# OPTIMIZAÇÃO VERSUS PRÉ-FABRICAÇÃO DE VIGAS PRÉ-ESFORÇADAS EM PONTES CONTINUAS NA FLORIDA

Alfredo Augusto Vieira Soeiro*

## RESUMO

O custo das vigas pré-fabricadas AASHTO é comparado com o de vigas continuas optimizadas betonadas no local, utilizando valores do estado da Florida, EUA. São analizadas seis pontes de vãos duplos com comprimentos adequados para as vigas pré-fabricadas. As variáveis de projecto são as dimensões da secção em forma de I, as excentricidades do cabo de pré-esforço e o valor do pré-esforço efectivo. As principais restrições impostas referem-se às tensões de serviço nas secções criticas. A estratégia adoptada é a da penalidade interior com extensão linear e o método de optimização é o de Hooke e Jeeves.

## ABSTRACT

The cost of prefabricated AASHTO beams is compared with optimized cast in place continuous beams, using cost indices of the state of Florida, USA. Six double span bridges are studied with adequate spans for the prefabricated beams. Design variables are the I-shape cross section dimensions, the eccentricities of the draped cable and the effective prestress force. The main constraints address the service stresses in the critical sections. The strategy adopted is the linear extended interior penalty function and the optimizer is the Hooke and Jeeves method.

*-Assistente da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto e doutorando da Universidade da Florida, EUA.

## 1.Introdução

O estado da Florida é um dos estados dos Estados Unidos da América com grande densidade de vias rodoviárias e aquele que tem maior percentagem de área ocupada por cursos de água, lagos e pântanos. Por estas duas razões o número de passagens superiores e pontes de pequeno e médio porte é muito elevado.

No estado da Florida os custos da mão de obra são altos, as comunicações terrestres são de boa qualidade, as siderurgias estão bastante distantes e os custos de transporte rodoviário são baixos. Portanto, torna-se natural que a solução para a estrutura principal frequentemente adoptada para vãos de 18 a 42 metros seja a de vigas pré-esforçadas AASHTO-PCI.

As secções das vigas utilizadas são normalizadas, têm a forma em I e estão escalonadas em seis classes, de I a VI. Cada uma destas secções tipo tem utilização numa gama de vãos adequados. As vigas são prétensionadas no estaleiro de pré-fabricação e usadas como vigas simplesmente apoiadas, mesmo em pontes de vãos múltiplos, com o tabuleiro betonado no local. Excepcionalmente, é aplicado no local pré-esforço de continuidade.

Figura 1.Vigas AASHTO.

Há actualmente catorze firmas no estado que fabricam e fornecem as vigas pré-esforçadas AASHTO-PCI, o que ilustra a frequência com que são utilizadas [1]. Para averiguar a validade desta opção frequente fez-se um

estudo em que se comparam os custos das vigas pré-fabricadas com os das vigas contínuas betonadas no local. Neste último caso além de se tirar partido da continuidade o projecto foi optimizado utilizando um algoritmo adequado. Os casos foram estudados empregando unidades US e os resultados traduzidos em unidades SI.

## 2.Formulação do Problema

A estrutura teste adoptada foi uma passagem superior de dois tramos iguais. Os elementos de comparação das duas soluções são os custos das vigas mestras dado que o tabuleiro e restante estrutura são semelhantes. Os custos das vigas pré-fabricadas são dados por unidade de comprimento. O custo da solução betonada no local é função das quantidades de volume de betão e de pré-esforço utilizado.

Foram analizadas seis pontes com vãos diferentes, correspondendo cada um desses vãos a uma classe de viga pré-fabricada. O espaçamento adoptado para as vigas foi de cerca de 2.4 m (oito pés) e a espessura do tabuleiro cerca de 20 cm (oito polegadas).

A formulação do problema de optimização tem por fim minimizar a secção da viga e a quantidade de pré-esforço a aplicar tendo em atenção os custos relativos. As variáveis de projecto adoptadas foram escolhidas de acordo com estes objectivos.

A função objectivo é a soma dos custos do betão colocado no local e do pré-esforço efectivo. Os materiais considerados são aqueles tidos como mais comuns tendo o betão uma resistência característica de 4500 psi (31.03 MPa) e o aço uma tensão última de 270 ksi (1882 MPa). A expressão deste custo para a zona norte do estado da Florida, em US dólares, a preços de 1985 [2], é a seguinte:

$$F(\underline{X}) = 0.116*A*L+0.040*X(10)*L$$

onde A - área de betão em polegadas,

L - vão em pés,

X(10) - pré-esforço efectivo em kips.

As primeiras seis variáveis são as dimensões dos três rectângulos básicos da secção em forma de I. As três variáveis seguintes são as excentricidades do cabo de pré-esforço no apoio exterior, num ponto próximo da secção de momento positivo máximo e no apoio interior. Estas excentricidades foram consideradas para melhorar a eficiência do pré-esforço. A última variável é o valor do pré-esforço após perdas.

Figura 2. Variáveis de projecto.

As restrições impostas relacionam-se principalmente com as tensões no betão nas secções críticas: no apoio exterior, no ponto de inflexão do cabo e no apoio interior. Limitações referentes ao esforço transverso e deformações poderiam ter sido incluidas [3]. As outras restrições dizem respeito ao recobrimento mínimo dos cabos de 7.5 cm (3 polegadas).

Foram impostos limites superiores e inferiores às variáveis que definem as dimensões dos rectângulos ditadas por condições práticas de exequibilidade e de modo a manter um proporçionamento adequado da secção. O valor limite do pré-esforço foi condicionado pela área máxima possível de aço para cada configuração.

As solicitações consideradas foram o peso próprio das vigas e tabuleiro como acções permanentes e o camião HS20 como acções variáveis. Os efeitos dinâmicos não foram incluidos e a distribuição transversal dos esforços foi feita de acordo com o regulamento AASHTO.

Os valores dos momentos nas secções críticas criados pelas cargas distribuídas e pela sobrecarga foram obtidos recorrendo a tabelas adequadas [4]. Os momentos criados pelo pré-esforço nas secções críticas devido à continuidade da estrutura foram calculados usando o método das cargas equivalentes [5].

## 3.Optimização da Viga Pré-esforçada

O problema da optimização das vigas contínuas formula-se assim com dez variáveis de projecto e quinze restrições de comportamento, com limites superiores e inferiores das variáveis de projecto. Os valores das tensões máximas de serviço são os permitidos pelo código ACI. A expressão matemática deste conjunto de condições resume-se a:

$$\text{Minimizar } F(\underline{X})$$

sujeito a $g_k(\underline{X}) \leq 0, \quad k=1,15$

e $\underline{X}^L \leq \underline{X} \leq \underline{X}^U,$

onde $\underline{X}$ - vector das variáveis de projecto,

$F(\underline{X})$ - função objectivo,

$g_k(\underline{X})$ - restrições,

$\underline{X}^{L,U}$ - vector dos limites inferiores, superiores das variáveis de projecto.

Como exemplo das restrições impostas às tensões de serviço, aquelas que se referem à tensão no topo da secção do apoio interior para um vão de 21.34 m (70 pés) são:

$$g_9(\underline{X}) = X(10)*(\text{área}+\text{excequ}) - \text{mext} - \text{tencom} \leq 0$$

e $$g_{10}(\underline{X}) = -X(10)*(\text{área}+\text{excequ}) + \text{mext} - \text{tentra} \leq 0,$$

onde área = (X(1)*X(2)+X(3)*X(4)+X(5)*X(6)),

excequ = (-0.08*X(7)+0.7*X(8)+0.28*X(9)),

mext = 2174 kN-m,

tencom = 31.03 MPa,

tentra = 2.78 MPa.

A estratégia adoptada para este tipo de optimização não linear com restrições foi baseada no método da penalidade interior com extensão linear [6]. Com este método a violação de qualquer restrição implica um aumento significativo da função pseudo-objectivo. Transforma-se um problema com restrições num equivalente sem condições. A formulação adoptada foi a seguinte:

$$Phi(\underline{X}) = F(\underline{X}) + \Sigma(rp_k * g'_k(\underline{X})),\ k=1,15$$

onde $g'_k(\underline{X}) = -1/g_k(\underline{X})$, quando $g_k(\underline{X}) \leq eps$

ou $g'_k(\underline{X}) = (2*eps-g_k(\underline{X}))/eps^2$

sendo

Phi - função pseudo-objectivo,

F - função objectivo,

$g_k(\underline{X})$ - restrição k,

eps - parâmetro de controle,

$rp_k$ - parâmetro de penalidade da restrição k.

A estrutura do programa está dividida em dois blocos de subrotinas. O primeiro gera o vector de projecto original, inicializa os parâmetros de penalização e calcula os valores da função objectivo e das restrições. O segundo destina-se à minimização da função pseudo-objectivo.

A metodologia adoptada para a optimização é feita reduzindo a ordem de grandeza das restrições para obter uma função aumentada de perfil suave. A seguir é feita uma pesquisa no espaço de projecto ao longo das direcções definidas por cada uma das variáveis de projecto utilizando o método de Hooke e Jeeves. O valor mínimo ao longo destas direcções é obtido usando o método da Secção Dourada em intervalos com extremos adequados.

O processo é iterativo e repete-se com a actualização dos factores de penalidade e das constantes de redução das restrições até haver satisfação dos critérios absolutos e relativos de convergência definidos no início do programa. É também estabelecido o número máximo de iterações possível para cada ciclo de iterações.

Figura 3. Exemplo do método de Hooke e Jeeves num espaço bidimensional.

## 4.Resultados e Conclusões

Os custos das vigas pré-fabricadas colocadas no local é dado em US dólares por pé pela empresa fornecedora. Para o cliente estes custos são valores independentes do pré-esforço a aplicar uma vez que os valores utilizáveis de vãos, cargas e sobrecargas são definidos para cada tipo de viga. Os valores são calculados na base duma distância média entre o estaleiro de pré-fabricação e a obra de 322 Km (200 milhas) e representam a média dos valores obtidos após três consultas a fornecedores da zona norte do estado da Florida. Os custos totais por viga são:

| Viga classe | I | II | III | IV | V | VI |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Vão (m/pés) | 12/40 | 17/55 | 21/70 | 26/85 | 30/100 | 36/120 |
| Custo un. (dl/pé) | 33 | 42 | 53 | 65 | 85 | 108 |
| Custo total (dl) | 1320 | 2310 | 3710 | 5525 | 8500 | 12960 |

Os custos das vigas contínuas betonadas no local são função da área da secção e do valor do pré-esforço optimizados. Os custos unitários do

betão são os obtidos por interpolação para uma obra de média envergadura. O custo unitário do pré-esforço é dado por kip de pré-esforço inicial.

O cabo de pré-esforço é constituido por tendões de sete fios, com bainha e argamassado sob pressão. Como a variável de projecto é a força do pré-esforço efectivo é necessário fazer a correcção do valor obtido admitindo uma redução de vinte por cento do valor inicial correspondente a perdas imediatas.

Os resultados finais da optimização apresentam violação de algumas restrições, sobretudo as correspondentes às tensões na fibra inferior na secção de inflexão do cabo e na fibra superior sobre o apoio. Estas violações são da ordem dos dois por cento da tensão máxima e aceitáveis do ponto de vista deste estudo.

| Vão (m/pés) | 12/40 | 17/55 | 21/70 | 26/85 | 30/100 | 36/120 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Area ($in^2$) | 252 | 341 | 475 | 675 | 867 | 955 |
| ($cm^2$) | 1625 | 2200 | 3065 | 4355 | 5594 | 6162 |
| Pré-esf. (kips) | 223 | 254 | 265 | 287 | 305 | 355 |
| (kN) | 992 | 1130 | 1179 | 1277 | 1357 | 1579 |
| Custo total (dl) | 1526 | 2734 | 4599 | 7631 | 11277 | 14998 |

Figura 4.Comparação dos custos.

As vigas contínuas betonadas no local com a secção, o perfil do cabo e o pré-esforço optimizados têm um perfil transversal mais esbelto que o das vigas pré-fabricadas, com um aumento significativo da altura total. Há uma nítida redução das áreas das secções transversais que não é no entanto suficiente para tornar estas soluções mais competitivas que as pré-fabricadas.

Verifica-se assim que de acordo com as condições assumidas torna-se adequado optar pela solução pré-fabricada. Nos vãos mais curtos existem no mercado outros perfis que são ainda mais baratos que as vigas AASHTO-PCI, deixando assim a opção de vigas betonadas no local fora de consideração.

## Bibliografia


[1]-"Who's Who in Florida's Prestressed Concrete Institute Industry", Florida Prestressed Concrete Institute, Orlando, 1987.

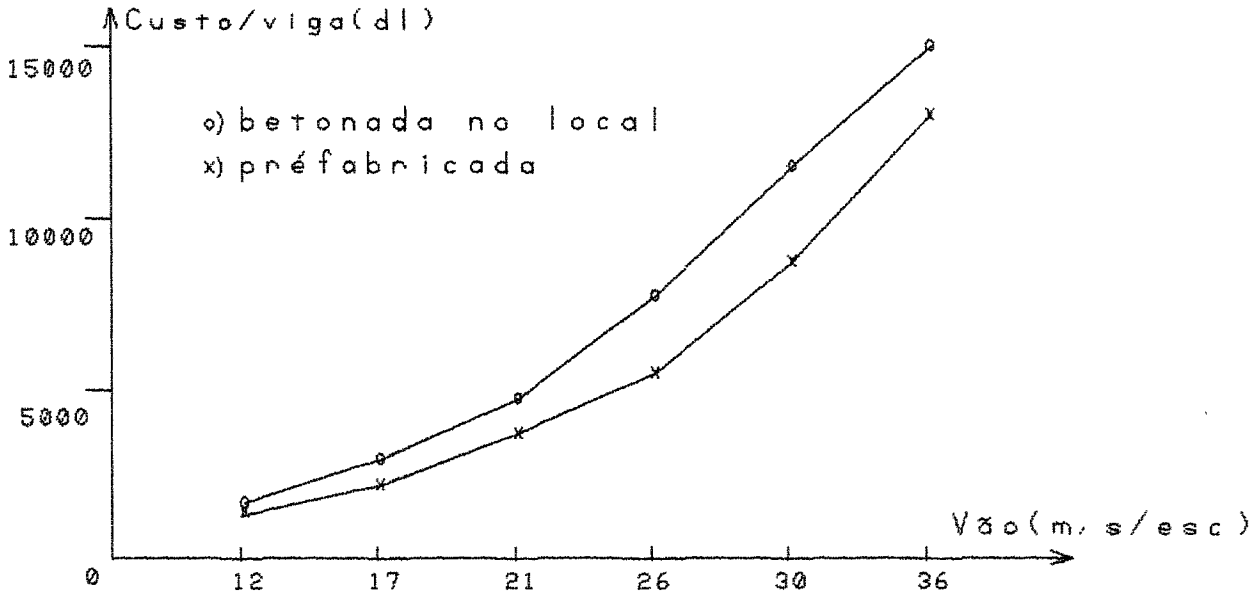
[2]-"Building Construction Cost Data", Robert Snow Means Company, Duxbury, 1985.

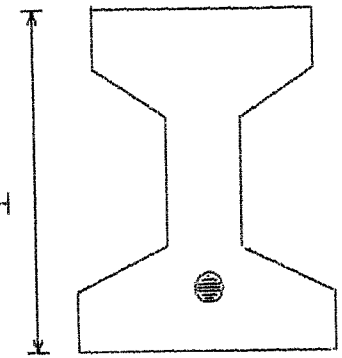
[3]-Uri Kirsch, "Otpimum Structural Design", McGraw-Hill, New York, 1981.

[4]-"Moments, Shears and Reactions for Continuous Highway Bridges", American Institute of Steel Construction, 1966.

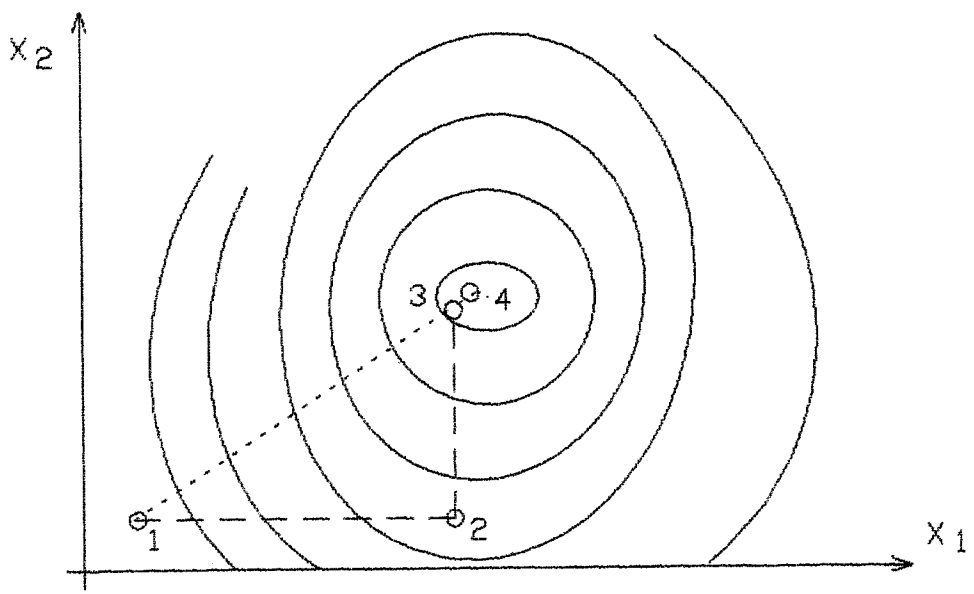
[5]-Arthur H. Nilson, "Design of Prestressed Concrete", John Wiley & Sons, New York, 1987.

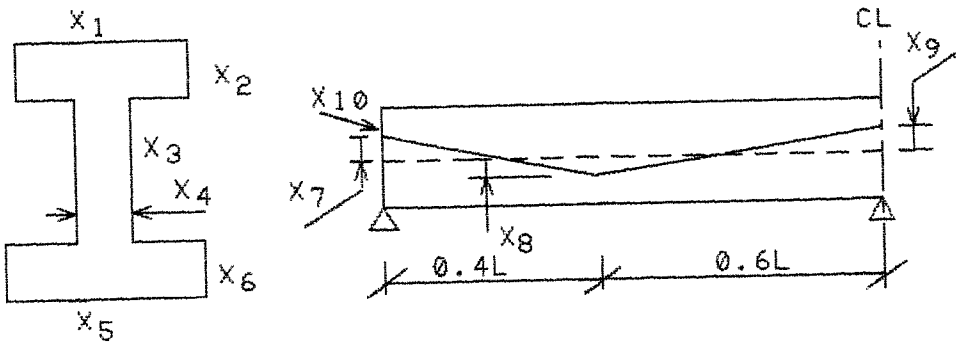
[6]-Garret N. Vanderplaats, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", McGraw-Hill, New York, 1984.

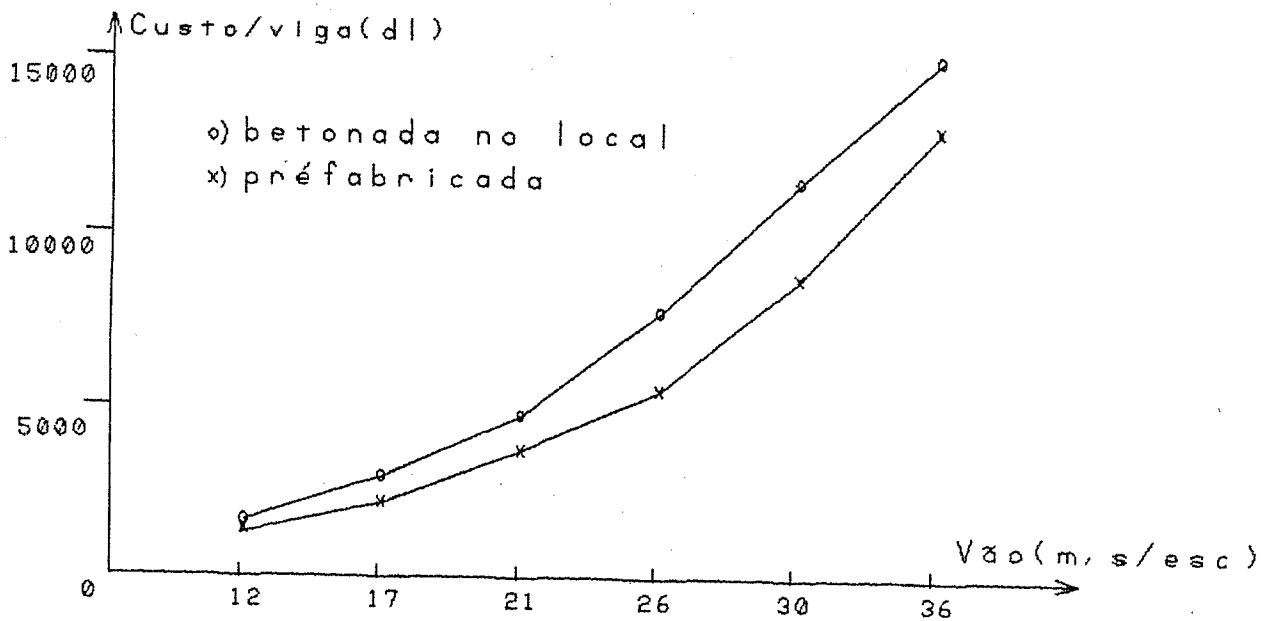

Custo/viga(dl)
15000
10000
5000
0
o) betonada no local
x) préfabricada
12
17
21
26
30
36
Vão(m. s/esc)

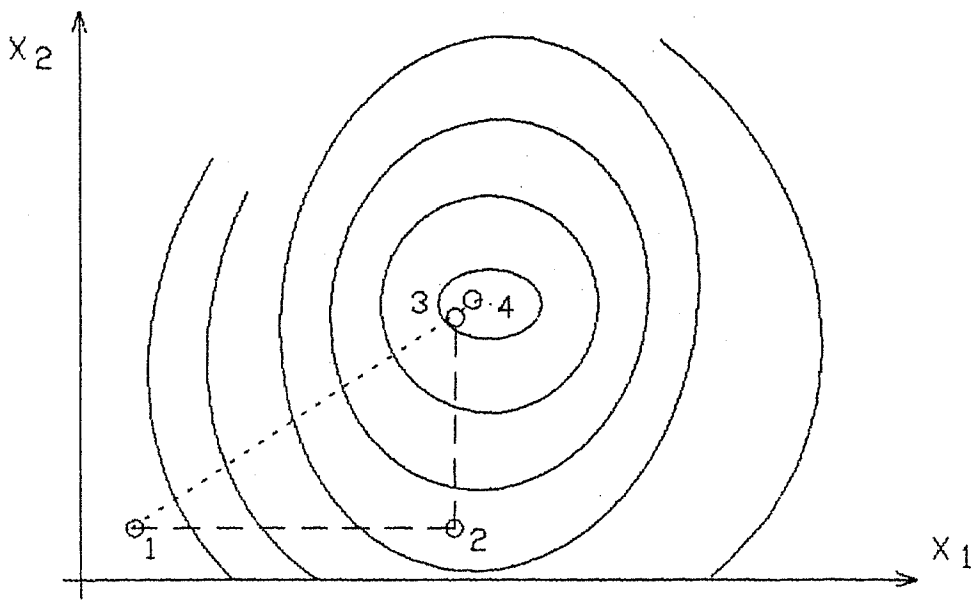



| CLASSE | H(m) | A(m²) | I(m⁴) ×10⁻⁴ |
|---|---|---|---|
| I | 0.71 | 0.18 | 94 |
| II | 0.91 | 0.24 | 212 |
| III | 1.14 | 0.36 | 522 |
| IV | 1.37 | 0.51 | 1085 |
| V | 1.60 | 0.65 | 2169 |
| VI | 1.83 | 0.70 | 3052 |


X 2
3
4
1
2
X 1


X1
X2
X3
X4
X5
X6
X7
X8
X9
X10
CL
0.4L
0.6L


Custo/viga(dl)
15000
10000
5000
0
o) betonada no local
x) préfabricada
12
17
21
26
30
36
Vão(m, s/esc)


X2
X1
1
2
3
4