

Compreender os conceitos geométricos no 10.º ano de Matemática A: Um estudo com o *GeoGebra*

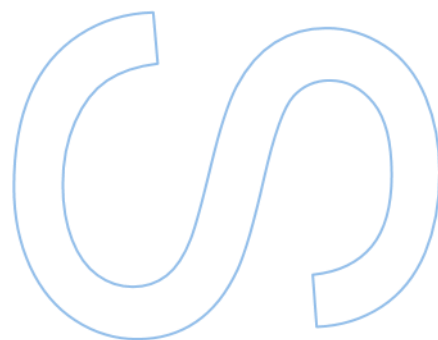
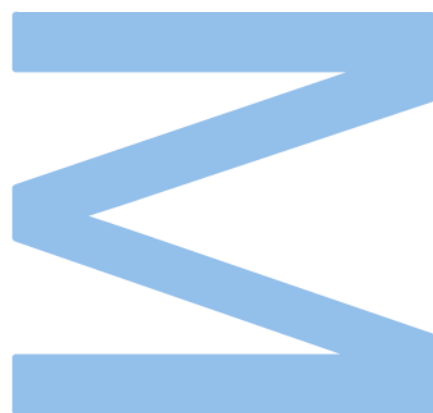
Sónia Isabel Almeida Torres

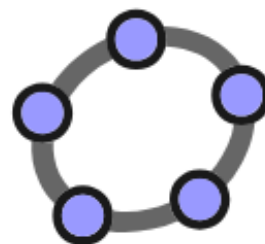
Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino
Básico e no Secundário

Unidade de Ensino das Ciências

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

2025





Compreender os conceitos geométricos no 10.º ano de Matemática A: Um estudo com o *GeoGebra*

Sónia Isabel Almeida Torres

Relatório de Estágio realizado no âmbito do Mestrado em
Ensino de Matemática no 3.ºCiclo do Ensino Básico e no
Secundário

Unidade de Ensino das Ciências

2025

Orientadora

Louise Lima, Professora Auxiliar Convidada,
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Agradecimentos

Começo por agradecer o apoio de todos os meus familiares, especialmente aos meus pais por toda a paciência e por me mostrarem que tudo é possível com trabalho.

À Professora Doutora Louise Lima por toda a sua disponibilidade e motivação, todas as suas cuidadosas palavras serão eternamente lembradas e agradecidas. Agradeço ainda por todo o apoio e dedicação.

À Professora Orientadora Cooperante um agradecimento especial por me guiar neste percurso e ser o meu exemplo de professora. Obrigada por me apoiar nos meus momentos mais baixos e por todos os ensinamentos que foram essenciais para me tornar a professora que pretendo ser.

Às minhas amigas Francisca e Margarida, obrigada por todos os momentos em que me fizeram relaxar um pouco, por todo o encorajamento e confiança em mim. Obrigada por tudo, foram, e são, incansáveis e extremamente importantes para mim.

Por último, agradeço ao Luís por me apoiar nos meus sonhos e mostrar que sou capaz. Agradeço ainda toda a paciência que teve comigo e todo o apoio que me deu. Este percurso foi mais bonito contigo ao meu lado.

Resumo

Esta investigação foi realizada no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada no Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário. Este estudo foi realizado no ano letivo 2024/2025, numa turma de 26 alunos do 10.º ano de escolaridade de uma escola pública e tem como objetivo compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria. Assim, foram formuladas duas questões orientadoras: (i) De que modo a utilização do *GeoGebra* apoia o aluno na resolução de tarefas matemáticas? (ii) De que forma a utilização do *GeoGebra* apoia a visualização e a compreensão de conceitos geométricos?

A investigação assenta numa metodologia de natureza qualitativa e interpretativa e foram recolhidos dados através de trabalhos produzidos pelos alunos, gravação de áudio de aulas/momentos de trabalho dos alunos, observação direta e inquéritos por questionário. De modo a alcançar o objetivo desta investigação, foram propostas tarefas semelhantes às tarefas normalmente resolvidas em aula, incentivando a utilização do *GeoGebra* na resolução.

Os dados recolhidos indicam que a utilização do *GeoGebra* contribui positivamente para a compreensão de conceitos geométricos, motivando os alunos, ajudando-os a identificar os erros e a corrigi-los, levando-os a pensar e resolver tarefas de forma diferente quando utilizam o *software* relativamente à estratégia utilizada analiticamente e desenvolvendo capacidades importantes, como a visualização, a abstração de pensamento, o estabelecimento de relações, entre outras.

Palavras-chave: *GeoGebra*, aprendizagem matemática, tarefas matemáticas

Abstract

This research was conducted as part of the Supervised Teaching Practice in the Master's Degree in Mathematics Teaching in the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education. This study was conducted during the 2024/2025 school year in a class of 26 10th-grade students at a public school and aims to understand how the use of *GeoGebra* contributes to students' mathematical learning in the subject of geometry. Thus, two guiding questions were formulated: (i) How does the use of *GeoGebra* support students in solving mathematical tasks? (ii) How does the use of *GeoGebra* support the visualization and understanding of geometric concepts?

The research is based on a qualitative and interpretative methodology, and data were collected through student work, audio recordings of classes/student work sessions, direct observation, and questionnaire surveys. To achieve the objective of this research, tasks like those normally solved in class were proposed, encouraging the use of *GeoGebra* in their resolution.

The data collected indicates that the use of *GeoGebra* contributes positively to the understanding of geometric concepts, motivating students, helping them to identify and correct errors, leading them to think and solve tasks differently when using the software in relation to the strategy used analytically, and developing important skills such as visualization, abstract thinking, and establishing relationships, among others.

Keywords: *GeoGebra*, mathematical learning, mathematical tasks

Índice

Lista de Quadros	vi
Lista de Gráficos	vii
Lista de Figuras	viii
Lista de Abreviaturas	x
1. Introdução.....	1
2. Fundamentação Teórica	3
2.1. Ensinar e aprender Matemática.....	3
2.2. Recursos didáticos digitais	7
2.3. Ensinar e aprender Geometria	10
2.4. Aprender Geometria com recursos didáticos digitais: O <i>GeoGebra</i>	13
3. Contexto e organização das aulas	17
3.1. Caracterização da escola	17
3.2. Caracterização da turma	18
3.3. Descrição da intervenção pedagógica	20
3.4. Balanço final da intervenção pedagógica	24
4. Metodologia	26
4.1. Enquadramento.....	26
4.2. Opções metodológicas	27
4.3. Participantes	28
4.4. Processo de recolha de dados	29
4.5. Processo de análise de dados.....	32
5. Análise de Resultados	33
5.1. Análise da primeira tarefa.....	34
5.2. Análise da segunda tarefa	44
5.3. Análise do questionário	49
6. Conclusões e Recomendações.....	58
6.1. Síntese do estudo	58

6.2. De que modo a utilização do <i>GeoGebra</i> apoia o aluno na resolução de tarefas matemáticas?	59
6.3. De que forma a utilização do <i>GeoGebra</i> apoia a visualização e a compreensão de conceitos geométricos?	60
6.4. Considerações finais	60
Referências Bibliográficas	63
Apêndices	75
Apêndice 1 – Assentimento	75
Apêndice 2 – Consentimento	76
Apêndice 3 – Questionário	77
Apêndice 4 – Resolução da Tarefa 1	79
Apêndice 5 – Resolução da Tarefa 2	80
Apêndice 6 – Plano de Aula Tarefa 1	82
Apêndice 7 – Plano de Aula Tarefa 2	84

Lista de Quadros

Quadro 1 – Quadro de referência às questões de investigação e objetivos (Lima, 2020)	27
Quadro 2 – Associação entre objetivos específicos e técnica de recolha de dados (Lima, 2020)	29
Quadro 3 – Constituição dos grupos nos respetivos momentos de aplicação das tarefas	34
Quadro 4 – Associação entre objetivos específicos e questões do questionário	50

Lista de Gráficos

Gráfico 1 – Classificações dos alunos a Matemática no 1.º Período.....	20
Gráfico 2 – Respostas dos alunos à questão 9 do questionário.....	53
Gráfico 3 – Respostas dos alunos à questão 14 do questionário.....	55

Lista de Figuras

Figura 1 – Diversos tipos de tarefas, tendo em conta o grau de desafio e de estrutura (Ponte, 2005, p. 8)	4
Figura 2 – Quatro momentos de uma aula exploratória (Ponte, 2014)	6
Figura 3 – Importância da mobilização da tecnologia segundo vários autores	10
Figura 4 – Alguns contributos do estudo da Geometria, segundo alguns autores	13
Figura 5 – Vantagens e desvantagens da utilização do <i>GeoGebra</i> em sala de aula ...	16
Figura 6 – Momentos de intervenção	21
Figura 7 – Tarefa 1: A Construção da Joana (Andrade et al., 2024)	22
Figura 8 – Tarefa 2: O Prisma Quadrangular (Almeida et al., 2024).....	23
Figura 9 – Reformulação da questão 1.3 da tarefa 1	24
Figura 10 – Reformulação do enunciado da tarefa 2.....	25
Figura 11 – Ordenação temporal dos processos de recolha de dados, associando-os com as tarefas aplicadas às turmas.....	30
Figura 12 – Tarefa 1: A Construção da Joana (Andrade et al., 2024)	34
Figura 13 – Representação gráfica da reta de equação $y = x$ no <i>GeoGebra</i> , realizada por Ptolomeu e Arquimedes.....	35
Figura 14 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares no <i>GeoGebra</i> , realizada por Pitágoras e Galileu Galilei.	37
Figura 15 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes ímpares no <i>GeoGebra</i> , realizada por Pitágoras e Galileu Galilei.	38
Figura 16 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares no <i>GeoGebra</i> , realizada por Hypatia e Newton.....	38
Figura 17 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes ímpares no <i>GeoGebra</i> , realizada por Hypatia e Newton.....	39
Figura 18 – Representação gráfica da reta de equação $y = x$ no <i>GeoGebra</i> , realizada por Tales de Mileto e Euler.	40
Figura 19 – Representação gráfica da reta de equação $x = y$ no <i>GeoGebra</i> , realizada por Tales de Mileto e Euler.	40
Figura 20 – Representação gráfica da condição pensada pelos alunos antes da intervenção da professora no <i>GeoGebra</i> , realizada por Fibonacci e Noether.	42
Figura 21 – Resposta de Fibonacci e Noether à questão 1.3 da primeira tarefa.	42
Figura 22 – Tarefa 2: O Prisma Quadrangular (Almeida et al., 2024).....	44
Figura 23 – Representação gráfica, no <i>GeoGebra</i> , dos planos apresentados no enunciado, realizada por Ptolomeu e Arquimedes.	46

Figura 24 – Representação gráfica, no <i>GeoGebra</i> , dos planos apresentados no enunciado, realizada por Pascal, John Playfair e Pedro Hispano.....	46
Figura 25 – Representação gráfica da semirreta $\dot{B}G$ no <i>GeoGebra</i> , realizada por Descartes e Nathan Fine.	47
Figura 26 – Representação gráfica, no <i>GeoGebra</i> , das condições pensadas por Nathan Fine e Descartes.....	49
Figura 27 – Resposta de Descartes e Nathan Fine à questão 4 da segunda tarefa.	49
Figura 28 – Informações recolhidas através dos questionários relativamente ao objetivo específico “Identificar a perceção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o <i>GeoGebra</i> ”.....	56
Figura 29 – Informações recolhidas através dos questionários relativamente ao objetivo específico “Compreender de que modo a utilização do <i>GeoGebra</i> contribui para a compreensão dos conceitos geométricos”.	56

Lista de Abreviaturas

AGD	AMBIENTE(S) DE GEOMETRIA DINÂMICA
FCUP	FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO
NCTM	NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS
SASE	SERVIÇO DE AÇÃO SOCIAL ESCOLAR
SPCE	SOCIEDADE PORTUGUESA DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

1. Introdução

Este relatório de estágio apresenta uma investigação realizada a partir de uma intervenção pedagógica numa turma de 10.º ano de uma escola pública no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada.

Neste estudo, investigo o contributo da utilização do *GeoGebra* na aprendizagem dos alunos no que diz respeito aos conceitos geométricos. Muitos professores continuam sem recorrer às tecnologias no ensino de Matemática em Portugal, por diversos motivos (Proença & Canavarro, 2021), e, por isso, este tema captou a minha atenção. Reconheço que a aprendizagem da Geometria é importante porque desenvolve competências e capacidades fundamentais para o nosso quotidiano, como a abstração, a visualização, o raciocínio, a resolução de problemas, o pensamento crítico, a argumentação, entre outros. Assim, ao estudarmos Geometria estamos a contribuir para que os indivíduos possam lidar com situações do mundo real. Neste contexto, a tecnologia tem um papel importantíssimo, uma vez que pode promover uma aprendizagem mais significativa através da exploração e análise de múltiplas situações (Fernandes & Vaz, 1998; NCTM, 2007; Serin, 2023).

Este estudo foi ainda motivado pelo facto de o *GeoGebra* poder tornar a aprendizagem da Geometria mais dinâmica e de motivar os alunos (Correia & Fernandes, 2011; Lima et al., 2024), permitindo-lhes que interajam com o *GeoGebra* de forma a explorar conceitos, sem que seja exigido um grande conhecimento do *software*, uma vez que sua utilização é intuitiva (Brunheira, 2016). Além disso, entendo que a investigação nesta temática é importante para fornecer aos professores evidências que permitam identificar os benefícios e limitações de abordagens pedagógicas que possam integrar o *GeoGebra* no ensino da Geometria, contribuindo assim para um processo de ensino-aprendizagem mais ajustado às necessidades dos alunos.

Em muitos países, a Geometria é um dos temas menos compreendido pelos professores e alunos (Clements & Samara, 2011; Fujita & Jones, 2006; Ng, 2011), porém é um dos temas mais importantes para o desenvolvimento matemático das crianças (Clements & Batista, 1992) e, por isso, deve ser lecionado de forma cuidadosa para promover uma aprendizagem significativa. Tendo por base este compromisso – de uma aprendizagem significativa da Geometria, o objetivo geral deste estudo é compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria. Para tal, foi elaborada uma pergunta de partida: **De que forma a**

utilização do GeoGebra apoia a aprendizagem de conceitos geométricos dos alunos?.

O presente relatório está estruturado em 6 capítulos.

No primeiro capítulo, introdução, apresento as motivações que me levaram à escolha do tema, explicitando o objetivo geral e a questão de investigação, que sustentam os objetivos específicos e as questões orientadoras da investigação.

No segundo capítulo, fundamentação teórica, discuto as práticas pedagógicas para ensinar e aprender Matemática, apresento algumas razões pelas quais é importante o estudo da Geometria e a mobilização da tecnologia na sala de aula, além de algumas das contribuições do *GeoGebra* na compreensão de conceitos geométricos.

No terceiro capítulo, intervenção pedagógica, em que algumas partes foram escritas em par com a minha colega de estágio que realizou, igualmente, a intervenção na mesma turma – embora com outro objetivo, começamos por caracterizar a escola e a turma que participou nesta investigação. De seguida, descrevemos a intervenção pedagógica e apresentamos as justificações das decisões tomadas ao longo da intervenção. Expomos, ainda, as tarefas propostas, os recursos utilizados e os objetivos de aprendizagem definidos, bem como os constrangimentos que marcaram o decorrer do processo. Por fim, elaboramos um balanço final relativamente à intervenção.

No quarto capítulo, metodologia, apresento e justifico as opções metodológicas adotadas, assim como os procedimentos de recolha de dados utilizados. Apresento, ainda, os participantes, as precauções tomadas para assegurar o cumprimento das questões éticas e, por fim, descrevo o processo de análise dos dados.

No quinto capítulo analiso os dados recolhidos de modo a responder aos objetivos específicos desta investigação.

No último capítulo, apresento uma síntese da investigação, dou respostas à questão de partida, debruçando-me sob as questões orientadoras deste estudo e associando a literatura. Por fim, apresento algumas limitações, indicando aspetos que mudaria na investigação, e recomendações para futura investigação.

2. Fundamentação Teórica

Este capítulo está organizado em quatro partes. Na primeira parte discuto as práticas pedagógicas para ensinar e aprender Matemática. Na segunda parte analiso práticas pedagógicas utilizando a tecnologia e apresento a importância da sua mobilização na sala de aula. Na terceira, o foco está no tema da Geometria e apresento algumas razões pelas quais é importante o estudo da Geometria e algumas dificuldades sentidas pelos alunos neste tema. Por fim, apresento a definição do *GeoGebra*, discuto vantagens e desvantagens do seu uso e exponho algumas das contribuições do *software* na compreensão de conceitos.

2.1. Ensinar e aprender Matemática

A aprendizagem matemática não se reduz à memorização ou à resolução mecânica de problemas sem que haja compreensão dos procedimentos envolvidos. Para que os alunos aprendam Matemática de forma significativa, os professores têm um papel imprescindível. Neste entendimento, é importante que criem ambientes onde os alunos possam dar sentido à Matemática, incentivando a resolução de problemas e estabelecendo conexões entre diversas áreas do saber (Abrantes et al., 1999; Carvalho e Silva et al., 2023). Deste modo, os alunos podem mobilizar conhecimentos matemáticos em problemas do quotidiano, integrar o raciocínio dedutivo, a lógica e a linguagem matemática simbólica, bem como incentivar a exploração de ideias e conceitos através da tecnologia (Carvalho e Silva et al., 2023).

O professor pode ainda propor tarefas matemáticas desafiantes e envolventes que permitam que os alunos mobilizem e desenvolvam diversas estratégias, estimulando a curiosidade, a criatividade e o interesse, de modo que os alunos possam adquirir autoconfiança (Carvalho e Silva et al., 2023). É importante que as tarefas propostas sejam trabalhadas de modo a atingir os objetivos de aprendizagem e desenvolver as ideias chave, em coerência com o que orienta o documento curricular atualmente em vigor em Portugal, nomeadamente as Aprendizagens Essenciais de Matemática A. No que diz respeito às ideias chave das Aprendizagens Essenciais de Matemática A, são nove: resolução de problemas, modelação e conexões; raciocínio e lógica matemática; recurso sistemático à tecnologia; tarefas e recursos educativos; história da matemática; práticas enriquecedoras e criatividade; organização do trabalho dos alunos; comunicação matemática; avaliação para a aprendizagem (Carvalho e Silva et al.,

2023). Para cumprir com tais objetivos, importa que os professores recorram a diferentes tipos de tarefas, que são diferenciadas pelo grau de desafio matemático e pelo seu grau de estrutura (Ponte, 2005). O grau de desafio está relacionado com a dificuldade da tarefa, variando entre *reduzido* e *elevado*, e o grau de estrutura que está relacionado com o grau de indeterminação no que é dado e/ou pedido, variando entre *aberto* e *fechado*. Uma tarefa é *fechada* quando é claro o que é pedido e dado e é *aberta* quando tem grau significativo de indeterminação (Ponte, 2005). Na Figura 1 é possível verificar a classificação dos quatro tipos de tarefas tendo em conta o grau de estrutura e desafio: um *exercício* é uma tarefa *fechada* e de dificuldade *reduzida*; um *problema* é uma tarefa *fechada* e de dificuldade *elevada*; uma *investigação* é uma tarefa *aberta* e de dificuldade *elevada*; uma *exploração* é uma tarefa *aberta* de dificuldade *reduzida* (Ponte, 2005).

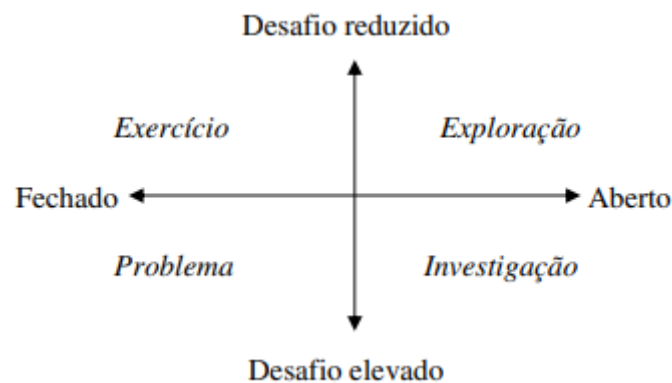


Figura 1 – Diversos tipos de tarefas, tendo em conta o grau de desafio e de estrutura (Ponte, 2005, p. 8)

Outro aspeto importante para a aprendizagem matemática é o desenvolvimento da atividade criativa. Essa atividade, segundo Vygotsky (1930; 2012), consiste em gerar imagens e ideias a partir de experiências anteriores, ao invés de apenas as reproduzir. Para desenvolver a produção imaginativa, ou atividade criativa, é fundamental que os alunos sejam expostos a diversos momentos de experimentação, visualização e audição, bem como a vários elementos da realidade (Vygotsky, 1930; 2012). Apoiando esta ideia da necessidade de experimentação, Kindel (2010) refere que esta é necessária para que os alunos estabeleçam conexões, tomem decisões, argumentem e abstraiam a partir dos significados. Neste entendimento, é fundamental promover o trabalho a pares ou em grupo, permitindo que os alunos desenvolvam a sua comunicação e aprendam a os princípios e dinâmicas do próprio trabalho em grupo (Carvalho e Silva et al., 2023). Ponte (2005) já destacava que os alunos aprendem

através das tarefas que realizam e da reflexão que provém delas. Deste modo, um ponto importante relaciona-se com o entendimento sobre a oportunidade oferecida pelos erros em contexto de aula. É de salientar que existem duas formas de lidar com os erros: (1) evitá-los; (2) utilizá-los com fim a apoiar a aprendizagem (Ingram et al., 2015; Pan et al., 2020). No contexto de ensino e aprendizagem, é importante ser estabelecido um ambiente positivo relativamente aos erros, de modo que sejam usados como uma oportunidade de aprendizagem, ao invés de os evitar (Janikova et al., 2024). Os erros permitem identificar fragilidades de conhecimento ou noções incorretas dos alunos (Grassinger et al., 2018) e, por estes motivos, desempenham um papel importante no apoio à aprendizagem (Janikova et al., 2024). A análise dos erros, quando utilizada como oportunidade de aprendizagem, pode ser desafiante para os alunos e professores (Janikova et al., 2024), ajudando os discentes a reter o que foi aprendido (Metcalf, 2017). Assim, o professor tem um papel importante no processo de ensino-aprendizagem. É igualmente importante que os alunos desenvolvam uma disposição positiva relativamente à Matemática e que haja um bom ambiente em sala de aula, porque facilita a aprendizagem (Ponte & Santos, 1998).

Por isso, o conhecimento dos professores de Matemática não se pode circunscrever apenas aos conteúdos abordados em sala de aula. Segundo Nogueira et al. (2016) e Ponte e Santos (1998), para ensinar Matemática de modo que o aluno compreenda, é imprescindível que um professor tenha domínio da Matemática, do currículo, do aluno e dos seus processos de aprendizagem e da organização da atividade instrucional. Isto é, importa o conhecimento sobre a diversidade de práticas pedagógicas que podem ser mobilizadas.

Uma prática de ensino que pretende desenvolver as capacidades anteriormente mencionadas através de tarefas significativas é a prática de ensino exploratória. O ensino exploratório é desafiante para o professor e distancia-se de uma “perspetiva transmissiva do processo de ensino-aprendizagem” (Ponte, 2014, p. 292). As aulas são geralmente estruturadas em quatro momentos típicos: (i) apresentação da tarefa; (ii) trabalho autónomo dos alunos; (iii) discussão coletiva; (iv) sistematização das aprendizagens (Baxter & Williams, 2010; Oliveira et al., 2013).

A Figura 2 apresenta os quatro momentos típicos de uma aula exploratória. Nesta figura, o *tamanho associado* à parte correspondente de cada fase está relacionado com a duração que cada momento da aula é aconselhado a ter. Os momentos mais curtos são a apresentação da tarefa e a sintetização das aprendizagens, seguida da discussão coletiva e, por fim, a fase mais longa é o trabalho autónomo dos alunos (Ponte, 2014).

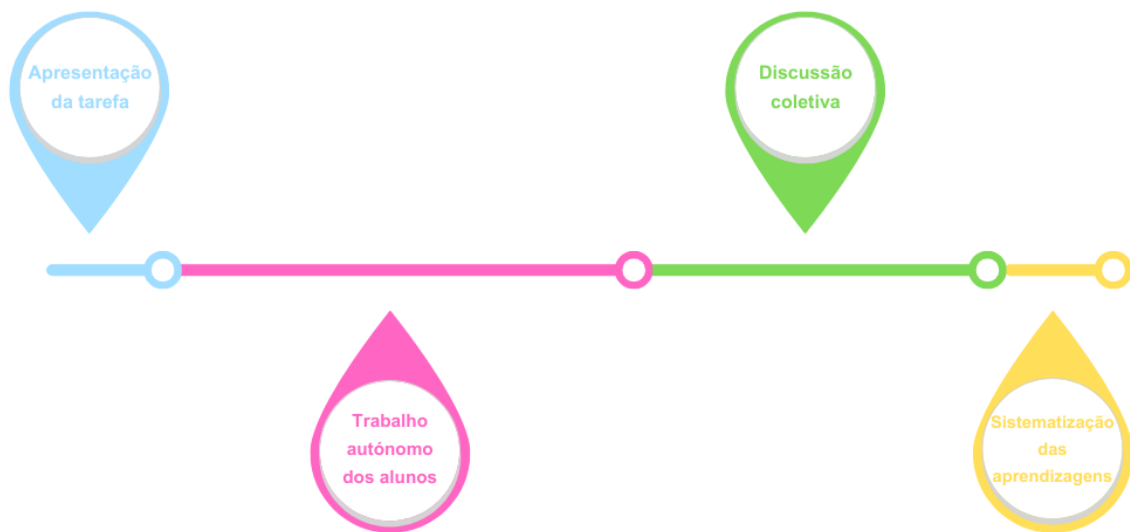


Figura 2 – Quatro momentos de uma aula exploratória (Ponte, 2014)

Na primeira fase, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma e procura que os alunos a compreendam. Na segunda fase, o professor incentiva o trabalho autónomo dos alunos, que será realizado individualmente, a pares ou em pequenos grupos. Nesta fase, é importante que o professor não diminua a dificuldade da tarefa proposta aos alunos, promova diversas resoluções, encoraje e desafie os alunos e, ainda, selecione resoluções que serão apresentadas à turma e discutidas na fase seguinte da aula (Ponte, 2014; Stein et al., 2008). Na terceira fase, os alunos selecionados pelo professor apresentam as suas resoluções à turma e, assim, dá-se uma discussão coletiva (Baxter & Williams, 2010; Ponte, 2014; Stein et al., 2008). Nesta discussão, o professor questiona os alunos, pede explicações, compreende erros, compara as resoluções, estabelece conexões, incentiva a discussão entre os colegas da turma, entre outros (Menezes et al., 2013; Ponte, 2014). Na última fase, o professor sintetiza o que foi abordado na discussão, apresentando os conceitos mobilizados e garantindo que os alunos registam as ideias apresentadas na discussão (Baxter & Williams, 2010; Ponte, 2014; Stein et al., 2008).

Tendo em conta que o ensino exploratório pode integrar recursos didáticos nas suas diferentes fases e considerando o objetivo deste Relatório de Estágio, debruçar-me-ei sobre práticas pedagógicas que mobilizam a tecnologia.

2.2. Recursos didáticos digitais

Por recursos didáticos são consideradas as ferramentas ou objetos físicos, palpáveis, tecnológicos, concretos, entre outros. Estes recursos são imprescindíveis para o processo de ensino-aprendizagem-avaliação, uma vez que apoiam a introdução e consolidação de conceitos e temas, fomentam uma atitude positiva relativamente ao processo de ensino-aprendizagem e geram discussão com os colegas. É importante que os alunos sejam expostos a diferentes recursos didáticos, de modo que os relacionem, tendo em conta as suas potencialidades. Importa que o professor reflita sobre os objetos e as suas potencialidades de forma a decidir se os alunos irão utilizar os recursos de forma individual ou em grupo, sendo importante que os explorem livremente, num primeiro momento. O professor pode ainda questionar os alunos ao longo da atividade para que os alunos compreendam e internalizem o processo (Cosme et al., 2021).

Em complemento, temos os recursos tecnológicos. Neste conceito estão incluídos os quadros interativos e vários dispositivos portáteis, como os tablets, computadores e telemóveis, entre outros. Tais podem ser estruturados, quando concebidos para fins educativos e didáticos, ou não estruturados, quando, embora tenham sido criados para outros fins – o telemóvel, por exemplo – podem ser mobilizados para contexto de aprendizagem (Cosme et al., 2021). Deste modo, quando os recursos tecnológicos – estruturados ou não estruturados - são mobilizados com intencionalidade pedagógica, podem ser considerados recursos didáticos digitais.

Neste contexto, é importante distinguir os conceitos de uso e integração de tecnologias em sala de aula. Em Portugal, tal como noutros países, não parece existir um consenso para a definição destes conceitos (Hew & Brush, 2007; Rocha, 2014). No entanto, os termos utilização, uso e integração são utilizados em estudos nacionais, enquanto em estudos internacionais os autores recorrem aos termos *uso* e *integração* (Rocha, 2014). Assim, a literatura aponta para o uso frequente das designações uso e integração. Enquanto alguns autores, como Inan e Lowther (2010), que definem a integração de tecnologias como o uso do computador no processo de ensino, ou seja, com o mesmo sentido, outros como Bebell et al. (2004) reconhecem que integração e uso são conceitos com significados diferentes, porém não expressam as diferenças.

Neste entendimento, Lim et al. (2003) referem que em estudos internacionais o termo *integração* está associada ao uso intencional da tecnologia, por parte dos professores, no desenvolvimento da capacidade de raciocínio e de reflexão dos alunos. Isto é, a

integração da tecnologia relaciona-se com o uso intencional diário dos recursos tecnológicos e de práticas neles apoiadas, no desenvolvimento do currículo (Griffin, 2003).

Dada a proximidade concetual entre os termos uso e integração apontada por diversos autores, entendendo esta última como uma forma particular de utilização da tecnologia. Neste sentido, de forma a evitar incertezas, são referidas integrações efetivas que ocorrem quando “a tecnologia dá um significado à Matemática e a Matemática justifica o uso da tecnologia” (Laborde, 2002, p. 316).

Ao serem mobilizados recursos tecnológicos no contexto de sala de aula, os alunos podem resolver problemas matemáticos desafiadores e desenvolver o seu raciocínio e comunicação matemática. No entanto, com o avanço rápido das tecnologias, os professores são desafiados a procurar continuamente novas formas de mobilizar a tecnologia no ensino (NCTM, 2014). Isto porque, a tecnologia pode ser adotada em sala de aula de modo a desenvolver uma aprendizagem significativa da Matemática, promovendo a criação de sentido e a conexão de procedimentos com um raciocínio matemático mais formal, e não usar a tecnologia meramente como um auxílio tecnológico, onde não é tido em conta, por exemplo, o significado dos resultados no contexto das tarefas apresentadas (NCTM, 2014).

O professor, ao mobilizar a tecnologia nos contextos da aula, poderá incentivar a exploração de ideias e a compreensão de conceitos, através da experimentação, simulação, visualização, representação, entre outros (Gumbo, 2019; Hrynevych et al., 2021; Yang & Baldwin, 2020). No entanto, é fundamental garantir que os professores tenham conhecimentos sobre os pontos fracos e fortes de cada recurso, de modo a utilizarem a tecnologia com intencionalidade pedagógica e estarem prontos para questões inesperadas por parte dos alunos (Ponte et al., 2003). Daí que uma planificação refletida é fundamental, sendo necessário definir os objetivos de aprendizagem, selecionar as tarefas, analisando as suas potencialidades, e identificar possíveis dificuldades que possam surgir aquando da resolução por parte dos alunos (Ponte et al., 2015). Segundo os mesmos autores, “quanto mais detalhado for o plano de aula, quanto mais pensado e refletido for o trabalho de preparação, maior capacidade terá o professor de ajustar esse plano em função dos acontecimentos e mesmo de improvisar” (p. 34).

É importante salientar que os *softwares*, por si só, não asseguram a aprendizagem. Quando a tecnologia é utilizada de modo improdutivo, os alunos ficam limitados no seu

raciocínio matemático. Neste caso, os professores têm um papel importante para orientar e estimular que os alunos utilizem as tecnologias de forma a desenvolver as suas capacidades e competências. Para tal, importa que sejam propostas tarefas que não instrumentalizem a tecnologia, de modo que não se torne uma muleta e que a sua utilização não seja somente para conferir as respostas (NCTM, 2014). Importa, ainda, que os professores tenham atenção aquando da utilização da tecnologia, porque algumas dificuldades dos alunos podem ficar disfarçadas com o uso do computador, sobretudo numa lógica de instrumentalização da tecnologia, por exemplo adicionar frações, fazer operações, entre outras. Estas dificuldades podem dificultar, posteriormente, a formalização dos conceitos matemáticos (Cargnin & Barros, 2015).

A mobilização da tecnologia em sala de aula pode favorecer uma abordagem mais indutiva e experimental da matemática, bem como facilitar a aplicação de temas matemáticos em diferentes áreas da matemática e em contextos externos a ela (Fernandes & Vaz, 1998). Roschelle et al. (2010) acrescentam que a utilização da tecnologia desenvolve a visualização de relações matemáticas. O recurso a tecnologias em sala de aula pode proporcionar a discussão e a apresentação dinâmica de conceitos, além de poder fomentar a interação entre estudantes. Além disso, pode motivar e envolver os alunos para a realização das tarefas e desenvolver habilidades que serão importantes para a vida futura dos alunos, por exemplo, autonomia, raciocínio lógico, proatividade, entre outros (Pinheiro et al., 2024).

Quando os professores recorrem à tecnologia na sala de aula, os alunos tendem a envolvem-se mais nas tarefas de aprendizagem, por ser um meio que lhes desperta interesse, potencializando a compreensão dos conceitos (Barbosa et al., 2016). De acordo com Ronau et al. (2000), a mobilização da tecnologia em ambiente de sala de aula melhora a orientação do aluno para a matemática e a compreensão dos conceitos. Além disso, Granito e Chernobilsky (2012) referem que o uso da tecnologia melhora a retenção de informações por parte dos alunos.

Neste entendimento, não podemos falar em ensino e aprendizagem sem referir o potencial dos recursos tecnológicos. A mobilização das tecnologias no ambiente de sala de aula pode promover o ensino e a aprendizagem da Matemática, desenvolvendo a compreensão de conceitos através da exploração de diferentes representações e perspectivas (Domingues & Martinho, 2018; NCTM, 2007). Além disso, apoia os alunos na compreensão de procedimentos e na exploração da matemática.

Na Figura 3 sintetizo as diversas razões pelas quais é importante mobilizar a tecnologia nas aulas de Matemática.

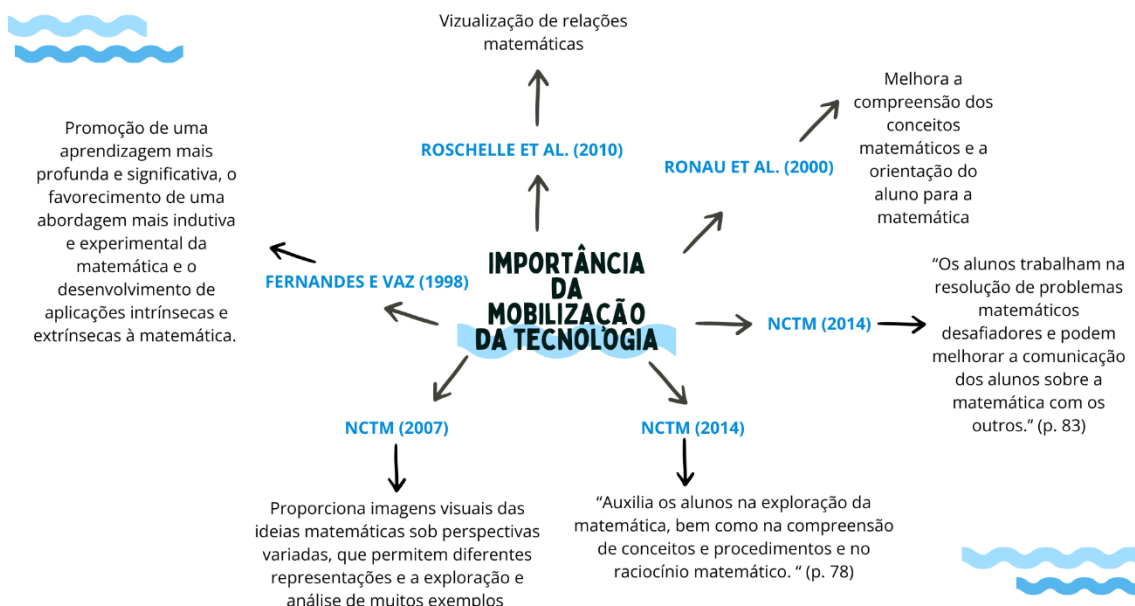


Figura 3 – Importância da mobilização da tecnologia segundo vários autores

2.3. Ensinar e aprender Geometria

A Geometria é uma área da Matemática com um papel muito importante, não só no âmbito científico, como também no dia a dia. É uma área admirada pelos seres humanos pela sua necessidade, beleza ou préstimo (Filho et al., 2025). Em termos curriculares em Portugal, no âmbito dos temas relacionados com a Geometria, nomeadamente a Geometria Sintética no Plano e Geometria Analítica no Plano e no Espaço, são, em conjunto, os temas que ocupam o maior número de semanas do programa do 10.º ano. Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática A do 10.º ano (Carvalho e Silva et al., 2023), são consideradas 28 semanas letivas como referência para distribuir os conteúdos programáticos. Desta forma, para os temas da Geometria Sintética no Plano e da Geometria Analítica no Plano e no Espaço, é sugerida uma distribuição por 12 das 28 semanas letivas.

Baykul (2005) refere seis razões pelas quais o tema da Geometria é ensinado nas escolas:

- (i) o estudo da Geometria contribui significativamente para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas e de pensamento crítico;
- (ii) a Geometria facilita a compreensão de outros temas da Matemática;

- (iii) a Geometria é muito utilizada no quotidiano
- (iv) a Geometria é um recurso muito utilizado na ciência e na arte
- (v) a Geometria desenvolve nos alunos uma compreensão mais profunda do mundo em que vivem e a apreciá-lo;
- (vi) a Geometria é um tema que motiva os alunos e ajuda-os a gostar de Matemática.

Deste modo, claro está que a Geometria tem um papel importante no desenvolvimento cognitivo dos alunos, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualizar e de representar. Para alguns autores como Henrique (2017) e Pavanello (2004), a visualização e a representação são ferramentas essenciais para a aprendizagem e a compreensão de conceitos geométricos. A visualização, segundo Leivas (2009), é o “processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos” (p. 22). Em consonância com esta ideia, NCTM (1991) já referia que o estudo da Geometria desenvolve a capacidade de raciocínio, visualização e de argumentação e, segundo Duval (1998) citado por Gutiérrez e Santos (2018), contribui para o desenvolvimento da capacidade de visualizar, construir e raciocinar e, ainda, para o desenvolvimento de “formas de pensar e transformar e utilizar figuras geométricas” (p. 2).

No entanto, tendo em conta o potencial da aprendizagem do Tema de Geometria, investigações referem que uma das maiores dificuldades que os alunos sentem no estudo do tema provém da forma como os objetos geométricos são apresentados, dado que muitas vezes são exibidas representações estáticas (Duval, 1999; Gravina, 1996; Parzysz, 1991). Outra dificuldade apresentada por Gravina (1996) é a perceção de propriedades simples quando estão a trabalhar com representações complexas, que são essenciais para a compreensão e argumentação da tarefa apresentada. Neste entendimento, alguns alunos têm dificuldades a passar de representações concretas para abstratas (Jablonski & Ludwig, 2023). Outros autores como Rogenski e Pedroso (2019) e Adolphus (2011) referem que há alunos com dificuldades em conceitos de geometria básica, o que os leva a não compreender noções mais complexas. Marques e Caldeira (2018) e Jablonski e Ludwig (2023) expõem a dificuldade dos alunos a relacionar os conceitos lecionados em aula com o quotidiano, o que torna o tema desinteressante e dificulta a sua aprendizagem. De acordo com Pavanello (2004), os alunos têm “muita dificuldade em compreender os processos de demonstração ou são

incapazes de usá-los ou mesmo de utilizar qualquer tipo de representação geométrica para a visualização de conceitos matemáticos” (p. 3).

A visualização espacial, a manipulação e o raciocínio de figuras geométricas são importantes para a compreensão da geometria, porém para alguns alunos são complicadas de desenvolver (French, 2004).

Nesta perspectiva, Pavanello (2004) refere que o estudo da Geometria é essencial para os alunos desenvolverem a “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível” (p. 4) e de estabelecer relações entre elementos geométricos e as suas propriedades. Em concordância, Loureiro (2022) acrescenta que existe uma diversidade de modos de pensar sobre os objetos geométricos representados e por isso é importante discutir as tarefas e a representação dos elementos para uma aprendizagem significativa. Todas estas capacidades referidas por Pavanello (2004) estão interligadas e são particularmente importantes no estudo da Geometria. De acordo com Loureiro (2017),

a geometria lida com objetos que podem ter uma existência física com os quais podemos interagir, e estuda também os processos de interação com esses objetos. É decisivo ter presente que os objetos físicos, com existência palpável ou desenhos, são sempre representações dos objetos geométricos. Esta característica específica do conhecimento matemático distingue-o de todas as outras formas de conhecimento, conferindo à visualização e à representação um papel essencial na compreensão matemática. (p. 16)

Associada a esta ideia, Brasil (1998) citado por Lima (2016), refere que a Geometria desenvolve um “tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (p. 27). Este autor considera ainda que este tema estimula o interesse dos adolescentes. À semelhança de Brasil (1998), Lorenzato (1995) destaca que a Geometria pode ajudar os alunos a interpretar melhor o mundo e acrescenta que pode desenvolver a comunicação de ideias.

Este tema da Matemática tem um grande poder no que toca à aprendizagem sobre os processos de demonstração, porque, tal como na Geometria, demonstrar exige pensar/visualizar por etapas, começando do mais simples para o mais complexo, até à obtenção da conclusão (Junqueira, 1996). Assim, “a atividade de demonstrar não tem como objetivo apenas *convencer* mas procura também compreender *como e porquê*” (Junqueira, 1996, p. 72). Esta ideia vai ao encontro da teoria de van Hiele (1999), onde é referido que é importante que o ensino inclua uma sequência de atividades, com fim

a desenvolver o raciocínio geométrico, que integrem gradualmente novos conhecimentos nos que o aluno já possui.

Na Figura 4 apresento, em jeito de síntese, algumas das contribuições do estudo da Geometria.

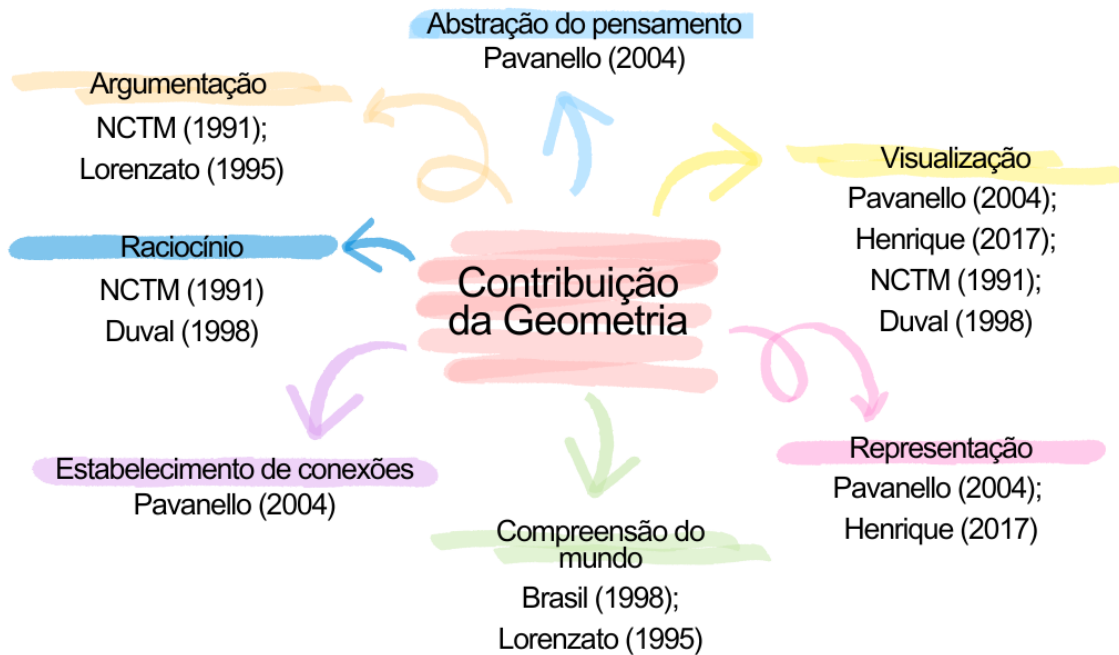


Figura 4 – Alguns contributos do estudo da Geometria, segundo alguns autores

2.4. Aprender Geometria com recursos didáticos digitais: O GeoGebra

Neste estudo, os alunos utilizarão o *software GeoGebra* como ferramenta de aprendizagem da Geometria, pelo que dedico uma secção do Referencial Teórico ao tema.

O *GeoGebra*, criado por Markus Hohenwarter em 2001 enquanto desenvolvia a sua dissertação de mestrado (Brito, 2021), pode ser utilizado *online* ou *offline*, neste último caso através da instalação em computadores ou em dispositivos móveis (Inácio et al., 2025). Embora seja maioritariamente conhecido como um *software* de geometria dinâmica, o *GeoGebra* é um *software* de matemática dinâmica gratuito. Isto porque este *software* único integra e combina geometria, álgebra, estatística e cálculo e pode ser utilizado por todos os níveis de ensino, favorecendo os processos de ensino e aprendizagem da Matemática (Dias & Scortegagna, 2025; Geogebra, s.d.). Porém, como pretendo compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* contribui para a

aprendizagem matemática dos alunos no que diz respeito aos conceitos geométricos, apenas me debruçarei no *GeoGebra* como um Ambiente de Geometria Dinâmica (AGD). King e Schattischneider (2003) referem que com os AGD é possível construir figuras 2D e 3D rigorosas, mesmo quando complexas. Acrescenta que o aspeto mais interessante é que é possível mover, com o cursor, os elementos livres das construções e preservar todas as relações de dependência da construção inicial, ajustando, automaticamente, todos os elementos que foram construídos a partir dos elementos iniciais. Assim, é possível manipular a figura, o que é muito importante na aprendizagem da Matemática, principalmente na Geometria, sem que as propriedades da mesma se alterem. Desta forma, é possível observar que propriedades permanecem inalteradas e avaliar se a construção foi realizada corretamente (Brunheira, 2016).

As construções, que compreendem conceitos geométricos, realizadas no *GeoGebra* são mais precisas e rápidas do que as construções onde são utilizados materiais de desenho físicos (Filho et al., 2025). Além disso, algumas construções que seriam muito complexas ou mesmo impossíveis de realizar utilizando materiais concretos tornam-se viáveis ao utilizar o *software* (Alves, 2007). Deste modo, com o *GeoGebra* é possível gerar vários exemplos e relacioná-los de modo a formular conjecturas (Junqueira, 1996).

Naturalmente, o *GeoGebra* possui algumas limitações. Ao abrir o *software*, por exemplo, os alunos deparam-se com muitos símbolos matemáticos e, embora tal não comprometa a sua utilização intuitiva, os alunos que têm um posicionamento negativo face à Matemática não se sentem atraídos para a sua utilização (Dias & Scortegagna, 2025).

Em termos de potencialidades, o *GeoGebra* pode promover a aprendizagem com compreensão (Correia & Fernandes, 2011) através da valorização do erro, dado que o *software* permite que olhem para o próprio trabalho e ajustem as etapas seguintes (Black & Wiliam, 2018; Nunziatti, 1990; Timperley, 2014). Além disso, pode motivar a aprendizagem da Matemática (Correia & Fernandes, 2011) e desenvolver a criatividade através da diversidade de resoluções que se podem utilizar com as ferramentas do *software* (Brunheira, 2016). Por outro lado, é necessário que os alunos conheçam a linguagem do programa, que pode ser uma sobrecarga para a aprendizagem, e que explorem a tecnologia para desenvolver o pensamento crítico, a abstração e a generalização ao invés de evitar pensar (Hoyles & Noss, 2003). É possível acrescentar ainda alguns benefícios para o utilizador como o fomento da capacidade de visualizar, conjecturar, argumentar, estabelecer padrões, entre outros (Filho et al., 2025).

São vários os contributos de AGD que levam à compreensão de conceitos geométricos. Como as construções não são estáticas, a utilização do *GeoGebra* pode auxiliar a visualização, o processo de construção e a representação mental de uma imagem (Henrique, 2017). Ponte et al. (2006) apresentavam esta ideia, ressaltando que os AGD facilitam a investigação de conexões e a exploração de conjecturas. Cordelina e Pavanelo (2024), à semelhança de Ponte et al. (2006), defendem que os AGD, mais concretamente o *GeoGebra*, potencia investigações, testes e criações de hipóteses. Esta capacidade enquadra-se nas aprendizagens essenciais de matemática A do 10.º ano, nomeadamente na ideia chave “Raciocínio e lógica matemática” (Carvalho e Silva et al., 2023, p. 5), que está associada à exploração de situações problemáticas, formulação e validação de conjecturas, justificação de processos, entre outros.

Segundo Gravina (1996), a manipulação das figuras leva a uma manipulação abstrata que desenvolve a capacidade de dedução e o rigor. Esta manipulação leva à visualização de várias perspetivas de uma figura que, segundo o NCTM (2007), pode levar a um maior conhecimento do que aqueles que visualizam de uma única maneira.

Brunheira (2016) conclui que a utilização do *GeoGebra* promove a exploração e a intuição, devido ao rigor das construções e à facilidade de utilização deste *software*, e promove ainda a justificação, pela testagem da validade das construções. Apoiando esta ideia, Gutiérrez e Santos (2018) referem que o uso adequado de AGD auxilia a compreensão de conceitos geométricos e as suas propriedades e a identificação, demonstração e formulação de conjecturas.

De facto, ao trabalharmos com o *GeoGebra* estamos a trabalhar os conceitos teóricos associados às ferramentas do próprio *software*. Dados recolhidos por Brunheira (2016) mostram que a utilização deste AGD pode facilitar a passagem da estruturação espacial, entendida como o processo mental de construção de elementos, para a estruturação geométrica, que descreve a estruturação espacial através de conceitos formais.

Um outro contributo do *GeoGebra* é o treino do “olho geométrico” (Fujita & Jones, 2002, citado por Brunheira, 2016, p. 42), ou seja, da capacidade de identificar as propriedades das construções.

Neste sentido, King e Schattischneider (2003) apresentam várias razões para utilizar os AGD que estão diretamente ligadas à compreensão de conceitos geométricos: permite a visualização dinâmica, a construção rigorosa e instantânea, sendo possível simular várias situações, e o traço de lugares geométricos, que muitas vezes são difíceis de imaginar; ajuda os alunos a criarem construções mentais e a compreender os conceitos;

motiva a demonstração e os alunos ficam envolvidos no processo de aprendizagem. A estas razões, Brunheira (2016) acrescenta a promoção da diversidade de resoluções, devido à variedade de ferramentas disponíveis no *GeoGebra*, da criatividade e da intuição. Nesta perspetiva, Maia et al. (2023) dizem-nos que:

A utilização do *GeoGebra* [...] possibilita que os alunos explorem, interajam, formem conceitos e experimentem a Geometria pelo *GeoGebra*, além de ajudar na superação das dificuldades na aprendizagem da Geometria evidenciadas nas avaliações oficiais. (p. 32)

Na Figura 5 reúno algumas vantagens e limitações da utilização do *GeoGebra* em contexto de sala de aula destes aspetos com base na literatura.

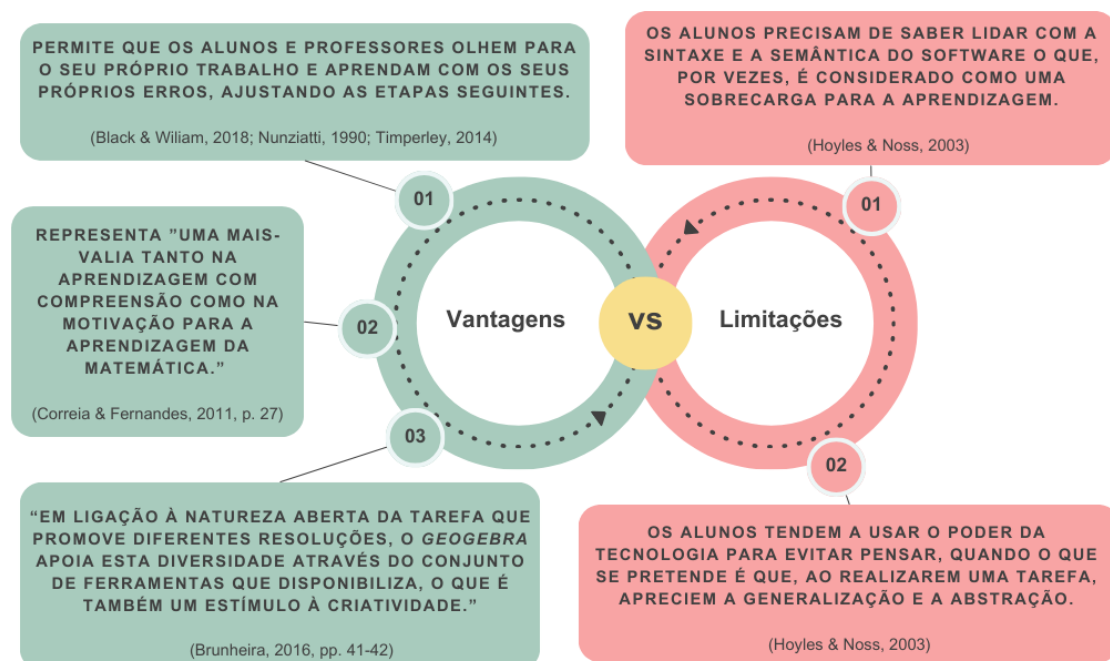


Figura 5 – Vantagens e desvantagens da utilização do *GeoGebra* em sala de aula

3. Contexto e organização das aulas

Este capítulo do Relatório de Estágio foi construído em conjunto com a minha colega de estágio, exceto no momento em que são classificadas, segundo Ponte (2005), as tarefas aplicadas à turma e no parágrafo escrito na 1.^a pessoa do singular.

Iniciamos este capítulo com uma caracterização da escola em que foi desenvolvida a Intervenção Pedagógica. Para tal, mobilizamos dados presentes no Projeto Educativo em vigor no ano letivo 2024/2025 e no *site* oficial da escola, que por questões de anonimato não irão constar nas referências.

Posteriormente, caracterizamos a turma participante neste estudo e apresentamos uma descrição detalhada da intervenção, justificando as decisões tomadas relativamente à sua organização ao longo do tempo e à constituição dos pares de trabalho. Expomos, ainda, as tarefas propostas, os recursos utilizados e os objetivos de aprendizagem definidos, bem como os constrangimentos que marcaram o decorrer do processo.

Por fim, elaboramos um balanço final relativamente à intervenção, refletindo sobre as tarefas aplicadas, a nossa ação, o envolvimento dos alunos e o impacto das estratégias adotadas.

3.1. Caracterização da escola

A escola pública na qual realizamos a nossa intervenção pedagógica situa-se num dos concelhos da Área Metropolitana do Porto, foi fundada em 1924 e a sua população escolar é de cerca de um milhar e meio de discentes, residentes em várias freguesias de dentro e fora do concelho. Esta escola não agrupada conta com cursos diurnos e noturnos. Os cursos diurnos incluem o ensino Básico, com 12 turmas, e Secundário, com 31 turmas de Cursos Científico-Humanísticos e 18 turmas de Cursos Profissionais. Os cursos noturnos estão divididos em ensino recorrente e Cursos de Educação e Formação de Adultos (EFA). Dispõe ainda do Centro Qualifica que atende uma média de 447 adultos, anualmente, e atua na orientação, reconhecimento e validação de competências de adultos.

A escola conta com 162 docentes, dos quais 15% são contratados, duas psicólogas, uma formadora de teatro e uma educadora social. Em relação ao pessoal não docente, há 48 assistentes operacionais e 13 assistentes técnicos. Participam ainda na comunidade educativa, a associação de estudantes e a associação de pais. Atualmente,

a escola apoia 365 alunos (25% do total dos alunos) através do Serviço de Ação Social Escolar (SASE) e acolhe 145 alunos (10%) de 21 nacionalidades diferentes.

A escola está envolvida em diversos projetos e atividades que promovem a qualidade e diversidade na formação dos alunos, oferecendo experiências multifacetadas. No entanto, nem todos estarão ativos no ano letivo 2024/2025. Entre os diversos projetos destacam-se o Desporto Escolar, os Projetos Europeus (ERASMUS+ e Estágio Internacional), a Revista, o Clube Ciência Viva, o Clube de Xadrez, o Grupo de Teatro, o Clube de Arte, o Clube de Robótica, a Rádio Escolar, o Grupo Coral, o Grupo de Dança, Programa de Educação para a Saúde.

O uso de ferramentas *online*, como o *Microsoft Teams*, o Inovar e o *email* institucional, facilita a comunicação e interação entre professores e alunos. A escola dispõe de mais algumas ferramentas *online* que facilitam a gestão escolar, como o serviço de impressão, o *kiosk*, uma plataforma que pode ser acedida *online* ou fisicamente na escola e onde os alunos e professores podem consultar o saldo ou os movimentos da conta corrente, adquirir alimentos e material, entre outros, e, por fim, a escola dispõe ainda de um *website* que engloba todos os documentos que os professores podem precisar, nomeadamente um modelo para os testes, planificações anuais, entre outros.

A Escola Secundária não agrupada na qual foi realizada a nossa intervenção pedagógica está certificada com o Selo de Conformidade EQAVET, que garante que a escola cumpre os critérios definidos pelo Quadro Europeu de Garantia da Qualidade para a Educação e Formação Profissional.

3.2. Caracterização da turma

No ano letivo de 2024/2025, lecionamos as disciplinas de Matemática numa turma de 7.º ano do Ensino Básico e de Matemática A em duas turmas do 10.º ano do curso de Ciências e Tecnologias. Para a elaboração deste Relatório de Estágio, foram recolhidos dados em uma das turmas do 10.º ano, uma vez que se trata da turma com o maior número de alunos de entre as que acompanhamos. Além disso, esta turma distingue-se pela heterogeneidade dos alunos, apresentando uma diversidade de formas de pensamento, níveis de desempenho e ritmos de aprendizagem.

A turma em questão é composta por 26 alunos, sendo 15 do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 14 e os 16 anos. Os alunos provêm tanto do concelho local, quanto de concelhos vizinhos. Dois alunos da turma estão a

frequentar o ano de escolaridade pela segunda vez e três ingressaram na turma no final do 1.º período, transferidos de outra escola secundária do concelho para o mesmo curso. A maioria dos alunos têm nacionalidade portuguesa, uma aluna é do Bangladesh e outra de Angola. No entanto, apenas uma aluna frequenta a disciplina de Português como Língua Não Materna. Além disso, desde o início do ano letivo, saíram seis alunos da turma: quatro para outros cursos na mesma escola, uma aluna foi transferida para uma escola privada e, em relação a um outro aluno, não obtivemos informação sobre a razão da transferência. Todos os alunos têm acesso a computadores fornecidos pela escola ou, alternativamente, os docentes podem disponibilizar *tablets* mediante requisição prévia.

De acordo com a caracterização da turma obtida através da plataforma Inovar, a nível educacional, cerca de 34,6% dos alunos sente que aprende melhor com um explicador, 26,9% nas aulas, 15,4% sozinho e 11,5% em grupo. A comunicação em casa sobre a escola é frequente para 69,2% dos alunos, enquanto 19,2% afirmam que é raramente abordada. Além disso, de entre as disciplinas favoritas, a que se encontra em maior destaque é Educação Física, escolhida por 34,6% dos alunos, enquanto a menos preferida é Físico-Química, com apenas 3,8% a indicar esta como a sua preferida. Matemática é a disciplina preferida por apenas dois alunos, representando 7,7% da turma. No que diz respeito às disciplinas menos preferidas, Português ocupa o primeiro lugar, com 46,2% dos alunos a indicarem que é a disciplina de que menos gostam. Apenas 3,8% indicam que a disciplina de que menos gostam é Educação Física e 11,5% indicam que é Matemática, o que corresponde a três alunos. Em termos de hábitos de estudo, 13 alunos estudam diariamente, sete apenas na véspera de testes, e um aluno raramente estuda. Quanto à autoavaliação, dois alunos (cerca de 7,7%) consideram-se bons alunos, enquanto 11 alunos (aproximadamente 42,3%) consideram-se de nível médio. Quanto à progressão nos estudos, 18 alunos pretendem ingressar no ensino superior e cinco alunos apenas pretendem concluir o ensino secundário. Dos restantes, não obtivemos informação.

Em relação às notas obtidas no 1.º período à disciplina de Matemática A, a média da turma é de 13,2 valores, sendo que três alunos têm notas entre um e sete valores, cinco entre oito e nove valores, quatro entre dez e 13 valores, 11 entre 14 e 17 valores e dois alunos têm notas entre 18 e 20 valores. Essa informação é apresentada no Gráfico 1.

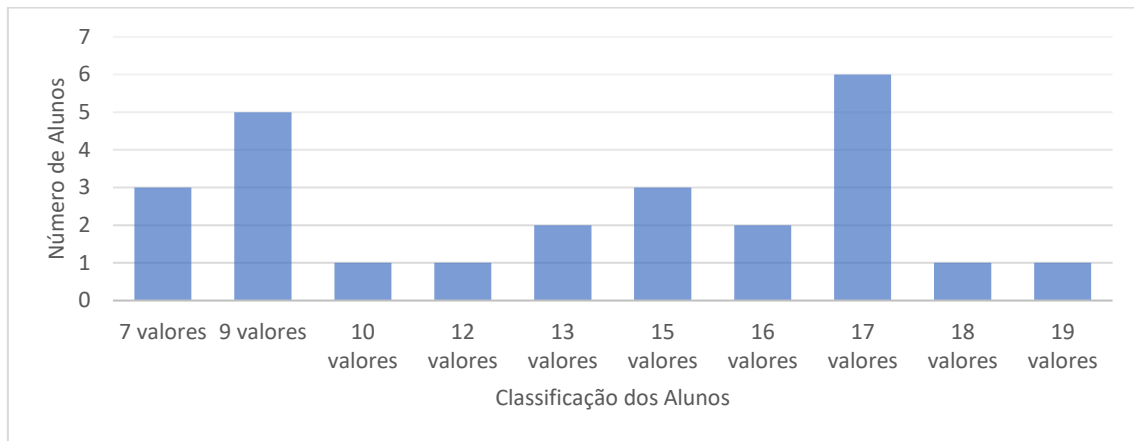


Gráfico 1 – Classificações dos alunos a Matemática no 1.º Período

Relativamente ao envolvimento dos alunos nas aulas de Matemática A, consideramos que a turma é heterogénea, com um grupo de alunos que participam ativamente, enquanto outro grupo se mostra menos envolvido em cooperar com o professor e com os colegas na realização de tarefas de aprendizagem. Alguns alunos da turma ainda têm de melhorar a comunicação, uma vez que apresentam dificuldades de fluência do discurso e de articulação das suas ideias, enquanto outros possuem um discurso mais desenvolvido. Por vezes, alguns elementos da turma perdem o foco e dispersam com os colegas, tornando o ambiente da aula mais agitado.

Apesar de, ao longo do estágio, as turmas de 10.º ano em que lecionei utilizarem frequentemente os diversos menus da calculadora gráfica, o computador foi muito pouco utilizado ao longo do ano letivo, sobretudo porque os alunos apenas os receberam nas últimas semanas do 2.º Período. Tendo em conta que o *GeoGebra* é um *software* acessível tanto em dispositivos móveis, por exemplo o *tablet* e o telemóvel, como em computadores, considerei pertinente mobilizá-lo nas aulas. Assim, os alunos poderiam explorá-lo e, no próximo ano letivo, já estariam mais familiarizados com a sua utilização, uma vez que não era necessário recorrer exclusivamente a um computador para aceder a este *software*.

3.3. Descrição da intervenção pedagógica

Para a realização das tarefas organizamos a turma em dez pares e dois trios, sendo que um destes trios é composto pelos alunos que não autorizaram a sua participação no estudo e, por isso, não terão os dados incluídos nesta investigação. A formação dos

pares foi realizada por mim e pela minha colega de estágio, tendo em consideração dois critérios principais: garantir a heterogeneidade a nível dos conhecimentos em Geometria, e manter, sempre que possível, a disposição habitual da sala de aula. Esta última opção surgiu pelo facto de a primeira tarefa ter sido aplicada na fase final da aula, momento em que alterações significativas na disposição da sala poderiam gerar desorganização entre os alunos ou comprometer a gestão do tempo disponível. Nos restantes momentos em que as tarefas foram aplicadas, a constituição dos grupos manteve-se inalterada, exceto nos dias em que houve faltas de presença, sendo os alunos sem grupo integrados nos restantes.

Aplicamos duas tarefas na turma de 10.º ano, sendo que a primeira se concretizou nos dias 25 e 27 de março de 2025 e a segunda no dia 22 de abril de 2025. A primeira tarefa foi aplicada em duas aulas diferentes, uma vez que, devido à planificação da aula, no primeiro momento apenas dispúnhamos de 20 minutos para a realização da tarefa e o tempo previsto para a sua resolução era de 45 minutos. Devido ao diminuto recurso a este AGD, os alunos ainda não tinham tido a oportunidade de contactar com o respetivo *software*. Por esse motivo, optamos por realizar uma breve introdução, na qual apresentamos os comandos mais utilizados e orientamos os alunos no processo de alteração das propriedades dos objetos.

No esquema seguinte (Figura 6) encontram-se os diferentes momentos da intervenção.

		1.ª Tarefa		2.ª Tarefa
		1.º Momento	2.º Momento	
Data da realização	>	25 de março de 2025	27 de março de 2025	22 de abril de 2025
Período	>	2.º		3.º
Duração	>	20 minutos	30 minutos	50 minutos
Tópico	>	Geometria Analítica no Plano		Geometria Analítica no Espaço

Figura 6 – Momentos de intervenção

3.3.1. Tarefa 1: A Construção da Joana

No momento da aplicação da primeira tarefa (Apêndice 6), os alunos ainda não possuíam computador próprio sendo, por isso, necessário requisitar *tablets* para os alunos utilizarem. Esta situação levou a dificuldades não previstas, como a gestão do próprio tempo destinado à tarefa, já que a utilização do *GeoGebra* num dispositivo *android* não foi tão intuitiva quando comparada com a utilização em computadores. No segundo momento – ainda da primeira tarefa –, como não foi possível requisitar os *tablets* atempadamente, mudamos o local da aula para uma sala equipada com computadores, os quais não possuíam microfones integrados. Para solucionar este problema, gravamos o áudio de alguns grupos com os nossos *tablets* e computadores pessoais.

A primeira tarefa (Figura 7) aborda conceitos de Geometria Analítica no Plano. Pretendia-se que, recorrendo ao *GeoGebra*, os alunos fossem capazes de reproduzir uma construção com base em algumas informações e, de seguida, conseguissem resolver determinadas questões relativas a essa construção.

1. A Joana fez uma construção no *GeoGebra*.
Na sua construção, estava representado:

- A circunferência c , centrada no ponto A e cuja equação é $x^2 + 6x + y^2 - 4y - 4 = 0$;
- O ponto B pertencente à circunferência e à bissetriz dos quadrantes ímpares;
- A reta r que passa nos pontos A e B e nenhum dos seus pontos pertence ao 3º quadrante;
- A reta s que corresponde à mediatriz do segmento de reta $[AB]$.
- O ponto D pertencente ao eixo Ox e com a mesma abcissa de B .
- O ponto E pertencente ao semieixo negativo Ox que dista 4 unidades de D .

1.1. Reproduz a construção que a Joana pode ter feito.

1.2. Indica as coordenadas de A e B e o raio da circunferência.

1.3. Escreve uma condição que defina a região limitada pela circunferência e pelas retas r e s , incluindo a fronteira, tal que os pontos $(-3, 0)$ e $(0, 2)$ pertençam à região.

1.4. Determina a área do trapézio $[ABDE]$.

Figura 7 – Tarefa 1: A Construção da Joana (Andrade et al., 2024)

Em geral, os alunos mostraram-se envolvidos na realização desta tarefa, demonstrando interesse e empenho na resolução das questões propostas. Porém, a maioria dos grupos mostraram algumas dificuldades, que foram ultrapassadas através da comunicação entre eles, sem necessidade da nossa intervenção direta, o que

demonstra o potencial da avaliação entre pares. Apesar dos constrangimentos técnicos, o desenvolvimento da tarefa decorreu de forma globalmente positiva.

3.3.2. Tarefa 2: O Prisma Quadrangular

Durante a realização da segunda tarefa (Apêndice 7), os alunos já possuíam computadores próprios, porém enfrentamos algumas dificuldades técnicas, nomeadamente, alguns computadores não tinham permissão para gravar o ecrã e outros para gravar o áudio. No entanto, ainda conseguimos recolher dados de alguns grupos com problemas, emprestando os nossos computador e *tablet* e, noutros, gravando apenas o ecrã ou apenas o áudio. Ainda assim, houve grupos em que não ficamos com nenhum material para analisar.

Tal como na primeira tarefa, na segunda tarefa (Figura 8) pretendia-se que, recorrendo ao *GeoGebra*, os alunos fossem capazes de reproduzir uma construção com base em algumas informações e, posteriormente, resolvessem questões relativas à mesma. A principal diferença para esta tarefa reside no facto de abordar conceitos de Geometria Analítica no Espaço.

1. Considera o prisma quadrangular $[OABCDEFG]$. Sabe-se que:
 - O é a origem do referencial.
 - $[OA]$ e $[OC]$ são arestas de uma das bases do prisma.
 - O ponto A pertence ao semieixo positivo Ox , o ponto C ao semieixo positivo Oy .
 - O ponto E pertence ao semieixo positivo Oz e ao plano de equação $z = 8$.
 - O volume do prisma é 128.
 - O ponto B pertence ao plano $z = 0$.
 - O ponto D é a projecção ortogonal do ponto A no plano $z = 8$.
 - O ponto F pertence ao plano de equação $y = 4$ e tem menor abcissa do que o ponto G .

Constrói este prisma.

 - 1.1. Como é que determinaste as coordenadas do ponto A ? E do ponto F ?
 - 1.2. Porque é que a figura construída pode ser considerada um prisma quadrangular?
2. Escreve uma condição que defina a semirreta $\vec{BG}$;

Justifica porque é que a condição determinada representa a semirreta.
3. Identifica, usando as letras da figura, o conjunto de pontos definidos pela condição $0 \leq y \leq 4 \wedge x = 4 \wedge 0 \leq z \leq 8$.

Justifica a tua resposta.
4. Considera o ponto H resultante da projecção ortogonal do ponto $(2, 2, -1)$ no plano $z = 6$. Assinala o ponto H na tua construção do *GeoGebra* e determina uma equação que defina o plano OBH .

Figura 8 – Tarefa 2: O Prisma Quadrangular (Almeida et al., 2024)

Tal como na primeira tarefa, os alunos mostraram-se envolvidos, embora tenham sentido maiores dificuldades. Estas dificuldades centraram-se, sobretudo, na compreensão do que era pretendido a partir das informações fornecidas no enunciado, o que levou a que recorressem mais frequentemente à nossa ajuda para dar continuidade à resolução.

Apesar dos alunos se mostrarem mais familiarizados com a utilização do *GeoGebra*, a introdução da “Vista 3D” trouxe-lhes novos desafios, nomeadamente na representação e construção de objetos no espaço. Ainda assim, os grupos conseguiram terminar a tarefa, revelando persistência na superação dos obstáculos.

3.4. Balanço final da intervenção pedagógica

Segundo a caracterização de tarefas, segundo Ponte (2005), considero que as tarefas 1 e 2 são problemas, uma vez que têm um carácter fechado e se revelaram de elevada dificuldade para os alunos.

As tarefas utilizadas nesta investigação foram estruturadas tendo em conta a tipologia das questões habitualmente resolvidas em aula, para que os alunos estivessem familiarizados. Considerando os nossos objetivos, não mudaríamos a nossa ação durante a realização das tarefas, uma vez que tínhamos interesse em captar as dificuldades emergentes e as aprendizagens resultantes da discussão em grupo. Assim, enquanto os alunos resolviam as tarefas, evitamos tirar dúvidas sobre os conceitos abordados.

No entanto, alterávamos o enunciado da questão 1.3 da tarefa 1, pois gerou alguma incompreensão. Ao percorrer os lugares, percebemos que alguns alunos não conseguiram compreender que região deviam definir por não terem os pontos assinalados no referencial, e o intuito da questão não era esse. Também na tarefa 2, alterávamos a base do prisma quadrangular para um retângulo, para os alunos compreenderem que um prisma quadrangular não tem necessariamente de ter uma base quadrada. De seguida, nas Figura 9 e Figura 10, apresentamos as propostas de reformulações destas duas questões.

1.3. Assinala os pontos $(-3, 0)$ e $(0, 2)$ e escreve uma condição que defina a região limitada pela circunferência e pelas retas r e s , incluindo a fronteira, tal que os pontos assinalados pertençam à região.

Figura 9 – Reformulação da questão 1.3 da tarefa 1

1. Considera o prisma quadrangular $[OABCDEFG]$. Sabe-se que:
- O é a origem do referencial.
 - $[OA]$ e $[OC]$ são arestas de uma das bases do prisma.
 - O ponto A pertence ao semieixo positivo Ox , o ponto C ao semieixo positivo Oy .
 - O ponto E pertence ao semieixo positivo Oz e ao plano de equação $z = 8$.
 - O volume do prisma é 128.
 - O ponto B pertence ao plano $z = 0$.
 - O ponto D é a projeção ortogonal do ponto A no plano $z = 8$.
 - O ponto F pertence ao plano de equação $y = 2$ e tem menor abcissa do que o ponto G .
- Constrói este prisma.

Figura 10 – Reformulação do enunciado da tarefa 2

Observamos, ainda, que as tarefas estimularam momentos de discussão de estratégias e ideias, contribuindo para o desenvolvimento da colaboração entre alunos.

4. Metodologia

Este capítulo apresento e justifico as opções metodológicas adotadas, assim como os procedimentos de recolha de dados utilizados. Além disso, apresento os participantes, as precauções tomadas para assegurar o cumprimento das questões éticas e descrevo o processo de análise dos dados.

4.1. Enquadramento

Nesta investigação estudo o contributo da utilização do *GeoGebra* na aprendizagem dos alunos no que diz respeito aos conceitos geométricos. Este é um tema importante, porque muitos professores continuam sem recorrer a computadores no ensino de Matemática em Portugal, por diversos motivos (Proença & Canavarro, 2021).

A Geometria, pelos aspetos já referidos, é um tema importante não só no quotidiano, como também porque contribui para o conhecimento essencial em várias áreas profissionais, incluindo diversas que não estão diretamente relacionadas com Matemática. Outra razão que me fez suscitar o interesse neste tema foi o facto de não ter encontrado, numa primeira instância, muitos artigos que abordem a utilização do *GeoGebra* como um *software* que melhore a compreensão de conceitos geométricos.

No Quadro 1 estão apresentados a pergunta de partida, as questões orientadoras, os objetivos específicos e o objetivo geral do estudo.

Pergunta de partida	Questões orientadoras	Objetivos específicos	Objetivo geral
De que forma a utilização do <i>GeoGebra</i> apoia a aprendizagem de conceitos geométricos dos alunos?	De que modo a utilização do <i>GeoGebra</i> apoia o aluno na resolução de tarefas matemáticas?	Analisar de que modo a resolução das tarefas é apoiada pela utilização do <i>GeoGebra</i> Identificar a perceção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o <i>GeoGebra</i>	Compreender de que forma a utilização do <i>GeoGebra</i> contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria
	De que forma a utilização do <i>GeoGebra</i> apoia a visualização e a compreensão de conceitos geométricos?	Compreender de que modo a utilização do <i>GeoGebra</i> contribui para a compreensão dos conceitos geométricos	

Quadro 1 – Quadro de referência às questões de investigação e objetivos (Lima, 2020)

4.2. Opções metodológicas

Para a realização desta investigação, que tem como objetivo de compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria, foi tido em conta que o processo tem mais interesse do que o resultado em si. Neste sentido, este estudo segue uma abordagem qualitativa, na lógica do paradigma fenomenológico-interpretativo.

Numa investigação qualitativa, o investigador pretende “investigar o que está ‘por trás’ de certos comportamentos, atitudes ou convicções” (Fernandes, 1991, p. 3) e, para isso, frequenta o local da investigação e não cria hipóteses *a priori* com o intuito de comprovar ou refutar (Garnica, 2004). Considero assim, que esta se trata de uma investigação qualitativa, porque pretendo compreender as ações e as perceções dos alunos, observando-as no local da investigação, criando hipóteses através dos dados recolhidos.

Deste modo, esta investigação segue os princípios do paradigma fenomenológico-interpretativo em que, segundo Amado (2013), “procura-se o que, na realidade, faz

sentido e como faz sentido para os sujeitos investigados” (p. 41), passando “a olhar-se mais para o processo do que para os produtos” (p. 46).

Nesta investigação pretendo compreender de que modo a utilização do *GeoGebra* contribui para a compreensão de conceitos geométricos através do estudo de uma turma. Este estudo é descritivo, porque pretendo cingir-me a todos os factos e compreender a situação. Como não consigo controlar se os alunos vão compreender melhor ou não os conceitos geométricos com a utilização do *software*, a investigação não é experimental. Por fim, tem uma natureza empírica uma vez que serão utilizados vários processos de recolha de dados, como entrevistas, trabalhos produzidos pelos alunos, notas de campo e gravações de áudio/ecrã do computador, e baseia-se no contexto real da situação.

4.3. Participantes

Esta intervenção pedagógica contou com a participação de 23 alunos de uma turma do 10.º ano do curso de Ciências e Tecnologias de uma escola pública situada num dos concelhos da área Metropolitana do Porto. Seguiu ainda os princípios e as linhas de orientação apresentadas pela SPCE (Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação) na Carta Ética (Baptista et al., 2020), havendo respeito mútuo entre participante e investigadora e reconhecendo os direitos humanos, os valores democráticos e os princípios da ciência. Assim, foram fornecidos assentimentos (Apêndice 1) a todos os participantes desta investigação e consentimentos (Apêndice 2) aos respetivos representantes legais, que seguiram as questões éticas apontadas na Carta Ética da SPCE (Baptista et al., 2020). Ainda, durante a intervenção estive ao dispor para esclarecer qualquer dúvida relativa à mesma e reiterarei que a qualquer momento podem retirar o consentimento sem qualquer prejuízo para o participante. De modo a garantir o anonimato e confidencialidade dos participantes, os nomes reais de cada participante não serão apresentados e, por isso, serão utilizados nomes de matemáticos escolhidos pelos próprios alunos.

4.4. Processo de recolha de dados

Para este estudo foram utilizados vários procedimentos de recolha de dados, como inquérito por questionários, trabalhos produzidos pelos alunos, observação direta e análise das transcrições das gravações de áudio/ecrã do computador de algumas aulas/momentos de trabalho dos alunos.

O Quadro 2 cruza cada objetivo específico da intervenção pedagógica com cada processo de recolha de dados. De modo a garantir a triangulação dos dados, que, segundo Holanda e Faria (2020), “diz respeito à recolha de informações, num mesmo estudo, em tempos e espaços diferentes e em fontes distintas, [...] que proporcionam ao investigador analisar o problema a partir de diferentes olhares” (p. 1157), cada objetivo desta investigação está associado a mais do que um procedimento de recolha.

Objetivo geral: Compreender de que forma a utilização do <i>GeoGebra</i> contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria				
Objetivos específicos	Procedimento de Recolha de dados			
Identificar a perceção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o <i>GeoGebra</i>	Inquérito por questionário	Gravação de áudio de algumas aulas/momentos de trabalho dos alunos		Observação direta
Compreender de que modo a utilização do <i>GeoGebra</i> contribui para a compreensão dos conceitos geométricos			Trabalhos produzidos pelos alunos	
Analisar de que modo a resolução das tarefas é apoiada pela utilização do <i>GeoGebra</i>				

Quadro 2 – Associação entre objetivos específicos e técnica de recolha de dados (Lima, 2020)

A Figura 11 apresenta os processos de recolha de dados ordenados cronologicamente, incluindo os momentos de realização das tarefas propostas à turma.



Figura 11 – Ordenação temporal dos processos de recolha de dados, associando-os com as tarefas aplicadas às turmas

4.4.1. Inquérito por questionário

O inquérito por questionário é um “processo em que se tenta descobrir alguma coisa de forma sistemática” (Carmo & Ferreira, 2008, p. 139) em que não existe interação direta entre o investigador e o inquirido. Foram realizados com o intuito de obter um panorama da turma em relação às tarefas e compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* na realização das tarefas contribuiu para a compreensão de conceitos e de identificar a perceção dos alunos da utilização do *GeoGebra* na realização das tarefas.

Para a realização e aplicação do questionário foi utilizado o *website Microsoft Forms* e todos os alunos que participaram na investigação responderam. O questionário (Apêndice 3) foi aplicado depois da realização das duas tarefas e de forma anónima. Foi disponibilizado um *link* pela plataforma *Microsoft Teams* para os alunos poderem responder ao inquérito em casa, tendo a duração média de 15 minutos e 26 segundos.

4.4.2. Observação direta

Os dados recolhidos pela observação direta, registados sob notas de campo, foram fundamentais para obter uma descrição mais completa do contexto em que as tarefas da investigação foram realizadas. Esta técnica permitiu visualizar e registar comportamentos e expressões dos alunos ao longo da realização das tarefas, que são

aspectos que não poderiam ser recolhidos através dos restantes métodos de recolha. Deste modo, tratou-se de uma forma de recolher aspectos não verbais da comunicação entre colegas que possam permitir verificar, por exemplo, se os alunos estão a gostar ou a conseguir realizar as tarefas. Desta forma, através da observação direta foi possível complementar os dados obtidos através de outros processos de recolha, com vista a completar o contexto e, assim, compreendê-lo.

4.4.3. Gravação de áudio

Como não estive 100% do tempo com cada grupo, complementei as notas de campo com as gravações de áudio dos momentos de interação dos alunos ao longo da realização de todas as tarefas, realizadas através dos dispositivos tecnológicos utilizados na resolução das tarefas, bem como por equipamentos meus e da minha colega de estágio. Tal opção foi essencial para recolher as interações verbais entre alunos e entre aluno-professor de modo a identificar as perceções dos alunos na utilização do *GeoGebra*, compreender a contribuição do *software* na compreensão dos conceitos e analisar de que modo a resolução de tarefas é apoiada pelo *GeoGebra*. Dessa forma, foi possível compreender o raciocínio e o pensamento dos alunos durante a resolução das tarefas e o modo que ultrapassam as dificuldades perante o erro, além de permitir rever momentos específicos da aula para analisar de um modo mais profundo posteriormente.

4.4.4. Trabalhos produzidos pelos alunos

Os trabalhos produzidos pelos alunos englobam, nesta investigação, a folha de resposta, os ficheiros *GeoGebra* e as gravações de ecrã. Os alunos receberam as tarefas juntamente com uma folha para registar as suas respostas. Além disso, enviaram os ficheiros *GeoGebra* e as gravações de ecrã. A análise das respostas foram importantes para conseguir compreender se os alunos efetivamente conseguiram chegar à resposta correta e os ficheiros *GeoGebra* e a gravação do ecrã permitiram compreender de que forma utilizaram o *software* e de que forma é que ele os ajudou a compreender os conceitos.

4.5. Processo de análise de dados

Neste estudo, a análise de dados será realizada em duas partes: a análise das tarefas, que engloba a análise das gravações de ecrã, áudio e as respostas às questões apresentadas nas tarefas; e a análise do questionário. Cada uma destas partes será analisada em três fases: “pré-análise”; “exploração do material” e “tratamento dos resultados, inferência e interpretação” (Bardin, 2016, p. 125).

Na primeira fase, não necessariamente numa sequência cronológica, escolhi os documentos que foram submetidos à análise, tendo em conta os objetivos específicos e elaborei os indicadores que estruturam a interpretação final. Numa segunda fase, codifiquei e decompus os dados tendo em conta as hipóteses e os objetivos. Por fim, tratei os dados de forma a serem válidos e significativos, estabelecendo relações (Bardin, 2016).

Assim, para analisar as tarefas ouvi as gravações de áudio e realizei as respetivas transcrições. Igualmente, vi as gravações de ecrã e as respostas finais dos alunos às questões das tarefas com fim a identificar os dados que foram submetidos à análise. Quando realizei as transcrições, fui colocando comentários com algumas informações relevantes para os objetivos em estudo, ou seja, quando os alunos utilizavam o *software* para compreender/visualizar/detetar erros, entre outros, indicava a utilização para facilitar a análise, numa lógica de triangulação entre o que vi e ouvi. De seguida, separei os dados a serem analisados dos dados que não foram analisados, organizando-os, e, por fim, estabeleci relações entre eles.

A análise das respostas ao questionário por inquérito foram analisadas de forma semelhante. Primeiramente, separei as questões apresentadas aos alunos pelos objetivos da investigação, numa lógica de categorias prévias e, por fim, recolhi os dados a serem analisados e estabeleci relações de modo a serem válidos e significativos.

5. Análise de Resultados

Neste capítulo analiso os dados recolhidos ao longo da intervenção pedagógica de modo a responder aos objetivos específicos desta investigação. As gravações de áudio e ecrã foram essenciais para reunir dados relevantes, sem os quais não seria possível obter as respostas pretendidas.

Através das gravações de ecrã e de áudio dos momentos de trabalho dos alunos, foi possível documentar episódios onde os alunos recorreram ao *GeoGebra* com diferentes intuítos.

Como referido anteriormente, nos vários momentos em que foram aplicadas as tarefas, os grupos não foram constituídos pelos mesmos elementos. No Quadro 3 indico os elementos de cada grupo, em cada momento de aplicação. Neste mesmo quadro, os grupos que mantiveram a constituição ao longo dos diferentes momentos de aplicação das tarefas encontram-se destacados com a mesma cor.

	1. ^a Tarefa – 1.º Momento	1. ^a Tarefa – 2.º Momento	2. ^a Tarefa
Grupo 1	Bernhard Riemann, John Playfair, Pedro Hispano	Bernhard Riemann, Pierre-Simon Laplace	Bernhard Riemann, Pierre-Simon Laplace
Grupo 2	Joseph-Louis Lagrange, Euclides, David Hilbert	Joseph-Louis Lagrange, Euclides, David Hilbert	Joseph-Louis Lagrange, Euclides, David Hilbert
Grupo 3	Leonard Euler, Tales de Mileto	Leonard Euler, Tales de Mileto	Leonard Euler, Tales de Mileto
Grupo 4	Hypatia, Isaac Newton	Hypatia, Isaac Newton	Hypatia, Isaac Newton, Pierre de Fermat
Grupo 5	Carl Gauss, Ada Lovelace	Carl Gauss, Ada Lovelace	Carl Gauss, Ada Lovelace
Grupo 6	Pitágoras, Galileu Galilei	Pitágoras, Galileu Galilei	Pitágoras, Galileu Galilei
Grupo 7	René Descartes, Nathan Jacob Fine	René Descartes, Nathan Jacob Fine	René Descartes, Nathan Jacob Fine

Grupo 8	Leonardo Fibonacci, Emmy Noether	Leonardo Fibonacci, Emmy Noether	Leonardo Fibonacci, Emmy Noether
Grupo 9	Arquimedes, Claudius Ptolomeu	Arquimedes, Claudius Ptolomeu	Arquimedes, Claudius Ptolomeu
Grupo 10		Pierre de Fermat, Blaise Pascal	John Playfair, Pedro Hispano

Quadro 3 – Constituição dos grupos nos respetivos momentos de aplicação das tarefas

Assim, começo por analisar a primeira tarefa por completo, sem separar pelos momentos de aplicação, seguidamente, a segunda tarefa e, por fim, o inquérito por questionário, apresentando uma síntese que apoie a triangulação dos dados

Ao longo da análise apenas me irei focar nos momentos em que o *GeoGebra* teve um papel fundamental na aprendizagem dos alunos. Esta decisão deve-se ao facto de a interação com o *software* ser necessária para poder obter conclusões acerca do objetivo desta investigação: compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria.

5.1. Análise da primeira tarefa

De modo a facilitar a leitura deste relatório, apresento novamente a primeira tarefa na Figura 12.

1. A Joana fez uma construção no *GeoGebra*.
Na sua construção, estava representado:
 - A circunferência c , centrada no ponto A e cuja equação é $x^2 + 6x + y^2 - 4y - 4 = 0$;
 - O ponto B pertencente à circunferência e à bissetriz dos quadrantes ímpares;
 - A reta r que passa nos pontos A e B e nenhum dos seus pontos pertence ao 3º quadrante;
 - A reta s que corresponde à mediatriz do segmento de reta $[AB]$.
 - O ponto D pertencente ao eixo Ox e com a mesma abcissa de B .
 - O ponto E pertencente ao semieixo negativo Ox que dista 4 unidades de D .
- 1.1. Reproduz a construção que a Joana pode ter feito.
- 1.2. Indica as coordenadas de A e B e o raio da circunferência.
- 1.3. Escreve uma condição que defina a região limitada pela circunferência e pelas retas r e s , incluindo a fronteira, tal que os pontos $(-3, 0)$ e $(0, 2)$ pertençam à região.
- 1.4. Determina a área do trapézio $[ABDE]$.

Figura 12 – Tarefa 1: A Construção da Joana (Andrade et al., 2024)

Ao iniciar a resolução da tarefa, Ptolomeu e Arquimedes não sabiam qual era a equação que definia a bissetriz dos quadrantes ímpares e, para testar as suas hipóteses, colocaram a equação $y = x$ na “Entrada”¹ e concluíram que era exatamente essa equação que a definia, por bisetar os quadrantes ímpares. Segundo Ponte et al. (2006) e Cordelina e Pavanelo (2024), o *GeoGebra* potencia a testagem das hipóteses. Assim, ao utilizarem o *GeoGebra* para testar as suas hipóteses, Ptolomeu e Arquimedes validam o que estes autores referem sobre algumas das potencialidades deste *software*. Na Figura 13 é possível observar uma captura de ecrã que mostra a representação gráfica da equação $y = x$ e, abaixo, a transcrição do momento.

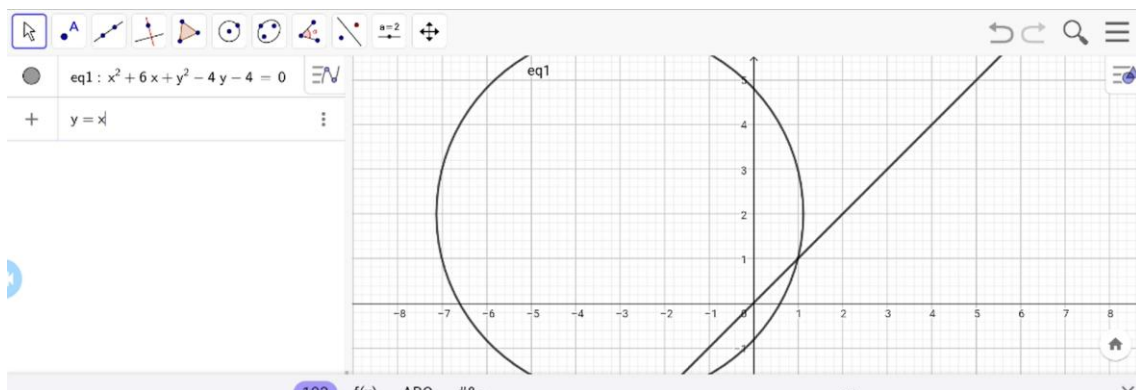


Figura 13 – Representação gráfica da reta de equação $y = x$ no *GeoGebra*, realizada por Ptolomeu e Arquimedes.

Ptolomeu- Agora diz o que é um ponto, que pertence à circunferência e à bissetriz.... Faz a bissetriz dos pontos ímpares. Como é que é essa coisa?

Arquimedes- Vai aprender [inaudível]

Ptolomeu- Testa! Ou é, põe y igual a x ... Calma aí, espera lá.... Ok, sim...

Arquimedes- É a dos ímpares.

Ptolomeu- Isto é a dos ímpares. Onde é que começa? É deste lado, não é?

Arquimedes- É aqui.

(Diálogo no grupo 9 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

¹ A “Entrada” é uma caixa no *GeoGebra* onde o usuário pode escrever funções, equações, entre outros, e criar objetos através de texto, em vez de recorrer às ferramentas gráficas apresentadas na página inicial do *software*.

Vários grupos recorreram aos objetos que construíram ou ao referencial apresentado no *GeoGebra* para ajudarem os colegas a visualizar as suas ideias ou para clarificarem o próprio raciocínio através da visualização direta, ainda que não no sentido de visualização mental mencionado na fundamentação teórica, mas sim no sentido de observar diretamente os objetos no *software*. Em consonância com esta prática, autores como Henrique (2017) e King e Schattischneider (2003), salientam que este *software* facilita a visualização e a construção rigorosa de elementos, promovendo a uma melhor compreensão dos conceitos. Nas seguintes transcrições, referentes a dois grupos, é possível observar algumas das interações entre os colegas de grupo, onde é plausível identificar algumas expressões que indicam a utilização da construção para ajudar os colegas a compreender a que elementos se estão a referir, como “é este” (Noether), “aqui” (Lagrange), “esta linha” (Lagrange) e “vai ser aqui ou vai ser aqui” (Euclides), facilitando a comunicação.

Noether- Nenhum dos seus pontos pertence ao terceiro quadrante. Não, é este. É este. É o ponto B .

(Diálogo no grupo 8 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

Hilbert- O B é um destes dois pontos.

Lagrange- Não, o B tem de estar neste.

Hilbert- Porquê?

Lagrange- Isto aqui...

Hilbert- Aqui diz que o B ...

Euclides- Pertence à circunferência e a bissetriz dos quadrantes ímpares.

Hilbert- Então, pertence à circunferência e a bissetriz dos quadrantes ímpares.

Lagrange- Quer dizer que está dentro.

Euclides- Exato.

Hilbert- É?

Euclides- Sim.

Lagrange- Sim. Não! Temos esta linha.

Euclides- Sim.

Lagrange- Isto é uma circunferência, se fosse círculo é que era.

Euclides- O ponto B ou vai ser aqui ou vai ser aqui.

(Diálogo no grupo 2 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

Outros alunos, Pitágoras e Galileu Galilei, apesar de não terem demonstrado dificuldades diretas a obter a bissetriz dos quadrantes ímpares, utilizaram a ferramenta “Bissetriz”² do *GeoGebra* e representaram-na, assim como obtiveram a equação. Nesta perspectiva, Brunheira (2016) e King e Schattischneider (2003) referem que neste *software* é possível construir figuras rigorosas e com facilidade. Na Figura 14 é possível observar a representação gráfica obtida por Pitágoras e Galileu Galilei das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares. Já na Figura 15 é possível observar a representação gráfica obtida das bissetrizes dos quadrantes ímpares e, de seguida, as transcrições desse momento.

No entanto, Newton e Hypatia, obtiveram ambas as bissetrizes através da ferramenta *Bissetriz*, porém mostram evidentemente que não sabiam como é que representavam diretamente a bissetriz, ou seja, não sabiam a equação que a definia. Nas Figura 16 e Figura 17, podemos observar as representações gráficas das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares e dos quadrantes ímpares, respetivamente, obtidas por Newton e Hypatia e, de seguida, apresento a transcrição da discussão realizada no mesmo momento.

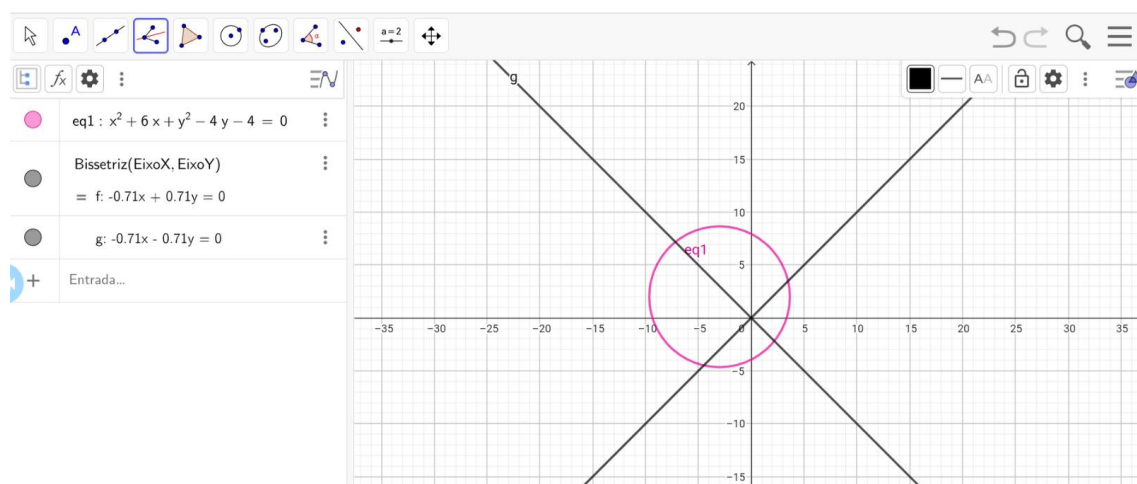


Figura 14 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares no *GeoGebra*, realizada por Pitágoras e Galileu Galilei.

² Ferramenta gráfica do *GeoGebra* que permite construir a bissetriz através de 3 pontos ou duas linhas (retas ou segmentos de retas).

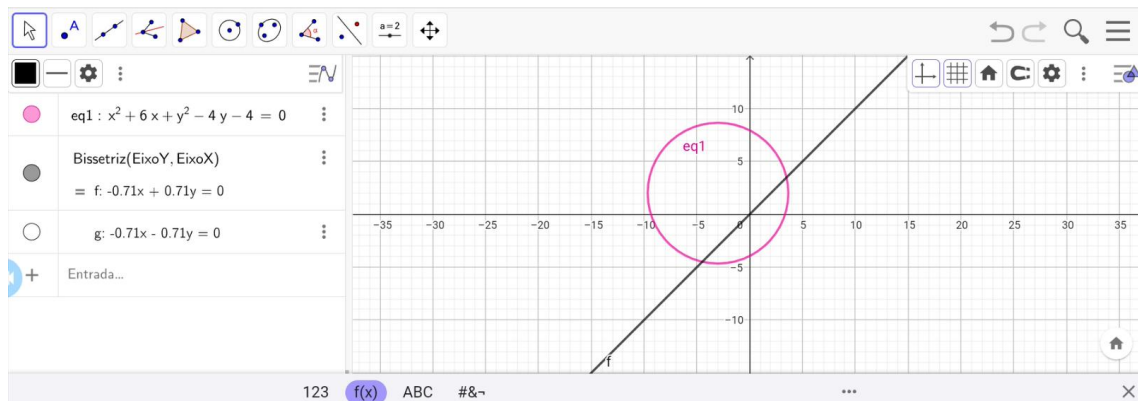


Figura 15 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes ímpares no *GeoGebra*, realizada por Pitágoras e Galileu Galilei.

Galileu Galilei- Não, não tens de fazer isto. Como é que se faz isto? Pertence à circunferência e à bissetriz. O que é que tu fizeste?

Pitágoras- Consegui, não interessa.

Galileu Galilei- Calma então.

Pitágoras- Se apagarmos esta... se apagarmos esta, vai-nos dar o que nós queremos. Devia dar o que nós queremos, porque eu só apaguei uma.

(Diálogo no grupo 6 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

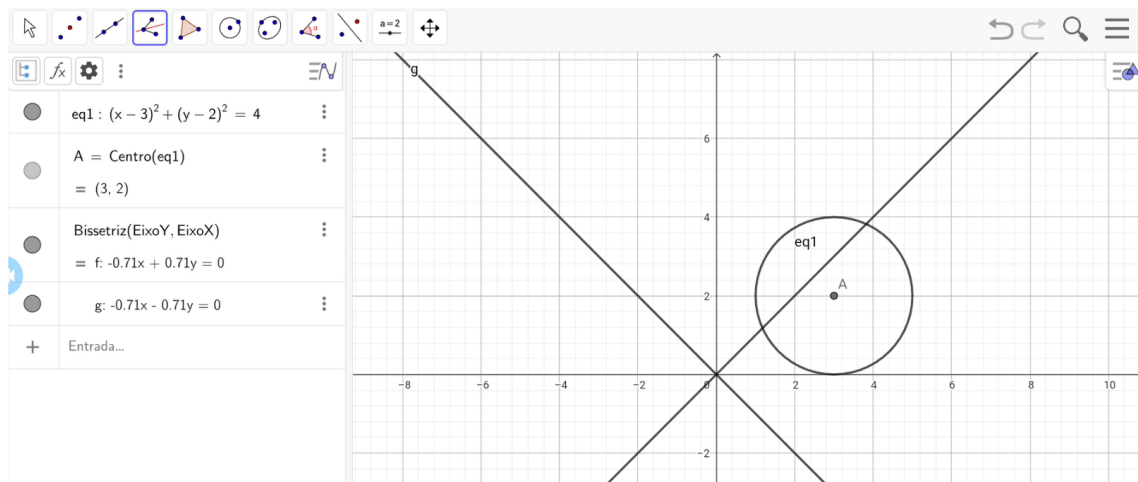


Figura 16 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares no *GeoGebra*, realizada por Hypatia e Newton.

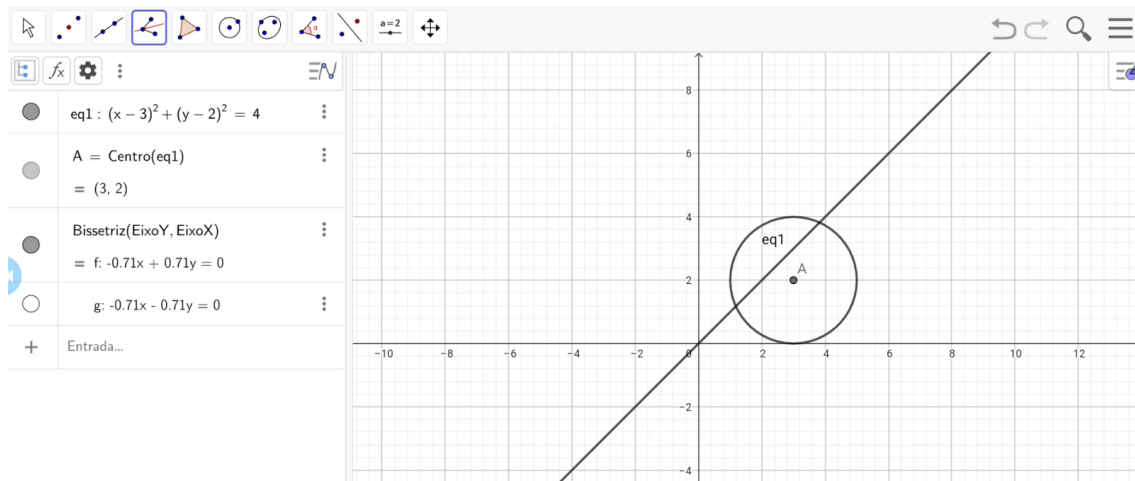


Figura 17 – Representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes ímpares no *GeoGebra*, realizada por Hypatia e Newton.

Hypatia- O ponto *B* pertence à circunferência e à bissetriz dos quadrantes em ímpares. Um, dois. Então, pertence à bissetriz... como é que se faz uma bissetriz? Bissetriz? “Selecione três pontos ou duas retas.”

Newton- Está bom.

Hypatia- Só precisamos... Desta. Então, o ponto *B* pertence à circunferência e à bissetriz dos quadrantes em ímpares.

(Diálogo no grupo 4 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

A partir da Figura 18 e Figura 19, assim como da transcrição das falas dos alunos, verificamos que Euler expressou dúvidas sobre qual equação deveria utilizar: $x = y$ ou $y = x$. Com o auxílio do *GeoGebra*, compreenderam que as equações representam a mesma reta no plano cartesiano. Na Figura 18 e Figura 19 podemos observar duas capturas de ecrã ao longo da realização de uma tarefa, nas quais é possível verificar que os alunos utilizaram o *GeoGebra* como suporte para concluírem que as representações gráficas das equações $x = y$ e $y = x$ coincidem. A exploração de Euler e Tales de Mileto vai ao encontro do que afirma Junqueira (1996) no sentido de que ao utilizar o *GeoGebra*, é possível relacionar os exemplos obtidos, de Cordelina e Pavanelo (2024) e Ponte et al. (2006) que ressaltam a potencialidade do *GeoGebra* para a testagem de hipóteses e de Henrique (2017) que enfatiza o papel do *software* em auxiliar o processo de construção de elementos, neste caso, das bissetrizes e em visualizá-los, dado que os alunos puderam observar ambas as representações no seu dispositivo.

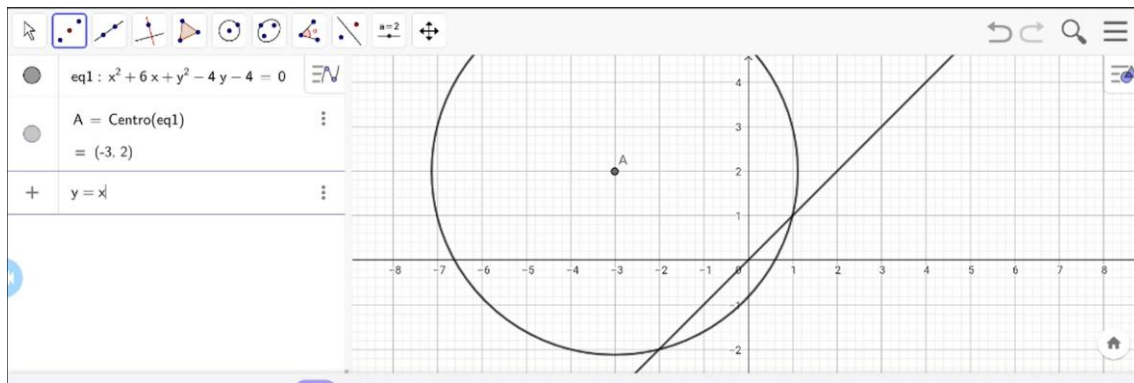


Figura 18 – Representação gráfica da reta de equação $y = x$ no GeoGebra, realizada por Tales de Mileto e Euler.

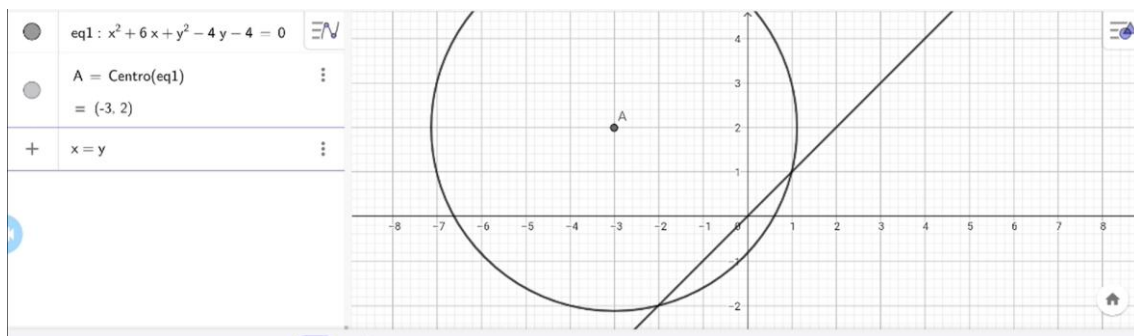


Figura 19 – Representação gráfica da reta de equação $x = y$ no GeoGebra, realizada por Tales de Mileto e Euler.

Tales de Mileto- O ponto B pertence à circunferência e à mediatriz dos quadrantes ímpares.

Euler- Dos quadrantes ímpares é $x = y$, para pertencer a esta equação. É este aqui o ponto B , é $(1,1)$... Ó, calma, calma. Aqui no meio

Tales de Mileto- Calma, tens de meter x igual a y . Então, o ponto B pertence à circunferência e à bissetriz dos quadrantes.

Euler- Metes x igual a y ... E interseitas. Não, y igual a x .

Tales de Mileto- É a mesma [coisa]³.

Euler- Não, não.

Tales de Mileto- Claro que é.

Euler- Igual a x .

Tales de Mileto - Deu a mesma [coisa].

(Diálogo no grupo 3 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

³ As palavras de baixo calão foram substituídas, como por exemplo por "[coisa]", de modo a manter o sentido da frase.

Além do que já foi mencionado, o *GeoGebra* foi utilizado ainda para verificar (NCTM, 2014) algumas respostas obtidas pelos alunos, tal como podemos verificar nas transcrições abaixo, referentes a dois grupos.

Professora- Ó meninos, atenção que para determinar o centro existe um comando no *GeoGebra*.

Ada Lovelace- Tem? (silêncio) Como é que faz isso para ver se deu certo?
(Diálogo no grupo 5 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

Hypatia- E eu que lute, tem um ponto. Qual é que é o... deu-me $1,25 \cdot \frac{5}{4}$,
deve ser.

(Diálogo no grupo 4 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

Segundo Black e Wiliam (2018) e Nunziatti (1990) o *GeoGebra* possibilita que os alunos olhem para o próprio trabalho e aprendam com os seus próprios erros, o que é consonante com a experiência realizada por Fibonacci e Noether. Fibonacci, através da utilização do *software* compreendeu que na sua resposta cometeu um erro e conseguiu corrigi-lo, resultando numa resposta correta. É possível chegar a esta conclusão pela junção de três formas de recolha de dados, numa lógica de triangulação, nomeadamente, pela resposta final que escreveram (Figura 21), pela gravação do ecrã (Figura 20) e pelas transcrições do áudio abaixo apresentadas. O erro cometido pelos alunos foi começar por escrever num membro os termos da equação que define cada uma das retas, r e s , e apresentar uma desigualdade acrescentando incógnitas. Por exemplo, a equação da reta r é $x + 4y = 5$ e os alunos definiram uma parte da região através de $y \leq x + 4y - 5$. A região não ficou acima da reta r , mas sim na zona acima da reta definida por $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. Os alunos não compreenderam que deviam começar por escrever em ordem a y a equação que define cada uma das retas. Esta seria a forma que estão mais habituados a trabalhar, facilitando a resolução da tarefa.

Nas Figura 20 e Figura 21 é possível observar uma captura de ecrã da primeira condição pensada pelos alunos, antes da intervenção da professora, e a resposta final dos alunos à questão 1.3 da tarefa 1, respetivamente. Apresento ainda a transcrição da ocasião.

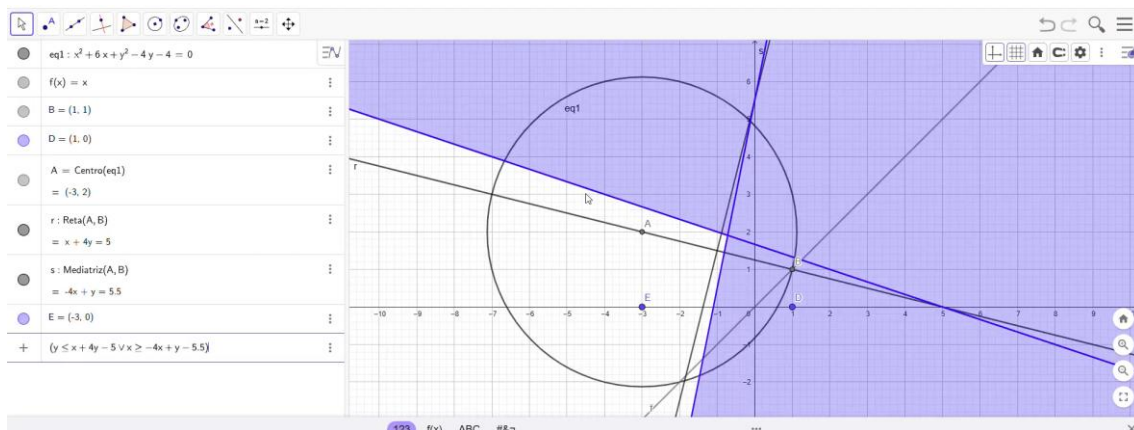


Figura 20 – Representação gráfica da condição pensada pelos alunos antes da intervenção da professora no GeoGebra, realizada por Fibonacci e Noether.

$$\begin{aligned}
 1.3) & \quad (y \leq x + 4y - 5 \vee x \geq -4x + y - 5.5) \wedge (x + 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 17 \\
 & \quad \left((4y \leq -x + 5 \wedge y \geq 4x + 5.5) \wedge (x + 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 17 \right) \vee \\
 & \quad \left((4y \geq -x + 5 \wedge -y \geq -4x - 5.5) \wedge (x + 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 17 \right)
 \end{aligned}$$

Figura 21 – Resposta de Fibonacci e Noether à questão 1.3 da primeira tarefa.

Fibonacci- Stora! Ó stora, isto aqui, esta parte aqui sombreada de cima devia estar aqui em baixo. E esta parte aqui... está a ir para a direita, mas devia estar na esquerda.

Professora- Então é porque deves estar a fazer alguma coisa mal.

Fibonacci- Mas está certo, porque a reta... a reta r é $x + 4y$... está aqui y menor ou igual a $4x$... e o cinco vai para aqui e fica -5 .

Professora- Qual é que é? Este?

Fibonacci- Sim.

Professora- E como é que tu tens $y < x + 4y$?

Fibonacci- Não se pode fazer isso?

Professora- Isto é a mesma [inaudível] Vais ter y menor ou igual ou maior ou igual a alguma coisa, certo?

Fibonacci- Então, $-4y \leq x - 5$?

(Diálogo no grupo 8 referente ao 2.º momento da tarefa 1)

Houve ainda um aluno, Fibonacci, que, ao longo da realização desta tarefa, demonstrou uma atitude positiva, revelando interesse e motivação perante a utilização do *GeoGebra*, conforme observamos através da transcrição de uma fala: “Isto papo reto, até é fixe de fazer”. Pelo contrário, Riemann referiu que “o *GeoGebra* também foi sempre inútil, só servia para preencher algo. Vais dizer que isto é útil!”. Ou seja, este aluno refere que este *software* é “inútil”, uma vez que, na sua experiência com o *software*, este apenas era útil para “preencher algo”. Este último aluno provavelmente não utilizou o *GeoGebra* como uma ferramenta pedagógica e, por isso, não compreendia a sua importância. Com as tarefas adequadas – que não sejam mecânicas nem seja indicado explicitamente o que tenham de fazer – e com uma orientação do professor, no sentido de clarificar o objetivo da tarefa, o aluno poderia ter outra perceção do *software*. O caso de Fibonacci é um exemplo do que Correia e Fernandes (2011) refere sobre o *GeoGebra* representar uma mais-valia na motivação para a aprendizagem da matemática e do que referem Pinheiro et al. (2024) sobre motivar e envolver os alunos para a realização das tarefas.

Alguns alunos tiveram ainda dificuldades na utilização do *GeoGebra* tanto na realização da primeira tarefa como na realização da segunda tarefa, tal como podemos ver através da transcrição que será utilizada como exemplo. Neste momento, os alunos estavam a tentar representar o ponto de coordenadas $(1,0)$, porém não escreveram na “Entrada” as coordenadas e, em vez disso, estavam a deslocar o ponto pelo eixo até acertarem no local correto e ainda animaram o ponto, o que fez com que ele se deslocasse sozinho pelo eixo. Esta dificuldade indica que os alunos não dominam a sintaxe do *software*, que é uma dificuldade apontada por Hoyles e Noss (2003).

Tales de Mileto- Vai para baixo...

Euler- Ui

Tales de Mileto- Ai, ai, dá para coisar, dá para coisar.

Euler- Que raiva, mano.

[...]

Tales de Mileto- Ó mano, não, desisto. Agora tem que ser aqui.... Ai, Pá, pá.

Não, não, não. Foi embora, foi embora.

Euler- Fugiu. Para, para.

(Diálogo no grupo 3 referente ao 1.º momento da tarefa 1)

Dos dados recolhidos aquando da resolução da tarefa 1, conclui o *GeoGebra* foi utilizado pelos alunos para visualizar, compreender conceitos, testar hipóteses, detetar erros e verificar respostas, apoiando a resolução das tarefas, indo ao encontro do que referem Cordelina e Pavanelo (2024), King e Schattischneider (2003), Black e Wiliam (2018) e NCTM (2004).

5.2. Análise da segunda tarefa

Na Figura 22 relembro a segunda tarefa aplicada à turma, já apresentada no capítulo da Intervenção Pedagógica, de forma a facilitar a compreensão sobre a análise dos dados.

1. Considera o prisma quadrangular $[OABCDEFG]$. Sabe-se que:

- O é a origem do referencial.
- $[OA]$ e $[OC]$ são arestas de uma das bases do prisma.
- O ponto A pertence ao semieixo positivo Ox , o ponto C ao semieixo positivo Oy .
- O ponto E pertence ao semieixo positivo Oz e ao plano de equação $z = 8$.
- O volume do prisma é 128.
- O ponto B pertence ao plano $z = 0$.
- O ponto D é a projeção ortogonal do ponto A no plano $z = 8$.
- O ponto F pertence ao plano de equação $y = 4$ e tem menor abcissa do que o ponto G .

Constrói este prisma.

1.1. Como é que determinaste as coordenadas do ponto A ? E do ponto F ?

1.2. Porque é que a figura construída pode ser considerada um prisma quadrangular?

2. Escreve uma condição que defina a semirreta BG ;

Justifica porque é que a condição determinada representa a semirreta.

3. Identifica, usando as letras da figura, o conjunto de pontos definidos pela condição $0 \leq y \leq 4 \wedge x = 4 \wedge 0 \leq z \leq 8$.

Justifica a tua resposta.

4. Considera o ponto H resultante da projeção ortogonal do ponto $(2, 2, -1)$ no plano $z = 6$. Assinala o ponto H na tua construção do *GeoGebra* e determina uma equação que defina o plano OBH .

Figura 22 – Tarefa 2: O Prisma Quadrangular (Almeida et al., 2024)

Na resolução da segunda tarefa, a maior parte dos alunos assumiu que a base do prisma é um quadrado e o enunciado menciona que se estava a considerar um prisma quadrangular. No entanto, ainda houve alunos que estavam a ir pelo caminho correto em não assumir que os lados tinham o mesmo comprimento, mas por influência do colega de grupo, assumiram que a base era quadrada.

Através das duas primeiras transcrições apresentadas a seguir, é possível verificar que houve alunos que assumiram que a base é um quadrado. Já na terceira transcrição do grupo constituído por Ptolomeu e Arquimedes, podemos verificar que houve um aluno que, na sua memória, a base não era quadrada, mas pela influência da colega de grupo, assumiu que era.

John Playfair- Eu acho que é dois vezes a área da base. (silêncio) Eu acho que é área da base vezes altura, só. Portanto, é área da base vezes altura e a gente consegue descobrir a área da base. E, área da base, como é um quadrado, é lado vezes lado, ou seja, vou ter que tentar descobrir os pontos, digo eu. Então queremos, aqui é para fazer, não é? Área da bases vezes altura.

(Diálogo no grupo 10 referente à tarefa 2)

John Playfair- Então temos aqui área da base vezes oito é igual a 128 . Então quer dizer que 128 a dividir por oito é igual à área da base.

Pedro Hispano- *Sixteen.*

John Playfair- *Sixteen?* A área da base é 16 . Portanto, a área da base é lado vezes lado, portanto, 16 é igual a lado vezes lado.

Pedro Hispano- Então é quatro.

John Playfair- Quadrangular é um quadrado.

(Diálogo no grupo 10 referente à tarefa 2)

Arquimedes- De onde tiraste que tinha de ser quatro? Aqui nunca diz....

Ptolomeu- Então, se a altura é oito... tens que testar os números para dar 128.

Arquimedes- Está bem, mas quem é que disse que o $[AO]$ e o $[OC]$ são idênticos?

Ptolomeu- Eu não sei. Tu sabes que as bases são o A e o C e depois diz que o A é o semieixo positivo de Ox e o C é o semieixo positivo de Oy . Para mim é um quadrado, certo? Ou seja, lado é igual ao outro.

Arquimedes- Quadrado?

Ptolomeu- A área da base, se é um prisma quadrangular, é um quadrado. Está bem, mas...

Arquimedes- Não, está certo.

(Diálogo no grupo 9 referente à tarefa 2)

Tal como na resolução da tarefa 1, os alunos utilizaram o *GeoGebra* para ajudar a visualizar os objetos que precisavam (Henrique, 2017). Na Figura 23 e na Figura 24 podemos verificar que houve grupos que representaram os planos apresentados no enunciado para visualizar.

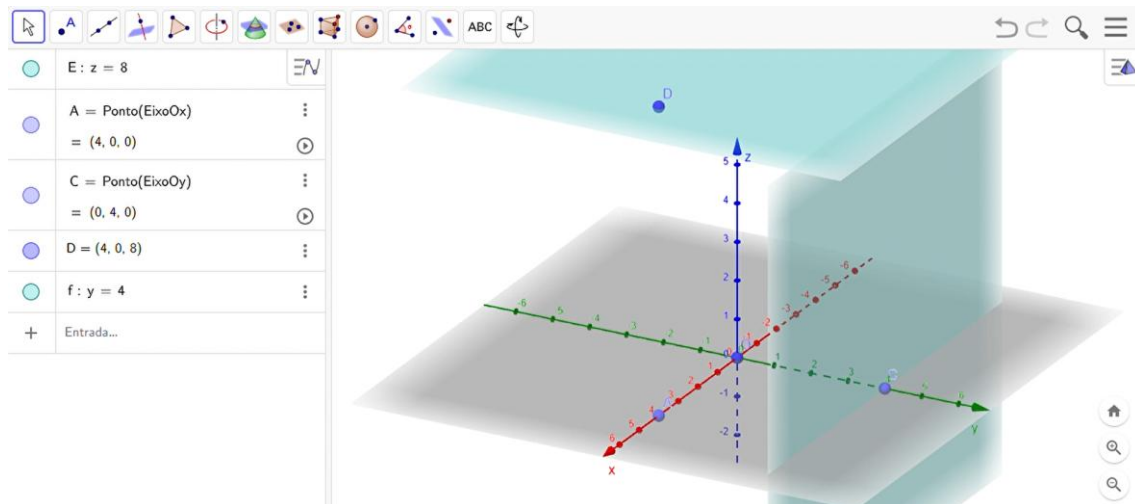


Figura 23 – Representação gráfica, no *GeoGebra*, dos planos apresentados no enunciado, realizada por Ptolomeu e Arquimedes.

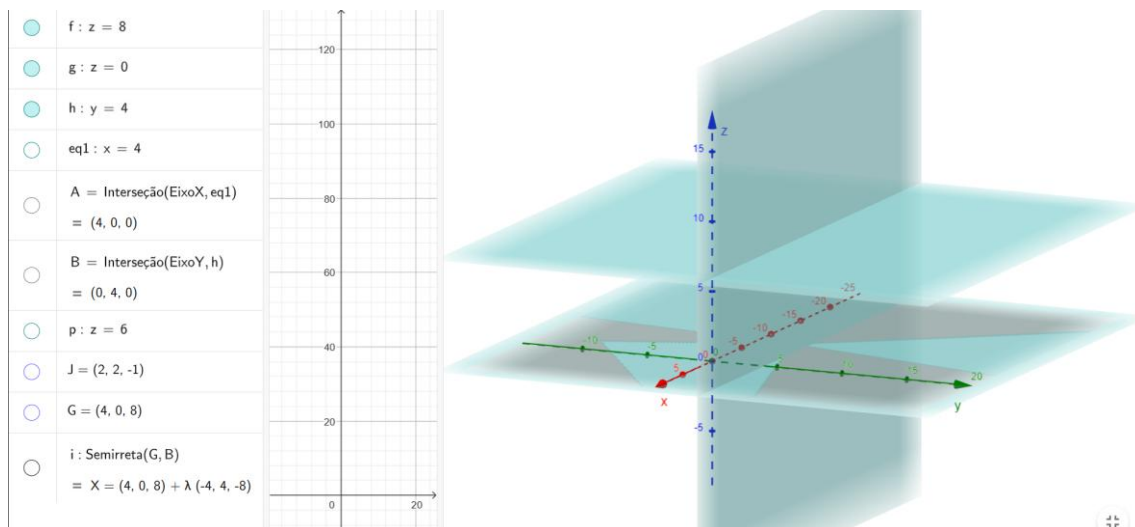


Figura 24 – Representação gráfica, no *GeoGebra*, dos planos apresentados no enunciado, realizada por Pascal, John Playfair e Pedro Hispano.

É possível obter outros momentos em que o *GeoGebra* foi utilizado com o intuito de visualizar (Henrique, 2017). Pascal, Playfair e Pedro Hispano, utilizaram este *software* para visualizar/identificar o semieixo positivo. Na Figura 25, observa-se a representação realizada por Descartes e Nathan Fine, no *GeoGebra*, da semirreta $\vec{BG}$ pela ferramenta para a visualizar. A seguir às figuras é possível observar as transcrições destes momentos de cada um dos grupos: Pascal, Playfair e Pedro Hispano e Descartes e Nathan Fine, respetivamente.

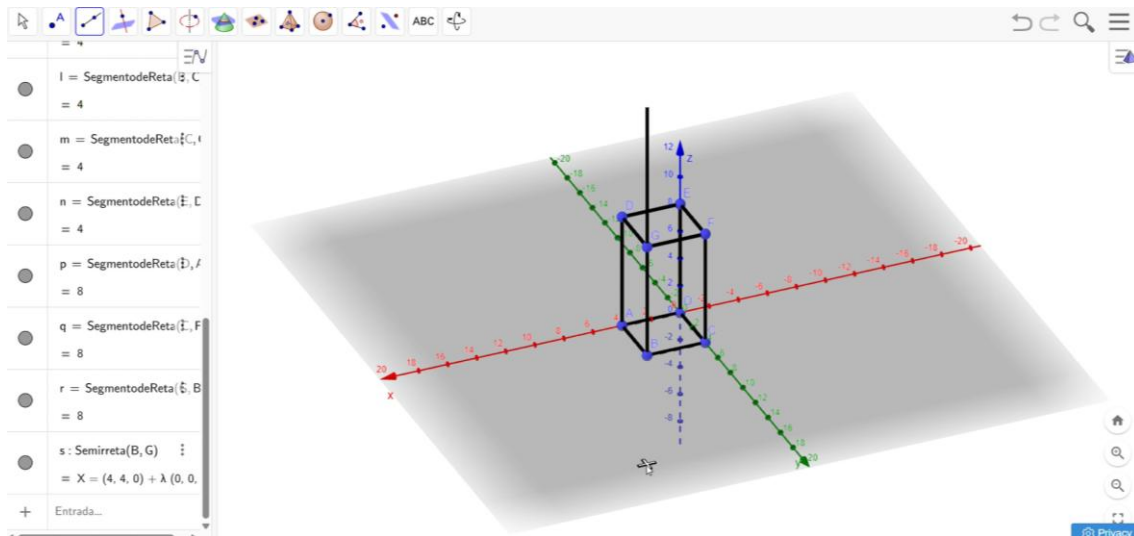


Figura 25 – Representação gráfica da semirreta $\vec{BG}$ no GeoGebra, realizada por Descartes e Nathan Fine.

John Playfair- O O é a origem. O ponto A pertence ao eixo semipositivo. O eixo semipositivo... O C ao eixo semipositivo Oy . Ah, não, pera aí, passei à frente. $[OA]$ e $[OC]$ são arestas de uma base do prisma. Depois tens, o ponto O pertence ao semieixo positivo. Então, Ox . Ox , onde é que está o Ox ? É este. Semipositivo é... semipositivo já da última vez...

Pedro Hispano- Já saiu.

John Playfair- É só o positivo.

Pedro Hispano- É só o positivo.

John Playfair- É semi. Eu acho que é deste lado.

(Diálogo no grupo 10 referente à tarefa 2)

Descartes- Semirreta tem ponto e fim, não?

Nathan Fine- Semirreta... vens aqui, segmento de reta...

Descartes- Semirreta tem início e não tem fim.

Nathan Fine- E não tem fim, yha. Passa em dois pontos, mas tem início e não tem fim.

Descartes- Ou seja, BG , vai ser semirreta $\vec{BG}$ Podes marcar aí semirreta. Semirreta $\vec{BG}$.

Nathan Fine- Reta... Tá, é isto.

(Diálogo no grupo 7 referente à tarefa 2)

Num outro momento é possível observar, através da transcrição abaixo e da Figura 26, que, com a orientação da professora, os alunos utilizaram o *GeoGebra* de forma a conferir se a sua resposta estava correta ou não, uma prática destacada pela NCTM (2014) como uma das potencialidades da tecnologia. Ao observarem dinamicamente os objetos no *software*, tal como refere King e Schattischneider (2003), os alunos chegaram à conclusão de que a resposta estava errada e identificaram o plano mediador como linha de pensamento para obter a resposta correta, mas escolheram o segmento de reta errado (Figura 27). Se os alunos tivessem colocado a equação que obtiveram analiticamente no *GeoGebra*, provavelmente iriam chegar à conclusão que estava errado. O equívoco que os alunos cometeram não mostra uma falta de compreensão matemática, mas sim uma abordagem que os levou a uma resposta errada, dado que, posteriormente, conseguiram compreender uma possível estratégia a seguir para resolverem corretamente a questão. Esta prática está em consonância com o que referem Black e Wiliam (2018) e Nunziatti (1990) de que os alunos aprendem com os próprios erros e ajustam as etapas seguinte através da utilização do *GeoGebra*.

Descartes- Stora, é rapidinho. Nós temos aqui o plano OBH . Está aqui o O , o B e o H , está aqui. E nós temos, porque vai ser... onde tem o z não tem limites, porque o plano é tudo.

Professora- Ok.

Descartes- Então só pusemos isto. Porque o x vai estar sempre entre zero e quatro, aqui. Sempre, se for para baixo ou para cima. O z também vai estar entre zero e quatro.

[...]

Professora- Zero menor que o y , menor que quatro. O que é a interseção?

Descartes- O quadrado.

Professora- Então, o que é que daria, não limitando o z ? Se o z fosse infinito? Tinhas este coiso todo, certo?

Descartes- Sim. Temos que pôr isto e acrescentar alguma coisa? Não é aquilo dos quadrados ímpares, nem nada? Ah, já sei.

Nathan Fine- Não vai ser a área de um polígono?

Descartes- Não é! $[OB]$ e fazemos aqui isto, o plano mediador do segmento.

(Diálogo no grupo 7 referente à tarefa 2)

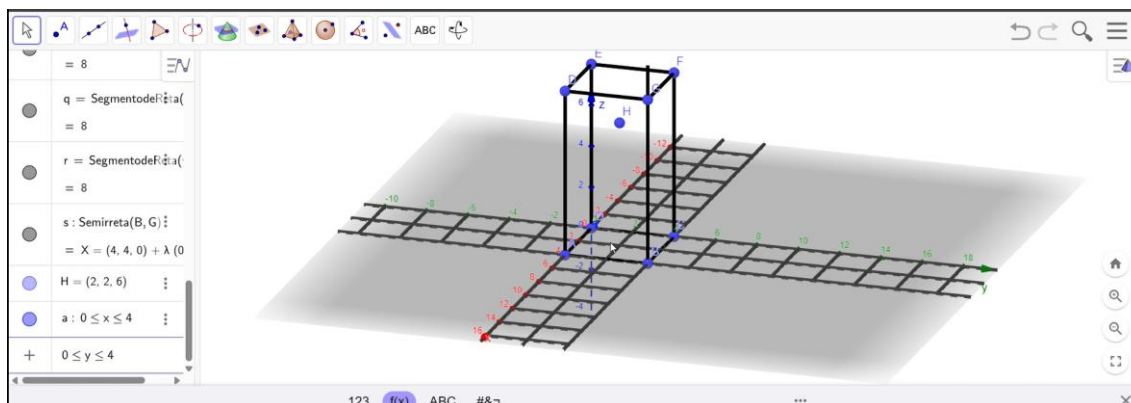


Figura 26 – Representação gráfica, no GeoGebra, das condições pensadas por Nathan Fine e Descartes.

$$④ H(2, 2, 6)$$

$$\text{Plano OBH} = \text{plano medrador do segmento de reta } [EG]$$

$$E(0, 0, 8) \quad G(4, 4, 8)$$

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = (x - x_B)^2 + (y - y_B)^2 + (z - z_B)^2$$

$$\Rightarrow (x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 8)^2 = (x - 4)^2 + (y - 4)^2 + (z - 8)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 16z + 64$$

$$\Rightarrow -8x - 8y - 16z + 96 = 0 \Rightarrow x + y + 2z - 12 = 0$$

Figura 27 – Resposta de Descartes e Nathan Fine à questão 4 da segunda tarefa.

Dos dados recolhidos aquando da resolução da tarefa 2, concluo que o GeoGebra apoiou a resolução das tarefas, tendo sido utilizado pelos alunos para visualizar, compreender conceitos e detetar erros, indo ao encontro ao que referem Henrique (2017), Ponte et al. (2006) e King e Schattischneider (2003).

5.3. Análise do questionário

Para construir o questionário (Apêndice 3) que foi aplicado aos alunos, comecei por associar cada questão aos dois dos objetivos específicos desta investigação. Esta associação está apresentada no Quadro 4.

Objetivos específicos	Questões
Identificar a percepção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o <i>GeoGebra</i>	• Enquanto resolveste as questões no <i>GeoGebra</i>, a tua estratégia para resolver as resolver? (Manteve-se / Pensaste de forma diferente) • Gostarias de continuar a utilizar o <i>GeoGebra</i> em sala de aula? Porquê? • Em que momento consideras que o <i>GeoGebra</i> apoia as aprendizagens e realização das tarefas? (Introduzir conteúdos / Consolidar conteúdos) • O uso do <i>GeoGebra</i> motivou-te na resolução das tarefas? De que forma/Porquê? • Com que estratégia conseguiste resolver melhor a atividade? (Analiticamente / Com recurso ao <i>GeoGebra</i>)
Compreender de que modo a utilização do <i>GeoGebra</i> contribui para a compreensão dos conceitos geométricos	• Consideras que tens alguma dificuldade em Geometria? Quais são, para ti, as tuas principais dificuldades em Geometria? • Sentiste que com a utilização do <i>GeoGebra</i> compreendeste melhor os conceitos lecionados em aula ou não houve melhoria na tua compreensão? • Sentiste que com a utilização do <i>GeoGebra</i> compreendeste melhor os conceitos abordados em aula? • Sentiste que com a utilização do <i>GeoGebra</i> ultrapassaste alguma dificuldade? Consegues dar um exemplo? • Achaste mais fácil identificar e corrigir os teus erros ao utilizar o <i>GeoGebra</i>? Porquê? • Sentes que o <i>GeoGebra</i> contribui para visualizar a figura / estabelecer relações entre conceitos / abstrair o pensamento / desenvolver a capacidade de comunicação e argumentação com colegas / outro.

Quadro 4 – Associação entre objetivos específicos e questões do questionário

A análise do questionário organiza-se em duas partes: a primeira engloba as respostas dos alunos às questões, já apresentadas no Quadro 4, relacionadas com o objetivo específico de *identificar a percepção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o GeoGebra* e a segunda às questões associadas ao objetivo específico *compreender de que modo a utilização do GeoGebra contribui para a compreensão dos conceitos geométricos*.

Assim, começarei agora a analisar as respostas às questões associadas ao objetivo específico *identificar a percepção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o GeoGebra*, ou seja, as respostas às questões 1 a 8, inclusive, do questionário.

Os dados indicam que a maior parte dos alunos (61%) pensou de forma diferente do que costumam pensar ao utilizar o *GeoGebra* na resolução das tarefas.

No que diz respeito à continuidade da utilização do *GeoGebra* em sala de aula, é evidente que apenas um aluno referiu que não gostaria de continuar a utilizar o *software* em sala de aula, isto porque não gosta de Matemática e, com a utilização do *Geogebra*, trabalha a Matemática: “Não gosto de Matemática e o GeoGebra tem Matemática logo é impossível querer a continuação do mesmo em sala de aula” (A23⁴). Os outros 22 alunos justificam por diversas razões das quais destaco ser uma forma interativa e divertida de aprender, facilitar a visualização, ser uma experiência diferente do que estão habituados numa aula, uma forma de interação com os colegas e aprendizagem em simultâneo e por ser um *software* que agiliza a resolução de tarefas – conforme expresso nas respostas que se seguem.

“porque é uma forma divertida e interativa de aprender” (A2)

“Acho uma forma mais fácil de visualizar as formas geométricas [...]” (A21)

“[...] é outra forma de aprender” (A22)

“porque é uma forma de interação com os colegas e aprendizagem ao mesmo tempo” (A18)

“[...] Ao utilizar o GeoGebra perderei muito menos tempo a resolver um exercício, já que terei a possibilidade de o visualizar não só na minha mente” (A11).

⁴ Este código indica que a resposta apresentada é a 23.^a das respostas a esta questão. Os números irão variar conforme a ordem da resposta dentro de cada questão.

Estes dados vão ao encontro à ideia de Correia e Fernandes (2011) quando referem que o *GeoGebra* motiva os alunos para a aprendizagem da Matemática e de Ponte et al. (2006) e Henrique (2017) que indicam que o *software* auxilia a visualização.

Durante as aulas que lecionei ao longo do estágio, os alunos não tiveram possibilidade de utilizar o computador em aula frequentemente, uma vez que a maior parte do ano letivo não tiveram acesso a computador próprio. Talvez por este motivo e por não terem explorado de forma introdutória o *GeoGebra*, quando questionados sobre os momentos em que o *software* apoia as aprendizagens e a resolução das tarefas, a maior parte das respostas foi “consolidar conhecimentos” (61%) em detrimento de “introduzir conhecimentos” (13%). Além disso, seis alunos (26%) indicaram ambos os momentos. É importante salientar que as percentagens foram obtidas através do total de respostas, uma vez que a questão não era de escolha única e os alunos podiam selecionar mais do que uma resposta.

Relativamente à motivação para realizar as duas tarefas, ou ausência dela, apenas dois alunos indicaram que o *GeoGebra* não os motivou na resolução das tarefas, referindo que era a primeira vez que tinha usado o *software* e era muito complicada a adaptação ao mesmo – “Pois nunca o havia usado logo foi muito complicado a iniciação e adaptação do GeGebra, [...]” (A2) – e, outro aluno, referiu que não o motivou, apesar de compreender a sua versatilidade – “Embora não negue a sua versatilidade, o *GeoGebra* não me empolgou ou motivou” (A1). Todavia, os alunos que responderam positivamente (91%), referem que o *software* é uma forma interativa e dinâmica de trabalhar, ajuda a visualização, cativa a atenção, facilita a realização das tarefas, a compreensão das mesmas e dos conteúdos, diminuindo as dificuldades, é uma forma diferente de aprendizagem. Segundo Correia e Fernandes (2011) e Pinheiro et al. (2024), o *GeoGebra* é um *software* que motiva os alunos e envolve-os na realização de tarefas. Esta conceção vai ao encontro dos dados recolhidos uma vez que 91% dos alunos indicam que o *GeoGebra* os motivou na realização das tarefas.

Por fim, no que diz respeito às estratégias de resolução, é possível aferir que a maior parte da turma (70%) preferiu a utilização do *GeoGebra* para resolver as tarefas e que sete alunos conseguiram resolver melhor analiticamente.

Nesta segunda parte do capítulo irei analisar as respostas às questões associadas ao objetivo específico *compreender de que modo a utilização do GeoGebra contribui para a compreensão dos conceitos geométricos*.

Os dados indicam que é possível verificar que 20 alunos da turma consideram que compreenderam melhor os conceitos e três alunos não concordam nem discordam de o *GeoGebra* ter ajudado na compreensão de conceitos. É possível verificar esta informação através do gráfico de Likert (Gráfico 2). Os dados recolhidos através desta questão vão ao encontro da ideia de Ronau et al. (2000), que nos referem que a tecnologia melhora a compreensão de conceitos matemáticos.



Gráfico 2 – Respostas dos alunos à questão 9 do questionário.

Ainda assim, é possível compreender, através dos dados recolhidos, que apenas 14 alunos (61%) superaram alguma dificuldade. As dificuldades que os alunos referiram que ultrapassaram, através da realização das tarefas, foram: percepção das coordenadas de pontos e das condições das retas, planos, entre outros, no espaço; imaginar os objetos no espaço. Segundo Black e Wiliam (2018) e Nunziatti (1990), a utilização do *GeoGebra* permite que os alunos aprendam com os erros e ajustem as etapas seguintes, ultrapassando assim as suas dificuldades. No entanto, através dos dados, é possível verificar ainda que 17 alunos (74%) referem não ter dificuldade na Geometria. Ou seja, três alunos que ultrapassaram alguma dificuldade que inicialmente desconheciam, comparando os dados com os 14 alunos que ultrapassaram alguma dificuldade ou, apesar de não terem dificuldades concretas no tema da Geometria, enfrentaram dificuldades naturais ao processo de aprendizagem ao resolver as tarefas. Ainda, é possível aferir que as dificuldades apresentadas pelos alunos neste tema são gerais – “As minhas dificuldades são gerais, resultado da falta de estudo do primeiro período o que me levou a não perceber a matéria anterior e como consequência levou-me a não perceber a nova matéria” (A6).

Senti que os alunos não conseguiram compreender muito bem o que era pedido numa das questões do inquérito por questionário pelas respostas dadas, como por exemplo a resposta A14. Nessa resposta foi referido que

Na construção de imagens e figuras é difícil a localização das ferramentas do mesmo para poder resolver os exercícios, sendo assim, acho que poderiam melhorar nesse aspeto facilitando a utilização das ferramentas com alguma barra de pesquisa com Inteligência Artificial ou algo do género pois isso dificulta imenso a sua utilização e compreensão (A14).

O que também é interessante, porque foi dada uma sugestão, por um aluno, para melhorar o próprio *GeoGebra*. Apesar de ser possível escrever na “Entrada” do *software* a ferramenta que queremos utilizar, quando não sabemos bem qual é a ferramenta, não é possível, de forma rápida, um iniciante saber o que utilizar. O aluno sugere que seja criada uma barra de pesquisa de modo a facilitar o processo de aprendizagem do *GeoGebra*. Ainda assim, houve respostas interessantes como a resposta “No teste, não sabia resolver uma questão, mas lembrei como a fiz no *GeoGebra* e a consegui resolver” (A6) onde a aluna percebe que com a utilização do *software* em aula, conseguiu associar uma questão do teste a uma questão da tarefa e, por isso, conseguiu resolvê-la.

Pelos dados recolhidos é ainda possível verificar que apenas três alunos (13%) não consideram que foi mais fácil identificar e corrigir erros recorrendo ao *GeoGebra*. Os alunos que consideraram mais fácil identificar e corrigir os erros (20 alunos – 87%), referem que o *software* ajuda a visualizar as próprias construções de forma instantânea, facilitando assim a identificação dos erros e a respetiva correção. Neste sentido, segundo Black e Wiliam (2018) e Nunziatti (1990), a utilização do *GeoGebra* leva os alunos a aprenderem com os próprios erros, o que vai ao encontro destes dados. Completando esta ideia, os alunos apresentaram diversas justificações para a utilização do *GeoGebra* facilitar identificação ou correção de erros. De entre as quais destaco a facilidade de visualização, a ajuda na compreensão através de diferentes formas e a rapidez da correção dos erros. Respetivamente, apresento as respostas a partir das quais aferi esta informação.

“podia ver mais claramente onde estava errado” (A8);

“Ao utilizar o geogebra pude me aperceber de detalhes cruciais à realização de exercícios, tarefa que sozinho não seria capaz de fazer” (A11)

“Ajudou-me a compreender de forma diferente” (A7)

“[...] Ver em tempo real permitiu-me ajustar os cálculos e entender melhor a lógica dos exercícios” (A22).

Tal como em diversos momentos ao longo deste capítulo, é possível verificar que os alunos indicam que a utilização do *GeoGebra* facilita a visualização (Henrique, 2017; Ponte et al., 2006) e a compreensão de conceitos (King & Schattischneider, 2003). Acrescento que o *software* facilita a construção rápida e precisa de vários objetos (Filho et al., 2025).

Por fim, os alunos identificaram os contributos do *GeoGebra* que consideram ter melhorado com a sua utilização e que, segundo Henrique (2017), favorecem a compreensão de conceitos geométricos, nomeadamente a visualização de figuras (48% - 22 alunos), o estabelecimento de relações entre conceitos (26% - 12 alunos), a abstração do pensamento (7% - três alunos), o desenvolvimento da capacidade de comunicação e argumentação com os colegas (17% - 8 alunos) e a facilitação da escrita (2% - um aluno) (Gráfico 3).

14. Sentes que o *GeoGebra* contribuiu para:



Gráfico 3 – Respostas dos alunos à questão 14 do questionário.

Assim, os dados recolhidos vão ao encontro à literatura. Segundo Ponte et al. (2006) e Henrique (2018), a utilização do *GeoGebra* associada à Geometria auxilia a visualização e, segundo Pavanello (2004), ajuda os alunos a relacionar os conceitos. Ainda, de acordo com NCTM (2007), Pavanello (2004), os alunos abstraem o pensamento e, de acordo com Filho et al. (2025) e NCTM (1991), desenvolvem a capacidade de argumentação e comunicação matemática.

Através das respostas dadas pelos alunos no questionário, verifica-se que a maioria dos alunos tem uma atitude positiva relativamente ao *GeoGebra* e gostaria de utilizar novamente, referindo ainda que é um *software* motivador (Correia & Fernandes, 2004). Ainda foi possível aferir que os alunos, de forma geral, utilizam estratégias distintas quando utilizam o *GeoGebra*, resolvendo melhor as tarefas nesses momentos. Foi possível verificar que os alunos compreendem melhor os conceitos abordados em aula aquando da utilização deste *software* (King & Schattischneider, 2003), ultrapassam dificuldades (mesmo que por vezes não as sintam), identificam e corrigem erros (Black & Wiliam, 2018) e consideram que este é um *software* que apoia o processo de ensino-aprendizagem em momentos de consolidação. Por fim, os alunos consideram que o *GeoGebra* contribui para visualizar a figura (Ponte et al., 2006), estabelecer relações entre conceitos (Pavanello, 2004), abstrair o pensamento (NCTM, 2007; Pavanello,

2004), desenvolver a capacidade de comunicação e argumentação (Filho et al., 2025; NCTM, 1991) e facilitar a escrita.

De seguida, apresento duas figuras (Figura 28 e Figura 29), organizadas por objetivos, com um resumo da informação recolhida através do questionário.



Figura 28 – Informações recolhidas através dos questionários relativamente ao objetivo específico “Identificar a percepção dos alunos sobre a realização de tarefas utilizando o *GeoGebra*”.

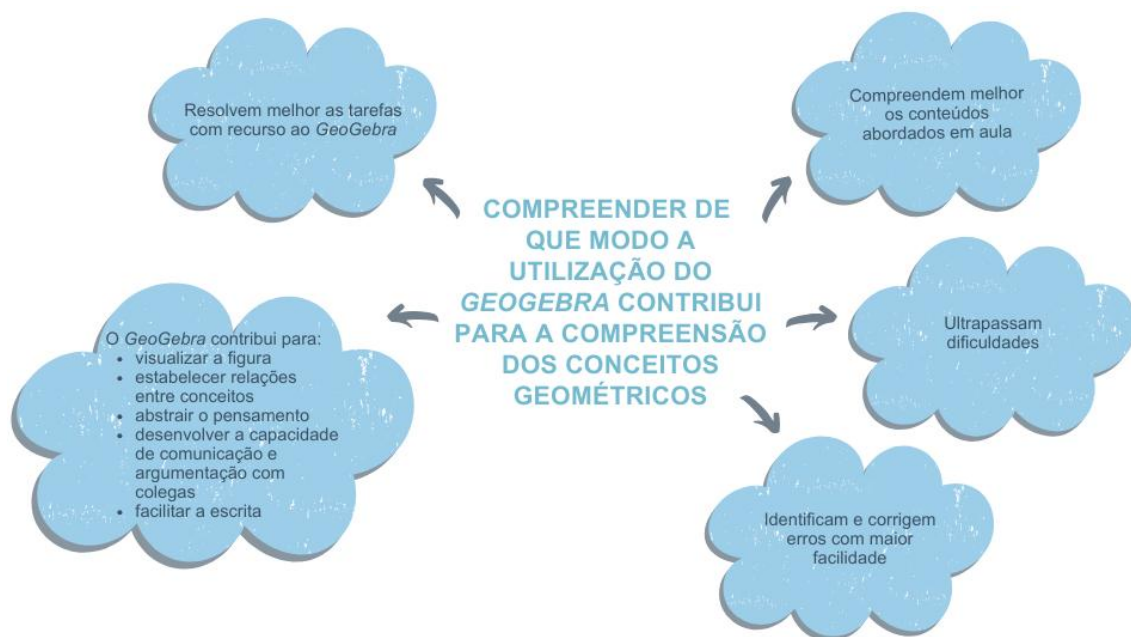


Figura 29 – Informações recolhidas através dos questionários relativamente ao objetivo específico “Compreender de que modo a utilização do *GeoGebra* contribui para a compreensão dos conceitos geométricos”.

Em jeito de síntese, os dados recolhidos levam à conclusão de que os alunos reconhecem que o *GeoGebra* de facto contribui para a compreensão de conceitos geométricos. Neste sentido, os alunos utilizam o *GeoGebra* para visualizar figuras (Henrique, 2017; Ponte et al., 2006), compreender conceitos (King & Schattischneider, 2003), desenvolver as capacidades transversais, facilitar a resolução das tarefas, como ferramenta de motivação (Correia & Fernandes, 2011), entre outros, apoiando a resolução das tarefas.

6. Conclusões e Recomendações

Neste último capítulo começo por apresentar uma síntese da investigação. Para tal, apresento novamente o objetivo da investigação e as questões norteadoras. De seguida darei respostas a estas questões orientadoras, associando à literatura. Por fim, apresento algumas limitações, indicando aspetos que mudaria na investigação, e recomendações para futura investigação.

6.1. Síntese do estudo

Com esta investigação, pretendi compreender de que forma a utilização do *GeoGebra* contribui para a aprendizagem matemática dos alunos no tema da Geometria. Assim, foi desenvolvida uma investigação numa turma de 10.º ano do curso Científico-Humanístico de uma Escola Pública, onde participaram 23 alunos. De modo geral, tive por intenção responder à questão de partida: De que forma a utilização do *GeoGebra* apoia a aprendizagem de conceitos geométricos dos alunos?. Para tal, procurei dar resposta às seguintes questões orientadoras:

- De que modo a utilização do *GeoGebra* apoia o aluno na resolução de tarefas matemáticas?
- De que forma a utilização do *GeoGebra* apoia a visualização e a compreensão de conceitos geométricos?

Esta investigação qualitativa seguiu os princípios do paradigma fenomenológico-interpretativo e os dados foram recolhidos por vários procedimentos de recolha: (i) Inquérito por questionário; (ii) Gravação de áudio de momentos de trabalho dos alunos; (iii) Trabalhos produzidos pelos alunos; (iv) Observação direta.

Deste modo, para responder à questão de partida, mobilizarei nas próximas secções, os resultados obtidos, tendo por referência as duas questões orientadoras.

6.2. De que modo a utilização do *GeoGebra* apoia o aluno na resolução de tarefas matemáticas?

Os dados recolhidos ao longo desta investigação evidenciam que o *GeoGebra* apoia positivamente a resolução de tarefas de várias formas.

Ao analisar os dados foi possível identificar vários momentos onde os alunos testaram as suas hipóteses, representando-as utilizando o *GeoGebra* (Ponte et al., 2006). Ao investigarem as suas hipóteses neste *software*, os alunos envolveram-se mais na resolução da tarefa e utilizaram o *GeoGebra* para verificar as respostas dadas, evidenciando maior segurança nas próprias respostas fornecidas.

Os dados indicam ainda que os alunos conseguem identificar os próprios erros e corrigi-los rapidamente, resolvendo corretamente a tarefa. Este facto vai ao encontro do que mencionam Black e Wiliam (2018) e Nunziatti (1990), ao salientarem que a utilização do *GeoGebra* permite a aprendizagem a partir dos erros, ajustando as suas resoluções das tarefas. Além disso, os erros assumem um papel importante no processo de aprendizagem, tal como referem Janikova et al. (2024), uma vez que permite que os alunos identifiquem fragilidades nos conhecimentos (Grassinger et al., 2018). Todos estes pontos apresentados motivam os alunos na resolução das tarefas. Tal como foi possível verificar ao analisar os dados obtidos através da aplicação do questionário, a maior parte dos alunos sentiu-se motivado e revelou interesse na realização das tarefas (Pinheiro et al., 2024), referindo que gostariam de utilizar novamente o *GeoGebra* e que ao utilizar o *software* “perdem muito menos tempo” (A11). Contrariamente àquilo que estava à espera, as gravações e o questionário aplicados, evidenciaram que houve um aluno que não gostou de utilizar do *GeoGebra* e uma das razões foi o próprio *software*.

Neste sentido, a maioria dos alunos indicou ainda que pensaram de forma diferente ao utilizar o *GeoGebra* e que este *software* os apoiou a resolver melhor a atividade, em detrimento da estratégia analítica. Tais factos alteram a forma de resolução das tarefas matemáticas.

Além disto, aferi que uma aluna conseguiu determinar a resposta de uma questão do teste de avaliação com fins classificatórios, por se lembrar de um dos momentos em que resolveu uma questão utilizando o *GeoGebra*. Tal corrobora com a perspetiva de Barbosa et al. (2016), quando referem que a tecnologia proporciona aos alunos a oportunidade de uma maior compreensão matemática que, segundo Granito e Chernobilsky (2012), pode levar a uma maior retenção de memória.

6.3. De que forma a utilização do *GeoGebra* apoia a visualização e a compreensão de conceitos geométricos?

Através da análise realizada, foi possível concluir que a utilização do *GeoGebra* apoia a visualização e a compreensão dos conceitos geométricos.

Através dos diversos métodos de recolha, é possível verificar que o *GeoGebra* é muito utilizado para visualizar e que, de facto, ajuda os alunos (Ponte et al., 2006). Em vários momentos o *software* é utilizado para representar objetos com o intuito de facilitar a visualização, o que permite identificar erros cometidos. O facto de os alunos poderem manipular os objetos, auxilia a visualização dos mesmos (Henrique, 2017; Ponte et al., 2006), desenvolvendo a compreensão de conceitos (Henrique, 2017; Pavanello, 2004).

Como já referi, vários alunos utilizam o *GeoGebra* como uma ferramenta para testar as suas hipóteses e detetar e corrigir erros. Quando os alunos têm esta interação, conseguem compreender melhor os conceitos, uma vez que entendem o que estão a fazer de errado e, assim, ultrapassar dificuldades.

Acrescento ainda, que os alunos consideram que o *GeoGebra* contribuiu para estabelecer relações entre conceitos, abstrair o pensamento, desenvolver a capacidade de argumentação e comunicação com os colegas e facilitar a escrita, para além da visualização/representação (NCTM, 1991; Pavanello, 2004).

6.4. Considerações finais

Foi muito interessante observar e compreender como é que os alunos trabalham a pares e trios, aprendem uns com os outros e comunicam para se expressarem. De facto, o trabalho a pares e pequenos grupos revelou-se proveitoso para os alunos, no sentido de apoiar o desenvolvimento das suas aprendizagens.

O recurso a tecnologias foi claramente uma ferramenta que contribuiu positivamente no processo de ensino-aprendizagem e os alunos demonstraram interesse em realizar atividades deste tipo com mais frequência, o que me deixou especialmente feliz.

6.4.1. Limitações

Uma limitação deste estudo, que desencadeou outras limitações, foi o facto de os alunos não terem acesso a computador próprio mais de metade do ano letivo. Como já referi anteriormente no capítulo da intervenção pedagógica, a recolha de dados teve alguns comprometimentos porque houve momentos em que não foi possível recolher gravações de ecrã e/ou gravações de áudio dos momentos de trabalho dos alunos. Esta falta de acesso leva também a dificuldades na utilização do *GeoGebra*. Como os alunos nunca tinham utilizado o computador em sala de aula, não estavam contextualizados com o *software*. Tal limitação levou a dificuldades na sua utilização aquando da resolução das tarefas e, como demoravam mais tempo a resolvê-las, alguns alunos não tiveram o tempo suficiente para pensar nas tarefas. Assim, o plano inicial teve de ser adaptado.

Uma outra limitação foi o tempo disponível para a realização das tarefas. Como a Geometria é um tema normalmente abordado no fim do ano letivo, o tempo disponível para a realização das tarefas era restrito. Se tivesse mais tempo, gostaria que os alunos realizassem uma atividade antes da aplicação das tarefas para explorarem o *GeoGebra*.

Apesar das limitações, foi possível verificar uma melhoria na compreensão de conceitos geométricos e de capacidades importantes para o quotidiano, como o desenvolvimento da comunicação e argumentação, trabalho em grupo, entre outros.

Para além das alterações apresentadas até ao momento – reformulação de questões das tarefas propostas e uma atividade pré-tarefa –, seria interessante discutir as resoluções dos alunos; contudo, tal não foi possível por não ter havido oportunidade durante a aula, devido a condicionantes de tempo. Apenas foi disponibilizada aos alunos a resolução das tarefas na plataforma *Microsoft Teams* e, por isso, alguns erros que foram cometidos não foram discutidos. Assim, alguns alunos podem não se ter apercebido de erros que cometeram como, por exemplo, assumir que a base de um prisma quadrangular é quadrada. Este lapso, entre outros, seria facilmente corrigido numa discussão com a turma. Durante a realização das tarefas fui avisando os alunos de alguns erros que cometiam, porém este não foi um dos quais me tivesse apercebido.

No questionário apresentado aos alunos, acrescentaria uma questão após a questão 14, perguntando de que forma é que o *GeoGebra* os ajudou a visualizar. Isto porque, da forma como foi formulada, a questão é muito abrangente e não me permitiu obter respostas alinhadas com a definição de visualização apresentada no capítulo da

fundamentação teórica. Uma outra opção seria complementar os dados recolhidos através da realização de uma entrevista para poder esclarecer este ponto.

6.4.2. Recomendações para o futuro

É importante proporcionar aos alunos momentos onde possam utilizar a tecnologia. Apesar de os alunos serem sempre incentivados a utilizar a calculadora gráfica nos mais diversos temas do programa curricular ao longo do ano letivo, este foi o único recurso tecnológico que utilizaram, para além dos momentos em que foram aplicadas as tarefas apresentadas neste relatório.

Em futuros estudos seria interessante investigar a contribuição do *GeoGebra* na compreensão de conceitos de outros temas para além da Geometria, porque apesar do *GeoGebra* ser conhecido por um *software* de geometria dinâmica, ele é um *software* de matemática dinâmica. Isto é, como referido no referencial teórico, é um *software* que engloba vários domínios da Matemática, como tabelas, estatística, álgebra, folha de cálculo, geometria, cálculos e gráficos, e que permite a sua manipulação e relação entre representações. Uma outra possibilidade seria explorar de que forma uso contínuo do *GeoGebra* contribui para o processo de ensino-aprendizagem.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Ministério da Educação. https://www.apm.pt/files/files/PROFMAT/2013/Paulo_Abrantes/matematica_na_educacao_basica.pdf
- Adolphus, T. (2011). Problems of teaching and learning of geometry in secondary schools in Rivers State. *International Journal of Emerging Sciences*, 1, 143–152. https://www.researchgate.net/publication/215477331_Problems_of_Teaching_and_Learning_of_Geometry_in_Secondary_Schools_in_Rivers_State_Nigeria
- Almeida, M., Barroca, D., Galego, F., Marques, J., Terroso, J., & Teixeira, S. (2024). *M10* (Vol. 3). Areal Editores.
- Alves, G. (2007). Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador. In *XVIII Simpósio Brasileiro de Informação na Educação* (pp. 1–10). Mackenzie. <http://milanesa.ime.usp.br/rbie/index.php/sbie/article/view/550/536>
- Amado, J. (2013). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Andrade, C., Pereira, J. C., & Pimenta, P. (2024). *Matemática 360* (Vol. 3). Raiz Editora.
- Baptista, I., Caetano, A. P., Amado, J., Azevedo, M. C., & Pais, S. C. (2020). *Carta ética da SPCE* (2.^a Edição). SPCE.
- Barbosa, L., Ribeiro, A., & Borges, L. (2016). GeoGebra software dinâmico no ensino-aprendizagem da geometria. In *II Seminário Científico da FACIG*, (2). <https://pensaracademico.unifacig.edu.br/index.php/semiarociencia/article/view/59>
- Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trans.). Almedina Brasil. (Obra original publicada em 1977)
- Baxter, J. A., & Williams, S. (2010). Social and analytic scaffolding in middle school mathematics: managing the dilemma of telling. *Journal Mathematics Teacher Education*, 13, 7-26. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9121-4>
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Pegema Yayıncılık.

- Bebell, D., Russell, M., & O'Dwyer, L. (2004). Measuring teachers' technology uses: Why multiple-measures are more revealing. *Journal of Research on Technology in Education*, 37(1), 45–63. <https://doi.org/10.1080/15391523.2004.10782425>
- Black, P., & Wiliam, D. (2018). Classroom assessment and pedagogy. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 25(6), 551–575. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2018.1441807>
- Brito, L. P. (2021). A tecnologia GeoGebra ao serviço do ensino e da aprendizagem à distância da Matemática. *Educação e Matemática*, 159, 17–20. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2686>
- Brunheira, L. (2016). Ver as estrelas... com o GeoGebra. *Revista Educação e Matemática*, 139 e 140, 38-42. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2386/2883>
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400. <https://doi.org/10.1037/a0031084>
- Cargnin, C., & Barros, R. M. O. (2015). A contribuição do geogebra para a compreensão do conceito de convergência. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(6), 215–232. <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5989>
- Carmo, H., & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da investigação: Guia para auto-aprendizagem*. Universidade Aberta.
- Carvalho e Silva, J., Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Martins, M., Santos, M., Filipe, N., Correia, P., Espadeido, G., & Carreira, S. (2023). *Aprendizagens essenciais – Matemática A – 10.º Ano*. Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/mat_a_10_-_vf.pdf
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). Macmillan. <https://doi.org/10.1108/978-1-60752-874-620251022>

- Clements, D. H., & Samara, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 113–148. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9173-0>
- Cordelina, G., & Pavanelo, E. (2024). Uma possibilidade de programação no GeoGebra: Primeiros passos. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 13(3), 23–41. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i3p085-103>
- Correia, P. F., & Fernandes, J. A. (2011). Redução ao 1.º quadrante com o Geogebra. *Educação e Matemática*, 112, 26-29. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1955>
- Cosme, A., Lima, L., Ferreira, D., & Ferreira, N. (2021). *Metodologias, métodos e situações de aprendizagem: Propostas e estratégias de ação*. Porto Editora.
- Dias, I. H., & Scortegagna, L. (2025). GeoGebrando no mundo das funções do segundo grau: Recurso educacional digital gamificado no GeoGebra. *Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 14(1), 165–180. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2025.v14i1p165-180>
- Domingues, A., & Martinho, E. (2018). *Geogebra no ensino aprendizagem da trigonometria e funções trigonométricas*. *Educação e Matemática*, 149, 67-70. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2531/2575>
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3–26). Psychology of Mathematics Education. <https://pat-thompson.net/PDFversions/1999Duval.pdf>
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis*, 18, 64-66. <https://www.yumpu.com/pt/document/read/50426284/notas-sobre-os-paradigmas-da-investigaaaao-em->
- Fernandes, J. A., & Vaz, O. (1998). Porquê usar a tecnologia nas aulas de matemática? *Boletim da SPM*, 39, 43–55. https://www.researchgate.net/publication/260293796_PORQUE_USAR_TECNOLOGIAS_NAS_AULAS_DE_MATEMATICA
- Ferreira, R. (2024/2025). *Investigação qualitativa* [Material de apoio à disciplina de Investigação e Prática Profissional, lecionada na FCUP].

- Ferreira, R. (2024/2025). *Instrumentos de recolha de dados* [Material de apoio à disciplina de Investigação e Prática Profissional, lecionada na FCUP].
- Filho, D. C. M., Oliveira, I. M. S., & Mathias, C. V. (2025). Geometrização do teorema de Pitágoras e sua generalização como o teorema de Polya. *Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 14(1), 58–75. <https://revistas.pucsp.br/IGISP>
- French, D. (2004). *Teaching and learning geometry*. Bloomsbury Publishing. <https://www.torrossa.com/it/resources/an/5212959>
- Fujita, T., & Jones, K. (2002). The bridge between practical and deductive geometry: Developing the “geometrical eye”. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 384–391). PME.
- Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In J. Novotná, H. Motaová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 129–136). PME. https://www.researchgate.net/publication/253050164_Primary_trainee_teachers'_understanding_of_basic_geometrical_figures_in_Scotland
- Garnica, A. V. M. (2004). História oral e educação matemática. In M. C. Borba & J. L. Araújo (Eds.), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática* (pp. 77-98). Autêntica.
- GeoGebra. (s.d.). O que é o GeoGebra?. GeoGebra. <https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>
- Granito, M., & Chernobilsky, E. (2012). The effect of technology on a student's motivation and knowledge retention. In *NERA 2012 Annual Conference* (pp. 1-22). University of Connecticut. https://digitalcommons.lib.uconn.edu/nera_2012/17
- Grassinger, R., Scheunpflug, A., Zeinz, H., & Dresel, M. (2018). Smart is who makes lots of errors? The relevance of adaptive reactions to errors and a positive error climate for academic achievement. *High Ability Studies*, 29(1), 37–49. <https://doi.org/10.1080/13598139.2018.1459294>

- Gravina, M. A. (1996). Geometria dinâmica: Uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In *VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação* (pp. 1–13). Instituto de Matemática da UFRGS. https://www.academia.edu/10004140/GEOMETRIA_DIN%C3%82MICA_UMA_NOVA_ABORDAGEM_PARA_O_APRENDIZADO_DA_GEOMETRIA?utm_source=chatgpt.com
- Griffin, D. (2003). *Educators' technology level of use and methods for learning technology integration* [Tese de doutoramento, University of North Texas]. University of North Texas.
- Gumbo, M. T. (2019). What is technology? In M. T. Gumbo (Ed.), *Teaching technology in intermediate and senior phase* (pp. 2–19). Oxford University Press.
- Gutiérrez, A., & Santos, L. (2018). Contributos da investigação sobre o ensino e a aprendizagem da geometria. *Quadrante*, 27(2), 1–6. <https://quadrante.apm.pt/article/view/22966>
- Henrique, M. P. (2017). *GeoGebra no clique e na palma das mãos: Contribuições de uma dinâmica de aula para construção de conceitos geométricos com alunos do ensino fundamental* [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro]. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. <https://rima.ufrj.br/jspui/bitstream/20.500.14407/14958/3/2017%20-%20Marcos%20Paulo%20Henrique.pdf>
- Hew, K., & Brush, T. (2007). Integrating technology into K-12 teaching and learning: Current knowledge gaps and recommendations for future research. *Education Tech Research Dev*, 55(3), 223–252. <https://doi.org/10.1007/s11423-006-9022-5>
- Holanda, G. S., & Farias, I. M. S. (2020). Estratégia da triangulação: Uma incursão conceitual. *Atos de Pesquisa em Educação*, 15(4), 1150-1166. <https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1150-1166>
- Hoyles, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (Vol. 10, pp. 323–349). Springer. <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/1515595/1/Hoyles2003What.pdf>

- Hrynevych, L. M., Morze, N. V., Vember, V. P., & Boiko, M. A. (2021). Use of digital tools as a component of STEM education ecosystem. *Educational Technology Quarterly*, 2021(1), 118–139. <https://doi.org/10.55056/etq.24>
- Inácio, F. B., Sabino, M. S., & Oliveira, J. L. (2025). Uma avaliação dos limites e possibilidades dos licenciados do curso de Matemática da FECLESC, no uso da ferramenta GeoGebra. *Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 14(1), 44–57. <https://revistas.pucsp.br/IGISP>
- Inan, F., & Lowther, D. (2010). Factors affecting technology integration in K-12 classrooms: A path model. *Educational Technology Research and Development*, 58, 137–154. <https://doi.org/10.1007/s11423-009-9132-y>
- Ingram, J., Pitt, A., & Baldry, F. (2015). Handling errors as they arise in whole-class interactions. *Research in Mathematics Education*, 17(3), 183–197. <https://doi.org/10.1080/14794802.2015.1098562>
- Jablonski, S., & Ludwig, M. (2023). Teaching and learning of geometry - a literature review on current developments in theory and practice. *Education Sciences*, 13, Artigo 682. <https://doi.org/10.3390/educsci13070682>
- Jacinto, H., & Carreira, S. (2013). “Ah, boa! Geometria! Vou pôr isto tudo direitinho.” – Literacia tecno-matemática na resolução de problemas com o GeoGebra. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, J. Tinoco & F. Viseu (Orgs.), *Actas do XXIV SIEM* (pp. 513–528). APM & CIEd da Universidade do Minho. [https://www.apm.pt/files/files/SIEM/Atas SIEM/2013 Braga ATAS XXIV SIEM.pdf](https://www.apm.pt/files/files/SIEM/Atas%20SIEM/2013%20Braga%20ATAS%20XXIV%20SIEM.pdf)
- Janikova, M., Pavelková, M., & Janik, T. (2024). Dealing with student mistakes in mathematics at primary school. *Studia Paedagogica*, 29(2), 66–89. [https://www.researchgate.net/publication/385404554 Dealing with Student Mistakes in Mathematics at Primary School](https://www.researchgate.net/publication/385404554_Dealing_with_Student_Mistakes_in_Mathematics_at_Primary_School)
- Junqueira, M. (1996). Exploração de construções geométricas em ambientes computacionais dinâmicos. *Quadrante*, 5(1), 61–108. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22679>
- King, J. R., & Schattischneider, D. (2003). *Geometria dinâmica: Seleção de textos do livro Geometry Turned On!*. APM.

- Laborde, C. (2002). Integration of technology in design of geometry tasks with Cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 283–317. <https://doi.org/10.1023/A:1013309728825>
- Leivas, J. C. P. (2009). *Imaginação, intuição e visualização: A riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática* [Tese de doutoramento, Universidade Federal do Paraná]. Universidade Federal do Paraná. <https://hdl.handle.net/1884/19925>
- Lim, C., Teo, Y., Wong, P., Khine, M., Chai, C., & Divaharan, S. (2003). Creating a conducive learning environment for the effective integration of ICT: Classroom management issues. *Journal of Interactive Learning Research*, 14(4), 405–423. https://www.researchgate.net/publication/49279390_Creating_a_conducive_learning_environment_for_effective_integration_of_ICT_Classroom_management_issues
- Lima, D. (2016). *O desenvolvimento de conceitos geométricos por meio do aplicativo GeoGebra: Contribuições à compreensão do teorema de Pitágoras* [Monografia, Universidade Federal de Campina Grande]. Universidade Federal de Campina Grande. <https://dspace.sti.ufcg.edu.br/handle/riufcg/8055?mode=full>
- Lima, L. (2020). *O ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas: Intencionalidades, ações e reflexões dos doentes*. [Tese de Doutoramento, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade do Porto]. Universidade do Porto. <https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/128008>
- Lima, M., Silva, G., & Rodrigues, R. (2024). GeoGebra na formação de professores: A utilização do software nas aulas de matemática. *Revista Cearense de Educação Matemática*, 3(7), 1–15. <https://doi.org/10.56938/rceem.v3i8.4199>
- Lorenzato, S. (1995). Por que não ensinar geometria? *Educação Matemática em Revista*, 3(4), 3-13. <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311>
- Loureiro, C. (2017). O desenvolvimento do raciocínio geométrico e espacial. *Educação e Matemática*, 144 e 145, 16–20. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2449>

- Loureiro, C. (2022). Representações dinâmicas e interativas com o GeoGebra - construir, ver, transformar, pensar e discutir. *Educação e Matemática*, 166, 44–46. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2844>
- Maia, L., Gondim, R., & Vasconcelos, F. (2023). Utilização do Geogebra para o ensino de geometria: Uma revisão sistemática de literatura. *Ensino da Matemática em Debate*, 10(1), 31-51. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2023v10i60031>
- Marques, V. D., & Caldeira, C. R. d. C. (2018). Dificuldades e carências na aprendizagem da matemática do ensino fundamental e suas implicações no conhecimento da geometria. *Revista Thema*, 15(2), 403–413. <https://doi.org/10.15536/thema.15.2018.403-413.851>
- Menezes, L., Guerreiro, A., Martinho, M. H., & Ferreira, R. A. T. (2013). Essay on the role of teachers' questioning in inquiry-based mathematics teaching. *Sisyphus*, 3, 44–75. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=575763900003>
- Metcalfe, J. (2017). Learning from errors. *Annual Review of Psychology*, 68, 465–489. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010416-044022>
- NCTM. (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. APM e IIE.
- NCTM. (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. APM e IIE.
- NCTM. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. APM. (Obra original publicada em 2000)
- NCTM. (2014). *Princípios para ação: Assegurar a todos o sucesso em matemática*. APM.
- Nogueira, C. M. I., Pavanello, R. M., & Oliveira, L. A. (2016). Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. In C. F. Brandt & M. T. Moretti (Eds.), *Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa* (pp. 15–38). UEPG. <https://books.scielo.org/id/dj9m9>
- Ng, D. (2011). Indonesian primary teachers' mathematical knowledge for teaching geometry: Implications for educational policy and teacher preparation programs. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 39, 151–164. <https://doi.org/10.1080/1359866X.2011.560648>

- Nunziatti, G. (1990). Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice. *Cahiers Pédagogiques*, 280, 47–64. https://moodle.mce-fimem.it/pluginfile.php/4736/mod_resource/content/1/Valutazione%20Formatrice.pdf
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 22(2), 29–53. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22895>
- Ouriques, L. G. dos S. A. (2024). *Recursos tecnológicos e ferramentas digitais* [Produto educacional em formato de livreto, anexo à dissertação de mestrado, Universidade de Pernambuco – Campus Petrolina]. Universidade de Pernambuco – PPGFPPI. https://w2files.solucaoatrio.net.br/atrio/upe-ppgfppl/upl//PRODUCTION/823/produto_lala_20240321175402998.pdf
- Padilla-Escorcia, I. A., & Acevedo-Ricón, J. P. (2021). Conhecimento especializado do professor que ensina a reflexão da função trigonométrica: Mediações com TIC. *Eco Matemático*, 12(1), 93–106. <https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/view/3072/3357>
- Pan, S. C., Sana, F., Samani, J., Cooke, J., & Kim, J. A. (2020). Learning from errors: Students' and instructors' practices, attitudes, and beliefs. *Memory*, 28(9), 1105–1122. <https://doi.org/10.1080/09658211.2020.1815790>
- Parzysz, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 575–593.
- Pavanello, R. M. (2004). Por que ensinar/aprender geometria? In *VII Encontro Paulista da Educação Matemática*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_32_e_39_-_matematica_-_clecimara_medeiros.pdf
- Pinheiro, J. E., Petry, V. J., & Binotto, R. R. (2024). Exercício de imaginação pedagógica sobre o uso de objetos virtuais de aprendizagem para o ensino de trigonometria. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 13(3), 104–122. <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/67144>
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3–18. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Ponte.pdf

- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM. <https://repositorio.ulisboa.pt/bitstreams/c7ff7824-73f8-42a5-a50a-834ed284a75c/download>
- Ponte, J. P. (2014). *Práticas profissionais dos professores de matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. <https://repositorio.ulisboa.pt/entities/publication/be63f7ee-4ffa-4e22-b9ba-6905a73cafcf>
- Ponte, J. P., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (2003). O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In D. Fiorentini (Ed.), *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares* (pp. 159-192). Mercado de Letras.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2006). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Autêntica.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Pereira, J. M. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática*, 133, 26–35. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2292>
- Ponte, J. P., & Santos, L. (1998). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3–32. <https://quadrante.apm.pt/article/download/22703/16770/87878>
- Proença, A. J., & Canavarro, A. P. (2021). Condições de uso do computador nas aulas de matemática do ensino secundário em Portugal. *Campo Abierto Revista de Educación*, 40, 119-137. <https://www.researchgate.net/publication/347685115>
- Rocha, H. (2014). Utilização, uso e integração da tecnologia: Contributo para a clarificação de um conceito. In M. H. Martinho, R. A. Tomás Ferreira, A. M. Boavida & L. Menezes (Eds.), *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 141–153). APM. https://www.apm.pt/files/files/SIEM/2014/ataspdf/P8_5343614467ad4.pdf
- Rogenski, M. L. C., & Pedroso, S. M. D. (2019). O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades. *Cadernos PDE*, 13, Artigo e044-4. <https://janilson.pro.br/wp-content/uploads/2025/08/O-Ensino-da-Geometria-na-Educacao-Basica-Realidade-e-Possibilidades-1.pdf>

- Ronau, R., Rakes, C., Bush, S., Driskell, S., Niess, M., & Pugalee, D. (2000). *Using calculators for teaching and learning mathematics* (NCTM Research Brief). NCTM.
- Roschelle, J., Shechtman, N., Tatar, D., Hegedus, S., Hopkins, B., Empson, S., Knudsen, J., & Gallagher, L. (2010). Integration of technology, curriculum, and professional development for advancing middle school mathematics: Three large-scale studies. *American Educational Research Journal*, 47(4), 833–878. https://www.researchgate.net/publication/250184906_Integration_of_Technology_Curriculum_and_Professional_Development_for_Advancing_Middle_School_Mathematics_Three_Large-Scale_Studies
- Serin, H. (2018). Perspectives on the teaching of geometry: Teaching and learning methods. *Journal of Education and Training*, 5(1), 1–7. <https://doi.org/10.5296/JET.V5I1.12115>
- Serin, H. (2023, março). The role of technology in mathematics education: Promoting student achievement. *International Journal os Social Sciences and Educational Studies*, 10(2), 390–395. <https://doi.org/10.23918/ijsses.v10i2p390>
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 313–340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Timperley, H. (2014). Using assessment information for professional learning. In C. Wyatt-Smith, V. Klenowski & P. Colbert (Eds.), *Designing assessment for quality learning. The enabling power of assessment* (Vol. 1, pp. 137–149). Springer.
- van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. In *Teaching Children Mathematics* (pp. 310–316). NTCM. https://math.buffalostate.edu/~jcushman/MED308/Readings/TCM_van_Hiele.pdf
- Vygotsky, L. S. (2012). *Imaginação e criatividade na infância* (J. P. Fróis, Trad.). Dinalivro. (Obra original publicada em 1930). <https://dokumen.pub/qdowload/imaginaao-e-criatividade-na-infancia-9789725766163.html>
- Yang, D., & Baldwin, S. J. (2020). Using technology to support student learning in an integrated STEM learning environment. *International Journal of Technology in*

Education and Science, 4(1), 1–11. <https://ijtes.net/index.php/ijtes/article/view/1592>

Apêndices

Apêndice 1 – Assentimento

Caros alunos,

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática, estou a realizar um projeto de investigação, orientado por uma professora da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, sobre a contribuição do uso do *GeoGebra* na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Para uma melhor compreensão da contribuição do uso do *GeoGebra* na aprendizagem, irei necessitar de fazer gravações de áudio de algumas aulas e de recolher alguns trabalhos realizados pelos alunos. Também poderei precisar de gravar o áudio de entrevistas realizadas com os alunos. A vossa participação é voluntária e não terá qualquer influência na avaliação final da disciplina. Nenhum participante irá ser identificado para garantir o vosso anonimato. A qualquer momento podem desistir, sem ser necessária qualquer justificação. Se não quiserem participar ou acabarem por desistir, não sofrerão qualquer penalização na avaliação final da disciplina.

No final da realização do meu trabalho, caso pretendam aceder aos resultados da minha investigação, podem solicitá-los pela plataforma *Teams* ou pelo *email* [REDACTED].

Assim, venho pedir a vossa colaboração no meu trabalho de investigação para poder recolher um maior conjunto de dados.

Qualquer dúvida que tenham, estou à vossa disposição.

Com os melhores cumprimentos,

Professora estagiária Sónia Torres

[REDACTED], 04 de fevereiro de 2025

..... 

Eu, _____, aluno(a)
n.º _____, da turma _____ do _____ ano da [REDACTED] **aceito / não aceito** (riscar o que **não** interessa) participar no trabalho de investigação da professora Sónia Torres e autorizo a recolha de tarefas realizadas, gravações de áudio, entrevistas e questionários.

Assinatura do(a) aluno(a):

Data: ____/____/2025

Apêndice 2 – Consentimento

Caro(a) Encarregado(a) de Educação,

Como penso ser do vosso conhecimento, na disciplina de Matemática do seu educando há três professoras de Matemática, sendo que duas delas são professoras estagiárias inscritas no Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Como parte dos requisitos de uma das disciplinas do Mestrado, é necessário de instituir um projeto de investigação orientado pela Professora Doutora Louise Lima.

A concretização deste trabalho de investigação envolve uma intervenção pedagógica integrada na planificação normal das aulas de Matemática e a recolha de dados acerca das aprendizagens dos alunos. Esta recolha poderá incluir a gravação de áudio de algumas aulas/momentos de trabalho dos alunos, trabalhos produzidos pelos alunos, entrevistas e questionários. Durante a entrevista será realizada uma gravação em áudio. Estas gravações são essenciais para que seja possível recolher o máximo de informação acerca das interações com os alunos, realizando posteriormente uma transcrição de toda ou parte das gravações. Toda esta recolha será vital para a implementação do projeto de investigação em causa. Após a finalização do trabalho, todas as produções dos alunos recolhidas serão destruídas, assim como todas as gravações de áudio.

Para garantir o anonimato, nem os alunos que participarem neste trabalho, nem a escola serão identificados. A participação do(a) seu(sua) educando(a) neste trabalho é voluntária e, se quiser desistir, poderá fazê-lo a qualquer momento sem qualquer justificação necessária. Em caso de desistência, qualquer dado recolhido até ao momento, não será utilizado para a realização do relatório de estágio. A participação, não participação ou desistência por parte do(a) seu(sua) educando(a) não terá qualquer influência na sua avaliação final.

Qualquer alteração no protocolo de pesquisa será informada ao(à) Encarregado(a) de Educação e ao(à) educando(a) e terão acesso aos resultados da investigação, após o pedido do mesmo.

Assim, venho por este meio solicitar a autorização para a participação do(a) seu(sua) educando(a) no projeto de investigação, com vista a garantir uma maior recolha de dados para o trabalho de investigação. Caso seja necessário, qualquer informação adicional, estou à disposição através do meu *email* [REDACTED].

Com os melhores cumprimentos,

Professora estagiária Sónia Torres

[REDACTED], 04 de fevereiro de 2025

..... 

Eu, _____,

Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) : _____

n.º _____, da turma _____ do _____ ano da [REDACTED], **autorizo / não autorizo** (riscar o que **não** interessa) o/a meu(minha) educando(a) a participar no trabalho de investigação da professora Sónia Torres e autorizo a recolha de tarefas realizadas pelo aluno, gravações de áudio, entrevistas e questionários.

Assinatura do(a) Encarregado de Educação:

Data: ____/____/2025

Apêndice 3 – Questionário

Análise da utilização do *GeoGebra* no Ensino da Matemática

Olá! Este questionário faz parte da nossa intervenção pedagógica e tem como objetivo recolher algumas informações que serão utilizadas com o intuito de complementar os dados recolhidos. Todos vocês já assinaram o assentimento informado, por isso sabem que as respostas são confidenciais e usadas apenas para fins académicos. Obrigada pela vossa colaboração e sinceridade!

* Obrigatória

No final, não te esqueças de enviar mensagem com um print em como submeteste as respostas.

Obrigada!

1. Enquanto resolveste as questões no *GeoGebra*, a tua estratégia para as resolver: *

- ☐ Manteve-se
- ☐ Pensei de forma diferente

2. Gostarias de continuar a utilizar o *GeoGebra* em sala de aula? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

3. Porquê? *

4. Em que momento consideras que o *Geogebra* apoia as aprendizagens e realização das tarefas? *

Seleciona a(s) opção(ões) que considerares verdadeiras

- ☐ Introduzir conteúdos
- ☐ Consolidar conhecimentos

5. O uso do *GeoGebra* motivou-te na resolução das tarefas? *

- ☐ Sim Ir para 6. De que forma?
- ☐ Não Ir para 7. Porquê?

6. De que forma? *

Ir para 8. Com que estratégia conseguiste resolver melhor a atividade?

7. Porquê? *

8. Com que estratégia conseguiste resolver melhor a atividade? *

- ☐ Analiticamente
- ☐ Com recurso ao *GeoGebra*

9. Qual o teu nível de concordância com a seguinte frase *

	Concordo totalmente	Concordo	Nem concordo nem discordo	Discordo	Discordo totalmente
Senti que com a utilização do GeoGebra compreendi melhor os conceitos em aula.	☐	☐	☐	☐	☐

10. Sentiste que com a utilização do GeoGebra ultrapassaste alguma dificuldade? *

- ☐ Sim Ir para 11. Consegues dar um exemplo?
- ☐ Não Ir para 12. Achaste mais fácil identificar e corrigir os teus erros ao utilizar o GeoGebra?

11. Consegues dar um exemplo? *

12. Achaste mais fácil identificar e corrigir os teus erros ao utilizar o GeoGebra? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

13. Porquê? *

14. Sentes que o GeoGebra contribuiu para: *

- ☐ Visualizar a figura
- ☐ Estabelecer relações entre conceitos
- ☐ Abstrair o pensamento
- ☐ Desenvolver a capacidade de comunicação e argumentação com colegas
- ☐ Outro

15. Consideras que tens algumas dificuldades em Geometria? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

16. Quais são, para ti, as tuas principais dificuldades em Geometria? *

Apêndice 4 – Resolução da Tarefa 1

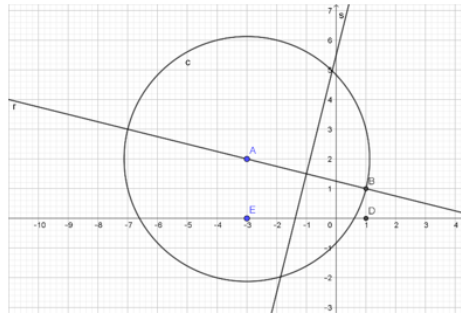
1. A Joana fez uma construção no GeoGebra.

Na sua construção, estava representado:

- A circunferência c , centrada no ponto A e cuja equação é $x^2 + 6x + y^2 - 4y - 4 = 0$;
- O ponto B pertencente à circunferência e à bissetriz dos quadrantes ímpares;
- A reta r que passa nos pontos A e B e nenhum dos seus pontos pertence ao 3º quadrante;
- A reta s que corresponde à mediatriz do segmento de reta $[AB]$.
- O ponto D pertencente ao eixo Ox e com a mesma abscissa de B .
- O ponto E pertencente ao semieixo negativo Ox que dista 4 unidades de D .

1.1. Reproduz a construção que a Joana pode ter feito.

Resposta:

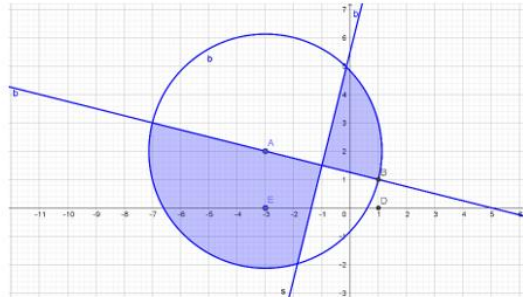


1.2. Indica as coordenadas de A e B e o raio da circunferência.

Resposta: $A(-3, 2)$, $B(1, 1)$ e $r = \sqrt{17}$.

1.3. Escreve uma condição que defina a região limitada pela circunferência e pelas retas r e s , incluindo a fronteira, tal que os pontos $(-3, 0)$ e $(0, 2)$ pertençam à região.

Resposta:



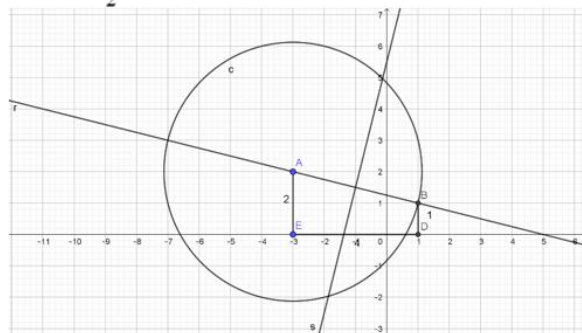
$$\left(y \geq 4x + 5.5 \wedge y \leq -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \wedge (x+3)^2 + (y-2)^2 \leq 17 \right) \vee$$

$$\left(y \geq -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \wedge y \leq 4x + 5.5 \wedge (x+3)^2 + (y-2)^2 \leq 17 \right)$$

A condição é

1.4. Determina a área do trapézio $[ABDE]$.

Resposta: A área do trapézio é $\frac{1+2}{2} \times 4 = 6$.

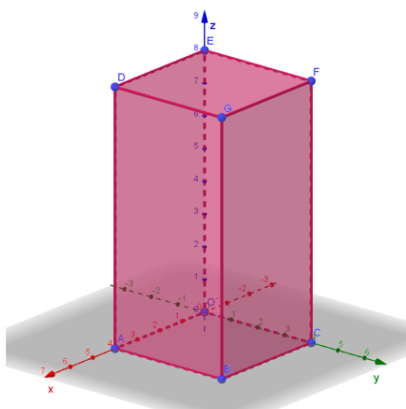


Apêndice 5 – Resolução da Tarefa 2

1. Considera o prisma quadrangular $[OABCDEFG]$. Sabe-se que:
 - O é a origem do referencial.
 - $[OA]$ e $[OC]$ são arestas de uma das bases do prisma.
 - O ponto A pertence ao semieixo positivo Ox , o ponto C ao semieixo positivo Oy .
 - O ponto E pertence ao semieixo positivo Oz e ao plano de equação $z = 8$.
 - O volume do prisma é 128.
 - O ponto B pertence ao plano $z = 0$.
 - O ponto D é a projeção ortogonal do ponto A no plano $z = 8$.
 - O ponto F pertence ao plano de equação $y = 4$ e tem menor abscissa do que o ponto G .

Constrói este prisma.

Resposta:



- 1.1. Como é que determinaste as coordenadas do ponto A ? E do ponto F ?

Resposta: Como temos um prisma quadrangular, o polígono da base é um quadrilátero.

Como F tem ordenada 4, sabemos que a ordenada de C também é 4. Como C pertence ao eixo Oy , tem coordenadas $(0, 4, 0)$.

$$V_{\text{prisma}} = 128 \Leftrightarrow \overline{AO} \times \overline{OC} \times \overline{OE} = 128 \Leftrightarrow \overline{AO} \times 4 \times 8 = 128 \Leftrightarrow \overline{AO} = 4.$$

Logo, a abscissa de A é 4. Como A pertence ao eixo Ox , tem coordenadas $(4, 0, 0)$.

O ponto B , como pertence ao plano $z = 0$ e a base do prisma é um quadrado, B tem coordenadas $(4, 4, 0)$.

Como o ponto D é a projeção ortogonal do ponto A no plano $z = 8$, tem coordenadas $(4, 0, 8)$.

O ponto F tem ordenada 4 por pertencer ao plano $y = 4$ e, como o ponto E pertence ao plano $z = 8$, F pertence ao plano $z = 8$ e tem coordenadas $(0, 4, 8)$. O ponto G tem coordenadas $(4, 4, 8)$.

- 1.2. Porque é que a figura construída pode ser considerada um prisma quadrangular?

Resposta: A figura construída pode ser considerada um prisma quadrangular porque possui duas bases que são quadriláteros, congruentes e paralelas entre si, e as faces laterais são paralelogramos (neste caso, retângulos).

2. Escreve uma condição que defina a semirreta $\overrightarrow{BG}$;

Justifica porque é que a condição determinada representa a semirreta.

Resposta: $x = 4 \wedge y = 4 \wedge z \geq 0$, porque uma semirreta é uma linha reta com início e sem fim, logo precisamos de obter primeiro a condição que origina a reta e depois restringir os valores de z .

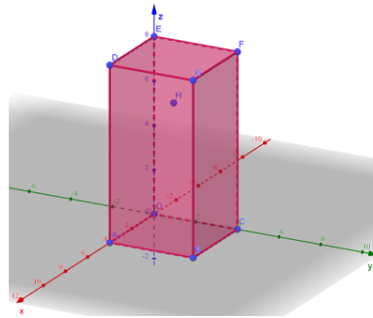
3. Identifica, usando as letras da figura, o conjunto de pontos definidos pela condição $0 \leq y \leq 4 \wedge x = 4 \wedge 0 \leq z \leq 8$.

Justifica a tua resposta.

Resposta: $x = 4 \wedge y = 4 \wedge z \geq 0$, porque uma semirreta é uma linha reta com início e sem fim, logo precisamos de obter primeiro a condição que origina a reta, $x = 4 \wedge y = 4$, e depois restringir os valores de z para $z \geq 0$.

4. Considera o ponto H resultante da projeção ortogonal do ponto $(2, 2, -1)$ no plano $z = 6$. Assinala o ponto H na tua construção do *GeoGebra* e determina uma equação que defina o plano OBH .

Resposta:



O plano OBH é o plano mediador do segmento de reta $[AC]$, logo é dado pela equação:

$$\begin{aligned} (x-4)^2 + y^2 + z^2 &= x^2 + (y-4)^2 + z^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 + z^2 &= x^2 + y^2 - 8y + 16 + z^2 \\ \Leftrightarrow -8x + 8y &= 0 \\ \Leftrightarrow -x + y &= 0 \end{aligned}$$

Apêndice 6 – Plano de Aula Tarefa 1

Data: 25/03/2025

Tempo da Intervenção Pedagógica: 55 minutos

Tema: Geometria Analítica no Plano

Ano: 10.º

Objetivos Específicos

Identificar coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano, ortogonal e monométrico.

Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas:

- Condições que definem conjuntos de pontos:
 - Equações de retas verticais e não verticais;
 - Mediatriz de um segmento de reta;
 - Circunferência e círculo;
 - Outros conjuntos definidos por conjunções e disjunções, em casos simples.

Sumário

Resolução de uma tarefa com recurso ao *GeoGebra*

Ideias chave

Resolução de problemas, modelação e conexões;
Tarefas e recursos educativos;
Organização do trabalho dos alunos;
Comunicação matemática.

Avaliação

A avaliação será estritamente formativa e será feita através de *feedback*.

Recursos

Enunciado da tarefa
Material de escrita
Computador/Tablet
Folha de resposta

Desenvolvimento de aula

(10 minutos)

Organizar a disposição dos grupos na sala de aula de forma a não alterar significativamente a disposição habitual da sala de aula e de modo a garantir a heterogeneidade a nível dos conhecimentos em Geometria.

Fazer uma breve introdução ao *GeoGebra*, apresentando os comandos mais utilizados e orientado os alunos no processo de alteração das propriedades dos objetos.

Pedir aos alunos que iniciem a gravação de ecrã.

(45 minutos)

Pedir aos alunos que resolvam a tarefa com os respetivos grupos.

Considerações

- A tarefa foi adaptada do manual de tarefas do manual Matemática 360, Raiz Editora.
- Durante a realização da tarefa proposta, as professoras responderão a dúvidas dos alunos relativamente a conteúdos, fazendo questões que os apoiem na resolução da tarefa. Além disso, irão esclarecer qualquer dúvida relacionada com a interpretação dos enunciados e com o programa *GeoGebra*. Os alunos podem ainda consultar os seus manuais e cadernos.

Apêndice 7 – Plano de Aula Tarefa 2

Data: 22/04/2025
Tempo da Intervenção Pedagógica: 55 minutos
Tema: Geometria Analítica no Espaço
Ano: 10.º

Objetivos Específicos Identificar coordenadas de pontos do espaço num referencial cartesiano ortogonal e monométrico. resolução de problemas: ○ Condições que definem conjuntos de pontos: ▪ Planos paralelos aos planos coordenados; ▪ Retas paralelas a um dos eixos; ▪ Planos mediadores;	Sumário Resolução de uma tarefa com recurso ao <i>GeoGebra</i> Ideias chave Resolução de problemas, modelação e conexões; Tarefas e recursos educativos; Organização do trabalho dos alunos; Comunicação matemática.
Avaliação A avaliação será estritamente formativa e será feita através de <i>feedback</i>;	Recursos Enunciado da tarefa Material de escrita Computador Folha de resposta
Desenvolvimento de aula (5 minutos) Organizar a disposição dos grupos na sala de aula de forma a não alterar significativamente a disposição habitual da sala de aula e de modo a garantir a heterogeneidade a nível dos conhecimentos em Geometria. Pedir aos alunos que iniciem a gravação de ecrã. (50 minutos) Pedir aos alunos que resolvam a tarefa com os respetivos grupos.	
Considerações • A tarefa foi adaptada de uma ficha formativa do manual M10, Areal Editores. • Durante a realização da tarefa proposta, as professoras responderão a dúvidas dos alunos relativamente a conteúdos, fazendo questões que os apoiem na resolução da tarefa. Além disso, irão esclarecer qualquer dúvida relacionada com a interpretação dos enunciados e com o programa <i>GeoGebra</i>. Os alunos podem ainda consultar os seus manuais e cadernos.	