

Correio Matemático: *feedback* e a partilha de cartas como promotores da comunicação matemática escrita

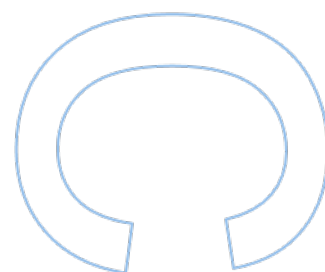
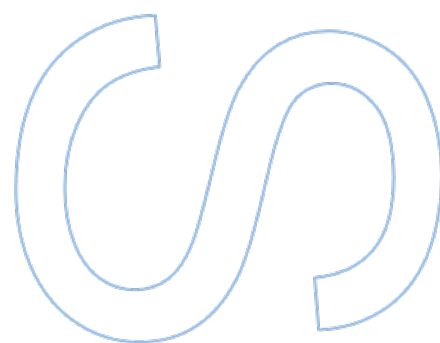
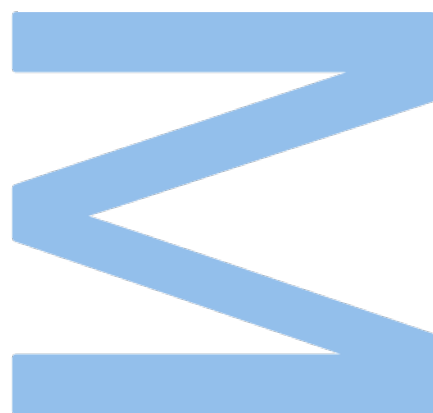
Ana Sofia Lopes Gonçalves

Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino
Básico e no Secundário

Unidade de Ensino das Ciências

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

2024



Correio Matemático: *feedback* e a partilha de cartas como promotores da comunicação matemática escrita

Ana Sofia Lopes Gonçalves

Relatório de Estágio realizado no âmbito do Mestrado em
Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no
Secundário

Unidade de Ensino das Ciências
2024

Orientadora

Louise dos Santos Lima, Professora Auxiliar Convidada,
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Agradecimentos

À Professora Louise pela sua incansável disponibilidade e por todo o seu apoio. Por me motivar sempre a fazer mais e melhor, e por me ter transmitido calma nos momentos mais agitados deste percurso. A sua constante dedicação e ensinamentos valiosos desempenharam um papel crucial para o sucesso deste trabalho. Por tudo isso, estou eternamente grata.

À Professora Cooperante que me orientou durante o estágio, por toda a liberdade que me deu para trabalhar com os alunos, por me ter acolhido de forma tão carinhosa e por ser um exemplo a seguir no meu futuro profissional.

Aos meus pais, por sempre me apoiarem incondicionalmente e me incentivarem a seguir o meu sonho, demonstrando-me que nada é possível sem trabalho e dedicação. Obrigada por me fazerem chegar aqui, e ser quem sou!

À minha irmã, por ser a minha pessoa. Por me elevar e apoiar em todos os momentos da minha vida. Por todo o tempo dedicado a rever este relatório, por todas as críticas construtivas e por ouvir todas as minhas ansiedades e receios. As palavras nunca serão suficientes para expressar o tamanho do meu agradecimento por tudo aquilo que representas!

Resumo

O presente estudo é centrado na comunicação matemática escrita e na avaliação entre pares, através do *feedback*, tendo como principal objetivo *compreender de que modo o feedback através da troca de cartas contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita*. Para alcançar este objetivo, foram formuladas três questões norteadoras: 1) Quais as principais dificuldades dos alunos na passagem do seu pensamento para a forma escrita?; 2) Quais as principais características do *feedback* fornecido pelos alunos?; 3) De que modo o *feedback* entre pares influencia a evolução da comunicação matemática escrita dos alunos?. Com vista a conseguir dar-lhes resposta, foi realizado um estudo tendo por base uma intervenção pedagógica, envolvendo duas turmas do 8º ano de escolaridade de uma escola pública portuguesa, durante o ano letivo 2023/2024. A intervenção pedagógica teve por base a resolução de quatro desafios matemáticos e a escrita/receção de quatro *feedbacks* correspondentes a cada um desses desafios. Cada um destes quatro momentos envolviam assim a escrita da resolução do desafio na forma de carta e, posteriormente, a escrita do *feedback* a uma carta de um colega de outra turma. Numa abordagem qualitativa e interpretativa, os dados recolhidos incluíram as produções escritas dos alunos (cartas com as resoluções dos quatro desafios, *feedbacks* e segundas fases das cartas), as respostas a um questionário no final da intervenção e entrevistas a alguns alunos. A análise dos dados permitiu concluir que as maiores dificuldades sentidas pelos alunos se relacionavam com a interpretação, a ausência de explicação e a falta de organização e clareza. Ao longo dos desafios foi perceptível a evolução positiva na postura dos alunos na sala de aula e no seu envolvimento. Além disso, a maioria dos alunos afirmou ter sentido uma evolução ao nível do modo como justificam as suas respostas e comunicam o seu pensamento, a partir da atividade do Correio Matemático. Os resultados obtidos evidenciam a importância de proporcionar aos alunos atividades que desenvolvam a comunicação, o pensamento crítico e a autorregulação, destacando a avaliação entre pares como um impulsionador dessas capacidades.

Palavras-chave: comunicação matemática escrita, avaliação pedagógica, *feedback*, avaliação entre pares

Abstract

This study focuses on written mathematical communication and peer assessment through feedback, with the main objective of *understanding how feedback through letter exchanges contributes to the development of written mathematical communication*. To achieve this goal, three guiding questions were formulated: 1) What are the main difficulties students face in translating their thoughts into written form?; 2) What are the main characteristics of the feedback provided by the students?; 3) How does peer feedback influence the evolution of students' written mathematical communication?. To answer these questions, a study was conducted based on a pedagogical intervention involving two 8th-grade classes of a portuguese public school during the 2023/2024 school year. The pedagogical intervention was based on solving four mathematical challenges and writing/receiving four feedbacks corresponding to each of these challenges. Each of these four moments involved writing the resolution to the challenge in a letter format and subsequently writing feedback on a letter from a peer in another class. Using a qualitative and interpretative approach, the collected data included students' written productions (letters with the resolutions to the four challenges, feedbacks, and second phases of the letters), responses to a questionnaire at the end of the intervention, and interviews with some students. Data analysis concluded that the greatest difficulties experienced by students were related to interpretation, lack of explanation, and lack of organization and clarity. Throughout the challenges, a positive evolution in students' attitudes in the classroom and their engagement was noticeable. Furthermore, the majority of students reported experiencing an improvement in how they justify their answers and communicate their thinking, stemming from the Mathematical Mail activity. The results highlight the importance of providing students with activities that develop communication, critical thinking, and self-regulation, emphasizing peer assessment as a driver of these capabilities.

Keywords: written mathematical communication, pedagogical assessment, feedback, peer assessment

Índice

Lista de Figuras	vi
Lista de Quadros	viii
Lista de Abreviaturas	ix
1. Introdução	1
2. Enquadramento teórico	4
2.1. Comunicação matemática	4
2.1.1. Comunicação matemática escrita	7
2.2. <i>Feedback</i> : uma prática promotora de avaliação formativa	9
2.2.1. Aprender entre pares: contributos das práticas de <i>feedback</i>	14
2.2.2. <i>Feedback</i> entre pares a partir da <i>Gallery Walk</i>	16
3. Intervenção pedagógica	18
3.1. Caraterização do contexto escolar	18
3.2. Caraterização das turmas.....	19
3.3. Descrição da intervenção pedagógica.....	22
4. Métodos e procedimentos de recolha de dados	28
4.1. Opções metodológicas	28
4.2. Processos de recolha de dados.....	29
5. Apresentação e discussão de resultados.....	34
5.1. Antes da intervenção pedagógica.....	34
5.2. Primeiro desafio do Correio Matemático.....	38
5.3. Segundo desafio do Correio Matemático.....	51
5.4. Terceiro desafio do Correio Matemático.....	59
5.5. Quarto desafio do Correio Matemático	72
5.6. Perceções dos alunos acerca do Correio Matemático	83
6. Conclusões e recomendações	87
6.1. Síntese do estudo	87
6.2. Conclusões do estudo	88

6.2.1.	Quais as principais dificuldades dos alunos na passagem do seu pensamento para a forma escrita?.....	88
6.2.2.	Quais as principais características do <i>feedback</i> fornecido pelos alunos?	90
6.2.3.	De que modo o <i>feedback</i> entre pares influencia a evolução da comunicação matemática escrita dos alunos?.....	91
6.3.	Limitações e perspetivas	94
	Referências Bibliográficas	97
	Apêndices	103
	Apêndice A – Consentimento para os encarregados de educação	103
	Apêndice B – Assentimento para os alunos	105
	Apêndice C – Enunciado do 3º Desafio adaptado para alunos ARA.....	106
	Apêndice D – Questionário	107
	Apêndice E – Guião das entrevistas	110
	Apêndice F – Carta (folha de resposta) do 1º Desafio.....	114
	Apêndice G – Carta (folha de resposta) do 2º Desafio	115
	Apêndice H – Carta (folha de resposta) do 3º Desafio	116
	Apêndice I – Carta (folha de resposta) do 4º Desafio.....	117
	Anexos.....	118
	Anexo A – Selos matemáticos	118

Lista de Figuras

Figura 1: Etapas da <i>Gallery Walk</i>	16
Figura 2: Níveis de classificação obtidos pela turma 1 no 1º semestre do ano letivo 2023/2024.....	19
Figura 3: Níveis de classificação obtidos pela turma 2 no 1º semestre do ano letivo 2023/2024.....	20
Figura 4: Aluno da turma 2 utilizando a mesa digitalizadora.....	20
Figura 5: Caixa do Correio Matemático.....	22
Figura 6: Etapas do Correio Matemático.....	22
Figura 7: Esquema do aspeto final do envelope.....	23
Figura 8: Enunciado do 1º Desafio do Correio Matemático.....	24
Figura 9: Enunciado do 2º Desafio do Correio Matemático.....	25
Figura 10: Enunciado do 3º Desafio do Correio Matemático.....	26
Figura 11: Enunciado do 4º Desafio do Correio Matemático.....	26
Figura 12: Enunciado da questão 2, da tarefa <i>Vamos multiplicar números racionais negativos</i>	35
Figura 13: Exemplo de resposta incompleta com ausência de explicação e <i>feedback</i> fornecido (a rosa).....	36
Figura 14: Exemplo de resposta na qual não existe explicação sobre o motivo do resultado diminuir ou aumentar, <i>feedback</i> fornecido (a rosa) e nova versão de resposta.....	36
Figura 15: Exemplo de resposta com falhas ao nível do rigor matemático e <i>feedback</i> fornecido (a rosa).....	36
Figura 16: Folha do enunciado do 1º desafio do Correio Matemático.....	39
Figura 17: Carta do aluno 924 ao 1º Desafio (1ª fase).....	41
Figura 18: <i>Feedback</i> à carta 924 do 1º Desafio, pelo aluno 894.....	42
Figura 19: Carta do aluno 894 ao 1º Desafio (1ª fase).....	42
Figura 20: Carta do aluno 924 ao 1º Desafio (2ª fase).....	43
Figura 21: Carta do aluno 512 ao 1º Desafio (1ª fase).....	44
Figura 22: <i>Feedback</i> à carta 512 do 1º Desafio, pelo aluno 321.....	45
Figura 23: Carta do aluno 512 ao 1º Desafio (2ª fase).....	46
Figura 24: Apresentação de apoio à escrita de <i>feedback</i>	47
Figura 25: Carta do aluno 245 ao 1º Desafio (1ª fase).....	48
Figura 26: <i>Feedback</i> à carta 245 do 1º Desafio, pelo aluno 760.....	48
Figura 27: Carta do aluno 245 ao 1º Desafio (2ª fase).....	49

Figura 28: Folha do enunciado do 2º Desafio do Correio Matemático	51
Figura 29: Carta do aluno 894 ao 2º Desafio (1ª fase).....	52
Figura 30: <i>Feedback</i> à carta 894 do 2º Desafio, pelo aluno 269.....	53
Figura 31: Carta do aluno 894 ao 2º Desafio (2ª fase).....	54
Figura 32: Carta do aluno 042 ao 2º Desafio (1ª fase).....	55
Figura 33: <i>Feedback</i> à carta 042 do 2º Desafio, escrito por mim.....	56
Figura 34: Carta do aluno 321 ao 2º Desafio (1ª fase).....	57
Figura 35: <i>Feedback</i> à carta 321 do 2º Desafio, pelo aluno 647.....	58
Figura 36: Carta do aluno 321 ao 2º Desafio (2ª fase).....	58
Figura 37: Folha do enunciado do 3º Desafio do Correio Matemático	59
Figura 38: Carta do aluno 876 ao 3º Desafio (1ª fase).....	61
Figura 39: <i>Feedback</i> à carta 876 do 3º Desafio, pelo aluno 321.....	62
Figura 40: Carta do aluno 269 ao 3º Desafio (1ª fase).....	63
Figura 41: <i>Feedback</i> à carta 269 do 3º Desafio, pelo aluno 045.....	63
Figura 42: Carta do aluno 045 ao 3º Desafio (1ª fase).....	65
Figura 43: <i>Feedback</i> à carta 045 do 3º Desafio, pelo aluno 269.....	66
Figura 44: Carta do aluno 045 ao 3º Desafio (2ª fase).....	67
Figura 45: Carta do aluno 093 ao 3º Desafio (1ª fase).....	68
Figura 46: <i>Feedback</i> à carta 093 do 3º Desafio, pelo aluno 245.....	69
Figura 47: Carta do aluno 093 ao 3º Desafio (2ª fase).....	70
Figura 48: Apresentação de apoio à realização da Gallery Walk.....	72
Figura 49: Folha do enunciado do 4º Desafio do Correio Matemático	73
Figura 50: Exemplo da <i>Gallery Walk</i> realizada	74
Figura 51: 1ª fase do aluno 524 ao 4º Desafio e <i>feedback</i> recebido.....	75
Figura 52: 1ª fase do aluno 269 ao 4º Desafio e <i>feedback</i> recebido.....	76
Figura 53: 2ª fase do aluno 269 ao 4º Desafio	77
Figura 54: 1ª fase do aluno 924 ao 4º Desafio e <i>feedback</i> recebido.....	78
Figura 55: 2ª fase do aluno 924 ao 4º Desafio	79
Figura 56: 1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio e <i>feedback</i> recebido.....	80
Figura 57: 2ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio	82
Figura 58: Principais dificuldades demonstradas pelos alunos.....	88
Figura 59: Resposta do aluno 639 a um exercício realizado numa aula após a intervenção pedagógica ter terminado	93

Lista de Quadros

Quadro 1: Questões e objetivos do estudo. Estrutura adaptada de Lima (2020)	2
Quadro 2: Exemplos de <i>feedback</i> e sua tipologia, adaptado de Santos <i>et al.</i> (2010)..	13
Quadro 3: Número de respostas corretas e incorretas de cada turma ao 1º Desafio do Correio Matemático	39

Lista de Abreviaturas

FCUP	Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PES	Prática de Ensino Supervisionada
ARA	Antecipação e Reforço das Aprendizagens
E924	Entrevista realizada ao aluno 924
E245	Entrevista realizada ao aluno 245
E894	Entrevista realizada ao aluno 894
E045	Entrevista realizada ao aluno 045
E093	Entrevista realizada ao aluno 093
QF	Questionário Final aplicado aos alunos
OE	Objetivo Específico

1. Introdução

Embora os nossos alunos, desde o ensino básico ao ensino secundário, sejam especialistas em comunicar através da internet, redes sociais e qualquer aplicação nos seus telemóveis, a comunicação específica de uma disciplina pode constituir-se um desafio. Isto porque a linguagem que utilizam nesses meios consiste frequentemente em atalhos, abreviações e frases incompletas. Considerando especificamente o contexto da disciplina de Matemática, é esperado que os alunos desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente, o que “requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 3). Neste sentido, os alunos devem não só comunicar as suas ideias de forma clara, como fazer uso da linguagem matemática com rigor e precisão.

Quando refletimos sobre a nossa experiência escolar, é comum recordarmo-nos de escrever nas aulas de Português e História, mas, na minha experiência e de alguns dos meus colegas, raramente nos lembramos de escrever nas aulas de Matemática. Contudo, a capacidade da comunicação escrita é cada vez mais valorizada na educação matemática, conforme enfatizado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM): “a comunicação é uma parte essencial da matemática e da educação matemática. É uma forma de partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática. Através da comunicação, as ideias tornam-se objetos de reflexão, aperfeiçoamento, discussão e correção” (NCTM, 2017, p. 66). Escrever justificações matemáticas incentiva os alunos a compreender verdadeiramente aquilo que estão a tentar explicar. Porém, muitos alunos enfrentam obstáculos em explicar por escrito como resolveram um determinado problema, mesmo que consigam resolvê-lo sem dificuldades.

Os alunos que encontrei na escola onde realizei a Prática de Ensino Supervisionada (PES) não foram exceção. Desde as primeiras aulas, constatei as suas dificuldades em justificar por escrito as suas respostas, embora conseguissem fazê-lo oralmente. Além disso, demonstravam uma enorme resistência quando tal lhes era solicitado, e esse aspeto captou especialmente a minha atenção e motivou-me a querer intervir nesse sentido. Ambicionava desta forma que os alunos deixassem de se concentrar apenas em obter respostas corretas de forma mecânica e acrítica, de modo que fossem capazes de explicar os processos que usavam, compreendendo assim o *porquê* por detrás dos seus métodos.

Assim sendo, o estudo aqui apresentado é fruto da intervenção pedagógica que teve incidência na capacidade transversal comunicação matemática e envolveu duas turmas do 8º ano de escolaridade de uma escola pública portuguesa. Tal como muitas outras aprendizagens que realizamos ao longo da nossa vida, aprender a escrever bem matematicamente requer prática, mas com compreensão. Neste sentido, surgiu o Correio Matemático, uma proposta pedagógica que assentou na partilha de cartas entre turmas, pretendendo que os alunos tivessem a oportunidade de aprimorar a sua comunicação escrita, interagindo com os colegas e associando também uma vertente de avaliação formativa através do *feedback* escrito, com a intenção de responder à questão: *Quais os contributos do feedback entre pares através da troca de cartas para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita?* Deste modo, o conjunto de questões e objetivos que guiaram este trabalho, estão apresentados no Quadro 1.

Questão	Questões norteadoras	Objetivos específicos	Objetivo
<i>Quais os contributos do feedback entre pares através da troca de cartas para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita?</i>	Quais as principais dificuldades dos alunos na passagem do seu pensamento para a forma escrita?	OE1 Identificar as principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento	Compreender de que modo o <i>feedback</i> através da troca de cartas contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita
		OE2 Compreender como concretizam de forma escrita o que pensam e o que verbalizam	
	Quais as principais características do <i>feedback</i> fornecido pelos alunos?	OE3 Identificar as principais características ou tipo de <i>feedback</i> escrito pelos alunos	
	De que modo o <i>feedback</i> entre pares influencia a evolução da comunicação matemática escrita dos alunos?	OE4 Analisar a influência do <i>feedback</i> na reflexão crítica sobre as suas próprias produções	
		OE5 Compreender as perceções dos alunos sobre a utilidade do <i>feedback</i> entre pares	

Quadro 1: Questões e objetivos do estudo. Estrutura adaptada de Lima (2020)

O presente relatório de estágio descreve a investigação realizada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, em articulação com a PES, e encontra-se organizado em seis capítulos.

Neste primeiro capítulo, *Introdução*, é apresentado o tema deste estudo, os seus objetivos e feita uma breve descrição da estrutura geral do relatório.

No segundo capítulo, *Enquadramento teórico*, é feita uma revisão da literatura na qual se baseou esta investigação. São abordados aspetos de natureza teórica relacionados com os dois principais temas do trabalho: comunicação matemática e *feedback* como uma prática da avaliação formativa, enfatizando a comunicação matemática escrita e a avaliação entre pares. Ademais, é brevemente explorada a *Gallery Walk* como uma possibilidade de prática pedagógica a ser desenvolvida a partir do *feedback* entre pares.

O terceiro capítulo, *Intervenção pedagógica*, destina-se a uma caracterização do contexto escolar no qual foi desenvolvida a intervenção pedagógica, assim como uma apresentação das duas turmas envolvidas. Além disso, é feita uma descrição detalhada do Correio Matemático e da sua organização ao longo do tempo, incluindo os desafios propostos e os materiais utilizados.

No quarto capítulo, *Métodos e procedimentos de recolha de dados*, será possível encontrar as opções metodológicas tomadas para esta investigação e a descrição dos diferentes meios de recolha de dados e da sua análise. Ademais, é referido como foram acauteladas as questões de natureza ética.

O quinto capítulo, *Apresentação e discussão de resultados*, consiste na apresentação da análise dos dados recolhidos, incluindo as produções escritas dos alunos e também diálogos durante as entrevistas. A análise dos dados foi realizada tendo em conta as questões e objetivos da investigação, à luz do quadro teórico. Assim, são destacadas as principais dificuldades dos alunos, a caracterização da sua comunicação escrita e os aspetos mais relevantes no *feedback* que forneceram.

Por fim, no sexto capítulo, *Conclusões e recomendações*, apresenta-se uma síntese do estudo e suas respetivas conclusões, com as respostas às questões previamente colocadas. Ademais, são feitas algumas reflexões sobre o projeto, bem como as limitações sentidas e recomendações para trabalhos futuros.

2. Enquadramento teórico

Este capítulo destina-se ao enquadramento teórico que serviu de base para este estudo, e encontra-se dividido em duas principais partes. A primeira parte é dedicada à comunicação matemática, dando particular atenção à comunicação matemática escrita. Já na segunda parte, o foco é o *feedback* sendo também abordadas as temáticas de avaliação entre pares e *Gallery Walk* enquanto estratégia pedagógica.

2.1. Comunicação matemática

A importância da comunicação no desenvolvimento humano é incontestável uma vez que é a partir dela que estabelecemos conexões e relações sociais. Estas interações são essenciais para a partilha de conhecimentos e ideias e, portanto, torna-se crucial adaptar a nossa mensagem ao público-alvo, garantindo que o que comunicamos seja realmente compreendido. Além disso, o sucesso das interações comunicativas é amplamente determinado pelo grau de conhecimento que temos dos nossos interlocutores. Um exemplo claro desse princípio pode ser observado no ambiente educativo, onde muitas vezes os alunos conseguem entender mais facilmente as explicações de um colega do que as do professor (Menezes, 2021). Isso acontece porque os alunos compartilham experiências e perspetivas similares, o que facilita a compreensão entre eles. Portanto, para melhorar a eficácia da comunicação em qualquer contexto, é essencial considerar o ponto de vista do recetor e ajustar a mensagem de acordo com isso.

Concentrando-nos no contexto educativo, a comunicação que ocorre na sala de aula influencia forçosamente o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, sendo por isso um tema valorizado na formação de professores (Ponte *et al.*, 2007). Deste modo, há muito que a comunicação matemática na sala de aula tem emergido como um dos focos centrais nas orientações curriculares para o ensino da Matemática, tanto nacionais como internacionais, sendo não só entendida como um conteúdo de aprendizagem, mas como um conteúdo de orientação metodológica (Serrazina, 2018).

De acordo com o NCTM (2007), a comunicação é uma característica essencial para que os alunos consigam explicar o seu raciocínio, oralmente e por escrito. Contudo, “comunicar uma ideia ou um raciocínio a outro, de forma clara, exige a organização e clarificação do nosso próprio pensamento” (Boavida *et al.*, 2008, p. 62). Neste sentido,

como referem Ponte *et al.* (2007), “o aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos” (p. 8).

Com a publicação do *Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória* (2017) e das *Aprendizagens Essenciais* inicialmente em 2018 e, posteriormente, em 2021 é reafirmada a importância da comunicação matemática e destacada a necessidade de adotar práticas de ensino que valorizem e integrem esses aspetos. No primeiro documento, a comunicação encontra-se principalmente incluída na área de competência Linguagens e textos, visando que os alunos sejam capazes de compreender e expressar-se em várias modalidades, incluindo a oral e escrita (Martins *et al.*, 2017). No que se refere ao segundo documento, especificamente aquele vigente no atual ano letivo para o oitavo ano de escolaridade, lê-se como um dos objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir, o desenvolvimento da “capacidade de comunicar matematicamente, de modo a partilhar e discutir ideias matemáticas” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 3).

A comunicação está sempre presente na sala de aula e cabe ao professor o papel de estruturar o discurso que nela é produzido e, em geral, dominar o processo comunicativo (Martinho & Ponte, 2005). Para além desta responsabilidade, cabe também ao professor garantir que o diálogo ocorre em múltiplas direções, isto é, o professor comunica com os alunos, assim como os alunos comunicam com o professor e ainda comunicam entre si (Boavida *et al.*, 2008). De modo que este processo de partilha e aprendizagem seja possível, é necessário que seja criado um ambiente em que todos os alunos se sintam à vontade para pensar, argumentar e expor as suas ideias sem medo de julgamentos imediatos, seja por parte dos colegas ou do próprio docente (Ponte *et al.*, 1998).

Neste sentido, os *Princípios para a Ação* (NCTM, 2017) definem um conjunto de oito práticas consideradas fundamentais para o desenvolvimento da proficiência matemática dos alunos, sendo que três delas se encontram diretamente ligadas à comunicação matemática: (i) favorecer um discurso matemático significativo; (ii) colocar questões pertinentes; e (iii) usar e relacionar representações matemáticas (Serrazina, 2018). A primeira destaca que um ensino eficaz da matemática “facilita o discurso entre os alunos, de modo a construírem uma compreensão compartilhada das ideias matemáticas, analisando e comparando as abordagens e os argumentos dos alunos” (NCTM, 2017, p. 29).

Já a segunda prática salienta a importância de colocar questões que estimulem os alunos a expor e refletir criticamente sobre o seu pensamento. Relativamente ao tipo de questões colocadas pelo professor, Love e Mason (1995) diferenciam-nas em três tipos:

- (i) de focalização, com o intuito de focar a atenção do aluno num determinado aspeto, ajudando-o a seguir um certo percurso de raciocínio;
- (ii) de confirmação, procurando verificar e testar os conhecimentos dos alunos;
- (iii) de inquirição, que segundo Marinho e Ponte (2005) visam o esclarecimento do professor, quando deseja obter informações do aluno.

Por fim, na última prática - usar e relacionar representações matemáticas - é enfatizada a importância de os alunos estabelecerem conexões entre representações matemáticas de modo a aprofundar a compreensão dos conceitos, bem como utilizá-las como ferramentas para a resolução de problemas.

O processo de ensino-aprendizagem-avaliação (Lima & Cosme, 2018) da Matemática abrange, como visto anteriormente, interações entre os alunos e o professor. Durante essas interações, a comunicação e a negociação de significados desempenham um papel crucial (Ponte & Serrazina, 2000). Por essa razão, esses dois aspetos relacionados com a problemática da comunicação são amplamente reconhecidos na literatura: (i) *interações* contínuas entre os intervenientes na sala de aula, através das quais se torna possível a troca de informações e, conseqüentemente, se influenciam mutuamente, não podendo ser desconsideradas as interações específicas que os alunos estabelecem entre si; e (ii) *negociação de significados*, sendo que a aprendizagem matemática requer a construção gradual de um conjunto de significados, permitindo ao aluno evoluir na sua apropriação pessoal do conhecimento matemático (Martinho & Ponte, 2005). De igual modo, é sublinhada na literatura a importância do papel do professor ao nível da seleção de tarefas estimulantes, para que os alunos sejam encorajados a tomar posições, defendê-las e convencer os outros do seu ponto de vista (Lampert & Cobb, 2003; Ponte & Santos, 1998; Stein, 2001).

2.1.1. Comunicação matemática escrita

Em qualquer sala de aula, é evidente a existência de duas principais formas de comunicação: a oral e a escrita. Neste estudo, será dada especial ênfase à comunicação escrita. Esta última revela-se um meio de comunicação transversal a qualquer área, na medida em que é capaz de eternizar aquilo que é comunicado oralmente e até mesmo aquilo que não é dito, mas simplesmente pensado (Faria & Rodrigues, 2020).

A comunicação matemática escrita reveste-se de especial importância uma vez que fornece aos alunos um registo do seu próprio pensamento, possibilitando a reflexão acerca do trabalho realizado e a interiorização dos conceitos matemáticos (NCTM, 2017). De acordo com Serrazina (2018) é possível trabalhá-la quando se solicita a realização de registos escritos referentes à realização de uma dada tarefa ou à elaboração de pequenos textos sobre determinados assuntos matemáticos. Assim, os registos efetuados no quadro e no caderno do aluno desempenham um papel significativo na sua aprendizagem. Por outro lado, o ato de efetuar registos no caderno pode não ser cognitivamente exigente se o aluno apenas se limita a transcrever aquilo que o professor escreve no quadro, mas será muito mais exigente se esses apontamentos resultarem de um raciocínio elaborado pelo próprio aluno (Martins, 2024).

Contudo, os alunos revelam frequentemente dificuldades na escrita matemática e as suas produções escritas tendem a ser muito limitadas, reduzindo-se por vezes à simples realização de cálculos necessários para obter a resposta correta dos exercícios e problemas (Ponte & Serrazina, 2000). Daí a necessidade de os professores incentivarem os seus alunos a escrever não só as suas respostas, mas explicarem o pensamento utilizado para obter essa solução, apresentando as suas conclusões de forma clara e fazendo uso da linguagem matemática. Além disso, incentivar a comunicação escrita nas aulas de matemática pode ter um impacto significativo no envolvimento dos alunos, garantindo que todos participam na atividade e não apenas os alunos que se costumam destacar (Phillips & Crespo, 1996).

A escrita em contexto matemático não se limita à simples emissão de uma resposta para uma tarefa ou problema, mas envolve a explicitação detalhada da linha de pensamento que conduz a essa resposta. Menezes (2021) considera que a escrita para a aprendizagem da Matemática, tem como principais contributos: (i) desenvolver a compreensão matemática; (ii) promover a reflexão; (iii) incrementar a autoconfiança ao comunicar oralmente; (iv) produzir registos para o estudo; (v) gerar atitudes positivas

em relação à Matemática; e (vi) apoiar a avaliação da aprendizagem da Matemática (pelo aluno e pelo professor). Nesta perspetiva, o processo de escrita requer uma maior atenção e reflexão em comparação com a expressão oral, sendo de sublinhar o modo como a escrita matemática se diferencia de outros tipos de escrita e exige capacidades distintas (Martinho & Rocha, 2018). Assim como falar bem exige prática, escrever bem, especialmente no contexto da matemática, requer uma prática contínua e, portanto, neste processo a orientação do professor é fundamental, sobretudo devido ao facto de que, segundo Martinho e Rocha (2018):

o insucesso na explicitação de raciocínios não resulta da falta de conhecimento matemático, mas sobretudo da incapacidade de o verbalizar: dificuldades na conversão do pensamento em palavras, em saber como escrever, e na forma de apresentar a frase e encadear as ideias (p. 34).

A escrita pressupõe a reflexão e organização das ideias, levando os alunos a constatar as suas próprias dificuldades e, simultaneamente, consolidarem os seus conhecimentos (Goma *et al.*, 2020). Desta forma, “os alunos escrevem para aprender e aprendem ao escreverem matemática” (Martinho & Rocha, 2018, p. 34).

Nesta perspetiva, as representações matemáticas são reconhecidas como um suporte fundamental para a comunicação, conforme evidenciado nas *Aprendizagens Essenciais*, onde é enfatizada a necessidade de o aluno “desenvolver a capacidade de usar representações múltiplas, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 3). Bruner (1996) categoriza-as em três tipos: *ativas*, associadas à ação para atingir um objetivo específico com recurso a materiais manipuláveis ou outro tipo de objetos; *icónicas*, associadas a imagens, figuras, esquemas ou diagramas que simbolizam um conceito (Ponte *et al.*, 2022); e *simbólicas*, correspondendo a um conjunto de proposições lógicas que envolvem um conjunto de regras (Barbosa & Vale, 2022). Além da sua importância na compreensão de conceitos, resoluções de problemas e na comunicação, as múltiplas representações também são reconhecidas pela sua contribuição para a motivação e interesse dos alunos na aprendizagem desta disciplina (Amado, 2022). Autores como Heritage e Niemi (2006) defendem ainda que as representações são fatores inevitáveis, poderosos e importantes na aprendizagem e que o seu papel na avaliação formativa deve ser reconhecido. Esta ideia é também defendida nas *Aprendizagens Essenciais*, ao destacar a “capacidade de usar representações múltiplas como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática [...]”. As ideias matemáticas são

especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 3).

2.2. *Feedback*: uma prática promotora de avaliação formativa

A avaliação pedagógica é um componente essencial do processo de ensino-aprendizagem-avaliação (Lima & Cosme, 2018), sendo frequente no contexto educativo classificá-la em dois tipos principais: sumativa e formativa (Santos, 2018). A primeira tem por objetivo compreender o estado do aluno num determinado momento, concentrando-se na construção de um juízo avaliativo, permitindo elaborar um ponto de situação sobre o conhecimento dos alunos, podendo traduzir-se numa intenção de classificação e estando por isso mais centrada nos resultados dos alunos (Fernandes, 2021). Já a avaliação formativa tem como principal foco a intenção de melhorar o processo de ensino e aprendizagem, informando “sobre o que e como os alunos estão a aprender” (Fialho, 2022, p. 8).

Neste sentido, o erro é visto de maneiras distintas em ambas as abordagens: na avaliação sumativa, é interpretado como uma demonstração de falta de conhecimento, podendo refletir diretamente nas notas e no desempenho final do estudante. Já na avaliação formativa, é valorizado como um elemento essencial do processo de aprendizagem e considerado como um passo crucial para a construção do saber, permitindo identificar dificuldades específicas e procurar as melhores estratégias para as superar (Santos, 2018). Aliás, como refere Santos (2002), o erro é uma fonte rica de informação para a compreensão de uma situação de aprendizagem. Deste modo, a avaliação sumativa e a avaliação formativa definem-se pelo seu propósito, sendo que aquilo que as distingue não é o instrumento de avaliação, nem o momento em que ocorre e muito menos o facto de ser efetuado pelo professor ou pelo aluno, mas sim de que forma a informação recolhida é usada e interpretada (Santos, 2017).

Ao analisarmos o documento das *Aprendizagens Essenciais* para qualquer ano de escolaridade do Ensino Básico, facilmente nos apercebemos da relevância dada ao papel da avaliação formativa no apoio às aprendizagens dos alunos: “uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma muito expressiva para as aprendizagens dos alunos, pelo que é imperioso o seu desenvolvimento na aula de Matemática” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 7). Neste sentido, Fernandes (2011) vai além e afirma que a avaliação formativa deve ser a principal forma de avaliação nas salas de

aulas, integrada de modo adequado com uma avaliação sumativa que não se restrinja apenas a classificações (Fernandes, 2011).

Para que uma avaliação seja efetivamente formativa, é essencial estabelecer um processo de diálogo e interação entre os alunos e o professor, e também entre os próprios alunos. Essa comunicação irá permitir que os alunos se consciencializem das suas dificuldades e dos seus progressos relativamente às aprendizagens que precisam desenvolver e, ao mesmo tempo, que o professor compreenda as alterações necessárias no seu ensino de forma a atender às necessidades dos seus alunos (Fernandes, 2005).

Apesar de não ser possível identificar uma definição consensual de avaliação formativa, Pinto e Santos (2006) identificaram pontos comuns nas descrições feitas por diferentes autores, nomeadamente: (i) o aluno e a sua própria aprendizagem são os principais focos da avaliação; (ii) implica o aluno na sua aprendizagem através de um processo de tomada de consciência sobre as suas dificuldades e sucessos; (iii) é parte integrante da aprendizagem; (iv) procura adaptar-se à singularidade do aluno, estando aberta à pluralidade; (v) o seu foco principal está nos processos de aprendizagem e informações extraídas, em detrimento dos resultados; (vi) nela ocorrem intervenções pedagógicas sobre o ensino, sobre a aprendizagem ou ambas; (vii) tenta perceber quais as causas dos erros e dificuldades dos alunos; (viii) fornece pistas e orientações de correção de forma subtil e eficaz para o desenvolvimento da aprendizagem.

Deste modo, a avaliação de cariz pedagógico centra-se nas aprendizagens do aluno, tendo como objetivo fornecer-lhe consciência do seu processo de aprendizagem. Por esse motivo, diversos autores substituem a expressão *avaliação formativa* por *avaliação para as aprendizagens* (Santos, 2017).

Neste sentido, a avaliação pedagógica tem uma função de regulação, que se realiza através de um processo de comunicação, seja ela oral ou escrita. Assim, pode concretizar-se na sala de aula através de várias modalidades, tais como o questionamento oral, autoavaliação e escrita avaliativa (Costa, 2021). No que se refere a esta última, uma das formas de operacionalizar a avaliação reguladora das aprendizagens é através do *feedback* escrito (Dias & Santos, 2008). Adicionalmente, é importante realçar que o *feedback* permite integrar o processo de avaliação no ensino e na aprendizagem, desempenhando um papel crucial ao fazer a ligação entre esses conceitos, possibilitando assim a regulação do ensino e da aprendizagem através de

tarefas que, simultaneamente, são para ensinar, aprender, avaliar e contextualizar a avaliação (Fernandes, 2008, citado por Machado & Pinto, 2014). Deste modo, o *feedback* é reconhecido como uma das formas de comunicação mais poderosas que ocorre no processo de regulação das aprendizagens (Semana & Santos, 2009).

Tendo por base os objetivos deste estudo, irei privilegiar a escrita avaliativa, mais concretamente, o *feedback* escrito. No sentido de clarificar conceitos, é importante compreender o que se entende por *feedback*, especialmente na sua vertente escrita. De acordo com Santos (2018), o *feedback* é toda a informação produzida de forma intencional para ajudar o aluno a melhorar o seu desempenho, mesmo que efetivamente não o consiga fazer. Ao analisar a literatura, umas das definições mais antigas que encontrei menciona que o *feedback* consiste em informações sobre a discrepância entre o nível atual e o nível esperado de um parâmetro do sistema, sendo usado para ajustar essa diferença de alguma forma (Sadler, 1989). Seguindo esta perspetiva, Hattie e Timperley (2007) consideram que a principal finalidade do *feedback* é reduzir o hiato entre os objetivos de aprendizagem e o desempenho dos alunos. Posto isto, é possível afirmar que o *feedback* é uma habilidade essencial que o professor deve dominar para assegurar uma avaliação formativa que realmente beneficie a aprendizagem dos seus alunos. No aspeto cognitivo, fornece aos alunos as informações necessárias para que entendam a sua situação atual e saibam os próximos passos que devem seguir para progredir e, no plano motivacional, fortalece a perceção dos alunos sobre o controlo na sua própria aprendizagem, aumentando assim o seu envolvimento e aprimorando o processo de autorregulação (Fernandes, 2021).

Ao nível da eficácia, Hattie e Timperley (2007) apresentam um modelo de três principais perguntas feitas pelo professor e/ou aluno ao qual o *feedback* deve responder: Para onde vou? (Quais são os objetivos?); Como estou a ir? (Que progressos estou a desenvolver no sentido dos objetivos?) e O que fazer a seguir? (Que atividades devo realizar para progredir ainda mais?). A capacidade de as respostas a estas perguntas ajudarem a reduzir a lacuna entre o realizado e o esperado, depende em parte do foco do *feedback*. Desta forma, os mesmos autores, argumentam que o *feedback* pode ter como foco a tarefa realizada pelo aluno, o processo utilizado no seu trabalho, a autorregulação e, ainda, ser direcionado ao próprio aluno, ao *self*.

- O *feedback* focado na tarefa indica o quão bem uma tarefa foi realizada, nomeadamente ao nível da correção, podendo incluir orientações para adquirir

mais informação. Por esse motivo, é também conhecido como *feedback* corretivo e é o mais comum.

- O *feedback* centrado nos processos está mais orientado para o processamento de informações ou para processos de aprendizagem que exijam a compreensão da tarefa, podendo assim ajudar a realizar ou melhorar o desempenho na tarefa.
- O *feedback* focado na autorregulação relaciona-se com o modo como os alunos regulam as suas atitudes e ações tendo em conta os objetivos de aprendizagem e, portanto, dirige-se à sua capacidade de autoavaliação. A autorregulação resulta da interação entre compromisso, controlo e confiança, permitindo assim um maior envolvimento na tarefa e, simultaneamente, promovendo a reflexão sobre o trabalho realizado.
- Por fim, o *feedback* dirigido à pessoa, ao *self*, é amplamente considerado como o menos efetivo na melhoria de aprendizagem uma vez que contém pouca informação sobre o trabalho desenvolvido pelo aluno e, de forma geral, ocorre sob a forma de elogios. Assim sendo, quando o foco do *feedback* incide mais sobre o indivíduo do que sobre a tarefa, o seu impacto é geralmente negativo, dificultando a melhoria de desempenho por parte do aluno (Santos, 2008).

Quanto à natureza, Gipps (1999, citado por Santos, 2022) destaca dois tipos de *feedback*: o *feedback* avaliativo e o *feedback* descritivo. O primeiro traduz-se sobretudo em juízos de valor com utilização implícita ou explícita de normas, tendo assim um contributo muito reduzido para a aprendizagem. Além disso, tem como objetivo quantificar as produções dos alunos, desvalorizando assim o erro e associando-o a uma incompetência por parte do aluno (Machado & Pinto, 2014). Isto é, trata-se de um *feedback* que se distancia dos pressupostos da avaliação pedagógica. Em contraste, o segundo caso incide na realização do aluno e na tarefa proposta, podendo integrar questões, pistas ou sugestões que conduzam o aluno a melhorar a sua produção, construindo assim o caminho a seguir e relacionando-se com a avaliação formativa (Machado & Pinto, 2014). No entanto, a maneira de implementar o *feedback* descritivo pode variar no que diz respeito às dinâmicas de poder entre professor e alunos. Pode ser exclusivamente responsabilidade do professor, especificando o progresso do aluno ao identificar os conhecimentos e processos utilizados, ou então realizar-se com a participação do aluno, discutindo maneiras de progredir e qual o próximo passo a seguir de forma colaborativa (Santos & Dias, 2006).

O quadro abaixo (Quadro 2) exemplifica alguns *feedbacks* e a sua tipologia.

Feedback	Tipo	Comentário
Pouca atenção! Não estudaste!	Avaliativo, reprovação Transmissão de informação Dirigido <i>ao self</i>	O professor recorre ao seu poder, fazendo uma inferência não assente em evidência
Tens de estudar mais	Avaliativo, castigo ou incentivo Transmissão de informação Dirigido <i>ao self</i>	Estudar o quê? Não fornece suficientes pistas para o aluno prosseguir
Bem feito!	Avaliativo, aprovação Transmissão de informação Dirigido à tarefa	Não preciso de fazer mais nada? O que está bem feito?
O teu trabalho está cheio de erros de cálculo! Corrige-os	Descritivo, aperfeiçoamento específico Transmissão de informação Dirigido à tarefa	Mas quais são? Não esclarece o suficiente para o aluno prosseguir
Se em vez destes valores tivesses outros chegarias à mesma conclusão? Experimenta e compara com os teus resultados. O que concluis?	Descritivo, construção do percurso a seguir Anotação como diálogo Dirigido ao processo	Dá pistas ao aluno como continuar/reformular
Relê o enunciado da tarefa. Vai anotando as diferentes informações. No final, compara-as com as que usaste. São as mesmas?	Descritivo, construção do percurso a seguir Anotação como diálogo Dirigido à regulação	Dá pistas ao aluno como continuar/reformular

Quadro 2: Exemplos de *feedback* e sua tipologia, adaptado de Santos *et al.* (2010)

Ainda no que se refere à eficácia do *feedback*, é possível caracterizar a sua forma sintática. A forma interrogativa tem como intuito levar o aluno a refletir sobre a sua resolução e reorientar o seu pensamento, enquanto a forma mista (interrogativa e afirmativa), para além de alcançar esses objetivos, proporciona também ao aluno uma base sólida para desenvolver autoconfiança em relação à situação matemática que lhe é apresentada (Santos, 2017). Assim, a forma interrogativa ou mista, em comparação com a afirmativa, parece facilitar a compreensão do *feedback* por parte dos alunos e envolvê-los ativamente no desenvolvimento do trabalho (Santos, 2018).

Em síntese, apesar de se tratar de uma tarefa muito exigente, a escrita avaliativa faz parte de um processo de regulação apenas quando é usada para melhorar as aprendizagens dos alunos, sendo possível, segundo Santos (2003) apontar algumas características que podem potenciar a sua eficácia:

- ser clara, para que autonomamente possa ser compreendida pelo aluno;
- apontar pistas de ação futura, de forma que a partir dela o aluno saiba como prosseguir;

- incentivar o aluno a reanalisar a sua resposta;
- não incluir a correção do erro, no sentido de dar ao próprio a possibilidade de ser ele mesmo a identificar o erro e a alterá-lo de forma a permitir que aconteça uma aprendizagem mais duradoura ao longo do tempo;
- identificar o que já está bem feito, no sentido não só de dar autoconfiança como igualmente permitir que aquele saber seja conscientemente reconhecido.

É ainda importante considerar tanto a quantidade de informação a ser fornecida como o momento apropriado para o fazer, pois nem sempre mais *feedback* significa melhor *feedback* (William, 1999). Além disso, fornecer *feedback* por si só não garante uma melhoria na aprendizagem dos alunos, sendo necessário utilizar outras estratégias que promovam uma avaliação formativa mais eficaz (Machado & Pinto, 2014).

Por todos os motivos até aqui referidos, é crucial criar oportunidades na aula de Matemática que enfatizem a comunicação matemática escrita e as práticas de *feedback*, tornando-as significativas para os alunos. A troca de correspondência por carta emerge como uma estratégia que proporciona uma interação genuína e efetiva na comunicação (Crespo, 2003). Esta abordagem não só promove a leitura e a escrita, como incentiva também a discussão de ideias, fazendo com que os alunos se envolvam de forma mais profunda. Além disso, como não se trata de uma interação imediata, há a necessidade de ter um maior cuidado e atenção na explicação do pensamento e, conseqüentemente, uma produção escrita de maior qualidade (Barbosa & Vale, 2019).

2.2.1. Aprender entre pares: contributos das práticas de *feedback*

Embora seja possível constatar a existência de uma vasta literatura sobre *feedback* em geral e o seu papel na avaliação formativa, no que se refere à pesquisa sobre *feedback* entre pares o mesmo não acontece. Desses estudos, a maioria centra-se nos benefícios para quem recebe o *feedback*, desconsiderando que se trata de um processo que tem impacto tanto no seu autor como em quem o recebe, sendo muitas vezes desprezadas as vantagens recíprocas para quem o fornece (Kollar & Fisher, 2010). De acordo com Husband e Nikfarjam (2022), o estudante que fornece o *feedback* pode ser beneficiado de várias maneiras: apoiando a sua autorregulação na escolha de estratégias matemáticas; facilitando a conexão entre as suas próprias ideias matemáticas e as dos seus colegas e tendo a oportunidade de participar em trocas de ideias dinâmicas.

Assim, o *feedback* entre pares é uma forma especializada de *feedback* que é fornecido por alunos no mesmo estatuto/nível, podendo ser considerado tanto como uma forma de avaliação formativa, como um elemento importante da aprendizagem colaborativa (Gielen *et al.*, 2010). Sob a perspetiva da avaliação formativa, diferencia-se de um *feedback* dado pelo docente na medida em que os colegas do aluno em questão não são especialistas na área e como consequência, a precisão dos comentários trocados entre os pares varia, podendo ser corretos, parcialmente corretos, totalmente incorretos ou até enganosos, o que resulta numa maior relutância e hesitação em aceitar o conselho de um colega, evidenciando assim uma desvantagem deste processo (Gielen *et al.*, 2010). Por outro lado, quando comparado com um *feedback* fornecido pelo professor, receber *feedback* de um colega pode facilitar a sua compreensão já que a linguagem utilizada pelos alunos entre si é geralmente mais familiar do que aquela utilizada pelo professor (González *et al.*, 2023).

A avaliação entre pares pode também ser vista como “um arranjo educacional em que os alunos consideram e especificam o nível, o valor ou a quantidade de um produto ou desempenho de outros alunos do mesmo nível” (Ayalon & Wilkie, 2021, p. 6). Além disso, Kollar e Fisher (2010) identificam uma estrutura de quatro etapas para a avaliação entre pares: realização da tarefa, fornecimento de *feedback*, receção de *feedback* e revisão.

A coavaliação, isto é, a avaliação entre pares, é um processo dinâmico que combina elementos externos e internos ao indivíduo uma vez que envolve não apenas a interação com outros, mas também a autorreflexão. Ao reconhecer a interação social como um elemento essencial para a construção do conhecimento, é através dessas situações comunicativas que os alunos são colocados em ambientes desafiadores e colaborativos, “que os forcem a explicar, a justificar, a argumentar, expor ideias, dar ou receber informações para tomar decisões, planear ou dividir o trabalho, obter recursos” (Perrenoud, 1999, citado por Santos, 2002). Deste modo, este tipo de situações são potenciadoras de um impacto significativo nas aprendizagens dos alunos e no desenvolvimento da sua responsabilidade e autonomia (Santos, 2002).

Por conseguinte, é imprescindível que o professor proporcione uma variedade de tarefas que permitam aos alunos desempenhar um papel ativo na avaliação das suas aprendizagens, tanto por meio de processos de autoavaliação, quanto por meio de processos de avaliação entre pares, proporcionando assim o desenvolvimento do pensamento crítico e da colaboração (Fernandes, 2021).

2.2.2. Feedback entre pares a partir da *Gallery Walk*

Com a finalidade de promover um ensino de Matemática mais eficaz, o professor deve implementar nas suas aulas estratégias que envolvam os alunos em aprendizagens significativas, proporcionando-lhes a oportunidade de comunicar, ser criativos, raciocinar, pensar criticamente, resolver problemas, tomar decisões e dar sentido às orientações matemáticas (NCTM, 2017).

A *Gallery Walk* (Figura 1) surge assim como uma possibilidade de estratégia de ensino, aprendizagem e avaliação que permite aos alunos, individualmente ou em grupo, ter a oportunidade de apresentar, através de posters dispostos em torno da sala de aula, a resolução de uma tarefa, numa perspetiva muito semelhante à dos artistas quando expõem os seus trabalhos numa galeria (Vale & Barbosa, 2018). A sua implementação inicia-se com a apresentação de uma tarefa que os alunos devem resolver, em grupo ou individualmente, para posteriormente ser exposta numa das cartolinas afixadas nas paredes da sala de aula. Após todos os trabalhos estarem expostos, os alunos circulam pela sala analisando o conteúdo de cada uma das resoluções dos colegas e colocando questões e/ou comentários através de *post-its*. Seguidamente, os trabalhos são recolhidos pelos respetivos autores para que possam analisar e refletir sobre os comentários deixados pelos colegas. Por fim, é promovida uma discussão coletiva, na qual os alunos apresentam novamente os seus trabalhos e clarificam dúvidas ou erros apontados pelos colegas (Vale & Barbosa, 2018).



Figura 1: Etapas da *Gallery Walk*

Deste modo, o processo de ensino e aprendizagem centra-se nos alunos, sendo eles os responsáveis por elaborar a resolução da tarefa, explicar o seu conteúdo e ainda fornecem e recebem *feedback*, contribuindo assim para a avaliação individual e pelos pares (Vale & Barbosa, 2020). Através desta abordagem, os alunos são envolvidos em três vertentes de uma aprendizagem ativa: envolvimento intelectual (resolução da tarefa); envolvimento social (interações e trabalho colaborativo) e envolvimento físico (movimento na sala de aula). Nesta perspetiva, Vale e Barbosa (2018) destacam um conjunto de vantagens associadas a uma *Gallery Walk*:

- os alunos envolvem-se ativamente na atividade, circulando pela sala e combatendo assim o sedentarismo;
- ao contactar com diferentes ideias e resoluções, têm a oportunidade de aumentar o seu reportório de estratégias de resolução;
- desenvolvimento da comunicação matemática ao envolver-se na discussão;
- têm a oportunidade de fornecer e receber *feedback*, promovendo assim uma aprendizagem colaborativa;
- desenvolvimento de capacidades como o pensamento crítico.

Neste estudo, para o último desafio do Correio Matemático, foi implementada uma *Gallery Walk*, adaptada a partir da abordagem apresentada por Vale e Barbosa, acrescentando a realização da segunda fase da resolução do desafio.

Uma breve síntese:

Em síntese, a comunicação matemática escrita desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento crítico e na consolidação do conhecimento dos alunos. Ao integrar práticas de *feedback*, não só recebem orientações valiosas como melhoram as suas capacidades, envolvendo-se numa reflexão sobre a sua própria aprendizagem. O método da *Gallery Walk* permite complementar estes aspetos ao promover um ambiente colaborativo em que os alunos podem observar e discutir as resoluções dos colegas. Deste modo, a combinação destas estratégias pedagógicas contribui para uma aprendizagem mais profunda e significativa, alinhada com os objetivos de promover uma comunicação eficaz.

3. Intervenção pedagógica

O terceiro capítulo deste trabalho encontra-se dividido em três secções. Na primeira, é abordado o contexto escolar no qual foi realizado e, de seguida, a caracterização das duas turmas intervenientes. Por fim, é apresentada uma descrição da intervenção pedagógica e das tarefas propostas, os seus objetivos de aprendizagem, abordando também a sua organização e os materiais utilizados.

3.1. Caracterização do contexto escolar

No âmbito da minha Prática de Ensino Supervisionada (PES), realizei a intervenção pedagógica numa escola pública que integra o programa Territórios Educativos de Intervenção Prioritária (TEIP), situada na cidade do Porto e inserida numa zona de forte concentração de população carenciada a nível socioeconómico. Com 1954 alunos e 89 turmas, este Agrupamento de Escolas integra seis jardins de infância, seis Escolas Básicas e uma escola Básica e Secundária. Deste total de alunos, 56% usufruem de Serviços de Ação Social Escolar (SASE) e 95 alunos beneficiam de Antecipação e Reforço das Aprendizagens (ARA). Ademais, apesar da maioria dos alunos ser de nacionalidade portuguesa, encontram-se também integrados alunos de outras nacionalidades, nomeadamente brasileira, chinesa e venezuelana. A oferta formativa do 3º ciclo conta, para além do ensino regular, com ensino articulado em música ou teatro, Cursos de Educação e Formação de Jovens (CEF) e Programa Integrado de Educação e Formação (PIEF). Já a oferta formativa do ensino secundário é constituída por dois cursos Científico-Humanísticos (Ciências e Tecnologias; Línguas e Humanidades) e seis Cursos Profissionais (Técnico de Desporto; Técnico de Cozinha/Pastelaria; Técnico de Eletrónica, Automação e Computação; Técnico de Gestão de Equipamentos Informáticos; Técnico de Restaurante/Bar; Técnico de Turismo).

O corpo docente engloba 220 professores, estando a maioria entre os 41 e os 50 anos de idade. Além disso, mais de metade encontram-se em situação de quadro de zona pedagógica e contratação. Relativamente ao pessoal não docente, a escola dispõe de 42 assistentes operacionais e 11 assistentes técnicos. Esta instituição possui ainda, Serviço de Psicologia e Orientação, Biblioteca Escolar, Equipa Multidisciplinar de Apoio à Educação Inclusiva e Centro de Apoio à Aprendizagem. Ao nível da comunidade educativa, a escola possui Associação de Estudantes e Associação de Pais e de Encarregados de Educação, e participa em atividades como Desporto Escolar e Erasmus+.

3.2. Caraterização das turmas

No decorrer deste ano letivo 2023/2024, na disciplina de Matemática, tive a oportunidade de contactar com duas turmas do 8º ano e uma turma do 11º ano do Curso Profissional de Desporto. Quanto às turmas do 8º ano, estas apresentavam caraterísticas completamente distintas em todos os aspetos, razão pela qual optei por realizar a intervenção em ambas.

Deste modo, a intervenção pedagógica abrangeu 32 alunos no total, sendo que estiveram envolvidas duas turmas do 8º ano de escolaridade, cada uma constituída por 16 alunos com idades compreendidas entre os 13 e 15 anos. Para as distinguir, irei utilizar as denominações **turma 1** e **turma 2**. A **turma 1** é constituída por dez alunos do sexo feminino e seis do sexo masculino, já a **turma 2** é formada por nove alunos do sexo feminino e sete do sexo masculino.

Trata-se de duas turmas de ensino articulado, a **turma 1** articulado com teatro e a **turma 2** articulado com música. Na **turma 1**, os alunos demonstram poucos hábitos de trabalho, pouco empenho e interesse, sendo que alguns alunos manifestam por vezes uma postura e comportamento desadequados aos objetivos da aula. Em contrapartida, de modo global, a **turma 2** carateriza-se pelo seu envolvimento e por ter um bom aproveitamento das aulas, existindo também uma atitude competitiva entre alguns alunos que querem sempre ser os melhores e os mais participativos. Em termos de comportamento, alguns alunos distraem-se facilmente, comprometendo o envolvimento nas tarefas e criando por vezes um ambiente agitado na sala de aula. Em ambas as turmas existem alunos em ARA, três na **turma 1** e dois na **turma 2**. Relativamente ao aproveitamento da disciplina, no final do 1º semestre, sete alunos da **turma 1** apresentaram nível 2 (Figura 2), e na **turma 2** apenas um aluno foi avaliado com esse nível (Figura 3).

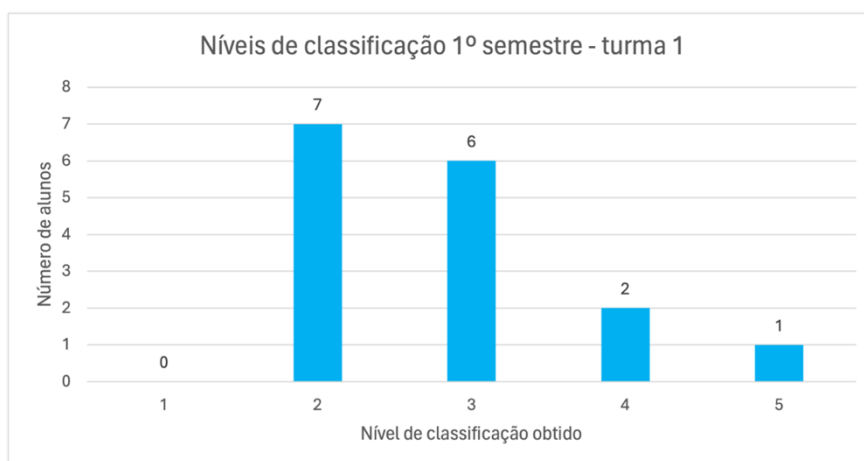


Figura 2: Níveis de classificação obtidos pela **turma 1** no 1º semestre do ano letivo 2023/2024

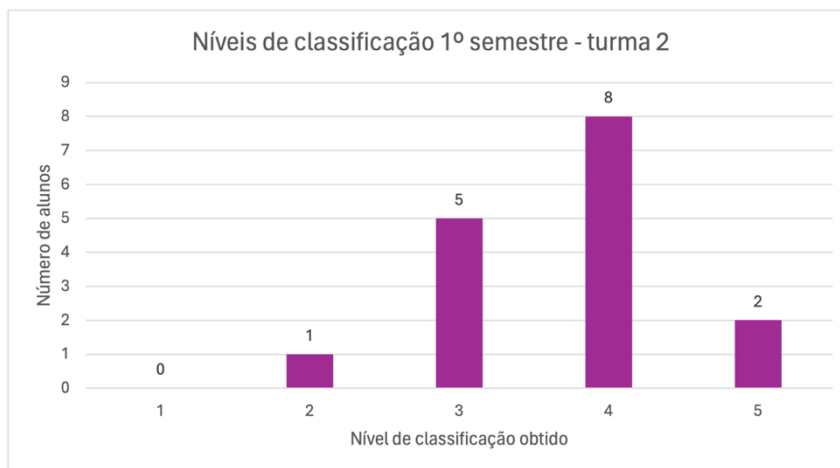


Figura 3: Níveis de classificação obtidos pela turma 2 no 1º semestre do ano letivo 2023/2024

Saliento ainda que estas turmas tinham acesso a um recurso digital inovador: mesas digitalizadoras (Figura 4). A turma 2 já contava com este recurso desde o ano letivo anterior, pelo que todos os alunos estavam familiarizados com este ambiente digital. No entanto, apesar de haver mesas digitalizadoras suficientes para ambas as turmas, a maioria dos alunos da turma 1 não usufruía deste meio devido aos seus computadores, fornecidos pela escola, se encontrarem danificados e, ao longo do ano letivo, não terem ainda sido reparados. Assim, ao contrário da turma 2, apenas dois ou três alunos usavam as mesas digitalizadoras durante as aulas de Matemática. Estes alunos adotaram caderno digital em vez de caderno físico e, através da plataforma *Microsoft Teams*, tinham acesso aos materiais e tarefas disponibilizados, resolvendo-as com recurso ao *Microsoft OneNote*. Este sistema permitia um acompanhamento contínuo das suas atividades, mesmo fora do horário da aula.



Figura 4: Aluno da turma 2 utilizando a mesa digitalizadora

Nas primeiras aulas em que tive oportunidade de intervir e apoiar os alunos nas resoluções das tarefas da sala de aula, apercebi-me das suas dificuldades em justificar por escrito as suas respostas, mesmo que fossem capazes de o fazer oralmente. Desta forma, facilmente constatei que a escrita na disciplina de Matemática era algo que a maioria dos alunos não estava habituado a fazer. Deste modo, a enorme resistência que os alunos exibiam quando lhes era pedido que explicassem a sua forma de pensar por escrito, captou a minha atenção e levou-me a querer intervir neste sentido. Considero que os alunos necessitavam de uma experiência que desenvolvesse as suas capacidades de escrever matematicamente e, simultaneamente, as suas aprendizagens. Assim surge o correio matemático, no qual através da partilha de cartas entre as turmas pretendia que fosse criada a oportunidade de os alunos aprimorarem a sua comunicação escrita, interagindo com colegas e associando também uma segunda vertente, a escrita de *feedback*. Assim, o propósito desta atividade incide não só na capacidade de o aluno expressar as suas ideias, mas também em interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas pelos seus colegas.

3.3. Descrição da intervenção pedagógica

A intervenção pedagógica teve início no dia 18 de janeiro de 2024. A seleção deste dia relaciona-se com o facto de ser o único dia da semana em que ambas as turmas têm aula de Matemática. A ideia base era propor aos alunos a resolução de quatro desafios matemáticos e a escrita/receção de quatro *feedbacks* correspondentes a cada um desses desafios. Cada um destes quatro momentos envolviam a escrita da resolução do desafio na forma de carta e, posteriormente, a escrita do *feedback* a uma carta.

Isto é, a cada aluno foi atribuído um amigo matemático de outra turma ao qual escreviam a carta, sendo que essa carta seria colocada na caixa do correio matemático (Figura 5) e distribuída por mim ao destinatário. De seguida, esse amigo matemático escrevia o *feedback* à resolução que recebia, colocava-o no envelope e a mesma era novamente entregue ao seu autor. Desta forma, cada aluno resolvia o desafio, escrevia um *feedback* à resolução de um colega e recebia também um *feedback* à sua resolução. Posteriormente, os alunos tinham a oportunidade de realizar uma segunda fase do desafio, usufruindo para tal do *feedback* recebido para que pudessem melhorar a sua resolução, comparativamente à primeira fase.



Figura 5: Caixa do Correio Matemático

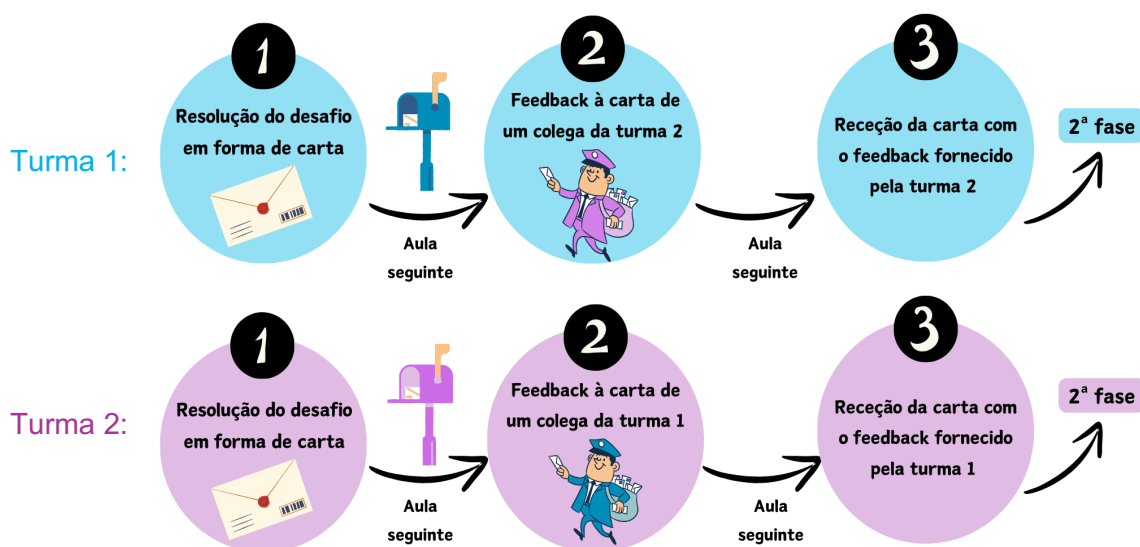


Figura 6: Etapas do Correio Matemático

Relativamente à escolha dos pares para a troca de *feedback*, a partir do 1º Desafio, procurei garantir que os pares fossem sempre diferentes para cada desafio. Esta troca permitia que os alunos tivessem contacto com diferentes formas de resolução e pudessem receber diferentes tipos de *feedback*. Ademais, após analisar as cartas de ambas as turmas, tentava seleccionar pares que pudessem maximizar a aprendizagem dos alunos, por exemplo, um aluno que apresentava uma resolução completa fornecer *feedback* a um colega que não justificou as suas respostas.

No final da resolução de cada desafio, havia a solicitação de um voluntário para desempenhar o papel de carteiro e recolher os envelopes dos seus colegas, colocando-os na caixa do correio, tendo assim uma responsabilidade e um envolvimento extra.

No que diz respeito ao material utilizado, em cada um dos quatro momentos, a cada aluno foi distribuído uma folha com o enunciado, uma folha de resposta para escreverem a carta, um envelope e um carimbo do correio matemático (Figura 7). A partir do 2º desafio, foi também introduzido um selo matemático, diferente para cada aluno, no qual era retratada uma pessoa célebre em algumas das diversas áreas da Matemática (Anexo A), com o intuito de despertar a curiosidade dos alunos relativamente a estes matemáticos, às suas descobertas e, em especial, à disciplina de Matemática.

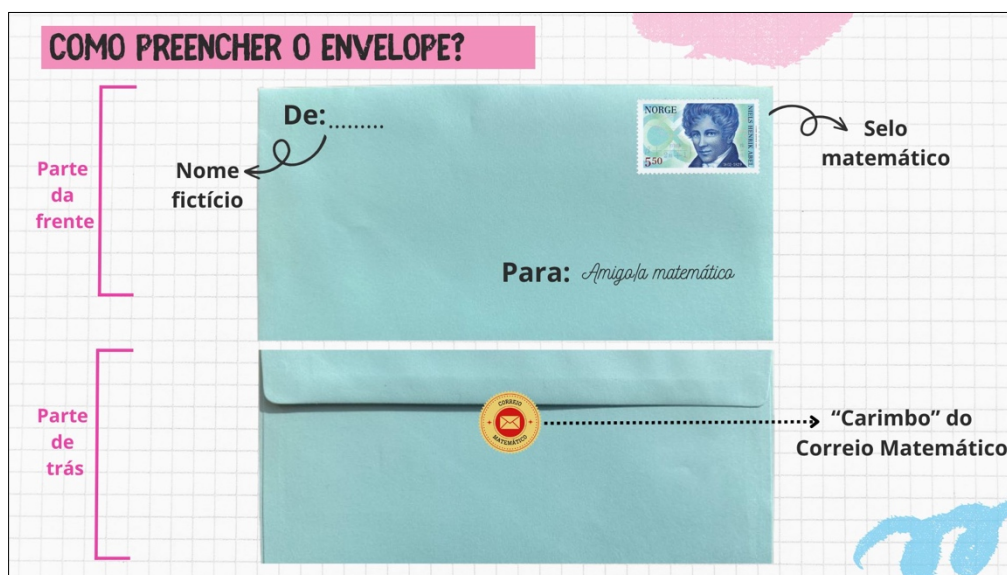


Figura 7: Esquema do aspeto final do envelope

Realço que tanto a escrita da carta como do *feedback* recorreram à pseudonimização, sendo que em ambas (carta e folha correspondente ao *feedback*), estava presente uma identificação com um código numérico de três dígitos, ao qual apenas eu e a professora

cooperante tínhamos acesso, de modo a identificar o seu autor. O uso deste código numérico garante um nível mais elevado de confidencialidade, já que não há qualquer associação com nomes reais ou fictícios que possam inadvertidamente sugerir identidade. O foco principal era a comunicação escrita desenvolvida pelos alunos, sendo a sua importância ainda mais evidenciada ao terem de analisar e comentar a resolução do respetivo amigo matemático.

A seleção dos desafios fundamentou-se sempre no tópico matemático abordado nas aulas na altura da realização da tarefa, de modo a não quebrar o ritmo das mesmas e acompanhar a sua normal planificação.

O primeiro desafio¹ (Figura 8) incidiu no tópico de expressões algébricas e equações, possibilitando assim a utilização destas aprendizagens na sua resolução, mesmo que fosse possível resolvê-lo sem o seu recurso. À vista disso, uma possível estratégia seria interpretar a informação dada através de linguagem natural e traduzi-la matematicamente de modo a obter uma equação.

No jardim da Ana vive uma família de 3 tartarugas.
Em conjunto, as 3 tartarugas pesam 2,8 quilos.
A tartaruga-**mãe** pesa o dobro da tartaruga-**filha** e a tartaruga-**pai**
pesa o dobro da tartaruga-**mãe**.
Qual é o peso de cada uma das tartarugas?

Numa carta, explica detalhadamente ao teu amigo matemático
como chegaste à tua resposta.
Para além das palavras, podes também usar esquemas e/ou cálculos.

Figura 8: Enunciado do 1º Desafio do Correio Matemático

Já o segundo desafio² (Figura 9), realizado a 22 de fevereiro de 2024, coincidiu com o início do tópico funções, tendo sido precedido apenas por uma aula de revisões, daí a sua característica introdutória e o facto de conter unicamente funções de proporcionalidade direta, com as quais os alunos estavam familiarizados. Eram assim apresentadas três funções, correspondentes a três diferentes casos, sendo necessário analisar o gráfico para os identificar. Uma vez que ainda não tinham sido mencionadas ou realizados exercícios que envolvessem expressões algébricas, nesta tarefa não lhes

¹ Adaptado de Agrupamento de Escolas Pedro Eanes Lobato. (2014). *Problema do Mês 2014-15*. <https://www.agrupamentopedroeaneslobato.pt/out14.html>

² Adaptado de Estudo em Casa. (2021). *Funções (3)*. Disponível em: <https://estudoemcasaapoia.dge.mec.pt/sites/default/files/inline-files/mat78%20%2831%29.pdf>

era pedido que escrevessem uma, mas que através de uma expressão algébrica dada, identificassem o caso ao qual a mesma se referia.

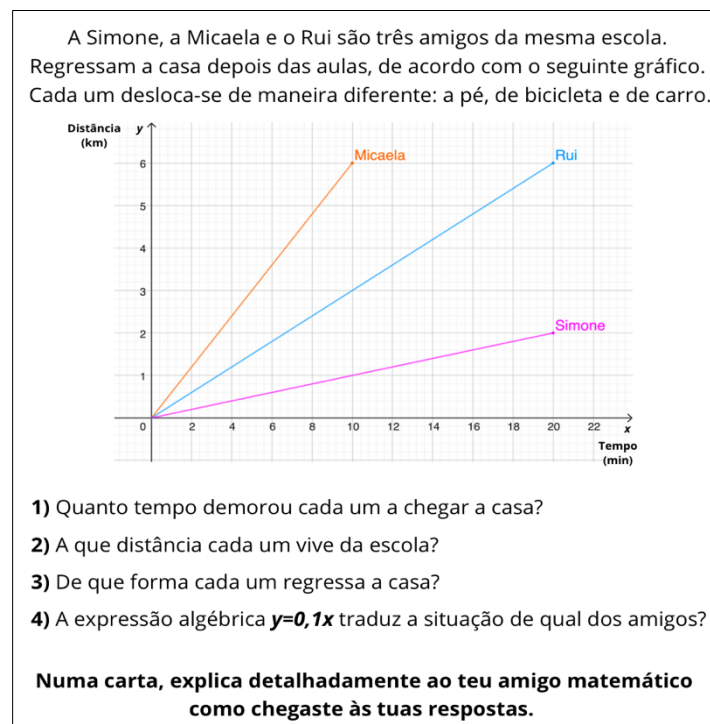


Figura 9: Enunciado do 2º Desafio do Correio Matemático

O terceiro desafio³ (Figura 10), apesar de ser realizado quase cinco semanas após o anterior, no dia 19 de março de 2024, incidiu também sobre o tópico funções. Contudo, por esta altura, os alunos já conheciam as funções afins e, por esse motivo, na tarefa proposta estavam representadas graficamente uma função linear traduzindo uma relação de proporcionalidade direta do tipo $y = ax$ ($a > 0$) e uma função afim não linear do tipo $y = ax + b$. Deste modo, pretendia-se que os alunos fossem capazes de identificar estas duas funções representadas num gráfico, reconhecendo a função linear como um caso particular de função afim e retirando as informações necessárias através da análise do gráfico e interpretação da situação descrita. Contrariamente ao desafio anterior, era pedido que escrevessem a expressão algébrica que representava uma das situações descritas.

³ Adaptado de Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC

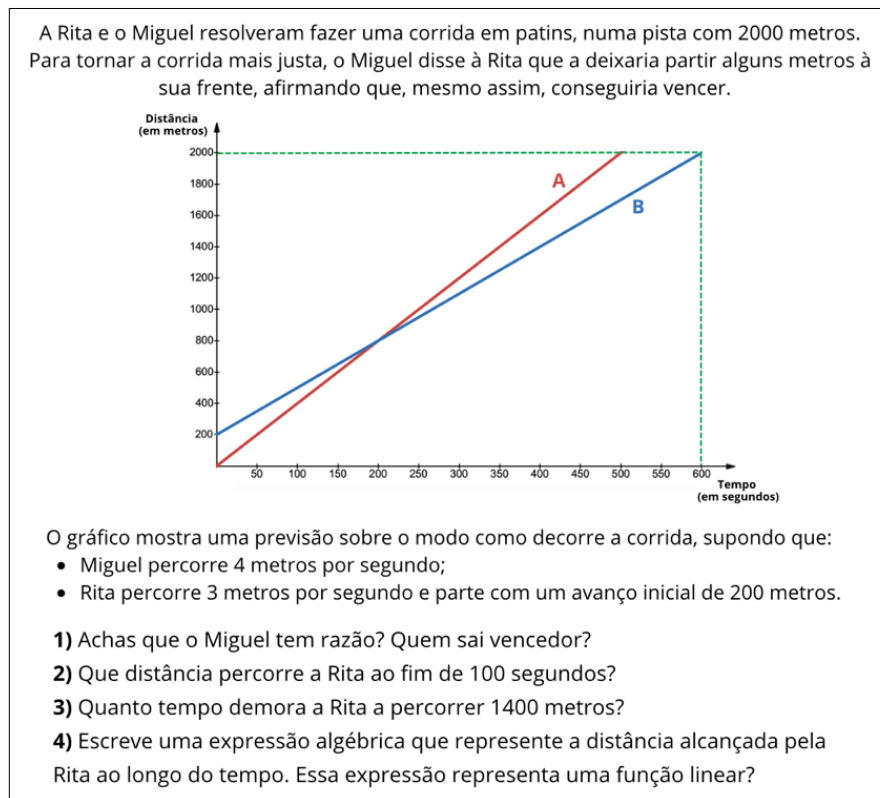


Figura 10: Enunciado do 3º Desafio do Correio Matemático

O quarto e último desafio⁴ (Figura 11) decorreu no dia 2 de maio de 2024 e por volta desta data, ambas as turmas se encontravam a estudar o subtópico de sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas. Desta forma, a principal finalidade deste desafio assentava na interpretação da situação descrita através da linguagem natural e consequente tradução da mesma para linguagem matemática, mais especificamente, para um sistema de duas equações. Não obstante, esta não era a única estratégia possível de resolução, daí solicitar que o resolvessem de duas formas diferentes.

A Valentina vive numa quinta, onde existem dois tipos de animais: ovelhas e galinhas.
No total existem 7 cabeças e 22 patas.
Quantas ovelhas e galinhas existem na quinta da Valentina?

Apresenta duas maneiras diferentes de resolução e explica detalhadamente como chegaste às tuas respostas.

Figura 11: Enunciado do 4º Desafio do Correio Matemático

⁴ Adaptado de Serrazina, L. (s.d.). Resolução de problemas. https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Problemas_texto_Coord.pdf

É importante destacar que a resolução e a escrita de *feedback* correspondentes a cada um dos quatro desafios eram realizadas em tempo de aula, sendo apenas solicitado que a segunda fase fosse elaborada em casa. Deste modo, idealizava analisar as segundas fases dos alunos e comentá-las, não para que efetuassem uma nova versão, mas sim para que refletissem sobre o *feedback* dado por mim e estivessem cientes daquilo que poderiam ainda melhorar.

4. Métodos e procedimentos de recolha de dados

Neste capítulo são abordadas as opções metodológicas adotadas nesta investigação, assim como são descritos os processos de recolha de dados. Além disso, é apresentado o processo de análise dos dados recolhidos, explicando como foram acauteladas as questões de natureza ética relevantes para o estudo.

4.1. Opções metodológicas

O presente estudo partiu da questão *quais os contributos do feedback entre pares através da troca de cartas para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita?*, tendo como objetivo *compreender de que modo o feedback entre pares, através da troca de cartas, contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita*. Para isso, formulei as seguintes questões de investigação:

- Quais as principais dificuldades dos alunos na passagem do seu pensamento para a forma escrita?
- Quais as principais características do *feedback* fornecido pelos alunos?
- De que modo o *feedback* entre pares influencia a evolução da comunicação matemática escrita dos alunos?

De modo a responder de forma detalhada às questões de investigação, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento (OE1);
- Compreender como concretizam de forma escrita o que pensam e o que verbalizam (OE2);
- Identificar as principais características ou tipo de *feedback* escrito pelos alunos (OE3);
- Analisar a influência do *feedback* na reflexão crítica sobre as suas próprias produções (OE4);
- Compreender as perceções dos alunos sobre a utilidade do feedback entre pares (OE5).

Este estudo seguiu uma metodologia de natureza qualitativa e caráter interpretativo (Amado, 2014; Carmo & Ferreira, 2008), visando compreender de que modo o *feedback* entre pares contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita através da troca de cartas. Os autores Bogdan e Biklen (1994) realçam esta dupla dimensão uma vez que, por um lado, “os dados recolhidos são designados qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas” (p. 16) e, por outro, “privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspetiva dos sujeitos da investigação” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 16). Neste sentido, a abordagem qualitativa tem uma dimensão naturalista uma vez que “o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 17).

Uma vez que a intervenção pedagógica decorreu em ambiente de sala de aula, enquanto investigadora, interagi com os alunos de forma natural e discreta, tendo em mente que o meu plano de investigação seria flexível a adaptações, permitindo assim ajustá-lo conforme as necessidades da investigação (Carmo & Ferreira, 2008). Tendo por base as questões de investigação, a recolha de dados foi realizada nesse mesmo ambiente, sendo estes dados posteriormente interpretados por mim, desempenhando o duplo papel de professora e investigadora. O objetivo deste estudo não é fornecer soluções definitivas, mas sim analisar e refletir sobre as informações recolhidas, valorizando mais o processo do que apenas o produto – o que evidencia o caráter interpretativo da investigação (Amado, 2014; Carmo & Ferreira, 2008).

4.2. Processos de recolha de dados

A recolha de dados contemplou: (i) produções escritas dos alunos (através do caderno digital); (ii) cartas escritas pelos alunos com a resolução dos desafios; (iii) *feedbacks* dos alunos em relação às cartas dos colegas; (iv) segundas fases das cartas com a resolução dos desafios após receberem *feedback*; (v) observação participante com registo de notas de campo; (vi) inquéritos: por entrevistas e por questionários.

De seguida, apresentarei individualmente cada uma das opções tomadas para a recolha de dados, justificando a sua pertinência para o alcance dos objetivos do estudo.

(i) Produções escritas dos alunos (através do caderno digital)

Foram analisadas as produções escritas dos alunos referentes a um exercício em particular, antes do início da intervenção pedagógica. Esta análise permitiu perceber quais as dificuldades iniciais visíveis na resolução dos alunos (OE1) e a sua forma de escreverem matematicamente.

(ii) Cartas escritas pelos alunos com a resolução dos desafios

Uma das questões norteadoras deste estudo relaciona-se com a influência do *feedback* entre pares no desenvolvimento da comunicação matemática escrita, pelo que é importante analisar as resoluções dos alunos durante a intervenção com o intuito de identificar as suas principais dificuldades na comunicação escrita do seu pensamento (OE1) e compreender como concretizam de forma escrita o que pensam (OE2).

(iii) *Feedbacks* escritos dos alunos em relação às cartas dos colegas

Tendo em vista a identificação das principais características do *feedback* escrito pelos alunos (OE3), é essencial analisar as produções escritas dos alunos no que diz respeito ao *feedback* fornecido aos colegas.

(iv) Segundas fases das cartas com a resolução dos desafios após receberem *feedback* escrito

Para a avaliação de uma eventual evolução da comunicação matemática escrita dos alunos e a análise da influência do *feedback* na reflexão crítica sobre as suas próprias produções (OE4), recorri à análise das segundas fases das produções escritas dos alunos para poder comparar as suas resoluções antes e depois de receberem *feedback*.

(v) Observação participante com registo de notas de campo

Como refere Santos (2000), enquanto técnica direta de recolha de dados, a observação constitui-se como uma das ferramentas mais importantes em estudos de natureza qualitativa. Sem a observação não seria possível apreender aspetos não verbais da comunicação, como atitudes e posturas que podem influenciar a comunicação escrita, permitindo deste modo, entender o contexto em que ocorre a comunicação escrita. Assim, a observação pode possibilitar uma compreensão mais autêntica das dificuldades dos alunos, apoiando-se nessa contextualização para refletir sobre as interações e reações na sala de

aula, sendo crucial para uma interpretação mais adequada dos dados recolhidos. Além disso, a sua importância é evidenciada em momentos de, por exemplo, ausências de respostas escritas por parte dos alunos, que de outra forma poderiam suscitar várias interpretações.

(vi) Inquéritos a alunos: por entrevistas e por questionário

Para compreender as perceções dos alunos sobre a utilidade do *feedback* entre pares (OE5), e também para analisar a perspetiva dos alunos relativamente à evolução da sua comunicação matemática escrita e qual o papel do *feedback* nessa evolução (OE4), recorri às entrevistas realizadas e ao questionário realizado no final da intervenção. As sete entrevistas realizadas foram semiestruturadas, sendo um tipo de entrevista que permite que se tenha um guião estruturado, de modo que consigamos garantir que recolhemos dados comparáveis com outros (Bogdan & Biklen, 2007), como por exemplo os dados obtidos através dos questionários. Apesar da existência de um guião (Apêndice E), este não tinha de ser seguido de forma rígida e o entrevistado respondia de forma livre a todas as questões, podendo ainda incluir informações extra (Amado, 2014). O questionário integra questões fechadas e abertas (Apêndice D) e teve como objetivo a recolha de informação sobre as perceções dos alunos sobre a utilidade do *feedback* entre pares, sem recorrer ao contacto direto com os mesmos.

O questionário foi aplicado a todos os alunos no final da intervenção pedagógica e realizado de forma anónima, impossibilitando a identificação dos autores das respostas. Composto por questões fechadas e abertas, este meio de recolha de dados foi escolhido devido a não ser possível realizar entrevistas individuais com todos os alunos, mas ser fundamental perceber a opinião geral sobre o Correio Matemático. No que se refere às entrevistas, baseei-me nas produções escritas de cada aluno e na sua disponibilidade uma vez que estas foram realizadas fora do horário de aula. Foram realizadas após a aplicação dos questionários e procurei evitar selecionar alunos cujas resoluções e *feedbacks* fornecidos fossem muito semelhantes com as de outros alunos já selecionados, mas que fossem adequadas aos objetivos do estudo. Foram gravadas através do meu telemóvel, totalizando 46 minutos, e posteriormente transcritas.

O uso de diferentes tipos de dados possibilita o recurso a diferentes perspetivas através da triangulação que permite cruzar o seu conteúdo, contribuindo assim para o aumento da credibilidade da investigação. Para tal, a triangulação de dados pode ser especialmente útil através do uso de diferentes instrumentos de recolha de dados que não só enriquecem a investigação, como também conferem uma maior segurança às conclusões do estudo (Leavy, 2017; Schoenfeld, 2007; Stake, 2006, citados por Martins, 2024).

Inicialmente, foram recolhidas produções prévias ao Correio Matemático, através dos cadernos digitais dos alunos, com o intuito de obter mais informações relativamente às dificuldades dos alunos ao nível da comunicação matemática escrita.

Foram também recolhidas e analisadas as primeiras e segundas fases dos quatro desafios propostos ao longo do Correio Matemático, assim como todos os *feedbacks* fornecidos pelos alunos. Deste modo, todas as produções escritas de ambas as turmas foram analisadas e digitalizadas. Contudo, selecionei apenas as resoluções de alguns estudantes para serem apresentadas neste trabalho uma vez que, considerando a sua natureza, não seria exequível apresentar os dados de todos os 32 alunos participantes, embora tivessem sido analisados. Assim, a seleção das resoluções apresentadas teve como objetivo garantir a representatividade, ilustrando o desempenho geral da turma. Assim, procurei demonstrar uma variedade de casos diferentes, incluindo alunos que evoluíram positivamente da primeira para a segunda fase com base nos comentários recebidos, assim como alunos que não sentiram necessidade de melhorar as suas resoluções. No que diz respeito ao *feedback*, expus tanto comentários que se alinham com as características destacadas na literatura como promotores da aprendizagem, como comentários que não tiveram um impacto positivo ou até mesmo exerceram um impacto negativo. Desta forma, os dados apresentados permitem uma visão geral dos diferentes cenários que emergiram em ambas as turmas.

No que diz respeito a questões de natureza ética, é importante realçar que a todos os alunos foi entregue um consentimento informado em papel (Apêndice A) solicitando a autorização dos encarregados de educação para a participação dos respetivos educandos, sendo estes menores de idade. Ademais, foi entregue um assentimento a cada aluno (Apêndice B) assegurando a sua própria vontade e interesse em participar. Nesse documento, foi esclarecido a natureza da investigação, os seus métodos e os seus objetivos, recorrendo a uma linguagem acessível. Foi também esclarecido todo o processo da sua participação no estudo, explicitando que o facto de participarem ou não, em nada influenciaria a classificação do aluno na disciplina de Matemática, assim

como seria garantido o seu anonimato e a confidencialidade dos dados e ainda que poderiam desistir a qualquer momento. Concomitantemente, foi salientada a ligação com a Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), e a disponibilidade para o esclarecimento de dúvidas tanto da minha parte como da minha orientadora da FCUP.

5. Apresentação e discussão de resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos através da análise dos dados recolhidos ao longo da intervenção pedagógica e encontra-se dividido em seis secções. Inicialmente, analiso um exemplo específico de uma tarefa na qual os alunos manifestaram dificuldades ao nível da comunicação escrita, antes da intervenção pedagógica. De seguida, para cada um dos quatro desafios, selecionei as resoluções de alguns alunos (incluindo a primeira e segunda fase) e o *feedback* fornecido, com o intuito de ilustrar o desempenho global da turma. Pretendo assim analisar a comunicação matemática escrita dos alunos de modo a identificar as suas principais dificuldades e caracterizar o *feedback* que fornecem, tendo por base a classificação dos autores Hattie e Timperley (2007) e Gipps (1999) já abordada no capítulo *Enquadramento teórico*. Além disso, sempre que possível, estas informações foram complementadas com excertos das entrevistas realizadas. Realço ainda que, tal como referido anteriormente na secção *Descrição da intervenção pedagógica* do terceiro capítulo, foram utilizados códigos numéricos de três dígitos, com os quais estou familiarizada, para identificar as resoluções de cada aluno ao longo da intervenção pedagógica, pelo que será mantido esse sistema na análise de dados, evitando assim a introdução de variáveis desnecessárias. Por fim, são abordadas as perceções dos alunos relativamente à sua evolução pessoal ao longo do Correio Matemático.

5.1. Antes da intervenção pedagógica

Previamente ao início da minha intervenção pedagógica, constatei ao longo das aulas as dificuldades que os alunos manifestavam em expressar a sua forma de pensar e as suas justificações por escrito, daí a minha motivação para intervir nesse sentido. Um exemplo dessas dificuldades tornou-se evidente na aula do dia 11 de outubro, na **turma 2**. Nesta aula, os alunos encontravam-se a trabalhar a pares na tarefa *Vamos multiplicar números racionais negativos*⁵ (Figura 12), e numa das questões, era pedido que os alunos escrevessem um pequeno texto de modo a justificarem a sua resposta.

⁵ Adaptado de Santos, L., Raposo, S., Cardoso, A., Correia, P., Espadeiro, R. G. (2023). *Coletânea de tarefas – Tema Números (8.º ano de escolaridade)*. http://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/resources/numeros_8ano.pdf

2. Cinco jogadores profissionais foram convidados para participar no torneio de golfe Falésia Grande. No final do primeiro dia, os seus resultados foram os seguintes:

Jogadores	Nº pontos
Ricardo G.	+2
Tomás B.	-3
Pedro F.	-5
Vitor L.	-3
João G.	0

Par é o número de pancadas definido para cada um dos buracos de um campo de golfe, em função do comprimento desse buraco. O somatório dos «Par's» dos 18 buracos define o «par do campo» que em geral, é de 72 pancadas.

(Fonte: Blog: Conselhos sobre Golfe. Disponível em

<https://conselhossobregolfe.blogs.sapo.pt/glossario-de-golfe-2676>)

+2 Significa que terminou com 2 pancadas acima do par.

-3 Significa que terminou com 3 pancadas abaixo do par.

- 2.1. Qual o número de pontos dos cinco jogadores, no fim do primeiro dia?
- 2.2. O Ricardo propôs que analisassem as pontuações de mais três atletas, o Hugo S., o Tiago C., e o João B., cada um deles com as pontuações de -1 , no final do primeiro dia. Qual seria agora o número total de pontos obtidos por estes oito jogadores?
- 2.3. Com a inclusão dos três atletas referidos na questão anterior, como variou o número total de pontos? Qual foi o valor dessa variação?
- 2.4. De entre as seguintes expressões, qual traduz, matematicamente, o número total de pontos dos oito atletas ainda em prova?
- A) $-9 + 3 \times (-1)$ B) $-9 + 3 \times 1$ C) $-9 - 3 \times (-1)$
- 2.5. O Tomás B. e o Vitor L. foram desclassificados. Qual seria agora o número total de pontos dos seis atletas ainda em prova?
- 2.6. Com a saída dos dois atletas referidos na questão anterior, como variou o número total de pontos? Qual foi o valor dessa variação?
- 2.7. Num pequeno texto compare os valores obtidos em 2.3. e 2.6. explicando o porquê do sinal obtido e de que forma este é influenciado pelas pontuações dos jogadores removidos ou adicionados.

Figura 12: Enunciado da questão 2, da tarefa *Vamos multiplicar números racionais negativos*

Assim sendo, decidi analisar as suas produções escritas relativas à alínea 2.7, e apercebi-me de que, mesmo sendo diretamente pedido para explicarem o porquê do sinal obtido e como este influenciava as pontuações dos jogadores, a maioria dos alunos não exibiu essa relação. Em conjunto com a professora cooperante, foi fornecido *feedback* aos alunos. Realço que as respostas analisadas pertencem à **turma 2**, na qual a maioria dos alunos não utiliza um caderno físico, mas sim um caderno digital com recurso a uma mesa digitalizadora. Deste modo, o *feedback* foi escrito diretamente nos seus cadernos digitais.

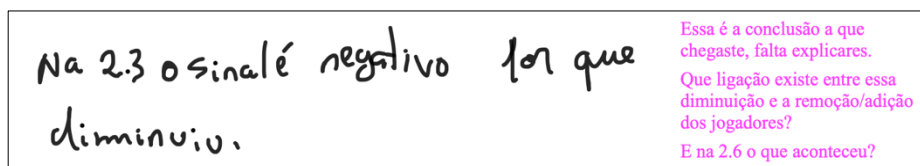


Figura 13: Exemplo de resposta incompleta com ausência de explicação e *feedback* fornecido (a rosa)

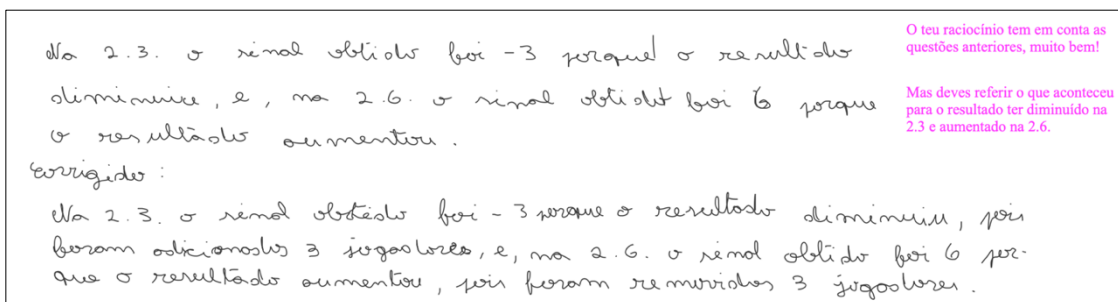


Figura 14: Exemplo de resposta na qual não existe explicação sobre o motivo do resultado diminuir ou aumentar, *feedback* fornecido (a rosa) e nova versão de resposta

O objetivo principal desta questão era que os alunos constatassem que, apesar de serem adicionados 3 jogadores, o que intuitivamente nos levaria a pensar que a pontuação aumentaria, isso não aconteceu uma vez que os jogadores adicionados possuíam uma pontuação negativa, daí a diminuição do resultado total. No exemplo apresentado na Figura 14, o aluno não utiliza todos os dados importantes e por esse motivo não consegue retirar a conclusão pretendida, e o mesmo aconteceu com a maioria dos alunos.

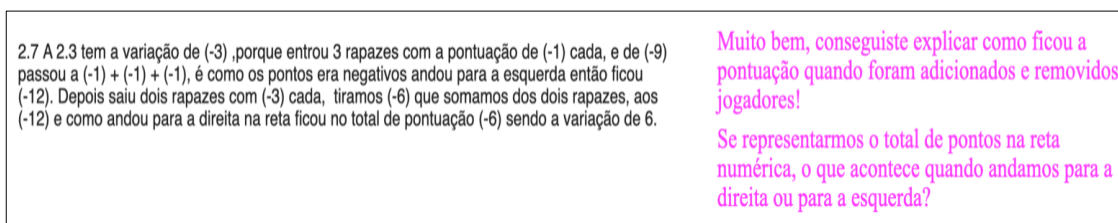


Figura 15: Exemplo de resposta com falhas ao nível do rigor matemático e *feedback* fornecido (a rosa)

Contrariamente, no exemplo da Figura 15, o aluno expressa na sua justificação que a diminuição da pontuação estava relacionada com a adição de pontuações negativas, contudo existem falhas ao nível da comunicação e rigor matemático na medida em que não indica a existência de diminuição, mas sim que *andou para a esquerda*, apoiando-se assim na visualização de uma reta numérica, mas sem o esclarecer.

Na semana seguinte, após uma discussão coletiva, chegamos a um acordo daquilo que seria essencial estar presente na resolução e, em conjunto, construímos uma resposta.

Ao longo da discussão, foi evidente a resistência que os alunos manifestavam quando lhes era pedido que explicassem a sua forma de pensar, argumentando *que a professora sabe o que eu quero dizer* (Aluno durante a aula de 31 de outubro de 2024) e que, portanto, não precisava estar tudo escrito. Além disso, surgiram também alguns protestos relativamente à escrita do pequeno texto, pois *estamos na aula de Matemática, e não de Português* (Aluno durante a aula de 31 de outubro de 2024), evidenciando assim que para eles não fazia sentido uma fusão entre a escrita e a Matemática, estando mais habituados a respostas curtas nesta disciplina.

Tendo por base estes exemplos e o diagnóstico que ia fazendo desde o início do ano letivo e, em particular, sabendo que estas dificuldades perduravam na [turma 1](#), tornou-se incontestável para mim o caminho que a minha intervenção pedagógica iria seguir e o meu interesse em ajudar os alunos a melhorar a sua capacidade matemática escrita.

5.2. Primeiro desafio do Correio Matemático

Decidi iniciar a minha intervenção nos dias 18 e 19 de janeiro de 2024, estando a seleção destes dias relacionada com o facto de ambas as turmas terem aula de matemática à quinta-feira. O meu plano inicial baseava-se no seguinte:

- a primeira turma realiza o desafio matemático e a escrita da carta no primeiro tempo da aula de quinta-feira de manhã;
- a segunda turma faz o mesmo da parte da tarde no primeiro tempo de aula e no segundo, escreve o *feedback* às cartas da primeira turma;
- no dia seguinte, a primeira turma recebe as cartas elaboradas pela segunda turma e escreve o *feedback* às mesmas.

Desde logo, surgiram-me diversas dúvidas sobre como proceder à implementação da tarefa, nomeadamente: se tanto a tarefa como o *feedback* deveriam ser realizados individualmente ou em pares; e se a escrita do *feedback* deveria ser entre alunos da mesma turma, ou então entre as turmas. Acabei por optar que todo o processo fosse realizado individualmente e que cada aluno escrevesse o *feedback* para um aluno da outra turma, com o intuito de efetuar um melhor diagnóstico das dificuldades de cada um.

Existiam também outras questões que me preocupavam e que estavam relacionadas com as características das próprias turmas, mais especificamente com uma delas, uma vez que os alunos revelavam pouco empenho, poucos hábitos de trabalho e um comportamento por vezes não adequado aos objetivos da aula, receando assim a forma como alguns alunos poderiam reagir à atividade. Esta inquietação também estava ligada ao facto de, como o calendário escolar se encontra dividido em semestres, o início da atividade coincidia com os últimos dias de aulas do 1º semestre.

O primeiro desafio que enfrentei nesse processo foi a escolha da tarefa, sendo que optei por uma na qual fosse possível abordar os conteúdos lecionados nas aulas naquele momento, neste caso as equações⁶ (Figura 16). Simultaneamente, sentia que este conteúdo ainda necessitava de muito trabalho para ficar assente, pelo que esperava que surgissem dificuldades na resolução do desafio ou então que poucos alunos optassem por esse método.

⁶ Adaptado de Agrupamento de Escolas Pedro Eanes Lobato. (2014). *Problema do Mês 2014-15*. <https://www.agrupamentopedroeaneslobato.pt/out14.html>



Correio matemático

1º desafio

No jardim da Ana vive uma família de 3 tartarugas.

Em conjunto, as 3 tartarugas pesam 2,8 quilos.

A tartaruga-**mãe** pesa o dobro da tartaruga-**filha** e a tartaruga-**pai** pesa o dobro da tartaruga-**mãe**.

Qual é o peso de cada uma das tartarugas?

Numa carta, explica detalhadamente ao teu amigo matemático como chegaste à tua resposta.

Para além das palavras, podes também usar esquemas e/ou cálculos.




Figura 16: Folha do enunciado do 1º desafio do Correio Matemático

Embora tivessem surgido algumas dúvidas, aconselhei sempre para que lessem o enunciado com mais atenção pois queria dar-lhes a oportunidade de resolver o problema sozinhos, sem que fosse diminuído o nível cognitivo da tarefa.

Após analisar as cartas, verifiquei assimetrias entre as realidades das duas turmas. Embora vários alunos não tenham conseguido obter a resposta correta ao problema, na **turma 1** essa situação foi mais evidente uma vez que apenas um aluno conseguiu obter a resposta correta ao desafio (Quadro 3).

	RESPOSTA CORRETA	RESPOSTA INCORRETA
TURMA 1	1	12
TURMA 2	11	5

Quadro 3: Número de respostas corretas e incorretas de cada turma ao 1º Desafio do Correio Matemático

Dadas as diferenças entre as turmas e apesar das minhas apreensões iniciais, a primeira turma que realizou a tarefa demonstrou-se entusiasmada por fazer uma atividade diferente e por escreverem uma carta a um amigo matemático anónimo. O mesmo aconteceu com a turma da tarde, sendo que na segunda parte da aula, distribuí as cartas que os colegas tinham escrito de manhã para que fornecessem um *feedback*. Contudo, nesta fase houve uma mudança de atitude por parte dos alunos, que agora demonstravam muito pouco ânimo para a escrita do *feedback*. Verifiquei que muitas das cartas da primeira turma não continham nenhuma tentativa de resolução do desafio nem utilizavam uma linguagem adequada. Aqui apercebi-me de que para a próxima intervenção teria de proceder de forma diferente e não poderia entregar cartas aos alunos sem que estas fossem primeiro analisadas por mim. Deste modo, faria mais sentido que a escrita da carta e a escrita do *feedback* fossem realizados em dias diferentes. Além disso, no dia seguinte alterei também o meu plano inicial, optando por substituir a escrita de *feedback* por um diálogo com os alunos da [turma 1](#), para conseguir compreender quais tinham sido as suas dificuldades e relembrando o objetivo da escrita destas cartas. Após esta reflexão, o desafio foi resolvido em conjunto pela turma, com o meu apoio, uma vez que os alunos destacaram que o desafio foi difícil e não o conseguiram resolver. Deste modo, não devolvi as cartas à [turma 1](#) e optei que os alunos da [turma 2](#) realizassem o *feedback* a colegas da mesma turma.

Antes de iniciar a análise das resoluções dos desafios do Correio Matemático, saliento que durante os momentos de escrita das cartas, os alunos foram incentivados a partilhar algumas características pessoais, caso assim pretendessem e sem se identificarem, com o objetivo de estabelecer uma conexão com o seu correspondente *amigo matemático*. No entanto, na análise de dados, essas informações pessoais foram removidas das figuras apresentadas.

No que diz respeito às respostas incorretas, constatei que os alunos ainda não eram capazes de retirar do enunciado um dado essencial: que a soma do peso das três tartarugas era 2,8 quilos, demonstrando assim dificuldades na interpretação dos resultados obtidos.

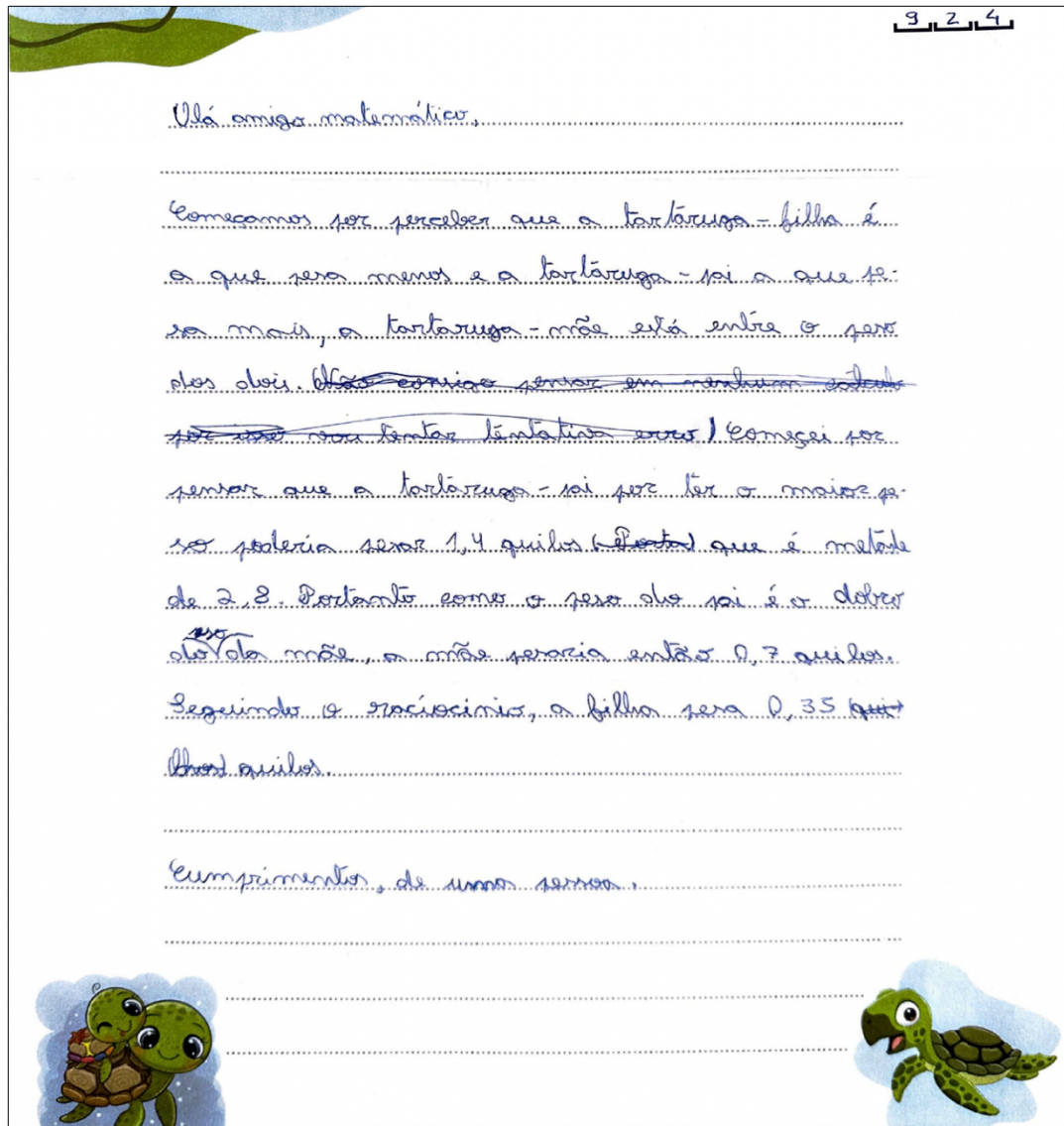


Figura 17: Carta do aluno 924 ao 1º Desafio (1ª fase)

A resolução apresentada na Figura 17 reflete um exemplo disso uma vez que o aluno não teve em conta que os três pesos que obteve não somam 2,8 quilos. Apesar desse erro, o aluno reescreveu a informação do problema com as suas próprias palavras, transparecendo que foi capaz de a interpretar.

Entretanto, o *feedback* produzido para esta resolução (Figura 18) forneceu pistas para que o aluno a pudesse melhorar.

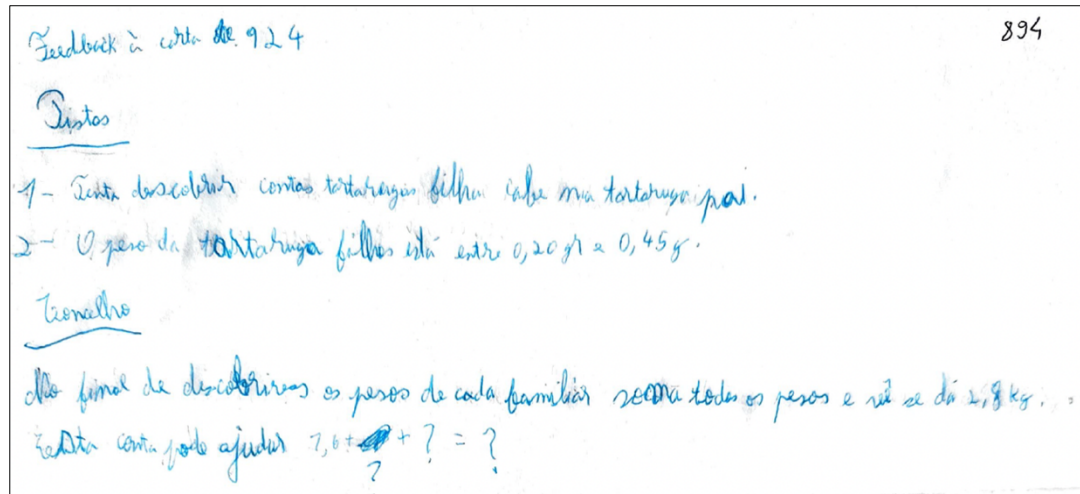


Figura 18: *Feedback* à carta 924 do 1º Desafio, pelo aluno 894

É de realçar que o autor deste *feedback* foi um dos poucos a resolver o problema usando, implicitamente, uma equação (Figura 19), portanto na pista que fornece ao colega incentiva-o indiretamente a utilizar a mesma estratégia.

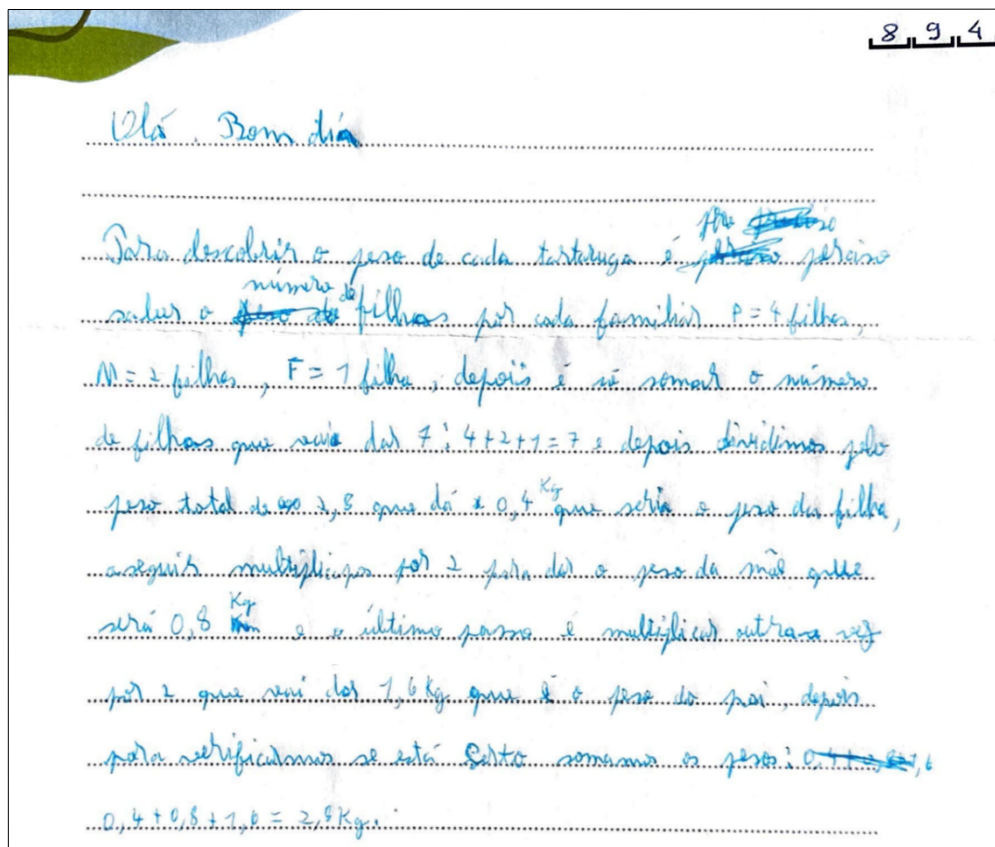


Figura 19: Carta do aluno 894 ao 1º Desafio (1ª fase)

Contudo, o *feedback* que este aluno fornece (Figura 18) concede demasiada informação uma vez que indica o peso de uma das tartarugas. Consequentemente, quem o recebe nem sequer experimenta a estratégia algébrica ou outro tipo de estratégia, e apenas verifica quais poderiam ser o peso das outras duas tartarugas, tendo em conta que uma delas pesa 1,6 kg, limitando assim o aluno a seguir a instrução dada. De qualquer das formas, o aluno refaz o desafio seguindo as pistas e consegue chegar à resposta correta numa segunda fase (Figura 20).

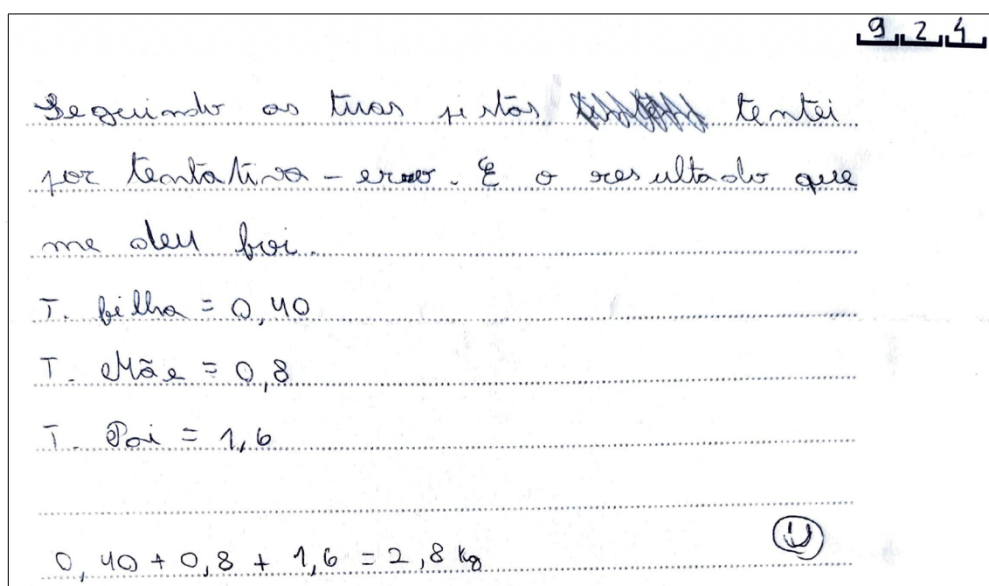


Figura 20: Carta do aluno 924 ao 1º Desafio (2ª fase)

Com o intuito de perceber a forma como o aluno pensou na sua primeira resolução e de que forma o *feedback* influenciou a sua alteração de resposta na 2ª fase, decidi questioná-lo durante uma entrevista:

Eu: Porque é que mencionaste que a tartaruga-pai só poderia ter 1,4 kg?

Aluno 924: Comecei a pensar que a tartaruga-pai, por ter o maior peso, poderia pesar 1,4 kg.

Eu: Mas porque é que começaste por esse 1,4 kg?

Aluno 924: Foi o que me veio à cabeça. Porque eu estava a fazer tentativa-erro. Eu fui buscar a metade de 2,8 kg, que era o peso total.

Eu: E o que é que mais te ajudou a alterar a tua primeira resolução para a segunda?

Aluno 924: No *feedback*, no conselho, a pessoa deu-me um conselho para me ajudar e a partir do 1,6, eu pensei como se fosse o peso do pai, que podia ser o peso mais pesado. E então fiz o peso da filha e o da mãe.

Deste modo, compreendi como o aluno interpretou a tarefa, nomeadamente o motivo de ter associado 1,4 kg à tartaruga-pai, e identificar a causa do seu erro.

Decidi também analisar a resolução de um outro aluno (Figura 21) que contém uma resposta errada. Contudo, esta resolução difere da anterior pelo facto de o aluno se ter apercebido de que a sua resposta não estava correta, mas não ter identificado o seu erro, impedindo-a assim de chegar a uma resposta correta.

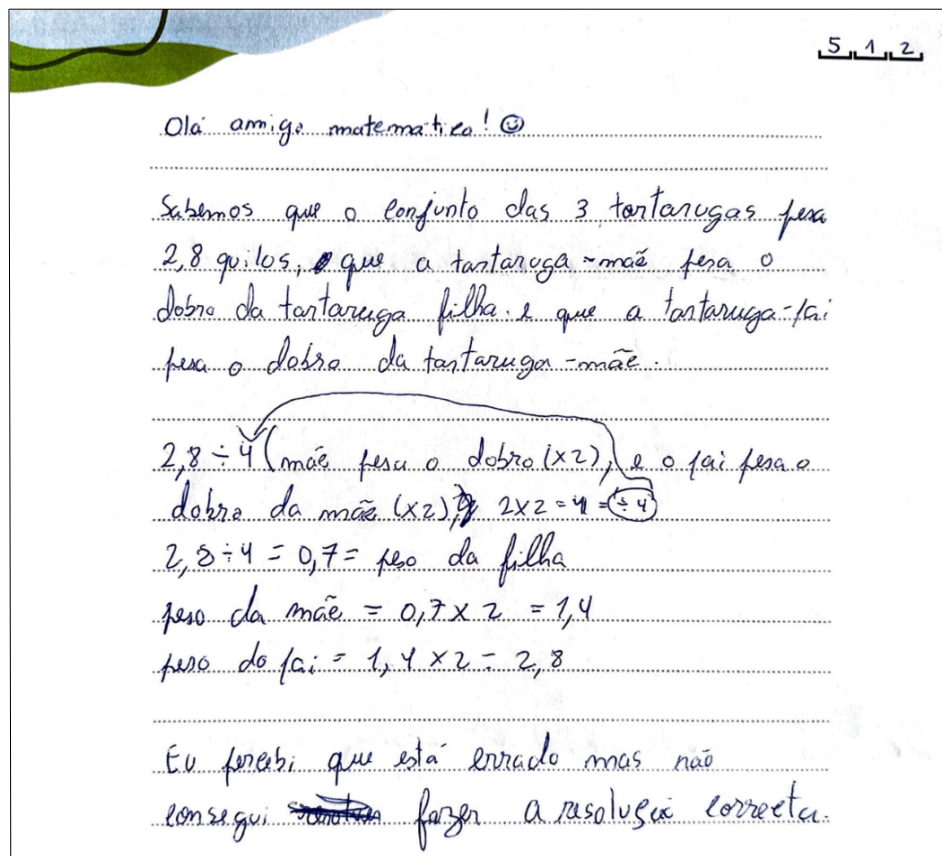


Figura 21: Carta do aluno 512 ao 1º Desafio (1ª fase)

Além disso, o aluno teve o cuidado de indicar o motivo pelo qual dividiu o peso total por 4. Notei assim que o aluno associou que o 4 que obteve representava que a tartaruga-pai pesava 4 vezes mais do que a tartaruga-filha, porém divide o peso total de 2,8 kg não tendo em conta o peso da tartaruga-mãe (2 vezes mais do que o da tartaruga-filha) e o da própria tartaruga-filha. O *feedback* que recebeu (Figura 22) chama à atenção para o detalhe de que a soma dos pesos obtido é diferente daquela mencionada no enunciado.

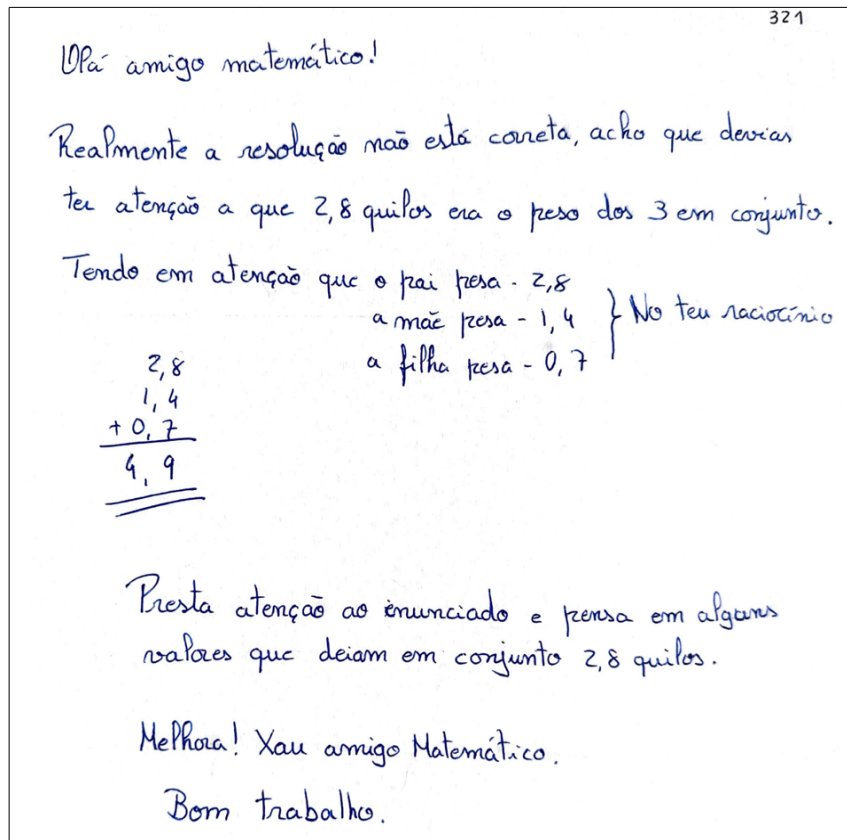


Figura 22: Feedback à carta 512 do 1º Desafio, pelo aluno 321

Deste modo, o erro não foi corrigido diretamente, proporcionando ao aluno a oportunidade de refletir sobre a sua própria resolução. Este tipo de *feedback* permite desenvolver habilidades de resolução de problemas, fomentando a autonomia no próprio processo de aprendizagem. Ao não oferecer imediatamente a resposta correta, o *feedback* incentiva o aluno a rever o seu trabalho, identificando possíveis falhas e explorando novas abordagens de forma autónoma. Face a este comentário, o aluno decidiu alterar a sua estratégia inicial e resolver o desafio, numa segunda fase (Figura 23), recorrendo a equações.

512

Olá amigo matemático

Como o único valor que sei é o peso total da família vou atribuir uma letra ao peso de cada uma das tartarugas:

x = peso da filha
 y = peso da mãe
 z = peso do pai

Sabemos que:

$$2,8 = x + y + z$$

$$y = 2 \times x$$

$$z = y \times 2$$

Então:

$$2,8 = x + (2 \times x) + (y \times 2) =$$

$$= \cancel{2,8} \quad 2,8 = x + (2 \times x) + (2 \times (2 \times x)) =$$

$$2,8 = x + 2 \times x + 4 \times x =$$

$$= 2,8 = 7 \times x$$

$$\frac{2,8}{7} = x \Rightarrow x = 0,4$$

$$y = 2 \times x \rightarrow y = 2 \times 0,4 = 0,8$$

$$z = 2 \times y \rightarrow z = 2 \times 0,8 = 1,6$$

Figura 23: Carta do aluno 512 ao 1º Desafio (2ª fase)

A resolução apresentada inclui incorreções ao nível do rigor matemático, uma vez que o aluno expõe uma sequência de igualdades, quando deveria ter usado o símbolo de equivalência para exprimir que as afirmações são logicamente equivalentes. Apesar disso, o aluno teve o cuidado de explicar as designações que utiliza, indicando o que cada letra denota. Além disso, interpretou as informações dadas no enunciado e traduziu-as por meio de uma equação, chegando à resposta correta.

Como os alunos nunca tinham passado por este processo, no momento da realização dos *feedbacks*, era sempre projetada uma apresentação na qual um dos diapositivos salientava os aspetos principais e cuidados a ter em conta quando fornecemos comentários às resoluções de colegas (Figura 24). Assim, para além de, no início da intervenção pedagógica, terem sido discutidos casos em que o *feedback* seria útil e casos com a situação oposta, os alunos podiam basear-se nas ideias da apresentação que tinham à sua frente.



Figura 24: Apresentação de apoio à escrita de *feedback*

Os *feedbacks* analisados até ao momento, exemplificam um tipo de *feedback* descritivo, centrado no trabalho desenvolvido, que vai além da simples classificação, focando-se em fornecer comentários construtivos. Nomeadamente, através de pistas e sugestões que incentivam a reflexão crítica do aluno, podendo assim ajudar não só na correção dos seus erros, mas também no desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia na aprendizagem.

Por fim, apresento a situação de um outro aluno que ilustra um caso distinto (Figura 25), representando os alunos cuja principal dificuldade não estava diretamente relacionada com a resolução do problema, mas sim com a organização dos seus processos. O aluno adotou uma estratégia adequada para abordar a questão, atribuindo à tartaruga-filha a incógnita x . Todavia, a forma como dispôs os cálculos e as informações na carta é confusa e desorganizada, dificultando a compreensão e o acompanhamento do seu pensamento. Este caso destaca a importância não apenas de entender e aplicar corretamente os conceitos matemáticos, mas também de desenvolver a comunicação escrita, de forma a transmitir as suas ideias de forma clara e ordenada.

2, 4, 5

Ola tudo bom?

Ok para a resolução do problema eu pensei:

Nota: 2 tartarugas filha = 1 tart. mãe / tart. mãe = 1 tart. pai

$X =$ (ra. cognita) 4 tartarugas filhas = tart. pai

$X =$ vezes (sinal de multiplicação) então pensei, para chegar ao peso da tart. pai precisa saber a da mãe então.

tart. filha = x tart. mãe = $2x$ tart. pai = $4x$

então $2,8$ (peso de todas as tartarugas) = $7x$

então $x = 2,8 : 7 = 0,4 \text{ Kg}$

tart. taruga filha = $x = 0,4 \text{ Kg}$

tart. taruga mãe = $2x = 2 \times 0,4 = 0,8 \text{ Kg}$

tart. taruga pai = $4x = 4 \times 0,8 = 1,6 \text{ Kg}$

Conclusão

tart. taruga pai	=	1,6 Kg
++ mãe	=	0,8 Kg
++ filha	=	0,4 Kg
	=	2,8 Kg

Espero que tenhas entendido!!!

Figura 25: Carta do aluno 245 ao 1º Desafio (1ª fase)

O *feedback* recebido (Figura 26) destacou assim a falta de organização da informação descrevendo a resolução como *confusa* (Figura 26), o que compromete a sua compreensão da resolução. Por outro lado, salienta um aspeto positivo ao afirmar que o *raciocínio está correto* (Figura 26), demonstrando um foco no processo. No entanto, esse comentário inclui também elementos baseados em juízos de valor, não oferecendo qualquer sugestão de melhoria e, portanto, pode ser classificada como um *feedback* avaliativo.

760

O raciocínio está correto mas a resolução está confusa e a letra não é muito legível.

Figura 26: *Feedback* à carta 245 do 1º Desafio, pelo aluno 760

2ª Resolução do problema matemático.

o dobro por unidade

$\text{peso da T. Filha} = \text{T. mãe}$
 $\text{peso de 2 T. mães} = \text{T. pai}$
 $\text{peso de 4 T. filhas} = \text{T. pai}$

Então pensei para chegar ao peso da T. pai e preciso saber o da T. mãe e da T. filha;

$\text{T. filha vai ser } x \text{ (incógnita)}$ e como a mãe pesa o dobro da filha vai ser $2x$ (dobro de x)
 $\text{T. mãe} = 2x$ e como o pai pesa o dobro da T. mãe vai ser o dobro de $2x = 4x$.
 $\text{T. Pai} = 4x$

(peso total das T.)

$2,8 \text{ Kg} = 7x$ ($x + 2x + 4x$)

Então $1x = 2,8 \text{ Kg} : 7 = \text{peso da T. filha } (x)$
 $1x = 2,8 \text{ Kg} : 7 = 0,4 \text{ Kg}$

$\text{T. filha} = x = 0,4 \text{ Kg}$
 $\text{T. Mãe} = 2x = 0,4 \text{ Kg} \times 2 = 0,8 \text{ Kg}$
 $\text{T. Pai} = 4x = 0,4 \text{ Kg} \times 4 = 1,6 \text{ Kg}$

Conclusão:

$\text{T. Pai} \rightarrow 1,6 \text{ Kg}$
 $\text{T. Mãe} \rightarrow 0,8 \text{ Kg}$
 $\text{T. Filha} \rightarrow 0,4 \text{ Kg}$

} 2,8 Kg

Figura 27: Carta do aluno 245 ao 1º Desafio (2ª fase)

Após ter refletido sobre o comentário recebido, o aluno decidiu melhorar a sua resolução numa segunda fase (Figura 27). Deste modo, quis compreender a reação do aluno ao *feedback* que recebeu e por isso, decidi entrevistá-lo.

Eu: Consideras importante ter tido a oportunidade de melhorar a tua primeira resolução?

Aluno 245: Sim, a única coisa que eu não gostei foi melhorar a letra.

Eu: Ah, os comentários que recebeste?

Aluno 245: Sim, porque algumas pessoas não tinham muito bem o que dizer sobre a resolução, porque estava uma boa resolução, na minha opinião, obviamente. E eles achavam que era a letra e isso é meio mau para mim, porque o que eu queria fazer era evoluir a minha forma de pensar, mas também percebo que a caligrafia é importante.

Eu: Quando dás *feedback* aos teus colegas, consideras importante identificar aquilo que já está bem feito?

Aluno 245: Acho, porque se não parece que estamos num tom agressivo, só dizer o que está mal, depois não querem fazer, como toda a gente. Se fizermos alguma coisa por nós próprios vamos fazer a coisa de uma forma, mas se formos mandados, já sai uma forma não tão boa e acho que é um bocadinho assim, se nós começarmos a elogiar o que eles fizeram melhor, temos uma maior produtividade deles e também uma maior concentração no problema.

Em complemento, a entrevista revelou assim que o aluno valoriza a oportunidade de melhorar a sua resolução, no entanto, expressa descontentamento com o *feedback* focado na sua caligrafia e salienta a importância de fornecer comentários construtivos, que reconheçam os pontos fortes da resolução.

5.3. Segundo desafio do Correio Matemático

O segundo desafio⁷ (Figura 28) foi realizado a 22 de fevereiro de 2024, e coincidiu com o início do estudo do tópico Funções. Eram assim apresentadas três funções, correspondentes a três diferentes casos, sendo necessário analisar o gráfico para os identificar. Para o desenvolvimento deste desafio, procurei ao máximo que a situação apresentada fosse algo com o qual os alunos se pudessem relacionar no dia a dia. Contrariamente ao desafio anterior, que gerou desmotivação devido aos alunos terem-no considerado difícil, quis assegurar que a tarefa fosse acessível e, tendo em vista que as turmas tinham tido apenas uma aula de revisões sobre funções, concebi-a com uma característica introdutória. Por isso, incluí apenas funções de proporcionalidade direta, com as quais os alunos já estavam familiarizados.

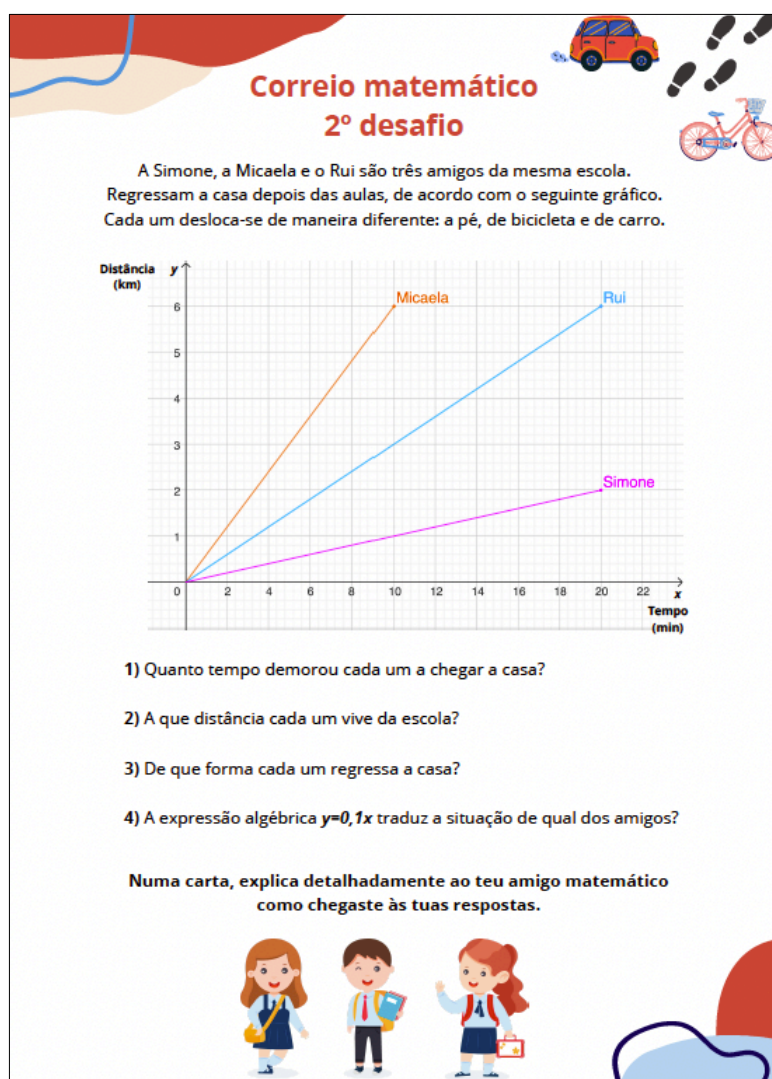


Figura 28: Folha do enunciado do 2º Desafio do Correio Matemático

⁷ Adaptado de Estudo em Casa. (2021). *Funções* (3). Disponível em: <https://estudoemcasaapoia.dge.mec.pt/sites/default/files/inline-files/mat78%20%2831%29.pdf>

A maioria dos alunos não demonstrou dificuldades ao nível da resolução da tarefa, no entanto, ao nível da comunicação escrita o mesmo não pode ser afirmado uma vez que muitos não justificavam as suas respostas. No conjunto das duas turmas, dezanove alunos apresentaram respostas corretas, sendo que grande parte dos restantes apenas não conseguiu resolver a última alínea e podemos observar um desses exemplos na Figura 29.

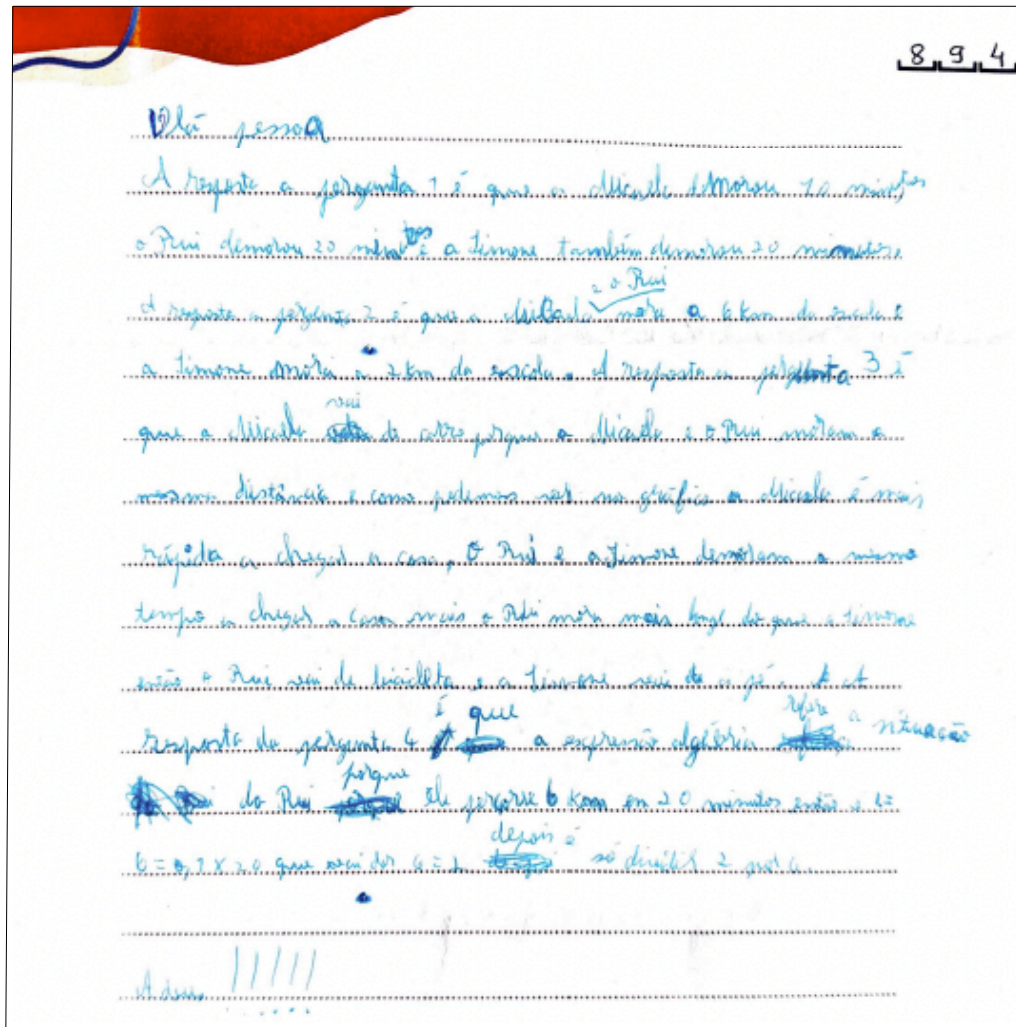


Figura 29: Carta do aluno 894 ao 2º Desafio (1ª fase)

Embora o aluno 894 tenha justificado adequadamente o seu pensamento relativamente à forma como cada amigo regressa a casa, ao responder à última alínea cometeu um erro significativo. Afirmou que a equação $y = 0,1x$ representa a situação do Rui uma vez que percorre seis quilómetros em vinte minutos. Inicialmente, substituiu corretamente $x = 20$ e $y = 6$ na equação, o que resultaria em $6 = 2$, porém menciona de seguida que bastava dividir seis por dois. Trata-se de um erro de interpretação e de cálculo, assim como de análise do resultado, sendo que o aluno não percebeu que a igualdade é falsa

e que, ao chegar a essa contradição, deveria concluir que a equação não representa a situação do Rui. Este erro demonstra uma lacuna na interpretação algébrica e na verificação lógica dos cálculos, pois deveria ter reconhecido imediatamente que a suposição inicial de que a equação representa a situação do Rui estava incorreta.

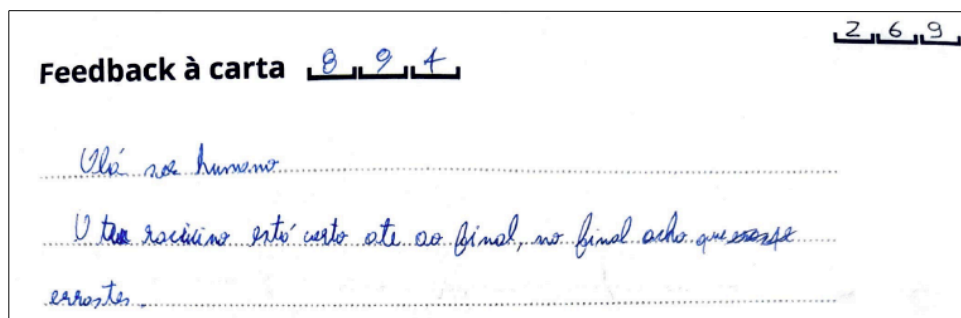


Figura 30: Feedback à carta 894 do 2º Desafio, pelo aluno 269

Em virtude desta resolução, o *feedback* fornecido (Figura 30) apontou para um erro no final da resolução. Trata-se de um *feedback* bastante conciso e do tipo avaliativo devido aos juízos de valor implícitos e à falta de especificidade, indicando que o erro *está no final* (Figura 30). A segunda parte do comentário aponta para um erro, mas de forma vaga, sem que o autor da carta receba orientações específicas sobre onde ou como ocorreu o erro. Quanto ao foco, a frase *o teu raciocínio está certo* (Figura 30) centra-se na tarefa, enquanto a afirmação *no final acho que erraste* (Figura 30) pode ser percebida como um juízo de valor e como tal, foca-se na pessoa.

Após devolver a carta e o *feedback* ao seu autor, o aluno realizou uma segunda fase na qual a sua apresentação estava mais organizada e sem rasuras, contudo, o erro na última alínea permanecia. Para abordar esse aspeto, questionei-o oralmente sobre a veracidade da afirmação $6=2$. Tal como mencionei anteriormente, o meu intuito ao comentar as segundas fases que me entregavam não era que as refizessem, mas sim que refletissem sobre o trabalho que elaboraram. Entretanto, o aluno decidiu entregar-me uma nova versão da resolução (Figura 31), na qual o erro da última alínea já estava corrigido. Para compreender melhor como tinha interpretado os comentários recebidos e o seu processo de reflexão, decidi entrevistá-lo.

Eu: O *feedback* que recebeste dizia que “o teu raciocínio está certo até ao final, no final acho que erraste”. O que é tu entendes deste *feedback*?

Aluno 894: Posso ter um erro no final, mas o resto estava certo, segundo o pensamento da pessoa que me deu o *feedback*.

Eu: Certo, mas conseguiste através disto perceber o que estava errado?

Aluno 894: Não. Porque só está aqui a apontar um erro. Porque o objetivo do *feedback* é dar pistas e tentar apontar os erros e dizer assim, tens de melhorar isto através de uma pista.

Eu: Qual foi então a tua dificuldade, dado este *feedback*, em fazer a tua segunda fase?

Aluno 894: Foi identificar o erro, e se eu conseguisse identificar o erro, como resolver, sendo que não sabia como ia resolver. Porque como eu ia resolver era assim, com o mesmo erro.

Eu: Tu até me entregaste duas segundas fases, porque eu dei-te *feedback* oral, e questionei-te sobre se efetivamente isso, $6=2$, é uma afirmação verdadeira ou falsa, certo? A minha questão é, achas que este *feedback* oral já te ajudou?

Aluno 894: Ajudou-me mais, porque ajudou-me a pensar sobre porque estava errado calcular assim, na minha cabeça.

8 9 4

Olá amigo matemático

A resposta à pergunta 1 é que a ~~Micaela~~ ^{Micaela} ela demorou 10 mins, o Rui demorou 20 mins e a Simone demorou 20 mins.

A resposta à pergunta 2 é que a ~~Micaela~~ ^{Micaela} e o Rui ~~Mariam~~ ^{Mariam} a 6 km da escola e a Simone anda a 2 km da escola.

A resposta à pergunta 3 é que a Micaela vai de carro, por que a Micaela e o Rui ~~Mariam~~ ^{Mariam} a mesma distância da escola e como podemos ver no gráfico a Micaela é mais rápida a chegar ~~a casa~~ ^{a casa}, o Rui anda mais longe do que a Simone mas os dois demoram o mesmo tempo, então o Rui vai de bicicleta e a Simone a pé.

A resposta à pergunta 4 é que a expressão algébrica representa a situação da Simone, por que se substituímos na expressão x por 10 mins, obtemos $y = 0,1 \times 10 = 1$ km, o que significa que o ponto (10,1) é um ponto do gráfico desta expressão. Isto 3 gráficos aplicados significamos que este ponto está na reta da Simone.

Adens!

Figura 31: Carta do aluno 894 ao 2º Desafio (2ª fase)

Deste modo, não só o aluno refletiu e corrigiu o seu erro, como também conseguiu relacionar a sua resposta com a representação gráfica, afirmando que o ponto de coordenadas (10,1) pertence à reta da Simone e, portanto, a equação representa a sua situação.

Ao longo das aulas da minha intervenção pedagógica, sempre que havia alunos ausentes, eu assumia a responsabilidade de fornecer o *feedback* e colocá-lo dentro do envelope para ser posteriormente entregue ao autor. Desta forma, assegurava que todos os alunos recebiam comentários às suas produções. Um desses casos ocorreu com a resolução da Figura 32.

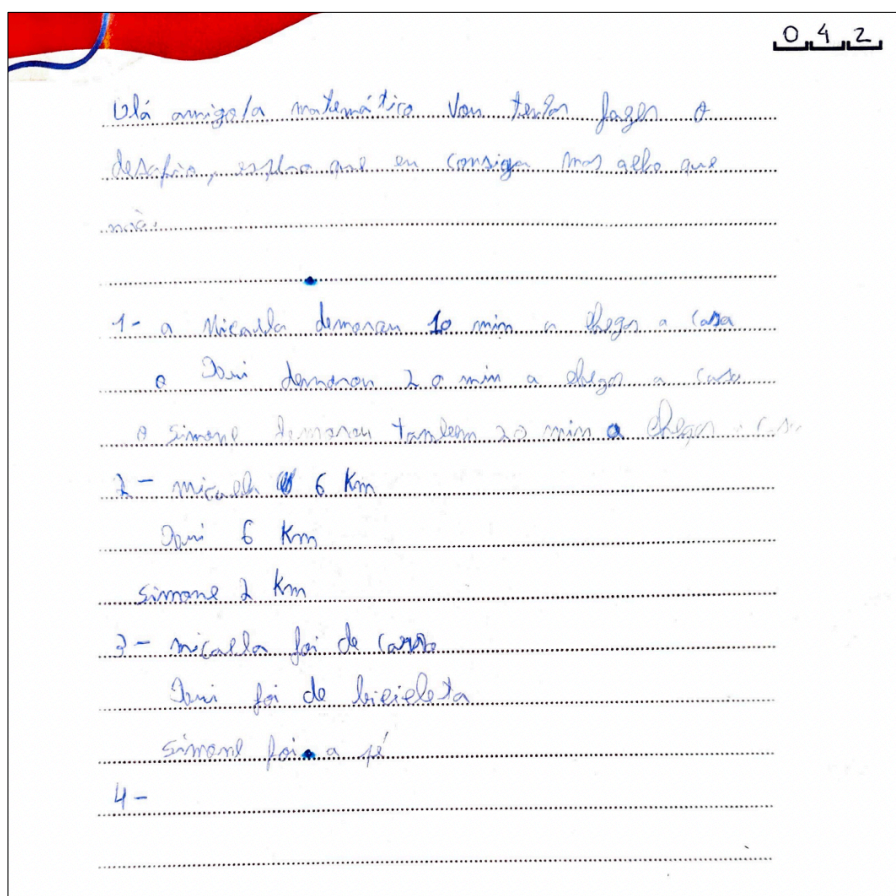
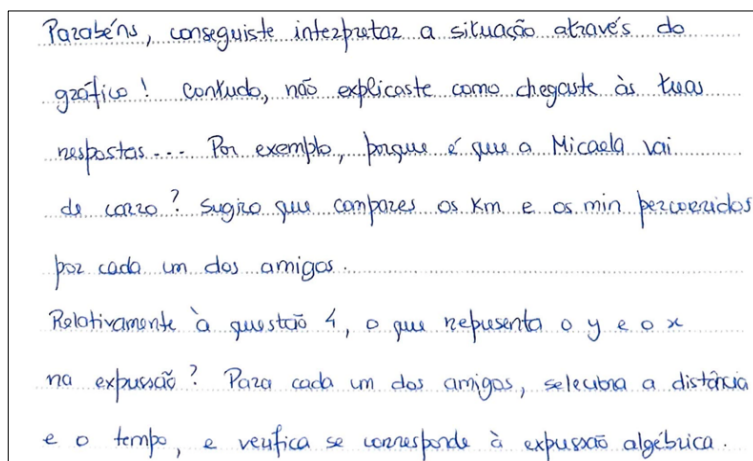


Figura 32: Carta do aluno 042 ao 2º Desafio (1ª fase)

O aluno inicia a carta com a declaração *vou tentar fazer o desafio, espero que eu consiga mas acho que não* (Figura 32). Foram muitos os alunos que compartilhavam estas atitudes negativas nas cartas do Correio Matemático, sentindo-se incapazes de resolver problemas matemáticos e, em alguns casos, chegavam a autodenominarem-se de *burros*. Como no desafio anterior a maioria dos alunos da turma 1 não o conseguiu resolver, esta percepção de incapacidade ficou ainda mais acentuada. Por isso, escolhi

a tarefa do 2º Desafio de modo que fosse acessível à grande parte dos alunos, tendo como objetivo alterar esta atitude negativa e promover uma experiência de sucesso e confiança na aprendizagem matemática.

A resolução apresentada está correta, contudo o aluno não explica a sua forma de pensar em nenhuma das questões que resolveu, apenas escreve as respostas sem qualquer tipo de justificação.



Parabéns, conseguiste interpretar a situação através do gráfico! Contudo, não explicaste como chegaste às tuas respostas... Por exemplo, porque é que a Micaela vai de carro? Sugiro que compares os km e os min percorridos por cada um dos amigos... Relativamente à questão 4, o que representa o y e o x na expressão? Para cada um dos amigos, seleciona a distância e o tempo, e verifica se corresponde à expressão algébrica.

Figura 33: Feedback à carta 042 do 2º Desafio, escrito por mim

Assim sendo, forneci o *feedback* representado na Figura 33. Optei por iniciar o comentário reconhecendo o esforço do aluno de uma forma positiva para que o pudesse motivar e reforçar o que foi bem feito. Em seguida, aponte uma área de melhoria, incentivando o aluno a fornecer mais detalhes sobre o seu raciocínio, exemplificando a necessidade de clareza com uma pergunta específica *Por exemplo, porque é que a Micaela vai de carro?* (Figura 33), direcionando-o a pensar criticamente sobre a sua resposta e sugerindo uma estratégia. Por fim, relativamente à última questão do desafio, faço uma pergunta direta: *O que representa o y e o x na expressão?* (Figura 33) com o intuito de estimular a reflexão do aluno sobre os conceitos matemáticos envolvidos, contudo reconheço que o conselho cedido na última frase talvez não esteja explícito o suficiente e precisaria de melhoria. Apesar do *feedback* detalhado, o aluno não entregou uma segunda fase da resolução. Infelizmente, este exemplo foi representativo de um padrão observado entre os alunos, apesar da minha contínua insistência durante as aulas sobre a importância de melhorarem os seus trabalhos. Uma possível explicação para esta tendência pode estar relacionada com o facto de os alunos não estarem habituados a ter trabalhos de casa na disciplina de matemática. Esse hábito, ou a falta dele, pode ter contribuído para a baixa adesão ao processo de entrega da segunda fase,

uma vez que foram poucos os alunos que, ao longo dos desafios, me entregaram a segunda fase.

Por fim, trago a resolução de um aluno que conseguiu obter a resposta correta a todas as alíneas (Figura 34). Nas primeiras duas, a resposta apresentada é clara e direta, demonstrando a capacidade de interpretar a informação do gráfico. Nas restantes alíneas, para além de apresentar a resposta correta, o aluno justifica-as e explica em detalhe o seu pensamento, acrescentando ainda que para a última questão a estratégia utilizada foi *tentativa erro* (Figura 34). Embora com algumas rasuras, a carta é escrita de forma legível, organizada e clara, demonstrando um esforço em explicar o seu raciocínio.

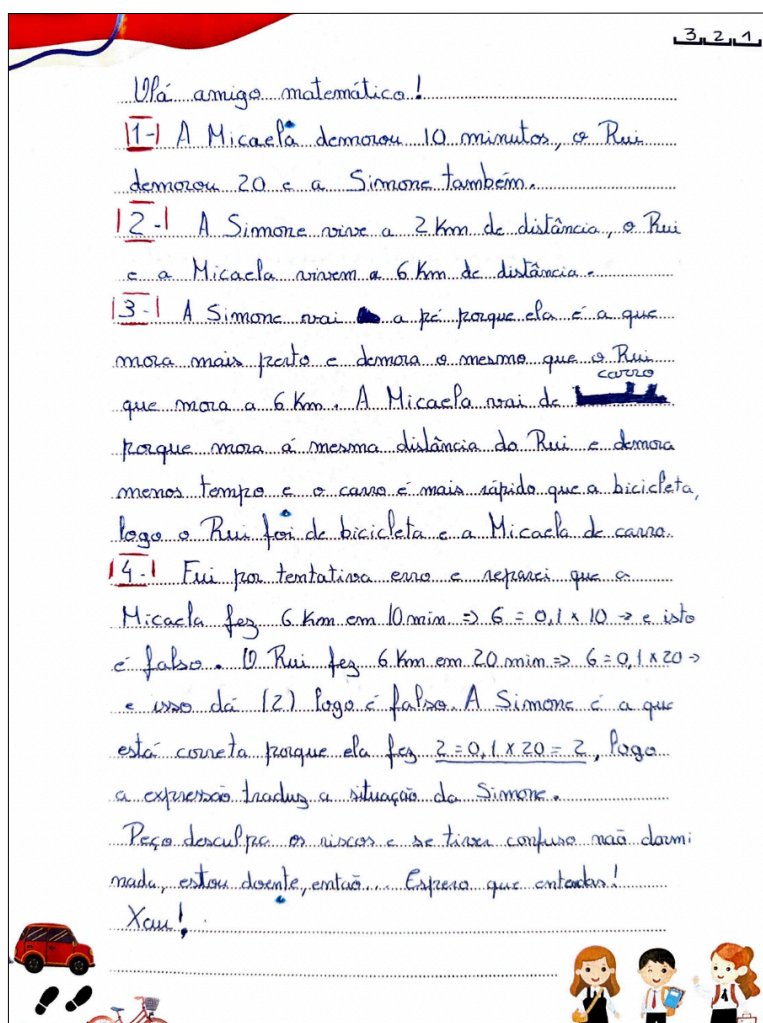


Figura 34: Carta do aluno 321 ao 2º Desafio (1ª fase)

Tendo em conta esta carta, o *feedback* fornecido (Figura 35) não aponta qualquer aspeto de melhoria, começando por elogiar a resolução, dando ênfase ao esforço do

aluno e reconhecendo o seu bom desempenho. Ao validar a resolução, este comentário foi centrado na tarefa.

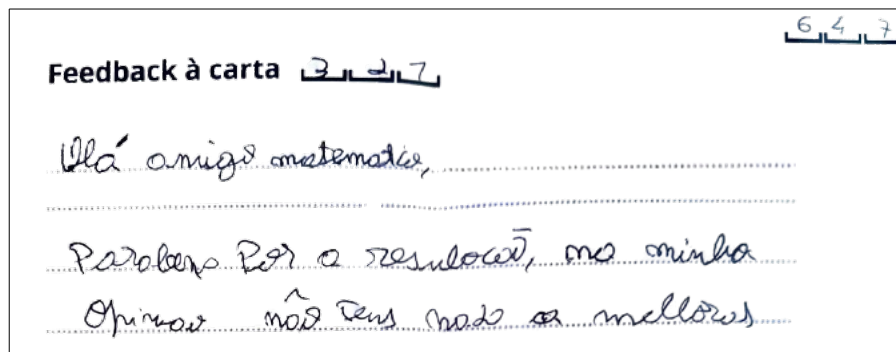


Figura 35: Feedback à carta 321 do 2º Desafio, pelo aluno 647

O aluno em questão não sentiu necessidade de melhorar a sua resolução, contudo, entregou-me o papel destinado à realização da segunda fase com um agradecimento pelo *feedback* recebido (Figura 36). Isto levou-me a refletir e perceber que alguns alunos não tinham compreendido plenamente o conceito de segunda fase ou acreditavam que a sua segunda fase seria remetida ao amigo matemático correspondente, apesar de, no primeiro desafio, não terem recebido a de nenhum colega. Este aluno não foi o único a limitar-se a responder ao comentário recebido, em vez de melhorar a sua resolução. Diante desta situação senti a necessidade de recordar aos alunos o objetivo pretendido com a segunda fase e esclarecer em que consiste a sua elaboração.

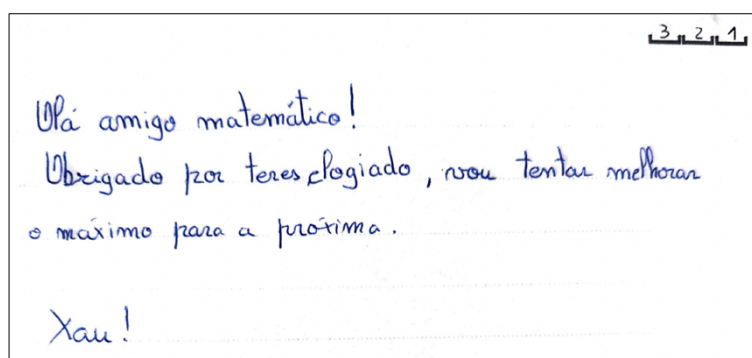


Figura 36: Carta do aluno 321 ao 2º Desafio (2ª fase)

Para alunos que apresentassem uma primeira resolução completa e detalhada, e que não sentissem necessidade de melhorar nenhum aspeto após receberem o *feedback*, a minha ideia era propor um desafio extra. Contudo, tal nunca chegou a acontecer uma vez que as segundas fases eram entregues sempre de forma muito tardia, quase coincidindo com o desafio seguinte. Desta forma, um desafio extra deixava de fazer tanto sentido.

5.4. Terceiro desafio do Correio Matemático

O meu plano inicial não incluía que o terceiro desafio fosse novamente sobre o tópico Funções. No entanto, ambas as turmas ainda estavam a estudar este tema e, por isso, decidi seguir a normal planificação das aulas. Assim, optei por desenvolver mais um desafio sobre funções, alinhado com o conteúdo que estava a ser trabalhado naquele momento. Além disso, procurei descrever uma situação realista com a qual os alunos se pudessem relacionar, a fim de tornar o desafio mais envolvente e relevante para o seu dia a dia. O terceiro desafio⁸ (Figura 37) foi assim realizado a 19 de março de 2024 e incluía a representação gráfica de uma função linear traduzindo uma relação de proporcionalidade direta do tipo $y = ax$ ($a > 0$) e uma função afim não linear do tipo $y = ax + b$. Contrariamente ao desafio anterior, era pedido que escrevessem a expressão algébrica que representava uma das situações descritas.

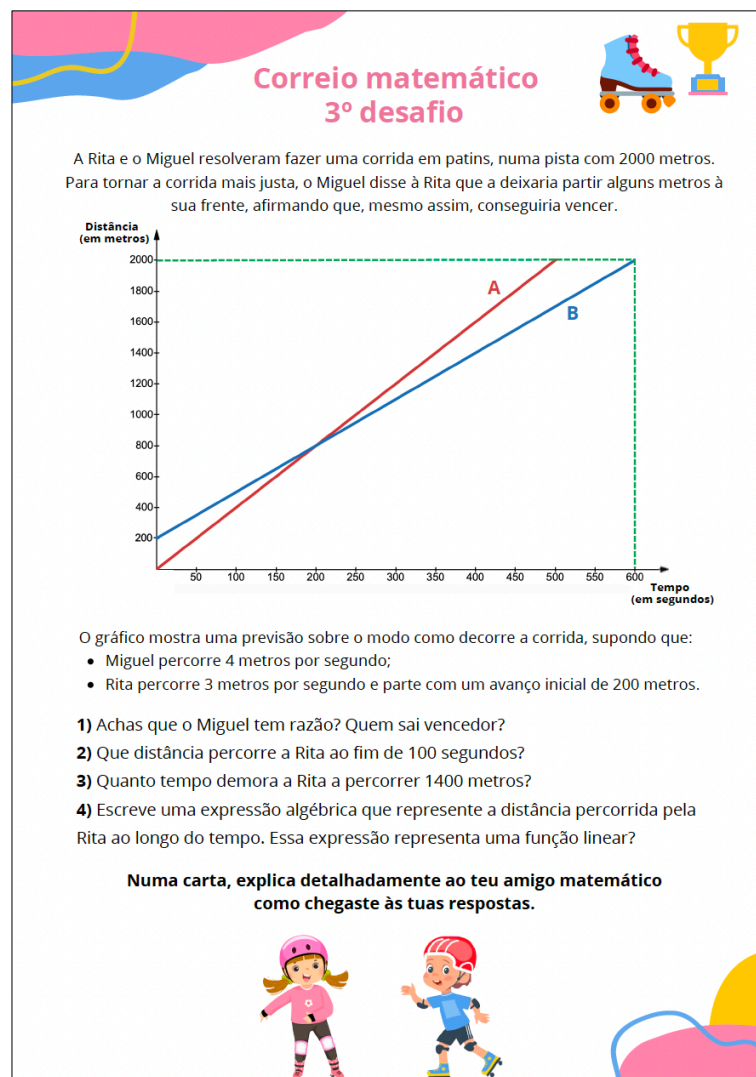


Figura 37: Folha do enunciado do 3º Desafio do Correio Matemático

⁸ Adaptado de Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC

Os alunos podiam procurar algumas respostas através da leitura do gráfico, porém não o conseguiam fazer com muita precisão e, portanto, podiam optar por recorrer a uma expressão algébrica, uma tabela ou à tradução matemática das informações dadas em linguagem natural. Saliento que os alunos em ARA de ambas as turmas tiveram acesso a um enunciado adaptado (Apêndice C), incluindo uma grelha auxiliar no gráfico e uma nota relevante especificamente para a alínea 4.

Após recolher as primeiras resoluções dos alunos, observei uma confusão significativa em relação ao conceito de *distância percorrida*. A intenção da tarefa era que os alunos compreendessem que, como a Rita percorre 3 metros por segundo, ao fim de 100 segundos teria percorrido 300 metros. No entanto, considerando que iniciou a corrida com um avanço de 200 metros, isso significaria que ela estaria então a 500 metros da linha de partida ao fim desse tempo. Contudo, alguns alunos interpretaram *distância percorrida* como sendo apenas a distância que a Rita percorre a partir do momento em que a corrida começa, ou seja, apenas os 300 metros, excluindo os 200 metros de avanço inicial pois estes não foram *percorridos* durante a corrida. Seria de esperar que os alunos que interpretassem o enunciado desta forma se apercebessem de que, nesse caso, o ponto de coordenadas (100, 300) teria de fazer parte da reta que representava a situação da Rita e, observando o gráfico, tal não se verificava, porém isso não aconteceu. Uma vez que esta confusão derivava apenas de um mal-entendido linguístico e não de um equívoco matemático, estava disposta a aceitar ambas as interpretações, desde que os alunos fossem consistentes e aplicassem a mesma lógica às restantes alíneas da tarefa. Todavia, apenas três alunos apresentaram respostas coerentes, sendo que a maioria, considerou os 200 metros iniciais como *distância percorrida* pela Rita na questão 2, mas não o fez para as restantes alíneas. Desta forma, senti a necessidade de, na aula destinada à escrita do *feedback*, discutir essa questão com os alunos para que a tarefa fosse esclarecida e os alunos pudessem fornecer comentários de forma mais consciente e cuidadosa.

Além disso, esta situação também me levou a refletir sobre a minha prática e a aprender com esta experiência, pois percebi que se o eixo das ordenadas estivesse legendado como *distância percorrida* em vez de apenas *distância*, muito provavelmente teria evitado a confusão em torno da interpretação da palavra. Assim, ficou evidenciada a importância de ser mais precisa e clara na formulação dos desafios e na apresentação dos gráficos para evitar mal-entendidos que podem interferir na compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos.

Ola amigo matematico!

O Miguel e o A e a Rita o B, porque a Rita começa 200 metros à frente dele.

Tempo (em segundos)	100	400	500
Distância (em metros)	500	1400	2000

1) Sim, ela tem razão, porque mesma ~~era~~ a começa mais atrás, ela chegou à chegada primeiro.

2) A Rita percorre 300m, porque partiu 200 metros à frente e $500 - 200 = 300$.

3) a Rita demora 400 segundos.

4) $y = kx + b$ $y = 3 \times 100 + 200 =$
 $y = 3x + 200$ $(= 500)$
 e 3 porque ela percorre 3 metros por segundo.
 Xau! :)



Figura 38: Carta do aluno 876 ao 3º Desafio (1ª fase)

Na resolução apresentada na Figura 38, o aluno começa por justificar que o Miguel tem razão, no entanto, a resposta carece de uma justificação matemática que confirme a sua resposta. A segunda alínea demonstra a confusão sobre a interpretação de *distância percorrida* mencionada anteriormente, uma vez que na tabela indica os 500 metros como a distância correspondente a 100 segundos, mas na sua resposta considera apenas os metros percorridos durante a corrida, sem incluir o avanço inicial. Não obstante, nas seguintes alíneas isso já não acontece visto que, mantendo a sua interpretação, quando a Rita atinge os 1400 metros significa que apenas percorreu 1200 metros ($1400 - 200 = 1200$), pelo que a resposta não poderia ser 400 segundos. Da mesma forma, se o aluno apenas considera a distância percorrida durante a corrida, a expressão algébrica deveria ser $y = 3x$, para que ao fim de 100 segundos a distância fosse coerente com a sua resposta à alínea 2.

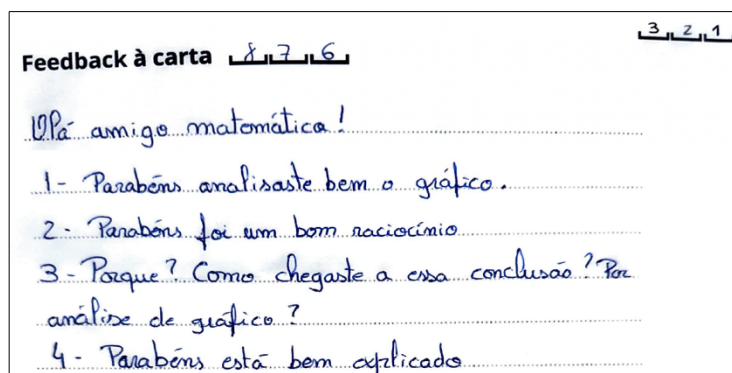


Figura 39: *Feedback* à carta 876 do 3º Desafio, pelo aluno 321

Apesar da minha discussão com a turma, o *feedback* fornecido (Figura 39) não aponta para a falta de uma linha de raciocínio coesa que ligue as respostas entre si, não permitindo que o aluno possa refletir sobre esta situação. Recorrendo à forma sintática interrogativa, o autor dos comentários incentiva o aluno a analisar a sua resposta e justificá-la com maior detalhe, incidindo assim na autorregulação e focando-se no processo. Deste modo, as respostas a estas questões ajudariam a entender melhor o seu pensamento. Além disso, através do recurso ao elogio, o *feedback* incide também na pessoa, o que não contribui para a evolução do aluno, especialmente quando existiam falhas que podiam ter sido notadas. Numa das aulas seguintes, o aluno entregou-me uma segunda fase idêntica à sua primeira resolução. As frases, as expressões matemáticas e a simbologia eram exatamente os mesmos, como se fosse uma cópia literal da sua primeira fase, indicando que não houve qualquer modificação ou reflexão adicional sobre os comentários recebidos. Assim sendo, questionei o aluno sobre o que entendia por *segunda fase*, ao qual me respondeu que *é para melhorar os erros* (Aluno 876 após entrega da segunda fase), contudo o amigo matemático não lhe tinha indicado nenhum erro e, a seu ver, a justificação para a alínea 3 estava na tabela, portanto não sentiu a necessidade de alterar a sua resolução.

Contrariamente, podemos observar na Figura 40, uma das resoluções que apresenta respostas coerentes e com um fio condutor de acordo com a sua interpretação da tarefa, contudo possui várias lacunas ao nível da justificação e falta de clareza. O aluno limita-se a escrever respostas concisas e diretas, não evidenciando o processo de raciocínio matemático necessário para explicar como chegou a essas respostas. A ausência de explicação detalhada limita a capacidade de o colega compreender e seguir a sua forma de pensar e, ainda, a possibilidade de identificar falhas ou possíveis áreas de melhoria.

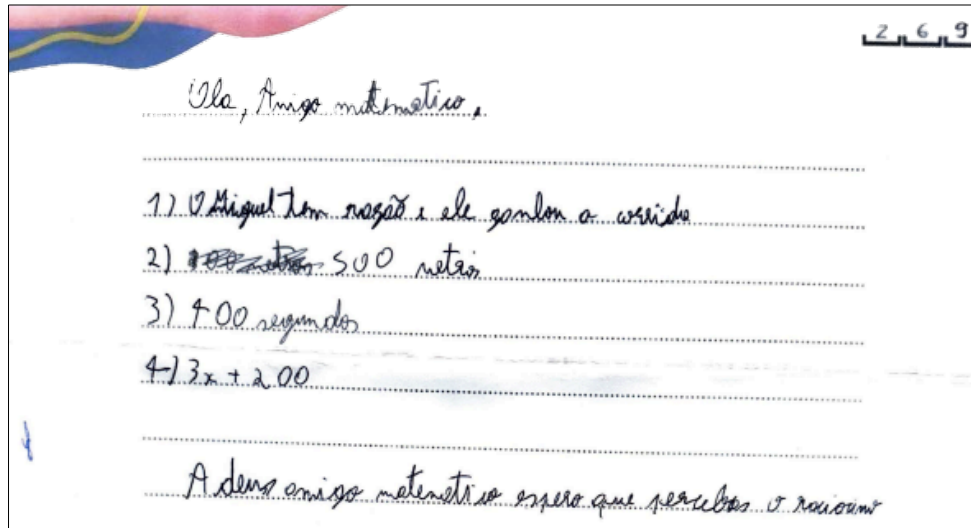


Figura 40: Carta do aluno 269 ao 3º Desafio (1ª fase)

Diante desta resolução, o amigo matemático da outra turma escreveu o *feedback* ilustrado na Figura 41.

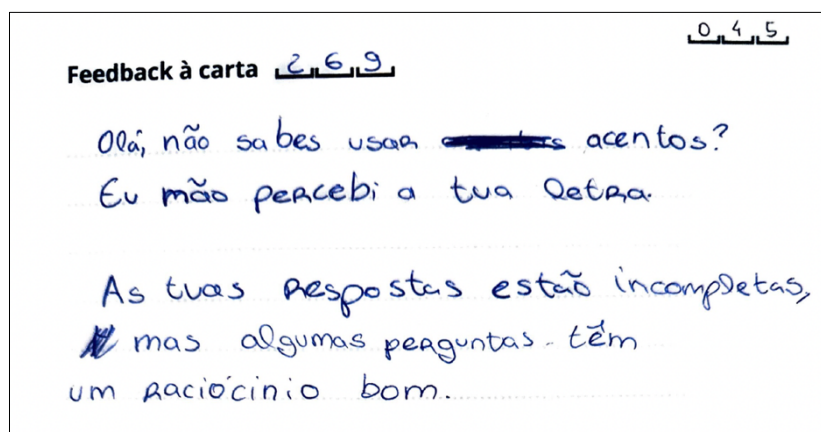


Figura 41: Feedback à carta 269 do 3º Desafio, pelo aluno 045

Este *feedback* foi escrito de uma forma que pode ser interpretada como desmotivadora para quem o recebe. Os primeiros comentários *não sabes usar acentos? Eu não percebi a tua letra* (Figura 41) podem ser vistos como julgamentos sobre o aluno e podem provocar sentimentos de frustração, tendo foco na pessoa. Embora tenha identificado um ponto válido relacionado com a legibilidade da letra, o modo como foi expresso não foi cuidadoso e pode ter um impacto negativo. A segunda parte, embora positiva ao reconhecer que algumas respostas mostram um bom raciocínio e, portanto, sendo focada na produção do aluno, carece de uma orientação para ajudar o aluno a melhorar a sua resolução de forma construtiva. Além disso, não aborda um aspeto importante: o

aluno não menciona se a expressão algébrica mencionada representa ou não uma função linear.

Após analisar os comentários elaborados, senti necessidade de debater com o aluno algumas características que devemos ter em conta quando fornecemos *feedback*, apesar de em todos os desafios haver esta discussão com a turma e ser exposto o slide da Figura 24.

Eu: Relativamente a um *feedback* que deste, tu disseste “não sabes usar acentos? Eu não percebi a tua letra”, e a minha pergunta é, não achas que este tipo de comentário vai desmotivar o teu colega?

Aluno 045: Ai, oh stora, eu estava chateada.

Eu: Estavas chateada com o quê?

Aluno 045: Eu não queria estar na aula de matemática.

Eu: Mas pensa comigo, se fosses tu a receber isso, como é que tu ficavas?

Aluno 045: Eu ia falar com ele também assim.

Eu: Ias responder mal também?

Aluno 045: Sim, sim.

Eu: E então, isto não te faz refletir sobre nada?

Aluno 045: Sim, eu seria mais simpática.

Eu: Mas então achas que vai desmotivar o teu colega ou não?

Aluno 045: Sim.

Eu: Portanto podemos aqui refletir um bocadinho sobre pensarmos na forma como escrevemos quando estamos a dar *feedback* a outra pessoa, certo?

Aluno 045: Sim.

Esta situação ressalta a importância de termos cuidado com a linguagem que utilizamos ao efetuar comentários às produções escritas de outras pessoas, especialmente no contexto educacional. Assim, o *feedback* deve ser construtivo e empático, para que o destinatário entenda claramente o que precisa ser melhorado e se sinta motivado para o fazer. Tal não aconteceu, uma vez que o aluno não me entregou nenhuma segunda fase da resolução deste desafio.

Neste desafio, houve uma troca mútua de *feedback* entre estes dois alunos, sendo que o autor da resolução da Figura 40, por sua vez, também forneceu comentários à resolução do aluno que lhe deu *feedback*. Assim, achei interessante analisar esta interação recíproca, especialmente porque o aluno apresentou uma resolução na qual

apenas forneceu as respostas de forma direta e concisa e, por conseguinte, o meu intuito era perceber se a sua escrita de *feedback* seguia o mesmo padrão.

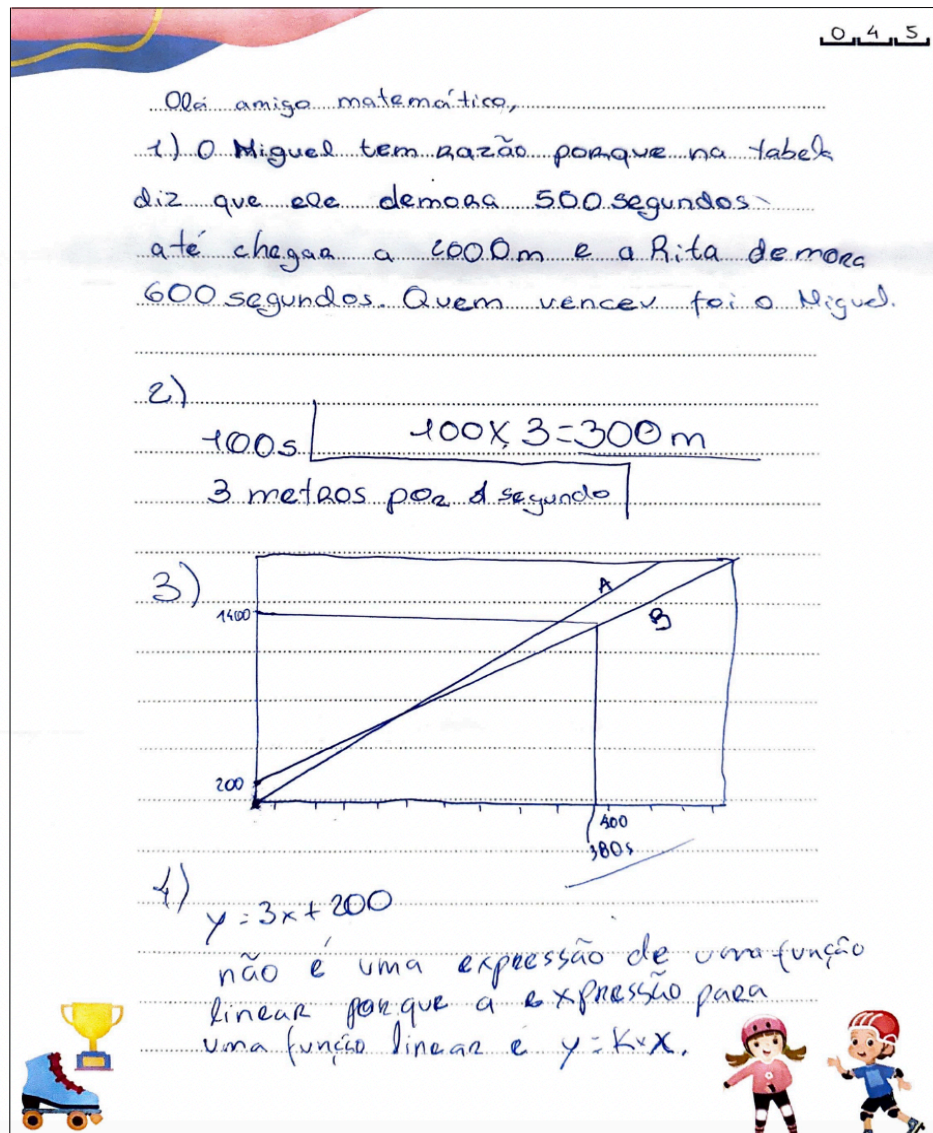


Figura 42: Carta do aluno 045 ao 3º Desafio (1ª fase)

A resolução do aluno, ilustrada na Figura 42, é apresentada de forma organizada e legível, contudo possui algumas incorreções e, com exceção da primeira alínea, as suas respostas carecem de uma explicação para que seja possível compreender o fio condutor do seu pensamento. Mais uma vez, é evidenciada alguma confusão com o conceito de *distância percorrida* uma vez que não existe coerência entre a distância e o tempo exibidos, com a expressão algébrica $y = 3x + 200$. Na segunda alínea, o aluno considera apenas a distância percorrida pela Rita após o início da partida e revela um cuidado em demonstrar o cálculo por detrás da sua resposta. Já na alínea seguinte,

limita-se a recorrer a uma representação gráfica semelhante à do enunciado, mas sem justificar como obteve o valor de 380 segundos. Ademais, a representação que utiliza possui também algumas falhas ao nível do rigor matemático, nomeadamente a falta de legenda dos eixos. Por último, a expressão algébrica apresentada é corretamente classificada. Todavia seria necessária uma explicação para os valores escolhidos para o declive e ordenada na origem. De um modo geral, para além da falta de conexão entre as respostas, o desempenho ao nível da comunicação matemática escrita não foi o esperado e necessitava de melhoria.

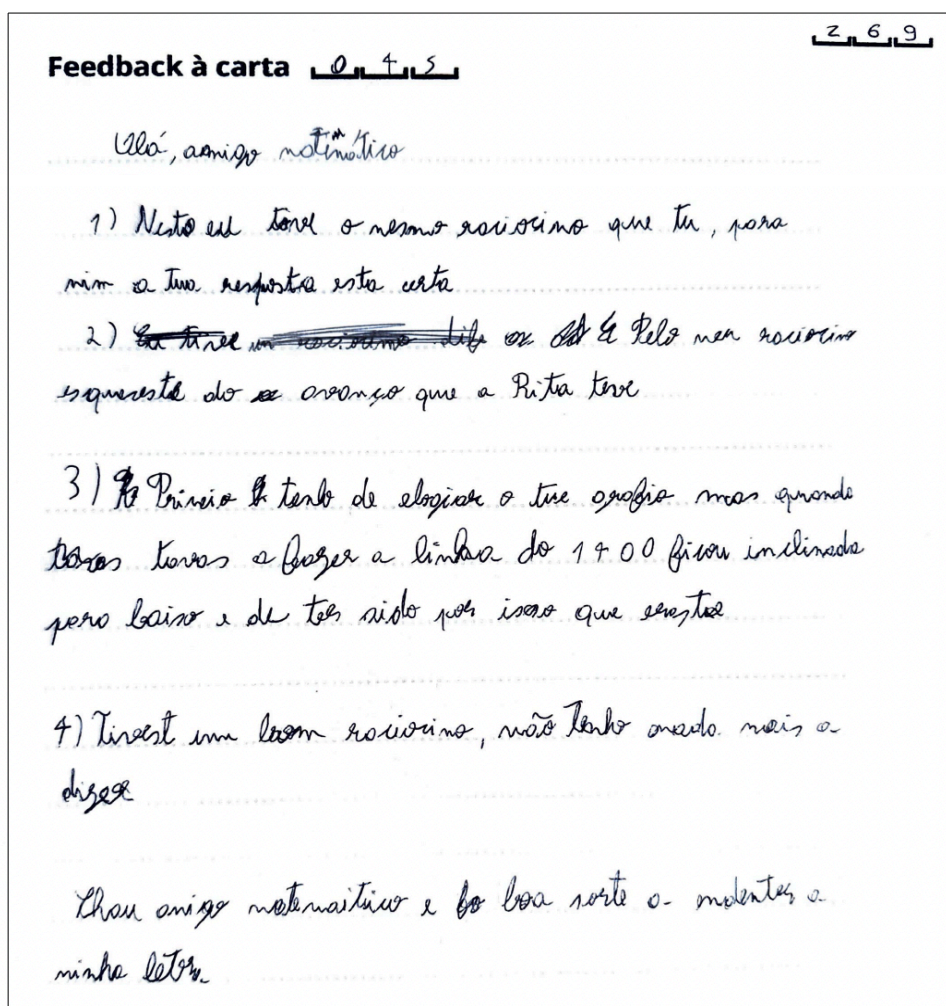


Figura 43: Feedback à carta 045 do 3º Desafio, pelo aluno 269

O feedback dado pelo amigo matemático correspondente (Figura 43), alerta o aluno para a possibilidade de ter ocorrido um esquecimento *do avanço inicial que a Rita teve* (Figura 43), promovendo assim a oportunidade para uma revisão da sua resposta. Em ambas as alíneas 3 e 4, é evidenciado o cuidado de elogiar aquilo que foi bem feito através de comentários como *tenho de elogiar o teu gráfico* (Figura 43) e *tiveste um bom*

raciocínio (Figura 43), dando assim confiança ao autor da resolução, reconhecendo o seu esforço e focando-se na sua produção escrita. Particularmente na terceira alínea, é possível considerar que o *feedback* tem uma característica avaliativa, uma vez que afirma que o aluno errou, mas não fornece qualquer tipo de sugestão ou pista para a sua correção.

Apesar de já ter alertado o aluno em desafios anteriores para o facto de a segunda fase não ser entregue a quem forneceu *feedback* e ter lembrado o seu objetivo, a segunda fase de metade das alíneas consistia em uma resposta direta ao comentário recebido, manifestando apenas a sua concordância (Figura 44). No que se refere à questão 2, o aluno alterou a sua resposta para 100 metros, porém comete um erro quando subtrai o avanço inicial da Rita de 200 metros ao valor que obteve ao invés de o somar. Além disso, manteve a sua estratégia na alínea 3), onde obteve um valor aproximado para o tempo através da observação do gráfico, o que não permitiu uma resposta precisa. Tal pode ter ocorrido devido ao *feedback* que recebeu não o ter orientado para uma estratégia diferente. Com o objetivo de fazer o aluno refletir sobre as suas respostas, questionei-o no momento da entrega da segunda fase se a expressão que ele afirmou representar a distância percorrida pela Rita, $y = 3x + 200$, não deveria resultar nas respostas que apresentou nas alíneas 2) e 3) ao substituir os valores solicitados. O aluno não me respondeu imediatamente, mas comprometeu-se a analisar novamente as suas respostas.

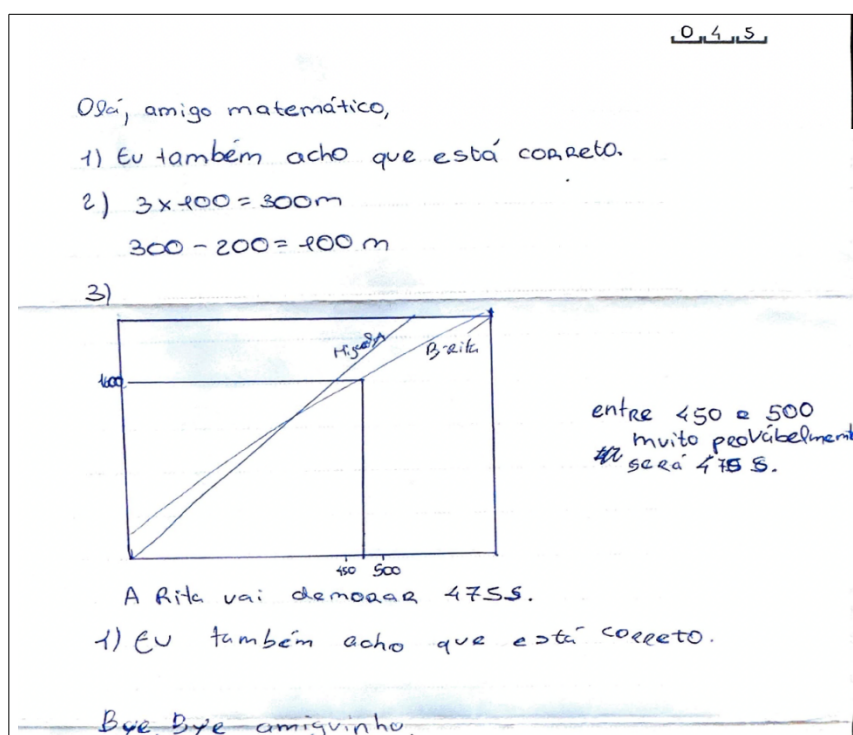


Figura 44: Carta do aluno 045 ao 3º Desafio (2ª fase)

Por fim, apresento na Figura 45 a resolução de um aluno cujas características captaram a minha atenção. Trata-se de um aluno que no decorrer das aulas de matemática, sempre demonstrou pouco interesse e envolvimento, exibindo uma resistência significativa em registar no seu caderno o que era escrito no quadro, chegando mesmo a não fazer um único apontamento em várias aulas. Considerando esse contexto, esperava que a sua postura permanecesse inalterada durante os desafios do Correio Matemático, no entanto, fiquei positivamente surpreendida. Independentemente de as suas respostas estarem ou não corretas, o aluno demonstrou um esforço notável ao longo dos desafios propostos para explicar a sua forma de pensar.

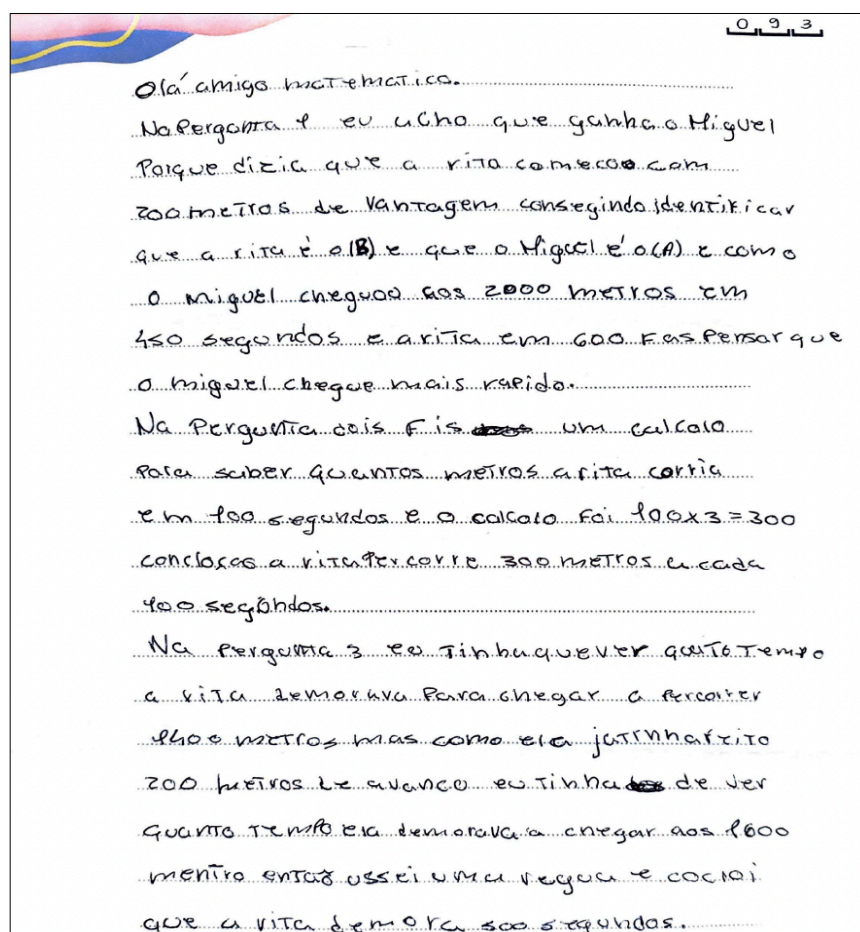


Figura 45: Carta do aluno 093 ao 3º Desafio (1ª fase)

Apesar de cometer um erro ao indicar o tempo que o Miguel demorou a percorrer os 2000 metros e de vários erros ortográficos, o aluno é capaz de associar a situação A ao Miguel e a B à Rita e assim perceber que o vencedor é de facto o Miguel. Relativamente à interpretação do conceito de *distância percorrida*, é possível verificar pelas suas respostas que considerou apenas a distância percorrida pela Rita após o início da

corrida, ou seja, concebeu que os 200 metros de avanço inicial correspondiam a 0 metros percorridos, iniciando nesse ponto a contagem. De acordo com esta interpretação, efetivamente faz sentido que para que a Rita percorra 1400 metros, seja necessário que atinja na pista a marca dos 1600 metros, providenciando assim uma forma de pensar diferente das resoluções exploradas até então. Não obstante, a sua conclusão de que a Rita demora 500 segundos a atingir os 1600 metros, isto é, a percorrer 1400 metros, não está correta. Como o aluno não explicou o pensamento por detrás dessa resposta, é difícil avaliar a origem desse erro, embora acredite que possa estar relacionado com a observação do gráfico.

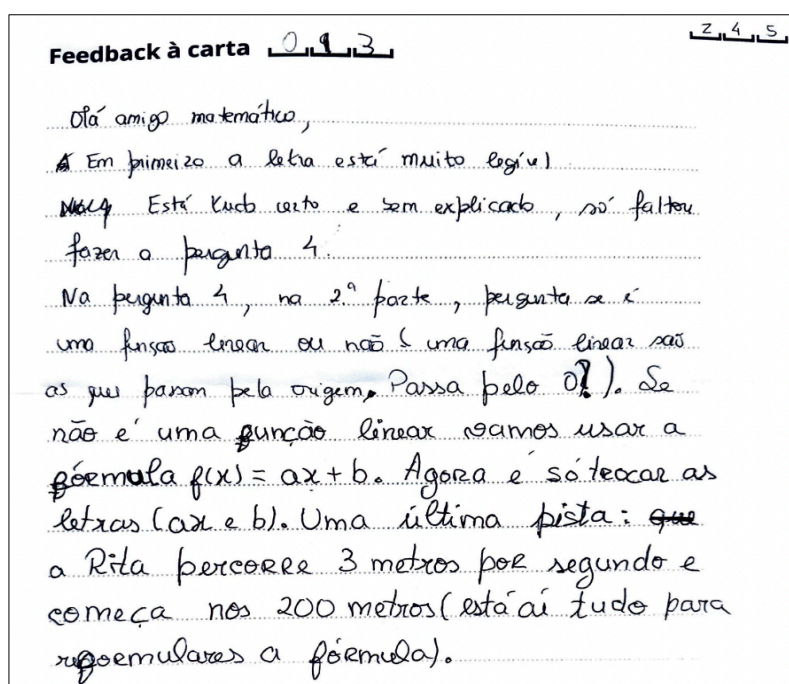


Figura 46: Feedback à carta 093 do 3º Desafio, pelo aluno 245

O aluno que forneceu *feedback* (Figura 46)⁹ a esta resolução não se apercebeu dos erros mencionados e, portanto, não alertou o autor para a sua correção. Saliento ainda que inicia o seu comentário com uma nota positiva relativamente à elegibilidade da letra apresentada, focando-se assim no autor da resolução e não no processo. De seguida, recorrendo a um *feedback* descritivo com foco na produção escrita, sugere pistas e coloca questões que promovam a reflexão do aluno com o intuito de o ajudar a apresentar, numa segunda fase, uma resposta à última alínea do desafio. Deste modo, não facilita nenhuma resposta concreta e indica um possível caminho que o aluno pode seguir. Todavia, estas dicas para que o aluno construa a expressão algébrica de uma

⁹ O *feedback* encontra-se escrito com dois tipos de caligrafia distintos uma vez que o aluno em questão não conseguia escrever e solicitou a ajuda de duas pessoas

função afim, não são coerentes com o raciocínio utilizado pelo aluno na sua primeira tentativa de resolução.

Entretanto, o aluno seguiu as pistas fornecidas e entregou a segunda fase da sua resolução ilustrada na Figura 47. O aluno reconheceu o padrão de que, como a Rita percorre 3 metros por segundo, para determinar quantos metros percorreu num determinado número de segundos, é necessário multiplicar esse valor por 3, e deste modo, aliando a informação do avanço inicial de 200 metros, associou que a expressão algébrica seria $y = 3x + 200$ e foi capaz de a classificar corretamente. Porém, a expressão algébrica não está em concordância com o raciocínio apresentado inicialmente.

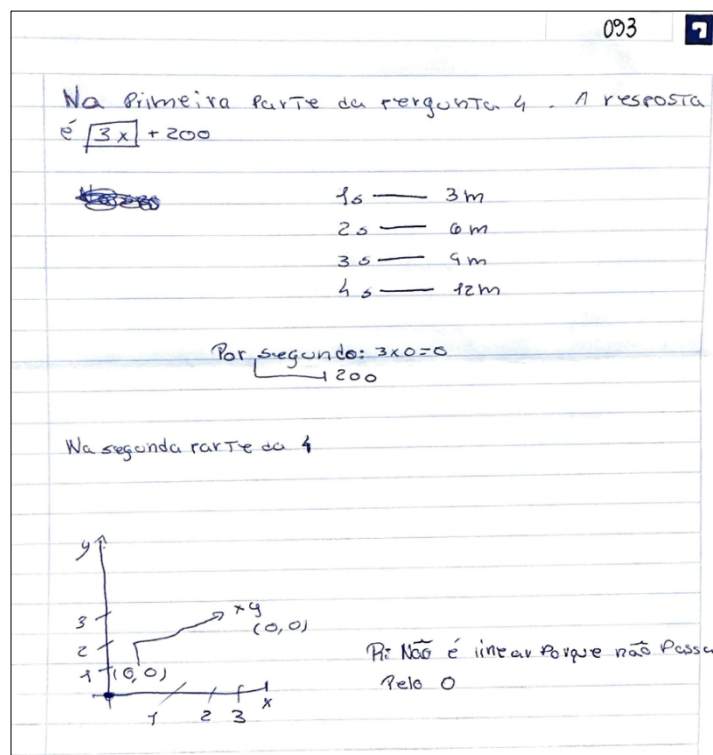


Figura 47: Carta do aluno 093 ao 3º Desafio (2ª fase)

No que diz respeito à sua mudança de postura, para compreender a alteração durante o Correio Matemático em comparação com a sala de aula, decidi questionar o aluno sobre esse aspeto durante uma entrevista.

Eu: Na grande maioria das aulas de matemática não registas no teu caderno aquilo que é escrito no quadro, e foram muitas as vezes em que eu insisti contigo para que escrevesse, certo? Contudo, eu percebi que o mesmo não se verificou na escrita das cartas do Correio Matemático. Porquê?

Aluno 093: Porque o Correio Matemático é uma coisa diferente onde ... como é que eu posso explicar... porque aqui eu podia estar a reler as perguntas até entender melhor e pedir o seu auxílio ou do amigo matemático.

Assim, o aluno deixou transparecer que a sua mudança de atitude esteve relacionada com o facto de ser utilizado um método de ensino diferenciado, que lhe permitiu refletir sobre a tarefa ao seu próprio ritmo, contando com o auxílio não apenas dos professores, mas de um colega, tendo assim um efeito positivo no seu envolvimento e interesse.

5.5. Quarto desafio do Correio Matemático

Para o quarto e último desafio do Correio Matemático, optei por uma abordagem diferente que visava enriquecer a experiência das duas turmas e fomentar um ambiente de aprendizagem colaborativo. Para tal, em vez da habitual troca de cartas, decidi implementar uma atividade de *Gallery Walk*, sendo que se encontravam espalhadas pela sala oito cartolinas coloridas nas quais seriam expostas as resoluções dos alunos. Cada aluno teve assim a oportunidade de circular pela sala de aula, analisando as produções escritas dos colegas e deixando comentários por meio de *post-its*, promovendo, através desta metodologia, um ambiente de interação dinâmica. A aula foi então estruturada em quatro partes: a primeira resolução do desafio, a exposição dessas resoluções, a escrita de *feedback*, e a realização da segunda fase (Figura 48).



Figura 48: Apresentação de apoio à realização da Gallery Walk

Observando que uma grande parte dos alunos não me entregava a segunda fase quando designada como trabalho de casa, decidi que esta etapa fosse elaborada em sala de aula, assegurando assim uma maior adesão. No entanto, esta decisão exigiu uma adaptação na complexidade do desafio, tendo em conta que apenas tinha disponível o tempo de uma aula. O quarto desafio¹⁰ (Figura 49) foi realizado a 2 de maio de 2024, período em que ambas as turmas se encontravam a abordar o subtópico Sistemas de duas equações do 1º grau a duas incógnitas. A principal finalidade deste desafio assentava na interpretação de uma situação simples descrita através da linguagem natural e consequente tradução da mesma para linguagem matemática, mais especificamente, para um sistema de duas equações. Contudo, esta não era a única estratégia possível de resolução e, por isso, de modo a estimular a flexibilidade cognitiva

¹⁰ Adaptado de Serrazina, L. (s.d.). Resolução de problemas. https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Problemas_texto_Coord.pdf

e a aplicação de múltiplas abordagens matemáticas, solicitei que o resolvessem utilizando duas formas diferentes.



**Correio matemático
4º desafio**

A Valentina vive numa quinta, onde existem dois tipos de animais: ovelhas e galinhas.
No total existem 7 cabeças e 22 patas.
Quantas ovelhas e galinhas existem na quinta da Valentina?

Apresenta duas maneiras diferentes de resolução e explica detalhadamente como chegaste às tuas respostas.



Figura 49: Folha do enunciado do 4º Desafio do Correio Matemático

No decorrer da aula, observei que, tal como esperado, a principal dificuldade dos alunos não estava relacionada com a resolução da tarefa em si, mas sim com a exigência de utilizarem duas estratégias distintas. Além disso, detetei uma outra adversidade demonstrada pelos alunos da **turma 2**. Foram vários os alunos que pediram o meu auxílio pois queriam representar a situação descrita no desafio utilizando um sistema de equações, mas não sabiam como o resolver. Fruto da intervenção pedagógica do meu colega de estágio, esta turma encontrava-se a explorar o subtópico mencionado com recurso ao *GeoGebra* e através de tarefas exploratórias. No entanto, não tinham entendido os passos fundamentais para a resolução de um sistema de duas equações. Deste modo, senti necessidade de intervir neste sentido e fornecer um exemplo de um sistema de duas equações do primeiro grau no quadro para que fosse resolvido em conjunto com a turma. Esta adaptação resultou em menos tempo disponível para a

Gallery Walk, a realização do *feedback* e da segunda fase. Talvez devido a esta redução de tempo, os alunos não tiveram oportunidade suficiente para analisar as resoluções dos colegas e refletir sobre o *feedback* fornecido. Consequentemente, os comentários efetuados e a execução da segunda fase ficaram, de maneira geral, aquém das minhas expectativas, especialmente pelo facto de que, apesar de terem observado resoluções com duas formas diferentes de resolução, um grande número de alunos não foi capaz de as apresentar numa segunda fase.



Figura 50: Exemplo da *Gallery Walk* realizada

Começo por analisar a resolução da Figura 51. Na sua primeira abordagem, o aluno 524 utilizou símbolos para representar as sete cabeças dos animais e concluiu corretamente que, para haver um total de 22 patas, existem 3 galinhas e 4 ovelhas na quinta. Embora pareça que usou a estratégia de tentativa e erro, não explica o seu pensamento ou como chegou a essa conclusão. Já a segunda resolução contém incorreções significativas ao nível da resolução do sistema de equações. Ao analisar a resolução, é possível assumir que $2x$ representa o número de patas de x galinhas e $4y$ representa o número de patas de y galinhas, porém não existe nenhuma indicação clara do que x e y representam. Além disso, igualou ambas as equações a 22, não se apercebendo que a equação $x + y$ está associada ao número total de cabeças e não de patas. Mesmo tendo em conta este erro de interpretação, a resolução possui ainda erros de cálculo matemático.

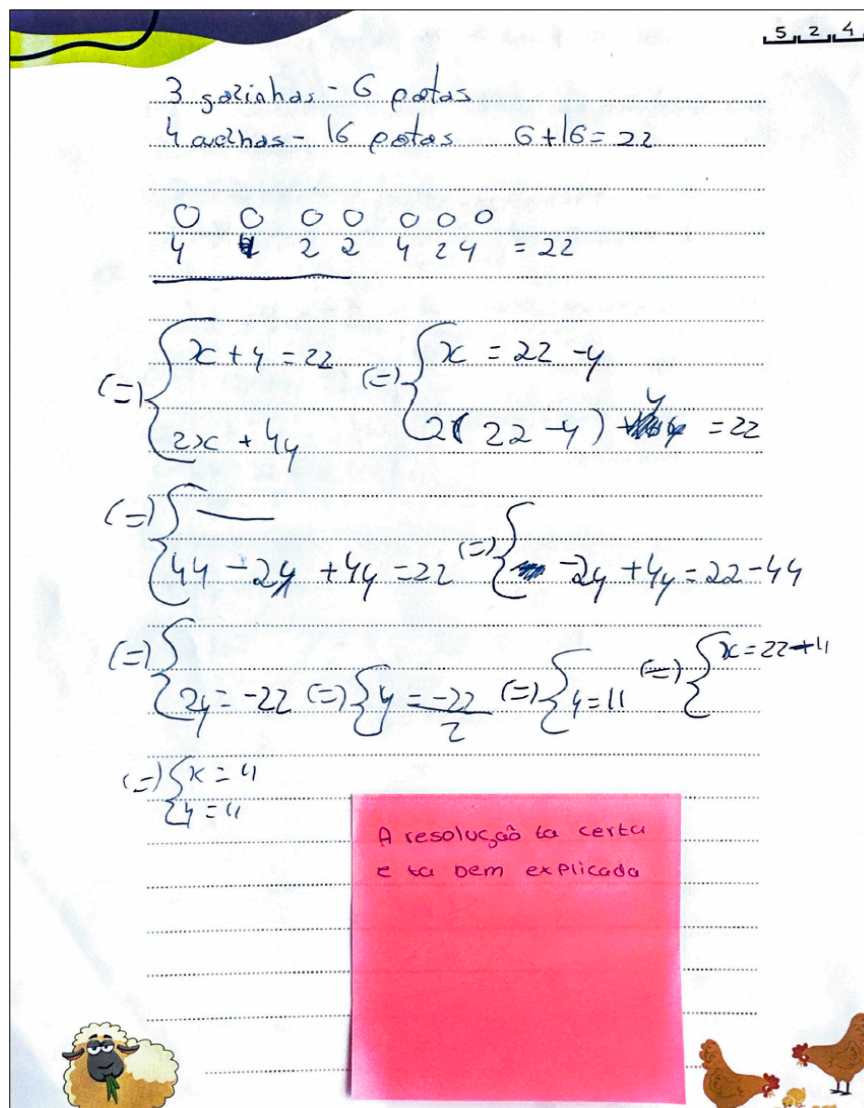


Figura 51: 1ª fase do aluno 524 ao 4º Desafio e *feedback* recebido

Apesar das falhas evidenciadas, o *feedback* recebido indica que a resolução está certa e bem explicada. Para além de não ser verdade, trata-se de um *feedback* meramente avaliativo. No entanto, esta avaliação fez-me refletir sobre se o momento da *Gallery Walk* foi tratado com a seriedade e o cuidado necessários uma vez que, mesmo no caso de não compreender todos os passos da resolução, é perceptível que as conclusões das duas abordagens apresentadas são divergentes e, portanto, o autor do comentário nem sequer analisou a resolução com a devida atenção. Posto isto, de forma a orientar o aluno para a elaboração da segunda fase, questionei-o sobre se alguma das equações que escreveu estava relacionada com o número total de cabeças, mas o aluno recusou-se a realizar uma segunda versão da sua primeira resolução.

De seguida, considero a resolução da Figura 52. Diferentemente da anterior, o aluno 269 menciona que utilizou a estratégia de tentativa e erro na sua primeira abordagem e recorreu a um sistema de equações na segunda. Embora as respostas obtidas estejam corretas, a apresentação está um pouco confusa devido a marcas de escrita anterior que não foram totalmente apagadas. Deste modo, os comentários recebidos destacam precisamente esse aspeto e, além disso, solicitam uma explicação mais clara e detalhada.

The image shows a handwritten mathematical solution on lined paper. At the top right, the number '269' is written. The problem involves a system of equations: $x + y = 7$ and $2x + 4y = 22$. The student uses the elimination method, multiplying the first equation by 2 to get $2x + 2y = 14$, then subtracting it from the second equation to find $y = 4$. Substituting $y = 4$ back into the first equation gives $x = 3$. The final answer is $x = 3$ and $y = 4$. Below the work, there are three pink sticky notes with feedback in Portuguese. The first note says 'Não se percebe a letra e a resolução deveria estar mais explicada'. The second note says 'não entendi melhora a letra'. The third note says 'ta bem explicado mas tens que melhorar a letra' and 'ta bem mas melhora a letra'.

Handwritten work:

269

numero de patos das ancas

numero total

Nº de cabeças

Metodo = - y

1ª: A Valtina tem 3 galinhas e 4 ovelhas (tentativa e erro)

2ª: A Valtina tem 3 galinhas e 4 ovelhas (sistema de equações)

Feedback:

Não se percebe a letra e a resolução deveria estar mais explicada

não entendi melhora a letra

ta bem explicado mas tens que melhorar a letra

ta bem mas melhora a letra

Figura 52: 1ª fase do aluno 269 ao 4º Desafio e feedback recebido

Aproveitando o feedback recebido, o aluno 269 foi capaz de apresentar uma segunda fase (Figura 53) mais organizada, notando assim uma evolução muito positiva nesse

sentido. Ademais, acrescentou elementos à sua primeira abordagem mostrando assim o seu esforço e cuidado para que a sua forma de pensar fosse mais perceptível para quem analisa a sua resolução.

2 6 9

① coelhos: 4 $\times$ 4 = 16
galinhas: 3 $\times$ 2 = 6
= 22

② seja $x = \text{n.º de galinhas}$
seja $y = \text{n.º de coelhos}$

$$\begin{cases} x = 7 - y \\ 2x + 4y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - y \\ 2(7 - y) + 4y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - y \\ 14 - 2y + 4y = 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - y \\ 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 4 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Resposta: A fazenda tem 3 galinhas e 4 coelhos

Figura 53: 2ª fase do aluno 269 ao 4º Desafio

Após analisar resoluções da turma 1, direciono agora a minha atenção para a exploração de duas resoluções de alunos provenientes da turma 2. Estas resoluções são representativas das notórias dificuldades dos alunos na resolução de sistemas de equações.

Na Figura 54, encontra-se representada uma resolução que recorreu a uma representação visual para explicar o seu pensamento. Além disso, é de salientar o esforço do aluno em exibir a sua primeira tentativa e não apenas aquela que o levou à resposta correta, permitindo ao leitor acompanhar todo o seu processo de resolução. Relativamente à segunda resolução, o aluno consegue traduzir com sucesso a informação enunciada para duas equações, no entanto, não consegue resolver o sistema formado por essas equações.

duas equações que não são equivalentes, pois na verdade, está a substituir o valor de x na segunda equação. Ademais, omite o sinal de equivalência nos passos seguintes dessa equação, onde seria necessário.

924

~~1.ª resolução~~

1.ª resolução



Cada ovelha tem 4 patas e cada galinha tem 2 patas

4 patas a multiplicar por 4 ovelhas $4 \times 4 = 16$

2 patas a multiplicar por 3 galinhas $2 \times 3 = 6$

$16 + 6 = 22$

$4 + 3 = 7$

4 ovelhas + 3 galinhas = 7 animais

2.ª resolução

$X = \text{n.º de galinhas}$ $X + Y = 7$

$Y = \text{n.º de ovelhas}$ $2X + 4Y = 22$

$X + Y = 7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow X = -Y + 7 \Leftrightarrow$

$2(-Y + 7) + 4Y = 22$

$-2Y + 14 + 4Y = 22$

$-2Y + 4Y = 22 - 14$

$2Y = 8$

$Y = \frac{8}{2}$

$Y = 4$

Figura 55: 2ª fase do aluno 924 ao 4º Desafio

Realço que, mesmo nas segundas fases, nenhum aluno desta turma escreveu o sistema de equações ou usou a sua simbologia. Em vez disso, realizaram as equações separadamente e substituíram os valores obtidos individualmente.

Por fim, analiso a resolução (Figura 56) do único aluno da turma 2 que conseguiu apresentar resposta para ambas as suas formas de resolver, na primeira resolução.

2, 4, 5

Dados
7 cabeças (cavalo, 7 animais)
22 patas
galinha = 2 patas
ovelha = 4 patas

1ª Maneira: tentativa erro

(2ª tentativa)
4 ovelhas
3 galinhas

Se cada ovelha tem 4 patas: $4 \times 4 = 16$.
e se cada galinha tem 2 patas: $3 \times 2 = 6$
 $16 + 6 = 22$

R: 4 ovelhas e 3 galinhas.

2ª Maneira:

Para a segunda maneira de resolução vou usar equações.

Como não sabemos o nº de galinhas nem ovelhas então vão ser as nossas incógnitas (galinhas) x e (ovelhas) y .

Espero que vocês possam saber o nº de patas, e como o nº de patas depende do nº de animais temos:

$2x$ e $4y$
2 patas por galinha 4 patas por ovelha

~~7 = nº de animais = x + y~~
 $22 = \text{nº de patas} = 2x + 4y$

$x + y = 7$
 $2x + 4y = 22$

Agora vamos resolver em ordem a x .
Isolando o x no primeiro termo.

$x = 7 - y$ Agora sabemos o valor de x que é $7 - y$.
Então vamos mudar a segunda equação

~~$2(7 - y) + 4y = 22$~~

~~$14 - 2y + 4y = 22$~~

~~$14 + 2y = 22$~~

~~$2y = 22 - 14$~~

~~$2y = 8$~~

~~$y = 4$~~

~~$S = \{y = 4\}$~~

Agora transformo o $2x$ no seu respetivo valor
 $x = 7 - y$ ent $2x = 14 - 2y$

$14 - 2y + 4y = 22$

$2y = 22 - 14$

$2y = 8$

$y = 4$

$S = \{y = 4\}$

$y = 4$ então são 4 ovelhas
7 animais - 4 ovelhas = 3 galinhas

R: 4 ovelhas e 3 galinhas.

Podis estar menos riscado e melhor escrito.

As equações estão corretas.
Tenta melhorar a organização.
Está muito bom assim!
😊

Reduzir o texto
Melhorar a letra

10/10

Figura 56: 1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio e feedback recebido

A primeira forma de resolver o desafio é semelhante à anterior, pelo que me irei focar em explorar a segunda forma apresentada. O aluno começa por definir de forma clara as variáveis x e y como o número de galinhas e o número de ovelhas, respetivamente. De seguida, tendo por base o número total de animais e de patas, formula corretamente as equações correspondentes e resolve-as algebricamente, detalhando cada substituição e simplificação. Considero que a resolução acima se destaca pela inclusão de texto explicativo entre as equações, por exemplo, através de afirmações como *Agora vamos resolver em ordem a x . Isolando o x no primeiro termo* (1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio) e *Agora sabemos que o valor de x é $7 - y$ então vamos mudar a segunda equação* (1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio). Deste modo, orienta o leitor em cada etapa do processo de resolução e explica a lógica por detrás de cada passo. A comunicação escrita aqui presente reduz as ambiguidades e dúvidas que poderiam surgir durante a leitura, sendo cada passo justificado e contextualizado, tornando assim a resolução mais transparente e acessível. Posto isto, apesar de ser possível seguir a sua forma de pensar, a apresentação poderia ser mais organizada, com menos rasuras e uma estrutura mais limpa e é precisamente esse aspeto que o *feedback* recebido destaca através de comentários como *Podia estar menos riscado* (*Feedback* à 1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio) e *As resoluções estão corretas. Tenta melhorar a caligrafia. Estás num bom caminho* (*Feedback* à 1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio). Este último comentário sugere uma melhoria específica, incentivando a autorregulação e levando o aluno a refletir sobre o seu trabalho e identificar formas de o melhorar. Além disso, fornece um incentivo positivo, afirmando que o aluno está *num bom caminho* (*Feedback* à 1ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio).

Posto isto, o aluno apresentou uma segunda fase (Figura 57), na qual é notória uma evolução significativa ao nível da organização. Além disso, teve o cuidado de adicionar alguns elementos à sua explicação que permitiram torná-la ainda mais clara e fácil de acompanhar, nomeadamente frases como *Para resolver em ordem a x temos que saber o valor de x . Para sabermos o valor de x temos que isolar o x* (2ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio).

2, 4, 5

Dados
 $7 \text{ cabeças} = 7 \text{ animais}$
 22 patas
 $\text{galinha} = 2 \text{ patas}$
 $\text{ovelha} = 4 \text{ patas}$

1ª Resolução: Tentativa erro

1ª tentativa	se cada ovelha tem 4 patas: $4 \times 4 = 16$	^{n.º de patas}
4 ovelhas	e se cada galinha tem 2 patas: $3 \times 2 = 6$	^{n.º de animais}
3 galinhas		$16 + 6 = 22$

R.: 4 ovelhas e 3 galinhas.

2ª Resolução: Equações

Como não sabemos o n.º de ^{indivíduos de} cada um dos animais vamos usar incógnitas.
 $\text{Galinha} = x$
 $\text{Ovelha} = y$

E como o n.º de patas depende do n.º de animais = $2x$ e $4y$
 porque $2x$ é 2 patas por galinha (x) e igual para as ovelhas.

N.º de animais:
 $7 = x + y$
 N.º de patas
 $22 = 2x + 4y$

Agora vamos resolver em ordem de x .

Para resolver em ordem x temos que saber o valor de x . 2, 4, 5

Para sabermos o valor de x temos que isolar o x :

$$7 = x + y \Leftrightarrow 7 - y = x$$

Então vamos para a segunda equação

$$2x + 4y = 22$$

Agora vamos mudar o x para o seu valor.
 $x = 7 - y$ então $2x = 14 - 2y$

$$\Leftrightarrow 14 - 2y + 4y = 22 \Leftrightarrow 2y = 22 - 14 \Leftrightarrow 2y = 8 \Leftrightarrow y = 4$$

isolamos o y .

Então $y = 4$, são 4 ovelhas.

7 animais - 4 ovelhas = galinhas
 $7 - 4 = 3$

R.: 4 ovelhas e 3 galinhas.

Figura 57: 2ª fase do aluno 245 ao 4º Desafio

5.6. Perceções dos alunos acerca do Correio Matemático

Após a realização dos quatro desafios e com o intuito de conhecer as opiniões dos alunos em relação à experiência do Correio Matemático, implementei um questionário (Apêndice D) recorrendo ao *Google Forms*, composto por questões abertas e fechadas. Os alunos da turma 1 responderam a este questionário na aula do dia 23 de maio de 2024, e a turma 2 na aula de 28 de maio de 2024. Obtive a resposta de 16 alunos da turma 2, ou seja 100%, e 14 alunos da turma 1 correspondendo a 88% da turma. A fim de assegurar a máxima sinceridade nas respostas, optei por torná-lo completamente anónimo, não conseguindo assim identificar o autor de cada resposta. Esta abordagem visava eliminar quaisquer preocupações dos alunos quanto a possíveis repercussões ao expressarem as suas opiniões de maneira franca e honesta. Além deste recurso, realizei entrevistas com sete alunos, explorando aspetos específicos abordados no questionário. Estas entrevistas complementaram os dados recolhidos no questionário, proporcionando uma compreensão mais profunda das perceções dos alunos e enriquecendo a análise geral da experiência do Correio Matemático sob diferentes perspetivas e contextos individuais.

Os alunos foram inicialmente solicitados a avaliar a experiência do Correio Matemático em termos de satisfação geral. As respostas dos 30 alunos que responderam ao questionário foram bastante positivas, tendo 12 alunos avaliado a experiência com o nível 5 – Gostei muito, e 11 com o nível 4 – Gostei. Apenas um aluno afirmou não ter gostado. No que diz respeito à utilidade do *feedback* entre pares, um aspeto crucial avaliado foi a utilidade deste tipo de experiência em comparação com a resolução de um problema sem *feedback*. A maioria considerou a experiência com *feedback* entre pares mais útil, justificando que “É muito útil porque assim percebemos o que temos de melhorar na nossa resolução” (QF3)¹¹. Relativamente aos alunos que a classificaram como igualmente útil, mencionaram que “os *feedbacks* não eram muito úteis pois eram a maioria para melhorar a letra sendo que a nossa letra não dá para melhorar assim do nada” (QF3) e que “tanto pode ser mais útil como menos útil, porque se o *feedback* contém informações e pistas úteis pode ser uma mais-valia para a resolução final” (QF3). Numa das entrevistas, um aluno expressou a seguinte opinião:

Aluno 245: Eu acho que o *feedback* foi mais útil, porque o *feedback* ajudou muito, porque não é só o nosso ponto de vista sobre aquele problema. Temos outra pessoa que tem outro ponto de vista, outra resolução e que se nós

¹¹ As respostas do questionário são referidas tendo em conta a ordem das perguntas pelo que, por exemplo, a designação QF3 se refere a respostas relativamente à questão 3.

estivermos empancados ou que não estamos a conseguir raciocinar, a outra pessoa pode-nos ajudar, pode conseguir completar o que nos falta para termos um melhor desempenho.

De um modo geral, os alunos percebem e reconhecem a utilidade do *feedback* entre pares, porém afirmam que essa utilidade “também depende da outra pessoa” (E894)¹². Além disso, enfatizam que o *feedback* é valioso quando oferece “pistas importantes para conseguirmos melhorar a nossa resolução” (E924). Assim, a capacidade do outro em fornecer comentários construtivos pode fazer uma diferença significativa na forma como conseguem melhorar as suas resoluções.

Na quarta secção do questionário, é colocada a questão *A partir da atividade do Correio Matemático, sentes que evoluíste de alguma forma no modo como justificas as tuas respostas e comunicas o teu pensamento?*. Na minha opinião, esta é a questão mais crucial do questionário, uma vez que avaliar a evolução dos alunos num espaço de tempo tão breve é bastante complexo. Embora, através da observação participante, tenha observado diferenças na atitude dos alunos ao longo dos desafios, é essencial proporcionar-lhes a oportunidade de expressarem a sua opinião relativamente a sentirem ou não o impacto desta experiência no seu desenvolvimento pessoal. Dos 30 alunos inquiridos, apenas sete referem que não sentiram evolução. A partir das entrevistas pude compreender de forma mais profunda o motivo dessa evolução, ou falta dela.

Aluno 093: Eu antes era só sim ou não e agora eu vou pensando de vez em quando e justifico melhor.

Eu: O que achas que teve mais impacto nisso?

Aluno 093: A explicação do amigo matemático.

Um outro aluno destacou ainda um outro aspeto, quando questionado sobre se sentia alguma evolução.

Aluno 045: Sim, mas ao mesmo tempo não. Porque, por exemplo, eu já sabia mais ou menos como fazer, mas também ajudou-me em certas partes que eu não sabia escrever de maneira matemática.

¹² Para referir respostas das entrevistas foi utilizada a designação E__ seguida do número identificador do aluno. Por exemplo, E894 refere-se a uma resposta dada pelo aluno 894 durante a entrevista.

Em suma, o aluno não sentiu evolução na capacidade de resolver problemas, mas sim em termos de expressar as suas ideias de forma matemática, melhorando assim ao nível da linguagem matemática. Por fim, relativamente a esta questão destaco ainda a seguinte resposta:

Aluno 245: Eu acho que sim, não tem como nós fazermos alguma coisa e não evoluirmos, estamos sempre a evoluir. E o Correio Matemático ajudou, porque não é só a matemática básica, a matemática normal, como o Teorema de Pitágoras que é só pegar, aplicar e fazer o exercício. Não, aqui era diferente, nós tínhamos que ter um raciocínio, óbvio que envolvia matemática, mas era um raciocínio do dia-a-dia, em que nós tínhamos que pensar em outras coisas, não só aplicar alguma coisa que aprendemos.

Eu: Achas então que ajudou, por exemplo, ter situações que fossem possíveis de aplicar no vosso dia a dia?

Aluno 245: Acho que isso ajuda, porque não estamos a lidar com números soltos, estamos a lidar com alguma coisa. Por exemplo, é muito mais fácil lidar com os pesos das tartarugas, foi o primeiro acho eu, do que lidar com números soltos. Aqui nós temos essa comparação, é uma coisa que nos ajuda a raciocinar de outra forma.

Eu: O que é que achas que teve mais influência na evolução que sentiste?

Aluno 245: Eu acho que o que teve mais impacto foi mesmo receber problemas que não eram só matemática, acho que isso foi a coisa que mais pesou para a positiva deste projeto, porque era uma maneira de pensar, como eu já disse antes, e achei que era melhor. Outra coisa também foi o dar *feedback*, foi também uma coisa boa porque podemos não só receber o *feedback* para nos ajudar, mas dar o *feedback* para ajudar os outros, para os outros também conseguirem completar.

Além disso, a maioria, mais concretamente 25 alunos, consideraram vantajoso terem recebido *feedback* dos colegas. Entre as vantagens citadas no questionário destacam-se “Podemos melhorar a nossa resolução e assim percebendo maneiras melhores e/ou diferentes de resolver o problema” (QF7) e “Ajudou-me a perceber o que errei e a melhorar as minhas resoluções ou a forma que expliquei” (QF7). Dar *feedback* foi visto de uma forma ainda mais positiva, por 26 alunos, que consideraram que “dando *feedback* aos meus colegas posso ajudá-los e também melhorar o meu” (QF9) e que “para corrigir, tive que chegar à resposta certa e isso exigiu que pensasse mais” (QF9). Um outro aspeto realçado relaciona-se com o contacto com resoluções diferentes das

suas próprias, sendo que os alunos reconhecem que é vantajoso “porque vejo outros pontos de vista e aprendo outras maneiras de resolver o mesmo problema” (QF11). Além do mais, todos os alunos concordam que a oportunidade de melhorar a primeira resolução foi importante, reforçando a ideia de que a reflexão sobre os próprios erros é essencial para a aprendizagem.

Um aspeto diferenciador da minha intervenção pedagógica foram os materiais utilizados, como a caixa do correio, os envelopes, o carimbo do Correio Matemático e os selos matemáticos, que concederam um carácter lúdico à experiência. Para avaliar se esses elementos influenciaram de alguma forma o envolvimento dos alunos, coloquei a questão *Consideras que esses elementos te motivaram mais do que se apenas entregasses a resolução numa folha em branco?*. Os resultados mostraram que apenas um aluno respondeu negativamente, e 22 alunos afirmaram que se sentiram mais motivados com o uso desses materiais, podendo assim ter contribuído para o objetivo do Correio Matemático em promover a comunicação matemática escrita.

Além disso, a aceitação quase unânime da possibilidade de integrar o Correio Matemático como uma prática regular nas aulas de matemática, indica que os alunos atribuem um valor significativo a esta abordagem, reconhecendo que esta atividade não só foi bem recebida como também considerada benéfica para a sua aprendizagem. Nesse sentido, surgiram respostas como “é uma atividade divertida, e também nos ajuda a dar *feedback* às coisas dos outros colegas e nos ajudou a distrair e a desenvolver mais a escrita e a matemática” (QF3).

Em resumo, as perceções dos alunos sobre o Correio Matemático foram predominantemente positivas.

6. Conclusões e recomendações

O presente capítulo inicia-se com uma síntese do estudo, relembrando quais os seus objetivos e as questões que procurei responder ao longo da investigação. De seguida, são apresentadas as principais conclusões do estudo, guiadas pelas questões norteadoras definidas previamente e tendo por base os dados recolhidos e a literatura revista. Por fim, através de uma reflexão final sobre todo o projeto, realço as suas limitações, deixando ainda sugestões para investigações futuras.

6.1. Síntese do estudo

A investigação realizada centrou-se na comunicação matemática escrita e no *feedback*, através da partilha de cartas por parte de alunos do 8º ano de escolaridade. Deste modo, o objetivo principal passou por *compreender de que modo o feedback através da troca de cartas contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática*, procurando responder às seguintes questões:

1. Quais as principais dificuldades dos alunos na passagem do seu pensamento para a forma escrita?
2. Quais as principais características do *feedback* fornecido pelos alunos?
3. De que modo o *feedback* entre pares influencia a evolução da comunicação matemática escrita?

Deste modo procurei: (OE1) identificar as principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento; (OE2) compreender como concretizam de forma escrita o que pensam e verbalizam; (OE3) identificar as principais características do *feedback* escrito pelos alunos; (OE4) analisar a influência do *feedback* na reflexão crítica sobre as suas próprias produções e (OE5) compreender as perceções dos alunos sobre a utilidade do *feedback* entre pares.

Posto isto, foi desenvolvida uma intervenção pedagógica em duas turmas do 8º ano de escolaridade, abrangendo um total de 32 alunos e tendo por base a resolução de quatro desafios e a avaliação escrita entre pares através do *feedback*. Numa abordagem qualitativa, sob um paradigma interpretativo, os dados incluíram: (i) produções escritas dos alunos através do caderno digital antes da intervenção; (ii) cartas escritas pelos alunos com a resolução dos desafios e (iii) *feedbacks* dos alunos em relação às cartas dos colegas; (iv) segundas fases das cartas com a resolução dos desafios após receberem *feedback*; (v) notas de campo resultantes da observação participantes e (vi)

inquéritos por entrevistas e questionários. Na próxima secção serão discutidas as principais conclusões deste estudo.

6.2. Conclusões do estudo

Tendo por base a recolha de dados realizada e já descrita, são apresentadas as principais conclusões às questões estabelecidas inicialmente.

6.2.1. Quais as principais dificuldades dos alunos na passagem do seu pensamento para a forma escrita?

As principais dificuldades identificadas encontram-se relacionadas com três aspetos:

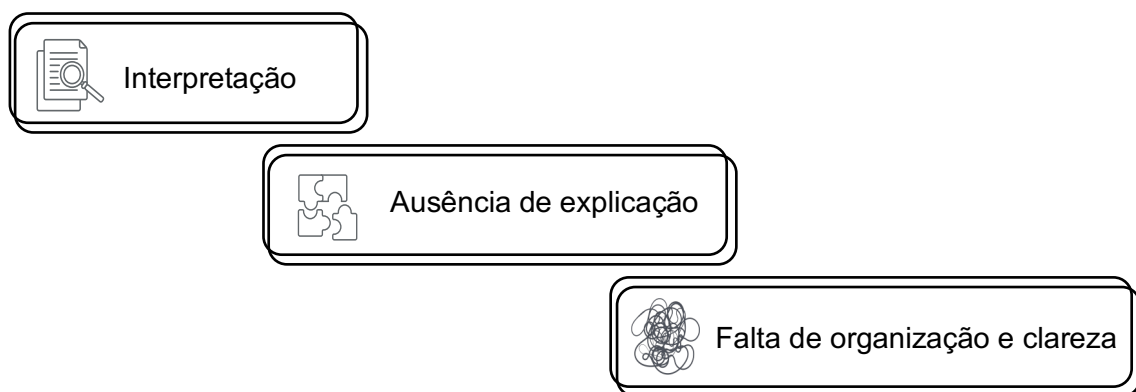


Figura 58: Principais dificuldades demonstradas pelos alunos

Ao nível da *interpretação*, os alunos evidenciaram dificuldades relacionadas com dois níveis, a compreensão do enunciado e a atribuição de significado ao próprio resultado obtido. Cabe salientar que embora a interpretação possa estar relacionada com a tarefa, considero que esta dificuldade se relaciona também com a comunicação matemática escrita, uma vez que o desenvolvimento desta capacidade por parte dos alunos irá ter um impacto positivo na sua capacidade de interpretação e compreensão do enunciado.

Em relação ao primeiro nível – compreensão do enunciado – é possível verificar exemplos nas resoluções do 1º Desafio, através das quais se observa que a maioria dos alunos que não conseguiu obter a resposta correta enfrentou dificuldades devido à não compreensão do dado crucial do enunciado, que informava que o peso total das três tartarugas era de 2,8 quilos. Essa lacuna na interpretação e compreensão do enunciado deste ponto específico impediu que alcançassem a solução correta.

No que se refere ao segundo nível – atribuição de significado ao próprio resultado obtido – essas dificuldades foram mais sentidas nas resoluções do 3º Desafio, uma vez que, contrariamente ao que aconteceu no 1º Desafio, essas dificuldades permaneceram na realização da respetiva 2ª fase. Apesar dos dois diferentes tipos de interpretação que surgiram neste desafio, os alunos não apresentaram respostas coerentes pois não conseguiram interpretar e aplicar o resultado obtido no contexto do problema. De facto, muitas vezes os alunos seguem corretamente os passos algorítmicos para chegar à solução, contudo não compreendem o que esse resultado realmente representa. Essa dificuldade pode ser atribuída a diversos fatores como a não compreensão dos conceitos, a ausência de reflexão sobre a plausibilidade do resultado ou a carência de prática em conectar um problema com situações do mundo real. Esta situação alertou-me quanto às práticas de ensino, deixando ainda mais clara a importância de não focar a matemática na resolução mecânica de problemas uma vez que é fundamental que os alunos desenvolvam a capacidade de interpretar e contextualizar os seus resultados, promovendo uma compreensão mais profunda e prática dos conceitos matemáticos.

A *ausência de explicação*, isto é, a apresentação da solução sem qualquer justificação, foi desde logo uma das dificuldades detetadas em ambas as turmas, tendo até motivado a implementação desta intervenção, e fez também parte do conjunto de desafios enfrentados ao longo do projeto. Contudo, vários alunos indicaram ter evoluído neste aspeto ao longo do Correio Matemático. Essa evolução pode estar associada ao facto de terem assumido o papel habitualmente desempenhado pelo professor e comentar as resoluções de colegas, sentindo assim a necessidade de solicitar aos colegas explicações adicionais. Dessa forma, compreenderam que, para as suas próprias resoluções, precisam explicar o seu pensamento de forma mais clara e detalhada para que outros o consigam compreender.

No que diz respeito à dimensão *falta de organização e clareza*, constatei que em muitos casos a falta de organização foi mais evidente em alunos que geralmente conseguiam obter a resolução correta e se destacavam pelos bons resultados à disciplina. Esse aspeto pode realçar mais uma vez a necessidade de incentivar os alunos a desenvolverem a capacidade de comunicação matemática, incluindo a exposição do seu pensamento de forma organizada, permitindo que os seus pares a possam acompanhar. Porém, também neste aspeto foi possível observar uma evolução positiva, comprovando que apenas com uma prática contínua se consegue ultrapassar este obstáculo.

Além das dificuldades destacadas, foi também possível verificar que o rigor e uso da linguagem matemática ainda precisam ser aprimorados.

6.2.2. Quais as principais características do *feedback* fornecido pelos alunos?

Durante a análise dos dados recolhidos, procurei evidenciar casos que ilustrassem a diversidade presente tanto nas resoluções apresentadas pelos alunos quanto nos *feedbacks* fornecidos. Esta abordagem teve como objetivo destacar a variabilidade existente nas respostas e nos comentários, refletindo a amplitude das práticas e interpretações dos alunos. No entanto, reconheço que essa análise por si só não é suficiente para tirar conclusões sobre as principais características do *feedback* fornecido pelos alunos, uma vez que se trata de uma análise que incide num contexto específico, sem ter intenções de generalização. Deste modo, é necessário realizar uma reflexão global que considere todos os dados envolvidos, sendo assim possível identificar padrões significativos e formular conclusões.

Os alunos demonstraram que a maior dificuldade ao dar *feedback* relacionou-se com a resistência em não identificar e corrigir diretamente o erro do colega e, além disso, selecionar as pistas adequadas para não oferecer de imediato a solução, mas sim ajudá-lo a refletir e chegar à resposta correta por ele próprio. Essa dificuldade é compreensível, uma vez que mesmo enquanto professora, esses aspetos apresentam desafios consideráveis. Portanto, era expectável que os alunos enfrentassem essas dificuldades de forma ainda mais evidente, devido à sua falta de hábito. Ao analisar os *feedbacks* fornecidos ao longo dos desafios do Correio Matemático, observei que esta experiência confirmou a ideia defendida por Hattie e Timperley (2007) de que o *feedback* focado na tarefa é o mais comum. Por outro lado, o *feedback* com foco na autorregulação foi o menos frequente. Além disso, conforme defendido por vários estudos, foi possível constatar que os comentários centrados na pessoa foram pouco eficazes e muitos deles limitavam-se a criticar a resolução, sem fornecer qualquer sugestão de melhoria para uma segunda fase e, consequentemente, os alunos que os recebiam não sabiam como alterar as suas respostas.

Ademais, foi possível detetar uma maior presença de *feedback* do tipo descritivo, recorrendo por vezes à forma sintática mista (afirmativa e interrogativa), permitindo que o aluno refletisse sobre o trabalho desenvolvido.

É também importante salientar que, em algumas ocasiões, as resoluções foram consideradas corretas ou não tiveram aspetos de melhoria apontados, mesmo quando

apresentavam falhas. Isso contribuiu para que alguns alunos não sentissem necessidade de entregar uma segunda fase. Este foi um aspeto que me surpreendeu uma vez que, aquando do momento da realização do *feedback*, tive sempre o cuidado de primeiramente discutir com os alunos a tarefa para que fossem capazes de comentar as cartas dos colegas de forma mais consciente. De facto, tal como alguns alunos afirmaram, não é possível fornecer comentários adequados quando eles próprios não compreenderam ou não sabiam como resolver o desafio.

Por fim, realço ainda o cuidado demonstrado por grande parte dos alunos em, mesmo na presença de algumas fragilidades ao nível da resolução, elogiar aquilo que o colega tinha feito bem, com o intuito de lhes fornecer confiança, permitindo assim que efetuassem a segunda fase com uma atitude mais positiva. Contudo, surgiram também comentários desmotivadores, tal como foi exemplificado na análise do 3º Desafio, havendo assim a possibilidade de terem tido um impacto negativo na autoestima de quem os recebeu. Quando os autores desses comentários foram confrontados com essa situação durante as entrevistas, reconheceram que tais comentários poderiam desmotivar o colega e não traziam qualquer vantagem para a sua aprendizagem, sendo assim crucial refletir cuidadosamente sobre aquilo que escrevemos e considerar como as nossas palavras podem afetar a pessoa que as recebe, avaliando se de facto lhe trarão algum benefício.

6.2.3. De que modo o *feedback* entre pares influencia a evolução da comunicação matemática escrita dos alunos?

A experiência de *feedback* entre pares é de grande importância do ponto de vista pedagógico. Ao colocaram-se no lugar do professor, os alunos começam a entender a necessidade de uma comunicação clara e precisa do seu pensamento. Ao comentar e avaliar as resoluções dos colegas, depararam-se com a mesma dificuldade que o professor enfrenta: entender o raciocínio por detrás de uma solução, levando-os assim a solicitar uma explicação mais detalhada, percebendo igualmente que para as suas próprias resoluções, teriam de ser mais claros. Esta prática não só aprimora a capacidade de comunicação escrita, como também reforça a compreensão dos conceitos. Isto porque ao explicar o seu pensamento, os alunos reavaliam e consolidam o seu próprio conhecimento. Quando conseguem articular o seu pensamento no papel de forma esclarecedora, não demonstram apenas o seu conhecimento, mas identificam e corrigem também possíveis equívocos no seu raciocínio.

A importância desta prática foi também reconhecida pelos alunos: 23 de um total de 30 alunos afirmaram terem evoluído de alguma forma no modo como justificam as suas respostas e comunicam o seu pensamento. Esta ideia foi ainda reforçada no decorrer das entrevistas, em que alguns alunos evidenciaram que a experiência do Correio Matemático os ajudou a melhorar a sua linguagem matemática.

Além disso, foi extremamente significativo para mim observar uma mudança de atitude nos alunos com os quais inicialmente era necessário insistir para que resolvessem o desafio, pois não se consideravam capazes de o fazer devido aos seus maus resultados na disciplina. Contudo, foram envolvendo-se cada vez mais nos desafios e acredito que a metodologia usada (caixa de correio, envelopes, etc) tenha tido também um papel nessa evolução.

Deste modo, posso afirmar que o propósito da intervenção realizada foi concretizado, e que de facto o *feedback* entre pares através da troca de cartas contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita, evidenciando que a aprendizagem dos alunos é mais significativa num ambiente onde é privilegiada a avaliação formativa.

Por fim, apresento a resolução de um aluno no seu caderno digital, numa aula após a intervenção do Correio Matemático ter terminado. Saliento esta resolução uma vez que se trata de um aluno que inicialmente demonstrava alguma resistência em explicar e justificar as suas respostas, tendendo a apresentar apenas a resposta final. Contrariamente, na resolução apresentada, nota-se um esforço significativo em explicar o seu pensamento, detalhando as suas tentativas até alcançar a resposta correta. Ademais, durante a realização dos desafios, frequentemente me perguntava se não havia problema em escrever que a estratégia utilizada tinha sido tentativa-erro, ao que eu respondia consistentemente que o mais importante era que a sua explicação fosse clara, independentemente da estratégia escolhida. Deste modo, fiquei surpreendida quando verifiquei a resposta apresentada na Figura 59 e questionei o aluno sobre uma possível influência do Correio Matemático. Neste sentido, o aluno admitiu que, se não fosse por essa experiência, talvez não tivesse respondido da mesma forma.

1. Um teste contém 20 questões, umas de escolha múltipla valendo 4 pontos e outras de desenvolvimento valendo 8 pontos. A pontuação máxima é de 100 pontos. Quantas questões de cada tipo tem o teste?

20 questões
Escolha múltipla - 4 pontos
desenvolvimento - 8 pontos
100 pontos

Para chegar ao resultado usei a tentativa-erro.

1ª tentativa
17 perguntas $\times$ 4 pontos = 68
3 " $\times$ 8 pontos = 24

2ª tentativa
15 perguntas $\times$ 4 pontos = 60
5 " $\times$ 8 pontos = 40

isto foi a minha primeira tentativa
pois fui multiplicando o 8 por vários números (começo 10, 14, 12... e descobri que pelo número que multiplicava, depois tinha que o subtraía à 20.

Esta foi a minha última tentativa
Esta foi o único resultado que ao adicionar os números que multiplicamos deu 20 = 15 + 5 e que os resultados deiam $60 + 40 = 100$ pontos

Figura 59: Resposta do aluno 639 a um exercício realizado numa aula após a intervenção pedagógica ter terminado

6.3. Limitações e perspetivas

- Limitações da intervenção pedagógica

No desenvolvimento e implementação desta intervenção pedagógica, surgiram algumas limitações e houve necessidade de adaptar o plano inicial. Destes momentos que não correram como o esperado, surgiram aprendizagens e oportunidades cruciais de reflexão, assim como ideias para estudos futuros que serão exploradas nas recomendações.

A principal limitação encontrada durante o estudo relacionou-se com a falta de empenho na realização e entrega das segundas fases de cada desafio proposto. Os desafios, bem como o respetivo *feedback* eram realizados durante o tempo de aula e apenas a elaboração de cada segunda fase ficava como trabalho de casa. Contudo, desde janeiro até maio, foram poucos os alunos que me entregaram todas as segundas fases e, mesmo aqueles que o fizeram, apresentaram o trabalho com atraso, frequentemente coincidindo com a data de realização do desafio seguinte. Planeei os desafios com um intervalo de aproximadamente um mês precisamente para proporcionar aos alunos tempo suficiente para refletirem sobre a sua primeira resolução e sobre o *feedback* recebido, respeitando assim o ritmo individual de cada um e evitando a pressão de limites de tempo como ocorria durante as aulas. Contudo, apesar desse cuidado, a falta de cumprimento da entrega das segundas fases acabou por dificultar o estudo ao nível da recolha de dados, complicando o processo de comparação e avaliação de uma possível evolução na segunda oportunidade de resolver o desafio. Tal como já mencionei, na disciplina de Matemática, em nenhuma das turmas era habitualmente marcado trabalho de casa, e sendo assim essa falta de hábito pode ter também influenciado negativamente a adesão à realização das segundas fases dos desafios.

Um outro entrave foi o fator tempo, que exigiu o cumprimento rigoroso das aulas previstas para os quatro desafios de modo a não perturbar a calendarização das aulas e o cumprimento do programa. A limitação de tempo tornou-se ainda mais evidente na realização do último desafio uma vez que não foi possível efetuar uma das partes mais cruciais da implementação de uma *Gallery Walk*: a discussão coletiva. Devido a aulas já planeadas e a uma visita de estudo, não havia possibilidade de a realizar na aula seguinte e adiar a discussão coletiva por um longo período de tempo não era viável pois perderia a relevância e a conexão imediata com o desafio e, portanto, acabou por não ocorrer.

Um desafio que considero relevante salientar esteve relacionado com a escolha das tarefas para os desafios. Tinha inicialmente visionado tarefas mais desafiantes e complexas, contudo, a prioridade foi adaptá-las aos alunos que os iriam realizar e às suas necessidades/dificuldades e, portanto, não me valia de nada implementar tarefas desafiantes se os alunos não fossem capazes de as resolver e se sentissem desmotivados, impedindo assim o seu envolvimento. Porém, reconheço que nem todas as atividades que propus possam ser consideradas como *resolução de problemas*. Quando a intenção é que o problema esteja relacionado com o conteúdo lecionado no momento, é preciso ter muito cuidado para perceber se aquilo é de facto um problema, ou se se trata de um exercício. Todavia, é fundamental conhecer os alunos, compreender as suas limitações e tentar desafiá-los a ultrapassar as suas dificuldades.

Inicialmente, previ que uma limitação desta intervenção pedagógica poderia ser os alunos perderem as cartas e o *feedback* dado pelos colegas, impossibilitando a realização da segunda fase. Para garantir que isso não ocorresse, tomei a precaução de digitalizar todas as cartas e comentários após cada desafio e, dessa forma, mesmo que os alunos perdessem as cartas físicas, como de facto aconteceu em alguns casos, isso não causaria impedimentos. Assim, enviei os materiais digitalizados a esses alunos via *WhatsApp*, garantindo que tinham os recursos necessários para melhorar a sua resolução e tal pode servir como recomendação para estudos semelhantes no futuro.

- Limitações da investigação

Ao nível da investigação também foi possível identificar algumas limitações, nomeadamente ao nível da dimensão do número de participantes. Se um maior número de alunos tivesse sido envolvido, as conclusões poderiam integrar outras perspetivas e ações dos alunos. Além disso, o período de realização da investigação pode não ter sido suficiente para observar mudanças significativas nas capacidades dos alunos. Um estudo mais prolongado poderia fornecer resultados ainda mais robustos e evidenciar melhor a evolução das suas capacidades. No que diz respeito à recolha de dados, uma limitação identificada foi a concentração das entrevistas no final do estudo. Realizá-las ao longo de todo o processo poderia permitir captar mais aspetos da comunicação matemática dos alunos e possibilitar um acompanhamento mais detalhado da sua evolução.

- Perspetivas

Uma sugestão para futuras investigações seria estudar a comunicação escrita dos alunos relativamente a tarefas nas quais possam usufruir de recursos tecnológicos como por exemplo o *GeoGebra*. No âmbito da temática do *feedback*, uma proposta seria incorporar não só o *feedback* escrito, mas também momentos a partir dos quais os alunos pudessem recorrer ao questionamento oral de modo a clarificar dúvidas que pudessem surgir, integrando assim o *feedback* oral como complemento do *feedback* escrito. Por fim, recomendo também que uma investigação semelhante pudesse beneficiar de um maior período de tempo, de forma a avaliar com mais precisão o contributo do *feedback* na evolução dos alunos.

Referências Bibliográficas

- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Amado, N. (2022). Representações múltiplas no ensino e aprendizagem da matemática. *Educação e Matemática*, 166, 2-6.
- Ayalon, M., & Wilkie, K. J. (2021). Investigating peer-assessment strategies for mathematics pre-service teacher learning on formative assessment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24, 399-426. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09465-1>
- Barbosa, A., & Vale, I. (2019). Tens Correio! A Comunicação Escrita e o Feedback na Aula de Matemática. *Revista Interações*, 15(50), 109–123. <https://doi.org/10.25755/int.18792>
- Barbosa, A., & Vale, I. (2022). As representações: escolhas eficazes na resolução de problemas. *Educação e Matemática*, 166, 19-24.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods* (5th ed.). Pearson Education.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction* (2nd print). Harvard University Press.
- Bruno, I. (2006). *Avaliação das aprendizagens: O processo de regulação através do feedback – um estudo em Físico-Química no 3º ciclo do ensino básico*. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa]. <http://hdl.handle.net/10451/43571>
- Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens essenciais de matemática para o ensino básico*. Direção-geral da Educação (DGE). <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da investigação – Guia para Auto-Aprendizagem* (2.^a Edição). Universidade Aberta.

Costa, J. (2021). Avaliação formativa, *feedback* escrito e resolução de problemas nas aulas de matemática: uma experiência com alunos do 2.º ciclo. *Educação e Matemática*, 160, 20-23.

Crespo, S. (2003). Using Math Pen-pal letters to promote mathematical communication. *Teaching Children Mathematics*, 10, 34-39.

Dias, S., Santos, L. (2008). Por que razão é importante identificar e analisar os erros dos alunos? O *feedback* regulador. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 133-143). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Faria, F., & Rodrigues, M. (2020). A comunicação matemática escrita. *Da Investigação às Práticas: Estudos De Natureza Educacional*, 10(2), 90–116. <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>

Fernandes, D. (2005). *Avaliação das aprendizagens: Desafios às teorias, práticas e políticas*. Texto Editores.

Fernandes, D. (2011). Avaliar para melhorar as aprendizagens: Análise e discussão de algumas questões essenciais. In I. Fialho e H. Salgueiro (Eds.), *Turma Mais e sucesso escolar: Contributos teóricos e práticos* (pp. 81-107). Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora.

Fernandes, D. (2021). *Avaliação pedagógica, classificação e notas: Perspetivas contemporâneas*. Folha de apoio à formação - Projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação Pedagógica (MAIA). Ministério da Educação/DGE.

Fialho, I. (2022). Avaliar para melhorar aprendizagens e resultados. *Revista Diversidades*, 59, 7-11. <https://pt.calameo.com/read/006440681dcd1e28f0ace>

Fuehrer, S. (2009). Writing In Math Class? Written Communication in the Mathematics Classroom. *Action Research Projects*. 73. <https://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/73>

Gielen, S., Peeters, E., Dochy, F., Onghena, P., & Struyven, K. (2010). Improving the effectiveness of peer feedback for learning. *Learning and Instruction*, 20(4), 304–315. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.08.007>

Gipps, C. (1999). Socio-cultural aspects of assessment. *Review of Research in Education*, 24, 355-392.

Goma, J. L. S., Manrique, A. L., Martinho, M. H. (2020). A comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo o pensamento algébrico. *Quadrante*, 29(2), 47-67.

<https://doi.org/10.48489/quadrante.22571>

González, P., Díaz, J., & Martín, D. (2023). Peer assessment processes in a problem-solving activity with future teachers. *EURASIA Journal of Mathematics, Science, and Technology Education*, 19(4), em2245.

<https://doi.org/10.29333/ejmste/13057>

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112.

Heritage, M., & Niemi, D. (2006). Toward a Framework for Using Student Mathematical Representations as Formative Assessments. *Educational Assessment*, 11(3-4), 265–282. <https://doi.org/10.1080/10627197.2006.9652992>

Husband, M., & Nikfarjam, P. (2022). Peer Feedback in the Mathematics Classroom. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 13(1), 1–6.

<https://doi.org/10.52214/jmetc.v13i1.8984>

Kollar, I., & Fischer, F. (2010). Peer assessment as collaborative learning: A cognitive perspective. *Learning and Instruction*, 20(4), 344–348.

<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.08.005>

Lampert, M., & Cobb, P. (2003). Communication and language. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 237-249). NCTM.

Lima, L. (2020). *O ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas: intencionalidades, ações e reflexões dos docentes*. [Tese de Doutoramento, Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade do Porto]. <https://hdl.handle.net/10216/128008>

Lima, L., & Cosme, A. (2018). Ensinar, aprender e avaliar como processos integrados na produção de saberes numa aula orientada pela Metodologia de Resolução de Problemas. *Revista de Educação, Ciência e Cultura*, 23(2), 123-136.

<https://doi.org/10.18316/recc.v23i2.4478>

Love, E., & Mason, J. (1995). Telling and asking. *Subject learning in primary curriculum*. Routledge.

Machado, H., & Pinto, J. (2014). Os contributos da coavaliação entre pares, através do feedback, na regulação das aprendizagens. Atas do VI encontro do CIED – I Encontro internacional de estudos educacionais. *Avaliação desafios e riscos* (pp. 317-332). ESE.

Martinho, M. H., & Ponte, J. P. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. In H. M. Guimarães & L. Serrazina (Orgs.), *Actas de V CIBEM: Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*. Associação de Professores de Matemática.

Martinho, M. H., & Rocha, H. (2018). A escrita matemática e a intuição em Geometria. *Educação e Matemática*, 149, 34-38.

Martins, L. (2024). *A resolução de problemas e a escrita matemática: Um estudo com alunos do ensino secundário*. [Tese de Doutoramento, Universidade do Minho]. <https://hdl.handle.net/1822/89639>

MEC (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. MEC.

Menezes, L. (2021). Oportunidades para a comunicação escrita na aprendizagem da matemática. *Educação e Matemática*, 160, 13-16. <http://hdl.handle.net/10400.19/6776>

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. APM.

NCTM (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. APM.

Phillips, E. & Crespo, S. (1996). Devopling written communication in mathematics through math penpal letters. *For the Learning of Mathematics*, 16(1), 15-22.

Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-70.

Ponte, J. P., Quaresma, M., Gomes, P. (2022). Representações e raciocínio na aula de matemática. *Educação e Matemática*, 166, 39-43.

Ponte, J. P., & Santos, L. (1998). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3-32.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática do 1º ciclo*. Universidade Aberta.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51-74.

https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2983/1/04-Ponte-Serrazina_Praticas-Quadrante.pdf

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Graça-Martins, M. E., & Oliveira, P. M. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento curricular

Sadler, D. (1989). Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science*, 18, 119-144.

Santos, L. (2002). *Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como?*. <http://hdl.handle.net/10451/4884>

Santos, L. (2003). Avaliar competências: Uma tarefa impossível?. *Educação e Matemática*, 74, 16-21.

Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes & C. Rodrigues (Eds), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 11-35). SEM-SPCE.

Santos, L. (2017). O que nos diz a investigação sobre os contributos da avaliação para a aprendizagem: algumas notas. *Educação e Matemática*, 144-145, 53-58.

Santos, L. (2018). Ler e escrever nas aulas de Matemática?. In C. Lopes & A. Nacarato (Orgs), *Orquestrando a oralidade, a leitura e a escrita na educação matemática* (11-34). Mercado Letras.

Santos, L. (2018). O feedback: algumas notas. In F. Veiga (Coord.), *O Ensino como fator de envolvimento numa escola para todos* (pp. 503-539). Climepsi.

Santos, L. (2022). O feedback como uma poderosa ferramenta para a aprendizagem matemática: uma meta-análise de estudos portugueses. *Revemop*, 4, e202210. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202210>

Santos, L., & Dias, S. (2006) Como entendem os alunos o que lhes dizem os professores? A complexidade do *feedback*. *Actas do ProfMat2006*. APM.

Santos, L. F. (2000). *O ensino da história e a educação para a cidadania – concepções e práticas de professores*. Instituto de Inovação Educacional.

Semana, S., & Santos, L. (2009). *Estratégias de avaliação na regulação das aprendizagens em matemática*. XXSIEM. APM.

Serrazina, L. (2018). Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. *Educação e Matemática*, 149, 13-16.

Stein, M. K. (2001). Mathematical argumentation: Putting umph into classroom discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(2), 110-112.

Vale, I., & Barbosa, A. (2018). Os contributos de uma Gallery Walk para promover a comunicação matemática. *Educação e Matemática*, 149-150, 2-8.

Vale, I., & Barbosa, A. (2020). Gallery Walk: uma estratégia ativa para resolver problemas com múltiplas soluções. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 17, 1-19.

Wiliam, D. (1999). Formative assessment in mathematics. *Equals: mathematics and Special Educational Needs*, 5(3), 8-11.

Apêndices

Apêndice A – Consentimento para os encarregados de educação



Caro(a) Encarregado(a) de Educação,

Como penso ser do vosso conhecimento, na disciplina de Matemática do vosso educando há três professores, sendo eu professora estagiária, inscrita no Mestrado em Ensino da Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP). Nas aulas de Matemática do presente ano letivo, o(a) seu(sua) educando(a) conta sempre com esta colaboração acrescida. Como parte dos requisitos do Mestrado, tenho de implementar um projeto de investigação em Didática da Matemática, orientado pela professora Louise Lima, docente da FCUP.

A concretização deste trabalho de investigação envolve uma intervenção pedagógica integrada na normal planificação das aulas de Matemática. Envolve também a recolha de dados acerca das aprendizagens dos alunos, recolha essa que tornará viável a implementação do projeto de investigação em causa. Esta recolha de dados inclui a gravação em áudio de algumas aulas/momentos de trabalho dos alunos, a recolha de trabalhos escritos realizados pelos alunos e a realização de entrevistas com alguns alunos desta turma.

- A gravação em áudio é essencial para que toda a informação contida nas interações existentes numa aula ou em parte dela seja efetivamente recolhida e não se percam aspetos relevantes para os objetivos dos trabalhos de investigação. Estas gravações serão posteriormente transcritas (total ou parcialmente) e serão destruídas assim que o trabalho esteja terminado.

- A recolha das produções escritas dos alunos (respostas a tarefas propostas) em nada difere do que seria feito numa situação de ensino presencial, uma vez que é prática comum efetuar essa recolha para efeitos de análise das principais dificuldades dos alunos de modo a poder encontrar estratégias que os ajudem a ultrapassá-las. Assim que o trabalho estiver terminado, as produções escritas recolhidas serão destruídas.

- A realização de entrevistas envolve a gravação em áudio das mesmas, nos mesmos moldes que a gravação de aulas/momentos de aula, e é realizada com um número limitado de alunos, em horário extra-aula a combinar com eles.

Em caso algum os alunos que participarem neste trabalho de investigação ou a escola serão identificados, garantindo-se o anonimato no relatório final de estágio. A participação neste trabalho em nada interfere com a avaliação de desempenho do(a) seu(sua) educando(a) na disciplina de Matemática, pois apenas dirá respeito à viabilização do trabalho de investigação e terá implicações na avaliação da mesma para conclusão do seu curso de Mestrado em Ensino da Matemática. Além disso, a participação do(a) seu(sua) educando(a) neste projeto é inteiramente voluntária, podendo ele(ela) desistir em qualquer momento, sem qualquer justificação necessária. No caso de desistência, nenhum dado eventualmente já recolhido que lhe diga respeito será utilizado na elaboração do relatório final de estágio.

Esta missiva tem como objetivo solicitar a sua autorização para a participação do(a) seu(sua) educando(a) no projeto de investigação. Estou, juntamente com a minha orientadora, à disposição para qualquer informação adicional.

Agradecendo, desde já, toda a compreensão e atenção dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

(Ana Sofia Gonçalves, Professora Estagiária)

██████████, 18 de janeiro de 2024

(Destacar o picotado e devolver através do(a) seu(sua) educando(a))



Eu, _____ Encarregado/a
de Educação do/a aluno/a _____ nº _____
da turma ____ do 8º ano da Escola ██████████, autorizo / não autorizo
(riscar o que **não** interessa) o/a meu/minha educando/a a participar no trabalho de
investigação da sua professora estagiária de matemática Ana Sofia Gonçalves.

Data: ____/____/2024

Assinatura: _____

Apêndice B – Assentimento para os alunos



Aos alunos da turma [redacted] e [redacted] da Escola [redacted].

Eu, vossa professora estagiária de Matemática, estou a realizar um trabalho de investigação sobre a comunicação matemática escrita e o papel do feedback. Este trabalho é orientado por uma professora da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

O trabalho que estou a realizar, envolve a escrita de cartas com a resolução de desafios matemáticos e posterior feedback à carta realizada pelos vossos “amigos matemáticos”. A escrita destas cartas será realizada em tempo de aula. Para obter melhor informação sobre como esta tarefa contribui para as vossas aprendizagens e para perceber quais as vossas principais dificuldades, tenho necessidade de gravar em áudio as conversas que for tendo com alunos que forem selecionados, desde que aceitem colaborar comigo. Os registos escritos dos alunos serão também fonte importante de dados para o meu trabalho. A vossa participação será anónima. Isto é, os resultados que vão ser publicados, não terão qualquer identificação dos vossos nomes. Além disso, a colaboração dos alunos neste trabalho de investigação em nada vai interferir com a sua avaliação na disciplina.

Assim, venho pedir a vossa colaboração no meu trabalho.

Se tiverem alguma questão, estarei sempre ao vosso dispor.

(Ana Sofia Gonçalves)

[redacted], 18 de janeiro de 2024

✂-----

Eu, _____, aluno(a)
da turma ____ do 8º ano da Escola [redacted], aceito participar no
trabalho de investigação da minha professora estagiária de Matemática Ana Sofia
Gonçalves, e entendo que posso desistir a qualquer momento.

Data: ____/____/2024

(Assinatura do menor)

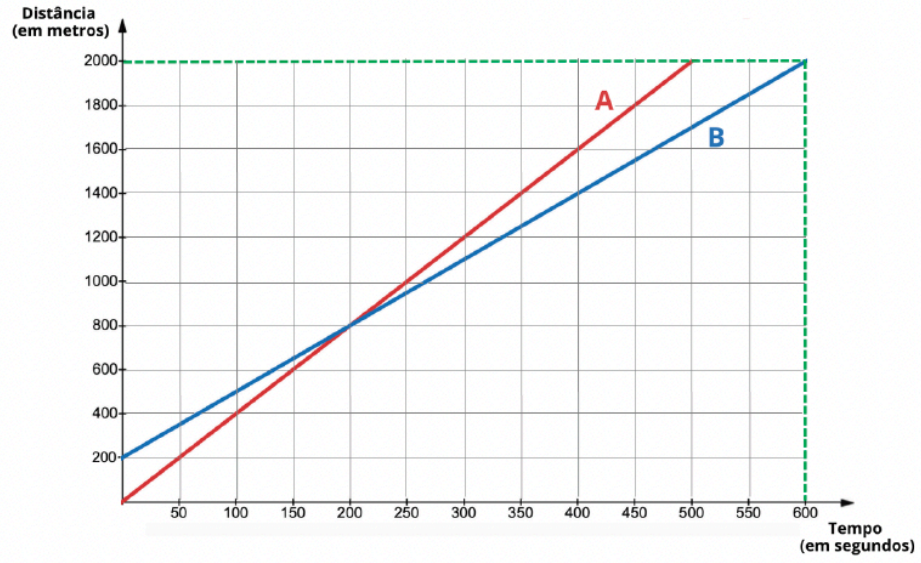
Apêndice C – Enunciado do 3º Desafio adaptado para alunos ARA



Correio matemático 3º desafio



A Rita e o Miguel resolveram fazer uma corrida em patins, numa pista com 2000 metros. Para tornar a corrida mais justa, o Miguel disse à Rita que a deixaria partir alguns metros à sua frente, afirmando que, mesmo assim, conseguiria vencer.



Tempo (s)	Distância A (m)	Distância B (m)
0	0	200
50	400	500
100	800	800
150	1200	1100
200	1600	1400
250	2000	1700
300	-	2000

O gráfico mostra uma previsão sobre o modo como decorre a corrida, supondo que:

- Miguel percorre 4 metros por segundo;
- Rita percorre 3 metros por segundo e parte com um avanço inicial de 200 metros.

- 1) Achas que o Miguel tem razão? Quem sai vencedor?
- 2) Que distância percorre a Rita ao fim de 100 segundos?
- 3) Quanto tempo demora a Rita a percorrer 1400 metros?
- 4) Escreve uma expressão algébrica que represente a distância percorrida pela Rita ao longo do tempo. Essa expressão representa uma função linear?

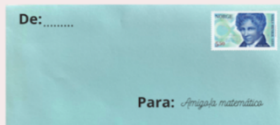
Nota que no momento inicial, ou seja, quando o tempo é igual a 0 segundos, a distância percorrida pela Rita é 200 metros, uma vez que parte com um avanço do Miguel.

Numa carta, explica detalhadamente ao teu amigo matemático como chegaste às tuas respostas.





Apêndice D – Questionário

Questionário - Correio Matemático

Este formulário tem como objetivo perceber a tua opinião sobre alguns aspetos das aulas lecionadas pela professora estagiária Ana Sofia Gonçalves, nomeadamente, sobre o Correio Matemático.

Peço que as respostas sejam dadas do modo mais sincero possível. Não há respostas erradas.

Obrigada pela colaboração.



 Não partilhado

*** Indica uma pergunta obrigatória**

- Como avalias a experiência do Correio Matemático? *

☐ 5 - Gostei muito
☐ 4 - Gostei
☐ 3 - Neutro
☐ 2 - Gostei pouco
☐ 1- Não gostei
- Como classificas a utilidade deste tipo de experiência em comparação com a resolução de um problema sem *feedback*? *

☐ Mais útil
☐ Igualmente útil
☐ Menos útil
- Justifica a tua opção anterior. *

A sua resposta
- A partir da atividade do Correio Matemático, sentes que evoluíste de alguma forma no modo como justificas as tuas respostas e comunicas o teu pensamento? *

☐ Sim *Avançar para a pergunta 5*
☐ Não *Avançar para a pergunta 6*

- 5 Classifica as seguintes afirmações quanto à influência das seguintes ações para a evolução no modo como justificas as tuas respostas e comunicas o teu pensamento. *

	1 (Não teve qualquer influência)	2 (Teve pouca influência)	3 (Influenciou)	4 (Influenciou bastante)
Dares feedback aos teus colegas	☐	☐	☐	☐
Receberes feedback de colegas	☐	☐	☐	☐
Contactares com resoluções diferentes das tuas	☐	☐	☐	☐

- 6 Consideras que houve alguma vantagem em teres recebido *feedback* de colegas às tuas resoluções? *

☐ Sim *Avançar para a pergunta 7*

☐ Não *Avançar para a pergunta 8*

- 7 Indica pelo menos uma vantagem de teres recebido *feedback* de colegas às tuas resoluções. *

A sua resposta

- 8 Consideras que houve alguma vantagem em teres dado *feedback* às resoluções de colegas? *

☐ Sim *Avançar para a pergunta 9*

☐ Não *Avançar para a pergunta 10*

- 9 Indica pelo menos uma vantagem de teres dado *feedback* às resoluções de colegas. *

A sua resposta

- 10 Consideras que houve alguma vantagem em teres contactado com resoluções diferentes da tua? *

☐ Sim *Avançar para a pergunta 11*

☐ Não *Avançar para a pergunta 12*

- 11 Indica pelo menos uma vantagem de teres contactado com resoluções diferentes *
da tua.

A sua resposta

- 12 Consideras importante ter tido a oportunidade de melhorar a tua 1ª resolução? *

☐ Sim

Avançar para a pergunta 13

☐ Não

Avançar para a pergunta 14

- 13 Porque motivo consideras importante ter tido a oportunidade de melhorar a tua 1ª resolução? *

A sua resposta

- 14 Ao longo da atividade do Correio Matemático, as resoluções aos problemas foram escritas num papel com design alusivo ao desafio. Foi usada uma caixa de correio, assim como envelope e selo matemático. Consideras que esses elementos te motivaram mais do que se apenas entregasses a resolução numa folha em branco? *



☐ Sim

☐ Foi indiferente

☐ Não

- 15 Gostarias que, no futuro, o Correio Matemático fosse uma prática regular nas aulas de matemática? *

☐ Sim

☐ Não

Gostarias de deixar algum comentário, sugestão ou opinião? Podes fazê-lo neste espaço.

(Podes expressar a tua opinião relativamente ao que mais gostaste e menos gostaste)

A sua resposta

Apêndice E – Guião das entrevistas

Guião entrevistas

Perguntas comuns para todos os entrevistados:

- (1) Consideras que a experiência do feedback entre pares foi mais útil, igualmente útil ou menos útil em comparação com a resolução de um problema sem feedback? Porquê?
- (2) A partir do Correio Matemático sentes que evoluíste de alguma forma no modo como justificas as tuas respostas e comunicas o teu pensamento?
- (Caso responda afirmativamente: (3) O que teve mais influência: dar feedback, receber feedback ou contactar com diferentes resoluções?)
- (4) Consideras importante ter tido a oportunidade de melhorar a tua 1ª resolução? Porquê?

Perguntas extra:

• Aluno 924

- Porque começaste por escrever que a tartaruga pai só poderia ter 1,4kg?
- O que mais te ajudou a alterar a tua resolução da 1ª para a 2ª fase?
- No 3º desafio recebeste o seguinte feedback “Está certo. Amei a resolução simples”. Não sentiste necessidade de melhorar a resolução na segunda fase, porquê? Concordas com o feedback? Consideras que explicaste detalhadamente as tuas respostas?

Observação: No 3º desafio, o aluno apresentou apenas as respostas finais, sem quaisquer justificações e responde “sim” relativamente à função $y=3x+200$ ser linear.

• Aluno 045

- No 3º desafio o feedback que recebeste comenta que te “esqueceste do avanço da Rita”, mas não sentiste necessidade de melhorar a resolução numa 2ª fase, porquê? Não concordas com o feedback?
- Não achas que o comentário “Não sabes usar acentos? Eu não percebi a tua letra” irá desmotivar o teu colega?

- **Aluno 245**

- Quando dás feedback aos teus colegas consideras importante identificar o que já está bem feito? Porquê?
- Ao longo dos desafios, os feedbacks que recebias mencionavam que as tuas resoluções eram confusas e deveriam estar mais organizadas. Sentes que esses comentários te fizeram melhorar e refletir sobre esse aspeto?

- **Aluno 894**

- O que entendes do feedback “O teu raciocínio está certo até ao final, no final acho que erraste”. Qual foi a tua maior dificuldade em melhorar a resolução numa 2ª fase?
Observação: Através deste feedback aluno não conseguiu perceber o seu erro e não conseguiu resolver o desafio corretamente na 2ª fase. Assim, após receber a 2ª fase eu forneci feedback e questioneei-o relativamente à veracidade da igualdade “ $6=2$ ” a que chegou após ter substituído os valores na equação. O meu intuito foi fazer com que o aluno refletisse se aquela igualdade era verdadeira e se isso significava que a expressão mencionada poderia ser a do Rui. Apesar de não ser necessário, o aluno optou por entregar uma nova versão da 2ª fase e desta vez conseguiu resolvê-lo corretamente.
- O que mais te ajudou a alterar a resposta da 1ª para a 2ª fase? (relativamente ao 3º desafio). Consideras que este feedback te ajudou mais do que o feedback anterior? Porquê?

- **Aluno 639**

- (Relativamente ao 3º desafio) Porque consideraste o avanço de 200m da Rita apenas na 2ª questão e não na 1ª?
- Antes da pergunta (4): O que entendes por “2ª fase”?
O feedback que recebeste comentava que “o que podia melhorar era a organização”, contudo apenas respondeste ao feedback “vou tentar ter mais um bocadinho de arrumação” e não sentiste necessidade de melhorar a resolução numa 2ª fase. Porquê?
- O que aprendeste com esta experiência?

Observação: Relativamente a esta aluna, quando nas aulas do Correio Matemático me dizia que não sabia explicar o seu pensamento por escrito porque tinha utilizado a estratégia tentativa-erro, respondia-lhe que não havia problema em usar essa estratégia e que não havia problema nenhum em dizer que a estratégia usada foi essa, o que interessava era que ficasse claro a forma que tinha pensado e como chegou à resposta. Numa aula recente, a aluna apresentou a resposta abaixo, pelo que gostaria de perceber se essa resposta poderá ter sido influenciada de alguma forma pelo Correio Matemático.

1. Um teste contém 20 questões, umas de escolha múltipla valendo 4 pontos e outras de desenvolvimento valendo 8 pontos. A pontuação máxima é de 100 pontos. Quantas questões de cada tipo tem o teste?

20 questões
Escolha múltipla - 4 pontos
desenvolvimento - 8 pontos
100 pontos

Para chegar ao resultado usei a tentativa-erro.

1ª tentativa
17 perguntas X 4 pontos = 68
3 " " X 8 pontos = 24
20 perguntas

2ª tentativa
15 perguntas X 4 pontos = 60
5 " " X 8 pontos = 40
20 perguntas

isto foi a minha primeira tentativa
pois fui multiplicando o 8 por números como 10, 14, 12... e descobri que o número que multiplicava, depois tinha que o multiplicava à 20.

isto foi a minha última tentativa
isto foi o único resultado que ao adicionar os valores que multiplicamos deu 20 = 15 + 5 e que os resultados deram 60 + 40 = 100 pontos

• Aluno 093

- No 2º desafio como não resolveste a última questão, o teu amigo matemático forneceu-te pistas e um exemplo para começares, contudo não melhoraste a tua resolução numa 2ª fase. Porquê? Qual foi a tua dificuldade?
- Na grande maioria das aulas de matemática não registas no teu caderno aquilo que é escrito no quadro e foram muitas as vezes em que insisti contigo para que o fizesses. Contudo, percebi que o mesmo não se verificou na escrita das cartas do Correio Matemático, nas quais chegaste a escrever uma página inteira a explicar o teu pensamento, sem demonstrar qualquer descontentamento. Porquê?

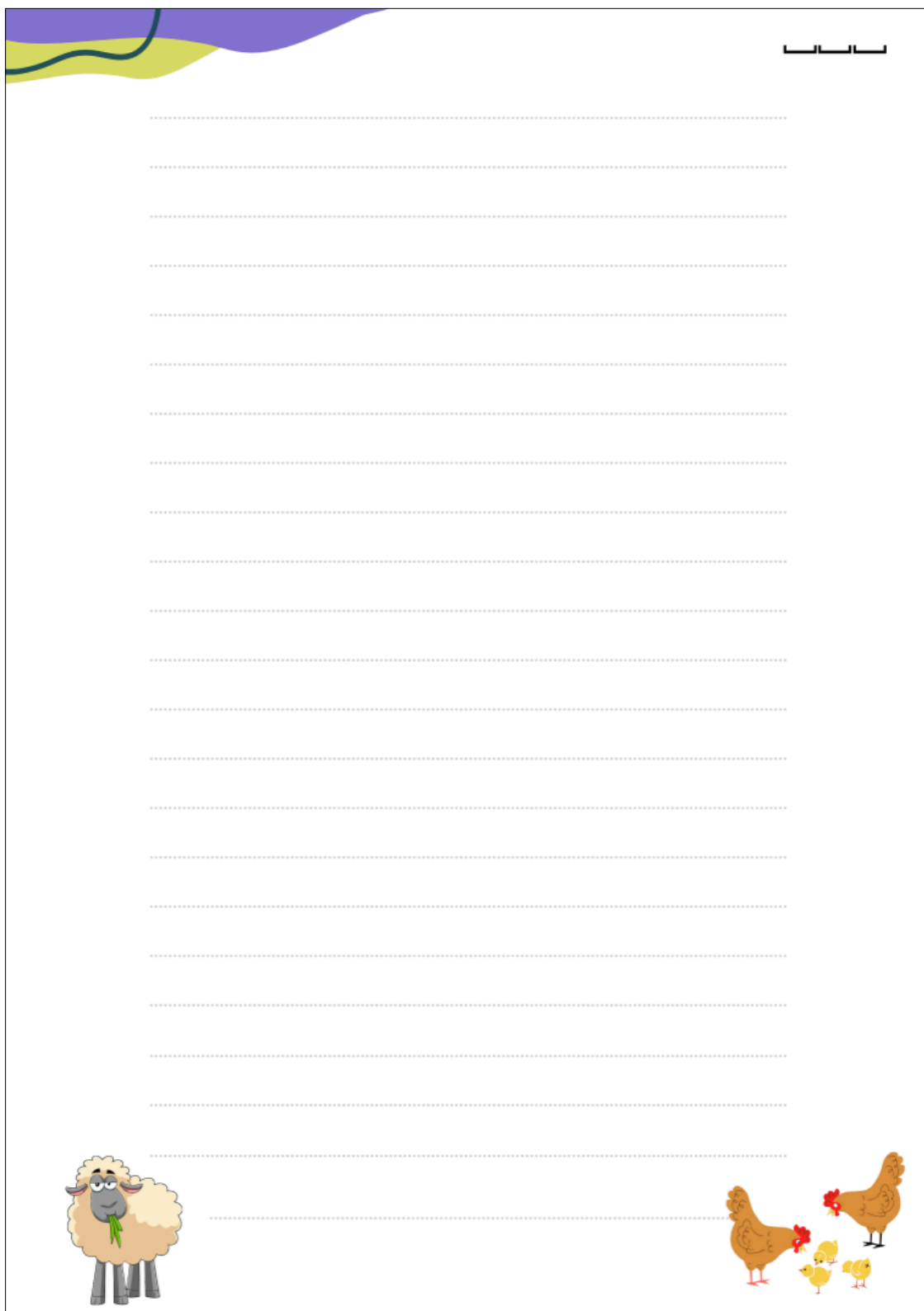
Observação: Ao longo do ano letivo, este aluno revelou uma postura negativa nas aulas de matemática no que diz respeito a passar para o caderno aquilo que é escrito no quadro, pelo que não esperava que o aluno se envolvesse muito na escrita das resoluções das cartas. Contudo, no Correio Matemático é dos alunos que mais escreve e explica com maior detalhe a sua forma de pensar, mesmo que o resultado não esteja correto.

- **Aluno 876**

- **Antes da pergunta (4):** O que entendes por “2ª fase”?
- No 3º desafio, o feedback que recebeste continha as seguintes questões: “Porquê? Como chegaste a essa conclusão? Por análise do gráfico?”. Contudo, na 2ª fase que me entregaste as tuas respostas foram exatamente iguais à tua 1ª resolução, ou seja, não sentiste necessidade de melhorar a tua resolução. Porquê?
- O que entendes do comentário “Fizeste uma boa resolução”?

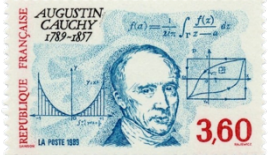
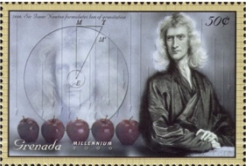
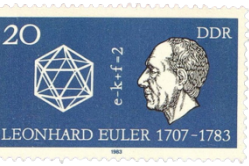
[illegible]

[illegible]

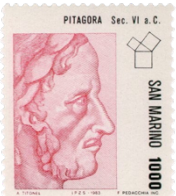


Anexos

Anexo A – Selos matemáticos¹³

Selo Matemático	Nome	Nota
	Alan Turing	Emitido por St. Helena em 2005
	Niels Abel	Emitido pela Noruega a 5 de junho de 2002, no 200º aniversário do seu nascimento
	Évariste Galois	Emitido pela França a 10 de novembro de 1984
	Augustin Cauchy	Emitido pela França a 10 de novembro de 1989, no 200º aniversário
	Carl Gauss	Emitido pela República Democrática Alemã
	Isaac Newton	Emitido por Granada em 2000
	Leonhard Euler	Emitido pela Suíça em 2007 no 300º aniversário do seu nascimento, 15 de abril de 2007
		Emitido pela República Democrática Alemã a 6 de setembro de 1983 no 200º aniversário da sua morte

¹³ Retirado de Abakcus. (2020). 436 beautiful postage stamps of mathematicians and scientists. <https://abakcus.com/436-beautiful-postage-stamps-of-mathematicians-and-scientists/>

	Blaise Pascal	Emitido pela França a 26 de maio de 1962, no 300º aniversário da sua morte
	Pedro Nunes	Emitido por Portugal a 9 de agosto de 1978
	Pierre de Fermat	Emitido pela França em 2001 no 400º aniversário do seu nascimento
	Pierre-Simon Laplace	Emitido pelo Liechtenstein em 2014
	Leonardo Fibonacci	Emitido pela Itália em 2020
	Pitágoras	Emitido por San Marino a 21 de abril de 1982
	Sofia Kovalevskaya	Emitido pela União Soviética a 15 de agosto de 1951, como parte de uma série em homenagem a cientistas russos
	Tales de Mileto	Emitido por Moçambique em 2010
	Al-Khwarizmi	Emitido pelo Uzbequistão em 2012