

AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO À FLEXÃO DE VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM FRP

ANA ISABEL PEREIRA DOS SANTOS CRUZ QUEIRÓS

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS E GEOTECNIA

Orientador: Professor Doutor Luís Filipe Pereira Juvandes

Coorientador: Professor Doutor António Abel Henriques

JUNHO DE 2024

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2023/2024

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901



m.ec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400



feup@fe.up.pt



<http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Engenharia Civil – 2023/2024 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2024*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

À memória da minha avó

Education is what remains after one has forgotten what one has learned in school.

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Nos próximos parágrafos, pretendo agradecer a todas as pessoas que contribuíram para a elaboração da presente dissertação.

Ao meu orientador, Professor Doutor Luís Filipe Pereira Juvandes, gostaria de agradecer o conhecimento transmitido, os documentos e artigos disponibilizados e as orientações ao longo deste semestre, as quais guiaram e possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu coorientador, Professor Doutor António Abel Henriques, gostaria de agradecer a disponibilidade e o conhecimento transmitido, componentes essenciais para a adaptação do programa em Fortran e para a obtenção dos resultados utilizados para obter as conclusões desta tese.

Ao Professor Doutor João Paulo Miranda Guedes, pretendo agradecer as recomendações e os conhecimentos transmitidos relativamente ao Eurocódigo 5.

Aos meus pais e ao meu irmão, agradeço todo o apoio e a ajuda ao longo dos últimos cinco anos e o facto de terem sempre acreditado que eu conseguiria atingir os meus objetivos.

Aos meus avós, agradeço todo o interesse e toda a preocupação que demonstraram ao longo do meu percurso universitário e o facto de terem celebrado cada conquista minha como se fosse vossa.

RESUMO

As estruturas de madeira necessitam de ser reforçadas quando ocorrem ataques de fungos ou de insetos ou quando a manutenção é insuficiente. Adicionalmente, uma vez que são dimensionadas estruturas com vãos cada vez maiores e com secções transversais cada vez menores, no dimensionamento de estruturas de madeira novas também pode surgir a necessidade de reforço. Nestes casos, o FRP (*Fibre Reinforced Polymer*) é uma opção para o reforço, por ser leve, resistente à corrosão e apresentar boas propriedades mecânicas.

Como tal, na presente dissertação pretende-se avaliar a melhoria do desempenho à flexão plana de secções de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRP, em relação a secções de vigas não reforçadas. Para tal, assume-se que o comportamento da madeira à flexão plana é elástico-perfeitamente plástico. Para que seja possível analisar o comportamento linear e não linear (quando este ocorrer) de vigas de madeira simples e reforçadas com FRP, adapta-se um programa de cálculo automático base. Com o programa de cálculo automático adaptado, pretende-se analisar o comportamento das vigas (secções) em relação ao Estado Limite Último e ao Estado Limite de Utilização, seguindo as recomendações do Eurocódigo 5.

No presente estudo, analisam-se dois tipos de madeira (madeira maciça e madeira lamelada colada), seguindo as recomendações das normas EN 338:2016 e NP EN 14080:2019, dois sistemas de compósitos de FRP (laminado e manta), cada um associado a uma técnica de reforço (NSM e EBR). Adicionalmente, consideram-se duas hipóteses de distribuição do reforço: o FRP é aplicado totalmente na zona da madeira sujeita à tração (tipo T) ou coloca-se metade na zona de tração e a outra metade na zona de compressão (tipo T+C).

Quanto ao Estado Limite Último, obtiveram-se as seguintes conclusões: a técnica EBR-H resulta no melhor desempenho à flexão de vigas; nos casos em que é possível desenvolver plastificação (casos T), a consideração do regime elástico - perfeitamente plástico, permite obter, em relação ao regime elástico - linear, um aumento máximo do momento resistente de 24%; no máximo, a extensão desenvolvida na zona comprimida da madeira, devido à plastificação, é 2,2‰; reforçando a madeira com compósito, é possível obter, no máximo, um aumento de 52% do momento, em comparação com o momento resistente na secção não reforçada, sendo que esta percentagem ocorre num caso T; relativamente a assumir-se o regime elástico-linear, ao considerar-se a possibilidade de se desenvolver plastificação, é possível atingir, no máximo, um incremento do momento resistente máximo de cerca de 11%; como as extensões desenvolvidas no FRP são inferiores a 2,8‰, considera-se reduzido o risco de destacamento prematuro do compósito; o rendimento máximo verificado no FRP é igual a 61%; a análise do impacto de potenciais defeitos da madeira na sua capacidade resistente permitiu concluir que, independentemente da hipótese assumida para os valores das resistências da madeira sujeita à flexão, o aumento do momento resistente é sempre, aproximadamente, 50% na madeira maciça e 40% na madeira lamelada colada.

Quanto ao Estado Limite de Utilização, observou-se que a configuração EBR-H também permite obter o melhor desempenho em flexão. Adicionalmente, concluiu-se que, no máximo, obtém-se um aumento da rigidez à flexão de 41%, relativamente à secção não reforçada, o que se traduz numa diminuição da flecha da viga. No máximo, atingiu-se um aumento da frequência fundamental igual a 19%, o qual corresponde a uma diminuição das vibrações da viga.

PALAVRAS-CHAVE: Madeira maciça, Madeira lamelada colada, Compósitos de FRP, Estado Limite Último, Estado Limite de Utilização.

ABSTRACT

Timber structures need to be reinforced when fungus or insect attacks occur or when the maintenance is insufficient. Additionally, as new timber structures have bigger spans and smaller cross sections, reinforcement might be needed. In these situations, FRP (Fibre Reinforced Polymer) is an option for reinforcement, as it is light, resistant to corrosion and has good mechanical properties.

The aim of the current dissertation is to evaluate the improvement of the behaviour in flat bending, of beams reinforced with FRP composites, in reference to beams which aren't strengthened. As such, it is assumed that timber's behaviour in flat bending is elastic-perfectly plastic. In order to analyse the linear and non- linear (when it occurs) behaviour of reinforced and non-reinforced timber beams, an automatic calculation program is adapted. Using the adapted automatic program, it is intended to analyse the behaviour of beams (cross sections) in the Ultimate Limit State and in the Service Limit State, in accordance with the recommendations established in Eurocode 5.

In this study, two types of wood are considered (solid wood and glued laminated timber), according to the recommendations established in the norms EN 338:2016 and NP EN 14080:2019, and two types of reinforcement systems (laminated and sheet), each of them associated with a reinforcement technique (NSM and EBR). Also, two possibilities for the reinforcement distribution are analysed: in one, the entirety of the FRP composite is applied in timber's tension zone (type T); in the other, half of the composite is applied in the tension zone and the other half is applied in the compression zone (type T+C).

When it comes to the Ultimate Limit State, the following conclusions were made: the EBR-H configuration allows the beams' best behaviour in bending; in the configurations where plasticization might develop (type T), considering the elastic - perfectly plastic behaviour allows, in comparison to the elastic - linear behaviour, a maximum increase of the resistance moment of 24%; at most, the extension developed in the section of timber in compression, due to the plasticization, is 2,2‰; when timber is reinforced with FRP, it is possible to obtain a maximum increase of the resistance moment of 52%, in comparison to the resistance moment in the non-reinforced cross section; this percentage occurs in a type T configuration; in comparison to assuming the elastic - linear behaviour, considering the possibility of plasticization occurring allows for a maximum increase of the maximum resistance moment of about 11%; as all the extensions that occur in the FRP are inferior to 2,8‰, the risk of premature detachment is considered to be reduced; the maximum performance observed in the FRP is 61%; the analysis of the impact of potential timber defects in its resistance capacity concluded that, regardless of the values assumed for timber's resistance in bending, the maximum resistance moment is always, roughly, 50% in solid wood and 40% in laminated timber.

When it comes to the Service Limit State, it was concluded that the EBR-H configuration is also the one that allows the best behaviour in bending. Additionally, the maximum increase in the bending stiffness is 41%, which translates in a decrease in the beam's deflection. The maximum increase in the fundamental frequency is 19%, which corresponds to a decrease in the beam's vibrations.

KEYWORDS: Solid wood, Glued laminated timber, FRP composites, Ultimate Limit State, Service Limit State.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
 1. INTRODUÇÃO	 1
1.1. ENQUADRAMENTO GERAL	1
1.2. OBJETIVOS E METODOLOGIA	2
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	3
 2. MADEIRA REFORÇADA COM COMPÓSITOS DE FRP	 5
2.1. INTRODUÇÃO.....	5
2.2. MADEIRA.....	5
2.2.1. MADEIRA MACIÇA E PRODUTOS DERIVADOS DA MADEIRA.....	6
2.2.2. CLASSES DE RESISTÊNCIA DA MADEIRA.....	7
2.2.3. EUROCÓDIGO 5	8
2.2.3.1. Classes de serviço e duração das ações	8
2.2.3.2. Estado Limite Último (ELU).....	10
2.2.3.3. Estado Limite de Utilização (ELS).....	11
2.2.4. LEI CONSTITUTIVA DA MADEIRA	13
2.2.5. COMPORTAMENTO DA MADEIRA À FLEXÃO	14
2.3. COMPÓSITOS DE FRP	15
2.3.1. CONCEITO E APLICAÇÃO DOS FRPs	15
2.3.2. SISTEMAS E TÉCNICAS DE REFORÇO COM FRPs	16
2.3.3. LEI CONSTITUTIVA DOS FRPs	17
2.4. REFORÇO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA COM FRP	19
2.4.1. COMPORTAMENTO À FLEXÃO	19
2.4.2. RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS	20
2.4.3. TESE DE REFERÊNCIA	21
2.5. UTILIZAÇÃO DA MADEIRA AO LONGO DA HISTÓRIA	22
2.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	24

3. PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO E METODOLOGIA	27
3.1. INTRODUÇÃO	27
3.2. PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO	27
3.2.1. PROGRAMA BASE	27
3.2.2. ADAPTAÇÃO DO PROGRAMA BASE	28
3.2.3. FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA ADAPTADO	30
3.3. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS	31
3.3.1. MADEIRA MACIÇA	31
3.3.2. MADEIRA LAMELADA COLADA	33
3.3.3. COMPÓSITOS DE FRP	35
3.4. CONFIGURAÇÕES DE REFORÇO	35
3.5. AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO À FLEXÃO	38
3.5.1. ESTADO LIMITE ÚLTIMO	39
3.5.2. ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO	40
3.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
4. ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
4.1. INTRODUÇÃO	43
4.2. CALIBRAÇÃO DOS RESULTADOS	43
4.3. ESTADO LIMITE ÚLTIMO	46
4.3.1. MOMENTOS RESISTENTES	46
4.3.1.1. Análise linear-elástica	46
4.3.1.2. Análise elástica-perfeitamente plástica	49
4.3.1.3. Análise global	50
4.3.2. EXTENSÕES	53
4.3.3. IMPACTO DOS DEFEITOS DA MADEIRA	55
4.4. ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO	57
4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
4.5.1. MOMENTOS RESISTENTES EM ELU	59
4.5.2. EXTENSÕES EM ELU	60
4.5.3. IMPACTO DOS DEFEITOS DA MADEIRA	61
4.5.4. ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO	61

5. CONCLUSÕES E FUTUROS DESENVOLVIMENTOS	63
5.1. CONCLUSÕES	63
5.2. FUTUROS DESENVOLVIMENTOS	65
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 67
 ANEXO A1: DESCRIÇÃO SUMÁRIA DO PROGRAMA BASE	 A1
ANEXO A2: FICHEIRO DE RESULTADOS DO PROGRAMA ADAPTADO	A7
ANEXO A3: FOLHA DE CÁLCULO DO ELS	A15

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Nós na madeira [2]	6
Figura 2.2 - Madeira lamelada colada [2]	7
Figura 2.3 - Relação entre o teor em água e a resistência da madeira [11].....	8
Figura 2.4 - Relação entre a duração de atuação das cargas e a resistência da madeira [11].....	9
Figura 2.5 - Componentes de uma flecha [8]	11
Figura 2.6 - Relação entre os valores a e b [8]	12
Figura 2.7 - Leis constitutivas da madeira maciça e da madeira lamelada colada [12].....	13
Figura 2.8 - Modos de rotura principais da madeira sujeita à flexão plana [12].....	14
Figura 2.9 - Evolução do eixo neutro durante a fase de plastificação	15
Figura 2.10 - Compósito de FRP (Fibras e Matriz Polimérica) (adaptado de [13])	15
Figura 2.11 - Relação deformação-tensão de diferentes fibras [14].....	16
Figura 2.12 - Sistemas de reforço com FRPs [17].....	17
Figura 2.13 - Técnicas de reforço [18].....	17
Figura 2.14 - Diagrama tensão-extensão das fibras, da matriz e do FRP [14].....	18
Figura 2.15 - Lei constitutiva da madeira considerada na tese da Renata Moreira [25].....	21
Figura 2.16 - Lei constitutiva da madeira considerada na presente dissertação [12].....	22
Figura 2.17 - Templo Horyu-ji [26]	22
Figura 2.18 - Ponte Vihantasalmi, Finlândia, 1999 (construída em MLC) [27]	23
 Figura 3.1 - Leis constitutivas da madeira e do FRP	 29
Figura 3.2 - Configurações de reforço da técnica NSM	36
Figura 3.3 - Configurações de reforço da técnica EBR	36
Figura 3.4 - Camadas de FRP aplicadas sucessivamente	37
 Figura A3.1 - Folha de cálculo do Estado Limite de Utilização para a MM	 A.18
Figura A3.2 - Folha de cálculo do Estado Limite de Utilização para a MLC.....	A.19

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Classes de duração das ações de acordo com a NP EN 1995-1-1:2021 [8].....	9
Tabela 2.2 - Valores de k_{mod} (adaptado da NP EN 1995-1-1: 2021) [8].....	10
Tabela 2.3 - Valores de k_{def} (adaptado da NP EN 1995-1-1: 2021) [8].....	10
Tabela 2.4 - Valores limite recomendados para as flechas em vigas (adaptado da NP EN 1995-1-1: 2021) [8].....	11
 Tabela 3.1 - Propriedades da MM em função da classe de resistência (adaptado da EN 338: 2016) [6]	32
Tabela 3.2 - Propriedades da madeira maciça (classe D30)	33
Tabela 3.3 - Propriedades da MLC em função da classe de resistência (adaptado da NP EN 14080: 2019) [7]	34
Tabela 3.4 - Propriedades da madeira lamelada colada (classe Gl28h)	34
Tabela 3.5 - Valores característicos e de cálculo das propriedades mecânicas dos FRPs	35
Tabela 3.6 - Dimensões das vigas de madeira	36
Tabela 3.7 - Casos de reforço da técnica NSM-V (modelos).....	37
Tabela 3.8 - Casos de reforço da técnica NSM-H (modelos)	38
Tabela 3.9 - Casos de reforço da técnica EBR-V (modelos)	38
Tabela 3.10 - Casos de reforço da técnica EBR-H (modelos)	38
 Tabela 4.1 - Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-V em regime elástico-linear (MM)...	44
Tabela 4.2 - Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-H em regime elástico-linear (MM)...	44
Tabela 4.3 - Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-V em regime elástico-linear (MM) ...	44
Tabela 4.4 - Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-H em regime elástico linear (MM) ...	44
Tabela 4.5 - Desvio dos momentos resistentes da madeira maciça sem reforço.....	45
Tabela 4.6 - Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-V em regime elástico-linear (MLC) .	45
Tabela 4.7 - Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-H em regime elástico-linear (MLC) .	45
Tabela 4.8 - Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-V em regime elástico-linear (MLC)..	45
Tabela 4.9 - Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-H em regime elástico-linear (MLC)..	46
Tabela 4.10 - Desvio dos momentos resistentes da madeira lamelada colada sem reforço	46
Tabela 4.11 - Momentos resistentes da técnica NSM em regime elástico-linear (MM e MLC).....	47
Tabela 4.12 - Momentos resistentes da técnica EBR em regime elástico-linear (MM e MLC).....	47
Tabela 4.13 - Momentos resistentes da técnica NSM em regime elástico-perfeitamente plástico (MM e MLC).....	49

Tabela 4.14 - Momentos resistentes da técnica EBR em regime elástico-perfeitamente plástico (MM e MLC).....	49
Tabela 4.15 - Aumento dos momentos resistentes globais da técnica NSM (MM e MLC).....	51
Tabela 4.16 - Aumento dos momentos resistentes globais da técnica EBR (MM e MLC).....	51
Tabela 4.17 - Resultados das extensões da técnica NSM devido à plastificação (MM e MLC).....	53
Tabela 4.18 - Resultados das extensões da técnica EBR devido à plastificação (MM e MLC)	53
Tabela 4.19 - Extensões no centro geométrico do FRP na técnica NSM (MM e MLC).....	54
Tabela 4.20 - Extensões no centro geométrico do FRP na técnica EBR (MM e MLC)	55
Tabela 4.21 - Hipóteses das propriedades mecânicas da madeira.....	56
Tabela 4.22 - Resultados dos momentos resistentes para as diferentes hipóteses	56
Tabela 4.23 - Resultados da rigidez à flexão	58
Tabela 4.24 - Resultados da rigidez flexional e do aumento da frequência fundamental.....	59

SÍMBOLOS E ACRÓNIMOS

- k_{mod} - Fator de modificação para a duração das ações e para o teor de água
- k_{def} - Fator de deformação
- X_d - Valor de cálculo de uma propriedade de resistência [MPa]
- X_k - Valor característico de uma propriedade de resistência [MPa]
- γ_M - Coeficiente parcial para uma propriedade de um material
- w_c - Contraflecha [m]
- w_{inst} - Flecha instantânea [m]
- w_{creep} - Flecha devida à fluência [m]
- w_{fin} - Flecha final [m]
- $w_{net,fin}$ - Flecha final aparente [m]
- l - Vão da viga [m]
- w - Flecha vertical máxima instantânea causada por F [m]
- F - Força vertical estática concentrada [kN]
- ν - Resposta em velocidade a um impulso unitário [m/s]
- ζ - Coeficiente de amortecimento modal
- f_1 - Frequência fundamental de um pavimento [Hz]
- EI - Rigidez à flexão [kN.m²]
- m - Massa por unidade de área [kg/m²]
- F_f - Valor da força axial máxima de um compósito de FRP
- E_{fd} - Valor de cálculo do módulo de elasticidade longitudinal do compósito de FRP
- ε_{flim} - Valor máximo da deformação do FRP de modo a evitar ruínas prematuras na interface madeira - FRP
- A_f - Área da secção transversal do compósito de FRP [m²]
- E_{fk} - Valor característico do módulo de elasticidade longitudinal do compósito de FRP [GPa]
- E_w - Módulo de elasticidade da madeira [GPa]
- f_{wcy} - Tensão máxima de compressão da madeira [MPa]
- ε_{wcy} - Extensão correspondente à tensão máxima de compressão da madeira
- f_{wtu} - Tensão máxima de tração da madeira [MPa]
- ε_{wtu} - Extensão correspondente à tensão máxima de tração da madeira
- ε_{wcu} - Extensão de rotura em compressão da madeira
- E_f - Módulo de elasticidade do compósito de FRP [GPa]
- f_{ftu} - Tensão limite de elasticidade à tração do compósito de FRP [MPa]

- f_{cu} - Tensão limite de elasticidade à compressão do compósito de FRP [MPa]
- ε_{ftu} - Extensão de rotura à tração do compósito de FRP
- ε_{fcu} - Extensão de rotura à compressão do compósito de FRP
- k_m - fator que considera a redistribuição de tensões de flexão numa secção
- k_{crit} - fator utilizado para o bambeamento
- H - Altura da secção de madeira [m]
- B - Largura da secção de madeira [m]
- EA - Rigidez axial [kN]
- b - Largura do compósito de FRP [m]
- t - Espessura do compósito de FRP [m]
- h_{fc} - Distância do centro geométrico do FRP, aplicado na zona de compressão, até à fibra extrema de madeira mais próxima [m]
- h_{ft} - Distância do centro geométrico do FRP, aplicado na zona de tração, até à fibra extrema de madeira mais próxima [m]
- M_{ref} - Momento de referência [kN.m]
- ΔM - Diferença entre o momento do programa e o momento de referência [kN.m]
- M_{rd} - Valor de cálculo do momento resistente [kN.m]
- $M_{rd,w}$ - Valor de cálculo do momento resistente da madeira [kN.m]
- $M_{rd,f}$ - Valor de cálculo do momento resistente da madeira reforçada com o compósito de FRP [kN.m]
- $M_{rd,p}$ - Valor de cálculo do momento resistente da secção em regime elástico-perfeitamente plástico [kN.m]
- $M_{rd,l}$ - Valor de cálculo do momento resistente da secção em regime elástico-linear [kN.m]
- $\varepsilon_{w,p}$ - Extensão máxima ocorrente na madeira, devido à plastificação na zona sujeita à compressão [‰]
- $\varepsilon_{w,l}$ - Extensão máxima ocorrente na madeira, em regime linear na zona sujeita à compressão [‰]
- ε_f - Extensão ocorrente no centro geométrico do FRP [‰]
- η - Rendimento esperado para o desempenho do compósito
- EI_f - Rigidez à flexão da madeira reforçada com compósito de FRP [kN.m²]
- EI_w - Rigidez à flexão da madeira sem reforço [kN.m²]
- f_f - Frequência fundamental da madeira reforçada com compósito de FRP [Hz]
- f_w - Frequência fundamental da madeira sem reforço [Hz]

ABREVIATURAS

MM - Madeira Maciça

MLC - Madeira Lamelada Colada

ELU - Estado Limite Último

ELS - Estado Limite de Utilização

FRP - Fibre Reinforced Polymer

EBR - External Bounded Reinforcement

NSM - Near Surface Mounted

CFRP - FRP constituído por fibras de carbono

NSM-V - Técnica de reforço NSM, com a aplicação do compósito de FRP verticalmente

NSM-H - Técnica de reforço NSM, com a aplicação do compósito de FRP horizontalmente

EBR-V - Técnica de reforço EBR, com a aplicação do compósito de FRP verticalmente

EBR-H - Técnica de reforço EBR, com a aplicação do compósito de FRP horizontalmente

T - Aplicação do compósito de FRP totalmente na zona da madeira em tração

T+C - Aplicação do compósito de FRP na zona da madeira em tração e em compressão

1

Introdução

1.1. ENQUADRAMENTO GERAL

A madeira é um dos materiais de construção mais utilizados, desde os primórdios da Humanidade. Tal deve-se ao facto de ser um material renovável e facilmente trabalhável, que apresenta uma elevada resistência mecânica e uma baixa massa volúmica. Desde sempre, a madeira tem sido utilizada, principalmente, na construção de elementos sujeitos à flexão, como pavimentos, esteiras e coberturas, uma vez que este material revela plenamente o seu potencial quando se encontra sujeito a este esforço.

No entanto, a madeira apresenta diversas desvantagens. Pelo facto de ser um material orgânico, pode apresentar defeitos como nós, bolsas de resina e fendas, os quais podem resultar na redução das suas características mecânicas. Adicionalmente, a madeira é um material heterogéneo e que pode apresentar durabilidade limitada, caso não se implementem medidas preventivas adequadas.

Após o aparecimento do betão e do aço, no século XX, a aplicação de madeira em estruturas sujeitas a cargas elevadas foi substituída por estes dois novos materiais, uma vez que estes não apresentam variações naturais e têm resistência mecânica superior. No entanto, o surgimento de produtos derivados de madeira, como a madeira lamelada colada, permitiu resolver algumas das limitações da madeira maciça: as características de resistência e de rigidez aumentaram e os defeitos significativos tornaram-se mais dispersos. Como tal, os produtos derivados de madeira passaram a ser uma solução para a construção de estruturas sujeitas a cargas elevadas.

Nas últimas décadas, a preocupação relativamente às alterações climáticas tem motivado a aplicação de materiais sustentáveis, em alternativa ao betão e ao aço. Como tal, a aplicação da madeira na construção civil tem vindo a aumentar, devido ao facto de ser um material renovável, cujo fabrico requer relativamente pouca energia, e de ser um bom isolante térmico, permitindo a diminuição da energia gasta para assegurar o conforto dentro dos edifícios.

Diversos são os motivos que podem justificar a necessidade de reforçar estruturas existentes de madeira, como por exemplo: a deterioração da estrutura, devido à falta de manutenção ou a danos acidentais; ataques de insetos e de fungos ou deterioração ambiental; as estruturas de madeira foram dimensionadas anteriormente à entrada em vigor das atuais normas de dimensionamento e, consequentemente, estão em incumprimento da legislação. Durante o dimensionamento de uma nova estrutura de madeira, também pode surgir a necessidade de aplicar um reforço, uma vez que nos projetos atuais torna-se necessário executar vãos cada vez maiores e, simultaneamente, secções transversais menores.

Assim, tanto em estruturas de madeira existentes, como em construções novas, surge a necessidade de combinar a madeira com outros materiais, de modo a melhorar o seu comportamento ou visando o seu reforço. Os materiais compósitos de FRP podem ser uma solução viável nestes casos. O FRP (*Fibre*

Reinforced Polymer) é um compósito que consiste na junção de fibras contínuas, numa ou várias direções, e de uma matriz polimérica. As fibras asseguram a resistência e a rigidez do compósito, ao passo que a matriz é responsável pela forma do FRP, pela proteção das fibras em relação à abrasão e ao ambiente e pela transmissão das forças entre estas. Embora o aço também seja uma alternativa para o reforço de estruturas de madeira, o FRP apresenta as vantagens de ter um maior rácio resistência-peso e de ser resistente à corrosão.

Como tal, ao longo dos últimos anos, foram realizadas diversas investigações e experiências acerca do potencial de reforçar a madeira sujeita à flexão, recorrendo a FRPs. Estes estudos concluíram que esta aplicação permite o aumento de propriedades como a capacidade de carga, a rigidez e a ductilidade da estrutura.

1.2. OBJETIVOS E METODOLOGIA

Atualmente, existe menos conhecimento acerca da aplicação de FRPs em estruturas de madeira, do que em estruturas de betão ou de alvenaria. Como tal, este estudo surge como uma tentativa de contribuir para o conhecimento acerca desta técnica, definindo-se como objetivo principal a avaliação do desempenho à flexão plana de secções de madeira reforçadas com compósitos de FRPs, em termos de Estado Limite Último e de Estado Limite de Utilização. Adicionalmente, pretende-se avaliar os benefícios no comportamento da secção reforçada, relativamente à não reforçada.

Como a madeira pode desenvolver algum comportamento plástico em compressão, na presente dissertação, permite-se que a madeira sujeita à flexão possa ter um comportamento elástico-perfeitamente plástico. Logo, é necessário recorrer a um programa de cálculo automático que permita integrar diversas leis de comportamento dos materiais (*programa de cálculo automático base*) e adaptá-lo, de modo a conseguir analisar o comportamento não linear de vigas de madeira reforçadas à flexão plana, com compósitos de FRP. Como o programa não inclui o comportamento do material ao corte, este efeito é desprezado no trabalho atual. Recorrendo ao *programa de cálculo automático adaptado*, estudam-se dois tipos de madeira (madeira maciça e madeira lamelada colada), dois sistemas de reforço (pré-fabricado e curado “*in situ*”), duas técnicas de reforço (NSM e EBR) e diversas configurações geométricas de reforço. Assim, recorrendo ao *programa adaptado*, pretende-se obter respostas referentes aos objetivos definidos de seguida.

Quanto ao comportamento de uma secção genérica de uma viga de madeira em Estado Limite Último, define-se como objetivo avaliar os seguintes parâmetros:

- Comparar diferentes configurações geométricas de reforço de FRP, com dois tipos de sistemas (laminados pultrudidos e mantas flexíveis), diferentes áreas e distribuições de compósito e aplicados por dois modos de colagem (externa “EBR” e por ranhuras “NSM”), de modo a perceber quais as mais vantajosas em termos gerais, para projeto;
- Identificar os casos de reforço em que a plastificação ocorre e, para os mesmos, comparar os benefícios do comportamento da madeira neste regime, relativamente ao regime elástico-linear, em termos de aumento do momento resistente, do valor máximo da extensão de plastificação em compressão e o consequente aumento de ductilidade da secção;
- Avaliar o aumento de resistência e o modo de ruína das secções reforçadas, em relação às secções não reforçadas, comparando os casos em que a plastificação não se desenvolve com os casos em que tal ocorre, e considerando as duas categorias de madeira (maciça e lamelada colada) e os vários parâmetros em estudo (tipos de colagem, geometria e distribuição de reforço);

- Em relação ao compósito de FRP, avaliar o máximo rendimento expectável (máxima extensão longitudinal) e perceber se há risco de destacamento prematuro na interface de ligação madeira-FRP (com base em recomendações da literatura técnica);
- Obter conclusões acerca do impacto de potenciais defeitos na resistência da madeira, comparando a capacidade resistente de vigas de madeira reforçadas com FRPs à flexão, considerando 3 hipóteses alternativas para as características de resistência da madeira à flexão;
- Se possível, apontar alguma recomendação para projeto de reforço à flexão de vigas de madeira com sistemas compósitos de FRP.

Quanto ao comportamento de uma secção genérica de uma viga em Estado Limite de Utilização, pretende-se avaliar a melhoria do desempenho de vigas (secções) de madeira reforçada com compósitos de FRP, em relação a vigas (secções) não reforçadas, ao nível da flecha e das vibrações.

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente tese encontra-se dividida em 5 capítulos, as respetivas referências bibliográficas e 3 Anexos.

No Capítulo 1, enquadra-se geralmente o tópico em estudo, apresentam-se os objetivos e a metodologia do trabalho atual e indica-se a organização do documento.

No Capítulo 2, descreve-se o estado atual do conhecimento relativamente à madeira, aos compósitos de FRP e à aplicação conjunta destes dois materiais, logo, este constitui a base e a justificação do trabalho desenvolvido. Inicialmente, caracteriza-se a madeira, define-se a respetiva legislação atualmente em vigor e que é considerada no presente documento e descreve-se o comportamento deste material quando se encontra sujeito à flexão. Posteriormente, introduz-se o conceito de compósito de FRP, indicando os sistemas e técnicas de reforço mais comuns e a sua lei constitutiva. De seguida, apresentam-se as vantagens do reforço de estruturas de madeira com compósitos de FRPs e algumas recomendações a ter em conta nesta aplicação. Por fim, resume-se a aplicação da madeira na construção civil ao longo da história, com ênfase nas preocupações atuais referentes à sustentabilidade.

No Capítulo 3, apresenta-se a metodologia seguida no desenvolvimento do presente documento. Assim, começa-se por justificar a necessidade de adaptar um programa de cálculo automático para extrair conclusões acerca dos objetivos definidos. De seguida, explica-se a adaptação do programa e o respetivo funcionamento. Posteriormente, indicam-se os materiais e as configurações de reforço de compósito de FRP consideradas no estudo atual. Por fim, descreve-se a metodologia a seguir na avaliação da melhoria do desempenho à flexão plana de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRP, em relação a vigas não reforçadas, tendo em conta o Estado Limite Último e o Estado Limite de Utilização.

No Capítulo 4, apresentam-se os resultados obtidos recorrendo ao programa de cálculo automático adaptado e a cálculos adicionais. Com base nesses resultados, indicam-se as conclusões obtidas relativamente à melhoria do comportamento em flexão plana de vigas (secções) de madeira reforçadas com compósitos de FRP, em relação a vigas (secções) não reforçadas. Inicialmente, esta análise é feita em relação ao Estado Limite Último, seguida da análise em Estado Limite de Utilização, a qual frequentemente condiciona o dimensionamento de estruturas de madeira.

No Capítulo 5, apresentam-se as principais conclusões obtidas através do trabalho desenvolvido, as quais refletem os objetivos definidos no item 1.2. Adicionalmente, sugerem-se desenvolvimentos futuros, com o propósito de desenvolver o conhecimento existente acerca do reforço de vigas de madeira recorrendo a compósitos de FRPs.

No Anexo A1, apresenta-se uma descrição sumária acerca do funcionamento do programa de cálculo automático utilizado como base para a presente dissertação.

No Anexo A2, inclui-se um exemplo de um ficheiro de resultados, obtido recorrendo ao programa de cálculo adaptado.

No Anexo A3, indica-se a folha de cálculo utilizada para a análise do comportamento de vigas de madeira reforçadas com FRP, em Estado Limite de Utilização.

2

MADEIRA REFORÇADA COM COMPÓSITOS DE FRP

2.1. INTRODUÇÃO

A madeira é um material que, desde sempre, tem sido frequentemente aplicado na construção civil, por ser renovável e apresentar boas propriedades mecânicas. Embora a madeira maciça apresente limitações a nível da variabilidade das suas propriedades e da limitação das dimensões dos elementos fabricáveis, o desenvolvimento de produtos derivados de madeira permitiu minimizar estas desvantagens. Atualmente, em diversas situações, surge a necessidade de reforçar estruturas de madeira, quer estas sejam existentes ou novas, sendo os compósitos de FRP uma boa opção de reforço, por serem leves e apresentarem elevada resistência mecânica e rigidez. Deste modo, neste capítulo, pretende-se descrever o atual estado do conhecimento relativamente à madeira, ao FRP e à aplicação conjunta destes materiais.

Quanto à madeira, começa-se por caracterizar brevemente este material, incluindo a madeira maciça e os produtos derivados de madeira. De seguida, introduz-se a legislação atualmente em vigor referente à madeira, que vai ser aplicada ao longo do desenvolvimento da presente dissertação. Por fim, indicam-se as leis constitutivas que podem ser consideradas para descrever o comportamento da madeira à tração e à compressão e a forma como este material se comporta quando se encontra sujeito à flexão.

Relativamente ao compósito de FRP, refere-se o seu conceito e algumas situações nas quais é aplicável, seguido dos sistemas e técnicas de reforço mais comuns. Por fim, descreve-se a lei constitutiva do FRP quando este se encontra sujeito à tração uni axial.

Posteriormente, exemplificam-se diversas situações nas quais o reforço de madeira recorrendo a compósitos de FRP é necessário, descreve-se o comportamento à flexão do conjunto destes dois materiais e indicam-se algumas recomendações práticas a ter em conta neste tipo de aplicação.

Para finalizar o capítulo, faz-se um breve resumo da utilização da madeira ao longo da história, com particular ênfase para as atuais preocupações ao nível da sustentabilidade.

2.2. MADEIRA

A madeira é um material utilizado na construção de estruturas desde os primórdios da humanidade. Tal deve-se ao facto de ser um material renovável, facilmente trabalhável recorrendo a ferramentas simples e que apresenta uma elevada resistência mecânica e uma baixa massa volúmica. Adicionalmente, a madeira resiste simultaneamente a esforços de compressão e de tração e permite boas condições de isolamento térmico e de absorção acústica naturais. No entanto, a madeira também apresenta diversas desvantagens, as quais devem ser tidas em conta na sua aplicação como material de construção [1].

Por ser um material orgânico, a madeira pode apresentar defeitos, como, por exemplo, nós, fendas e bolsas de resina. Os nós (Figura 2.1) consistem em bocados de ramos que nascem no tronco da árvore e podem ter consequências a nível da resistência da madeira: se os nós se localizarem numa zona da madeira sujeita à tração, verifica-se uma perda de resistência relevante; se os nós se localizarem numa zona da madeira sujeita à compressão, não influenciam tanto a resistência da madeira, podendo até resultar num aumento local da mesma [2]. Embora, como referido, a madeira possa apresentar outros defeitos, apenas se referem os nós por constituírem o defeito mais sério em vigas de madeira sujeitas à flexão [3].



Figura 2.1 – Nós na madeira [2]

A madeira apresenta também as desvantagens de ser um material combustível e cuja durabilidade pode ser limitada, no caso de não se implementarem medidas preventivas. A aplicação da madeira como material de construção deve também ter em conta o facto de esta estar continuamente sujeita a variações de dimensões, de acordo com as alterações da humidade [1].

2.2.1. MADEIRA MACIÇA E PRODUTOS DERIVADOS DA MADEIRA

A madeira maciça (MM) corresponde à que é obtida diretamente a partir dos troncos das árvores, sem que haja qualquer colagem. Este tipo de madeira apresenta dois inconvenientes principais: os elementos estruturais que podem ser construídos estão limitados pelas dimensões das árvores existentes, a nível de secção transversal e comprimento; a madeira apresenta heterogeneidade ao nível das suas propriedades, devido à zona e à orientação pelas quais o lenho é cortado e aos diversos defeitos que possam existir [2].

Cortando os troncos em secções finas e colando as mesmas num produto reconstituído, obtêm-se produtos derivados da madeira. Estes materiais apresentam diversas vantagens relativamente à madeira maciça: permitem a utilização de madeira que teria nulo ou pouco aproveitamento comercial; resultam num aumento da homogeneidade das propriedades, uma vez que se evitam e dispersam defeitos significativos; é possível a construção de peças cujas dimensões são apenas limitadas pela viabilidade do transporte, do local de fabrico até ao de aplicação [4].

A madeira lamelada colada (MLC) (Figura 2.2 a)) é um dos produtos derivados da madeira mais antigos e é obtida através da união de lamelas, isto é, de peças individuais de madeira maciça. O comprimento das lamelas resulta da união de topo de peças serradas retangulares, recorrendo a ligações do tipo *fingerjoint* (Figura 2.2 b)). Posteriormente, unem-se diversas lamelas, colando-as pelas suas faces. Deste modo, obtém-se madeira lamelada colada, a qual, para além de, permitir, teoricamente, construir peças de dimensões ilimitadas e de aumentar a homogeneidade das propriedades de madeira, possibilita ainda o fabrico de peças curvas [5].



a) Amostra de uma viga de MLC



b) Ligações "fingerjoint" ou juntas dentadas

Figura 2.2 - Madeira lamelada colada [2]

A madeira lamelada colada pode ser classificada como sendo: homogênea - quando todas as lamelas que a constitui pertencem à mesma classe de resistência e à mesma espécie ou combinação de espécies; combinada - quando as lamelas interiores e exteriores pertencem a diferentes classes de resistência ou espécies/combinação de espécies. Na madeira lamelada colada combinada, como normalmente as lamelas exteriores estão sujeitas aos maiores esforços mecânicos, pertencem a uma classe de resistência superior à das lamelas interiores [5].

Embora existam outros produtos derivados da madeira que podem ser aplicados em vigas, a MLC (madeira lamelada colada) é a mais aplicada na construção de estruturas e, como tal, é o único produto derivado da madeira que é objeto de estudo nesta tese.

2.2.2. CLASSES DE RESISTÊNCIA DA MADEIRA

A madeira apresenta uma variabilidade considerável a nível de propriedades, dependendo da sua espécie, origem e resistência. Deste modo, surge a necessidade de agrupar peças de madeira com propriedades idênticas, por forma a resolver o problema da variabilidade referido. Neste sentido, é realizada a classificação por resistência das peças de madeira, a qual permite que o projetista defina uma classe e, a partir de normas de classificação de madeiras, obtenha os valores característicos respetivos. Adicionalmente, esta classificação permite assegurar que as propriedades da madeira são adequadas para a aplicação estrutural [4].

Na Europa, a classificação de madeiras de acordo com a sua resistência é especificada nas seguintes normas: a EN 338:2016 ("*Structural timber- Strength classes*"), a qual se aplica à madeira maciça estrutural [6]; a NP EN 14080:2019 ("Estruturas de madeira; Madeira lamelada colada e madeira maciça colada; requisitos") [7].

A EN 338:2016 estabelece um sistema de classes de resistência, aplicável à madeira maciça para uso estrutural, que pode ser utilizado no dimensionamento em projeto. Para cada classe, a norma fornece os valores característicos das propriedades de resistência, de rigidez e de densidade. Para as madeiras pertencentes a espécies de resinosas (*softwood species*), como o pinheiro e o cedro, existem duas classificações disponíveis - uma referente a ensaios à flexão (classes Cxx) e a outra resultante de ensaios à tração (classes Txx). Para as madeiras pertencentes às espécies das folhosas (*hardwood species*), como o Eucalipto e o Sobreiro, apenas existe uma classificação, referente a ensaios de flexão (classes Dxx) [6], [2].

A NP EN 14080: 2019 estabelece, entre outras informações, classes de resistência a atribuir à madeira lamelada colada homogênea e combinada. Para cada classe de resistência, a norma define os valores característicos das propriedades de resistência, de rigidez e de densidade [7].

Para uma dada classe de resistência da madeira, após o projetista obter os respectivos valores característicos, deve transformá-los em valores de cálculo, recorrendo ao Eurocódigo 5- Projeto de estruturas de madeira; Parte 1-1: Regras gerais; Regras comuns e regras para edifícios (NP EN 1995-1-1: 2021) [8].

2.2.3. EUROCÓDIGO 5

O Eurocódigo 5 refere-se ao projeto de estruturas de madeira, incluindo madeira maciça e alguns produtos derivados de madeira. Este documento subdivide-se em três partes:

- A EN 1995-1-1, que é referente às regras gerais, mais concretamente, às regras comuns e para os edifícios [8];
- A EN 1995-1-2, que diz respeito às regras gerais de verificação da resistência ao fogo [9];
- A EN 1995-2, que se refere às pontes [10].

Para a presente dissertação, seguem-se os princípios e as regras estabelecidos na norma NP EN 1995-1-1:2021 [8], apresentando-se os mais relevantes de seguida.

2.2.3.1. Classes de serviço e duração das ações

A resistência de uma madeira depende da espécie florestal de onde provém e da sua qualidade, isto é, do tipo e das dimensões dos defeitos que apresenta. Adicionalmente, a resistência de uma madeira é influenciada pelo seu teor de água e pela duração das cargas atuantes [11].

Segundo Cruz e Nunes [11], para valores inferiores ao ponto de saturação das fibras, quanto maior for o teor de água da madeira, menor será a sua resistência mecânica, como se pode observar na Figura 2.3. A resistência da madeira também decresce com o aumento da duração de atuação das cargas, como se constata através da Figura 2.4.

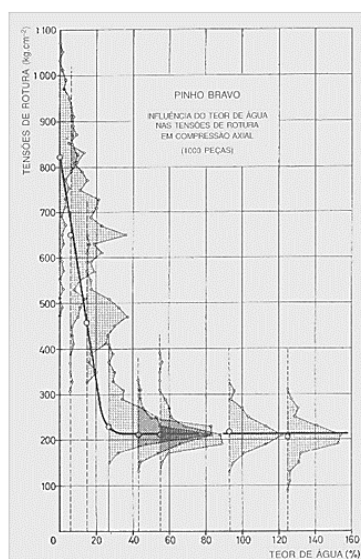


Figura 2.3 – Relação entre o teor em água e a resistência da madeira [11]

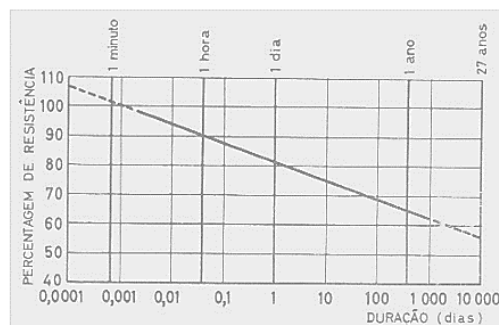


Figura 2.4 – Relação entre a duração de atuação das cargas e a resistência da madeira [11]

Assim, para ter em conta o efeito que o teor de água tem no comportamento da madeira, a NP EN 1995-1-1: 2021 define 3 classes de serviço, a considerar no dimensionamento de estruturas [8]:

- Classe de serviço 1: corresponde a estruturas localizadas em locais fechados e onde há aquecimento (mesmo que este seja intermitente); o teor de água dos materiais corresponde a uma temperatura de 20°C e a uma humidade relativa do ambiente superior a 65% durante algumas semanas por ano;
- Classe de serviço 2: refere-se a estruturas localizadas em locais abertos, mas que não se encontram diretamente expostas ao ambiente exterior; o teor de água dos materiais corresponde a uma temperatura de 20°C e a uma humidade relativa do ambiente superior a 85% durante algumas semanas por ano;
- Classe de serviço 3: adequa-se a estruturas que estão em contacto com o ambiente exterior; as condições climáticas resultam em valores do teor de água dos materiais acima dos da classe de serviço 2.

Para ter em conta o efeito da duração das cargas na resistência da madeira, a NP EN 1995-1-1: 2021 [8] estabelece 5 classes de duração para caracterizar as ações, as quais se indicam na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Classes de duração das ações de acordo com a NP EN 1995-1-1:2021 [8]

Classe de duração das ações	Duração acumulada do valor característico da ação	Exemplos
Permanente	Superior a 10 anos	Peso próprio
Longa duração	6 meses a 10 anos	Produtos armazenados
Média duração	1 semana a 6 meses	Sobrecargas
Curta duração	Inferior a uma semana	Neve e vento
Instantânea		Ações de acidente

Para cada classe de serviço e de duração das ações, a NP EN 1995-1-1: 2021 [8] define um valor para o fator de modificação da resistência/ fator de modificação para a duração das ações e para o teor de água (k_{mod}). Os valores de k_{mod} estão indicados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Valores de k_{mod} (adaptado da NP EN 1995-1-1: 2021) [8]

Material	Norma	Classe de serviço	Classe de duração das ações				
			Ação permanente	Ação de longa duração	Ação de média duração	Ação de curta duração	Ação instantânea
Madeira maciça	EN 14081-1	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Madeira lamelada colada	EN 14080	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

Em função da classe de serviço, a NP EN 1995-1-1: 2021 [8] atribui um valor ao fator de modificação relativo à deformação (k_{def}). Os valores de k_{def} encontram-se apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Valores de k_{def} (adaptado da NP EN 1995-1-1: 2021) [8]

Material	Norma	Classe de serviço		
		1	2	3
Madeira maciça	EN 14081-1	0,60	0,80	2,00
Madeira lamelada colada	EN 14080	0,60	0,80	2,00

2.2.3.2. Estado Limite Último (ELU)

De acordo com a NP EN 1995-1-1: 2021, as propriedades de rigidez a considerar numa análise de estruturas de madeira em Estado Limite Último são [8]:

- Os valores médios, quando se pretende realizar uma análise linear elástica de primeira ordem, sendo que a distribuição de esforços nos elementos não é afetada pela distribuição de rigidez na estrutura;
- Os valores médios finais tendo em conta a duração da ação, quando se pretende realizar uma análise linear elástica de primeira ordem, sendo que a distribuição de esforços nos elementos é afetada pela distribuição de rigidez na estrutura;
- Os valores de cálculo sem ter em conta a duração da ação, quando se pretende realizar uma análise linear elástica de segunda ordem.

Conforme especificado na NP EN 1995-1-1: 2021, o valor de cálculo de uma propriedade de resistência (X_d) deve ser determinado de acordo com o método dos coeficientes parciais, nomeadamente, recorrendo à Equação 2.1 [8]:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (2.1)$$

X_k corresponde ao valor característico da propriedade da resistência em questão e γ_M é o coeficiente parcial, o qual adquire o valor de 1,3 no caso da madeira maciça e de 1,25 no caso da madeira lamelada colada.

2.2.3.3. Estado Limite de Utilização (ELS)

Uma vez que a madeira e os seus derivados têm uma rigidez relativamente baixa, os Estados Limite de Utilização condicionam, frequentemente, o dimensionamento de estruturas deste material [5].

Quanto ao Estado Limite de Utilização, a NP EN 1995-1-1: 2021 prevê a verificação da segurança das estruturas de madeira em relação ao deslizamento das ligações, às flechas máximas admissíveis em vigas e às vibrações [8]. Na presente tese, serão alvo de estudo os dois últimos requisitos.

De acordo com mesma norma [8], uma flecha resultante de uma combinação de ações é constituída pelos seguintes componentes, os quais se encontram representados na Figura 2.5: contraflecha (w_c); flecha instantânea (w_{inst}); flecha devido à fluência (w_{creep}); flecha final (w_{fin}), que corresponde à soma da flecha instantânea com a devido à fluência; flecha final aparente ($w_{net,fin}$), que resulta de subtrair a contraflecha à flecha final.

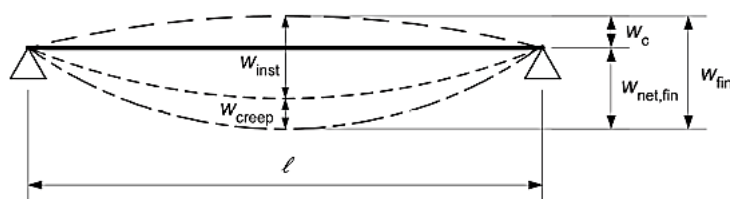


Figura 2.5 – Componentes de uma flecha [8]

Para o cálculo da deformação instantânea, deve-se considerar a combinação característica das ações e os valores médios das propriedades de rigidez [8].

No Anexo Nacional da NP EN 1995-1-1: 2021, são recomendados valores limites para as flechas das vigas, aplicáveis a situações correntes, de modo a assegurar o conforto dos utilizadores e reduzir a possibilidade de revestimentos, zonas envidraçadas e divisórias serem danificados [8]. Na Tabela 2.4, estão indicados os valores limites referidos, em função do vão da viga “ l ”.

Tabela 2.4 – Valores limite recomendados para as flechas em vigas (adaptado da NP EN 1995-1-1: 2021) [8]

Condições	Vigas sobre dois apoios	Vigas em consola
	$w_{net,fin}$	$w_{net,fin}$
Pavimentos e coberturas em geral	$l/200$	$l/100$
Pavimentos e coberturas que suportem rebocos ou outros acabamentos frágeis ou divisórias não flexíveis	$l/250$	$l/125$

De acordo com a NP EN 1995-1-1: 2021, é necessário assegurar que as ações que estão previstas ocorrer numa estrutura, num elemento ou numa componente, não causem vibrações que afetem o seu funcionamento ou que gerem desconforto aos utentes. Para tal, esta norma define que, para pavimentos de habitações com frequência inferior ou igual a 8 Hz deve ser realizado um estudo específico para garantir que os requisitos de vibrações estão verificados. Caso a frequência do pavimento seja superior

a 8 Hz, a norma exige o cumprimento de dois requisitos, os quais se encontram indicados na Equação 2.2 e na Equação 2.3 [8].

$$\frac{w}{F} \leq a \text{ mm/kN} \quad (2.2)$$

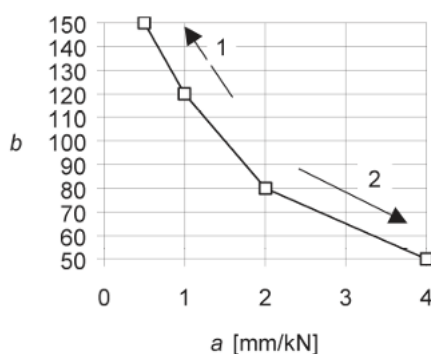
$$v \leq b f_1^{\zeta-1} \text{ mm/kN} \quad (2.3)$$

Sendo “ w ” a flecha vertical máxima instantânea causada por uma força vertical estática concentrada “ F ”, aplicada em qualquer ponto do pavimento e tendo em conta a distribuição das cargas. O termo “ v ” corresponde à resposta em velocidade a um impulso unitário e “ ζ ” é o coeficiente de amortecimento modal. Por fim, “ f_1 ” é a frequência fundamental (calculada de acordo com a Equação 2.4) de um pavimento retangular de dimensões “ $l \times b$ ”, simplesmente apoiado nos quatro lados e com vigas de madeira com um vão “ l ”:

$$f_1 = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \quad (2.4)$$

Sendo “ $(EI)_l$ ” a rigidez equivalente de flexão de placa do pavimento segundo um eixo perpendicular à direção das vigas e “ m ” a massa por unidade de área.

A NP EN 1995-1-1: 2021 sugere uma relação entre os valores de “ a ” e “ b ”, a qual se encontra representada na Figura 2.6. Com base na análise desta figura, conclui-se que, quanto menor for o valor de “ a ” e quanto maior for o valor de “ b ”, melhor será o desempenho do pavimento. De acordo com o Anexo Nacional desta norma, deve-se considerar para o parâmetro “ a ” um valor igual a 1,3 mais ou menos 0,3. O valor recomendado para o parâmetro “ b ” é o correspondente ao valor adotado para “ a ”, de acordo com a relação indicada na Figura 2.6 [8].



Legenda:

- (1) Melhor desempenho
- (2) Pior desempenho

Figura 2.6 – Relação entre os valores a e b [8]

Para o cálculo das vibrações, deve recorrer-se aos valores médios das propriedades de rigidez [8].

2.2.4. LEI CONSTITUTIVA DA MADEIRA

Segundo o documento “*Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures; Timber structures*” (CNR-DT 201/2005), o comportamento constitutivo da madeira (maciça ou lamelada colada) pode ser descrito por 3 modelos, cada um com um grau de aproximação diferente, os quais se encontram indicados na Figura 2.7. Os três modelos sugeridos para o diagrama tensão-extensão apresentam algumas hipóteses em comum [12]:

- O comportamento uniaxial à tração é elástico-linear até à rotura, correspondendo o declive constante do diagrama ao módulo de elasticidade da madeira;
- Na origem do diagrama, a tangente das extensões negativas (compressão) tem o mesmo declive que a tangente das extensões positivas (tração);
- O ramo da compressão tem, inicialmente, um ramo com declive constante (exceto no caso do modelo de O’Halloran, no qual este declive é continuamente variável).

A principal diferença entre os modelos está relacionada com o comportamento da madeira durante a plastificação [12]:

- O modelo elástico-perfeitamente plástico (Figura 2.7 a)) é muito simples, consistindo num diagrama triângulo-retângulo; isto é, assim que a plastificação se inicia, a tensão na zona de compressão mantém-se constante;
- O modelo de Bazan (Figura 2.7 b)) também é simples, mas mais completo do que o anterior no sentido em que considera que a plastificação na zona sujeita à compressão é acompanhada por *softening* da madeira, isto é, por uma diminuição da tensão de compressão, à medida que a extensão vai aumentando;
- O modelo de O’Halloran (Figura 2.7 c)) é o que mais corretamente descreve o comportamento da madeira, no entanto, é o mais complexo dos três.

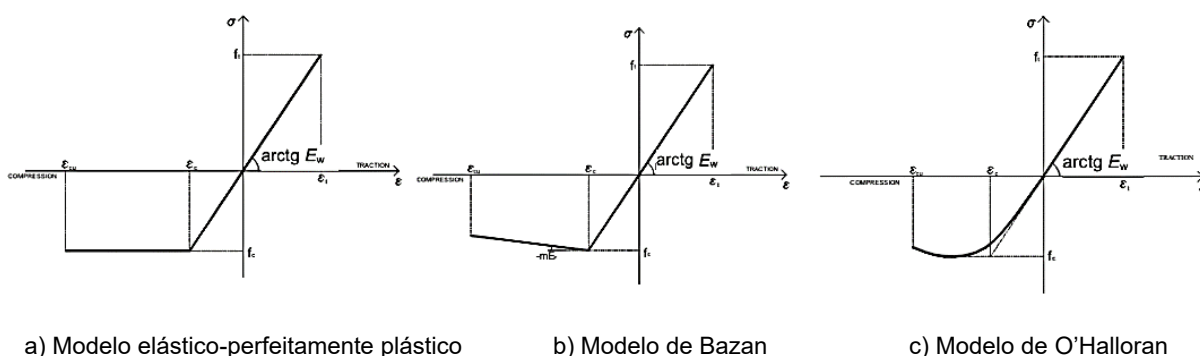


Figura 2.7 – Leis constitutivas da madeira maciça e da madeira lamelada colada [12]

Segundo o documento CNR-DT 201/2005, o modelo que mais frequentemente é utilizado para descrever o comportamento da madeira à tração e à compressão é o elástico-perfeitamente plástico [12]. Como tal, este é o considerado para a definição da lei constitutiva da madeira no Capítulo 3 da presente dissertação.

2.2.5. COMPORTAMENTO DA MADEIRA À FLEXÃO

Embora a madeira apresente uma boa resistência a esforços de tração e de compressão, é em vigas e peças sujeitas à flexão que o potencial deste material é aproveitado plenamente. Assim a madeira tem sido utilizada desde a Antiguidade para a construção de pavimentos, esteiras e coberturas, isto é, elementos estruturais normalmente sujeitos à flexão. Essa tendência mantém-se até à atualidade, embora boas bases teóricas e ótimos meios de cálculo permitissem a aplicação da madeira em outras soluções estruturais [5].

A madeira pode apresentar uma resistência à flexão da ordem de dez vezes superior à do betão. [1]

De acordo com a CNR-DT 201/2005, quando a madeira se encontra sujeita à flexão plana, há 4 modos principais de rotura que podem ocorrer, os quais se encontram apresentados na Figura 2.8, cada um tendo diferentes probabilidades de ocorrer, [12]:

- O modo de rotura 1 (Figura 2.8 a)) ocorre quando a resistência à tração é inferior à resistência à compressão, a rotura é frágil e dá-se na zona de tração; consequentemente, a relação entre o momento fletor e a curvatura é linear até à rotura;
- O modo de rotura 2 (Figura 2.8 b)) ocorre quando a resistência à tração é igual ou superior à resistência à compressão e a rotura dá-se na zona de tração, após alguma plastificação na zona de compressão; logo, a relação entre o momento fletor e a curvatura começa por ser linear e passa a ser curva quando se inicia a plastificação;
- O modo de rotura 3 (Figura 2.8 c)) ocorre quando a resistência à tração é superior à resistência à compressão e a rotura dá-se na zona de tração, mas é mais dúctil, devido à plastificação na secção transversal; logo, a relação entre o momento e a curvatura começa por ser linear, torna-se curva quando começa a ocorrer a plastificação e apresenta uma tendência ligeiramente descendente devido ao *softening* da madeira;
- O modo de rotura 4 (Figura 2.8 d)) ocorre quando a resistência à tração é muito superior à resistência à compressão e a rotura dá-se na zona de compressão, sendo muito dúctil devido à elevada plastificação na secção transversal; logo, a relação entre o momento e a curvatura começa por ser linear, torna-se curva quando a plastificação se inicia e apresenta uma descendência evidente devido ao considerável *softening* da madeira.

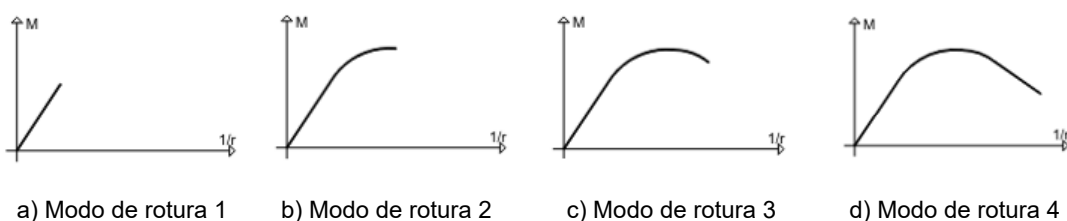


Figura 2.8 – Modos de rotura principais da madeira sujeita à flexão plana [12]

Numa secção de madeira sujeita à flexão, a partir do momento em que o processo de plastificação começa a ocorrer na zona sujeita à compressão, o eixo neutro vai-se deslocando progressivamente na direção da zona sujeita à tração. Consequentemente, há uma diminuição da zona da madeira sujeita à tração e um aumento das tensões de tração. Assim, e assumindo que o diagrama que descreve o comportamento da madeira é o elástico-perfeitamente plástico, a evolução do diagrama de tensões à medida que o momento fletor vai aumentando encontra-se esquematizada na Figura 2.9.

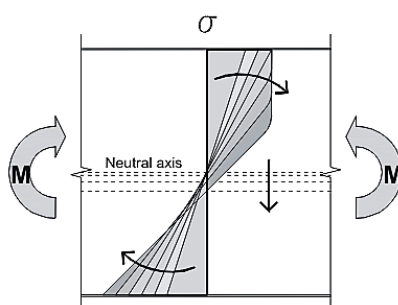


Figura 2.9 – Evolução do eixo neutro durante a fase de plastificação

2.3. COMPÓSITOS DE FRP

2.3.1. CONCEITO E APLICAÇÃO DOS FRPs

Um FRP (*Fibre Reinforced Polymer*) é um compósito constituído por dois componentes: fibras e uma matriz polimérica, como esquematizado na Figura 2.10. As fibras são responsáveis pela resistência e pela rigidez do FRP. A matriz polimérica é responsável pela união das fibras, protegendo-as contra a abrasão e a degradação ambiental, dispersando-as ao longo do compósito e transferindo forças entre as mesmas [13].

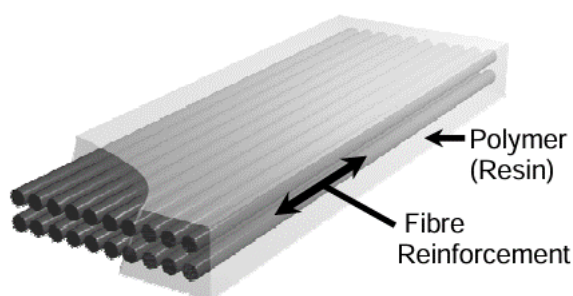


Figura 2.10 – Compósito de FRP (Fibras e Matriz polimérica) (adaptado de [13])

Os tipos de fibras que mais frequentemente são aplicadas na construção civil são os de vidro, carbono e aramida. A escolha do tipo de fibra a utilizar depende das especificidades da situação na qual a fibra vai ser aplicada, isto é, das necessidades ao nível da resistência, rigidez e durabilidade, das limitações de custo e da disponibilidade dos materiais [13].

Assim, as fibras de vidro são utilizadas em situações em que o peso não é um fator crítico (uma vez que são mais pesadas do que as fibras de carbono e de aramida) e em que as deformações podem ser elevadas (devido ao facto de as fibras de vidro terem um módulo de elasticidade relativamente baixo). Adicionalmente, estas fibras são as mais baratas, sendo por isso as mais utilizadas em engenharia civil [13].

Pelo contrário, as fibras de carbono são aplicadas em situações em que o peso e/ou a deformação são fatores críticos, uma vez que são, normalmente, mais resistentes, mais rígidas e mais leves do que as fibras de vidro. As fibras de carbono apresentam como principal desvantagem o facto de serem mais caras do que as de vidro [13].

As fibras de aramida apresentam valores do módulo de elasticidade e da resistência à tração intermédios entre as fibras de vidro e de carbono. Estas fibras têm como principal desvantagem o facto de se degradarem quando expostas extensivamente à radiação solar, perdendo até 50% da sua resistência à tração [14].

Na Figura 2.11 está esquematizada a relação entre a deformação e a tensão das fibras de carbono, aramida e de vidro, sendo evidente que as fibras de carbono apresentam o maior módulo de elasticidade e a maior resistência, seguidas das fibras de aramida e, por fim, das de vidro [14].

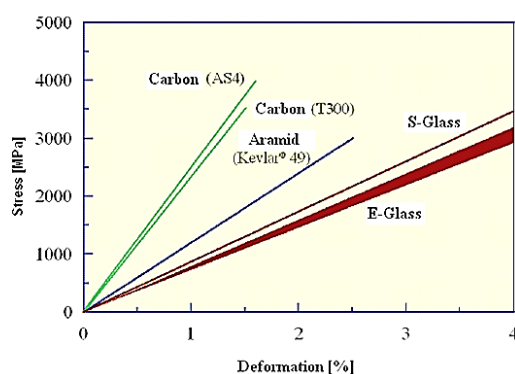


Figura 2.11 – Relação deformação-tensão de diferentes fibras [14]

Para aplicações de reforço, vários são os materiais que podem ser utilizados na matriz polimérica, dependendo da situação na qual o FRP vai ser colocado. No entanto, para aplicações externas, o epóxido costuma ser a escolha mais comum para a matriz, devido às suas boas características de aderência [13].

Os FRPs são muito utilizados no reforço de estruturas de engenharia civil, uma vez que são leves e resistentes à corrosão e apresentam boas propriedades mecânicas. Adicionalmente, acresce o facto de existirem diversas geometrias de compósitos disponíveis e de serem aplicáveis em situações de reabilitação onde é necessário preservar o aspeto da estrutura original (edifícios de interesse patrimonial ou histórico, por exemplo) ou onde a aplicação de materiais tradicionais não é viável [14].

Assim, devido à sua versatilidade, os FRPs têm sido frequentemente utilizados no reforço de estruturas de betão, mas só mais recentemente é que passaram a ser aplicados em estruturas de madeira [15].

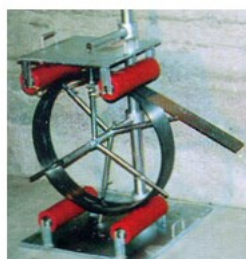
2.3.2. SISTEMAS E TÉCNICAS DE REFORÇO COM FRPs

Existem vários tipos de sistemas de reforço com FRPs, sendo os mais utilizados os pré-fabricados e os curados “*in situ*” [16].

Os sistemas pré-fabricados correspondem a perfis, os quais podem ter diversas formas, como por exemplo, secção circular (como é o caso dos varões) ou secção quadrada/retangular (como é o caso dos laminados, os quais se encontram representados na Figura 2.12 a)). Tanto os varões como os laminados constituem sistemas de reforço unidireccionais, isto é, as fibras estão aplicadas na direcção longitudinal do elemento. Para aplicar este tipo de FRPs, é necessário recorrer a um produto de colagem (sendo que o mais frequente é utilizar um adesivo epoxídico), e, adicionalmente, pode-se aplicar um primário de modo a melhorar a aderência entre o reforço e a superfície a reforçar [16].

Os sistemas curados “*in situ*” correspondem a compósitos que são fabricados na zona a reforçar, sendo inicialmente apenas fornecidas as fibras e a matriz em separado. O fabrico do FRP ocorre recorrendo a

uma resina de saturação, a qual permite a impregnação plena das fibras e a ligação à superfície a reforçar, sendo que só quando esta estiver endurecida é que o compósito é obtido. Quanto à direção na qual as fibras se encontram dispostas, os compósitos fabricados “*in situ*” podem ser classificados como sendo unidirecionais (é o caso das mantas, as quais se ilustram na Figura 2.12 b)) ou multidirecionais (é o caso dos tecidos, os quais se encontram representados na Figura 2.12 c)) [16].



a) Laminado



b) Manta unidirecional



c) Tecido bidirecional

Figura 2.12 - Sistemas de reforço com FRPs [17]

O reforço recorrendo a FRPs pode ser feito de acordo com duas técnicas: EBR (*External Bounded Reinforcement*), que corresponde a colar o compósito externamente à peça a reforçar e encontra-se exemplificada na Figura 2.13 a); NSM (*Near Surface Mounted*), que consiste em inserir o FRP em ranhuras, as quais se encontram próximas da superfície a reforçar (Figura 2.13 b)). A técnica de reforço NSM tem várias vantagens relativamente à EBR, nomeadamente o facto de não alterar o aspeto natural da madeira, de proteger o FRP contra atos de vandalismo e em relação ao fogo e de minimizar a deterioração da matriz polimérica devido aos raios UV [18].



a) Técnica EBR



b) Técnica NSM

Figura 2.13 - Técnicas de reforço [18]

2.3.3. LEI CONSTITUTIVA DOS FRPs

Na Figura 2.14 encontra-se indicada a relação tensão-extensão das fibras, da matriz e do compósito. Verifica-se que a rigidez do FRP é inferior à da fibra, no entanto, ambos os materiais entram em rotura para a mesma extensão. A partir desta extensão de rotura, a transferência de cargas entre as fibras e a matriz passa a ser impedida [14].

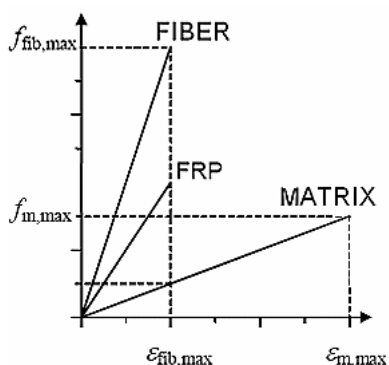


Figura 2.14 – Diagrama tensão-extensão das fibras, da matriz e do FRP [14]

Com base na Figura 2.14, observa-se que o FRP apresenta um comportamento elástico-linear até à rotura, sem que ocorra plastificação. Deste modo, caso se submeta um FRP ao ensaio de tração uni axial, a Lei de Hooke é válida, isto é, a tensão é igual ao produto do módulo de elasticidade pela extensão [17]. Este comportamento é idêntico quer em serviço (Estado Limite de Utilização), quer até à ruína (Estado Limite Último).

O valor da força axial máxima “ F_f ” de um FRP, em ELU, é determinado através da Equação 2.5:

$$F_f = E_{fd} \times \varepsilon_{flim} \times A_f \quad (2.5)$$

Sendo “ E_{fd} ” o valor de cálculo do módulo de elasticidade longitudinal do FRP, “ ε_{flim} ” o valor máximo da deformação do FRP recomendado para evitar ruínas prematuras na interface madeira-FRP (o qual se encontra indicado no item 2.4.2) e “ A_f ” a área da secção transversal do FRP.

A caracterização da geometria de um FRP, traduzida na área da secção transversal “ A_f ”, depende da definição da sua largura (b), da sua espessura (t) e do número de camadas aplicadas sucessivamente (n). Os valores característicos das propriedades mecânicas de um FRP são obtidos consultando a ficha técnica do respetivo fornecedor. Para um dado laminado, uma vez que é um compósito pré-fabricado, as propriedades mecânicas presentes na respetiva ficha técnica referem-se à área total do FRP. No entanto, no caso de uma manta, uma vez que é fabricada “*in situ*”, as propriedades mecânicas presentes na respetiva ficha técnica referem-se à fibra e não ao compósito, sendo que se contabiliza uma espessura equivalente da manta, em função da sua gramagem [17].

Na literatura técnica, recomenda-se a transformação do valor característico do módulo de elasticidade longitudinal (E_{fk}) de um FRP para o respetivo valor de cálculo (E_{fd}), dependendo do tipo de sistemas de FRP, de acordo com a Equação 2.6 [17]:

$$E_{fd} = \frac{E_{fk}}{\gamma_M} \quad (2.6)$$

Sendo “ γ_M ” o valor do fator de correção recomendado, conforme a seguir se indica [17]:

- 1 no caso dos laminados;

- entre 1,1 e 1,2 no caso das mantas unidirecionais;
- entre 1,4 e 1,6 no caso dos tecidos bidirecionais.

2.4. REFORÇO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA COM FRP

Várias são as situações que justificam a necessidade de reforçar estruturas de madeira existentes, como por exemplo:

- A falta de manutenção ou danos acidentais, que resultam na deterioração da estrutura [19];
- A necessidade de aumentar a vida de projeto das estruturas [19];
- A introdução de novas normas e requisitos estruturais exigentes na Europa faz com que estruturas existentes, que foram dimensionadas antes da entrada em vigor das novas leis, tenham de ser reforçadas [3];
- A degradação da superfície da estrutura devido a ataques de insetos e fungos ou devido à deterioração ambiental [20];
- O aumento das sobrecargas, o qual pode ocorrer em edifícios históricos, devido a alterações a nível da utilização [12];
- Flechas excessivas nos membros da estrutura [12].

Como já referido, os produtos derivados da madeira, como a madeira lamelada colada, permitem solucionar algumas das limitações da madeira maciça. No entanto, cada vez mais se torna necessário dimensionar elementos de madeira com maiores vãos e, simultaneamente, com menores secções transversais. Como tal, deve-se melhorar as propriedades mecânicas da MLC, contemplando o reforço de estruturas de madeira em fase de projeto [18].

Seja em situações de estruturas existentes ou novas, o FRP e o aço são materiais de reforço que permitem o aumento da resistência e da rigidez da estrutura de madeira. No entanto, o compósito é mais vantajoso em relação ao aço no sentido em que tem um maior rácio resistência-peso e uma maior resistência à corrosão [19].

2.4.1. COMPORTAMENTO À FLEXÃO

O atual estado da arte relativo à aplicação de FRPs no reforço de estruturas de madeira encontra-se menos avançado do que no reforço de estruturas de betão ou de alvenaria. Assim, atualmente, ainda não existem documentos normativos em vigor referentes a esta aplicação. No entanto, a proposta italiana CNR-DT 201/2005 contém os conceitos básicos existentes atualmente acerca do reforço de madeira sujeita à flexão com FRP e, como tal, serve como referência para a presente dissertação [12].

Na madeira, a resistência à tração é frequentemente igual ou menor do que a resistência à compressão, isto é, a tensão a partir da qual a plastificação é possível. Como tal, é comum as vigas de madeira não reforçadas sofrerem uma rotura abrupta na zona de tração (rotura frágil, como a representada na Figura 2.8 a)) [21].

Assim, existem dois motivos principais pelos quais se reforça a madeira sujeita à flexão com FRPs [12]:

- Permite aumentar a resistência à tração e, consequentemente, melhorar o comportamento da zona da madeira sujeita à tração;
- Logo, aumenta a probabilidade de desenvolver alguma plastificação (mesmo que pequena) na zona sujeita à compressão, o que resultaria numa rotura mais dúctil (como a representada na Figura 2.8 b)).

Em estruturas de madeira reforçadas com FRP, os modos de rotura mais comuns são: a rotura na zona de tração da madeira, quando o comportamento na zona de compressão é elástico-linear; a rotura na zona de tração da madeira, após ter ocorrido plastificação na zona de compressão. Vários ensaios realizados ao longo dos anos permitiram concluir que a rotura pelo compósito é pouco provável [15].

Caso a viga de madeira tenha uma elevada área de reforço na zona de tração, a rotura pode passar a ocorrer na zona sujeita à compressão (este é o modo de rotura representado na Figura 2.8 d)). Teoricamente, ainda seria possível a rotura ocorrer de outros modos, tais como por corte ou na interface de ligação madeira-FRP, no entanto tal não faz parte do âmbito da presente tese [21].

Em 1992, Triantafillou publicou um artigo pioneiro acerca do reforço de madeira estrutural recorrendo a FRPs. Neste estudo, concluiu-se que o reforço de elementos de madeira recorrendo a mantas aplicadas na zona de tração permite o aumento das propriedades de resistência, de rigidez e de ductilidade das estruturas de madeira sujeitas à flexão, ou à flexão combinada com esforço axial. Mais concretamente, esta investigação demonstrou que, mesmo que se apliquem áreas pequenas de FRP, verificam-se melhorias significativas no comportamento mecânico da madeira [22].

2.4.2. RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS

A aplicação de diversas camadas sucessivas de FRP no reforço da madeira deve ter em conta o número máximo das mesmas, de modo a assegurar a qualidade da construção. Embora ainda não existam valores referentes à aplicação de FRP na madeira, há recomendações para o número máximo de camadas de FRP a aplicar sucessivamente no betão [23]:

- De acordo com o fib Bulletin N°14 (2001) não se deve aplicar mais de 3 camadas de laminados, a menos que se realizem ensaios experimentais para comprovar o seu desempenho;
- De acordo com o fib Bulletin N°14 (2001) não se deve aplicar mais de 5 camadas de mantas ou tecidos, a menos que se realizem ensaios experimentais para comprovar o seu desempenho.

Estes valores referem-se à aplicação de FRP em betão, no qual há a possibilidade de fendilhação nas secções tracionadas. No entanto, na madeira não existe esse risco. Assim, e dada a falta de critérios para o reforço da madeira, admite-se que o número máximo de camadas de FRP aplicadas sucessivamente na madeira pode ser ligeiramente superior ao referente ao betão.

De acordo com o documento CNR-DT 201/2005, em teoria, pode-se aplicar o FRP na zona de tração, na zona de compressão, ou em ambas. No entanto, quando se aplica o reforço na zona sujeita à compressão, por colagem exterior, como o FRP não se encontra confinado na secção transversal de madeira, deve-se recorrer a dispositivos mecânicos, como estribos exteriores de confinamento, de modo a assegurar a conexão entre a madeira e o reforço. Caso não se utilizem esses dispositivos mecânicos, a utilização de FRPs aplicados externamente (técnica EBR), na zona de compressão, não é recomendada. No caso de o reforço ser aplicado dentro de ranhuras da secção transversal de madeira (técnica NSM), a superfície de contacto duplica, logo, o destacamento do FRP na zona de compressão é prevenido [12].

Um dos principais problemas associados à aplicação de FRPs, quando se recorre à técnica EBR, é a rotura prematura devida ao destacamento do compósito, na zona sujeita à tração. Este modo de rotura ocorre para extensões inferiores à extensão última, e caso aconteça, a utilização do FRP é limitada, isto é, não é possível tirar partido da capacidade última e da ductilidade do compósito [20]. Na dissertação “Reforço de elementos estruturais de madeira com materiais compósitos de matriz polimérica”, da autoria de David Cruz [24], em ensaios de flexão de vigas de madeira reforçadas com FRP verificou-se

um destacamento prematuro do compósito para extensões do mesmo entre 0,28% (técnica EBR) e 0,32% (técnica EBRA). Assim, no presente documento, considera-se que, quando a madeira estiver sujeita à flexão e reforçada com FRP, se o compósito não apresentar uma extensão igual ou superior a $\varepsilon_{lim} = 0,28\%$, admite-se ser baixo o risco de destacamento prematuro do compósito.

A proteção ao fogo da madeira e do compósito de FRP devem ser tidos em conta e ponderados durante o desenvolvimento do projeto. No entanto, uma vez que tal não faz parte do âmbito da presente dissertação, não se detalha este assunto. Na dissertação [25] encontram-se indicadas algumas recomendações práticas de modo a proteger a madeira e o FRP em relação ao fogo.

2.4.3. TESE DE REFERÊNCIA

A presente dissertação surge como uma tentativa de desenvolver o estudo realizado na tese “Vigas de Madeira Reforçadas à Flexão com Sistemas de FRP”, da autoria da Renata Moreira, em 2023 [25]. Nesta tese [25], foram considerados dois tipos de madeira e dois sistemas comerciais de FRP, tendo sido estudadas diferentes técnicas, configurações geométricas e percentagens de reforço de FRP. O objetivo definido foi avaliar a capacidade última resistente à flexão de madeira reforçada com FRPs, comparando os diferentes tipos e configurações de reforço considerados. Para tal, a lei constitutiva da madeira foi limitada ao comportamento elástico-linear (Figura 2.15), isto é, não foi considerada a possibilidade de ocorrer plastificação na zona da madeira sujeita à compressão.

Na presente dissertação, considera-se a lei constitutiva da madeira como sendo elástico-perfeitamente plástica (Figura 2.16), analisando-se a melhoria da resistência da madeira reforçada à flexão com FRP, tendo em conta o comportamento linear e não linear, quando este ocorrer. Assim, a análise realizada nesta dissertação vai para além da referente à tese [25], no sentido em que se considera a possibilidade de ocorrer a plastificação na zona comprimida da madeira. Adicionalmente, define-se também como objetivo estudar a influência de reforçar a madeira à flexão com FRP, no comportamento em Estado Limite de Utilização, a nível da deformação transversal e vibração de pavimentos.

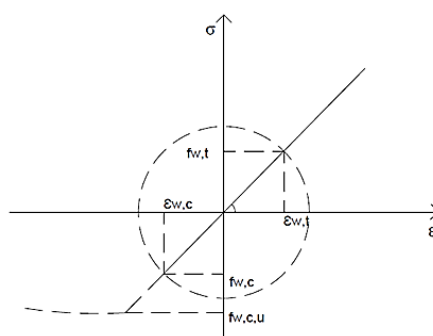


Figura 2.15 - Lei constitutiva da madeira considerada na tese da Renata Moreira [25]

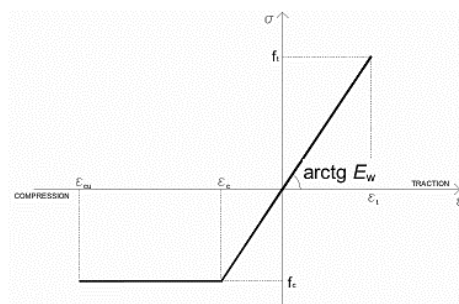


Figura 2.16 - Lei constitutiva da madeira considerada na presente dissertação [12]

Como está exposto no capítulo seguinte, o estudo realizado na tese atual baseia-se na adaptação de um programa de cálculo automático, por forma a estudar o comportamento linear e não linear da madeira simples e reforçada com compósitos de FRP. As madeiras, as dimensões das respectivas secções e os sistemas e as configurações de reforço estudadas na presente dissertação coincidem com as consideradas na tese [25]. Tal permite comparar os momentos resistentes lineares calculados na tese [25] com os obtidos recorrendo ao programa. Esta opção está explicada, mais detalhadamente, ao longo dos Capítulos 3 e 4 do presente documento.

2.5. UTILIZAÇÃO DA MADEIRA AO LONGO DA HISTÓRIA

A madeira é um dos materiais mais antigos aplicados na construção civil. Um dos edifícios mais antigos construídos em madeira são monumentos Budistas, no Japão, que datam do final do século VII (apresenta-se um exemplo na Figura 2.17). Ao longo dos séculos seguintes, a madeira foi muito utilizada na engenharia civil, até ao aparecimento do betão e do aço, no século XX. Como estes novos materiais têm resistência e durabilidade superiores à madeira maciça e não apresentam variações naturais, a aplicação da madeira em estruturas sujeitas a cargas elevadas diminuiu consideravelmente até ao final da década de 1980 [27].



Figura 2.17 - Templo Horyu-ji [26]

No entanto, o surgimento de produtos derivados de madeira, como a madeira lamelada colada, permitiram a melhoria das características de resistência e de durabilidade das construções realizadas em madeira. Adicionalmente, estes produtos permitem a redução das variações naturais e da heterogeneidade que naturalmente caracterizam a madeira maciça. Assim, os produtos derivados de madeira tornaram-se uma alternativa ao uso de betão e de aço em estruturas sujeitas a cargas elevadas. Como exemplo, na Figura 2.18 inclui-se uma ponte executada recorrendo a MLC [27].



Figura 2.18 - Ponte Vihantasalmi, Finlândia, 1999 (construída em MLC) [27]

Nos últimos anos, o reforço de estruturas de madeira recorrendo a FRPs tem sido alvo de diversas investigações, devido ao facto de os compósitos serem leves e resistentes à corrosão e apresentarem resistência e rigidez elevadas. Estes estudos demonstraram a possibilidade de reforçar a madeira à flexão, ao corte, à tração e à compressão, recorrendo aos FRPs, provando que estes materiais constituem uma boa alternativa relativamente ao betão e ao aço [27].

Adicionalmente, a madeira tem a vantagem de contribuir para o aumento da sustentabilidade das construções. As alterações climáticas são uma das principais preocupações do final do século XX e do século XXI. O aquecimento global é causado, maioritariamente, pela libertação de gases de dióxido carbono para a atmosfera, sendo o setor da construção um dos principais responsáveis por estas emissões. Assim, e dado que no Protocolo de Quioto vários países se comprometeram a reduzir a libertação de CO₂, é necessário implementar medidas para aumentar a sustentabilidade das construções [4].

A construção sustentável consiste em utilizar materiais e métodos de construção e de manutenção dos edifícios, de forma a satisfazer as necessidades atuais, sem comprometer as necessidades futuras. A análise do ciclo de vida de um produto é uma avaliação do desempenho, que permite avaliar o seu impacto ambiental ao longo de toda a sua vida, considerando a extração, produção, transporte, utilização, manutenção e reutilização ou eliminação do produto [4].

De entre os principais materiais de construção (betão, aço, alumínio e madeira), a madeira é o único que é natural, ou seja, renovável. Deste modo, e recorrendo a políticas florestais adequadas, é possível assegurar uma reflorestação contínua, sem que haja falta de fornecimento de matéria-prima [4].

Os resíduos gerados pela indústria da madeira podem ser reaproveitados de diversas formas: podem ser transformados por compostagem; podem ser reutilizados pela própria indústria para a produção de produtos derivados; no caso de resíduos de maior dimensão, podem ser transformados em elementos de construção ou de mobiliário. Logo, estas hipóteses de reaproveitamento permitem aumentar ainda mais o ciclo de vida da madeira na construção [4].

A madeira tem um processo de fabrico mais eficiente do que o aço, o betão, o tijolo e o alumínio, isto é, possui uma energia incorporada (energia necessária para tornar um produto utilizável) inferior. Adicionalmente, tem uma estrutura celular que contém bolsas de ar, as quais limitam a sua capacidade de transmissão de calor. Logo, este material é um isolante mais eficiente do que o aço e o betão, os quais funcionam como pontes térmicas. Assim, numa construção em madeira, será necessário gastar menos energia para assegurar o conforto dentro do edifício e, consequentemente, menores serão os impactos ambientais [4].

2.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do Capítulo 2, procurou-se descrever o estado atual do conhecimento relativamente à madeira, aos compósitos de FRP e à aplicação conjunta destes dois materiais. A informação apresentada permite justificar e sustentar o estudo elaborado ao longo da presente dissertação, e encontra-se sintetizada de seguida.

A madeira é um material frequentemente aplicado na construção civil por ser renovável, facilmente trabalhável recorrendo a ferramentas simples e que apresenta uma elevada resistência mecânica e uma baixa massa volúmica. Embora apresente uma boa resistência à tração e à compressão, a madeira é frequentemente aplicada em elementos sujeitos à flexão, como pavimentos, esteiras e coberturas, por revelar o seu potencial pleno quando se encontra sujeita a este esforço.

Por ser um material orgânico, a madeira pode apresentar defeitos, os quais podem afetar a sua resistência. Adicionalmente, este material apresenta as desvantagens de ser combustível e de ter durabilidade reduzida, caso não sejam aplicadas medidas preventivas.

A aplicação da madeira maciça apresenta duas limitações principais: as dimensões dos produtos estruturais que são possíveis fabricar são limitadas; as suas propriedades são consideravelmente heterogêneas. Os produtos derivados da madeira, como a madeira lamelada colada, permitem minimizar as limitações da madeira maciça: os defeitos significativos podem ser evitados e dispersados e, consequentemente, os produtos apresentam propriedades mais homogêneas; as dimensões de fabrico passam apenas a estar limitadas pelo transporte do local de fabrico até ao de aplicação.

No desenvolvimento da presente dissertação, consideram-se três normas atualmente em vigor, as quais regularizam a aplicação da madeira na construção estrutural: as normas EN 338: 2016 e NP EN 14080: 2019, as quais estabelecem, respetivamente, as classes de resistência da madeira maciça e da madeira lamelada colada; a NP EN 1995-1-1: 2021, a qual define, entre outros aspetos, a forma de verificar a segurança de uma estrutura de madeira em Estado Limite Último e em Estado Limite de Utilização.

Embora existam 3 leis constitutivas que permitem descrever o comportamento da madeira à tração e à compressão, cada uma com o seu grau de aproximação à realidade, a considerada na presente dissertação é a lei elástico-perfeitamente plástica: de acordo com a mesma, o comportamento da madeira quando se encontra sujeita à tração uniaxial é elástico-linear até à rotura; na origem do diagrama extensão-tensão, este modelo apresenta um comportamento uniaxial à compressão com o mesmo declive do que o comportamento uniaxial à tração; após o início da plastificação na zona sujeita à compressão, a tensão nesta zona mantém-se constante, perante o aumento das respetivas extensões.

A madeira apresenta, normalmente, uma resistência à tração superior à resistência à compressão, isto é, à tensão a partir da qual a plastificação é possível. Consequentemente, a rotura da madeira não reforçada costuma ser frágil e ocorre na zona sujeita à tração.

Os compósitos de FRPs são frequentemente utilizados no reforço de estruturas de engenharia civil por serem leves, resistentes à corrosão e apresentarem boas propriedades mecânicas. Os sistemas de reforço com FRPs mais comuns são os pré-fabricados, como é o caso dos varões e dos laminados, e os curados “*in situ*”, como por exemplo as mantas e os tecidos. Estes sistemas podem ser aplicados recorrendo à técnica EBR ou à técnica NSM. Um FRP sujeito a um ensaio uniaxial à tração apresenta um comportamento elástico-linear até à rotura, isto é, não desenvolve plastificação.

O atual conhecimento relativo à aplicação de FRPs para reforçar estruturas de madeira encontra-se menos avançado do que o referente ao reforço de estruturas de betão e de alvenaria. O desenvolvimento da presente dissertação utiliza como base as referências indicadas no documento CNR-DT 201/2005.

Ainda assim, no desenvolvimento dos capítulos seguintes, devido à falta de normas e regulamentos em vigor referentes a este tópico, atribuem-se algumas hipóteses, as quais são devidamente justificadas e analisadas.

As principais vantagens de reforçar madeira com compósitos de FRPs é aumentar a resistência à tração e, conseqüentemente, aumentar a probabilidade da ocorrência de plastificação na zona sujeita à compressão. Caso ocorra plastificação, a rotura torna-se mais dúctil, o que aumenta a segurança em relação ao Estado Limite Último.

Para assegurar a qualidade da construção, o reforço de madeira recorrendo a FRPs deve ser realizado tendo em conta as seguintes recomendações:

- Deve-se limitar o número máximo de camadas de compósito aplicadas sucessivamente;
- Caso se apliquem FRPs externamente (EBR) na zona da madeira sujeita à compressão, deve-se recorrer a dispositivos mecânicos de modo a assegurar a conexão entre a madeira e o reforço;
- Quando se recorre à técnica EBR é necessário verificar se não ocorre destacamento prematuro do compósito.

3

**PROGRAMA DE CÁLCULO
AUTOMÁTICO E METODOLOGIA****3.1. INTRODUÇÃO**

Nesta dissertação, considera-se que o comportamento da madeira à flexão é elástico-perfeitamente plástico. Assim, é necessário recorrer a um programa de cálculo automático para ter em conta o comportamento não linear da madeira reforçada com compósitos de FRPs. Para tal, adapta-se um programa base, de modo a possibilitar a análise de vigas (secções) de madeira simples e reforçadas com compósitos, sujeitas à flexão plana.

Recorrendo ao programa de cálculo automático adaptado, pretende-se extrair conclusões referentes à melhoria do desempenho de vigas (secções) de madeira reforçadas com FRPs, em relação a vigas (secções) não reforçadas, ao nível do Estado Limite Último e do Estado Limite de Utilização. Para tal, considera-se uma classe de resistência de madeira maciça e uma de madeira lamelada colada. Adicionalmente, analisam-se dois sistemas de compósitos de FRP- um pré-fabricado (laminado) e um curado in situ (manta)- e duas técnicas de reforço- a NSM (*Near Surface Mounted*) e a EBR (*External Bounded Reinforcement*).

Assim, no presente Capítulo descreve-se o programa de cálculo automático base e a sua adaptação, caracterizam-se os materiais, as técnicas e as configurações de reforço consideradas e introduz-se a metodologia para a análise do desempenho de vigas (secções) de madeira reforçadas à flexão, em Estado Limite Último e em Estado Limite de Utilização.

3.2. PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO**3.2.1. PROGRAMA BASE**

O principal objetivo da presente dissertação é avaliar a melhoria do desempenho à flexão plana de vigas de madeira reforçadas com FRP, em relação a vigas de madeira não reforçadas. Para que tal seja possível, é necessário recorrer a um programa que permita conhecer a resposta de uma secção de madeira simples e reforçada com FRP, desde o estado de repouso até ao colapso, incluindo a plastificação, caso tal ocorra.

Deste modo, utiliza-se como base um programa de cálculo automático para a análise não linear de secções de betão armado sujeitas a esforços de flexão [28], [29], [30].

Partindo do programa de cálculo automático referido, é possível adaptá-lo, substituindo o que diz respeito ao betão e ao aço por, respetivamente, madeira e FRP. Esta adaptação a nível de programação é realizada em Fortran, uma vez que esta linguagem foi a utilizada para o desenvolvimento do programa

base. Deste modo, é possível obter uma versão adaptada do programa, a qual permite estudar o comportamento linear e não linear à flexão de vigas (secções) de madeira simples e reforçadas com FRP, desde o estado de repouso até à rotura.

O programa de cálculo automático base funciona por camadas e consiste num procedimento incremental e iterativo, o qual se encontra descrito em pormenor no Anexo A1. No entanto, apresenta-se em seguida um resumo do funcionamento do programa:

- Para cada caso em estudo, é necessário definir os materiais e a geometria da secção a analisar. Para tal, preenche-se o ficheiro de dados de modo a definir, entre outros aspetos, as propriedades mecânicas do betão e do aço, a altura total da secção, as camadas de betão e de aço nas quais a discretização da secção é feita, a força axial aplicada, os acréscimos de curvatura para o processo incremental e a tolerância do processo iterativo;
- De seguida, o programa realiza a leitura e a validação dos dados relativos à secção, provenientes do ficheiro previamente preenchido, seguida da escrita dos mesmos;
- Posteriormente, o programa calcula propriedades geométricas da secção, nomeadamente, a área, o momento estático e o centro de gravidade;
- Neste ponto, iniciam-se os incrementos sucessivos da curvatura e, para cada curvatura, é realizado um processo iterativo;
- Para cada curvatura, é arbitrada a posição do eixo neutro e, de acordo com a mesma, é realizado o cálculo das extensões normais no centro de gravidade de cada camada;
- De seguida, é feita a verificação da rotura, isto é, as extensões em cada camada de betão e de aço são comparadas com as extensões de rotura de cada um dos materiais; caso tenha sido atingida a rotura, o programa interrompe o ciclo; caso contrário, o programa corre o módulo seguinte;
- A próxima fase corresponde ao cálculo das tensões nos centros geométricos das camadas de betão e de aço, de acordo com as leis constitutivas definidas para os respetivos materiais;
- A última fase do ciclo é calcular o esforço axial e o momento fletor resistente; posteriormente, verifica-se se foi atingida a convergência do processo iterativo, isto é, se o esforço axial calculado coincide com a força axial aplicada, dentro da tolerância estabelecida; caso haja convergência, o programa segue para o incremento da curvatura seguinte; caso contrário, volta a repetir o ciclo desde a atribuição de um novo eixo neutro, até atingir a convergência);
- Por fim, o programa gera um ficheiro com os resultados mais importantes de cada incremento.

3.2.2. ADAPTAÇÃO DO PROGRAMA BASE

O programa de cálculo automático base corresponde a um conjunto de módulos (ou sub-rotinas), os quais se encontram interligados num programa principal. Logo, qualquer alteração na programação de um módulo, pode ter consequências a nível do funcionamento global do programa. Deste modo, a adaptação do mesmo tem por base o número mínimo de alterações necessárias, por forma a ser possível analisar o desempenho à flexão de vigas (secções) de madeira reforçadas com FRP, mantendo a estrutura original dentro do possível. De seguida, descreve-se, resumidamente, o processo de adaptação do programa base.

A primeira alteração a realizar ao programa de cálculo automático base consiste na substituição das variáveis necessárias para a definição das leis constitutivas do betão e do aço pelas aplicáveis,

respetivamente, à madeira e ao compósito de FRP. Esta mudança é feita nas sub-rotinas da leitura e da escrita dos dados relativos à secção.

As variáveis necessárias para a definição da lei constitutiva da madeira são as que se indicam de seguida e correspondem às apresentadas na Figura 3.1 a):

- Módulo de elasticidade (E_w);
- Tensão máxima de compressão (f_{wcy});
- Extensão correspondente à tensão máxima de compressão (ε_{wcy});
- Tensão máxima de tração (f_{wtu});
- Extensão correspondente à tensão máxima de tração (ε_{wtu});
- Extensão de rotura em compressão (ε_{wcu}).

Para que seja possível definir a lei constitutiva do compósito de FRP são necessárias as seguintes variáveis, as quais se encontram indicadas na Figura 3.1 b):

- Módulo de elasticidade (E_f);
- Tensão limite de elasticidade à tração (f_{ftu});
- Tensão limite de elasticidade à compressão (f_{fcu});
- Extensão de rotura à tração (ε_{ftu});
- Extensão de rotura à compressão (ε_{fcu}).

A segunda alteração consiste na substituição da lei constitutiva do betão pela da madeira, na sub-rotina de cálculo das tensões nas camadas de betão. Recorrendo à programação, escrevem-se as condições que traduzem os 3 ramos que compõem a lei constitutiva da madeira considerada e que se apresenta na Figura 3.1 a).

Outra alteração necessária consiste na substituição da lei constitutiva do aço pela do FRP, na sub-rotina de cálculo das tensões nas camadas de aço. Recorrendo à programação, escrevem-se as condições que traduzem os 2 ramos que compõem a lei constitutiva do FRP considerada e que se apresenta na Figura 3.1 b).

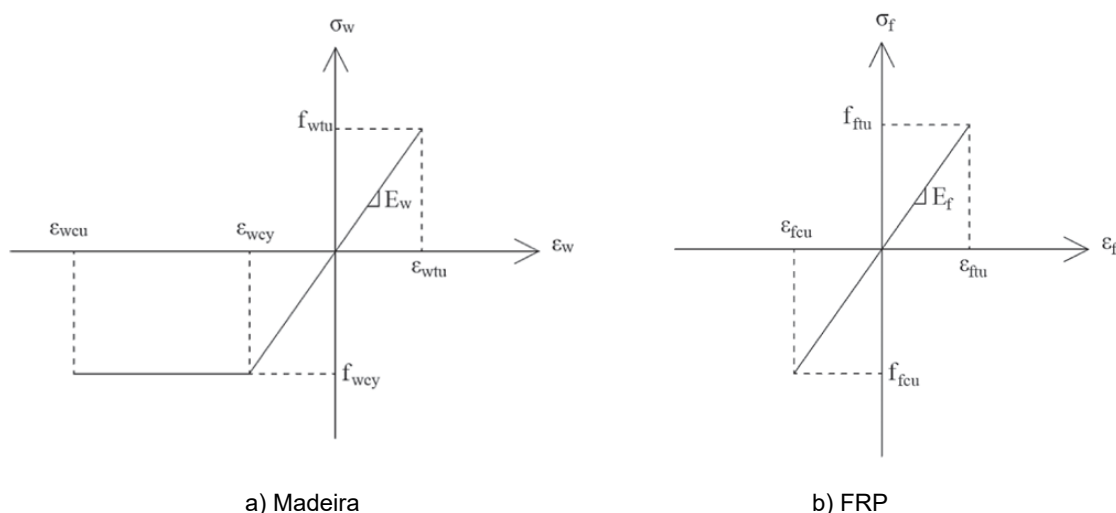


Figura 3.1 – Leis constitutivas da madeira e do FRP

De seguida, é necessário adaptar a sub-rotina de verificação de rotura no betão. No programa base, a verificação da rotura nas camadas de betão refere-se apenas às sujeitas à compressão. Logo, no programa adaptado, é necessário programar a verificação da rotura nas camadas sujeitas tanto à tração como à compressão.

Quanto à verificação da rotura no FRP, mantém-se semelhante à que se encontra escrita no programa base, relativamente ao aço.

3.2.3. FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA ADAPTADO

Após programar as alterações referidas, é possível recorrer à versão adaptada do programa de cálculo automático para analisar o comportamento de uma secção de madeira simples ou reforçada com FRP, sujeita à flexão. Para tal, é necessário preencher um ficheiro de dados para cada caso que se pretende estudar, de modo a definir as respetivas características e geometria da madeira e do compósito de FRP, incluindo:

- As propriedades mecânicas da madeira;
- As propriedades mecânicas do FRP;
- A altura total da secção;
- A definição e a ordenação das camadas de madeira, que correspondem à discretização da secção;
- A definição da posição e da área das camadas de FRP;
- A força axial aplicada;
- O incremento de curvatura a ser considerado;
- A tolerância permitida para o processo iterativo.

Como já referido, a estrutura geral da versão adaptada do programa de cálculo automático é mantida semelhante à do programa base. Como tal, o processo iterativo e incremental descrito no item 3.2.1, referente ao programa de betão armado, também se aplica na versão adaptada.

Após o programa de cálculo automático adaptado ser executado, fornece, para cada caso, um ficheiro de resultados, do qual se apresenta um exemplo no Anexo A2. Este inclui, para cada incremento da curvatura, as seguintes informações:

- O número de iterações necessárias para que ocorra a convergência do processo; os restantes resultados são já referentes à iteração na qual há convergência;
- O valor do esforço axial resistente;
- O valor do momento resistente;
- A curvatura;
- As extensões que ocorrem na fibra inferior e superior da secção;
- A posição do eixo neutro, relativamente à fibra inferior da secção;
- As tensões máximas (positiva e negativa) na madeira, associadas às camadas onde estas ocorrem;
- As tensões máximas (positiva e negativa) no FRP, associadas às camadas onde estas ocorrem.

A versão adaptada do programa de cálculo automático tem diversas vantagens: permite analisar o comportamento não linear de uma secção de madeira reforçada com FRP; possibilita o estudo de secções de madeira com geometrias irregulares. No entanto, também existem especificidades que têm de ser tidas em conta na utilização do programa, as quais estão relacionadas com o facto de o mesmo funcionar por camadas e por incrementos.

Uma vez que o programa funciona por camadas, os resultados obtidos são dependentes da discretização considerada, isto é, quanto mais camadas se considerar na definição da secção de madeira e do compósito de FRP, mais próximos estarão os resultados obtidos da realidade (situação contínua). Logo, existirá sempre uma diferença entre a realidade e os resultados obtidos através do programa por camadas. Como tal, é necessário definir espessuras sucessivamente menores para as camadas consideradas para a discretização da madeira e do FRP (principalmente para as camadas próximas das faces superior e inferior), até aos resultados discretos (obtidos através do programa) estarem tão próximos da situação contínua quanto o pretendido.

Partindo dos resultados dos momentos resistentes obtidos em [25], é possível validar e calibrar os resultados obtidos através do programa de cálculo automático adaptado: uma vez que em [25] a lei constitutiva da madeira foi considerada como sendo elástica-linear, e na presente dissertação assume-se que a madeira pode apresentar um comportamento plástico, apenas é possível validar os momentos resistentes em regime elástico-linear; então, para estes momentos, comparam-se os resultados calculados em [25] com os obtidos através do programa adaptado, considerando-se que a precisão pretendida é atingida quando a diferença entre estes dois resultados for inferior a 3%.

Alternativamente, caso não existissem valores de referência que permitissem a calibração do programa, seria possível realizar a discretização da secção da madeira e da área do FRP em camadas com espessuras sucessivamente menores. Entre hipóteses de discretização sucessivas, quando a variação dos resultados for tão pequena quanto a pretendida, considera-se que a calibração está concluída, de acordo com a precisão estabelecida como objetivo.

Semelhantemente, pelo facto de o programa adaptado funcionar por incrementos de curvatura, também é necessário considerar acréscimos sucessivamente menores, até que os resultados obtidos apresentem a precisão pretendida.

3.3. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

Para analisar a melhoria do comportamento da madeira reforçada com FRP à flexão, relativamente à situação não reforçada, consideram-se dois tipos de madeira (madeira maciça e lamelada colada) e dois tipos de reforço (laminado e manta). As classes de resistência das madeiras e os sistemas comerciais de compósitos de FRP analisados no presente documento são os mesmos que os considerados em [25], pelos motivos já apresentados no item 2.4.3.

3.3.1. MADEIRA MACIÇA

A madeira maciça considerada neste estudo é classificada, de acordo com a norma EN 338:2016 [6], como pertencendo à classe de resistência D30. Recorrendo a esta norma, é possível consultar os valores característicos das propriedades de resistência, de rigidez e de densidade de cada classe de madeira maciça, as quais se encontram indicadas na Tabela 3.1.

Assume-se que as vigas a analisar pertencem à classe de serviço 1 e que a ação atuante é de média duração. Logo, de acordo com a Tabela 2.2, o fator de modificação (k_{mod}) igual a 0,80 e, de acordo com a Tabela 2.3, o fator de deformação (k_{def}) corresponde a 0,60.

Tabela 3.1 – Propriedades da MM em função da classe de resistência (adaptado da EN 338: 2016) [6]

	Class	D18	D24	D27	D30	D35	D40	D45	D50	D55	D60	D65	D70	D75	D80
Strength properties in N/mm²															
Bending	$f_{m,k}$	18	24	27	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Tension parallel	$f_{t,0,k}$	11	14	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
Tension perpendicular	$f_{t,90,k}$	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Compression parallel	$f_{c,0,k}$	18	21	22	24	25	27	29	30	32	33	35	36	37	38
Compression perpendicular	$f_{c,90,k}$	4,8	4,9	5,1	5,3	5,4	5,5	5,8	6,2	6,6	10,5	11,3	12,0	12,8	13,5
Shear	$f_{v,k}$	3,5	3,7	3,8	3,9	4,1	4,2	4,4	4,5	4,7	4,8	5,0	5,0	5,0	5,0
Stiffness properties in kN/mm²															
Mean modulus of elasticity parallel bending	$E_{m,0,mean}$	9,5	10,0	10,5	11,0	12,0	13,0	13,5	14,0	15,5	17,0	18,5	20,0	22,0	24,0
5 percentile modulus of elasticity parallel bending	$E_{m,0,k}$	8,0	8,4	8,8	9,2	10,1	10,9	11,3	11,8	13,0	14,3	15,5	16,8	18,5	20,2
Mean modulus of elasticity perpendicular	$E_{m,90,mean}$	0,63	0,67	0,70	0,73	0,80	0,87	0,90	0,93	1,03	1,13	1,23	1,33	1,47	1,60
Mean shear modulus	G_{mean}	0,59	0,63	0,66	0,69	0,75	0,81	0,84	0,88	0,97	1,06	1,16	1,25	1,38	1,50
Density in kg/m³															
5 percentile density	ρ_k	475	485	510	530	540	550	580	620	660	700	750	800	850	900
Mean density	ρ_{mean}	570	580	610	640	650	660	700	740	790	840	900	960	1020	1080

No presente estudo pretende-se analisar o comportamento de uma secção de uma viga, logo, não ocorre distribuição de esforços nos elementos, afetada pela distribuição de rigidez na estrutura. Deste modo, e uma vez que a análise realizada é linear elástica de primeira ordem, de acordo com o indicado no item 2.2.3.2, devem-se considerar as propriedades de rigidez para o Estado Limite Último como sendo iguais aos valores médios respetivos. Assim, o valor a considerar para o módulo de elasticidade em ELU é igual ao respetivo valor médio.

Como já referido, no presente documento pretende-se estudar o comportamento da madeira à flexão plana. A norma EN 338:2016 apresenta apenas um valor da resistência à flexão. Assim, considera-se que a resistência à tração é igual à resistência à compressão, adquirindo ambas o valor da resistência à flexão. Assim, obtêm-se os valores de cálculo das tensões máximas transformando o valor característico da resistência à flexão no respetivo valor de cálculo, recorrendo à Equação 2.1.

Relativamente ao item 6.1.6 e ao item 6.3.3. da NP EN 1995-1-1: 2021, neste estudo, por se focar na análise de uma secção submetida a tensões atuantes, numa só direção, em flexão plana, considera-se que o coeficiente de redistribuição de tensões e efeito da heterogeneidade do material (k_m), bem como o coeficiente de redução do efeito de instabilidade lateral (k_{crit}), são unitários, isto é, admite-se $k_m = k_{crit} = 1$. Adicionalmente, sublinha-se o facto de o presente estudo não considerar a análise do comportamento ao corte.

O cálculo das extensões correspondentes às tensões máximas é feito recorrendo à Lei de Hooke, a qual se encontra indicada na Equação 3.1.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3.1)$$

Uma vez que a literatura atual referente à madeira não sugere um valor máximo para a extensão de rotura em compressão, atribui-se o valor de 0,5%. Este valor é definido de modo a não condicionar a rotura pela compressão, sendo que no Capítulo 4 esta hipótese será comentada com base nos resultados obtidos.

Na Tabela 3.2, sintetizam-se os valores característicos e de cálculo considerados para a madeira maciça.

Tabela 3.2 – Propriedades da madeira maciça (classe D30)

Valores característicos	Resistência à flexão [MPa]	30
	Módulo de elasticidade (médio) [GPa]	11
Fatores	k_{mod}	0,80
	k_{def}	0,60
Coeficiente	γ_M	1,3
Valores de cálculo	Módulo de elasticidade [GPa]	11
	Tensão máxima de compressão [MPa]	18,4615
	Extensão correspondente à tensão máxima de compressão	0,001678
	Extensão de rotura em compressão	0,005
	Tensão máxima de tração [MPa]	18,4615
	Extensão correspondente à tensão máxima de tração	0,001678

Para o Estado Limite de Utilização, recorrem-se aos valores médios apropriados das propriedades de rigidez, seja na análise da flecha como das vibrações, como indicado no item 2.2.3.3.

3.3.2. MADEIRA LAMELADA COLADA

A madeira lamelada colada considerada neste estudo é classificada, de acordo com a norma NP EN 14080:2019 [7], como pertencendo à classe de resistência Gl28h. Recorrendo a esta norma, é possível consultar os valores característicos das propriedades de resistência, de rigidez e de densidade de cada classe de madeira lamelada colada, os quais se indicam na Tabela 3.3.

Como já indicado, assume-se que as vigas a analisar pertencem à classe de serviço 1 e que a ação atuante é de média duração. Logo, de acordo a Tabela 2.2, o fator de modificação (k_{mod}) é igual a 0,80 e, de acordo com a Tabela 2.3, o fator de deformação (k_{def}) corresponde a 0,60.

De acordo com o justificado no item 3.3.1, para o Estado Limite Último consideram-se as propriedades de rigidez iguais aos respetivos valores médios.

De forma semelhante ao que foi indicado no item 3.3.1, os valores de cálculo das tensões máximas de tração e de compressão são calculados através do valor característico da resistência à flexão e da Equação 2.1. Também em concordância com o assumido para a madeira maciça, para a madeira lamelada colada admite-se que os efeitos da redistribuição de tensões e heterogeneidade do material, bem como o efeito da instabilidade lateral são iguais a $k_m = k_{crit} = 1$. O presente estudo não considera a análise do comportamento ao corte.

Tabela 3.3 - Propriedades da MLC em função da classe de resistência (adaptado da NP EN 14080: 2019) [7]

Propriedade	Símbolo	Classe de resistência de glulam						
		GL 20h	GL 22h	GL 24h	GL 26h	GL 28h	GL 30h	GL 32h
Resistência à flexão	$f_{m,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Resistência à tração	$f_{t,0,g,k}$	16	17,6	19,2	20,8	22,3	24	25,6
	$f_{t,90,g,k}$	0,5						
Resistência à compressão	$f_{c,0,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
	$f_{c,90,g,k}$	2,5						
Resistência ao corte (corte e torção)	$f_{v,g,k}$	3,5						
Resistência ao corte rolante	$f_{r,g,k}$	1,2						
Módulo de elasticidade	$E_{0,g,mean}$	8 400	10 500	11 500	12 100	12 600	13 600	14 200
	$E_{0,g,05}$	7 000	8 800	9 600	10 100	10 500	11 300	11 800
	$E_{90,g,mean}$	300						
	$E_{90,g,05}$	250						
Módulo de distorção	$G_{g,mean}$	650						
	$G_{g,05}$	540						
Módulo de distorção ao corte rolante	$G_{r,g,mean}$	65						
	$G_{r,g,05}$	54						
Massa volúmica	$\rho_{g,k}$	340	370	385	405	425	430	440
	$\rho_{g,mean}$	370	410	420	445	460	480	490

As extensões correspondentes às tensões máximas são calculadas recorrendo, novamente, à Lei de Hooke e assume-se que o valor da extensão de rotura é 0,5%, pelos motivos já referidos no item 3.3.1.

Na Tabela 3.4, sintetizam-se os valores característicos e de cálculo considerados para a madeira lamelada colada.

Tabela 3.4 – Propriedades da madeira lamelada colada (classe GL28h)

Valores característicos	Resistência à flexão [MPa]	28
	Módulo de elasticidade (médio) [GPa]	12,6
Fatores	k_{mod}	0,80
	k_{def}	0,60
Coeficiente	γ_M	1,25
Valores de cálculo	Módulo de elasticidade [GPa]	12,6
	Tensão máxima de compressão [MPa]	17,9200
	Extensão correspondente à tensão máxima de compressão	0,001422
	Extensão de rotura em compressão	0,005
	Tensão máxima de tração [MPa]	17,9200
	Extensão correspondente à tensão máxima de tração	0,001422

Na análise em Estado Limite de Utilização, consideram-se os valores médios das propriedades de rigidez, como justificado no item 2.2.3.3.

3.3.3. COMPÓSITOS DE FRP

Na presente dissertação, selecionam-se dois sistemas de FRP, ambos constituídos por fibras de carbono (CFRP): os laminados, cuja designação comercial é S&P *Laminates* CFK 150/2000; as mantas unidirecionais, cuja designação é S&P *C-Sheet* 240.

Consultando as respetivas fichas técnicas, é possível obter os valores característicos do módulo de elasticidade dos laminados e das mantas [31]. A transformação dos valores característicos nos respetivos valores de cálculo é feita recorrendo à Equação 2.6, considerando-se que o fator de correção é 1 no caso dos laminados e 1,2 no caso das mantas.

Na definição da lei constitutiva do FRP, assume-se que o comportamento do compósito à tração e à compressão são simétricos. Logo, para cada compósito, consideram-se os valores máximos da tensão e da extensão, iguais em compressão e em tração.

Como a rotura pelo compósito não costuma ser condicionante no comportamento em ELU da madeira reforçada à flexão com FRPs, é recomendado atribuir-se um valor máximo para a extensão do FRP, relativo ao risco de ocorrência de destacamento prematuro do mesmo na interface madeira-FRP, de acordo com o sugerido na revisão bibliográfica. Assim, para ambos os sistemas de reforço, considera-se que a extensão máxima do FRP é igual a $\varepsilon_{\text{lim}} = 0,28\%$, valor que está de acordo com o indicado no item 2.4.2 e que é inferior à extensão de rotura. Logo, esta consideração está pelo lado da segurança e é comentada no Capítulo 4.

Por fim, a tensão limite de elasticidade é calculada através do módulo de elasticidade de cálculo e da extensão máxima recomendada, recorrendo à Lei de Hooke, indicada na Equação 3.1.

Na Tabela 3.5, sintetizam-se os valores característicos e de cálculo considerados para os compósitos de FRPs.

Tabela 3.5 – Valores característicos e de cálculo das propriedades mecânicas dos FRPs

Laminado S&P Laminates CFK 150/2000 [31]	Módulo de elasticidade característico [GPa]	150
	Fator de correção	1
	Módulo de elasticidade de cálculo [GPa]	150
	Extensão máxima recomendada	0,28%
	Tensão limite de elasticidade [MPa]	420
Manta S&P C-Sheet 240 [31]	Módulo de elasticidade característico [GPa]	240
	Fator de correção	1,2
	Módulo de elasticidade de cálculo [GPa]	200
	Extensão máxima recomendada	0,28%
	Tensão limite de elasticidade [MPa]	560

3.4. CONFIGURAÇÕES DE REFORÇO

Como já referido, as dimensões das secções das vigas de madeira e as configurações do FRP tiveram como base as consideradas em [25]. Assim, as dimensões das secções das vigas de madeira maciça e

lamelada colada analisadas são as que se indicam na Tabela 3.6., sendo “ H ” e “ B ”, respetivamente, a altura e a largura da secção.

Tabela 3.6 – Dimensões das vigas de madeira

	H [m]	B [m]
Madeira maciça	0,21	0,08
Madeira lamelada colada	0,18	0,115

Pretende-se estudar duas técnicas de reforço da madeira recorrendo a compósitos de FRPs: a técnica NSM e a EBR. Para ambas, considera-se a hipótese de aplicar o reforço verticalmente (NSM-V e EBR-V) ou horizontalmente (NSM-H e EBR-H), conforme indicado na Figura 3.2 e na Figura 3.3.

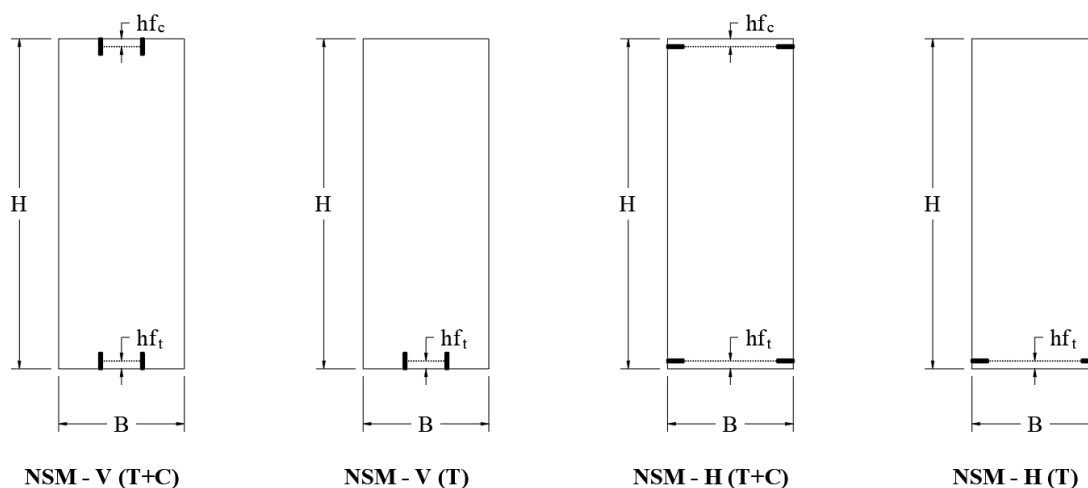


Figura 3.2 – Configurações de reforço da técnica NSM

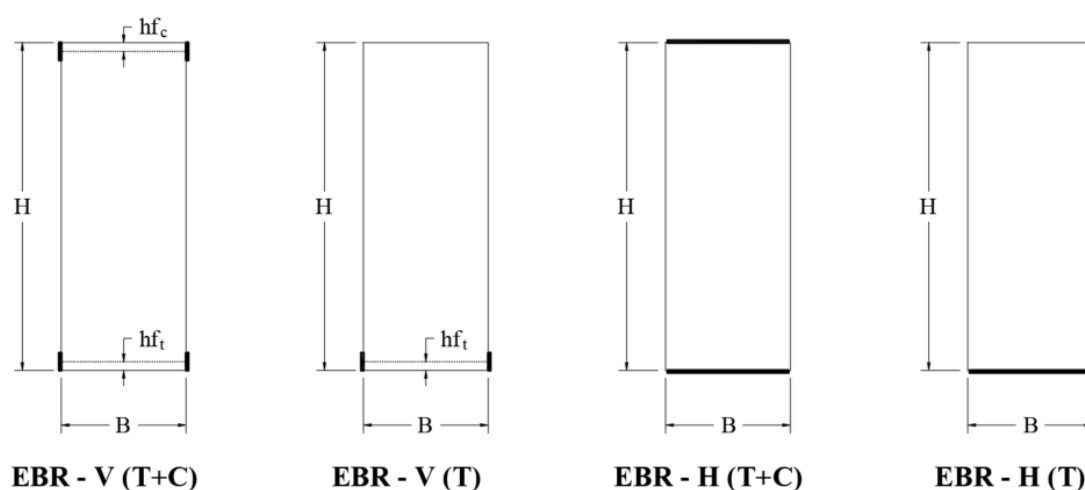


Figura 3.3 – Configurações de reforço da técnica EBR

Para cada área de reforço analisada, consideram-se duas hipóteses para a distribuição do compósito do FRP (como esquematizado na Figura 3.2 e Figura 3.3):

- Colocar 50% do reforço na zona sujeita à tração e 50% na zona sujeita à compressão (a designação utilizada para esta distribuição é “T+C”);
- Colocar 100% do reforço na zona sujeita à tração (a designação utilizada para esta distribuição é “T”).

Considera-se que os laminados são aplicados recorrendo à técnica NSM, isto é, a sua aplicação é feita por colagem, inserida em ranhuras, e que as mantas são colocadas recorrendo à técnica EBR, isto é, o reforço é realizado por colagem aplicada externamente.

Quanto à área da secção transversal do compósito de FRP (A_f), como os laminados são um sistema pré-fabricado, as suas dimensões são fixas e estabelecidas pelo fornecedor. Assim, uma camada de um laminado tem uma largura igual a 0,01 metros e uma espessura igual a 0,0014 metros. Como as mantas são um sistema curado “*in situ*”, as suas dimensões podem ser definidas em projeto. Assim, considera-se que as mantas aplicadas verticalmente têm uma largura igual a 0,045 metros e que as mantas aplicadas horizontalmente têm uma largura igual a 0,075 metros. Posteriormente, de modo a possibilitar a comparação do comportamento entre casos de reforço da técnica NSM e da técnica EBR, as espessuras das mantas são calculadas por forma a assegurar uma rigidez axial (EA) igual à dos laminados.

As técnicas e geometrias de reforço do compósito de FRP consideradas são comuns na madeira maciça e na madeira lamelada colada, e encontram-se sintetizadas na Tabela 3.7 até à Tabela 3.10. Considera-se, tal como esquematizado na Figura 3.4, que “ b ” e “ t ” são, respetivamente, a largura e a espessura da secção transversal do compósito e “ n ” é o número de camadas de FRPs aplicadas sucessivamente. “ h_{fc} ” e “ h_{ft} ” são as distâncias do centro geométrico das camadas de FRP, respetivamente, de compressão e de tração, até às respetivas fibras extremas da madeira mais próximas (estes dois parâmetros estão representados na Figura 3.2 e na Figura 3.3).

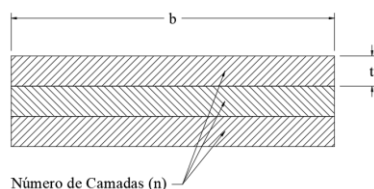


Figura 3.4 - Camadas de FRP aplicadas sucessivamente

Tabela 3.7 – Casos de reforço da técnica NSM-V (modelos)

	Reforço de compressão				Reforço de tração				Área de reforço [m ²]	EA [kN]
	b [m]	t [m]	n	h _{fc} [m]	b [m]	t [m]	n	h _{ft} [m]		
NSM-V (T+C) Caso 1	0.01	0.0014	1	0.005	0.01	0.0014	1		0.000028	4200
NSM-V (T+C) Caso 2	0.01	0.0014	6		0.01	0.0014	6		0.000168	25200
NSM-V (T) Caso 1	0	0	0		0.01	0.0014	2	0.005	0.000028	4200
NSM-V (T) Caso 2	0	0	0	0	0.01	0.0014	12		0.000168	25200
NSM-V (T) Caso 3	0	0	0		0.01	0.0014	8		0.000112	16800

Tabela 3.8– Casos de reforço da técnica NSM-H (modelos)

	Reforço de compressão				Reforço de tração				Área de reforço [m ²]	EA [kN]
	b [m]	t [m]	n	hf _c [m]	b [m]	t [m]	n	hf _t [m]		
NSM-H (T+C) Caso 1	0.01	0.0014	1	0.02	0.01	0.0014	1		0.000028	4200
NSM-H (T+C) Caso 2	0.01	0.0014	6		0.01	0.0014	6		0.000168	25200
NSM-H (T) Caso 1	0	0	0		0.01	0.0014	2	0.02	0.000028	4200
NSM-H (T) Caso 2	0	0	0	0	0.01	0.0014	12		0.000168	25200
NSM-H (T) Caso 3	0	0	0		0.01	0.0014	8		0.000112	16800

Tabela 3.9 – Casos de reforço da técnica EBR-V (modelos)

	Reforço de compressão				Reforço de tração				Área de reforço [m ²]	EA [kN]
	b [m]	t [m]	n	hf _c [m]	b [m]	t [m]	n	hf _t [m]		
EBR-V (T+C) Caso 1	0.045	0.000116(6)	2	0.0225	0.045	0.000116(6)	2		0.000021	4200
EBR-V (T+C) Caso 2	0.045	0.000233(3)	6		0.045	0.000233(3)	6	0.0225	0.000126	25200
EBR-V (T) Caso 1	0	0	0		0.045	0.000116(6)	4		0.000021	4200
EBR-V (T) Caso 2	0	0	0	0	0.045	0.000233(3)	12		0.000126	25200

Tabela 3.10 – Casos de reforço da técnica EBR-H (modelos)

	Reforço de compressão				Reforço de tração				Área de reforço [m ²]	EA [kN]
	b [m]	t [m]	n	hf _c [m]	b [m]	t [m]	n	hf _t [m]		
EBR-H (T+C) Caso 1	0.075	0.00014	1	0	0.075	0.00014	1		0.000021	4200
EBR-H (T+C) Caso 2	0.075	0.00028	3		0.075	0.00028	3	0	0.000126	25200
EBR-H (T) Caso 1	0	0	0		0.075	0.00014	2		0.000021	4200
EBR-H (T) Caso 2	0	0	0		0.075	0.00028	6		0.000126	25200

3.5. AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO À FLEXÃO

Nesta dissertação, pretende-se avaliar a influência do reforço à flexão com compósitos de FRPs, sobre vigas de madeira maciça e lamelada colada, comparativamente com vigas de madeira não reforçadas. Para tal, consideram-se diferentes sistemas, técnicas e configurações de reforço, de modo a encontrar a que permite a maior melhoria do comportamento da viga (secção) reforçada em flexão, em Estado Limite Último e em Estado Limite de Utilização. Para tal, consideram-se as seguintes hipóteses:

- Assume-se que a flexão é plana e em todos os casos analisados considera-se que o esforço axial é nulo;

- Admite-se a perfeita aderência entre o FRP e a madeira;
- Admite-se que a Teoria de viga de Bernoulli é válida, isto é, que a secção transversal se mantém plana e perpendicular ao eixo neutro, porque se encontra sujeita a pequenas deformações.
- Admite-se que o comportamento da madeira à flexão está de acordo com o modelo elástico-perfeitamente plástico;
- Admite-se que o comportamento do compósito de FRP à flexão é elástico-linear até à rotura;
- Assume-se que o comportamento do compósito de FRP é simétrico à tração e à compressão.

3.5.1. ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Para analisar o comportamento em Estado Limite Último de uma secção de uma viga sujeita à flexão, recorre-se ao programa de cálculo adaptado, considerando os seguintes casos:

- A secção de madeira maciça e a secção de madeira lamelada colada, sem reforço; estes casos servem como referência para a análise da melhoria do comportamento à flexão da madeira dos diversos casos de reforço;
- Para cada técnica de reforço e para cada tipo de distribuição do compósito de FRP, analisam-se dois casos: um com a área mínima e outro com a área máxima consideradas em [25]; estes casos designam-se, respetivamente, por “Caso 1” e “Caso 2” e encontram-se caracterizados na Tabela 3.7 até à Tabela 3.10;
- Nos casos NSM-V (T) Caso 2 e NSM-H (T) Caso 2, o número máximo de camadas sucessivas de compósito de FRP recomendadas é ultrapassado; como tal, adicionalmente, consideram-se os casos NSM-V (T) Caso 3 e NSM-H (T) Caso 3, os quais têm um número de camadas aplicadas consideradas aceitáveis [25].

Para cada caso de reforço analisado, recorrendo ao programa de cálculo adaptado, pretende-se extrair os seguintes resultados:

- O momento resistente linear, isto é: nos casos em que não ocorre plastificação, extrai-se o momento resistente; nos casos em que a plastificação ocorre, considera-se apenas o momento resistente em regime elástico-linear;
- O momento resistente plástico, isto é, nos casos em que a plastificação ocorre, extrai-se o momento resistente em comportamento elástico-perfeitamente plástico;
- As extensões nas fibras superior e inferior da madeira; a partir destas é possível, recorrendo a uma extrapolação, calcular as extensões nos centros geométricos dos FRPs.

Com base nos momentos extraídos do programa adaptado, pretende-se analisar a melhoria do desempenho à flexão de secções de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRPs, em relação a secções de vigas não reforçadas. Adicionalmente, a comparação entre os momentos resistentes lineares e plásticos obtidos permite avaliar as diferenças entre considerar o comportamento da madeira como sendo elástico-linear ou elástico-perfeitamente plástico.

Analisando os resultados obtidos para as extensões nas fibras extremas, pretende-se avaliar a extensão máxima desenvolvida na madeira devida à plastificação. Partindo das extensões calculadas nos centros geométricos dos FRPs é possível comentar a hipótese da perfeita aderência e extrair conclusões relativamente ao rendimento esperado a nível do desempenho dos compósitos.

3.5.2. ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO

A nível do Estado Limite de Utilização, pretende-se analisar a melhoria do comportamento da madeira sujeita à flexão reforçada com FRP, em relação à madeira não reforçada, a nível da flecha e das vibrações.

(i) De acordo com a NP EN 1995-1-1: 2021 [8], a verificação da segurança em relação à flecha máxima admissível de uma viga consiste no cálculo da flecha e na comparação entre esta e os limites superiores recomendados para a mesma. No entanto, na presente dissertação, como alternativa ao cálculo da flecha de uma viga específica, opta-se por realizar uma análise comparativa entre as flechas na direção perpendicular ao eixo de maior inércia da secção, da situação em que as madeiras não estão reforçadas e os respetivos casos de reforço. Para tal:

- Começa-se por calcular a rigidez à flexão de uma secção de madeira maciça e de madeira lamelada colada, quanto estas não se encontram reforçadas;
- De seguida, para cada madeira, calcula-se a rigidez à flexão das secções correspondentes aos casos máximos de reforço executáveis em cada técnica;
- Numa viga, independentemente das condições de apoio existentes, o valor da sua flecha é inversamente proporcional à rigidez à flexão da secção transversal; logo, para cada madeira, é possível comparar a rigidez à flexão da situação não reforçada, com a rigidez à flexão dos diferentes casos de reforço analisados, sendo que a flecha será tanto menor quanto maior for a rigidez à flexão;
- Deste modo, comparando os valores obtidos para a rigidez à flexão, é possível avaliar a melhoria da flecha de uma viga de madeira reforçada à flexão com FRP, em relação a uma viga não reforçada.

A análise comparativa das flechas refere-se a secções de vigas com um mesmo vão “ l ” e sujeitas às mesmas ações atuantes. Esta análise não tem em conta os efeitos a longo prazo, isto é, as deformações ocorrentes por fluência.

(ii) Adicionalmente, define-se como objetivo analisar de que forma é que o reforço da madeira com FRPs influencia as vibrações verificadas numa viga, ou seja, de que modo é que este reforço afeta o funcionamento da estrutura em serviço e o conforto dos utilizadores.

Com base na Equação 2.2 (Capítulo 2), é possível afirmar que, para uma mesma força vertical estática concentrada atuante (F), quanto menor for a flecha vertical máxima instantânea (w), menor o valor do parâmetro “ a ”. De acordo com a relação entre o valor dos parâmetros “ a ” e “ b ” (a qual se encontra definida na Figura 2.6), quanto menor for o valor de “ a ”, maior é o valor de “ b ” e, consequentemente, melhor é o desempenho da viga no que diz respeito às vibrações. Deste modo, após ter sido realizada a análise comparativa entre os valores das flechas das vigas, é possível concluir que, nos casos em que a flecha for menor, as vibrações ocorrentes na viga também serão menores. Para quantificar a melhoria do desempenho, relativamente às vibrações, dos casos de reforço em relação às situações não reforçadas, recorre-se à fórmula da frequência fundamental (indicada na Equação 2.4): para um mesmo vão “ l ”, e para uma dada massa por unidade de área, a frequência é diretamente proporcional à raiz quadrada da rigidez à flexão.

Deste modo, a análise do comportamento em Estado Limite de Utilização baseia-se no cálculo dos valores da rigidez à flexão das vigas (secções) de madeiras não reforçadas e dos respetivos casos de reforço. Consequentemente, é possível extrair conclusões acerca da melhoria do comportamento à flexão de vigas reforçadas, a nível da flecha e da vibração, em relação às vigas não reforçadas.

3.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do presente Capítulo, procurou-se descrever a metodologia adotada no desenvolvimento deste trabalho, de modo a extrair conclusões relativamente aos objetivos definidos no Capítulo 1. De seguida, apresenta-se uma síntese dos parâmetros mais relevantes indicados ao longo deste Capítulo.

Na atual dissertação, pretende-se analisar o comportamento à flexão de vigas (secções) de madeira reforçadas com compósitos de FRP, assumindo que o comportamento da madeira é elástico-perfeitamente plástico. Para tal, é necessário recorrer a um programa de cálculo automático base, o qual foi desenvolvido para secções de betão armado com comportamento não linear e sujeitas à flexão.

O programa de cálculo automático utilizado nesta tese resulta da adaptação do programa base anteriormente referido, a qual consiste na substituição do betão e do aço por, respetivamente, madeira e compósito de FRP. O programa utilizado tem as vantagens de permitir a análise do comportamento não linear e o estudo de secções de madeira com geometria irregular. No entanto, uma vez que o programa funciona por camadas e por incrementos, a sua utilização deve ser acompanhada de sucessivas iterações da discretização das camadas de madeira e de FRP e do incremento da curvatura, até que os resultados obtidos apresentem a precisão pretendida.

Para analisar a melhoria do desempenho de secções de vigas de madeira reforçadas com FRPs, em relação a secções de vigas não reforçadas, consideram-se os seguintes materiais: madeira maciça, da classe D30; madeira lamelada colada, da classe Gl28h; laminado, cuja designação comercial é S&P *Laminates* CFK 150/2000; manta, cuja designação comercial é S&P *C-Sheet* 240.

Considera-se que a aplicação dos sistemas compósitos de FRPs pode ser feita recorrendo a 4 técnicas: a NSM, que corresponde à colagem dos FRPs em ranhuras da secção de madeira, a qual pode ser feita verticalmente (NSM-V) ou horizontalmente (NSM-H); a técnica EBR, que corresponde à colagem dos FRPs externamente, a qual pode ser feita verticalmente (EBR-V) ou horizontalmente (EBR-H). Para uma mesma técnica e área de reforço, considera-se que o compósito pode estar distribuído de duas formas: totalmente aplicado na zona da madeira sujeita à tração (T); metade aplicada na zona sujeita à tração e a outra metade na zona comprimida (T+C).

Recorrendo ao programa de cálculo automático adaptado, pretende-se analisar a melhoria do desempenho à flexão, em Estado Limite Último, de secções de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRPs, em relação a secções de vigas não reforçadas. Esta avaliação é feita a nível dos momentos resistentes, das extensões de plastificação na madeira e do rendimento esperado a nível do desempenho dos compósitos.

Por fim, pretende-se analisar a melhoria do desempenho à flexão, em Estado Limite de Utilização, de secções de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRPs, em relação a secções de vigas não reforçadas. Esta avaliação tem como foco as flechas na direção perpendicular ao eixo de maior inércia da secção e as vibrações ocorrentes nas vigas analisadas.

4

ANÁLISE DOS RESULTADOS**4.1. INTRODUÇÃO**

Este Capítulo surge como uma tentativa de contribuir para o conhecimento acerca da melhoria do comportamento à flexão da madeira, quando esta se encontra reforçada com compósitos de FRP, em comparação com a situação em que não está reforçada.

Assim, começa-se por descrever brevemente o processo utilizado para calibrar os resultados obtidos através do programa de cálculo adaptado. De seguida, avalia-se a melhoria do comportamento à flexão de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRPs, em relação a vigas não reforçadas, relativamente ao Estado Limite Último. Para tal, analisa-se a capacidade última resistente das secções de vigas, a nível dos momentos e das extensões, comparando a resistência em regime linear-elástico com a resistência em regime elástico-perfeitamente plástico. Também se analisa, para cada caso de reforço estudado, o rendimento máximo esperado para o desempenho do compósito de FRP. Por fim, para avaliar o impacto de potenciais defeitos na resistência da madeira, comparam-se 3 hipóteses, com características alternativas para a resistência da madeira à flexão.

Ainda se pretende avaliar a melhoria do comportamento à flexão de vigas (secções) de madeira reforçadas com compósitos de FRPs, em relação a vigas (secções) não reforçadas, relativamente ao Estado Limite de Utilização, em termos de flechas e de vibrações.

4.2. CALIBRAÇÃO DOS RESULTADOS

Como já foi explicado no item 3.2.3, a utilização do programa de cálculo automático adaptado deve ser acompanhada da calibração de dois aspetos: das camadas de madeira e de compósito de FRP nas quais se realiza a discretização da secção da viga; do incremento de curvatura definido. Para tal, comparam-se os momentos resistentes calculados em [25] com os momentos resistentes obtidos recorrendo ao programa adaptado. No entanto, uma vez que em [25] se considerou que a lei constitutiva da madeira é elástico-linear, apenas é possível calibrar os momentos resistentes obtidos através do programa em regime elástico-linear. Considera-se que a calibração está realizada quando os momentos obtidos a partir do programa tiverem um desvio inferior a 3%, em relação aos momentos calculados em [25].

Deste modo, na Tabela 4.1 à Tabela 4.4 indicam-se, para a madeira maciça (MM) e para as diferentes técnicas e configurações de reforço, os momentos calculados em [25] (designados por “Momento Referência”), os momentos obtidos recorrendo ao programa adaptado (designados por “Momento Programa”) e o desvio ($\Delta M/M_{ref}\%$) entre ambos. Na Tabela 4.5, indicam-se os mesmos parâmetros,

referentes à madeira maciça (MM) não reforçada. Os resultados indicados nestas Tabelas resultam de sucessivas tentativas de calibrar a discretização das camadas de madeira e de compósito de FRP, bem como do incremento da curvatura.

Tabela 4.1 – Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-V em regime elástico-linear (MM)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
NSM-V (T+C) Caso 1	11,5267	11,6092	0,7157%
NSM-V (T+C) Caso 2	14,8834	14,9923	0,7317%
NSM-V (T) Caso 1	11,2506	11,3782	1,1342%
NSM-V (T) Caso 2	12,8121	12,9738	1,2621%
NSM-V (T) Caso 3	12,2575	12,4139	1,2760%

Tabela 4.2 – Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-H em regime elástico-linear (MM)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
NSM-H (T+C) Caso 1	11,3404	11,4212	0,7125%
NSM-H (T+C) Caso 2	13,7656	13,8639	0,7141%
NSM-H (T) Caso 1	11,1104	11,1977	0,7858%
NSM-H (T) Caso 2	12,1374	12,3372	1,6462%
NSM-H (T) Caso 3	11,7691	11,9337	1,3986%

Tabela 4.3 – Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-V em regime elástico-linear (MM)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
EBR-V (T+C) Caso 1	11,3124	11,4042	0,8115%
EBR-V (T+C) Caso 2	13,5969	13,7613	1,2091%
EBR-V (T) Caso 1	11,0898	11,1815	0,8269%
EBR-V (T) Caso 2	12,0368	12,2623	1,8734%

Tabela 4.4 – Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-H em regime elástico linear (MM)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
EBR-H (T+C) Caso 1	11,5955	11,6791	0,7210%
EBR-H (T+C) Caso 2	15,2962	15,4415	0,9499%
EBR-H (T) Caso 1	11,3035	11,4462	1,2624%
EBR-H (T) Caso 2	13,0634	13,3554	2,2353%

Tabela 4.5 – Desvio dos momentos resistentes da madeira maciça sem reforço

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
Madeira sem reforço	10,8554	10,9326	0,7112%

Assim, após se realizar um processo iterativo de calibração, obteve-se um máximo desvio entre os momentos resistentes em regime elástico-linear igual a 2,2353%. Deste modo, considera-se que todos os casos de reforço e sem reforço considerados para as vigas de madeira maciça estão calibrados, de acordo com a precisão estabelecida como objetivo.

De forma análoga à análise realizada para a madeira maciça, na Tabela 4.6 à Tabela 4.10 indicam-se os momentos calculados em [25], os momentos obtidos através do programa e o desvio entre os mesmos, para as diferentes técnicas de reforço e para a situação não reforçada da madeira lamelada colada (MLC). Novamente, os valores indicados nestas Tabelas resultam de sucessivas tentativas de calibrar a discretização das camadas de madeira e de compósito de FRP, bem como do incremento da curvatura.

Tabela 4.6 – Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-V em regime elástico-linear (MLC)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
NSM-V (T+C) Caso 1	11,6078	11,7512	1,2354%
NSM-V (T+C) Caso 2	14,0055	14,1809	1,2524%
NSM-V (T) Caso 1	11,4292	11,5233	0,8233%
NSM-V (T) Caso 2	12,6956	12,7929	0,7664%
NSM-V (T) Caso 3	12,2313	12,3551	1,0122%

Tabela 4.7 – Desvio dos momentos resistentes da técnica NSM-H em regime elástico-linear (MLC)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
NSM-H (T+C) Caso 1	11,4535	11,5945	1,2311%
NSM-H (T+C) Caso 2	13,0796	13,2409	1,2332%
NSM-H (T) Caso 1	11,3226	11,4444	1,0757%
NSM-H (T) Caso 2	12,0799	12,1685	0,7334%
NSM-H (T) Caso 3	11,7953	11,8775	0,6969%

Tabela 4.8 – Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-V em regime elástico-linear (MLC)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
EBR-V (T+C) Caso 1	11,4308	11,5824	1,3262%
EBR-V (T+C) Caso 2	12,9427	13,1693	1,7508%
EBR-V (T) Caso 1	11,2918	11,4330	1,2505%
EBR-V (T) Caso 2	11,9905	12,1946	1,7022%

Tabela 4. 9 – Desvio dos momentos resistentes da técnica EBR-H em regime elástico-linear (MLC)

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
EBR-H (T+C) Caso 1	11,6659	11,8104	1,2387%
EBR-H (T+C) Caso 2	14,3539	14,5617	1,4477%
EBR-H (T) Caso 1	11,4755	11,5813	0,9220%
EBR-H (T) Caso 2	12,9305	13,0481	0,9095%

Tabela 4.10 – Desvio dos momentos resistentes da madeira lamelada colada sem reforço

	Momento Referência [kN.m]	Momento Programa [kN.m]	Desvio
Madeira sem reforço	11,1283	11,2653	1,2311%

Como o máximo desvio entre o momento de referência e o do programa, em regime elástico-linear, é igual a 1,7508%, considera-se que, após um processo iterativo de calibração, os resultados obtidos apresentam uma precisão superior à pretendida.

Assim, considera-se que os resultados obtidos através do programa de cálculo automático adaptado estão validados e calibrados. Assim, as conclusões que a seguir se apresentam baseiam-se nos resultados obtidos recorrendo ao programa adaptado.

4.3. ESTADO LIMITE ÚLTIMO

4.3.1. MOMENTOS RESISTENTES

Nos casos de reforço analisados, a distribuição do compósito de FRP na secção é feita de duas formas: 100% do reforço é aplicado na zona sujeita à tração (designado como T); 50 % do reforço é aplicado na zona sujeita à tração e 50 % é aplicado na zona sujeita à compressão (designado como T+C).

Nos casos em que o reforço é dividido entre a zona sujeita à tração e à compressão (tipo T+C), observa-se que a rotura ocorre na zona de tração da madeira, sem que ocorra plastificação. Deste modo, nestes casos considera-se que a madeira apresenta um comportamento elástico-linear até à rotura. Nos casos em que o reforço se encontra concentrado na zona sujeita à tração (tipo T), a rotura também ocorre na zona da madeira sujeita à tração, mas desenvolve plastificação na zona de compressão. Logo, nestes casos, a madeira apresenta um comportamento elástico-perfeitamente plástico até à rotura.

Assim, para que seja possível estudar a contribuição da plastificação na melhoria do comportamento da madeira reforçada com compósito de FRP à flexão plana, começa-se por analisar apenas o regime elástico-linear, seguido duma análise em regime elástico-perfeitamente plástico.

4.3.1.1. ANÁLISE LINEAR-ELÁSTICA

Considerando apenas o comportamento elástico-linear da madeira à flexão, isto é, não permitindo a possibilidade de esta plastificar, apresentam-se, na Tabela 4.11 e Tabela 4.12, os momentos resistentes dos diferentes casos de reforço ($M_{rd,l}$) e dos casos sem reforço ($M_{rd,w}$), para ambas as madeiras

consideradas. Adicionalmente, inclui-se, para cada caso de reforço, o aumento que o respetivo momento resistente representa em relação ao da secção sem reforço ($M_{rd,l} / M_{rd,w}$).

Tabela 4.11 - Momentos resistentes da técnica NSM em regime elástico-linear (MM e MLC)

	Madeira maciça		Madeira lamelada colada	
	$M_{rd,l}$ [kN.m]	$M_{rd,l}/M_{rd,w}$	$M_{rd,l}$ [kN.m]	$M_{rd,l}/M_{rd,w}$
NSM-V (T+C) Caso 1	11,6092	1,0619	11,7512	1,0431
NSM-V (T+C) Caso 2	14,9923	1,3713	14,1809	1,2588
NSM-V (T) Caso 1	11,3782	1,0408	11,5233	1,0229
NSM-V (T) Caso 2	12,9738	1,1867	12,7929	1,1356
NSM-V (T) Caso 3	12,4139	1,1355	12,3551	1,0967
NSM-H (T+C) Caso 1	11,4212	1,0447	11,5945	1,0292
NSM-H (T+C) Caso 2	13,8639	1,2681	13,2409	1,1754
NSM-H (T) Caso 1	11,1977	1,0242	11,4444	1,0159
NSM-H (T) Caso 2	12,3372	1,1285	12,1685	1,0802
NSM-H (T) Caso 3	11,9337	1,0916	11,8775	1,0543
Madeira sem reforço	10,9326	1,0000	11,2653	1,0000

Tabela 4.12 - Momentos resistentes da técnica EBR em regime elástico-linear (MM e MLC)

	Madeira maciça		Madeira lamelada colada	
	$M_{rd,l}$ [kN.m]	$M_{rd,l}/M_{rd,w}$	$M_{rd,l}$ [kN.m]	$M_{rd,l}/M_{rd,w}$
EBR-V (T+C) Caso 1	11,4042	1,0431	11,5824	1,0281
EBR-V (T+C) Caso 2	13,7613	1,2587	13,1693	1,1690
EBR-V (T) Caso 1	11,1815	1,0228	11,4330	1,0149
EBR-V (T) Caso 2	12,2623	1,1216	12,1946	1,0825
EBR-H (T+C) Caso 1	11,6791	1,0683	11,8104	1,0484
EBR-H (T+C) Caso 2	15,4415	1,4124	14,5617	1,2926
EBR-H (T) Caso 1	11,4462	1,0470	11,5813	1,0281
EBR-H (T) Caso 2	13,3554	1,2216	13,0481	1,1583
Madeira sem reforço	10,9326	1,0000	11,2653	1,0000

Inicialmente, começa-se por apresentar as conclusões que são comuns à madeira maciça (MM) e à madeira lamelada colada (MLC), retiradas com base na análise dos momentos resistentes em regime elástico-linear:

- Em primeiro lugar, conclui-se que, em todos os casos em que a secção está reforçada com FRP, há um aumento da resistência, em relação à existente nas secções não reforçadas;
- Observa-se que o caso de reforço que origina o menor aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, é o EBR-V (T) Caso 1; este caso origina um aumento do momento resistente na madeira maciça e na madeira lamelada colada igual a, respetivamente, 2,28% e 1,49%;
- Pelo contrário, o caso de reforço que origina o maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, é o EBR-H (T+C) Caso 2; este caso origina um aumento do momento resistente na madeira maciça e na madeira lamelada colada igual a, respetivamente, 41,24% e 29,26%;
- Considerando a técnica de reforço NSM, e comparando quaisquer dois casos com a mesma área de reforço e com a mesma distribuição do reforço (isto é, T+C ou T), conclui-se que, aplicando o laminado verticalmente, obtém-se um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, do que quando o laminado é aplicado horizontalmente;
- Considerando a técnica de reforço EBR, e comparando quaisquer dois casos com a mesma área de reforço e com a mesma distribuição do reforço (isto é, T+C ou T), conclui-se que, aplicando a manta horizontalmente, obtém-se um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, do que quando a manta é aplicada verticalmente;
- Dentro da mesma técnica, isto é, NSM-V, NSM-H, EBR-V ou EBR-H, comparando quaisquer dois casos com a mesma área de reforço, mas com diferente distribuição de reforço (isto é, um caso sendo T+C e o outro sendo T), retira-se a seguinte conclusão: nas secções em que o reforço se encontra metade na zona sujeita à tração e a outra metade na zona sujeita à compressão (T+C), são maiores os aumentos do momento resistente, em relação à secção não reforçada;
- Comparando um caso qualquer da técnica de reforço NSM-V com um caso qualquer da técnica de reforço EBR-V, ambos com a mesma rigidez axial e com a mesma distribuição de reforço (isto é, T+C ou T), chega-se à seguinte conclusão: a técnica NSM-V permite obter maiores aumentos do momento resistente, em relação à secção não reforçada, do que a técnica EBR-V;
- Comparando um caso qualquer da técnica de reforço NSM-H com um caso qualquer da técnica de reforço EBR-H, ambos com a mesma rigidez axial e com a mesma distribuição de reforço (isto é, T+C ou T), chega-se à seguinte conclusão: a técnica EBR-H permite obter maiores aumentos do momento resistente, em relação à secção não reforçada, do que a técnica NSM-H;
- Considerando a técnica de reforço NSM-V (casos T), o caso executável que permite o maior aumento do momento resistente em relação à situação não reforçada é o 3, uma vez que não se considera que o caso 2 deva ser executado, devido ao excesso de camadas de FRP aplicadas (como justificado no item 3.5.1). Assim, o NSM-V (T) Caso 3 permite um aumento do momento resistente de 13,55% e de 9,67%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.
- Semelhantemente, na técnica de reforço NSM-H (casos T), o caso executável que permite o maior aumento do momento resistente em relação à situação não reforçada é o caso 3, sendo o aumento de 9,16% e de 5,43%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Comparando agora os resultados obtidos para os dois tipos de madeira, conclui-se que, para um mesmo caso qualquer de reforço, o aumento do momento resistente da madeira maciça (MM), em relação à respetiva secção não reforçada, é superior ao aumento verificado na madeira lamelada colada (MLC).

Por fim, observa-se que as conclusões obtidas apenas em regime elástico-linear, não permitindo a possibilidade de plastificação, são semelhantes às obtidas em [25].

4.3.1.2. ANÁLISE ELÁSTICA-PERFEITAMENTE PLÁSTICA

De seguida, pretende-se analisar o momento resistente dos modelos reforçados com FRP, assumindo que o comportamento da madeira à flexão é elástico-perfeitamente plástico. Nesta situação, só os casos de reforço em que o FRP é aplicado na zona da madeira sujeita à tração (casos T) poderão vir a plastificar. Deste modo, na Tabela 4.13 e Tabela 4.14 apresentam-se, para cada caso de reforço T, os momentos resistentes ($M_{rd,p}$) e o aumento dos mesmos em relação às secções não reforçadas ($M_{rd,p}/M_{rd,w}$), para ambas as madeiras em estudo (MM e MLC). Apresenta-se também, para cada caso de reforço, o aumento do momento resistente obtido em regime elástico-perfeitamente plástico, em relação ao obtido em regime elástico-linear ($M_{rd,p}/M_{rd,l}$).

Tabela 4.13 - Momentos resistentes da técnica NSM em regime elástico-perfeitamente plástico (MM e MLC)

	Madeira maciça			Madeira lamelada colada		
	$M_{rd,p}$ [kN.m]	$M_{rd,p}/M_{rd,w}$	$M_{rd,p}/M_{rd,l}$	$M_{rd,p}$ [kN.m]	$M_{rd,p}/M_{rd,w}$	$M_{rd,p}/M_{rd,l}$
NSM-V (T) Caso 1	11,8587	1,0847	1,0422	11,8779	1,0544	1,0308
NSM-V (T) Caso 2	16,0460	1,4677	1,2368	14,9608	1,3280	1,1695
NSM-V (T) Caso 3	14,4363	1,3205	1,1629	13,7526	1,2208	1,1131
NSM-H (T) Caso 1	11,6070	1,0617	1,0366	11,7231	1,0406	1,0244
NSM-H (T) Caso 2	14,7141	1,3459	1,1927	13,8887	1,2329	1,1414
NSM-H (T) Caso 3	13,5383	1,2383	1,1345	13,0209	1,1558	1,0963

Tabela 4.14 - Momentos resistentes da técnica EBR em regime elástico-perfeitamente plástico (MM e MLC)

	Madeira maciça			Madeira lamelada colada		
	$M_{rd,p}$ [kN.m]	$M_{rd,p}/M_{rd,w}$	$M_{rd,p}/M_{rd,l}$	$M_{rd,p}$ [kN.m]	$M_{rd,p}/M_{rd,w}$	$M_{rd,p}/M_{rd,l}$
EBR-V (T) Caso 1	11,5906	1,0602	1,0366	11,7116	1,0396	1,0244
EBR-V (T) Caso 2	14,5756	1,3332	1,1887	13,7701	1,2223	1,1292
EBR-H (T) Caso 1	11,9288	1,0911	1,0422	11,9373	1,0597	1,0307
EBR-H (T) Caso 2	16,6164	1,5199	1,2442	15,4817	1,3743	1,1865

Novamente, começa-se por analisar as conclusões comuns à madeira maciça (MM) e à madeira lamelada colada (MLC), agora em regime elástico-perfeitamente plástico:

- Em primeiro lugar, conclui-se que, em todos os casos de reforço, há um aumento da resistência plástica, em relação à resistência existente quando se despreza a possibilidade de ocorrer plastificação;

- Para uma mesma técnica (NSM-V, NSM-H, EBR-V ou EBR-H), quanto maior for a área de reforço, maior é a plastificação, isto é, maior é o aumento do momento resistente quando se considera a plastificação, em relação ao momento resistente linear respetivo;
- O caso de reforço que origina o menor aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, é o caso EBR-V (T) Caso 1; neste caso, o aumento do momento resistente na madeira maciça e na madeira lamelada colada é, respetivamente, 6,02% e 3,96%.
- O caso de reforço que origina o maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, é o caso EBR-H (T) Caso 2; neste caso, o aumento do momento resistente na madeira maciça e na madeira lamelada colada é, respetivamente, 51,99% e 37,43%;
- Comparando quaisquer dois casos da técnica de reforço NSM com a mesma área, conclui-se que, dispondo os laminados verticalmente (NSM-V), é possível obter um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, do que os dispondo horizontalmente;
- Comparando quaisquer dois casos da técnica de reforço EBR com a mesma área, conclui-se que, dispondo as mantas horizontalmente (EBR-H), é possível obter um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, do que as dispondo verticalmente;
- Comparando qualquer caso da técnica de reforço NSM-V com qualquer caso da técnica de reforço EBR-V, ambos com a mesma rigidez axial, conclui-se que a técnica NSM permite obter um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada;
- Comparando qualquer caso da técnica de reforço NSM-H com qualquer caso da técnica de reforço EBR-H, ambos com a mesma rigidez axial, conclui-se que a técnica EBR permite obter um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada.
- Considerando a técnica de reforço NSM-V (casos T), o caso executável que permite o maior aumento do momento resistente em relação à situação não reforçada é o 3 (como justificado no item 3.5.1). Assim, o NSM-V (T) Caso 3 permite um aumento do momento resistente de 32,05% e de 22,08%, respetivamente, na madeira maciça (MM) e na madeira lamelada colada (MLC).
- De forma semelhante, na técnica de reforço NSM-H (casos T), o caso executável que permite o maior aumento do momento resistente em relação à situação não reforçada é o caso 3, sendo o aumento de 23,83% e de 15,58%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Comparando os resultados obtidos para os dois tipos de madeira, conclui-se que, para um mesmo caso qualquer de reforço, o aumento do momento resistente plástico da madeira maciça (MM), em relação à respetiva secção não reforçada, é superior ao aumento verificado na madeira lamelada colada (MLC).

Nos casos de reforço da madeira maciça, ao considerar-se a possibilidade de plastificação, verifica-se um aumento do momento resistente em relação ao momento resistente linear equivalente de, no mínimo, 3,66% e, no máximo, 24,42%. Na madeira lamelada colada este aumento varia entre 2,44% e 18,65%. Assim, conclui-se que, nos casos de reforço T, considerando o regime elástico-perfeitamente plástico, ocorrem incrementos do momento resistente, em relação ao regime elástico-linear. Em grande parte dos casos de reforço analisados, este incremento é significativo.

4.3.1.3. ANÁLISE GLOBAL

Por fim, pretende-se comparar a melhoria do comportamento à flexão dos casos de reforço T+C com os casos de reforço T, em relação às secções não reforçadas. Para tal, constata-se que as secções de vigas

de madeira reforçadas na zona de tração e de compressão apresentam um comportamento elástico-linear até à rotura. Nas secções de vigas de madeira reforçadas à tração, verifica-se que o comportamento é elástico-perfeitamente plástico até à rotura. Como tal, na Tabela 4.15 e Tabela 4.16, apresenta-se, para cada caso de reforço e para cada tipo de madeira, o aumento do momento resistente (quer os $M_{rd,l}$, nos casos “T+C”, como os $M_{rd,p}$, nos casos “T”) em relação ao momento resistente quando não há reforço ($M_{rd,f}/M_{rd,w}$).

Tabela 4.15 - Aumento dos momentos resistentes globais da técnica NSM (MM e MLC)

	Madeira maciça	Madeira lamelada colada
	$M_{rd,f}/M_{rd,w}$	$M_{rd,f}/M_{rd,w}$
NSM-V (T+C) Caso 1	1,0619	1,0431
NSM-V (T+C) Caso 2	1,3713	1,2588
NSM-V (T) Caso 1	1,0847	1,0544
NSM-V (T) Caso 2	1,4677	1,3280
NSM-V (T) Caso 3	1,3205	1,2208
NSM-H (T+C) Caso 1	1,0447	1,0292
NSM-H (T+C) Caso 2	1,2681	1,1754
NSM-H (T) Caso 1	1,0617	1,0406
NSM-H (T) Caso 2	1,3459	1,2329
NSM-H (T) Caso 3	1,2383	1,1558

Tabela 4.16 - Aumento dos momentos resistentes globais da técnica EBR (MM e MLC)

	Madeira maciça	Madeira lamelada colada
	$M_{rd,f}/M_{rd,w}$	$M_{rd,f}/M_{rd,w}$
EBR-V (T+C) Caso 1	1,0431	1,0281
EBR-V (T+C) Caso 2	1,2587	1,1690
EBR-V (T) Caso 1	1,0602	1,0396
EBR-V (T) Caso 2	1,3332	1,2223
EBR-H (T+C) Caso 1	1,0683	1,0484
EBR-H (T+C) Caso 2	1,4124	1,2926
EBR-H (T) Caso 1	1,0911	1,0597
EBR-H (T) Caso 2	1,5199	1,3743

A primeira conclusão que é possível retirar é que todos os casos analisados de reforço das madeiras com os compósitos de FRPs permitem obter uma melhoria do comportamento da viga à flexão, isto é, permitem um aumento dos momentos resistentes, comparativamente com as secções não reforçadas. Os casos de reforço considerados para a madeira maciça geram um aumento do momento resistente de, no mínimo, 4,31% e, no máximo, 51,99%. Na madeira lamelada colada, este intervalo varia entre 2,81% e 37,43%.

Em ambas as madeiras, para uma dada área de reforço e para uma dada distribuição do FRP (isto é, geometria “T+C” ou “T”), conclui-se que:

- caso se pretenda recorrer à técnica de reforço NSM, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão se se optar por aplicar os laminados verticalmente (NSM-V);
- caso se pretenda recorrer à técnica de reforço EBR, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão se se optar por aplicar as mantas horizontalmente (EBR-H).

Em ambas as madeiras, para uma dada rigidez axial de reforço e para uma dada distribuição do FRP (isto é, geometria “T+C” ou “T”), conclui-se que:

- caso se pretenda aplicar o FRP verticalmente, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão quando se recorre à técnica NSM;
- caso se pretenda aplicar o FRP horizontalmente, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão quando se recorre à técnica EBR.

Para uma dada técnica de reforço (NSM-V, NSM-H, EBR-V ou EBR-H) e para uma dada área de compósito, verifica-se, em ambas as madeiras que, dispondo a totalidade do FRP na zona de tração (caso T), obtém-se uma maior melhoria a nível do comportamento à flexão, em relação à situação não reforçada, do que dispondo o FRP igualmente na zona de tração e na de compressão (caso T+C). Como tal, conclui-se que os casos de reforço T apresentam duas vantagens em relação aos casos de reforço T+C:

- um maior aumento do momento resistente, em relação à situação não reforçada; por exemplo, na situação da MM, o aumento máximo do momento resistente corresponde a cerca de 52% nos casos T, comparado com cerca de 41% nos casos T+C (isto traduz-se num incremento de cerca de 11% na capacidade resistente);
- uma rotura mais dúctil; isto é, embora em todos os casos analisados, a rotura ocorra na zona da madeira sujeita à tração, nos casos de reforço T, uma vez que se desenvolve alguma plastificação na zona de compressão, a rotura é mais dúctil, o que contribui para a segurança da viga.

Assim, o caso de reforço que gera a maior melhoria de segurança em Estado Limite Último, em relação à secção não reforçada, é o EBR-H (T) Caso 2, correspondente a um aumento do momento resistente de 51,99% e 37,43%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Para uma mesma técnica e área de reforço, conclui-se que a aplicação total da área do compósito de FRP na zona da madeira sujeita à tração, permite que a viga apresente uma maior segurança em ELU, quando sujeita à flexão plana, do que aplicando o compósito na zona de tração e de compressão.

4.3.2. EXTENSÕES

Inicialmente, para cada caso de reforço T considerado, isto é, nos casos em que a plastificação é possível, pretende-se analisar a extensão máxima que ocorre na madeira, na zona sujeita à compressão ($\varepsilon_{w,p}$). Na Tabela 4.17 e Tabela 4.18, encontram-se indicadas, para além das extensões referidas, o aumento que cada uma representa em relação à situação sem reforço, isto é, em relação à extensão máxima de compressão, em regime elástico-linear ($\varepsilon_{w,p}/\varepsilon_{w,l}$). O resultado dos valores da extensão máxima obtida em regime linear ($\varepsilon_{w,l}$) é igual a 1,6905‰ e 1,4400‰, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Tabela 4.17 – Resultados das extensões da técnica NSM devido à plastificação (MM e MLC)

	Madeira maciça		Madeira lamelada colada	
	$\varepsilon_{w,p}$ [‰]	$\varepsilon_{w,p}/\varepsilon_{w,l}$	$\varepsilon_{w,p}$ [‰]	$\varepsilon_{w,p}/\varepsilon_{w,l}$
NSM-V (T) Caso 1	1,7704	1,0472	1,4803	1,0280
NSM-V (T) Caso 2	2,2077	1,3060	1,7294	1,2010
NSM-V (T) Caso 3	2,0204	1,1952	1,6237	1,1275
NSM-H (T) Caso 1	1,7538	1,0374	1,4764	1,0253
NSM-H (T) Caso 2	2,1063	1,2459	1,6729	1,1617
NSM-H (T) Caso 3	1,9602	1,1595	1,5874	1,1024

Tabela 4.18 - Resultados das extensões da técnica EBR devido à plastificação (MM e MLC)

	Madeira maciça		Madeira lamelada colada	
	$\varepsilon_{w,p}$ [‰]	$\varepsilon_{w,p}/\varepsilon_{w,l}$	$\varepsilon_{w,p}$ [‰]	$\varepsilon_{w,p}/\varepsilon_{w,l}$
EBR-V (T) Caso 1	1,7528	1,0369	1,4758	1,0248
EBR-V (T) Caso 2	2,0877	1,2350	1,6584	1,1517
EBR-H (T) Caso 1	1,7723	1,0484	1,4817	1,0289
EBR-H (T) Caso 2	2,2491	1,3304	1,7607	1,2227

No momento que a rotura da secção de madeira reforçada ocorre, na zona de tração, a extensão na zona sujeita à compressão é, no mínimo, 1,7528‰ e 1,4758‰, na MM e na MLC, respetivamente. Estas extensões correspondem a um aumento de, respetivamente, 3,69% e 2,48%, em relação à respetiva secção não reforçada.

No momento que a rotura da secção de madeira reforçada ocorre, na zona de tração, a extensão na zona sujeita à compressão é, no máximo, 2,2491‰ e 1,7607‰, na MM e na MLC, respetivamente. Estas extensões correspondem a um aumento de, respetivamente, 33,04% e 22,27%, em relação à extensão máxima de compressão em regime elástico-linear. Para ambas as madeiras, este máximo ocorre no EBR-H (T) Caso 2, sendo, também, este o caso que gera a maior melhoria dos momentos resistentes.

Como já referido no Capítulo 3, perante a falta de informação mais detalhada na literatura técnica, admitiu-se que a madeira esgotava a plastificação à compressão para uma extensão “ ε_{wcu} ” igual a 5%. Como a extensão máxima à compressão que ocorre na MM e na MLC devido à plastificação é, respetivamente, 2,2491‰ e 1,7607‰, conclui-se que o valor atribuído não foi condicionante na rotura, tal como se pretendia.

Embora se tenha observado que, perante os casos de reforço considerados, a extensão devido à plastificação fosse, no máximo, na ordem dos 2,2‰ e 1,8‰, na MM e na MLC, respetivamente, estes valores devem ser confirmados por análise experimental, em laboratório.

Considerando a técnica de reforço NSM-V (casos T), o caso executável que permite o maior aumento da extensão máxima que ocorre na madeira, na zona de compressão, devido à plastificação, em relação à extensão máxima em regime-linear é o 3, uma vez que não se considera que o caso 2 deva ser executado, devido ao excesso de camadas de FRP aplicadas (como justificado no item 3.5.1). Assim, o NSM-V (T) Caso 3 permite um aumento da extensão de 19,52% e de 12,75%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Da mesma forma, na técnica de reforço NSM-H (casos T), o caso executável que permite o maior aumento da extensão máxima que ocorre na madeira, na zona de compressão, devido à plastificação, em relação à extensão máxima em regime-linear é o 3, sendo esse aumento de 15,95% e de 10,24%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

De seguida, pretende-se analisar as extensões verificadas no centro geométrico do FRP (ε_f), considerando os diferentes casos de reforço. Na Tabela 4.19 e Tabela 4.20, indicam-se as extensões referidas e, adicionalmente, para cada uma, apresenta-se o rendimento esperado para o desempenho do respetivo compósito, na ligação à madeira (η). O rendimento esperado para o desempenho do compósito é o quociente entre a extensão no mesmo e 2,8‰, isto é, a extensão máxima que poderia ocorrer no compósito sem haver o risco de destacamento prematuro, sugerida no Capítulo 3.

Tabela 4.19 - Extensões no centro geométrico do FRP na técnica NSM (MM e MLC)

	MM		MLC	
	ε_f [‰]	η	ε_f [‰]	η
NSM-V (T+C) Caso 1	1,6100	0,5750	1,3600	0,4857
NSM-V (T+C) Caso 2	1,6100	0,5750	1,3600	0,4857
NSM-V (T) Caso 1	1,6122	0,5758	1,3547	0,4838
NSM-V (T) Caso 2	1,6053	0,5733	1,3506	0,4824
NSM-V (T) Caso 3	1,6081	0,5743	1,3513	0,4826
NSM-H (T+C) Caso 1	1,3685	0,4888	1,1200	0,4000
NSM-H (T+C) Caso 2	1,3685	0,4888	1,1200	0,4000
NSM-H (T) Caso 1	1,3622	0,4865	1,1156	0,3984
NSM-H (T) Caso 2	1,3327	0,4760	1,0951	0,3911
NSM-H (T) Caso 3	1,3459	0,4807	1,1006	0,3931

Tabela 4.20 - Extensões no centro geométrico do FRP na técnica EBR (MM e MLC)

	MM		MLC	
	ε_f [‰]	η	ε_f [‰]	η
EBR-V (T+C) Caso 1	1,3283	0,4744	1,0800	0,3857
EBR-V (T+C) Caso 2	1,3283	0,4744	1,0800	0,3857
EBR-V (T) Caso 1	1,3222	0,4722	1,0757	0,3842
EBR-V (T) Caso 2	1,2873	0,4598	1,0506	0,3752
EBR-H (T+C) Caso 1	1,6905	0,6038	1,4400	0,5143
EBR-H (T+C) Caso 2	1,6905	0,6038	1,4400	0,5143
EBR-H (T) Caso 1	1,6927	0,6045	1,4343	0,5123
EBR-H (T) Caso 2	1,6989	0,6068	1,4433	0,5155

As extensões máximas verificadas no centro geométrico do FRP são 1,6989‰, no caso da MM e 1,4433‰, no caso da MLC. Como referido no item 2.4.2, uma vez que as extensões verificadas no compósito estão todas abaixo do valor 2,8‰, conclui-se que o risco de destacamento prematuro do compósito é baixo, em todos os casos de reforço analisados. Logo, a hipótese da perfeita aderência entre a madeira e o compósito de FRP é considerada válida. Assim, as conclusões anteriores referentes ao potencial do momento e da extensão dos diversos casos de reforço também se consideram válidas, isto é, pode-se tirar partido da resistência e ductilidade do compósito.

O rendimento mínimo verificado para a madeira maciça e para a madeira lamelada colada é, respetivamente, 45,98% e 37,52%. Para ambas as madeiras, este mínimo ocorre no EBR-V (T) Caso 2.

O rendimento máximo verificado para a madeira maciça e para a madeira lamelada colada é, respetivamente, 60,68% e 51,55%. Para ambas as madeiras, o rendimento máximo do FRP ocorre no EBR-H (T) Caso 2. Salienta-se que este caso também gera o maior aumento do momento resistente e da extensão plástica, comparativamente com a secção não reforçada, em ambas as madeiras.

4.3.3. IMPACTO DOS DEFEITOS DA MADEIRA

Até agora, as conclusões analisadas baseiam-se na hipótese justificada anteriormente de que, quando a madeira está sujeita à flexão, o valor da resistência à tração é igual ao da resistência à compressão. Por sua vez, considera-se que as resistências à tração e à compressão adquirem o valor da resistência à flexão. No entanto, caso existam defeitos na madeira, a resistência à tração é mais afetada negativamente do que a resistência à compressão, como explicado no item 2.2 [2].

Assim, por forma a ter em conta o efeito que os defeitos poderão ter no comportamento da madeira sujeita à flexão, acrescentam-se 2 hipóteses alternativas ao estudo do comportamento da madeira:

- Hipótese 1: assume-se que a resistência à tração é igual à resistência à compressão na direção da fibra, adquirindo ambas o valor da resistência à flexão (Tabelas 3.1 e 3.3); este cenário é o mais otimista, uma vez que o valor da resistência à flexão é o maior e foi até agora a hipótese estudada;

- Hipótese 2: assume-se que a resistência à tração é igual à resistência à compressão, adquirindo ambas o valor da resistência à tração na direção da fibra do ensaio uniaxial (Tabelas 3.1 e 3.3); este cenário é o mais pessimista, uma vez que o valor da resistência à tração uniaxial é o menor;
- Hipótese 3: assume-se que a resistência à tração é a da direção da fibra no ensaio uniaxial; assume-se que a resistência à compressão é a da direção da fibra no ensaio uniaxial (Tabelas 3.1 e 3.3); este cenário é um intermédio dos restantes.

Na Tabela 4.21 indicam-se, para ambas as madeiras e para cada hipótese, os valores considerados para a resistência da madeira quando se encontra sujeita à flexão.

Tabela 4.21 – Hipóteses das propriedades mecânicas da madeira

		Resistência à tração [MPa]		Resistência à compressão [MPa]	
		Valor característico	Valor de cálculo	Valor característico	Valor de cálculo
MM	Hipótese 1	30	18,4615	30	18,4615
	Hipótese 2	18	11,0769	18	11,0769
	Hipótese 3	18	11,0769	24	14,7692
MLC	Hipótese 1	28	17,9200	28	17,9200
	Hipótese 2	22,3	14,2720	22,3	14,2720
	Hipótese 3	22,3	14,2720	28	17,9200

Considerando o melhor caso de reforço em ELU (EBR-H (T) Caso 2), pretende-se analisar os momentos resistentes obtidos para ambas as madeiras, em função da hipótese assumida para os valores da resistência da madeira. Na Tabela 4.22, para cada hipótese, apresenta-se o momento sem reforço ($M_{rd,w}$) e os momentos resistentes em regime elástico-linear ($M_{rd,l}$) e em regime elástico-perfeitamente plástico, quando este existir ($M_{rd,p}$). Adicionalmente, indicam-se os aumentos dos momentos resistentes das secções reforçadas, em relação ao momento resistente quando não há reforço ($M_{rd,l}/M_{rd,w}$ e $M_{rd,p}/M_{rd,w}$).

Tabela 4.22 – Resultados dos momentos resistentes para as diferentes hipóteses

		$M_{rd,w}$ [kN.m]	$M_{rd,l}$ [kN.m]	$M_{rd,p}$ [kN.m]	$M_{rd,l}/M_{rd,w}$	$M_{rd,p}/M_{rd,w}$
MM	Hipótese 1	10,9326	13,3554	16,6164	1,2216	1,5199
	Hipótese 2	6,5867	7,9762	9,9213	1,2110	1,5063
	Hipótese 3	6,5867	10,2021	Não plastifica	1,5489	
MLC	Hipótese 1	11,2653	13,0481	15,4817	1,1583	1,3743
	Hipótese 2	8,9418	10,4563	12,2799	1,1694	1,3733
	Hipótese 3	8,9418	12,5119	Não plastifica	1,3993	

Para ambas as madeiras, observa-se que nas hipóteses 1 e 2, ocorre a plastificação da madeira na zona de compressão, embora esta seja inferior na hipótese 2. No entanto, na hipótese 3, como se considera que a resistência à compressão é consideravelmente superior à resistência à tração, a plastificação já não é possível. A hipótese 1 é a que permite a maior plastificação na madeira.

Como esperado, para ambas as madeiras, conclui-se que a hipótese 1 permite obter o maior momento resistente, seguido do obtido na hipótese 3. Por fim, a hipótese 2 origina o menor momento resistente.

Com base na análise dos resultados, observa-se que a madeira maciça reforçada apresenta uma melhoria do momento resistente entre 50,63% e 54,89%, em relação à secção não reforçada. Para a madeira lamelada colada, esta melhoria varia entre 37,33% e 39,93%. Assim, conclui-se que, para cada madeira, independentemente da hipótese assumida para os valores das resistências da madeira sujeita à flexão, a melhoria do momento resistente em relação à situação não reforçada é da mesma ordem de grandeza.

4.4. ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO

Por fim, pretende-se analisar o efeito do reforço de vigas de madeira à flexão com FRPs, a nível do seu comportamento em serviço.

Inicialmente, comparam-se as flechas de vigas não reforçadas de madeira maciça e de madeira lamelada colada, com as flechas de vigas reforçadas com FRPs. Para tal, começa-se por calcular a rigidez à flexão, em torno do eixo de maior inércia, das secções de uma viga de madeira maciça e de uma viga de madeira lamelada colada não reforçadas. Posteriormente, para cada madeira, calcula-se a rigidez à flexão, em torno do eixo de maior inércia, das respetivas secções reforçadas com as máximas quantidades de FRP executáveis em cada técnica. O cálculo da rigidez à flexão das vigas reforçadas é realizado recorrendo ao conceito de homogeneização dos dois materiais em madeira. Para o cálculo da rigidez à flexão dos casos de reforço e sem reforço, considerou-se os valores médios do módulo de elasticidade das madeiras, como indicado no item 2.2.3.3.

Para uma dada viga com um vão “ l ”, sujeita a uma determinada carga “ p ”, quanto maior for a rigidez à flexão da sua secção, menor é a sua flecha. Logo, é possível, com base nos valores da rigidez à flexão, realizar uma análise comparativa entre a flecha dos casos em que a viga se encontra reforçada e a dos casos não reforçados.

No Anexo A3, apresenta-se o cálculo da rigidez à flexão das secções das vigas reforçadas e não reforçadas, da MM e da MLC. Na Tabela 4.23 indicam-se, para cada tipo de madeira não reforçada e para os respetivos casos de reforço, o valor da rigidez à flexão (EI). Adicionalmente, apresenta-se, para cada tipo de reforço, o aumento da respetiva rigidez à flexão, em relação à secção não reforçada (EI_f / EI_w).

Quando não são reforçadas com FRP, a madeira maciça e a madeira lamelada colada apresentam uma rigidez à flexão de, respetivamente, 679,14 kN.m² e 704,214 kN.m². Quando as madeiras são reforçadas, o valor mínimo obtido para a rigidez à flexão é 790,4489 kN.m², no caso da MM, e 781,5964 kN.m², no caso da MLC. Deste modo, é possível concluir que todos os casos de reforço analisados apresentam uma rigidez à flexão superior à dos casos em que as madeiras não são reforçadas. Logo, é possível afirmar que todos os casos de reforço estudados resultam numa diminuição da flecha da viga, em relação aos casos em que as madeiras não estão reforçadas.

Tabela 4.23 – Resultados da rigidez à flexão

	Madeira Maciça		Madeira Lamelada Colada	
	EI [kN.m ²]	EI _f /EI _w	EI [kN.m ²]	EI _f /EI _w
NSM-V (T+C) Caso 2	931,3500	1,3714	886,4940	1,2588
NSM-V (T) Caso 3	833,2800	1,2270	818,3888	1,1621
NSM-H (T+C) Caso 2	861,2470	1,2681	827,7310	1,1754
NSM-H (T) Caso 3	790,4489	1,1639	781,5964	1,1099
EBR-V (T+C) Caso 2	854,9100	1,2588	823,2840	1,1691
EBR-V (T) Caso 2	834,3279	1,2285	813,1679	1,1547
EBR-H (T+C) Caso 2	956,9715	1,4091	908,3355	1,2899
EBR-H (T) Caso 2	923,6384	1,3600	890,3572	1,2643
Madeira sem reforço	679,1400	1	704,2140	1

O NSM-H (T) Caso 3 é o que gera o menor aumento da rigidez à flexão na madeira maciça e na madeira lamelada colada, em relação às situações não reforçadas, correspondendo a, respetivamente, 16,39% e 10,99%.

O caso EBR-H (T+C) Caso 2 é o que gera o maior aumento da rigidez à flexão na madeira maciça e na madeira lamelada colada, em relação às situações não reforçadas, o qual corresponde a, respetivamente, 40,91% e 28,99%.

Assim, conclui-se que, para ambas as madeiras, o EBR-H (T+C) Caso 2 gera a maior diminuição da flecha, em relação às vigas não reforçadas, e consequentemente, esta configuração de reforço permite o melhor comportamento em serviço, no que diz respeito à flecha.

De seguida, pretende-se comparar o comportamento a nível de vibrações das vigas de madeira não reforçadas com as vigas reforçadas. Para tal, consideram-se os mesmos casos de reforço que foram analisados para as flechas. De acordo com as indicações relativas ao ELS no Capítulo 2 (item 2.2.3.3), para pavimentos de habitação sujeitos a uma frequência fundamental superior a 8 Hz, para uma mesma força vertical estática concentrada “*F*”, quanto menor for a flecha, menor será o valor do parâmetro de “*a*” (Equação 2.2). Consequentemente, maior será o valor correspondente do parâmetro “*b*” e melhor será o comportamento do pavimento em relação às vibrações (de acordo com a Figura 2.6).

Assim, uma vez que todos os casos de reforço analisados permitem uma diminuição da flecha, relativamente aos casos não reforçados, conclui-se que todos os casos de reforço considerados resultam numa melhoria do desempenho das vigas do pavimento, em relação às vibrações.

A frequência fundamental de um pavimento é diretamente proporcional à raiz quadrada da rigidez à flexão (Equação 2.4). Assim, conclui-se que, quanto maior for o valor da rigidez à flexão, maior será a frequência fundamental do pavimento. Consequentemente, o aumento da frequência resulta numa diminuição das vibrações e num aumento do conforto dos utilizadores. Na Tabela 4.24, apresentam-se os aumentos da frequência fundamental em cada caso de reforço analisado, em relação às respetivas secções não reforçadas (f_f/f_w). Estes valores resultam do cálculo da raiz quadrada de EI_f/EI_w .

Tabela 4.24 – Resultados da rigidez flexional e do aumento da frequência fundamental

	Madeira Maciça		Madeira Lamelada Colada	
	El [kN.m ²]	f_r/f_w	El [kN.m ²]	f_r/f_w
NSM-V (T+C) Caso 2	931,3500	1,1711	886,4940	1,1220
NSM-V (T) Caso 3	833,2800	1,1077	818,3888	1,0780
NSM-H (T+C) Caso 2	861,2470	1,1261	827,7310	1,0842
NSM-H (T) Caso 3	790,4489	1,0788	781,5964	1,0535
EBR-V (T+C) Caso 2	854,9100	1,1220	823,2840	1,0812
EBR-V (T) Caso 2	834,3279	1,1084	813,1679	1,0746
EBR-H (T+C) Caso 2	956,9715	1,1871	908,3355	1,1357
EBR-H (T) Caso 2	923,6384	1,1662	890,3572	1,1244
Madeira sem reforço	679,1400	1	704,2140	1

Observa-se que, para ambas as madeiras, o NSM-H (T) Caso 3 resulta no menor aumento da frequência fundamental do pavimento, em relação à viga não reforçada. Este aumento corresponde a 7,88% e a 5,35%, na madeira maciça e na madeira lamelada colada, respetivamente.

Para ambas as madeiras, é possível concluir que o EBR-H (T+C) Caso 2 gera o maior aumento da frequência fundamental das vigas do pavimento, em relação à respetiva viga não reforçada. Este aumento corresponde a 18,71% e a 13,57%, na madeira maciça e na madeira lamelada colada, respetivamente. Logo, este caso gera a maior diminuição das vibrações, em relação às respetivas secções não reforçadas e, consequentemente, o maior aumento do conforto dos utilizadores.

Por conseguinte, para ambas as madeiras, conclui-se que o EBR-H (T+C) Caso 2 é a configuração de reforço que permite obter a maior melhoria do comportamento da viga em ELS, tanto a nível do controlo da flecha como das vibrações, em relação às vigas não reforçadas.

4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do presente Capítulo, procurou-se analisar os resultados obtidos recorrendo ao programa adaptado e a cálculos adicionais, de modo a obter conclusões acerca da melhoria do comportamento à flexão de secções de vigas de madeira reforçadas com compósitos de FRP, em relação a secções de vigas não reforçadas. Para tal, realizou-se um estudo em Estado Limite Último e em Estado Limite de Utilização, apresentando-se as conclusões mais relevantes de seguida.

4.5.1. MOMENTOS RESISTENTES EM ELU

Quando se considera que a madeira apresenta um comportamento elástico-linear em flexão, observa-se que, para uma dada técnica de reforço e para uma mesma área de compósito de FRP, a distribuição do reforço na zona de tração e na zona de compressão (T+C) permite obter uma maior melhoria do momento resistente em relação à situação não reforçada, do que quando o reforço é colocado totalmente na zona de tração (T). Assim o EBR-H (T+C) Caso 2 é o que resulta no maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, correspondendo a 41,24% e 29,26%, respetivamente, na MM e na MLC.

Nos casos em que o reforço é aplicado totalmente na zona de tração (*T*), isto é, nos casos em que a plastificação é possível, considerando o regime elástico-perfeitamente plástico, ocorrem incrementos do momento resistente, em relação ao regime elástico-linear. Estes aumentos a nível dos momentos resistentes podem ser significativos, variando entre 3,66% e 24,42%, no caso da madeira maciça, e entre 2,44% e 18,65% no caso da madeira lamelada colada.

Comparando o comportamento da madeira nos casos de reforço T+C, nos quais o regime é elástico-linear, com o dos casos de reforço T, nos quais regime é elástico-perfeitamente plástico, observa-se o seguinte:

- Para uma mesma técnica e área de reforço, conclui-se que a aplicação total da área do compósito de FRP na zona da madeira sujeita à tração, permite que a viga apresente uma maior segurança em ELU, por gerar um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, e uma rotura mais dúctil; por exemplo, na situação da MM o máximo aumento do momento resistente é cerca de 52% nos casos T, comparado com cerca de 41% nos casos T+C (isto traduz-se num incremento de cerca de 11% na capacidade resistente);
- O caso de reforço que gera a maior melhoria de segurança em Estado Limite Último, em relação à secção não reforçada, é o EBR-H (T) Caso 2, correspondente a um aumento do momento resistente de 51,99% e 37,43%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Em ambas as madeiras, para uma dada área de reforço e para uma dada distribuição do FRP (T+C ou T), conclui-se que:

- caso se pretenda recorrer à técnica de reforço NSM, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão se se optar por aplicar os laminados verticalmente;
- caso se pretenda recorrer à técnica de reforço EBR, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão se se optar por aplicar as mantas horizontalmente.

Em ambas as madeiras, para uma dada rigidez axial de reforço e para uma dada distribuição do FRP (T+C ou T), conclui-se que:

- caso se pretenda aplicar o FRP verticalmente, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão quando se recorre à técnica NSM;
- caso se pretenda aplicar o FRP horizontalmente, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão quando se recorre à técnica EBR.

4.5.2. EXTENSÕES EM ELU

Em regime elástico-perfeitamente plástico, no momento que a rotura da secção de madeira reforçada ocorre, na zona de tração, a extensão na zona sujeita à compressão é, no máximo, 2,2491% e 1,7607%, na MM e na MLC, respetivamente. Estas extensões correspondem a um aumento de, respetivamente, 33,04% e 22,27%, em relação à extensão máxima de compressão em regime elástico-linear. Para ambas as madeiras, este máximo ocorre no EBR-H (T) Caso 2, sendo, também, este o caso que gera a maior melhoria dos momentos resistentes. Assim, perante os casos de reforço considerados, a extensão devido à plastificação foi, no máximo, na ordem dos 2,2% e 1,8%, na MM e na MLC, respetivamente.

O rendimento máximo do compósito de FRP, na madeira maciça e na madeira lamelada colada é, respetivamente, 60,68% e 51,55%. Para ambas as madeiras, o rendimento máximo do FRP ocorre no EBR-H (T) Caso 2. Este caso também gera o maior aumento do momento resistente e da extensão plástica, comparativamente com a secção não reforçada, em ambas as madeiras.

4.5.3. IMPACTO DOS DEFEITOS DA MADEIRA

As conclusões referidas no item 4.5, até agora, baseiam-se na hipótese de que, quando a madeira está sujeita à flexão, o valor da resistência à tração é igual ao da resistência à compressão. Por sua vez, considera-se que as resistências à tração e à compressão adquirem o valor da resistência à flexão. No entanto, caso existam defeitos na madeira, a resistência à tração é mais afetada negativamente do que a resistência à compressão. Assim, por forma a ter em conta o efeito que potenciais defeitos poderão ter no comportamento da madeira sujeita à flexão plana, estudaram-se 2 hipóteses alternativas para os valores das resistências. Após a análise dos resultados referentes às diferentes hipóteses, observa-se que a madeira maciça reforçada apresenta uma melhoria do momento resistente entre 50,63% e 54,89%, em relação à secção não reforçada. Para a madeira lamelada colada, esta melhoria varia entre 37,33% e 39,93%. Assim, conclui-se que, para cada madeira estudada, independentemente da hipótese assumida para os valores das resistências da madeira sujeita à flexão, a melhoria do momento resistente em relação à situação não reforçada é da mesma ordem de grandeza.

4.5.4. ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO

Todos os casos de reforço analisados resultam numa diminuição da flecha da viga, em relação aos casos em que as madeiras não estão reforçadas. O EBR-H (T+C) Caso 2 é o que gera o maior aumento da rigidez à flexão na madeira maciça e na madeira lamelada colada, em relação às situações não reforçadas, o qual corresponde a, respetivamente, 40,91% e 28,99%. Logo, este caso é o que resulta na maior diminuição da flecha da viga reforçada com FRP, em relação à viga não reforçada.

Uma vez que todos os casos de reforço analisados permitem uma diminuição da flecha, relativamente aos casos não reforçados, conclui-se que todos os casos de reforço considerados resultam numa melhoria do desempenho das vigas do pavimento, em relação às vibrações.

O EBR-H (T+C) Caso 2 gera o maior aumento da frequência fundamental do pavimento, em relação à respetiva viga não reforçada. Este aumento corresponde a 18,71% e a 13,57%, na madeira maciça e na madeira lamelada colada, respetivamente. Como o aumento da frequência resulta numa diminuição das vibrações e, conseqüentemente, num aumento do conforto dos utilizadores, para ambas as madeiras, conclui-se que este caso resulta na maior melhoria do comportamento em ELS, no que diz respeito às vibrações.

Assim, tanto para a MM como para a MLC, conclui-se que o EBR-H (T+C) Caso 2 é a configuração de reforço que permite obter a maior melhoria do comportamento da viga em ELS, tanto a nível do controlo da flecha como das vibrações, em relação às vigas não reforçadas.

5

CONCLUSÕES E FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

5.1. CONCLUSÕES

Recorrendo ao programa de cálculo automático adaptado, e tendo em conta os materiais e as configurações geométricas referidas, analisou-se o comportamento à flexão plana de vigas (secções) de madeira simples e reforçadas com compósitos de FRP. Através dos resultados obtidos e de cálculos adicionais, procurou-se extrair conclusões acerca do comportamento das vigas de madeira em Estado Limite Último e em Estado Limite de Utilização, partindo das seguintes hipóteses:

- Assume-se que a flexão é plana e em todos os casos analisados considera-se que o esforço axial é nulo;
- Admite-se a perfeita aderência entre o FRP e a madeira;
- Admite-se que a Teoria de viga de Bernoulli é válida, isto é, que a secção transversal se mantém plana e perpendicular ao eixo neutro, porque se encontra sujeita a pequenas deformações.
- Admite-se que o comportamento da madeira à flexão está de acordo com o modelo elástico-perfeitamente plástico;
- Admite-se que o comportamento do compósito de FRP à flexão é elástico-linear até à rotura;
- Assume-se que o comportamento do compósito de FRP é simétrico à tração e à compressão.

A comparação das diferentes técnicas e dos sistemas de reforço estudados, permitiu extrair as seguintes conclusões, referentes ao comportamento de secções de vigas de madeira (maciça ou lamelada colada) reforçadas com compósitos de FRP, em Estado Limite Último:

- Para uma mesma área de reforço e para uma dada distribuição de reforço (“T+C” ou “T”), observa-se que: na técnica NSM, é possível obter-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão quando se aplica os laminados verticalmente (NSM-V), do que quando estes são aplicados na horizontal; na técnica EBR, obtém-se uma maior melhoria do comportamento da viga à flexão quando as mantas são aplicadas horizontalmente (EBR-H), em alternativa à colagem vertical;
- Para uma mesma rigidez axial e para uma dada distribuição de reforço (“T+C” ou “T”), conclui-se o seguinte: a aplicação do compósito verticalmente, deve ser feita, preferencialmente, recorrendo à técnica NSM, uma vez que esta resulta numa maior melhoria do comportamento à flexão da viga; já a aplicação horizontal do compósito deve ser feita, preferencialmente, através da técnica EBR.

Analisando os casos em que a plastificação se pode desenvolver (casos T), a comparação entre os momentos resistentes e as extensões de compressão, em regime elástico-perfeitamente plástico e em regime elástico-linear, permite obter as seguintes conclusões:

- Na madeira maciça, ao considerar-se a possibilidade de plastificação, há um aumento do momento resistente, em relação ao momento resistente linear equivalente, que varia entre, aproximadamente, 4% e 24%; na madeira lamelada colada, este aumento é aproximadamente igual a, no mínimo, 2% e, no máximo, 19%;
- A extensão máxima devido à plastificação, desenvolvida na madeira maciça e na madeira lamelada colada, na zona sujeita à compressão, é cerca de, respetivamente, 2,2‰ e 1,8‰, e ocorre no caso EBR-H (T) Caso 2;
- A extensão máxima plástica, desenvolvida na zona comprimida da madeira maciça e da madeira lamelada colada, corresponde a um aumento, em relação à extensão máxima de compressão em regime elástico-linear, de cerca de, respetivamente, 33% e 22%; este aumento traduz-se também num aumento da ductilidade da rotura da madeira.

Considerando o Estado Limite Último, comparando o comportamento à flexão de secções de vigas de madeira reforçadas com FRPs na zona de tração e de compressão (“T+C”) com o comportamento de vigas reforçadas apenas na zona de tração (“T”), foi possível obter as seguintes conclusões:

- Quando se considera que a madeira apresenta um comportamento elástico-linear em flexão, isto é, quando não se permite a possibilidade de se desenvolver plastificação, observa-se o seguinte: para uma dada técnica de reforço e para uma mesma área de compósito de FRP, a distribuição do reforço na zona de tração e na zona de compressão (“T+C”) permite obter uma maior melhoria do momento resistente, em relação à situação não reforçada, do que quando o reforço é colocado totalmente na zona de tração (“T”); no máximo, este aumento é de, aproximadamente, 41% e 29%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada, verificando-se para o caso EBR-H (T+C) Caso 2;
- Comparando o comportamento da madeira nos casos de reforço T+C, nos quais o regime é elástico-linear, com o dos casos de reforço T, nos quais regime é elástico-perfeitamente plástico, conclui-se o seguinte: para uma mesma técnica e área de reforço, a aplicação total da área do compósito de FRP na zona da madeira sujeita à tração, permite que a viga apresente uma maior segurança em ELU, por gerar um maior aumento do momento resistente, em relação à secção não reforçada, e uma rotura mais dúctil; este aumento é, no máximo, cerca de 52% e 37%, na madeira maciça e na madeira lamelada-colada, e ocorre no caso EBR-H (T) Caso 2;
- Assim, conclui-se que, considerando a possibilidade de se desenvolver plastificação, obtém-se um aumento do momento resistente máximo de cerca de 11% e 8%, relativamente a assumir-se um regime elástico-linear, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Quanto às extensões máximas desenvolvidas no centro geométrico do compósito de FRP, é possível extrair as seguintes conclusões, acerca do comportamento do compósito em ELU:

- A extensão máxima desenvolvida no FRP, aplicado na madeira maciça e na madeira lamelada colada é, respetivamente, cerca de, 1,7‰ e 1,4‰, ocorrendo no caso EBR-H (T) Caso 2; assim, considera-se que, como as extensões desenvolvidas no compósito não excedem 2,8‰, o risco de destacamento prematuro do FRP é baixo, em todos os casos de reforço estudados; assim, assume-se que a hipótese de perfeita aderência na interface madeira-FRP é válida;

- O rendimento máximo do compósito de FRP verifica-se no caso EBR-H (T) Caso 2, na madeira maciça e na madeira lamelada colada, sendo, aproximadamente, respetivamente, 61% e 52%.

Para analisar o impacto de potenciais defeitos na resistência da madeira e, consequentemente, no comportamento da secção da viga em ELU, consideraram-se três hipóteses alternativas para as características de resistência da madeira à flexão. Com base nos resultados obtidos, conclui-se que, para cada madeira estudada, independentemente da hipótese assumida para os valores das resistências da madeira sujeita à flexão, a melhoria do momento resistente em relação à secção não reforçada apresenta a mesma ordem de grandeza. No caso da madeira maciça, esse aumento é cerca de 50% e, na madeira lamelada colada, é aproximadamente 40%.

Quanto ao Estado Limite de Utilização, o qual tende a ser o condicionante no dimensionamento de estruturas de madeira, as principais conclusões obtidas foram as seguintes:

- Todos os casos de reforço analisados resultam numa diminuição da flecha e das vibrações da viga, em relação aos casos em que as madeiras não estão reforçadas.
- O EBR-H (T+C) Caso 2 é o que resulta na maior diminuição da flecha da viga reforçada com FRP, em relação à viga não reforçada, gerando um aumento da rigidez à flexão na madeira maciça e na madeira lamelada colada, correspondente a, respetivamente, 41% e 29%.
- O EBR-H (T+C) Caso 2 também é o que resulta na maior diminuição das vibrações da viga, em relação à viga não reforçada, gerando um aumento da frequência fundamental igual a 19% e a 14%, respetivamente, na madeira maciça e na madeira lamelada colada.

Por fim, para o desenvolvimento do trabalho atual, desprezou-se o efeito do esforço transversal na viga (flexão simples plana) e partiu-se da hipótese de que existe perfeita aderência entre o compósito de FRP e a madeira. Na realidade, há que ter em consideração a capacidade resistente ao corte dos materiais, sobretudo da madeira, que podem condicionar o valor do momento resistente máximo da viga (secção). Por outro lado, deve-se ter em conta a lei do comportamento da interface madeira-FRP e a resistência ao corte da ligação, de modo a contemplar o eventual destacamento prematuro do compósito. Estes dois aspetos, não tendo sido analisados na presente dissertação, sugere-se que sejam estudados em investigações futuras.

5.2. FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

Ao longo do presente documento, procurou-se contribuir para o conhecimento acerca do comportamento de secções de vigas de madeira reforçadas à flexão com compósitos de FRP. No entanto, para que tal fosse possível, foram assumidas determinadas hipóteses. Logo, há hipóteses alternativas que interessa analisar, apresentando-se de seguida, algumas sugestões para desenvolvimentos futuros:

- Uma vez que se assumiu que o comportamento da madeira à flexão é elástico-perfeitamente plástico, sugere-se analisar modelos que considerem o *softening* da madeira em plastificação, como o modelo de Bazan ou o modelo de O'Halloran;
- Deve-se alargar o estudo do comportamento da madeira reforçada à flexão com compósitos de FRP a outras classes de madeira, a outros tipos e sistemas comerciais de compósitos e a outras configurações geométricas;
- Na presente dissertação, analisou-se o comportamento da madeira reforçada com FRPs à flexão plana; como tal, numa futura investigação, poder-se-á alargar o estudo a outros

esforços, incluindo a flexão composta (a qual pode ser estudada recorrendo ao programa de cálculo adaptado), a flexão desviada e o esforço de corte/ esforço transverso;

- Uma vez que o programa de cálculo adaptado referido permite a análise de secções transversais de geometria irregular, sugere-se alargar o estudo realizado a secções não regulares;
- Sugere-se que o estudo realizado seja alargado, considerando a possibilidade de destacamento prematuro do compósito, integrando uma lei de comportamento da interface madeira-FRP, no programa de cálculo automático;
- Sugere-se que sejam realizados estudos experimentais que confirmem as conclusões obtidas nesta tese.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Coutinho, Joana de Sousa. *Materiais de Construção I - Madeiras*. Aulas de Materiais de Construção 1, 1999.
- [2] Guedes, João Miranda. *Estruturas de Madeira: Conceção estrutural e dimensionamento*. Aulas de Estruturas de Alvenaria e Madeira, 2023.
- [3] Corradi, Marco *et al.* *Local FRP reinforcement of existing timber beams*. Composite Structures - Volume 258, 15/02/2021, 113363, páginas 2 e 3, Elsevier.
- [4] Cachim, Paulo Barreto. *Construção em Madeira – A Madeira como Material de Construção (2ª Edição)*. Publindústria, Edições Técnicas, Porto, 2014. ISBN: 978-989-723-052-3.
- [5] Negrão, João; Faria, Amorim. *Projeto de Estruturas de Madeira*. Publindústria, Edições Técnicas, Porto, 2009. ISBN: 978-972-8953-36-2.
- [6] EN 338:2016. *Structural timber- Strength classes*. 2016.
- [7] NP EN 14080:2019. *Estruturas de madeira; Madeira lamelada colada e madeira maciça colada; requisitos*. 2019.
- [8] NP EN 1995-1-1: 2021. *Eurocódigo 5- Projeto de estruturas de madeira; Parte 1-1: Regras gerais; Regras comuns e regras para edifícios*. 2021.
- [9] NP EN 1995-1-2: 2022. *Eurocódigo 5- Projeto de estruturas de madeira; Parte 1-2: Regras gerais; Verificação da resistência ao fogo*. 2022.
- [10] NP EN 1995-2: 2022. *Eurocódigo 5- Projeto de estruturas de madeira; Parte 2: Pontes*. 2022.
- [11] Cruz, Helena; Nunes, Lina. *A madeira como material de construção*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Núcleo de Estruturas de Madeira. 2008.
- [12] CNR-DT 201/2005: 2007. *Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures; Timber structures*. National Research Council- Advirsory Committee on Technical Recommendations for Construction, Roma. 2007.
- [13] ISIS Educational Module 6. *Application and Handling of FRP Reinforcements for Concrete*. ISIS Canada, 2006.
- [14] CNR-DT 200/2004: 2004. *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures; Materials, RC and PC structures, masonry structures*. National Research Council- Advirsory Committee on Technical Recommendations for Construction, Roma. 2004.
- [15] Schober, Kay-Uwe *et al.* *FRP reinforcement of timber structures*. Construction and Building Materials - Volume 97, 30/10/2015, páginas 106 e 113, Elsevier.
- [16] Juvandes, Luís Filipe Pereira; Marques, Nuno Filipe Amaro Afonso. *Reforço de Estruturas por Colagem Exterior de Sistemas Compósitos de FRP- Manual de Procedimentos e de Controlo de Qualidade para Construção*. Publicação LEMC-JUV/003-2007 e LEMC-JUV/004-2007, FEUP Edições, Porto, 354 páginas, 2009.
- [17] Juvandes, Luís Filipe Pereira. *Reabilitação e Reforço com Materiais Compósitos de FRP*. Aulas de Reabilitação e Reforço com Materiais Compósitos de FRP, 2023.

- [18] Juvandes, Luís Filipe Pereira; Barbosa, Rui Manuel Teixeira. *Estruturas de madeira reforçadas com sistemas FRP; Análise da aderência entre materiais*. Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões, Volume 21, 2012, páginas 13 e 14.
- [19] Yeboah, David; Gkantou, Michaela. *Investigation of flexural behaviour of structural timber beams strengthened with NSM basalt and glass FRP bars*. Structures- Volume 33, 2021, página 390, Elsevier.
- [20] Vahedian, Abbas *et al.* *Bond strength model for externally bonded FRP-to-timber interface*. Composite Structures - Volume 200, 15/09/2018, página 328, Elsevier.
- [21] Kliger, Robert *et al.* *Strengthening timber with CFRP or steel plates- Short and long-term performance*. 10th World Conference on Timber Engineering 2008, 01/01/2008, página 1.
- [22] Triantafyllou, Thanasis *et al.* *FRP-reinforced wood as structural material*. Journal of Materials in Civil Engineering, 01/08/1992, página 315.
- [23] Marques, Nuno Filipe Amaro Afonso. *Procedimentos de Aplicação e Controlo de Qualidade Para Reforço com Sistemas Compósitos de FRP*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2008.
- [24] Cruz, David Miguel Reis. *Reforço de elementos estruturais de madeira com materiais compósitos de matriz polimérica*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2015.
- [25] Moreira, Renata Daniela Carneiro. *Vigas de Madeira Reforçadas à Flexão com Sistemas de FRP*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2023.
- [26] Faria, José Amorim. *Construções Icónicas em Madeira – Os Templos Budistas e os Santuários Xintoístas japoneses*. Construção Magazine, 15/03/2019 (disponível em <http://www.construcaomagazine.pt/noticias/templos-budistas-santuarios-xintoistas-japoneses/>, acedido em 12/06/2024).
- [27] André, Allan. *Fibres for Strengthening of Timber Structures*. Luleå University of Technology, 2006, páginas 1 a 3.
- [28] Henriques, A.A.R. *Aplicação de novos conceitos de segurança no dimensionamento do betão estrutural*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [29] Henriques, A.A.R., Calheiros, F., Figueiras, J.A. *A methodology for the assessment of the structural behaviour of concrete bridges*. Proceedings of the Third International Conference on Bridge Management, University of Surrey, U.K., Ed. J.E. Harding, G.A.R. Parke and M.J. Ryan, E&FN Spon, pp. 138-146. 1996.
- [30] Henriques, A.A., Silva, P.C., Oliveira, L. *Computational modeling of the nonlinear behaviour of concrete structures strengthened by FRP*. Proceedings of the International Conference Composites in Construction – CCC2001, Porto, Portugal, Ed. Figueiras, J., Juvandes, L., Faria, R., A.A. Balkema Publishers, pp. 629-634. 2001.
- [31] S&P Clever Reinforcement Ibérica, Lda (disponível em <https://www.sp-reinforcement.pt/pt-PT/produtos>, acedido em 12/06/2024).

Anexo A1

DESCRIÇÃO SUMÁRIA DO PROGRAMA BASE

ANEXO I - DESCRIÇÃO SUMÁRIA DO PROGRAMA DE ANÁLISE NÃO LINEAR DE SEÇÕES DE BETÃO ARMADO SUJEITAS À FLEXÃO

Foi desenvolvido um programa de cálculo automático para a análise de seções de betão armado sujeitas a esforços de flexão (esforço axial, N , e momento fletor, M), tendo em conta o comportamento não linear do aço e do betão. Permite traçar a resposta da secção desde o estado de repouso até ao colapso.

O traçado da resposta da secção é definida, para uma força axial previamente fixada, pela relação entre os momentos flectores e a curvatura. O procedimento adoptado é baseado numa técnica incremental e iterativa, desenvolvendo-se da seguinte forma (figura AI.1):

- Incrementa-se sucessivamente a curvatura da secção, χ .
- Arbitrando a posição do eixo neutro, x , e considerando a hipótese de a secção plana permanecer plana após a deformação, define-se o estado de deformação na secção através das extensões normais, ϵ_n (figura AI.2).
- Recorrendo às leis constitutivas estabelecidas para os materiais define-se o estado de tensão através da distribuição das tensões normais, σ_n , na secção (figura AI.2).
- Integrando as tensões no domínio da secção obtém-se o correspondente esforço axial, N , e momento fletor, M (figura AI.2).
- A verdadeira solução é encontrada quando o esforço axial, N , é igual (a menos de uma tolerância previamente definida) à força axial inicialmente fixada.

Tendo como base o procedimento descrito, foi desenvolvido o programa de cálculo automático que se divide nos seguintes módulos (figura AI.3):

- Leitura e validação dos dados relativos ao problema em estudo, nomeadamente:
 - título do problema;
 - variáveis de controle da dimensão das variáveis indexadas;
 - parâmetros que definem a lei constitutiva do betão (figura AI.4a);
 - parâmetros que definem a lei constitutiva do aço (figura AI.4b);
 - altura total da secção;
 - dimensões das camadas de betão trapezoidais em que é dividida a secção;
 - posicionamento das camadas de aço e respectivas áreas;
 - força axial aplicada;
 - acréscimos de curvatura a serem considerados no processo incremental;

Para um formato de segurança adequado à análise não linear de estruturas porticadas de betão

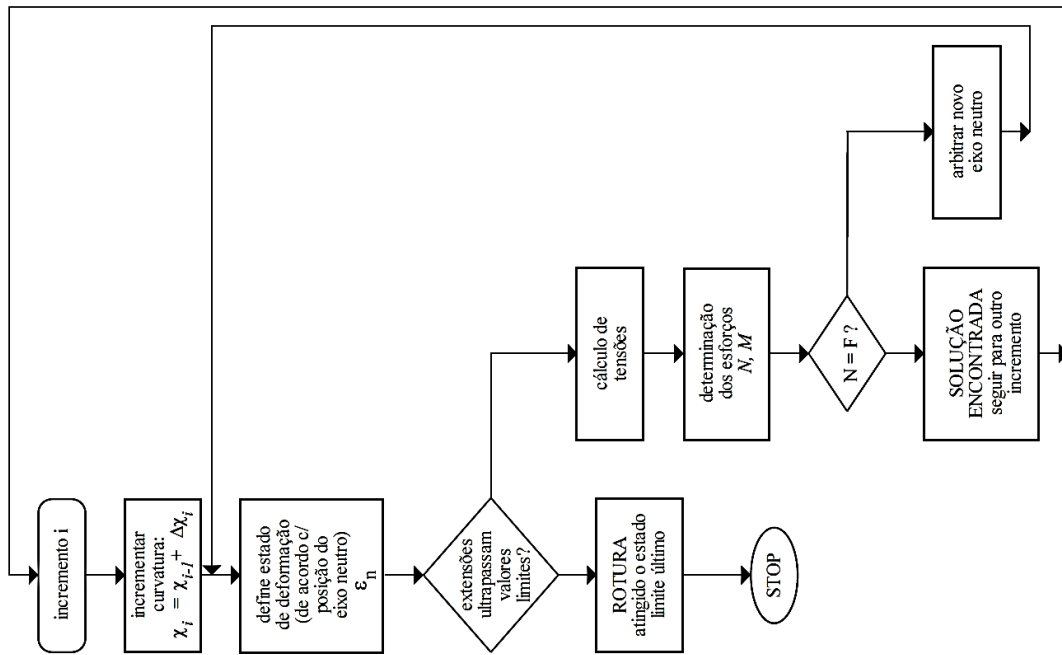


Fig. AI.1 - Procedimento incremental e iterativo.

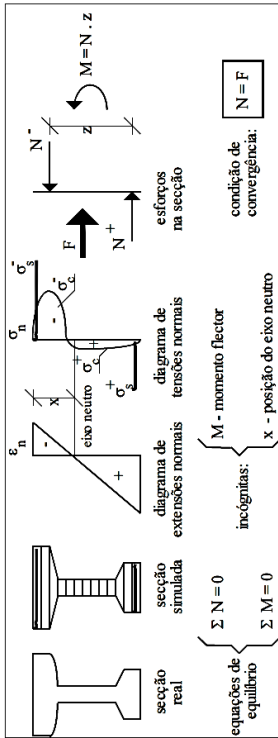


Fig. AI.2 - Modelo de análise não linear.

- tolerância do processo iterativo, definida como: $|N-F| < \delta$, sendo N o esforço axial obtido por integração das tensões no domínio da secção e F a força axial aplicada.

- Cálculo das propriedades geométricas da secção:

- área da secção;
- posição do centro de gravidade da secção relativamente à fibra inferior;
- posição do centro de gravidade das camadas relativamente à fibra inferior.

Nesta fase inicia-se o ciclo sobre os incrementos de curvatura, repetindo-se o acesso aos módulos seguintes para cada incremento.

- Atualiza o valor da curvatura e arbitra a posição do eixo neutro (coincide com o centro de gravidade da secção quando se inicia o processo, e considera igual à do último incremento convergido).

Inicia-se o ciclo iterativo, repetindo-se o acesso aos módulos seguintes para cada iteração.

- Cálculo das extensões normais, no centro de gravidade de cada camada de aço, considerando a posição do eixo neutro arbitrada anteriormente e a hipótese de linearidade da distribuição das extensões na secção.
- Verifica se foi atingido o estado limite último, comparando as extensões na fibra extrema do betão comprimido e ao nível das armaduras com os valores limites definidos para o betão e para o aço, respectivamente. Se ocorrer rutura (extensões calculadas superiores aos valores limites) o procedimento incremental e iterativo termina, caso contrário prossegue para o módulo seguinte.
- Cálculo das tensões normais nas camadas de betão, considerando a lei constitutiva do betão definida na figura AI.4a e que é baseada na curva definida no Código-Modelo do CEB-FIP 1990 [CEB-FIP, 1993].
- Cálculo das tensões normais nas camadas de aço, considerando o diagrama multilinear para as relações tensões-deformações uniaxiais (figura AI.4b).
- Cálculo do esforço axial, N , e do momento flector, M , através da integração das tensões no domínio da secção:

Fig. AI.3 - Representação esquemática dos módulos principais do programa.

Anexo I - Descrição sumária do programa de análise não linear de secções de betão armado sujeitas à flexão

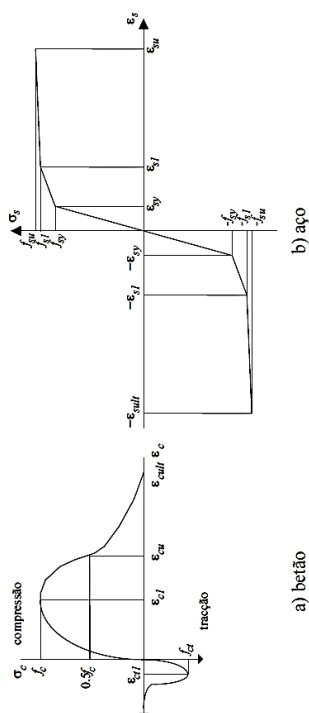


Fig. A1.4 - Caracterização das leis constitutivas dos materiais.

$$\begin{cases} 0 = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s - F \equiv \sum_{i=1}^{nc} \sigma_{ci} A_{ci} + \sum_{i=1}^{ns} \sigma_{si} A_{si} - F \\ M = \int_{A_c} z_c \sigma_c dA_c + \int_{A_s} z_s \sigma_s dA_s - z_F F \equiv \sum_{i=1}^{nc} z_{ci} \sigma_{ci} A_{ci} + \sum_{i=1}^{ns} z_{si} \sigma_{si} A_{si} - z_F F \end{cases} \quad (A1.1)$$

onde os índices c e s indicam o domínio do betão e das armaduras, respectivamente, σ é a tensão normal, A é a área, Z representa a posição em relação ao eixo neutro e n é o número de camadas.

- Verifica a convergência do processo iterativo, comparando o valor do esforço axial com o valor da força normal inicialmente fixada. Se os dois valores são iguais, a menos de uma tolerância previamente definida, o processo iterativo atinge a convergência para a solução respeitante ao incremento; caso contrário, será definida convenientemente uma nova posição do eixo neutro e seguir-se-á um novo ciclo iterativo.
- Após a convergência do processo iterativo escreve os resultados mais significativos (curvatura, posição do eixo neutro, extensões nas fibras extremas, tensões máximas de compressão e de tracção e esforços) do respectivo incremento, seguindo depois para um novo incremento de curvatura.
- Após o final do ciclo incremental (quando se atinge o estado limite último), escreve os resultados mais significativos (como, por exemplo, o momento flector máximo, a curvatura última e outros) e termina o processo.

Anexo A2

FICHEIRO DE RESULTADOS DO PROGRAMA ADAPTADO


```

O-----S E C C A O -----
|
| Determinacao da resposta de
| seccoes de madeira reforçada com FRP a flexao
|
| Versao 1.4 Uso profissional nao permitido
|
| Maio 2024 Linguagem: Fortran 77
|
| Autor:
| A. Abel Henriques - Universidade do Porto
|
| O-----S E C C A O -----

## Titulo do problema
Concurso CODE (GCC2001) - Viga de 80*210 mm2

## Variaveis de controle das dimensoes das variaveis:
# mmac - n. de diferentes tipos de madeira;
# mnats - n. de diferentes tipos de FRP;
# nprol - n. de propriedades das camadas de madeira;
# npros - n. de propriedades das camadas de FRP;
# nspro - n. de propriedades do FRP;
# nlay - n. de camadas-tipo de madeira;
# nclay - n. total de camadas de madeira;
# nsly - n. total de camadas de FRP;
# mnac mnats nprol npros nspro ntlay nclay nsly
1 1 3 7 2 6 1 84 1

## Propriedades mecanicas do madeira:
# imatc - numero do madeira-tipo;
# Ec - Modulo de elasticidade;
# fc - tensao maxima de compressao;
# ecl - extensao correspondente a fc;
# fct - tensao maxima de traccao;
# ecr - extensao correspondente a fct;
# ecu - extensao de rotura em compressao;
# alfa - parametro de tension-stiffening
# imatc Ec fc ecl fct ecr ecu alfa
1 .11000E+08 18461.54 .00167832 18461.54 .00167832 .00500 .00000

## Propriedades mecanicas do FRP:
# imats - numero do FRP-tipo;
# Es - Modulo de elasticidade;
# Es1 - Modulo de rigidez do 2o. ramo;
# Es2 - Modulo de rigidez do 3o. ramo;
# fsy - tensao limite de elasticidade;
# fsy1 - tensao limite do 2o. ramo;
# esu - extensao de rotura
# imats Es Es1 Es2 fsy fsy1 esu
1 .20000E+09 .00000E+00 .00000E+00 56000.00 .00 .00280

## Altura total da seccao: H = .210

## Camadas-tipo de madeira:
# itlay - Numero da camada-tipo de madeira;
# b1 - Largura da fibra inferior;
# b2 - Largura da fibra superior;
# h - Altura da camada;
# tipo - Numero do tipo de madeira
# itlay b1 b2 h tipo
1 .080 .080 .003 1

## Ordenacao das camadas de madeira:
# iclay - Numero da camada de madeira;
# y - Posicao da face inferior relativa/ fibra inferior;
# itlay - Numero da camada-tipo de madeira

```

## Posicao do centro de gravidade das camadas de FRP									
relativamente a fibra inferior:									
camadas:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	-.00084000								
o-----o									
	Esforços resistentes para curvaturas positivas								
	o-----o								
lincremento n.iter[esforços resistentes,curvatura]extensões (xle-3) eixo									
	axial: momento (xle-3) inferior superior neutro(m)								
o.....o	o.....o								
tensões máximas no madeira tensões máximas no FRP									
positiva (camada): negativa (camada) positiva (camada): negativa (camada)	o-----o								
	1	1	1	0:	.0927	1001	.00923:	-.01177	.09230
	100.2	(1) :	-128.1	(84) :	1862.8	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	2	1	1	0:	.18551	.2001	.01846:	-.02354	.09230
	200.3	(1) :	-256.2	(84) :	3725.6	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	3	1	1	0:	.27821	.3001	.02769:	-.03531	.09230
	300.5	(1) :	-384.3	(84) :	5588.4	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	4	1	1	0:	.37101	.4001	.03692:	-.04708	.09230
	400.6	(1) :	-512.4	(84) :	7451.1	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	5	1	1	0:	.46371	.5001	.04615:	-.05885	.09230
	500.8	(1) :	-640.5	(84) :	9313.9	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	6	1	1	0:	.55651	.6001	.05538:	-.07062	.09230
	600.9	(1) :	-768.6	(84) :	11176.7	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	7	1	1	0:	.64921	.7001	.06461:	-.08239	.09230
	701.1	(1) :	-896.7	(84) :	13039.5	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	8	1	1	0:	.74201	.8001	.07384:	-.09416	.09230
	801.2	(1) :	-1024.8	(84) :	14902.3	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	9	1	1	0:	.83471	.9001	.08307:	-.10593	.09230
	901.4	(1) :	-1152.9	(84) :	16765.1	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	10	1	1	0:	.92751	1.0001	.09230:	-.11770	.09230
	1001.5	(1) :	-1281.0	(84) :	18627.8	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	11	1	1	0:	1.02021	1.1001	.10153:	-.12947	.09230
	1101.7	(1) :	-1409.1	(84) :	20490.6	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	12	1	1	0:	1.11301	1.2001	.11076:	-.14124	.09230
	1201.8	(1) :	-1537.2	(84) :	22353.4	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	13	1	1	0:	1.20571	1.3001	.11999:	-.15301	.09230
	1302.0	(1) :	-1665.2	(84) :	24216.2	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	14	1	1	0:	1.29841	1.4001	.12922:	-.16478	.09230
	1402.2	(1) :	-1793.3	(84) :	26079.0	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	15	1	1	0:	1.39121	1.5001	.13845:	-.17655	.09230
	1502.3	(1) :	-1921.4	(84) :	27941.8	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	16	1	1	0:	1.48391	1.6001	.14768:	-.18832	.09230
	1602.5	(1) :	-2049.5	(84) :	29804.5	(1) :	.0	(0)	
o-----o									
	17	1	1	0:	1.57671	1.7001	.15691:	-.20009	.09230
	1702.6	(1) :	-2177.6	(84) :	31667.3	(1) :	.0	(0)	
o-----o									

## Resultados de algumas propriedades da secção:									
#	Area da secção de madeira:								
#	Area da secção homogeneizada:								
#	Momento estático relativa/fibra inferior:								
#	Centro de gravidade relat. fibra inferior:								
.0168									
.0191									
.0018									
.0923									
## Posicao do centro de gravidade das camadas de madeira									
relativamente a fibra inferior:									
camadas:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	12	13	14	15	16	17	18	19
	11	12	13	14	15	16			

18	1	0:	1.6694	1.800	1.6614	-21186	0.9230
1802.8	(1)	-2305.7	(84)	33530.1	(1)	0	(0)
19	1	0:	1.7622	1.900	1.7537	-22363	0.9230
1902.9	(1)	-2433.8	(84)	35392.9	(1)	0	(0)
20	1	0:	1.8549	2.000	1.8460	-23540	0.9230
2003.1	(1)	-2561.9	(84)	37255.7	(1)	0	(0)
21	1	0:	1.9477	2.100	1.9383	-24717	0.9230
2103.2	(1)	-2690.0	(84)	39118.5	(1)	0	(0)
22	1	0:	2.0404	2.200	2.0306	-25894	0.9230
2203.4	(1)	-2818.1	(84)	40981.2	(1)	0	(0)
23	1	0:	2.1332	2.300	2.1229	-27071	0.9230
2303.5	(1)	-2946.2	(84)	42844.0	(1)	0	(0)
24	1	0:	2.2259	2.400	2.2152	-28248	0.9230
2403.7	(1)	-3074.3	(84)	44706.8	(1)	0	(0)
25	1	0:	2.3187	2.500	2.3075	-29425	0.9230
2503.9	(1)	-3202.4	(84)	46569.6	(1)	0	(0)
26	1	0:	2.4114	2.600	2.3998	-30602	0.9230
2604.0	(1)	-3330.5	(84)	48432.4	(1)	0	(0)
27	1	0:	2.5041	2.700	2.4921	-31779	0.9230
2704.2	(1)	-3458.6	(84)	50295.2	(1)	0	(0)
28	1	0:	2.5969	2.800	2.5844	-32956	0.9230
2804.3	(1)	-3586.7	(84)	52158.0	(1)	0	(0)
29	1	0:	2.6896	2.900	2.6767	-34133	0.9230
2904.5	(1)	-3714.8	(84)	54020.7	(1)	0	(0)
30	1	0:	2.7824	3.000	2.7690	-35310	0.9230
3004.6	(1)	-3842.9	(84)	55883.5	(1)	0	(0)
31	1	0:	2.8751	3.100	2.8613	-36487	0.9230
3104.8	(1)	-3971.0	(84)	57746.3	(1)	0	(0)
32	1	0:	2.9679	3.200	2.9536	-37664	0.9230
3204.9	(1)	-4099.1	(84)	59609.1	(1)	0	(0)
33	1	0:	3.0606	3.300	3.0459	-38841	0.9230
3305.1	(1)	-4227.2	(84)	61471.9	(1)	0	(0)
34	1	0:	3.1534	3.400	3.1382	-40018	0.9230
3405.2	(1)	-4355.3	(84)	63334.7	(1)	0	(0)
35	1	0:	3.2461	3.500	3.2305	-41195	0.9230
3505.4	(1)	-4483.4	(84)	65197.4	(1)	0	(0)
36	1	0:	3.3389	3.600	3.3228	-42372	0.9230
3605.5	(1)	-4611.5	(84)	67060.2	(1)	0	(0)
37	1	0:	3.4316	3.700	3.4151	-43549	0.9230
3705.7	(1)	-4739.5	(84)	68923.0	(1)	0	(0)
38	1	0:	3.5244	3.800	3.5074	-44726	0.9230
3805.9	(1)	-4867.6	(84)	70785.8	(1)	0	(0)
39	1	0:	3.6171	3.900	3.5997	-45903	0.9230
3906.0	(1)	-4995.7	(84)	72648.6	(1)	0	(0)
40	1	0:	3.7098	4.000	3.6920	-47080	0.9230
4006.2	(1)	-5123.8	(84)	74511.4	(1)	0	(0)
41	1	0:	3.8026	4.100	3.7843	-48257	0.9230
4106.3	(1)	-5251.9	(84)	76374.1	(1)	0	(0)
42	1	0:	3.8953	4.200	3.8766	-49434	0.9230
4206.5	(1)	-5380.0	(84)	78236.9	(1)	0	(0)
43	1	0:	3.9881	4.300	3.9689	-50611	0.9230
4306.6	(1)	-5508.1	(84)	80099.7	(1)	0	(0)
44	1	0:	4.0808	4.400	4.0612	-51788	0.9230
4406.8	(1)	-5636.2	(84)	81962.5	(1)	0	(0)
45	1	0:	4.1736	4.500	4.1535	-52965	0.9230
4506.9	(1)	-5764.3	(84)	83825.3	(1)	0	(0)
46	1	0:	4.2663	4.600	4.2458	-54142	0.9230
4607.1	(1)	-5892.4	(84)	85688.1	(1)	0	(0)
47	1	0:	4.3591	4.700	4.3381	-55319	0.9230
4707.2	(1)	-6020.5	(84)	87550.8	(1)	0	(0)
48	1	0:	4.4518	4.800	4.4304	-56496	0.9230
4807.4	(1)	-6148.6	(84)	89413.6	(1)	0	(0)
49	1	0:	4.5446	4.900	4.5227	-57673	0.9230
4907.6	(1)	-6276.7	(84)	91276.4	(1)	0	(0)
50	1	0:	4.6373	5.000	4.6150	-58850	0.9230
5007.7	(1)	-6404.8	(84)	93139.2	(1)	0	(0)
51	1	0:	4.7301	5.100	4.7073	-60027	0.9230
5107.9	(1)	-6532.9	(84)	95002.0	(1)	0	(0)
52	1	0:	4.8228	5.200	4.7996	-61204	0.9230
5208.0	(1)	-6661.0	(84)	96864.8	(1)	0	(0)
53	1	0:	4.9155	5.300	4.8919	-62381	0.9230
5308.2	(1)	-6789.1	(84)	98727.6	(1)	0	(0)
54	1	0:	5.0083	5.400	4.9842	-63558	0.9230
5408.3	(1)	-6917.2	(84)	100590.3	(1)	0	(0)
55	1	0:	5.1010	5.500	5.0765	-64735	0.9230
5508.5	(1)	-7045.3	(84)	102453.1	(1)	0	(0)
56	1	0:	5.1938	5.600	5.1688	-65912	0.9230
5608.6	(1)	-7173.4	(84)	104315.9	(1)	0	(0)
57	1	0:	5.2865	5.700	5.2611	-67089	0.9230
5708.8	(1)	-7301.5	(84)	106178.7	(1)	0	(0)
58	1	0:	5.3793	5.800	5.3534	-68266	0.9230
5808.9	(1)	-7429.6	(84)	108041.5	(1)	0	(0)
59	1	0:	5.4720	5.900	5.4457	-69443	0.9230
5909.1	(1)	-7557.7	(84)	109904.3	(1)	0	(0)
60	1	0:	5.5648	6.000	5.5380	-70620	0.9230
6009.2	(1)	-7685.8	(84)	111767.0	(1)	0	(0)
61	1	0:	5.6575	6.100	5.6303	-71797	0.9230
6109.4	(1)	-7813.8	(84)	113629.8	(1)	0	(0)
62	1	0:	5.7503	6.200	5.7226	-72974	0.9230
6209.6	(1)	-7941.9	(84)	115492.6	(1)	0	(0)
63	1	0:	5.8430	6.300	5.8148	-74152	0.9230

6309.7	(1)	: -8070.0	(84)	117355.4	(1)	:	.0	(0)		86	(1)	: -11016.2	(84)	160199.4	(1)	:	.79377	-1.01223		.09230	
64	1	: 5.9358	(84)	6.400	.59071	: -.75329				87	1	: 8.0689	(84)	8.700	.80300	: -1.02400				.09230	
6409.9	(1)	: -8198.1	(84)	119218.2	(1)	:	.0	(0)		8713.4	(1)	: -11144.3	(84)	162062.2	(1)	:	.0	(0)		.09230	
65	1	: 6.0285	(84)	6.500	.59994	: -.76506				88	1	: 8.1617	(84)	8.800	.81223	: -1.03577				.09230	
6510.0	(1)	: -8326.2	(84)	121081.0	(1)	:	.0	(0)		8813.6	(1)	: -11272.4	(84)	163925.0	(1)	:	.0	(0)		.09230	
66	1	: 6.1212	(84)	6.600	.60917	: -.77683				89	1	: 8.2544	(84)	8.900	.82146	: -1.04754				.09230	
6610.2	(1)	: -8454.3	(84)	129943.7	(1)	:	.0	(0)		8913.7	(1)	: -11400.5	(84)	165787.8	(1)	:	.0	(0)		.09230	
67	1	: 6.2140	(84)	6.700	.61840	: -.78860				90	1	: 8.3472	(84)	9.000	.83069	: -1.05931				.09230	
6710.3	(1)	: -8582.4	(84)	124806.5	(1)	:	.0	(0)		9013.9	(1)	: -11528.6	(84)	167650.6	(1)	:	.0	(0)		.09230	
68	1	: 6.3067	(84)	6.800	.62763	: -.80037				91	1	: 8.4399	(84)	9.100	.83992	: -1.07108				.09230	
6810.5	(1)	: -8710.5	(84)	126669.3	(1)	:	.0	(0)		9114.0	(1)	: -11656.7	(84)	169513.3	(1)	:	.0	(0)		.09230	
69	1	: 6.3995	(84)	6.900	.63686	: -.81214				92	1	: 8.5326	(84)	9.200	.84915	: -1.08285				.09230	
6910.6	(1)	: -8838.6	(84)	128532.1	(1)	:	.0	(0)		9214.2	(1)	: -11784.8	(84)	171376.1	(1)	:	.0	(0)		.09230	
70	1	: 6.4922	(84)	7.000	.64609	: -.82391				93	1	: 8.6254	(84)	9.300	.85838	: -1.09462				.09230	
7010.8	(1)	: -8966.7	(84)	130394.9	(1)	:	.0	(0)		9314.3	(1)	: -11912.9	(84)	173238.9	(1)	:	.0	(0)		.09230	
71	1	: 6.5850	(84)	7.100	.65532	: -.83568				94	1	: 8.7181	(84)	9.400	.86761	: -1.10639				.09230	
7110.9	(1)	: -9094.8	(84)	132257.7	(1)	:	.0	(0)		9414.5	(1)	: -12041.0	(84)	175101.7	(1)	:	.0	(0)		.09230	
72	1	: 6.6777	(84)	7.200	.66455	: -.84745				95	1	: 8.8109	(84)	9.500	.87684	: -1.11816				.09230	
7211.1	(1)	: -9222.9	(84)	134120.4	(1)	:	.0	(0)		9514.6	(1)	: -12169.1	(84)	176964.5	(1)	:	.0	(0)		.09230	
73	1	: 6.7705	(84)	7.300	.67378	: -.85922				96	1	: 8.9036	(84)	9.600	.88607	: -1.12993				.09230	
7311.3	(1)	: -9351.0	(84)	135983.2	(1)	:	.0	(0)		9614.8	(1)	: -12297.2	(84)	178827.3	(1)	:	.0	(0)		.09230	
74	1	: 6.8632	(84)	7.400	.68301	: -.87099				97	1	: 8.9964	(84)	9.700	.89530	: -1.14170				.09230	
7411.4	(1)	: -9479.1	(84)	137846.0	(1)	:	.0	(0)		9714.9	(1)	: -12425.3	(84)	180690.0	(1)	:	.0	(0)		.09230	
75	1	: 6.9560	(84)	7.500	.69224	: -.88276				98	1	: 9.0891	(84)	9.800	.90453	: -1.15347				.09230	
7511.6	(1)	: -9607.2	(84)	139708.8	(1)	:	.0	(0)		9815.1	(1)	: -12553.4	(84)	182552.8	(1)	:	.0	(0)		.09230	
76	1	: 7.0487	(84)	7.600	.70147	: -.89453				99	1	: 9.1819	(84)	9.900	.91376	: -1.16524				.09230	
7611.7	(1)	: -9735.3	(84)	141571.6	(1)	:	.0	(0)		9915.3	(1)	: -12681.5	(84)	184415.6	(1)	:	.0	(0)		.09230	
77	1	: 7.1415	(84)	7.700	.71070	: -.90630				100	1	: 9.2746	(84)	10.000	.92299	: -1.17701				.09230	
7711.9	(1)	: -9863.4	(84)	143434.4	(1)	:	.0	(0)		10015.4	(1)	: -12809.6	(84)	186278.4	(1)	:	.0	(0)		.09230	
78	1	: 7.2342	(84)	7.800	.71993	: -.91807				101	1	: 9.3674	(84)	10.100	.93222	: -1.18878				.09230	
7812.0	(1)	: -9991.5	(84)	145297.2	(1)	:	.0	(0)		10115.6	(1)	: -12937.7	(84)	188141.2	(1)	:	.0	(0)		.09230	
79	1	: 7.3269	(84)	7.900	.72916	: -.92984				102	1	: 9.4601	(84)	10.200	.94145	: -1.20055				.09230	
7912.2	(1)	: -10119.6	(84)	147159.9	(1)	:	.0	(0)		10215.7	(1)	: -13065.8	(84)	190004.0	(1)	:	.0	(0)		.09230	
80	1	: 7.4197	(84)	8.000	.73839	: -.94161				103	1	: 9.5529	(84)	10.300	.95068	: -1.21232				.09230	
8012.3	(1)	: -10247.7	(84)	149022.7	(1)	:	.0	(0)		10315.9	(1)	: -13193.9	(84)	191866.8	(1)	:	.0	(0)		.09230	
81	1	: 7.5124	(84)	8.100	.74762	: -.95338				104	1	: 9.6456	(84)	10.400	.95991	: -1.22409				.09230	
8112.5	(1)	: -10375.8	(84)	150895.5	(1)	:	.0	(0)		10416.0	(1)	: -13322.0	(84)	193729.5	(1)	:	.0	(0)		.09230	
82	1	: 7.6052	(84)	8.200	.75685	: -.96515				105	1	: 9.7383	(84)	10.500	.96914	: -1.23586				.09230	
8212.6	(1)	: -10503.9	(84)	152748.3	(1)	:	.0	(0)		10516.2	(1)	: -13450.1	(84)	195592.3	(1)	:	.0	(0)		.09230	
83	1	: 7.6979	(84)	8.300	.76609	: -.97692				106	1	: 9.8311	(84)	10.600	.97837	: -1.24763				.09230	
8312.8	(1)	: -10632.0	(84)	154611.1	(1)	:	.0	(0)		10616.3	(1)	: -13578.2	(84)	197455.1	(1)	:	.0	(0)		.09230	
84	1	: 7.7907	(84)	8.400	.77531	: -.98869				107	1	: 9.9238	(84)	10.700	.98760	: -1.25940				.09230	
8412.9	(1)	: -10760.1	(84)	156473.9	(1)	:	.0	(0)		10716.5	(1)	: -13706.3	(84)	199317.9	(1)	:	.0	(0)		.09230	
85	1	: 7.8834	(84)	8.500	.78454	: -1.00461				108	1	: 10.0166	(84)	10.800	.99683	: -1.27117				.09230	
8513.1	(1)	: -10888.1	(84)	158336.6	(1)	:	.0	(0)		10816.6	(1)	: -13834.4	(84)	201180.7	(1)	:	.0	(0)		.09230	

13120.2	(1)	:	-16780.6	(84)		244024.7	(1)	:	.0	(0)		0
132	1	:	0:	12.2425	13.2001	1.21835:-1.55365	.09230	0	0	0	0	0
13220.3	(1)	:	-16908.7	(84)		245887.5	(1)	:	.0	(0)		0
133	1	:	0:	12.3352	13.3001	1.22758:-1.56542	.09230	0	0	0	0	0
13320.5	(1)	:	-17036.8	(84)		247750.3	(1)	:	.0	(0)		0
134	1	:	0:	12.4280	13.4001	1.23681:-1.57719	.09230	0	0	0	0	0
13420.7	(1)	:	-17164.8	(84)		249613.1	(1)	:	.0	(0)		0
135	1	:	0:	12.5207	13.5001	1.24604:-1.58896	.09230	0	0	0	0	0
13520.8	(1)	:	-17292.9	(84)		251475.8	(1)	:	.0	(0)		0
136	1	:	0:	12.6135	13.6001	1.25527:-1.60073	.09230	0	0	0	0	0
13621.0	(1)	:	-17421.0	(84)		253338.6	(1)	:	.0	(0)		0
137	1	:	0:	12.7062	13.7001	1.26450:-1.61250	.09230	0	0	0	0	0
13721.1	(1)	:	-17549.1	(84)		255201.4	(1)	:	.0	(0)		0
138	1	:	0:	12.7990	13.8001	1.27373:-1.62427	.09230	0	0	0	0	0
13821.3	(1)	:	-17677.2	(84)		257064.2	(1)	:	.0	(0)		0
139	1	:	0:	12.8917	13.9001	1.28296:-1.63604	.09230	0	0	0	0	0
13921.4	(1)	:	-17805.3	(84)		258927.0	(1)	:	.0	(0)		0
140	1	:	0:	12.9845	14.0001	1.29219:-1.64781	.09230	0	0	0	0	0
14021.6	(1)	:	-17933.4	(84)		260789.8	(1)	:	.0	(0)		0
141	1	:	0:	13.0772	14.1001	1.30142:-1.65958	.09230	0	0	0	0	0
14121.7	(1)	:	-18061.5	(84)		262652.5	(1)	:	.0	(0)		0
142	1	:	0:	13.1700	14.2001	1.31065:-1.67135	.09230	0	0	0	0	0
14221.9	(1)	:	-18189.6	(84)		264515.3	(1)	:	.0	(0)		0
143	1	:	0:	13.2627	14.3001	1.31988:-1.68312	.09230	0	0	0	0	0
14322.0	(1)	:	-18317.7	(84)		266378.1	(1)	:	.0	(0)		0
144	1	:	0:	13.3554	14.4001	1.32911:-1.69489	.09230	0	0	0	0	0
14422.2	(1)	:	-18445.8	(84)		268240.9	(1)	:	.0	(0)		0
145	4	:	0:	13.4455	14.5001	1.33823:-1.70677	.09229	0	0	0	0	0
14521.2	(1)	:	-18461.5	(84)		270082.1	(1)	:	.0	(0)		0
146	4	:	0:	13.5353	14.6001	1.34734:-1.71866	.09228	0	0	0	0	0
14620.0	(1)	:	-18461.5	(84)		271920.2	(1)	:	.0	(0)		0
147	4	:	0:	13.6250	14.7001	1.35644:-1.73056	.09228	0	0	0	0	0
14718.8	(1)	:	-18461.5	(84)		273759.3	(1)	:	.0	(0)		0
148	4	:	0:	13.7125	14.8001	1.36546:-1.74254	.09226	0	0	0	0	0
14816.5	(1)	:	-18461.5	(83)		275578.0	(1)	:	.0	(0)		0
149	4	:	0:	13.7993	14.9001	1.37444:-1.75456	.09224	0	0	0	0	0
14914.0	(1)	:	-18461.5	(83)		277391.4	(1)	:	.0	(0)		0
150	4	:	0:	13.8861	15.0001	1.38342:-1.76658	.09223	0	0	0	0	0
15011.4	(1)	:	-18461.5	(83)		279204.9	(1)	:	.0	(0)		0
151	4	:	0:	13.9714	15.1001	1.39234:-1.77866	.09221	0	0	0	0	0
15108.2	(1)	:	-18461.5	(82)		281005.6	(1)	:	.0	(0)		0
152	4	:	0:	14.0553	15.2001	1.40120:-1.79080	.09218	0	0	0	0	0
15204.2	(1)	:	-18461.5	(82)		282794.5	(1)	:	.0	(0)		0
153	4	:	0:	14.1392	15.3001	1.41006:-1.80294	.09216	0	0	0	0	0
15300.3	(1)	:	-18461.5	(82)		284583.3	(1)	:	.0	(0)		0

109	1	:	0:	10.1093	10.9001	1.00606:-1.28294	.09230	0	0	0	0	0
10916.8	(1)	:	-13962.5	(84)		203043.5	(1)	:	.0	(0)		0
110	1	:	0:	10.2021	11.0001	1.01529:-1.29471	.09230	0	0	0	0	0
11017.0	(1)	:	-14090.5	(84)		204906.2	(1)	:	.0	(0)		0
111	1	:	0:	10.2948	11.1001	1.02452:-1.30648	.09230	0	0	0	0	0
11117.1	(1)	:	-14218.6	(84)		206769.0	(1)	:	.0	(0)		0
112	1	:	0:	10.3876	11.2001	1.03375:-1.31825	.09230	0	0	0	0	0
11217.3	(1)	:	-14346.7	(84)		208631.8	(1)	:	.0	(0)		0
113	1	:	0:	10.4803	11.3001	1.04298:-1.33002	.09230	0	0	0	0	0
11317.4	(1)	:	-14474.8	(84)		210494.6	(1)	:	.0	(0)		0
114	1	:	0:	10.5731	11.4001	1.05221:-1.34179	.09230	0	0	0	0	0
11417.6	(1)	:	-14602.9	(84)		212357.4	(1)	:	.0	(0)		0
115	1	:	0:	10.6658	11.5001	1.06144:-1.35356	.09230	0	0	0	0	0
11517.7	(1)	:	-14731.0	(84)		214220.2	(1)	:	.0	(0)		0
116	1	:	0:	10.7586	11.6001	1.07067:-1.36533	.09230	0	0	0	0	0
11617.9	(1)	:	-14859.1	(84)		216082.9	(1)	:	.0	(0)		0
117	1	:	0:	10.8513	11.7001	1.07990:-1.37710	.09230	0	0	0	0	0
11718.0	(1)	:	-14987.2	(84)		217945.7	(1)	:	.0	(0)		0
118	1	:	0:	10.9440	11.8001	1.08913:-1.38887	.09230	0	0	0	0	0
11818.2	(1)	:	-15115.3	(84)		219808.5	(1)	:	.0	(0)		0
119	1	:	0:	11.0368	11.9001	1.09836:-1.40064	.09230	0	0	0	0	0
11918.3	(1)	:	-15243.4	(84)		221671.3	(1)	:	.0	(0)		0
120	1	:	0:	11.1295	12.0001	1.10759:-1.41241	.09230	0	0	0	0	0
12018.5	(1)	:	-15371.5	(84)		223534.1	(1)	:	.0	(0)		0
121	1	:	0:	11.2223	12.1001	1.11682:-1.42418	.09230	0	0	0	0	0
12118.6	(1)	:	-15499.6	(84)		225396.9	(1)	:	.0	(0)		0
122	1	:	0:	11.3150	12.2001	1.12605:-1.43595	.09230	0	0	0	0	0
12218.8	(1)	:	-15627.7	(84)		227259.6	(1)	:	.0	(0)		0
123	1	:	0:	11.4078	12.3001	1.13528:-1.44772	.09230	0	0	0	0	0
12319.0	(1)	:	-15755.8	(84)		229122.4	(1)	:	.0	(0)		0
124	1	:	0:	11.5005	12.4001	1.14451:-1.45949	.09230	0	0	0	0	0
12419.1	(1)	:	-15883.9	(84)		230985.2	(1)	:	.0	(0)		0
125	1	:	0:	11.5933	12.5001	1.15374:-1.47126	.09230	0	0	0	0	0
12519.3	(1)	:	-16012.0	(84)		232848.0	(1)	:	.0	(0)		0
126	1	:	0:	11.6860	12.6001	1.16297:-1.48303	.09230	0	0	0	0	0
12619.4	(1)	:	-16140.1	(84)		234710.8	(1)	:	.0	(0)		0
127	1	:	0:	11.7788	12.7001	1.17220:-1.49480	.09230	0	0	0	0	0
12719.6	(1)	:	-16268.2	(84)		236573.6	(1)	:	.0	(0)		0
128	1	:	0:	11.8715	12.8001	1.18143:-1.50657	.09230	0	0	0	0	0
12819.7	(1)	:	-16396.3	(84)		238436.4	(1)	:	.0	(0)		0
129	1	:	0:	11.9643	12.9001	1.19066:-1.51834	.09230	0	0	0	0	0
12919.9	(1)	:	-16524.4	(84)		240299.1	(1)	:	.0	(0)		0
130	1	:	0:	12.0570	13.0001	1.19989:-1.53011	.09230	0	0	0	0	0
13020.0	(1)	:	-16652.5	(84)		242161.9	(1)	:	.0	(0)		0
131	1	:	0:	12.1497	13.1001	1.20912:-1.54188	.09230	0	0	0	0	0

[illegible]

Anexo A3

FOLHA DE CÁLCULO DO ELS

Madeira Maciça

Madeira Maciça Sem Reforço			
E [kPa]	11000000		
b [m]	0.08		
h [m]	0.21		
I [m ⁴]	0.00006174		
EI [kPa.m ⁴]	679.1400		

Madeira Maciça Com Reforço			
E [kPa]	150000000		
b [m]	13.63636364		
h [m]	0.0014		
I [m ⁴]	0.00006174		
EI [kPa.m ⁴]	679.1400		

Laminado- Horizontal			
E [kPa]	150000000		
b [m]	13.63636364		
h [m]	0.0014		
I [m ⁴]	0.00006174		
EI [kPa.m ⁴]	679.1400		

Manta- Vertical			
E [kPa]	200000000		
b [m]	18.18181818		
h [m]	0.00023333		
I [m ⁴]	0.00006174		
EI [kPa.m ⁴]	679.1400		

Manta- Horizontal			
E [kPa]	200000000		
b [m]	18.18181818		
h [m]	0.00023333		
I [m ⁴]	0.00006174		
EI [kPa.m ⁴]	679.1400		

Caso	Inércia da madeira (A) [m ⁴]	Inércia da madeira (B) [m ⁴]	Inércia do FRP no C.G. [m ⁴]	Área do FRP [m ²]	Distância entre o E.N. e o C.G. [m]	Inércia do FRP (B) [m ⁴]	Inércia do FRP (A) [m ⁴]	Inércia homogeneizada [m ⁴]	(EI) Reforço [kPa.m ⁴]	(EI) Reforço / (EI) Madeira	t _f /t _w
NSM-V (T+C) Caso 2	0.00006174	0.00006174	7E-10	0.000084	0.1000	8.407E-07	1.6814E-06	8.46882E-05	931.3500	1.37137	1.1711
NSM-V (T) Caso 3	0.00006174	6.29057E-05	9.33333E-10	0.000112	0.0917	9.42113E-07	1.6814E-06	7.57527E-05	833.2800	1.22696	1.1077
NSM-H (T+C) Caso 2	0.00006174	6.25821E-05	1.2348E-10	0.000084	0.0850	6.07023E-07	1.21405E-06	7.82952E-05	861.2470	1.26814	1.1261
NSM-H (T) Caso 3	0.00006174	6.25821E-05	2.92693E-10	0.000112	0.0779	6.80304E-07	1.21405E-06	7.18590E-05	790.4489	1.16390	1.0788
EBR-V (T+C) Caso 2	0.00006174	6.33866E-05	1.06313E-08	0.000063	0.0825	4.39425E-07	8.7885E-07	7.771909E-05	854.9100	1.25881	1.1220
EBR-V (T) Caso 2	0.00006174	6.33866E-05	2.12625E-08	0.000126	0.0726	6.85378E-07	8.7885E-07	7.584799E-05	834.3279	1.22851	1.1084
EBR-H (T+C) Caso 2	0.00006174	6.44497E-05	3.7044E-12	0.000063	0.1050	6.94579E-07	1.38916E-06	8.69974E-05	956.9715	1.40909	1.1871
EBR-H (T) Caso 2	0.00006174	6.44497E-05	2.96352E-11	0.000126	0.0923	1.07346E-06	1.38916E-06	8.39671E-05	923.6384	1.36001	1.1662

Figura A3.1-Folha de cálculo do Estado Limite de Utilização para a MM

Madeira Lamelada Colada

Madeira Lamelada Colada Sem Reforço			
E [kPa]	12600000		
b [m]	0.115		
h [m]	0.18		

I [m4]	0.00005589		
EI [kPa.m4]	704.21400		

Madeira Lamelada Colada Com Reforço

Laminado- Vertical			
E [kPa]	150000000		
b [m]	11.9047619		
h [m]	0.0014		

Laminado- Horizontal			
E [kPa]	150000000		
b [m]	11.9047619		
h [m]	0.01		

Manta- Vertical			
E [kPa]	200000000		
b [m]	15.87301587		
h [m]	0.000233333		

Manta- Horizontal			
E [kPa]	200000000		
b [m]	15.87301587		
h [m]	0.075		

Caso	Inércia da madeira (A) [m4]	Inércia da madeira (B) [m4]	Inércia do FRP no C.G. [m4]	Área do FRP [m2]	Distância entre o.e.n. e o C.G. [m]	Inércia do FRP (B) [m4]	Inércia do FRP (A) [m4]	Inércia homogeneizada [m4]	(EI) Reforço	(EI) Reforço / (EI) Madeira	f _r /f _w
NSM-V (T+C) Caso 2	0.00005589		7E-10	0.000084	0.0850	6.07600E-07	1.2152E-06	7.03567E-05	886.4940	1.2588	1.1220
NSM-V (T) Caso 3	0.00005589	5.64369E-05	9.33333E-10	0.000112	0.0799	7.15227E-07		6.49515E-05	818.3888	1.1621	1.0780
NSM-H (T+C) Caso 2	0.00005589		1.2348E-10	0.000084	0.0700	4.11723E-07	8.23447E-07	6.56929E-05	827.7310	1.1754	1.0842
NSM-H (T) Caso 3	0.00005589	5.62621E-05	2.92693E-10	0.000112	0.0658	4.84623E-07		6.20315E-05	781.5964	1.1099	1.0535
EBR-V (T+C) Caso 2	0.00005589		1.06313E-08	0.000063	0.0675	2.97675E-07	5.9535E-07	6.534000E-05	823.2840	1.1691	1.0812
EBR-V (T) Caso 2	0.00005589	5.66228E-05	2.12625E-08	0.000126	0.0616	4.98601E-07		6.453714E-05	813.1679	1.1547	1.0746
EBR-H (T+C) Caso 2	0.00005589		3.7044E-12	0.000063	0.0900	5.10304E-07	1.02061E-06	7.20901E-05	908.3355	1.2899	1.1357
EBR-H (T) Caso 2	0.00005589	5.72148E-05	2.96352E-11	0.000126	0.0820	8.47254E-07		7.06633E-05	890.3572	1.2643	1.1244

Figura A3. 2-Folha de cálculo do Estado Limite de Utilização para a MLC

