriormente, no âmbito da análise do crescimento económico e da modelização do comportamento dos ciclos. Na secção 2.2.1 do presente capítulo apresenta-se um breve resumo dos primeiros estudos que se seguiram à publicação do modelo de Hamilton.

Contudo, importa salientar que o modelo de Hamilton não está isento de pontos fracos, sendo a principal falha apontada por outros investigadores como Filardo (1994) e

Durland e McCurdy (1994) o facto de assumir probabilidades de transição constantes entre as fases do ciclo económico ao longo tempo. Este pressuposto implica: i) que a probabilidade de transição de uma fase do ciclo para outra não seria afectada pelo período de tempo em que a economia se encontrava nessa mesma fase; e ii) que alterações no contexto económico, como a existência de choques exógenos e a aplicação de políticas macroeconómicas, não tinham qualquer efeito sobre a evolução da economia.

Esta questão foi debatida e analisada por Filardo (1994), Durland e McCurdy (1994) e outros autores, que propuseram a inclusão no modelo de probabilidades de transição variáveis. Na secção 2.2.2 descreve resumidamente as principais linhas de investigação que decorreram neste sentido, salientando as inovações introduzidas pelos novos modelos propostos.

### **2.2.1 Modelos de Markov com probabilidades de transição estacionárias**

Não obstante a lacuna identificada no modelo de Hamilton (1989), no que concerne às probabilidades estacionárias de transição entre estados, o mesmo foi utilizado em vários outros estudo relacionados com a análise de ciclos económicos. Constituem exemplos disso os estudos apresentados por Goodwin (1993), Ivanova et al (2000), McConnel e Perez-Quiros (2000) e, mais recentemente, Shyh-Wen Chen (2005).

Goodwin (1993) analisou os resultados da aplicação do modelo de Markov-Switching a oito países da OCDE, respectivamente, Estados Unidos, Reino Unido, Alemanha, Japão, Canadá, Suíça, Itália e França, e comparou os mesmos com os obtidos através de um modelo autoregressivo de 4ª ordem AR(4). O modelo não obteve resultados satisfatórios no caso de Itália, uma vez que as probabilidades de transição entre fases do ciclo calculadas para este país eram muito próximas de zero, tendo sido identificado apenas um estado para todo o período em estudo. No entanto, para 6 dos restantes 7 países o modelo de Hamilton provou ser melhor na identificação dos pontos de viragem

dos ciclos económicos do que o modelo autoregressivo, tendo o autor concluído que este modelo deveria ser utilizado como complemento aos métodos tradicionais de datação dos ciclos económicos.

Ivanova et al (2000) usaram o modelo de Hamilton na análise de ciclos económicos e de inflação na Alemanha, utilizando como proxy do comportamento do produto interno bruto os dados relativos às diferenças entre as taxas de juro de um conjunto de instrumentos financeiros de curto e longo prazo. Estes indicadores apresentavam a vantagem de estarem disponíveis mensalmente e não sofrerem alterações, situação diversa da observada ao nível do PIB, cujos dados só estão disponíveis para períodos superiores, com algum desfasamento e sujeitos a revisão. As transições entre os dois regimes de crescimento admitidos para estes indicadores eram identificadas como pontos de transição entre as fases do ciclo económico. Os resultados obtidos com o modelo confirmaram a relevância dos indicadores utilizados na análise dos ciclos económicos e, muito embora o início de algumas expansões tivesse sido previsto com alguma antecipação, as recessões ocorridas entre o período desde 1973 a 1998 foram identificadas com sucesso.

Em 2000, com o objectivo de estudar o declínio da volatilidade do PIB dos Estados Unidos da América observado desde os anos 80, e as suas consequências ao nível dos ciclos económicos, McConnell e Perez-Quiros (2000) alteraram o modelo de Hamilton por forma a que este permitisse considerar alterações da volatilidade entre ciclos. Esta proposta de alteração surge na sequência de os autores terem identificado que a redução estrutural ocorrida na volatilidade do produto do EUA afectava a implementação de um conjunto de modelos econométricos, entre os quais, o modelo de Hamilton, e podia conduzir a interpretações erradas por parte dos decisores de política económica. Como exemplo, indicaram que uma alteração no ciclo económico considerada significativa para o actual nível de volatilidade poderia ser classificada apenas como uma flutuação moderada do crescimento económico, quando analisada em conjunto com dados de períodos anteriores.

Com o intuito de evitar os problemas identificados, foram introduzidas alterações ao modelo para permitir que as variações pudessem ocorrer não só no crescimento médio mas também na variância admitida para o período em análise. Ou seja, considerou-se a

existência de dois estados para a variância do modelo (baixa e alta volatilidade) e permitiu-se que os dois estados da economia associados com o crescimento do PIB (expansão e recessão) pudessem reflectir-se de forma diversa no seu crescimento médio, de acordo com o estado da variância.

Consequentemente, verificou-se que o modelo modificado permitia a identificação das fases de recessão e expansão mesmo quando os dados em análise incluíam períodos de alta e baixa volatilidade do crescimento do produto. Concluiu-se, ainda, que este modelo permitia a obtenção de melhores resultados que o modelo de Hamilton na previsão dos ciclos económicos dos EUA entre 1953 e 1999. Inclusive, este modelo assinalou a recessão de 1990, situação que o modelo original não foi bem sucedido em identificar (uma vez que, face às alterações verificadas ao nível da variância das recessões no período em análise, esta recessão foi considerada demasiado branda para ser classificada como tal).

Os desenvolvimentos do modelo de Hamilton com probabilidades constantes não se limitaram às situações acima identificadas, sendo ainda de assinalar a adaptação efectuada por Shyh-Wen Chen (2006), no seguimento do estudo efectuado por McConnel e Perez-Quiros (2000) e do trabalho realizado por Kim e Nelson (1999), na aplicação do modelo de Hamilton para caracterização da volatilidade dos ciclos económicos.

Shyh-Wen Chen (2006), desenvolveu o modelo de Hamilton para que este, para além de incorporar alterações da volatilidade do ciclo para identificação dos pontos de transição entre recessão e expansão, permitisse ainda caracterizar a própria volatilidade do crescimento económico observada no período em análise. Os resultados da implementação deste modelo, a que o autor chamou modelo de Markov modificado para a média e volatilidade, quando comparados com a aplicação do modelo de Hamilton (1989) e com o modelo desenvolvido por Kim e Nelson (1999), permitem verificar que este obteve uma melhor prestação na identificação das fases do ciclo económico e respectivos momentos de transição. Além disso, este modelo também obteve melhores resultados na caracterização da heterocedasticidade da variância.

## **2.2.2 Modelos de Markov com probabilidades de transição variáveis**

A extensão do modelo de Hamilton de modo a considerar probabilidades de transição variáveis, foi inicialmente proposta por dois estudos diferentes realizados em 1994, um desenvolvido por Filardo e outro por Durland e McCurdy. Cada um destes trabalhos apresentou uma abordagem diferente ao problema e propôs alterações distintas ao modelo original.

Filardo (1994) incorporou uma variável no modelo com a capacidade de afectar as probabilidades de a economia se manter ou transitar entre as fases do ciclo económico. Ao incluir a variável no modelo, as probabilidades de transição passaram a depender não só do estado em que a economia se encontrava no último período observável, mas também do valor que a variável apresentaria para o período corrente.

A escolha da variável a introduzir deveria depender da informação complementar que a mesma pudesse transmitir em relação ao comportamento do ciclo económico. Neste sentido, Filardo testou a utilização de um conjunto de variáveis possíveis, entre as quais um índice composto por um conjunto de indicadores chave, o spread da taxa de juro e o Índice S&P, da Standard & Poors.

A relação entre esta variável de informação e as probabilidades de transição foi modelada por uma função logística, e os resultados obtidos com o modelo criado permitiram a Filardo concluir que as variações observadas nas probabilidades de transição têm um efeito mais significativo na explicação da evolução do crescimento económico em cada uma das fases do ciclo do que o registado quando apenas se considera uma alteração nas taxas médias de crescimento entre fases, como ocorre no modelo de Hamilton. Adicionalmente, ao considerar as probabilidades de transição variáveis, admite-se a existência de variações na duração esperada das recessões e das expansões, permitindo, assim, ultrapassar uma das limitações identificadas no modelo de Hamilton.

Também em 1994, Durland e McCurdy estenderam o modelo de Hamilton para permitir probabilidades de transição variáveis, tendo estes optado por torná-las dependentes da duração da fase corrente do ciclo económico, ou seja, do número de períodos em que a

economia já se encontrava num dado estado. Para estimar as probabilidades de transição para expansão e para recessão, em função da duração do respectivo estado, foi utilizada a regressão logística.

Importa ainda referir que o modelo de Durland e McCurdy apresenta uma outra alteração significativa face a Hamilton (1989) e Filardo (1994), uma vez que as probabilidades de transição neste modelo são calculadas tendo por base dados observados, ou seja, a informação sobre as mudanças ocorridas nos períodos dos dados de experimentação do modelo. Já Hamilton (1989) e Filardo (1994) incorporam as probabilidades de transição entre fases como um parâmetro a ser estimado pelo próprio modelo, sobre as quais não necessitam de obter informação prévia.

Os resultados da aplicação do modelo de Durland e McCurdy (1994) aos dados do produto interno bruto dos EUA entre 1951 e 1984, permitiram aos autores concluir que a probabilidade da economia americana se manter ou não numa recessão era dependente da duração dessa mesma recessão, situação para a qual não se encontrou evidência no caso da expansão.

Quer o modelo proposto por Filardo (1994) quer o modelo de Durland e McCurdy (1994) constituíram o ponto de partida para muitos dos trabalhos recentes nesta matéria, alguns dos quais se descrevem abaixo.

Assim, na sequência do modelo apresentado por Filardo, outros estudos foram realizados, como são exemplo os modelos apresentados por Filardo e Gordon (1998), Layton e Katsuura (2001) e Elna Moolman (2004).

Filardo and Gordon (1998) alteraram o modelo de Filardo (1994) considerando que as probabilidades de transição seriam modeladas através de uma função probit em alternativa a uma função logística. Optaram, também, por uma nova variável de informação, o “Composite Index of Eleven Leading Indicators”, o qual consideraram como sendo um bom preditor do ciclo económico.

O modelo foi aplicado aos dados da economia americana entre 1953 e 1993, concluindo-se que o Índice escolhido não continha informação suficiente sobre a duração esperada das expansões, facto já relatado por outros investigadores

relativamente a este mesmo indicador. Contudo, apesar da lacuna identificada, o modelo permitiu obter melhores resultados na datação dos ciclos económicos do que o modelo de Hamilton com probabilidades estacionárias, Hamilton (1989).

Em 2001, Layton e Katsuura, também no seguimento do modelo proposto por Filardo (1994), desenvolveram um novo método de sinalização dos pontos de transição entre as fases do ciclo económico e aplicaram-no aos EUA, ao Japão e à Austrália. Esta metodologia consistia na introdução de um conjunto de regras complementares para evitar a identificação de falsos picos ou cavas e pela consideração de um conjunto de índices compostos, considerados relevantes para os países em questão, como variáveis informativas determinantes para o cálculo das probabilidades de transição.

Da aplicação da metodologia desenvolvida por Layton e Katsuura (2001) a cada uma das três economias analisadas no artigo publicado, verificou-se que os resultados obtidos diferiam de uma economia para outra, concluindo os autores que o sistema implementado demonstrava ser bastante sensível à duração do ciclo económico observada em cada um dos países em questão. Neste sentido, foi inclusivamente identificado como trabalho futuro a introdução no modelo de uma variável relacionada com a duração do ciclo, como já havia sido proposto por Durland e McCurdy (1994).

Elna Moolmam (2004) descreve a aplicação do modelo proposto por Filardo (1994) à análise do ciclo económico sul-africano no período entre 1978 e 2001. No seu estudo, utilizou como variável de informação o diferencial entre as taxas de juro de curto e longo prazo, tendo por base um conjunto de diversas publicações que referiam a importância deste indicador para o estudo e previsão dos ciclos económicos e que concluíam pela sua melhor performance face a outras variáveis utilizadas para o mesmo efeito.

Os resultados obtidos da aplicação prática do modelo, permitiram concluir pela sua adequabilidade na caracterização do ciclo económico sul-africano para o período em estudo. Em primeiro lugar, todos os coeficientes estimados provaram ser estatisticamente significativos e, em segundo lugar, o modelo produziu estimativas correctas dos pontos de transição entre recessões e expansões e vice-versa.

Procedeu-se, também, à comparação deste modelo com um modelo linear e com um modelo logístico no que concerne à identificação dos picos e cavas observados no referido período. Em relação ao modelo linear foram obtidos melhores resultados em todas as medidas de erro utilizadas para a realização deste teste, enquanto que no que diz respeito ao modelo logístico, verificou-se que apesar de este último apresentar um menor erro, a dimensão dos erros era superior. Baseada neste resultado e no facto do modelo adaptado por Filardo (1994), e utilizado neste estudo, seguir o mesmo princípio do modelo de Hamilton no que concerne à não utilização de informação prévia sobre o estado da economia na definição das probabilidades de transição, a autora considerou que o modelo em análise apresentava uma performance melhor que o modelo logístico.

Já no que concerne ao seguimento do trabalho de Durland e McCurdy (1994), destaca-se o trabalho desenvolvido por Pok Sang-Lan (2004), o qual estudou a possibilidade da duração de uma determinada fase influenciar em simultâneo as probabilidades de transição entre estados e a própria amplitude do ciclo económico. De acordo com esta última hipótese, para além do pressuposto das taxas médias de crescimento do produto variarem entre expansão e recessão, admitiu-se que estas poderiam variar de acordo com a duração da respectiva fase do ciclo económico. O autor decidiu ainda considerar possíveis alterações de volatilidade do ciclo económico no modelo desenvolvido, de forma a torná-lo mais robusto.

Para modelizar os pressupostos referidos, Pong Sang-Lan modificou o modelo de Hamilton (1989) de modo a incorporar num só modelo as alterações propostas por McConnell e Perez-Quiros (2000) e por Durland e McCurdy (1994) e considerou, adicionalmente, que as taxas médias de crescimento dependiam da duração da fase do ciclo correspondente. Trata-se de um modelo de âmbito mais global que pode ser reduzido a qualquer um dos anteriores, tendo os autores provado que para efeitos de previsão, e para um horizonte temporal superior a 2 anos, este modelo apresenta um menor erro e resultados estatisticamente mais significativos do que o modelo de Hamilton ou um modelo linear.

Ao contrário do referido por Durland e McCurdy (1994), os resultados do modelo demonstraram que existe uma dependência da duração nas expansões ocorridas no período posterior à 2ª Guerra Mundial, sendo esta estatisticamente significativa.

Concluiu-se, ainda, que para o período em análise (do segundo trimestre de 1952 ao segundo trimestre de 2001) as expansões tinham uma maior probabilidade de transitarem para recessões na sua fase inicial e que o crescimento do PIB tendia a diminuir com a duração das mesmas. Já para a probabilidade de sair de uma recessão os autores referem que esta começa por ser muito reduzida e aumenta significativamente com a sua duração.

Em conclusão, os modelos acima descritos permitiram identificar e assinalar a existência de assimetrias no ciclo económico, bem como apresentaram evidências que as probabilidades de transição entre fases do ciclo económico estão relacionadas com a duração de cada uma dessas fases.

Assim, tendo em consideração estes resultados, na elaboração da presente tese de mestrado, em concreto na definição da matriz de probabilidades de transição entre fases do ciclo económico, foi utilizada a regressão logística proposta por Durland e McCurdy (1994) para modelizar a relação entre as probabilidades da economia se manter em recessão/expansão e a duração dessa mesma fase.

A descrição dos procedimentos envolvidos no cálculo desta matriz é efectuada na secção 3.2.2 do Capítulo 3.

# **CAPÍTULO 3**

## **Apresentação e descrição dos modelos**

A introdução da informação relativa ao ciclo económico no contexto das decisões de investimento ao nível empresarial é analisada no presente trabalho através da incorporação das mesmas no modelo de decisão sobre capacidades de produção proposto por Silva (2007) e por Fontes et al (2008). Para avaliar os efeitos da introdução desta informação, irá desenvolver-se um novo modelo recorrendo à programação dinâmica, o qual será testado e comparado com o modelo original de modo a identificar eventuais acréscimos de eficiência que resultem das alterações aqui propostas.

Neste sentido, este Capítulo começa por apresentar o problema de base subjacente ao modelo original e descrever os pressupostos assumidos na formulação do mesmo, os quais, em grande parte, são igualmente considerados no desenvolvimento do modelo proposto nesta tese para que possam ser efectuadas comparações quanto ao desempenho de ambas as metodologias. Na secção 3.2 são descritas as alterações no cálculo da matriz de probabilidades de transição definida para a procura, que resultam da inclusão da informação sobre o ciclo económico considerada no desenvolvimento do novo modelo.

Por último, é apresentado o processo de decisão para ambos os modelos a testar, destacando as modificações efectuadas no modelo original que decorrem dos pressupostos adicionais descritos na secção relativa à formulação do problema.

### **3.1 Descrição do problema**

O trabalho desenvolvido por Silva (2007) e Fontes et al (2008), que serve como ponto de partida para a presente tese, visou analisar a utilização de cadeias de markov num

problema de opções reais inerentes à decisão sobre capacidades de produção num sistema de produção flexível.

Neste contexto, de acordo com o referido por Silva (2007), assumindo a existência de um sistema de produção flexível estamos a considerar que a empresa, dentro de um determinado grau de flexibilidade, tem a possibilidade de aumentar ou reduzir a sua capacidade de produção para adaptar-se às necessidades e expectativas dos seus clientes, ou seja, à procura.

Esta possibilidade determina que, em cada período, em que é necessário tomar uma decisão, o gestor poderá optar por manter, aumentar ou reduzir a capacidade de produção instalada, tendo em consideração a procura esperada e visando a optimização do lucro da empresa. Mais se entende, de acordo com Silva (2007), que a decisão de investir em capacidade produtiva não constitui uma decisão única, mas sim um processo sequencial, onde as decisões tomadas no presente vão influenciar as decisões em investimento futuros. No problema em análise, para além da decisão de alteração de capacidade nos diferentes períodos, pretende-se ainda identificar qual a capacidade óptima que o gestor deverá decidir instalar num período inicial.

A flexibilidade do sistema produtivo tem custos inerentes, nomeadamente, o que decorre do investimento em capacidade adicional, pelo que a mesma tem que ser avaliada previamente à tomada de cada decisão. Para este efeito podem ser consideradas várias abordagens, tendo-se optado no estudo desenvolvido por Silva (2007) e por Fontes et al (2008) pela metodologia das opções reais.

Esta metodologia, cuja adopção não é objecto de discussão na presente tese, determina, segundo Silva (2007) que para o investimento ser realizado o valor esperado dos fluxos financeiros futuros deve ser significativamente superior aos custos em que a empresa tem que incorrer para a realização do mesmo. De referir, ainda, que ao optar por esta abordagem é necessário admitir a existência dos seguintes três factores:

- incerteza quanto à remuneração futura do investimento a realizar, o que de facto acontece no presente problema, uma vez que o gestor desconhece o valor da procura no período seguinte ao momento da tomada de decisão;

- o investimento a realizar é irreversível, pelo menos parcialmente, o que significa que o custo com a aumento do nível de capacidade não pode ser recuperado na sua totalidade, caso a empresa opte em determinada altura por vender a capacidade adicional instalada;
- o momento da decisão do investimento, para o qual se assume a existência de alguma flexibilidade associada à obtenção de informação adicional.

Mais importa referir que para este problema de opções reais, são consideradas as seguintes quatro opções na tomada de decisão do gestor:

**Opção de abandono** - corresponde à flexibilidade admitida à empresa de, perante condições de mercado demasiado adversas, abandonar o investimento realizado antes do término da vida útil esperada do respectivo projecto. Admite-se que, quando exerce a opção de abandono, a empresa recebe em troca o valor residual do investimento realizado ou o valor de utilização alternativa do mesmo.

**Opção de diferimento do investimento** – consiste em adiar a opção de investimento para um momento futuro, admitindo-se a necessidade de aguardar pela obtenção de informação adicional, ou por tomar a decisão num contexto mais favorável. No caso deste problema em concreto, tal significa que no momento da decisão o gestor pode optar por não alterar o nível de capacidade produtiva instalada.

**Opção de expansão da capacidade produtiva** – reflecte a possibilidade de, mediante a assumpção de um dado custo de instalação, a empresa aumentar da capacidade de produção instalada para fazer face a um acréscimo esperado na procura. No problema em análise o incremento da capacidade produtiva pode ser adoptado em qualquer período de tomada de decisão, produzindo efeitos no nível de produção disponível no período seguinte.

**Opção de contracção da capacidade produtiva** - da mesma forma que se admite a possibilidade de expansão da capacidade produtiva, também se considera a sua redução. Esta opção permite à empresa responder a condições mais desfavoráveis do mercado e pode ser tomada em qualquer período, à semelhança do referido para a possibilidade de expansão. Admite-se que esta opção tem associado um custo de alteração de

capacidade, mas também a possibilidade de receber uma parte do valor da capacidade a desinstalar.

A forma como estas opções são incorporadas no modelo é descrita nas secções seguintes, relativas à formulação do problema e à descrição do processo de decisão.

### **3.2 Formulação do problema**

Para a formulação do problema acima descrito, Silva (2007) e Fontes et al (2008), tomaram como ponto de partida o modelo de investimento reversível de Pindyck (1988), e adaptaram-no para considerar a reversibilidade parcial da decisão de alteração das capacidades produtivas.

Tal como assumido por Pindyck, também Silva (2007) e Fontes et al (2008) consideraram no seu modelo, adiante designado por modelo original, estar perante um mercado monopolista em que a procura da empresa coincide com a procura de mercado e, neste cenário, assumiram um conjunto de pressupostos no que concerne à procura, aos preços e à função de custos.

Dado que o período de dados utilizado no âmbito do estudo realizado por Silva (2007), não permitia incluir pelo menos um ciclo económico completo nos dados usados para o desenvolvimento do novo modelo e nos dados a utilizar para testes, optou-se por recorrer a um novo conjunto de dados reais disponíveis para os anos de 1982 a 2006.

Neste âmbito assumem-se para o desenvolvimento do novo modelo, até por questões de comparabilidade, os mesmos pressupostos que estiveram na base do modelo original e que se descrevem de seguida. Excepção feita para a modelização da procura que, como já referido anteriormente, passa a ter em consideração o estado da economia na definição da respectiva matriz de probabilidades de transição.

## **Procura**

A procura é a variável estocástica considerada em ambos os modelos, e é modelada através de uma cadeia de Markov simples, no caso do modelo original e por duas cadeias de Markov encadeadas, no modelo proposto nesta tese.

A utilização de cadeias de Markov irá permitir a definição das probabilidades de transição entre os diferentes valores de procura, de forma a que o gestor possa ter em consideração o valor da procura esperada para o período seguinte na decisão que irá tomar quanto ao nível de capacidade a instalar/reduzir ou manter.

Esta matriz de probabilidades é diversa consoante o modelo a implementar, ou seja:

Modelo original – no cálculo da matriz de probabilidades para efeitos de implementação deste modelo, as probabilidades de transição calculadas são probabilidades estacionárias em um período e são independentes da fase do ciclo económico em que a economia se encontra, ou seja, são sempre as mesmas dependendo apenas do valor actual da procura.

Modelo proposto com inclusão dos ciclos económicos – no novo modelo que se pretende desenvolver, as probabilidades de transição são calculadas tendo em consideração o estado da economia num dado período. Neste âmbito, para além de serem criadas matrizes de probabilidades de transição distintas para cada uma das fases do ciclo económico, estas não são estacionárias já que dependem do número de períodos em que a economia se encontra nesse estado. Além disso, é também necessário considerar outra matriz para modelar a própria probabilidade de a economia se encontrar em recessão ou expansão num dado período.

Para o cálculo das matrizes de probabilidades de transição foram utilizadas as primeiras 54 observações dos dados constantes do anexo 1, ou seja, o valor das vendas desde o primeiro trimestre de 1982 ao segundo trimestre de 1995. As restantes 46 observações, desde o terceiro trimestre de 1995 até ao final de 2006, constituem o conjunto de teste.

Esta divisão foi efectuada de forma a permitir que o conjunto de experimentação e teste contivessem informação relativa à procura durante um período de superior a 1 ciclo económico completo.

## Preços

Como já indicado, mantém-se a assumpção que a empresa em análise opera num mercado de monopólio, pelo que a procura dirigida à empresa coincide com a procura do sector onde a mesma se insere. Assim, e conforme referido por Silva (2007), sendo o equilíbrio de curto prazo num mercado monopolista obtido pela optimização dos lucros operacionais da empresa, no nível de produção óptimo, o rendimento marginal é igual ao custo marginal de produção. Decorre do referido que, sempre que o rendimento marginal for menor ou superior que o custo marginal de produção, a empresa deverá, respectivamente, reduzir ou aumentar a quantidade a produzir de forma a diminuir/aumentar o custo marginal de produção.

Neste cenário, assume-se que o nível de preços praticado no mercado varia de modo a possibilitar o ajustamento da oferta à procura, pelo que, de acordo com Bollen (1998), Pindyck (1988) e Silva (2007), se considera que a variável do modelo de avaliação é a quantidade a produzir. Consequentemente, a relação entre o preço e a procura é dada pela seguinte equação:

$$Q_t = \theta_t - \lambda \cdot p_t.$$

**Equação 3.1 – Evolução da procura em função do preço.**

Onde  $Q_t$  representa a quantidade produzida no período t,  $\theta_t$  a quantidade procurada no período t e  $p_t$  o preço no período t.

## Custos de produção

No que concerne à função de produção, foi também adoptada a função de produção para o sistema de produção de capacidade flexível assumida no modelo original, na qual se considera que os custos de produção dependem simultaneamente da quantidade produzida e da capacidade de produção instalada. Importa recordar que a capacidade de produção disponível para um dado período t é decidida no período anterior (t-1), tendo em consideração a procura esperada em t.

Assim a função de custos de produção para uma dada quantidade produzida  $Q_t$ , considerando uma capacidade instalada  $m_{t-1}$  é a seguinte:

$$C(Q_t, m_{t-1}) = c_1 Q_t + \frac{c_2}{2m_{t-1}} (Q_t)^2 + c_3 m_{t-1},$$

**Equação 3. 2– Função de custo de produção.**

onde “ $c_1 Q_t$ ” e “ $\frac{c_2}{2m_{t-1}}$ ” representam respectivamente os coeficientes fixo e variável da função de custos, enquanto que “ $c_3 m_{t-1}$ ” representa o custo do excesso de capacidade instalada.

Sendo assumido como pressuposto que os custos ocorridos com a instalação e aumento da capacidade produtiva poderão ser parcialmente reversíveis, a possibilidade de recuperação de parte deste investimento é modelada pela recuperação de uma fracção do preço de aquisição de cada uma das unidades adquiridas.

Para este efeito, seguindo Bollen (1999) e Silva (2007), considera-se a seguinte equação:

$$S(m_1, m_2) = \begin{cases} 0, & \text{se } m_1 = m_2, \\ s_1 c_4 (m_2 - m_1) + s_3, & \text{se } m_2 > m_1, \\ s_2 c_4 (m_1 - m_2) + s_3, & \text{se } m_2 < m_1, \end{cases}$$

**Equação 3.3 – Custos de troca da capacidade instalada.**

onde  $S(m_1, m_2)$  representa o valor do investimento adicional ou desinvestimento com a mudança do nível da capacidade instalada de  $m_1$  para  $m_2$ ,  $c_4$  o custo variável de instalação de uma unidade de capacidade de produção, e  $s_3$  o custo fixo em que se incorre de cada vez que é decidida uma alteração de capacidade. Consequentemente,  $\frac{s_1}{s_2}$  representa a percentagem do custo inicial de instalação de uma unidade de capacidade a pagar ou receber, respectivamente pelo incremento ou decréscimo de uma unidade na capacidade de produção instalada.

Ainda no que respeita aos custos de troca, tal como definido para a implementação do modelo original, assume-se para os dois modelos em análise no presente trabalho que  $s_1=1$  e  $0 < s_2 < 1$ .

## Lucro operacional

Nas secções anteriores foi definida a relação entre preço e quantidade produzida, bem como a função de custos de produção. Partindo do princípio que o lucro operacional resulta da diferença entre o valor obtido com as vendas da quantidade produzida subtraído dos custos em que a empresa teve que incorrer para a sua produção, a função lucro define-se através da seguinte equação:

$$\pi(\theta_t, m_{t-1}) = P(Q_t)Q_t - C(Q_t, m_{t-1}) = \left( \frac{\theta_t}{\lambda} - c_1 \right) Q_t - \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{c_2}{2m_{t-1}} \right) Q_t^2 - c_3 m_{t-1}.$$

### Equação 3.4 – Função lucro.

Em que  $\pi(\theta_t, m_{t-1})$  corresponde ao lucro operacional no período  $t$ , para um dado nível de procura  $\theta_t$  e nível de capacidade de produção instalada no período anterior  $m_{t-1}$ .

O nível de produção que permite à empresa maximizar o seu lucro operacional é determinado através da primeira derivada da função lucro em ordem a quantidade produzida, ou seja “ $\frac{\partial \pi}{\partial Q_t} = 0$ ”. Resolvendo a equação em ordem a  $Q_t$ , obtém-se:

$$Q_t^*(\theta_t) = \frac{\theta_t - \lambda c_1}{2 + \lambda \frac{c_2}{m_{t-1}}}.$$

### Equação 3.5 – Quantidade óptima de produção.

Uma vez que a quantidade produzida está condicionada pela capacidade instalada no período anterior, e nunca poderá ser inferior a zero, o nível óptimo de produção para o período  $t$  é dado pela equação seguinte:

$$Q^{**} = \max ( 0, \min ( Q^*(\theta_t), m_{t-1} ) ).$$

### Equação 3.6 – Quantidade a produzir no período $t$ .

Tendo em consideração o acima referido, o cálculo do lucro operacional num dado período t resulta da aplicação da quantidade óptima a produzir à função lucro identificada na Equação 3.4, ou seja:

$$\pi^*(\theta_t, m_{t-1}) = P(Q_t^{**})Q_t^{**} - C(Q_t^{**}, m_{t-1}) = \left( \frac{\theta_t}{\lambda} - c_1 \right) Q_t^{**} - \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{c_2}{2m_{t-1}} \right) Q_t^{**2} - c_3 m_{t-1}.$$

**Equação 3.7 – Lucro operacional no período t.**

Por último, e porque se pretende manter os pressupostos definidos por Silva (2007) e Fontes et al (2008), entende-se também que os mercados são dinâmicos e completos, assumindo-se uma probabilidade neutra de risco. Assim, o valor da empresa é obtido através do valor esperado dos seus lucros deduzidos dos investimentos realizados para aumentar ou diminuir a sua capacidade de produção.

### **3.3 Metodologia proposta**

O objectivo de cada um dos modelos desenvolvidos é determinar: i) para um período inicial de investimento qual o nível óptimo de capacidade a instalar, e ii) para cada período de tempo subsequente, quais as decisões que o gestor deverá tomar sobre a quantidade óptima a produzir nesse período e sobre o acréscimo, diminuição ou manutenção da capacidade produtiva que afectará a produção no período seguinte. Estas decisões deverão ser as que permitirem ao gestor otimizar o valor do projecto em questão.

Importa ainda salientar que, no que respeita à decisão relativa ao nível de produção óptimo no período t, a mesma está condicionada pela procura real nesse mesmo período e pelo nível de capacidade produtiva definido no período anterior, conforme indicado na secção 3.2. Já em relação à decisão de investimento em capacidade adicional, desinvestimento em capacidade excessiva ou manutenção do nível de capacidade produtiva, esta será determinada em função da procura esperada no momento t+1, e condicionará a resposta à procura real nesse mesmo período.

Acresce ao exposto que, conforme referido por Silva (2007), as duas decisões têm que ser tomadas simultaneamente, uma vez que o sistema de capacidade flexível prevê a existência de custos de troca entre dois níveis distintos de capacidade instalada. Por outro lado, a decisão tomada no período actual, quanto à capacidade a instalar terá consequências directas nos custos de trocas de capacidade instalada futuras e nos níveis de lucro operacionais. Assim, o valor do projecto tem que ser determinado em conjunto com a política de alteração do nível de capacidade instalada e com o nível óptimo de produção.

Deste modo, face ao acima referido, o modelo a implementar terá que dar ao gestor a melhor opção a tomar num dado momento, considerando as implicações que a mesma terá em momentos futuros, ou seja, é necessário encontrar a sequência óptima do valor da capacidade produtiva ao longo do tempo. Para este efeito, a solução que se entende como mais adequada para a modelização do problema, tal como verificado no desenvolvimento do modelo original, é o recurso à programação dinâmica.

Para se definir qual a sequência óptima das decisões a tomar pelo gestor, é necessário definir o processo de decisão e as respectivas variáveis, sendo que neste caso a variável estocástica é a procura e a variável de decisão a capacidade de produção a instalar. Após a sua definição, como descrito por Silva (2007), são representados todos os possíveis valores da variável estocástica e da variável de decisão, e o valor da empresa é calculado em cada um dos nós, em função do valor da procura e da capacidade instalada. A sequência óptima de decisões a tomar será aquela que maximizar o valor da empresa no momento em que o gestor toma a primeira decisão, ou seja, o valor óptimo actualizado no momento do início do projecto. Pelo exposto, o problema é resolvido pela indução recursiva para cada valor possível da procura, iniciando-se o processo no último período considerado e estimando o valor do projecto em todos os nós, face às possíveis opções a tomar, até ao momento inicial.

Sendo a metodologia da programação dinâmica aplicada aos dois modelos em análise, a diferença entre ambos reside na definição da variável estocástica e nos consequentes ajustamentos que daí decorrem na explicitação do processo de decisão. Deste modo, nas secções seguintes (3.3.1 e 3.3.2) é definida a modelização da variável estocástica,

respectivamente, para o modelo original e para o modelo proposto nesta tese, e na última (3.3.3) é apresentado o processo de decisão para cada um dos métodos propostos.

### **3.3.1. Modelização da procura no modelo original – cadeia de markov simples**

A representação da variável estocástica no modelo proposto por Silva (2007) e por Fontes et al (2008) é efectuada através da utilização de uma cadeia de Markov simples, a qual corresponde a uma matriz estacionária de probabilidades de transição num período, ou seja, à probabilidade da variável estocástica assumir um valor no período  $t$  dado o valor assumido pela mesma no período imediatamente anterior ( $t-1$ ).

Esta opção é tomada pelos autores tendo por base as vantagens mencionadas por ambos relativamente à utilização desta técnica, que consideram ser as seguintes: i) as cadeias de Markov não assumem qualquer tipo de distribuição, ii) a probabilidade de variação não é constante ao longo do tempo; iii) permitem a generalização da sua utilização para qualquer situação; iv) as probabilidades de transição são calculadas a partir de dados reais. A única desvantagem apontada pelos autores é o facto de a utilização das cadeias de Markov ser computacionalmente mais pesada que a abordagem padrão alternativa (árvore binomial).

Assim, no modelo original, proposto por Silva (2007) e Fontes et al (2008), a cadeia de Markov é utilizada para modelizar a procura, definindo as probabilidades de transição de um dado nível de procura para outro, estimadas com base nos dados reais.

Citando Silva (2007), com recurso à Cadeia de Markov os níveis da procura podem ser facilmente inscritos numa matriz, onde constam todos os seus possíveis estados num dado intervalo de tempo. A figura seguinte apresenta num gráfico bidimensional, a relação existente entre a variação da procura e a variação do tempo. No eixo horizontal aparece o tempo e no eixo vertical, todos os possíveis valores da procura. A matriz das probabilidades estacionárias de transição da cadeia de Markov pode, então, ser obtida da seguinte forma:

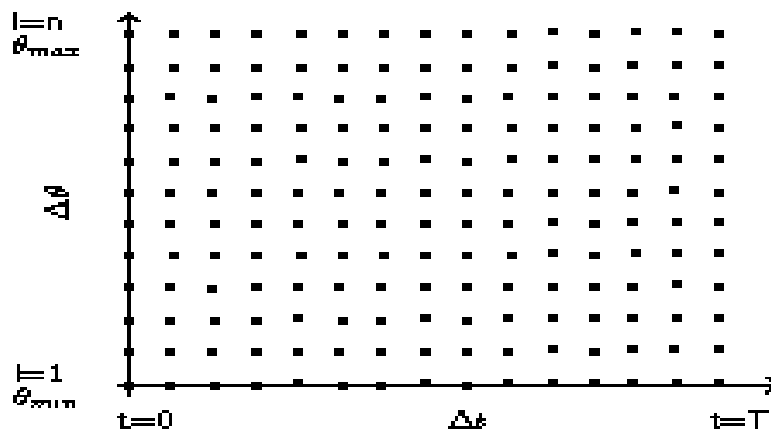
- A probabilidade de atingir o estado  $j$  num período, dado que no período anterior nos encontramos no estado  $i$ , é obtida pelo rácio entre o número de vezes que o nível da procura passou de  $\theta_i$  para  $\theta_j$ , sobre o número total de transições ocorridas do nível da procura  $\theta_i$  para qualquer outro valor em períodos consecutivos.

Algebricamente, a probabilidade estacionária de transição poderá ser calculada da seguinte forma:

$$Prob(\theta_i, \theta_j) = \frac{\sum_{t=1}^T (\theta_i^{t-1}, \theta_j^t)}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n (\theta_i^{t-1}, \theta_k^t)}$$

**Equação 3.8 – Probabilidade estacionária de transição de  $\theta_i$  para  $\theta_j$ .**

onde  $(\theta_i^{t-1}, \theta_j^t)$  representa a transição do estado  $i$ , no período  $t-1$ , para o estado  $j$ , no período  $t$ .



**Figura 3.1 – Matriz das probabilidades de transição.**

Na aplicação deste modelo ao conjunto de dados recolhidos para o desenvolvimento do presente trabalho, a construção da matriz de probabilidades é efectuada através da determinação das probabilidades estacionárias decorrentes da aplicação da Equação 3.8 aos diferentes níveis de procura que decorrem do número de vendas efectuadas entre o primeiro trimestre de 1982 ao segundo trimestre de 1995 (período que constitui o conjunto de experimentação como referido no início deste Capítulo).

### 3.3.2 Modelização da procura no modelo proposto - Cadeias de Markov encadeadas

Para o novo modelo objecto do presente estudo, as cadeias de Markov são utilizadas quer para definir probabilidades de transição entre os possíveis níveis de procura, quer para definir a probabilidade de transição entre as diferentes fases dos ciclos económicos.

No que se refere ao cálculo das probabilidades de transição entre diferentes níveis de procura, são geradas duas matrizes, uma para cada tipo de fase do ciclo económico em que a economia se pode encontrar, ou seja, recessão ou expansão. Para este efeito, as matrizes foram calculadas da seguinte forma:

$$Pr obC (\theta_{ci}, \theta_{cj}) = \frac{\sum_{t=1}^T (\theta_{ci}^{t-1}, \theta_{cj}^t)}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n (\theta_{ci}^{t-1}, \theta_{ck}^t)} .$$

**Equações 3 9– Probabilidade estacionária de transição de  $\theta_i$  para  $\theta_j$ , dado que a economia se encontra na face  $c$  do ciclo económico.**

Para este modelo foi ainda necessário calcular a matriz de probabilidades de transição para as diferentes fases de cada ciclo económico, a qual tem em consideração o período de tempo em que a economia se encontra nessa mesma fase do ciclo económico. A inclusão da duração do ciclo económico na modelação das probabilidades de transição entre expansão e recessão decorre do facto dos estudos desenvolvidos no âmbito da previsão de ciclos económicos, descritos no Capítulo 2, indicarem que existe uma maior eficácia em termos de previsão quando esta variável é incorporada na análise.

Para este efeito, e seguindo o definido por Durland e McCurdy (1994), foi primeiro calculada, para o período de tempo correspondente à amostra de dados utilizados para o desenvolvimento do modelo, a matriz de probabilidades de a economia se manter numa dada fase do ciclo económico em que a economia se encontra há um determinado período de tempo. Este cálculo efectua-se através da seguinte equação:

$$Pr ob_{c,d} (\gamma_{c,d}, \gamma_{c,d+1}) = \frac{\sum_{t=1}^T (\gamma_{c,d}^{t-1}, \gamma_{c,d+1}^t)}{\sum_{t=1}^T (\gamma_{c,d}^{t-1}, \gamma_{c,d+1}^t) + \sum_{t=1}^T (\gamma_{c,d}^{t-1}, \gamma_{j,1}^t)} .$$

**Equações 3.10 – Probabilidade estacionária da economia se manter na fase  $c$  do ciclo económico dado que já está nessa fase à  $d$  períodos.**

Definidas as matrizes acima referidas e para que as probabilidades de transição sejam mais flexíveis a alterações da duração das fases, as mesmas são aproximadas por uma regressão logística, assumindo-se que:

$$Pr ob_{c,d} (\gamma_{c,d}, \gamma_{c,d+1}) = \frac{\exp(a_c + b_c d)}{1 + \exp(a_c + b_c d)} .$$

**Equações 3.11 – Regressão logística utilizada para cálculo das probabilidades relativas ao estado da economia.**

Após o cálculo dos parâmetros  $a$  e  $b$  para as fases de recessão e expansão, as probabilidades da economia se manter no estado  $c$  dado que está nesse estado à  $d$  períodos são recalculadas e o resultado constitui a matriz de probabilidades de transição em cada uma das fases.

Determinadas as matrizes de transição entre níveis de procura e a matriz relativa aos estados da economia, a probabilidade de transição entre diferentes níveis de procura dada a fase do ciclo económico é determinada pelo encadeamento destas duas matrizes. Ou seja, a probabilidade da procura no momento  $t$  ser de  $j$  dado que em  $t-1$  o nível de procura era  $i$  e a economia estava no estado  $c$  à  $d$  períodos é calculada da seguinte forma:

$$Pr ob(\theta_{i,c}, \theta_{j,c}) = Pr ob(\theta_{ci}, \theta_{cj}) Pr ob(\gamma_{c,d}, \gamma_{c,d+1})$$

**Equações 3.12 – Probabilidade de transição do nível de procura entre períodos  $t$  e  $t-1$  dada a fase do ciclo económico em  $t-1$ .**

### 3.3.3. O Processo de decisão

Conforme referido na secção 3.1, quer no modelo original quer no modelo proposto na presente tese, são consideradas quatro opções reais: opção de abandono, a opção de diferimento do investimento, opção de expansão da capacidade de produção e opção de contracção da capacidade de produção.

A opção de abandono só é adoptada quando for mais lucrativo para a empresa desistir do projecto que continuar a produzir, sendo que esta opção corresponde à venda da capacidade instalada pelo máximo entre o preço de venda da unidade de produção e o valor residual de abandono da mesma.

As restantes três opções, diferimento, expansão e contracção da capacidade produtiva representam, respectivamente, a possibilidade da empresa manter, aumentar ou reduzir a capacidade produtiva instalada em determinado período. Estas decisões podem ser tomadas em todos os períodos considerados durante a vida útil do projecto.

Definidas estas opções, o gestor tem duas decisões a tomar em cada período: definir qual o nível óptimo de produção para esse período  $Q_t^{**}$  e qual o nível de capacidade de produção  $m_t$  a afectar ao próximo período, esta última condicionada pelo facto de não ser tomada a decisão de abandonar o projecto.

Relativamente à quantidade a produzir  $Q_t^{**}$ , como descrito na secção 3.2 (ver equações 3.5 e 3.6), esta será a que permite a maximização do lucro operacional da empresa, condicionada pela capacidade de produção disponível para esse período ( $m_{t-1}$ ).

No que concerne à capacidade de produção a instalar, esta deverá corresponder à que permitir maximizar os lucros futuros da empresa, uma vez que a mesma tem implicações não apenas na produção no período de decisão, mas também irá afectar o nível de produção possível nos períodos seguintes e, portanto, a resposta à procura que vier a ocorrer. É neste ponto que os dois modelos a testar se distinguem, uma vez que para a decisão sobre o nível de capacidade é necessário proceder à estimação da procura no período seguinte. Enquanto que no modelo original esta procura esperada depende

apenas de uma matriz de probabilidades de transição, no novo modelo, a procura futura está condicionada à fase do ciclo económico em vigor e esta última depende do número de períodos em que a economia se encontra nesse estado.

Para qualquer dos modelos, o cálculo do lucro futuro deverá ainda ter em consideração os custos em que a empresa incorre com o aumento da capacidade produtiva ou a recuperação de algum investimento decorrente da decisão de redução da capacidade instalada.

Assim sendo, seguindo o referido por Silva (2007) e Fontes et al (2008), o valor do projecto no modelo original  $g(\theta_t, m_{t-1}, t)$ , é determinado pela procura  $\theta_t$  observada nesse período e pelo nível de capacidade instalada, enquanto que no novo modelo este valor depende ainda da fase actual do ciclo económico e da sua duração, e é representado pela expressão  $g(\theta_t, m_{t-1}, t, c_t, d_t)$ . Para ambos os casos, o valor do projecto é obtido da seguinte forma:

- caso a empresa decida abandonar o projecto, o mesmo corresponde ao máximo entre o valor residual do mesmo e a venda da capacidade instalada;
- caso o gestor opte pela sua continuidade, o valor do projecto corresponde à maximização da soma do lucro operacional do período com o lucro óptimo gerado pela manutenção da actividade, deduzido dos custos de alteração do nível de capacidade instalado.

Tendo em consideração as diferenças ente os dois modelos acima referidas, a formulação das diferentes opções relativas ao processo de decisão e o cálculo do valor do projecto para cada um dos modelos é apresentada separadamente nos pontos seguintes:

### **A. Modelo original – Silva (2007) e Fontes et al (2008)**

- Opção de abandono do projecto

$$\max\{R, S(m_{t-1}, 0)\}$$

**Equações 3.13 – Opção de abandono do projecto – modelo original.**

- Opção de diferimento do desinvestimento e do investimento do projecto

$$\max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1)]}{1+r_f}.$$

**Equações 3.14 – Opção de diferimento do projecto – modelo original.**

- Opção de expansão da capacidade de produção

$$\max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \max_{m_{t-1} < m_t < M_{\max}} \left\{ \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1)]}{1+r_f} + S(m_{t-1}, m_t) \right\}.$$

**Equações 3.15 – Opção de expansão da capacidade de produção – modelo original.**

- Opção de contracção da capacidade

$$\max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \max_{0 < m_t < m_{t-1}} \left\{ \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1)]}{1+r_f} + S(m_{t-1}, m_t) \right\}.$$

**Equações 3.16 – Opção de contracção da capacidade de produção – modelo original.**

Definidas as opções, o valor óptimo do projecto  $g(\theta_t, m_{t-1}, t)$ , no período  $t$ , considerando o nível da procura  $\theta_t$  e um nível de capacidade instalada disponível  $m_{t-1}$  é obtido pela seguinte equação:

$$g(\theta_t, m_{t-1}, t) = \begin{cases} \max\{R, S(m_{t-1}, 0)\}, & \text{no caso de abandono,} \\ \max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \max_{0 \leq m_t < M_{\max}} \left\{ \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1)]}{1+r_f} + S(m_{t-1}, m_t) \right\}, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

**Equações 3.17 – Valor óptimo do projecto no modelo original.**

Como referido pelos autores, no cenário de um novo investimento, o valor óptimo esperado e descontado do projecto será dado pela expressão:

$$\max_{m_0=0,\dots,m_{\max}} \left\{ \frac{g(\theta_1, m_0, 1)}{1 + r_f} - I(m_0) \right\},$$

**Equações 3.18 – Valor óptimo do esperado projecto em caso de novo investimento - modelo original.**

onde  $I(m_0) = m_0 c_4$  é o valor necessário para instalar a capacidade inicial de produção  $m_0$ . Se o investimento já existe com capacidade de produção instalada  $m_0$  então o valor líquido esperado óptimo descontado do projecto será dado pela expressão.

$$\frac{g(\theta_1, m_0, 1)}{1 + r_f}.$$

**Equações 3.19 – Valor óptimo esperado do projecto no 1º período - modelo original.**

## B. Novo modelo proposto

- Opção de abandono do projecto

$$\max\{R, S(m_{t-1}, 0)\}.$$

**Equações 3.20 – Opção de abandono do projecto – novo modelo.**

- Opção de diferimento do desinvestimento e do investimento do projecto

$$\max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1, c_{t+1}, d_{t+1})]}{1 + r_f}.$$

**Equações 3.21 – Opção de diferimento do projecto – novo modelo.**

- Opção de expansão da capacidade de produção

$$\max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \max_{m_{t-1} < m_t < M_{\max}} \left\{ \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1, c_{t+1}, d_{t+1})]}{1 + r_f} + S(m_{t-1}, m_t) \right\}.$$

**Equações 3.22 – Opção de expansão da capacidade de produção – novo modelo.**

- Opção de contracção da capacidade

$$\max_{Q_t} \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \max_{0 < m_t < m_{t-1}} \left\{ \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1, c_{t+1}, d_{t+1})]}{1+r_f} + S(m_{t-1}, m_t) \right\} .$$

**Equações 3.23 – Opção de contracção da capacidade de produção – novo modelo.**

O valor óptimo do projecto  $g(\theta_t, m_{t-1}, t, c_t, d_t)$ , no período  $t$ , considerando o nível da procura  $\theta_t$ , o estado da economia  $c_t$ , a duração da actual fase do ciclo económico  $d_t$  e um nível de capacidade instalada disponível  $m_{t-1}$  será obtido pela seguinte equação:

$$g(\theta_t, m_{t-1}, t, c_t, d_t) = \begin{cases} \max\{R, S(m_{t-1}, 0)\}, & \text{no caso de abandono,} \\ \max \pi(\theta_t, m_{t-1}) + \max_{0 \leq m_t < M_{\max}} \left\{ \frac{E[g(\theta_{t+1}, m_t, t+1, c_{t+1}, d_{t+1})]}{1+r_f} + S(m_{t-1}, m_t) \right\}, & \\ \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Equações 3.24 – Valor óptimo do projecto no novo modelo.**

Na caso de um novo investimento, à semelhança do já referido para o projecto original, o valor óptimo esperado e descontado do projecto será dado pela expressão:

$$\max_{m_0=0, \dots, m_{\max}} \left\{ \frac{g(\theta_1, m_0, 1, c_1, d_1)}{1+r_f} - I(m_0) \right\} ,$$

**Equações 3.25 – Valor óptimo do esperado projecto em caso de novo investimento – novo modelo.**

onde  $I(m_0) = m_0 c_4$ , da mesma forma como se encontra definido por Silva (2007) e Fontes et al (2008).

Se o investimento já existe com capacidade de produção instalada  $m_0$  então o valor líquido esperado óptimo descontado do projecto será dado pela expressão:

$$\frac{g(\theta_1, m_0, 1, c_1, d_1)}{1 + r_f} .$$

**Equações 3.26 – Valor óptimo esperado do projecto no 1º período – novo modelo.**

Por fim, importa referir que para ambos os modelos acima descritos, assumindo-se um processo de indução recursiva, as condições fronteira são estabelecidas no último estágio de decisão do problema. Em concreto, o procedimento de avaliação tem início no último período de avaliação e vai calculando o valor do projecto em cada período até chegar ao período inicial.

Deste modo, no último período, para cada nível de procura estimado e para cada nível possível de capacidade instalada, é determinado o valor do projecto, que é dado pela soma do lucro operacional do período com o máximo entre o valor residual e o valor de abandono. Ou seja:

$$\pi^*(\theta_T, m_{T-1}) + \max(R, S(m_{T-1}, 0)) .$$

**Equações 3.27 - Valor do projecto no último período – modelo original e novo modelo.**

Para cada um dos modelos, o valor esperado dos lucros futuros do processo recursivo de programação dinâmica, usado, respectivamente, nas equações 3.17 e 3.24, é determinado da seguinte forma:

$$E[g(\theta_t, m_{t-1}, t)] = \sum_{i=1}^n P_{\theta_{t-1}, \theta_i} g(\theta_i, m_{t-1}, t) .$$

**Equação 3.28 – Cálculo do valor esperado do projecto - modelo original.**

Onde  $P_{\theta_i, \theta_j}$  representa a probabilidade de transição de um nível de procura  $\theta_i$  para um nível de procura  $\theta_j$ .

$$E[g(\theta_t, m_{t-1}, t, c_t, d_t)] = \begin{cases} \text{Se em expansão no período anterior, } c_{t-1} = e, e: \\ P_{\gamma_{e,d-1}, \gamma_{e,d}} \times \sum_{i=1}^n P_{e_{\theta_{t-1}, \theta_i}} g(\theta_i, m_{t-1}, t, e, d) + \\ + (1 - P_{\gamma_{e,d-1}, \gamma_{e,d}}) \times \sum_{i=1}^n P_{R_{\theta_{t-1}, \theta_i}} g(\theta_i, m_{t-1}, t, r, 1) \\ \\ \text{Se em recessão no período anterior, } c_{t-1} = r, e: \\ P_{\gamma_{r,d-1}, \gamma_{r,d}} \times \sum_{i=1}^n P_{R_{\theta_{t-1}, \theta_i}} g(\theta_i, m_{t-1}, t, r, d) + \\ + (1 - P_{\gamma_{r,d-1}, \gamma_{r,d}}) \times \sum_{i=1}^n P_{e_{\theta_{t-1}, \theta_i}} g(\theta_i, m_{t-1}, t, e, 1) \end{cases}$$

**Equação 3.29 – Cálculo do valor esperado do projecto – novo modelo.**

Onde  $P_{e_{\theta_i, \theta_j}}$  e  $P_{R_{\theta_i, \theta_j}}$  representam a probabilidade de transição de um nível de procura  $\theta_i$  para um nível de procura  $\theta_j$ , dado que a economia está em expansão ou recessão, respectivamente, e  $P_{\gamma_{e,d-1}, \gamma_{e,d}}$  e  $P_{\gamma_{r,d-1}, \gamma_{r,d}}$  representam a probabilidade da economia estar em expansão ou recessão, dado que estavam nesse mesmo estado no período anterior e que a respectiva fase já durava a  $d-1$  períodos.

Concluída a descrição dos dois modelos em análise nesta tese, e explicitados os pressupostos e metodologia de desenvolvimento do modelo, no próximo capítulo são descritos os dados e parâmetros considerados para a implementação dos mesmos, e avaliados os resultados decorrentes da sua aplicação a um caso prático.

# **CAPÍTULO 4**

## **Teste dos modelos e análise dos resultados**

O presente capítulo visa descrever a aplicação prática dos modelos apresentados no capítulo anterior.

Neste âmbito, é em primeiro lugar efectuada uma descrição dos dados recolhidos para experimentação e teste de ambos os modelos, bem como dos valores dos parâmetros assumidos para o seu desenvolvimento.

Segue-se, então, a apresentação dos dados obtidos com a implementação dos modelos e a análise dos resultados dos testes realizados para efeitos de validação e comparação entre os mesmos.

### **4.1 Descrição dos dados e parâmetros**

Conforme referido no Capítulo 2, a procura de bens e serviços tem um comportamento pró-cíclico, ou seja, tende a crescer em fases de expansão e a reduzir-se em fases de recessão. Em particular, os bens duradouros demonstram uma maior sensibilidade a alterações do ciclo económico, pelo que se procurou que os dados recolhidos para experimentação e teste dos modelos se enquadrassem dentro desta categoria.

Para além da questão acima referida, na escolha dos dados foi também determinante o período para qual os mesmos se encontravam disponíveis, uma vez que para testar a influência dos ciclos económicos seria necessário ter dados por um espaço alargado de tempo, que permitisse pelo menos englobar dois ciclos económicos completos.

Definidas estas condicionantes, não seria possível, ainda que se pudesse considerar desejável, aplicar neste trabalho os dados utilizados por Silva (2007) e Fontes et al

(2008). De facto, o período abrangido por esses dados - 2000/2003 – apenas incluía uma parte de uma fase de expansão e uma fase de recessão, não sendo suficiente para simultaneamente desenvolver e testar os modelos.

Foi assim recolhido um novo conjunto de dados, representando a procura relativa a uma empresa produtora de bens e representativa do sector em que se insere, os quais constam do anexo A. Estes dados apresentam um padrão de evolução aproximado ao que seria expectável nas diversas fases dos ciclos económicos, como aliás se pode observar no gráfico seguinte.

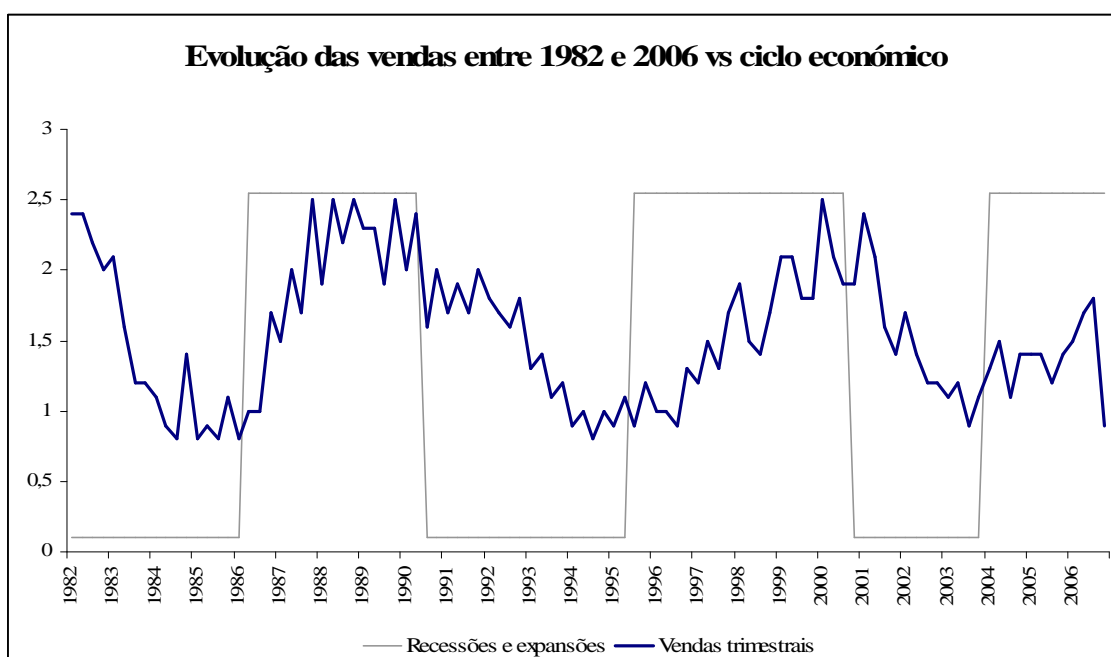


Gráfico 4.1 – Evolução das vendas entre 1982 e 2006

Para ter um conjunto de testes com uma dimensão significativa, optou-se por dividir os dados da amostra sensivelmente a meio. Isto é, os dados correspondentes à primeira recessão e ao ciclo económico seguinte (de 1982 ao 2º trimestre de 1995) foram utilizados para desenvolver os modelos, e os restantes dados (do 3º trimestre de 1995 ao final de 2006), que correspondem a mais três fases do ciclo económico, constituíram o conjunto de teste.

Ainda no que concerne ao tratamento dos dados, optou-se por alterar a unidade em que estes se apresentavam para que fossem compatíveis com os parâmetros assumidos por Silva (2007) e Fontes et al (2008), os quais replicamos no presente trabalho. Estes

parâmetros adoptados pelos autores e que aqui se opta por manter, correspondem aos definidos por Bollen (1999), os quais a seguir se explicitam:

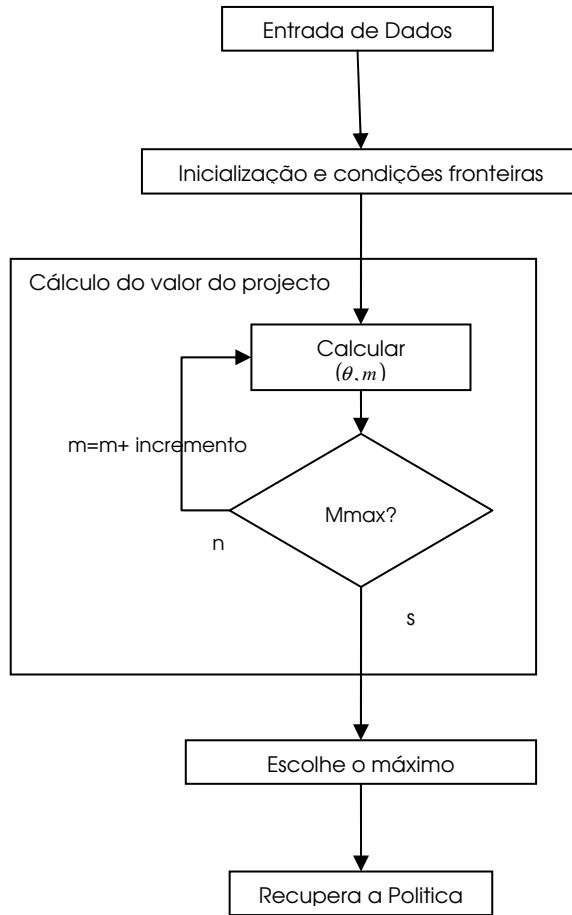
- Factores de custo de produção:  $c_1=0.1$ ,  $c_2 = 0.5$  e  $c_3 =0.1$  ;
- Custo de instalação de uma unidade adicional de capacidade instalada  $c_4=2$  ;
- Factores de custo de substituição da capacidade instalada:  $s_1 = -1$ ,  $s_2 = 0.85$  e  $s_3 = 0.05$  ;
- Níveis de variação da capacidade instalada: foram definidos valores entre 0 até 2.5. Para a implementação dos modelos foram testados os seguintes níveis de incrementos 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1 e 0.05;
- Parâmetro da função procura:  $\lambda = 1$  ;
- A taxa de juro isenta de risco  $r_f$  utilizada é de 10%.

Definida a amostra e os parâmetros, foram implementados os modelos em MatLab tendo por base a informação contida no conjunto de experimentação, para determinação da quantidade a produzir em cada um dos momentos, a política óptima de investimento em capacidade instalada e prever o valor esperado do projecto.

## 4.2 Descrição da implementação dos modelos

O problema de decisão, como explicado no capítulo anterior, foi modelado por recurso a programação dinâmica. A implementação do modelo foi efectuada em MatLab e a sua resolução permitiu avaliar qual a melhor opção a tomar em cada período, ao nível da quantidade a produzir e da capacidade produtiva a instalar para o período seguinte, ou seja, a política óptima de investimento. O procedimento de avaliação é um processo de indução recursiva e inicia-se no período final.

Como referido por Silva (2007), o algoritmo recursivo da programação dinâmica é composto por quatro componentes principais, ilustradas na figura seguinte:



**Figura 4.1 – Algoritmo de programação dinâmica**

No passo relativo à entrada dos dados e previamente à determinação de qualquer valor do projecto, procedeu-se ao cálculo das matrizes de probabilidades de transição da procura. No caso do modelo original, a matriz de probabilidade resultou da aplicação da Equação 3.8 ao conjunto de experimentação, e é a que consta do anexo B1. No caso do novo modelo proposto, e de acordo com o referido na secção 3.3.2 do Capítulo 3, foi necessário calcular três matrizes, duas para a procura e uma para o ciclo económico, conforme abaixo se expõe.

Neste contexto, e no que ao novo modelo diz respeito, as duas primeiras matrizes correspondem às probabilidades de transição entre diferentes níveis de procura nas fases de expansão e recessão e constam, respectivamente, dos anexos B.2 e B.3. Sobre estas, destaca-se a sua estrutura diversa, o que à partida pode assumir-se como sendo indicativo que o tratamento separado da procura em cada fase do ciclo poderia ser mais informativo que quando a mesma é considerada globalmente. A terceira matriz, que

consta do anexo B.4, contém as probabilidades de manutenção de cada regime do ciclo económico, dado o tempo decorrido nesse regime. Assim sendo, as vinte primeiras colunas dizem respeito à fase de expansão e as vinte últimas, à fase de recessão.

Calculadas as matrizes, é determinado para cada modelo o valor do projecto para todos os estados possíveis no último período, aplicando para este efeito as Equações 3.27. Segue-se o cálculo do valor óptimo do projecto para os restantes períodos, o qual é efectuado recursivamente e com base no definido nas equações 3.28 e 3.29, como já referido acima, até ao período inicial do projecto. Este processo é repetido para todos os valores possíveis da capacidade inicial instalada ( $m_0$ ) e o valor do projecto corresponde ao máximo obtido para esses valores.

A informação sobre a decisão óptima em cada período relativamente à capacidade a instalar, dada a procura do período actual, a capacidade instalada no período anterior e a procura esperada no período seguinte, bem como a informação sobre a capacidade óptima a instalar no 1º período, são guardadas e constituem a política óptima de investimento determinada pelo modelo a aplicar em futuros períodos de decisão.

Para testar a política óptima de investimento gerada por cada um dos modelos, a mesma foi aplicada ao conjunto de dados guardados para teste, sendo os resultados discutidos e analisados nas secções seguintes.

### **4.3 Análise dos resultados e comparação entre modelos**

Da implementação dos dois modelos em análise obtiveram-se os resultados apresentados na tabela seguinte, quanto ao valor óptimo inicial de capacidade a instalar no primeiro período e respectivo valor previsional do projecto (valor do modelo), para cada nível possível de incremento da capacidade instalada.

Para avaliar a precisão dos modelos, conforme efectuado por Fontes et al (2008) foi ainda incorporada na tabela infra informação relativa ao valor óptimo do projecto que resulta da aplicação da política definida em cada modelo ao conjunto de dados utilizados para experimentação e desenvolvimento dos mesmos.

Nível incremento capacidade	Modelo original				Modelo Proposto			
	Capacidade Inicial	Valor modelo	Valor dados	Valor Mod. Vs Dados (%)	Capacidade Inicial	Valor modelo	Valor dados	Valor Mod. Vs Dados (%)
0.5	1.00	10.169	11.406	89,2%	1.00	11.164	11.406	97,9%
0.4	0.80	10.125	11.316	89,5%	1.20	11.119	11.226	99,0%
0.3	0.90	10.141	11.354	89,3%	1.20	11.136	11.303	98,5%
0.2	1.00	10.178	11.405	89,2%	1.00	11.160	11.405	97,9%
0.1	0.90	10.194	11.411	89,3%	1.10	11.168	11.381	98,1%
0.05	0.95	10.198	11.412	89,4%	1.05	11.173	11.399	98,0%

**Tabela 4.1 – Dados previsionais e do conjunto de experimentação para os modelos original e proposto**

Da análise dos resultados acima apresentados pode concluir-se, em primeiro lugar, que da aplicação dos modelos são determinados diferentes níveis de capacidade inicial a instalar, pelo que se conclui que as políticas óptimas de investimento também deverão ser distintas. Desta constatação resulta que a incorporação de informação adicional no modelo relativamente à evolução cíclica da economia se traduz numa alteração das decisões a tomar pelo gestor, pelo que não é indiferente a sua inclusão ou não no processo em análise.

Podia, no entanto, referir-se que parece existir uma política semelhante para o modelo original e o proposto para os níveis de incremento 0.5 e 0.2, uma vez que ambos os modelos seleccionam o mesmo nível de capacidade inicial a instalar e o resultado da sua aplicação ao grupo de dados utilizados para experimentação é igual. Contudo, como se verá na aplicação da política de investimentos dos dois modelos ao conjunto de dados de teste, a semelhança verificada não deverá resultar de estratégias coincidentes, uma vez que esta não se mantém nos vários testes realizados.

Da tabela apresentada decorre ainda que ambos os modelos subestimam o valor do projecto, embora no caso do modelo proposto essa subestimação seja relativamente reduzida (cerca de 1% a 2%), quando comparado com o modelo original (entre 10% e 11%). Neste contexto, e apesar de existirem alguns casos em que o modelo original aplicado aos dados de experimentação apresenta valores óptimos para o projecto superiores ao modelo agora definido, é importante referir que ao apresentar uma menor diferença entre os valores previsionais do modelo e os valores dos dados, se entende que o novo modelo proposto apresenta estimativas mais precisas.

Quanto ao facto do modelo original apresentar valores de projecto iguais ou superiores ao do novo modelo, quando testada a política de investimento no grupo de experimentação, ainda que esta diferença seja muito diminuta (apenas na ordem dos 0,3%), julga-se que esta situação poderá estar relacionada com as decisões geradas por este último modelo nos momentos de transição entre duas fases do ciclo económico. Neste contexto, para não se ajustar demasiado o modelo aos dados optou-se por definir que nestes períodos a transição entre os diferentes níveis de procura seria dada pela tabela de probabilidades de transição que corresponde à fase para a qual a economia irá transitar, sendo que se o actual nível de procura não existir nessa tabela, procede-se da seguinte forma: i) é utilizado como proxy o valor da procura mais próximo e acima, no caso da passagem de recessão para expansão, ou o valor mais próximo mas abaixo, no caso de a economia estar a transitar de uma expansão para uma recessão.

Contudo, mais do que o ajuste do modelo aos dados que o geraram, interessa avaliar da sua prestação quando testado em situações para as quais não dispõe de informação completa. Deste modo, comparados os dados previsionais gerados por ambos os modelos e a sua aplicação ao conjunto de experimentação, importa agora avaliar a eficiência dos modelos quando aplicados a um conjunto de teste.

Assim, e para testar a performance destes dois modelos foi reservado um conjunto de dados para este efeito, os quais dizem respeito às vendas ocorridas entre o segundo semestre de 1995 e o final do ano de 2006. Não sendo possível gerar dados aleatórios para testar estes modelos, uma vez que a evolução cíclica dos mesmos é relevante e, por isso, os dados têm que corresponder a situações reais, mas considerando-se desejável ter mais do que um grupo de teste, optou-se por utilizar a seguinte estratégia:

- considerou-se um primeiro conjunto de teste que corresponde à totalidade dos dados disponíveis entre o segundo semestre de 1995 e 2006 e que abrangem dois períodos de expansão e um de recessão;
- extraiu-se dos dados acima referidos um outro conjunto de teste que contempla apenas os dados do terceiro trimestre de 1995 ao último trimestre de 2003, incluindo um ciclo económico completo;

- foi gerado um último conjunto de teste a partir dos dados correspondentes ao período entre o último trimestre de 2000 e o final de 2006, os quais contemplam um período de recessão e um de expansão.

A definição dos três conjuntos permite medir a eficiência dos modelos quando o período de partida é diferente e ocorre em fases distintas do ciclo económico e permite ainda avaliar os resultados do modelo para períodos de tempo diferentes, uma vez que os três grupos definidos contemplam, respectivamente, períodos de 46, 34 e 25 trimestres.

A tabela infra apresenta os resultados da aplicação dos dois modelos aos conjuntos de testes acima definidos.

Nível incremento capacidade	Modelo original			Modelo Proposto		
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
0.5	6.670	5.883	4.096	6.852	6.019	4.405
0.4	6.699	5.908	4.149	6.928	6.036	4.390
0.3	6.629	5.964	3.799	6.807	5.879	4.247
0.2	6.514	5.722	3.974	6.894	6.001	4.475
0.1	6.579	5.816	4.062	6.901	6.043	4379
0.05	6.669	5.888	4.132	6.942	6.076	4432

**Tabela 4.2 – Resultados dos grupos de testes para o modelo original e modelo proposto**

Os resultados da aplicação aos grupos de teste da política óptima de investimento definida em cada modelo demonstram que o modelo proposto na presente tese apresenta de forma global valores de projecto superiores aos que decorrem da aplicação do modelo proposto por Silva (2007) e por Fontes et al (2008). Em termos médio, novo modelo permite alcançar valores óptimos de projectos superiores em 5% aos estimados pelo modelo original.

Deste modo, e com uma única excepção verificada no segundo grupo de teste, para um nível de incremento de 0.3, a aplicação da política de investimento definida o novo modelo conduz a melhores resultados, ou seja, consegue prever com mais eficácia, as alterações esperadas ao nível da procura. Importa salientar que na excepção verificada o novo modelo obtém um valor do projecto inferior em apenas 1% ao alcançado pelo

modelo original, enquanto que nas outras situações, em que o modelo proposto é superior, o acréscimo do valor do projecto oscila entre 2% e 13%.

Adicionalmente, considerando que a definição de cada grupo de teste teve como objectivo permitir a avaliação da sensibilidade dos modelos a alterações i) no n.º de períodos considerado para o projecto e ii) na fase do ciclo económico em que o projecto se inicia, a prestação superior do novo modelo em todos os grupos permite ainda concluir pela robustez do mesmo. Ou seja, verifica-se que quando se reduz a dimensão, passando para 34 períodos no grupo 2 e 25 no grupo 3, e ao mesmo tempo se altera a fase da economia em que o projecto se encontra aquando do seu início, uma vez que no grupo 2 se passa primeiro por um período de expansão e depois um de recessão, sucedendo o contrário no grupo 3, o novo modelo continua a obter melhores resultados.

Face ao acima exposto, verifica-se que a inclusão da informação relativa ao ciclo económico neste tipo de modelo e para o sector em questão demonstrou gerar uma maior eficiência do modelo de decisão e permitiu definir uma política de investimento mais adequada ao contexto económico. Conclui-se ainda pela vantagem da aplicação deste modelo, uma vez que em 95% das opções testadas este apresenta melhores resultados e na única situação em que resulta num valor inferior do projecto a diferença face ao estimado pelo modelo original é pouco significativa.

# CAPÍTULO 5

## Conclusões e Perspectivas Futuras

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões que decorrem do trabalho desenvolvido, nomeadamente no que concerne às vantagens e desvantagens da adopção do modelo que aqui foi proposto, e são efectuadas algumas propostas para a realização de trabalho futuro.

### 5.1 Resumo e conclusões

O objectivo da presente tese foi o de avaliar a pertinência e valor acrescentado da inclusão de informação relativa ao ciclo económico em processo de decisão ao nível empresarial.

Neste contexto, e como já referido no âmbito do Capítulo 2, apesar dos modelos de análise e previsão dos ciclos económicos serem, hoje em dia, fonte de informação essencial para a tomada de decisão ao nível das políticas macroeconómicas, verifica-se que ao nível dos modelos da decisão das empresas esta variável não está ainda muito presente. Contudo, e tendo a procura privada um comportamento pró-cíclico, sendo por isso particularmente sensível a alterações do estado da economia, seria expectável que a inclusão do estado da economia no conjunto de informação considerada pelas empresas produtoras de bens e serviços pudesse resultar em ganhos de eficiência para as mesmas.

Esta questão é abordada e analisada nesta tese através da incorporação da referida informação no modelo de decisão sobre capacidades de produção apresentado por Silva (2007) e Fontes et al (2008), resultando assim no desenvolvimento de um novo modelo aqui proposto e descrito no Capítulo 3. Este novo modelo difere do que lhe deu origem na determinação da procura esperada, uma vez que enquanto o modelo proposto por Silva (2007) considera globalmente as transições ocorridas em períodos passados entre

diferentes níveis de procura, o novo modelo trata de forma separada as alterações na procura observadas em períodos de recessão e expansão e estima, igualmente, alterações que se espera virem a ocorrer no estado da economia.

Da aplicação do novo modelo proposto e do modelo original a um conjunto de dados reais e considerando os resultados obtidos nos testes posteriormente efectuados, concluiu-se o seguinte:

- o novo modelo apresenta nos testes efectuados evidência de uma maior precisão face ao modelo que esteve na sua origem. Decorre esta constatação duma maior aproximação entre o valor do projecto gerado no desenvolvimento do modelo e o que decorre da aplicação do mesmo ao conjunto de experimentação;
- os testes efectuado à sensibilidade do modelo a alterações do estado inicial da economia, bem como a alterações na dimensão do período do projecto, sugerem uma robustez do modelo a este tipo de modificações, uma vez que este é consistente na apresentação de melhores resultados para os diferentes grupos de testes considerados;
- no conjunto de testes desenvolvidos a política de investimento definida pelo novo modelo gerou valores de projecto superiores aos obtidos pela aplicação da política determinada pelo modelo original. Daqui resulta que, para o caso em estudo, a inclusão da informação sobre os ciclos económicos é relevante na estimação da procura e na consequente tomada de decisão.

Por último, e como desvantagens, são de referir:

- a necessidade de um maior período de dados para o desenvolvimento do modelo, uma vez que se entende ser necessário compilar informação que inclua pelo menos um ciclo económico completo;
- o facto deste novo modelo incrementar consideravelmente o montante de tempo utilizado para a sua implementação. Pese, contudo, que após o desenvolvimento do mesmo, o tempo necessário para a tomada de decisão nos conjunto de teste é muito reduzido e equivalente ao consumido pelo outro modelo em análise.

## 5.2 Perspectivas futuras

Ao longo do processo de elaboração do presente trabalho foram identificados algumas questões que, no nosso entender, podem constituir um ponto de partida para projectos de investigação futuros.

Relativamente ao modelo proposto, foi identificada na Secção 4.3 uma questão no que concerne à menor prestação do mesmo na determinação do valor óptimo do projecto quando aplicado aos dados do conjunto de experimentação. Na nossa opinião tal deve-se à metodologia aplicada na estimação da procura esperada em períodos que correspondem a transições entre expansão e recessão e vice-versa. Assim, seria interessante explorar a adopção de outras técnicas alternativas para modelar as alterações previstas na procura em fases de transição entre ciclos, de modo a ultrapassar o menor desempenho aí identificado. Como por exemplo, poderia considerar-se que nestas situações, quando a matriz da transições da procura na fase para a qual a economia transita não incorpora o nível de procura observado no período e na fase anterior, em vez de se considerar o nível existente e mais próximo, optar pela procura média, ou pelo valor para o qual existe maior número de transições.

Verificou-se também que, à medida que o horizonte temporal do conjunto de teste aumenta, o valor do projecto não evolui na mesma proporção, aumentando numa proporção progressivamente inferior. Esta situação leva-nos a crer que para projectos com períodos de execução mais longos há necessidade de ir ajustando o modelo e em particular a estratégia de investimento ao longo do período de implementação do projecto. Partindo deste princípio, seria interessante verificar o que acontece quando se considera um horizonte rolante para o projecto, ou seja, considerar e aplicar a estratégia de investimento a um horizonte temporal bastante menor, revendo-a ciclicamente. Assim, seria ainda possível ajustar a política de investimento por incorporação da informação entretanto recolhida. Ainda no que respeita ao modelo desenvolvido, considera-se que poderia ser tentada uma outra abordagem às alterações da procura, que ao invés de incorporar a informação relativa às alterações cíclicas do PIB, considerasse o ciclo associado à procura do bem em causa. Esta questão surge na sequência da análise dos dados efectuada no início do capítulo anterior, na qual se verifica que embora a procura siga de perto a evolução cíclica da economia, esta nem sempre é

completamente coincidente, como decorre da observação do Gráfico 4.1. Assim, e no seguimento de outros trabalhos, como por exemplo o apresentado por Liu e Chyi (2006), poderia ser interessante modelizar a procura considerando o ciclo do produto em causa e recorrendo, para este efeito, a um modelo de Markov-Switching.

Por último, destaca-se uma outra linha de investigação já não relacionada com o modelo proposto, mas com a própria identificação dos ciclos económicos. Neste âmbito, e como indicado no Capítulo 2, verificou-se que não existe em Portugal um processo oficial de datação dos ciclos e das suas fases de transição. Existem vários estudos relacionados com este tema, mas não foi identificado nenhum cuja análise das alterações ocorridas no ciclo económico se baseasse na metodologia associada aos modelos Markov-Switching, pelo que se propõe a aplicação deste modelo aos ciclos económicos portugueses e a comparação dos dados obtidos com os que são apresentados nos estudos já publicados sobre a evolução cíclica da economia portuguesa.

# Bibliografia

Bollen, N.P.B. (1999), "Real Options and Product Life Cycles", *Management Science*, Vol. 45, Nº5, pp.670-648

Bonfim, D. e P. D. Neves (2002), "Comportamento cíclico da Economia Portuguesa: 1953-1995", *Boletim Económico*, Banco de Portugal, pp. 23-40

Burda, M. e C. Wyplosz (2001), *Macroeconomia - Uma abordagem europeia*, Livros Técnicos e Científicos Editora

Castro, G. L. e P. S. Esteves (2004), "Séries trimestrais para a economia portuguesa: 1997-2003", *Boletim Económico*, Banco de Portugal, pp. 51-67

Chen, S. (2006), "Simultaneously modeling the volatility of the growth rate of real GDP and determining business cycle turning points: Evidence from the U.S., Canada and the U.K.", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 1, pp. 87-102

Dias, M. (1997), "Análise da Evolução Cíclica da Economia Portuguesa no período de 1953 a 1993", *Boletim Económico*, Banco de Portugal, p.p.

Durland, J.M. e T.H. McCurdy (1994), "Duration-Dependent Transitions in a Markov Model of U.S. GNP Growth", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol 12, Nº3, pp. 279-288

Filardo, A. J. e S. F. Gordon (1998), "Business cycle durations", *Journal of Econometrics*, Vol. 85, p.p. 99-123

Fontes, D. B. M. M., L. Camões, F. A. C. C. Fontes, P. M. Pardalos (2008), "Real Options using Markov Chains: na Application to Production Capacity Decisions", *Journal of Computational Optimization in Economics and Finance*, Vol. 1, Nº 1, pp. 1-16

Goodwin, T. H. (1993), "Business-Cycle Analysis with a Markov-Switching Model", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 11, Nº 3, pp. 331-339

Hamilton. J. D. (1989), "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", *Econometrica*, Vol. 57, Nº 2, pp. 357-384

Ivanova, D., K. Lahiri e F. Seitz (2000), “Interest rate spreads as predictors of German inflation and business cycles”, *International Journal of Forecasting*, Vol. 16, pp. 39-58

Lam, P. (2004), “A Markov-Switching model of GNP growth with duration dependence”, *International Economic Review*, Vol.45, Nº 1, pp. 175-204

Layton, A. P. e M. Katsuura (2001), “A new turning point signalling system using the Markov switching model with application to Japan, the USA and Australia”, *Applied Economics*, Vol. 33, pp. 59-70

Liu, W. e Y. Chyi (2006), “A Markov regime-switching model for the semiconductor industry cycles”, *Economic Modelling*, Vol. 23, pp. 569-678

Lopes, A. F. (2003), “Os ciclos económicos nos países pertencentes à União Europeia: Breve comparação do comportamento cíclico dos Estados Membros”, *Dinâmia - Centro de Estudos sobre a Mudança SócioEconómica*

McConnell, M.M. e G. Perez-Quiros (2000), “Output Fluctuations in the United States: What Has Changed Since the Early 1980's?”, *The American Economic Review*, Vol. 90, nº 5, pp.1464-1476

Moolman, E. (2004), “A Markov switching regime model of the South African business cycle”, *Economic Modelling*, Vol. 21, pp. 631-646

Murteira, B.J.F., D.A. Müller, K. F. Turman (1993), *Análise de Sucessões Cronológicas*, McGraw-Hill

Pindyck, R. (1998), “Irreversible investment capacity choice and the value of the firm”, *American Economic Review*, Vol. 78, pp. 969-985

Rua, A. (2004), “Um novo indicador coincidente para a economia portuguesa”, *Boletim Económico*, Banco de Portugal, pp. 21-29

Silva, J. L. C. S. (1997), “Opções Reais: Aplicação a Sistemas de Produção Flexíveis”, *Tese de Mestrado*, Faculdade de Economia, Universidade do Porto

# Anexo A

## Dados Utilizados no desenvolvimento e teste dos modelos

Ano	Trim.	Vendas	Vendas Anuais	Ano	Trim.	Vendas	Vendas Anuais	Ano	Trim.	Vendas	Vendas Anuais
1982	1ºT	2.372	9.039	1991	1ºT	1.673	7.184	2000	1ºT	2.476	8.351
	2ºT	2.396			2ºT	1.860			2ºT	2.149	
	3ºT	2.248			3ºT	1.662			3ºT	1.854	
	4ºT	2.023			4ºT	1.989			4ºT	1.872	
1983	1ºT	2.070	6.120	1992	1ºT	1.778	6.822	2001	1ºT	2.397	7.572
	2ºT	1.628			2ºT	1.728			2ºT	2.133	
	3ºT	1.193			3ºT	1.562			3ºT	1.627	
	4ºT	1.229			4ºT	1.754			4ºT	1.415	
1984	1ºT	1.118	4.204	1993	1ºT	1.274	4.908	2002	1ºT	1.722	5.436
	2ºT	902			2ºT	1.402			2ºT	1.365	
	3ºT	808			3ºT	1.070			3ºT	1.152	
	4ºT	1.376			4ºT	1.162			4ºT	1.197	
1985	1ºT	788	3.574	1994	1ºT	908	3.810	2003	1ºT	1.104	4.294
	2ºT	902			2ºT	1.042			2ºT	1.168	
	3ºT	756			3ºT	829			3ºT	912	
	4ºT	1.128			4ºT	1.031			4ºT	1.110	
1986	1ºT	842	4.548	1995	1ºT	918	4.048	2004	1ºT	1.302	5.320
	2ºT	1.035			2ºT	1.073			2ºT	1.485	
	3ºT	1.021			3ºT	854			3ºT	1.094	
	4ºT	1.650			4ºT	1.203			4ºT	1.439	
1987	1ºT	1.526	7.723	1996	1ºT	977	4.226	2005	1ºT	1.390	5.344
	2ºT	1.982			2ºT	1.043			2ºT	1.376	
	3ºT	1.704			3ºT	926			3ºT	1.208	
	4ºT	2.511			4ºT	1.280			4ºT	1.370	
1988	1ºT	1.872	9.131	1997	1ºT	1.157	5.638	2006	1ºT	1.518	5.985
	2ºT	2.494			2ºT	1.497			2ºT	1.717	
	3ºT	2.229			3ºT	1.298			3ºT	1.836	
	4ºT	2.536			4ºT	1.686			4ºT	914	
1989	1ºT	2.333	9.009	1998	1ºT	1.876	6.461	1999	1ºT	2.080	7.723
	2ºT	2.309			2ºT	1.527			2ºT	2.065	
	3ºT	1.875			3ºT	1.350			3ºT	1.809	
	4ºT	2.492			4ºT	1.708			4ºT	1.769	

Tabela A.1 – Valores trimestrais de vendas entre 1982 e 2006

# Anexo B

## B.1 – Matriz de transição para Cadeia de Markov simples

	1/5	2/5	1/5			1/5												
1/2		1/4	1/4															
1/4	1/4	1/4						1/4										
1/4	1/2			1/4														
	1/3		1/3	1/3														
						1												
1/2			1/2															
													1					
				1/3					1/3		1/3							
							1/5	1/5			1/5	1/5						1/5
					1/2				1/2									
									1/3									2/3
									2/5	1/5			1/5			1/5		1/5
								1										
													1/2					1/2
													1/2			1/2		
								1/3						1/3		1/3		1/3
												1/4	1/4		1/4	1/4		

Tabela B.1 – A matriz das probabilidades estacionárias do modelo original.

**B.2 – Matriz de transição para Cadeia de Markov encadeada em períodos de expansão**

		1/2						1/2									
												1					
							1/2									1/2	
																	1
								1/2								1/2	
																	1
												1/2			1/2		
							1										
										1/4	1/4			1/4	1/4		

**Tabela B.2 – A matriz das probabilidades estacionárias na fase de expansão**

### B.3 – Matriz de transição para Cadeia de Markov encadeada em períodos de recessão

	1/5	2/5	1/5			1/5													
1/2		1/4	1/4																
1/2	1/2																		
1/4	1/2			1/4															
	1/3		1/3	1/3															
						1													
1/2			1/2																
				1/3						1/3		1/3							
								1/3			1/3	1/3							
					1/2				1/2										
									1										
									1/3	1/3				1/3					
									1										
																		1/2	1/2

Tabela B.3 – A matriz das probabilidades estacionárias na fase de recessão

