

Avaliação formativa através do *feedback* entre pares: Contribuição para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos

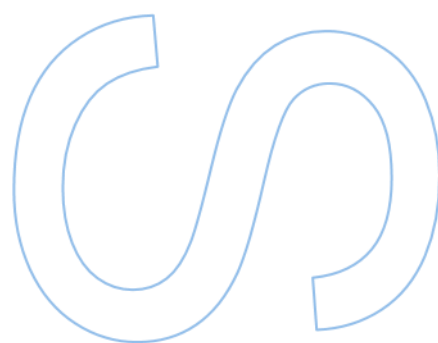
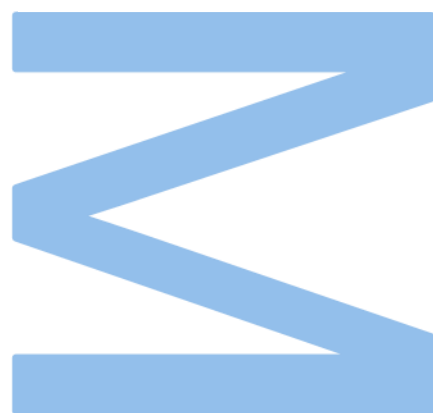
Carolina Sousa Santos

Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino
Básico e no Secundário

Unidade de Ensino das Ciências

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

2024



Avaliação formativa através do *feedback* entre pares: Contribuição para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos

Carolina Sousa Santos

Relatório de Estágio realizado no âmbito do Mestrado em
Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no
Secundário

Unidade de Ensino das Ciências
2024

Orientadora

Louise dos Santos Lima, Professora Auxiliar Convidada,
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Agradecimentos

Dedico este espaço a todos aqueles que contribuíram, de algum modo, para a realização deste trabalho. É certo que, sem a dedicação e disponibilidade demonstradas pelas pessoas à minha volta, a sua conclusão não seria possível. Deste modo, gostaria de lhes deixar um profundo e sincero agradecimento, nomeadamente:

À minha orientadora, Professora Louise Lima, a minha gratidão. Mostrou-se sempre disponível para ajudar, fosse através de uma mensagem escrita, um áudio, um telefonema ou um email. O melhor de tudo isto é que tinha sempre uma palavra de força e coragem para continuar a trabalhar no sucesso deste Relatório. Podia ter sido apenas uma orientadora, mas foi mais do que isso, foi um ombro amigo e uma fonte de positividade. Obrigada por isso, professora!

Também muito especial, um enorme agradecimento à minha professora cooperante. Faltam-me as palavras de gratidão e felicidade por ter acompanhado a professora ao longo deste ano letivo. Cada dica, cada ensinamento, eu vou levar para a vida, sempre com muito carinho. Por tudo isso e por todas as leituras, correções e sugestões a este Relatório, o meu muito obrigada!

Ao meu colega de estágio, Pedro Quaresma, que me acompanhou ao longo deste ano e me deu *feedbacks* preciosos no final de cada aula, muito obrigada.

Agradeço também aos meus alunos. A sua participação e envolvimento foram muito importantes, não só para a recolha dos dados que deram vida a este estudo, como também pelas aulas que me permitiram lecionar.

Não posso deixar de agradecer aos meus pais, Vera e Vítor e à minha irmã, Mara. Eles deram-me apoio incondicional, limpam-me cada lágrima quando achava que não ia ser capaz e festejaram cada vitória comigo.

Por fim, ao Gonçalo, agradeço por ter sido o meu maior suporte emocional, por ter ouvido todas as frustrações e por ter celebrado comigo cada conquista minha. Estarei sempre grata por ter tornado este percurso mais bonito.

Resumo

Este Relatório de estágio representa uma investigação no contexto da Prática de Ensino Supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, cujo objetivo é **compreender de que modo a avaliação formativa através do *feedback* entre pares pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos**. Para alcançar este objetivo, foram formuladas duas questões norteadoras: (i) Como é que a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos evoluiu ao longo da intervenção pedagógica?; (ii) Quais as principais dificuldades que os alunos enfrentam na comunicação matemática escrita ao resolver problemas?.

Através de uma investigação de natureza qualitativa e de carácter interpretativo, o processo de recolha de dados envolve a análise das tarefas realizadas por alunos de uma turma do 7.º ano de escolaridade e o respetivo *feedback* entre pares, complementada pela aplicação de inquéritos por questionário.

As atividades de *feedback* entre pares permitem que os alunos ultrapassem as suas dificuldades na comunicação matemática escrita durante a resolução de problemas. Destaca-se que o facto de os alunos saberem o objetivo da tarefa implica que tenham maior atenção à argumentação matemática. Contudo, após a realização de quatro tarefas, nota-se que ainda é necessário um trabalho contínuo para melhorias mais significativas tanto ao nível da resolução da tarefa quanto do próprio *feedback*. Os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções, evidenciando uma evolução no *feedback* fornecido atividade após atividade, consequência da prática e das diferentes abordagens acerca do *feedback* por parte da professora. Também a comunicação matemática dos alunos sofreu uma evolução positiva.

Palavras-chave: Resolução de problemas, comunicação matemática escrita, avaliação pedagógica, *feedback* entre pares.

Abstract

This internship report represents an investigation in the context of Supervised Teaching Practice within the scope of the Master's Degree in Maths Teaching in the 3rd cycle of Basic Education and Secondary Education, at the Faculty of Sciences of the University of Porto, the aim of which is to understand how the formative assessment process through peer feedback can contribute to the development of students' written mathematical communication. To achieve this objective, three guiding questions were formulated: (i) How did the students' written communication ability evolve throughout the pedagogical intervention?; (ii) What are the main difficulties that students face in written communication when solving problems?

Through qualitative and interpretative research, the data collection process involves analysing the tasks carried out by students in a 7th-grade class and the respective peer feedback, complemented by the application of questionnaire surveys.

Peer feedback activities enable students to overcome their difficulties in written mathematical communication while solving problems. It should be noted that the fact that students know the aim of the task means that they pay more attention to mathematical argumentation. However, after completing four tasks, it can be seen that continuous work is still needed to make more significant improvements, both in terms of solving the task and the feedback itself. The students integrate the feedback they receive to improve their productions, showing an evolution in the input provided activity after activity, a consequence of practice and the different approaches to feedback on the part of the teacher. The students' mathematical communication also evolved positively.

Keywords: Problem solving, written mathematical communication, pedagogical assessment, peer feedback

Índice

Lista de Quadros	vii
Lista de Figuras	viii
Lista de Abreviaturas	xi
1. Introdução.....	1
2. Enquadramento teórico.....	5
2.1. Resolução de problemas	6
2.2. Comunicação matemática escrita.....	9
2.3. Avaliar para aprender	11
2.3.1. <i>Feedback</i> entre pares	17
3. Intervenção Pedagógica	25
3.1. Contexto Escolar	25
3.2. Descrição da Intervenção pedagógica.....	27
3.2.1. Primeiro momento.....	30
3.2.2. Segundo momento.....	35
3.2.3. Terceiro momento	38
3.2.4. Quarto momento	41
3.3. Balanço global da Intervenção	45
4. Métodos e procedimentos de recolha de dados.....	47
5. Análise de resultados	53
5.1. Primeira Resolução de Problemas com <i>feedback</i> entre pares: <i>Crianças Vacinadas contra a Gripe, Vida ou Gestação e �rea Afundada</i>	55
5.2. Segunda Resolução de Problemas com <i>feedback</i> entre pares: <i>Médico em Casa e Jogo de Setas</i>	62
5.3. Terceira Resolução de Problemas com <i>feedback</i> entre pares: <i>Os cinco Testes e Desporto Escolar</i>	70
5.4. Quarta Resolução de Problemas com <i>feedback</i> entre pares: <i>A turma da Rita e O Papagaio de Papel</i>	83

5.5.	Dificuldades dos alunos ao dar <i>feedback</i> e a integração do <i>feedback</i> recebido na melhoria das suas produções.....	90
5.6.	Comunicação matemática escrita dos alunos: uma análise sobre a evolução a partir do caso do grupo 3.....	93
6.	Conclusões e Recomendações	99
6.1.	Como é que a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos evoluiu ao longo da intervenção pedagógica?.....	100
6.2.	Quais as principais dificuldades que os alunos enfrentam na comunicação matemática escrita ao resolver problemas?	101
6.4.	Limitações e perspetivas	102
	Referências Bibliográficas	104
	Apêndices.....	110
	Apêndice 1 – Questionário aplicado	110
	Apêndice 2 – Consentimento ao Diretor	115
	Apêndice 3 – Consentimento aos Encarregados de Educação	116
	Apêndice 4 – Assentimento aos alunos.....	117
	Apêndice 5 – Documento apresentado no primeiro momento da intervenção pedagógica de apoio à Resolução de Problemas e ao fornecimento de <i>feedback</i>	118
	Apêndice 6 – Documento apresentado no segundo, terceiro e quarto momentos da intervenção pedagógica de apoio à Resolução de Problemas e ao fornecimento de <i>feedback</i>	120
	Apêndice 7 – Documento de apoio à atividade de fornecer <i>feedback</i> , através do <i>feedback</i> dado, por mim, aos <i>feedbacks</i> dados pelos alunos.....	122
	Apêndice 8 – Plano de Aula relativo ao 1.º momento da Intervenção Pedagógica	125
	Apêndice 9 – Plano de Aula relativo ao 2.º momento da Intervenção Pedagógica	130
	Apêndice 10 – Plano de Aula relativo ao 3.º momento da Intervenção Pedagógica	134
	Apêndice 11 – Plano de Aula relativo ao 4.º momento da Intervenção Pedagógica	139
	Apêndice 12 – Propostas de resolução aos problemas do 1.º momento	144
	Apêndice 13 – Propostas de resolução aos problemas do 2.º momento	146

Apêndice 14 – Propostas de resolução aos problemas do 3.º momento	147
Apêndice 15 – Propostas de resolução aos problemas do 4.º momento	148
Anexos	149
Anexo 1 – Exercícios retirados do Manual Espiral 7.º ano, Parte 1	149

Lista de Quadros

Quadro 1 – Objetivos específicos e os respetivos métodos para o alcance dos mesmos	49
Quadro 2 – Questões do questionário, para identificar as principais dificuldades dos alunos ao dar <i>feedback</i>	50
Quadro 3 - Questões do questionário, para compreender de que modo os alunos integram o <i>feedback</i> recebido na melhoria das suas produções	51
Quadro 4 – Dimensões para a análise das implicações do <i>feedback</i> escrito (Adaptado de Costa (2023))	54
Quadro 5 – Organização do capítulo com a descrição de cada subcapítulo	55

Lista de Figuras

Figura 1 - Ciclo da avaliação formativa (Adaptado de Fernandes (2022)).....	17
Figura 2 – Problemas propostos em cada momento da Intervenção pedagógica	28
Figura 3 – Planta habitual da sala de aula	29
Figura 4 – Orientações da primeira aula em que foram aplicados três problemas	30
Figura 5 – Enunciado dos problemas propostos no primeiro momento	31
Figura 6 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de <i>feedbacks</i> no 1.º momento.....	32
Figura 7 – Slides apresentados em aula sobre o feedback	33
Figura 8 – Orientações da segunda aula em que foram aplicados dois problemas	35
Figura 9 – Enunciado dos problemas no segundo momento	36
Figura 10 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de <i>feedbacks</i> no 2.º momento.....	37
Figura 11 – Orientações da segunda aula em que foram aplicados dois problemas ...	38
Figura 12 – Enunciado dos problemas no terceiro momento	39
Figura 13 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de <i>feedbacks</i> do Problema 1 no 3.º momento	40
Figura 14 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de <i>feedbacks</i> do Problema 2 no 3.º momento	41
Figura 15 – Orientações da quarta aula em que foram aplicados dois problemas	42
Figura 16 – Enunciado dos problemas no quarto momento	43
Figura 17 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de <i>feedbacks</i> do Problema 1 no 4º momento	44
Figura 18 - Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de <i>feedbacks</i> do Problema 2 no 4º momento	44
Figura 19 - Enunciado dos problemas propostos no primeiro momento.....	56
Figura 20 - Categorização das resoluções.....	57
Figura 21 - Resolução do grupo 8 ao problema 1 no primeiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 5	57
Figura 22 - Resolução do grupo 2 ao problema 3 no primeiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 1	58
Figura 23 - Resolução do grupo 6 ao problema 2 no primeiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 8	59
Figura 24 - Resolução do grupo 10 ao problema 3 no primeiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 12	60

Figura 25 - Enunciado dos problemas propostos no segundo momento	62
Figura 26 – Categorização das resoluções ao problema 1 no segundo momento	63
Figura 27 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 7 ao problema 1 no segundo momento, com <i>feedback</i> do grupo 3	64
Figura 28 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 11 ao problema 1 no segundo momento, com <i>feedback</i> do grupo 1	65
Figura 29 – Primeira e única fase de resolução do grupo 3 ao problema 2 no segundo momento, com <i>feedback</i> do grupo 7	67
Figura 30 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 1 ao problema 2 no segundo momento, com <i>feedback</i> do grupo 4	68
Figura 31 - Enunciado dos problemas propostos no terceiro momento.....	70
Figura 32 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 13 ao problema 1 do terceiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 9	72
Figura 33 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 10 ao problema 1 do terceiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 3	73
Figura 34 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 3 ao problema 1 do terceiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 10.....	75
Figura 35 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 10 ao problema 2 do terceiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 4	76
Figura 36 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 9 ao problema 2 no terceiro, com <i>feedback</i> do grupo 12	78
Figura 37 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 3 ao problema 2 no terceiro momento, com <i>feedback</i> do grupo 11.....	80
Figura 38 – Primeira fase de resolução do grupo 5 (cima) e do grupo 8 (baixo) ao problema 2 no terceiro momento, com <i>feedbacks</i> fornecidos pelos grupos 3 e 13, respetivamente	81
Figura 39 - Enunciado dos problemas do quarto momento	83
Figura 40 – Primeira e única fase de resolução do grupo 12 ao problema 1 do quarto momento, com <i>feedback</i> do grupo 9.....	84
Figura 41 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 9 ao problema 1 do quarto momento com <i>feedback</i> do grupo 11.....	85
Figura 42 – Primeira fase de resolução do grupo 6 ao problema 1 do quarto momento, com <i>feedback</i> do grupo 8	86
Figura 43 – Categorização das resoluções ao problema 2 no quarto momento	87
Figura 44 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 12 ao problema 2 do quarto momento, com <i>feedback</i> do grupo 1.....	88

Figura 45 – Esquema para a análise da evolução dos alunos relativamente à comunicação matemática escrita.....	93
Figura 46 – Resolução do grupo 3 do problema 1 no primeiro momento	94
Figura 47 – Resolução do grupo 3 dos problemas 1 e 2 no segundo momento, respetivamente	95
Figura 48 – Resolução do grupo 3 dos problemas 1 e 2 no terceiro momento, respetivamente	96
Figura 49 – Resolução do grupo 3 dos problemas 1 e 2 no quarto momento, respetivamente	97

Lista de Abreviaturas

AE	APRENDIZAGENS ESSENCIAIS
APM	ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
DGE	DIREÇÃO-GERAL DA EDUCAÇÃO
F	FEEDBACK
GIS	GABINETE DE INTERVENÇÃO SOCIAL
ME	MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
NCTM	NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS
PASEO	PERFIL DOS ALUNOS À SAÍDA DA ESCOLARIDADE OBRIGATÓRIA
PES	PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA
RP	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
SPO	SERVIÇO DE PSICOLOGIA E ORIENTAÇÃO

1. Introdução

Várias razões fundamentais motivaram a escolha do tema do meu relatório de estágio – que é o desenvolvimento da comunicação matemática escrita a partir do *feedback* entre pares. Em primeiro lugar, porque no início do ano letivo, senti, em algumas ocasiões, dificuldades em compreender o que os alunos queriam expressar nas suas produções escritas. Apesar de saber o que eles queriam dizer, muitas vezes acabava por ler nas entrelinhas, pois o que eles efetivamente escreviam não refletia de forma clara nem explícita o raciocínio seguido na resolução das tarefas. Reconhecendo a Comunicação Matemática escrita enquanto capacidade matemática essencial para o sucesso dos alunos na disciplina, percebi que esta era uma área que poderia ser ainda explorada.

Tive oportunidade de observar que muitos alunos enfrentam dificuldades significativas ao tentar articular os seus pensamentos por escrito de forma clara, especialmente no que se refere às dúvidas que surgem com as tomadas de decisão em processos de resolução e nos raciocínios matemáticos. Esta lacuna observada na comunicação matemática pode impactar negativamente a capacidade dos alunos de resolver problemas, justificar o seu raciocínio e colaborar com os outros. Isso levou-me a refletir sobre a qualidade da mensagem que transmitimos aos alunos ao incentivá-los a comunicar matematicamente. Preocupa-me a possibilidade de essas dificuldades poderem estar ligadas à falta entendimento dos conceitos matemáticos por parte dos alunos. Se eles não conseguem transmitir as suas ideias e processos de forma clara, como podemos ter certeza de que eles realmente estão a compreender os conceitos?

Neste sentido, reconheço que a comunicação é uma capacidade que precisa de ser trabalhada e uma forma de aprender matemática (Lim & Pugalee, 2004), alinhando a linguagem dos alunos com a terminologia usada pela comunidade matemática. Esta aproximação pode ocorrer de diversos modos, como por meio da ampliação de vocabulário, da criação de novas rotinas ou da elaboração de novas narrativas (Sfard, 2009). Assim, a capacidade de comunicar matematicamente deve ser considerada parte integrante do processo de ensino-aprendizagem. Além disso, a comunicação está presente em qualquer área curricular da matemática, envolvendo, não só, a expressão de ideias de forma clara e coerente para os outros, utilizando uma linguagem matemática correta e precisa, como também a capacidade de analisar e avaliar as

propostas e estratégias matemáticas dos outros (NCTM, 2017). Em matemática, a compreensão é fundamental e a comunicação matemática escrita pode ser uma ferramenta essencial no desenvolvimento dessa mesma compreensão (Santos & Semana, 2015).

Pensando em como poderia desenvolver a comunicação matemática nos alunos, pareceu-me que a avaliação formativa poderia ser um contributo importante na melhoria da comunicação matemática, tal como é reconhecida por Santos e Pinto (2018). Segundo os mesmos autores, a avaliação pedagógica, em que é privilegiada a sua vertente formativa, tem sido amplamente reconhecida como uma boa prática para promover a aprendizagem contínua e o desenvolvimento das competências dos alunos. Este tipo de avaliação usa as evidências para perceber onde o aluno está em termos de aprendizagem, possibilitando a tomada de decisões que promovam mais e melhores aprendizagens e a regulação do ensino.

Nesse sentido, a avaliação pedagógica tem como principal objetivo o suporte à aprendizagem dos alunos. A análise da complexidade cognitiva das tarefas, a valorização do erro, o fornecimento de *feedback*, o questionamento e a adoção de instrumentos avaliativos diversificados, são essenciais para o desenvolvimento da avaliação formativa (Hattie & Timperley, 2007). Logo, esse tipo de avaliação sugere a criação de situações de aprendizagem em que o aluno desempenha um papel central como agente ativo nesse processo (Santos & Semana, 2009).

Dentre as várias ações inerentes à avaliação pedagógica, especificamente, destaco o *feedback* entre pares por se constituir uma boa oportunidade para os alunos refletirem sobre próprio trabalho e o dos colegas, desenvolvendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e melhorando as suas capacidades de comunicação matemática escrita (Santos, 2020). A troca de ideias e o *feedback* entre alunos promovem um ambiente colaborativo de aprendizagem, onde os alunos se sentem mais envolvidos e motivados. A avaliação entre pares possibilita que os alunos avaliem o trabalho dos colegas, promovendo a aprendizagem mútua e contribuindo, assim, para a regulação das suas próprias aprendizagens (Penya et al., 2014).

Tendo em conta o referido e conjugando tudo, desenvolvi uma intervenção pedagógica que apoiou a investigação que teve como objetivo compreender de que modo os meus alunos de 7.º ano, no âmbito da minha Prática de Ensino Supervisionada (PES), inserida

no Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, desenvolvem a avaliação entre pares, através do *feedback* e qual o seu contributo no desenvolvimento da comunicação matemática escrita.

A escolha deste tema, por um lado, demonstra o meu interesse em investigar métodos inovadores de ensino e avaliação que contribuem para uma educação mais justa e inclusiva. Por outro lado, reflete o meu desejo de descobrir estratégias que ajudem os meus alunos a comunicar matematicamente de forma mais fluída.

Assim sendo, desenvolvi uma intervenção pedagógica com o propósito de incentivar a participação ativa dos alunos na avaliação (Black & William, 1998), permitindo que eles ajustem o seu processo de aprendizagem, em função do *feedback* que recebem e da observação da progressão na aprendizagem (Dias & Santos, 2010). Isso deve-se ao facto de eu reconhecer que o envolvimento ativo dos alunos no processo avaliativo é essencial para o suporte à aprendizagem.

Com o intuito de alcançar esse objetivo, esta investigação foi organizada em torno de 3 dimensões: a Comunicação Matemática escrita, o *feedback* entre pares e a relação que possa existir entre ambos. Assim, de forma a direccionar o foco do estudo, parte-se da seguinte questão: **De que modo a comunicação matemática escrita pode ser potencializada a partir de práticas de *feedback* entre pares?**

Neste contexto, a questão central apresenta-se como um ponto de partida para explorar a conexão entre a comunicação matemática escrita e as práticas de *feedback* entre pares. Ao explorar sobre de que forma comunicação matemática escrita pode ser potencializada a partir dessas práticas, procuro não apenas compreender o impacto do *feedback* entre pares no desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos, mas também explorar as dinâmicas complexas que surgem durante esse processo. Portanto, a questão orientadora não só delimita o desenvolvimento da pesquisa, mas também oferece uma base para a investigação e a análise crítica das práticas de *feedback* entre pares como uma estratégia pedagógica para melhorar a comunicação matemática escrita dos alunos.

Este relatório está organizado em 3 partes: uma parte inicial constituída pelos Agradecimentos, o Resumo, o Índice, a Lista de Quadros, a Lista de Figuras e a Lista de Abreviaturas; a segunda parte envolve 6 capítulos: 1) Introdução, 2) Enquadramento

Teórico, 3) Intervenção Pedagógica, 4) Métodos e Procedimentos de Recolha dos Dados, 5) Análise dos Resultados e 6) Conclusões e Recomendações; e uma parte final, onde serão apresentadas as Referências Bibliográficas, os Apêndices e os Anexos.

Neste primeiro capítulo, da Introdução, são apresentadas as motivações do estudo, o objetivo e as questões de investigação.

No segundo capítulo, do Enquadramento Teórico, abordaremos os termos **Resolução de Problemas**, **Comunicação Matemática Escrita** e **Avaliação Formativa**, mais particularmente, o **Feedback entre pares**.

No terceiro capítulo, Intervenção Pedagógica, caracterizarei o contexto escolar em que desenvolvi a intervenção pedagógica. Também irei descrevê-la, apresentando a organização do trabalho dos alunos em cada um dos momentos, bem como as tarefas que apoiaram a recolha e análise dos dados que deram corpo a este Relatório de Estágio. No final é feito um balanço global da intervenção.

No quarto, falarei acerca dos Métodos e Procedimentos de Recolha dos Dados. Nesta secção são descritas, detalhadamente, as metodologias, os recursos usados, e os métodos utilizados na recolha de evidências das aprendizagens dos alunos.

No quinto capítulo serão analisados os resultados obtidos. Estes serão apresentados, comparados e discutidos a partir da revisão da literatura realizada.

Por fim, no sexto capítulo, irei apresentar as principais conclusões e darei resposta às questões que orientaram todo o processo de investigação. Também irei apresentar algumas recomendações para futuras investigações.

2. Enquadramento teórico

O documento das *Aprendizagens Essenciais* (AE) em Matemática (Canavarro et al., 2021) fornecem orientações curriculares direcionadas a ações como o planeamento, o ensino e a avaliação. Tal é organizado por ano de escolaridade, enfatizando de igual forma em cada um deles, os objetivos do ensino da matemática: proporcionar a todos os alunos aprendizagens compreensivas, pertinentes e sustentáveis, de modo a desenvolver neles a capacidade de aplicar essas aprendizagens em contextos matemáticos e não matemáticos, favorecendo o futuro profissional e pessoal de cada um. Destaca-se também a importância de desenvolver uma relação positiva com a matemática, encarando-a como uma ciência e apreciando as suas dimensões cultural e social. Neste sentido, as AE orientam para um ensino que possa “promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiências em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos” (Canavarro et al., 2021, p. 2). Em Matemática, são estruturadas em torno de:

- (i) **temas**¹, que correspondem aos conteúdos de aprendizagem a seres abordados;
- (ii) **objetivos essenciais da aprendizagem**, tais como os conhecimentos, as capacidades e as atitudes;
- (iii) **práticas essenciais de aprendizagem** – que são “condições que apoiam e favoreçam aprendizagens sustentáveis, compreensivas e aplicáveis em contextos matemáticos e não matemáticos” (Canavarro et al., 2021, p. 4);
- (iv) e, por fim, pelos **descritores do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO)**, documento curricular que estabelece a estrutura de princípios, valores e áreas de competências que orientam e direcionam a criação do currículo. Este documento permite apoiar “a convergência e a articulação das decisões inerentes às várias dimensões do desenvolvimento curricular: o planeamento e a realização do ensino e da aprendizagem, bem como a avaliação interna e externa da aprendizagem dos alunos” (Martins et al., 2017, p. 2930).

¹ Estarão a negrito as palavras que pretendo destacar.

Nas AE de Matemática *para o Ensino Básico*, são seis as capacidades matemáticas transversais a serem desenvolvidas: Resolução de Problemas, Raciocínio Matemático, Comunicação Matemática, Representações Matemáticas e Conexões Matemáticas (internas e externas). Tais capacidades articulam-se com o PASEO, nomeadamente nas áreas de competências de Raciocínio e Resolução de Problemas e de Pensamento crítico e Pensamento criativo.

O Pensamento crítico, exige “observar, identificar, analisar e dar sentido à informação, às experiências e às ideias e argumentar a partir de diferentes premissas e variáveis” (Martins et al., 2017, p. 24), o que exige que considerem várias opções sobre os cenários apresentados e os algoritmos utilizados, assim como a criação de critérios de análise para se concluir, fundamentando, proceder de forma criteriosa à avaliação de resultados. Nesta área temos também as competências de Pensamento criativo, que requer “gerar e aplicar novas ideias em contextos específicos, abordando as situações a partir de diferentes perspetivas, identificando soluções alternativas e estabelecendo novos cenários” (Martins et al., 2017, p. 24).

Neste capítulo, são apresentados aspetos de natureza teórica relacionados com três temas associados à problemática de investigação: a Resolução de Problemas, a Comunicação Matemática e a Avaliação para aprender. Dá-se particular atenção ao *feedback* escrito entre pares e à Comunicação Matemática escrita como uma capacidade matemática essencial na Resolução de Problemas. São abordadas as orientações curriculares atuais relacionadas com a temática do estudo e é feita uma breve revisão da literatura de referência na área de investigação em educação matemática.

2.1. Resolução de problemas

A história sobre a investigação em Resolução de Problemas matemáticos inicia-se, principalmente, a partir do influente trabalho de Pólya, *How to solve it*, em 1945, sobre como resolver problemas (Vale et al., 2011).

No final da década de 1970, a Resolução de Problemas começou a ser devidamente valorizada pelos educadores matemáticos, destacando-se mundialmente (Lima, 2020). Desde 1980 que a *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), afirmava que “a resolução de problemas deve ser o foco central do currículo de matemática” (NCTM, 1980, p.1), na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais

capazes. Como refere Savianni (2000), a Resolução de Problemas é uma “necessidade” para uma aprendizagem com compreensão. Isto porque é uma atividade com potencial para oferecer desafios intelectuais, apoiando o desenvolvimento da compreensão dos estudantes (Cai & Lester, 2012).

Entenda-se resolver problemas como sendo uma atividade que envolve um conjunto de tarefas para a qual o método de solução não é conhecido de antemão ou de forma imediata (Ponte, 2005; Passamai & Silva, 2020). Neste sentido, importa distinguir os sentidos atribuídos à Resolução de Problemas, em especial enquanto: capacidade matemática e abordagem pedagógica.

Relativamente à Resolução de Problemas enquanto capacidade matemática, diz respeito à capacidade de articulação dos conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, desenvolvendo estratégias apropriadas, de modo a obter soluções válidas (Canavarro et al., 2021). Deste modo, “a resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes” (p.3).

Tal capacidade matemática articula-se com o plasmado no PASEO. Neste sentido, o Raciocínio refere-se “aos processos lógicos que permitem aceder à informação, interpretar experiências e produzir conhecimento” (Martins et al., 2017, p.23). No que diz respeito à Resolução de Problemas, relaciona-se com os processos de encontrar respostas para uma nova situação. Tal requer a mobilização do raciocínio com o objetivo de tomar uma decisão, construindo e aplicando estratégias. Daqui advém “que os alunos sejam capazes de: interpretar informação, planear e conduzir pesquisas; gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas; desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados” (Martins et al., 2017, p.23).

Atualmente, existe uma grande preocupação em relação à formação dos alunos, centrando-se na sua capacidade de resolver problemas. Esta ideia foi complementada pelo PASEO (Martins et al., 2017) e pelas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021). De acordo com o primeiro documento, os alunos devem ser capazes de “encontrar respostas para uma nova situação, mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões” (Martins et al., 2017, p.23). Isto implica que interpretem informações, planeiam e conduzam pesquisas de forma eficaz

e sejam aptos a gerir projetos e a tomar decisões informadas para resolver problemas complexos; e é importante que desenvolvam processos que levem à construção de produtos e de conhecimento, utilizando uma variedade de recursos e ferramentas disponíveis. Segundo as AE (Canavarro et al., 2021), para desenvolver a capacidade de resolver problemas, é recomendado o recurso a uma variedade de problemas, de diversos contextos, confiando na capacidade de cada aluno criar estratégias adequadas e encontrar soluções válidas.

Enquanto abordagem pedagógica, trata-se da promoção de tarefas, nomeadamente problemas, em que os alunos têm de mobilizar os seus conhecimentos para chegarem a uma solução, aplicando-os ao longo de todo o processo de resolução e, dessa forma, desenvolver novos conhecimentos. A interpretação e compreensão de um problema incentivam a elaboração das suas próprias estratégias de resolução e a procura de um sentido para a solução obtida, favorecendo o crescimento do pensamento autónomo dos alunos (Pólya, 2006).

De acordo com Rhem (2002), a razão para uma abordagem da aprendizagem centrada na Resolução de Problemas tem a ver com o seu objetivo de orientar os alunos para a construção de um conhecimento com compreensão, em vez de se limitar à acumulação de informação. Isto advém do facto de os alunos aprenderem através de conjuntos de problemas e situações contextualizadas, que os levam a um maior nível de compreensão das situações-problema.

Neste sentido, a promoção de uma aula com o foco na Resolução de Problemas possibilita que as ideias de cada aluno sejam reunidas em torno de um processo próprio, a partir das suas ideias e do seu conhecimento e não somente com aquilo que é a informação que é transmitida pelo professor. Pelo contrário, o papel do professor aqui é orientar, motivar, incentivar e envolver os alunos em torno da resposta à situação problema e da realização de aprendizagens em decorrência da resolução do próprio problema (Lima, 2020). Tal abordagem pedagógica motiva-os a ter confiança nas suas capacidades matemáticas e no seu conhecimento, permitindo-lhes formular hipóteses, ponderando sobre as mesmas, e discutir e justificar soluções, promovendo o desenvolvimento de hábitos de persistência, curiosidade e a autoconfiança nas suas capacidades de resolução de qualquer situação-problema (Van de Walle, 2009).

Cabe ao professor orientar os alunos neste processo, o que requer a criação de um ambiente de aprendizagem que encoraje a tentativa e erro, a discussão e a colaboração

entre colegas. Além disso, o professor deve garantir que os alunos compreendem a importância de refletir sobre as suas próprias estratégias e soluções, promovendo assim uma maior autorregulação das suas aprendizagens. Ao integrar a Resolução de Problemas no currículo, reconhecendo-a como abordagem pedagógica, os professores não só ajudam os alunos a desenvolver conhecimentos matemáticos, mas também as suas capacidades matemáticas. A observação e análise das tarefas propostas através de uma abordagem centrada na Resolução de Problemas permitem ao professor adaptar o ensino às necessidades individuais de cada um (NCTM, 2017).

Para tanto, os alunos precisam comunicar sobre os seus raciocínios em cada um dos passos da resolução, justificando cada decisão tomada durante o processo. Neste sentido, a resolução de problemas e a comunicação matemática estão fortemente relacionadas. Ou seja, a prática de resolução de problemas exige e é promotora da comunicação matemática. Assim sendo, vamos explorar também a capacidade de comunicar matematicamente, focando na comunicação matemática escrita.

2.2. Comunicação matemática escrita

“comunicar uma ideia ou um raciocínio a outro, de
forma clara, exige a organização e clarificação
do nosso próprio pensamento”

(Boavida et al., 2008, p. 62)

A comunicação é inerente à condição humana. De acordo com Faria e Rodrigues (2020), comunicar é a interação entre indivíduos, entre estes e a natureza, animais, e consigo próprios, contendo, domínios diversificados que incluem atos discursivos, momentos de silêncio, e também gestos e comportamentos, olhares e posturas, ações e omissões.

Deste modo, em contexto sala de aula, os alunos podem comunicar através de dois meios – o oral e o escrito, enquanto capacidades universais adquiridas inerentes ao processo de escolarização, em particular na aprendizagem matemática (Moreira & Fonseca, 2009). Deste modo, falar e escrever são ferramentas importantes quando colocadas ao serviço da descoberta e reflexão em colaboração com os pares (Huinker & Laughlin, 1996). A linguagem oral é fundamental por servir de suporte ao pensamento e ao desenvolvimento da competência matemática (Ponte et al., 2007), podendo ser

utilizada previamente como apoio à escrita, esta favorece a estruturação de conceitos e procedimentos através de uma reflexão mais cuidada promovendo a interação (Huinker & Laughlin, 1996). É importante proporcionar aos alunos experiências em sala de aula que desenvolvam a capacidade de comunicação matemática escrita, uma vez que isso pode ter um impacto significativo nas suas aprendizagens, contribuindo para que consigam estruturar melhor os pensamentos e a refletir sobre o trabalho realizado durante as aulas. (Pires et al. 2018).

Estes meios de comunicação (oral e escrita) são fulcrais para que os alunos descrevam, expliquem e justifiquem o seu raciocínio, tanto aos colegas e ao professor como a si próprios, já que estes vão clarificando e limando os seus conhecimentos sobre os conceitos e procedimentos (Phillips & Crespo, 1996). Alguns autores defendem que há vantagens na comunicação matemática escrita em particular, já que é um processo mais complexo do que a comunicação oral (Sá & Zenhas, 2004), uma vez que é um meio de comunicação transversal a qualquer área. Para Cândido (2001), a comunicação matemática escrita, não sendo um processo tão rápido e maleável como a comunicação oral, é uma forma de comunicar que exige uma maior coerência, clareza e lógica. Deste modo, e segundo o mesmo autor, o momento de escrita sustenta duas características singulares: trata-se de um processo competente com apelo à memória, uma vez que cria um registo textual, o que permite ao aluno retornar às resoluções e anotações sempre que oportuno; e, é também um registo que possibilita a comunicação ao longo do tempo e à distância. Para Guerreiro (2011) a escrita em particular ajuda a uma reflexão sobre as vivências e experiência matemática, permitindo a (re)construção dos significados e sentidos matemáticos.

Atualmente, esta ideia é tida em conta por dois dos referenciais curriculares em matemática para o Ensino Básico: o PASEO (Martins et al., 2017) e as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021).

No campo da comunicação, o PASEO considera a escrita enquanto literacias múltiplas, permitindo uma maior orientação para que os alunos consigam compreender e expressar-se em diversas modalidades, sendo uma delas a escrita. Neste sentido, as competências na área da comunicação “dizem respeito à seleção, análise, produção e divulgação de produtos, de experiências e de conhecimento, em diferentes formatos.” (Martins et al., 2017, p. 22). Daqui advém que os alunos tenham as capacidades de “transformar a informação em conhecimento; colaborar em diferentes contextos comunicativos, de forma adequada e segura” (Martins et al., 2017, p. 22).

Na mesma linha, as AE visam “desenvolver nos alunos a capacidade de comunicar em Matemática, por forma a serem capazes de descrever, explicar e justificar, oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões que obtêm” (Canavarro et al., 2021, p. 2).

No final da última secção, relacionamos a resolução de problemas com a comunicação matemática pela necessidade de expressão do raciocínio, o que envolve argumentação. Neste sentido, sendo a argumentação uma das dimensões da Resolução de Problemas, esta pode ser organizada e encarada de duas formas: através da explicação e/ou a justificação. Na perspetiva de Yackel e Cobb (1996), a explicação tem como propósito a clarificação dos aspetos do pensamento matemático que, se para um aluno é clarividente, para outro pode não o ser, já que, é realizada uma explicação relativa às expectativas percebidas por outros, podendo esta conter a descrição dos procedimentos realizados ou até descrever ações matemáticas. Quando um aluno reflete sobre as suas explicações, levando essa reflexão a ser a sua comunicação matemática, numa tentativa de justificar, torna o processo cognitivamente mais complexo do que a descrição associada às explicações, já que envolve a fundamentação de uma dada decisão ou afirmação matemática. Nestes casos, os alunos sentem a necessidade de justificarem as suas tomadas de decisões, quando apresentam argumentos matemáticos aquando da validação da sua explicação aos outros. Para Whitenack e Yackel, (2008) é difícil distinguir a explicação da justificação durante o ensino, e nem sempre é vantajoso fazê-lo, visto serem muito subtis as suas diferenças.

Neste sentido, na próxima secção discutiremos avaliação orientada para a aprendizagem.

2.3. Avaliar para aprender

Enquanto processo regulador da aprendizagem, de acordo com o Decreto-Lei n.º 55/2018 “a avaliação orienta o percurso escolar dos alunos e certifica as aprendizagens realizadas, especialmente os conhecimentos adquiridos, tais como as capacidades e atitudes desenvolvidas no âmbito de competências inscritas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*” (p.2936). Neste sentido, a avaliação pode ser pedagógica quando é reconhecida como um “processo de procura e interpretação de evidências, a serem usadas por alunos e professores” (Broadfoot et al., 2002, p.2), desde que integrada na planificação, preocupando-se com a forma como os alunos aprendem.

Assim, a avaliação é central na prática de sala de aula, porque ajuda os alunos a saber como melhorar, desenvolvendo a autoavaliação.

Nesta perspetiva, a avaliação pedagógica tem em conta o envolvimento dos alunos e do professor em todo o processo, tanto nas vertentes individuais como em grupo, reconhecendo, portanto, a ligação entre ensinar e aprender, afastando-se do ensino com o foco na mera transmissão de informações.

Assim, a avaliação pedagógica fundamenta-se numa perspetiva em que os alunos são vistos como aprendizes ativos, capazes de se autorregular. Deste modo, por um lado, esforçam-se para dar significado ao que estão a aprender, e, por outro, recebem ferramentas que os tornam cada vez mais capazes de avaliar o seu próprio desempenho (Hadji, 1992; Perrenoud, 1998). Para tal, é necessário que haja uma abordagem baseada em aprendizagens colaborativas, na qual se incluem a partilha de objetivos de aprendizagem e critérios de sucesso, tais como o *feedback*, a autoavaliação e a avaliação entre pares, que promovem a autorregulação (Stobart, 2008).

Esta visão destaca a importância da avaliação pedagógica como uma ferramenta essencial para a regulação da aprendizagem e a orientação do percurso escolar dos alunos. A avaliação pedagógica deve ser entendida como um processo contínuo e interligado ao ensino, possibilitando ajustes constantes e promovendo uma interação significativa entre o ensino e a aprendizagem, dois conceitos que não podem estar dissociados (Lima et al., 2022). Ao funcionar como um mecanismo regulador tanto para o professor, que orienta o processo de ensino, como do ponto de vista dos alunos, que podem regular as suas aprendizagens, a avaliação pedagógica ajuda a identificar dificuldades e progressos. Tal é uma oportunidade para a adaptação das estratégias pedagógicas de modo a satisfazer melhor as necessidades dos alunos e a favorecer o seu desenvolvimento global. Neste sentido, e ainda de acordo com Lima et al. (2022), as nossas experiências pedagógicas ampliam o nosso repertório, permitindo escolhas mais informadas e conscientes em futuros cenários.

Nesta perspetiva, a **avaliação pedagógica** é um processo pedagógico e didático, de modo que a avaliação, em qualquer nível de ensino, só fará sentido se estiver fortemente articulada, ou mesmo integrada, com o ensino e com a aprendizagem (Fernandes, 2021).

Deste modo, é fundamental que todos compreendam os objetivos da avaliação pedagógica. Por um lado, a avaliação deve servir para apoiar e melhorar as aprendizagens dos alunos, e por outro lado, é necessário avaliar para fazer um balanço

ou verificar a qualidade das aprendizagens dos alunos num determinado momento ou após um dado período. É neste sentido que se torna importante ultrapassar os desafios conceptuais relacionados com a avaliação (Scriven, 2003; Fernandes, 2008), sendo necessário estabelecer as suas duas naturezas: a avaliação formativa e a avaliação sumativa.

A **avaliação formativa**, também conhecida como a avaliação para as aprendizagens (Fernandes, 2022), utiliza com frequência métodos informais, o que faz com que o professor não tenha a mesma informação sobre todos os alunos (Santos, 2018). Por outras palavras, de acordo com Wiliam (2011),

uma avaliação funciona formativamente na medida em que as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou seus colegas para tomar decisões sobre os próximos passos na instrução que são provavelmente serão melhores do que as decisões que eles teriam feito na ausência dessa evidência (p.43).

Neste sentido, a avaliação formativa, no contexto de um ensino de matemática que se quer potenciador de aprendizagens, é um processo cujo principal objetivo é reunir dados que apoiem o ensino e a aprendizagem da matemática (NCTM, 2017).

Assim sendo, a avaliação formativa constitui um momento de excelência para uma análise das aprendizagens em desenvolvimento dos alunos, permitindo que estes possam aprofundar melhor o seu conhecimento sobre determinados temas, apoiando a aprendizagem e regulando o ensino (Santos, 2020). Assim, a principal função deste tipo de avaliação é regular os instrumentos e apoios ao ensino e à aprendizagem dos alunos (Santos, 2018). Por este motivo, a avaliação formativa pode desempenhar um papel crucial na melhoria contínua das aprendizagens de todos os alunos, uma vez que permite adaptar as estratégias e as tarefas às necessidades individuais de cada aluno, promovendo, assim, a autorregulação do seu processo de aprendizagem (Neves & Ferreira, 2015; Villas Boas, 2019).

Na perspetiva de Fernandes (2021) e de Black e Wiliam (2009), importa a aplicação sistemática desta prática de avaliação. Primeiramente, deve permitir aos alunos reconhecerem bem o que têm de aprender no final de um dado período de tempo, orientando-os na direção correta. Em segundo lugar, é essencial que a avaliação revele a situação atual dos alunos em relação às aprendizagens que têm de desenvolver, ajudando a situá-los no seu processo de aprendizagem. Por último, é necessário que os alunos reconheçam os esforços necessários para aprenderem o que está previsto

nos documentos curriculares, ou seja deve ter sido em conta o que é necessário fazer para lá chegar. Desta forma, a avaliação formativa procura perceber o nível de aprendizagem do aluno para poder tomar decisões que proporcionem mais e melhores oportunidades de aprendizagem, além de ajustar o ensino conforme seja necessário (Santos, 2018).

De acordo com Machado (2021), a avaliação formativa tem como principal propósito ajudar os alunos a aprenderem mais e melhor. Neste sentido, trata-se de um processo contínuo, que se insere nas dinâmicas de ensino e aprendizagem, através da qual se recolhe informação pertinente, sistemática e organizada para os alunos se situarem no seu percurso académico. Segundo o mesmo autor, este tipo de avaliação assenta, pois, em processos de regulação e de autorregulação.

A prática da avaliação formativa é marcada pela diversidade de ações, necessariamente assentes num conhecimento aprofundado sobre cada aluno. Isto ocorre porque uma ação pode potenciar aprendizagem para um aluno e não para outro com as mesmas dificuldades (Santos, 2020). Neste sentido, na avaliação formativa em particular e na avaliação pedagógica no geral,

devem ser utilizados procedimentos, técnicas e instrumentos diversificados e adequados às finalidades, ao objeto em avaliação, aos destinatários e ao tipo de informação a recolher, que variam em função da diversidade e especificidade do trabalho curricular a desenvolver com os alunos (Decreto-Lei nº 55/2018, 6 de julho, p.2936).

Assim, a avaliação formativa possui uma dimensão de diagnóstico, pois tem como propósito ajudar a identificar em que nível cada aluno está relativamente ao que seria de esperar e encontrar as melhores estratégias para superar essas dificuldades, permitindo que o aluno possa avançar no processo da aprendizagem (William, 2007).

Como vimos anteriormente, a utilização sistemática da avaliação formativa traz muitos benefícios para o processo de ensino e aprendizagem. Isso porque procura compreender os erros cometidos pelos alunos, permitindo que eles reconheçam essas falhas como oportunidades para a aprendizagem. De acordo com o NCTM (2017), é importante ajudar os alunos a perceber que erros são naturais do processo de aprendizagem. Para tal, importa a promoção de discussões sobre erros, equívocos e dificuldades. Os erros cometidos pelos alunos também podem dar informações que nos permitam perceber o seu raciocínio, algo que é frequentemente difícil de alcançar através de outros recursos (Santos, 2008). Definir e esclarecer os critérios de avaliação

são essenciais para garantir equidade na avaliação e apoiar os alunos nos seus processos de autoavaliação e autorregulação. Um ambiente de aprendizagem claro e aberto dá aos alunos confiança no professor e segurança na sala de aula, permitindo que eles não tenham medo de cometer erros e aprendam com eles (Lima et al., 2022).

Segundo Leonor Santos (2020),

o que distingue a avaliação formativa da sumativa não é o instrumento de avaliação que usamos (Como?), nem o momento em que ocorre (Quando?), nem tão pouco se é feito pelo professor ou pelo aluno (Quem?), mas sim como é usada a informação recolhida e interpretada, isto é, de que tipo é a ação que decorre da interpretação realizada de forma à consecução do propósito inicialmente estabelecido (p.3).

Neste sentido, a **avaliação sumativa** verifica as aprendizagens num determinado momento, com o objetivo de, “por exemplo, reportar, informar, distinguir, ou tomar decisões de acordo com as normas estabelecidas” (Santos, 2020, p. 3). Deste modo, traduz-se na formulação de um juízo global com o objetivo de classificar e certificar, através de processos formais, como por exemplo testes e questões-aula, que servem para obtenção de classificações (Santos, 2018). Assim, este tipo de avaliação também é conhecido como a avaliação das aprendizagens dos alunos (Black et al., 2003).

De acordo com Leonor Santos (2018), esta prática avaliativa sintetiza as aprendizagens dos alunos, verificando o que foi aprendido até dado momento, de modo a resumir o desempenho do aluno ao final de uma unidade didática, um semestre ou ano.

De modo geral, a avaliação sumativa tem como principais funções monitorizar o ensino e a aprendizagem, avaliar o desempenho escolar, permitindo determinar se tais desempenhos são suficientes para a transição ou retenção de ano, bem como para a escolha de outros caminhos educativos (Santos, 2018). Ou seja, segundo Leonor Santos (2018), este processo avaliativo usa as evidências para registar as capacidades e conhecimentos que os alunos demonstram num determinado momento da sua aprendizagem (como relatar, informar, entre outros) e para tomar decisões alinhadas às normas administrativas (como classificar, selecionar, entre outros).

Ao contrário do que acontece na avaliação formativa, na avaliação sumativa o erro é visto como uma falta de conhecimento, sobretudo quando possui fins classificatórios. Isto porque as classificações muitas vezes são calculadas a partir do somatório dos erros dados, fazendo com que estes se tornem apenas em elementos quantitativos

(Santos, 2008). Contudo, igualmente ao que acontece na avaliação formativa, numa perspetiva pedagógica, este tipo de avaliação também pode contribuir para apoiar as aprendizagens dos alunos e o ensino dos professores. Mas, uma vez que ela está mais focada nos resultados dos alunos e geralmente ocorre após o ensino, as suas práticas não estão tão fortemente ligadas ou integradas nos processos de ensino e aprendizagem. A avaliação sumativa, diferentemente da formativa, não é uma avaliação contínua, pelo que não se caracteriza por ser um acompanhamento regular do dia a dia das salas de aula. Contudo, as suas práticas devem garantir que a recolha de informação seja rigorosa e alinhada com os objetivos de aprendizagem definidos no currículo. Uma das formas de assegurar o rigor da avaliação sumativa é diversificar os métodos de recolha de informação.

Por tudo isto, é fundamental que a avaliação pedagógica se dedique ao avanço das aprendizagens de todos os alunos. Trata-se de uma avaliação que vai além da mera classificação, estando profundamente integrada e relacionada com os processos de ensino e aprendizagem (Lima et al., 2022).

Atendendo a estes dois conceitos que, como vimos, não são opostos, mas sim, partes integrantes do processo de ensinar-aprender, a avaliação pode assentar em propósitos distintos.

Segundo Dierick e Dochy (2001) novas abordagens de aprendizagem e consequentemente de ensino conduzem a novas formas de avaliação. Como afirma Shepard (2000), não basta melhorar apenas o conteúdo da avaliação para garantir o seu contributo ao serviço da aprendizagem. Para Segers, Dochy e Cascallar (2003), existem novas formas de avaliação que incorporam alguns fatores, tais como a complexidade cognitiva das tarefas, o *feedback*, a clareza dos critérios de avaliação e o envolvimento dos alunos no processo de avaliação, com impacto positivo na aprendizagem.

Neste Relatório de Estágio, dá-se especial atenção ao *feedback*, discutido na próxima secção. Segundo Perrenoud (1999), este desempenha um papel de destaque no processo de avaliação formativa, já que pode guiar os alunos no seu processo de aprendizagem, de forma a possibilitar a autorregulação (Fernandes, 2008). De acordo com Freitas (2021), é comum falar-se acerca do *feedback* fornecido pelo professor dentro das práticas de avaliação pedagógica e nas formas escritas de *feedback*. Contudo, os alunos também podem ter uma ação direta no *feedback*, existindo outros modelos de interação como é o caso do *feedback* entre pares, que vamos abordar

especificamente neste trabalho. Segundo Lopes et al. (2019), o *feedback* entre pares, ou seja, o *feedback* fornecido pelos alunos aos colegas, possibilita que o aluno enriqueça a sua capacidade de refletir. Em particular, desenvolvem capacidades de análise, avaliação, comunicação e autorregulação, além de obterem uma compreensão mais aprofundada dos critérios.

2.3.1. *Feedback* entre pares

O *feedback*, seja ele fornecido por escrito ou oralmente, é uma ferramenta essencial e poderosa que os professores podem recorrer para garantir uma avaliação que impacte positivamente a aprendizagem dos alunos (Machado, 2021). Assim, o *feedback* serve a dois propósitos principais: no plano cognitivo, disponibiliza aos alunos as informações necessárias para entenderem a sua posição atual e o que devem fazer nas etapas seguintes; no plano motivacional, desenvolve uma sensação de domínio sobre a própria aprendizagem, aumentando o envolvimento dos alunos através de processos de autorregulação cada vez mais otimizados.

Neste sentido, Brookhart (2010) discute as 3 componentes do *feedback*: (i) *feed up* (para onde tenho de ir?), que define os objetivos de aprendizagem; (ii) *feed forward* (o que devo fazer a seguir?), que permite a reorganização das ações; e (iii) *feedback* (em que situação me encontro?), que é a componente que fornece informação útil e pertinente, com o objetivo de dar sugestões sobre ações que o aluno deve ter para melhorar. Estas três componentes constituem um *ciclo de avaliação formativa*, como designa Fernandes (2022).

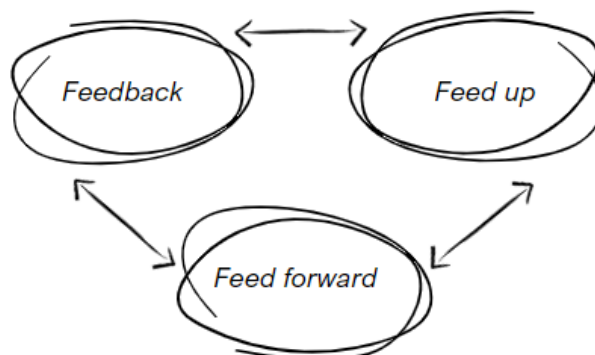


Figura 1 - Ciclo da avaliação formativa (Adaptado de Fernandes (2022))

Ao mesmo tempo que é fundamental referir e clarificar os objetivos de aprendizagem aos alunos de forma constante (*feed up*), também é necessário que conheçam os critérios e descritores para que possam regular os processos de aprendizagem. É aqui que entra o *feedback*. Tal possui uma natureza contínua que acompanha a progressão das aprendizagens dos alunos através da realização de tarefas e atividades propostas, a partir das quais os professores recolhem informações que analisam e compartilham aos alunos, ajudando-os a ter consciência do progresso em relação ao que é necessário aprender. Assim, o *feedback* torna-se num processo essencial para que os alunos, de forma autónoma, reconheçam até que ponto estão a aprender e são capazes de atingir os objetivos de aprendizagem, com base nos critérios e descritores de avaliação. Além disso, é um processo que deve tornar os alunos mais conscientes sobre as diversas abordagens e estratégias disponíveis para a aprendizagem, indo para além de simplesmente contabilizar o que está certo ou errado. O conceito de *feed forward* também está envolvido neste ciclo, na medida em que está relacionado com as estratégias, os processos e todas as atividades que devem ser propostas aos alunos, permitindo que eles consigam superar os problemas e dificuldades que possam ser identificadas ao longo da realização de tarefas. Segundo Machado (2021), através desta componente, os alunos refletem sobre o que falta aprender o que foi estabelecido e o que precisam de fazer para superarem os obstáculos.

A questão central em torno do *feedback* é a sua qualidade. Nicol (2010) destaca a relevância da qualidade da interação gerada pelo *feedback*, afirmando que o “*feedback* é um processo dialógico e não o envio de uma mensagem” (p. 503). Com base no *feedback* externo, o aluno concebe um diálogo interno. O fator importante é como é que o aluno é capaz de integrar e adaptar o *feedback* recebido (Santos & Pinto, 2018).

Portanto, a qualidade do *feedback* é uma questão complexa, o que explica o interesse contínuo da pesquisa sobre o tema desde décadas atrás (Black & Wiliam, 1998) até os dias de hoje. Como refere Machado (2021), o *feedback* nem sempre permite potenciar a aprendizagem, pois este ocorre num contexto específico, onde há diversas variáveis que podem influenciar a sua eficácia. Para que o *feedback* acompanhe o processo de avaliação formativa e, assim, ajude os alunos nos processos de aprendizagem, este deve ter em consideração aspetos “relacionados com o seu **conteúdo** e com a sua **forma**” (Fernandes, 2022, p.50).

No que tem a ver com o **conteúdo**, é importante termos em atenção alguns aspetos essenciais. Primeiramente, o foco principal do *feedback* deve ser a qualidade das

tarefas realizadas pelos alunos, com particular destaque nas estratégias, processos e procedimentos utilizados, tendo em conta os objetivos de aprendizagem estabelecidos, assim como os critérios e indicadores correspondentes.

O *feedback* deve cumprir a função de descrever de forma clara e detalhada o desempenho dos alunos nas tarefas e atividades propostas. Para isso, é importante fornecer sugestões construtivas e positivas que orientem e incentivem os alunos a melhorar o seu trabalho e continuar a melhorar a sua aprendizagem (Machado, 2021).

Feedback como “Tens de estudar mais!” ou “Tens muitos erros para corrigir.” ou até mesmo “O trabalho está fraco.”, não se qualificam como *feedback* de qualidade em termos de conteúdo. Muitas vezes vemos também *feedback* focado no aluno, através de comentários como “és um aluno brilhante!” ou “és um aluno preguiçoso!” que desviam a atenção do aluno das suas aprendizagens e podem passar a ideia de que o seu desempenho está atrelado a qualidades inatas que ele não pode mudar. Nenhum destes exemplos oferece qualquer orientação baseada no trabalho realizado ou nos elementos considerados para a sua avaliação (como estratégias, processos, metas e critérios). Além disso, não incluem nenhuma descrição detalhada ou sugestões construtivas.

Em contrapartida, um *feedback* como

a tua reflexão sobre o que aprendeste até agora é profunda e revela que conheces, compreendes e utilizas sem problemas os assuntos que temos vindo a estudar. Julgo, no entanto, que tens de trabalhar para melhorar a clareza da redação, sobretudo evitando frases tão longas e com problemas de pontuação. Analisar os materiais que te indiquei e partilhar os trabalhos com outros colegas ou amigos antes de os entregares, podem ser estratégias que te ajudam a ultrapassar este problema (Fernandes, 2022, p. 51)

pode orientar os alunos no desenvolvimento das suas aprendizagens e capacidades.

Esses exemplos foram criados deliberadamente para abordar tarefas associadas ao desenvolvimento de processos cognitivos e metacognitivos mais complexos. Por essa razão, o *feedback* pode ser um pouco mais elaborado. O objetivo aqui é destacar a importância de focar nos aspetos de conteúdo ao fornecer *feedback*.

Já no que diz respeito à **forma** do *feedback*, e ainda segundo Machado (2021), são normalmente considerados alguns aspetos importantes. Primeiramente, o *feedback*

deve ser distribuído imediatamente após a conclusão das tarefas realizadas pelos alunos ou logo que seja possível, utilizando diversas formas, como oral, não verbal e escrita. É essencial que os alunos recebam *feedback* com a maior frequência possível, mas é desejável que ele se concentre principalmente nas tarefas que exigem a mobilização, integração e utilização de conhecimentos e competências mais estruturantes. Também é importante perceber até que ponto os alunos o assimilam, compreendem e utilizam para melhorar.

Além disso, o *feedback* deve focar-se nos assuntos considerados mais essenciais, nunca devendo ser excessivo. Sempre que possível, deve ser distribuído de forma individual, especialmente para alunos que demonstram maiores dificuldades e que, normalmente, precisam de um acompanhamento mais próximo.

Fernandes (2022) destaca que o *feedback* relaciona-se com a motivação e o envolvimento dos alunos nas tarefas que lhes são propostas, podendo implicar em significativos ganhos no desenvolvimento das suas aprendizagens e capacidades.

O *feedback* que fornece informação de forma clara e pormenorizada sobre o desempenho, proporciona aos alunos compreensão sobre o que devem fazer se como a conseguirem ultrapassar as dificuldades que possam ter de forma autónoma. Nunca se deve dizer ao aluno como se faz antes que lhes dar a oportunidade de decidirem o que e como fazer, pois, motiva-os saberem que têm controlo sobre o que têm de fazer para aprender. O *feedback* também torna os alunos responsáveis, na medida em que devem ter a consciência do que falta fazer e do que ainda se devem esforçar para que tal aconteça, melhorando o seu desempenho. Por fim, o *feedback* ajuda também os alunos a analisarem o seu próprio trabalho de forma crítica e analítica, permitindo-lhes ajustar as suas aprendizagens e desenvolver as suas competências cognitivas e metacognitivas.

Segundo Gipps (1999), questionamentos como “O que fizeste?”; “Por que pensaste assim?”; “De onde te surgiu a ideia?”; “Em que outras situações esta estratégia também se poderia aplicar?”; “Se quisesses convencer alguém, o que dirias?”, estimulam a reflexão e potenciam a aprendizagem no contexto de sala de aula. Em geral, os alunos recorrem com frequência ao **feedback interrogativo**.

Por tudo o que foi referido anteriormente, podemos perceber que se fornecermos *feedback* com o **conteúdo** e a **forma** explicadas anteriormente, este poderá potenciar melhores aprendizagens (Machado, 2021).

Além do modo como o *feedback* é dado, é importante perceber ao que se dirige. É neste contexto que Hattie e Timperley (2007) destacam quatro níveis de foco do *feedback*: na *tarefa*, no *processo*, na *regulação* e no *aluno*, sendo que os três primeiros estão relacionados. O *feedback* torna-se de qualidade quando o aluno, no desenvolvimento de uma tarefa, parte de hipóteses erradas e, durante o processo de resolução, consegue levá-lo não só a conseguir essas hipóteses, como também o leva ao desenvolvimento de melhores estratégias que lhe permitam entender a informação dada. O *feedback* direcionado para a autorregulação é poderoso, pois leva os alunos a comprometerem-se mais com a tarefa. Assim, entendemos que o *feedback* deve ser tão mais individualizado e sistemático quanto possível, potenciando o aumento das possibilidades de promover as aprendizagens dos alunos.

A qualidade e o impacto do *feedback* estão, portanto, relacionados com o modo que os alunos o percebem, que é influenciada por diversos fatores como conhecimentos prévios, percurso escolar e percepções sobre a escola. Por isso, é fundamental compreender a essência do *feedback* e os contextos em que é dado, pois a sua capacidade de influenciar positivamente as aprendizagens, tanto qualitativamente como quantitativamente, depende disso.

Seguidamente, irei explorar uma prática de avaliação amplamente reconhecida por contribuir para o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos e que está relacionada com a avaliação formativa, mais concretamente com o *feedback*. Para efeitos deste trabalho, irei focar-me mais especificamente no *feedback* escrito.

A prática de *avaliação entre pares* está associada à participação dos alunos nos processos das suas próprias aprendizagens (Fernandes, 2021; Machado, 2021). Nesta prática avaliativa, os alunos utilizam critérios previamente estabelecidos para avaliar a qualidade trabalho do próprio par, o que lhes permite tomar medidas para reorientar e/ou ajustar a suas aprendizagens. É essencial que os alunos compreendam os critérios utilizados e sejam capazes de avaliar o trabalho dos colegas, o que os envolve diretamente em processos de avaliação.

A implementação da *avaliação entre pares* deve ser precedida por uma preparação adequada, para auxiliar o desenvolvimento dos alunos. A *avaliação entre pares* pode desempenhar um papel crucial na evolução das aprendizagens dos alunos, uma vez que proporciona diversas oportunidades educacionais. Os alunos devem estar conscientes das vantagens desta prática avaliativa para a aprendizagem, assim como para o desenvolvimento de uma variedade de conhecimentos, competências e atitudes.

É uma excelente oportunidade para compreender conceitos não assimilados, esclarecer dúvidas e reforçar ou melhorar o que já foi aprendido. Aqueles que ainda não dominam completamente os conteúdos têm mais uma oportunidade para aprender, enquanto os que têm dúvidas podem esclarecê-las. Além disso, aqueles que já compreendem um determinado conteúdo podem consolidar a suas aprendizagens e até expandir o seu conhecimento e competências anteriormente adquiridas. Este processo ainda promove o desenvolvimento de competências cognitivas avançadas, uma vez que a avaliação do trabalho dos colegas exige a “mobilização de competências relacionadas com a análise, a síntese, a avaliação e a criatividade” (Fernandes, 2022, p.57).

A prática de avaliação entre pares insere os alunos num processo de aprendizagem onde eles devem criticar e fornecer *feedback* sobre o trabalho dos colegas. Esta é uma tarefa pedagogicamente enriquecedora, pois pode promover capacidades de autoavaliação e melhoria do próprio trabalho, incluindo a comunicação matemática escrita.

O uso dessa estratégia de avaliação traz benefícios, pois motiva os alunos a envolverem-se mais profundamente com os conteúdos que estão a ser lecionados, estimula a discussão de ideias, a troca de *feedback* e a partilha de conhecimentos. Além disso contribui para que os alunos se tornem mais autónomos e assumam um papel ativo na gestão e no desenvolvimento das suas próprias aprendizagens. Os alunos têm a oportunidade de ensinar, avaliar e aprender de forma colaborativa com os seus colegas e professores. Essa prática integra esses três processos pedagógicos fundamentais, enfatizando sua indissociabilidade: ensinar, aprender e avaliar. É fundamental que os alunos sejam autónomos para que se consigam envolver mais ativamente em todo o processo. No entanto, o papel do professor também é muito importante, pois não deixa de ser um recurso qualificado, sintetizando pontos importantes no momento certo e definindo orientações práticas para garantir que o processo ocorra de forma benéfica.

É importante escolher e distribuir a tarefa a ser avaliada, que pode ter sido realizada individualmente ou em grupo, dentro ou fora da sala de aula. A avaliação pode ser feita por pequenos grupos, por pares ou individualmente. Todos os procedimentos devem ser esclarecidos, incluindo o tempo máximo da tarefa e a natureza e modo de distribuição do *feedback*. Os alunos precisam de entender o tipo de *feedback* que será mais útil. A avaliação deve fundamentar-se em critérios previamente estabelecidos, e é

importante que a turma analise e discuta esses critérios antes do início da avaliação, para os poder compreender.

Fernandes (2022), sugere cinco práticas pedagógicas para possibilitar que os alunos tirem o máximo de proveito de todo o processo de avaliação entre pares. Primeiro, é importante discutir propósitos, processos e expectativas antes de iniciar qualquer tarefa, pelo que se deve perceber os objetivos do que espera realizar e alcançar. Em seguida, a avaliação deve ser baseada em critérios claros e específicos, que orientem o trabalho de maneira objetiva e justa. Além disso, é fundamental ensinar os alunos a avaliar os colegas de forma justa e construtiva, apontando pontos fortes e áreas de melhoria no trabalho dos outros, desenvolvendo, não só a capacidade de análise crítica, como também promove uma cultura de colaboração nos alunos. Também é importante que eles recebam e aprendam a elaborar *feedback* construtivo e objetivo, que ajude a pessoa a entender os seus pontos positivos e a melhorar as áreas aspetos mais fracos. Por fim, é fundamental uma organização de todo este processo.

Apesar de os alunos participarem ativamente, o papel do professor é fundamental para que a prática resulte. O professor deve apresentar os propósitos da atividade, bem como proporcionar momentos de discussão com os alunos. Deve também selecionar tarefas ricas tendo em conta o objeto de avaliação e fornecer *feedback* aos *feedbacks* dados pelos alunos aos colegas.

A escrita matemática permite levar os alunos a refletir sobre os seus conhecimentos e raciocínios e, a partir desta, aprimorá-los. Por outro lado, ao observar o raciocínio dos seus alunos, os professores poderão estimulá-los a ir mais longe, desenvolvendo de forma mais profunda a expressão oral do seu raciocínio. No entanto, a comunicação matemática escrita implica outros desafios. Ora, escrever em Matemática, de acordo com Sá e Zenhas (2004), é por vezes motivo de ansiedade para os alunos, já que estes têm pouco hábito de escrita autónoma e ainda menos de autorreflexão sobre os seus conhecimentos. Deste modo, compete ao professor dotar os seus alunos desta destreza, devendo, para isso, orientar este processo e garantir aos alunos que compreendam a importância da escrita, uma vez que é aí que reside a oportunidade de autorregular as suas aprendizagens. Ao professor compete ainda associar a análise da comunicação matemática escrita dos seus alunos, acompanhar o processo de ensino-aprendizagem de forma diferenciada e ajustada às necessidades individuais, e ainda, avaliar a sua prática educativa, refletindo sobre a qualidade da sua própria comunicação.

O ensino e a aprendizagem desenvolvem-se em simultâneo durante e através da Resolução de Problemas. Para que a avaliação seja integrada neste processo, é fundamental que acompanhe o progresso dos alunos e, quando necessário, ajuste as abordagens de ensino. Desta forma, através da Resolução de Problemas, o professor tem a oportunidade de avaliar não só o desempenho dos alunos, mas também a sua própria prática (Lima, 2017).

3. Intervenção Pedagógica

Neste capítulo, é feita uma caracterização do ambiente escolar em que ocorreu a intervenção pedagógica a partir de uma descrição minuciosa da própria intervenção e da sua organização ao longo do tempo. São apresentadas as várias atividades e recursos utilizados, a estrutura do trabalho dos alunos e as opções tomadas para garantir a recolha dos dados relativos às aprendizagens dos alunos, cujo percurso metodológico será discutido no Capítulo 4.

3.1. Contexto Escolar

Este trabalho teve por base uma intervenção no âmbito da minha PES numa Escola Básica na Área Metropolitana do Porto, fundada em 1988. Tal pertence a um Agrupamento de Escolas que integra 9 escolas do Ensino Básico, com alunos do Jardim de Infância, 1.º, 2.º e 3.º ciclos, funcionando o 2.º e o 3.º ciclo na escola sede – local da minha intervenção.

A sede do Agrupamento de Escolas é constituída por três blocos, um pavilhão gimnodesportivo e uma cantina. Esta escola possui Serviços Especializados de Apoio Educativo, do qual fazem parte Serviços de Psicologia e Orientação (SPO) e uma equipa do Gabinete de Intervenção Social (GIS) e possui ainda Biblioteca Escolar. Dispõe também de espaços pedagógicos, como por exemplo, o Clube de Ciência Viva, o Canto da Matemática, Clube de Teatro, entre outros. O objetivo desses espaços é o de proporcionar experiências significativas, promover a troca de saberes e motivar os alunos para a aprendizagem. Esta escola promove e participa em diversas atividades, como por exemplo, o Desporto Escolar, um projeto no âmbito da matemática, etc. Tais dados podem ser observados a partir do site do Agrupamento.

Segundo consta no Projeto Educativo do Agrupamento (PEA)², este possui cerca de 2205 alunos, dos quais 36% dos alunos (805) usufruem da Ação Social Escolar (ASE), distribuídos pelos escalões A (515) e B (291), contando com cerca de 205 educadores e professores, e 122 não docentes repartidos pelas diversas categorias (assistentes operacionais, assistentes técnicos e técnicos superiores) que se encontram a exercer funções nas diversas escolas do agrupamento. De acordo com dados recolhidos pela

² Para garantia do anonimato, não será indicada a referência bibliográfica do documento, sendo indicado apenas por PEA.

equipa de autoavaliação do agrupamento, a média de idade dos docentes ronda os 51 anos. Considerando os que possuem experiência de lecionação, a média de 25 anos, aproximadamente, em 2023. Tendo em conta o tempo a lecionar no agrupamento, a média é de 10 anos. Destaca-se que a maioria dos professores pertencem ao quadro do agrupamento. No caso dos docentes do grupo de recrutamento 500, área em que se desenvolve a intervenção, é composto por 8 docentes, em que 4 destes estão a exercer funções neste agrupamento em mobilidade por doença, pertencentes a um outro quadro de agrupamento.

Ao longo do ano letivo 2023/2024 tive a oportunidade de trabalhar com três turmas de 7.º ano e uma turma de 9.º ano de escolaridade, integrando esta última como assessora. Realizei a intervenção pedagógica em que se baseia este relatório nas três turmas de 7.º ano onde lecionei a disciplina de Matemática, adaptando as tarefas e a organização do trabalho dos alunos conforme as especificidades de cada turma. No entanto, para este Relatório de Estágio, mobilizei os dados recolhidos em apenas uma das turmas do 7.º ano.

A turma em estudo era constituída por 28 alunos de idades compreendidas entre os 12 e 14 anos, sendo 14 alunos do sexo feminino e 14 do sexo masculino. Dois alunos eram apoiados pela educação especial, beneficiando de medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão, de acordo com o Artigo 10.º do Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho, com as alterações introduzidas pela Lei 116/2019 de 13 de setembro: um aluno usufruiu de medidas seletivas; e o outro de medidas adicionais, não frequentando as disciplinas de Francês e Matemática. Dois outros alunos encontravam-se pela segunda vez no 7.º ano. Neste estudo, vamos ter em consideração os 27 alunos que frequentavam a disciplina.

A turma revelou-se empenhada nas tarefas propostas dentro e fora de sala de aula e apresentou bom aproveitamento ao longo do ano letivo. Os dois alunos que estavam a repetir o 7.º ano revelavam uma atitude mais positiva e com um pensamento de melhoria. No início do ano, verificamos que das 3 turmas onde eu desenvolvi a intervenção pedagógica, a escolhida para o estudo era aquela que apresentava um menor desempenho, tendo em conta as classificações do ano letivo 2022/2023. No entanto, esta turma, naquela altura, e de acordo com a análise comparativa dos resultados académicos alcançados em cada turma, encontrava-se apenas com um nível abaixo de três e apresentava um número reduzido de níveis equivalentes a quatro e cinco valores.

Relativamente à interação entre os pares, verifiquei que muitos alunos revelavam dificuldades para trabalhar em grupo. Desde o início, consegui observar que certos alunos recusavam ouvir ou aceitar a opinião dos colegas, outros causavam conflito com o simples facto de ser um determinado colega a escrever a resolução e não outro elemento do grupo, entres outros acontecimentos. Assistir a isso deu-me vontade de intervir no sentido de apoiar o desenvolvimento da cooperação e isso só seria possível se os submetesse a momentos de trabalho em grupo, com a esperança de que eles pudessem entender a importância do mesmo.

3.2. Descrição da Intervenção pedagógica

A intervenção pedagógica começou a ser desenvolvida a 14 de dezembro de 2023 e terminou a 16 de maio de 2024. Inicialmente, pensei em propor aos alunos a resolução de problemas diferentes, procurando, numa segunda versão, melhorar a qualidade do trabalho do primeiro momento de resolução de cada problema. Nesta minha ideia inicial, pensei em desenvolver a intervenção em três ou quatro aulas, consoante fosse necessário, de modo a promover o a comunicação matemática escrita, com recurso à avaliação formativa – o *feedback* entre pares.

Tanto a Resolução de Problemas como a Comunicação Matemática (escrita) são duas capacidades matemáticas transversais enfatizadas nas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021). Durante esta intervenção, recorri a problemas relacionados com diversos tópicos e subtópicos do currículo de matemática do 7.º ano, de acordo com o que estaria a ser abordado no momento da atividade: ou no início de um tópico ou subtópico, desenvolvendo uma atividade de natureza exploratória (por exemplo, o problema *Jogo de Setas*, apresentado mais a frente, cujo enunciado pode ser observado na Figura 9), ou então como forma de consolidar conhecimentos, durante ou logo após a abordagem de um tópico.

A intervenção pedagógica foi realizada em 4 grandes momentos, como consta a figura abaixo. Cada momento teve a duração de aula de 90 minutos.

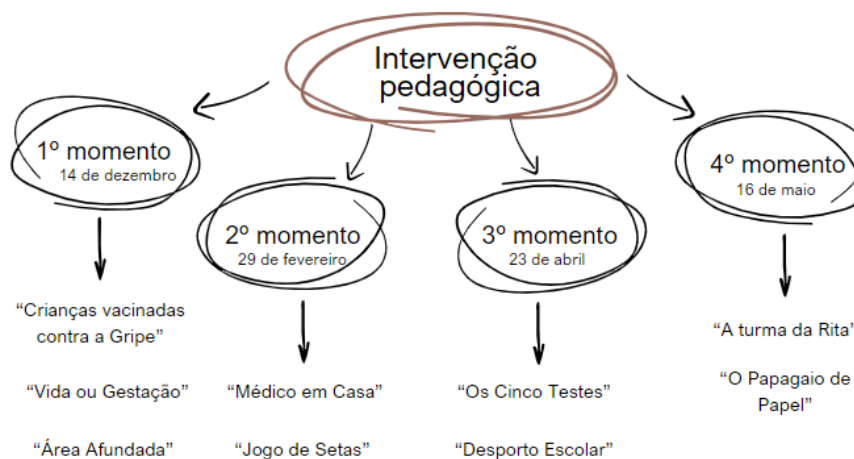


Figura 2 – Problemas propostos em cada momento da Intervenção pedagógica

Conforme disse anteriormente, a minha intenção inicial era desenvolver a intervenção pedagógica em três ou quatro aulas. Isto é, eu não sabia ao certo o número de aulas, pois desejava que a quantidade de problemas propostas fossem definidas de acordo com a necessidade dos alunos, de modo a promover o desenvolvimento da comunicação matemática escrita, com recurso à avaliação formativa – mais especificamente através do *feedback* entre pares. Como podemos observar no esquema apresentado na Figura 2, senti a necessidade de desenvolver um quarto momento, que incluiu a resolução de dois problemas. Assim, a intervenção pedagógica foi desenvolvida ao longo de quatro aulas.

A aula ocorreu em três etapas:

- (i) resolução do problema em duplas;
- (ii) receção do *feedback* do pelos colegas referente à resolução efetuada;
- (iii) melhoria da qualidade do trabalho com base no *feedback* recebido.

Ao longo da intervenção pedagógica, antes de os alunos procederem à análise das respostas e comentarem a resolução dos colegas, tive a consciência de que os alunos precisavam de a compreender. Por isso, era fundamental uma comunicação matemática escrita clara ao resolver problemas. Assim sendo, no final do processo de resolução de cada problema e antes de ocorrer o *feedback*, eu realizava uma breve explicação sumária, sem a resolução, de como poderiam resolver o problema, permitindo aos alunos validar as respostas dos outros alunos ou apontar áreas que precisavam de melhoria.

Em cada um dos momentos apresentados foram propostos mais do que um problema (Figura 2). Optei por não me limitar a um problema apenas em cada momento, pois, como a intervenção foi executada durante as aulas, aproveitei para proporcionar aos alunos a interação com problemas diferentes, que abordassem vários tópicos lecionados. Para além da obtenção dos dados que dão vida a este Relatório de Estágio, considerei importante desenvolver nos alunos esta competência de resolver problemas. Saliente-se que somente no 1.º momento (aula do dia 14 de dezembro de 2023), cada díade resolveu apenas um problema – ou seja, levei três para a aula, mas cada par resolveu apenas um dos três. Apenas no final da aula, corrigimos e discutimos cada um dos problemas coletivamente, e todos os alunos registaram todos os enunciados e as respetivas resoluções no caderno. Daí em diante resolveram dois problemas cada díade. Tal facto resulta da necessidade de proceder a um reajuste, pois no primeiro momento não foi solicitado aos alunos a melhoria da resolução, tendo por base o *feedback*; depois desse momento, os alunos realizaram sempre a melhoria das suas resoluções na mesma aula em que resolveram os problemas.

Na Figura 3 é apresentada a planta da sala de aula da turma em estudo, em que cada fila serviu de base para a distribuição dos problemas em cada um dos momentos.

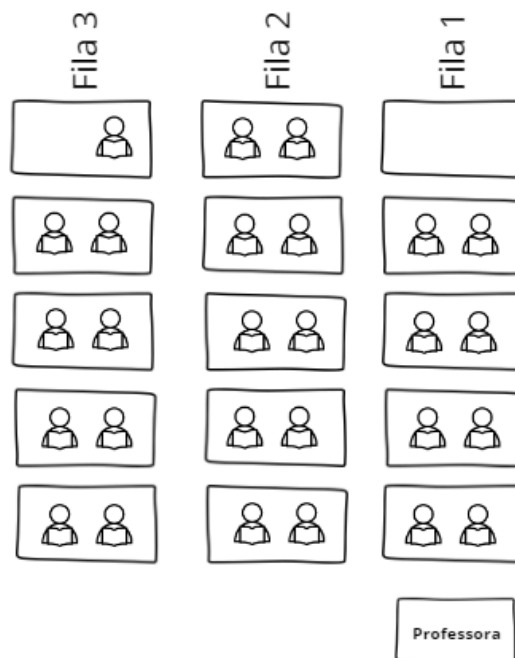


Figura 3 – Planta habitual da sala de aula

Nas próximas secções apresentaremos detalhadamente cada um dos momentos que compõe a intervenção pedagógica, a partir da sua organização das tarefas mobilizadas.

3.2.1. Primeiro momento

O primeiro momento aconteceu no dia 14 de dezembro de 2023. Partilho primeiramente a forma como foram distribuídos os problemas pelas díades (Figura 4), tendo em conta a planta habitual da turma.

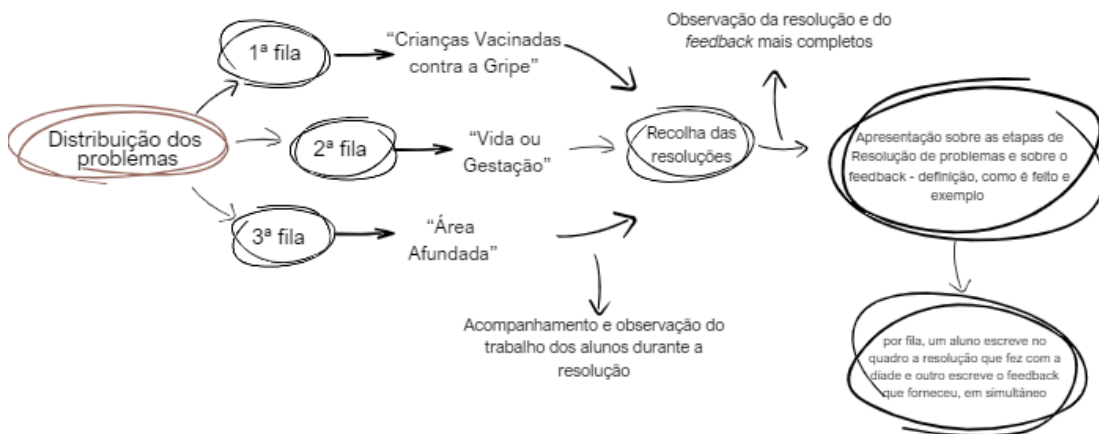


Figura 4 – Orientações da primeira aula em que foram aplicados três problemas

No primeiro momento comecei a aula por relembrar as etapas da Resolução de Problemas, através de um diálogo coletivo e, de seguida, distribuí a tarefa. Selecionei três problemas diferentes: *Crianças Vacinadas contra a Gripe*, *Vida ou Gestação* e *Área Afundada* (Figura 5). Nesta primeira aula, cujo plano se encontra o Apêndice 8, os problemas abordavam o tópico dos Números Racionais, mais concretamente, o subtópico de Notação Científica. Os objetivos de aprendizagem tiveram em conta as AE. Era expectável que os alunos soubessem representar e comparar números racionais positivos em notação científica (com potência de base 10 e expoente inteiro positivo), reconhecer e utilizar números representados em notação científica e operar com números em notação científica em casos simples (percentagens).

Para o desenvolvimento da tarefa, optei que cada uma das 3 filas resolvessem um dos problemas apresentados a seguir.

Problema 1 - "Crianças Vacinadas contra a Gripe" Sabe-se que a população de uma certa cidade é de 5000000 habitantes, e que 35% dessa população tomou a vacina contra gripe, sendo que 60% das pessoas vacinadas eram crianças. Qual é, em notificação científica, o número de crianças que tomaram a vacina contra gripe.
Problema 2 - "Vida ou Gestação" O bebé João completou, no dia 1 de julho de 2020, pelas 10h00, 250 dias de vida. Sabendo que o bebé nasceu em outubro de 2019, ao fim de $6,648 \times 10^3$ horas de gestação, indica se, às 10h00 do dia 1 de julho de 2020, o tempo de vida do bebé após o nascimento já ultrapassou o tempo de gestação. 
Problema 3 - "Área afundada" "Até 2040, pelo menos 8% da superfície terrestre deve afundar, segundo um estudo publicado na revista científica <i>Science</i>." A área de superfície total é, aproximadamente, $510\,000\,000\text{ km}^2$, dos quais 71% são ocupados pelos oceanos e 29% pelos continentes. Qual é, em notação científica, a área da superfície terrestre, em km^2, que deve afundar até 2040? 

Figura 5 – Enunciado dos problemas propostos no primeiro momento

As resoluções foram distribuídas aleatoriamente dentro da mesma fila, tanto para a sua resolução, como para a troca de *feedback*. Na Figura 6 é apresentado o esquema da planta da sala, em que RP representa o grupo que resolveu o problema e F o *feedback* dado ao grupo. Por exemplo, RP: Grupo 1 e F: Grupo 3 indica que o Grupo 1 resolveu o problema e recebeu *feedback* do grupo 3.

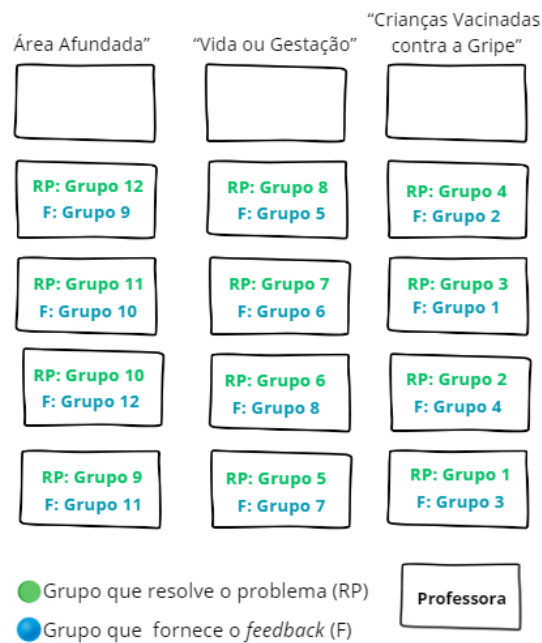


Figura 6 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de *feedbacks* no 1.º momento

O foco desta atividade foi o *feedback* entre pares. Desejava também compreender de que modo os alunos se apropriavam da tarefa do *feedback*, uma vez que o fizeram pela primeira vez. Optei pela apresentação de três problemas diferentes para que os alunos tivessem contacto a vários problemas envolvendo Notação Científica. Como foi distribuído um problema por fila, tornou-se mais fácil a troca das resoluções para a elaboração do *feedback*, tendo em conta a disposição da planta da sala.

Depois, solicitei aos alunos que os resolvessem em díades, conforme a planta da sala. De seguida, foram recolhidas as resoluções e relembradas, mais uma vez, as etapas da Resolução de Problemas, proferidas no início da tarefa. Foi também explicado como se processa o *feedback*, em que consiste, e a melhor forma de o fazer, de forma a se constituir um *feedback* de qualidade (Machado, 2021). Fui dando breves exemplos do que se faz em cada um dos tópicos, quer das etapas de resolução, quer das formas de *feedback*. Depois disto, foi projetado um exemplo de um possível *feedback* a uma resolução de um problema, com o objetivo de melhorar o entendimento dos alunos sobre o que tinham de fazer (Figura 7).

Etapas da resolução de problemas

Resolver um problema matemático é muito mais do que encontrar o caminho para chegar à etapa final, pois é essencial comunicar de forma correta, completa e clara e explicar a razão de se utilizar um dado processo.

1. **Interpretar o problema:** ler bem o enunciado; identificar os dados do problema e o que é pedido; e escrever os dados que sejam pertinentes
2. **Selecionar e executar uma estratégia:** uma sugestão é recorrerem a um esquema ou a um problema semelhante resolvido anteriormente; e, em cada passo, apresentar todos os cálculos e explicações necessárias
3. **Avaliar o resultado no contexto e responder:** confirmar se a solução enquadrada faz sentido no contexto da situação do problema; e dar uma resposta clara e completa.

Como avaliar a resolução dos vossos colegas?

O feedback deve:

- ser claro para que os vossos colegas consigam perceber o que querem transmitir;
- colocar questões para os vossos colegas refletirem;
- dar pistas, de forma a conduzir a resolução no caminho que deve ser;
- não incluir a correção do erro, para que os vossos colegas sejam autónomos;
- identificar o que já foi feito corretamente.

Exemplo:

No início da semana, a Joana tinha 525€ na sua conta bancária. Na segunda-feira levantou 70€ no multibanco, na quinta-feira depositou 95€ na conta e no sábado pagou, com o cartão multibanco, duas compras: uma de 336€ e outra igual à metade do dinheiro que levantou na segunda-feira? Qual é o saldo da conta bancária da Joana no final das compras de sábado? Explica como chegaste à tua resposta.

Não devias referir os dados do problema?

O que significa isto?

$$70/2=35$$

Boa, é mesmo isso!

$$525-70+95-336-35=179 \text{ €}$$

Não devias apresentar uma resposta completa?

Figura 7 – Slides apresentados em aula sobre o feedback

Tal como os alunos, eu também estou em processo de aprendizagem e o meu exemplo talvez não terá sido o mais adequado. Primeiramente, devia ter escolhido um problema com um processo de resolução mais complexo para apresentar vários exemplos de comentários. Em segundo, apresentei *feedback* maioritariamente interrogativo, que é o que os alunos também costumam apresentar.

Em seguida, as resoluções foram distribuídas entre os pares de cada fila, de forma aleatória, para que fornecessem o *feedback*. Esta escolha de trocas dentro da mesma fila deve-se ao facto de os alunos já estarem ambientados com o problema, o que foi vantajoso para a gestão do tempo previsto para cada momento da aula.

Após isto, foram projetados os enunciados dos problemas relativos a cada fila e foi pedido a um aluno de cada fila para escrever no quadro a resolução sobre a qual deu o *feedback*, com o respetivo *feedback* escrito. Em conjunto com a turma, analisou-se as resoluções dos 3 problemas, bem como os *feedbacks*. Depois disso, recolhi as restantes folhas para uma análise mais fina fora da sala de aula e disponibilizei uma proposta de resolução na *Classroom* da turma, onde valorizei a Comunicação Matemática (Apêndice 12).

Este primeiro momento serviu como uma oportunidade para que eu pudesse conhecer melhor os alunos e as suas limitações a comunicar matematicamente. Neste sentido, optei por disponibilizar mais tempo para a resolução dos problemas. Com mais tempo, conseguiram de dicar-se de forma a conseguirem uma Comunicação Matemática escrita e *feedback* mais completos, não tendo sido prioridade haver uma segunda fase de resolução para a melhoria das resoluções neste primeiro momento.

Os alunos revelaram ter imensa dificuldade em compreender a importância da comunicação matemática em todos os momentos escritos e isso sentiu-se nas suas produções. Mais do que durante a resolução de problemas, na resolução de exercícios, os alunos faziam comentários como: “isto é óbvio”, “não há nada para explicar aqui”, “a professora percebeu o que eu queria fazer, só troquei um símbolo”, “ter um *traço* ou um *igual* é quase a mesma coisa”, e muitas vezes os alunos que dão o *feedback* pensam de igual forma. Neste sentido, antes de aplicar o 2.º momento da intervenção pedagógica que vou apresentar a seguir, propus aos alunos uma atividade de resolução de exercícios do manual (Anexo 1), com posterior *feedback* entre os pares, como forma de praticarem ambos os conceitos.

3.2.2. Segundo momento

A Figura 8 apresenta uma organização do segundo momento, que ocorreu a 29 de fevereiro de 2024.

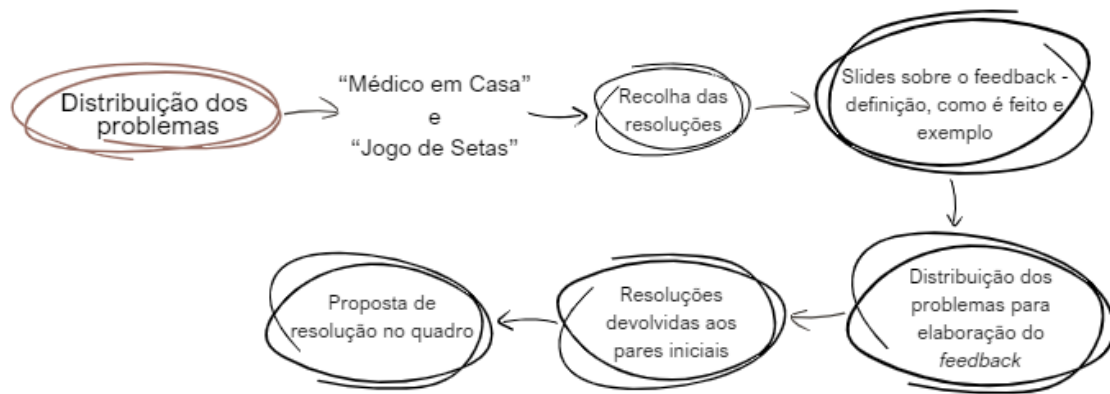


Figura 8 – Orientações da segunda aula em que foram aplicados dois problemas

No 2.º momento comecei por distribuir os dois problemas, *Médico em Casa* e *Jogo de Setas* (Figura 9), em folhas separadas, para que os alunos os resolvessem em diádes. Nesta segunda aula, cujo plano se encontra no Apêndice 9, os problemas abordavam ainda o tópico do tema Números, mas, desta vez, envolvia Equações e Representação de Funções, no contexto do quotidiano dos alunos.

Tendo em conta o expresso nas AE (Canavarro et al., 2021), no primeiro problema, *Médico em Casa* (Figura 9), era expectável que os alunos reconhecessem e traduzissem a situação descrita no enunciado através de uma equação do 1.º grau a uma incógnita e apresentassem e explicassem as suas ideias e processos. Claro está que também era de esperar que resolvessem corretamente a equação. Escolhi trazer o tópico das Equações, pois apesar de o assunto ter sido abordado no capítulo anterior ao deste momento, considero-o muito importante porque são ferramentas essenciais para a resolução de problemas que envolvem várias disciplinas e exigem aos alunos um pensamento lógico e estruturado; são como uma base que se estiver bem sólida conseguem ter sucesso em tópicos mais avançados, bem como em situações do dia a dia. Além disso, os alunos revelaram muitas dificuldades ao nível da tradução do enunciado em linguagem comum para a linguagem matemática – escrita de uma equação. Relativamente ao segundo problema, *Jogo de Setas*, procurei compreender os conhecimentos manifestados pelos alunos no que diz respeito à interpretação de um referencial cartesiano. Não aprofundei demasiado o tema das Funções, pois a

intervenção foi realizada logo no início do capítulo, com alteração da ordem proposta pelo manual escolar adotado.

Problema 1 - "Médico em Casa"

A organização «Médico em Casa» presta assistência médica ao domicílio. Os utentes pagam a consulta e a deslocação do médico.

Sabe-se que:

- o preço da consulta é 10€;
- cada quilómetro percorrido pelo médico na deslocação é acrescentado 40 cêntimos ao preço final.

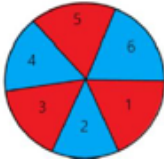
O Sr. Pereira adoeceu e recorreu aos serviços da organização «Médico em Casa». Pagou 18 euros pela consulta e pela deslocação do médico.

Quantos quilómetros percorreu o médico nessa deslocação?

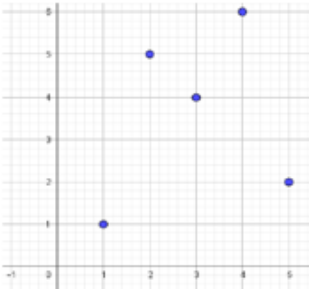
Problema 2 - "Jogo de Setas"

A Rita e a Maria desafiaram-se para um jogo de setas com um quadro circular dividido em 6 secções. De forma a tornarem o jogo mais interessante, resolveram multiplicar os pontos obtidos numa jogada pela ordem dessa mesma jogada (por exemplo: se na 3ª jogada acertar na secção 5, obterá $3 \times 5 = 15$ pontos).

Interpreta o gráfico e indica quem ganha o jogo após 5 jogadas.



Jogadas da Rita



Jogadas da Maria

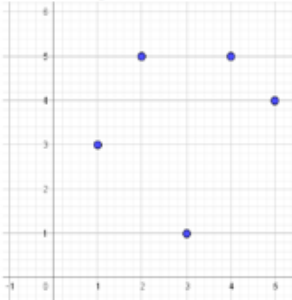


Figura 9 – Enunciado dos problemas no segundo momento

O segundo problema foi pensado e dinamizado por mim e pelo meu colega de estágio e, após uma reflexão à posteriori, chegámos à conclusão que poderíamos ter feito de outra forma. Este, talvez, teria sido mais interessante, sob o ponto de vista de conseguir envolver mais conceitos, se, em vez da multiplicação do número da jogada pela secção obtida, tivéssemos optado pela subtração entre a abcissa e a ordenada, explorando

outras aprendizagens. Assim teríamos verificado se os alunos tinham conhecimento consolidado sobre as coordenadas de pontos.

Os pares foram seleccionados de acordo com a planta da sala de aula, como podemos observar na Figura 10, que segue a mesma dinâmica das legendas apresentadas no primeiro momento.

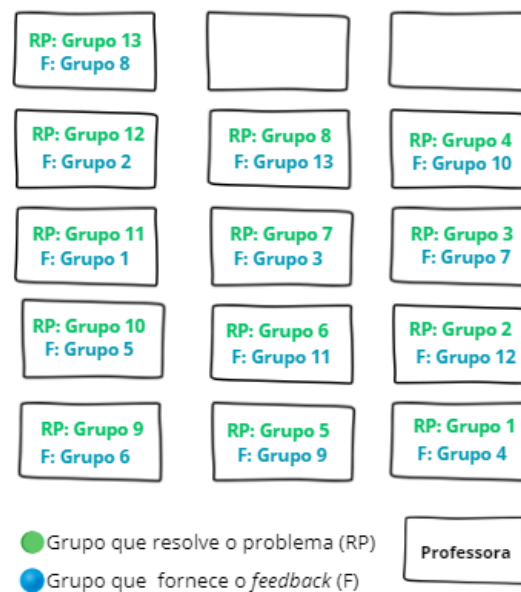


Figura 10 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de *feedbacks* no 2.º momento

Após a realização da tarefa, as resoluções dos alunos foram recolhidas. Nessa aula foram apresentados, uma vez mais, uns slides sobre o *feedback*, tendo em conta a sua definição e como é feito para se constituir um *feedback* de qualidade (Apêndice 6). Após a breve explicação, as resoluções dos alunos foram distribuídas aleatoriamente para que outro grupo desse o *feedback*. De seguida, as produções foram devolvidas aos pares iniciais, permitindo-lhes melhorá-las, aproveitando o verso de cada uma das folhas. Posteriormente, foram recolhidas para que eu analisasse cada uma das resoluções. Por fim, as tarefas foram corrigidas no quadro (Apêndice 13), de modo a garantir que todos os alunos ficassem com o registo da correção no caderno.

Neste segundo momento, ainda insatisfeita com a evolução do *feedback* dos alunos e, consequentemente, com a pouca evolução da Comunicação Matemática escrita, dei *feedback* aos *feedbacks* dados aos pares e partilhei na ferramenta *Classroom* (Apêndice 7), com o objetivo de refletirem e melhorarem as suas resoluções. Na aula seguinte,

discutimos coletivamente alguns *feedbacks* dados, sem identificar os alunos envolvidos tanto no *feedback*, como na resolução do problema.

3.2.3. Terceiro momento

A Figura 11 apresenta uma organização do terceiro momento, que ocorreu a 23 de abril de 2024.

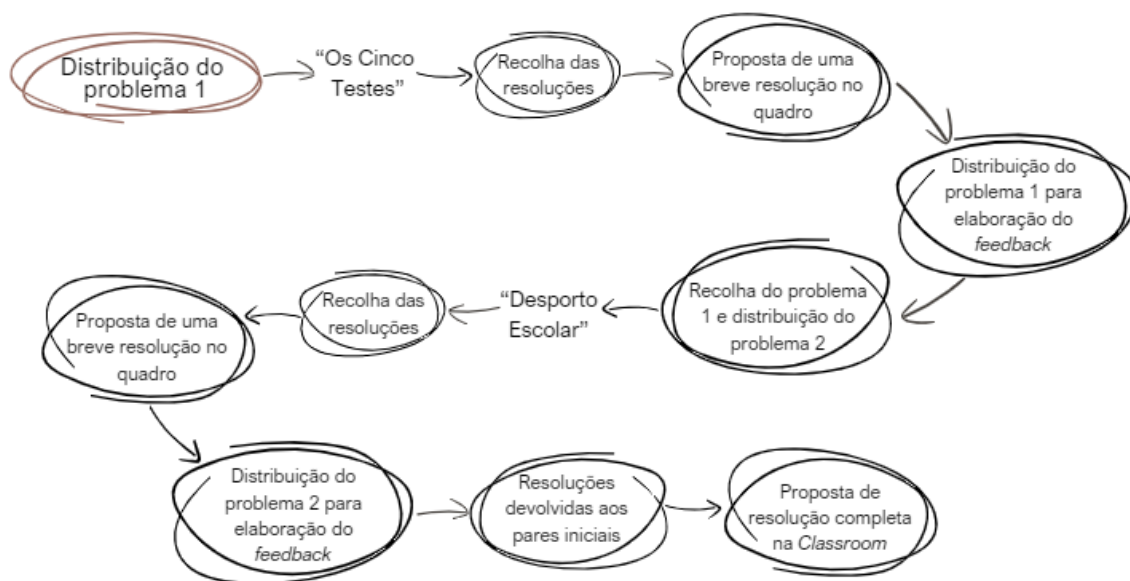


Figura 11 – Orientações da segunda aula em que foram aplicados dois problemas

Como podemos perceber pelo esquema, aqui todas as díades resolveram os dois problemas. No entanto, diferente do que ocorreu no segundo momento. Os problemas não foram fornecidos ao mesmo tempo.

Nesta terceira aula em que foi aplicada a intervenção pedagógica, foi distribuído o problema 1, *Os Cinco Testes* (Figura 12), para todos os alunos resolverem em díades.

Relativamente à terceira aula, esta foi conduzida de uma maneira ligeiramente diferente, como se pode ver no plano que se encontra no Apêndice 10. As aulas anteriores permitiram-me compreender a necessidade de se proceder a reajustes relativamente aos dois primeiros momentos da intervenção, tal como irei refletir mais à frente. Este momento foi inserido no tema Dados, mais concretamente sobre o tópico Análise de Dados. Os objetivos de aprendizagem tiveram em conta as AE. além do conhecimento da definição de média, era necessário que os alunos reconhecessem e aplicassem a

mediana como uma medida de localização do centro da distribuição dos dados e ainda determiná-la. Escolhi este primeiro problema pois, mais do que saber calcular uma média, é muito importante que os alunos reconheçam a sua noção. Além disso, os alunos têm muitas dificuldades em pensar mais além quando se deparam com incógnitas e, a proposta apresentada, foi uma tentativa de permitir aos alunos ultrapassar essa barreira, pelo que optei pela escolha do problema 2 – *Desporto Escolar*. Por outro lado, este problema envolvia uma equação, tópico este que, como referi, é importante que os alunos o dominem, daí o ter considerado o bastante interessante.

Problema 1 – "Os cinco Testes"

O Gonçalo e a Joana são alunos do 7ºano e pertencem à mesma turma. No primeiro semestre foram submetidos a três testes de matemática, sendo que no segundo semestre foram submetidos apenas a dois testes da mesma disciplina.

No primeiro semestre, a média dos testes do Gonçalo, em percentagem, foi 73 e a média dos testes da Joana foi 87. No segundo semestre, a média dos testes da Joana, em percentagem, foi 83 e a média dos testes do Gonçalo foi mais 15 pontos do que no primeiro semestre.

No final do ano letivo, quem é que teve maior média nos cinco testes?

Justifiquem todos os passos da resolução.

Problema 2 – "Desporto Escolar"

No gráfico da figura seguinte, está representada a distribuição de tempos letivos semanais, por ano letivo, no decurso dos programas do Desporto Escolar, de 2013 a 2021.

Ano letivo	N.º de tempos letivos
2013/2014	21 000
2014/2015	21 400
2015/2016	a
2016/2017	a
2017/2018	22 200
2018/2019	22 400
2019/2020	22 600
2020/2021	22 600

Sabe-se que:

- os anos letivos 2015/2016 e 2016/2017 têm igual número de tempos letivos semanais, a , e que $21\,400 < a < 22\,200$;
- a mediana da distribuição de tempos letivos semanais dos oito anos letivos é 22 000.

Calcula o valor de a .

Justifiquem todos os passos da resolução.

Figura 12 – Enunciado dos problemas no terceiro momento

Os pares foram, à semelhança dos momentos anteriores, selecionados de acordo com a planta da sala de aula (Figura 13).

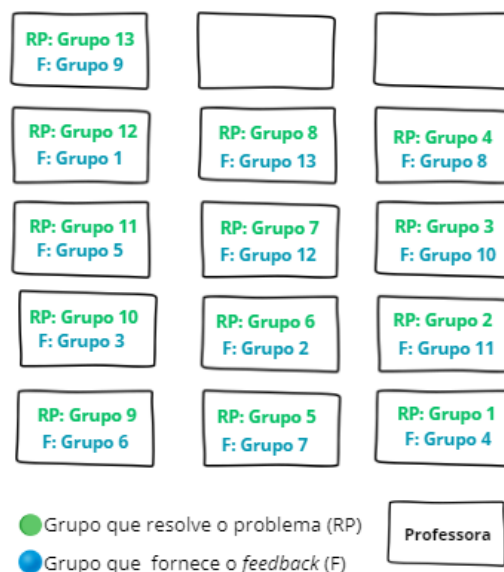


Figura 13 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de *feedbacks* do Problema 1 no 3.º momento

Após a realização do problema 1, *Os cinco Testes*, as produções dos alunos foram recolhidas. Foi feita uma proposta de resolução focando as suas principais ideias de forma breve no quadro (Apêndice 14), como forma de obter um *feedback* mais assertivo e eficiente por parte dos alunos. Após isto, os problemas foram distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos *feedbacks*. Seguidamente, as folhas com o problema 1 foram recolhidas e foi distribuído o problema 2, *Desporto Escolar* (Figura 12), para que os alunos efetuassem a resolução. A relação entre o grupo que resolveu o problema e o grupo que forneceu *feedback* está apresentada na Figura 14.

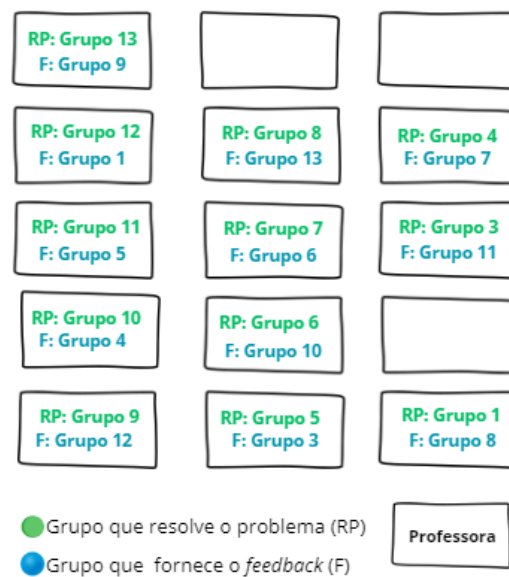


Figura 14 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de *feedbacks* do Problema 2 no 3.º momento

Após a realização do segundo problema, as resoluções dos alunos foram recolhidas e foi feita no quadro uma proposta de resolução sucinta, com pistas-chave, com o objetivo de obter um *feedback* mais assertivo e útil para os alunos. Após isto, os problemas foram (re)distribuídos para a realização dos *feedbacks*. Podemos observar na Figura 14 que há menos um par, pois um aluno precisou de sair, tendo sido necessário que o outro elemento se juntasse a outro grupo. Por fim, os dois problemas voltam aos grupos iniciais para que os alunos melhorassem as suas resoluções, mais concretamente, a comunicação matemática escrita. Os alunos devolveram as resoluções à professora que as guardou para uma análise mais fina. Devido à limitação do tempo, as propostas de resolução completas foram disponibilizadas na *Classroom* para que vissem uma resolução em que a comunicação matemática escrita fosse contemplada (Apêndice 14).

3.2.4. Quarto momento

A Figura 15 apresenta uma organização do quarto momento, que ocorreu a 16 de maio de 2024.

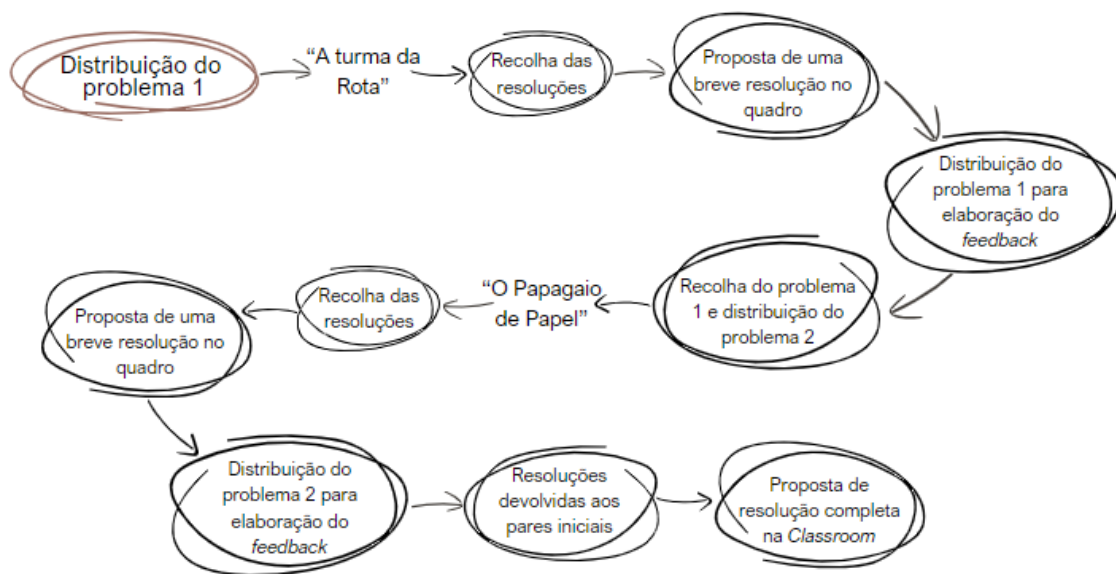


Figura 15 – Orientações da quarta aula em que foram aplicados dois problemas

Nesta última aula começou-se por distribuir o primeiro problema, *A Turma da Rita* (Figura 16), sobre Probabilidades, inserido no tema Dados, para que os alunos resolvessem em díades.

Desenvolvi este último momento com o objetivo de envolver o tópico das Probabilidades e o subtópico das Figuras no plano com a Resolução de Problemas, como de pode verificar no Apêndice 11 referente ao plano da mesma aula. Para a resolução do Problema 1, foi importante que os alunos soubessem designar os elementos de um acontecimento como “resultados favoráveis” à realização desse acontecimento e identificassem resultados possíveis como acontecimentos elementares e, também, compreendessem que a soma das suas probabilidades é 1. Escolhi este primeiro problema, pois senti que nos momentos escritos mais simples, os alunos tinham tendência a escrever penas o resultado porque, segundo eles, “a resolução é óbvia”.

Relativamente ao segundo problema, que incide no tópico de Figuras Planas, era expectável que os alunos identificassem e descrevessem as propriedades das diagonais de um quadrilátero e aplicá-las para resolverem problemas e, por fim, revelassem a capacidade de formular conjecturas, generalizações e justificações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, tais objetivos de aprendizagem tiveram em conta as AE. Optei por este problema pois, no momento, ainda não tinha sido abordado a área do papagaio, no entanto, já sabiam determinar a área do retângulo e do triângulo. Assim, era interessante verificar se os alunos tinham

a capacidade de desconstruir a figura, (re)organizá-la e trabalhassem com o que sabiam até ao momento, como sugere o Apêndice 15. Além disso, mais uma vez, trouxe para a sala de aula a elaboração e resolução de uma equação.

Problema 1 – "A turma da Rita"

Relativamente aos alunos da turma da Rita, sabe-se que 60% são rapazes.

Para a apresentação do resultado de um trabalho da turma à comunidade educativa, vai ser selecionado aleatoriamente um dos alunos.

1.1. Qual é a probabilidade de o aluno selecionado ser uma rapariga? Apresenta o resultado em percentagem.

1.2. A distribuição das idades da turma da Rita apresenta-se na tabela seguinte:

13	12	13	14	13	13	15	14	12	14
13	14	14	14	14	13	12	14	15	14
12	13	13	14	13	13	14	13	12	12

Qual é a probabilidade de o aluno selecionado ser um dos mais novos da turma? Apresenta o resultado na forma de percentagem.

Problema 2 – "O Papagaio de Papel"

Observa na figura ao lado o logótipo criado pela Carolina para o Festival de Papagaios de Papel promovido pela sua escola.



**Festival
Papagaios de Papel**

2.1. O logótipo da entrada para o festival foi criado a partir de um papagaio cujas diagonais medem 50 cm e 30 cm. Determina a área desse papagaio.

2.2. Para participar no festival, a Carolina também construiu o seu próprio papagaio. Sabendo que o papagaio tem $0,24 \text{ m}^2$ e a sua diagonal maior mede 80 cm, determina a medida do comprimento da respetiva diagonal menor.

Figura 16 – Enunciado dos problemas no quarto momento

Os pares foram formados como nos momentos anteriores.

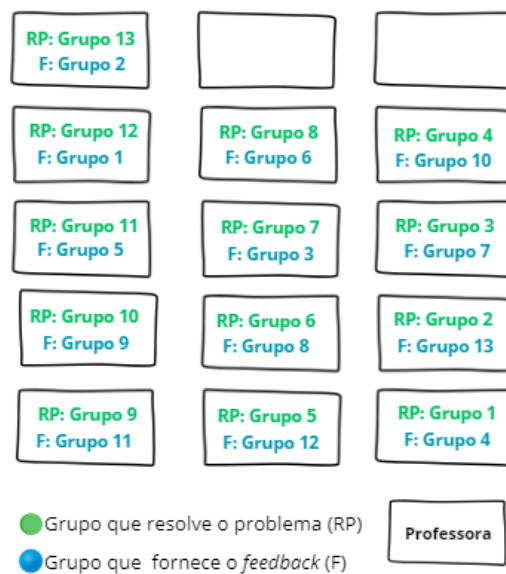


Figura 17 – Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de *feedbacks* do Problema 1 no 4.º momento

Depois de resolverem o problema 1, as produções foram recolhidas. De seguida fiz uma proposta de resolução sucinta no quadro, com pistas-chave, com o objetivo de obter um *feedback* com mais qualidade para os alunos. Após isto, os problemas foram distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos *feedbacks*, seguindo a mesma dinâmica das legendas apresentadas nos momentos anteriores (Figura 18). Seguidamente, as folhas com o problema 1 foram recolhidas e o problema 2, *O Papagaio de Papel* (Figura 16), sobre Figuras Planas, tópico inserido no tema da Geometria, foi distribuído pelos mesmos pares, para que os alunos melhorassem a resolução numa segunda fase.

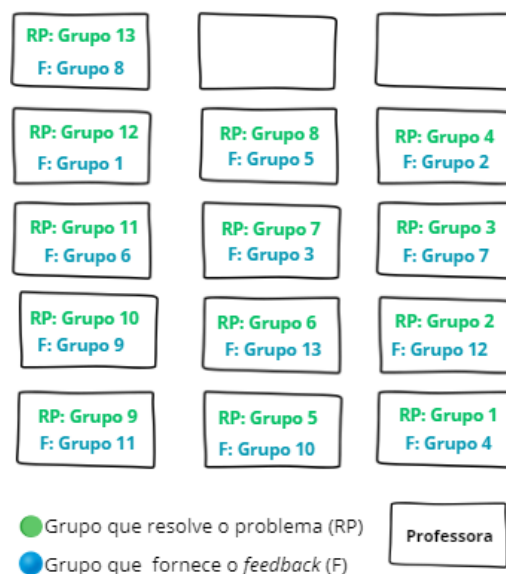


Figura 18 - Planta da sala com a dinâmica de Resolução e troca de *feedbacks* do Problema 2 no 4.º momento

Após a recolha da resolução do segundo problema, mais uma vez, apresentei uma proposta sucinta de resolução no quadro, para um melhor *feedback* por parte dos alunos. Após isto, os problemas foram distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos *feedbacks*. Por fim, os dois problemas voltam aos grupos iniciais para que estes os melhorem, no que concerne às suas resoluções, mais concretamente, a Comunicação Matemática escrita. Os alunos devolveram as resoluções para que eu pudesse ficar com elas e analisá-las.

3.3. Balanço global da Intervenção

O objetivo inicial era eles contactarem com vários problemas, mas, como depois contactaram imediatamente com as resoluções dos problemas desconhecidos, não tiraram o proveito devido. Deste modo, a partir do segundo momento, optei pela resolução de dois problemas em aula por todas as díades. Assim, na discussão sobre a sua resolução, não contactariam com resoluções de problemas desconhecidos.

Além disso, tendo como ponto de referência os dois primeiros momentos, realizei outras alterações, considerando a análise realizada às resoluções e *feedbacks*. Em síntese, de modo a colmatar tais dificuldades, seguem as minhas constatações e alterações realizadas:

- i) Quando as díades recebiam os dois problemas desde o início, deixavam de trabalhar em equipa para realizarem um problema cada um dos elementos da díade. Tal constatação levou-me a entregar os problemas um de cada vez, em separado, tanto para a resolução dos problemas, como para a elaboração do *feedback*.
- ii) O *feedback* era efetuado segundo a resolução da díade em causa e não sobre os aspetos globais da resolução devida. Neste sentido, optei por dar uma ideia da resolução, para os alunos poderem dar pistas nesse sentido, e não comentarem apenas o que os colegas fizeram.
- iii) Algumas díades tinham dificuldades em apresentar uma resolução completa, bem estruturada e com boa comunicação, e no momento de efetuar o *feedback* à resolução de outra díade, este era também insuficiente e pouco claro – com muitos pontos de interrogação, por exemplo, não ajudando os colegas na melhoria. Neste sentido, fiz uma apresentação mais completa sobre o que é e

como deve ser dado o *feedback*. Também dei *feedback* aos *feedbacks* dados pelos alunos e apresentei alguns exemplos em aula.

- iv) Quando os grupos tinham contacto com as suas resoluções após o *feedback*, nem sempre sabiam interpretar o que deveriam fazer, pois não tinham conhecimento da resolução correta. Pelo que acabei de referir, optei por dar uma breve noção dos passos a ter em consideração na resolução dos problemas, focando nas pistas-chave, antes da elaboração do *feedback*.

Com tais alterações, constatou-se que os alunos melhoraram a qualidade dos *feedbacks* e resultando, daqui a posterior melhoria das resoluções.

4. Métodos e procedimentos de recolha de dados

Neste capítulo, são apresentadas e fundamentadas as escolhas metodológicas que foram tomadas, incluindo as opções adotadas na recolha e na análise dos dados. Adicionalmente, são apresentadas as precauções tomadas para garantir o cumprimento das questões éticas.

Este estudo foi realizado no contexto de um projeto de investigação sobre o desenvolvimento de práticas de avaliação formativa, com o objetivo de **compreender de que modo a avaliação formativa através do *feedback* entre pares pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos**. Ao entender os efeitos positivos desta prática, os docentes poderão implementar estratégias mais potenciadoras de ensino e avaliação mais ajustadas às necessidades dos alunos, preparando-os para os desafios da matemática.

Para a concretização deste objetivo, esta investigação foi organizada em torno de 3 dimensões: a comunicação matemática escrita, o *feedback* entre pares e a relação que possa existir entre ambos. Deste modo, foram definidos objetivos específicos associados a cada uma destas dimensões:

- **Comunicação Matemática Escrita:** Identificar as dificuldades dos alunos na comunicação matemática escrita, durante a resolução de problemas.
- **Feedback em pares:**
 - Identificar os tipos de *feedback* que apresentam aos pares;
 - Identificar as principais dificuldades dos alunos ao dar *feedback*;
 - Analisar a evolução no tipo de *feedback* fornecido pelos pares.
- **Relação entre ambos:** Compreender de que modo os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções ao resolver problemas.

Para atingir tais objetivos, de modo a direcionar o foco do estudo, parte-se da seguinte questão: ***De que modo a comunicação matemática escrita pode ser potencializada a partir de práticas de feedback entre pares?***

Neste contexto, a questão central emerge como um ponto de partida para explorar a interseção entre a Comunicação Matemática escrita e as práticas de *feedback* entre pares. Ao investigar sobre como a Comunicação Matemática escrita pode ser potencializada por meio dessas práticas, procuro não apenas compreender o impacto do *feedback* entre pares no desenvolvimento das capacidades de comunicação matemática escrita dos alunos, mas também explorar as dinâmicas complexas que surgem durante esse processo. Portanto, a questão orientadora não apenas delimita o resultado da pesquisa, mas também proporciona uma estrutura para investigar e analisar criticamente as práticas de *feedback* entre pares como uma estratégia pedagógica para melhorar a comunicação matemática escrita dos alunos. O estudo foi guiado pelas seguintes questões orientadoras de investigação:

- Como é que a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos evoluiu ao longo da intervenção pedagógica?
- Quais as principais dificuldades que os alunos enfrentam na comunicação matemática escrita ao resolver problemas?

Esta investigação seguiu uma abordagem metodológica de natureza qualitativa e carácter interpretativo. Escolhi esta abordagem pois, mais do que analisar os resultados, interessa-me o processo e o acompanhamento da evolução dos alunos no que diz respeito à Comunicação Matemática escrita, proveniente do *feedback* escrito. Ou seja, sugerem coerência com o que sugere Amado (2014), pelo que tentei compreender o significado que os estudantes atribuíram às suas próprias ações e entender as suas interpretações das diferentes situações a que foram sujeitos.

Deste modo, irei concentrar-me nos processos e dinâmicas, de forma a tentar compreender como é que os alunos interagem e como é que a estratégia de *feedback* entre pares é implementada na sala de aula, bem como os processos subjacentes ao seu sucesso e insucesso. Também é interessante entender as razões, significados e interpretações de forma a descobrir o porquê de as coisas acontecerem de determinada forma num certo momento da intervenção ou dos alunos agirem de certas maneiras.

A recolha de dados foi feita através da análise dos documentos que contemplavam a resolução das tarefas e os *feedbacks*, bem como de inquéritos na forma de questionários.

OBJETIVOS	Análise das produções escritas dos alunos	Questionário
Identificar as dificuldades dos alunos na comunicação matemática escrita, durante a resolução de problemas.	x	
Identificar os tipos de <i>feedback</i> que apresentam aos pares.	x	
Identificar as principais dificuldades dos alunos ao dar <i>feedback</i> .		x
Analisar a evolução no tipo de <i>feedback</i> fornecido pelos pares.	x	
Compreender de que modo os alunos integram o <i>feedback</i> recebido na melhoria das suas produções ao resolver exercícios.	x	x

Quadro 1 – Objetivos específicos e os respetivos métodos para o alcance dos mesmos

A **recolha documental** incluiu os documentos que surgiram no decorrer da investigação, como é o caso das primeiras e segundas fases das resoluções dos problemas propostos nos 4 momentos e dos *feedbacks* dos alunos às primeiras fases de resoluções dos colegas. Como podemos observar no quadro acima, a recolha documental, visava identificar as dificuldades dos alunos na comunicação matemática escrita, durante a resolução de problemas e os tipos de *feedback* que apresentaram aos pares. Também servirão para analisar a evolução no tipo de feedback fornecida e para compreender de que modo os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções ao resolver problemas.

O **questionário** foi aplicado a todos os alunos, no final do segundo semestre, durante a aula de Matemática. Utilizou-se a ferramenta *Google Forms*, que permite criar questionários e formulários, vinculada ao e-mail institucional de cada aluno para identificar as suas respostas. No entanto, para a análise realizada neste trabalho, os autores das respostas não foram identificados, apenas foram consideradas as respostas em si. Todos os alunos responderam ao questionário com exceção de uma aluna que optou por não participar. O questionário, composto por questões fechadas e abertas (Apêndice 1), visava recolher informações sobre as opiniões dos alunos acerca da

experiência de avaliação entre pares e esclarecer dúvidas importantes resultantes da análise das suas produções, sem necessitar de contacto direto com eles. Mais concretamente, as perguntas foram centradas nas dificuldades dos alunos e no que eles acham do *feedback* enquanto ferramenta para aprender, como podemos verificar no Quadro 2 e no Quadro 3.

OBJETIVOS	QUESTÕES
Identificar as principais dificuldades dos alunos ao dar <i>feedback</i> .	De resposta fechada: Sentiste dificuldades ao dar <i>feedback</i> aos colegas? Quais são as principais dificuldades que encontras ao dar <i>feedback</i>? Caso faça sentido para ti, podes selecionar mais do que uma opção. Sentes-te confiante em dar sugestões de melhoria aos teus colegas? * Sentes que melhoraste o teu <i>feedback</i> atividade após atividade? De resposta aberta: * Porquê? Justifica a resposta anterior. Descreve uma situação em que já tiveste dificuldade em dar <i>feedback</i>. O que aconteceu? O que te poderia ajudar a sentir mais confiante ao dar <i>feedback</i>?

Quadro 2 – Questões do questionário, para identificar as principais dificuldades dos alunos ao dar *feedback*

OBJETIVOS	QUESTÕES
Compreender de que modo os alunos integram o <i>feedback</i> recebido na melhoria das suas produções.	De resposta fechada: Achas que dar feedback aos colegas estás-te a ajudar na tua própria aprendizagem? Durante as tarefas, costumavas ler atentamente o <i>feedback</i> que recebias dos colegas? Com que frequência utilizaste o <i>feedback</i> recebido para melhorares as tuas resoluções? Quais os tipos de <i>feedback</i> que consideras mais benéficos? Caso faça sentido para ti, podes seleccionar mais do que uma opção. ** Sentes que melhoraste a tua Comunicação Matemática escrita atividade após atividade? Entendes que foi benéfico contactar com uma resolução diferente da tua? *** De resposta aberta: De que forma é que ao dar <i>feedback</i> aos colegas estás-te a ajudar na tua própria aprendizagem? ** Porquê? Justifica a resposta anterior. Dá um exemplo de como utilizaste o <i>feedback</i> recebido para melhorar um trabalho. O que mudaste no teu trabalho? *** Se a tua resposta à questão anterior foi “Sim”, indica uma vantagem de teres contactado com uma resolução diferente da tua.

Quadro 3 - Questões do questionário, para compreender de que modo os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções

Todos os alunos foram informados e esclarecidos sobre todos os aspetos relativos à sua participação na investigação, como podemos observar no Apêndice 4. Tiveram o direito a alterar os termos da sua autorização, podendo, inclusive, retirar o seu consentimento, em qualquer altura da investigação. Os alunos, bem como o Sr. Diretor (Apêndice 2) e os Encarregados de Educação (Apêndice 3), tiveram conhecimento de que as suas produções seriam fotografadas e da realização de inquéritos. Dei a conhecer também que os alunos não serão identificados no relatório escrito que resultar

desta investigação, de forma que utilizei nomes fictícios ao longo deste trabalho para assegurar total anonimidade.

5. Análise de resultados

No presente capítulo, apresentarei os resultados deste estudo, considerando a problemática e as questões de investigação e refletindo a partir do enquadramento teórico discutido no capítulo 2.

No decurso da análise, serão apresentados alguns exemplos, de modo a ilustrar a própria análise diante da intervenção pedagógica e dos objetivos deste estudo. Para cada díade selecionada em cada um dos problemas, foi analisada a primeira fase da resolução, os comentários recebidos e a influência dos mesmos na segunda fase da resolução. Para uma melhor compreensão do processo gerado entre quem dá o *feedback* e aquele que o recebe, descrevi o processo no capítulo da Intervenção Pedagógica. O *feedback* dado pelos alunos foi importante, por um lado, para perceber a análise que eles faziam sobre a resolução dos colegas e, por outro, a sua compreensão do problema.

Com o objetivo de entender o envolvimento dos alunos no processo de avaliação entre pares, foi analisada a natureza do *feedback* escrito fornecido pelos alunos aos seus pares, bem como a forma como estes entenderam e integraram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções. Procura-se aqui destacar os desafios enfrentados nesse processo. Neste sentido, para uma melhor discussão das principais dificuldades manifestadas pelos alunos na comunicação matemática escrita, optei por uma primeira tarefa que me permitisse diagnosticá-las, estabelecendo um ponto de partida. Posteriormente, durante toda a intervenção pedagógica através da resolução dos problemas foram identificadas as dificuldades dos alunos na comunicação matemática escrita, bem como os tipos de *feedback* apresentados aos pares. Deste modo, isso permitiu-me acompanhar a evolução da comunicação matemática dos alunos.

Por fim, foram recolhidas as percepções dos alunos sobre dar e receber *feedback* escrito, destacando o papel da avaliação entre pares nesta mesma evolução.

Como sugere Fernandes (2022), no que diz respeito à forma como o *feedback* foi dado, este foi fornecido imediatamente após a conclusão da resolução, de forma escrita. Também tentei que eles recebessem *feedback* com frequência no intervalo de tempo entre os momentos em estudo. Reforcei também a importância de este se focar sempre na tarefa, e não nos colegas que resolveram os problemas.

Para efeitos deste trabalho e, tendo em conta o enquadramento teórico descrito, vou analisar os *feedbacks* dos alunos segundo o seu foco de acordo com as seguintes

dimensões propostas por Costa (2023) – Linguagem, Correção, Justificação, Organização e Resposta (Quadro 4) – e conteúdo – Estratégias, Processos e Procedimentos utilizados (Fernandes, 2022).

DIMENSÃO	DEFINIÇÃO	EXEMPLO
Linguagem	Situação em que a resolução não utiliza uma linguagem matemática correta. As definições, os símbolos e notações, não são apropriados ao contexto nem matematicamente adequados.	“o que é que isto representa?”
Correção	Situação que se verifica quando há cálculos mal efetuados, fórmulas mal aplicadas ou a resposta está incorreta.	“Identificaste corretamente o valor do lado do retângulo. Deves rever o valor da sua largura”
Justificação	Situação que se verifica quando a resolução não está devidamente justificada nem é esclarecedora ou é inexistente.	“Explica como chegaste à tua resposta”
Organização	Situação que se verifica quando a resolução não apresenta os passos de maneira organizada. Os cálculos e informações estão desordenados e torna-se difícil de seguir.	“Deves organizar a tua resposta, escrevendo passo por passo”
Resposta	Situação que ocorre quando a resolução não contém uma resposta ou é apresentada inadequadamente (por exemplo, com as unidades de medida desadequadas ou os resultados arredondados incorretamente).	“O enunciado pedia o resultado em <i>cm</i> ?” “Falta a resposta ao problema”

Quadro 4 – Dimensões para a análise das implicações do *feedback* escrito (Adaptado de Costa (2023))

De modo a facilitar a compreensão do leitor relativamente à organização deste capítulo, apresento o seguinte quadro:

SUBCAPÍTULO	DESCRIÇÃO
5.1.	Serão identificadas as principais dificuldades dos alunos durante a resolução dos problemas e na elaboração do <i>feedback</i> .
5.2. a 5.4.	Irei analisar a resolução dos problemas no segundo, terceiro e quarto momentos e o respetivo <i>feedback</i> , mostrando também a evolução apenas da comunicação matemática escrita entre a primeira e a segunda fases de resolução.
5.5.	Irei compreender a perspetiva dos alunos sobre a avaliação entre pares, através da análise dos questionários. Também abordarei sobre a atitude dos alunos quando eram submetidos a esta tarefa.
5.6.	Aqui, será feita uma análise sobre a evolução dos alunos relativamente à comunicação matemática escrita. Afinal, queremos perceber que evolução sofreu a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos e qual a influência das práticas de avaliação a pares nessa evolução. Neste subcapítulo não irei analisar resoluções que descrevam grande parte da turma, mas sim a evolução de um certo par ao longo de toda a intervenção pedagógica.

Quadro 5 – Organização do capítulo com a descrição de cada subcapítulo

5.1. Primeira Resolução de Problemas com *feedback* entre pares: *Crianças Vacinadas contra a Gripe, Vida ou Gestação e Área Afundada*

O primeiro momento da intervenção pedagógica ocorreu no dia 14 de dezembro de 2023 a partir da resolução de 3 problemas, apresentados a seguir. Para guiar o leitor, relembramos os enunciados (Figura 19) já apresentados no capítulo da intervenção pedagógica.

Problema 1 - "Crianças Vacinadas contra a Gripe" Sabe-se que a população de uma certa cidade é de 5000000 habitantes, e que 35% dessa população tomou a vacina contra gripe, sendo que 60% das pessoas vacinadas eram crianças. Qual é, em notificação científica, o número de crianças que tomaram a vacina contra gripe.
Problema 2 - "Vida ou Gestação" O bebé João completou, no dia 1 de julho de 2020, pelas 10h00, 250 dias de vida. Sabendo que o bebé nasceu em outubro de 2019, ao fim de $6,648 \times 10^3$ horas de gestação, indica se, às 10h00 do dia 1 de julho de 2020, o tempo de vida do bebé após o nascimento já ultrapassou o tempo de gestação. 
Problema 3 - "Área afundada" "Até 2040, pelo menos 8% da superfície terrestre deve afundar, segundo um estudo publicado na revista científica <i>Science</i>." A área de superfície total é, aproximadamente, $510\,000\,000\text{ km}^2$, dos quais 71% são ocupados pelos oceanos e 29% pelos continentes. Qual é, em notação científica, a área da superfície terrestre, em km^2, que deve afundar até 2040? 

Figura 19 - Enunciado dos problemas propostos no primeiro momento

Nesta primeira aula estiveram presentes 25 alunos, organizados em 11 díades e um grupo com 3 elementos. Foram apresentados 3 problemas diferentes, sendo que cada grupo resolvia apenas um. Assim, há 4 resoluções do Problema 1, 4 resoluções do Problema 2 e 4 resoluções do Problema 3.

Relativamente à resolução, sete díades usaram o mesmo método, nomeadamente a regra de 3 simples, sendo que apenas cinco estão diferentes. Neste sentido, vamos analisar as resoluções de dois pares que resolveram pela regra dos 3 simples, e dois grupos de resolveram de maneira diferente desta. Para cada uma das quatro resoluções, vamos identificar as dificuldades dos alunos na Comunicação Matemática escrita, durante a resolução dos problemas e os tipos de *feedback* que apresentam aos pares.

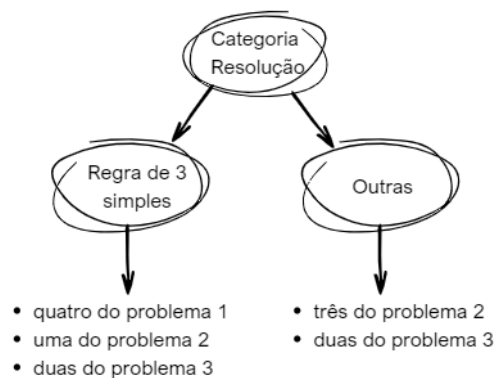


Figura 20 - Categorização das resoluções

Vamos começar por analisar a produção do grupo 8 (Figura 21) do problema *Crianças Vacinadas contra a Gripe* e o respetivo *feedback* fornecido pelo grupo 5.

Dados?

100% — 5000000

35% — x

$$x = \frac{5000000 \times 35}{100} = \frac{175000000}{100} = 1750000$$

Parece bem, bem trabalhado! Parabéns!!

100% — 1750000

60% — x

$$x = \frac{1750000 \times 60}{100} = \frac{105000000}{100} = 1050000$$

O que significa? N.C - 1050000 = 1,050000 * 10⁶

R: 1,050000 * 10⁶ Boa!

Figura 21 - Resolução do grupo 8 ao problema 1 no primeiro momento, com *feedback* do grupo 5

O grupo 8 não começou por recolher os *dados* pertinentes para a resolução do problema. Igualmente, não se verificam as **justificações** dos passos de resolução, mesmo estando correto o que produziram. Finalmente, a resolução apresentada está incompleta, pois não foram discutidos os resultados nem é apresentada a evidência de resposta ao problema.

Após a realização da tarefa, foi fornecido *feedback* pelo grupo 5. Tal *feedback*, reconhece a falta dos dados e felicita a resolução do problema. Para tal, recorrem ao *feedback* exclamativo. São questionados aspetos relativos à **linguagem**, como o significado de “N.C –”, que, de acordo com o *feedback* dado, não foram compreendidos. Optaram, na generalidade, pelo *feedback* interrogativo. Contudo, não se verifica qualquer referência sobre o significado dos valores obtidos (1 750 000 e 1 050 000).

Afinal, $x = 1\,750\,000$ ou $x = 1\,050\,000$? Nesta primeira tarefa, muitos alunos, principalmente meninas, possivelmente proveniente da idade, recorreram a emojis para se expressarem relativamente ao sucesso e insucesso da resolução dos problemas.

Passando para a análise de outra produção, o grupo 2 (Figura 22) resolveu o problema *Área Afundada* e o *feedback* foi dado pelo grupo 1.

Handwritten student work for the problem "Área Afundada" (Submerged Area). The work includes calculations for the area of the ocean, continents, and the submerged area, with feedback annotations in red.

Retendo problema

área da superfície terrestre, em km^2 , que deve afundar até 2040?

Dados?

$\rightarrow$ é a percentagem que $510\,000\,000 = 71\%$ oceanos $\rightarrow$ corresponde à superfície terrestre.

$(\text{área}) = 29\%$ continentes

$100\% \text{ — } 510\,000\,000 \text{ km}^2$

$71\% \text{ — } x$

$x = \frac{71 \times 510\,000\,000}{100} \text{ km}^2$

$x = \frac{36210\,000\,000}{100}$

$x = 362100000$

$\rightarrow$ onde foram buscar isto?

$71\% = 362100000$

$29\% = 147900000$

$8\% = 11832000$

$100\% \text{ — } 147900000$

$8\% \text{ — } x$

$x = \frac{8 \times 147900000}{100}$

$x = 11832000$

$11832000 = 1,1832 \times 10^7$

$x = 11.832.000$

R: Deve afundar $1,1832 \times 10^7 \rightarrow ??$

6 e os km^2 ?

O que é isto

Figura 22 - Resolução do grupo 2 ao problema 3 no primeiro momento, com *feedback* do grupo 1

Na resolução do grupo 2, apesar do pensamento estar correto, os três principais passos de resolução não são explicados. São estes passos: determinar a área ocupada por oceanos, a área ocupada pelos continentes e, por fim, a área continental afundada. Também apresentaram igualdades não verdadeiras, um aspeto comum na maioria das resoluções. A título de exemplo, $71\% = 0,71$, que não é o mesmo que $362\,100\,000$, embora o tenham escrito. Isto pode sugerir que os alunos tentaram extrair e organizar os *dados* do problema, mas fizeram-no sem qualquer rigor.

Neste caso, o grupo 1 mostrou ter ficado com dúvidas relativamente à resolução do grupo 2, contudo, o *feedback* não está muito explícito sobre o que não perceberam na leitura da resolução, havendo algumas falhas demonstradas na prática de dar *feedback*. O *feedback* fornecido incidiu mais na **justificação**, com questões como “onde foram buscar isto?” ou “o que é isto”, estimulando a reflexão e a aprendizagem (Gipps, 1999).

O *feedback* está focado também na **resposta**, comentando sobre as unidades de medida do resultado obtido e o que ele representa.

Vamos agora observar a resolução do grupo 6 ao problema *Vida ou Gestação*, com *feedback* fornecido pelo grupo 8 (Figura 23).

Os cálculos estão nem feitos embora falta os dados

$$6,648 \times 10^2 = 6648h$$

$$\begin{array}{r} 6648 \overline{) 27} \\ \underline{-48} \\ 184 \\ \underline{-168} \\ 168 \\ \underline{-168} \\ 000 \end{array}$$

277 dias - a??

Dados???

$$30 + 31 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 = 242$$

certo x dias de gestação

R: G bebe João não ultrapassou o tempo de gestação

Figura 23 - Resolução do grupo 6 ao problema 2 no primeiro momento, com *feedback* do grupo 8

O grupo 6 optou por não trabalhar em notação científica. Não estão claras a apresentação dos dados e a expressão do raciocínio para o cálculo daqueles que consideram ser os dias de gestação (242 dias). A evidência de resposta, ainda que esteja confusa, está correta e responde ao pretendido. O João é comparado ao tempo, pelo que teria sido melhor se no início da resposta acrescentassem “o tempo de vida do bebé João ...”.

Relativamente ao *feedback*, o grupo 8 poderia ter feito referência a determinados aspetos, tais como: o que significam os números considerados na operação de soma efetuada, porque é que não tiveram em consideração os 250 dias de gestação referidos no enunciado (se tivessem escrito os dados todos, talvez não se tinham esquecido). O grupo que elaborou o *feedback*, focou-se também na **organização**, fazendo referência à falta dos dados.

Por fim, vamos analisar a produção realizada pelo grupo 10 ao problema *Área Afundada*, com *feedback* fornecido pelo grupo 12 (Figura 24).

ano 2040 = -8% da superfície ✓

$A_{total} = 510000000 \text{ km}^2$

71% = Oceanos ✓
29% = Terra

100% = 510.000.000 km^2 ✓
50% = 255.000.000 km^2 ✓
25% = 127.500.000 km^2 ✓
97,5% = 612.500.000 km^2 ✓
8% = 310.037.500 km^2 ✓

612.500.000
- 310.037.500
302.462.500

Resposta: Em notação científica a área é de 3,0246250.

onde está a resposta em notação científica?

como é que chegaram aqui?

a que se refere este valor?

pista: poderiam usar a regra de três simples para a próxima.

Figura 24 - Resolução do grupo 10 ao problema 3 no primeiro momento, com feedback do grupo 12

O grupo 10 revelou muitas dificuldades em expressar os seus raciocínios durante a concretização do problema. Primeiramente, os dados apresentados não estão claros nem corretos. Como é que “ano 2040 = -8% da superfície”? O grupo indica que um ano é igual ao simétrico de uma percentagem. Verificou-se uma grande dificuldade na comunicação matemática, principalmente, como é evidente pela igualdade: “71% = oceanos”. O grupo não indica ao que se refere os 71%, registando que uma percentagem poderia ser igual a oceanos.

Embora haja uma lacuna no âmbito da apresentação dos dados, cabe referir que o grupo considerou que a área da superfície terrestre seria um bom dado do problema. Em relação aos cálculos, foram determinadas algumas percentagens da área da superfície total, contudo não há qualquer **justificação** do motivo pelo qual isso não foi feito. Além disso, o cálculo de 25% da área total está **incorreto**. Demonstraram que, ou não sabem como se calcula 25% de um valor, ou houve engano nos cálculos. Não temos como saber, pois não mostraram todos os passos da resolução. Por fim, não está correto o cálculo de 8% da área da superfície terrestre e a **resposta** final para o problema não está na notação correta - em notação científica.

Relativamente ao *feedback* dado pelo grupo 12, este foi maioritariamente **interrogativo**. Questões como “como é que chegaram aqui?” e “a que se refere este valor?” são focadas na justificação e, de acordo com Gipps (1999), potenciam a aprendizagem e estimulam a reflexão. Também achei muito interessante terem deixado uma pista de

resolução aos colegas. Este é um *feedback* de qualidade na medida em que proporciona um género de um diálogo com os colegas (Nicol, 2010). Contudo, está considerado “certo” (*feedback* focado na **correção**, quando deveriam fazer referência à **linguagem**) falhas graves de comunicação matemática, que deveriam ter sido questionadas, como a questão do ano igual ao simétrico de uma percentagem. Isto é, embora o raciocínio pudesse estar correto, a expressão escrita do mesmo não está. Também é comentada a falta de uma **resposta** direta para o problema em notação científica, que, como referi anteriormente, não são apresentadas na maior parte das resoluções.

Da análise do trabalho realizado pelas díades/grupos, neste primeiro momento ressaltam, durante a resolução dos problemas, os seguintes aspetos ao nível da comunicação matemática:

1. Sete resoluções não contêm os *dados* do problema. Numa das resoluções, aquilo que os alunos designaram por Dados não o são.
2. As resoluções não apresentavam justificação em cada um dos passos. Por exemplo, é apresentada a letra x e não é referido o seu significado (regra dos 3 simples).
3. Não houve a compreensão de que “:” não significa o mesmo que “=” e muito menos significa o mesmo que “-“. E que tais trocas podem tornar certos passos do problema incorretos.

No que concerne à tipologia de *feedback* utilizado, neste primeiro momento verifica-se que:

1. Todos os *feedbacks* fornecidos consideraram a falta dos dados quando eles eram, de facto inexistentes, através de comentários como: “Dados?”, “Os dados?”, “Falta os dados.”
2. Recorreram maioritariamente **feedback interrogativo** para comentarem erros de **linguagem** ou de **justificação**: “O que significa?”; “Onde foram buscar isto?”; “O que é isto?”; “De onde saiu isto?”.

Já no caso da compreensão do *feedback* recebido e da sua inserção na melhoria da resolução numa segunda fase, neste primeiro momento, isso não foi analisado. Apenas nos momentos seguintes é que foi dada a oportunidade de integrarem o *feedback* dos colegas na melhoria da resolução, como foi descrito no Quadro 5.

5.2. Segunda Resolução de Problemas com *feedback* entre pares: *Médico em Casa* e *Jogo de Setas*

O segundo momento da intervenção pedagógica ocorreu no dia 29 de fevereiro de 2024 a partir da resolução, por todas as díades, de 2 problemas, apresentados a seguir. Para guiar o leitor, relembramos os enunciados (Figura 25), já apresentados no capítulo da intervenção pedagógica.

Problema 1 - "Médico em Casa"

A organização «Médico em Casa» presta assistência médica ao domicílio. Os utentes pagam a consulta e a deslocação do médico.

Sabe-se que:

- o preço da consulta é 10€;
- cada quilómetro percorrido pelo médico na deslocação é acrescentado 40 cêntimos ao preço final.

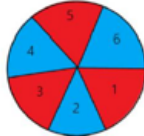
O Sr. Pereira adoeceu e recorreu aos serviços da organização «Médico em Casa». Pagou 18 euros pela consulta e pela deslocação do médico.

Quantos quilómetros percorreu o médico nessa deslocação?

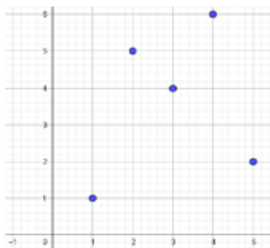
Problema 2 - "Jogo de Setas"

A Rita e a Maria desafiaram-se para um jogo de setas com um quadro circular dividido em 6 secções. De forma a tornarem o jogo mais interessante, resolveram multiplicar os pontos obtidos numa jogada pela ordem dessa mesma jogada (por exemplo: se na 3ª jogada acertar na secção 5, obterá $3 \times 5 = 15$ pontos).

Interpreta o gráfico e indica quem ganha o jogo após 5 jogadas.



Jogadas da Rita



Jogadas da Maria

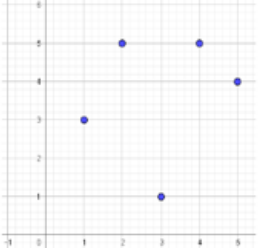


Figura 25 - Enunciado dos problemas propostos no segundo momento

Nesta terceira aula estiveram presentes 26 alunos, organizados em 13 díades, tendo sido apresentados 2 problemas diferentes, sendo que cada grupo resolvia ambos. Assim, há 13 resoluções de cada um dos problemas.

Aqui vamos começar por analisar duas resoluções do problema *Médico em Casa*, identificando os principais aspetos em geral, tanto na comunicação matemática escrita,

como no *feedback* dado. Também iremos comparar a primeira e a segunda fases da resolução, com o objetivo de perceber de que modo os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções.

Relativamente à primeira fase de resolução, apenas uma díade usou o método expectável – tradução da situação descrita no enunciado através de uma equação do 1.º grau a uma incógnita, resolvendo o problema em apenas um passo. Os restantes doze pares resolveram o problema em dois passos: todos determinaram o valor da deslocação através de uma expressão algébrica, sendo que, no segundo passo, cinco pares resolveram por tentativa-erro até alcançarem o resultado; cinco resoluções apresentam mais uma expressão algébrica para obterem o resultado; um apresenta a regra dos 3 simples; e um par resolveu de ambas as maneiras.

De modo a resumir tudo isto, apresento o esquema da Figura 26.

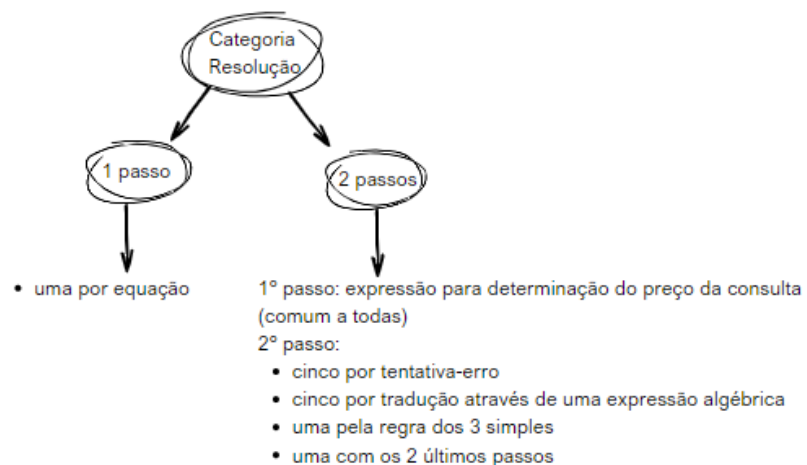


Figura 26 – Categorização das resoluções ao problema 1 no segundo momento

Vamos analisar dois processos de resolução que apresentam dois passos, sendo que no primeiro exemplo o segundo passo é por tentativa-erro e no segundo exemplo é pela tradução através de uma expressão algébrica.

Começaremos por analisar a produção do grupo 7, exibida na Figura 27, onde são apresentadas a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do problema *Médico em Casa*.

Dados:
 consulta - 10€
 1km - 0,40€
 18 - 10 = 8€

será que não é uma operação mais simples?

Podiam ser mais claros na resolução.

isto seria a confirmação de cont anterior

R.: O médico percorreu 80 quilómetros.

Podem melhorar as vossas respostas, pois não está de acordo com a vossa resolução.

Dados:
 consulta - 10€
 1 quilómetro - 0,40€
 quantos quilómetros ??

Resolução:
 1km — 0,40€
 x — 8€

$$x = \frac{1 \times 8}{0,40} = \frac{8}{0,40} = 20$$

R.: O médico percorreu 20 km.

Figura 27 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 7 ao problema 1 no segundo momento, com *feedback* do grupo 3

Esta primeira fase de resolução não está organizada. A recolha dos dados apresenta erros relativamente à **linguagem** (1km = 0,40€) e uma **resposta** que não está de acordo com a resolução. Não houve a apresentação de justificação de nenhum passo da resolução, demonstrando dificuldades na **justificação**. Destaca-se também sucessivas operações que não estão matematicamente bem representadas. Os raciocínios apresentados estão corretos, embora muito complexos, esse poderá ter sido o motivo da desconcentração no final da resolução.

Relativamente ao *feedback* fornecido, o grupo 3 fez comentários interessantes, ainda que insuficientes. O *feedback* aprecia a recolha dos dados e o raciocínio (se $10 \times 0,40 = 4$, então $20 \times 0,40 = 8$). O comentário focado na **linguagem** – “Podiam ser mais claros na resolução” é adequado, pois é uma sugestão construtiva que ajuda na melhoria da resolução (Fernandes, 2022), podendo também ter focado na **correção** dos cálculos. Também não é apresentada o motivo do cálculo “ $18 - 10 = 8$ ” e teria sido uma boa

oportunidade para fazerem um comentário focado na **justificação**. Os comentários “isto seria a confirmação da conta anterior” foi uma boa dica para o grupo 7 perceber o que falhou no final da resolução. Também achei bastante interessantes os comentários “Será que não há uma maneira mais simples?” e “Pensem melhor na vossa resposta, pois não está de acordo com a vossa resolução”. De acordo com Gipps (1999), foi um *feedback* bastante assertivo e bom para deixar os colegas a pensar.

Apesar de não ter havido *feedback* nesse sentido, na segunda resolução o grupo 7 apresentou uma alteração a nível da **linguagem**, uma vez que agora escreveram 1 *quilometro* — 0,40€ nos dados. Também inseriram na resolução o que queriam determinar para no final responderem ao pretendido, desta vez. Alteraram por completo o processo de resolução, contudo não foram observadas melhorias a nível da **justificação**, pelo que podemos concluir que o *feedback* incidido na justificação não potenciou melhoria neste tópico. Segundo Fernandes (2022) isso seria de prever.

Vamos analisar agora a Figura 28, onde são apresentadas a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do grupo 11 do problema *Médico em Casa*.

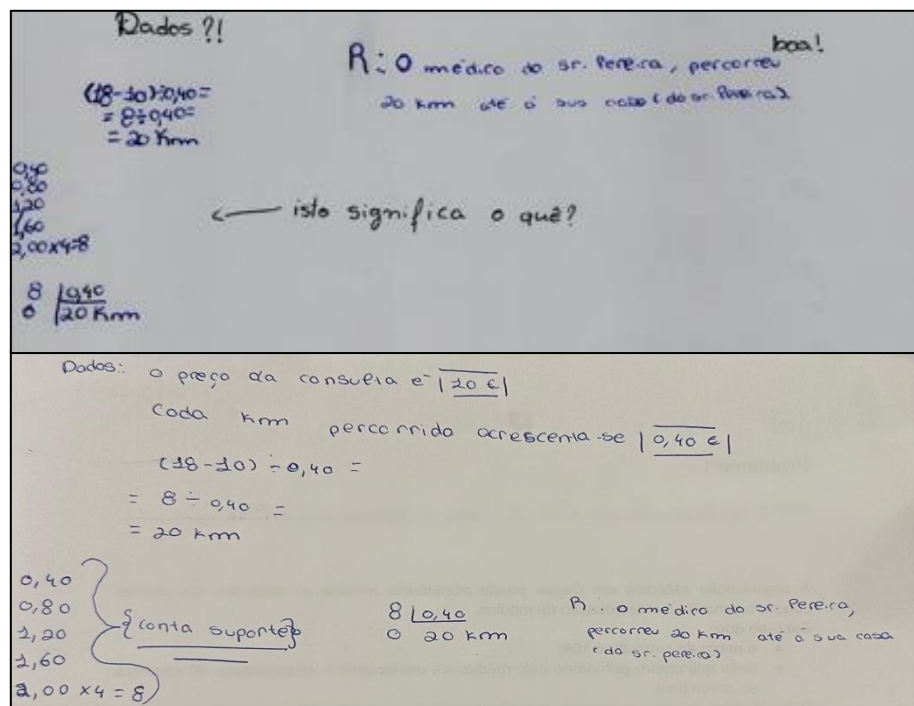


Figura 28 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 11 ao problema 1 no segundo momento, com *feedback* do grupo 1

A recolha de dados não consta na resolução, assim como a **justificação** dos passos adotados. Contudo, são apresentados os cálculos efetuados e a resolução correta.

Relativamente ao *feedback* realizado pelo grupo 1, há referência precisamente àquilo que estava em falta na resolução (a falta dos dados, ao nível da **organização**, e a falta de **justificação**) e há um comentário sobre a resposta direta que estava correta.

Na segunda fase da resolução, os alunos do grupo 11 produziram uma resolução mais elaborada e seguiram as recomendações do *feedback*, inserindo os dados importantes do problema. Neste sentido, consideramos que o *feedback* foi de qualidade, pelo que foi percebido e trabalhado pelos alunos (Santos & Pinto, 2018). Contudo não consta da resolução a **justificação** dos cálculos e números apresentados, dizendo apenas que os números de tratavam de uma “conta suporte”, na forma de conjunto, tendo piorado a resolução no que diz respeito à **linguagem**. Muitas dúvidas se levantam. Ao nível da comunicação matemática fiquei sem perceber se os alunos sabem o que significam as chavetas. Ao nível da interpretação do *feedback*, os alunos poderão ainda não saber como podem justificar os passos da resolução.

O segundo problema, *Jogo de Setas*, tendo em conta a primeira fase de resolução, irei categorizar a partir de dois fatores: Interpretação do gráfico e Resposta ao problema. Aqui, à exceção de dois grupos que não desenvolveram praticamente nada, todos os grupos chegaram a uma resposta ao problema. Contudo, apenas dois pares apresentaram uma interpretação do gráfico. De modo geral, todas estas resoluções têm uma resposta correta, contudo falharam imenso ao nível da comunicação matemática escrita, como vamos ver de seguida. Escolhi para efeitos de análise as duas produções que apresentam uma interpretação gráfica, pois o processo de descoberta da vencedora foi muito semelhante nas 10 resoluções.

Vamos analisar duas produções e os respetivos *feedback* do problema *Jogo de Setas*. Começamos pela resolução do grupo 3 (Figura 29).

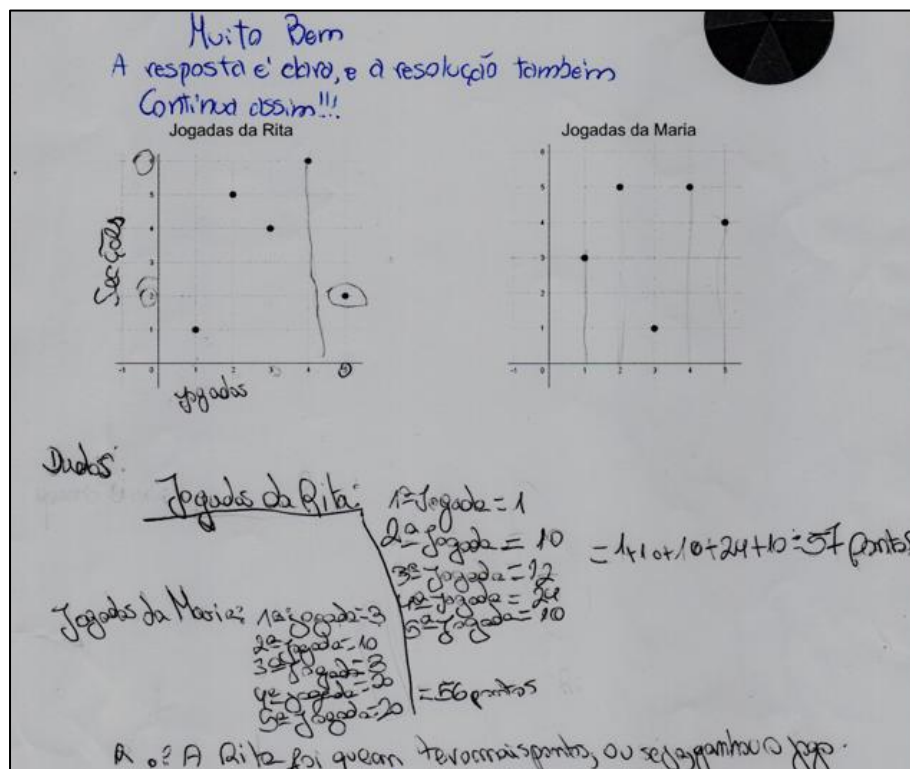


Figura 29 – Primeira e única fase de resolução do grupo 3 ao problema 2 no segundo comentário, com *feedback* do grupo 7

Esta foi uma resolução em que o *feedback* foi bastante breve e somente de **aprovação** e, por isso, não se verificou uma melhoria na segunda fase de resolução. Assim sendo, vamos analisar apenas a primeira e única resolução.

Está presente a interpretação do gráfico que, ainda que incompleta, está correta. A partir do enunciado, perceberam que o eixo das abscissas é referente ao número da jogada e que o eixo das ordenadas diz respeito à secção obtida na respetiva jogada. Em geral, a resolução está bastante **desorganizada** e com muitos erros no que diz respeito à **linguagem** e à **justificação**. Não mostram como é que obtiveram as pontuações em cada uma das jogadas e não está claro o que significam os cálculos das pontuações totais obtidas pela Rita e pela Maria.

Por tudo isto, o *feedback* fornecido pelo grupo 7 está sem qualidade, pelo que não pode ajudar os colegas na melhoria da comunicação matemática escrita, como já haviam previsto Santos e Pinto (2018).

Vamos analisar agora a Figura 30, onde são apresentadas a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do grupo 1 do problema *Jogo de Setas*.

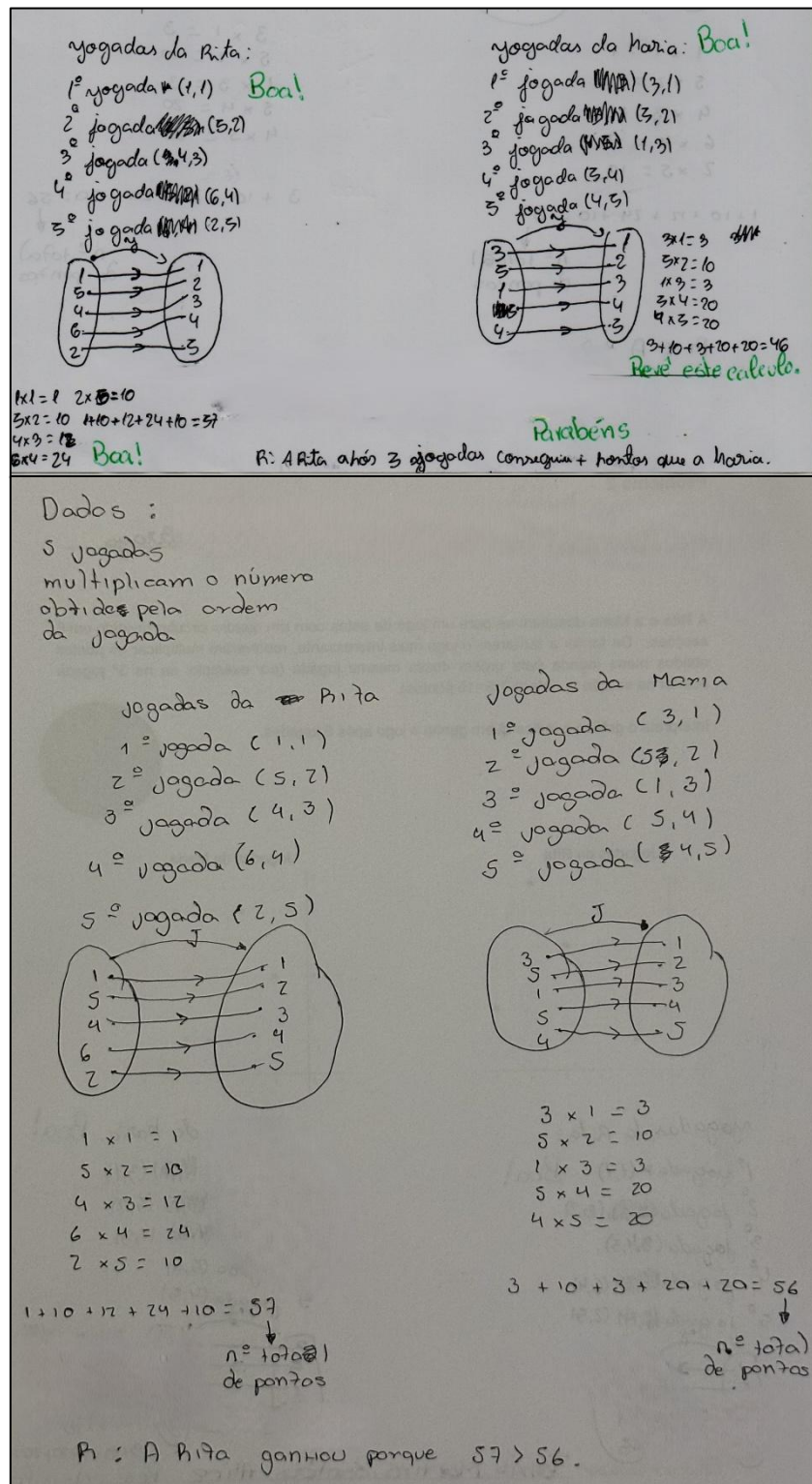


Figura 30 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 1 ao problema 2 no segundo momento, com feedback do grupo 4

O grupo 1 fez a interpretação do gráfico, através da determinação das coordenadas e da elaboração do diagrama de setas. Esta resolução seguiu um alinhamento

completamente diferente de todas as outras. Contudo, revelaram imensas fragilidades. Na resolução, olhando para o diagrama de setas, as imagens da representação gráfica estão a pertencer ao conjunto de partida e os objetos ao conjunto de chegada. Por isto, senti que os alunos não sabem que as coordenadas são do tipo (x, y) , em que x é o eixo horizontal e y o eixo vertical. Também existe a possibilidade de terem interpretado mal o enunciado. O enunciado do problema não referia ao que se referia cada um dos eixos (se à jogada ou à secção obtida), o objetivo era os alunos perceberem isso mesmo. Os diagramas de setas estão de acordo com as coordenadas obtidas, contudo não são designados os grupos e é apresentada uma letra que interpreto como sendo o nome de uma função, demonstrando, assim, falta conhecimento da definição de função. Depois também efetuaram os cálculos para a determinação das pontuações, contudo percebi-o lendo as entrelinhas, pois não é apresentada qualquer **justificação**. Por fim, não há evidência de **resposta** ao que foi pedido no enunciado, referindo quem venceu ao fim de 3 jogadas, em vez de 5.

Relativamente ao *feedback* fornecido pelos elementos do grupo 4, estes apenas comentaram um aspeto da **correção** de um cálculo mal efetuado e elogiaram todo o resto. Por tudo o que referi anteriormente, este *feedback* não é de qualidade de acordo com Machado (2021), e houve uma evidente falta de atenção à breve resolução escrita no quadro, tocando em pontos-chave da resolução.

Na segunda etapa de resolução, fizeram praticamente tudo igual, pois, segundo o *feedback* recebido, à exceção do cálculo mal efetuado, estaria tudo correto. Além de, agora, terem efetuado o cálculo de maneira correta, melhoraram a resposta final e escreveram o significado das somas efetuadas para a descoberta do número total de pontos obtidos por cada uma das meninas.

No capítulo da Intervenção Pedagógica, fiz uma referência específica a este problema, pois, em termos gerais, os alunos tiveram mau desempenho no que diz respeito à comunicação matemática escrita. Apesar disso, quase todos os pares obtiveram a resposta correta, embora apenas dois pares tenham interpretado o gráfico. Consequentemente, os *feedbacks* foram quase todos “Boa!” e “Parabéns”, o que revela que os alunos não perceberam muito bem o significado de “interpreta o gráfico”.

5.3. Terceira Resolução de Problemas com *feedback* entre pares: *Os cinco Testes e Desporto Escolar*

O terceiro momento da intervenção pedagógica ocorreu no dia 23 de abril de 2024 a partir da resolução de 2 problemas, apresentados a seguir. Para guiar o leitor, relembramos os enunciados (Figura 31) já apresentados no capítulo da intervenção pedagógica.

Problema 1 – "Os cinco Testes"

O Gonçalo e a Joana são alunos do 7ºano e pertencem à mesma turma. No primeiro semestre foram submetidos a três testes de matemática, sendo que no segundo semestre foram submetidos apenas a dois testes da mesma disciplina.

No primeiro semestre, a média dos testes do Gonçalo, em percentagem, foi 73 e a média dos testes da Joana foi 87. No segundo semestre, a média dos testes da Joana, em percentagem, foi 83 e a média dos testes do Gonçalo foi mais 15 pontos do que no primeiro semestre.

No final do ano letivo, quem é que teve maior média nos cinco testes?

Justifiquem todos os passos da resolução.

Problema 2 – "Desporto Escolar"

No gráfico da figura seguinte, está representada a distribuição de tempos letivos semanais, por ano letivo, no decurso dos programas do Desporto Escolar, de 2013 a 2021.

Ano letivo	N.º de tempos letivos
2013/2014	21 000
2014/2015	21 400
2015/2016	a
2016/2017	a
2017/2018	22 200
2018/2019	22 400
2019/2020	22 600
2020/2021	22 600

Sabe-se que:

- os anos letivos 2015/2016 e 2016/2017 têm igual número de tempos letivos semanais, a , e que $21\,400 < a < 22\,200$;
- a mediana da distribuição de tempos letivos semanais dos oito anos letivos é 22 000.

Calcula o valor de a .

Justifiquem todos os passos da resolução.

Figura 31 - Enunciado dos problemas propostos no terceiro momento

Nesta segunda aula estiveram presentes 27 alunos, organizados, inicialmente, em 12 díades e um grupo com 3 elementos, tendo sido apresentados 2 problemas diferentes, sendo que cada grupo resolveu ambos. Assim, há 13 resoluções do primeiro problema

e 12 resoluções do segundo, pois, como referi na intervenção pedagógica, um aluno precisou de sair durante a aula.

Para efeitos da análise desta tarefa, é importante lembrar que foi feita, antes da elaboração do *feedback*, uma discussão a partir de proposta de resolução focando as principais ideias da resolução. Tal foi realizada de forma breve no quadro, como forma de obter um *feedback* mais assertivo e eficiente por parte dos alunos.

Para este terceiro momento, vou apresentar três exemplos de produções do problema *Os cinco Testes*, pois trata-se de casos diferentes:

- No primeiro exemplo, a primeira fase de resolução está errada e, mesmo depois da explicação sucinta sobre a resolução, também não é compreendido o *feedback* recebido;
- O segundo exemplo é o de uma resolução que inicialmente estava errada, mas após receberam o *feedback* dos colegas, que resolveram corretamente o problema, na segunda fase responderam adequadamente;
- No último, apresento o exemplo de uma díade que respondeu corretamente na primeira fase e ainda completou a sua resolução na segunda, considerando o *feedback* dos colegas.

Vamos começar por analisar Figura 32, onde são apresentadas a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do grupo 13 do problema *Os Cinco Testes*.

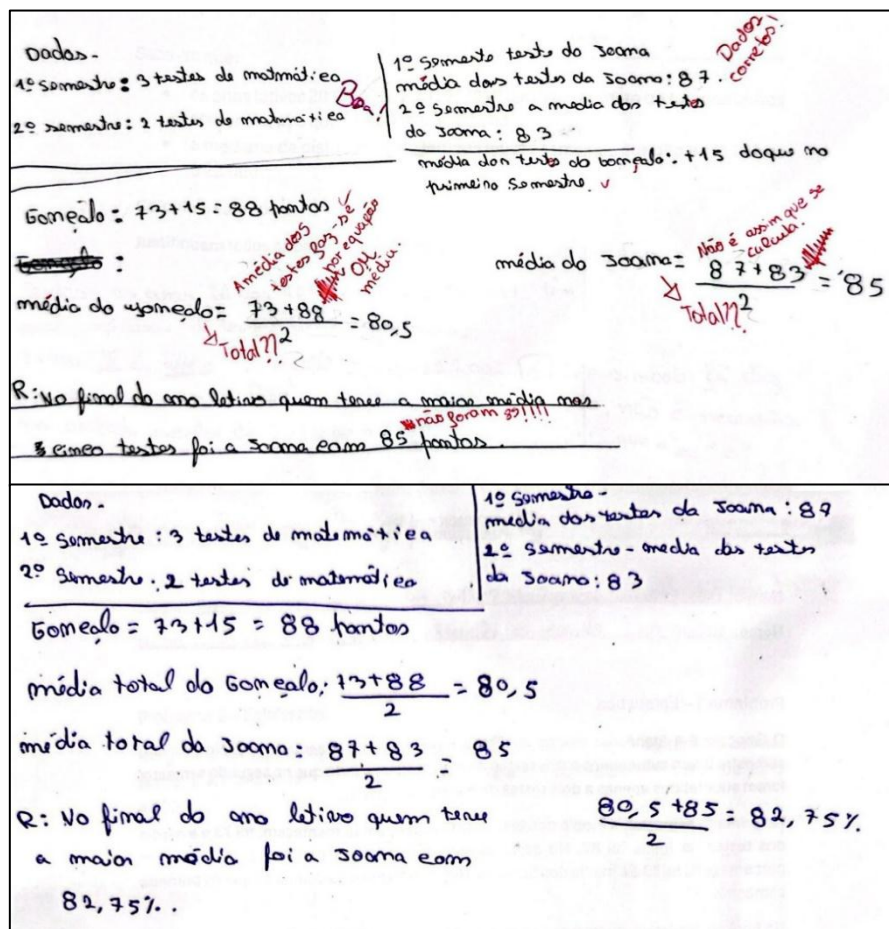


Figura 32 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 13 ao problema 1 do terceiro momento, com *feedback* do grupo 9

Os alunos do grupo 13 resolveram o problema da mesma maneira que mais de metade dos grupos. Aplicaram a média das médias obtidas em cada um dos semestres, demonstrando falta de conhecimento face a noção de média. Não é apresentado rigor na **linguagem** para o cálculo efetuado para a obtenção da média dos testes do Gonçalo no 2.º semestre.

Vamos agora analisar o *feedback* fornecido pelo grupo 9. Este grupo comentou de forma positiva a presença dos dados do problema, que estão, de facto, muito bem conseguidos. O *feedback* poderia incluir um elogio também à **organização** da resolução. Contudo, o *feedback* dado aos restantes passos da resolução em nada ajudou os colegas na melhoria da resolução, pelo que não é um *feedback* de qualidade (Fernandes, 2022). Um exemplo disso é o comentário “Não é assim que se calcula!”, onde não ajudam no desenvolvimento de novos processos. Está demasiado focado na **correção**, através de comentários como “não foram 85”, sem darem pistas para uma possível melhoria. Não se percebe o que significa o comentário “A média dos testes faz-

se por equação ou média”, nem ao que se dirige, pelo que não potencia a aprendizagem (Hattie e Timperley, 2007).

Não tendo resolvido corretamente na primeira fase de resolução e não tendo percebido o *feedback* recebido, o grupo 13 não melhorou, em nada, a sua resolução na segunda fase. Primeiramente, trocaram “:” por “=”, falhando ao nível da **linguagem** e passando a ideia de que Gonçalo é igual a 88 pontos, na determinação da média dos seus testes do segundo semestre. Este tipo de linguagem foi bastante discutida ao longo o ano letivo. Seguidamente, fizeram um cálculo que não se percebe o seu significado, mas tiveram em consideração o comentário “não é assim que se calcula” e tentaram fazer de uma maneira diferente.

Vamos agora observar e analisar o último exemplo: a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do grupo 10 ao problema Os Cinco Testes, também (Figura 33).

Onde estão os Dados?

1º Semestre
Joana: 87% *Boa!*
Gonçalo: 73%

Por que cálculo?

Joana: $\frac{87 + 83}{2} = \frac{170}{2} = 85\%$ *Deviam fazer melhor*

Gonçalo: $\frac{73 + 85}{2} = \frac{158}{2} = 79\%$

Deviam ter pensado a sério

o melhor mesmo aqui

2º Semestre
Joana: 83% *Boa!*
Gonçalo: $73\% + 15 = 88\%$

Dica: para descobrir a média tem de somar o valor de cada teste e dividir pelo número total de testes.

1º Semestre:
Joana: 87%
Gonçalo: 73%

Dados:

Joana: $\frac{87 + 87 + 87 + 83 + 83}{5} = 85,4\%$

Gonçalo: $\frac{73 + 73 + 73 + 88 + 88}{5} = 79\%$

R.: A Joana foi quem teve maior média nas 5 testes

2º Semestre:
Joana: 83%
Gonçalo: $73\% + 15\% = 88\%$

$85,4 > 79$

Figura 33 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 10 ao problema 1 do terceiro momento, com *feedback* do grupo 3

O grupo 10 resolveu o problema da mesma maneira que o grupo 13, na medida em que calculou a média das médias para obter o resultado. Esta resolução não está clara no que diz respeito à **linguagem**, começando logo na evidência dos dados. A título de exemplo, escreveram “Joana: 87%”, sem dizer o que significam os 87% no contexto do problema. Também não escreveram a **resposta** ao problema.

O grupo 3 começou por comentar a falta de dados. Lendo as entrelinhas, encontramos aspetos que poderiam pertencer ao passo dos dados, contudo não está legendado. Quem comentou não terá feito este trabalho e comentou a falta de dados, dando a entender que eles só estão lá quando está especificado que qualquer informação se refere aos dados, o que não é necessariamente verdade, embora possa ajudar os alunos na organização da resolução. Por isso mesmo, este comentário podia ter sido evitado. O comentário “porquê este cálculo?”, focado na **justificação**, foi interessante na medida em que, se tivessem explicado o raciocínio, os elementos do grupo 10 possivelmente iriam perceber que o que escreveram não faz sentido. O *feedback* tem uma “Dica” bastante interessante que pode, de facto, ajudar o grupo 10 a perceber como pode melhorar a sua resolução, potenciando a aprendizagem dos alunos, como sugere Fernandes (2022). Possivelmente, houve um engano no comentário “deviam ter passado a lápis” e queriam dizer caneta em vez de lápis, pois fui clara quando disse que todos os pares tinham de resolver os problemas escritos com caneta. Não é feita nenhuma referência sobre a falta da evidência de **resposta** ao problema.

Por fim, o grupo 10 interpretou o comentário relativo aos dados da mesma maneira que eu e apenas deixou mais claro que as informações já escritas se referiam aos dados do problema. Posteriormente, a resolução está como era pretendido, faltando apenas a **justificação** do motivo pelo qual calcularam daquela maneira. Justificaram indiretamente porque é que foi a Rita a ter uma média mais elevada ($85,4 > 79$) e escreveram a resposta ao problema. Como podemos verificar, a dica foi uma sugestão construtiva para a melhoria da resolução, potenciando a aprendizagem dos alunos, como sugere Fernandes (2022).

Por último, vamos observar a Figura 34 e analisar a comunicação matemática escrita do grupo 3 a partir da resolução do problema e a elaboração do *feedback* pelo grupo 10.

Dados:

1º semestre: Gonçalo Média - 73%
yoana Média - 87%

2º semestre: Gonçalo Média - 73% + 15% = 88%
yoana Média - 83%

Média dos 5 testes:
yoana - ?
Gonçalo - ?

Resolução:

Gonçalo:
1º semestre: $73 \times 3 = 219$
2º semestre: $88 \times 2 = 176$
Final do ano: $219 + 176 = 395$
 $395 \div 5 = 79\%$

yoana:
1º semestre: $87 \times 3 = 261$
2º semestre: $83 \times 2 = 166$
Final do ano: $261 + 166 = 427$
 $427 \div 5 = 85,4\%$

Bom trabalho!
Parabéns! :)

Resposta incompleta

R.: Teve melhor média foi a yoana,

Dados:

Gonçalo:
1º semestre - 73%
2º semestre - 88%

yoana:
1º semestre - 87%
2º semestre - 83%

Média dos 5 testes:
yoana - ? = 85,4%
Gonçalo - ? = 79%

Resolução:

Gonçalo:
1º semestre - $73 \times 3 = 219$
2º semestre - $88 \times 2 = 176$
Final do ano: $219 + 176 = 395$
 $395 \div 5 = 79\%$

yoana:
1º semestre - $87 \times 3 = 261$
2º semestre - $83 \times 2 = 166$
Final do ano: $261 + 166 = 427$
 $427 \div 5 = 85,4\%$

R.: Quem obteve maior média nos cinco testes foi a yoana, porque segundo os cálculos a yoana teve média de 85,4% e o Gonçalo teve média de 79%, ou seja, a yoana teve maior média.

Figura 34 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 3 ao problema 1 do terceiro momento, com feedback do grupo 10

O grupo 3 percebeu logo à partida como se resolvia corretamente o problema, contudo a resolução podia estar mais aprimorada na organização de cada procedimento. Escreveram, por exemplo, “Gonçalo Média – 73%”. É apresentado que o Gonçalo tem uma média negativa, os alunos não têm, muitas vezes, essa noção. Ao longo do ano, chamei muito à atenção sobre este tipo de notações que prejudicam a **linguagem** da comunicação matemática escrita. A resolução podia ter abrangido a justificação dos cálculos efetuados: o leitor não fica esclarecido do porquê de terem multiplicado a média dos testes do primeiro semestre por 3 e do segundo por 2; assim como do porquê de terem somado os valores obtidos e dividiram por 5.

Assim, por todas as falhas abordadas anteriormente, o *feedback* não terá sido de qualidade, como argumenta Machado (2021), pois não contribuiu de maneira alguma para a melhoria da resolução. Acabei de dar exemplos de tópicos interessantes que o grupo 10 poderia ter utilizado ao dar *feedback*.

De modo a incorporarem o *feedback* recebido para a melhoria da sua produção, o grupo 13 apenas organizou a aparência da resolução e completou a resposta, justificando a mesma com base nos resultados obtidos. Teria sido mais interessante justificarem os passos da resolução, que depois a resposta ao problema poderia ter sido imediata.

De modo geral, neste primeiro problema (*Os Cinco Testes*), houve apenas uma resolução correta na primeira fase de resolução, o que me fez perceber que os alunos não estão familiarizados com o conceito de média, apenas dominam a fórmula. Essa diade foi o grupo 3, cuja resolução e cujo *feedback* foram analisados (segundo e terceiro exemplos, respetivamente).

Passando para o problema *Desposto escolar*, apresentarei também três exemplos. Começamos pela análise da produção do grupo 10, com *feedback* fornecido pelo grupo 4 (Figura 35).

$a = 21800$ Onde estão os dados?
← Onde pode buscar este resultado?

$21000, 21900, a, a, 22200, 22900, 22600, 22600$

$$\frac{a + 22200}{2} = 22000 \times 2 = 44000$$

$22200 + 21800 = 44000$

Falta a subtração.

R.: $A = 21800$, pois $22200 + 21800 = 44000$, e 44000 é igual ao dobro da mediana ($22000 \times 2 = 44000$), e também, $21900 > 21800 > 22200$.
 Boa resposta!

$21900 > a > 22200$

$$\frac{a + 22000}{2} = 22000$$

$a = 22000 \times 2 - 22200$

$a = 44000 - 22200 = 21800$

R.: $a = 21800$.

Figura 35 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 10 ao problema 2 do terceiro momento, com *feedback* do grupo 4

O grupo 10 começou por escrever o resultado final, o que não faz sentido. Os dados estão escritos de forma ordenada, o que é fundamental para o cálculo da mediana. Esta ordenação poderia estar justificada. Posteriormente, escolheram os valores a e 22 200 e calcularam a média entre ambos. A partir daqui, não se percebe qual a intenção dos procedimentos utilizados na resolução. Analisando a resolução, penso que é suposto ser resolvida uma equação, contudo são apresentadas igualdades que não estão corretas, saltando passos da resolução ($\frac{a+22\,200}{2} = 22\,000$, pelo enunciado, contudo multiplicaram imediatamente o denominador da fração por 22 000).

O grupo 4 focou-se em três componentes: **justificação** (“onde foste buscar este resultado?”); **correção** (“Falta a subtração”); na **resposta** (“Boa resposta!”); e na **organização** (“Onde estão os dados?”). O *feedback* está interessante, contudo não percebi o comentário relativo à subtração, talvez os elementos do grupo 4 não perceberam o raciocínio do grupo 10, demonstrando as fragilidades na comunicação matemática escrita. Poderia ter sido feito um comentário acerca da **linguagem**, onde o grupo 10 escreveu “ $A = 21\,800$ ”. Ao nível da **correção**, a igualdade $\frac{a+22\,200}{2} = 22\,000 \times 2$ não está correta. Bastava haver uma confirmação do valor de a obtido para haver a perceção disso.

No que diz respeito à segunda fase da resolução, o grupo 10 tentou seguir as recomendações dos comentários recebidos. Adicionaram os dados que acharam pertinentes, apesar de incompletos. Também são efetuados os cálculos, onde apresentaram a “subtração”, faltando as setas de equivalência ($\Leftrightarrow$), já que resolveram uma equação. No final, escreveram uma resposta final que, ainda que pouco desenvolvida, estava correta e com a **linguagem** certa. As duas questões iniciais do *feedback* foram tidas em conta na melhoria da resolução, pelo que o *feedback* cumpriu a sua função (Santos & Pinto, 2018).

Na Figura 36, podemos observar a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do grupo 9, com *feedback* fornecido pelo grupo 12.

$22000 - 21500 = 21800$

Dados:

~~Gráfico já ordenado~~

Esta soma está relacionada com a mediana?

$21000 + 21400 + a + a + 22200 + 22400 + 22600 + 22600$

$21000, 21400, 21800, 21800, 22200, 22400, 22600, 22600$

mediana sem o $a = 22400$

$\frac{22200 + 21800}{2} = 22000$

$\Rightarrow 22300$

$\Rightarrow \frac{44000}{2} \Rightarrow 22000$

$a = 21800$

R: O valor de a é 21800

Rel: o exercício! Não que não interpretaram bem os dados na soma da mediana! 2/2

Resolução:

Dados:

Gráfico já ordenado

$22000 - 21500 = 21800$

$22300 - 500 = 21800$

$21000 + 21400 + a + a + 22000 + 22200 + 22600 + 22600$

$21000, 21400, 21800, 21800, 22200, 22400, 22600, 22600$

$\frac{21800 + 22200}{2} = \frac{44000}{2} \Rightarrow 22000$

$a = 21800$

R: O valor de a é 21800.

Figura 36 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 9 ao problema 2 no terceiro, com feedback do grupo 12

A comunicação matemática escrita não é de qualidade quando alguém lê uma resolução e não consegue percebê-la, principalmente quando não há qualquer **justificação**. Isso é o que acontece neste caso. A resolução começa com a apresentação dos dados que considerados pertinentes. É importante o facto de os dados estarem ordenados, contudo deveriam ter tido em consideração outros dados também pertinentes. Deveriam pensar para que serve escrever os dados do problema, que devem ser olhados como umas notas de ajuda para a resolução do problema. Depois efetuaram a subtração $22\ 000 - 21\ 500 = 21\ 800$, sem qualquer contexto nem justificação. De seguida, é apresentada a soma de todos os valores do gráfico, partindo do princípio de que o valor de a é igual a

21 800. Posteriormente há a confirmação deste valor. Observando a resolução, fico com a ideia de que resolveram por tentativa-erro.

Relativamente ao *feedback*, dei pela falta de vários comentários que teriam sido necessários neste caso. O *feedback* do grupo 12 nada refere acerca da incompletude dos dados nem sobre o significado de certas operações. Também não está presente nenhum comentário sobre as setas de equivalência ($\Leftrightarrow$) entre expressões algébricas, erro sobre o qual insistimos imenso. Por fim, também dei pela falta de algum comentário sobre a falta de organização durante a resolução. Por tudo isto, o *feedback* não está de qualidade. Faltam instruções construtivas para a melhoria da **linguagem e organização**, principalmente (Fernandes, 2022).

O grupo 12 não entende o motivo da soma de todos os dados do gráfico pois, de facto, não há qualquer **justificação** nem usam aquele cálculo em nenhum momento. Também não perceberam (assim como eu) o significado do cálculo da “mediana sem o a ”. Por fim, deixaram um comentário de motivação para a melhoria da resolução.

Na melhoria da resolução, o grupo 9 apenas melhorou a sua **organização** e isso não foi sequer alvo de *feedback*. A recolha dos dados continua incompleta e voltaram a não justificar muitos passos da resolução. Contudo, como não receberam nenhum *feedback* acerca disso, possivelmente consideraram que estava correto. As expressões algébricas são simplificadas através de setas de equivalência, tal como na primeira fase. A partir do *feedback*, apenas excluíram o cálculo da “mediana sem o a ”, possivelmente porque não sabiam justificar onde foram buscar tal valor. Em geral, o *feedback* não foi suficiente para a melhoria da resolução, pelo não é de qualidade, de acordo com Santos e Pinto (2018).

Vamos agora observar a primeira (cima) e a segunda (baixo) fases de resolução do grupo 3, com *feedback* fornecido pelo grupo 11 (Figura 37).

Dados: 2015/2016 = $a = ?$ 2016/2017 = $a = ?$ $a = ?$ Médiana dos oito anos: 22000 Dados bem apresentados!	Resolução: $\frac{a + 22200}{2} = 22000 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a + 22200 = 22000 \times 2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 22200 - 22000 = 0$ $\leftarrow$ é igual a que? $\Leftrightarrow 200 = a$ $a = 100$ Onde está o resultado?
Dados: • 2015/2016 = $a = ?$ • 2016/2017 = $a = ?$ • $a = ?$ • Médiana do 8 anos = 22000	Resolução: $\bar{x} = \frac{a + 22200}{2} = 22000 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a + 22200 = 22000 \times 2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a = 22000 \times 2 - 22200 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a = 21800 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a = 21800$ R.: O valor de a é 21800, pois se resolvermos a equação corretamente o valor é 21800.

Figura 37 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 3 ao problema 2 no terceiro momento, com *feedback* do grupo 11

A primeira resolução do grupo 3 começou muito bem, com uma boa recolha dos dados e um raciocínio correto. Poderia apenas estar explicado o significado da equação elaborada e o motivo da escolha daqueles valores ($a + 22\,200$). Fico com a ideia de que não houve organização de modo a conseguirem concluir a resolução no tempo previsto.

O *feedback* está de qualidade, elogiando a recolha dos dados e, apesar de terem percebido que foi uma questão de falta de tempo, comentário acerca da falta do resultado e, consequentemente, da **resposta** ao problema.

Relativamente à segunda fase da resolução, o grupo 3 manteve os dados e o raciocínio. Apenas identificaram o significado da expressão algébrica obtida e concluíram bem a resolução. Apenas está errada a igualdade de três expressões entre duas setas de equivalência.

Vou apresentar agora duas produções (Figura 38) de dois pares (grupos 5 e 8, respetivamente), cujas resoluções do problema *Desporto Escolar* estão bastante incompletas e quase inexistentes, para analisarmos apenas os *feedbacks* apresentados pelos alunos nestas situações (grupos 3 e 13, respetivamente).

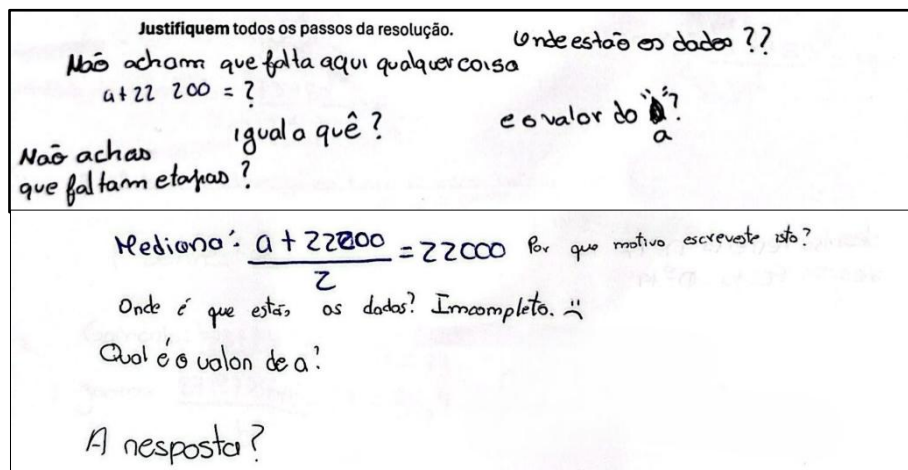


Figura 38 – Primeira fase de resolução do grupo 5 (cima) e do grupo 8 (baixo) ao problema 2 no terceiro momento, com *feedbacks* fornecidos pelos grupos 3 e 13, respetivamente

O grupo 3 recorreu exclusivamente ao **feedback interrogativo**. As questões “Onde estão os dados??”, “igual a quê?” e “o valor do “a”?” podem ser pertinentes para a melhoria da resolução, como refere Gipps (1999). Contudo, os comentários “Não acham que falta aqui qualquer coisa” e “Não achas que faltam etapas?” significam praticamente o mesmo, sendo evitável o primeiro, por exemplo, pois o segundo abrange a falta de mais etapas, estando mais completo. Contudo, podiam ter dado pistas mais concretas, de modo a ajudarem os colegas a chegarem a uma resposta final correta e com uma resolução completa.

No segundo caso também recorreram a um *feedback* maioritariamente **interrogativo**. O grupo 13 abordou todos os tópicos importantes para a resolução do problema: relativamente à **organização**, comentaram “Onde é que estão os dados? Incompleto.”; no que diz respeito à **justificação**, questionaram “por que motivo escreveste isto?”; por fim, questionam qual é o valor de a , que é o que pretendem descobrir, e perguntam pela **resposta** final, que deve estar sempre presente. Todos estes comentários terão deixado os colegas a pensar, pelo que o *feedback* é de qualidade.

Neste segundo problema (*Desporto Escolar*), os alunos foram muito mais críticos pois, em geral, eles estavam mais confiantes e à vontade com o problema, demonstrando também alguma evolução no fornecimento do *feedback*.

Analisando o trabalho realizado pelos pares e/ou grupos, identifiquei, durante a resolução dos problemas, alguns aspetos comuns a várias resoluções na comunicação matemática escrita:

1. Nesta fase, e em geral, já se verificou uma evolução ao nível da **linguagem**. Os alunos já têm a consciência de que “.” não é o mesmo que “-“, que não é igual a ter “=” nem “→”. Mais de metade das resoluções já tiveram isso em conta;
2. Apenas cinco resoluções (das 26 consideradas neste momento da intervenção), não escreveram os dados;
3. Relativamente à **justificação**, muitos alunos continuam a achar que não é necessário apresentarem os motivos das decisões tomadas ao longo da resolução. Senti que a capacidade de resolver problemas não terá sido muito trabalhada anteriormente, pois foi difícil fazê-los justificar cada decisão tomada;
4. Verifiquei também uma diferença significativa, para melhor, na **organização** das produções;
5. Já no que diz respeito à **resposta** final, nunca senti que isso foi um problema, pelo que continuam a evidenciar uma resposta direta;
6. Por fim, não terá sido instrumento de avaliação, contudo não deixei de observar que diminuiu significativamente a utilização de emojis nos comentários.

No que concerne à tipologia do *feedback* utilizado, neste terceiro momento, verifica-se que:

1. Detetam sempre a falta dos dados e da resposta ao problema, como acontecia anteriormente;
2. Tal como referi no enquadramento teórico, certos questionamentos estimulam de facto a reflexão e ajudaram os colegas na melhoria das suas produções. Contudo, os *feedbacks* poderiam ter ido mais além de comentários como “Onde foste buscar isto?” ou “O que significa isto?” e utilizassem outros exemplos, tais como, “se quisesses convencer alguém, o que dirias?” ou “Qual foi o raciocínio que desencadeou esta resposta?”;
3. Neste momento, observei mais dicas deixadas aos colegas, o que considero ser interessante e um ponto de melhoria.

Relativamente à compreensão do *feedback* recebido, verificou-se que, quando este era de qualidade, havia de facto uma melhoria da comunicação matemática escrita na segunda fase. Contudo, sinto que se tivessem levado a atividade mais a sério, conseguiam usufruir muito melhor dos *feedbacks* recebidos de forma a potenciarem ainda mais as suas aprendizagens.

5.4. Quarta Resolução de Problemas com *feedback* entre pares: A turma da Rita e O Papagaio de Papel

O quarto momento da intervenção pedagógica ocorreu no dia 16 de maio de 2024 a partir da resolução de 2 problemas, apresentados a seguir. Relembramos os enunciados (Figura 39), já apresentados no capítulo da intervenção pedagógica, para guiar o leitor.

Problema 1 – "A turma da Rita"

Relativamente aos alunos da turma da Rita, sabe-se que 60% são rapazes.

Para a apresentação do resultado de um trabalho da turma à comunidade educativa, vai ser selecionado aleatoriamente um dos alunos.

1.1. Qual é a probabilidade de o aluno selecionado ser uma rapariga? Apresenta o resultado em percentagem.

1.2. A distribuição das idades da turma da Rita apresenta-se na tabela seguinte:

13	12	13	14	13	13	15	14	12	14
13	14	14	14	14	13	12	14	15	14
12	13	13	14	13	13	14	13	12	12

Qual é a probabilidade de o aluno selecionado ser um dos mais novos da turma? Apresenta o resultado na forma de percentagem.

Problema 2 – "O Papagaio de Papel"

Observa na figura ao lado o logótipo criado pela Carolina para o Festival de Papagaios de Papel promovido pela sua escola.



2.1. O logótipo da entrada para o festival foi criado a partir de um papagaio cujas diagonais medem 50 cm e 30 cm. Determina a área desse papagaio.

2.2. Para participar no festival, a Carolina também construiu o seu próprio papagaio. Sabendo que o papagaio tem $0,24 \text{ m}^2$ e a sua diagonal maior mede 80 cm, determina a medida do comprimento da respetiva diagonal menor.

Figura 39 - Enunciado dos problemas do quarto momento

Nesta quarta aula estiveram presentes 26 alunos, organizados em 13 díades, tendo sido apresentados 2 problemas diferentes, sendo que cada grupo resolvia ambos. Assim, há 13 resoluções de cada um dos problemas.

À semelhança da análise realizada nos outros momentos, vou começar por analisar as produções do primeiro problema – *A turma da Rita*. Aqui, para mim foi muito difícil

escolher algumas das produções dos alunos, pois estão todas muito diferentes e com aspetos bastante interessantes.

Vou começar por apresentar a resolução do grupo 12, em que não houve uma segunda fase, pois praticamente só receberam *feedback* positivo do grupo 9 (Figura 40). Além disso, apresentaram duas formas de resolução. Assim sendo, apenas consigo analisar a comunicação matemática escrita e o respetivo *feedback*, sem considerar a sua inserção na melhoria da comunicação matemática escrita.

Dados =

Problema 1-

60% - rapazes

1.1- A probabilidade um aluno ser rapariga é 40%, pois 60% são rapazes. $(100\% - 60\% = 40\%)$

1.2-

6 alunos com 12 anos -

1ª forma - $\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{6}{30}$ Bea! Parabéns!!

$= 0,2 \Leftrightarrow 20\%$? Desnecessário $(- (6 \times 10 \div 2 = 3))$

$R = X$ probabilidade de ser um aluno mais novo é de 20%. Bea 100%

2ª forma -

$30 - 100\%$ $20\% = 6$

$6 - x$

$= 20\%$ Bea!

Trabalho completo e boa resolução!

Continuem assim!

Parabéns!

Figura 40 – Primeira e única fase de resolução do grupo 12 ao problema 1 do quarto momento, com *feedback* do grupo 9

Durante a leitura da resolução, percebe-se tudo o que o grupo 12 pretendia escrever. Contudo, são reveladas várias dificuldades ao nível da **linguagem** e da **organização**. Relativamente à **linguagem**, está escrito, por exemplo “1ª forma - $\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \dots$ ”. Estão a subtrair $\frac{1}{30}$ inicialmente? E “ $0,2 \Leftrightarrow 20\%$ ”? Ou então “ $R = A \dots$ ”. Na segunda forma de resolução, “ $20\% = 6$ ”?

Por tudo isto, o *feedback* fornecido pelo grupo 9 não foi de qualidade, pois não contribuiu para a melhoria da resolução (Machado, 2021). Nesta altura, os alunos já deviam ter a noção que um simples símbolo pode fazer toda a diferença na comunicação matemática

escrita. É claro que os alunos do grupo 12 compreendem os conceitos e têm bom raciocínio e estão de “Parabéns!!” por isso.

Vamos agora analisar as resoluções do grupo 9 ao problema A turma da Rita e o respetivo *feedback* do grupo 11.

Dados:

60% São rapazes

1.1-

100% : total
60% : n.º de rapazes
40% : n.º de raparigas

$100\% - 60\% = 40\%$ → os cálculos estão corretos e a resposta igualmente.

R: A probabilidade de o aluno ser uma rapariga é de 40%.

1.2-

13 12 13 14 13 13 15 14 12 14 13 14 14 14 14 13 12 14 15 14
12 13 13 14 13 13 14 13 12 12

30 ~~diversos~~ — 6 — o que significa o 6?

100 — x

têm a certeza que é assim feita a regra de 3 simples?

$x = \frac{600}{30} \Rightarrow x = 20\%$ — como chegaram ao 600?

R: A probabilidade de um aluno selecionado ser dos mais novos é de 20%.

1.2)

30 — 100%
6 — x

$x = \frac{6 \times 100}{30} \quad x = \frac{600}{30} = 20\%$

R: A probabilidade de sair um aluno mais novo é de 20%.

Figura 41 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 9 ao problema 1 do quarto momento com *feedback* do grupo 11

Na primeira resolução, não há praticamente nada a apontar relativamente à comunicação matemática escrita. Poderiam apenas ter **justificado** do que se trata o número 6 na regra dos 3 simples.

Relativamente ao *feedback*, o grupo 11 fez comentários pertinentes e que poderiam ter ajudado os colegas a desenvolver melhor a resposta ao problema. Apenas não

conseguiram interpretar a regra dos 3 simples e questionaram acerca disso, dando a entender que esta não pode ser feita daquela maneira, o que não é verdade.

Com tudo isto, o grupo 9 apenas mostrou “como chegaram ao 600” e elaborou a regra dos 3 simples de uma maneira diferente, para que fosse mais fácil o leitor perceber. Contudo, não se verifica um cuidado com a **linguagem**, faltando as setas de equivalência. Sentiu-se pouco empenho na melhoria da resolução, pelo que não devemos apenas criticar o *feedback* quando não se nota evolução na segunda fase de resolução.

De seguida, vamos analisar a Figura 42. O grupo 6 resolveu o problema e recebeu *feedback* do grupo 8.

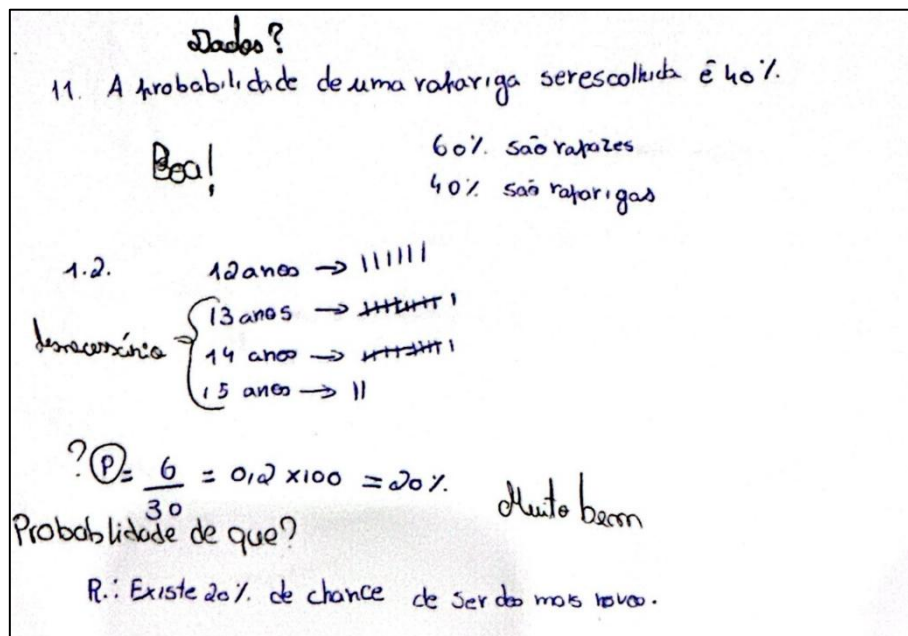


Figura 42 – Primeira fase de resolução do grupo 6 ao problema 1 do quarto momento, com *feedback* do grupo 8

Esta primeira resolução está praticamente correta. Foi das poucas resoluções que demonstrou ter tido em consideração apenas os 6 alunos com 12 anos para o cálculo da probabilidade no problema 1.2., contudo $\frac{6}{30} = 0,20 = 20\%$, que é diferente de $0,20 \times 100$. Também deveriam ter escrito qual a probabilidade em questão que pretendiam determinar.

Relativamente ao *feedback*, não se refere ao erro que eu já mencionei e não deviam ter considerado “desnecessário” um passo da resolução, que pode ter sido pertinente para a resolução do problema e, de facto, os dados não estavam errados. O *feedback* da

questão sobre a letra *P* está interessante, mesmo sabendo que se tratava de uma probabilidade. Gipps (1999) apoia este tipo de *feedback*, considerando ser de qualidade.

Optei por não trazer fotografia da segunda fase de resolução, pois apenas removeram aquilo que o grupo 8 considerou desnecessário. Esta resolução ignorou a questão “Probabilidade de que?”, proposta pelo *feedback*.

Agora relativamente ao segundo problema – *O Papagaio de Papel*. Neste caso, optei por analisar uma resolução mais visual, como gostava que os alunos fizessem (Apêndice 15). Alguns alunos optaram por aplicar a fórmula do papagaio diretamente, pelo que tornaram a tarefa menos interessante. No esquema seguinte irei categorizar, de forma mais esclarecedora, as resoluções dos alunos (Figura 43).

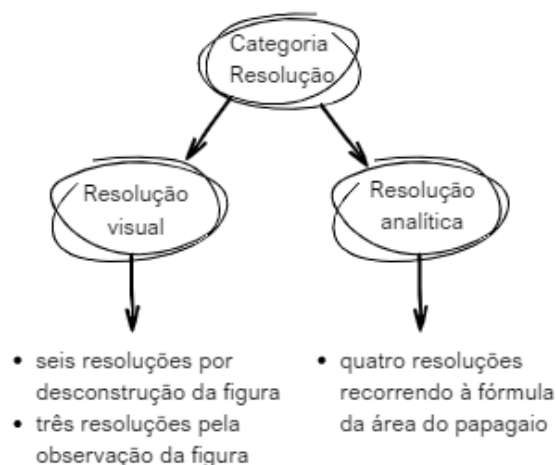


Figura 43 – Categorização das resoluções ao problema 2 no quarto momento

Como podemos observar na Figura 44, vamos começar por analisar a primeira fase de resolução do grupo 12 e o *feedback* fornecido pelo grupo 1 (cima). Posteriormente, irei perceber a influência que o *feedback* recebido poderá ter na segunda fase de resolução do grupo 12 (baixo).

2.1-

Papagaio : As diagonais medem 50cm e 30cm.

Área $\Delta = \frac{b \times A}{2} = \frac{50 \times 30}{2} = 750 \text{ cm}^2$

~~750 cm² total do papagaio~~

$\frac{b \times A}{2} = \frac{50 \times 30}{2} = 750 \text{ cm}^2$

$750 \times 2 = 1500$

750 cm é a área do papagaio. (ou seja das 2 partes divididas) Boa!

2.2-

$\frac{b \times A}{2} = 0,24 \text{ m}^2$

~~2400 cm²~~ = 2400 cm²

$\leftarrow 80 \div 2 = 40 \text{ cm}$

Alternar os dados e a resolução!

Sem resposta?

Imcompleto!

2.2-

Dados -

$\frac{b \times b}{2} = 0,24 \text{ m}^2$

= 2400 cm²

$\leftarrow 40 \text{ cm}$

$\frac{b \times a}{2} = 0,24 \text{ m}^2$

~~2400 cm²~~

$\frac{b \times a}{2} = 2400 \text{ cm}^2$

$A_p = 2400 \text{ cm}^2$

$A_p = 2400 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow 2 \times A_p = 2400$

$\Rightarrow 2 \times \left(\frac{80 \times d}{2} \right) = 2400$

$\Rightarrow 80 \times d = 2400$

$\Rightarrow d = \frac{2400}{80}$

$d = 30$

$\Delta = \frac{80 \times 30}{2} = 1200 \text{ cm}^2$

$\Delta = 1200 \times 2 = 2400 \text{ cm}^2$

$= 0,24 \text{ m}^2$

Figura 44 – Primeira e segunda fases de resolução do grupo 12 ao problema 2 do quarto momento, com feedback do grupo 1

A resolução do grupo 12 não apresenta os dados da maneira comum, contudo está evidente a informação que o grupo achou necessária e pertinentes para a resolução do problema. Na primeira alínea, dividiram o papagaio na vertical, em dois triângulos iguais, cuja medida da base é igual à medida da diagonal maior do papagaio e a altura corresponde a metade da diagonal menor. Resolveram o problema de acordo com as minhas expectativas, tenho apenas a apontar o facto de a **resposta** final estar em cm , e não em cm^2 , já que era pedido o valor da área (teria sido importante um comentário focado na **correção**). Também não **justificaram** a origem do valor 15, na substituição do valor de A . Na segunda alínea, o enunciado está mal traduzido e, segundo a resolução, a área de cada um dos triângulos considerados anteriormente é igual a $0,24 m^2$. De acordo com o enunciado, esse valor corresponde à área do papagaio. De seguida, talvez pela falta de **justificação**, desenharam um dos triângulos e escreveram um cálculo que não se percebe ao que se refere.

Relativamente ao trabalho do grupo 1, na primeira alínea, apenas deram *feedback* positivo. Pelo que acabei de referir, é claro que o *feedback* não está de qualidade segundo a perspetiva de Machado (2021), pois deveriam ter comentado acerca da **correção** e a falta de **justificação** na resolução, pelo que não ajudaram os colegas a melhorarem estes aspetos. Na segunda alínea, referiram, muito bem, a falta dos dados e da evidência de resposta e deixaram claro que a resolução está incompleta. Contudo, em vez de comentarem a falta da resolução, deveriam ter dado pistas que ajudassem os colegas na melhoria da sua produção. Ou então, poderiam ter provocado um género de diálogo que estimulasse nos colegas um momento de reflexão.

Relativamente à segunda fase da resolução, o grupo 12, tendo em conta o *feedback* recebido na primeira alínea, apenas melhorou a segunda. Como o *feedback* não referia nada sobre isso, o que estava incorreto foi feito da mesma maneira. Contudo, depois tiveram o raciocínio correto e avançaram muito bem na resolução, faltando apenas a **resposta** final ao problema.

5.5. Dificuldades dos alunos ao dar *feedback* e a integração do *feedback* recebido na melhoria das suas produções

Para compreender a perspetiva dos alunos sobre a avaliação entre pares, procedi à análise do questionário (Apêndice 1), respondido por 26 alunos. Recordo que o mesmo era anónimo para que os alunos fossem completamente sinceros.

A análise das perspetivas dos alunos sobre o processo de avaliação entre pares será feita em duas fases, de acordo com os dois objetivos específicos ao qual o inquérito por questionário pretendia alcançar.

(i) As principais dificuldades dos alunos ao dar *feedback*

Aproximadamente 11% dos alunos responderam que nunca sentiram dificuldades ao dar *feedback* aos colegas, 54% quase nunca sentiram essa dificuldade e 35% sentiram-na às vezes.

De entre as possibilidades de resposta (Apêndice 1), as três dificuldades que os alunos mais selecionaram ao darem o *feedback* foram “Não sei como expressar a minha opinião” (35%); “Oferecer *feedback* muito vago ou generalizado que não dá ações claras para melhorar” (31%), “Tenho medo de ofender os meus colegas” (27%) e nenhum aluno mencionou outra dificuldade.

Quase metade dos alunos (46%) dizem que se sentem confiantes em dar sugestões de melhoria aos colegas. Aproximadamente 38% dos alunos estão neutros relativamente a este tópico. Os alunos tiveram a oportunidade de justificar a resposta. O único aluno que não se sente nada confiante justificou dizendo “Porque sou tímida e não consigo me expressar” (A1)³. Também apenas um aluno sente-se pouco confiante e o motivo é não saber “se vai ajudar muito” (A18). Outro caso particularmente interessante foi o de um dos dois alunos que afirmam sentirem-se muito confiantes. Justificou dizendo que “sabendo a resolução dos problemas, sinto confiança em mim para ajudar os meus colegas na resolução dos mesmos” (A10). Fez-me perceber que foi bom ter trocado a ordem dos trabalhos durante a intervenção pedagógica, ao dar *insights* da resolução. De modo geral, os alunos que se sentem neutros e confiantes ao dar *feedback* aos colegas justificaram de maneira semelhante.

³As respostas dos alunos às questões abertas do questionário serão identificadas por A seguidos do número do questionário.

Foi também questionado se sentem que melhoraram o seu *feedback* atividade após atividade, havendo uma maioria de alunos que sentem que melhoraram um pouco. Aproximadamente 30% sente que melhorou muito e ninguém sente que não melhorou nada. Ainda neste contexto, foi pedido que descrevessem uma situação em que já tiveram dificuldade em dar *feedback* e o que aconteceu. Três alunos disseram que não tiveram dificuldades, sendo que um deles justificou dizendo que teve ajuda da colega. Os restantes, deram alguns exemplos bastantes específicos. Por exemplo “acho que foi no problema do Manuel e da Maria, eles colocaram uma coisa que não tinha nada a haver com o problema que tinha sido proposto e eu não sabia o que colocar no meu *feedback*” (A17) ou então “Tive dificuldades em dizer a uma colega que ela não podia desenhar na folha, pois como gosto bastante dela fica difícil” (A3). Este segundo exemplo fez-me refletir que poderia ter arranjado maneira de tornar o trabalho anónimo entre eles. Verificaram-se também muitas dificuldades em perceber a letra dos colegas e a própria resolução.

Por último, ainda sobre as dificuldades sentidas pelos alunos, questionei sobre o que lhes poderia ajudar a sentir mais confiantes ao dar *feedback* aos colegas. Esta pergunta também foi de resposta completamente aberta. Aqui os alunos escreveram respostas mais curtas e diretas: “Ter mais confiança” (A11), (A15) e (A19), “Saber a resposta” (A4), (A12), (A20) e (A23), foram as mais frequentes. Um aluno referiu que teria ajudado se fosse “*Feedback* anónimo” (A26) e outro sugeriu “Fazer mais atividades com *feedback*” (A15).

(ii) Os modos em que os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções

As restantes perguntas do questionário focaram-se mais em tentar compreender de que modo a atividade os ajudou na melhoria das suas produções, mais concretamente da comunicação matemática escrita. Aproximadamente 65% concordaram que, ao dar *feedback* aos colegas, se estão a ajudar na própria aprendizagem, 23% concordou totalmente e 12% não concordaram nem discordaram. Ou seja, de modo geral, os alunos sentiram que a atividade os ajudou.

Considereei importante perceber de que modo é que, ao dar *feedback* aos colegas, se estão a ajudar nas suas próprias aprendizagens. As respostas, apesar de muito parecidas, foram muito satisfatórias: “Pois vejo outras maneiras de resolução e

raciocínio em relação a um dado exercício” (A3); “Eu vejo os erros ou os acertos dos colegas e vejo qual é a forma correta de realizar o exercício” (A4); ou então “Eu estou a perceber os erros que eu fiz na minha folha e estou a aprender” (A7).

Mais de metade dos alunos responderam que leem sempre atentamente o *feedback* recebido pelos colegas, aproximadamente 42% lê apenas frequentemente e somente um aluno respondeu “às vezes”. Contudo, ler não é suficiente e questionei com que frequência o *feedback* recebido foi utilizado para a melhoria das produções. Todos os alunos utilizaram, ainda que 61,5% dos alunos o fez com frequência, 27% fê-lo sempre e somente 11,5% recorreu ao *feedback* apenas às vezes.

De seguida, tentei perceber quais os tipos de *feedback* que consideram mais benéfico, dando algumas sugestões. Eles podiam escolher mais do que uma opção e ainda tinham a possibilidade de acrescentar outras opções de resposta, mas ninguém o fez. Passarei a ordenar da opção mais seleccionada, para a menos escolhida pelos alunos: “*Feedback* com exemplos de correção” (54%); “*Feedback* encorajador e motivador” (46%); “*Feedback* detalhado com explicações” (42%); “*Feedback* breve e direto” (15%); e por fim, “*Feedback* interrogativo” (8%). Não estava a espera que “*Feedback* interrogativo” fosse o menos escolhido, pois é o que eles mais utilizam. Os alunos justificaram as suas escolhas de forma muito vaga e transversal a todas as opções.

De seguida, tentei perceber se os alunos sentem que melhoraram a Comunicação Matemática escrita atividade após atividade. Ninguém respondeu que não melhorou nada ou quase nada, o que é bom; 11,5% respondeu que talvez tenha melhorado; 61,5% sente que melhorou um pouco; e os restantes 27% estão mais confiantes que melhoraram muito.

Deram exemplos de como utilizaram o *feedback* recebido para melhorar algum trabalho: “Mudei a forma como expliquei para uma mais fácil de interpretar” (A3); “relê o enunciado” (A7); “A organização dos problemas” (A10); e “A minha forma de explicar a forma de resolver as diferentes situações” (A23). Cinco alunos consideraram que não foi benéfico contactar com uma resolução diferente das suas, e os restantes vinte e um entenderam que foi. Foi pedido a estes vinte e um que justificassem a resposta. Em geral, as justificações estão relacionadas com o facto de terem percebido que “existem várias formas de resolver um problema matemático” (42%) e com o facto de ser “sempre bom ver os raciocínios das outras pessoas para resolver os mesmos exercícios” (12%).

5.6. Comunicação matemática escrita dos alunos: uma análise sobre a evolução a partir do caso do grupo 3

No presente subcapítulo, será feita uma análise sobre a evolução dos alunos relativamente à capacidade de comunicação matemática escrita. Pretendo analisar que evolução sofreu a comunicação matemática escrita dos alunos e qual a influência das práticas de avaliação entre pares nessa evolução. Neste subcapítulo irei analisar a evolução do grupo 3 ao longo de toda a intervenção pedagógica. Tinha intenção de analisar a evolução de alguns grupos para obter resultados mais aprofundados, mas não foi possível considerando o tempo de elaboração deste Relatório de Estágio e a exigência de um trabalho desta natureza. Contudo, considere importante fazê-lo considerando tais limitações. Para isso, optei pela análise do trabalho desenvolvido por um grupo que esteve presente ao longo dos quatro momentos e se manteve com os mesmos dois elementos.

Neste sentido, vou começar por analisar a resolução do problema 1 do primeiro momento. De seguida vou analisar em simultâneo as resoluções dos problemas 1 e 2 do segundo momento, comparando com a resolução do momento anterior. E assim sucessivamente, como ilustrado no seguinte esquema (Figura 45).

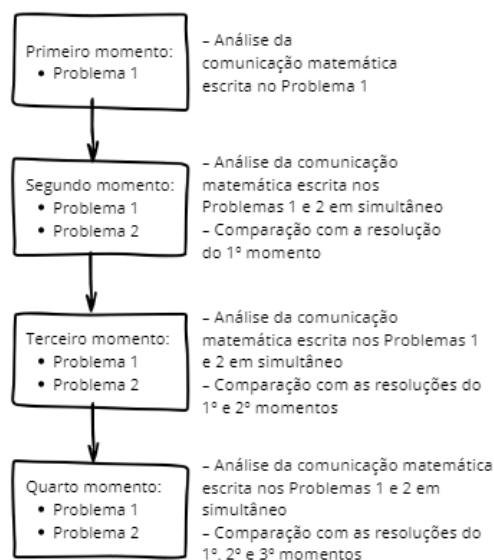


Figura 45 – Esquema para a análise da evolução dos alunos relativamente à comunicação matemática escrita

A Figura 46 apresenta a primeira resolução produzida pelo grupo 3 no primeiro momento da intervenção pedagógica – *Crianças Vacinadas contra a Gripe* –, que ocorreu no dia 14 de dezembro de 2023.

Problema 1

Sabe-se que a população de uma certa cidade é de 5 000 000 habitantes, e que 35% dessa população tomou a vacina contra gripe, sendo que 60% das pessoas vacinadas eram crianças. Qual é, em notificação científica, o número de crianças que tomaram a vacina contra gripe.

A resolução do problema está dividida e completa. Continuem assim!!! Parabéns!!!

1.º

$$5\,000\,000 \text{ --- } 100\% \quad x = \frac{5\,000\,000 \times 35}{100}$$

$$175\,000 \text{ --- } 35\% \quad = \frac{175\,000\,000}{100} = 1750\,000 //$$

$$\begin{array}{r} 5\,000\,000 \\ \times 35 \\ \hline 25\,000\,000 \\ +15\,000\,000 \\ \hline 175\,000\,000 \end{array}$$

2.º

$$1750\,000 \text{ --- } 100\% \quad x = \frac{1750\,000 \times 60}{100}$$

$$x \text{ --- } 60\% \quad = \frac{105\,000\,000}{100} = 1\,050\,000 //$$

3.º

$$\begin{array}{r} 1750\,000 \\ \times 60 \\ \hline 105\,000\,000 \end{array}$$

4.º

Notação científica:

$$1,05 \times 10^6 //$$

R.: Em notação científica, o número de crianças que tomaram a vacina é $1,05 \times 10^6$.

Figura 46 – Resolução do grupo 3 do problema 1 no primeiro momento

Na resolução do problema 1 pelo grupo 3 não há uma organização dos dados do problema, comprometendo a organização da resolução. Os dados são importantes para orientar a resolução, sem que as informações pertinentes se percam. Os cálculos estão efetuados corretamente e o raciocínio também está correto e bem estruturado. Ao nível da linguagem e da resposta, está tudo claro. Faltou apenas justificarem os passos da resolução. Enquanto os dados servem para orientar quem vai resolver um determinado problema, a explicação e justificação dos raciocínios são importantes para o leitor.

Neste sentido, necessitavam, ainda, de melhorar a **organização** e a **justificação**.

O segundo momento da intervenção ocorreu no dia 29 de fevereiro de 2024. O grupo 3 teve presente, assim como em todos os outros momentos, e podemos ver as suas produções na Figura 47.

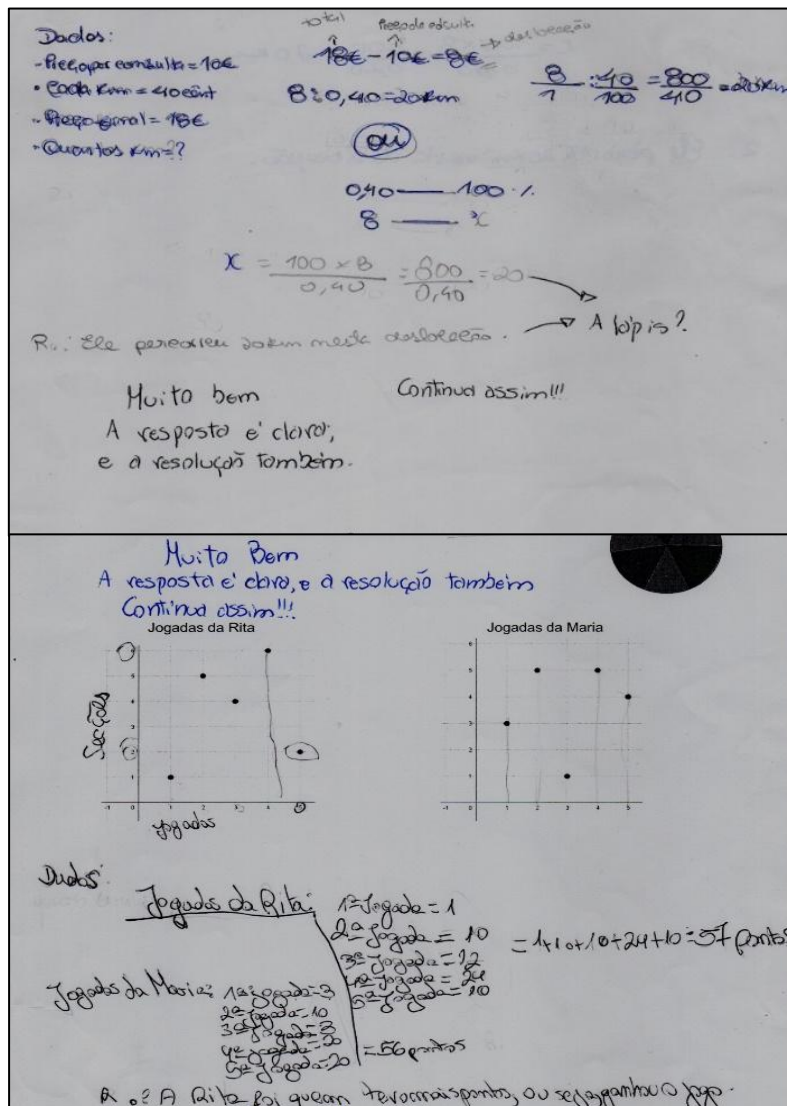


Figura 47 – Resolução do grupo 3 dos problemas 1 e 2 no segundo momento, respetivamente

Passando para a análise das produções desenvolvidas pelo grupo 3 neste segundo momento, verifica-se que já incluíram os dados na resolução, indicando uma evolução neste aspeto. Mantiveram também a evidência de resposta correta e clara.

A resolução do problema *Jogo de Setas* (direita) já foi analisada anteriormente na secção 5.2., onde identifiquei que o grupo evidenciou dificuldades ao nível da **organização, linguagem e justificação**. Estas dificuldades não são tão evidentes na resolução do problema *Médico em Casa* (esquerda).

De modo geral, desde o primeiro momento até ao segundo, melhoraram apenas na organização da resposta adicionando os dados dos problemas.

Vamos agora analisar a evolução observada no terceiro momento (Figura 48), que ocorreu no dia 23 de abril de 2024.

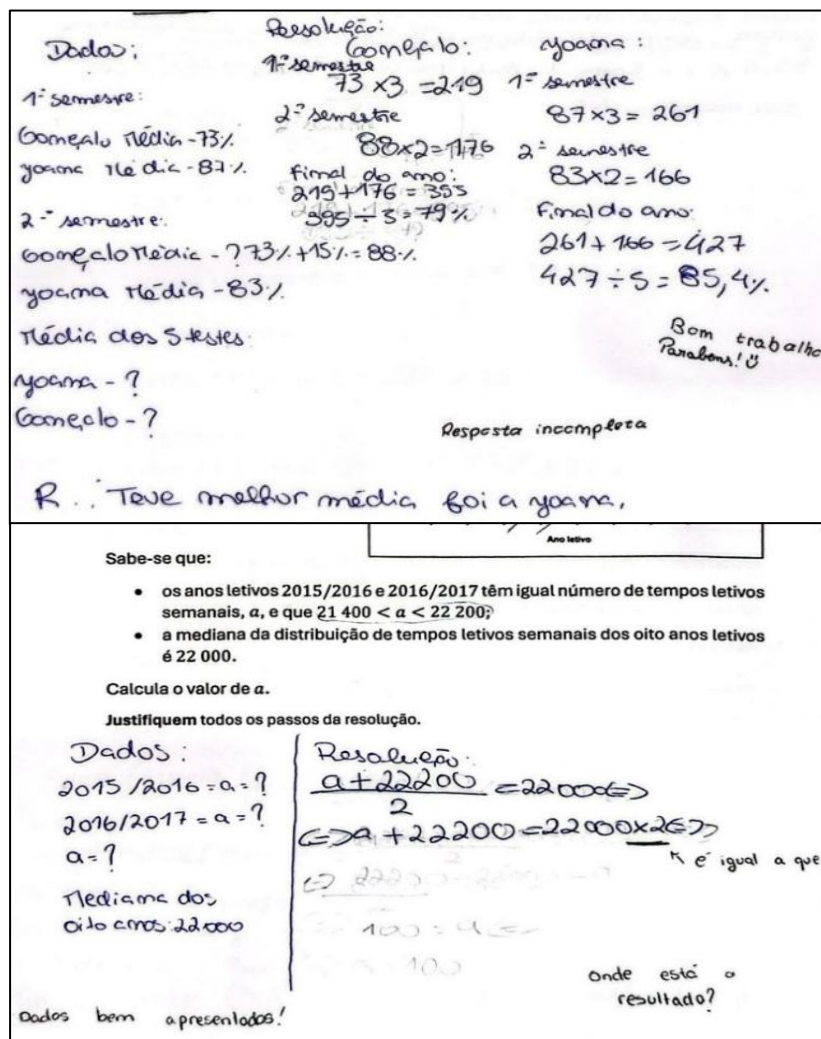


Figura 48 – Resolução do grupo 3 dos problemas 1 e 2 no terceiro momento, respetivamente

As duas resoluções realizadas pelo grupo 3 foram apresentadas e analisadas anteriormente na secção x (Figura 34 e Figura 37). O grupo 3 percebeu logo à partida como se resolvia corretamente o problema *Os cinco Testes* (esquerda), contudo a resolução podia estar mais aprimorada na **organização** de cada procedimento. Também apresentaram muitas falhas ao nível da **linguagem**. A resolução podia ter abrangido a **justificação** dos cálculos efetuados. Relativamente à resolução do problema *Desporto Escolar* (direita), começaram muito bem, com uma boa recolha dos dados e um raciocínio correto. Demonstraram ligeiras falhas ao nível da **justificação**.

Comparativamente aos dois momentos anteriores, neste momento foi verificada uma evolução positiva na recolha dos dados dos problemas. As dificuldades ao nível da linguagem e da justificação não sofreram melhorias muito significativas. Continuam a

não ter em atenção a importância do rigor da comunicação matemática escrita durante a resolução dos problemas.

De modo a concluirmos a análise das produções do grupo 3, vamos analisar as produções da última tarefa, que teve lugar no dia 16 de maio de 2024.

1.1.

$100\% - 60\% = 40\%$ Boo!

Dados:

60% são rapazes

R.: A probabilidade de sair uma rapariga é de 40%.

1.2.

Dados:

30 alunos
alunos com 12 anos: 6
alunos com 13 anos: 11
alunos com 14 anos: 11
alunos com 15 anos: 2

Probabilidade A: "ser selecionado um dos alunos mais novos"

$P(A) = \frac{6}{30} = 0,2 = 20\%$ Parabéns!

R.: A probabilidade de ser selecionado um dos alunos mais novos é de 20%.

Colocaram os dados, a resolução e deram respostas completas!

2.1-

Dado:

Diagonais: 50cm e 30cm

Área: ?

Parabéns

Resolução:



$A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2}$
 $A_{\triangle} = \frac{50 \times 15}{2} = 375$
 $A_{\diamond} = 375 \times 2 = 750 \text{ cm}^2$

altura: 30 : 2 = 15cm

R.: A área do papagaio é de 750 cm².

Boo!!!

2.2

Dados:

Área do papagaio: 0,24 m² = 2400 cm²

Diagonal = 80 cm

Diagonal menor = ?

Resolução:



Falta a resolução e a resposta

Figura 49 – Resolução do grupo 3 dos problemas 1 e 2 no quarto momento, respetivamente

O grupo 3 resolveu o problema *A turma da Rita* (esquerda) de maneira exemplar. Verifica-se uma resolução com rigor na linguagem matemática (antes da intervenção escreveriam, por exemplo, “alunos com 12 anos – 6“, agora já têm o cuidado de utilizar “:”). A resoluções estão bastante bem organizadas e corretas. A resolução ao problema *O Papagaio de Papel* (direita) está incompleta, provavelmente por falta de tempo, mas

vamos focar no que conseguiram resolver. Para a determinação da área do papagaio escreveram os dados, depois a resolução e por fim a resposta ao problema, pelo que a resolução está organizada. Além disso, a resolução está correta e a resposta está acertada e com a devida unidade de medida. Em geral, a resolução está clara e objetiva, não demonstrando dificuldades. Para determinarem a medida do comprimento da diagonal maior, apenas apresentaram os dados, não havendo grande manobra de análise.

Em súmula, e tendo em conta os restantes momentos da intervenção pedagógica, as resoluções produzidas pelo grupo 3 demonstram uma melhoria significativa no que diz respeito, principalmente, à linguagem. Assim, posso afirmar que o objetivo da intervenção foi alcançado. A troca de *feedback* entre pares contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita, demonstrando que a aprendizagem dos alunos ganha maior significado num ambiente onde é privilegiada a avaliação formativa.

6. Conclusões e Recomendações

Esta investigação centrou-se na Comunicação Matemática escrita, na Resolução de Problemas e no *feedback* entre pares. Mais concretamente, o objetivo principal deste estudo passou por **compreender de que modo a avaliação formativa através do *feedback* entre pares pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos**. Neste sentido, pretendia responder à questão: ***De que modo a comunicação matemática escrita pode ser potencializada a partir de práticas de feedback entre pares?***

Para tal, parti das seguintes questões que ajudaram a orientar esta investigação:

- Como é que a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos evoluiu ao longo da intervenção pedagógica?
- Quais as principais dificuldades que os alunos enfrentam na comunicação matemática escrita ao resolver problemas?

Deste modo, procurei: **(i)** Identificar as dificuldades dos alunos na comunicação matemática escrita, durante a resolução de problemas; **(ii)** Identificar os tipos de *feedback* que apresentam aos pares; **(iii)** Identificar as principais dificuldades dos alunos ao dar *feedback*; **(iv)** Analisar a evolução no tipo de *feedback* fornecido pelos pares; **(v)** Compreender de que modo os alunos integram o *feedback* recebido na melhoria das suas produções ao resolver problemas.

Posto isto, a intervenção pedagógica foi realizada numa turma de 7.º ano de escolaridade constituída por 28 alunos, em que estavam inscritos na disciplina de Matemática apenas 27. Este estudo teve por base quatro grandes momentos, em que os alunos resolviam problemas em díades, em duas fases, com vista a compreender as perceções dos alunos face ao *feedback* entre os pares.

Numa abordagem qualitativa e interpretativa, os dados incluíram: **(a)** produções escritas dos alunos referentes à primeira fase de resolução de problemas; **(b)** os *feedbacks* escritos, entre pares, às primeiras fases de resolução; **(c)** segundas fases de resolução dos problemas após receberem *feedback*; **(d)** notas de campo resultantes da observação dos participantes e **(e)** inquéritos por questionários. Na próxima secção serão discutidas as principais conclusões deste estudo, respondendo às questões orientadoras, tendo por base os resultados já analisados e apresentados.

6.1. Como é que a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos evoluiu ao longo da intervenção pedagógica?

Desde o início, uma das principais dificuldades detetadas foi a falta de justificação das medidas tomadas ao longo das resoluções, tendo até motivado a implementação desta intervenção. Também foi a mais desafiante de promover, apesar de vários alunos terem assumido que melhoraram neste aspeto.

A outra dimensão que os alunos também sentiram algumas dificuldades ao longo das tarefas foi a linguagem. No que diz respeito à organização, houve uma melhoria significativa. Também em relação à presença de resposta, se esta não se verificou, foi na primeira tarefa ou então quando os alunos não tinham tempo para concluir a resolução. Não considero que tivesse sido uma dificuldade para eles. Quanto à correção das respostas e dos cálculos efetuados, isso variou consoante a dificuldade dos problemas apresentados.

De modo geral, no decorrer da intervenção pedagógica senti que os alunos ultrapassaram certas dificuldades nuns momentos e noutros momentos não. Por vezes, mesmo durante um determinado momento, a resolução de um problema pode apresentar certas dificuldades e no outro não, sem qualquer ordem. Isso fez-me refletir que nem sempre as aprendizagens estão consolidadas e que também não são lineares. Tal pode indicar também que uma prática contínua de avaliação entre pares e a reflexão dos alunos sobre a sua própria evolução são importantes. Isto também leva-me a refletir que, embora reconheça o potencial das práticas de avaliação entre pares evidenciado ao longo desta investigação, o processo de aprendizagem não é imediato, mas sim processual. Ainda assim, a importância desta prática pedagógica foi reconhecida pelos alunos, uma vez que grande parte deles afirmaram terem ganho destreza na capacidade de comunicar matematicamente.

Ao analisar as resoluções, quanto à forma do *feedback*, senti que quando este era dado logo após a resolução dos problemas, os alunos tinham isso mais em consideração, como sugere Machado (2021). Neste sentido, de tarefa para tarefa, por vezes, deixavam para trás *feedbacks* preciosos que haviam recebido. Contudo também houve experiências positivas, como é o caso apresentado na secção 5.6 referente ao grupo 3.

O facto de ter colocado os alunos a realizar uma tarefa que em geral está centrada no papel do professor, avaliando as resoluções dos colegas, fê-los perceber a importância de demonstrar o seu raciocínio, pois sentiram dificuldades em compreender as resoluções dos colegas que não o fizeram. Consequentemente, começaram a perceber a importância de escreverem de maneira rigorosa e detalhada os raciocínios adotados. Deste modo, na perspectiva de Santos (2020), proporcionei aos alunos uma boa oportunidade para refletirem sobre próprio trabalho e o dos colegas, de forma a desenvolverem uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e melhorando as suas capacidades de comunicação matemática escrita. O que esta investigação evidencia concorda com Peña et al. (2014), no que diz respeito ao facto de que a avaliação entre pares permite que os alunos avaliem o trabalho uns dos outros, promovendo a aprendizagem conjunta e, consequentemente, contribuindo para a regulação das suas próprias aprendizagens.

6.2. Quais as principais dificuldades que os alunos enfrentam na comunicação matemática escrita ao resolver problemas?

Os alunos, durante a resolução de problemas apresentaram várias dificuldades na comunicação matemática escrita do seu pensamento. As principais verificadas foram ao nível da **Linguagem** e **Justificação**, como referido por alguns autores (Lim & Pugalee, 2004; Ponte et al., 2007; Santos & Semana, 2015; Fernandes, 2022).

Relativamente à linguagem, é evidente a falta de rigor matemático, principalmente nos símbolos e representações utilizados. Quanto à justificação, relacionam-se com a ausência de explicações, de processos e procedimentos utilizados nos passos de resolução. Desta forma, tal como apontado na literatura (Ponte et al., 2018), é importante proporcionar aos estudantes oportunidades em sala de aula para que melhorem a comunicação matemática escrita. Neste sentido, propus aos alunos vários momentos de resolução de problemas, para que resolvessem de forma clara e que permitisse o leitor perceber a forma como pensaram.

6.4. Limitações e perspetivas

No desenvolvimento e implementação desta intervenção pedagógica, surgiram algumas limitações e houve necessidade de adaptar o plano inicial. Tais alterações deveram-se, principalmente, ao facto de os alunos não terem conhecimento sólido dos conteúdos. Deveria ter prevenido este aspeto desde o início. Sinto que com este trabalho aprendi imenso.

O facto de os pares terem sido formados de acordo com a planta da sala trouxe vantagens e desvantagens para os resultados desta investigação. Fi-lo com o objetivo de não haver agitação em sala de aula antes das atividades, para que estivessem calmos e concentrados. Contudo, senti que muitos pares não funcionaram, ou porque não tinham uma relação amigável, trabalhando individualmente, ou porque numas díades ambos os alunos demonstravam imensas dificuldades, apresentando respostas mais fraquinhas. Poderia ter ajustado os pares, procurando alguma heterogeneidade, contudo pretendia analisar a evolução da capacidade de comunicarem matematicamente por escrito ao longo de toda a intervenção.

Destaco, assim, outra limitação. A análise foi bastante complexa e demorada, pelo que acabei por ter de optar por apresentar a análise das dificuldades dos alunos em certas produções. Sinto que futuramente será um trabalho interessante a desenvolver a partir de uma análise mais alargada e aprofundada.

A elaboração deste estudo fez-me reconhecer a importância das práticas de avaliação entre pares para o desempenho dos alunos. É interessante ver que os alunos podem aprender uns com os outros, assumindo uma participação ativa. Apesar dos desafios que surgiram, pretendo incorporar, com alguns ajustes, esta prática futuramente, enquanto docente.

Na última pergunta do questionário procurei perceber porque é que foi benéfico para os alunos contactarem com uma resolução diferente das deles. Contudo, poderia ser interessante compreender também os que disseram que não consideraram benéfico. Penso que poderia ter adicionado a entrevista aos instrumentos de recolha dos dados. A conversa fluiria melhor e não ficava com dúvidas, como fiquei neste caso.

Quando dei espaço para os alunos mencionarem o que lhes podia ajudar a sentirem-se mais confiantes no fornecimento de *feedback* aos colegas, eles deram respostas interessantes do ponto de vista da análise. Por exemplo a resposta “Saber a resposta”

é importante pois, para se efetuar a troca dos *feedbacks* entre quem resolveu o problema e a discussão da resposta, têm de saber como é que vão proceder a essa discussão, pois necessitam de saber os conteúdos. Relativamente à questão do anonimato, os colegas sabiam a quem estavam a dar o *feedback* e vice-versa. Esta questão pode estar relacionada com a confiança que os alunos têm uns com os outros e a influência que isso pode ter no fornecimento do *feedback* ou na aceitação e integração do mesmo. No momento imaginei os alunos a tentar descobrir quem estava com as resoluções deles, em vez de se focarem no *feedback*, por exemplo. Neste sentido, optei por não manter o anonimato entre os alunos. Os alunos também sugeriram a repetição de tarefas semelhantes com mais frequência. Foi bom sentir que gostaram e que com a prática até poderão melhorar. Ficarei a pensar nisso para projetos futuros, certamente.

Referências Bibliográficas

- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan*, 80(2), 139-148.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational assessment, evaluation and accountability*, 21(1), 5-31.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2003). *Assessment for learning: Putting into practice*. Open University Press.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.
- Broadfoot, P., Daugherty, R., Gardner, J., Harlen, W., James, M., & Stobart, G. (2002). *Assessment for learning: 10 principles. Research-based principles to guide classroom practice assessment for Learning*. Assessment Reform Group.
- Brookhart, S. M. (2010). *How to give effective feedback to your students*. Alexandria, VA.
- Cai, J., & Lester, F. (2012). Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? *Boletim GEPEM*, 60, 147-162. <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2014.008>
- Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens essenciais de matemática para o ensino básico*. Direção-geral da Educação (DGE). <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciaisensino-basico>
- Cândido, P. (2001). Comunicação em matemática. In K. Smole, & M. Diniz (Orgs), *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. (pp. 15-28). Artmed.

Costa, P. (2023). *Avaliação formativa: As implicações do feedback escrito* [Relatório de Estágio, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto]. Repositório aberto U.Porto. <https://hdl.handle.net/10216/156462>

Decreto-Lei nº 55/2018, 2928 - 2943 I Série, nº 129. Estabelece o currículo dos ensinos básico e secundário e os princípios orientadores da avaliação das aprendizagens. <https://dre.pt/home/-/dre/115652962/details/maximized>

Dierick, S., & Dochy, F. (2001). New lines in edumetrics: New forms of assessment lead to new assessment criteria. *Studies in Educational Evaluation*, 27, 307-329.

Faria, F., & Rodrigues, M. (2020). A comunicação matemática escrita. *Da investigação às práticas: Estudos de natureza educacional*, 10(2), 90–116. <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>

Fernandes, D. (2008). Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. *Estudos em avaliação educacional*, 19(41), 347-372.

Fernandes, D. (2021). *Avaliação formativa: Texto de apoio à formação - Projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação Pedagógica (MAIA)*. Ministério da Educação/DGE.

Fernandes, D. (2022). *Avaliar e aprender numa cultura de inovação pedagógica*. LeYa Educação.

França, M. (2023). *A avaliação entre pares como veículo de promoção da comunicação matemática escrita: Um estudo com alunos do 7.º ano de escolaridade*. [Relatório de estágio, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto]. Repositório aberto U.Porto. <https://hdl.handle.net/10216/152262>

Freitas, D. (2021). *O papel da avaliação a pares no desenvolvimento da comunicação matemática escrita*. [Relatório de estágio, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto]. Repositório aberto U.Porto. <https://hdl.handle.net/10216/135871>

Gipps, C. (1999). Socio-cultural aspects of assessment. *Review of Research in Education*, 24, 355-392.

Guerreiro, A. (2011). *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: Práticas no 1.º ciclo do ensino básico*. [Dissertação de doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório UL. <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/5494>

Guerreiro, A., Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: A perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(4), 279-295.

Hattie, J., Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112.

Lim, L., & Pugalee, D. (2004). Using journal writing to explore "they communicate to learn mathematics and they learn to communicate mathematically". *Ontario Action Researcher*, 7(2), 17-24.

Lima, L. (2017). Avaliar através da resolução de problemas: Articulação entre investigação, teoria e prática. In L. Menezes, A. Ribeiro, H. Gomes, A. Martins, F. Tavares, & H. Pinto (Eds.), *Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação matemática*. (pp. 292-303). APM.

Lima, L. (2020). *O ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas: Intencionalidades, ações e reflexões dos docentes*. [Tese de Doutoramento]. Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade do Porto. <https://hdl.handle.net/10216/128008>

Lima, S. (2020). A perspectiva metodológica da resolução de problemas. In *Práticas pedagógicas de professores no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e a resolução de problemas*. (pp. 53-104). UNESP.

Lima, L., Ferreira, D., & Cosme, A. (2022). Mudar a escola, mudar a avaliação: Reflexões sobre o essencial da avaliação pedagógica. *Cadernos da Formação Nova Ágora*, 7, 5-17. http://novo.cfagora.pt/images/Publicacoes/cadernos/Caderno_7.pdf

Lopes, J., Silva, H., Dominguez, C., Payan-Carreira, R., Catarino, P., Moraes, F., & Vasco, P. (2019). O *feedback* na promoção do pensamento crítico. In J. P. Lopes, H. S. Silva, C. Dominguez, & M. M. Nascimento (Coords.), *Educar para o pensamento crítico na sala de aula* (pp. 101-124). Pactor.

Machado, E. (2021). *Feedback. Folha de apoio à formação - Projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação pedagógica (MAIA)*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.

Martins, G. O., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J. V., Carrilho, J., Silva, L. U., Encarnação, M. M., Horta, M. J., Calçada, M. T., Nery, R. V., & Rodrigues, S. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Ministério da Educação e Ciência. dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

ME-DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico – Competências essenciais*. ME-DEB.

Moreira, S. A., & Fonseca, L. (2009). A comunicação e a resolução de problemas envolvendo padrões. In C. Costa, E. Mamede, & F. Guimarães (Orgs), *Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática*.

NCTM (1980). *Uma agenda para Ação: Recomendações para a matemática escolar da década de 1980*. APM.

NCTM (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em matemática*. Associação de Professores de Matemática. APM.

Nicol, D. (2010). From monologue to dialogue: Improving written feedback processes in mass higher education. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 35(5), 501–517.

Neves, A. C., & Ferreira, A. L. (2015). *Avaliar é preciso? Guia prático de avaliação para professores e formadores*. Guerra e Paz.

Penya, J. D., García, H. M., Castro, S. G., & Caro, J. G. (2014). Some limits in peer assessment. *Journal of Technology and Science Education*, 4(1), 12–24. <https://doi.org/10.3926/jotse.90>

Perrenoud, P. (1999). *Avaliação. Da excelência à regulação das aprendizagens*. Artmed Editora.

Phillips, E., & Crespo, S. (1996). Developing written communication in mathematics through math penpal letters. *For the learning of mathematics*, 16(1), 15-22.

Pires, M. V., Costa, E., & Leite, C. (2018). Contributos para análise da comunicação (matemática) escrita dos alunos. *Educação e Matemática*. 149-150, 28-32.

Pólya, G. (1966). On teaching problem solving. In *The role of axiomatics and problem solving in mathematics*. Symposium Report of the Conference Board of the Mathematical Sciences. Boston. (pp. 123–129).

Pólya, G. (2006) *A arte de resolver problemas: Um novo aspeto do método matemático*. Interciência.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In Grupo de Trabalho em Investigação (GTI) (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. (pp. 11-34). APM.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., & Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação. Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento curricular.

Sá, A., & Zenhas, M. D. G. (2004). *Como abordar... a comunicação escrita na aula de matemática*. Areal Editores.

Santos, L. (2003). Avaliar competências: Uma tarefa impossível? *Educação e Matemática*, 74, 16-21.

Santos, L. (2020). A avaliação pedagógica em matemática: Um desafio e uma inevitabilidade? *Educação e Matemática*, 158, 3-11.

Santos, L., & Pinto, J. (2018). Ensino de conteúdos escolares: A avaliação como fator estruturante. In F. Veiga (Coord.), *O Ensino como fator de envolvimento numa escola para todos* (pp. 503-539). Climepsi Editores.

Savianni, D. (2000). *Educação: Do senso comum à educação filosófica* (13ª ed.). Autores Associados.

Scriven, M. (2003). Evaluation theory and metatheory. *International handbook of educational evaluation*. Kluwer international handbooks of education, 9, 15-30.
https://doi.org/10.1007/978-94-010-0309-4_3

Segers, M., Dochy, F., & Cascallar, E. (2003). Optimising new modes of assessment: in search of qualities and standards. In A. Tekian (Ed.), *innovation and change in professional education*. (vol.1). Springer.

Sfard, A. (2009). Commentary on the chapters by Baker and Asterhan and Schwarz through the lens of commognition. In B. Schwarz, T. Dreyfus, & R. Hershkowitz (Eds.), *Transformation of knowledge through classroom interaction* (pp. 173-183). Routledge.

Shepard, L. (2000). The role of assessment in a learning culture. *Educational Researcher*, 29(7), 1-14

Sousa, M. J., & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha*. Pactor Edições

Villas Boas, B. (2019). Esmiuçando a avaliação formativa. In B. V. Boas (Ed.), *Conversas sobre avaliação*. (pp. 13-32). Papirus.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Normas sociomatemáticas, argumentação e autonomia em matemática. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2011). *Ensinar matemática com resolução de problemas*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Van de walle, J. (2009). *Matemática no ensino fundamental: Formação de professores e aplicações em sala de aula*. (6ª edição). Artmed.

Whitenack, J., & Yackel, E. (2008). Construindo argumentações matemáticas nos primeiros anos: A importância de explicar e justificar ideias. *Educação e Matemática*, 100, 85-88.

William, D. (2007). Keeping learning on track. In F. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1053-1098). Information Age Publishing.

William, D. (2011). *Avaliação formativa incorporada*. Solution Tree Press.

Apêndices

Apêndice 1 – Questionário aplicado

Atividade de feedback entre pares

Sou a professora estagiária Carolina Santos e, como sabes, ao longo deste ano desenvolvemos quatro atividades envolvendo Resolução de Problemas e *Feedback* entre pares. Gostava de te convidar a responderes a este questionário com perguntas de resposta fechada e perguntas de resposta aberta, precisamente sobre essas atividades. Apelo ao empenho e seriedade das respostas.

carolinasantos@ [redacted] [Mudar de conta](#)

 Não partilhado 

* Indica uma pergunta obrigatória

Qual é a tua turma? *

☐ A

☐ B

☐ C

Sentiste dificuldades ao dar *feedback* aos colegas? *

☐ Nunca

☐ Quase nunca

☐ Às vezes

☐ Muitas vezes

☐ Sempre

Quais são as principais dificuldades que encontras ao dar *feedback*? *

Caso faça sentido para ti, podes selecionais mais do que uma opção.

- ☐ Não sei como expressar a minha opinião
- ☐ Tenho medo de ofender os meus colegas
- ☐ Por não ter entendido a resolução da tarefa, tive dificuldades em dar *feedback*
- ☐ Não sei identificar quando os colegas acertam ou erram
- ☐ Oferecer *feedback* muito vago ou generalizado que não dá ações claras para melhorar
- ☐ Outra: _____

Sentes-te confiante em dar sugestões de melhoria aos teus colegas? *

- ☐ Muito confiante
- ☐ Confiante
- ☐ Neutro
- ☐ Pouco confiante
- ☐ Nada confiante

Porquê? Justifica a resposta anterior. *

A sua resposta _____

Sentes que melhoraste o teu *feedback* atividade após atividade? *

- ☐ Nada
- ☐ Quase nada
- ☐ Talvez
- ☐ Um pouco
- ☐ Muito

Descreve uma situação em que já tiveste dificuldade em dar *feedback*. O que aconteceu? *

A sua resposta

O que te poderia ajudar a sentir mais confiante ao dar *feedback* aos teus colegas? *

A sua resposta

Achas que, ao dar *feedback* aos colegas, estás-te a ajudar na tua própria aprendizagem? *

- ☐ Discordo totalmente
- ☐ Discordo
- ☐ Talvez
- ☐ Concordo
- ☐ Concordo totalmente

De que forma é que ao dar *feedback* aos colegas estás-te a ajudar na tua própria aprendizagem? *

A sua resposta

Durante as tarefas, costumavas ler atentamente o *feedback* que recebias dos colegas? *

- ☐ Nunca
- ☐ Raramente
- ☐ Às vezes
- ☐ Frequentemente
- ☐ Sempre

Com que frequência utilizaste o *feedback* recebido para melhorares as tuas produções? *

- ☐ Nunca
- ☐ Raramente
- ☐ Às vezes
- ☐ Frequentemente
- ☐ Sempre

Quais os tipos de *feedback* que consideras mais benéfico? *
Caso faça sentido para ti, podes selecionais mais do que uma opção.

- ☐ Feedback detalhado com explicações
- ☐ Feedback com exemplos de correção
- ☐ Feedback encorajador e motivador
- ☐ Feedback breve e direto
- ☐ Feedback interrogativo
- ☐ Outra: _____

Porquê? Justifica a resposta anterior. *

A sua resposta _____

Sentes que melhoraste a tua Comunicação Matemática escrita atividade após atividade?

- ☐ Nada
- ☐ Quase nada
- ☐ Talvez
- ☐ Um pouco
- ☐ Muito

Dá um exemplo de como utilizaste o *feedback* recebido para melhorar um trabalho. O que mudaste? *

A sua resposta

Entendes que foi benéfico contactar com uma resolução diferente da tua? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

Se a tua resposta à questão anterior foi "Sim", indica uma vantagem de teres contactado com uma resolução diferente da tua.

A sua resposta

Apêndice 2 – Consentimento ao Diretor

Exmo. Diretor da

██████████

██████████

, fevereiro de 2024

Como será do seu conhecimento, as aulas de Matemática das turmas A, B e C do 7º ano são lecionadas por 3 professores. Sou professora estagiária de Matemática na ██████████ e encontro-me, de momento, a frequentar Iniciação à Prática Profissional, incluindo a Prática de Ensino Supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

O tema da minha dissertação de mestrado prende-se em compreender de que modo a prática de um processo de avaliação formativa através do feedback entre pares pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos.

De modo a poder realizar a parte empírica deste estudo de investigação, tenho necessidade pedir para seleccionar alunos dentre os que se oferecerem para participar no estudo e após a obtenção do seu consentimento e o dos respetivos encarregados de educação.

De modo a conseguir registar todos os dados que preciso de recolher para o meu estudo de investigação, tenho necessidade fotografar as produções e de gravar em áudio todas as entrevistas que realizar com os alunos que vierem a colaborar neste projeto. Essas gravações serão transcritas para poder analisar melhor os dados recolhidos e serão completamente destruídas após a conclusão deste trabalho.

Os alunos não serão identificados no relatório escrito que resultar deste estudo de investigação, pois os nomes que nele figurarem serão fictícios para assegurar total anonimidade. Os alunos podem desistir da sua colaboração neste estudo de investigação em qualquer momento sem qualquer prejuízo.

Neste sentido, venho solicitar a autorização do Conselho Executivo desta escola para a realização dos trabalhos inerentes ao estudo de investigação que descrevi.

Nome: _____

Assinatura: _____

Por favor, não hesite em contactar-me (telemóvel ██████████ ou e-mail up201906791@fc.up.pt) caso tenha qualquer questão a colocar em relação a este trabalho. Agradecendo, desde já, toda a atenção e compreensão dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

Carolina Sousa Santos

Apêndice 3 – Consentimento aos Encarregados de Educação

Caro Encarregado de Educação, [REDACTED], fevereiro de 2024

Como será do seu conhecimento, as aulas de Matemática da turma 7^ª são lecionadas por 3 professores. Sou professora estagiária de Matemática na [REDACTED] e gostaria de convidar o seu educando a colaborar num projeto de investigação para a minha Iniciação à Prática Profissional, incluindo a Prática de Ensino Supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3^º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Este projeto tem por objetivo compreender de que modo a prática de um processo de avaliação formativa através do feedback entre pares pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos, no âmbito da minha dissertação de mestrado.

Em que consiste a participação do seu educando?

De modo a poder realizar a parte empírica deste estudo de investigação, o seu educando será exposto a tarefas de Resolução de Problemas, em contexto de sala de aula. Irei fotografar as produções dos alunos e poderei ter a necessidade de pedir ao seu educando para realizar inquéritos, através de questionários e/ou entrevistas que serão gravadas através de áudio e, posteriormente, transcritas.

O meu educando tem de participar?

A participação neste projeto de investigação é fundamental para conseguir uma dissertação mais rica e inclusiva, dado que envolve a turma no geral. Contudo, é totalmente voluntária e, se optar por não participar, não terá qualquer consequência para o seu educando. O aluno poderá optar por desistir da sua colaboração neste estudo de investigação em qualquer momento sem qualquer prejuízo.

A participação do meu educando será mantida em sigilo?

O seu educando não será identificado no relatório escrito que resultar deste estudo de investigação, pois os nomes que nele figurarem serão fictícios para assegurar total anonimidade.

Neste sentido, venho solicitar a autorização do Encarregado de Educação para a colaboração do seu educando no estudo de investigação que descrevi.

Por favor, não hesite em contactar-me (telemóvel [REDACTED] ou e-mail up201906791@fc.up.pt) caso tenha qualquer questão a colocar em relação a este trabalho. Agradecendo, desde já, toda a atenção e compreensão dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

Carolina Sousa Santos

Apêndice 4 – Assentimento aos alunos

Caro Aluno(a), [REDACTED], fevereiro de 2024

Sou professora estagiária de Matemática na [REDACTED] e gostaria de te convidar a colaborar num projeto de investigação para a minha Iniciação à Prática Profissional, incluindo a Prática de Ensino Supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Este projeto tem por objetivo compreender de que modo a prática de um processo de avaliação formativa através do feedback entre pares pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos.

Em que consiste a tua participação?

De modo a poder realizar a parte empírica deste estudo de investigação, serás exposto a tarefas de Resolução de Problemas, em contexto de sala de aula. Irei fotografar as produções e poderei ter a necessidade de te pedir para realizares inquéritos, através de questionários e/ou entrevistas que serão gravadas através de áudio e, posteriormente, transcritas.

És obrigado(a) a participar?

A participação neste projeto de investigação é fundamental para conseguir uma dissertação mais rica e inclusiva, dado que envolve todos os alunos participantes. Contudo, é totalmente voluntária e, se optares por não participar, não terás qualquer consequência. Poderás optar por desistir da tua colaboração neste estudo de investigação em qualquer momento sem qualquer prejuízo, se assim o entenderes.

A tua participação será mantida em sigilo?

Não serás identificado no relatório escrito que resultar deste estudo de investigação, pois os nomes que nele figurarem serão fictícios para assegurar total anonimidade.

Neste sentido, venho solicitar a tua autorização a colaboração no estudo de investigação que descrevi.

Por favor, não hesites em contactar-me (e-mail up201906791@fc.up.pt) caso tenhas qualquer questão a colocar em relação a este trabalho. Agradecendo, desde já, toda a atenção e compreensão dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

Carolina Sousa Santos

Apêndice 5 – Documento apresentado no primeiro momento da intervenção pedagógica de apoio à Resolução de Problemas e ao fornecimento de *feedback*

Etapas da resolução de problemas

Resolver um problema matemático é muito mais do que encontrar o caminho para chegar à etapa final, pois é essencial comunicar de forma correta, completa e clara e explicar a razão de se utilizar um dado processo.

1. **Interpretar o problema:** ler bem o enunciado; identificar os dados do problema e o que é pedido; e escrever os dados que sejam pertinentes
2. **Selecionar e executar uma estratégia:** uma sugestão é recorrerem a um esquema ou a um problema semelhante resolvido anteriormente; e, em cada passo, apresentar todos os cálculos e explicações necessárias
3. **Avaliar o resultado no contexto e responder:** confirmar se a solução enquadrada faz sentido no contexto da situação do problema; e dar uma resposta clara e completa.

Como avaliar a resolução dos vossos colegas?

O feedback deve:

- ser claro para que os vossos colegas consigam perceber o que querem transmitir;
- colocar questões para os vossos colegas refletirem;
- dar pistas, de forma a conduzir a resolução no caminho que deve ser;
- não incluir a correção do erro, para que os vossos colegas sejam autónomos;
- identificar o que já foi feito corretamente.

Exemplo:

No início da semana, a Joana tinha 525€ na sua conta bancária. Na segunda-feira levantou 70€ no multibanco, na quinta-feira depositou 95€ na conta e no sábado pagou, com o cartão multibanco, duas compras: uma de 336€ e outra igual à metade do dinheiro que levantou na segunda-feira? Qual é o saldo da conta bancária da Joana no final das compras de sábado? Explica como chegaste à tua resposta.

Não devias referir os dados do problema?

O que significa isto?

$$70/2=35$$

Boa, é mesmo isso!

$$525-70+95-336-35=179 \text{ €}$$

Não devias apresentar uma resposta completa?

Apêndice 6 – Documento apresentado no segundo, terceiro e quarto momentos da intervenção pedagógica de apoio à Resolução de Problemas e ao fornecimento de *feedback*

Como avaliar a resolução dos
vossos colegas através do
feedback?

O que é que vão analisar ao dar o feedback?

Entendem todos os passos da resolução?

- Os vossos colegas explicaram todas as etapas da resolução do problema?
- As explicações são claras?
- Existe um fio condutor que vos permite seguir a resolução do princípio ao fim, sem dificuldades?
- Torna-se fácil perceber a estratégia de resolução adotada?
- Apresenta uma resposta clara ao problema?

**A resolução aparenta ter erros
(matemáticos/interpretação, ...)?**

- Em caso afirmativo: não indiquem a solução e procure encaminhar os vossos colegas, com pistas, para que ele identifique os seus erros e os corrija.

Escolha da estratégia:

- O vosso colega conseguiu retirar os dados importantes do problema?
- A estratégia que o vosso colega adotou é adequada? Dariam alguma sugestão para resolver de outro modo?

O feedback deve:

- ser claro para que os vossos colegas consigam perceber o que querem transmitir;
- colocar questões para os vossos colegas refletirem;
- dar pistas, de forma a conduzir a resolução no caminho certo;
- não incluir a correção do erro, para que os vossos colegas sejam autónomos;
- identificar o que já foi feito corretamente.

Exemplo:

No início da semana, a Joana tinha 525€ na sua conta bancária. Na segunda-feira levantou 70€ no multibanco, na quinta-feira depositou 95€ na conta e no sábado pagou, com o cartão multibanco, duas compras: uma de 336€ e outra igual à metade do dinheiro que levantou na segunda-feira? Qual é o saldo da conta bancária da Joana no final das compras de sábado? Explica como chegaste à tua resposta.

Não devias referir os dados do problema?

O que significa isto?

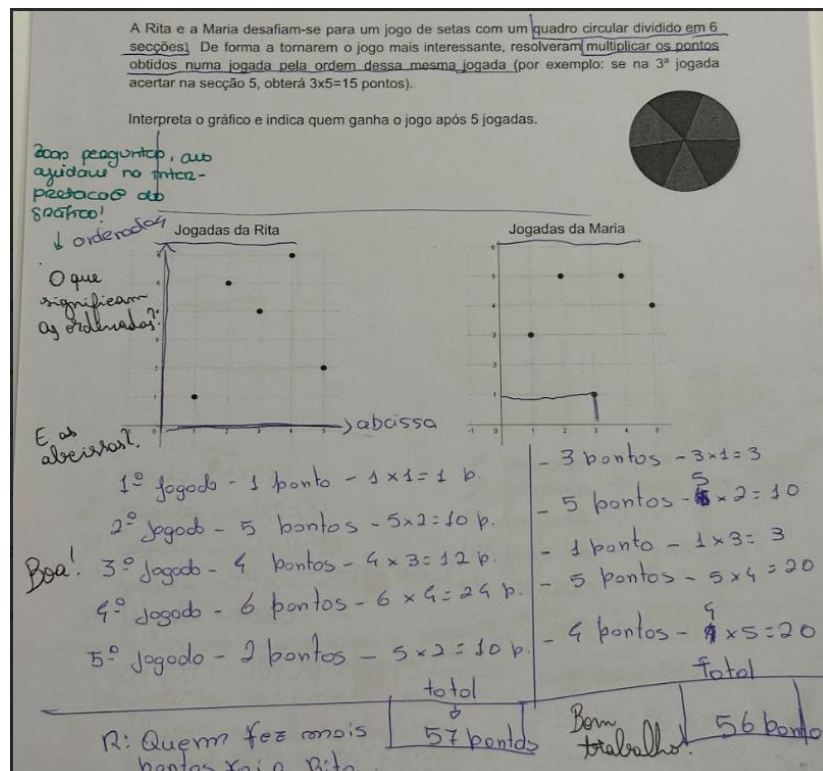
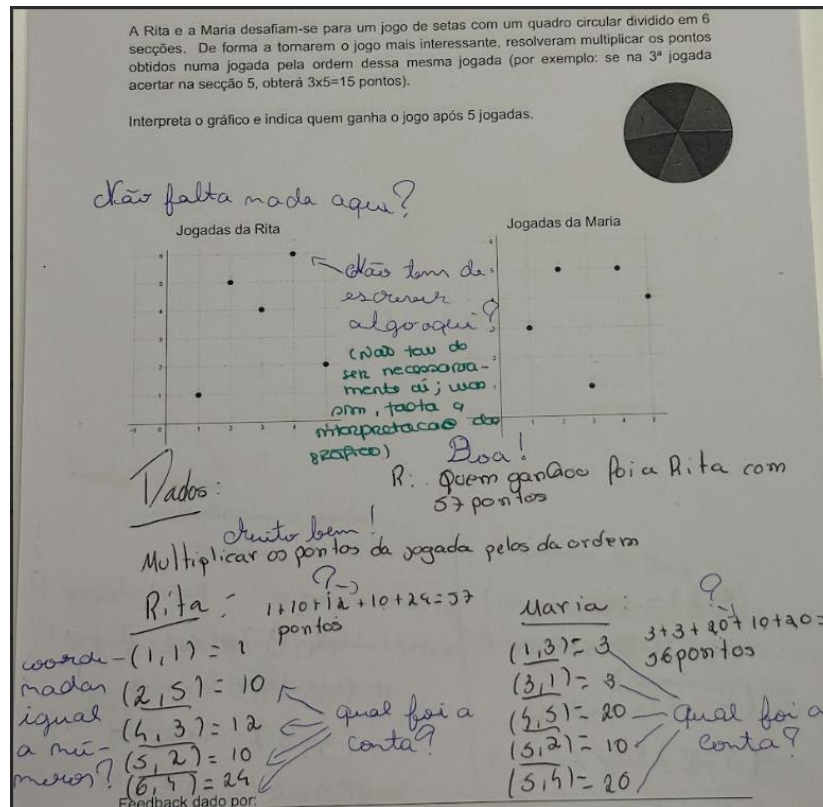
$$70/2=35$$

Boa, é mesmo isso!

$$525-70+95-336-35=179 \text{ €}$$

Não devias apresentar uma resposta completa?

Apêndice 7 – Documento de apoio à atividade de fornecer *feedback*, através do *feedback* dado, por mim, aos *feedbacks* dados pelos alunos

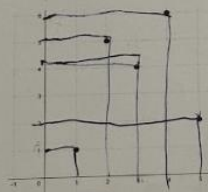


A Rita e a Maria desafiaram-se para um jogo de setas com um quadro circular dividido em 6 secções. De forma a tornarem o jogo mais interessante, resolveram multiplicar os pontos obtidos numa jogada pela ordem dessa mesma jogada (por exemplo: se na 3ª jogada acertar na secção 5, obterá $3 \times 5 = 15$ pontos).

Interpreta o gráfico e indica quem ganha o jogo após 5 jogadas.



Jogadas da Rita

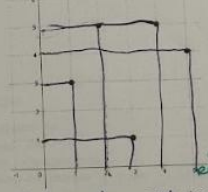


1ª jogada $\rightarrow 1 \times 1 = 1$
 2ª jogada $\rightarrow 2 \times 5 = 10$
 3ª jogada $\rightarrow 3 \times 4 = 12$
 4ª jogada $\rightarrow 4 \times 6 = 24$
 5ª jogada $\rightarrow 5 \times 2 = 10$

28 + 10 + 10 + 1 = 28 + 29 = 57 pontos
 Uma a certeza que o jogo está completo?

R.: Quem ganhou foi a Maria porque obtém 56 pontos e a Rita só obtém 49 pontos.

Jogadas da Maria



1ª jogada $\rightarrow 1 \times 3 = 3$
 2ª jogada $\rightarrow 2 \times 5 = 10$
 3ª jogada $\rightarrow 3 \times 1 = 3$
 4ª jogada $\rightarrow 4 \times 5 = 20$
 5ª jogada $\rightarrow 5 \times 4 = 20$

10 + 3 + 20 + 20 = 53 pontos
 53 + 3 = 56 pontos

hã está muito bom. Acho curioso de não ser 56
 aqui sim, está muito bom e obtém uma jogada correta.

Feedback dado por: [redacted]

R.: Muito boa, acho eu cada co. cálculos efetuados, também é importante o [redacted]

68 PESSOAS 2030

Cofinanciado pela União Europeia

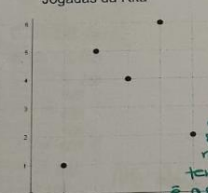
A Rita e a Maria desafiaram-se para um jogo de setas com um quadro circular dividido em 6 secções. De forma a tornarem o jogo mais interessante, resolveram multiplicar os pontos obtidos numa jogada pela ordem dessa mesma jogada (por exemplo: se na 3ª jogada acertar na secção 5, obterá $3 \times 5 = 15$ pontos).

Interpreta o gráfico e indica quem ganha o jogo após 5 jogadas.

Nada refereis sobre a tabela de multiplicação do gráfico!

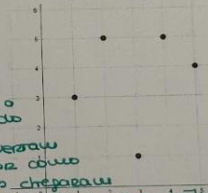


Jogadas da Rita



1 + 10 + 12 + 10 + 24 = 57

Jogadas da Maria



3 + 3 + 20 + 20 + 10 = 56

chegaram o cor. 2030. Hã está muito bom. Acho curioso de não ser 56
 tentou perceber como é que o colega chegou aos números que calculou, que cálculos efetuou

R.: As duas fizeram a mesma quantidade de pontos.

É melhor saber!
 Resolva o quê? O enunciado, a resolução?

explicar melhor.

o feedback não deve incluir a correção do erro

A Rita e a Maria desafiam-se para um jogo de setas com um quadro circular dividido em 6 secções. De forma a tornarem o jogo mais interessante, resolveram multiplicar os pontos obtidos numa jogada pela ordem dessa mesma jogada (por exemplo: se na 3ª jogada acertar na secção 5, obterá $3 \times 5 = 15$ pontos).

Interpreta o gráfico e indica quem ganha o jogo após 5 jogadas.

"entendam o gráfico"
 Se o Gráfico foram verdadeiros o problema está certo!
 Falta os dados dos problemas!!

Jogadas da Rita

Jogadas da Maria

No enunciado pede a interpretação do gráfico. Onde está? Apesar de apontar a segunda parte do problema.

jogadas da Rita *est. com certeza está muito bom!*

1º $\rightarrow 1 \times 1 = 1$
 2º $\rightarrow 2 \times 5 = 10$
 3º $\rightarrow 3 \times 4 = 12$
 4º $\rightarrow 4 \times 6 = 24$
 5º $\rightarrow 5 \times 2 = 10$

Pontos (66) tem a certeza que este é o resultado certo?

com certeza deu o resultado certo

jogadas da Maria

1º $\rightarrow 1 \times 3 = 3$
 2º $\rightarrow 2 \times 6 = 12$
 3º $\rightarrow 3 \times 1 = 3$
 4º $\rightarrow 4 \times 6 = 24$
 5º $\rightarrow 5 \times 4 = 20$

Pontos (60) tem a certeza que o resultado é este?

R: Quem ganhou ao fim das 5 jogadas ganhou a Maria.

Apêndice 8 – Plano de Aula relativo ao 1.º momento da Intervenção Pedagógica

Plano de aula 7º ano Turma C Tempo previsto: 90 minutos

Contextualização

Tema: Números racionais

Subtema: Notação Científica

Objetivos essenciais de aprendizagem, conhecimentos, capacidades:

Conceitos e procedimentos:

- Representar e comparar números racionais positivos em notação científica (com potência de base 10 e expoente inteiro positivo);
- Reconhecer e utilizar números representados em notação científica;
- Operar com números em notação científica em casos simples,

Raciocínio Matemático/ Resolução de Problemas:

- Resolver problemas com números racionais em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e aplicando estratégias de resolução e avaliando a plausibilidade dos resultados;
- Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização, e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.

Comunicação Matemática:

- Expressar oralmente e por escrito ideias matemáticas, com precisão e rigor, para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia);
- Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social;
- Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem;
- Desenvolver persistência, autonomia e à vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

Práticas essenciais de aprendizagem:

- Utilizar as propriedades e as regras das operações de naturais e inteiros e usá-las no cálculo mental e escrito.

- Interpretar, usar e relacionar diferentes representações das ideias matemáticas, em contextos diversos.
- Resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos.
- Abstrair e generalizar, e reconhecer e elaborar raciocínios lógicos e outros argumentos matemáticos, discutindo e criticando argumentos de outros.
- Comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões.
- Analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

Áreas de competências do perfil do aluno (PASEO):

C - Raciocínio e resolução de problemas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo

E - Relacionamento interpessoal

F -Desenvolvimento pessoal e autonomia

I - Saber científico, técnico e tecnológico

Objetivos específicos da aula

Os alunos recordarem as regras das operações com números inteiros e adaptarem as mesmas à adição de números racionais

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Operar com números inteiros
- Determinar soluções das expressões algébricas com recurso às diferentes estratégias de cálculo mental.

Metodologia/Estratégias

- A partir de uma apresentação apresentar os conceitos com posterior aplicação com recurso a exercícios/problemas do manual.
- Debate de estratégias de resolução no quadro, no momento da correção das atividades.

Recursos

- Quadro branco
- Caneta
- Computador e projetor

Avaliação das aprendizagens:

CrITÉRIOS e indicadores de análise da aprendizagem dos alunos

Conhecimentos e procedimentos: Conhece e compreende os conceitos matemáticos.

5. Conhece, compreende e aplica os diferentes conceitos matemáticos recorrendo a métodos e recursos diversificados.
4. Conhece, compreende e aplica conceitos matemáticos, mas ainda precisa de mobilizar estratégias para os aplicar a novas situações.
3. Conhece e compreende alguns conceitos matemáticos, mas precisa de melhorar a sua aplicação.
2. Conhece alguns conceitos matemáticos, mas ainda precisa de desenvolver a sua compreensão.
1. Ainda não compreende nem aplica conceitos matemáticos.

RaciÓcínio matemático/Resolução de problemas: Analisa e interpreta a informação, construindo uma resposta adequada.

5. Resolve situações problemáticas complexas, diversificando estratégias.
4. Resolve diferentes situações problemáticas, mas ainda precisa de diversificar estratégias.
3. Resolve situações problemáticas simples e desenvolve estratégias adequadas, precisando ainda de as otimizar.
2. Resolve algumas situações problemáticas muito simples, mas ainda precisa de optar por estratégias adequadas.
1. Ainda não resolve situações problemáticas nem desenvolve estratégias adequadas.

Comunicação matemática: Exprime raciocínios e procedimentos, recorrendo a linguagem própria da matemática.

5. Exprime com clareza e rigor a informação matemática.
4. Exprime com clareza a informação matemática, mas precisa de otimizar as conclusões que apresenta.
3. Comunica a informação matemática, mas ainda necessita de trabalhar o rigor científico.
2. Precisa de melhorar a comunicação da informação matemática.
1. Ainda não comunica informação matemática.

Autonomia: Revelar determinação e espírito crítico, propondo soluções.

3. Revela iniciativa e espírito crítico, propondo soluções adequadas às diversas situações.
2. Revela alguma iniciativa, mas precisa de demonstrar espírito crítico.
1. Precisa de revelar iniciativa

Responsabilidade: Participar nas atividades e nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

3. Participa nas tarefas propostas, cumprindo as regras.
2. Participa nas tarefas propostas, devendo cumprir as regras.
1. Precisa de participar nas tarefas propostas.

Cooperação: ManIFESTAR uma atitude de respeito e de colaboração, contribuindo para uma convivência saudável.

3. Manifesta atitudes de respeito e de colaboração, contribuindo para um ambiente saudável.
2. Precisa demonstrar mais atitudes de respeito e de colaboração.
1. Precisa de manifestar atitudes de respeito.

Sumário

Correção do TPC. Resolução de problemas com Notificação Científica, envolvendo o *feedback* entre pares.

Desenvolvimento da aula

O/A professor(a) escreve o sumário no quadro, enquanto os alunos se acomodam nos seus lugares. Tempo necessário previsto: 5 minutos.

A professora inicia a abordagem dos conceitos previstos para esta aula com um diálogo informal com os alunos sobre Resolução de Problemas envolvendo Notação Científica. Tempo necessário previsto: 5 minutos.

A professora distribui um problema por cada uma das 3 filas e pede aos alunos que os resolvam aos pares, conforme a planta da sala. Tempo necessário previsto: 10 minutos.

De seguida, a professora recolhe as resoluções, relembra as etapas da Resolução de Problemas e dá uma breve explicação sobre como se processa o *feedback*, o que é, e a melhor forma de o fazer. O/A professor(a), vai dando breves exemplos do que se faz em cada um dos tópicos, quer das etapas de resolução, quer das formas de *feedback*. Tempo necessário previsto: 15 minutos.

Depois disto, o/a professor(a) projeta um exemplo de um possível *feedback* a uma resolução de um problema, para um melhor entendimento por parte dos alunos sobre o que tinham de fazer. Tempo necessário previsto em cerca de 3 minutos.

As resoluções são distribuídas entre os pares de cada fila, de forma aleatória, para que os pares deem o *feedback* escrito de uma resolução. Tempo necessário previsto: 15 minutos.

Após isto, o/a professor(a) projeta os enunciados dos problemas e pede a um aluno de cada fila para escrever no quadro a resolução sobre a qual deu o *feedback*, bem como *feedback* escrito. Em conjunto com a turma, analisa-se as resoluções dos 3 problemas e os respetivos *feedbacks*. O/A professor(a) recolhe as restantes resoluções e os respetivos *feedbacks* para analisar fora da sala de aula. Tempo necessário previsto em cerca de 20 minutos.

Questões de reflexão para os professores

- Os alunos irão compreender os conceitos abordados? Caso tenham dificuldades, o que posso fazer? Solicito a ajuda de um aluno que já compreendeu os conceitos?
- Conseguirei que os alunos façam o que pretendo com estas tarefas? Se sim, que aspetos terei de salientar que sustentem a sua opinião? Se não, quais os fatores que contribuíram para esta situação?
- Como devo lidar com as incorreções evidenciadas/reveladas pelos alunos? De que forma a minha prevenção permitirá ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades?
- Em caso de comportamento inadequado, como devo reagir? Devo agir calmamente evitando assim conflitos ou com autoridade impondo o devido respeito por parte do elemento perturbador?
- O que devo fazer caso a aula evolua num tempo mais curto do que o previsto? Devo criar tarefas para os alunos ou início, logo que possível, o tema da aula seguinte, a fim de evitar atrasos?
- O que devo fazer caso o tempo de aula não seja suficiente para abordar todos os conceitos/tarefas planeadas? Solicito aos alunos que resolvam, as restantes tarefas em casa? Opto por continuar na aula seguinte?
- O envolvimento/empenho/motivação dos alunos durante a atividade será elevado ou baixo? Porquê? Como posso melhorar?

Apêndice 9 – Plano de Aula relativo ao 2.º momento da Intervenção Pedagógica

Plano de aula 7.º ano
Turma C
Tempo previsto: 90 minutos

1. Contextualização

Tema: Funções

Subtema: Formas de representar uma função.

Objetivos essenciais de aprendizagem, conhecimentos, capacidades:

Conceitos e procedimentos:

- Reconhecer uma função em diversas representações, e interpretá-la como relação entre variáveis e como correspondência unívoca entre dois conjuntos, e usar funções para representar e analisar situações, em contextos matemáticos e não matemáticos.

Raciocínio Matemático/ Resolução de Problemas:

- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e aplicando estratégias de resolução e avaliando a plausibilidade dos resultados;
- Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização, e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.

Comunicação Matemática:

- Expressar oralmente e por escrito ideias matemáticas, com precisão e rigor, para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia);
- Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social;
- Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem;
- Desenvolver persistência, autonomia e à vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

Práticas essenciais de aprendizagem:

- Utilizar as propriedades e as regras das operações de números racionais e usá-las no cálculo mental e escrito.
- Interpretar, usar e relacionar diferentes representações das ideias matemáticas, em contextos diversos.
- Resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos.
- Abstrair e generalizar, e reconhecer e elaborar raciocínios lógicos e outros argumentos matemáticos, discutindo e criticando argumentos de outros.
- Comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões.
- Analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

Áreas de competências do perfil do aluno (PASEO):

- C - Raciocínio e resolução de problemas
- D - Pensamento crítico e pensamento criativo
- E - Relacionamento interpessoal
- F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
- I - Saber científico, técnico e tecnológico

Objetivos específicos da aula

Os alunos assimilarem os conceitos de funções e diferentes representações. Elaboração do feedback entre pares.

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Saber operar números racionais;
- Simplificar expressões algébricas;
- Interpretar expressões algébricas e relacioná-las com o contexto descrito;
- Resolver equações;
- Interpretar equações e relacioná-las com o contexto descrito;
- Conhecer o conceito de coordenadas e referencial cartesiano;
- Saber o significado de função;
- Conhecer as diversas formas de representar funções;
- Interpretar funções e relacioná-las com o contexto descrito.

2. Metodologia/Estratégias

- Em pares, os alunos resolverão um problema que lhes será dado;
- A partir de uma apresentação, lembrar como deve ser efetuado o feedback com posterior aplicação de feedback entre pares;
- Os alunos terão novamente as suas resoluções, de modo a poderem melhorar a partir do feedback recebido;
- Debate de estratégias de resolução no quadro, no momento da correção das atividades.

3. Recursos

- Quadro branco
- Caneta
- Computador e projetor

4. Avaliação das aprendizagens:

Critérios e indicadores de análise da aprendizagem dos alunos

Conhecimentos e procedimentos: Conhece e compreende os conceitos matemáticos.

5. Conhece, compreende e aplica os diferentes conceitos matemáticos recorrendo a métodos e recursos diversificados.

4. Conhece, compreende e aplica conceitos matemáticos, mas ainda precisa de mobilizar estratégias para os aplicar a novas situações.

3. Conhece e compreende alguns conceitos matemáticos, mas precisa de melhorar a sua aplicação.

2. Conhece alguns conceitos matemáticos, mas ainda precisa de desenvolver a sua compreensão.

1. Ainda não compreende nem aplica conceitos matemáticos.

Raciocínio matemático/Resolução de problemas: Analisa e interpreta a informação, construindo uma resposta adequada.

5. Resolve situações problemáticas complexas, diversificando estratégias.

4. Resolve diferentes situações problemáticas, mas ainda precisa de diversificar estratégias.

3. Resolve situações problemáticas simples e desenvolve estratégias adequadas, precisando ainda de as otimizar.

2. Resolve algumas situações problemáticas muito simples, mas ainda precisa de optar por estratégias adequadas.

1. Ainda não resolve situações problemáticas nem desenvolve estratégias adequadas.

Comunicação matemática: Exprime raciocínios e procedimentos, recorrendo a linguagem própria da matemática.

5. Exprime com clareza e rigor a informação matemática.

4. Exprime com clareza a informação matemática, mas precisa de otimizar as conclusões que apresenta.

3. Comunica a informação matemática, mas ainda necessita de trabalhar o rigor científico.

2. Precisa de melhorar a comunicação da informação matemática.

1. Ainda não comunica informação matemática.

Autonomia: Revelar determinação e espírito crítico, propondo soluções.

3. Revela iniciativa e espírito crítico, propondo soluções adequadas às diversas situações.

2. Revela alguma iniciativa, mas precisa de demonstrar espírito crítico.

1. Precisa de revelar iniciativa

Responsabilidade: Participar nas atividades e nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

3. Participa nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

2. Participa nas tarefas propostas, devendo cumprir as regras.

1. Precisa de participar nas tarefas propostas.

Cooperação: Manifestar uma atitude de respeito e de colaboração, contribuindo para uma convivência saudável.

3. Manifesta atitudes de respeito e de colaboração, contribuindo para um ambiente saudável.

2. Precisa demonstrar mais atitudes de respeito e de colaboração.

1. Precisa de manifestar atitudes de respeito.

5. Sumário

Resolução de problemas envolvendo Equações e Funções. Atividade de feedback entre pares.

6. Desenvolvimento da aula

Os alunos preparam-se para o início da aula e o/a professor(a) apresenta o sumário. Tempo necessário previsto: 5 minutos.

De seguida, o/a professor(a) distribui 2 problemas, em folhas separadas, para os alunos resolverem em díades. Os pares não são escolhidos por nenhum critério específico, são feitos de acordo com a planta da sala de aula. Tempo necessário previsto: 30 minutos.

Após a realização da tarefa, as resoluções dos alunos são recolhidas. Será apresentado um slide sobre o *feedback*, a sua definição e como é feito. O/A professor(a) faz uma breve explicação do conceito de *feedback*. Tempo necessário previsto: 5 minutos.

Após a breve explicação, as resoluções dos alunos serão distribuídas aleatoriamente para que outro grupo dê o *feedback*. Tempo necessário previsto: 15 minutos.

Por fim, as resoluções são devolvidas aos pares iniciais, permitindo-lhes melhorar as suas resoluções, aproveitando o verso de cada folha. Serão recolhidas no final para que o/a professor(a) analise cada uma das resoluções. Tempo necessário previsto: 20 minutos.

No final, as tarefas são corrigidas no quadro, de modo a garantir que todos os alunos tenham o registo da resolução correta no caderno. Tempo necessário previsto: 15 minutos.

7. Questões de reflexão para o/a professor(a)

Será que os alunos vão aceitar bem uma aula de natureza exploratória?

Será arriscado pedir aos alunos para leiam os conteúdos antes da realização dos exercícios para que apliquem esses mesmos conteúdos? Eles perceberão os conceitos com leitura apenas?

Como se trata da realização de exercícios, será que os alunos vão justificar as suas respostas?

O *feedback*, será elucidativo o suficiente para permitir que os alunos melhorem as suas resoluções?

Conseguierei aplicar o plano integralmente numa aula apenas?

Apêndice 10 – Plano de Aula relativo ao 3.º momento da Intervenção Pedagógica

Plano de aula 7º ano
Turma C
Tempo previsto: 90 minutos

Contextualização

Tema: Dados

Subtema: Estudo Estatístico

Objetivos essenciais de aprendizagem, conhecimentos, capacidades:

- Calcular a média de um conjunto de dados.
- Reconhecer e usar a mediana como uma medida de localização do centro da distribuição dos dados e determiná-la

Conceitos e procedimentos:

- Reconhecer média e moda em diversas representações e, interpretá-las, representá-las e analisar as situações, em contextos matemáticos e não matemáticos.

Raciocínio Matemático/ Resolução de Problemas:

- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e aplicando estratégias de resolução e avaliando a plausibilidade dos resultados;
- Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização, e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.

Comunicação Matemática:

- Expressar oralmente e por escrito ideias matemáticas, com precisão e rigor, para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia);
- Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social;
- Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem;
- Desenvolver persistência, autonomia e à vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

Práticas essenciais de aprendizagem:

- Utilizar as propriedades e as regras das operações de naturais e inteiros e usá-las no cálculo mental e escrito.

- Interpretar, usar e relacionar diferentes representações das ideias matemáticas, em contextos diversos.
- Resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos.
- Abstrair e generalizar, e reconhecer e elaborar raciocínios lógicos e outros argumentos matemáticos, discutindo e criticando argumentos de outros.
- Comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões.
- Analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

Áreas de competências do perfil do aluno (PASEO):

C - Raciocínio e resolução de problemas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo

E - Relacionamento interpessoal

F -Desenvolvimento pessoal e autonomia

I - Saber científico, técnico e tecnológico

Objetivos específicos da aula

Consolidar os conhecimentos estatísticos efetivos com recurso a uma tarefa de Resolução de Problemas. Trabalhar a comunicação matemática escrita dos alunos, através da resolução de problemas e da troca de feedback entre os pares.

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Usar tabelas de frequências absolutas e relativas para organizar os dados para cada uma das classes e limpar de gralhas detetadas. Usar título na tabela.
- Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.
- Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.
- Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.

Metodologia/Estratégias

- Os alunos resolverão dois problemas matemáticos em díades. Os problemas serão dados aos outros pares para que deem o feedback e, por fim, voltaram aos pares iniciais para que possam melhorar as suas resoluções.

- Debate de estratégias de resolução dos problemas no quadro, no momento da correção das atividades.

Recursos

- Quadro branco
- Caneta
- Computador e projetor
- Máquina de calcular

Avaliação das aprendizagens:

Critérios e indicadores de análise da aprendizagem dos alunos

Conhecimentos e procedimentos: Conhece e compreende os conceitos matemáticos.

5. Conhece, compreende e aplica os diferentes conceitos matemáticos recorrendo a métodos e recursos diversificados.
4. Conhece, compreende e aplica conceitos matemáticos, mas ainda precisa de mobilizar estratégias para os aplicar a novas situações.
3. Conhece e compreende alguns conceitos matemáticos, mas precisa de melhorar a sua aplicação.
2. Conhece alguns conceitos matemáticos, mas ainda precisa de desenvolver a sua compreensão.
1. Ainda não compreende nem aplica conceitos matemáticos.

Raciocínio matemático/Resolução de problemas: Analisa e interpreta a informação, construindo uma resposta adequada.

5. Resolve situações problemáticas complexas, diversificando estratégias.
4. Resolve diferentes situações problemáticas, mas ainda precisa de diversificar estratégias.
3. Resolve situações problemáticas simples e desenvolve estratégias adequadas, precisando ainda de as otimizar.
2. Resolve algumas situações problemáticas muito simples, mas ainda precisa de optar por estratégias adequadas.
1. Ainda não resolve situações problemáticas nem desenvolve estratégias adequadas.

Comunicação matemática: Exprime raciocínios e procedimentos, recorrendo a linguagem própria da matemática.

5. Exprime com clareza e rigor a informação matemática.

4. Exprime com clareza a informação matemática, mas precisa de otimizar as conclusões que apresenta.

3. Comunica a informação matemática, mas ainda necessita de trabalhar o rigor científico.

2. Precisa de melhorar a comunicação da informação matemática.

1. Ainda não comunica informação matemática.

Autonomia: Revelar determinação e espírito crítico, propondo soluções.

3. Revela iniciativa e espírito crítico, propondo soluções adequadas às diversas situações.

2. Revela alguma iniciativa, mas precisa de demonstrar espírito crítico.

1. Precisa de revelar iniciativa

Responsabilidade: Participar nas atividades e nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

3. Participa nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

2. Participa nas tarefas propostas, devendo cumprir as regras.

1. Precisa de participar nas tarefas propostas.

Cooperação: Manifestar uma atitude de respeito e de colaboração, contribuindo para uma convivência saudável.

3. Manifesta atitudes de respeito e de colaboração, contribuindo para um ambiente saudável.

2. Precisa demonstrar mais atitudes de respeito e de colaboração.

1. Precisa de manifestar atitudes de respeito.

Sumário

Resolução de problemas envolvendo Estatística. Atividade de Feedback entre pares.

Desenvolvimento da aula

Os alunos preparam-se para o início da aula e o/a professor(a) apresenta o sumário. Tempo necessário previsto: 5 minutos.

De seguida, o/a professor(a) distribui o Problema 1 para os alunos resolverem em diádes. Os pares não são escolhidos por nenhum critério específico, são feitos de acordo com a planta da sala de aula. Tempo necessário previsto: 15 minutos.

Após a realização do Problema 1, as resoluções dos alunos são recolhidas. O/A professor(a) faz uma proposta de resolução muito breve no quadro, como forma de obter um *feedback* mais assertivo e eficiente por parte dos alunos. Após isto, os problemas são distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos *feedbacks*. Tempo previsto necessário: 20 minutos.

Seguidamente, as folhas com o Problema 1 são recolhidas e o Problema 2 é distribuído pelos mesmos pares, para os alunos efetuarem a resolução. Tempo necessário previsto: 15 minutos.

Após a realização do Problema 2, as resoluções dos alunos são recolhidas o/a professor(a) faz uma proposta de resolução muito breve no quadro, como forma de obter um *feedback* mais assertivo e eficiente por parte dos alunos. Após isto, os problemas são distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos *feedbacks*. Tempo previsto necessário: 20 minutos.

Por fim, os dois problemas voltam aos grupos iniciais para que os alunos melhorem as suas resoluções, mais concretamente, a comunicação matemática escrita. Os alunos deixam as resoluções para que o/a professor(a) fique com elas. Tempo previsto necessário: 15 minutos.

Questões de reflexão para os professores

- Os alunos irão compreender os conceitos abordados? Caso tenham dificuldades, o que posso fazer? Solicito a ajuda de um aluno que já compreendeu os conceitos?
- Conseguirei que os alunos façam o que pretendo com estas tarefas? Se sim, que aspectos terei de salientar que sustentem a sua opinião? Se não, quais os fatores que contribuirão para esta situação?
- Como devo lidar com as incorreções evidenciadas/reveladas pelos alunos? De que forma a minha prevenção permitirá ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades?
- Em caso de comportamento inadequado, como devo reagir? Devo agir calmamente evitando assim conflitos ou com autoridade impondo o devido respeito por parte do elemento perturbador?
- O que devo fazer caso a aula evolua num tempo mais curto do que o previsto? Devo criar tarefas para os alunos ou início, logo que possível, o tema da aula seguinte, a fim de evitar atrasos?
- O que devo fazer caso o tempo de aula não seja suficiente para abordar todos os conceitos/tarefas planeadas? Solicito aos alunos que resolvam, as restantes tarefas em casa? Opto por continuar na aula seguinte?
- O envolvimento/empenho/motivação dos alunos durante a atividade será elevado ou baixo? Porquê? Como posso melhorar?

Apêndice 11 – Plano de Aula relativo ao 4.º momento da Intervenção Pedagógica

Plano de aula 7º ano
Turma C
Tempo previsto: 90 minutos

Contextualização

Temas: Dados / Figuras no plano e no espaço

Subtema: Probabilidades / Figuras no plano-quadriláteros

Objetivos essenciais de aprendizagem, conhecimentos, capacidades:

Objetivos de Aprendizagem:

- Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento constituído por mais de um resultado é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos constituídos pelos resultados que os compõem;
- Identificar as diagonais de um quadrilátero;
- Descrever as propriedades das diagonais de um quadrilátero e aplicá-las para resolver problemas;
- Formular conjecturas, generalizações e justificações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos de estudo
- Comunicar matematicamente, articulando o conhecimento das propriedades dos quadriláteros com a sua visualização;
- Generalizar e justificar a fórmula da área do papagaio recorrendo às de outras figuras (triângulo, retângulo)

Capacidades Matemáticas:

- Comunicação matemática – Expressão de ideias
- Conexões matemáticas – Conexões externas
- Representações matemáticas – Conexões entre representações

Conceitos e procedimentos:

- Compreender modelos de probabilidades;
- Calcular a probabilidade de acontecimentos constituídos por mais de um resultado;
- Generalizar e justificar a fórmulas da área do papagaio, recorrendo à composição e decomposição de outras figuras já suas conhecidas.

Raciocínio Matemático/ Resolução de Problemas:

- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e aplicando estratégias de resolução e avaliando a plausibilidade dos resultados;

- Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização, e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.

Comunicação Matemática:

- Expressar oralmente e por escrito ideias matemáticas, com precisão e rigor, para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia);
- Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social;
- Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem;
- Desenvolver persistência, autonomia e à vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

Práticas essenciais de aprendizagem:

- Utilizar as propriedades e as regras das operações de naturais e inteiros e usá-las no cálculo mental e escrito.
- Interpretar, usar e relacionar diferentes representações das ideias matemáticas, em contextos diversos.
- Resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos.
- Abstrair e generalizar, e reconhecer e elaborar raciocínios lógicos e outros argumentos matemáticos, discutindo e criticando argumentos de outros.
- Comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões.
- Analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

Áreas de competências do perfil do aluno (PASEO):

B – Informação e comunicação

C - Raciocínio e resolução de problemas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo

E - Relacionamento interpessoal

F -Desenvolvimento pessoal e autonomia

I - Saber científico, técnico e tecnológico

Objetivos específicos da aula

- Verificar os conhecimentos dos alunos relativamente a probabilidades e áreas de quadriláteros.
- Perceber de que forma a prática de feedback entre pares melhora a comunicação matemática escrita dos alunos.

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Usar tabelas de frequências absolutas e relativas para organizar os dados para cada uma das classes e limpar de gralhas detetadas. Usar título na tabela.
- Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.
- Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.
- Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.
- A quantificação da probabilidade em relação com a frequência relativa
- A realização de construções geométricas, nomeadamente de triângulos, e estudaram a classificação e congruência de triângulos. Já terá sido feito o estudo da área do triângulo e do retângulo.

Metodologia/Estratégias

- Os alunos resolverão dois problemas matemáticos em díades. Os problemas serão dados aos outros pares para que deem o feedback e, por fim, voltaram aos pares iniciais para que possam melhorar as suas resoluções.
- Debate de estratégias de resolução dos problemas no quadro, no momento da correção das atividades.

Recursos

- Quadro branco
- Caneta
- Computador e projetor
- Máquina de calcular

Avaliação das aprendizagens:

Critérios e indicadores de análise da aprendizagem dos alunos

Conhecimentos e procedimentos: Conhece e compreende os conceitos matemáticos.

5. Conhece, compreende e aplica os diferentes conceitos matemáticos recorrendo a métodos e recursos diversificados.

4. Conhece, compreende e aplica conceitos matemáticos, mas ainda precisa de mobilizar estratégias para os aplicar a novas situações.

3. Conhece e compreende alguns conceitos matemáticos, mas precisa de melhorar a sua aplicação.

2. Conhece alguns conceitos matemáticos, mas ainda precisa de desenvolver a sua compreensão.

1. Ainda não compreende nem aplica conceitos matemáticos.

Raciocínio matemático/Resolução de problemas: Analisa e interpreta a informação, construindo uma resposta adequada.

5. Resolve situações problemáticas complexas, diversificando estratégias.

4. Resolve diferentes situações problemáticas, mas ainda precisa de diversificar estratégias.

3. Resolve situações problemáticas simples e desenvolve estratégias adequadas, precisando ainda de as otimizar.

2. Resolve algumas situações problemáticas muito simples, mas ainda precisa de optar por estratégias adequadas.

1. Ainda não resolve situações problemáticas nem desenvolve estratégias adequadas.

Comunicação matemática: Exprime raciocínios e procedimentos, recorrendo a linguagem própria da matemática.

5. Exprime com clareza e rigor a informação matemática.

4. Exprime com clareza a informação matemática, mas precisa de otimizar as conclusões que apresenta.

3. Comunica a informação matemática, mas ainda necessita de trabalhar o rigor científico.

2. Precisa de melhorar a comunicação da informação matemática.

1. Ainda não comunica informação matemática.

Autonomia: Revelar determinação e espírito crítico, propondo soluções.

3. Revela iniciativa e espírito crítico, propondo soluções adequadas às diversas situações.

2. Revela alguma iniciativa, mas precisa de demonstrar espírito crítico.

1. Precisa de revelar iniciativa

Responsabilidade: Participar nas atividades e nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

3. Participa nas tarefas propostas, cumprindo as regras.

2. Participa nas tarefas propostas, devendo cumprir as regras.

1. Precisa de participar nas tarefas propostas.

Cooperação: Manifestar uma atitude de respeito e de colaboração, contribuindo para uma convivência saudável.

3. Manifesta atitudes de respeito e de colaboração, contribuindo para um ambiente saudável.
2. Precisa demonstrar mais atitudes de respeito e de colaboração.
1. Precisa de manifestar atitudes de respeito.

Sumário

Resolução de problemas sobre Probabilidades e Geometria. Atividade de Feedback entre pares.

Desenvolvimento da aula

Os alunos preparam-se para o início da aula e o/a professor(a) apresenta o sumário. Tempo necessário previsto: **5 minutos**.

De seguida, o/a professor(a) distribui o Problema 1 sobre Probabilidades para os alunos resolverem em diádes. Os pares não são escolhidos por nenhum critério específico, são feitos de acordo com a planta da sala de aula. Tempo necessário previsto: **15 minutos**.

Após a realização do Problema 1, as resoluções dos alunos são recolhidas. O/A professor(a) faz uma proposta de resolução no quadro, como forma de obter um feedback mais assertivo e eficiente por parte dos alunos. Após isto, os problemas são distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos feedbacks. Tempo previsto necessário: **20 minutos**.

Seguidamente, as folhas com o Problema 1 são recolhidas e o Problema 2, sobre Figuras no Plano, é distribuído pelos mesmos pares, para os alunos efetuarem a resolução. Tempo necessário previsto: **15 minutos**.

Após a realização do Problema 2, as resoluções dos alunos são recolhidas o/a professor(a) faz uma proposta de resolução no quadro, como forma de obter um feedback mais assertivo e eficiente por parte dos alunos. Após isto, os problemas são distribuídos de forma aleatória entre os pares para a realização dos feedbacks. Tempo previsto necessário: **20 minutos**.

Por fim, os dois problemas voltam aos grupos iniciais para que os alunos melhorem as suas resoluções, mais concretamente, a comunicação matemática escrita. Os alunos deixam as resoluções para que o/a professor(a) fique com elas. Tempo previsto necessário: **15 minutos**.

Questões de reflexão para os professores

- Os alunos irão compreender os enunciados dos problemas? Caso tenham dificuldades, o que posso fazer? Solicito a ajuda de um aluno que já compreendeu os conceitos?
- Conseguirei que os alunos façam o que pretendo com estas tarefas? Se sim, que aspetos terei de salientar que sustentem a sua opinião? Se não, quais os fatores que contribuíram para esta situação?
- Como devo lidar com as incorreções evidenciadas/reveladas pelos alunos? De que forma a minha prevenção permitirá ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades?
- Em caso de comportamento inadequado, como devo reagir? Devo agir calmamente evitando assim conflitos ou com autoridade impondo o devido respeito por parte do elemento perturbador?
- O que devo fazer caso a aula evolua num tempo mais curto do que o previsto? Devo criar tarefas para os alunos ou início, logo que possível, o tema da aula seguinte, a fim de evitar atrasos?
- O que devo fazer caso o tempo de aula não seja suficiente para abordar todos os conceitos/tarefas planeadas? Solicito aos alunos que resolvam, as restantes tarefas em casa? Opto por continuar na aula seguinte?
- O envolvimento/empenho/motivação dos alunos durante a atividade será elevado ou baixo? Porquê? Como posso melhorar?
- Será que o exercício com os dados trará demasiada confusão e barulho?

Apêndice 12 – Propostas de resolução aos problemas do 1.º momento

Proposta de Resolução Problema 1 - "Crianças Vacinadas contra a Gripe"

Dados do problema

número total de habitantes: 5 000 000
 percentagem de habitantes que tomaram a vacina: 35%
 das pessoas que tomaram a vacina, percentagem de crianças: 60%

número de crianças vacinadas=?

Proposta 1

Número de habitantes que tomaram a vacina contra a gripe;

$$5\,000\,000 = 5 \times 10^6$$

$$5 \times 10^6 \times 35\% = \frac{5 \times 10^6 \times 3,5 \times 10}{10^2} = \frac{5 \times 3,5 \times 10^{6+1}}{10^2} = 17,5 \times 10^{7-2} = 17,5 \times 10^5$$

$$= 1,75 \times 10^6$$

Logo, $1,75 \times 10^6$ habitantes tomaram a vacina. Destes $1,75 \times 10^6$, quantos eram crianças?

Número de crianças entre as pessoas vacinadas:

$$\frac{1,75 \times 10^6 \times 6,0 \times 10}{10^2} = \frac{1,75 \times 6 \times 10^7}{10^2} = 10,5 \times 10^5 = 1,05 \times 10^6$$

Proposta 2

Número de habitantes que tomaram a vacina contra a gripe;

$$5\,000\,000 \times 35\% = \frac{5\,000\,000 \times 35}{100} = 50\,000 \times 35 = 1\,750\,000$$

Logo, 1 750 000 habitantes tomaram a vacina. Destes 1 750 000, quantos eram crianças?

Número de crianças entre as pessoas vacinadas:

$$\frac{1\,750\,000 \times 60}{100} = 175\,000 \times 6 = 1\,050\,000 = 1,05 \times 10^6$$

Resposta: $1,05 \times 10^6$ crianças tomaram a vacina contra gripe.

Proposta de Resolução Problema 2 – "Vida ou Gestação"

Dados do problema

no dia 1 de julho de 2020, pelas 10h00, o bebé completou 250 dias de vida

horas de gestação: $6,648 \times 10^3$

Proposta 1

1 dia tem 24 horas. Quantas horas tem 250 dias?

<i>dias</i>		<i>horas</i>
1	—	24
250	—	x

Seja x o número de horas em 250 dias, $x = 250 \times 24 = 6\,000 = 6 \times 10^3$ horas

Agora que temos ambos os números em horas, podemos comparar.

Resposta: Como $6,648 \times 10^3 > 6,000 \times 10^3$, então o tempo de vida ainda não ultrapassou o tempo de gestação.

Proposta 2

1 dia tem 24 horas. $6,648 \times 10^3$ correspondem a quantos dias?

<i>dias</i>		<i>horas</i>
1	—	24
x	—	$6,648 \times 10^3$

Seja x o número de dias em $6,648 \times 10^3$ horas,

$$x = \frac{6,648 \times 10^3}{24} = \frac{6,648}{2,4} \times 10^2 = 2,77 \times 10^2 = 277$$

Agora que temos ambos os números em dias, podemos comparar.

Resposta: Como $277 > 250$, então o tempo de vida ainda não ultrapassou o tempo de gestação.

Proposta de Resolução Problema 3 – “Área afundada”

Dados do problema:

da área de superfície total, $510\,000\,000\text{ km}^2$ do planeta terra, 29% corresponde a continentes

apenas a superfície continental poderá afundar, os oceanos não da área ocupada pelos continentes, 8% deve afundar

Primeiro queremos determinar a área correspondente a continentes:

$$\begin{aligned}\frac{510\,000\,000 \times 29}{100} &= 5\,100\,000 \times 29 = 5,1 \times 10^6 \times 2,9 \times 10 = (5,1 \times 2,9) \times 10^7 \\ &= 14,79 \times 10^7 = 1,479 \times 10^8\end{aligned}$$

Assim, $1,479 \times 10^8\text{ km}^2$ da área da superfície terrestre é ocupada pelos continentes.

Desta área, 8% deve afundar:

$$\begin{aligned}\frac{1,479 \times 10^8 \times 8}{100} &= \frac{1,479 \times 10^8 \times 8}{10^2} = (1,479 \times 8) \times 10^6 = 11,832 \times 10^6 \\ &= 1,1832 \times 10^7\text{ km}^2\end{aligned}$$

Resposta: $1,1832 \times 10^7\text{ km}^2$ da área da superfície terrestre deve afundar até 2040.

NOTA: Poderiam ter resolvido com a notação usual e terem passado para notação científica no final. Contudo, a notação científica serve especificamente para facilitar e não trabalharmos com “números tão grandes”

Apêndice 13 – Propostas de resolução aos problemas do 2.º momento

Proposta de Resolução Problema 1 – “Médico em Casa”

Dados do problema:

a consulta tem um preço fixo de 10€

cada quilómetro percorrido pelo médico acrescenta, ao valor fixo, 0,40 euros

Assim sendo, obtemos a equação que traduz este problema. Seja x o número de quilómetros percorridos:

$$10 + 0,40x = 18 \Leftrightarrow 0,40x = 18 - 10 \Leftrightarrow 0,40x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8 \times 100}{40} \Leftrightarrow x = \frac{80}{4} \Leftrightarrow x = 20$$

Resposta: Nessa deslocação, o médico percorreu 20 quilómetros.

Proposta de Resolução Problema 2 – “Jogo de Setas”

Em cada uma das representações gráficas, o eixo das abcissas corresponde ao número da jogada (primeira, segunda, terceira, quarta e quinta), e o eixo das ordenadas corresponde à secção conseguida. Assim sendo, os objetos são as jogadas e as imagens correspondem à secção obtida em cada uma das jogadas.

Assim sendo, a Rita acertou: na secção 1 na primeira jogada

na secção 5 na segunda jogada

na secção 4 na terceira jogada

na secção 6 na quarta jogada

na secção 2 na quinta jogada

Assim sendo, a Rita acertou: na secção 3 na primeira jogada

na secção 5 na segunda jogada

na secção 1 na terceira jogada

na secção 5 na quarta jogada

na secção 4 na quinta jogada

Quem ganhou?

$$\begin{aligned} \text{Pontos obtidos pela Rita: } 1 \times 1 + 5 \times 2 + 4 \times 3 + 6 \times 4 + 2 \times 5 &= \\ &= 1 + 10 + 12 + 24 + 10 = 57 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pontos obtidos pela Maria: } 3 \times 1 + 5 \times 2 + 1 \times 3 + 5 \times 4 + 4 \times 5 &= \\ &= 3 + 10 + 3 + 20 + 20 = 56 \end{aligned}$$

Resposta: A Rita ganhou com 57 pontos.

Apêndice 14 – Propostas de resolução aos problemas do 3.º momento

Proposta de Resolução Problema 1 – “Os Cinco Testes” Dados: no 1º semestre houve 3 testes No 2º semestre houve 2 testes No total, o Gonçalo e a Joana realizaram 5 testes Gonçalo: Média dos 3 primeiros testes: 73; Média dos 2 últimos testes: $73+15 = 88$ Joana: Média dos 3 primeiros testes: 87; Média dos 2 últimos testes: 83 <u>Pela fórmula da média:</u> Gonçalo Sejam T_1 a nota do primeiro teste, T_2 a nota do segundo teste, e assim sucessivamente, então tem-se $\frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} = 73 \Leftrightarrow T_1 + T_2 + T_3 = 219$ $\frac{T_4 + T_5}{2} = 88 \Leftrightarrow T_4 + T_5 = 176$ Então, pela fórmula da média, $\bar{X} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5}{5} = \frac{219 + 176}{5} = 79$ o Gonçalo obteve 79% de média nos 5 testes. Joana Sejam T_1 a nota do primeiro teste, T_2 a nota do segundo teste, e assim sucessivamente, então tem-se $\frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} = 87 \Leftrightarrow T_1 + T_2 + T_3 = 261$ $\frac{T_4 + T_5}{2} = 83 \Leftrightarrow T_4 + T_5 = 166$	Então, pela fórmula da média, $\bar{X} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5}{5} = \frac{261 + 166}{5} = 85,4$ a Joana obteve 85,4% de média nos 5 testes. <u>Pelo conceito de média:</u> Gonçalo Como a média dos 3 primeiros testes é 73, então independentemente da nota que obteve em cada um dos testes, podemos assumir que obteve 73 em cada um dos testes para o efeito do problema, porque $\frac{73+73+73}{3} = 73$ O mesmo acontece para o segundo semestre: $\frac{88+88}{2} = 88$ Assim sendo, obtemos que a média dos 5 testes pode ser obtida da seguinte forma: $\frac{73 + 73 + 73 + 88 + 88}{5} = \frac{395}{5} = 79$ Joana Como a média dos 3 primeiros testes é 87, então independentemente da nota que obteve em cada um dos testes, podemos assumir que obteve 87 em cada um dos testes para o efeito do problema, porque $\frac{87+87+87}{3} = 87$ O mesmo acontece para o segundo semestre: $\frac{83+83}{2} = 83$ Assim sendo, obtemos que a média dos 5 testes pode ser obtida da seguinte forma: $\frac{87 + 87 + 87 + 83 + 83}{5} = \frac{427}{5} = 85,4$ Resposta: No final do ano letivo, a Joana teve maior média nos cinco testes.
---	---

Proposta de Resolução Problema 2 – “Desposto Escolar” Como temos a informação de que $21\,400 < a < 22\,200$, então sabemos que os dados já estão ordenados: 21 000 21 400 a a 22 200 22 400 22 600 22 600 A amostra é constituída por um número par de elementos, ou seja, para o cálculo da mediana foram considerados os 2 valores mais centrados: a e 22 200 Sabemos já que a mediana é 22 000 Obtemos a seguinte fórmula para determinar o valor de a: $\frac{a + 22\,200}{2} = 22\,000 \Leftrightarrow a + 22\,200 = 44\,000 \Leftrightarrow a = 44\,000 - 22\,200 \Leftrightarrow a = 21\,800$
--

Apêndice 15 – Propostas de resolução aos problemas do 4.º momento

Proposta de Resolução Problema 1 - "A turma da Rita"

1.

Dados: 60% da turma são rapazes;
100% corresponde à turma toda (rapazes e raparigas)

Então, 40% dos alunos são raparigas.

2.

Dados: Os mais novos da turma são os alunos com 12 anos.
Há 6 alunos com 12 anos.
No total, a turma tem 30 alunos.

Assim sendo, $P(\text{"ter 12 anos"}) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$

Proposta de Resolução Problema 2 - "O Papagaio de Papel"

1.



= 2x



Então, a área do trapézio é igual a

$$2 \times \frac{50 \times 15}{2} = 50 \times \frac{30}{2} = 750 \text{ cm}^2$$

2.

Seja d a medida da diagonal menor.

$$0,24m^2 = 2400 \text{ cm}^2$$

$$80 \times \frac{d}{2} = 2400 \Leftrightarrow 80d = 4800 \Leftrightarrow d = 60 \text{ cm}$$

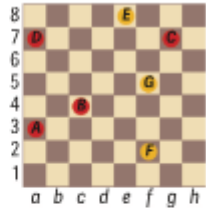
Anexos

Anexo 1 – Exercícios retirados do Manual Espiral 7.º ano, Parte 1

1 Observa o tabuleiro do jogo Espiral das Damas, no qual estão distribuídas várias peças.

1.1 A peça *B* está na posição $(c, 4)$.
Indica a posição das restantes peças.

1.2 Qual será a posição da peça *B* após se deslocar:
a) duas casas para a direita e uma para baixo?
b) uma casa para a esquerda e três para cima?

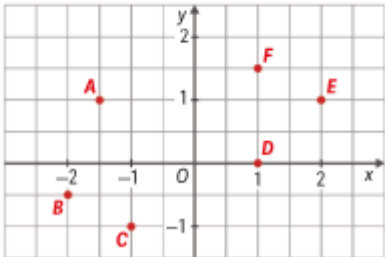


2 Na figura estão representados vários pontos num referencial cartesiano.

2.1 Indica dois pontos:
a) com a mesma abcissa;
b) com a mesma ordenada;
c) cuja abcissa seja maior do que a ordenada;
d) que pertençam ao 3.º quadrante.

2.2 Um dos pontos assinalados tem abcissa igual à ordenada. Identifica-o.

2.3 Identifica as coordenadas de um ponto *P* que tenha abcissa igual à de *D* e ordenada igual à de *B*. A que quadrante pertence esse ponto?



3 No referencial da figura estão assinalados pontos que representam posições de animais de estimação.

3.1 Indica as coordenadas do ponto que representa a posição do cão, do gato e da tartaruga.

3.2 Identifica o animal e indica as coordenadas do ponto que o representa, sabendo que:
a) o produto das coordenadas é zero;
b) a soma das coordenadas é 1;
c) a diferença entre a ordenada e a abcissa é 5.

