

O EFEITO DA RETRAÇÃO NO DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS EM BETÃO ARMADO

BEATRIZ CARVALHO ISIDRO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques

Acompanhamento dos trabalhos da empresa: Engenheiro Eugénio Paulo da Cruz Maia

JUNHO 2026

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2025/2026

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E GEORRECURSOS

Tel. +351-22-508 1901



m.ec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400



feup@fe.up.pt



<http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Engenharia Civil - 2025/2026 - Departamento de Engenharia Civil e Georrecursos, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2026*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

A meus pais

Estamos todos na sarjeta, mas alguns de nós olham para as estrelas

Oscar Wilde

AGRADECIMENTOS

Este trabalho representa o culminar de uma etapa exigente, mas também muito enriquecedora, na qual tive a oportunidade de aprofundar o estudo do comportamento das estruturas em betão armado e, em particular, da influência da retração no seu dimensionamento.

Agradeço ao meu orientador, Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques, pela orientação, disponibilidade e contributos dados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu coorientador, Engenheiro Eugénio Paulo da Cruz Maia agradeço o acompanhamento, os esclarecimentos técnicos e a ajuda prestada ao longo deste processo, que me permitiram compreender melhor a aplicação prática dos temas abordados.

À Struconcept, agradeço a oportunidade de realizar este trabalho num contexto próximo da realidade profissional, bem como o acolhimento e os meios disponibilizados.

Aos meus amigos e colegas, obrigada pelo apoio, pela motivação e por tornarem este percurso mais leve.

Ao João, obrigada pelo apoio, pela paciência e por teres estado presente em todos os momentos deste percurso. A tua confiança em mim foi muitas vezes a força de que precisei para continuar.

À minha família, e especialmente aos meus pais, obrigada por todo o apoio, carinho e confiança. Foram, ao longo de todo este caminho, uma presença essencial e uma das maiores razões para chegar até aqui.

A todos, o meu sincero obrigada.

RESUMO

A presente dissertação analisa os efeitos da retração restringida em estruturas de betão armado, com particular incidência na fendilhação de lajes sujeitas a deformações impostas e ações gravíticas. O trabalho pretende avaliar os esforços de tração gerados pela restrição à livre deformação do betão e a sua influência no controlo da fendilhação em serviço.

Inicialmente, são abordados os fenómenos diferidos do betão, nomeadamente a retração e a fluência, bem como os critérios regulamentares associados à fendilhação. É ainda realizada uma comparação entre o Eurocódigo 2 de 2004 e a nova versão EN 1992-1-1:2023, destacando-se as principais alterações na quantificação da retração, da fluência e da armadura mínima.

Numa fase posterior, são desenvolvidos exemplos práticos que permitem avaliar o impacto das diferentes formulações normativas nos resultados obtidos. Por fim, é analisado um caso prático de uma estrutura de betão armado, recorrendo a modelação numérica, considerando diferentes hipóteses de restrição, nomeadamente apoios rígidos, apoios elásticos e cenários de faseamento construtivo.

Os resultados evidenciam que a rigidez das condições de apoio influencia significativamente os esforços de tração instalados, sendo a consideração de apoios elásticos relevante para uma avaliação mais realista do comportamento estrutural. Verifica-se ainda que o faseamento construtivo apresenta uma influência menos expressiva nos esforços obtidos. Assim, conclui-se que uma modelação adequada das condições de restrição é essencial para uma quantificação mais representativa dos efeitos da retração e da fendilhação em estruturas reais.

PALAVRAS-CHAVE: Retração, Fendilhação, Fluência, Eurocódigo 2, Apoios Elásticos.

ABSTRACT

This dissertation analyses the effects of restrained shrinkage in reinforced concrete structures, with particular focus on the cracking of slabs subjected to imposed deformations and gravity loads. The study aims to evaluate the tensile forces generated by the restraint of concrete shrinkage and their influence on crack control under service conditions.

Initially, the time-dependent behaviour of concrete is addressed, namely shrinkage and creep, together with the code provisions related to crack control. A comparison is then established between Eurocode 2:2004 and the new EN 1992-1-1:2023, highlighting the main changes regarding the quantification of shrinkage, creep and minimum reinforcement.

Practical examples are subsequently developed in order to assess the influence of the different code formulations on the obtained results. Finally, a practical case study of a reinforced concrete structure is analysed through numerical modelling, considering different restraint conditions, namely rigid supports, elastic supports and construction sequencing scenarios.

The results show that the stiffness of the support conditions has a significant influence on the tensile forces generated in the structure, with elastic supports providing a more realistic assessment of the structural behaviour. In contrast, the construction sequence has a less pronounced influence on the obtained forces. Therefore, an adequate modelling of the restraint conditions is essential for a more representative quantification of shrinkage and cracking effects in real structures.

KEYWORDS: Restrained Shrinkage, Cracking, Creep, Eurocode 2, Elastic Supports.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS.....	I
RESUMO	III
ABSTRACT	V
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS NA PRESENTE DISSERTAÇÃO E MOTIVAÇÃO	1
1.2 ORGANIZAÇÃO POR CAPÍTULOS	2
2 RETRAÇÃO NO BETÃO ARMADO – QUANTIFICAÇÃO E CONTROLO DE FISSURAÇÃO	5
2.1 INTRODUÇÃO.....	5
2.2 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO BETÃO	6
2.3 QUANTIFICAÇÃO DOS EFEITOS DIFERIDOS DE ACORDO COM O EN 1992-1- 1:2004	10
2.3.1 Fluência.....	10
2.3.2 Retração.....	12
2.3.3 Controlo de fendilhação	14
2.3.3.1 Abertura de Fendas	14
2.3.3.2 Armadura Mínima para controlo da Fendilhação	16
2.4 QUANTIFICAÇÃO SEGUNDO A EN 1992-1-1:2023	17
2.4.1 Fluência.....	17
2.4.2 Retração.....	21
2.4.3 Controlo de fendilhação	23
2.4.3.1 Abertura de fendas.....	23
2.4.3.2 Armadura mínima para controlo da fendilhação.....	29
2.5 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES NORMATIVAS	30

3 APLICAÇÃO A CASOS SIMPLIFICADOS DE RETRAÇÃO RESTRINGIDA	33
3.1 ENQUADRAMENTO DOS CASOS DE ESTUDO.....	33
3.2 TIRANTE RESTRINGIDO NAS EXTREMIDADES.....	34
3.2.1 Apresentação do caso de estudo	34
3.2.2 Quantificação regulamentar da retração e da fluência	36
3.2.3 Quantificação da armadura mínima para o controlo da fendilhação.....	37
3.2.4 Quantificação da Abertura de Fendas	38
3.3 PAREDE RESTRINGIDA NA BASE	40
3.3.1 Apresentação do caso de estudo	40
3.3.2 Quantificação da retração e da fluência	42
3.3.3 Quantificação da armadura mínima de fendilhação	43
3.3.4 Temperatura equivalente.....	43
3.3.5 Enquadramento do R_{ax}	44
3.3.6 Abertura de fendas	49
4 CASO PRÁTICO DE UMA ESTRUTURA PORTICADA ...	51
4.1 BASES DE CÁLCULO.....	51
4.1.1 Introdução.....	51
4.1.2 Caracterização geométrica, materiais e ações consideradas.....	53
4.1.2.1 Cálculo da fluência e da retração pela EN 1992-1-1:2023	56
4.1.2.2 Análise.....	57
4.2 INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE RESTRIÇÃO DA CAVE.....	57
4.2.1 Quantificação do coeficiente elástico dos apoios	59
4.2.2 Análise detalhada dos elementos	62
4.2.2.1 Paredes da cave.....	62
4.2.2.2 Laje do piso 1	67
4.3 FASEAMENTO CONSTRUTIVO	70
4.3.1 Modelação do faseamento construtivo	72
4.3.1.1 Fase 1.....	72
4.3.1.2 Fase 2.....	73

4.3.1.3 Fase 3	74
4.3.1.4 Fase 4	76
4.3.1.5 Fase 5	77
4.3.1.6 Fase 6	79
4.3.1.7 Fase 7 – Estrutura Completa	82
4.3.2 Comparação com o modelo com retração, com e sem faseamento construtivo	84
4.3.3 Consideração do efeito da fluência no faseamento construtivo	90
4.3.3.1 Fase 1	93
4.3.3.2 Fase 2	93
4.3.3.3 Fase 3	93
4.3.3.4 Fase 4	94
4.3.3.5 Fase 5	95
4.3.3.6 Fase 6	96
4.3.3.7 Fase 7 – Estrutura Completa	97
4.3.4 Comparação de resultados	99
4.3.5 Consideração de um tempo de referência maior	104
4.3.5.1 Fase 1	104
4.3.5.2 Fase 2	105
4.3.5.3 Fase 3	105
4.3.5.4 Fase 4	106
4.3.5.5 Fase 5	107
4.3.5.6 Fase 6	108
4.3.5.7 Fase 7 – Estrutura Completa	110
4.3.6 Comparação de resultados	112
4.4 CONCLUSÕES	117
5 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS....	119
5.1 CONCLUSÕES	119
5.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	121

ANEXOS.....	125
A.1 EVOLUÇÃO DA RETRAÇÃO EM CADA UMA DAS FASES CONSTRUTIVAS CONSIDERADAS NO ESTUDO DO CASO PRÁTICO DA ESTRUTURA PORTICADA - SUBCAPÍTULO 4.3.....	127
A.2 EVOLUÇÃO DA FLUÊNCIA EM CADA UMA DAS FASES CONSTRUTIVAS CONSIDERADAS NO ESTUDO DO CASO PRÁTICO DA ESTRUTURA PORTICADA - SUBCAPÍTULO 4.4.....	130

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Representação esquemática da relação tensões-extensões do betão. Adaptada do NP-1992-1-1-2010	8
Figura 2 - Elemento restringido nas extremidades. Adaptado de (CEN, 2023).....	25
Figura 3 - Elemento restringido no seu bordo. Adaptado de (CEN, 2023)	27
Figura 4 - Elemento restringido no bordo e nas extremidades. Adaptado de (CEN, 2023)	28
Figura 5 – Esquema geométrico do tirante restringido nas extremidades elaborada no AutoCad (Autodesk, 2025a)	35
Figura 6 – Comparação da abertura de fendas em função da taxa de armadura	40
Figura 7 - Parede restringida na sua base, elaborada no Autodesk (2025a)	41
Figura 8 - Evolução do fator de restrição geométrico em paredes restringidas na base. Adaptado de (ACI Committee 207, 2007).....	45
Figura 9 - Fator de restrição tendo em conta a rigidez entre a base e o elemento. Adaptado de (ACI Committee 207, 2007).....	45
Figura 10 -Modelo numérico simplificado desenvolvido no Autodesk Robot Structural Analysis, considerando a direção x como horizontal e a direção y como vertical(Autodesk, 2025b)	46
Figura 11 – Deslocamentos horizontais na parede superior face ao efeito da retração imposta (Autodesk, 2025b)	47
Figura 12 - Comparação dos valores de abertura de fendas e armadura mínima por face obtidos segundo a EN 1992-1-1:2004(CEN, 2004) e a EN 1992-1-1:2023(CEN, 2023)	50
Figura 13 - Modelos Estruturais analisados: a) pórtico de 5 pisos sem paredes na cave; b) pórtico de 5 pisos com paredes na cave.....	52
Figura 14 - Esforço Axial na Laje do Piso 1 na CQP definida de acordo com a EN 1990 (CEN, 2002)	57
Figura 15 - Paredes da cave de 12 m com apoios rígidos, na direção x.....	62
Figura 16 - Paredes da cave de 12m com apoios rígidos na direção y	62
Figura 17 - Paredes de 12m com apoios elásticos na direção x	63
Figura 18 - Paredes de 12 m com apoios elásticos, na direção y	63
Figura 19 - Parede de 24m com apoios rígidos, na direção x	65
Figura 20 - Parede de 24m com apoios rígidos, na direção y	65
Figura 21 - Parede de 24m com apoios elásticos, na direção x	65
Figura 22 - Parede de 24m com apoios elásticos, na direção y	65
Figura 23 - Esforço axial na laje do piso 1, na situação dos apoios rígidos	68
Figura 24 - Esforço axial da laje do piso 1, na situação dos apoios elásticos	68
Figura 25 - Evolução da Retração com o Tempo	71
Figura 26 - Elementos ativados no instante t_1	73
Figura 27 - Elementos ativados no instante t_2	74

Figura 28 - Elementos ativados no instante t_3	75
Figura 29 - Elementos ativados no instante t_4	76
Figura 30 - Elementos ativados no instante t_5	78
Figura 31 - Elementos na idade t_6	80
Figura 32 - Elementos em t_{infinito}	82
Figura 33 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 12m	84
Figura 34 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 12m	85
Figura 35 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 12m	85
Figura 36 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 12m	85
Figura 37 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo na parede de 24m em x	87
Figura 38 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo na parede de 24m em y	87
Figura 39 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo na parede de 24m em x	87
Figura 40 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo na parede de 24m em y	87
Figura 41 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x e y	88
Figura 42 - Análise dos esforços axiais da laje do piso 1 com faseamento construtivo em x e y	89
Figura 43 - Evolução do módulo de elasticidade efetivo.....	91
Figura 44 – Comparação entre a temperatura equivalente da retração total e a temperatura equivalente corrigida pelo efeito da fluência	92
Figura 45 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 12m	99
Figura 46 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 12m	99
Figura 47 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 12m	99
Figura 48 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 12m	100
Figura 49 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 24m	101
Figura 50 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 24m	101
Figura 51 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 24m	101
Figura 52 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 24m	101
Figura 53 - Análise dos esforços axiais sem faseamento em x e y	102
Figura 54 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x e y	103
Figura 55 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 12m	112
Figura 56 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 12m	112
Figura 57 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 12m	113
Figura 58 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 12m	113
Figura 59 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 24m	114
Figura 60 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 24m	114
Figura 61 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 24m	114
Figura 62 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 24m	114
Figura 63 - Análise dos esforços axiais sem faseamento em x e y	116
Figura 64 - Análise dos esforços axiais com faseamento em x e y	116
Figura 65 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 40x40	127

Figura 66 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 50x50	127
Figura 67 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 30x30	128
Figura 68 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nas Lajes	128
Figura 69 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nas Paredes da Cave	129
Figura 70 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nas Vigas	129
Figura 71 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 40x40	130
Figura 72 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 50x50	130
Figura 73 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 30x30	131
Figura 74 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nas Paredes da Cave	131
Figura 75 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nas Lajes.....	132
Figura 76 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nas Vigas	132

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e mecânicas consideradas no tirante	35
Tabela 3.2 – Quantificação regulamentar dos efeitos diferidos para as condições do tirante estudado por Carvalho (2013)	36
Tabela 3.3 – Valores do cálculo de armadura mínima segundo as normas	37
Tabela 3.4 – Armaduras consideradas nos tirantes analisados com base em Carvalho (2013)	37
Tabela 3.5 – Esforço axial de fendilhação com secção homogeneizada	38
Tabela 3.6 – Comparação da abertura de fendas para diferentes taxas de armadura	39
Tabela 3.7 – Propriedades geométricas e mecânicas consideradas na parede restringida na base ..	42
Tabela 3.8 – Quantificação regulamentar dos efeitos diferidos para a parede restringida na base	42
Tabela 3.9 – Armadura mínima de fendilhação para a parede restringida na base	43
Tabela 3.10 – Valores de restrição para base da parede	48
Tabela 3.11 – Comparação da abertura de fendas e da armadura mínima para a parede restringida na base	49
Tabela 4.1 – Características geométricas adotadas nos modelos estruturais	53
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas consideradas nos modelos estruturais	54
Tabela 4.3 – Ações consideradas nos modelos estruturais	55
Tabela 4.4 – Fluência e retração livre calculadas para os elementos estruturais calculados segundo a EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023)	56
Tabela 4.5 – Coeficientes elásticos da interação solo-sapata de superfície	60
Tabela 4.6 – Coeficientes elásticos da interação solo-sapata enterradas	61
Tabela 4.7 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração nas paredes de cave de 12m	64
Tabela 4.8 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração nas paredes da cave de 24m	66
Tabela 4.9 – Comparação dos esforços axiais de tração representativos na laje do piso 1	69
Tabela 4.10 – Deformação de retração considerada no instante t_1	73
Tabela 4.11 – Deformação de retração considerada no instante t_2	74
Tabela 4.12 – Deformação de retração considerada no instante t_3	75
Tabela 4.13 Deformação de retração considerada no instante t_4	77
Tabela 4.14 – Deformação de retração considerada no instante t_5	79
Tabela 4.15 – Elementos em t_6	81
Tabela 4.16 – Elementos em t_{infinito}	83
Tabela 4.17 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m	86
Tabela 4.18 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 24m	88
Tabela 4.19 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na laje do piso 1	90
Tabela 4.20 – Elementos em t_1	93
Tabela 4.21 – Elementos em t_2	93
Tabela 4.22 – Elementos em t_3	94

Tabela 4.23 – Elementos em t_4	95
Tabela 4.24 – Elementos em t_4	96
Tabela 4.25 – Elementos em t_4	97
Tabela 4.26 – Elementos em t_4	98
Tabela 4.27 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m	100
Tabela 4.28 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 24m	102
Tabela 4.29 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na laje do piso 1	103
Tabela 4.30 – Elementos em t_1	104
Tabela 4.31 – Elementos em t_2	105
Tabela 4.32 – Elementos em t_3	106
Tabela 4.33 – Elementos em t_4	107
Tabela 4.34 – Elementos em t_5	108
Tabela 4.35 – Elementos em t_6	109
Tabela 4.36 – Elementos em t_{infinito}	111
Tabela 4.37 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m	113
Tabela 4.38 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m	115
Tabela 4.39 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na laje do piso 1	117

SÍMBOLOS, ACRÓNIMOS E ABREVIATURAS

Formatação Final:

A_b	$[m^2]$	Área da base da fundação
A_c	$[mm^2]$	Área da secção transversal de betão
A_{ct}	$[mm^2]$	Área de betão tracionado
$A_{s,min}$	$[mm^2]$	Área mínima de armadura
$A_{s,min,w1,}$	$[mm^2]$	Área mínima de armadura na direção principal
$A_{s,min,w2,}$	$[mm^2]$	Área mínima de armadura na direção secundária
A_w	$[m^2]$	Área das paredes enterradas
B	$[m]$	Largura da fundação
c	$[mm]$	Recobrimento ao centro da armadura
D	$[m]$	Profundidade de enterramento da base da fundação
d	$[m]$	Altura efetiva de enterramento
$E_{c,eff}$	$[GPa]$	Módulo de Elasticidade Efetivo do Betão
E_{cm}	$[GPa]$	Módulo de Elasticidade Secante médio aos 28 dias
$E_{cm}(t)$	$[GPa]$	Módulo de Elasticidade do Betão à idade t
E_s	$[GPa]$	Módulo de Elasticidade do Aço
E_{solo}	$[MPa]$	Módulo de Elasticidade do Solo
f_{ck}	$[MPa]$	Resistência característica à compressão
f_{cm}	$[MPa]$	Resistência média à compressão do betão
$f_{cm}(t)$	$[MPa]$	Resistência média à compressão do betão à idade t
f_{ct}	$[MPa]$	Resistência média à tração do betão
f_{ctm}	$[MPa]$	Resistência média à tração do betão
$f_{ct,eff}$	$[MPa]$	Resistência média efetiva à tração do betão
f_{yk}	$[MPa]$	Tensão característica de cedência do aço
G	$[MPa]$	Módulo de distorção do solo
G_k	$[kN]$	Valor característico das ações permanentes
h	$[mm]$	Altura total da secção

h_0	[mm]	Espessura equivalente do elemento
h_n	[mm]	Espessura equivalente do elemento estrutural
$K_{x,0}$	[kN/m]	Rigidez horizontal da fundação superficial na direção x
$K_{x,emb}$	[kN/m]	Rigidez horizontal corrigida pelo efeito de enterramento na direção x
$K_{y,0}$	[kN/m]	Rigidez horizontal da fundação superficial na direção y
$K_{y,emb}$	[kN/m]	Rigidez horizontal corrigida pelo efeito de enterramento na direção y
$K_{z,0}$	[kN/m]	Rigidez vertical da fundação superficial
$K_{z,emb}$	[kN/m]	Rigidez vertical corrigida pelo efeito de enterramento
k	[—]	Coefficiente empírico
k_b	[—]	Coefficiente associado à aderência
k_c	[—]	Coefficiente relativo à distribuição de tensões
k_E	[—]	Coefficiente para cálculo de E_{cm}
k_f	[—]	Coefficiente associado à geometria/estado de tensão
k_h	[—]	Coefficiente dependente de h_0
k_t	[—]	Coefficiente dependente da duração do carregamento
k_w	[—]	Coefficiente relacionado com a abertura de fendas
k_1	[—]	Coefficiente associado às propriedades de aderência de armaduras
k_2	[—]	Coefficiente associado à distribuição de tensões
$k_{1/r}$	[—]	Coefficiente de distribuição das extensões para cálculo da fendilhação
L	[m]	Comprimento da Fundação
N_{cr}	[kN]	Esforço axial crítico de fendilhação
N_{Ed}	[kN]	Esforço axial de cálculo
N_x	[kN]	Esforço axial na direção x
N_y	[kN]	Esforço axial na direção y
$Q_{k,i}$	[kN]	Valor característico da ação variável i
R_{ax}	[—]	Fator de restrição axial
RH	[%]	Humidade relativa ambiente
$s_{r,max}$	[mm]	Espaçamento máximo entre fendas
$s_{r,m,cal}$	[mm]	Espaçamento médio calculado entre fendas

t	[dias]	Idade do betão no instante considerado
t_0	[dias]	Idade do betão no instante de aplicação de carga
$t_{0,adj}$	[dias]	Idade do betão ajustada do betão no instante de carregamento
t_s	[dias]	Idade do betão no início da secagem
u	[mm]	Perímetro exposto ao ambiente
w_k	[mm]	Abertura característica da fenda
$w_{k,cal}$	[mm]	Abertura característica calculada da fenda
w_{max}	[mm]	Abertura máxima admissível da fenda
x	[mm]	Profundidade do eixo neutro
ΔT	[°C]	Variação de Temperatura
α	[–]	Coeficiente empírico
α_e	[–]	Relação aço-betão (E_s/E_{cm})
α_T	[1/°C]	Coeficiente de dilatação térmica linear
α_{bs}	[–]	Coeficiente dependente da classe de cimento
α_{ds1}	[–]	Coeficiente dependente do tipo de cimento
α_{ds2}	[–]	Coeficiente dependente do tipo de cimento
$\beta_c(t)$	[–]	Coeficiente da evolução da resistência com o tempo
$\beta_c(t, t_0)$	[–]	Coeficiente da evolução da temporal da fluência
$\beta(f_{cm})$	[–]	Coeficiente dependente da resistência média à compressão do betão
$\beta(t_0)$	[–]	Coeficiente dependente da idade de carregamento
β_H	[–]	Coeficiente dependente da humidade relativa e da espessura equivalente
β_h	[–]	Coeficiente dependente da espessura equivalente
$\beta_{as}(t)$	[–]	Coeficiente da evolução temporal da retração autógena
$\beta_{ast}(t)$	[–]	Coeficiente da evolução temporal da retração autógena
$\beta_{bc,fcm}$	[–]	Coeficiente associado à resistência média do betão na fluência básica
$\beta_{bc,t-t_0}$	[–]	Coeficiente temporal da fluência básica
$\beta_{dc,fcm}$	[–]	Coeficiente associado à resistência do betão na fluência de secagem
$\beta_{dc,RH}$	[–]	Coeficiente associado à humidade relativa
β_{dc,t_0}	[–]	Coeficiente associado à idade de carregamento

$\beta_{dc,t-t_0}$	[-]	Coeficiente temporal da retração de secagem
$\beta_{ds}(t, t_s)$	[-]	Coeficiente de evolução temporal da retração por secagem
$\gamma(t_{0,adj})$	[-]	Expoente dependente da idade ajustada de carregamento
ε_{ca}	[-]	Retração autógena
$\varepsilon_{ca}(t)$	[-]	Retração autógena à idade t
$\varepsilon_{ca}(\infty)$	[-]	Valor final à retração autógena
$\varepsilon_{cbs}(t)$	[-]	Retração autógena à idade t
$\varepsilon_{cbs,fc m}$	[-]	Valor nominal da retração autógena t
ε_{cd}	[-]	Retração por secagem
$\varepsilon_{cd}(t)$	[-]	Retração por secagem à idade t
$\varepsilon_{cd,0}$	[-]	Valor nominal da retração por secagem
$\varepsilon_{cds}(t)$	[-]	Retração de secagem à idade t
ε_{cm}	[-]	Extensão média do betão entre fendas
ε_{cs}	[-]	Retração total
$\varepsilon_{cs}(t)$	[-]	Retração total à idade t
ε_{free}	[-]	Deformação livre
ε_{imp}	[-]	Deformação livre
ε_{restr}	[-]	Deformação ocorrida no elemento restringido
ε_{sm}	[-]	Extensão média de armadura
ν	[-]	Coeficiente de Poisson
$\varphi(t, t_0)$	[-]	Coeficiente de fluência
φ_0	[-]	Coeficiente nominal de fluência
φ_{RH}	[-]	Fator associado à humidade relativa
$\varphi_{bc}(t, t_0)$	[-]	Componente de fluência básica
$\varphi_{bd}(t, t_0)$	[-]	Componente de fluência de secagem
$\rho_{p,eff}$	[-]	Percentagem eficaz de armadura
ρ_s	[-]	Taxa geométrica da armadura
σ_s	[MPa]	Tensão na armadura de tração
$\emptyset$	[mm]	Diâmetro dos varões

χ	[–]	Fator geométrico da fundação
$\psi_{2,i}$	[–]	Coeficiente de combinação-quase permanente da ação variável i

DECG Departamento de Engenharia Civil e Georrecursos

EC2 Eurocódigo 2

EC2: 2004 Eurocódigo 2 – EN 1992-1-1:2004

EC2: 2023 Eurocódigo 2 – EN 1992-1-1:2023

ELS Estado Limite de Serviço

ELU Estado Limite Último

Dept Departamento

Ref Referência

Tab Tabela

1

INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS NA PRESENTE DISSERTAÇÃO E MOTIVAÇÃO

O betão armado é o material de construção estrutural mais utilizado a nível mundial, estando presente nas diversas infraestruturas, desde edifícios de habitação, até a obras de grande complexidade. A sua versatilidade, capacidade resistente e durabilidade justificam a sua ampla utilização, contudo, o seu comportamento ao longo do tempo é influenciado por fenómenos diferidos que, quando inadequadamente considerados, podem comprometer o desempenho em serviço, a durabilidade e a aparência das estruturas (fib, 2009).

Entre esses fenómenos destaca-se a retração do betão, cuja restrição pode originar esforços de tração e conduzir ao desenvolvimento da fendilhação (Zhang et al., 2000). Este fenómeno assume particular relevância em estruturas de betão armado com elevada rigidez global, ou com elementos que restringem a livre deformação, como paredes, núcleos, caves, fundações e outros elementos de contraventamento.

Apesar da importância deste tema, a quantificação dos efeitos da retração e o respetivo controlo da fendilhação continuam a apresentar desafios significativos, tanto na prática de projeto como no meio académico. As metodologias regulamentares atualmente utilizadas recorrem frequentemente a formulações simplificadas que, embora adequadas para o dimensionamento corrente, podem não representar de forma rigorosa o comportamento real de estruturas completas, especialmente quando existem diferentes graus de restrição, faseamento construtivo, fluência e interação solo-estrutura.

Esta dissertação considera ainda a nova versão da EN 1992-1-1, que introduz alterações relevantes no tratamento da fendilhação associada a deformações impostas, nomeadamente através da consideração mais explícita dos coeficientes de restrição(CEN, 2023). Esta abordagem torna particularmente pertinente uma análise crítica das metodologias disponíveis, uma vez que a correta avaliação do grau de restrição é determinante para a quantificação dos esforços de tração e para o controlo de abertura de fendas.

1.2 ORGANIZAÇÃO POR CAPÍTULOS

A presente dissertação foi organizada de forma a acompanhar a evolução natural do estudo, começando pelo enquadramento do tema, seguindo da análise das formulações regulamentares e terminando com a aplicação de casos práticos e à estrutura em estudo. Neste sentido, o documento encontra-se dividido em cinco capítulos, cujo conteúdo é descrito de seguida.

No capítulo 1 é apresentada a introdução ao tema em estudo, enquadrando a importância do estudo da retração, da fluência e da fendilhação no comportamento em serviço das estruturas de betão armado. São ainda definidos os principais objetivos da dissertação, a motivação para o desenvolvimento do trabalho e a organização geral do documento.

No segundo capítulo são apresentadas as metodologias regulamentares utilizadas para a quantificação da retração, da fluência e da fendilhação, com base no Eurocódigo 2. Neste capítulo é feita uma análise comparativa entre a formulação da EN 1992-1-1:2004(CEN, 2004) e a nova formulação da EN 1992-1-1:2023(CEN, 2023), destacando-se as principais alterações introduzidas, nomeadamente no tratamento das deformações impostas e dos coeficientes de restrição.

No capítulo 3 são desenvolvidos exemplos práticos com o objetivo de aplicar e comparar as metodologias apresentadas no capítulo anterior. Estes exemplos permitem avaliar as diferenças entre os resultados obtidos segundo o EN 1992-1-1:2004(CEN, 2004) e o EN1992-1-1:2023(CEN, 2023), identificando a influência das novas formulações na quantificação da retração, da fluência e no controlo da fendilhação.

No capítulo 4 é apresentado o caso prático em estudo. Neste capítulo são analisados mecanismos que permitem uma quantificação mais ajustada dos efeitos da retração e da fendilhação, nomeadamente a consideração da interação solo-estrutura através de apoios elásticos e a influência do faseamento construtivo. São ainda discutidos os efeitos da fluência na variação dos esforços com o tempo associados às deformações impostas.

No último capítulo são apresentadas as principais conclusões da dissertação, sintetizando os resultados mais relevantes obtidos ao longo do trabalho. São também identificadas as limitações do estudo realizado e sugeridos possíveis desenvolvimentos futuros, com vista a uma avaliação mais rigorosa da retração restringida e da fendilhação em estruturas de betão armado.

2

RETRAÇÃO NO BETÃO ARMADO – QUANTIFICAÇÃO E CONTROLO DE FISSURAÇÃO

2.1 INTRODUÇÃO

A retração é um dos fenómenos mais relevantes em estruturas de betão armado, devido ao seu comportamento a longo prazo (fib, 2009). Ao contrário de outro tipo de deformações de origem mecânica, a retração desenvolve-se sem aplicação de qualquer carga externa, podendo ser quantificada em retração autogénea, retração de secagem, retração plástica e retração de carbonatação (Mokarem et al., 2003). A retração plástica ocorre antes da presa do betão e está associada à evaporação de água na superfície, enquanto a retração por carbonatação ocorre após a presa, resultando da carbonatação dos produtos hidratados do cimento. Apesar de ser classificada em diferentes tipos, as normas atuais consideram, para efeitos de quantificação, essencialmente a retração autogénea e a retração de secagem (CEN, 2004, 2023). Nas estruturas correntes, seja em vigas, pilares, paredes ou lajes, a deformação devida à retração é frequentemente restringida, gerando tensões de tração no betão que podem conduzir à fissuração.

A fissuração é um fenómeno frequente em estruturas de betão armado, podendo resultar tanto de ações mecânicas como de deformações impostas, como a retração ou variações de temperatura (Gilbert & Ranzi, 2010). Embora não deva ser tratada como uma consequência inevitável do comportamento do material, a sua ocorrência é muitas vezes difícil de evitar completamente. Assim, o dimensionamento moderno não procura eliminar totalmente as fissuras, mas sim limitar a sua abertura a valores compatíveis com os requisitos de durabilidade, estanquidade e estética. Para tal, torna-se essencial garantir uma adequada conceção estrutural, uma pormenorização correta das armaduras e boas práticas de execução, nomeadamente durante a betonagem e a cura do betão.

A quantificação da retração e a verificação da fissuração têm vindo a ser objeto de evolução normativa significativa. A EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004) estabelece um modelo de cálculo que tem sido utilizado na prática corrente, enquanto que na EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023), podemos verificar que introduz alterações relevantes, refletindo os avanços da investigação das últimas décadas e a necessidade de maior harmonização entre modelos normativos europeus.

Este presente capítulo tem como objetivo apresentar e comparar as duas abordagens normativas, identificando as suas maiores diferenças e avaliando as suas implicações no dimensionamento corrente de elementos de betão armado.

2.2 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO BETÃO

O módulo de elasticidade do betão constitui uma das propriedades mecânicas mais relevantes na análise e dimensionamento de estruturas de betão armado, por traduzir a rigidez do material e a sua capacidade de se deformar sob a ação de tensões. Este parâmetro influencia diretamente a resposta estrutural em serviço, nomeadamente as deformações imediatas, a redistribuição de esforços, a vibração dos elementos e os efeitos diferidos associados à retração e à fluência. No âmbito da modelação estrutural, a correta estimativa do módulo de elasticidade assume especial importância em análises dependentes do tempo (Neville, 2011).

Ao contrário dos materiais metálicos, o betão não apresenta comportamento perfeitamente linear-elástico, para níveis de tensão moderados. A relação entre tensão e deformação em compressão não é linear desde níveis relativamente reduzidos de tensão, razão pela qual o módulo de elasticidade do betão não corresponder a um valor único. Em termos práticos é usual recorrer ao módulo secante definido pela inclinação da reta que une dois pontos da curva de tensão-deformação dentro da gama de tensões em serviço, sendo este o parâmetro geralmente adotado nos regulamentos estruturais (CEN, 2004; Neville, 2011).

A forma mais rigorosa de determinar o módulo de elasticidade consiste na realização de ensaios laboratoriais em provetes normalizados, normalmente cilíndricos ou prismáticos, submetidos a compressão uniaxial. Durante o ensaio, mede-se a deformação longitudinal correspondente a incrementos graduais de carga através de extensómetros ou de sensores eletrónicos, obtendo a curva de tensão-deformação do material.

Na ausência de resultados experimentais específicos, é prática corrente estimar o módulo de elasticidade através de expressões empíricas definidas em regulamentação técnica. No EC2, para betões correntes de massa volúmica normal, o valor médio do módulo secante aos 28 dias é obtido em função da resistência média à compressão, traduzindo a correlação existente entre resistência e rigidez. Em termos gerais, os betões de maior resistência apresentam módulos de elasticidade superiores, devido à maior compacidade da pasta cimentícia endurecida e à melhor qualidade da zona de transição pasta-agregado.

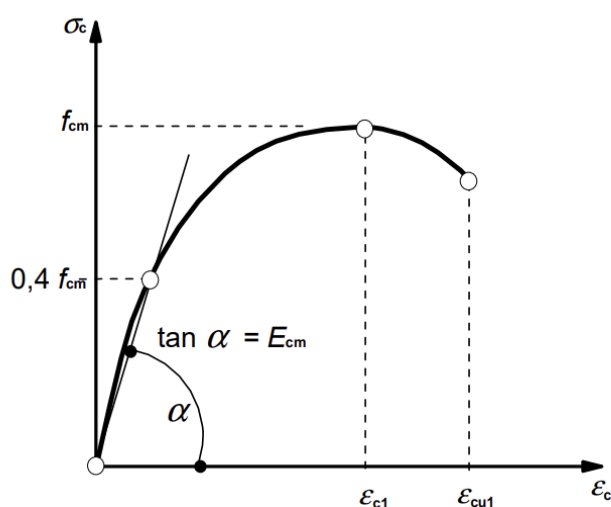


Figura 1 – Representação esquemática da relação tensões-extensões do betão. Adaptada do NP-1992-1-1:2010

De acordo com a NP EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004), E_{cm} pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$E_{cm} = 22 \times \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} \quad (2.1)$$

Em que:

- E_{cm} é o valor médio do módulo secante de elasticidade aos 28 dias, em GPa;
- f_{cm} é o valor médio da resistência à compressão do betão aos 28 dias.

Contudo, a resistência à compressão não é o único fator determinante. O tipo de agregado utilizado exerce influência significativa no módulo de elasticidade global do betão, uma vez que os agregados constituem os componentes mais rígidos do compósito. Betões produzidos com agregados densos e rígidos, como basalto, granito ou quartzito, tendem a apresentar módulos superiores aos obtidos com agregados calcários ou silicosos menos rígidos. De acordo com a NP EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023), o efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade vai ser introduzido através de um coeficiente corretivo dos agregados, representado por k_E , como é possível verificar na equação 2.2:

$$E_{cm} = k_E \times f_{cm}^{1/3} \quad (2.2)$$

Nos betões leves, o módulo de elasticidade é geralmente inferior ao dos betões correntes, devido à menor rigidez e maior porosidade dos agregados leves utilizados. Apesar de estes materiais poderem atingir resistências mecânicas elevadas, a sua deformabilidade permanece superior, razão pela qual requerem formulações específicas em regulamentação técnica. Em aplicações estruturais, esta característica deve ser devidamente considerada no controlo de deformações e vibrações.

Por outro lado, nos betões de alta resistência observa-se em regra, um aumento do módulo de elasticidade relativamente ao de betões correntes, embora esse crescimento não seja proporcional ao aumento da resistência à compressão. Isto deve-se ao facto de, a partir de determinados níveis resistentes, a rigidez passar a depender menos da pasta cimentícia e mais das propriedades intrínsecas dos agregados. Assim incrementos significativos de resistência nem sempre se traduzem em aumentos equivalentes de rigidez.

Importa ainda referir que o módulo de elasticidade evolui com a idade do betão. A taxa com que a resistência do betão aumenta ao longo do tempo depende de vários parâmetros, em particular do tipo e da classe de resistência do cimento, do tipo e da quantidade de aditivos e adições, da relação água/cimento e das condições ambientais (fib, 2009). Nas primeiras idades, à medida que decorre a hidratação do cimento, verifica-se um rápido aumento da rigidez, acompanhando o desenvolvimento da resistência mecânica. Em análises construtivas faseadas, estruturas pré-esforçadas ou estudos de retração precoce, torna-se necessário considerar o módulo de elasticidade correspondente à idade efetiva do betão no momento de aplicação das ações.

De acordo com a EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004; Leitão et al., 2012), a evolução do módulo de elasticidade do betão pode ser estimada pela seguinte expressão:

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}}\right)^{0,3} E_{cm} \quad (2.3)$$

Em que:

- $E_{cm}(t)$ é o valor do módulo secante de elasticidade do betão à idade t ;
- $f_{cm}(t)$ é o valor médio da resistência à compressão do betão à idade (t).

2.3 QUANTIFICAÇÃO DOS EFEITOS DIFERIDOS DE ACORDO COM O EN 1992-1-1:2004

Neste subcapítulo apresentam-se os modelos simplificados propostos pela EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004) para a quantificação dos efeitos diferidos do betão e para a verificação da fendilhação. Inicialmente são abordados os modelos simplificados de fluência e retração, cuja formulação permite estimar a evolução temporal das deformações diferidas. Posteriormente, são apresentados os critérios de controlo da fendilhação e de determinação da armadura mínima, com especial atenção à influência das deformações impostas no comportamento em serviço dos elementos de betão armado.

2.3.1 Fluência

A fluência e a retração são fenómenos diferidos influenciados pelas condições ambientais, pela geometria do elemento e pela composição do betão. No caso particular da fluência, a sua magnitude depende ainda da idade do betão no momento em que a carga é aplicada, bem como da duração e intensidade da tensão instalada (CEN, 2004).

A consideração da fluência em estudos sobre a retração do betão é essencial, uma vez que estes dois fenómenos atuam de forma simultânea e interdependente no comportamento diferido do material. Enquanto a retração constitui uma deformação imposta, independente de tensões, a sua restrição origina esforços de tração cuja evolução ao longo do tempo é fortemente influenciada pela fluência. Este fenómeno permite a redistribuição e a relaxação progressiva das tensões instaladas, conduzindo a valores efetivos inferiores aos que seriam obtidos numa análise puramente elástica (Altoubat & Lange, 2001). Consequentemente, a fluência tem um impacto direto na previsão do início da fendilhação, na sua evolução e na abertura das fendas. Ignorar este efeito pode conduzir a estimativas incorretas do estado de tensão e a erros no dimensionamento da armadura para controlo de fissuração. Assim, a modelação conjunta da retração e da fluência é indispensável para uma representação realista do comportamento em serviço das estruturas de betão armado.

No contexto do dimensionamento estrutural, o Eurocódigo 2 fornece modelos simplificados para a sua quantificação, permitindo a sua consideração em análises estruturais correntes.

As expressões apresentadas para a quantificação da fluência seguem a formulação indicada no Anexo B da EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004).

A fluência corresponde ao aumento progressivo da deformação do betão ao longo do tempo quando este se encontra sujeito a uma tensão. Para níveis correntes de tensão em serviço, admite-se uma relação aproximadamente linear entre a tensão aplicada e a deformação por fluência, podendo ser expressa pela expressão 2.4:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) * \varepsilon_{ci}(t_0) \quad (2.4)$$

Onde:

- $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ representa a deformação por fluência no instante t ;
- $\varepsilon_{ci}(t_0)$ é a deformação elástica instantânea associada à tensão aplicada.

O coeficiente de fluência pode ser obtido através do produto entre o coeficiente nominal da fluência e um coeficiente que traduz a evolução temporal da fluência, conforme indicado na expressão seguinte:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 * \beta_c(t, t_0) \quad (2.5)$$

Em que:

- t é a idade do betão no instante considerado;
- t_0 é a idade do betão no instante de aplicação da tensão.
- $\beta_c(t, t_0)$ é o coeficiente que descreve a evolução da fluência ao longo do tempo;
- φ_0 é o coeficiente de fluência que poderá ser calculado a partir de:

$$\varphi_0 = \varphi_R * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) \quad (2.6)$$

- φ_R = fator que tem em conta a influência da humidade relativa no coeficiente de fluência
- $\beta(f_{cm})$ = fator associado à resistência média à compressão do betão;
- $\beta(t_0)$ = fator associado à idade do betão no instante de carregamento.

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.7)$$

Onde f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, em MPa, aos 28 dias de idade.

A influência da idade de carregamento é dada por:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}} \quad (2.8)$$

Onde t_0 representa a idade do betão, em dias, no instante de aplicação de carga.

A evolução temporal da fluência é definida através de:

$$\beta(t, t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0.3} \quad (2.9)$$

Em que β_H depende da humidade relativa e da espessura equivalente do elemento, em milímetros, h_0 :

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (2.10)$$

Em que:

- A_c é a área da secção transversal;
- u é a parte do perímetro do elemento em contacto com o ambiente.

2.3.2 Retração

A quantificação da retração é igualmente efetuada com base no modelo simplificado apresentado no Anexo B da EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004).

A retração é uma propriedade reológica do betão em que corresponde à redução volumétrica do betão ao longo do tempo, mesmo na ausência de carregamento exterior. Segundo a atual norma em vigor (CEN, 2004), através da NP EN 1992-1-1:2010, a deformação total da retração resulta da soma de duas componentes:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (2.11)$$

Em que:

- ε_{cs} é a retração total;
- ε_{cd} é a retração por secagem;
- ε_{ca} é a retração autogénea;

A retração por secagem resulta da perda progressiva da humidade para o ambiente e depende principalmente da humidade relativa, da espessura equivalente do elemento e do tipo de cimento. A sua evolução aumenta com o tempo, tendo eventualmente um valor limite.

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \times k_h \times \varepsilon_{cd,0} \quad (2.12)$$

Em que:

- k_h é um coeficiente dependente de h_0
- $\beta_{ds}(t, t_s)$ é um coeficiente que descreve a evolução da retração no tempo;
- t é a idade do betão
- t_s idade do betão (dias) no início da retração;

Valor nominal da retração por secagem

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85((220 + 110 \times \alpha_{ds1}) \times \exp(-\alpha_{ds2} \times f_{cm}/f_{cm0})) \times 10^{-6} \times \beta_{RH} \quad (2.13)$$

Em que:

- α_{ds1} e α_{ds2} são coeficientes dependentes do tipo de cimento;
- β_{RH} é um fator associado à humidade relativa ambiente.

A retração autogénea resulta da remoção da água dos poros capilares durante o processo de hidratação do cimento, ocorrendo mesmo em elementos selados sem troca de humidade com o exterior. É particularmente relevante em betões de elevada resistência e com reduzida relação água/cimento.

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t)\varepsilon_{ca}(\infty) \quad (2.14)$$

Em que:

- $\varepsilon_{ca}(t)$ representa a retração autogénea à idade t
- $\varepsilon_{ca}(\infty)$ corresponde ao valor final da retração autogénea;
- $\beta_{as}(t)$ é o coeficiente que traduz a evolução temporal deste fenómeno.

O valor final da retração autogénea é obtido por:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \times 10^{-6} \quad (2.15)$$

Esta expressão evidencia que a retração autogénea aumenta com a classe de resistência do betão.

A evolução temporal da retração autogénea é definida por:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \quad (2.16)$$

2.3.3 Controlo de fendilhação

2.3.3.1 Abertura de Fendas

O controlo de fendilhação constitui uma das verificações fundamentais em estruturas de betão armado no âmbito de Estados Limites de Utilização. A formação de fendas resulta essencialmente da reduzida resistência do betão à tração e da sua incapacidade para acomodar deformações impostas ou tensões de tração sem fissurar. Embora a fendilhação seja um fenómeno expectável em elementos de betão armado, a sua limitação é indispensável para assegurar a durabilidade, a proteção das armaduras contra corrosão, a estanqueidade e o adequado desempenho funcional da estrutura (Calavera Ruiz, 1984).

De acordo com a EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004), o controlo da fendilhação pode ser efetuado por cálculos simplificados ou através do cálculo explícito de abertura de fendas. O método analítico baseia-se na determinação da abertura característica da fenda ω_k , que deve ser inferior ao valor limite admissível dependente da classe de exposição ambiental e das exigências de utilização.

As expressões apresentadas neste subcapítulo seguem a formulação do EC2:2004, para o controlo da fendilhação de elementos de betão armado.

A condição geral de verificação exprime-se por

$$\omega_k \leq \omega_{max} \quad (2.17)$$

Em que:

ω_k = abertura característica da fenda;

ω_{max} = abertura máxima admissível.

Sendo que os valores correntes de ω_{max} são:

- 0,4mm – ambientes pouco agressivos;
- 0,3mm – condições correntes de exposição;
- 0,2mm – ambientes agressivos ou requisitos mais exigentes;
- 0,1mm – estruturas com exigências especiais de estanquidade.

A abertura de fendas é determinada por:

$$\omega_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.18)$$

Em que:

- $s_{r,max}$ = espaçamento máximo entre fendas;
- ε_{sm} = extensão média de armadura;
- ε_{cm} = extensão média do betão entre fendas.

O parâmetro $s_{r,max}$ traduz a distância expectável entre fendas consecutivas e depende do recobrimento, diâmetro das armaduras, aderência e taxa de armadura eficaz. Para elementos correntes, o Eurocódigo propõe:

$$s_{r,max} = 3,4c + 0,425k_1k_2 \frac{\emptyset}{\rho_{p,eff}} \quad (2.19)$$

Onde:

- c = recobrimento da armadura longitudinal tracionada;
- $\emptyset$ = diâmetro dos varões;
- $\rho_{p,eff}$ = taxa efetiva de armadura
- k_1 = coeficiente que tem em conta as propriedades de aderência das armaduras aderentes;
- k_2 = coeficiente que tem em conta a distribuição das extensões.

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2.20)$$

Em que:

- σ_s = tensão na armadura de tracção admitindo a secção fendilhada;
- α_e = relação E_s/E_{cm} ;
- $\rho_{p,eff}$ = percentagem eficaz de armadura;
- $f_{ct,eff}$ = resistência efetiva do betão à tração;
- k_t = coeficiente em função da duração do carregamento.

2.3.3.2 Armadura Mínima para controlo da Fendilhação

O controlo da fendilhação é essencial para garantir condições adequadas de durabilidade, funcionalidade e aspeto da estrutura. Neste contexto, a norma (CEN, 2004) estabelece critérios para determinação da armadura mínima necessária, cuja principal função consiste em limitar a abertura de fendas após a fissuração do betão.

Após a primeira fenda, os esforços de tração anteriormente suportados pelo betão são transferidos para a armadura. Para evitar a ocorrência de fendas excessivamente abertas, é necessário garantir uma quantidade mínima de armaduras distribuídas na zona tracionada, assegurando uma repartição adequada das deformações e promovendo a formação de múltiplas fendas de menor abertura (Kim, 2004).

A área mínima de armadura necessária para limitar a fendilhação, segundo a atual norma é dada pela expressão 2.21:

$$A_{s,min}\sigma_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} \quad (2.21)$$

Em que:

- $A_{s,min}$ é a área mínima na zona tracionada;
- σ_s é a tensão admissível na armadura imediatamente após a fendilhação;
- k_c é um coeficiente que tem em conta a distribuição de tensões na secção antes da fendilhação;
- k considera o efeito das tensões autoequilibradas não uniformes
- $f_{ct,eff}$ é a resistência média efetiva do betão à tração no instante que se prevê a formação da primeira fenda
- A_{ct} ; é a área de betão tracionada antes da fendilhação.

2.4 QUANTIFICAÇÃO SEGUNDO A EN 1992-1-1:2023

2.4.1 Fluência

Na reformulação introduzida pela EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023), o modelo de quantificação de fluência sofreu alterações relevantes relativamente à versão anterior da norma. Enquanto na versão anterior, a fluência era expressa através de um único coeficiente global, o novo modelo apresentado no Anexo B passa a decompor explicitamente a fluência em duas componentes distintas: a fluência básica (*basic creep*) e a fluência de secagem (*drying creep*).

Esta reformulação pretende representar de forma mais rigorosa os mecanismos físicos associados ao comportamento diferido do betão permitindo distinguir os efeitos associados à hidratação do cimento daqueles provocados pelas trocas de humidade com o ambiente envolvente. As expressões apresentadas seguem a formulação indicada no Anexo B da EN 1992-1-1:2023 para a determinação da fluência (CEN, 2023). Assim, a fluência total passa a ser determinada através da soma das parcelas correspondentes à fluência básica e à fluência de secagem, conforme indicado na seguinte expressão:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \quad (2.22)$$

Onde:

- $\varphi_{bc}(t, t_0)$ representa a componente de fluência básica;
- $\varphi_{dc}(t, t_0)$ representa a componente de fluência de secagem;
- t_0 corresponde à idade do betão no instante de aplicação de carga;
- t representa o instante considerado.

A componente de fluência básica pode ser estimada através da expressão:

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc, f_{cm}} * \beta_{bc, t-t_0} \quad (2.23)$$

Onde:

- $\beta_{bc, f_{cm}}$ representa a influência da resistência média à compressão do betão;
- $\beta_{bc, t-t_0}$ descreve a evolução temporal da fluência básica;

A influência da resistência do betão na fluência básica é dada por:

$$\beta_{bc, f_{cm}} = \frac{1.8}{f_{cm,28}^{0.7}} \quad (2.24)$$

Sendo f_{cm} a resistência média à compressão do betão, expressa em MPa.

A evolução temporal da fluência básica é dada por:

$$\beta_{bc,t-t_0} = \ln\left[\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0.035\right)^2(t - t_0) + 1\right] \quad (2.25)$$

Onde $t_{0,adj}$ corresponde à idade ajustada do betão no instante de carregamento.

A componente de fluência de secagem é obtida através da expressão:

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc, fcm} \beta_{dc, RH} \beta_{dc, t_0} \beta_{dc, t-t_0} \quad (2.26)$$

Onde:

- $\beta_{dc, fcm}$ traduz a influência da resistência do betão;
- $\beta_{dc, RH}$ considera os efeitos da humidade relativa e da espessura equivalente;
- β_{dc, t_0} considera a idade ajustada do betão no instante do carregamento;
- $\beta_{dc, t-t_0}$ representa a evolução temporal da fluência de secagem.

A influência da resistência média do betão nesta componente é dada por:

$$\beta_{dc, fcm} = \frac{412}{f_{cm,28}^{1.4}} \quad (2.27)$$

A influência da humidade relativa e da espessura equivalente do elemento estrutural é expressa por:

$$\beta_{dc, RH} = \left(1 - \frac{RH}{100}\right) / \left(\frac{0.1h_n}{100}\right)^{1/3} \quad (2.28)$$

Onde:

- RH representa a humidade relativa ambiente [%];
- h_n corresponde à espessura equivalente do elemento, em mm;

A espessura equivalente é determinada exatamente da mesma maneira como na norma anterior:

$$h_n = \frac{2A_c}{u} \quad (2.29)$$

Onde:

- A_c representa a área da secção transversal;

- u corresponde ao perímetro exposto ao ambiente;

A influência da idade de carregamento é quantificada através de:

$$\beta_{dc,t_0} = \frac{1}{0.1 + t_{0,adj}^{0.2}} \quad (2.30)$$

A evolução temporal da fluência de secagem é determinada por:

$$\beta_{dc,t-t_0} = \left(\frac{t - t_0}{\beta_h + t - t_0} \right)^{\gamma(t_0,adj)} \quad (2.31)$$

Sendo:

$$\gamma(t_0,adj) = \frac{1}{2.3 + 3.5/\sqrt{t_{0,adj}}} \quad (2.32)$$

O parâmetro β_h , que controla a evolução temporal da fluência de secagem, é definido por:

$$\beta_h = 1.5h_n + 250\alpha_{fcm} \leq 1500\alpha_{fcm} \quad (2.33)$$

com:

$$\alpha_{fcm} = \left(\frac{35}{f_{cm,28}} \right)^{0.5} \quad (2.34)$$

O novo modelo de fluência introduz, assim, uma formulação mais detalhada e fisicamente fundamentada, permitindo distinguir explicitamente os efeitos associados aos mecanismos internos do material e aos fenómenos de secagem. Esta abordagem conduz a uma representação mais rigorosa da evolução temporal das deformações diferidas do betão, particularmente em elementos sensíveis aos efeitos reológicos de longo prazo.

2.4.2 Retração

Em termos de retração, à semelhança da versão corrente da norma atual, o modelo apresentado no novo Eurocódigo considera que a retração total do betão resulta da combinação de duas componentes distintas: a retração básica e a retração de secagem. No entanto, o novo modelo introduz uma reformulação das expressões de cálculo e dos parâmetros associados a cada componente, procurando representar de forma mais rigorosa os mecanismos físicos responsáveis pelas deformações diferidas do betão.

As expressões apresentadas neste capítulo seguem a formulação indicada no Anexo B da EN 1992-1-1:2023 para a quantificação da retração básica e da retração de secagem (CEN, 2023).

A retração básica encontra-se associada ao consumo de água durante o processo de hidratação do cimento, desenvolvendo-se mesmo na ausência de trocas de humidade com o ambiente. Por outro lado, a retração de secagem resulta da perda de humidade do betão para o meio envolvente, sendo fortemente influenciada pelas condições ambientais e pela geometria do elemento estrutural.

Desta forma, a deformação total de retração é determinada através da soma das duas componentes anteriormente referidas.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cbs}(t) + \varepsilon_{cds}(t - t_s) \quad (2.35)$$

Onde:

- $\varepsilon_{cs}(t)$ representa a deformação total de retração;
- $\varepsilon_{cbs}(t)$ corresponde à retração básica;
- $\varepsilon_{cds}(t)$ corresponde à retração de secagem.

A retração básica é calculada através da seguinte expressão:

$$\varepsilon_{cbs}(t) = \varepsilon_{cbs, fcm} \beta_{bs, t} \alpha_{NDP, b} \quad (2.36)$$

Em que:

- $\varepsilon_{cbs, fcm}$ representa o valor nominal da retração básica;
- $\beta_{bs, t}$ descreve a evolução temporal da retração básica.

O valor nominal da retração básica depende da resistência média à compressão do betão, sendo dado por:

$$\varepsilon_{cbs, f_{cm}} = \alpha_{bs} \left(\frac{f_{cm}}{60 + f_{cm}} \right)^{2.5} \times 10^{-6} \quad (2.37)$$

Onde:

- f_{cm} representa a resistência média à compressão do betão, em MPa;
- α_{bs} corresponde a um coeficiente dependente da classe de cimento utilizada.

A evolução temporal da retração básica é determinada através de:

$$\beta_{bs,t} = 1 - \exp(-0.2\sqrt{t}) \quad (2.38)$$

Verificando-se que esta componente se desenvolve predominantemente nas primeiras idades do betão.

A retração de secagem é determinada por:

$$\varepsilon_{cds}(t - t_s) = \varepsilon_{cds, f_{cm}} \beta_{RH} \beta_{dst, t-t_s} \alpha_{NDP, d} \quad (2.39)$$

Onde:

- $\varepsilon_{cds, f_{cm}}$ representa o valor nominal da retração de secagem;
- β_{RH} . Corresponde ao fator associado à humidade relativa ambiente;
- $\beta_{dst, t-t_s}$. descreve a evolução temporal da retração de secagem;
- t_s representa a idade do betão no início de secagem.

O valor nominal da retração de secagem é dado por:

$$\varepsilon_{cds, f_{cm}} = -(220 + 110\alpha_{ds}) \exp(-0.012f_{cm, 28}) \times 10^{-6} \quad (2.40)$$

Onde:

- α_{ds} são coeficiente dependente do tipo de cimento;
- $f_{cm, 28}$. Corresponde à resistência média à compressão do betão aos 28 dias.

A influência da humidade relativa ambiente é quantificada através da expressão:

$$\beta_{RH} = -1.55(1 - (\frac{RH}{RH_{eq}})^3) \quad (2.41)$$

Sendo RH a humidade relativa ambiente [%].

A evolução temporal da retração da secagem é determinada por:

$$\beta_{dst,t,t_s} = (\frac{t - t_s}{(0.035h_n^2 + (t - t_s))})^{0.5} \quad (2.42)$$

Onde h_n representa a espessura equivalente do elemento estrutural.

A espessura equivalente é quantificada de igual modo como na fluência.

Embora a separação entre retração autógena e retração de secagem já estivesse presente na versão anterior da norma, o novo modelo apresenta expressões de cálculo reformuladas e uma calibração mais detalhada dos parâmetros envolvidos, considerando de uma forma mais rigorosa a influência da resistência do betão, das condições ambientais e da geometria do elemento estrutural. Esta abordagem permite uma representação mais precisa da evolução temporal da retração.

2.4.3 Controlo de fendilhação

2.4.3.1 Abertura de fendas

A fendilhação associada a deformações impostas, em particular à retração do betão, constitui um dos problemas mais recorrentes em estruturas correntes de betão armado, especialmente em lajes, paredes e elementos de grande desenvolvimento linear. Em muitos casos, a origem destas fendas não está diretamente relacionada com insuficiência resistente face às ações gravíticas, mas antes com a limitação parcial ou total das deformações livres do material ao longo do tempo. Quando o encurtamento natural do betão é impedido pelos vínculos estruturais, surgem tensões internas de tração que podem conduzir à fissuração precoce, comprometendo a durabilidade, o desempenho funcional e a qualidade aparente da estrutura.

Na prática corrente de projeto, a previsão destes fenómenos revelou-se uma das limitações mais relevantes dos modelos regulamentares tradicionais. A formulação do Eurocódigo 2 de primeira geração centra-se predominantemente no controlo de fendilhação resultante de esforços internos clássicos, como flexão e tração direta, recorrendo a metodologias simplificadas de aplicação generalista. Embora robusta para numerosas situações correntes, esta abordagem mostrava menor sensibilidade perante casos em que a fendilhação resulta essencialmente de retração impedida, gradientes térmicos ou interações complexas entre elementos com diferentes rigidezes (Carvalho, 2013; Leitão et al., 2012).

O novo Eurocódigo 2, EN 1992.1.1:2023 introduz uma perspetiva mais evoluída e fisicamente fundamentada no tratamento dos estados limites de utilização. A nova geração regulamentar passa a reconhecer de forma mais explícita que a resposta estrutural depende significativamente de condições de restrição impostas ao elemento, deixando de assumir comportamentos uniformes para situações estruturalmente distintas.

O cálculo de abertura de fendas baseia-se na diferença de extensões médias entre a armadura e o betão entre fendas. Para elementos onde predominam ações diretas ou deformações impostas com restrição nas extremidades, esta diferença pode ser determinada através da expressão:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq (1 - k_t) \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2.43)$$

Em que:

- σ_s é a tensão na armadura tracionada mais próxima da face de betão tracionada, admitindo secção fendilhada;
- α_e . relação entre os módulos de elasticidade E_s/E_{cm} ;
- $\rho_{p,eff}$ é a taxa efetiva de armadura;
- $f_{ct,eff}$ é a resistência efetiva do betão à tração no instante de formação de fenda;
- k_t é o coeficiente dependente da duração e natureza do carregamento;
- E_s é o módulo de elasticidade do aço.

Para explicar o tipo de restrição considerado, a Figura 2 representa esquematicamente um elemento impedido de se deformar livremente nas suas extremidades. Nesta situação, a deformação imposta é restringida axialmente, originando tensões de tração ao longo do elemento.

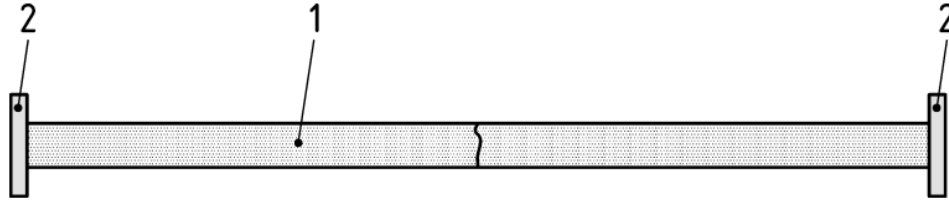


Figura 2 - Elemento restrungido nas extremidades. Adaptado de (CEN, 2023)

Em elementos sujeitos a deformações impostas, como a retração do betão ou variações térmicas, o EN 1992-1-1:2023, distingue as diferentes condições de restrição. No caso de elementos restrungidos ao longo dos seus bordos, como acontece frequentemente em lajes ligadas a paredes ou núcleos rígidos, a diferença de extensões entre aço e betão pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \mathcal{R}_{ax} \varepsilon_{free} - k_t \frac{f_{ct,eff}}{E_{cm}} \geq 0 \quad (2.44)$$

Onde:

- $\mathcal{R}_{ax}$ = é o fator de restrição:

$$\mathcal{R}_{ax} = 1 - \frac{\varepsilon_{restr}}{\varepsilon_{imp}} \quad (2.45)$$

Em que:

- ε_{restr} = é deformação ocorrida no elemento já restrungido;
- ε_{imp} = deformação imposta, correspondente, por exemplo, à retração livre;
- ε_{free} = parcela da deformação imposta que se desenvolve após a fase construtiva em que a restrição é aplicada.

O novo regulamento introduz o conceito de deformações impostas no contexto do controlo da fendilhação, mas verifica-se alguma falta de clareza na definição e distinção entre os diferentes tipos de extensões associadas à sua restrição. Em particular, os conceitos de deformação livre (ε_{free}) e a deformação imposta apresentam a mesma definição no início do Eurocódigo.

A definição das deformações associadas a elementos restringidos apresenta alguma ambiguidade conceptual, particularmente no que se refere ao parâmetro ε_{free} . A explicação fornecida está sobretudo associada a elementos pré-fabricados e ao faseamento construtivo, em que parte da retração ocorre antes da ligação estrutural, permitindo identificar uma retração efetivamente livre. Contudo, em estruturas correntes moldadas in situ, como lajes moldadas em situ monoliticamente a paredes ou núcleos rígidos, a retração desenvolve-se desde idades jovens já sob condições de restrição parcial, tornando difícil a quantificação da parcela de deformação que poderá ser considerada livre. Além disso, fenómenos como a fendilhação, fluência e a redistribuição dos esforços alteram continuamente o nível de restrição ao longo do tempo, fazendo com que ε_{free} assumam um carácter aproximado e dependente do modelo adotado.

A EN 1992-1-1:2023 distingue ainda situações em que a restrição não ocorre apenas nas extremidades, mas ao longo de um bordo do elemento, como pode ocorrer em lajes ligadas monoliticamente a paredes ou núcleos rígidos. Esta condição é representada esquematicamente na figura 3.

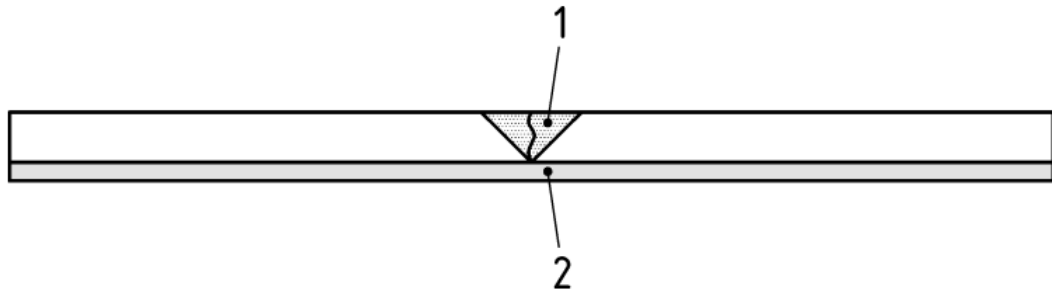


Figura 3 - Elemento restrungido no seu bordo. Adaptado de (CEN, 2023)

Nos elementos restrungidos simultaneamente nas extremidades e ao longo do bordo, o comportamento da fendilhação depende da posição considerada relativamente às zonas de influência de cada tipo de restrição. De acordo com a norma, quando a distância z à restrição de bordo é superior a metade do comprimento entre restrições extremas ($z > L/2$), o comportamento passa a ser dominado pela restrição das extremidades, e por isso é utilizada a equação referente ao elemento restrungido nas suas extremidades. Pelo contrário, se $z \leq L/2$, prevalece o efeito da restrição ao longo do bordo, sendo aplicada a outra equação. Este critério procura representar a transição entre um comportamento local, típico de elementos restrungidos nos bordos, e um comportamento global associado à restrição axial entre extremidades.

Quando o elemento se encontra restrungido ao longo do bordo e extremidades, a formulação aplicável depende da posição analisada relativamente às zonas de influência de cada tipo de restrição. A figura 4 ilustra esta situação e o critério geométrico utilizado para distinguir os domínios de aplicação.

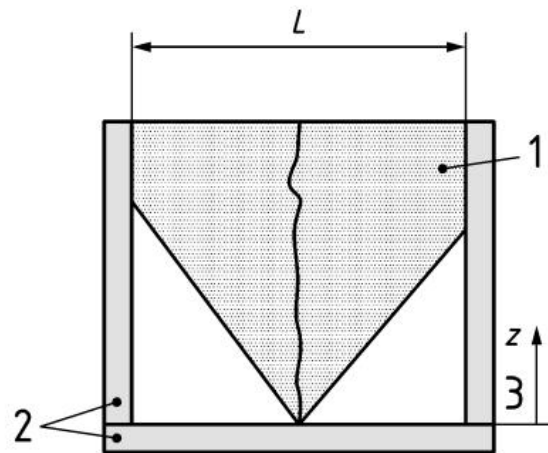


Figura 4 - Elemento restringido no bordo e nas extremidades. Adaptado de (CEN, 2023)

Na nova versão da norma, o cálculo do espaçamento entre fendas passa a ser definido através do espaçamento médio final de fendas, calculado pela seguinte expressão:

$$s_{r,m,cal} = 1.5 * c + \frac{k_{fl}k_b}{7.2} * \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \leq \frac{1.3}{k_w}(h - x) \quad (2.46)$$

Onde:

- $s_{r,m,cal}$ é o espaçamento médio calculado entre fendas;
- k_{fl} é um coeficiente associado à distribuição das extensões na secção;
- k_b é um coeficiente associado às condições de aderência das armaduras;
- k_w é o coeficiente de conversão da abertura média de fenda para a abertura calculada.
- h é a altura total da secção;
- x é a profundidade da linha neutra.

$$w_{k,cal} = k_w * k_{1/r} * s_{r,m,cal}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.47)$$

Onde:

- $k_{1/r}$ é o coeficiente que considera o efeito da curvatura;

2.4.3.2 Armadura mínima para controlo da fendilhação

A EN 1992-1-1:2023 reformula a determinação da armadura mínima no âmbito do controlo da fendilhação, passando a apresentar áreas mínimas destinadas a evitar a cedência da armadura imediatamente após a formação da fenda.

De acordo com esta versão do Eurocódigo 2, as áreas mínimas de armadura necessárias para evitar a cedência da armadura após a formação da fenda podem ser determinadas distinguindo três situações: flexão simples, tração simples e convicção de flexão com o esforço axial (CEN, 2023).

Esta alteração resulta de quando a quantidade de armadura é insuficiente, a transferência brusca de tensões do betão para o aço após a formação da primeira fenda pode conduzir rapidamente à cedência da armadura.

A quantidade de armadura necessária depende da forma como as tensões se distribuem no elemento estrutural antes da fissuração, distinguindo-se 3 situações:

Flexão Simples:

$$A_{s,min,w1} \geq \frac{0.2k_h f_{ct,eff} A_c}{f_{yk}} \quad (2.48)$$

Tração Simples:

$$A_{s,min,w1} = A_{s,min,w2} \geq \frac{0.5k_h f_{ct,eff} A_c}{f_{yk}} \quad (2.49)$$

Combinação de Flexão e Esforço Axial:

$$A_{s,min,w1} \begin{cases} \geq \frac{0.3N_{ed} + 0.2k_h f_{ct,eff} A_c}{f_{yk}} \\ \geq 0 \\ \leq \frac{0.5k_h f_{ct,eff} A_c}{f_{yk}} \end{cases} \quad (2.50)$$

$$A_{s,min,w2} = \frac{N_{ed}}{f_{yk}} - A_{s,min,w1} \begin{cases} \leq A_{s,min,w1} \\ \geq 0 \end{cases}$$

Em que:

- $A_{s,min,w1}$ é a área mínima de armadura a colocar na face mais tracionada da parte da secção considerada;
- $A_{s,min,w2}$ é a área mínima de armadura a colocar na face menos tracionada da parte da secção considerada;
- A_c é a área total da parte da secção considerada;
- N_{ed} é o esforço axial de cálculo em estado limite de utilização, considerando o positivo como esforço de tração;
- k_h é o coeficiente que considera o efeito das tensões autoequilibradas não uniformes;
- $f_{ct,eff}$ é o valor médio da resistência efetiva do betão à tração no instante em que se prevê a formação da primeira fenda;
- f_{yk} é o valor característico da tensão de cedência da armadura.

2.5 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES NORMATIVAS

A revisão da EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023) introduz uma alteração relevante na forma como os efeitos diferidos e as deformações impostas são tratados no projeto de estruturas de betão armado. Enquanto a versão de 2004 (CEN, 2004) apresentava a fluência e a retração essencialmente como propriedades materiais dependentes do tempo, associadas às características do betão, à humidade ambiente, às dimensões do elemento e à idade do carregamento, a versão de 2023 estabelece uma ligação mais explícita entre estes fenómenos e o comportamento estrutural em serviço, particularmente no que respeita ao desenvolvimento de tensões devidas a deformações impedidas e ao controlo da fendilhação.

A versão de 2004 reconhecia que deformações impostas, como a retração restringida e as variações de temperatura, poderiam originar tensões de tração seguidas de fendilhação em elementos que não se conseguem deformar livremente. Contudo, não era desenvolvido explicitamente o conceito de grau de restrição estrutural entre elementos, conduzindo a abordagens conservativas baseadas em condições próximas de restrição total. Na prática corrente de projeto, era comum assumir-se que o esforço axial instalado devido à retração restringida poderia aproximar-se do esforço de fendilhação do elemento, hipótese também adotada em estudos anteriores (Carvalho, 2013; Felisberto, 2015; Ribeiro, 2014).

$$N_{cr} = A_c f_{ctm} \quad (2.51)$$

Esta abordagem, embora conservativa, não permite representar de forma direta os mecanismos de redistribuição de tensões associados à fluência, fissuração progressiva nem à deformabilidade de elementos adjacentes.

A versão de 2023 introduz uma formulação mais detalhada deste fenómeno, permitindo considerar vários níveis de restrição estrutural e os efeitos de redistribuição associados à fluência e à fendilhação progressiva.

A introdução do parâmetro de restrição R_{ax} assume particular relevância especialmente em estruturas contínuas de edifícios, paredes apoiadas em fundações e elementos maciços, onde o nível de restrição raramente corresponde a uma situação de impedimento total.

Em termos conceptuais, a principal diferença entre as duas versões do Eurocódigo reside no facto da versão de 2004 adotar uma abordagem predominantemente conservativa para o controlo de fendilhação induzida por retração, enquanto a versão de 2023 procura representar de uma forma mais ajustada o comportamento estrutural associado às deformações impostas restringidas. Esta evolução aproxima a regulamentação europeia dos resultados obtidos em estudos experimentais e numéricos recentes sobre retração restringida, fendilhação progressiva e redistribuição de tensões em estruturas de betão armado.

3

APLICAÇÃO A CASOS SIMPLIFICADOS DE RETRAÇÃO RESTRINGIDA

3.1 ENQUADRAMENTO DOS CASOS DE ESTUDO

De forma a evidenciar as diferenças práticas entre as metodologias propostas pela EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004) e pela EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023), apresentam-se neste capítulo alguns casos estruturais simplificados sujeitos a retração restringida.

A comparação incide, em particular, na quantificação das deformações diferidas, na avaliação dos efeitos da retração restringida, na determinação da armadura mínima para controlo de fendilhação e na estimativa da armadura necessária em condições de serviço.

Para esse efeito, serão considerados exemplos representativos de situações correntes em estruturas de betão armado, tais como tirantes restringidos nas extremidades, paredes restringidas na base. Os resultados obtidos através das duas formulações regulamentares serão posteriormente comparados com resultado numéricos disponíveis na literatura, de modo a avaliar em que medida cada abordagem se aproxima do comportamento observado em análises não lineares. Pretende-se, assim, avaliar as diferenças entre as duas abordagens normativas e analisar em que medida a formulação introduzida na versão de 2023 influencia a estimativa dos efeitos da retração restringida e no dimensionamento da armadura de controlo de fendilhação.

3.2 TIRANTE RESTRINGIDO NAS EXTREMIDADES

3.2.1 Apresentação do caso de estudo

O presente subcapítulo tem como objetivo comparar as formulações de Eurocódigo 2 de 2004 e do Eurocódigo 2 de 2023 com os valores obtidos por análise não linear no estudo desenvolvido por Carvalho (2013), relativamente à abertura de fendas em tirantes de betão armado sujeitos a deformações impostas. Para esse efeito, são adotadas as mesmas propriedades dos materiais, geometria e armaduras consideradas pelo autor. A comparação não pretende validar o estudo referido, mas avaliar em que medida cada formulação regulamentar se aproxima dos resultados numéricos disponíveis.

Carvalho (2013) analisou tirantes de betão armado sujeitos a deformações impostas internas e externas. No presente trabalho consideram-se apenas os resultados associados à deformação imposta interna, por serem os que melhor representam o mecanismo de retração restringida. No estudo referido, esta deformação encontra-se associada a deformações intrínsecas do material, resultantes da retração do betão ou de variações uniformes de temperatura, permitindo avaliar a influência da restrição na evolução do esforço axial e da abertura de fendas.

Deste modo, os tirantes sujeitos à deformação imposta interna constituem uma base adequada para comparar os resultados obtidos através das formulações regulamentares entre ambos os Eurocódigos com os resultados provenientes da análise não linear. Esta comparação permite avaliar se as expressões normativas reproduzem de forma satisfatória a abertura de fendas associada à retração restringida, ou se conduzem a estimativas mais conservativas face ao comportamento numérico observado.

O modelo analisado corresponde a um tirante de betão armado estudado por Carvalho (2013) restringido nas suas extremidades, com uma espessura de 0,24 metros, um vão de 7,0 metros e aço A500. A geometria e as condições de restrição consideradas encontram-se representadas na Figura 5.

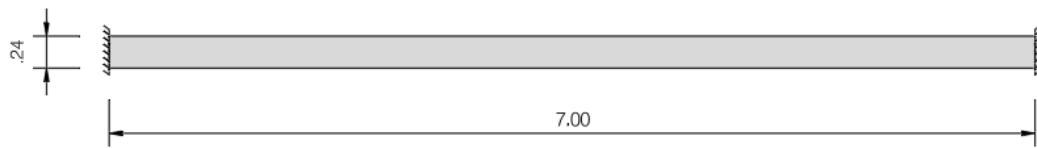


Figura 5 – Esquema geométrico do tirante restringido nas extremidades elaborada no AutoCad (Autodesk, 2025a)

No caso de estudo apresentado, considerou-se um recobrimento nominal de 25mm, correspondente a uma exposição ambiental da classe XC1 e a um período de vida útil de projeto de 50 anos.

Na seguinte tabela apresenta-se apenas as propriedades relevantes para aplicação das formulações regulamentares.

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e mecânicas consideradas no tirante

Propriedades		Unidades	
Betão	E_{cm}	30.5	GPa
	f_{ck}	30	MPa
	HR	60	%
	Coefficiente de Poisson	0.2	-
	h_0	240	mm
	f_{ctm}	2.56	MPa
Aço	f_{yk}	500	MPa
	E_s	200	GPa

3.2.2 Quantificação regulamentar da retração e da fluência

Uma limitação da presente comparação prende-se com o facto de, na análise não linear de Carvalho (2013), os efeitos da retração e da fluência não serem avaliados isoladamente. No modelo numérico desenvolvido pelo autor, estes efeitos são considerados no processo incremental da análise, em conjunto com a fendilhação e com a interação aço-betão. Assim, a comparação principal com os resultados de Carvalho (2013) é realizada a nível de abertura de fendas resultante, e não através da comparação direta da deformação da retração, do coeficiente de fluência ou do módulo efetivo do betão.

Importa ainda referir que Carvalho (2013) não apresenta, para o caso dos tirantes, os valores finais de retração, fluência ou módulo efetivo. Assim, a comparação apresentada na Tabela 3.2 constituiu uma quantificação auxiliar realizada no presente trabalho., aplicando as fórmulas do EN 1992-1-1:2004 e do EN-1992-1-1:2023 às condições do tirante analisado.

Para manter coerência com a análise de referência, os valores foram calculados para o instante final considerado na análise dos tirantes, correspondente a 10000 dias. Esta comparação não pretende reproduzir diretamente a modelação realizada no DIANA (B.V., 2025), mas apenas enquadrar a ordem de grandeza dos efeitos diferidos previstos por cada formulação regulamentar e apoiar a interpretação posterior dos resultados de abertura de fendas

Tabela 3.2 – Quantificação regulamentar dos efeitos diferidos para as condições do tirante estudado por Carvalho (2013)

Abordagem	$E_{c,eff}$ (GPa)	$\varphi(t, t_0)$	ε_{cs} [10^{-6}]
EC2:2004	9.26	3.00	403.7
EC2:2023	7.73	3.13	587.7

Verifica-se que a EN 1992-1-1:2023 conduz a uma deformação final e retração cerca de 45,6% superior à obtida pela EN 1992-1-1:2004. O coeficiente de fluência apresenta uma diferença bastante inferior, de aproximadamente 4,3%, enquanto o módulo efetivo do betão é cerca de 16,5% inferior na formulação mais recente. Estes resultados indicam que, para o caso em estudo, a principal diferença entre as duas abordagens regulamentares se encontra na quantificação da retração.

3.2.3 Quantificação da armadura mínima para o controlo da fendilhação

Após a quantificação dos efeitos diferidos previstos por cada formulação regulamentar, procede-se à determinação da armadura mínima necessária para o controlo da fendilhação. Esta verificação é particularmente relevante no caso em estudo, uma vez que o tirante se encontra sujeito a uma deformação imposta interna associada à retração restringida, podendo desenvolver esforços de tração e consequente fissuração. A armadura mínima não corresponde, por si só, à armadura necessária para garantir diretamente o limite de abertura de fendas w_{lim} , mas sim à quantidade mínima de armadura que permite assegurar uma distribuição mais controlada da fendilhação e evitar a cedência da armadura no instante da formação de fendas. A verificação da abertura de fendas é, por isso realizada posteriormente, através do cálculo de w_{cal} e da sua comparação com os resultados da análise não linear de Carvalho (2013).

Tabela 3.3 – Valores do cálculo de armadura mínima segundo as normas

Abordagem	$A_{s,min}$ [cm ² /m/face]
EC2:2004	6.15
EC2:2023	4.93

Comparando os valores obtidos, verifica-se que o EC2:2023 conduz a uma armadura mínima de fendilhação inferior à obtida pelo EC2:2004. Para o caso de tração simples em estudo, a armadura mínima por face passa de 6,15cm²/m, segundo o EC2:2004, para 4,93cm²/m, segundo o EC2:2023. Esta redução corresponde a aproximadamente 19,9%, quando se toma o EC2:2004 como referência.

Carvalho (2013) considerou três taxas de armadura nos tirantes, designadamente 0,52%, 0,85% e 1,68%.

Tabela 3.4 – Armaduras consideradas nos tirantes analisados com base em Carvalho (2013)

Casos de Análise	$A_{s,sup}$ (cm ² /m)	$A_{s,inf}$ (cm ² /m)	$\rho_{total}(\%)$
T ₁	6.28	6.28	0.260+0.260
T ₂	10.18	10.18	0.425+0.425
T ₃	20.11	20.11	0.840+0.840

Comparando estes valores com as armaduras mínimas regulamentares, verifica-se que o caso T1 apresenta uma armadura por face ligeiramente superior à armadura mínima obtida por EN 1992-1-1:2004 e claramente superior à obtida pelo EN 1992-1-1:2023. Os casos T2 e T3 apresentam quantidades de armadura significativamente superiores aos valores mínimos, permitindo avaliar de forma mais evidente a influência do aumento da taxa de armadura na abertura de fendas. Assim, no presente capítulo, o caso T1 é apresentado apenas para enquadramento, incidindo a comparação principal da abertura de fendas sobre os casos T2 e T3.

3.2.4 Quantificação da Abertura de Fendas

O esforço axial de fendilhação associado à secção de betão pode ser estimado por:

$$N_{cr} = A_c f_{ctm} = 614.4 \text{ kN/m} \quad (3.1)$$

Para efeitos de enquadramento regulamentar (CEN, 2004, 2023), considera-se inicialmente o esforço axial de fendilhação obtido com base na secção homogeneizada, dado pela Equação 3.2. Esta expressão corresponde a uma estimativa do esforço necessário para que a tensão do betão atinja a resistência à tração. Contudo, no caso de deformações impostas internas, o autor demonstra que a deformação de fendas ocorre para esforço axiais inferiores, devido ao estado autoequilibrado de tensões geradas pela retração impedida. Assim, o valor de N_{cr} é utilizado apenas como referência conservativa, e não como o valor efetivamente instalado no tirante (Knauff et al., 2019).

$$N_{cr} = A_c f_{ctm} (1 + \alpha_e \rho_s) \quad (3.2)$$

Assim, para cada taxa de armadura, obtém-se os valores:

Tabela 3.5 – Esforço axial de fendilhação com secção homogeneizada

ρ_{tot}	$1 + \alpha_e \rho_s$	N_{cr}	σ_s
0.52%	1.034	635kN/m	505MPa
0.85%	1.056	649kN/m	319MPa
1.68%	1.110	682kN/m	169MPa

Tabela 3.6 – Comparação da abertura de fendas para diferentes taxas de armadura

w_k	$\rho_{tot(\%)} = 0.85\%$	$\rho_{tot(\%)} = 1.68\%$
EC2:2004	0.339	0.124
EC2:2023	0.321	0.097
DIANA	≈ 0.31	≈ 0.13

A comparação dos valores de abertura de fendas mostra que os resultados obtidos pelas formulações regulamentares apresentam uma boa aproximação aos valores reportados por Carvalho (2013) na análise não linear realizada no DIANA (B.V., 2025). Para a taxa de armadura de 0,85%, a EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004) conduz a uma abertura de fendas de 0,339mm, enquanto o EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023) fornece o 0,321mm. Estes valores são ligeiramente superiores ao valor obtido numericamente por Carvalho (2013), aproximadamente igual a 0,31mm. Assim ambas as formulações se apresentam conservativas para este nível de armadura, sendo a formulação de 2023 a que mais se aproxima do resultado numérico.

Para a taxa de armadura de 1,68%, verifica-se uma tendência distinta. A EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004) conduz a uma abertura de fendas de 0,124mm muito próxima do valor numérico de aproximadamente 0.13mm. Por outro lado, a EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023) conduz a uma abertura de 0.097mm, ligeiramente inferior ao valor obtido na análise não linear, deixando de ser conservativa para este caso.

Observa-se ainda que o aumento da taxa de armadura de 0,85% para 1,68% conduz a uma redução significativa da abertura de fendas em todas as abordagens. No EN 1992-1-1:2004, a abertura passa de 0,339mm para 0,124mm, enquanto na EN 1992-1-1:2023 passa de 0,321mm para 0,097mm. Na análise de Carvalho (2013), a redução é de aproximadamente 0,31mm para 0,13mm. Esta tendência confirma a influência direta da taxa de armadura no controlo de fendilhação, uma vez que o aumento da armadura reduz a tensão instalada no aço, e consequentemente, a abertura de fendas.

A representação gráfica da comparação apresentada na Tabela 3.6 permite visualizar de forma mais direta a influência do aumento da taxa de armadura na redução da abertura de fendas, bem como a proximidade entre as formulações regulamentares e os resultados numéricos de Carvalho (2013)

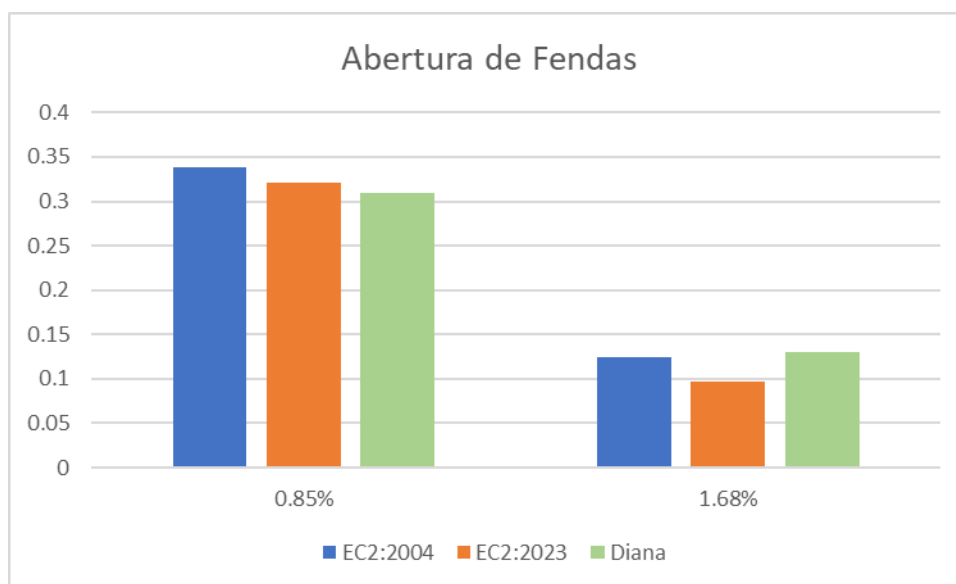


Figura 6 – Comparação da abertura de fendas em função da taxa de armadura

Como se observa na figura 6, o aumento da taxa de armadura conduz a uma redução significativa da abertura de fendas em todas as abordagens consideradas.

3.3 PAREDE RESTRINGIDA NA BASE

3.3.1 Apresentação do caso de estudo

Embora não tenha sido identificado um exemplo académico coincidente com o estudo de uma parede vertical restringida na base, o problema enquadra-se diretamente no domínio dos elementos sujeitos a deformações impostas. Neste caso, a deformação imposta corresponde à retração do betão, que, quando impedida pelas condições de apoio ou pela ligação a outros elementos estruturais, origina o desenvolvimento de tensões de tração no elemento.

Considera-se, para este estudo, uma parede de betão armado com 0,25m de espessura, 3,0m de altura e 10 m de comprimento. O betão adotado é da classe de C30/37, a armadura é do tipo A500 e o cimento considerado é da classe N. A análise é realizada admitindo que a parede se encontra sujeita à retração do betão, sendo esta parcialmente impedida pela ligação à base.

A configuração geométrica e as condições de restrição adotadas para a parede encontram-se representadas na Figura 7.

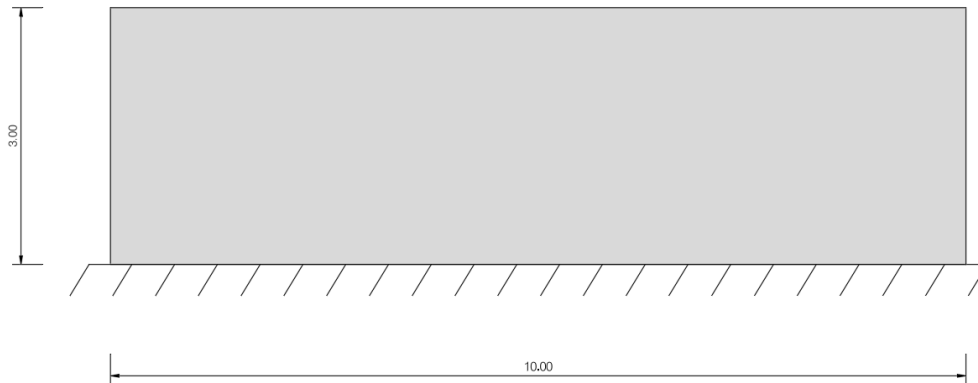


Figura 7 - Parede restringida na sua base, elaborada no Autodesk (2025a)

Na EN 1992-1-1:2004, o controlo da fendilhação baseia-se na determinação armadura mínima e/ou no cálculo da abertura de fendas, mas o tratamento das deformações impostas restringidas é menos explícito. Isto é precisamente uma limitação apontadas em trabalhos anteriores: A En 1992-1-1:2004 considera os efeitos das deformações impostas em ELS, mas não indica de forma clara qual o esforço axial a considerar em elementos restringidos (Confraria, 2015)

Por outro lado, a EN 1992-1-1:2023 aborda este tipo de situações de forma mais direta, distinguindo elementos restringidos nas extremidades e elementos restringidos ao longo dos bordos. No caso de uma parede restringida na base, como a considerada no presente estudo, a abertura de fendas passa a depender da deformação imposta aplicada e do grau de restrição associado às condições de apoio.

A tabela 3,7 apresenta as propriedades geométricas e mecânicas adotadas para a aplicação das formulações regulamentares à parede restringida na base, incluindo os parâmetros do betão, do aço e da geometria equivalente considerada.

Tabela 3.7 – Propriedades geométricas e mecânicas consideradas na parede restringida na base

Propriedades		Unidades	
Betão	E_{cm}	33	GPa
	f_{ck}	30	MPa
	HR	70	%
	Coefficiente de Poisson	0.2	
	h_0	250	mm
	f_{ctm}	2.9	MPa
Aço	f_{yk}	500	MPa
	E_s	210	GPa

3.3.2 Quantificação da retração e da fluência

Antes da avaliação da abertura de fendas, procede-se à quantificação dos efeitos diferidos associados à retração e à fluência do betão.

A quantificação da retração foi efetuada para as propriedades materiais, geométricas e ambientais apresentadas anteriormente, considerando betão C30/37, humidade relativa de 70%, cimento da classe N e dimensão equivalente $h_0 = 250\text{mm}$. Nesta fase, determina-se a extensão livre de retração, isto é, a deformação que o elemento desenvolveria na ausência de restrição.

Os valores obtidos para o coeficiente da fluência e para a extensão total de retração encontram-se sintetizados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Quantificação regulamentar dos efeitos diferidos para a parede restringida na base

Abordagem	$\varphi(t, t_0)$	$\varepsilon_{cs}[10^{-6}]$
EC2:2004	2.44	337.186
EC2:2023	2.56	456.237

O coeficiente de fluência é muito semelhante em ambas as abordagens. A EN 1992-1-1:2023 conduz a valor ligeiramente superior, correspondendo a um aumento apenas de 4.9%. Assim, a diferença na fluência não é muito significativa.

A principal diferença está na extensão de retração. A EN 1992-1-1:2023 conduz a um aumento de 35.3%, sendo, portanto, o parâmetro com maior variação entre as duas deformações.

Em termos práticos, para este caso de estudo, a formulação de 2023 é mais gravosa relativamente aos efeitos de retração, uma vez que prevê uma deformação imposta significativamente superior. Consequentemente, numa situação de retração restringida, a formulação mais recente tende a aumentar a relevância das deformações impostas no comportamento em serviço, podendo conduzir uma avaliação mais exigente na fendilhação.

3.3.3 Quantificação da armadura mínima de fendilhação

Com base nas propriedades materiais e geométricas definidas para a parede, procedeu-se à quantificação da armadura mínima de fendilhação segundo as formulações de ambas as versões do Eurocódigo 2. Os valores obtidos, apresentados na Tabela 3.9, correspondem à armadura mínima por face, admitindo uma distribuição simétrica da armadura nas duas faces da parede.

Tabela 3.9 – Armadura mínima de fendilhação para a parede restringida na base

Abordagem	$A_{s,min,face} [\text{cm}^2/\text{m}]$
EC2:2004	7.25
EC2:2023	5.80

Verifica-se que existe uma redução de aproximadamente 20% de uma norma para a outra.

3.3.4 Temperatura equivalente

Com o objetivo de avaliar o grau efetivo de restrição axial associado à parede restringida na base, foi desenvolvido um modelo numérico simplificado no programa Autodesk Robot Structural Analysis. (Autodesk, 2025b) Esta análise teve como finalidade avaliar a ordem de grandeza do grau de restrição mobilizado pela condição de apoio considerada e confrontá-lo com o valor simplificado indicado pela EN 1992-1-1:2023 para este tipo de elemento.

A parede foi modelada através de elementos de casca, com espessura constante de 0,25m., considerando a geometria e as propriedades materiais anteriormente apresentadas. A ligação à base foi representada de forma a reproduzir o impedimento parcial da deformação livre associada à retração.

Na modelação numérica de estruturas de betão armado, a retração pode ser simulada através da aplicação de uma variação térmica equivalente. Esta abordagem baseia-se na analogia entre a deformação livre provocada pela retração do betão e a deformação livre causada por uma variação uniforme de temperatura.

A relação fundamental usada nesta equivalência é:

$$\varepsilon_{cs} = \alpha_T * \Delta T \quad (3.3)$$

Em que:

- ε_{cs} representa a extensão de retração considerada;
- α_T é o coeficiente de dilatação térmica do betão;
- ΔT é a variação térmica equivalente.

Como a retração corresponde a uma deformação de encurtamento, a variação térmica equivalente deve ser aplicada com sinal negativo (Kim, 2004).

3.3.5 Enquadramento do R_{ax}

O grau de restrição R_{ax} , incluído agora na quantificação de abertura de fendas na nova norma, traduz a parcela da deformação imposta que é efetivamente impedida pela estrutura. Este conceito é particularmente relevante porque a restrição nem toda a deformação imposta se traduz em deformação restringida.

O conhecimento apresentado pelo ACI (ACI Committee 207, 2007) relativamente a paredes restringidas na base é particularmente útil para interpretar este fenómeno. Estes elementos betonados sobre uma base previamente existente, a restrição não é uniforme ao longo da altura da parede. Junto à base, o impedimento ao encurtamento horizontal é mais significativo, devido à ligação com o elemento inferior. À medida que se afasta da base, a parede apresenta maior liberdade de deformação, pelo que o efeito da restrição diminui. Assim, a restrição base deve ser entendida como um fenómeno distribuído e dependente da geometria da parede, da altura do seu elemento, do seu comprimento e da rigidez da base.

Esta variação do grau de restrição é ilustrada nas Figuras 8 e 9. A primeira evidencia a influência da geometria na distribuição da restrição ao longo da altura, enquanto a segunda apresenta a influência da rigidez relativa entre a fundação e o elemento restringido.

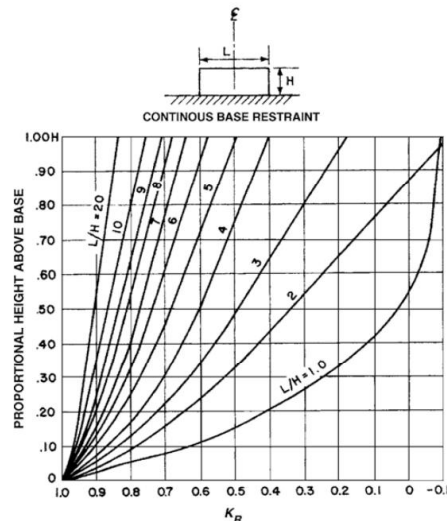


Figura 8 - Evolução do fator de restrição geométrico em paredes restringidas na base. Adaptado de (ACI Committee 207, 2007)

E_F/E_C	K_f
∞	1.0
2	0.83
1	0.71
0.5	0.56
0.2	0.33
0.1	0.20

Figura 9 - Fator de restrição tendo em conta a rigidez entre a base e o elemento. Adaptado de (ACI Committee 207, 2007)

Para aplicação do método proposto pelo ACI 207, o grau de restrição foi estimado pelo produto entre o fator geométrico K_R e o fator de rigidez da base K_f . O fator K_R foi obtido graficamente em função da relação entre o comprimento e a altura da parede, $L/H = 10/3$, e da posição analisada ao longo da altura. Junto à base, onde a restrição é máxima, adotou-se $K_R \approx 1,0$. O fator K_f foi definido a partir da rigidez relativa entre o elemento restritivo e a parede. Como ambos foram considerados de betão, com igual módulo de elasticidade, adotou-se $E_F/E_C = 1$, ao qual corresponde $K_f = 0,71$. Deste modo, obteve-se um grau de restrição de $R_{ACI} = K_R K_f = 1,0 \times 0,71 = 0,71$.

Neste sentido, o valor simplificado de $R_{ax} = 0.5$, frequentemente adotado para paredes restringidas na base (CEN, 2023), pode ser interpretado como uma aproximação média do efeito de restrição axial. Este valor não significa que todos os pontos da parede estejam restringidos a 50%, mas sim que, para efeitos globais de cálculo, se admite que metade da deformação imposta livre é transformada em deformação restringida.

Para compreender e justificar este valor de forma mais racional, recorreu-se à modelação simplificada de uma parede sobre um elemento de rigidez elevada. Neste modelo, a parede superior representa o elemento novo, sujeito à retração, enquanto o elemento inferior representa um elemento previamente betonado, ou uma base idealizada com rigidez comparável à de um elemento de betão, que restringe parcialmente o encurtamento da parede superior. Ao aplicar uma deformação imposta à parede superior, é possível obter a deformação horizontal efetivamente desenvolvida e, por comparação com a deformação livre, estimar o grau de restrição axial.

A configuração do modelo numérico desenvolvido encontra-se representada na Figura 10.

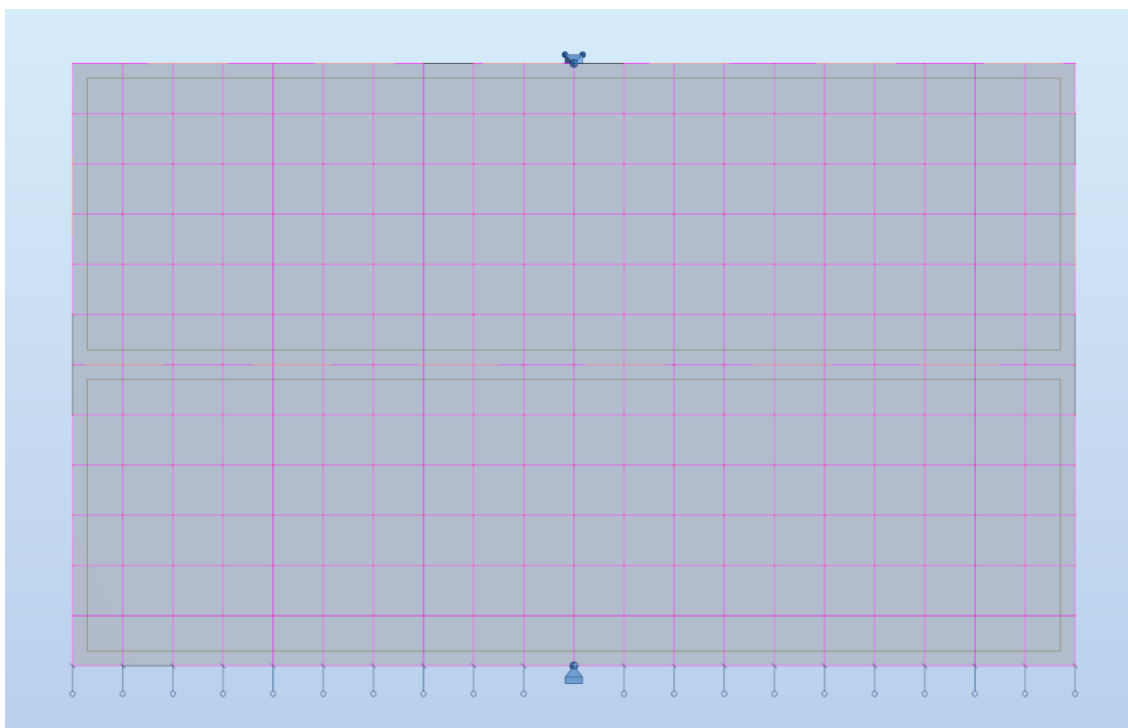


Figura 10 -Modelo numérico simplificado desenvolvido no Autodesk Robot Structural Analysis, considerando a direção x como horizontal e a direção y como vertical (Autodesk, 2025b)

O modelo é constituído por duas paredes sobrepostas, discretizadas através de uma malha regular de elementos finitos com dimensão de 0.5m. Na base da parede inferior foram definidos apoios distribuídos ao longo do seu comprimento. Todos estes apoios permitem o deslocamento na direção x, com exceção do apoio central, onde esse deslocamento é restringido. Esta condição evita o movimento horizontal rígido global do modelo, permitindo simultaneamente a deformação horizontal da parede ao longo da base.

A retração é considerada apenas na parede superior através de uma ação imposta equivalente à retração. A parede inferior não tem qualquer deformação de retração imposta, funcionando apenas como elemento de restrição/interação.

A distribuição dos deslocamentos horizontais obtida na parede superior, resultante da aplicação da retração equivalente, encontra-se apresentada na Figura 11.

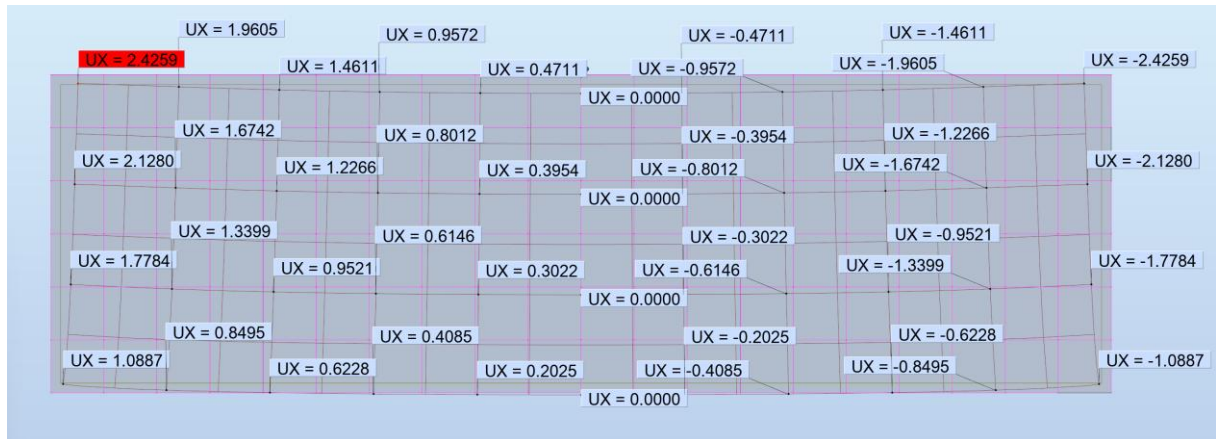


Figura 11 – Deslocamentos horizontais na parede superior face ao efeito da retração imposta (Autodesk, 2025b)

A extensão de retração imposta efetiva considerada no modelo foi:

$$\varepsilon_{imp} = 456.237 \times 10^{-6}$$

A partir dos resultados obtidos no modelo numérico, verificou-se que o encurtamento efetivamente mobilizado na base da parede foi de aproximadamente:

$$\Delta L_{rest} = 1.0887 + 1.0887 = 2.1774 \text{ mm} \quad (3.4)$$

Convertendo este valor para extensão, obtém-se:

$$\varepsilon_{rest} = \frac{\Delta L_{rest}}{L} = \frac{2.1774mm}{10000mm} = 217.740 \times 10^{-6} \quad (3.5)$$

O grau de restrição axial pode então ser determinado por:

$$\mathcal{R}_{ax} = 1 - \frac{\varepsilon_{restr}}{\varepsilon_{imp}} = 0.522 \quad (3.6)$$

Com base nos valores obtidos através das diferentes abordagens, apresenta-se na Tabela 3.10 a comparação entre o fator de restrição estimado segundo o ACI Committee 207 (2007), o valor simplificado indicado pela EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023) e o valor obtido através do modelo numérico desenvolvido.

Tabela 3.10 – Valores de restrição para base da parede

Abordagem	R_{ax}	Observação
ACI	0.71	Valor obtido através da multiplicação de K_f e K_r
EC2:2023	0.50	Valor simplificado indicado para este tipo de elemento
Modelo numérico	0.522	Valor obtido a partir da relação entre deformação restringida e deformação imposta

Conforme apresentado na tabela 3.10, os valores do grau de restrição axial variam entre as diferentes abordagens analisadas. Como estamos a avaliar a restrição entre duas paredes com o mesmo módulo de elasticidade, o coeficiente K_f do ACI Committee 207 (2007) vai ser de 0,71., o que vai conduzir ao valor que traduz uma condição de restrição mais severa, conduzindo, por isso, a uma estimativa mais conservativa dos efeitos da retração restringida.

Por outro lado, a EN 1992-1-1:2023 propõe um valor simplificado de $R_{ax} = 0.50$ para paredes restringidas na sua base. Este valor é significativamente inferior ao considerado pelo ACI Committee 207 (2007), mas apresenta uma boa aproximação ao resultado obtido através do modelo numérico simplificado.

No modelo desenvolvido no Autodesk (2025b), o grau de restrição axial foi calculado a partir da relação entre a deformação restringida e a deformação imposta, tendo-se obtido $R_{ax} = 0.522$. Este valor é muito próximo do valor simplificado indicado pela EN 1992-1-1:2023, o que sugere que, para o caso analisado, a adoção de $R_{ax} = 0.50$ constitui uma aproximação adequada.

3.3.6 Abertura de fendas

Para efeitos de enquadramento, o esforço axial de fendilhação foi estimado considerado apenas a secção de betão, através de $N_{cr} = A_c f_{ctm}$. Embora fosse possível considerar a contribuição da armadura por homogeneização da secção, essa abordagem não foi adotada neste caso, uma vez que o objetivo é apenas obter uma referência simples para a ordem de grandeza do esforço de fendilhação. A verificação principal é realizada posteriormente através do cálculo de abertura de fendas, considerando a armadura efetivamente adotada.

$$N_{cr} = A_c f_{ctm} = 725 \text{ kN/m} \quad (3.7)$$

Aplicando as formulações regulamentares anteriormente apresentadas à parede restringida na base, obtiveram-se os valores de abertura de fendas e de armadura mínima sintetizados na Tabela 3.11.

Tabela 3.11 – Comparação da abertura de fendas e da armadura mínima para a parede restringida na base

Abordagem	ω_k (mm)	$A_{s,min,face} \text{ cm}^2/\text{m}$
EC2:2004	0.490	7.25
EC2:2023	0.108	5.80

Aplicando a formulação da nova norma à parede restringida na base, considerando a secção como sujeita a tração devido à deformação imposta de retração, obteve-se uma abertura de fendas de 0,108mm. Este valor resulta da consideração da totalidade da secção da parede como área efetiva de betão tracionado e da utilização da armadura total distribuída por ambas as faces.

Comparativamente ao valor obtido segundo o EC2:2004 (CEN, 2004), verifica-se uma redução significativa da abertura de fendas. Enquanto a formulação anterior conduzia a $w_k=0,490\text{mm}$, ultrapassando o limite adotado pelo Eurocódigo de $0,3\text{mm}$, a nova formulação conduz a um valor claramente inferior a esse limite. Assim, para o caso em estudo, a EN 1992-1-1:2023 prevê uma abertura de fendas cerca de 78% inferior obtida pela EN 1992-1-1:2004.

Esta diferença evidencia a alteração introduzida pela formulação regulamentar para elementos sujeitos a deformações impostas com restrição parcial. No EC2:2023 (CEN, 2023), a abertura de fendas passa a depender explicitamente do grau de restrição axial permitindo considerar que apenas uma parcela da retração livre é efetivamente impedida.

Assim, para a parede analisada, obtém-se uma verificação favorável, com $w_k < w_{\text{lim}}$. Contudo, esta conclusão deve ser interpretada tendo em conta as hipóteses simplificativas adotadas, nomeadamente a consideração da área efetiva de betão tracionado nas duas faces da parede e da armadura total distribuída por ambas as faces.

A comparação gráfica dos resultados apresentados na Tabela 3.11 encontra-se representada na Figura 12, permitindo visualizar de forma direta a redução da abertura de fendas e da armadura mínima obtida com a formulação da EN 1992-1-1:2023.

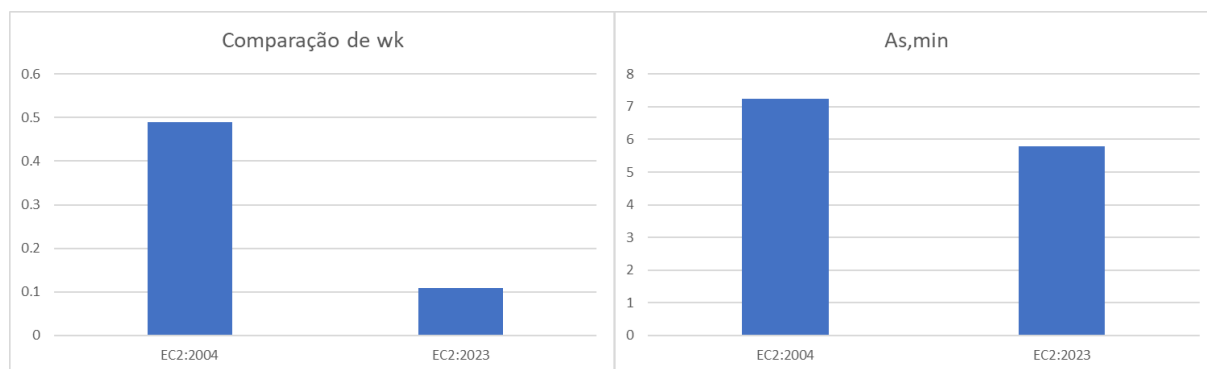


Figura 12 - Comparação dos valores de abertura de fendas e armadura mínima por face obtidos segundo a EN 1992-1-1:2004(CEN, 2004) e a EN 1992-1-1:2023(CEN, 2023)

4

CASO PRÁTICO DE UMA ESTRUTURA PORTICADA

4.1 BASES DE CÁLCULO

4.1.1 Introdução

Neste capítulo é desenvolvido um caso prático com objetivo de analisar a influência da retração restringida no comportamento de uma estrutura porticada de betão armado com cinco pisos. Optou-se por uma geometria regular de modo a facilitar a interpretação dos resultados e efeitos associadas à retração restringida- A simplificação da solução estrutural permite reduzir a influência das irregularidades geométricas ou de rigidez, tornando mais clara a comparação entre os diferentes modelos analisados. Assim, o caso de estudo não pretende reproduzir exhaustivamente a complexidade de um edifício real, mas sim constituir uma base controlada para avaliar a influência das condições de restrição no desenvolvimento de esforços internos, deformações e eventual fendilhação.

Neste contexto, foram considerados dois modelos estruturais. Numa primeira fase, será analisado o pórtico sem a consideração de paredes de cave, admitindo-se uma solução estrutural em que os pilares descarregam diretamente nas fundações. Esta análise inicial permite avaliar o comportamento global da estrutura numa configuração mais flexível.

Numa segunda fase, será analisada a mesma estrutura considerando a existência de uma cave. A introdução destes elementos aumenta significativamente a rigidez da zona inferior da estrutura e altera as condições de restrição aos deslocamentos horizontais e às deformações impostas. Consequentemente, é expectável que a presença da cave influencie a distribuição dos esforços internos, nomeadamente os esforços axiais de tração e os momentos fletores induzidos pela retração restringida.

A comparação destes dois modelos permite compreender de que forma a existência de paredes de cave condiciona o grau de restrição da estrutura. Enquanto o modelo sem paredes de cave representa uma situação em que a deformação por retração pode ser parcialmente acomodada pela deformabilidade global do pórtico, o modelo com cave tende a apresentar resultados mais condicionantes, devido à maior rigidez dos elementos verticais inferiores.

Os modelos estruturais considerados encontram-se representados na Figura 13, permitindo visualizar a diferença entre a configuração sem paredes de cave a configuração com paredes de cave

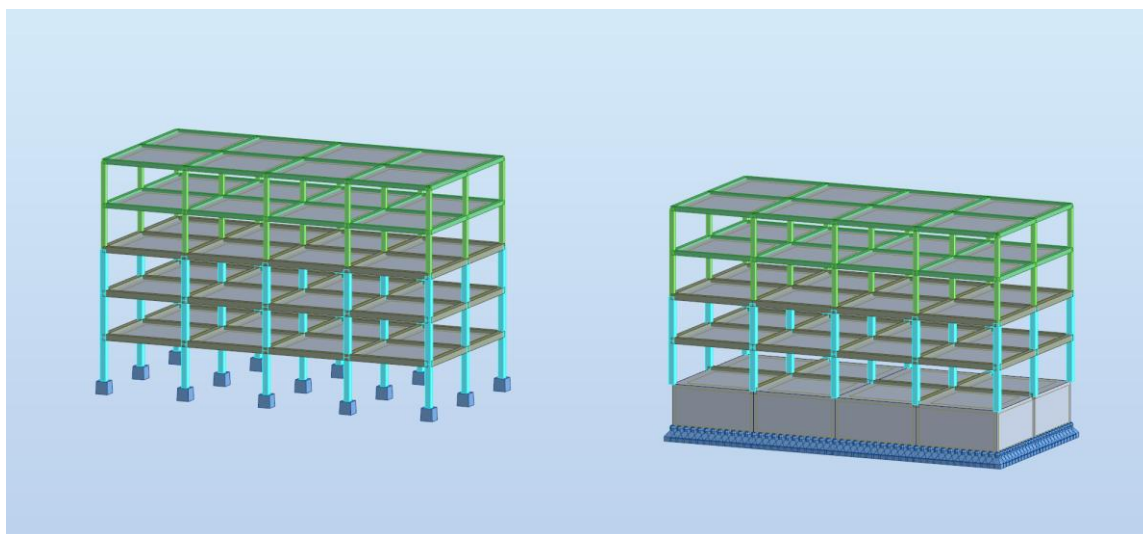


Figura 13 - Modelos Estruturais analisados: a) pórtico de 5 pisos sem paredes na cave; b) pórtico de 5 pisos com paredes na cave

4.1.2 Caracterização geométrica, materiais e ações consideradas

Neste subcapítulo apresentam-se as principais características geométricas, materiais adotados nos modelos estruturais analisados, bem como as ações consideradas. São ainda identificados os elementos que compõem cada modelo, incluindo lajes, vigas, pilares e, no caso da segunda configuração, as paredes da cave.

A estrutura em estudo é composta por cinco pisos elevados, com uma malha estrutural regular em planta. Foram considerados vão de 6 metros em ambas as direções, perfazendo uma dimensão total em planta de $24 \times 12 \text{ m}^2$. A altura entre pisos adotada foi de 3 m, resultando numa altura total de 15m acima da fundação.

As principais características geométricas consideradas encontram-se resumidas na tabela seguinte:

Tabela 4.1 – Características geométricas adotadas nos modelos estruturais

Elementos	Dimensões [m]
Lajes	0.20
Paredes	0.25
Vigas	0.30x0.50
Pilares	0.50x0.50
	0.40x0.40
	0.30x0.30

Relativamente aos materiais adotados, foi considerado betão da classe C30/37 e aço para as armaduras A500. As propriedades mecânicas adotadas encontram-se apresentadas na seguinte tabela:

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas consideradas nos modelos estruturais

Propriedades		Unidades	
Betão	E_{cm}	33	GPa
	f_{ck}	30	MPa
	HR	70	%
	Coefficiente de Poisson	0.2	
	f_{ctm}	2.9	MPa
Aço	f_{yk}	500	MPa
	E_s	210	GPa

Para além das características anteriormente mencionadas, foram consideradas as ações gravíticas atuantes nos pisos, nomeadamente o peso próprio dos elementos estruturais, restantes cargas permanentes e as sobrecargas de utilização. O peso próprio foi calculado automaticamente pelo software utilizado (Autodesk, 2025b), a partir das dimensões dos elementos e do peso volúmico do betão armado, enquanto as restantes ações foram introduzidas como cargas uniformemente distribuídas nas lajes como variações de temperatura.

As ações consideradas encontram-se resumidas na seguinte tabela 4.3:

Tabela 4.3 – Ações consideradas nos modelos estruturais

Tipo de carga	Valor considerado
Peso Próprio	Calculado automaticamente pelo software
Restantes Cargas Permanentes	2kN/m ²
Sobrecarga	1kN/m ²
Sobrecarga de Cobertura	0.4kN/m ²
Retração	Calculado ao detalhe mais à frente

Para representar as ações temporárias associadas à fase de construção, adotou-se uma sobrecarga uniformemente distribuída de 1,0 kN/m². Este valor pretende traduzir, de forma simplificada, os efeitos resultantes da circulação de trabalhadores, equipamentos ligeiros e armazenamento temporário de materiais durante a execução da estrutura.

Na análise dos efeitos de retração no pórtico, deve ser considerada uma combinação de serviço, uma vez que o objetivo principal é avaliar o comportamento da estrutura em fase de utilização. Assim, é adotada para esta análise a combinação quase permanente de ações (CEN, 2002):

$$G_k + P + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.1)$$

Em que G_k representa as ações permanentes, retração incluída, P a ação do pré-esforço, quando existente, $Q_{k,i}$ as ações variáveis, $\psi_{2,i}$ os respetivos coeficientes de combinação quase permanente, que neste caso, assumindo que se trata de edifício de habitação, pode ser considerado como 0.3 na sobrecarga dos pisos e 0 na cobertura (CEN, 2002).

4.1.2.1 Cálculo da fluência e da retração pela EN 1992-1-1:2023

Para avaliar a influência da retração no comportamento do pórtico em estudo, começou-se por quantificar a extensão de retração livre dos diferentes elementos estruturais, nomeadamente lajes, vigas, pilares e, numa fase posterior, as paredes da cave. No presente caso prático, o cálculo da retração foi realizado de acordo com a EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023), considerando as propriedades do betão adotado, as dimensões dos elementos, a humidade relativa ambiente, a idade do início da secagem e o instante de análise. A partir da extensão de retração livre obtida, procede-se posteriormente à sua introdução no modelo estrutural, permitindo avaliar os esforços gerados pela deformação imposta e a sua influência no controlo da fendilhação dos elementos do pórtico.

Na seguinte tabela, é possível verificar a fluência e a retração calculada para cada um dos elementos:

Tabela 4.4 – Fluência e retração livre calculadas para os elementos estruturais calculados segundo a EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023)

Elementos	Dimensões [m]	$\varphi(t, t_0)$	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$
Lajes	0.20	2.62	463.991
Paredes	0.25	2.56	456.237
Vigas	0.30x0.50	2.63	465.722
	0.50x0.50	2.56	456.237
Pilares	0.40x0.40	2.61	463.991
	0.30x0.30	2.70	470.353

4.1.2.2 Análise

Numa primeira fase, a comparação entre os modelos com e sem cave incide apenas sobre as lajes, uma vez que estes elementos são diretamente afetados pelo grau de restrição imposto à retração. A presença de paredes de cave altera as condições de deformabilidade da estrutura e pode conduzir ao desenvolvimento de esforços axiais de tração superiores nas lajes, influenciando o estado de fendilhação e a armadura necessária para o seu controlo. Esta análise permite assim, identificar de forma objetiva a influência da cave no comportamento em serviço dos elementos horizontais, deixando para uma fase posterior a avaliação da redistribuição global de esforços nos restantes elementos estruturais.

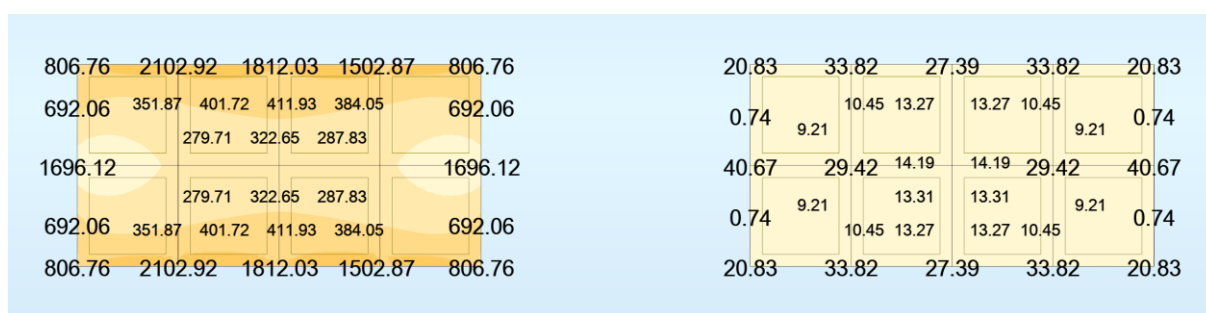


Figura 14 - Esforço Axial na Laje do Piso 1 na CQP definida de acordo com a EN 1990 (CEN, 2002)

4.2 INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE RESTRIÇÃO DA CAVE

Apesar de a influência do grau de restrição já ter sido discutida nos capítulos anteriores, importa analisar de forma específica o efeito da restrição adicional associada à presença da cave. Em particular, pretende-se avaliar em que medida a hipótese de impedimento horizontal total das paredes enterradas influencia os esforços de tração induzidos pela retração das lajes.

O novo Eurocódigo 2 permite enquadrar o efeito da restrição no controlo do efeito da fendilhação associada a deformações impostas, considerando a interação entre elementos estruturais. No entanto, a restrição resultante da interação entre as paredes da cave, as fundações e o solo não é quantificada de forma direta através de um parâmetro normativo. Assim, torna-se necessário adotar uma estratégia de modelação que permita representar, de forma simplificada, a deformabilidade do terreno e a consequente redistribuição das reações transmitidas pela estrutura.

No modelo de referência com cave, a adoção de apoios rígidos nas paredes enterradas corresponde a uma situação limite, na qual se admite que os deslocamentos horizontais e verticais se encontram totalmente impedidos. Esta hipótese conduz a uma restrição máxima de deformação imposta, podendo originar uma concentração superior de esforços de tração nos elementos estruturais. Contudo, numa situação mais próxima da realidade, o solo apresenta deformabilidade e a interação solo estrutura não corresponde a um bloqueio absoluto dos deslocamentos. A resposta a cave deve, por isso, ser representada por uma restrição parcial, associada a uma rigidez finita do terreno (Gazetas, 1991).

Importa salientar que a abordagem que vai ser utilizada constitui uma simplificação da interação solo-estrutura. O comportamento real do solo é, em geral, não linear, dependente do nível de deformação, do estado de tensão, das condições de drenagem e da eventual ocorrência de plastificação ou perda de contacto na interface solo-estrutura. Assim, os coeficientes elásticos adotados de seguida não devem ser interpretados como propriedades constantes e universais do terreno, mas sim como rigidezes equivalentes para representar, de forma aproximada, a resposta global do solo no intervalo de deformações mobilizado pelo modelo.

Apesar destas limitações, a utilização de apoios elástico equivalentes permite substituir a hipótese limite e apoios perfeitamente rígidos por uma representação mais realista da deformabilidade do terreno. Desta forma, torna-se possível avaliar a sensibilidade dos esforços de tração induzidos pela retração à rigidez da interação solo-estrutura (Gazetas, 1991).

4.2.1 Quantificação do coeficiente elástico dos apoios

A quantificação dos coeficientes elásticos dos apoios foi realizada com base nas formulações propostas por Gazetas (1991) para fundações enterradas. Estas formulações permitem estimar as rigidezes equivalentes do sistema solo-fundação, considerando a geometria de fundação, as propriedades elásticas do solo, e quando aplicável, o efeito do enterramento. Embora estas expressões tenham sido desenvolvidas no âmbito da análise dinâmica de fundações, a componente real do impedimento correspondente à rigidez equivalente do sistema solo-fundação, podendo ser interpretada através de uma analogia com molas elásticas. No presente estudo, uma vez que a retração corresponde a uma ação de evolução lenta, considerou-se apenas a parcela estática da rigidez, desprezando os coeficientes dinâmicos e os termos de amortecimento.

Para uma fundação retangular, com dimensões $2B \times 2L$, sendo $L > Z = B$, foi considerado as rigidezes vertical e horizontais indicadas nas equações 4.2 a 4.4:

$$K_{z,0} = \frac{2GL}{1-\nu} (0.73 + 1.54\chi^{0.75}) \quad (4.2)$$

$$K_{y,0} = \frac{2GL}{2-\nu} (2 + 2.50\chi^{0.85}) \quad (4.3)$$

$$K_{x,0} = K_{y,0} - \frac{0.20}{0.75-\nu} GL \left(1 - \frac{B}{L}\right) \quad (4.4)$$

Com:

$$\chi = \frac{A_b}{4L^2} \quad (4.5)$$

Em que $K_{z,0}$ representa a rigidez vertical, $K_{y,0}$ a rigidez horizontal na direção transversal da fundação, $K_{x,0}$ a rigidez horizontal na direção longitudinal, G o módulo de distorção do solo, ν o coeficiente de Poisson e A_b a área de contacto da base da fundação com o solo, estas expressões correspondem às rigidezes estáticas apresentadas por Gazetas para fundações superficiais de forma arbitrária, aproximadas por uma geometria retangular equivalente.

Neste estudo, foi adotado um solo corrente, caracterizando por um módulo de elasticidade $E_{\text{solo}} = 30\text{MPa}$ e um coeficiente de Poisson $\nu = 0.30$. O módulo de distorção do solo foi obtido através da relação:

$$G = \frac{E_{\text{solo}}}{2(1 + \nu)} = 11538 \text{ kN/m}^2 \quad (4.6)$$

As paredes da cave apresentam uma espessura de 0.25m, sendo apoiadas por sapatas contínuas com largura igual a 1,40m. Para efeitos de cálculo da rigidez, considerou-se a largura da sapata, uma vez que esta define a área efetiva de contacto com o terreno.

Na tabela seguinte é possível verificar os coeficientes calculados:

Tabela 4.5 – Coeficientes elásticos da interação solo-sapata de superfície

Parede [L]	$K[\text{kN/m}]$	$ki = \frac{K}{L} \text{ kN/m}^2$
12m	$K_x=168505$	14042
	$K_y=195685$	16307
	$K_z=205204$	17100
24m	$K_x=304225$	12676
	$K_y=362173$	15091
	$K_z=361105$	15046

Para considerar o efeito das paredes enterradas, os coeficientes elásticos foram corrigidos através dos fatores propostos por Gazetas (1991), que são representados nas equações 4.7 a 4.9.

$$K_{z,emb} = K_{z,0} \left[1 + \frac{1}{21} \frac{D}{B} (1 + 1,3\chi) \right] \left[1 + 0,20 \left(\frac{A_w}{A_b} \right)^{2/3} \right] \quad (4.7)$$

$$K_{y,emb} = K_{y,0} \left[1 + 0.15 \left(\frac{D}{B} \right)^{0.5} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{d}{B} \frac{A_w}{A_b} \right)^{0.4} \right] \quad (4.8)$$

$$K_{x,emb} = K_{x,0} \frac{K_{y,emb}}{K_{y,0}} \quad (4.9)$$

Em que D representa a profundidade de enterramento da base da fundação, d a altura efetiva de contacto lateral solo-parede, A_w a área lateral efetiva de contacto e A_b a área de contacto da base da sapata com o solo.

Sendo obtidos os seguintes valores apresentado na seguinte tabela:

Tabela 4.6 – Coeficientes elásticos da interação solo-sapata enterradas

Parede [L]	K[kN/m]	$ki = \frac{K}{L}$ kN/m ²
12m	$K_x=504266$	42022
	$K_y=585603$	48800
	$K_z=397377$	33115
24m	$K_x=778275$	38605
	$K_y=926521$	32428
	$K_z=681728$	28405

4.2.2 Análise detalhada dos elementos

4.2.2.1 Paredes da cave

Para complementar a calibração numérica dos apoios elásticos, apresentam-se de seguida os mapas de resultados mais relevantes obtidos no modelo. Estes permitem visualizar a influência da deformabilidade do solo na distribuição de reações e nos esforços internos da estrutura. A comparação foi efetuada entre o modelo com restrição rígida das paredes da cave e o modelo com apoios elásticos calibrados, mantendo-se a escala de visualização sempre que possível, de modo a garantir uma leitura comparável dos resultados.

As Figuras 15 a 18 apresentam os resultados obtidos para as paredes da cave de 12 m de comprimento, considerando inicialmente apoios rígidos. São analisadas as componentes nas direções x e y, permitindo identificar a forma como a restrição imposta na base condiciona a distribuição dos esforços/reações ao longo da parede.

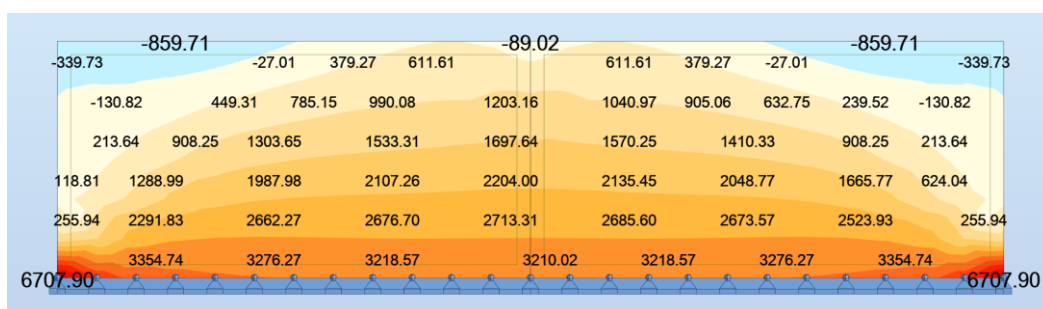


Figura 15 - Paredes da cave de 12 m com apoios rígidos, na direção x



Figura 16 - Paredes da cave de 12m com apoios rígidos na direção y

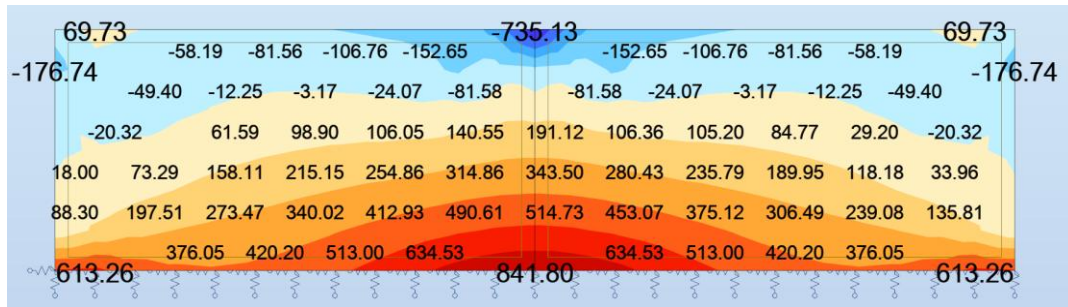


Figura 17 - Paredes de 12m com apoios elásticos na direção x



Figura 18 - Paredes de 12 m com apoios elásticos, na direção y

A comparação entre os mapas das paredes de cave de 12 m foi realizada considerando zonas equivalentes dos modelos com apoios rígidos e com apoios elásticos. Esta comparação permite avaliar não apenas a variação dos valores máximos, mas também a alteração da distribuição dos esforços ao longo da parede.

Na direção x, observa-se uma redução generalizada dos esforços de tração quando são considerados apoios elásticos. Nos cantos inferiores, os valores passam de aproximadamente 6707,90 kN/m para 613,26 kN/m, correspondendo a uma redução de cerca de 91%. Também na zona intermédia inferior e na zona central se verifica uma diminuição relevante, evidenciando que a deformabilidade horizontal da fundação reduz não apenas os picos localizados, mas também os esforços no interior da parede.

Na direção y, a influência dos apoios elásticos é ainda mais evidente nas zonas de extremidade. Nos cantos inferiores, os valores obtidos no modelo com apoios rígidos são praticamente eliminados quando se considera a deformabilidade da fundação. Esta alteração demonstra que a restrição rígida da base conduz a concentrações de esforços muito elevadas, enquanto os apoios elásticos permitem uma redistribuição mais equilibrada dos esforços.

De forma geral, conclui-se que a modelação com apoios rígidos conduz a uma concentração excessiva dos esforços junto aos cantos inferiores e à base das paredes. A introdução de apoios elásticos permite representar de forma mais adequada a deformabilidade da interação solo-fundação, reduzindo significativamente os picos de tração e conduzindo a uma distribuição de esforços mais equilibrada.

Com o objetivo de complementar a interpretação dos mapas de esforços, apresenta-se na Tabela 4.7 uma síntese dos valores de tração obtidos em zonas equivalentes das paredes de cave de 12 metros.

Tabela 4.7 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração nas paredes de cave de 12m

Direção	Zona comparada	Apoios rígidos [kN/m]	Apoios elásticos [kN/m]	Redução aproximada
N_x	Canto Inferior	6707.90	613.26	91%
N_x	Zona intermédia inferior	3354.74	376.05	89%
N_x	Zona central	2204.00	343.50	74%
N_y	Canto inferior	10016.67	19.93	100%

De forma análoga à análise realizada para as paredes de 12 metros, apresentam-se nas figuras de 19 a 22 os mapas de esforços axiais relativos às paredes de cave de 24 metros. A comparação é efetuada para as direções x e y, considerando o modelo com apoios rígidos e o modelo com apoios elásticos, de modo a avaliar a influência da deformabilidade da fundação na distribuição dos esforços de tração ao longo das paredes de maior desenvolvimento.

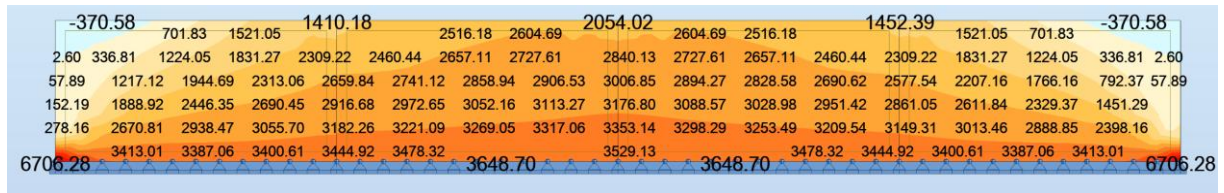


Figura 19 - Parede de 24m com apoios rígidos, na direção x

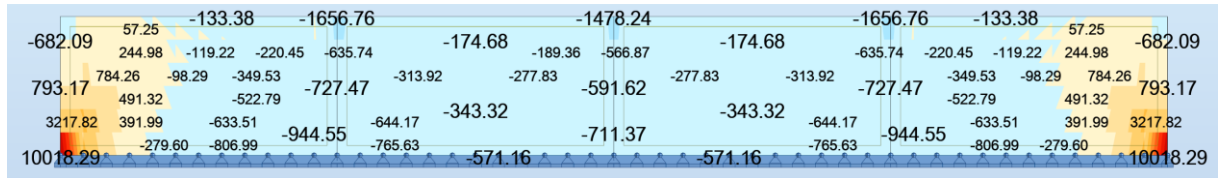


Figura 20 - Parede de 24m com apoios rígidos, na direção y

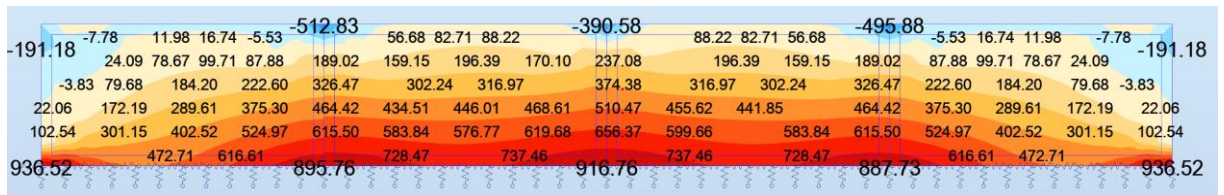


Figura 21 - Parede de 24m com apoios elásticos, na direção x



Figura 22 - Parede de 24m com apoios elásticos, na direção y

A comparação entre os mapas das paredes de cave de 24 m evidencia, tal como observado nas paredes de 12 m, uma redução significativa dos esforços de tração quando é considerada deformabilidade da fundação através de apoios elásticos. Esta comparação foi realizada em zonas equivalentes dos mapas, permitindo avaliar não apenas a variação dos valores máximos, mas também a alteração da distribuição dos esforços ao longo da parede.

Na direção x, verifica-se que os maiores esforços de tração continuam a ocorrer junto à base da parede. No entanto, a sua magnitude é substancialmente reduzida com a consideração dos apoios elásticos. Nos cantos inferiores, o valor passa de aproximadamente 6706,28 kN/m para 936,52 kN/m, correspondendo a uma redução de cerca de 86%. Esta diferença mostra que a restrição total da base conduz a uma concentração muito elevada de esforços de tração nos cantos, enquanto a introdução de deformabilidade horizontal permite aliviar essa concentração.

A mesma tendência é observada nas restantes zonas inferiores da parede. Junto ao bordo, os valores diminuem de 3413,01kN/m para 472,71kN/m, e na zona inferior intermédia passam de 3387,06kN/m para 616,61kN/m. No meio da base, a tração reduz-se de 3648,70kN/m para 916,76kN/m. Apesar de esta zona continuar a apresentar esforços de tração relevantes, a sua ordem de grandeza é claramente inferior à obtida no modelo com apoios totalmente restringidos.

Na zona central da parede, a redução também é evidente. O valor de tração passa de cerca de 3176,80kN/m para 510,47kN/m, demonstrando que os apoios elásticos não reduzem apenas os picos localizados junto aos cantos, mas também diminuem os esforços de tração no interior da parede. Assim, na direção x, a consideração da deformabilidade da fundação conduz a uma distribuição de esforços menos gravosa e mais uniforme.

Na direção y, a diferença entre os dois modelos é ainda mais marcada junto às extremidades inferiores. No modelo com apoios restringidos, surgem picos de tração nos cantos inferiores com valores da ordem de 10018,29kN/m. Com a introdução dos apoios elásticos, estes valores reduzem-se para cerca de 66,84kN/m, ou seja, os picos de tração praticamente desaparecem. Nas zonas laterais inferiores e intermédias, onde no modelo restringido se obtinham valores positivos, como 3217,82kN/m e 793,17kN/m, a tração deixa de existir no modelo com apoios elásticos, passando essas zonas a apresentar compressão.

De seguida apresenta-se a tabela síntese de esforços de tração nas paredes de 24m:

Tabela 4.8 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração nas paredes da cave de 24m

Direção	Zona comparada	Apoios rígidos [kN/m]	Apoios elásticos [kN/m]	Redução aproximada
N _x	Canto Inferior	6706.28	936.52	86%
N _x	Zona intermédia inferior	3387.06	616.61	82%
N _x	Zona central	3176.80	916.76	84%
N _y	Geral		-	-

Importa, contudo, salientar que os valores apresentados resultam de uma análise elástica linear, na qual não é considerada a fendilhação do betão. Assim, quando os valores dos esforços axiais de tração obtidos ultrapassam o esforço de fendilhação N_{cr} , os valores absolutos deixam de representar de forma rigorosa o esforço efetivamente instalado na estrutura em fase fendilhada. Após a fendilhação, ocorre uma redistribuição de esforços e uma alteração da rigidez dos elementos, fenómenos que não são captados neste tipo de modelação.

Deste modo, os mapas de esforços apresentados devem ser interpretados essencialmente de forma comparativa, verificando a influência relativa das condições de apoio e tentar aproximar a modelação de valores mais aproximados do que acontece realmente. A análise é, portanto, adequada para identificar tendências, zonas críticas e diferentes hipóteses de modelação, mas não deve ser utilizada isoladamente para definir o esforço de tração real em elementos onde o limite de fendilhação é ultrapassado.

4.2.2.2 Laje do piso 1

É avaliada com particular interesse a laje do primeiro piso, uma vez que esta se encontra diretamente condicionada pela presença dos muros enterrados. Estes elementos funcionam como pontos de restrição à deformação livre da laje, limitando os deslocamentos horizontais induzidos pela retração e originando, consequentemente, esforços de tração.

Com o objetivo de avaliar a influência da deformabilidade da fundação no comportamento das lajes do primeiro piso, apresentam-se nas Figuras 23 e 24 os mapas de esforços axiais obtidos para as duas hipóteses de modelação consideradas. A primeira corresponde ao modelo com os apoios totalmente restringidos, enquanto a segunda considera os apoios elásticos na fundação, permitindo representar de forma mais realista a interação solo- estrutura.

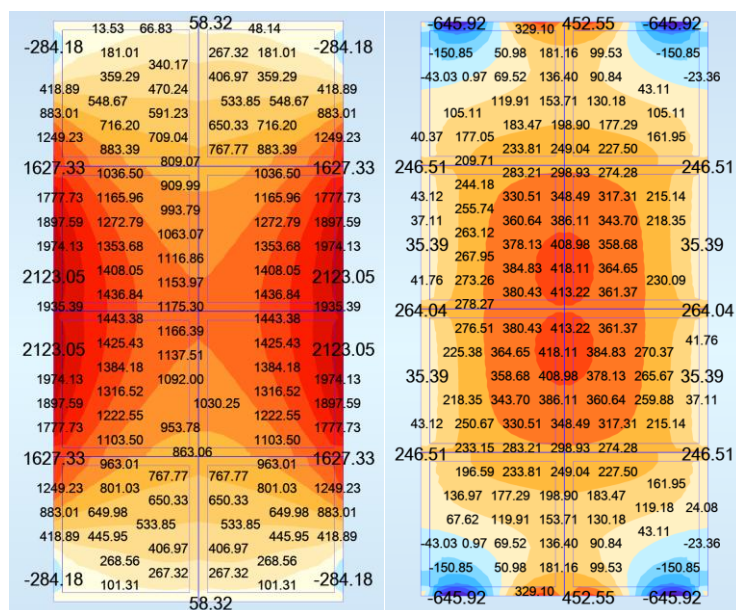


Figura 23 - Esforço axial na laje do piso 1, na situação dos apoios rígidos

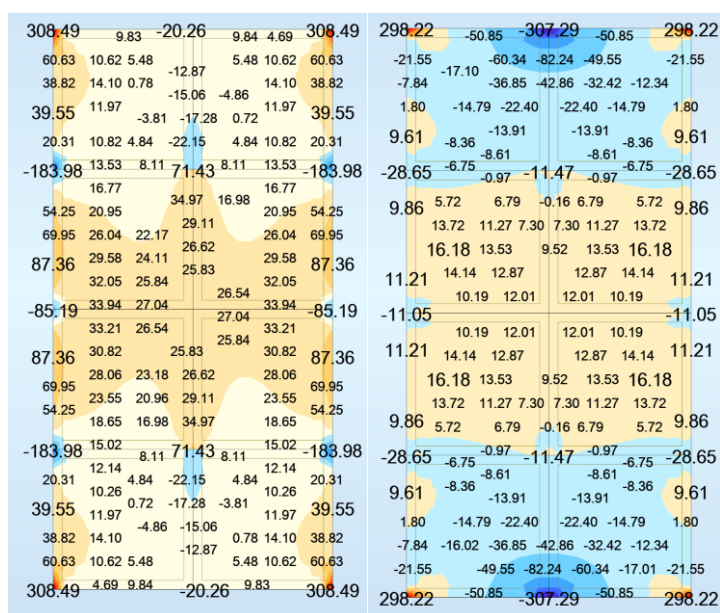


Figura 24 - Esforço axial da laje do piso 1, na situação dos apoios elásticos

A comparação dos mapas de esforços axiais da laje do piso 1 permite verificar uma redução clara dos esforços de tração quando se considera a deformabilidade dos apoios. No modelo com apoios encastrados, os valores de tração apresentam uma distribuição mais intensa e generalizada, sobretudo na direção x, com concentrações relevantes junto aos bordos laterais e na zona central da laje.

Com a introdução dos apoios elásticos, observa-se uma diminuição muito significativa da magnitude dos esforços axiais. Na direção x, os valores máximos de tração passam de uma ordem de grandeza próxima de 2000 para valores inferiores a 100 na maior parte da laje. Na direção y, a redução é igualmente evidente, embora os valores iniciais já fossem bastante inferiores aos obtidos na direção x. Neste caso, os esforços de tração passam de valores da ordem de 250 a 450 para valores geralmente próximos de 10 a 15.

Esta diferença evidencia que os apoios encastrados impõem uma restrição muito mais severa à deformação da laje, originando esforços de tração elevados e potencialmente conservativos para a análise da fendilhação. Por outro lado, a consideração de apoios elásticos permite acomodar parcialmente as deformações impostas, reduzindo a restrição global e, consequentemente, os esforços axiais instalados.

De forma geral, conclui-se que a modelação com apoios elásticos conduz a uma resposta estrutural menos gravosa e mais compatível com o comportamento físico esperado, uma vez que permite uma maior deformabilidade do sistema de apoio. Assim, tal como observado nas paredes da cave, a consideração da interação solo–fundação reduz de forma expressiva os esforços de tração e evita uma possível sobrestimação associada à adoção de apoios totalmente encastrados.

De modo a sintetizar a comparação realizada entre os dois modelos, apresenta-se na Tabela 4.9 um resumo dos esforços axiais de tração obtidos na laje do piso 1. Os valores apresentados permitem quantificar a redução associada à consideração dos apoios elásticos, distinguindo-se os valores máximos ou representativos adotados para cada direção de análise.

Tabela 4.9 – Comparação dos esforços axiais de tração representativos na laje do piso 1

Direção	Apoios rígidos [kN/m]	Apoios elásticos [kN/m]	Redução aproximada
N_x	2123.05	308.49	85%
N_y	452.55	15.00	96%

4.3 FASEAMENTO CONSTRUTIVO

O faseamento construtivo é um aspeto frequentemente não considerado na quantificação dos efeitos da retração em estruturas de betão armado, apesar de poder ter uma influência significativa nos resultados obtidos. Esta simplificação deve-se, em grande parte, à complexidade e ao tempo adicional que a sua modelação exige, uma vez que a consideração rigorosa deste fenómeno implica a definição de diferentes fases de construção, a atribuição de idades distintas e a atualização progressiva das condições de rigidez ao longo do tempo.

No entanto, esta simplificação pode influenciar de forma relevante os esforços obtidos, especialmente em estruturas mais complexas ou em elementos betonados em fases distintas. A retração é um fenómeno dependente do tempo, desenvolvendo-se de forma não linear ao longo da vida útil da estrutura. Assim, quando uma estrutura é construída por fases, uma parcela da retração de determinados elementos pode já ter ocorrido antes de estes passarem a estar ligados aos restantes elementos estruturais.

A evolução da retração com o tempo pode ser observada na figura 25, onde se verifica que uma parte significativa da deformação ocorre nas idades iniciais, embora o fenómeno continue a desenvolver-se ao longo do tempo. Desta forma, a análise faseada permite representar, ainda que de modo simplificado, a evolução da rigidez estrutural e das condições de restrição ao longo do processo construtivo.

A evolução temporal da retração foi determinada de acordo com a formulação apresentada na EN 1992-1-1:2023 (CEN, 2023), encontrando-se representada na Figura 25.

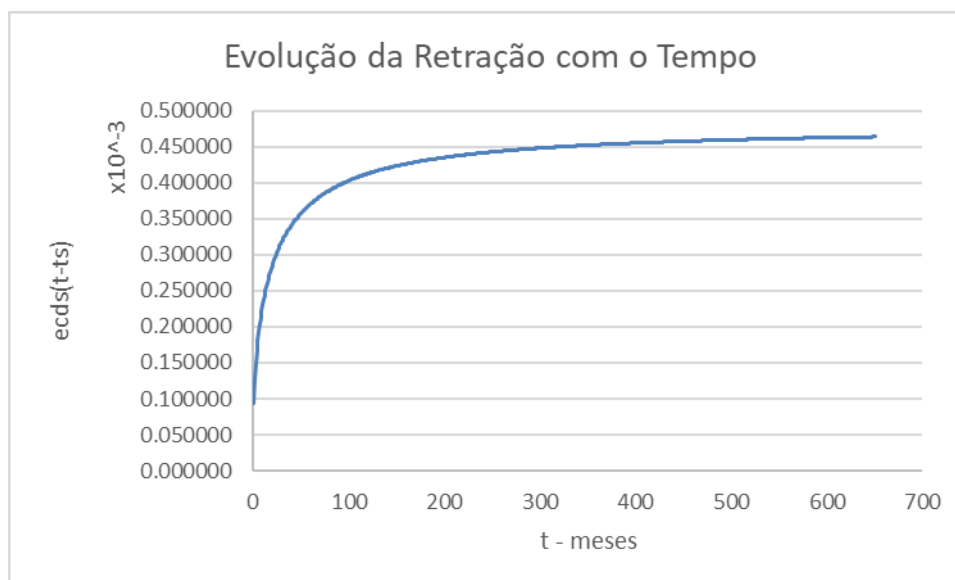


Figura 25 - Evolução da Retração com o Tempo

No presente estudo, a consideração do faseamento construtivo será aplicada apenas ao modelo com cave, por se tratar do caso em que a evolução das condições de restrição assumem maior importância. Numa situação construtiva corrente, os elementos da cave são executados numa fase inicial, sendo posteriormente construídos os pisos superiores. Desta forma, a análise faseada permite representar, ainda que de modo simplificado, a evolução da rigidez estrutural e das condições de restrição ao longo do processo construtivo.

Atendendo ao objetivo da presente análise, o faseamento construtivo adotado não pretende reproduzir de forma exaustiva todas as operações em execução em obra, como betonagens parciais, tempos de descofragem ou execução isolada de cada elemento. Pretende-se, antes, representar os principais instantes em que a rigidez global da estrutura e as condições de restrição imposta à laje sofre alterações relevantes. Por esse motivo, a análise inicia-se diretamente pelos elementos da cave, uma vez que estes são os principais responsáveis pela restrição axial da laje em estudo.

No Anexo apresentam-se os gráficos da evolução da retração dos diversos elementos construtivos considerados no caso de estudo, permitindo observar o desenvolvimento temporal deste fenómeno ao longo das diferentes fases construtivas.

- Fase 1 Execução das fundações e elementos da cave e pilares da cave
- Fase 2 Execução da laje do piso 1.

Fase 3	Pilares piso 1
Fase 4	Laje, vigas e pilares piso 2
Fase 5	Lajes vigas e pilares piso 3
Fase 6	Lajes vigas e pilares piso 4
Fase 7	Último piso e configuração final

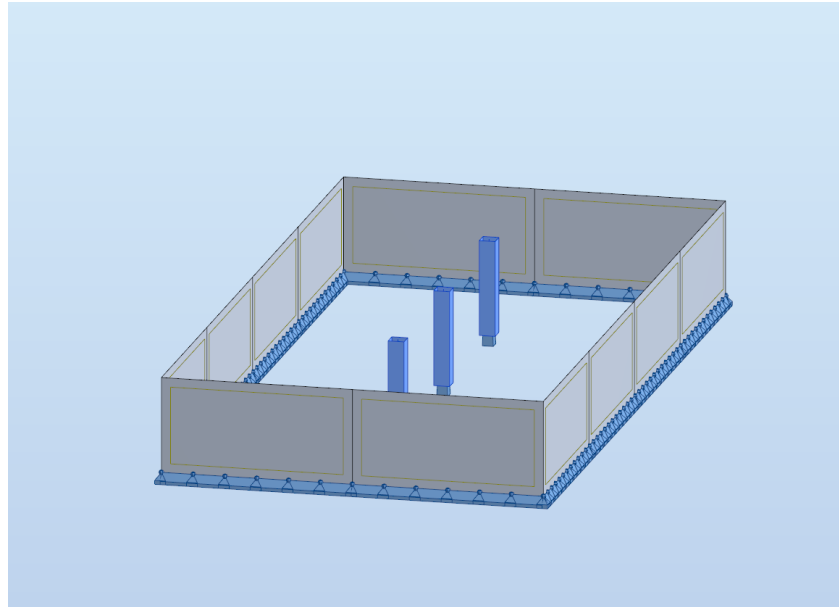
4.3.1 Modelação do faseamento construtivo

Antes da apresentação das diferentes fases, importa esclarecer a forma como a retração foi introduzida no modelo (Autodesk, 2025b). Em cada instante de análise, os elementos recentemente ativados passam a estar presentes no modelo estrutural e são sujeitos à parcela de retração correspondente à sua idade inicial de consideração. Por outro lado, nos elementos já existentes em fases anteriores, é aplicado apenas o incremento de retração desenvolvido entre os dois instantes consecutivos.

Para efeitos da presente análise, admitiu-se que cada fase construtiva tem uma duração de 28 dias. Assim, os instantes de análise consecutivos encontram-se espaçados por este intervalo temporal, sendo a evolução da retração contabilizada em função da idade de cada elemento desde o respetivo instante de ativação do modelo estrutural.

4.3.1.1 Fase 1

Na figura 26 apresentam-se os elementos estruturais considerados no primeiro instante da análise faseada t_1 . Esta fase corresponde à execução dos elementos base da estrutura, nomeadamente as fundações, as paredes da cave e os pilares da cave, que definem as condições iniciais de apoios e de restrição da laje.

Figura 26 - Elementos ativados no instante t_1

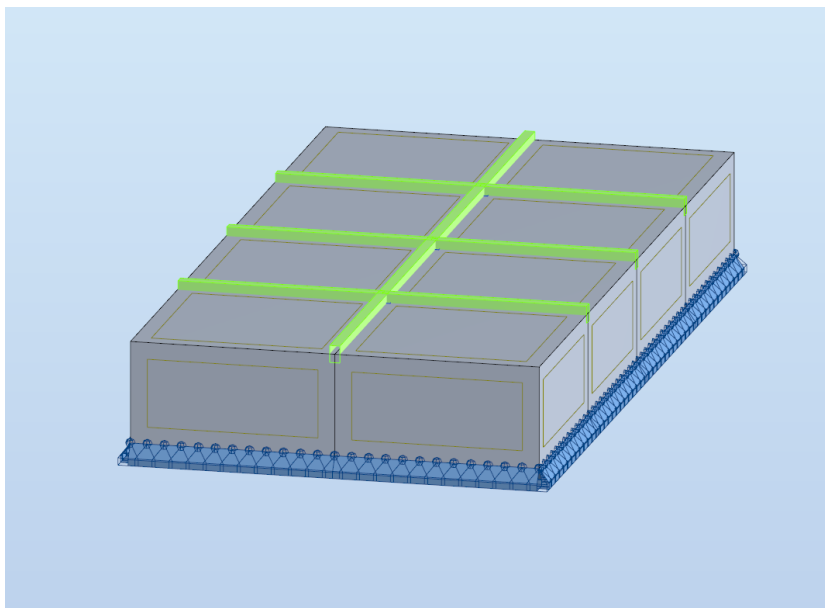
Na Tabela 4.10 sintetizam-se os elementos ativados nesta primeira fase, bem como a deformação de retração considerada e a respetiva variação térmica equivalente aplicada no modelo. Esta conversão permite introduzir o efeito da retração através de uma ação térmica equivalente, compatível com a metodologia de modelação adotada.

Tabela 4.10 – Deformação de retração considerada no instante t_1

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Paredes Cave	ϵ_1	83.11	8.311
Pilares Cave		83.11	8.311

4.3.1.2 Fase 2

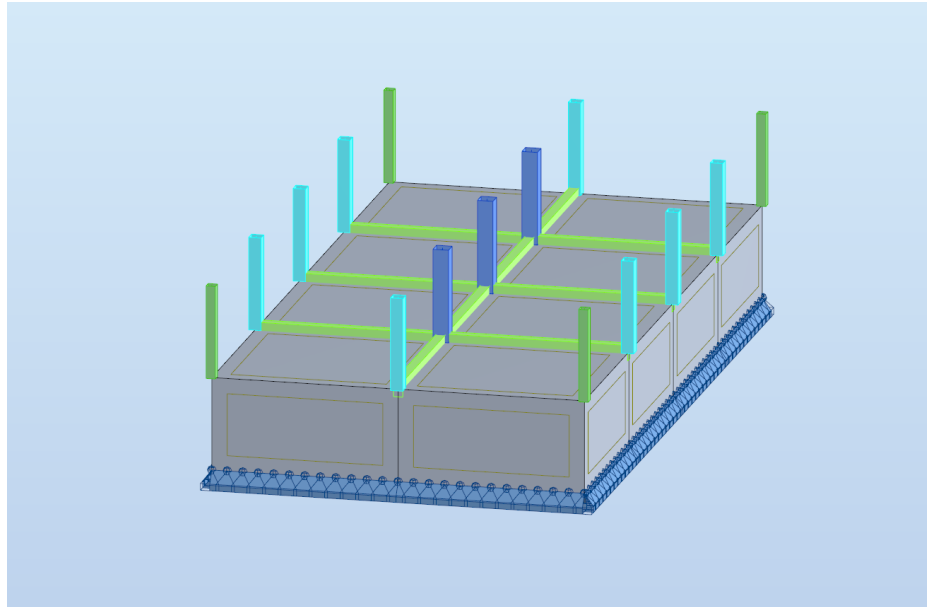
O instante t_2 corresponde à ativação da laje e das vigas localizadas acima da cave. Esta fase é particularmente importante relevante, uma vez que introduz os elementos horizontais que estabelecem a ligação superior da cave e condicionam a restrição da laje em estudo. O instante t_2 pode ser verificado na seguinte figura:

Figura 27 - Elementos ativados no instante t_2 Tabela 4.11 – Deformação de retração considerada no instante t_2

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Vigas Piso 1	ϵ_1	96.35	9.635
Laje piso 1		93.06	9.306
Paredes Cave	$\epsilon_2 - \epsilon_1$	28.95	2.895
Pilares Cave		28.95	2.895

4.3.1.3 Fase 3

No instante t_3 são ativados os pilares que nascem no piso 1, representando a continuidade vertical da estrutura acima da cave. A Figura 28 permite identificar os elementos introduzidos nesta fase, bem como a sua integração no modelo estrutural já existente.

Figura 28 - - Elementos ativados no instante t_3

Na Tabela 4.12 apresentam-se os elementos considerados neste instante, distinguindo-se os elementos ativados nesta fase dos elementos já existentes no modelo. Para os novos elementos é considerada a parcela de retração correspondente à sua idade inicial de análise, enquanto nos elementos previamente ativados é aplicado apenas o incremento de retração desenvolvido entre os instantes consecutivos.

Tabela 4.12 – Deformação de retração considerada no instante t_3

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 1 (30x30)	ϵ_1	109.43	10.94
Pilares Piso 1 (40x40)		93.06	9.306
Pilares Piso 1 (50x50)		83.11	8.311
Vigas Piso 1	$\epsilon_2 - \epsilon_1$	35.43	3.543
Laje piso 1		33.84	3.384
Paredes Cave	$\epsilon_3 - \epsilon_2$	19.23	1.923
Pilares Cave (50x50)		19.23	1.923

4.3.1.4 Fase 4

O instante t_4 marca a passagem para uma modelação faseada por piso. A partir desta etapa, cada nova fase corresponde à ativação dos elementos principais de um piso, nomeadamente pilares, vigas e lajes. Esta opção permite reduzir a complexidade da análise e facilitar a comparação dos resultados, mantendo uma representação suficientemente rigorosa da evolução global da estrutura. A maior discretização das fases iniciais justifica-se pela necessidade de representar a interação entre as paredes da cave e a laje sobre a cave, zona onde se concentram os efeitos mais relevantes da retração restringida.

No instante t_4 são ativados os elementos estruturais correspondentes ao piso 2, nomeadamente os pilares, vigas e laje deste piso. A Figura 29 apresenta a configuração do modelo nesta fase, permitindo visualizar a evolução vertical da estrutura e a integração dos novos elementos no sistema estrutural previamente ativado

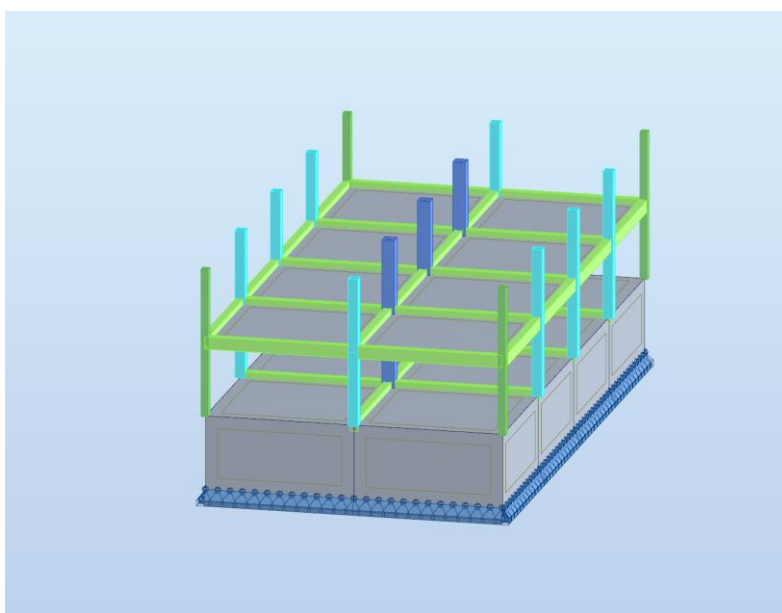


Figura 29 - Elementos ativados no instante t_4

Na Tabela 4.13 apresentam-se os elementos considerados no instante t_4 , bem como a deformação de retração e a variação térmica equivalente aplicadas no modelo. Para os elementos recém-ativados do piso 2 é considerada a parcela de retração correspondente à sua idade inicial de análise, enquanto nos elementos já existentes são aplicados apenas os incrementos de retração desenvolvidos entre os instantes consecutivos.

Tabela 4.13 Deformação de retração considerada no instante t_4

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 2 (30x30)	ε_1	109.43	10.94
Pilares Piso 2 (40x40)		93.06	9.306
Pilares Piso 2 (50x50)		83.11	8.311
Vigas Piso 2		96.35	9.635
Laje piso 2		93.06	9.306
Pilares Piso 1 (30x30)	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	41.51	4.151
Pilares Piso 1 (40x40)		33.84	3.384
Pilares Piso 1 (50x50)		28.95	2.895
Vigas Piso 1	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	23.61	2.361
Laje piso 1		22.56	2.256
Paredes Cave	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	14.83	1.483
Pilares Cave (50x50)		14.83	1.483

4.3.1.5 Fase 5

No instante t_5 são ativados os elementos estruturais correspondentes ao piso 3, dando continuidade à evolução vertical do modelo. A Figura 4.30 apresenta a configuração da estrutura nesta fase, permitindo visualizar a integração dos novos pilares, vigas e laje no sistema estrutural previamente definido.

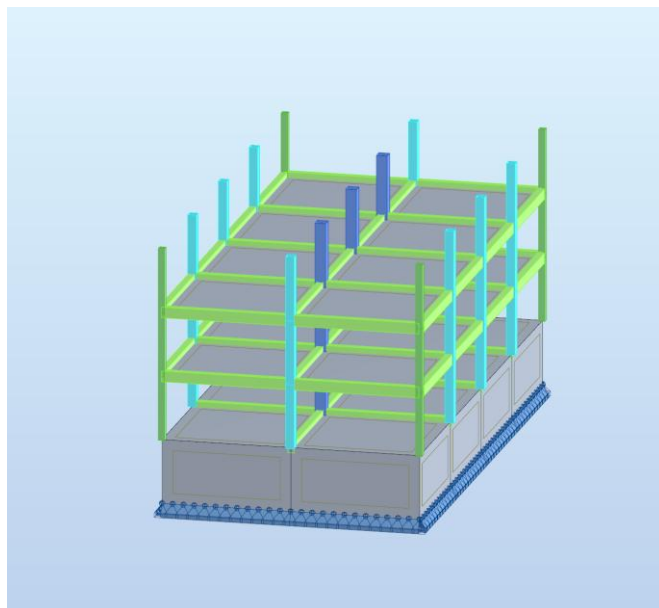


Figura 30 - Elementos ativados no instante t_5

Na Tabela 4.14 apresentam-se os elementos considerados no instante (t_5), bem como a deformação de retração e a variação térmica equivalente aplicadas no modelo. À semelhança das fases anteriores, os elementos recém-ativados do piso 3 recebem a parcela de retração correspondente à sua idade inicial de análise, enquanto nos elementos já existentes são aplicados apenas os incrementos de retração desenvolvidos entre instantes consecutivos.

Tabela 4.14 – Deformação de retração considerada no instante t_5

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 3 (30x30)	ϵ_1	109.43	10.94
Pilares Piso 3 (40x40)		93.06	9.306
Pilares Piso 3 (50x50)		83.11	8.311
Vigas Piso 3		96.35	9.635
Laje piso 3		93.06	9.306
Pilares Piso 2 (30x30)	$\epsilon_2 - \epsilon_1$	41.51	4.151
Pilares Piso 2 (40x40)		33.84	3.384
Pilares Piso 2 (50x50)		28.95	2.895
Vigas Piso 2		35.42	3.542
Laje piso 2		33.84	3.384
Pilares Piso 1 (30x30)	$\epsilon_3 - \epsilon_2$	27.51	27.51
Pilares Piso 1 (40x40)		22.56	2.256
Pilares Piso 1 (50x50)		19.23	19.23
Vigas Piso 1		18.18	1.818
Laje piso 1		17.39	1.739
Paredes Cave	$\epsilon_5 - \epsilon_4$	12.24	1.224
Pilares Cave (50x50)		12.24	1.224

4.3.1.6 Fase 6

No instante t_6 são ativados os elementos estruturais correspondentes ao piso 4, dando continuidade ao crescimento vertical da estrutura e aproximando o modelo da sua configuração final. A Figura 31 apresenta a configuração estrutural considerada nesta fase, evidenciando a integração dos novos pilares, vigas e laje no modelo previamente ativado.

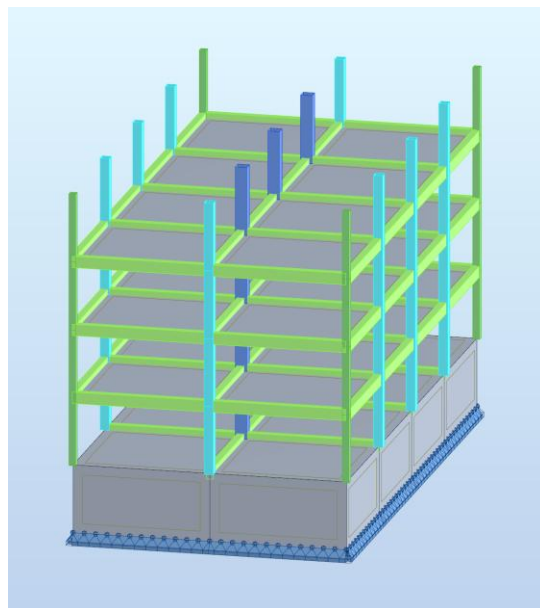


Figura 31 - Elementos na idade t_6

Na Tabela 4.15 apresentam-se os elementos considerados no instante t_6 , bem como a deformação de retração e a variação térmica equivalente aplicadas no modelo. Para os elementos recém-ativados do piso 4 é considerada a parcela de retração correspondente à sua idade inicial de análise, enquanto nos elementos já existentes são aplicados apenas os incrementos de retração desenvolvidos entre os instantes consecutivos.

Tabela 4.15 – Elementos em t_6

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 4 (30x30)	ε_1	109.43	10.94
Pilares Piso 4 (40x40)		93.06	9.306
Pilares Piso 4 (50x50)		83.11	8.311
Vigas Piso 4		96.35	9.635
Laje piso 4		93.06	9.306
Pilares Piso 3 (30x30)	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	41.51	4.151
Pilares Piso 3 (40x40)		33.84	3.384
Pilares Piso 3 (50x50)		28.95	2.895
Vigas Piso 3		35.42	3.542
Laje piso 3		33.84	3.384
Pilares Piso 2 (30x30)	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	27.51	2.751
Pilares Piso 2 (40x40)		22.56	2.256
Pilares Piso 2 (50x50)		19.23	1.923
Vigas Piso 2		23.62	2.362
Laje piso 2		22.56	2.256
Pilares Piso 1 (30x30)	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	21.01	2.101
Pilares Piso 1 (40x40)		17.39	1.739
Pilares Piso 1 (50x50)		14.83	1.483
Vigas Piso 1	$\varepsilon_5 - \varepsilon_4$	14.94	1.494
Laje piso 1		14.31	1.431
Paredes Cave	$\varepsilon_6 - \varepsilon_5$	10.51	1.051
Pilares Cave (50x50)		10.51	1.051

4.3.1.7 Fase 7 – Estrutura Completa

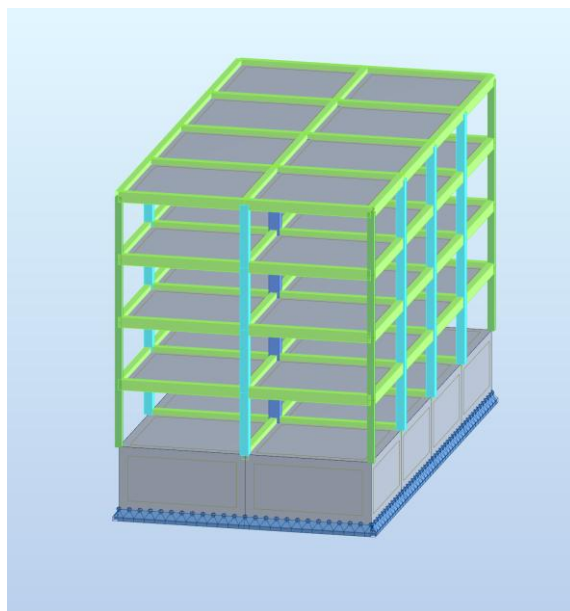


Figura 32 - Elementos em t_{∞}

Por fim, no instante t_{∞} considera-se a estrutura na sua configuração final e a retração correspondente ao tempo de referência de longo prazo. Nesta etapa, os resultados obtidos correspondem à soma dos efeitos acumulados ao longo de todas as fases construtivas consideradas, refletindo a ativação progressiva dos elementos estruturais e a aplicação incremental da retração. Estes resultados serão posteriormente comparados com os obtidos no modelo simplificado sem faseamento construtivo, no qual a estrutura é considerada integralmente ativa desde o início da análise. Esta comparação permitirá avaliar a influência global da consideração do faseamento construtivo nos esforços axiais, momentos fletores e deformações da laje sobre a cave.

Tabela 4.16 – Elementos em t_{infinito}

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Vigas Cobertura	ϵ_{∞}	465.7	46.57
Laje Cobertura		463.9	46.39
Pilares Piso 4 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_1$	360.9	36.09
Pilares Piso 4 (40x40)		370.9	37.09
Pilares Piso 4 (50x50)		373.1	37.31
Vigas Piso 4		369.4	36.94
Laje piso 4		370.9	37.09
Pilares Piso 3 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_2$	319.4	31.94
Pilares Piso 3 (40x40)		337.1	33.71
Pilares Piso 3 (50x50)		344.2	34.42
Vigas Piso 3		333.9	33.39
Laje piso 3		337.1	33.71
Pilares Piso 2 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_3$	291.7	29.17
Pilares Piso 2 (40x40)		314.5	31.45
Pilares Piso 2 (50x50)		324.9	32.49
Vigas Piso 2		310.1	31.01
Laje piso 2		314.5	31.45
Pilares Piso 1 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_4$	270.9	27.09
Pilares Piso 1 (40x40)		297.1	29.71
Pilares Piso 1 (50x50)		310.1	31.01
Vigas Piso 1	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_5$	277.2	27.72
Laje piso 1		282.2	28.28
Paredes Cave	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_6$	287.4	28.74
Pilares Cave (50x50)		287.4	28.74

4.3.2 Comparação com o modelo com retração, com e sem faseamento construtivo

Após a definição e análise individual de cada fase construtiva, procede-se à avaliação da resposta global da estrutura. Para tal, os resultados obtidos em cada etapa são acumulados, de modo a representar o efeito total da retração a longo de todo o processo construtivo. Assim, a resposta final do modelo faseado resulta da soma dos efeitos incrementais associados a cada intervalo temporal, considerando a ativação progressiva dos elementos estruturais.

Estes resultados acumulados são então comparados com os obtidos no modelo sem faseamento construtivo, no qual se admite que todos os elementos estruturais se encontrem ativos desde o início da análise e que a retração é aplicada à estrutura completa. Esta comparação permite avaliar a influência da consideração do faseamento construtivo nos esforços finais instalados.

Deste modo, a análise comparativa entre os modelos com e sem faseamento construtivo será focada principalmente na laje do piso 1 e nas paredes da cave, por serem os elementos mais diretamente envolvidos no mecanismo de retração restringida.

Nas Figuras 33 a 36 apresentam-se os mapas de esforços axiais obtidos na parede de 12 metros, nas direções x e y, considerando os modelos com e sem faseamento construtivo.

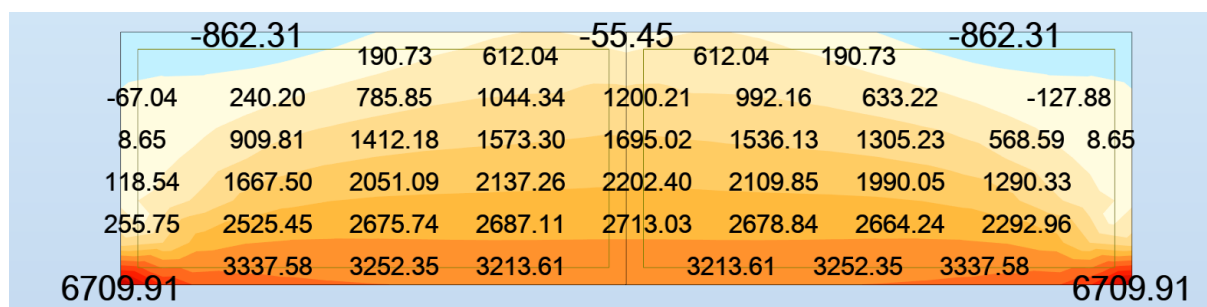


Figura 33 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 12m



Figura 34 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 12m

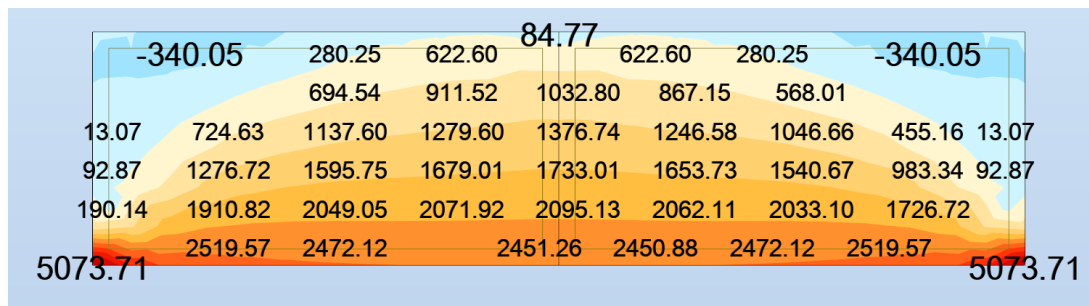


Figura 35 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 12m

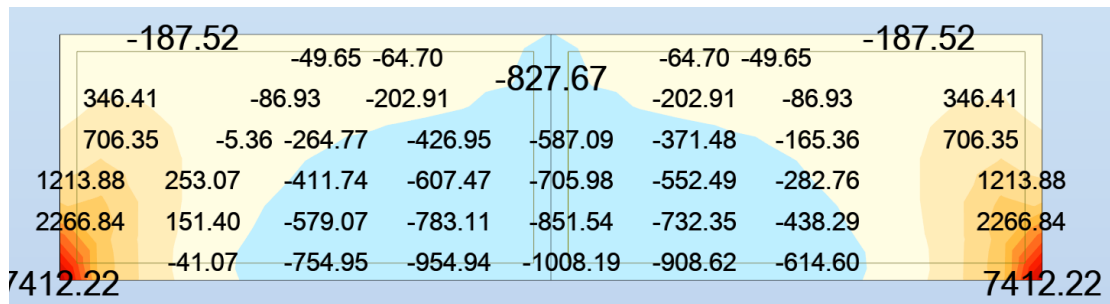


Figura 36 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 12m

A análise comparativa dos mapas de esforços axiais na parede da cave mostra que a consideração do faseamento construtivo conduz a uma redução significativa da magnitude dos esforços, quer na direção x, quer na direção y, mantendo-se, no entanto, o mesmo padrão global de distribuição.

Na direção x, os esforços de tração continuam concentrados sobretudo junto à base da parede, com maior intensidade nas zonas extremas e valores elevados também ao longo da faixa inferior. No modelo sem faseamento construtivo, o valor máximo atinge aproximadamente 6710 kN/m, enquanto no modelo com faseamento construtivo esse valor reduz para cerca de 5074 kN/m, o que corresponde a uma redução da ordem dos 24%.

Na direção y , observa-se igualmente que os maiores esforços se localizam junto à base e principalmente nos cantos da parede, sendo esta a direção mais condicionante. No modelo sem faseamento construtivo, o esforço máximo de tração é da ordem de 10023 kN/m, reduzindo para cerca de 7412 kN/m quando se considera o faseamento construtivo. Também neste caso se verifica uma redução próxima de 26%.

De forma geral, conclui-se que o faseamento construtivo reduz de forma relevante os esforços axiais instalados na parede de cave, embora não altere de forma significativa a distribuição dos esforços.

A Tabela 4.17 resume a comparação dos valores máximos de tração obtidos na parede de 12 metros.

Tabela 4.17 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Redução aproximada
N_x	6710	5074	24%
N_y	10023	7412	26%

De forma análoga, procede-se à análise da parede de 24 metros, com o objetivo de verificar se a influência do faseamento construtivo se mantém numa parede de maior desenvolvimento longitudinal. Nas figuras 37 a 40 apresentam-se os mapas de esforços axiais obtidos nas direções x e y , para os modelos sem e com faseamento construtivo.

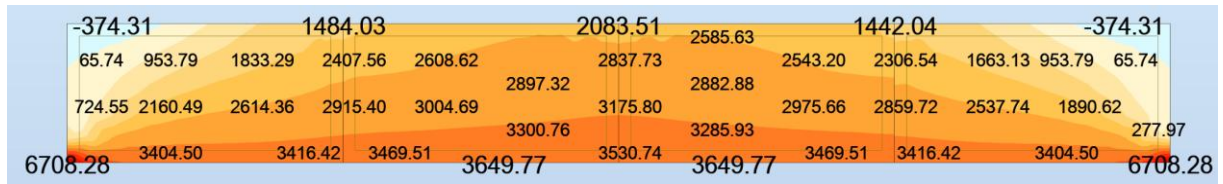


Figura 37 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo na parede de 24m em x

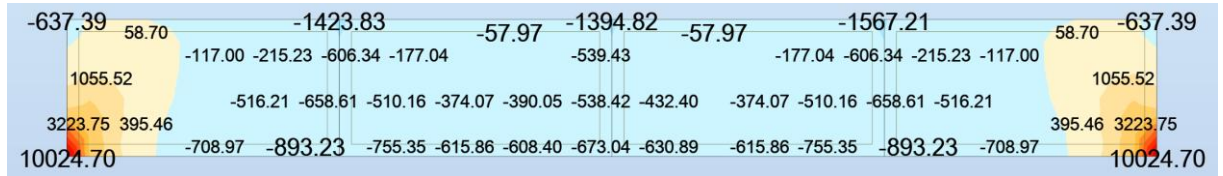


Figura 38 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo na parede de 24m em y



Figura 39 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo na parede de 24m em x



Figura 40 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo na parede de 24m em y

Na parede de 24 metros verifica-se novamente uma redução significativa dos esforços axiais com a consideração do faseamento construtivo. Na direção x, o valor máximo passa de aproximadamente 6708 kN/m para 5813 kN/m, enquanto na direção y diminui de cerca de 10025 kN/m para 8740 kN/m. Estas variações correspondem a reduções próximas de 13%

De modo a sintetizar a comparação atrás efetuada, apresenta-se na Tabela 4.18 o resumo dos esforços de tração obtidos na parede de 24 metros.

Tabela 4.18 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 24m

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Redução aproximada
N _x	6708	5813	13%
N _y	10025	8740	13%

De modo a complementar a análise efetuada para as paredes de cave de 24 m, apresenta-se na Figura 41 e 42 a distribuição dos esforços axiais na laje do piso 1, considerando o modelo com e sem faseamento construtivo. A figura inclui os mapas correspondentes às direções x e y, permitindo identificar as zonas de maior concentração de tração.

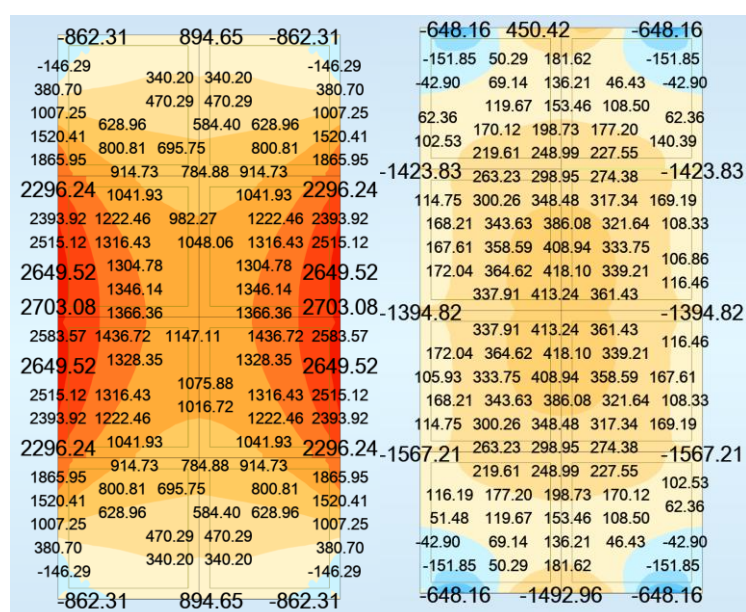


Figura 41 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x e y

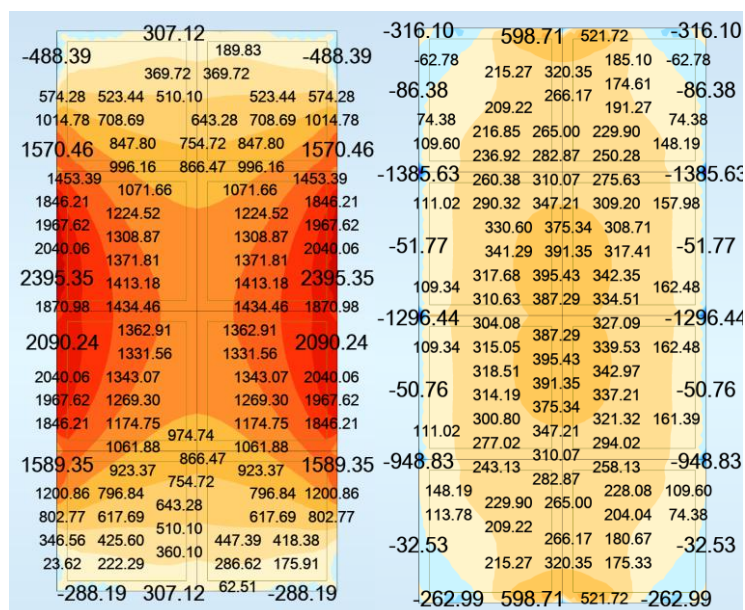


Figura 42 - Análise dos esforços axiais da laje do piso 1 com faseamento construtivo em x e y

A comparação dos mapas de esforços axiais na laje do piso 1 permite verificar que a consideração do faseamento construtivo não conduz a uma redução uniforme dos esforços de tração em ambas as direções. Na direção x, correspondente aos mapas da esquerda, observa-se uma diminuição dos valores máximos, passando de aproximadamente 2703 kN/m, no modelo sem faseamento construtivo, para cerca de 2395 kN/m, no modelo com faseamento. Esta variação corresponde a uma redução aproximada de 11%.

Na direção x, apesar da redução dos valores máximos, a distribuição dos esforços mantém uma configuração global semelhante nos dois modelos, com as maiores trações localizadas sobretudo nas zonas laterais da laje e na região central do painel. Assim, o faseamento construtivo reduz a intensidade dos esforços nesta direção, mas não altera de forma significativa o padrão de distribuição.

Relativamente à direção y, representada pelos mapas da direita, os esforços axiais continuam a ser bastante inferiores aos obtidos na direção x. No entanto, ao contrário do observado em x, verifica-se um aumento localizado dos valores máximos de tração, passando de cerca de 450 kN/m para aproximadamente 599 kN/m no modelo com faseamento construtivo. Este aumento resulta da redistribuição de esforços associada à ativação faseada dos elementos estruturais.

De forma geral, conclui-se que a consideração do faseamento construtivo reduz os esforços máximos de tração na direção x , que continua a ser claramente a direção condicionante, mas pode originar incrementos localizados na direção y . Ainda assim, os valores obtidos em y permanecem significativamente inferiores aos registados em x .

A tabela 4.19 apresenta a comparação dos valores máximos de tração obtidos na laje do piso 1

Tabela 4.19 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na laje do piso 1

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Variação aproximada
N_x	2703	2395	-11%
N_y	450	599	+33%

4.3.3 Consideração do efeito da fluência no faseamento construtivo

Numa primeira abordagem, a análise do faseamento construtivo foi realizada considerando o comportamento elástico dos elementos estruturais, tendo como objetivo principal avaliar a influência da ativação progressiva dos pisos nos esforços induzidos pela retração. No entanto, tratando-se a retração de uma deformação imposta com desenvolvimento ao longo do tempo, a resposta estrutural não depende apenas da rigidez dos elementos, mas também dos efeitos diferidos do betão, nomeadamente da fluência.

No Anexo apresentam-se os gráficos da evolução da fluência dos diversos elementos construtivos considerados no caso de estudo, permitindo observar o desenvolvimento temporal deste fenómeno ao longo das diferentes fases construtivas.

Como no subcapítulo anterior, a retração foi introduzida no modelo como através de uma variação uniforme de temperatura negativa, equivalente à extensão de retração considerada.

Para considerar o efeito da fluência na relaxação dos esforços de retração ao longo do faseamento construtivo, adotou-se uma abordagem simplificada baseada na redução da rigidez efetiva do betão. A fluência foi representada através da redução da variação de temperatura equivalente aplicada em cada fase.

Assim, o módulo de elasticidade efetivo é obtido pela seguinte expressão:

$$E_{c,eff} = \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (4.10)$$

Em que $E_{c,eff}$ corresponde ao módulo de elasticidade do betão para a idade considerada.

Sendo assim, podemos verificar que o módulo de elasticidade vai se comportar da seguinte forma:

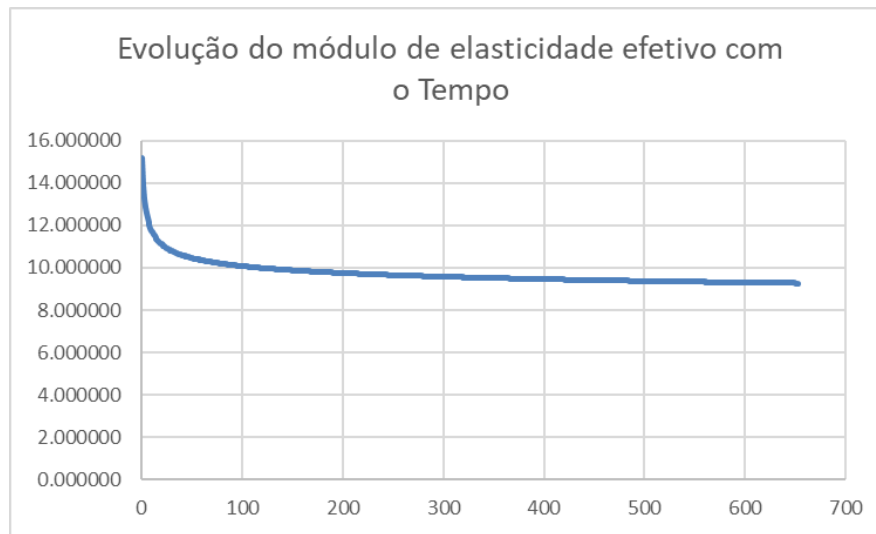


Figura 43 - Evolução do módulo de elasticidade efetivo

Uma vez obtido o módulo de elasticidade efetivo, a consideração da fluência foi feita através da redução da variação de temperatura equivalente aplicada em cada fase construtiva. Esta redução foi definida pela relação entre o módulo de elasticidade efetivo e o módulo de elasticidade instantâneo, permitindo, de forma simplificada, a relaxação dos esforços obtidos:

$$\Delta T_{eq,fluência} = \Delta T_{eq} \times \frac{E_{c,eff}}{E_c} \quad (4.11)$$

É de salientar que esta redução da temperatura equivalente foi utilizada apenas como um procedimento simplificado para avaliar relaxação dos esforços e das tensões induzidos pela retração restringida. Esta redução, não deve ser interpretada como uma diminuição da deformação livre de retração do betão, uma vez que a fluência não reduz a extensão de retração imposta, mas sim os esforços gerados pelo seu impedimento.

A comparação entre a variação de temperatura equivalente correspondente à retração total e a variação de temperatura equivalente corrigida pelo efeito da fluência encontra-se representado na figura 44:

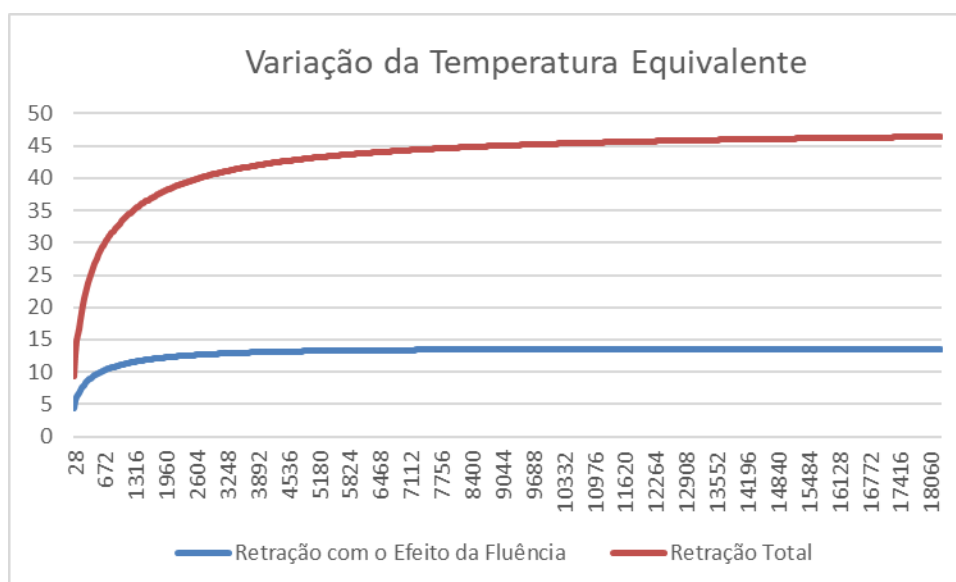


Figura 44 – Comparação entre a temperatura equivalente da retração total e a temperatura equivalente corrigida pelo efeito da fluência

Verifica-se que a consideração da fluência conduz a uma redução significativa da variação de temperatura equivalente a aplicar no modelo. Esta redução traduz a diminuição dos esforços de restrição associados à retração, resultante da relaxação das tensões ao longo do tempo (fib, 2009). Assim, mantendo-se o faseamento construtivo, a introdução da fluência permite obter uma estimativa mais realista dos esforços de retração instalados na estrutura a longo prazo.

Nas Tabelas 4.20 a 4.26 apresentam-se, para cada fase construtiva, os elementos considerados no modelo e as respectivas parcelas de retração corrigidas pelo efeito da fluência. Para os elementos recém-ativados é indicada a parcela inicial de retração, enquanto para os elementos já existentes são apresentados apenas os incrementos desenvolvidos entre fases consecutivas.

4.3.3.1 Fase 1

Na Fase 1 são considerados os elementos iniciais da cave, conforme apresentado na Tabela 4.20

Tabela 4.20 – Elementos em t_1

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Paredes Cave	ε_1	83.11	4.03
Pilares Cave		83.11	4.03

4.3.3.2 Fase 2

Na Fase 2 são ativadas a laje e as vigas do piso 1, sendo os valores correspondentes indicados na Tabela 4.21.

Tabela 4.21 – Elementos em t_2

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Vigas Piso 1	ε_1	96.35	4.55
Laje piso 1		93.06	4.42
Paredes Cave	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	28.95	0.948
Pilares Cave		28.95	0.948

4.3.3.3 Fase 3

A Tabela 4.22 corresponde à Fase 3, na qual são ativados os pilares do piso 1.

Tabela 4.22 – Elementos em t_3

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 1 (30x30)	ε_1	109.43	5.06
Pilares Piso 1 (40x40)		93.06	4.42
Pilares Piso 1 (50x50)		83.11	4.03
Vigas Piso 1	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	35.43	1.14
Laje piso 1		33.84	1.09
Paredes Cave	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	19.23	0.59
Pilares Cave (50x50)		19.23	0.59

4.3.3.4 Fase 4

Na Fase 4 inicia-se a ativação por piso, com os elementos estruturais do piso 2, conforme sintetizado na Tabela 4.23.

Tabela 4.23 – Elementos em t_4

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 2 (30x30)	ε_1	109.43	5.06
Pilares Piso 2 (40x40)		93.06	4.42
Pilares Piso 2 (50x50)		83.11	4.03
Vigas Piso 2		96.35	4.55
Laje piso 2		93.06	4.42
Pilares Piso 1 (30x30)	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	41.51	1.30
Pilares Piso 1 (40x40)		33.84	1.09
Pilares Piso 1 (50x50)		28.95	0.95
Vigas Piso 1	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	23.61	0.71
Laje piso 1		22.56	0.69
Paredes Cave	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	14.83	0.44
Pilares Cave (50x50)		14.83	0.44

4.3.3.5 Fase 5

As Tabelas 4.24 corresponde à ativação do piso 3

Tabela 4.24 – Elementos em t₄

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 3 (30x30)	ϵ_1	109.43	5.06
Pilares Piso 3 (40x40)		93.06	4.42
Pilares Piso 3 (50x50)		83.11	4.03
Vigas Piso 3		96.35	4.55
Laje piso 3		93.06	4.42
Pilares Piso 2 (30x30)	$\epsilon_2 - \epsilon_1$	41.51	1.30
Pilares Piso 2 (40x40)		33.84	1.09
Pilares Piso 2 (50x50)		28.95	0.95
Vigas Piso 2		35.42	1.14
Laje piso 2		33.84	1.09
Pilares Piso 1 (30x30)	$\epsilon_3 - \epsilon_2$	27.51	0.81
Pilares Piso 1 (40x40)		22.56	0.69
Pilares Piso 1 (50x50)		19.23	0.59
Vigas Piso 1	$\epsilon_4 - \epsilon_3$	18.18	0.53
Laje piso 1		17.39	0.51
Paredes Cave	$\epsilon_5 - \epsilon_4$	12.24	0.36
Pilares Cave (50x50)		12.24	0.36

4.3.3.6 Fase 6

A Tabela 4.25 corresponde à ativação do piso 4.

Tabela 4.25 – Elementos em t_4

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 4 (30x30)	ε_1	109.43	5.06
Pilares Piso 4 (40x40)		93.06	4.42
Pilares Piso 4 (50x50)		83.11	4.03
Vigas Piso 4		96.35	4.55
Laje piso 4		93.06	4.42
Pilares Piso 3 (30x30)	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	41.51	1.30
Pilares Piso 3 (40x40)		33.84	1.09
Pilares Piso 3 (50x50)		28.95	0.95
Vigas Piso 3		35.42	1.14
Laje piso 3		33.84	1.09
Pilares Piso 2 (30x30)	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	27.51	0.81
Pilares Piso 2 (40x40)		22.56	0.69
Pilares Piso 2 (50x50)		19.23	0.59
Vigas Piso 2		23.62	0.71
Laje piso 2		22.56	0.69
Pilares Piso 1 (30x30)	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	21.01	0.60
Pilares Piso 1 (40x40)		17.39	0.51
Pilares Piso 1 (50x50)		14.83	0.44
Vigas Piso 1		14.94	0.42
Laje piso 1		14.31	0.41
Paredes Cave	$\varepsilon_6 - \varepsilon_5$	10.51	0.30
Pilares Cave (50x50)		10.51	0.30

4.3.3.7 Fase 7 – Estrutura Completa

Tabela 4.26 – Elementos em t₄

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Vigas Cobertura	ϵ_{∞}	465.7	13.46
Laje Cobertura		463.9	13.47
Pilares Piso 4 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_1$	360.9	8.29
Pilares Piso 4 (40x40)		370.9	9.05
Pilares Piso 4 (50x50)		373.1	9.44
Vigas Piso 4		369.4	8.90
Laje piso 4		370.9	9.05
Pilares Piso 3 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_2$	319.4	6.98
Pilares Piso 3 (40x40)		337.1	7.96
Pilares Piso 3 (50x50)		344.2	8.49
Vigas Piso 3		333.9	7.77
Laje piso 3		337.1	7.96
Pilares Piso 2 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_3$	291.7	6.17
Pilares Piso 2 (40x40)		314.5	7.27
Pilares Piso 2 (50x50)		324.9	7.90
Vigas Piso 2		310.1	7.05
Laje piso 2		314.5	7.27
Pilares Piso 1 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_4$	270.9	5.57
Pilares Piso 1 (40x40)		297.1	6.76
Pilares Piso 1 (50x50)		310.1	7.46
Vigas Piso 1		277.2	6.10
Laje piso 1		282.2	6.35
Paredes Cave	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_6$	287.4	6.80
Pilares Cave (50x50)		287.4	6.80

4.3.4 Comparação de resultados

Neste subcapítulo será avaliada a influência da consideração do faseamento construtivo com a consideração de fluência. Para permitir uma comparação direta com os resultados apresentados no subcapítulo anterior, serão analisados os mesmos elementos estruturais, nomeadamente as paredes da cave e a laje do piso 1.

Nas Figuras 4.45 a 4.48 apresentam-se os mapas de esforços axiais obtidos para a parede de 12 metros.

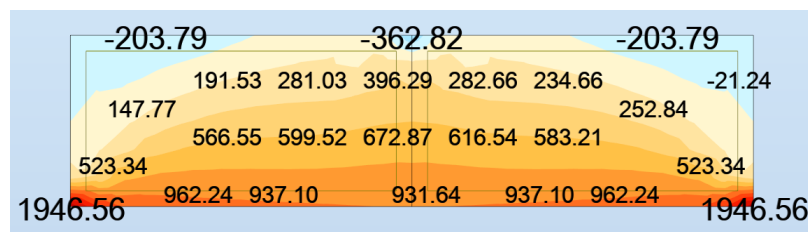


Figura 45 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 12m

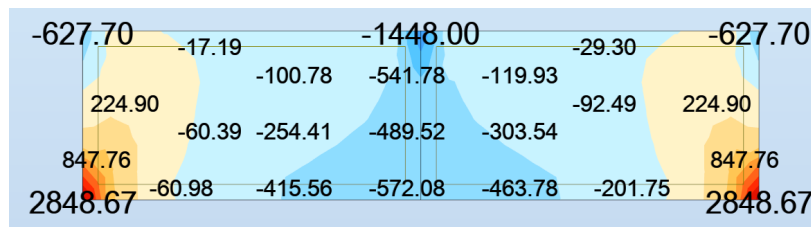


Figura 46 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 12m

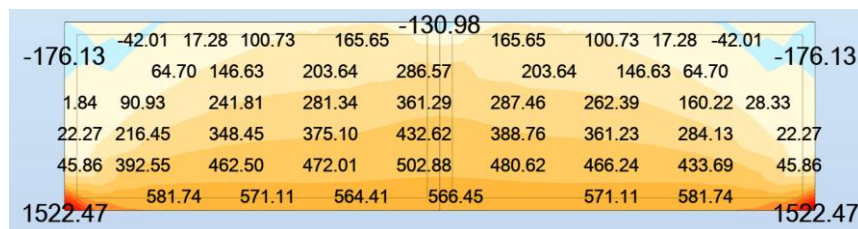


Figura 47 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 12m

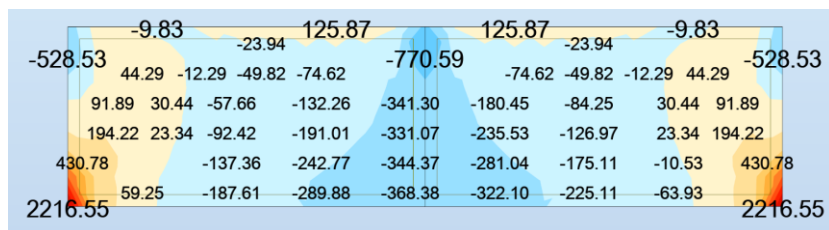


Figura 48 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 12m

Na parede de 12 metros observa-se igualmente uma redução dos esforços axiais de tração com a consideração do faseamento construtivo. Na direção x, o esforço máximo diminui de aproximadamente 1947kN/m para 1522kN/m, enquanto na direção y passa de 2849kN/m para 2217kN/m, correspondendo em ambos os casos a uma redução próxima de 22%.

A distribuição dos esforços mantém-se globalmente semelhante entre os dois modelos, com os valores máximos localizados junto à base e, sobretudo, nas zonas extremas da parede. Assim, à semelhança do observado nas restantes paredes analisadas, o faseamento construtivo reduz essencialmente a magnitude dos esforços instalados, sem alterar de forma significativa o padrão geral de distribuição.

De modo a sintetizar esta comparação, apresenta-se na Tabela 4.27 o resumo dos esforços axiais de tração obtidos na parede de 12 metros.

Tabela 4.27 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Redução aproximada
N_x	1947	1522	22%
N_y	2849	2217	22%

Nas Figuras 4.49 a 4.52 apresentam-se os mapas de esforços axiais obtidos para a parede de 24 m, nas direções x e y, considerando os modelos sem e com faseamento construtivo. Esta comparação permite avaliar a influência do faseamento, associado ao efeito da fluência, na distribuição e magnitude dos esforços de tração.

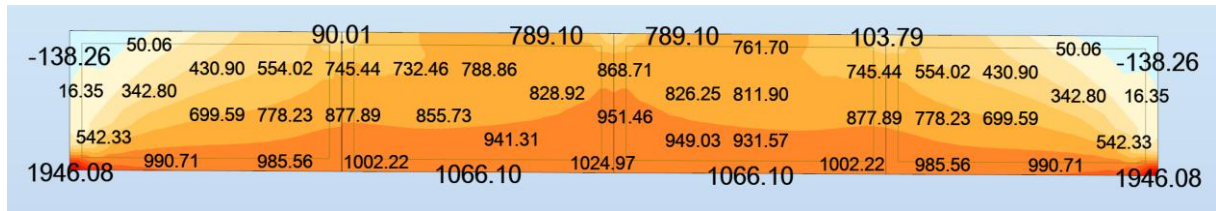


Figura 49 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 24m



Figura 50 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 24m

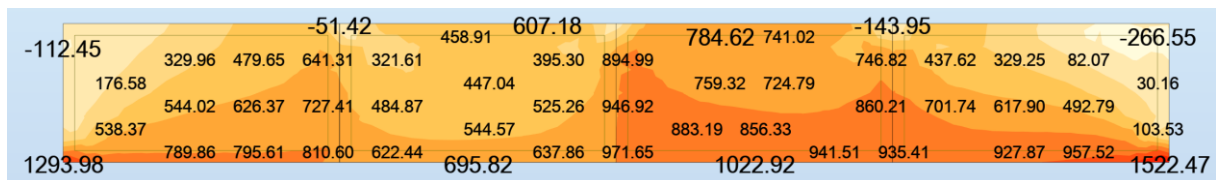


Figura 51 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 24m

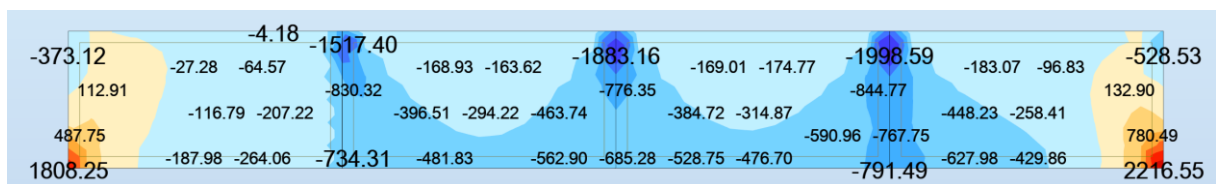


Figura 52 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 24m

Para esta parede de 24 metros, a consideração do faseamento construtivo conduz novamente a uma redução dos esforços axiais de tração. Na direção x, o esforço máximo passa de 1946kN/m para 1522kN/m, enquanto na direção y diminui cerca de 2849kN/m para 2217kN/m, correspondendo a reduções de 22%

De modo a sintetizar os valores máximos obtidos, apresenta-se na Tabela 4.28 a respetiva comparação entre os dois modelos.

Tabela 4.28 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 24m

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Redução aproximada
N_x	1946	1522	22%
N_y	2849	2217	22%

Nas Figuras 4.53 e 4.54 apresentam-se os esforços axiais obtidos na laje do piso 1, nas direções (x) e (y), para os modelos sem e com faseamento construtivo.

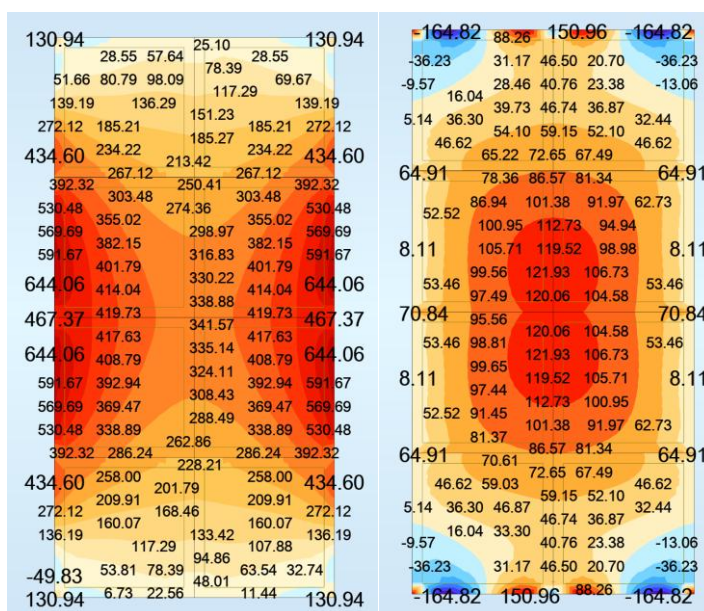


Figura 53 - Análise dos esforços axiais sem faseamento em x e y

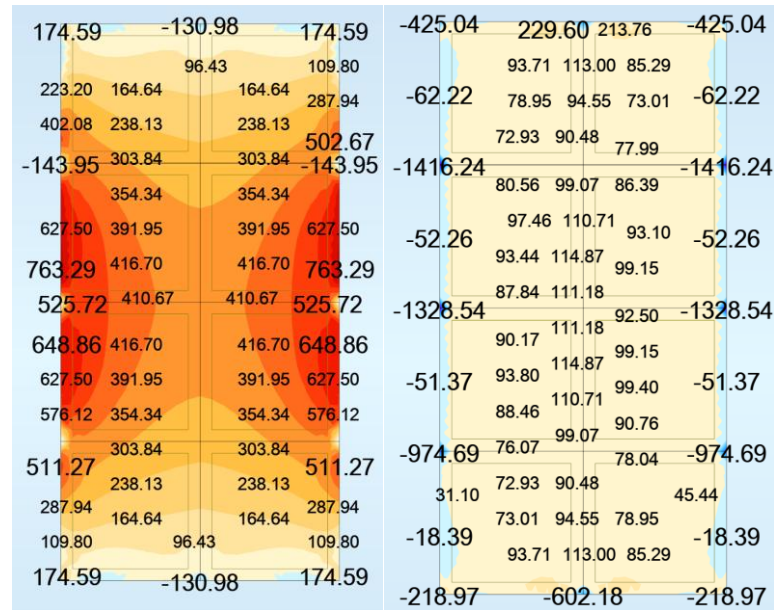


Figura 54 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x e y

Ao contrário do observado nas paredes da cave, neste elemento a consideração do faseamento construtivo conduz a um aumento dos esforços máximos de tração. Na direção x, o valor máximo passa de aproximadamente 644 kN/m para 763 kN/m, enquanto na direção y aumenta de cerca de 151 kN/m para 230 kN/m.

Ainda assim, a direção x continua a ser claramente a mais condicionante, apresentando valores bastante superiores aos registados na direção y. Este comportamento indica que o faseamento construtivo pode originar redistribuições locais dos esforços, não conduzindo necessariamente a uma redução em todos os elementos analisados.

A comparação dos valores máximos encontra-se sintetizada na Tabela 4.29.

Tabela 4.29 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na laje do piso 1

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Aumento aproximado
N_x	644	763	19%
N_y	151	230	52%

4.3.5 Consideração de um tempo de referência maior

No presente subcapítulo procede-se a uma atualização do critério temporal adotado para o faseamento construtivo. Nos capítulos anteriores, considerou-se um intervalo de 28 dias entre fases, correspondente a um período de referência associado à evolução inicial das propriedades dos materiais e à sequência construtiva prevista.

Contudo, para a análise desenvolvida neste capítulo, optou-se por adotar um intervalo temporal superior, correspondente ao triplo do período anteriormente considerado, ou seja, 84 dias entre fases construtivas. Nesta análise mantém-se, à semelhança do capítulo anterior, a consideração conjunta dos efeitos da retração e da fluência, uma vez que ambos dependem da evolução temporal do comportamento do betão. Esta alteração permite representar uma evolução mais espaçada do tempo, aproximando o modelo de uma situação em que os efeitos diferidos, a redistribuição de esforços e a estabilização progressiva da estrutura são avaliados num horizonte temporal mais alargado.

Deste modo, pretende-se avaliar se o aumento do espaçamento temporal entre fases construtivas influencia a distribuição e a magnitude de esforços e tensões desenvolvidas na estrutura.

4.3.5.1 Fase 1

Na Tabela 4.30 apresentam-se os elementos considerados no instante t_1 , bem como a deformação de retração e a variação térmica equivalente corrigida pelo efeito da fluência. Nesta fase inicial são considerados os elementos da cave, que definem as primeiras condições de apoio e de restrição do modelo faseado.

Tabela 4.30 – Elementos em t_1

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Paredes Cave	ε_1	131.298	5.57
Pilares Cave		131.298	5.57

4.3.5.2 Fase 2

Na Tabela 4.31 sintetizam-se os elementos considerados no instante t_2 , correspondente à ativação da laje e das vigas do piso 1. Para os elementos recém-ativados é considerada a parcela inicial de retração corrigida pelo efeito da fluência, enquanto nos elementos já existentes é aplicado apenas o incremento desenvolvido entre os instantes t_1 e t_2 .

Tabela 4.31 – Elementos em t_2

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Vigas Piso 1	ε_1	155.39	6.40
Laje piso 1		149.46	6.20
Paredes Cave	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	37.59	1.10
Pilares Cave		37.59	1.10

4.3.5.3 Fase 3

Na Tabela 4.32 apresentam-se os elementos considerados no instante t_3 , correspondente à ativação dos pilares do piso 1. A tabela distingue os elementos ativados nesta fase dos elementos previamente existentes, permitindo identificar as parcelas de retração, corrigidas pelo efeito da fluência, aplicadas a cada grupo de elementos.

Tabela 4.32 – Elementos em t_3

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 1 (30x30)	ε_1	178.45	7.18
Pilares Piso 1 (40x40)		149.46	6.20
Pilares Piso 1 (50x50)		131.29	5.57
Vigas Piso 1	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	45.88	1.31
Laje piso 1		43.96	1.26
Paredes Cave	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	25.13	0.70
Pilares Cave (50x50)		25.13	0.70

4.3.5.4 Fase 4

Na Tabela 4.33 apresentam-se os elementos considerados no instante t_4 , associado à ativação dos elementos estruturais do piso 2. À semelhança das fases anteriores, os novos elementos recebem a parcela de retração correspondente à sua idade inicial de análise, enquanto nos elementos já ativados são aplicados apenas os incrementos de retração acumulados entre fases consecutivas.

Tabela 4.33 – Elementos em t_4

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 2 (30x30)	ε_1	178.45	7.18
Pilares Piso 2 (40x40)		149.46	6.20
Pilares Piso 2 (50x50)		131.29	5.57
Vigas Piso 2		155.39	6.40
Laje piso 2		149.46	6.20
Pilares Piso 1 (30x30)	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	52.53	1.46
Pilares Piso 1 (40x40)		43.96	1.26
Pilares Piso 1 (50x50)		37.59	1.10
Vigas Piso 1	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	30.01	0.82
Laje piso 1		28.95	0.80
Paredes Cave	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	19.34	0.53
Pilares Cave (50x50)		19.34	0.53

4.3.5.5 Fase 5

Na Tabela 4.34 apresentam-se os elementos considerados no instante t_5 , correspondente à ativação dos elementos estruturais do piso 3. Os valores indicados permitem acompanhar a evolução da retração corrigida pelo efeito da fluência ao longo do processo construtivo, distinguindo os novos elementos dos elementos já presentes no modelo.

Tabela 4.34 – Elementos em t_5

Elementos	Faseamento	$\varepsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 3 (30x30)	ε_1	178.45	7.18
Pilares Piso 3 (40x40)		149.46	6.20
Pilares Piso 3 (50x50)		131.29	5.57
Vigas Piso 3		155.39	6.40
Laje piso 3		149.46	6.20
Pilares Piso 2 (30x30)	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	52.53	1.46
Pilares Piso 2 (40x40)		43.96	1.26
Pilares Piso 2 (50x50)		37.59	1.10
Vigas Piso 2		45.88	1.31
Laje piso 2		43.96	1.26
Pilares Piso 1 (30x30)	$\varepsilon_3 - \varepsilon_2$	33.23	0.88
Pilares Piso 1 (40x40)		28.95	0.80
Pilares Piso 1 (50x50)		25.13	0.71
Vigas Piso 1	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	22.49	0.60
Laje piso 1		21.86	0.59
Paredes Cave	$\varepsilon_5 - \varepsilon_4$	15.86	0.43
Pilares Cave (50x50)		15.86	0.43

4.3.5.6 Fase 6

Na Tabela 4.35 sintetizam-se os elementos considerados no instante t_6 , correspondente à ativação dos elementos estruturais do piso 4. Nesta fase, a estrutura aproxima-se da sua configuração final, sendo aplicados aos elementos existentes apenas os incrementos de retração desenvolvidos desde o instante anterior.

Tabela 4.35 – Elementos em t_6

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^*[10^{-6}]$	ΔT
Pilares Piso 4 (30x30)	ϵ_1	178.45	7.18
Pilares Piso 4 (40x40)		149.46	6.20
Pilares Piso 4 (50x50)		131.29	5.57
Vigas Piso 4		155.39	6.40
Laje piso 4		149.46	6.20
Pilares Piso 3 (30x30)	$\epsilon_2 - \epsilon_1$	52.53	1.46
Pilares Piso 3 (40x40)		43.96	1.26
Pilares Piso 3 (50x50)		37.59	1.10
Vigas Piso 3		45.88	1.31
Laje piso 3		43.96	1.26
Pilares Piso 2 (30x30)	$\epsilon_3 - \epsilon_2$	33.23	0.88
Pilares Piso 2 (40x40)		28.95	0.80
Pilares Piso 2 (50x50)		25.13	0.71
Vigas Piso 2		30.01	0.82
Laje piso 2		28.95	0.80
Pilares Piso 1 (30x30)	$\epsilon_4 - \epsilon_3$	24.10	0.62
Pilares Piso 1 (40x40)		21.86	0.59
Pilares Piso 1 (50x50)		19.34	0.53
Vigas Piso 1		17.95	0.47
Laje piso 1		17.57	0.46
Paredes Cave	$\epsilon_6 - \epsilon_5$	13.48	0.36
Pilares Cave (50x50)		13.48	0.36

4.3.5.7 Fase 7 – Estrutura Completa

Na Tabela 4.36 apresentam-se os valores correspondentes à estrutura completa, no instante final da análise faseada. Esta tabela inclui os elementos da cobertura e os incrementos de retração associados aos elementos previamente ativados, permitindo representar o efeito acumulado da retração corrigida pela fluência até ao tempo de referência de longo prazo.

A fase final corresponde ao instante em que todos os elementos estruturais se encontram ativos no modelo, permitindo avaliar o efeito acumulado da retração corrigida pela fluência. Nesta fase, os valores apresentados incluem os incrementos desenvolvidos desde a ativação de cada elemento até ao tempo de referência considerado, permitindo comparar a contribuição relativa dos diferentes pisos e da cave.

Observa-se que os elementos da cobertura apresentam os valores mais elevados de retração acumulada, uma vez que correspondem aos elementos mais recentes no faseamento considerado. Nos pisos inferiores, os incrementos de retração são progressivamente menores, refletindo o maior período decorrido desde a sua ativação no modelo.

Tabela 4.36 – Elementos em t_{infinito}

Elementos	Faseamento	$\epsilon_{cs}^* [10^{-6}]$	ΔT
Vigas Cobertura	ϵ_{∞}	474.43	13.14
Laje Cobertura		473.81	13.18
Pilares Piso 4 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_1$	297.61	5.78
Pilares Piso 4 (40x40)		324.35	6.98
Pilares Piso 4 (50x50)		339.68	7.74
Vigas Piso 4		319.04	6.73
Laje piso 4		324.35	6.98
Pilares Piso 3 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_2$	245.08	4.32
Pilares Piso 3 (40x40)		280.40	5.72
Pilares Piso 3 (50x50)		302.09	6.64
Vigas Piso 3		273.16	5.42
Laje piso 3		280.40	5.72
Pilares Piso 2 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_3$	211.85	3.44
Pilares Piso 2 (40x40)		251.45	4.92
Pilares Piso 2 (50x50)		276.96	5.94
Vigas Piso 2		243.15	4.60
Laje piso 2		251.45	4.92
Pilares Piso 1 (30x30)	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_4$	187.75	2.83
Pilares Piso 1 (40x40)		229.59	4.33
Pilares Piso 1 (50x50)		257.62	5.40
Vigas Piso 1	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_5$	202.71	3.53
Laje piso 1		197.38	3.49
Paredes Cave	$\epsilon_{\infty} - \epsilon_6$	228.28	4.61
Pilares Cave (50x50)		228.28	4.61

4.3.6 Comparação de resultados

Neste subcapítulo procede-se à análise dos resultados obtidos para o modelo com um faseamento construtivo mais espaçado, comparando-os com os valores anteriormente apresentados.

Apresentam-se, nas Figuras 55 a 58, os mapas de esforços axiais obtidos para a parede de cave de 12 m, nas direções x e y. A comparação entre os modelos permite avaliar de que forma o aumento do intervalo temporal entre fases construtivas altera a magnitude e a distribuição dos esforços axiais de tração instalados.

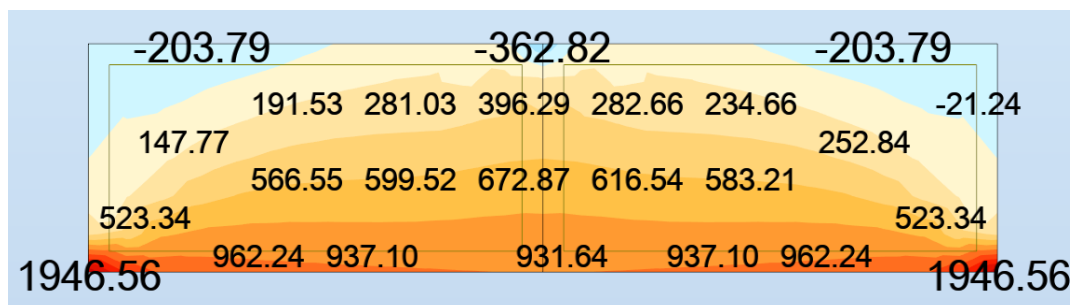


Figura 55 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 12m

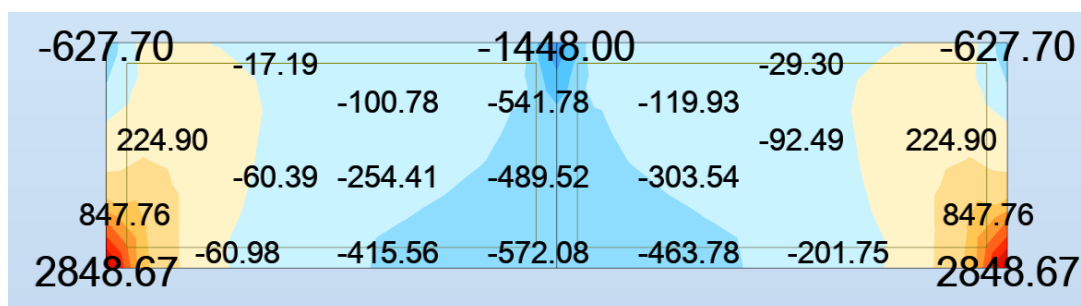


Figura 56 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 12m

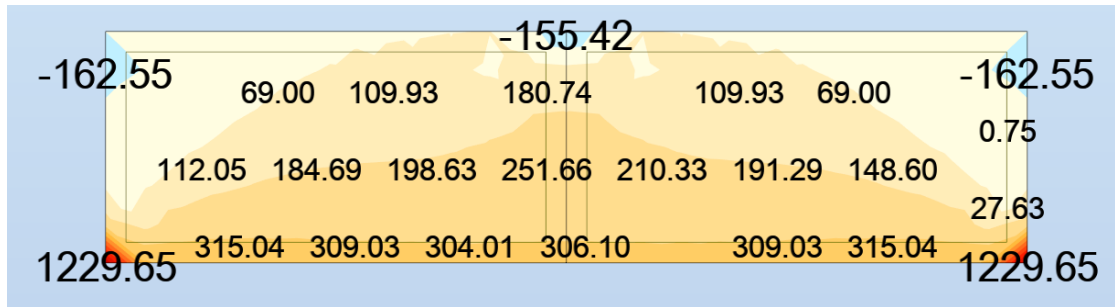


Figura 57 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 12m

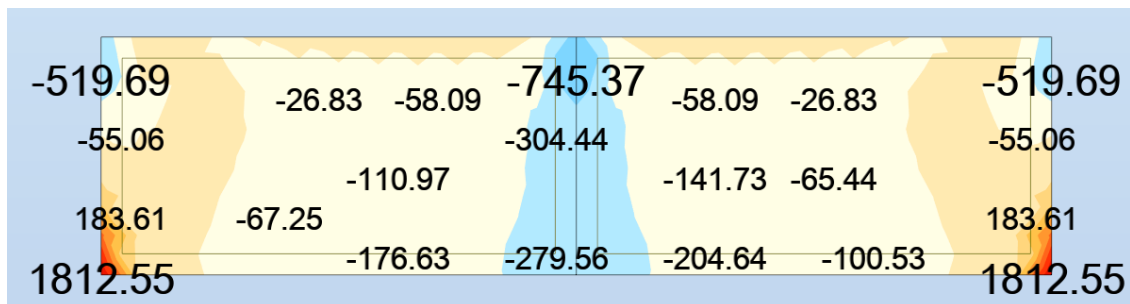


Figura 58 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 12m

Na parede de 12 metros verifica-se uma redução significativa dos esforços axiais máximos de tração com a consideração do faseamento construtivo. Na direção x, o esforço máximo passa de aproximadamente 1947kN/m para 1230kN/m, enquanto na direção y diminui cerca de 2849kN/m para 1813kN/m.

De modo a sintetizar esta comparação, apresenta-se na Tabela 4.37 o resumo dos esforços axiais máximos de tração obtidos na parede de 12 metros, para os modelos com e sem faseamento construtivo.

Tabela 4.37 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Redução aproximada
N_x	1947	1230	37%
N_y	2849	1813	36%

Desta forma, conclui-se que o aumento do intervalo entre fases construtivas, no caso das paredes da cave de 12 metros contribui para uma diminuição significativa dos esforços axiais instalados.

Nas Figuras 59 a 62 apresentam-se os mapas de esforços axiais:

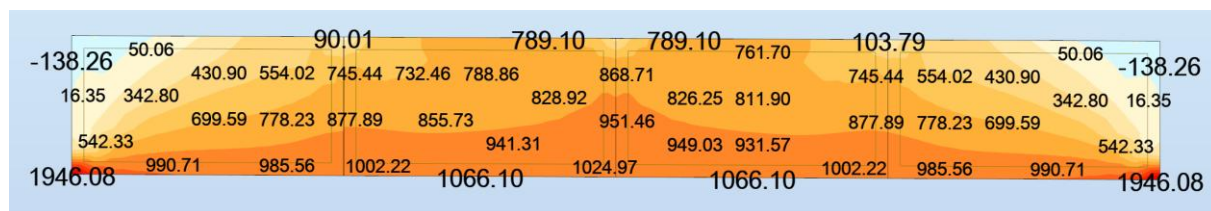


Figura 59 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em x na parede de 24m



Figura 60 - Análise dos esforços axiais sem faseamento construtivo em y na parede de 24m

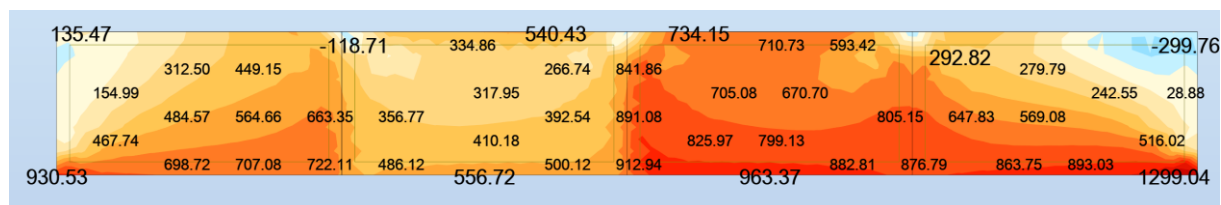


Figura 61 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em x na parede de 24m



Figura 62 - Análise dos esforços axiais com faseamento construtivo em y na parede de 24m

Na parede de 24 m verifica-se também uma redução dos esforços axiais máximos de tração com a consideração do faseamento construtivo mais espaçado. Na direção x, o esforço máximo diminui de aproximadamente 1946 kN/m para 1299 kN/m, correspondendo a uma redução de cerca de 33%. Na direção y, o valor passa de cerca de 2849 kN/m para 1813 kN/m, traduzindo uma redução aproximada de 36%.

Comparando com o faseamento anteriormente considerado, onde os valores máximos com faseamento eram de 1522 kN/m em e 2217 kN/m em, observa-se uma redução adicional dos esforços quando se aumenta o intervalo temporal entre fases. Esta redução adicional é de aproximadamente 15% e 18% em Assim, confirma-se que um faseamento construtivo mais espaçado permite uma maior atenuação dos esforços associados à retração restringida, mantendo-se a direção (y) como a mais condicionante.

De modo a sintetizar a comparação realizada para a parede de 24 m, apresenta-se na Tabela 4.38 o resumo dos esforços axiais máximos de tração obtidos nos modelos com e sem faseamento construtivo. A tabela permite quantificar a redução associada ao aumento do intervalo temporal entre fases, nas direções x e y, evidenciando a influência do faseamento na diminuição dos esforços instalados.

Tabela 4.38 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na parede de 12m

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Redução aproximada
N _x	1946	1299	33%
N _y	2849	1813	36%

Apresentam-se nas Figuras 4.63 e 4.64 os esforços axiais obtidos na laje do piso 1, nas direções x e y, para os modelos sem faseamento construtivo e com faseamento construtivo espaçado.

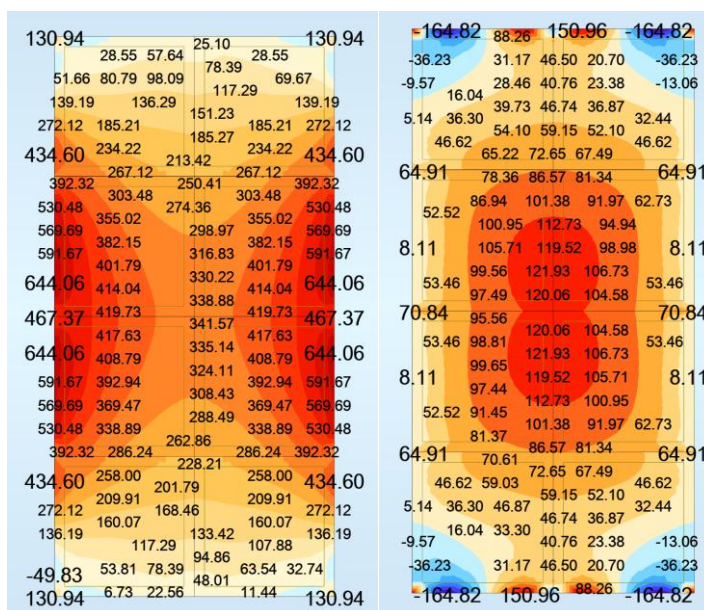


Figura 63 - Análise dos esforços axiais sem faseamento em x e y

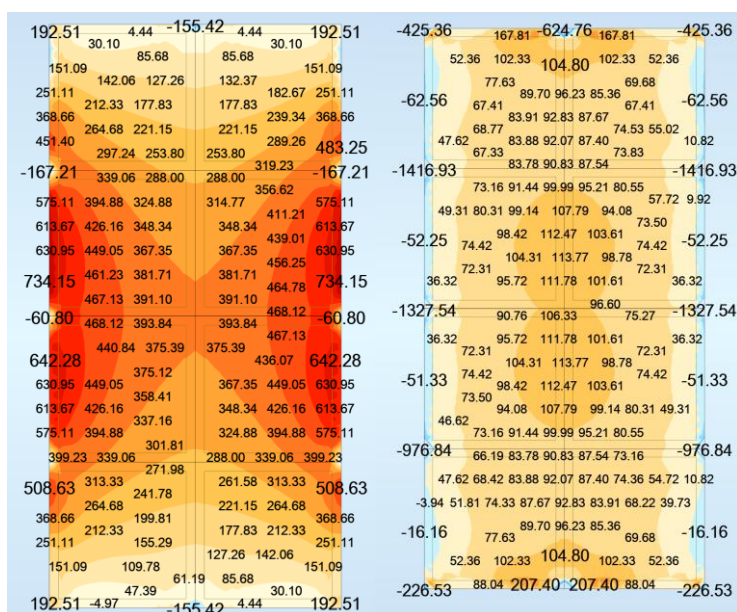


Figura 64 - Análise dos esforços axiais com faseamento em x e y

Neste elemento, a consideração do faseamento construtivo mais espaçado conduz a um aumento dos esforços máximos de tração relativamente ao modelo sem faseamento. Na direção x, o valor máximo passa de aproximadamente 644kN/m para 734kN/m, correspondendo a um aumento de cerca 14%. Na direção y, o esforço máximo aumenta de cerca de 151 kN/m para 207kN/m, traduzindo um incremento aproximado de 37%.

Comparando com o faseamento anteriormente analisado, verifica-se que o aumento do intervalo temporal entre fases reduz ligeiramente os valores máximos obtidos no modelo faseado, embora estes permaneçam superiores aos do modelo sem faseamento. Assim, conclui-se que na laje do piso 1, o faseamento construtivo não conduz a uma redução dos esforços axiais máximos, mas na sua maior duração permite atenuar parcialmente o incremento observado.

De modo a sintetizar esta comparação, apresenta-se na Tabela 4.39 o resumo dos esforços axiais máximos de tração obtidos na laje do piso 1.

Tabela 4.39 – Comparação dos esforços axiais máximos de tração na laje do piso 1

Direção	Modelo sem faseamento [kN/m]	Modelo com faseamento [kN/m]	Aumento aproximada
N_x	644	734	14%
N_y	151	207	37%

4.4 CONCLUSÕES

Após a análise das diferentes hipóteses de modelação, verifica-se que a consideração da deformabilidade do solo, do faseamento construtivo e da fluência conduz, no geral, a uma redução dos esforços de tração associados à retração. No entanto, em algumas zonas os valores obtidos pela análise elástica continuam a ultrapassar o esforço de fendilhação (o que é expectável). Esta constatação evidencia que os esforços extraídos diretamente do modelo linear não devem ser interpretados como esforços axiais instalados após a fendilhação. A partir do momento em que N_{cr} é atingido, ocorre fendilhação, perda de rigidez e redistribuição dos esforços, (fib, 2009) fenómenos que não são representados neste modelo. Assim, os resultados apresentados são particularmente úteis para comparar hipóteses de restrição e identificar zonas críticas, mas não quantificar de forma direta o esforço axial em regime fendilhado.

5

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

A presente dissertação permitiu concluir que os efeitos da retração em estruturas de betão armado devem ser analisados no contexto do comportamento global da estrutura, e não apenas ao nível de elementos isolados. A retração constitui uma deformação imposta que apenas origina esforços significativos quando existe restrição à livre deformação dos elementos. Essa restrição depende da configuração estrutural, da rigidez relativa entre pisos, paredes, núcleos, caves e fundações, bem como da sequência construtiva e dos efeitos diferidos do betão.

A presença da cave revelou-se um fator determinante no comportamento estrutural, uma vez que as paredes enterradas e as condições de fundação introduzem uma restrição horizontal significativa. Esta restrição condiciona sobretudo os pisos inferiores, aumentando a probabilidade de esforços de tração associados à retração. Assim, em edifícios com cave ou com elementos verticais de elevada rigidez, a análise dos efeitos da retração devem considerar a interação entre a superestrutura, a infraestrutura e o solo.

A modelação das fundações através de apoios elásticos relevou-se uma hipótese relevante na avaliação dos efeitos da retração restringida. Ao contrário de uma restrição totalmente rígida, os apoios elásticos permitem representar de forma simplificada a deformabilidade do solo e a possibilidade de mobilização progressiva da resistência horizontal na base da estrutura. Esta abordagem mostrou-se mais adequada do que a consideração de apoios perfeitamente impedidos, uma vez que evita a imposição de restrições excessivas e permite uma distribuição mais realista dos esforços associados às deformações impostas. No entanto, verificou-se que os resultados são sensíveis à rigidez atribuída aos apoios elásticos. Valores demasiado elevados conduzem a um comportamento próximo do encastramento horizontal ou valores demasiado reduzidos podem subestimar o grau de restrição efetivamente existente. Assim, a definição dos apoios deve ser realizada de forma criteriosa.

Verificou-se que, para o caso em estudo, o faseamento construtivo introduziu algumas variações nos esforços de tração inicialmente estimados, sobretudo em zonas localizadas. No entanto, essas diferenças não alteraram de forma substancial a ordem de grandeza dos esforços nem a localização geral das zonas mais condicionantes. Assim, os resultados obtidos sem faseamento revelaram-se globalmente coerentes com os obtidos através da análise faseada.

A consideração da fluência mostrou-se igualmente relevante, uma vez que este fenómeno conduz à relaxação parcial das tensões provocadas por deformações impostas. A redução da rigidez efetiva do betão permite obter esforços equivalentes mais compatíveis com o comportamento diferido da estrutura.

Os resultados obtidos em regime linear elástico devem ser interpretados sobretudo como indicadores das zonas críticas e da tendência de fendilhação. Quando os esforços de tração ultrapassam o esforço de fendilhação do betão, o comportamento real da estrutura passa a ser condicionado pela abertura de fendas, pela redistribuição de tensões entre betão e armadura e pelos mecanismos de retenção de trações no betão fendilhado. Assim, os valores obtidos nos mapas de esforços não devem ser entendidos diretamente como esforços reais instalados após a fendilhação.

A nova formulação da EN 1992-1-1:2023 revela-se particularmente relevante para o tema em estudo por introduzir o conceito de grau de restrição associada às deformações impostas. No controlo da fendilhação por deformações impedidas, o Eurocódigo distingue situações de restrição nas extremidades e a restrição ao longo dos bordos, reconhecendo que o modo como a estrutura impede a deformação condiciona diretamente a formação e a abertura de fendas. Esta abordagem é especialmente importante em estruturas de edifícios, onde a retração não é impedida de forma uniforme, mas sim de acordo com a rigidez relativa entre os elementos construtivos.

Conclui-se, por fim, que a avaliação dos efeitos da retração em edifícios deve considerar de forma integrada a rigidez global da estrutura, a interação solo-estrutura, o faseamento construtivo e os efeitos diferidos do betão. Esta abordagem permite uma identificação mais realista das zonas suscetíveis à fendilhação e constitui uma base consistente para a definição da armadura mínima necessária ao controlo de abertura das fendas.

5.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Como desenvolvimento futuro, recomenda-se a realização de análises não lineares que permitem simular explicitamente a fendilhação do betão, a redistribuição dos esforços após fendilhação. Seria também relevante aprofundar a modelação da interação solo-estrutura, através de modelos geotécnicos mais representativos, de modo a validar o procedimento usado nesta dissertação, e comparar os resultados obtidos com a nova formulação da nova norma para a armadura mínima de controlo da fendilhação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI Committee 207. (2007). *Report on Thermal and Volume Change Effects on Cracking of Mass Concrete* (ACI 207.2R-07, Issue).
- Altoubat, S. A., & Lange, D. A. (2001). Creep, Shrinkage, and Cracking of Restrained Concrete at Early Age. *ACI Materials Journal*, 98(4), 323–331.
<https://doi.org/10.14359/10401>
- Autodesk, I. (2025a). *AutoCad*. In [Computer Software]. Autodesk, Inc.
<https://www.autodesk.com/products/autocad/features>
- Autodesk, I. (2025b). *Autodesk Robot Structural Analysis Professional*. In [Computer Software]. Autodesk, Inc. <https://help.autodesk.com/view/ACD/2025/ENU/>
- B.V., D. F. (2025). *DIANA FEA*. In (Version 2025) [Computer Software]. DIANA FEA B.V.
<https://dianafea.com/>
- Calavera Ruiz, J. (1984). *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón armado para edificios* (1st ed., Vol. Tomo II). INTEMAC-Instituto Técnico de Materiales y Construcciones.
- Carvalho, J. F. d. (2013). *Estudo da Fendilhação em Lajes Restringidas, devida ao efeito conjunto da Retração e das Ações Distribuídas No Piso* [Dissertação de Mestrado Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto]. Porto.
- CEN. (2002). EN 1990:2002 Eurocode — Basis of structural design. In. Brussels: European Committee for Standardization.
- CEN. (2004). Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. In. Caparica: Instituto Português da Qualidade.
- CEN. (2023). Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. In. Brussels: European Committee for Standardization.
- Confraria, C. d. S. (2015). *Avaliação Numérica dos Efeitos da Retração Impedida em Lajes de Edifícios, em Betão Armado, com Blocos de Aligeiramento* FEUP].
- Felisberto, E. A. d. O. (2015). *Análise de Lajes Maciças de Edifícios Atendendo aos Efeitos de Retração Restringida e às Ações Gravíticas* FEUP].
- fib. (2009). *Structural Concrete: Textbook on behaviour, design and performance* (Second edition ed., Vol. 1). International Federation for Structural Concrete (fib).
- Gazetas, G. (1991). Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, 117(9), 1363–1381.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1991\)117:9\(1363\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1991)117:9(1363))
- Gilbert, R. I., & Ranzi, G. (2010). *Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures* (1st, Ed.). Taylor & Francis / CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781482288711>
- Kim, H.-S. (2004). A Simplified Analysis Method of Shrinkage Stress on Concrete Slabs in a Multistory Building. CTBUH 2004 Seoul Conference,
- Knauff, M., Grzeszykowski, B., & Golubińska, A. (2019). Minimum reinforcement for crack width control in RC tensile elements. *Archives of Civil Engineering*, 65(1), 111–128.

- Leitão, L., Faria, R., Azenha, M., & Sousa, C. (2012). Análise da fendilhação em elementos de betão armado induzida por restrições a deformações impostas. *Encontro Nacional de Betão Estrutural*, 1–10.
- Mokarem, D. W., Meyerson, R. M., & Weyers, R. E. (2003). *Development of concrete shrinkage performance specifications* (FHWA/VTRC 04-CR1).
<https://rosap.nrl.bts.gov/view/dot/19607>
- Neville, A. M. (2011). *Properties of Concrete* (5th ed.). Pearson.
- Ribeiro, C. R. (2014). *Estudo da fendilhação em Lajes Bi-direcionais Restringidas, Atendendo aos Efeitos da Retração e das Ações Gravíticas* FEUP].
- Zhang, J., Li, V. C., & Wu, C. (2000). Influence of Reinforcing Bars on Shrinkage Stresses in Concrete Slabs. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(12), 1297–1300.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2000\)126:12\(1297\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:12(1297))

ANEXOS

A.1 EVOLUÇÃO DA RETRAÇÃO EM CADA UMA DAS FASES CONSTRUTIVAS CONSIDERADAS NO ESTUDO DO CASO PRÁTICO DA ESTRUTURA PORTICADA - SUBCAPÍTULO 4.3

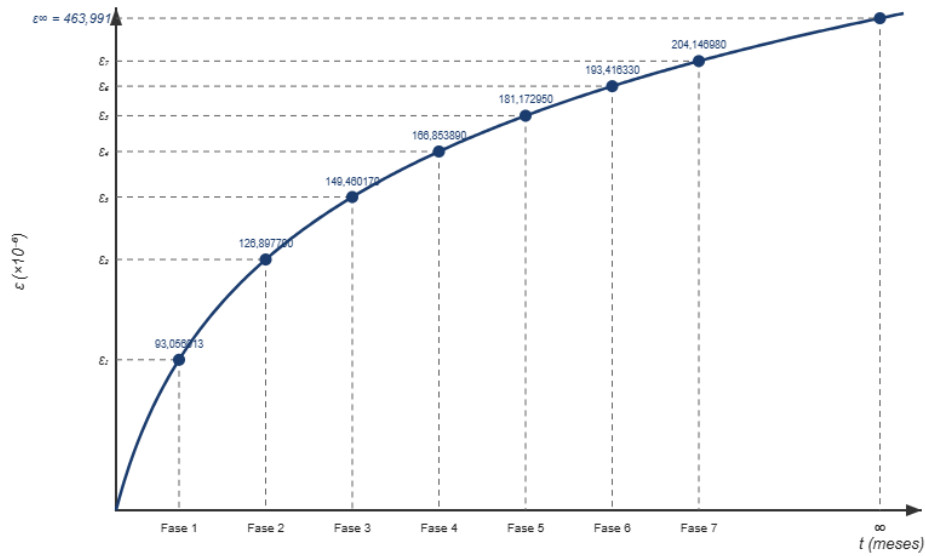


Figura 65 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 40x40

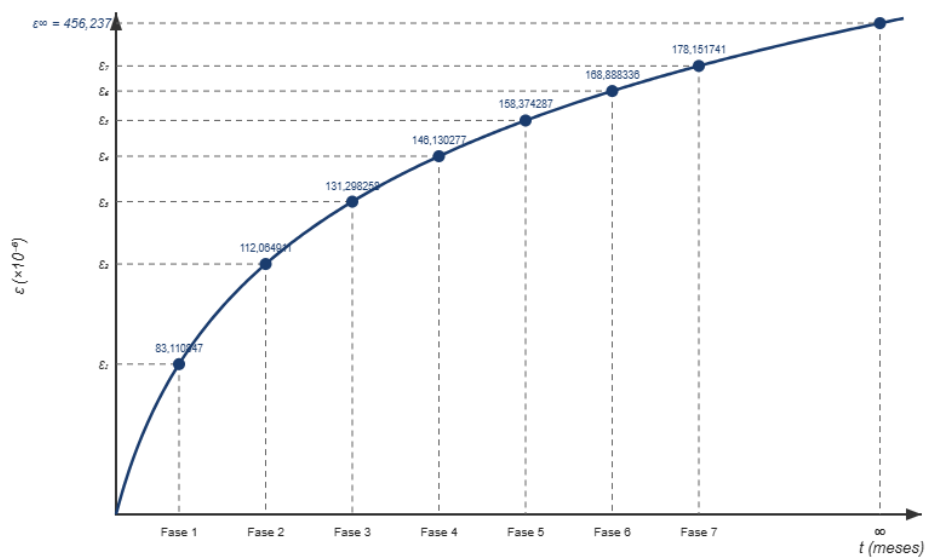


Figura 66 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 50x50

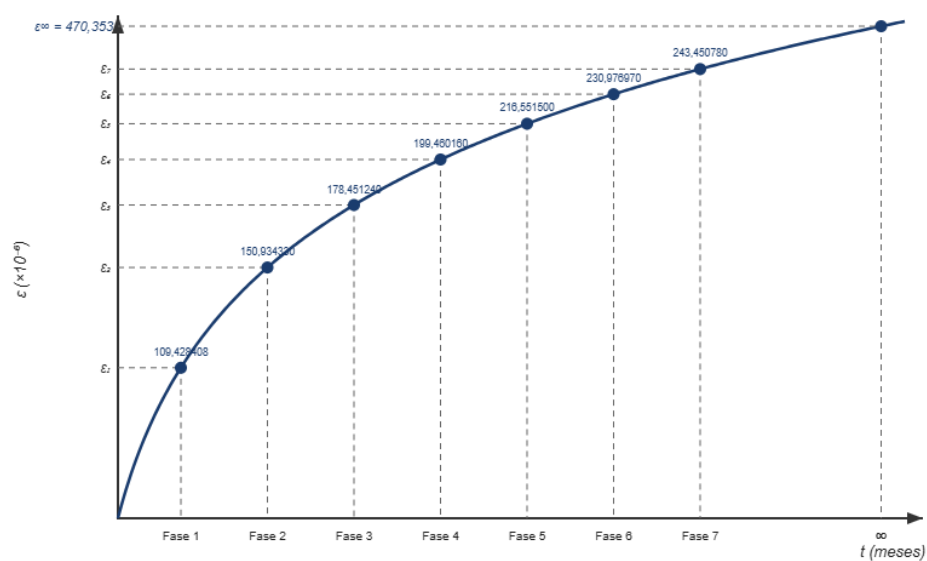


Figura 67 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 30x30

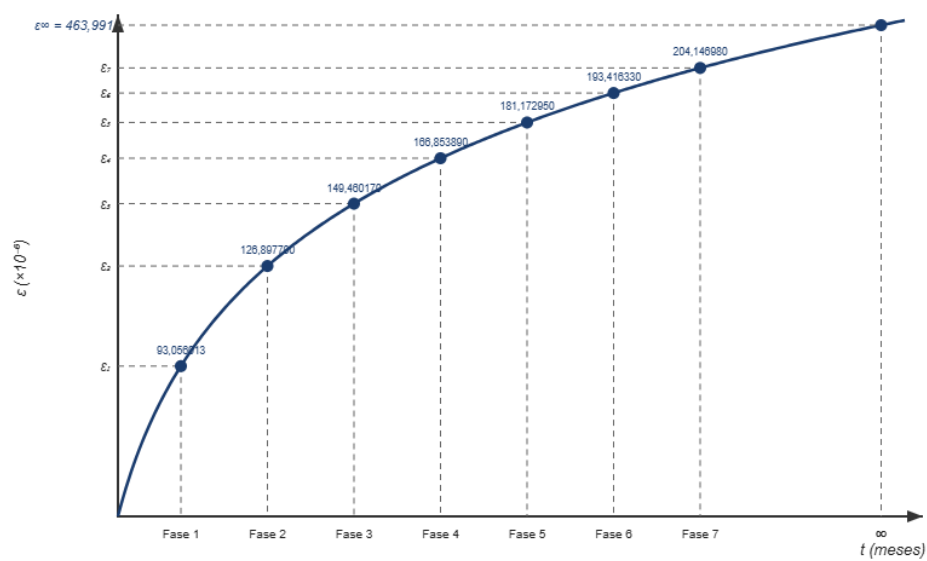


Figura 68 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nas Lajes

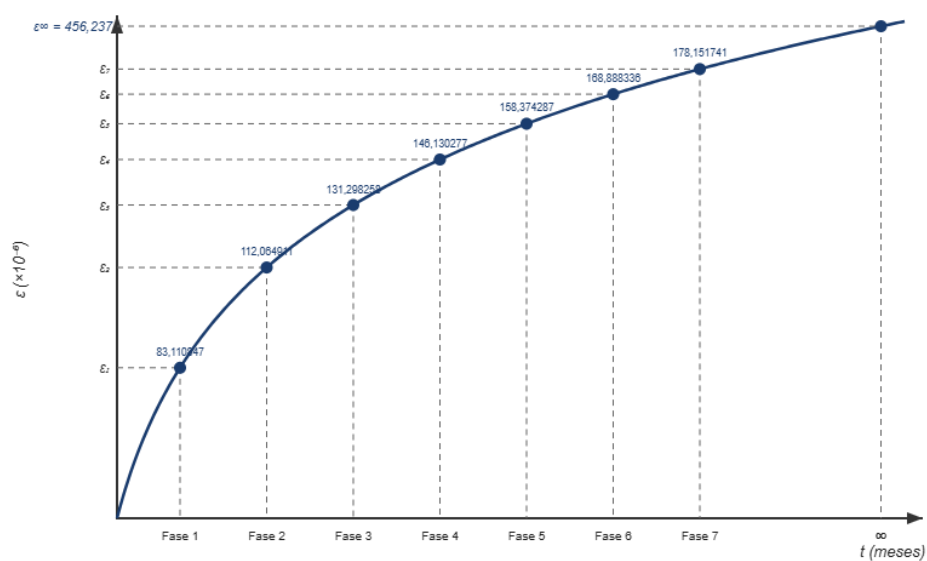


Figura 69 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nas Paredes da Cave

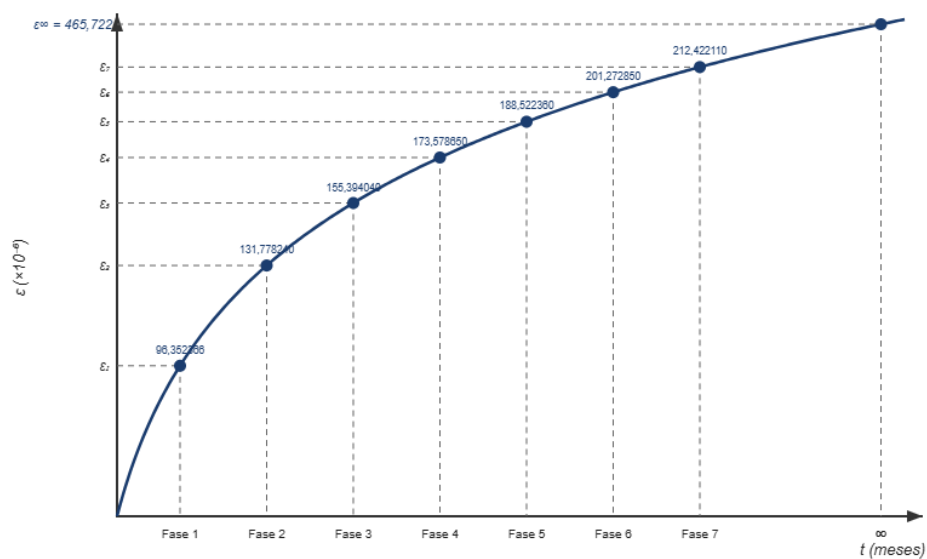


Figura 70 - Evolução da Retração Total do Betão ao Longo das Fases da Obra nas Vigas

A.2 EVOLUÇÃO DA FLUÊNCIA EM CADA UMA DAS FASES CONSTRUTIVAS CONSIDERADAS NO ESTUDO DO CASO PRÁTICO DA ESTRUTURA PORTICADA - SUBCAPÍTULO 4.4

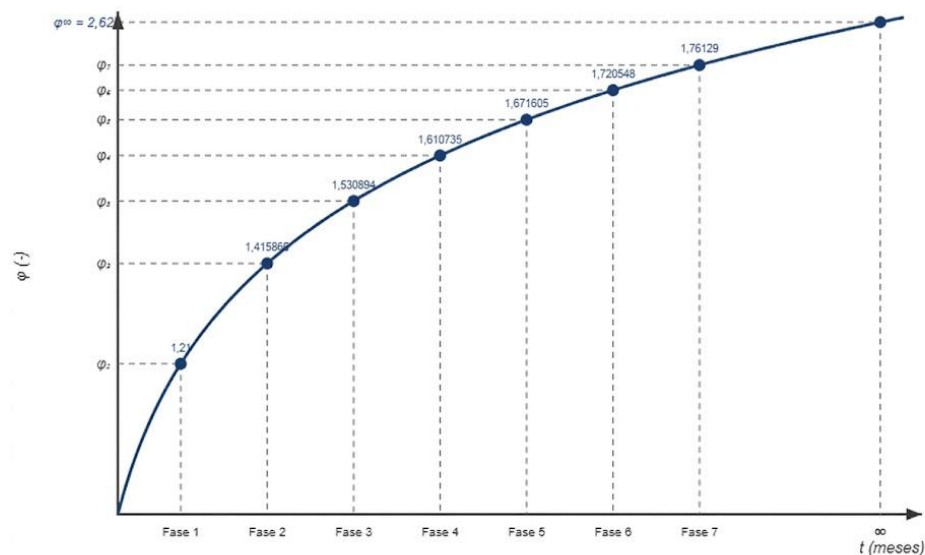


Figura 71 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 40x40

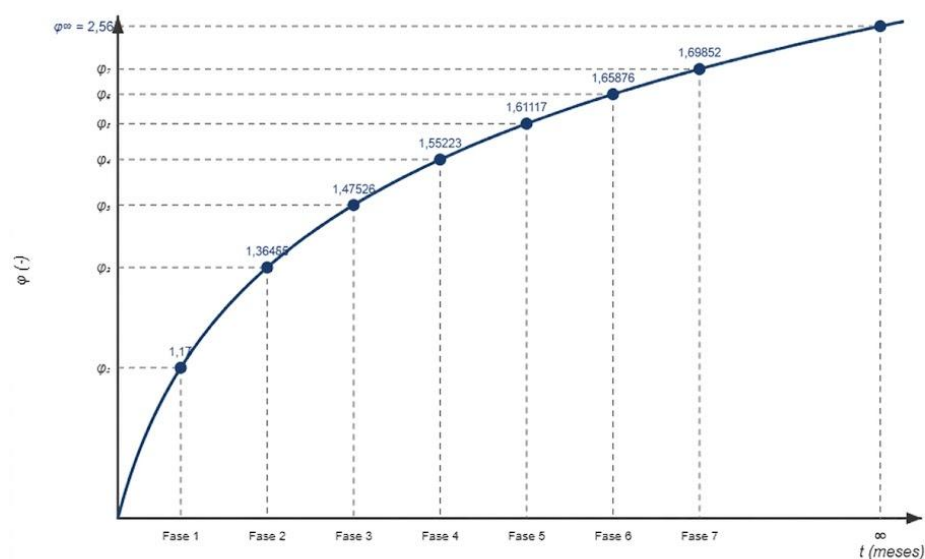


Figura 72 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 50x50

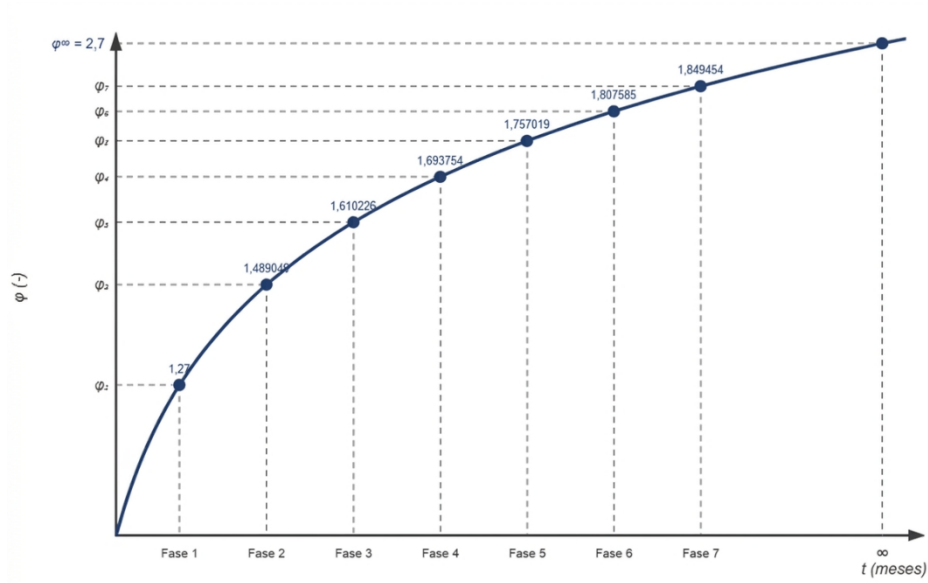


Figura 73 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nos Pilares 30x30

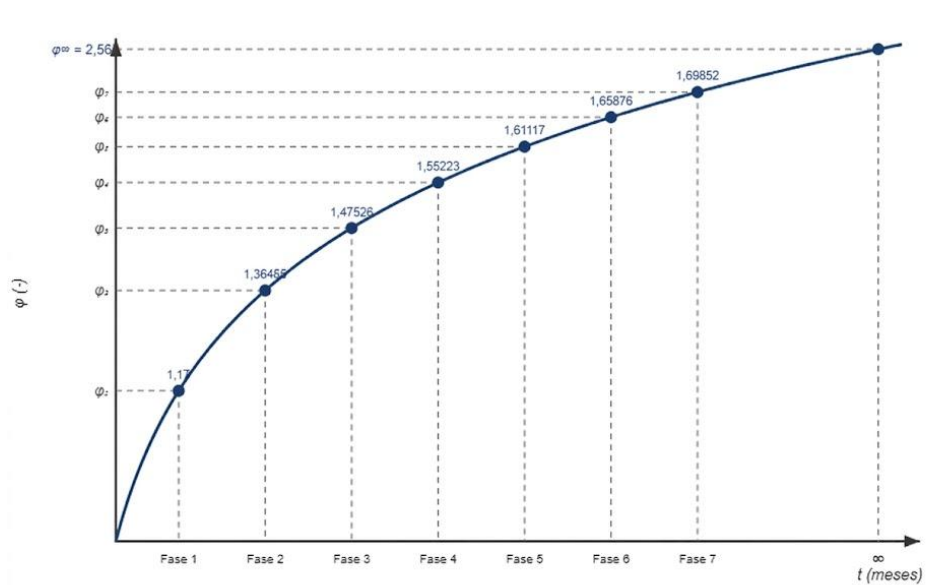


Figura 74 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nas Paredes da Cave

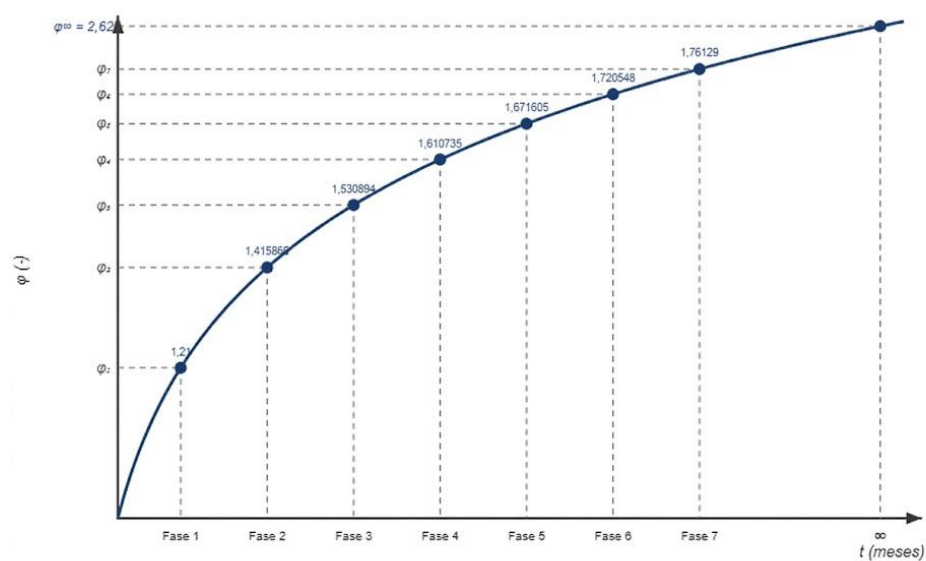


Figura 75 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nas Lajes

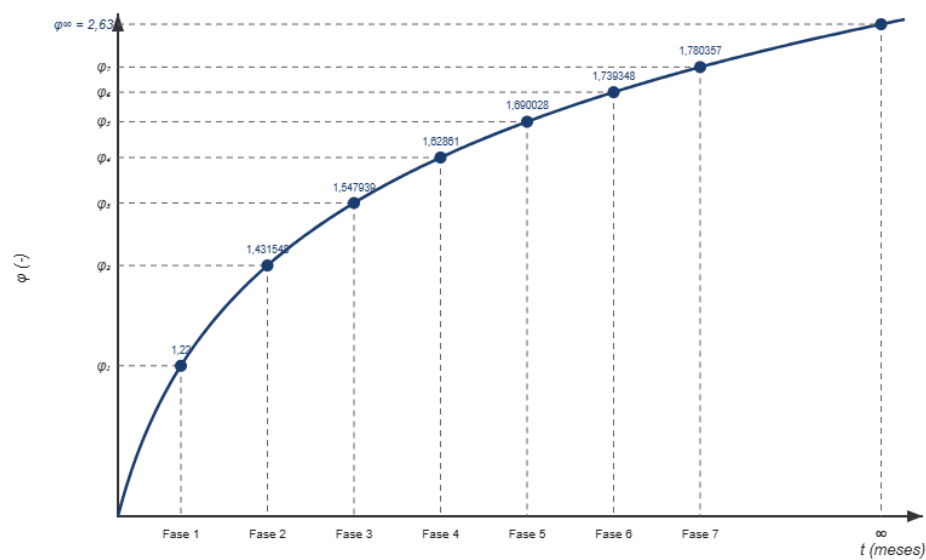


Figura 76 - Evolução da Fluência no Betão ao Longo das Fases da Obra nas Vigas