U.PORTO

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA UNIVERSIDADE DO PORTO

ESTUDO COMPARATIVO DE DIFERENTES METODOLOGIAS DE ANÁLISE ESTRUTURAL E DIMENSIONAMENTO DE PAVIMENTOS DE EDIFÍCIOS REALIZADOS COM LAJES VIGADAS DE BETÃO

LUCAS SILVA SILVEIRA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

MESTRE EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Nelson Saraiva Vila Pouca

JULHO 2026

MESTRADO EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL 2025/2026

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E GEORRECURSOS

Tel. +351-22-508 1901

✉ mestec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

✉ feup@fe.up.pt

http://www.fe.up.pt

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil - 2025/2026 - Departamento de Engenharia Civil e Georrecursos, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2026*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

À minha família e amigos

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Antonio e Lucimar, por todo o apoio e suporte ao longo da minha vida e por contribuírem de forma essencial para que eu chegasse até aqui. À minha esposa, Carolina, agradeço por estar sempre ao meu lado, pelo incentivo constante e por me encorajar a superar os desafios encontrados ao longo deste percurso.

Agradeço também a todos os professores e amigos que fizeram parte desta etapa e que contribuíram, de diferentes formas, para a minha formação pessoal e académica. Por fim, expresso um agradecimento especial ao Professor Doutor Nelson Vila Pouca, pela disponibilidade, atenção e pelos conhecimentos transmitidos ao longo do desenvolvimento deste trabalho e do meu percurso académico.

RESUMO

A utilização de modelos computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos tornou-se corrente na análise e no dimensionamento de estruturas de betão armado. Contudo, a representação conjunta de vigas e lajes pode conduzir a uma distribuição dos esforços distinta daquela obtida através dos procedimentos tradicionais de cálculo, tornando necessária uma interpretação adequada dos resultados fornecidos pelos programas de análise estrutural. Neste contexto, a presente dissertação avalia a influência de diferentes estratégias de modelação no comportamento e dimensionamento de vigas de betão armado, através da comparação entre o método tradicional de cálculo e modelos tridimensionais desenvolvidos no SAP2000 e no ETABS. Foram analisadas três configurações estruturais, com diferentes relações de rigidez entre vigas e lajes. No SAP2000, além dos momentos obtidos diretamente na viga, foi considerada a parcela desenvolvida na laje na direção longitudinal da viga, quantificada através de *Section Cuts* com extensão correspondente à largura colaborante. Os momentos compatibilizados permaneceram inferiores aos obtidos pelo método tradicional, apresentando relações de 77% a 92% no Modelo A, 43% a 74% no Modelo B e 35% a 73% no Modelo C, com diferenças mais pronunciadas nas regiões de momento positivo. No ETABS, as áreas de armadura longitudinal fornecidas pelo programa foram utilizadas para determinar os respetivos momentos resistentes considerando as mesmas características das secções adotadas no cálculo tradicional. Verificaram-se igualmente diferenças significativas, especialmente nos Modelos B e C. Os resultados evidenciam que diferentes idealizações da mesma estrutura podem conduzir a distribuições de esforços e resultados de dimensionamento distintos, reforçando a importância da compreensão das hipóteses de modelação e da interpretação crítica dos resultados obtidos através de modelos globais de elementos finitos.

PALAVRAS-CHAVE: Método dos Elementos Finitos, Betão armado, Interação viga-laje, SAP2000, ETABS.

ABSTRACT

Computational models based on the Finite Element Method have become widely used in the analysis and design of reinforced concrete structures. However, the simultaneous modelling of beams and slabs may lead to a distribution of internal forces that differs from that obtained using traditional calculation procedures, requiring an appropriate interpretation of the results provided by structural analysis software. In this context, this dissertation evaluates the influence of different modelling strategies on the behaviour and design of reinforced concrete beams by comparing a traditional calculation approach with three-dimensional models developed in SAP2000 and ETABS. Three structural configurations with different beam-to-slab stiffness relationships were analysed. In SAP2000, in addition to the bending moments obtained directly from the beam, the contribution developed in the slab along the longitudinal direction of the beam was considered. This contribution was quantified using Section Cuts with a length corresponding to the effective flange width. The resulting combined bending moments remained lower than those obtained using the traditional method, ranging from 77% to 92% for Model A, 43% to 74% for Model B, and 35% to 73% for Model C, with the largest differences occurring in positive-moment regions. In ETABS, the longitudinal reinforcement areas provided by the software were used to determine the corresponding flexural resistance, considering the same cross-sectional characteristics adopted in the traditional calculation. Significant differences were also observed, particularly for Models B and C. The results demonstrate that different idealisations of the same structure may lead to distinct internal-force distributions and design outcomes, highlighting the importance of understanding the adopted modelling assumptions and critically interpreting the results obtained from global finite element models.

KEYWORDS: Finite Element Method, Reinforced concrete, Beam-slab interaction, SAP2000, ETABS.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS I

RESUMO III

ABSTRACT V

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 ENQUADRAMENTO GERAL 1

1.2 OBJETIVOS 2

1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO 3

2 FUNDAMENTOS E PROCEDIMENTOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL 5

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 5

2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS 6

2.2.1 Elementos de barra 6

2.2.2 Elementos de casca 7

2.3 ESTRATÉGIAS E CONSIDERAÇÕES NA MODELAÇÃO ESTRUTURAL 8

2.3.1 Ponto de inserção dos elementos estruturais 8

2.3.2 Compatibilização e interação entre elementos de barra e de casca 10

2.3.3 Integração de esforços através de *Section Cuts* 11

3 COMPARAÇÃO DO MÉTODO TRADICIONAL DE CÁLCULO COM O SAP2000 E COM O ETABS 13

3.1 CRITÉRIOS E DESENVOLVIMENTO DA MODELAÇÃO 13

3.1.1 Modelos de Análise 13

3.1.2 Caracterização dos Modelos Geométricos 14

3.2 CÁLCULO A PARTIR DO MÉTODO TRADICIONAL 17

3.2.1 Dimensionamento de vigas com largura colaborante da laje 17

3.2.1.1 Definição da largura efetiva dos banzos 17
3.2.1.2 Dimensionamento das vigas 19
3.2.2 Modelo A 22
3.2.2.1 Diagramas de Momentos Fletores 22
3.2.2.2 Largura colaborante da V_1 24
3.2.2.3 Área de aço da V_1 25
3.2.3 Modelo B 25
3.2.3.1 Diagramas de Momentos Fletores 25
3.2.3.2 Largura colaborante da V_1 26
3.2.3.3 Área de aço da V_1 27
3.2.4 Modelo C 27
3.2.4.1 Diagramas de Momentos Fletores 27
3.2.4.2 Largura colaborante da V_1 28
3.2.4.3 Área de aço da V_1 29
3.3 ESFORÇOS OBTIDOS PELO SAP2000 29
3.3.1 Modelo A 29
3.3.1.1 Momentos fletores na viga e na laje 29
3.3.1.2 Compatibilização dos momentos entre a viga e a laje 32
3.3.1.3 Comparação com o método tradicional 32
3.3.2 Modelo B 33
3.3.2.1 Momentos fletores na viga e na laje 33
3.3.2.2 Compatibilização dos momentos entre a viga e a laje 35
3.3.2.3 Comparação com o método tradicional 36
3.3.3 Modelo C 36
3.3.3.1 Momentos fletores na viga e na laje 36
3.3.3.2 Compatibilização dos momentos entre a viga e a laje 38
3.3.3.3 Comparação com o método tradicional 39
3.4 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS ATRAVÉS DO ETABS 39
3.4.1 Critério de comparação das armaduras 40
3.4.2 Modelo A 41
3.4.2.1 Armaduras e momentos resistentes 41
3.4.2.2 Comparação com o método tradicional 42

3.4.3 Modelo B 43
3.4.3.1 Armaduras e momentos resistentes 43
3.4.3.2 Comparação com o método tradicional 44
3.4.4 Modelo C 45
3.4.4.1 Armaduras e momentos resistentes 45
3.4.4.2 Comparação com o método tradicional 46
3.5 SÍNTESE COMPARATIVA DOS RESULTADOS 46
3.5.1 Síntese dos resultados obtidos através do SAP2000 47
3.5.2 Síntese dos resultados obtidos através do ETABS 49
3.5.3 Síntese global dos resultados 50
4 CONCLUSÕES 53
4.1 CONCLUSÕES GERAIS 53
4.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS 54

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 - Elemento de barra e seus graus de liberdade em uma análise 3D. Fonte: Azevedo (2003) 7
Fig. 2 - Principais famílias de elementos finitos bidimensionais. Fonte: Hughes (2000). 8
Fig. 3 - Representação do eixo da viga coincidente ao plano médio da laje. Fonte: De Melo (2021) 9
Fig. 4 - Representação da secção transversal após o *Insertion Point*. Fonte: De Melo (2021)..... 9
Fig. 5 - Representação do momento de compatibilidade gerado devido aos *Insertion Points*. Fonte: De Melo (2021)..... 10
Fig. 6 - Exemplo de utilização da ferramenta *Section Cut* para a obtenção das forças e momentos resultantes numa secção da laje 12
Fig. 7 - Características geométricas do Modelo A em metros 15
Fig. 8 - Características geométricas do Modelo B em metros 16
Fig. 9 - Características geométricas do Modelo C em metros 16
Fig. 10 - Secção transversal das vigas dos Modelos A, B e C em metros 16
Fig. 11 - Definição de l_0. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010) 18
Fig. 12 - Definição de b e de b_w. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)..... 18
Fig. 13 - Consideração da viga T no dimensionamento. Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2014)..... 19
Fig. 14 - Diagrama bilinear simplificado de tensões-extensões do betão. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010) 20
Fig. 15 - Distribuição retangular de tensões com a altura do eixo neutro. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010) 21
Fig. 16 - Parcelas atuantes da laje colaborante e da alma em uma viga T. Fonte: Adaptado de Carvalho, Figueiredo Filho (2014)..... 22
Fig. 17 - Carga aplicada na Laje do Modelo A a partir do FTOOL..... 23
Fig. 18 - Diagrama de Momentos na Laje do Modelo A..... 23
Fig. 19 - Carga aplicada na V_1 do Modelo A a partir do FTOOL..... 23
Fig. 20 - Diagrama de Momentos na V_1 24
Fig. 21 - Comprimento da mesa colaborante para a viga V_1 do Modelo A 24
Fig. 22 - Área de aço necessária para a V_1 do Modelo A em cm^2 25
Fig. 23 - Carga aplicada na Laje do Modelo B a partir do FTOOL..... 25
Fig. 24 - Diagrama de Momentos na Laje do Modelo B..... 26
Fig. 25 - Carga aplicada na V_1 do Modelo B a partir do FTOOL..... 26
Fig. 26 - Diagrama de Momentos na V_1 26
Fig. 27 - Comprimento da mesa colaborante para a viga V_1 do Modelo B 27
Fig. 28 - Área de aço necessária para a V_1 do Modelo B em cm^2 27
Fig. 29 - Carga aplicada na Laje do Modelo C a partir do FTOOL 28
Fig. 30 - Diagrama de Momentos na Laje do Modelo C..... 28

Fig. 31 - Carga aplicada na V_1 do Modelo C a partir do FTOOL 28
Fig. 32 - Diagrama de Momentos na V_1 28
Fig. 33 - Comprimento da mesa colaborante para a viga V_1 do Modelo C 29
Fig. 34 - Área de aço necessária para a V_1 do Modelo C em cm^2 29
Fig. 35 - Diagrama de Momentos Fletores da V_1 do Modelo A obtido através do SAP2000 em kNm . 30
Fig. 36 - Momentos fletores na direção X na laje do Modelo A 31
Fig. 37 - Momentos fletores na direção Y na laje do Modelo A 31
Fig. 38 - Comparação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os resultados do método tradicional para a V_1 do Modelo A em kNm 33
Fig. 39 - Diagrama de Momentos Fletores da V_1 do Modelo B em kNm 34
Fig. 40 - Momentos fletores na direção X na laje do Modelo B 34
Fig. 41 - Momentos fletores na direção Y na laje do Modelo B 35
Fig. 42 - Comparação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os resultados do método tradicional para V_1 do Modelo B 36
Fig. 43 - Diagrama de Momentos Fletores da V_1 do Modelo C obtido através do SAP2000 em kNm . 37
Fig. 44 - Momentos fletores na direção X na laje do Modelo C 37
Fig. 45 - Momentos fletores na direção Y na laje do Modelo C 38
Fig. 46 - Comparação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os resultados do método tradicional para a V_1 do Modelo C 39
Fig. 47 - Áreas de armadura longitudinal da V_1 do Modelo A obtidas através do ETABS, em cm^2 41
Fig. 48 - Momentos resistentes associados às armaduras da V1 obtidas através do ETABS e respetiva relação com os momentos solicitantes do método tradicional – Modelo A 42
Fig. 49 - Áreas de armadura longitudinal da V_1 do Modelo B obtidas através do ETABS, em cm^2 43
Fig. 50 - Momentos resistentes associados às armaduras da V_1 obtidas através do ETABS e respetiva relação com os momentos solicitantes do método tradicional - Modelo B 44
Fig. 51 - Áreas de armadura longitudinal da V_1 do Modelo C obtidas através do ETABS, em cm^2 45
Fig. 52 - Momentos resistentes associados às armaduras da V_1 obtidas através do ETABS e respetiva relação com os momentos solicitantes do método tradicional - Modelo C 46
Fig. 53 - Relação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os momentos determinados pelo método tradicional 48
Fig. 54 - Relação entre os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e os momentos solicitantes determinados pelo método tradicional 50

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Relação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os momentos determinados pelo método tradicional 47
Tabela 3.2 – Relação entre os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e os momentos solicitantes do método tradicional 49

SÍMBOLOS, ACRÓNIMOS E ABREVIATURAS

Letras maiúsculas latinas

A_s - área de aço requerida para betão armado (cm^2)

E - módulo de elasticidade [GPa]

F - ação (kN)

F_c - ação atuante no betão (kN)

F_{c1} - força resultante de compressão correspondente à parcela do banzo (kN)

F_{c2} - força resultante de compressão correspondente à parcela da alma (kN)

F_s - força resultante de tração no aço (kN)

M - momento fletor (kNm)

M_1 - parcela do momento resistente associada ao banzo da secção T (kNm)

M_2 - parcela do momento resistente associada à alma da secção T (kNm)

M_{Rd} - valor de cálculo do momento resistente (kNm)

Letras minúsculas latinas

b - largura total disponível para o banzo da secção (m)

b_i - largura disponível do banzo de cada lado da alma (m)

b_{eff} - largura efetiva do banzo (m)

$b_{eff,i}$ - parcela da largura efetiva do banzo correspondente a cada lado da alma (m)

b_{laje} - largura da faixa de laje considerada no cálculo (m)

b_w - largura da alma da viga (m)

d - altura útil da secção , medida entre a fibra extrema comprimida e o centroide da armadura de tração (m)

f_{ck} - valor característico da resistência do betão à compressão aos 28 dias (MPa)

f_{cd} - valor de cálculo da resistência do betão à compressão (MPa)

f_{yd} - valor de cálculo da tensão de cedência do aço das armaduras (MPa)

h_f - espessura do banzo da secção T (m)

h_{laje} - espessura da laje (m)

l_0 - distância entre pontos de momento nulo considerada na determinação da largura efetiva do banzo (m)

p - carga distribuída de cálculo (kN/m)

x - profundidade do eixo neutro (m)

z - braço do binário das forças interiores (m)

Letras minúsculas gregas

$\gamma_{betão}$ - peso volúmico do betão armado (kN/m^3)

λ - coeficiente que define a altura do bloco retangular de compressão, λ_x

Acrónimos, Siglas e Abreviaturas

MEF - Método dos Elementos Finitos

PP - peso próprio

RCP - restantes cargas permanentes

SOB - sobrecarga

1 INTRODUÇÃO

1.1 ENQUADRAMENTO GERAL

A evolução das ferramentas computacionais tem conduzido a uma utilização cada vez mais frequente de modelos tridimensionais na análise e no dimensionamento de estruturas de betão armado. Entre as metodologias utilizadas destaca-se o Método dos Elementos Finitos, que permite representar de forma conjunta diferentes componentes estruturais e avaliar a sua interação no comportamento global da estrutura.

Nos edifícios correntes de betão armado, vigas e lajes são geralmente executadas de forma monolítica, apresentando continuidade física e contribuindo conjuntamente para a resposta estrutural. Contudo, os procedimentos tradicionais de cálculo recorrem frequentemente a modelos simplificados, nos quais os diferentes elementos são analisados de forma sucessiva, com as ações das lajes a serem transferidas para as vigas e, posteriormente, para os restantes elementos estruturais.

Nos modelos computacionais tridimensionais, por outro lado, vigas e lajes podem ser representadas simultaneamente através de diferentes tipos de elementos finitos, permitindo que a distribuição dos esforços resulte da interação entre as suas rigidezes e das condições de compatibilidade impostas pelo modelo. Consequentemente, os esforços obtidos diretamente nas vigas podem diferir daqueles determinados através dos procedimentos tradicionais de cálculo, uma vez que uma parcela da resposta estrutural pode ser desenvolvida nos elementos utilizados para representar a laje.

Esta diferença assume particular relevância no dimensionamento das vigas, dado que os esforços obtidos nos modelos computacionais constituem a base para a determinação das armaduras necessárias. Assim, a utilização adequada destas ferramentas exige não apenas a correta definição do modelo estrutural, mas também uma interpretação crítica dos resultados, considerando hipóteses associadas às diferentes estratégias de modelação.

Neste contexto, o presente trabalho desenvolve uma análise comparativa entre o método tradicional de cálculo e modelos tridimensionais realizados nos programas SAP2000 e ETABS, procurando avaliar de que forma diferentes configurações estruturais influenciam a distribuição dos momentos fletores entre vigas e lajes e os respetivos resultados de dimensionamento.

1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo desta dissertação consiste em avaliar as diferenças resultantes da utilização de distintas estratégias de análise e modelação no estudo de vigas integradas em sistemas estruturais constituídos por vigas e lajes de betão armado.

Para esse efeito, pretende-se comparar os resultados obtidos através de um procedimento tradicional de cálculo com aqueles resultantes de modelos tridimensionais desenvolvidos através do Método dos Elementos Finitos. São analisadas três configurações estruturais com diferentes características geométricas e relações de rigidez entre vigas e lajes, permitindo avaliar a evolução das diferenças encontradas entre as abordagens consideradas.

De forma específica, pretende-se

- Comparar os momentos fletores obtidos pelo método tradicional com os momentos determinados através do SAP2000;
- Avaliar a parcela dos momentos desenvolvida na laje na direção longitudinal das vigas e a sua contribuição para o comportamento conjunto viga-laje;
- Determinar momentos compatibilizados através da consideração conjunta dos esforços desenvolvidos na viga e na largura colaborante da laje;
- Analisar as áreas de armadura longitudinal resultantes do dimensionamento realizado através do ETABS;
- Avaliar a capacidade resistente associada às armaduras fornecidas pelo programa quando consideradas nas mesmas secções adotadas no método tradicional;

- Identificar tendências nas diferenças encontradas entre as três configurações estruturais analisadas.

A comparação entre as metodologias não tem como objetivo estabelecer uma delas como representação exata do comportamento estrutural, mas compreender de que forma as diferentes hipóteses adotadas na análise e na modelação podem influenciar os esforços obtidos e, consequentemente, o dimensionamento dos elementos estruturais.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

A presente dissertação encontra-se organizada em quatro capítulos.

O Capítulo 1 apresenta o enquadramento geral do tema, os objetivos do trabalho e a organização do documento.

O Capítulo 2 reúne os fundamentos necessários ao desenvolvimento do estudo, abordando o Método dos Elementos Finitos, os principais tipos de elementos utilizados na representação de vigas e lajes e algumas estratégias relevantes para a modelação estrutural. São ainda apresentados aspetos relacionados com a interação entre vigas e lajes, a utilização de ferramentas como *Insertion Point* e *Section Cut* e os critérios regulamentares considerados ao longo do trabalho.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento da análise comparativa. Inicialmente, são definidos os modelos estruturais e os respetivos critérios de modelação. Em seguida, são determinados os esforços e as armaduras através do método tradicional, procedendo-se posteriormente à análise dos resultados obtidos no SAP2000 e no ETABS. A contribuição da laje para os momentos fletores da viga é avaliada através de *Section Cuts*, permitindo a determinação de momentos compatibilizados. Por fim, são analisadas as armaduras dimensionadas pelo ETABS e os respetivos momentos resistentes, sendo apresentada uma síntese comparativa dos resultados dos três modelos estudados.

O Capítulo 4 apresenta as principais conclusões obtidas a partir dos resultados e algumas propostas para desenvolvimentos futuros.

2
FUNDAMENTOS E PROCEDIMENTOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Engenharia Estrutural evoluiu das abordagens empíricas e das simplificações utilizadas nos métodos tradicionais de cálculo para a utilização crescente de métodos numéricos e modelos computacionais. Este desenvolvimento possibilitou a análise de estruturas com geometrias, condições de apoio e carregamentos cada vez mais complexos. Contudo, a fiabilidade dos resultados obtidos depende não apenas do conhecimento técnico do engenheiro e da correta utilização dos programas de análise, mas também da adequada definição das hipóteses de modelação e da interpretação dos resultados fornecidos.

Entre os métodos numéricos utilizados na análise estrutural, destaca-se o Método dos Elementos Finitos (MEF), que permite representar diferentes componentes estruturais e avaliar o seu comportamento de forma integrada. A sua aplicação exige, contudo, a compreensão dos princípios de discretização da estrutura, dos diferentes tipos de elementos finitos, das formas de interação entre os elementos e das simplificações adotadas durante a modelação. Estes conceitos constituem a base para os procedimentos e análises desenvolvidos ao longo da presente dissertação.

2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

De acordo com Azevedo (2003), o Método dos Elementos Finitos (MEF) possui o objetivo de determinar o estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. A sua utilização ocorre em diferentes tipos de estruturas, com diferentes geometrias e sujeitas a diversas ações. Este método destaca-se nos gabinetes de projeto por beneficiar do desenvolvimento da capacidade computacional, que permite resolver de forma rápida sistemas de equações de elevada complexidade.

A conceção deste método baseia-se na discretização da estrutura num conjunto de elementos de dimensões e geometrias adequadas ao problema analisado. De forma geral, o refinamento da malha tende a permitir uma representação mais detalhada da resposta estrutural, embora implique um aumento do esforço computacional. A precisão dos resultados depende, contudo, não apenas da dimensão dos elementos, mas também da sua formulação, da qualidade da malha e das hipóteses adotadas na modelação.

2.2.1 Elementos de barra

Os elementos de barra (*frame elements*) são utilizados para representar componentes estruturais cuja dimensão longitudinal é significativamente superior às suas dimensões transversais, como vigas e pilares.

Em geral, estes elementos são definidos por dois nós, localizados nas suas extremidades. Numa análise tridimensional, cada nó possui seis graus de liberdade, correspondentes a três componentes de translação e três componentes de rotação, resultando num total de doze graus de liberdade por elemento. A partir destes graus de liberdade, das propriedades da secção transversal e do material, é possível representar o comportamento estrutural da barra e determinar os esforços internos e os deslocamentos associados.

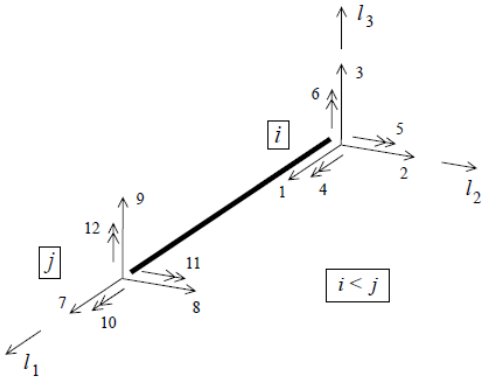


Fig. 1 - Elemento de barra e seus graus de liberdade em uma análise 3D. Fonte: Azevedo (2003)

2.2.2 Elementos de casca

Os elementos de casca (*Shell elements*) são utilizados para representar componentes estruturais cuja espessura é significativamente inferior às suas dimensões no plano, como lajes e paredes. A sua geometria é definida através de uma superfície de referência (o plano médio), à qual são associadas à espessura e as propriedades do material.

Em geral, estes elementos são definidos por três ou quatro nós, correspondendo, respetivamente, a elementos de geometria triangular ou quadrilateral. Numa análise tridimensional, cada nó pode apresentar três componentes de translação e três componentes de rotação. A discretização da superfície permite representar a distribuição dos esforços ao longo das suas duas dimensões, considerando diferentes mecanismos de deformação associados aos comportamentos de membrana (esforços no plano) e de placa (flexão fora do plano). Desta forma, é possível obter uma representação do comportamento estrutural distribuída ao longo da superfície, determinando os respetivos deslocamentos e esforços internos.

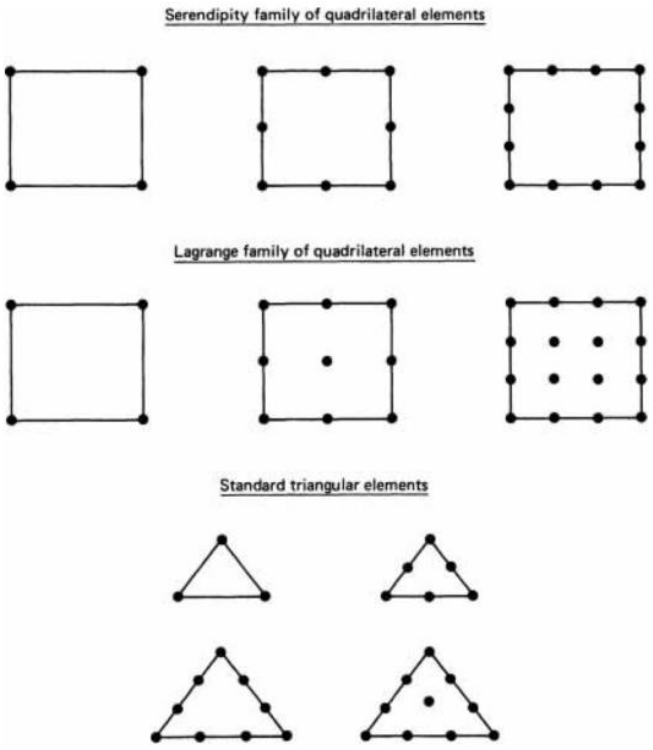


Fig. 2 - Principais famílias de elementos finitos bidimensionais. Fonte: Hughes (2000).

2.3 Estratégias e Considerações na Modelação Estrutural

2.3.1 Ponto de inserção dos elementos estruturais

Por defeito, na modelação conjunta de vigas e lajes através de elementos de barra e de casca, programas como SAP2000 e ETABS posicionam o eixo das vigas no plano médio da laje. Embora essa opção facilite a criação do modelo, ela não corresponde à geometria real da estrutura, na qual a viga fica posicionada abaixo da laje. Essa diferença faz com que a rigidez do modelo seja diferente da rigidez real, o que pode alterar a forma como os esforços são distribuídos pelos elementos.

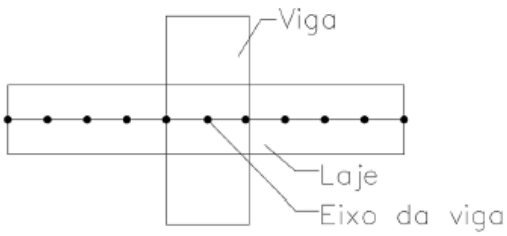


Fig. 3 - Representação do eixo da viga coincidente ao plano médio da laje. Fonte: De Melo (2021)

Para resolver essa situação, é possível utilizar a função "*Insertion Point*" presente nestes programas para aplicar uma translação no eixo das vigas e posicioná-las de acordo com o desejado.

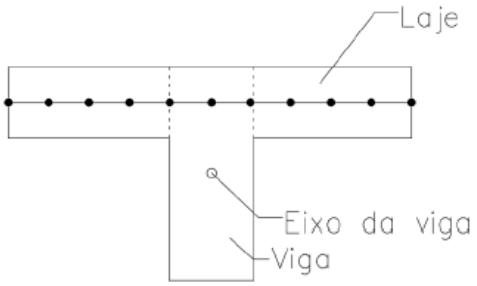


Fig. 4 - Representação da secção transversal após o *Insertion Point*. Fonte: De Melo (2021)

No entanto, a introdução de um deslocamento entre o eixo da viga e o plano de referência da laje cria uma excentricidade entre os elementos. Esta diferença de posicionamento pode conduzir ao desenvolvimento de esforços axiais, cuja combinação, devido à distância entre as respetivas linhas de atuação, contribui para a formação de momentos de compatibilidade. Assim, os esforços obtidos no modelo resultam não apenas dos momentos diretamente desenvolvidos na laje e nas vigas, mas também de parcelas adicionais associadas à interação entre os esforços axiais e a excentricidade existente entre os elementos. Desta forma, a alteração da posição relativa entre a viga e a laje pode modificar significativamente a distribuição dos esforços obtidos no modelo estrutural.

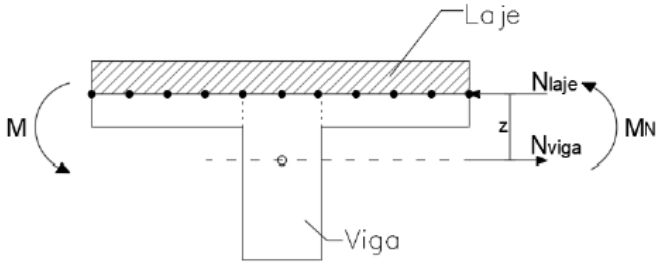


Fig. 5 - Representação do momento de compatibilidade gerado devido aos *Insertion Points*. Fonte: De Melo (2021)

Embora a utilização do *Insertion Point* permita representar de forma mais fiel a posição relativa entre vigas e lajes, esta configuração torna o dimensionamento das vigas mais complexo. A introdução da excentricidade pode conduzir ao surgimento de esforços axiais, que passam a atuar conjuntamente com os momentos fletores. Desta forma, a verificação da secção passa a ser realizada em flexão composta, requerendo um procedimento semelhante ao adotado no dimensionamento de pilares.

2.3.2 Compatibilização e interação entre elementos de barra e de casca

Na realidade construtiva das estruturas de betão armado, as vigas e as lajes são habitualmente executadas de forma monolítica. Na modelação através do Método dos Elementos Finitos, contudo, estes componentes geralmente são representados por elementos de barra para as vigas e elementos de casca para as lajes, como foi descrito em 2.2.1 e 2.2.2. Ainda que estes elementos possuam formulações matemáticas distintas, eles são integrados no mesmo modelo global através da compatibilidade entre os seus nós.

Apesar desta ligação entre os elementos, a utilização de diferentes tipos de elementos finitos pode influenciar a forma como as solicitações se distribuem entre a viga e a laje. No modelo tridimensional, a rigidez da laje contribui para a resposta global da estrutura, fazendo com que parte dos esforços que, numa abordagem tradicional, seriam atribuídos à viga, seja também mobilizada pela laje. Esta diferença é particularmente relevante no dimensionamento das vigas, uma vez que os esforços obtidos diretamente nos elementos de barra podem ser inferiores aos obtidos através do método tradicional. Consequentemente, a utilização destes esforços de forma isolada pode conduzir a um dimensionamento com menor quantidade de armadura.

Neste contexto, o método tradicional é utilizado como referência de comparação, não por se considerar que represente de forma absoluta o comportamento real da estrutura, mas por adotar uma abordagem distinta na distribuição das ações entre lajes e vigas. A comparação dos resultados permite, assim, avaliar as diferenças produzidas pelas duas formas de modelação e as suas consequências no dimensionamento das vigas.

2.3.3 Integração de esforços através de *Section Cuts*

A análise de elementos de casca fornece esforços distribuídos por unidade de comprimento ao longo da superfície, o que pode dificultar a obtenção de uma resultante representativa de uma determinada região da estrutura. Para este efeito, o SAP2000 e o ETABS disponibilizam a ferramenta *Section Cut*, que permite definir um corte no modelo e obter as forças e os momentos resultantes através da integração dos esforços dos elementos abrangidos pelo corte.

No presente estudo, esta ferramenta será utilizada para avaliar a contribuição da laje para o comportamento conjunto com a viga. Para tal, serão definidos cortes com comprimento correspondente à largura efetiva da laje colaborante, b_{eff}, determinada de acordo com o Eurocódigo 2. A integração será realizada considerando a componente de momento associada à flexão na direção longitudinal da viga, permitindo obter a parcela do momento fletor desenvolvida nos elementos de casca nessa região.

A resultante obtida para a laje será posteriormente somada ao momento fletor fornecido diretamente pelo elemento de barra que representa a viga. Desta forma, será obtido o momento resultante associado ao comportamento conjunto entre a viga e a laje, que será utilizado para a comparação com os resultados determinados através do método tradicional.

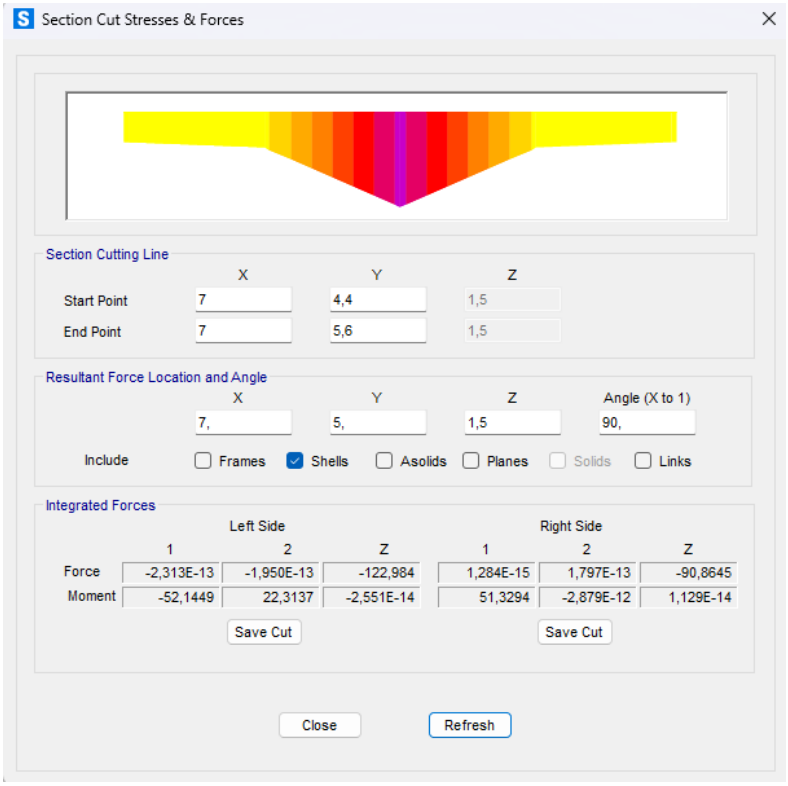


Fig. 6 - Exemplo de utilização da ferramenta *Section Cut* para a obtenção das forças e momentos resultantes numa secção da laje

3
COMPARAÇÃO DO MÉTODO TRADICIONAL DE CÁLCULO COM O SAP2000 E COM O ETABS

3.1 CRITÉRIOS E DESENVOLVIMENTO DA MODELAÇÃO

As verificações realizadas neste trabalho foram efetuadas com base em três configurações estruturais (A, B e C), que apresentam variações nas geometrias das vigas e das lajes, bem como no comprimento dos vãos. Para a determinação dos esforços, as três variantes seguem os princípios da análise linear baseada na teoria da elasticidade, admitindo as hipóteses, previstas no Eurocódigo 2, de secções não fendilhadas, relações tensão-extensão lineares e valores médios do módulo de elasticidade.

3.1.1 Modelos de Análise

Todos os modelos estruturais de análise são caracterizados por lajes, vigas e pilares que simulam um piso-tipo de um edifício com cinco vãos horizontais e dois vãos verticais. As lajes possuem um comportamento unidirecional e apoiam-se nas vigas que, por conseguinte, apoiam-se nos pilares. As vigas e os pilares foram introduzidos por meio de elementos de barra (*frame elements*) enquanto as lajes foram modeladas como elementos de casca (*shell*), discretizadas através de uma malha de elementos finitos de 30x30 cm. Todos os elementos estruturais são em betão armado da classe C30/37 e o aço considerado pertence à classe B500B.

Para simular de maneira mais eficaz o comportamento de um piso-tipo, considerou-se que o pavimento possui 3 m de pé-direito e que os pilares estão encastrados 1,5 m tanto acima como abaixo da laje, representando a sua continuidade ao longo do edifício.

No entanto, uma vez que o objetivo deste trabalho é a análise do comportamento das lajes e das vigas, foram realizadas modificações nas propriedades dos pilares para que estes se comportem o mais próximo possível de apoios articulados. Assim, os momentos de inércia dos pilares foram multiplicados por 10^{-5}, reduzindo significativamente a sua rigidez à flexão e, consequentemente, a restrição à rotação das vigas nos nós de ligação. A rigidez axial foi aumentada em 10^5 vezes, de modo a tornar desprezável a deformação vertical dos apoios.

Além disso, o Eurocódigo 2 afirma que quando a estabilidade da estrutura não depende da resistência à torção, geralmente não é necessária sua verificação em relação ao estado limite último, uma vez que os esforços torsores passam a resultar apenas de considerações de compatibilidade e a adoção da armadura mínima é suficiente para evitar uma fendilhação excessiva. Como os modelos se enquadram nesta situação e, para que os esforços torsores influenciem o menos possível na avaliação dos esforços de flexão, que são o foco deste trabalho, as rigidezes à torção das vigas foram multiplicadas por 10^{-5}.

Inicialmente, estas configurações estruturais foram dimensionadas através do método tradicional e, posteriormente, modeladas no SAP2000 e no ETABS. Os modelos desenvolvidos no SAP2000 foram utilizados para obter os momentos fletores nas lajes e nas vigas, enquanto os modelos desenvolvidos no ETABS foram utilizados para avaliar as áreas de armadura longitudinal fornecidas pelo programa e compará-las com os resultados do método tradicional.

A seguir, serão descritas as particularidades de cada modelo.

3.1.2 Caracterização dos Modelos Geométricos

De forma a avaliar o impacto da rigidez relativa entre as vigas e as lajes na distribuição dos esforços solicitantes no piso-tipo, definiram-se três configurações distintas, designadas por Modelos A, B e C. Como descrito anteriormente, as três variantes possuem cinco vãos horizontais e dois vãos verticais, cujos comprimentos variam de caso para caso. Adicionalmente, as vigas e as lajes apresentam dimensões específicas em cada modelo.

Dado que o presente trabalho procura analisar configurações representativas de situações correntes, foram adotados valores usuais para as cargas permanentes e para a sobrecarga, seguindo-se igualmente as disposições aplicáveis dos Eurocódigos. Em todas as configurações, foi considerada a ação do peso próprio (PP), calculada automaticamente pelos programas utilizados, além de 3,0 kN/m^2 referentes às restantes cargas permanentes (RCP) e 3,0 kN/m^2 de sobrecarga (SOB). A definição das ações teve por referência a NP EN 1991-1-1 (Instituto Português da Qualidade, 2009b), enquanto as respetivas combinações foram estabelecidas de acordo com a NP EN 1990 (Instituto Português da Qualidade, 2009a). Para a determinação dos esforços solicitantes e o dimensionamento dos elementos, foi considerada a combinação correspondente ao Estado Limite Último.

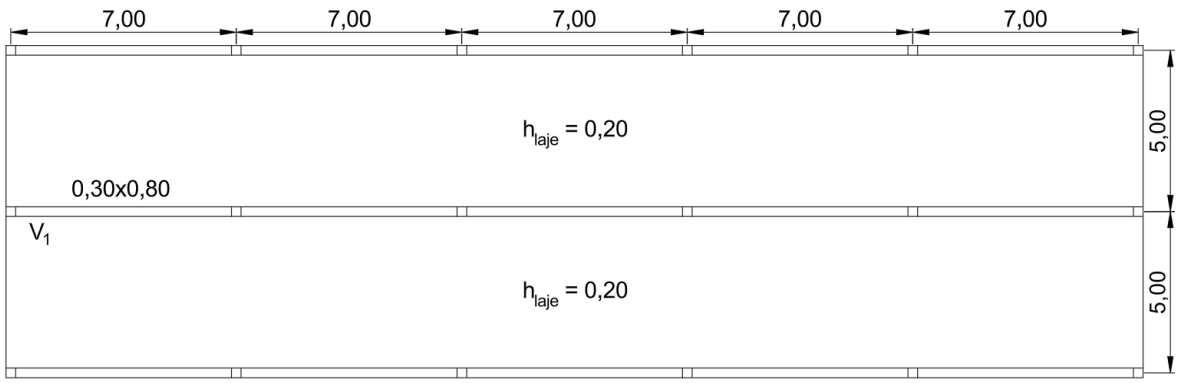


Fig. 7 - Características geométricas do Modelo A em metros

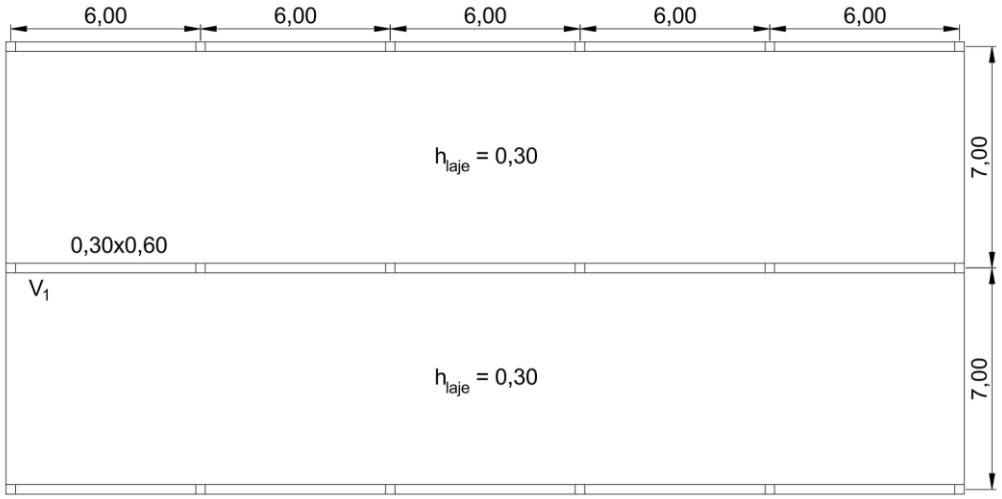


Fig. 8 - Características geométricas do Modelo B em metros

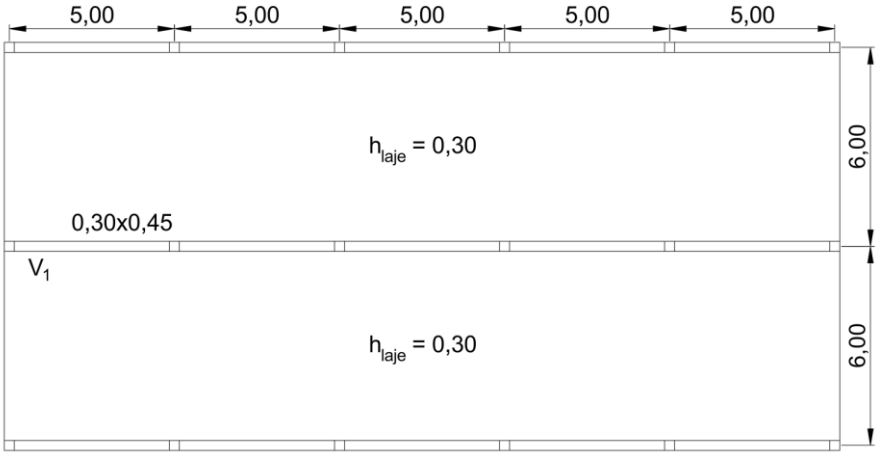


Fig. 9 - Características geométricas do Modelo C em metros

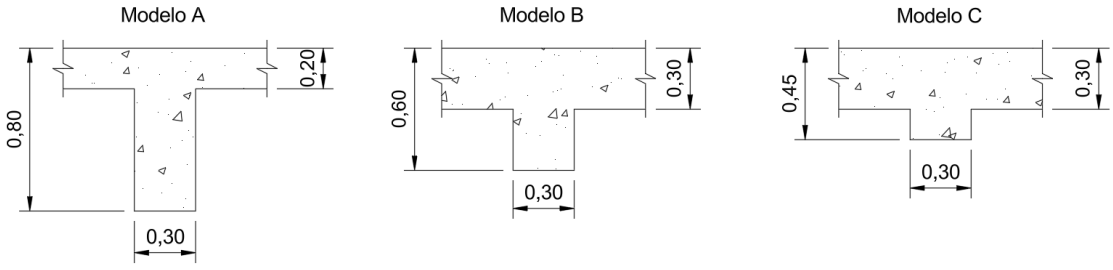


Fig. 10 - Secção transversal das vigas dos Modelos A, B e C em metros

3.2 CÁLCULO A PARTIR DO MÉTODO TRADICIONAL

Nos procedimentos tradicionais de cálculo, a análise de estruturas constituídas por vigas e lajes é frequentemente realizada de forma sequencial. Inicialmente, são determinados os esforços nas lajes e as respetivas reações de apoio, que são posteriormente transferidas para as vigas. A partir destas ações, determinam-se os esforços solicitantes utilizados no dimensionamento das vigas.

Além de seguir este procedimento na determinação dos esforços, o cálculo desenvolvido no presente trabalho considera também a contribuição da laje para a resistência à flexão das vigas, sempre que esta se encontra na zona comprimida. Para esse efeito, é adotada uma largura efetiva de laje, determinada de acordo com os critérios estabelecidos no Eurocódigo 2.

3.2.1 Dimensionamento de vigas com largura colaborante da laje

A definição da largura da mesa colaborante não é trivial. McCormac e Brown (2015) afirmam que a escolha de mesas robustas e compactas faz com que as tensões de flexão se distribuam de maneira mais uniforme na zona de compressão, enquanto a escolha de mesas largas e finas faz com que estas tensões variem consideravelmente ao longo da mesa devido às deformações por esforço transverso. Portanto, quanto mais distante uma determinada parte da laje ou da mesa estiver da alma da viga, menor será a sua tensão de flexão.

Por este motivo, a determinação da largura efetiva dos banzos será realizada conforme os procedimentos fornecidos pelo Eurocódigo 2, que admite condições de tensão uniforme.

Os procedimentos de cálculo a serem utilizados para o dimensionamento das vigas T serão descritos a seguir.

3.2.1.1 Definição da largura efetiva dos banzos

De acordo com o Eurocódigo 2, a largura efetiva do banzo se relaciona com a distância l_0, de acordo com a Fig. 11.

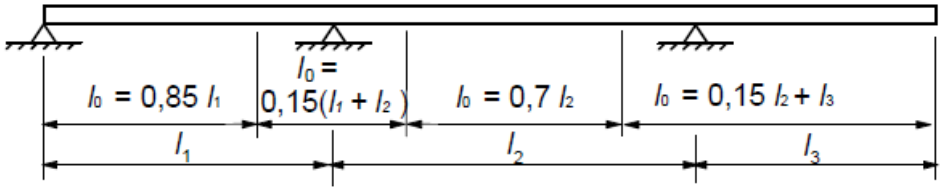


Fig. 11 - Definição de l_0. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Após a obtenção de l_0, é necessário obter os valores de b e b_w de acordo com a

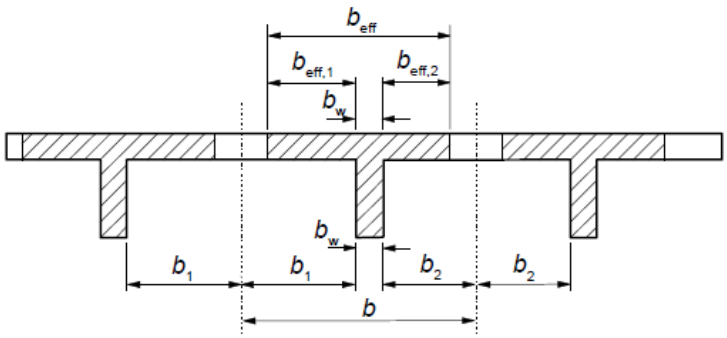


Fig. 12 - Definição de b e de b_w. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Por fim, a largura do banzo b_{eff} é obtida através da equação a seguir:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \tag{3.1}$$

Em que:

$$b_{eff,i} = 0{,}2b_i + 0{,}1l_0 \leq 0{,}2l_0 \tag{3.2}$$

E:

$$b_{eff,i} \leq b_i \tag{3.3}$$

3.2.1.2 Dimensionamento das vigas

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), uma viga de betão armado só será considerada uma viga T quando a mesa (largura colaborante da laje) e uma parcela da alma (parte vertical da viga) estiverem comprimidas, uma vez que a região tracionada de betão não colabora na resistência. Esta situação, portanto, ocorrerá apenas nas situações de momentos positivos em que o eixo neutro se encontra na alma. Caso contrário, a secção é considerada retangular, uma vez que a zona comprimida se encontra integralmente contida na mesa. Nas regiões de momento negativo, a laje encontra-se do lado tracionado da secção e, desprezando-se a resistência à tração do betão, a contribuição da mesa não é considerada. Desta forma, a secção é tratada como retangular com largura correspondente à alma da viga.

Em seguida, serão descritos os cálculos que serão realizados ao longo deste estudo.

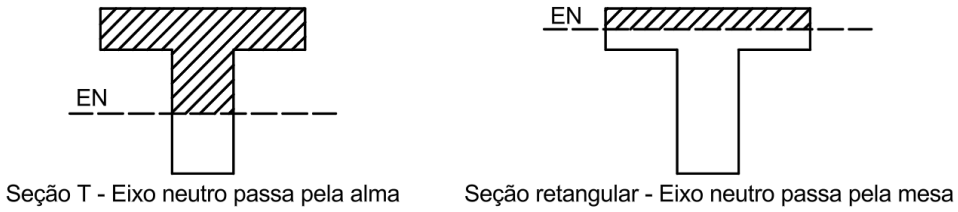


Fig. 13 - Consideração da viga T no dimensionamento. Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

Para que a viga se encontre em equilíbrio, o somatório das forças atuantes normais à sua secção transversal deve ser igual a 0.

$$\sum F = 0 \tag{3.4}$$

Uma vez que o betão e o aço desenvolvem resultantes internas de compressão e de tração, respetivamente, a condição de equilíbrio axial estabelece a igualdade entre estas forças:

$$F_c = F_s \tag{3.5}$$

O momento resistente resulta do binário formado por estas forças, sendo dado por:

$$\sum M_R = F_c \times z = F_s \times z \tag{3.6}$$

O cálculo do eixo neutro levará em consideração a distribuição retangular de tensões e será realizado de acordo com as orientações do Eurocódigo 2.

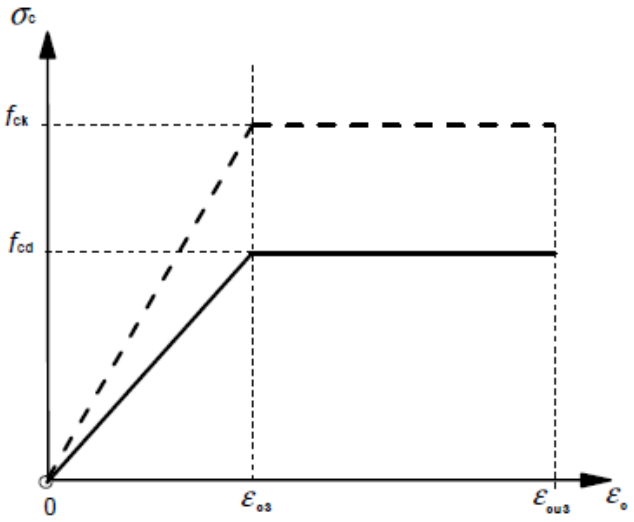


Fig. 14 - Diagrama bilinear simplificado de tensões-extensões do betão. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Ao considerar esta distribuição, deve-se multiplicar a altura do eixo neutro pelo coeficiente λ para obter a altura útil da zona comprimida.

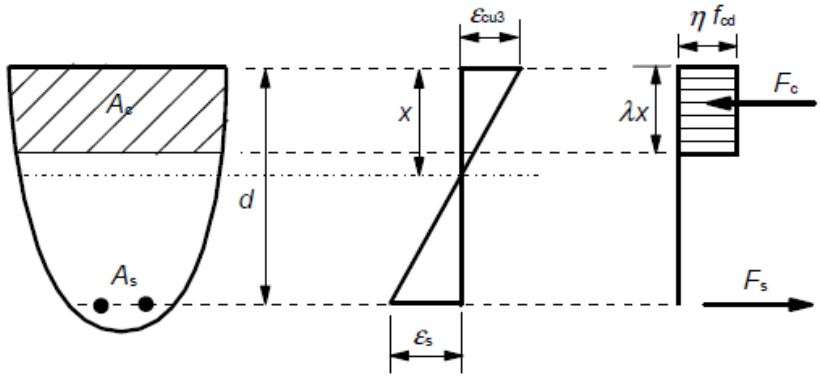


Fig. 15 - Distribuição retangular de tensões com a altura do eixo neutro. Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Para um $f_{ck} \leq 50$ MPa, este coeficiente possui o valor igual a 0,8.

$$\lambda = 0{,}8 \; para \; f_{ck} \leq 50 \; MPa \tag{3.7}$$

O momento resistente será então dividido entre a parcela resistida pela mesa e a parcela resistida pela alma.

O momento resistido pela mesa (M_1) será calculado de acordo com a equação a seguir.

$$M_1 = F_{c1} \times \left(d - \frac{h_f}{2}\right) = f_{cd} \times \left(b_{eff} - b_w\right) \times h_f \times \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \tag{3.8}$$

Já o momento resistido pela alma (M_2) será calculado de acordo com a equação a seguir.

$$M_2 = M - M_1 = F_{c2} \times \left(d - \frac{0{,}8x}{2}\right) = f_{cd} \times b_w \times 0{,}8x \times \left(d - \frac{0{,}8x}{2}\right) \tag{3.9}$$

O valor do eixo neutro é por fim calculado manipulando a Equação 3.10 da seguinte forma.

$$x = \frac{0{,}8d \times \pm\sqrt{(0{,}8d)^2 - \frac{1{,}28M_2}{b_w \times f_{cd}}}}{0{,}64} \tag{3.10}$$

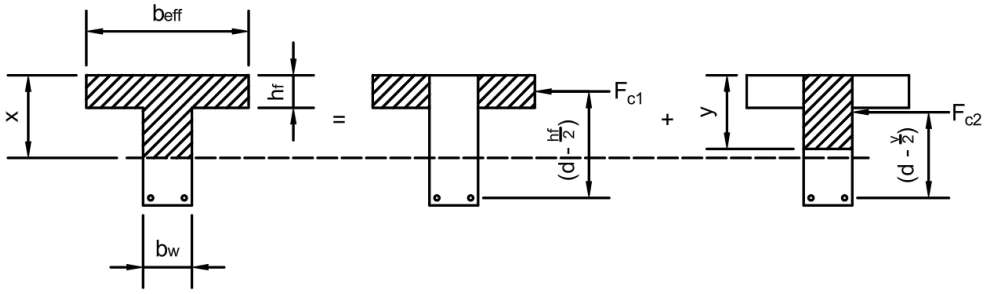


Fig. 16 - Parcelas atuantes da laje colaborante e da alma em uma viga T. Fonte: Adaptado de Carvalho, Figueiredo Filho (2014)

Finalmente, a área de aço é obtida.

$$A_s = \frac{M_1}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right) \times f_{yd}} + \frac{M_2}{\left(d - \frac{0{,}8x}{2}\right) \times f_{yd}} \tag{3.11}$$

3.2.2 Modelo A

No método tradicional, a análise das estruturas constituídas por vigas e lajes é realizada de forma sequencial, considerando inicialmente a determinação dos esforços nas lajes e, posteriormente, a transferência das ações para as vigas que, por sua vez, as transmitem aos pilares e às fundações. Por esta razão, para as configurações apresentadas, são inicialmente determinados os esforços na laje, sendo posteriormente obtidas as ações transmitidas à V_1 através dos seus apoios.

3.2.2.1 Diagramas de Momentos Fletores

Uma vez que a laje possui 0,20 m de espessura (h_{laje}), o seu peso próprio por unidade de comprimento é determinado considerando o peso volúmico do betão armado, $\gamma = 25$ kN/m^3. Para o cálculo, considera-se uma faixa de laje com 1 m de largura (b_{laje}).

$$PP_{laje} = \gamma_{betão} \times h_{laje} \times b_{laje} = 25 \times 0{,}20 \times 1{,}00 = 5\ kN/m \tag{3.12}$$

A seguir, é realizada a combinação dos esforços de acordo com o Estado Limite Último com os valores do Peso Próprio (PP), das Restantes Cargas Permanentes (RCP) e da Sobrecarga (SOB) para encontrar a carga total (p) que atua na laje.

$$p = 1{,}35 \times (5{,}00 + 3{,}00) + 1{,}50 \times 3{,}00 = 15{,}30\ kN/m \tag{3.13}$$

Em seguida, foi utilizado o programa FTOOL para encontrar os valores dos momentos atuantes na laje, bem como os valores das reações de apoio.

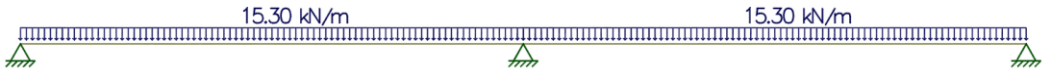


Fig. 17 - Carga aplicada na Laje do Modelo A a partir do FTOOL

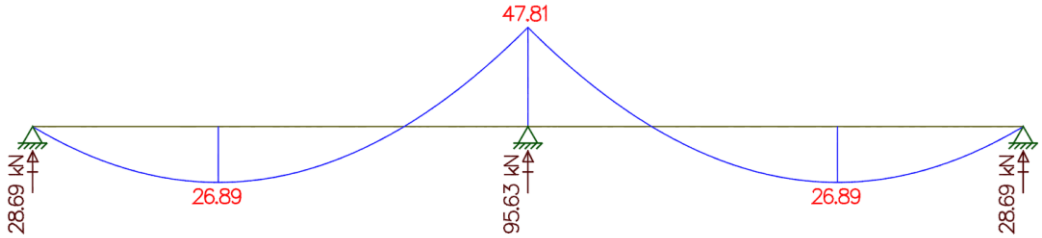


Fig. 18 - Diagrama de Momentos na Laje do Modelo A

Assim, a carga a ser aplicada na V_1 será de 95,63 kN/m mais o Peso Próprio da V_1 (PP_{viga}). Uma vez que a secção da viga é de 0,30x0,80, seu peso próprio é de 6 kN/m. Ao multiplicar por 1,35 e somar com os 95,63 kN/m, é obtido o valor de 103,73 kN/m.



Fig. 19 - Carga aplicada na V_1 do Modelo A a partir do FTOOL

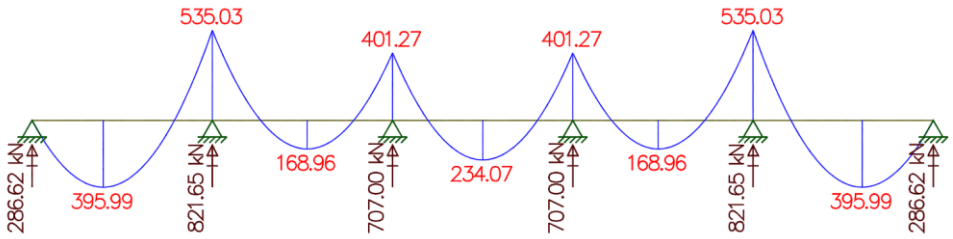


Fig. 20 - Diagrama de Momentos na V_1

Com os valores dos momentos fletores determinados, procede-se ao dimensionamento da armadura longitudinal da V_1. Os esforços obtidos na laje são, contudo, mantidos na análise, uma vez que permitem avaliar a distribuição dos esforços entre a laje e a viga e estabelecer uma comparação com os resultados obtidos através dos modelos numéricos.

3.2.2.2 Largura colaborante da V_1

Para o dimensionamento da V_1, foi considerada a contribuição da laje através da formação de uma secção T. A largura efetiva do banzo foi determinada de acordo com o procedimento apresentado em 3.2.1.1, tendo-se obtido b_{eff} = 1,20 m para o Modelo A.

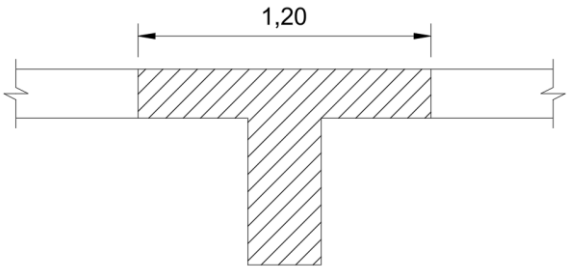


Fig. 21 - Comprimento da mesa colaborante para a viga V_1 do Modelo A

3.2.2.3 Área de aço da V_1

Considerando a largura efetiva obtida, foram determinadas as áreas de armadura longitudinal necessárias para os momentos fletores obtidos. Para os momentos negativos de 535,03 kNm, é necessária uma área de aço $A_s = 17{,}97\ cm^2$, enquanto para os momentos negativos de 401,27 kNm é necessária uma área $A_s = 13{,}14\ cm^2$. Para os momentos positivos, são necessárias áreas de aço de $A_s = 12{,}33\ cm^2$ no primeiro e no último vão, $A_s = 5{,}21\ cm^2$ no segundo e no penúltimo vão e $A_s = 7{,}24\ cm^2$ no vão central.

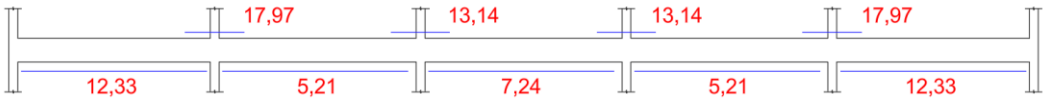


Fig. 22 - Área de aço necessária para a V_1 do Modelo A em cm^2

3.2.3 Modelo B

De maneira análoga ao Modelo A, mantém-se o procedimento de cálculo apresentado anteriormente, sendo os esforços solicitantes da laje determinados inicialmente e posteriormente transferidos para as vigas de apoio. A partir das reações da laje são então determinados os esforços atuantes na V_1, incluindo o seu peso próprio. Os diagramas de momentos fletores obtidos para a laje e para a V_1 são apresentados a seguir.

3.2.3.1 Diagramas de Momentos Fletores

Para o Modelo B, a carga atuante na laje, considerando o seu peso próprio e as restantes ações permanentes e variáveis, resulta em 18,67 kN/m. O respetivo diagrama de momentos fletores e as reações nos apoios são apresentados na Fig. 24.

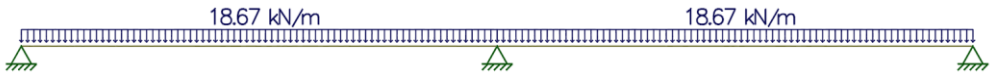


Fig. 23 - Carga aplicada na Laje do Modelo B a partir do FTOOL

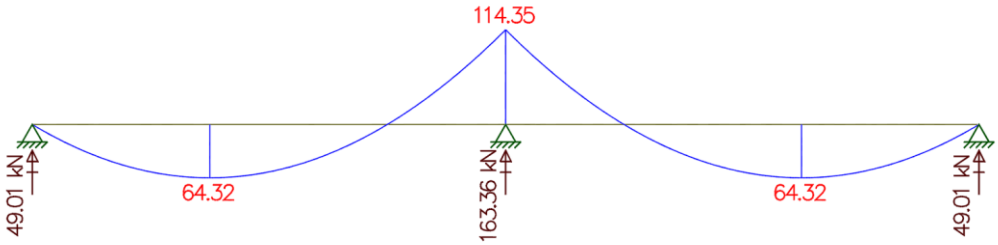


Fig. 24 - Diagrama de Momentos na Laje do Modelo B

As reações obtidas na laje são então transferidas para a V_1, à qual é também adicionada a respetiva parcela de peso próprio. A carga resultante aplicada à V_1 é apresentada na Fig. 25, enquanto o respetivo diagrama de momentos fletores é apresentado na Fig. 26.



Fig. 25 - Carga aplicada na V_1 do Modelo B a partir do FTOOL

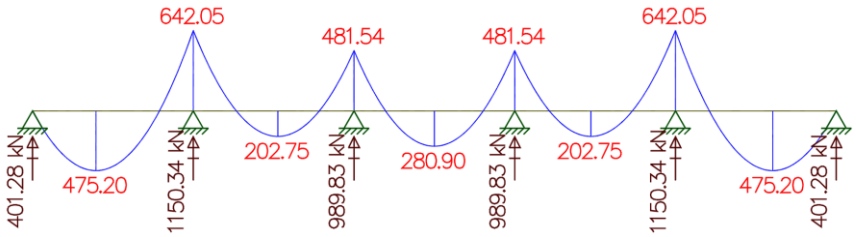


Fig. 26 - Diagrama de Momentos na V_1

3.2.3.2 Largura colaborante da V_1

Para o Modelo B, a largura efetiva do banzo foi determinada de acordo com o procedimento apresentado em 3.2.1.1, obtendo-se $b_{eff} = 1{,}44$ m.

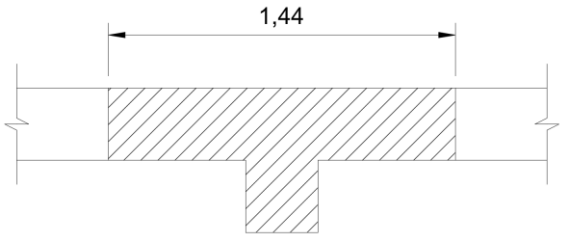


Fig. 27 - Comprimento da mesa colaborante para a viga V_1 do Modelo B

3.2.3.3 Área de aço da V_1

Considerando a largura efetiva determinada para o Modelo B, obtiveram-se as áreas de armadura. Para os momentos negativos de 642,05 kNm e 481,54 kNm, são necessárias, respetivamente, áreas de aço de $A_s = 34{,}85$ cm^2 e $A_s = 23{,}90$ cm^2. Para os momentos positivos de 475,20 kNm, 202,75 kNm e 280,90 kNm, são necessárias, respetivamente, áreas de aço de $A_s = 20{,}45$ cm^2, As = 8,58 cm^2 e As = 11,94 cm^2.



Fig. 28 - Área de aço necessária para a V_1 do Modelo B em cm^2

3.2.4 Modelo C

Mantendo-se o procedimento adotado nos Modelos A e B, os esforços da laje são inicialmente determinados e, a partir das respetivas reações, obtêm-se os esforços atuantes na V_1, incluindo o seu peso próprio. Os diagramas de momentos fletores correspondentes são apresentados a seguir.

3.2.4.1 Diagramas de Momentos Fletores

Considerando as ações aplicadas à laje do Modelo C, obtém-se a carga distribuída apresentada na Fig. 29. O respetivo diagrama de momentos fletores e as reações de apoio são apresentadas na Fig. 30.

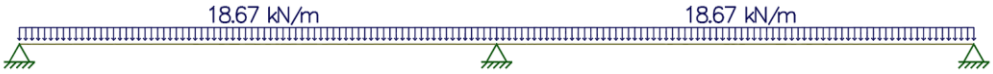


Fig. 29 - Carga aplicada na Laje do Modelo C a partir do FTOOL

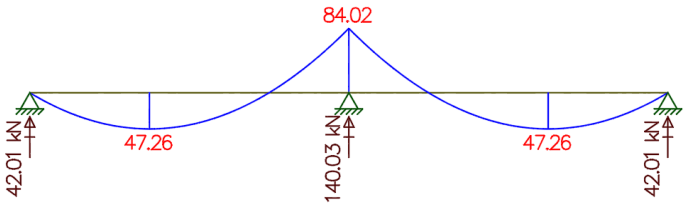


Fig. 30 - Diagrama de Momentos na Laje do Modelo C

As reações obtidas na laje são posteriormente transferidas para a V_1, sendo ainda considerada a parcela correspondente ao seu peso próprio. A carga resultante aplicada à viga é apresentada na Fig. 31, enquanto o respetivo diagrama de momentos fletores é apresentado na Fig. 32.



Fig. 31 - Carga aplicada na V_1 do Modelo C a partir do FTOOL

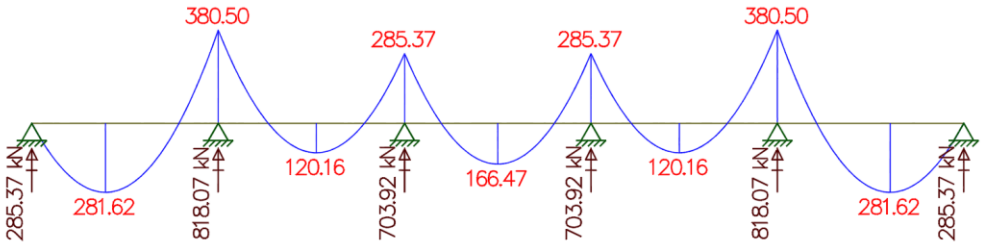


Fig. 32 - Diagrama de Momentos na V_1

3.2.4.2 Largura colaborante da V_1

Para o Modelo C, a largura efetiva do banzo foi determinada de acordo com o procedimento apresentado em 3.2.1.1, obtendo-se b_{eff} = 1,32 m.

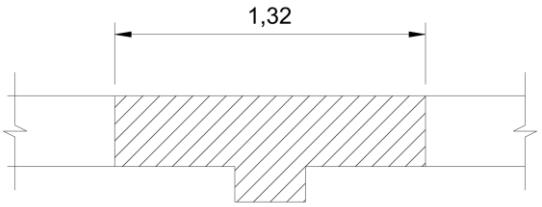


Fig. 33 - Comprimento da mesa colaborante para a viga V_1 do Modelo C

3.2.4.3 Área de aço da V_1

Considerando a largura efetiva determinada para o Modelo C, obtiveram-se as áreas de armadura. A área de aço necessária para os momentos negativos de 380,50 kNm e 285,37 kNm é, respetivamente, $A_s = 30{,}07\ cm^2$ e $A_s = 20{,}05\ cm^2$. Para os momentos positivos de 281,62 kNm, 120,16 kNm e 166,47 kNm são necessárias, respetivamente, áreas de aço de $A_s = 16{,}77\ cm^2$, $A_s = 7{,}01\ cm^2$ e $A_s = 9{,}77\ cm^2$.



Fig. 34 - Área de aço necessária para a V_1 do Modelo C em cm^2

3.3 Esforços obtidos pelo SAP2000

A seguir, serão apresentados os resultados dos esforços de momento fletor obtidos com a aplicação do método dos elementos finitos pelo software SAP2000 para as vigas e as lajes dos Modelos A, B e C. Além disso, serão realizadas análises destes resultados para compreender e avaliar a distribuição dos esforços nos elementos estruturais.

3.3.1 Modelo A

3.3.1.1 Momentos fletores na viga e na laje

O Modelo A apresenta a maior relação de rigidez entre as vigas e as lajes quando comparado com os Modelos B e C, uma vez que as suas vigas possuem dimensões de 30x80 cm e a laje apresenta uma espessura de 20 cm.

A partir do modelo desenvolvido no SAP2000, foram extraídos os momentos fletores da viga V_1, bem como a distribuição de momentos fletores na laje nas direções X e Y. Para facilitar a interpretação destes resultados, a orientação dos eixos de coordenadas utilizada no modelo encontra-se indicada nas respetivas figuras.

Inicialmente, apresenta-se o diagrama de momentos fletores obtido diretamente na viga V_1.

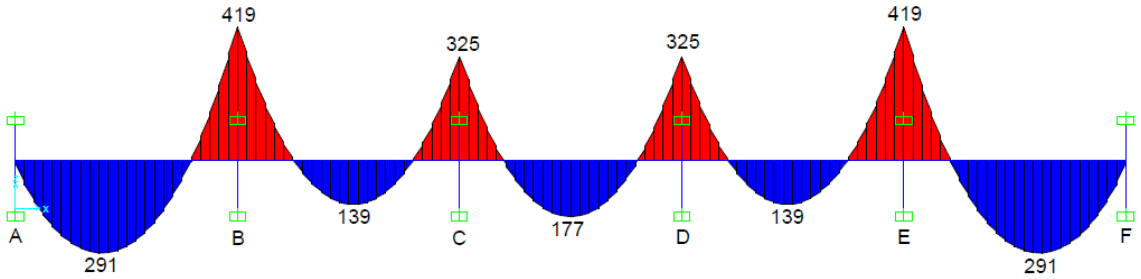


Fig. 35 - Diagrama de Momentos Fletores da V_1 do Modelo A obtido através do SAP2000 em kNm

Para facilitar a identificação das diferentes secções ao longo da V_1, os apoios foram designados pelas letras A a F, conforme indicado na Fig. 35. Esta nomenclatura será mantida ao longo das análises seguintes.

Os valores apresentados correspondem apenas aos momentos fletores obtidos diretamente na V_1. No entanto, devido ao trabalho conjunto entre a viga e a laje, uma parcela dos esforços de flexão também é desenvolvida na laje. Por esta razão, foram analisados os momentos fletores distribuídos na laje nas direções X e Y.

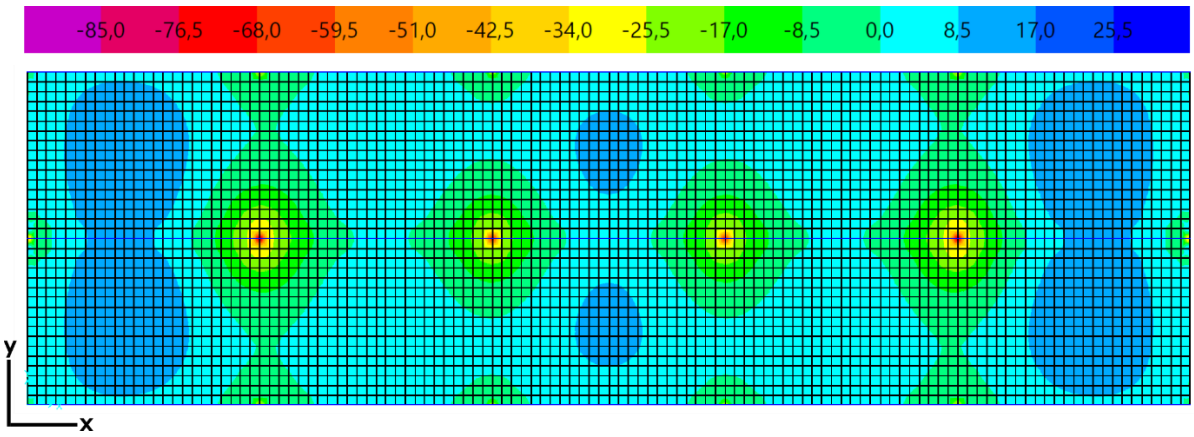


Fig. 36 - Momentos fletores na direção X na laje do Modelo A

A Fig. 36 apresenta a distribuição dos momentos fletores na direção X, coincidente com a direção longitudinal da V_1.

Para complementar a análise do comportamento da laje, apresenta-se também a distribuição dos momentos fletores na direção Y, correspondente à direção transversal à V_1.

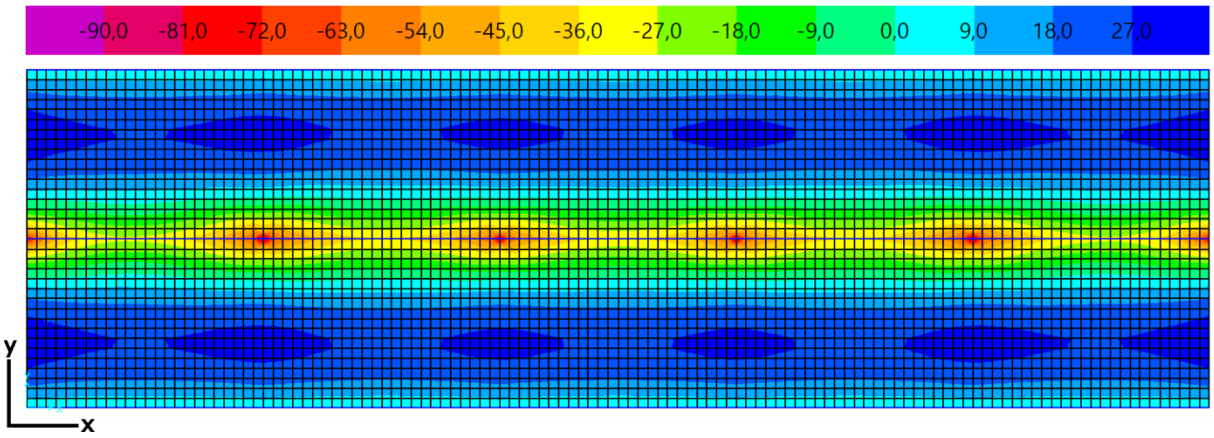


Fig. 37 - Momentos fletores na direção Y na laje do Modelo A

Uma vez que a compatibilização com os momentos da V_1 deve considerar a parcela da laje que trabalha na mesma direção da viga, foram utilizados os momentos na direção X.

3.3.1.2 Compatibilização dos momentos entre a viga e a laje

A contribuição da laje para os momentos fletores da V_1 foi determinada através da ferramenta *Section Cut*, conforme o procedimento apresentado em 2.3.3. Para o Modelo A, foram realizados cortes nas secções de interesse ao longo da V_1, correspondentes aos apoios internos e às secções de máximo momento positivo em cada vão. Em todos os casos, foi considerada uma extensão igual à largura colaborante previamente determinada.

Nas secções correspondentes aos apoios B e E, foram obtidos momentos resultantes na laje de 52 kNm, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 43 kNm. Nas secções de máximo momento positivo da V_1, foram obtidos momentos de 18 kNm no vão AB, 4 kNm nos vãos BC e DE, 8 kNm no vão CD e 15 kNm no vão EF.

Estes valores foram posteriormente combinados com os momentos fletores obtidos diretamente na V_1 nas respetivas secções, permitindo determinar os momentos correspondentes ao comportamento conjunto entre a viga e a laje.

Após esta compatibilização, foram obtidos momentos de 471 kNm nos apoios B e E e de 368 kNm nos apoios C e D. Nos vãos AB, BC, CD, DE e EF, os momentos positivos resultantes foram, respetivamente, 309 kNm, 143 kNm, 185 kNm, 143 kNm e 306 kNm.

3.3.1.3 Comparação com o método tradicional

A Fig. 38 apresenta os momentos compatibilizados obtidos para o Modelo A e a respetiva relação com os valores determinados através do método tradicional. As percentagens indicadas entre parênteses correspondem à razão entre o momento compatibilizado obtido através do SAP2000 e o momento determinado pelo método tradicional na mesma secção.

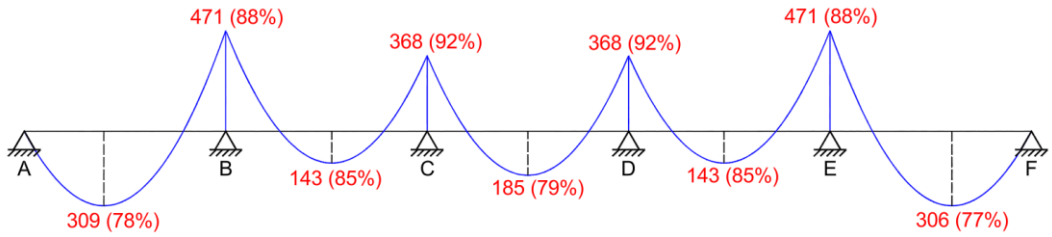


Fig. 38 - Comparação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os resultados do método tradicional para a V_1 do Modelo A em kNm

Verifica-se que, mesmo após a consideração da contribuição da laje, os momentos compatibilizados permanecem inferiores aos obtidos através do método tradicional. Nos apoios, os valores correspondem a aproximadamente 88% a 92% dos resultados tradicionais, enquanto nas secções de momento positivo esta relação varia entre 77% e 85%. Observa-se, portanto, uma maior aproximação entre os resultados nas regiões de momento negativo.

3.3.2 Modelo B

3.3.2.1 Momentos fletores na viga e na laje

O Modelo B apresenta uma relação de rigidez entre as vigas e a laje diferente da observada no Modelo A, uma vez que as vigas possuem dimensões de 30x60 cm e a laje apresenta uma espessura de 30 cm.

A partir do modelo desenvolvido no SAP2000, foram extraídos os momentos fletores da viga V_1, bem como a distribuição dos momentos fletores na laje nas direções X e Y. A orientação dos eixos de coordenadas utilizada no modelo encontra-se indicada nas respetivas figuras.

Inicialmente, apresenta-se o diagrama de momentos fletores obtido diretamente na viga V_1.

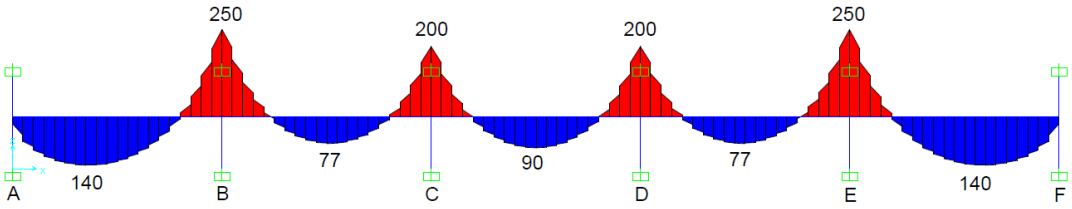


Fig. 39 - Diagrama de Momentos Fletores da V_1 do Modelo B em kNm

Tal como observado no Modelo A, devido ao trabalho conjunto entre a viga e a laje, uma parcela dos esforços de flexão também é desenvolvida na laje. Por esta razão, foram analisados os momentos fletores distribuídos na laje nas direções X e Y.

A Fig. 40 apresenta a distribuição dos momentos fletores na direção X, coincidente com a direção longitudinal da V_1.

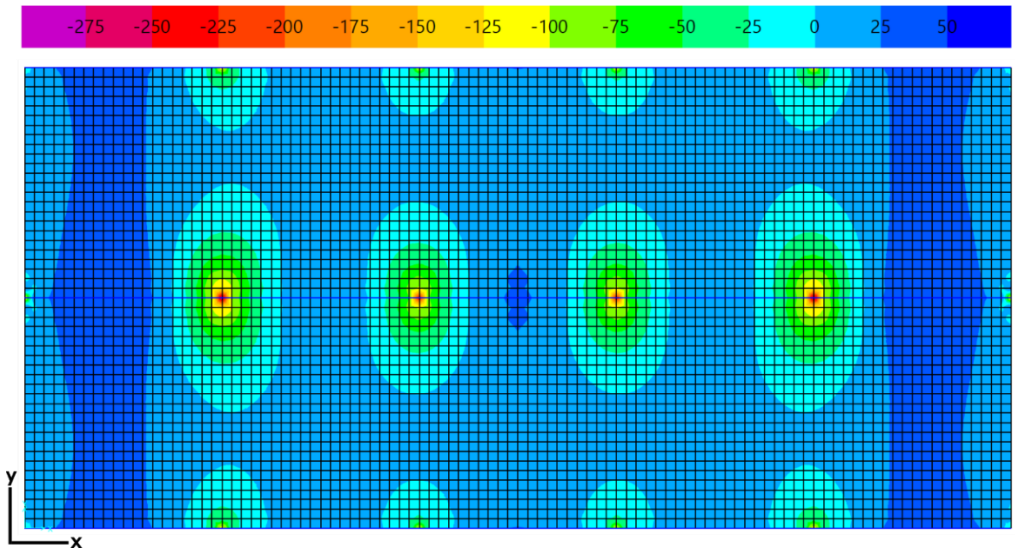


Fig. 40 - Momentos fletores na direção X na laje do Modelo B

Para complementar a análise do comportamento da laje, apresenta-se também a distribuição dos momentos fletores na direção Y, correspondente à direção transversal à V_1.

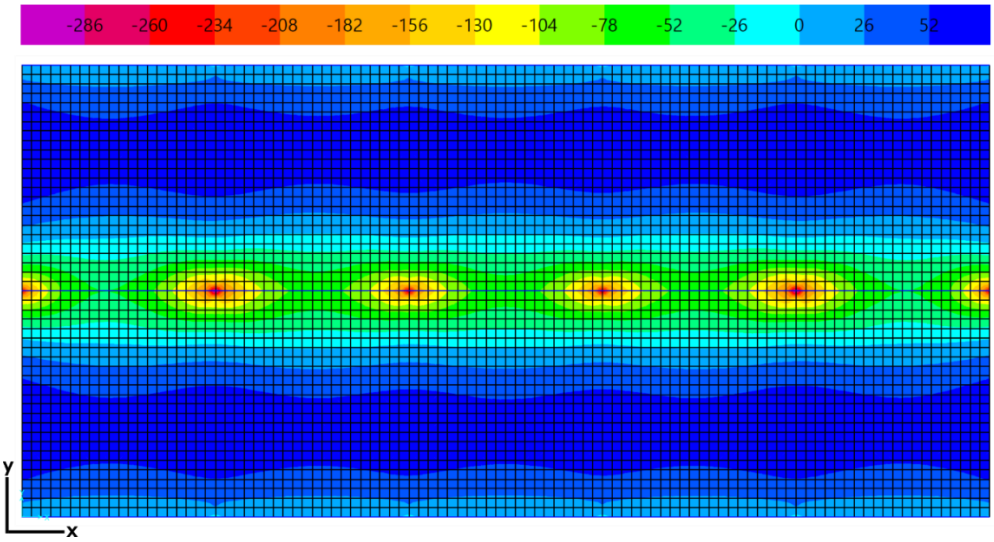


Fig. 41 - Momentos fletores na direção Y na laje do Modelo B

Para a compatibilização com os momentos da V_1, será considerada a parcela dos momentos desenvolvida na laje na direção X, seguindo o mesmo procedimento adotado para o Modelo A.

3.3.2.2 Compatibilização dos momentos entre a viga e a laje

Seguindo o mesmo procedimento adotado para o Modelo A, foram realizados *Section Cuts* nas secções correspondentes aos apoios internos e às secções de máximo momento positivo da V_1 em cada vão, considerando uma extensão igual à largura colaborante previamente determinada.

Nas secções correspondentes aos apoios B e E, foram obtidos momentos resultantes na laje de 190 kNm, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 158 kNm. Nas secções de máximo momento positivo da V_1, foram obtidos momentos de 70 kNm no vão AB, 24 kNm nos vãos BC e DE, 31 kNm no vão CD e 71 kNm no vão EF.

Estes valores foram posteriormente combinados com os momentos fletores obtidos diretamente na V_1 nas respetivas secções. Após a compatibilização, foram obtidos momentos de aproximadamente 440 kNm nos apoios B e E e 358 kNm nos apoios C e D. Nos vãos AB, BC, CD, DE e EF, os momentos positivos resultantes foram, respetivamente, 210 kNm, 101 kNm, 121 kNm, 101 kNm e 211 kNm.

3.3.2.3 Comparação com o método tradicional

A Fig. 42 apresenta os momentos compatibilizados obtidos para o Modelo B e a respetiva relação com os valores determinados através do método tradicional.

As percentagens indicadas entre parênteses correspondem à razão entre o momento compatibilizado obtido através do SAP2000 e o momento determinado pelo método tradicional na mesma secção.

Verifica-se que os momentos compatibilizados permanecem inferiores aos obtidos através do método tradicional. Nos apoios, os valores correspondem a aproximadamente 69% a 74% dos resultados tradicionais, enquanto nas secções de momento positivo esta relação varia entre 43% e 50%. Observa-se, assim, que as diferenças são mais significativas nos vãos do que nos apoios.

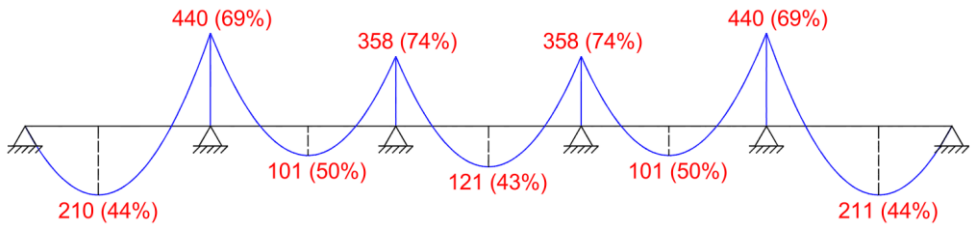


Fig. 42 - Comparação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os resultados do método tradicional para V_1 do Modelo B

3.3.3 Modelo C

3.3.3.1 Momentos fletores na viga e na laje

O Modelo C apresenta uma relação de rigidez entre as vigas e a laje distinta das observadas nos Modelos A e B, uma vez que as vigas possuem dimensões de 30x45 cm e a laje apresenta uma espessura de 30 cm.

A partir do modelo desenvolvido no SAP2000, foram extraídos os momentos fletores da viga V_1, bem como a distribuição dos momentos fletores na laje nas direções X e Y. A orientação dos eixos de coordenadas utilizada no modelo encontra-se indicada nas respetivas figuras.

Inicialmente, apresenta-se o diagrama de momentos fletores obtido diretamente na viga V_1.

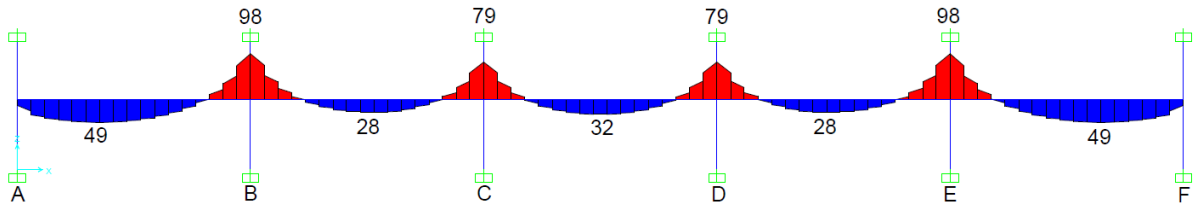


Fig. 43 - Diagrama de Momentos Fletores da V_1 do Modelo C obtido através do SAP2000 em kNm

Nos apoios B e E, foram obtidos momentos de 98 kNm, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 79 kNm. Nos vãos AB e EF, os momentos positivos máximos são de 49 kNm, nos vãos BC e DE são de 28 kNm e, no vão CD, de 32 kNm.

Tal como nos modelos anteriores, foram também analisados os momentos fletores distribuídos na laje nas direções X e Y, sendo considerada para a compatibilização com a V_1 a parcela desenvolvida na direção X.

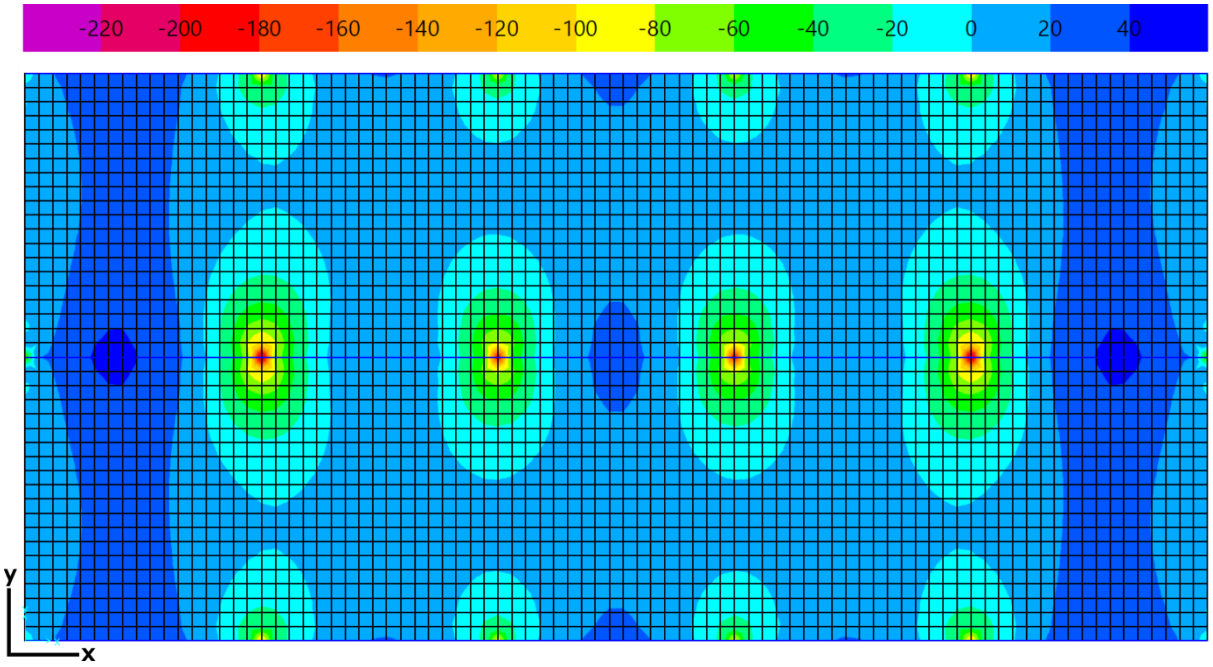


Fig. 44 - Momentos fletores na direção X na laje do Modelo C

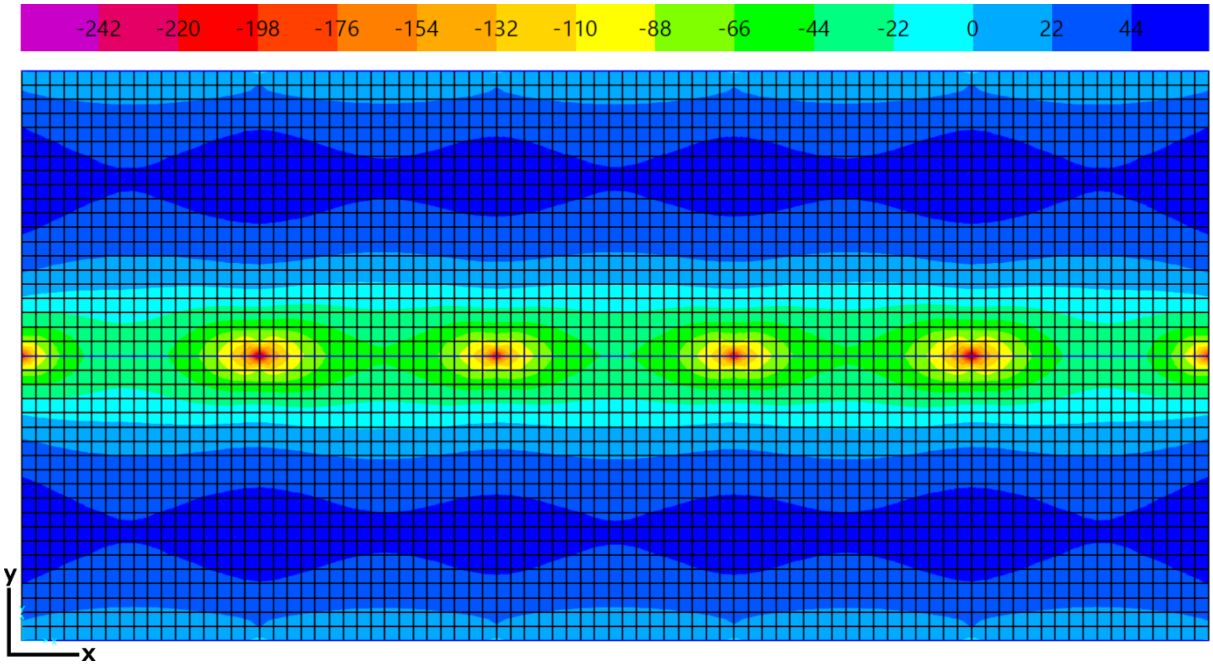


Fig. 45 - Momentos fletores na direção Y na laje do Modelo C

3.3.3.2 Compatibilização dos momentos entre a viga e a laje

Seguindo o mesmo procedimento adotado nos modelos anteriores, foram realizados *Section Cuts* nas secções correspondentes aos apoios internos e às secções de máximo momento positivo da V_1 em cada vão, considerando uma extensão igual à largura colaborante previamente determinada.

Nas secções correspondentes aos apoios B e E, foram obtidos momentos resultantes de 154 kNm, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 128 kNm. Nas secções de máximo momento positivo da V_1, foram obtidos momentos de 50 kNm nos vãos AB e EF, 24 kNm no vão BC, 28 kNm no vão CD e 23 kNm no vão DE.

Estes valores foram posteriormente combinados com os momentos fletores obtidos diretamente na V_1 nas respetivas secções. Após a compatibilização, foram obtidos momentos de 252 kNm nos apoios B e E e de 207 kNm nos apoios C e D. Nos vãos AB, BC, CD, DE e EF, os momentos positivos resultantes foram, respetivamente, 99 kNm, 52 kNm, 60 kNm, 51 kNm e 99 kNm.

3.3.3.3 Comparação com o método tradicional

A Fig. 46 apresenta os momentos compatibilizados obtidos para o Modelo C e a respetiva relação com os valores determinados através do método tradicional.

As percentagens indicadas entre parênteses correspondem à razão entre o momento compatibilizado obtido através do SAP2000 e o momento determinado pelo método tradicional na mesma secção.

Verifica-se que os momentos compatibilizados permanecem inferiores aos obtidos através do método tradicional. Nos apoios, os valores correspondem a aproximadamente 66% a 73% dos resultados tradicionais, enquanto nas secções de momento positivo esta relação varia entre 35% e 43%. Tal como observado no Modelo B, as diferenças são mais significativas nos vãos do que nos apoios.

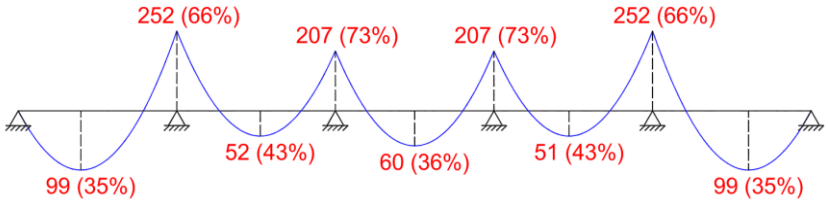


Fig. 46 - Comparação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os resultados do método tradicional para a V_1 do Modelo C

3.4 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS ATRAVÉS DO ETABS

Após a análise dos momentos fletores desenvolvida na secção anterior, procede-se à avaliação das áreas de armadura longitudinal determinadas através do ETABS para a viga V_1 dos Modelos A, B e C. O programa fornece, ao longo da viga, áreas de armadura longitudinal superior e inferior resultantes do procedimento de dimensionamento e detalhamento adotado.

No modelo desenvolvido no ETABS, a V_1 é representada através de uma secção retangular, enquanto no método tradicional a contribuição da laje é considerada no dimensionamento das secções submetidas a momentos positivos, através da largura colaborante determinada anteriormente. Desta forma, a comparação direta entre as áreas de armadura obtidas pelos dois procedimentos não permite avaliar isoladamente o efeito das diferentes hipóteses adotadas para a secção transversal.

Por esta razão, as áreas de armadura determinadas pelo ETABS serão utilizadas para calcular os respetivos momentos resistentes, considerando as mesmas características da secção adotadas no dimensionamento pelo método tradicional. Os resultados obtidos serão posteriormente comparados com os valores correspondentes do método tradicional.

3.4.1 Critério de comparação das armaduras

Para a comparação, foram consideradas as maiores áreas de armadura apresentadas pelo ETABS nos resultados de detalhamento da V_1. Nos apoios internos, foram adotadas as maiores áreas de armadura superior indicadas nas regiões adjacentes a cada apoio, enquanto nos vãos foram consideradas as maiores áreas de armadura inferior apresentadas nas regiões de momento positivo.

A partir destas áreas de armadura, foram determinados os respetivos momentos resistentes, adotando-se as mesmas características geométricas e os mesmos critérios de cálculo utilizados anteriormente no dimensionamento através do método tradicional.

Para cada área de armadura, determinou-se inicialmente a posição do eixo neutro através do equilíbrio entre as forças de tração no aço e de compressão no betão. Nos casos em que o bloco comprimido se encontra contido na mesa, isto é, quando $0{,}8x \leq h_f$, a secção é considerada retangular, adotando-se como largura a largura efetiva $b_{eff.}$ A posição do eixo neutro e o respetivo momento resistente são, neste caso, determinados pelas Equações 3.14 e 3.15.

$$x = \frac{A_s \times f_{yd}}{0{,}8 \times b_{eff} \times f_{cd}} \tag{3.14}$$

$$M_{Rd} = A_s \times f_{yd} \left(d - \frac{0{,}8x}{2} \right) \tag{3.15}$$

Caso a zona comprimida ultrapasse a espessura do banzo, isto é, $0{,}8x > h_f$, a secção é tratada como uma secção T, de forma análoga ao procedimento apresentado em 3.2.1.2, sendo o momento resistente determinado pela soma das parcelas correspondentes ao banzo e à alma da secção, $M_{Rd} = M_1 + M_2$.

Para os momentos negativos, nos quais a laje se encontra na região tracionada, considera-se a secção retangular correspondente à alma da viga.

Os momentos resistentes assim determinados são posteriormente comparados com os momentos solicitantes obtidos através do método tradicional. Tal como na comparação realizada anteriormente para os resultados do SAP2000, esta relação é apresentada em termos percentuais, tomando como referência os valores obtidos pelo método tradicional.

3.4.2 Modelo A

3.4.2.1 Armaduras e momentos resistentes

As áreas de armadura longitudinal obtidas através do ETABS para a V_1 do Modelo A são apresentadas na Fig. 47. Para os apoios internos, foram consideradas as maiores áreas de armadura superior requeridas nas secções adjacentes a cada apoio, enquanto nos vãos foram consideradas as maiores áreas de armadura inferior nas regiões de momento positivo.

Nos apoios B e E, foram obtidas áreas de armadura superior de 13,96 cm^2, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 13,92 cm^2. Para a armadura inferior, foram obtidas áreas de 10,27 cm^2 nos vãos AB e EF, 7,57 cm^2 nos vãos BC e DE e 8,35 cm^2 no vão CD.

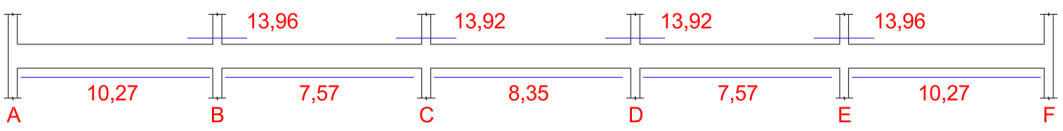


Fig. 47 - Áreas de armadura longitudinal da V_1 do Modelo A obtidas através do ETABS, em cm^2

A partir destas áreas de armadura, foram determinados os respetivos momentos resistentes de acordo com o procedimento apresentado em 3.4.1. Para os momentos positivos, foi inicialmente verificada a posição do bloco comprimido relativamente à espessura da mesa, de forma a determinar se a secção poderia ser considerada retangular com largura b_{eff} ou se seria necessário considerar o comportamento de uma secção T. Para os momentos negativos, foi considerada a secção retangular correspondente à alma da viga.

Em todas as secções de momento positivo analisadas, o bloco comprimido permaneceu contido na mesa, permitindo considerar a secção como retangular com largura b_{eff}. Desta forma, foram obtidos os momentos resistentes de 425 kNm nos apoios B e E e de 423 kNm nos apoios C e D. Nos vãos AB e EF, foram obtidos momentos resistentes de 331 kNm, enquanto nos vãos BC e DE foram obtidos 245 kNm e, no vão CD, 269,54 kNm.

3.4.2.2 Comparação com o método tradicional

A Fig. 48 apresenta os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e a respetiva relação com os momentos solicitantes determinados através do método tradicional. As percentagens indicadas entre parênteses correspondem à razão entre o momento resistente e o momento solicitante obtido pelo método tradicional na mesma secção.

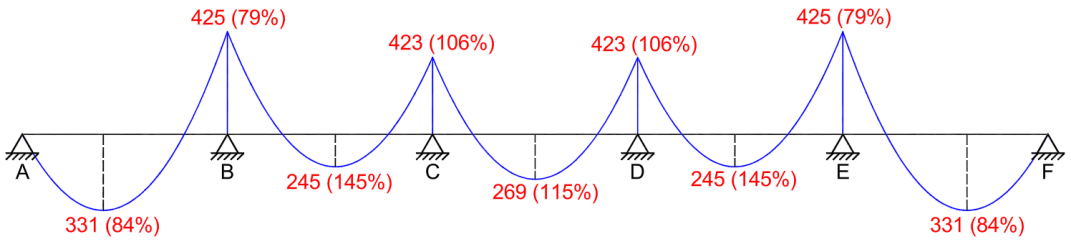


Fig. 48 - Momentos resistentes associados às armaduras da V1 obtidas através do ETABS e respetiva relação com os momentos solicitantes do método tradicional – Modelo A

Verifica-se que, nos apoios B e E, os momentos resistentes correspondem a aproximadamente 79% dos momentos solicitantes obtidos através do método tradicional, enquanto nos apoios C e D esta relação é de aproximadamente 106%. Nos vãos extremos AB e EF, os valores correspondem a cerca de 84%, aumentando para aproximadamente 145% nos vãos BC e DE e 115% no vão central CD.

Assim, observa-se que a capacidade resistente associada às armaduras dimensionadas pelo ETABS não apresenta uma relação uniforme com os momentos obtidos pelo método tradicional, sendo inferior em algumas secções e superior em outras.

3.4.3 Modelo B

3.4.3.1 Armaduras e momentos resistentes

As áreas de armadura longitudinal obtidas através do ETABS para a V_1 do Modelo B são apresentadas na Fig. 49. Para os apoios internos, foram consideradas as maiores áreas de armadura superior requeridas nas secções adjacentes a cada apoio, enquanto nos vãos foram consideradas as maiores áreas de armadura inferior nas regiões de momento positivo.

Nos apoios B e E, foram obtidas áreas de armadura superior de 11,52 cm^2, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 11,42 cm^2. Para a armadura inferior, foram obtidas áreas de 6,34 cm^2 nos vãos AB e EF, 5,52 cm^2 nos vãos BC e DE e 5,46 cm^2 no vão CD.



Fig. 49 - Áreas de armadura longitudinal da V_1 do Modelo B obtidas através do ETABS, em cm²

A partir destas áreas de armadura, foram determinados os respetivos momentos resistentes de acordo com o procedimento apresentado em 3.4.1. Para os momentos positivos, foi inicialmente verificada a posição do bloco comprimido relativamente à espessura da mesa, de forma a determinar se a secção poderia ser considerada retangular com largura b_{eff} ou se seria necessário considerar o comportamento de uma secção T. Para os momentos negativos, foi considerada a secção retangular correspondente à alma da viga.

Em todas as secções de momento positivo analisadas, o bloco comprimido permaneceu contido na mesa, permitindo considerar a secção como retangular com largura b_{eff}. Nos apoios B e E, foi obtido um momento resistente de 255 kNm, enquanto nos apoios C e D foi obtido 253 kNm. Nos vãos AB e EF, foi obtido um momento resistente de 150 kNm. Nos vãos BC e DE, este valor foi de 131 kNm, enquanto no vão CD foi obtido 130 kNm.

3.4.3.2 Comparação com o método tradicional

A Fig. 50 apresenta os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e a respetiva relação com os momentos solicitantes determinados através do método tradicional. As percentagens indicadas entre parênteses correspondem à razão entre o momento resistente e o momento solicitante obtido pelo método tradicional na mesma secção.

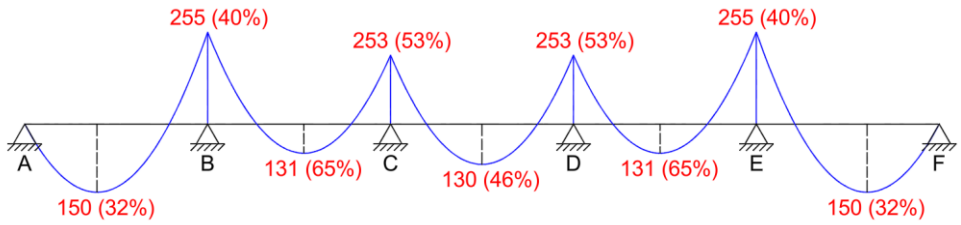


Fig. 50 - Momentos resistentes associados às armaduras da V_1 obtidas através do ETABS e respetiva relação com os momentos solicitantes do método tradicional - Modelo B

Verifica-se que, em todas as secções analisadas, os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS são inferiores aos momentos solicitantes obtidos através do método tradicional. Nos apoios B e E, os momentos resistentes correspondem a aproximadamente 40% dos valores do método tradicional, enquanto nos apoios C e D esta relação é de aproximadamente 53%. Nos vãos extremos AB e EF, os valores correspondem a cerca de 32%, aumentando para aproximadamente 65% nos vãos BC e DE e 46% no vão central CD.

Assim, observa-se que, para o Modelo B, a capacidade resistente associada às armaduras dimensionadas pelo ETABS se revela sistematicamente inferior à solicitação obtida pelo método tradicional, sendo esta diferença particularmente acentuada nos vãos extremos e nos apoios B e E.

3.4.4 Modelo C

3.4.4.1 Armaduras e momentos resistentes

As áreas de armadura longitudinal obtidas através do ETABS para a V_1 do Modelo C são apresentadas na Fig. 51. Para os apoios internos, foram consideradas as maiores áreas de armadura superior requeridas nas secções adjacentes a cada apoio, enquanto nos vãos foram consideradas as maiores áreas de armadura inferior nas regiões de momento positivo.

Nos apoios B e E, foram obtidas áreas de armadura superior de 10,67 cm^2, enquanto nos apoios C e D foram obtidos valores de 10,47 cm^2. Para a armadura inferior, foram obtidas áreas de 6,27 cm^2 nos vãos AB e EF, 5,17 cm^2 nos vãos BC e DE e 5,49 cm^2 no vão CD.

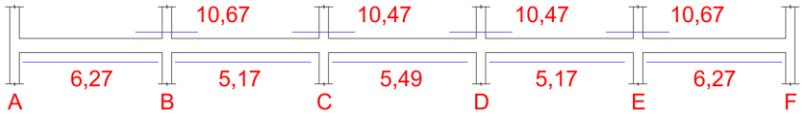


Fig. 51 - Áreas de armadura longitudinal da V_1 do Modelo C obtidas através do ETABS, em cm^2

A partir destas áreas de armadura, foram determinados os respetivos momentos resistentes de acordo com o procedimento apresentado em 3.4.1. Para os momentos positivos, foi inicialmente verificada a posição do bloco comprimido relativamente à espessura da mesa, de forma a determinar se a secção poderia ser considerada retangular com a largura b_{eff} ou se seria necessário considerar o comportamento de uma secção T. Para os momentos negativos, foi considerada a secção retangular correspondente à alma da viga.

Em todas as secções de momento positivo analisadas, o bloco comprimido permaneceu contido na mesa, permitindo considerar a secção como retangular com largura b_{eff}. Desta forma, foram obtidos momentos resistentes de 168 kNm nos apoios B e E e de 165 kNm nos apoios C e D. Nos vãos AB e EF, foram obtidos momentos resistentes de 108 kNm, enquanto nos vãos BC e DE foram obtidos 89 kNm e, no vão CD, 94 kNm.

3.4.4.2 Comparação com o método tradicional

A Fig. 52 apresenta os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e a respetiva relação com os momentos solicitantes determinados através do método tradicional. As percentagens indicadas entre parênteses correspondem à razão entre o momento resistente e o momento solicitante obtido pelo método tradicional na mesma secção.

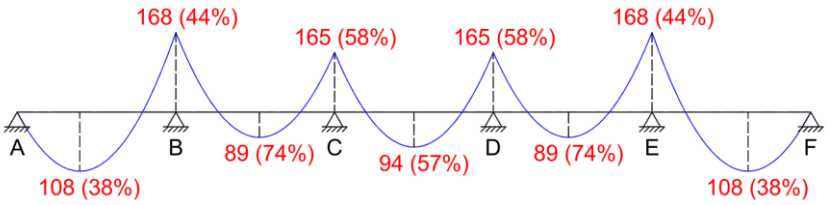


Fig. 52 - Momentos resistentes associados às armaduras da V_1 obtidas através do ETABS e respetiva relação com os momentos solicitantes do método tradicional - Modelo C

Verifica-se que, em todas as secções analisadas, os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS são inferiores aos momentos solicitantes obtidos através do método tradicional. Nos apoios B e E, os momentos resistentes correspondem a aproximadamente 44% dos valores do método tradicional, enquanto nos apoios C e D esta relação é de aproximadamente 58%. Nos vãos extremos AB e EF, os valores correspondem a cerca de 38%, aumentando para aproximadamente 74% nos vãos BC e DE e 57% no vão central CD.

Assim, observa-se que, para o Modelo C, a capacidade resistente associada às armaduras dimensionadas pelo ETABS é inferior à solicitação obtida pelo método tradicional em todas as secções analisadas, embora essa diferença seja menos acentuada nos vãos BC e DE.

3.5 SÍNTESE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

Após a análise individual dos Modelos A, B e C, apresenta-se nesta secção uma síntese dos resultados obtidos através do SAP2000 e do ETABS, de modo a avaliar de forma conjunta as diferenças observadas relativamente ao método tradicional.

Para permitir a comparação entre modelos com diferentes características geométricas, os resultados são apresentados através da relação percentual com o respetivo valor obtido pelo método tradicional. Desta forma, o método tradicional corresponde a 100% em cada secção, sendo os resultados dos Modelos A, B e C normalizados relativamente aos valores tradicionais correspondentes ao próprio modelo.

Importa salientar que as comparações realizadas através do SAP2000 e do ETABS possuem naturezas distintas. No primeiro caso, são comparados os momentos compatibilizados entre a viga e a laje com os momentos solicitantes determinados pelo método tradicional. No segundo, são comparados os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS com os momentos solicitantes obtidos através do método tradicional.

3.5.1 Síntese dos resultados obtidos através do SAP2000

A Tabela 3.1 apresenta a relação percentual entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os momentos solicitantes determinados pelo método tradicional nas secções analisadas da V_1.

Tabela 3.1 – Relação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os momentos determinados pelo método tradicional

Secção	Modelo A	Modelo B	Modelo C
AB	78%	44%	35%
B	88%	69%	66%
BC	85%	50%	43%
C	92%	74%	73%
CD	79%	43%	36%
D	92%	74%	73%
DE	85%	50%	43%
E	88%	69%	66%
EF	77%	44%	35%

Os mesmos resultados são representados graficamente na Fig. 53, permitindo observar a evolução das relações ao longo das diferentes secções da V_1. A linha correspondente ao método tradicional é representada pelo valor constante de 100%.

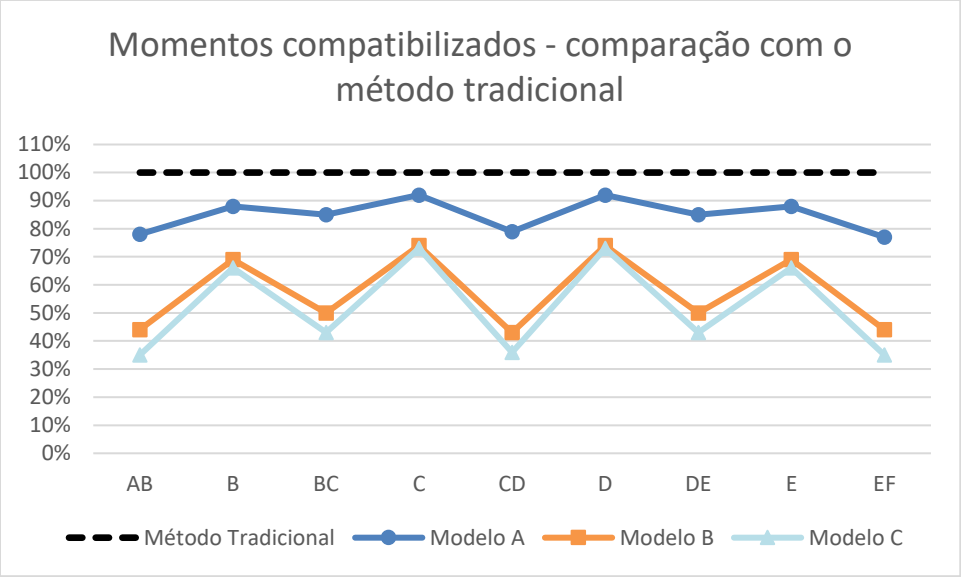


Fig. 53 - Relação entre os momentos compatibilizados obtidos através do SAP2000 e os momentos determinados pelo método tradicional

Verifica-se que o Modelo A apresenta a maior aproximação ao método tradicional, com relações compreendidas entre 77% e 92%. Nos Modelos B e C, as diferenças tornam-se mais acentuadas, sendo obtidas relações entre 43% e 74% para o Modelo B e entre 35% e 73% para o Modelo C.

Observa-se também uma tendência comum aos três modelos, com relações superiores nas secções correspondentes aos apoios internos e inferiores nas regiões de momento positivo dos vãos. Esta diferença é particularmente evidente nos Modelos B e C, nos quais os momentos positivos compatibilizados apresentam uma redução mais acentuada relativamente aos valores determinados pelo método tradicional.

3.5.2 Síntese dos resultados obtidos através do ETABS

A Tabela 3.2 apresenta a relação entre os momentos resistentes associados às áreas de armadura dimensionadas pelo ETABS e os momentos solicitantes determinados através do método tradicional.

Tabela 3.2 – Relação entre os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e os momentos solicitantes do método tradicional

Secção	Modelo A	Modelo B	Modelo C
AB	84%	32%	38%
B	79%	40%	44%
BC	145%	65%	74%
C	106%	53%	58%
CD	115%	46%	57%
D	106%	53%	58%
DE	145%	65%	74%
E	79%	40%	44%
EF	84%	32%	38%

A Fig. 54 apresenta graficamente estas relações, adotando-se novamente o valor de 100% para representar os momentos solicitantes determinados através do método tradicional.

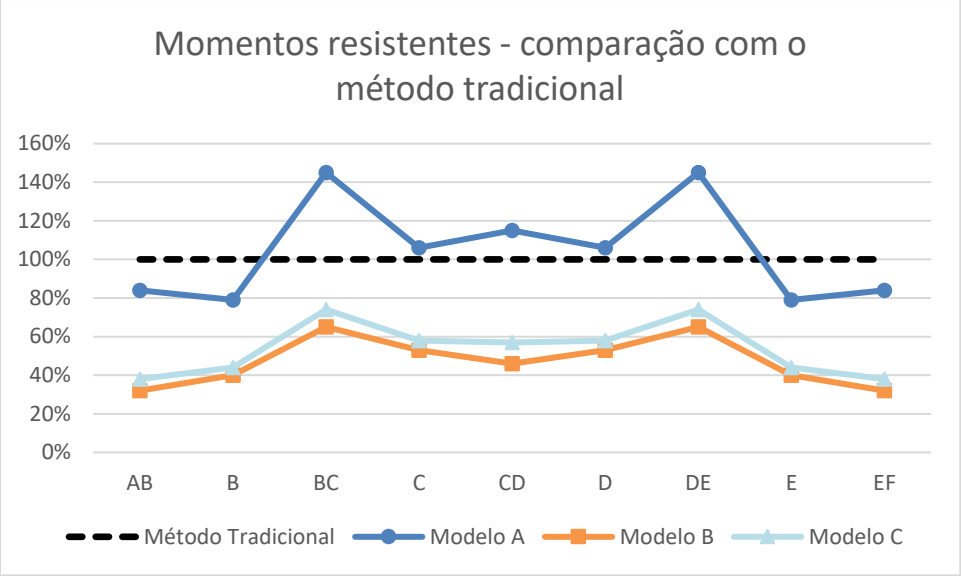


Fig. 54 - Relação entre os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS e os momentos solicitantes determinados pelo método tradicional

Para o Modelo A, verifica-se uma maior variabilidade dos resultados ao longo da V_1. Nos apoios B e E e nos vãos extremos AB e EF, os momentos resistentes associados às armaduras dimensionadas pelo ETABS são inferiores aos momentos solicitantes obtidos pelo método tradicional. Nas restantes secções, os momentos resistentes são superiores, atingindo relações de aproximadamente 145% nos vãos BC e DE.

Nos Modelos B e C, por outro lado, os momentos resistentes permanecem inferiores aos momentos solicitantes do método tradicional em todas as secções analisadas. Para o Modelo B, as relações variam entre 32% e 65%, enquanto no Modelo C variam entre 38% e 74%. Observa-se ainda que o Modelo C apresenta relações superiores às do Modelo B em todas as secções consideradas, embora ambos permaneçam abaixo do valor de referência de 100%.

3.5.3 Síntese global dos resultados

De forma geral, os resultados obtidos através do SAP2000 mostram que, mesmo após a consideração conjunta dos momentos desenvolvidos na viga e na largura colaborante da laje, os valores permanecem inferiores aos determinados pelo método tradicional em todas as secções analisadas. As diferenças são relativamente reduzidas no Modelo A e tornam-se mais expressivas nos Modelos B e C, sobretudo nas regiões de momento positivo.

A análise das armaduras dimensionadas pelo ETABS evidencia igualmente diferenças significativas relativamente ao método tradicional. Enquanto o Modelo A apresenta secções com capacidade resistente inferior e superior às solicitações determinadas pelo método tradicional, nos Modelos B e C os momentos resistentes permanecem inferiores em todas as secções analisadas. Desta forma, os resultados obtidos demonstram que as diferenças entre as abordagens analisadas variam de acordo com a configuração estrutural considerada, tanto ao nível da distribuição dos esforços como do dimensionamento das armaduras.

4
CONCLUSÕES

4.1 CONCLUSÕES GERAIS

A presente dissertação teve como objetivo avaliar a influência das diferentes estratégias de modelação estrutural nos resultados obtidos para vigas de betão armado, através da comparação entre o método tradicional de cálculo e modelos tridimensionais desenvolvidos no SAP2000 e no ETABS. Para este efeito, foram analisadas três configurações estruturais, designadas por Modelos A, B e C, caracterizadas por diferentes relações de rigidez entre vigas e lajes.

A análise realizada no SAP2000 mostrou que os momentos fletores obtidos diretamente na V_1 não representam, isoladamente, toda a resposta à flexão associada à região viga-laje, uma vez que parte dos esforços é também desenvolvida na laje. A utilização de *Section Cuts* ao longo da largura colaborante permitiu quantificar esta contribuição e determinar momentos compatibilizados entre a viga e a laje. Mesmo após esta consideração, os valores permaneceram inferiores aos obtidos pelo método tradicional em todas as secções analisadas. O Modelo A apresentou a maior aproximação, com relações entre aproximadamente 77% e 92%, enquanto nos Modelos B e C estas variaram, respetivamente, entre 43% e 74% e entre 35% e 73%. Em todos os modelos, as diferenças foram mais pronunciadas nas regiões de momento positivo.

A análise das armaduras dimensionadas pelo ETABS permitiu avaliar também as implicações destas diferenças no dimensionamento da V_1. As áreas de armadura fornecidas pelo programa foram utilizadas para determinar os respetivos momentos resistentes, considerando as mesmas características da secção adotadas no método tradicional. No Modelo A, as relações entre os momentos resistentes e os momentos solicitantes determinados pelo método tradicional variaram entre aproximadamente 79% e 145%, existindo secções com valores inferiores e superiores aos obtidos pelo método tradicional. Nos Modelos B e C, os momentos resistentes permaneceram inferiores em todas as secções analisadas, com relações entre 32% e 65% e entre 38% e 74%, respetivamente.

Os resultados evidenciam, assim, que diferentes idealizações da mesma estrutura podem conduzir a distribuições de esforços e resultados de dimensionamento significativamente distintos. O método tradicional foi utilizado como abordagem de referência, não sendo considerado uma representação exata do comportamento estrutural. Desta forma, o estudo reforça a importância de compreender as hipóteses adotadas na modelação e de interpretar de forma crítica os resultados fornecidos pelos programas de cálculo, particularmente quando vigas e lajes são representadas conjuntamente num modelo global.

4.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Como principal desenvolvimento futuro, considera-se relevante realizar uma análise paramétrica que permita estudar separadamente a influência dos principais parâmetros geométricos e de rigidez, de forma a identificar mais claramente os fatores responsáveis pelas diferenças observadas. Em seguida, considera-se importante refinar as hipóteses de modelação, nomeadamente através da consideração da fissuração do betão e da consequente alteração das rigidezes dos elementos, avaliando a sua influência na distribuição dos esforços entre vigas e lajes.

A comparação com modelos numéricos de maior nível de refinamento ou com resultados experimentais poderá também contribuir para avaliar a representatividade das diferentes estratégias de modelação utilizadas. Por fim, o âmbito do estudo poderá ser ampliado através da análise de outras configurações estruturais, tipologias e condições de apoio, bem como da extensão da metodologia ao esforço transverso e ao dimensionamento da armadura transversal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Azevedo, A. F. M. (2003). *Método dos Elementos Finitos.* Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

Carvalho, R. C., Figueiredo Filho, J. R. (2014). *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado.* EduFSCar, São Carlos-SP, Brasil.

Computers and Structures, Inc. (2016). *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSiBridge*. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, Estados Unidos.

Computers and Structures, Inc. (2025a). *ETABS, versão 22.7.0 – Integrated Building Analysis and Design Software*. Computers and Structures, Inc., Walnut Creek, California, Estados Unidos.

Computers and Structures, Inc. (2025b). *SAP2000 Ultimate, versão 26.3.0 – Structural Analysis and Design Software*. Computers and Structures, Inc., Walnut Creek, California, Estados Unidos.

De Melo, S. O. L. (2021). *Estudo do Impacto no Projeto de Estruturas de Betão de Edifícios Correntes Recorrendo a Diferentes Metodologias de Análise*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

Hughes, T. J. R. (2000). *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Dover Publications, Mineola, Nova York, Estados Unidos.

Instituto Português da Qualidade (2009a). *NP EN 1990:2009 – Eurocódigo – Bases para o projeto de estruturas*. IPQ, Caparica, Portugal.

Instituto Português da Qualidade (2009b). *NP EN 1991-1-1:2009 – Eurocódigo 1 – Ações em estruturas – Parte 1-1: Ações gerais – Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios*. IPQ, Caparica, Portugal.

Instituto Português da Qualidade (2010). *NP EN 1992-1-1:2010 – Eurocódigo 2 – Projeto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. IPQ, Caparica, Portugal.

Martha, L. F. (2024). Ftool, versão 4.01 – *Interactive-Graphics Program for Structural Analysis.* Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil

McCormac, J. C., Brown, R. H. (2015). *Design of reinforced concrete.* 10.ª ed., John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, Estados Unidos.