U.PORTO

MESTRADO EM
INFORMÁTICA MÉDICA

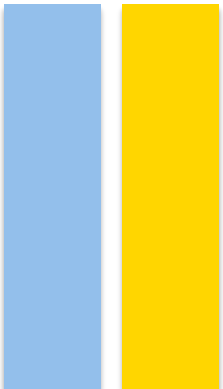
Desenvolvimento de um Modelo de Apoio para a elaboração de Escalas de Enfermagem em Serviços de Urgência

Vera Lúcia Neto Pinto

M

2026

ORIENTADOR: Professora Doutora Inês Dutra



SEDE ADMINISTRATIVA

FACULDADE DE **MEDICINA**

FACULDADE DE **CIÊNCIAS**

Agradecimentos

"Não existe tal coisa como alguém que se fez sozinho. Somos feitos de milhares de outras pessoas. Todos os que alguma vez nos fizeram uma bondade, ou nos disseram uma palavra de encorajamento, fazem parte da construção do nosso sucesso."

George Matthew Adams

No momento em que se encerra mais um ciclo, torna-se essencial olhar para trás e reconhecer que este trabalho não é fruto de um esforço isolado, mas sim do contributo de várias pessoas que, de diferentes formas, caminharam ao meu lado.

O meu primeiro agradecimento dirige-se à minha orientadora, a Professora Inês Dutra. O meu sincero obrigada por ter abraçado este projeto com tanta entrega desde a nossa primeira reunião. A sua constante presença, cuidado e orientação foram irrepreensíveis. Agradeço não só o rigor científico que me transmitiu, mas também a sua enorme empatia e humanidade, que tornaram todo este percurso muito mais leve, enriquecedor e seguro.

Aos meus pais e à minha irmã, o meu muito obrigada por me apoiarem sempre, mesmo quando as minhas escolhas e os caminhos que decido seguir vos parecem totalmente fora da caixa. Vivendo sob o mesmo teto, foram o verdadeiro para-raios do meu stress e da minha impaciência. Obrigada por me ampararem sempre.

Ao Sérgio, um agradecimento do fundo do coração por estares sempre tão presente. Acompanhaste este desafio de perto e lidaste, inevitavelmente, com os meus picos de ansiedade e com a minha falta de tempo. Obrigada por teres trazido leveza aos dias mais tensos e por me ajudares a desligar quando era mais preciso.

Às minhas amigas mais próximas, Carina e Filipa, um obrigada por estarem sempre presentes, por ouvirem os meus desabafos nas horas mais tardias e por me darem a clareza e o ânimo necessários nos momentos de maior tormento e exigência mental. A vossa amizade e inesgotável capacidade de escuta são sempre fundamentais para o meu equilíbrio.

Por fim, a todas as outras pessoas com quem me cruzei e que, de alguma forma, ajudaram a construir este trabalho e a chegar a este ponto. A todos os que disponibilizaram o seu tempo para esclarecer "só mais uma dúvida", que partilharam uma dica valiosa ou que me dirigiram uma simples palavra de encorajamento: o meu muito obrigada.

Abstract

Hospital human resource management, particularly nurse rostering in Emergency Departments (ED), is a process of high combinatorial complexity with a direct impact on the quality of care and staff well-being. Manual scheduling often proves to be time-consuming and incapable of reconciling safe staffing levels, strict legal requirements, and ergonomic preferences.

This dissertation aims to develop and evaluate a logical-mathematical optimization model based on Constraint Programming, using the exact CP-SAT solver, for the automatic generation of schedules, comparing its performance with manual scheduling methods.

The methodology involved mapping operational and legal requirements (hard constraints), such as minimum staffing by skill and parental protection regimes, combined with equity and occupational health objectives (soft constraints).

The model was validated through two real-world case studies: a Pediatric ED (51 nurses) and an Adult ED (121 nurses), both subjected to stress tests in scenarios of severe resource scarcity due to scheduled absences.

The results demonstrate that the computational model generated feasible and optimized schedules within a time limit of just 300 seconds, substantially overcoming the logistical inefficiency of human planning. The algorithm promoted an equitable distribution of supplementary effort, allocating 84% of the staff to a controlled workload bracket and reducing the incidence of extreme overloads from 33% to 4%.

As a suggestion for future work, it is proposed to integrate this algorithm into an interactive Decision Support System (DSS), fostering the dynamic readaptation of hospital schedules.

Keywords: Nurse Rostering Problem, Constraint Programming, CP-SAT, Emergency Departments, Schedule Optimization, Decision Support Systems.

Resumo

A gestão de recursos humanos hospitalares, particularmente a elaboração de escalas de enfermagem em Serviços de Urgência (SU), é um processo de elevada complexidade combinatória com impacto direto na qualidade dos cuidados e no bem-estar dos profissionais. O planeamento manual revela-se frequentemente moroso e incapaz de conciliar dotações seguras, exigências legais rigorosas e preferências ergonómicas.

A presente dissertação tem como objetivo desenvolver e avaliar um modelo de otimização lógico-matemático baseado em Programação por Restrições, com recurso ao solver exato CP-SAT, para a geração automática de escalas, comparando o seu desempenho com os métodos de elaboração manuais.

A metodologia envolveu o mapeamento de requisitos operacionais e legais (*hard constraints*), como dotações mínimas por competência e regimes de parentalidade, aliados a objetivos de equidade e saúde ocupacional (*soft constraints*).

O modelo foi validado através de dois casos de estudo reais: um SU Pediátrico (51 enfermeiros) e um SU de Adultos (121 enfermeiros), ambos sujeitos a testes de stress em cenários de severa escassez de recursos devido a ausências programadas.

Os resultados demonstram que o modelo computacional gerou escalas viáveis e otimizadas num tempo limite de apenas 300 segundos, superando substancialmente a ineficiência logística do planeamento humano. O algoritmo promoveu uma distribuição equitativa do esforço suplementar, alocando 84% da equipa a uma faixa controlada e reduzindo a incidência de sobrecargas extremas de 33% para 4%.

Como sugestão de trabalho futuro, propõe-se a integração deste algoritmo num Sistema de Apoio à Decisão (SAD) interativo, promovendo a readaptação dinâmica das escalas hospitalares.

Palavras-chave: Nurse Rostering Problem, Programação por Restrições, CP-SAT, Serviços de Urgência, Otimização de Horários, Sistemas de Apoio à Decisão.

Índice

Agradecimentos v

Abstract vii

Resumo ix

Índice xi

Lista de Figuras xiii

Lista de Tabelas xvii

Acrónimos xix

1. Introdução 3

2. Enquadramento Teórico 9

2.1. Especificidade e Complexidade do Serviço de Urgência 9

2.2. Impacto do planeamento 10

2.3. Nurse Scheduling Problem / Nurse Rostering Problem 10

2.4. Complexidade computacional do problema 11

2.5. Fundamentos da Otimização no NSP 11

2.5.1. Variáveis e Domínios 12

2.5.2. Satisfatibilidade 12

2.5.3. Espaço de Soluções 12

2.5.4. Classificação das Restrições 13

2.5.5. Solução Viável vs Solução Ótima 13

2.6. Abordagens de Resolução e Ferramentas 14

2.6.1. Métodos de Resolução 14

2.6.2. Ferramentas de Implementação (Solvers) 16

2.6.3. Limitações do planeamento manual e necessidade de otimização 17

3. Enquadramento Legal e Normativo 21

3.1. Diplomas e Normas de Referência 21

3.2. Regras Aplicáveis à Elaboração de Escalas 21

3.2.1. Duração do trabalho, formação e trabalho suplementar 22

3.2.2. Organização do tempo de trabalho por turnos 22

3.2.3. Férias, feriados e compensações 23

3.2.4. Regimes especiais 23

3.2.5. Normas técnico-profissionais e dotações seguras 23

4. Estado da Arte 28
4.1. Metodologia 28
4.2. Caracterização da Literatura Analisada 32
4.2.1. Contexto dos artigos 33
4.2.2. Aplicabilidade prática 34
4.2.3. Horizonte temporal 35
4.2.4. Métodos de resolução 35
4.2.5. Número de instâncias e natureza dos dados utilizados 37
4.2.6. Tipologia de restrições, avaliação dos motivos e resultados 38
4.2.7. Conclusão do estado da arte 40
5. Desenvolvimento do Modelo de Otimização para o NSP 45
5.1. Levantamento e Sistematização de Requisitos 45
5.2. Arquitetura Conceptual da Solução 48
5.2.1. Fundamentos da abordagem: Programação por Restrições (CP) 48
5.2.2. Seleção do solver e linguagem de programação 49
5.2.3. Formulação matemática do modelo 50
6. Resultados e Discussão 67
6.1. Desempenho Computacional e Análise de Convergência 67
6.2. Caso de Estudo A 69
6.2.1. Análise da Escala Gerada pelo Modelo 70
6.2.2. Análise Comparativa: Modelo versus Manual 72
6.3. Caso de Estudo B 75
6.3.1. Caracterização do Cenário 75
6.3.2. Parametrização Operacional e Adaptação do Modelo 77
6.3.3. Análise da Solução Gerada 79
6.4. Implicações práticas e organizacionais 82
7. Conclusão 87
8. Referências Bibliográficas 91
9. Apêndices 100
9.1. Apêndice I 100
9.2. Apêndice II 106
9.3. Apêndice III 134
9.4. Apêndice IV 136
9.5. Apêndice V 138

Lista de Figuras

Figura 1. Fluxograma de processo de identificação, triagem, elegibilidade e inclusão dos estudos (PRISMA) 32
Figura 2. Distribuíção dos estudos analisados por contexto hospitalar (n=46) 33
Figura 3. Distribuição dos estudos analisados segundo a abordagem metodológica utilizada (n = 46). 36
Figura 4. Curva de convergência da função objetivo do modelo CP-SAT em função do tempo limite de execução. 68
Figura 5. Matriz de alocação dos turnos para o mês de junho de 2024, gerada pelo modelo CP-SAT. 70
Figura 6. Matriz de alocação para o mês de junho de 2024, elaborada manualmente. 72
Figura 7. Distribuição percentual da equipa de enfermagem por patamares de trabalho suplementar: comparação entre o modelo CP-SAT e o escalonamento manual. 74
Figura 8. Escala de serviço mensal obtida para o Caso de Estudo B através do modelo CP-SAT. 80

Lista de Tabelas

Tabela 1. Critérios de inclusão e exclusão. 28

Tabela 2. Correspondência entre as macrocategorias de exclusão do diagrama PRISMA e os critérios de elegibilidade. 31

Tabela 3. Caracterização detalhada dos artigos. 100

Tabela 4. Resumo dos artigos incluídos. 106

Tabela 5. Estrutura Organizacional e Distribuição das Equipas de Enfermagem. 136

Tabela 6. Mapeamento e Calibração dos Pesos da Função Objetivo (W_k). 62

Tabela 7. Distribuição interna e valências das equipas fixas (Caso B). 76

Tabela 8. Mapeamento de perfis especiais e regimes de amamentação. 77

Acrónimos

SNS Sistema Nacional de Saúde

INE Instituto Nacional de Estatística

NRP Nurse Rostering Problem

NSP Nurse Scheduling Problem

SU Serviço de Urgência

CP Constraint Programming

IA Inteligência Artificial

ML Machine Learning

DP Deep Learning

RL Reinforcement Learning

EPE Entidades Públicas Empresariais

CT Código de Trabalho

LTFP Lei Geral do Trabalho em Funções Públicas

OE Ordem dos Enfermeiros

EMC Enfermagem Médico-Cirúrgica

SAV Suporte Avançado de Vida

UCI Unidade de Cuidados Intensivos

BO Bloco Operatório

SAD Sistema de Apoio à Decisão

CDCL Conflict-Driven Clause Learning

SE Sala de Emergência

SAD Sistema de Apoio à Decisão

Introdução

1. Introdução

Os sistemas de saúde têm vindo a tornar-se progressivamente mais complexos, acompanhando o aumento da procura por cuidados e a necessidade de assegurar serviços contínuos e de elevada qualidade. Este crescimento obriga os governos a alocar uma parcela significativa dos seus orçamentos ao setor da saúde, sendo os hospitais as principais organizações responsáveis pela prestação de cuidados à população. Neste contexto, os recursos humanos representam uma componente crítica da despesa hospitalar. No período entre 2015 e 2024, a despesa com profissionais do Serviço Nacional de Saúde (SNS) aumentou de 3.452,6 milhões para 6.520,4 milhões de euros, o que corresponde a um aumento de 88,9% [1].

A enfermagem é um dos principais pilares operacionais das instituições de saúde e, de acordo com o Instituto Nacional de Estatística (INE), em 2023 encontravam-se inscritos na Ordem dos Enfermeiros 83.538 profissionais, dos quais 49.759 exerciam funções em hospitais, correspondendo a 59,6% do total [2]. Paralelamente, o Portal da Transparência do SNS registou, em 2024, mais de 40 milhões de episódios de urgência hospitalar, incluindo urgência geral, pediátrica, obstétrica e psiquiátrica. Estes dados demonstram a elevada pressão assistencial existente nos serviços hospitalares, particularmente nas urgências, exigindo equipas de enfermagem numerosas, qualificadas e devidamente organizadas para assegurar a continuidade e qualidade dos cuidados prestados.

Os enfermeiros desempenham um papel fundamental na prestação de cuidados de saúde, acompanhando os doentes ao longo de todo o processo terapêutico, respondendo às necessidades físicas e emocionais e contribuindo para a prevenção da doença e manutenção do estado de saúde [3,4]. A prestação de cuidados de enfermagem exige regimes de trabalho por turnos, essenciais para garantir assistência contínua aos doentes, independentemente do período do dia [5]. Contudo, esta organização do trabalho pode ter impacto na saúde física e mental dos profissionais, na satisfação profissional e na retenção de recursos humanos, podendo igualmente influenciar a eficiência hospitalar e a satisfação dos doentes [5]. Adicionalmente, a escassez de enfermeiros observada em diversos países, associada a fatores como condições remuneratórias, diminuição da procura pela formação em enfermagem e redução da satisfação profissional, contribui para aumentar a complexidade da gestão destes recursos [6].

Neste enquadramento, a elaboração de horários de enfermagem assume um papel central na gestão de recursos humanos hospitalares. O denominado Nurse Rostering Problem (NRP), também designado Nurse Scheduling Problem (NSP), corresponde ao processo de atribuição de turnos de trabalho, dias de descanso e períodos de férias aos profissionais de enfermagem ao longo de um determinado horizonte temporal, normalmente semanal ou mensal, garantindo simultaneamente o cumprimento das necessidades assistenciais e de um conjunto alargado de restrições [4,7]. Estas restrições incluem requisitos de cobertura de turnos, regulamentação laboral, políticas institucionais, equilíbrio da carga de trabalho e preferências individuais dos profissionais [7].

O NSP é reconhecido na literatura como um problema clássico de otimização combinatória, caracterizado por elevada complexidade computacional e classificado como NP-hard, sobretudo quando aplicado a contextos reais, nos quais coexistem múltiplas regras formais, regulamentares e organizacionais [8,9]. A complexidade deste problema resulta da necessidade de conciliar simultaneamente múltiplos objetivos, como a minimização de custos operacionais, a maximização da satisfação profissional, a distribuição equitativa da carga de trabalho e o cumprimento rigoroso das exigências legais e institucionais [10].

Apesar da sua relevância, a elaboração de escalas de enfermagem continua, em muitas instituições de saúde, a ser realizada manualmente, frequentemente sob responsabilidade dos enfermeiros gestores ou chefes de equipa [4,9]. Este processo revela-se moroso, sujeito a erros e limitado na capacidade de considerar simultaneamente múltiplos critérios legais, operacionais e individuais. Além disso, práticas inadequadas de planeamento podem comprometer a qualidade dos cuidados, afetar negativamente a saúde e segurança dos profissionais, aumentar o absentismo e a rotatividade e gerar conflitos organizacionais decorrentes de perceções de injustiça na distribuição dos turnos [10,11].

Perante estes desafios, o desenvolvimento de sistemas de apoio à decisão para o planeamento de recursos humanos surge como uma estratégia promissora para melhorar a eficiência organizacional, apoiar os gestores na tomada de decisão e promover a sustentabilidade dos serviços de saúde [12]. A implementação de soluções computacionais capazes de integrar restrições legais, políticas institucionais e preferências individuais poderá contribuir para a elaboração de escalas mais equilibradas, transparentes e eficientes.

Embora o desafio do planeamento de escalas seja transversal a todas as unidades hospitalares, o ambiente da urgência reveste-se de uma complexidade particular para a gestão de recursos humanos. Ao contrário dos serviços de internamento, a urgência é marcada por uma procura imprevisível, operando num contexto crítico e de resposta imediata. Neste cenário, a equipa de enfermagem atua em estreita articulação com os restantes grupos profissionais, assumindo funções que exigem competências altamente específicas e que são determinantes para a manutenção do fluxo contínuo de doentes. A elaboração destas escalas transcende o mero cumprimento de rácios numéricos, exigindo o cruzamento de perfis diferenciados, por forma a garantir a cobertura ininterrupta de postos-chave, como a sala de emergência e a triagem. Qualquer subotimização na distribuição destas competências ou falha na alocação de recursos pode comprometer a capacidade de resposta e a segurança clínica.

Face à crescente complexidade associada à elaboração de escalas de enfermagem e às limitações dos métodos atualmente utilizados, a presente dissertação tem como principal objetivo desenvolver e avaliar um modelo para a construção de escalas de enfermagem em serviços de urgência, permitindo comparar o seu desempenho com os métodos manuais tradicionalmente adotados na prática hospitalar.

Neste contexto, a investigação procura responder à seguinte questão central: de que forma a utilização de um modelo baseado em algoritmos de otimização pode melhorar o processo de elaboração de escalas de enfermagem em serviços de urgência, quando comparado com os métodos manuais atualmente utilizados?

O desenvolvimento desta dissertação e a procura de resposta a esta questão permitiram a concretização de duas contribuições principais para o domínio da otimização de recursos humanos em enfermagem:

1. Revisão sistemática e análise crítica do estado da arte: Foi realizada uma categorização da literatura científica recente sobre o NSP. Este levantamento envolveu uma análise dos métodos de resolução, horizontes temporais e níveis de maturidade tecnológica dos modelos propostos, identificando as lacunas existentes entre a investigação académica e a sua transposição para a gestão hospitalar diária.

2. Implementação de um sistema de otimização adaptado ao contexto nacional: Foi desenvolvido um modelo computacional parametrizável, desenhado especificamente para as características dos Serviços de Urgência em Portugal. Esta implementação considera não apenas a complexidade assistencial do contexto hospitalar nacional, mas também a transposição das normas legais portuguesas (como o Código do Trabalho e a Lei Geral do Trabalho em Funções Públicas) e as orientações da Ordem dos Enfermeiros relativas às dotações seguras, preenchendo um vazio de ferramentas orientadas para a realidade normativa portuguesa.

Para alcançar os objetivos definidos, numa fase inicial, foram identificados e sistematizados os requisitos legais aplicáveis à elaboração de escalas de enfermagem, bem como mapeadas as políticas institucionais e regras operacionais dos serviços, incluindo a definição de elementos mínimos e tipologias de perfis profissionais necessários em cada turno. Posteriormente, procedeu-se à modelação formal das restrições associadas ao problema, incorporando critérios de equidade e foi definida a função objetivo que se adequou ao contexto hospitalar.

Com base nesta formalização, foi desenvolvido um protótipo computacional, concebido de forma a possibilitar a sua integração no fluxo de trabalho atualmente existente nos serviços hospitalares. A solução proposta foi validada através da sua aplicação a dois casos de estudo reais, tendo sido realizada uma comparação com as práticas atuais, recorrendo a métricas como a cobertura de turnos, o número de violações de restrições, a equidade na distribuição da carga horária e o tempo necessário para a construção das escalas.

Para dar a conhecer este trabalho e detalhar o cumprimento dos objetivos, a presente dissertação encontra-se estruturada em sete capítulos principais. Após esta fase introdutória, o Capítulo 2 estabelece o enquadramento teórico, explorando a especificidade dos Serviços de Urgência e detalhando os fundamentos de otimização e as abordagens de resolução aplicáveis ao NSP. O Capítulo 3 foca-se no enquadramento legal e normativo, sistematizando os diplomas e as regras estruturais e laborais obrigatórias na elaboração de escalas. Posteriormente, o Capítulo 4 expõe o estado da arte, através de uma análise e caracterização aprofundada da literatura científica mais recente sobre o tema. O Capítulo 5 descreve o desenvolvimento do modelo de otimização, detalhando o levantamento de requisitos operacionais, a arquitetura concetual e a formulação lógico-matemática da solução baseada em Programação por Restrições. No Capítulo 6 são apresentados os resultados e a respetiva discussão, aferindo o desempenho computacional do algoritmo e validando a sua eficácia prática através da aplicação a dois casos de estudo distintos. Por fim, o Capítulo 7 sumariza as conclusões retiradas desta investigação, refletindo sobre as limitações encontradas e perspetivando futuras linhas de desenvolvimento.

II Enquadramento Teórico

2. Enquadramento Teórico

A gestão eficiente de recursos humanos constitui um dos principais desafios nas organizações de saúde. Num contexto marcado pelo aumento da procura de cuidados de saúde, pela limitação dos recursos financeiros e pela crescente complexidade organizacional dos hospitais, torna-se essencial garantir uma eficiente gestão dos recursos humanos.

Os hospitais representam uma das maiores estruturas organizacionais dos sistemas de saúde e absorvem uma parte significativa do orçamento público. Dentro destas instituições, os enfermeiros assumem-se como um dos principais componentes. A escassez de profissionais, verificada em diversos países, intensifica a necessidade de planeamento eficiente, exigindo aos enfermeiros gestores estratégias que maximizem a utilização de recursos disponíveis sem comprometer a qualidade dos cuidados prestados [5].

Neste contexto, a organização das escalas de enfermagem assume um papel central, dado que influencia diretamente a continuidade assistencial, a segurança dos doentes e o bem-estar dos profissionais [11,13].

2.1. Especificidade e Complexidade do Serviço de Urgência

Os Serviços de Urgência (SU) constituem estruturas hospitalares multidisciplinares que são destinadas à prestação de cuidados em situações urgentes e emergentes, envolvendo equipas por profissionais de diversas áreas da saúde [14]. Uma situação urgente corresponde a uma condição clínica que exige intervenção rápida para evitar complicações sem risco de vida imediato, enquanto uma emergência implica risco iminente de morte ou perda de função, carecendo de intervenção clínica imediata [14].

O funcionamento destes serviços caracteriza-se por um fluxo dinâmico de doentes, habitualmente envolvendo diferentes fases, incluindo triagem, avaliação diagnóstica e tratamento [15].

Os SU operam como sistemas adaptativos complexos, nos quais múltiplos agentes (como, profissionais, doentes, políticas institucionais e tecnologias), interagem de forma dinâmica e não linear [15]. A complexidade destes ambientes é frequentemente agravada por fenómenos de superlotação e pela procura indevida por situações não urgentes, comprometendo a eficiência do serviço e aumentando o risco de eventos adversos [15].

Neste contexto altamente exigente, os enfermeiros de urgência necessitam de competências diferenciadas e elevada capacidade de adaptação. O exercício profissional ocorre sob condições de elevada pressão, interrupções frequentes e sobrecarga cognitiva [15]. A triagem, frequentemente realizada através do sistema estruturado, Sistema de Triagem de Manchester, exige raciocínio clínico apurado, reconhecimento de padrões e tomada de decisão célere [14]. Para além da prestação direta de cuidados, os enfermeiros assumem um papel organizacional na gestão do fluxo de doentes, integrando múltiplas prioridades de forma contínua [15].

A natureza imprevisível, a elevada variabilidade da procura e a complexidade clínica inerente ao SU tornam particularmente desafiante o planeamento de escalas de enfermagem neste contexto. Ao contrário de outros serviços hospitalares com atividade mais previsível, a urgência exige modelos que acomodem a necessidade de níveis de experiência profissional e competências diferenciadas. Assim, a alocação de enfermeiros no contexto de urgência hospitalar assume contornos específicos, exigindo soluções robustas e adaptáveis que garantam simultaneamente cobertura adequada, segurança clínica e equilíbrio da carga de trabalho.

2.2. Impacto do planeamento

A elaboração adequada de horários de enfermagem não constitui apenas uma questão operacional, mas também um fator determinante da qualidade dos cuidados prestados [5,13]. Escalas mal estruturadas podem comprometer a segurança do doente, aumentar o risco de erros clínicos e afetar negativamente a eficiência organizacional [11,16].

Do ponto de vista dos profissionais, o trabalho por turnos prolongados ou mal distribuídos pode influenciar negativamente a saúde física e mental, reduzir a satisfação profissional e aumentar o risco de *burnout* e rotatividade [5,13]. Além disso, práticas percebidas como injustas na distribuição de turnos podem gerar conflitos organizacionais e perda de motivação [10].

Deste modo, o planeamento de escalas assume um papel estratégico na promoção do equilíbrio entre eficiência organizacional e bem-estar profissional.

2.3. Nurse Scheduling Problem / Nurse Rostering Problem

O NSP/NRP corresponde ao problema de atribuição de turnos de trabalho, dias de descanso e períodos de férias aos profissionais de enfermagem ao longo de um determinado horizonte temporal,

geralmente mensal. A elaboração adequada de horários de enfermagem não constitui apenas uma questão operacional [7,12].

O objetivo consiste em garantir a cobertura adequada dos turnos, respeitando simultaneamente um conjunto alargado de restrições, que incluem requisitos assistenciais, regulamentação laboral, políticas institucionais e preferências individuais dos profissionais [11,12].

A formulação do problema varia consoante o contexto organizacional, as regras institucionais e o enquadramento legal de cada país, o que confere elevada variabilidade às instâncias reais do problema [7].

2.4. Complexidade computacional do problema

O NSP é reconhecido como um problema clássico de otimização combinatória e encontra-se classificado como *NP-Hard* [8,12,17].

Esta classificação implica que, à medida que o número de profissionais, turnos e restrições aumenta, o espaço de soluções cresce exponencialmente, tornando inviável a procura exaustiva de soluções ótimas em tempo computacional razoável [8,18].

Para além da sua complexidade combinatória, o NSP apresenta ainda uma elevada variabilidade estrutural. A diversidade de regras institucionais, requisitos operacionais e enquadramentos legais dificulta a definição de modelos generalistas, exigindo soluções adaptadas a cada contexto específico [7,10,16,19].

Esta combinação entre crescimento exponencial do espaço de soluções e elevada variabilidade das restrições justifica o contínuo interesse científico no NSP, bem como o desenvolvimento de novas abordagens de resolução mais eficientes, flexíveis e adaptáveis aos contextos reais.

2.5. Fundamentos da Otimização no NSP

A modelação de um problema como o NSP assenta num conjunto de conceitos fundamentais que permitem estruturar formalmente o espaço de decisão e compreender os mecanismos que orientam a sua resolução. Nesta secção apresentam-se esses princípios, nomeadamente variáveis, domínios, satisfatibilidade, espaço de soluções e critérios de avaliação das soluções. As definições incluídas foram elaboradas com base na apresentação destes conceitos realizada por Russell e Norvig [20].

2.5.1. Variáveis e Domínios

As variáveis (ou atributos) são componentes que permitem dividir e estruturar a descrição de um estado do mundo. Em vez de o estado ser considerado como um todo indivisível, ele é decomposto num conjunto fixo de características ou propriedades independentes.

Por sua vez, os domínios consistem no conjunto de valores permitidos que cada uma dessas variáveis pode assumir. A natureza do domínio determina a complexidade matemática do problema e pode variar amplamente:

- Discretos e finitos: os valores pertencem a um conjunto limitado, como lista de opções ou valores puramente booleanos (verdadeiro/falso).
- Discretos e infinitos: as variáveis podem assumir números sem limite superior, como o conjunto de todos os números inteiros ou cadeias de texto (*strings*).
- Contínuos: as variáveis representam grandezas contínuas, como tempo, distâncias físicas ou valores financeiros.

No contexto do NSP, as variáveis e os domínios permitem decompor a complexidade da escala hospitalar em componentes estruturados. Em vez de tratar o horário mensal como um bloco único e indivisível, o problema é decomposto num conjunto de decisões elementares. Por exemplo, uma variável pode representar a atribuição de um enfermeiro específico a um turno (Manhã, Tarde ou Noite) num determinado dia. O estado do mundo da unidade de saúde é, assim, definido pelo conjunto destas atribuições individuais, onde cada variável assume valores dentro de um domínio pré-definido (como o conjunto de turnos disponíveis ou o estado 'folga'/'descanso'). Portanto, o domínio é discreto e finito.

2.5.2. Satisfatibilidade

A resolução do NSP assenta no conceito de Satisfatibilidade. Na formulação de problemas de lógica e otimização, um problema diz-se satisfatível se existir pelo menos uma atribuição de valores às variáveis que satisfaça todas as condições impostas. No contexto específico do planeamento de enfermagem, a satisfatibilidade traduz-se na capacidade de encontrar, ou não, pelo menos uma configuração da escala que cumpra todas as restrições exigidas em simultâneo (como, por exemplo, os tempos legais de descanso ou os rácios mínimos de profissionais).

Se existir uma combinação de turnos que respeite todos estes requisitos, o problema é satisfatível. Caso as restrições entrem em conflito direto, o problema revela-se insatisfatível, tornando matematicamente impossível a produção de uma escala válida.

Quando se conclui que um problema é satisfatível, o sistema pode então focar-se na produção de uma solução.

2.5.3. Espaço de Soluções

O espaço de soluções no NSP está intimamente ligado ao conceito de espaço de estados, que abrange todas as configurações possíveis que a escala de enfermagem pode assumir. Matematicamente, este espaço pode ser visualizado como um grafo, em que cada vértice representa um estado (uma escala

completa ou parcial) e as arestas representam as transições (a atribuição de um turno a um enfermeiro).

É fundamental, contudo, diferenciar este espaço da árvore de pesquisa. Enquanto o espaço de soluções define o conjunto de todas as combinações de horários teoricamente possíveis, a árvore de pesquisa descreve os caminhos que o sistema percorre ao testar diferentes atribuições, rejeitando os ramos que conduzem a escalas inviáveis na tentativa de alcançar o objetivo.

2.5.4. Classificação das Restrições

A modelação eficaz do NSP exige uma tradução rigorosa das regras operacionais e das necessidades assistenciais em restrições matemáticas. Para representar esta complexidade, a literatura categoriza os requisitos do problema em dois grandes grupos: restrições rígidas (hard *constraints*) e restrições flexíveis (*soft Constraints*) [21]. A distinção entre estes dois tipos de restrições é o que define a viabilidade e a qualidade do resultado.

As restrições rígidas são condições de cumprimento estritamente obrigatório, sem as quais o resultado gerado é considerado matematicamente ou operacionalmente inviável [22,23]. No caso da aplicação ao NSP, este grupo reflete tipicamente leis e regulamentações laborais governamentais, os contratos de trabalho e os requisitos estruturais críticos de segurança do hospital [21]. Qualquer algoritmo de resolução tem como primeira prioridade garantir que nenhuma destas regras é violada [22].

Por outro lado, as restrições flexíveis representam condições desejáveis que devem ser satisfeitas na medida do possível, mas cuja violação não inviabiliza a implementação da escala [21]. Na modelação matemática, quando uma destas restrições não é cumprida, o modelo não rejeita a solução, mas aplica-lhe um custo de penalização na função objetivo, que o algoritmo tentará minimizar [17,21]. Estas restrições estão intrinsecamente ligadas aos fatores humanos e à qualidade de vida da equipa, abrangendo requisitos como a satisfação de pedidos de dias de folga, a atribuição de turnos preferenciais, a evicção de padrões de trabalho indesejados e a promoção da equidade através do equilíbrio da carga de trabalho entre todos os enfermeiros do serviço [21,24].

Na prática, a coexistência destas regras cria um problema de elevada tensão analítica. O grande desafio dos métodos de resolução consiste em conseguir isolar um espaço de soluções onde todas as restrições rígidas sejam respeitadas em simultâneo e, dentro desse espaço limitado, procurar a melhor solução possível que minimize o somatório das penalizações associadas às restrições flexíveis [21,25].

2.5.5. Solução Viável vs Solução Ótima

A distinção entre uma solução viável e uma solução ótima é o que define o critério de sucesso e de paragem de um algoritmo de planeamento.

No contexto do NSP, uma atribuição de turnos é considerada uma solução viável quando não viola nenhuma das restrições rígidas impostas ao problema. Para ser uma solução efetiva, tem de ser consistente (sem conflitos, como um enfermeiro em dois turnos ao mesmo tempo) e completa (todos os turnos de todos os dias do mês têm de ter profissional atribuído). Numa perspetiva de pesquisa, a solução viável é qualquer 'caminho' que conduza o algoritmo desde um estado inicial de uma escala vazia até a um estado objetivo de uma escala preenchida que possa ser legalmente distribuída.

Em contraste, a solução ótima eleva o padrão de qualidade, não se limita a preencher a escala, garante que o faz com o menor custo possível face às restrições flexíveis. Em problemas de otimização hospitalar, o foco transita da simples obtenção de uma solução legalmente aceite para a procura do 'melhor estado possível' com o mínimo de penalizações. Isto significa encontrar, entre milhares de escalas viáveis, aquela que melhor satisfaz as preferências individuais dos enfermeiros e promove a equidade na distribuição.

2.6. Abordagens de Resolução e Ferramentas

Do ponto de vista da Investigação Operacional, a resolução de problemas de otimização combinatória de elevada complexidade assenta em diferentes paradigmas algorítmicos. Conceptualmente, os métodos de resolução organizam-se em duas categorias principais: métodos exatos, baseados em programação matemática rigorosa, e métodos aproximados, que englobam as heurísticas, meta-heurísticas e abordagens híbridas.

2.6.1 Métodos de Resolução

2.6.1.1. Métodos Exatos

Os métodos exatos baseiam-se em formulações matemáticas rigorosas que procuram identificar soluções ótimas para o problema dentro do espaço de soluções viáveis [8,26].

A programação linear inteira e programação linear inteira mista constituem as bases matemáticas tradicionais desta categoria. Estas abordagens permitem modelar explicitamente uma função objetivo (frequentemente associada à minimização de custos ou penalizações por violações de preferências), e um sistema de inequações que define as restrições do problema, como cobertura mínima de turnos, limites máximos de horas de trabalho e períodos obrigatórios de descanso [8,9,27].

Em problemas onde múltiplos objetivos coexistem, como a minimização de custos e a maximização da satisfação dos enfermeiros, a arquitetura pode transitar para modelos de programação por objetivos (*Goal Programming*) procurando pontos de equilíbrio matemático entre critérios conflituosos [9,16]. Outras técnicas exatas incluem algoritmos do tipo *branch-and-price* e redes de *minimum cost network flow* [9,17].

Teoricamente, a principal limitação inerente a estes métodos é a sua suscetibilidade à explosão combinatória. À medida que o número de variáveis (profissionais, turnos, dias) aumenta, a exigência computacional cresce de forma exponencial, tornando-os impraticáveis para instâncias de larga escala num tempo de processamento útil [8].

2.6.1.2. Programação por Restrições

Embora a programação por restrições (*Constraint Programming* – CP) integre a categoria dos métodos exatos, a sua formulação conceptual difere substancialmente da programação matemática tradicional.

Frequentemente associada à área da Inteligência Artificial (IA), a CP destaca-se pela sua capacidade de lidar com um grande número de restrições complexas e interdependentes, sendo particularmente adequada para problemas combinatórios com elevada complexidade estrutural [9,13].

Ao contrário dos métodos tradicionais de programação matemática, como a programação inteira, que se focam primordialmente na otimização de uma função objetivo através de inequações, a CP foi concebida para lidar com problemas que envolvem restrições diversas, não lineares e intrincadas, privilegiando a satisfação das restrições em detrimento da otimização pura [13].

Nesta abordagem, o problema é formulado através de um conjunto de variáveis, dos respetivos domínios (o conjunto de valores possíveis para cada variável) e de restrições que limitam as combinações admissíveis para as atribuições [28].

O processo de resolução computacional assenta em três mecanismos fundamentais: filtragem (*filtering*), propagação (*propagation*) e pesquisa (*search*)[28]. A filtragem consiste na redução dos domínios das variáveis, eliminando valores que violam diretamente as restrições [28]. A propagação assegura que qualquer alteração no domínio de uma variável é refletida nas restantes variáveis interdependentes, mantendo a consistência global do sistema [28]. Por fim, a pesquisa explora o espaço de soluções, recorrendo frequentemente a algoritmos de retrocesso (*backtracking*) sempre que a atribuição atual falha em cumprir uma restrição [28].

Desta forma, a CP revela-se especialmente eficaz em problemas caracterizados por elevada complexidade estrutural e por um grande número de restrições interdependentes.

2.6.1.3. Heurísticas e Meta-heurísticas

As heurísticas constroem soluções viáveis com base em regras específicas do problema, enquanto as meta-heurísticas utilizam sistemáticas de exploração e diversificação do espaço de soluções, sendo aplicáveis a diferentes classes de problemas [8,16,17].

Entre as abordagens mais frequentemente aplicadas ao NSP encontram-se métodos de busca que combinam intensificação e diversificação. Enquanto a primeira se foca no refinamento e exploração exaustiva de regiões promissoras do espaço de soluções (frequentemente através da procura local), a segunda assegura que o algoritmo explora zonas não visitadas, permitindo evitar a convergência prematura para ótimos locais e navegar eficientemente em direção à melhor solução possível [9,23].

Embora garantam elevada eficiência computacional na gestão de instâncias de grande dimensão, a sua limitação teórica reside na impossibilidade de certificar matematicamente a otimalidade ou a distância da solução face ao limite inferior do problema [8,9].

2.6.1.4. Hiper-heurísticas, Matheurísticas e Abordagens Híbridas

Mais recentemente, têm emergido outras abordagens como as hiper-heurísticas, que automatizam o processo de seleção e combinação de heurísticas adequadas ao problema em questão [9]. Estas metodologias procuram aumentar a generalização e reduzir a dependência de parametrizações específicas [9,17,29].

As matheurísticas combinam dois ou mais métodos, métodos matemáticos exatos com técnicas meta-heurísticas, procurando explorar as vantagens de ambas as abordagens [9,17]. De forma semelhante, as abordagens híbridas combinam explicitamente dois ou mais métodos numa mesma estrutura de resolução, com o objetivo de equilibrar as estratégias de diversificação (exploração global do espaço de soluções) e de intensificação (exploração local e refinamento em regiões promissoras) [9,17].

Como extensão destas abordagens híbridas, a introdução de técnicas de IA, nomeadamente *Machine Learning* (ML), *Deep Learning* (DL) e *Reinforcement Learning* (RL), representa um novo paradigma de otimização. Ao contrário dos métodos tradicionais, baseados em regras estáticas, estas abordagens permitem que os algoritmos aprendam com a experiência, ajustando dinamicamente as estratégias de resolução [8,30].

Apesar do seu potencial, a aplicação destas técnicas apresenta limitações significativas. Problemas de escalabilidade e falta de generalização constituem desafios relevantes, uma vez que modelos treinados para uma determinada configuração dificilmente se adaptam a alterações na dimensão ou nas características do problema [22,30]. Adicionalmente, estas abordagens não substituem a componente humana na gestão de equipas de enfermagem, sendo necessária supervisão para garantir a adequação das soluções ao contexto real [5,13].

Em suma, a integração de técnicas de IA em modelos de otimização apresenta um elevado potencial para responder à natureza dinâmica dos contextos hospitalares, constituindo uma área promissora para o desenvolvimento de soluções mais eficientes e adaptáveis.

2.6.2. Ferramentas de Implementação (*Solvers*)

Para operacionalizar as formulações matemáticas e algoritmos discutidos anteriormente em contextos reais, a literatura recorre frequentemente a ferramentas computacionais especializadas, conhecidas como *solvers* de otimização. Estes *softwares* são responsáveis por aplicar os métodos exatos ou de programação por restrições de forma eficiente, transformando o modelo teórico numa escala de trabalho prática.

Tradicionalmente, ferramentas comerciais de alto desempenho, como o IBM ILOG CPLEX e o *Gurobi*, têm dominado o estado da arte devido à sua enorme robustez na resolução de modelos de programação inteira e mista [17,31].

No entanto, apesar da sua eficácia comprovada na literatura, os elevados custos de licenciamento destes *solvers* comerciais constituem uma barreira significativa, tornando a sua implementação prática financeiramente inacessível para a grande maioria das instituições de saúde [32,33]. Em resposta a esta limitação económica, têm emergido, na investigação recente, alternativas de código aberto com desempenho competitivo. Entre estas destacam-se *solvers* que combinam métodos de satisfatibilidade com programação por restrições, como alguns módulos disponibilizados por *frameworks* modernas de

otimização, incluindo o CP-SAT do *Google OR-Tools*, frequentemente referenciado em estudos recentes [34].

2.6.3. Limitações do planeamento manual e necessidade de otimização

Apesar da extensa investigação na área, a elaboração de escalas de enfermagem continua, em muitas instituições, a ser realizada manualmente por enfermeiros gestores ou chefes de equipa [5,10]. Este processo é moroso, suscetível a erros e limitado na capacidade de considerar simultaneamente múltiplas restrições e objetivos conflitantes [5,10,24].

Face a estas limitações, o desenvolvimento de um sistema para otimização do processo surge como uma estratégia promissora para apoiar os gestores hospitalares na tomada de decisão, aumentar a transparência do processo e melhorar a eficiência organizacional [9,12].

Estes sistemas permitem integrar requisitos institucionais, regulamentares e individuais, oferecendo estruturas que equilibram cobertura assistencial, custos operacionais e satisfação profissional, constituindo assim uma ferramenta relevante para a sustentabilidade dos serviços de saúde.

II Enquadramento Legal e Normativo

3. Enquadramento Legal e Normativo

A carreira de enfermagem em Portugal integra uma carreira especial, regulada por diplomas próprios, e é complementada pela legislação laboral geral e por normas técnico-profissionais. No SNS, o enquadramento aplicável varia conforme o regime de vínculo, por um lado, enfermeiros com contrato de trabalho em funções públicas, por outro, enfermeiros vinculados a entidades do setor empresarial do Estado (Entidades Públicas Empresariais, EPE) e parcerias. Neste contexto, a elaboração de horários e escalas de serviço deve respeitar integralmente o enquadramento jurídico aplicável e as normas próprias da carreira, assegurando o cumprimento dos deveres funcionais e a continuidade ininterrupta dos cuidados de enfermagem. Esta análise revela-se crucial para a definição de regras claras e em conformidade com a legislação em vigor, as quais constituem os alicerces da construção do sistema, sendo este o foco principal deste capítulo.

3.1. Diplomas e Normas de Referência

Do ponto de vista legal, destacam-se os diplomas específicos da carreira e categorias (DL n.º 247/2009 [35] e DL n.º 248/2009[36], alterados pelo DL n.º 71/2019[37]), a legislação laboral geral aplicável conforme o vínculo, nomeadamente o Código de Trabalho (CT) e a Lei Geral do Trabalho em Funções Públicas (LTFP) e, as normas técnico-profissionais da Ordem dos Enfermeiros, em particular o Regulamento n.º 743/2019[38], que aprova a Norma para o Cálculo de Dotações Seguras dos Cuidados de Enfermagem.

A organização e gestão dos recursos humanos em função das necessidades de cuidados constitui uma competência específica do Enfermeiro Gestor (Decreto-Lei nº. 71/2019, Art. 10.º-B), incluindo a elaboração de planos de trabalho, escalas e plano de férias, com vista à eficiência do serviço. No planeamento de horários, deve ainda atender-se às exigências de proteção de segurança e saúde do profissional e à conciliação com a vida pessoal e familiar, tal como previsto no Artigo 212.º da Lei n.º 7/2009[39].

3.2. Regras Aplicáveis à Elaboração de Escalas

Em termos operacionais, o enquadramento anterior traduz-se num conjunto de regras e restrições que devem ser asseguradas na construção de escalas, articulando limites legais do tempo de trabalho com requisitos organizacionais e de dotação segura.

3.2.1. Duração do trabalho, formação e trabalho suplementar

O regime de trabalho da carreira especial de enfermagem encontra-se previsto no Decreto-Lei n.º 71/2019, cujo Artigo 17.º fixa um período normal de trabalho de 35 horas semanais.

No domínio da formação, o CT estabelece o direito anual a um número mínimo de 40 horas de formação contínua (Lei n.º 7/2009, Art. 131.º). De forma complementar, o Decreto-Lei n.º 71/2019, Artigo 20.º, prevê a possibilidade concessão de licença para formação, sem perda de remuneração, até ao limite de 15 dias úteis por ano, desde que devidamente fundamentada e reconhecida como relevante para o serviço.

Relativamente ao trabalho suplementar, este encontra-se sujeito a limites anuais e diários, sendo, como referência, previsto o limite de 150 horas anuais, com possibilidade de aumento até 200 horas por instrumento de regulamentação coletiva de trabalho (Lei n.º 7/2009, Art. 228.º).

3.2.2. Organização do tempo de trabalho por turnos

A organização dos turnos deve respeitar os limites do período normal de trabalho diário, que corresponde a 8 horas de trabalho efetivo por dia de acordo com o CT (Lei n.º 7/2009, 203.º). Contudo, de acordo com a mesma legislação (Art. 204.º), é permitido o aumento do período normal de trabalho diário até quatro horas, perfazendo um total de 12 horas e, existe ainda a possibilidade de horário concentrado, desde que exista um acordo entre trabalhador-empregador e sejam cumpridos os períodos de descanso.

No que concerne a períodos de descanso, o profissional não pode prestar mais de seis horas de trabalho consecutivo antes de usufruir de um intervalo não inferior a uma hora e não superior a duas horas (Lei n.º 7/2009, Art. 213.º).

Quanto ao trabalho noturno, o CT (Lei n.º 7/2009, Art. 223.º), define-o como o trabalho prestado num período com duração mínima de sete horas e máxima de onze horas.

Em serviços de funcionamento permanente, como as urgências, os turnos devem ser organizados de modo que os trabalhadores gozem, pelo menos, um dia de descanso em cada período de sete dias, sem prejuízo do período excedente de descanso a que tenham direito (Lei n.º 7/2009, Art. 221.º).

O CT (Lei n.º 7/2009) destaca que o trabalhador tem direito a, pelo menos, um dia de descanso por semana, mas pode não ser o domingo garantindo a exceção para várias condições incluindo atividades cujo funcionamento não possa ser interrompido. A LTFP [40], Artigo 115.º, pelo contrário, estabelece que o dia de descanso semanal deve coincidir com o domingo, pelo menos uma vez em cada período de quatro semanas.

Relativamente aos períodos de descanso diário, o profissional de saúde tem direito a um período de descanso de, pelo menos, 11 horas seguidas entre dois períodos diários de trabalho consecutivo, salvo exceções como força maior, prevenção de prejuízos graves ou atividades caracterizadas pela necessidade do serviço (como serviços de saúde) (Lei n.º 7/2009, Art. 214.º).

3.2.3. Férias, feriados e compensações

A elaboração do plano mensal deve integrar o direito anual a férias, a sua calendarização e, quando aplicável, a forma de gozo interpolado, bem como as regras de compensação quando o trabalho ocorre em dia feriado.

O período anual de férias tem duração mínima de 22 dias úteis, quer no CT (Lei n.º 7/2009, Art. 238.º), quer na LTFP (2014, Art. 126.º). No regime do CT, admite-se o gozo interpolado por acordo entre empregador e trabalhador, devendo, porém, ser assegurado o gozo de, pelo menos, 10 dias úteis consecutivos (Lei n.º 7/2009, Art. 241.º).

Quando o trabalho é prestado em dia feriado, o CT prevê compensação, designadamente sob a forma de descanso compensatório (com duração de metade do número de horas prestadas) ou, alternativamente, remuneração com acréscimo, sendo a modalidade definida por acordo ou, na sua faltam pelo empregador (Lei n.º 7/2009, Art. 269.º).

3.2.4. Regimes especiais

A escala deve também acomodar regimes especiais legalmente previstos, sempre que aplicáveis. Estes regimes especiais incluem regimes como, a parentalidade, dispensa de trabalho noturno, horário flexível e estatuto de trabalhador-estudante.

No âmbito da parentalidade, a dispensa diária para amamentação ou aleitação é gozada em dois períodos distintos, com duração máxima de uma hora cada, podendo ser acordado regime diferente com o empregador, em caso de nascimento múltiplos, a dispensa é acrescida de mais 30 minutos por cada gémeo além do primeiro (Lei n.º 7/2009, Art. 47.º).

Adicionalmente, podem existir situações de dispensa de prestação de trabalho noturno em contexto de amamentação (Lei n.º 7/2009, Art. 60.º). O CT prevê ainda o direito ao regime de horário flexível para trabalhador com responsabilidades familiares, nomeadamente com filho menor de 12 anos, ou independentemente da idade, filho com deficiência ou doença crónica que com ele resida, o que pode ter implicações diretas na organização de turnos e elegibilidade para horários noturnos (Lei n.º 7/2009, Art. 56.º).

No que se refere ao trabalhador-estudante, o CT prevê o direito a faltas justificadas para prestação de provas de avaliação, incluindo o dia da prova e o dia imediatamente anterior, sendo que, em caso de provas em dias consecutivos ou de mais de uma prova no mesmo dia, os dias imediatamente anteriores são tantos quantas as provas a prestar, estes dias podem abranger dias de descanso semanal e feriados, não podendo exceder quatro dias por disciplina em cada ano letivo (Lei n.º 7/2009, Art. 90.º). Estas ausências devem ser consideradas na construção e validação das escalas.

3.2.5. Normas técnico-profissionais e dotações seguras

Para além do cumprimento das regras do tempo de trabalho, a escala deve ser planeada com base numa dotação adequada de enfermeiros, utilizando metodologias e critérios que assegurem a adequação dos recursos humanos às necessidades reais de cuidados, conforme orientação técnico-profissional da

Ordem dos Enfermeiros [38]. No caso específico dos SU, a Norma recomenda que, ao usar os "postos de trabalho" como base de cálculo, se considerem os padrões de procura e variações de afluência ao longo do dia, da semana e do mês.

No âmbito do Regulamento n.º 743/2019, a fórmula indicada para o cálculo, por postos de trabalho, é:

$$\frac{PT \times HF|D \times NDF|A}{T}$$

em que:

PT: corresponde ao número de enfermeiros necessários nos diferentes postos de trabalho considerados.

HF|D: corresponde às horas de funcionamento por dia do serviço.

NDF|A: corresponde ao número de dias de funcionamento por ano.

T: corresponde ao número total de horas de trabalho anuais por enfermeiro, após deduções aplicáveis (férias, feriados, formação e faltas).

No que respeita a requisitos de qualificação e composição de equipas em SU, a Norma estabelece que a triagem deve ser assegurada por enfermeiro com formação específica em Sistema de Triagem de Prioridades, recomenda-se, consoante a tipologia (adultos, pediatria, obstetrícia, psiquiatria), a afetação preferencial de enfermeiros especialistas nas áreas pertinentes [38]. Para a sala de emergência e para funções de coordenação funcional de turno, é recomendada a afetação de enfermeiros especialistas em Enfermagem Médico-Cirúrgica (EMC), preferencialmente na área da Enfermagem à Pessoa em Situação Crítica. Nos SU integrados na rede, recomenda-se ainda que 50% dos enfermeiros sejam especialistas em EMC na área da Enfermagem à Pessoa em Situação Crítica, com formação em Suporte Avançado de Vida (SAV), assegurada em permanência 24 horas [38]. Na urgência pediátrica, prevê-se que, pelo menos, 50% dos enfermeiros envolvidos no atendimento em sala de emergência disponham de formação em SAV Pediátrico e Formação Avançada em Trauma Pediátrico.

A nível global, a Norma recomenda que o mapa de enfermeiros inclua, na sua composição, pelo menos 35% de enfermeiros especialistas, os quais devem ser alocados por área de especialidade de acordo com a tipologia de cuidados da unidade, admitindo-se percentagens superiores em unidades de natureza especializada [38].

Importa referir que, para efeitos de cálculos de dotação para prestação direta de cuidados, os enfermeiros mobilizados para funções de direção e chefia não devem ser contabilizados, de modo a não comprometer a adequação das horas de cuidados de enfermagem às necessidades específicas [38].

Face à complexidade normativa apresentada, desde as restrições horárias aos requisitos de dotação segura, torna-se evidente a exigência colocada sobre este planeamento. Em suma, esta compatibilização representa um dos maiores desafios da gestão em enfermagem, dado o conflito frequente entre a escassez de recursos e os limites legais impostos.

Estado da Arte

4. Estado da Arte

Este capítulo tem como objetivo apresentar, comparar e analisar o conhecimento científico atual sobre o tema em estudo, identificando tendências, consensos, divergências e lacunas existentes na literatura. Pretende-se, assim, contextualizar a investigação desenvolvida e fundamentar a pertinência do problema de investigação.

4.1. Metodologia

Com o intuito de desenvolver uma revisão narrativa da literatura, foram definidos, numa fase inicial, critérios de inclusão e exclusão. Estes critérios tiveram como objetivo selecionar os estudos mais relevantes para a temática abordada, assegurando a qualidade e a pertinência da informação analisada. Os critérios definidos encontram-se sistematizados na Tabela 1.

Tabela 1. Critérios de inclusão e exclusão.

Critérios de inclusão	⇒ Estudos que abordem explicitamente o NRP ou NSP, focados na atribuição enfermeiro–turno–dia num horizonte temporal definido (ex: mensal ou quinzenal). ⇒ Estudos que identifiquem e descrevam o método de resolução algorítmica ou modelo adotado (ex: programação matemática, heurísticas, meta-heurísticas ou abordagens híbridas). ⇒ Estudos que apresentem métricas de avaliação clara, utilizando dados reais, instâncias de benchmarking reconhecidas ou comparação direta com sistemas de elaboração manual. ⇒ Estudos que permitam identificar a dimensão do problema (tipos de turnos e, idealmente, o tamanho da equipa).

Critérios de exclusão	⇒ Estudos focados em contextos não hospitalares (ex. lares, cuidados continuados, clínicas, centros de saúde/ambulatório). ⇒ Estudos focados no agendamento de cirurgias (*Operating Theatre Scheduling*), agendamento de doentes (*Patient Admission Scheduling*), *Nurse Rostering Problem with Multiple Units* (NRPMU), alocação diária de tarefas (*Nurse Task Assignment*) ou otimização de níveis/dotações (como, rácios ou atribuição de enfermeiro/doente). ⇒ Estudos focados exclusivamente em provas de complexidade (NP−*hardness*), desempenho computacional bruto ou novos algoritmos testados apenas em "*datasets* artificiais" sem qualquer discussão de restrições de gestão real de enfermagem. ⇒ Estudos com enfoque exclusivo em temas organizacionais, como aspetos legais, éticos ou económicos, sem relação direta à modelação de escalas. ⇒ Estudos cujo foco seja apenas satisfação profissional ou *burnout* sem ligação à otimização de escalas. ⇒ Estudos que mencionem *nurse rostering* de forma não substantiva ou incidam noutras categorias profissionais (como médicos, radiologistas, técnicos), cujas regras de descanso e continuidade de serviço não sejam transponíveis para a enfermagem. ⇒ Comentários, editoriais, artigos de opinião, resumos de conferências, artigos de conferências, revisões bibliométricas/sistemáticas, capítulos de livros e estudos de caso isolados.

Os critérios de exclusão foram definidos de forma a garantir coerência com o objetivo do estudo, cujo foco conceptual se centra no contexto da urgência hospitalar. Embora a análise não se tenha restringido exclusivamente a serviços de urgência, optou-se por incluir apenas estudos desenvolvidos em ambiente hospitalar, por partilharem estruturas organizacionais, regimes de turnos, exigências assistenciais e constrangimentos legais semelhantes.

Foram, assim, excluídos estudos realizados em contextos não hospitalares, como lares, cuidados continuados, clínicas ou centros de saúde, uma vez que apresentam modelos de funcionamento e padrões de escalonamento distintos, o que poderia comprometer a comparabilidade dos resultados.

Adicionalmente, excluíram-se trabalhos centrados noutras variantes de problemas de planeamento hospitalar que não correspondem diretamente ao NSP na sua formulação clássica de atribuição enfermeiro–turno–dia, bem como estudos com enfoque exclusivamente teórico ou computacional, sem ligação às restrições reais da gestão de escalas de enfermagem.

Por fim, foram excluídas revisões sistemáticas e revisões bibliométricas, uma vez que o objetivo deste trabalho é analisar diretamente estudos primários e evidência original recente. A inclusão de revisões poderia conduzir à duplicação de resultados já sintetizados, comprometendo a análise crítica

pretendida. Foram excluídos resumos, editoriais, comentários e outros documentos de natureza não primária por não corresponderem a estudos completos. Adicionalmente, optou-se por excluir artigos de conferência, restringindo a análise exclusivamente a artigos publicados em revistas científicas (*journals*). Esta decisão metodológica justifica-se pelo facto de os artigos em revistas exigirem, por norma, uma descrição metodológica mais exaustiva e apresentarem sistemas com maior nível de maturidade tecnológica e validação empírica em ambientes clínicos reais. Em contraste, os artigos de conferência na área da otimização tendem frequentemente a focar-se na exploração de novos algoritmos testados em instâncias teóricas (*datasets* de *benchmarking*), o que se afasta do objetivo desta revisão, que privilegia a aplicabilidade prática e a implementação de escalas de enfermagem no contexto hospitalar.

Como limitadores de pesquisa, optou-se por incluir apenas artigos publicados entre 2020 e 2025, de forma a garantir a atualidade da evidência analisada, atendendo à rápida evolução dos métodos de otimização e dos sistemas de apoio à decisão aplicados ao NSP, sem desconsiderar contributos anteriores relevantes para a consolidação do tema. Foram considerados apenas estudos redigidos em língua inglesa ou portuguesa, assegurando a compreensão integral do conteúdo e a fiabilidade da análise. Adicionalmente, incluíram-se exclusivamente artigos com acesso ao texto completo, em regime de acesso aberto (open access) ou através de acesso institucional, garantindo a possibilidade de analisar detalhadamente as metodologias, métricas de avaliação e resultados apresentados.

A pesquisa bibliográfica foi realizada nas bases de dados PubMed, Scopus e IEEE Xplore, selecionadas pela sua reconhecida relevância e abrangência nas áreas da saúde, investigação operacional, engenharia e sistemas de apoio à decisão. A combinação destas bases permitiu cobrir tanto a vertente clínica do problema como a dimensão computacional e algorítmica associada à sua resolução.

A estratégia de pesquisa foi aplicada a 10 de setembro de 2025, utilizando a seguinte query de pesquisa nas bases de dados selecionadas: ("*nurse rostering problem*" OR "*nursing staff scheduling*" OR "*nurse scheduling*") AND ("*decision support system*" OR "*decision support*" OR *optimization* OR *algorithm* OR *heuristics* OR *constraints*).

Os limitadores previamente definidos foram aplicados durante a pesquisa. Após a identificação dos artigos, os resultados obtidos foram exportados para a plataforma *Rayyan*, uma ferramenta digital de apoio à triagem de literatura científica. Esta permitiu realizar o processo de seleção e exclusão de forma sistemática, eficiente e replicável. Numa primeira fase, procedeu-se à leitura dos títulos e resumos, aplicando os critérios de inclusão e exclusão estabelecidos. Posteriormente, os artigos potencialmente elegíveis foram analisados na íntegra para confirmação da sua relevância para o estudo.

De forma a garantir transparência e sistematização no processo de seleção dos artigos, foi elaborado um fluxograma com base nas orientações do modelo PRISMA (*Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses*). Embora este estado da arte corresponda a uma revisão narrativa da literatura, o fluxograma PRISMA foi utilizado como ferramenta estruturante para documentar as diferentes fases do processo de identificação, triagem, elegibilidade e inclusão dos artigos.

Os critérios de elegibilidade previamente definidos asseguram que a presente revisão incide estritamente sobre o NSP em contexto hospitalar, com ênfase na sua aplicabilidade prática e resolução algorítmica. Contudo, para garantir a clareza visual e a capacidade de síntese exigidas pelo diagrama de

fluxo PRISMA, os motivos subjacentes à exclusão de artigos durante a fase de leitura integral foram agrupados em cinco macrocategorias. A Tabela 2 clarifica a correspondência exata entre as designações adotadas no fluxograma e os critérios metodológicos específicos (incumprimento de critérios de inclusão ou verificação de critérios de exclusão) que ditaram a rejeição dos estudos.

Tabela 2. Correspondência entre as macrocategorias de exclusão do diagrama PRISMA e os critérios de elegibilidade.

Categoria no Diagrama PRISMA	Critérios Específicos Englobados na Categoria
Contexto não hospitalar	Exclusão: Estudos focados em contextos não hospitalares (ex. lares, cuidados continuados, clínicas, centros de saúde/ambulatório).
Problema de planeamento não correspondente ao NSP clássico	Exclusão: Estudos focados no agendamento de cirurgias, agendamento de doentes, NRPMU, alocação diária de tarefas ou otimização de níveis/dotações.
Ausência de aplicabilidade prática	Exclusão: Estudos focados exclusivamente em provas de complexidade (NP-*hardness*), desempenho computacional bruto ou novos algoritmos testados apenas em *datasets* artificiais sem discussão de restrições reais de gestão. Incumprimento de Inclusão: Estudos que não identificam o método de resolução, que não apresentam a dimensão do problema (tipos de turnos/tamanho da equipa) ou que não apresentam métricas de avaliação claras utilizando dados reais ou instâncias de benchmarking reconhecidas.
Foco não relacionado com modelação/otimização de escalas	Exclusão: Estudos com enfoque exclusivo em temas organizacionais (aspetos legais, éticos ou económicos isolados); estudos cujo foco seja apenas satisfação profissional ou *burnout* sem ligação à otimização; estudos que mencionem *nurse rostering* de forma não substantiva ou incidam noutras categorias profissionais cujas regras de descanso não sejam transponíveis.
Tipo de publicação	Exclusão: Comentários, editoriais, artigos de opinião, resumos de conferências, artigos de conferências, revisões bibliométricas/sistemáticas, capítulos de livros e estudos de caso isolados.

O processo de pesquisa e seleção encontra-se ilustrado na Figura 1, que detalha o número de registos inicialmente identificados nas bases de dados selecionadas, a consequente remoção de duplicados, a triagem efetuada através da leitura de títulos e resumos e, por fim, os estudos avaliados na íntegra que compõem a amostra final da revisão.

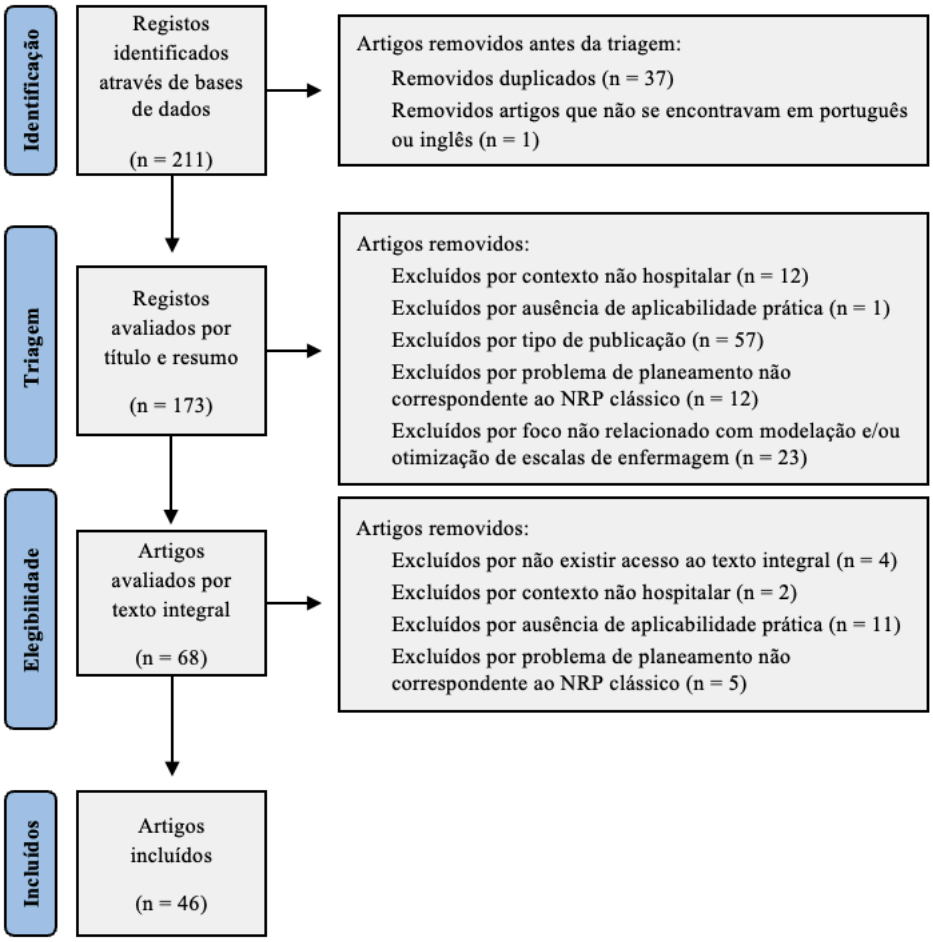


Figura 1. Fluxograma de processo de identificação, triagem, elegibilidade e inclusão dos estudos (PRISMA)

4.2. Caracterização da Literatura Analisada

A literatura analisada evidencia um ecossistema científico vasto e heterogéneo, caracterizado por abordagens metodológicas diversas, níveis distintos de maturidade tecnológica e contexto clínicos amplamente variáveis. A análise integral dos 46 artigos científicos incluídos permitiu identificar padrões relevantes quanto ao contexto de aplicação, número de instâncias, horizonte temporal das escalas, tipologia das abordagens metodológicas e natureza dos dados utilizados. A caracterização detalhada dos artigos incluídos encontra-se sintetizada na Tabela 3 (Apêndice I), a partir da qual se desenvolve a análise apresentada de seguida.

4.2.1. Contexto dos artigos

No que diz respeito ao contexto de aplicação (Figura 2), observa-se uma predominância clara de estudos de âmbito transversal ou não específicos. Nestes casos, que representam 23 dos 46 artigos analisados, os modelos são desenvolvidos para abranger múltiplas unidades ou configurações organizacionais, sem atender a um serviço clínico em particular. O segundo contexto mais frequente é o internamento geral, identificando em 13 estudos. As Unidades de Cuidados Intensivos (UCI) encontram-se representadas em cinco estudos, enquanto os serviços de urgência são abordados em apenas três artigos. Por fim, somente dois estudos abordam o Bloco Operatório (BO) numa perspetiva clássica do NSP.

Esta distribuição demonstra que, para além do desenvolvimento de modelos generalistas, a investigação recente aplicada a contexto específicos tem privilegiado ambientes de internamento estruturado, caracterizados por uma maior previsibilidade da procura assistencial e estabilidade organizacional. Em contrapartida, denota-se uma acentuada sub-representação de serviços com exigências operacionais mais complexas e maiores especificidades, como é o caso do serviço de urgência, UCI e BO. Dada a elevada variabilidade e criticidade inerente a estes contextos, a aplicação direta de modelos transversais torna-se limitativa, uma vez que estes careceriam de profundas adaptações estruturais para dar resposta às necessidades reais e restrições destas unidades. A escassez de estudos direcionados para estes serviços, com particular destaque para a urgência, evidencia assim uma lacuna clara na literatura recente, o que se afigura problemático face à complexidade de gestão de recursos humanos nestes ambientes.

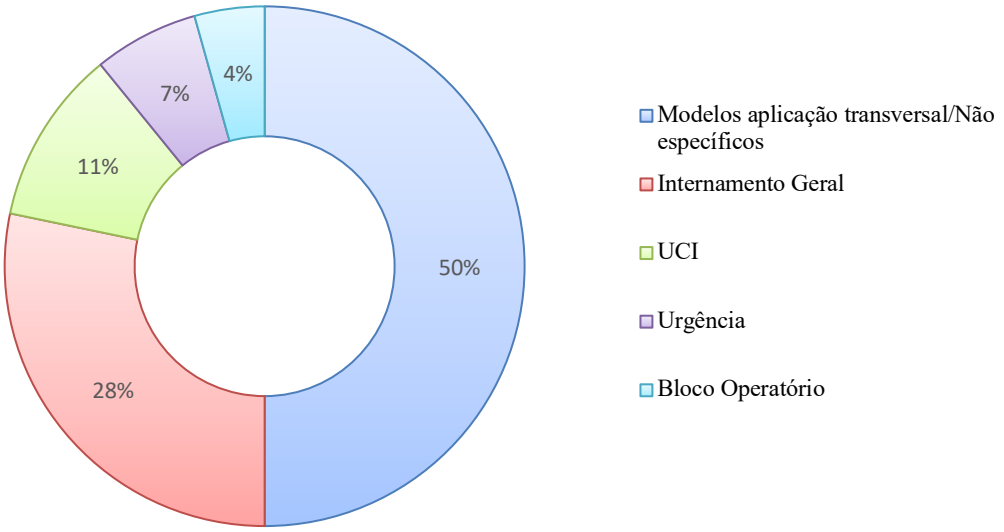


Figura 2. Distribuição dos estudos analisados por contexto hospitalar (n=46)

4.2.2. Aplicabilidade prática

A análise do grau de aplicação prática dos estudos evidencia diferenças relevantes entre os contextos hospitalares. Globalmente, verifica-se que 59% dos trabalhos correspondem a modelos teóricos/experimentais, 28% a protótipos de Sistemas de Apoio à Decisão (SAD) e 13% a sistemas já implementados. Para efeitos desta análise, considerou-se como teóricos/experimentais os estudos centrados no desenvolvimento algorítmico e testados apenas em instâncias de dados, como protótipos, as soluções já desenvolvidas com interface computacional ou validades de forma retrospetiva com os utilizadores finais, mas ainda não adotadas na rotina, e como sistemas implementados, as ferramentas efetivamente integradas e em utilização na gestão diária das escalas do serviço. Embora a distribuição global permita uma leitura imediata da maturidade da área, a desagregação por contexto revela padrões distintos.

No contexto transversal ou não especificado (n = 23), que constitui o grupo mais numeroso, observa-se uma distribuição acentuadamente desequilibrada, 21 estudos são de natureza teórica/experimental e dois correspondem a protótipos. Esta predominância de modelos conceptuais sugere que, apesar da ambição em desenhar algoritmos generalizáveis a múltiplas unidades, estas propostas permanecem maioritariamente em estádios preliminares de desenvolvimento, escasseando a sua transição para aplicações maduras e utilizáveis no terreno.

Em contraste, o internamento geral (n = 13), segundo grupo mais representativo, apresenta uma maturidade tecnológica francamente superior. Apenas um estudo é puramente teórico-experimental, verificando-se a existência de sete protótipos e cinco sistemas já implementados. Este perfil demonstra tratar-se de um domínio consolidado na literatura, onde a investigação já transpôs a barreira conceptual para dar lugar a ferramentas de apoio à decisão testadas, validadas e, em muitos casos, adotadas na prática clínica e gestão de enfermagem.

No cenário das UCI (n = 5), o panorama altera-se. Quatro estudos correspondem a modelos teóricos e apenas um a protótipo, evidenciando uma falta de orientação aplicada ou de implementação formal. Esta concentração em níveis de maturidade iniciais sugere que a dificuldade não reside apenas na modelação matemática em si, mas sim na translação da dinâmica operacional do serviço para uma ferramenta de uso diário. Embora partilhem semelhanças estruturais com o internamento geral, as UCI apresentam especificidades que as tornam únicas, gerem equipas mais alargadas e, por vezes, exigem a alocação de elementos para a gestão de imprevisibilidades, como a resposta a emergências intra-hospitalares. A complexidade de incorporar estas variáveis dinâmicas e de risco num sistema de apoio à decisão estável poderá justificar a escassez de aplicações já maduras neste contexto.

Por fim, no que respeita aos serviços com maior especificidade, os volumes de publicação são reduzidos, mas tendencialmente mais aplicados. No serviço de urgência (n = 3), regista-se um estudo teórico, um protótipo e um sistema implementado. Esta clara vocação aplicativa, apesar da escassez de literatura, é muito possivelmente impulsionada pela criticidade do ambiente e pela necessidade premente de dotar as chefias de soluções operacionais dinâmicas que respondam à forte variabilidade do serviço. De igual modo, no bloco operatório (n = 2), o foco recai no desenvolvimento estruturado, reportando-se ambos os estudos a protótipos de SAD.

4.2.3. Horizonte temporal

Relativamente ao horizonte temporal considerado nos modelos de planeamento, verificou-se que a abordagem mensal é claramente predominante, surgindo em 27 dos 46 estudos analisados. Importa ressalvar que, para efeitos de sistematização na tabela de extração de dados, os estudos que reportavam horizontes de 28, 29, 30 ou 31 dias foram categorizados uniformemente como planeamento "mensal". Este resultado encontra-se plenamente alinhado com a prática da maioria das instituições hospitalares. A elaboração de escalas com esta periodicidade é a norma organizacional, pois permite conciliar a estabilidade da distribuição de turnos com a flexibilidade necessária para gerir ausências, acomodar preferências e garantir o equilíbrio da equipa. As escalas semanais surgem em apenas dois estudos, enquanto três artigos adotam um horizonte quinzenal. A reduzida representatividade destes períodos mais curtos reflete a sua parca utilização nos processos formais de planeamento a médio prazo, estando tipicamente reservados para contextos hospitalares atípicos ou para a realização de ajustes operacionais a curto prazo.

Os restantes 14 estudos apresentam uma considerável heterogeneidade no horizonte temporal, com períodos a variar entre os 7 e os 364 dias. Esta amplitude encontra-se fortemente dependente das instâncias experimentais adotadas (por exemplo, *datasets* de benchmarking internacionais ou simulações computacionais). Esta variabilidade temporal é um traço característico de estudos de natureza metodológica, cujo objetivo primário é testar a robustez, a escalabilidade e a eficiência dos algoritmos em múltiplos cenários e dimensões, em detrimento de espelhar o planeamento operacional do dia a dia.

Em suma, a expressiva prevalência do horizonte mensal na amostra analisada confirma que a literatura tem procurado mimetizar os ciclos reais de construção de escalas das organizações de saúde. Esta tendência evidencia um esforço de alinhamento da investigação matemática com a prática real de gestão, reproduzindo a periodicidade que garante o melhor compromisso entre previsibilidade, continuidade assistencial e capacidade de gestão dos recursos humanos de enfermagem.

4.2.4. Métodos de resolução

A análise das abordagens metodológicas utilizadas nos estudos revela uma diversidade expressiva de técnicas aplicadas ao NSP. A Figura 3 apresenta a distribuição global, 33% dos artigos recorreram a meta-heurísticas, 26% a abordagens híbridas, 26% a métodos exatos, 11% a heurísticas e 4% a técnicas baseadas em Inteligência Artificial (IA). Embora esta representação permita uma leitura imediata das tendências gerais, a análise detalhada por categoria metodológica evidencia diferenças relevantes no modo como estas técnicas têm sido operacionalizadas e na sua translação para a prática hospitalar.

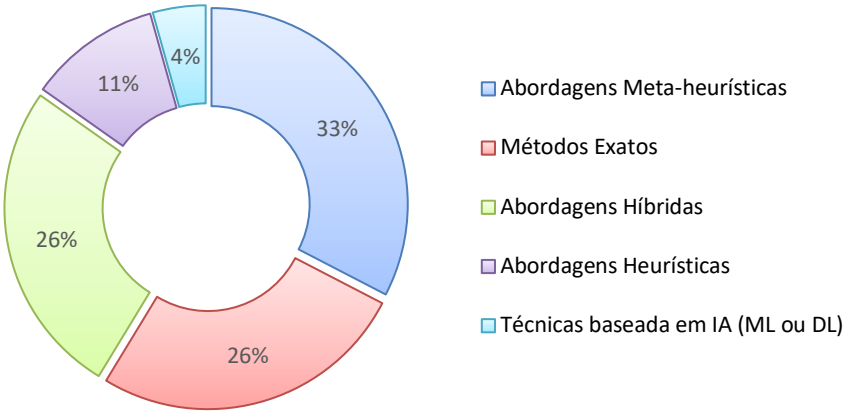


Figura 3. Distribuição dos estudos analisados segundo a abordagem metodológica utilizada (n = 46).

As abordagens meta-heurísticas constituem o grupo mais representado, com 15 estudos. Destes, oito são modelos teóricos, quatro são protótipos e três descrevem sistemas implementados. Esta predominância e maior tração aplicativa refletem a capacidade intrínseca das meta-heurísticas para encontrar soluções de elevada qualidade, "subótimas" mas perfeitamente funcionais, num tempo computacional razoável, tornando-as a escolha preferencial para lidar com a imprevisibilidade e a dimensão das escalas hospitalares reais.

Em segundo lugar, destacam-se as abordagens híbridas (12 estudos), onde predominam os trabalhos de experimentação teórica (dez estudos), coexistindo com dois protótipos. Este padrão evidencia que a hibridização (como combinar métodos exatos com meta-heurísticas para potenciar as vantagens de ambos) capta um elevado interesse metodológico pela sua eficácia matemática. Contudo, a elevada complexidade de programar, parametrizar e manter estes algoritmos dificulta substancialmente a sua transição para softwares de gestão hospitalar estáveis e autónomos.

No grupo dos métodos exatos, identificam-se 12 estudos, dos quais a maioria corresponde a protótipos de SAD (6 estudos). Apenas dois artigos descrevem sistemas efetivamente implementados, enquanto quatro assumem uma natureza exclusivamente teórica. Esta distribuição sugere que, embora exigentes em termos computacionais, os métodos exatos continuam a ser utilizados na prática quando a dimensão do problema é perfeitamente balizada e se pretende garantir a otimalidade da solução, bem como uma conformidade estrita com as restrições legais e laborais.

Relativamente às abordagens heurísticas (5 estudos), quatro correspondem a modelos teóricos e um reporta-se a um protótipo, não se registando qualquer sistema implementado. Esta predominância teórica reflete a limitação das heurísticas simples, embora sejam rápidas a gerar escalas e computacionalmente leves, tendem a não ter a sofisticação necessária para resolver os conflitos de restrições de elevada complexidade que caracterizam os cenários reais de enfermagem.

Por fim, no domínio da Inteligência Artificial, apenas dois estudos recorreram explicitamente a técnicas de ML ou DL. Um destes assume carácter teórico e o outro reflete uma implementação funcional. A presença ainda marginal da IA pode ser explicada por constrangimentos práticos, nomeadamente a dificuldade em aceder a grandes volumes de dados históricos estruturados de escalas,

a falta de transparência e interpretabilidade ("caixa negra") de alguns destes modelos, e uma maturidade tecnológica ainda incipiente na adoção destas técnicas para alocação de recursos em saúde.

Quando se cruza a abordagem metodológica com o grau de implementação, a superioridade dos métodos exatos no que diz respeito à aplicabilidade prática fica evidente. De facto, dos 12 estudos baseados em métodos exatos, a grande maioria (oito artigos) atingiu um grau de aplicação prática (seis protótipos de SAD e dois sistemas implementados). Em contraste, embora as abordagens meta-heurísticas apresentem o maior volume absoluto de publicações, menos de metade ultrapassou a fase teórica (quatro protótipos e três implementados). O desfasamento concetual é ainda mais notório nas abordagens híbridas, em que apenas dois dos 12 trabalhos reportaram soluções aplicadas à prática.

Em suma, a literatura evidencia um volume expressivo de abordagens meta-heurísticas e híbridas, valorizadas pela sua capacidade de lidar com escalas de grande dimensão em tempos de processamento reduzidos. Contudo, esta eficiência computacional exige frequentemente a aceitação de soluções subótimas ou o descurar de certas regras laborais. Por outro lado, verifica-se que os métodos exatos, ao garantirem a conformidade estrita com as restrições do problema, tendem a apresentar uma maior viabilidade prática, o que se reflete na sua taxa superior de transição para protótipos e sistemas funcionais.

4.2.5. Número de instâncias e natureza dos dados utilizados

Relativamente à natureza dos dados utilizados para testar e validar os modelos propostos, observa-se uma clara preferência pela utilização de cenários empíricos. Da amostra final de 46 artigos, a maioria (28 estudos) recorreu a dados reais provenientes de instituições hospitalares, enquanto os restantes 17 trabalhos utilizaram instâncias de *benchmarking* padronizadas da literatura e apena um recorreu a dados sintéticos por simulação. Importa clarificar uma premissa metodológica adotada na fase de extração, nos estudos que contemplavam uma fase inicial de testes computacionais com dados simulados ou teóricos, seguida de uma aplicação a um caso de estudo real, foram considerados exclusivamente os dados efetivos para a classificação da tipologia e para o apuramento da dimensão da equipa na tabela. Esta prevalência de dados reais reflete o esforço atual da comunidade científica em aproximar as formulações matemáticas da realidade clínica, procurando atestar a aplicabilidade dos modelos em ambientes de elevada imprevisibilidade e com restrições fidedignas.

No que concerne à dimensão do problema, avaliada através do número de profissionais escalados, verifica-se uma acentuada amplitude nas instâncias analisadas, com equipas a variar entre um mínimo de quatro e um máximo de 253 profissionais. Esta elevada dispersão justifica-se, em grande medida, pela natureza transversal de alguns estudos e pelo tipo de dados utilizados. Os trabalhos alicerçados em *benchmarks* tendem a testar os limites de escalabilidade dos algoritmos, utilizando frequentemente intervalos amplos (com instâncias a variar, por exemplo, de 8 a 150 profissionais). Por sua vez, as investigações suportadas em dados reais apresentam dimensões mais circunscritas e representativas da dotação típica de um serviço hospitalar.

Embora o foco conceptual da presente revisão seja a resolução algorítmica do NSP, cuja aplicação empírica recai primordialmente sobre a classe de enfermagem, a amostra final integra um estudo focado numa categoria profissional distinta. A retenção do artigo de [41], aplicado a uma equipa de 16 técnicos

de radiologia num serviço de urgência, não constitui uma exceção, mas sim a estrita observância dos critérios de elegibilidade estabelecidos. O critério de exclusão referente a outras classes profissionais prevê apenas a rejeição de estudos cujas dinâmicas laborais não sejam transponíveis para a enfermagem. No caso em questão, o modelo matemático foi concetualmente desenhado para o NSP, sendo as regras de descanso e continuidade de serviço modeladas, tais como o planeamento em três turnos diários (manhã, tarde e noite), a proibição de rotações curtas (como assumir um turno diurno imediatamente após um noturno) e a minimização de padrões de serviço indesejados (como dias de trabalho isolados entre folgas), integralmente transponíveis para a elaboração de escalas de enfermagem.

Em suma, a predominância da utilização de dados reais, aliada à capacidade atestada pelos modelos para acomodarem equipas de dimensões substancialmente distintas, evidencia uma preocupação premente da literatura com a validade externa das soluções algorítmicas propostas. Fica patente que, perante a complexidade do problema, o teste em ambientes operacionais reais e a garantia de escalabilidade dos modelos são encarados como requisitos críticos para que as formulações teóricas possam, futuramente, transitar com sucesso para ferramentas de apoio à decisão clínica e de gestão de enfermagem

4.2.6. Tipologia de restrições, avaliação dos motivos e resultados

A presente análise metodológica e de resultados tem por base a informação sistematizada na Tabela 4 (Apêndice II), que agrega de forma sistemática as métricas, os resultados-chave, as limitações e as restrições modeladas em cada um dos artigos que compõem a amostra. A partir deste levantamento, procedeu-se à estruturação do conhecimento da literatura, com o intuito de refletir não apenas o rigor mecânico das formulações e algoritmos, mas também o seu impacto mensurável na gestão de recursos em contexto hospitalar.

A estrutura evidente da modelação matemática do NSP assenta numa divisão categórica entre restrições rígidas (*Hard Constraints*) e restrições flexíveis (*Soft Constraints*). Esta separação determina, por um lado, a exequibilidade da escala (viabilidade matemática) e, por outro, a sua qualidade ergonómica e sustentabilidade a médio prazo. As *Hard Constraints* definem o espaço de soluções viáveis, qualquer violação a estas regras torna o modelo matematicamente inexequível. Na amostra analisada, esta camada reflete primariamente imposições legais e de segurança hospitalar inegociáveis. A esmagadora maioria dos modelos impõe a unicidade de atribuição diária (no máximo um turno por enfermeiro por dia), a satisfação da cobertura mínima por turno e por competência, limites semanais/mensais de carga horária e requisitos de descanso mínimo entre turnos (tipicamente 11 a 14 horas). São também recorrentes as proibições de sucessões temporalmente incompatíveis (por exemplo, Noite → Manhã), os tetos ao número de dias consecutivos de trabalho (em geral 5–6) e ao número de noites consecutivas (por exemplo, não excedendo 3), a presença obrigatória de um responsável (*charge nurse*) por turno, o acompanhamento de estagiários, a afetação a uma única unidade por dia e regras específicas para grupos protegidos (por exemplo, restrições a noturnos para grávidas ou profissionais acima de determinada idade). Um princípio transversal é o da elegibilidade por competência, apenas profissionais com a competência (*skill*) requerida podem cobrir a procura desse turno, sendo frequentes restrições ao mix de competências (por exemplo, garantir uma proporção mínima de enfermeiros sénior

por turno).

Em contraponto, as *Soft Constraints* não invalidam matematicamente a escala, mas a sua violação é penalizada na função objetivo. É nesta categoria que as dimensões de justiça, preferências e bem-estar da enfermagem são traduzidas em equações. Neste domínio formalizam-se pedidos de turnos e de dias de folga (*Shift on/off*), a preferência por folgas consecutivas e fins de semana completos, e a minimização de padrões reconhecidamente adversos, como os turnos noturnos isolados ou sequências *Night-Off-Evening* (NOE, uma sequência de três dias com padrão Noite-Folga-Tarde). A literatura recente incorpora ainda objetivos explícitos de justiça (equalização de cargas por amplitude e desvio padrão, distribuição equitativa de noites) e de fadiga (minimização do pior caso: Fadiga Máxima Global ou *Global Maximum Fatigue*), desincentivando rotações inversas e promovendo agrupamentos controlados de noites. A evidência compilada na Tabela 4 indica que a negligência sistemática destes fatores humanos tem efeitos consistentes: aumento de fadiga e erros operacionais, crescimento de reclamações e degradação da satisfação profissional, alimentando *burnout* e rotatividade. Por conseguinte, modelos maduros atribuem pesos substantivos a estas dimensões ou elevam-nas a objetivos dedicados, deslocando o ponto ótimo para soluções mais sustentáveis.

A eficácia com que os modelos gerem este compromisso entre o rigor legal e a ergonomia é avaliada sob múltiplos prismas. No plano da função objetivo, a formulação dominante agrega penalizações ponderadas pelas *Soft Constraints* violadas. Contudo, o estado da arte tem evoluído para abordagens multiobjetivo focadas na equidade (*fairness*). Através de mecanismos de *Min-Max fairness* (minimizar o pior desvio/risco na população de enfermeiros) ou da teoria de jogos, os modelos procuram atenuar a Fadiga Máxima Global (GMF) do profissional mais exausto, balanceando o custo económico pretendido pela gestão com a satisfação pretendida pelos profissionais. Computacionalmente, o desempenho é atestado pelo tempo de processamento comparado com limites práticos hospitalares. Neste eixo, a natureza *NP-Hard* do escalonamento revela-se o maior obstáculo, embora o recurso a *solvers* exatos comerciais garanta otimalidade provada em instâncias de pequena dimensão, o seu tempo de execução cresce exponencialmente perante a densidade combinatória de hospitais reais, forçando frequentemente a adoção de heurísticas ou estratégias híbridas. Dado que estas abordagens abdicam da garantia matemática de um "ótimo absoluto" em prol da rapidez de processamento, a avaliação quantitativa da sua eficácia exige métricas de aproximação. Para tal, a literatura baseia-se no cálculo do *Optimality Gap*, a distância percentual entre a solução gerada e os limites teóricos matemáticos (Limites Inferiores e Superiores, LB/UB), ou na medição do desvio face às *Best Known Solutions* (BKS). Esta validação comparativa é tipicamente realizada em instâncias de *benchmark* padronizadas pela comunidade científica, como os *datasets* do INRC-I/II e da NSPLib, permitindo atestar de forma isenta a superioridade de novos algoritmos face ao estado da arte.

Apesar da complexidade computacional, a passagem destes modelos do ambiente académico para o contexto hospitalar real revela ganhos operacionais muito expressivos. Em termos de eficiência temporal, processos manuais que consumiam entre três a oito horas à gestão de enfermagem são rotineiramente finalizados em frações de segundo ou curtos minutos pelo algoritmo. No campo da equidade, as formulações de equalização de turnos e baseadas em cronobiologia reduzem drasticamente a variância da carga de trabalho, retardando a fadiga acumulada e melhorando a satisfação. Em paralelo, a otimização supera a heurística humana acomodando a cobertura assistencial quase na totalidade,

reduzindo substancialmente picos de *under/overstaffing* e travando gastos com subcontratações provisórias. Este sucesso numérico é corroborado por métricas de usabilidade, com estudos a reportarem aprovações de 8 em 10 em inquéritos de satisfação e descidas na ordem dos 40% na taxa de absentismo quando a transparência do modelo é garantida.

O reverso da medalha emerge, porém, quando a resiliência do modelo sofre ruturas exógenas. A esmagadora maioria dos algoritmos enumerados sustenta-se numa matriz de procura determinística, incapaz de antecipar picos infeciosos e surtos súbitos de absentismo. Em quadros de subdotação massiva, as restrições rígidas colidem, tornando a solução matematicamente inexequível. Sem formulações de resiliência, folga tática (*slack*) ou processos de *rescheduling* dinâmico com penalizações flexíveis, a máquina estagna em ótimos locais ou devolve bloqueios totais, exigindo o recuo forçado para o planeamento manual.

Da análise decorrem implicações precisas para o desenho de novas abordagens. A qualidade técnica no planeamento de horários exige a integração disciplinada de uma tríade sociotécnica: um núcleo rígido de viabilidade clínica e legal; o tratamento de restrições de fadiga e bem-estar como alvos multivariáveis transparentes; e, por fim, a exploração de arquiteturas computacionais que recusem assumir estabilidades determinísticas, adotando mecanismos capazes de gerir o compromisso contínuo entre o rigor formal e a resiliência prática perante o stresse imprevisível de um serviço de saúde crítico.

4.2.7. Conclusão do estado da arte

A análise sistemática da literatura recente evidencia um domínio científico em franca expansão e evolução algorítmica, mas que padece de lacunas cruciais na sua transposição para a gestão hospitalar diária. O panorama atual é marcadamente dominado por abordagens meta-heurísticas e híbridas, frequentemente testadas em cenários de internamento estruturado ou validadas de forma puramente concetual através de instâncias de *benchmarking* padronizadas.

Neste cenário, identificam-se limitações preponderantes no atual estado da arte do planeamento de escalas de enfermagem que justificam a necessidade de nova investigação:

1. Foco excessivo na eficiência algorítmica em detrimento do rigor: Na tentativa de contornar a explosão combinatória do problema e limitar os tempos de processamento computacional perante formulações *NP-hard*, grande parte da literatura recorre a abordagens que relaxam ou ignoram restrições operacionais críticas. Esta via entrega escalas num tempo exíguo, mas que frequentemente falhariam o escrutínio do exigente enquadramento legal de um serviço real.
2. Sub-representação de contextos de elevada criticidade: Verificou-se que a evolução metodológica ocorre sobretudo em contextos de internamento geral, sendo particularmente escassa no serviço de urgência. Dada a complexidade e a imprevisibilidade que caracterizam este ambiente, a reduzida presença de abordagens aplicadas reforça a necessidade de investigação orientada para soluções operacionalizáveis e ajustadas às especificações reais da gestão de escalas em urgência.
3. Ausência de enquadramento na realidade nacional e variabilidade legal: Importa salientar que, no conjunto de estudos analisados, não foi identificado qualquer trabalho desenvolvido na

realidade portuguesa, o que limita a transposição direta dos resultados internacionais face às especificidades regulatórias e organizacionais do SNS. Acresce que cada país opera sob enquadramentos legais próprios (por exemplo, limites de horas, regras de descanso, definição de competências e rácios mínimos), condicionando a transversalidade das soluções propostas. Mesmo dentro do mesmo país, os hospitais podem adotar modelos de trabalho, políticas internas e estruturas de turnos diferenciadas, introduzindo variação adicional que dificulta a construção de uma solução "total" e universal para o problema.

4. Barreiras à translação para ferramentas de decisão: A forte dependência de instâncias teóricas, aliada à frequente exigência de licenciamentos comerciais pagos na modelação exata (*solvers* proprietários), afasta muitas destas formulações inovadoras da criação efetiva de protótipos de SAD acessíveis e transparentes.

Em síntese, a literatura recente demonstra maturidade metodológica, mas a sua adoção efetiva em ambientes de elevada exigência e a sua adaptação a quadros legais e práticas locais permanecem um desafio em aberto. Fica patente a premência de desenvolver abordagens parametrizáveis, transparentes e alinhadas com as condições operacionais específicas de cada instituição, garantindo o bem-estar das equipas e a transição de modelos subótimos para protótipos funcionais e rigorosos.

Desenvolvimento do Modelo de Otimização para o NSP

5. Desenvolvimento do Modelo de Otimização para o NSP

Após a análise do enquadramento legal e a revisão da literatura, que evidenciaram a complexidade do escalonamento de enfermagem, o presente capítulo detalha a conceção e o desenvolvimento da solução algorítmica proposta nesta dissertação. Importa clarificar, desde logo, uma premissa metodológica fundamental, embora a arquitetura lógico-matemática do algoritmo tenha sido concebida de forma modular e universal, permitindo a sua futura adaptação e escalabilidade a outras instituições de saúde, a solução prática aqui parametrizada foi desenvolvida para dar resposta às características, dotações e regras de uma instituição hospitalar concreta. O foco central incide exclusivamente sobre o motor de cálculo e a modelação lógico-matemática deste problema, constituindo a base computacional robusta que poderá, futuramente, alimentar um SAD completo.

5.1. Levantamento e Sistematização de Requisitos

Para assegurar que o SAD a desenvolver responde fidedignamente às exigências operacionais do terreno, o levantamento de requisitos adotou uma abordagem metodológica qualitativa. A recolha de dados foi sustentada pela realização de entrevistas semiestruturadas e consulta a especialistas, recorrendo a uma amostragem intencional. Este painel incluiu enfermeiros gestores e profissionais com vasta experiência direta na prática clínica e na coordenação de equipas em serviços de urgência de elevada exigência. Esta escolha metodológica por informantes-chave permitiu uma condução aprofundada das sessões, facilitando a extração rigorosa de processos tácitos e regras de negócio não documentadas, garantindo, em simultâneo, o estrito anonimato das instituições e dos profissionais envolvidos. O guião formal utilizado para orientar este levantamento encontra-se detalhado no Apêndice III.

Através da análise de conteúdo das respostas e da triangulação com a legislação em vigor (detalhada no Capítulo 3), a informação recolhida foi sistematizada em três eixos de modelação fundamentais:

1. Caracterização da Força de Trabalho (Dotação): Identificação do número de elementos, constituição das equipas e mapeamento rigoroso das competências específicas (*skills*), como a

presença de chefes de equipa e triadores. Foram igualmente mapeadas as restrições contratuais individuais (estatutos de trabalhador-estudante, horários de amamentação e reduções de horário), bem como a integração de ausências programadas, nomeadamente os períodos de férias e licenças curtas. Esta inclusão garante que o sistema isola os dias indisponíveis sem quebrar a coerência das métricas de ergonomia e sequenciação do restante mês.

2. Estrutura de Turnos e Cobertura: Definição da matriz de turnos diários, durações e o estabelecimento da procura assistencial, traduzida no número mínimo e ideal de enfermeiros por turno, bem como os rácios obrigatórios de competências (por exemplo, número mínimo de triadores presentes em cada turno).
3. Regras de Sequenciação e Ergonomia: Extração das métricas que constituem a matriz de justiça e legalidade da escala, englobando os limites de turnos noturnos e de dias consecutivos, garantias de fins de semana livres e tempos mínimos de descanso inter-turnos.

A partir deste levantamento estruturado, a parametrização do modelo de otimização foi projetada sobre um cenário operacional real base. Esta abordagem empírica garante que o algoritmo é desenvolvido e calibrado com base em exigências e constrangimentos verdadeiros de um ambiente hospitalar.

No caso, o Cenário A (Caso Base), representa o cenário principal, parametrizado com os dados recolhidos junto dos gestores de enfermagem. Retrata a estrutura e a casuística real de um serviço de urgência pediátrica integrado num hospital central universitário. Este cenário servirá como ambiente central (*core*) para o desenvolvimento da modelagem matemática, afinação de parâmetros operacionais e calibração das penalizações (restrições flexíveis) do algoritmo.

Para a materialização deste cenário, o levantamento incidiu sobre a estrutura de recursos humanos em funções no serviço durante o período de estudo. A configuração orgânica da equipa apresenta a seguinte demografia e distribuição de competências:

- Dimensão Global: 51 enfermeiros elegíveis para escalonamento. O serviço conta com um total de 60 profissionais, dos quais se excluem 8 elementos por motivos de ausência prolongada e 1 enfermeiro gestor com funções exclusivas de coordenação não integradas na escala base.
- Organização Estrutural: 5 equipas fixas de rotação (Equipa A a E), complementadas por um grupo volante de suporte inter-equipas (Equipa Volante), detalhadas no Apêndice IV, Tabela 5. Este grupo volante integra profissionais ao abrigo dos direitos da parentalidade (amamentação), bem como outros elementos operacionais, garantindo a flexibilidade necessária para a supressão de falhas na dotação diária.
- Regime de Rotação Cíclica (Método *Rollman*): O funcionamento do serviço é estruturado com base num modelo de cadência e ritmo circadiano conhecido por método *Rollman*. Este regime define uma sequência padronizada e contínua de transição de turnos e descanso para as equipas fixas (progressão sequencial de turnos: Manhã+Tarde $\rightarrow$ Noite $\rightarrow$ Descanso $\rightarrow$ Folga $\rightarrow$ Folga). Na prática operacional do serviço, esta rotação constitui a matriz de referência para a estabilidade das equipas, devendo ser estritamente cumprida e assegurada sempre que a dotação e as restrições assistenciais o permitam, funcionando como um pilar essencial para o bem-estar e ergonomia dos profissionais.

- Dotações de Competência (Não exclusivas):
    - 11 elementos habilitados para assumir a Chefia de Equipa.
    - 27 elementos validados para as funções de Triagem Geral.
    - 9 enfermeiros classificados como Juniores (tempo de serviço inferior a 1 ano).
    - 6 enfermeiros ao abrigo do regime de proteção de parentalidade (Amamentação), dos quais 2 enfermeiros apresentam inibição de trabalho noturno.
- Sobreposição de Perfis (*Multi-skilling*): A distribuição de competências no serviço não é mutuamente exclusiva. Um mesmo profissional pode acumular diferentes categorias simultaneamente, o que eleva a complexidade combinatória do problema de escalonamento. A título de exemplo, o profissional 1 pode deter as funções de triador e estar ao abrigo do horário de amamentação; o profissional 2 operar estritamente como triador; e o profissional 3 acumular as funções de triagem e chefe de equipa. É esta teia de interdependências que obriga o futuro sistema a calcular em tempo real se a alocação de um determinado enfermeiro satisfaz múltiplas restrições em simultâneo.
- Dotação Operacional (Alvo): A operação exige uma equipa mínima presente de 9 elementos por turno, dos quais, obrigatoriamente, 4 com competências de triagem e 1 chefe de equipa.

Para a parametrização do caso base e definição das competências da equipa, o modelo apoiou-se exclusivamente nos perfis funcionais que garantem a exequibilidade da escala nas suas diferentes dimensões. É fundamental distinguir que, enquanto os direitos parentais (como a contingência de amamentação) e os limites de carga horária respondem a imperativos legais, a dotação de Chefias de Equipa, a cobertura obrigatória por Triadores e o limite máximo de Juniores por turno constituem imperativos operacionais e de segurança clínica, ditados pelas práticas consolidadas do serviço.

Embora o enquadramento legal e normativo destaque a mais-valia de competências avançadas adicionais, como a presença de enfermeiros especialistas ou com certificação em SAV, o modelo de otimização foi deliberadamente desenhado para espelhar a prática e a realidade atual do serviço. Uma vez que a gestão da unidade não utiliza estas certificações como critérios estruturais e vinculativos para a elaboração da escala diária, a sua inclusão no algoritmo não disporia de dados que a sustentassem. Como o esqueleto primário da organização se foca no cumprimento rigoroso das dotações de segurança e na cobertura efetiva dos postos de triagem e chefia, o modelo computacional acompanhou exatamente essa premissa. Desta forma, garantiu-se que o algoritmo operava unicamente sobre variáveis consistentes, universais e validadas pela realidade orgânica da instituição.

No entanto, importa salientar que a estruturação lógica do problema foi concebida de forma modular e escalável. Isto significa que a integração destas exigências clínicas seria totalmente aplicável num cenário futuro, a simples identificação de novas categorias funcionais (como elementos com certificação SAV) permitiria o acoplamento ágil de novas regras específicas de cobertura mínima, sem que isso invalide ou obrigue a reestruturar o bloco das restantes premissas estruturais já consolidadas (como os limites horários, os direitos parentais ou os descansos obrigatórios).

Os dados de parametrização do Caso Base foram extraídos a partir de um mapa de trabalho real e histórico do serviço, referente ao mês de junho de 2024. A codificação numérica atribuída aos profissionais (E1 a E59) reflete estritamente a sua disposição posicional no documento original cedido,

garantindo o anonimato sem inferir qualquer critério de hierarquia ou antiguidade. Importa clarificar que as matrizes computacionais foram dimensionadas para a totalidade dos 59 profissionais, preservando assim a indexação direta e a correspondência com o ficheiro original do serviço. Os códigos numéricos correspondentes aos elementos com ausência prolongada (nomeadamente os profissionais E8 a E13, E15 e o E27) foram matematicamente inativados no modelo de otimização através de restrições de alocação nula (zero turnos). Desta forma, o algoritmo operou sobre um universo de 51 enfermeiros elegíveis e efetivamente escalonados, sem comprometer a integridade dos vetores.

5.2. Arquitetura Conceptual da Solução

A conceção do modelo de otimização foi desenhada segundo um fluxo lógico que espelha o processo analítico de elaboração de uma escala, estruturando-se em três etapas metodológicas fundamentais:

- Parametrização do Contexto (*Inputs*): A fase de caracterização do serviço, onde o modelo integra os dados reais do cenário. Isto abrange a dimensão e constituição das equipas, as restrições contratuais, as competências disponíveis (*skills*) e a matriz de exigência assistencial diária.
- Resolução e Otimização Lógico-Matemática (*solver*): O núcleo do motor algorítmico, onde a legislação e as regras organizacionais são efetivamente aplicadas. Nesta fase, o sistema atua a dois níveis: primeiramente, assegura a viabilidade inegociável do horário (garantindo o cumprimento estrito das restrições rígidas), e num segundo momento, procura a solução mais justa, equilibrada e ergonómica para a equipa, otimizando as preferências e recomendações (restrições flexíveis).
- Produção e Avaliação da Escala (*Outputs*): Consiste na extração da matriz final de alocação de turnos. O resultado não se traduz apenas num horário funcional, sendo também acompanhado por métricas de avaliação que quantificam a qualidade da escala obtida.

5.2.1. Fundamentos da abordagem: Programação por Restrições (CP)

A seleção do paradigma metodológico para o desenvolvimento do motor de otimização exigiu uma análise comparativa direta com as abordagens documentadas na literatura. Embora os métodos de programação matemática tradicional garantam a obtenção de soluções ótimas, a sua aplicação a este cenário revela-se limitativa na prática. Como a elaboração de horários num serviço de urgência envolve uma escala real e uma vasta teia de regras laborais, o esforço computacional exigido por métodos como a programação linear inteira cresce exponencialmente, o que inviabiliza a geração de resultados em tempo útil.

Para contornar esta explosão combinatória, os estudos recorrem habitualmente a meta-heurísticas.

Contudo, a aplicação destas técnicas a um ambiente hospitalar apresenta riscos operacionais críticos. Sendo algoritmos focados na exploração rápida para encontrar boas soluções aproximadas, as meta-heurísticas não garantem a otimalidade nem o cumprimento estrito de todas as imposições lógicas. Num contexto clínico onde o respeito pelos períodos de descanso legal e as exigências de competências (*skills*) são inegociáveis para a segurança do doente e do profissional, o risco de o algoritmo gerar um horário subótimo ou com infrações estruturais é inaceitável.

É perante esta dicotomia que a Programação por Restrições (*Constraint Programming*, CP) se destaca como a escolha metodológica mais sólida e segura. Ao contrário da programação matemática convencional, que foca a sua arquitetura na otimização de uma função objetivo, a CP foi concebida de raiz para gerir redes de regras interdependentes. Através dos seus mecanismos internos de filtragem e propagação, o modelo avalia continuamente o impacto de cada decisão. Assim que deteta que uma atribuição parcial de um turno viola uma exigência legal ou um rácio de competências (*skills*), o algoritmo elimina (*pruning*) de imediato todas as ramificações derivadas dessa escolha. Este corte lógico reduz drasticamente o espaço de pesquisa, evitando o desperdício computacional de explorar horários inválidos.

Adicionalmente, esta abordagem processa de forma rigorosa variáveis discretas e lógicas de sequenciação. A integração de condicionantes estruturais práticas (como, por exemplo, a regra de que "se o enfermeiro faz uma noite, não pode fazer o turno da manhã seguinte") ocorre de forma natural, o que consolida a CP como a ferramenta ideal para a complexidade do escalonamento.

Em suma, ao incorporar as necessidades operacionais diretamente no núcleo da pesquisa, liberta-se o sistema da complexa afinação empírica de penalizações exigida pelas meta-heurísticas. Deste modo, assegura-se por definição que a solução gerada é não só de elevada qualidade ergonómica para a equipa, mas inequivocamente exata e viável do ponto de vista clínico e operacional.

5.2.2. Seleção do *solver* e linguagem de programação

A escolha das ferramentas de desenvolvimento baseou-se em dois pilares: capacidade de processamento matemático e viabilidade de adoção hospitalar. Muitos estudos na literatura recorrem a *solvers* comerciais (como o IBM ILOG CPLEX ou o *Gurobi*), cujas licenças apresentam custos elevados que frequentemente bloqueiam a transição da investigação académica para a prática clínica real nos hospitais. Para garantir a acessibilidade e a escalabilidade futura da solução, o desenvolvimento foi realizado em *Python*, uma linguagem amplamente suportada pela comunidade científica, recorrendo à biblioteca de modelação CPMpy. combinada com o motor de resolução da biblioteca *Google OR-Tools*.

A decisão de adotar a biblioteca *OR-Tools* recaiu especificamente sobre a capacidade de otimização do seu motor híbrido, o CP-SAT *solver*. A escolha tecnológica deste solver assenta na sua proeminência técnica, o CP-SAT é uma implementação pura de um solver de CP construído sobre um motor de Satisfatibilidade Booleana (SAT), recorrendo a técnicas como a *Lazy Clause Generation* (Geração Preguiçosa de Cláusulas) [42]. Esta técnica atua de forma dinâmica, em vez de pré-gerar todas as regras e restrições lógicas à partida, o que seria computacionalmente intratável em problemas de grande escala, o algoritmo gera novas "cláusulas" apenas a pedido (*on-demand*), à medida que deteta conflitos durante a pesquisa, aprendendo com as falhas para guiar e acelerar a otimização [42].

Esta arquitetura híbrida permite-lhe aliar a elevada expressividade semântica do CP, crucial para modelar facilmente as complexas leis laborais de enfermagem, à velocidade dos motores booleanos modernos [42,43]. Na prática, o motor SAT traduz o modelo para variáveis booleanas e utiliza mecanismos como o *Conflict-Driven Clause Learning* (CDCL) [42]. Isto significa que quando o algoritmo comete um erro lógico numa ramificação da pesquisa (por exemplo, atribuir uma escala ilegal), ele aprende a "cláusula de conflito" e garante que não voltará a cometer o mesmo erro noutras fases da otimização [42].

Graças a esta capacidade de aprendizagem contínua e à exploração de arquiteturas de processamento multi-core, o CP-SAT tem dominado métricas de performance globais, tendo inclusive vencido competições internacionais de otimização, como o *MiniZinc Challenge* [42,44]. Para o problema de NSP, onde a matriz de alocação de turnos gera milhares de variáveis, o *OR-Tools* CP-SAT com interface em *Python* oferece assim o compromisso considerado ideal pela literatura recente: a expressividade para modelar o contexto clínico rigoroso e a força computacional gratuita necessária para resolver o problema numa fração do tempo das alternativas convencionais [42,45].

5.2.3. Formulação matemática do modelo

A conversão das regras laborais e dos requisitos clínicos para um formato computável exige a definição de um modelo lógico-matemático. Este modelo assenta num conjunto de índices, parâmetros organizacionais e variáveis de decisão que, em conjunto, formam as equações das restrições do sistema.

5.2.3.1. Conjuntos e Índices

O dimensionamento da escala é definido através dos seguintes conjuntos básicos:

- E: Conjunto de todos os enfermeiros do serviço, indexado por $e \in \{1,2,\ldots,|E|\}$.
- D: Horizonte temporal do planeamento (dias do mês), indexado por $d \in \{1,2,\ldots,|D|\}$.
- Tr: Conjunto de turnos operacionais diários, indexado por $t \in \{M,T,N\}$ (Manhã, Tarde, Noite).
- W: Conjunto de semanas do período de planeamento, indexado por $w \in \{1,2,\ldots,|W|\}$, sendo D_w o subconjunto de dias que pertencem à semana w.
- Q: Conjunto de equipas fixas do serviço, indexado por $q \in \{A,B,C,D,E\}$.
- SD: Conjunto de fins-de-semana (pares Sábado e Domingo) do horizonte de planeamento, indexado por $s \in \{1,2,\ldots,|SD|\}$. Cada fim-de-semana específico s é mapeado informaticamente pelos dias correspondentes ($sab(s)$, $dom(s)$, onde $sab(s) \in D_{sab}$ e $dom(s) \in D_{dom}$).

O horizonte temporal representado pelo conjunto D é totalmente dinâmico, adaptando-se de forma automatizada à extensão de cada mês civil. Através da implementação computacional do modelo (recorrendo à função *calendar.monthrange()*), o sistema verifica se o mês selecionado possui 28, 30 ou 31 dias, garantindo que todas as matrizes de decisão dependentes do tempo se ajustam de forma flexível a qualquer período de planeamento.

Para lidar com as competências e categorias profissionais, o conjunto de enfermeiros (E) é subdividido em subconjuntos específicos:

- $E_{tri} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros com competência validada para Triagem.
- $E_{jun} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros com menos de 1 ano de tempo de serviço.
- $E_{ama} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros com contigência de horário de amamentação.
- $E_{ama_diurno} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros com contigência de horário de amamentação e inibição total de trabalho noturno.
- $E_{che} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros com competência validada para assumir a Chefia de Equipa.
- $E_{rot} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros (que inclui chefes de equipa, triadores, enfermeiros gerais e juniores) alocados às cinco equipas fixas (Equipa A a E), sujeitos ao ciclo de rotação padronizado.
- $E_{vol} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros que constituem o grupo volante de suporte inter-equipas, estando isentos da matriz de rotação rígida. Este grupo integra a totalidade dos elementos com horário de amamentação (E_{ama}), bem como outros profissionais de apoio.
- $E_{baixa} \subset E$: Subconjunto de enfermeiros com ausência prolongada, cujos índices são matematicamente inativados no modelo através de restrições de alocação nula.
- $D_{dom} \subset D$: Subconjunto de dias do mês que correspondem a um domingo.
- $D_{sab} \subset D$: Subconjunto de dias do mês que correspondem a um sábado.
- $D_{indisp,e} \subset D$: Subconjunto de dias do mês em que o enfermeiro e se encontra indisponível por motivos de férias ou exames.

5.2.3.2. Conjuntos e Índices

Os dados estruturais do cenário em estudo (Cenário A) são introduzidos no modelo como constantes:

- $N_{req} = 9$: Número total de enfermeiros exigidos por turno.
- $Min_{tri} = 4$: Número mínimo obrigatório de enfermeiros triadores por turno.
- $Max_{jun} = 2$: Número máximo permitido de enfermeiros juniores (< 1 ano) por turno.
- Dur_t: Duração em horas do turno t, calculada a partir dos horários reais do serviço, onde $Dur_M = 7.5$ (8h00 – 15h30), $Dur_T = 6.5$ (15h00 – 21h30) e $Dur_N = 11.5$ (21h00 – 8h30).
- H_{min}, H_{max}: Limites inferior e superior da carga horária semanal aceitável para o cumprimento do referencial legal de 35 horas do SNS, cuja flexibilidade é mandatória devido à indivisibilidade matemática das durações dos turnos.

5.2.3.3. Variáveis de Decisão

A complexidade organizacional da urgência exige que o modelo recorra a um sistema de variáveis booleanas estratificado. Em vez de uma única matriz, a arquitetura utiliza variáveis complementares para determinar a alocação de turnos, gerir a assunção de papéis de liderança e contabilizar os dias de calendário.

- Matriz Principal de Alocação:

A variável primária define a presença física do profissional no serviço num determinado bloco horário:

$$X_{e,d,t} = \begin{cases} 1, \text{ se o enfermeiro } e \text{ for alocado ao dia } d \text{ no turno } t \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Posteriormente, para efeitos de visualização e operacionalização prática, a matriz de resultados binários obtida pelo modelo é mapeada e convertida nas respetivas siglas de turno legíveis (*M, T, MT, N, D* ou *F*), estruturando a escala final entregue aos profissionais.

- Variável de Chefia Ativa:

Devido à flexibilidade do serviço, um enfermeiro com categoria de chefia pode ser escalado para a urgência exercendo apenas funções de triagem ou enfermeiro geral. Para que o algoritmo consiga distinguir a mera presença física da verdadeira assunção do papel de liderança, introduz-se uma variável dedicada:

$$C_{e,d,t} = \begin{cases} 1, \text{ se o enfermeiro } e \text{ estiver ativamente a liderar a equipa no dia } d, \text{ turno } t \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Matematicamente, esta variável é vinculada à alocação:

$$C_{e,d,t} = X_{e,d,t}, \qquad \forall e \in E_{che}, \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

- Variável de Presença Diária

Para linearizar a presença do profissional e viabilizar a contagem de dias de calendário trabalhados, introduz-se uma variável binária auxiliar que sinaliza se o enfermeiro teve, ou não, atividade num determinado dia civil:

$$Y_{e,d} = \begin{cases} 1, \text{ se o enfermeiro } e \text{ for alocado a qualquer turno no dia } d \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Matematicamente, esta variável é ativada se existir pelo menos um turno atribuído, sendo vinculada à matriz principal através do seguinte sistema de inequações para todo $e \in E$ e $d \in D$:

$$Y_{e,d} \leq \sum_{t \in T} X_{e,d,t}$$

$$Y_{e,d} \geq X_{e,d,t}, \qquad \forall t \in Tr$$

- Indicador de Atividade ao Fim-de-Semana

Para monitorizar a alocação em dias de descanso complementar e obrigatório de forma conjunta, introduz-se uma variável binária que sinaliza se o profissional trabalhou em alguma instância do fim-de-semana *s*:

$$V_{e,s} = \begin{cases} 1, \text{ se o enfermeiro } e \text{ trabalhar no Sábado E/OU no Domingo do fim-de-semana } s \\ 0, \text{ se o fim-de-semana } s \text{ for completamente livre (Sábado e Domingo folga)} \end{cases}$$

A relação lógica é indexada pelas seguintes inequações:

$$Y_{e,sab(s)} \leq V_{e,s}$$

$$Y_{e,dom(s)} \leq V_{e,s}$$

- Variável de Estruturação Cíclica (*Rollman*):

Para garantir a estabilidade do ritmo circadiano das equipas fixas ($q \in Q$), a modelação da rotação padronizada transitou de uma abordagem puramente penalizadora para uma ancoragem estrutural (semi-rígida). Para o efeito, introduziu-se uma variável de decisão binária, operando ao nível da equipa e não do indivíduo. Esta variável delega no algoritmo a otimização dos dias ideais para iniciar um novo ciclo (sequência baseada em Manhã+Tarde seguida de Noite), servindo posteriormente de âncora para avaliar o grau de adesão de cada enfermeiro pertencente a essa equipa:

$$R_{q,d} = \begin{cases} 1, \text{ se o dia } d \text{ for o inicio oficial de um ciclo de } Rollman \text{ para a equipa } q \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

5.2.3.4. Restrições Rígidas (*Hard Constraints*)

As seguintes equações garantem a exequibilidade operacional e legal da escala gerada, eliminando qualquer solução que viole as premissas estabelecidas.

Restrição 1. Limite e Compatibilidade de Turnos Diários

O modelo define limites diários de carga laboral, permitindo a realização de um máximo de dois turnos diários para a generalidade dos enfermeiros:

$$\sum_{t \in Tr} X_{e,d,t} \leq 2, \qquad \forall e \in E, \forall d \in D$$

Relativamente à compatibilidade, embora seja permitida a realização de turnos duplos (*M*+*T*) no mesmo dia, o turno da noite (*N*) é estritamente isolado, sendo fisicamente impossível acumular um turno noturno com qualquer outro turno no mesmo dia civil:

$$X_{e,d,N} + X_{e,d,M} \leq 1, \quad \forall e \in E, \forall d \in D$$

$$X_{e,d,N} + X_{e,d,T} \leq 1, \quad \forall e \in E, \forall d \in D$$

Adicionalmente, por imposição legal de proteção na parentalidade, o subconjunto de enfermeiros com horário de amamentação (E_{ama}) está impossibilitado de realizar turnos duplos, limitando a sua alocação a um máximo de um turno diário:

$$X_{e,d,M} + X_{e,d,T} \leq 1, \quad \forall e \in E_{ama}, \forall d \in D$$

Por fim, salvaguardando as particularidades e os acordos individuais dentro deste grupo, os elementos pertencentes ao subconjunto E_{ama_diurno} detêm uma inibição para o período noturno, o que é garantido forçando a respetiva variável de alocação a zero em todo o horizonte de planeamento:

$$X_{e,d,N} = 0, \quad \forall e \in E_{ama_diurno}, \forall d \in D$$

Restrição 2. Cobertura Operacional

Para garantir o funcionamento do serviço, cada turno *t* de cada dia *d* tem de ter exatamente N_{req} enfermeiros atribuídos:

$$\sum_{e \in E} X_{e,d,t} = N_{req}, \quad \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

Restrição 3. Dotação de Enfermeiros Triadores

Do total de profissionais escalados num turno, pelo menos Min_{tri} têm de pertencer ao subconjunto de enfermeiros com formação em triagem (E_{tri}), assegurando assim o funcionamento ininterrupto dos dois postos de triagem da urgência. A equação que assegura esta presença mínima define-se como:

$$\sum_{e \in E_{tri}} X_{e,d,t} \geq Min_{tri}, \quad \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

Como a chefia de equipa representa uma competência independente ($E_{che} \subset E$), o enfermeiro escalado como chefe contabiliza sempre para a dotação geral da equipa, mas apenas contribui para o rácio mínimo de triadores se, e só se, pertencer simultaneamente a ambos os subconjuntos de competências.

Restrição 4. Limite de Integração de Enfermeiros Juniores

Para salvaguardar a segurança clínica e a supervisão, não podem existir mais de Max_{jun} enfermeiros com menos de 1 ano de serviço em simultâneo no mesmo turno:

$$\sum_{e \in E_{jun}} X_{e,d,t} \leq Max_{jun}, \quad \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

Restrição 5. Limite de Horários de Amamentação

Para salvaguardar a segurança clínica, garantindo a cobertura operacional necessário, não podem existir mais de 2 enfermeiros a usufruir de horário de amamentação em simultâneo no mesmo turno.

$$\sum_{e \in E_{ama}} X_{e,d,t} \leq 2, \quad \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

Restrição 6. Chefia de Equipa

Cada turno exige a presença de um chefe de equipa. Um profissional apenas pode assumir a liderança formal do turno (representada pela variável *C*) se pertencer ao conjunto de chefias e estiver fisicamente alocado a esse período de trabalho:

$$\sum_{e \in E_{che}} C_{e,d,t} = 1, \quad \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

$$C_{e,d,t} \leq X_{e,d,t}, \quad \forall e \in E_{che}, \forall d \in D, \forall t \in Tr$$

Restrição 7. Descanso Pós-Noite

Para garantir a segurança clínica e o respeito pelos ritmos circadianos, a realização de um turno da noite (*N*) no dia d inibe a atribuição de turnos diurnos (Manhã e Tarde) no dia imediatamente seguinte (*d+1*).

$$X_{e,d,N} + X_{e,d+1,M} + X_{e,d+1,T} + X_{e,d+1,MT} \leq 1, \quad \forall e \in E, \forall d \in \{1,2,\ldots,|D|-1\}$$

Adicionalmente, o modelo permite a aglutinação de um máximo de dois turnos noturnos consecutivos. Caso um enfermeiro realize turnos da noite nos dias *d* e *d+1*, o dia subsequente (*d+2*) tem de ser obrigatoriamente um dia de descanso (onde a variável de presença no serviço, *Y*, é forçada a zero):

$$X_{e,d,N} + X_{e,d+1,N} + Y_{e,d+2} \leq 2, \quad \forall e \in E, \forall d \in \{1,\ldots,|D|-2\}$$

Restrição 8. Dias Consecutivos de Trabalho

Para garantir que o enfermeiro não excede o limite de 6 dias consecutivos de presença no serviço, o modelo utiliza uma técnica de janela deslizante. Ao avaliar qualquer bloco de 7 dias consecutivos, a restrição impõe matematicamente que o somatório de dias trabalhados nesse intervalo não pode ser superior a 6:

$$\sum_{k=0}^{6} Y_{e,d+k} \leq 6, \qquad \forall e \in E, \forall d \in \{1,2,\ldots|D|-6\}$$

Adicionalmente, para assegurar uma distribuição regular dos períodos de descanso ao longo do mês, prevenindo a criação de ausências prolongadas artificiais que comprometem a cobertura operacional do serviço, o modelo impõe um limite máximo de 3 dias consecutivos de folga. Seguindo a mesma lógica matemática, o algoritmo analisa janelas sucessivas de 4 dias de calendário, garantindo que a soma de dias de ausência consecutivos nesse bloco não excede 3. Contudo, para acomodar a realidade das ausências programadas, esta restrição atua de forma dinâmica, a equação desativa sempre que a janela temporal interseta dias aprovados em $D_{indisp,e}$:

$$\sum_{k=0}^{3} (1 - Y_{e,d+k}) \leq 3, \quad \forall e \in E, \forall d \in \{1,\ldots,|D|-3\} \text{ tal que } \{d,\ldots,d+3\} \cap D_{indisp,e} = \emptyset$$

Restrição 9. Descanso Dominical

Por imposição legal, o dia de descanso semanal deve coincidir com o domingo pelo menos uma vez em cada ciclo de quatro semanas:

$$\sum_{d \in D_{dom}} Y_{e,d} \leq |D_{dom}| - 1, \qquad \forall e \in E$$

Restrição 10. Limite de Sobrecarga Diária Semanal

Para mitigar a fadiga extrema, o modelo restringe a realização de turnos duplos (Manhã e Tarde no mesmo dia) a um máximo de 3 ocorrências por cada semana civil. A limitação é ajustada proporcionalmente em semanas de calendário parciais. Para contabilizar estas ocorrências, define-se a variável binária auxiliar $MT_{e,d}$, que assume o valor 1 caso o enfermeiro *e* realize simultaneamente os turnos *M* e *T* no dia *d*.

$$MT_{e,d} \geq X_{e,d,M} + X_{e,d,T} - 1, \qquad \forall e \in E, \forall d \in D$$

O somatório destas ocorrências em cada semana de calendário w é limitado por um teto máximo ajustado (Lim_{MT}^{w}). Este limite acomoda variações proporcionais em semanas parciais no início ou fim do mês:

$$\sum_{d \in D_w} MT_{e,d} \leq 3, \qquad \forall e \in E, \forall w \in W$$

Restrição 11. Ausências Programadas (Férias e Exames)

Para garantir que as ausências aprovadas são respeitadas, a alocação é bloqueada nos dias pertencentes a $D_{indisp,e}$. Adicionalmente, dado que o turno noturno se prolonga além das 00h00, este é inibido no dia imediatamente anterior à ausência:

$$X_{e,d,t} = 0, \qquad \forall e \in E, \forall d \in D_{indisp,e}, \forall t \in Tr$$

$$X_{e,d,N} = 0, \qquad \forall e \in E, \forall d \in \{d \in D | (d+1) \in D_{indisp,e}\}$$

Restrição 12. Estrutura Cíclica por Equipa (*Rollman Semi-Hard*)

Para assegurar a estabilidade e o ritmo cíclico das equipas ($q \in Q$), impõe-se a geração exata de 3 inícios de ciclo *Rollman* por mês para cada equipa, com um espaçamento mínimo de 6 dias entre si. Adicionalmente, para evitar a sobreposição operacional, o modelo impede o agrupamento dos ciclos, limitando a um máximo de 2 inícios de ciclo em qualquer janela de 48 horas (dois dias consecutivos), considerando a totalidade das equipas do serviço.

$$\sum_{d \in D} R_{q,d} = 3, \qquad \forall q \in Q$$

$$\sum_{d'=d}^{d+5} R_{q,d} \leq 1, \qquad \forall q \in Q, \forall d \in \{1, \ldots, |D| - 5\}$$

$$\sum_{q \in Q} \left(R_{q,d} + R_{q,d+1}\right) \leq 2, \qquad \forall d \in \{1, \ldots, |D| - 1\}$$

5.2.3.5. Restrições Flexíveis (*Soft Constraints*) e Função Objetivo

Ao contrário das restrições obrigatórias que definem a fronteira de exequibilidade matemática, as regras flexíveis refletem as preferências organizacionais e ergonómicas do serviço.

Restrição 1. Rotação Preferencial de Equipas (*Rollman*) e Isolamento de turnos

Para as cinco equipas fixas ($q \in Q$), o serviço preconiza uma sequência de rotação contínua padronizada (M+T → Noite → Descanso → 2 Folgas). Importa ressalvar que os elementos da equipa volante (E_{vol}) ou de suporte não integram o subconjunto destas equipas (E_{rot}), estando isentos desta sequência. Esta diferenciação justifica-se, por um lado, pelo imperativo de salvaguardar os direitos laborais de proteção na parentalidade e regimes de amamentação e, por outro, por uma conveniência operacional, garantindo uma maior flexibilidade ao serviço na cobertura de lacunas na escala.

Como detalhado nas restrições obrigatórias, a estrutura temporal dos inícios de ciclo para cada equipa ($R_{q,d}$) encontra-se matematicamente garantida por construção. Nesta fase da função objetivo, o algoritmo otimiza o grau de adesão individual de cada enfermeiro da rotação ao ciclo ditado pela sua

equipa. São calculadas quatro variáveis de desvio ($sl^{MT}, sl^{N}, sl^{F2}, sl^{F3}$) para detetar a não realização de um turno duplo M+T no dia de início, da Noite no dia seguinte, ou das duas folgas subsequentes. Nenhum enfermeiro pode acumular mais de 6 desvios no mês:

$$\sum_{d \in D} \left(sl_{e,d}^{MT} + sl_{e,d}^{N} + sl_{e,d}^{F2} + sl_{e,d}^{F3} \right) \leq 6, \qquad \forall e \in E_{rot}$$

Este desvio acumulado é penalizado na função objetivo global, instruindo o *solver* a priorizar a união da equipa.

Paralelamente, para evitar a fragmentação do calendário para a totalidade do corpo de enfermagem, o modelo penaliza o isolamento de dias de trabalho. A atribuição de um dia de presença solitário no serviço (ladeado por dias de folga ou indisponibilidade no dia anterior e posterior) gera um agravamento, definido pela seguinte inequação:

$$P_{e,d}^{isolado} \geq Y_{e,d} - Y_{e,d-1} - Y_{e,d+1}, \quad \forall e \in E, \forall d \in \{2, \ldots, |D| - 1\}$$

Restrição 2. Cumprimento do Alvo Semanal

Devido à indivisibilidade dos turnos (7.5h, 6.5h e 11.5h), o cumprimento exato das 35 horas semanais é matematicamente inexequível. O modelo define a carga legal como um referencial, calculando o desvio absoluto semanal ($dev_{e,w}^{sem}$) da carga horária atribuída face à quota teórica da semana ($Alvo_w$). Este desvio é capturado pelo sistema de inequações:

$$dev_{e,w}^{sem} \geq \left(\sum_{d \in D_w} \sum_{t \in Tr} X_{e,d,t} \cdot Dur_t \right) - Alvo_w, \quad \forall e \in E, \forall w \in W$$

$$dev_{e,w}^{sem} \geq Alvo_w - \left(\sum_{d \in D_w} \sum_{t \in Tr} X_{e,d,t} \cdot Dur_t \right), \quad \forall e \in E, \forall w \in W$$

A variável contínua $dev_{e,w}^{sem}$ é forçada a assumir o valor absoluto da diferença, sendo posteriormente minimizada na função objetivo global.

Os desvios absolutos à carga horária (semanal e mensal) são penalizados. A fim de não comprometer as métricas de equidade, os dias estipulados para prestação de exames garantem um crédito automático de 7 horas na contagem total do profissional.

Restrição 3. Equidade do Número de Dias de Trabalho

A perceção de justiça laboral não se esgota no volume total de horas trabalhadas, englobando também a penosidade inerente à deslocação frequente ao serviço. O modelo estabelece um alvo médio ($Alvo_{dias}$) de 18 dias de trabalho mensais por enfermeiro, penalizando e minimizando os desvios absolutos (dev_e^{dias}) face a essa média.

$$dev_e^{dias} \geq \left(\sum_{d \in D} Y_{e,d}\right) - Alvo_{dias}, \quad \forall e \in E$$

$$dev_e^{dias} \geq Alvo_{dias} - \left(\sum_{d \in D} Y_{e,d}\right), \quad \forall e \in E$$

Restrição 4. Equidade na Distribuição da Carga Horária (*Fairness Global*)

Para evitar discrepâncias acentuadas de carga laboral entre elementos da mesma equipa (como a sobreatribuição de horas a uns em detrimento de outros), o modelo introduz um mecanismo lógico de nivelamento. Estabelece-se um alvo ideal de horas mensais (H_{alvo}) para cada enfermeiro *e*. O modelo penaliza os devios absolutos da carga horária de cada enfermeiro () face ao alvo ideal (H_{alvo}), recorrendo a uma variável de penalização P_e^{hor}.

$$P_e^{hor} \geq H_e - H_{alvo}, \quad \forall e \in E$$

$$P_e^{hor} \geq H_{alvo} - H_e, \quad \forall e \in E$$

Adicionalmente, para mitigar discrepâncias extremas, o modelo avalia a amplitude máxima da equipa, minimizando a diferença entre o elemento com mais e menos horas ($H_{max} - H_{min}$).

Matematicamente, a carga horária global de cada enfermeiro (H_e) tem os seus extremos avaliados recorrendo a variáveis de fronteira, que o solver ajusta dinamicamente de forma a apurar a verdadeira amplitude da equipa:

$$H_e \geq H_{min}, \quad \forall e \in E$$

$$H_e \leq H_{max}, \quad \forall e \in E$$

Restrição 5. Balanceamento da Tipologia de Turnos (*Fairness* de M/T/N)

A ausência de controlo sobre a tipologia de turnos resulta na geração de horários sem variabilidade ergonómica (por exemplo, profissionais alocados exclusivamente a manhãs ou exclusivamente a noites). Para garantir uma distribuição equitativa, o modelo calcula uma quota ideal de turnos de cada tipo (M, T, MT ou N) por profissional ($Alvo_t$). O desvio absoluto de cada elemento face a essa quota é capturado pela variável de penalização $P_{e,t}^{tipo}$.

$$P_{e,t}^{tipo} \geq S_{e,t} - Alvo_t, \quad \forall e \in E, \forall t \in Tr$$

$$P_{e,t}^{tipo} \geq Alvo_t - S_{e,t}, \quad \forall e \in E, \forall t \in Tr$$

Restrição 6. Suavização e Rotação de Chefias

Para garantir a rotatividade na liderança e evitar a sobrecarga de responsabilidades, o modelo abandona rácios complexos e atua diretamente sobre a ergonomia da escala. A otimização foca-se em penalizar duas situações de desgaste operacional para os elementos do subconjunto de chefias (E_{che}): a repetição do cargo em dias consecutivos no mesmo turno e a assunção de múltiplas chefias no mesmo dia.

Para estabelecer a amplitude máxima na liderança, o número total de turnos de chefia assumidos por cada profissional (C_e) é enquadrado no sistema por:

$$C_e \geq chef_min \qquad \forall e \in E_{che}$$

$$C_e \leq chef_max \qquad \forall e \in E_{che}$$

A penalização relativa a esta discrepância e minimizada na função objetivo é então avaliada por:

$$P_{chef_range} = chef_max - chef_min$$

Para promover a rotação diária, a variável de penalização $P^{rep}_{e,d,t}$ é ativada caso o mesmo enfermeiro assuma a chefia (C=1) no mesmo turno t, em dois dias seguidos (d e d + 1).

$$P^{che}_{e,d,t} \geq C_{e,d,t} + C_{e,d+1,t} - 1, \qquad \forall e \in E_{che}, d \in \{1, \ldots, |D| - 1\}, t \in Tr$$

Adicionalmente, penaliza-se a situação em que o profissional exerce o papel de chefia em mais do que um turno no mesmo dia civil (ex: Manhã e Tarde simultaneamente), ativando a variável $P^{shifts}_{e,d}$.

$$P^{shifts}_{e,d} \geq \left(\sum_{t \in T} C_{e,d,t} \right) - 1, \qquad \forall e \in E_{che}, d \in D$$

Ambas as variáveis de penalização assumem valores inteiros não negativos e são posteriormente minimizadas na função objetivo global.

Para além da suavização e rotação diária de chefias, o modelo garante uma distribuição equitativa das assunções de liderança e das funções de triagem ao longo do mês. Através do cálculo da amplitude máxima (diferença entre o elemento que mais vezes assume a função e o que menos assume), o algoritmo nivela a distribuição da assunção de liderança entre os elementos validados (E_{che} e E_{tri}).

Restrição 7. Preferência de Fim-de-Semana Completo Livre

O modelo incentiva a atribuição de pelo menos um fim-de-semana integralmente livre por mês (Sábado e Domingo consecutivos sem atividade). Caso um profissional não obtenha nenhum fim-de-semana completamente livre no horizonte mensal, é ativada uma variável de penalização binária (P^{livre}_e):

$$P_e^{livre} \geq 1 - \sum_{s \in SD} (1 - V_{e,s}), \qquad \forall e \in E$$

Restrição 8. Equidade na Atribuição de Turnos de Fim-de-Semana (*Fairness* de SD)

Para mitigar a insatisfação laboral decorrente de uma distribuição assimétrica dos turnos de fim-de-semana, o modelo quantifica o número total de dias de fim-de-semana (Sábados e Domingos) trabalhados por cada profissional (F_e). A penalização relativa P_{sd} minimiza a amplitude máxima de disparidade entre qualquer par de enfermeiros do serviço:

$$F_e = \sum_{d \in D_{sab} \cup D_{dom}} Y_{e,d}, \qquad \forall e \in E$$

$$P_{sd} \geq F_{e_1} - F_{e_2}, \qquad \forall e_1, e_2 \in E$$

Equação Final da Função Objetivo

Com todas as regras flexíveis e prioridades operacionais estruturadas em inequações lógicas, a função matemática final que o *solver* CP-SAT procura minimizar é a agregação destas componentes de penalização, multiplicadas pelos seus respetivos coeficientes de severidade (conforme calibrado na Tabela 6).

Desta forma, a função objetivo *Z* comporta-se de forma desagregada:

$$min\ Z = W_{Peso_Slack} P_{rollman} + \sum_{e,d} \left(W_{isolado} P_{e,d}^{isolado} \right) + W_{chef_range} P_{chef_range} + W_{chef_eq} P_{chef_eq}$$

$$+ W_{chef_rep} P_{chef_rep} + W_{range,total,sem,dias,tipos} P_{range,total,sem,dias,tipos}$$

Em termos conceptuais, a formulação consolidada obedece à minimização do custo total imposto pelas infrações, o que pode ser representado como:

$$min\ Z = \sum_{k \in K} (W_k \cdot P_k)$$

Onde *K* representa o conjunto detalhado de todas as componentes de penalização estabelecidas e W_k corresponde ao peso estratégico atribuído à infração P_k. Esta modelação obriga o motor de otimização a orientar a sua pesquisa ramificada para a supressão inicial dos desvios mais penalizadores para a organização.

5.2.3.6. Calibração e Atribuíção de Pesos (Função Objetivo)

A natureza multi-objetivo do problema de escalonamento obriga a que o algoritmo consiga arbitrar

conflitos entre diferentes preferências organizacionais. Como é matematicamente inexequível satisfazer todas as restrições flexíveis (*soft constraints*) em simultâneo, o modelo recorre a um sistema de ponderação empírica. A eficácia do modelo de otimização depende da parametrização rigorosa dos coeficientes de severidade (W_k), que definem a hierarquia de importância entre diferentes objetivos ergonómico e operacionais.

A calibração dos pesos apresentada na Tabela 6 foi estabelecida através de um processo de validação com especialistas, assegurando que o modelo respeita a seguinte lógica:

- Prioridades Críticas (Pesos Elevados): Garantem que regras fundamentais de rotação e segurança não sejam violadas.
- Metas de Equidade (Pesos Moderados a Baixos): Funcionam como objetivos de ajuste fino que o *solver* procura satisfazer após assegurar as exigências operacionais, promovendo um ambiente de trabalho equilibrado.

Esta estrutura de pesos permite que o modelo não seja rígido, mas sim adaptável, priorizando a estabilidade do serviço de urgência e, em simultâneo, procurando a minimização das discrepâncias individuais na distribuição de turnos.

Após uma fase de calibração iterativa sobre o Cenário Base, e em consonância com as prioridades extraídas durante o levantamento de requisitos junto das chefias, definiu-se a matriz de pesos apresentada na Tabela 6.

Tabela 6. Mapeamento e Calibração dos Pesos da Função Objetivo (W_k).

Parâmetro (W_k)	Componente de Penalização	Valor Atribuído	Justificação Organizacional e Operacional
W_{Peso_Slack}	Rotação Cíclica (*Rollman*)	4000	Prioridade Crítica. Penalização máxima para garantir a estabilidade do padrão cíclico.
$W_{isolado}$	Isolamento M+T (Equipas Fixas)	150	Penalização elevada para impedir a separação de turnos diurnos nas equipas fixas.
W_{chef_range}	Equidade de Chefias (Amplitude)	4	Nivelamento da distribuição de liderança entre chefes.
W_{chef_eq}	Equidade de Chefias (Total)	3	Balanceamento do volume global de turnos de chefia.
W_{chef_rep}	Repetição de Chefias	1	Penalização leve para desencorajar a sobrecarga diária do mesmo chefe.
$W_{range,total,sem,dias,tipos}$	*Fairness* Global (Horas/Dias)	1	Pesos de ajuste fino para o nivelamento ergonómico e contratual entre enfermeiros.

Como se pode observar na calibração documentada, a estrutura de pesos é fortemente assimétrica (separada por ordens de grandeza). Ao atribuir um peso de 4000 à integridade estrutural das equipas (*Rollman*) e apenas um peso de 1 aos pequenos desvios de carga horária semanal entre profissionais, o modelo assegura que o *solver* CP-SAT não irá sacrificar a saúde ocupacional e a ergonomia do grupo em prol de um nivelamento matemático perfeito das horas de trabalho.

5.2.3.7. Ambiente Computacional e Critérios de Paragem

O desenvolvimento e a validação do modelo foram realizados num ambiente de computação pessoal, recorrendo a um *Apple MacBook Air* equipado com processador *Apple M1* e 8 GB de memória RAM. O ambiente de execução integrou o *Jupyter Lab* sobre a distribuição *Anaconda*, garantindo a gestão eficiente das dependências das bibliotecas de otimização.

Dada a elevada complexidade combinatória inerente ao escalonamento de 51 profissionais ativos num universo com interrupções por férias aprovadas e múltiplas regras ergonómicas de integração paralela, a execução do motor de otimização exigiu a definição de um critério de paragem definitivo (*time limit*). Para determinar o parâmetro ideal que aliasse a qualidade ergonómica da escala gerada à celeridade exigida pela gestão hospitalar diária, delineou-se uma metodologia de teste progressivo de convergência do *solver* CP-SAT, abrangendo limites temporais de exploração entre os 10 e os 900 segundos.

Com base neste conjunto de testes, cujos resultados quantitativos e respetiva análise crítica da estabilização da função objetivo são apresentados detalhadamente no Capítulo 6, o modelo final foi parametrizado com um tempo limite *standard* de 300 segundos (5 minutos). Este critério opera como a condição de paragem por defeito da arquitetura proposta. O código-fonte integral que sustenta a implementação pode ser acedido através do link no Apêndice V.

Em suma, este capítulo delineou a arquitetura do modelo de otimização, traduzindo as restrições complexas e as preferências operacionais do serviço de urgência pediátrica para uma estrutura lógico-matemática implementável. A escolha do *solver* CP-SAT e a modelação por Programação por Restrições garantem a exequibilidade e a qualidade ergonómica das escalas geradas, estabelecendo as bases necessárias para a análise experimental dos resultados, que será detalhada no próximo capítulo.

Resultados e Discussão

6. Resultados e Discussão

Após a definição da arquitetura lógico-matemática e calibração dos pesos da função objetivo, este capítulo foca-se na validação prática do modelo CP-SAT desenvolvido para o serviço de urgência pediátrica. O intuito central consiste em apresentar a solução gerada pelo algoritmo, confrontando-a com o método tradicional de elaboração manual e discutindo o seu impacto, de modo a analisar a capacidade do modelo para assegurar soluções otimizadas que protegem o bem-estar dos profissionais e promovem a equidade na equipa de enfermagem.

6.1. Desempenho Computacional e Análise de Convergência

A resolução de problemas do NSP, especialmente com uma força de trabalho de 51 profissionais e múltiplas restrições legais e organizacionais, culmina numa elevada complexidade combinatória. Sendo o motor CP-SAT um *solver* exato que recorre a heurísticas de pesquisa para navegar neste vasto espaço de soluções, torna-se imperativo definir um critério de paragem temporal (*time limit*) que equilibre a qualidade da solução com o custo computacional.

Para validar o tempo de execução definido para este projeto, realizou-se um teste de convergência da função objetivo. O modelo foi executado em instâncias isoladas com limites temporais crescentes: 10, 30, 60, 120, 300, 600 e 900 segundos. O objetivo foi mapear a evolução do custo total das penalizações (Z) à medida que o algoritmo explorava ramos mais profundos da árvore de pesquisa.

A análise da curva de convergência (ilustrada na Figura 4) revela um comportamento assimétrico, característico de modelos fortemente restritivos.

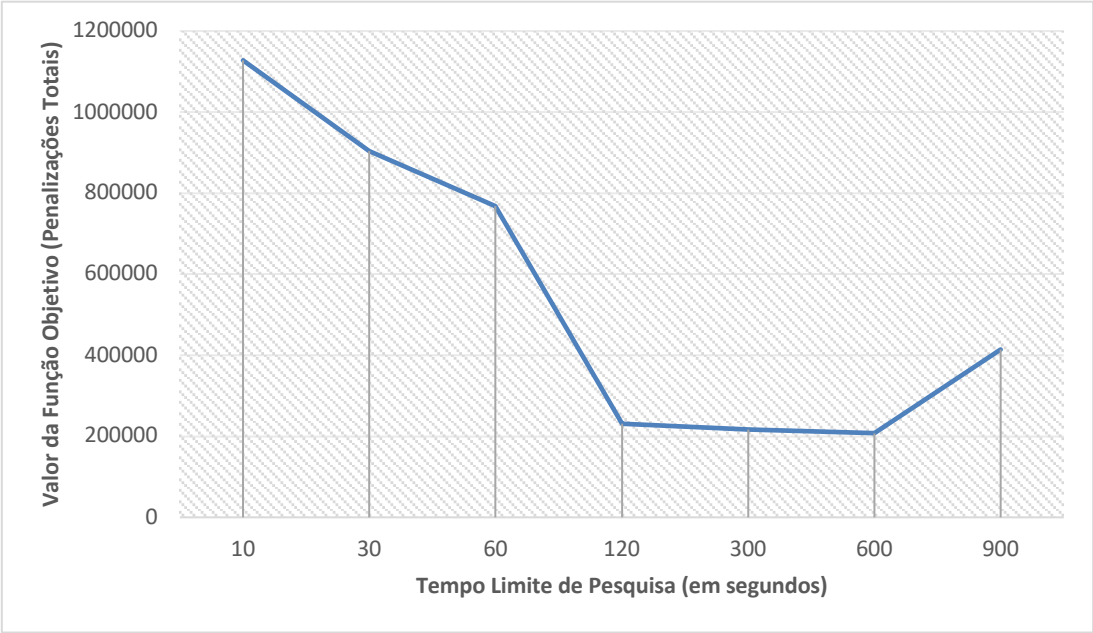


Figura 4. Curva de convergência da função objetivo do modelo CP-SAT em função do tempo limite de execução.

O significado numérico desta função objetivo representa o somatório ponderado das infrações às restrições flexíveis (*soft constraints*) acumuladas ao longo do mês por todos os profissionais. Desta forma, a magnitude dos valores obtidos nas fases iniciais da curva está diretamente indexada aos pesos atribuídos no modelo. Apesar de o modelo ser operacional e devolver um resultado viável logo aos 10 segundos, verifica-se uma penalização inicial na ordem de 1.127.579 pontos, decorrente da multiplicação entre o volume de desvios gerados e os pesos das penalizações críticas, como o teto de 4.000 pontos definido para cada quebra do padrão cíclico (*Rollman*). Devido à dimensão da força de trabalho, a não-conformidade repetida deste padrão nas primeiras iterações projeta o valor de *Z* para a escala do milhão, sinalizando uma solução matematicamente viável, mas operacionalmente distante do alvo ideal.

Numa primeira fase exploratória, o modelo encontra a viabilidade operacional rapidamente, estabelecendo a referida solução inicial de 1.127.579 pontos. Nas iterações seguintes, o motor de otimização inicia o processo de poda, reduzindo a função objetivo para 903.095 pontos aos 30 segundos e 767.465 pontos aos 60 segundos.

A transição para a barreira dos 120 segundos representa o ganho computacional mais expressivo da curva, o *solver* mitiga de forma acentuada as infrações estruturais de maior peso, nomeadamente as quebras do padrão cíclico das equipas fixas (*Rollman*), o que faz a penalização total decrescer de forma abrupta para 231.208 pontos. Esta redução expressiva no número de violações da penalização de 4.000 pontos explica matematicamente a queda drástica na escala do valor de *Z*.

Após este ponto de viragem, a curva entra num estado de estabilização (*plateau*). As reduções na função objetivo passam a ser de ajuste fino, descendo para os 217.082 pontos aos 300 segundos. Durante esta fase de afinação, o esforço computacional foca-se na mitigação residual das infrações mais pesadas (como o ciclo *Rollman* e o isolamento de turnos) e, em simultâneo, no nivelamento da equidade (pesos

entre 1 e 4), promovendo o balanceamento marginal de horas e a distribuição dos turnos de fim-de-semana.

O prolongamento da pesquisa para 600 segundos produziu uma melhoria residual (207.802 pontos). Adicionalmente, a extensão do tempo limite para os 900 segundos resultou na devolução de uma solução inferior (414.272 pontos). Esta flutuação ilustra o comportamento exploratório das heurísticas do motor quando executado em paralelismo durante longos períodos, em que a abertura de novos ramos da árvore de pesquisa não garantiu a convergência para um ótimo local superior dentro do tempo estipulado. Esta oscilação em tempos longos e a estabilidade encontrada aos 5 minutos comprovam que o limiar dos 300 segundos representa o compromisso ótimo para o ambiente de produção, gerando a matriz base de trabalho com a proteção das restrições de maior peso sem incorrer em tempos de espera morosos para a gestão de enfermagem.

6.2. Caso de Estudo A

A validação empírica do algoritmo proposto exigiu a seleção de um horizonte temporal de teste. Em vez de recorrer a uma amostragem aleatória, a escolha do mês de junho de 2024 representou uma decisão metodológica intencional, com o objetivo primário de submeter o modelo a um verdadeiro *stress-test*, evitando a avaliação em "meses confortáveis" (com dotações estabilizadas) para, em vez disso, testar a arquitetura matemática no limiar da sua rutura.

Desta forma, este período, abrangendo 30 dias de atividade assistencial, dois feriados e a gestão de 51 enfermeiros ativos, constitui um cenário real de planeamento de elevada complexidade combinatória, amplificado pela necessidade de gerir competências específicas (chefia e triagem) e preservar a integridade das equipas fixas.

Sendo o início do período de verão, este caracteriza-se por um aumento significativo da concentração de ausências programadas. A extração da matriz de dados revelou um *Worst-Case Scenario*: a sobreposição de 21 períodos de férias e dias de exame que, agravados por 8 ausências prolongadas, reduziram drasticamente a força de trabalho ativa. Forçar o algoritmo a operar sob esta enorme pressão garantiu que a validação da ferramenta reflete as verdadeiras crises de escassez de recursos humanos enfrentadas pelos gestores das equipas.

Numa primeira simulação, o motor CP-SAT foi parametrizado com as restrições ergonómicas ideais, tais como, a proibição estrita de blocos noturnos consecutivos e não permitir turnos do tipo M+T consecutivos. Perante este cenário, o algoritmo declarou a matriz como matematicamente inviável. Longe de representar uma falha computacional, este bloqueio constituiu uma demonstração analítica e irrefutável de que a dotação de recursos humanos do serviço é estruturalmente insuficiente para garantir o direito a férias da equipa em simultâneo com o cumprimento das recomendações de saúde ocupacional, assumindo a manutenção da dotação de segurança inegociável de 9 enfermeiros por turno.

Para viabilizar a escala e mimetizar o raciocínio de contingência adotado pela gestão humana na prática clínica, as fronteiras ergonómicas do modelo foram deliberadamente flexibilizadas. Permitiu-se a aglutinação de um máximo de duas noites consecutivas e o alargamento do limite de turnos duplos (M+T) consecutivos. Com este ajuste, o algoritmo provou a sua robustez, conseguindo convergir para uma solução ótima em tempo útil. O desempenho do modelo perante este *stress-test* confirma a adequação da solução desenvolvida à realidade hospitalar. A arquitetura evidencia potencial como uma ferramenta de apoio à decisão viável, conseguindo manter a integridade das restrições legais e clínicas sob condições de elevada pressão sobre a dotação de recursos humanos.

6.2.1. Análise da Escala Gerada pelo Modelo

O processamento do cenário de testes pelo motor CP-SAT resultou numa matriz de alocação completa, detalhada na Figura 5. A análise desta solução permite atestar o cumprimento rigoroso de todas as restrições rígidas (*hard constraints*) e avaliar a eficácia do nivelamento alcançado através das restrições flexíveis (*soft constraints*).

Dia/Enf	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	T(H)	Alvo (H)	Saldo (H)
Equipa Volante																																	
E1 (C | T)	N	D	F	F	M	MT	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	T	N	D	T	N	N	D	F	F	T	M	MT	108,5	91,0	+17,5
E2 (A | T)	N	D	F	F	M	M	F	F	F	T	F	F	M	N	D	N	N	D	M	M	N	D	N	N	D	F	N	D	N	N	159,0	126,0	+33,0
E3 (A | T)	F	F	F	M	M	M	F	F	F	M	M	F	M	F	M	T	M	F	T	T	M	M	M	M	F	T	T	M	M	M	145,0	126,0	+19,0
E4 (A | T)	F	F	F	M	F	T	M	F	F	T	F	F	T	M	M	M	M	F	M	T	F	M	M	M	M	F	F	M	T	M	130,0	126,0	+4,0
E5 (A | T)	F	F	F	T	T	N	N	D	F	M	N	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	66,5	56,0	+10,5
E6 (A)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	F	F	T	N	D	F	T	N	D	N	N	70,5	56,0	+14,5
E7 (A | T)	N	D	F	F	T	N	N	D	F	F	N	D	T	N	D	M	N	D	T	M	N	D	T	N	N	D	F	F	M	T	158,5	126,0	+32,5
E14 (T)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	T	N	D	T	MT	F	F	F	T	T	M	59,0	42,0	+17,0
Equipa A																																	
E16 (C)	N	D	F	F	MT	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	T	T	F	F	T	MT	N	D	F	T	T	MT	N	D	F	160,0	126,0	+34,0
E17 (C | T)	N	D	F	F	MT	T	M	F	F	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	T	M	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	159,5	126,0	+33,5
E18 (T)	F	F	F	T	N	D	F	F	M	F	MT	N	D	F	T	N	N	D	T	MT	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	159,5	126,0	+33,5
E19 (T)	X	X	X	F	T	MT	M	F	F	F	MT	N	D	F	M	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	142,5	119,0	+23,5
E20	N	D	F	F	MT	M	M	F	F	F	MT	N	D	F	F	N	N	D	F	T	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	158,0	126,0	+32,0
E21	X	X	X	X	X	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	T	F	T	N	D	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	138,0	105,0	+33,0
E22	F	N	D	F	M	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	T	M	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	158,0	126,0	+32,0
E23 (J)	N	D	F	F	M	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	T	F	F	F	M	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	158,0	126,0	+32,0
Equipa B																																	
E24 (C | T)	F	F	F	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	M	N	D	T	N	107,0	91,0	+16,0
E25 (C | T)	F	F	F	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	F	T	MT	MT	N	D	F	X	X	X	145,5	119,0	+26,5
E26 (T)	F	F	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	T	M	MT	X	X	X	X	X	X	X	X	F	N	D	N	N	120,0	91,0	+29,0
E28	F	F	F	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	62,5	49,0	+13,5
E29	X	X	X	X	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	M	M	MT	N	D	F	F	M	T	N	N	D	N	D	F	F	137,5	112,0	+25,5
E30	F	F	F	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	MT	M	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	84,0	63,0	+21,0
E31 (J)	F	F	F	MT	F	X	X	X	X	X	N	D	F	F	M	M	MT	N	D	F	F	M	N	N	D	T	F	T	N	N	132,5	112,0	+20,5
E32 (J)	F	F	F	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	M	M	M	159,0	126,0	+33,0
Equipa C																																	
E33 (C | T)	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	N	D	N	N	D	F	MT	F	F	F	T	M	M	160,5	126,0	+34,5
E34 (C | T)	F	MT	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	M	F	F	N	N	D	T	T	N	164,5	126,0	+38,5
E35 (T)	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	N	N	D	M	T	N	D	F	N	N	D	F	162,0	126,0	+36,0
E36 (T)	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	N	D	N	N	D	F	T	N	D	F	M	N	D	162,0	126,0	+36,0
E37	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	M	F	F	F	M	F	T	N	N	160,5	126,0	+34,5
E38	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	89,5	63,0	+26,5
E39	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	M	M	M	80,0	56,0	+24,0
E40 (J)	F	MT	N	D	F	Ex	T	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	M	T	Ex	T	F	F	F	M	F	Ex	Ex	T	156,0	126,0	+30,0
E41 (J)	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	M	N	N	D	F	M	F	F	F	T	N	N	158,0	126,0	+32,0
Equipa D																																	
E42 (C | T)	F	F	MT	N	D	F	M	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	MT	N	D	F	F	T	T	F	F	F	MT	T	N	161,0	126,0	+35,0
E43 (C | T)	N	D	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	T	N	D	M	F	MT	N	D	F	F	N	N	D	F	F	MT	M	F	164,5	126,0	+38,5
E44 (C | T)	F	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	M	N	D	T	F	M	N	D	159,5	126,0	+33,5
E45 (T)	F	F	MT	N	D	F	M	F	MT	N	D	F	F	N	N	D	F	MT	N	D	F	T	M	M	F	T	M	X	X	X	142,5	119,0	+23,5
E46 (T)	N	D	MT	N	D	F	M	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	T	M	F	MT	N	D	F	F	159,5	126,0	+33,5
E47	F	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	T	F	M	N	D	MT	M	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	104,5	84,0	+20,5
E48	F	F	MT	N	D	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	MT	F	T	T	T	59,0	49,0	+10,0
E49 (J)	F	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	T	N	D	N	D	MT	N	D	F	T	M	F	F	MT	F	M	T	M	162,0	126,0	+36,0
E50 (J)	F	F	MT	N	D	F	M	F	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	N	D	F	F	127,5	98,0	+29,5
Equipa E																																	
E51 (C | T)	MT	N	D	F	T	F	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	87,0	63,0	+24,0
E52 (C | T)	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	T	N	D	F	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	T	M	159,5	126,0	+33,5
E53 (T)	MT	N	D	F	M	N	D	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	T	M	F	F	F	N	N	D	MT	N	D	F	T	T	157,0	126,0	+31,0
E54 (T)	MT	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	MT	N	D	F	T	N	D	F	M	N	D	M	T	MT	N	D	F	N	D	127,5	84,0	+43,5
E55 (T)	MT	N	D	F	T	N	D	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	T	F	MT	M	T	F	F	F	MT	N	D	F	F	N	159,5	126,0	+33,5
E56	MT	N	D	F	T	MT	F	F	F	N	D	MT	N	D	F	F	N	N	D	F	F	T	N	D	MT	N	D	F	M	T	163,5	126,0	+37,5
E57	MT	N	D	F	N	N	D	F	F	T	F	MT	N	D	F	T	M	F	M	N	D	F	M	T	MT	N	D	F	F	T	159,5	126,0	+33,5
E58 (J)	MT	N	D	F	F	N	N	D	F	M	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	T	F	M	N	D	MT	N	D	F	M	F	158,0	126,0	+32,0
E59 (J)	MT	N	D	Ex	Ex	T	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	Ex	Ex	F	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	T	166,0	126,0	+40,0

Figura 5. Matriz de alocação dos turnos para o mês de junho de 2024, gerada pelo modelo CP-SAT.

Legenda: As siglas associadas aos elementos das equipas (E_i) indicam o respetivo perfil: **C** – Chefe de Equipa; **T** – Triador; **A** – Horário de Amamentação; **J** – Júnior. Turnos: **M** – Manhã; **T** – Tarde; **MT** – Manhã+Tarde; **N** – Noite; **D** – Descanso; **F** – Folga. **T(H)** – Total de horas a realizar; **Alvo (H)** – Carga horária prevista para o mês; **Saldo (H)** – Diferença entre horas realizadas e as previstas. As células preenchidas com **X** representam os períodos de ausência programada (férias) e as células com **Ex** representam dias de exame.

Numa primeira instância, atesta-se a fiabilidade clínica e legal da escala. O modelo garantiu, sem exceções, a cobertura mínima exigida de nove enfermeiros por turno, integrando com precisão a presença de, pelo menos, um enfermeiro com funções de Chefe de Equipa (C) e quatro enfermeiros habilitados para Triagem (T). Em simultâneo, as proteções legais associadas ao grupo de enfermeiras em período de amamentação (identificadas pela insígnia 'A') foram estritamente respeitadas, adaptando-se à heterogeneidade das restrições de cada profissional. O modelo assegurou que as colaboradoras com dispensa de trabalho noturno foram alocadas exclusivamente a turnos diurnos (M ou T), enquanto aquelas com regime de turno completo mantiveram a sua integração na alternância regular de turnos (M, T ou N), contudo, com a inibição de turnos duplos (MT). Esta modelação refinada permitiu conciliar os direitos de parentalidade com a estabilidade da dotação necessária, sem que a gestão destas exceções comprometesse as necessidades globais de cobertura do serviço.

A análise da solução gerada revela um desempenho assimétrico no que concerne à integridade do ciclo *Rollman*. Se por um lado o modelo demonstra uma elevada eficácia na alocação global, por outro, a manutenção estrita do padrão cíclico encontra barreiras operacionais significativas quando confrontada com a heterogeneidade da equipa e, em particular, com o enquadramento de múltiplas ausências por férias (assinaladas com 'X'). Observa-se que, enquanto a maioria dos elementos das equipas fixas mantém uma sucessão lógica de blocos de trabalho, a imposição de restrições rígidas de cobertura e segurança clínica obriga o solver a introduzir desvios pontuais no ciclo para garantir a viabilidade da escala. Estes desvios manifestam-se sob a forma de turnos isolados ou alterações de padrão, que o modelo procura minimizar, mas que persistem como uma concessão matemática necessária. Estes resultados sublinham que, no contexto de uma urgência pediátrica real, a pureza teórica do ciclo de rotação é inevitavelmente flexibilizada pela rigidez das necessidades assistenciais.

No que concerne ao balanceamento e equidade (*fairness*) global da equipa, os resultados evidenciam que a distribuição da carga de trabalho refletiu diretamente um cenário de acentuada carência de recursos humanos. A amplitude de horas totais realizadas (T(H)) acomodou as especificidades contratuais e as ausências programadas, o limite inferior fixou-se entre as 59,0 e as 66,5 horas, englobando de forma justa os profissionais com períodos significativos de férias aprovadas durante o mês (como os elementos E5, E14 e E28). No espetro oposto, o motor de otimização conteve o teto máximo absoluto de prestação de cuidados nas 166,0 horas (elemento E59). Mais importante ainda, distantes de constituírem uma falha do algoritmo, os saldos positivos elevados observados na esmagadora maioria dos elementos a tempo inteiro (maioritariamente entre as +25 e as +38 horas suplementares) traduzem a grave escassez de dotação efetiva do serviço. Face a essa carência estrutural, o modelo demonstrou capacidade para a distribuição equitativa, assegurando que o esforço suplementar exigido para suprir as falhas da dotação foi distribuído de forma transversal e partilhada por toda a *pool* ativa.

Relativamente à carga de trabalho associada aos fins-de-semana, os indicadores demonstram uma distribuição justa do esforço. Analisando os 10 dias de fim-de-semana disponíveis no mês de junho, constata-se que o esforço suplementar recaiu de forma mais acentuada sobre elementos sem ausências programadas. A título de exemplo, o elemento E34 foi alocado a 9 dias de fim-de-semana (considerando as saídas de noite), e elementos como o E16 foi escalado em 8 dias. Este comportamento do modelo é revelador da sua arquitetura de decisão, perante a iminência de uma rutura na segurança

do serviço, o algoritmo sacrifica a otimização de restrições flexíveis (*soft constraints*, como a equidade dos fins de semana) em *prol* do cumprimento absoluto das restrições legais e de cobertura (*hard constraints*), espelhando com rigor as prioridades da gestão em contexto real de urgência.

6.2.2. Análise Comparativa: Modelo *versus* Manual

Para aferir o real impacto operacional da arquitetura proposta, procedeu-se a uma comparação direta entre a escala gerada pelo algoritmo (Figura 5) e o horário efetivamente praticado no serviço no mês de junho de 2024, elaborado de forma manual através do *software* de gestão de presenças tradicional da instituição. Para a análise comparativa, o horário original elaborado pela direção do serviço foi objeto de uma extração de dados (Figura 6). Por questões de confidencialidade e proteção de dados, a escala original foi transposta para um formato tabular e os seus elementos sujeitos a anonimização (identificados sequencialmente como E_i). De modo a viabilizar a análise comparativa direta, a mesma chave de anonimização foi mantida transversalmente, assegurando que cada identificador E_i corresponde exatamente ao mesmo profissional em ambas as matrizes. Desta forma, preserva-se o anonimato dos profissionais sem comprometer a integridade dos dados, assegurando que a métrica de comparação entre o método manual e o modelo CP-SAT incide sobre uma força de trabalho estruturalmente equivalente.

Dia/Enf	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	T(H)	Alvo (H)	Saldo (H)
Equipa Volante																																	
E1 (C | T)	F	F	MT	N	D	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	N	D	F	MN	D	MT	F	M	M	M	M	F	F	111,5	91,0	+20,5
E2 (A | T)	F	F	T	T	M	N	D	F	F	T	N	D	F	T	N	D	F	M	T	N	D	F	M	T	N	D	N	D	F	F	130,5	126,0	+4,5
E3 (A | T)	F	F	N	D	F	M	T	N	D	F	M	T	N	D	F	T	T	N	D	F	T	M	N	D	F	T	T	N	D	F	137,0	126,0	+11,0
E4 (A | T)	F	M	T	N	D	F	M	F	F	M	T	M	T	N	D	F	M	T	N	D	F	T	T	N	D	F	M	T	N	D	148,0	126,0	+22,0
E5 (A | T)	F	F	M	T	M	T	F	M	T	N	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	53,5	56,0	-2,5
E6 (A)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	M	T	M	M	F	T	M	M	F	F	M	M	M	73,0	56,0	+17,0
E7 (A | T)	M	T	F	M	T	F	M	F	F	M	F	M	T	F	M	T	M	T	F	F	T	F	M	F	F	F	F	T	F	T	112,0	126,0	-14,0
E14 (T)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	F	MT	T	F	MT	N	D	F	F	57,5	42,0	+15,5
Equipa A																																	
E16 (C)	F	F	N	D	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	T	N	D	F	MT	N	164,5	126,0	+38,5
E17 (C | T)	F	F	N	D	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	164,5	126,0	+38,5
E18 (T)	N	D	F	MT	N	D	F	F	T	N	D	F	F	MT	N	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	168,5	126,0	+42,5
E19 (T)	X	X	X	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	F	MT	N	D	F	MT	N	N	D	F	M	N	D	F	F	M	N	163,0	119,0	+44,0
E20	F	F	F	MT	N	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	164,5	126,0	+38,5
E21	X	X	X	X	X	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	N	N	D	F	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	144,0	105,0	+39,0
E22	F	F	N	D	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	165,5	126,0	+39,5
E23 (J)	T	N	D	F	N	D	F	T	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	171,0	126,0	+45,0
Equipa B																																	
E24 (C | T)	N	D	F	N	D	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	F	MT	N	N	D	F	MT	N	D	F	T	MT	117,5	91,0	+26,5
E25 (C | T)	MN	D	F	T	MN	D	F	F	F	T	MN	D	F	F	T	MN	D	F	F	T	MN	D	F	N	D	F	X	X	X	144,0	119,0	+25,0
E26 (T)	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	N	D	F	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	F	F	MT	121,0	91,0	+30,0
E28	N	D	F	MT	T	N	D	F	MN	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	62,5	49,0	+13,5
E29	X	X	X	X	N	D	N	D	F	T	N	D	F	F	T	N	D	F	F	M	N	D	F	F	M	N	D	F	T	T	110,0	112,0	-2,0
E30	N	D	F	MT	T	N	D	F	F	T	MT	N	N	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	87,0	63,0	+24,0
E31 (J)	N	D	N	D	F	X	X	X	X	X	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	T	N	D	F	F	MT	F	M	F	F	MT	139,0	112,0	+27,0
E32 (J)	F	F	M	T	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	F	F	141,5	126,0	+15,5
Equipa C																																	
E33 (C | T)	MT	N	D	F	MT	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	MT	173,0	126,0	+47,0
E34 (C | T)	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	M	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	168,0	126,0	+42,0
E35 (T)	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	167,0	126,0	+41,0
E36 (T)	T	N	D	F	MT	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	166,0	126,0	+40,0
E37	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	N	D	F	F	T	MT	F	N	D	F	178,5	126,0	+52,5
E38	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	MT	N	D	N	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	88,0	63,0	+25,0
E39	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	N	D	F	MT	88,0	56,0	+32,0
E40 (J)	MT	N	D	F	F	Ex	N	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	M	N	D	F	Ex	N	D	F	MT	T	T	Ex	Ex	F	173,5	126,0	+47,5
E41 (J)	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	T	MT	F	N	D	F	174,5	126,0	+48,5
Equipa D																																	
E42 (C | T)	F	MT	M	F	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	N	D	167,0	126,0	+41,0
E43 (C | T)	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	N	D	171,0	126,0	+45,0
E44 (C | T)	F	T	MT	F	F	MT	F	N	D	F	F	MT	M	M	MT	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	T	M	F	F	168,0	126,0	+42,0
E45 (T)	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	N	D	F	X	X	X	150,5	119,0	+31,5
E46 (T)	M	MT	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	163,0	126,0	+37,0
E47	F	F	M	F	MT	F	M	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	N	D	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	99,0	84,0	+15,0
E48	M	MT	N	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	N	D	F	56,0	49,0	+7,0
E49 (J)	F	M	T	MT	F	F	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	MT	N	D	F	MT	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	168,5	126,0	+42,5
E50 (J)	F	MT	M	M	F	F	MT	N	N	D	F	X	X	X	X	X	X	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	135,0	98,0	+37,0
Equipa E																																	
E51 (C | T)	F	T	T	MN	D	F	T	T	MN	D	F	T	MN	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	89,0	63,0	+26,0
E52 (C | T)	N	D	F	F	T	F	T	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	D	167,0	126,0	+41,0
E53 (T)	F	M	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	MT	N	N	D	F	N	D	F	F	172,0	126,0	+46,0
E54 (T)	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	N	111,0	84,0	+27,0
E55 (T)	F	F	MT	N	D	F	F	MT	F	MT	N	D	F	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	N	N	D	164,5	126,0	+38,5
E56	F	F	N	D	F	MT	F	MT	N	D	F	MT	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	N	D	F	MT	N	N	D	F	F	157,0	126,0	+31,0
E57	F	F	MT	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	N	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	164,5	126,0	+38,5
E58 (J)	N	D	F	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	N	D	F	MT	T	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	163,5	126,0	+37,5
E59 (J)	F	F	MT	Ex	Ex	F	F	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	Ex	Ex	T	T	F	MT	N	N	D	F	T	MT	N	D	168,5	126,0	+42,5

Figura 6. Matriz de alocação para o mês de junho de 2024, elaborada manualmente.

Legenda: As siglas associadas aos elementos das equipas (E_i) indicam o respetivo perfil: **C** – Chefe de Equipa; **T** – Triador; **A** – Horário de Amamentação; **J** – Júnior. Turnos: **M** – Manhã; **T** – Tarde; **MT** – Manhã+Tarde; **N** – Noite; **D** – Descanso; **F** – Folga. **T(H)** – Total de horas a realizar; **Alvo (H)** – Carga horária prevista para o mês; **Saldo (H)** – Diferença entre horas realizadas e as previstas. As células preenchidas com **X** representam os períodos de ausência programada (férias) e as células com **Ex** representam dias de exame.

a. Gestão do Ciclo de *Rollman* face à escassez de recursos

A análise do planeamento manual evidencia o desafio prático de manter a matriz do ciclo *Rollman* perante o défice de recursos humanos (agravado por férias e baixas prolongadas). Para garantir a cobertura assistencial mínima, o planeamento manual foca-se, prioritariamente, na resolução imediata das falhas de dotação, o que obriga a adaptações pontuais e desvios ao padrão cíclico base.

O modelo, deparando-se com as mesmas restrições de escassez (inviabilizando a manutenção da pureza do ciclo), adota uma abordagem global. Embora seja forçado a introduzir desvios estruturais (nomeadamente através do recurso a turnos duplos 'MT' e quebra de sequências), o modelo fá-lo com o mesmo propósito de garantir os rácios de segurança clínica, mas sem permitir que essa subversão do ciclo beneficie uns profissionais em detrimento de outros. A quebra do *Rollman* passa a ser um mecanismo de gestão de crise nivelado, e não um acaso da dificuldade do planeamento.

b. Equidade e Balanceamento da Carga Horária

A diferença entre o número de horas realizadas e as horas alvo reflete a distribuição do trabalho suplementar. A Figura 7 ilustra a disparidade na alocação deste esforço extra entre o processo de elaboração manual e a otimização algorítmica. No horário manual, a exigência de cruzar múltiplas restrições legais e de cobertura sem suporte informático conduz a assimetrias naturais na alocação do esforço extra. Observa-se uma forte polarização da carga, menos de metade da equipa (47%) conseguiu manter um saldo até +35 horas (limiar que equivale a uma semana de trabalho suplementar num único mês), enquanto uma fatia considerável de 33% foi empurrada para um patamar de desgaste extremo (≥ 40 horas). Casos paradigmáticos desta sobrecarga são os elementos E37 (+52,5 horas) e E41 (+48,5 horas).

Em contrapartida, a solução gerada pelo modelo CP-SAT demonstra a eficácia do processamento paralelo na mitigação destas desigualdades. O algoritmo redistribuiu as necessidades assistenciais de forma mais homogénea, conseguindo concentrar a esmagadora maioria da equipa (84%) na faixa de esforço mais ergonómica dadas as circunstâncias (≤ 35 horas). Em simultâneo, o grupo exposto a cargas iguais ou superiores a 40 horas caiu drasticamente de 33% para apenas 4%, cenário que ficou circunscrito aos elementos E54 (+43,5 horas) e E59 (+40,0 horas). Esta reconfiguração comprova que o modelo atuou de forma inteligente e direcionada, aliviando os profissionais anteriormente sobrecarregados (o elemento E37, por exemplo, recuou para +34,5 horas) e mobilizando recursos que se encontravam subalocados (como o E29, que passou a contribuir com +25,5 horas). A conjugação destes dados valida a utilidade do modelo na promoção sustentável da saúde ocupacional.

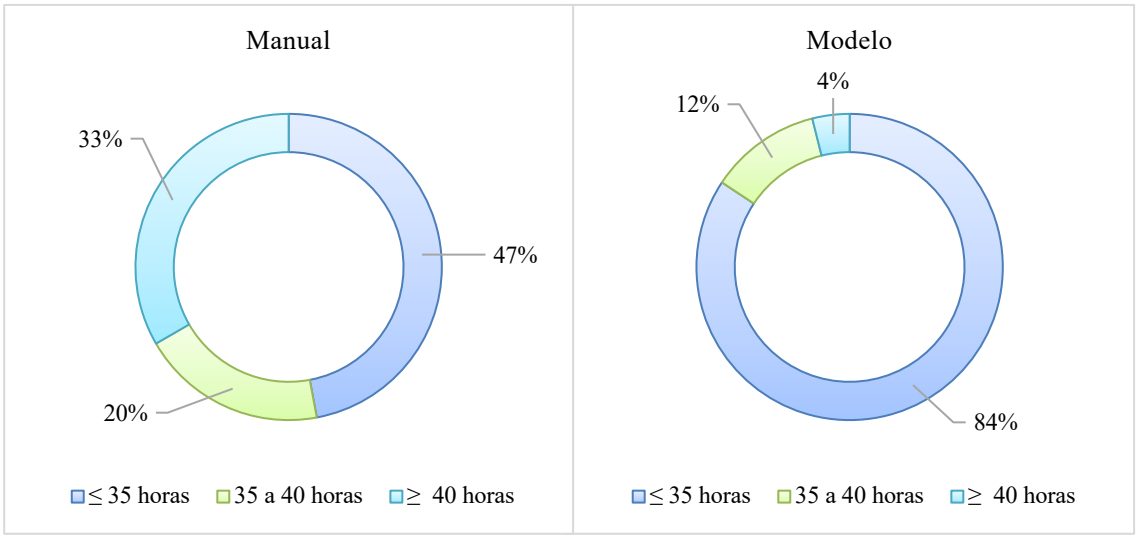


Figura 7. Distribuição percentual da equipa de enfermagem por patamares de trabalho suplementar: comparação entre o escalonamento manual e o modelo CP-SAT.

c. Distribuição do Esforço aos Fins-de-Semana e Feriados

A alocação de turnos em fins de semana e feriados (que totalizam 12 dias no mês de junho) constitui uma variável crítica no planeamento, diretamente afetada em ambas as abordagens pela escassez de recursos decorrente do volume de férias aprovadas e ausências prolongadas. Perante este défice estrutural, tanto o planeamento manual como o automatizado são confrontados com a necessidade inevitável de sobrecarregar os profissionais ativos com turnos de fim de semana para assegurar a continuidade dos cuidados.

No método manual, a necessidade de assegurar a cobertura contínua resultou numa assimetria na distribuição, por exemplo, o elemento E23 foi alocado a 9 destes dias (contabilizando a prestação efetiva de cuidados e excluindo saídas de noite), enquanto o profissional E32, da mesma categoria, ficou alocado a apenas 3 dias.

Em contrapartida, o modelo computacional opera com base numa perspetiva global de todo o horizonte mensal. Embora o algoritmo permaneça limitado pela escassez real de pessoal, sendo igualmente obrigado a escalar fins-de-semana consecutivos, a sua capacidade de análise combinatória permitiu identificar disponibilidades residuais na escala e fracionar o impacto. Como resultado, a carga concentrada no E23 foi dispersa por outros profissionais com margem matemática, demonstrando que a visão global do algoritmo atua no nivelamento da amplitude de turnos críticos trabalhados por cada elemento.

d. Integração do Grupo Flexível (Equipa Volante)

Os profissionais alocados à "Equipa Volante" (elementos de E1 a E14), dadas as restrições de alguns elementos associadas aos horários de amamentação, atuam como recursos para a cobertura de flutuações e ausências no serviço. No método manual, o cruzamento sequencial de dados sem suporte computacio-

nal resultou numa maior amplitude de desvios nos saldos horários deste grupo, registando-se subalocações (como as −14,0 horas no E7) em simultâneo com picos de esforço suplementar (como as +22,0 horas no E4 e +20,5 horas no E1).

Na solução gerada pelo modelo, observa-se que a distribuição destes recursos não eliminou a assimetria dos saldos, tendo operado uma inversão na carga horária. O algoritmo reduziu o esforço suplementar dos elementos E4 e E1 para +4,0 e +17,5 horas, respetivamente, mas concentrou a necessidade assistencial no elemento E7, cujo saldo transitou para +32,5 horas. Este comportamento numérico demonstra que, mesmo com a visão global e a capacidade de análise combinatória do modelo, a teia de restrições rígidas (indisponibilidades e dotações diárias) limita o espaço de soluções, impedindo uma distribuição perfeitamente linear e homogénea da carga de trabalho neste subgrupo flexível.

e. Dispersão Estratégica da Fadiga

Face à escassez, a alocação de turnos duplos (MT) foi uma necessidade para o fecho da escala em ambas as abordagens. No método manual, a sobreposição pontual de necessidades assistenciais iminentes pode conduzir à alocação de turnos complexos sem o ideal distanciamento.

O motor de otimização, ao ter a visão global do horizonte temporal, implementa regras de espaçamento preventivo. Sempre que a necessidade obriga à marcação de um turno duplo, o algoritmo avalia o impacto nos dias adjacentes, procurando intercalar estas jornadas com períodos de descanso (F) ou turnos únicos. Esta dispersão programada auxilia diretamente na mitigação do risco associado à fadiga cumulativa.

6.3. Caso de Estudo B

Para testar a resiliência, a escalabilidade e a robustez matemática do modelo CP-SAT, foi introduzido um segundo cenário de testes. Enquanto o cenário anterior validou a capacidade de otimização ergonómica num contexto assistencial específico, este caso de estudo teve como objetivo submeter o modelo a um teste de *stress* combinatório, caracterizado por uma densidade de recursos humanos significativamente superior e uma teia complexa de restrições individuais. Esta transição permite validar a adaptabilidade do modelo desenvolvido, verificando a sua versatilidade e aplicabilidade a diferentes realidades operacionais.

6.3.1. Caracterização do Cenário

Este cenário reflete a realidade de uma urgência de adultos composta por 121 enfermeiros ativos (após a exclusão de 11 elementos com ausências prolongadas). À semelhança da premissa metodológica

adotada no Caso A, selecionou-se deliberadamente um período temporal marcado por uma acentuada escassez de recursos, em que 33 profissionais (cerca de 27% do *pool* ativo) se encontravam a usufruir de um período de férias. A introdução desta matriz de indisponibilidades amplificou o desafio combinatório, obrigando o modelo a suprir vastas lacunas na dotação diária.

A força de trabalho e as suas valências específicas encontram-se estruturadas de acordo com os seguintes grupos operacionais:

- Gestão da Sala de Emergência (SE): A alocação especializada centra-se neste setor crítico. Embora a distribuição exija apenas um enfermeiro em permanência, a necessidade de assegurar a cobertura contínua durante pausas e refeições obriga o modelo a garantir, no mínimo, dois enfermeiros com esta competência por turno. O universo de profissionais qualificados é restrito a 12 elementos.
- Estrutura Base das Equipas (99 elementos): O núcleo operacional principal está organizado em quatro equipas fixas. Em contraste com o cenário anterior, todos os profissionais destas equipas detêm a valência transversal de Triagem. O subgrupo integra ainda 11 enfermeiros com funções de chefe de equipa. A distribuição por equipas é detalhada na Tabela 7.

Tabela 7. Distribuição interna e valências das equipas fixas (Caso B).

Estrutura	Total de Elementos	Chefia de Equipa	Enfermeiros com Valência de SE
Equipa 1	26	2	3
Equipa 2	24	2	3
Equipa 3	23	2	3
Equipa 4	26	4	3

- Regimes de Horário Especial e Proteção na Parentalidade: Para além da estrutura fixa, a gestão de horários deve acomodar restrições rígidas, personalizadas e horizontais. De forma a garantir a legibilidade das condições impostas ao *solver*, estas especificidades foram mapeadas e resumidas na Tabela 8.

Tabela 8. Mapeamento de perfis especiais e regimes de amamentação.

Tipo de Regime	Profissionais afetados	Restrições e Especificações
Horários Especiais Individuais	E1	Alocação exclusiva a turnos da manhã (M), isenção de fins-de-semana, assegura função de chefe de equipa.
	E2	Alocação exclusiva a turnos da manhã (M).
	E102	Alocação exclusiva a turnos da tarde (T).
	E103	Alocação exclusiva a turnos diurnos (M, T ou MT).
	E104	Alocação exclusiva a turnos da manhã (M) de segunda a sábado (Folga ao Domingo).
	E105	Alocação preferencial a turnos da manhã (M), apenas em dias úteis (2ª a 6ªf), com turnos duplos (MT) ocasionalmente.
Horários de amamentação	E106	Alocação a turnos da manhã (M), com exceção dos fins-de-semana.
	E107, E116, E117, E121	Alocação a qualquer tipo de turno (M, T ou N), com exceção de turnos duplos (MT).
	E108, E119	Alocação apenas a turnos da tarde (T) ou noite (N).
	E109	Alocação a turnos da manhã (M) e duplos (MT).
	E110, E111	Alocação a turnos diurnos apenas (M ou T), com exceção de turnos duplos (MT).
	E112	Alocação preferencial a turnos da manhã (M), com turnos da tarde (T) ocasionais.
	E113	Alocação a turnos diurnos e duplos (M, T ou MT).
	E114, E115, E118, E120	Alocação a turnos da manhã (M) ou duplos (MT), com exceção dos fins-de-semana.

6.3.2. Parametrização Operacional e Adaptação do Modelo

A transição do algoritmo para este segundo cenário teve como premissa metodológica demonstrar que a arquitetura do modelo CP-SAT não é rígida nem exclusiva para o contexto em que foi inicialmente desenhada. O núcleo do código original foi preservado, exigindo apenas afinações nos parâmetros das restrições lógicas e matrizes de inferência:

- Redefinição da Matriz de Turnos e Dotação Alvo: O espaço de pesquisa do modelo foi recalibrado para os horários específicos deste serviço, atualizando o conjunto de duração dos turnos t (Dur_t): Dur_M = 6,5h, Dur_T = 6,5h e Dur_N = 12,5h. A dotação diária mínima (*hard constraint*) sofreu um incremento substancial para dar resposta ao volume do serviço, obrigando

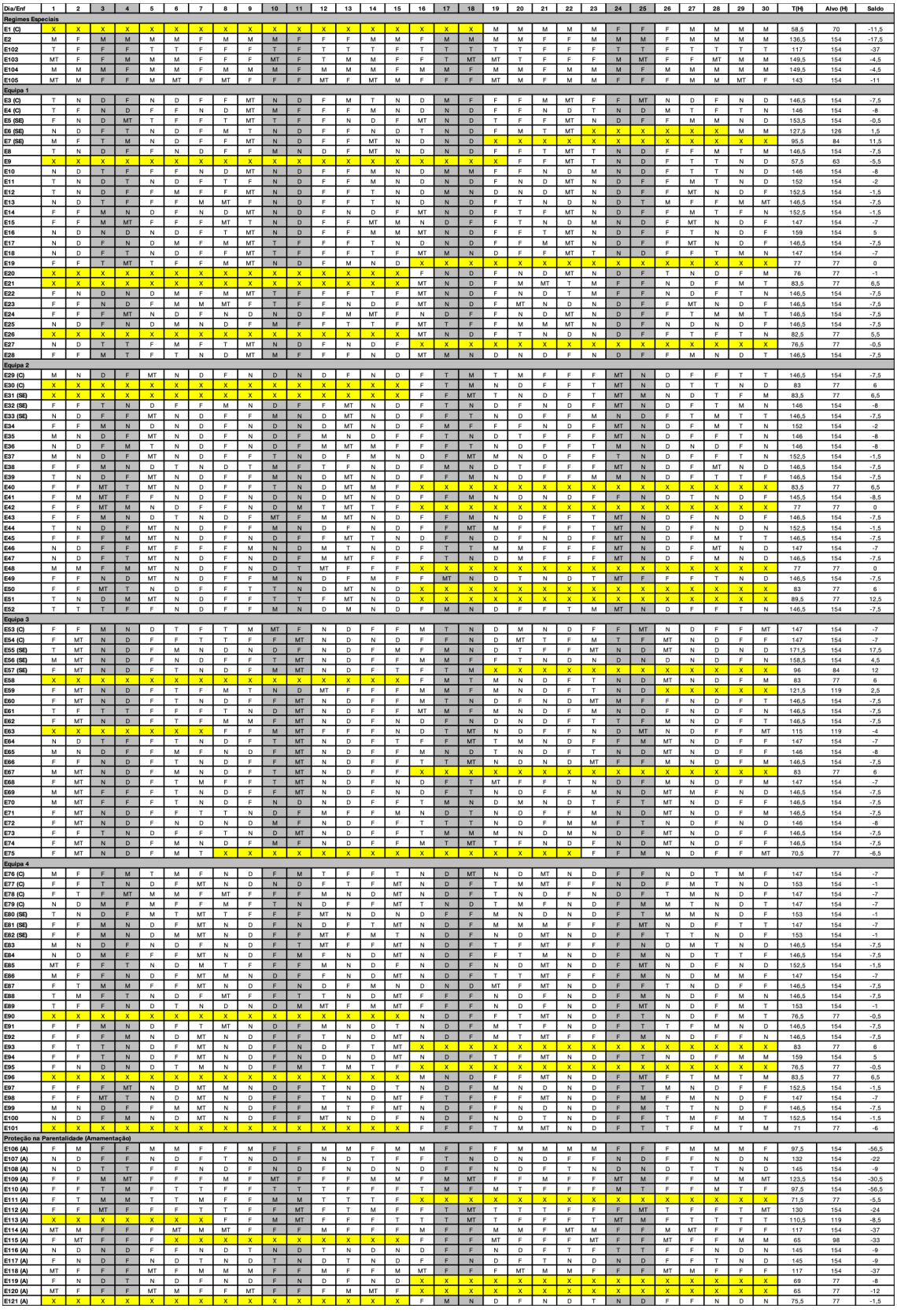
o algoritmo a garantir 21 enfermeiros na tarde e 19 no período noturno. Na manhã, permitiu-se uma oscilação flexível entre 21 e 23 elementos, fixando-se contudo um alvo ideal de 22 enfermeiros, fortemente induzido no algoritmo através de uma penalização por desvio (*peso_alvo_M = 200*) na função objetivo.

- Homogeneização da Equipa por Autonomia (Juniores): Ao contrário do Caso de Estudo A, onde a presença de profissionais em fase de integração exigia o acoplamento de restrições rígidas de supervisão, no Caso B esta restrição foi desativada (*enfermeiros_juniores = set( )*). Esta alteração fundamenta-se no pressuposto operacional de que, neste serviço, os enfermeiros completam um ciclo longo de integração institucional. Uma vez consolidada a curva de aprendizagem, o *pool* de profissionais é considerado homogéneo no que concerne à sua autonomia técnico-científica, eliminando a necessidade de restrições de emparelhamento por experiência.
- Cruzamento Restrito de Competências (SE e Chefe de Equipa): O modelo manteve a regra rígida que assegura a presença de pelo menos um enfermeiro com funções de Chefe de Equipa em todos os turnos. Na componente clínica, substituiu-se a restrição inicial (quatro triadores por turno) pela instrução ao *solver* para garantir a alocação simultânea de, no mínimo, dois enfermeiros habilitados para a Sala de Emergência.
- Modelagem do Estrangulamento de Parentalidade: A integração do grupo de amamentação baseou-se na estrutura lógica bidimensional já definida no modelo original. No nível individual, o algoritmo fixou a zero as variáveis de turnos ou dias proibidos. No nível global, a equação que limita a simultaneidade destas profissionais no mesmo turno foi recalibrada operacionalmente, incrementando o limite máximo admissível de dois para três enfermeiros por turno.
- Proteção Ergonómica e Manutenção do Ciclo Base: A padronização do esforço preservou o padrão estrutural de base *Rollman* para as equipas fixas. Contudo, devido à elevada exigência deste serviço, incorporaram-se duas novas diretrizes ergonómicas no modelo CP-SAT, uma restrição rígida (*hard constraint*) que inviabiliza a alocação de noites consecutivas a qualquer elemento, e uma restrição flexível (*soft constraint*) que penaliza e minimiza a atribuição de turnos duplos (MT) em dias subsequentes.
- Injeção da Matriz de Ausências: O teste de *stress* imposto pelas férias foi traduzido informaticamente através do bloqueio prévio das variáveis. O código foi alimentado com as datas exatas de ausência de 33 profissionais, convertendo esses períodos em restrições absolutas de indisponibilidade (valor nulo na matriz de escalonamento), forçando o motor de otimização a redistribuir o esforço e a reconstruir o ciclo sem violar as dotações de segurança.

A implementação desta parametrização culminou na geração da escala de serviço para o mês de setembro, cujos resultados estruturais e métricas de eficiência operacional são analisados detalhadamente na secção seguinte.

6.3.3. Análise da Solução Gerada

A escala de serviço obtida para o Caso de Estudo B, bem como o balanço dos desvios horários individuais resultantes, encontram-se ilustrados na Figura 8. A análise dos resultados obtidos indica que a formulação baseada no modelo CP-SAT demonstrou a flexibilidade necessária para acomodar o incremento da densidade combinatória e a heterogeneidade das restrições individuais introduzidas no Caso B.



Dia/Enf	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	T(H)	Alvo (H)	Saldo
Regimes Especiais																																	
E1 (C)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	M	M	M	M	M	F	F	F	M	M	M	M	58,5	70	-11,5
E2	M	F	M	M	M	M	F	M	M	M	F	F	F	M	M	F	M	M	M	M	F	F	M	M	M	F	M	M	M	M	136,5	154	-17,5
E102	T	F	F	F	T	T	F	F	F	T	F	T	T	T	F	T	T	T	T	T	F	F	F	T	T	F	T	T	T	T	117	154	-37
E103	MT	F	F	M	M	M	F	F	F	MT	F	T	M	M	F	F	T	MT	MT	T	F	F	F	M	MT	F	F	MT	M	M	149,5	154	-4,5
E104	M	M	M	F	M	M	F	M	M	M	F	M	M	M	F	M	M	F	M	M	F	M	M	M	F	M	M	M	M	M	149,5	154	-4,5
E105	MT	M	F	F	M	MT	F	MT	F	F	F	MT	F	MT	M	F	F	F	MT	M	F	M	M	F	F	F	M	M	MT	F	143	154	-11
Equipa 1																																	
E3 (C)	T	N	D	F	N	D	F	F	MT	N	D	F	M	T	N	D	M	F	F	F	M	MT	F	F	MT	N	D	F	N	D	146,5	154	-7,5
E4 (C)	T	F	N	D	F	F	N	D	MT	M	F	F	F	M	N	D	N	D	F	F	N	D	T	N	D	M	T	F	T	N	146	154	-8
E5 (SE)	F	N	D	MT	T	F	F	T	MT	T	F	F	N	D	F	MT	N	D	T	F	F	MT	N	D	F	F	M	M	N	D	153,5	154	-0,5
E6 (SE)	N	D	F	T	N	D	F	M	T	N	D	F	F	N	D	T	N	D	F	M	T	MT	X	X	X	X	X	X	M	M	127,5	126	1,5
E7 (SE)	M	F	T	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	N	D	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	95,5	84	11,5
E8	T	N	D	F	F	N	D	F	F	M	N	D	F	MT	N	D	N	D	F	F	T	MT	T	N	D	F	F	M	T	M	146,5	154	-7,5
E9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	MT	T	N	D	F	T	T	N	D	57,5	63	-5,5
E10	N	D	T	F	F	F	N	D	MT	N	D	F	F	M	N	D	M	M	F	F	N	D	M	N	D	F	T	T	N	D	146	154	-8
E11	T	N	D	T	N	D	F	T	F	N	D	F	F	M	N	D	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	M	T	N	D	152	154	-2
E12	T	N	D	F	F	M	F	F	MT	N	D	F	F	T	N	D	M	N	D	N	D	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	152,5	154	-1,5
E13	N	D	T	F	F	F	M	MT	F	N	D	F	F	T	N	D	N	D	F	T	N	D	N	D	T	M	F	F	M	MT	146,5	154	-7,5
E14	F	F	M	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	F	M	T	F	N	152,5	154	-1,5
E15	F	F	M	MT	F	F	F	MT	T	N	D	F	F	MT	M	N	D	F	F	T	N	D	M	N	D	F	MT	N	D	F	147	154	-7
E16	N	D	N	D	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	M	M	MT	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	T	N	D	F	159	154	5
E17	N	D	F	N	D	M	F	M	MT	T	F	F	F	T	N	D	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	146,5	154	-7,5
E18	N	D	F	T	N	D	F	F	MT	T	F	F	F	T	F	MT	M	N	D	F	F	MT	T	N	D	F	F	T	M	N	147	154	-7
E19	F	F	T	MT	T	F	F	M	MT	N	D	F	M	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	77	77	0
E20	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	T	N	D	F	M	76	77	-1
E21	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	MT	N	D	F	M	MT	T	M	F	F	N	D	F	M	T	83,5	77	6,5
E22	F	N	D	N	D	M	F	M	MT	T	F	F	F	T	F	MT	N	D	F	N	D	T	M	F	F	N	D	F	T	N	146,5	154	-7,5
E23	F	F	N	D	F	M	M	MT	F	T	F	F	N	D	F	MT	N	D	F	MT	N	D	N	D	F	F	MT	N	D	F	146,5	154	-7,5
E24	F	F	F	MT	N	D	F	N	D	N	D	F	M	MT	F	N	D	F	F	N	D	MT	N	D	F	F	T	M	N	D	146,5	154	-7,5
E25	N	D	F	N	D	M	N	D	F	M	F	F	T	T	F	MT	T	F	F	M	M	MT	N	D	F	N	D	N	D	F	146,5	154	-7,5
E26	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	MT	N	D	F	T	N	D	N	D	F	T	T	F	T	N	82,5	77	5,5
E27	N	D	T	T	F	M	F	T	MT	N	D	F	N	D	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	76,5	77	-0,5
E28	F	F	M	T	F	T	N	D	MT	M	F	F	F	N	D	MT	M	N	D	N	D	F	N	D	F	F	M	N	D	T	146,5	154	-7,5
Equipa 2																																	
E29 (C)	M	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	N	D	F	N	D	F	T	M	T	M	F	F	F	MT	N	D	F	F	T	T	146,5	154	-7,5
E30 (C)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	T	M	N	D	F	F	T	MT	N	D	T	T	F	M	83	77	6
E31 (SE)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	MT	T	N	D	F	T	MT	M	N	D	T	F	M	83,5	77	6,5
E32 (SE)	F	F	T	N	D	F	F	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	T	M	N	146	154	-8
E33 (SE)	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	M	N	D	MT	N	D	F	F	T	N	D	F	F	M	N	D	F	T	M	T	T	146,5	154	-7,5
E34	F	F	M	N	D	N	D	F	N	D	N	D	MT	N	D	F	M	F	F	F	N	D	F	MT	N	D	F	F	T	N	152	154	-2
E35	M	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	F	M	N	D	F	F	T	N	D	T	F	F	F	MT	N	D	F	F	T	N	146	154	-8
E36	N	D	F	M	T	N	D	F	N	D	F	M	MT	M	F	F	F	T	N	D	F	F	T	M	N	D	N	D	F	N	146	154	-8
E37	M	N	D	F	MT	N	D	F	F	T	N	D	F	M	N	D	F	MT	M	N	D	F	F	T	N	D	F	F	T	N	152,5	154	-1,5
E38	F	F	M	N	D	T	N	D	T	M	F	T	F	T	N	D	F	M	N	D	T	F	F	MT	N	D	F	MT	N	D	146,5	154	-7,5
E39	T	N	D	F	MT	N	D	F	F	M	N	D	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	F	M	M	N	D	F	T	T	F	146,5	154	-7,5
E40	F	F	MT	T	MT	N	D	F	F	T	N	D	MT	M	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	83,5	77	6,5
E41	F	M	MT	F	F	N	D	F	N	D	N	D	MT	N	D	F	F	M	N	D	N	D	F	F	N	D	T	N	D	F	145,5	154	-8,5
E42	F	F	MT	M	N	D	F	F	N	D	M	T	MT	T	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	77	77	0
E43	F	F	M	N	D	T	N	D	F	MT	F	M	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	N	D	F	146,5	154	-7,5
E44	T	N	D	F	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	N	D	F	F	MT	M	F	F	F	T	MT	N	D	F	N	D	N	152,5	154	-1,5
E45	F	F	F	M	MT	N	D	F	N	D	F	F	MT	T	N	D	F	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	MT	T	N	146,5	154	-7,5
E46	N	D	F	F	MT	F	F	F	M	N	D	M	T	N	D	F	T	T	M	M	F	F	F	MT	N	D	F	MT	N	D	147	154	-7
E47	N	D	F	T	MT	N	D	F	N	D	M	F	MT	M	F	F	T	N	D	M	F	F	F	MT	N	D	F	M	MT	D	146,5	154	-7,5
E48	M	M	F	M	MT	N	D	F	N	D	T	MT	F	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	77	77	0
E49	F	F	N	D	MT	N	D	F	F	M	N	D	F	M	F	F	MT	N	D	T	N	D	T	MT	F	F	T	N	D	F	146,5	154	-7,5
E50	F	F	MT	T	N	D	F	F	T	T	N	D	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	83	77	6
E51	T	N	D	M	MT	N	D	F	F	T	T	F	MT	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	89,5	77	12,5
E52	T	T	T	F	F	N	D	F	F	M	N	D	M	N	D	F	M	N	D	F	F	T	M	MT	N	D	F	F	T	N	146,5	154	-7,5
Equipa 3																																	
E53 (C)	F	F	M	N	D	T	F	T	M	MT	F	N	D	F	F	M	T	N	D	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	MT	147	154	-7
E54 (C)	F	MT	N	D	F	F	T	T	F	F	MT	N	D	N	D	F	F	N	D	MT	T	F	M	T	F	MT	N	D	F	F	147	154	-7
E55 (SE)	T	MT	N	D	F	M	N	D	N	D	F	N	D	F	M	F	M	N	D	T	F	F	MT	N	D	MT	N	D	N	D	171,5	154	17,5
E56 (SE)	M	MT	N	D	F	N	D	F	F	T	MT	N	D	F	F	M	M	F	F	T	N	D	N	D	N	D	N	D	F	N	158,5	154	4,5
E57 (SE)	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	M	MT	N	D	F	T	F	T	M	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	96	84	12
E58	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	M	T	M	N	D	F	T	N	D	MT	N	D	F	M	83	77	6
E59	F	MT	N	D	F	T	F	M	T	N	D	MT	F	F	F	M	M	F	M	N	D	F	T	N	D	X	X	X	X	X	121,5	119	2,5
E60	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	M	T	N	D	F	N	D	MT	M	F	F	N	D	F	T	146,5	154	-7,5
E61	T	F	T	T	F	F	T	N	D	MT	N	D	F	F	MT	M	F	M	N	D	F	M	N	D	F	N	D	F	N	D	146,5	154	-7,5
E62	F	MT	N	D	F	T	F	M	M	F	MT	N	D	F	N	D	F	N	D	N	D	F	T	T	F	M	N	D	F	T	146,5	154	-7,5
E63	X	X	X	X	X	X	X	F	F	M	MT	F	F	F	N	D	T	MT	N	D	F	F	N	D	MT	N	D	F	F	MT	115	119	-4
E64	N	D	T	F	F	T	N	D	F	T	MT	N	D	F	T	F	F	MT	T	M	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	147	154	-7
E65	M	N	D	F	F	M	F	N	D	F	MT	N	D	F	F	M	N	D	T	N	D	F	T	N	D	MT	N	D	F	F	146	154	-8
E66	F	F	N	D	F	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	F	T	T	MT	N	D	N	D	MT	F	F	M	N	D	F	M	146,5	154	-7,5
E67	M	MT	N	D	F	M	N	D	F	T	MT	N	D	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	83	77	6
E68	F	MT	N	D	F	T	M	F	F	T	MT	N	D	F	N	D	F	T	MT	F	F	F	T	N	D	F	M	N	D	F	147	154	-7
E69	M	MT	F	F	F	T	N	D	F	F	MT	N	D	F	N	D	F	T	N	D	F	F	M	N	D	MT	M	F	N	D	146,5	154	-7,5
E70	M	MT	F	F	F	T	N	D	F	N	D	N	D	F	F	T	M	N	D	M	N	D	T	F	T	MT	N	D	F	M	146,5	154	-7,5
E71	F	MT	N	D	F	F	T	T	N	D	F	M	F	F	M	N	D	T	N	D	F	F	M	N	D	MT	N	D	F	M	146,5	154	-7,5
E72	F	MT	N	D	F	N	D	N	D	M	F	N	D	F	F	T	T	T	N	D	F	M	M	F	T	N	D	F	N	D	146	154	-8
E73	F	F	T	N	D	F	F	T	N	D	MT	N	D	F	F	T	M	M	M	N	D	M	N	D	F	MT	N	D	F	F	146,5	154	-7,5
E74	F	MT	N	D	F	M	N	D	F	M	F	N	D	F	F	M	T	MT	T	F	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	146,5	154	-7,5
E75	F	MT	N	D	F	M	T	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	M	N	D	F	F	MT	70,5	77	-6,5
Equipa 4																																	
E76 (C)	M	F	F	M	T	M	F	N	D	F	M	T	F	F	T	N	D	MT	N	D	MT	N	D	F	F	N	D	T	M	F	147	154	-7
E77 (C)	F	F	T	N	D	F	MT	N	D	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	T	M	MT	F	F	N	D	F	M	T	N	D	153	154	-1
E78 (C)	F	T	F	MT	M	M	F	MT	F	F	F	M	N	D	MT	N	D	F	T	N	D	F	N	D	F	T	M	N	D	F	147	154	-7
E79 (C)	N	D	M	F	M	F	F	M	T	N	D	F	F	MT	T	N	D	T	T	M	F	N	D	F	M	M	T	N	D	T	147	154	-7
E80 (SE)	T	N	D	F	M	T	MT	T	F	F	F	MT	N	D	N	D	F	F	M	N	D	N	D	F	T	M	M	N	D	F	153	154	-1
E81 (SE)	F	F	M	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	F	T	MT	N	D	F	M	M	M	F	F	F	MT	N	D	F	T	T	147	154	-7
E82 (SE)	F	F	M	N	D	M	MT	N	D	F	F	MT	F	M	T	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	F	T	T	N	D	F	153	154	-1
E83	M	N	D	F	N	D	F	N	D	F	T	MT	F	F	MT	N	D	F	T	F	MT	F	F	F	N	D	M	T	N	D	146,5	154	-7,5
E84	N	D	M	F	F	F	MT	N	D	F	M	F	N	D	MT	N	D	F	F	T	M	N	D	F	M	N	D	T	F	146,5	154	-7,5
E85	MT	F	F	T	N	D	M	T	F	F	F	M	N	D	F	N	D	F	N	D	MT	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	152,5	154	-1,5
E86	M	F	F	N	D	F	MT	M	N	D	F	F	N	D	MT	N	D	F	T	T	MT	F	F	F	M	N	D	M	M	F	147	154	-7
E87	F	T	M	M	F	F	MT	N	D	F	N	D	F	M	N	D	N	D	MT	F	MT	N	D	F	F	T	N	D	F	F	146,5	154	-7,5
E88	T	M	F	T	N	D	F	MT	F	F	T	T	N	D	MT	F	F	F	N	D	F	N	D	F	M	N	D	F	M	N	146,5	154	-7,5
E89	T	F	F	N	D	T	N	D	N	D	M	MT	F	M	MT	F	F	F	N	D	F	N	D	F	MT	N	D	F	M	T	153	154	-1
E90	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	N	D	F	F	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	M	T	76,5	77	-0,5
E91	F	F	M	N	D	F	T	MT	N	D	F	M	N	D	T	N	D	F	M	T	F	N	D	F	T	T	F	M	N	D	146,5	154	-7,5
E92	F	F	F	M	N	D	MT	N	D	F	F	T	N	D	MT	N	D	F	M	T	MT	F	F	F	M	N	D	F	F	N	146,5	154	-7,5
E93	F	T	T	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	F	T	MT	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	83	77	6
E94	F	F	T	N	D	F	MT	N	D	F	N	D	N	D	MT	N	D	F	T	F	MT	N	D	F	T	N	D	F	M	M	159	154	5
E95	F	N	D	N	D	T	M	N	D	F	M	T	M	T	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	76,5	77	-0,5
E96	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	M	N	D	F	F	MT	N	D	F	MT	F	T	M	T	M	83,5	77	6,5
E97	F	F	F	MT	N	D	MT	M	N	D	F	T	N	D	T	N	D	F	M	N	D	N	D	F	T	M	N	D	F	F	152,5	154	-1,5
E98	F	F	MT	T	N	D	MT	N	D	F	F	T	N	D	MT	F	T	F	F	F	MT	N	D	F	M	F	M	N	D	F	147	154	-7
E99	M	N	D	F	F	M	MT	N	D	F	F	M	T	F	MT	N	D	F	F	N	D	N	D	F	M	T	T	N	D	F	146,5	154	-7,5
E100	N	D	F	M	N	D	MT	N	D	F	F	MT	N	D	F	N	D	F	N	D	T	N	D	F	F	T	M	F	M	T	152,5	154	-1,5
E101	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	F	T	M	MT	N	D	F	T	T	F	M	T	M	71	77	-6
Proteção na Parentalidade (Amamentação)																																	
E106 (A)	F	M	F	F	M	M	F	F	M	F	F	M	M	F	M	M	F	F	F	M	M	M	F	F	F	M	M	M	M	F	97,5	154	-56,5
E107 (A)	N	D	F	F	N	D	F	T	N	D	F	N	D	T	F	F	T	N	D	N	D	F	F	N	D	F	F	N	D	N	132	154	-22
E108 (A)	N	D	T	T	F	F	N	D	F	N	D	F	N	D	N	D	F	F	N	D	F	T	N	D	N	D	T	T	N	D	145	154	-9
E109 (A)	F	F	M	MT	F	F	F	M	F	MT	F	F	F	M	M	F	M	MT	F	F	M	F	F	MT	M	F	M	M	MT	123,5	154	-30,5
E110 (A)	F	F	T	M	F	T	T	F	F	T	T	T	T	F	F	T	M	F	M	T	F	F	F	X	X	X	X	X	X	X	97,5	154	-56,5
E111 (A)	F	T	M	M	T	T	M	F	F	M	M	T	T	T	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	71,5	77	-5,5
E112 (A)	F	F	MT	F	F	F	T	T	F	F	MT	F	T	M	F	F	T	MT	T	T	T	F	F	F	MT	T	F	F	T	MT	130	154	-24
E113 (A)	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	M	MT	F	F	T	T	T	MT	T	F	F	F	T	MT	M	F	T	T	T	T	110,5	119	-8,5
E114 (A)	MT	M	F	F	F	MT	M	MT	F	F	F	M	F	F	M	F	F	M	M	M	F	MT	M	F	F	M	MT	F	F	F	117	154	-37
E115 (A)	F	MT	F	F	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	F	MT	F	F	F	MT	F	F	MT	F	F	M	M	M	65	98	-33
E116 (A)	N	D	N	D	F	F	N	D	T	N	D	T	N	D	N	D	F	F	N	D	F	T	F	T	T	F	F	N	D	N	145	154	-9
E117 (A)	F	N	D	F	N	D	T	N	D	T	N	D	T	N	D	F	F	N	D	F	T	N	D	N	D	F	F	T	N	D	145	154	-9
E118 (A)	MT	F	F	F	MT	F	M	M	M	F	F	M	F	F	M	MT	F	F	F	MT	M	M	F	F	F	MT	M	F	F	F	117	154	-37
E119 (A)	F	N	D	T	N	D	F	N	D	F	N	D	F	N	D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	69	77	-8
E120 (A)	MT	F	F	F	MT	M	F	F	MT	F	F	F	M	MT	F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	65	77	-12
E121 (A)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	F	M	N	D	F	N	D	T	N	D	F	F	N	D	N	75,5	77	-1,5

Figura 8. Escala de serviço mensal obtida para o Caso de Estudo B através do modelo CP-SAT.

Legenda: As siglas associadas aos elementos das equipas (E_i) indicam o respetivo perfil: **C** – Chefe de Equipa; **SE** – Competências para Sala de Emergência; **A** – Horário de Amamentação. Turnos: **M** – Manhã; **T** – Tarde; **MT** – Manhã+Tarde; **N** – Noite; **D** – Descanso; **F** – Folga. **T(H)** – Total de horas a realizar; **Alvo (H)** – Carga horária prevista para o mês; **Saldo (H)** – Diferença entre horas realizadas e as previstas. As células preenchidas com **X** representam os períodos de ausência programada (férias).

No que concerne à estrutura operacional, verificou-se o cumprimento dos rácios mínimos de competências estipulados. A presença de, pelo menos, um chefe de equipa e dois especialistas (SE) em todos os turnos foi assegurada ao longo de todo o horizonte temporal, o que sugere a viabilidade da lógica de alocação proposta, mesmo num cenário condicionado por uma elevada taxa de ausências programadas. Relativamente ao grupo em regime de proteção na parentalidade, o modelo respondeu às restrições horárias das 16 enfermeiras, mantendo a limitação horizontal de, no máximo, três alocações simultâneas por turno.

Contudo, a análise do saldo horário individual evidencia o impacto que a acumulação de restrições de proteção exerce sobre a produtividade contratual global do serviço. Como se pode observar na coluna Saldo (H) da Figura 8, a fatia da equipa sem restrições específicas apresenta um cumprimento de horas alvo próximo do expectável, registando desvios marginais que, na maioria dos casos, são inferiores a um turno de trabalho mensal. Este comportamento demonstra uma distribuição tendencialmente equitativa do esforço para o corpo clínico geral.

Em contrapartida, os saldos horários acentuadamente negativos observados noutros elementos (com défices que superam as 30 horas) não devem ser interpretados como uma falha na alocação do algoritmo, mas sim como a tradução matemática de uma forte condicionante organizacional: os regimes especiais e de amamentação. Historicamente organizado em 4 equipas fixas com dotações elevadas (frequentemente superiores a 23 elementos por equipa), o serviço confronta-se com tetos máximos de dotação por turno (como o limite de segurança na Manhã). Quando a densidade de restrições individuais aumenta, através da introdução de múltiplos profissionais com regimes rígidos (como a obrigatoriedade de alocação exclusiva ao turno da manhã e isenção de fins de semana), o espaço de soluções viáveis contrai-se severamente. O *solver*, sujeito às restrições rígidas de dotação diária máxima, vê-se impossibilitado de alocar estes profissionais a turnos adicionais, sendo forçado a atribuir-lhes folgas compensatórias subsequentes. Como consequência direta, gera-se um "excedente estrutural passivo", onde o algoritmo protege os rácios de segurança e os limites legais, mas é matematicamente impedido de esgotar o alvo contratual horário desses profissionais.

Adicionalmente, a análise do comportamento do modelo face ao padrão aplicado, a rotação cíclica de cada equipa do tipo MT→N→D→F→F, indica que o cumprimento estrito deste ciclo é inviável sob as dotações nominais atuais. Sendo o ciclo *Rollman* estruturado sobre uma periodicidade de 5 dias, a fluidez do fluxo exigiria idealmente que a capacidade da equipa estivesse uniformemente distribuída por todas as fases do ciclo. Contudo, dado que cada equipa excede o número de elementos estritamente necessário para preencher as dotações máximas por turno, o modelo depara-se com um excesso estrutural de capacidade. Para evitar a violação dos tetos máximos de absorção diária por turno, o algoritmo de otimização CP-SAT é forçado a ativar as variáveis de *slack* e a fraturar a continuidade do ciclo *Rollman*.

Este fenómeno justifica o aparecimento de sequências atípicas de folgas consecutivas e assimetrias de turnos na escala final. O modelo utiliza estas quebras planeadas para "estacionar" o excedente de pessoal disponível que o serviço não consegue absorver nos turnos produtivos nos dias de maior disponibilidade. Fica assim demonstrado que, em serviços com equipas sobredimensionadas face às dotações de segurança de cada turno, os padrões cíclicos de rotação deixam de atuar como estruturas rígidas e passam a figurar apenas como heurísticas flexíveis de orientação, as quais o modelo matemá-

tico terá de subverter continuamente para garantir a viabilidade legal e operacional da escala hospitalar.

Em suma, a solução gerada para o Caso B ilustra a utilidade do modelo não apenas como uma ferramenta de automatização logística, mas como um instrumento analítico capaz de evidenciar o impacto das políticas de recursos humanos no saldo horário do serviço. O planeamento automatizado de escalas atua, assim, como um mecanismo de diagnóstico organizacional. Conclui-se que, para mitigar estes desvios sem sobrecarregar a equipa fixa nem violar os direitos parentais, a gestão hospitalar poderá necessitar de reestruturar a arquitetura das equipas fixas (por exemplo, transitando para um modelo de 5 equipas de menor dimensão), adaptando a capacidade nominal do serviço à real flexibilidade permitida pelas regras regulamentares vigentes.

6.4. Implicações práticas e organizacionais

A aplicação empírica do modelo CP-SAT demonstra que a introdução de ferramentas de otimização matemática no planeamento de escalas se traduz em impactos operacionais objetivos e mensuráveis:

- Redução do tempo administrativo de planeamento: O cruzamento manual de dezenas de restrições legais, pedidos de férias e dotações de segurança por turno é um processo de tentativa e erro que consome habitualmente dezenas de horas por mês à gestão de enfermagem. O modelo computacional reduz este encargo logístico, gerando uma escala completa numa janela de processamento de 300 segundos. Esta aceleração liberta tempo dos gestores para tarefas de supervisão clínica e gestão direta do serviço.
- Eficiência no cálculo combinatório e redistribuição de cargas: Devido à capacidade de processamento paralelo, o algoritmo consegue avaliar milhões de combinações simultaneamente para encontrar uma distribuição de turnos que minimize picos de esforço. Os dados quantitativos do Caso A confirmam esta capacidade computacional, ao concentrar 84% da equipa na faixa de esforço mais controlada ($\leq$35 horas suplementares) e ao reduzir o subgrupo exposto a cargas extremas ($\geq$40 horas) de 33% (no método manual) para apenas 4%. O modelo executa este nivelamento geométrico de forma transversal, algo matematicamente inviável de replicar à mão no mesmo espaço de tempo.
- Produção de uma base estruturada para apoio à decisão: A solução devolvida pelo motor CP-SAT pode não ser encarada como uma escala definitiva e imutável, mas sim como uma matriz de base validada matematicamente. Uma vez garantidos os rácios de segurança e o cumprimento das restrições obrigatórias pelo algoritmo, os gestores dispõem de uma estrutura sólida sobre a qual podem efetuar ajustes pontuais ou gerir exceções de última hora. Este método inverte a lógica tradicional, em vez de construir a escala do zero, a gestão humana passa a auditar e refinar uma base pré-otimizada, tornando o processo de ajuste mais simples e rápido.

Em suma, a transição do método manual para a otimização via CP-SAT traduz-se numa dupla vantagem operacional e humana. Por um lado, comprime o tempo de processamento bruto da escala para poucos minutos, eliminando o encargo administrativo sequencial. Por outro, entrega uma base de trabalho que respeita as dotações de segurança do serviço e os limites legais, servindo de ferramenta de apoio à decisão para a gestão de enfermagem.

Conclusão

7. Conclusão

A gestão de recursos humanos em ambiente hospitalar, nomeadamente a elaboração de escalas de enfermagem em Serviços de Urgência, constitui um problema de elevada complexidade combinatória. A presente dissertação propôs-se a desenvolver e avaliar um algoritmo baseado em modelos formais de otimização, identificando os requisitos operacionais do serviço e aferindo o desempenho da solução face aos métodos manuais tradicionais.

Os resultados demonstram o cumprimento dos objetivos delineados. A modelação formal, com recurso à Programação por Restrições e ao *solver* CP-SAT, viabilizou a integração de regras obrigatórias e inegociáveis (restrições rígidas), como as dotações mínimas por turno e os regimes de proteção na parentalidade, garantindo em simultâneo a otimização de critérios de saúde ocupacional (restrições flexíveis).

A validação do protótipo em casos de estudo reais confirmou a exequibilidade clínica e legal das escalas geradas. A nível de eficiência computacional, o algoritmo convergiu para uma matriz otimizada num tempo limite de 300 segundos. A análise comparativa atestou o impacto da ferramenta na distribuição do esforço, no primeiro caso de estudo, o modelo deparou-se com um cenário crítico de escassez de recursos, contudo foi capaz de conter 84% da equipa numa faixa de trabalho suplementar controlada ($\leq$ 35 horas), reduzindo a incidência de sobrecargas extremas ($\geq$ 40 horas) para 4%, face aos 33% registados no planeamento manual. Em contraste, a aplicação do modelo permitiu identificar constrangimentos organizacionais distintos no segundo caso de estudo, evidenciando a formação de um "excedente estrutural passivo" resultante da incompatibilidade matemática entre o dimensionamento das equipas fixas e as restrições contratuais individuais.

O estudo apresenta, contudo, limitações estruturais e metodológicas. A principal barreira reside na inflexibilidade inerente aos modelos de otimização exata, em cenários caracterizados por extrema escassez de recursos (como os meses de elevada sobreposição de férias), o algoritmo devolve inviabilidade matemática, exigindo a intervenção humana para relaxar parâmetros ergonómicos (como a quebra do padrão cíclico *Rollman* ou a aglutinação de turnos noturnos) de forma a garantir os rácios de segurança. Em segundo lugar, o modelo atua sobre uma matriz de procura determinística, carecendo de mecanismos intrínsecos para antecipar picos de afluência infeciosos ou gerir com fluidez falhas de dotação por absentismo súbito. Por fim, a modelação das competências restringiu-se às funções estruturais de Chefe de Equipa e Triagem, não integrando certificações avançadas (como o Suporte Avançado de Vida), uma vez que estas não constituem atualmente critérios vinculativos na elaboração da escala base do serviço estudado.

Como trabalho futuro, sugere-se a realização de testes sistemáticos a diferentes intervalos de pesos de penalização, através de uma análise de sensibilidade, por forma a identificar e validar matematicamente a combinação ótima que maximiza o balanceamento entre exigências operacionais e equidade. Após esta afinação do modelo algorítmico, propõe-se a sua evolução para integração num Sistema de Apoio à Decisão (SAD) totalmente operacional. Esta transição passará pelo desenvolvimento de uma interface gráfica intuitiva que capacite o Enfermeiro Gestor para a gestão dinâmica das restrições e escalas, eliminando a exigência de manipulação direta do código de programação.

Referências Bibliográficas

8. Referências Bibliográficas

1. Barros, P. P., & Santos, C. (2025). Orçamento do Estado para a Saúde: Ambição ou Ficção? https://www.novasbe.unl.pt/Portals/0/Files/Social%20Equity%20Initiative/2025/10_Orcamento_do_Estado_Saude_2026.pdf?category=36
2. Instituto Nacional de Estatística. (2025). Dia Internacional do Enfermeiro: 7,9 enfermeiros por mil habitantes em 2023.
3. Eren, T., & Akgonul, R. (2024). Nurse Scheduling Problem in Pandemic Situation: An Application in Ankara City Hospital. Gazi University Journal of Science, 37(3), 1417–1434. https://doi.org/10.35378/gujs.1208228
4. Kowan, T., Longlom, T., Pimlor, P., & Sumritnorrapong, P. (2025). Nurse Scheduling Model In The Inpatient Department With Overtime Balancing: A Case Study Of A Hospital In Ratchaburi, Thailand. Asia Pacific Journal of Mathematics, 12. https://doi.org/10.28924/APJM/12-67
5. Kang, H. W., Kim, J., Kim, K. J., Bae, E. K., Kang, H., Jang, J. H., & Choe, W. (2025). Shift nurses' work quality and job satisfaction after implementing the Inha University hospital nursing AI scheduling system (IH-NASS). BMC Nursing, 24(1). https://doi.org/10.1186/s12912-025-03470-6
6. Jafari, H. (2024). Nurse scheduling problem by considering total number of required nurses as well as nurses' preferences for working shifts: An algorithmic game-theoretic approach. Scientia Iranica, 31(15), 1265–1281. https://doi.org/10.24200/sci.2021.56780.4906
7. Dodaro, C., Maratea, M., & Ramacciati, N. (2025). Cyclic Nurse Scheduling with ASP: Two Case Studies from Cosenza Hospitals.
8. Parildar, O., Akyurek, C. E., & Akay, D. (2024). A Decision Support System for Skill-Based Nurse Scheduling in an Intensive Care Unit. Gazi University Journal of Science , 37(1), 284–308. https://doi.org/10.35378/gujs.1218158
9. Zhang, X., Yang, Y., Zhu, Q., Lin, Q., Chen, W., Li, J., & Coello, C. A. C. (2024). Multi-agent deep Q-network-based metaheuristic algorithm for Nurse Rostering Problem. Swarm and Evolutionary Computation, 87. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2024.101547
10. Aksu, M., & Dinç, L. (2025). Designing and piloting a mobile application for fair and objective nurse scheduling: a design-based study. BMC Nursing, 24(1). https://doi.org/10.1186/s12912-025-03370-9
11. Belfiore, C. (2025). An Effective Matheuristic Approach to Solve Nurse Rostering Problem. In AIRO Springer Series (Vol. 14, pp. 99–109). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-031-85894-9_8

12.Moreno-Velásquez, L. F., Díaz-Serna, F. J., & Morillo-Torres, D. (2025). Dynamic multicriteria optimization for the nurse scheduling problem. Decision Science Letters, 14(2), 457–472. https://doi.org/10.5267/j.dsl.2024.12.009

13.Renggli, F. J., Gerlach, M., Bieri, J. S., Golz, C., & Sariyar, M. (2025). Integrating Nurse Preferences Into AI-Based Scheduling Systems: Qualitative Study. JMIR Formative Research, 9. https://doi.org/10.2196/67747

14.Costa, J., Baptista, L., Carneiro, A., Matos, C., & Boas, S. (2025). Análise da Utilização de um Serviço de Urgência num Hospital em Portugal: Um Estudo Observacional. Revista de Enfermagem Referência, VI Série(N.o 4). https://doi.org/10.12707/rvi25.30.40250

15.Göransson, K. E., Drennan, J., Mainz, H., Fauerholdt Skov, N., Amritzer, M., Berg, L. M., Andersen, K. V., & Lisby, M. (2025). The scope of emergency nursing viewed through the lens of complex adaptive systems: A discussion paper. In International Journal of Nursing Studies Advances (Vol. 8). Elsevier B.V. https://doi.org/10.1016/j.ijnsa.2024.100270

16.Fourati, Z., Smaoui, S., & Kamoun, H. (2023). An integrated Lexicographic goal programming and dynamic satisfaction function model for effective nurse scheduling. Decision Analytics Journal, 9. https://doi.org/10.1016/j.dajour.2023.100349

17.Ngoo, C. M., Goh, S. L., Sze, S. N., Sabar, N. R., Abdullah, S., & Kendall, G. (2022). A Survey of the Nurse Rostering Solution Methodologies: The State-of-the-Art and Emerging Trends. In IEEE Access (Vol. 10, pp. 56504–56524). Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3177280

18.Little, C., & Choudhury, S. (2022). A Review of the Scheduling Problem within Canadian Healthcare Centres. In Applied Sciences (Switzerland) (Vol. 12, Number 21). MDPI. https://doi.org/10.3390/app122111146

19.Ceschia, S., Di Gaspero, L., Mazzaracchio, V., Policante, G., & Schaerf, A. (2023). Solving a real-world nurse rostering problem by Simulated Annealing. Operations Research for Health Care, 36. https://doi.org/10.1016/j.orhc.2023.100379

20.Russell, S., & Norvig, P. (2022). Artificial Intelligence: A Modern Approach.

21.Otero-Caicedo, R., Casas, C. E. M., Jaimes, C. B., Garzón, C. F. G., Vergel, E. A. Y., & Valdés, J. C. Z. (2023). A preventive–reactive approach for nurse scheduling considering absenteeism and nurses' preferences. Operations Research for Health Care, 38. https://doi.org/10.1016/j.orhc.2023.100389

22.Chen, Z., De Causmaecker, P., & Dou, Y. (2023). A combined mixed integer programming and deep neural network-assisted heuristics algorithm for the nurse rostering problem. Applied Soft Computing, 136. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109919

23. , R., Ahmad, S. N. I., Abdul-Rahman, S., & Wibowo, A. (2020). A tabu search approach with embedded nurse preferences for solving nurse rostering problem. International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization, 11. https://doi.org/10.1051/smdo/2020002

24.Rerkjirattikal, P., Singhaphandu, R., Huynh, V. N., & Olapiriyakul, S. (2022). Job-Satisfaction Enhancement in Nurse Scheduling: A Case of Hospital Emergency Department in Thailand. Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 13199 LNAI, 143–154. https://doi.org/10.1007/978-3-030-98018-4_12

25.Turhan, A. M., & Bilgen, B. (2022). A mat-heuristic based solution approach for an extended nurse rostering problem with skills and units. Socio-Economic Planning Sciences, 82. https://doi.org/10.1016/j.seps.2022.101300

26.Sadeghilalimi, M., Mouhoub, M., & Said, A. Ben. (2023). Solving the Nurse Scheduling Problem Using the Whale Optimization Algorithm. Communications in Computer and Information Science, 1824 CCIS, 62–73. https://doi.org/10.1007/978-3-031-34020-8_5

27.Ouda, E., Sleptchenko, A., Can, M., Simsekler, E., & El-Eid, G. R. (2023). Cross-Trained Nurse Scheduling: A Simulation Optimization Study for Enhanced Hospital Emergency Department Performance.

28.Klyve, K. K., Senthooran, I., & Wallace, M. (2023). Nurse rostering with fatigue modelling: Incorporating a validated sleep model with biological variations in nurse rostering. Health Care Management Science, 26(1), 21–45. https://doi.org/10.1007/s10729-022-09613-4

29.Kheiri, A., Gretsista, A., Keedwell, E., Lulli, G., Epitropakis, M. G., & Burke, E. K. (2021). A hyper-heuristic approach based upon a hidden Markov model for the multi-stage nurse rostering problem. Computers and Operations Research, 130. https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105221

30.Chen, Z., Dou, Y., & De Causmaecker, P. (2022). Neural networked-assisted method for the nurse rostering problem. Computers and Industrial Engineering, 171. https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108430

31.Legrain, A., & Omer, J. (2024). A dedicated pricing algorithm to solve a large family of nurse scheduling problems with branch-and-price. INFORMS Journal on Computing, 36 (4), 1108–1128. https://doi.org/https://doi.org/10.1287/ijoc.2023.0019

32.Aeschbacher, D. J., Meissner, J., & Sariyar, M. (2023). Nurse Scheduling with State-of-the Art Open-Source Tools. Studies in Health Technology and Informatics, 305, 381–384. https://doi.org/10.3233/SHTI230511

33.Yasothei, S. (2023). An Integer Programming Model for a Nurse Scheduling Problem. In International Journal of Membrane Science and Technology (Vol. 10, Number 2).

34.Oliveira, M., Rocha, A. M. A. C., & Alves, F. (2024). Using OR-Tools when Solving the Nurse Scheduling Problem.

35.Ministério da Saúde. (2009). Decreto-Lei n.o 247/2009, de 22 de setembro. Diário Da República, 1.a Série, (184), 6758–6761.

36.Ministério da Saúde. (2009). Decreto-Lei n.o 248/2009, de 22 de setembro. Diário Da República, 1.a Série., (184), 6761–6765.

37.Presidência do Conselho de Ministros. (2019). Decreto-Lei n.o 71/2019, de 27 de maio. Diário Da República, 1.a Série., (101), 2626–2642.

38.Ordem dos Enfermeiros. (2019). Regulamento n.o 743/2019: Regulamento da Norma para Cálculo de Dotações Seguras dos Cuidados de Enfermagem. Diário Da República, 2.a Série, (184), 128–155.

39.Assembleia da República. (2009). Lei n.o 7/2009, de 12 de fevereiro: Aprova a revisão do Código do Trabalho. Diário Da República, 1.a Série.

40.Assembleia da República. (2014). Lei n.o 35/2014: Lei Geral do Trabalho em Funções Públicas. Diário Da República, 1.a Série., (117).

41. Chen, P. S., Huang, W. T., Chen, G. Y. H., Dang, J. F., & Yeh, E. C. (2024). Constructing modified variable neighborhood search approaches to solve a nurse scheduling problem. International Journal of Production Research, 62(19), 7186–7204. https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2320707
42. Poelmans, J. (2025, November 21). Understanding CP-SAT: Constraint Programming Meets SAT Solving. https://medium.com/@jonaspoelmans120/understanding-cp-sat-constraint-programming-meets-sat-solving-b137dddb943c
43. Brenndoerfer, M. (2025, August 26). CP-SAT Rostering: Complete Guide to Constraint Programming for Workforce Scheduling. https://mbrenndoerfer.com/writing/cp-sat-rostering-constraint-programming-workforce-scheduling
44. Da Col, G., & Teppan, E. C. (2019). Google vs IBM: A constraint solving challenge on the job-shop scheduling problem. Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, EPTCS, 306, 259–265. https://doi.org/10.4204/EPTCS.306.30
45. Google for Developers. (n.d.). CP-SAT Solver. Retrieved June 17, 2026, from https://developers.google.com/optimization/cp/cp_solver?authuser=1
46. Lin, M. M., Shu, Y.-C., Lu, B.-Z., & Fang, P.-S. (2025). Solving nurse scheduling problem via PyQUBO. *Annals of Mathematical Sciences and Applications*, *10 (1)*, 149–168. https://doi.org/10.4310/AMSA.250305062549
47. Yasmine, A., Yassine, O., Farouk, Y., & Hicham, C. (2024). Workload balancing for the nurse scheduling problem: A real-world case study from a French hospital. *Socio-Economic Planning Sciences*, *95*. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.seps.2024.102046
48. Bin Obaid, H. (2025). Double direct progressive filling algorithm to find the double MMF nurse schedule at a pediatric intensive care unit. *Journal of Engineering Research (Kuwait)*, *13*(3), 2572–2578. https://doi.org/10.1016/j.jer.2024.05.015
49. Evangeline, R. C., & Angel, R. E. P. (2023). A Novel Approach for Flexible Nurse Rostering Allotment Using the Nature Inspiration Bee Colony Optimization (BCO) Algorithm. *SN Computer Science*, *4*(5). https://doi.org/10.1007/s42979-023-02048-w
50. Malekian, S., Komijan, A. R., Shoja, A., & Ehsanifar, M. (2023). New nurse scheduling model considering nurses' seniority and the possibility of consecutive shifts under COVID-19 (A real case study). *International Journal of Healthcare Management*, *16*(4), 604–622. https://doi.org/10.1080/20479700.2022.2134639
51. Kirli, A. H., & Ordu, M. (2022). A Novel Simulation-Based Two-Stage Optimization Approach For Nurse Planning. *International Journal of Simulation Modelling*, *21*(4), 591–602. https://doi.org/10.2507/IJSIMM21-4-618
52. Muniyan, R., Ramalingam, R., Alshamrani, S. S., Gangodkar, D., Dumka, A., Singh, R., Gehlot, A., & Rashid, M. (2022). Artificial Bee Colony Algorithm with Nelder–Mead Method to Solve Nurse Scheduling Problem. *Mathematics*, *10*(15). https://doi.org/10.3390/math10152576
53. Guo, J., & Bard, J. F. (2022). A column generation-based algorithm for midterm nurse scheduling with specialized constraints, preference considerations, and overtime. *Computers and Operations Research*, *138*. https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105597

54. Böðvarsdóttir, E. B., Bagger, N. C. F., Høffner, L. E., & Stidsen, T. J. R. (2022). A flexible mixed integer programming-based system for real-world nurse rostering. *Journal of Scheduling*, *25*(1), 59–88. https://doi.org/10.1007/s10951-021-00705-7
55. Dharwadkar, N. V., Shingan, G. G., Mane, S. U., & Joshi, S. (2022). Enhanced Parallel-Particle Swarm Optimization (EP-PSO) Approach for Solving Nurse Rostering Problem: Enhanced Parallel-Particle Swarm Optimization (EP-PSO) Algorithm. *International Journal of Swarm Intelligence Research*, *13*(1). https://doi.org/10.4018/IJSIR.298261
56. Abayomi-Alli, A. A., Uzedu, F. O., Misra, S., Abayomi-Alli, O. O., & Arogundade, O. T. (2022). Hybrid Model of Genetic Algorithms and Tabu Search Memory for nurse Scheduling Systems. *International Journal of Service Science, Management, Engineering, and Technology*, *13*(1). https://doi.org/10.4018/IJSSMET.297494
57. Bai Asmita, K., Letchmi Panduragan, S., & Florina Abdullah, B. (2022). Emergency Room Nurse Scheduling at a Public Hospital in Jakarta during Covid-19 Pandemic, Using TPB Algorithm Method. *Malaysian Journal of Medicine and Health Sciences*, *18*(SUPP2), 53–58.
58. Hadwan, M. (2022). Annealing Harmony Search Algorithm to Solve the Nurse Rostering Problem. *Computers, Materials and Continua*, *71*(2), 5545–5559. https://doi.org/10.32604/cmc.2022.024512
59. Pahlevanzadeh, M. J., Jolai, F., Goodarzian, F., & Ghasemi, P. (2021). A new two-stage nurse scheduling approach based on occupational justice considering assurance attendance in works shifts by using Z-number method: A real case study. *RAIRO - Operations Research*, *55*(6), 3317–3338. https://doi.org/10.1051/ro/2021157
60. Böðvarsdóttir, E. B., Smet, P., Vanden Berghe, G., & Stidsen, T. J. R. (2021). Achieving compromise solutions in nurse rostering by using automatically estimated acceptance thresholds. *European Journal of Operational Research*, *292*(3), 980–995. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.11.017
61. Lartey, K., & Akowuah, E. K. (2021). An Analysis of the Application of the Harmony Search Algorithm to Solving the Nurse Rostering Problem. *CIN - Computers Informatics Nursing*, *39*(5), 281–288. https://doi.org/10.1097/CIN.0000000000000689
62. Hasebe, M., Nonobe, K., Wu, W., Katoh, N., Tanabe, T., & Ikegami, A. (2021). Generating Decision Support Information For Nurse Scheduling Including Effective Modifications Of Solutions. In *Journal of the Operations Research Society of Japan© The Operations Research Society of Japan* (Vol. 64, Number 2).
63. Abdelghany, M., Yahia, Z., & Eltawil, A. B. (2021). A new two-stage variable neighborhood search algorithm for the nurse rostering problem. *RAIRO - Operations Research*, *55*(2), 673–687. https://doi.org/10.1051/ro/2021027
64. Achmad, S., Wibowo, A., & Diana, D. (2021). Ant colony optimization with semi random initialization for nurse rostering problem. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, *12*. https://doi.org/10.1051/smdo/2021030
65. Amindoust, A., Asadpour, M., & Shirmohammadi, S. (2021). A hybrid genetic algorithm for nurse scheduling problem considering the fatigue factor. *Journal of Healthcare Engineering*, *2021*. https://doi.org/10.1155/2021/5563651

66.Huang, L., Liu, J. J., & Shih, P. C. (2021). Research on Operating Nurse Assignment Based on Fatigue Quantification. *2021 Global Reliability and Prognostics and Health Management, PHM-Nanjing 2021*. https://doi.org/10.1109/PHM-Nanjing52125.2021.9612862

67.Legrain, A., Omer, J., & Rosat, S. (2020). A rotation-based branch-and-price approach for the nurse scheduling problem. *Mathematical Programming Computation*, *12*(3), 417–450. https://doi.org/10.1007/s12532-019-00172-4

68.Legrain, A., Omer, J., & Rosat, S. (2020). An online stochastic algorithm for a dynamic nurse scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, *285*(1), 196–210. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.09.027

69.Strandmark, P., Qu, Y., & Curtois, T. (2020). First-order linear programming in a column generation-based heuristic approach to the nurse rostering problem. *Computers and Operations Research*, *120*. https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104945

70.Turhan, A. M., & Bilgen, B. (2020). A hybrid fix-and-optimize and simulated annealing approaches for nurse rostering problem. *Computers and Industrial Engineering*, *145*. https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106531

71.Ceschia, S., Guido, R., & Schaerf, A. (2020). Solving the static INRC-II nurse rostering problem by simulated annealing based on large neighborhoods. *Annals of Operations Research*, *288*(1), 95–113. https://doi.org/10.1007/s10479-020-03527-6

72.Hamid, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Golpaygani, F., & Vahedi-Nouri, B. (2020). A multi-objective model for a nurse scheduling problem by emphasizing human factors. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, *234*(2), 179–199. https://doi.org/10.1177/0954411919889560

73.Rerkjirattikal, P., Huynh, V. N., Olapiriyakul, S., & Supnithi, T. (2020). A goal programming approach to nurse scheduling with individual preference satisfaction. *Mathematical Problems in Engineering*, *2020*. https://doi.org/10.1155/2020/2379091

74.Goh, S. L., Sze, S. N., Sabar, N. R., Abdullah, S., & Kendall, G. (2022). A 2-Stage Approach for the Nurse Rostering Problem. *IEEE Access*, *10*, 69591–69604. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3186097

Apêndices

9. Apêndices

9.1. Apêndice I

Tabela 3. Caracterização detalhada dos artigos.

ID do Artigo	Ano	País/Afiliações	Contexto	Método de resolução	Horizonte de planeamento	Número de profissionais	Tipo de dados	Nível de Maturidade
[10]	2025	Turquia	Internamento	Heurísticas	Mensal	12 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[5]	2025	Coreia do Sul	Internamento (14 enfermarias gerais)	Técnicas de IA	Mensal	253 enfermeiros	Dados reais	Sistema implementado
[46]	2025	Taiwan	Não especificado	Heurísticas	Mensal (testado inicialmente como semanal)	13 enfermeiros	Dados Sintéticos	Modelo teórico/experimental
[4]	2025	Tailândia	Internamento	Métodos Exatos	Mensal	11 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[47]	2024	França	Transversal/Não especificado	Métodos Exatos	Mensal (mas adaptável a outros tipos de planeamento)	10 a 40 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[3]	2024	Turquia	Internamento	Métodos Exatos	Mensal	50 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[6]	2024	Irão	Unidades de Cuidados Intensivos	Métodos Exatos	Quinzenal	13 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[31]	2024	Canadá, França	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	2 a 52 semanas	8 a 150 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[9]	2024	China, México, Espanha	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	Mensal e Bimestral	5 a 120 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[8]	2024	Turquia	Unidade de Cuidados intensivos	Métodos Exatos	Mensal	13 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[48]	2025	Arábia Saudita	Unidade de Cuidados Intensivos (Pediátricos)	Métodos Exatos	Mensal	66 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[41]	2024	Taiwan	Urgência/Emergência	Meta-heurísticas	Mensal	16 técnicos radiologistas	Dados reais	Protótipo de SAD

[16]	2023	Tunísia	Unidade de Cuidados Intensivos	Métodos Exatos	Semanal	42 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[49]	2023	Índia	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	Mensal	4 a 46 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[21]	2023	Colômbia	Bloco Operatório	Meta-heurísticas	Mensal	61 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[22]	2023	China, Bélgica	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	4 a 52 semanas	16 a 150 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[19]	2023	Itália	Internamento	Meta-heurísticas	Mensal	15 a 48 enfermeiros	Dados reais	Sistema implementado
[28]	2023	Noruega, Austrália	Unidade de Cuidados intensivos	Metodologia Híbrida	6 semanas	30 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[50]	2023	Irão	Internamento	Meta-heurísticas	Mensal	21 enfermeiros	Dados reais	Sistema implementado
[51]	2022	Turquia	Internamento	Metodologia Híbrida	Mensal	9 a 18 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[30]	2022	China, Bélgica	Transversal/Não especificado	Técnicas de IA	2 a 52 semanas	8 a 150 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[52]	2022	Índia, Arábia Saudita, México	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	Mensal	25 a 100 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[53]	2022	EUA, Tailândia	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	Mensal	10 a 60 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[54]	2022	Dinamarca	Internamento	Métodos Exatos	Mensal	42 a 50 enfermeiros	Dados reais	Sistema implementado
[55]	2022	Índia, EUA	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	Mensal	4 a 46 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[56]	2022	Nigéria	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	Mensal	151 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD

[57]	2022	Indonésia	Urgência/Emergência	Heurísticas	Semanal	38 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[58]	2022	Malásia	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	Quinzenal	11 a 79 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[59]	2021	Irão	Urgência/Emergência	Métodos Exatos	Mensal	36 enfermeiros	Dados reais	Sistema implementado
[60]	2021	Dinamarca	Internamento	Métodos Exatos	Mensal	30 a 47 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[29]	2021	Reino Unido, Grécia	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	4 a 8 semanas	30 a 120 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[61]	2021	Gana	Transversal/Não especificado	Heurísticas	7 a 28 dias	6 a 10 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[62]	2021	Japão	Transversal/Não especificado	Métodos Exatos	Mensal	25 a 28 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[63]	2021	Egipto	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	14 a 364 dias	8 a 150 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[64]	2021	Indonésia	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	Mensal	12 a 24 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[65]	2021	Irão	Internamento	Meta-heurísticas	Mensal	14 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[66]	2021	China	Internamento	Metodologia Híbrida	Mensal	13 enfermeiros	Dados reais	Modelo teórico/experimental
[67]	2020	Canadá e França	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	4 a 8 semanas	30 a 120 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[68]	2020	Canadá e França	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	4 a 8 semanas	30 a 120 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[69]	2020	Suécia e Reino Unido	Transversal/Não especificado	Heurísticas	2 a 52 semanas	8 a 150 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental

[70]	2020	Turquia	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	14 a 84 dias	8 a 120 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[71]	2020	Itália	Transversal/Não especificado	Meta-heurísticas	4 a 32 semanas	30 a 120 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental
[72]	2020	Irão	Internamento de Cardiologia	Meta-heurísticas	Mensal	22 enfermeiros	Dados reais	Sistema implementado
[73]	2020	Tailândia	Bloco Operatório	Métodos Exatos	Mensal	17 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[23]	2020	Malásia	Internamento	Meta-heurísticas	Quinzenal	39 enfermeiros	Dados reais	Protótipo de SAD
[74]	2022	Malásia, Austrália	Transversal/Não especificado	Metodologia Híbrida	14 a 364 dias	8 a 150 enfermeiros	Benchmarks	Modelo teórico/experimental

9.2. Apêndice II

Tabela 4. Resumo dos artigos incluídos.

ID do Artigo	Número de turnos	Métricas	Resultados-Chave	Limitações	Restrições
[10]	3 turnos: diurno (8h-16h), noturno (16h-8h) e turno de 24h (sábados, domingos e feriados)	Satisfação geral com a aplicação (escala de 0 a 10) e Funcionalidade da aplicação (escala de 0 a 10). Testes de desempenho (*Performance Tests*) avaliaram o tempo de carregamento de telas e o tempo de geração do escalonamento automático.	O resultado chave foi o elevado nível de contentamento, a satisfação geral com a aplicação foi classificada com 8 em 10 pontos. O sistema de testes demonstrou que a produção do horário de enfermeiros foi concluída em aproximadamente 5 segundos.	1. Os resultados são apenas generalizáveis à amostra específica. 2. O tamanho da amostra para o estudo piloto foi pequeno (apenas 12 enfermeiros). 3. O programa foi utilizado em apenas um ambiente (uma clínica/departamento). 4. Os instrumentos de recolha de dados foram baseados em auto-relato. 5. Não foram realizadas análises comparativas objetivas (taxas de satisfação de restrições, poupança de tempo, ou avaliações de qualidade do escalonamento) durante a fase piloto para avaliar o desempenho total de otimização.	***Hard Constraints*:** Os horários de trabalho serão preparados mensalmente / Haverá pelo menos dois enfermeiros em cada turno de trabalho / Cada enfermeiro trabalhará no mínimo 40h por semana / Turnos diurnos: 8h às 16h / Turnos noturnos: 16 h, das 16h às 8h / Turnos de 24h: das 8h às 8h aos sábados, domingos e feriados / Os enfermeiros em serviço trabalharão no máximo 5 dias consecutivos (exceto enfermeiros responsáveis e especialmente planeados) / Cada enfermeiro trabalhará apenas um turno por dia / O enfermeiro responsável trabalhará apenas turnos diurnos durante os dias de semana / Enfermeiras grávidas (a partir da 24ª semana de gestação), em licença de amamentação, ou em licença de maternidade não serão designadas para turnos noturnos / Enfermeiros deficientes ou com familiares deficientes não trabalharão em turnos noturnos / Enfermeiros em licença anual ou outras licenças específicas (hospital, casamento, luto, doença, etc.) serão excluídos do escalonamento. ***Soft Constraints*:** Dependendo da necessidade, cada enfermeiro trabalhará mais de 40h por semana / Enfermeiros responsáveis trabalharão um máximo de dois turnos diurnos / Os turnos diurnos dos enfermeiros responsáveis não serão em fins de semana consecutivos / Os enfermeiros em serviço trabalharão no máximo três turnos noturnos consecutivos (exceto enfermeiros responsáveis e especialmente planeados) / O excesso de trabalho será planeado como ±1 ou dois turnos por quatro semanas / Turnos noturnos e de 24h serão atribuídos de acordo com as

					exigências e desculpas dos enfermeiros / Se possível, os enfermeiros que trabalham turnos de 24h não serão designados para dois turnos de 24h após o dia em que trabalharam / Não serão atribuídos dois fins de semana consecutivos de serviço a cada enfermeiro / Enfermeiros recém-nomeados trabalharão com enfermeiros mais experientes em turnos diários, noturnos e de 24 horas durante quatro semanas / Pelo menos um enfermeiro experiente deve trabalhar em cada turno.
[5]	3 turnos: diurno (6:30-15:30), tarde (14:30-23:30) e noite (22:30-07:30)	Perspetiva Organizacional: Nível de competência da enfermeira por turno (júnior < 1 ano, competente: 1–3 anos, sénior > 3 anos). Perspetiva Individual: Indicadores objetivos de qualidade do horário (nº de turnos, dias de folga consecutivos, turnos de trabalho não saudáveis como NOE (*Night-off-evening*), dias de folga no fim de semana, e horas antissociais). Perceção/Satisfação: Satisfação profissional e perceção do IH-NASS (conveniência, satisfação e imparcialidade)	Os horários gerados pelo IH-NASS reduziram significativamente o número de enfermeiras juniores em turnos diurnos. Da perspetiva individual, o número de turnos NOE (*Night-off-evening*) foi significativamente menor. Houve um aumento significativo de dias de folga consecutivos (≥ 2) e dias de folga ao domingo e fim de semana. A satisfação com o IH-NASS, a conveniência do IH-NASS e o número de turnos NOE foram fatores que influenciaram significativamente a satisfação profissional.	1. Análise de dados de um único hospital universitário terciário. 2. A validade e a fiabilidade das ferramentas de medição (questionários) utilizadas ainda não foram estabelecidas. 3. O IH-NASS não refletiu a gravidade do doente ou as taxas de utilização de camas, esta é uma área para pesquisa futura no desenvolvimento algorítmico.	***Hard Constraints:*** Garantia de um período de descanso mínimo de 14 horas entre turnos / Dois dias de folga após cinco dias consecutivos de trabalho / Atribuição de um número mínimo de membros da equipa por turno / Equilíbrio dos níveis de competência das enfermeiras (impedindo a atribuição de enfermeiras menos experientes à mesma equipa) / Restrições departamentais. ***Soft Constraints*:** Preferências individuais das enfermeiras (pedidos de turno/folga) / Regras de escalonamento destinadas a melhorar a satisfação das enfermeiras / Garantir a imparcialidade na carga de trabalho e nos turnos preferidos/feriados / Minimizar os turnos de trabalho não saudáveis, como NOE (*Night-off-evening*).

[46]	3 turnos: dia, noite e madrugada (*graveyard shift*)	Minimização da função objetivo H(x) (energia), onde zero energia significa que as restrições são satisfeitas.	O modelo gerar horários de forma automática e sem esforço manual. O algoritmo cumpriu com sucesso todas as regras obrigatórias do hospital. Além disso, através da aplicação de restrições flexíveis, o modelo conseguiu melhorar o bem-estar dos enfermeiros ao maximizar as folgas consecutivas.	1. Falta de dados reais: O modelo foi validado apenas em cenários simulados. 2. Escalabilidade: Obriga a fixar os enfermeiros em grupos de turnos específicos (madrugada, noite, dia) para ser computacionalmente viável. 3. Avaliação: Não apresenta qualquer comparação de desempenho com outros métodos ou algoritmos já existentes na literatura.	***Hard Constraints*:** T1 (Requisitos de cobertura de enfermeiros por turno/dia) / T2 (Trabalho mínimo de 2 dias consecutivos, proibindo turnos isolados) / T3 (Limite máximo de k dias de trabalho consecutivos) / T4 (Folga mínima de 2 dias após trabalho ao fim de semana) ***Soft Constraints***: Maximizar as folgas consecutivas
[4]	3 turnos: Manhã (8:00–16:00), Tarde/Noite (16:00–24:00) e Noite (0:00–8:00).	Número de turnos extraordinários (total minimizado), igualdade na distribuição de turnos (regular e extra) e dias de folga entre enfermeiros, e conformidade com as políticas hospitalares.	O modelo ILP atingiu o objetivo de ter o mesmo número de turnos regulares (21) e extraordinários (16) para cada enfermeiro no caso base, reduzindo as horas de trabalho em comparação com o manual, e em conformidade com as políticas. A simulação indicou que adicionar nove enfermeiros elimina a necessidade de horas extras.	1. Uso de uma amostra de dados muito restrita (referente apenas a um mês num único departamento com 11 enfermeiros) 2. Adoção de um modelo estritamente determinístico que não incorpora variáveis de incerteza da prática clínica, como o absentismo imprevisto ou flutuações de doentes. 3. A validação do algoritmo foi exclusivamente teórica e *offline*, comparando os resultados retroativamente sem testes de implementação no dia-a-dia do hospital.	***Hard Constraints:*** Supervisor e dois líderes de equipa em serviço de manhã em dias de trabalho / Noite seguida de manhã ou tarde/noite no dia seguinte é proibida / Máximo de 3 noites consecutivas / Enfermeiros de cuidados gerais devem ser acompanhados por pelo menos um enfermeiro chefe em todos os turnos / Satisfação da demanda mínima de enfermeiros (5/4/4) em todos os turnos / Cada enfermeiro deve ter pelo menos um dia de folga em 7 dias consecutivos / O número de turnos regulares é igual ao número de dias úteis no mês / O número de turnos extraordinários deve ser igual para todos os enfermeiros / O número de dias de folga pode ser o mesmo ou ter uma diferença máxima de um dia.
[47]	Variou de 4 a 8. O conjunto de turnos inclui turnos noturnos, diurnos e de formação,	Amplitude (*range*) entre os operadores mais e menos carregados. Desvio Padrão (*std. - standard deviation*) das cargas de trabalho. Tempo de execução e	A abordagem que minimiza os desvios dos alvos (*min target deviations*) teve o melhor desempenho, sendo capaz de alcançar e provar otimalidade em tempos de cálculo razoáveis, e resultando nos melhores valores	As perspetivas futuras sugerem áreas que não foram o foco deste estudo, como a necessidade de se concentrar na reprogramação e resiliência dos horários durante interrupções. É também mencionada a necessidade de integração de tecnologias	***Hard Constraints:*** Máximo de 48 horas de trabalho num horizonte rolante de 7 dias / Máximo de 3 dias de trabalho consecutivos / Mínimo de 12 horas de descanso consecutivas por dia / Mínimo de 4 dias de folga a cada 2 semanas / Mínimo de 2 dias de descanso consecutivos após um turno noturno / Mínimo de

	com diferentes durações e demandas de cobertura.	lacunas de otimalidade (*optimality gaps*). Taxas de satisfação da cobertura, de *soft constraints* e de preferências dos enfermeiros.	para as métricas de equilíbrio de carga de trabalho (amplitude e desvio padrão). Em comparação com o escalonamento manual, o algoritmo melhorou a equidade da carga de trabalho em mais de 50% e a distribuição dos turnos noturnos em mais de 87%. Houve uma redução drástica no tempo necessário para criar as escalas (de horas/dias para alguns minutos).	avançadas, como *machine learning*, para melhorar a eficiência do processo de escalonamento.	um fim de semana de folga completo a cada duas semanas / Dias de fim de semana (Sábado e Domingo) devem ser ambos de trabalho ou ambos de folga / Fins de semana antes e depois de licenças devem ser de folga. ***Soft Constraints:*** satisfação das preferências ou pedidos dos enfermeiros (para dias e/ou turnos de descanso ou trabalho).
[3]	3 turnos: Diurno (08:00-16:00), Noturno (16:00-08:00) e turno de 24h (08:00-08:00)	Valor da função objetivo (soma dos desvios) e tempo de processamento.	O modelo de Programação por Metas gerou a escala de um mês em apenas 7,33 segundos, contrastando com a morosidade da alocação manual. Alcançou a solução ótima com o tempo de processamento de 3,82 segundos, obtendo um valor final da função objetivo de 18. Atingiu com sucesso um desvio zero na meta principal de carga horária (Meta 1), garantindo um planeamento altamente equilibrado e justo	O estudo foca-se num número restrito de clínicas (quatro) e enfermeiros (cinquenta). Para instâncias significativamente maiores em termos de enfermeiros, dias ou unidades, os autores indicam que poderão ser necessários algoritmos heurísticos em vez de modelos exatos.	***Hard Constraints***: Apenas um turno por dia por enfermeiro / Mínimo de enfermeiros por turno garantido todos os dias (13 dia, 7 noite, 5 tempo inteiro) / Não trabalhar mais de 5 dias consecutivos / Descanso obrigatório no dia seguinte após turno da noite (24h) e folga de 48h após turno de tempo inteiro (24h de trabalho) / Grávidas: realizar obrigatoriamente 12 turnos diurnos mensais exatos (96 horas) e proibição absoluta de alocação à Clínica Covid-19 / Enfermeiros com > 50 anos: proibição de trabalhar na Clínica Covid-19 / Enfermeiros com filhos pequenos: proibição de realizar turnos de tempo inteiro / Cumprimento do período de férias pré-agendado da enfermeira 22 / Enfermeiros responsáveis: apenas turnos de dia e noite em exclusivo nas suas próprias clínicas / Enfermeiros regulares: realizar um mínimo de 3 e um máximo de 4 turnos noturnos por mês ***Soft Constraints:*** Meta 1: Minimizar desvios para manter a carga horária em 160h para todos os enfermeiros (exceto grávidas) / Meta 2: Igualar o número total de turnos alocados aos enfermeiros regulares (meta de 12 turnos mensais) / Meta 3: Igualar a atribuição de turnos de tempo inteiro aos enfermeiros regulares (meta de 2 turnos mensais)

[6]	3 turnos: manhã (8:00-16:00), tarde (16:00-00:00) e noite (00:00-08:00)	Valores das funções objetivo (Z_M e Z_N) e funções de utilidade individual (U_M, U_N) e do sistema total (U_S). U_M representa o nível de sucesso da gestão, U_N o nível de sucesso dos enfermeiros, e U_S mede o nível de sucesso ou benefício final para o hospital como um todo.	No modelo *Managers-Stackelberg*, a gestão obtém a escala mais económica (menos enfermeiros). No *Nurses-Stackelberg*, a chefia obtém a escala com maior satisfação de turnos. O modelo de *Nash* gera uma solução intermédia que equilibra os objetivos de ambas as partes. O modelo cooperativo (Centralizado) gera escalas iguais ao modelo da Gestão, pois a instituição atribui maior peso matemático ao objetivo económico (55%) do que à satisfação da equipa (45%).	As limitações explícitas não são detalhadas numa secção própria, mas constata-se que o modelo assume uma natureza puramente determinística (assumindo parâmetros estáticos), abrindo espaço para desenvolvimentos futuros que considerem incertezas adicionais no sistema (ex: absentismo não planeado) ou o avanço para outras estruturas complexas de decisão.	***Hard Constraints***: Cada enfermeiro trabalha no máximo um turno por dia / Descanso obrigatório no dia seguinte a um turno da noite / Máximo de quatro dias de trabalho consecutivos / Limites de carga horária: 8 a 10 turnos para tempo inteiro e 4 a 6 turnos para enfermeiros a tempo parcial selecionados / Cumprimento obrigatório da procura mínima por turno e dia / Atribuição obrigatória de dias de licença anual solicitados. ***Soft Constraints***: As preferências individuais dos enfermeiros pelos turnos (pontuadas de 0 a 3) são tratadas como um objetivo de maximização e não como uma imposição rígida.
[31]	Até 32 turnos por dia	Tempo computacional, limite inferior (LB), limite superior (UB) e prova de otimalidade.	O algoritmo resolveu de forma ótima todas as instâncias de 4 semanas do INRC-II (que estavam em aberto) e 40% das instâncias de 8 semanas, além de fechar quase todas as instâncias do INRC-I.	O algoritmo teve dificuldade em resolver o relaxamento linear inicial em algumas instâncias extremamente grandes (horizonte de um ano no NRP). Além disso, uma instância específica do INRC-I (*long late3*) não convergiu por falta de aspetos personalizados, sugerindo a necessidade de outros métodos para casos não personalizados.	***Hard Constraints:*** Cobertura mínima por turno/dia/competência / Atribuição de apenas um turno por dia / Posse obrigatória da competência para a tarefa / Padrões proibidos (ex: não trabalhar turno da manhã após turno da noite) ***Soft Constraints:*** Preferências individuais dos enfermeiros / Limites de fins de semana trabalhados / Número mínimo/máximo de dias de trabalho ou folga consecutivos / Penalizações por procura (*demand*) não satisfeita
[9]	3 turnos principais (E - cedo, L - tarde, N - noite), embora a sua definição e variação sejam estabelecidas globalmente	Custo médio (*Ave*) e melhor custo (*Best*) obtidos em 10 execuções independentes, além do teste estatístico de *Wilcoxon rank-sum* para validar a significância dos resultados	O MDQN-MA superou consistentemente os algoritmos de estado da arte, demonstrando uma vantagem maior à medida que a complexidade das instâncias aumentava	Os autores identificam a necessidade de melhorar a comunicação e cooperação entre agentes e pretendem explorar outros modelos de aprendizagem por reforço e técnicas de procura de arquitetura neural (NAS) no futuro.	***Hard Constraints***: Apenas um turno por dia por enfermeiro / Nível mínimo de pessoal por turno e competência / Sucessões legais de tipos de turnos / Enfermeiro deve possuir a competência exigida para o turno. ***Soft Constraints:*** Cobertura ideal de pessoal / Mínimo/máximo de dias de trabalho consecutivos (geral e por turno) / Dias de folga consecutivos / Preferências dos enfermeiros / Fins de semana completos / Total de atribuições

	pelo ficheiro de Cenário (*Scenario*)				no horizonte / Máximo de fins de semana trabalhados.
[8]	2 turnos: Dia (08:00–16:00) e Noite (16:00-08:00)	Na Fase 1 (previsão da procura), utilizaram-se o MAD (Desvio Médio Absoluto) e o MSE (Erro Quadrático Médio) para avaliar a precisão. Na Fase 3 (escalonamento matemático), a métrica de sucesso é a minimização dos desvios face aos objetivos, nomeadamente na procura pela igualdade do número total de turnos e de horas atribuídas a cada enfermeiro.	O Sistema de Apoio à Decisão (SBNSS) desenvolvido provou que é possível operar eficazmente com 12 enfermeiros em vez da equipa atual de 13, poupando um recurso humano sem violar restrições e mantendo o equilíbrio da carga de trabalho. Adicionalmente, o sistema deverá reduzir significativamente o esforço e o tempo administrativo despendido pelo enfermeiro gestor, que dantes procurava soluções viáveis manualmente.	A aplicação do modelo restringiu-se a uma UCI de pequena dimensão para contornar a elevada exigência computacional (NP-*hard*) inerente ao problema. Adicionalmente, o sistema foca-se de forma exclusiva nas competências individuais, negligenciando as dinâmicas de relacionamento e a coordenação da equipa. Por fim, o desenho restrito à realidade da UCI constitui uma limitação, exigindo modificações estruturais para que a ferramenta possa ser transposta para outros departamentos hospitalares.	***Hard Constraints***: Necessidade de pessoal por turno (dia/noite) / Proibição de turnos consecutivos (não trabalhar no turno de dia após um turno de noite) / Mínimo de 4 dias de folga aos fins de semana por mês / Pelo menos um enfermeiro sénior/qualificado por turno / Carga horária de 40h semanais (mínimo 160h mensais). ***Soft Constraints:*** Minimizar desvios na igualdade de turnos atribuídos a cada enfermeiro / Considerar as preferências de folgas e pedidos especiais dos enfermeiros.
[48]	2 turnos de 12 horas (dia e noite)	Variância (para medir a justiça na distribuição de recursos e cargas), utilização de camas, número de turnos atribuídos e tempo computacional.	O algoritmo proposto superou as outras abordagens em termos de utilização de camas e justiça, reduzindo a variância em mais de 90% na distribuição de recursos em comparação com os modelos convencionais.	A maior limitação é a complexidade computacional (problema NP-*Hard*), o algoritmo requer múltiplas iterações para resolver o problema, o que pode não ser escalável para hospitais muito grandes ou horizontes temporais muito longos.	***Hard Constraints***: Capacidade máxima de 21 camas por turno / Limite de 48h regulares/semana e máximo de 72h/semana (incluindo horas extra) / Máximo de 4 dias de trabalho consecutivos / Mínimo de 2 dias de folga ao alternar entre turnos de dia e noite / Presença obrigatória de pelo menos um enfermeiro líder/responsável por turno. ***Soft Constraints:*** O artigo foca-se em objetivos de justiça, mas utiliza variáveis de desvio (*deviational variables*) típicas de *goal programming* para identificar turnos e cargas "bloqueantes", o que permite uma flexibilidade controlada durante as iterações do algoritmo.

[41]	3 turnos: Dia (08:00–16:00) Tarde/serão (16:00–24:00), Noite (24:00–08:00)	Valor da função objetivo (soma das penalidades por violação de *soft constraints*), tempo de computação e convergência para a solução ótima (valor 0).	odas as abordagens VNS propostas geraram soluções ótimas (penalidade 0) ou quase ótimas, superando os algoritmos BA e PSO comparados. A estrutura de vizinhança combinada *greedy-4-exchange* e *greedy-2-exchange* foi considerada a mais eficaz.	O estudo não aprofundou a discussão sobre a influência da utilização da abordagem de *shaking* (perturbação) nas penalidades, nem discutiu em profundidade os esquemas de mutação, sugerindo que estes apenas aceleram a convergência inicial, mas geram penalidades altas.	***Hard Constraints***: Cada profissional trabalha apenas numa unidade por dia ou está de folga / Procura fixa de profissionais por unidade/turno / Limite máximo de dias de folga consecutivos / Mínimo de dias de folga a cada sete dias / Proibição de certos padrões de rotação (ex: noite para dia seguinte, tarde para dia seguinte, ou noite para a tarde seguinte). ***Soft Constraints:*** Evitar trabalhar num turno e transitar para um mais desgastante no dia seguinte (evitar rotações: dia para tarde, dia para noite, ou tarde para noite) / Evitar padrões 'folga-turno-folga' (isolamento de turnos) / Evitar o padrão específico de rotação 'noite-folga-dia'.
[16]	3 turnos (manhã, tarde, noite) e períodos de descanso	Desvio Padrão (*Standard Deviation*) do excedente ou escassez de enfermeiros; Equidade na distribuição da carga/excedente	O modelo proposto distribuiu o excedente de enfermeiros de forma mais equitativa pelos dias da semana e evitou escassez severa em turnos críticos, ao contrário do método ponderado. O desvio padrão foi consistentemente menor no modelo proposto (ex: 0.48 vs 2.35 para 0 ausências). O tempo de resolução foi extremamente rápido (0.051 segundos).	1. Se o número de enfermeiros for muito grande, o método exato pode não conseguir resolver o problema, exigindo meta-heurísticas. 2. O enfermeiro gestor pode ter dificuldade em compreender os detalhes técnicos das funções de satisfação dinâmicas sem um sistema de apoio à decisão. 3. O estudo limitou-se a um horizonte de planeamento semanal (curto prazo).	***Hard Constraints***: Cada enfermeiro é atribuído a apenas um turno por dia ou está de folga / Carga horária semanal de 36 horas / Enfermeiros que trabalham à noite devem ter folga no dia seguinte / Enfermeiros que trabalham na noite de domingo devem folgar na segunda-feira / Cobertura mínima de enfermeiros por turno (ex: 12 de manhã, 6 de tarde/noite durante a semana) / Enfermeiros voluntários trabalham apenas no turno da noite / Enfermeiros >50 anos ou grávidas apenas nos turnos da manhã ou tarde / Presença de pelo menos um enfermeiro competente (máquina de diálise) por dia. ***Soft Constraints:*** Atingir a cobertura definida de necessidades diárias de enfermeiros por turno (ex: 12 de manhã, 6 de tarde/noite durante a semana), sendo que os desvios a esta meta são geridos pelas preferências do decisor sobre a aceitação de excedentes ou escassez, modeladas através das Funções de Satisfação Dinâmicas (ex: preferência por excedente de 1 enfermeiro vs 2) / Distribuição equitativa da carga de trabalho e minimização de desvios
[49]	São utilizados	Valor da Função	A estratégia mais eficaz consistiu	Os autores não apresentam uma	***Hard Constraints***: O número de enfermeiros

	4 tipos de turnos: EV (*early*), DY (*day*), LE (*late*) e NT (*night*)	Objetivo, que consiste na minimização da soma de pontos de penalização atribuídos por cada restrição violada; Indicador de Melhoria (*Improvement indicator*), utilizado para prever matematicamente a eficácia de um movimento de pesquisa local.	na combinação da construção iterativa e pesquisa local (*local search*) com a inovação do "movimento de descarte" (*discarding move*). O algoritmo foi capaz de encontrar escalas com valores de função objetivo perfeitamente idênticos aos das soluções ótimas já conhecidas. A aplicação do método de descarte permitiu antecipar e ignorar movimentos que não trariam melhorias (evitando explorar um vasto espaço de soluções de forma inútil), o que resultou numa resolução muito mais rápida do problema. Em algumas instâncias de teste, a escala ótima atingiu valores de penalização baixos estabilizados em 440 e 455 pontos.	secção onde destaquem limitações diretas da sua ferramenta após a implementação. Contudo, mencionam como limitações gerais do problema que o tempo de planeamento cresce substancialmente à medida que o tamanho das enfermarias aumenta, e que na prática diária hospitalar é "bastante raro que todas as restrições sejam cumpridas", sendo sempre necessário estabelecer compromissos (*trade-offs*).	alocados tem de corresponder exatamente à necessidade exigida para o turno (sem escassez e sem excedentes) / Cada enfermeiro só pode trabalhar, no máximo, um turno por dia. ***Soft Constraints:*** Limites no número de turnos/horas que podem ser trabalhados por período de planeamento / Cumprimento do número mínimo e máximo de dias consecutivos de trabalho (ex: máximo de 5 dias e mínimo de 2 dias de trabalho consecutivos) / Limites de dias mínimos e máximos de folga/férias consecutivas / Proibição de trabalhar no turno da noite imediatamente antes de um fim de semana de folga / Um enfermeiro não pode trabalhar em mais do que dois fins de semana num período de 4 semanas / Obrigatoriedade de conceder dois dias de folga aos enfermeiros após cumprirem o limite máximo de turnos noturnos consecutivos / Respeitar o limite máximo total de turnos atribuídos por tipo (ex: máximo de 19 turnos de dia, máximo de 5 turnos de noite) / Evitar penalizações por sequências de turnos indesejadas na transição de dias (ex: turno da manhã após o turno de dia; dois turnos noturnos seguidos; turno de dia a seguir ao turno da tarde, etc.).
[21]	7 tipos de turnos distribuídos ao longo do dia, organizados em "*slots*" (manhã, tarde, noite)	Diminuição percentual na satisfação geral dos enfermeiros; média de horas extraordinárias por enfermeiro; número de recusas para cobrir uma ausência. Para o horário preventivo: satisfação total e diferença máxima de horas de trabalho.	As políticas preventivas-reativas superaram a política não preventiva, especialmente quando existe uma probabilidade (ainda que pequena) de um enfermeiro recusar um turno adicional. O horário preventivo proposto melhorou a satisfação geral em 11% e o equilíbrio da carga de trabalho em 76% comparado com o horário manual do hospital.	1. O modelo assume procura determinística de enfermeiros, não considerando incerteza na procura de pacientes. 2. O estudo de caso assume que todos os enfermeiros podem trabalhar em qualquer serviço, não considerando restrições de competências (*skills*) específicas, o que pode ser necessário em ambientes mais complexos.	***Hard Constraints***: Cumprimento de regulamentações laborais (limite máximo de horas de trabalho mensais e semanais), satisfação do número de enfermeiros requeridos por turno e serviço, respeito pelos períodos de férias, limites de turnos consecutivos (ex. máximo de turnos noturnos e de turnos completos consecutivos), garantia de dias de descanso obrigatórios ao fim de semana, equilíbrio da carga de trabalho (limite rígido para a diferença de horas trabalhadas) e equilíbrio da remuneração. ***Soft Constraints:*** Maximização do atendimento

				3. O modelo MILP só consegue atingir soluções ótimas para instâncias pequenas devido ao tempo computacional.	das preferências e pedidos individuais dos enfermeiros (pedidos de dias de folga, alocação a turnos e serviços específicos ou preferência por não trabalhar em determinados *slots* temporais).
[22]	Varia entre 2 a 32 tipos de turnos diferentes (ex: turnos da manhã, dia, tarde) consoante a complexidade da instância	Valor da penalização (que se procura minimizar na função objetivo), *Gap* (diferença percentual para a melhor solução conhecida), *Rank* (classificação de desempenho entre abordagens) e tempo computacional (fixado como limite máximo em 10 e 60 minutos nos testes).	O método proposto (MIP-DNN) demonstra desempenho competitivo, superando métodos clássicos em generalidade, sendo aplicável a todas as instâncias testadas, ao contrário de métodos exatos (como o *Branch & Price* e o *Gurobi*) que falharam em instâncias grandes. Estatisticamente, o MIP-DNN mostrou-se mais estável e com variabilidade menor nos *ranks* do que as outras abordagens clássicas e híbridas testadas.	1. Em instâncias de maior dimensão (ex: instância 24 com 150 enfermeiros e 52 semanas), as conexões entre as características podem ser mais complexas, tornando desafiante para a DNN selecionar a heurística correta em cada escolha no espaço de pesquisa. 2. Para instâncias de pequena e média dimensão, a abordagem IP-VNS pode obter melhores resultados porque o solver IP consegue resolver o subproblema de forma exata num tempo razoável, algo que a abordagem híbrida proposta (fortemente dependente das heurísticas e não de *solvers* exatos puros) nem sempre supera.	***Hard Constraints***: Enfermeiros não podem ter mais de um turno por dia / Rotação de turnos (certos turnos não podem ser seguidos por outros) / Limite máximo de cada tipo de turno por enfermeiro / Tempo mínimo e máximo de trabalho / Máximo de turnos consecutivos / Mínimo de turnos consecutivos / Mínimo de dias de folga consecutivos / Máximo de fins de semana de trabalho permitidos / Dias em que o enfermeiro não pode trabalhar (impossibilidade de alocar turnos em dias específicos). ***Soft Constraints:*** Limites superior e inferior do número de enfermeiros atribuídos a cada turno (requisito de cobertura) / Preferências individuais dos enfermeiros (pedidos para trabalhar ou evitar um dado turno, preferências de horários).
[19]	Varia por instância e competência. A tabela de dados indica entre 9 e 23 tipos de turnos (*Shifts*), agrupados geralmente em 3 a 5 períodos principais (Cedo, Diário, Tarde, Noite), mais	Função de custo (soma ponderada das violações de restrições duras multiplicadas por um peso adequado, e penalizações de *soft constraints*) e tempo computacional.	O SA encontrou soluções de boa qualidade para todas as instâncias num tempo computacional razoável (aprox. 4 minutos para corridas curtas e 40 minutos para corridas longas), satisfazendo todas as *hard constraints* e mantendo as *soft constraints* com custos baixos ou nulos. O SA superou significativamente o método SD e, em alguns casos, atingiu soluções ótimas comprovadas (igualando os limites inferiores).	1. Para obter limites inferiores (*Lower Bounds*) com o CPLEX em tempo útil, foi necessário remover as restrições de consecutividade (N2, N8, N9), o que significa que a otimalidade global para o problema completo não é garantida na maioria dos casos. 2. Algumas unidades apresentaram subdimensionamento estrutural de pessoal (*understaffing*), impedindo a obtenção de soluções sem violações da restrição A1, independentemente da qualidade do algoritmo. 3. Ausência de um método	***Hard Constraints***: A3: Compatibilidade Enfermeiro/Competência/Turno / A4: Atribuição Única (um turno por dia) / A6: Tempo Total de Trabalho (mínimo e máximo contratual) / N3: Pedidos Fixos (pré-atribuições, férias, folgas fixas) / N10: Tempo Mínimo de Descanso (11h entre turnos consecutivos) / N11: Sucessão de Períodos proibidos (ex: Tarde seguido de Cedo) / N15: Dias Mínimos de Folga após Noites (mínimo de dois dias). ***Soft Constraints:*** A1: Subdimensionamento (*Understaffing*) / A2: Excesso de Pessoal (*Exceeding Staffing*) / P1: Pessoal Ótimo (*Optimal Staffing*) / A5: Total de Atribuições (dias de trabalho) / N1: Fim de semana completo / N2: Consecutividade (dias de trabalho, folgas e

	um período longo especial designado de "*Day*" (Dia, que cobre simultaneamente os períodos Cedo e Tarde)			automatizado ou mais sofisticado para auxiliar os planeadores a definir os pesos/*trade-offs* das *soft constraints*. 4. Falta de inclusão explícita de métricas de bem-estar e risco de *burnout* na função objetivo, aspetos cruciais em unidades de cuidados intensivos. 5.O sistema produz apenas a escala planeada estática, não fornecendo estratégias de reescalonamento (*rescheduling*) dinâmico para responder a disrupções diárias como o absentismo inesperado.	turnos iguais) / N4: Incompatibilidade entre enfermeiros / N5: Máximo de fins de semana de trabalho / N6: Máximo de Domingos de trabalho / N7: Máximo de Feriados de trabalho / N8: Dias mínimos de folga após atribuições consecutivas / N9: Distância mínima entre sequências de noites / N12: Preferências (turnos, folgas, etc.) / N13: Turno e competência padrão / N14: Equipas de Trabalho (*Workteams*)
[28]	4 tipos de turno: Dia (D), Tarde (E), Noite (N) e Folga (O)	Fadiga Máxima Global (GMF) medida em milivolts (mV) (unidade do modelo neurofisiológico de *sleep drive*).	O sistema consegue reduzir a fadiga máxima em mais de 1.00 mV comparado com escalas que apenas seguem regras padrão. O estudo demonstra também que aumentos mínimos no número de pessoal (a adição de apenas um ou dois enfermeiros a tempo inteiro a uma equipa de 30) permitem reduções significativas na fadiga, essencialmente por permitir que a escala evite os padrões mais exaustivos (como trabalhar três noites consecutivas).	1. A função objetivo (minimizar o pior caso de fadiga) é considerada "frágil" (*brittle*), pois ignora outros níveis de fadiga que não sejam o máximo absoluto. Isto significa que a escala não é penalizada se outros enfermeiros atingirem picos de fadiga muito altos, desde que fiquem estritamente abaixo do valor máximo (GMF) estabelecido. 2. O agrupamento dos perfis biológicos é "grosseiro" (apenas 9 perfis baseados no cruzamento de três necessidades de sono e três cronótipos) e não captura toda a variação do mundo real. 3. A otimização foca-se na fadiga e regras de segurança, não incluindo explicitamente outras preferências individuais, o equilíbrio entre a vida profissional e social, ou custos com	***Hard Constraints***: Cobertura mínima de enfermeiros por turno / Um turno por dia por enfermeiro / Máximo de turnos noturnos consecutivos (3 noites) / Rotação "para a frente" (evitar rotação inversa, ex: Noite seguida de Dia ou Tarde seguida de Dia) para garantir descanso mínimo / Máximo de dias de trabalho consecutivos (6 dias) / Dois dias consecutivos de descanso após sequências de noites / Limites de horas semanais (máximo de 50 horas) e totais (entre 210 e 228 horas) / Garantia de um fim de semana de folga com uma determinada frequência e garantia de agrupamento de dois dias de folga a cada determinado número de dias. ***Soft Constraints:*** Na realidade de modelação matemática (MIP/CP) abordada neste artigo, esta premissa não constitui uma *soft constraint*, mas sim a própria função que o sistema procura otimizar. O artigo redefine o conceito de justiça (*fairness*) não como a distribuição igual de turnos impopulares, mas como a equidade na fadiga, otimizando para que o "pior caso"

				pessoal na função objetivo. 4. Dada a enorme complexidade técnica e a utilização de aproximações heurísticas, não é possível provar a otimalidade matemática exata das soluções geradas.	(*Global Maximum Fatigue*) seja o mais baixo possível para todos.
[50]	3 turnos: Manhã (M), Tarde (E), Noite (N)	Valor da função objetivo, Tempo de processamento (CPU time), Gap de otimalidade (%)	O GA resolveu instâncias de grande escala em tempo razoável (ex: 6.86 min para uma instância onde o método exato demorou > 5h), enquanto o método exato falhou em instâncias a partir de 24×3×28. O cronograma final aplicado ao caso real reduziu a fadiga (minimizando turnos consecutivos) e satisfez as preferências da equipa.	1. Apesar da otimização, a atribuição de alguns turnos indesejáveis foi inevitável devido à escassez de recursos (sendo assinalado que a sua eliminação total exigiria um compromisso/*trade-off* financeiro com a contratação de mais enfermeiros auxiliares). 2. O método exato torna-se inviável computacionalmente para problemas de grande escala. 3. A robustez é focada apenas na ausência inesperada de enfermeiros (trocas de turno), não cobrindo outros tipos de incerteza. Os autores sugerem que estudos futuros considerem a incerteza também nas preferências dos enfermeiros, categorizem a equipa não só por senioridade, mas por proficiência clínica (*skills*) e criem regras para um maior equilíbrio e justiça (*fairness*) na distribuição dos turnos indesejado.	***Hard Constraints***: Cobertura da procura (número de enfermeiros por turno) / Limites de horas de trabalho mensais / Máximo de 2 turnos de trabalho por dia / Número mínimo e máximo de turnos da noite (baseado na senioridade) / Número mínimo de folgas em feriados/fins de semana / Proibição de dois turnos da noite consecutivos / Não alocar enfermeiros auxiliares no turno da manhã em dias úteis / Limite máximo de enfermeiros com o mesmo nível de senioridade alocados em simultâneo no mesmo turno / Garantia de robustez (assegurar que existe sempre pelo menos um enfermeiro da mesma categoria de folga e elegível para cobrir potenciais ausências inesperadas) ***Soft Constraints:*** Atender às preferências de turnos e dias de folga (tendo em conta e ponderando o nível de senioridade do enfermeiro na Função Objetivo) / Evitar turnos indesejáveis (Tipo I e Tipo II) (penalizado na Função Objetivo) / Minimizar uso de enfermeiros auxiliares.
[51]	O modelo contempla 2 tipo de turno (um turno diário indiferenciad	O número necessário de enfermeiros (com um intervalo de confiança de 95%), o equilíbrio na distribuição de turnos (total e aos fins de	O modelo conseguiu determinar a necessidade de pessoal com 95% de confiança e gerar um horário diário equilibrado onde os enfermeiros não trabalham em dias consecutivos e têm uma	1. A incapacidade dos enfermeiros para trabalhar devido à própria infeção pela pandemia (baixas médicas) não foi tida em conta dinamicamente na simulação (embora o modelo matemático	***Hard Constraints***: O número de enfermeiros escalados semanalmente deve satisfazer exatamente a necessidade determinada pela simulação / Máximo de turnos por semana (C) = 4 / Enfermeiros não podem trabalhar em dias consecutivos / Um enfermeiro com teste PCR

	o e folga).	semana) e o tempo de computação.	distribuição justa dos fins de semana (cumprindo apenas 2 ou 3 por mês). O tempo de resolução foi extremamente rápido (atingindo a solução ótima em 0.031s para o estágio 1 e 0.016s para o estágio 2).	permita definir os turnos a zero se o teste PCR for positivo). 2. Assume-se a disponibilidade total dos enfermeiros se não testarem positivo.	positivo tem automaticamente 0 turnos atribuídos. ***Soft Constraints***: Minimizar a diferença de turnos entre enfermeiros (visando uma distribuição justa da carga total) / Minimizar a diferença na distribuição de turnos aos fins de semana / Distribuir os turnos uniformemente ao longo dos dias.
[30]	Varia entre 1 e 32 tipos de turnos	Valor da penalização total da função objetivo (soma ponderada das violações de *soft constraints*).	O método proposto superou os resultados reportados na literatura recente e abordagens heurísticas de ponta em pelo menos metade das instâncias analisadas. Mostrou também um melhor desempenho comparado com três métodos de *Deep Reinforcement Learning* (DRL) reproduzidos e adaptados para este estudo.	1. O tamanho dos problemas numéricos é uma limitação, é difícil desenhar instâncias reais de grande dimensão sem restrições conflituosas. 2. Devido à natureza heurística do método, a otimalidade matemática das soluções não pode ser provada, mesmo que as penalizações sejam equivalentes aos melhores limites inferiores conhecidos. 3. Dependência das instâncias de *benchmark* existentes, que são limitadas em termos de dimensão.	***Hard Constraints***: Um enfermeiro não pode ter atribuído mais de um turno por dia / Rotação de turnos (certos turnos não podem suceder a outros específicos) / Limite máximo de atribuições de cada tipo de turno para cada enfermeiro / Tempo de trabalho mínimo e máximo (avaliado em minutos) / Número máximo de turnos consecutivos de trabalho / Número mínimo de turnos consecutivos de trabalho / Número mínimo de dias de folga consecutivos / Número máximo de fins de semana de trabalho / Dias em que o enfermeiro não pode trabalhar (folgas pré-atribuídas ou indisponibilidades). ***Soft Constraints***: Preferências pessoais dos enfermeiros (pedidos para trabalhar ou não trabalhar em determinados turnos/dias) e requisitos de cobertura (limites inferiores e superiores do número de enfermeiros por turno). A violação destas condições gera penalizações na função objetivo, ponderadas de acordo com a sua importância/gravidade.
[52]	4 tipos (Dia, Tarde, Noite e Folga/Livre)	Tempo médio para o melhor resultado (*Best time*), desvio padrão, taxa de erro mínima (*Least error rate*), percentagem de sucesso, redução de custo, gap (distância para o valor	O algoritmo proposto (NM-ABC) obteve o melhor resultado em 44 das 75 instâncias testadas. Reduziu o custo total do escalonamento em 0,66% e atingiu um gap de aproximação ao valor ótimo de 94,30%. O tempo computacional necessário	1. O algoritmo ABC clássico é bom na exploração global (*exploration*) mas falha na explotação/intensificação local (*exploitation*), o que motivou a hibridização. 2. O método de *Nelder-Mead*, por si	***Hard Constraints:*** Cobertura de turnos (número mínimo de enfermeiros necessários por turno/dia) e alocação de exatamente um padrão de turno por enfermeiro (matriz de decisão 0/1) ***Soft Constraints:*** Restrições sobre trabalhar ou não em dias específicos (pedidos de preferência do enfermeiro) / Restrições sobre trabalhar ou

		ótimo), e análise de viabilidade (número de soluções viáveis - *#Feasible Solution* e *#Both Feasible Solution*).	para atingir a melhor solução foi reduzido em 39,32% em comparação com os métodos concorrentes.	só, tende a ficar preso em ótimos locais (o que é mitigado pela hibridização). 3. A validação é estritamente experimental, baseada em *benchmarks* (da NSPLib), sem relato de implementação num ambiente hospitalar real.	não em turnos específicos / Evitar turno único isolado entre dois dias de folga / Não trabalhar mais de três dias consecutivos.
[53]	3 tipos de turno (Manhã, Tarde, Noite), mas com diferentes horários de início e durações (8, 10, 12 horas), totalizando 9 variações de turnos possíveis	Procura não coberta (horas), número de violações de preferência por enfermeiro, média/total de horas extra, custo de equidade (diferença entre o número máx. e mín. de horas extra atribuídas), tempo de processamento computacional e gap de otimalidade.	A meta-heurística proposta supera o modelo exato MILP (CPLEX) na cobertura da procura (média de 93% vs 85.8%), no menor número de violações de preferência (média de 0.1 vs 2.2) e no custo de equidade (7.4 vs 12.2) para instâncias maiores (30+ enfermeiros), embora o MILP tenda a usar menos horas extra (9.8h vs 19.4h). O tempo total de execução dos dois estágios combinados fica em torno de 1 hora (limite prático imposto) para as maiores instâncias (60 enfermeiros).	1. A separação da resolução em dois estágios (regular depois extra) não garante a otimalidade global em comparação com um modelo totalmente integrado (que se revelou computacionalmente intratável). 2. As soluções tendem a usar quase todo o limite permitido de horas extra (perto de 20h/mês) planeadas antecipadamente, deixando pouca margem de manobra aos gestores para reagir a picos de procura imprevistos. 3. Restrição simplificadora de permitir no máximo um período contínuo de férias por mês por enfermeiro.	***Hard Constraints:*** Máximo de dias consecutivos de trabalho (6) e dias de folga (4) / Tempo mínimo de descanso entre turnos (8h) / Não trabalhar em aniversários ou férias / Mínimo de fins de semana trabalhados (2) / Máximo de um turno por dia / Limite de horas de trabalho por semana (60h) / Limite de horas extra por mês (20h). ***Soft Constraints:*** Padrão 0–1–0 (dia isolado de trabalho) / Padrão 1–0–1 (dia isolado de folga) / Violações de transição de turno (mudança de tipo de turno em dias consecutivos).
[54]	O sistema adota uma tipologia flexível de turnos e folgas (incluindo diversas variações de dia, tarde, noite, turnos parciais e	O desempenho computacional do modelo foi avaliado através do MIP Gap (a distância percentual para a otimalidade matemática) e do tempo de resolução. Na prática hospitalar, a qualidade das escalas foi aferida através de indicadores de desempenho	O sistema resolveu a maioria das instâncias até à otimalidade (ou com gap muito baixo < 1%) em menos de 5 minutos. A satisfação dos pedidos foi elevada (geralmente acima de 80-90%) e a dependência de enfermeiros flutuantes foi baixa ou adequadamente gerida. O sistema foi implementado com sucesso e é utilizado na prática em duas enfermarias de hospitais	1. A função objetivo é sensível aos dados de entrada e aos pesos, exigindo ajuste manual dos pesos (*tuning*) para cada instância para garantir a qualidade desejada. 2. A complexidade matemática e os pesos abstratos podem funcionar como uma "caixa negra", dificultando a compreensão por parte dos profissionais e exigindo maior esforço de comunicação para gerar	***Hard Constraints:*** Atribuir pelo menos um tipo de turno por dia (incluindo folgas) / Combinações fisicamente inviáveis ou ilegais (geridas via cliques de conflito) / Cobertura mínima e máxima de equipa (*staffing requirements*) / Descanso mínimo entre turnos (incorporado na geração de cliques) / Regras de *Chaperoning* (estagiário e supervisor escalados juntos em turnos específicos) / Número fixo de atribuições a certos tipos de turnos durante o horizonte ou semana.

	administrativos), cuja quantidade e configuração exata dependem estritamente das características de cada enfermaria.	(*performance indicators*), sendo os principais a percentagem de satisfação dos pedidos dos enfermeiros e a necessidade de recurso a enfermeiros volantes (*float nurses*) para cobrir faltas de pessoal.	dinamarqueses, com *feedback* positivo dos gestores e enfermeiros, que destacaram o melhor aproveitamento das horas contratuais, uma maior transparência e o aumento do sentimento de equidade.	confiança.	***Soft Constraints:*** Distribuição uniforme de dias de folga protegidos (*protected days off*) e limite máximo de dias consecutivos sem esta folga / Desvios das horas contratuais alvo (penalização de dois fatores) / Sequências de trabalho consecutivas (mínimo e máximo preferidos) / Séries de atribuições indesejadas (padrões) / Uso de enfermeiros flutuantes (permitido para viabilidade, mas fortemente penalizado) / Balanceamento do excesso de pessoal e distribuição justa de turnos impopulares / Trabalho conjunto de estagiários e supervisores em turnos regulares (recompensa) / Evitar mudanças rápidas nos padrões de sono (ex: dia, tarde e noite na mesma semana) / Agrupar turnos noturnos em sequências em vez de isolados.
[55]	Geralmente 4 tipos de turnos de trabalho + feriado/folga (0-*holiday*, 1-*early*, 2-*day*, 3-*late*, 4-*night*). A Tabela 4 indica instâncias específicas com 3, 4 e 6 tipos de turnos.	Valor da função de penalidade (*Penalty Cost*) e Tempo de execução (*Time elapsed* / *Speedup*)	O EP-PSO atingiu um *speedup* de aproximadamente 4.6x em relação à versão sequencial. Em termos de qualidade, obteve resultados ótimos (iguais à *Best Known Solution*) em várias instâncias (ex: BCV-1.8.1, BCV-2.46.1, BCV-6.13.1)	1. O PSO original sofre da "maldição da dimensionalidade" e pode ficar preso em ótimos locais (o artigo propõe mitigações como o ajuste probabilístico dos parâmetros e o aumento do tamanho do enxame, mas o problema base existe). 2. A paralelização em GPU (CUDA) pode ser mais lenta que a sequencial se a tarefa não for suficientemente intensiva, devido ao *overhead* de transferência de dados entre o CPU e a GPU (por isso usaram uma abordagem híbrida onde as partes intensivas vão para a GPU e o cálculo das restrições fica no CPU via OpenMP). 3. O algoritmo sequencial proposto (ES-PSO) é mais lento que outros algoritmos da literatura (como o *Constructive Approach* e o *Scatter*	***Hard Constraints:*** Cobertura exata da procura, ou seja, sem falta ou excesso de pessoal / Atribuição de, no máximo, um turno por dia a cada enfermeiro. ***Soft Constraints:*** Garantir fins de semana completos / Mínimo de dois dias não úteis (folgas) sucessivos / Quantidade mínima de dias de folga após turnos sucessivos / Quantidade máxima de turnos sucessivos do tipo manhã (*early*) e tarde (*late*) / Quantidade mínima de turnos sucessivos do tipo manhã (*early*) e tarde (*late*) / Quantidade máxima e mínima de dias de trabalho por semana / Máximo de três dias de trabalho sucessivos para enfermeiros a tempo parcial / Evitar determinadas sequências de turnos, como por exemplo, um turno da manhã após um turno de dia / Quantidade máxima de dias de trabalho no período de planeamento / Máximo de três fins de semana de trabalho / Máximo de três turnos noturnos / Mínimo de dois turnos noturnos sucessivos / Mínimo de dois dias de folga após uma série de turnos noturnos

				Search), necessitando da versão paralela para ser competitivo em tempo	sucessivos / Quantidade máxima de turnos noturnos sucessivos / Quantidade máxima de dias de trabalho consecutivos.
[56]	3 turnos: Manhã, Tarde, Noite	Precisão (*Accuracy*), Taxa de alocação, Percentagem de enfermeiros não alocados, Percentagem de conflitos (*clashes*), Percentagem de turnos duplicados, Tempo médio de computação (ACT) e Valor da Função Objetivo (OFV).	O sistema proposto (GATS_NSS) obteve 94% de precisão média, 99% de taxa de alocação, 0% de duplicação, 0.5% de conflitos e uma melhoria de 94% no tempo de computação em relação à abordagem manual. Superou os métodos de GA e TS isolados em termos de qualidade da solução e menor tempo computacional.	1. O sistema não garante 100% de eficiência em todas as restrições. 2. Dificuldade em acomodar restrições específicas devido à escassez de recursos (o número de enfermeiros disponíveis é muito inferior ao necessário nos hospitais públicos) na Nigéria, tais como: os turnos da noite terem mais horas que os do dia; os enfermeiros não trabalharem mais de 5 dias por semana; e os limites máximos de horas diárias/semanais/mensais. 3. Nem todas as preferências pessoais (*soft constraints*) puderam ser acomodadas.	***Hard Constraints:*** Um enfermeiro trabalha apenas um turno por dia / Não exceder o número de horas de contrato / Requisitos mínimos de equipa e competências por turno / O enfermeiro mais sénior deve liderar o turno / Máximo de 8 horas por dia (exceto durante um turno da noite) / Máximo de 5 dias de trabalho por semana (excluindo noite ou turnos de chamada/prevenção) / Não estar em dois serviços/enfermarias diferentes ao mesmo tempo / Um turno da noite não pode ser seguido por um turno da manhã correspondente. ***Soft Constraints***: Atribuir mais turnos de dia do que de noite a cada enfermeiro num agendamento mensal / Conceder pedidos de dias de folga / Agrupar dias de folga e prolongar o fim de semana de folga.
[57]	3 turnos: Manhã, Tarde, Noite	Rácio enfermeiro-paciente (manutenção de um limite mínimo de 1:4). Carga horária semanal (cumprimento estrito do regulamento de 40 horas). Cobertura da procura (minimização de situações de *understaffing*/ *overstaffing*).	O hospital necessita de apenas 35 enfermeiros por dia para cumprir a escala com 2 dias de folga/semana. Como possuem 38 enfermeiros alocados a turnos, há um excedente de 3 enfermeiros que podem servir de *backup* (para cobrir férias, baixas médicas, isolamentos por Covid-19 ou faltas). O padrão atual não cumpria os regulamentos de 40h semanais de forma eficiente, levando a que alguns enfermeiros trabalhassem 43 horas e outros apenas entre 35 a 39 horas semanais.	1. O estudo excluiu da análise 4 enfermeiros com horário fixo focados em tarefas de gestão, operações e administração. 2. O modelo assume uma necessidade constante de 8 enfermeiros por turno com base numa média mensal consolidada (847 visitas/mês), não acomodando potenciais flutuações abruptas da procura real.	***Hard Constraints***: Rácio mínimo de 1 enfermeiro para 4 pacientes na urgência / Carga horária obrigatória de 40 horas semanais / Garantia de 2 dias de folga por semana / Turnos específicos e assimétricos (Manhã 7h, Tarde 7h e Noite 11h, embora o modelo TPB use uma alocação por turno simplificada nas tabelas de otimização). ***Soft Constraints***: Otimização das folgas (escolher preferencialmente dias consecutivos, como Sábado e Domingo, sempre que as necessidades do algoritmo permitam) / Distribuição uniforme das escalas para garantir a equidade e mitigar a fadiga da equipa.
[58]	3 turnos: Manhã, Tarde, Noite	Valor de Penalização (Melhor, Médio, Pior), Desvio Padrão, Número	O AHSA superou todos os algoritmos comparados (EHSA, CHSA, DHSA e HAS) em todas	1. Tempo de execução: O AHSA requer quase o dobro do tempo de execução do EHSA devido à	***Hard Constraints:*** A procura (cobertura) de enfermeiros deve ser satisfeita / Máximo de um turno por dia por enfermeiro / Obrigatório pelo

	+ Folga	de Padrões Desejáveis (DPs) e Tempo de Execução Computacional.	as instâncias testadas, obtendo os menores valores de penalização (atingindo 0 nas instâncias pequenas) e o maior número de padrões desejáveis. Apresentou também o menor desvio padrão para todas as instâncias, o que indica uma maior consistência e equidade nas escalas geradas.	inclusão do *Simulated Annealing* (SA) para aprimorar a solução encontrada. • Complexidade: O uso do SA aumenta o custo computacional comparado com a versão base. No entanto, os autores encaram este aumento temporal como um *trade-off* válido, visto que o SA permite ao algoritmo escapar de "ótimos locais" e melhorar fortemente a qualidade das escalas.	menos um enfermeiro sénior por turno / Não são permitidos turnos de trabalho isolados (folga antes e depois de um único turno de trabalho) / Numa escala com o período de 14 dias, 12 dias é o número máximo de dias de trabalho e 10 dias é o mínimo / Um enfermeiro não pode trabalhar mais de 4 dias consecutivos / Se trabalhar 4 noites consecutivas, tem direito a dois dias de folga. ***Soft Constraints***: Alocação igualitária de dias de trabalho e folgas para todos os enfermeiros no ativo / Preferência por atribuir folgas aos fins de semana (Sábado ou Domingo) / Preferência por 4 turnos da manhã consecutivos seguidos de folga / Preferência por 4 turnos da tarde consecutivos seguidos de folga / Padrões específicos de turnos noturnos: preferência por 4 turnos da noite consecutivos seguidos de um turno da tarde ou de uma folga extra.
[59]	3 turnos: Manhã, Tarde/Vésper a, Noite	Taxa de absentismo (ausências não planeadas), taxa de reclamações, nível de satisfação dos enfermeiros e valor das funções objetivo (Z1 e Z2) ao longo das iterações.	O modelo matemático foi resolvido em menos de um minuto. A taxa de absentismo diminuiu 40%, as reclamações sobre a escala diminuíram 50% e a satisfação geral dos enfermeiros aumentou 30%.	1. O modelo torna-se inviável (*infeasible*) se o parâmetro de nível de confiança (μ) for superior a 0.65. 2. A implementação inicial enfrentou algumas dúvidas por parte da equipa, pois a escala depende da avaliação contínua do desempenho dos enfermeiros para gerar os rankings de prioridade, o que exigiu da administração uma maior transparência na partilha dessas avaliações mensais para evitar perceções de subjetividade.	***Hard Constraints:*** Um enfermeiro não pode trabalhar no turno da manhã imediatamente após um turno da noite / Proibição de 3 turnos da noite consecutivos durante o mesmo período / Proibição de turnos consecutivos de tarde e noite no mesmo dia / Número mínimo e máximo de enfermeiros necessários por turno / Mínimo de enfermeiras (mulheres, com ou sem filhos) por turno (≥2) / Número máximo de enfermeiras com filhos alocadas por turno (limitado pela capacidade da creche do hospital) / Mínimo e máximo de horas totais de trabalho permitidas durante o período (entre 176h e 352h) / Nível de confiança mínimo (μ) para atribuição de um turno (neste estudo definido pela enfermeira gestora em 50%, ou seja, μ=0.5). ***Soft Constraints***: O modelo trata as preferências como objetivos a maximizar (ponderados pelo ranking do enfermeiro, de forma a promover a

					"justiça ocupacional") e não explicitamente como *soft constraints* com penalizações na estrutura tradicional. A função objetivo atua dessa forma ao balancear preferências desejadas e indesejadas, conjugando isso com a maximização da certeza de assiduidade aos turnos (através do método Z-*number*).
[60]	Estrutura com três blocos de turnos (dia, tarde, noite), onde cada bloco pode incluir múltiplos turnos específicos.	Violação das metas de gestão (*targets*), percentagem de cumprimento das preferências/pedidos dos enfermeiros (*requests*), e tempo de computação (*setup* e resolução do algoritmo).	O uso de limiares estimados reduziu drasticamente as violações de metas em comparação com a utilização de limiares gerais definidos manualmente. O método cumpriu, em média, 97% do melhor cumprimento possível estimado para os pedidos. O tempo de resolução foi significativamente menor com limiares estimados (ex: redução de ~2000s para ~95s na instância A01, Exp 1B vs 2B) devido à redução eficiente das áreas não-promissoras no espaço de busca.	1. A comparação quantitativa com métodos de soma ponderada é difícil e pode ser enviesada devido às diferentes funções de avaliação. 2. Requer a definição de prioridades estritas entre os objetivos para a fase lexicográfica. 3. A estimativa de limiares para "metas da enfermaria" (*Ward targets*) complexas que envolvem toda a equipa ainda depende de definições manuais (como o nível tolerável para o excesso de pessoal), ao contrário das metas individuais que são bem automatizadas.	***Hard Constraints***: Cobertura de turnos (necessidades mínimas de enfermeiros por turno e competência), restrições legais de horas de trabalho, dias de folga protegidos (PF - definições estritas na Dinamarca), fins de semana de trabalho pré-determinados e pedidos rígidos dos enfermeiros. ***Soft Constraints***: Limitar o uso de enfermeiros volantes (*Float Nurses*) / Cumprir pedidos de folga/trabalho de alta prioridade / Respeitar as preferências de fim de semana / Distância máxima entre dias de folga protegidos (idealmente Máx 6 dias) / Evitar múltiplas sequências de turnos noturnos na mesma semana de trabalho / Limitar as horas extraordinárias / Limitar as horas em falta / Maximizar o cumprimento total de pedidos / Limitar os blocos de turnos na semana (evitar misturar 3 tipos numa única semana de trabalho) / Garantir turnos de acompanhamento para enfermeiros em formação/estagiários / Equilibrar o excesso de pessoal nos vários dias / Garantir Segunda-feira de folga após fim de semana de trabalho / Evitar dias de trabalho isolados.
[29]	4 tipos de turnos	Função de avaliação (soma ponderada das violações das *soft constraints*) e viabilidade da solução (encontrar uma solução que cumpra todas as restrições duras).	Este algoritmo foi capaz de encontrar uma solução viável para todas as instâncias de teste sem apresentar qualquer solução inviável, demonstrando robustez superior em instâncias difíceis (em particular, à medida que a dimensão da equipa aumentou	1. Para lidar com a incerteza dos estágios futuros (semanas seguintes), o modelo assume uma previsão simplista onde os requisitos ótimos de cobertura futuros são assumidos como iguais aos do estágio atual (ignorando as restrições futuras de preferências e de requisitos	***Hard Constraints:*** Atribuição única por dia (máximo de um turno por enfermeiro) / Requisitos mínimos de equipa, necessidade de satisfazer obrigatoriamente a alocação mínima exigida por turno e por competência em cada dia / Sucessões de tipos de turno proibidas (em dois dias consecutivos) / Competência necessária obrigatória, o turno atribuído tem de ser

			para 110 e 120 enfermeiros).	mínimos), o que pode não refletir variações reais de procura. 2. Embora robusto (sempre viável), o algoritmo ficou em 3º lugar na competição em termos de qualidade da função objetivo (pontuação), sendo superado por abordagens híbridas específicas do problema (que combinam métodos exatos e heurísticas) em certas instâncias.	preenchido por um enfermeiro que possua efetivamente essa competência validada. ***Soft Constraints***: *Staffing* insuficiente para cobertura ótima, penalização contabilizada por cada enfermeiro em falta face ao requisito ótimo ideal / Dias de folga consecutivos (mín/máx) / Atribuições de trabalho consecutivas (respeitando os limites mínimos e máximos estabelecidos) / Atribuições consecutivas por tipo de turno (respeitando os limites mínimos e máximos estabelecidos) / Preferências dos enfermeiros, penalização por cada turno trabalhado que não era desejado ou por trabalhar num dia em que o enfermeiro pediu folga / Fins de semana completos (trabalhar ambos os dias ou nenhum, dependendo se a tipologia do contrato do enfermeiro exige essa condição) / Total de atribuições no horizonte de planeamento (respeitando os limites mínimos e máximos do contrato do enfermeiro) / Total de fins de semana a trabalhar (não exceder o limite máximo estipulado no contrato do enfermeiro no cálculo global do horizonte de planeamento).
[61]	Instância preliminar/customizada: 3 turnos (manhã, tarde, noite). Instância *sprint_early*: 4 turnos	Custo (soma ponderada das violações de *soft constraints*) e tempo de convergência (avaliado em segundos ou minutos até à geração de uma solução ótima/aceitável).	O algoritmo teve um bom desempenho e superou a elaboração manual em escalas de 1 semana (convergência rápida e baixo custo), mas falhou em manter a qualidade e a eficiência para períodos de 4 semanas, ficando preso em mínimos locais com custos de penalização mais elevados.	1. O algoritmo, isoladamente, não se mostrou potente o suficiente para problemas de otimização do mundo real em períodos estendidos (4 semanas), convergindo para soluções de qualidade inferior. 2. Dependência forte da qualidade da inicialização da "Memória de Harmonia" (*Harmony Memory*) (se o processo inicial que gera as soluções viáveis for fraco, os resultados finais gerados pelo algoritmo também o serão).	***Hard Constraints:*** Todos os turnos devem ser atribuídos a um enfermeiro / Cada enfermeiro deve ter no máximo um turno por dia. ***Soft Constraints***: Limite no número de atribuições de turnos (sub/sobrecarga) / Limite no número de dias de trabalho consecutivos / Limite no número de dias livres consecutivos / Limite no número de turnos noturnos consecutivos / Evitar turno da manhã após turno da noite / Impor n−1 dias livres após n turnos noturnos / Atender a pedidos específicos dos enfermeiros (preferências por dias livres ou turnos específicos).
[62]	3 turnos (dia,	Número de soluções	A abordagem gerou mais de 70	1. Em casos onde existem muito	***Hard Constraints***: carga de trabalho total

	tarde, noite) acrescido de *other work* (outro trabalho) e folgas na instância principal. Uma instância adicional usa um sistema de 2 turnos.	ótimas geradas, tempo computacional (CPU time) e diversidade de atribuições de turnos (número de pares enfermeiro-dia com turnos alternativos disponíveis)	milhões de soluções ótimas para a instância principal. O estudo identificou que é difícil modificar os horários dos "enfermeiros gestores" mantendo a otimalidade (apresentam padrões muito rígidos), mas há flexibilidade para os restantes. A geração de soluções a uma distância curta (nível de exploração S2) é computacionalmente viável (demorando menos de 20 segundos) e fornece informação útil e imediata sobre quais partes da escala podem ser alteradas.	poucas soluções ótimas, o método atual pode não gerar alternativas de modificação suficientes (os autores sugerem incluir soluções "quase-ótimas", na expansão futura da rede de procura). 2. A geração exaustiva de soluções mais distantes da original (ex: profundidade S4) pode demorar muito tempo (quase 1 mês de processamento no teste efetuado).	(limites de cada tipo de turno), pedidos de preferência (dias de trabalho ou folga), sequências de turnos consecutivos proibidos e intervalos obrigatórios entre turnos. ***Soft Constraints***: nº mínimo/máximo de enfermeiros por grupo de competência por turno são colocadas na função objetivo como fatores de penalização. O modelo tenta minimizar a violação destas restrições, permitindo soluções que não cumprem perfeitamente os requisitos de pessoal se isso for necessário para satisfazer na íntegra as restrições dos enfermeiros.
[63]	Varia conforme a instância, de 1 a 32 tipos de turnos.	Penalização total da solução (soma ponderada das violações das *soft constraints*).	O algoritmo proposto superou o método de comparação (a heurística *ejection chain*) em 16 das 24 instâncias (tendo igualado o resultado noutra, com melhorias até 72% em alguns casos). No entanto, teve desempenho inferior na maioria das instâncias de maior dimensão (20, 21, 23 e 24) dentro do tempo limite de 1 hora (como nota de destaque, a melhoria máxima de 72% mencionada anteriormente foi conseguida precisamente na instância de grande dimensão 22).	1. Métodos baseados em heurísticas não garantem a otimalidade da solução nem a redução do espaço de pesquisa. 2. O algoritmo apresenta fraco desempenho ("*poor-quality solutions*") em várias das instâncias de muito grande dimensão (ex: instâncias 23 e 24) devido ao processo de pesquisa exaustiva no primeiro estágio, que requer tempos de computação mais longos do que o limite imposto de 1 hora (para conseguir superar a *baseline* nestas duas últimas instâncias gigantes, o algoritmo precisou de 4 a 7,5 horas de execução).	***Hard Constraints***: Um enfermeiro não pode ter mais de um turno por dia / Rotação de turnos (certos tipos de turno não podem seguir outros no dia imediatamente a seguir) / Número máximo de turnos atribuídos a um enfermeiro por tipo / Tempo total máximo e mínimo de trabalho / Máximo e mínimo de turnos consecutivos / Mínimo de dias de folga consecutivos / Máximo de fins de semana de trabalho / Dias de folga obrigatórios (ou seja, certos turnos não podem ser atribuídos a certos enfermeiros em dias específicos - *Days-off*). ***Soft Constraints***: Pedidos para trabalhar em certos turnos / Pedidos para não trabalhar em certos turnos / Cobertura, penalização por falta ou excesso de enfermeiros face à procura.

[64]	3 turnos: Manhã (07:00–15:00), Tarde (15:00–23:00), Noite (23:00–07:00)	Valor da função de fitness, valor de penalidade (número de violações), tempo de execução e carga de trabalho dos enfermeiros.	O método proposto obteve o menor valor de fitness (0.76) e 0 penalidades, superando o ACO convencional (fitness 124) e o Algoritmo Genético (fitness 1). Foi também mais rápido (18,42 segundos mais rápido que o Algoritmo Genético).	O desempenho do método degrada-se quando o número de enfermeiros aumenta para além de 12 (ex: com 24 enfermeiros o valor de fitness sobe para 68.6). Isto deve-se, em parte, às restrições específicas que limitam o número máximo de enfermeiros por turno a 4, dificultando a alocação equilibrada (causando a violação de *soft constraints*) com equipas maiores. O método funciona de forma ótima com problemas de pequena a média dimensão.	***Hard Constraints:*** Cada enfermeiro é atribuído a apenas 1 turno por dia / Mínimo de 1 enfermeiro por turno / Máximo de 4 enfermeiros por turno / Cada turno deve ter pelo menos 1 enfermeiro júnior / Cada turno deve ter pelo menos 2 enfermeiros seniores / Enfermeiros no turno da noite não podem fazer o turno da manhã no dia seguinte / Enfermeiros no turno da noite terão folga (no dia seguinte) / Cada enfermeiro trabalha 6 dias por semana / Cada enfermeiro trabalha 24 dias por mês. ***Soft Constraints:*** Número igual de dias de trabalho para todos os enfermeiros / Número igual de turnos da manhã para todos / Número igual de turnos da tarde para todos / Número igual de turnos da noite para todos.
[65]	3 turnos: 08:00–16:00, 16:00–00:00, 00:00–08:00	Custo total (inclui custos de contratação, demissão, falta, excesso de enfermeiros e custo de redução de fadiga) e Função de Fadiga (baseada em tempos de pausa e cuja distribuição de probabilidade segue uma distribuição de *Weibull*). Tempo de execução (CPU time).	O Algoritmo Genético híbrido reduziu significativamente a fadiga dos enfermeiros e o tempo de planeamento (de 66,67 min manualmente para 1,28 min), com um aumento de custos muito ligeiro (considerado não significativo) em comparação com o método manual.	1. O estudo foca-se apenas na fadiga como fator humano, deixando de fora outros fatores como recompensas, motivação e lealdade (sugeridos para trabalhos futuros). 2. O modelo assume que todos os enfermeiros têm competências (*skills*) idênticas. 3. O custo gerado pelo modelo foi ligeiramente superior ao planeamento manual, embora comprove a sua superioridade face aos benefícios na fadiga e na rapidez computacional.	***Hard Constraints***: Cada enfermeiro é atribuído apenas a um turno por dia / Apenas contratação ou demissão (ajuste de nível de enfermeiros) pode ocorrer num período, não ambos simultaneamente / As alterações no número de enfermeiros estão limitadas por limites inferiores e superiores estritos predefinidos. ***Soft Constraints***: A satisfação da procura (demanda): a procura segue uma distribuição de *Poisson* e os desvios a esta (falta ou excesso de enfermeiros) não inviabilizam a solução, mas são penalizados financeiramente através de custos de *shortage* e *surplus* na função objetivo / A fadiga e os níveis de pausa são tratados na função objetivo para serem minimizados/otimizados, funcionando como objetivos conflitantes com o custo.
[66]	3 turnos: Dia (08:00–16:00), Tarde (16:00–	*Generational Distance* (GD) - avalia a convergência (o grau de aproximação entre a fronteira de Pareto	O algoritmo híbrido NSGAII-MOGWO superou os outros quatro algoritmos nas métricas de GD e SP, produzindo soluções Pareto mais uniformemente	1. O algoritmo MOGWO puro ("standard") não teve um desempenho tão bom neste problema de escalonamento de enfermeiros como tem demonstrado em outros	***Hard Constraints***: Nenhum enfermeiro pode trabalhar mais de um turno por dia / O turno da noite não pode ser atribuído imediatamente após um turno da tarde (conflito devido à sobreposição do horário final/inicial) / Deve ser

	24:00), Noite (00:00–08:00) e folga	obtida e a fronteira ótima). *Spacing* (SP) - mede a distribuição/uniformidade das soluções na fronteira de Pareto. Tempo de computação. Qualidade das soluções Pareto (avaliada através de três objetivos: minimizar as violações de restrições flexíveis, minimizar o viés de justiça relativa e maximizar a qualidade das folgas de fim de semana).	distribuídas e encontrando com maior facilidade as melhores soluções para o objetivo de justiça relativa, embora exija o maior tempo médio de computação (o que é considerado aceitável pelos gestores hospitalares).	problemas de engenharia. 2. O algoritmo híbrido com melhor desempenho (NSGAII-MOGWO) tem o maior tempo computacional. 3. O modelo atual considera apenas uma procura determinística, não lidando com incertezas na procura de pacientes (havendo a necessidade futura de modelos flexíveis e robustos).	garantido um número mínimo de enfermeiros para cada turno (para assegurar a qualidade adequada do serviço) / De segunda a domingo, pelo menos um enfermeiro-chefe ou encarregado é necessário no turno do Dia (como o enfermeiro gestor tem horário fixo de 2ª a 6ª feira, esta regra traduz-se em garantir a alocação de pelo menos um enfermeiro encarregado ao turno do dia aos fins de semana). ***Soft Constraints***: Pelo menos 1 dia de folga em cada 7 dias consecutivos / Máximo de 4 turnos "noturnos" (os autores agrupam os turnos da tarde e da noite nesta categoria para reduzir a fadiga da equipa) em 7 dias consecutivos / Máximo de 11 dias de trabalho em 2 semanas / Pelo menos 8 dias de folga no período total de escala (28 dias) / Máximo de 3 dias consecutivos de folga na escala / Máximo de 3 turnos "noturnos" (Tarde ou Noite) consecutivos (para reduzir a fadiga) / A soma de enfermeiros de nível A e B deve ser maior ou igual à de enfermeiros de nível C em cada turno diário (mix de competências) / Um dia de folga deve ser arranjado após um par de turnos da Tarde ou Noite (ex: E-E, N-N, N-E).
[67]	Até 4 turnos por dia.	*Integrality gap* (Gap percentual entre o melhor limite superior e o melhor limite inferior, e tempo de computação.	A metodologia alcança o valor da "Melhor Solução Conhecida" (BKS) para quase a totalidade das instâncias testadas (apenas 4 instâncias de 4 semanas falharam), mostrando-se superior a *baselines* baseadas puramente em heurísticas (como algoritmos de *simulated annealing*). O método de *rolling-horizon* demonstrou obter uma solução inicial excelente (com gap médio de 19.3%), que a meta-heurística ALNS posteriormente refinou	1. O algoritmo conseguiu apenas provar matematicamente a otimalidade absoluta (sem recorrer a ALNS heurístico) em instâncias muito pequenas (máximo 21 enfermeiros e horizonte de 4 semanas), pois em cenários normais a árvore de decisões "explode" em tamanho e consome demasiado tempo computacional. 2. O modelo apresenta ainda espaço de otimização em relação ao excesso de trabalho concentrado aos fins-de-	***Hard Constraints***: Apenas um turno atribuído por dia ao enfermeiro / Exigência de equipa mínima no turno por competência / Prevenção de sucessão incompatível de turnos (ex: turno de Noite seguido de turno de Manhã) / O enfermeiro apenas cobre exigências de uma competência que efetivamente possui. ***Soft Constraints***: Penalização por cobertura abaixo do número de enfermeiros ideal (*optimal coverage*) / Número insuficiente ou excessivo de dias de trabalho consecutivos ou de turnos consecutivos do mesmo tipo / Violação do número mínimo/máximo de dias de folga

			para um gap de integridade médio final de apenas 10.9%.	semana, sendo sugerida no futuro a adição de camadas adicionais à rede de fluxos do problema mestre (*master problem flow network*) para reduzir as penalizações neste aspeto.	consecutivos / Preferências de turnos/dias não atribuídos (penalização por turno indesejado atribuído) / Violação da integridade de trabalho do fim-de-semana (se trabalha um dia, deve preferencialmente trabalhar ambos os dias do fim-de-semana, ou folgar em ambos) / Limites máximos e mínimos do número total de turnos atribuídos face ao contrato / Limite máximo de fins-de-semana trabalhados ao longo do horizonte planeado.
[68]	Múltiplos turnos por dia (ex: Dia, Noite, Cedo), com flexibilidade dependendo da instância	Valor da função objetivo (custo total associado às penalizações por violação de *soft constraints*), gap relativo face à melhor solução conhecida e taxa de viabilidade das soluções geradas ao longo dos testes.	O algoritmo obteve o 2º lugar na competição (INRC-II). Destacou-se por ser o mais robusto entre os concorrentes, sendo capaz de gerar um horário viável em quase todos os testes (falhou apenas 1 em 600 testes), enquanto a equipa vencedora não conseguiu encontrar solução viável em 5% dos casos (34 testes). É muito eficaz na mitigação do "efeito de fronteira" (*border effects*) entre as semanas.	1. O modelo atual tem dificuldade em incorporar restrições excessivamente complexas se estas exigirem alterar a lógica central das regras do solver estático (por exemplo, restrições muito específicas a certos enfermeiros, como na INRC-I, exigiriam modificações profundas no código e na estrutura da formulação). 2. O algoritmo não obteve as soluções de custo mais baixo absoluto na maioria das instâncias (comparado com o primeiro classificado, que obteve as melhores escalas em cerca de 65% dos casos), trocando alguma margem de qualidade de custo por uma taxa muito maior de soluções viáveis (robustez). 3. Não possuindo dados probabilísticos rigorosos sobre a procura futura hospitalar (uma vez que a competição não providenciou histórico de procura ou distribuições de probabilidade), a amostragem de cenários é feita apenas pela adição	***Hard Constraints***: Atribuição única por dia (no máximo um turno por dia por enfermeiro) / Sublotação estrita (a procura mínima por enfermeiros com as habilidades certas tem de ser coberta em cada turno) / Sucessão de turnos (certas sequências de turnos em dias consecutivos são proibidas, como noite seguida de dia) / Competência necessária (o enfermeiro só pode cobrir a procura de uma habilidade que possua). ***Soft Constraints***: Cobertura ideal (penalização se os enfermeiros alocados não atingirem o nível de procura "ótima") / Atribuições consecutivas (penalização se o número de dias seguidos a trabalhar estiver fora de um determinado intervalo definido, ou se o número de dias seguidos a fazer o mesmo turno estiver fora do limite) / Dias de descanso consecutivos (penalização por violar faixas definidas de limites mínimos e máximos de descanso seguido) / Preferências (penalização quando é atribuído um turno não desejado ao enfermeiro, ou seja, se a sua preferência de folga não for respeitada) / Fim de semana completo (penalização se o enfermeiro trabalhar apenas um dia do fim de semana num contrato que exige os dois ou nenhum) / Total de atribuições (penalização pelo

				de ruído aleatório uniforme a procuras observadas no passado, o que limita a criação de modelos de previsão mais exatos.	excesso ou défice do número total de dias trabalhados num horizonte temporal, face ao estipulado no contrato) / Total de fins de semana trabalhados (penalização se o limite máximo definido for ultrapassado).
[69]	Varia entre 1 e 32 tipos de turnos.	Valor objetivo (*Upper Bounds*), focado na minimização da penalização devido a pedidos de turnos/folgas não satisfeitos, bem como excesso ou falta de pessoal (sendo a falta de cobertura fortemente penalizada face às restantes variáveis para refletir as exigências de segurança em saúde). O tempo total de execução (*Runtime* em segundos/horas) é também avaliado.	O método não só obteve sucesso em encontrar soluções viáveis onde *solvers* comerciais de topo (como CPLEX) falharam, como também encontrou novas melhores soluções conhecidas (*best known solutions*, em vez de "ótimos locais") em diversas instâncias enormes (ex: Instâncias 13, 21 e 24), frequentemente usando menos tempo de computação nas outras instâncias em que comparou favoravelmente com algoritmos de estado da arte.	1. Sendo um método essencialmente heurístico focado na velocidade (sacrifica a precisão rigorosa no RMP recorrendo a equações de primeira ordem), realiza apenas uma exploração de árvore incompleta (*incomplete search*). Como resultado, não produz garantias de otimalidade prováveis ou limites inferiores válidos. 2. Nas maiores instâncias analisadas (ex. Instâncias 23 e 24), a procura de uma solução aceitável exigiu configurações de parâmetros menos rigorosas (nomeadamente para a convergência e o limiar de fixação) e ainda assim requereu um tempo de computação considerável (de até 72 horas para alcançar as soluções mais otimizadas na instância 24).	***Hard Constraints***: No máximo um turno por dia / Rotação de turnos/impedimento de certas transições de turnos (ex: evitar turno matinal após um turno tardio) / Férias/Dias de folga marcados com antecedência / Mínimo consecutivo de dias de folga (séries de folga obrigatórias) / Limites máximos e mínimos do total de tempo de trabalho (*working time*) em função de o funcionário ser trabalhador a tempo integral ou a tempo parcial / Máximo consecutivo de dias de trabalho e mínimo consecutivo de turnos alocados. ***Soft Constraints***: Preferências por dias específicos, folgas específicas, turnos específicos com penalizações por não concretização / Requisitos de cobertura total (minimizar excesso/falta de pessoal), embora sejam fundamentais, são modelados com variáveis de folga (*slack variables*) na função objetivo, aplicando-se uma pesada penalização para evitar ficar com a equipa reduzida.
[70]	As instâncias variam entre 1 e 32 tipos de turnos diferentes.	Valor da função objetivo (que corresponde às penalizações por violação das *soft constraints*), o gap percentual em relação aos melhores resultados conhecidos, e o limite de tempo de execução da unidade central de processamento (CPU) fixo em 10 e 60	A abordagem híbrida mostrou ser altamente eficiente, atingindo sete novos melhores resultados conhecidos (*best-known results*) na literatura, superando frequentemente técnicas avançadas (como *Ejection Chain*, *Gurobi*, *Branch and Price* e o híbrido IP&VNS) nos testes executados.	1. Quando a técnica de decomposição por semanas é aplicada às instâncias maiores ou mais complexas, o algoritmo F&R tem dificuldade em encontrar uma solução exequível, revelando um enviesamento na otimização em prol das primeiras semanas do planeamento (o que reduz a qualidade das semanas seguintes) e obriga a recorrer à técnica de decomposição por enfermeiros.	***Hard Constraints***: máximo de um turno atribuído por dia / tempos mínimos de descanso (ex: proibição de turno de manhã seguido de um turno tardio ou da noite) / limite máximo de turnos atribuídos por horizonte e restrições aos totais de tempo (minutos) de trabalho (com limites distintos para enfermeiros a tempo inteiro e parcial) / limite do máximo de turnos consecutivos trabalhados / requisito do número mínimo de turnos de trabalho consecutivos (impedindo padrões como folga-turno-folga) / mínimo de dias de folga consecutivos garantidos (impedindo padrões como turno-folga-turno) /

		minutos.		2. O estudo assumiu escalas homogéneas no que diz respeito às competências. Uma das limitações identificadas e alvo de perspetivas de estudo futuro seria a incorporação de diferentes competências (*skills*) dos enfermeiros no problema.	máximo de fins de semana trabalhados / respeito por dias de férias (onde não podem ser atribuídos turnos). ***Soft Constraints***: Preferências e pedidos pontuais de um enfermeiro para um determinado turno (trabalhar ou ser dispensado) / Falta de pessoal face à cobertura necessária para um dia e turno (*Understaffing*) / Excesso de pessoal escalado para um dia e turno além da cobertura preferencial (*Overstaffing*).
[71]	O número exato não é fixo para todas as instâncias, mas os exemplos ilustram turnos como *Early*, *Late* e *Night* (Cedo, Tarde, Noite).	Função de custo (minimização da soma ponderada das violações das *soft constraints* S1–S7).	O método melhorou os resultados anteriores em várias instâncias com limites de tempo longos e obteve os melhores resultados na maioria das instâncias com tempos de execução mais curtos (600s). Demonstrou escalabilidade eficaz para horizontes temporais muito longos (16 e 32 semanas), com os custos da solução a aumentarem de forma quase proporcional ao número de semanas, sem qualquer perda observável de desempenho da pesquisa.	1. Para horizontes de 8 semanas com limites de tempo longos, os resultados foram consistentemente inferiores aos obtidos pela abordagem. 2. A abordagem estática assume que toda a informação é conhecida no início, ao contrário da versão dinâmica/multi-estágio que lida com incerteza semana a semana (embora a estática sirva de *lower bound* útil para a versão multi-estágio). 3. A atual restrição das estruturas de vizinhança a trocas limitadas a apenas dois enfermeiros e o uso de probabilidades estáticas (fixas) para a escolha dos movimentos. 4. A falta de um estudo detalhado sobre o impacto individual de cada componente de custo (pesos atribuídos às diferentes *soft constraints*) na qualidade da solução final.	***Hard Constraints***: um único turno por dia para cada enfermeiro / cobertura mínima garantida por turno/competência / sucessões proibidas de turnos em dias consecutivos, baseadas no tempo mínimo de descanso / enfermeiro deve ter a qualificação necessária para o turno que lhe foi atribuído. ***Soft Constraints***: abaixo da cobertura ótima / mínimo/máximo de turnos consecutivos definidos pelo contrato / mínimo/máximo de folgas consecutivas definidas pelo contrato / preferências de turnos/folgas dos enfermeiros satisfeitas / trabalhar ambos os dias do fim de semana ou nenhum / total de dias de trabalho dentro dos limites mínimos e máximos exigidos pelo contrato / total de fins de semana de trabalho menor ou igual ao limite máximo.
[72]	3 turnos: manhã (7h-15h),	Métrica de Espaçamento (SM - Spacing Metric), Distância Média Ideal	O algoritmo MOKA apresentou o melhor desempenho estatístico ao nível das métricas SM e MID,	1. A elevada complexidade computacional do problema falha em resolver instâncias de grandes	***Hard Constraints***: Um enfermeiro não pode trabalhar mais de um turno por dia / Existência de um número mínimo (ex: limiar de segurança)

	tarde (15h-23h), noite (23h-7h).	(MID - Mean Ideal Distance), Métrica de Diversidade (DM - Diversity Metric) e o tempo de execução computacional (CPU).	sendo capaz de gerar uma distribuição de soluções de Pareto de elevada qualidade. Na aplicação prática do caso de estudo, o horário gerado pelo modelo (solução de Pareto n.º 16) superou a escala elaborada manualmente pelo diretor: melhorou o indicador de incompatibilidade da equipa em 3,85% e aumentou a satisfação dos funcionários em 28,2%. Verificou-se também uma redução de cerca de 17% nas reclamações dos enfermeiros no mês analisado e os erros de enfermagem diminuíram 6%.	dimensões num tempo viável quando utilizadas abordagens matemáticas exatas em *softwares* comerciais convencionais, forçando o recurso a meta-heurísticas. 2. Ignora o risco de absentismo (faltas) dos enfermeiros e eventuais perturbações de última hora (*disruptive situations*), não possuindo atualmente tolerância a ruturas no agendamento através de um procedimento de reescalonamento dinâmico (*rescheduling*). 3. Não considera de momento as necessidades ou os requisitos diretos dos doentes (avaliando a consistência ideal entre a qualificação do enfermeiro e o doente) para a alocação específica de um enfermeiro à cama, além da mera verificação base dos turnos. 4. Omite a incorporação direta de outros fatores macro-ergonómicos relevantes no modelo matemático, como a propensão individual para o erro humano e a fiabilidade de cada enfermeiro.	e de um número máximo necessário de enfermeiros de uma determinada categoria/competência por cada turno / Respeito pelo limite máximo de turnos agendados no horizonte (semanal ou mensal) por enfermeiro / Cumprimento do limite máximo de turnos noturnos permitidos para cada funcionário durante o horizonte temporal / Limite no número total de turnos de trabalho consecutivos (por exemplo: 4 consecutivos de manhã/tarde, ou 3 noites seguidas) / Teto máximo na atribuição de turnos calhados em feriados/fins de semana a um profissional. ***Soft Constraints***: Maximização da satisfação global, atendendo às preferências de turnos e folgas solicitados por cada profissional / Penalização na função objetivo sempre que um enfermeiro é forçado a assumir um número de dias ou de turnos indesejáveis superior à meta aceitável / Minimização da incompatibilidade ao se escalarem em conjunto no mesmo turno elementos cujos estilos de tomada de decisão (DMS) são definidos como incompatíveis / Minimização do custo total de contratação/alocação da equipa de enfermagem para cobrir o serviço.
[73]	3 turnos: Manhã (8:00–16:00), Tarde (16:00–24:00), Noite (0:00–8:00)	Desvio padrão e percentual das metas (carga de trabalho, turnos preferidos, pontuação de dias de folga preferidos) e tempo de computação.	O modelo resolveu o problema base em apenas 5 segundos. Em comparação com a escala manual (que demorava cerca de 1 semana a ser preparada pela enfermeira gestora), o modelo otimizado obteve um desvio padrão significativamente menor no equilíbrio da carga de	1. A formulação de vários requisitos operacionais como *hard constraints* limita a flexibilidade para uma análise de sensibilidade exaustiva. 2. A justiça (*fairness*) na distribuição da carga de trabalho é considerada apenas a curto prazo (28 dias), ignorando os resultados das escalas	***Hard Constraints***: Requisito exato de cobertura por turno (6 de manhã, 6 de tarde, 2 de noite) / Mix de competências: pelo menos metade dos enfermeiros em cada turno tem de ser experiente / Carga horária mensal compreendida entre 22 e 24 turnos por enfermeiro / Pelo menos um dia de folga por semana / Máximo de 1 turno de trabalho por dia / Máximo de 2 turnos da noite por semana / Proibição de turnos da noite

			trabalho e maximizou simultaneamente a satisfação das preferências individuais (de turnos e de folgas).	dos meses passados. 3. Falta de consideração de incertezas operacionais diárias (ex: flutuações na procura de pacientes e absentismo dos enfermeiros).	consecutivos / Horário fixo da enfermeira gestora (Manhã de Seg-Sáb, folga ao Dom). ***Soft Constraints***: Alvo de turnos de trabalho mensais (equilíbrio da carga horária): 24 turnos / Alvo de turnos preferidos (satisfação individual): 20 turnos.
[23]	3 turnos: Manhã (M), Tarde (E) e Noite (N)	Função de penalidade ponderada para avaliar a aptidão (fitness) da escala, baseada na soma de violações de *hard* e *soft constraints*. Critérios qualitativos de comparação: Cobertura, Qualidade (por exemplo, rotatividade justa dos turnos noturnos), Flexibilidade e Custo (avaliado pelo tempo de processamento).	O modelo TS melhorou a solução inicial de uma penalidade de 1230 para 1040 (atingindo o melhor resultado após 111 iterações). O TS construiu a escala em cerca de 1 minuto, comparado a 12 minutos do MA (*Memetic Algorithm*) e 3-8 horas do método manual. O TS demonstrou ser capaz de gerar escalas eficazes e eficientes, imparciais (sem enviesamento), superiores às manuais e mais rápidas que o MA.	1. Não considera pausas para refeições (ou de descanso) devido à inexistência de alocação oficial no ambiente estudado. 2. A comparação de desempenho na Tabela 3 é exclusivamente qualitativa para vários critérios. 3. Assume que horas extras não são permitidas normalmente. 4. Necessidade de testar a abordagem proposta noutros conjuntos de dados (*datasets*) de *benchmarking* públicos para comprovar a sua eficácia noutros cenários.	***Hard Constraints***: Não trabalhar mais de k dias consecutivos (para evitar exaustão dos enfermeiros) / Pelo menos um dia de folga por semana (obrigatório para enfermeiros a tempo inteiro) / Nível mínimo de competência exigido por turno / Apenas um turno por dia por enfermeiro / Número mínimo de turnos da noite / Não permitir turno da noite seguido de manhã ou tarde / Seguir o relógio biológico (ordem M -> E -> N) para não afetar adversamente a saúde (*circadian* rhythm) / Restrições de cobertura (garantir o número necessário de enfermeiros por turno e por nível de competência). ***Soft Constraints***: Preferência por dias de folga mais longos (consecutivos, combinando folgas semanais, noturnas e feriados) / Evitar turno da manhã ou tarde seguido de noite / Evitar turnos ou folgas isoladas (*split days off*, que promovem absentismo e desmotivação) / Distribuição equilibrada de turnos M, E e N entre os enfermeiros dentro do mesmo nível de competência / Aderência às preferências individuais dos enfermeiros para aumentar a satisfação profissional.
[74]	Varia de 1 a 32 tipos de turnos.	Violação de Restrições Duras (HCV) para avaliar a viabilidade. Violação de *Soft Constraints* (custo da função objetivo) para medir a qualidade. Tempo até alcançar a	A metodologia obteve novos melhores resultados (*best known results*) para várias instâncias (7 instâncias na execução de 10 min e 2 na de 60 min) . O método alcançou uma taxa de 100% de viabilidade em todas as execuções (encontrando soluções	1. A restrição de carga de trabalho (HC4) só pode ser parcialmente testada durante a construção da solução (apenas para o limite máximo), o que exige o uso do algoritmo *Hill Climbing* para refinar as violações da escala.	***Hard Constraints***: Um enfermeiro não pode ter mais de um turno por dia / Tempo mínimo de descanso necessário após cada turno (rotações proibidas entre turnos específicos) / O número total de um determinado tipo de turno atribuído a um enfermeiro não deve exceder o máximo permitido / A carga horária total de trabalho (em minutos) deve estar entre os limites mínimo e

		viabilidade (em segundos).	viáveis em menos de 1 segundo para a maioria das instâncias).	2. O desempenho é medíocre em certas instâncias pequenas e médias quando comparado a métodos exatos (como o *solver Gurobi*) que garantem a solução ótima. 3. Em corridas mais longas, o algoritmo estagnou em ótimos locais para algumas instâncias (9, 12 e 13), indicando a necessidade de uma melhor diversificação da pesquisa (ex: integração de mecanismos Tabu ou algoritmos populacionais).	máximo / Número máximo de turnos consecutivos / Número mínimo de turnos consecutivos / Número mínimo de dias consecutivos de folga / Número máximo de fins de semana de trabalho permitidos. ***Soft Constraints***: Penalidade por não atribuir um turno solicitado pelo enfermeiro (*Shift on request*) / Penalidade por atribuir um turno em dia de folga solicitado (*Shift off request*) / Cobertura de pessoal diária (minimização de falta ou excesso de profissionais - *under* e *over staffing*).

9.3. Apêndice III

Guião de Levantamento de Requisitos Organizacionais

Enquadramento

No âmbito da dissertação de mestrado em Informática Médica, desenvolvida em colaboração entre a Faculdade de Medicina (FMUP) e a Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), pretende-se desenvolver o motor algorítmico e matemático para a elaboração de escalas de enfermagem. A identificação desta necessidade surgiu da observação em contexto hospitalar dos desafios inerentes à alocação de recursos humanos em serviços de elevada exigência. A informação a recolher é exclusivamente de natureza organizacional, agregada e quantitativa, incidindo sobre regras de negócio. Não serão recolhidos dados pessoais, clínicos ou identificáveis.

A. Dados Gerais do Serviço

- Qual a tipologia e o número total de enfermeiros alocados ao serviço?
- Qual o número de ausências prolongadas atuais (baixas, comissões, licenças parentais)?
- Como se encontram estruturadas as equipas (número de equipas e distribuição de elementos)?
- Qual a quantificação de profissionais por categoria/função específica?
    - Enfermeiros Juniores vs. Seniores
    - Chefes de Equipa / Responsáveis de Turno
    - Enfermeiros Triadores (e formação em Sistema de Triagem de Prioridades)
- Qual a quantificação de competências especializadas (Skills)?
    - Especialistas em Enfermagem Médico-Cirúrgica
    - Especialistas em Enfermagem à Pessoa em Situação Crítica
    - Formação em Suporte Avançado de Vida (Adulto e Pediátrico) e Trauma
- Qual a quantificação de profissionais com restrições contratuais?
    - Trabalhadores-estudantes, horários de amamentação e reduções de horário.

B. Estrutura da Escala e Procura Assistencial

- Qual a configuração diária (número e tipologia de turnos - ex: Manhã, Tarde, Noite)?
- Quais as durações exatas de cada turno e que padrão rotativo (Rollman) é adotado, se aplicável?
- Relativamente à cobertura, qual é o número mínimo exigido e o número ideal de profissionais por turno?
- Quais os rácios mínimos de competência obrigatórios por turno (nº mínimo de especialistas, seniores, triadores e limites máximos de juniores ou restrições)?

C. Regras de Sequenciação e Ergonomia (*Constraints*)

- Qual o limite máximo de noites consecutivas e de dias consecutivos de trabalho?
- Qual a garantia mínima de folgas mensais e de fins de semana livres?
- Que regras organizacionais vigoram para as transições antes e depois de períodos de férias?
- Qual o limite de atribuição de turnos consecutivos iguais?
- Qual o intervalo mínimo legal ou estipulado por acordo interno de descanso entre turnos?

9.4. Apêndice IV

Estrutura Organizacional e Distribuição das Equipas de Enfermagem

A tabela seguinte (tabela 5) apresenta a constituição das equipas fixas e do grupo volante, bem como as competências e condições específicas associadas a cada enfermeiro ($e \in E$).

Tabela 5. Estrutura Organizacional e Distribuição das Equipas de Enfermagem.

Equipa	**Elemento**	**Competências/Condições Específicas**
Equipa Volante	E1	Chefe de Equipa, Enfermeiro Triador
	E2, E3, E4, E5	Enfermeiro Triador, Horário de Amamentação
	E6	Horário de Amamentação Diurno
	E7	Enfermeiro Triador, Horário de Amamentação Diurno
	E14	Enfermeiro Triador
Equipa A	E16	Chefe de Equipa
	E17	Chefe de Equipa, Enfermeiro Triador
	E18, E19	Enfermeiro Triador
	E20, E21, E22	Enfermeiro Geral
	E23	Enfermeiro Júnior
Equipa B	E24, E25	Chefe de Equipa, Enfermeiro Triador
	E26	Enfermeiro Triador
	E28, E29, E30	Enfermeiro Geral
	E31, E32	Enfermeiro Júnior
Equipa C	E33, E34	Chefe de Equipa, Enfermeiro Triador
	E35, E36	Enfermeiro Triador
	E37, E38, E39	Enfermeiro Geral
	E40, E41	Enfermeiro Júnior

Equipa D	E42, E43, E44	Chefe de Equipa, Enfermeiro Triador
	E45, E46	Enfermeiro Triador
	E47, E48	Enfermeiro Geral
	E49, E50	Enfermeiro Júnior
Equipa E	E51, E52	Chefe de Equipa, Enfermeiro Triador
	E53, E54, E55	Enfermeiro Triador
	E56, E57	Enfermeiro Geral
	E58, E59	Enfermeiro Júnior
Ausências Prolongadas	E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E27	N/A

Nota sobre a Dinâmica de Rotação e Ciclo de Trabalho

A constituição das equipas listadas acima é sujeita a revisão anual. O modelo de otimização prioriza a aplicação do ciclo de rotação padronizado (*Rollman*) aos elementos das equipas fixas (A a E), garantindo a estabilidade sequencial ideal para estas equipas.

Contudo, a estrutura organizacional da urgência prevê a necessidade pontual de mobilidade inter-equipas. Assim, a alocação de um enfermeiro a uma equipa fixa define a sua rotina preferencial mensal, mas não exclui a possibilidade de integração em escalas de outras equipas, caso as necessidades operacionais e a cobertura de postos de trabalho (lotação mínima) assim o exijam. A equipa volante atua, neste contexto, como o elemento de estabilização, conferindo a flexibilidade necessária para assegurar a continuidade do serviço.

9.5. Apêndice V

Código Fonte do Modelo de Apoio à Decisão

Este apêndice documenta o suporte computacional desenvolvido para a investigação, que visa apoiar os gestores de enfermagem na elaboração de escalas em serviços de urgência hospitalar. O código completo, bem como as metodologias de processamento de dados e os algoritmos de otimização aplicados, encontram-se documentados e acessíveis através do repositório *GitHub* oficial do projeto.

O código fonte encontra-se disponível para consulta pública através do seguinte *link*: https://github.com/verapinto15/Modelo-de-Apoio-para-a-Elabora-o-de-Escalas-de-Enfermagem-em-Servi-os-de-Urg-ncia