Gestão do aprovisionamento de produtos importados com restrições operacionais e orçamentais

Mariana Pereira Barroso
Mestrado em Engenharia Matemática
Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
2026

Gestão do aprovisionamento de produtos importados com restrições operacionais e orçamentais

Mariana Pereira Barroso

Relatório de projeto realizado no âmbito do Mestrado em Engenharia Matemática

Departamento de Matemática

2026

Orientadora
Raquel Bernardino, Professora Auxiliar, ISEG

Coorientador
Óscar Felgueiras, Professor Auxiliar, FCUP

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostava de agradecer à minha orientadora, a Professora Raquel Bernardino, pelo apoio incansável, pela disponibilidade e pela dedicação demonstrados no desenvolvimento do projeto. Um obrigado nunca será suficiente para expressar a minha gratidão.

À minha família, à minha mãe, ao meu pai e ao meu irmão, por serem o meu amparo diário, por todas as oportunidades que me facultaram ao longo dos anos e por toda a confiança que colocaram em mim. A vocês, estarei eternamente grata.

Ao Gonçalo, por me fazer sempre acreditar e por me relembrar de tudo aquilo de que sou capaz.

Agradeço, por fim, a todos os amigos e professores que, de diferentes formas, marcaram o meu percurso e contribuíram para a minha formação.

Resumo

A gestão de inventário ocupa um papel central na atividade operacional das empresas. Uma gestão eficaz do inventário permite às organizações minimizar custos e ganhar competitividade no mercado onde se inserem.

O objeto de estudo deste projeto é a Silva & Barroso, uma pequena empresa familiar, com 15 anos de atividade, dedicada à comercialização de materiais de construção. Em 2024, passou a recorrer à importação de produtos, após a aquisição de uma marca própria. Cada produto desta marca está associado a um único fornecedor, e cada fornecedor disponibiliza vários produtos cuja encomenda pode ser realizada em conjunto. Ao conjunto de produtos de um fornecedor estão associadas restrições de quantidades e valores mínimos de encomenda e de encomendas em lote. Existe também um limite no orçamento disponível por período orçamental, definido pela empresa.

Apesar do crescimento expressivo das vendas, sem regras formais de aprovisionamento a nova marca tem sofrido, cada vez mais, com situações de rutura e de excesso de stock, motivando este estudo. O objetivo deste projeto é, por isso, a criação de um modelo de gestão de inventário que minimize simultaneamente os custos e o número de ruturas, respeitando as restrições operacionais definidas.

Foram desenvolvidos dois modelos de programação linear inteira mista (PLIM) decorrentes de duas políticas de stock de segurança. Para cada um destes modelos, são testadas instâncias para diferentes políticas de aprovisionamento.

Uma matheurística de *rolling horizon* foi desenvolvida para dar resposta aos problemas de maior dimensão, permitindo obter soluções admissíveis de aprovisionamento em tempos computacionais menores.

Os resultados obtidos revelam que a resolução dos modelos de PLIM apresenta limitações perante problemas de maior dimensão. Em contrapartida, a matheurística provou ser mais eficiente para a generalidade das instâncias, alcançando soluções admissíveis num menor tempo computacional. Esta abordagem contribui para a longevidade do projeto, ao equipar a empresa com ferramentas capazes de acompanhar o seu crescimento e o consequente aumento da dimensão e complexidade dos problemas de aprovisionamento.

Palavras-chave: gestão de inventário, modelos de programação linear inteira mista, quantidade mínima de encomenda, matheurística de *rolling horizon*

Abstract

Inventory management plays a central role in the operational activities of companies. Effective inventory management allows organizations to minimize costs and gain competitiveness in their respective markets.

The subject of this project is Silva & Barroso, a small family business with 15 years of operations, dedicated to the commercialization of construction materials. In 2024, it began importing products following the acquisition of a proprietary brand. Each product of this brand is associated with a single supplier, and each supplier offers several products that can be ordered together. The set of products from a given supplier is subject to constraints regarding minimum order quantities, minimum order values, and batch ordering. There is also a limit on the available budget per budgetary period, as defined by the company.

Despite significant sales growth, the lack of formal replenishment rules has led the new brand to increasingly suffer from stockouts and excess inventory, which motivated this study. The objective of this project is, therefore, to develop an inventory management model that simultaneously aims to minimize costs and the number of stockouts, while respecting the defined operational constraints.

Two mixed integer linear programming (MILP) models were developed, derived from two safety stock policies. For each of these models, instances are tested for different replenishment policies.

A rolling horizon matheuristic was developed to address larger-scale problems, allowing for the attainment of feasible replenishment solutions in shorter computational times.

The obtained results reveal that solving the MILP models presents limitations when applied to larger instances. In contrast, the matheuristic proved to be more efficient for the majority of the instances, achieving feasible solutions in less computational time. This approach contributes to the project's longevity by equipping the company with tools capable of keeping pace with its growth and the consequent increase in the size and complexity of replenishment problems.

Keywords: inventory management, mixed integer linear programming models, minimum order quantity, rolling horizon matheuristic

Índice

Lista de Tabelas vi
Lista de Figuras viii
Lista de Abreviaturas ix

1. Introdução 1
2. Revisão de literatura 3
   2.1. Gestão de inventário 3
   2.2. Conceitos fundamentais da gestão de inventário 4
   2.3. O papel da previsão da procura na gestão de inventários 6
   2.4. Problemas de *lot sizing* 6
   2.5. *Rolling horizon* 8
3. Apresentação do problema 10
   3.1. Apresentação da empresa 10
   3.2. Apresentação do problema 11
      3.2.1. Definição dos conjuntos e parâmetros 12
   3.3. Instância pequena 14
4. Formulação em programação linear inteira mista 20
   4.1. Definição das variáveis do problema 20
   4.2. Modelo 1 - stock de segurança no final do horizonte de planeamento 21
   4.3. Modelo 2 - stock de segurança ao longo do horizonte de planeamento 24
5. Matheurística 26
6. Recolha e tratamento dos dados 29
   6.1. Recolha dos dados 29
   6.2. Tratamento das bases de dados 30
   6.3. Análise inicial das vendas 31
   6.4. Seleção da amostra final de produtos 33
   6.5. Tratamento da procura 35
      6.5.1. Novas referências 38
      6.5.2. Produtos com vendas apenas no conjunto de teste 38
   6.6. Construção dos conjuntos e parâmetros do problema 39
7. Experiência computacional 41
   7.1. Instâncias 41
   7.2. Métricas de avaliação 42
      7.2.1. KPIs computacionais 43
      7.2.2. KPIs operacionais 43

7.3. Desempenho dos modelos de PLIM 44
7.4. Afinação dos parâmetros da matheurística de *rolling horizon* 47
7.4.1. Afinação de parâmetros para as instâncias mensais 47
7.4.2. Definição de H e D para as instâncias quinzenais e semanais 49
7.4.3. Comparação do desempenho computacional da matheurística com os modelos de PLIM 50
7.5. Avaliação das políticas de aprovisionamento 52
7.5.1. Apresentação das recomendações à empresa 55
8. Conclusão 57

Referências 58
Apêndice A 60
Apêndice B 66
Apêndice C 78

Lista de Tabelas

3.1. Sumário dos conjuntos e parâmetros do problema. 14
3.2. Parâmetros dos fornecedores na instância pequena. 15
3.3. Parâmetros dos produtos na instância pequena. 16
3.4. Plano de encomendas admissível da instância pequena. 16
3.5. Evolução do inventário por período do produto D100 com a política de stock de segurança adotada. 18
3.6. Evolução do inventário por período do produto D100 com uma política de stock de segurança alternativa. 19

6.1. Evolução anual da quantidade vendida dos produtos da marca D. 32
6.2. Produtos com vendas exclusivamente nulas por período. 34
6.3. Distribuição dos produtos por fornecedor. 35
6.4. Distribuição dos produtos por método de previsão selecionado. 36
6.5. Comparação entre o uso do método *naïve* e a seleção, por produto, do método de previsão que minimiza o MAE. 37

7.1. KPIs computacionais médios por configuração. 45
7.2. KPIs computacionais médios por variação da procura. 46
7.3. KPIs computacionais médios por nível de stock de segurança. 46
7.4. KPIs computacionais médios das instâncias mensais com $D \in \{1,2\}$ e $H \in \{8,9,10\}$. 48
7.5. Comparação do desempenho computacional da resolução dos modelos de PLIM e da matheurística de *rolling horizon*, por configuração. 51
7.6. KPIs operacionais médios da matheurística por configuração. 52
7.7. KPIs operacionais médios da matheurística por nível de stock de segurança. 54
7.8. KPIs operacionais médios da configuração M2 por nível de stock de segurança 54
7.9. KPIs operacionais da configuração M2 com stock de segurança de 50%, por cenário de procura. 55

A.1. KPIs computacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário Base da procura. 61
A.2. KPIs computacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário +25% da procura. 62
A.3. KPIs computacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário +50% da procura. 63
A.4. KPIs operacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário Base da procura. 64
A.5. KPIs operacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário de +25% da procura. 65
A.6. KPIs operacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário de +50% da procura. 66
B.1. KPIs computacionais da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 1$. 69
B.2. KPIs operacionais obtidos da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 1$. 72
B.3. KPIs computacionais da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 2$. 75

B.4.KPIs operacionais obtidos da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 2$. 78
C.1.KPIs computacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão mensais utilizando a matheurística com $H = 10$ e $D = 1$. 79
C.2.KPIs computacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão quinzenais utilizando a matheurística com $H = 15$ e $D = 2$. 80
C.3.KPIs computacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão semanais utilizando a matheurística com $H = 30$ e $D = 4$. 81
C.4.KPIs operacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão mensais utilizando a matheurística com $H = 10$ e $D = 1$. 82
C.5.KPIs operacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão quinzenais utilizando a matheurística com $H = 15$ e $D = 2$. 83
C.6.KPIs operacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão semanais utilizando a matheurística com $H = 30$ e $D = 4$. 84

Lista de Figuras

2.1. Ilustração do funcionamento da abordagem *rolling horizon* com parâmetros $H = 3$ e $D = 1$ [18]. 9

6.1. Evolução mensal das vendas de todos os produtos da marca D. 31
6.2. Número de produtos com vendas mensais negativas e quantidade negativa total, em valor absoluto. 33

Lista de Abreviaturas

KPI *Key Performance Indicator*

MAE Erro Médio Absoluto

MOQ Quantidade Mínima de Encomenda

MOV Valor Mínimo de Encomenda

PLIM Programação Linear Inteira Mista

SS Stock de Segurança

1. Introdução

O inventário é uma peça fundamental na atividade operacional de uma empresa, visto que é o instrumento que permite dar uma resposta imediata às necessidades dos clientes. Uma correta gestão do inventário permite minimizar custos e atingir os objetivos operacionais da empresa [1]. Pelo contrário, falhas na gestão de inventário podem conduzir a custos elevados, à imobilização excessiva de capital e à perda de competitividade.

As pequenas e médias empresas estão particularmente suscetíveis a problemas na gestão de stocks. O desconhecimento de princípios, regras formais ou ferramentas de aprovisionamento constitui os principais entraves à implementação de um sistema eficaz de gestão de inventário nestas organizações [2].

A Silva & Barroso é uma pequena empresa familiar dedicada à comercialização e distribuição de materiais de construção. Em 2024, a aquisição de uma marca própria, que por questões de anonimato é denominada por D, trouxe um novo desafio: a gestão de inventário de produtos importados.

O aprovisionamento destes produtos envolve restrições muito diferentes das aplicadas aos produtos nacionais aprovisionados até então. Custos de encomenda elevados, tempos de entrega longos, quantidades e valores mínimos de encomenda e encomendas em múltiplos de lote são algumas destas restrições. Além disso, sendo uma empresa pequena, o orçamento disponível para cada período de aprovisionamento é limitado. Esta realidade, juntamente com o facto de cada encomenda colocada a um fornecedor internacional envolver um investimento significativo, constitui um fator limitador na gestão de inventário.

O objetivo deste projeto é disponibilizar à empresa um modelo de aprovisionamento para os produtos importados que respeite as limitações dos fornecedores e da empresa e que tenha como prioridade a minimização de custos e do número de ruturas de stock. Uma vez que o objeto de estudo deste projeto é uma pequena empresa, onde o investimento em inovação é reduzido, é importante que as ferramentas desenvolvidas consigam acompanhar o crescimento da empresa e permitam obter soluções eficazes, perante problemas de maior dimensão.

Neste projeto, procura-se dar resposta às seguintes questões:

- Qual é a periodicidade da tomada de decisão mais adequada?
- Qual é a política de stock de segurança mais adequada?
- Qual é a abordagem mais eficiente na resolução de problemas de maior dimensão?

A primeira questão pretende determinar quanto e quando encomendar, determinando a duração dos períodos de decisão que faz mais sentido para a empresa: mensais, quinzenais ou semanais. A segunda pretende determinar o nível de stock de segurança a considerar para cada produto e os períodos em que deve ser exigido, analisando se deverá ser assegurado apenas no período final do horizonte de planeamento ou se deverá ser definido um nível desejado para todos os períodos. A última questão pretende avaliar que abordagem é a mais adequada no contexto de problemas de maior dimensão: procurar obter uma solução ótima ou recorrer a uma matheurística que, apesar de não garantir a obtenção da solução ótima, permita encontrar uma solução admissível num menor tempo computacional.

Para dar resposta a estas perguntas, são analisados os resultados computacionais de várias instâncias obtidos com os modelos desenvolvidos.

Este relatório está estruturado em oito capítulos. Após o presente capítulo de introdução, no Capítulo 2, é realizada uma revisão da literatura sobre problemas de *lot sizing* e sobre a matheurística de *rolling horizon*, e é feito um enquadramento do problema apresentado pela empresa. De seguida, no Capítulo 3, apresenta-se a empresa e o problema em estudo. Nos Capítulos 4 e 5, respetivamente, apresentam-se os modelos desenvolvidos em PLIM e descreve-se a matheurística criada. No Capítulo 6, é explicado o método de recolha e tratamento dos dados. No Capítulo 7, são analisados os resultados obtidos através da resolução dos modelos de PLIM e da utilização da matheurística. Por fim, no Capítulo 8, são mencionadas as conclusões finais e possíveis trabalhos futuros.

2. Revisão de literatura

Neste capítulo, é realizada uma breve revisão dos temas necessários à elaboração dos modelos de gestão de inventário propostos neste projeto. Inicialmente, é introduzido o tema e a importância da gestão de inventário. Em seguida, são abordados conceitos importantes nesta área e o papel da procura na gestão de inventários. Depois, analisam-se os problemas de *lot sizing* e as suas principais extensões. Por fim, apresenta-se a abordagem de *rolling horizon* na resolução de problemas multi-período de grande dimensão.

2.1. Gestão de inventário

A gestão de inventário desempenha um papel fundamental na atividade operacional das empresas. A procura e a oferta andam frequentemente desfasadas e é a manutenção de determinados níveis de stock que evita ruturas e permite a obtenção de um dado nível de serviço desejado. Assim, o inventário pode ser entendido como um conjunto de bens armazenados com o objetivo de satisfazer as necessidades futuras, reduzir o impacto de variações inesperadas da procura ou da oferta e assegurar a continuidade das operações [3].

A manutenção de inventário apresenta, por isso, muitas vantagens para as empresas. Em primeiro lugar, permite estar preparado para flutuações na procura, decorrentes, por exemplo, da sazonalidade, e para disrupções no fornecimento, sejam elas provocadas por atrasos nas entregas, escassez da oferta ou outros problemas na cadeia de abastecimento [3]. Além disso, permite tirar partido de vantagens financeiras, como descontos de quantidade. Por fim, em mercados competitivos, onde o cliente pode não estar disposto a esperar, é a existência de stock que permite satisfazer, de forma imediata, as necessidades dos clientes, evitando ruturas e permitindo uma maior fluidez das operações diárias [3].

No entanto, a manutenção de stock envolve custos, pelo que a definição de uma política de aprovisionamento eficaz implica um equilíbrio de diferentes objetivos e limitações. De um modo geral, as decisões relativas a quanto e quando encomendar são influenciadas por três fatores: a minimização de custos, a concretização de objetivos estratégicos e o respeito pelos fatores limitadores operacionais [4].

A minimização de custos é considerada o objetivo primordial da maioria das empresas uma vez que, geralmente, contribui para um aumento de lucros e para uma posição mais favorável num ambiente competitivo. Contudo, uma política orientada exclusivamente para este objetivo pode comprometer aspetos estratégicos, como a satisfação da procura e a qualidade do serviço prestado [4].

Por outro lado, restrições orçamentais, limitações na capacidade de armazenamento, prazos de entrega e condições impostas pelos fornecedores constituem fatores limitadores das decisões de aprovisionamento [4].

Com a gestão de inventário a ocupar um papel central no desempenho de qualquer empresa, Selvaraj e Santhosh (2024) afirmam que uma gestão de inventário eficaz é a chave do sucesso operacional de uma organização e demonstram que empresas que investem em práticas de gestão de inventário capazes de equilibrar os custos e os objetivos definidos e que considerem as diferentes características e limitações da empresa podem ganhar vantagens competitivas face aos seus pares.

2.2. Conceitos fundamentais da gestão de inventário

A definição de uma política de aprovisionamento exige a compreensão de diferentes elementos. Entre estes, destacam-se a natureza da procura, o nível de serviço, o tempo de entrega de uma encomenda, o stock de segurança (SS) e as diferentes componentes dos custos associados à gestão de inventário.

A complexidade dos modelos de gestão de inventário depende, em grande medida, da forma como a procura é representada. Esta pode ser considerada determinística, quando os seus valores são conhecidos antecipadamente, ou estocástica, quando existe incerteza e o seu comportamento é descrito através de distribuições de probabilidade [5]. Em ambos os casos, a procura pode ser constante ou variar ao longo do tempo. Esta classificação pressupõe a existência de dados suficientes para estimar ou prever a procura futura [5]. Deste modo, podem distinguir-se quatro tipos de procura [5]:

1. procura determinística e constante ao longo do tempo;
2. procura determinística e dinâmica ao longo do tempo;
3. procura estocástica e estacionária ao longo do tempo;
4. procura estocástica e não estacionária ao longo do tempo.

A primeira categoria é, geralmente, a mais simples do ponto de vista analítico, mas também uma das menos representadas na realidade. Pelo contrário, a procura estocástica e não estacionária é a que apresenta maior complexidade analítica, embora seja a mais prevalente [5]. Assim, um modelo de gestão de inventário deve equilibrar a simplicidade da formulação e a precisão na representação da procura.

O nível de serviço corresponde à capacidade de uma empresa em satisfazer a procura dos clientes. Neste sentido, e no contexto de um modelo de gestão de inventário, a taxa de atendimento é uma métrica muito importante na avaliação do nível de serviço da empresa e calcula a percentagem do número de vendas que se consegue efetuar com o stock disponível em armazém em comparação com o número total das vendas que faria, se tivesse stock disponível para todos os pedidos feitos [6].

O período de espera entre um pedido de uma encomenda a um fornecedor e a chegada desta denomina-se de tempo de entrega [7]. Durante o tempo de entrega, a procura tem de ser satisfeita com o stock existente. Assim, quanto maior for o tempo de entrega, maior tem de ser a quantidade em armazém no momento em que é feito o pedido. Além disso, este tempo está sujeito a atrasos que podem aumentar o número de ruturas, reduzindo o nível de serviço.

O stock de segurança é o inventário adicional que permite à empresa proteger-se contra situações de incerteza, como atrasos de entrega ou flutuações na procura. Este stock funciona como um amortecedor que reduz o risco de rutura e contribui para a manutenção do nível de serviço pretendido. Um nível mais alto de stock de segurança garante um nível mais alto de serviço, no entanto, leva a um aumento dos custos operacionais. Por esta razão, o nível de stock de segurança deve ser devidamente otimizado [3, 8].

Os custos associados à gestão de inventário são constituídos por diferentes componentes. De forma genérica, o custo total considerado nos modelos de inventário pode ser representado por [5]:

$$\begin{matrix}\text{Custo}\\ \text{total}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{Custo de}\\ \text{compra}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{Custo de}\\ \text{encomenda}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{Custo de}\\ \text{armazenamento}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{Custo de}\\ \text{rutura}\end{matrix}$$

O custo de compra corresponde ao valor pago pela aquisição dos artigos e é determinado pelo custo unitário e pela quantidade encomendada de cada artigo. O custo de encomenda corresponde ao custo fixo incorrido sempre que é colocada uma encomenda e é um valor independente da quantidade adquirida. O custo de armazenamento é o custo

de manter inventário em stock, e inclui custos de posse, de deterioração e de obsolescência. Por fim, o custo de rutura representa a penalização incorrida quando ocorre falta de stock em momentos de procura. Este custo inclui vendas perdidas, encomendas em atraso, perda de rendimento e deterioração da relação com os clientes. A sua natureza subjetiva torna-a na componente de custo mais difícil de quantificar [5].

Os custos descritos apresentam frequentemente comportamentos conflituosos no sentido em que a redução de um pode resultar no aumento de outro. Por exemplo, uma redução nos custos de armazenamento pode incluir encomendar uma menor quantidade com uma frequência maior que, por sua vez, resulta num aumento dos custos de encomenda. A definição de uma política de aprovisionamento que procure minimizar custos exige, por isso, um equilíbrio entre as diferentes componentes do custo total.

2.3. O papel da previsão da procura na gestão de inventários

A previsão da procura desempenha um papel fundamental na gestão de inventário, ajudando a decidir que produtos devem ser aprovisionados e em que quantidades. Rushton et al. (2010) afirmam que erros na previsão da procura traduzem-se inevitavelmente em problemas na gestão de inventário. Neste contexto, a escolha do método de previsão acarreta uma importância significativa no sucesso do modelo de gestão de inventário utilizado.

Embora exista uma tendência para associar modelos de previsão complexos a melhores resultados, a evidência sugere o oposto. Em Green e Armstrong (2015), compilam-se uma série de artigos que provam, empiricamente, que na maioria das vezes métodos simples, como médias, médias móveis, modelos *naïve*, entre outros, atingem níveis de precisão iguais ou superiores a métodos mais complexos. A escolha por métodos simples mostra-se especialmente importante em cenários com um reduzido número de observações. Assim, a adoção de métodos de previsão simples facilita a compreensão e a tomada de decisão por parte dos decisores.

2.4. Problemas de *lot sizing*

Os problemas de *lot sizing* ganham relevância no contexto da gestão de inventário. Nestes problemas, o decisor tem de escolher que produtos encomendar, em que quantidades, e em que períodos de forma a minimizar os diferentes custos envolvidos [10, 11].

Os problemas de *lot sizing* têm uma história longa, começando com modelos como o *economic order quantity*, desenvolvido em 1913 por Ford Harris, um problema simples de *lot sizing* baseado num só produto e num só fornecedor sem restrições e extensões adicionais. Ao longo dos anos, foram sendo estudados problemas de *lot sizing* de maior complexidade e desenvolvidos modelos e métodos de resolução mais eficazes para estes mesmos problemas, aproximando cada vez mais a literatura das necessidades operacionais das empresas [11].

Uma destas extensões é constituída pelos problemas de *lot sizing* com escolha de fornecedores. Estes problemas surgem quando um produto pode ser encomendado a mais do que um fornecedor e, por isso, incluem uma decisão adicional: que quantidade encomendar a cada fornecedor [11].

Neste contexto, Alfares e Turnadi (2018) propõem um modelo geral para um problema que envolva a gestão de múltiplos produtos com vários fornecedores e para um horizonte de planeamento com vários períodos, que inclua descontos de quantidade e a possibilidade de diferimentos de rutura (*backordering*). Para formular e solucionar o problema, foi utilizado um modelo de PLIM de maneira a obter soluções ótimas. Para problemas de pequena dimensão, a resolução do modelo de PLIM obteve soluções ótimas, no entanto, estes problemas são considerados NP-difíceis, obrigando à implementação de métodos heurísticos para problemas de maior dimensão [12].

Os problemas de *joint replenishment* constituem uma outra extensão dos problemas de *lot sizing*. Estes pretendem encontrar as políticas de decisão ótimas num contexto de múltiplos produtos que podem ser aprovisionados pelo mesmo fornecedor partilhando um custo de encomenda. A maioria da literatura envolve modelos que permitem a possibilidade de diferimentos de rutura [13], no entanto, nem todos os clientes estão dispostos a esperar quando o stock não está disponível, especialmente em ambientes competitivos. Nesses casos, a rutura traduz-se em vendas perdidas (*lost sales*). Neste sentido, Devy et al. (2018) sugerem uma modelação para o problema de *joint replenishment* com vendas perdidas.

Hoque (2006) estende o problema clássico de *joint replenishment* através da inclusão de restrições de capacidade de armazenamento, de transporte e de orçamento, onde cada produto tem um capital máximo disponível que pode ser investido numa única encomenda. Para a resolução do modelo, o autor propõe um algoritmo de otimização global que determina a frequência do aprovisionamento ótima para os produtos, minimizando o custo

total e respeitando as restrições impostas.

Outras extensões do problema de *lot sizing* envolvem a inclusão de restrições como restrições de quantidade mínima de encomenda, que requerem que a quantidade encomendada seja igual ou superior a um nível especificado pelo fornecedor, e restrições de encomenda em lote, que requer que a quantidade encomendada seja um múltiplo inteiro da quantidade que constitui o lote de encomenda. Estas restrições são muito comuns no contexto de cadeias de abastecimento [16]. Porras e Dekker (2006) desenvolvem um método de resolução para o problema de quantidades mínimas no contexto de um problema de *joint replenishment* clássico baseado na determinação de limites para o tempo de ciclo de encomendas, determinando assim a política ótima de aprovisionamento. Por sua vez, Zhu et al. (2015) sugerem políticas heurísticas de controlo de inventário capazes de dar resposta simultaneamente a restrições de quantidades mínimas e de encomendas em lote.

No problema considerado no presente trabalho, cada produto está associado a um único fornecedor, embora cada fornecedor possa disponibilizar vários produtos cujo aprovisionamento pode ser realizado em conjunto. Além disso, situações de falta de inventário traduzem-se em vendas perdidas [14] e são consideradas diversas restrições operacionais, como quantidade mínima de encomenda (MOQ) [16, 17] e encomenda em lote [16], e restrições orçamentais através da imposição de um orçamento global por período orçamental [15], aplicado ao conjunto das encomendas realizadas a todos os fornecedores.

2.5. *Rolling horizon*

Segundo Glomb et al. (2022), existem muitos problemas que necessitam de ser otimizados ao longo de um horizonte temporal. É o caso de problemas de logística, de otimização de processos e de planeamento de produção. Frequentemente, quando estes problemas têm uma dimensão muito grande, seja temporal, seja ao nível do número de variáveis e restrições, não é possível atingir a solução ótima através de modelos de PLIM num tempo computacional aceitável, optando-se pelo uso de outros métodos, nomeadamente, por matheurísticas de *rolling horizon* [19, 20]. Esta abordagem consiste em resolver vários subproblemas obtidos restringindo o problema original a sucessivos conjuntos de períodos que formam o horizonte de previsão. As decisões fixadas em cada

subproblema são depois fornecidas ao subproblema relativo ao horizonte de previsão seguinte.

Neste método, o problema de otimização é limitado reiteradamente a um intervalo do horizonte de planeamento, designado por horizonte de previsão e a sua dimensão é representada pela letra H. De seguida, o problema é resolvido e fixam-se as decisões dos primeiros períodos. Estes períodos formam o horizonte de decisão e a dimensão do intervalo é representada pela letra D. Fixadas as variáveis para os períodos seguintes, o horizonte de previsão desloca-se para a frente D períodos, definindo-se o novo horizonte de previsão. O processo acaba quando forem fixadas todas as decisões dos períodos do horizonte temporal do problema original [18].

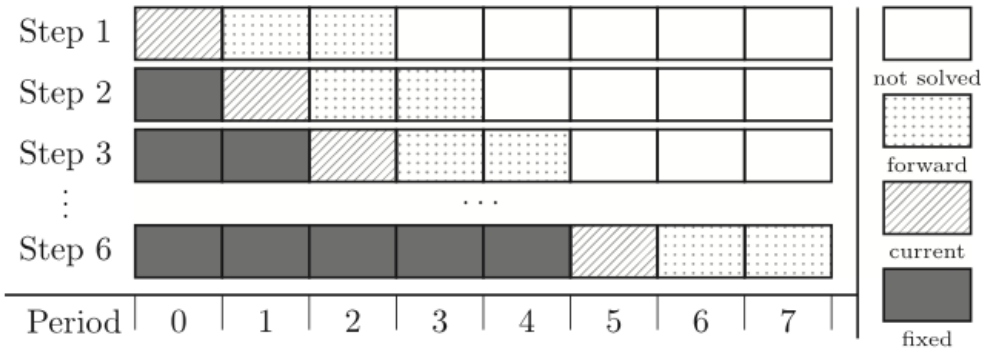


Figura 2.1: Ilustração do funcionamento da abordagem *rolling horizon* com parâmetros $H = 3$ e $D = 1$ [18].

A Figura 2.1 ilustra o funcionamento da abordagem *rolling horizon* com um horizonte de previsão de três períodos e um horizonte de decisão de um período. Na primeira iteração, resolve-se um subproblema considerando os três períodos do horizonte de previsão e fixam-se as decisões do primeiro. Na iteração seguinte, com as decisões do primeiro período já fixadas, o horizonte de previsão avança um período e resolve-se o problema restrito a este novo horizonte, fixando-se as decisões do seu primeiro período. O processo termina quando todos os períodos do horizonte de planeamento tiverem sido fixados [18].

Uma lacuna na abordagem, apontada por Narayanan e Robinson (2010), é o efeito *end-of-horizon*. Por não se conhecer a procura além do horizonte de previsão, a abordagem pode levar à fixação de más decisões no curto prazo e, por consequência, levar a soluções finais piores.

3. Apresentação do problema

Este capítulo tem como objetivo enquadrar e apresentar o problema em estudo. Na Secção 3.1, é apresentado o contexto e o enquadramento operacional da empresa. Na Secção 3.2, descreve-se o problema, introduzem-se os principais elementos que o caracterizam e apresentam-se os seus conjuntos e parâmetros. Por fim, na Secção 3.3, apresenta-se uma instância de pequena dimensão com o objetivo de ilustrar o problema.

3.1. Apresentação da empresa

A Silva & Barroso, Lda. é uma empresa com 15 anos de atividade dedicada à comercialização e distribuição de uma vasta gama de materiais de construção.

A empresa procura diferenciar-se através de uma elevada disponibilidade e de uma alta diversidade de produtos em armazém, de modo a assegurar que os clientes encontrem os artigos de que necessitam sem terem de recorrer a fornecedores alternativos. A rutura de inventário é, por isso, o cenário menos desejável, pelo que a monitorização contínua dos níveis de inventário constitui um pilar central do funcionamento desta empresa. Até 2024, situações de rutura de inventário eram pouco frequentes e de resolução rápida, dado que a maioria dos fornecedores da empresa se localizava em território nacional e os tempos de entrega de encomendas eram reduzidos.

Em 2024, ocorreu a aquisição de uma empresa cuja atividade se baseava na importação de produtos de marca própria. Esta marca é designada por D, por questões de anonimato. Este novo modelo de negócio, de abastecimento assente em importações, levou ao aparecimento de novos desafios de aprovisionamento para a Silva & Barroso.

Atualmente, existem mais de 200 produtos da marca D adquiridos a nove fornecedores internacionais.

Entre os principais constrangimentos destacam-se os tempos de entrega longos, bem como restrições de quantidades mínimas de encomenda (MOQ), de valores mínimos de encomenda (MOV) e de encomendas em lote impostos por cada um dos fornecedores. Ademais, existem limitações orçamentais associadas aos períodos orçamentais da empresa. Estas características dificultam a reposição eficiente dos artigos e aumentam as situações de excesso e de insuficiência de stock em diferentes produtos.

Com o passar do tempo, os efeitos da ausência de um modelo de gestão de inventário tornaram-se evidentes, pelo que a criação de um modelo de aprovisionamento capaz de dar resposta às especificidades da empresa tornou-se imperativa.

3.2. Apresentação do problema

As decisões de encomenda dos produtos D são condicionadas por diferentes restrições operacionais. Em alguns casos, os fornecedores impõem MOQ por produto. Noutros, determinados grupos de produtos, representados pelo conjunto G, estão sujeitos a MOQ conjuntas. Adicionalmente, alguns fornecedores exigem que o valor monetário total de cada encomenda atinja um montante mínimo, isto é, impõem um MOV. Além disso, alguns produtos estão sujeitos a restrições de encomendas em lote que exigem que as encomendas sejam feitas num múltiplo do valor do lote. A estas exigências acrescem os tempos de entrega longos associados aos fornecedores, o que dificulta a reposição atempada dos artigos. Ademais, a empresa estabelece um limite orçamental por período, restringindo o montante máximo que pode ser despendido em encomendas em cada período do horizonte de planeamento.

Perante estas condições, a definição de um plano de encomendas que assegure níveis de inventário adequados à satisfação da procura, sem comprometer o equilíbrio dos custos, revelou-se importante, evidenciando a necessidade de um modelo de gestão de inventário.

Deste modo, o problema em estudo consiste em definir a melhor política de aprovisionamento para os produtos da marca D, representados pelo conjunto I, adquiridos a um conjunto de fornecedores J, ao longo de um horizonte de planeamento finito T composto por $T_{\max}$ períodos. Ao longo do horizonte de planeamento, pretende-se decidir que produtos devem ser encomendados, em que quantidades e em que períodos, tendo em consideração o inventário disponível, as restrições de fornecimento associadas a cada fornecedor e o orçamento máximo definido pela empresa.

O objetivo é obter um plano de encomendas admissível que permita satisfazer, tanto quanto possível, a procura prevista, reduzindo a ocorrência de vendas perdidas, os custos fixos de encomenda, os custos de aquisição e os custos de armazenamento.

Procura-se ainda incorporar uma política de stock de segurança adequada a este problema, de forma a reforçar a proteção contra situações de incerteza e, consequentemente, de rutura. Para esse efeito, serão consideradas duas políticas distintas de stock

de segurança que dão origem aos dois modelos de PLIM apresentados no Capítulo 4. A primeira política impõe o cumprimento do stock de segurança no período final do horizonte de planeamento. A segunda mantém esta exigência no período final e introduz, nos restantes períodos, um nível desejado de stock de segurança cujo incumprimento é permitido mediante uma penalização na função objetivo.

3.2.1 Definição dos conjuntos e parâmetros

Nesta subsecção, apresentam-se os conjuntos e os parâmetros utilizados na modelação do problema, bem como a respetiva notação.

Seja I o conjunto de todos os produtos disponíveis para encomenda e J o conjunto dos fornecedores. Para cada fornecedor $j \in J$, define-se $I_j \subseteq I$ como o conjunto de produtos fornecido pelo fornecedor $j \in J$. Assume-se que cada produto $i \in I$ está associado a um único fornecedor $j \in J$, pelo que os subconjuntos I_j formam uma partição de I, isto é,

$$\bigcup_{j \in J} I_j = I \quad \text{e} \quad I_j \cap I_{j'} = \emptyset, \qquad \forall j, j' \in J,\ j \neq j'.$$

O horizonte de planeamento é dado pelo conjunto de períodos de decisão, $T = \{1, \ldots, T_{\max}\}$, onde $T_{\max}$ representa o número total de períodos de decisão considerados. Seja $\mathcal{P}$ o conjunto dos períodos orçamentais do horizonte de planeamento. Para cada $p \in \mathcal{P}$, define-se $T_p \subseteq T$ como o conjunto de períodos de decisão abrangidos pela restrição orçamental correspondente ao período orçamental p. Os subconjuntos T_p constituem uma partição de T, isto é,

$$\bigcup_{p \in \mathcal{P}} T_p = T \text{ e } T_p \cap T_{p'} = \emptyset, \qquad \forall p, p' \in \mathcal{P}, p \neq p'.$$

O parâmetro κ_p corresponde ao orçamento máximo disponível para cada período orçamental $p \in \mathcal{P}$.

Adicionalmente, considera-se G o conjunto de grupos de produtos sujeitos a restrições de MOQ conjuntas. Estes grupos representam situações em que o fornecedor estabelece um mínimo de encomenda para o conjunto de determinados produtos, em vez de impor esse mínimo individualmente a cada artigo. Para cada grupo $g \in G$, define-se $K_g \subseteq I$ como o subconjunto de produtos que pertencem ao grupo g. Todos os produtos pertencentes

a cada subconjunto K_g são fornecidos pelo mesmo fornecedor. Assume-se que cada produto pertence, no máximo, a um único grupo $g \in G$.

O parâmetro α_j representa o custo fixo associado à realização de uma encomenda ao fornecedor $j \in J$. O parâmetro β_i corresponde ao custo unitário de aquisição do produto $i \in I$. O parâmetro γ_i representa o custo unitário de armazenamento por período do produto $i \in I$.

A procura prevista do produto $i \in I$ para o período $t \in T$ é dada por $\delta_{i,t}$ e o parâmetro λ_j representa o tempo de entrega associado ao fornecedor $j \in J$.

Os parâmetros η_i, para $i \in I$, e θ_g, para $g \in G$, correspondem a quantidades mínimas de encomenda. O primeiro representa a MOQ do produto $i \in I$. O segundo representa a MOQ conjunta do grupo $g \in G$.

O parâmetro ι_j representa o MOV do fornecedor $j \in J$. O parâmetro μ_i representa o número de unidades que constitui um lote de encomenda do produto $i \in I$. Quando existem restrições de encomenda em lote para o produto i, este parâmetro assume um valor inteiro superior a um.

O parâmetro ϵ_i corresponde a uma penalização na função objetivo por cada venda do produto $i \in I$ não satisfeita por período, isto é, uma penalização por cada venda perdida num período.

O parâmetro $\xi_{i,t}$ corresponde ao nível de stock de segurança definido para o produto $i \in I$ no período $t \in T$.

Por fim, o parâmetro ϕ_i corresponde à quantidade do produto $i \in I$ em inventário no início do horizonte de planeamento.

A Tabela 3.1 sumariza os conjuntos e os parâmetros utilizados.

Conjuntos e Parâmetros	Descrição
I	Conjunto dos produtos
J	Conjunto dos fornecedores
I_j	Conjunto dos produtos do fornecedor $j \in J$
T	Conjunto dos períodos de decisão do horizonte de planeamento
$\mathcal{P}$	Conjunto dos períodos orçamentais
T_p	Conjunto dos períodos de decisão abrangidos pelo período orçamental $p \in \mathcal{P}$
G	Conjunto de grupos de produtos sujeitos a uma MOQ conjunta
K_g	Subconjunto de produtos que pertencem ao grupo $g \in G$
α_j	Custo fixo por encomenda ao fornecedor $j \in J$
β_i	Custo unitário de compra do produto $i \in I$
γ_i	Custo de armazenamento de uma unidade do produto $i \in I$ por período
$\delta_{i,t}$	Procura prevista do produto $i \in I$ no período $t \in T$
λ_j	Tempo de entrega do fornecedor $j \in J$
η_i	MOQ do produto $i \in I$
θ_g	MOQ conjunta associada ao grupo $g \in G$
ι_j	MOV do fornecedor $j \in J$
μ_i	Número de unidades num lote de encomenda do produto $i \in I$
κ_p	Orçamento disponível para cada período orçamental $p \in \mathcal{P}$
ϵ_i	Penalização por cada venda perdida do produto $i \in I$ por período
$\xi_{i,t}$	Nível de stock de segurança do produto $i \in I$ no período $t \in T$
ϕ_i	Inventário inicial do produto $i \in I$

Tabela 3.1: Sumário dos conjuntos e parâmetros do problema.

3.3. Instância pequena

Com o objetivo de ilustrar o problema, foi construída uma instância de pequena dimensão, composta por um número reduzido de produtos, fornecedores e períodos. Nesta secção, apresentam-se os valores e as hipóteses adotadas na construção desta instância e um plano de encomendas admissível para uma política que fixa um nível de stock de segurança no período final do horizonte de planeamento e compara-se este

mesmo plano com a adoção de uma política de stock de segurança alternativa, que define um nível de stock de segurança desejado para todos os períodos do horizonte temporal.

Para esta instância foi considerado um horizonte de planeamento de nove períodos de decisão, $T = \{1, \ldots, 9\}$, e três fornecedores, $J = \{1, 2, 3\}$, cada um com três produtos associados, $I_1 = \{\text{D1}, \text{D2}, \text{D3}\}$, $I_2 = \{\text{D10}, \text{D20}, \text{D30}\}$ e $I_3 = \{\text{D100}, \text{D200}, \text{D300}\}$. O conjunto de todos os produtos é, assim, dado por $I = I_1 \cup I_2 \cup I_3$.

Adicionalmente, assume-se um custo de armazenamento, γ_i, correspondente a 1% do custo unitário de compra, β_i, por período e uma penalização de vendas perdidas por período, ϵ_i, igual a 50 vezes o custo unitário de compra, β_i, refletindo a prioridade atribuída à minimização da quantidade de vendas perdidas. Foi ainda considerado um orçamento máximo de 10 000 unidades monetárias (u.m.) por período orçamental, isto é, $\kappa_p = 10\,000, \quad \forall p \in \mathcal{P}$. Nesta instância, cada período orçamental inclui apenas um período de decisão, verificando-se portanto que existe o mesmo número de períodos de decisão e períodos orçamentais, $|T| = |\mathcal{P}|$, e que T_p contém um único elemento, para todo o $p \in \mathcal{P}$.

Para esta instância, assume-se que a procura $\delta_{i,t}$ é constante ao longo do horizonte de planeamento e que o inventário inicial, ϕ_i, e o nível de stock de segurança para o período final de cada produto, $\xi_{i,T_{\max}}$, são iguais à procura durante o tempo de entrega do respetivo fornecedor.

A informação relativa aos fornecedores encontra-se apresentada na Tabela 3.2. Para cada fornecedor $j \in J$ apresenta-se a informação relativa ao tempo de entrega λ_j, ao custo fixo de encomenda α_j, se existem grupos de produtos sujeitos a MOQ conjuntas $g \in G$, e qual a respetiva MOQ conjunta θ_g, e, caso exista, o valor associado à restrição de MOV ι_j.

j	λ_j	α_j	g: θ_g	ι_j
1	3	200	Grupo 1: 250	–
2	1	200	–	750
3	2	250	–	–

Tabela 3.2: Parâmetros dos fornecedores na instância pequena.

Os dados dos produtos associados a cada fornecedor são apresentados na Tabela 3.3. Para cada fornecedor $j \in J$ e produto associado ao mesmo $i \in I_j$, são apresentados o

custo de compra unitário β_i, a procura do produto por período $\delta_{i,t}$, a quantidade que forma um lote de encomenda μ_i, e, caso aplicável, a MOQ do produto η_i, e o grupo de MOQ conjunta a que o produto pertence g.

j	i	β_i	$\delta_{i,t}$	μ_i	η_i	g
1	D1	11,50 u.m.	9	1	–	Grupo 1
1	D2	11,50 u.m.	13	1	–	Grupo 1
1	D3	11,50 u.m.	5	1	–	Grupo 1
2	D10	0,69 u.m.	19	20	–	–
2	D20	0,69 u.m.	23	20	–	–
2	D30	0,73 u.m.	52	20	–	–
3	D100	1,66 u.m.	266	1	2 000	–
3	D200	2,45 u.m.	158	1	2 000	–
3	D300	2,47 u.m.	27	1	1 500	–

Tabela 3.3: Parâmetros dos produtos na instância pequena.

Um exemplo de um plano de encomendas admissível, que respeite a política de stock de segurança e as restrições impostas, é apresentado na Tabela 3.4, onde a quantidade encomendada do produto $i \in I$ no período $t \in T$ é representada por $x_{i,t}$.

j	t	i	$x_{i,t}$
1	2	D1	84
1	2	D2	117
1	2	D3	49
2	1	D10	180
2	1	D20	420
2	1	D30	480
3	1	D100	2000
3	1	D200	2000
3	2	D300	1500
3	7	D100	2000

Tabela 3.4: Plano de encomendas admissível da instância pequena.

Este plano dá origem a um total de 54 unidades de vendas perdidas. Destas, 27 unidades correspondem ao produto D300, do fornecedor 3, no período 3. As restantes 27

unidades ocorrem no fornecedor 1, no período 4, distribuídas entre nove unidades de D1, 13 unidades de D2 e cinco unidades de D3.

Constata-se ainda que esta solução é admissível, uma vez que respeita as restrições consideradas. Em particular, cumpre a restrição de MOQ conjunta de 250 unidades na encomenda efetuada ao fornecedor 1 no período 2, dado que

$$84 + 117 + 49 = 250 \geq 250.$$

Do mesmo modo, cumpre a restrição de MOV de 750 u.m. na encomenda efetuada ao fornecedor 2 no período 1, visto que

$$180 \times 0,69 + 420 \times 0,69 + 480 \times 0,73 = 764,40 \geq 750,00.$$

E como as quantidades encomendadas dos produtos D10, D20 e D30 são múltiplos de 20 unidades, as restrições destes produtos de encomendar em lote estão a ser cumpridas. Verifica-se, também, que o plano de encomendas satisfaz as MOQ impostas aos produtos do fornecedor 3.

Além disso, obtêm-se os seguintes custos totais de encomenda por período de encomenda que comprovam o respeito pelas restrições de orçamento colocadas a cada período orçamental:

$$\begin{aligned}
\text{Período 1:}\quad & (200 + 180 \times 0,69 + 420 \times 0,69 + 480 \times 0,73) + \\
& (250 + 2000 \times 2,45 + 2000 \times 1,66) \\
& = 9\,434,40 \leq 10\,000,00 \\
\text{Período 2:}\quad & (200 + 84 \times 11,50 + 117 \times 11,50 + 49 \times 11,50) + \\
& (250 + 1500 \times 2,47) \\
& = 7\,030,00 \leq 10\,000,00 \\
\text{Período 7:}\quad & 250 + 2000 \times 1,66 = 3\,570,00 \leq 10\,000,00
\end{aligned}$$

Adicionalmente, observa-se o cumprimento da política de stock de segurança escolhida, para todos os produtos. A título ilustrativo, a Tabela 3.5 apresenta a evolução do inventário do produto D100 ao longo do horizonte de planeamento. Para cada período $t \in T$, a tabela mostra: a quantidade em inventário no início do período t, $q_{\text{D100},t-1}$; a quantidade de inventário recebida no período t que corresponde à quantidade encomendada no

período $t - \lambda_j$, $x_{\text{D100},t-\lambda_j}$; a procura do produto por período, $\delta_{\text{D100},t}$; as vendas perdidas por período, $r_{\text{D100},t}$; a quantidade em inventário no final do período t, $q_{\text{D100},t}$; o nível de stock de segurança do período final, $\xi_{\text{D100},T_{\max}}$; e o desvio entre a quantidade final em inventário e o nível de stock de segurança no último período do horizonte de planeamento, $q_{\text{D100},T_{\max}} - \xi_{\text{D100},T_{\max}}$.

t	$q_{\text{D100},t-1}$	$x_{\text{D100},t-\lambda_j}$	$\delta_{\text{D100},t}$	$r_{\text{D100},t}$	$q_{\text{D100},t}$	$\xi_{\text{D100},T_{\max}}$	$q_{\text{D100},T_{\max}} - \xi_{\text{D100},T_{\max}}$
1	532	0	266	0	266	–	–
2	266	0	266	0	0	–	–
3	0	2 000	266	0	1 734	–	–
4	1 734	0	266	0	1 468	–	–
5	1 468	0	266	0	1 202	–	–
6	1 202	0	266	0	936	–	–
7	936	0	266	0	670	–	–
8	670	0	266	0	404	–	–
9	404	2 000	266	0	2 138	532	+ 1 606

Tabela 3.5: Evolução do inventário por período do produto D100 com a política de stock de segurança adotada.

A tabela demonstra que, apesar da encomenda efetuada no período 1 ser suficiente para satisfazer a procura ao longo de todo o horizonte de planeamento, uma nova encomenda é realizada no período 7 e recebida no período 9, de maneira a assegurar o cumprimento do nível de stock de segurança exigido no período final, que corresponde a 532 unidades.

É importante notar que este plano de encomendas também constitui uma solução admissível para uma política alternativa que, além da exigência final, estabeleça um nível de stock de segurança para cada período do horizonte de planeamento, permitindo incumprimentos mediante penalizações na função objetivo. Contudo, a sua adoção poderia dar origem a penalizações adicionais elevadas, uma vez que, em vários períodos, o nível de inventário poderia encontrar-se abaixo do nível de stock de segurança definido para o período. A Tabela 3.6 exemplifica, para esta política de stock de segurança alternativa, de que forma o mesmo plano de encomendas afeta o cumprimento dos níveis de stock desejados em todos os períodos de T.

t	$q_{\text{D100},t-1}$	$x_{\text{D100},t-\lambda_j}$	$\delta_{\text{D100},t}$	$r_{\text{D100},t}$	$q_{\text{D100},t}$	$\xi_{\text{D100},t}$	$q_{\text{D100},t} - \xi_{\text{D100},t}$
1	532	0	266	0	266	532	- 266
2	266	0	266	0	0	532	- 532
3	0	2 000	266	0	1 734	532	+ 1 202
4	1 734	0	266	0	1 468	532	+ 936
5	1 468	0	266	0	1 202	532	+ 670
6	1 202	0	266	0	936	532	+ 404
7	936	0	266	0	670	532	+ 138
8	670	0	266	0	404	532	- 128
9	404	2 000	266	0	2 138	532	+ 1 606

Tabela 3.6: Evolução do inventário por período do produto D100 com uma política de stock de segurança alternativa.

Se considerarmos apenas o produto D100, apresentado na Tabela 3.6, e adicionarmos uma penalização correspondente a cinco vezes o custo de compra unitário por cada unidade associada aos desvios negativos do SS, que correspondem aos períodos 1, 2 e 8, os custos associados a esta solução aumentariam em:

$$(266 + 532 + 128) \times 5 \times 1,66 = 7\,685,80.$$

Considerando agora também os custos associados aos desvios dos restantes produtos, o mesmo plano de encomendas para duas políticas de stock de segurança diferentes pode ser admissível, mas apresentar diferenças significativas nos custos. Assim, para minimizar as penalizações associadas ao incumprimento do nível de stock de segurança, a segunda política poderá levar à antecipação de encomendas e à aquisição de quantidades superiores, comparativamente à primeira política.

4. Formulação em programação linear inteira mista

Neste capítulo são apresentados dois modelos de PLIM, desenvolvidos para apoiar o planeamento do aprovisionamento da empresa em estudo, que se distinguem pela política de stock de segurança adotada. Na Secção 4.1, são definidas as variáveis de decisão comuns a ambos os modelos. De seguida, na Secção 4.2, apresenta-se a formulação do primeiro modelo, que impõe o cumprimento do nível de stock de segurança no final do horizonte de planeamento. Por fim, na Secção 4.3, é apresentada a formulação do segundo modelo, que preserva a exigência da política de stock de segurança utilizada no primeiro modelo e introduz, nos restantes períodos, um nível desejado de stock de segurança cujo incumprimento é permitido através da introdução de uma penalização na função objetivo por unidade de stock de segurança em falta.

4.1. Definição das variáveis do problema

Para a formulação dos dois modelos de PLIM são necessários sete conjuntos de variáveis que se apresentam de seguida.

As variáveis $x_{i,t}$ correspondem à quantidade encomendada do produto $i \in I$ no início do período $t \in T$. As variáveis $b_{i,t}$ correspondem ao número de lotes do produto $i \in I$ encomendados no período $t \in T$. As variáveis $q_{i,t}$ representam o nível de inventário do produto $i \in I$ no final do período $t \in T \cup \{0\}$, sendo $q_{i,0}$ o inventário disponível no início do horizonte de planeamento. As variáveis $r_{i,t}$ correspondem às vendas perdidas do produto $i \in I$ no período $t \in T$.

As variáveis binárias $z_{j,t}$ assumem valor 1 se for efetuada uma encomenda ao fornecedor $j \in J$ no período $t \in T$, e 0 caso contrário. As variáveis binárias $y_{i,t}$ assumem valor 1 se o produto $i \in I$ for encomendado no período $t \in T$, e 0 caso contrário. As variáveis binárias $w_{g,t}$ assumem valor 1 se for encomendado pelo menos um produto pertencente ao grupo $g \in G$ no período $t \in T$, e 0 caso contrário.

4.2. Modelo 1 - stock de segurança no final do horizonte de planeamento

O Modelo 1 determina quanto e quando encomendar, considerando as restrições do problema e uma política que impõe um nível de stock de segurança no último período do horizonte de planeamento. A respetiva formulação do modelo apresenta-se de seguida.

$$\min \quad \sum_{t\in T}\left(\sum_{j\in J}\alpha_j z_{j,t}+\sum_{i\in I}\beta_i x_{i,t}+\sum_{i\in I}\gamma_i q_{i,t}+\sum_{i\in I}\epsilon_i r_{i,t}\right) \tag{4.1}$$

s. a.:

$$q_{i,t} = q_{i,t-1} - \delta_{i,t} + r_{i,t}, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I_j,\ \forall t \in T:\ t \leq \lambda_j \tag{4.2}$$

$$q_{i,t} = q_{i,t-1} - \delta_{i,t} + r_{i,t} + x_{i,t-\lambda_j}, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I_j,\ \forall t \in T:\ t > \lambda_j \tag{4.3}$$

$$q_{i,0} = \phi_i \qquad \forall i \in I \tag{4.4}$$

$$x_{i,t} \geq \eta_i\, y_{i,t}, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I_j,\ \forall t \in T \tag{4.5}$$

$$x_{i,t} \leq \zeta_i y_{i,t}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.6}$$

$$y_{i,t} \leq z_{j,t}, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I_j,\ \forall t \in T \tag{4.7}$$

$$x_{i,t} = \mu_i\, b_{i,t}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.8}$$

$$y_{i,t} \leq w_{g,t}, \qquad \forall g \in G,\ \forall i \in K_g,\ \forall t \in T \tag{4.9}$$

$$w_{g,t} \leq \sum_{i\in K_g} y_{i,t}, \qquad \forall g \in G,\ \forall t \in T \tag{4.10}$$

$$\sum_{i\in K_g} x_{i,t} \geq \theta_g\, w_{g,t}, \qquad \forall g \in G,\ \forall t \in T \tag{4.11}$$

$$\sum_{i\in I_j} \beta_i x_{i,t} \geq \iota_j\, z_{j,t}, \qquad \forall j \in J,\ \forall t \in T \tag{4.12}$$

$$r_{i,t} \leq \delta_{i,t}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.13}$$

$$\sum_{t\in T_p}\left(\sum_{j\in J}\alpha_j z_{j,t}+\sum_{i\in I}\beta_i x_{i,t}\right) \leq \kappa_p, \qquad \forall p \in \mathcal{P} \tag{4.14}$$

$$q_{i,T_{\max}} \geq \xi_{i,T_{\max}}, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I \tag{4.15}$$

$$x_{i,t} \geq 0 \text{ e inteiras}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.16}$$

$$q_{i,t} \geq 0 \text{ e inteiras}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \cup \{0\} \tag{4.17}$$

$$b_{i,t} \geq 0 \text{ e inteiras}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.18}$$

$$r_{i,t} \geq 0 \text{ e inteiras}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.19}$$

$$z_{j,t} \in \{0,1\}, \qquad \forall j \in J,\ \forall t \in T \tag{4.20}$$

$$y_{i,t} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{4.21}$$

$$w_{g,t} \in \{0,1\}, \qquad \forall g \in G,\ \forall t \in T \tag{4.22}$$

A função objetivo (4.1) minimiza o custo total ao longo do horizonte de planeamento, integrando quatro componentes. A primeira contabiliza o custo fixo associado às encomendas realizadas em todos os períodos. A segunda corresponde ao custo de aquisição resultante do custo unitário multiplicado pelas quantidades encomendadas de cada produto em todos os períodos. A terceira representa o custo de armazenamento por unidade de inventário em todos os períodos. A última corresponde às penalizações associadas a cada venda perdida em todos os períodos.

As restrições (4.2), (4.3) e (4.4) definem o equilíbrio do inventário em cada período. A restrição (4.2) aplica-se aos períodos $t \in T$ tais que $t \leq \lambda_j$, para cada fornecedor $j \in J$, isto é, refere-se aos primeiros períodos do horizonte em que ainda não ocorreram receções associadas às encomendas efetuadas. Assim, o inventário do período é dado pelo inventário do período anterior, deduzida a procura do período, e acrescidas das vendas perdidas do mesmo período. A restrição (4.3) aplica-se aos restantes períodos, em que $t > \lambda_j$ para $j \in J$, isto é, aos períodos em que já é possível existir receção de encomendas. Nestes períodos, o nível de inventário é dado pelo inventário do período anterior, deduzida a procura do período, acrescidas das vendas perdidas do mesmo período e da quantidade recebida numa encomenda efetuada λ_j períodos antes. A restrição (4.4) fixa o nível de inventário para cada produto $i \in I$ no período inicial do horizonte de planeamento.

As restrições (4.5) e (4.6) delimitam as quantidades admissíveis para encomenda por produto. A restrição (4.5) garante que, caso haja encomenda de um produto $i \in I$ num dado período, a quantidade encomendada nesse período será, no mínimo, a MOQ imposta pelo fornecedor para esse produto, η_i.

A restrição (4.6) assegura que a quantidade encomendada do produto $i \in I$ no período $t \in T$ é nula quando o produto não é encomendado nesse período e, caso o seja, não exceda o limite superior definido por ζ_i, que corresponde a um limite superior suficientemente grande para não excluir soluções admissíveis e é determinado como

$$\zeta_i = \mu_i \left\lceil \frac{\max\left\{\eta_i,\ \sum_{t\in T} \delta_{i,t},\ \left\lceil \frac{\iota_j}{\beta_i} \right\rceil,\ \rho_i \right\}}{\mu_i} \right\rceil, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I_j,$$

onde

$$\rho_i = \left\lceil \frac{\theta_g}{|K_g|} \right\rceil, \qquad \forall g \in G, \forall i \in K_g.$$

O montante do parâmetro ζ_i resulta do maior valor entre: a MOQ do produto $i \in I$,

η_i; a procura total ao longo do horizonte de planeamento, $\sum_{t \in T} \delta_{i,t}$; a quantidade mínima necessária para, isoladamente, satisfazer um eventual MOV do fornecedor $j \in J$, $\left\lceil \frac{\iota_j}{\beta_i} \right\rceil$; e, quando aplicável, uma parcela associada à MOQ conjunta do grupo, representada por ρ_i. Este valor é ainda ajustado de forma a satisfazer uma restrição de encomendas em lotes, assim, a encomenda ao fornecedor será sempre efetuada em múltiplos inteiros de lotes de μ_i unidades.

Caso o produto i pertença a um grupo $g \in G$, o parâmetro ρ_i corresponde à quantidade média a encomendar de cada produto arredondada ao inteiro maior mais próximo. Este parâmetro promove uma distribuição mais equilibrada das quantidades encomendadas pelos produtos do grupo, evitando que a restrição de MOQ conjunta seja satisfeita através de encomendas de quantidades excessivas de apenas alguns produtos, nomeadamente daqueles que apresentam procura reduzida e custos unitários mais baixos. Para os casos em que ρ_i não está definido, assume-se que o parâmetro toma o valor 0.

A restrição (4.7) garante que se não é realizada uma encomenda ao fornecedor $j \in J$ num dado período então o produto $i \in I_j$ do fornecedor j não poderá ser encomendado nesse mesmo período.

A restrição (4.8) impõe que a quantidade encomendada de cada produto deve ser igual ao número de lotes encomendados multiplicado pelo número de unidades do produto num lote.

As restrições (4.9), (4.10) e (4.11) impõem as restrições para os conjuntos de produtos que têm de ser encomendados numa quantidade mínima conjunta. A restrição (4.9) assegura que, sempre que um produto pertencente ao grupo $g \in G$ é encomendado no período $t \in T$, a variável $w_{g,t}$ assume valor 1 indicando a necessidade de satisfazer a MOQ conjunta do grupo g no período t. Por sua vez, a restrição (4.10) obriga $w_{g,t}$ a tomar o valor 0 quando não exista qualquer encomenda no mesmo período de produtos desse grupo. A restrição (4.11) garante que, caso haja encomenda de algum produto do grupo de produtos $g \in G$ num dado período, a quantidade encomendada é, pelo menos, a quantidade mínima exigida, θ_g.

A restrição (4.12) assegura que, sempre que é efetuada uma encomenda ao fornecedor $j \in J$ no período $t \in T$, o valor total dessa encomenda cumpre o valor mínimo de encomenda exigido pelo fornecedor, isto é, a soma do custo de aquisição das quantidades encomendadas dos produtos ao fornecedor j deve, pelo menos, igualar o valor mínimo

definido, ι_j.

A restrição (4.13) estabelece que as vendas perdidas por período não podem exceder a procura do período.

A restrição (4.14) impõe que, em cada período orçamental $p \in \mathcal{P}$, a soma dos custos fixos de encomenda e dos custos de aquisição das quantidades encomendadas nos períodos de decisão $t \in T_p$ não ultrapasse o limite orçamental κ_p.

A restrição (4.15) assegura, para todos os produtos, a existência de $\xi_{i,T_{\max}}$ unidades de stock de segurança no período final do horizonte de planeamento, $T_{\max}$.

Por fim, as restrições (4.16) a (4.22) indicam, respetivamente, o domínio das variáveis $x_{i,t}$, $q_{i,t}$, $b_{i,t}$, $r_{i,t}$, $z_{j,t}$, $y_{i,t}$ e $w_{g,t}$.

4.3. Modelo 2 - stock de segurança ao longo do horizonte de planeamento

O Modelo 2 preserva as restrições do Modelo 1, incluindo a exigência de SS no período final do horizonte de planeamento, ao manter a restrição (4.15) do Modelo 1, mas distingue-se deste ao acrescentar, para os restantes períodos, uma meta de stock de segurança cujo incumprimento é permitido mediante penalização na função objetivo. Para esse efeito, introduz-se uma nova variável não negativa, $s_{i,t}$, que representa a quantidade do produto $i \in I$ em falta no stock de segurança no período $t \in T$. O parâmetro ν_i representa a penalização por unidade do produto i em falta no SS, por período.

$$\min \quad \sum_{t\in T}\left(\sum_{j\in J}\alpha_j z_{j,t}+\sum_{i\in I}\beta_i x_{i,t}+\sum_{i\in I}\gamma_i q_{i,t}+\sum_{i\in I}\epsilon_i r_{i,t}+\sum_{i\in I}\nu_i s_{i,t}\right) \tag{4.23}$$

s. a.: $(4.2)-(4.22)$

$$q_{i,t}+s_{i,t}\geq \xi_{i,t}, \qquad \forall j\in J,\ \forall i\in I_j,\ \forall t\in T\setminus\{T_{\max}\} \tag{4.24}$$

$$s_{i,t}\geq 0 \text{ e contínua}, \qquad \forall i\in I,\ \forall t\in T \tag{4.25}$$

A função objetivo (4.23) é composta pelas quatro parcelas encontradas na função objetivo (4.1) do Modelo 1 apresentado na Secção 4.2, acrescida de uma quinta parcela correspondente à penalização por unidade de produto $i \in I$ em falta no stock de segurança em cada período.

A restrição (4.24) impõe, para cada produto $i \in I$ e para cada período $t \in T \setminus \{T_{\max}\}$, um nível desejado de stock de segurança de $\xi_{i,t}$ unidades. Sempre que o stock final do período, $q_{i,t}$, não seja suficiente para atingir esse nível, a variável $s_{i,t}$ representa a quantidade em falta relativamente ao stock de segurança pretendido. Deste modo, $s_{i,t}$ funciona como uma variável de desvio associada ao incumprimento do nível desejado de stock de segurança nos períodos $t \in T \setminus \{T_{\max}\}$, sendo penalizada na função objetivo. Assim, o Modelo 2 favorece soluções que procuram manter níveis adequados de stock de segurança ao longo do horizonte de planeamento, admitindo desvios apenas quando tal se revele necessário. O período final não é abrangido por esta restrição, uma vez que nesse caso o cumprimento do stock de segurança continua a ser imposto através da restrição (4.15).

Por fim, a restrição (4.25) define o domínio da variável $s_{i,t}$.

5. Matheurística

Como será discutido na análise dos resultados, a resolução dos modelos de PLIM pode revelar-se computacionalmente exigente em instâncias de grande dimensão. Neste capítulo, descreve-se o desenvolvimento de uma matheurística de *rolling horizon*, cujo objetivo é decompor o problema original em subproblemas de menor dimensão, permitindo obter soluções admissíveis em menor tempo computacional.

A combinação da resolução de modelos de PLIM com uma heurística permite classificar a abordagem utilizada como uma matheurística [20]. Em cada iteração, o modelo é resolvido apenas para um subconjunto de períodos do horizonte temporal, designado por horizonte de previsão. Após a resolução do subproblema, são fixadas apenas as decisões correspondentes aos primeiros períodos dessa janela, designados por horizonte de decisão [18].

Tal como referido na Secção 2.5, define-se $H \leq \mid T \mid$ como o número de períodos incluídos em cada horizonte de previsão e $D \leq H$ como o número de períodos cujas decisões são fixadas em cada horizonte de decisão [18]. Por exemplo, para $H = 6$ e $D = 1$ em cada iteração resolve-se um subproblema com seis períodos e fixam-se apenas as decisões do primeiro período.

Define-se ainda um horizonte de modelação alargado, $\tilde{T} = \{1, \ldots, T_{\max} + H - 1\}$. Os períodos pertencentes a $\tilde{T} \setminus T$ são utilizados apenas para permitir a construção dos últimos horizontes de previsão, não sendo utilizados na avaliação dos resultados finais. Neste projeto, assume-se procura nula nesses períodos, isto é, $\delta_{i,t} = 0, \quad \forall i \in I, \forall t \in \tilde{T} \setminus T$.

Em cada iteração $s \in \left\{1, \ldots, \left\lceil \frac{T_{\max}}{D} \right\rceil \right\}$, considera-se o horizonte de previsão

$$T^s = \{D(s-1)+1, \ldots, D(s-1)+H\} \subseteq \tilde{T},$$

composto por H períodos consecutivos. O modelo de PLIM é então resolvido apenas para o horizonte de planeamento T^s. Os períodos fixados na iteração s são dados por

$$F^s = \{D(s-1)+1, \ldots, \min(Ds, T_{\max})\} \subseteq T.$$

Em cada subproblema, mantêm-se as restrições dos modelos apresentados nas Secções 4.2 e 4.3. Para o Modelo 1, é ainda adicionada a seguinte restrição:

$$q_{i,T^s_{\max}} \geq \xi_{i,T^s_{\max}}, \qquad \forall j \in J,\ \forall i \in I_j,\ \forall s:\ T_{\max} \notin T^s,$$

onde $T^s_{\max} = \max\{T^s\}$ corresponde ao último período do horizonte de previsão da iteração s. Desta forma, quando o período final do horizonte de planeamento $T_{\max}$ não pertence ao horizonte de previsão T^s, a restrição impõe o cumprimento do nível de stock de segurança no último período do horizonte de previsão. Esta nova restrição procura reduzir o efeito *end-of-horizon*, referido na Secção 2.5, evitando que os subproblemas iniciais, quando $T_{\max} \notin T^s$, tomem decisões míopes no que se refere ao cumprimento do nível de stock de segurança final. Em particular, face aos elevados custos fixos de encomenda, esta restrição favorece a concentração das quantidades encomendadas num menor número de encomendas, contribuindo para a redução do custo total da solução final.

Após a resolução de cada subproblema, a fixação das variáveis dos períodos pertencentes a F^s assegura a transferência, para os subproblemas seguintes, da informação relativa às decisões já tomadas. Em particular, são fixadas as variáveis $x_{i,t}$ e $q_{i,t}$ que correspondem, respetivamente, à quantidade encomendada e ao nível de stock no final do período $t \in T$ do produto $i \in I$. Estas variáveis assumem particular importância, dado que o cálculo de $q_{i,t}$ depende do nível de stock no final do período anterior, $q_{i,t-1}$ e das encomendas efetuadas em períodos anteriores, $x_{i,t-\lambda_j}$, como estabelecido nas restrições (4.2) e (4.3).

Deste modo, após a fixação das decisões relativas a F^s, o nível de stock obtido no último período fixado, $q_{i,\max(F^s)}$, define o stock inicial da iteração seguinte. Paralelamente, as encomendas fixadas num período t com receção em $t + \lambda_j$ passam a ser decisões conhecidas nas iterações seguintes. Assim, para $t > \lambda_j$, sempre que o período $t - \lambda_j$ já tenha sido fixado, a quantidade $x_{i,t-\lambda_j}$ deixa de ser uma variável de decisão e passa a ser um valor previamente determinado.

O Algoritmo 1 descreve o pseudocódigo da matheurística de *rolling horizon*. O processo termina quando todos os períodos de T tiverem sido fixados. A solução final é obtida pela agregação das decisões fixadas em cada iteração.

Algoritmo 1 Pseudocódigo para a matheurística do *rolling horizon*

Require: Instância do problema; dimensão do horizonte de previsão H; dimensão do horizonte de decisão D

Definir $\tilde{T} = \{1, \ldots, T_{\max} + H - 1\}$
Fixar $\delta_{i,t} = 0$, para todo $i \in I$ e $t \in \tilde{T} \setminus T$
Inicializar $s \leftarrow 1$
while $s \leq \left\lceil \frac{T_{\max}}{D} \right\rceil$ **do**
    Definir o horizonte de previsão $T^s \subseteq \tilde{T}$
    Definir os períodos a fixar F^s
    Construir e resolver o subproblema restrito aos períodos de T^s, considerando o stock final das iterações prévias e as encomendas a receber fixadas anteriormente
    Fixar na solução final as decisões relativas aos períodos $t \in F^s$
    Atualizar $s \leftarrow s + 1$
end while

Return: Solução admissível para o problema

6. Recolha e tratamento dos dados

Neste capítulo são apresentadas as etapas de recolha, tratamento e análise dos dados referentes aos produtos da marca D, bem como o processo de seleção da amostra final de produtos a utilizar nas instâncias apresentadas no Capítulo 7.

Na Secção 6.1, descreve-se o processo de obtenção dos dados e as respetivas fontes. De seguida, na Secção 6.2, apresenta-se o tratamento efetuado às bases de dados. Posteriormente, na Secção 6.3, é realizada uma análise inicial dos dados, que permite compreender a evolução das vendas. Para garantir que os artigos considerados nas instâncias apresentam toda a informação necessária, na Secção 6.4, são definidos os critérios de seleção da amostra final de produtos. Na Secção 6.5, apresenta-se o procedimento utilizado para a previsão da procura mensal dos diferentes produtos da amostra final. Por fim, na Secção 6.6, é explicada a forma como os dados tratados foram transformados nos conjuntos e parâmetros utilizados nas instâncias.

O tratamento dos dados foi realizado em *Python*, recorrendo sobretudo à biblioteca *pandas* para a leitura, limpeza, agregação e análise das diferentes bases de dados. A aplicação dos métodos de previsão da procura foi realizada em *Python* sem recurso a bibliotecas.

6.1. Recolha dos dados

Os dados necessários ao desenvolvimento do projeto foram obtidos no início de abril de 2026, através do *software* de faturação utilizado pela empresa e complementados com informação operacional fornecida pelos decisores da empresa.

A partir do software de faturação foram obtidos quatro ficheiros *Excel*: a listagem de artigos e três mapas de vendas mensais por vendedor relativos aos anos de 2024, 2025 e 2026. A listagem de artigos contém informação relativa aos produtos disponíveis no sistema, nomeadamente a referência interna, o nome do artigo, o preço de compra unitário, o stock existente e o fornecedor associado. Os mapas de vendas apresentam o histórico de vendas mensais dos produtos por vendedor.

Como a comercialização dos produtos da marca D iniciou-se em março de 2024, a informação dos mapas de vendas limita-se ao período compreendido entre março de 2024 e março de 2026, inclusive.

6.2. Tratamento das bases de dados

O primeiro passo do tratamento dos dados consistiu em filtrar todas as bases de dados de maneira a obter apenas os produtos pertencentes à marca D. Foram identificados 273 artigos da marca na listagem de artigos.

O ficheiro original relativo à listagem de artigos continha 68 colunas. Foram mantidas apenas as colunas consideradas relevantes para a construção dos conjuntos e parâmetros das instâncias, o que corresponde às colunas: *Ref_*, correspondente à referência do produto; *Produto*, correspondente ao nome do produto; *PCU s_Imp_*, que representa o preço de compra unitário sem IVA; *PVP _1_ s_Imp_*, que indica o preço de venda sem IVA; *Existencias*, correspondente à quantidade existente em armazém; *Data Criacao*, que representa a data em que o produto foi criado no sistema; *N_ Fornecedor*, correspondente ao número que identifica o fornecedor; e *Fornecedor*, que identifica o nome do fornecedor.

As três bases de dados relativas às vendas mensais por vendedor apresentam a mesma estrutura, diferenciando-se apenas na janela temporal considerada. Por esse motivo, o tratamento aplicado foi semelhante nos três casos. Uma vez que a identificação do comercial de vendas não é uma informação relevante para o problema em estudo, os dados foram agregados por produto, somando as quantidades vendidas pelos diferentes vendedores da empresa.

Após esta agregação, a base de dados de 2024 passou a conter 148 linhas, correspondentes aos produtos da marca D com vendas registadas no ano, a base de dados de 2025 passou a conter 227 produtos e a base de dados de 2026 passou a conter 206 produtos. Em cada uma destas bases foram mantidas 14 colunas: a coluna *Produto*, comum à listagem de artigos, as 12 colunas correspondentes aos meses do ano com as respetivas vendas mensais e a coluna *Total*, que representa a quantidade total vendida ao longo do ano.

Depois do tratamento individual das bases de dados, procedeu-se à integração das mesmas com a listagem de artigos utilizando como chave comum a coluna *Produto*. A junção da listagem de artigos da marca D com as vendas mensais de 2024, 2025 e 2026,

respetivamente, deu origem a três bases de dados finais, cada uma com 273 linhas e 21 colunas, que englobam a informação referente aos produtos da marca D.

6.3. Análise inicial das vendas

Antes da aplicação dos critérios que selecionarão a amostra de produtos a ser utilizada nas instâncias finais, procedeu-se a uma análise inicial das vendas de todos os produtos da marca D identificados nas bases de dados. A Figura 6.1 apresenta a evolução mensal do número total de produtos vendidos entre março de 2024 e março de 2026.

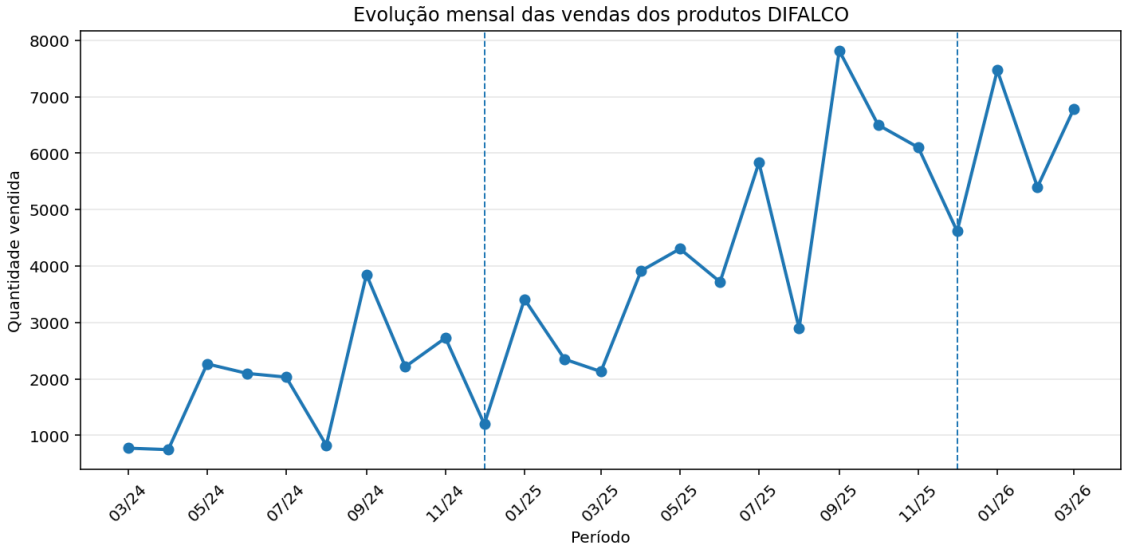


Figura 6.1: Evolução mensal das vendas de todos os produtos da marca D.

A Figura 6.1, cujas linhas tracejadas assinalam o mês final de cada ano, permite verificar uma tendência geral de crescimento das vendas ao longo do período observado. Observam-se, ainda, reduções significativas das vendas nos meses de agosto e dezembro, meses que coincidem com períodos de encerramento e de menor atividade da empresa. Estes meses são seguidos por aumentos expressivos nos meses subsequentes, setembro e janeiro.

A tendência de crescimento observada na Figura 6.1 foi quantificada na Tabela 6.1, que apresenta as quantidades vendidas em cada ano. Em 2024, foram vendidas 18 737 unidades de produtos da marca D, enquanto que em 2025 este valor aumentou para 53 604 unidades, que corresponde a um crescimento de 186,09%. Relativamente a 2026, apenas se encontravam disponíveis dados referentes aos três primeiros meses do ano, nos quais foram vendidas 19 652 unidades. De forma a obter uma indicação preliminar da evolução anual das vendas, foi calculada uma estimativa simples para 2026, multiplicando

por quatro a quantidade vendida entre janeiro e março. Esta estimativa resulta num total anual de 78 608 unidades, o que representaria um aumento de 46,65% face a 2025, caso a média de vendas dos três primeiros meses se mantivesse ao longo do ano.

Ano	Quantidade vendida
2024	18 737
2025	53 604
2026 (janeiro a março)	19 652
2026 (estimativa anual)	78 608

Tabela 6.1: Evolução anual da quantidade vendida dos produtos da marca D.

Importa referir que esta estimativa não corresponde a uma previsão formal da procura, servindo apenas como uma aproximação indicativa do comportamento das vendas. Do mesmo modo, a comparação entre 2024 e 2025 deve ser interpretada com cautela, uma vez que os dados de 2024 apenas abrangem o período de março a dezembro. Adicionalmente, em 2024 eram comercializados apenas 164 produtos da marca D, enquanto que em 2025 e 2026 esse número aumentou para 272 e 273 produtos, respetivamente. Assim, o crescimento observado de 186,09% entre 2024 e 2025 poderá ser explicado não só pelo aumento efetivo das vendas, mas também pela maior extensão temporal dos dados disponíveis e pelo aumento significativo do número de produtos comercializados.

Durante a análise inicial das bases de dados referentes às vendas mensais, verificou-se a existência de alguns registos mensais com quantidades negativas de vendas. Estes casos resultam de situações em que as devoluções registadas num determinado mês foram superiores às vendas desse mesmo produto nesse período, originando um balanço de vendas líquido negativo.

A Figura 6.2 apresenta, para cada mês, o número de produtos com vendas líquidas negativas e a respetiva quantidade total negativa, em valor absoluto. No total, estes registos representaram apenas 0,29% das observações produto por mês analisadas e cerca de 0,05% da quantidade total vendida por período. Estes valores demonstram que estas situações não representam um comportamento generalizado dos produtos analisados, mas antes ocorrências pontuais.

Para efeitos de estimação da procura mensal, estes registos pontuais foram substituídos por zero. Esta decisão é retomada na Secção 6.5, onde se justifica o seu impacto na geração da procura prevista $\delta_{i,t}$.

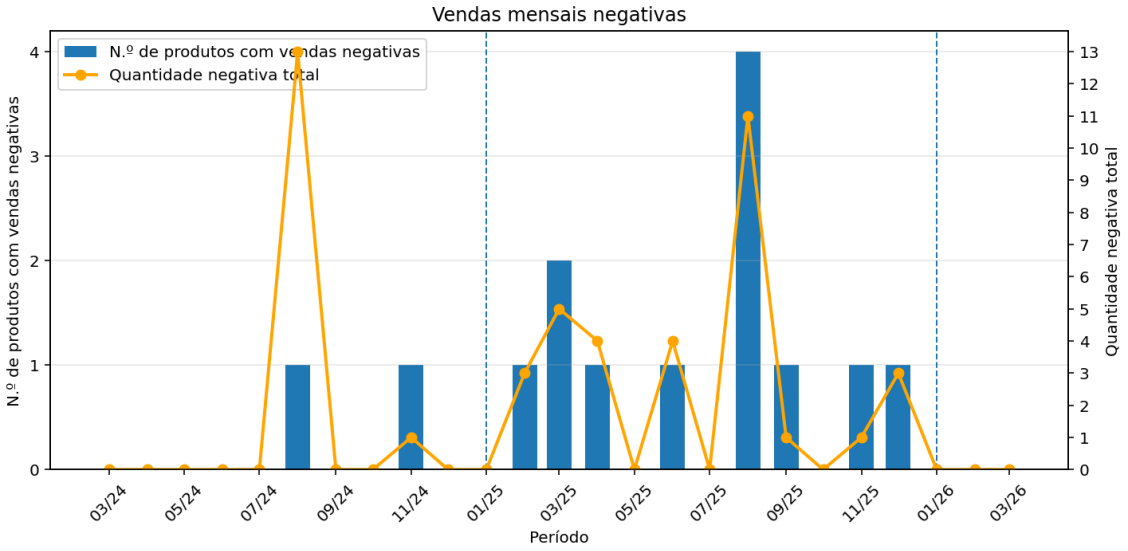


Figura 6.2: Número de produtos com vendas mensais negativas e quantidade negativa total, em valor absoluto.

6.4. Seleção da amostra final de produtos

Depois da análise inicial das vendas, procedeu-se à seleção da amostra final de produtos. Em primeiro lugar, foram removidos os produtos da marca D sem fornecedor de importação atribuído, uma vez que não seria possível definir corretamente as respetivas condições de encomenda. Após este filtro, dos 273 produtos da marca D sobraram 166 produtos com fornecedor associado.

De seguida, após a substituição dos valores mensais negativos por zero e a remoção dos produtos sem fornecedor atribuído, analisou-se a existência de produtos sem vendas registadas nos períodos observados. Nesta análise, consideraram-se apenas os produtos que já se encontravam criados no sistema no período em causa uma vez que a ausência de vendas só deve ser interpretada como tal se o produto já existisse no sistema e poderia, portanto, ter sido comercializado. Assim, produtos criados posteriormente não foram considerados na contagem de períodos anteriores.

A Tabela 6.2 apresenta, para cada período analisado, o número de produtos que apresentaram exclusivamente vendas nulas no período analisado. No caso de 2026, a análise considera apenas os meses de janeiro a março, uma vez que eram os únicos dados disponíveis à data da recolha.

Período	N.º de produtos com vendas nulas
2024	7
2025	25
2026 (janeiro - março)	31
2024 e 2025	0
2025 e 2026 (janeiro - março)	16
2024, 2025 e 2026 (janeiro - março)	0

Tabela 6.2: Produtos com vendas exclusivamente nulas por período.

Como será explicado na Secção 6.5, para efetuar a previsão da procura mensal foi utilizado o histórico de vendas dos últimos 15 meses. Assim, quando um produto apresenta exclusivamente vendas nulas nesse período de tempo, não existe informação recente suficiente para estimar a sua procura futura de forma fiável. Por esse motivo, os 16 produtos que, existindo desde 2025, verificavam vendas nulas, simultaneamente, em 2025 e no período analisado de 2026, foram removidos da amostra de produtos. Adicionalmente, verificou-se a existência de um único produto criado em 2026 mas sem registo de vendas nesse ano, que foi também retirado da amostra.

Após estas duas etapas, o conjunto final de produtos considerado nas instâncias de teste passou a ser constituído por 149 produtos com fornecedor atribuído e com vendas registadas nos últimos 15 meses.

A distribuição da amostra final de produtos por fornecedor foi também analisada, juntamente com a informação do número de produtos que foram removidos nas etapas anteriores devido à ausência de vendas. Estes dados são apresentados na Tabela 6.3. Para efeitos de anonimato, os fornecedores são identificados por uma numeração diferente da realidade.

#Fornecedor	#Produtos na amostra final	#Produtos removidos por vendas nulas
1	55	1
2	37	13
3	16	2
4	14	0
5	9	0
6	7	1
7	6	0
8	4	0
9	1	0
Total	**149**	**17**

Tabela 6.3: Distribuição dos produtos por fornecedor.

Adicionalmente, o código *Python* emite um aviso com a identificação das referências removidas, o motivo da exclusão (não ter fornecedor atribuído, não ter vendas registadas nos últimos 15 meses ou ser uma nova referência sem vendas registadas) e o stock existente em armazém, permitindo ao decisor analisar estes produtos individualmente.

6.5. Tratamento da procura

A procura de um produto $i \in I$ no período $t \in T$, representada por $\delta_{i,t}$, foi estimada a partir do histórico de vendas mensais disponível. Como referido na Secção 6.3, este parâmetro deve assumir valores não negativos pelo que os valores mensais negativos foram substituídos por zero. Dado que estes casos representam situações pontuais, não é esperado que este tratamento tenha um impacto significativo na estimação da procura mensal e, consequentemente, na definição do parâmetro $\delta_{i,t}$.

Para definir o método de previsão mais adequado a cada produto, as novas referências e os produtos que, não sendo novas referências, apenas apresentem vendas nos primeiros três meses de 2026 foram tratados separadamente como se detalha nas Subsecções 6.5.1 e 6.5.2, respetivamente. Para os restantes 140 produtos, a estimação da procura prevista foi realizada em duas etapas.

Numa primeira fase, utilizaram-se os dados de 2025 como conjunto de treino e os três primeiros meses de 2026 como conjunto de teste.

Foram considerados quatro métodos de previsão: a média dos últimos três meses, a média dos últimos seis meses, a média dos últimos 12 meses e o método *naïve*. Este último assume que a procura futura será igual ao valor observado no período mais recente. Para cada produto, foi selecionado o método de previsão que minimizou o erro médio absoluto (MAE) no conjunto de teste. O número de produtos cuja procura foi estimada pelos métodos de previsão selecionados é apresentado na Tabela 6.4.

Método de previsão	#**Produtos**
Média dos últimos três meses	37
Média dos últimos seis meses	36
Média dos últimos 12 meses	35
Naïve	32

Tabela 6.4: Distribuição dos produtos por método de previsão selecionado.

A Tabela demonstra uma distribuição muito equilibrada dos produtos pelos diferentes métodos considerados, com a média dos últimos três meses a representar o método mais selecionado, com 37 produtos, e o *naïve* o menos selecionado, com 32 produtos.

Numa segunda fase, após a seleção do método de previsão mais adequado para cada produto, procedeu-se à previsão da procura mensal recorrendo a todo o histórico disponível. Neste sentido, foram considerados os dados mensais de 2025 e os de janeiro a março de 2026 para prever a procura mensal ao longo do horizonte de planeamento, compreendido entre abril de 2026 e março de 2027.

Para avaliar o desempenho da abordagem adotada, os resultados obtidos foram comparados com uma outra abordagem mais simples, designada por abordagem base, que consiste na utilização do método *naïve* para todos os produtos.

A Tabela 6.5 apresenta os resultados obtidos para ambas as abordagens, considerando diferentes métricas de desempenho: a soma dos MAE individuais; o MAE médio por mês e por produto, que resulta da soma dos MAE individuais a dividir pelo número de produtos; e o viés global, que é calculado como a média das diferenças entre a procura prevista e a procura observada para todos os meses e produtos considerados.

Métricas	Abordagem base	Abordagem adotada
Soma dos MAE individuais	3069,33	1945,03
MAE médio por mês e produto	21,92	13,89
Viés global	-5,65	-6,36

Tabela 6.5: Comparação entre o uso do método *naïve* e a seleção, por produto, do método de previsão que minimiza o MAE.

O MAE médio por mês e produto indica em quantas unidades, em média, a previsão desviou-se da procura observada num dado mês e produto. Este valor diminuiu de 21,92 para 13,89 unidades por produto e mês na abordagem adotada, o que corresponde a uma redução de 36,6%, aproximadamente.

Na abordagem adotada, o viés global assume o valor $-6{,}36$, indicando que, em média, a procura prevista é inferior à procura observada em 6,36 unidades por mês e produto. Este valor revela uma tendência global da abordagem adotada para subestimar a procura.

Assim, os resultados obtidos demonstram que a abordagem adotada apresenta um desempenho global superior à abordagem base, uma vez que, apesar de obter um viés global ligeiramente pior, obtém um MAE médio por mês e produto significativamente inferior.

Foram ainda testados métodos adicionais, como a regressão linear e o método *SBA*, sendo este último amplamente utilizado para produtos com procura intermitente [6]. No entanto, a introdução destes métodos conduziu apenas a melhorias marginais no MAE médio por produto, que passou de 13,89 para 13,66 com a introdução da regressão linear e para 13,78 com a inclusão do método *SBA*. Estas melhorias não foram consideradas suficientes para justificar a complexidade adicional destes métodos. Assim, e tendo em consideração a reduzida extensão do histórico disponível, optou-se por privilegiar métodos simples e facilmente interpretáveis, como as médias e o método *naïve*.

Por fim, uma vez que a procura prevista deve ser expressa em unidades inteiras e que o objetivo do problema é privilegiar a redução de ruturas, os valores previstos para todos os períodos e produtos foram arredondados ao maior inteiro mais próximo. Esta opção permite, também, reduzir o risco de subestimação da procura, tendência evidenciada pelos valores negativos do viés global apresentados na Tabela 6.5.

Uma vez que os valores previstos são definidos previamente e mantêm-se iguais ao

longo do horizonte de planeamento, a procura é considerada determinística e constante. Esta decisão decorre da reduzida quantidade de dados disponível, que limita a modelação da procura a uma abordagem mais simples.

6.5.1 Novas referências

São consideradas novas referências os produtos cuja data de criação ocorreu nos primeiros três meses de 2026, isto é, no período correspondente ao conjunto de teste.

Nestes casos, a previsão da procura mensal foi obtida através da média mensal das vendas observadas desde a data de criação do produto, isto é, a quantidade vendida desde a criação do produto a dividir pelo número de meses de existência do produto no sistema. Esta abordagem permite utilizar toda a informação disponível para a referência.

Tal como na generalidade dos produtos, os valores previstos para as novas referências foram posteriormente arredondados ao maior inteiro mais próximo, de modo a garantir que a procura prevista é expressa em números inteiros.

Como referido na Secção 6.4, quando uma nova referência não regista vendas após a sua data de criação, considera-se que não existe informação suficiente para estimar uma procura positiva. Por esse motivo, estes produtos são removidos das instâncias. Foi identificado um produto nesta situação, cuja exclusão já tinha sido efetuada na etapa de seleção dos produtos.

6.5.2 Produtos com vendas apenas no conjunto de teste

Foram ainda analisados separadamente os produtos com vendas nulas em 2025, conjunto de treino, mas com vendas observadas nos primeiros três meses de 2026, conjunto de teste. Foram identificados nove produtos nesta situação.

Para estes produtos, a procura prevista foi estimada através da média dos últimos três meses. Esta abordagem permite utilizar todo o histórico recente disponível para estes artigos e evita que a ausência de vendas no ano anterior reduza de forma artificial a procura prevista.

Tal como nos restantes produtos, a procura prevista foi posteriormente arredondada ao maior inteiro mais próximo, garantindo que esta assume valores inteiros.

6.6. Construção dos conjuntos e parâmetros do problema

A informação tratada foi posteriormente transformada nos conjuntos e parâmetros necessários à criação das diferentes instâncias dos problemas.

A partir da listagem de artigos e dos filtros aplicados foi possível definir o conjunto de produtos I, o conjunto de fornecedores J, o fornecedor associado a cada produto e o custo unitário de aquisição β_i. A coluna *Existencias* foi utilizada para definir o inventário inicial de cada produto, representado por ϕ_i.

Os mapas de vendas oferecem o histórico das vendas mensais registadas para cada produto. Esta informação serviu de base à estimação da procura mensal, cujo processo é descrito na Secção 6.5. Posteriormente, a procura mensal estimada é repartida pelos períodos de decisão que formam o horizonte de planeamento, conforme a duração dos períodos de decisão utilizada. Deste ajustamento resulta o parâmetro $\delta_{i,t}$, que representa a procura prevista do produto $i \in I$ no período de decisão $t \in T$.

A informação recolhida junto dos decisores da empresa e dos fornecedores permitiu conhecer as condições operacionais praticadas e definir os parâmetros associados: os tempos de entrega por fornecedor, λ_j; o MOV por fornecedor, ι_j; as MOQ por produto, η_i; o conjunto de grupos de produtos sujeitos a MOQ conjuntas, G, os produtos pertencentes a cada grupo, K_g, e a respetiva quantidade mínima conjunta, θ_g; o número de unidades que constitui cada lote de encomenda, μ_i; e o orçamento disponível para cada período orçamental, κ_p.

Outros parâmetros, cujos valores não se encontravam diretamente disponíveis, foram discutidos e definidos em conjunto com os decisores da empresa. Este foi o caso do custo fixo de encomenda para cada fornecedor, α_j; do custo de armazenamento, γ_i; da penalização por vendas perdidas, ϵ_i; e da penalização por unidade de stock de segurança em falta, ν_i.

Os parâmetros que dependem da unidade temporal são ajustados à duração dos períodos de decisão definidos em T. Assim, os tempos de entrega, λ_j, são expressos como um número inteiro de períodos correspondentes, e os parâmetros γ_i e ν_i são ajustados de maneira proporcional à duração de cada período. Por exemplo, quando os períodos de decisão são quinzenais, os valores de γ_i e ν_i correspondem a metade dos utilizados quando os períodos de decisão são mensais, enquanto que o número de períodos associado a λ_j corresponde ao dobro.

Foi ainda definido, em conjunto com a empresa, que o nível de stock de segurança de cada produto e período, $\xi_{i,t}$, seria calculado com base numa percentagem da procura prevista durante o tempo de entrega do respetivo fornecedor. Para esta percentagem, foram considerados três valores: 50%, 60% e 70%, que darão origem a diferentes instâncias apresentadas no Capítulo 7, de modo a avaliar o impacto de diferentes níveis de stock de segurança nos custos e no desempenho das soluções obtidas.

7. Experiência computacional

Neste capítulo, são apresentados e analisados os resultados das instâncias de teste, de forma a responder às questões formuladas no Capítulo 1.

Na Secção 7.1, descrevem-se as instâncias consideradas. Na Secção 7.2, apresentam-se os indicadores utilizados na avaliação dos resultados das instâncias. Na Secção 7.3, analisa-se o desempenho computacional da resolução dos modelos de PLIM. Posteriormente, na Secção 7.4, é realizada a afinação dos parâmetros da matheurística de *rolling horizon* e compara-se o seu desempenho com o dos modelos de PLIM. Por fim, na Secção 7.5, utilizando a abordagem mais eficaz na obtenção de soluções, formulam-se as recomendações quanto à duração dos períodos de decisão e política de stock de segurança que a empresa deverá adotar na utilização da ferramenta desenvolvida.

Os modelos foram implementados em *Python*, com recurso ao pacote PuLP, e resolvidos através do *solver* CBC. Todas as experiências computacionais foram realizadas no mesmo computador, equipado com um processador Intel Core i7 e 16 GB de memória RAM.

Na resolução dos modelos de PLIM, foi estabelecido um tempo limite máximo de uma hora de computação por instância e um GAP de 1%. Na aplicação da matheurística de *rolling horizon*, foi definido, para cada subproblema, um limite máximo de 300 segundos e um GAP de 5%.

7.1. Instâncias

Para avaliar o desempenho dos modelos de PLIM e da matheurística de *rolling horizon*, foram construídas 27 instâncias que resultam da combinação de três durações dos períodos de decisão, três níveis de stock de segurança e três cenários da procura. Cada uma dessas instâncias foi resolvida utilizando os dois modelos de PLIM, apresentados nas Secções 4.2 e 4.3, e a matheurística de *rolling horizon*, para um horizonte de planeamento de um ano.

Foram consideradas três durações para os períodos de decisão do horizonte de planeamento: mensal, quinzenal e semanal. Cada duração determina a frequência com

que o modelo revê as decisões de aprovisionamento e decide se uma encomenda deve ser efetuada e que produtos e quantidades devem ser incluídas.

Para o nível de stock de segurança foram testados os três valores propostos pela empresa: 50%, 60% e 70%. Este valor é utilizado no cálculo do stock de segurança que corresponde à percentagem da procura prevista durante o tempo de entrega do respetivo fornecedor.

Por fim, a definição de diferentes cenários de procura teve por base as perspetivas de crescimento das vendas apresentadas na Tabela 6.1. Foi considerado um cenário que mantém a previsão inicial estimada e dois cenários de crescimento da procura correspondentes a aumentos de 25% e de 50% relativamente ao cenário inicial. Estes cenários são, respetivamente, designados por Base, +25% e +50%.

É importante referir que as instâncias consideram como inventário inicial o inventário existente em armazém que resulta de decisões de aprovisionamento tomadas anteriormente, quando a empresa ainda não dispunha de ferramentas de apoio à gestão de inventário. Consequentemente, as soluções são condicionadas por níveis iniciais de inventário, por vezes, insuficientes para satisfazer a procura dos primeiros períodos.

Cada combinação formada pela duração dos períodos de decisão e pelo modelo utilizado compõe uma configuração das instâncias, esta configuração é identificada por uma abreviatura. As configurações mensais dos Modelos 1 e 2 são representadas, respetivamente, por M1 e M2; as quinzenais por Q1 e Q2; e as semanais por S1 e S2.

7.2. Métricas de avaliação

A função objetivo dos modelos incorpora custos, como custos de encomenda, de compra e de armazenamento mas também penalizações associadas a vendas perdidas e, no Modelo 2, ao incumprimento do stock de segurança. Assim, é possível que uma solução apresente um valor elevado da função objetivo e, ainda assim, apresente um valor reduzido da soma de custos de encomenda, de compra e de armazenamento, comparativamente a soluções com valores da função objetivo menores. Por esse motivo, a qualidade das soluções não deve ser avaliada exclusivamente pelo valor da função objetivo mas por um conjunto de indicadores, denominados *key performance indicators* (KPIs).

Foram considerados dois grupos de indicadores: KPIs de desempenho computacional, destinados a avaliar a eficácia do desempenho dos métodos de resolução, e KPIs operacionais, utilizados para avaliar a qualidade dos planos de encomenda obtidos.

7.2.1 KPIs computacionais

Para avaliar a dificuldade computacional de resolução das instâncias, foram utilizados como KPIs: o valor da função objetivo da melhor solução encontrada no tempo limite estabelecido, representado por FO, o melhor limite inferior encontrado no tempo limite estabelecido, representado por LI, o GAP e o tempo de resolução em segundos.

No caso dos modelos PLIM, a métrica GAP é calculada da seguinte forma

$$\text{GAP} = \frac{\text{FO} - \text{LI}}{\text{LI}} \times 100.$$

Um valor reduzido do GAP significa que o valor da solução admissível encontrada encontra-se próxima do limite inferior.

Na matheurística de *rolling horizon*, o GAP é calculado utilizando a melhor solução encontrada pela matheurística, FO^{RH}, e a melhor solução encontrada pela resolução dos modelos PLIM, FO^{PLIM}, isto é,

$$\text{GAP} = \frac{\text{FO}^{RH} - \text{FO}^{PLIM}}{\text{FO}^{PLIM}} \times 100.$$

Caso FO^{PLIM} não corresponda à solução ótima do problema, o GAP nas soluções da matheurística poderá ser negativo, sugerindo que a matheurística obteve uma solução de melhor valor do que a solução obtida pelo modelo de PLIM [19].

Nos modelos de PLIM, o tempo computacional corresponde ao tempo, em segundos, até atingir o valor ótimo ou o limite de tempo ou de GAP impostos. Na matheurística de *rolling horizon*, o tempo computacional corresponde à soma dos tempos de resolução, em segundos, de cada subproblema.

7.2.2 KPIs operacionais

Os KPIs operacionais permitem avaliar a qualidade dos planos de encomendas obtidos em cada instância. Os indicadores foram selecionados em conjunto com a empresa, tendo em consideração a sua relevância para a tomada de decisão.

O custo total, representado por CT, inclui os custos de encomenda, compra e armazenamento do inventário e é calculado como

$$\text{CT} = \sum_{t \in T} \left(\sum_{j \in J} \alpha_j z_{j,t} + \sum_{i \in I} \beta_i x_{i,t} + \sum_{i \in I} \gamma_i q_{i,t} \right).$$

O número de encomendas realizadas é representado por #Enc e é dado por

$$\#\text{Enc} = \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} z_{j,t}.$$

Para avaliar o nível de serviço, foram utilizados dois indicadores: o número total de vendas perdidas, representado por VP, e a taxa de atendimento, representada por TA. Estas métricas são calculadas como

$$\text{VP} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} r_{i,t} \qquad \text{e} \qquad \text{TA} = \left(1 - \frac{\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} r_{i,t}}{\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \delta_{i,t}} \right) \times 100.$$

O incumprimento da política de stock de segurança do Modelo 2 foi avaliado utilizando dois indicadores. Para medir o volume do incumprimento, utilizou-se o défice acumulado de stock de segurança, representado por #IncSS. Para medir a frequência de incumprimentos, calculou-se a percentagem de pares produto-período em incumprimento, representada por %IncSS. Estes indicadores são calculados através de

$$\#\text{IncSS} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} s_{i,t} \quad \text{e} \quad \%\text{IncSS} = \frac{\left| \left\{ (i,t) \in I \times T : q_{i,t} < \xi_{i,t} \right\} \right|}{|I| \, T_{\max}} \times 100.$$

7.3. Desempenho dos modelos de PLIM

Nesta secção analisa-se o desempenho computacional da resolução dos modelos de PLIM nas diferentes instâncias consideradas. O objetivo é avaliar a capacidade desta abordagem em encontrar soluções admissíveis de elevada qualidade dentro do limite de tempo estabelecido e estudar esta mesma capacidade perante instâncias de maior dimensão.

Para esta avaliação, são utilizados os KPIs computacionais. Os resultados completos das instâncias encontram-se no Apêndice A. Nesta secção estes resultados foram agregados em tabelas em função do modelo e da duração dos períodos de decisão, do cenário de procura e do nível de stock de segurança definido, permitindo uma análise mais fácil da influência de diferentes fatores no desempenho computacional.

A Tabela 7.1 apresenta os valores médios dos KPIs computacionais para as configurações que resultam das combinações dos dois modelos e das três durações dos períodos de decisão. Para cada configuração, a tabela apresenta: a média dos valores da função objetivo das melhores soluções encontradas no tempo limite estabelecido, $\overline{FO}$; a média dos melhores limites inferiores encontrados no tempo limite, $\overline{LI}$; a média dos GAPs, $\overline{GAP}$; e a média do tempo de resolução em segundos, $\overline{tempo}$.

	$\overline{FO}$	$\overline{LI}$	$\overline{GAP}$	$\overline{tempo}$
M1	138 279,20	135 448,76	2,22%	1 808,97
M2	154 585,04	150 055,16	2,84%	2 196,46
Q1	138 477,66	133 684,00	3,25%	2 928,07
Q2	165 072,71	158 418,67	3,75%	2 786,02
S1	144 427,80	128 997,60	12,39%	3 364,52
S2	215 742,41	162 212,94	30,75%	3 600,00

Tabela 7.1: KPIs computacionais médios por configuração.

A tabela demonstra que as durações dos períodos de decisão mensais apresentam o melhor desempenho computacional, com GAPs médios de 2,22% no Modelo 1 e de 2,84% no Modelo 2, e tempos médios de resolução de 1 808,97 e 2 196,46 segundos, respetivamente. Nas durações dos períodos de decisão quinzenais, os GAPs médios aumentam mas permanecem relativamente reduzidos, atingindo 3,25% no Modelo 1 e 3,75% no Modelo 2. Contudo, os tempos médios de resolução aumentam para 2 928,07 e 2 786,02 segundos, respetivamente.

A deterioração mais acentuada ocorre nas durações dos períodos de decisão semanais, com os GAPs e os tempos médios a aumentarem significativamente, para 12,39% e 3 364,52 segundos, no Modelo 1, e 30,75% e 3 600 segundos, no Modelo 2.

Além disso, a análise dos resultados individuais completos, apresentados no Apêndice A, mostra que os maiores GAPs mensais e quinzenais observados foram, respetivamente, 9,45% e 10,67%, valores muito inferiores ao GAP máximo de 79,70% registado nas instâncias semanais.

Estes resultados evidenciam uma deterioração do desempenho computacional com o aumento do número de períodos de decisão. Verifica-se também um ligeiro aumento da dificuldade computacional no Modelo 2. Estes efeitos são particularmente evidentes nas

configurações semanais, nas quais se observa um agravamento expressivo dos GAPs e dos tempos de resolução.

A Tabela 7.2 apresenta os KPIs computacionais médios para os três cenários de procura.

Procura	$\overline{FO}$	$\overline{LI}$	$\overline{GAP}$	$\overline{tempo}$
Base	114 592,04	108 380,54	5,99%	2 374,70
+ 25%	158 210,18	144 030,01	9,58%	3 067,76
+ 50%	205 490,181	181 998,017	12,04%	2 899,55

Tabela 7.2: KPIs computacionais médios por variação da procura.

Os resultados da tabela mostram que o aumento da procura está associado a um crescimento do GAP médio e do tempo médio de resolução. O GAP médio passa de 5,99%, no cenário Base, para 9,58% e 12,04% nos cenários de +25% e +50%, respetivamente, enquanto que o tempo médio aumenta de 2 374,70 segundos, no cenário Base, para 3 067,76 e 2 899,55 segundos, nos cenários de +25% e +50%, respetivamente.

Por fim, a Tabela 7.3 apresenta os resultados dos KPIs computacionais agregados por nível de stock de segurança.

Nív. SS	$\overline{FO}$	$\overline{LI}$	$\overline{GAP}$	$\overline{tempo}$
50%	149 760,58	139 585,07	6,58%	2 447,41
60%	164 271,94	143 983,67	12,21%	2 933,86
70%	164 259,89	150 839,81	8,81%	2 960,75

Tabela 7.3: KPIs computacionais médios por nível de stock de segurança.

O nível de stock de segurança de 50% apresenta o melhor desempenho computacional, com um GAP médio de 6,58% e tempo médio de 2 447,41 segundos. Para os níveis de 60% e 70%, os GAPs médios e os tempos médios de resolução aumentam para 12,21% e 2 933,86 e 8,81% e 2 960,75, respetivamente. No entanto, na análise dos resultados, não se observa uma relação clara entre o aumento da dificuldade computacional e o aumento do nível de stock de segurança definido.

Importa ainda salientar que a análise dos resultados das instâncias individuais, no Apêndice A, evidencia uma elevada variabilidade dos tempos de resolução, verificando-se

que o aumento do nível de stock de segurança conduz algumas instâncias, anteriormente resolvidas em pouco tempo, a atingir o limite de tempo estabelecido.

No global, a resolução dos modelos de PLIM apresenta resultados satisfatórios para períodos de decisão mensais e quinzenais, com GAPs médios inferiores a 4%, mas apresenta dificuldades significativas na resolução quando os períodos de decisão são semanais, com GAPs médios e tempos de resolução elevados. Adicionalmente, a sensibilidade do desempenho computacional a alterações dos parâmetros torna mais difícil prever o tempo necessário para obter uma solução e qual a sua qualidade, podendo limitar a utilização desta ferramenta no apoio à decisão.

7.4. Afinação dos parâmetros da matheurística de *rolling horizon*

Antes de avaliar o desempenho computacional da matheurística de *rolling horizon*, foi necessário definir os valores do horizonte de previsão, H, e do horizonte de decisão, D, a utilizar para cada uma das durações dos períodos de decisão testados.

Valores muito elevados para H permitem ter em consideração mais informação futura em cada iteração, podendo melhorar a qualidade das decisões, contudo, aumentam também a dimensão dos subproblemas e, consequentemente, o tempo de resolução. Por sua vez, D determina o número de períodos cujas decisões são fixadas a cada iteração, um valor elevado de D traduz-se em menos iterações do processo, mas também a uma maior quantidade de decisões fixadas e que não poderão ser revistas nas iterações seguintes.

A afinação destes parâmetros foi realizada em duas etapas. Primeiramente, foram testadas diferentes combinações dos valores de H e D nas instâncias mensais. Posteriormente, partindo do valor selecionado para os períodos de decisão mensais, foram definidos os parâmetros a utilizar para os períodos de decisão quinzenais e semanais.

7.4.1 Afinação de parâmetros para as instâncias mensais

Os testes preliminares indicaram que os resultados mais promissores ocorriam quando $D = 1$ e $D = 2$ e quando H assumia os valores 8, 9 e 10. Assim, procedeu-se à resolução de todas as instâncias mensais utilizando a matheurística de *rolling horizon* com $D \in \{1, 2\}$ e $H \in \{8, 9, 10\}$. Os resultados completos destas instâncias encontram-se no Apêndice B.

A Tabela 7.4 apresenta os resultados computacionais obtidos agregados pelo tamanho do horizonte de decisão e de previsão e coloca em comparação os resultados médios da resolução dos modelos de PLIM mensais, identificados por M-PLIM. Para cada combinação de D e H, é apresentado o tempo médio de resolução, a média dos valores da função objetivo da melhor solução obtida, o GAP médio e o número de vezes que a matheurística obteve soluções com um valor da função objetivo menor às obtidas pelos modelos de PLIM, representado por #GAP$_{neg}$.

	$\overline{\text{tempo}}$	$\overline{\text{FO}}$	$\overline{\text{GAP}}$	#GAP$_{neg}$
$D=1 \quad H=8$	377,38	150 453,90	2,39%	6
$D=1 \quad H=9$	596,02	149 046,36	1,31%	6
$D=1 \quad H=10$	630,51	146 914,71	0,04%	9
$D=2 \quad H=8$	231,04	151 194,22	2,91%	7
$D=2 \quad H=9$	344,06	150 237,60	2,23%	6
$D=2 \quad H=10$	352,63	147 524,49	0,30%	6
M-PLIM	2 002,71	146 432,12	2,53%	–

Tabela 7.4: KPIs computacionais médios das instâncias mensais com $D \in \{1,2\}$ e $H \in \{8,9,10\}$.

Os resultados evidenciam que a escolha de H e D implica um compromisso entre o tempo de resolução e a obtenção de soluções mais próximas do ótimo. Para ambos os valores de D, à medida que se aumenta o valor de H, o GAP médio diminui mas o tempo de resolução aumenta.

Para $D = 1$, a passagem de $H = 8$ para $H = 10$ reduz o GAP médio de 2,39% para 0,04%, enquanto que o tempo de resolução média cresce de 377,38 segundos para 630,51 segundos. Da mesma forma, para $D = 2$, o GAP médio diminui de 2,91% para 0,30% e o tempo médio aumentou de 231,04 para 352,63 segundos. Assim, apesar de $H = 8$ apresentar os menores tempos médios de resolução, esta configuração conduz, para ambos os valores de D, aos maiores GAPs médios, pelo que não foi selecionada.

Dos três valores de H, a utilização de $H = 9$ apresenta resultados intermédios no tempo médio de resolução e no GAP médio observado. No entanto, o aumento de tempo na passagem de $H = 9$ para $H = 10$, é acompanhado por uma melhoria expressiva do GAP médio: para $D = 2$, o tempo médio aumenta apenas de 344,06 para 352,63 segundos, enquanto o GAP médio diminui de 2,23% para 0,30%; para $D = 1$, o tempo

médio aumenta de 596,02 para 630,51 segundos, mas o GAP médio reduz de 1,31% para 0,04%. Por estes motivos, considerou-se que a melhoria do GAP médio justifica o aumento moderado de tempo, associado à escolha de $H = 10$.

Para cada valor de H, a utilização de $D = 2$ permite reduzir o tempo médio de resolução, em grande parte devido ao menor número de iterações, no entanto, $D = 1$ apresenta GAPs médios menores.

Entre todas as configurações da matheurística de *rolling horizon*, a configuração $D = 1$ e $H = 10$ apresenta o menor GAP médio, 0,04%, e o maior número de instâncias em que a matheurística encontrou uma solução com valor da função objetivo inferior às obtidas pela resolução dos modelos de PLIM, num total de nove. Seguindo-se a configuração $D = 2$ e $H = 8$ com sete GAPs negativos e um GAP médio de 2,91%, o mais elevado entre as configurações testadas. As restantes configurações obtiveram apenas seis GAPs negativos.

Por estas razões, optou-se por definir $D = 1$ e $H = 10$ para a implementação da matheurística de *rolling horizon* com períodos de decisão mensais. Esta escolha privilegia a qualidade das soluções obtidas enquanto mantêm o tempo de resolução médio reduzido, com uma diminuição do tempo médio de 68,52% comparativamente a M-PLIM.

7.4.2 Definição de H e D para as instâncias quinzenais e semanais

O número de períodos de decisão no horizonte de planeamento duplica na passagem da duração mensal dos períodos de decisão para a quinzenal e quadruplica na passagem da mensal para a semanal.

O horizonte de decisão, D, foi definido de modo a respeitar a conversão proporcional uma vez que permite manter o mesmo número de iterações nas três durações dos períodos de decisão. Assim, foram considerados $D = 1$ para os períodos de decisão mensais, $D = 2$ para os quinzenais e $D = 4$ para os semanais. Deste modo, para um horizonte de planeamento de um ano, cada execução da matheurística necessita de 12 iterações: $\left\lceil \frac{T_{\max}}{D} \right\rceil = \left\lceil \frac{12}{1} \right\rceil = \left\lceil \frac{24}{2} \right\rceil = \left\lceil \frac{48}{4} \right\rceil = 12$.

Se a mesma conversão fosse aplicada na seleção de H, para um $H = 10$ para os períodos mensais, definia-se $H = 20$ para os períodos quinzenais e $H = 40$ para os semanais. Contudo, os testes preliminares mostraram que estes valores originavam subproblemas de dimensão e tempo de resolução elevados, gerando soluções de baixa qualidade. Estas

características contrariam o objetivo do desenvolvimento da matheurística que procura aumentar a eficiência computacional através da resolução de subproblemas de menor dimensão.

Por esse motivo, foi adotado um fator de ajustamento de 75% relativamente à conversão proporcional, obtendo-se $H = 15$ e $H = 30$ para os períodos de decisão quinzenais e semanais, respetivamente.

As tabelas no Apêndice C contêm os resultados completos obtidos utilizando a matheurística de *rolling horizon* para os valores de H e de D definidos.

7.4.3 Comparação do desempenho computacional da matheurística com os modelos de PLIM

Para responder à questão apresentada no Capítulo 1 relativa à abordagem mais eficiente na resolução de problemas de maior dimensão, é necessário comparar o desempenho dos modelos de PLIM com o da matheurística de *rolling horizon*. Neste contexto, a eficiência é avaliada tendo em consideração o tempo de resolução e a qualidade relativa das soluções obtidas, tornando-se importante reforçar a diferença que existe no cálculo do GAP das duas abordagens, apresentada na Secção 7.2.1. Para os modelos de PLIM, o GAP resulta do desvio entre o valor da função objetivo da melhor solução admissível encontrada e o melhor limite inferior encontrado, enquanto que, para a matheurística de *rolling horizon*, este valor corresponde ao desvio entre o valor da função objetivo da melhor solução encontrada pela matheurística e o valor da função objetivo da melhor solução encontrada pelos modelos de PLIM.

A Tabela 7.5 apresenta, para cada configuração das instâncias, o GAP médio e o tempo médio de resolução de cada abordagem e a variação percentual do tempo do uso da matheurística comparativamente à resolução dos modelos de PLIM, representada na coluna de variação.

	PLIM		**Matheurística**		variação
	$\overline{GAP}$	$\overline{tempo}$	$\overline{GAP}$	$\overline{tempo}$	tempo
M1	2,22%	1 808,97	4,18%	227,84	- 87,40%
M2	2,84%	2 196,46	-4,11%	1 033,18	- 52,96%
Q1	3,25%	2 928,07	7,98%	631,35	- 78,44%
Q2	3,75%	2 786,02	-1,05%	1 583,15	- 43,18%
S1	12,39%	3 364,52	7,74%	1 371,89	- 59,22%
S2	30,75%	3 600,00	-9,42%	1 952,53	- 45,76%

Tabela 7.5: Comparação do desempenho computacional da resolução dos modelos de PLIM e da matheurística de *rolling horizon*, por configuração.

Com o aumento da dimensão do horizonte de planeamento, a matheurística apresenta tempos médios de resolução progressivamente maiores, no entanto, estes tempos permanecem inferiores aos da resolução dos modelos de PLIM, com reduções entre os 43,18%, na configuração Q2, e os 87,40%, na configuração M1.

Nas instâncias associadas ao Modelo 1, a redução do tempo é acompanhada por um aumento moderado do valor da função objetivo, com os desvios médios da matheurística a atingir 4,18%, 7,98% e 7,74% para os períodos de decisão mensais, quinzenais e semanais, respetivamente.

Por sua vez, as instâncias do Modelo 2 apresentam desvios negativos para as três durações dos períodos de decisão. Os GAPs médios de -4,11%, -1,05% e -9,42% significam que, em média, a matheurística encontrou soluções admissíveis com valores da função objetivo inferiores aos obtidos pelos modelos de PLIM. Esta diferença é particularmente expressiva para S2, na qual o modelo de PLIM apresenta um *GAP* médio de 30,75% e utiliza a totalidade do limite de 3 600 segundos, e a utilização da matheurística reduz o tempo médio em 45,76% e encontra soluções cujo valor da função objetivo é, em média, 9,42% inferior.

Assim, embora a resolução dos modelos de PLIM obtenha melhores soluções em algumas configurações do Modelo 1, a matheurística apresenta, no geral, o melhor compromisso entre tempo e qualidade das soluções. Por essa razão, constitui a abordagem mais adequada ao contexto empresarial e será utilizada na secção seguinte, na avaliação da qualidade dos planos de encomenda obtidos.

7.5. Avaliação das políticas de aprovisionamento

Após a seleção da matheurística de *rolling horizon* como a abordagem que apresenta o melhor compromisso entre o tempo de resolução e a qualidade das soluções, procede-se à avaliação dos planos de aprovisionamento obtidos pela mesma.

O objetivo desta secção é comparar as diferentes durações dos períodos de decisão e políticas de stock de segurança e, deste modo, responder às restantes questões colocadas no Capítulo 1: ”Qual é a duração dos períodos de decisão mais adequada?” e ”Qual é a política de stock de segurança mais adequada?”. Para esta análise são utilizados os KPIs operacionais, apresentados na Secção 7.1. Os resultados completos são apresentados no Apêndice C.

A Tabela 7.6 apresenta os resultados médios dos KPIs operacionais da utilização da matheurística para cada configuração composta por duração dos períodos de decisão e modelo adotado. Para cada configuração, apresenta-se: a média dos custos totais, $\overline{CT}$; o número de encomendas médio, $\overline{\#Enc}$; a quantidade média de vendas perdidas, $\overline{VP}$; a taxa de atendimento média, $\overline{TA}$; o défice acumulado de stock de segurança médio, $\overline{\#IncSS}$; e a percentagem de pares produto-período em incumprimento média, $\overline{IncSS\%}$.

	$\overline{CT}$	$\overline{\#Enc}$	$\overline{VP}$	$\overline{TA}$	$\overline{\#IncSS}$	$\overline{IncSS\%}$
M1	82 195,98	15,67	2 708,56	96,38%	–	–
M2	63 558,85	15,78	2 703,00	96,40%	7 350,71	3,93%
Q1	75 416,96	20,67	2 760,22	96,30%	–	–
Q2	79 315,88	21,89	2 690,44	96,41%	8 050,60	2,16%
S1	96 092,62	31,56	2 724,78	96,35%	–	–
S2	92 418,77	28,44	2 702,11	96,40%	12 560,80	1,36%

Tabela 7.6: KPIs operacionais médios da matheurística por configuração.

Os resultados demonstram que, em média, para cada uma das durações dos períodos de decisão testadas, o Modelo 2 apresenta os melhores resultados referentes ao nível de serviço, com menos vendas perdidas registadas e taxas de atendimento de pelo menos 96,40%. Apresenta também o melhor resultado médio dos custos totais quando os períodos de decisão são mensais e semanais. A obtenção de planos de encomendas com KPIs melhores, em média, pode ser, em parte, explicada pela maior facilidade

da matheurística na resolução de instâncias associadas ao Modelo 2, como mostra a Tabela 7.5.

Por estas razões, e por definir um nível de stock de segurança ao longo de todo o horizonte de planeamento, trazendo mais segurança face a variações inesperadas da procura e dos tempos de entrega, a política de stock de segurança modelada pelo Modelo 2 é selecionada como a mais adequada a ser aplicada no contexto da empresa.

Com o Modelo 2 selecionado, procede-se à comparação dos resultados médios obtidos nas instâncias para as três durações dos períodos de decisão deste modelo, isto é, são avaliados os resultados médios das configurações M2, Q2 e S2, presentes na Tabela 7.6. Desta forma, será possível recomendar a duração dos períodos de decisão mais adequada para a empresa.

A configuração mensal apresenta o menor custo total médio e o menor número de encomendas realizadas. Comparativamente a M2, a configuração Q2 aumenta o custo total em cerca de 24,79% e o número de encomendas em 38,72%. No entanto, reduz as vendas perdidas médias em 12,56 unidades, que corresponde a um aumento da taxa de atendimento de apenas 0,01 pontos percentuais. A configuração S2 aumenta o custo total em cerca de 45,41% e o número de encomendas em 80,23% relativamente à configuração mensal. Contudo, apresenta uma taxa de atendimento igual ao de M2, com uma diferença inferior a uma unidade no número médio de vendas perdidas.

Deste modo, a maior flexibilidade proporcionada por uma duração quinzenal e semanal dos períodos de decisão não se traduz numa melhoria operacional suficiente para compensar o aumento dos custos e do número de encomendas.

Conclui-se que a duração mensal dos períodos de decisão apresenta o melhor compromisso entre custo e nível de serviço. Simultaneamente, apresenta uma carga administrativa menor, uma vez que o menor número de encomendas reduz o esforço associado à preparação das encomendas, provando-se particularmente adequada à dimensão e ao contexto da empresa em estudo.

Com a configuração definida, é necessário determinar o nível de stock de segurança mais apropriado. Os resultados dos KPIs operacionais agregados por níveis de stock de segurança considerando, simultaneamente, os dois modelos e as três durações dos períodos de decisão são apresentados na Tabela 7.7 e está organizada como a Tabela 7.6.

Nív. SS	$\overline{CT}$	$\overline{\#Enc}$	$\overline{VP}$	$\overline{TA}$	$\overline{\#IncSS}$	$\overline{IncSS\%}$
50%	81 651,40	22,78	2 712,61	96,38%	7 082,33	2,17%
60%	80 972,11	22,44	2 726,44	96,36%	8 892,11	2,50%
70%	81 876,01	21,78	2 705,50	96,39%	11 987,67	2,78%

Tabela 7.7: KPIs operacionais médios da matheurística por nível de stock de segurança.

A análise da tabela não permite identificar uma percentagem do nível de stock de segurança claramente superior, uma vez que os diferentes níveis apresentam custos e níveis de serviço muito próximos. Por esse motivo, a seleção do nível de stock de segurança deverá ser feita apenas após a escolha do modelo e da duração dos períodos de decisão mais adequada. No contexto deste problema, já foi demonstrado que o Modelo 2 e a duração mensal apresentam os melhores resultados, assim, a Tabela 7.8 apresenta os KPIs operacionais médios das configurações mensais do Modelo 2 para os níveis de stock de segurança de 50%, 60% e 70%, tendo em conta os vários cenários da procura.

Nív. SS	$\overline{CT}$	$\overline{\#Enc}$	$\overline{VP}$	$\overline{TA}$	$\overline{\#IncSS}$	$\overline{IncSS\%}$
M2-50%	65 122,63	15,00	2 691,33	96,41%	6 402,17	3,67%
M2-60%	67 060,74	15,67	2 695,67	96,40%	6 931,87	3,82%
M2-70%	58 493,19	16,67	2 722,00	96,37%	8 718,10	4,29%

Tabela 7.8: KPIs operacionais médios da configuração M2 por nível de stock de segurança

O nível de 50% apresenta o menor número de encomendas e de vendas perdidas, a maior taxa de atendimento e, naturalmente, os menores níveis de incumprimento do stock de segurança. O nível de 70% apresenta o menor custo total, contudo, é, também, o que apresenta o maior número de encomendas, o maior número de vendas perdidas, a menor taxa de atendimento e os maiores valores de incumprimento da meta de stock de segurança.

Assim, para o Modelo 2 com uma duração mensal dos períodos de decisão, o valor de 50% oferece o melhor equilíbrio entre o custo total, o nível de serviço e o cumprimento da política de stock de segurança, sendo esta a percentagem aconselhada para a empresa.

Por fim, para avaliar a robustez da abordagem perante variações na procura, analisa-se o comportamento dos KPIs operacionais do Modelo 2 com duração mensal e um

nível de stock de segurança de 50%, para os diferentes cenários da procura, utilizando a matheurística de *rolling horizon*. Os resultados são apresentados na Tabela 7.9.

Procura	CT	#Enc	VP	TA	#IncSS	IncSS%
Base	44 925,16	13	1 834	96,89%	3 472,50	3,02%
+25%	50 564,35	17	2 638	96,42%	6 694,00	4,03%
+50%	99 878,38	15	3 602	95,92%	9 040,00	3,97%

Tabela 7.9: KPIs operacionais da configuração M2 com stock de segurança de 50%, por cenário de procura.

Os resultados mostram uma deterioração gradual do desempenho operacional à medida que a procura aumenta. Observa-se que as vendas perdidas passam de 1 834 unidades, no cenário Base, para 2 638 e 3 602 unidades nos cenários de +25% e +50%, respetivamente, enquanto a taxa de atendimento diminui de 96,89% para 96,42% e 95,92%. O défice acumulado de stock de segurança também aumenta, de 3 472,50 unidades, no cenário de procura Base, para 6 694,00 e 9 040,00 unidades, no cenário de +25% e +50%, respetivamente.

A análise dos resultados deve ter em consideração que o inventário inicial mantém-se constante nos três cenários. Assim, um aumento da procura reduz a capacidade do stock inicial satisfazer a procura, principalmente, nos primeiros períodos, antes da receção das primeiras encomendas. Ainda assim, na configuração selecionada, as taxas de atendimento mantêm-se próximas dos 96%, demonstrando que a abordagem é robusta perante variações da procura.

7.5.1 Apresentação das recomendações à empresa

As políticas desenvolvidas, as abordagens de resolução dos problemas e os principais resultados das instâncias testadas foram apresentados aos decisores da empresa e sujeitos à sua apreciação.

Em síntese, independentemente das configurações selecionadas, recomenda-se a utilização da matheurística de *rolling horizon* para a resolução dos problemas, uma vez que esta abordagem permite obter soluções de melhor qualidade em tempos de resolução inferiores aos dos modelos de PLIM. Para uma duração mensal dos períodos de decisão, recomenda-se a utilização de um horizonte de previsão de $H = 10$ e um horizonte de decisão de $D = 1$, para a quinzenal, $H = 15$ e $D = 2$ e, para a semanal, $H = 30$ e $D = 4$.

No contexto atual da empresa e considerando os resultados obtidos utilizando a matheurística, recomenda-se a utilização do Modelo 2, com uma duração mensal dos períodos de decisão e um nível de stock de segurança de 50% da procura prevista durante o tempo de entrega.

Os planos de encomendas desta configuração para diferentes cenários da procura, demonstram a robustez da abordagem, que obtém soluções admissíveis e níveis de serviço elevados, mesmo quando as condições iniciais se revelam desfavoráveis.

Adicionalmente, recomenda-se que os parâmetros do problema sejam revistos periodicamente em função da evolução da procura e das condições impostas pelos fornecedores.

Por último, reforça-se que a ferramenta desenvolvida deve ser entendida como um instrumento de apoio, e não de substituição, à tomada de decisão, complementando o conhecimento e a experiência dos decisores.

Após a apresentação dos resultados, os decisores da empresa consideraram que o trabalho desenvolvido respondia adequadamente às necessidades e limitações operacionais da empresa e que a ferramenta poderia apoiar a gestão de inventário a longo prazo.

8. Conclusão

O projeto desenvolvido teve como objetivo dotar uma pequena empresa familiar, a Silva & Barroso, de uma ferramenta de apoio à gestão de inventário dos produtos importados, identificando também a duração dos períodos de decisão e a política de stock de segurança mais adequada ao contexto atual. Para esse efeito, foram desenvolvidos dois modelos de programação linear inteira mista que determinam um plano de encomendas admissível ao longo de um horizonte de planeamento sob duas políticas de stock de segurança diferentes.

Para avaliar o desempenho dos modelos de PLIM, foram criadas diferentes instâncias considerando diferentes durações dos períodos de decisão: mensal, quinzenal e semanal; diferentes percentagens no cálculo do stock de segurança: 50%, 60% e 70% da procura estimada de um produto durante o tempo de entrega; e diferentes cenários de crescimento da procura. As instâncias foram avaliadas para um horizonte de planeamento correspondente a um ano.

Os resultados computacionais evidenciam uma dificuldade na resolução dos modelos de PLIM, principalmente para as instâncias de maior dimensão. Para contornar esta dificuldade, foi desenvolvida uma matheurística de *rolling horizon*.

Após a definição do valor dos parâmetros dos horizontes de previsão e de decisão da matheurística para cada duração dos períodos de decisão, comparou-se o desempenho da resolução dos modelos de PLIM com o da matheurística de *rolling horizon*. Verificou-se que a matheurística permitiu uma redução substancial dos tempos de resolução, mantendo as soluções relativamente próximas das melhores soluções admissíveis obtidas pelos modelos de PLIM.

Por fim, com a análise dos resultados dos KPIs operacionais obtidos utilizando a matheurística, recomendou-se, para implementação inicial, a utilização da política de stock de segurança mais exigente, o Modelo 2, e uma duração mensal dos períodos de decisão com uma percentagem do nível de stock de segurança de 50%. Esta configuração demonstra um equilíbrio entre os custos e o nível de serviço. A análise dos cenários de procura mostrou ainda que, para o mesmo nível de inventário inicial e diferentes níveis de procura, a abordagem desenvolvida consegue obter planos de encomenda admissíveis.

A validação final da empresa de como o trabalho desenvolvido permitiu dar uma resposta apropriada às dificuldades de aprovisionamento dos produtos de importação, permite concluir que os objetivos propostos do projeto foram atingidos.

A principal limitação do trabalho resulta da modelação da procura e dos tempos de entrega como determinísticos. Na prática, é expectável que ambos variem no tempo, no entanto a reduzida extensão do histórico de vendas e do número de encomendas limitou a análise a métodos de previsão mais simples.

No futuro, com acesso a séries temporais mais extensas no que se refere ao histórico de vendas e a mais informação no que diz respeito às encomendas efetuadas, sugere-se incorporar uma modelação estocástica da procura e dos tempos de entrega. Com a informação adicional, poderá também ser vantajoso definir um nível de stock de segurança diferente para cada produto, tendo em conta a variabilidade da procura.

Por fim, poderá estudar-se a possibilidade de decompor o problema em vários sub-conjuntos de fornecedores. Esta abordagem permitiria resolver subproblemas de menor dimensão em paralelo, adaptando algumas restrições, como a de orçamento, para garantir a admissibilidade do plano de encomendas conjunto.

Referências

[1] D. Selvaraj e A. M. Santhosh, “The impact of inventory management on business performance: A comprehensive study,” *International Journal of Research in Finance and Management*, vol. 7, no. 2, pp. 592–595, 2024.

[2] N. Rajeev, “Inventory management in small and medium enterprises: A study of machine tool enterprises in bangalore,” *Management Research News*, vol. 31, no. 9, pp. 659–669, 2008.

[3] A. Rushton, P. Croucher, e P. Baker, *The Handbook of Logistics and Distribution Management*, 4th ed. London: Kogan Page, 2010.

[4] J. Gutiérrez, M. Colebrook, B. Abdul-Jalbar, e J. Sicilia, “Effective replenishment policies for the multi-item dynamic lot-sizing problem with storage capacities,” *Computers & Operations Research*, vol. 40, no. 12, pp. 2844–2851, 2013.

[5] H. A. Taha, *Operations Research: An Introduction*, 10th ed. Pearson, 2017.

[6] I. da Silva Pereira, “Modelação e gestão de encomendas,” Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Relatório de Estágio de Mestrado, 2024.

[7] L. V. Snyder e Z.-J. M. Shen, *Fundamentals of Supply Chain Theory*, 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2019.

[8] J. Y. Jung, G. Blau, J. F. Pekny, G. V. Reklaitis, e D. Eversdyk, “Integrated safety stock management for multi-stage supply chains under production capacity constraints,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 32, no. 11, pp. 2570–2581, 2008.

[9] K. C. Green e J. S. Armstrong, “Simple versus complex forecasting: The evidence,” *Journal of Business Research*, vol. 68, no. 8, pp. 1678–1685, 2015.

[10] C. Basnet e J. Leung, “Inventory lot-sizing with supplier selection,” *Computers & Operations Research*, vol. 32, no. 1, pp. 1–14, 2005.

[11] H. K. Alfares e R. Turnadi, “Lot sizing and supplier selection with multiple items, multiple periods, quantity discounts, and backordering,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 116, pp. 59–71, 2018.

[12] L. E. Cárdenas-Barrón, J. L. González-Velarde, e G. Treviño-Garza, “A new approach to solve the multi-product multi-period inventory lot sizing with supplier selection problem,” *Computers & Operations Research*, vol. 64, pp. 225–232, 2015.

[13] L. Peng, L. Wang, e S. Wang, “A review of the joint replenishment problem from 2006 to 2022,” *Management System Engineering*, vol. 1, no. 9, 2022.

[14] N. Devy, T. J. Ai, e R. Astanti, “A joint replenishment inventory model with lost sales,” *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 337, no. 1, p. 012018, 2018.

[15] M. A. Hoque, “An optimal solution technique for the joint replenishment problem with storage and transport capacities and budget constraints,” *European Journal of Operational Research*, vol. 175, no. 2, pp. 1033–1042, 2006.

[16] H. Zhu, X. Liu, e Y. F. Chen, “Effective inventory control policies with a minimum order quantity and batch ordering,” *International Journal of Production Economics*, vol. 168, pp. 21–30, 2015.

[17] E. Porras e R. Dekker, “An efficient optimal solution method for the joint replenishment problem with minimum order quantities,” *European Journal of Operational Research*, vol. 174, no. 3, pp. 1595–1615, 2006.

[18] L. Glomb, F. Liers, e F. Rösel, “A rolling-horizon approach for multi-period optimization,” *European Journal of Operational Research*, vol. 300, no. 1, pp. 189–206, 2022.

[19] R. Bernardino, J. Janela, C. Martins, M. C. Mourão, L. S. Pinto, e F. Rodrigues, “A multi-trip vehicle routing problem with release dates and interrelated periods,” *Networks*, vol. 85, no. 2, pp. 189–204, 2025.

[20] M. Rohaninejad, B. Vahedi-Nouri, R. Tavakkoli-Moghaddam, e Z. Hanzálek, “A matheuristic approach for an integrated lot-sizing and scheduling problem with a period-based learning effect,” *Expert Systems with Applications*, vol. 269, p. 126234, 2025.

[21] A. Narayanan e P. Robinson, “Evaluation of joint replenishment lot-sizing procedures in rolling horizon planning systems,” *International Journal of Production Economics*, vol. 127, no. 1, pp. 85–94, 2010.

Apêndice A

Variação da Procura = 0%					
Nív. SS	**Conf.**	**Melhor Solução**	**Limite Inferior**	**GAP**	**Tempo**
50%	**M1**	104 499,31	103 464,62	1,00%	333,83
	M2	110 441,99	110 076,18	0,33%	729,57
	Q1	103 841,48	102 648,65	1,16%	3 600,00
	Q2	113 647,30	112 511,59	1,01%	3 014,52
	S1	103 870,48	103 502,83	0,36%	1 650,14
	S2	121 243,27	103 108,12	17,59%	3 600,00
60%	**M1**	106 060,68	102 699,13	3,27%	3 600,00
	M2	114 012,87	112 590,09	1,26%	3 600,00
	Q1	105 122,01	104 280,71	0,81%	1 248,18
	Q2	118 689,01	118 266,02	0,36%	270,44
	S1	106 384,09	88 652,85	20,00%	3 600,00
	S2	131 189,36	119 691,26	9,61%	3 600,00
70%	**M1**	109 075,66	105 520,50	3,37%	3 600,00
	M2	119 671,34	118 942,07	0,61%	184,14
	Q1	108 152,15	107 201,11	0,89%	358,14
	Q2	126 937,69	125 679,05	1,00%	2 555,67
	S1	109 594,01	89 403,69	22,58%	3 600,00
	S2	150 224,08	122 611,26	22,52%	3 600,00
Média		**114 592,04**	**108 380,54**	**5,99%**	**2 374,70**

Tabela A.1: KPIs computacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário Base da procura.

Variação da Procura = 25%					
Nív. SS	**Conf.**	**Melhor Solução**	**Limite Inferior**	**GAP**	**Tempo**
50%	**M1**	134 707,63	133 949,89	0,57%	276,52
	M2	146 645,29	145 869,11	0,53%	280,24
	Q1	134 440,30	129 404,18	3,89%	3 600,00
	Q2	152 548,07	151 449,85	0,73%	1 415,93
	S1	133 494,59	132 952,17	0,41%	3 430,51
	S2	183 973,98	141 974,58	29,58%	3 600,00
60%	**M1**	143 281,64	135 458,24	5,78%	3 600,00
	M2	154 017,88	150 405,80	2,40%	3 600,00
	Q1	138 259,51	133 126,11	3,86%	3 600,00
	Q2	172 359,18	155 747,46	10,67%	3 600,00
	S1	151 698,14	131 547,55	15,32%	3 600,00
	S2	216 521,11	154 879,90	39,80%	3 600,00
70%	**M1**	140 412,98	135 547,00	3,59%	3 600,00
	M2	161 779,51	148 537,62	8,91%	3 600,00
	Q1	139 025,23	137 651,53	1,00%	3 198,92
	Q2	171 983,12	170 706,63	0,75%	3 417,59
	S1	155 351,21	131 426,50	18,20%	3 600,00
	S2	217 283,96	171 905,98	26,40%	3 600,00
Média		**158 210,18**	**144 030,01**	**9,58%**	**3 067,76**

Tabela A.2: KPIs computacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário +25% da procura.

Variação da Procura = 50%					
Nív. SS	**Conf.**	**Melhor Solução**	**Limite Inferior**	**GAP**	**Tempo**
50%	**M1**	168 489,69	167 304,57	0,71%	574,73
	M2	193 480,65	176 771,67	9,45%	3 600,00
	Q1	166 284,74	164 625,12	1,01%	3 547,38
	Q2	195 667,99	184 985,50	5,77%	3 600,00
	S1	176 038,17	160 596,71	9,62%	3 600,00
	S2	252 375,43	187 335,99	34,72%	3 600,00
60%	**M1**	168 622,08	167 284,22	0,80%	316,67
	M2	192 448,49	190 567,31	0,99%	574,15
	Q1	176 654,39	160 182,18	10,28%	3 600,00
	Q2	208 045,91	194 495,75	6,97%	3 600,00
	S1	172 419,93	159 754,94	7,93%	3 600,00
	S2	381 108,73	212 076,64	79,70%	3 600,00
70%	**M1**	169 363,13	167 810,66	0,93%	378,95
	M2	198 767,38	196 736,58	1,03%	3 600,00
	Q1	174 519,11	164 036,45	6,39%	3 600,00
	Q2	225 776,15	211 926,15	6,54%	3 600,00
	S1	190 999,56	163 141,12	17,08%	3 600,00
	S2	287 761,73	246 332,74	16,82%	3 600,00
Média		**205 490,18**	**181 998,02**	**12,04%**	**2 899,55**

Tabela A.3: KPIs computacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário +50% da procura.

Variação da Procura = 0%							
Nív. SS	**Conf.**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
50%	**M1**	46 146,36	1 823	96,91%	13	–	–
	M2	46 484,59	1 823	96,91%	8	2 777,50	0,62%
	Q1	46 223,48	1 820	96,91%	13	–	–
	Q2	46 876,45	1 833	96,89%	13	4 690,00	0,42%
	S1	45 952,53	1 821	96,91%	9	–	–
	S2	46 728,63	1 840	96,88%	18	4 407,00	0,38%
60%	**M1**	46 532,73	1 825	96,91%	13	–	–
	M2	46 874,94	1 825	96,91%	13	3 782,00	0,67%
	Q1	46 329,01	1 822	96,91%	13	–	–
	Q2	46 970,53	1 822	96,91%	11	6 715,00	0,56%
	S1	46 444,14	1 861	96,84%	19	–	–
	S2	47 388,19	1 849	96,86%	24	5 985,80	0,38%
70%	**M1**	46 947,71	1 830	96,90%	11	–	–
	M2	47 233,18	1 833	96,89%	12	5 031,40	0,84%
	Q1	46 759,15	1 827	96,90%	10	–	–
	Q2	47 914,30	1 827	96,90%	14	9 019,60	0,67%
	S1	46 831,06	1 879	96,81%	17	–	–
	S2	83 980,91	1 849	96,86%	18	7 784,90	0,52%
Média		**48 812,11**	**1 833,83**	**96,89%**	**13,83**	**5 577,02**	**0,56%**

Tabela A.4: KPIs operacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário Base da procura.

Variação da Procura = 25%							
Nív. SS	**Conf.**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
50%	**M1**	87 616,23	2 560	96,53%	12	–	–
	M2	88 426,08	2 560	96,53%	12	4 899,50	1,17%
	Q1	87 910,85	2 587	96,49%	16	–	–
	Q2	88 349,45	2 581	96,50%	22	8 164,00	0,89%
	S1	87 522,14	2 558	96,53%	10	–	–
	S2	56 540,91	2 805	96,20%	32	7 784,50	0,66%
60%	**M1**	92 125,24	2 578	96,50%	14	–	–
	M2	89 312,51	2 596	96,48%	16	6 515,20	1,01%
	Q1	88 710,56	2 617	96,45%	18	–	–
	Q2	90 053,81	2 615	96,45%	23	12 971,60	1,51%
	S1	89 906,23	2 686	96,36%	36	–	–
	S2	91 882,40	2 860	96,12%	38	10 559,60	0,99%
70%	**M1**	93 041,08	2 577	96,51%	17	–	–
	M2	95 672,47	2 561	96,53%	14	8 404,70	1,57%
	Q1	92 096,78	2 605	96,47%	13		
	Q2	93 139,07	2 565	96,52%	16	14 894,40	1,17%
	S1	95 633,26	2 935	96,02%	33	–	–
	S2	92 660,66	2 801	96,20%	39	13 754,20	1,17%
Média		**88 922,21**	**2 647,06**	**96,41%**	**21,17**	**9 771,97**	**1,13%**

Tabela A.5: KPIs operacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário de +25% da procura.

Variação da Procura = 50%							
Nív. SS	**Conf.**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
50%	**M1**	95 972,79	3 639	95,87%	13	–	–
	M2	101 288,90	3 611	95,91%	16	7 203,50	1,34%
	Q1	96 422,29	3 603	95,91%	15	–	–
	Q2	96 855,15	3 664	95,85%	16	12 154,50	1,06%
	S1	100 986,72	3 729	95,77%	35	–	–
	S2	65 177,53	4 151	95,29%	40	12 013,50	0,77%
60%	**M1**	97 085,68	3 602	95,92%	17	–	–
	M2	98 335,51	3 619	95,90%	16	9 676,80	1,90%
	Q1	99 217,44	3 666	95,84%	20	–	–
	Q2	99 335,63	3 623	95,89%	23	16 570,20	1,29%
	S1	96 888,98	3 650	95,86%	14	–	–
	S2	130 776,89	4 713	94,66%	22	17 510,40	1,13%
70%	**M1**	97 826,73	3 602	95,92%	17	–	–
	M2	98 193,08	3 602	95,92%	15	12 349,50	1,73%
	Q1	100 435,16	3 627	95,89%	16	–	–
	Q2	103 452,91	3 615	95,90%	21	22 323,40	1,57%
	S1	106 650,11	3 755	95,74%	21	–	–
	S2	102 522,73	3 659	95,85%	20	22 179,30	1,20%
Média		**99 301,35**	**3 729,44**	**95,77%**	**19,83**	**14 664,57**	**1,33%**

Tabela A.6: KPIs operacionais da resolução dos modelos de PLIM para o cenário de +50% da procura.

Apêndice B

$D = 1$						
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
M1	**Base**	**50%**	**8**	171,22	106 383,16	1,80%
			9	133,34	106 174,06	1,60%
			10	154,28	106 679,68	2,09%
M1	**Base**	**60%**	**8**	65,50	108 431,93	2,24%
			9	158,05	108 354,73	2,16%
			10	365,04	108 575,96	2,37%
M1	**Base**	**70%**	**8**	174,37	111 355,61	2,09%
			9	201,27	111 381,91	2,11%
			10	447,74	109 060,73	-0,01%
M1	**25%**	**50%**	**8**	110,23	153 747,86	14,13%
			9	202,84	151 169,25	12,22%
			10	194,98	151 165,52	12,22%
M1	**25%**	**60%**	**8**	29,63	155 107,25	8,25%
			9	85,73	147 416,21	2,89%
			10	283,79	142 336,97	-0,66%
M1	**25%**	**70%**	**8**	154,12	154 718,88	10,19%
			9	197,69	148 848,52	6,01%
			10	147,76	143 708,09	2,35%
M1	**50%**	**50%**	**8**	75,31	182 258,55	8,17%
			9	221,35	181 944,05	7,99%
			10	257,82	176 989,77	5,04%

Continua na página seguinte.

Tabela B.1 – continuação

$D = 1$						
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
M1	**50%**	**60%**	**8**	232,50	187 482,18	11,18%
			9	512,68	183 223,48	8,66%
			10	141,53	180 258,69	6,90%
M1	**50%**	**70%**	**8**	213,48	180 392,75	6,51%
			9	45,61	177 082,98	4,56%
			10	57,64	181 780,67	7,33%
M2	**Base**	**50%**	**8**	164,75	104 919,78	-5,00%
			9	355,29	102 238,07	-7,43%
			10	721,29	102 248,93	-7,42%
M2	**Base**	**60%**	**8**	90,75	106 569,97	-6,53%
			9	275,00	105 117,75	-7,80%
			10	552,42	104 604,46	-8,25%
M2	**Base**	**70%**	**8**	274,41	108 877,09	-9,02%
			9	587,21	106 373,60	-11,11%
			10	648,98	106 094,77	-11,34%
M2	**25%**	**50%**	**8**	740,86	145 309,82	-0,91%
			9	839,88	145 351,35	-0,88%
			10	1 487,97	142 936,64	-2,53%
M2	**25%**	**60%**	**8**	819,88	148 779,86	-3,40%
			9	1 378,18	148 812,48	-3,38%
			10	1 410,37	146 647,26	-4,79%

Continua na página seguinte.

Tabela B.1 – continuação

$D = 1$						
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
M2	**25%**	**70%**	**8**	1 060,16	156 976,35	-2,97%
			9	1 314,73	156 562,54	-3,22%
			10	1 291,21	162 431,97	0,40%
M2	**50%**	**50%**	**8**	721,69	193 571,18	0,05%
			9	1 592,64	193 520,15	0,02%
			10	734,11	183 593,25	-5,11%
M2	**50%**	**60%**	**8**	764,80	197 475,09	2,61%
			9	1 397,00	195 654,29	1,67%
			10	1 186,66	192 381,25	-0,03%
M2	**50%**	**70%**	**8**	929,08	205 812,87	3,54%
			9	1 229,85	213 609,06	7,47%
			10	1 265,59	202 970,10	2,11%

Tabela B.1: KPIs computacionais da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 1$.

$D = 1$

Conf.	Proc.	Nív. SS	H	CT	#Enc	VP	TA	#IncSS	IncSS%
			8	45 667,21	13	1 941	96,71%	–	–
M1	**Base**	**50%**	**9**	45 672,61	13	1 928	96,73%	–	–
			10	45 708,23	13	1 948	96,70%	–	–
			8	46 052,48	14	1 960	96,68%	–	–
M1	**Base**	**60%**	**9**	46 081,28	15	1 956	96,68%	–	–
			10	46 303,51	12	1 962	96,67%	–	–
			8	46 419,16	13	1 967	96,66%	–	–
M1	**Base**	**70%**	**9**	46 445,46	13	1 967	96,66%	–	–
			10	46 932,78	12	1 830	96,90%	–	
			8	95 176,96	17	2 587	96,49%	–	–
M1	**+25%**	**50%**	**9**	95 931,35	17	2 609	96,46%	–	–
			10	95 690,62	17	2 607	96,47%	–	–
			8	96 144,85	16	2 614	96,46%	–	–
M1	**+25%**	**60%**	**9**	97 055,81	16	2 620	96,45%	–	–
			10	91 803,07	16	2 619	96,45%	–	–
			8	100 000,98	16	2 577	96,51%	–	–
M1	**+25%**	**70%**	**9**	101 192,62	17	2 585	96,50%	–	–
			10	96 252,69	16	2 576	96,51%	–	–
			8	102 805,15	17	3 657	95,85%	–	–
M1	**+50%**	**50%**	**9**	101 133,65	18	3 619	95,90%	–	–
			10	104 053,37	19	3 604	95,91%	–	–
			8	105 799,28	19	3 687	95,82%	–	–
M1	**+50%**	**60%**	**9**	105 370,58	19	3 613	95,90%	–	–
			10	107 322,29	20	3 604	95,91%	–	–

Continua na página seguinte.

Tabela B.2 – continuação

$D = 1$

Conf.	Proc.	Nív. SS	H	CT	#Enc	VP	TA	#IncSS	IncSS%
			8	104 444,35	18	3 616	95,90%	–	–
M1	**+50%**	**70%**	**9**	105 110,08	16	3 623	95,89%	–	–
			10	105 697,27	16	3 627	95,89%	–	–
			8	47 937,46	14	1 811	96,93%	3 417,50	3,02%
M2	**Base**	**50%**	**9**	44 908,82	12	1 834	96,89%	3 449,00	3,08%
			10	44 925,16	13	1 834	96,89%	3 472,50	3,02%
			8	47 743,19	15	1 834	96,89%	4 509,00	3,19%
M2	**Base**	**60%**	**9**	45 488,06	15	1 837	96,88%	4 458,80	3,41%
			10	45 499,41	14	1 847	96,87%	4 417,80	3,24%
			8	48 303,81	16	1 834	96,89%	5 622,70	3,64%
M2	**Base**	**70%**	**9**	45 799,02	15	1 834	96,89%	5 618,80	3,69%
			10	45 547,33	14	1 834	96,89%	5 607,50	3,58%
			8	52 987,10	16	2 638	96,42%	5 608,50	3,80%
M2	**+25%**	**50%**	**9**	53 028,63	18	2 638	96,42%	6 288,50	3,80%
			10	50 564,34	17	2 638	96,42%	6 694,00	4,03%
			8	53 038,98	14	2 638	96,42%	7 246,60	4,19%
M2	**+25%**	**60%**	**9**	53 073,72	15	2 638	96,42%	7 245,80	4,14%
			10	50 878,97	15	2 638	96,42%	7 243,00	4,31%
			8	59 574,96	17	2 638	96,42%	8 593,20	4,59%
M2	**+25%**	**70%**	**9**	59 291,99	15	2 638	96,42%	8 563,60	4,47%
			10	59 664,59	17	2 648	96,41%	8 554,60	4,59%

Continua na página seguinte.

Tabela B.2 – continuação

$D = 1$									
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
M2	**+50%**	**50%**	**8**	70 376,56	18	3 684	95,82%	8 693,00	4,08%
			9	70 085,31	20	3 684	95,82%	7 194,00	3,97%
			10	99 878,38	15	3 602	95,92%	9 040,00	3,97%
M2	**+50%**	**60%**	**8**	69 535,75	17	3 684	95,82%	9 250,40	4,47%
			9	67 462,26	16	3 698	95,81%	9 170,60	4,36%
			10	104 803,84	18	3 602	95,92%	9 134,80	3,91%
M2	**+50%**	**70%**	**8**	72 600,58	19	3 684	95,82%	11 536,20	4,81%
			9	102 566,78	19	3 644	95,87%	11 529,20	4,75%
			10	70 267,66	19	3 684	95,82%	11 992,20	4,70%

Tabela B.2: KPIs operacionais obtidos da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 1$.

$D = 2$						
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
M1	**Base**	**50%**	**8**	294,49	106 776,94	2,18%
			9	105,37	106 155,11	1,58%
			10	72,51	107 422,00	2,80%
M1	**Base**	**60%**	**8**	52,05	108 672,14	2,46%
			9	51,86	108 333,28	2,14%
			10	380,96	108 554,99	2,35%
M1	**Base**	**70%**	**8**	90,50	111 350,93	2,09%
			9	86,05	111 555,54	2,27%
			10	74,05	109 202,09	0,12%
M1	**+25%**	**50%**	**8**	133,06	153 903,91	14,25%
			9	428,02	154 304,21	14,55%
			10	18,02	138 444,11	2,77%
M1	**+25%**	**60%**	**8**	312,40	157 848,29	10,17%
			9	237,75	161 819,36	12,94%
			10	593,34	152 692,94	6,57%
M1	**+25%**	**70%**	**8**	172,64	160 662,02	14,42%
			9	178,11	158 478,76	12,87%
			10	329,25	145 815,61	3,85%
M1	**+50%**	**50%**	**8**	90,97	193 125,08	14,62%
			9	33,00	182 061,12	8,05%
			10	30,36	175 649,59	4,25%
M1	**+50%**	**60%**	**8**	24,45	182 911,59	8,47%
			9	129,60	182 803,61	8,41%
			10	34,59	177 248,53	5,12%

Continua na página seguinte.

Tabela B.3 – continuação

$D = 2$						
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
M1	**+50%**	**70%**	**8**	22,81	177 192,54	4,62%
			9	26,99	178 100,73	5,16%
			10	33,33	181 872,08	7,39%
M2	**Base**	**50%**	**8**	270,10	104 803,82	-5,11%
			9	226,71	102 264,71	-7,40%
			10	261,73	102 225,83	-7,44%
M2	**Base**	**60%**	**8**	86,21	107 454,81	-5,75%
			9	203,70	104 717,13	-8,15%
			10	252,92	104 319,60	-8,50%
M2	**Base**	**70%**	**8**	79,91	108 915,57	-8,99%
			9	229,52	106 394,13	-11,09%
			10	301,24	106 122,79	-11,32%
M2	**+25%**	**50%**	**8**	238,07	145 322,62	-0,90%
			9	485,05	147 298,94	0,45%
			10	656,84	143 235,84	-2,32%
M2	**+25%**	**60%**	**8**	527,49	149 203,21	-3,13%
			9	415,50	147 625,39	-4,15%
			10	895,51	146 982,08	-4,57%
M2	**+25%**	**70%**	**8**	337,48	156 666,20	-3,16%
			9	939,18	156 775,61	-3,09%
			10	816,23	159 285,86	-1,54%
M2	**+50%**	**50%**	**8**	442,85	192 481,72	-0,52%
			9	640,85	192 939,97	-0,28%
			10	517,46	195 784,49	1,19%

Continua na página seguinte.

Tabela B.3 – continuação

$D = 2$						
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
			8	344,25	197 322,53	2,53%
M2	**+50%**	**60%**	**9**	971,56	198 111,86	2,94%
			10	530,64	196 313,50	2,01%
			8	639,00	206 882,08	4,08%
M2	**+50%**	**70%**	**9**	804,25	204 537,26	2,90%
			10	548,34	204 268,89	2,77%

Tabela B.3: KPIs computacionais da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 2$.

$D = 2$

Conf.	Proc.	Nív. SS	H	CT	#Enc	VP	TA	#IncSS	IncSS%
			8	45 583,99	12	1 959,00	96,68%	–	–
M1	**Base**	**50%**	**9**	45 653,66	13	1 928,00	96,73%	–	–
			10	45 898,06	14	1 973,00	96,65%	–	–
			8	46 061,69	13	1 974,00	96,65%	–	–
M1	**Base**	**60%**	**9**	46 059,83	14	1 956,00	96,68%	–	–
			10	46 546,54	14	1 946,00	96,70%	–	–
			8	46 414,48	13	1 967,00	96,66%	–	–
M1	**Base**	**70%**	**9**	46 460,09	12	1 973,00	96,65%	–	–
			10	46 942,14	13	1 838,00	96,88%	–	–
			8	61 139,51	16	2 663,00	96,39%	–	–
M1	**+25%**	**50%**	**9**	61 523,31	18	2 664,00	96,39%	–	–
			10	91 352,71	15	2 560,00	96,53%	–	–
			8	95 743,89	15	2 648,00	96,41%	–	–
M1	**+25%**	**60%**	**9**	65 300,96	16	2 706,00	96,33%	–	–
			10	91 677,04	15	2 673,00	96,38%	–	–
			8	101 989,12	17	2 595,00	96,48%	–	–
M1	**+25%**	**70%**	**9**	100 589,86	15	2 595,00	96,48%	–	–
			10	96 438,21	15	2 580,00	96,50%	–	–
			8	104 224,68	18	3 654,00	95,86%	–	–
M1	**+50%**	**50%**	**9**	100 401,72	16	3 657,00	95,85%	–	–
			10	103 977,19	16	3 610,00	95,91%	–	–
			8	103 306,19	16	3 657,00	95,85%	–	–
M1	**+50%**	**60%**	**9**	104 785,71	18	3 623,00	95,89%	–	–
			10	105 341,13	17	3 622,00	95,89%	–	–

Continua na página seguinte.

Tabela B.4 – continuação

$D = 2$

Conf.	Proc.	Nív. SS	H	CT	#Enc	VP	TA	#IncSS	IncSS%
			8	104 714,14	16	3 644,00	95,87%	–	–
M1	**+50%**	**70%**	**9**	105 058,33	17	3 608,00	95,91%	–	–
			10	105 458,68	15	3 647,00	95,87%	–	–
			8	47 933,77	14	1 811,00	96,93%	3 378,00	3,19%
M2	**Base**	**50%**	**9**	44 909,67	12	1 834,00	96,89%	3 443,00	3,24%
			10	44 902,06	13	1 834,00	96,89%	3 425,50	3,02%
			8	48 464,70	16	1 811,00	96,93%	5 187,60	3,24%
M2	**Base**	**60%**	**9**	45 167,16	13	1 834,00	96,89%	4 459,80	3,41%
			10	45 193,37	13	1 848,00	96,87%	4 468,00	3,24%
			8	48 294,59	16	1 834,00	96,89%	5 556,70	3,80%
M2	**Base**	**70%**	**9**	45 850,42	14	1 834,00	96,89%	6 267,70	3,47%
			10	45 443,83	11	1 834,00	96,89%	5 546,70	3,86%
			8	52 999,90	16	2 638,00	96,42%	5 583,50	3,80%
M2	**+25%**	**50%**	**9**	87 394,45	15	2 572,00	96,51%	5 663,00	3,69%
			10	50 604,98	17	2 650,00	96,41%	7 097,50	3,91%
			8	53 399,79	16	2 638,00	96,42%	7 298,20	4,25%
M2	**+25%**	**60%**	**9**	88 092,11	14	2 564,00	96,52%	7 206,20	3,86%
			10	51 157,07	15	2 638,00	96,42%	7 290,80	4,36%
			8	59 635,07	17	2 638,00	96,42%	8 584,20	4,42%
M2	**+25%**	**70%**	**9**	59 670,47	18	2 642,00	96,42%	8 533,60	4,42%
			10	56 954,59	15	2 648,00	96,41%	8 557,50	4,53%
			8	69 077,32	18	3 684,00	95,82%	9 330,00	4,14%
M2	**+50%**	**50%**	**9**	69 522,70	19	3 684,00	95,82%	9 276,50	4,25%
			10	100 753,96	18	3 620,00	95,90%	9 667,50	4,14%

Continua na página seguinte.

Tabela B.4 – continuação

$D = 2$									
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**H**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
			8	69 494,61	18	3 684,00	95,82%	9 200,20	4,31%
M2	**+50%**	**60%**	**9**	70 131,06	20	3 689,00	95,82%	9 330,40	4,53%
			10	103 394,38	18	3 611,00	95,91%	9 390,60	4,03%
			8	72 867,28	20	3 692,00	95,81%	11 646,90	5,26%
M2	**+50%**	**70%**	**9**	71 633,31	19	3 684,00	95,82%	11 571,10	4,70%
			10	106 469,80	19	3 613,00	95,90%	11 849,60	4,53%

Tabela B.4: KPIs operacionais obtidos da afinação dos parâmetros da matheurística para períodos de decisão mensais com $D = 2$.

Apêndice C

H=10, D=1					
Conf.	**Procura**	**Nível de SS**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
M1	**Base**	**50%**	154,28	106 679,68	2,09%
		60%	365,04	108 575,96	2,37%
		70%	447,74	109 060,73	-0,01%
	25%	**50%**	194,98	151 165,52	12,22%
		60%	283,79	142 336,97	-0,66%
		70%	147,76	143 708,09	2,35%
	50%	**50%**	257,82	176 989,77	5,04%
		60%	141,53	180 258,69	6,90%
		70%	57,64	181 780,67	7,33%
M2	**Base**	**50%**	721,29	102 248,93	-7,42%
		60%	552,42	104 604,46	-8,25%
		70%	648,98	106 094,77	-11,34%
	25%	**50%**	1 487,97	142 936,64	-2,53%
		60%	1 410,37	146 647,26	-4,79%
		70%	1 291,21	162 431,97	0,40%
	50%	**50%**	734,11	183 593,25	-5,11%
		60%	1 186,66	192 381,25	-0,03%
		70%	1 265,59	202 970,10	2,11%
	Média		**630,51**	**146 914,71**	**0,04%**

Tabela C.1: KPIs computacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão mensais utilizando a matheurística com $H = 10$ e $D = 1$.

H=15, D=2					
Conf.	**Procura**	**Nível de SS**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
		50%	651,03	105 786,25	1,87%
	Base	**60%**	516,26	107 593,70	2,35%
		70%	246,66	113 207,24	4,67%
		50%	943,19	153 049,74	13,84%
Q1	**25%**	**60%**	584,73	159 211,91	15,15%
		70%	814,27	157 682,17	13,42%
		50%	361,54	183 994,65	10,65%
	50%	**60%**	839,95	186 676,41	5,67%
		70%	724,51	181 857,45	4,20%
		50%	1 082,07	106 892,93	-5,94%
	Base	**60%**	1 392,02	109 469,57	-7,77%
		70%	1 531,16	112 925,21	-11,04%
		50%	1 512,90	192 351,64	26,09%
Q2	**25%**	**60%**	2 146,05	161 924,83	-6,05%
		70%	1 762,00	163 846,13	-4,73%
		50%	1 680,99	203 328,33	3,91%
	50%	**60%**	1 655,23	207 145,05	-0,43%
		70%	1 485,90	217 823,35	-3,52%
	Média		**1 107,25**	**156 931,47**	**3,46%**

Tabela C.2: KPIs computacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão quinzenais utilizando a matheurística com $H = 15$ e $D = 2$.

H=30, D=4					
Conf.	**Procura**	**Nível de SS**	**Tempo**	**FO**	**GAP**
S1	**Base**	**50%**	1 195,29	120 963,30	16,46%
		60%	1 176,28	123 036,70	15,65%
		70%	1 539,54	123 733,00	12,90%
	25%	**50%**	1 273,20	153 999,30	15,36%
		60%	1 512,15	159 828,80	5,36%
		70%	1 320,04	153 015,90	-1,50%
	50%	**50%**	1 360,57	179 907,40	2,20%
		60%	1 624,96	181 175,70	5,08%
		70%	1 344,94	187 396,50	-1,89%
S2	**Base**	**50%**	809,88	127 071,20	4,81%
		60%	1 556,55	135 058,80	2,95%
		70%	2 147,15	124 426,10	-17,17%
	25%	**50%**	2 136,23	170 888,40	-7,11%
		60%	2 423,00	200 222,00	-7,53%
		70%	2 186,03	214 686,90	-1,20%
	50%	**50%**	2 673,10	215 471,40	-14,62%
		60%	2 247,08	240 871,20	-36,80%
		70%	1 393,79	264 306,20	-8,15%
	Média		**1 662,21**	**170 892,16**	**-0,84%**

Tabela C.3: KPIs computacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão semanais utilizando a matheurística com $H = 30$ e $D = 4$.

H=10, D=1								
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
		50%	45 708,23	13	1 948	96,70%	–	–
	Base	**60%**	46 303,51	12	1 962	96,67%	–	–
		70%	46 932,78	12	1 830	96,90%	–	–
		50%	95 690,62	17	2 607	96,47%	–	–
M1	**25%**	**60%**	91 803,07	16	2 619	96,45%	–	–
		70%	96 252,69	16	2 576	96,51%	–	–
		50%	104 053,37	19	3 604	95,91%	–	–
	50%	**60%**	107 322,29	20	3 604	95,91%	–	–
		70%	105 697,27	16	3 627	95,89%	–	–
		50%	44 925,16	13	1 834	96,89%	3 472,50	3,02%
	Base	**60%**	45 499,41	14	1 847	96,87%	4 417,80	3,24%
		70%	45 547,33	14	1 834	96,89%	5 607,50	3,58%
		50%	50 564,34	17	2 638	96,42%	6 694,00	4,03%
M2	**25%**	**60%**	50 878,97	15	2 638	96,42%	7 243,00	4,31%
		70%	59 664,59	17	2 648	96,41%	8 554,60	4,59%
		50%	99 878,38	15	3 602	95,92%	9 040,00	3,97%
	50%	**60%**	104 803,84	18	3 602	95,92%	9 134,80	3,91%
		70%	70 267,66	19	3 684	95,82%	11 992,20	4,70%
	Média		**72 877,42**	**15,72**	**2 705,78**	**96,39%**	**7 350,71**	**3,93%**

Tabela C.4: KPIs operacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão mensais utilizando a matheurística com $H = 10$ e $D = 1$.

H=15, D=2								
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
		50%	45 593,25	17	1 946	96,70%	–	–
	Base	**60%**	45 896,20	15	1 959	96,68%	–	–
		70%	46 225,24	16	2 077	96,48%	–	–
		50%	61 081,79	22	2 677	96,37%	–	–
Q1	**25%**	**60%**	61 593,46	24	2 711	96,32%	–	–
		70%	99 346,72	21	2 596	96,48%	–	–
		50%	105 574,70	26	3 623	95,89%	–	–
	50%	**60%**	109 273,26	24	3 636	95,88%	–	–
		70%	104 168,00	21	3 617	95,90%	–	–
		50%	48 442,03	18	1 831	96,89%	3 614,50	1,51%
	Base	**60%**	48 512,12	18	1 831	96,89%	4 775,20	1,76%
		70%	48 866,35	19	1 831	96,89%	6 088,40	1,99%
		50%	127 374,67	21	2 575	96,51%	5 740,00	1,82%
Q2	**25%**	**60%**	62 653,15	26	2 633	96,43%	7 750,40	2,91%
		70%	60 420,20	22	2 633	96,43%	9 974,30	2,88%
		50%	103 409,38	23	3 624	95,89%	9 012,50	2,01%
	50%	**60%**	105 687,27	24	3 612	95,90%	11 558,00	2,27%
		70%	108 477,76	26	3 644	95,87%	13 942,10	2,29%
	Média		**77 366,42**	**21,28**	**2 725,33**	**96,36%**	**8 050,60**	**2,16%**

Tabela C.5: KPIs operacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão quinzenais utilizando a matheurística com $H = 15$ e $D = 2$.

H=30, D=4								
Conf.	**Proc.**	**Nív. SS**	**CT**	**#Enc**	**VP**	**TA**	**#IncSS**	**IncSS%**
S1	**Base**	**50%**	80 469,80	28	1 989	96,63%	–	–
		60%	81 268,25	25	1 980	96,64%	–	–
		70%	83 871,10	28	1 804	96,94%	–	–
	25%	**50%**	95 439,37	32	2 640	96,42%	–	–
		60%	98 519,81	40	2 673	96,38%	–	–
		70%	103 504,43	38	2 601	96,47%	–	–
	50%	**50%**	105 706,47	33	3 611	95,91%	–	–
		60%	107 027,74	27	3 609	95,91%	–	–
		70%	109 026,58	33	3 616	95,90%	–	–
S2	**Base**	**50%**	84 617,69	28	1 817	96,92%	5 613,50	0,84%
		60%	84 292,43	24	1 840	96,88%	6 626,80	1,03%
		70%	49 482,38	20	1 886	96,80%	8 583,00	1,48%
	25%	**50%**	96 194,01	35	2 578	96,50%	8 275,00	1,06%
		60%	100 980,81	38	2 669	96,38%	11 065,80	1,37%
		70%	131 238,42	32	2 571	96,51%	15 108,20	1,38%
	50%	**50%**	75 002,02	33	3 683	95,82%	12 279,00	1,24%
		60%	105 182,41	24	3 651	95,86%	17 457,20	1,72%
		70%	104 778,76	22	3 624	95,89%	28 038,70	2,14%
	Média		**94 255,69**	**30**	**2 713,44**	**96,38%**	**12 560,80**	**1,36%**

Tabela C.6: KPIs operacionais da resolução das instâncias de períodos de decisão semanais utilizando a matheurística com $H = 30$ e $D = 4$.