

# **Vibrações Induzidas Por Tráfego Ferroviário: Avaliação Da Resposta Dinâmica De Estruturas Adjacentes**

**Waldyr Diogo de Siqueira Bisneto**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**Mestre em Estruturas De Engenharia Civil**

---

Orientador: Professor Doutor Aires Manuel Silva Colaço

---

Coorientadores: Professor Doutor Carlos Manuel Ramos Moutinho;  
Professor Doutor Pedro Miguel Barbosa Alves Costa

Julho de 2025



## **MESTRADO EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL 2024/2025**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

✉ [mestec@fe.up.pt](mailto:mestec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil - 2024/2025 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2025.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.



À minha família

*O sucesso nasce do querer, da determinação e  
persistência em se chegar a um objetivo.*

*Mesmo não atingindo o alvo,  
quem busca e vence obstáculos,  
no mínimo, fará coisas admiráveis.*

*José de Alencar*







## **AGRADECIMENTOS**

Este trabalho só foi possível graças às pessoas extraordinárias que estiveram ao meu lado durante todo o percurso acadêmico. Acreditaram em mim, apararam-me nos momentos de incerteza e compartilharam comigo esta jornada. A todas elas, manifesto a minha mais sincera e profunda gratidão:

Ao Professor Doutor Aires Colaço, meu docente da unidade curricular de Fundações e, com enorme satisfação, também meu orientador, endereço um agradecimento muito especial. Agradeço-lhe por ter confiado em mim ao atribuir-me este trabalho e por me ter orientado ao longo de todo o processo com paciência, rigor e firmeza. Sou profundamente grato pelos valiosos ensinamentos e pela dedicação constante que sempre demonstrou ao longo deste ano de investigação.

Aos Professores Doutores Carlos Manuel Ramos Moutinho e Pedro Miguel Barbosa Alves Costa, meus coorientadores, expresso o meu reconhecimento pela disponibilidade, acompanhamento e apoio prestados. Sem o vosso contributo atento, a concretização deste trabalho não teria sido possível.

Ao meu pai, Waldyr, que sempre me incentivou a ser a melhor versão de mim mesmo, acreditou no meu potencial e me proporcionou todas as condições para construir um futuro promissor. É a minha maior inspiração, de quem herdei o nome, o sangue e os valores que carrego. Espero, um dia, conseguir ser, pelo menos, um por cento do homem extraordinário que ele é.

À minha mãe, Ivana, que, mesmo à distância, nunca deixou de estar presente, oferecendo amor e conforto nos momentos mais difíceis. Apesar da força e segurança com que sempre se apresenta, revela uma sensibilidade admirável. O seu apoio inabalável e incentivo constante foram determinantes para a realização deste trabalho.

À minha noiva e companheira de vida, Marina, e à Walda, que embarcaram comigo na aventura desafiante de viver noutro país, apoiaram os meus sonhos e transformaram a nossa nova casa em um lar. À Marina, em especial, que ao longo destes dez anos tem sido a minha bússola, o meu pilar e a fonte de algumas das maiores alegrias da minha vida. A sua parceria, amor e presença tornaram possíveis muitas das conquistas que hoje celebro, e por isso, serei eternamente grato.

Aos meus irmãos, Victória, Fernando, Virgínia e Vanessa, crescer ao vosso lado foi um privilégio. Foram os meus primeiros amigos e, embora hoje cada um trilhe o seu próprio caminho, sei que estaremos sempre unidos. Esta conquista é também vossa, e levo-vos comigo em cada passo desta jornada.

Aos meus avós, Waldyr e Helena, quando me olho no espelho, vejo-vos. Sou profundamente grato por ter o privilégio de partilhar este mundo convosco e por tudo aquilo que me transmitiram através do vosso exemplo de vida.

A Érika e ao Rogério, que foram rostos familiares num país até então desconhecido, agradeço de coração por me acolherem e apoiarem nesta nova etapa. Sem o vosso carinho e generosidade, nada disso teria sido possível.

Ao meu sogro, Paulo, que me confiou o bem mais precioso, sua única filha, e que, desde o primeiro momento, me acolheu como a um verdadeiro filho, agradeço profundamente. Sou grato pelos seus conselhos, pela escuta atenta e pela presença constante e generosa na minha vida. Por fim, agradeço ao meu cunhado Bernardo pelo companheirismo, pelas conversas descontraídas e pelo apoio em momentos importantes. A sua amizade foi uma presença leve e valiosa ao longo deste percurso.

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC), no âmbito do projeto PTDC/ECI-EGC/3352/2021 - IntRAIL - Metodologia expedita de previsão de vibrações e ruído re-radiado induzidos por tráfego ferroviário.





## RESUMO

O aumento da densidade urbana e a expansão das infraestruturas ferroviárias têm contribuído para a crescente exposição das populações a vibrações induzidas por tráfego ferroviário, tornando necessário a realização de estudos de avaliação da resposta dinâmica das edificações com vista à garantia do conforto dos ocupantes. Neste contexto, a presente dissertação propõe uma metodologia expedita para estimar a resposta vibratória, com recurso a funções de transferência no domínio da frequência, expressas em bandas de 1/3 de oitava. Complementarmente, foi conduzida uma série de análises paramétricas que permitiram a geração de uma base de dados estruturada.

Após um enquadramento geral do tema, com destaque para a revisão dos modelos de previsão empíricos propostos pela *Federal Transit Administration* (FTA), procedeu-se à apresentação da modelação numérica subestruturada adotada para considerar a interação dinâmica solo-estrutura, a qual recorre ao modelo de parâmetros condensados *Monkey-tail* para representar o solo e ao método dos elementos finitos para a estrutura. Esta modelação permitiu conduzir estudos paramétricos que analisam o impacto de diferentes variáveis estruturais na resposta vibratória, como o número de vãos, a espessura das lajes, as dimensões das vigas, o número de pisos e a localização do ponto de análise selecionado.

A partir das simulações realizadas, foi construída uma base de dados estrutural parametrizada, composta por funções de transferência associadas a distintas configurações estruturais e diferentes pontos de análise. Os resultados evidenciaram tendências claras quanto à influência dos parâmetros geométricos na frequência e amplitude de ressonância: o aumento da espessura das lajes resultou em frequências naturais associadas à flexão do sistema de lajes mais elevadas, enquanto que maiores comprimentos de vãos conduziram a frequências mais baixas. Verificou-se ainda que uma maior rigidez do solo contribui para a redução do acoplamento solo-estrutura, tendo por resultado uma maior amplitude das bandas de frequência associadas ao movimento de flexão do sistema de lajes.

A aplicabilidade da metodologia proposta foi demonstrada por meio de dois exemplos práticos: o primeiro referente à avaliação geral da abordagem e o segundo dedicado à consideração da interação cinemática, utilizando curvas de interação solo-estrutura (SSI). Em ambos os casos, os resultados apresentaram boa concordância com a modelação numérica convencional, embora com pequenas divergências em algumas bandas de frequência. Por fim, discute-se o potencial da integração futura da metodologia com técnicas de *machine learning*. Este trabalho destaca a influência das características estruturais na resposta dinâmica, permite a avaliação dos efeitos de interação solo-estrutura sob a forma de bandas de 1/3 de oitava e contribui para o avanço da avaliação expedita de vibrações em estruturas.

**PALAVRAS-CHAVE:** vibrações, tráfego ferroviário, análise dinâmica, interação solo-estrutura, funções de transferência.



## **ABSTRACT**

The increase in urban density and the expansion of railway infrastructures have contributed to the growing exposure of populations to vibrations induced by rail traffic, making it necessary to conduct studies assessing the dynamic response of buildings to ensure occupant comfort. In this context, the present dissertation proposes an expedited methodology to estimate the vibratory response using frequency-domain transfer functions expressed in 1/3 octave bands. Complementarily, a series of parametric analyses was conducted, enabling the generation of a structured database.

Following a general overview of the topic, with emphasis on the review of empirical prediction models proposed by the Federal Transit Administration (FTA), a substructured numerical modelling approach was adopted to account for the dynamic soil-structure interaction. This approach employs the condensed-parameter Monkey-tail model to represent the soil and the finite element method for the superstructure. This modelling enabled a set of parametric studies that analyze the influence of various structural parameters on the vibratory response, such as the number of spans, slab thickness, beam dimensions, number of stories, and the location of the analysis point.

Based on the simulations carried out, a parametrized structural database was constructed, comprising transfer functions associated with different structural configurations and analysis points. The results revealed clear trends regarding the influence of geometric parameters on the resonance frequency and amplitude: increasing the slab thickness led to higher natural frequencies associated with the flexural behavior of the slab system, while longer spans resulted in lower frequencies. It was also observed that greater soil stiffness contributed to a reduction in soil-structure coupling, resulting in greater amplitude in the frequency bands associated with the flexural motion of the slab system.

The applicability of the proposed methodology was demonstrated through two practical examples: the first aimed at a general evaluation of the approach, and the second focused on the consideration of kinematic interaction using soil-structure interaction (SSI) curves. In both cases, the results showed good agreement with conventional numerical modelling, despite minor discrepancies in some frequency bands. Finally, the potential integration of the methodology with machine learning techniques is discussed.

This work highlights the influence of structural characteristics on the dynamic response, enables the evaluation of soil-structure interaction effects through 1/3 octave bands, and contributes to the advancement of expedited vibration assessment in structures.

**KEYWORDS:** vibrations, railway traffic, dynamic analysis, soil-structure interaction, transfer functions.



## **Índice Geral**

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| <b>Agradecimentos.....</b>     | <b>i</b>   |
| <b>Resumo .....</b>            | <b>iv</b>  |
| <b>Abstract.....</b>           | <b>vi</b>  |
| <b>Índice de Figuras .....</b> | <b>xi</b>  |
| <b>Índice de Quadros .....</b> | <b>xiv</b> |

## **1. INTRODUÇÃO ..... 1**

|                                                         |          |
|---------------------------------------------------------|----------|
| <b>1.1 Contextualização do Problema .....</b>           | <b>1</b> |
| <b>1.2. Objetivos Gerais .....</b>                      | <b>3</b> |
| <b>1.3. Estrutura e Organização da Dissertação.....</b> | <b>4</b> |

## **2. VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR TRAFÉGO FERROVIÁRIO: PERSPECTIVA GERAL ..... 7**

|                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2.1 Introdução .....</b>                                                                    | <b>7</b>  |
| 2.1.1 GERAÇÃO DE VIBRAÇÕES .....                                                               | 9         |
| 2.1.2 PROPAGAÇÃO DAS VIBRAÇÕES .....                                                           | 11        |
| 2.1.3 RECEÇÃO DAS VIBRAÇÕES .....                                                              | 12        |
| <b>2.2 Métodos de Previsão de Vibrações .....</b>                                              | <b>13</b> |
| 2.2.1 MÉTODOS EMPÍRICOS .....                                                                  | 14        |
| 2.2.2 MÉTODOS ANALÍTICOS E SEMI-ANALÍTICOS.....                                                | 15        |
| 2.2.3 MÉTODOS NUMÉRICOS .....                                                                  | 16        |
| 2.2.4 MÉTODOS HÍBRIDOS.....                                                                    | 16        |
| <b>2.3 Metodologias Empíricas da Fta/Fra Aplicadas à Previsão da Resposta no Recetor .....</b> | <b>17</b> |
| 2.3.1 AVALIAÇÃO PRELIMINAR .....                                                               | 17        |
| 2.3.2 AVALIAÇÃO GERAL.....                                                                     | 19        |
| 2.3.2.1 Atenuação da resposta em altura .....                                                  | 19        |
| 2.3.2.2 Amplificação relativa à ressonância dos pisos, paredes e tectos.....                   | 20        |

|                                                  |           |
|--------------------------------------------------|-----------|
| 2.3.2.3 Acoplamento dinâmico solo-estrutura..... | 21        |
| 2.3.3 AVALIAÇÃO DETALHADA .....                  | 22        |
| <b>2.4 Enquadramento Regulamentar .....</b>      | <b>26</b> |
| <b>2.5 Considerações Finais .....</b>            | <b>31</b> |

### **3. MODELAÇÃO NUMÉRICA DA RESPOSTA DINÂMICA DE EDIFÍCIOS SOB A INFLUÊNCIA DE VIBRAÇÕES.....33**

|                                                                               |           |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>3.1 Modelação da Interação Dinâmica Solo-Estrutura .....</b>               | <b>33</b> |
| 3.1.1 INTERAÇÃO INERCIAL .....                                                | 34        |
| 3.1.2 INTERAÇÃO CINEMÁTICA .....                                              | 39        |
| <b>3.2 Estudos Paramétricos Preliminares .....</b>                            | <b>41</b> |
| 3.2.1 EFEITO DO NÚMERO DE VÃOS NA RESPOSTA DINÂMICA .....                     | 41        |
| 3.2.2 IMPORTÂNCIA DA ESCOLHA DOS PONTOS DE ANÁLISE.....                       | 46        |
| <b>3.3 Considerações Sobre Bandas de Frequência em Terços de Oitava .....</b> | <b>55</b> |

### **4. AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE PARÂMETROS ESTRUTURAIS NAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA.....59**

|                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4.1 Metodologia de Estimativa das Vibrações no Interior dos Edifícios.....</b> | <b>59</b> |
| <b>4.2 Caracterização da Base de Dados .....</b>                                  | <b>61</b> |
| 4.2.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO .....                                    | 61        |
| 4.2.2 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DAS DIMENSÕES DOS PILARES.....                  | 62        |
| 4.2.3 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DAS DIMENSÕES DAS VIGAS .....                   | 64        |
| 4.2.4 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DAS DIMENSÕES DAS LAJES .....                   | 66        |
| 4.2.5 SIMPLIFICAÇÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                                 | 66        |
| <b>4.3 ESTRUTURAÇÃO DA BASE DE DADOS .....</b>                                    | <b>69</b> |
| <b>4.4 Discussão dos Resultados e Implicações .....</b>                           | <b>72</b> |
| 4.4.1 ANÁLISE PARAMÉTRICA DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA .....                      | 72        |
| 4.4.2 ANÁLISE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA COM VARIAÇÃO DA DIMENSÃO DOS VÃOS..... | 72        |

|                                                                                            |                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 4.4.3 ANÁLISE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ASSOCIADAS À VARIAÇÃO DO NÚMERO DE PISOS.....   | 75             |
| 4.4.4 ANÁLISE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA RELATIVAS À VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE ..... | 77             |
| <b>4.5 Caso de Estudo: Exemplo De Aplicação Da Metodologia Proposta .....</b>              | <b>81</b>      |
| 4.5.1 DEFINIÇÃO DO MODELO E FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA .....                                 | 81             |
| 4.5.2 MODELAÇÃO NUMÉRICA EM TÚNEL PARA OBTER RESPOSTA EM CAMPO LIVRE .....                 | 82             |
| 4.5.3 AVALIAÇÃO DA RESPOSTA DA ESTRUTURA .....                                             | 84             |
| 4.5.4 CONSIDERAÇÃO DA INTERAÇÃO CINEMÁTICA NA METODOLOGIA PROPOSTA.....                    | 86             |
| 4.5.5 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DA ESTRUTURA.....                                              | 87             |
| <b>4.6 SUGESTÃO AO USO DE MODELOS SUBSTITUTOS .....</b>                                    | <b>88</b>      |
| <b>4.7 Considerações Finais .....</b>                                                      | <b>89</b>      |
| <br><b>5. CONCLUSÕES .....</b>                                                             | <br><b>91</b>  |
| 5.1 Conclusões Finais .....                                                                | 91             |
| 5.2 Propostas de Desenvolvimentos Futuros.....                                             | 93             |
| Bibliografia.....                                                                          | 95             |
| <br><b>ANEXOS .....</b>                                                                    | <br><b>A.1</b> |
| A.1 Base de dados .....                                                                    | A.2            |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Vibrações induzidas por tráfego ferroviário no ambiente construído (adaptado de [6]).                                                                                                              | 2  |
| Figura 2 – Perturbação por vibrações em equipamentos sensíveis: a) imagem normal; b) imagem com interferência [14].                                                                                           | 3  |
| Figura 3 – Distribuição do modo de transporte de passageiros em Portugal e na UE (adaptado de [16]).                                                                                                          | 7  |
| Figura 4 – Geração, propagação e transmissão de vibrações induzidas por tráfego ferroviário (adaptado de [21]).                                                                                               | 8  |
| Figura 5 – Valores de velocidade de vibração por fontes correntes e respostas estruturais e humanas à 15 metros (adaptado de [22]).                                                                           | 9  |
| Figura 6 – Curvas de atenuação para diferentes tipologias de veículos (adaptado de [22]).                                                                                                                     | 15 |
| Figura 7 – Ensaio de campo para determinar a mobilidade de transferência (adaptado de [22]).                                                                                                                  | 24 |
| Figura 8 – Fatores de ajuste para consideração das perdas por acoplamento para diferentes tipologias de edificações (adaptado de [22]).                                                                       | 25 |
| Figura 9 – Limites para nível de velocidade de vibração em função da categoria da edificação para análises detalhadas (adaptado de [22]).                                                                     | 28 |
| Figura 10 – Modelos de parâmetros condensados fundamentais. a) <i>Spring-dashpot model</i> ; b) <i>Monkey-tail model</i> . (esquemas estruturais de [46])                                                     | 36 |
| Figura 11 – Esquema da aplicação de curvas SSI (esquemas de [24]).                                                                                                                                            | 40 |
| Figura 12 – Esquema da denominação das lajes centrais para a análise de modelos com número par de vãos.                                                                                                       | 42 |
| Figura 13 – Impulso de Ricker: a) registo temporal; b) conteúdo em frequência [45].                                                                                                                           | 43 |
| Figura 14 – Curvas de velocidade de vibração vertical no domínio do tempo ao nível do 1º Piso: a) 1 vão; b) 2 vãos; c) 3 vãos; d) 4 vãos; e) 5 vãos; f) 6 vãos; g) 7 vãos; h) 8 vãos; i) 9 vãos; j) 10 vãos.  | 44 |
| Figura 15 – Influência do número de vãos nos valores de pico da velocidade de vibração vertical.                                                                                                              | 45 |
| Figura 16 – Identificação das lajes do pavimento-tipo.                                                                                                                                                        | 47 |
| Figura 17 – Mapa de cores da resposta do edifício em termos de velocidade no domínio do tempo.                                                                                                                | 47 |
| Figura 18 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 1º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y. | 49 |
| Figura 19 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 2º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y. | 50 |
| Figura 20 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 3º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y. | 50 |
| Figura 21 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 4º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y. | 51 |
| Figura 22 – Modos fundamentais associados a modelo numérico de 4 vãos.                                                                                                                                        | 54 |

|                                                                                                                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 23 – Modos fundamentais selecionados da configuração global inicial que influenciam pisos 1 e 2.....                                                                                       | 55 |
| Figura 24 – Representação esquemática dos pontos de análise da resposta da estrutura e da resposta em campo livre. ....                                                                           | 56 |
| Figura 25 – Curvas de velocidade em escala contínua de frequência: a) Registo ferroviário Alfa Pendular; b) Resposta no centro da laje central do quarto pavimento. ....                          | 57 |
| Figura 26 – Curvas de velocidade, no domínio da frequência, em bandas de terço de oitava: a) Registo ferroviário Alfa Pendular; b) Resposta no centro da laje central do quarto pavimento.....    | 58 |
| Figura 27 – Função de transferência da velocidade de vibração, em bandas de terço de oitava, para um ponto de observação localizado no interior da estrutura. ....                                | 58 |
| Figura 28 – Esquema da metodologia proposta para previsão de vibrações no interior de edifícios. .                                                                                                | 60 |
| Figura 29 – Número de desenhos técnicos analisados por tipologia de edificação e distribuição por distrito em Portugal (adaptado de [49]). ....                                                   | 62 |
| Figura 30 – Distribuições probabilísticas de parâmetros das vigas: a) comprimento das vigas; b) largura das vigas [49]. ....                                                                      | 65 |
| Figura 31 – Distribuições probabilísticas da altura das vigas em relação ao código RSA (1983): a) anterior; b) posterior [49]. ....                                                               | 65 |
| Figura 32 – Distribuições probabilísticas da espessura da laje em relação ao código RSA (1983): a) anterior; b) posterior [49]. ....                                                              | 66 |
| Figura 33 – Esquemas para identificação dos pontos de medição de um pavimento-tipo em modelos de: a) três vãos; b) quatro vãos.....                                                               | 69 |
| Figura 34 – Esquema para identificação dos pontos de medição de um pavimento-tipo em modelos de cinco vãos.....                                                                                   | 70 |
| Figura 35 – Esquema da estruturação da base de dados. ....                                                                                                                                        | 71 |
| Figura 36 – Funções de transferência para análise da influência da dimensão dos vãos. ....                                                                                                        | 73 |
| Figura 37 – Modos de vibração associados ao movimento vertical da laje do primeiro piso de cada modelo: a) Modelo 93; b) Modelo 78; c) Modelo 40; d) Modelo 44. ....                              | 74 |
| Figura 38 – Funções de transferência para análise do número de pisos dos modelos 281, 286, 149 e 179.....                                                                                         | 75 |
| Figura 39 – Primeiro modo de vibração relacionado com o movimento vertical a laje do primeiro piso de cada modelo: a) Modelo 281; b) Modelo 286; c) Modelo 149; d) Modelo 179. ....               | 77 |
| Figura 40 – Funções de transferência para análise da espessura da laje dos modelos 200, 246, 221, 252 e 171.....                                                                                  | 78 |
| Figura 41 – Modos de vibração associados ao pico de ressonância no ponto central do primeiro piso de cada modelo: a) Modelo 200; b) Modelo 246; c) Modelo 221; d) Modelo 252; e) Modelo 171. .... | 81 |
| Figura 42 – Funções de transferências para os pontos do primeiro piso: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.....                                                                                    | 82 |
| Figura 43 – Secção transversal da via férrea considerada na modelação numérica. ....                                                                                                              | 83 |
| Figura 44 – Configuração geométrica e cargas por eixo do veículo EuroTram. ....                                                                                                                   | 83 |
| Figura 45 – Esquema da modelação numérica do túnel em maciço homogêneo, considerando a estrutura proposta pelo Modelo 10 da base de dados.....                                                    | 84 |

|                                                                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 46 – Espectro de velocidade, em bandas de terço de oitava, correspondente à resposta no ponto à superfície situado no centro da estrutura, obtido por modelação numérica. .... | 84 |
| Figura 47 – Resposta da estrutura para os pontos seleccionados conforme a nova metodologia: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3. ....                                                  | 85 |
| Figura 48 – Espectro de frequência, avaliado em campo livre, derivado da modelação numérica. ....                                                                                     | 85 |
| Figura 49 – Resposta da estrutura para os pontos seleccionados, com recurso ao espectro de frequências em campo livre: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.....                        | 85 |
| Figura 50 – Respostas da estrutura para os pontos seleccionados segundo as duas metodologias: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3. ....                                                | 86 |
| Figura 51 – Consideração da interação cinemática: a) Curva SSI em bandas de 1/3 de oitava; b) Resposta à superfície do maciço tendo em conta a interação cinemática. ....             | 87 |
| Figura 52 – Resposta da estrutura, considerando interação cinemática, para os pontos seleccionados conforme a nova metodologia: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3. ....              | 87 |
| Figura 53 – Resposta da estrutura para os pontos da cobertura, por meio da utilização de espectro de frequências, com interação cinemática: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3. ....  | 88 |
| Figura 54 – Respostas da estrutura para os pontos da cobertura, segundo as duas metodologias: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3. ....                                                | 88 |

## ÍNDICE DE QUADROS

|                                                                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Quadro 1 – Fatores associados à fonte que influenciam o nível de vibração (adaptado de [23]).                                              | 10 |
| Quadro 2 – Fatores associados ao caminho de propagação que influenciam o nível de vibração (adaptado de [23]).                             | 12 |
| Quadro 3 – Fatores associados ao recetor que influenciam o nível de vibração (adaptado de [23]).                                           | 13 |
| Quadro 4 – Categorias de uso do solo (adaptado de [22]).                                                                                   | 18 |
| Quadro 5 – Tipo de projeto para avaliação preliminar (adaptado de [22]).                                                                   | 18 |
| Quadro 6 – Distância crítica, em metros, para cada categoria de uso do solo (adaptado de [22]).                                            | 19 |
| Quadro 7 – Fatores de ajuste relativos ao recetor (adaptado de [22]).                                                                      | 20 |
| Quadro 8 – Fatores de ajuste relativos ao acoplamento solo-estrutura (adaptado de [22]).                                                   | 22 |
| Quadro 9 – Limites de velocidade de vibração para avaliação geral (adaptado de [22]).                                                      | 27 |
| Quadro 10 – Interpretação dos limites de velocidade de vibração para a avaliação detalhada (adaptado de [22]).                             | 29 |
| Quadro 11 – Limites da velocidade eficaz de vibração em função do período do dia e da banda de frequência analisada (adaptado de [44]).    | 30 |
| Quadro 12 – Valores limites para percepção de vibrações continuadas no interior de edifícios na fase de exploração (adaptado de [44]).     | 30 |
| Quadro 13 – Coeficientes adimensionais de amortecimento e de massa em função do movimento do Modelo <i>Monkey-tail</i> (adaptado de [46]). | 38 |
| Quadro 14 – Valores de pico de velocidade de vibração vertical em função do número de vãos.                                                | 45 |
| Quadro 15 – Distribuição probabilística de comprimento dos pilares (adaptado de [49]).                                                     | 63 |
| Quadro 16 – Distribuição probabilística da largura dos pilares (adaptado de [49]).                                                         | 64 |
| Quadro 17 – Variáveis aleatórias e parâmetros a considerar na geração da base de dados.                                                    | 68 |
| Quadro 18 – Variáveis seleccionadas e modelos escolhidos para cada avaliação.                                                              | 72 |
| Quadro 19 – Características dos modelos escolhidos para avaliação da dimensão dos vãos.                                                    | 73 |
| Quadro 20 – Características dos modelos escolhidos para avaliação do número de pisos.                                                      | 75 |
| Quadro 21 – Características dos modelos escolhidos para avaliação da espessura da laje.                                                    | 78 |
| Quadro 22 – Características do modelo escolhido para exemplificar a metodologia sugerida.                                                  | 82 |





# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

De acordo com dados da *European Environment Agency* relativos ao ano de 2018, os meios de transportes representavam cerca de 25% das emissões totais de gases com efeito de estufa (GEE) na União Europeia (UE), sendo o transporte rodoviário o principal responsável, com 71,7% dessas emissões. Em contraste, o transporte ferroviário, considerando apenas os comboios a diesel, representou apenas 0,4% das emissões totais [1]. Este contraste evidencia o potencial do setor ferroviário como alternativa de transporte mais sustentável.

Simultaneamente, as projeções populacionais reforçam a urgência da adopção de soluções mais sustentáveis para a mobilidade urbana. Segundo dados das Nações Unidas, 68% da população mundial habitará em ambientes urbanos até 2050. No caso particular de Portugal, estima-se que essa percentagem atinja os 80% da população no mesmo horizonte temporal [2].

Diante deste panorama, torna-se imprescindível investir em transportes públicos de massa, com o objetivo de reduzir as emissões dos GEE, bem como facilitar a mobilidade urbana e responder ao aumento da densidade populacional. Em ambos os contextos, o transporte ferroviário assume um papel de grande relevância.

Atenta a essa realidade, a UE tem intensificado os investimentos em infraestruturas ferroviárias. Em julho de 2024, por intermédio do programa de cofinanciamento *Connecting Europe Facility for Transport 2* (CEF 2), a Comissão Europeia (CE) anunciou um investimento recorde de 7 mil milhões de euros destinados à modernização dos transportes sustentáveis em todo o território europeu [3]. Ao todo 134 propostas foram aprovadas, tendo Portugal sido contemplado com aproximadamente 12% desse montante, o que corresponde a cerca de 813 milhões de euros. Este valor está alocado à futura

construção da primeira fase da nova linha de alta velocidade entre Lisboa e o Porto [4]. Ademais, o Programa Nacional de Investimentos 2030 (PNI 2030) prevê, já para 2025, um investimento adicional de 490 milhões de euros para a construção, requalificação e modernização da Rede Ferroviária Nacional [5].

Diante desse contexto, torna-se essencial que o desenvolvimento de novos projetos de infraestruturas de transporte considere, preferencialmente nas etapas iniciais, a sua integração com o tecido urbano, nomeadamente no que se refere ao impacto ambiental das vibrações induzidas pela circulação ferroviária em estruturas adjacentes às infraestruturas ferroviárias, sejam elas superficiais ou subterrâneas, como ilustrado na Figura 1.

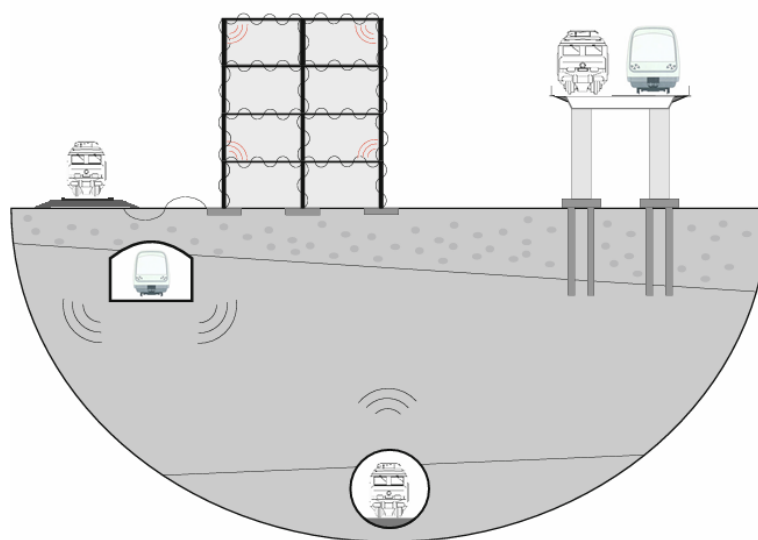


Figura 1 – Vibrações induzidas por tráfego ferroviário no ambiente construído (adaptado de [6]).

No cenário internacional, esta problemática já é reconhecida. No Japão, por exemplo, cerca de 14% das queixas de interesse público relacionadas a vibrações e ruído estrutural têm origem nos sistemas de transporte urbano. A inadequação desses parâmetros aos regulamentos ambientais nas zonas urbanas é considerada um dos sete problemas ambientais mais relevantes nas sociedades modernas [7].

Essa realidade internacional evidencia a importância de compreender os impactos locais desses fenómenos. Nesse sentido, torna-se essencial evidenciar os efeitos perniciosos das vibrações e do ruído re-radiado induzidos pelo tráfego ferroviário, que ultrapassam o desconforto evidente e podem ocasionar diversos prejuízos aos habitantes de edificações adjacentes às linhas férreas, como: i) problemas de saúde, como perturbação do sono, perda de audição [8-12] ou ainda doenças cardiovasculares [13]; ii) mau desempenho na utilização de equipamentos de alta precisão, como microscópios eletrônicos (Figura 2); iii) desvalorização imobiliária e, em casos extremos, danos de pequena gravidade nas edificações.

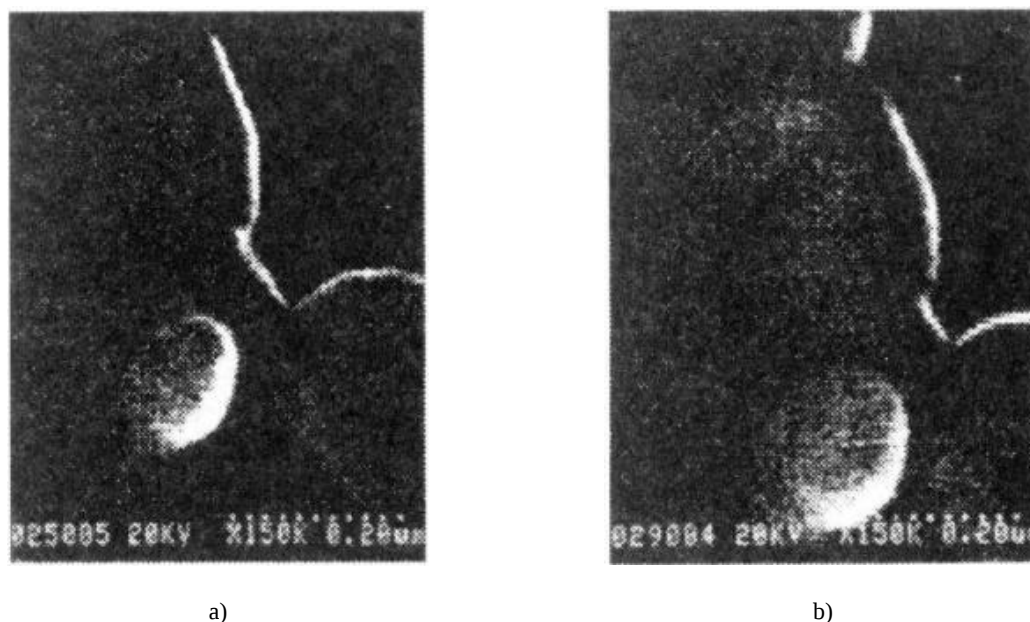


Figura 2 – Perturbação por vibrações em equipamentos sensíveis: a) imagem normal; b) imagem com interferência [14].

Diante dos impactos negativos mencionados, é oportuno destacar que embora os estudos de impacto ambiental nos novos projetos ferroviários já incluam a avaliação preliminar dos efeitos do ruído e das vibrações, muitas vezes a profundidade e o rigor técnico dessas análises nas fases subsequentes dos projetos estruturais são limitados. Essa limitação decorre, em parte, do fato de que essas vibrações não são associadas a danos estruturais diretos, sendo consideradas predominantemente como questões de ordem ambiental [15]. Em face disso, torna-se fundamental o estudo da resposta dinâmica das estruturas adjacentes às linhas férreas, como meio para assegurar um adequado desempenho ambiental e, conseqüentemente, mitigar os efeitos adversos.

## 1.2. OBJETIVOS GERAIS

O presente trabalho tem como principais objetivos, numa primeira fase, analisar as tendências associadas às funções de transferência no domínio da frequência, em bandas de 1/3 de oitava, para diferentes configurações estruturais de edifícios sujeitos a vibrações induzidas por tráfego ferroviário. Estas funções são obtidas a partir da construção de uma base de dados ampla e representativa, desenvolvida com base em simulações numéricas parametrizadas, segundo princípios estatísticos. Em complemento, propõe-se e avalia-se uma metodologia expedita para a estimativa da resposta dinâmica no interior das estruturas, com o intuito de facilitar a aplicação prática em estudos de impacto ambiental.

Neste enquadramento, os objetivos específicos incluem, numa fase inicial, a apresentação sucinta das principais tipologias de metodologias de previsão de vibrações induzidas por tráfego ferroviário. Em

particular, é dado especial destaque às metodologias empíricas propostas pela *Federal Transit Administration* (FTA) para estimar os níveis de vibração transmitidos ao interior dos edifícios. Esta revisão visa evidenciar algumas das limitações dos métodos e sustentar a necessidade de uma abordagem alternativa e aplicável em fases preliminares de projeto.

Seguidamente, com o objetivo de identificar a influência do número de vãos e da localização dos pontos de análise na resposta dinâmica dos modelos estruturais, são realizadas análises preliminares que servem de base conceptual para a geração da base de dados. Esta base é desenvolvida com recurso a técnica de amostragem estatística baseada em processos aleatórios, permitindo reproduzir uma diversidade ampla de casos simulados. As simulações incorporam variações nos parâmetros das lajes, vigas e pilares, no número de pisos e de vãos, bem como diferentes cenários geotécnicos. A extração das funções de transferência associadas a cada configuração permite obter resultados representativos da sua dinâmica estrutural.

Através desta base de dados, procede-se a uma análise paramétrica, orientada para casos selecionados, das funções de respostas, com vista à identificação de padrões de amplificação ou atenuação da resposta vibratória em função das variáveis adotadas para estudo. Por fim, realiza-se a aplicação prática da metodologia proposta a um caso de estudo, incluindo a avaliação de seu desempenho quanto à consideração da interação cinemática, com o objetivo de demonstrar a sua aplicabilidade e evidenciar o seu potencial enquanto solução híbrida para a previsão expedita da resposta dinâmica no interior de estruturas sujeitas a vibrações induzidas por tráfego ferroviário.

### **1.3. ESTRUTURA E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

A presente dissertação encontra-se organizada em cinco capítulos, cuja estrutura foi concebida de forma a garantir uma abordagem progressiva e lógica da temática em estudo, desde a contextualização do problema até à aplicação prática da metodologia proposta.

O Capítulo 1 corresponde à introdução do trabalho, onde se apresenta a contextualização do problema das vibrações induzidas por tráfego ferroviário, destacando-se a crescente relevância desta problemática no contexto do desenvolvimento urbano sustentável. São igualmente definidos os objetivos gerais da investigação e apresentada a estrutura global da dissertação.

No Capítulo 2 procede-se a uma revisão teórica do fenómeno das vibrações induzidas por tráfego ferroviário, abordando, de forma breve, as etapas de geração, propagação e receção das vibrações. São ainda expostos os principais métodos de previsão, com especial destaque para as abordagens empíricas propostas pela FTA. Adicionalmente, é analisado o enquadramento regulamentar, tanto a nível nacional

como internacional, aplicável à avaliação dos níveis de vibração em estruturas adjacentes a infraestruturas ferroviárias.

O Capítulo 3 é dedicado à apresentação da metodologia de modelação numérica simplificada de interação dinâmica solo-estrutura adotada. Com base nesta, são realizados estudos paramétricos iniciais de sensibilidade para compreender a influência do número de vãos da estrutura na resposta vibratória, bem como a variabilidade dessa resposta em função dos pontos de análise selecionados. Por fim, apresenta-se o procedimento adotado para o cálculo das funções de resposta.

No Capítulo 4 desenvolve-se a metodologia central proposta neste trabalho, a qual se baseia na previsão expedita da resposta dinâmica por meio da função de transferência no domínio da frequência, utilizando uma representação em bandas de 1/3 de oitava. Descreve-se ainda a construção da base de dados paramétrica, gerada a partir do método de Monte Carlo, bem como a análise das tendências observadas nas funções de transferência para diferentes conjuntos de casos simulados, considerando variáveis como a dimensão dos vãos, o número de pisos e a espessura da laje. O capítulo encerra-se com um exemplo de aplicação da metodologia proposta, incluindo os efeitos da interação inercial e cinemática.

O Capítulo 5 apresenta as principais conclusões do trabalho, com destaque para os resultados obtidos nas análises preliminares, nas análises de tendências das funções de transferência e nas avaliações da metodologia proposta para estimativa da resposta dinâmica de estruturas sujeitas a vibrações induzidas por tráfego ferroviário. São ainda sugeridas possíveis direcções para investigação futura que poderão reforçar e expandir os resultados aqui alcançados.



## 2

## VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR TRAFÉGO FERROVIÁRIO: PERSPECTIVA GERAL

### 2.1 INTRODUÇÃO

Apesar do potencial do tráfego ferroviário para o desenvolvimento sustentável de grandes centros urbanos, principalmente em regiões que possuem uma elevada densidade demográfica, ainda representa uma parcela reduzida da matriz de mobilidade. A título de exemplo, para o ano de 2021, verificou-se uma predominância de veículos ligeiros de passageiros em Portugal e na EU, correspondendo a 91,3% e 86,3% da repartição modal, respetivamente, conforme ilustra a Figura 3 [16]. Ao nível do transporte de mercadorias, o modo rodoviário foi igualmente o meio mais utilizado em Portugal, representando 89,3% de todos os meios de transporte [17].

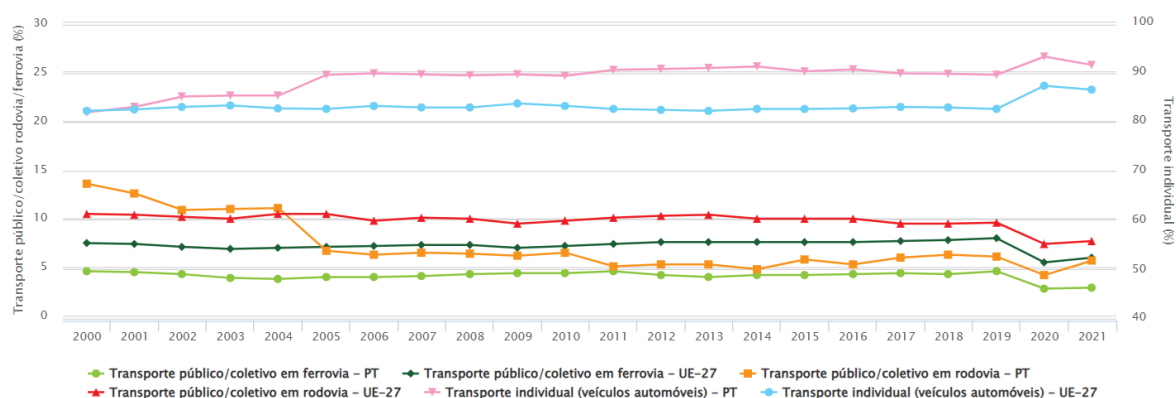


Figura 3 – Distribuição do modo de transporte de passageiros em Portugal e na UE (adaptado de [16]).

Considerando esse panorama desfavorável ao desenvolvimento urbano sustentável, diversos investimentos têm sido direcionados à potencialização do tráfego ferroviário, conforme já detalhado na

introdução deste trabalho, por se tratar de uma alternativa mais sustentável e mais eficiente no transporte de passageiros e mercadorias.

Contudo, com a expansão das novas infraestruturas ferroviárias para atender ao crescimento dos centros urbanos, tem-se tornado cada vez mais comum a proximidade das linhas férreas, sejam superficiais ou subterrâneas, em relação às edificações devido à alta densidade habitacional. É importante destacar que, embora o transporte ferroviário apresente vantagens reconhecidas no que se refere à descarbonização e ao desenvolvimento sustentável, como evidenciado por Gaspar [18], o mesmo pode estar associado a problemas de desempenho ambiental, como a geração e propagação de vibrações e ruído.

Dado o contexto, o tópico de vibrações induzidas por tráfego ferroviário assume especial relevância, uma vez que, com o constante crescimento e expansão dos espaços urbanos, torna-se necessário o desenvolvimento de ferramentas que possibilitem a sua previsão e mitigação, a qual poderá assumir diferentes soluções [19].

Nesse sentido, como ilustra a Figura 4, o problema em apressa pode ser estruturado nas seguintes etapas: i) a geração de vibrações, derivada do contacto roda-carril; ii) a propagação, relacionada com a transmissão da energia ao longo do sistema via, túnel (se existente) e maciço circundante; iii) a recepção, relacionada com a interação solo-estrutura e a resposta da própria estrutura [20].

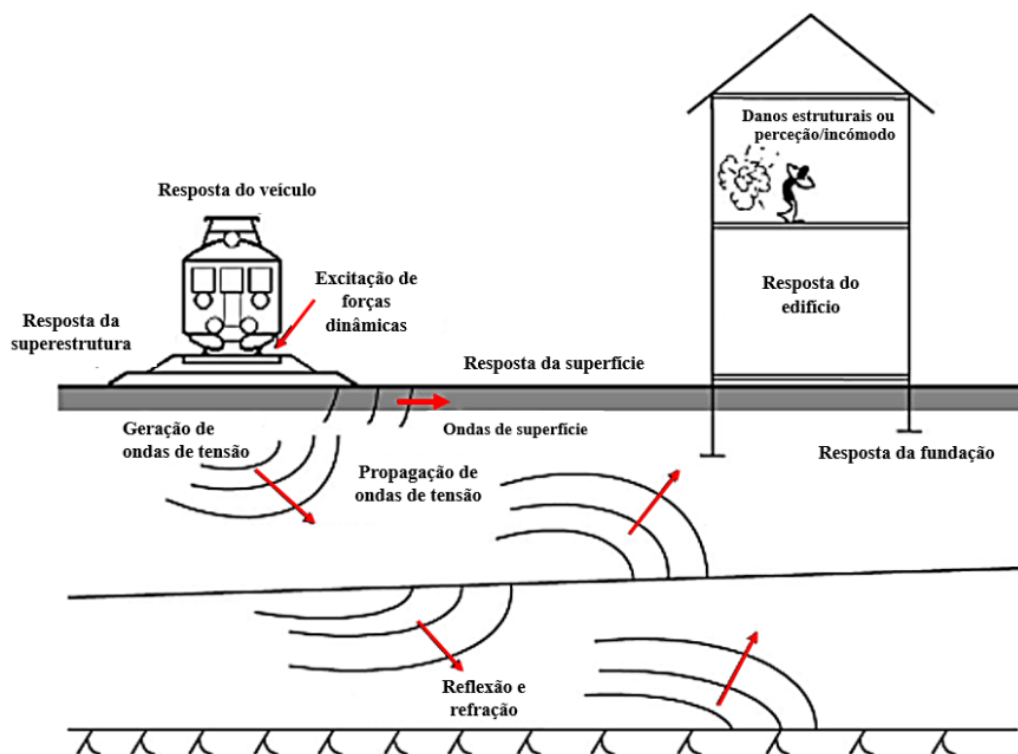


Figura 4 – Geração, propagação e transmissão de vibrações induzidas por tráfego ferroviário (adaptado de [21]).

### 2.1.1 GERAÇÃO DE VIBRAÇÕES

A origem das vibrações resulta, essencialmente, da geração de forças dinâmicas dada a existência de irregularidades no conjunto roda-carril. As vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário podem alcançar níveis de vibração superiores a 90 dB (dB ref.  $10^{-8}$  m/s) em edificações adjacentes à via férrea (a cerca de 15 m), como representado na Figura 5. Como o limiar para percepção humana é de aproximadamente 70 dB (dB ref.  $10^{-8}$  m/s), para a mesma velocidade de referência, tais vibrações podem resultar em desconforto e desempenho deficiente das funções ocupacionais.

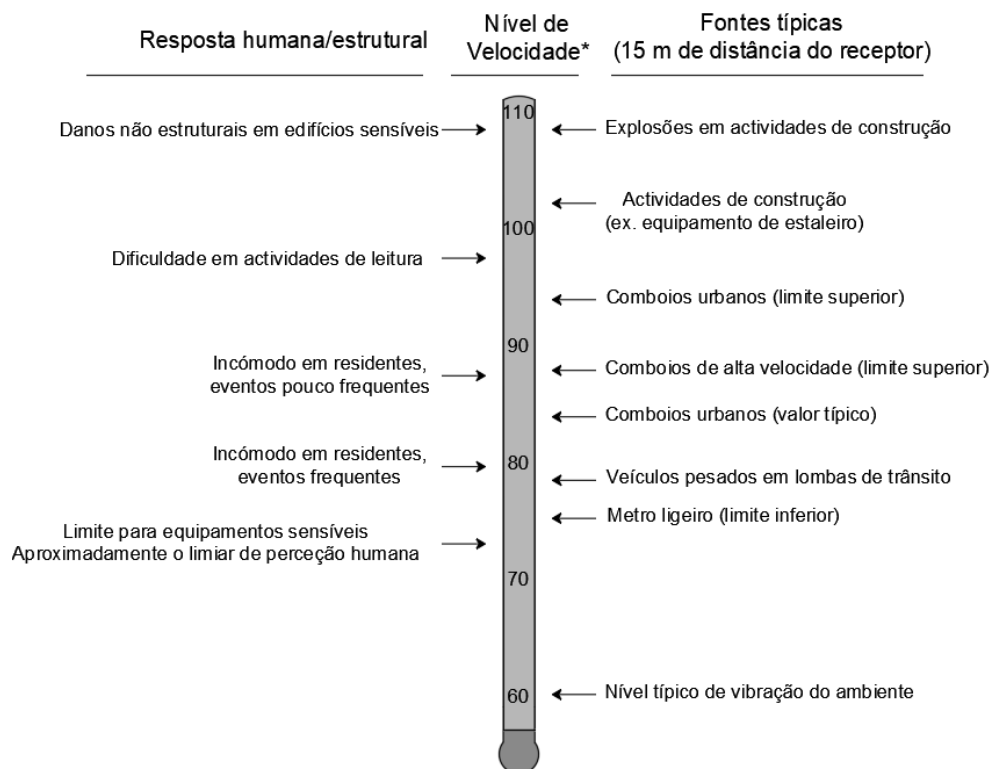


Figura 5 – Valores de velocidade de vibração por fontes correntes e respostas estruturais e humanas à 15 metros (adaptado de [22]).

Considerando que as características do sistema via-veículo podem afetar significativamente a geração de vibrações, o Quadro 1 sistematiza os principais fatores ao associados com base na pesquisa bibliográfica realizada por Soares [23].

Quadro 1 – Fatores associados à fonte que influenciam o nível de vibração (adaptado de [23]).

| <b>Categoria</b> | <b>Fatores</b>                 | <b>Influência</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Veículo          | Velocidade                     | Quanto maior for a velocidade de circulação do veículo, mais elevados serão os níveis de vibração gerados. A influência da velocidade de circulação é tanto menor, quanto mais afastado da via estiver o ponto de avaliação.                                                                                                                      |
|                  | Suspensões e massas do veículo | Nos veículos em circulação, a suspensão primária tem o maior efeito sobre os níveis de vibração. O aumento das massas não suspensas causam um aumento significativo nos níveis de vibração.                                                                                                                                                       |
|                  | Distância entre eixos e bogies | A resposta é amplificada em determinadas frequências associadas às distâncias entre eixos e entre bogies do veículo.                                                                                                                                                                                                                              |
|                  | Condições dos rodados          | Irregularidades das rodas e as rodas ovalizadas têm uma influência significativa nos níveis de vibração devido ao aumento das forças dinâmicas de interação roda-carril.                                                                                                                                                                          |
| Via              | Irregularidades do carril      | As irregularidades do carril levam ao desenvolvimento de forças dinâmicas de interação roda-carril que provocam geração de vibrações. A manutenção de boas condições do carril reduz os níveis de vibração induzidos.                                                                                                                             |
|                  | Tipo de via                    | O tipo de via tem um elevado impacto nos níveis de vibração induzidos. Quanto mais rígida tende a ser a via, mais elevados serão os níveis de vibração emitidos pela estrutura. A utilização de sistemas resilientes na via, tais como, fixadores resilientes, mantas e lajes flutuantes tem um grande impacto na redução dos níveis de vibração. |

|  |                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Posição da via | <p>As linhas ferroviárias podem ser construídas em profundidade, à superfície ou elevadas. As diferentes configurações levam a diferenças substanciais nos níveis de vibração.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Via em túnel: geração de vibrações e transmissão ao solo envolvente;</li> <li>• Via à superfície: emissão de ruído aéreo e geração de vibrações transmitidas ao solo;</li> <li>• Via elevada: emissão de ruído aéreo e vibrações que podem ser transmitidas à estrutura de suporte da via, por exemplo, um viaduto, e posteriormente ao solo.</li> </ul> |
|--|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 2.1.2 PROPAGAÇÃO DAS VIBRAÇÕES

A etapa de propagação das vibrações consiste na transmissão da energia por ondas elásticas no solo envolvente da fonte até o recetor. O nível de vibração é condicionado por aspetos da condição geotécnica do solo ou pela existência de obstáculos [23]. Nesse sentido, no Quadro 2 expõem-se os principais fatores geotécnicos que influenciam a magnitude da vibração, conforme levantamento teórico conduzido por Soares [23].

Quadro 2 – Fatores associados ao caminho de propagação que influenciam o nível de vibração (adaptado de [23]).

| <b>Categoria</b>    | <b>Fatores</b>         | <b>Influência</b>                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Fatores geotécnicos | Propriedades mecânicas | Os níveis de vibrações são geralmente mais elevados para solos argilosos densos do que solos arenosos soltos.                                                                                                                                                                        |
|                     | Profundidade à rocha   | Os níveis de vibração são atenuados em função da distância à via mais rapidamente em solo do que em rocha. O aumento da profundidade da rocha leva a um aumento das vibrações à superfície. O efeito desta consideração é tanto maior quanto maior for o contraste de rigidez.       |
|                     | Estratificação         | A estratificação do solo pode ter um efeito substancial nos níveis de vibração, visto que as características dinâmicas dos estratos podem ser consideravelmente diferentes. O perfil de estratificação pode levar à amplificação do conteúdo energético em determinadas frequências. |
|                     | Nível freático         | O nível freático pode ter um efeito substancial nas vibrações. Os níveis de vibração em solos saturados são menores do que em solos não saturados devido à incompressibilidade do meio.                                                                                              |

### 2.1.3 RECEÇÃO DAS VIBRAÇÕES

Em relação à resposta da estrutura, a quantificação dos níveis de vibração é de difícil aferição, em razão das particularidades estruturais das edificações, da complexidade inerente à consideração da interação solo-estrutura e dos diferentes métodos de previsão. Assim, no Quadro 3 estão reunidos alguns dos condicionantes relevantes, no que tange à resposta no recetor, conforme a revisão bibliográfica apresentada em Soares [23].

O presente tema envolve um elevado grau de complexidade, evidenciado pelas múltiplas etapas exigidas para a sua modelação e análise. Com o intuito de simular a transmissão da energia vibratória e permitir a previsão com rigor das vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário em estruturas adjacentes, diversas metodologias foram desenvolvidas ao longo dos anos, sendo feita uma breve referência às mesmas na secção seguinte.

Quadro 3 – Fatores associados ao recetor que influenciam o nível de vibração (adaptado de [23]).

| Fatores                     | Influência                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Massa aplicada às fundações | Quanto maior for a massa do edifício aplicada às fundações, mais forte será o acoplamento dinâmico entre o solo e as fundações, o que conduz a uma redução dos níveis de vibração no interior do edifício.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Caraterísticas construtivas | Embora os edifícios apresentem variações nas suas características estruturais que influenciam diretamente o comportamento dinâmico da estrutura, — como diferentes configurações geométricas, sistemas construtivos, distribuição de massa nos pisos e existência de elementos estruturais com elevada rigidez — de uma maneira geral, quanto maior for a massa do edifício, mais baixos serão os níveis de vibração. Os maiores deslocamentos dos elementos estruturais irão ocorrer aquando das frequências ressonantes. As vibrações associadas aos modos de vibração mais baixos de paredes e lajes levam a que o maior deslocamento aconteça a meio vão destes elementos. As frequências de ressonância, associadas a vibração das lajes, dependem das suas dimensões geométricas e condições de apoio. |
| Número de pisos do edifício | Os níveis de vibração tendem, em geral, a diminuir com a altura, atenuando-se progressivamente da base para os pisos superiores. No entanto, em edifícios com massa reduzida, essa atenuação pode ser mínima ou mesmo negligenciável. Em certos casos, os níveis de vibração podem, inclusive, aumentar nos pisos superiores, devido a efeitos de amplificação estrutural.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

## 2.2 MÉTODOS DE PREVISÃO DE VIBRAÇÕES

A necessidade de mensurar os níveis de vibrações no interior das edificações é um problema recorrente em múltiplos domínios da engenharia e que carece de atenção. Desse modo, e dada a complexidade envolvente, tem-se verificado um esforço contínuo na formulação de metodologias de previsão que conciliem uma precisão adequada dos resultados com maior aplicabilidade prática no mercado profissional, com ênfase no desenvolvimento de abordagens mais simplificadas [24].

Contudo, a complexidade do fenómeno também demanda o desenvolvimento de métodos mais rigorosos e detalhados para assegurar a exatidão das previsões. Assim, diferentes métodos de previsão vêm sendo

propostos e aperfeiçoados, agrupando-se em quatro tipologias principais: i) métodos empíricos; ii) métodos analíticos ou semi-analíticos; iii) métodos numéricos; iv) métodos híbridos [15, 25].

Considerando que as tipologias de métodos indicadas apresentam níveis distintos de acuidade e complexidade [26], este trabalho acadêmico analisa cada grupo separadamente com o objetivo de elucidar as vantagens, desafios intrínsecos e potencial de adaptação para distintos contextos práticos para cada metodologia.

### 2.2.1 MÉTODOS EMPÍRICOS

Os métodos empíricos são desenvolvidos com base na observação sistemática e no registro de dados provenientes de situações semelhantes, seguidos da análise de tendências, com o propósito de auxiliar em previsões futuras [15]. Apesar de apresentarem considerável praticidade e serem frequentemente utilizados em estimativas preliminares, a sua aplicação é limitada [25]. Para que se obtenha um grau elevado de confiabilidade nas previsões, é fundamental que as medições sejam conduzidas de forma adequada e que o cenário analisado guarde similaridade com os casos utilizados na construção da base de dados do modelo empírico [27]. Ademais, esses métodos restringem-se à observação dos dados, sem aprofundamento na interpretação das variáveis que compõem a base, o que compromete a compreensão dos fatores envolvidos e de suas inter-relações na estimativa do nível de vibração [28]. Dentre estes modelos de previsão, as formulações elaboradas pela Administração Ferroviária Norte-americana (FTA) e pela Administração Rodoviária Norte-americana (FRA) na previsão de vibrações e ruído no interior de edificações adjacentes a linhas férreas ou rodovias são extremamente importantes [22, 29]. De forma a exemplificar essas formulações, destaca-se a utilização de curvas base de atenuação de vibração, apresentadas na Figura 6, que são aplicadas na primeira etapa da avaliação geral, desenvolvidas por medições de vibração transmitidas pelo solo nos sistemas de via-férrea mais representativos dos Estados Unidos da América. Em função da tipologia de veículo e da distância entre a via e o ponto de análise, essas curvas permitem estimar o valor máximo do *Running Root-Mean-Square* (RMS) da velocidade de vibração vertical à superfície do maciço.

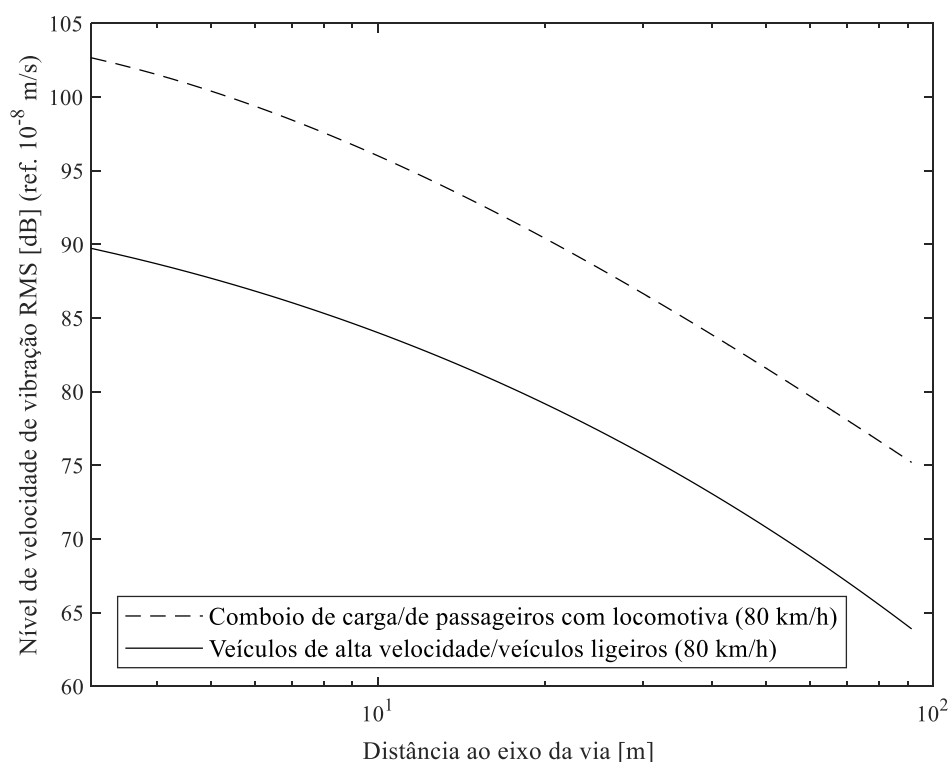


Figura 6 – Curvas de atenuação para diferentes tipologias de veículos (adaptado de [22]).

### 2.2.2 MÉTODOS ANALÍTICOS E SEMI-ANALÍTICOS

Os métodos analíticos, por sua vez, promovem uma solução de previsão exata [30]. No entanto, a sua aplicabilidade prática é limitada, ou mesmo inexistente, neste tipo de problema, uma vez que exigem a representação completa do comportamento físico para assegurar a precisão do resultado. Enquanto os métodos semi-analíticos destacam-se por demandarem menos recursos computacionais em comparação com os modelos numéricos, uma vez que recorrem a formulações mecanicistas [15]. Além disso, os métodos semi-analíticos permitem uma melhor percepção do fenómeno das vibrações, já que são mais eficientes na obtenção de resultados, além de funcionarem adequadamente para confirmar estimativas iniciais em estudos de sensibilidade de análises mais complexas [15].

Contudo, tais métodos possuem uma aplicação muito limitada, uma vez que adotam múltiplas simplificações, o que pode levar a elevadas taxas de imprecisão de resposta, além de não tolerarem configurações geométricas mais complexas [25, 30]. Portanto, os métodos analíticos e semi-analíticos apresentam uma aplicabilidade apenas a cenários de menor complexidade [28].

É importante ressaltar que esses métodos admitem um comportamento linear elástico do maciço geotécnico, sendo coerente com os níveis de vibração induzidos por tráfego ferroviário, os quais induzem deformações de pequena magnitude [28, 31].

### 2.2.3 MÉTODOS NUMÉRICOS

Em cenários de maior complexidade, a utilização de métodos numéricos revela-se vantajosa, uma vez que permitem modelar configurações geométricas mais sofisticadas e condições de contorno variadas com uma maior versatilidade. Além disso, esses métodos favorecem simulações com elevado grau de detalhe, proporcionando uma maior aderência dos modelos às características do sistema em estudo [25].

Contudo, a simulação com recurso a modelos numéricos pressupõe ainda um elevado investimento em recursos computacionais para lidar adequadamente com a tridimensionalidade dos problemas e acarreta dificuldades com a dimensão dos domínios [25]. Destacam-se, no campo em estudo, a aplicação de métodos numéricos baseados nos elementos finitos, elementos de contorno [6, 32] e das soluções fundamentais [15].

No que tange aos métodos dos elementos finitos, apesar de serem mais versáteis na modelação, necessitam da consideração de técnicas apropriadas para lidar com a truncatura do domínio, prevenindo reflexões espúrias dada a natureza dinâmica do problema em apressa [33, 34]. Assim, como alternativa, podem-se adotar modelos acoplados, combinando o método dos elementos finitos com elementos de contorno [35, 36], nos quais utilizam-se os elementos finitos para assegurar a modelação adequada de zonas do modelo com configurações geométricas mais complexas ou que necessitem de um maior nível de detalhe [37] e os elementos de contorno, para simular a condição de fronteira infinita do maciço [28].

Como abordagem complementar de maior desempenho computacional, utilizam-se modelos numéricos 2.5D, já que nessa abordagem a modelação do problema ocorre em um domínio bidimensional, sendo a solução tridimensional obtida através de um processo analítico tirando partido de características singulares da infraestrutura ferroviária, como a possibilidade de assumir, simplificadamente, um desenvolvimento infinito e invariante da mesma [6].

Não obstante as desvantagens e desafios apresentados, os métodos numéricos possuem extrema relevância na análise do comportamento dinâmico do sistema, desde a fonte de vibração até ao recetor, sendo ainda especialmente importantes na avaliação ambiental de novas construções, como novas infraestruturas adjacentes às linhas férreas ou a implementação de novas linhas próximas a edificações já existentes, uma vez que permitem estimar o impacto ambiental das vibrações induzidas e explorar medidas de mitigação [6].

### 2.2.4 MÉTODOS HÍBRIDOS

Em contextos em que há elevada incerteza na caracterização do solo ou dificuldade em modelar com precisão as condições reais de interação entre as diferentes etapas de propagação, impõe-se o uso de suposições simplificadas na modelação e enfrenta-se a escassez de informações para a identificação

detalhada de parâmetros. Nesses casos, torna-se útil recorrer a dados experimentais para reduzir as incertezas associadas ao processo de previsão [38]. Essa abordagem resulta numa metodologia que combina resultados experimentais com modelação numérica, classificada como metodologia híbrida. Além de reduzir as incertezas, os métodos híbridos podem aumentar o desempenho computacional, uma vez que tornam dispensável a modelação detalhada do veículo, da via ou dos caminhos de propagação [38]. Alinhados com esse enfoque, destacam-se os estudos apresentados em [23, 24, 38, 39], que adoptam estratégias híbridas específicas, respetivamente: a imposição de campos de ondas obtidos experimentalmente em modelos numéricos para avaliação da resposta de edifícios; o desenvolvimento de uma metodologia híbrida para considerar os efeitos cinemáticos na interação solo-estrutura; a aplicação de dados experimentais nas fases de geração ou propagação das vibrações; e a calibração de modelos numéricos com base em ensaios *in situ*. Por fim, apesar de proporcionarem uma melhor previsão dos resultados, os modelos elaborados por métodos híbridos mantêm a precisão intrínseca às condições do sítio onde os dados foram adquiridos, bem como da qualidade da execução dos ensaios.

## **2.3 METODOLOGIAS EMPÍRICAS DA FTA/FRA APLICADAS À PREVISÃO DA RESPOSTA NO RECETOR**

Focando em maior detalhe o recetor, a quantificação da sua resposta dinâmica poderá ser realizada com recurso a diferentes tipologias de modelos, conforme discutido na secção anterior. No âmbito deste trabalho, merece destaque as metodologias empíricas elaboradas pela FTA [22], as quais são agrupadas em três níveis, com um incremento progressivo na complexidade e grau de acuidade: i) avaliação preliminar; ii) avaliação geral; iii) avaliação detalhada.

### **2.3.1 AVALIAÇÃO PRELIMINAR**

Sumariamente, a avaliação preliminar consiste em um método simplificado inicial de sensibilidade que não considera quaisquer dados geológicos ou características de vibrações do sistema, e tem por objetivo a determinação do Critério de Impacto da Vibração, permitindo, assim, a ponderação sobre a necessidade de considerar as outras abordagens mais sofisticadas [22].

Assim, a avaliação preliminar apresenta grande valia ao permitir a identificação de zonas de influência, definidas a partir de distâncias críticas ao longo da linha ferroviária, onde os níveis de vibração podem ser significativos. Essa delimitação possibilita concentrar a aplicação de metodologias mais rigorosas nas edificações inseridas nessas áreas, ao mesmo tempo em que contribui para a otimização de estudos abrangentes, ao reduzir a carga de trabalho associada à análise de edificações situadas fora da zona de interesse, uma vez que, inicialmente, pode-se inferir que os efeitos das vibrações fora dos corredores traçados tendem a ser negligenciáveis.

Para determinar a distância crítica, torna-se necessário realizar duas classificações. A primeira consiste em classificar o solo recetor de acordo com o tipo de uso, conforme demonstrado no Quadro 4.

Quadro 4 – Categorias de uso do solo (adaptado de [22]).

| <b>Categoria de uso do solo</b> | <b>Tipo de uso do solo</b> | <b>Exemplos</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| -                               | Edifícios especiais        | Salas de concerto, estúdios de TV e de gravação e teatros.                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Categoria I                     | Muito sensíveis            | Edifícios onde as vibrações interferem com as atividades que neles decorrem. Os níveis de vibração estão geralmente abaixo do limiar de percepção humana. Alguns dos edifícios que se inserem nesta categoria são centros de investigação científica ou blocos operatórios de hospitais com equipamentos sensíveis a vibrações. |
| Categoria II                    | Residenciais               | Edifícios destinados ao descanso, como residenciais, hotéis e hospitais (enfermarias).                                                                                                                                                                                                                                          |
| Categoria III                   | Institucionais             | Inserem-se nesta categoria as escolas, igrejas, instituições e escritórios sem equipamentos sensíveis a vibrações.                                                                                                                                                                                                              |

É importante referir que a tipologia de uso do solo relativa a edificações especiais, conforme indicado no Quadro 4, deve ser objeto de um estudo independente, adaptado a cada caso específico. Por esse motivo, não é aprofundada no presente trabalho. Em seguida, classifica-se o tipo de projeto, com base no tipo de veículos envolvidos, conforme exposto no Quadro 5.

Quadro 5 – Tipo de projeto para avaliação preliminar (adaptado de [22]).

| <b>Número do tipo de projeto <sup>1</sup></b> | <b>Tipo de projeto</b>                            |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1                                             | Tráfego sub-urbano convencional                   |
| 2                                             | Tráfego pesado                                    |
| 3                                             | Transporte de metro ligeiro                       |
| 4                                             | Transporte de capacidade intermédia (exemplo BRT) |

Com essas classificações estabelecidas, procede-se à delimitação de corredores ao longo da via, em função da distância crítica, para posterior avaliação do potencial de impacto, conforme apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 – Distância crítica, em metros, para cada categoria de uso do solo (adaptado de [22]).

| Tipo de projeto                                                                                                                                                                                                                                         | Distância crítica, em metros <sup>1</sup> , para cada categoria de uso do solo e tipo de projeto |              |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|---------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                         | Categoria I                                                                                      | Categoria II | Categoria III |
| <b>1</b>                                                                                                                                                                                                                                                | 183                                                                                              | 61           | 37            |
| <b>2</b>                                                                                                                                                                                                                                                | 183                                                                                              | 61           | 37            |
| <b>3</b>                                                                                                                                                                                                                                                | 137                                                                                              | 46           | 30            |
| <b>4</b>                                                                                                                                                                                                                                                | 61                                                                                               | 30           | 15            |
| Notas:<br><br>1. A FTA [22] apresenta os valores para a distância crítica em pés, com o objetivo de utilizar o sistema internacional, optou-se por utilizar os valores em metros, considerando 1 pé = 0,3048 metros, aproximou-se os valores à unidade, |                                                                                                  |              |               |

Por fim, verifica-se se os recetores em análise estão localizados dentro da área delimitada pela respetiva distância crítica em relação à via. Caso essa condição ocorra, torna-se necessário recorrer às demais etapas de avaliação do impacto das vibrações de modo a quantificar o nível de vibração expectável para os mesmos.

### 2.3.2 AVALIAÇÃO GERAL

A avaliação geral é dividida em duas etapas: a previsão da resposta no maciço, com base em curvas de atenuação já apresentadas (Figura 06), seguida da aplicação de fatores de ajuste da resposta dinâmica, de modo a considerar as características individuais do recetor (edifício) em estudo.

Após a primeira etapa, ou seja, a definição do nível base de velocidade RMS no solo, a avaliação geral da FTA prevê a aplicação de fatores de ajuste que permitem adaptar a resposta estimada às características específicas do sistema via-macício analisado. A apresentação e análise de tais fatores está fora do âmbito do presente trabalho.

Em relação ao recetor, são considerados essencialmente três fatores de ajuste com influência direta na resposta vibratória percebida no interior da estrutura: a atenuação da resposta em altura, amplificação relativa à ressonância dos pisos, paredes e tetos e o acoplamento dinâmico entre fundações e solo.

#### 2.3.2.1 Atenuação da resposta em altura

A previsão da FTA considera que as vibrações se atenuam de forma uniforme ao longo da altura da edificação, com uma redução de 1 a 2 dB por piso, valores apresentados no Quadro 7. Contudo, Trábulo

[28] constatou que essa premissa não corresponde à realidade prática, observando que o nível de vibração ao longo dos pavimentos segue um comportamento parabólico, apresentando, a partir da base, atenuação nos pisos inferiores e amplificação nos pisos superiores.

De modo semelhante, Zou *et al.* [40] ao realizarem medições *in situ* em edifícios de 14 e 25 pisos expostos a vibrações induzidas pelo Metro, identificaram o mesmo padrão: níveis mais elevados de velocidade de vibração nos pisos superiores, com redução nos intermédios.

Adicionalmente, He *et al.* [41] através de medições com sensores de velocidade distribuídos por diferentes pisos de uma estrutura de seis andares, situada nas proximidades de uma linha férrea com tráfego intenso, constataram que os níveis de vibração vertical aumentam com a altura de forma flutuante.

Galvin *et al.* [35] corroboram essa observação ao demonstrarem que, devido à influência do acoplamento entre o solo e a estrutura e à ação dos modos fundamentais da edificação, a atenuação em altura não é linear. De fato, identificaram que, em baixas frequências, há amplificação das vibrações com a altura, enquanto, em frequências médias e altas, ocorre atenuação nos pisos inferiores, contrariando, assim, a previsão uniforme e contínua adotada pela FTA.

Quadro 7 – Fatores de ajuste relativos ao recetor (adaptado de [22]).

| Ajustes à curva de atenuação relativos ao recetor               |                                       |            |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------|------------|
| Fator                                                           | Tipologia da construção               | Ajustes    |
| Atenuação da resposta em altura                                 | Edifícios de 1-5 pisos acima do solo  | -2 dB/piso |
|                                                                 | Edifícios de 5-10 pisos acima do solo | -1 dB/piso |
| Amplificação relativa à ressonância dos pisos, paredes e tectos | +6 dB                                 |            |

#### 2.3.2.2 Amplificação relativa à ressonância dos pisos, paredes e tectos

Com o intuito de contemplar o efeito da ressonância dos pisos, paredes e tectos, a FTA recomenda a consideração de um fator fixo de 6 dB a adicionar às bandas entre 20 e 30 Hz da resposta estrutural, como indicado no Quadro 7. Esse valor, somado ao nível de velocidade RMS estimado no solo, assume uma amplificação constante. Contudo, diversos estudos demonstram que essa amplificação depende da frequência e das propriedades dinâmicas do solo. Por exemplo, Kuo *et al.* [42] observaram que a

amplificação no vão central varia significativamente entre diferentes bandas de frequência, podendo atingir até 10 dB, em função da ressonância dos pisos e da interação solo-estrutura. Esse valor contrasta, à primeira vista, com o fator constante proposto pelo guia técnico. No entanto, os autores constataram que, especificamente na faixa de 31,5 Hz, os valores observados estavam entre 5 e 8 dB, o que se aproxima da estimativa da FTA. Já Galvín *et al.* [35], com base na análise de funções de transferência solo-estrutura, identificaram amplificações máximas de 10,5 dB em modelos simplificados e 9,2 dB em modelos de referência, indicando que a adoção de um valor fixo pode subestimar significativamente a resposta dinâmica real da estrutura. Além disso, ao contrário da generalização proposta técnica que associa a mesma faixa de frequência para pisos e paredes, Jones [43] verificou que os modos de ressonância das lajes situam-se entre 15 e 30 Hz, enquanto os modos associados a paredes e janelas ocorrem em frequências superiores a 40 Hz.

#### 2.3.2.3 Acoplamento dinâmico solo-estrutura

No âmbito da abordagem sugerida pela FTA para a consideração do efeito de acoplamento entre o solo e as fundações, são propostos os fatores de ajuste indicados no Quadro 8. Estes são aplicados à velocidade de vibração vertical à superfície do maciço, estimada a partir das curvas de atenuação apresentadas na Figura 6, e encontram-se associados à tipologia da construção, englobando o tipo de solo onde as fundações se inserem e os aspectos gerais da estrutura, tais como o tipo de fundação, o número de pisos e o sistema construtivo. No entanto, algumas análises indicam que tais fatores se encontram subestimados, não representando com rigor o fenómeno em questão. Kuo *et al.* [42], por exemplo, demonstraram que os valores de perda por acoplamento, quando calculados ou medidos em campo, divergem consideravelmente dos fatores sugeridos pela FTA. Os autores observaram ainda que o tipo do solo é mais significativo na resposta dinâmica que a geometria da edificação ou o tipo da fundação. Embora por uma perspectiva distinta, Galvín *et al.* [35] confirmam a insuficiência da abordagem ao evidenciarem que a perda por acoplamento é altamente dependente da frequência e da tipologia da estrutura, com variações de até 10 dB conforme o ponto de observação. Além disso, seus estudos verificaram que as atenuações reais obtidas foram inferiores às previstas, sugerindo que os fatores de ajuste devem ser utilizados com cautela, sobretudo em análises que exigem um maior rigor técnico [35].

Quadro 8 – Fatores de ajuste relativos ao acoplamento solo-estrutura (adaptado de [22]).

| <b>Ajustes à curva de atenuação para o acoplamento solo-estrutura</b> |                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| <b>Tipologia da construção</b>                                        | <b>Ajustes em dB (ref. <math>10^{-6}</math> pol./s).</b> |
| Edifícios de madeira                                                  | -5 dB                                                    |
| Edifícios de alvenaria com 1-2 pisos                                  | -7 dB                                                    |
| Edifícios de alvenaria com 3-4 pisos                                  | -10 dB                                                   |
| Edifícios de alvenaria de grandes dimensões fundados em estacas       | -10 dB                                                   |
| Edifícios de alvenaria de grandes dimensões fundados em sapatas       | -13 dB                                                   |
| Edifícios fundados em rocha                                           | 0 dB                                                     |

Embora seja relevante na previsão de vibrações, oferecendo um metodologia de fácil aplicação, a avaliação geral apresenta deficiências ao não considerar o comportamento dinâmico e as diferentes tipologias das edificações na estimativa dos fatores de ajuste na caracterização do recetor, sobretudo por se basearem exclusivamente em tipologias de edificações e sistemas de fundação usuais nos Estados Unidos, o que limita sua aplicabilidade em casos que envolvem fundações não convencionais ou diferentes das originalmente consideradas, bem como em contextos geológicos particulares [28]. Além disso, Galvin *et al.* [35] afirmam que a abordagem simplificada adotada pela FTA, não representa a complexidade da interação solo-estrutura e da resposta dinâmica.

### 2.3.3 AVALIAÇÃO DETALHADA

A metodologia mais rigorosa proposta pela FTA procura estimar a velocidade de vibração ao nível das fundações, utilizando um espectro de banda de um terço de oitava. Esta abordagem funciona como um referencial teórico composto por quatro etapas fundamentais, que, embora sistematizadas, visam integrar todas as ferramentas disponíveis para a realização de previsões precisas e, quando necessário, apoiar o dimensionamento de medidas de mitigação, especialmente num campo como o das vibrações, onde há uma evolução constante de tecnologias e métodos [22].

Com o viés de apresentar de forma sucinta as etapas, a metodologia inicia-se com a caracterização das vibrações existente, cujo principal propósito é determinar os níveis de vibração ambiental já existentes no local em estudo. Para tal, a FTA assume uma especial importância a realização de medições experimentais, sobretudo para vibrações verticais que, usualmente, tendem a ser mais significantes nas

maiorias das situações práticas [22]. Nesta etapa, é recomendado realizar medições experimentais, ainda que de forma limitada, com o objetivo de documentar as condições vibratórias existentes [22]. A recolha de dados permite avaliar o grau de sensibilidade de determinadas atividades à vibração e estabelecer uma condição de referência sob a qual esta não representa um problema [22]. Além disso, possibilita verificar se os níveis registados se encontram acima ou abaixo do limiar de percepção humana, bem como caracterizar a propagação das vibrações a partir de fontes já existentes, como o tráfego ferroviário ou industrial [22]. Estas medições permite ainda registar os níveis de vibração de linhas férreas próximas e identificar o potencial de propagação eficiente de vibrações [22]. Adicionalmente, considera a investigação por intermédio de questionários dirigidos aos habitantes de zonas sensíveis às vibrações, medida que, em alguns casos, pode revelar-se suficiente, considerando que, em geral, os níveis já existentes se situam abaixo do limiar da percepção humana [22].

Seguidamente, procede-se à estimativa do impacto de vibração, que recorre a uma metodologia de previsão baseada em três contributos distintos relacionados com a geração, propagação e receção das vibrações. O processo preconizado pela FTA desenvolve-se em bandas de um terço de oitava, permitindo a integração de medições experimentais e adaptação do procedimento consoante o conhecimento disponível sobre a estrutura e os recursos, como ferramentas e ensaios experimentais, acessíveis para análise.

A penúltima etapa consiste na avaliação, em cada recetor, dos níveis de vibração observados face aos critérios definidos para a avaliação detalhada. Nesta fase, pondera-se a necessidade de implementação de medidas de mitigação.

Caso se conclua pela necessidade de mitigação, avança-se então para a última etapa, que corresponde à definição dessas medidas. Para tal, recorre-se aos espectros de vibração previamente obtidos, os quais servem de base para o dimensionamento ou seleção das soluções adequadas.

No âmbito do presente trabalho, a segunda etapa assume particular relevância, pelo que será abordada com maior detalhe.

A própria FTA [22] reconhece que a estimativa do impacto de vibração é ainda uma área em desenvolvimento. A modelação das vibrações induzidas no solo é altamente complexa e, muitas vezes, de difícil precisão, razão pelo qual a maioria dos métodos de previsão utilizados em projetos de infraestruturas de transporte ainda se baseia fortemente em dados empíricos [22]. Nesse contexto, o procedimento de cálculo apresentado na orientação americana, que se fundamenta em ensaios de campo, surge como uma solução recomendada para avaliações mais robustas, e menciona a possibilidade em adotar abordagens com base em modelos de elementos finitos, desde que bem calibrados e com dados de entrada fiáveis [22].

Focando a previsão de vibrações, e de forma sintética, o método considera o contributo de três parcelas no cálculo do nível de vibração final, na forma de bandas de 1/3 de oitava: i) funções de densidade de força (FDL); ii) funções de mobilidade de transferência de fonte linear do maciço (LSTM); iii) fator de interação dinâmica solo-estrutura ( $C_{build}$ ).

$$L_v = FDL + LSTM + C_{build} \quad (1)$$

O procedimento assume que são fatores independentes entre si, sendo o espectro resultante representado em bandas de um terço de oitava. Cada componente da equação procura representar as etapas de propagação das vibrações, ou seja, a densidade de força (FDL) está relacionada com a fonte, sendo uma forma de representar a magnitude das forças de excitação oscilatórias para efeito de previsão que atuam nas infraestruturas ferroviárias. Essas vibrações são induzidas por forças impulsivas, provenientes da presença de descontinuidades, como juntas ou irregularidades, nos carris quando ocorre o contacto roda-carril [22].

Em seguida, as funções de mobilidade de transferência são determinadas através de medições *in situ*, conforme o esquema do ensaio por linha de impactos apresentado na Figura 7, e descrevem a forma como as vibrações, originadas por impactos no alinhamento da via-férrea, se deslocam pelo maciço, desde a fonte indutora até próximo do recetor [22]. A FTA [22] refere que a principal diferença entre a avaliação detalhada e a avaliação geral de vibrações reside na consideração conjunta do nível de densidade de força e da função de mobilidade de transferência, uma vez que esta abordagem permite prever, com maior rigor, a vibração à superfície do maciço, ao contrário da avaliação geral, que generaliza as estimativas da vibração.

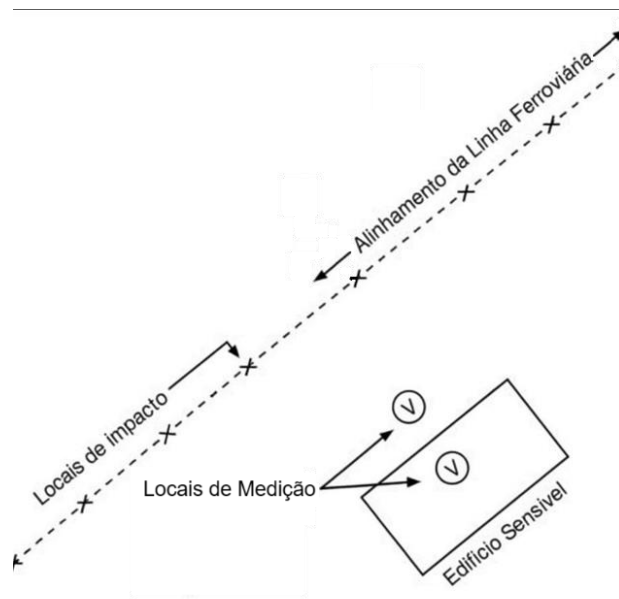


Figura 7 – Ensaio de campo para determinar a mobilidade de transferência (adaptado de [22]).

Por fim, os fatores de interação solo-estrutura têm como objetivo representar a atenuação das vibrações no interior dos edifícios, resultante, por um lado, da interação entre o solo e as fundações da edificação adjacente, as quais absorvem parte da energia transmitida, e, por outro, da propagação das vibrações através dos pisos da estrutura.

A FTA [22] reconhece a complexidade inerente na previsão no interior das edificações e, embora mencione a possibilidade de uso de modelos por elementos finitos, propõe duas abordagens práticas, dependendo da quantidade de informações disponíveis sobre o edifício em estudo. Quando se dispõe de dados sobre as características estruturais da edificação, recomenda-se aplicar ajustes ao espectro de bandas de um terço de oitava da vibração estimada ao nível das fundações. Nessa abordagem, consideram-se três fatores: i) Perda por acoplamento; ii) Transmissão pela edificação em altura); iii) Ajustes de ressonância dos pisos.

A perda por acoplamento refere-se à alteração na vibração incidente do solo, em razão da presença das fundações do edifício. Os ajustes recomendados para representar esse efeito estão apresentados na Figura 8, em função da tipologia da edificação. De forma geral, a atenuação tende a ser mais eficaz em fundações sobre as quais atua uma maior massa da superestrutura e que apresentem maior rigidez [22].

Importa destacar que, segundo a FTA [22], quando se pretende estimar as vibrações em pisos localizados no subsolo ou ao nível da superfície do solo, não se deve aplicar qualquer correção associada ao acoplamento. Nestes casos, a correção é considerada nula. Adicionalmente, a FTA sublinha que os valores medidos *in situ* podem ser utilizados diretamente na análise, em substituição aos ajustes genéricos da Figura 8 [22].

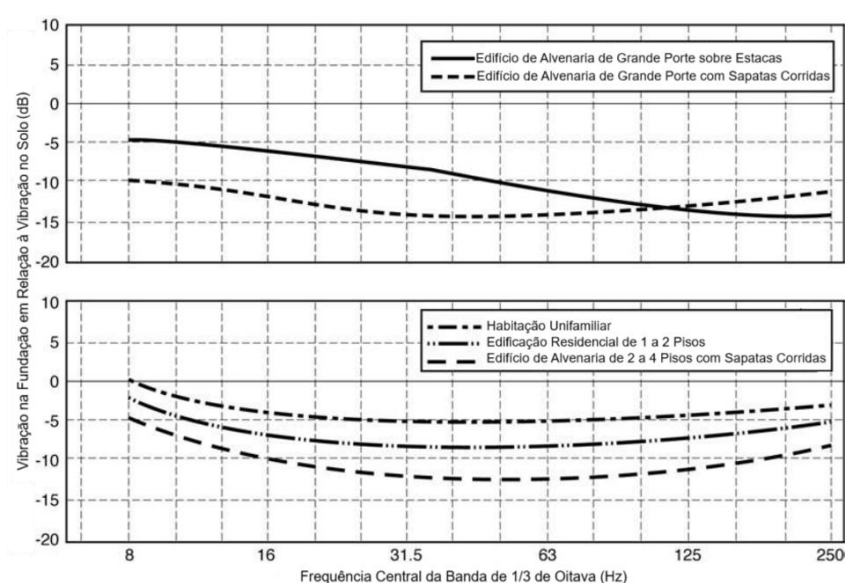


Figura 8 – Fatores de ajuste para consideração das perdas por acoplamento para diferentes tipologias de edificações (adaptado de [22]).

Para os demais fatores, apesar dos estudos anteriormente apresentados colocarem em causa a precisão destas abordagens, a referência técnica assume o procedimento similar ao da avaliação geral. Assim, considera-se que a transmissão da vibração ao longo dos pisos, de maneira geral, decorre de uma atenuação de 1-2 dB por piso. No que diz respeito à consideração dos efeitos de ressonância das lajes de betão armado, cujas frequências fundamentais se situam entre 20 e 30 Hz, a FTA mantém a recomendação de se considerar uma amplificação constante de 6 dB [22].

Nos casos em que não se dispõe de informações sobre as características estruturais da edificação ou sobre o modo de transmissão das vibrações externas para o seu interior, a FTA recomenda a utilização de um fator global empírico. Esse fator único foi derivado de 34 ensaios de campo realizados em cinco cidades da América do Norte, no âmbito do projeto TCRP D-12 [22]. Os resultados desses ensaios indicaram que, em média, a variação da vibração do exterior das edificações para o interior foi de 0 dB ao longo de todo o espectro de frequência em bandas de um terço de oitava, com desvio padrão de 5-6 dB entre 31,5 e 63 Hz [22]. Dessa forma, na ausência de informações detalhadas, a referência americana propõe a adoção desse fator único que representa, de forma consolidada, tanto a perda por acoplamento quanto o efeito de ressonância das lajes, sendo os valores recomendados de 3 a 6 dB para edificações leves ou de madeira, e de 0 dB para edificações pesadas. Importa, no entanto, destacar que, em casos de edificações de alta sensibilidade ou que abrigam equipamentos sensíveis a vibrações, é indispensável a realização de medições *in situ* para avaliar com rigor a resposta tanto ao nível das fundações quanto no interior da estrutura [22].

Apesar da avaliação detalhada possuir grande importância e envolver uma significativa vertente experimental no estudo das vibrações, proporcionando uma maior precisão dos resultados, o manual da FTA não recomenda realizar medições no interior de edifícios, uma vez que equipamentos abrigados podem gerar vibrações superiores às provenientes de fontes externas, além de os efeitos provocados pela estrutura da edificação e pelas ressonâncias estruturais serem significativos e de difícil previsão [22]. Contudo, a FTA reconhece que as vibrações transmitidas pelo solo se manifestam principalmente no interior dos edifícios [22].

## **2.4 ENQUADRAMENTO REGULAMENTAR**

Como já abordado, as vibrações devidas ao tráfego ferroviário possuem impacto significativo no conforto dos habitantes de edifícios próximos a infraestruturas ferroviárias. Com o objetivo de mitigar os efeitos prejudiciais, diversos manuais internacionais procuram estabelecer critérios limites para velocidade de vibração, merecendo destaque as directrizes norte-americanas da FTA/FRA [22, 29] e, no

contexto nacional, as considerações realizadas pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) [44].

Os manuais da FTA e FRA [22, 29] definem critérios limites de vibrações em razão do método de avaliação que é aplicado. Para o método de geral de avaliação, tais entidades definem valores limites em função da frequência dos eventos e da categoria de uso do solo, especialmente para o valor máximo do *running root-mean-square* (RMS) da velocidade vertical, conforme expostos no Quadro 9:

Quadro 9 – Limites de velocidade de vibração para avaliação geral (adaptado de [22]).

| Categoria de uso do solo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Nível de impacto de vibrações, em dB (ref. $10^{-8}$ m/s). |                                 |                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Eventos Frequentes <sup>1</sup>                            | Eventos Ocasionais <sup>2</sup> | Eventos Casuais <sup>3</sup> |
| Categoria I                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 73,1 <sup>4</sup>                                          | 73,1                            | 73,1 <sup>4</sup>            |
| Categoria II                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 80,1                                                       | 83,1                            | 88,1                         |
| Categoria III                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 83,1 <sup>4</sup>                                          | 86,1                            | 91,1                         |
| Notas:<br><br>1. Os eventos frequentes correspondem à ocorrência de mais de 70 eventos do mesmo tipo por dia.<br>2. Eventos ocasionais são definidos pela ocorrência entre 30 e 70 eventos do mesmo tipo por dia.<br>3. Eventos casuais correspondem à ocorrência de menos de 30 eventos semelhantes por dia.<br>4. Este critério limite é baseado em níveis aceitáveis para os equipamentos moderadamente sensíveis, tais como microscópios óticos. Locais com elevados níveis de sensibilidade, tais como centros de investigação requerem uma avaliação detalhada para definir os níveis de vibração aceitáveis |                                                            |                                 |                              |

Para as situações que empregam avaliações detalhadas, os limites de impacto são mais específicos do que na situação anterior, uma vez que são considerados os efeitos no conforto, na interrupção de atividades ou no funcionamento de equipamentos sensíveis. Assim, a Figura 9 estabelece os limites, por categoria, para os níveis de velocidade máxima de vibração RMS aceitável, avaliados de acordo com média móvel com janela temporal de 1 segundo e no domínio da frequência em bandas em terço de oitava, ao nível do piso da edificação em estudo.

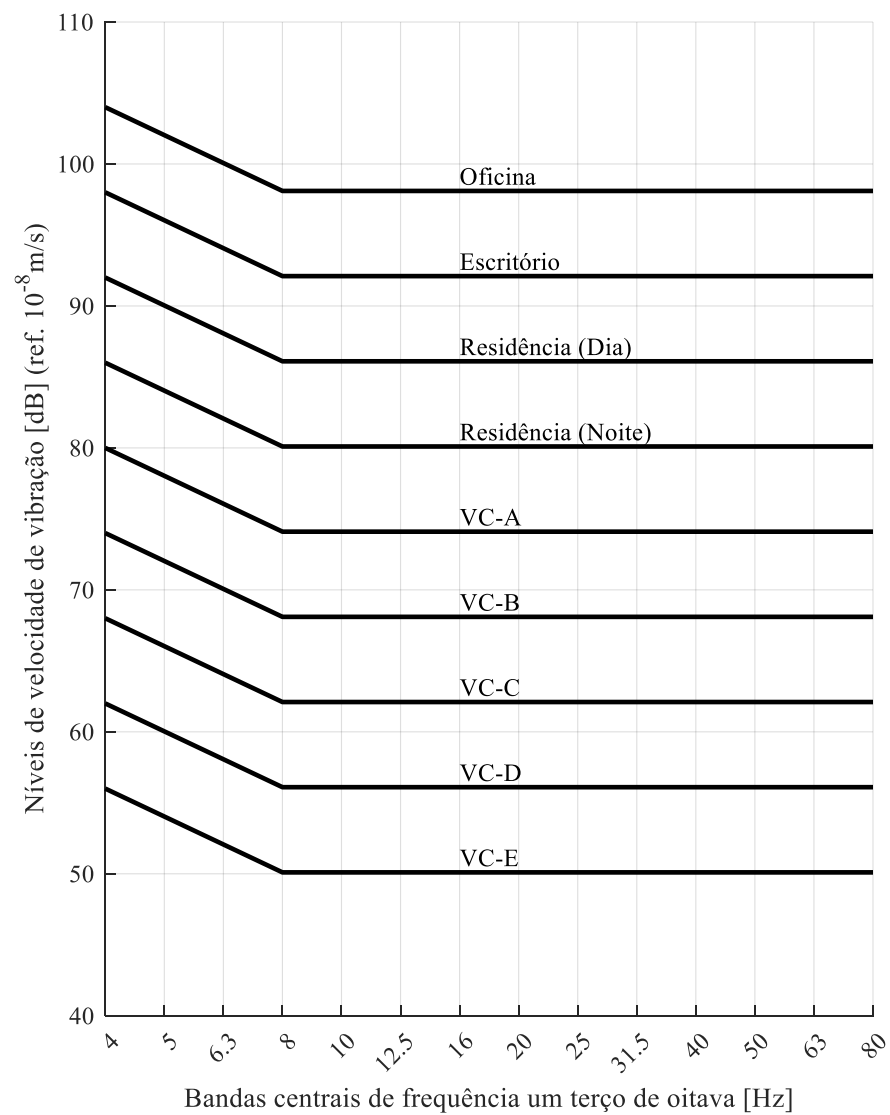


Figura 9 – Limites para nível de velocidade de vibração em função da categoria da edificação para análises detalhadas (adaptado de [22]).

Quadro 10 – Interpretação dos limites de velocidade de vibração para a avaliação detalhada (adaptado de [22]).

| Tipo de uso                                                                | Limite de velocidade de vibração (dB, ref. 10 <sup>-8</sup> m/s) | Descrição do uso                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Oficinas                                                                   | 98.1                                                             | Vibração claramente sentida. Adequado para oficinas e áreas semelhantes que não são muito sensíveis à vibração.                                                                                                 |
| Escritórios                                                                | 92.1                                                             | Vibração perceptível. Adequado para escritórios e áreas semelhantes com baixa sensibilidade à vibração.                                                                                                         |
| Residencial (Dia)                                                          | 86.1                                                             | Vibração quase imperceptível. Adequado para equipamentos de informática e microscópios óticos de baixa potência (até 20X).                                                                                      |
| Residencial (Noite), Salas Cirúrgicas                                      | 80.1                                                             | A vibração não é sentida, mas o ruído transmitido pelo solo pode ser audível em ambientes silenciosos. Adequado para microscópios óticos de potência média (100X) e outros equipamentos de baixa sensibilidade. |
| VC-A                                                                       | 74.1                                                             | Adequado para microscópios óticos de média a alta potência (400X), microbalanças, balanças óticas e equipamentos especializados semelhantes.                                                                    |
| VC-B                                                                       | 68.1                                                             | Adequado para microscópios óticos de alta potência (1000X) e equipamentos de inspeção e litografia com resolução de até 3 micrômetros.                                                                          |
| VC-C                                                                       | 62.1                                                             | Adequado para a maioria dos equipamentos de litografia e inspeção com resolução de até 1 micrômetro.                                                                                                            |
| VC-D                                                                       | 56.1                                                             | Adequado para maioria dos casos para equipamentos mais exigentes, incluindo microscópios eletrônicos operando no limite de suas capacidades.                                                                    |
| VC-E                                                                       | 50.1                                                             | Critério mais rigoroso para equipamentos extremamente sensíveis                                                                                                                                                 |
| *Mensurado em bandas de 1/3 de oitava na faixa de frequência de 8 a 80 Hz. |                                                                  |                                                                                                                                                                                                                 |

No contexto português, o Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC)[44] estabelece limites para vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário durante a fase de exploração da infraestrutura, fazendo um distinção entre vias em túnel e vias superficiais.

No caso de vias subterrâneas, a normativa admite dois critérios-limite. O primeiro estabelece que o valor eficaz médio da velocidade de vibração não deve ultrapassar 0,28 mm/s, o que corresponde a 88,9 dB, considerando uma velocidade de referência de 10<sup>-8</sup> m/s. O segundo critério, a aplicar no caso de análise

no domínio da frequência, prevê a aplicação da curva base da norma ISO 2631-2 (1989), com fatores multiplicativos associados a vibrações intermitentes em edifícios residenciais. Os limites resultantes, e para o espectro de frequências entre 1 e 80 Hz, admitem variação conforme o período (diurno ou noturno) e as frequências centrais das bandas de terços de oitava, conforme indicado no Quadro 11.

Quadro 11 – Limites da velocidade eficaz de vibração em função do período do dia e da banda de frequência analisada (adaptado de [44]).

| Limites do espectro da velocidade eficaz de vibração por bandas de terços de oitava (mm/s)                                          |                          |                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Frequências centrais                                                                                                                | Período Diurno (08h-20h) | Período Noturno (20h-08h) |
| 8 Hz < f < 80 Hz                                                                                                                    | 0,20                     | 0,14                      |
| 2 Hz                                                                                                                                | 0,56                     | 0,40                      |
| 1 Hz                                                                                                                                | 1,12                     | 0,80                      |
| Nota: Os valores apresentados devem ser aplicados para a componente da velocidade mais significativa seja a vertical ou horizontal. |                          |                           |

Para as situações envolvendo vias à superfície, o Quadro 12 apresenta os limites de percepção do valor eficaz da velocidade de vibração RMS. Para garantir a conformidade, recomenda-se que esse valor seja classificado como "Perceptível", isto é, situado no intervalo de 0,11 mm/s a 0,28 mm/s durante o período diurno (08h–20h), e como "Nula", ou seja, inferior a 0,11 mm/s, nos restantes períodos de operação da infraestrutura.

Quadro 12 – Valores limites para percepção de vibrações continuadas no interior de edifícios na fase de exploração (adaptado de [44]).

| v (mm/s)                                                                                                                                                                                                  | Sensação                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $v < 0,11$                                                                                                                                                                                                | Nula                                                             |
| $0,11 < v < 0,28$                                                                                                                                                                                         | Perceptível, suportável para pequena duração                     |
| $0,28 < v < 1,10$                                                                                                                                                                                         | Nítida, incómoda, podendo afetar as condições de trabalho        |
| $v > 1,10$                                                                                                                                                                                                | Muito nítida, muito incómoda, reduzindo as condições de trabalho |
| Nota: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. A normativa estabelece o valor de 0,11 mm/s como o limiar de percepção.</li> <li>2. "v" corresponde ao valor eficaz da velocidade de vibração.</li> </ol> |                                                                  |

Para uma análise no domínio da frequência, pode-se utilizar, de forma análoga ao caso das vias subterrâneas, os valores limite de vibrações apresentados no Quadro 11.

Independentemente da tipologia da via (subterrânea ou superficial), a metodologia de avaliação recomendada estabelece que o valor eficaz médio da velocidade de vibração deve ser calculado com base nas 10 passagens mais desfavoráveis de veículos, em qualquer sentido. Adicionalmente, o tempo de medição deve ser suficiente para abranger, no mínimo, uma atenuação de 10 dB em relação ao nível máximo observado.

## **2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este capítulo teve como objetivo contextualizar, de maneira sumária, a problemática das vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário em edificações adjacentes à infraestrutura. Para isso, as principais tipologias de metodologias de previsão foram apresentadas, tendo sido dado especial destaque às metodologias empíricas propostas pela FTA com foco no recetor. Por fim, foram analisados os critérios de limitação de vibrações norte-americanos e portugueses para fenómeno problema em apresso. Estes conceitos servem de base ao desenvolvimento dos capítulos subsequentes.



# 3

## MODELAÇÃO NUMÉRICA DA RESPOSTA DINÂMICA DE EDIFÍCIOS SOB A INFLUÊNCIA DE VIBRAÇÕES

### 3.1 MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA

A interação dinâmica solo-estrutura constitui um domínio de estudo vasto e multidisciplinar, transversal a diversas áreas da engenharia, assumindo particular relevância no contexto de estruturas sujeitas a vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário. De forma sucinta, esse fenómeno refere-se à integração entre dois meios com características e comportamentos distintos entre si: o solo e a fundação da estrutura [24]. A construção de modelos numéricos capazes de representar adequadamente os efeitos desta interação revela-se essencial, uma vez que o acoplamento entre o solo e a estrutura pode alterar significativamente os níveis de vibração transmitidos à edificação por um campo de ondas incidente. A não consideração da interação dinâmica do solo-estrutura em análises dinâmicas, conduz frequentemente à superestimação da resposta dinâmica, dado que se ignora a dissipação de energia proporcionada pelo acoplamento do solo com a fundação, comprometendo, assim, a precisão dos níveis de vibração [24].

Nesse enquadramento, a resposta associada à interação solo-estrutura engloba duas componentes de interação dinâmica: a interação inercial e a interação cinemática [45]. A interação inercial é resultante da ação das forças de inércia geradas quando a massa da estrutura está sujeita a um campo vibratório ao nível da base. Já a interação cinemática corresponde à perturbação causada no registo de vibrações avaliado em condições de *free-field* devido à presença dos elementos rígidos de fundação que não permitem acomodar as deformações do solo causadas pela campo de ondas sísmicas incidente [45].

A modelação numérica da interação dinâmica solo-estrutura será realizada considerando uma metodologia simplificada, com os termos estabelecidos por Lopes *et al.* [45]. Esta metodologia

considera um modelo de elementos finitos tridimensional para a estrutura, sendo o solo representado, simplificadaamente, por meio de um modelo de parâmetros condensados (*lumped parameter model*).

Assim, apresenta-se a equação matricial geral de movimento no domínio da frequência, fundamentada no método dos elementos finitos, que rege o comportamento dinâmico do modelo tridimensional da estrutura:

$$(K^b + iwC^b - w^2M^b)u^b = F^b \quad (2)$$

onde,

$K^b$  – Matriz de rigidez da estrutura

$C^b$  – Matriz de amortecimento da estrutura

$M^b$  – Matriz de massa da estrutura

$u^b$  – Vetor de deslocamentos

$F^b$  – Vetor de forças externas

$w$  – Frequência angular

A metodologia numérica foi implementada no software comercial *MatLab*. As matrizes de massa e de rigidez da estrutura são importadas do software comercial *Ansys*, permitindo uma maior facilidade de modelação da estrutura. Foi ainda adotado um modelo de amortecimento de Rayleigh, no qual a matriz de amortecimento é proporcional às matrizes de rigidez e de massa.

O contributo das duas componentes de interação inicialmente descritas será avaliado de forma desacoplada, sendo a metodologia adotada apresentada nas secções seguintes.

### 3.1.1 INTERAÇÃO INERCIAL

De modo a atender à interação inercial, considera-se que um campo de ondas incidente excita as fundações do modelo tridimensional de elementos finitos da estrutura. Este campo é representado por intermédio do deslocamento  $u_0$ . Assim, torna-se necessária a adaptação do sistema de equações traduzido pela Eq. (2).

Deste modo, é necessário estabelecer a compatibilidade entre a excitação incidente, os acréscimos de deformação resultante das forças de inércia geradas na estrutura e o campo de deslocamentos nos graus de liberdade da estrutura em contacto com o solo ( $u_s^b$ ). Essa correspondência é expressa pela relação apresentada na Equação 3:

$$u_s^b = u_0 + \Delta u^b \quad (3)$$

na qual,

$u_0$  – Campo de vibração incidente em condição de “free-field”

$\Delta u^b$  – Incremento de deslocamentos resultante das forças de inércia geradas no edifício

É ainda assumido que o solo não é infinitamente rígido, ou seja, o incremento de deslocamento devido as forças inerciais é diferente de zero ( $\Delta u^b \neq 0$ ), e que existe compatibilidade entre os deslocamentos do solo e dos elementos da fundação.

Considerando-se a rigidez dinâmica do solo  $K_s$ , e com base na Lei de Hooke, pode ser estabelecida uma relação entre forças e deslocamentos, conforme expressa a Equação 4:

$$F_s = K_s \Delta u^b \quad (4)$$

onde,

$F_s$  – Vetor de forças aplicadas pela estrutura no solo em resultado da sua excitação

$K_s$  – Rigidez dinâmica do solo

Na sequência, a força externa aplicada no elemento de fundação  $F^b$  tem de possuir o mesmo módulo que a força incremental  $F_s$ , mas sinal contrário. Dessa maneira, deduz-se a seguinte Equação 5:

$$F^b = -K_s \Delta u^b \quad (5)$$

Em decorrência da necessidade de equilibrar o sistema dinâmico entre o solo e a estrutura, mescla-se as Equações 2 e 5 na Equação 6:

$$(K^b + i\omega C^b - \omega^2 M^b)u^b = -K_s \Delta u^b \quad (6)$$

Após algum tratamento matemático da equação anterior, resulta o sistema de equações exposto abaixo:

$$\begin{bmatrix} K_b^{ii} & K_b^{ij} \\ K_b^{ji} & K_b^{jj} + K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ \Delta u^b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_b^{ii} & K_b^{ij} \\ K_b^{ji} & K_b^{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

no qual,

$K_b^{ij}$  – Termo da matriz de rigidez dinâmica em que  $i$  representa o nó interno da estrutura, enquanto  $j$  os nós em contacto com o solo.

Para a determinação da rigidez dinâmica do solo,  $K_s$ , existem distintos métodos que diferem quanto à complexidade de implementação e à exatidão dos resultados obtidos. Sob essa ótica, uma abordagem simplificada consiste na adoção de modelos de parâmetros condensados, cujo objetivo é a caracterização do comportamento dinâmico do solo por um conjunto de molas, amortecedores e massas, admitindo uma fundação rígida sem massa e dependente da frequência [46].

De forma breve, diversos modelos de parâmetros condensados estão disponíveis na literatura, mas apenas dois tipos podem ser caracterizados como modelos simples: os modelos de parâmetros condensados padrão e os modelos de parâmetros condensados fundamentais [46]. No primeiro, embora a rigidez dinâmica seja expressa em função da frequência, trata-se de uma abordagem muito simplificada, cuja a aplicação é limitada a gamas de baixa frequência [46]. Lopes [15] demonstrou que esses modelos perdem precisão dos resultados obtidos com o aumento da frequência de excitação.

Ressalta-se, adicionalmente, que as vibrações transmitidas aos edifícios, induzidas pelo tráfego ferroviário, abrangem uma gama de frequências entre 1 Hz e 80 Hz [15]. Por esse motivo, optou-se pela utilização de modelos de parâmetros condensados fundamentais que diferem do primeiro grupo, posto que possuem, além de um parâmetro de rigidez estática, quatro parâmetros livres que são obtidos por ajuste de curva e um grau interno adicional de liberdade [46].

Dessa forma, os dois principais modelos de parâmetros condensados fundamentais são o *Spring-dashpot model* e o *Monkey-tail model*, que são ilustrados pela Figura 10. No modelo numérico adotado neste trabalho optou-se pela utilização do modelo *Monkey-tail*.

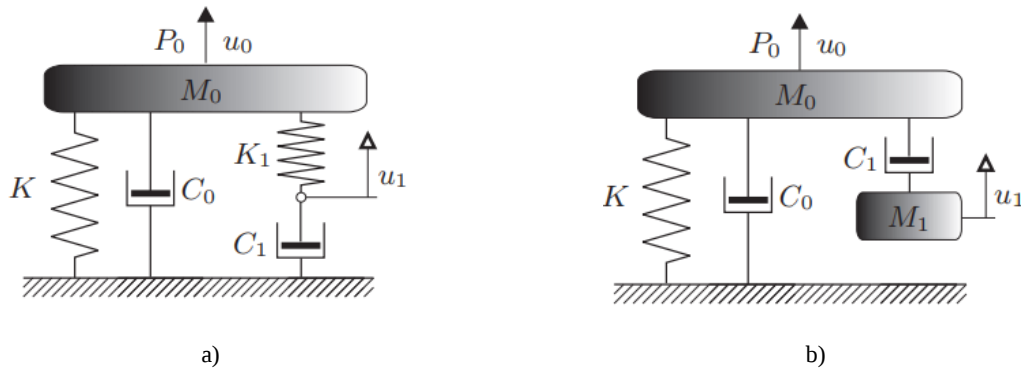


Figura 10 – Modelos de parâmetros condensados fundamentais. a) *Spring-dashpot model*; b) *Monkey-tail model*.  
(esquemas estruturais de [46])

Como já mencionado, o modelo *Monkey-tail* é composto por um total de cinco parâmetros, sendo que quatro desses parâmetros são necessários apenas para garantir um adequado ajuste da curva da rigidez dinâmica no domínio da frequência, enquanto o parâmetro da rigidez estática do solo ( $K$ ) está efetivamente associado a um conceito físico real. Diante disso, expõem-se as expressões 8, 9, 10 e 11 para o cálculo dos 4 parâmetros livres:

$$C_{s0} = \frac{R}{V_s} \gamma_0 K \quad (8)$$

$$C_{s1} = \frac{R}{V_s} \gamma_1 K \quad (9)$$

$$M_{s0} = \frac{R^2}{V_s^2} \mu_0 K \quad (10)$$

$$M_{s1} = \frac{R^2}{V_s^2} \mu_1 K \quad (11)$$

para as quais,

R – Raio da sapata circular.

$V_s$  – Velocidade de propagação das ondas S.

K – Rigidez estática do solo

Insta salientar que no caso de fundações de geometria não circular, é comum utilizar a equivalência com fundações circulares, por meio da definição de um raio equivalente. Esse raio assume diferentes valores, dependendo se o movimento considerado é de translação ou de rotação [15]. No tocante, aos coeficientes adimensionais de amortecimento ( $\gamma_i$ ) e de massa ( $\mu_0$ ), bem como ao parâmetro de rigidez estática do solo ( $K$ ), os valores apresentados no Quadro 13 são fornecidos em função do tipo de movimento e, segundo proposto por Wolf [47], do módulo de Poisson do solo.

Quadro 13 – Coeficientes adimensionais de amortecimento e de massa em função do movimento do Modelo *Monkey-tail* (adaptado de [46]).

| Tipo de movimento                                                                              | Rigidez estática              | Coeficiente de amortecimento |                   | Coeficiente de massa |                                      |                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------|----------------------|--------------------------------------|-------------------|
|                                                                                                | K                             | $\gamma_0$                   | $\gamma_1$        | $\mu_0$              | $\mu_1$                              |                   |
| Horizontal                                                                                     | $\frac{8G_s R}{2 - \nu}$      | $0,78 - 0,4\nu$              | -                 | -                    | -                                    |                   |
| Vertical                                                                                       | $\frac{4G_s R}{1 - \nu}$      | 0,8                          | $0,34 - 4,3\nu^4$ | $\nu < \frac{1}{3}$  | 0                                    | $0,4 - 4,0\nu^4$  |
|                                                                                                |                               |                              |                   | $\nu > \frac{1}{3}$  | $0,9\left(\nu - \frac{1}{3}\right)$  |                   |
| Rotação                                                                                        | $\frac{8G_s R^3}{3(1 - \nu)}$ | -                            | $0,42 - 0,3\nu^2$ | $\nu < \frac{1}{3}$  | 0                                    | $0,34 - 0,2\nu^2$ |
|                                                                                                |                               |                              |                   | $\nu > \frac{1}{3}$  | $0,16\left(\nu - \frac{1}{3}\right)$ |                   |
| Torção                                                                                         | $\frac{16G_s}{3}$             | 0,017                        | 0,291             | -                    | 0,171                                |                   |
| Notas:                                                                                         |                               |                              |                   |                      |                                      |                   |
| 1. $G_s$ corresponde ao módulo de distorção do solo e $\nu$ ao coeficiente de Poisson do solo. |                               |                              |                   |                      |                                      |                   |

Vale elucidar que a matriz da rigidez dinâmica do solo é uma matriz cheia, quadrada com seis linhas e colunas, havendo acoplamento entre os diferentes termos do movimento [45].

De forma simplificada, a matriz de rigidez dinâmica do solo pode ser assumida como uma matriz diagonal, conforme ilustra a Equação matricial 12. Essa consideração baseia-se na hipótese de que o modelo tridimensional contempla exclusivamente fundações superficiais, cujos momentos de inércia das sapatas, em relação aos seus eixos principais, permanecem constantes. Ademais, os acoplamentos rotação-translação são desconsiderados, por apresentarem influência pouco significativa no comportamento dinâmico analisado neste estudo [45].

$$\{K_{ii}\}_s = \begin{bmatrix} K_{hh} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{hh} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{vv} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{=} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Com base nessa abordagem, os termos da matriz diagonal de rigidez dinâmica podem ser obtidos através da Equação 13 [46]:

$$K_s^{ii}(w) = \left[ 1 - \frac{\frac{w^2 M_{s1}}{K}}{\frac{w^2 M_{s1}^2}{C_{s1}^2}} - \frac{w^2 M_{s0}}{K} + iw \left( \frac{M_{s1}}{C_{s1}} \frac{\frac{w^2 M_{s1}}{K}}{1 + \frac{w^2 M_{s1}^2}{C_{s1}^2}} + \frac{C_{s0}}{K} \right) \right] \quad (13)$$

A Equação 13 pode ser reestruturada na Equação 14, considerando para tal uma frequência adimensional  $\alpha_0$  ( $\alpha_0 = \frac{wR}{V_s}$ ). O amortecimento do solo é incorporado através de um modelo histerético ( $\xi$ ) [15].

$$K_s^{ii}(w) = K \left[ k + i\alpha_0 \left( c + \frac{2\xi}{\alpha_0} k \right) \right] \quad (14)$$

Os termos de rigidez ( $k$ ) e amortecimento ( $c$ ) a aplicar são obtidos através das seguintes equações 15 e 16, respetivamente:

$$k_{ii}(\alpha_0) = 1 - \frac{\mu_{1,ii}\alpha_0^2}{1 + \frac{\mu_{1,ii}^2}{\gamma_{1,jj}^2}\alpha_0^2} - \mu_{0,ii}\alpha_0^2 \quad (15)$$

$$c_{ii}(\alpha_0) = \frac{\mu_{1,ii}}{\gamma_{1,ii}} \frac{\mu_{1,ii}\alpha_0^2}{1 + \frac{\mu_{1,ii}^2}{\gamma_{1,jj}^2}\alpha_0^2} + \gamma_{0,ii} \quad (16)$$

### 3.1.2 INTERAÇÃO CINEMÁTICA

Após a apresentação da metodologia adotada para a consideração da interação inercial na interação solo-estrutura, torna-se necessário elucidar também o mecanismo de interação cinemática.

Tendo em vista que este trabalho se baseia em um modelo numérico de abordagem sub-estruturada, ou seja, o campo de deslocamentos que impactam a estrutura é obtido numa fase anterior por intermédio de modelação numérica ou por medição experimental em condição “*free-field*” na localização dos elementos de fundação, faz-se imprescindível incorporar os efeitos da interação cinemática, os quais decorrem da diferença de rigidez entre as fundações da estrutura e o solo circundante, alterando o campo de ondas incidente.

Nesse sentido, é considerada uma metodologia simplificada baseada no conceito de curvas de interação solo-estrutura (SSI), conforme proposto por Colaço *et al.* [24]. A aplicação destas curvas possibilita a adaptação dos registos de vibração obtidos em condição de campo livre de forma a contemplar a influência da presença das fundações, conforme a Figura 11:

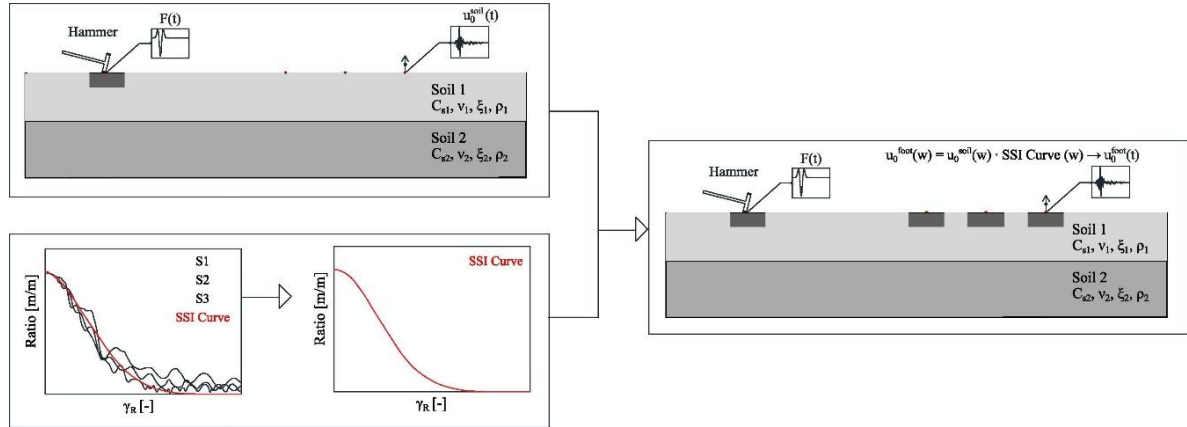


Figura 11 – Esquema da aplicação de curvas SSI (esquemas de [24]).

Para fins de contextualização, as curvas de interação solo-estrutura (SSI) são obtidas por meio do ajuste de uma curva derivada da relação entre o deslocamento calculado em condições de campo livre e aquele observado na presença das fundações, em função da variável adimensional  $\gamma_R$ , definida pela Equação 17:

$$\gamma_R = \frac{w}{2\pi V_s} \frac{B_f}{2} \quad (17)$$

onde,

$w$  – Frequência angular

$V_s$  – Velocidade de propagação das ondas S.

$B_f$  – Dimensão característica da fundação

Vale evidenciar que a definição da curva SSI exige a consideração de uma ampla quantidade de ensaios e variáveis, a fim de garantir sua representatividade e aplicabilidade em diferentes condições [24]. A curva resultante apresenta o formato característico de uma função Gaussiana, com valor máximo unitário situado na origem do eixo das abscissas. A expressão matemática é dada pela Equação 18, na qual o desvio padrão — denotado pela constante real ‘c’ — foi determinado por meio do ajuste entre a função Gaussiana e as curvas de razão apresentadas em [24], resultando em um valor adimensional de 0,2276.

$$G(\gamma_R) = e^{-\frac{\gamma_R^2}{2c^2}} \quad (18)$$

### 3.2 ESTUDOS PARAMÉTRICOS PRELIMINARES

Com o modelo numérico já apresentado e considerando o objetivo de desenvolver uma base de dados representativa do património edificado em Portugal torna-se necessário, em um primeiro momento, definir a configuração geométrica global da estrutura.

Para tal, é necessário, numa primeira fase, avaliar a influência do número de vãos de um dado edifício na sua resposta dinâmica, de modo a extrapolar estas conclusões para os estudos a serem desenvolvidos ao longo do Capítulo 4, bem como os pontos específicos de análise a serem considerados. Análises preliminares de sensibilidade, abordadas ao longo deste capítulo, visam aprimorar a compreensão dos principais parâmetros que influenciam a resposta dinâmica da estrutura.

#### 3.2.1 EFEITO DO NÚMERO DE VÃOS NA RESPOSTA DINÂMICA

Para a realização desse estudo foram considerados dez modelos de elementos finitos com características geométricas e propriedades dos elementos estruturais constantes, diferenciando-se apenas pela quantidade de vãos nas direções x e y.

A configuração global inicial dos modelos consistiu em uma estrutura simétrica e porticada de quatro pisos, com vãos de 4,5 metros de comprimento e uma discretização da malha de elementos finitos de 0,45 metros, com o intuito de permitir uma análise detalhada do nó central das lajes.

Ademais, considerou-se que todos os elementos estruturais seriam de betão armado com módulo de elasticidade de 30 GPa, com uma massa volúmica de 2500 kg/m<sup>3</sup> e um módulo de Poisson de 0,20. Quanto ao amortecimento da estrutura, recorreu-se ao modelo de Rayleigh, sendo implementado um fator de amortecimento de 5%.

Para todos os pisos, assumiu-se pilares quadrados de 0,30 x 0,30 m<sup>2</sup>, vigas retangulares de 0,30 metros de largura e 0,50 metros de altura, lajes com espessura constante de 0,25 metros e uma carga adicional de 300 kg/m<sup>2</sup> para considerar as restantes cargas permanentes e as cargas variáveis no pavimento. As fundações adotadas foram do tipo sapatas isoladas, com secção circular com 2,0 metros de diâmetro e 0,60 metros de altura.

Os apoios foram considerados encastrados, e as seguintes características do solo definidas como massa volúmica de 1900 kg/m<sup>3</sup>, velocidade das ondas S de 250 m/s e coeficiente de Poisson igual a 0,35. Por fim, considerou-se que o primeiro pavimento está à 0,50 metros do solo, enquanto os demais pavimentos estão espaçados verticalmente de forma equidistante, a cada 3,0 metros.

Sendo assim, a análise consistiu em avaliar a velocidade de pico (PPV, do inglês *Peak Particle Velocity*), que representa o maior valor instantâneo do sinal de vibração, seja ele positivo ou negativo. Usualmente,

esse parâmetro está diretamente associado às tensões que incidem sobre as construções, sendo útil na estimativa de possíveis danos estruturais [41].

Foram escolhidos pontos de análise na laje central de cada piso, caso ocorresse de não existir uma única laje central, ou seja, na ocorrência de um número par de vãos, realizou-se a média dos quatro valores das lajes adjacentes ao centro da estrutura modelada, com o viés de facilitar a identificação dos dados recolhidos essas lajes foram numeradas conforme a Figura 12.

|  |    |    |  |
|--|----|----|--|
|  |    |    |  |
|  | 03 | 04 |  |
|  | 01 | 02 |  |
|  |    |    |  |

Figura 12 – Esquema da denominação das lajes centrais para a análise de modelos com número par de vãos.

Com o objetivo de obter as curvas de velocidade de vibração vertical no domínio do tempo, aplicou-se inicialmente um deslocamento de magnitude unitária na base da estrutura. A resposta gerada no ponto de observação por essa excitação externa foi então escalonada por meio do impulso de Ricker, o que possibilitou a sua representação no domínio do tempo. Assumindo como fonte de excitação, esse impulso dinâmico promove a propagação de energia sob a forma de ondas elásticas no maciço de fundação, atingindo tanto a superfície quanto os edifícios adjacentes [45]. A implementação do impulso de Ricker seguiu a Equação 19, apresentada em [45].

$$p(t) = \left[ 2 \left( \frac{\pi(t - t_s)}{T_R} \right)^2 - 1 \right] \exp \left[ - \left( \frac{\pi(t - t_s)}{T_R} \right)^2 \right] \quad (19)$$

As variáveis  $t_s$  e  $T_R$  correspondem a parâmetros fundamentais do impulso, para os quais foram atribuídos os valores de 0,1 s e 0,01 s, respetivamente. Esses valores foram escolhidos de maneira a gerar um impulso com um espectro de frequências adequado à faixa relevante para os problemas tratados, conforme ilustrado na Figura 13.

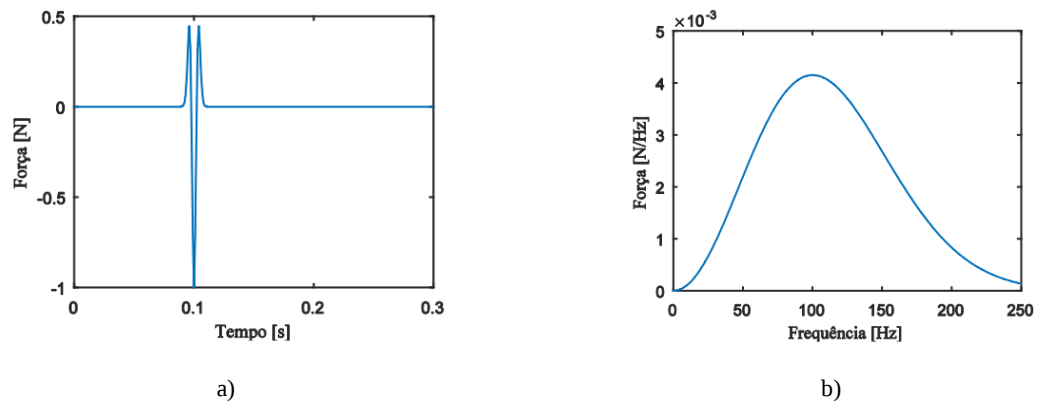
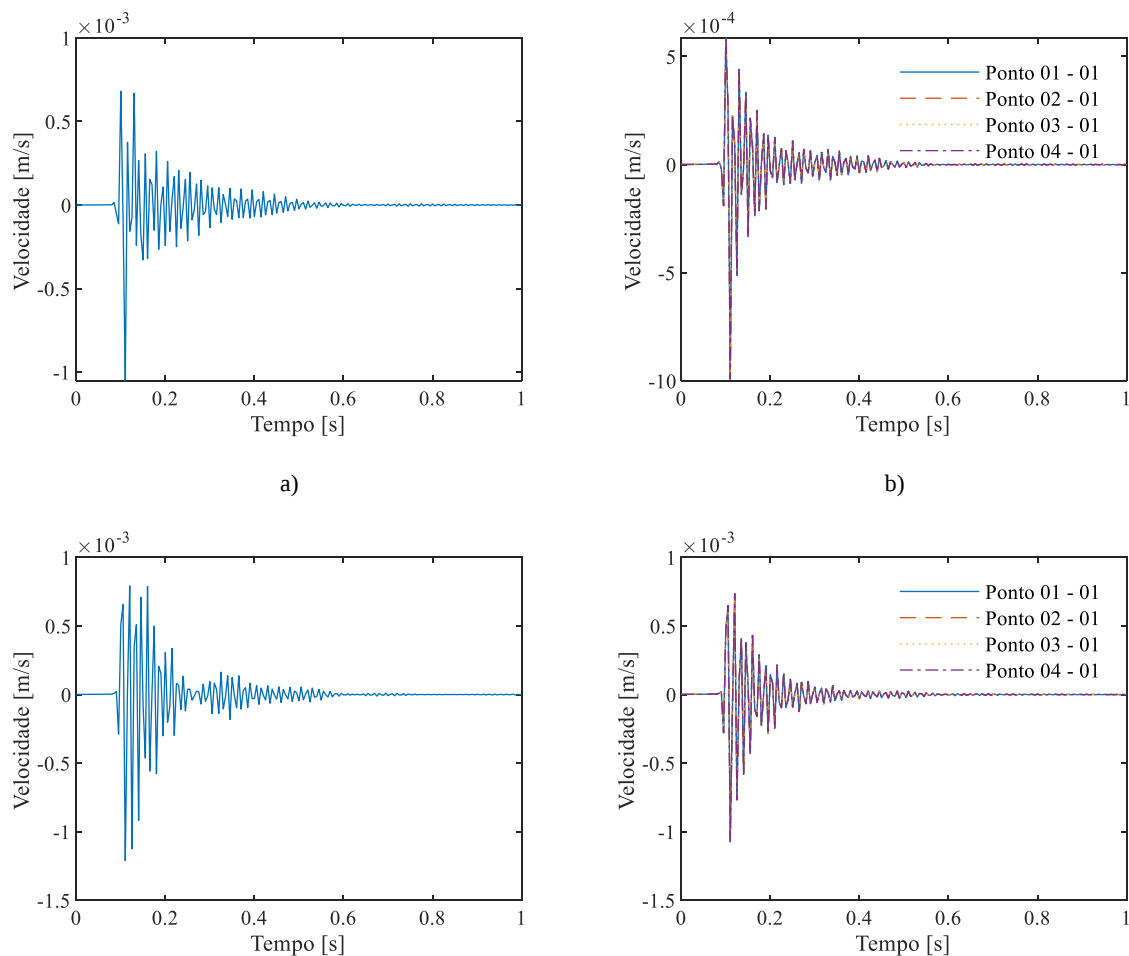


Figura 13 – Impulso de Ricker: a) registro temporal; b) conteúdo em frequência [45].

Diante disso, elaborou-se a Figura 14 com o objetivo de exemplificar as curvas de velocidade no domínio do tempo para os modelos 3D com diferentes números de vãos, considerando exclusivamente a laje central do primeiro piso. Para os modelos com número par de vãos, foram apresentadas as curvas sobrepostas das quatro lajes centrais. Enquanto nos modelos com número ímpar de vãos, foi representada apenas a curva correspondente à laje central. Conforme expectável, as curvas correspondentes aos quatro pontos centrais são coincidentes dada a simetria existente no problema.



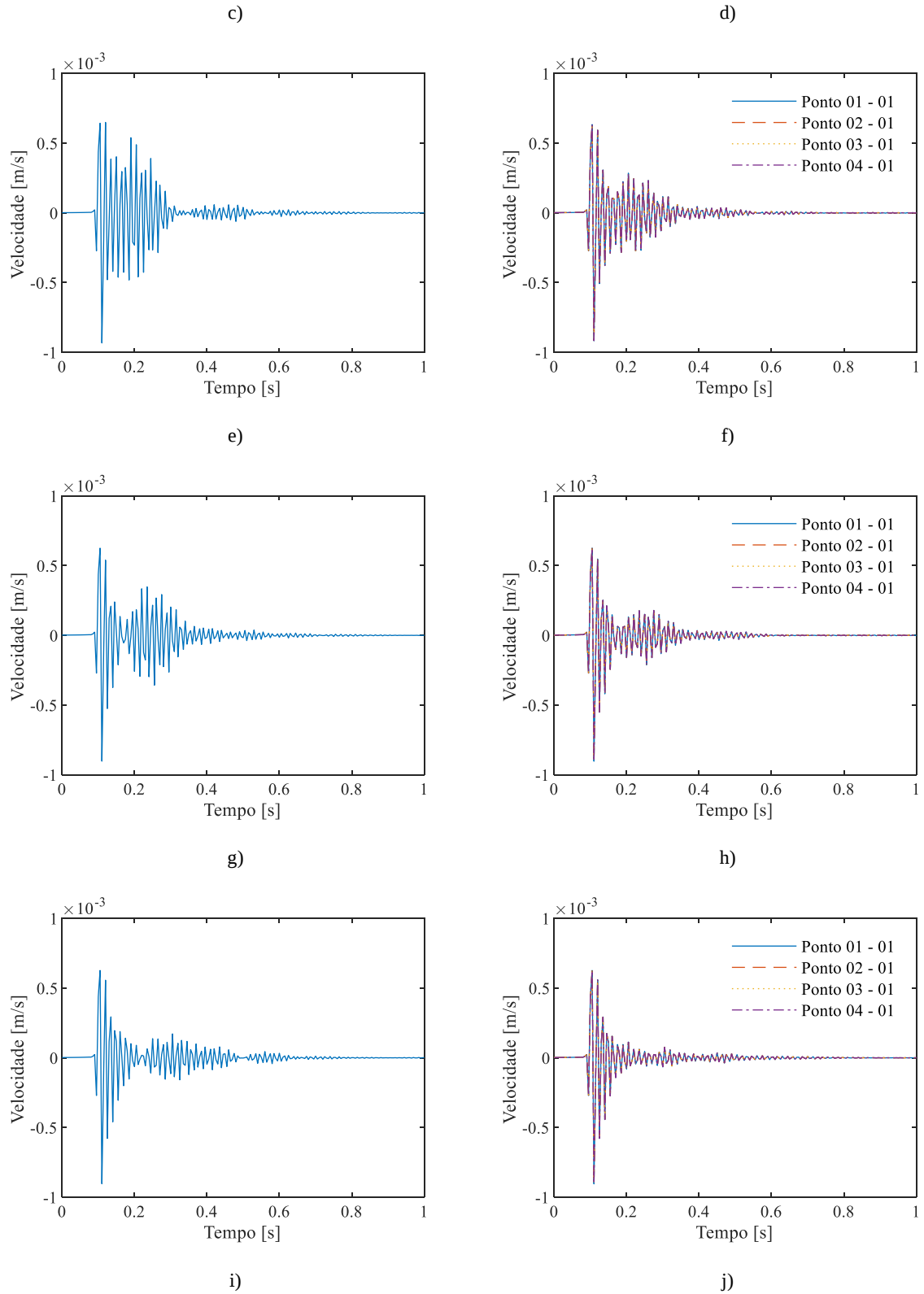


Figura 14 – Curvas de velocidade de vibração vertical no domínio do tempo ao nível do 1º Piso: a) 1 vão; b) 2 vãos; c) 3 vãos; d) 4 vãos; e) 5 vãos; f) 6 vãos; g) 7 vãos; h) 8 vãos; i) 9 vãos; j) 10 vãos.

A mesma análise foi realizada para os demais pavimentos, tendo sido elaborado o Quadro 14, no qual são apresentados os valores médios dos máximos absolutos da velocidade de vibração vertical, no domínio do tempo, referentes às lajes consideradas em cada modelo de elementos finitos.

Quadro 14 – Valores de pico de velocidade de vibração vertical em função do número de vãos.

| Número de vãos em ambas as direções | Média dos picos de velocidade de vibração vertical no 1º Piso (m/s) | Média dos picos de velocidade de vibração vertical no 2º Piso (m/s) | Média dos picos de velocidade de vibração vertical no 3º Piso (m/s) | Média dos picos de velocidade de vibração vertical no 4º Piso (m/s) |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 1                                   | 1,05E-03                                                            | 7,52E-04                                                            | 1,04E-03                                                            | 1,05E-03                                                            |
| 2                                   | 9,92E-04                                                            | 6,11E-04                                                            | 4,23E-04                                                            | 5,40E-04                                                            |
| 3                                   | 1,21E-03                                                            | 6,82E-04                                                            | 6,22E-04                                                            | 8,76E-04                                                            |
| 4                                   | 1,08E-03                                                            | 5,67E-04                                                            | 4,23E-04                                                            | 6,42E-04                                                            |
| 5                                   | 9,33E-04                                                            | 4,44E-04                                                            | 5,37E-04                                                            | 6,71E-04                                                            |
| 6                                   | 9,18E-04                                                            | 4,37E-04                                                            | 4,39E-04                                                            | 4,48E-04                                                            |
| 7                                   | 9,03E-04                                                            | 4,31E-04                                                            | 3,91E-04                                                            | 4,67E-04                                                            |
| 8                                   | 9,03E-04                                                            | 4,31E-04                                                            | 3,00E-04                                                            | 3,96E-04                                                            |
| 9                                   | 9,04E-04                                                            | 4,32E-04                                                            | 4,24E-04                                                            | 6,68E-04                                                            |
| 10                                  | 9,04E-04                                                            | 4,32E-04                                                            | 2,96E-04                                                            | 5,29E-03                                                            |

Com fundamento dos dados apresentados no Quadro 14, elaborou-se a Figura 15 para melhor visualização dos resultados:

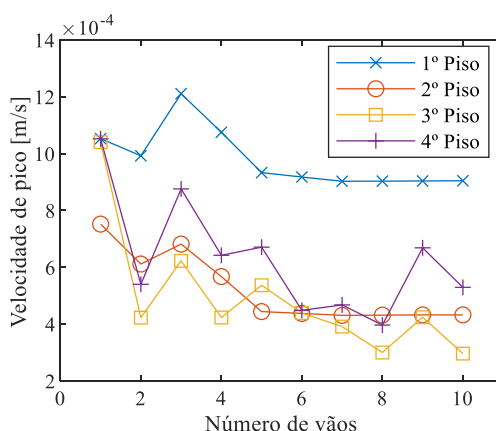


Figura 15 – Influência do número de vãos nos valores de pico da velocidade de vibração vertical.

Pela observação da figura anterior, verifica-se que nos pisos inferiores, a partir dos modelos com cinco vãos em cada direção, os valores de velocidade apresentam menor variabilidade, tendendo a um valor aproximadamente constante. Isso indica que, a partir desse ponto, a influência do número de vãos na resposta dinâmica da estrutura torna-se praticamente insignificante. Verifica-se ainda um elevado decréscimo da amplitude da resposta do piso de RC para os demais.

Por outro lado, quando se considera um número inferior de vãos ou quando a análise é realizada nos pisos superiores, observa-se uma maior discrepância nos valores obtidos. Esta evidência é particularmente válida para a laje de cobertura, na qual o comportamento dinâmico da estrutura torna mais complexa a análise dos resultados.

Dessa forma, para as análises dos modelos tridimensionais subsequentes a serem desenvolvidos neste trabalho, a quantidade de vãos foi incluída como uma variável na base de dados. Foram definidos três cenários representativos da influência do número de vãos na resposta dinâmica: modelos com três, quatro e cinco vãos. A escolha do intervalo justifica-se pelo fato de que, a partir de cinco vãos, os resultados de vibração permanecem praticamente constantes para os primeiros pisos, enquanto os modelos com menos de três vãos já representam pouca aderência à realidade prática.

### 3.2.2 IMPORTÂNCIA DA ESCOLHA DOS PONTOS DE ANÁLISE

Para selecionar os principais pontos de análise dos diferentes casos discutidos no Capítulo 4, adotaram-se os mesmos parâmetros utilizados no modelo preliminar, desenvolvido para a avaliação do número de vãos. Nesta segunda análise, utilizou-se um único modelo composto por quatro vãos, submetidos a uma vibração vertical de magnitude unitária. Como esta análise se baseia no desenvolvimento de um único modelo, optou-se pelo uso de uma malha de elementos finitos mais refinada. Para isso, empregou-se uma discretização inferior à dos modelos preliminares, com elementos de 0,25 metros. Como resultado, obtiveram-se as funções de resposta em frequência, expressas pelo rácio entre a amplitude de deslocamento nos pontos analisados da estrutura e a amplitude do deslocamento aplicado nas fundações [15].

Nesse sentido, foram selecionados 64 pontos, um para cada laje do edifício. Para facilitar a identificação dos pontos analisados, elaborou-se a Figura 16, que apresenta uma vista em planta das 16 lajes existentes em cada pavimento do modelo numérico. Cada laje foi numerada, seguida da indicação do respetivo piso, a saber: 1º pavimento (Rés-do-chão - RC), 2º pavimento, 3º pavimento e 4º pavimento (cobertura). Vê-se:

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 13 - X | 14 - X | 15 - X | 16 - X |
| 09 - X | 10 - X | 11 - X | 12 - X |
| 05 - X | 06 - X | 07 - X | 08 - X |
| 01 - X | 02 - X | 03 - X | 04 - X |

Figura 16 – Identificação das lajes do pavimento-tipo.

Com o objetivo de simplificar o processo de análise, foi necessário, inicialmente, identificar a localização dos pontos a serem avaliados no interior das lajes. Segundo a FTA [22], os níveis de vibrações tendem a ser mais elevados no centro dos vãos das lajes. Com o objetivo de validar essa observação, recorreu-se à modelação tridimensional da estrutura, aplicando-se um impulso unitário ao nível das fundações. A resposta obtida encontra-se na Figura 17, a qual ilustra, por meio de um mapa de cores, a distribuição dos valores de velocidade no domínio do tempo.

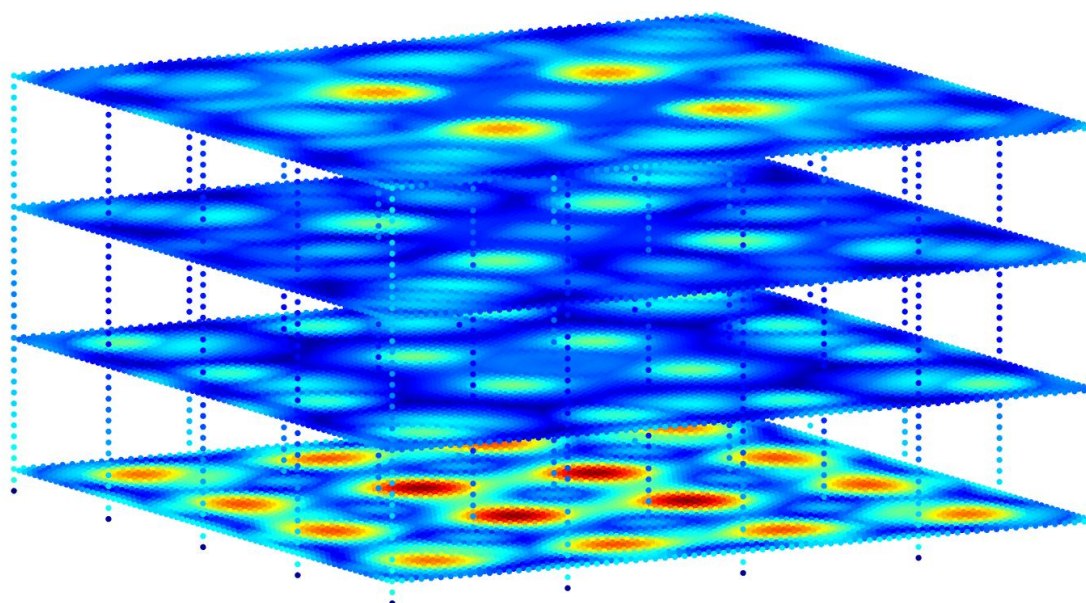


Figura 17 – Mapa de cores da resposta do edifício em termos de velocidade no domínio do tempo.

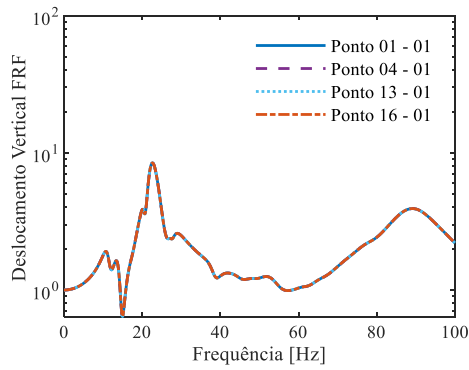
Verificou-se que, nos pisos inferiores, a resposta máxima tende a localizar-se nos pontos centrais das diferentes lajes. No entanto, nos pisos superiores, esse padrão já não é tão evidente, observando-se comportamentos díspares e variáveis conforme o caso em estudo. Tal constatação está de acordo com os resultados de Kuo *et al* [42], que, ao estudar as perdas por acoplamento em diferentes pontos de medição, concluiu que a localização ao meio do vão nem sempre apresenta níveis de vibração superiores aos registados junto aos pilares. Ainda assim, com o objetivo de simplificar a análise e garantir uniformidade nos dados analisados, os 64 pontos selecionados foram posicionados, cada um, no centro da respetiva laje.

Desta forma, apresentam-se a seguir as 64 funções de resposta em frequência correspondentes aos pontos analisados. Para otimizar a exposição dos resultados, essas funções foram classificadas de acordo com a localização no pavimento-tipo e o nível em que se encontram, conforme as denominações indicadas abaixo.

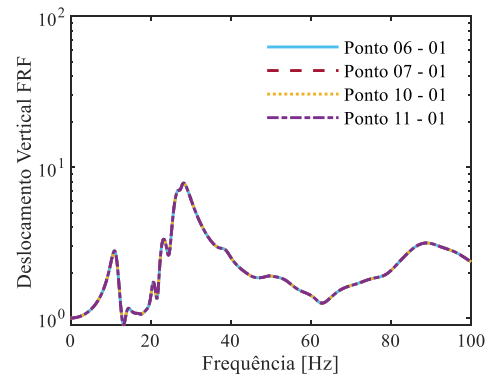
- Pontos de vértice – correspondem aos centros das lajes localizadas nos cantos do pavimento: Lajes 01, 04, 13 e 16;
- Pontos centrais - correspondem aos centros das quatro lajes centrais: Lajes 06, 07, 10 e 11;
- Pontos laterais em x - correspondem aos centros das lajes localizadas nas extremidades horizontais: Lajes 05, 08, 09 e 12;
- Pontos laterais em y - correspondem aos centros das lajes situadas nas extremidades verticais: Lajes 02, 03, 14 e 15.

Com o intuito de facilitar a análise comparativa entres os diferentes pontos analisados, as funções de respostas de cada grupo foram reunidas em gráficos específicos. Assim, torna-se possível observar o comportamento dinâmico de cada conjunto de forma agrupada. Estes resultados estão ilustrados nas Figuras 18, 19, 20 e 21:

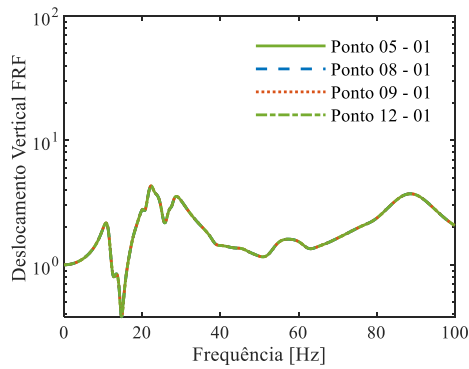
1º Piso (RC):



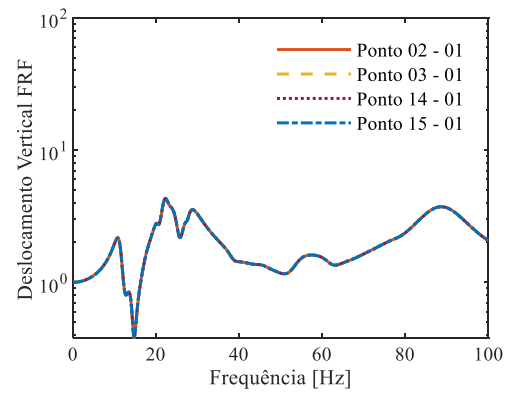
a)



b)



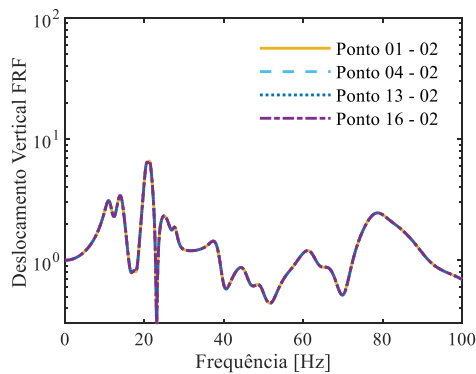
c)



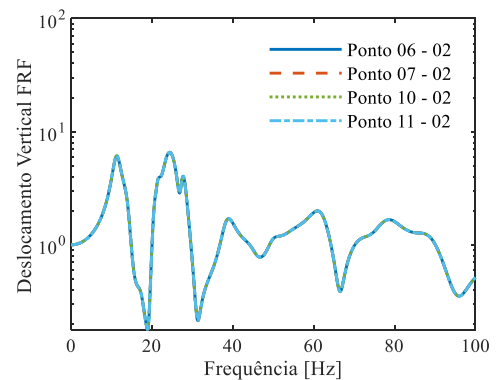
d)

Figura 18 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 1º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y.

2º Piso:



a)



b)

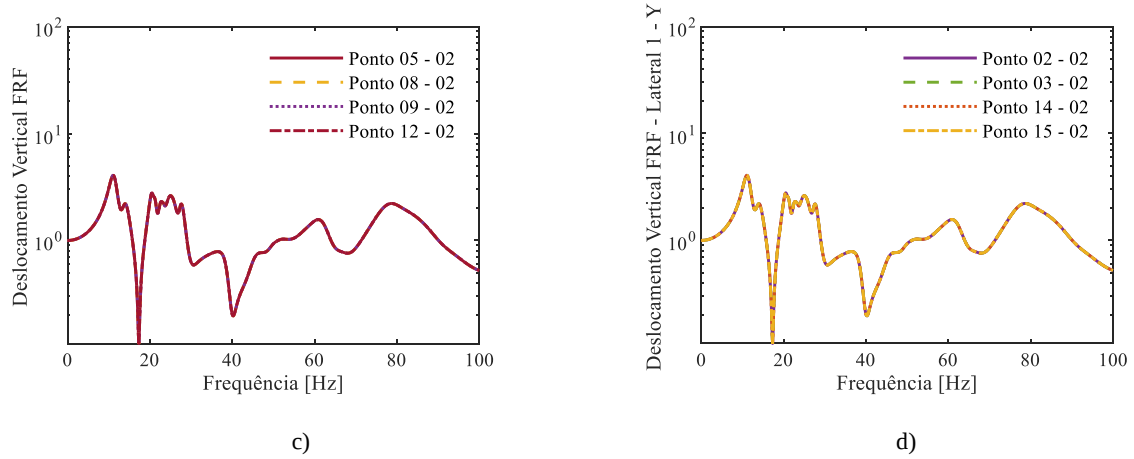


Figura 19 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 2º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y.

3º Piso:

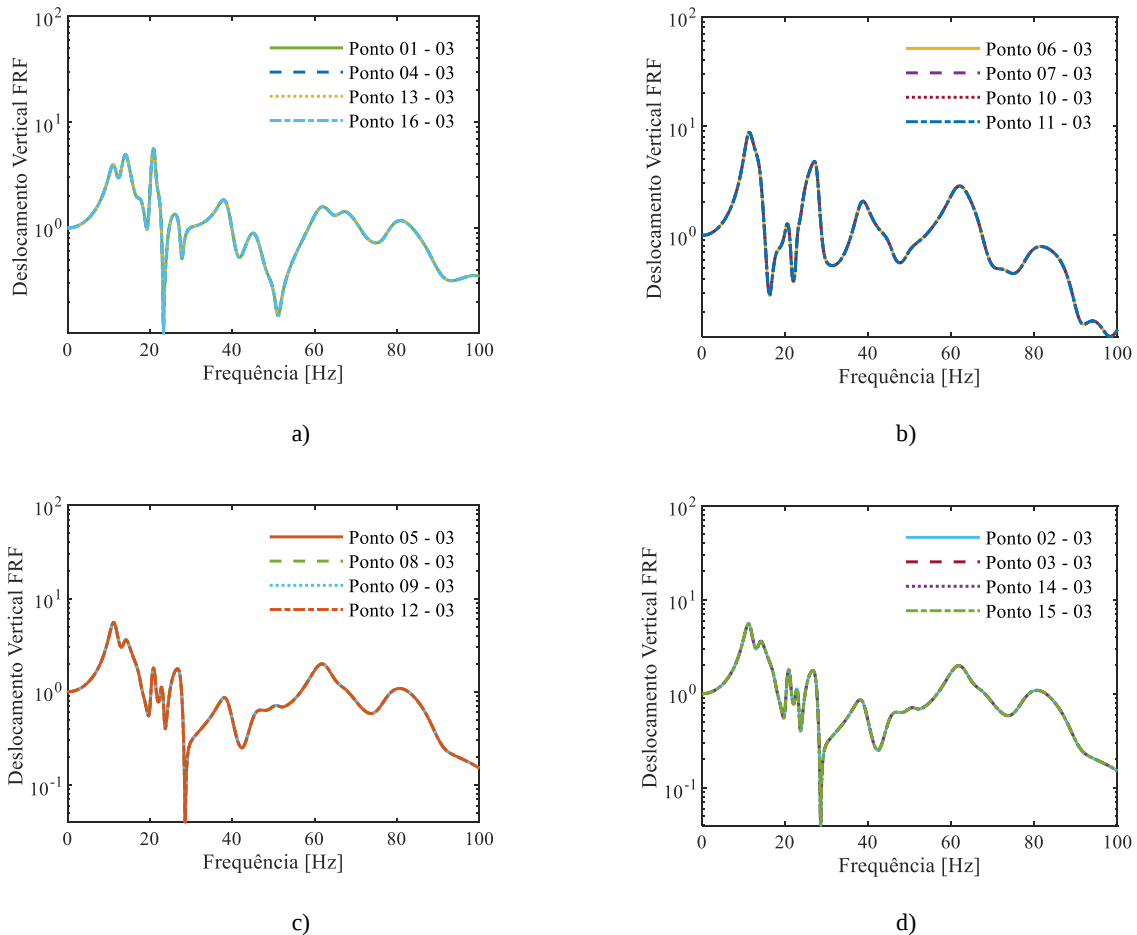


Figura 20 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 3º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y.

## 4º Piso (cobertura):

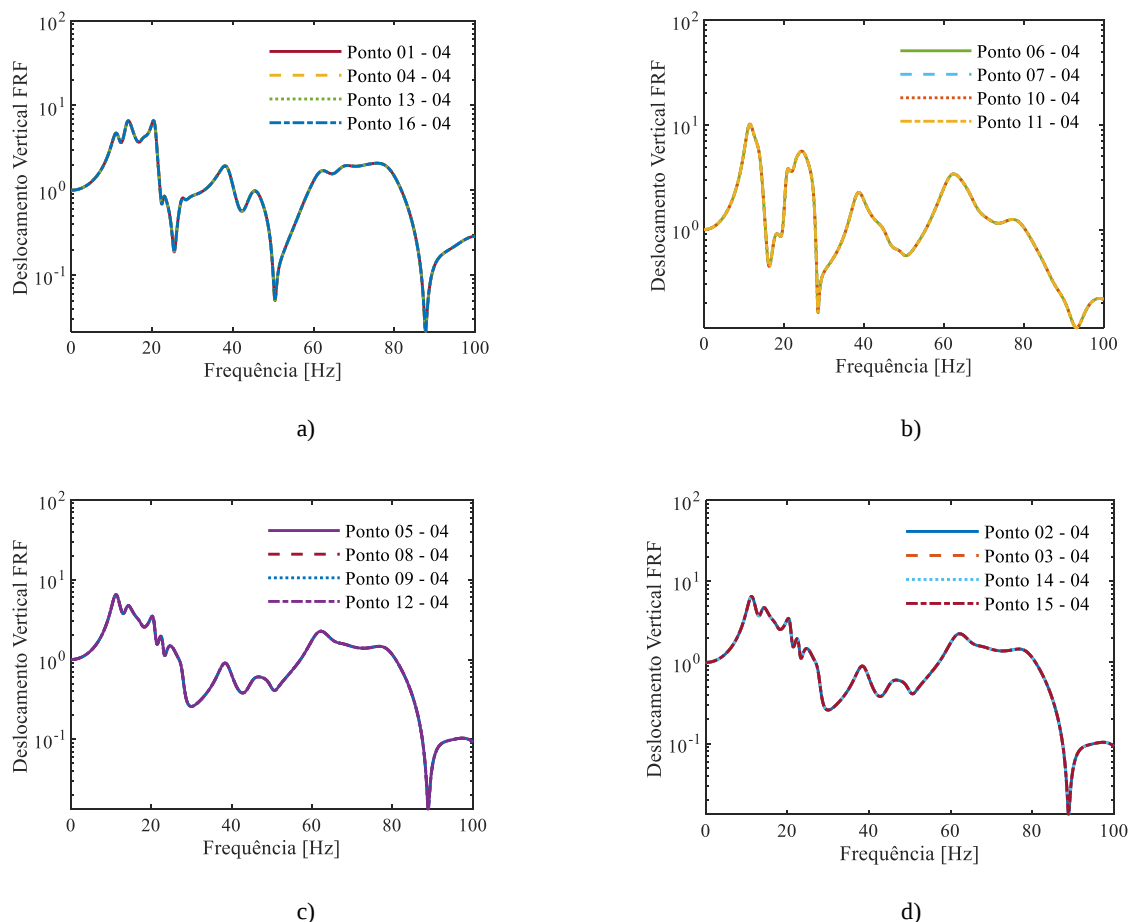
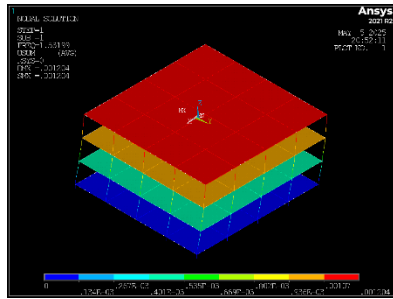


Figura 21 – Funções de transferência para o deslocamento vertical no domínio da frequência nos pontos do 4º piso: a) pontos de vértice; b) pontos centrais; c) pontos laterais em x; d) pontos laterais em y.

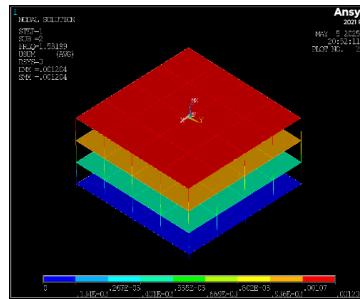
A partir das funções de transferências apresentadas, observa-se que as respostas são coincidentes entre os pontos de um mesmo grupo. Além disso, verificou-se que os pontos localizados nas laterais em x e em y exibem comportamentos iguais. Por esse motivo, optou-se por não os diferenciar por direção, permitindo sua futura unificação em um único grupo.

Essas constatações eram expectáveis e decorrem das condições de simetria geométrica nas duas direções do modelo e da excitação aplicada às fundações. Com base nisso, foi possível reduzir significativamente a quantidade de pontos a serem analisados nos diversos modelos tridimensionais em elementos finitos que compõe a base de dados. Assim, selecionou-se apenas um ponto representativo por grupo – vértices, laterais e centrais – em cada piso, para a análise do fator de resposta da estrutura.

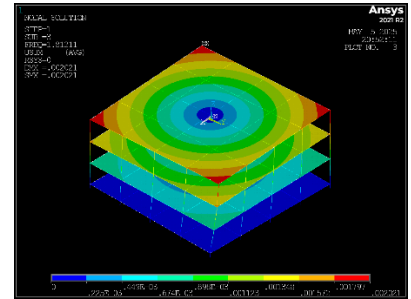
Adicionalmente, com o intuito de aprofundar a compreensão do comportamento dinâmico do modelo, realizou-se a obtenção dos modos fundamentais de vibração, utilizando o software ANSYS. Os 30 primeiros modos e suas respectivas frequências naturais estão apresentadas na Figura 22:



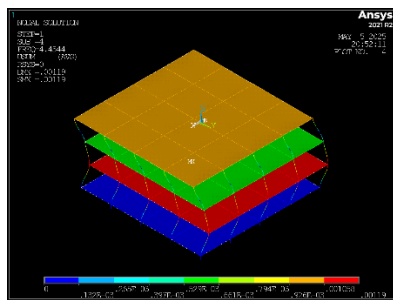
1º modo:  $f = 1,53199 \text{ Hz}$



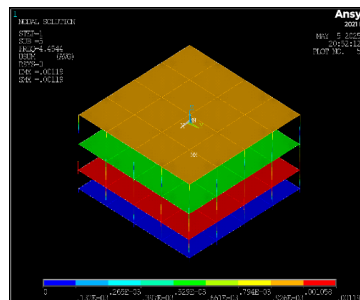
2º modo:  $f = 1,53199 \text{ Hz}$



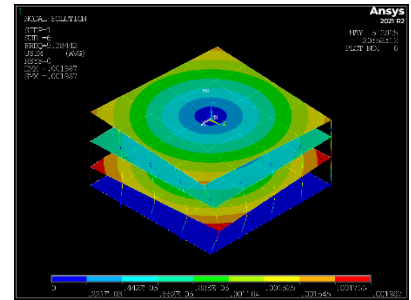
3º modo:  $f = 1,8121 \text{ Hz}$



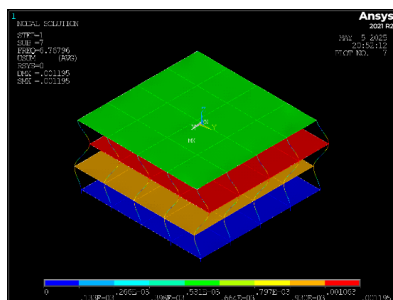
4º modo:  $f = 4,4544 \text{ Hz}$



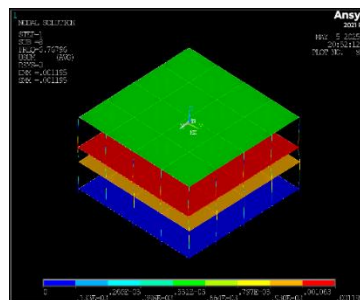
5º modo:  $f = 4,4544 \text{ Hz}$



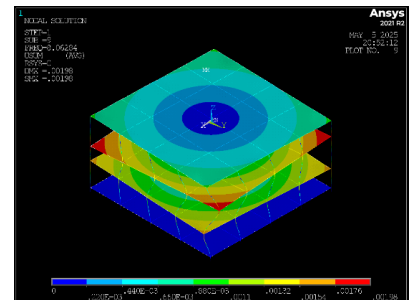
6º modo:  $f = 5,2844 \text{ Hz}$



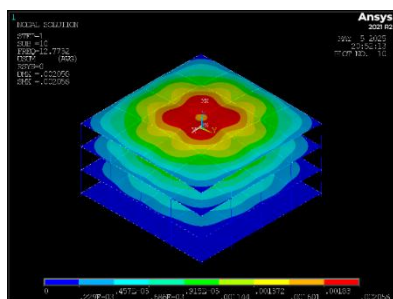
7º modo:  $f = 6,7679 \text{ Hz}$



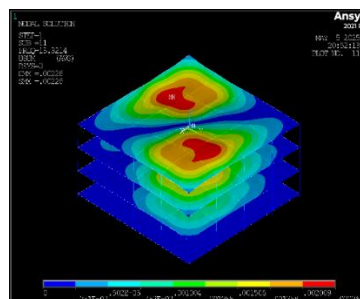
8º modo:  $f = 6,76796 \text{ Hz}$



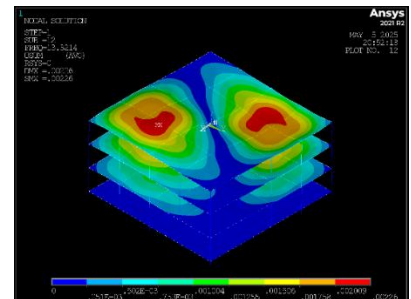
9º modo:  $f = 8,06284 \text{ Hz}$



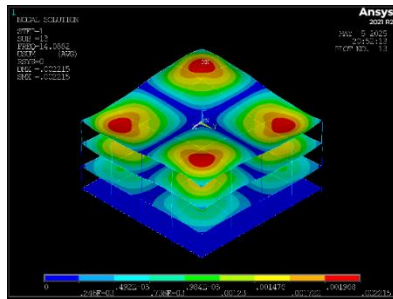
10º modo:  $f = 12,7732 \text{ Hz}$



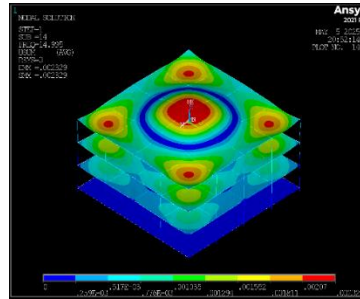
11º modo:  $f = 13,3214 \text{ Hz}$



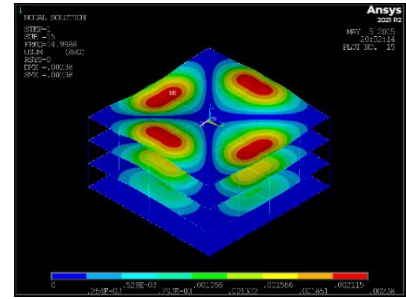
12º modo:  $f = 13,3214 \text{ Hz}$



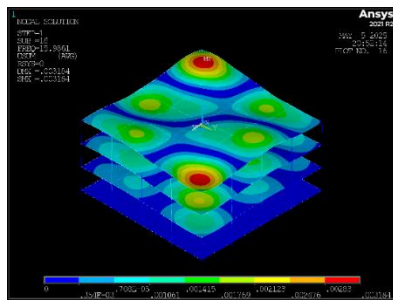
13° modo:  $f = 14,0882$  Hz



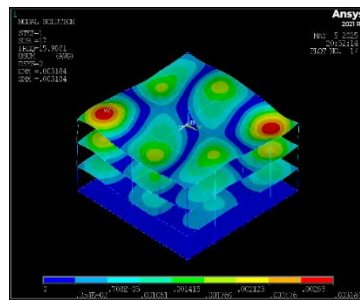
14° modo:  $f = 14,995$  Hz



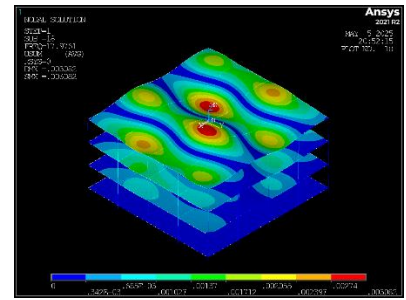
15° modo:  $f = 14,9988$  Hz



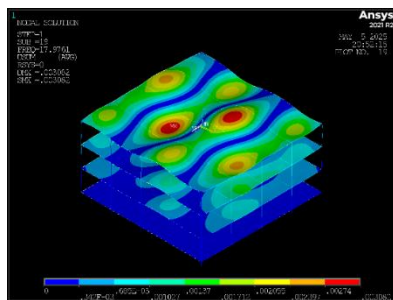
16° modo:  $f = 15,9861$  Hz



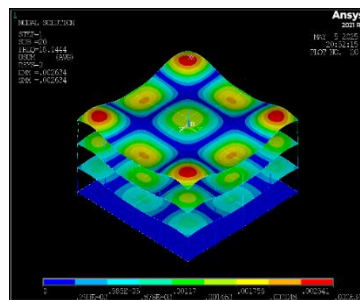
17° modo:  $f = 15,9861$  Hz



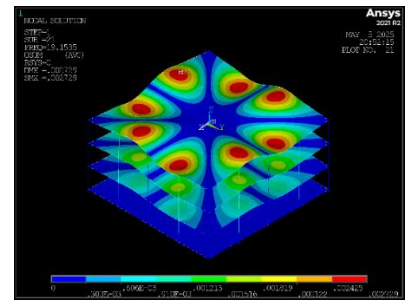
18° modo:  $f = 17,9761$  Hz



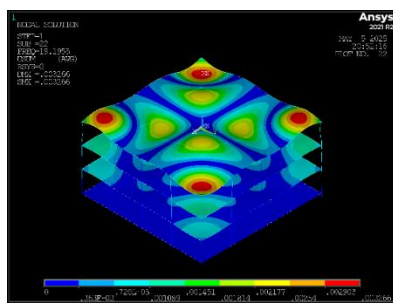
19° modo:  $f = 17,9761$  Hz



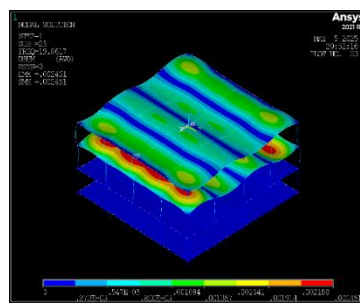
20° modo:  $f = 18,1444$  Hz



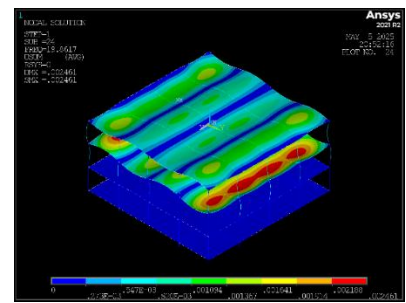
21° modo:  $f = 19,1535$  Hz



22° modo:  $f = 19,1955$  Hz



23° modo:  $f = 19,8617$  Hz



24° modo:  $f = 19,8617$  Hz

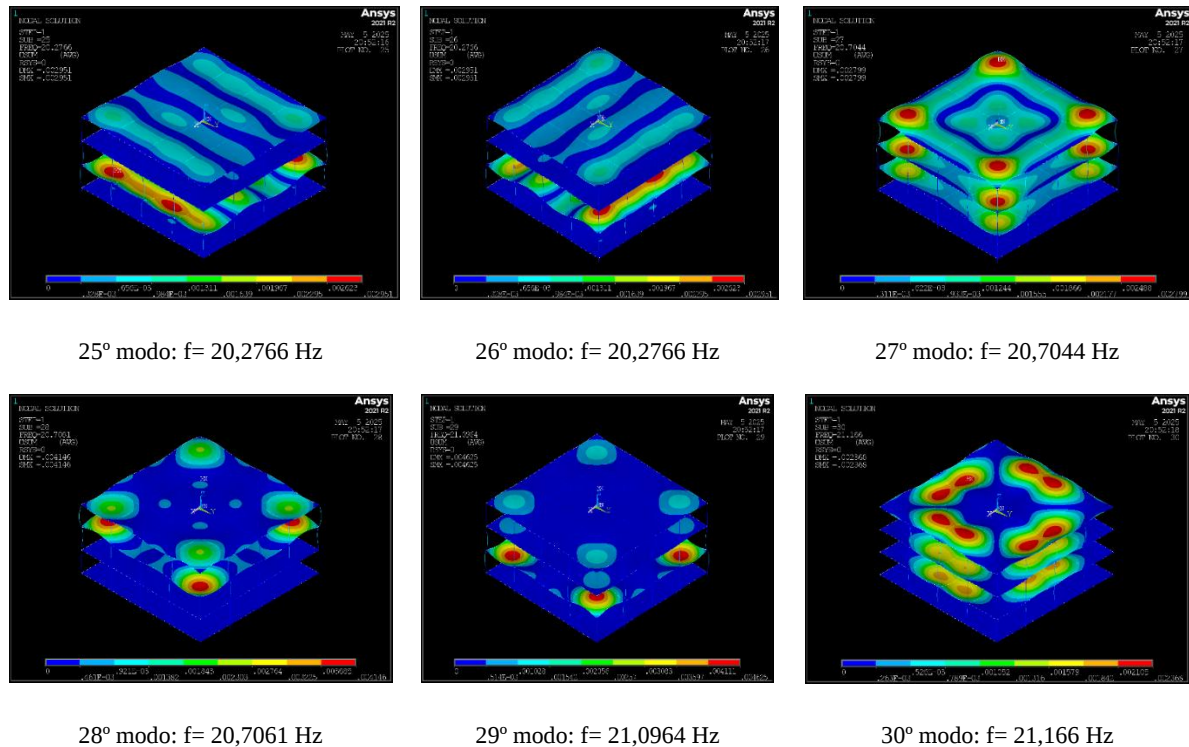


Figura 22 – Modos fundamentais associados a modelo numérico de 4 vãos.

Adotaram-se apoios encastrados no modelo, restringindo-se, assim, os deslocamentos e rotações ao nível das fundações. Essa condição implica na suposição de que o solo possui rigidez infinita, o que leva à desconsideração dos efeitos da interação solo-estrutura.

Observou-se que as frequências naturais até aproximadamente 8 Hz estão associadas aos modos de vibração horizontal das lajes. Já as frequências superiores correspondem, na sua maioria, aos modos associados ao movimento vertical das lajes.

A análise das funções de resposta em frequência evidencia a presença de picos de ressonância e antirressonância, bem como a proximidade entre as frequências naturais dos modos fundamentais associados ao movimento vertical da estrutura. As diferenças entre modos subsequentes são, em geral, inferiores a 1 Hz, indicando uma atuação conjunta desses modos quando submetidos a excitações com frequências próximas. Esse comportamento é particularmente evidente nos grupos correspondentes ao 3º e 4º pavimentos, que apresentam picos de ressonância predominantemente no intervalo entre 12 Hz e 21 Hz. Tal fenômeno pode ser atribuído ao fato de que, dentro desse intervalo, concentram-se 28 modos fundamentais com frequências naturais muito próximas, os quais interagem de forma cooperativa. No entanto, a participação dos diferentes modos na resposta no ponto em análise pode ser distinta.

Constatou-se ainda que os grupos correspondentes ao 1º e 2º pavimentos apresentam picos de ressonância em frequências mais elevadas, aproximadamente entre 21 e 30 Hz, associados a modos de

vibração com frequências naturais mais altas. Esse comportamento pode ser verificado na Figura 23, a qual apresenta seis modos fundamentais representativos dessa faixa de frequência. Nota-se que, assim como foi observado para os pisos superiores, a grande proximidade entre as frequências naturais de modos sucessivos.

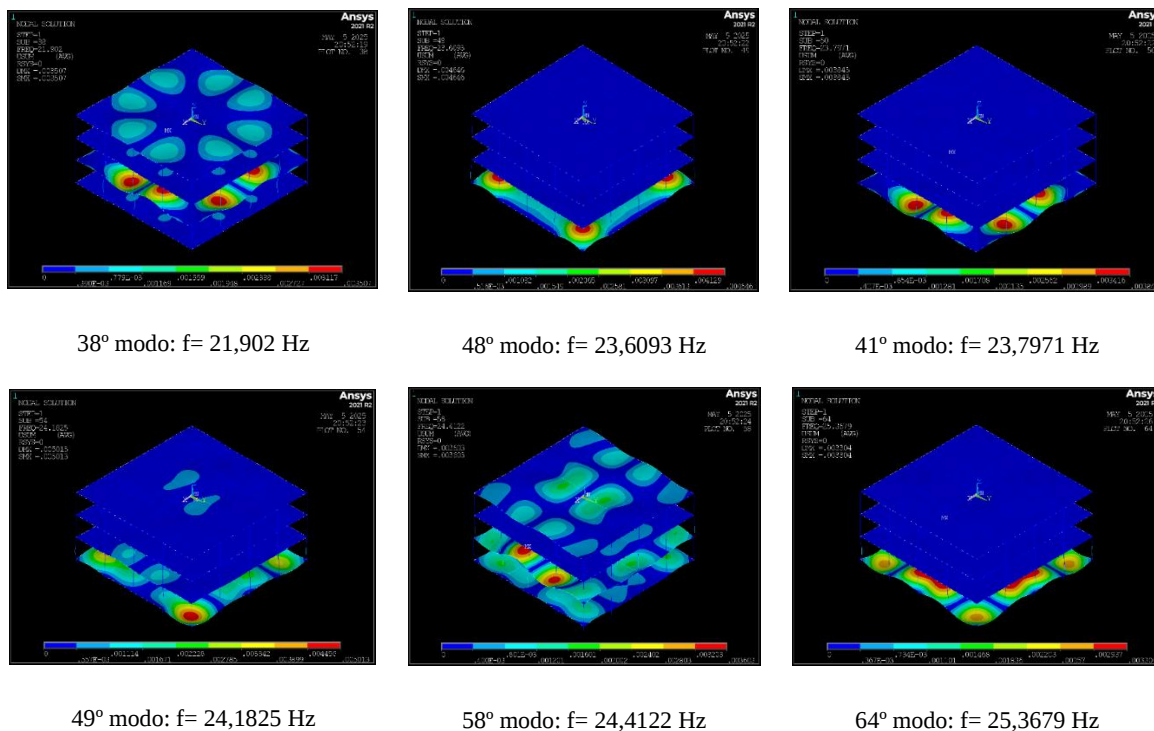


Figura 23 – Modos fundamentais selecionados da configuração global inicial que influenciam pisos 1 e 2.

### 3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE BANDAS DE FREQUÊNCIA EM TERÇOS DE OITAVA

Com o objetivo de analisar de forma mais eficiente o comportamento dinâmico dos modelos tridimensionais que serão investigados no capítulo seguinte, optou-se por representar as funções de transferência para os diversos casos em espectros de frequências sob a forma de bandas de um terço de oitava. Essa forma de representação segmenta o espectro em bandas cuja largura é proporcional à frequência central de vibração, facilitando a identificação das bandas que apresentam um maior conteúdo energético associado. Além disso, esse método simplifica a visualização e comparação das funções de resposta entre os diferentes modelos.

Vale ressaltar que, em espectros de um terço de oitava, é usualmente adotada a representação da velocidade de vibração em escala de decibéis, o que possibilita uma avaliação em escala logarítmica. Nesse sentido, a transformação ocorre de acordo com a Equação 20, onde  $L_v$  representa o nível de

velocidade em decibéis,  $v_{ref}$  é o nível de referência para normalização, assumindo-se igual a  $10^{-8} \text{ m/s}$  no presente trabalho, e  $v$  corresponde à velocidade de vibração avaliada.

$$L_v = 20 \log \left( \frac{v}{v_{ref}} \right) \quad (20)$$

Para a obtenção das funções de transferência em bandas de um terço de oitava, realizou-se o seguinte procedimento de cálculo no software *Matlab*, estruturado em três etapas principais. A primeira consiste na definição da geometria do modelo e na seleção do ponto de análise. Na etapa seguinte, procede-se ao cálculo da função de transferência. Por fim, apresenta-se o processo utilizado para a representar essa função em bandas de um terço de oitava. A seguir, descrevem-se essas etapas com base num exemplo prático:

### **Etapa 1: definição da geometria do caso de estudo**

Considerou-se um modelo em elementos finitos de 4 pisos e 3 vãos de 4,5 metros em cada direção, mantendo-se as geometrias dos elementos estruturais e os parâmetros do solo conforme as análises previamente realizadas. Para o estudo demonstrativo, optou-se por analisar um ponto situado na laje central do quarto pavimento, conforme apresenta o esquema da Figura 24. Importa salientar que se assumiu, para efeito de análise, que todas as sapatas foram submetidas à mesma excitação.

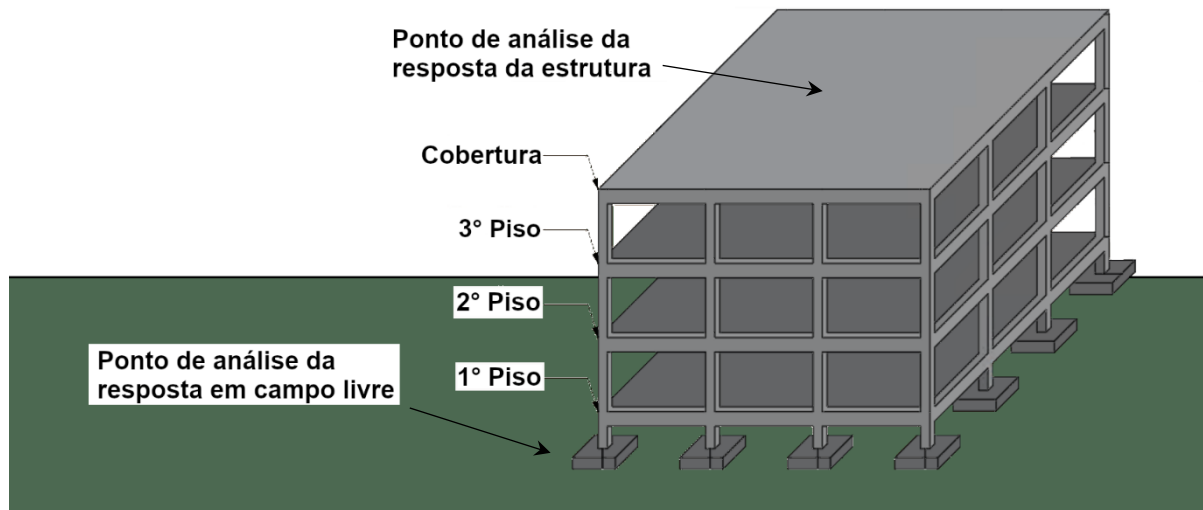


Figura 24 – Representação esquemática dos pontos de análise da resposta da estrutura e da resposta em campo livre.

## Etapa 2: avaliação da função de transferência (FT)

Nessa perspectiva, a função de transferência é definida como o rácio entre a resposta da estrutura no ponto analisado e a resposta em campo livre ao nível das fundações [15], consoante a Equação 21:

$$FT = \frac{VelFa}{VelFo} \quad (21)$$

Na qual,

*VelFa* – Velocidade, no domínio da frequência, de um ponto da estrutura

*VelFo* – Velocidade, no domínio da frequência, de um campo vibratório ao nível das fundações

*FT* – Função de transferência

Vale mencionar que, nesse trabalho, os cálculos foram realizados em termos de velocidade no domínio da frequência.

No procedimento adotado, inicialmente considerou-se o artifício de aplicar um campo de onda incidente de magnitude unitária ao nível das fundações, de modo que a resposta na localização analisada da estrutura corresponda diretamente à função de transferência daquele ponto.

## Etapa 3: representação da FT em bandas de 1/3 de oitava

A representação da FT avaliada na etapa anterior na forma de bandas de 1/3 de oitava é efetuada de forma indireta, envolvendo um passo intermédio. Deste modo, é considerado um registo de tráfego arbitrário avaliado em campo livre, o qual é multiplicado, no domínio da frequência, pela função de transferência previamente obtida. A Figura 25 apresenta o registo em campo livre e o resultado da operação indicada.

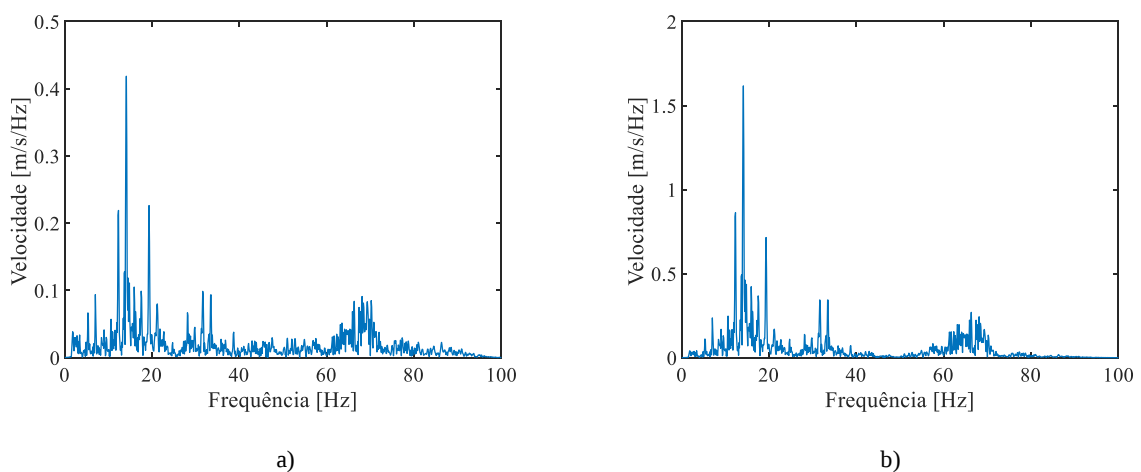


Figura 25 – Curvas de velocidade em escala contínua de frequência: a) Registo ferroviário Alfa Pendular; b) Resposta no centro da laje central do quarto pavimento.

Posteriormente, as curvas de velocidade de vibração no domínio da frequência são convertidas para espectros em bandas de 1/3 de oitava, conforme ilustrado na Figura 26.

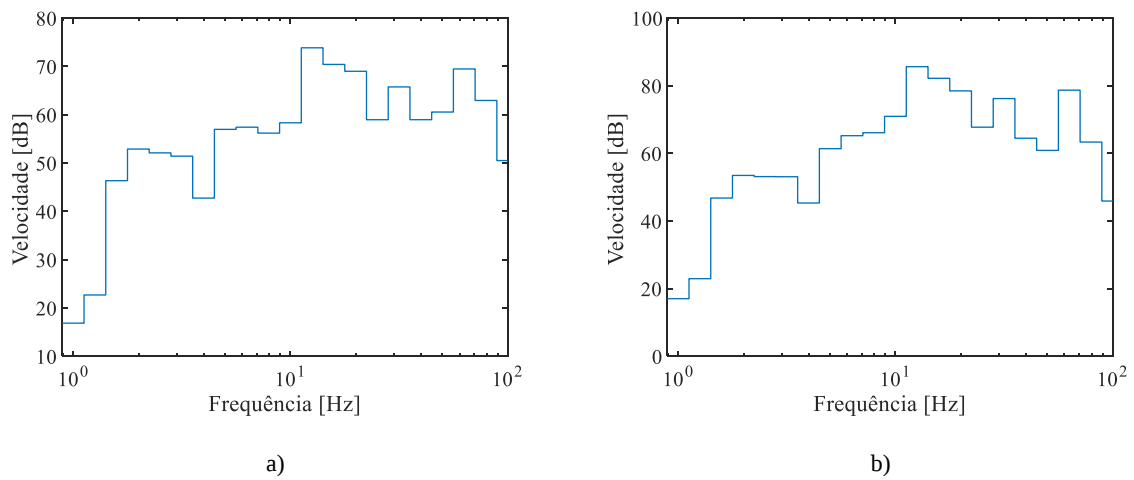


Figura 26 – Curvas de velocidade, no domínio da frequência, em bandas de terço de oitava: a) Registo ferroviário Alfa Pendular; b) Resposta no centro da laje central do quarto pavimento.

Dado o regime elástico linear em causa, e a representação da velocidade de vibração numa escala dB, o resultado da diferença entre as duas curvas anteriores (ponto no interior da estrutura e registo em campo livre) constituiu a função de transferência pretendida, vindo representada na Figura 27:

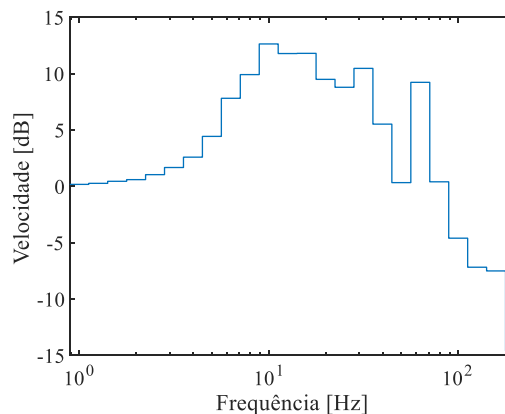


Figura 27 – Função de transferência da velocidade de vibração, em bandas de terço de oitava, para um ponto de observação localizado no interior da estrutura.

A abordagem proposta para a quantificação da função de transferência revela-se de elevada utilidade no contexto atual, uma vez que permite obter, com elevada facilidade, a resposta em uma localização específica de uma determinada estrutura para distintos campos de onda incidentes ao nível das fundações, aspeto que será abordado no próximo capítulo.

# 4

## **AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE PARÂMETROS ESTRUTURAIS NAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA**

### **4.1 METODOLOGIA DE ESTIMATIVA DAS VIBRAÇÕES NO INTERIOR DOS EDIFÍCIOS**

Com o objetivo de avaliar a resposta vibratória de edificações adjacentes a linhas férreas por intermédio de uma função de transferência, apresenta-se uma metodologia expedita para estimar os níveis de vibrações no interior dessas estruturas. A proposta visa prever a resposta estrutural, em bandas de terço de oitava, para um determinado campo de ondas incidente nas fundações.

A estratégia sugerida baseia-se em uma abordagem subestruturada, dividida em dois módulos principais: i) veículo-via-macizo; ii) estrutura/edifício. Os cálculos de ambas as partes são realizados inteiramente no domínio da frequência. A previsão da resposta vibratória é obtida pela soma do contributo da resposta em campo livre, estimada no primeiro módulo, com a função de transferência da edificação, determinada no módulo seguinte. Essa soma somente é possível porque os resultados são expressos em decibéis (dB). Dessa forma, a metodologia assume uma formulação desacoplada, como ilustrado no esquema apresentado na Figura 28.

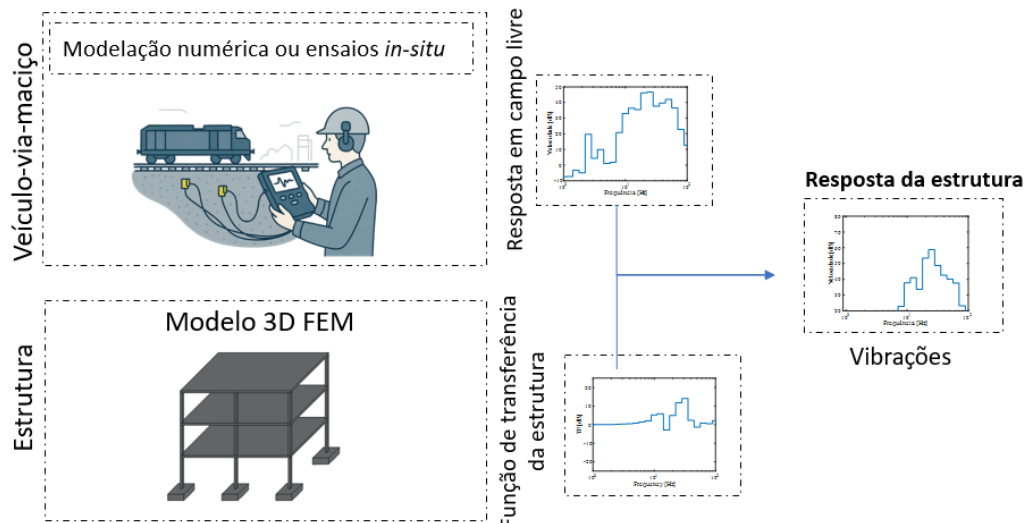


Figura 28 – Esquema da metodologia proposta para previsão de vibrações no interior de edifícios.

No cálculo da resposta em campo livre, diversas metodologias podem ser utilizadas. Entre elas, destacam-se os métodos numéricos, modelos com base em algoritmos de inteligência artificial ou a medição direta da resposta em diferentes pontos de observação no maciço geotécnico, próximos às edificações sob estudo, durante a passagem dos veículos ferroviários.

Na secção da metodologia referente à estrutura, a função de transferência, em bandas de um terço de oitava, é determinada numericamente, com base no modelo numérico 3D FEM apresentado no Capítulo 3. Nessa fase, é considerada a interação solo-estrutura, e os deslocamentos nos diversos pontos de interesse são estimados numericamente através do método dos elementos finitos. A partir desses resultados, obtêm-se as funções de transferência, conforme o procedimento descrito ao final do mesmo capítulo.

Na última fase da metodologia, combinam-se as curvas de resposta em campo livre, expressa em bandas de um terço de oitava, com a curva da função de transferência da estrutura. Essa combinação permite calcular a resposta da edificação em bandas de um terço de oitava para o campo de ondas considerado.

O procedimento descrito para as previsões expeditas destaca-se por permitir o desacoplamento entre a resposta em campo livre e a função de transferência da estrutura, possibilitando a aplicação de diferentes técnicas em cada módulo. Este aspeto resulta numa metodologia eficiente e de elevada aplicabilidade prática. Além disso, o facto de a metodologia representar a resposta da estrutura em bandas de um terço de oitava permite considerar o comportamento dinâmico do edifício.

Tendo em conta, sobretudo, a etapa relativa à componente estrutural, e considerando que esta dissertação tem por objetivo a análise paramétrica de modelos tridimensionais, urge a necessidade de desenvolver uma base de dados representativa. Tal base contém modelos estruturais com diferentes configurações

globais de concessão e geometrias distintas dos elementos estruturais. Essa etapa é desenvolvida no seguimento deste capítulo.

## **4.2 CARACTERIZAÇÃO DA BASE DE DADOS**

Concluída a apresentação da metodologia proposta, ressalta-se a importância da função de transferência na estimativa dos níveis de vibração no interior de edificações. Para aprofundar a análise, torna-se essencial compreender o seu comportamento diante de diferentes configurações estruturais. Com esse objetivo, desenvolveu-se uma base de dados representativa e consistente, capaz de contemplar distintas geometrias dos elementos estruturais e variações na configuração global dos modelos, de modo a permitir a identificação de tendências na resposta vibratória em função dessas variações. Para a sua construção, recorreu-se a técnicas de amostragem estatística baseadas em processos aleatórios, com destaque para o método de Monte Carlo, adotado neste trabalho.

### **4.2.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO**

O método de Monte Carlo é uma ferramenta estatística amplamente utilizada para realizar simulações numérica, permitindo a geração de dados simulados que podem complementar ou, em alguns contextos, substituir dados experimentais, especialmente quando a obtenção de dados em campo é dispendiosa ou impraticável [48]. Essa abordagem é particularmente útil em problemas que envolvem variáveis aleatórias com distribuições probabilísticas conhecidas. O princípio do método consiste em simular diversos cenários possíveis por meio da atribuição de valores distintos a cada variável aleatória, respeitando as respectivas distribuições de probabilidade [48].

Ao gerar um conjunto de simulações fundamentadas em bases estatísticas, obtém-se uma amostra comparável a casos de observações experimentais. Nesse sentido, o método de Monte Carlo pode ser interpretado como uma técnica de amostragem e, portanto, está suscetível às mesmas deficiências, como erros de amostragem, considerando a finitude da quantidade de simulações, sendo necessário que uma amostra seja infinitamente grande para que a solução aproximada possua um erro desprezível em relação à solução exata analítica [48].

Sumariamente, o método pode ser sequenciado nas seguintes etapas: i) caracterizar as variáveis aleatórias que descrevem a incerteza do problema; ii) selecionar a distribuições de probabilidade para cada variável aleatória; iii) simular valores aleatórios para cada variável aleatória conforme a respectiva distribuição; iv) realizar múltiplas simulações, calculando o problema de maneira determinística; v) com o tamanho da amostra, obter as informações probabilísticas; vi) determinar o erro associado ao método.

Sob essa perspectiva, para a elaboração da base de dados, tornou-se necessário definir as variáveis aleatórias associadas às incertezas no estudo de vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário, considerando diferentes cenários, bem como estabelecer as suas respectivas distribuições de probabilidade.

Com esse intuito, Silva [49] realizou um levantamento com o objetivo de caracterizar estruturalmente os edifícios de betão armado em Portugal. Para isso, foram recolhidos 400 desenhos técnicos de instituições públicas, gabinetes de estruturas e profissionais independentes de várias partes do País. O foco do estudo era identificar as distribuição probabilísticas das geometrias dos elementos estruturais dos projetos, tendo em conta as diferentes práticas construtivas e as variações de dimensionamento observadas entre as regiões [49].

Contudo, somente metade dos desenhos técnicos coletados foram considerados adequados para a análise [49]. Esses documentos, na etapa de avaliação, foram classificados de acordo com a tipologia da edificação (Figura 29) e o período de elaboração, com base no código estrutural RSA (1983).

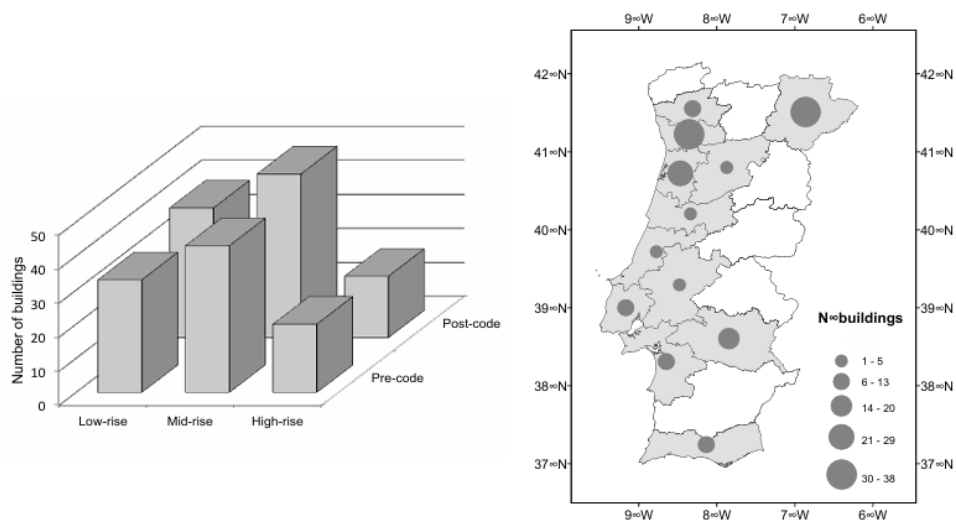


Figura 29 – Número de desenhos técnicos analisados por tipologia de edificação e distribuição por distrito em Portugal (adaptado de [49]).

Para cada propriedade geométrica, foram consideradas diversas distribuições de probabilidade plausíveis. Os parâmetros estatísticos de cada distribuição foram estimados por intermédio do método da máxima verosimilhança e, posteriormente, as distribuições foram avaliadas com base nos critérios de ajuste: *best-fit* e *goodness-of-fit* [49].

#### 4.2.2 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DAS DIMENSÕES DOS PILARES

Deste modo, para os pilares, foram consideradas como variáveis aleatórias as dimensões da secção transversal, nomeadamente a largura e o comprimento. As distribuições associadas a essas propriedades

estão apresentadas nos Quadros 15 e 16, respetivamente. Observou-se que, em edificações de maior altura, essas dimensões tendem a ser superiores, em razão do aumento dos esforços da estrutura.

Quadro 15 – Distribuição probabilística de comprimento dos pilares (adaptado de [49]).

| Tipologia das edificações                                                                                                   |                  | Número de edificações | Distribuição probabilística | Média (metros) | CoV [%] | Valor mínimo (metros) | Valor máximo (metros) | Teste $\chi$ -Quadrado |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------|-----------------------------|----------------|---------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| Anterior ao código RSA (1983)                                                                                               | Edifícios baixos | 33                    | Lognormal                   | 0,28           | 15%     | 0,20                  | 0,44                  | NS <sup>(1)</sup>      |
|                                                                                                                             | Edifícios médios | 43                    | Normal                      | 0,36           | 23%     | 0,24                  | 0,55                  | 10%                    |
|                                                                                                                             | Edifícios altos  | 20                    | Lognormal                   | 0,57           | 40%     | 0,28                  | 1,00                  | 10%                    |
| Posterior ao código RSA (1983)                                                                                              | Edifícios baixos | 38                    | Normal                      | 0,38           | 20%     | 0,26                  | 0,60                  | 10%                    |
|                                                                                                                             | Edifícios médios | 48                    | Lognormal                   | 0,43           | 20%     | 0,28                  | 0,70                  | 5%                     |
|                                                                                                                             | Edifícios altos  | 18                    | Lognormal                   | 0,51           | 36%     | 0,30                  | 0,95                  | 10%                    |
| Notas:                                                                                                                      |                  |                       |                             |                |         |                       |                       |                        |
| 1. NS significa que o teste $\chi$ -Quadrado não foi satisfeito pelos níveis de significância estabelecidos por Silva [49]. |                  |                       |                             |                |         |                       |                       |                        |

Quadro 16 – Distribuição probabilística da largura dos pilares (adaptado de [49]).

| Tipologia das edificações                                                                                                   |                  | Número de edificações | Distribuição probabilística | Média (metros) | CoV [%] | Valor mínimo (metros) | Valor máximo (metros) | Teste $\chi$ -Quadrado |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------|-----------------------------|----------------|---------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| Anterior ao código RSA (1983)                                                                                               |                  | 96                    | Lognormal                   | 0,27           | 16%     | 0,20                  | 0,53                  | NS <sup>(1)</sup>      |
| Posterior ao código RSA (1983)                                                                                              | Edifícios baixos | 38                    | Normal                      | 0,25           | 11%     | 0,20                  | 0,30                  | 1%                     |
|                                                                                                                             | Edifícios médios | 48                    | Normal                      | 0,27           | 13%     | 0,20                  | 0,37                  | 1%                     |
|                                                                                                                             | Edifícios altos  | 18                    | Lognormal                   | 0,31           | 23%     | 0,21                  | 0,53                  | NS <sup>(1)</sup>      |
| Notas:                                                                                                                      |                  |                       |                             |                |         |                       |                       |                        |
| 1. NS significa que o teste $\chi$ -Quadrado não foi satisfeito pelos níveis de significância estabelecidos por Silva [49]. |                  |                       |                             |                |         |                       |                       |                        |

#### 4.2.3 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DAS DIMENSÕES DAS VIGAS

No caso das vigas, foram consideradas três variáveis aleatórias: comprimento, largura e altura. Verificou-se que o comprimento e a largura seguiam uma distribuição Lognormal, conforme representado na Figura 30, e não diferiam significativamente entre projetos elaborados antes ou depois da entrada em vigor do código RSA (1983). Por sua vez, como se expõe na Figura 31, as alturas das vigas seguiam uma distribuição Normal nos projetos anteriores à normativa, enquanto, nos posteriores, passaram a seguir uma distribuição Lognormal [49].

Essa mudança foi atribuída ao facto de que, após a introdução do código, os projetos passaram a considerar cargas laterais resultantes da ação sísmica, o que ocasionou em um aumento dos momentos fletores e, conseqüentemente, à adoção de vigas com alturas superiores [49].

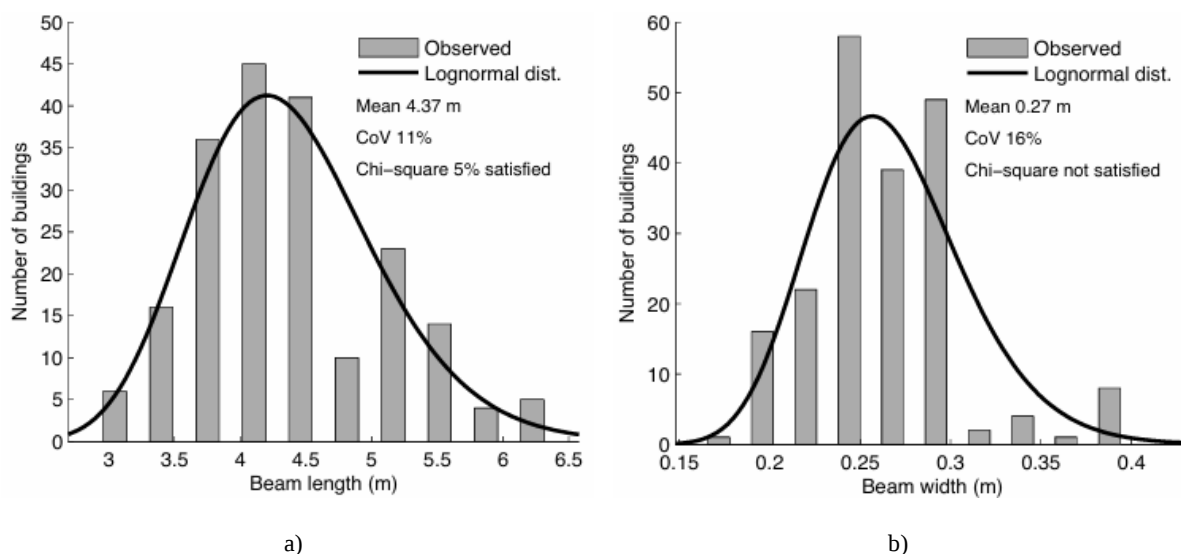


Figura 30 – Distribuições probabilísticas de parâmetros das vigas: a) comprimento das vigas; b) largura das vigas [49].

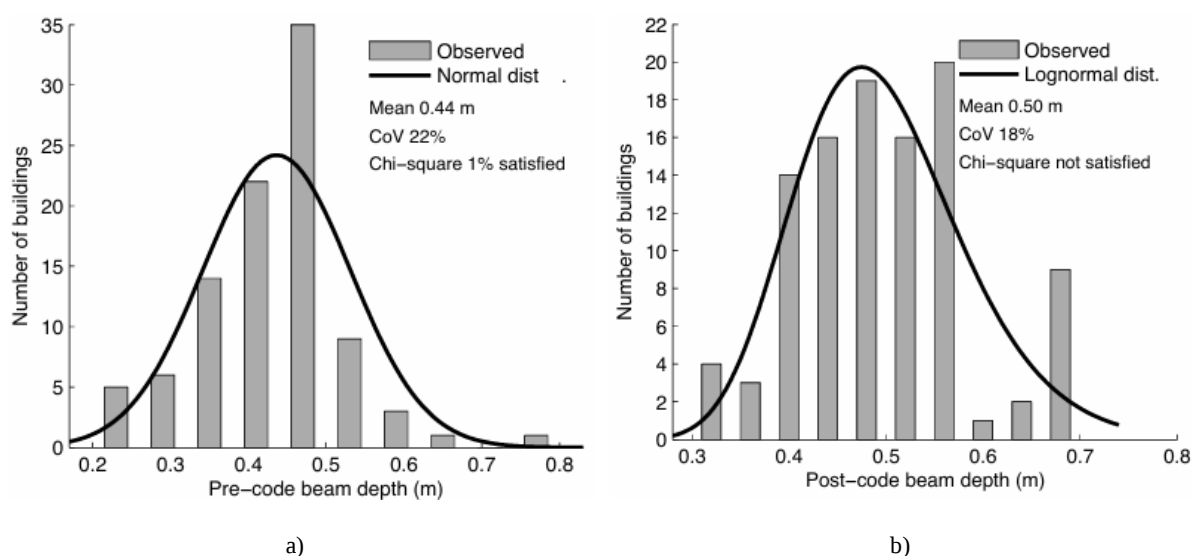


Figura 31 – Distribuições probabilísticas da altura das vigas em relação ao código RSA (1983): a) anterior; b) posterior [49].

Silva [49] destaca ainda a importância de considerar os fatores de correlação na geração aleatória de variáveis ao aplicar o método de Monte Carlo. Um exemplo relevante é a correlação entre a altura e o comprimento das vigas, cuja a consideração na geração dos valores aleatórios, segundo as distribuições, evite o surgimento de simulações discrepantes da realidade. Nesse contexto, observou-se que, em projetos anteriores à entrada em vigor do código RSA (1983), a correlação entre a altura e o comprimento das vigas era de 0,53. Já nos projetos posteriores, essa correlação aumentou significativamente, atingindo um valor superior de 0,76 [49].

#### 4.2.4 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DAS DIMENSÕES DAS LAJES

Em relação às lajes, o único parâmetro avaliado foi a sua espessura. Na amostra analisada, foram consideradas diferentes tipologias usuais em edifícios de betão armado em Portugal, incluindo lajes aligeiradas, as mais comuns, e as lajes maciças, geralmente empregues em edifícios com vãos mais amplos ou em estruturas com lajes do tipo fungiforme [49]. Constatou-se que há discrepâncias significativas entre os projetos desenvolvidos antes e depois da entrada em vigor do código RSA (1983). Como é apresentado pelas distribuições representadas na Figura 32, nos projetos anteriores à normativa, a espessura da laje seguia uma distribuição Lognormal, com média de 0,17 metros. Por outro lado, em projetos após a normativa, a espessura passou a seguir uma distribuição de Weibull, apresentando uma média superior de 0,25 metros [49].

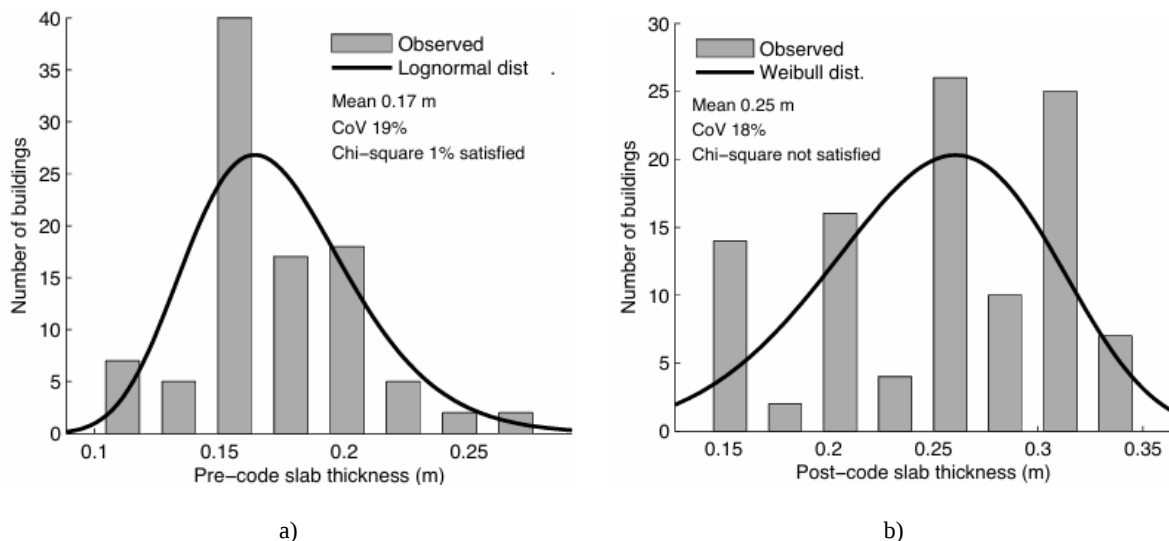


Figura 32 – Distribuições probabilísticas da espessura da laje em relação ao código RSA (1983): a) anterior; b) posterior [49].

#### 4.2.5 SIMPLIFICAÇÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

No seguimento da elaboração da base de dados para o estudo das vibrações no interior de edifícios, algumas simplificações foram admitidas nos modelos tridimensionais utilizados neste trabalho: i) quanto aos elementos estruturais, foram consideradas apenas as distribuições estatísticas obtidas a partir de projetos desenvolvidos após a entrada em vigor do código RSA (1983); ii) na elaboração dos casos simulados considerou-se apenas o comportamento de lajes maciças; iii) nos modelos 3D, admitiram-se apenas pilares com secção transversal quadrada. Para isso, foi adotado, entre os valores aleatórios gerados para a largura e o comprimento, aquele de maior dimensão; iv) com o intuito de representar adequadamente a realidade construtiva e garantir uma boa eficiência computacional, foram considerados apenas modelos com três a seis pisos; v) para essas mesmas simulações, adotaram-se modelos com três,

quatro e cinco vãos, em conformidade com as conclusões do estudo de sensibilidade sobre a influência dos vãos na resposta estrutural.

Adicionalmente, foram consideradas mais duas variáveis aleatórias com distribuição uniforme, relevantes para o estudo de vibrações: a velocidade das ondas S e a dimensão do lado das sapatas quadradas. Destaca-se que a influência do número de pisos na geometria das fundações foi considerada de forma simplificada, tendo os modelos sido classificados em dois grupos, conforme o número de pisos.

Por fim, com o intuito de condensar as informações, elaborou-se o Quadro 17, no qual se apresentam as variáveis aleatórias selecionadas para a base de dados e as respectivas distribuições probabilísticas.

Quadro 17 – Variáveis aleatórias e parâmetros a considerar na geração da base de dados.

| Variáveis aleatórias                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                        | Unidade | Valor mínimo | Valor máximo | Média | CoV [%] | Distribuição probabilística |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|---------|--------------|--------------|-------|---------|-----------------------------|
| Pilares                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Comprimento            | m       | 0,28         | 0,70         | 0,43  | 20      | Lognormal                   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Largura                | m       | 0,20         | 0,37         | 0,27  | 13      | Normal                      |
| Vigas <sup>(1)</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Comprimento            | m       | 3,0          | 6,5          | 4,37  | 11      | Lognormal                   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Largura                | m       | 0,15         | 0,40         | 0,27  | 16      | Lognormal                   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Altura                 | m       | 0,30         | 0,70         | 0,50  | 18      | Lognormal                   |
| Laje                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Espessura              | m       | 0,15         | 0,35         | 0,25  | 18      | Weibull                     |
| Solo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Velocidade das ondas S | m/s     | 200          | 800          | 500   | (-)     | Uniforme                    |
| Sapatas quadradas (3 pisos) <sup>(2)</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Lado das sapatas       | m       | 1,0          | 2,0          | 1,5   | (-)     | Uniforme                    |
| Sapatas quadradas (4, 5 e 6 pisos) <sup>(2)</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Lado das sapatas       | m       | 1,5          | 2,5          | 2,0   | (-)     | Uniforme                    |
| Número de pisos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | (-)                    | unid.   | 3            | 6            | -     | (-)     | Uniforme                    |
| Notas:<br><br>1. Ressalta-se que a correlação entre a altura e o comprimento das vigas foi considerada, adotando-se um valor de 0,76.<br><br>2. Apesar da consideração de sapatas quadradas, com os valores aleatórios indicados a representarem a sua dimensão, estes foram convertidos posteriormente para um raio equivalente de uma sapata circular para introdução no modelo numérico. |                        |         |              |              |       |         |                             |

Após a definição das variáveis aleatórias e dos seus parâmetros, procedeu-se à geração dos valores aleatórios de acordo com as respetivas distribuições estabelecidas, com o devido tratamento dos dados. Este procedimento teve como objetivo assegurar a fiabilidade das simulações em relação à realidade, bem como atender às simplificações mencionadas nesse estudo. No total, a aplicação do método de Monte Carlo permitiu a geração de uma base de dados composta por 432 simulações, apresentadas em anexo a este trabalho.

### 4.3 ESTRUTURAÇÃO DA BASE DE DADOS

De modo a iniciar a prosseguir com a geração da base de dados, revela-se necessário identificar os pontos de avaliação da resposta da estrutura. Nesse sentido, e considerando a grande valia do estudo paramétrico preliminar apresentado no capítulo 3, otimizou-se a definição dos pontos de análise nos centros das lajes.

Assim, como já referido, apenas modelos com três, quatro e cinco vãos foram considerados nas simulações. Estabeleceu-se que, para modelos com três ou quatro vãos em cada direção, seriam adotados, por piso, apenas três pontos que sintetizam a resposta da estrutura com maior relevância para o tópico em apreço: um ponto de vértice, um ponto lateral e um ponto central, numerados e dispostos conforme o esquema exposto na Figura 33.

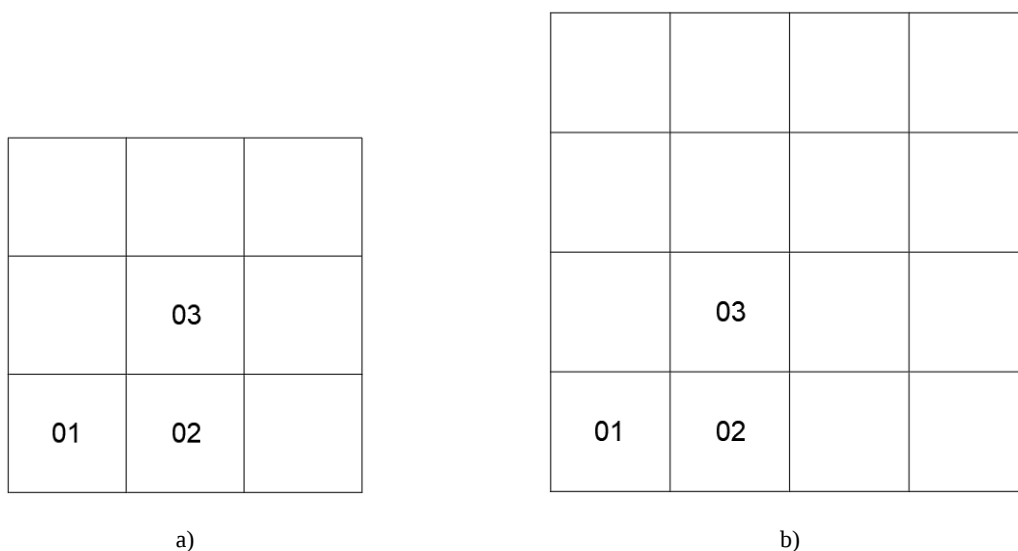


Figura 33 – Esquemas para identificação dos pontos de medição de um pavimento-tipo em modelos de: a) três vãos; b) quatro vãos.

Por outro lado, nos modelos com cinco vãos em cada direção houve a necessidade de acrescentar novos pontos de análise, totalizando seis pontos por piso, de modo a incluir as restantes localizações centrais das lajes, como consta na representação apresentada na Figura 34.

|    |    |    |  |  |
|----|----|----|--|--|
|    |    |    |  |  |
|    |    |    |  |  |
|    |    | 06 |  |  |
|    | 04 | 05 |  |  |
| 01 | 02 | 03 |  |  |

Figura 34 – Esquema para identificação dos pontos de medição de um pavimento-tipo em modelos de cinco vãos.

Assim, procedeu-se à determinação das funções de transferências para os pontos de medição indicados, em todos os pisos, seguindo o procedimento descrito no final do capítulo 3 desta dissertação.

Na base de dados elaborada, as 432 simulações foram inicialmente agrupadas pelo número de vãos, resultando em 144 modelos para cada uma das três tipologias consideradas. Em seguida, dentro de cada grupo, são apresentados os parâmetros considerados para cada elemento estrutural, bem como as configurações globais de concessão. Além desses parâmetros, reuniram-se as funções de transferência em bandas de um terço de oitava, organizadas por ponto de análise e por nível, enumerados em função do número de vãos, conforme ilustrado nos esquemas apresentados anteriormente nas Figuras 33 e 34.

Com o objetivo de representar a estrutura hierárquica de organização adotada, elaborou-se o esquema da Figura 35.

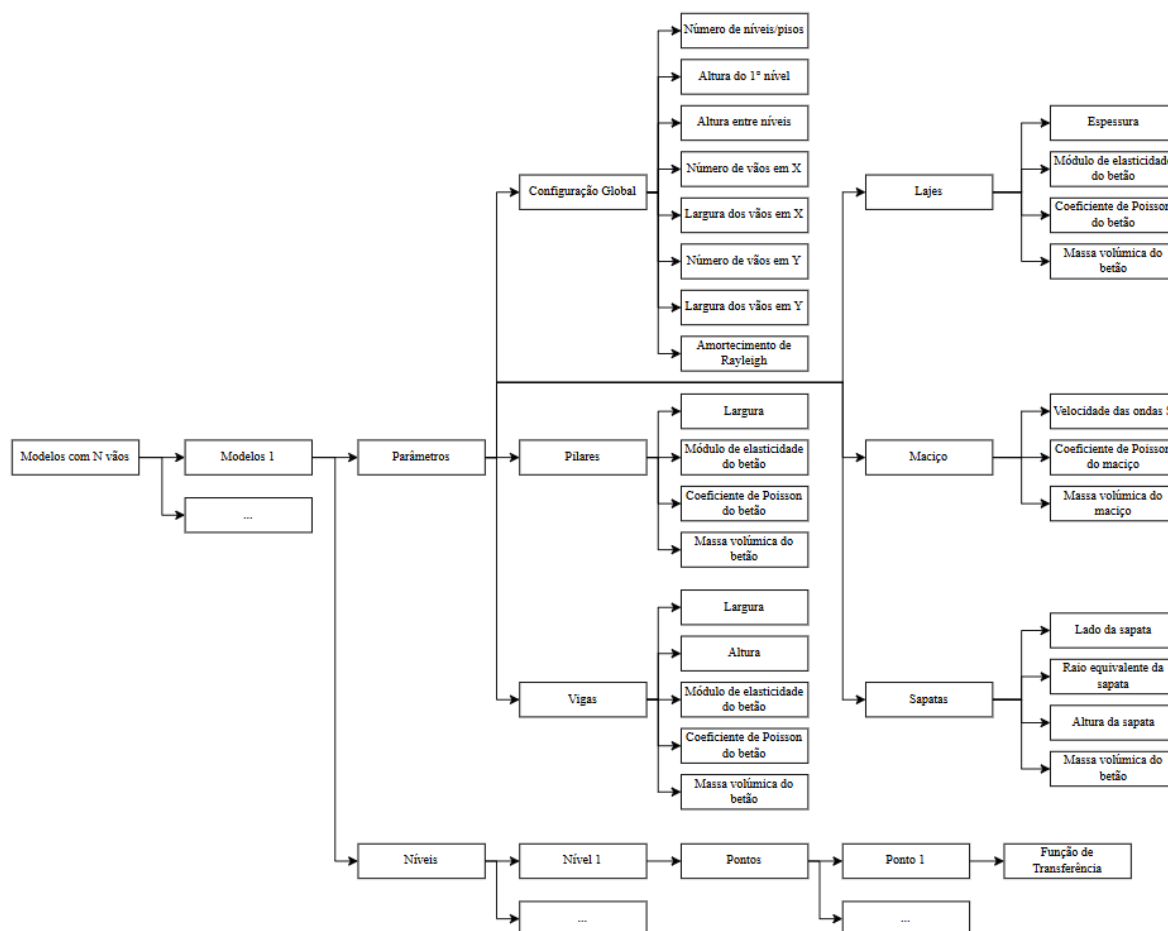


Figura 35 – Esquema da estruturação da base de dados.

Para além das análises realizadas no âmbito desta dissertação, importa destacar que a base de dados gerada constitui um contributo relevante e será disponibilizada para desenvolvimentos futuros, nomeadamente no contexto do projeto de investigação *IntRAIL – Intelligent prediction tool for ground-borne noise and vibrations induced by railway traffic* (PTDC/ECI-EGC/3352/2021). Este projeto, desenvolvido pela unidade de investigação CONSTRUCT, do Departamento de Engenharia Civil e Georrecursos da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, visa a criação de uma ferramenta inteligente de previsão de vibrações e ruídos induzidos pelo tráfego ferroviário. Entre os desenvolvimentos futuros previstos, destaca-se a aplicação de modelos de *machine learning*, para os quais a base de dados aqui construída constituirá um suporte fundamental.

## 4.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E IMPLICAÇÕES

### 4.4.1 ANÁLISE PARAMÉTRICA DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Com o objetivo de realizar uma análise paramétrica dos casos de estudo elaborados com recurso ao método de Monte Carlo, optou-se por avaliar a influência das seguintes variáveis sobre as funções de transferências: i) Comprimento das vigas; ii) Número de pisos; iii) Espessura da laje.

Importa ainda destacar que, para cada estudo, foi extraído da base de dados um número reduzido de cenários, contemplando apenas as simulações que apresentassem um elevado grau de similaridade entre si. Devido à própria natureza do método de Monte Carlo, na maioria dos casos não é possível selecionar exclusivamente simulações que diferem apenas nas variáveis de interesse, uma vez que os dados simulados, de forma análoga com os dados da realidade prática, não possuem homogeneidade nos parâmetros estruturais. Este facto evidencia a aderência desta exploração à realidade prática.

Assim, a seleção das simulações priorizou aquelas com as mesmas configurações globais, como número de pisos, comprimento das vigas e espessura da laje - exceto, quando estas últimas são as variáveis aleatórias escolhidas para a avaliação de tendência. Deste modo, o Quadro 18 reúne as variáveis selecionadas para análise e as identificações dos modelos utilizados em cada avaliação.

Quadro 18 – Variáveis selecionadas e modelos escolhidos para cada avaliação.

| Variável avaliada | Numeração dos modelos considerados |
|-------------------|------------------------------------|
| Dimensão dos vãos | 40, 44, 78, 93                     |
| Número de pisos   | 149, 179, 281 e 286                |
| Espessura da laje | 171, 200, 221, 246, 252            |

Com o intuito de apresentar os resultados de forma sistematizada e facilitar a análise paramétrica, cada variável estrutural foi investigada separadamente nos subcapítulos seguintes. Para garantir uniformidade nas comparações, as funções de transferência apresentadas em todas as análises foram determinadas para o mesmo ponto, localizado no centro da laje central, num piso fixo de cada modelo: o primeiro piso, sítio onde se esperam níveis mais elevados de vibração.

### 4.4.2 ANÁLISE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA COM VARIAÇÃO DA DIMENSÃO DOS VÃOS

Com o objetivo de investigar o efeito da variação dos vãos no comportamento dinâmico, foram selecionados quatro modelos distintos, mas com características estruturais e de fundação comparáveis entre si, conforme descrito no Quadro 19. A análise concentrou-se nos pontos localizados nas lajes

centrais de cada modelo, identificadas pela numeração três, conforme apresentado no esquema referente aos modelos com três vãos, na Figura 33.

Quadro 19 – Características dos modelos escolhidos para avaliação da dimensão dos vãos.

| ID | Nº de vãos (m) | Dimensão dos pilares (m) | Dimensão dos vãos (m) | Largura das vigas (m) | Altura das vigas (m) | Espessura das lajes (m) | Número de pisos | Velocidade das Ondas S (m/s) | Lado da sapata quadrada (m) |
|----|----------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------------------|
| 44 | 3              | 0,4                      | <b>3,5</b>            | 0,25                  | 0,35                 | 0,25                    | 4               | 410                          | 1,5                         |
| 40 | 3              | 0,35                     | <b>4</b>              | 0,3                   | 0,5                  | 0,25                    | 4               | 623                          | 2,0                         |
| 78 | 3              | 0,35                     | <b>4,5</b>            | 0,3                   | 0,5                  | 0,25                    | 4               | 465                          | 2,0                         |
| 93 | 3              | 0,4                      | <b>5</b>              | 0,3                   | 0,5                  | 0,25                    | 4               | 629                          | 1,5                         |

A Figura 36 apresenta as curvas de resposta associadas, evidenciando as alterações no comportamento vibratório em função do aumento ou diminuição do comprimento das vigas.

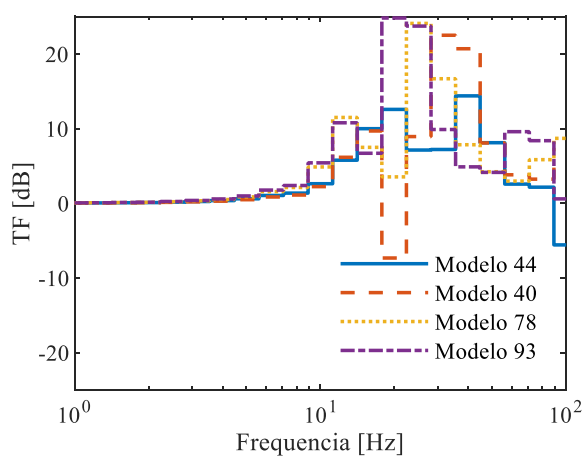
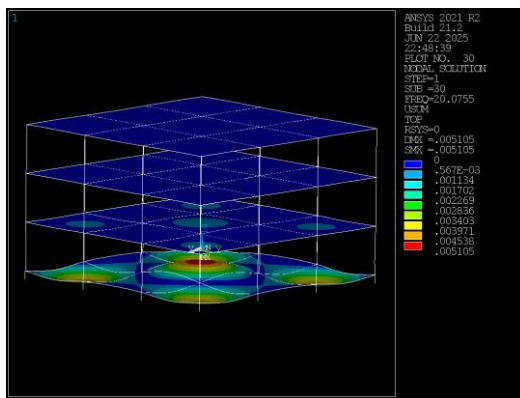


Figura 36 – Funções de transferência para análise da influência da dimensão dos vãos.

De acordo com os resultados apresentados, e como expectável, os modelos com maior comprimento de vão são mais flexíveis, o que resulta em frequências naturais de ressonância associadas ao movimento vertical das lajes inferiores àquelas observadas nos modelos com vãos de menor extensão. Essa tendência é especialmente evidente no espectro de frequências entre aproximadamente 18 Hz e 45 Hz, onde os picos de ressonância associados aos modelos com vãos mais longos estão situados em bandas de frequência mais baixas. Em ordem crescente de frequência, observa-se, inicialmente, o modelo 93, com vãos de 5 metros, apresentando maior conteúdo energético na banda de frequência entre 18 e 22 Hz; em seguida, o modelo 78 (4,5 m) apresenta o conteúdo energético concentrado na banda entre 22 e

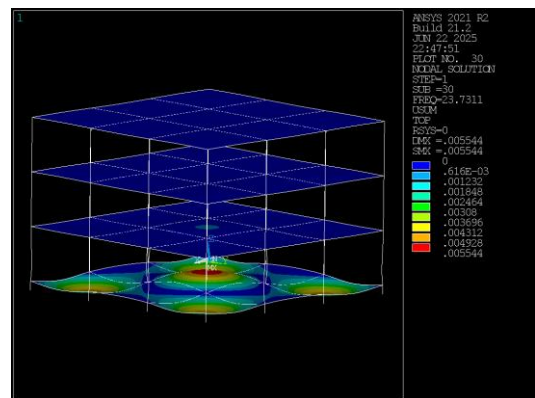
28 Hz; o modelo 40 (4,0 m), entre 28 e 35 Hz; e, por fim, o modelo 44, com 3,5 metros de vão, na banda de frequência entre 35 - 45 Hz.

A Figura 37 apresenta o 30° modo de vibração de cada modelo, correspondente ao 1° modo associado à deformação vertical do primeiro piso. Verifica-se que a frequência natural correspondente a este modo, para cada modelo, se situa na respetiva banda de frequência onde ocorrem as maiores amplificações nas funções de transferência. Assim, é possível confirmar que as amplificações observadas, associadas ao movimento vertical, são efetivamente influenciadas pela ressonância das lajes, cuja a frequência natural é condicionada pela sua rigidez.



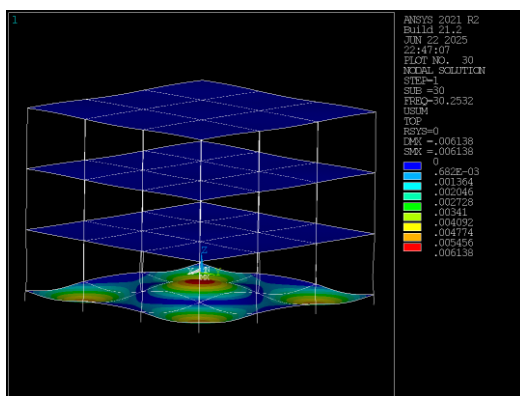
$f = 20,1 \text{ Hz}$

a)



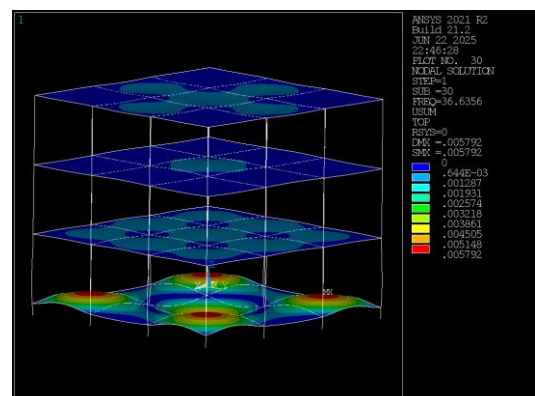
$f = 23,7 \text{ Hz}$

b)



$f = 30,3 \text{ Hz}$

c)



$f = 36,6 \text{ Hz}$

d)

Figura 37 – Modos de vibração associados ao movimento vertical da laje do primeiro piso de cada modelo: a) Modelo 93; b) Modelo 78; c) Modelo 40; d) Modelo 44.

#### 4.4.3 ANÁLISE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ASSOCIADAS À VARIAÇÃO DO NÚMERO DE PISOS

No que diz respeito ao número de pisos, a análise concentrou-se em quatro modelos com geometrias dos elementos estruturais semelhantes, cuja a principais diferenças residem na quantidade de pisos e, em razão da heterogeneidade da base de dados, nos parâmetros do solo. Essas configurações estão descritas no Quadro 20. Os pontos analisados correspondem às lajes centrais do primeiro piso de cada modelo, assinaladas com a numeração três no esquema ilustrativo dos modelos com quatro vãos, conforme ilustrado na Figura 33.

Quadro 20 – Características dos modelos escolhidos para avaliação do número de pisos.

| ID  | Nº de vãos (m) | Dimensão dos pilares (m) | Dimensão dos vãos (m) | Largura das vigas (m) | Altura das vigas (m) | Espessura das lajes (m) | Número de pisos | Velocidade das Ondas S (m/s) | Lado da sapata quadrada (m) |
|-----|----------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------------------|
| 281 | 4              | 0,35                     | 4,5                   | 0,3                   | 0,5                  | 0,3                     | <b>3</b>        | 705                          | 1,5                         |
| 286 | 4              | 0,35                     | 4,5                   | 0,3                   | 0,5                  | 0,3                     | <b>4</b>        | 236                          | 2,5                         |
| 149 | 4              | 0,35                     | 4,5                   | 0,25                  | 0,5                  | 0,3                     | <b>5</b>        | 649                          | 2,0                         |
| 179 | 4              | 0,45                     | 4,5                   | 0,3                   | 0,5                  | 0,3                     | <b>6</b>        | 327                          | 2,5                         |

A Figura 38 ilustra as funções de transferência obtidas, permitindo avaliar de forma comparativa como a altura da estrutura influencia a sua resposta dinâmica.

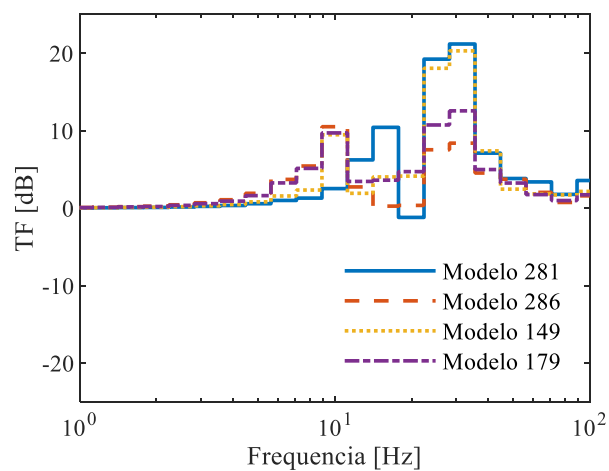


Figura 38 – Funções de transferência para análise do número de pisos dos modelos 281, 286, 149 e 179.

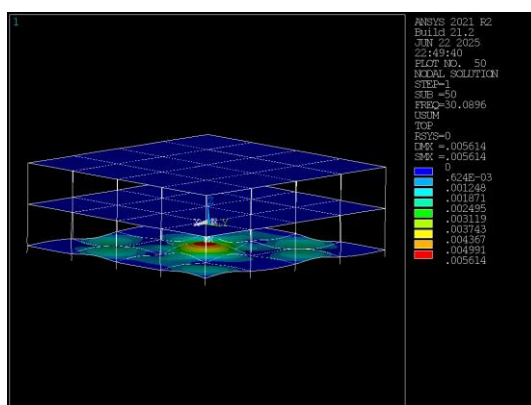
Ao analisar as funções de transferências, não se verifica uma alteração significativa na configuração das curvas de bandas de 1/3 de oitava, ao contrário do observado no caso do comprimento dos vãos. As maiores diferenças ocorrem ao nível da amplitude das diferentes bandas, com especial destaque para as bandas entre os 22 Hz e 35 Hz. De facto, esta variação não está diretamente associada ao número de pisos do edifício, mas sim com a variação da rigidez do maciço, verificando-se um impacto relevante deste parâmetro na resposta dinâmica da estrutura.

Em maior detalhe, verifica-se uma correspondência acentuada entre a diminuição da rigidez do solo e a diminuição da amplitude das bandas referidas. De facto, o modelo 281, com velocidade das ondas S de 705 m/s, apresenta a maior amplificação, seguido pelo modelo 149 com 649 m/s, pelo modelo 179 com 327 m/s, e, por fim, pelo modelo 286 com 236 m/s.

Os dois primeiros valores de velocidade das ondas S indicados podem ser considerados como representativos de rochas brandas, enquanto os dois últimos são claramente associados a perfis de solo. Nesse contexto, é relevante indicar que o comportamento identificado está em consonância com o apresentado no Quadro 8, referente aos fatores de atenuação adotados pela FTA/FRA [22]. Segundo essa referência, estruturas com fundações assentes em rocha tendem a não apresentar perda por acoplamento, ao passo que fundações em solo estão sujeitas a atenuações mais significativas.

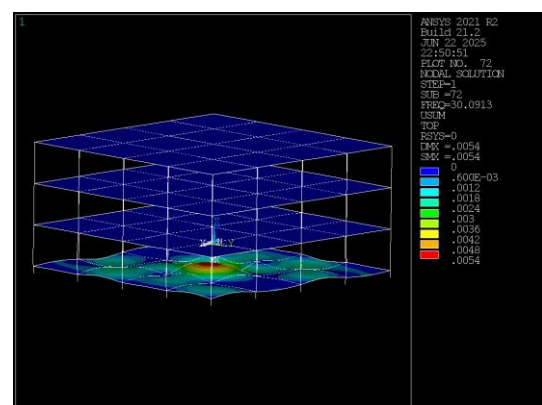
Além disso, a tendência observada corrobora os resultados apresentados por Kuo *et al.* [42], ao indicar que as propriedades geométricas e fundações da estrutura têm menor influência no acoplamento solo-estrutura do que a rigidez do solo, dado que a variação em altura e a limitada diferença nas dimensões das sapatas não provocaram efeitos dinâmicos significativos nesse estudo.

À semelhança da secção anterior, procedeu-se à análise modal, ilustrando-se na Figura 39 o primeiro modo de vibração relacionado com o movimento vertical da laje do primeiro piso, para cada um dos modelos considerados.



50º modo:  $f = 30,1$  Hz

a)



72º modo:  $f = 30,0913$  Hz

b)

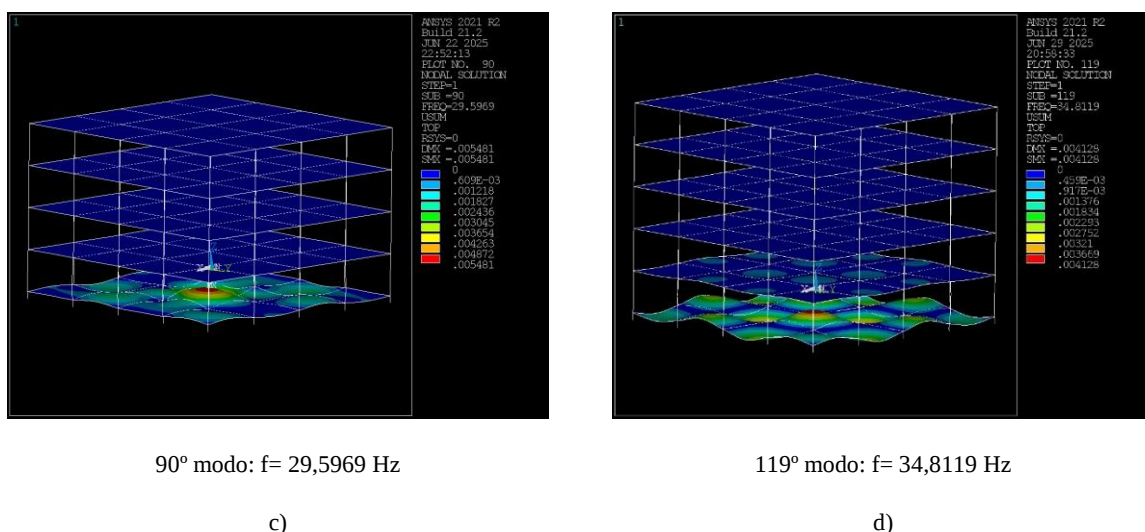


Figura 39 – Primeiro modo de vibração relacionado com o movimento vertical a laje do primeiro piso de cada modelo: a) Modelo 281; b) Modelo 286; c) Modelo 149; d) Modelo 179.

Verificou-se que os todos os modos associados às maiores amplificações no ponto 3 se situam nas bandas de frequências entre 22 e 35 Hz, em concordância com o comportamento observado nas funções de transferência. Ademais, os valores máximos de deformação vertical seguem a mesma ordem de atenuação identificada nas funções de resposta, com exceção do modelo 179, cujo valor máximo é inferior ao do modelo 286.

#### 4.4.4 ANÁLISE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA RELATIVAS À VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE

No âmbito da análise da espessura da laje, assim como nos casos anteriores, adotaram-se cinco modelos com características materiais e geométricas comparáveis, diferenciando-se essencialmente na espessura da laje adotada. O Quadro 21 resume as configurações adotadas. A investigação foi conduzida com base nos pontos situados nas lajes centrais de cada modelo no primeiro piso, identificados pelo número três no esquema dos modelos com quatro vãos, apresentado na Figura 33.

Quadro 21 – Características dos modelos escolhidos para avaliação da espessura da laje.

| ID  | Nº de vãos (m) | Dimensão dos pilares (m) | Dimensão dos vãos (m) | Largura das vigas (m) | Altura das vigas (m) | Espessura das lajes (m) | Número de pisos | Velocidade das Ondas S (m/s) | Lado da sapata quadrada (m) |
|-----|----------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------------------|
| 200 | 4              | 0,45                     | 4                     | 0,25                  | 0,4                  | <b>0,15</b>             | 5               | 297                          | 2                           |
| 246 | 4              | 0,45                     | 4                     | 0,25                  | 0,45                 | <b>0,2</b>              | 5               | 691                          | 2,5                         |
| 221 | 4              | 0,5                      | 4                     | 0,25                  | 0,5                  | <b>0,25</b>             | 5               | 556                          | 2,5                         |
| 252 | 4              | 0,5                      | 4                     | 0,3                   | 0,5                  | <b>0,3</b>              | 5               | 511                          | 2                           |
| 171 | 4              | 0,35                     | 4                     | 0,3                   | 0,55                 | <b>0,35</b>             | 5               | 537                          | 2                           |

A Figura 40 mostra as funções de transferência correspondentes, fornecendo suporte para compreender a sensibilidade da resposta dinâmica oferecida pelo aumento da espessura das lajes.

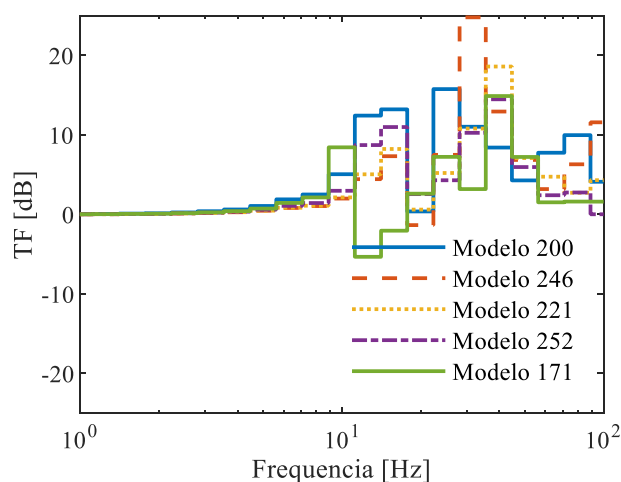


Figura 40 – Funções de transferência para análise da espessura da laje dos modelos 200, 246, 221, 252 e 171.

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que, com o aumento da espessura das lajes, os picos de ressonância, nas bandas de frequência entre 22 e 45 Hz, tendem a deslocar-se para intervalos de frequência mais elevados. Nos modelos com menores espessuras, as amplificações concentram-se em frequências mais baixas.

Como a frequência natural é diretamente proporcional à rigidez e inversamente proporcional à massa, a avaliação isolada de cada parâmetro torna-se complexa, sendo necessário considerar a sua interação conjunta no comportamento dinâmico da estrutura. A tendência observada indica que o incremento da espessura se traduz em um aumento de rigidez significativamente superior em relação ao acréscimo de

massa, o que permite inferir que a espessura influencia mais a rigidez do que a massa, no que diz respeito ao comportamento dinâmico nesse estudo.

De facto, a deformação de uma placa, considerando um carregamento uniformemente distribuído para diversas condições de suporte, é calculada em função do módulo de rigidez à flexão, como demonstrado por Timoshenko *et al.* [50], a qual é expressa pela Equação 22 apresentada abaixo.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (22)$$

onde,

$D$  – Módulo de rigidez flexional para placas

$h$  – Espessura da placa

$E$  – Módulo de elasticidade do betão

$\nu$  – Coeficiente de Poisson do betão

Esta equação evidencia que a rigidez é proporcional ao cubo da espessura da laje. Por outro lado, a massa por unidade de área é proporcional apenas de forma linear à espessura, conforme a Equação 23 a seguir:

$$m = \rho \times h \quad (23)$$

Na qual,

$m$  – Massa da laje por unidade de área;

$\rho$  – Massa volúmica do betão;

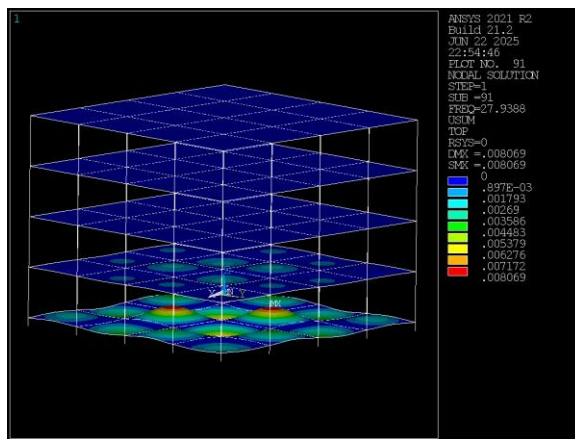
$h$  – Espessura da laje.

Deste modo, ao aumentar a espessura da laje, tanto a rigidez como a massa aumentam, mas em proporções distintas. Como a rigidez cresce com o cubo da espessura, enquanto a massa cresce apenas de forma linear, confirma-se que o impacto da espessura sobre a rigidez é consideravelmente mais expressivo do que sobre a massa.

Nesse sentido, o modelo 200, com menor espessura de laje (0,15 metros), apresentou maior conteúdo energético na banda de frequência entre 22 e 28 Hz. O modelo 246, com espessura de 0,20 metros, exibiu maior conteúdo energético entre 28 e 35 Hz, enquanto o modelo 221, com 0,25 metros de espessura, concentrou-se na banda entre 35 - 45 Hz. Esses resultados evidenciam uma tendência clara de que lajes mais espessas apresentam maior conteúdo energético em bandas de frequências mais elevadas. Contudo, nos modelos 252 e 171, com espessura de 0,30 e 0,35 metros, respetivamente, as frequências naturais de ressonância mantiveram-se na mesma banda de frequência do modelo 221, sem

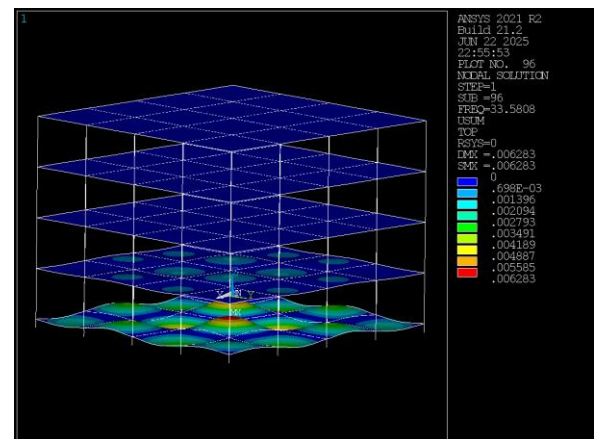
apresentar o mesmo grau de deslocamento graficamente observado nos modelos com laje de menor espessura.

Nestes casos, tornou-se necessário proceder à análise dos modos de vibração de cada modelo, com o intuito de compreender e confirmar a tendência observada. A Figura 41 apresenta, para cada caso selecionado, o modo de vibração relacionado com o movimento vertical da laje no ponto três do primeiro piso, conforme a identificação estabelecida no esquema do modelo com quatro vãos, apresentado na Figura 33.



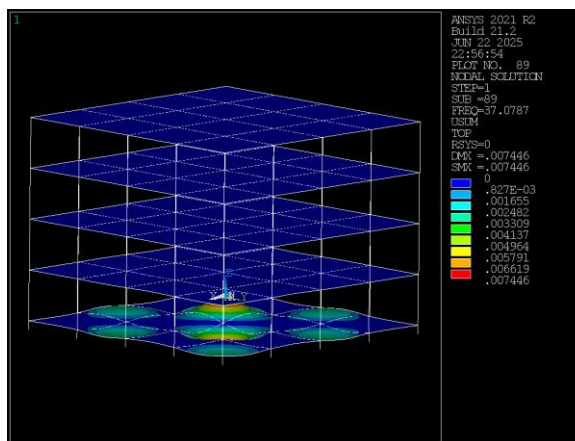
91º modo:  $f = 27,9388$  Hz

a)



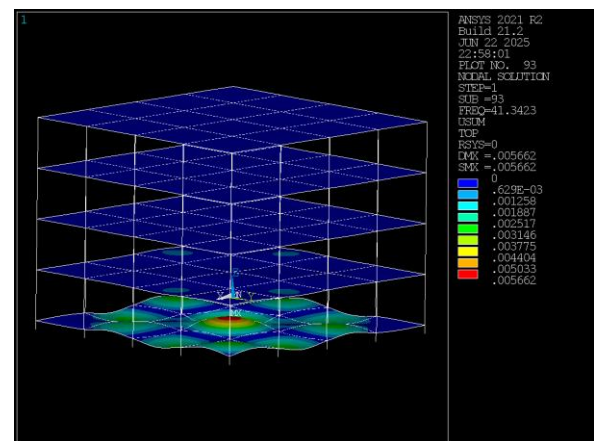
96º modo:  $f = 33,5808$  Hz

b)



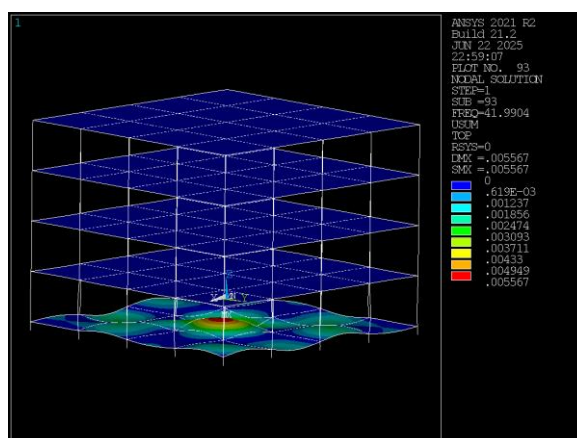
89º modo:  $f = 37,0787$  Hz

c)



93º modo:  $f = 41,3423$  Hz

d)



93º modo:  $f = 41,9904$  Hz

e)

Figura 41 – Modos de vibração associados ao pico de ressonância no ponto central do primeiro piso de cada modelo: a) Modelo 200; b) Modelo 246; c) Modelo 221; d) Modelo 252; e) Modelo 171.

Verificou-se, assim, que as amplificações para estes dois modelos continuam associadas a frequências naturais superiores, apesar de se situarem na mesma banda de frequência. Este facto confirma a tendência, em todos os cinco modelos, de que o aumento da espessura das lajes e, consequentemente, da rigidez, conduz a amplificações por ressonância, associadas ao movimento vertical, em frequências naturais mais elevadas.

Não obstante os comentários anteriores, e apesar dos cuidados adotados na geração da base de dados com o objetivo de obter casos simulados com aderência à realidade, importa ressaltar que, para os modelos mais rígidos, as frequências de ressonância obtidas encontram-se, por vezes, acima dos intervalos usualmente referenciados na literatura para edifícios em betão armado, situados entre 20 e 30 Hz. Este aspeto poderá estar relacionado com a simplificação adotada ao considerar exclusivamente lajes maciças, embora a distribuição de probabilidade da espessura utilizada tenha sido baseada em outras tipologias de lajes. Como resultado, foram consideradas espessuras mais elevadas do que o habitual para lajes maciças em determinados comprimentos de vão, o que conduziu a um incremento na rigidez e, consequentemente, ao aumento das frequências naturais de ressonância.

## 4.5 CASO DE ESTUDO: EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

### 4.5.1 DEFINIÇÃO DO MODELO E FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Com o intuito de exemplificar e validar a metodologia proposta, foi considerado um caso de estudo no qual um campo de ondas incidente avaliado numericamente foi combinado com a função de transferência correspondente a um dos modelos pertencentes à base de dados anterior. O principal

objetivo constituiu em estimar a resposta vibratória da estrutura e compará-la com aquela obtida diretamente a partir do modelo numérico detalhado, apresentado no Capítulo 3.

Para esse fim, selecionou-se aleatoriamente o modelo número 10, cujas características estruturais são apresentadas no Quadro 22.

Quadro 22 – Características do modelo escolhido para exemplificar a metodologia sugerida.

| ID | Nº de vãos (m) | Dimensão dos pilares (m) | Dimensão dos vãos (m) | Largura das vigas (m) | Altura das vigas (m) | Espessura das lajes (m) | Número de pisos | Velocidade das Ondas S (m/s) | Lado da sapata quadrada (m) |
|----|----------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------------------|
| 10 | 3              | 0,25                     | 4,5                   | 0,3                   | 0,55                 | 0,35                    | 3               | 513                          | 2,0                         |

Na Figura 42, são apresentadas as funções de transferências correspondentes a todos os pontos situados no primeiro piso da estrutura. Considerando que o modelo em análise possui três vãos, a consideração de apenas três pontos é suficiente para caracterizar os cenários mais relevantes por piso, conforme validado previamente pelo estudo de sensibilidade descrito no Capítulo 3. A numeração desses pontos segue o esquema para três vãos ilustrado na Figura 33, o qual padroniza a identificação dos pontos de análise ao longo da estrutura.

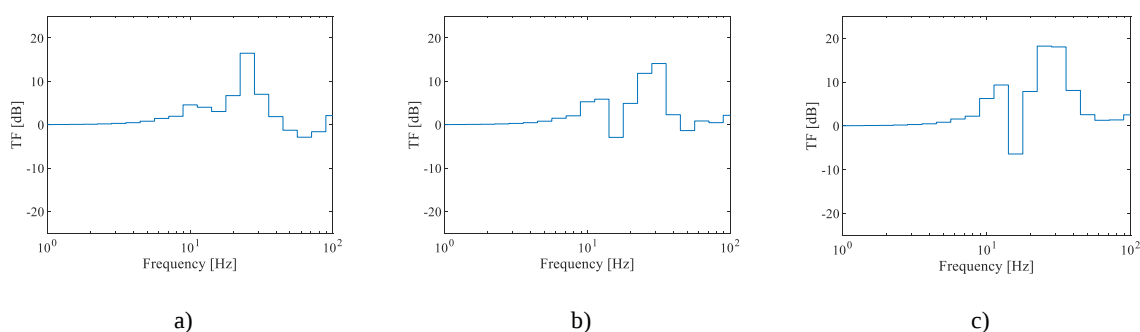


Figura 42 – Funções de transferências para os pontos do primeiro piso: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

#### 4.5.2 MODELAÇÃO NUMÉRICA EM TÚNEL PARA OBTER RESPOSTA EM CAMPO LIVRE

Dando seguimento à metodologia, procedeu-se à estimativa da nova resposta em campo livre por meio da modelação do sistema via-túnel-macizo, desenvolvida com recurso ao modelo PiP (*Pipe-in-Pipe*). Neste modelo, a parede do túnel e o solo infinito envolvente são representados por dois tubos concêntricos: o tubo interior, que representa a parede do túnel, é modelado com base na teoria das cascas finas; o tubo exterior, cujo raio externo é considerado infinito, representa o solo infinito contendo uma cavidade cilíndrica e é modelado segundo a teoria do meio contínuo elástico [51]. Para aprofundamento

nesse tema, destacam-se os estudos apresentados em [51-53]. No que concerne ao cenário geotécnico, foi considerado, de forma simplificada, um perfil homogêneo, assumindo-se um peso específico do solo de  $2000 \text{ kg/m}^3$ , um coeficiente de Poisson de 0,30, um coeficiente de amortecimento de 0,03 e uma velocidade de propagação de ondas S de  $513 \text{ m/s}$ , em correspondência com o admitido anteriormente para o modelo da estrutura (Quadro 22).

No que diz respeito à infraestrutura, foi considerado o “invert” do túnel a uma profundidade de 9,0 metros, conforme representado no esquema da Figura 45. A via férrea considerada consiste numa via clássica em laje flutuante, na qual carris soldados continuamente do tipo 50E6 apoiados sobre blocos de betão pré-fabricados, fixados à laje. Sob esta, foi instalada uma camada resiliente, com uma espessura média de 60 centímetros e módulo de rigidez dinâmica de  $23 \text{ MN/m}^3$ . A Figura 43 apresenta a secção transversal da configuração adotada.

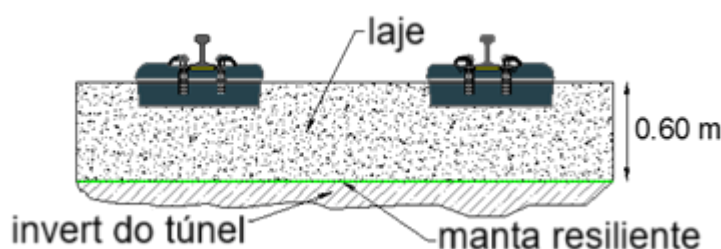


Figura 43 – Secção transversal da via férrea considerada na modelação numérica.

Quanto ao material circulante, considerou-se que o principal veículo em operação nesta linha é o Eurotram. Conforme ilustrado na Figura 44, trata-se de um veículo ligeiro duplo, composto por três módulos e quatro bogies. Cada bogie possui dois eixos, sendo que os bogies nas extremidades transmitem uma carga máxima por eixo de 6 toneladas, enquanto os eixos do bogie intermédio transmitem uma carga de 11 toneladas. A massa não suspensa máxima deste veículo é de  $1960 \text{ kg}$ . A velocidade de operação assumida foi de  $60 \text{ km/h}$ .

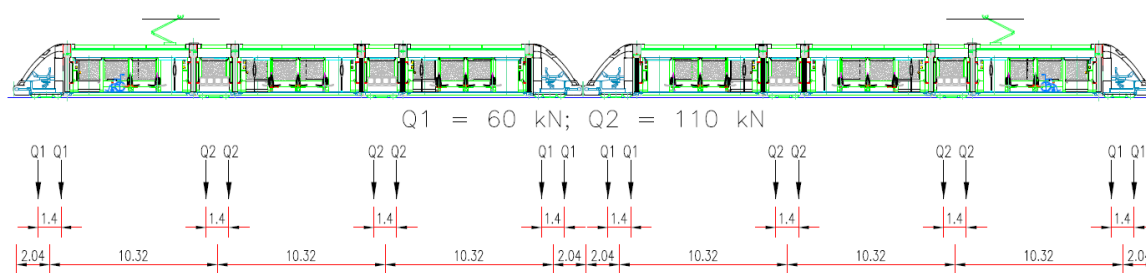


Figura 44 – Configuração geométrica e cargas por eixo do veículo EuroTram.

A resposta em campo livre foi determinada para um ponto situado à superfície do maciço, coincidente com o centro da estrutura, o que corresponde a uma distância de 16,75 metros em relação ao eixo do túnel, conforme representado no esquema da Figura 45.

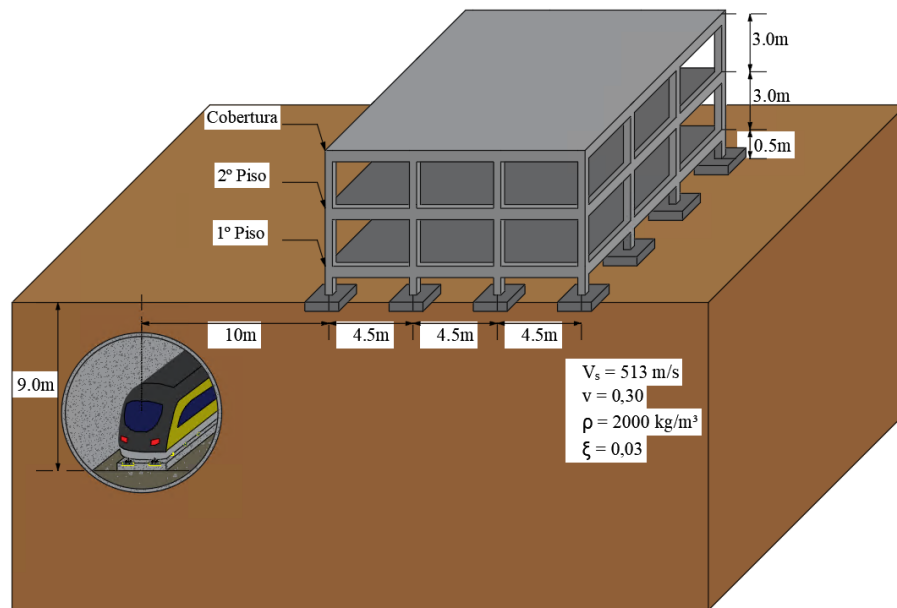


Figura 45 – Esquema da modelação numérica do túnel em maciço homogêneo, considerando a estrutura proposta pelo Modelo 10 da base de dados.

A Figura 46 apresenta o espectro de velocidade no ponto em análise, representado em bandas de um terço de oitava, resultante da modelação numérica.

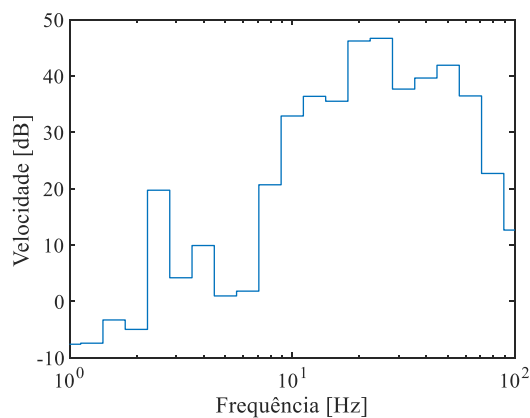


Figura 46 – Espectro de velocidade, em bandas de terço de oitava, correspondente à resposta no ponto à superfície situado no centro da estrutura, obtido por modelação numérica.

#### 4.5.3 AVALIAÇÃO DA RESPOSTA DA ESTRUTURA

Conforme proposto pela metodologia, e tendo presente a representação em escala logarítmica, a resposta da estrutura em cada ponto corresponde à soma da resposta em campo livre com a função de transferência associada a esse mesmo ponto. Assim, na Figura 47, são apresentadas as respostas da estrutura para os pontos seleccionados de acordo com a nova metodologia.

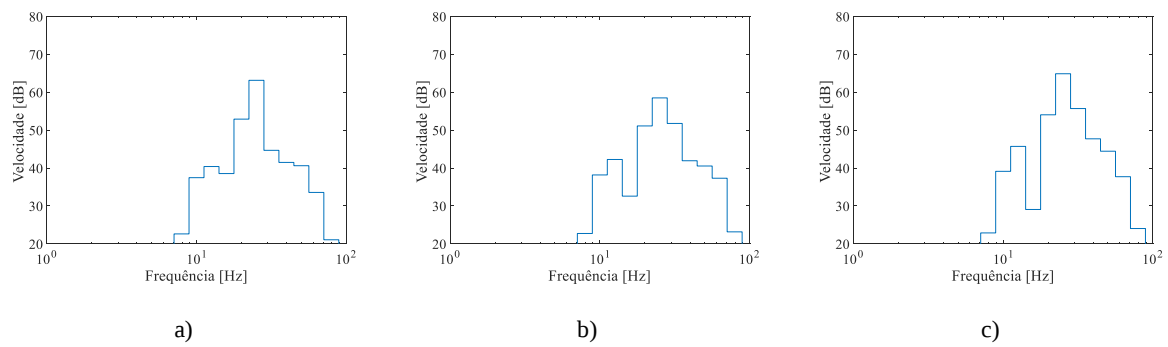


Figura 47 – Resposta da estrutura para os pontos selecionados conforme a nova metodologia: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

Com o objetivo de avaliar as curvas apresentadas na Figura 47, foram obtidas novas respostas nos mesmos pontos, considerando, em vez da imposição de uma velocidade unitária na base da estrutura para a avaliação da função de transferência, a utilização de um espectro de frequências avaliado em campo livre como dado de entrada. Neste exemplo, optou-se pela utilização do espectro derivado da modelação numérica do túnel apresentada, o qual é exibido na Figura 48.

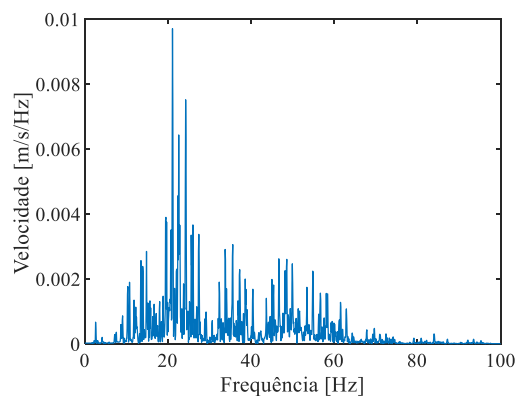


Figura 48 – Espectro de frequência, avaliado em campo livre, derivado da modelação numérica.

As novas respostas correspondentes aos pontos em estudo são apresentadas na Figura 49.

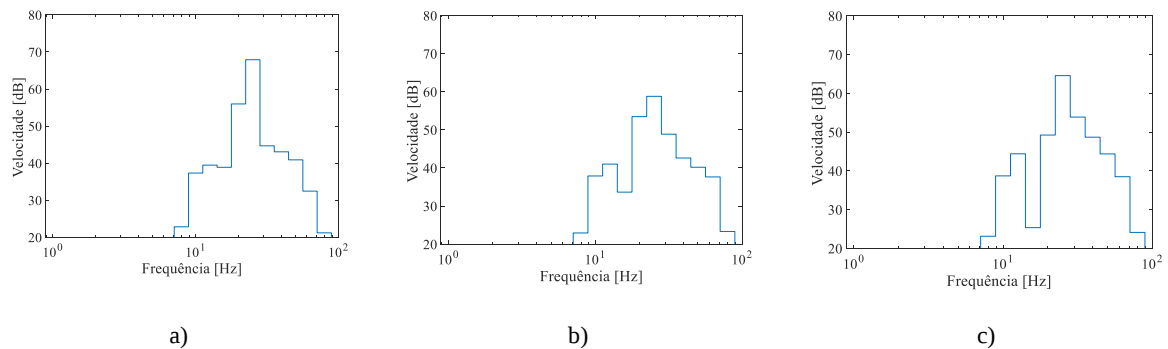


Figura 49 – Resposta da estrutura para os pontos selecionados, com recurso ao espectro de frequências em campo livre: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

Para possibilitar uma análise comparativa entre as duas abordagens, as respostas apresentadas na Figura 47 e 49 foram sobrepostas, conforme é ilustrado na Figura 50. Do exemplo apresentado, verifica-se uma boa aproximação entre as curvas derivadas das duas estratégias de cálculo descritas, permitindo a validação da metodologia proposta.

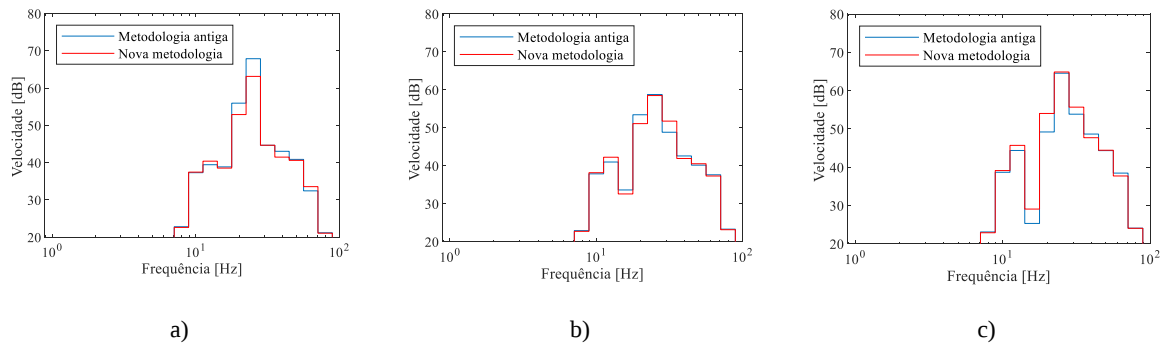


Figura 50 – Respostas da estrutura para os pontos selecionados segundo as duas metodologias: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

#### 4.5.4 CONSIDERAÇÃO DA INTERAÇÃO CINEMÁTICA NA METODOLOGIA PROPOSTA

Em todas as análises previamente realizadas neste trabalho, a interação cinemática foi desprezada na modelação numérica. No entanto, urge procurar avaliar a sua influência e definir a estratégia de incorporação no procedimento de cálculo proposto.

Nesse sentido, para os mesmos pontos analisados no primeiro piso, considerou-se a interação cinemática, integrada na análise através de uma metodologia simplificada, baseada no conceito de curvas de interação solo-estrutura (SSI), conforme proposto por Colaço *et al.* [24].

Dado que a nova metodologia pressupõe a representação da resposta e funções de transferência em bandas de terço de oitava, foi necessário efetuar um passo intermédio à curva proposta em Colaço *et al.* [24]. Para incluir a curva SSI, esta foi primeiramente convertida em bandas de terço de oitava (Figura 51a) e posteriormente multiplicada pela resposta avaliada numericamente em campo livre e à superfície do maciço (Figura 46). O resultado desta operação consiste no registo avaliado em *free-field* afetado pela existência de elementos estruturais com rigidez diferente do solo (fundações do edifício), na Figura 51.

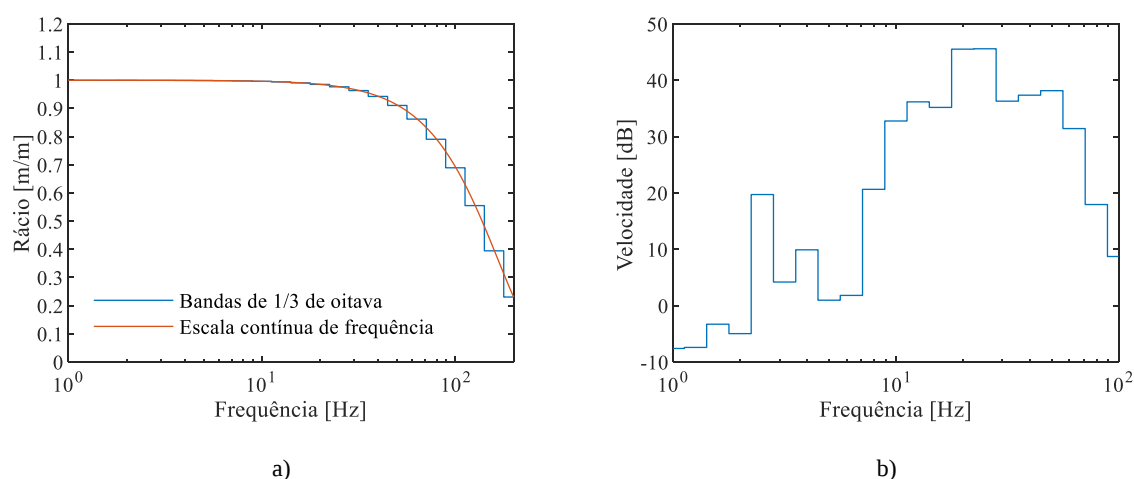


Figura 51 – Consideração da interação cinemática: a) Curva SSI em badas de 1/3 de oitava; b) Resposta à superfície do maciço tendo em conta a interação cinemática.

#### 4.5.5 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DA ESTRUTURA

De seguida, conforme propõe a metodologia, obtiveram-se as respostas dinâmicas através da soma das funções de transferência de cada ponto com a resposta à superfície, já incorporando a interação cinemática. Estes resultados estão apresentados na Figura 52.

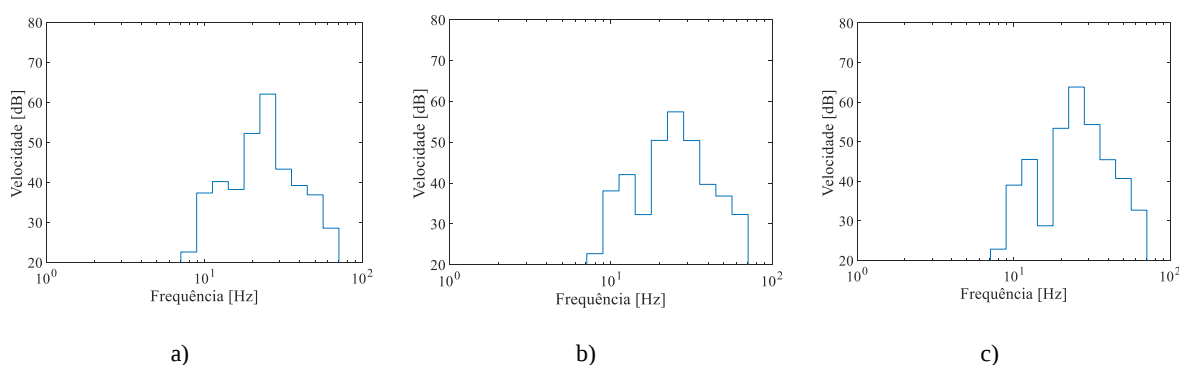


Figura 52 – Resposta da estrutura, considerando interação cinemática, para os pontos seleccionados conforme a nova metodologia: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

Com o intuito de validar as respostas obtidas pela metodologia desenvolvida, calcularam-se também as respostas para os mesmos pontos por meio da utilização de espectro de frequências avaliado em campo livre, agora incluindo a interação cinemática. Estes resultados encontram-se na Figura 53.

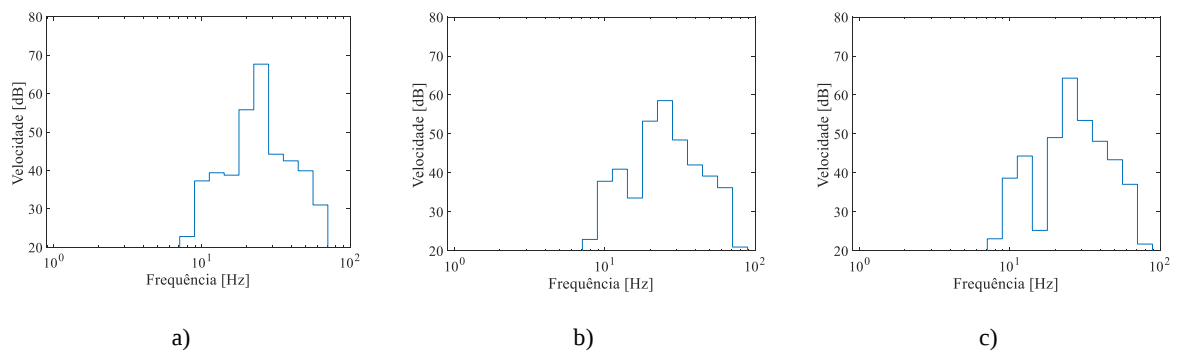


Figura 53 – Resposta da estrutura para os pontos da cobertura, por meio da utilização de espectro de frequências, com interação cinemática: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

Por fim, na Figura 54, sobrepõem-se as curvas obtidas pelas duas abordagens, apresentadas nas Figuras 52 e 53, para facilitar a comparação entre os resultados. Uma vez mais, os resultados alcançados são satisfatórios para os propósitos da presente metodologia.

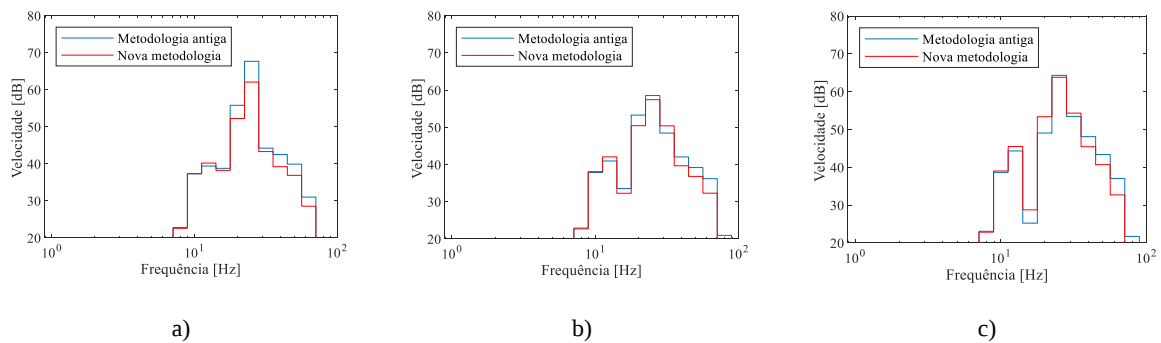


Figura 54 – Respostas da estrutura para os pontos da cobertura, segundo as duas metodologias: a) ponto 1; b) ponto 2; c) ponto 3.

#### 4.6 SUGESTÃO AO USO DE MODELOS SUBSTITUTOS

A metodologia proposta apresenta uma maior versatilidade de aplicação em comparação com o cálculo direto da resposta da estrutura, sobretudo na situação de avaliação da resposta face a diferentes passagens de tráfego ferroviário. Contudo, permanece necessária a modelação numérica, envolvendo a utilização de dois softwares distintos, *Matlab* e *Ansys*, para a determinação das funções de transferência da estrutura.

Com o objetivo de tornar o processo mais expedito, sugere-se a adoção de modelos substitutos fundamentados na base de dados desenvolvida ao longo deste trabalho. Especificamente, na secção da metodologia proposta dedicada à previsão das funções de transferência, poderá ser implementado um

metamodelo com capacidade para as estimá-las diretamente em pontos específicos do edifício em análise.

Os modelos substitutos, em inglês “*Surrogate Models*”, também denominados de metamodelos, são representações matemáticas geradas a partir de um dado conjunto de dados de entrada e de saída de um sistema real, por intermédio de algoritmos de *machine learning*. Esses modelos matemáticos visam replicar o comportamento da situação concreta para diferentes cenários e possuem a grande vantagem de otimizar o tempo de cálculo em simulações complexas, como é o caso da previsão de vibrações induzidos por tráfego ferroviário, onde múltiplos fatores são relevantes e interação entre si de forma complexa.

Nesse contexto, a base de dados desenvolvida constitui o primeiro passo para o desenvolvimento dos metamodelos, servindo como alicerce para o treino e validação dos modelos de ML. Com esse objetivo, é fundamental que a base de dados contenha um conjunto de parâmetros de entrada que sejam significativos para o sistema real e que possam ser adequadamente associados aos dados de saída, visando obter uma solução aproximada de precisão satisfatória.

É importante destacar que, para ser aplicada para esse fim, uma base de dados, como a que foi construída e detalhada anteriormente, deve ser representativa, abrangente e consistente, a fim de possibilitar que o algoritmo integre todas as peculiaridades e comportamentos do sistema original. Dessa forma, os modelos de revisão expeditos podem substituir soluções que exigiriam maiores recursos computacionais por aproximações eficientes.

Na base de dados elaborada, para cada simulação, as suas características estruturas devem corresponder aos dados de entrada, enquanto as funções de transferência, obtidas em bandas de terço de oitava, constituiriam os dados de saída utilizados no treinamento do modelo substituto. Após o treino, torna-se possível prever, de maneira expedita, a função de transferência para uma dada localização em estruturas semelhantes às contempladas na base de dados, sem a necessidade de recorrer ao modelo numérico detalhado. A precisão dos resultados, contudo, permanece condicionada à similaridade entre os dados de entrada do novo caso e aqueles presentes na base de dados.

#### **4.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Em suma, os resultados obtidos demonstram a eficácia da metodologia proposta na estimativa expedita da resposta dinâmica de estruturas sujeitas a vibrações induzidas por tráfego ferroviário. A análise paramétrica evidenciou tendências claras associadas às variáveis geométricas, como a influência do comprimento dos vãos nas frequências de ressonância e o impacto da espessura das lajes no aumento da rigidez estrutural. Verificou-se ainda que, para as condições presentes, o número de pisos tem influência

limitada na resposta vibratória, sendo a rigidez do solo um fator mais significativo. A aplicação do método de Monte Carlo permitiu gerar uma base de dados representativa das construções portuguesas de baixa e média altura, com estrutura porticada e lajes maciças em betão armado, cujo desenvolvimento constituiu um dos principais contributos deste trabalho, tanto pelo rigor estatístico adotado quanto pela diversidade de configurações estruturais consideradas. A partir desta base, estruturaram-se as funções de transferência, essenciais para a extração de tendências robustas. Por fim, a avaliação da metodologia expedita, com recurso a exemplos práticos, revelou uma boa concordância com os resultados obtidos pela utilização de um espectro de frequências em campo livre, reforçando a aplicabilidade da nova abordagem adotada.

# 5

## CONCLUSÕES

### 5.1 CONCLUSÕES FINAIS

O desenvolvimento deste trabalho permitiu uma análise aprofundada da resposta dinâmica de estruturas sob a ação de vibrações induzidas por tráfego ferroviário, integrando modelação numérica e, adicionalmente, recorrendo a uma técnica de amostragem estatística baseada em processos aleatórios. Por meio das análises de funções de resposta, da construção de uma base de dados abrangente de casos simulados e da apresentação de uma nova metodologia híbrida para a previsão de vibrações no interior de edifícios adjacentes a linhas férreas, evidenciou-se não apenas a complexidade do fenómeno, mas também a sua relevância no contexto europeu atual.

De acordo com os estudos preliminares de sensibilidade, observou-se que o número de vãos de uma estrutura regular de betão armado exerce uma influência significativa na resposta dinâmica. No entanto, esta influência tende a estabilizar, para as condições de análise assumidas, a partir de cinco vãos por direção. De facto, para estas condições, e essencialmente ao nível dos pisos inferiores, os valores de velocidade de pico apresentaram menor variabilidade, sugerindo uma estabilização da resposta. Além disso, a análise da seleção dos pontos de análise permitiu confirmar, como seria expectável, que os pontos pertencentes a regiões equivalentes do modelo possuem a mesma resposta dinâmica, devido às condições de simetria geométrica e de excitação. Essas análises foram particularmente úteis para a definição dos pontos de análise a considerar na geração da base de dados, bem como para a definição de um número de vãos adequado a adotar nos modelos estruturais simulados para atender a questões de representatividade.

No que se refere à geração da base de dados, foram consideradas variáveis aleatórias associadas às dimensões das vigas, lajes e pilares, ao número de pisos e vãos, e à rigidez do maciço geotécnico, materializada na velocidade das ondas S. Por meio do método de Monte Carlo foram simulados 432 casos distintos, resultando em um conjunto estatisticamente representativo do património edificado

português, mais concretamente no que se refere a edifícios de betão armado. Essa base assegura a diversidade necessária para a análise paramétrica. Não obstante, e como é compreensível, é devida uma nota ao carácter simplista dos modelos adotados, pelo que os resultados alcançados deverão ser alvo de validação experimental em estudos posteriores.

Entre os parâmetros avaliados, o comprimento das vigas revelou-se particularmente relevante. Nos modelos com vãos mais longos, verificou-se uma redução da rigidez estrutural, refletida em frequências naturais de ressonância associadas ao movimento vertical das lajes mais baixas. Essa tendência foi evidente nas bandas de frequência entre 18 Hz e 45 Hz, com deslocamento dos picos de ressonância para intervalos inferiores à medida que o comprimento dos vãos aumentava.

Em contrapartida, a análise do número de pisos demonstrou que esta variável não influencia significativamente as funções de transferência. No entanto, e de acordo com os casos estudados, os resultados indicaram que a rigidez do solo exerce um papel mais determinante na resposta dinâmica do que a altura da estrutura em si. Verificou-se que os modelos com solos de maior rigidez não apresentam alterações significativas das frequências de ressonância, mas sim uma redução da amplitude das bandas com maior conteúdo energético.

A espessura da laje, por sua vez, mostrou-se uma variável de grande relevância. Foi observado que o aumento da espessura das lajes promove um deslocamento dos picos de ressonância para frequências mais elevadas, sugerindo um incremento de rigidez mais expressivo do que o acréscimo de massa. Essa constatação permite inferir que, no contexto estudado, variações da espessura das lajes afetam predominantemente a rigidez da estrutura.

Por fim, a aplicação prática da metodologia proposta, que consiste na combinação dos espectros, em bandas de um terço de oitava, da função de transferência com a resposta em campo livre, apresentou diferenças localizadas nos níveis de velocidade de vibração, quando comparada com a metodologia convencional, a qual utiliza o espectro de frequências avaliado em campo livre como dado de entrada. Apesar das limitações da análise, esta proximidade entre as abordagens valida a proposta metodológica e evidencia o seu potencial de utilização em fases preliminares de projeto. Adicionalmente, caso se recorra ao uso de modelos substitutos para a previsão das funções de transferência, torna-se possível realizar uma avaliação expedita, sem necessidade de modelações numéricas detalhadas.

Em síntese, os resultados obtidos confirmam a validade da nova metodologia e apresentam um importante contributo para a estimativa da resposta dinâmica de estruturas sujeitas a vibrações pelo tráfego ferroviário. Além disso, a base de dados desenvolvida, pela sua representatividade, não apenas sustentou as análises que foram realizadas ao longo deste trabalho, como também se configura como um alicerce promissor para investigações futuras.

## 5.2 PROPOSTAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Apesar dos avanços alcançados no âmbito da presente dissertação, existem diversas possibilidades de aprofundamento e extensão do trabalho desenvolvido, que poderão contribuir significativamente para o fortalecimento e ampliação da metodologia proposta, bem como para o seu alinhamento com práticas avançadas de previsão e avaliação de vibrações induzidas por tráfego ferroviário.

Uma das primeiras recomendações consiste na ampliação da base de dados estrutural utilizada na análise das funções de transferência. Embora o conjunto de modelos gerado através do método de Monte Carlo tenha permitido representar um espectro alargado de configurações típicas portuguesas, o seu enriquecimento com novas tipologias estruturais, incluindo edifícios com sistemas construtivos alternativos, soluções mistas, fundações não convencionais, diferentes cenários geotécnicos, permitiria aumentar a robustez estatística da base e melhorar a representatividade dos resultados para contextos mais diversos.

Outra linha de investigação altamente promissora e mencionada anteriormente diz respeito à aplicação de técnicas de *machine learning* no processo de estimativa das funções de transferência em bandas de um terço de oitava. A estruturação da base de dados gerada ao longo deste trabalho é particularmente adequada para o treino de modelos preditivos com recurso a algoritmos de aprendizagem automática, como redes neurais artificiais, regressão baseada em árvores ou métodos *ensemble*. Estes algoritmos, quando devidamente treinados e validados, poderão ser utilizados para prever a resposta vibratória de novas configurações estruturais sem necessidade de recorrer a simulações numéricas complexas, acelerando significativamente o processo de análise e avaliação da resposta dinâmica em uma grande amostra de edificações.

A integração destes modelos em interfaces gráficas interativas representa uma etapa crucial para a disseminação prática do método proposto. O desenvolvimento de uma plataforma com visualização tridimensional do modelo numérico permitiria ao utilizador explorar diferentes geometrias, características estruturais e condições de contorno de forma intuitiva, facilitando a compreensão dos parâmetros envolvidos e dos seus efeitos na resposta dinâmica. Além disso, a incorporação dos modelos de *machine learning* nesta interface gráfica possibilitaria a estimativa imediata da resposta vibratória com base nas propriedades inseridas pelo utilizador, dispensando a realização de simulações detalhadas e ferramentas adicionais. Esta abordagem promoveria a utilização mais eficiente e acessível da metodologia para a realidade prática.

Por fim, seria pertinente avaliar a aplicabilidade da metodologia desenvolvida a outros tipos de fontes vibratórias, como tráfego rodoviário, equipamentos industriais ou fundações de máquinas rotativas. A adaptação do modelo a estas situações implicaria ajustes na caracterização da excitação e nos

mecanismos de acoplamento solo-estrutura, mas permitiria ampliar significativamente o campo de aplicação do trabalho, tornando-o útil para outras áreas da engenharia civil, como reabilitação estrutural, projeto de edifícios sensíveis e análise de desempenho ambiental.

Em síntese, os resultados obtidos nesta dissertação abrem caminho a um vasto leque de investigações futuras, nas quais a combinação entre modelação numérica, bases de dados expandidas, validação experimental e técnicas de inteligência artificial poderá transformar a abordagem atualmente utilizada na previsão de vibrações induzidas, tornando-a mais rigorosa, acessível e eficaz.

## BIBLIOGRAFIA

1. European Environment Agency. *Transporte motorizado: comboio, avião, estrada ou barco — o que é mais ecológico?* 2023 [cited 2025 23/02]; Available from: <https://www.eea.europa.eu/pt/highlights/transporte-motorizado-comboio-aviao-estrada>.
2. United Nations - Population Division. *World Population Prospects*. 2025 [cited 2025 23/02]; Available from: <https://population.un.org/wpp/>.
3. Commission, E., *EU to invest record €7 billion into sustainable, safe and smart transport infrastructure*. 2024: Brussels.
4. Comissão Europeia. *Linha de alta velocidade entre Lisboa e o Porto é um dos projetos selecionados para investimento recorde da UE*. 2024; Available from: [https://portugal.representation.ec.europa.eu/news/linha-de-alta-velocidade-entre-lisboa-e-o-porto-e-um-dos-projetos-selecionados-para-investimento-2024-07-17\\_pt](https://portugal.representation.ec.europa.eu/news/linha-de-alta-velocidade-entre-lisboa-e-o-porto-e-um-dos-projetos-selecionados-para-investimento-2024-07-17_pt).
5. Economia ao Minuto. *Investimento em ferrovias e rodovias atingirá 885 milhões em 2025*. 2024; Available from: <https://www.noticiasao minuto.com/economia/2648572/investimento-em-ferrovias-e-rodovias-atingira-885-milhoes-em-2025>.
6. Lombaert, G., G. Degrande, S. François, and D.J. Thompson, *Ground-borne vibration due to railway traffic: a review of excitation mechanisms, prediction methods and mitigation measures*, in *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. 2015. p. 253–287.
7. INCEJ, *The Regional Environmental Vibrations*, Tokyo. 2001.
8. Smith, M.G., I. Croy, M. Ögren, and K. Persson Waye, *On the Influence of Freight Trains on Humans: A Laboratory Investigation of the Impact of Nocturnal Low Frequency Vibration and Noise on Sleep and Heart Rate*, in *PLoS ONE*. 2013. p. e55829.
9. Woodcock, J.S., E. Peris, D.C. Waddington, and A.T. Moorhouse, *Developing a good practice guide on the evaluation of human response to vibration from railways in residential environments*, in *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. 2015. p. 305-312.
10. Croy, I., M.G. Smith, and K.P. Waye, *Effects of train noise and vibration on human heart rate during sleep: An experimental study*, in *BMJ Open*. 2013.
11. Persson Waye, K., et al., *Assessing the exposure-response relationship of sleep disturbance and vibration in field and laboratory settings*. *Environmental Pollution*, 2019: p. 558-567.
12. Taia, R., C. Bittencourt Machado, and X.E. Chiementin, *Whole Body Vibrations: Physical and Biological Effects on the Human Body*, Boca Raton, FL. 2018.
13. Laugsand, L.E., L.B. Strand, C. Platou, L.J. Vatten, and I. Janszky, *Insomnia and the risk of incident heart failure: A population study*, in *European Heart Journal*. 2014. p. 1382-1393.

14. Sun, X., W. Liu, H. Zhai, D. Ding, and J. Guo, *Vibration effects of metro trains on sensitive instruments and the study of the mitigation measures*, in *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2006. p. 299.
15. Lopes, P., *Vibrações Induzidas por Tráfego Ferroviário em Túneis*, in *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*. 2015.
16. Agência Portuguesa do Ambiente. *Transporte de passageiros*. 2024 [cited 2025 23/02]; Available from: <https://rea.apambiente.pt/content/transporte-de-passageiros>.
17. Agência Portuguesa do Ambiente. *Transporte de mercadorias*. 2024 [cited 2025 23/02]; Available from: <https://rea.apambiente.pt/content/transporte-de-mercadorias>.
18. Gaspar, P.M.d.S., *Mobilidade Sustentável: A Contribuição da Ferrovia para a Descarbonização*. 2023, Universidade Lusófona.
19. Gomes, R.J.A.P., *Definição e Generalização de Curvas de Atenuação de Vibrações Induzidas por Tráfego Ferroviário*, in *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*. 2023.
20. Alves Costa, P. and A. Colaço, *Metodologia simplificada de previsão de vibrações e ruído estrutural induzidos por tráfego ferroviário*. 2021.
21. Hall, L., *Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models*. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2003. **23**(5): p. 403-413.
22. Volpe, J.A., *Transit Noise and Vibration Impact Assessment Manual*. 2018.
23. Soares, P.J., *Avaliação de Vibrações e Ruído Re-radiado Induzidos em Edifícios devido ao Tráfego Ferroviário. Abordagem Híbrida Numérico-experimental*, in *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*. 2024.
24. Colaço, A., D. Barbosa, and P. Alves Costa, *Hybrid soil-structure interaction approach for the assessment of vibrations in buildings due to railway traffic*. *Transportation Geotechnics*, 2022. **32**: p. 1-14.
25. Alves Costa, P., A. Silva Cardoso, L. Patrícia, and R. Calçada, *Modelação 2.5D MEF-PML de vibrações induzidas em túneis*. *Geotecnia*, 2018. **144**: p. 89-118.
26. Yang, Y. and L. Hsu, *A review of researches on ground-borne vibrations due to moving trains via underground tunnels*, in *Advances in Structural Engineering*. 2006. p. 377-392.
27. Simão, J.J.L., *Modelação e resposta dinâmica de vias ferroviárias balastradas*. 2014, Universidade Nova de Lisboa.
28. Trabulo, M.A.M., *Avaliação e Análise de Fatores de Acoplamento Solo-Estrutura em Problemas de Vibrações Induzidas por Tráfego Ferroviário*, in *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*. 2023.
29. Hanson, C., J.C. Ross, and D.A. Towers, *High-Speed Ground Transportation Noise and Vibration Impact Assessment*. 2012.
30. Marcelino, J., *Propagação e mitigação de vibrações de baixa frequência geradas por comboios de alta velocidade*. 2005, Laboratório Nacional de Engenharia Civil: Lisboa.

31. Alves Costa, P., *Vibrações do sistema via-macizo induzidas por tráfego ferroviário: modelação numérica e validação experimental*, in Faculdade de Engenharia Civil da Universidade do Porto. 2011.
32. Andersen, L., S.R.K. Nielsen, and S. Krenk, *Numerical methods for analysis of structure and ground vibration from moving loads*. Computers & Structures, 2007. **85**: p. 43-58.
33. Ekevid, T., H. Lane, and N.-E. Wiberg, *Adaptive solid wave propagation – influences of boundary conditions in high-speed train applications*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006. **195**: p. 236-250.
34. Ekevid, T. and N.-E. Wiberg, *Wave propagation related to high-speed train. A scaled boundary FE-approach for unbounded domains*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002. **191**: p. 3947-3964.
35. Galvín, P., A. Romero, and J. Domínguez, *Fully three-dimensional analysis of high-speed train-track-soil-structure dynamic interaction*. Journal of Sound and Vibration, 2010. **329**: p. 5147-5163.
36. O'Brien, J. and D. Rizos, *A 3D FEM-BEM methodology for simulation of high speed train induced vibrations*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2005. **25**: p. 289-301.
37. François, S., M. Schevenels, P. Galvín, G. Lombaert, and G. Degrande, *A 2.5D coupled FE-BE methodology for the dynamic interaction between longitudinally invariant structures and a layered halfspace*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010. **199**: p. 1536-1548.
38. Kuo, K.A., H. Verbraken, G. Degrande, and G. Lombaert, *Hybrid predictions of railway induced ground vibration using a combination of experimental measurements and numerical modelling*. Journal of Sound and Vibration, 2016. **373**: p. 263-284.
39. Romani, C.G.L.A.C.E.F.V.M.P., *Prediction of Railway-Induced Ground Vibrations in Tunnels*. Journal of Vibration and Acoustics, 2005.
40. Zou, C., Y. Wang, J.A. Moore, and M. Sanayei, *Train-induced field vibration measurements of ground and over-track buildings*. Science of The Total Environment, 2017. **575**: p. 1339-1351.
41. He, X., J. Chen, P. Wei, C. Xia, G.D. Roeck, and G. Degrande, *Experimental investigation of railway train-induced vibrations of surrounding ground and a nearby multi-story building*. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009. **8**: p. 137-148.
42. Kuo, K.A., M. Papadopoulos, G. Lombaert, and G. Degrande, *The coupling loss of a building subject to railway induced vibrations: Numerical modelling and experimental measurements*. Journal of Sound and Vibration, 2019. **442**: p. 459-481.
43. Jones, C.J.C., *Use of numerical models to determine the effectiveness of antivibration systems for railways*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1994. **105**(1): p. 43-51.
44. Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), *Valores Limite para Vibrações Devidas a Metro Urbano ou Veículos Similares*. 2024: Lisboa.

45. Colaço, A.M.S., *Vibrações e ruído estrutural induzidos por tráfego ferroviário: modelação numérica integrada e validação experimental*, in *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*. 2019.
46. Ibsen, L.B. and M. Liingaard, *Lumped-parameter models*. 2006.
47. Wolf, J.P., *Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models*. 1994, Englewood Cliffs.
48. Ang, A.H.S. and W.H. Tang, *Probability concepts in engineering planning and design*. 1975: John Wiley & Sons.
49. Silva, V.E.M.d., *Desenvolvimento de modelos e ferramentas para a avaliação do risco sísmico: aplicação a Portugal.*, in *Departamento de Engenharia Civil*. 2013, Universidade de Aveiro.
50. TIMOSHENKO, S. and S. WOINOWSKY-KRIEGER, *Theory of Plates and Shells*. 1989, Nova York: McGraw Hill.
51. Hussein, M.F.M.H.E.M.H., *A numerical model for calculating vibration from a railway tunnel embedded in a full-space*. *Journal of Sound and Vibration*, 2007. **305**(3): p. 401-431.
52. Hussein, M.F.M. and H.E.M.H.S.F.M.S.J.P.T.G. Degrande, *The fictitious force method for efficient calculation of vibration from a tunnel embedded in a multi-layered half-space*. *Journal of Sound and Vibration*, 2014. **333**(25): p. 6996-7018.
53. Hussein, M.F.M.H.E.M.H., *A computationally efficient software application for calculating vibration from underground railways*. *Journal of Physics: Conference Series*, 2009. **181**(1): p. 012057.





## **ANEXOS**

## A.1 BASE DE DADOS

| ID | Nº de vãos<br>(m) | Dimensão<br>dos pilares<br>(m) | Dimensão<br>dos vãos<br>(m) | Largura<br>das vigas<br>(m) | Altura<br>das<br>vigas<br>(m) | Espessura<br>das lajes<br>(m) | Número<br>de pisos | Velocidade<br>das Ondas S<br>(m/s) | Lado da<br>sapata<br>quadrada (m) |
|----|-------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1  | 3                 | 0,5                            | 4                           | 0,25                        | 0,45                          | 0,15                          | 4                  | 350                                | 2,5                               |
| 2  | 3                 | 0,4                            | 5                           | 0,3                         | 0,65                          | 0,35                          | 4                  | 262                                | 1,5                               |
| 3  | 3                 | 0,35                           | 4                           | 0,35                        | 0,55                          | 0,35                          | 5                  | 502                                | 1,5                               |
| 4  | 3                 | 0,4                            | 3,5                         | 0,2                         | 0,45                          | 0,15                          | 5                  | 666                                | 1,5                               |
| 5  | 3                 | 0,35                           | 4,5                         | 0,25                        | 0,5                           | 0,3                           | 5                  | 649                                | 2,0                               |
| 6  | 3                 | 0,45                           | 3,5                         | 0,25                        | 0,45                          | 0,2                           | 6                  | 796                                | 1,5                               |
| 7  | 3                 | 0,4                            | 4,5                         | 0,3                         | 0,6                           | 0,35                          | 5                  | 540                                | 2,0                               |
| 8  | 3                 | 0,3                            | 3,5                         | 0,2                         | 0,5                           | 0,2                           | 3                  | 699                                | 1,0                               |
| 9  | 3                 | 0,35                           | 5                           | 0,3                         | 0,5                           | 0,25                          | 3                  | 786                                | 1,5                               |
| 10 | 3                 | 0,25                           | 4,5                         | 0,3                         | 0,55                          | 0,35                          | 3                  | 513                                | 2,0                               |
| 11 | 3                 | 0,4                            | 4                           | 0,3                         | 0,65                          | 0,3                           | 6                  | 448                                | 1,5                               |
| 12 | 3                 | 0,45                           | 4                           | 0,3                         | 0,65                          | 0,35                          | 6                  | 377                                | 1,5                               |
| 13 | 3                 | 0,35                           | 4                           | 0,35                        | 0,5                           | 0,3                           | 6                  | 576                                | 1,5                               |
| 14 | 3                 | 0,45                           | 4,5                         | 0,3                         | 0,5                           | 0,3                           | 6                  | 446                                | 2,0                               |
| 15 | 3                 | 0,3                            | 5                           | 0,3                         | 0,6                           | 0,3                           | 3                  | 227                                | 1,0                               |
| 16 | 3                 | 0,5                            | 3,5                         | 0,25                        | 0,45                          | 0,2                           | 6                  | 672                                | 2,0                               |
| 17 | 3                 | 0,45                           | 5                           | 0,3                         | 0,55                          | 0,3                           | 3                  | 261                                | 2,0                               |
| 18 | 3                 | 0,45                           | 4                           | 0,25                        | 0,5                           | 0,3                           | 3                  | 243                                | 1,0                               |
| 19 | 3                 | 0,35                           | 5                           | 0,3                         | 0,5                           | 0,3                           | 5                  | 766                                | 2,5                               |

|    |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 20 | 3 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 736 | 1,0 |
| 21 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 327 | 1,5 |
| 22 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 4 | 300 | 1,5 |
| 23 | 3 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 3 | 410 | 2,0 |
| 24 | 3 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 4 | 513 | 2,5 |
| 25 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 6 | 300 | 2,0 |
| 26 | 3 | 0,3  | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 3 | 350 | 1,5 |
| 27 | 3 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 5 | 537 | 2,0 |
| 28 | 3 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 3 | 289 | 1,5 |
| 29 | 3 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 5 | 429 | 2,5 |
| 30 | 3 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 6 | 653 | 2,0 |
| 31 | 3 | 0,35 | 4   | 0,2  | 0,45 | 0,15 | 6 | 772 | 2,5 |
| 32 | 3 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 410 | 2,5 |
| 33 | 3 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 5 | 637 | 2,5 |
| 34 | 3 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 661 | 1,0 |
| 35 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 327 | 2,5 |
| 36 | 3 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 4 | 234 | 2,0 |
| 37 | 3 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 725 | 1,5 |
| 38 | 3 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 256 | 1,5 |
| 39 | 3 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 6 | 364 | 1,5 |
| 40 | 3 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 623 | 2,0 |
| 41 | 3 | 0,55 | 4,5 | 0,35 | 0,5  | 0,3  | 5 | 438 | 2,5 |
| 42 | 3 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 4 | 327 | 2,0 |
| 43 | 3 | 0,3  | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 525 | 2,0 |
| 44 | 3 | 0,4  | 3,5 | 0,25 | 0,35 | 0,25 | 4 | 410 | 1,5 |

|    |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 45 | 3 | 0,6  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 583 | 2,0 |
| 46 | 3 | 0,55 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 702 | 2,5 |
| 47 | 3 | 0,55 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 6 | 300 | 1,5 |
| 48 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,25 | 0,55 | 0,25 | 5 | 740 | 1,5 |
| 49 | 3 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 335 | 1,0 |
| 50 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 5 | 258 | 1,5 |
| 51 | 3 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,7  | 0,3  | 6 | 401 | 1,5 |
| 52 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 5 | 306 | 2,5 |
| 53 | 3 | 0,55 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 6 | 454 | 2,5 |
| 54 | 3 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 237 | 2,5 |
| 55 | 3 | 0,65 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 5 | 767 | 2,5 |
| 56 | 3 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,4  | 0,15 | 5 | 297 | 2,0 |
| 57 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,25 | 0,65 | 0,3  | 4 | 394 | 2,5 |
| 58 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 5 | 627 | 1,5 |
| 59 | 3 | 0,6  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 4 | 773 | 1,5 |
| 60 | 3 | 0,55 | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,35 | 5 | 415 | 2,0 |
| 61 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,35 | 0,5  | 0,35 | 6 | 376 | 1,5 |
| 62 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 568 | 1,5 |
| 63 | 3 | 0,3  | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 3 | 413 | 1,0 |
| 64 | 3 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,2  | 5 | 577 | 1,5 |
| 65 | 3 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 6 | 695 | 2,5 |
| 66 | 3 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 642 | 1,5 |
| 67 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,35 | 5 | 486 | 1,5 |
| 68 | 3 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 714 | 1,5 |
| 69 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 5 | 389 | 1,5 |

|    |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 70 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,25 | 6 | 490 | 2,0 |
| 71 | 3 | 0,3  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,25 | 3 | 379 | 2,0 |
| 72 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 443 | 1,0 |
| 73 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 221 | 1,5 |
| 74 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 295 | 2,5 |
| 75 | 3 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,35 | 4 | 326 | 2,5 |
| 76 | 3 | 0,4  | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 6 | 344 | 2,5 |
| 77 | 3 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,25 | 5 | 556 | 2,5 |
| 78 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 465 | 2,0 |
| 79 | 3 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 5 | 513 | 1,5 |
| 80 | 3 | 0,4  | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,25 | 3 | 658 | 1,5 |
| 81 | 3 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 613 | 2,0 |
| 82 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 6 | 704 | 1,5 |
| 83 | 3 | 0,35 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 5 | 333 | 2,0 |
| 84 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,3  | 5 | 515 | 2,5 |
| 85 | 3 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 328 | 2,5 |
| 86 | 3 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,35 | 0,15 | 4 | 344 | 1,5 |
| 87 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 660 | 2,0 |
| 88 | 3 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,15 | 6 | 218 | 2,5 |
| 89 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 265 | 2,0 |
| 90 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 590 | 2,0 |
| 91 | 3 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,15 | 5 | 408 | 2,5 |
| 92 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 4 | 555 | 1,5 |
| 93 | 3 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 629 | 1,5 |
| 94 | 3 | 0,35 | 5   | 0,25 | 0,6  | 0,3  | 3 | 447 | 2,0 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 95  | 3 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,6  | 0,35 | 6 | 264 | 2,0 |
| 96  | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 6 | 448 | 2,0 |
| 97  | 3 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,65 | 0,35 | 5 | 447 | 1,5 |
| 98  | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 3 | 682 | 1,0 |
| 99  | 3 | 0,6  | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,2  | 4 | 438 | 1,5 |
| 100 | 3 | 0,55 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 5 | 551 | 1,5 |
| 101 | 3 | 0,5  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 481 | 1,0 |
| 102 | 3 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 691 | 2,5 |
| 103 | 3 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,35 | 3 | 710 | 2,0 |
| 104 | 3 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 4 | 256 | 1,5 |
| 105 | 3 | 0,55 | 5   | 0,35 | 0,5  | 0,35 | 3 | 314 | 1,5 |
| 106 | 3 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 3 | 598 | 1,5 |
| 107 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 5 | 498 | 2,0 |
| 108 | 3 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 511 | 2,0 |
| 109 | 3 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 4 | 799 | 1,5 |
| 110 | 3 | 0,35 | 3,5 | 0,15 | 0,4  | 0,15 | 6 | 578 | 2,0 |
| 111 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 4 | 561 | 2,0 |
| 112 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,4  | 0,55 | 0,25 | 5 | 556 | 2,0 |
| 113 | 3 | 0,5  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 6 | 529 | 1,5 |
| 114 | 3 | 0,25 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 3 | 362 | 1,0 |
| 115 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 3 | 430 | 1,5 |
| 116 | 3 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,2  | 6 | 349 | 1,5 |
| 117 | 3 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 619 | 1,5 |
| 118 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 6 | 590 | 2,0 |
| 119 | 3 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 349 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 120 | 3 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 3 | 342 | 2,0 |
| 121 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 274 | 1,5 |
| 122 | 3 | 0,35 | 5   | 0,25 | 0,6  | 0,3  | 5 | 605 | 2,0 |
| 123 | 3 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 229 | 2,0 |
| 124 | 3 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 749 | 2,0 |
| 125 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 3 | 624 | 1,5 |
| 126 | 3 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 254 | 2,0 |
| 127 | 3 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,3  | 3 | 400 | 1,0 |
| 128 | 3 | 0,45 | 3   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 6 | 747 | 2,0 |
| 129 | 3 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 5 | 715 | 1,5 |
| 130 | 3 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 787 | 1,5 |
| 131 | 3 | 0,4  | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 3 | 387 | 1,5 |
| 132 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,25 | 3 | 554 | 1,0 |
| 133 | 3 | 0,3  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 676 | 1,0 |
| 134 | 3 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 788 | 1,0 |
| 135 | 3 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 799 | 2,0 |
| 136 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 5 | 674 | 2,5 |
| 137 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 705 | 1,5 |
| 138 | 3 | 0,3  | 3,5 | 0,25 | 0,35 | 0,2  | 3 | 255 | 1,5 |
| 139 | 3 | 0,5  | 4,5 | 0,25 | 0,6  | 0,25 | 4 | 408 | 1,5 |
| 140 | 3 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 4 | 592 | 2,0 |
| 141 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 434 | 2,0 |
| 142 | 3 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 236 | 2,5 |
| 143 | 3 | 0,45 | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,15 | 6 | 589 | 2,5 |
| 144 | 3 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 244 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 145 | 4 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 4 | 350 | 2,5 |
| 146 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 4 | 262 | 1,5 |
| 147 | 4 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,35 | 5 | 502 | 1,5 |
| 148 | 4 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,45 | 0,15 | 5 | 666 | 1,5 |
| 149 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,25 | 0,5  | 0,3  | 5 | 649 | 2,0 |
| 150 | 4 | 0,45 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 6 | 796 | 1,5 |
| 151 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,35 | 5 | 540 | 2,0 |
| 152 | 4 | 0,3  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,2  | 3 | 699 | 1,0 |
| 153 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 3 | 786 | 1,5 |
| 154 | 4 | 0,25 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 513 | 2,0 |
| 155 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 6 | 448 | 1,5 |
| 156 | 4 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 6 | 377 | 1,5 |
| 157 | 4 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,5  | 0,3  | 6 | 576 | 1,5 |
| 158 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 446 | 2,0 |
| 159 | 4 | 0,3  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 227 | 1,0 |
| 160 | 4 | 0,5  | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 6 | 672 | 2,0 |
| 161 | 4 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 261 | 2,0 |
| 162 | 4 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,3  | 3 | 243 | 1,0 |
| 163 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 766 | 2,5 |
| 164 | 4 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 736 | 1,0 |
| 165 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 327 | 1,5 |
| 166 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 4 | 300 | 1,5 |
| 167 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 3 | 410 | 2,0 |
| 168 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 4 | 513 | 2,5 |
| 169 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 6 | 300 | 2,0 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 170 | 4 | 0,3  | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 3 | 350 | 1,5 |
| 171 | 4 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 5 | 537 | 2,0 |
| 172 | 4 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 3 | 289 | 1,5 |
| 173 | 4 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 5 | 429 | 2,5 |
| 174 | 4 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 6 | 653 | 2,0 |
| 175 | 4 | 0,35 | 4   | 0,2  | 0,45 | 0,15 | 6 | 772 | 2,5 |
| 176 | 4 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 410 | 2,5 |
| 177 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 5 | 637 | 2,5 |
| 178 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 661 | 1,0 |
| 179 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 327 | 2,5 |
| 180 | 4 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 4 | 234 | 2,0 |
| 181 | 4 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 725 | 1,5 |
| 182 | 4 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 256 | 1,5 |
| 183 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 6 | 364 | 1,5 |
| 184 | 4 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 623 | 2,0 |
| 185 | 4 | 0,55 | 4,5 | 0,35 | 0,5  | 0,3  | 5 | 438 | 2,5 |
| 186 | 4 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 4 | 327 | 2,0 |
| 187 | 4 | 0,3  | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 525 | 2,0 |
| 188 | 4 | 0,4  | 3,5 | 0,25 | 0,35 | 0,25 | 4 | 410 | 1,5 |
| 189 | 4 | 0,6  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 583 | 2,0 |
| 190 | 4 | 0,55 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 702 | 2,5 |
| 191 | 4 | 0,55 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 6 | 300 | 1,5 |
| 192 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,25 | 0,55 | 0,25 | 5 | 740 | 1,5 |
| 193 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 335 | 1,0 |
| 194 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 5 | 258 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 195 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,7  | 0,3  | 6 | 401 | 1,5 |
| 196 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 5 | 306 | 2,5 |
| 197 | 4 | 0,55 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 6 | 454 | 2,5 |
| 198 | 4 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 237 | 2,5 |
| 199 | 4 | 0,65 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 5 | 767 | 2,5 |
| 200 | 4 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,4  | 0,15 | 5 | 297 | 2,0 |
| 201 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,25 | 0,65 | 0,3  | 4 | 394 | 2,5 |
| 202 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 5 | 627 | 1,5 |
| 203 | 4 | 0,6  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 4 | 773 | 1,5 |
| 204 | 4 | 0,55 | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,35 | 5 | 415 | 2,0 |
| 205 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,35 | 0,5  | 0,35 | 6 | 376 | 1,5 |
| 206 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 568 | 1,5 |
| 207 | 4 | 0,3  | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 3 | 413 | 1,0 |
| 208 | 4 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,2  | 5 | 577 | 1,5 |
| 209 | 4 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 6 | 695 | 2,5 |
| 210 | 4 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 642 | 1,5 |
| 211 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,35 | 5 | 486 | 1,5 |
| 212 | 4 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 714 | 1,5 |
| 213 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 5 | 389 | 1,5 |
| 214 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,25 | 6 | 490 | 2,0 |
| 215 | 4 | 0,3  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,25 | 3 | 379 | 2,0 |
| 216 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 443 | 1,0 |
| 217 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 221 | 1,5 |
| 218 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 295 | 2,5 |
| 219 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,35 | 4 | 326 | 2,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 220 | 4 | 0,4  | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 6 | 344 | 2,5 |
| 221 | 4 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,25 | 5 | 556 | 2,5 |
| 222 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 465 | 2,0 |
| 223 | 4 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 5 | 513 | 1,5 |
| 224 | 4 | 0,4  | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,25 | 3 | 658 | 1,5 |
| 225 | 4 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 613 | 2,0 |
| 226 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 6 | 704 | 1,5 |
| 227 | 4 | 0,35 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 5 | 333 | 2,0 |
| 228 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,3  | 5 | 515 | 2,5 |
| 229 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 328 | 2,5 |
| 230 | 4 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,35 | 0,15 | 4 | 344 | 1,5 |
| 231 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 660 | 2,0 |
| 232 | 4 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,15 | 6 | 218 | 2,5 |
| 233 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 265 | 2,0 |
| 234 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 590 | 2,0 |
| 235 | 4 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,15 | 5 | 408 | 2,5 |
| 236 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 4 | 555 | 1,5 |
| 237 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 629 | 1,5 |
| 238 | 4 | 0,35 | 5   | 0,25 | 0,6  | 0,3  | 3 | 447 | 2,0 |
| 239 | 4 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,6  | 0,35 | 6 | 264 | 2,0 |
| 240 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 6 | 448 | 2,0 |
| 241 | 4 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,65 | 0,35 | 5 | 447 | 1,5 |
| 242 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 3 | 682 | 1,0 |
| 243 | 4 | 0,6  | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,2  | 4 | 438 | 1,5 |
| 244 | 4 | 0,55 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 5 | 551 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 245 | 4 | 0,5  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 481 | 1,0 |
| 246 | 4 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 691 | 2,5 |
| 247 | 4 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,35 | 3 | 710 | 2,0 |
| 248 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 4 | 256 | 1,5 |
| 249 | 4 | 0,55 | 5   | 0,35 | 0,5  | 0,35 | 3 | 314 | 1,5 |
| 250 | 4 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 3 | 598 | 1,5 |
| 251 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 5 | 498 | 2,0 |
| 252 | 4 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 511 | 2,0 |
| 253 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 4 | 799 | 1,5 |
| 254 | 4 | 0,35 | 3,5 | 0,15 | 0,4  | 0,15 | 6 | 578 | 2,0 |
| 255 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 4 | 561 | 2,0 |
| 256 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,4  | 0,55 | 0,25 | 5 | 556 | 2,0 |
| 257 | 4 | 0,5  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 6 | 529 | 1,5 |
| 258 | 4 | 0,25 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 3 | 362 | 1,0 |
| 259 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 3 | 430 | 1,5 |
| 260 | 4 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,2  | 6 | 349 | 1,5 |
| 261 | 4 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 619 | 1,5 |
| 262 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 6 | 590 | 2,0 |
| 263 | 4 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 349 | 1,5 |
| 264 | 4 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 3 | 342 | 2,0 |
| 265 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 274 | 1,5 |
| 266 | 4 | 0,35 | 5   | 0,25 | 0,6  | 0,3  | 5 | 605 | 2,0 |
| 267 | 4 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 229 | 2,0 |
| 268 | 4 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 749 | 2,0 |
| 269 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 3 | 624 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 270 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 254 | 2,0 |
| 271 | 4 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,3  | 3 | 400 | 1,0 |
| 272 | 4 | 0,45 | 3   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 6 | 747 | 2,0 |
| 273 | 4 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 5 | 715 | 1,5 |
| 274 | 4 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 787 | 1,5 |
| 275 | 4 | 0,4  | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 3 | 387 | 1,5 |
| 276 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,25 | 3 | 554 | 1,0 |
| 277 | 4 | 0,3  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 676 | 1,0 |
| 278 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 788 | 1,0 |
| 279 | 4 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 799 | 2,0 |
| 280 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 5 | 674 | 2,5 |
| 281 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 705 | 1,5 |
| 282 | 4 | 0,3  | 3,5 | 0,25 | 0,35 | 0,2  | 3 | 255 | 1,5 |
| 283 | 4 | 0,5  | 4,5 | 0,25 | 0,6  | 0,25 | 4 | 408 | 1,5 |
| 284 | 4 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 4 | 592 | 2,0 |
| 285 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 434 | 2,0 |
| 286 | 4 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 236 | 2,5 |
| 287 | 4 | 0,45 | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,15 | 6 | 589 | 2,5 |
| 288 | 4 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 244 | 1,5 |
| 289 | 5 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 4 | 350 | 2,5 |
| 290 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 4 | 262 | 1,5 |
| 291 | 5 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,35 | 5 | 502 | 1,5 |
| 292 | 5 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,45 | 0,15 | 5 | 666 | 1,5 |
| 293 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,25 | 0,5  | 0,3  | 5 | 649 | 2,0 |
| 294 | 5 | 0,45 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 6 | 796 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 295 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,35 | 5 | 540 | 2,0 |
| 296 | 5 | 0,3  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,2  | 3 | 699 | 1,0 |
| 297 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 3 | 786 | 1,5 |
| 298 | 5 | 0,25 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 513 | 2,0 |
| 299 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 6 | 448 | 1,5 |
| 300 | 5 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 6 | 377 | 1,5 |
| 301 | 5 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,5  | 0,3  | 6 | 576 | 1,5 |
| 302 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 446 | 2,0 |
| 303 | 5 | 0,3  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 227 | 1,0 |
| 304 | 5 | 0,5  | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 6 | 672 | 2,0 |
| 305 | 5 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 261 | 2,0 |
| 306 | 5 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,3  | 3 | 243 | 1,0 |
| 307 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 766 | 2,5 |
| 308 | 5 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 736 | 1,0 |
| 309 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 327 | 1,5 |
| 310 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 4 | 300 | 1,5 |
| 311 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 3 | 410 | 2,0 |
| 312 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 4 | 513 | 2,5 |
| 313 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 6 | 300 | 2,0 |
| 314 | 5 | 0,3  | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 3 | 350 | 1,5 |
| 315 | 5 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 5 | 537 | 2,0 |
| 316 | 5 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 3 | 289 | 1,5 |
| 317 | 5 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 5 | 429 | 2,5 |
| 318 | 5 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 6 | 653 | 2,0 |
| 319 | 5 | 0,35 | 4   | 0,2  | 0,45 | 0,15 | 6 | 772 | 2,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 320 | 5 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 410 | 2,5 |
| 321 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 5 | 637 | 2,5 |
| 322 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 661 | 1,0 |
| 323 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 327 | 2,5 |
| 324 | 5 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 4 | 234 | 2,0 |
| 325 | 5 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 725 | 1,5 |
| 326 | 5 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 256 | 1,5 |
| 327 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 6 | 364 | 1,5 |
| 328 | 5 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 623 | 2,0 |
| 329 | 5 | 0,55 | 4,5 | 0,35 | 0,5  | 0,3  | 5 | 438 | 2,5 |
| 330 | 5 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 4 | 327 | 2,0 |
| 331 | 5 | 0,3  | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 525 | 2,0 |
| 332 | 5 | 0,4  | 3,5 | 0,25 | 0,35 | 0,25 | 4 | 410 | 1,5 |
| 333 | 5 | 0,6  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 583 | 2,0 |
| 334 | 5 | 0,55 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 702 | 2,5 |
| 335 | 5 | 0,55 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 6 | 300 | 1,5 |
| 336 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,25 | 0,55 | 0,25 | 5 | 740 | 1,5 |
| 337 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 335 | 1,0 |
| 338 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 5 | 258 | 1,5 |
| 339 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,7  | 0,3  | 6 | 401 | 1,5 |
| 340 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 5 | 306 | 2,5 |
| 341 | 5 | 0,55 | 3,5 | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 6 | 454 | 2,5 |
| 342 | 5 | 0,45 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 237 | 2,5 |
| 343 | 5 | 0,65 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 5 | 767 | 2,5 |
| 344 | 5 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,4  | 0,15 | 5 | 297 | 2,0 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 345 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,25 | 0,65 | 0,3  | 4 | 394 | 2,5 |
| 346 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 5 | 627 | 1,5 |
| 347 | 5 | 0,6  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 4 | 773 | 1,5 |
| 348 | 5 | 0,55 | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,35 | 5 | 415 | 2,0 |
| 349 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,35 | 0,5  | 0,35 | 6 | 376 | 1,5 |
| 350 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 568 | 1,5 |
| 351 | 5 | 0,3  | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 3 | 413 | 1,0 |
| 352 | 5 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,2  | 5 | 577 | 1,5 |
| 353 | 5 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 6 | 695 | 2,5 |
| 354 | 5 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 642 | 1,5 |
| 355 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,35 | 5 | 486 | 1,5 |
| 356 | 5 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 714 | 1,5 |
| 357 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 5 | 389 | 1,5 |
| 358 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,25 | 6 | 490 | 2,0 |
| 359 | 5 | 0,3  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,25 | 3 | 379 | 2,0 |
| 360 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 443 | 1,0 |
| 361 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 221 | 1,5 |
| 362 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 295 | 2,5 |
| 363 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,35 | 4 | 326 | 2,5 |
| 364 | 5 | 0,4  | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 6 | 344 | 2,5 |
| 365 | 5 | 0,5  | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,25 | 5 | 556 | 2,5 |
| 366 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 465 | 2,0 |
| 367 | 5 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 5 | 513 | 1,5 |
| 368 | 5 | 0,4  | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,25 | 3 | 658 | 1,5 |
| 369 | 5 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 613 | 2,0 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 370 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 6 | 704 | 1,5 |
| 371 | 5 | 0,35 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,15 | 5 | 333 | 2,0 |
| 372 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,3  | 5 | 515 | 2,5 |
| 373 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 328 | 2,5 |
| 374 | 5 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,35 | 0,15 | 4 | 344 | 1,5 |
| 375 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 3 | 660 | 2,0 |
| 376 | 5 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,15 | 6 | 218 | 2,5 |
| 377 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 265 | 2,0 |
| 378 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 590 | 2,0 |
| 379 | 5 | 0,4  | 3,5 | 0,2  | 0,5  | 0,15 | 5 | 408 | 2,5 |
| 380 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 4 | 555 | 1,5 |
| 381 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 4 | 629 | 1,5 |
| 382 | 5 | 0,35 | 5   | 0,25 | 0,6  | 0,3  | 3 | 447 | 2,0 |
| 383 | 5 | 0,35 | 4   | 0,35 | 0,6  | 0,35 | 6 | 264 | 2,0 |
| 384 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 6 | 448 | 2,0 |
| 385 | 5 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,65 | 0,35 | 5 | 447 | 1,5 |
| 386 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 3 | 682 | 1,0 |
| 387 | 5 | 0,6  | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,2  | 4 | 438 | 1,5 |
| 388 | 5 | 0,55 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 5 | 551 | 1,5 |
| 389 | 5 | 0,5  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 3 | 481 | 1,0 |
| 390 | 5 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 691 | 2,5 |
| 391 | 5 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,7  | 0,35 | 3 | 710 | 2,0 |
| 392 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 4 | 256 | 1,5 |
| 393 | 5 | 0,55 | 5   | 0,35 | 0,5  | 0,35 | 3 | 314 | 1,5 |
| 394 | 5 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,6  | 0,3  | 3 | 598 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 395 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 5 | 498 | 2,0 |
| 396 | 5 | 0,5  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 511 | 2,0 |
| 397 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 4 | 799 | 1,5 |
| 398 | 5 | 0,35 | 3,5 | 0,15 | 0,4  | 0,15 | 6 | 578 | 2,0 |
| 399 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,35 | 4 | 561 | 2,0 |
| 400 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,4  | 0,55 | 0,25 | 5 | 556 | 2,0 |
| 401 | 5 | 0,5  | 5   | 0,3  | 0,6  | 0,25 | 6 | 529 | 1,5 |
| 402 | 5 | 0,25 | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 3 | 362 | 1,0 |
| 403 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,65 | 0,3  | 3 | 430 | 1,5 |
| 404 | 5 | 0,45 | 4   | 0,25 | 0,5  | 0,2  | 6 | 349 | 1,5 |
| 405 | 5 | 0,35 | 5   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 5 | 619 | 1,5 |
| 406 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 6 | 590 | 2,0 |
| 407 | 5 | 0,3  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 6 | 349 | 1,5 |
| 408 | 5 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,4  | 0,2  | 3 | 342 | 2,0 |
| 409 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 274 | 1,5 |
| 410 | 5 | 0,35 | 5   | 0,25 | 0,6  | 0,3  | 5 | 605 | 2,0 |
| 411 | 5 | 0,4  | 4   | 0,25 | 0,45 | 0,2  | 5 | 229 | 2,0 |
| 412 | 5 | 0,45 | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,25 | 4 | 749 | 2,0 |
| 413 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,25 | 3 | 624 | 1,5 |
| 414 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 254 | 2,0 |
| 415 | 5 | 0,25 | 4,5 | 0,35 | 0,65 | 0,3  | 3 | 400 | 1,0 |
| 416 | 5 | 0,45 | 3   | 0,25 | 0,45 | 0,25 | 6 | 747 | 2,0 |
| 417 | 5 | 0,4  | 4   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 5 | 715 | 1,5 |
| 418 | 5 | 0,35 | 4   | 0,3  | 0,6  | 0,3  | 5 | 787 | 1,5 |
| 419 | 5 | 0,4  | 4   | 0,35 | 0,55 | 0,3  | 3 | 387 | 1,5 |

|     |   |      |     |      |      |      |   |     |     |
|-----|---|------|-----|------|------|------|---|-----|-----|
| 420 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,35 | 0,55 | 0,25 | 3 | 554 | 1,0 |
| 421 | 5 | 0,3  | 4   | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 676 | 1,0 |
| 422 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 788 | 1,0 |
| 423 | 5 | 0,45 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 3 | 799 | 2,0 |
| 424 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,25 | 5 | 674 | 2,5 |
| 425 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 3 | 705 | 1,5 |
| 426 | 5 | 0,3  | 3,5 | 0,25 | 0,35 | 0,2  | 3 | 255 | 1,5 |
| 427 | 5 | 0,5  | 4,5 | 0,25 | 0,6  | 0,25 | 4 | 408 | 1,5 |
| 428 | 5 | 0,4  | 5   | 0,3  | 0,55 | 0,35 | 4 | 592 | 2,0 |
| 429 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 434 | 2,0 |
| 430 | 5 | 0,35 | 4,5 | 0,3  | 0,5  | 0,3  | 4 | 236 | 2,5 |
| 431 | 5 | 0,45 | 3,5 | 0,25 | 0,4  | 0,15 | 6 | 589 | 2,5 |
| 432 | 5 | 0,4  | 4,5 | 0,3  | 0,55 | 0,3  | 3 | 244 | 1,5 |