FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Previsão dos preços de eletricidade baseado em *FLANN*

Pedro Miguel Dias Moreira



Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientador: Prof. José Nuno Moura Marques Fidalgo

31 de outubro de 2026

© Pedro Miguel Dias Moreira, 2026

Resumo

O mercado de eletricidade apresenta uma dinâmica única e multifacetada, dependendo de vários fatores que influenciam de formas diferentes o seu funcionamento e a formação dos preços de eletricidade. A previsão do preço exige a aplicação de técnicas avançadas que integrem conjuntos de dados heterogéneos, tais como os níveis de consumo e os custos de produção. Adicionalmente, a análise de relações não-lineares entre as variáveis de entrada (como a quota de produção renovável) apresenta-se como uma oportunidade para otimizar o desempenho dos modelos de previsão tradicionais. Nesse sentido, este trabalho propõe a utilização de uma rede neuronal de ligação funcional, designada por *FLANN (Functional Link Artificial Neural Network*). Esta arquitetura distingue-se das topologias convencionais ao introduzir uma camada de expansão funcional não-linear sobre os dados de entrada, aumentando a capacidade de mapeamento do modelo antes do processamento neuronal.

Neste contexto, pretende-se, como primeiro e principal objetivo, testar esta topologia de rede no mercado de eletricidade português, utilizando os dados disponíveis na plataforma do MIBEL (Mercado Ibérico de Eletricidade), confirmando a sua eficácia neste tipo de problemas. Um segundo objetivo passa por comparar o desempenho desta rede a outras, apresentadas posteriormente. Ao realizar estas comparações, pretende-se verificar se esta topologia tem relevância no contexto.

Ao desenvolver este mecanismo, do ponto de vista dos agentes de mercado, reduz-se a incerteza, otimizam-se custos e gerem-se riscos, contribuindo para uma transição energética sustentável.

Este trabalho deu origem a um conjunto de resultados que confirma a adequabilidade à tarefa da topologia mencionada, no entanto, fica ligeiramente abaixo de outros tipos de rede, nomeadamente o *MLP* e de outras técnicas mais sofisticadas.

Abstract

The energy market exhibits a unique and multifaceted dynamic, shaped by numerous factors that influence its operation and electricity price formation in diverse ways. Forecasting these variables requires advanced techniques capable of integrating heterogeneous datasets, such as consumption levels and production costs. Furthermore, analyzing non-linear relationships between these variables—such as the share of renewable energy generation—offers an opportunity to enhance the performance of traditional forecasting models. Accordingly, this study proposes the use of a Functional Link Artificial Neural Network (FLANN). This architecture differs from conventional topologies by introducing a non-linear functional expansion layer for input data, thereby increasing the model's mapping capability prior to neural processing.

In this context, the primary objective is to test this network topology within the Portuguese electricity market—using data from the MIBEL (Iberian Electricity Market) platform—to confirm its effectiveness for this type of problem. A secondary objective is to compare the network's performance against other models presented later in the study. By making these comparisons, the aim is to determine whether this topology is relevant in the given context.

From the perspective of market participants, the development of this mechanism reduces uncertainty, optimizes costs, and manages risk, thereby contributing to a sustainable energy transition.

This work gave place to several results which confirm the effectiveness of the mentioned topology in prediction tasks, however, it lags slightly behind other types of networks, namely the MLP and other more complex techniques.

UN Sustainable Development Goals

The United Nations Sustainable Development Goals (SDGs) provide a global framework to achieve a better and more sustainable future for all. It includes 17 goals to address the world's most press-ing challenges, including poverty, inequality, climate change, environmental degradation, peace, and justice.

The Sustainable Development Goals that were kept in mind are:

SDG 7 Ensure access to affordable, reliable, sustainable and modern energy for all

SDG 9 Build resilient infrastructure, promote inclusive and sustainable industrialization and foster innovation

SGD	Target	Contribution	Performance Indicators and Metrics
7	7.2	Support the integration of more renewable energy through access to clean and reliable price predictions.	Percentage of renewable energy in Portugal's prediction mix in the last few years has gone up, making safe price predictions key for their continued increase in the production share.
	7.3	Supporting the decisions of market agents helps improve the efficiency of energy market processes which in turn help increase efficiency in energy transactions.	Having reliable tools to identify the future of the market helps its agents to trade energy in a safer and more efficient manner, reducing losses, both monetary and energy related.
9	9.5	Enhancing digital systems to safely model the energy market promotes the integration of the developed tools in it, which allow users to make key decisions more safely, indirectly upgrading the resilience of energy infrastructures.	Investigating different neural network models promotes technological innovation, by finding the most optimal and applicable to smart energy systems.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer em primeiro lugar ao Professor José Fidalgo pela excelente orientação que me prestou na realização desta dissertação, sempre encorajando uma maior exploração do assunto e dirigindo o foco do trabalho de maneira rigorosa. Também agradeço ao engenheiro José Pedro Paulos, por proporcionar certos dados utilizadas neste trabalho.

Gostaria ainda de agradecer à minha família pelo apoio e por me ter proporcionado os meios que me permitiram chegar aqui.

Pedro Miguel Dias Moreira

Conteúdo

Resumo ..... **i**

Abstract ..... **ii**

UN Sustainable Development Goals ..... **iii**

Agradecimentos ..... **iv**

Conteúdo ..... **v**

Lista de Figuras ..... **vii**

Lista de Tabelas ..... **ix**

Lista de Acrónimos ..... **xii**

Capítulo 1 ..... **1**

Introdução **1**

1.1 Enquadramento **1**

1.2 Motivação **2**

1.3 Objetivos **3**

1.4 Estrutura da Dissertação **3**

Capítulo 2 ..... **5**

Aspetos fundamentais e estado de arte **5**

2.1 *Functional Link Artificial Neural Network* **5**
2.1.1. Bloco de expansão funcional e o seu papel 7
2.1.2. Variantes mais frequentes de FLANNs 8

2.2 Estado de arte **11**
2.2.1. RVFLANN simples para previsão de carga 11
2.2.2. FLANN para previsão de carga 13
2.2.3. CEFLANN para previsão de preços 15

2.3 Conclusões sobre literatura revista **16**

Capítulo 3 ..... **18**

Metodologia e ferramentas **18**

3.1 Horizonte temporal **19**

3.2 Dados utilizados **21**
3.2.1. Variáveis históricas 21
3.2.2. Variáveis previstas 24
3.2.3. Variáveis compostas 25

3.2.4. Variáveis cronológicas 26

3.3 Ferramentas utilizadas 28
3.3.1. Estrutura comum 29
3.3.2. Estrutura específica da FLANN implementada 31
3.3.3. Estrutura específica da HFLANN implementada 33
3.3.4. Estrutura específica do MLP implementada 35
3.3.5. Estrutura específica da CNN implementada 36
3.3.6. Indicadores de desempenho 37

Capítulo 4 40

Apresentação e análise de resultados 40

4.1 Preços nos Períodos Considerados 40
4.1.1. 2010-2014 41
4.1.2. 2021-2025 44
4.1.3. Síntese comparativa 47

4.2 *FLANN* 49
4.2.1 Progressão 2010-2014 49
4.2.2 Resultados do melhor modelo – 2010-2014 53
4.2.3 Resultados nos modos alternativos de treino – 2010-2014 57
4.2.4 Progressão 2021-2025 58
4.2.5. Resultados do melhor modelo – 2021-2025 62
4.2.6 Resultados nos modos alternativos de treino – 2021-2025 66
4.2.7 Síntese comparativa - FLANN 68

4.3 *HFLANN* 68
4.3.1 Resultados HFLANN – 2010-2014 69
4.3.2 Resultados HFLANN – 2021-2025 73

4.4 *MLP* 76
4.4.1 Resultados MLP – 2010-2014 76
4.4.2 Resultados MLP – 2021-2025 80

4.5 *CNN* 84
4.5.1 Resultados CNN – 2010-2014 84
4.5.2 Resultados CNN – 2021-2025 87

4.6 Comparação geral 90

Capítulo 5 93

Conclusões e Trabalhos Futuros 93

5.1 Conclusões 93

5.2 Limitações e trabalhos futuros 94

Referências 96

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Exemplo de uma estrutura de uma *FLANN*, notando a ausência da camada escondida 6

Figura 2.2 - Estrutura de uma i. As linhas intermitentes vermelhas representam as conexões diretas entre os neurónios de entrada e os neurónios de saída. Maior detalhe em. 10

Figura 2.3 - Resultados de nRMSE nos 12 *datasets* mensais utilizados. 12

Figura 2.4 - Estrutura da rede proposta (*FLANN* auto adaptativa) 13

Figura 2.5 - Estrutura da rede proposta (*CEFLANN*) 15

Figura 3.1 - Gráfico exemplificativo do processo de emparelhamento de propostas de venda e aquisição levado a cabo pelo OMIE. 20

Figura 3.2 - Framework da previsão do preço do mercado diário. 21

Figura 3.3 — Estrutura básica da arquitetura *FLANN*. O bloco de expansão funcional representa a transformação determinística das variáveis de entrada (sem pesos treináveis); a ligação sólida representa os pesos w da camada linear de saída. 31

Figura 3.4 — Estrutura básica da arquitetura *HFLANN*. O bloco de expansão funcional representa a transformação determinística das variáveis de entrada; as ligações sólidas representam pesos treináveis, incluindo a camada oculta intermédia. 34

Figura 3.5 — Estrutura básica da arquitetura *MLP*, com uma única camada oculta contendo um neurónio por variável de entrada, totalmente ligada entre camadas adjacentes. 35

Figura 3.6 — Estrutura básica da arquitetura *CNN* (representação simplificada dos filtros), evidenciando a conetividade local entre a camada de entrada e os filtros convolucionais, seguida de *flatten* e camada linear de saída. 36

Figura 4.1 — Preço horário ao longo do ano de 2014. 42

Figura 4.2 — *Mix* de produção no período 2010-2014. 44

Figura 4.3 — Preço horário ao longo do ano de 2025. 45

Figura 4.4 — *Mix* de produção no período 2021-2025. 47

Figura 4.5 — Distribuição anual dos preços horários em cada período. 48

Figura 4.6 — Distribuição de densidade dos preços horários em cada período. 48

Figura 4.7 — Composição percentual anual do mix de produção por tecnologia. 49

Figura 4.8 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *FLANN*). 53

Figura 4.9 — Desempenho do modelo com e sem expansão funcional e a previsão naive (2010-2014, *FLANN*). 57

Figura 4.10 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *FLANN*). 62

Figura 4.11 — Desempenho do modelo com e sem expansão funcional e a previsão naive (2021-2025, FLANN). 66

Figura 4.12 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *HFLANN*). 70

Figura 4.13 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *HFLANN*). 73

Figura 4.14 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *MLP*). 77

Figura 4.15 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *MLP*). 81

Figura 4.16 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *CNN*). 84

Figura 4.17 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *CNN*). 87

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Lista de variáveis consideradas, notando o seu tipo, designação interna e fonte. 28
Tabela 3.2 – Lista de funções testadas no bloco funcional. 32
Tabela 4.1 – Características gerais do período 2010-2014. 41
Tabela 4.2 – Características por ano no período de 2010-2014. 42
Tabela 4.3 – Meses notáveis no período de 2010-2014. 43
Tabela 4.4 – Características gerais do período 2021-2025. 44
Tabela 4.5 – Características por ano no período de 2021-2025. 45
Tabela 4.6 – Meses notáveis no período de 2021-2025. 46
Tabela 4.7 – Comparação geral entre os períodos 2010-2014 e 2021-2025. 47
Tabela 4.8 – Progressão de modelos na *FLANN* no período de 2010-2014 50
Tabela 4.9 – Indicadores estatísticos de cada modelo no período de 2010-2014. 51
Tabela 4.10 – Funções incluídas no bloco funcional de cada modelo no período de 2010-2014. 51
Tabela 4.11 – Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando a hora (2010-2014, *FLANN*). 54
Tabela 4.12 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *FLANN*) 55
Tabela 4.13 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *FLANN*). 56
Tabela 4.14 — Desempenho mensal do modelo em walk-forward normal, no ano de 2014 (*FLANN*). 57
Tabela 4.15 — Desempenho mensal do modelo em walk-forward intra-anual, no ano de 2014 (*FLANN*). 58
Tabela 4.16 – Progressão de modelos na *FLANN* no período de 2021-2025 59
Tabela 4.17 – Indicadores estatísticos de cada modelo no período de 2021-2025. 60
Tabela 4.18 – Funções incluídas no bloco funcional de cada modelo no período de 2021-2025. 60
Tabela 4.19 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *FLANN*). 63
Tabela 4.20 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *FLANN*) 64
Tabela 4.21 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-

2025, *FLANN*).....65
Tabela 4.22 — Desempenho mensal do modelo em walk-forward normal, no ano de 2025 (*FLANN*). 67
Tabela 4.23 — Desempenho mensal do modelo em walk-forward intra-anual, no ano de 2025 (*FLANN*). 68
Tabela 4.24 — Desempenho da *HFLANN*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2010-2014).....69
Tabela 4.25 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2010-2014, *HFLANN*). 70
Tabela 4.26 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *HFLANN*).....71
Tabela 4.27 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *HFLANN*).....72
Tabela 4.28 — Desempenho da *HFLANN*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2021-2025).....73
Tabela 4.29 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *HFLANN*). 74
Tabela 4.30 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *HFLANN*).....75
Tabela 4.31 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *HFLANN*).....76
Tabela 4.32 — Desempenho do *MLP*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2010-2014).....77
Tabela 4.33 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2010-2014, *MLP*). 78
Tabela 4.34 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *MLP*).....79
Tabela 4.35 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *MLP*). 79
Tabela 4.36 — Desempenho do *MLP*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2021-2025).....80
Tabela 4.37— Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *MLP*).....81
Tabela 4.38— Médias de preço real, previsto, erro absoluto médio e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *MLP*).....82
Tabela 4.39 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *MLP*). 83

Tabela 4.40 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2010-2014, *CNN*). 84
Tabela 4.41 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *CNN*). 85
Tabela 4.42 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *CNN*). 86
Tabela 4.43 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *CNN*). 87
Tabela 4.44 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *CNN*). 88
Tabela 4.45 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *CNN*). 88
Tabela 4.46 — Tabela comparativa de todas as redes no período 2010-2014. 89
Tabela 4.47 — Tabela comparativa de todas as redes no período 2021-2025. 90

Lista de Acrónimos

CNN	Convolutional Neural Network
ENTSO-E	European Network of Transmission System Operators for Electricity
FLANN	Functional Link Artificial Neural Network
HFLANN	Hybrid Functional Link Artificial Network
IPMA	Instituto Português do Mar e da Atmosfera
LSTM	Long Short-Term Memory
MAE	Mean Absolute Error
MAPE	Mean Absolute Percentage Error
MASE	Mean Absolute Scaled Error
MIBEL	Mercado Ibérico de Eletricidade
MLP	Multilayer Perceptron
OMIE	Operador do Mercado Ibérico de Eletricidade
PACF	Partial Autocorrelation Function
REE	Rede Elétrica de Espanha
REN	Redes Energéticas Nacionais
RMSE	Root Mean Square Error
TFT	Temporal Fusion Transformer

Capítulo 1

Introdução

A presente dissertação foi desenvolvida no âmbito do Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), no ramo de especialização de Energia.

O principal objetivo do trabalho realizado consiste na verificação da adequabilidade de redes com topologia *Functional Link* na tarefa de previsão de preços no mercado de energia, mais especificamente, no MIBEL. Apresentam-se conceitos teóricos sobre estas, os vários tipos e uma averiguação, com base na bibliografia disponível e em testes realizados, da sua aplicabilidade na previsão de preços. Utiliza-se um conjunto de dados históricos de preços, consumos e produções, bem como previsões de meteorologia, consumos e produções, sempre que disponíveis. Foram considerados 2 períodos distintos, 2010-2014 e 2021-2025.

Também se ilustra, como segundo objetivo, a sua performance quando comparada com outras topologias de redes neuronais.

1.1 Enquadramento

Os preços do Mercado Ibérico da Energia Elétrica, designado por MIBEL, surgem de um conjunto de interações entre os seus vários constituintes. Varia bastante com a disponibilidade e o custo de produção, a quantidade de carga a alimentar e o estado atual da rede (no que diz respeito à transmissão, congestionamentos e interligações). Dentro destes fatores, existem ainda outros com interesse peculiar, como o *mix* de produção e o efeito deste nas interligações. Por exemplo, no despacho de produção de energia, que percentagem desta é renovável? A produção é realizada por diferentes tecnologias, com diferentes limitações; a solar apenas funciona de dia, estando indisponível durante a noite; a eólica só é relevante numa gama determinada de velocidades do vento; a hídrica disponibiliza-se dependendo do seu tipo e da quantidade de água utilizável. As únicas que não possuem grandes restrições são as que geralmente formam a base do sistema, as de natureza fóssil. Refere-se também que embora a hídrica possua limitações, também é fundamental na formação do preço, visto

que é utilizada frequentemente para compensações da variação de produção intermitente.

Os mercados diários do MIBEL inserem-se num ambiente competitivo. Efetivamente, a realização destes pressupõe a submissão de propostas de compra e venda de energia por parte de agentes ligados à produção e comercialização/clientes de energia elétrica nas plataformas respetivas, sendo calculado o preço marginal de energia através de um processo de cruzamento de ofertas de compra com as de venda. Assim, entende-se que uma estratégia bem-sucedida de interação com o mercado por parte dos agentes, depende da capacidade de estes submeterem propostas que maximizem o seu lucro.

No entanto, os agentes podem encontrar grandes dificuldades ao atuar num mercado como o MIBEL, no qual os preços apresentam um comportamento altamente imprevisível, resultante de um extenso conjunto de fatores. Com efeito, serão necessárias soluções efetivas que permitam aos agentes tomar decisões no momento de submissão das suas propostas, tendo em conta condições futuras do mercado.

Manifesta-se assim a ideia de previsão do preço do mercado da eletricidade, que reside na utilização de ferramentas de regressão de cariz computacional que permitam estimar os preços do mercado num momento futuro, utilizando informação disponível no presente. Dentro destas, pretende-se destacar a rede neuronal, que é uma das ferramentas mais utilizadas na prática de previsão.

1.2 Motivação

A previsão do preço do mercado desempenha um papel fulcral para o planeamento da operação e definição de estratégias de participação dos agentes que escolham atuar no mercado diário. Este papel torna-se ainda mais importante quando se considera a elevada volatilidade do mercado ibérico. Por exemplo, para os agentes de produção da eletricidade, uma realização de uma previsão do preço do mercado altera a sua estratégia no mercado, podendo considerar a submissão de propostas associadas a preços mais elevados, maximizando o lucro. A qualidade das previsões tem um efeito fundamental nos lucros obtidos pelos agentes, ou seja, é necessário que as previsões registadas sejam sensatas, de forma a não prejudicar os lucros alcançados.

Portanto, é fundamental desenvolver estudos sobre a previsão do preço da eletricidade que explorem técnicas preditivas capazes de gerar resultados fiáveis e céleres perante a elevada variabilidade de cenários de mercado.

Já foram exploradas bastantes soluções no contexto MIBEL, bem como em outros mercados. Neste trabalho pretende-se explorar uma solução particular, o uso de redes neuronais *Functional Link* (*FLANN*).

1.3 Objetivos

A presente dissertação tem como principal intuito explorar a adequabilidade da *FLANN* à previsão de preços e apresentar os resultados destes testes, pondo-a à prova na tentativa de prever preços no mercado diário de eletricidade para o dia seguinte. Suplementarmente, pretende-se comparar o desempenho desta topologia utilizando diferentes formas de treino e com outras topologias distintas de redes neuronais. Serão apresentados os melhores modelos utilizados para cada período de teste, bem como os indicadores de performance. Pretendem-se cumprir os seguintes objetivos:

- Adaptação de diferentes modelos em diferentes redes para previsão de preços de eletricidade, com destaque dado à *FLANN*;
- Otimização de parâmetros, variáveis a utilizar e ambiente de treino;
- Analisar resultados de cada rede, de forma a avaliar o seu desempenho na tarefa;
- Comparar desempenho da *FLANN* às outras topologias, revelando a sua adequabilidade.
- Retirar conclusões quanto ao comportamento da *FLANN* na previsão de preços de eletricidade.

1.4 Estrutura da Dissertação

O presente documento é constituído por cinco capítulos diferentes.

O capítulo 1 é um capítulo introdutório, onde é feito o enquadramento do leitor no trabalho a levar a cabo, seguido das motivações que mostram a importância da dissertação a desenvolver e dos objetivos a cumprir com a mesma.

No capítulo 2, referente a aspetos fundamentais e ao estado de arte, serão apresentados factos essenciais sobre a topologia a tratar, bem como explorados artigos de outros autores, de forma a conhecer aplicações previamente realizadas, no contexto pretendido. No entanto, poderão ser referidos artigos que não tratam o preço de mercado em específico, mas sim algo

que lhe seja muito próximo, como a carga elétrica total. Neste capítulo especificam-se as topologias utilizadas, indicadores de desempenho considerados e principais conclusões sobre a literatura analisada.

O capítulo 3 consiste na apresentação do processo inicial de tratamento de dados, incluindo a enumeração e descrição das variáveis recolhidas a utilizar. Explora-se a relevância de cada uma no contexto de formação de modelos. Posteriormente, apresentam-se as ferramentas utilizadas para elaboração das redes e análise estatística.

No capítulo 4, começa-se por apresentar o contexto temporal dos diferentes processos de treino, referindo-se aos períodos considerados aquando da obtenção de dados. Posteriormente, apresentam-se os modelos testados, referindo-se às variáveis consideradas e, tendo em conta que se trata de uma *FLANN*, à expansão funcional considerada. Procede-se à avaliação destes modelos, utilizando indicadores de desempenho específicos, bem como gráficos ilustrativos que podem auxiliar na descoberta dos pontos fracos da topologia a estudar. De seguida, exploram-se modos de treino distintos, considerando apenas os indicadores de desempenho mais relevantes. Suplementarmente, realiza-se a avaliação do melhor modelo obtido na *FLANN*, apenas em topologias de rede diferentes. Utilizam-se os mesmos indicadores, gráficos e valores para análise de robustez das diferentes topologias. Neste capítulo, serão incluídos 6 subcapítulos, o primeiro caracterizando os períodos considerados, os 4 posteriores referentes a cada topologia a testar e um subcapítulo final que procura comparar todas as redes de forma geral.

No capítulo 5, agrega-se todas as conclusões alcançadas da análise exercida nos capítulos anteriores, oferecendo também sugestões de trabalho futuro e menção de dificuldades na realização do trabalho.

Capítulo 2

Aspetos fundamentais e estado de arte

No presente capítulo apresentam-se aspetos técnicos considerados fundamentais para compreensão do trabalho a realizar, em particular o que é uma *FLANN* e os seus diferentes tipos e aplicações. Para o seu desenvolvimento, consideraram-se artigos literários referentes à proposição original desta topologia, bem como revisões literárias abordando as variantes mais relevantes para o projeto em estudo. Apresenta-se inicialmente o conceito das *FLANNs*, a sua origem, o seu modo de funcionamento e certas características únicas da sua topologia que necessitam de um maior destaque. Apresentam-se as suas variantes e como diferem da original, detalhando os efeitos destas diferenças.

São apresentadas abordagens de outros autores na previsão de preços de eletricidade no mercado elétrico. Também serão revistos exemplos de previsão de carga, que utilizam topologias semelhantes às descritas.

Foca-se, em geral, nos procedimentos realizados e na topologia utilizada, as técnicas especificas desenvolvidas, as variáveis utilizadas para entrada e indicadores gerais de forma a averiguar o sucesso da previsão.

Por fim, apresentam-se as conclusões extraídas da pesquisa bibliográfica.

2.1 *Functional Link Artificial Neural Network*

Uma *Functional Link Artificial Neural Network (FLANN)* é uma arquitetura de rede neuronal, proposta inicialmente por Pao [1], em que a "não linearidade" é colocada nas transformações das entradas (expansão funcional), mantendo a rede propriamente dita como um mapeamento linear simples entre um vetor de entrada expandido e a saída.

No artigo referido em [1], Pao e Takefuji definem uma *functional link neural network* como um sistema em que as variáveis de entrada são projetadas num espaço de dimensão mais alta usando funções predefinidas (polinomiais, trigonométricas, etc.), e depois combinadas linearmente por pesos treináveis.

Assim, a capacidade de aproximar relações não lineares vem da escolha das funções de expansão (os *functional links*), não de várias camadas de neurónios.

A *FLANN* típica, exemplificada na Figura 2.1, tem:

- Um conjunto de entradas originais $x = (x_1, \dots, x_n)$.
- Um bloco de expansão funcional que gera novas características $\phi(x)$ (por exemplo, termos $x_i^2, x_i x_j, \sin(x_i)$, etc.).
- Uma camada linear de saída $y = w^T \phi(x)$ com pesos treináveis w.

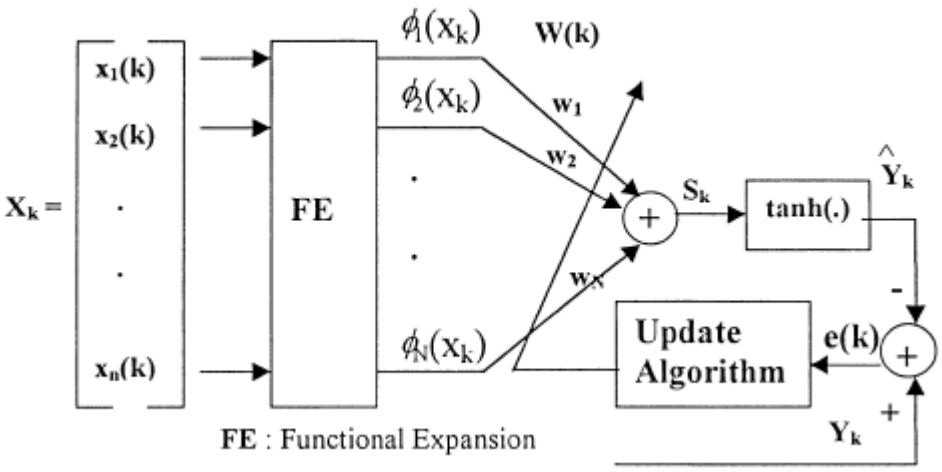


Figura 2.1 - Exemplo de uma estrutura de uma *FLANN*, notando a ausência da camada escondida [2]

Não há camadas escondidas tradicionais; o que normalmente seria feito por neurónios escondidos passa a ser feito explicitamente pelas funções base escolhidas no bloco de expansão funcional.

Quanto a funções a utilizar, Pao [1] discute o uso de bases polinomiais, trigonométricas e outras expansões para construir o espaço funcional, de forma análoga a escolher funções base em aproximação de funções ou em métodos de séries.

A ideia é escolher um conjunto de funções suficientemente rico para capturar de forma mais eficiente a relação entrada–saída, mas suficientemente compacto para manter o custo computacional baixo.

Depois de definida a expansão funcional, o treino reduz-se a estimar os pesos de um modelo linear sobre as características expandidas, podendo usar métodos como mínimos quadrados, gradiente ou variantes adaptativas.

Isto simplifica o processo de aprendizagem em comparação com redes multicamada com retropropagação profunda, mantendo boa capacidade de aproximação para muitas tarefas práticas.

Pao e Takefuji apresentam a *FLANN* como parte de uma arquitetura de computação em rede que pode ser usada para tarefas de reconhecimento de padrões, aproximação de funções e controlo, destacando a modularidade do bloco de expansão funcional e da camada de saída.

2.1.1. Bloco de expansão funcional e o seu papel

A *FLANN* é vista como uma rede de ordem superior: o bloco funcional gera termos de ordem superior a partir das entradas originais e a camada seguinte é apenas linear.

O objetivo é aumentar a dimensionalidade do espaço de características de forma controlada, para que uma combinação linear desses termos consiga aproximar funções complexas (*universal approximation*) sem múltiplas camadas escondidas.

O levantamento bibliográfico de Dehuri et al. [3] organiza as *FLANN* em variantes, consoante o tipo de expansão funcional adotada:

Expansão polinomial (*higher-order neural network*):

- Gera termos como x_i, x_i^2, x_i^3, e produtos $x_i x_j$, $x_i x_j x_k$, configurando redes de ordem superior.
- Esta família inclui redes de segunda ordem e superiores, onde o grau máximo dos termos define a ordem da rede.

Expansão trigonométrica:

- Utiliza funções como $\sin(kx_i)$ e $\cos(kx_i)$ para capturar padrões periódicos ou oscilatórios nos dados.
- É comum combinar termos trigonométricos com termos lineares ou polinomiais para melhorar a capacidade de aproximação.

Expansão mista / específica de problema:

- Podem ser usadas funções de base radial, *wavelets* ou funções projetadas para um domínio específico.
- O artigo destaca que a escolha do conjunto de funções é dependente do problema e influencia diretamente o desempenho e o custo computacional.

  O bloco de expansão funcional, internamente, realiza as seguintes funções:

- Entrada do bloco: recebe $x = (x_1, \dots, x_n)$.
- Geração de termos individuais: para cada x_i, o bloco calcula um conjunto de funções $f_{i1}(x_i), f_{i2}(x_i), \dots$.
- Geração de termos cruzados: produz combinações entre variáveis, como $x_i x_j$, $x_i^2 x_j$, ou combinações trigonométricas cruzadas, consoante o desenho da *FLANN*.
- Vetor expandido: todos os termos são concatenados em $\phi(x)$, que é então passado à camada linear para cálculo da saída.

O artigo [3] distingue claramente entre:

- Funções de expansão (no bloco funcional):
- São funções fixas de base (polinomiais, trigonométricas, etc.) usadas para gerar $\phi(x)$.
- Não existe ativação de neurónios no sentido tradicional; não têm pesos treináveis e não são ajustadas durante o treino.
- Funções de ativação nos neurónios de saída / camadas associadas:
- Na *FLANN* clássica, a combinação $y = w^T \phi(x)$ pode ser passada por funções como sigmoide ou softmax para classificação, ou mantida linear para regressão.

2.1.2. Variantes mais frequentes de *FLANNs*

O artigo de Dehuri et al. [3], relata vários tipos de *FLANN* no seu texto, com funções no bloco de expansão distintas já mencionadas. Este subcapítulo foca-se nos pormenores destas, bem como o efeito da função escolhida. Elaboram-se também outras variantes mais complexas, de forma a conhecer o seu funcionamento.

Começando pela mais básica, a *PFLANN*, o bloco de expansão funcional gera termos polinomiais a partir das entradas, produzindo um vetor $\phi(x)$ com potências e produtos de ordem superior (por exemplo $x_i, x_i^2, x_i^3, x_i x_j$, ...).

A rede é de camada única, a camada seguinte apenas aplica uma combinação linear a estes termos polinomiais, o que mantém a estrutura simples típica das *FLANNs*.

O inquérito classifica como *PFLANNs* as redes em que a expansão funcional é baseada em polinómios normais de x (potências e combinações polinomiais) ou em famílias clássicas de polinómios ortogonais.

Em muitas aplicações práticas, as *PFLANNs* usam expansões do tipo série de *Taylor*, com grau máximo escolhido para controlar a complexidade e o risco de *overfitting*.

Anteriormente, listou-se também *FLANNs* que recorrem a funções trigonométricas no seu bloco de expansão, denominadas de *TFLANN*.

Na *TFLANN*, esse bloco usa funções trigonométricas para gerar termos que captam padrões periódicos e variações oscilatórias nas entradas.

A expansão funcional trigonométrica é realizada ao mapear cada componente x_i do vetor de entrada para um conjunto de funções do tipo $\sin(kx_i)$ e $\cos(kx_i)$, possivelmente com diferentes frequências k, além de poder incluir o próprio termo linear x_i. Assim, as *TFLANNs* são adequadas a dados com componente cíclica ou periódica.

O artigo sublinha que, com uma escolha apropriada de polinómios trigonométricos, os pesos aprendidos aproximam os coeficientes de uma decomposição tipo série de *Fourier* da função desejada, o que é matematicamente bem fundamentado para funções periódicas.

Outra variante desenvolvida e propriamente utilizada no artigo será a *CFLANN*, baseada em polinómios de *Chebyshev*.

Nas *CFLANNs*, o bloco funcional expande cada entrada usando polinómios de *Chebyshev* $T_k(x)$, produzindo um vetor $\phi(x)$ composto por $T_0(x), T_1(x), \dots, T_K(x)$.

Os polinómios de *Chebyshev* formam uma base ortogonal em $[-1,1]$, o que melhora propriedades numéricas e ajuda a evitar problemas de oscilação típicos de polinómios de alta ordem (efeito Runge).

A ortogonalidade e a estrutura recursiva dos $T_k(x)$ tornam a expansão mais estável e eficiente em termos computacionais.

De facto, segundo [3], as *CFLANNs* conseguem melhor compromisso entre capacidade de aproximação e estabilidade numérica em vários problemas de *data mining*, comparativamente a *FLANNs* com expansões polinomiais simples.

Em combinação com esquemas de treino híbridos, como o método PSO–BP adaptativo, utilizado em [3], as *CFLANNs* obtêm melhorias em taxa de convergência e desempenho de classificação em vários conjuntos de dados.

Originalmente, Pao [1] fala do *functional link* de uma maneira especifica, mencionando um vetor aleatório, incidindo a discussão num tipo especial de *FLANNs*, as *random vector functional link artificial neural networks* (*RVFLANNs*).

Esta variante é de camada única em que os pesos entre a camada de entrada e a camada escondida são inicializados aleatoriamente e mantidos fixos, treinando-se apenas os pesos de saída.

Mantém o espírito das *FLANNs*, pois a camada escondida (o bloco funcional equivalente) gera um conjunto de características não lineares e a saída é uma combinação linear dessas características, muitas vezes com ligações diretas da entrada à saída (*direct links*).

Nas *FLANNs* tradicionais, o bloco funcional é definido de forma determinística, usando funções como as mencionadas nas variantes anteriores, e treina-se um único vetor de pesos sobre essas funções.

Nas *RVFLANNs*, exemplificadas na Figura 2.2, a expansão funcional é aleatória, ou seja, os *functional links* são produzidos por neurónios com pesos aleatórios, o que aproxima a ideia de redes de base aleatória e *extreme learning machines,* mantendo as ligações diretas das *FLANNs*.

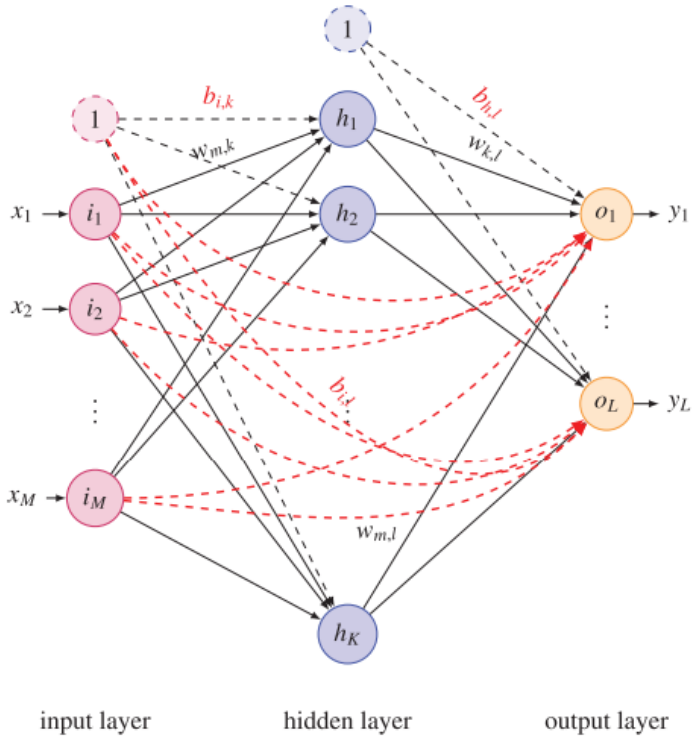


Figura 2.2 - Estrutura de uma *RVFLANN*. As linhas intermitentes vermelhas representam as conexões diretas entre os neurónios de entrada e os neurónios de saída. Maior detalhe em [4]

Apresentam treinos muito rápidos, visto que apenas a camada de saída é ajustada, evitando retropropagação iterativa e problemas de mínimos locais ou taxa de aprendizagem.

Oferecem também uma boa capacidade de generalização quando se escolhem adequadamente o número de neurónios, a distribuição dos pesos aleatórios e a regularização na solução de saída. Em [5] ainda se discutem técnicas de otimização de hiperparâmetros e várias variantes. Destaca-se uma dessas variantes, as *eRVFLANNs*, que são do tipo *ensemble*.

Nestas, em vez de se treinar uma única rede, treinam-se um conjunto de modelos e combinam-se as suas saídas (através de médias, votação ou ponderação). O objetivo é reduzir a variância e aumentar a robustez, aproveitando o treino rápido das *RVFLANNs* base.

Nestes *ensembles*, as diferenças entre modelos são criadas a partir de, por exemplo, inicializações diferentes dos pesos, treino com subconjuntos de dados diferentes e a variação dos hiperparâmetros. Ponderou-se ainda apresentar detalhes sobre uma outra variante

baseada nos *ensembles*, os *ensembles deep*, no entanto, a composição destes torna-se bastante mais complexa e distinta das *FLANNs* tradicionais.

Relatadas as variantes mais típicas em literatura, fará sentido olhar para as principais diferenças ou semelhanças entre elas, de forma a destacar possíveis alternativas candidatas ao trabalho em mão.

As *PFLANNs*, *TFLANNs* e *CFLANNs* partilham a mesma filosofia, surgindo não linearidade na expansão e linearidade no treino. Diferem apenas na função utilizada na expansão funcional. Aliás, estas topologias são tão semelhantes, que por vezes surgem em forma de redes mistas, utilizando, por exemplo, funções trigonométricas e polinómios simples no mesmo bloco de expansão.

Quanto às *RVFLANNs*, diferem ao substituírem a expansão determinística com a expansão aleatória com neurónios escondidos de pesos fixos, mantendo o *functional link*.

2.2 Estado de arte

2.2.1. *RVFLANN* simples para previsão de carga

O artigo em [4] propõe uma *RVFLANN* para previsão de carga elétrica a curto prazo (1-24h à frente), avaliando 8 modelos de redes de camada única com pesos aleatórios e introduzindo um algoritmo de escala de quantis para otimizar as entradas ponderadas.

Usam dados históricos de carga (MW) do Operador de Mercado de Energia da Austrália (mais especificamente em Nova Gales do Sul, Austrália, 2013).

No entanto, testam diferentes variações destes dados, sendo divididos em 3 métodos específicos:

- $L_{t-1}, L_{t-2}, \dots, L_{t-48}$, ou seja, todas as cargas desfasadas, com desfasamento máximo dependendo do utilizador. No artigo, este conjunto denomina-se de *full feature set*.
- **PACF**, utilizam como base o conjunto anterior, mas apenas com certas variáveis selecionadas, dependendo da sua relação com a *Partial Autocorrelation Function* (correlação > $\pm 1.96/\sqrt{n}$).
- **sAR**, utilizam um modelo sazonal auto-regressivo para selecionar desfasamentos via modelo AR(p)×(P)[s=48] (período semanal).

Em termos de ajuste e pré-processamento realizou-se o seguinte:

1. *Scaling* de quantis: para cada nó oculto, redefinem-se entradas ponderadas para cairem na região não saturada da função *logsig* (quantis 5%-95% mapeados para intervalos ótimos).

2. Utiliza-se *time series cross validation* (TS-CV 5-fold), que otimiza o nº de nós ocultos
3. Realiza-se normalização de dados para o intervalo [0, 1].
4. Nos testes finais, os dados de carga foram divididos em 12 subconjuntos de mês, com 50% dos dados a servirem de treino e o restante a servir para teste.

Após testes, utilizaram-se os seguintes indicadores de erro, de forma a analisar o desempenho:

- **nRMSE**: $\text{nRMSE} = \frac{\sqrt{\text{MSE}}}{y_{max} - y_{min}}$, representando uma versão normalizada do RMSE.
- **nMAE**: $\text{nMAE} = \frac{\text{MAE}}{y_{max} - y_{min}}$, representando uma versão normalizada do erro médio absoluto.

Com todos os testes realizados, apresenta-se a tabela do artigo na Figura 2.3, focando no horizonte de previsão de 24 horas, comparando com outras técnicas consideradas pelos autores:

Horizon = 24 h					
Per.	sARIMA	ANN	SVR	RF	RVFL
0.161	0.265	0.34	0.15	0.118	0.12
0.124	0.14	0.188	0.132	0.113	0.109
0.115	0.246	0.256	0.165	0.177	0.173
0.098	0.204	0.082	0.074	0.075	0.085
0.104	0.136	0.196	0.126	0.118	0.153
0.098	0.208	0.167	0.145	0.116	0.128
0.091	0.133	0.113	0.1	0.086	0.119
0.123	0.256	0.154	0.152	0.116	0.114
0.135	0.222	0.117	0.092	0.097	0.104
0.139	0.283	0.202	0.129	0.114	0.118
0.131	0.245	0.234	0.108	0.115	0.11
0.149	0.235	0.207	0.188	0.151	0.162

Figura 2.3 - Resultados de nRMSE nos 12 *datasets* mensais utilizados [4].

Destaca-se o desempenho da topologia proposta, onde ultrapassou significativamente os métodos de persistência e *seasonal autoregressive integrated moving average* (*sARIMA*). Também se mostrou ligeiramente melhor que o método de *support vector regression* (*SVR*). Apenas perdeu para o método *RF* (de 500 árvores), o que é esperado, visto este ser um método *ensemble.*

O autor revela que o algoritmo de escala de quantis melhorou o desempenho da rede nos horizontes de 1-4h e 18-24h. Também lamenta que os testes com conjuntos de dados

modulados com a PACF e a sAR não melhoraram a performance da rede, apenas contribuindo para piores resultados.

2.2.2. *FLANN* para previsão de carga

O artigo de Dash et al. [6]propõe uma *FLANN* auto adaptativa para previsão de carga elétrica a curto prazo (1h a 7 dias).

Propõe como arquitetura uma rede plana sem camadas ocultas com estrutura presente na Figura 2.4:

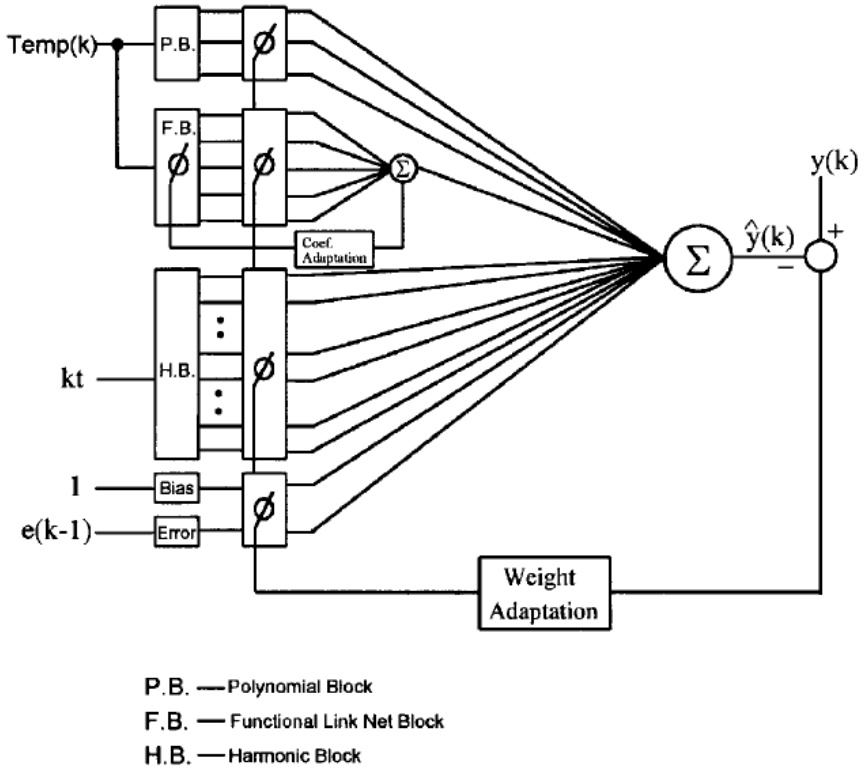


Figura 2.4 - Estrutura da rede proposta (*FLANN* auto adaptativa) [6].

A carga elétrica total a prever $L(t)$ é decomposta em quatro componentes:

1. **Carga independente do clima** $L_i(t)$
2. **Carga dependente do clima** $L_\omega(t)$
3. **Componente residual/ruído** $L_r(t)$
4. **Componente determinística conhecida** $L_d(t)$ (devido a, por exemplo, *load shedding* programado)

A carga total é modelada como:

$$L(t) = L_i(t) + L_\omega(t) + L_r(t) + L_d(t) \tag{2.1}$$

Na prática de previsão, apenas os três primeiros componentes são previstos, pois $L_d(t)$é conhecido a priori.

A carga independente do clima é representada por uma **série de Fourier não estacionária**, capturando, periodicidade diária, padrões sazonais e variações temporais intrínsecas do sistema.

É representada pela equação:

$$L_i(t) = a_0(t) + \sum_{i=1}^{m} [a_i(t)\cos(\omega_i t) + b_i(t)\sin(\omega_i t)] \tag{2.2}$$

onde:

- $m = 12$ harmónicos;
- $\omega_i = \frac{2\pi}{T}\ radianos\ por\ hora$;
- $T = 24$h (previsão diária) ou 168h (previsão semanal).

A carga dependente do clima é modelada como uma **função não linear da temperatura**:

$$L_\omega(t) = \beta_1 T(t) + \beta_2 T^2(t) + \beta_3 T^3(t) \tag{2.3}$$

A temperatura é considerada o fator climático dominante.

O vetor de entrada desta rede contém as componentes harmónicas com base nas variáveis temporais (em *Fourier*), a temperatura, as suas potências e as expansões funcionais não lineares realizadas a esta através de funções *tanh,* e o erro anterior realimentado como entrada adicional. Os coeficientes destas expansões são inicialmente aleatórios. A porção harmónica da entrada é influenciada por uma função *signum*.

A previsão operacional é realizada de hora a hora para as 24 horas à frente e 168 horas à frente. Os dados de dias semelhantes (estações, dias úteis, fins de semana e feriados) são tratados separadamente. Feriados são classificados como domingos ou sábados, conforme o perfil de carga. Utiliza-se o *MATLAB* para simulação e treino desta rede. Neste estudo, são utilizados dados de carga de Virgínia, nos Estados Unidos.

O autor avalia o desempenho exclusivamente com métricas estatísticas, como o *MAPE* e o desvio padrão do erro relativo absoluto:

$$MAPE = \frac{1}{N}\Sigma \left| \frac{\text{previsto} - \text{real}}{\text{real}} \right| \times 100 \tag{2.4}$$

Para previsões de 24h, em *MAPE*, obtiveram-se valores de menos de 2% na estação de Inverno e para todas as outras estações este valor foi de 2,5%. Quanto a previsões de 168h obtiveram-se valores inferiores a 3,5%, para o *MAPE*.

Quanto ao desvio padrão do erro relativo absoluto, nas previsões de 24h, obtiveram-se valores inferiores a 1,6% ao longo de um ano.

O autor revela-se bastante satisfeito com a arquitetura apresentada, realçando que a rede é ideal para previsão em tempo real e é capaz de ter em conta fatores meteorológicos usando o mecanismo adaptativo mencionado.

2.2.3. *CEFLANN* para previsão de preços

O autor de [7]propõe um método de previsão de preços de eletricidade de um dia à frente utilizando uma rede neuronal denominada *CEFLANN* (*Computationally Efficient Functional Link Artificial Neural Network*), presente na Figura 2.5.

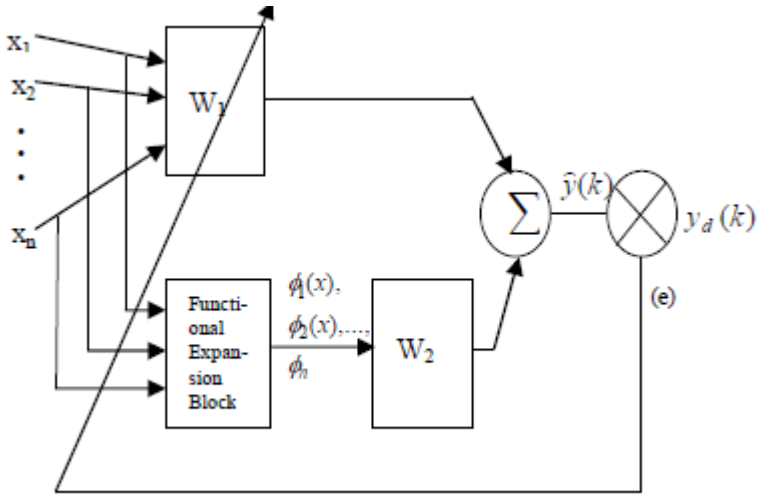


Figura 2.5 - Estrutura da rede proposta (*CEFLANN*) [7].

A técnica central do artigo é uma variação da *FLANN*, com as seguintes características distintas das anteriormente apresentadas:

Na expansão funcional duas abordagens são descritas:

1. **Funções hiperbólicas (tanh)**

$$\phi_j = \tanh(a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots) \quad (2.5)$$

2. **Polinómios de Chebyshev**

   Esta não é utilizada, mas mencionada como uma possível alternativa às funções hiperbólicas.

A atualização de pesos é inspirada em ***sliding mode control***, o que garante boa convergência em dados altamente voláteis.

Selecionam-se dados de trabalho relevantes, sendo estes os preços horários de eletricidade dos mercados de Ontario (maio a dezembro de 2002) – distinguidos por estação (Verão, Outono e Inverno) e Califórnia (2006). Normaliza estes dados para o intervalo [0,1],

usando *scaling min–max*, a fórmula padrão de alisamento de dados. O modelo utiliza apenas informações históricas de preços e indicadores técnicos, sem variáveis exógenas.

Para prever o preço na hora h, são usados os preços das seguintes horas passadas:

- h−23, h−24, h−25
- h−48, h−49
- h−72, h−73
- h−96, h−97
- h−120, h−121
- h−144, h−145
- h−168, h−169

Também são considerados na entrada dois indicadores utilizando os dados dos preços:

1. **Simple Moving Average (SMA)**

$$SMA = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{2.6}$$

2. **Exponential Moving Average (EMA)**

$$EMA = P \cdot A + EMA_{anterior} \cdot (1 - A) \tag{2.7}$$

com:

- $A = \frac{2}{N+1}$

Nestes indicadores, P representa o preço, A um fator de alisamento e N o período. Estes indicadores ajudam a capturar tendências de curto prazo.

O sucesso do modelo é novamente avaliado exclusivamente por métricas estatísticas de erro, destacando-se o *MAPE* e o *RMSE*.

O modelo desenvolvido apresenta *MAPEs* distintos, dependendo do conjunto de dados utilizado. Para Ontario, obteve-se valores entre 10,3 e 10,5. No entanto, para Califórnia, obteve-se 5,63. O *RMSE* para o conjunto de Califórnia foi de 0,0602.

Para o autor, o *MAPE* e o *RMSE* parecem estar dentro de limites razoáveis.

2.3 Conclusões sobre literatura revista

Tendo em conta o revisto, oferecem-se diferentes maneiras de utilizar a arquitetura *FLANN* para previsão com resultados positivos, seja para previsão de preços ou de carga. A rede a desenvolver não será tão complexa como os diversos modelos distintos desenvolvidos pelos autores, servindo apenas como *proof-of-concept* da eficácia desta arquitetura na tarefa proposta.

A revisão destes artigos é fundamental, observando-se formas criativas de disposição das redes e formas distintas de explorar a informação disponível. Também apresenta informações importantes em relação a que dados utilizar, à quantidade necessária, à repartição necessária para treino e teste e às variáveis importantes presentes nos mesmos. Isto será explorado na elaboração da dissertação. Quanto a indicadores relevantes a utilizar para medir a qualidade da previsão, todos utilizaram ou *MAPE* ou *RMSE*, ou uma combinação destas métricas.

Capítulo 3

Metodologia e ferramentas

Neste capítulo, pretende-se descrever a abordagem adotada neste trabalho. Inicialmente será feita uma descrição do horizonte temporal a prever, bem como uma descrição detalhada das variáveis utilizadas e respetivas fontes destas. Posteriormente, será apresentada a ferramenta utilizada para realizar estas previsões. Após esta análise, será descrita a abordagem utilizada para cada rede treinada, considerando as estruturas das demais, características exclusivas a estas e forma de tratamento dos resultados das mesmas. No fundo, pretende-se cumprir os seguintes passos:

- Utilizar uma ferramenta capaz de elaborar uma rede neuronal de diferentes tipos, de modo a criar e alterar a topologia desejada da forma mais adequada;

- Encontrar o melhor modelo possível utilizando a *FLANN* a explorar, para diferentes períodos, através de uma metodologia consistente, para maximização de performance;

- Analisar o desempenho dos modelos alcançados, referindo-se a vários indicadores;

- Testar o mesmo modelo em contextos de treino distintos (*walk*-forward, janela deslizante);

- Verificar o desempenho do melhor modelo encontrado noutras topologias de rede neuronal, uma *MLP* simples, uma *CNN* e uma *FLANN* híbrida. Apenas se pretende obter resultados nestas redes com o melhor modelo encontrado na *FLANN*, dispensando as formas alternativas de treino;

- Comparar e inferir sobre os resultados obtidos, verificando os principais cenários de sucesso da *FLANN* e se as outras topologias seriam mais convincentes.

3.1 Horizonte temporal

De maneira a entender o horizonte temporal definido para as previsões realizadas é importante entender-se todo o processo de formação de preços do mercado diário de eletricidade do MIBEL, assim como os seus intervenientes.

O mercado diário da eletricidade consiste em leilões diários, nos quais participam quatro tipos de agentes: as empresas produtoras (ou unidades geradoras), os compradores (ou comercializadores), o operador do mercado e o operador do sistema [8].

Este processo inicia-se com a submissão por parte das unidades de produção, para cada hora h do dia D+1, da quantidade de potência, em MW, que estão dispostas a fornecer ao mercado e o preço mínimo, em €/MWh, a que aceitam fazer essa troca, e com a submissão por parte dos comercializadores, para o mesmo intervalo de tempo, da quantidade de energia que necessitam de comprar e o preço máximo que estão dispostos a pagar por essa quantidade.

Estas propostas têm de ser submetidas à entidade responsável pela gestão do mercado diário do MIBEL, o Operador de Mercado Ibérico de Energia (OMIE), sendo que o prazo final para essa submissão, referentes a cada hora h do dia D+1, é as 12h CET do dia D. No momento posterior, o operador do mercado dá início à ordenação das propostas e realiza um despacho baseado em preços, processo este designado por concertação de propostas. Por outras palavras, para cada hora do dia D+1, o OMIE organiza as propostas em duas curvas: uma curva de oferta, crescente com 25 trechos no máximo, que diz respeito às propostas de venda e uma curva de procura, decrescente com 25 trechos no máximo, que representa as propostas de compra.

A partir de 30 de setembro de 2025 [9], as ofertas passaram a ser organizadas em períodos de 15 minutos. De seguida, o OMIE combina estas duas curvas e as coordenadas do ponto de intersecção corresponderão à quantidade de energia que será transacionada naquele período e ao preço marginal do mercado, ou seja, o preço de custo de qualquer transação de energia naquele intervalo. Observando o gráfico da Figura 3.1, entende-se que todas as propostas à direita do ponto de intersecção não se concretizam:

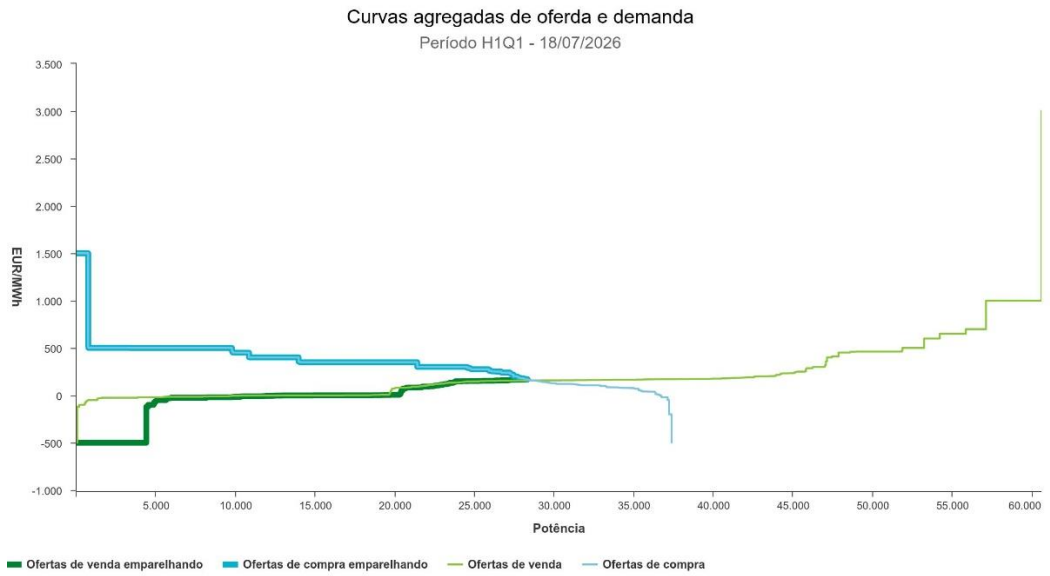


Figura 3.1 - Gráfico exemplificativo do processo de emparelhamento de propostas de venda e aquisição levado a cabo pelo OMIE [10].

Após a realização do emparelhamento de propostas por parte do operador de mercado para os 96 períodos do dia D+1, este envia, até às 13h CET, os resultados provisórios (Programa Diário Base de Contratação) que obteve para o operador do sistema (REN em Portugal e REE em Espanha), que elabora o Programa Diário Base de Funcionamento (PDBF), agregando a informação apresentada no PDBC e a afeta à concretização dos contratos bilaterais comunicada pelos agentes de mercado, programa este que é publicado antes das 14h CET do dia D. Até às 16h CET, sobre o PDBF, são incorporadas as modificações para resolução de restrições técnicas e posterior reequilíbrio entre geração e consumo, do qual resulta o Programa Diário Viável Definitivo (PDVD), sendo que entre as 14h CET e as 16h CET o operador de sistema tem a capacidade de alterar despachos resultantes da atividade do mercado diário para que os critérios de segurança do sistema sejam cumpridos [11].

Caso estas alterações não solucionem os problemas que possam pôr em risco a segurança das redes, ocorre um processo denominado de *market splitting* [8]. Neste processo, o mercado do MIBEL divide-se em dois, num mercado português e num mercado espanhol, tendo cada um destes o seu próprio preço, em que o preço do país exportador será o preço da proposta feita pela última unidade geradora despachada e o preço do país importador corresponderá ao máximo dos preços obtidos nos dois encontros de ofertas correspondentes a ambas as zonas.

Descrito o processo de formação de preços no MIBEL, segue-se a descrição do horizonte temporal definido para previsão nesta dissertação.

As propostas de compra e venda para o dia D+1 têm de ser confirmadas e submetidas até às 11h GMT do dia D. Faz sentido que a previsão, com *framework* exemplificado na Figura 3.2, seja realizada umas horas antes para que os agentes que tiram proveito deste recurso tenham tempo de reformular as suas propostas com base nos resultados de previsão.

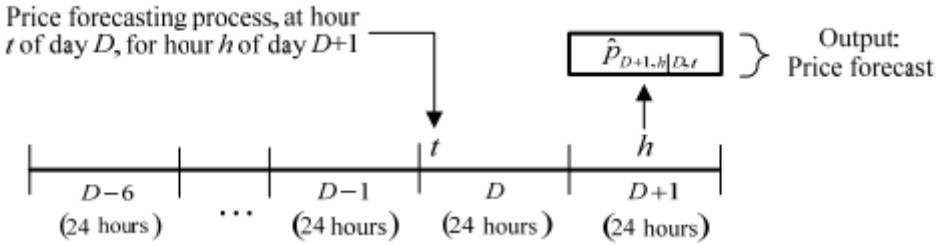


Figura 3.2 - *Framework* exemplificando a previsão do preço do mercado diário [12].

3.2 Dados utilizados

O processo de seleção de variáveis relevantes a utilizar nos modelos de previsão representa um passo importante para uma previsão bem-sucedida, mostrando-se fulcral analisar detalhadamente quais as variáveis do sistema que melhor definem o mercado elétrico para o qual se executa a previsão.

Além de variáveis com séries temporais num espaço anterior ao momento de previsão, também se consideraram valores reais do dia a prever, em particular nas produções e consumo. Isto será explicado ao longo deste subcapítulo.

As produções e consumos pretendidos foram extraídos do repositório da REN, os preços dos arquivos do OMIE e as previsões da plataforma da *ENTSO-E*. O pré-processamento destes dados foi realizado em ambiente Excel, de forma a prepará-los para a ferramenta elaborada.

Para cada variável são apresentadas a sua definição e origem. Os estudos realizados abrangem dois períodos: de 2010-2014 e 2021-2025.

3.2.1. Variáveis históricas

As séries relacionadas com preços de mercado aqui mencionadas foram disponibilizadas pelo próprio operador de mercado, a OMIE [13], que publica diariamente os seus resultados. Note-se que estes resultados apresentam ambos os preços para o mercado português e espanhol, sendo apenas considerado neste caso o preço correspondente a Portugal. Os primeiros dados considerados dizem respeito aos valores históricos dos preços de mercado

diário. O comportamento do preço do mercado caracteriza-se pela sua sazonalidade, observando-se um padrão repetitivo à medida que este evolui, o que sugere que é essencial incluir uma representação da sazonalidade nos modelos a testar.

A seleção das *lags* a incluir foi orientada pelos ciclos naturais do mercado ibérico, refletindo os hábitos da população, e pelos resultados empíricos obtidos durante o desenvolvimento dos modelos. O conjunto final de *lags* selecionadas cobre o ciclo diário (24h), o ciclo de dois dias (48h), o ciclo semanal (168h) e o ciclo quinzenal (336h).

A *lag* de 24 horas corresponde ao preço verificado exatamente 24 horas antes do momento a prever, ao mesmo horário no dia anterior. É a variável de *lag* mais informativa para previsão para o dia seguinte e corresponde ao *benchmark* de previsão *naive* mais comum. A sua inclusão é fundamental para que os modelos superem esta base mínima.

A *lag* de 48 horas corresponde ao preço dois dias antes, fornecendo informação sobre a tendência de curto prazo. Complementa a *lag* de 24 horas ao permitir às redes avaliar se os preços estão em tendência crescente ou decrescente.

A *lag* de 168 horas corresponde ao preço do mesmo horário na semana anterior. Captura o padrão semanal dos preços, que é um dos ciclos mais pronunciados no mercado ibérico.

A *lag* de 336 horas corresponde ao preço do mesmo horário duas semanas antes. Fornece informação sobre a tendência de médio prazo e permite ao modelo capturar padrões de persistência quinzenal.

Foram considerados os períodos de 2010 a 2014 e 2021 a 2025. É importante referir uma particularidade nestas séries temporais: o que acontece quando ocorre uma mudança de hora. No caso das mudanças de hora no último domingo de março, nos resultados publicados pela OMIE há apenas 23 valores de preço nesse dia. Nestes casos, apenas se adicionou um preço "fictício", entre a 1ª e a 2ª hora do dia, sendo este a média desses mesmos valores de modo a não existirem descontinuidades na cronologia. Nas mudanças de hora no último domingo de outubro, nas publicações aparece um valor a mais, totalizando 25 horas. Nestas situações, removeu-se um dos valores da hora que se repete, sendo esta a 2ª hora do dia, considerando-se o valor real como a média entre a hora real e a hora repetida.

Considerou-se também, para períodos após 30 de setembro de 2025 (data em que o mercado passou a funcionar em intervalos de 15 minutos) que o preço horário seria a média dos 4 períodos referentes a essa hora.

Do repositório da REN [14], extraíram-se valores históricos de produção e consumo. Ambas as séries de produção e consumo encontravam-se em períodos de 15 minutos, pelo que foi aplicada a mesma transformação utilizada nos preços. A mudança de hora também foi tida em conta, executando-se o mesmo processo para evitar descontinuidades.

Quanto aos consumos, são o fator predominante na forma como a curva de procura evolui, portanto, poderão influenciar a formação de preços.

Quanto a produções, considerou-se a gama total disponibilizada pela REN, incluindo séries temporais de produção hídrica, eólica, solar, a partir de ondas, de gás natural em cogeração e ciclo combinado, carvão, biomassa e outras térmicas. Além destes, os valores de bombagem e importações/exportações foram ponderados.

As variáveis de produção refletem-se nas propostas de venda submetidas pelas unidades de produção, ou seja, influenciam a curva de oferta. Portanto, podem também possuir grande influência na evolução do preço de mercado. O preço destas propostas é composto pelos custos marginais de produção nas centrais, ou seja, geralmente, as propostas concretizadas em primeiro lugar estão associadas a centrais com custos de produção baixos. Estas estão usualmente relacionadas com centrais de natureza renovável.

A produção hídrica é um dos principais reguladores de preços no mercado ibérico, dada a elevada capacidade instalada em Portugal e Espanha desta tecnologia. Em anos hidrológicos favoráveis, a abundância de água nos reservatórios permite satisfazer uma fração elevada da procura a custo marginal reduzido, o que reduz significativamente os preços. Em anos secos, a escassez de água obriga a recorrer a tecnologias mais caras, elevando os preços.

A bombagem representa o consumo de eletricidade para elevar água para reservatórios superiores, funcionando como armazenamento de energia. As centrais de bombagem são tipicamente ativadas em períodos de preços baixos, especialmente durante as horas de excesso de produção renovável, para armazenar energia e utilizá-la posteriormente nos períodos de pico.

A produção a partir de centrais a carvão representa uma fonte de geração termoelétrica com custo marginal significativo, historicamente relevante no mercado ibérico. No período de 2010-2014, este tipo de produção era uma parte fundamental do *mix* de produção de Portugal. No entanto, em 2021-2025, Portugal já não se encontra com centrais a carvão ativas, ou seja, já não será considerada.

As centrais de gás natural em ciclo combinado representam tipicamente a tecnologia marginal no mercado ibérico, sendo frequentemente a última a ser despachada e, portanto, determinante do preço de equilíbrio. A cogeração a gás apresenta características distintas, com produção mais estável e contratualmente determinada.

A produção a partir de biomassa apresenta uma contribuição mais previsível do que outras fontes renováveis, apresentando menor variabilidade horária. A produção a partir de energia das ondas representa uma tecnologia emergente com capacidade instalada muito reduzida no mercado ibérico nos períodos em análise. A categoria de outras térmicas agrega

a produção de outras centrais termoelétricas não classificadas nas categorias anteriores.

As importações de eletricidade para Portugal refletem a necessidade de recurso a geração externa para satisfazer a procura. Valores elevados de importações tendem a estar associados a situações de défice de produção interna. Trata-se sobretudo de uma questão de preço, pois se os produtores de Espanha oferecerem energia mais barata, o mercado usufrui dos mesmos. As exportações de eletricidade refletem situações de excesso de oferta interna.

É de notar que, na ausência de previsão de certas produções e consumos, foram utilizados valores reais de modo a simular o pior caso da previsão. Isto pode ser considerado como *data leakage*, no entanto, como será revelado posteriormente, as séries de valores reais tiveram um pior desempenho que as séries previstas disponíveis. Isto é esperado, visto que a formação dos preços no mercado diário é muito mais influenciada pelas previsões conhecidas do que pelos valores reais em si. A utilização destes valores irá proporcionar o ponto médio entre um modelo que inclui variáveis previstas, que será o melhor, e um modelo que não inclui nenhuma delas, que terá um pior desempenho.

3.2.2. Variáveis previstas

Para construção de modelos de previsão para o dia D+1 foram também consideradas séries temporais referentes à previsão de certas produções e o consumo.

Através da plataforma da *ENTSO-E* [15], foi possível extrair séries relativas à produção solar e eólica. Também foi possível obter previsões de geração e consumo total em Portugal. É de notar que estas previsões só se encontraram disponíveis para o período de 2021-2025, sendo consideradas apenas para esse período. Também é importante mencionar as raras ocasiões em que estas séries apresentavam lacunas, sendo estas substituídas pela previsão mais recente, por vezes realizada horas antes, ou os valores reais. Estes valores em particular mostraram-se consistentes em melhorar a previsão pois, como já mencionado, a formação dos preços tem muito em conta as previsões realizadas por parte das entidades. A utilização de previsões em vez de valores reais é também essencial para garantir a validade dos modelos numa situação real em contexto de previsão do dia seguinte, uma vez que os valores reais não estão disponíveis no momento da tomada de decisão.

A produção solar fotovoltaica tem crescido significativamente no mercado ibérico, comprimindo os preços nas horas centrais do dia. A previsão de produção solar da *ENTSO-E* foi considerada por captar diretamente o efeito decrescente que a geração solar exerce sobre os preços nas horas de maior irradiância.

A energia eólica representa uma das maiores fontes de geração renovável no mercado ibérico. A sua elevada variabilidade e menor previsibilidade em relação à solar tornam-na uma variável crítica na formação de preços. Como se verifica também na produção solar, períodos de elevada produção eólica podem deprimir significativamente os preços, incluindo episódios de preços nulos ou negativos.

A previsão de consumo total fornece uma estimativa da procura de eletricidade para o dia seguinte. O consumo é um determinante fundamental do preço, dado que uma maior procura tende a necessitar do despacho de tecnologias com maior custo marginal, elevando o preço de equilíbrio.

A geração total prevista fornece uma indicação agregada da oferta esperada no sistema para o dia seguinte. Esta variável complementa as previsões individuais de solar e eólica, captando a contribuição de outras fontes de geração incluídas nas estimativas do operador de rede.

3.2.3. Variáveis compostas

De forma a tentar melhorar a previsão, foi considerada a criação de variáveis compostas. O mercado de eletricidade depende mais das relações estabelecidas entre as variáveis do que dos seus valores individuais. Por exemplo, o preço depende mais da percentagem de renováveis no *mix* de produção do que do seu valor absoluto. Este comportamento pode ser explicado pela elevada complexidade e não linearidade do mercado, onde o preço resulta da interação simultânea entre imensos fatores, já mencionados. Isoladamente, cada variável possui um poder explicativo limitado, no entanto, quando combinadas, revelam padrões e dependências que refletem o funcionamento real do mercado.

Foi criada internamente uma variável auxiliar, com base nas previsões extraídas da plataforma da *ENTSO-E,* que utiliza o consumo previsto, bem como as previsões de produção solar e eólica. Define-se como:

$$Variável\ Auxiliar = Consumo\ Previsto - Produção\ Solar\ Prevista - Produção\ Eólica\ Prevista \quad (3.1)$$

Procura representar a necessidade estimada de geração a partir de outras fontes, essencialmente a geração a partir de fontes térmicas, para satisfazer a restante procura após a contribuição das renováveis. Apresenta uma relação direta na evolução de preços no mercado, com valores elevados a indicarem maior necessidade de geração térmica e preços esperados mais altos e com valores baixos ou negativos a indicarem excesso de geração

renovável e preços potencialmente baixos.

A partir dos valores reais de produções de cariz renovável e do consumo, considera-se o rácio renovável, que representa a fração da procura satisfeita por fontes renováveis (solar, eólica e hídrica), definido como:

$$\textit{Rácio Renovável} = (\textit{Solar} + \textit{Eólica} + \textit{Hídrica}) / \textit{Consumo Total} \quad (3.2)$$

Este indicador varia tipicamente entre 0 e 1, podendo apresentar valores superiores a 1 em períodos de excesso de produção renovável. Valores elevados tendem a diminuir os preços de eletricidade e valores baixos do Rácio Renovável indicam maior dependência de geração térmica, ou seja, preços potencialmente mais elevados.

Também se considerou o rácio térmica/renovável, que representa a proporção entre a geração a partir de fontes térmicas; incluindo o gás natural, o carvão e outras térmicas; e a geração renovável total, funcionando como indicador da dependência do sistema de fontes com custo marginal elevado face às fontes com custo marginal reduzido.

Por fim, criou-se o saldo de interligações, definido como a diferença entre as importações e exportações de eletricidade no sistema português. Um saldo positivo indica que Portugal é importador líquido, situação associada a défice de produção interna e potencial subida de preços. Um saldo negativo indica exportação líquida, associada a excesso de oferta.

3.2.4. Variáveis cronológicas

Utilizaram-se ainda três variáveis cronológicas, respeitantes à hora do dia, ao dia da semana e ao mês desse dia. A sazonalidade do preço de mercado significa que estes valores podem ajudar a identificar padrões que se repetem, sendo importante incluí-los de forma a melhorar a qualidade da previsão. Também se considerou uma variável com função de indicar se o dia de previsão corresponde a um feriado ou a uma possibilidade de ponte.

A hora do dia é uma das variáveis mais determinantes na formação do preço da eletricidade. O mercado ibérico apresenta tipicamente dois períodos de pico diário, um matinal, entre as 9h e as 12h, associado ao arranque da atividade industrial e comercial, e um vespertino, entre as 18h e as 22h, coincidente com o regresso da maior parte da população a casa. Os períodos noturnos registam preços estruturalmente mais baixos devido à menor procura. Na ferramenta, a hora do dia foi codificada tanto em valores crus como através de transformações seno e cosseno (codificação cíclica) da seguinte forma:

$$h_1 = \sin\frac{2\pi\, h}{24} \;\; ou \; h_2 = cos\frac{2\pi\, h}{24} \quad (3.3)$$

Preservando a continuidade entre a hora 23 e a hora 0. Foram testadas as duas abordagens, codificação cíclica e valores inteiros diretos, de 0 a 23. Ao extrair os resultados da rede, a hora volta a ser transformada em valores entre 1 e 24, apenas usando a nomenclatura interna anteriormente mencionada.

O dia da semana introduz padrões de consumo distintos entre dias úteis e fins-de-semana. A segunda-feira apresenta tipicamente erros de previsão superiores aos restantes dias, refletindo a transição do padrão de fim-de-semana para o padrão de dia útil. Nos fins-de-semana, a redução de atividade económica traduz-se em preços médios mais baixos. Uma variável separada identificou ainda os feriados e pontes possíveis, tomando como 1 o valor para as 24 horas de um dia que seja feriado ou ponte e o valor 0 para os restantes. Esta apenas serviu para análise de dados, não sendo utilizada na previsão de preços. À semelhança da hora, o dia da semana foi codificado tanto em valores diretos, de 0 a 6, como ciclicamente através de funções seno e cosseno. Quando se assume o valor 0, refere-se a uma segunda-feira e quando se assume o valor 6, refere-se a um domingo.

O mês do ano captura a sazonalidade anual dos preços, associada às variações de procura e de disponibilidade de recursos renováveis ao longo do ano. Os meses de verão tendem a apresentar maior produção solar, mas também maior procura, devido a necessidades de refrigeração, enquanto os meses de inverno são caracterizados por maior procura de aquecimento e menor produção solar. O mês foi testado, à semelhança das variáveis anteriores, tanto em forma cíclica como em forma de valor inteiro, em combinação com as restantes variáveis temporais.

Dá-se terminada a descrição das variáveis consideradas para a previsão a realizar. Para melhor compreensão, apresenta-se a Tabela 3.1, com todas as variáveis, o seu tipo, a sua designação interna e a sua fonte.

Tabela 3.1 – Lista de variáveis consideradas, notando o seu tipo, designação interna e fonte.

Variável	Tipo	Designação interna	Períodos disponíveis	Fonte
Preço	Histórico	preco	Ambos	OMIE
Produção Hídrica	Histórico	prod_hidrica	Ambos	REN
Produção Eólica	Histórico	prod_eolica	Ambos	REN
Produção Solar	Histórico	prod_solar	Ambos	REN
Produção Biomassa	Histórico	prod_biomassa	Ambos	REN
Produção por Ondas	Histórico	prod_ondas	Ambos	REN
Gás Natural - Ciclo Combinado	Histórico	prod_gas_ciclo	Ambos	REN
Gás Natural - Cogeração	Histórico	prod_gas_cogeracao	Ambos	REN
Produção Carvão	Histórico	prod_carvao	Ambos	REN
Outras Térmicas	Histórico	prod_outras_termicas	Ambos	REN
Importação	Histórico	importacoes	Ambos	REN
Exportação	Histórico	exportacoes	Ambos	REN
Bombagem	Histórico	bombagem	Ambos	REN
Consumo	Histórico	consumo_total	Ambos	REN
Solar Prevista	Previsão (D-1)	solar_prevista	2021-2025	ENTSO-E
Eólica Prevista	Previsão (D-1)	eolica_prevista	2021-2025	ENTSO-E
Consumo Previsto	Previsão (D-1)	consumo_previsto	2021-2025	ENTSO-E
Geração Prevista	Previsão (D-1)	geracao_prevista	2021-2025	ENTSO-E
Saldo Interligações	Composta	saldo_interligacoes	Ambos	REN
Rácio Renovável	Composta	racio_renovavel	Ambos	REN
Rácio Térmica/Renovável	Composta	racio_termica_renovavel	Ambos	REN
Variável Auxiliar	Composta	var_aux	2021-2025	ENTSO-E
Hora	Cronológica	hora	Ambos	N/A
Dia da semana	Cronológica	dia_semana	Ambos	N/A
Mês	Cronológica	mês	Ambos	N/A
Feriados/Pontes	Cronológica	feriados	Ambos	N/A

3.3 Ferramentas utilizadas

Para simular uma *FLANN*, é necessário criar um ambiente capaz de definir a sua estrutura, incorporar dados escolhidos na sua entrada, realizar o treino adequado e apresentar os resultados de forma clara. Adicionalmente, para uma rápida comparação com as outras estruturas a estudar, (*MLP*, *FLANN* híbrida e *CNN*), é também importante que este ambiente seja modular, sendo possível substituir estruturas sem muita dificuldade.

A elaboração das redes e todos os seus componentes foi realizada através da linguagem *Python*, mais especificamente utilizando as bibliotecas do *PyTorch* [16], de maneira a criar as topologias necessárias, organizar os dados de entrada e saída e treiná-las devidamente; as bibliotecas do *numpy* [17], de forma a manipular dados internamente, realizando operações matemáticas para obter diversos indicadores; as bibliotecas do *pandas* [18], para combinar e implementar os dados importados de ficheiros exteriores referentes aos preditores e ao alvo a prever; e bibliotecas menores referentes a indicadores de desempenho ausentes do *numpy* (*sklearn* [19]) e elaboração de gráficos simples rápidos entre cada modelo (*matplotlib* [20]).

3.3.1. Estrutura comum

Todas as arquiteturas partilham uma *pipeline* de dados, processo de treino e conjunto de indicadores de avaliação comuns, permitindo uma comparação controlada entre modelos e topologias.

Os dados foram divididos cronologicamente em três subconjuntos, preservando a ordem temporal, onde a ordenação cronológica não pode ser violada. Com isto, considerou-se 70% para treino, 10% para validação e 20% para teste. Estes valores foram alterados em certas ocasiões, de forma a verificar o efeito dessa mudança.

Todas as arquiteturas foram treinadas com o optimizador *Adam* [21], selecionado pela sua capacidade de adaptar a taxa de aprendizagem por parâmetro, o que acelera a convergência face a métodos como o Gradiente Descendente Estocástico clássico. A regularização foi assegurada por dois mecanismos complementares, a penalização L2 dos pesos (*weight decay*) no optimizador, e *dropout* aplicado às camadas internas dos modelos. Foi ainda utilizado um controlador de taxa de aprendizagem [22] (*ReduceLROnPlateau*), que reduz automaticamente a taxa de aprendizagem para metade quando a função-objetivo do conjunto de validação estagna durante um número definido de épocas, permitindo refinar a convergência nas fases finais do treino.

O treino de cada modelo foi limitado por um mecanismo de paragem antecipada, que interrompe o processo iterativo quando a função de perda no conjunto de validação deixa de melhorar durante um número pré-definido de épocas consecutivas, definido como parâmetro de paciência. Este mecanismo previne o *overfitting*, restaurando os pesos correspondentes à melhor perda de validação obtida durante o treino.

Os hiperparâmetros seguintes controlam o processo de treino e são partilhados, com valores idênticos, por todas as arquiteturas avaliadas, permitindo que as diferenças de desempenho observadas estejam ligadas à topologia e não a diferenças no protocolo de otimização.

A taxa de aprendizagem (*learning rate*) controla a magnitude do ajuste aplicado aos pesos do modelo a cada atualização, na direção oposta ao gradiente da função de perda. Um valor demasiado elevado pode impedir a convergência do modelo, provocando oscilações em torno do mínimo da função de perda ou mesmo divergência; um valor demasiado baixo torna o treino excessivamente lento e aumenta o risco de o modelo ficar preso num mínimo local que não se considere ótimo. Foi adotado o valor de 5×10^{-4}, resultante de experimentação empírica, tendo-se observado que valores mais elevados (1×10^{-3}) provocavam convergência demasiado rápida, associada a maior variabilidade entre execuções.

A penalização L2 [23], mencionada anteriormente, adiciona um termo de penalização à função de perda proporcional ao quadrado da magnitude dos pesos do modelo, evitando pesos excessivamente elevados e promovendo soluções mais simples e generalizáveis. Foi adotado o valor de 1×10^{-4}, considerado um nível moderado de regularização, compatível com o *dropout* aplicado nas camadas internas dos modelos.

O *batch size* define o número de amostras processadas em conjunto antes de cada atualização dos pesos do modelo. Valores mais pequenos resultam em atualizações mais frequentes e ruidosas, o que pode favorecer a generalização, mas torna o treino mais lento; valores mais elevados produzem atualizações mais estáveis, mas exigem mais memória e podem convergir para mínimos menos generalizáveis. Foi adotado o valor de 128.

A paciência controla o número de épocas consecutivas sem melhoria na perda no conjunto de validação toleradas antes da interrupção do treino. Um valor baixo interrompe o treino prematuramente, podendo impedir o modelo de atingir o seu desempenho máximo, enquanto um valor elevado permite mais tempo de treino, mas aumenta o risco de *overfitting* e o tempo de computação. Foi adotado o valor de 20 épocas.

O número máximo de épocas estabelece um valor máximo do número de iterações completas sobre o conjunto de treino, funcionando como salvaguarda independente do mecanismo de paragem antecipada. Foi adotado o valor de 200 épocas, verificando-se na generalidade dos casos que o mecanismo de paragem antecipada interrompia o treino bastante antes deste limite ser atingido.

Por fim, o *dropout,* durante o treino, desativa aleatoriamente uma fração das unidades de uma camada em cada atualização, forçando o modelo a não depender excessivamente de combinações específicas de características e reduzindo o risco de *overfitting*. É desativado automaticamente durante a avaliação do modelo, pelo que a totalidade das unidades é utilizada nas fases de validação e teste. Nas *FLANNs*, isto significa que a rede não vê 10% dos dados de entrada, por exemplo, visto que não possui unidades neuronais tradicionais. Foi adotado o valor de 0,1 (10%) em todas as arquiteturas, tendo-se

verificado experimentalmente que a sua remoção degrada substancialmente o desempenho, mesmo em arquiteturas de reduzida dimensão paramétrica como a *FLANN*.

3.3.2. Estrutura específica da *FLANN* implementada

A *FLANN* é uma arquitetura de rede neuronal sem camadas ocultas, na qual a capacidade de modelação de relações não-lineares é obtida através de uma expansão funcional explícita das variáveis de entrada, seguida de uma única camada de combinação linear. A Figura 3.3 ilustra a estrutura básica da rede: o bloco de expansão funcional representa, de forma agregada, a transformação determinística de cada variável de entrada num conjunto de novas características, através da aplicação das funções matemáticas descritas abaixo, sendo o vetor resultante combinado linearmente através de pesos treináveis w até à saída, sem qualquer camada oculta intermédia.

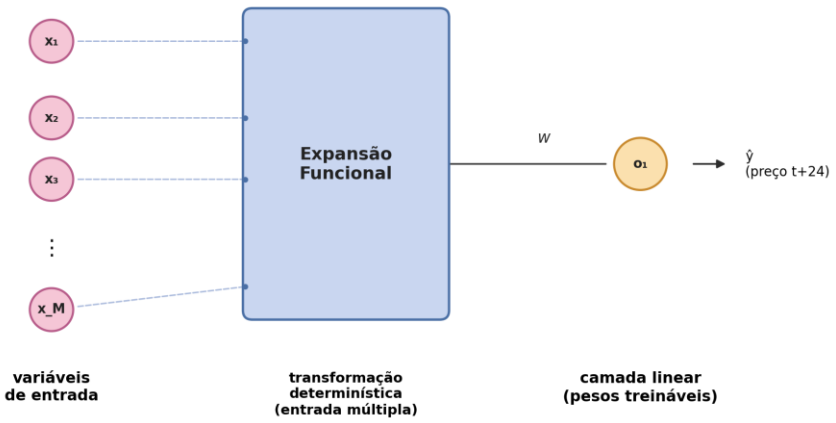


Figura 3.3 — Estrutura básica da arquitetura *FLANN*. O bloco de expansão funcional representa a transformação determinística das variáveis de entrada (sem pesos treináveis); a ligação sólida representa os pesos w da camada linear de saída.

O bloco de expansão funcional constitui o elemento central e distintivo da *FLANN*, substituindo o papel habitualmente desempenhado pelas camadas ocultas noutras arquiteturas. Foram implementadas e testadas as seguintes funções de expansão, cada uma inserida de forma independente, presentes na Tabela 3.2:

Tabela 3.2 – Lista de funções testadas no bloco funcional.

Função	**Expressão**
Original	x
Quadrática	x^2
Cúbica	x^3
Seno	$\sin(\pi x)$
Cosseno	$\cos(\pi x)$
Seno frequência dupla	$\sin(2\pi x)$
Cosseno frequência dupla	$\cos(2\pi x)$
Tangente hiperbólica	$\tanh(x)$
Gaussiana	$\exp(-x^2)$
ReLU	$\max(0, x)$
Sigmoid	$1/(1+e^{-x})$
Logaritmo	$\log(\lvert x\rvert+1)$
Swish	$x \cdot \tanh(x)$
Softplus	$\log(1+e^x)$
x·seno	$x \cdot \sin(\pi x)$

O número total de características após a expansão é dado pelo produto entre o número de variáveis de entrada e o número de funções de expansão ativas incluindo a variável original, constituindo diretamente o número de pesos da camada linear de saída, acrescido de um termo de *bias*.

Na configuração desta rede, é possível alterar um número de parâmetros específicos a esta. O conjunto de funções utilizadas no bloco de expansão determina quais das funções listadas na Tabela 3.2 são aplicadas às variáveis de entrada. É o parâmetro mais determinante do desempenho da *FLANN*, uma vez que define diretamente a capacidade do modelo para representar relações não-lineares entre as variáveis de entrada e o preço.

O *dropout* é aplicado sobre o vetor de características expandidas, antes da camada linear de saída. Ao contrário de arquiteturas com camadas ocultas, onde o *dropout* desativa neurónios internos, na *FLANN* desativa diretamente características expandidas específicas, o que foi verificado experimentalmente ter um efeito de regularização significativo, apesar da ausência de camadas ocultas. De facto, a sua remoção completa resultou numa degradação substancial e reprodutível do desempenho.

Para além da divisão simples treino/validação/teste descrita na secção 3.3.1, foram explorados diferentes esquemas de validação cruzada temporal (*walk-forward validation*) especificamente na arquitetura *FLANN*, com o objetivo de avaliar a robustez e a estabilidade do modelo perante diferentes formas de divisão cronológica dos dados. A validação *walk-*

forward é particularmente adequada a séries temporais, uma vez que respeita a ordem cronológica das observações e simula de forma mais realista o processo de retreino periódico de um modelo em produção.

Inicialmente considerou-se o *walk forward* mensal onde o modelo é treinado com a totalidade dos dados disponíveis até ao final de um determinado mês, sendo avaliado no mês imediatamente seguinte. Em cada iteração, a janela de treino cresce cumulativamente, incorporando todos os meses anteriores, enquanto a janela de teste corresponde sempre a um único mês. Este esquema simula um cenário em que o modelo é retreinado periodicamente com a totalidade do histórico disponível, sem descartar informação antiga.

Posteriormente, considerou-se o *walk forward* intra-anual, variante do esquema anterior em que a janela de treino é reiniciada no início de cada ano, treinando o modelo apenas com os meses anteriores do mesmo ano civil, e não com a totalidade do histórico disponível. Este esquema permite avaliar se o modelo generaliza de forma consistente dentro de cada ano isoladamente, sem beneficiar de informação de anos anteriores que possam refletir condições estruturais de mercado distintas.

Por fim, considerou-se um *walk forward* de janela deslizante onde, ao contrário das duas variantes anteriores, nas quais a janela de treino cresce ou é reiniciada periodicamente, este esquema mantém uma janela de treino de tamanho fixo, definida em número de semanas, que desliza uma semana de cada vez ao longo de todo o período disponível, seguida de uma janela de validação e de uma janela de teste, também de tamanho fixo e igualmente deslizantes. Formalmente, para janelas de treino, validação e teste de tamanho S_{tr}, S_{val} e S_{te} semanas respetivamente, a iteração k é definida pelos intervalos:

$$Treino_k = [k, k + S_{tr}] \tag{3.4}$$

$$Validação_k = [k + S_{tr}, k + S_{tr} + S_{val}] \tag{3.5}$$

$$Teste_k = [k + S_{tr} + S_{val}, k + S_{tr} + S_{val} + S_{teste}] \tag{3.6}$$

Este esquema constitui o mais realista dos três em termos de simulação de um cenário de produção, uma vez que o modelo é retreinado periodicamente apenas com um horizonte recente de dados, de dimensão fixa e reduzida, aproximando-se do que seria um processo de retreino semanal com uma janela de contexto limitada. Foram utilizados, na configuração de referência, vários esquemas que se diferenciavam no número de semanas consideradas.

3.3.3. Estrutura específica da *HFLANN* implementada

A *HFLANN* estende a arquitetura *FLANN* pela introdução de uma camada oculta

entre a expansão funcional e a camada de saída, combinando a expansão explícita de características com a capacidade adicional de modelação não-linear típica de redes com camadas ocultas, conforme ilustrado na Figura 3.4. O bloco de expansão funcional representa a mesma transformação determinística descrita para a *FLANN* (secção 3.3.2) onde as ligações entre este bloco e a camada oculta, bem como entre a camada oculta e a saída, envolvem pesos treináveis, representados a traço sólido.

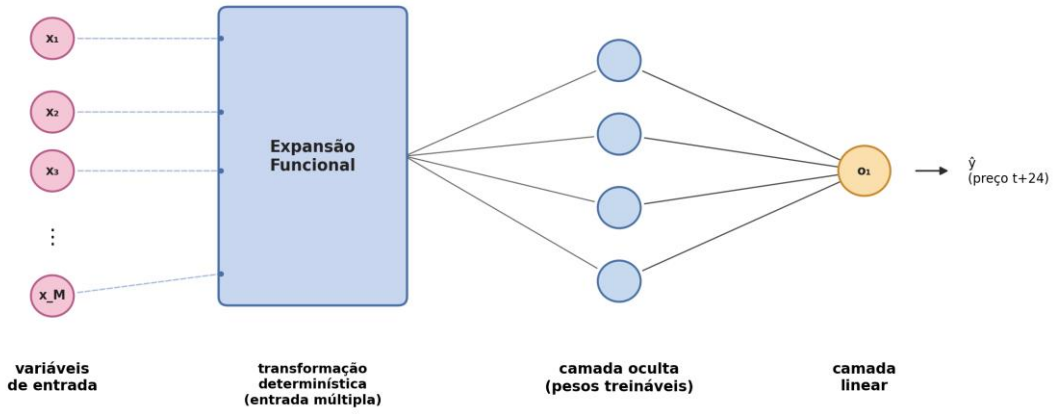


Figura 3.4 — Estrutura básica da arquitetura *HFLANN*. O bloco de expansão funcional representa a transformação determinística das variáveis de entrada; as ligações sólidas representam pesos treináveis, incluindo a camada oculta intermédia.

Existem dois parâmetros únicos a esta estrutura, representando, no fundo, uma combinação de duas topologias distintas.

O número de neurónios na camada escondida define o número de neurónios da camada introduzida entre a expansão funcional e a camada de saída. Um valor reduzido aproxima o comportamento da *HFLANN* ao da *FLANN* original, limitando a capacidade adicional de modelação enquanto um valor elevado aumenta a capacidade representacional do modelo, mas também o número de parâmetros e o risco de *overfitting*, sobretudo dado o volume de dados disponível. Foi adotado um valor dinâmico de neurónios, dependendo da quantidade de variáveis utilizada, de modelo para modelo. Geralmente, optou-se por associar um neurónio a cada série introduzida.

A função de ativação dos neurónios na camada oculta determina a não-linearidade aplicada à saída desta. Estão disponíveis as funções ReLU, tanh, sigmoide, leaky ReLU e ELU. Foram testadas todas as funções aqui descritas, de modo a verificar qual se adaptava melhor ao conjunto de dados considerado.

A configuração da expansão funcional segue os mesmos princípios descritos para a *FLANN*, assim como os restantes hiperparâmetros de treino, mantidos idênticos entre as duas

arquiteturas para permitir isolar o efeito específico da camada escondida adicional no desempenho do modelo.

3.3.4. Estrutura específica do *MLP* implementada

O *MLP* [24] constitui a arquitetura de referência clássica de rede neuronal densa, sem expansão funcional explícita, confiando inteiramente na camada escondida para a aprendizagem de representações não-lineares dos dados de entrada, conforme apresentado na Figura 3.5. A configuração utilizada inclui uma única camada oculta, com um número de neurónios igual ao número de variáveis de entrada do modelo. Todas as ligações entre camadas envolvem pesos treináveis, representados a traço sólido, sendo a rede totalmente ligada entre camadas adjacentes.

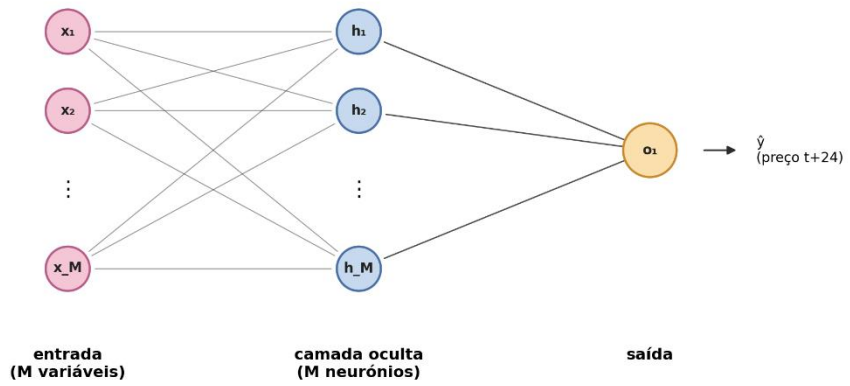


Figura 3.5 — Estrutura básica da arquitetura *MLP*, com uma única camada oculta contendo um neurónio por variável de entrada, totalmente ligada entre camadas adjacentes.

A arquitetura é definida por uma lista configurável de camadas ocultas, cada uma com um número de neurónios independente, podendo esta lista ser estendida para incluir múltiplas camadas. O número de camadas determina a profundidade da rede, ou seja, mais camadas permitiriam representações hierárquicas mais complexas, à custa de maior risco de *overfitting* e maior dificuldade de treino, não se tendo revelado necessárias no contexto deste trabalho.

Os parâmetros ajustáveis já foram mencionados na secção 3.3.1 e em 3.3.3, referindo-se ao número de neurónios e a sua função de ativação. O efeito do *dropout* difere da *FLANN*, ao desativar aleatoriamente uma fração dos neurónios.

3.3.5. Estrutura específica da *CNN* implementada

A *CNN* [25] aplica uma camada convolucional unidimensional sobre o vetor de características de entrada, tratando-o como uma sequência sobre a qual são aprendidos filtros locais, seguida de uma operação de achatamento (*flatten*) e de uma camada linear de saída, conforme ilustrado na Figura 3.6. Ao contrário do *MLP*, a camada convolucional não liga cada saída a todas as entradas, mas apenas a uma janela local de características vizinhas, sendo esses mesmos pesos partilhados ao longo de toda a sequência de entrada.

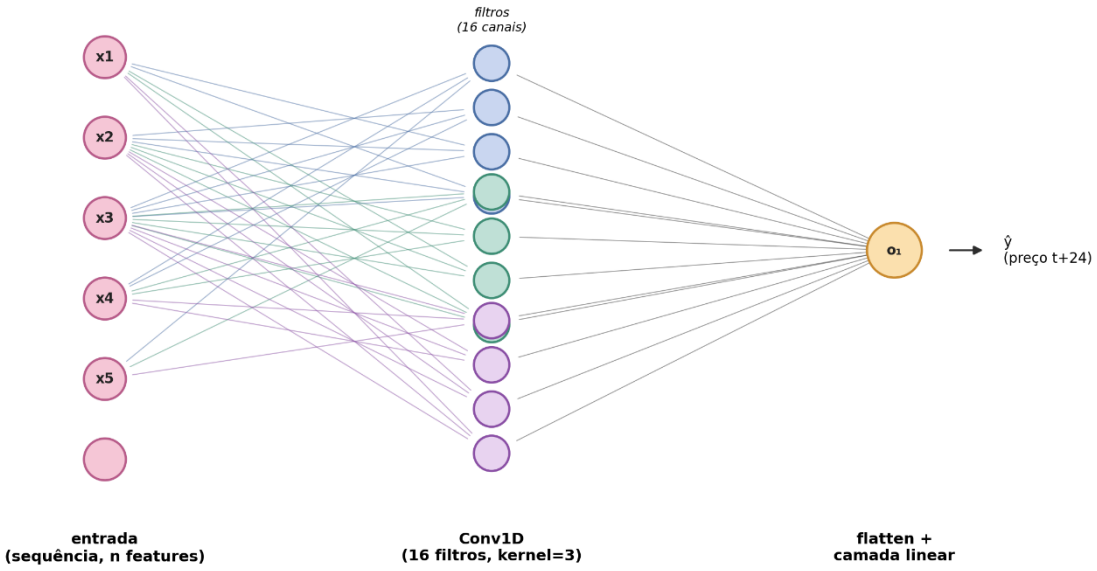


Figura 3.6 — Estrutura básica da arquitetura *CNN* (representação simplificada dos filtros), evidenciando a conetividade local entre a camada de entrada e os filtros convolucionais, seguida de *flatten* e camada linear de saída.

A camada convolucional passa um conjunto de filtros de dimensão fixa (*kernel*) sobre as características de entrada, com preenchimento simétrico que preserva a dimensão original da sequência, permitindo detetar padrões locais entre características vizinhas. Novamente consideram-se dois parâmetros únicos a esta rede, o número de filtros e o tamanho da janela convolucional.

O número de filtros determina quantos filtros convolucionais distintos são aprendidos em paralelo, cada um capaz de detetar um padrão local diferente entre características vizinhas. Um número reduzido de filtros limita a diversidade de padrões que o modelo pode capturar. No entanto, um número alto aumenta essa diversidade, mas também o número de parâmetros da camada linear subsequente, dado que esta recebe a concatenação das saídas de todos os filtros. Foi adotado o valor de 16 filtros, considerado suficiente para a quantidade de informação.

O tamanho da janela convolucional (*kernel*) define quantas características

consecutivas cada filtro observa simultaneamente em cada posição. Um *kernel* pequeno captura relações entre características muito próximas. Aumentar o *kernel* permite capturar relações mais alargadas, mas aumenta o número de parâmetros por filtro e pode diluir padrões locais mais finos. Foi adotado o valor de 3, considerado adequado ao número moderado de variáveis de entrada utilizadas, evitando que a janela abranja a totalidade ou a maioria das características, o que aproximaria o comportamento da convolução ao de uma camada densa.

Tal como as outras estruturas, os restantes parâmetros funcionam e são definidos da mesma forma.

3.3.6. Indicadores de desempenho

A avaliação do desempenho preditivo dos modelos foi realizada com recurso a sete indicadores complementares, calculados com base nos valores desnormalizados em €/MWh, selecionados de forma a captar diferentes dimensões do erro de previsão.

O MAE (*Mean Absolute Error*) mede a magnitude média dos erros de previsão, independentemente do sinal, expresso na unidade original (€/MWh). É o indicador central de comparação entre modelos utilizado neste trabalho. A este está associado o erro percentual médio, sendo o quociente do MAE pela média do preço real.

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|y_{real} - y_{previsto}\right| \tag{3.7}$$

O RMSE (*Root Mean Square Error*) penaliza mais fortemente os erros de maior magnitude, sendo especialmente sensível a previsões muito desviadas do valor real, como as associadas a picos de preço.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{real} - y_{previsto})^2} \tag{3.8}$$

O sMAPE (*symmetric Mean Absolute Percentage Error*) é uma métrica de erro percentual robusta a valores próximos de zero, calculada com base na média entre o valor real e o valor previsto no denominador, evitando a instabilidade numérica do MAPE tradicional em contextos de preços próximos de zero ou negativos, frequentes em mercados com elevada penetração renovável, como é o caso.

$$sMAPE = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left|y_{real} - y_{previsto}\right|}{|y_{real}| + \left|y_{previsto}\right|} \times 100 \tag{3.9}$$

O R^2 quantifica a proporção da variância dos preços reais explicada pelo modelo,

variando entre valores negativos (pior que a média) e 1 (ajuste perfeito).

O erro máximo corresponde à maior discrepância absoluta registada entre o valor previsto e o valor real no conjunto avaliado, sendo um indicador do comportamento do modelo perante eventos extremos de preço. No final, este serviu apenas como curiosidade, visto que foi dado quase sempre na mesma hora do mesmo dia do mesmo ano.

Por fim, o MASE (*Mean Absolute Scaled Error*) compara o erro do modelo com o erro de uma previsão ingénua (*naive*), permitindo avaliar se o modelo acrescenta valor preditivo relativamente ao método mais simples possível. A previsão ingénua considerada foi a *lag* do preço de 24 horas, visto ser a última informação sobre o preço no momento de previsão. Um valor de MASE inferior a 1 indica que o modelo supera a previsão *naive* e valores superiores a 1 indicam desempenho inferior.

Capítulo 4

Apresentação e análise de resultados

No presente capítulo serão expostos e analisados todos os resultados do que foi proposto no capítulo 3.

Inicialmente será feita uma análise dos dois períodos considerados, 2010-2014 e 2021-2025, revelando particularidades relacionadas com o preço verificado e com o *mix* de produção.

Posteriormente, será revelada a progressão de modelos para a *FLANN*, em cada período, incluindo informação sobre as variáveis que os constituem e o seu desempenho.

O melhor modelo será analisado em pormenor, incluindo o seu comportamento em diferentes contextos: em horas, dias da semana e níveis de preço particulares; bem como o efeito da expansão funcional e resultados relacionados com os modos de treino alternativos considerados.

De seguida, o mesmo tipo de análise será aplicado ao melhor modelo, mas para as outras topologias. No caso da *HFLANN* e do *MLP*, serão destacadas as diferenças de resultados dependendo da função de ativação dos neurónios.

Numa última fase, será apresentada uma comparação geral, de maneira a verificar onde cada uma das redes se mostrou bem-sucedida ou fracassou.

4.1 Preços nos Períodos Considerados

Neste subcapítulo caracterizam-se estatisticamente os preços horários de eletricidade e a composição do *mix* de produção em Portugal nos dois períodos analisados neste trabalho, 2010–2014 e 2021–2025, com base nos dados horários do mercado diário e de produção por tecnologia. A análise utiliza indicadores estatísticos de forma a revelar características particulares de cada período e identificar meses específicos cujo comportamento se destaca do padrão geral.

4.1.1. 2010-2014

O preço médio horário no mercado português entre 2010 e 2014 foi de 44,27 €/MWh, com um desvio-padrão de 16,37 €/MWh. A mediana, com valor de 47,01 €/MWh, situa-se ligeiramente acima da média, indicando uma distribuição com maior densidade de observações na zona intermédia de preços e uma cauda inferior mais alongada, confirmada pelo facto de o percentil 5 (7,52 €/MWh) estar consideravelmente mais afastado da mediana do que o percentil 95 (66,10 €/MWh). Não se registou nenhuma hora com preço negativo neste período, e o preço foi exatamente nulo em 1009 horas (2,30% do total). O preço máximo observado foi de 180,30 €/MWh, e apenas 0,11% das horas registaram preços superiores a 100 €/MWh. As características gerais referentes a este período estão presentes na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Características gerais do período 2010-2014.

Indicador	**Valor**
Média	44,27 €/MWh
Desvio-padrão	16,37 €/MWh
Coeficiente de variação	0,37
Mediana	47,01 €/MWh
Percentil 5 / 95	7,52 / 66,10 €/MWh
Mínimo / Máximo	0,00 / 180,30 €/MWh
Horas com preço negativo	0 (0,00%)
Horas com preço nulo	1009 (2,30%)
Horas acima de 100 €/MWh	50 (0,11%)

A Figura 4.1 estabelece a forma como o preço evolui ao longo do ano por hora, no ano de 2014, o ano de teste deste período. Evidencia-se claramente a gama de valores em que o preço se encontra ao longo deste ano.

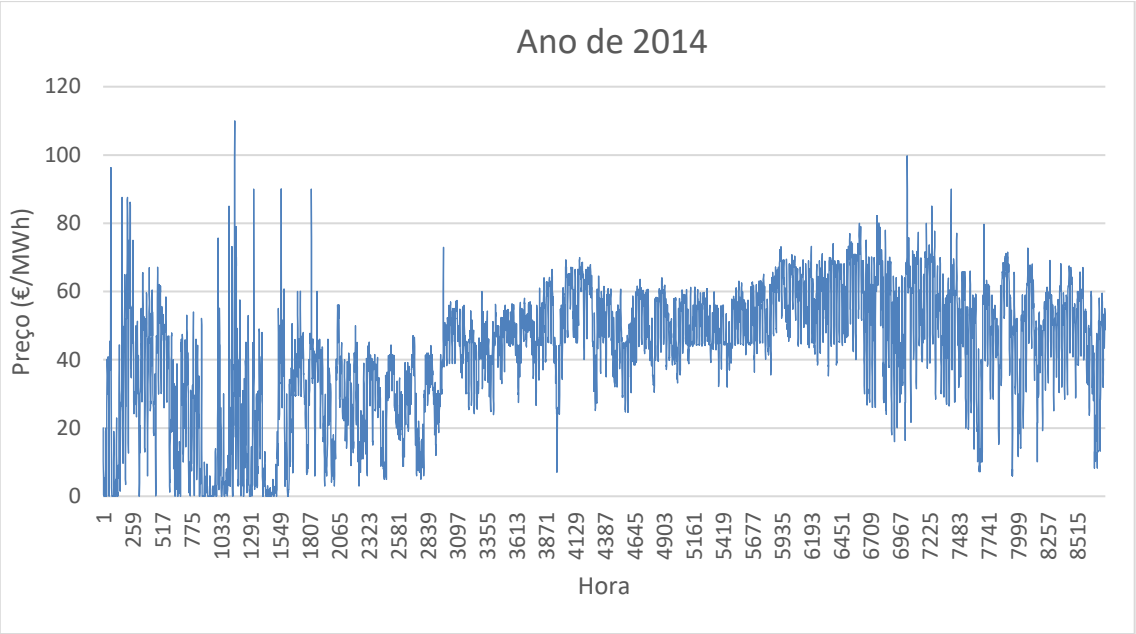


Figura 4.1 - Preço horário ao longo do ano de 2014.

A Tabela 4.2 apresenta o preço médio e o desvio-padrão anual, evidenciando uma trajetória inconsistente ao longo do período: o preço médio mais baixo ocorreu em 2010 e o mais elevado em 2011, sendo 2013 o ano de maior dispersão, evidenciado pelo seu desvio-padrão. A quota renovável refere-se à percentagem média de produção renovável em relação à produção total, sendo consideradas como renováveis a hídrica, eólica, solar, biomassa e ondas. A quota de carvão refere-se ao mesmo valor, apenas para a produção a carvão.

Tabela 4.2 – Características por ano no período de 2010-2014.

Ano	Preço médio (€/MWh)	Desvio-padrão (€/MWh)	Quota renovável	Quota carvão
2010	37,32	14,69	55,2%	13,2%
2011	50,45	10,11	48,8%	18,9%
2012	48,08	12,22	45,6%	28,5%
2013	43,64	20,39	61,7%	22,9%
2014	41,86	18,70	63,7%	22,6%

Neste período, a análise ao nível mensal revela um padrão consistente: os meses de preço mais elevado e maior volatilidade coincidem sistematicamente com uma quota hídrica reduzida, enquanto os meses de preço mais baixo coincidem com uma quota hídrica próxima ou superior a 50%, como se verifica na Tabela 4.3.

Dezembro de 2013 destaca-se como o mês de preço médio mais elevado do período e de maior volatilidade (desvio-padrão de 31,08 €/MWh, máximo de 112,00 €/MWh), coincidindo com uma quota hídrica de apenas 23,5% — bastante abaixo da média do período. Um padrão semelhante observa-se em outubro de 2011 (59,22 €/MWh, quota

hídrica de 16,0%), o segundo mês mais caro do período.

No extremo oposto, fevereiro de 2014 regista o preço médio mais baixo de todo o período (15,39 €/MWh), com a quota hídrica a atingir 50,5% e a quota renovável agregada 84,5%; 98 horas nesse mês tiveram preço nulo. Um padrão praticamente idêntico ocorre em abril de 2013 (16,08 €/MWh, quota hídrica de 50,7%, 249 horas com preço nulo — o maior número de horas a preço nulo de qualquer mês do período) e em março de 2010 (20,12 €/MWh, quota hídrica de 50,7%).

Tabela 4.3 – Meses notáveis no período de 2010-2014.

Mês	**Preço médio (€/MWh)**	**Quota hídrica**	**Observação**
dez. 2013	62,99	23,5%	Máximo do período, maior volatilidade
out. 2011	59,22	16,0%	Segundo mês mais caro
fev. 2014	15,39	50,5%	98h a preço nulo, mínimo do período
abr. 2013	16,08	50,7%	249h a preço nulo, máximo do período
mar. 2010	20,12	50,7%	Inclui as 2 únicas horas a 180,30 €/MWh

O *mix* de produção português entre 2010 e 2014, presente na Figura 4.2, foi dominado pela componente hídrica (27,45% do total produzido) e eólica (21,63%), seguidas de perto pelo carvão (20,96%). O conjunto das fontes térmicas fósseis representou 44,75% da produção total. A quota renovável agregada foi de 55,24%, com a produção solar a representar apenas 0,78% do total.

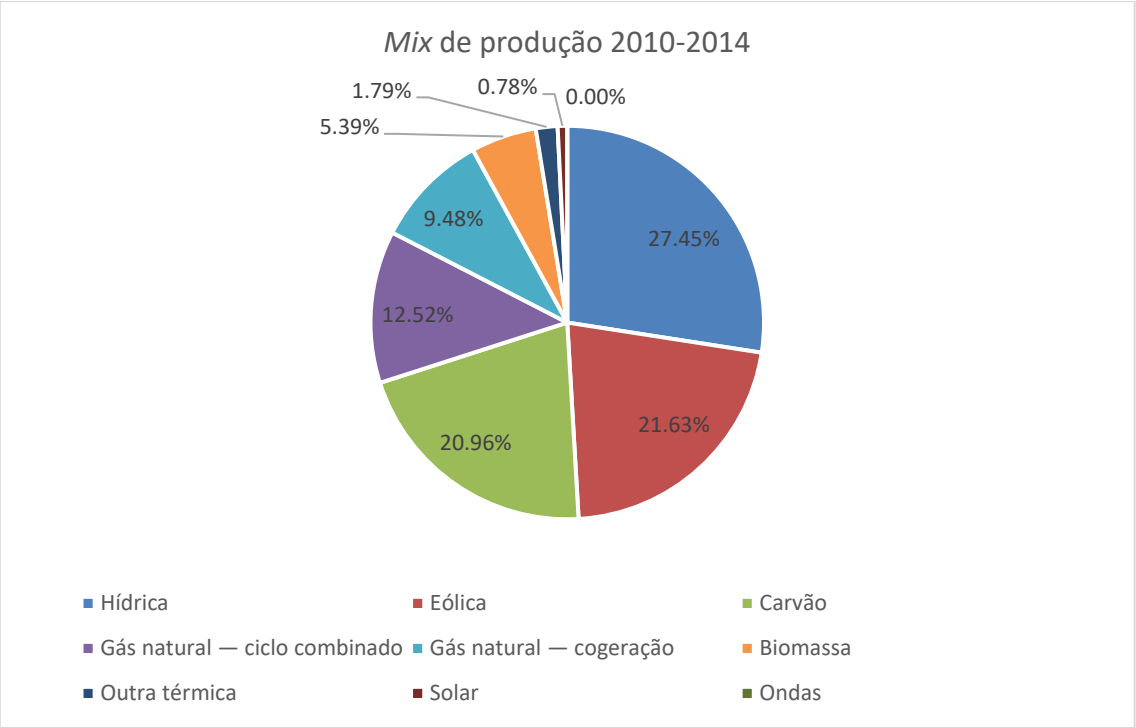


Figura 4.2 — *Mix* de produção no período 2010-2014.

4.1.2. 2021-2025

O preço médio horário entre 2021 e 2025 foi de 99,54 €/MWh, mais do dobro do período 2010–2014, com um desvio-padrão de 68,63 €/MWh, triplicando em relação ao período anterior. Registaram-se 396 horas com preço negativo (0,90% do total) e 812 horas com preço nulo (1,85%). No extremo superior, 44,45% das horas registaram preços acima de 100 €/MWh e 8,60% acima de 200 €/MWh, com um máximo de 651,00 €/MWh. As características gerais referentes a este período estão presentes na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Características gerais do período 2021-2025.

Indicador	**Valor**
Média	99,54 €/MWh
Desvio-padrão	68,63 €/MWh
Coeficiente de variação	0,69
Mediana	93,00 €/MWh
Percentil 5 / 95	1,95 / 226,05 €/MWh
Mínimo / Máximo	−5,00 / 651,00 €/MWh
Horas com preço negativo	396 (0,90%)
Horas com preço nulo	812 (1,85%)
Horas acima de 100 €/MWh	19480 (44,45%)
Horas acima de 200 €/MWh	3770 (8,60%)

Novamente, a Figura 4.3 evidencia a gama de valores de preço no ano de teste, 2025. Note-se a maior volatilidade e dimensão de preço, comparativamente a 2014.

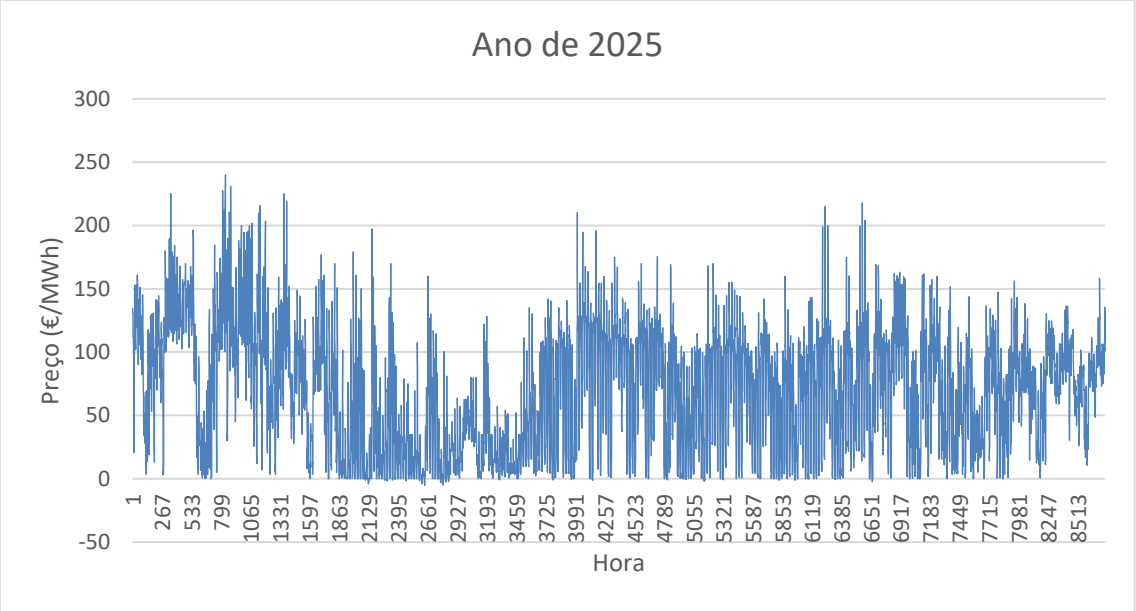


Figura 4.3 — Preço horário ao longo do ano de 2025.

A evolução ano a ano, na Tabela 4.5, mostra uma trajetória acentuadamente não-linear: o preço médio aumenta significativamente de 2021 (112,01 €/MWh) para 2022 (167,91 €/MWh), o ano de maior preço médio e também de elevada dispersão, seguindo-se uma redução progressiva em 2023 e 2024, com nova ligeira subida em 2025.

Tabela 4.5 – Características por ano no período de 2021-2025.

Ano	Preço médio (€/MWh)	Desvio-padrão (€/MWh)	Quota renovável	Quota carvão
2021	112,01	74,71	66,9%	1,6%
2022	167,91	69,11	62,3%	0,0%
2023	88,27	39,93	77,2%	0,0%
2024	63,44	45,57	88,7%	0,0%
2025	66,18	46,45	83,8%	0,0%

No contexto mensal, com meses em destaque na Tabela 4.6, março de 2022 é, com folga, o mês mais extremo do período e de toda a série analisada: preço médio de 283,25 €/MWh, desvio-padrão de 90,49 €/MWh e o preço máximo absoluto do período (651,00 €/MWh), coincidindo com uma quota hídrica reduzida (18,9%) num contexto já de grande tensão no mercado de gás europeu, com os efeitos da invasão da Ucrânia ainda em força total. Dezembro de 2021 (239,27 €/MWh) e janeiro/fevereiro de 2022 (acima de 200 €/MWh em ambos) confirmam que o pico de preços se concentra precisamente no trimestre que antecede a entrada em vigor do mecanismo ibérico de desacoplamento dos preços do gás natural em junho de 2022 — nenhum mês a partir de meados de 2022 volta a atingir preços

médios desta magnitude.

No extremo oposto, abril de 2024 é o mês de preço médio mais baixo de todo o período (13,23 €/MWh), com quota renovável de 95,8% e 100 horas com preço negativo — o segundo maior número de horas negativas de qualquer mês. Abril de 2025 apresenta um padrão semelhante (25,91 €/MWh, quota renovável de 91,6%) mas destaca-se por outro motivo: regista o maior número de horas com preço negativo de todo o período (104 horas) e inclui o apagão de 28 de abril, que introduz uma anomalia acentuada nos dados de consumo desse mês.

Tabela 4.6 – Meses notáveis no período de 2021-2025.

Mês	**Preço médio (€/MWh)**	**Quota hídrica**	**Observação**
mar. 2022	283,25	18,9%	Máximo absoluto do período (651 €/MWh)
dez. 2021	239,27	21,5%	Pico pré-mecanismo ibérico
abr. 2024	13,23	53,5%	Mínimo do período, 100h negativas
abr. 2025	25,91	49,9%	104h negativas, máximo do período, inclui apagão

O *mix* de produção entre 2021 e 2025, evidenciado na Figura 4.4, é claramente dominado pelas fontes renováveis, com a hídrica a representar 32,06% e a eólica 28,88% do total produzido. A produção solar, com 8,21%, é já uma componente relevante, mais de dez vezes superior à sua quota no período 2010–2014. O carvão praticamente desaparece do *mix*, 0,32% no total do período, concentrado quase exclusivamente em 2021, e nulo a partir de 2022, devido ao fecho da última central a carvão neste período. O gás natural em ciclo combinado é a única fonte fóssil com peso significativo. A quota renovável agregada atinge 75,95% no total do período, e 88,7% no ano de 2024 isoladamente.

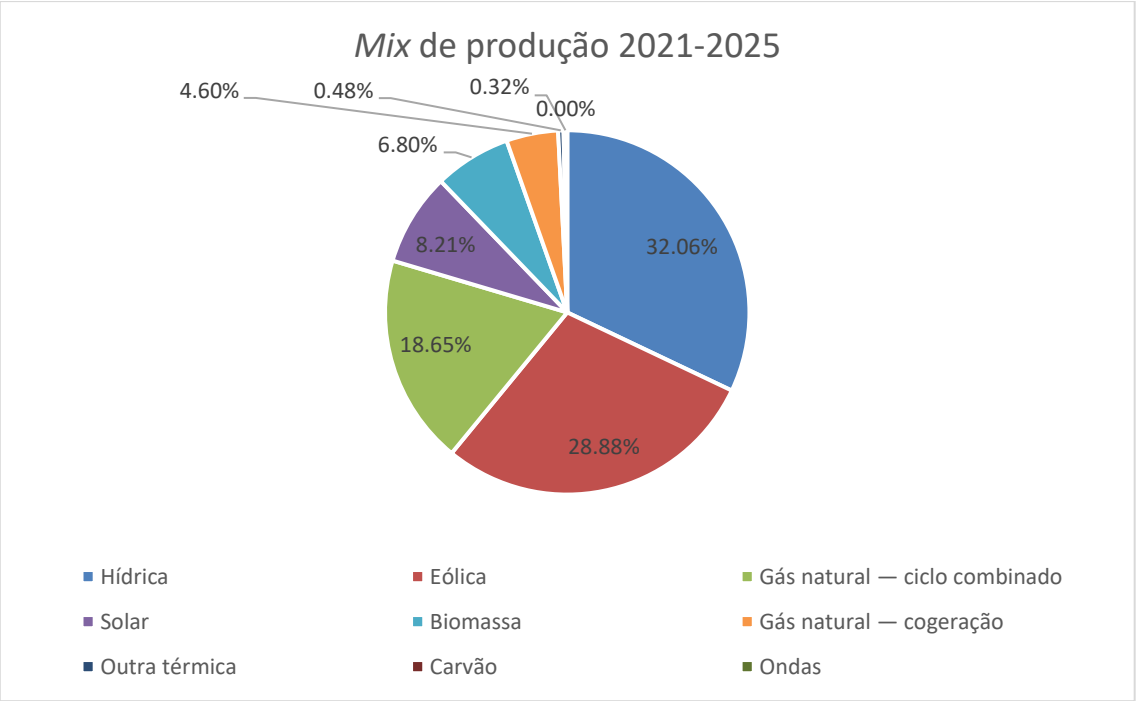


Figura 4.4 — *Mix* de produção no período 2021-2025.

4.1.3. Síntese comparativa

Observando a Tabela 4.7, o coeficiente de variação quase duplicou entre os dois períodos, confirmando que o aumento da volatilidade não é um mero artefacto de preços médios mais elevados. A natureza dos extremos de preço alterou-se também qualitativamente: no período 2010–2014 não se observou nenhuma hora com preço negativo, enquanto no período 2021–2025 estas representam já 0,90% do total. No extremo superior, a proporção de horas acima de 100€/MWh passou de um evento raro para uma ocasião regular.

A comparação do *mix* de produção entre os dois períodos evidencia uma transformação estrutural do sistema português: a quota conjunta de hídrica e eólica aumentou de cerca de 49% para praticamente 61%; a produção solar passou de quase inexistente para uma componente estabelecida e o carvão, que representava mais de um quinto da produção total no primeiro período, desapareceu do sistema a partir de 2022.

Tabela 4.7 – Comparação geral entre os períodos 2010-2014 e 2021-2025.

Indicador	2010–2014	2021–2025	Variação
Preço médio (€/MWh)	44,27	99,54	+124,9%
Desvio-padrão (€/MWh)	16,37	68,63	+319,2%
Coeficiente de variação	0,37	0,69	+86,5%
Horas com preço negativo	0,00%	0,90%	+0,9 p.p.
Horas acima de 100 €/MWh	0,11%	44,45%	+44,34 p.p.
Quota renovável	55,24%	75,95%	+20,7 p.p.
Quota carvão	20,96%	0,32%	−20,6 p.p.
Quota solar	0,78%	8,21%	+7,4 p.p.

A Figura 4.5 oferece uma melhor visão da distribuição dos preços, demonstrando claramente a diferença de magnitude entre períodos.

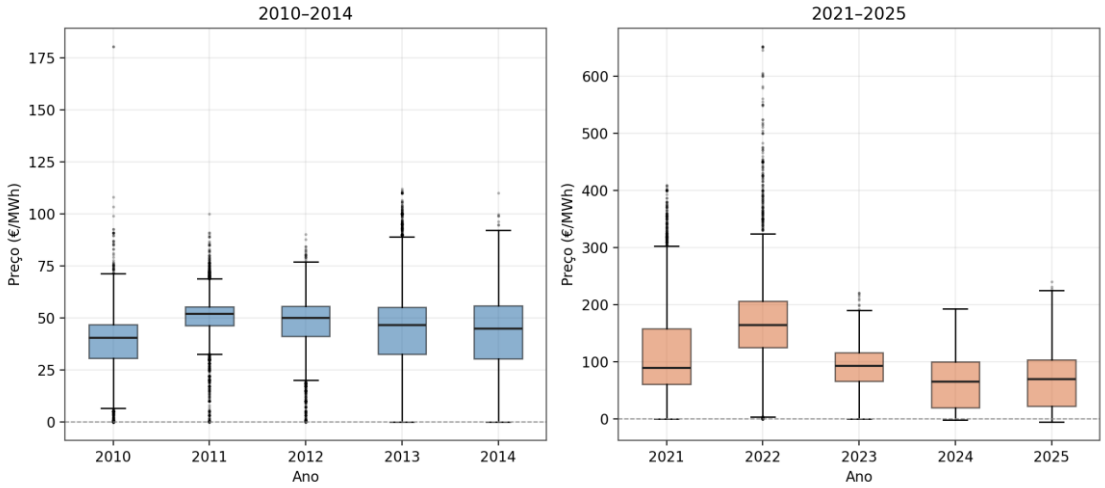


Figura 4.5 — Distribuição anual dos preços horários em cada período.

A Figura 4.6 apresenta uma ideia da densidade de preços em cada período, demonstrando claramente a volatilidade observada no período de 2021-2025, face aos preços consistentes verificados no período de 2010-2014.

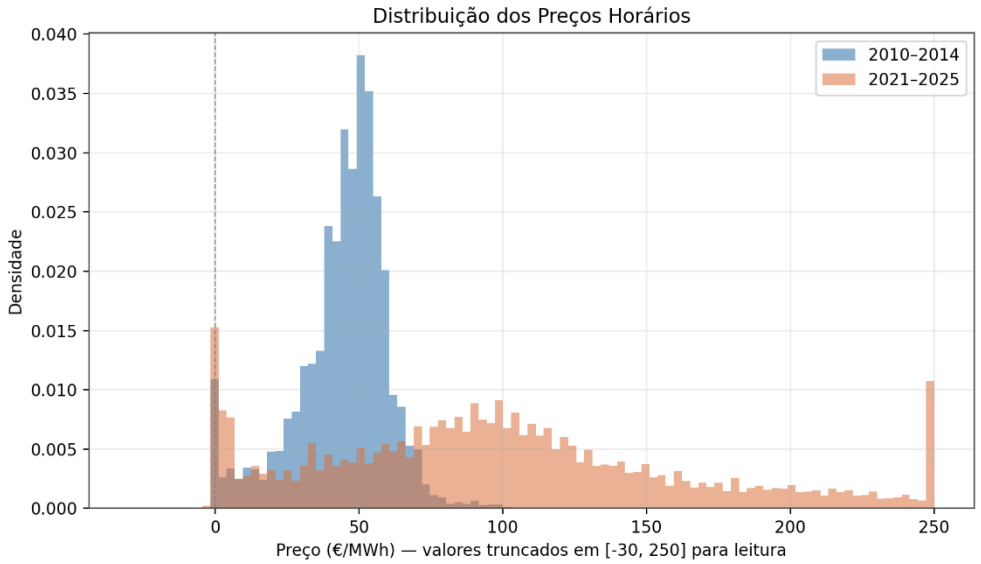


Figura 4.6 — Distribuição de densidade dos preços horários em cada período.

Finalmente, a Figura 4.7 esclarece o modo como o sistema produtor português mudou drasticamente, destacando-se o completo desaparecimento da componente de carvão e o preenchimento dessa lacuna por fontes renováveis.

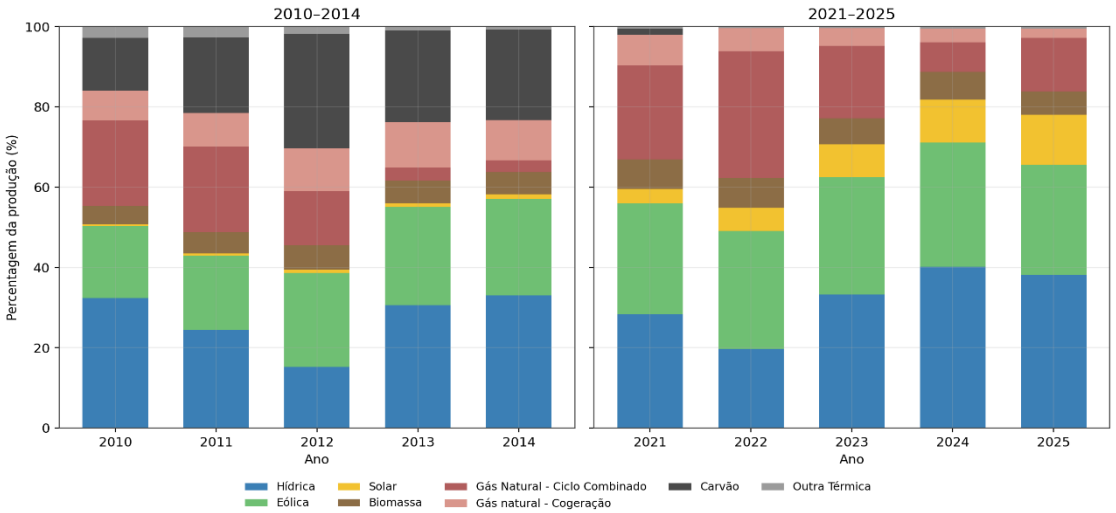


Figura 4.7 — Composição percentual anual do *mix* de produção por tecnologia.

4.2 *FLANN*

Neste subcapítulo, apresenta-se a progressão de modelos obtida para a *FLANN*, em cada período, apontando particularidades na progressão. No total, foram realizados cerca de 1500 ensaios de treino diferentes, onde se variou o conjunto de variáveis de entrada e/ou as funções presentes no bloco funcional, sendo que para cada modelo executaram-se pelo menos 10 testes. De seguida, o melhor modelo obtido é descrito em pormenor e procede-se à caracterização do seu comportamento. Por fim, verifica-se o desempenho deste modelo em formas de treino alternativas, mais especificamente, os *walk-forwards* e janelas deslizantes.

4.2.1 Progressão 2010-2014

Evidencia-se a progressão de modelos realizada, para o período de 2010-2014, incluindo-se as variáveis constituintes, a expansão funcional utilizada e os indicadores estatísticos MAE, RMSE, sMAPE e R^2. Note-se que apenas se apresentam os modelos que apresentaram melhor desempenho, relativamente aos anteriores na progressão.

Tabela 4.8 – Progressão de modelos na *FLANN* no período de 2010-2014.

Modelo	**Hora**	**DDS**	**Preço**				**Prod. Solar**	**Prod. Eólica**	**Prod. Carvão**	**Bombagem**	**Prod. Hídrica**	**Saldo de interligações**		**Consumo total**
			***lag* 24**	***lag 48***	***lag 168***	***lag 336***					***lag* 24**	***lag* 24**	**real**	
M1	X	X												
M2	X	X	X											
M3	X	X	X	X										
M4	X	X	X	X	X									
M5	X	X	X	X	X	X								
M6	X	X	X	X	X	X	X							
M7	X	X	X	X	X	X	X	X						
M8	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
M9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
M10	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
M11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
M12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
M13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
M14	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
M15	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
M16	X	X	X	X	X	X		X	X	X			X	X
M17	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X		X	X

Tabela 4.9 – Indicadores estatísticos de cada modelo no período de 2010-2014.

Modelo	MAE (€/MWh)	RMSE (€/MWh)	sMAPE (%)	R^2
M1	13,9425	18,0877	40,26	0,0637
M2	10,2706	13,5025	34,10	0,4776
M3	9,5735	12,6759	32,88	0,5396
M4	8,7788	11,6963	31,34	0,6047
M5	8,6574	11,5513	30,78	0,6138
M6	8,5585	11,5114	30,67	0,6164
M7	7,5329	9,9975	28,74	0,7107
M8	6,9014	9,1296	27,22	0,7587
M9	6,6930	8,9277	26,63	0,7694
M10	6,6009	8,7977	26,51	0,7760
M11	6,6136	8,7978	26,52	0,7759
M12	6,2955	8,4293	25,84	0,7942
M13	6,1051	8,2329	25,44	0,8038
M14	5,9862	8,0507	25,09	0,8124
M15	5,6325	7,6918	24,27	0,8287
M16	5,7739	7,8482	24,66	0,8217
M17	5,6391	7,7047	24,30	0,8282

Tabela 4.10 – Funções incluídas no bloco funcional de cada modelo no período de 2010-2014.

Modelo	Expansão Funcional
M1	Original
M2	Original
M3	Original
M4	Original
M5	Original
M6	Original
M7	Original
M8	Original
M9	Original
M10	Original
M11	Original
M12	Original e x^2
M13	Original, x^2 e $\sin(\pi x)$
M14	Original, x^2, $\sin(\pi x)$ e $\cos(\pi x)$
M15	Original, x^2, $\sin(2\pi x)$, $\sin(\pi x)$, $\cos(\pi x)$ e swish
M16	Original, x^2, $\sin(2\pi x)$, $\sin(\pi x)$, $\cos(\pi x)$ e swish
M17	Original, x^2, $\sin(2\pi x)$, $\sin(\pi x)$, $\cos(\pi x)$ e swish

Nesta progressão, com modelos detalhados na Tabela 4.8, considerou-se, em geral, que a adição de uma variável era bem-sucedida caso houvesse uma melhoria consistente em todos os indicadores. Para cada novo modelo foram realizados 10 treinos adicionais naquela configuração, de modo a obter resultados consistentes. De facto, certos treinos apresentaram mínimos históricos de indicadores, mas foram descartados por serem inconsistentes com as restantes tentativas. O conjunto de teste compreende a totalidade do ano de 2014. Apresentam-se apenas os modelos que mostram uma progressão positiva do anterior, com muitos modelos intermédios não considerados por não contribuírem para melhor desempenho.

Os primeiros cinco modelos apresentam uma evolução consistente, acrescentando-se mais *lags* de preço, a rede consegue formar os padrões que este segue. Os dois seguintes também apresentam uma continuidade esperada, a produção eólica e solar ajudam a prever o preço pois estão associados normalmente a períodos de preços baixos, como se verificou na secção anterior. Entre os modelos M7 e M8 ainda se testou incluir a produção hídrica, mas esta inclusão, surpreendentemente, não provocou efeitos positivos, estagnando os indicadores. A inclusão da produção a carvão no modelo M8 oferece melhorias visto que o carvão neste período ainda era parte integrante fundamental do sistema produtor. Entre os modelos M9 e M10 testaram-se todas as restantes variáveis relacionadas com valores reais possíveis, incluindo todas as produções, consumo total e importações/exportações. Nenhuma teve efeitos consideráveis no desempenho da previsão.

Passou-se ao teste em que se acrescentam *lags* de produção nas entradas, começando pela *lag* de 24 horas de produção hídrica, que, ao contrário do seu valor real, melhorou todos os indicadores, ainda que ligeiramente. Entre os modelos M10 e M11, ainda se testou *lags* de 24 horas da produção eólica, solar e consumo total, sem efeito. Entre M11 e M12, testaram-se todas as variáveis possíveis em *lags* de 24, 48 e 168 horas, nenhuma delas melhorando a previsão.

No modelo M12, iniciaram-se testes relacionados com o bloco funcional, testando progressivamente todas as funções disponíveis. Na Tabela 4.10 evidencia-se as utilizadas, notando-se a ausência da gama total de funções testadas, já listada na Tabela 3.2.

A partir do modelo M15, considerou-se uma revisão da progressão total, removendo variáveis que pareciam ter menor impacto, como a produção solar, e reformulando os modelos, testando novamente diversas combinações.

No final, M17 prevalece como o modelo mais consistente e compacto, composto por 12 variáveis, evidenciadas na Tabela 4.8, e com uma expansão funcional composta por 6 funções, dispostas na Tabela 4.10.

4.2.2 Resultados do melhor modelo – 2010-2014

Considerando-se o modelo M17, analisou-se mais particularmente os resultados no conjunto de teste. Na Figura 4.8 verifica-se a distribuição dos preços e o erro verificado em cada gama:

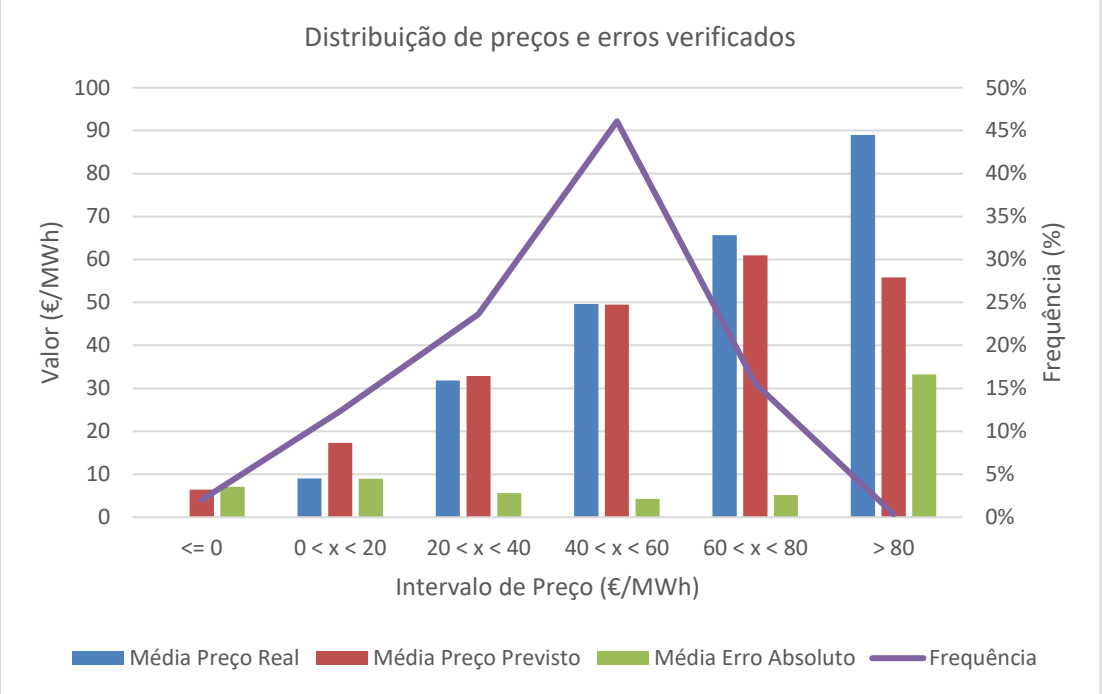


Figura 4.8 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *FLANN*).

O modelo atinge o seu melhor desempenho na gama intermédia de preços, entre 40 e 80 €/MWh, onde se concentra a maioria das observações do conjunto de teste, 5361 de um total de 8698, cerca de 62%, com erro absoluto entre 4,29 e 5,19 €/MWh.

Em ambos os extremos da distribuição de preços, o desempenho degrada-se bastante. Na gama de preços muito baixos, entre 0 e 20 €/MWh, com 1.073 observações no conjunto, o erro absoluto sobe para 8,99 €/MWh. Nas 177 observações com preço exatamente nulo, o erro absoluto médio atinge 7,1 €/MWh.

No extremo superior, as observações acima de 80 €/MWh, contabilizando apenas 31 no total do conjunto de teste, apresentam erros absolutos muito elevados, 32,73 €/MWh na gama 80–100, e 48,10 €/MWh na única observação acima de 100 €/MWh. Tratando-se de eventos raros no conjunto de treino, o modelo dispõe de pouca informação para os aprender adequadamente, o que é consistente com o comportamento típico de modelos de regressão perante distribuições assimétricas com caudas pouco representadas.

Considerando a hora, na Tabela 4.11 é possível verificar que as diferenças de erro são ligeiras. As horas de maior erro absoluto coincidem com as horas de pico vespertino, das 20h às 22h, onde ocorre o máximo erro absoluto médio, 6,52 €/MWh às 21h, onde os preços reais são mais elevados, alcançando os 53 €/MWh. Por outro lado, as horas de menor erro absoluto médio situam-se na madrugada, onde o erro baixa para 4,79 €/MWh, às 5h, que coincide com o período no ciclo horário onde os preços chegam ao seu valor mínimo, cerca de 29 €/MWh.

O erro percentual segue, no entanto, um padrão inverso: é precisamente nas horas de preço mais baixo que o erro percentual atinge os valores mais elevados, acima de 16%, e nas horas de preço mais alto que atinge os valores mais baixos, 10,6% a 11,6%. Este padrão é uma consequência aritmética esperada, um erro absoluto semelhante representa uma fração maior de um preço de base baixo do que de um preço de base elevado e ilustra por que motivo o erro absoluto e o erro percentual devem ser sempre interpretados em conjunto, nunca isoladamente.

Tabela 4.11 – Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando a hora (2010-2014, *FLANN*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	39,96	40,49	5,83	14,60%
2	35,07	35,82	5,37	15,31%
3	31,20	32,50	4,98	15,96%
4	30,61	31,50	4,86	15,86%
5	29,64	30,93	4,79	16,17%
6	30,70	32,42	5,00	16,28%
7	34,80	35,56	5,34	15,34%
8	40,03	39,66	5,81	14,50%
9	42,44	42,63	5,71	13,47%
10	45,55	45,72	5,65	12,41%
11	46,75	46,99	5,61	12,00%
12	46,36	47,02	5,46	11,77%
13	46,81	47,21	5,52	11,80%
14	46,12	46,27	5,38	11,66%
15	43,88	44,73	5,38	12,26%
16	41,87	43,18	5,36	12,80%
17	41,25	42,65	5,27	12,77%
18	42,83	43,68	5,32	12,42%
19	45,72	46,03	5,65	12,36%
20	49,16	49,17	6,14	12,48%
21	51,79	51,45	6,52	12,58%
22	52,76	52,00	6,13	11,62%

23	49,47	48,97	5,25	10,60%
24	43,92	44,04	5,28	12,02%

O padrão por dia da semana, presente na Tabela 4.12, evidencia uma clara distinção entre dias úteis e fim de semana. Quarta-feira e quinta-feira apresentam o melhor desempenho relativo, com erros percentuais de 11,40% e 11,02%, respetivamente, os únicos dias abaixo dos 12%. Em contraste, sábado, com 14,81% e, sobretudo, domingo, com 16,70%, registam os erros percentuais mais elevados de toda a semana, coincidindo com os preços reais médios mais baixos.

Segunda-feira destaca-se como uma exceção parcial a este padrão: apesar de ter um preço real médio semelhante ao dos restantes dias úteis, regista o segundo maior erro absoluto médio da semana e um erro percentual mais elevado do que nos restantes dias úteis. Este comportamento é consistente com o facto de segunda-feira representar uma transição face ao padrão de consumo do fim de semana anterior, exigindo do modelo uma adaptação mais acentuada do que a transição entre dias úteis consecutivos.

O conjunto de teste inclui 16 dias classificados como feriado ou ponte. Nestes dias, o modelo apresenta um erro absoluto médio de 4,83 €/MWh e um erro percentual de 11,82%. Verifica-se que estes valores são bastante inferiores ao do conjunto de teste global, com o MAE a atingir 5,48€/MWh e o erro médio percentual a atingir 23,9%. De facto, em ambos os conjuntos de treino e validação, o desempenho da previsão em dias deste tipo piorou face à sua média. Este resultado é notável por ser contrário à expectativa inicial de que dias atípicos, como feriados, seriam mais difíceis de prever, sugerindo que, pelo menos para o período e o modelo aqui analisados, os feriados no conjunto de teste corresponderam a condições de preço e de padrão de consumo relativamente bem representadas no conjunto de treino, não constituindo um desafio adicional para o modelo.

Tabela 4.12 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *FLANN*).

Dia da semana	**Preço real (€/MWh)**	**Preço previsto (€/MWh)**	**MAE (€/MWh)**	**Erro percentual (%)**
Segunda	43,76	43,39	5,70	13,02%
Terça	43,84	43,38	5,54	12,63%
Quarta	45,24	44,88	5,16	11,40%
Quinta	45,71	45,46	5,04	11,02%
Sexta	44,17	45,35	5,70	12,90%
Sábado	37,66	39,52	5,58	14,81%
Domingo	33,94	35,81	5,67	16,70%

Fará sentido, tendo em conta que foi analisado, verificar o desempenho no mês de fevereiro de 2014. Na Tabela 4.13 é possível verificar que o maior erro absoluto médio mensal no conjunto de teste pertence a este mês, apresentando valores de 9,57 €/MWh e um erro percentual de 62,20%. Observaram-se valores de preço real em média na gama onde o modelo tem um desempenho pobre, entre 0 e 20 €/MWh, portanto, estes valores serão esperados. Este desempenho alarga-se para janeiro, com valores semelhantes de erro médio absoluto, 9,56 €/MWh, no entanto, não é uma situação tão extrema, visto que janeiro possui médias de preço real de 32,8 €/MWh, diminuindo o erro percentual para 29,15%, que, apesar de ser alto, não é tão notório.

Por fim, relativamente ao efeito da expansão funcional, a sua exclusão causa o modelo a subir para erro médio absoluto de 6,463 €/MWh, demonstrando a necessidade desta estrutura na previsão. De facto, a partir da Figura 4.9, verifica-se que a presença da expansão funcional melhora significativamente todos os indicadores de desempenho, sendo essencial para obtenção de melhores resultados. Comparativamente à previsão *naive*, representada pela *lag* de preço de 24 horas, o modelo apresenta vantagens em todos os indicadores, acabando por alcançar um MASE de 0,62, mostrando o seu desempenho consideravelmente superior.

Tabela 4.13 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *FLANN*).

Mês	**Média Preço Real (€/MWh)**	**Média Preço Previsto (€/MWh)**	**MAE (€/MWh)**	**Erro Percentual (%)**
1	32,80	31,90	9,56	29,15%
2	15,39	18,16	9,57	62,20%
3	26,21	26,90	6,48	24,72%
4	26,36	28,12	5,32	20,18%
5	42,47	41,38	4,13	9,71%
6	51,19	51,13	4,41	8,62%
7	48,27	51,56	4,48	9,27%
8	49,91	50,85	2,80	5,60%
9	58,91	57,51	3,81	6,47%
10	55,40	54,03	6,18	11,15%
11	46,96	47,41	5,37	11,43%
12	47,69	48,64	4,34	9,09%

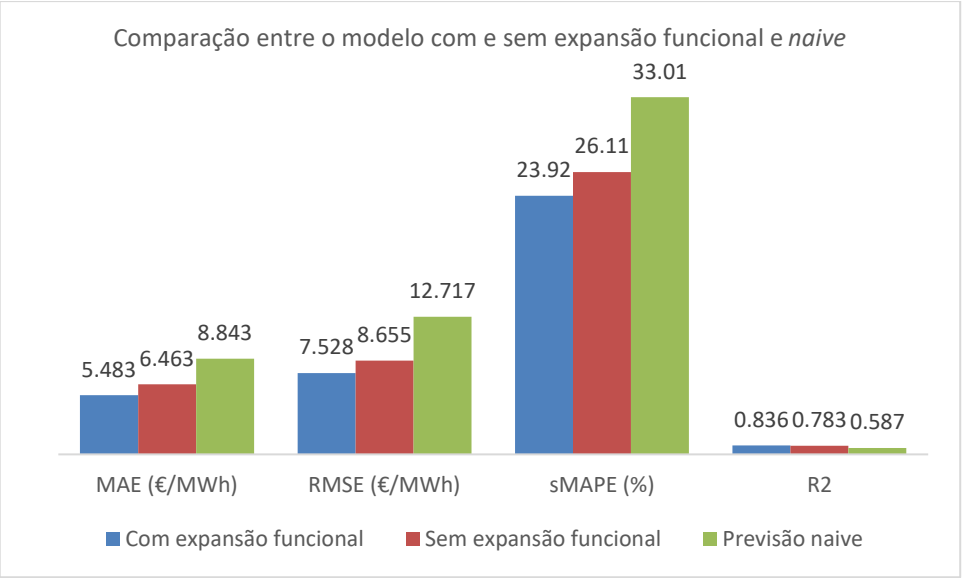


Figura 4.9 — Desempenho do modelo com e sem expansão funcional e a previsão *naive* (2010-2014, *FLANN*).

4.2.3 Resultados nos modos alternativos de treino – 2010-2014

Considerando diferentes divisões dos conjuntos de treino, validação e teste, começou-se por testar o melhor modelo em *walk-forwards* normais e intra-anuais, detalhados na secção 3.

De forma a comparar diretamente com o modo de treino normal, apenas se apresentarão resultados relativamente ao ano de 2014.

Relativamente ao *walk-forward* normal, com resultados mensais presentes na Tabela 4.14, verifica-se que o desempenho do modelo é bastante semelhante ao treino normal, no entanto, em maior parte dos casos, é ligeiramente pior em termos de média de erro absoluto, demonstrando pouca utilidade face a este. Apenas se mostra ligeiramente melhor no sétimo e último mês do ano, com uma diferença negligenciável.

Tabela 4.14 — Desempenho mensal do modelo em *walk-forward* normal, no ano de 2014 (*FLANN*).

Ano	Mês	MAE (€/MWh)
2014	1	9,544
2014	2	9,829
2014	3	6,688
2014	4	5,699
2014	5	4,563
2014	6	4,815
2014	7	4,222
2014	8	2,89
2014	9	4,304
2014	10	6,52
2014	11	5,693
2014	12	4,225

No *walk-forward* intra-anual, os resultados, presentes na Tabela 4.15, também são semelhantes ao treino e *walk-forward* normal, no entanto, novamente com ligeiros aumentos de erro de previsão. Apenas no quinto mês se verifica uma melhoria, também negligenciável. No pior caso, no mês de fevereiro, o MAE é consideravelmente mais elevado do que nos outros modos de treino.

De seguida, considerou-se treino por janela deslizante. Dependendo da janela escolhida, a rede treina num certo número de semanas, valida num número de semanas posterior e testa noutro número de semanas em sequência. Foram testadas múltiplas configurações, no entanto, nenhuma delas se assemelhou ao treino normal ou aos *walk-forwards*, obtendo-se um desempenho consideravelmente pior em todos os testes no ano em consideração. Assim, apenas servem de menção, visto não contribuírem para a melhoria da previsão.

Tabela 4.15 — Desempenho mensal do modelo em *walk-forward* intra-anual, no ano de 2014 (*FLANN*).

Ano	Mês	MAE (€/MWh)
2014	2	11,747
2014	3	6,434
2014	4	5,932
2014	5	4,045
2014	6	5,457
2014	7	4,711
2014	8	3,312
2014	9	5,603
2014	10	6,527
2014	11	5,812
2014	12	4,465

4.2.4 Progressão 2021-2025

Novamente, apresenta-se a progressão de modelos realizada, para o período 2021-2025, incluindo-se as variáveis constituintes, a expansão funcional utilizada e os indicadores estatísticos MAE, RMSE, sMAPE e R^2. Novamente, apenas se apresentam os modelos que apresentaram melhor desempenho, relativamente aos anteriores na progressão.

Tabela 4.16 – Progressão de modelos na *FLANN* no período de 2021-2025.

Modelo	**Hora**	**DDS**	**Preço**				**Previsão Solar**	**Previsão Eólica**	**Prod. Hídrica**				**Prod. Eólica**	**Bombagem**		**Variável Auxiliar**	**Geração Prevista**	**Consumo Previsto**	**Saldo Interligações**
			***lag* 24**	***lag 48***	***lag 168***	***lag 336***			**Real**	***lag 24***	***lag* 48**	***lag* 168**	***lag* 168**	**Real**	***lag* 48**				***lag* 168**
M1	X	X																	
M2	X	X	X																
M3	X	X	X	X															
M4	X	X	X	X	X														
M5	X	X	X	X	X	X													
M6	X	X	X	X	X	X	X												
M7	X	X	X	X	X	X	X	X											
M8	X	X	X	X	X	X	X	X	X										
M9	X	X	X	X	X	X	X	X	X					X					
M10	X	X	X	X	X	X	X	X	X					X		X			
M11	X	X	X	X	X	X	X	X	X					X		X	X		
M12	X	X	X	X	X	X	X	X	X					X		X	X	X	
M13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				X		X	X	X	
M14	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X		X	X	X	
M15	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	X	X	
M16	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	
M17	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
M18	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M19	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M20	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M21	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M22	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M23	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M24	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	

Modelo	MAE (€/MWh)	RMSE (€/MWh)	sMAPE (%)	R^2
M1	50,0128	61,7972	73,88	-0,7682
M2	23,9961	30,0343	57,53	0,5818
M3	22,1065	28,1453	55,62	0,6324
M4	20,6267	26,5567	53,91	0,6725
M5	20,3493	26,1415	53,55	0,6815
M6	19,7117	25,7892	52,52	0,6899
M7	17,8381	23,1523	51,03	0,7501
M8	17,6391	22,9659	50,73	0,7541
M9	17,0167	22,0438	51,03	0,7735
M10	16,9827	22,0036	51,18	0,7743
M11	16,9885	22,0241	50,66	0,7739
M12	16,9128	21,9880	50,47	0,7746
M13	16,3686	21,2541	49,81	0,7894
M14	16,0785	20,8833	49,26	0,7967
M15	15,8311	20,6248	48,79	0,8017
M16	15,6330	20,4443	48,47	0,8052
M17	15,5382	20,3393	48,12	0,8072
M18	15,4683	20,2645	48,15	0,8086
M19	14,9697	19,9664	47,13	0,8142
M20	14,6221	19,3754	46,22	0,8250
M21	14,4120	19,1279	46,42	0,8295
M22	14,3860	19,1329	46,06	0,8293
M23	14,2723	19,0085	45,99	0,8315
M24	14,3375	19,0858	46,09	0,8302

Tabela 4.17 – Indicadores estatísticos de cada modelo no período de 2021-2025.

Modelo	Expansão Funcional
M1	Original
M2	Original
M3	Original
M4	Original
M5	Original
M6	Original
M7	Original
M8	Original
M9	Original
M10	Original
M11	Original
M12	Original
M13	Original
M14	Original
M15	Original

M16	Original
M17	Original
M18	Original
M19	Original e sin(πx)
M20	Original, sin(πx) e cos(πx)
M21	Original, sin(πx), cos(πx) e tanh
M22	Original, sin(πx), cos(πx), tanh e RElu
M23	Original, sin(πx), cos(πx), tanh, Relu e logaritmo
M24	Original, sin(πx), cos(πx), tanh, Relu e logaritmo

Tabela 4.18 – Funções incluídas no bloco funcional de cada modelo no período de 2021-2025.

Seguiu-se o mesmo processo realizado para o período anterior, listando a progressão de modelos na Tabela 4.16. O conjunto de teste compreende a totalidade do ano de 2025, excluindo apenas os primeiros dois dias e metade do terceiro dia de janeiro. Apresentam-se novamente apenas os modelos que mostram uma progressão positiva do anterior, com muitos modelos intermédios não considerados por não contribuírem para melhor desempenho.

Novamente, os primeiros cinco modelos apresentam consistência, acrescentando-se mais *lags* de preço. Os dois modelos seguintes também apresentam uma continuidade esperada, a adição da previsão de produção eólica e solar melhora a previsão, pois os preços normalmente dependem muito destas componentes. Ao contrário do último período, a produção hídrica mostrou-se necessária, melhorando ligeiramente os resultados. Entre os modelos M8 e M9 ainda se ponderou a produção a partir de biomassa, mas sem sucesso. A bombagem volta a ser relevante. A variável auxiliar composta parece ser ligeiramente relevante no modelo M10, portanto, acabou por ser incluída. As previsões de consumo e de geração também se mostram importantes, embora a geração no modelo M11 pareça não ter efeito. Em particular, este modelo obteve melhores resultados que o anterior, mas os valores médios dos indicadores são inflacionados devido a 2 treinos com MAE superior a 17.

Procedeu-se ao teste de *lags* de 24 horas, começando pela *lag* de produção hídrica, que novamente melhorou todos os indicadores. Entre os modelos M13 e M14, ainda se testou *lags* de 24 horas de todas as variáveis, nenhuma a ter efeitos relevantes. Passou-se ao teste de *lags* de 48 horas, encontrando-se imediatamente melhorias com a produção hídrica e bombagem. Entre M14 e M16, ainda se testaram todas as variáveis possíveis com *lags* de 48 horas, mas sem efeitos positivos. Por fim, antes de se passar a testes relacionados com o bloco funcional, incorporaram-se *lags* de 168 horas, com a produção hídrica e o saldo de interligações. As restantes variáveis, novamente, não mudaram os resultados de forma relevante. Mesmo o saldo de interligações é eventualmente retirado num modelo posterior, mostrando-se desnecessário.

No modelo M19, iniciou-se testes relacionados com o bloco funcional, testando progressivamente todas as funções disponíveis. Na Tabela 4.18 evidencia-se as utilizadas, notando-se novamente a ausência da gama total de funções testadas, já listada na Tabela 3.2.

A partir do modelo M23, realizaram-se processos de isolamento de variáveis, de modo a verificar a sua relevância. A variável auxiliar e a *lag* de 168 horas do saldo de interligações, mostraram-se pouco ou nada relevantes.

Deste conjunto de testes o modelo 24 foi o eleito, sendo o modelo mais compacto, embora ainda robusto, e consistente, com 17 variáveis, detalhadas na Tabela 4.16, e 6 funções no bloco funcional, presentes na Tabela 4.18.

4.2.5. Resultados do melhor modelo – 2021-2025

Realiza-se uma análise particular ao modelo M24. Na Figura 4.10 verifica-se a distribuição dos preços e o erro verificado em cada gama:

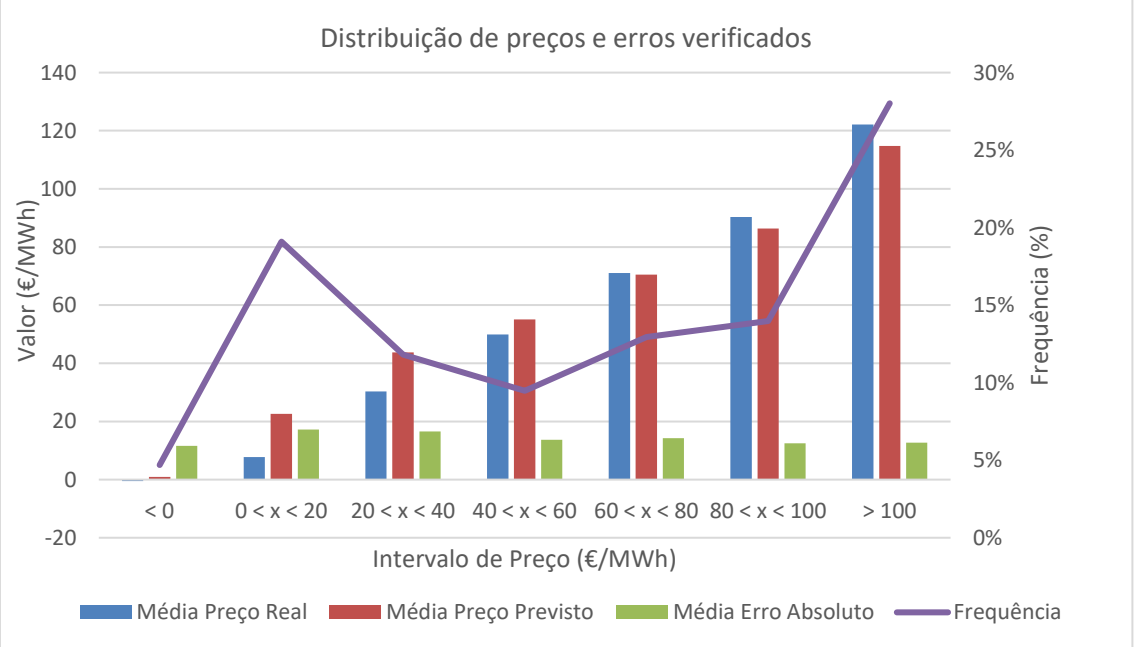


Figura 4.10 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *FLANN*).

A relação entre nível de preço e erro do modelo inverte-se de forma notável face ao período de 2010–2014. Enquanto no período anterior o melhor desempenho ocorria na gama intermédia de preços e o pior nos extremos, no período 2021–2025 o padrão é sensivelmente o inverso: a gama de preços mais elevados, acima de 100 €/MWh, que é também a mais representada no conjunto de teste, com 2437 das 8698 observações, regista um menor erro absoluto médio, 12,71 €/MWh. Inversamente, as gamas de preço baixo, mas positivo, entre 0 e 40 €/MWh, apresentam os erros absolutos mais elevados, 17,18 e 16,55 €/MWh,

respetivamente, consequência direta da elevada frequência de preços próximos de zero associados à sobreoferta solar característica deste período.

A gama de preços negativos ou nulos apresenta um erro absoluto moderado de 11,56 €/MWh.

Quanto ao perfil horário, presente na Tabela 4.19, ao contrário do observado no período 2010–2014, observa-se um perfil bimodal: o erro absoluto atinge o primeiro máximo entre as 12h e as 16h, com valores entre 15,3 e 16,1 €/MWh, correspondendo precisamente às horas de menor preço real do dia, de 29 a 37 €/MWh, tipicamente associadas a excesso de produção solar, e um segundo máximo, de magnitude semelhante, entre as 21h e as 22h, com valores entre 16,2 e 16,3 €/MWh, coincidindo com os preços mais elevados do dia, 105 a 110 €/MWh.

O erro percentual evidencia de forma ainda mais acentuada esta assimetria: atinge valores extremos entre as 13h e as 16h, de 48% a 52%, precisamente as horas centrais do dia de menor preço, enquanto nas horas de pico vespertino, entre as 21h e 22h, se mantém contido entre 14,9% e 15,4%, apesar do erro absoluto ser de magnitude semelhante. O período de menor erro, tanto absoluto como percentual, situa-se na madrugada, da 1h às 7h, entre 12,3 e 12,8 €/MWh de erro absoluto, um regime de preços mais estável e previsível.

Tabela 4.19 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *FLANN*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	79,92	83,28	12,26	15,34%
2	72,19	74,34	12,79	17,72%
3	68,19	69,22	12,36	18,13%
4	65,05	65,36	12,50	19,21%
5	63,73	64,06	12,76	20,02%
6	66,44	67,67	12,56	18,91%
7	73,93	75,58	12,61	17,06%
8	85,72	86,88	14,03	16,37%
9	83,82	85,18	15,75	18,79%
10	63,74	65,95	15,60	24,48%
11	46,22	49,57	15,94	34,49%
12	36,61	41,06	16,10	43,96%
13	32,94	37,59	16,09	48,84%
14	30,39	34,42	15,60	51,34%
15	29,47	33,29	15,32	51,99%
16	31,70	35,39	15,31	48,30%
17	38,21	41,97	14,23	37,24%
18	51,36	54,96	14,11	27,47%
19	68,77	72,78	14,36	20,88%

20	90,33	93,23	15,09	16,71%
21	105,35	106,50	16,22	15,39%
22	109,79	110,06	16,33	14,88%
23	99,31	99,47	12,24	12,32%
24	86,17	86,17	10,84	12,58%

Tal como no período 2010–2014, segunda-feira destaca-se pelo maior erro absoluto médio, de 16,89 €/MWh, e o maior erro percentual entre os dias úteis, apesar de não ser o dia de preço mais baixo, reforçando a hipótese, já formulada para o período anterior, de que a transição desde o padrão de consumo do fim de semana introduz uma dificuldade adicional de previsão específica deste dia. Quinta-feira (12,57 €/MWh, 17,63%) e quarta-feira (13,30 €/MWh, 18,23%) mantêm-se como os dias de melhor desempenho relativo, reproduzindo a hierarquia observada no período anterior.

O fim de semana volta a apresentar o padrão já identificado: apesar de sábado e domingo registarem os preços reais médios mais baixos da semana, 55,31 e 47,81 €/MWh, respetivamente, face a uma média acima de 69 €/MWh nos dias úteis, o erro percentual nestes dois dias, de 27,22% e 27,70%, é claramente superior ao dos dias úteis, confirmando que a amplificação do erro percentual em dias de preço mais baixo é um padrão que se mantém consistente entre os dois períodos analisados neste trabalho, independentemente da transformação estrutural do mercado entretanto ocorrida. Todos os valores estão disponíveis na Tabela 4.20.

O conjunto de teste inclui 16 observações horárias classificadas como feriado ou ponte, com um preço real médio de 56,61 €/MWh, um erro absoluto médio de 14,61 €/MWh e um erro percentual de 25,80%. Comparando com o erro absoluto médio global do conjunto de teste, de 14,21 €/MWh, o desempenho em feriados é sensivelmente equivalente em termos absolutos. O mesmo se verifica em termos percentuais.

Tabela 4.20 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *FLANN*).

Dia da semana	**Preço real (€/MWh)**	**Preço previsto (€/MWh)**	**MAE (€/MWh)**	**Erro Percentual (%)**
Segunda	70,23	70,41	16,89	24,04%
Terça	73,36	75,83	14,89	20,29%
Quarta	72,99	74,78	13,30	18,23%
Quinta	71,30	72,36	12,57	17,63%
Sexta	69,83	70,31	13,48	19,30%
Sábado	55,31	61,44	15,05	27,22%
Domingo	47,81	51,61	13,24	27,70%

Ao nível mensal, disponível na Tabela 4.21, janeiro (19,54 €/MWh) e fevereiro (17,44 €/MWh) são os meses de maior erro absoluto, coincidindo com os preços médios mais elevados do ano, 94,84 e 108,22 €/MWh, este último o máximo anual, meses de maior procura de aquecimento e tipicamente menor produção solar. Ainda assim, o erro percentual nestes dois meses é comparativamente pequeno, por força do preço de base elevado.

O padrão inverte-se de forma acentuada em abril e maio, os dois meses de preço médio mais baixo do ano, 25,91 e 25,79 €/MWh, associados a um período de elevada produção solar e hídrica, onde o erro absoluto é o mais reduzido do ano, mas o erro percentual dispara para os valores mais elevados de todo o ano.

Junho constitui uma exceção parcial ao padrão geral: apesar de um preço médio moderado, de 74,17 €/MWh, semelhante ao de julho e outubro, regista um erro absoluto elevado, de 16,86 €/MWh, o terceiro maior do ano, e o maior erro percentual fora do par abril–maio. Não sendo possível atribuir esta anomalia a um preço de base anormalmente baixo, é provável que reflita maior variabilidade de curto prazo dentro do próprio mês, não capturada pela média mensal, à semelhança do que se verificou na análise por hora do dia para este mesmo período. Também pode estar associado a eventos geopolíticos neste mês, mais precisamente a subida do preço do barril de petróleo devido ao começo de conflitos no Médio Oriente.

Dezembro apresenta o melhor equilíbrio entre as duas métricas: um preço médio elevado associado ao segundo menor erro absoluto do ano, de 11,97 €/MWh e ao menor erro percentual de toda a tabela, sugerindo que o final do ano de 2025 correspondeu a um regime de preços particularmente bem ajustado pelo modelo.

Tabela 4.21 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *FLANN*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	94,84	98,69	19,54	20,60%
2	108,22	105,72	17,44	16,11%
3	52,53	57,35	14,71	28,01%
4	25,91	27,43	13,89	53,61%
5	25,79	31,62	11,23	43,54%
6	74,17	72,88	16,86	22,74%
7	70,10	78,96	14,66	20,92%
8	68,68	71,73	11,90	17,33%
9	61,19	63,53	12,80	20,91%
10	76,47	78,29	14,56	19,03%
11	59,09	59,18	11,65	19,72%
12	77,91	76,30	11,97	15,37%

Por fim, relativamente ao efeito da expansão funcional, a sua exclusão causa o modelo a subir para erro médio absoluto de 15,521 €/MWh, demonstrando a necessidade desta estrutura na previsão, representando um aumento de erro de 1,312 €/MWh. Novamente, a partir da Figura 4.11, conclui-se que a presença da expansão funcional melhora todos os indicadores de desempenho, mostrando-se essencial nos dois períodos. Oferece também melhor previsão que a *naive*, alcançando um MASE de 0,72.

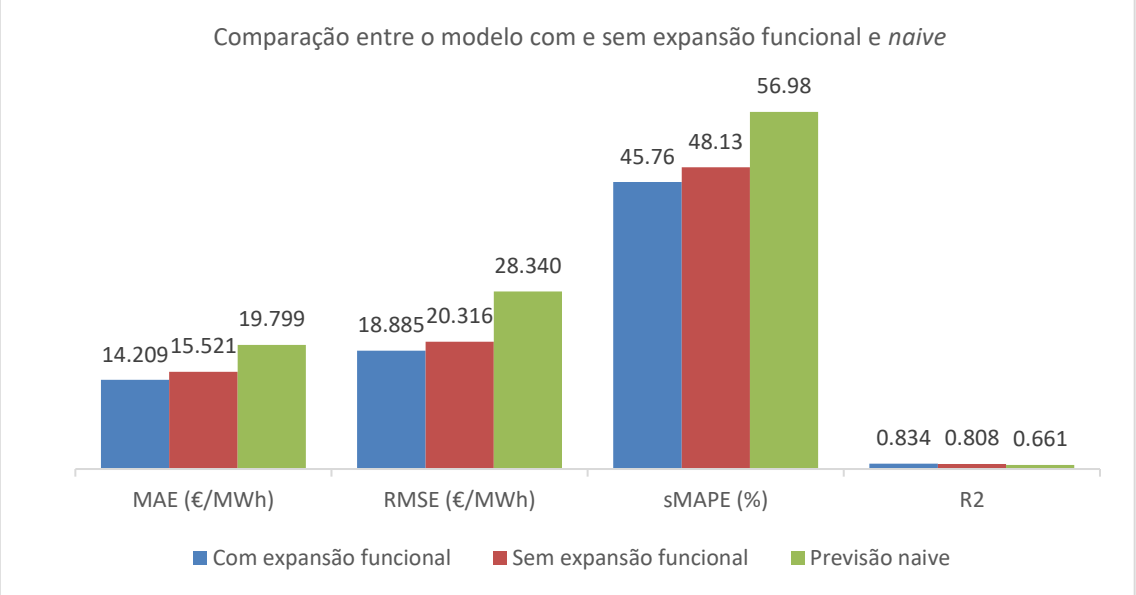


Figura 4.11 — Desempenho do modelo com e sem expansão funcional e a previsão *naive* (2021-2025, *FLANN*).

4.2.6 Resultados nos modos alternativos de treino – 2021-2025

De forma a comparar diretamente com o modo de treino normal, apenas se apresentarão resultados relativamente ao ano de 2025.

Relativamente ao *walk-forward* normal, com resultados mensais presentes na Tabela 4.22, verifica-se que o desempenho do modelo é quase igual ao treino normal, apresentado 6 meses onde é ligeiramente melhor e 6 meses onde é ligeiramente pior. Isto significa que este modo de treino pouco mudou na forma como a rede encara a previsão.

Tabela 4.22 — Desempenho mensal do modelo em *walk-forward* normal, no ano de 2025 (*FLANN*).

Ano	Mês	MAE (€/MWh)
2025	1	19,22
2025	2	17,00
2025	3	15,34
2025	4	14,00
2025	5	10,44
2025	6	17,15
2025	7	14,03
2025	8	11,45
2025	9	12,71
2025	10	14,64
2025	11	11,66
2025	12	12,71

No *walk-forward* intra-anual, os resultados presentes na Tabela 4.23 não são convincentes, alcançando-se pior desempenho em todos os meses, à exceção dos 3 últimos. No pior caso, no mês de março, o MAE é consideravelmente mais elevado do que nos outros modos de treino.

Novamente, realiza-se treino por janela deslizante. Foram testadas as mesmas configurações, no entanto, nenhuma delas se assemelhou ao treino normal ou aos *walk-forwards*, obtendo-se resultados consideravelmente piores em todos os testes no ano em consideração.

É importante investigar neste período se o uso de variáveis reais no lugar de variáveis de previsão influencia a previsão de forma positiva, de maneira a evitar *data leakage*. No entanto, esta substituição acaba por piorar a previsão, confirmando que os preços estão mais associados às previsões realizadas pelos agentes e não aos valores reais de produção. De facto, este modelo idêntico, apenas substituindo previsões por valores reais, obtém um MAE de 14,76 €/MWh. Este acaba por ser o melhor resultado de 10 tentativas de treino, com a média de MAE destas a ser 15 €/MWh. Com isto, confirma-se que a utilização de variáveis reais apenas oferece um ponto intermédio entre a melhor previsão, utilizando dados de previsões, e a pior previsão, descartando toda a informação não disponível, mostrando que a sua consideração ainda é relevante no estudo do desempenho destas técnicas de regressão.

Tabela 4.23 — Desempenho mensal do modelo em *walk-forward* intra-anual, no ano de 2025 (*FLANN*).

Ano	Mês	MAE (€/MWh)
2025	2	18,94
2025	3	22,08
2025	4	18,99
2025	5	12,14
2025	6	18,92
2025	7	18,76
2025	8	12,22
2025	9	12,68
2025	10	13,96
2025	11	11,31
2025	12	12,38

4.2.7 Síntese comparativa - *FLANN*

A comparação entre períodos revela uma transformação qualitativa no comportamento do erro dos modelos, e não apenas uma mudança de magnitude. No período de 2010-2014, o erro absoluto acompanhava diretamente o nível de preço em todas as escalas temporais, com o melhor desempenho na gama intermédia e degradação sistemática nos extremos. No período 2021–2025, essa relação simples desaparece à escala horária, dando lugar a um padrão bimodal dominado pela sobreoferta solar ao meio-dia. O melhor desempenho relativo em termos absolutos ocorre precisamente na gama de preços mais elevados e nos meses de inverno, historicamente os mais bem representados no conjunto de treino deste período mais volátil. Três padrões mantêm-se consistentes entre ambos os períodos: a amplificação do erro percentual em contextos de preço mais baixo, seja por hora, por dia da semana ou por mês, o desempenho anómalo de segunda-feira face aos restantes dias úteis, e a ausência de qualquer penalização específica do modelo em feriados, uma vez controlado o efeito do nível de preço.

Quanto a formas alternativas de treino, nenhum dos métodos se mostrou suficientemente consistente, em ambos os períodos, sendo mais vantajoso utilizar o treino normal em maior parte das situações.

4.3 *HFLANN*

Neste subcapítulo apresentam-se os resultados de teste com o melhor modelo em cada período, recorrendo a *HFLANN*. A análise é realizada da mesma forma que na secção 4.2, excluindo apenas a progressão de modelos e resultados associados às formas alternativas de treino. Apresenta-se também o desempenho por função de ativação considerada na camada escondida.

4.3.1 Resultados *HFLANN* – 2010-2014

Realizam-se novamente testes utilizando o modelo M17, detalhado na secção 4.2.1. É pertinente começar pela comparação de desempenho, tendo em conta a função de ativação nos neurónios da camada oculta. Considera-se um neurónio por variável na camada oculta, ou seja, neste caso, totalizam-se 12 neurónios.

Os resultados, presentes na Tabela 4.24, são bastante semelhantes, com apenas a sigmoide a ter um desempenho consideravelmente pior. As outras funções resultaram em diferenças decimais. Posto isto, considerou-se o modelo utilizando ReLU, para análise.

Tabela 4.24 — Desempenho da *HFLANN*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2010-2014).

Função de ativação	**MAE (€/MWh)**	**RMSE (€/MWh)**	**sMAPE (%)**	**R^2**
ReLU	5,497	7,375	23,936	0,843
Tanh	5,628	7,629	24,195	0,831
Sigmoide	6,295	8,232	26,056	0,804
leaky ReLU	5,554	7,479	24,289	0,838
eLU	5,548	7,499	24,025	0,837

O padrão por nível de preço, disponível na Figura 4.12, reproduz fielmente o da *FLANN*: o melhor desempenho concentra-se na gama intermédia de 40 a 60 €/MWh, com erro absoluto médio de 3,85 €/MWh, valor praticamente idêntico ao da *FLANN*, e o desempenho degrada-se de forma acentuada nos extremos, em particular na gama de 80 a 100 €/MWh, com 31,24 €/MWh de erro absoluto médio em 30 observações e na única observação acima de 100 €/MWh, obtém-se 45,56 €/MWh. A gama de preços muito baixos, de 0 a 20 €/MWh, mostra a maior diferença face à *FLANN*: um erro absoluto médio de 7,20 €/MWh na *HFLANN*, sensivelmente inferior aos 8,98 €/MWh obtidos pela *FLANN* na mesma gama, sendo a única gama de preço em que a *HFLANN* demonstra uma vantagem clara e substancial sobre a *FLANN*.

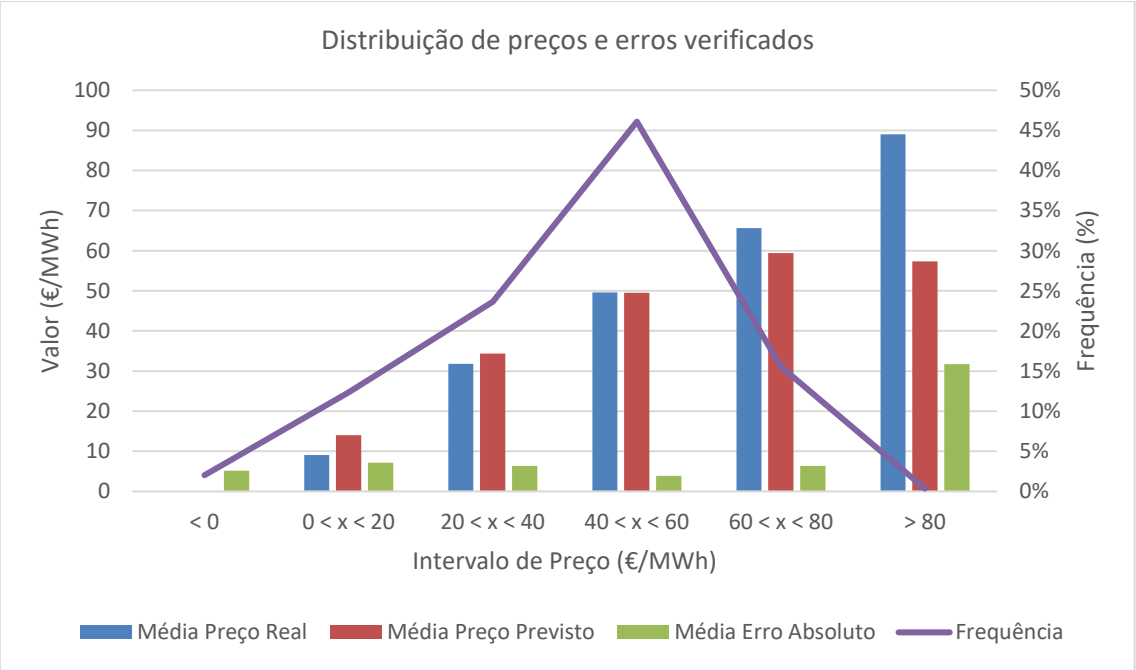


Figura 4.12 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *HFLANN*).

As horas de maior erro absoluto médio, observadas na Tabela 4.25, voltam a ser as 21h, com 6,58 €/MWh e as 22h, com 6,27 €/MWh, praticamente coincidentes com os valores da *FLANN*, de 6,52 e 6,13 €/MWh, respetivamente. As horas de menor erro deslocam-se ligeiramente para as 4h, com 4,73 €/MWh, e as 3h, com 4,84 €/MWh, valores muito próximos aos da *FLANN* nas mesmas horas.

Tabela 4.25 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2010-2014, *HFLANN*).

Hora	**Média Preço Real (€/MWh)**	**Média Preço Previsto (€/MWh)**	**MAE (€/MWh)**	**Erro Percentual (%)**
1	39,96	40,07	5,67	14,20%
2	35,07	35,79	5,22	14,89%
3	31,20	32,63	4,84	15,52%
4	30,61	31,67	4,73	15,44%
5	29,64	31,33	4,88	16,47%
6	30,70	32,94	5,17	16,84%
7	34,80	35,62	5,25	15,09%
8	40,03	39,34	5,56	13,89%
9	42,44	42,33	5,44	12,83%
10	45,55	45,36	5,56	12,21%
11	46,75	46,47	5,43	11,61%
12	46,36	46,43	5,27	11,36%
13	46,81	46,46	5,31	11,33%
14	46,12	45,33	5,19	11,25%
15	43,88	43,81	5,07	11,54%

16	41,87	42,37	5,07	12,11%
17	41,25	41,86	5,01	12,14%
18	42,83	43,02	5,13	11,99%
19	45,72	45,50	5,71	12,48%
20	49,16	48,63	6,14	12,48%
21	51,79	50,84	6,58	12,71%
22	52,76	51,25	6,27	11,88%
23	49,47	48,17	5,28	10,67%
24	43,92	43,39	5,16	11,76%

O padrão por dia da semana, observado na Tabela 4.26, replica, de forma quase exata, o observado na *FLANN*: quarta-feira e quinta-feira mantêm-se como os dias de menor erro percentual, e domingo e sábado como os de maior erro percentual, associados aos preços médios mais baixos da semana. A diferença entre o erro percentual médio dos dias úteis e do fim de semana é ligeiramente inferior à observada na *FLANN*, sugerindo uma penalização marginalmente menor do desempenho ao fim de semana nesta arquitetura, ainda que o padrão qualitativo seja idêntico.

O conjunto de teste inclui as mesmas 16 observações horárias em feriados ou pontes identificadas para a *FLANN*. A *HFLANN* obtém um erro absoluto médio de 4,60 €/MWh e um erro percentual de 11,25% nestas observações, ambos ligeiramente inferiores aos valores da *FLANN*, de 4,83 €/MWh e 11,82%, confirmando novamente que os feriados não constituem, para nenhuma das duas arquiteturas, um contexto sistematicamente mais difícil do que a média e que a *HFLANN* mantém aqui uma pequena vantagem consistente com a observada na generalidade das restantes dimensões.

Tabela 4.26 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *HFLANN*).

Dia da semana	**Preço real (€/MWh)**	**Preço previsto (€/MWh)**	**MAE (€/MWh)**	**Erro percentual (%)**
Segunda	43,76	42,99	5,41	12,36%
Terça	43,84	42,89	5,40	12,33%
Quarta	45,24	44,44	5,27	11,64%
Quinta	45,71	45,17	5,22	11,41%
Sexta	44,17	45,01	5,53	12,52%
Sábado	37,66	38,95	5,31	14,10%
Domingo	33,94	35,44	5,47	16,12%

Quanto ao perfil mensal, disponível na Tabela 4.27, é dominado por janeiro e fevereiro, os dois meses de maior erro absoluto em ambas as arquiteturas (8,20 e 8,07 €/MWh na *HFLANN*; 9,56 e 9,57 €/MWh na *FLANN*), apesar de fevereiro ser o mês de preço médio mais baixo do ano, de 15,39 €/MWh.

Agosto é o mês de melhor desempenho em ambas as arquiteturas, com o menor erro absoluto (3,08 €/MWh na *HFLANN*, 2,80 €/MWh na *FLANN*) e o menor erro percentual (6,17% e 5,60%, respetivamente) de todo o ano — este último constitui, aliás, o único mês em que a *FLANN* supera claramente a *HFLANN*. Na generalidade dos restantes meses, porém, a *HFLANN* mantém a vantagem já identificada nas restantes dimensões: em fevereiro, por exemplo, o erro percentual desce de 62,20% na *FLANN* para 52,47% na *HFLANN*, uma melhoria superior a 9,7 pontos percentuais, a maior diferença mensal entre as duas arquiteturas.

O erro absoluto médio global do conjunto de teste é de 5,372 €/MWh na *HFLANN*, marginalmente inferior ao valor de 5,483 €/MWh obtido pela *FLANN* no mesmo conjunto, uma melhoria de cerca de 2%, consistente com o esperado ganho de capacidade de modelação não-linear introduzido pela camada oculta adicionada, embora de magnitude modesta.

Comparativamente ao MASE verificado na *FLANN*, no mesmo período, observou-se uma melhoria de 0,013, com a *HFLANN* a atingir um valor de 0,607.

Tabela 4.27 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *HFLANN*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	32,80	32,75	8,20	25,00%
2	15,39	14,98	8,07	52,47%
3	26,21	26,95	5,78	22,05%
4	26,36	28,21	5,49	20,83%
5	42,47	41,96	3,84	9,05%
6	51,19	50,49	4,97	9,70%
7	48,27	50,76	4,43	9,18%
8	49,91	49,95	3,08	6,17%
9	58,91	56,02	4,50	7,63%
10	55,40	53,63	6,79	12,26%
11	46,96	48,10	5,68	12,10%
12	47,69	48,59	4,11	8,61%

4.3.2 Resultados *HFLANN* – 2021-2025

Realizam-se novamente testes utilizando o modelo M24, detalhado na secção 4.2.4. Compara-se novamente o desempenho, tendo em conta a função de ativação nos neurónios da camada oculta. Considera-se um neurónio por variável na camada oculta, ou seja, neste caso, totalizam-se 17 neurónios.

O desempenho, verificado na Tabela 4.28, mostra-se semelhante entre funções, com a sigmoide a ter indicadores consideravelmente piores, novamente. As outras funções resultaram em diferenças decimais, no entanto destacam-se claramente a tangente hiperbólica e a função eLU. Desta forma, considerou-se o modelo utilizando a tangente hiperbólica, para análise.

Tabela 4.28 — Desempenho da *HFLANN*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2021-2025).

Função de ativação	MAE (€/MWh)	RMSE (€/MWh)	sMAPE (%)	R^2
ReLU	15,104	19,519	47,358	0,822
Tanh	14,671	19,393	46,433	0,825
Sigmoide	15,739	20,439	48,198	0,805
leaky ReLU	15,061	19,576	47,148	0,821
eLU	14,718	19,411	46,388	0,824

O padrão por nível de preço na Figura 4.13 reproduz com grande fidelidade o da *FLANN*: o melhor desempenho concentra-se na gama de preços mais elevados, com um erro absoluto médio de 12,71 €/MWh, valor praticamente idêntico ao da *FLANN* na mesma gama. Inversamente, as gamas de preço baixo, mas positivo, de 0 a 40 €/MWh, apresentam os erros absolutos mais elevados, de 17,25 e 16,56 €/MWh, semelhantes novamente à *FLANN*.

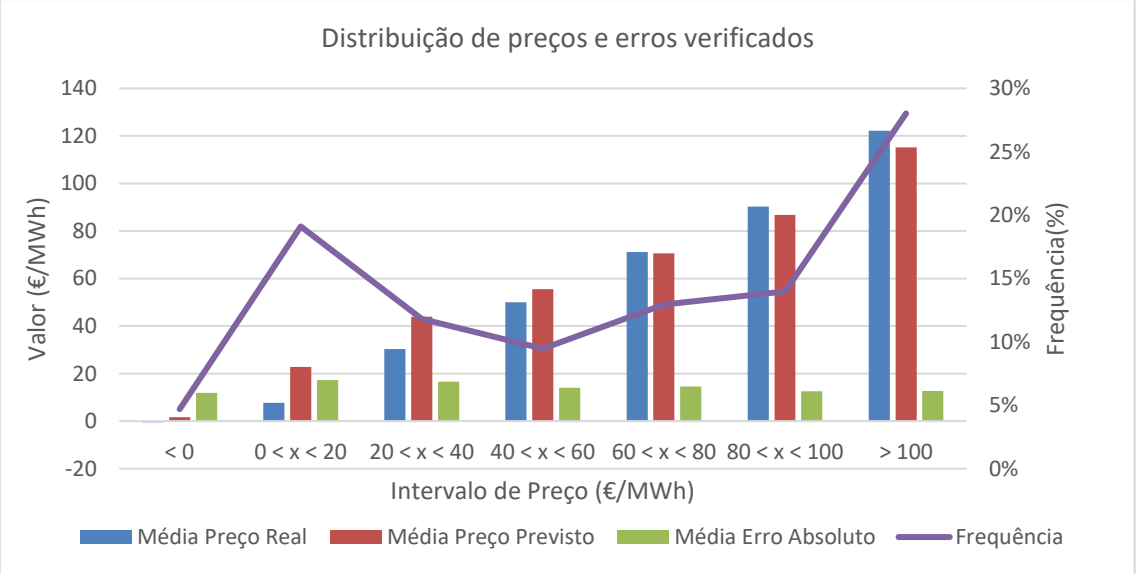


Figura 4.13 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *HFLANN*).

O padrão bimodal identificado para a *FLANN*, erro elevado tanto nas horas de sobreoferta solar ao meio-dia como no pico vespertino, replica-se também na *HFLANN*, observado na Tabela 4.29. Os máximos de erro absoluto ocorrem nas mesmas janelas horárias: 22h, com 16,54 €/MWh de MAE, e 21h, com 16,43 €/MWh de MAE, no pico vespertino, e 13h, com 16,04 €/MWh de MAE, e 12h, com 15,95 €/MWh, no período central do dia. O erro percentual atinge valores extremos entre as 13h e as 16h, de 48,7% a 52,5%, replicando quase exatamente os valores da *FLANN* nas mesmas horas.

Tabela 4.29 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *HFLANN*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	79,92	84,21	12,47	15,60%
2	72,19	75,55	12,97	17,96%
3	68,19	70,62	12,56	18,42%
4	65,05	66,83	12,69	19,51%
5	63,73	65,46	12,98	20,37%
6	66,44	68,65	12,76	19,20%
7	73,93	76,02	12,79	17,30%
8	85,72	87,17	14,28	16,66%
9	83,82	84,57	15,76	18,80%
10	63,74	64,43	15,55	24,39%
11	46,22	48,07	15,89	34,38%
12	36,61	39,86	15,95	43,56%
13	32,94	36,74	16,04	48,71%
14	30,39	33,94	15,76	51,85%
15	29,47	33,02	15,47	52,49%
16	31,70	35,27	15,47	48,80%
17	38,21	42,10	14,35	37,57%
18	51,36	55,36	14,23	27,70%
19	68,77	73,18	14,51	21,10%
20	90,33	93,83	15,38	17,02%
21	105,35	107,17	16,43	15,59%
22	109,79	110,86	16,54	15,07%
23	99,31	100,53	12,42	12,50%
24	86,17	87,48	10,95	12,71%

Segunda-feira reafirma-se como o dia de pior desempenho, como observado na Tabela 4.30, com o maior erro absoluto médio, de 17,22 €/MWh, e o maior erro percentual, de 24,53%, entre os dias úteis, ambos valores ligeiramente superiores aos da *FLANN* (16,89 €/MWh e 24,04%), reproduzindo o padrão já identificado em ambos os períodos e ambas as arquiteturas anteriores. Quinta-feira mantém-se como o dia de melhor desempenho relativo, com MAE de 12,56 €/MWh e erro percentual de 17,62%, e o fim de semana volta a

apresentar o maior erro percentual da semana, com 26,93% ao sábado e 28,45% ao domingo, apesar dos preços reais médios mais baixos.

O conjunto de teste inclui as mesmas 16 observações horárias em feriados ou pontes identificadas para a *FLANN*. A *HFLANN* obtém um erro absoluto médio de 15,09 €/MWh e um erro percentual de 26,65% nestas observações, valores marginalmente superiores aos da *FLANN* (14,61 €/MWh e 25,80%). Tal como concluído para a *FLANN*, este resultado é consistente com o preço real médio nos feriados ser inferior à média geral do período, e não com uma dificuldade específica de qualquer uma das arquiteturas em lidar com feriados enquanto tal.

Tabela 4.30 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *HFLANN*).

Dia da semana	Preço real (€/MWh)	Preço previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
Segunda	70,23	71,89	17,22	24,53%
Terça	73,36	76,22	14,97	20,41%
Quarta	72,99	74,93	13,52	18,53%
Quinta	71,30	72,00	12,56	17,62%
Sexta	69,83	70,26	13,57	19,43%
Sábado	55,31	61,49	14,89	26,93%
Domingo	47,81	51,94	13,60	28,45%

Janeiro e fevereiro mantêm-se como os meses de maior erro absoluto, demonstrado na Tabela 4.31, com valores praticamente idênticos aos da *FLANN*, de 19,54 e 17,44 €/MWh, respetivamente. Maio permanece como o mês de menor erro absoluto médio, ligeiramente inferior ao valor de 11,23 €/MWh da *FLANN*. O erro percentual mais elevado do ano ocorre em abril, de 53,91%, tal como na *FLANN*, com 53,61%, refletindo o mesmo efeito de preço médio muito baixo característico deste mês de forte produção solar.

O erro absoluto médio global do conjunto de teste é de 14,342 €/MWh na *HFLANN*, ligeiramente superior aos 14,209 €/MWh da *FLANN*, uma diferença de cerca de 0,9%, contrastando com a ligeira vantagem da *HFLANN* observada no período 2010–2014, e sugerindo que a camada oculta introduzida nesta arquitetura não traz benefício sistemático neste período mais volátil.

O MASE verificado neste período para esta arquitetura, foi ligeiramente mais elevado, observando-se uma subida de 0,01, com a *HFLANN* a atingir um valor de 0,72, tendo a *FLANN* atingido 0,71. Reforça-se a ideia que a introdução de uma camada oculta na saída não contribuiu para melhores resultados, neste período.

Tabela 4.31 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *HFLANN*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	94,84	99,50	19,69	20,76%
2	108,22	104,68	17,39	16,07%
3	52,53	57,10	14,70	27,98%
4	25,91	27,36	13,97	53,91%
5	25,79	30,29	10,57	40,98%
6	74,17	72,93	17,06	23,00%
7	70,10	79,60	15,38	21,94%
8	68,68	72,47	12,15	17,69%
9	61,19	64,91	13,38	21,87%
10	76,47	79,61	14,72	19,25%
11	59,09	60,52	11,73	19,86%
12	77,91	76,13	12,06	15,48%

4.4 *MLP*

Neste subcapítulo apresentam-se os resultados de teste com o melhor modelo em cada período, recorrendo ao *MLP*. A análise é realizada da mesma forma que na secção 4.3. Apresenta-se novamente o desempenho por função de ativação considerada na camada escondida.

4.4.1 Resultados *MLP* – 2010-2014

Realizam-se testes com o modelo M17, detalhado na secção 4.2.1. Começa-se pela comparação de desempenho, tendo em conta a função de ativação nos neurónios da camada oculta. Considera-se um neurónio por variável na camada oculta, ou seja, neste caso, totalizam-se 12 neurónios.

Comparativamente à *HFLANN*, o padrão, disponível na Tabela 4.32, é o mesmo, com apenas a sigmoide a ter um desempenho consideravelmente pior e a ReLU a demonstrar o melhor desempenho. Com isto, considerou-se novamente o modelo utilizando ReLU, para análise.

Tabela 4.32 — Desempenho do *MLP*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2010-2014).

Função de ativação	MAE (€/MWh)	RMSE (€/MWh)	sMAPE (%)	R^2
ReLU	5,380	7,339	23,722	0,844
tanh	5,732	7,882	24,546	0,820
Sigmoide	7,096	9,143	27,358	0,758
leaky ReLU	5,420	7,418	24,106	0,841
eLU	5,695	7,830	24,478	0,823

O padrão por nível de preço, observável na Figura 4.14, confirma a gama de 40 a 60 €/MWh como a de melhor desempenho em todas as três arquiteturas, com o *MLP* a obter um erro absoluto médio de 4,06 €/MWh e um erro percentual de 8,18%, valores intermédios entre a *FLANN* e a *HFLANN*. Nos extremos da distribuição, o *MLP* apresenta o pior desempenho entre as três arquiteturas na única observação acima de 100 €/MWh, com erro absoluto de 50,56 €/MWh e erro percentual de 45,97%, sugerindo uma menor robustez desta arquitetura perante os eventos mais raros e extremos do conjunto de teste, apesar do seu bom desempenho médio global.

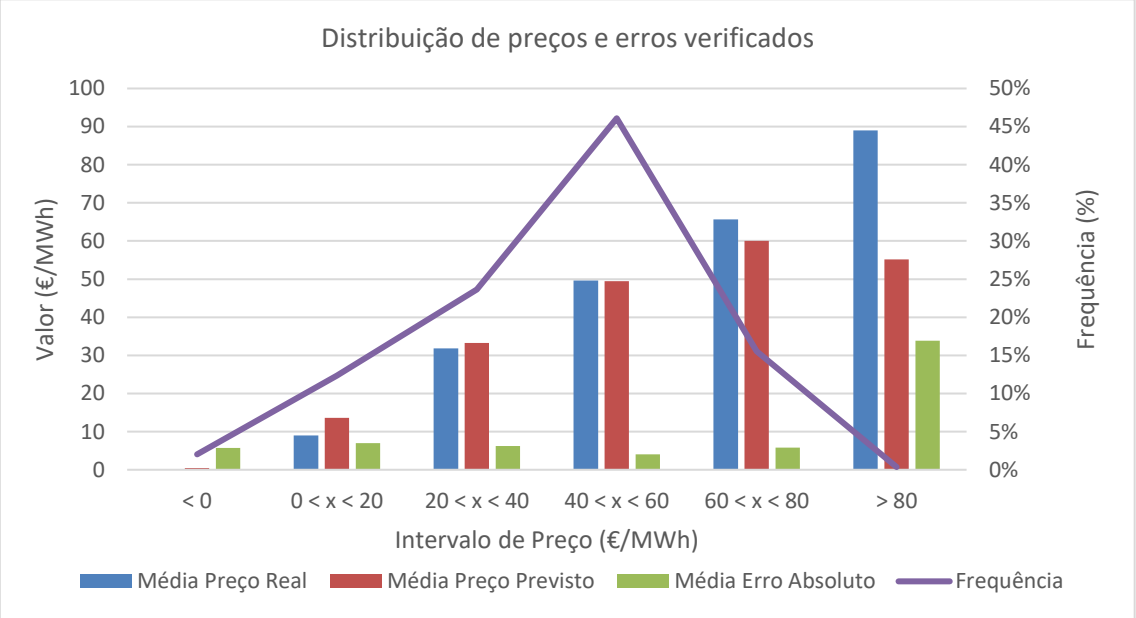


Figura 4.14 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *MLP*).

As horas de maior erro absoluto médio voltam a ser as 21h (6,68 €/MWh) e as 20h (6,19 €/MWh), e as de menor erro as 3h e 4h (4,58 e 4,59 €/MWh), como se pode verificar na Tabela 4.33, representando um padrão semelhante ao das restantes arquiteturas, com o *MLP* a registar, nesta dimensão, o maior erro absoluto de pico das três (6,68 €/MWh às 21h, face a 6,52 na *FLANN* e 6,58 na *HFLANN*).

Tabela 4.33 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2010-2014, *MLP*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	39,96	39,07	5,61	14,03%
2	35,07	34,90	5,06	14,42%
3	31,20	31,79	4,58	14,68%
4	30,61	30,91	4,59	15,01%
5	29,64	30,66	4,73	15,95%
6	30,70	32,40	4,97	16,20%
7	34,80	35,48	5,30	15,23%
8	40,03	39,79	5,44	13,60%
9	42,44	42,54	5,44	12,83%
10	45,55	45,47	5,58	12,25%
11	46,75	46,63	5,39	11,52%
12	46,36	46,56	5,25	11,33%
13	46,81	46,78	5,30	11,33%
14	46,12	45,83	5,09	11,04%
15	43,88	44,10	5,06	11,52%
16	41,87	42,60	5,02	11,99%
17	41,25	42,05	5,01	12,14%
18	42,83	43,24	5,15	12,02%
19	45,72	45,50	5,57	12,17%
20	49,16	48,32	6,19	12,58%
21	51,79	50,28	6,68	12,90%
22	52,76	50,57	6,30	11,95%
23	49,47	47,33	5,37	10,86%
24	43,92	42,44	5,40	12,29%

O padrão semanal reproduz-se novamente na Tabela 4.34: quinta-feira mantém-se como o dia de melhor desempenho relativo, e agora com o menor erro percentual de todas as arquiteturas analisadas (10,91%), e domingo como o de pior desempenho (16,21%), praticamente empatado com a *HFLANN* (16,12%) e ligeiramente melhor do que a *FLANN* (16,70%).

Nas 16 observações horárias em feriados ou pontes do conjunto de teste, o *MLP* obtém o melhor desempenho entre três arquiteturas, com um erro absoluto médio de 4,48 €/MWh e um erro percentual de 10,97%, inferior tanto à *FLANN* (4,83 €/MWh, 11,82%) como à *HFLANN* (4,60 €/MWh, 11,25%). Confirma-se, para as três arquiteturas, que os feriados não constituem um contexto sistematicamente mais difícil de prever do que a média do conjunto de teste, neste período.

Tabela 4.34 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *MLP*).

Dia da semana	Preço real (€/MWh)	Preço previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
Segunda	43,76	41,90	5,50	12,58%
Terça	43,84	42,84	5,28	12,04%
Quarta	45,24	44,87	5,16	11,41%
Quinta	45,71	45,48	4,99	10,91%
Sexta	44,17	44,75	5,41	12,26%
Sábado	37,66	38,89	5,50	14,61%
Domingo	33,94	34,61	5,50	16,21%

As três arquiteturas partilham o mesmo padrão qualitativo: janeiro e fevereiro são os meses de maior erro absoluto médio, e agosto, é o mês de melhor desempenho, com o menor erro absoluto médio e o menor erro percentual. Esta arquitetura apresenta, no entanto, os resultados mais balanceados até ao momento, como verificado na Tabela 4.35, evidenciando o seu desempenho superior.

Em termos de desempenho absoluto, o *MLP* obtém o melhor resultado global neste período, com MAE de 5,337 €/MWh, seguida da *HFLANN*, com 5,372 €/MWh e da *FLANN* 5,483 €/MWh, com uma amplitude de apenas 2,7% entre a melhor e a pior arquitetura.

Relativamente ao MASE, acaba por alcançar um valor semelhante à *HFLANN*, de 0,603, demonstrando a proximidade destas arquiteturas, no período considerado.

Tabela 4.35 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *MLP*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	32,80	31,50	8,41	25,64%
2	15,39	14,87	8,50	55,23%
3	26,21	26,26	5,89	22,48%
4	26,36	27,37	5,62	21,34%
5	42,47	41,21	4,00	9,42%
6	51,19	50,66	4,62	9,03%
7	48,27	50,83	4,39	9,10%
8	49,91	50,38	2,97	5,96%
9	58,91	56,87	4,10	6,96%
10	55,40	53,83	6,42	11,58%
11	46,96	47,86	5,36	11,41%
12	47,69	48,06	4,26	8,94%

4.4.2 Resultados *MLP* – 2021-2025

Realizam-se testes com o modelo M24, detalhado na secção 4.2.4. Começa-se pela comparação de desempenho, tendo em conta a função de ativação nos neurónios da camada oculta. Considera-se um neurónio por variável na camada oculta, ou seja, neste caso, totalizam-se 17 neurónios.

O padrão de desempenho demonstra-se semelhante ao verificado na *HFLANN*, como se observa na Tabela 4.36, com a sigmoide a ter indicadores consideravelmente piores. No entanto, as diferenças entre funções são mais acentuadas, com a tangente hiperbólica e a função eLU a mostrarem-se claramente superiores às restantes, com diferenças da ordem de grandeza unitária. Desta forma, novamente se considerou o modelo utilizando a tangente hiperbólica, para análise.

Tabela 4.36 — Desempenho do *MLP*, dependendo da função de ativação dos neurónios (2021-2025).

Função de ativação	MAE (€/MWh)	RMSE (€/MWh)	sMAPE (%)	R^2
ReLU	15,099	19,472	47,470	0,823
tanh	14,111	18,837	45,755	0,835
Sigmoide	16,386	21,194	48,503	0,791
leaky ReLU	14,967	19,307	47,212	0,826
eLU	14,204	18,917	45,890	0,833

O padrão por nível de preço verificado nas outras arquiteturas volta a surgir na Figura 4.15: a gama acima de 100 €/MWh continua a ser a de melhor desempenho relativo, com 12,55 €/MWh de erro absoluto médio e 10,28% de erro percentual, valores praticamente idênticos aos da *FLANN* e da *HFLANN* na mesma gama. As gamas de preço baixo, mas positivo (0 a 40 €/MWh) continuam a apresentar o pior desempenho, com erros absolutos médios entre 15,51 e 16,76 €/MWh.

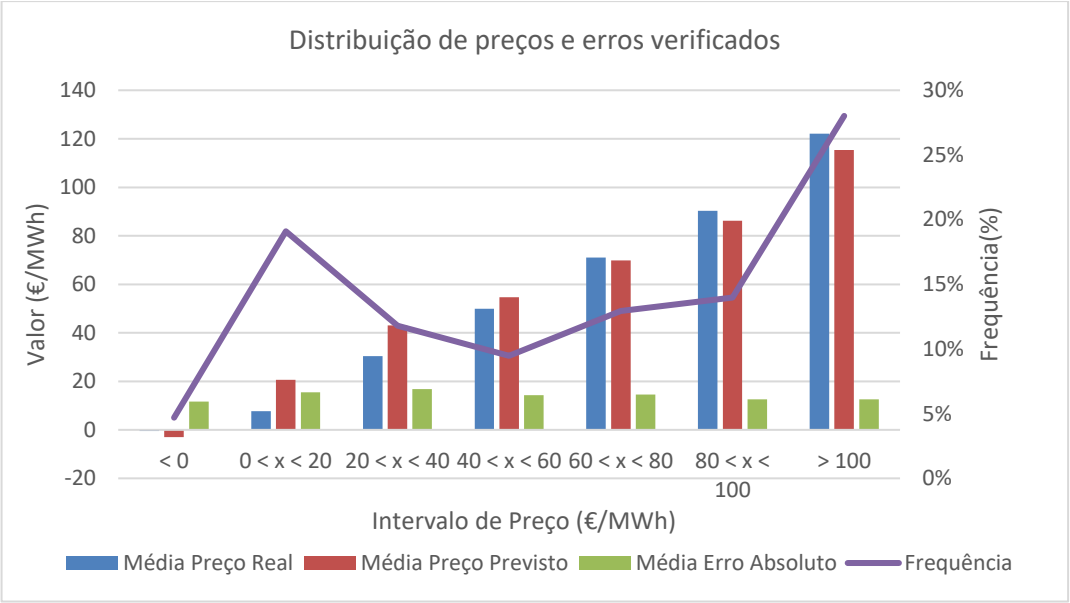


Figura 4.15 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *MLP*).

O mesmo padrão verificado na *FLANN* e na *HFLANN* surge novamente na Tabela 4.37: erro absoluto médio elevado tanto nas horas centrais do dia, das 13h às 16h, entre 14,67 e 15,17 €/MWh, como no pico vespertino, das 21h às 22h, ambas com 16,27 €/MWh. O erro percentual máximo ocorre às 15h, de 49,78%, muito próximo dos valores da *FLANN* e da *HFLANN* na mesma hora.

Tabela 4.37— Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *MLP*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	79,92	82,49	11,89	14,88%
2	72,19	74,89	12,55	17,39%
3	68,19	70,84	12,27	17,99%
4	65,05	67,67	12,42	19,09%
5	63,73	66,76	12,85	20,17%
6	66,44	70,24	12,73	19,16%
7	73,93	77,89	12,82	17,34%
8	85,72	88,50	13,86	16,17%
9	83,82	85,33	15,85	18,90%
10	63,74	64,45	15,56	24,41%
11	46,22	46,59	15,44	33,40%
12	36,61	36,88	15,21	41,54%
13	32,94	33,08	15,17	46,04%
14	30,39	30,20	14,84	48,82%
15	29,47	29,64	14,67	49,78%
16	31,70	32,69	14,94	47,14%
17	38,21	40,45	14,04	36,75%
18	51,36	54,58	13,93	27,13%
19	68,77	72,63	14,26	20,73%
20	90,33	92,94	14,88	16,47%
21	105,35	106,16	16,27	15,44%
22	109,79	109,53	16,27	14,82%
23	99,31	99,05	11,99	12,08%
24	86,17	86,32	10,85	12,60%

Segunda-feira reafirma-se, pela terceira vez consecutiva neste período, como o dia útil de pior desempenho, com 16,81 €/MWh de erro absoluto e 23,93% de erro percentual, e quinta-feira como o melhor, com 12,41 €/MWh de MAE e 17,41% de erro percentual, como observado na Tabela 4.38. Notavelmente, no *MLP* o erro percentual de domingo (26,95%) ultrapassa ligeiramente o de sábado (26,40%), tal como acontece nas outras duas arquiteturas, confirmando domingo como sistematicamente o dia da semana mais difícil de prever a nível percentual nas três arquiteturas e em ambos os períodos analisados.

Nas 16 observações consideradas como feriados ou pontes no conjunto de teste, o *MLP* obtém um erro absoluto médio de 14,61 €/MWh e um erro percentual de 25,80%, idênticos aos valores da *FLANN* e ligeiramente melhores do que os da *HFLANN*.

Tabela 4.38— Médias de preço real, previsto, erro absoluto médio e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *MLP*).

Dia da semana	Preço real (€/MWh)	Preço previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
Segunda	70,23	67,34	16,81	23,93%
Terça	73,36	75,44	14,18	19,32%
Quarta	72,99	76,01	13,43	18,40%
Quinta	71,30	73,91	12,41	17,41%
Sexta	69,83	70,81	13,52	19,36%
Sábado	55,31	60,81	14,60	26,40%
Domingo	47,81	48,33	12,89	26,95%

O comportamento em contexto mensal, verificado na Tabela 4.39, mantém-se igual ao das outras arquiteturas com janeiro (18,74 €/MWh) e fevereiro (16,99 €/MWh) a permanecerem como os meses de maior erro absoluto médio. Abril volta a ser o mês de maior erro percentual, com 54,94%, praticamente idêntico aos valores da *FLANN* e da *HFLANN* no mesmo mês.

Em termos de desempenho absoluto, o *MLP* obtém novamente o melhor resultado global, com MAE de 13,982 €/MWh, seguida da *FLANN* (14,209 €/MWh) e da *HFLANN* (14,342 €/MWh), mantendo a hierarquia observada no período 2010–2014, onde também liderou globalmente.

Quanto ao MASE, o *MLP* obtém o melhor valor até agora registado neste período, de 0,70, ligeiramente inferior ao da *FLANN* e ao da *HFLANN*.

Tabela 4.39 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *MLP*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	94,84	97,93	18,74	19,76%
2	108,22	106,17	16,99	15,70%
3	52,53	56,92	15,33	29,19%
4	25,91	28,27	14,23	54,94%
5	25,79	31,79	11,17	43,32%
6	74,17	71,92	16,33	22,01%
7	70,10	76,32	13,53	19,30%
8	68,68	70,16	11,80	17,19%
9	61,19	61,89	12,27	20,05%
10	76,47	78,47	14,36	18,78%
11	59,09	58,85	11,87	20,08%
12	77,91	76,00	11,80	15,15%

4.5 *CNN*

Neste subcapítulo apresentam-se os resultados de teste com o melhor modelo em cada período, recorrendo à *CNN*. A análise é realizada da mesma forma que nas anteriores secções, apenas excluindo a apresentação do desempenho por função de ativação, visto que este parâmetro permaneceu inalterado.

4.5.1 Resultados *CNN* – 2010-2014

A norma por nível de preço reaparece na Figura 4.16: o intervalo de 40 a 60 €/MWh mantém-se como a de melhor desempenho, com 4,22 €/MWh de MAE e 8,51% de erro percentual, e os extremos, acima de 80 €/MWh, como os de pior desempenho. Na única observação acima de 100 €/MWh, a *CNN* obtém o pior resultado transversal das quatro arquiteturas, com 47,81 €/MWh de erro absoluto e 43,47% de erro percentual, superada apenas pelo *MLP*, com 50,56 €/MWh, confirmando que, tal como o *MLP*, a *CNN* também apresenta menor robustez perante este evento raro e extremo do conjunto de teste.

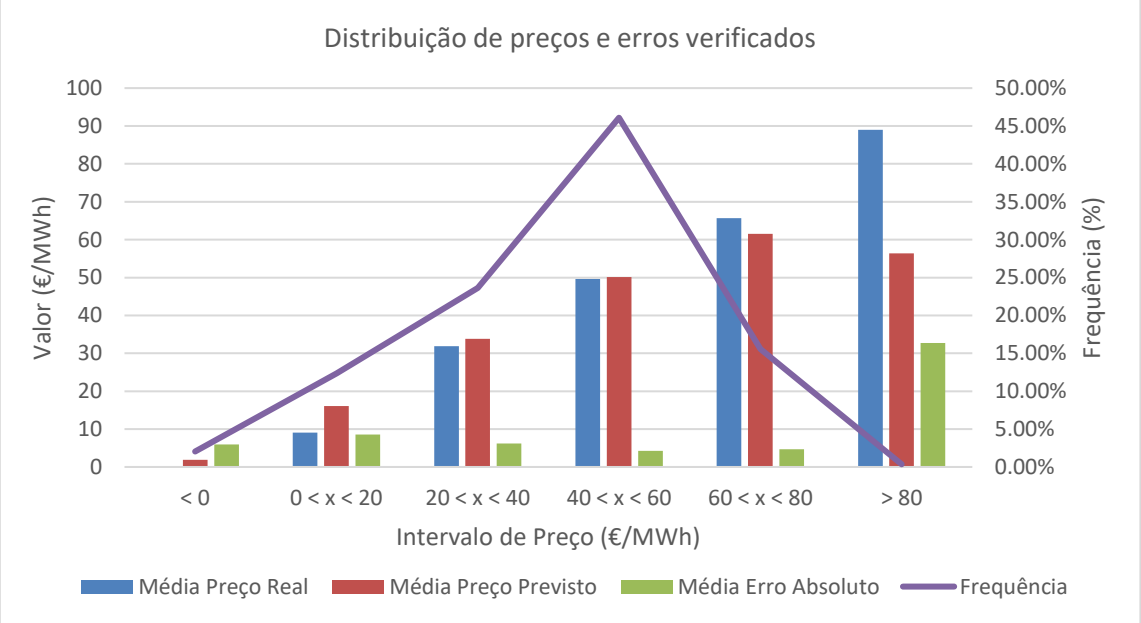


Figura 4.16 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2010-2014, *CNN*).

Verifica-se novamente erros absolutos médios máximos às 21h (6,49 €/MWh) e mínimos às 5h (4,77 €/MWh) na Tabela 4.40, valores muito próximos dos das restantes arquiteturas nas mesmas horas.

Tabela 4.40 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2010-2014, *CNN*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	39,96	41,59	6,03	15,10%
2	35,07	36,51	5,53	15,76%
3	31,20	32,71	5,05	16,18%
4	30,61	31,49	4,83	15,79%
5	29,64	30,80	4,77	16,10%
6	30,70	32,34	5,08	16,54%
7	34,80	35,74	5,41	15,55%
8	40,03	40,27	5,45	13,62%
9	42,44	43,11	5,47	12,90%
10	45,55	46,12	5,56	12,22%
11	46,75	47,29	5,40	11,55%
12	46,36	47,18	5,33	11,49%
13	46,81	47,53	5,38	11,48%
14	46,12	46,61	5,14	11,14%
15	43,88	44,83	5,29	12,05%
16	41,87	43,34	5,32	12,71%
17	41,25	42,89	5,29	12,83%
18	42,83	44,25	5,38	12,56%
19	45,72	46,70	5,63	12,31%
20	49,16	49,71	6,08	12,36%
21	51,79	51,84	6,49	12,54%
22	52,76	52,27	6,05	11,48%
23	49,47	49,21	5,05	10,20%
24	43,92	44,23	5,26	11,97%

Na Tabela 4.41, quinta-feira mantém-se como o melhor dia da semana (10,99%), e domingo confirma-se, pela quarta vez, como o pior, mas com o valor mais elevado de todas as arquiteturas analisadas para este dia (17,43%, face a 16,70% na *FLANN*, 16,12% na *HFLANN* e 16,21% no *MLP*), sugerindo que a *CNN* é a arquitetura com maior dificuldade relativa a lidar com o padrão de consumo de domingo, apesar do seu desempenho médio global ser intermédio entre as quatro arquiteturas.

Nos feriados ou pontes, a *CNN* apresenta o pior desempenho das quatro arquiteturas, com 4,99 €/MWh de erro absoluto médio e 12,20% de erro percentual, embora a diferença face às restantes seja pequena (4,83 na *FLANN*, 4,60 na *HFLANN*, 4,48 na *MLP*). Ainda assim, confirma-se para todas as arquiteturas que os feriados não constituem um contexto sistematicamente mais difícil do que a média do conjunto de teste.

Tabela 4.41 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2010-2014, *CNN*).

Dia da semana	Preço real (€/MWh)	Preço previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
Segunda	43,76	43,42	5,28	12,06%
Terça	43,84	43,61	5,32	12,14%
Quarta	45,24	45,08	4,99	11,04%
Quinta	45,71	45,86	5,02	10,99%
Sexta	44,17	45,82	5,68	12,85%
Sábado	37,66	40,13	5,79	15,37%
Domingo	33,94	36,19	5,92	17,43%

Fevereiro é, na *CNN*, o mês de maior erro absoluto médio, de 9,14 €/MWh e também de erro percentual, de 59,38%, segundo mais extremo de toda a análise realizada para o período 2010–2014, superando os valores da *HFLANN* e do *MLP* para o mesmo mês. Agosto mantém-se, pela quarta vez consecutiva, como o mês de melhor desempenho de todas as arquiteturas, como verificado na Tabela 4.42.

Em termos de desempenho absoluto, para o período de 2010-2014, a *CNN* posiciona-se como a terceira melhor arquitetura em termos de erro médio global, com 5,429 €/MWh, à frente apenas da *FLANN*, mas destaca-se como a arquitetura com desempenho mais fraco em feriados, ainda que estas diferenças sejam, em termos absolutos, pequenas face à amplitude total observada entre as quatro arquiteturas.

Relativamente ao MASE, a *CNN* atinge um valor que a posiciona definitivamente como terceira melhor arquitetura neste período, de 0,614, entre os 0,62 da *FLANN* e os 0,607 da *HFLANN*.

Tabela 4.42 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2010-2014, *CNN*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	32,80	32,44	8,98	27,37%
2	15,39	16,49	9,14	59,38%
3	26,21	26,66	6,54	24,94%
4	26,36	27,99	5,37	20,38%
5	42,47	41,78	3,99	9,41%
6	51,19	51,81	4,49	8,77%
7	48,27	51,59	4,58	9,48%
8	49,91	50,97	2,83	5,67%
9	58,91	58,05	3,58	6,07%
10	55,40	55,16	6,17	11,14%
11	46,96	49,18	5,68	12,09%
12	47,69	49,30	4,37	9,17%

4.5.2 Resultados *CNN* – 2021-2025

O padrão por nível de preço mantém o intervalo acima de 100 €/MWh como o de melhor desempenho relativo, como se observa na Figura 4.17, com 12,59 €/MWh de MAE e 10,31% de erro percentual, mas a *CNN* apresenta o pior desempenho das quatro arquiteturas nas gamas de preço baixo, com 20,11 €/MWh de erro absoluto médio na gama de 0 a 20 €/MWh, confirmando que esta arquitetura é a mais penalizada pelos episódios de sobreoferta solar e preços próximos de zero característicos deste período.

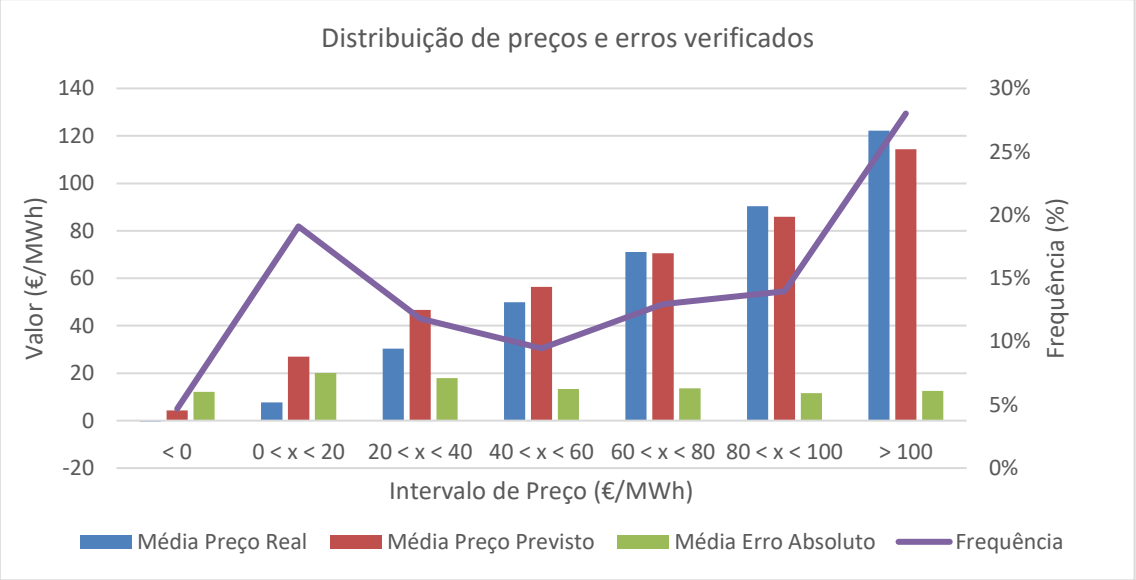


Figura 4.17 — Médias de preço real, previsto e erro absoluto considerando a frequência do preço real verificada (2021-2025, *CNN*).

A *CNN* é a arquitetura em que o padrão bimodal verificado ao longo da apresentação de resultados nas outras redes se manifesta de forma mais pronunciada, comprovado na Tabela 4.43. O erro percentual máximo ocorre às 15h, de 53,47%, o valor mais elevado de todas as arquiteturas nesta hora.

Tabela 4.43 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e percentual considerando a hora (2021-2025, *CNN*).

Hora	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	79,92	84,17	12,34	15,44%
2	72,19	76,12	13,17	18,24%
3	68,19	71,63	13,38	19,63%
4	65,05	68,29	13,62	20,94%
5	63,73	67,40	13,89	21,79%
6	66,44	70,65	13,18	19,84%
7	73,93	77,73	12,90	17,45%
8	85,72	87,86	14,18	16,54%
9	83,82	85,28	16,08	19,18%
10	63,74	66,18	15,66	24,57%
11	46,22	49,81	16,34	35,34%
12	36,61	41,15	16,39	44,78%
13	32,94	37,53	16,16	49,07%
14	30,39	34,81	15,59	51,29%
15	29,47	34,81	15,76	53,47%
16	31,70	37,92	16,29	51,38%
17	38,21	45,15	15,50	40,56%
18	51,36	58,71	15,49	30,15%
19	68,77	75,69	16,00	23,27%
20	90,33	94,24	16,09	17,81%
21	105,35	106,26	15,85	15,05%
22	109,79	109,22	16,05	14,62%
23	99,31	98,67	12,09	12,17%
24	86,17	85,94	10,92	12,67%

Segunda-feira mantém-se como o pior dia útil, com 17,92 €/MWh de MAE e 25,51% de erro percentual, e domingo como o pior dia da semana em termos percentuais, com 29,52%, o valor mais elevado de todas as arquiteturas para este dia.

Nas 16 observações horárias em feriados ou pontes, a *CNN* apresenta o pior desempenho das quatro arquiteturas, com 15,59 €/MWh de erro absoluto e 27,54% de erro percentual, replicando para este período o mesmo posicionamento relativo já observado em 2010–2014.

Tabela 4.44 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual considerando o dia da semana (2021-2025, *CNN*).

Dia da semana	Preço real (€/MWh)	Preço previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
Segunda	70,23	73,75	17,92	25,51%
Terça	73,36	76,99	15,34	20,91%
Quarta	72,99	75,26	14,22	19,48%
Quinta	71,30	73,98	13,44	18,85%
Sexta	69,83	71,61	13,51	19,35%
Sábado	55,31	61,77	14,35	25,94%
Domingo	47,81	52,48	14,12	29,52%

Junho, com MAE de 17,05 €/MWh surge como o segundo mês de maior erro na *CNN*, uma posição que nenhuma das restantes arquiteturas atribui a este mês, sugerindo uma sensibilidade específica desta topologia a padrões de variabilidade não capturados pelas restantes. Janeiro mantém-se, tal como nas restantes arquiteturas, como o mês de maior erro absoluto médio, com 20,52 €/MWh, e abril como o de maior erro percentual, de 60,80%, o valor mais elevado de todas as combinações modelo-mês analisadas neste trabalho.

Em termos de desempenho absoluto, no período de 2021-2025, a *CNN* posiciona-se como a pior arquitetura em termos de erro médio global, com 14,705 €/MWh, sendo penalizada de forma mais intensa pela elevada volatilidade deste período, comparativamente às outras redes. Quanto ao MASE, a *CNN* obtém o pior valor entre todas as arquiteturas, de 0,74, claramente superior ao das restantes, solidificando a sua posição como a pior rede neste período.

Tabela 4.45 — Médias de preço real, previsto, erro absoluto e erro percentual mensal (2021-2025, *CNN*).

Mês	Média Preço Real (€/MWh)	Média Preço Previsto (€/MWh)	MAE (€/MWh)	Erro Percentual (%)
1	94,84	100,51	20,52	21,64%
2	108,22	105,49	16,89	15,61%
3	52,53	58,46	15,32	29,17%
4	25,91	33,11	15,75	60,80%
5	25,79	37,36	14,71	57,03%
6	74,17	73,58	17,05	22,99%
7	70,10	78,40	14,79	21,09%
8	68,68	71,20	11,72	17,06%
9	61,19	64,85	13,16	21,50%
10	76,47	79,39	14,02	18,34%
11	59,09	60,79	11,07	18,74%
12	77,91	74,17	12,10	15,53%

4.6 Comparação geral

Com a inclusão da *CNN*, completa-se a comparação entre as quatro arquiteturas neuronais estudadas para ambos os períodos, todas avaliadas com os mesmos conjuntos de teste e as mesmas condições. Compara-se geralmente todas as redes nas Tabela 4.46 e 4.47, referentes aos períodos 2010-2014 e 2021-2025, respetivamente.

Tabela 4.46 — Tabela comparativa de todas as redes no período 2010-2014.

Indicador	***FLANN***	***HFLANN***	***MLP***	***CNN***
MAE	5,483	5,372	5,337	5,429
Melhor hora (MAE)	5h (4,79)	4h (4,73)	3h (4,58)	5h (4,77)
Pior hora (MAE)	21h (6,52)	21h (6,58)	21h (6,68)	21h (6,49)
Melhor dia da semana (%)	Quinta (11,02%)	Quinta (11,41%)	Quinta (10,91%)	Quinta (10,99%)
Pior dia da semana (%)	Domingo (16,70%)	Domingo (16,12%)	Domingo (16,21%)	Domingo (17,43%)
Melhor mês (balanço MAE/%)	Agosto	Agosto	Agosto	Agosto
Pior mês (balanço MAE/%)	Janeiro/Fevereiro	Janeiro/Fevereiro	Janeiro/Fevereiro	Janeiro/Fevereiro
Melhor gama de preço	40–60 (4,29/8,65%)	40–60 (3,85/7,75%)	40–60 (4,06/8,18%)	40–60 (4,22/8,51%)
Feriados - MAE/%	4,83 / 11,82%	4,60 / 11,25%	4,48 / 10,97%	4,99 / 12,20%

Em termos de desempenho absoluto, a hierarquia final para o período 2010–2014 é: *MLP* (5,337 €/MWh), *HFLANN* (5,372 €/MWh), *CNN* (5,429 €/MWh) e *FLANN* (5,483 €/MWh), uma amplitude total de apenas 2,7% entre a melhor e a pior arquitetura.

A *HFLANN* apresenta uma vantagem consistente, mas ligeira, sobre a *FLANN* na generalidade das dimensões. As vantagens mais expressivas da *HFLANN* concentram-se na gama de preços muito baixos, entre 0 e 20 €/MWh e no mês de fevereiro, ambos contextos de preço próximo de zero ou muito reduzido, sugerindo que a camada oculta adicional desta arquitetura contribui sobretudo para melhorar a previsão nestes cenários, mais do que para alterar o comportamento geral do modelo ao longo das restantes dimensões de contexto temporal.

O *MLP* é o claro vencedor, destacando-se ainda como a arquitetura com melhor

desempenho em feriados e pontes, mas também como a que mais se degrada perante a única observação de preço extremo do conjunto de teste, ilustrando um compromisso entre desempenho médio e robustez a eventos raros.

A *CNN* posiciona-se, assim, como a terceira melhor arquitetura em termos de erro médio global, neste período, à frente apenas da *FLANN*, mas destaca-se como a arquitetura com maior dificuldade relativa ao domingo e com desempenho mais fraco em feriados, ainda que estas diferenças sejam, em termos absolutos, pequenas face à amplitude total observada entre as quatro arquiteturas.

Tabela 4.47 — Tabela comparativa de todas as redes no período 2021-2025.

Indicador	***FLANN***	***HFLANN***	***MLP***	***CNN***
MAE	14,209	14,342	13,982	14,705
Melhor hora (MAE)	24h (10,84)	24h (10,95)	24h (10,85)	24h (10,92)
Pior hora (MAE)	22h (16,33)	22h (16,54)	21/22h (16,27)	12h (16,39)
Melhor dia da semana (%)	Quinta (17,63%)	Quinta (17,62%)	Quinta (17,41%)	Quinta (18,85%)
Pior dia da semana (%)	Domingo (27,70%)	Domingo (28,45%)	Domingo (26,95%)	Domingo (29,52%)
Melhor mês (balanço MAE/%)	Dezembro	Dezembro	Dezembro	Dezembro
Pior mês (balanço MAE/%)	Janeiro	Janeiro	Janeiro	Janeiro
Melhor gama de preço	>100 (12,71/10,40%)	>100 (12,71/10,40%)	>100 (12,55/10,28%)	>100 (12,59/10,31%)
Feriados - MAE/%	14,61 / 25,80%	15,09 / 26,65%	14,61 / 25,80%	15,59 / 27,54%

Em 2021-2025, a hierarquia final de desempenho é: *MLP* (13,982 €/MWh), *FLANN* (14,209 €/MWh), *HFLANN* (14,342 €/MWh) e *CNN* (14,705 €/MWh).

Ao contrário do observado no período 2010–2014, a *HFLANN* não demonstra uma vantagem consistente sobre a *FLANN* neste período, com o erro absoluto médio global do conjunto de teste a ser ligeiramente superior na *HFLANN* do que na *FLANN*, e as diferenças

pontuais entre arquiteturas, dimensão a dimensão, são pequenas e sem um sentido sistemático claro. Este resultado sugere que o benefício da camada oculta adicional da *HFLANN*, quando existe, depende das características do período e do regime de preços em causa, não devendo ser assumido como uma melhoria universal face à *FLANN*.

O *MLP* obtém o melhor desempenho global. Esta consistência ao longo de dois períodos com características de mercado muito distintas permite concluir que o *MLP* constitui, entre as arquiteturas comparadas, a opção com melhor desempenho médio, ainda que as diferenças observadas sejam, em ambos os casos, relativamente modestas, inferiores a 3% entre a melhor e a pior arquitetura.

A *CNN* surge como a arquitetura de pior desempenho global, ao contrário do período 2010–2014, onde se posicionava em terceiro lugar. Esta troca de posições entre *CNN* e *FLANN* de um período para o outro é o único caso, entre as quatro arquiteturas, em que a hierarquia relativa de desempenho não se mantém integralmente entre os dois períodos, sugerindo que a CNN é a arquitetura mais sensível às características específicas do regime de preços em vigor, beneficiando comparativamente menos da estabilidade do período 2010–2014 e penalizando-se mais na elevada volatilidade e nos episódios de preços extremos do período 2021–2025.

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste capítulo verifica-se se os objetivos propostos foram cumpridos e apresenta-se conclusões retiradas da análise realizada no capítulo 4. Posteriormente, são ainda apresentadas limitações observadas na elaboração do trabalho e sugestões de desenvolvimento futuro, que poderão dar continuidade ao estudo sobre previsões de preço do mercado diário do MIBEL.

5.1 Conclusões

A presente dissertação teve como principal objetivo verificar a adequabilidade da *FLANN* na previsão de preços de mercado diário do MIBEL, utilizando ferramentas de forma a realizar uma seleção adequada de dados, elaborar um ambiente para simulação da rede e possibilitar a comparação do seu desempenho a outras topologias.

Relativamente à seleção de variáveis, o processo iterativo conduzido ao longo deste trabalho produziu conclusões metodológicas que ultrapassam o âmbito estritamente técnico da modelação. Em primeiro lugar, demonstrou-se empiricamente que a utilização de previsões resulta num desempenho preditivo superior à utilização dos valores reais observados a posteriori.

Em segundo lugar, a construção de variáveis derivadas com base no conhecimento do domínio do mercado elétrico, em particular a variável auxiliar utilizada, revelou-se pouco relevante. Este resultado reproduziu-se para os rácios elaborados, a sua utilização não melhorou de forma convincente a previsão.

Quanto à expansão funcional e configuração da *FLANN*, a exploração sistemática e incremental das funções no bloco funcional, permitiu identificar uma configuração final adequada para ambos os períodos considerados, onde se incluíram funções associadas a maior periodicidade, como o seno e o cosseno, coincidentes com o comportamento sazonal

do mercado elétrico. Embora este bloco seja fundamental para a *FLANN,* funciona, no entanto, como um amparo, de forma a aproximar o desempenho desta das outras topologias estudadas. Mesmo com este bloco, não existe nenhuma razão para considerar a *FLANN*, face às outras redes testadas (com a exceção da CNN), com este a ser um obstáculo extra a ser afinado. Por outro lado, a *FLANN*, apesar de nunca ter obtido o melhor resultado absoluto em nenhum dos dois períodos, alcançou um desempenho competitivo com arquiteturas substancialmente mais complexas, com um número de parâmetros consideravelmente menor, fatores relevantes em contextos de custo computacional e *benchmarks* simples.

Quanto ao desempenho verificado, a comparação entre as quatro arquiteturas, replicada sobre exatamente os mesmos conjuntos de teste em ambos os períodos, permite uma conclusão central para este trabalho: as diferenças de desempenho absoluto entre arquiteturas são consistentemente pequenas, situando-se entre 2,7% (2010–2014) e cerca de 5% (2021–2025) de amplitude entre a melhor e a pior arquitetura, valores bastante modestos. O *MLP* obteve o melhor desempenho absoluto em ambos os períodos, ainda que por margens reduzidas. A *CNN* foi a arquitetura menos consistente entre períodos, sugerindo maior sensibilidade desta arquitetura à volatilidade e aos episódios de preços extremos característicos do período mais recente.

Quanto ao comportamento geral das redes, o padrão mais relevante para a interpretação dos resultados é a inversão da relação entre o nível de preço e o desempenho do modelo entre os dois períodos: em 2010–2014, o erro do modelo era menor na gama intermédia de preços, mais representada no conjunto de treino; em 2021–2025, o melhor desempenho desloca-se para a gama de preços mais elevados, precisamente a mais frequente nesse período, mais volátil. No fundo, isto revela que, em geral, o padrão de preço no período em si é mais influente do que as próprias estruturas da rede.

5.2 Limitações e trabalhos futuros

Concluída a presente dissertação, considera-se pertinente a menção das limitações enfrentadas e sugestões de trabalho de futuro.

Ao longo da elaboração do trabalho, encontraram-se limitações referentes à disponibilidade de dados, relacionados com previsões de variáveis de produção e consumo em maior detalhe, bem como variáveis meteorológicas que poderiam eventualmente ajudar os modelos desenvolvidos na generalização do preço, relacionadas com a produção solar e eólica. No início e ao longo do trabalho, ambas estas séries temporais foram requisitadas à REN, no caso das previsões de produção e consumo, e ao IPMA, no caso das variáveis meteorológicas, mas sem sucesso. Por isto, acabou por se utilizar, como mencionado, as

previsões disponibilizadas pela ENTSO-E, de produção solar e eólica bem como geração e consumo gerais. Considerou-se também inicialmente um conjunto de dados meteorológicos provenientes do OpenMeteo, mas estes mostraram pouca utilidade, sendo descartados de imediato.

Além disto, ainda se considerou testes em outras topologias, mais especificamente num *LSTM* e num *TFT*, no entanto, por falta de tempo, a elaboração e posteriores experiências nestes ambientes não foram possíveis.

Neste contexto, considera-se relevante o desenvolvimento dos seguintes trabalhos futuros:

- Aquisição de uma gama maior de dados, incluindo previsões para todas as variáveis, bem como variáveis meteorológicas relevantes;

- Elaboração do mesmo contexto num *LSTM* e num *TFT*, de modo a obter um maior leque de comparações;

- Teste das várias redes para apenas certas gamas de preço, certos dias da semana ou certas horas, de forma a isolar e compreender a rede adequada a utilizar em cada contexto;

- Esperar por um período geopolítico mais estável e uma transformação mais definitiva do sistema produtor português, de forma a obter resultados mais *future-proof*.

Referências

[1] Y.-H. Pao and Y. Takefuji, "Functional-link net computing: theory, system architecture, and functionalities," *Computer (Long. Beach. Calif).*, vol. 25, pp. 76–79, 1992, [Online]. Available: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:206401842

[2] J. C. Patra and A. van den Bos, "Modeling of an intelligent pressure sensor using functional link artificial neural networks," *ISA Trans.*, vol. 39, no. 1, pp. 15–27, 2000, doi: https://doi.org/10.1016/S0019-0578(99)00035-X.

[3] S. Dehuri and S.-B. Cho, "A comprehensive survey on functional link neural networks and an adaptive PSO–BP learning for CFLNN," *Neural Comput. Appl.*, vol. 19, no. 2, pp. 187–205, 2010, doi: 10.1007/s00521-009-0288-5.

[4] Y. Ren, P. N. Suganthan, N. Srikanth, and G. A. J. Amaratunga, "Random vector functional link network for short-term electricity load demand forecasting," *Inf. Sci.*, vol. 367–368, pp. 1078–1093, 2016, [Online]. Available: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:35144651

[5] R. Gao, R. Li, M. Hu, P. N. Suganthan, and K. F. Yuen, "Online dynamic ensemble deep random vector functional link neural network for forecasting," *Neural Networks*, vol. 166, pp. 51–69, 2023, doi: https://doi.org/10.1016/j.neunet.2023.06.042.

[6] P. K. Dash, A. C. Liew, and H. P. Satpathy, "A functional-link-neural network for short-term electric load forecasting," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 209–221, 1999, doi: 10.3233/IFS-1999-016.

[7] R. Bisoi, P. K. Dash, V. Padhee, and M. H. Naeem, "Mining of electricity prices in energy markets using a computationally efficient neural network," in *2011 International Conference on Energy, Automation and Signal*, 2011, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICEAS.2011.6147178.

[8] OMIE, "OMIE, Mercado de eletricidade." Accessed: Jul. 14, 2026. [Online]. Available: https://www.omie.es/pt/mercado-de-electricidad

[9] OMIE, "OMIE, Mudança de funcionamento." Accessed: Jul. 14, 2026. [Online]. Available: https://www.omie.es/sites/default/files/2025-09/instruccion_2_2025_es.pdf

[10] OMIE, "OMIE, Curvas de oferta e procura." Accessed: Jul. 17, 2026. [Online]. Available: https://www.omie.es/pt/market-results/daily/daily-market/aggragate-suply-curves?

[11] REN, "REN, Programação horária." Accessed: Jul. 13, 2026. [Online]. Available: https://mercado.ren.pt/PT/Electr/InfoMercado/InfOp/ProgramasHorarios/Paginas/default

.aspx

[12] C. Monteiro, L. A. Fernandez-Jimenez, and I. J. Ramirez-Rosado, "Explanatory Information Analysis for Day-Ahead Price Forecasting in the Iberian Electricity Market," *Energies (Basel).*, vol. 8, no. 9, pp. 10464–10486, 2015, doi: 10.3390/en80910464.

[13] OMIE, "Preços de mercado diário," OMIE. Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://www.omie.es/pt/file-access-list?parents=/%20Mercado%20Diário/1.%20Preços&dir=%20Preços%20por%20hora%20do%20mercado%20diário%20em%20Portugal&realdir=marginalpdbcpt

[14] REN, "Balanço diário de produção e consumo," REN. Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://datahub.ren.pt/pt/eletricidade/balanco-diario/

[15] ENTSO-E, "ENTSO-E, Previsões de produção e carga." Accessed: Mar. 20, 2026. [Online]. Available: https://transparency.entsoe.eu/

[16] PyTorch, "PyTorch," PyTorch. Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://pytorch.org

[17] numpy, "numpy." Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://numpy.org

[18] pandas, "pandas." Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://pandas.pydata.org

[19] scikit-learn, "scikit-learn." Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://scikit-learn.org/stable/

[20] matplotlib, "matplotlib." Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://matplotlib.org

[21] D. P. Kingma and J. Ba, "Adam: A Method for Stochastic Optimization," *CoRR*, vol. abs/1412.6980, 2014, [Online]. Available: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:6628106

[22] PyTorch, "PyTorch, ReduceLROnPlateau." Accessed: Jan. 12, 2026. [Online]. Available: https://docs.pytorch.org/docs/2.13/generated/torch.optim.lr_scheduler.ReduceLROnPlateau.html

[23] A. Krogh and J. Hertz, "A Simple Weight Decay Can Improve Generalization," in *Advances in Neural Information Processing Systems*, J. Moody, S. Hanson, and R. P. Lippmann, Eds., Morgan-Kaufmann, 1991. [Online]. Available: https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/1991/file/8eefcfdf5990e441f0fb6f3fad709e21-Paper.pdf

[24] C. M. Bishop, "The Multi-Layer Perceptron," in *Neural Networks for Pattern Recognition*, Oxford University Press, 1995. doi: 10.1093/oso/9780198538493.003.0004.

[25] Y. Lecun, L. Bottou, Y. Bengio, and P. Haffner, “Gradient-based learning applied to document recognition,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 11, pp. 2278–2324, 1998, doi: 10.1109/5.726791.