

# **A avaliação entre pares como veículo de promoção da comunicação matemática escrita: Um estudo com alunos do 7.º ano de escolaridade**

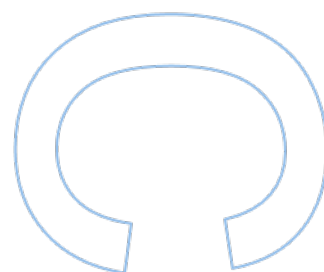
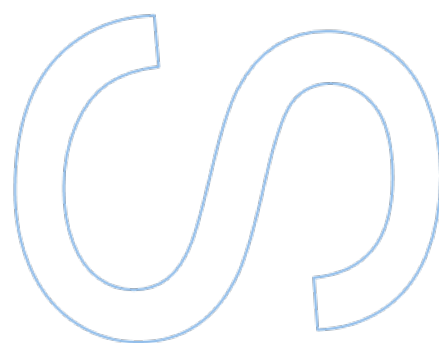
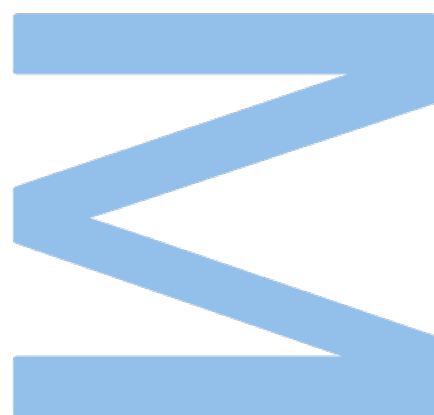
**Mafalda Lima França**

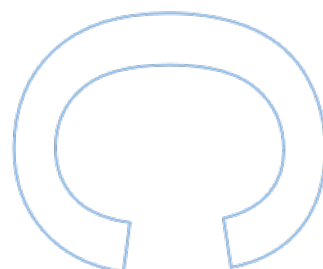
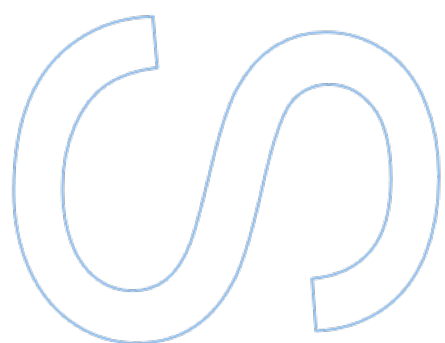
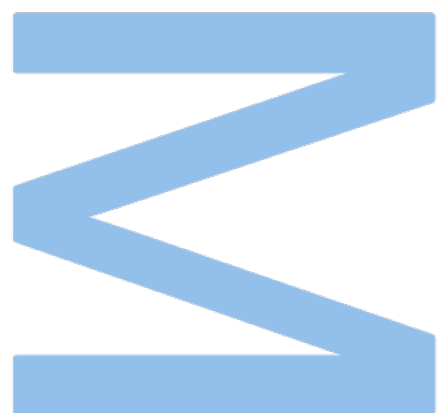
Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Unidade de Ensino das Ciências  
2023

**Orientadora**

Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira,  
Professora Auxiliar, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto







# Declaração de Honra

Eu, Mafalda Lima França, inscrita no Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto declaro, nos termos do disposto na alínea a) do artigo 14.º do Código Ético de Conduta Académica da U. Porto, que o conteúdo do presente relatório de estágio reflete as perspetivas, o trabalho de investigação e as minhas interpretações no momento da sua entrega.

Ao entregar este relatório de estágio, declaro, ainda, que a mesma é resultado do meu próprio trabalho de investigação e contém contributos que não foram utilizados previamente noutros trabalhos apresentados a esta ou outra instituição.

Mais declaro que todas as referências a outros autores respeitam escrupulosamente as regras da atribuição, encontrando-se devidamente citadas no corpo do texto e identificadas na secção de referências bibliográficas. Não são divulgados no presente relatório de estágio quaisquer conteúdos cuja reprodução esteja vedada por direitos de autor.

Tenho consciência de que a prática de plágio e auto-plágio constitui um ilícito académico.

Mafalda França

Porto, 26 de junho de 2023

## Agradecimentos

Gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram para a realização deste relatório de estágio. O meu percurso não teria sido possível sem o apoio e a generosidade de cada um.

Em primeiro lugar, quero agradecer à Professora Rosa Antónia. A sua orientação, sabedoria e paciência foram fundamentais para o sucesso deste trabalho. Sempre disponível para esclarecer as minhas dúvidas, que foram muitas, a Professora Rosa Antónia desempenhou um papel crucial no meu percurso académico. Agradeço-lhe pela sua dedicação constante.

Um agradecimento especial também é feito à professora cooperante, que desempenhou um papel fundamental no meu crescimento e desenvolvimento como futura professora e sempre partilhou o seu conhecimento e a sua experiência.

Aos alunos que participaram neste trabalho, quero expressar a minha gratidão. A sua participação e o seu envolvimento foram cruciais para a obtenção de dados relevantes e para o enriquecimento deste estudo. Foi um privilégio contar com o seu interesse e colaboração ao longo deste percurso académico.

Não posso deixar de agradecer aos meus pais, Marta e Júlio, pelo seu amor e apoio e por toda a dedicação ao longo dos anos. Agradeço-lhes por disponibilizarem os seus fins de semana para lerem os diferentes capítulos do meu relatório e sugerirem alterações construtivas. Mas acima de tudo, agradeço-lhes por todo o suporte emocional e por ouvirem as minhas histórias de frustração e de felicidade durante este ano letivo.

## Resumo

Dois aspetos destacados nas novas orientações curriculares para o ensino da matemática são o desenvolvimento de capacidades matemáticas transversais e a importância da avaliação formativa. Entre essas capacidades transversais, destaco a comunicação matemática escrita e a resolução de problemas. A avaliação entre pares é uma forma de concretizar uma avaliação de carácter formativo, contribuindo para que os alunos aprendam com a ajuda dos colegas e, simultaneamente, ao avaliarem os pares, reflitam sobre as suas próprias produções. Esta prática destaca-se como uma estratégia pedagógica poderosa que pode estimular o desenvolvimento da comunicação matemática escrita.

Com base numa intervenção pedagógica, numa turma de 7.º ano de escolaridade, assente na resolução de três problemas realizados em duas fases e em contexto de avaliação entre pares, desenvolvi uma investigação com vista a compreender o papel da avaliação entre pares no desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos. Numa abordagem qualitativa e interpretativa, os dados incluíram as produções escritas dos alunos (resoluções dos problemas e *feedbacks* fornecidos às primeiras fases das resoluções dos colegas), as respostas a um questionário no final da intervenção e entrevistas a alguns alunos.

Os resultados revelaram um grande potencial da prática desenvolvida no que diz respeito à melhoria da comunicação matemática escrita dos estudantes. Inicialmente, os alunos sentiram muitas dificuldades em explicar os seus processos de resolução e em expressar-se de forma clara. Ao longo da intervenção pedagógica, melhoraram significativamente a sua comunicação matemática escrita, nomeadamente ao nível da completude, organização e clareza do discurso. Além disso, perceberam que, ao darem *feedback* aos colegas, é essencial apontar pistas, sem incluir a correção dos erros detetados, para que, a partir delas, eles saibam como prosseguir e melhorar o seu trabalho. Os alunos reconheceram que as atividades desenvolvidas lhes permitiram progredir na capacidade de comunicação matemática escrita, sobretudo no que toca à expressão organizada do pensamento de modo a que seja compreensível aos outros. Além disso, permitiu que os alunos desenvolvessem outras capacidades, transversais gerais, nomeadamente, o pensamento crítico e a colaboração. Os resultados deste estudo sustentam a importância de a prática de avaliação entre pares, incidindo na resolução de problemas em duas fases, ser realizada de modo regular em sala de aula.

Palavras-chave: avaliação entre pares, comunicação matemática escrita, resolução de problemas, *feedback* escrito.

## Abstract

The development of transversal mathematical abilities and the importance of formative assessment are two aspects highlighted in the new curriculum guidelines for teaching mathematics. Among these transversal skills, I highlight written mathematical communication and problem-solving. Peer assessment is a way to implement formative assessment, contributing to students' learning with the help of their peers and simultaneously reflecting on their work as they evaluate their peers' productions. This practice is a powerful pedagogical strategy that may promote the development of written mathematical communication skills.

This study was based on a pedagogical intervention in a 7th-grade classroom, focused on solving three problems in two phases and the context of peer assessment. My research goal was to understand the role of peer assessment in developing students' written mathematical communication skills. Using a qualitative and interpretative approach, the data included students' written work (problem resolutions and feedback provided to their peers' initial phase resolutions), responses to a questionnaire at the end of the intervention, and interviews with some students.

The results revealed great potential in this practice for improving students' written mathematical communication abilities. Initially, the students faced many difficulties explaining their problem-solving processes and expressing themselves clearly. Throughout the pedagogical intervention, they significantly improved their written mathematical communication skills, particularly in terms of completeness, organization, and clarity of discourse. Furthermore, they realized that, when giving feedback to their peers, it is essential to provide their colleagues with hints without correcting the identified errors so they can use those hints to proceed and improve their work. The students acknowledged that the activities undertaken within the pedagogical intervention allowed them to progress in their ability to communicate mathematical ideas in writing, particularly regarding the organized expression of their thoughts in a way understandable to others. Additionally, it enabled students to develop other skills, such as critical thinking and collaboration. The results of this study support the relevance of regular peer assessment practices, focused on solving problems in two phases in the classroom context.

**Keywords:** peer assessment, written mathematical communication, problem-solving, written *feedback*.

# Índice

|                                                                                                                                       |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Lista de Figuras .....                                                                                                                | viii |
| Lista de Abreviaturas .....                                                                                                           | xi   |
| 1. Introdução .....                                                                                                                   | 1    |
| 2. Enquadramento teórico .....                                                                                                        | 6    |
| 2.1. Resolução de problemas .....                                                                                                     | 6    |
| 2.2. Comunicação matemática.....                                                                                                      | 8    |
| 2.3. Avaliação formativa .....                                                                                                        | 10   |
| 2.3.1 Avaliação entre pares.....                                                                                                      | 13   |
| 3. Intervenção pedagógica .....                                                                                                       | 16   |
| 3.1. Caracterização do contexto escolar.....                                                                                          | 16   |
| 3.2. Descrição da intervenção pedagógica .....                                                                                        | 18   |
| 3.3. Organização da intervenção pedagógica ao longo do tempo.....                                                                     | 25   |
| 4. Métodos e procedimentos de recolha de dados .....                                                                                  | 36   |
| 5. Análise de resultados .....                                                                                                        | 41   |
| 5.1. Principais dificuldades na comunicação matemática escrita antes da intervenção pedagógica.....                                   | 41   |
| 5.2. Primeiro problema da intervenção pedagógica.....                                                                                 | 46   |
| 5.3. Segundo problema da intervenção pedagógica.....                                                                                  | 62   |
| 5.4. Terceiro problema da intervenção pedagógica.....                                                                                 | 80   |
| 5.5. Opiniões dos alunos acerca da experiência de avaliação entre pares .....                                                         | 98   |
| 6. Conclusões e recomendações .....                                                                                                   | 104  |
| 6.1. Síntese do estudo realizado.....                                                                                                 | 104  |
| 6.2. Principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento ao resolver problemas .....                          | 105  |
| 6.3. Envolvimento dos alunos no processo de avaliação entre pares .....                                                               | 105  |
| 6.4. Evolução da capacidade de comunicação escrita dos alunos e influência das práticas de avaliação entre pares nessa evolução ..... | 109  |

|                                                                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.5. Implicações e recomendações.....                                                                                                   | 110 |
| Referências Bibliográficas .....                                                                                                        | 114 |
| Apêndices.....                                                                                                                          | 119 |
| Apêndice 1 – Documentos de apoio à atividade de fornecer <i>feedback</i> .....                                                          | 119 |
| Apêndice 2 – Exemplos de <i>feedback</i> fornecidos às resoluções de alguns alunos relativamente ao problema “Férias no Parque 1” ..... | 120 |
| Apêndice 3 – Segunda fase dos alunos que resolveram o primeiro problema de forma clara, correta e completa .....                        | 122 |
| Apêndice 4 – Segunda fase dos alunos que resolveram o segundo problema de forma clara, correta e completa .....                         | 123 |
| Apêndice 5 – Segunda fase dos alunos que resolveram o terceiro problema de forma clara, correta e completa .....                        | 124 |
| Apêndice 6 – Questionário aplicado .....                                                                                                | 125 |
| Apêndice 7 – Guiões das entrevistas realizadas após cada um dos três momentos da intervenção pedagógica.....                            | 128 |
| Apêndice 8 – Guiões das entrevistas realizadas no final de toda a intervenção pedagógica .....                                          | 131 |
| Apêndice 9 – Email de consentimento informado.....                                                                                      | 133 |

# Lista de Figuras

|                                                                                                                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Enunciado da tarefa, que os alunos das turmas de 7.º ano resolveram, em finais de novembro de 2022 .....                                                             | 3  |
| Figura 2 - Resolução do grupo B, apresentada no quadro pelo grupo A.....                                                                                                        | 3  |
| Figura 3 - Enunciado do problema proposto aos alunos “Comprar automóvel” (em cima) e do problema “Carros” (em baixo) .....                                                      | 19 |
| Figura 4 - Enunciado do problema proposto aos alunos “Férias no Parque 2” (em cima) e do problema “Campismo” (em baixo).....                                                    | 21 |
| Figura 5 - Enunciado do problema proposto aos alunos “Eleição para o delegado de turma” (em cima) e do problema “Eleição para o delegado de turma (3.º ciclo)” (em baixo) ..... | 23 |
| Figura 6 - Exemplo de cabeçalho recebido pelos alunos.....                                                                                                                      | 23 |
| Figura 7 - Documento “Etapas de resolução de um problema”.....                                                                                                                  | 24 |
| Figura 8 - Propostas de resolução do problema “Comprar Automóvel”, feitas por mim, em que a comunicação matemática escrita é valorizada.....                                    | 27 |
| Figura 9 - Proposta de resolução do problema “Férias no Parque 2”, feita por mim, em que a comunicação matemática escrita é valorizada.....                                     | 29 |
| Figura 10 - Proposta de resolução do problema “Eleição para o delegado de turma”, em que a comunicação matemática escrita é valorizada.....                                     | 32 |
| Figura 11 - Esquema acerca da organização dos diferentes momentos da intervenção pedagógica .....                                                                               | 34 |
| Figura 12 - Enunciado do problema “Férias no Parque 1” .....                                                                                                                    | 42 |
| Figura 13 - Exemplo de um excerto de resolução com erro de percentagem.....                                                                                                     | 42 |
| Figura 14 - Exemplo de um excerto de resolução com erro de percentagem e de falhas de notação matemática .....                                                                  | 43 |
| Figura 15 - Exemplo de resolução que revela ausência de dados.....                                                                                                              | 44 |
| Figura 16 - Exemplo de uma resolução desorganizada .....                                                                                                                        | 45 |
| Figura 17 - Exemplo de resolução que mostra ausência de explicação .....                                                                                                        | 45 |
| Figura 18 - Enunciado do problema “Comprar automóvel” .....                                                                                                                     | 47 |
| Figura 19 - Primeira fase do problema “Comprar automóvel” da Ana.....                                                                                                           | 48 |
| Figura 20 - Comentários realizados à primeira fase do problema “Comprar automóvel” da Ana .....                                                                                 | 50 |
| Figura 21 - Comentários realizados pela Ana, num trabalho em díades, ao problema “Comprar automóvel”.....                                                                       | 52 |
| Figura 22 - Segunda fase do problema “Comprar automóvel” da Ana.....                                                                                                            | 53 |



|                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 23 - Primeira fase do problema “Comprar automóvel” da Joana .....                                         | 54 |
| Figura 24 - Comentários realizados à primeira fase da resolução do problema “Comprar automóvel” da Joana .....   | 55 |
| Figura 25 - Comentários realizados pela Joana, num trabalho em díades, ao problema “Comprar automóvel” .....     | 56 |
| Figura 26 - Segunda fase do problema “Comprar automóvel” da Joana .....                                          | 57 |
| Figura 27 - Primeira fase do problema “Comprar automóvel” do Martim .....                                        | 59 |
| Figura 28 - Comentários realizados à primeira fase do problema “Comprar automóvel” do Martim.....                | 60 |
| Figura 29 - Comentários realizados pelo Martim, num trabalho em díades, ao problema “Comprar automóvel” .....    | 61 |
| Figura 30 - Segunda fase do problema “Comprar automóvel” do Martim .....                                         | 62 |
| Figura 31 - Enunciado do problema “Férias no Parque 2” .....                                                     | 63 |
| Figura 32 - Primeira fase do problema “Férias no Parque 2” da Matilde .....                                      | 64 |
| Figura 33 - Primeira fase do problema “Férias no Parque 2” do Miguel .....                                       | 65 |
| Figura 34 - Primeira fase do problema “Férias no Parque 2” do Tomás .....                                        | 66 |
| Figura 35 - Comentários realizados pela Matilde e pelo Miguel à primeira fase do Tomás .....                     | 68 |
| Figura 36 - Primeira fase do problema “Férias no Parque 2” da Joana .....                                        | 69 |
| Figura 37 - Comentários realizados pela Matilde e pelo Miguel à primeira fase da Joana .....                     | 70 |
| Figura 38 - Comentários realizados à primeira fase do problema “Férias no Parque 2” da Matilde .....             | 71 |
| Figura 39 - Enunciado da nova proposta do problema .....                                                         | 71 |
| Figura 40 - Segunda fase do problema “Férias no Parque 2” da Matilde (nova proposta) .....                       | 72 |
| Figura 41 - Comentários realizados à primeira fase da resolução do problema “Férias no Parque 2” do Miguel ..... | 73 |
| Figura 42 - Segunda fase do problema “Férias no Parque 2” do Miguel .....                                        | 74 |
| Figura 43 - Primeira fase do problema “Férias no Parque 2” do João .....                                         | 76 |
| Figura 44 - Comentários realizados à primeira fase da resolução do problema “Férias no Parque 2” do João .....   | 77 |
| Figura 45 - Comentários realizados pelo João, num trabalho em díades, à primeira fase de um colega .....         | 78 |
| Figura 46 - Comentários realizados pelo João, num trabalho em díades, à primeira fase de outro colega.....       | 79 |

|                                                                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 47 - Enunciado do problema “Eleição para o delegado de turma” .....                                                     | 81 |
| Figura 48 - Primeira fase do problema “Eleição para o delegado de turma” do Martim e do Rodrigo .....                          | 83 |
| Figura 49 - Primeiro <i>feedback</i> realizado à resolução do Martim e do Rodrigo .....                                        | 84 |
| Figura 50 - Segundo <i>feedback</i> realizado à resolução do Martim e do Rodrigo .....                                         | 85 |
| Figura 51 - Primeiro <i>feedback</i> realizado pelo Martim e pelo Rodrigo ao problema “Eleição para o delegado de turma” ..... | 86 |
| Figura 52 - Segundo <i>feedback</i> realizado pelo Martim e pelo Rodrigo ao problema “Eleição para o delegado de turma” .....  | 87 |
| Figura 53 - Primeira fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Madalena e da Rita .....                           | 89 |
| Figura 54 - Primeiro <i>feedback</i> realizado à resolução da Madalena e da Rita .....                                         | 90 |
| Figura 55 - Segundo <i>feedback</i> realizado à resolução da Madalena e da Rita .....                                          | 91 |
| Figura 56 - Primeiro <i>feedback</i> realizado pela Madalena e pela Rita ao problema “Eleição para o delegado de turma” .....  | 92 |
| Figura 57 - Segundo <i>feedback</i> realizado pela Madalena e pela Rita ao problema “Eleição para o delegado de turma” .....   | 93 |
| Figura 58 - Segunda fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Madalena e da Rita .....                            | 94 |
| Figura 59 - Primeira fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Maria e do Tomás .....                             | 95 |
| Figura 60 - Segundo <i>feedback</i> realizado à resolução da Maria e do Tomás .....                                            | 96 |
| Figura 61 - Primeiro <i>feedback</i> realizado pela Maria e pelo Tomás ao problema “Eleição para o delegado de turma” .....    | 97 |
| Figura 62 - Segundo <i>feedback</i> realizado pela Maria e pelo Tomás ao problema “Eleição para o delegado de turma” .....     | 97 |
| Figura 63 - Segunda fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Maria e do Tomás .....                              | 98 |

## Lista de Abreviaturas

|       |                                                              |
|-------|--------------------------------------------------------------|
| APM   | ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA                      |
| DGE   | DIREÇÃO-GERAL DA EDUCAÇÃO                                    |
| DGIDC | DIREÇÃO-GERAL DE INOVAÇÃO E DE<br>DESENVOLVIMENTO CURRICULAR |
| GAVE  | GABINETE DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL                            |
| NCTM  | NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS                  |
| PASEO | PERFIL DOS ALUNOS À SAÍDA DA ESCOLARIDADE<br>OBRIGATÓRIA     |
| PES   | PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA                             |

# 1. Introdução

*A Matemática não é um desporto para espectadores: não podemos apreciá-la, nem aprendê-la sem uma participação ativa.*  
(Pólya, 2014, p. 46)

Esta ideia defendida por Pólya (2014) é, na minha opinião, bastante importante para a minha prática docente, pois considero que só é possível os alunos aprenderem Matemática caso participem ativamente na sua própria aprendizagem, envolvendo-se nas tarefas propostas, em particular em tarefas com alguma exigência cognitiva (Stein & Smith, 2009), e em práticas de avaliação, como por exemplo a avaliação entre pares (Ayalon & Wilkie, 2021). Se o papel dos alunos for apenas ouvir o professor, não terão reais oportunidades para aprender. As atividades de resolução de problemas e de avaliação entre pares permitem desenvolver não só conhecimentos, associados aos tópicos envolvidos, como capacidades transversais, tanto matemáticas como gerais, de acordo com as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021). Uma dessas capacidades matemáticas transversais é a comunicação matemática, à qual dou especial atenção neste trabalho.

Já no *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 (Ponte et al., 2007) a capacidade de comunicação matemática era fortemente enfatizada, em ligação estreita com a resolução de problemas e o raciocínio matemático. Segundo as mais recentes orientações nacionais para o ensino da matemática escolar, ao nível do ensino básico, os alunos devem “desenvolver a capacidade de comunicar matematicamente, de modo a partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração” (Canavarro et al., 2021, p. 3). Mesmo relativamente ao ensino secundário, o desenvolvimento da comunicação matemática tem uma ênfase particular, e está presente “quando os alunos interpretam gráficos, esquemas, diagramas ou dados, justificam afirmações, utilizam diferentes representações, escrevem e criticam explicações e argumentos matemáticos, com simbologia adequada e produzindo encadeamentos lógicos” (Silva et al., 2022, p. 8).

Segundo Ponte (2005), um aluno está perante um problema quando não dispõe de um método para o resolver. Assim, os problemas são um tipo de tarefa com um nível

elevado de exigência cognitiva (Stein & Smith, 2009) que possibilitam o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática, a par da capacidade de resolução de problemas. Segundo o NCTM (2007, p. 318), “deverá esperar-se que cada aluno apresente e explique a estratégia que utilizou na resolução de um problema e que, simultaneamente, analise, compare e diferencie o significado, a eficácia e a elegância de uma diversidade de estratégias”. Ao resolver problemas, o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática é ativado pelos registos que devem ser feitos e pela explicitação dos processos seguidos, visíveis pelas representações usadas pelos alunos (Jacinto et al., 2018; Santos & Semana, 2015). Embora a vertente oral da comunicação possa ser trabalhada no seio da atividade de resolução de problemas, neste trabalho, dou atenção à vertente escrita, como explico um pouco mais à frente.

A avaliação “é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular (...) Uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma muito expressiva para as aprendizagens dos alunos, pelo que é imperioso o seu desenvolvimento na aula de Matemática” (Canavarro et al., 2021, p. 7). Não descurando o seu propósito sumativo, as novas orientações curriculares para o ensino da matemática, ao nível da escolaridade básica, enfatizam o papel da avaliação formativa no apoio às aprendizagens dos alunos. O seu principal objetivo é, assim, melhorar e regular as aprendizagens (Fernandes, 2006; Santos, 2019). Este processo de avaliação deve contar com o envolvimento ativo dos alunos, em particular, em atividades de avaliação entre pares (Fernandes, 2022). Por sua vez, neste processo, o feedback desempenha um papel fundamental.

Ao avaliarem a resolução de um problema realizada por um colega, os alunos têm uma oportunidade para desenvolver competências ao nível da comunicação, tal como o *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória* (PASEO) (Martins et al., 2017) promove. Assim, a capacidade de comunicar matematicamente pode ser desenvolvida em paralelo com a avaliação da resolução de problemas realizados pelos alunos (Brunheira, 2020).

Em finais de novembro de 2022, os alunos das minhas turmas de 7.º ano resolveram uma tarefa (Figura 1) em pequenos grupos. A tarefa pedia para calcularem  $3 - \frac{1}{5} - 3 + \frac{1}{2} - 0,1$  e para referirem a que propriedades da adição de números racionais tinham recorrido, se fosse esse o caso. Na aula seguinte, cada grupo recebeu uma resolução de outro grupo distribuída por mim, pela minha colega de estágio ou pela minha orientadora cooperante. Após terem tido tempo de analisar a resolução que lhes tinha sido entregue, cada grupo foi ao quadro apresentar à turma a resolução de outro grupo.

1. Quanto é  $3 - \frac{1}{5} - 3 + \frac{1}{2} - 0,1$ ? Apresenta todos os cálculos que efetuaste com o teu grupo para chegar à resposta.
- Recorreram a alguma **propriedade da adição de números racionais** na vossa resolução? Se sim, qual/quais?

Figura 1 - Enunciado da tarefa, que os alunos das turmas de 7.º ano resolveram, em finais de novembro de 2022

A figura 2 mostra os registos escritos da resolução do grupo B. O grupo A apresentou no quadro a resolução do grupo B.

$$\begin{aligned}
 & 3 - \frac{1}{5} - 3 + \frac{1}{2} - 0,1 = \\
 & = 3 + \left(-\frac{1}{5}\right) - 3 + \frac{1}{2} + (-0,1) \\
 & = \frac{30}{10} + \left(-\frac{2}{10}\right) + \left(-\frac{30}{10}\right) - \frac{5}{10} + \left(-\frac{1}{10}\right) \\
 & = -\left(\frac{2}{10}\right) + \frac{5}{10} + \left(-\frac{1}{10}\right) \\
 & = -\frac{2}{10} + \frac{5}{10} = +\left(\frac{5}{10} - \frac{3}{10}\right) = \frac{2}{10}
 \end{aligned}$$

Figura 2 - Resolução do grupo B, apresentada no quadro pelo grupo A

Tal como outros grupos, o grupo A sentiu alguma dificuldade em entender o que os colegas queriam transmitir pois, na sua resolução, o grupo B apresentava os cálculos sem qualquer explicação. Além disso, o grupo B não referiu nenhuma propriedade da adição de números racionais que tivesse utilizado, na sua resolução. O grupo A não percebeu como é que os colegas obtiveram os números 30 e 10 da fração  $\frac{30}{10}$ , por exemplo, referindo para toda a turma: “não sabemos onde foram buscar o 30”. Além disso, durante as apresentações dos diferentes grupos, os alunos foram mencionando situações como “vamos explicar como é que provavelmente o grupo chegou a este resultado” ou “a resolução tem um erro, mas como não indicaram todos os passos não sabemos onde erraram”.

Considero que foi importante para os alunos passarem por esta situação, muito semelhante à que nós, professores, nos deparamos quando corrigimos ou apreciamos os trabalhos dos alunos. Muitas vezes, temos de *ler nas entrelinhas*, pois o que eles efetivamente escrevem não traduz de forma clara nem explícita o pensamento seguido na resolução das tarefas. Na maioria das resoluções que apresentavam, os alunos não demonstravam um pensamento organizado, apresentando os cálculos sem explicação. Além disso, não se sabia de onde vinham certas afirmações e, por isso, os textos que produziam nas explicações das suas respostas eram, muitas vezes, pobres e de pouca qualidade.

Assim, decorrente dessa preocupação gerada pela observação das produções escritas dos meus alunos de 7.º ano, no âmbito da minha Prática de Ensino Supervisionada (PES), inserida no Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, resolvi desenvolver uma intervenção pedagógica, baseada na resolução de problemas, de modo a promover o desenvolvimento da comunicação matemática escrita, com recurso à avaliação entre pares. O estudo foi guiado pelas seguintes questões de investigação:

1. Quais as principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento ao resolver problemas?
2. Como é que os alunos se envolvem no processo de avaliação entre pares?
  - 2.1. Como é que se caracteriza o *feedback* escrito que os alunos são capazes de fazer?
  - 2.2. Como é que os alunos compreendem o *feedback* escrito recebido e o integram na melhoria das suas produções? Que desafios enfrentam?
  - 2.3. Quais são as perspetivas dos alunos sobre dar/receber *feedback* escrito uns aos/dos outros?
3. Que evolução sofreu a capacidade de comunicação escrita dos alunos no decurso da intervenção pedagógica e qual a influência das práticas de avaliação entre pares nessa evolução?

Assim, este estudo mostra ser importante para uma melhor compreensão de processos de promoção de competências relacionadas com a comunicação matemática escrita (Serrazina, 2018) em simultâneo com práticas de avaliação formativa (Fernandes, 2006).

Este relatório de estágio está organizado em seis capítulos. Neste primeiro capítulo, são explicitados os objetivos e as questões de investigação e é apresentada a relevância do

estudo. Além disso, é feita uma apresentação global do relatório de estágio, fazendo uma descrição da sua estrutura.

No segundo capítulo, Enquadramento teórico, são apresentados aspetos de natureza teórica relacionados com três temas essenciais do meu trabalho: a resolução de problemas, a comunicação matemática escrita e a avaliação formativa, enfatizando a avaliação entre pares. Integra também as orientações curriculares associadas ao tema do estudo e à literatura de referência na área de investigação em educação matemática.

No terceiro capítulo, Intervenção pedagógica, é feita uma caracterização do contexto escolar em que se desenvolveu a intervenção pedagógica e é apresentada uma descrição da mesma e a sua organização ao longo do tempo. São descritas as diferentes tarefas em que se baseou a intervenção, os recursos utilizados, a organização do trabalho dos alunos e as formas usadas para recolha de evidências das aprendizagens dos alunos.

No quarto capítulo, Métodos e procedimentos de recolha de dados, são apresentadas e justificadas as principais opções metodológicas que decidi tomar, assim como, os métodos e procedimentos de recolha de dados. É também feita uma descrição do processo de análise dos mesmos. Além disso, explico como foram acauteladas as questões de natureza ética relevantes para o estudo.

O quinto capítulo, Análise de resultados, consiste na apresentação dos resultados com base nos dados empíricos recolhidos e na respetiva análise, à luz do quadro teórico. Tive em conta a problemática e as questões de investigação estabelecidas, fundamentando as interpretações feitas na literatura revista e recorrendo a evidências que julgo adequadas para ilustrar as interpretações dos dados que faço.

No sexto capítulo, Conclusões e recomendações, começo por sintetizar o estudo realizado e, de seguida, apresento as principais conclusões, orientadas pelas questões de investigação e discutidas em relação à literatura revista. Por fim, apresento uma reflexão, contemplando essencialmente as implicações deste trabalho para o meu desenvolvimento profissional, mas também perspetivando investigações futuras decorrentes deste estudo, indicando limitações do mesmo.

Finalizo com as referências utilizadas na escrita deste relatório e com um conjunto de apêndices que entendo serem importantes para uma melhor compreensão do estudo aqui relatado, tais como, guiões de entrevistas, questionário aplicado, etc.



## 2. Enquadramento teórico

Neste capítulo, são apresentados aspetos de natureza teórica relacionados com três temas associados à problemática da investigação: (i) resolução de problemas; (ii) comunicação matemática; e (iii) avaliação formativa. De modo particular, dá-se atenção à avaliação entre pares através do *feedback* escrito como um veículo promotor da capacidade de comunicação matemática escrita, em estreita relação com a capacidade de resolução de problemas.

### 2.1. Resolução de problemas

A resolução de problemas tem vindo a desempenhar um papel importante no ensino da matemática desde há muitos anos, em diversos países (Brunheira, 2020; Ponte, 2005). Desde 1980, que o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) coloca a resolução de problemas no centro da atividade matemática dos alunos (NCTM, 2007). Sucessivos documentos curriculares que influenciaram as orientações para o ensino da matemática em Portugal têm enfatizado a atividade de resolução de problemas como essencial para uma aprendizagem da matemática com significado (APM, 1988; Canavarro et al., 2021; Ponte et al., 2007).

Porém, o que é um problema matemático? Segundo Pólya (2014), um problema matemático é uma situação em que as etapas iniciais e finais são conhecidas; no entanto, o caminho para se alcançar o objetivo não é obtido com a aplicação de uma regra conhecida. Moreira (2008) concorda com essa perspetiva afirmando que, resolver um problema matemático é “o que se tem de fazer quando não se sabe o que se tem de fazer” (p. 11), ou seja, não se conhece um método para chegar à solução. Do ponto de vista de Santos (2003), um problema é uma situação com algum grau de complexidade; porém, com algum esforço, o aluno consegue resolvê-lo. Ponte (2005) partilha da mesma opinião; no entanto, salienta que, caso o problema apresente um grau de dificuldade demasiado elevado, pode fazer com que o aluno desista rapidamente de o resolver.

Existe concordância com estas ideias nas recomendações do PASEO (Martins et al., 2017) e das *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021) relativamente a “encontrar respostas para uma nova situação, mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões” (Martins et al., 2017, p. 23). Estes objetivos podem ser alcançados através da resolução de problemas.

Resolver um problema traz inúmeras vantagens para a aprendizagem. Por exemplo, proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação, estimula o pensamento e a explicação, permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos, entre a Matemática e outras áreas curriculares e apresenta a Matemática como uma disciplina útil no quotidiano (Abrantes, 1988; Canavarro et al., 2021; Pólya, 2014; Vale et al., 2015).

Não existe um método para resolver ou para ensinar a resolver problemas. No entanto, é possível ajudar os alunos a serem cada vez melhores a resolver problemas. Assim, é útil ensinar uma forma sistemática e organizada para os resolver, por exemplo, o modelo de Pólya (1975). Este modelo é constituído por quatro etapas: (i) compreender a situação do problema; (ii) estabelecer um plano para resolver o problema; (iii) executar o plano; e (iv) verificar a solução obtida no contexto do problema. Na primeira etapa, o aluno deve interpretar o problema, ou seja, identificar e escrever os dados pertinentes, a informação relevante que é dada, o que é pedido e a pergunta que é feita. Tal como Pólya (2014) sugere, para ter sucesso nesta primeira fase, o aluno pode colocar as seguintes perguntas a si mesmo: “O que é que eu tenho?” e “O que é que eu quero?” (p. 49). Na segunda etapa, o aluno deve selecionar uma estratégia para resolver o problema, como, por exemplo, recorrer a um esquema ou a um problema semelhante anteriormente resolvido. Para progredir com sucesso nesta etapa, Pólya (2014) aconselha o aluno a colocar as seguintes questões a si mesmo: Como posso conseguir o que quero? e Onde posso conseguir o que quero?. A terceira etapa convida o aluno a executar a estratégia delineada, ou seja, a desenvolver o que foi planeado. Por fim, na quarta etapa, o aluno deve verificar o resultado obtido, ou seja, confirmar se a solução encontrada faz sentido no contexto da situação problemática. A verificação é muito importante, pois, muitas vezes, os alunos dão respostas sem sentido e descontextualizadas da situação em que é formulado o problema.

Resolver um problema matemático é muito mais do que encontrar o tal caminho para chegar à etapa final, pois é essencial comunicar de forma correta, completa e clara e explicar a razão de se utilizar um dado processo. Os alunos, ao tentarem exprimir informações relacionadas com o problema, quer seja através de texto ou de esquemas, mesmo que essa informação não seja essencial para obter a solução, realizam uma atividade fundamental para estabelecer e executar um plano a fim de alcançar a solução (Jacinto et al., 2018). Esta atividade, para estas autoras, designa-se por *resolver-e-exprimir problemas* e estabelece relações entre as capacidades transversais de resolução de problemas e de comunicação matemática, contribuindo para a

compreensão dos conceitos abordados e dos processos utilizados (Jacinto et al., 2018). Desta forma, a resolução de um problema matemático e a comunicação do pensamento do aluno ao longo de todo o processo são características relacionadas com toda a atividade da resolução de problemas (Jacinto et al., 2018; Santos & Semana, 2015).

## 2.2. Comunicação matemática

A comunicação matemática está presente em diversos documentos curriculares, desde há muito tempo, como sendo uma capacidade transversal à aprendizagem (APM, 1988; Canavarro et al., 2021; Ponte et al., 2007). A comunicação em sala de aula ocorre através da linguagem oral e da linguagem escrita (Guerreiro & Martins, 2018; Guerreiro & Menezes, 2010; Serrazina, 2018). Para Guerreiro e Menezes (2010), comunicar matematicamente é negociar os significados matemáticos, através da partilha do conhecimento entre os alunos e entre os alunos e o professor. Assim, olhando para a capacidade de comunicar matematicamente com interação, ela contribui para o desenvolvimento de competências mais gerais como a reflexão, o pensamento crítico ou o relacionamento interpessoal, presentes no PASEO (Martins et al., 2017).

Mas, neste trabalho, dou atenção à capacidade de comunicação matemática de acordo com a aceção de Ponte e colaboradores (2007, p. 8): “o aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos”. De modo a que os professores consigam compreender como os alunos pensam, é importante que os mesmos consigam explicar as suas ideias e afirmações e, para tal, é necessário comunicar de forma eficaz e eficiente. Desta forma, é necessário proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem que lhes possibilitem desenvolver a sua capacidade de comunicação. Essas experiências podem ser concretizadas enfatizando a produção de registos escritos relativos à resolução de uma tarefa, em particular, à resolução de problemas (Serrazina, 2018). Segundo as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021, p. 15) “devem ser criadas oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita” dos alunos.

A comunicação matemática escrita é bastante importante na aprendizagem matemática. Comungo da perspetiva de Serrazina (2018) que entende a comunicação matemática escrita como “a realização de registos escritos relativos à realização de uma dada tarefa ou à elaboração de pequenos textos sobre determinados assuntos matemáticos” (p. 13). Segundo o NCTM (2007) os registos escritos são uma “forma de ajudar os alunos a

consolidar o seu pensamento, uma vez que os obriga a refletir sobre o seu trabalho e a clarificar as suas ideias” (p. 67). Desta forma, se o aluno consegue explicar as suas ideias de forma clara, correta e completa, então é porque compreende essas ideias, evidenciando que adquiriu conhecimento (Penya et al., 2014).

As representações matemáticas apoiam os processos de raciocínio e comunicação dos alunos, ajudando-os a organizar a sua forma de pensar e a exteriorizar o seu pensamento, tornando-o acessível a terceiros (Amado, 2022; Barbosa & Vale, 2022). Segundo o NCTM (2007), as representações têm um papel fundamental na compreensão matemática dos alunos, relativamente a conceitos, a procedimentos e às relações entre eles. A interpretação de gráficos, de esquemas ou de diagramas, tal como, a explicação de afirmações faz com que os alunos interpretem as representações usadas e entendam o seu possível significado (Amado, 2022; Barbosa & Vale, 2022). Segundo as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021, p. 3), os alunos devem “desenvolver a capacidade de usar representações múltiplas, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática”.

Existem várias formas para representar ideias matemáticas: as representações ativas, as representações icónicas e as representações simbólicas (Boavida et al., 2008; Ponte et al., 2022). As representações ativas estão associadas à ação. A manipulação direta e adequada de objetos, tal como, as simulações de situações contribuem para a construção de conceitos (Pires et al., 2018). As representações icónicas estão associadas a imagens, figuras, esquemas ou diagramas (Ponte et al., 2022). As representações simbólicas correspondem aos símbolos que representam ideias matemáticas e a todas as linguagens “que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a Matemática, quer para a sua compreensão” (Boavida et al., 2008, p. 71).

Posto isto, é essencial os alunos registarem nos seus cadernos os “processos matemáticos utilizados, progredindo na tradução de relações da linguagem natural para a linguagem matemática e vice-versa, na variedade de formas de representação matemática que usam e no rigor com que o fazem” (Ponte et al., 2007, p. 45). Costa e Pires (2016) defendem que:

É fundamental que, individualmente ou em grupo, os alunos possam resolver tarefas que apelem ao desenvolvimento das suas capacidades de comunicação escrita em matemática, registando as suas ideias de forma, clara, correta e lógica, apelando a diferentes representações,

justificando os seus raciocínios e revelando compreensão dos tópicos trabalhados. (p. 407)

Os alunos ao exprimirem a sua forma de pensar e a organizarem esse pensamento, fornecem informações ao professor sobre a sua própria aprendizagem. Cabe ao docente desenvolver práticas de avaliação em sala de aula com a intenção de compreender e apoiar o pensamento dos alunos (Santos, 2008). Estudos realizados anteriormente apontam para a importância das relações entre a comunicação e a avaliação, num contexto colaborativo, proporcionando aos alunos aprendizagens significativas (Freitas, 2021; Guerreiro & Martins, 2018).

### 2.3. Avaliação formativa

Segundo as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021, p. 7), “a avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos”. Pinto e Santos (2006), entendem a avaliação como uma construção social acerca de uma dada atividade, que acontece por meio de um processo de comunicação. Para Fernandes (2021), a avaliação é “um processo através do qual professores e alunos recolhem, analisam, interpretam, discutem e utilizam informações referentes à aprendizagem dos alunos” (p. 4). Desta forma, não deve ser uma medida, isto é, não deve ser vista apenas como uma classificação (Penya et al., 2014). Segundo Fernandes (2021), a classificação é um conjunto de técnicas e procedimentos que calculam ou definem as notas dos alunos, associando ao estudante um símbolo/nota que resume o conhecimento e as capacidades que o aluno adquiriu ao fim de um dado período de tempo. Aliás, apesar de serem frequentemente usados como sinónimos, “a classificação e a avaliação são conceitos cuja natureza, propósitos e inserção pedagógica são, em geral, marcadamente distintos ainda que possam ter pelo menos um propósito em comum: contribuir para que os alunos aprendam melhor” (Fernandes, 2021, p. 5).

Existem dois propósitos principais para a avaliação: a avaliação sumativa, também conhecida por avaliação das aprendizagens, e a avaliação formativa, também designada por avaliação para as aprendizagens (Fernandes, 2022; Guerreiro & Martins, 2017; Santos, 2019). O objetivo de uma avaliação sumativa é fazer balanços ou pontos de situação do conhecimento e das capacidades que os alunos adquiriram e demonstraram ao fim de um dado período de tempo, contribuindo para melhorar as aprendizagens dos alunos (Fernandes, 2022). Enquanto a avaliação sumativa é pontual, ou seja, não ocorre no dia a dia, desenvolver práticas de avaliação formativa é essencial

e deve estar presente diariamente em sala de aula (Santos, 2008). Este estudo, tal como as novas orientações curriculares para o ensino da matemática, ao nível da escolaridade básica (Canavarro et al., 2021), enfatiza o papel da avaliação formativa no apoio às aprendizagens dos alunos. O seu propósito é valorizar os processos, sem ignorar os produtos, ou seja, o objetivo não é corrigir o resultado, mas sim, compreender como é que o aluno pensou para resolver uma dada tarefa de modo a procurar ajudá-lo a ultrapassar dificuldades e a tomar consciência do que já sabe (Fernandes, 2006). Existem outras designações para uma avaliação com esta finalidade, nomeadamente, avaliação reguladora, avaliação formadora, comunicação avaliativa, entre outros (Santos, 2008).

A avaliação formativa utiliza evidências para perceber onde o aluno se encontra em termos de aprendizagem, com o objetivo de promover mais e melhores aprendizagens e para regular o ensino (Santos & Pinto, 2018). Desta forma, dirige-se ao aluno, mas também ao professor, visto que o ajuda a orientar a sua planificação. Segundo Santos (2008) a avaliação formativa pode ser colocada em prática na sala de aula através do questionamento oral, do *feedback* escrito a produções dos alunos, da avaliação desenvolvida pelo próprio aluno, da avaliação desenvolvida entre pares, etc. Para Black et al. (2004):

Uma atividade avaliativa pode contribuir para a aprendizagem se fornecer informação tal que o professor e alunos possam usar como *feedback* para se avaliarem a si próprios e uns aos outros e para modificarem as atividades de ensino e aprendizagem em que estão envolvidos. Tal avaliação torna-se 'avaliação formativa' quando a evidência é usada para adaptar o ensino a fim de o adequar às necessidades dos alunos. (p. 10)

Neste trabalho, dá-se especial atenção ao *feedback*. O *feedback* é um comentário escrito ou oral fornecido, por exemplo, às produções dos alunos e é utilizado para criar contextos de aprendizagem, visto que pretende levar o aluno a identificar os seus erros de modo a que os consiga corrigir (Santos, 2008). Assim, identifico-me com o ponto de vista que defende que o *feedback* procura ajudar a melhorar as aprendizagens, valorizando a qualidade da produção e não apenas a classificação da mesma, ou seja, um *feedback* descritivo e não avaliativo (Santos, 2008; Santos & Pinto, 2018). Assim, tem muito mais interesse para a aprendizagem do aluno um *feedback* focado na atividade que realizou sobre uma determinada tarefa, recorrendo a questões, a pistas e a incentivos à reflexão do aluno, ou seja, um *feedback* descritivo, do que um *feedback*

baseado em juízos de valor, isto é, um *feedback* avaliativo. Em função dos objetivos do estudo aqui relatado, é o *feedback* escrito que irei privilegiar.

Segundo Santos (2003, 2008), para promover a aprendizagem, o *feedback* deve ser elaborado de forma clara para que o aluno o consiga entender autonomamente, e deve apontar pistas com o objetivo de que, a partir delas, o aluno saiba como prosseguir e melhorar o seu trabalho. No entanto, não deve incluir a correção do erro, pois encontrar erros e procurar formas de os superar faz parte do papel do aluno. Assim, erros e respostas incorretas ajudam a melhorar a aprendizagem. O *feedback* também deve identificar o que o aluno já conseguiu realizar de forma correta, no sentido que isso lhe dá mais confiança e também o ajuda a reconhecer o seu progresso.

Além disso, para que o *feedback* seja eficaz, ou seja, potenciador da aprendizagem, não deve ser demasiado longo. A forma sintática do *feedback* também se pode associar à sua eficácia. Assim o *feedback* deve recorrer à forma sintática interrogativa ou mista (interrogativa e afirmativa), facilitando a sua compreensão por parte do aluno, envolvendo-o no seguimento do trabalho (Santos & Pinto, 2018). Por fim, é importante fornecer *feedback* no momento certo, ou seja, este nunca deve ser dado antes do aluno ter oportunidade de resolver uma dada tarefa (Santos, 2008), nem depois de a produção do aluno estar classificada, se o objetivo do mesmo é que o aluno melhore essa produção.

O *feedback* pode incidir: (i) na tarefa ou na produção do aluno; (ii) no processo; (iii) na autorregulação; e (iv) na pessoa (Hattie & Timperley, 2007). No primeiro caso, o *feedback* indica se o trabalho foi realizado de modo adequado e/ou se os resultados estão corretos. Pode incluir sugestões para o aluno procurar a informação, ou fornecê-la diretamente. No entanto, só é eficaz se o erro resultar de má interpretação e não da ausência de conhecimento. No segundo caso, o *feedback* centra-se na organização da informação, ou nos processos de aprendizagem necessários à compreensão da tarefa e ajuda a realizar ou a melhorar o desempenho na mesma. No terceiro caso, o *feedback* é dirigido à capacidade de autoavaliação do trabalho realizado. Possibilita um maior envolvimento na tarefa, promove a reflexão sobre o trabalho realizado e o agir para o melhorar. Por fim, no último caso, o *feedback* ocorre, frequentemente, sob a forma de elogios excecionalmente relacionados com a tarefa, com a autorregulação ou com o processo de resolução. Por isso mesmo, é pouco eficaz na melhoria da aprendizagem.

Partilho da opinião de Fernandes (2022) de que “não chega distribuir *feedback* de qualidade para que os alunos aprendam mais e melhor e com mais compreensão” (p.

50). É fundamental perceber em que medida os alunos entendem as mensagens que se pretendem transmitir, através do *feedback*. Além disso, também é essencial perceber se, caso as mensagens sejam compreendidas, se elas são realmente utilizadas na melhoria das aprendizagens. Para tal, é importante “envolver os alunos em práticas de autoavaliação e de avaliação entre pares para que tenham reais oportunidades de desenvolver as competências que lhes permitam compreender e utilizar proveitosamente o *feedback*” (p. 50).

### 2.3.1 Avaliação entre pares

A avaliação entre pares é uma forma de concretizar uma avaliação formativa e é vista "como um arranjo educacional onde os alunos consideram e especificam o nível, o valor ou a qualidade de um produto ou desempenho de outros alunos do mesmo nível" (Ayalon & Wilkie, 2021, p. 404). Este tipo de avaliação oferece potencialidades e implica não só o indivíduo em questão, como também, outros envolvidos (Santos, 2002). A avaliação entre pares pode integrar um processo importante para desenvolver as aprendizagens dos alunos, pois permite que os estudantes desenvolvam competências de elevado nível cognitivo relacionadas com a análise, a síntese e a criatividade (Fernandes, 2022). Além disso, possibilita que o aluno avalie o trabalho dos seus colegas, criticando-o e distribuindo *feedback*. No fundo, os alunos analisam o trabalho realizado pelos colegas e verificam se os objetivos foram atingidos. Receber *feedback* de um colega pode facilitar a sua compreensão quando comparado com um *feedback* dado pelo professor, uma vez que a linguagem que os estudantes usam para comunicarem uns com os outros é mais familiar do que a linguagem utilizada pelo professor (González et al., 2023).

Além dos alunos aprenderem quando analisam o trabalho dos colegas, também aprendem quando refletem acerca da sua própria aprendizagem (Canavarro et al., 2021; Ponte, 2005), visto que, percebem se a qualidade da sua produção é melhor, pior ou semelhante à qualidade da produção do colega (Penya et al., 2014). Esta comparação permite ao aluno ter consciência daquilo que ainda pode alcançar. Desta forma, este tipo de prática faz com que os estudantes sejam protagonistas e responsáveis pela sua própria aprendizagem (González et al., 2023).

Este tipo de avaliação traz benefícios para quem avalia e para quem é avaliado, pois além de permitir que os alunos desenvolvam competências que permanecem ao longo da vida, como por exemplo o pensamento crítico ou a própria comunicação, também



desenvolvem capacidades que lhes permitem desenvolver as suas competências de autoavaliação e de melhoria do seu próprio trabalho (Fernandes, 2022; Santos, 2002).

Neste tipo de avaliação podem também existir algumas desvantagens. Assim, é importante assegurar que o aluno se sinta confortável com o tipo de prática que irá desenvolver (Penya et al., 2014). Ao terem de avaliar as resoluções dos colegas, podem sentir-se constrangidos porque vão ferir os sentimentos deles quando lerem ou ouvirem comentários sobre o seu trabalho. Desta forma, os alunos podem não expressar verdadeiramente a sua opinião com receio de que os colegas possam ficar aborrecidos, caso essa opinião seja negativa, prejudicando as relações entre eles. Assim, para diminuir a probabilidade dos fatores de amizade alterarem os resultados, a avaliação das produções dos alunos, pelos colegas, deve ser realizada de forma anónima (Penya et al., 2014).

Outra desvantagem que pode ocorrer neste tipo de avaliação é que, por vezes, o *feedback* fornecido pelos alunos, ao trabalho do colega, pode não ser útil e não contribuir para melhorar a aprendizagem do mesmo. Os alunos podem também desconfiar da avaliação realizada pelos colegas, porque acreditam que a avaliação do professor é mais confiável ou precisa (González et al., 2023). É natural que os alunos sintam alguma dificuldade em avaliar uma produção de um colega, visto que esta prática não é utilizada de forma frequente na sala de aula (Santos & Pinto, 2018) e, portanto, poderão fornecer *feedback* aos colegas com pouco interesse para as suas aprendizagens. Posto isto, o professor deverá orientar os alunos sobre como fornecer um *feedback* adequado, discutindo e negociando com eles os critérios de avaliação.

Os critérios têm um papel importante na aprendizagem do aluno, visto que se destinam a orientá-lo, mostrando-lhe, neste caso, o que é importante incluir num *feedback* ou, por exemplo, o que necessita de fazer para resolver uma dada tarefa, nomeadamente, um problema (Santos & Pinto, 2018). Desta forma, é necessário criar oportunidades para os alunos interpretarem e compreenderem os critérios de avaliação (Santos & Semana, 2015), pois só assim conseguem entender o que lhes está a ser pedido e obter, de uma forma adequada, o que o professor pretende. Para isso, o professor deve desenvolver um conjunto de estratégias para os alunos compreenderem o que está a ser discutido, por exemplo, recorrer a exemplos ilustrativos de trabalhos realizados por outros alunos e negociar o significado de cada critério. Segundo Santos e Pinto (2018, p. 10), “a clarificação de uma ideia passa muitas vezes pela sua concretização, através de um exemplo concreto”.

Além disso, estudos desenvolvidos anteriormente (Santos & Pinto, 2018; Santos & Semana, 2015; Semana & Santos, 2013) revelam que discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação traz inúmeros benefícios ao nível da comunicação matemática, nomeadamente, ajuda os alunos a esclarecer alguns conceitos e procedimentos matemáticos, estratégias e processos de raciocínio e, desta forma, ajuda-os a comunicar de forma clara, correta e completa.

### 3. Intervenção pedagógica

Neste capítulo, é feita uma caracterização do contexto escolar em que se desenvolveu a intervenção pedagógica e é apresentada uma descrição da mesma e a sua organização ao longo do tempo. São descritas as diferentes tarefas em que se baseou a intervenção, os recursos utilizados, a organização do trabalho dos alunos e as formas usadas para recolha de evidências das aprendizagens dos alunos.

#### 3.1. Caracterização do contexto escolar

Realizei uma intervenção pedagógica, no âmbito da minha PES, numa escola básica da área metropolitana do Porto, fundada no ano letivo de 1973/74. É uma escola agrupada onde funcionam o 2.º e o 3.º ciclos do ensino básico. Desde 1975, a escola possui uma Associação de Pais e Encarregados de Educação. O estabelecimento de ensino é constituído por três blocos, um pavilhão ginnodesportivo e uma cantina. Esta instituição possui ainda Biblioteca Escolar, Serviço de Psicologia e Orientação e Centro de Apoio à Aprendizagem. Dispõe também de espaços pedagógicos, como por exemplo, o Museu de Ciências, a Sala de Informática, o Laboratório de Aprendizagem, o Clube de Ciência Viva, entre outros, com o objetivo de proporcionar experiências significativas, promover a troca de saberes e motivar os alunos para aprender. Esta instituição participa em diversas atividades, como por exemplo, o Desporto Escolar, o Parlamento dos Jovens, o Ubuntu, etc.

O Agrupamento possui 493 alunos do 2.º ciclo, dos quais 192 beneficiam de Ação Social Escolar, e tem 352 alunos do 3.º ciclo, dos quais 139 também beneficiam de Ação Social Escolar. Verifica-se que a maior parte dos docentes se encontra no agrupamento há mais de 20 anos e, de entre estes, o grupo mais significativo tem as idades compreendidas entre os 41 e os 50 anos. No que diz respeito aos docentes do Quadro de Escola, a grande maioria está na casa dos 60 anos. Contrariamente aos docentes, o corpo não docente apresenta-se mais instável. Dos 74 funcionários existentes, a maioria tem até quatro anos apenas de tempo de serviço no Agrupamento.

Ao longo deste ano letivo (2022/2023) tive oportunidade de contactar com três turmas de 7.º ano e uma turma de 9.º ano de escolaridade. Decidi desenvolver a intervenção pedagógica nas três turmas de 7.º ano que lecionei, na disciplina de Matemática, adaptando as tarefas e a organização do trabalho dos alunos de turma para turma. Porém, para efeitos deste trabalho foram analisados e discutidos os dados de apenas uma das turmas. Escolhi este ano de escolaridade pelo impacto que a pandemia teve

na aprendizagem destes alunos, uma vez que o seu 2.º ciclo foi intercalado entre um regime presencial e um regime à distância. Em comparação com os alunos da turma de 9.º ano que lecionei, verifiquei que os alunos de 7.º ano sentiam mais dificuldades quer ao nível dos domínios matemáticos, quer ao nível do relacionamento interpessoal. Além disso, os estudantes deste ano de escolaridade, de uma forma generalizada, também apresentavam muitas lacunas ao nível da comunicação matemática escrita, resolvendo as tarefas matemáticas que foram sendo propostas de forma pouco compreensível, ou então apostando na ideia de que o professor consegue perceber tudo o que os alunos escrevem. Portanto, existiam lacunas ao nível da interação e ao nível da comunicação matemática escrita e estas falhas causaram-me preocupação. Assim sendo, em face dos objetivos do meu trabalho, optei por me focar no 7.º ano de escolaridade e mostrar aos alunos que poderiam melhorar a comunicação matemática escrita beneficiando da ajuda dos colegas, e não apenas da ajuda do professor, recorrendo a um trabalho de avaliação entre pares.

A turma de 7.º ano que escolhi para, a partir dos dados nela recolhidos, elaborar este relatório de estágio, era uma turma onde existia uma enorme competição entre os alunos e cada um queria ser o melhor. Durante as aulas de Matemática, quando algum errava, existia um grupo de estudantes que corrigia o seu erro de imediato. Assim, decidi analisar os dados recolhidos desta turma, uma vez que queria perceber se, ao fornecerem *feedback* escrito aos colegas, o seu primeiro intuito também seria corrigir os erros que tinham cometido, ou se, em vez disso, apontavam pistas para ser o próprio aluno a encontrá-los e a superá-los.

A turma era formada por 28 alunos, cuja média de idades era entre 12 e 13 anos, sendo 10 alunos do género masculino e 18 do género feminino. No ano letivo de 2022/2023, nove alunos eram do ensino articulado e nenhum aluno usufruiu de medidas seletivas e adicionais, não existindo nenhum Relatório Técnico Pedagógico. Isto é, nenhum aluno foi identificado como possuidor de dificuldades que justificavam medidas ao abrigo do DL n.º 54/2018, de 6 de julho. A turma possuía cinco alunos que beneficiavam de Ação Social Escolar, dos quais três usufruíam de escalão A e dois de escalão B. Estas informações acerca da turma foram fornecidas aos professores na reunião de conselho de turma, do dia 12 de setembro de 2022.

A turma era empenhada, com um bom aproveitamento das aulas, tendo todos os alunos transitado do 6.º para o 7.º ano sem níveis inferiores a três na disciplina de Matemática. No entanto, no final do primeiro semestre do 7.º ano de escolaridade, quatro alunos apresentaram nível 2 nesta disciplina. Quanto às atitudes e comportamentos, a turma

mostrou ser um pouco faladora e agitada. Além disso, alguns alunos distraíam-se com facilidade e quando postos a trabalhar em pares ou em pequenos grupos, alguns deles não sabiam ouvir os contributos dos colegas, mantendo sempre a sua ideia inicial.

### 3.2. Descrição da intervenção pedagógica

A intervenção pedagógica começou a ser desenvolvida a 20 de janeiro de 2023 e terminou a 31 de março de 2023. A ideia base desta intervenção era propor aos alunos a resolução de três problemas, ao longo de um certo período de tempo, de modo a promover o desenvolvimento da comunicação matemática escrita, com recurso à avaliação entre pares.

Os alunos, ao analisarem e comentarem a resolução de um colega, deveriam primeiro compreendê-la. Desta forma, tornar-se-ia evidente a importância de uma boa comunicação escrita do pensamento, na resolução dos problemas. Cada problema foi resolvido em duas fases, com o objetivo de que, na segunda fase, com o *feedback* dado pelos colegas, os alunos melhorassem o desempenho conseguido na primeira fase. No final do processo de cada um dos problemas, todos os alunos receberam comentários meus às suas resoluções, a validá-las ou a indicar o que poderiam ainda melhorar.

A comunicação matemática escrita e a resolução de problemas são duas das capacidades matemáticas transversais visadas pelas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021). Ao longo desta intervenção, ambas foram trabalhadas com recurso a problemas sobre diferentes tópicos ou subtópicos curriculares relativos à matemática do 7.º ano de escolaridade. Escolhi os problemas para a intervenção pedagógica como normais tarefas de aprendizagem, incluídas no planeamento das aulas que existiria se não houvesse um relatório de estágio para elaborar.

O primeiro problema, “Comprar automóvel” (Figura 3, em cima), abordava o tema de Números e apresentava-se com um enunciado longo. Além de envolver a adição de números racionais, permitia que os alunos comparassem e ordenassem os mesmos. Na situação apresentada, existia um carro que era disponibilizado em dois modelos. Cada modelo possuía um preço diferente; porém, existiam mais opções disponíveis para cada um deles, mas com implicações no preço. O objetivo seria determinar entre que valores poderia variar o preço do automóvel.

Este problema foi adaptado do problema “Carros” (Figura 3, em baixo) do projeto “1001 Itens de Matemática”<sup>1</sup>, eliminando a opção pintura metalizada, pois considerei que as restantes opções já tornavam o problema suficientemente desafiante para os alunos.

**Comprar automóvel**

A escolha de um automóvel novo é uma tarefa difícil. É preciso ter em conta o preço, a marca, a segurança, os locais onde vai circular e o conforto. O carro da figura é disponibilizado em dois modelos: o 3P/MX (com três portas) e o 5P/MX (com cinco portas).

|                                                                                            |                  |             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------|
| <br>3P/MX | 1.0i (Gasolina)  | € 10 724    |
|                                                                                            | 1.0i (Gasolina)  | € 11 024,01 |
| <br>5P/MX | 1.4HDI (Gasóleo) | € 16 402,00 |

Figura 1 - Automóvel

Mas há mais opções possíveis, com implicações no preço:

- se o combustível for a gasolina, é possível:
  - caixa de velocidades “manual pilotada” mas custa mais 1969,99€;
  - modelo S, com mais segurança, melhor sistema de áudio e vidros elétricos, mas custa mais 1320,00€;
- com “Ar condicionado standard”, disponível para todas as versões, custa mais 810,00€.

O preço a pagar depende das opções que se fizerem. Entre que valores pode variar o preço deste automóvel?

**Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.**

**Carros**

A escolha de um automóvel novo é uma tarefa difícil. É preciso ter em conta o preço, a marca, a segurança, os locais onde vai circular e o conforto. O carro da figura é disponibilizado em dois modelos: o 3P/MX (com três portas) e o 5P/MX (com cinco portas).

|                                                                                              |                  |             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------|
| <br>3P/MX | 1.0i (Gasolina)  | € 10 724    |
|                                                                                              | 1.0i (Gasolina)  | € 11 024,01 |
| <br>5P/MX | 1.4HDI (Gasóleo) | € 16 402,00 |

Mas há mais opções possíveis, com implicações no preço:

- se o combustível for a gasolina, é possível:
  - caixa de velocidades “manual pilotada” mas custa mais € 1969,99;
  - modelo S, com mais segurança, melhor sistema de áudio e vidros eléctricos, mas custa mais € 1320,00;
- com “Ar condicionado *standard*”, disponível para todas as versões, custa mais € 810,00;
- com pintura metalizada custa mais € 220,00.

1. O preço a pagar depende das opções que se fizerem. Entre que valores pode variar o preço deste automóvel?

2. O José quer gastar, no máximo, € 13 800 na compra de um carro. Se optar por um 3P/MX com ar condicionado *standard* que opções pode fazer para não ultrapassar esse valor?

Figura 3 - Enunciado do problema proposto aos alunos “Comprar automóvel” (em cima) e do problema “Carros” (em baixo)

<sup>1</sup> O projeto “1001 Itens de Matemática” foi disponibilizado pelo extinto GAVE. A página web já não existe, mas pode-se encontrar o enunciado do problema “Carros” em <https://omega1239.webnode.pt/a1001-itens-ensino-basico/>

Optei por seleccionar apenas a primeira questão do problema “Carros” para propor aos estudantes durante a primeira fase, pois considerei ser mais benéfico para eles concentrarem-se apenas numa questão dentro do tempo estabelecido. Escolhi este problema, pois apesar do grau de dificuldade elevado, não existia apenas um caminho a adotar, por isso, eles poderiam utilizar diferentes estratégias para resolver o problema. Seria benéfico para os alunos, no momento da avaliação entre pares, contactarem com estratégias diferentes das suas.

O segundo problema, “Férias no Parque 2” (Figura 4, em cima), também abordava um tópico do tema Números, mas, desta vez, envolvia percentagens, no contexto do quotidiano dos alunos. Escolhi este problema, pois, no decorrer das aulas de Matemática, apercebi-me que os alunos sentiam muitas dificuldades em problemas que envolviam percentagens. Este problema fazia recurso a uma tabela que lhes era familiar, visto que, no dia 20 de dezembro, tinham resolvido a primeira questão do problema “Campismo” da figura 4 (em baixo) que envolvia esta mesma tabela. Assim, decidi propor este problema aos alunos e recordar este subtópico. O objetivo seria determinar o número máximo de dias que o Bruno poderia ter passado no parque para pagar menos do que as três semanas que tinha inicialmente previsto, uma vez que, numa estadia igual ou superior a 25 dias, no mês de julho, poderia usufruir de um desconto de 20%. Este problema foi adaptado da segunda questão do problema “Campismo” (Figura 4, em baixo) do projeto “1001 Itens de Matemática”<sup>2</sup>, de forma a que a eletricidade não estivesse incluída no preço diário (12,30 €), uma vez que esta não teria desconto e fazia com que o problema se tornasse ainda mais complexo para os alunos. Também optei por substituir a palavra “estada” por “estadia” sendo um termo que é mais familiar aos estudantes, com o intuito de facilitar a compreensão do enunciado.

---

<sup>2</sup> O enunciado do problema “Campismo” pode ser encontrado em <https://omega1239.webnode.pt/a1001-itens-ensino-basico/>

### Férias no Parque 2

Em baixo está a tabela de preços do Parque de Campismo da Tapada.

| PREÇOS CAMPISMO por dia |                                    |                                       |                                              |                                                         |
|-------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Adultos<br>5,50 €       | Crianças (3 até 12 anos)<br>3,40 € | Tenda individual (1 pessoa)<br>3,40 € | Tenda<br>5,50 €                              | Automóvel<br>5,80 €                                     |
| Caravana<br>5,50 €      | Motocicleta<br>3,40 €              | Auto-caravana<br>11,30 €              | Electricidade 660 W (sem desconto)<br>3,30 € | Entradas depois das 12 horas.<br>Saídas até às 12 horas |

| DESCONTOS ESPECIAIS |                           |          |
|---------------------|---------------------------|----------|
| MÊS                 | Estadia igual ou superior | Desconto |
| Junho / Setembro    | 1 semana                  | 35%      |
| Julho               | 25 dias                   | 20%      |
| Agosto              | 30 dias                   | 10%      |
| Outubro / Maio      | 1 dia                     | 35%      |

O Bruno, no mês de julho, também foi passar uns dias no mesmo parque de campismo. Levou uma tenda individual e decidiu guardar a motocicleta dentro do parque. Fez as contas e viu que ia pagar, por dia, 12,30 €.

Inicialmente, pensou em ficar três semanas, mas quando viu que havia desconto se prolongasse a estadia, decidiu ficar mais uns dias. No final, pagou menos do que tinha inicialmente previsto.

Qual é o número máximo de dias que o Bruno poderia ter passado no parque, para que tal acontecesse?

Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.

### Campismo

Em baixo está a tabela de preços do Parque de Campismo da Tapada.

| PREÇOS CAMPISMO por dia |                                    |                                       |                                              |                                                         |
|-------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Adultos<br>5,50 €       | Crianças (3 até 12 anos)<br>3,40 € | Tenda individual (1 pessoa)<br>3,40 € | Tenda<br>5,50 €                              | Automóvel<br>5,80 €                                     |
| Caravana<br>5,50 €      | Motocicleta<br>3,40 €              | Auto-caravana<br>11,30 €              | Electricidade 660 W (sem desconto)<br>3,30 € | Entradas depois das 12 horas.<br>Saídas até às 12 horas |

| DESCONTOS ESPECIAIS |                           |          |
|---------------------|---------------------------|----------|
| MÊS                 | Estadia igual ou superior | Desconto |
| Junho / Setembro    | 1 semana                  | 35%      |
| Julho               | 25 dias                   | 20%      |
| Agosto              | 30 dias                   | 10%      |
| Outubro / Maio      | 1 dia                     | 35%      |

- O Martin e os seus irmãos mais novos, a Leonor, de 13 anos, e o Bernardo, de 10 anos, foram acampar com os pais para o Parque de Campismo da Tapada. Levaram uma tenda que dá para toda a família. Pediram electricidade e decidiram guardar o automóvel dentro do parque.

Chegaram ao parque no dia 2 de Julho, às treze horas, e regressaram de férias no dia 13 de Julho, tendo saído do parque por volta das 10 horas da manhã.

Quanto pagaram pela sua estada no parque de campismo? Apresenta os cálculos que efectuares.

- O Bruno, no mês de Julho, também foi passar uns dias no mesmo parque de campismo. Fez as contas e viu que ia pagar, por dia, 12,30 €. Inicialmente, pensou em ficar três semanas, mas quando viu que havia desconto se prolongasse a estada, decidiu ficar mais uns dias. No final, pagou menos do que tinha inicialmente previsto. Qual é o número máximo de dias que o Bruno poderia ter passado no parque, para que tal acontecesse? Justifica a tua resposta.

Figura 4 - Enunciado do problema proposto aos alunos “Férias no Parque 2” (em cima) e do problema “Campismo” (em baixo)

O terceiro e último problema, “Eleição para o delegado de turma” (Figura 5, em cima), foi inserido no tópico de equações e a realização de problemas com equações tinha sido o foco da aula anterior. O objetivo com este problema seria perceber se os alunos eram



críticos e observadores, a ponto de recorrerem a equações que seria um método mais eficiente, em vez de utilizarem tentativa e erro, por exemplo, como muitas vezes optavam por utilizar. Mais uma vez, não existia apenas um caminho a adotar para resolver o problema e, apesar de não ser muito eficiente, a estratégia de tentativa e erro era uma estratégia válida. Pretendia-se que os alunos interpretassem que o total de votos era 30 e que os votos foram distribuídos por apenas três candidatos. Em simultâneo, os alunos teriam de perceber as restantes condições do problema, ou seja, que o Lucas tinha recebido menos dois votos que a Francisca e que a Sandra tinha recebido o dobro. O enunciado do problema apresentava duas questões: “Quem ganhou as eleições?” e “Com quantos votos?”. Este problema foi adaptado do problema “Eleição para o delegado de turma (3.º ciclo)” (Figura 5, em baixo) do projeto “P3M – Práticas Profissionais dos Professores de Matemática”<sup>3</sup>, referindo que a Sandra recebeu o dobro dos votos que recebeu a Francisca, em vez de ter recebido o dobro dos votos que recebeu o Lucas, como o problema original refere. A minha escolha baseou-se nas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021), segundo as quais, um dos objetivos para o 7.º ano de escolaridade era “resolver equações do 1.º grau a uma incógnita (sem parênteses e denominadores)” (p. 26). No problema original, pensei que o mais provável fosse que os alunos definissem a incógnita como sendo o número de votos que a Francisca recebeu. No entanto, iriam obter uma expressão com parênteses para o número de votos que a Sandra recebeu.

---

<sup>3</sup> O enunciado do problema “Eleição para o delegado de turma (3.º ciclo)” pode ser encontrado em (Oliveira et al., 2013, p. 36) ou através da ligação: <http://p3m.ie.ul.pt/caso-3-eleicao-para-o-delegado-de-turma-3-ciclo3>

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Eleição para o delegado de turma</b></p> <p>A diretora de turma que coordenou o processo de eleição do delegado de turma, informou no final que:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Os 30 alunos da turma votaram e não houve votos brancos ou nulos;</li> <li>2. Apenas três alunos receberam votos: a Francisca, o Lucas e a Sandra;</li> <li>3. O Lucas recebeu menos dois votos que a Francisca;</li> <li>4. A Sandra recebeu o dobro dos votos que recebeu a Francisca.</li> </ol> <p>Quem ganhou as eleições? Com quantos votos?</p> <p><b>Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.</b></p> |
| <p><b>Eleição para o delegado de turma (3.º ciclo)</b></p> <p>A diretora de turma que coordenou o processo de eleição do delegado de turma, informou no final que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Os 30 alunos da turma votaram e não houve votos brancos ou nulos;</li> <li>✓ Apenas três alunos receberam votos: a Francisca, o Lucas e a Sandra;</li> <li>✓ O Lucas recebeu menos dois votos que a Francisca;</li> <li>✓ A Sandra recebeu o dobro dos votos que recebeu o Lucas.</li> </ul> <p>Quem ganhou as eleições? Com quantos votos?</p> <p><b>Não te esqueças de apresentar e explicar o teu processo de resolução.</b></p>                                            |

Figura 5 - Enunciado do problema proposto aos alunos “Eleição para o delegado de turma” (em cima) e do problema “Eleição para o delegado de turma (3.º ciclo)” (em baixo)

Os alunos, para cada um dos problemas, receberam uma folha com o enunciado e com o cabeçalho, onde se identificaram. A figura 6 mostra um exemplo de cabeçalho recebido pelos alunos. Tal como se pode verificar, o cabeçalho é constituído por uma parte descartável, em que os alunos colocariam o seu nome, de forma legível e sem abreviaturas, o seu número, a sua turma e a data.

|                                                                                                                                                                                                                                     |                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| <p align="center"><b>ESCOLA BÁSICA DE [REDACTED]</b></p> <p align="center"><b>Matemática 7.º ano   2022/2023   Problema “Férias no Parque 2”</b></p> <p>Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____ Data: _____.2023</p> <p>Código: _____</p> |                                                 |
| <p align="center"><b>ESCOLA BÁSICA DE [REDACTED]</b></p> <p align="center"><b>Matemática 7.º ano   2022/2023   Problema “Férias no Parque 2”</b></p> <p>Código: _____</p>                                                           |                                                 |
| <p><i>Feedback dos alunos (1ª fase):</i></p>                                                                                                                                                                                        | <p><i>Feedback da professora (2ª fase):</i></p> |

Figura 6 - Exemplo de cabeçalho recebido pelos alunos

Posteriormente, foi-lhes atribuído um código, com dois dígitos, com o objetivo de que durante as avaliações entre pares, os colegas não identificassem o(s) aluno(s) a quem correspondia a produção escrita que deveriam comentar. O código correspondente a

cada aluno ou a cada par foi apenas do meu conhecimento para identificar cada resolução. Assim, o recurso a um código serviu para que as trocas de resoluções entre os alunos fossem efetuadas sem estes saberem a quem pertencia a resolução que iam apreciar. O objetivo foi evitar a influência de fatores de afinidade ou os constrangimentos próprios de criticar o trabalho de um colega ou amigo.

Com vista a ajudar os alunos a resolverem os problemas propostos, estes tiveram acesso a um documento sobre as várias etapas de resolução de um problema (Figura 7), elaborado por mim, pela orientadora cooperante e pela minha colega de estágio. Este documento auxiliava os alunos a interpretar o problema, a selecionarem uma estratégia, a executá-la e, por fim, a avaliarem o resultado.

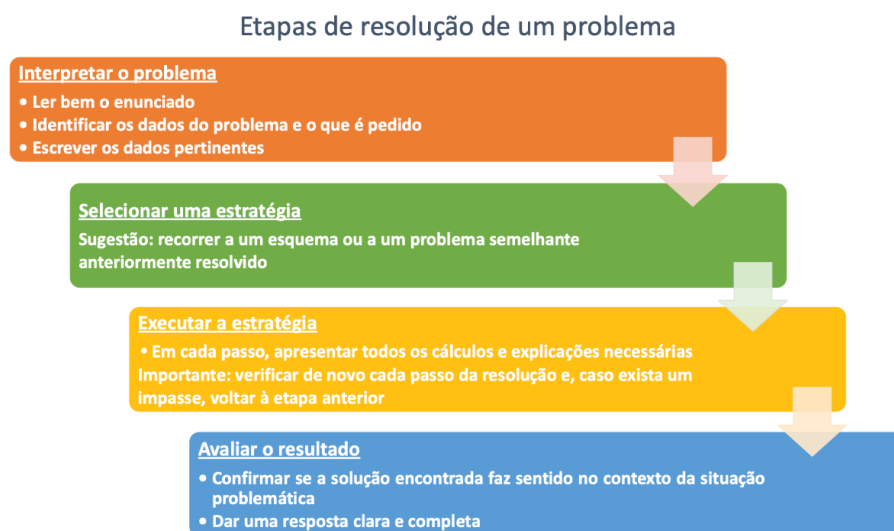


Figura 7 - Documento "Etapas de resolução de um problema"

Para os alunos realizarem os comentários às resoluções dos colegas, forneci um documento de apoio, elaborado por mim (Apêndice 1), que foi analisado com os alunos antes de realizarem cada um dos três momentos da avaliação entre pares, proporcionando sempre uma discussão na turma. O objetivo deste documento foi ajudar os estudantes a identificar aspetos que deveriam considerar na análise das produções escritas dos colegas, uma vez que não estavam habituados a realizar este tipo de práticas. Em particular, o documento destacava algumas características que o *feedback* deve ter, nomeadamente, ser claro, colocar questões, apontar pistas, não incluir a correção do erro e identificar o que já está bem feito, mas também, orientações sobre aspetos que os alunos deveriam considerar quando analisavam as resoluções dos colegas, como por exemplo, a clareza da resolução, a estratégia utilizada e o rigor.

Além disso, forneci alguns exemplos de *feedback* pertinentes (Apêndice 2), mas também, exemplos com pouco interesse para as aprendizagens dos alunos. Estes casos foram analisados e discutidos na aula de Matemática, antes do primeiro momento de avaliação entre pares. Os exemplos de *feedback* fornecidos foram realizados com base nas resoluções dos alunos relativamente ao problema “Férias no Parque 1”, cujo enunciado corresponde à primeira questão do problema “Campismo” da figura 4, que tinham realizado no mês de dezembro de 2022, portanto, anteriormente ao início desta intervenção pedagógica. Pensei que os exemplos de *feedback* apresentados tivessem mais utilidade para as aprendizagens dos alunos do que se apresentasse comentários soltos a resoluções que não lhes eram familiares. Além disso, foi interessante focar os exemplos de *feedback* neste problema já conhecido dos alunos, na medida em que dei uma certa continuidade a este problema, no segundo momento da intervenção pedagógica.

### 3.3. Organização da intervenção pedagógica ao longo do tempo

A primeira fase do primeiro problema foi proposta aos alunos no dia 20 de janeiro de 2023. Os estudantes resolveram esta fase individualmente, durante aproximadamente 30 minutos da aula de Matemática. O primeiro momento da avaliação entre pares foi realizado na aula de Matemática seguinte, no dia 24 de janeiro de 2023, num trabalho em díades. Cada aluno, juntamente com o seu par, realizou comentários a duas resoluções de colegas diferentes, mas apenas recebeu *feedback* de uma díade. Decidi colocar este primeiro momento de avaliação entre pares, também ele como trabalho em díades, pois, como os alunos não estavam habituados a comentar as resoluções dos colegas, pensei que o trabalho em díades servisse para se ajudarem mutuamente a compreender as resoluções dos colegas e a elaborar *feedbacks* de acordo com as orientações que tinham sido discutidas coletivamente.

A minha ideia inicial era que a resolução da segunda fase de cada problema fosse realizada como trabalho para casa. A minha escolha baseava-se no facto de respeitar o tempo que cada aluno necessitava para refletir sobre os comentários recebidos e, posteriormente, melhorar a resolução. Como a primeira fase era realizada durante a aula de Matemática em tempo limitado, tal poderia não estar muito em conformidade com o ritmo de trabalho de alguns alunos. Assim, a segunda fase, ao ser realizada como trabalho para casa, assegurava que o ritmo desses estudantes fosse mais respeitado. Coloquei esta ideia em prática no primeiro momento da intervenção pedagógica. Desta forma, os alunos ficaram responsáveis por realizar a segunda fase do primeiro problema como trabalho para casa e trazerem para a aula do dia 27 de

janeiro de 2023 (aula seguinte a terem realizado o primeiro momento da avaliação entre pares). Os alunos que resolveram a primeira fase de forma clara, correta e completa receberam uma nova proposta do problema durante esta fase (Apêndice 3). No entanto, muitos alunos ou se esqueceram em casa da segunda fase do problema ou perderam a folha com o enunciado do problema, onde tinham realizado a primeira fase. Após vários pedidos para que não se esquecessem de trazer para as aulas de Matemática e de ter criado dois trabalhos no *Classroom*<sup>4</sup>, em semanas distintas, para que pudessem submeter o seu trabalho, alguns alunos não me chegaram a entregar a primeira fase do problema com os comentários recebidos nem a realização da segunda fase. Assim, para evitar que tal acontecesse novamente, decidi que a segunda fase do problema, no segundo e terceiro momentos da intervenção pedagógica, iria ser realizada durante as aulas de Matemática.

Para terminar o primeiro momento da intervenção pedagógica, todos os alunos receberam comentários meus às suas resoluções a validá-las ou a sugerir melhorias. Contudo, não era minha intenção que os alunos entregassem uma terceira fase de resolução do problema. Na aula de Matemática do dia 17 de fevereiro de 2023, foram analisadas duas possíveis resoluções do problema “Comprar Automóvel”, elaboradas por mim, em que a comunicação matemática escrita é valorizada (Figura 8).

---

<sup>4</sup> O *Classroom* é um recurso do *Google* dirigido à área da educação que permite que os alunos e os professores comuniquem dentro e fora das escolas.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Proposta 1:</b></p> <p>Comecei por ler bem o enunciado e escrever os dados do problema:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 3P/MX a gasolina custa 10 724€;</li> <li>2) 5P/MX a gasolina custa 11 024,01€;</li> <li>3) 5P/MX a gasóleo custa 16 402,00€;</li> <li>4) Se o combustível for a gasolina pode-se acrescentar a caixa de velocidades que custa 1 969,99€ e/ou o modelo S que custa 1 320,00€;</li> <li>5) Pode-se acrescentar a todas as versões o ar condicionado que custa 810,00€.</li> </ol> <p>De seguida, verifiquei o preço do automóvel com a opção caixa de velocidades e modelo S. Como estas opções só estão disponíveis se o combustível for a gasolina, não calculei para o modelo 5P/MX a gasóleo.</p> <p>3P/MX:<br/> <math>10\,724\text{€} + 1\,969,99\text{€} + 1\,320,00\text{€} = 14\,013,99\text{€}</math></p> <p>5P/MX (gasolina):<br/> <math>11\,024,01\text{€} + 1\,969,99\text{€} + 1\,320,00\text{€} = 14\,314\text{€}</math></p> <p>Depois acrescentei a esses valores, o preço do ar condicionado e como este está disponível para todas as versões calculei também o preço da versão 5P/MX a gasóleo com a opção ar condicionado.</p> <p>Assim, obtive o preço do automóvel nos 2 modelos com todas as opções possíveis de escolher.</p> <p>3P/MX:<br/> <math>14\,013,99\text{€} + 810,00\text{€} = 14\,823,99\text{€}</math></p> <p>5P/MX (gasolina):<br/> <math>14\,314\text{€} + 810,00\text{€} = 15\,124\text{€}</math></p> <p>5P/MX (gasóleo):<br/> <math>16\,402,00\text{€} + 810,00\text{€} = 17\,212\text{€}</math></p> <p>Por fim, reparei que o preço mais barato do automóvel será o modelo mais barato que aparece na figura 1, sem acrescentar nenhuma opção. Assim, esse preço será 10 724€ que corresponde ao modelo 3P/MX.</p> <p>Também reparei que o preço mais caro do automóvel será 17 212€ que corresponde ao modelo 5P/MX a gasóleo com ar condicionado.</p> <p><b>Resposta:</b> O preço do automóvel pode variar entre 10 724€ e 17 212€.</p> | <p><b>Proposta 2:</b></p> <p>Comecei por ler bem o enunciado e escrever os dados do problema:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 3P/MX a gasolina custa 10 724€;</li> <li>2) 5P/MX a gasolina custa 11 024,01€;</li> <li>3) 5P/MX a gasóleo custa 16 402,00€;</li> <li>4) Se o combustível for a gasolina pode-se acrescentar a caixa de velocidades que custa 1 969,99€ e/ou o modelo S que custa 1 320,00€;</li> <li>5) Pode-se acrescentar a todas as versões o ar condicionado que custa 810,00€.</li> </ol> <p>De seguida, reparei que o preço mais barato do automóvel será o modelo mais barato que aparece na figura 1, sem acrescentar nenhuma opção. Assim, esse preço será 10 724€ que corresponde ao modelo 3P/MX.</p> <p>Desta forma, irei recorrer ao modelo 5P/MX para obter o preço mais caro do automóvel, uma vez que, ao adicionar as várias opções disponíveis para o modelo 3P/MX (caixa de velocidades, modelo S e ar condicionado) o preço será sempre menor do que adicionar as mesmas opções ao modelo 5P/MX a gasolina, pois <math>10\,724\text{€} &lt; 11\,024,01\text{€}</math>.</p> <p>Também reparei que:</p> <p><math>1\,969,99\text{€} + 1\,320,00\text{€} = 3\,289,99\text{€}</math><br/> e<br/> <math>16\,402,00\text{€} - 11\,024,01\text{€} = 5\,377,99\text{€}</math></p> <p>ou seja, somando as opções caixa de velocidades e modelo S daria um valor menor do que a diferença de preços entre o modelo 5P/MX a gasóleo e o modelo 5P/MX a gasolina, o que quer dizer que o preço do modelo 5P/MX a gasolina com estas duas opções é menor do que o preço do modelo 5P/MX a gasóleo sem nenhuma opção. Assim, concentrei-me na opção ar condicionado apenas para o modelo 5P/MX a gasóleo, pois o valor seria sempre superior.</p> <p>5P/MX (gasóleo):<br/> <math>16\,402,00\text{€} + 810,00\text{€} = 17\,212\text{€}</math></p> <p>ou seja, o preço mais caro do automóvel será 17 212€ que corresponde ao modelo 5P/MX a gasóleo com ar condicionado.</p> <p><b>Resposta:</b> O preço do automóvel pode variar entre 10 724€ e 17 212€.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Figura 8 - Propostas de resolução do problema “Comprar Automóvel”, feitas por mim, em que a comunicação matemática escrita é valorizada

Decidi analisar com os estudantes mais do que uma proposta de resolução do problema para eles perceberem que não existia apenas uma forma de o resolver. As propostas de resolução, elaboradas por mim, ficaram disponíveis no *Classroom*, para os alunos terem acesso sempre que necessitassem. Começo por explicitar os dados importantes do problema, para que haja uma maior compreensão da situação apresentada, e depois explico, como se estivesse a pensar em voz alta, todas as etapas de forma clara. Nestas propostas, pode verificar-se que a resolução está organizada, existindo um fio condutor que permite ao leitor seguir a resolução do princípio ao fim, sem dificuldades. O meu objetivo foi analisar em conjunto com os alunos estas resoluções para que pudessem ver exemplos de resoluções corretas e, sobretudo, com uma comunicação matemática adequada. Na mesma aula, apresentei também alguns erros comuns que os alunos foram cometendo ao resolver o problema para que pudessem tomar melhor consciência deles e aprender com eles, dando por finalizado o primeiro momento da intervenção pedagógica.

Os estudantes resolveram a primeira fase do segundo problema da intervenção pedagógica no dia 17 de fevereiro de 2023, de forma individual, durante aproximadamente 30 minutos da aula de Matemática. O segundo momento da avaliação entre pares foi realizado na aula de Matemática seguinte, no dia 24 de fevereiro de 2023.

Antes de iniciar a intervenção pedagógica, pensei que fosse possível que no segundo momento da avaliação entre pares, os alunos realizassem, de forma individual, um comentário a uma resolução de um colega, pois este processo já não seria novo para eles. Consequentemente, cada aluno iria receber um comentário de outro colega. No entanto, ninguém me avisou, nem à professora cooperante, que a prova de corta-mato<sup>5</sup> da escola tinha sido adiada para o dia da aula destinada ao primeiro momento de avaliação entre pares (dia 24 de janeiro). Desta forma, fui surpreendida com uma quantidade significativa de alunos a faltarem à aula para participarem no corta-mato. No início da aula do dia 24 de janeiro, quando me apercebi que alguns alunos iriam faltar pensei em adiar o que tinha planeado para a aula de Matemática seguinte que seria no dia 27 de janeiro. No entanto, o primeiro semestre terminava nesse dia (27 de janeiro), por isso, decidi não optar por adiar a aula, visto que, caso o fizesse, os alunos iriam receber *feedback* nessa aula, mas só iriam realizar a segunda fase quando retomassem as aulas após a interrupção letiva, ou seja, quando se iniciasse o segundo semestre. Além disso, foi pedido aos professores que durante esta interrupção não enviassem trabalhos para casa aos alunos. Devido ao imprevisto que ocorreu durante o primeiro momento da avaliação entre pares, decidi alterar a minha ideia inicial prevista para o segundo momento. Como nem todos os alunos vivenciaram a prática de comentar as resoluções dos colegas no primeiro momento da avaliação entre pares, caso colocasse em prática a ideia que tinha pensado para o segundo momento da avaliação entre pares, os alunos que tinham faltado para participar na prova de corta-mato que não tinham realizado comentários às resoluções dos colegas, iriam comentar pela primeira vez as resoluções dos colegas sozinhos. Deste modo, o segundo momento da avaliação entre pares foi realizado, tal como o primeiro momento, como trabalho em díades. Cada aluno, juntamente com o seu par, realizou comentários a duas resoluções de colegas diferentes, mas apenas recebeu *feedback* de uma díade. A segunda fase do segundo problema foi realizada na mesma aula, no dia 24 de fevereiro, a seguir ao segundo momento da avaliação entre pares. Novamente, os alunos que realizaram a primeira fase de forma clara, correta e completa receberam uma nova proposta do problema durante esta fase (Apêndice 4).

Para terminar o segundo momento da intervenção pedagógica, todos os alunos receberam comentários meus às suas resoluções, a validá-las ou a sugerir melhorias. Mais uma vez, não era minha intenção que eles voltassem a trabalhar na resolução do segundo problema, mas pretendia que olhassem para o *feedback* fornecido e

---

<sup>5</sup> O corta-mato é uma prova do Programa do Desporto Escolar.

compreendessem o que já tinham conseguido alcançar e o que ainda faltava atingir. Na aula de Matemática do dia 14 de março de 2023, foi analisada uma proposta de resolução do problema “Férias no Parque 2” (Figura 9) elaborada por mim, em que a comunicação matemática escrita é valorizada. Mais uma vez, esta possível resolução ficou disponível no *Classroom*, para os alunos terem acesso sempre que necessitassem.

#### Proposta de correção do Problema “Férias no Parque”

Comecei por ler bem o enunciado e escrever os dados do problema:

- 1) O Bruno foi acampar no mês de julho;  
No mês de julho existe um desconto de 20% numa estadia igual ou superior a 25 dias;
- 2) Se o Bruno ficasse 3 semanas no parque ia pagar, por dia, 12,30€.

De seguida, verifiquei o preço que o Bruno iria pagar pelas 3 semanas no parque, como tinha pensado inicialmente:

- Cada semana tem 7 dias, então 3 semanas tem  $3 \times 7 \text{ dias} = 21 \text{ dias}$ ;
- Como o Bruno ia pagar, por dia, 12,30€, em 21 dias pagaria:  
 $12,30\text{€} \times 21 \text{ dias} = 258,3\text{€}$

Depois, reparei que o Bruno teria 20% de desconto numa estadia igual ou superior a 25 dias e como decidi ficar mais uns dias no parque, calculei o preço que ele pagaria se ficasse 25 dias.

$$12,30\text{€} \times 25 \text{ dias} = 307,5\text{€}$$

Com o desconto de 20%, o Bruno pagaria:

$$307,5\text{€} \times 0,20 = 61,5\text{€} \text{ (valor do desconto)}$$

$$307,5\text{€} - 61,5\text{€} = 246\text{€} \text{ (valor que pagaria)}$$

Como  $246\text{€} < 258,3\text{€}$ , se ficasse 25 dias no parque, ele pagaria menos do que tinha inicialmente previsto.

Posteriormente, calculei o preço que o Bruno pagaria se ficasse 26 dias no parque. O objetivo seria descobrir o número máximo de dias que poderia ter passado no parque para que pagasse menos do que tinha inicialmente previsto.

$$12,30\text{€} \times 26 \text{ dias} = 319,8\text{€}$$

Com o desconto de 20%, o Bruno pagaria:

$$319,8\text{€} \times 0,20 = 63,96\text{€} \text{ (valor do desconto)}$$

$$319,8\text{€} - 63,96\text{€} = 255,84\text{€} \text{ (valor que pagaria)}$$

Como  $255,84\text{€} < 258,3\text{€}$ , se ficasse 26 dias no parque, ele pagaria menos do que tinha inicialmente previsto.

Por fim, calculei o preço que o Bruno pagaria se ficasse 27 dias no parque.

$$12,30\text{€} \times 27 \text{ dias} = 332,1\text{€}$$

Com o desconto de 20%, o Bruno pagaria:

$$332,1\text{€} \times 0,20 = 66,42\text{€} \text{ (valor do desconto)}$$

$$332,1\text{€} - 66,42\text{€} = 265,68\text{€} \text{ (valor que pagaria)}$$

Como  $265,68\text{€} > 258,3\text{€}$ , se ficasse 27 dias no parque, ele pagaria mais do que tinha inicialmente previsto.

**Resposta:** O número máximo de dias que o Bruno poderia ter passado no parque seria 26 dias.

Figura 9 - Proposta de resolução do problema “Férias no Parque 2”, feita por mim, em que a comunicação matemática escrita é valorizada

Começo por explicitar os dados importantes do problema para que haja uma maior compreensão do que se está a calcular, e explico todas as etapas de forma clara. A resolução está organizada, existindo um fio condutor que permite ao leitor seguir a resolução do princípio ao fim, sem dificuldades. Tal como relativamente ao primeiro momento da intervenção pedagógica, na mesma aula em que discuti com os alunos



esta proposta de resolução, apresentei também alguns erros comuns que os alunos foram cometendo ao resolver o problema.

A primeira fase do último problema foi proposta aos alunos no dia 14 de março de 2023. Os estudantes resolveram este problema em pares, durante aproximadamente 30 minutos da aula de Matemática. No entanto, o meu objetivo inicial não era organizar o trabalho dos alunos desta forma e explico de seguida a razão de ter alterado a minha ideia. A minha sugestão inicial para o terceiro momento da avaliação entre pares era que cada aluno realizasse comentários a duas resoluções de colegas diferentes, de forma individual e, conseqüentemente, recebesse dois comentários de colegas distintos. O meu objetivo seria perceber se a experiência de receber mais do que um comentário feito por colegas diferentes se tornava mais enriquecedora. No entanto, eu e minha orientadora cooperante percebemos que muitos alunos ainda não estariam aptos para realizarem comentários às resoluções dos colegas de forma individual. Desde janeiro, que foi o mês em que iniciei a intervenção pedagógica, até março, que foi o mês que propus o terceiro momento de avaliação entre pares, apesar de notar uma evolução por parte de alguns alunos, muitos ainda não seriam autónomos e capazes de avaliar sozinhos o trabalho dos colegas. Assim, como queria manter o meu objetivo inicial, ou seja, perceber se a experiência de receber mais do que um comentário feito por colegas diferentes se tornava mais enriquecedora, decidi alterar apenas a organização do trabalho dos alunos. Desta forma, no terceiro momento da intervenção pedagógica, os alunos resolveram o problema em pares. Além disso, realizaram o momento da avaliação entre pares também num trabalho em díades, no dia 17 de março de 2023, na aula de Matemática seguinte a terem resolvido a primeira fase do terceiro problema. Nesse momento, cada aluno, juntamente com o seu par, realizou comentários a duas resoluções de díades diferentes e, conseqüentemente, recebeu dois comentários, também de díades diferentes. Como não queria que os segundos alunos a dar *feedback* a uma resolução fossem influenciados pelos comentários dados pelos primeiros, decidi fotocopiar as resoluções de todos os envolvidos. Assim, evitei que comentários feitos por díades diferentes fossem realizados na mesma folha, uma vez que, só iria constar um comentário em cada fotocópia e um comentário em cada resolução original. Posteriormente, a segunda fase do terceiro problema foi realizada na mesma aula, no dia 17 de março, a seguir ao terceiro momento da avaliação entre pares. Mais uma vez, os alunos que resolveram a primeira fase de forma clara, correta e completa receberam uma nova proposta do problema durante esta fase (Apêndice 5).

Para terminar o terceiro momento da intervenção pedagógica, todos os alunos receberam comentários meus às suas resoluções, a validá-las ou a sugerir melhorias. Novamente, não pretendia que os alunos entregassem uma terceira fase de resolução do problema, mas sim, que refletissem acerca do *feedback* recebido e que compreendessem o seu progresso e o que ainda precisavam de alcançar. Na aula de Matemática do dia 31 de março de 2023, foi analisada uma proposta de resolução do problema “Eleição para o delegado de turma”, em que a comunicação matemática escrita é valorizada (Figura 10). A proposta foi realizada por mim, no entanto, baseei-me em várias resoluções de diádes diferentes para a fazer. Mais uma vez, esta possível resolução ficou disponível no *Classroom*, para os alunos terem acesso sempre que necessitassem.

### 1.º passo

Comecei por ler bem o enunciado e escrever os dados do problema:

- 1) Existiram 30 votos;
- 2) Só a Francisca, o Lucas e a Sandra receberam votos;
- 3) Número de votos que o Lucas recebeu = Número de votos que a Francisca recebeu menos dois;
- 4) Número de votos que a Sandra recebeu =  $2 \times$  Número de votos que a Francisca recebeu.

De seguida, reparei que como o Lucas recebeu menos dois votos que a Francisca e a Sandra recebeu o dobro dos votos que a Francisca, a Sandra ganhou as eleições. Faltava-me apenas descobrir com quantos votos a Sandra venceu. Assim, apercebi-me que conseguia obter o número de votos que a Sandra recebeu, caso descobrisse o número de votos que a Francisca recebeu.

Seja  $x$  o número de votos que a Francisca recebeu.

Então, a expressão que representa o número de votos que o Lucas recebeu é  $x - 2$ . E a expressão que representa o número de votos que a Sandra recebeu é  $2x$ .

### 2.º passo

Depois, encontrei um modelo matemático para a situação do problema. Como votaram os 30 alunos, sem existirem votos brancos e nulos, sabia que a soma dos votos teria de ser 30. Como a Francisca, o Lucas e a Sandra foram os únicos alunos que receberam votos, defini a seguinte equação para traduzir o problema:

$$x + x - 2 + 2x = 30$$

### 3.º passo

De seguida, resolvi a equação com o objetivo de descobrir o número de votos que a Francisca recebeu.

$$\begin{aligned} x + x - 2 + 2x &= 30 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + x + 2x &= 30 + 2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4x &= 32 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{4x}{4} &= \frac{32}{4} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= 8 \\ C.S &= \{8\} \end{aligned}$$

### 4.º passo

Com os cálculos que fiz, descobri que a Francisca teve 8 votos. Com esse valor, consegui descobrir o número de votos que o Lucas e a Sandra tiveram.

$$\begin{array}{ll} 8 \text{ votos} - 2 \text{ votos} = 6 \text{ votos} & \text{O Lucas recebeu 6 votos.} \\ 8 \text{ votos} \times 2 = 16 \text{ votos} & \text{A Sandra recebeu 16 votos.} \end{array}$$

Por fim, quis confirmar se, de facto, a soma de todos os votos seria 30.

$$\begin{aligned} 8 \text{ votos} + 6 \text{ votos} + 16 \text{ votos} &\text{ será igual a } 30 \text{ votos?} \\ 30 \text{ votos} &= 30 \text{ votos} \end{aligned}$$

### 5.º passo

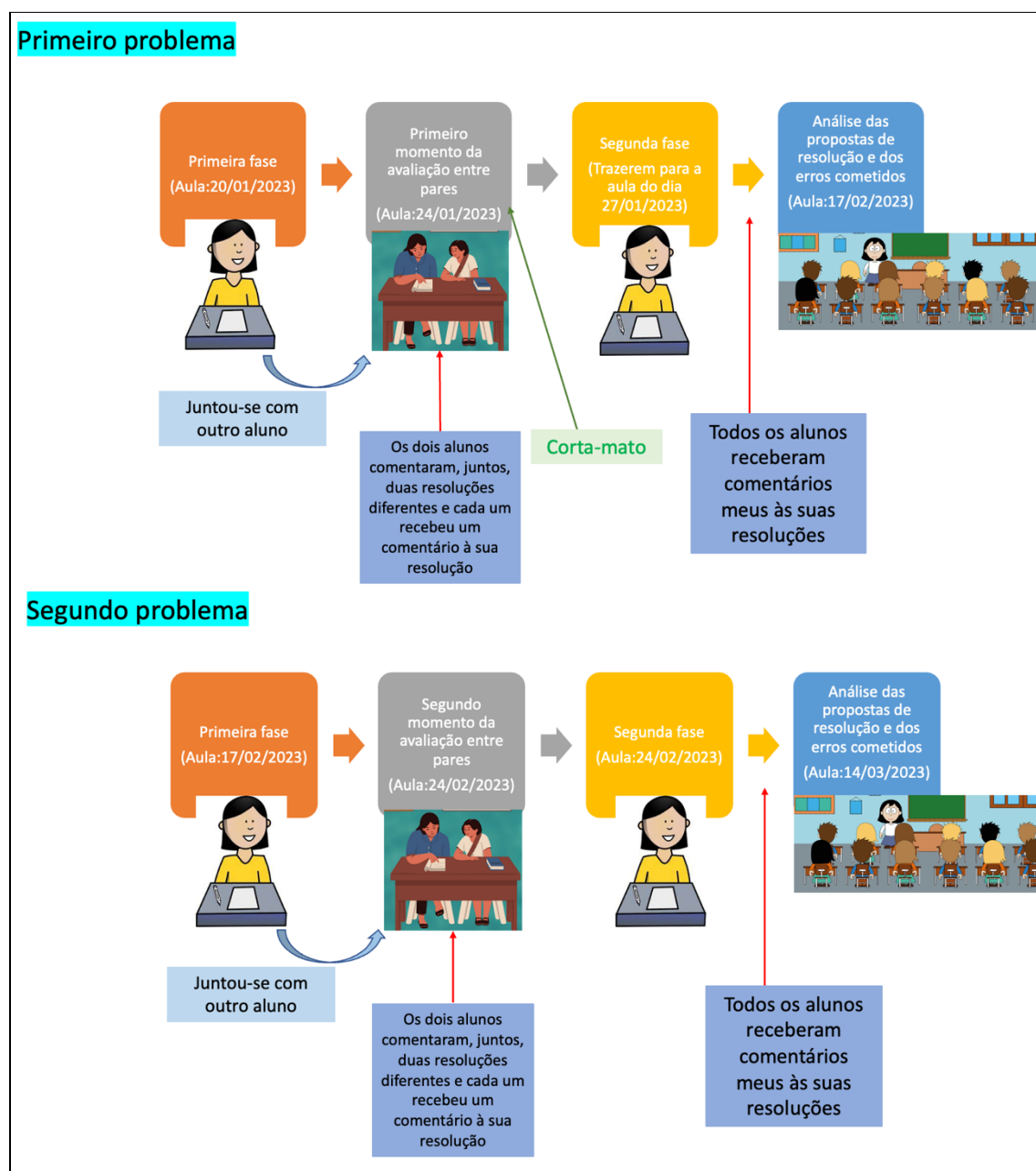
**R:** Quem ganhou as eleições foi a Sandra com 16 votos.

Figura 10 - Proposta de resolução do problema “Eleição para o delegado de turma”, em que a comunicação matemática escrita é valorizada

Comecei por explicitar os dados importantes do problema para que houvesse uma maior compreensão do que se estava a calcular e expliquei todas as etapas de forma clara. A resolução está organizada, existindo um fio condutor que permite ao leitor seguir a resolução do princípio ao fim, sem dificuldades. Tal como relativamente ao primeiro e

segundo momentos da intervenção pedagógica, na mesma aula em que discuti com os alunos esta proposta de resolução, apresentei também alguns erros comuns que os alunos foram cometendo ao resolver o problema.

A figura 11, através de um esquema elaborado por mim, ilustra de forma resumida como e quando foram realizadas as primeiras e segundas fases de cada um dos três momentos da intervenção pedagógica, bem como, cada um dos momentos de avaliação entre pares. Também refiro quando e de que forma analisei com os alunos cada uma das propostas dos três problemas.



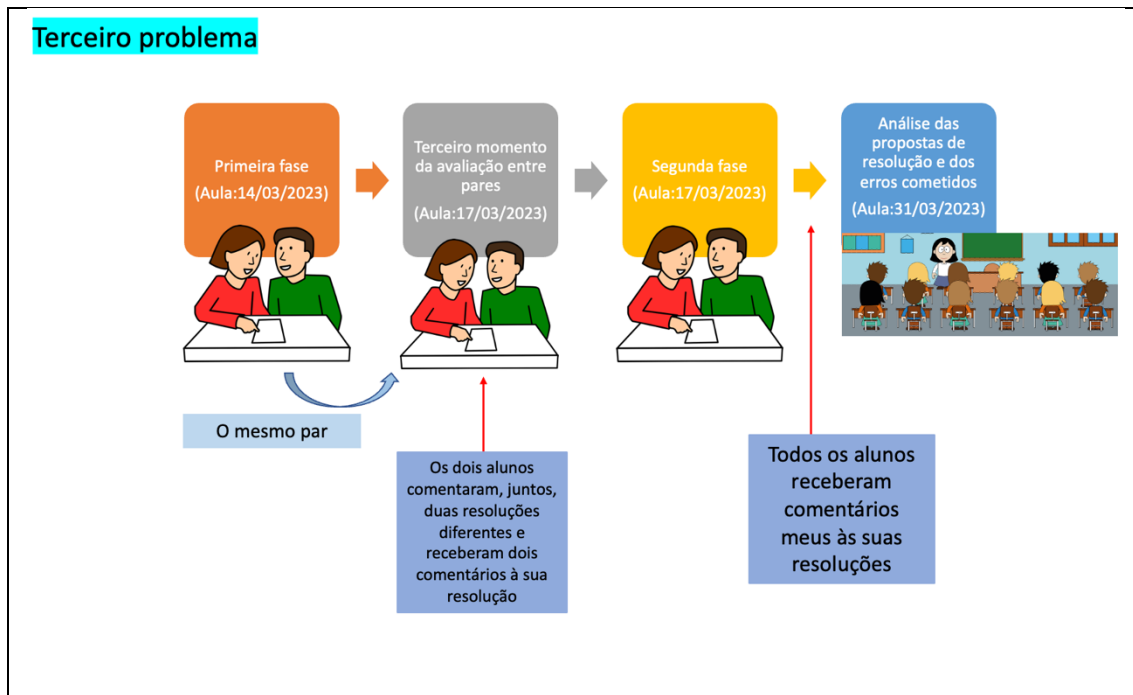


Figura 11 - Esquema acerca da organização dos diferentes momentos da intervenção pedagógica

Inicialmente pensei que, por uma questão de logística de sala de aula, seria mais prático os alunos trabalharem com o colega do lado, quando comentassem as resoluções dos colegas, nos diferentes momentos de avaliação entre pares. No entanto, ajustei alguns elementos devido à dificuldade que esta turma manifestava em trabalhar desta forma. Também criei díades em que cada aluno pudesse ajudar o colega a melhorar. Por exemplo, pensei que seria benéfico um aluno que explicou todos os passos da sua resolução do problema trabalhar com um aluno que não explicou os passos da sua resolução ou que sentia dificuldade em fazê-lo. Também pensei juntar um aluno que resolveu corretamente o problema com um aluno que não percebeu o enunciado e que apresentava muita dificuldade na disciplina de Matemática. Desta forma, as díades não foram fixas ao longo dos vários momentos da avaliação entre pares.

As resoluções que cada par comentou, nos diferentes momentos de avaliação entre pares, foram escolhidas por mim. Por exemplo, alunos que resolveram corretamente o problema comentaram as resoluções de alunos com dificuldades em interpretar o problema e, por isso, não utilizaram todos os dados importantes, e vice-versa; ou então, alunos que explicaram de forma clara todos os passos da resolução do problema comentaram as resoluções de alunos em que as explicações eram poucas ou confusas, e vice-versa.

Como era de esperar, os alunos revelaram algumas dificuldades na realização dos primeiros comentários. No primeiro momento de avaliação entre pares, muitos alunos tiveram necessidade de me pedir ajuda para perceberem a forma como o colega tinha pensado. Além disso, demoraram mais tempo do que eu tinha inicialmente previsto para esta etapa da aula. Assim, nem todos as díades forneceram *feedback* às duas resoluções que lhes tinham sido atribuídas e, por isso, eu própria dei *feedback* aos alunos cujas díades não tinham cumprido com o combinado. No entanto, nos restantes momentos de avaliação entre pares, este processo já demorou o tempo previsto e todas as díades forneceram *feedback* às duas resoluções que lhes tinham sido entregues.

Com a recolha das primeiras e segundas fases de cada um dos três problemas de cada aluno, assim como os respetivos comentários a cada problema, finalizou-se o momento da intervenção pedagógica. Estes dados permitiram-me recolher evidências de aprendizagem de cada aluno, quer ao nível dos tópicos ou subtópicos matemáticos trabalhados, em cada um dos problemas, quer à capacidade de comunicação matemática escrita, quer ao processo de avaliação entre pares que cada um desenvolveu. As evidências recolhidas foram adequadas ao propósito pretendido, uma vez que foi possível identificar a evolução de cada aluno no que diz respeito à comunicação matemática escrita.

## 4. Métodos e procedimentos de recolha de dados

Neste capítulo, são apresentadas e justificadas as principais opções metodológicas que decidi tomar, assim como os métodos e procedimentos de recolha de dados. É também feita uma descrição do processo de análise dos mesmos. Além disso, explico como foram acauteladas as questões de natureza ética relevantes para o estudo.

Este estudo seguiu uma abordagem metodológica de natureza qualitativa e carácter interpretativo, a fim de dar resposta às questões de investigação. Escolhi esta abordagem pois, através de situações inseridas no âmbito das atividades letivas dos alunos, quis compreender como é que a avaliação entre pares poderia contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos. Desta forma, tentei compreender o significado que os estudantes atribuíram às suas próprias ações e entender as suas interpretações das diferentes situações a que foram sujeitos (Amado, 2014). Como investigadora, interagi com os alunos de forma natural e discreta e adaptei o plano de investigação sempre que senti essa necessidade (Carmo & Ferreira, 2008). Como explicitiei no capítulo anterior, tive necessidade de adaptar a intervenção pedagógica em relação ao inicialmente previsto, o que também condicionou os procedimentos metodológicos de investigação a que recorri. A intenção deste trabalho não é encontrar soluções, mas sim compreender e analisar a informação recolhida no contexto onde se desenrolou a ação, valorizando o processo em vez do produto, o que evidencia o carácter interpretativo desta investigação (Amado, 2014; Carmo & Ferreira, 2008).

A recolha de dados foi efetuada por diversas vias: (i) produções escritas dos alunos realizadas antes do início deste estudo, que permitiram descrever as principais dificuldades que os alunos evidenciavam na comunicação matemática escrita; (ii) primeiras e segundas fases das resoluções dos três problemas propostos, que proporcionaram informação essencial para compreender a evolução dos alunos na sua capacidade de comunicação matemática escrita; (iii) *feedbacks* dos alunos às primeiras fases de resoluções de outros alunos, que me permitiram analisar a compreensão que tinham de outras estratégias e que aspetos da comunicação matemática escrita valorizavam; (iv) respostas a um questionário, sobre as perspetivas que tinham das experiências vividas ao longo da intervenção pedagógica; (v) um conjunto de entrevistas semiestruturadas, realizadas em vários momentos ao longo da intervenção, que me

permitiram esclarecer dúvidas quanto à análise feita das produções escritas dos alunos, compreender melhor as opções que foram tomando, quer na resolução dos problemas, quer na elaboração dos *feedbacks*, e também conhecer a opinião fundamentada dos alunos sobre como esta intervenção permitiu (ou não) melhorar a sua capacidade de comunicação matemática escrita; e (vi) notas de campo das observações por mim realizadas enquanto professora e investigadora, nos momentos em que os alunos trabalharam nos problemas da intervenção pedagógica, que me permitiram clarificar alguns aspetos provenientes dos restantes instrumentos de recolha de dados e apoiaram a redação deste relatório, nomeadamente o capítulo 5.

Foram recolhidas as primeiras e segundas fases dos três problemas propostos na intervenção pedagógica e os comentários dados e recebidos de todos os alunos. Porém, selecionei um conjunto de estudantes para concretizar a minha recolha de dados pois não era exequível, dados os objetivos do estudo e a natureza deste trabalho, analisar os dados de todos os alunos participantes. Assim, para cada um dos alunos selecionados em cada um dos problemas, estudei a primeira fase da sua resolução, juntamente com os comentários recebidos e a respetiva segunda fase da resolução. Simultaneamente, analisei também os comentários realizados pelo aluno aos colegas, uma vez que evidenciavam a análise que o próprio aluno fez da resolução do colega e a própria compreensão do problema.

O meu principal objetivo com a escolha das resoluções que foram alvo de estudo teve como intenção dar uma visão geral da turma em cada um dos problemas e escolher alunos que apresentavam, nas suas produções, aspetos interessantes a serem analisados. Por exemplo, escolhi alunos que evoluíram bastante ao nível da comunicação matemática escrita da primeira para a segunda fase, alunos que alteraram a sua estratégia de resolução através dos comentários recebidos ou até não sentiram necessidade de melhorar a sua resolução na segunda fase do problema. No entanto, também escolhi alunos que realizaram comentários com pouco interesse para as aprendizagens dos colegas. Portanto, a seleção de alunos incidiu sobre a potencial utilidade de as suas produções permitirem ilustrar o desempenho global da turma em face da intervenção pedagógica realizada e dos objetivos do estudo.

A recolha documental incluiu não só os documentos que surgiram no decorrer da investigação, como é o caso das primeiras e segundas fases das resoluções dos três problemas propostos e dos *feedbacks* dos alunos às primeiras fases de resoluções dos colegas, como também incluiu documentos recolhidos antes da intervenção pedagógica, como é o caso das produções escritas de todos os alunos ao problema



“Férias no Parque 1”. Esta recolha de produções prévias à intervenção pedagógica teve como principal objetivo obter informação mais sistemática sobre as capacidades dos alunos na comunicação matemática escrita.

O questionário foi proposto a todos os alunos, no final da intervenção pedagógica, no dia 27 de março de 2023, durante a aula de Matemática. A ideia era que a sua duração fosse de aproximadamente cinco minutos; no entanto, o preenchimento do questionário demorou cerca de quinze minutos. Foi feito via digital, no aplicativo *Google Forms*<sup>6</sup>, e associado ao e-mail institucional de cada aluno de modo a permitir identificar as respostas de cada um deles ao questionário. Porém, na análise realizada neste trabalho, os autores não foram identificados, observando apenas as respostas dadas. Todos os alunos responderam ao questionário com exceção de uma aluna que, apesar de ter estado presente na aula, emprestou o seu telemóvel a um colega para que ele pudesse preencher o questionário. Quando, durante a aula, a aluna tentou responder, teve problemas com o seu e-mail institucional, por isso, pedi que preenchesse em casa. Na aula seguinte, como ainda não tinha respondido ao questionário, voltei a alertá-la e a pedir que não se esquecesse de o preencher em casa, mas a aluna não chegou a preencher. O questionário era formado por questões fechadas e abertas (Apêndice 6) e teve como objetivo a recolha de informação sobre as opiniões dos alunos acerca da experiência de avaliação entre pares, sem recorrer ao contacto direto com os mesmos. Escolhi este meio de recolha de dados por se tornar muito difícil realizar entrevistas a todos os alunos da turma, mas ser muito importante perceber a opinião de todos eles sobre esta intervenção.

As entrevistas que realizei foram semiestruturadas (Amado, 2014), uma vez que o meu objetivo foi esclarecer dúvidas provenientes da análise documental, mas também permitir aos alunos que completassem ideias e exprimissem a sua opinião acerca da experiência realizada. Assim, para cada entrevista, embora existisse um guião, este não foi seguido de forma rígida e a entrevista, ao desenrolar-se, adaptou-se ao entrevistado. As entrevistas semiestruturadas foram realizadas em diferentes momentos. Inicialmente, senti necessidade de esclarecer dúvidas importantes resultantes da análise documental. Por exemplo, dúvidas que surgiram da resolução dos alunos, tanto da primeira como da segunda fase, de comentários realizados ou da interpretação de algum comentário recebido. Estas entrevistas foram realizadas após a conclusão do processo de resolução de cada um dos problemas. No final do processo de resolução

---

<sup>6</sup> O *Google Forms* é uma ferramenta disponibilizada pelo *Google* que permite criar questionários e formulários.

do primeiro momento da intervenção pedagógica, senti necessidade de entrevistar cinco alunos. No final do processo do segundo momento, senti necessidade de entrevistar dois alunos e, por fim, no final do processo do terceiro momento, senti necessidade de entrevistar quatro alunos, sendo que um deles já tinha sido entrevistado no primeiro momento. Assim, no total entrevistei dez estudantes diferentes para esclarecimento de dúvidas relativas às três etapas da intervenção pedagógica. Estas entrevistas foram realizadas na escola e registadas em áudio, de seguida foram transcritas por mim para efeitos deste trabalho. Cada uma das entrevistas teve uma duração média de cinco minutos. O guião de cada uma das entrevistas pode encontrar-se no Apêndice 7.

No final de toda a intervenção pedagógica, também quis conhecer a opinião fundamentada dos alunos sobre como esta intervenção permitiu ou não melhorar a sua capacidade de comunicação matemática escrita. Assim, escolhi quatro alunos para realizar entrevistas tendo em conta as respostas dadas ao questionário, uma vez que queria perceber o porquê de certas respostas dadas e, desta forma, obter mais e melhor informação. Estas entrevistas foram realizadas nos dias 30 e 31 de março de 2023 na escola, fora do horário letivo e registadas em áudio, posteriormente foram transcritas por mim. Cada uma das entrevistas teve uma duração média de dez minutos e o respetivo guião encontra-se no Apêndice 8. Todas elas foram compostas por dois conjuntos distintos de questões. O primeiro conjunto de questões foi idêntico para todos os alunos, uma vez que, estes tinham opiniões semelhantes sobre certas perguntas do questionário. Por exemplo, todos eles consideravam que este tipo de experiência os levou a comunicarem melhor o seu pensamento, por isso, decidi pedir a todos eles um exemplo que comprovasse essa afirmação. Já o segundo conjunto foi personalizado, uma vez que, em certas perguntas do questionário, uns tinham uma opinião e outros tinham outra diferente. Por exemplo, para um aluno, o que o tinha influenciado mais a comunicar melhor o seu pensamento tinha sido receber comentários às suas resoluções; no entanto, para outro foi ter comentado as resoluções dos colegas.

Os diferentes instrumentos de recolha de dados forneceram informação pertinente para conseguir responder às questões de investigação formuladas, embora de forma diferenciada. Para responder à primeira questão de investigação - Quais as principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento ao resolver problemas? - analisei os dados provenientes das produções escritas dos alunos realizadas antes do início da intervenção pedagógica e as primeiras fases de produções escritas dos alunos ao longo da intervenção.

Para responder à segunda questão de investigação - Como é que os alunos se envolvem no processo de avaliação entre pares? – procurei primeiro caracterizar o *feedback* escrito que os alunos deram uns aos outros. Depois, com a análise das segundas fases das produções escritas dos alunos, mas também com as entrevistas, procurei perceber como é que eles compreenderam o *feedback* escrito que receberam e como o integraram na melhoria das suas produções, bem como os desafios que enfrentaram. Com o objetivo de perceber quais as perspetivas dos alunos sobre dar/receber *feedback* escrito uns aos/dos outros, analisei os dados recolhidos através das entrevistas finais e do questionário. Para responder à última questão de investigação - Que evolução sofreu a capacidade de comunicação escrita dos alunos no decurso da intervenção pedagógica e qual a influência das práticas de avaliação entre pares nessa evolução? - recorri às entrevistas finais e ao questionário, mas também, às segundas fases das produções escritas dos alunos.

Quanto às questões de natureza ética, foram pedidas autorizações por escrito a cada encarregado de educação para a participação, no estudo, dos respetivos educandos (Apêndice 9). Foi explicitado, de modo particular, que a participação ou a não participação não influenciaria em nada a classificação do aluno na disciplina de Matemática. Nem todos os encarregados de educação autorizaram os seus educandos a participar neste estudo. Apesar de ter recolhido os dados de todos os alunos, uma vez que este estudo se inseriu no âmbito das práticas letivas, analisei as produções escritas e as respostas aos questionários apenas dos alunos autorizados a participar no estudo. As entrevistas não foram realizadas a alunos que não foram autorizados a participar. Além disso, mantive a confidencialidade de todos os dados recolhidos e a anonimidade de todos os participantes no estudo. Nenhum aluno é identificado neste relatório, pois são usados apenas pseudónimos.

## 5. Análise de resultados

Neste capítulo, são apresentados os resultados deste trabalho, com base nos dados empíricos recolhidos que são analisados à luz do quadro teórico. Tive em conta a problemática e as questões de investigação estabelecidas, fundamentando as interpretações feitas na literatura revista e recorrendo a evidências que julgo serem adequadas para ilustrar as interpretações dos dados que faço. Inicialmente, analiso as principais dificuldades que os alunos manifestaram, ao nível da comunicação matemática escrita, antes da intervenção pedagógica. Depois, para cada um dos três momentos dessa intervenção, selecionei alguns alunos para analisar o seu desempenho (a seleção de alunos incidiu sobre a potencial utilidade de as suas produções permitirem ilustrar o desempenho global da turma em face da intervenção pedagógica realizada e dos objetivos do estudo). Para cada um dos alunos selecionados em cada um dos problemas, analisei a primeira fase da sua resolução, juntamente com os comentários recebidos e a respetiva segunda fase da resolução. Em simultâneo, analisei também os comentários realizados pelo aluno aos colegas, uma vez que evidenciavam a análise que o próprio aluno fez da resolução do colega e a própria compreensão do problema. Com o objetivo de compreender como é que estes se envolveram no processo de avaliação entre pares, recorro às características principais do *feedback* escrito que os alunos deram uns aos outros e à forma como compreenderam o *feedback* recebido e o integraram para melhorar as suas produções, focando igualmente os desafios enfrentados nesse processo. Por fim, são analisadas as opiniões dos alunos sobre dar e receber *feedback* escrito uns aos outros. Em simultâneo, é analisada a evolução dos alunos na capacidade de comunicação matemática escrita, tendo como referência o papel da avaliação entre pares.

### 5.1. Principais dificuldades na comunicação matemática escrita antes da intervenção pedagógica

Antes de desenvolver a intervenção pedagógica, foi possível identificar algumas das principais dificuldades que os alunos manifestavam ao nível da comunicação matemática escrita quando resolviam problemas. Com o objetivo de ilustrar essas dificuldades, analisei as produções escritas dos alunos relativamente ao problema “Férias no Parque 1” (Figura 12).

### Férias no Parque 1

Em baixo está a tabela de preços do Parque de Campismo da Tapada.

| PREÇOS CAMPISMO por dia                                                                                 |                                                                                                                         |                                                                                                                            |                                                                                                                                   |                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <br>Adultos<br>5,50 €  | <br>Crianças (3 até 12 anos)<br>3,40 € | <br>Tenda individual (1 pessoa)<br>3,40 € | <br>Tenda<br>5,50 €                              | <br>Automóvel<br>5,80 € |
| <br>Caravana<br>5,50 € | <br>Motocicleta<br>3,40 €              | <br>Auto-caravana<br>11,30 €              | <br>Electricidade 660 W (Sem desconto)<br>3,30 € | Entradas depois das 12 horas.<br>Saídas até às 12 horas                                                    |
| DESCONTOS ESPECIAIS                                                                                     |                                                                                                                         |                                                                                                                            |                                                                                                                                   |                                                                                                            |
| MÊS                                                                                                     | Estadia igual ou superior                                                                                               | Desconto                                                                                                                   |                                                                                                                                   |                                                                                                            |
| Junho / Setembro                                                                                        | 1 semana                                                                                                                | 35%                                                                                                                        |                                                                                                                                   |                                                                                                            |
| Julho                                                                                                   | 25 dias                                                                                                                 | 20%                                                                                                                        |                                                                                                                                   |                                                                                                            |
| Agosto                                                                                                  | 30 dias                                                                                                                 | 10%                                                                                                                        |                                                                                                                                   |                                                                                                            |
| Outubro / Maio                                                                                          | 1 dia                                                                                                                   | 35%                                                                                                                        |                                                                                                                                   |                                                                                                            |

O Martim e os seus irmãos mais novos, a Leonor, de 13 anos, e o Bernardo, de 10 anos, foram acampar com os pais para o Parque de Campismo da Tapada. Levaram uma tenda que dá para toda a família. Pediram eletricidade e decidiram guardar o automóvel dentro do parque.

Chegaram ao parque no dia 2 de junho, às treze horas, e regressaram de férias no dia 13 de junho, tendo saído do parque por volta das 10 horas da manhã.

Quanto pagaram pela sua estada no parque de campismo?

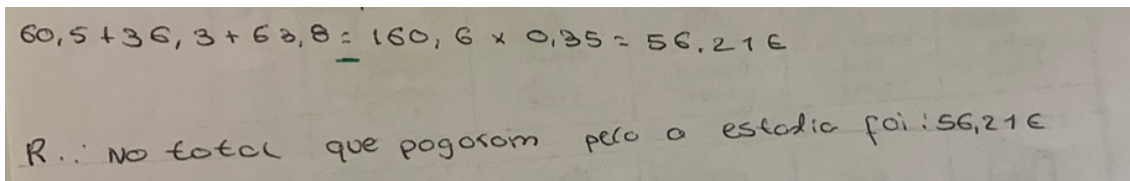
Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.

Figura 12 - Enunciado do problema “Férias no Parque 1”

Concluí que, apesar dos alunos terem resolvido o problema após ter sido abordado o tema de Números, alguns mostraram não dominar aspetos importantes e essenciais deste tema. Por exemplo, com o objetivo de determinar o valor a pagar de um produto que tinha desconto, alguns alunos subtraíam o valor em euros pela percentagem (Figura 13), outros apenas calculavam 35% do valor a pagar e não percebiam que esse seria apenas o desconto (Figura 14). Estes erros estão relacionados com o facto de os alunos não entenderem corretamente o que é um desconto, algo que diz respeito ao dia-a-dia dos alunos.

$289,50 - 0,35 = 289,15 \text{ €}$   
 Somei o preço que pagaram por pessoa com as coisas que adquiriram e deu 289,50 €. Por fim retirei ao valor que deu 35% e a conclusão a que cheguei foi que ao todo pagaram 289,15 €.

Figura 13 - Exemplo de um excerto de resolução com erro de percentagem



Handwritten mathematical work on a piece of paper. The first line shows the calculation:  $60,5 + 36,3 + 63,8 = 160,6 \times 0,35 = 56,21 \text{ €}$ . The second line shows the response: "R.: No total que pagaram pelo a estadia foi: 56,21 €".

Figura 14 - Exemplo de um excerto de resolução com erro de percentagem e de falhas de notação matemática

Uma das grandes dificuldades da turma dizia respeito ao rigor matemático, apresentando igualdades que não eram verdadeiras. A figura 14 exemplifica este erro que era cometido frequentemente pelos meus alunos. Neste caso, a aluna referiu que “ $60,5 + 36,3 + 63,8 = 160,6 \times 0,35$ ”, o que não acontece. Provavelmente, a aluna queria calcular a soma de 60,5 com 36,3 e com 63,8, o que daria um total de 160,6 e, posteriormente, queria calcular 35% desse valor. No entanto, a aluna acabou por escrever a sequência de etapas que, habitualmente, são seguidas com o auxílio de uma calculadora, em que não vai introduzir novamente o valor que acabou de obter no primeiro cálculo para fazer o segundo cálculo. A escrita da aluna reflete as ações que ela tem ao usar uma calculadora para fazer as operações pretendidas, mas não reflete matematicamente e de forma correta as operações que são efetivamente realizadas.

Constatei também que muitos alunos não utilizavam todos os dados importantes do problema. Por exemplo, não contabilizavam todos os membros da família que foram acampar (ou se esqueciam dos pais, ou se esqueciam do Martim) e não tinham em conta que a eletricidade não tinha desconto (Figura 15)<sup>7</sup>. Além disso, não se apercebiam que a família do Martim iria ficar 11 dias no parque, por isso, na sua resolução, apresentavam apenas o valor que a família pagaria por dia (Figura 15). Estas falhas estão associadas a uma interpretação inadequada das informações fornecidas no problema.

<sup>7</sup> A barra preta da figura 15 serve para ocultar um comentário realizado, pela minha orientadora cooperante, à resolução do aluno.

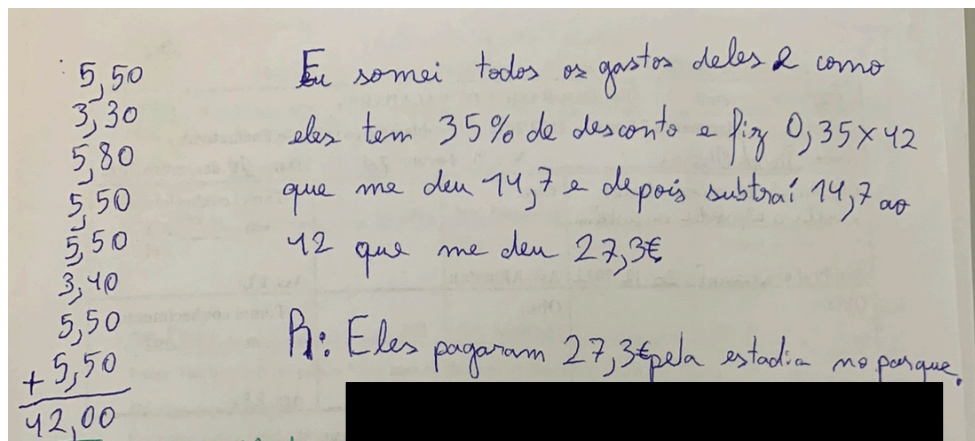


Figura 15 - Exemplo de resolução que revela ausência de dados

No caso da figura 15, o aluno não integrou todos os dados na sua resolução, levando a uma compreensão incorreta daquilo que estava a ser pedido no enunciado do problema. Desta forma, calculou apenas a despesa diária e não o valor total da estadia da família no parque de campismo. Porém, o aluno tentou explicar o que estava a calcular ao longo da sua resolução, sendo um aspeto positivo desta produção escrita.

Alguns alunos demonstravam ter também dificuldade em organizar a sua resolução. A figura 16 fornece um exemplo de uma resolução que se encontra bastante rasurada e apresenta uma disposição visual dos cálculos e dos dados retirados do problema um pouco confusa. Uma resolução desorganizada como esta (Figura 16)<sup>8</sup> faz com que se torne difícil, para quem está a apreciar a produção, acompanhar o pensamento seguido pelo aluno na resolução do problema. Além disso, pode aumentar a probabilidade do próprio aluno cometer erros e dificultar-lhe a verificação do seu trabalho, identificando erros que tenha feito.

<sup>8</sup> A barra preta da figura serve para ocultar o nome da minha orientadora cooperante.



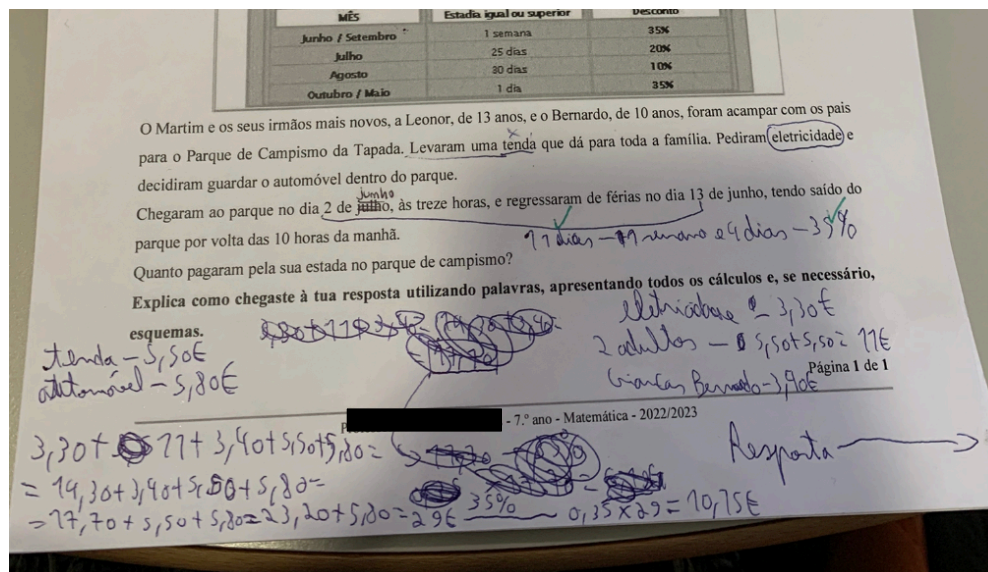


Figura 16 - Exemplo de uma resolução desorganizada

Embora alguns alunos apresentassem registos escritos, tentando expressar as suas ideias e utilizando vocabulário geralmente correto, não foi fácil perceber a resolução de outros alunos devido à ausência de esclarecimentos. Na figura 17, é notória a falta de explicação daquilo que o aluno utilizou em cada etapa da resolução. O aluno apresenta cálculos e não explica o que pretendia obter. Além disso, torna-se difícil, para quem está a apreciar a resolução, perceber a razão do aluno ter utilizado 65%, em vez de 35%. Um aluno que não esclarece o pensamento por trás dos cálculos tem mais dificuldade em consolidar o seu conhecimento matemático e não desenvolve capacidades matemáticas fundamentais, como a comunicação escrita.

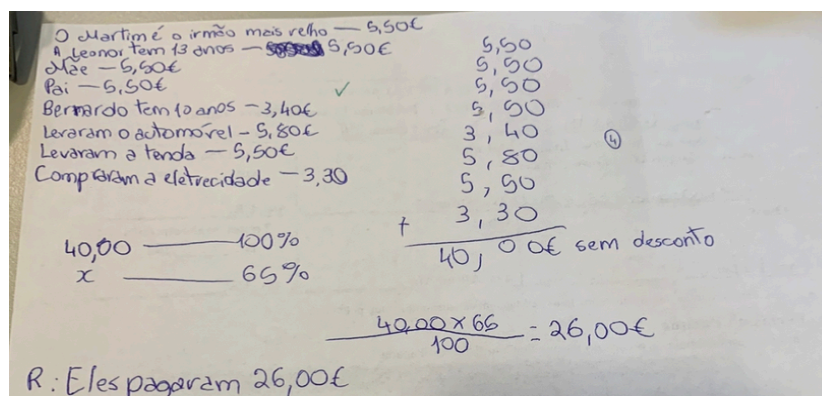


Figura 17 - Exemplo de resolução que mostra ausência de explicação



Para terminar a análise das resoluções dos alunos ao problema “Férias no Parque 1”, apresento um erro bastante comum cometido pelos alunos desta turma (Figuras 13, 14, 16 e 17). Era habitual colocarem o símbolo do euro (€) na soma, mas não colocarem em cada uma das parcelas. No entanto, a ausência do símbolo do euro (€) nas parcelas, faz com que a soma seja apenas um número e não uma quantia em dinheiro.

Assim, apresentei alguns exemplos das dificuldades ao nível da comunicação matemática escrita, sentidas pelos alunos na resolução de problemas. Com base nesse diagnóstico ficou evidente que existia uma necessidade significativa de promover a melhoria desta capacidade matemática transversal em todos os alunos. Infelizmente, não bastava a simples frase a negrito “Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas” no enunciado dos problemas, nem estarem projetadas no quadro as várias etapas de resolução de um problema e que estimulavam à explicação do processo de resolução. Deste modo, procurei estratégias para ajudar os alunos a melhorar a sua capacidade de comunicação matemática escrita, a partir de atividades de resolução de problemas, e fazendo uso da avaliação entre pares, que motivaria uma participação ativa dos alunos.

## 5.2. Primeiro problema da intervenção pedagógica

O primeiro problema, “Comprar automóvel” (Figura 18), proposto aos alunos no âmbito da intervenção pedagógica, teve como tema os Números e envolvia a adição de números racionais, assim como a comparação e a ordenação dos mesmos. O enunciado era longo e fornecia vários dados pertinentes.

### Comprar automóvel

A escolha de um automóvel novo é uma tarefa difícil. É preciso ter em conta o preço, a marca, a segurança, os locais onde vai circular e o conforto. O carro da figura é disponibilizado em dois modelos: o 3P/MX (com três portas) e o 5P/MX (com cinco portas).

|  | 1.0i (Gasolina)  | € 10 724    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------|
| 3P/MX                                                                             |                  |             |
|  | 1.0i (Gasolina)  | € 11 024,01 |
| 5P/MX                                                                             | 1.4Hdi (Gasóleo) | € 16 402,00 |

Figura 1 - Automóvel

Mas há mais opções possíveis, com implicações no preço:

- se o combustível for a gasolina, é possível:
  - caixa de velocidades “manual pilotada” mas custa mais 1969,99€;
  - modelo S, com mais segurança, melhor sistema de áudio e vidros elétricos, mas custa mais 1320,00€;
- com “Ar condicionado standard”, disponível para todas as versões, custa mais 810,00€.

O preço a pagar depende das opções que se fizerem. Entre que valores pode variar o preço deste automóvel?

**Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.**

Figura 18 - Enunciado do problema “Comprar automóvel”

Na aula em que os alunos resolveram a primeira fase do problema, surgiram algumas dúvidas, e demonstraram ter muita dificuldade em perceber o que era pedido. Colocavam-me questões, como, por exemplo: “porque é que o carro a gasóleo é mais caro do que os carros a gasolina?”, “a caixa de velocidades «manual pilotada» é necessária para o carro andar?” ou, até mesmo, “temos de ver entre que valores varia o modelo 3P/MX e entre que valores varia o modelo 5P/MX e dar a resposta para estes dois modelos?”. Muitas das perguntas que me colocavam não interessavam para resolver o problema. Na altura, apenas salientei que lessem de forma concentrada o enunciado, pois não queria diminuir o nível cognitivo da tarefa. Ao refletir sobre a minha postura, penso que agi de forma correta pois queria que os alunos tivessem oportunidade de resolver o problema sozinhos, sem qualquer ajuda da minha parte e, posteriormente, observar o que poderia surgir da resolução dos alunos.

Após recolher as resoluções para analisar, constatei que muitos alunos não conseguiram obter a resposta correta ao problema. A linguagem utilizada nem sempre era a mais correta e as explicações apresentadas nem sempre estavam claras. Além disso, alguns alunos não conseguiram retirar todos os dados importantes do problema. Por exemplo, não perceberam que só seria possível adicionar as opções “caixa de

velocidades «manual pilotada» e “modelo S” às versões cujo combustível era a gasolina, adicionando-as também ao modelo 5P/MX a gasóleo. Também não perceberam que o preço mínimo do automóvel seria o menor preço que aparece na figura do enunciado, que corresponde ao preço do modelo 3P/MX sem acrescentar nenhuma opção. Outros alunos identificaram três preços na sua resposta, em vez de referirem qual o preço mínimo e qual o preço máximo. Também cometeram falhas na notação matemática e apresentaram resoluções em que as explicações eram quase inexistentes.

A resolução apresentada pela Ana (Figura 19)<sup>9</sup>, na primeira fase, evidenciava que a aluna não tinha compreendido o problema, o que aconteceu também a alguns alunos da turma. Desprezou o modelo 3P/MX, tendo considerado, na sua resolução, apenas as duas versões do modelo 5P/MX. A Ana não explicou o que tinha feito em cada uma das etapas da sua resolução, nem apresentou os cálculos que fez para obter os seguintes valores: 27 426,01 e 31 525,99.

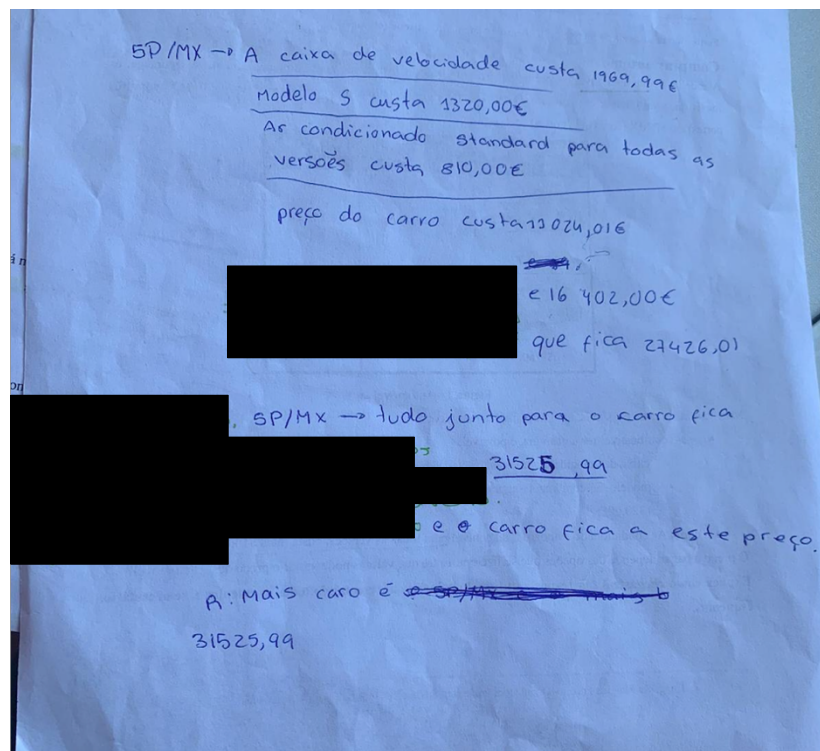


Figura 19 - Primeira fase do problema “Comprar automóvel” da Ana

<sup>9</sup> As barras pretas da figura 19 servem para ocultar os comentários realizados, pelos colegas, à primeira fase da Ana.

Assim, ao ler nas entrelinhas, constatei que a aluna somou o preço da versão 5P/MX a gasolina com o preço da versão 5P/MX a gasóleo e obteve 27 426,01. Posteriormente, somou a parte inteira desse resultado com os preços das várias opções “caixa de velocidades «manual pilotada»”, “modelo S” e “ar condicionado”, obtendo 31 525,99. Portanto, não percebeu que as duas primeiras opções só estariam disponíveis para o modelo 5P/MX a gasolina. Como alguns alunos cometeram este erro, ou seja, somaram o preço da versão 5P/MX a gasolina com o preço da versão 5P/MX a gasóleo, queria perceber a razão que levou os alunos a cometerem este erro; por isso, decidi questionar a aluna. Numa entrevista, a Ana esclareceu-me: “eu não percebi o enunciado e pensei que tinha de somar esses dois preços e tudo junto dava o valor do carro”.

Esta foi uma das alunas que durante a resolução da primeira fase do problema me colocou dúvidas, pois segundo ela, não estava a perceber “nada do problema”. No entanto, como não queria diminuir o grau de dificuldade da tarefa, apenas reforcei para voltar a ler o enunciado e tentar retirar os dados que considerasse pertinentes para o problema. Para além de todas as falhas mencionadas, a Ana também não conseguiu identificar entre que valores poderia variar o preço do automóvel, tendo apenas mencionado o preço máximo na sua resposta, mas de forma incorreta.

Contudo, os comentários realizados à sua primeira fase (Figura 20)<sup>10</sup> forneceram pistas para a Ana conseguir reformular a sua resolução. A aluna recebeu um *feedback* descritivo focado no trabalho que realizou. Os colegas que comentaram a resolução da Ana recorreram à forma sintática mista (interrogativa e afirmativa) e focaram-se, essencialmente, no processo, para que esta conseguisse compreender o problema, e na autorregulação, para que esta refletisse sobre alguns aspetos da sua resolução.

<sup>10</sup> O cabeçalho do primeiro problema da intervenção pedagógica, “Comprar automóvel”, era formado por um retângulo que, em vez de ter escrito “*Feedback* dos alunos (1ª fase)”, tinha escrito “Obs. dos alunos (1ª fase)” e por outro retângulo que, em vez de ter escrito “*Feedback* da professora (2ª fase)”, tinha escrito “Obs. da professora (2ª fase)”. No entanto, ao longo da intervenção pedagógica percebi que não fazia sentido estar no cabeçalho “Obs.”, visto que ao longo das aulas, o termo utilizado por mim e pelos alunos era *feedback* ou comentário. Por isso, decidi alterar o cabeçalho no segundo e terceiro momentos da intervenção e, colocar “*Feedback*” em vez de “Obs.”. Desta forma, a barra preta da figura 20 é para ocultar “Obs. dos alunos”.

The image shows a student's handwritten work on a problem titled "Comprar automóvel". The work is on a blue background and includes calculations for the cost of a car with various options. The student has calculated the total cost as 31525,99 and has written a comment: "A: Mais caro é o 5P/MX a gasolina". Below this, there is a code: "Código: 02" and a note: "1ª fase: Não explicou a resolução, e teve dificuldade em interpretar o enunciado, não percebendo o que era pedido".

The printed problem statement is titled "Comprar automóvel" and describes the task of choosing a new car. It mentions that the car is available in two models: 3P/M (three doors) and 5P/MX (five doors). A table lists the prices for different configurations:

| Modelo | Motor            | Preço       |
|--------|------------------|-------------|
| 3P/M   | 1.0i (Gasolina)  | € 10 724    |
| 3P/M   | 1.0i (Gasolina)  | € 11 024,01 |
| 5P/MX  | 1.4HDI (Gasóleo) | € 16 402,00 |

Figura 20 - Comentários realizados à primeira fase do problema "Comprar automóvel" da Ana

Desta forma, ao analisar os comentários deles verifiquei uma preocupação, por parte dos colegas, para que a Ana percebesse que o automóvel 5P/MX a gasolina era diferente do automóvel 5P/MX a gasóleo. Porém, o que queriam dizer os colegas da Ana com a afirmação "o raciocínio estava bom"? Considerariam que a Ana tinha pensado de forma correta? Como queria perceber a razão dos colegas terem fornecido este comentário à Ana, decidi questioná-los e observei uma preocupação em darem um *feedback* que servisse de motivação e incentivo para a Ana tentar melhorar a sua resolução na segunda fase do problema: "queríamos escrever algum comentário positivo e então achámos que, como apresentou os dados dos extras e do carro 5 portas e percebeu que tinha de somar, o raciocínio estava bom" (entrevista).

A Ana, num trabalho em díades, apresentou também comentários a duas resoluções de colegas diferentes. Um dos colegas a quem a Ana (e o seu par) comentou a primeira fase de resolução não a disponibilizou nem realizou a segunda fase. Os alunos realizaram, durante a aula de Matemática, comentários à primeira fase das resoluções dos colegas. Nessa mesma aula, o trabalho para casa consistiu na realização da segunda fase do problema para me entregarem na aula seguinte. O colega da Ana foi um dos estudantes que, após vários pedidos para que não se esquecesse de trazer para a aula a primeira fase do problema com os comentários recebidos e a realização da segunda fase, nunca me chegou a entregar, tal como referi no capítulo "Intervenção

pedagógica”. Além disso, criei dois trabalhos no *Classroom*, em semanas distintas, para que pudesse submeter o seu trabalho, mas também não o fez.

Assim, apresento apenas os comentários feitos pela Ana (a verde, na figura 21)<sup>11</sup>, num trabalho dois a dois, à primeira fase do problema de outro colega (Figura 21). O *feedback* fornecido pela Ana teve foco na tarefa, indicando que a resolução estava certa, mas que a resposta estava incorreta. A Ana ao referir que a resolução estava certa, não reparou na igualdade falsa: " $1\,969,99 + 1\,320,00 + 810 = 4\,099,99 + 10\,724$ ". Desta forma, não alertou o colega para ter atenção ao rigor matemático quando apresentasse a segunda fase do problema. Para além desta falha evidente, ele cometeu outros erros ao nível do rigor matemático. Colocou o símbolo do euro (€) na soma, mas não o colocou em cada uma das parcelas, por exemplo. No entanto, nesta fase inicial da intervenção pedagógica não esperava que a Ana alertasse o colega para esta falha. O *feedback* dado pela Ana também foi dirigido ao processo, referindo que o aluno deveria “melhorar a comunicação”; no entanto, seria vantajoso fornecer algum exemplo para se tornar claro como é que ele o poderia fazer. A Ana colocou uma questão ao colega, “mas tu somaste ao modelo mais caro o ar condicionado?”, com o objetivo de alertar o mesmo para o facto de não ter utilizado toda a informação pertinente do enunciado, visto que lhe faltava considerar o modelo 5P/MX a gasóleo (referido pela Ana como “modelo mais caro”).

<sup>11</sup> A barra preta da figura 21 é para ocultar “Obs. dos alunos”.

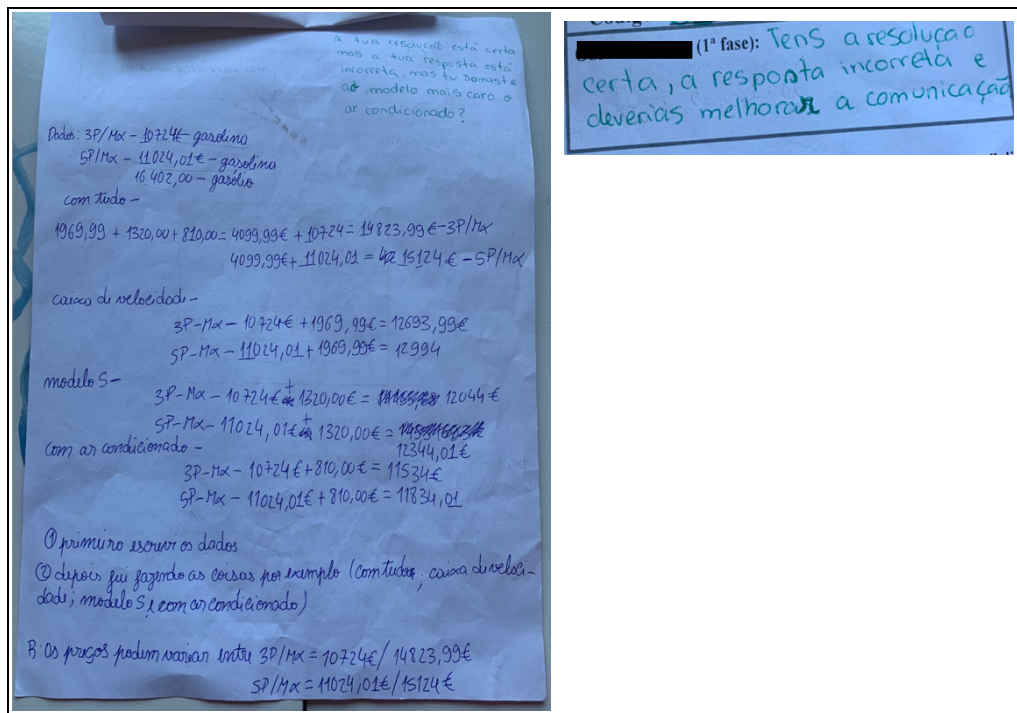


Figura 21 - Comentários realizados pela Ana, num trabalho em diádes, ao problema "Comprar automóvel"

Após ter analisado e comentado as resoluções dos colegas, a Ana teve a oportunidade de refletir sobre os comentários que recebeu e de melhorar a sua resolução na segunda fase do problema (Figura 22). Para além das explicações da aluna serem agora mais claras, apresenta uma resposta correta. É possível identificar um fio condutor nesta nova versão da aluna, o que não acontecia na sua primeira fase. Deste modo, a comunicação matemática escrita da aluna sofreu melhorias relativamente à sua primeira fase. O processo de avaliação entre pares parece ter influenciado positivamente a aluna ao fazê-la refletir sobre a estratégia que tinha adotado, a clareza das suas explicações e o rigor matemático. Queria perceber se assim era e o que mais teria influenciado a Ana a modificar a sua resolução. Por isso, questionei-a e a aluna enfatizou o ter contactado com as resoluções dos colegas e o ter fornecido *feedback*: "[o que mais me ajudou] foi ter visto os outros e ter comentado" (entrevista).



3P:

$$10724€ + 1969,99€ + 1320,00€ + 810€ = 14824€$$

(3P gasolina + caixa de velocidade + modelo S + ar condicionado).

SP (Gasolina e Gasóleo):

$$11024,01€ + 1969,99€ + 1320,00€ + 810,00€ = 15124€$$

(5P gasolina + caixa de velocidade + modelo S + ar condicionado)

$$16402,00€ + 810,00€ = 17212,00€$$

(gasóleo SP + ar condicionado)

A: Se somarmos o valor de cada modelo com todos os extras que podem obter, temos os seguintes valores: 17212,00€ (modelo 3P a gasóleo + ar condicionado), 15124€ (modelo 5P a gasolina + caixa de velocidade + modelo S + ar condicionado) e 14824€ (modelo 3P + caixa de velocidade + modelo S + ar condicionado). O modelo 3P a gasóleo juntamente com o ar condicionado é o valor mais caro e o valor mais barato seria o preço do modelo 3P apenas que custa 10724€, logo o preço deste automóvel varia entre 10724€ e 17212,00€.

Figura 22 - Segunda fase do problema "Comprar automóvel" da Ana

O caso que analiso de seguida ilustra o desempenho de um grupo de alunos que decidiu alterar a sua estratégia de resolução da primeira para a segunda fase, após receber comentários dos colegas. Estes alunos, em ambas as fases, adotaram diferentes estratégias que eram adequadas para a resolução do problema, embora apresentassem a primeira fase incompleta. A Joana, na sua primeira fase do problema (Figura 23)<sup>12</sup>, recorreu a representações simbólicas para exprimir as suas ideias matemáticas. A aluna conseguiu perceber que o preço do modelo 3P/MX, sem acrescentar nenhuma das opções possíveis (extras), correspondia ao preço mínimo do automóvel. Desta forma, não calculou o preço do modelo 3P/MX com os vários extras, pois reparou que nunca corresponderia ao preço máximo. No entanto, esta etapa da resolução poderia ser explicada de forma mais clara.

<sup>12</sup> A barra preta da figura 23 serve para ocultar um comentário realizado por mim, quando os alunos receberam comentários meus às suas resoluções. Decidi esconder este comentário, uma vez que não pertencia à resolução da Joana.



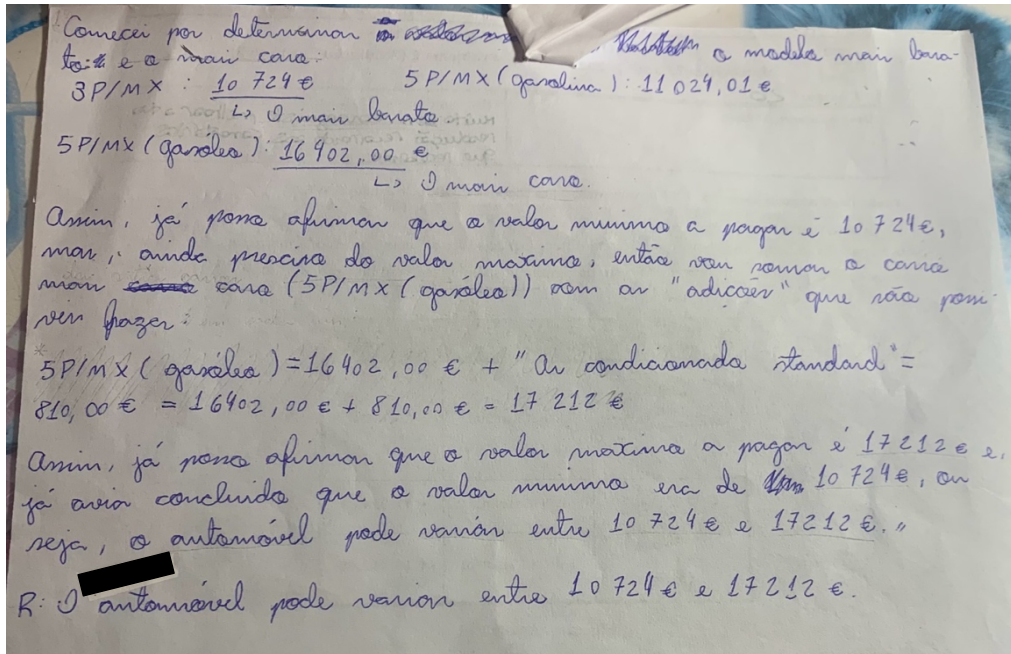


Figura 23 - Primeira fase do problema "Comprar automóvel" da Joana

A Joana não mencionou que o preço do modelo 5P/MX a gasolina com as opções "caixa de velocidades «manual pilotada»", "modelo S" e "ar condicionado" seria menor do que o preço do modelo 5P/MX a gasóleo, sem nenhuma opção e, por isso, não explicou a razão de também ter descartado o modelo 5P/MX a gasolina, na sua resolução. No entanto, em entrevista, consegui perceber que a aluna tinha somado e colocado na folha de rascunho o preço do modelo 5P/MX a gasolina (11 024,01€) com as várias opções disponíveis para esse modelo e, por esse motivo, tinha descartado o modelo 5P/MX a gasolina, visto que tinha percebido que não corresponderia ao preço máximo. Porém, esqueceu-se de passar para a folha que me entregou da sua resolução: "eu tinha feito antes no rascunho, mas esqueci-me de anotar isso, mas eu tinha feito a soma desse carro com as adições e vi que era menos do que 16 402" (entrevista).

A Joana comete falhas ao nível do rigor matemático ao escrever: "5P/MX (gasóleo) = 16 402,00 € + "ar condicionado standard" = 810,00 € = 16 402,00 € + 810,00 € = 17 212 €". Além disso, não utiliza acentuação em algumas palavras (por exemplo: "mínimo"; "máximo"). A aluna identificou de forma correta tanto o preço mínimo como o preço máximo do automóvel, apresentando uma resposta correta ao problema.

Os comentários realizados à produção da Joana (Figura 24) incidem na completude da resolução e incentivam a aluna a refletir sobre a estratégia que utilizou e a considerar se todos os passos foram realmente realizados. No entanto, não fica claro se os colegas da Joana entenderam a estratégia adotada por ela nem se perceberam que ela poderia não ter calculado o preço do modelo 3P/MX com os vários extras, desde que explicasse

de forma clara a razão de o ter feito. Também é possível constatar que os colegas identificaram pontos positivos na resolução da Joana (“Nas contas que resolveste mostraste facilidade”), dando-lhe confiança. Porém, não identificaram falhas ao nível do rigor. Ao escrever “ $5P/MX$  (gasóleo) = 16 402,00 € + «ar condicionado standard» = 810,00 € = 16 402,00 € + 810,00 € = 17 212 €”, a Joana comete falhas de notação matemática e torna-se difícil seguir o pensamento da aluna do princípio ao fim.

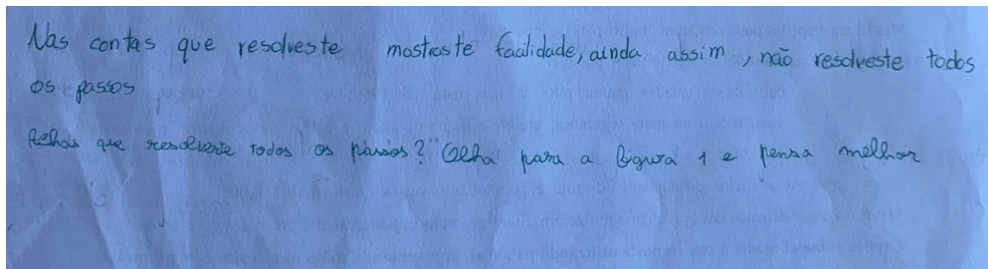


Figura 24 - Comentários realizados à primeira fase da resolução do problema “Comprar automóvel” da Joana

Quando foi a vez da Joana e do seu par comentarem duas resoluções de colegas diferentes, a dupla não conseguiu cumprir o proposto, por falta de tempo, e apenas forneceu comentários a uma das duas resoluções atribuídas. Posto isto, avancei eu com o *feedback* ao colega da Joana que ela não conseguiu fazer, para que este pudesse usufruir da avaliação entre pares, tal como aconteceu com vários alunos. Assim, neste relatório, são apresentados apenas os comentários (a verde) feitos pela Joana (e pelo seu par), à primeira fase de outro colega (Figura 25)<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> A primeira imagem, da figura 25, apresenta dois quadrados pretos, porque eu senti necessidade de acrescentar o símbolo do euro (€), tanto ao número 10 724, como ao número 17 212, quando os alunos receberam comentários meus às suas resoluções. Decidi esconder estes símbolos, uma vez que não foram realizados pela Joana, num trabalho em diádes. Já a barra preta da segunda imagem da figura 25 serve para ocultar “Obs. dos alunos”.

|        |                  |             |
|--------|------------------|-------------|
| 5P/14x | 10i (gasolina)   | 10 724,6    |
| 5P/14x | 10i (gasolina)   | 11 024,01 ✓ |
|        | 1.4Hdi (gasóleo) | 16 902,00 ✓ |

R. O Preço varia entre 10 724,6 e 17 212 ✓

- se o combustível for a gasolina é possível:
  - caixa de velocidade "manual pilotada" mas custa mais 1969,99 ✓
  - modelo S, com mais segurança, melhor sistema de áudio e vidros elétricos, mas custa mais 1320,00 ✓
- com "ar condicionado standford", disponível para todas as versões, custa mais 810,00 ✓

O primeiro passo foi ver qual era o carro mais barato para ver qual era o preço menor.  
5P/14x é o carro mais barato ✓

O segundo passo foi ver qual era o carro que com tudo somado, era o mais caro (o possível)

$11\ 024,01 + 1969,99 + 1320,00 = 14\ 314$  → carro 5P/14x (gasolina) com todas as coisas disponíveis somadas

$16\ 902,00 + 810,00 = 17\ 212$  → carro 5P/14x (gasóleo) com todas as coisas disponíveis somadas ✓

**Código: 25**  
 (1ª fase): Fizeste um bom trabalho na resolução e na comunicação matemática, porém, esqueciste de um detalhe na peça.

**Fonte:** Tarefa adaptada do projeto "1001 Itens de Matemática" dis

Figura 25 - Comentários realizados pela Joana, num trabalho em diádes, ao problema "Comprar automóvel"

Os comentários tiveram foco na tarefa, já que, recorrendo ao sinal de verificação (✓), a Joana indicou que os resultados estavam certos e que o trabalho foi realizado de modo apropriado. Desta forma, a Joana identificou aquilo que o colega conseguiu realizar de forma correta, dando-lhe confiança. A aluna recorreu a uma questão para ajudar o colega a completar a sua resolução e perceber que teria de adicionar a "11 024,01 + 1 969,99 + 1 320,00" o preço do ar condicionado (810,00). Assim, recorreu à forma



sintática mista (interrogativa e afirmativa) no seu *feedback*. No entanto, ainda existiam aspetos da comunicação matemática escrita que poderiam ser melhorados na resolução, nomeadamente explicar porque é que descartou as diferentes opções para o modelo 3P/MX quando estava a descobrir o preço mais caro do automóvel. Porém, a Joana não sentiu necessidade de identificar esta falha, visto que também não explicou este aspeto na sua própria resolução.

Após ter analisado e comentado (com o seu par) a resolução do colega, a Joana teve a oportunidade de refletir sobre os comentários que recebeu. Como é possível verificar na segunda fase de resolução da aluna, a lápis (Figura 26), esta alterou a estratégia que tinha utilizado na primeira fase.

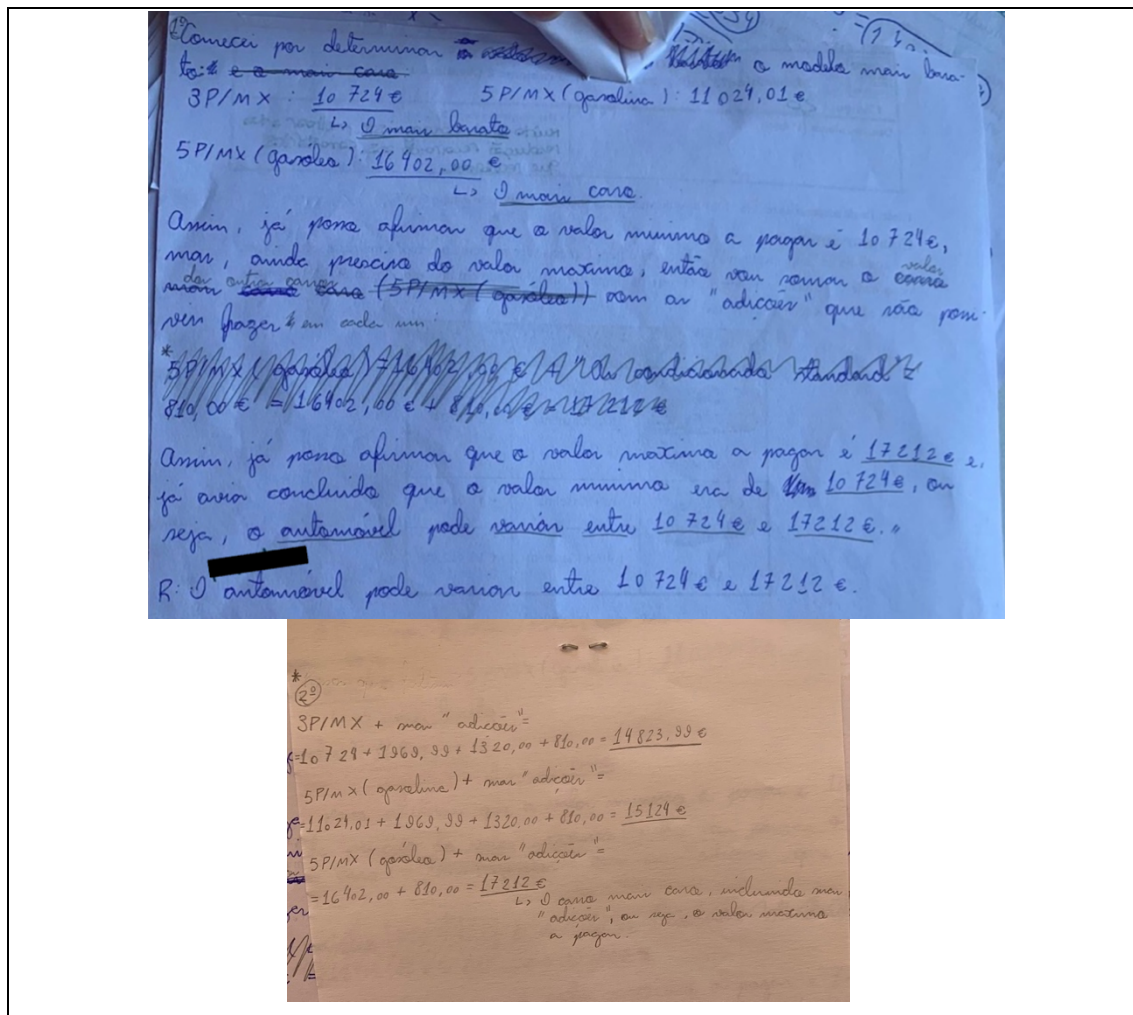


Figura 26 - Segunda fase do problema "Comprar automóvel" da Joana

A Joana sentiu necessidade de acrescentar à sua resolução os cálculos para determinar o preço do modelo 3P/MX com as várias opções disponíveis, assim como o preço do modelo 5P/MX a gasolina também com as várias opções disponíveis. Contudo, não era

necessário para a resolução indicar esses cálculos, desde que fossem claras as razões da Joana ter descartado os modelos 3P/MX e 5P/MX a gasolina para obter o preço máximo do automóvel.

Quis perceber os motivos que levaram a aluna a sentir necessidade de alterar a sua estratégia de resolução do problema; por isso, decidi questioná-la sobre o que tinha entendido dos comentários recebidos:

**Joana:** Eu achei que o que eles quiseram dizer com passos, era somar todas as adições do modelo 3P/MX e do modelo 5P/MX a gasolina.

**Mafalda:** Então achas que tinhas de realizar essas somas para a tua resolução estar completa?

**Joana:** Eu comecei a pensar que sim, e que a minha resolução não seria a mais correta, mas eu acho que estava bem porque eu até cheguei à resposta que eu acho que estava correta. Eu tinha pensado que se o modelo 5P/MX a gasolina era o mais caro dos modelos a gasolina [modelo 3P/MX e modelo 5P/MX], com as adições dos extras seria na mesma o mais caro, então não fiz os cálculos com o modelo 3P/MX.

**Mafalda:** E tens razão! Se explicasses por escrito o que me estás a dizer, não precisavas de somar o preço do modelo 3P/MX com as várias opções disponíveis. (entrevista)

A Joana melhorou a comunicação matemática escrita na segunda fase de resolução do problema. Por exemplo, em vez de referir que somou “o carro mais caro (...) com as adições que são possíveis fazer”, tal como acontecia na sua primeira fase, referiu que somou “o valor do outro carro com as adições que são possíveis fazer”. De facto, a aluna não somou o carro, mas sim o valor/preço do automóvel. No final, a Joana foi alertada para evitar colocar o símbolo do euro (€) no resultado do cálculo, quando não colocava nas parcelas.

Por fim, ainda a respeito deste primeiro problema da minha intervenção pedagógica, analiso a situação do Martim que ilustra o grupo de alunos com alguma dificuldade em organizar a resolução e em explicar, de forma clara, as suas etapas. O Martim, na primeira fase da sua resolução (Figura 27)<sup>14</sup>, recorreu a representações simbólicas para exprimir as suas ideias matemáticas.

---

<sup>14</sup> A barra preta da figura 27 serve para ocultar o nome da minha orientadora cooperante.

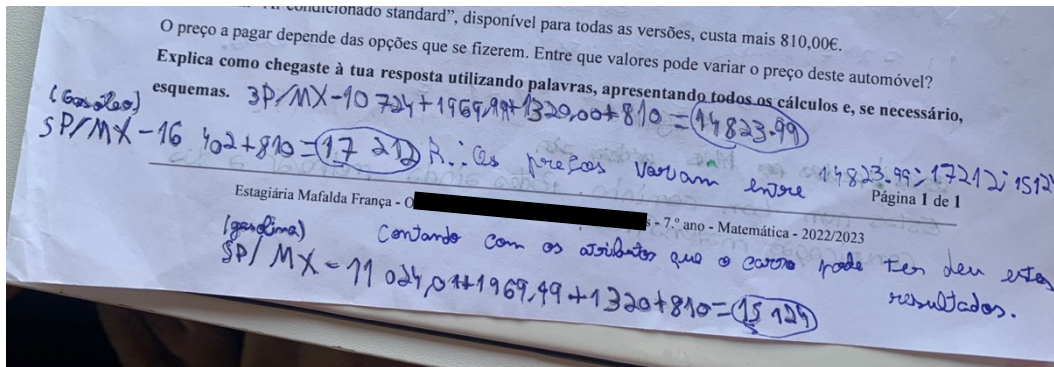


Figura 27 - Primeira fase do problema “Comprar automóvel” do Martim

O aluno adotou uma estratégia de resolução adequada, adicionando ao preço de cada uma das versões, o preço das diferentes opções disponíveis. Porém, a resolução revela pouca organização. A disposição dos cálculos é confusa e a resposta ao problema surge entre somas, o que dificulta o acompanhamento do pensamento seguido pelo aluno. Além disso, a explicação que é dada (“contando com os atributos que o carro pode ter deu estes resultados”) não é clara. O Martim sentiu dificuldade em interpretar a pergunta do problema, visto que identificou três preços na sua resposta, tal como muitos alunos desta turma, em vez de referir qual o preço mínimo e qual o preço máximo.

Os comentários realizados à primeira fase do Martim (Figura 28)<sup>15</sup> são caracterizados pelo pedido de explicações e de uma melhor organização. Os seus colegas sentiram necessidade de dar a sua opinião, fazendo um juízo de valor, ao referir que o aluno deveria ter explicado, por palavras suas, cada etapa da resolução, realizando comentários com foco no processo. No entanto, os comentários realizados também se dirigem à tarefa, referindo que a resposta estava parcialmente correta. Os colegas do Martim queriam alertá-lo para responder ao que era pedido, ou seja, identificar o preço mínimo e o preço máximo do automóvel na sua resposta, mas sem corrigirem o erro.

<sup>15</sup> A barra preta da figura 28 é para ocultar “Obs. dos alunos”.

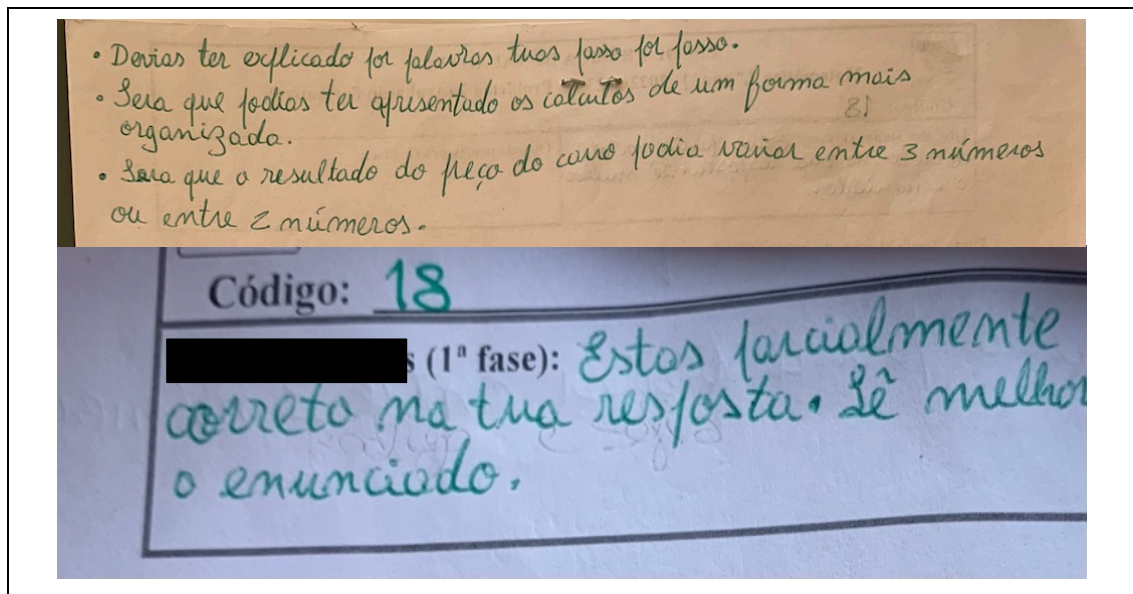


Figura 28 - Comentários realizados à primeira fase do problema "Comprar automóvel" do Martim

O Martim, num trabalho em díades, apresentou também comentários a duas resoluções de colegas diferentes. Uma das produções a que o aluno atribuiu *feedback* foi a resolução da Joana, analisada anteriormente. Deste modo, irei analisar apenas os comentários elaborados pelo Martim (a verde), num trabalho dois a dois, à resolução do outro colega (Figura 29)<sup>16</sup>.

<sup>16</sup> A barra preta da figura 29 é para ocultar "Obs. dos alunos".

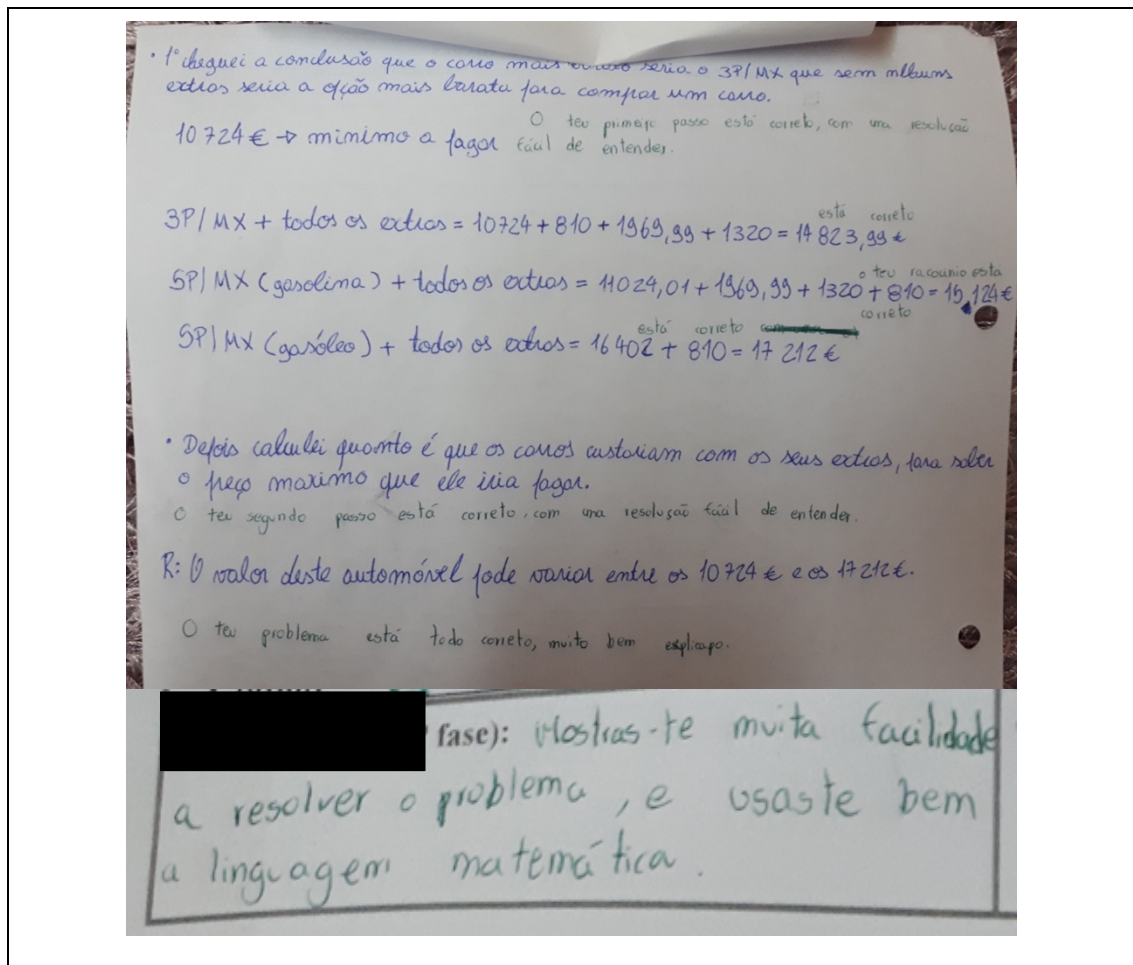


Figura 29 - Comentários realizados pelo Martim, num trabalho em diádes, ao problema "Comprar automóvel"

Após eu analisar as primeiras fases dos alunos da turma, tinha refletido sobre as produções que cada diáde iria comentar. Desta forma, decidi que o Martim iria fornecer *feedback* a uma resolução com explicações claras, em que era evidente uma boa organização, pois estas eram dificuldades sentidas pelo aluno, desde o início do ano letivo. Os comentários feitos pelo Martim indicam de forma clara que o trabalho do colega foi realizado de modo apropriado e confirmam os resultados obtidos, como era de esperar. Assim, o Martim forneceu um *feedback* focado na tarefa, mas também na pessoa, ao elogiar o trabalho do aluno. Apesar do colega do Martim cometer uma pequena falha ao nível do rigor matemático, ou seja, colocar o símbolo do euro (€) apenas no resultado e não em cada uma das parcelas, o Martim não identificou esse erro, embora eu também não esperasse que, nesta fase inicial da intervenção pedagógica, alertasse o colega para esta falha.

O Martim, após ter refletido sobre os comentários que recebeu ao seu trabalho, decidiu melhorar a sua resolução na segunda fase (Figura 30). Apesar de esta se encontrar um



$3P/MX = 70 \text{ 724} + 1969,99 + 1320,00 + 810 = 11823,99$   
 $3P/MX = 70 \text{ 724} + 810 = 14534$   
 $5P/MX = 16 \text{ 402} + 810 = 17212$   
 $5P/MX = 11 \text{ 024,01} + 1969,99 + 1320 + 810 = 15124$   
 $5P/MX = 11 \text{ 024} + 810 = 11834,01$

R: Lome sei por calcular com os atributos e depois  
 sem os atributos, apenas com o <sup>ou</sup> ~~valor~~ <sup>condicionada</sup> ~~atributo~~ (810). O preço  
 pode variar muito, mas só coloquei alguns.  
 O preço mais barato é o  $3P/MX$  que é o preço  
 da carro ~~mais~~ ~~carro~~ ~~carro~~ ~~carro~~  
 é 10 724€, porque não tem nenhum atributo.  
 O preço mais caro é 17212€

Queria saber como é que o Martim percebeu que o preço mais barato do automóvel seria 10 724 €, ou seja, se foi através do *feedback* que recebeu ou se foi devido a ter visto diferentes resoluções. Numa curta entrevista, ele afirmou que foi no processo de avaliação entre pares, quando contactou com resoluções diferentes da dele: “eu tinha-me esquecido que podia usar os valores da figura, mas eu vi as outras resoluções e acho que está bem” (entrevista).

O segundo problema “Férias no Parque 2” (Figura 31), proposto aos alunos no âmbito da minha intervenção pedagógica, teve como tema os Números, tal como o primeiro problema; no entanto, envolvia percentagens, no contexto do quotidiano dos alunos.

## Férias no Parque 2

Em baixo está a tabela de preços do Parque de Campismo da Tapada.

| PREÇOS CAMPISMO por dia                                                                              |                                                                                                                      |                                                                                                                         |                                                                                                                                |                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  Adultos<br>5,50 €  |  Crianças (3 até 12 anos)<br>3,40 € |  Tenda individual (1 pessoa)<br>3,40 € |  Tenda<br>5,50 €                              |  Automóvel<br>5,80 € |
|  Caravana<br>5,50 € |  Motocicleta<br>3,40 €              |  Auto-caravana<br>11,30 €              |  Electricidade 660 W (Sem desconto)<br>3,30 € | Entradas depois das 12 horas:<br>Saídas até às 12 horas                                               |
| DESCONTOS ESPECIAIS                                                                                  |                                                                                                                      |                                                                                                                         |                                                                                                                                |                                                                                                       |
| MÊS                                                                                                  | Estadia igual ou superior                                                                                            | Desconto                                                                                                                |                                                                                                                                |                                                                                                       |
| Junho / Setembro                                                                                     | 1 semana                                                                                                             | 35%                                                                                                                     |                                                                                                                                |                                                                                                       |
| Julho                                                                                                | 25 dias                                                                                                              | 20%                                                                                                                     |                                                                                                                                |                                                                                                       |
| Agosto                                                                                               | 30 dias                                                                                                              | 10%                                                                                                                     |                                                                                                                                |                                                                                                       |
| Outubro / Maio                                                                                       | 1 dia                                                                                                                | 35%                                                                                                                     |                                                                                                                                |                                                                                                       |

O Bruno, no mês de julho, também foi passar uns dias no mesmo parque de campismo. Levou uma tenda individual e decidiu guardar a motocicleta dentro do parque. Fez as contas e viu que ia pagar, por dia, 12,30 €.

Inicialmente, pensou em ficar três semanas, mas quando viu que havia desconto se prolongasse a estadia, decidiu ficar mais uns dias. No final, pagou menos do que tinha inicialmente previsto.

Qual é o número máximo de dias que o Bruno poderia ter passado no parque, para que tal acontecesse?

Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.

Figura 31 - Enunciado do problema “Férias no Parque 2”

Ao realizarem a primeira fase, constatei que os alunos sentiram muita dificuldade em interpretar o problema, pois não liam bem o enunciado ou não identificavam o que era pedido. Durante a aula em que resolveram este problema, surgiram perguntas como: “porque é que ao prolongar a estadia o Bruno ia pagar menos?”, “o que é uma motocicleta?” ou “o máximo que o Bruno pode passar no parque são 25 dias para ter o desconto, certo?”. Muitos alunos referiram que o número máximo de dias que o Bruno poderia ter passado no parque seria 31 dias, pois calculavam apenas o valor do desconto e apresentavam esse valor como sendo o preço pago pela estadia. Outros alunos concluíram que o Bruno poderia passar 25 dias no parque, mas não concluíram que, caso ficasse 26 dias, também pagaria menos do que tinha inicialmente previsto. No entanto, foi visível uma maior preocupação por parte dos alunos em explicar as etapas das suas resoluções e fazer com que essas explicações fossem claras.

O desempenho da turma na primeira fase não foi o esperado. Apesar disso, surpreendeu-me bastante o envolvimento dos alunos na avaliação entre pares e o efeito que esta parece ter tido na segunda fase do problema. Posto isto, decidi analisar o trabalho da Matilde e do Miguel devido aos comentários que realizaram os dois à resolução de um outro colega, o Tomás.

A Matilde foi a única aluna da turma que resolveu o problema na primeira fase de forma clara, correta e completa (Figura 32). A aluna recorreu a representações simbólicas para exprimir as suas ideias matemáticas. Já a resolução do Miguel não estava correta nem completa (Figura 33), mas tal como a Matilde, também recorreu a representações simbólicas.

- Primeiro li bem o enunciado e anotei os dados pedidos.

- 3 semanas = 21 dias
- tenda individual = 3,40€
- motocicleta = 3,40€
- adulto = 5,50€

} 12,30€ - 1º dia

- Depois calculei o valor que ele pagaria se ficasse 3 semanas ou seja 21 dias.

$$12,30 \times 21 = 258,3$$

- Em seguida calculei o valor da estadia se ficasse 25 dias, menos o desconto de 20%.

|                            |                             |                             |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <u>25 dias</u>             | <u>26 dias</u>              | <u>27 dias</u>              |
| $12,30 \times 25 = 307,5$  | $12,30 \times 26 = 319,8$   | $12,30 \times 27 = 332,1$   |
| $307,5 \times 0,20 = 61,5$ | $319,8 \times 0,20 = 63,96$ | $332,1 \times 0,20 = 66,42$ |
| $307,5 - 61,5 = 246$       | $319,8 - 63,96 = 255,84$    | $332,1 - 66,42 = 265,68$    |

$246 < 258,3$      $255,84 < 258,3$      $265,68 > 258,3$

- E continuei a fazer o mesmo com 26 dias e 27 dias de estadia vendo que mesmo com o desconto, se ele ficasse 27 dias pagaria mais ~~que~~ do que pagaria por 3 semanas (21 dias) (sem desconto).

25 dias = 246     $246 < 258,3$   
 26 dias = 255,84     $255,84 < 258,3$

R: O máximo de dias que o Bruno poderia ter passado pagando menos que o ~~preço~~ inicialmente previsto são 26 dias.

Figura 32 - Primeira fase do problema "Férias no Parque 2" da Matilde



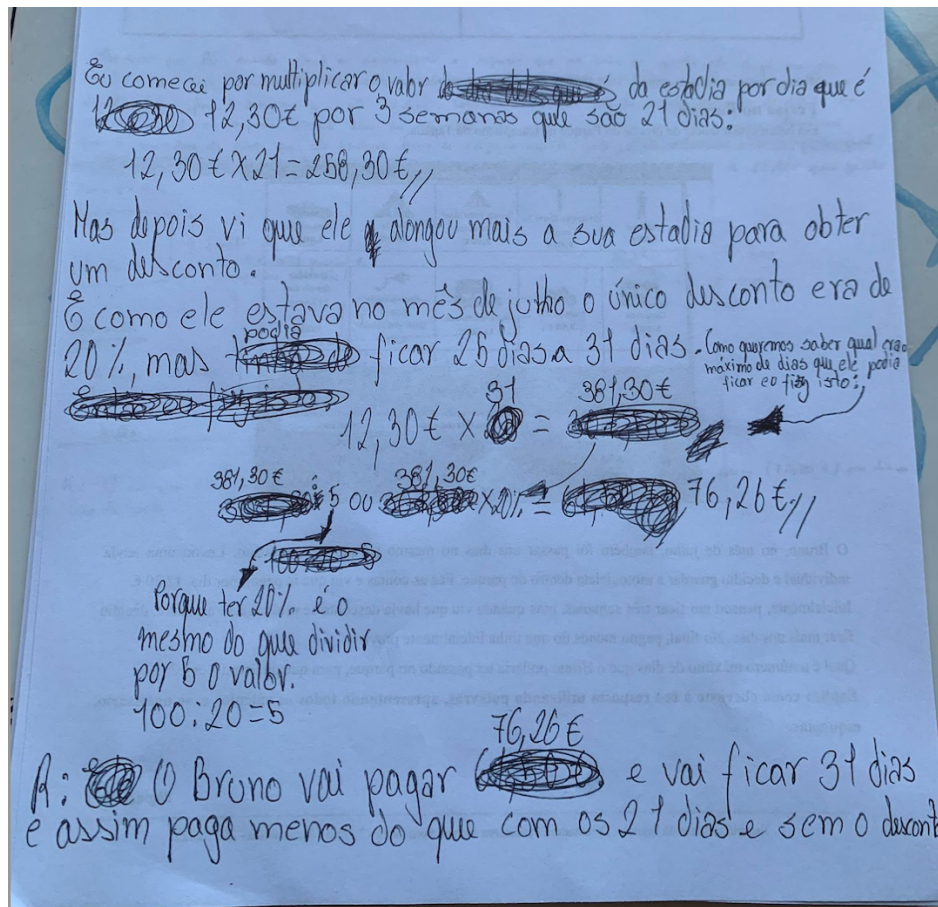


Figura 33 - Primeira fase do problema "Férias no Parque 2" do Miguel

O Miguel calculou corretamente o preço que o Bruno pagaria se ficasse três semanas no parque, como tinha inicialmente previsto. Além disso, interpretou corretamente a tabela, percebendo que, no mês de julho, numa estadia igual ou superior a 25 dias existia um desconto de 20%. No entanto, não dominou aspetos importantes e essenciais no que diz respeito às percentagens. Calculou 20% do valor a pagar e não percebeu que esse seria apenas o desconto e que o Bruno teria de pagar o restante. Apresentou também a resolução um pouco rasurada, porém, é possível identificar um fio condutor. Além disso, é notória uma preocupação por parte do estudante em explicar todos os passos da sua resolução. O Miguel foi o único aluno da turma a referir que "20% é o mesmo que dividir por 5".

Tendo em conta que o Miguel foi um dos alunos que não beneficiou do primeiro momento da avaliação entre pares, por ter estado presente no corta-mato, pensei que seria vantajoso para o aluno trabalhar com a Matilde durante este momento. O objetivo seria que a Matilde ajudasse o Miguel nesta prática, já que era a primeira vez que o aluno distribuía *feedback* às resoluções dos seus colegas. Também decidi que ambos

iriam comentar a resolução do Tomás (Figura 34), pois apresentava uma resposta semelhante à do Miguel.

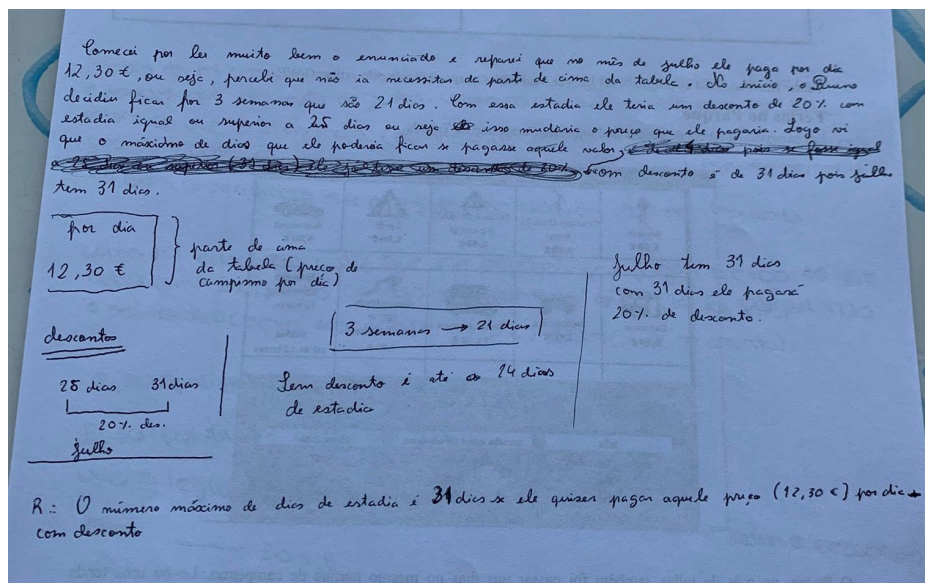


Figura 34 - Primeira fase do problema "Férias no Parque 2" do Tomás

O meu objetivo era que a troca de opiniões entre eles levasse a Matilde a defender a sua forma de pensar e a criticar a resposta dada pelo Tomás ao problema. Desta forma, o Miguel podia-se aperceber que a sua resposta estava errada. No entanto, o que aconteceu foi exatamente o contrário. De seguida, descrevo esse momento que foi o motivo que me levou a querer analisar o trabalho destes alunos no meu relatório de estágio.

Comecei por entregar aos dois, Matilde e Miguel, as duas resoluções que iriam comentar. Minutos depois, o Miguel colocou a seguinte pergunta para a turma toda: "como é que vamos comentar se não sabemos a resposta certa?". Eu apenas respondi que, com a explicação que era dada ao longo da resolução e juntamente com o colega do lado, tinham de decidir se fazia sentido ou não essa resposta. Não devia ter sido eu a prestar este esclarecimento, mas sim os alunos. Foi a minha impulsividade e o desejo de os esclarecer quanto ao trabalho que deviam realizar que me levou a falar, em vez de lhes dar a eles oportunidade de o fazer.

Passado algum tempo, a Matilde e o Miguel terminaram os comentários que estavam a realizar e entregaram-me as resoluções com o respetivo *feedback*. Naquela agitação da aula, nem tive tempo de ler os comentários que tinham realizado. Enquanto esperavam que os restantes alunos terminassem esse processo, a Matilde refletia sobre os

comentários que tinha realizado, por isso, decidi chamar-me e dizer que não estava a concordar com o *feedback* que tinha feito numa das resoluções. Segundo ela, “os comentários estavam errados”. Posto isto, fui ler os comentários às duas resoluções que tinham feito e fiquei surpreendida com o *feedback* dado à resolução do Tomás, no entanto, não transmiti esta minha admiração aos alunos. Pensei nas seguintes questões: “como é que tinham concordado com a resposta?”; “A Matilde não defendeu a sua maneira de pensar?”. A aluna pediu-me para voltar a comentar a resolução, juntamente com o Miguel e lá voltei a entregar-lhes a resolução.

Na figura 35 é possível verificar os comentários iniciais, realizados pela Matilde e pelo Miguel à resolução do Tomás: “Estamos de acordo com a tua resposta, mas podias justificar a tua resposta com cálculos” e “Explicas-te muito bem o teu raciocínio, mas podias justificar melhor”. Quando decidiram alterar os comentários, apenas deixaram escrito: “Podias justificar a tua resposta com cálculos” e “Explicas-te muito bem o início”. Posteriormente, acrescentaram novos comentários: “Quanto paga com 21 dias?”, “Quanto paga com 25 dias?”, “Quanto paga com 31 dias?”, “Paga 20% ou tem 20% de desconto?” e “responde às perguntas que te colocamos”. São evidentes alguns erros ortográficos ao longo dos comentários realizados.





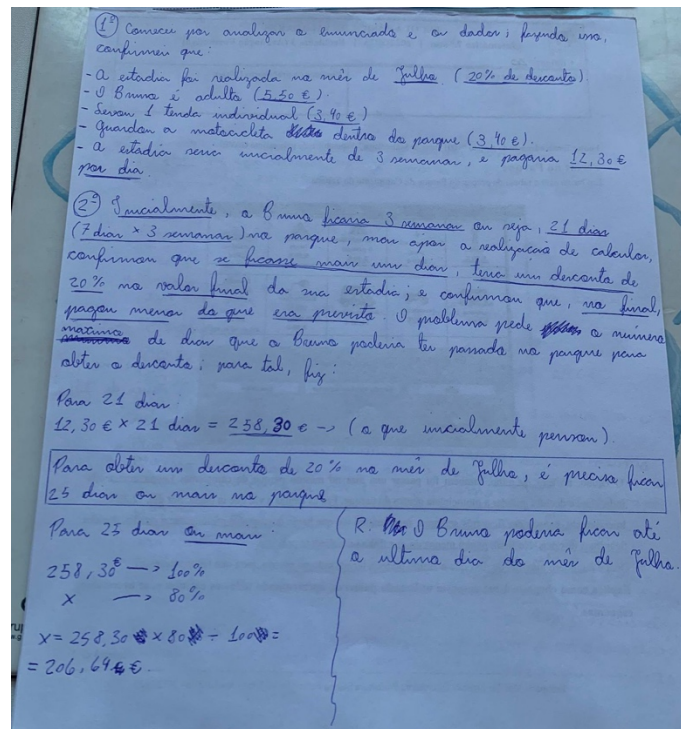


Figura 36 - Primeira fase do problema "Férias no Parque 2" da Joana

Conforme se pode observar na figura 37, a Matilde e o Miguel recorreram às características que um *feedback* deve ter, para elaborarem os comentários à resolução da Joana. Desta forma, identificaram o que estava bem feito, com o objetivo de fornecer autoconfiança à colega, colocaram questões que incentivavam a reflexão, apontaram pistas para a aluna reformular a sua resolução e não incluíram a correção do erro.



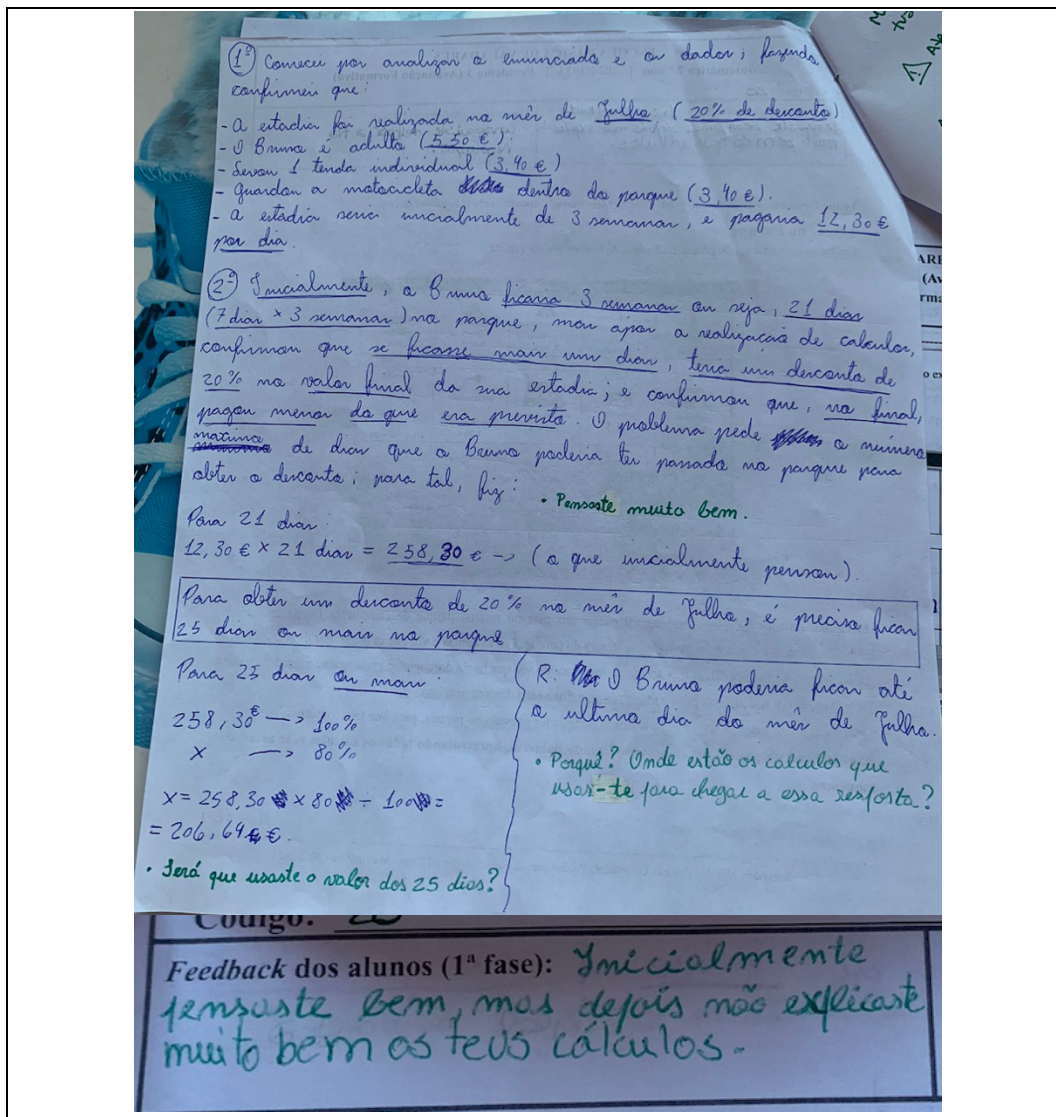


Figura 37 - Comentários realizados pela Matilde e pelo Miguel à primeira fase da Joana

A Matilde e o Miguel também receberam comentários às suas resoluções. De seguida, são analisados esses comentários e, consequentemente, a segunda fase de cada um. Não há muito a dizer sobre uma resolução que está clara, correta e completa por isso, o *feedback* que a Matilde recebeu (Figura 38) incidiu na tarefa, validando os resultados, mas também, na pessoa, ao elogiar a resolução da aluna.

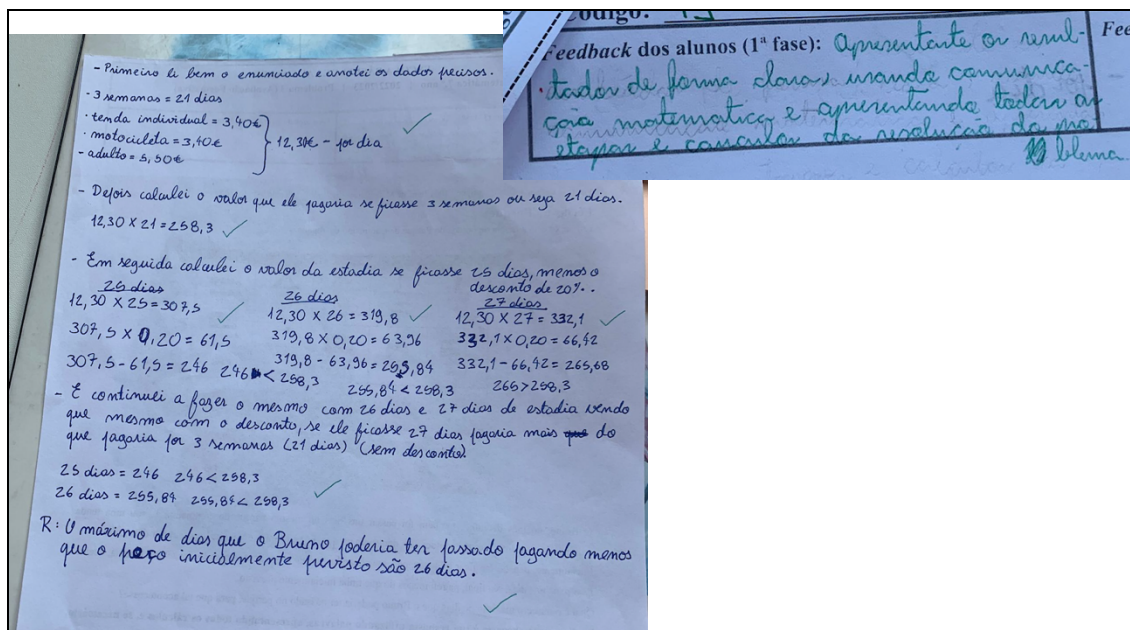


Figura 38 - Comentários realizados à primeira fase do problema "Férias no Parque 2" da Matilde

Uma vez que a resposta da Matilde estava correta e bem explicada, na segunda fase, foi-lhe proposto um novo problema (Figura 39).

Para além do valor que o Bruno ia pagar, por dia, no parque de campismo, 12,30€, que englobava a sua estadia no parque, uma tenda individual e a sua motocicleta, pensou que seria boa ideia adquirir eletricidade.

Inicialmente, pensou em ficar três semanas, mas reparou que havia desconto se prolongasse a estadia.

Será que o Bruno ao prolongar a estadia pagaria menos do que tinha inicialmente previsto?

**Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.**

Figura 39 - Enunciado da nova proposta do problema

A aluna, mais uma vez, recorreu a representações simbólicas para exprimir as suas ideias matemáticas, na segunda fase do problema (Figura 40). A resolução está clara, correta e completa; no entanto, a Matilde utilizou passos que seriam dispensáveis. Por exemplo, calculou a soma  $12,30 \text{ €} + 3,30 \text{ €}$  e obteve um total de  $15,6 \text{ €}$ , depois calculou a diferença entre  $15,60$  e  $3,30$  e, claro que obteve  $12,30$ . Calcular o preço que o Bruno pagaria se ficasse 26 dias no parque também foi irrelevante, pois, se ficasse 25 dias, já pagaria um preço superior ao que tinha inicialmente previsto. Além disso, não utilizou acentuação em algumas palavras (por exemplo: "incluída"). Contudo, a Matilde está de parabéns!

Valor das despesas por dia: 12,30€  
 Mais a despesa da eletricidade: 12,30€ + 3,30€

- Primeiro comecei por ler o enunciado e anotar alguns dados.
- Depois somei o valor das despesas já calculadas no primeiro problema com a eletricidade (que não tem desconto).

Por dia: 15,6€

21 dias = 3 semanas

$$15,6 - 3,30 = 12,30$$

$$3,30 \times 21 = 69,3$$

$$12,30 \times 21 = 258,3$$

$$69,3 + 258,3 = 327,6$$

327,6 - preço inicial

com desconto  
 25 dias

$$3,30 \times 25 = 82,5$$

$$12,30 \times 25 = 307,5$$

$$307,5 \times 0,20 = 61,5$$

$$307,5 - 61,5 = 246$$

$$246 + 82,5 = 328,5$$

328,5 > 327,6

26 dias com desconto

$$3,30 \times 26 = 85,8$$

$$12,30 \times 26 = 319,8$$

$$319,8 \times 0,20 = 63,96$$

$$319,8 - 63,96 = 255,84$$

$$255,84 + 85,8 = 341,64$$

341,64 > 327,6

- Em seguida calculei o valor que Bruno pagaria se ficasse 25 dias, já que assim poderia ter um desconto de 20%.
- Por fim cheguei a conclusão que este pagaria mais do que o preço inicial se ficasse 25 dias ou mais, pois a eletricidade não é incluída no desconto de 20%.

R: Se o Bruno prolongar a sua estadia pagará um preço superior ao inicialmente previsto.

Figura 40 - Segunda fase do problema "Férias no Parque 2" da Matilde (nova proposta)

Os colegas que forneceram *feedback* à resolução do Miguel (Figura 41) recorreram à forma sintática mista (interrogativa e afirmativa). Forneceram confiança ao aluno ("Fizeste um bom trabalho") e alertaram-no para aquilo que, segundo eles, não estava tão bem conseguido na sua resolução, como, por exemplo, a clareza das suas explicações. Contudo, o Miguel adotou uma boa estratégia apesar de calcular apenas o



desconto e não o valor que o Bruno pagaria se ficasse 31 dias no parque. Caso realizasse este passo de forma correta, poderia ter completado a sua resolução e, eventualmente, conseguir obter a resposta correta do problema. Assim, seria vantajoso os colegas terem fornecido um comentário que incidisse nessa falha, em vez de o questionarem acerca do dia em que o Bruno teria chegado ao parque.

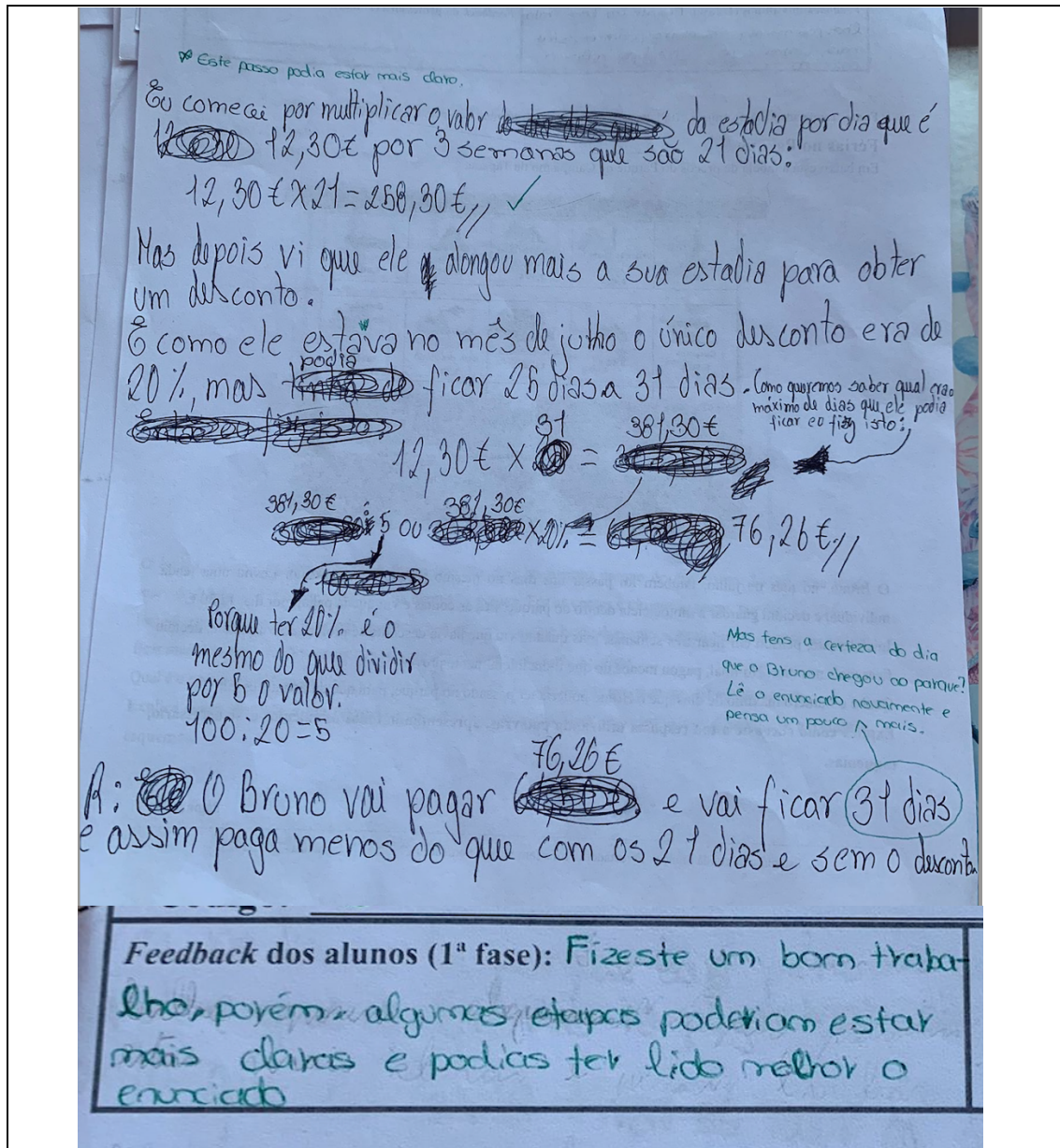


Figura 41 - Comentários realizados à primeira fase da resolução do problema "Férias no Parque 2" do Miguel

O Miguel sentiu necessidade de alterar a sua primeira fase, embora os comentários que recebeu não tivesse sido o motivo para essa alteração. Acerca da segunda fase do problema (Figura 42), o Miguel informou que não concordou com o *feedback* que recebera; no entanto, já tinha conseguido identificar o erro cometido na primeira fase.

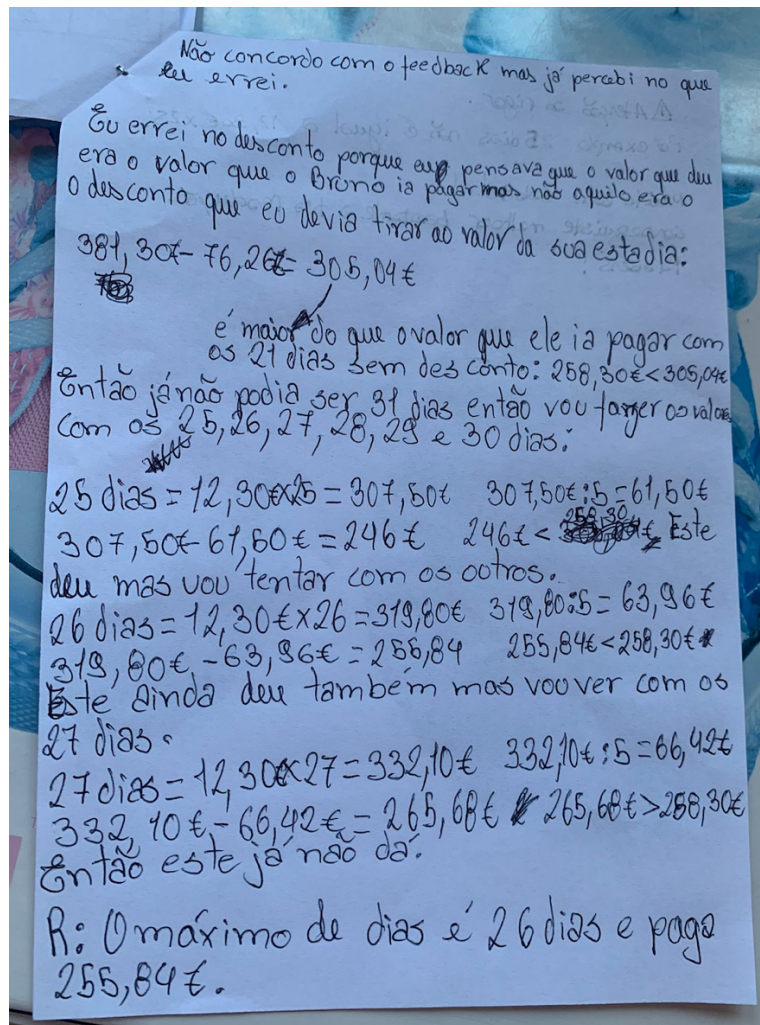


Figura 42 - Segunda fase do problema "Férias no Parque 2" do Miguel

Mas, o que levaria o Miguel a perceber que o valor 76,26 € seria o desconto e não o preço que o Bruno pagaria se ficasse 31 dias no parque? Eu também queria perceber o porquê de o Miguel não concordar com o *feedback* que recebeu e sentir necessidade de o referir explicitamente na segunda fase do problema. Assim sendo, decidi entrevistar o aluno.

**Mafalda:** Na segunda fase do problema, referiste que não concordaste com o *feedback* que tinhas recebido. Porque é que não concordaste?

**Miguel:** Eu não concordo com este comentário. [apontou para o comentário, "Mas tens a certeza do dia que o Bruno chegou ao parque? Lê o enunciado novamente e pensa um pouco mais."] Eu li o enunciado e pensei [como o comentário diz para fazer], mas no enunciado não diz em que dia o Bruno chegou ao parque e não dá para ter a certeza do dia

que chegou. Com as contas que eu tinha feito, eu vi que se ele ficasse 31 dias no parque pagava menos e era o máximo de dias que ele poderia lá passar.

**Mafalda:** Pois, mas se o Bruno ficasse 31 dias no parque não iria pagar menos e já corrigiste isso na segunda fase do problema. Como percebeste que os 76,26 € seria o desconto e não o valor que o Bruno iria pagar?

**Miguel:** Foi ao comentar os problemas dos outros. (entrevista)

O Miguel revelou um desempenho bastante bom na segunda fase do problema. Para além de ter percebido que o Bruno, ao passar 31 dias no parque, pagaria um valor superior ao que tinha inicialmente previsto, conseguiu identificar de forma correta o número máximo de dias que ele poderia lá passar. No que à comunicação matemática diz respeito, o Miguel explicou todas as etapas de forma clara. Contudo, ao escrever " $25 \text{ dias} = 12,30 \text{ €} \times 25$ " comete uma pequena falha ao nível do rigor matemático. O mesmo acontece com " $26 \text{ dias} = 12,30 \text{ €} \times 26$ " e " $27 \text{ dias} = 12,30 \text{ €} \times 27$ ".

Por fim, ainda acerca do segundo momento da intervenção pedagógica, é analisado o caso do João por ter recebido um *feedback* à sua primeira fase que não o ajudou a desenvolver as suas aprendizagens nem a melhorar a sua resolução na segunda fase. Apesar da resolução do João (Figura 43) estar organizada, encontra-se incompleta e as explicações nem sempre estão presentes. Por exemplo, não é claro como é que o João chegou aos valores 307,30 e 245,84. Além disso, não reparou que o Bruno poderia prolongar a estadia por mais do que 25 dias e pagar menos do que tinha inicialmente previsto. A resposta ao problema também poderia ser melhorada, já que o objetivo não era saber o número de dias que o Bruno teria de ficar no parque para que fosse aplicado o desconto, mas sim saber o número máximo de dias que o Bruno poderia ter lá passado para pagar menos do que tinha inicialmente previsto.



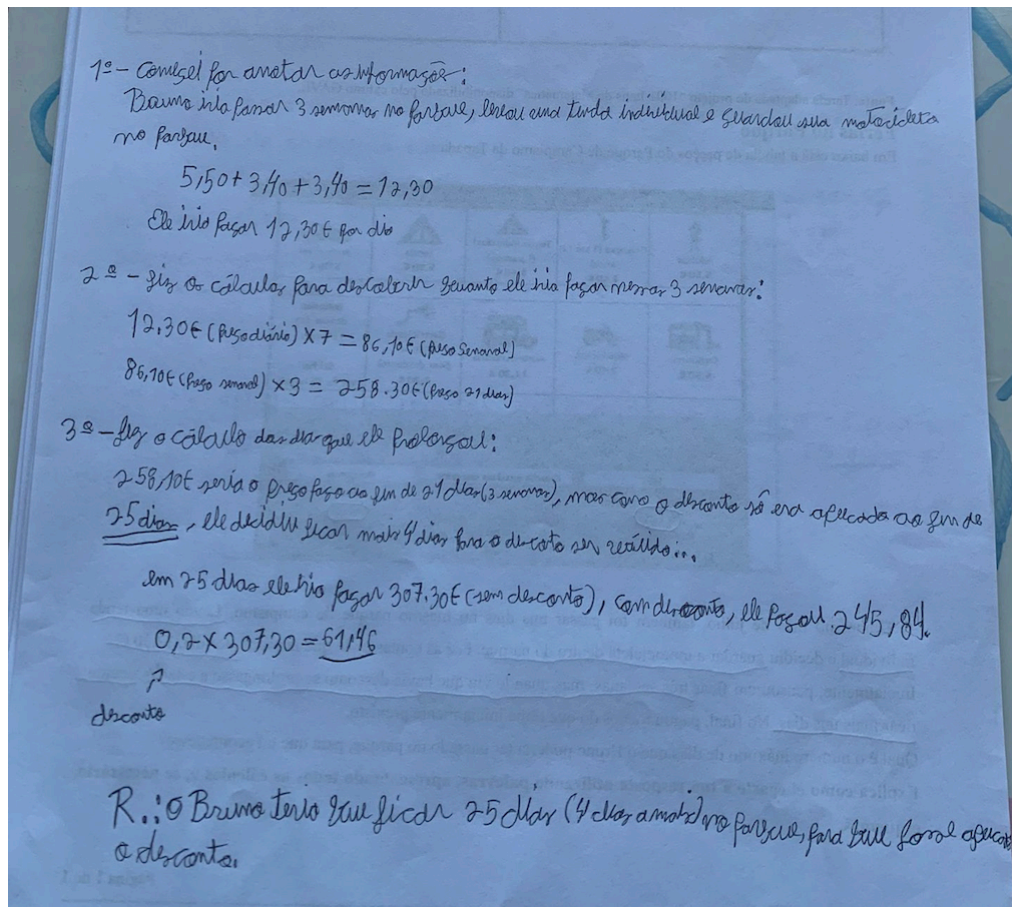


Figura 43 - Primeira fase do problema "Férias no Parque 2" do João

O que se poderá dizer de um *feedback* que valida a quase totalidade da resolução, mesmo que esta se encontre incompleta (Figura 44)<sup>17</sup>? Os colegas do João não forneceram qualquer pista para o aluno completar a sua resolução, não colocaram questões que o incentivassem a refletir e não identificaram as falhas cometidas pelo aluno. Apesar de haver aspetos da comunicação matemática escrita que poderiam ser melhorados, os colegas do João não foram capazes de os encontrar, referindo que o aluno tinha explicado todos os passos, o que não aconteceu. Assim, o *feedback* teve foco na tarefa, indicando que o trabalho foi realizado de modo apropriado e validando os resultados, mas também na pessoa, elogiando a resolução e a comunicação do aluno.

<sup>17</sup> A barra preta da figura 44 serve para ocultar o nome da escola básica onde realizei esta intervenção pedagógica, no âmbito da minha PES.

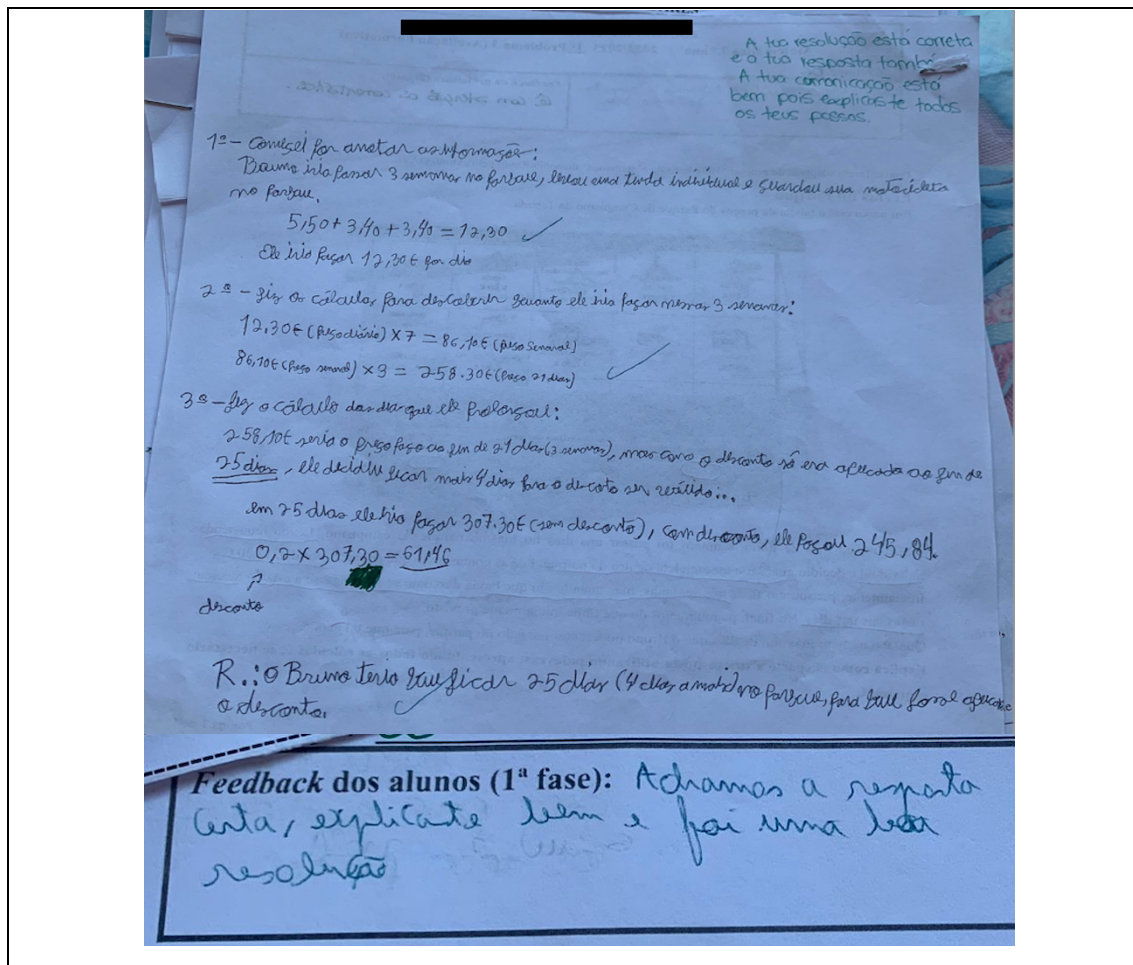


Figura 44 - Comentários realizados à primeira fase da resolução do problema “Férias no Parque 2” do João

O João, num trabalho em díades, também realizou comentários (a verde) a duas resoluções de colegas. O primeiro *feedback* dado pelo João (Figura 45) recorreu ao uso de simbologia, nomeadamente, a pontos de interrogação e a traços. O recurso ao ponto de interrogação antes da explicação leva-me a pensar que o João não percebeu a resolução do colega.



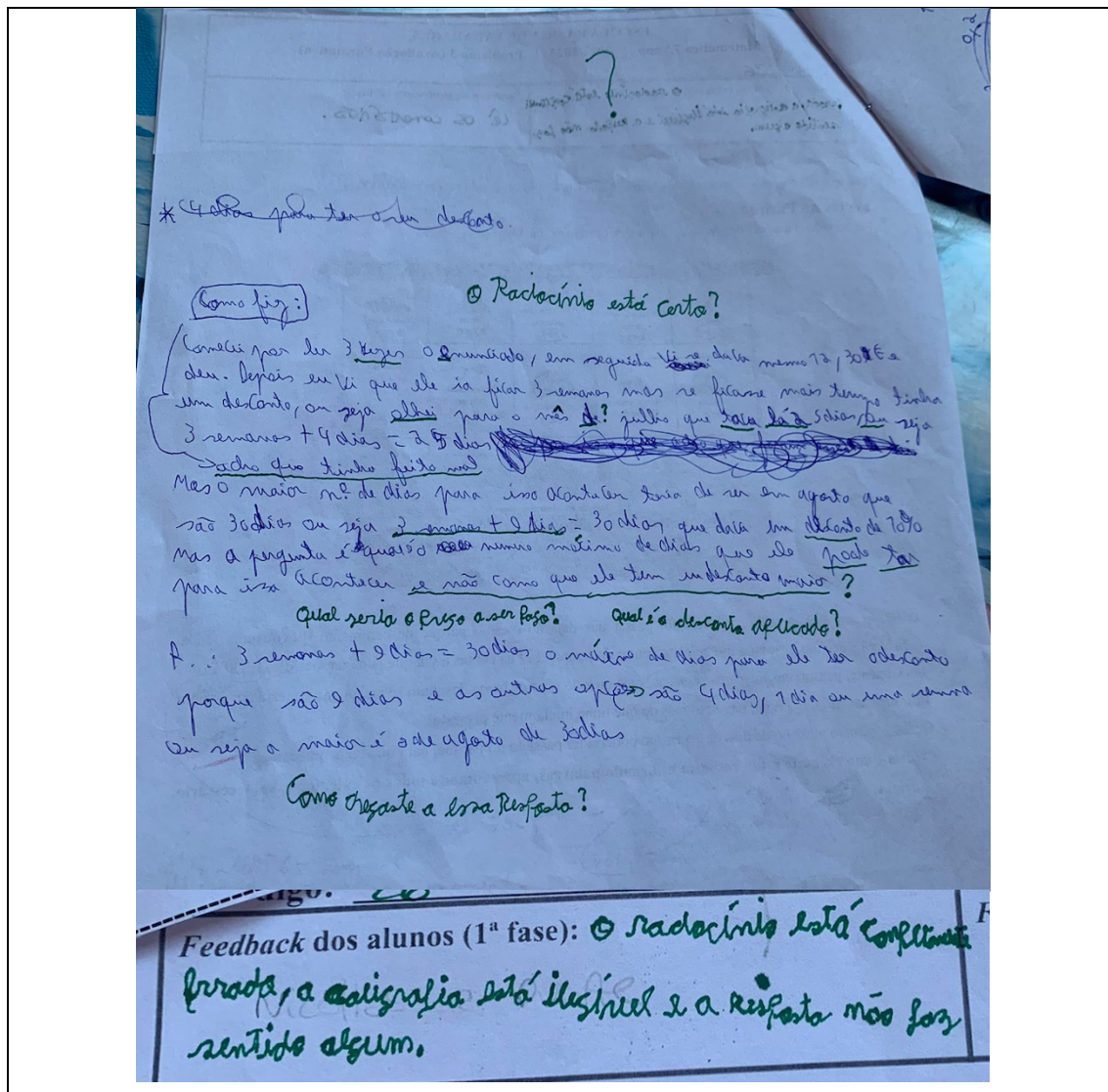


Figura 45 - Comentários realizados pelo João, num trabalho em diádes, à primeira fase de um colega

O facto de utilizar constantemente traços para sublinhar palavras na resolução, sem explicar a razão de o fazer, não contribui para fazer o colega progredir na sua resolução. Torna-se confuso perceber o que o João queria transmitir ao colega. O comentário “o raciocínio está completamente errado, a caligrafia está ilegível e a resposta não faz sentido algum” também não ajuda o aluno a melhorar o seu desempenho no problema, uma vez que não fornece pistas para o mesmo saber como prosseguir. Comentários como este podem desmotivar o aluno e fazer com que o mesmo perca o interesse na disciplina, podem afetar a sua autoestima e fazer com que o aluno tenha medo de errar. Para além da forma afirmativa utilizada pelo João nos seus comentários, também é possível observar questões colocadas à primeira fase do colega, recorrendo à forma sintática mista para escrever o *feedback* à resolução do seu colega.

O *feedback* dado pelo João, num trabalho em díades, à resolução de outro colega (Figura 46) recorreu, mais uma vez, ao uso de simbologia através do sinal de verificação (✓) e de traços para sublinhar palavras e cálculos. O comentário “o raciocínio não está certo e as contas estão com os resultados errados” não está claro, visto que as contas estão, de facto, com os resultados certos, pois  $12,30 + 21 = 33,30$  e  $12,30 + 25 = 37,30$ . O mesmo acontece com a questão “este cálculo está certo?”, pois, se efetuarmos o cálculo, este está correto, a operação utilizada é que não é a indicada. Desta forma, o *feedback* incide, essencialmente, no processo.

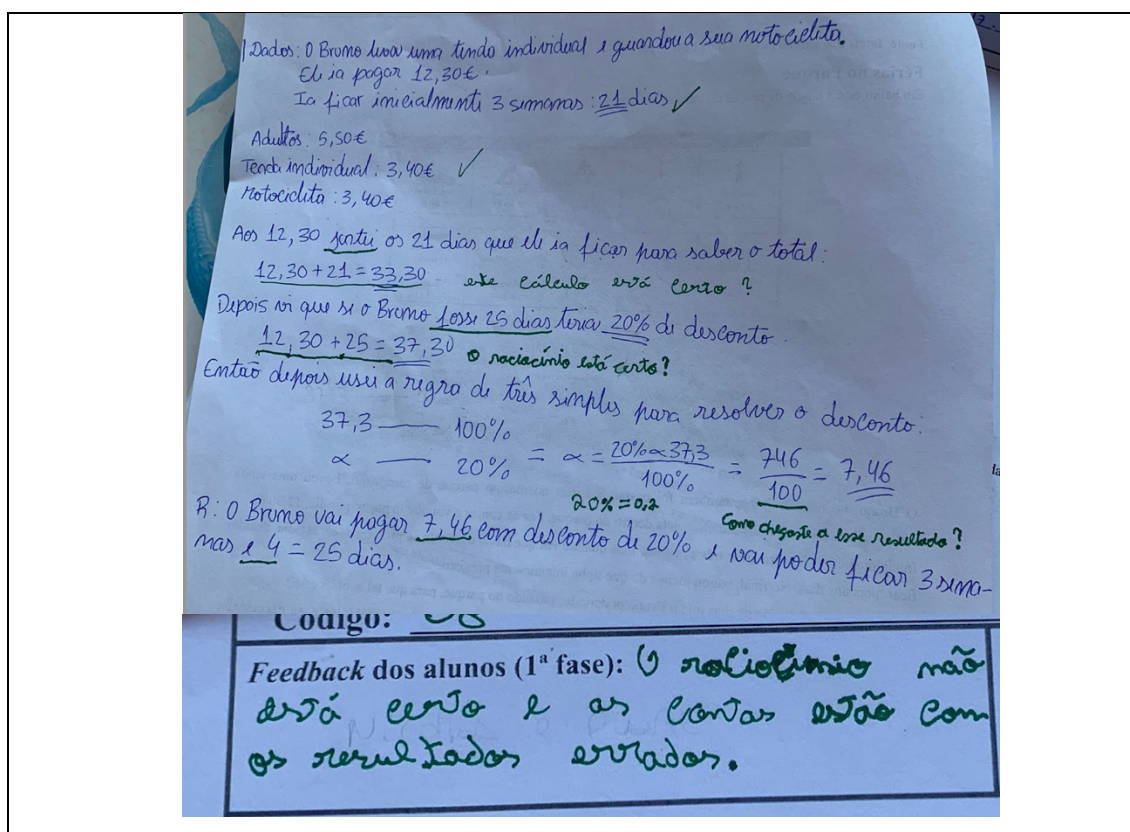


Figura 46 - Comentários realizados pelo João, num trabalho em díades, à primeira fase de outro colega

Após ter analisado os comentários elaborados pelo João e o seu par, senti necessidade de debater com o aluno algumas características que o *feedback* deve ter, apesar dessa discussão já ter acontecido com a turma toda antes dos alunos distribuírem *feedback* aos colegas.

**Mafalda:** Consideras que é importante identificar o que já está bem feito na resolução dos teus colegas, quando lhes dás *feedback*?

**João:** Sim.

**Mafalda:** Porquê?

**João:** Para motivar a pessoa.

**Mafalda:** E não achas que alguns dos comentários que realizaste irão desmotivar os teus colegas? Por exemplo este comentário, [apontei para o comentário “o raciocínio está completamente errado, a caligrafia está ilegível e a resposta não faz sentido algum”].

**João:** Acho, fui um pouco bruto.

**Mafalda:** Pois. Achas que tem interesse para a aprendizagem do teu colega um comentário como esse?

**João:** Não. Eu não esclareci o que ele tinha feito errado.

**Mafalda:** E deverias esclarecer o que estava errado, corrigindo o erro?

**João:** Não.

**Mafalda:** Então?

**João:** Com perguntas e pistas. (entrevista)

Os comentários realizados pelos colegas do João levaram a que o mesmo não soubesse como alterar a sua resolução na segunda fase do problema. No entanto, após perceber a razão para o aluno não ter apresentado uma nova versão do problema, debati com ele aspetos que este teria de melhorar, mas também elogiei o que já tinha realizado de forma correta, através de *feedback* oral.

#### 5.4. Terceiro problema da intervenção pedagógica

O terceiro e último problema, “Eleição para o delegado de turma” (Figura 47), proposto aos alunos no âmbito desta intervenção, foi inserido no tópico de equações do tema de Álgebra.

### **Eleição para o delegado de turma**

A diretora de turma que coordenou o processo de eleição do delegado de turma, informou no final que:

1. Os 30 alunos da turma votaram e não houve votos brancos ou nulos;
2. Apenas três alunos receberam votos: a Francisca, o Lucas e a Sandra;
3. O Lucas recebeu menos dois votos que a Francisca;
4. A Sandra recebeu o dobro dos votos que recebeu a Francisca.

Quem ganhou as eleições? Com quantos votos?

**Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.**

Figura 47 - Enunciado do problema “Eleição para o delegado de turma”

Durante a aula dedicada à resolução do problema, alguns minutos após os alunos terem lido o enunciado, uma aluna perguntou-me o que eram votos nulos e votos em branco e eu expliquei para toda a turma. Mesmo que a aluna não fizesse essa pergunta, eu já tencionava explicar para toda a turma essas definições, após todos os alunos terem lido o enunciado. Enquanto circulava pela sala de aula, percebi que os alunos, inicialmente, estavam a considerar uma incógnita para o número de votos que o Lucas recebeu, outra diferente para o número de votos que a Francisca recebeu e, ainda, outra diferente para o número de votos que a Sandra recebeu. Como não conseguiam avançar com essa estratégia, adotaram um novo caminho.

Ao analisar as resoluções da primeira fase, verifiquei que seis díades recorreram à estratégia de tentativa e erro, enquanto as restantes oito equacionaram o problema e depois resolveram-no. Todas as díades que recorreram a equações para resolver o problema, com exceção de uma, consideraram a incógnita como sendo o número de votos que a Francisca recebeu e, por isso, ao traduzirem o problema por uma equação não tiveram necessidade de trabalhar com parênteses. Porém, uma díade considerou a incógnita como sendo o número de votos que o Lucas recebeu, levando a que surgissem parênteses na expressão do número de votos que a Sandra recebeu. A maior dificuldade da grande parte dos alunos foi conseguir traduzir a informação do enunciado do problema para linguagem matemática. Os alunos que recorreram à tentativa e erro também sentiram muitas dificuldades desta vez focadas em explicar as etapas da sua resolução, nomeadamente, explicar quais as tentativas que experimentaram antes de obter aquela que lhes permitiu dar a resposta ao problema.

A turma teve um melhor desempenho neste problema, comparativamente aos problemas anteriores apresentados. No entanto, reparei que a maioria das díades não explicou etapas importantes da sua resolução. Por exemplo, equacionavam o problema de forma correta, mas não explicavam o que representava “ $x - 2$ ”, “ $2x$ ” e 30.

Algumas díades não sentiram necessidade de melhorar a sua resolução na segunda fase do problema, uma vez que os comentários que receberam validavam a sua resolução, apesar de, em muitos dos casos, eu considerar que ainda existiam aspetos a melhorar. Outras díades decidiram alterar a sua estratégia de resolução na segunda fase do problema. Com o objetivo de fornecer uma visão geral do desempenho dos alunos da turma neste problema, irei analisar o trabalho de três díades distintas.

A primeira díade que analiso neste relatório ilustra o trabalho do grupo de alunos que não sentiu necessidade de melhorar a sua resolução na segunda fase do problema. Além disso, integra as seis díades que recorreram à estratégia de tentativa e erro na primeira fase. Esta díade é formada pelo Martim e pelo Rodrigo. A segunda díade que analiso ilustra o trabalho desenvolvido pelo grupo de alunos que conseguiu melhorar a comunicação matemática escrita na segunda fase do problema. Na primeira fase recorreram à estratégia de tentativa e erro, mas sentiram muita dificuldade em explicar as etapas da sua resolução; por isso, concordaram que seria vantajoso alterar essa estratégia na segunda fase do problema, equacionando-o. Esta díade é formada pela Madalena e pela Rita. Por fim, analiso o trabalho realizado pela Maria e pelo Tomás. Escolhi esta díade por ilustrar o trabalho do grupo de alunos que definiu uma equação que traduzisse o problema na primeira fase.

O Martim e o Rodrigo, na primeira fase da sua resolução (Figura 48)<sup>18</sup>, recorreram à estratégia de tentativa e erro e, apesar de ser um método pouco eficiente, conseguiram obter a resposta correta do problema à terceira tentativa, apresentando uma resposta clara. Porém, os alunos poderiam ter revelado um melhor desempenho ao nível da comunicação matemática escrita e explicarem a razão de terem utilizado, na primeira tentativa, os números 7, 9 e 18 para representar o número de votos que o Lucas, a Francisca e a Sandra receberam, respetivamente, em vez de utilizarem outros números. Os alunos cometeram também um erro ortográfico ao escrever “inunciado”.

---

<sup>18</sup> As barras pretas da figura 48 servem para ocultar os comentários realizados, pelos colegas, à primeira fase do Martim e do Rodrigo.



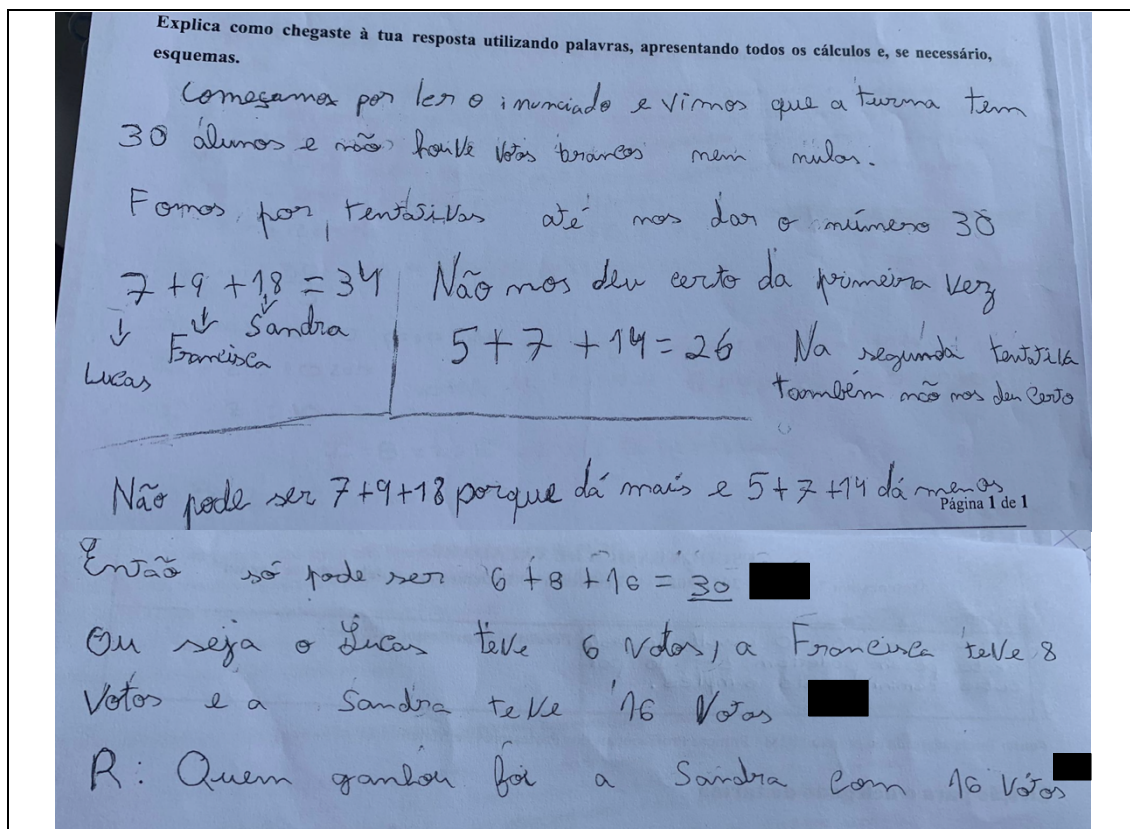


Figura 48 - Primeira fase do problema "Eleição para o delegado de turma" do Martim e do Rodrigo

O Martim e o Rodrigo, tal como os restantes pares, receberam comentários de diádes distintas (a verde) à sua primeira fase do problema (Figura 49 e Figura 50). Os dois comentários são curtos e validam a resolução, incidindo na tarefa. Os colegas que realizaram os comentários não foram capazes de encontrar áreas de melhoria ao nível da comunicação matemática escrita.

esquemas.

Começamos por ler o enunciado e vimos que a turma tem 30 alunos e não houve votos brancos nem nulos.

Fomos por tentativas até nos dar o número 30. Muito Bem!

|                                                                                               |                                                        |                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| $7 + 9 + 18 = 34$<br>$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$<br>Lucas Francisca Sandra | Não nos deu certo da primeira vez<br>$5 + 7 + 14 = 26$ | Na segunda tentativa também não nos deu certo |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|

Não pode ser  $7 + 9 + 18$  porque dá mais e  $5 + 7 + 14$  dá menos.

Então só pode ser  $6 + 8 + 16 = 30$

Ou seja o Lucas teve 6 votos, a Francisca teve 8 votos e a Sandra teve 16 votos.

R: Quem ganhou foi a Sandra com 16 votos.

Utilizaram bem a comunicação matemática. Os cálculos também estão corretos. Chegaram corretamente à conclusão.

**Feedback dos alunos (1ª fase):**

A comunicação e o rigor matemático estão muito bons. Os cálculos foram aplicados com correção.

Figura 49 - Primeiro feedback realizado à resolução do Martim e do Rodrigo

O primeiro *feedback* apresentado (Figura 49) também incide na pessoa ao elogiar a qualidade da comunicação da resolução. Além do mais, é visível uma preocupação, por parte dos colegas, em identificar o que está correto na resolução (“Muito bem!”), com o objetivo de fornecer confiança ao Martim e ao Rodrigo.



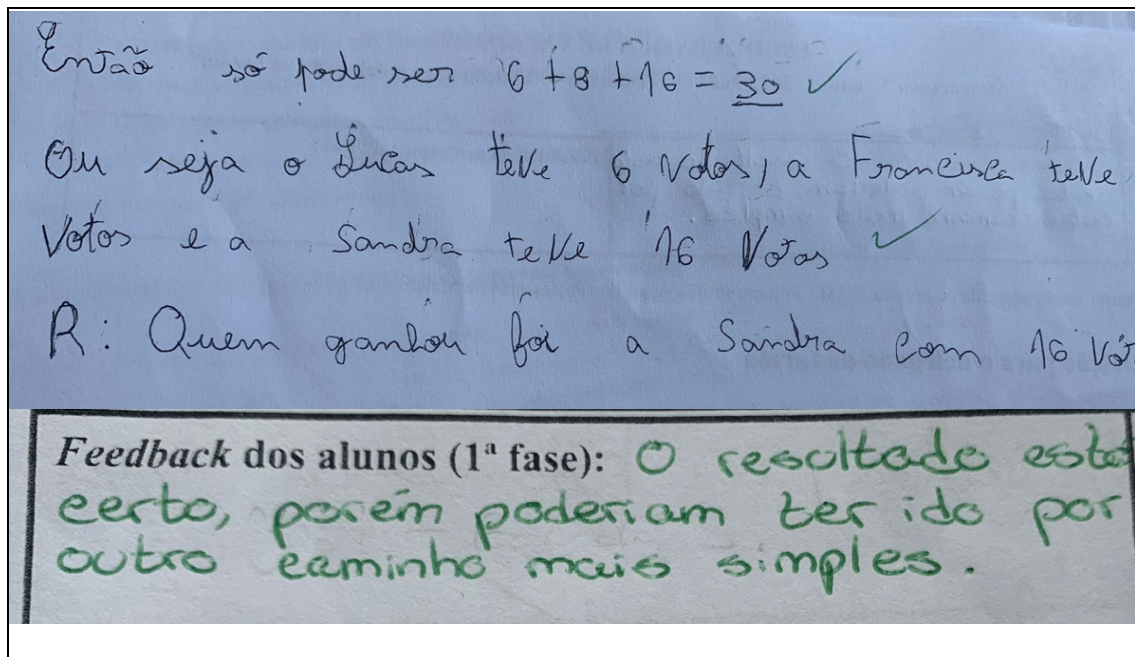


Figura 50 - Segundo *feedback* realizado à resolução do Martim e do Rodrigo

O segundo *feedback* apresentado (Figura 50) também identifica o que os alunos conseguiram realizar de forma correta, recorrendo ao uso de simbologia, nomeadamente com o sinal de verificação (✓). Além disso, este *feedback* sugere a existência de um outro caminho para resolver o problema, sendo, na opinião dos colegas, um “caminho mais simples”; por isso, o *feedback* também incide no processo. Provavelmente, os colegas do Martim e do Rodrigo referiam-se ao uso de uma equação para resolver o problema. Porém, “simples” não seria a palavra indicada, mas sim “eficiente”, uma vez que o que podia ser simples para uns alunos podia não ser simples para outros.

O Martim e o Rodrigo também realizaram comentários a duas resoluções de diádes diferentes (Figura 51 e Figura 52). O primeiro comentário apresentado (Figura 51)<sup>19</sup> é centrado na pessoa, pois elogiam o trabalho dos colegas (“Muito bem!”, “Parabéns”), mas também é centrado no processo, visto que o Martim e o Rodrigo pedem explicações na etapa em que os colegas equacionaram o problema e resolveram a equação.

<sup>19</sup> O Martim e o Rodrigo em vez de escreverem comentários aos seus colegas no retângulo que dizia “*Feedback* dos alunos (1ª fase)”, escreveram no retângulo que dizia “*Feedback* da professora (2ª fase)”. Por isso, decidi colocar uma barra preta na figura, pois poderia causar confusão para o leitor.

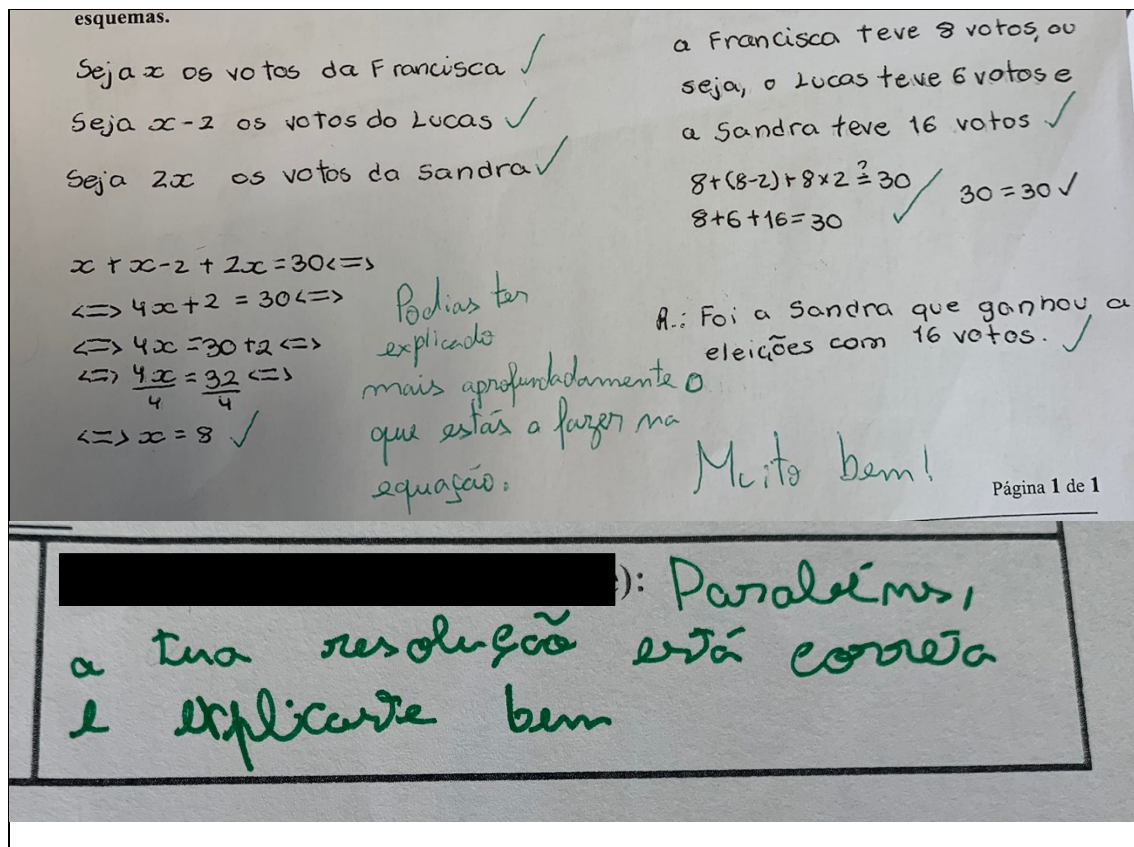


Figura 51 - Primeiro *feedback* realizado pelo Martim e pelo Rodrigo ao problema "Eleição para o delegado de turma"

Os dois alunos sentiam algumas dificuldades em resolver equações e também em resolver problemas que envolviam equações. Desta forma, sentiram necessidade de pedir explicações aos colegas a quem estavam a dar *feedback*, nesta etapa da resolução, pois queriam perceber o que estava a ser feito. Poderiam ter apontado um ligeiro erro na resolução dos colegas, ao longo desta etapa. Provavelmente, por distração, os colegas trocaram o  $-2$  para  $+2$ , no primeiro membro da equação. É evidente uma preocupação, por parte do Martim e do Rodrigo, em identificar o que foi realizado de forma correta na resolução, com o objetivo de fornecer confiança aos seus colegas. Desta forma, o *feedback* também teve foco na tarefa. Embora a resolução tenha sido feita por dois colegas do Martim e do Rodrigo, eles dirigem-se à segunda pessoa do singular no seu discurso.

O segundo comentário que realizaram (Figura 52)<sup>20</sup> foi centrado na tarefa, visto que validaram a resolução, mas também incidiu na pessoa ao elogiar a explicação dos seus colegas. Este foco na pessoa não ajuda os colegas a melhorarem quando ainda existem

<sup>20</sup> Mais uma vez, o Martim e o Rodrigo em vez de escreverem comentários aos seus colegas no retângulo que dizia "Feedback dos alunos (1ª fase)", escreveram no retângulo que dizia "Feedback da professora (2ª fase)". Por isso, decidi colocar uma barra preta na figura, pois poderia causar confusão para o leitor.

falhas ao nível da comunicação matemática escrita. Poderiam questionar os colegas acerca do que representava “F”, “S” e “L”, por exemplo. Mais uma vez, a resolução foi feita por dois colegas do Martim e do Rodrigo e eles dirigiram-se à segunda pessoa do singular no seu discurso.

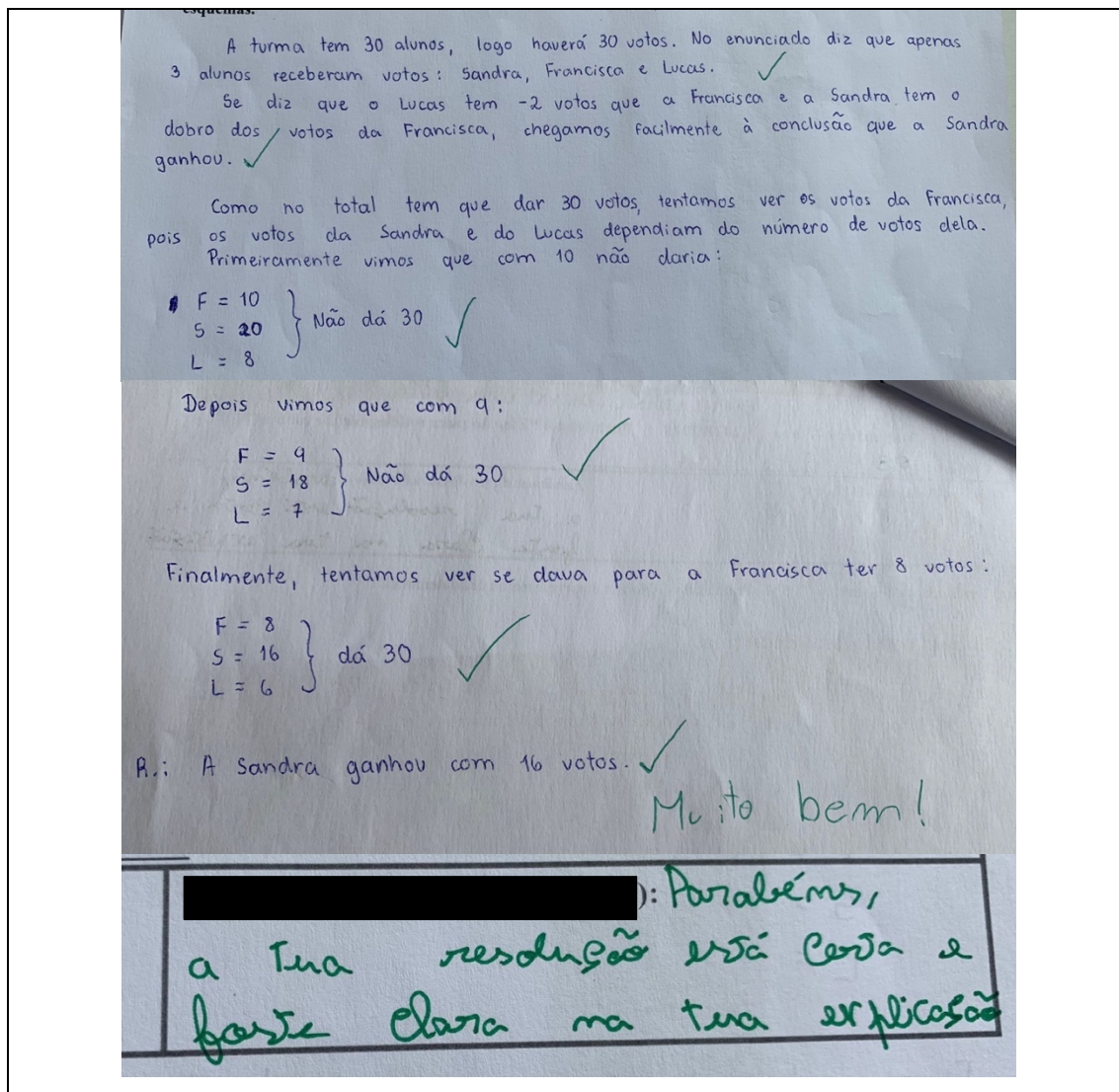


Figura 52 - Segundo *feedback* realizado pelo Martim e pelo Rodrigo ao problema “Eleição para o delegado de turma”

O Martim e o Rodrigo não sentiram necessidade de melhorar a sua resolução na segunda fase do problema, nem de adotar um caminho “mais simples”, como os colegas tinham sugerido no *feedback* que lhes foi dado. No entanto, eu quis saber se os alunos concordavam ou não com a existência desse caminho. Desta forma, ao entrevistar o Martim e o Rodrigo, perguntei-lhes a razão de não terem alterado a sua resolução na segunda fase do problema, recorrendo a um caminho “mais simples”. Os dois alunos

não concordaram com a existência desse caminho para resolver o problema. Além disso, ficaram confusos por terem recebido esse comentário.

**Mafalda:** Não sentiram necessidade de alterar a vossa resolução na segunda fase? Até vos sugeriram um caminho mais simples, porque é que não tentaram esse caminho?

**Rodrigo:** Nós não alteramos a resolução, professora, porque para nós, esta é a resolução mais simples. Eles disseram que podíamos ir por um caminho mais simples, mas não disseram qual.

**Martim:** Eu acho que queriam dizer para irmos por uma equação, em vez de estarmos a ver se dava. Mas, para nós, o caminho mais simples era este.

**Rodrigo:** Uma equação é mais difícil. Nós ficamos confusos com os comentários, porque os dois disseram que estava bem, mas esse dizia que podíamos ter ido por outro caminho, mas o outro não dizia.  
(entrevista)

A Madalena e a Rita também recorreram à estratégia de tentativa e erro na primeira fase do problema (Figura 53)<sup>21</sup>. Apesar de terem obtido o número de votos que cada um dos três alunos recebeu, não apresentaram uma resposta ao problema, pois não mencionaram quem venceu as eleições.

---

<sup>21</sup> As barras pretas da figura 53 servem para ocultar os comentários realizados, pelos colegas, à primeira fase da Madalena e da Rita.



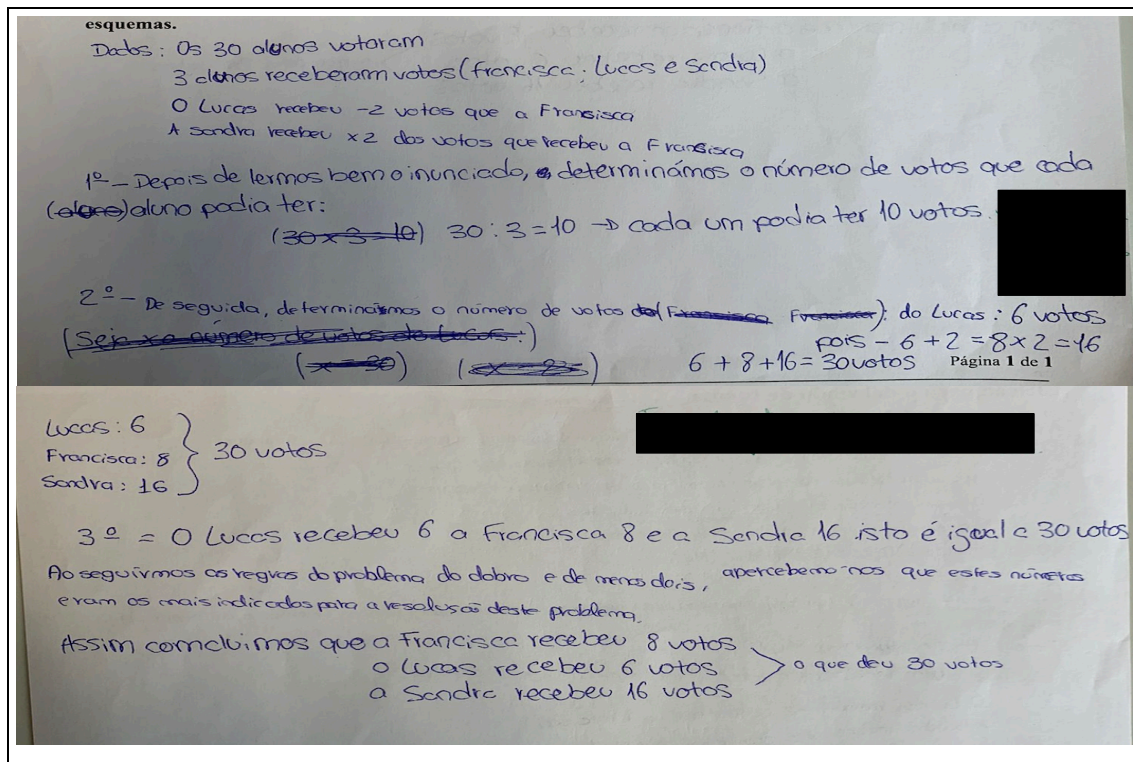


Figura 53 - Primeira fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Madalena e da Rita

Apresentaram alguns erros ao longo da resolução, nomeadamente, erros ortográficos (por exemplo: “inunciado”) e uma igualdade falsa ( $-6 + 2 = 8 \times 2$ ). Assim, as alunas revelaram uma falha ao nível do rigor matemático, visto que,  $-6 + 2$  não é igual a  $8 \times 2$ . Além disso, penso que o objetivo não fosse escrever  $-6$ , mas sim 6. As explicações dadas pela Madalena e pela Rita também poderiam ser mais claras, por exemplo, poderiam ter explicado como determinaram o número de votos que o Lucas recebeu. Desta forma, o desempenho das alunas deveria ter sido melhor no que diz respeito à comunicação matemática escrita.

A Madalena e a Rita receberam comentários (a verde) de díades distintas à sua primeira fase do problema (Figura 54 e Figura 55). O primeiro *feedback* apresentado (Figura 54) incidiu, essencialmente, no processo, por exemplo, com o pedido de explicações. Os colegas da Madalena e da Rita não entenderam como é que as alunas determinaram o número de votos que o Lucas recebeu e, por isso, sentiram necessidade de colocar uma questão relativa a esse passo da resolução.

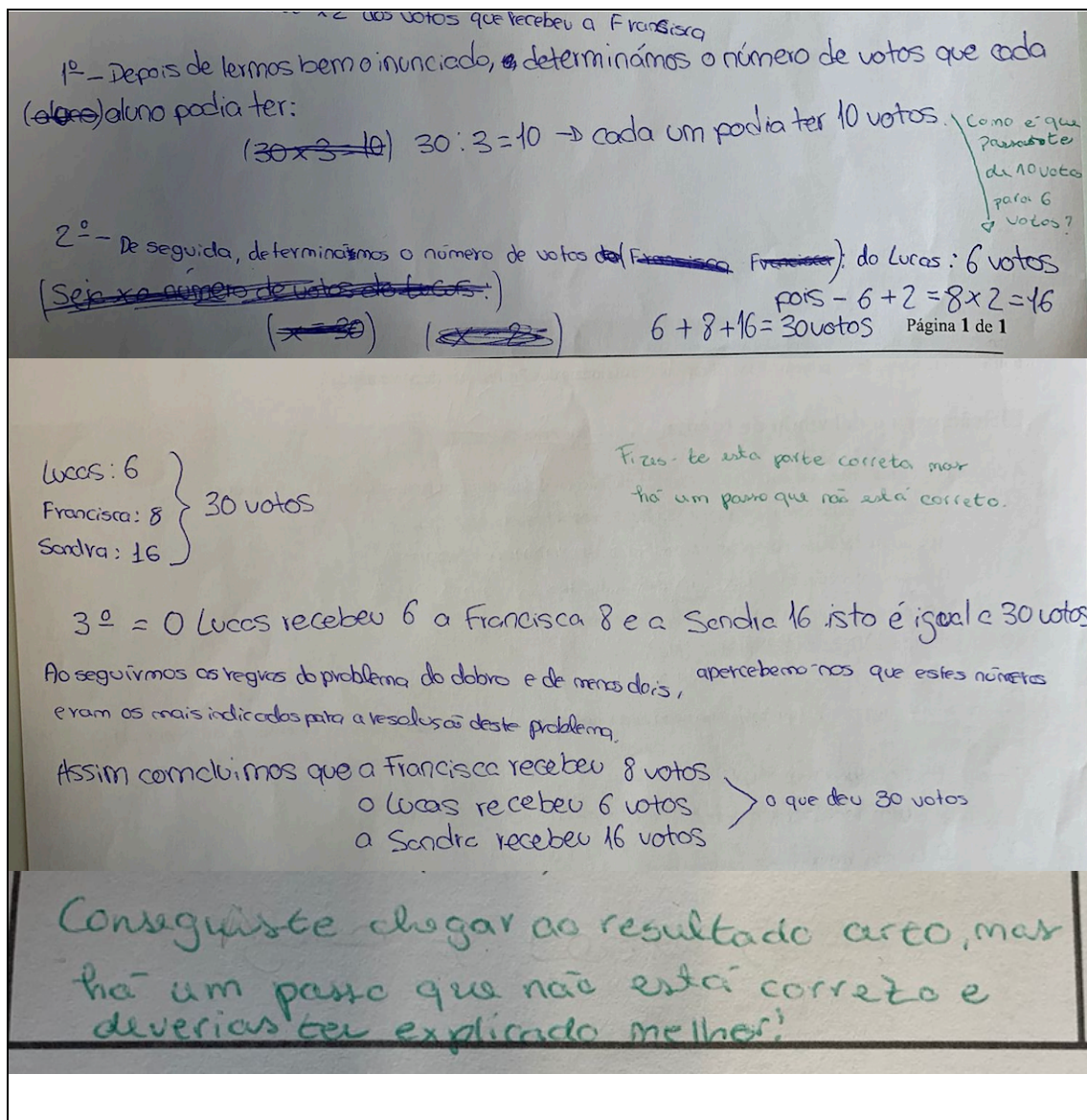
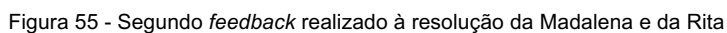


Figura 54 - Primeiro *feedback* realizado à resolução da Madalena e da Rita

O segundo *feedback* apresentado (Figura 55)<sup>22</sup> também sugeriu melhorias nesta etapa, colocando questões que incentivavam a Madalena e a Rita a explicarem este passo. Além disso, apontava alguns erros mencionados anteriormente na análise da primeira fase das alunas, nomeadamente, um erro ortográfico ao escreverem “inunciado”, em vez de “enunciado”, e um erro ao nível do rigor matemático ao escreverem  $6 + 2 = 8 \times 2$ . Segundo os colegas, este cálculo estava confuso.

<sup>22</sup> A barra preta da figura 55 serve para ocultar o nome da minha orientadora cooperante.



A Madalena e a Rita também realizaram comentários a duas resoluções de díades distintas (a verde, Figura 56 e Figura 57). Enquanto o primeiro *feedback* que a Madalena



e a Rita deram aos seus colegas (Figura 56) recorreu apenas à forma sintática afirmativa, o segundo recorreu à forma sintática mista (Figura 57). A primeira resolução que comentaram (Figura 56) utilizava uma estratégia diferente da que elas tinham utilizado na primeira fase da sua própria resolução. No entanto, para as alunas foi fácil entender a estratégia adotada, visto que os comentários que elaboraram elogiaram a resolução feita e a clareza das explicações. Assim, é possível afirmar que o *feedback* incidiu na pessoa.

**esquemas.**

Seja  $x$  a quantidade de votos que a Francisca recebeu.

- Francisca:  $x$  votos.
- Lucas: menor 2 votos que a Francisca.
- Sandra: a dobro de votos da Francisca.
- Alunos: 30.

30 - 2 = 28  
28 - 3 = 25

Francisca 9,3  
Lucas 9,3 - 2 = 7,3  
Sandra 9,3 x 2 = 18,6

35,2

Como a equação não funcionou, tentamos esta equação.

Apertar da quantidade de votos da Francisca, conseguimos obter a quantidade de votos de Lucas (8-2) e da Sandra (8x2).

Finalmente, confirmamos se estava correta somando todos os votos (16+8+6).

$x + 2x + (x-2) = 30 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow x + 2x + x = 30 + 2 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 4x = 32 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow x = 8 \rightarrow$  Número de votos da Francisca.

Lucas = 8 - 2 = 6 votos  
Sandra = 8 x 2 = 16 votos

16 + 8 + 6 = 30 votos (ou votos de todos os alunos).

R: Quem ganhou a eleição foi a Sandra, que obteve 16 votos.

**Feedback dos alunos (1ª fase): Parabéns! A vossa resolução está correta e explicaram de forma clara.**

Figura 56 - Primeiro *feedback* realizado pela Madalena e pela Rita ao problema “Eleição para o delegado de turma”

A Madalena e a Rita poderiam questionar os colegas acerca do que representava “ $2x$ ” e “ $x - 2$ ”. No entanto, as alunas não foram capazes de identificar aspetos da

comunicação matemática escrita que poderiam ser melhorados, provavelmente porque conseguiram perceber o pensamento dos colegas. Apesar de terem validado também a segunda resolução que comentaram (Figura 57), sugeriram melhorias ao nível da comunicação matemática, apresentando um comentário com foco no processo.

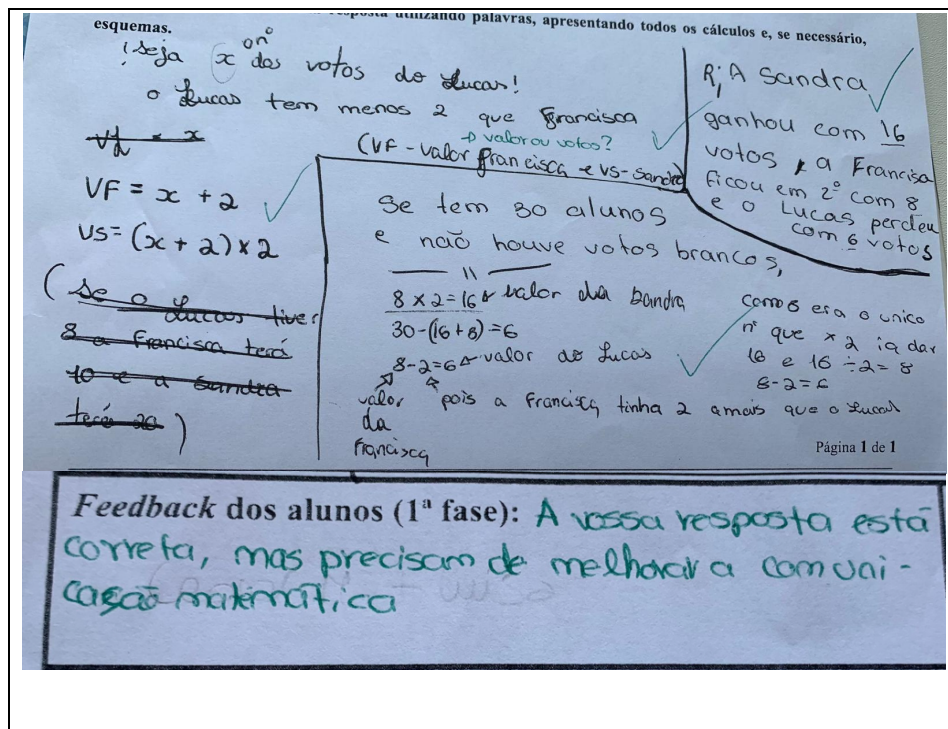


Figura 57 - Segundo feedback realizado pela Madalena e pela Rita ao problema "Eleição para o delegado de turma"

Porém, a Madalena e a Rita não forneceram exemplos concretos daquilo que os colegas poderiam melhorar. Por isso, não consegui perceber quais foram as falhas identificadas na comunicação matemática escrita, se foi o facto da resolução estar confusa, ou se as explicações não estavam claras para as alunas, visto que os colegas não terminaram uma frase (Figura 49). Tanto a Madalena como a Rita decidiram alertar os colegas, através de uma questão e fazer com que os mesmos refletissem e percebessem que, seria mais claro escrever "votos", em vez de "valor", para representar "VF", pois este problema abordava os votos distribuídos pelos alunos de uma turma. Apesar disso, "VF" não interferiu na estratégia que os colegas acabaram por adotar, visto que recorreram à tentativa e erro.

Após o momento da avaliação entre pares, a Madalena e a Rita tiveram oportunidade de melhorar a sua resolução durante a segunda fase (Figura 58). As duas optaram por alterar a sua estratégia, definindo uma equação que traduzisse o problema.

Seja  $x$  os ~~votos~~ o n.º de votos que a Francisca recebeu.  
 Fizemos uma equação para chegar ao n.º de votos da Francisca!

$$\begin{aligned} & x + 2x + (x - 2) = 30 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow x + 2x + x = 30 + 2 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow 4x = 32 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow x = 8 \quad c.s. = \{8\} \end{aligned}$$

A Francisca recebeu 8 votos  
 Agora como já sabemos ~~o número~~ o número de votos da Francisca também já ~~sabemos~~ sabemos o número de votos da Sandra e do Lucas.

Como o ~~Lucas~~ Lucas recebeu menos dois votos que a ~~Francisca~~ Francisca:  $8 - 2 = 6$   
 E a Sandra recebeu o dobro dos votos da Francisca:  $8 \times 2 = 16$

Depois confirmamos:  
 $8 + 6 + 16 = 30$  alunos

R: Quem ganhou a eleição foi a Sandra com 16 votos.

Figura 58 - Segunda fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Madalena e da Rita

Poder-se-ia ter pensado que o facto de terem comentado uma resolução que recorreu a este caminho (Figura 56, primeiro *feedback* realizado pelas alunas ao problema “Eleição para o delegado de turma”) seria o motivo que as tivesse levado a sentirem necessidade de alterar a sua estratégia na segunda fase do problema. No entanto, ao entrevistar as alunas, percebi que foi outro o motivo que as influenciou a alterarem a sua estratégia de resolução.

**Margarida:** Ao resolvermos o problema, eu e a [Rita] pensámos que poderia haver uma equação que traduzisse o problema, mas nenhuma de nós sabia como resolver dessa forma. Então, depois da aula em que resolvemos o problema, fomos pensar para casa. Eu resolvi muitas equações nesse dia.

**Rita:** E eu tinha tentado fazer o problema em casa e consegui chegar a uma equação.



**Margarida:** Nós experimentámos usar essa equação e chegámos ao mesmo resultado que tínhamos chegado sem equação, então pensámos que estava certo. (entrevista)

As alunas, na segunda fase, conseguiram melhorar a clareza das suas explicações em relação à primeira fase. No entanto, poderiam ter explicado o que representava “ $2x$ ” e “ $x - 2$ ”. Conseguiram obter o conjunto-solução da equação e concluir que esse seria o número de votos que a Francisca recebeu. Além disso, deram uma resposta ao problema, o que não tinha acontecido na primeira fase, dando, assim, resposta a um dos comentários que receberam.

Finalmente, apresento o trabalho realizado pela Maria e pelo Tomás neste terceiro problema da intervenção pedagógica. Na primeira fase da sua resolução (Figura 59)<sup>23</sup>, os alunos conseguiram obter uma expressão algébrica para o número de votos que o Lucas recebeu, em função do número de votos que a Francisca teve. O mesmo aconteceu para o número de votos que a Sandra recebeu. Além disso, conseguiram encontrar um modelo matemático para a situação.

esquemas.

Seja  $x$  os votos da Francisca

Seja  $x - 2$  os votos do Lucas

Seja  $2x$  os votos da Sandra

$$x + x - 2 + 2x = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = 30 + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

a Francisca teve 8 votos, ou seja, o Lucas teve 6 votos e a Sandra teve 16 votos

$$8 + (8 - 2) + 8 \times 2 = 30$$

$$8 + 6 + 16 = 30$$

$30 = 30 \checkmark$

R.: Foi a Sandra que ganhou a eleição com 16 votos.

Figura 59 - Primeira fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Maria e do Tomás

A Maria e o Tomás apresentaram um pequeno erro ao resolver a equação que, julgo ter sido por distração, pois trocaram o sinal do termo independente “ $-2$ ”, no primeiro membro. Os alunos recorreram a representações simbólicas para exprimirem as suas ideias matemáticas e obtiveram uma resposta clara e correta do problema, referindo quem ganhou as eleições e com quantos votos.

A Maria e o Tomás, tal como os restantes colegas, receberam comentários de díades distintas (a verde) à sua primeira fase do problema. Um dos comentários que receberam

<sup>23</sup> As barras pretas da figura 59 servem para ocultar os comentários realizados, pelos colegas, à primeira fase da Maria e do Tomás.

já foi analisado anteriormente, uma vez que o Martim e o Rodrigo comentaram a resolução da Maria e do Tomás (Figura 51). O segundo *feedback* dado à sua resolução (Figura 60) recorreu a uma questão que os incentivava a refletir sobre o erro cometido na resolução da equação, por isso, incidiu na autorregulação. O *feedback* é claro, curto e não inclui a correção do erro. Os colegas não sugeriram nenhuma melhoria ao nível da comunicação matemática escrita, provavelmente porque conseguiram perceber o pensamento da Maria e do Tomás.

Seja  $x$  os votos da Francisca  
 Seja  $x-2$  os votos do Lucas  
 Seja  $2x$  os votos da Sandra

$$x + x - 2 + 2x = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2 = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = 30 - 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{28}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

a Francisca teve 8 votos, ou  
 seja, o Lucas teve 6 votos e  
 a Sandra teve 16 votos

$$8 + (8 - 2) + 8 \times 2 \stackrel{?}{=} 30$$

$$8 + 6 + 16 = 30 \quad 30 = 30 \checkmark$$

R.: Foi a Sandra que ganhou as eleições com 16 votos.

• O teu raciocínio foi muito claro.

• Será que o dois já não devia ter trocado de membro?

Página 1 de 1

Figura 60 - Segundo *feedback* realizado à resolução da Maria e do Tomás

Os dois alunos também realizaram comentários a duas resoluções de díades distintas (a verde, Figura 61 e Figura 62). Cada resolução analisada pela Maria e pelo Tomás foi feita por dois colegas destes dois alunos; no entanto, nos comentários que elaboraram, eles dirigiram-se à segunda pessoa do singular no seu discurso. O primeiro *feedback* dado (Figura 61) é claro. Os alunos não se limitaram a indicar que a resolução estava correta, pois sugeriram uma nova estratégia. A Maria e o Tomás queriam que os colegas percebessem que poderiam utilizar o método de tentativa e erro; porém, seria um método “muito demorado”. Desta forma, o *feedback* dado foi com foco no processo, mas também na pessoa, ao elogiar a resolução dos colegas (“Muito bem!”), a clareza e o rigor deles.

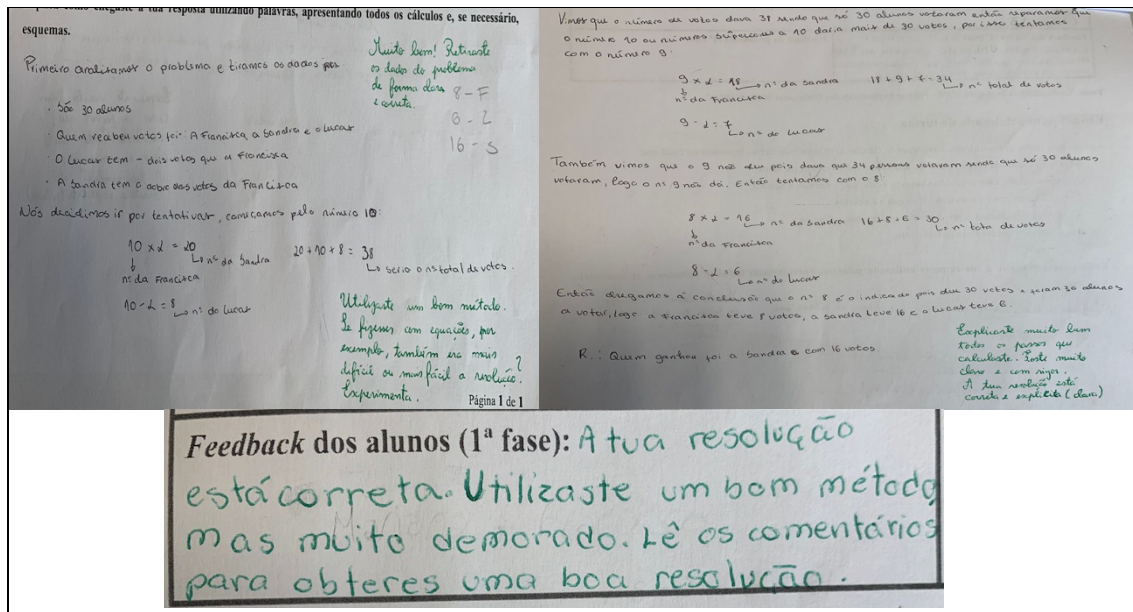


Figura 61 - Primeiro *feedback* realizado pela Maria e pelo Tomás ao problema "Eleição para o delegado de turma"

O segundo *feedback* dado (Figura 62) também é claro. Apesar de indicar que a resolução está correta, os dois alunos sugeriram melhorias, nomeadamente relativas a apresentar o conjunto-solução da equação. Curiosamente, a Maria e o Tomás também não apresentaram o conjunto-solução na primeira fase, referindo um aspeto que não foi abordado na sua própria resolução. Assinalaram um erro ortográfico das duas vezes que os colegas escreveram "descubrir". Mais uma vez, o *feedback* dado incidiu no processo, mas também na pessoa, ao elogiar a prestação dos colegas no problema.

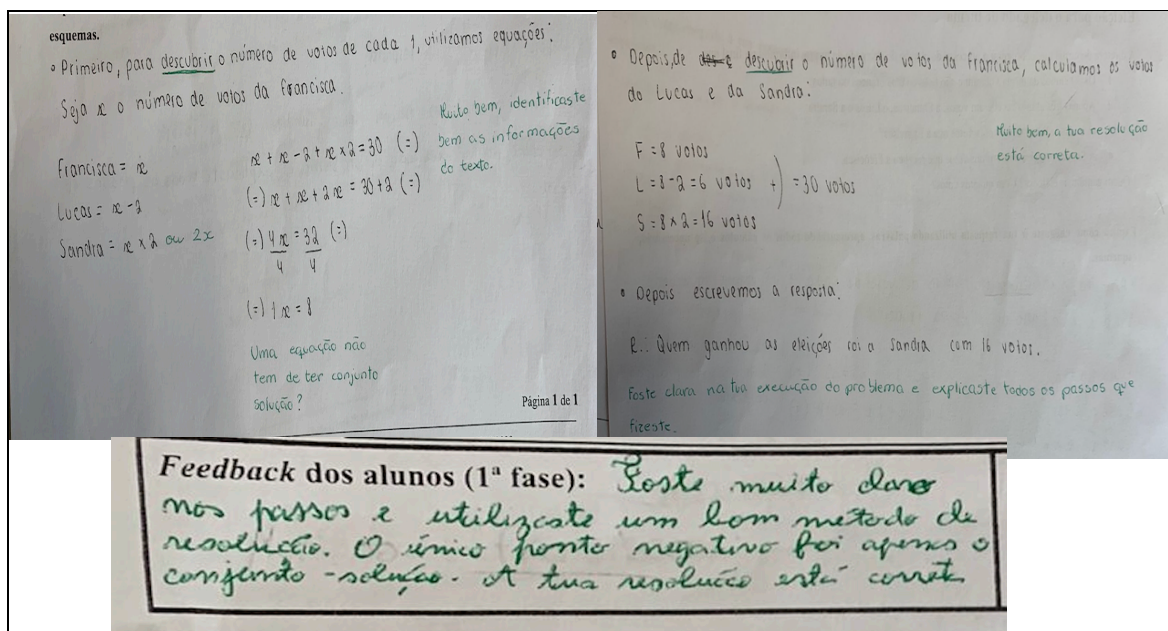


Figura 62 - Segundo *feedback* realizado pela Maria e pelo Tomás ao problema "Eleição para o delegado de turma"



A Maria e o Tomás tiveram oportunidade de aperfeiçoar a sua resolução durante a segunda fase do problema (Figura 63) e melhoraram a comunicação matemática escrita. Embora não tivessem recebido nenhum comentário que mencionasse a falta do conjunto-solução no final da equação, optaram por incluí-lo, provavelmente devido à percepção dessa necessidade quando analisaram as resoluções dos colegas. Os alunos corrigiram o erro cometido na resolução da equação, sendo esse um dos comentários que tinham recebido. Tal como na primeira fase, recorreram a representações simbólicas para exprimirem as suas ideias matemáticas.

Seja  $x$  o nº de votos da Francisca, ou seja,  
 $x - 2$  o nº de votos do Lucas e  $2x$  o número  
 de votos da Sandra.

A expressão que traduz o enunciado é:

$$x + x - 2 + 2x = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = 30 + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \Leftrightarrow C.S = \{8\}$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

Se substituírmos o  $x$  pelo 8, o número de votos da Francisca  
 é 8 votos; os votos do Lucas são 6 e os votos da Sandra são 16. A  
 soma de todos os votos é 30 votos dos 30 alunos da turma.

$$8 + (8 - 2) + 8 \times 2 \stackrel{?}{=} 30$$

$$8 + 6 + 16 \stackrel{?}{=} 30$$

$$30 = 30 \checkmark$$

Vemos então que a Sandra teve mais número de votos.

R.: A Sandra ganhou as eleições com 16 votos.

Figura 63 - Segunda fase do problema “Eleição para o delegado de turma” da Maria e do Tomás

## 5.5. Opiniões dos alunos acerca da experiência de avaliação entre pares

Após os alunos terem realizado o primeiro momento da intervenção, decidi perguntar à turma se já tinham experienciado esta prática de dar/receber *feedback* aos/dos colegas e constatei que eles nunca tinham feito algo semelhante anteriormente. No entanto, percebi que todos gostaram de realizar esta experiência, apesar dos motivos serem diferentes. O Rodrigo gostou de se colocar “no papel do professor e [ter] oportunidade de corrigir as resoluções [dos colegas]” (entrevista). A Rita mencionou que também gostou porque melhorou a sua capacidade de comunicação durante a prática de avaliação entre pares: “melhorei a minha comunicação com a ajuda dos meus colegas” (entrevista). Já para o João, o que mais lhe agradou foi o facto desta prática o ter ajudado “a desenvolver o trabalho em equipa e a entender melhor a [sua] resolução”

(entrevista), quando apreciava os trabalhos dos colegas. A Joana, além de concordar com o João, ainda acrescentou:

**Joana:** Eu gostei porque consegui trabalhar em conjunto e às vezes, quando algum tinha uma dificuldade a dar os comentários, o outro ajudava porque éramos sempre dois a comentar.

**Mafalda:** Então foi vantajoso ter um colega para trocar opiniões e vos ajudar a dar *feedback*?

**Joana:** Sim, se fôssemos sozinhos, não seria nada fácil. Também achei interessante ver o ponto de vista das outras pessoas, porque às vezes resolviam o problema de forma diferente da minha. (entrevista)

Os alunos, ao longo de todo o processo, enfrentaram alguns desafios e obstáculos. Uma grande dificuldade que manifestaram foi expressar por escrito o que estavam a pensar enquanto resolviam o problema: “no início não conseguia comunicar matemática muito bem, isso foi a pior dificuldade, mas com o tempo fui melhorando” (Carla, questionário). Porém, indicaram que o maior desafio residia em terem de comentar as resoluções dos colegas. Enquanto uns sentiram dificuldade em tentar entender o pensamento dos outros alunos, uma vez que estes não explicavam todos os passos da sua resolução, outros consideraram como o maior desafio não incluir a correção do erro: “o maior desafio foi dar *feedback* aos meus colegas, de forma que, nele não estivesse contido a resposta e sim um caminho para lá chegar” (Mariana, questionário).

É evidente que, para os alunos, comentarem o trabalho dos seus colegas foi algo desafiador, por isso, quando foram solicitados a fornecerem exemplos que comprovassem as suas respostas, surgiram explicações como: “tinha dificuldade em entender os cálculos que não havia explicações detalhadas” (Ricardo, questionário); “os cálculos não se percebiam” (Beatriz, questionário); “todos nós temos uma maneira diferente de pensar e se o colega não explicar de forma clara como resolveu o problema, torna-se difícil de compreender aquela resolução” (Rita, questionário) e “era difícil de compreender o raciocínio e a resolução” (João, questionário). Assim, fica visível que os estudantes sentiram dificuldade em compreender o que os seus colegas pretendiam transmitir, pois, muitas vezes, as explicações estavam ausentes ou não eram claras e apresentavam igualdades que não eram verdadeiras, tornando os cálculos confusos.

Apesar de todos os desafios que enfrentaram, a maioria dos alunos referiu que terem comentado o trabalho dos seus colegas e tentarem perceber diferentes resoluções da

sua, os ajudou a compreender melhor o problema. Além disso, os alunos compartilharam opiniões semelhantes sobre as vantagens de terem recebido *feedback* dos colegas em relação ao seu trabalho. Eles enfatizaram que os comentários recebidos foram essenciais para explicar de forma mais clara o seu pensamento. Além disso, o *feedback* ajudou-os a identificar erros e a refletir sobre como poderiam chegar à resposta correta do problema: “ao receber *feedback*, consegui analisar quais as partes da resolução do problema que não estavam corretas e pensar como podia melhorar” (João, questionário).

Todos os alunos reconheceram que este tipo de experiência os ajudou a melhorar a comunicação matemática escrita. A maioria afirmou que o facto de terem de escrever aquilo que estavam a pensar quando resolviam o problema, para o colega compreender o seu pensamento, os auxiliou na organização das suas ideias e na obtenção da resposta correta: “a cada passo que andava em direção à resposta, tinha de escrever como havia avançado até lá, para os meus colegas perceberem e isso ajudou-me bastante a comunicar o meu pensamento e a chegar à resposta” (Mariana, questionário). Outros alunos referiram que terem de comentar as resoluções dos colegas, sem incluírem a correção do erro, fez com que comunicassem melhor o seu pensamento. Sentiram a responsabilidade de escrever comentários claros para que os colegas pudessem entender, sem corrigirem o erro, o que nem sempre é uma tarefa fácil. A Rita também sentiu uma evolução no que diz respeito à comunicação matemática escrita e afirmou:

**Rita:** Eu agora consigo expressar os cálculos através de palavras e antes não conseguia.

**Mafalda:** Antes colocavas apenas os cálculos sem qualquer explicação do que estavas a calcular, não era?

**Rita:** Sim, eu não valorizava isso e achava muito difícil no início das experiências. (entrevista)

No processo de avaliação entre pares, os alunos realizaram comentários às resoluções dos colegas e em simultâneo contactaram com resoluções diferentes das suas, mas também receberam comentários por parte dos colegas às suas resoluções. Mas afinal qual foi a etapa deste processo que mais influenciou os alunos a comunicarem melhor o seu pensamento? Alguns alunos ficaram um pouco divididos. Tal como a Rita afirmou:

Tudo me influenciou. Ter comentado as resoluções dos outros ajudou-me a perceber se o meu problema estava certo, ver se eu tinha feito os passos corretos e os cálculos corretos. Receber os comentários ajudou-me a perceber o que tinha errado no problema e tentar resolver de outra maneira. (entrevista)

No entanto, a maioria dos alunos valorizou o facto de contactarem com resoluções diferentes das suas, referindo que essa etapa teve alguma ou muita influência neste processo. Conseguiram identificar os erros que tinham cometido e esclarecer dúvidas que tinham surgido quando resolveram a primeira fase da resolução: “ajudou-me a tirar as dúvidas e a perceber o que tinha errado” (Beatriz, questionário). Salientaram o facto de terem aprendido com os colegas, uma vez que, observaram “várias formas diferentes de resolver um problema” (Mariana, questionário).

Queria perceber também se a experiência de receber mais do que um comentário feito por colegas diferentes se tornava mais vantajosa. A maioria afirmou que esta modalidade era mais enriquecedora do que apenas receber um comentário. Podia-se esperar que o Rodrigo considerasse esta experiência menos enriquecedora do que receber apenas um único comentário, visto que ficou confuso no último problema por ter recebido um comentário que apresentava uma sugestão e outro não. No entanto, o Rodrigo explicou a razão de considerar ser mais benéfico receber mais do que um comentário feito por colegas diferentes:

**Rodrigo:** Eu acho que é mais útil, porque uns podem ver erros que os outros não veem, uns podem perceber as nossas explicações e outros não.

**Mafalda:** Eu lembro-me que tu e o teu colega receberam aquele comentário a dizer que poderiam ter ido por um caminho mais simples e vocês até ficaram confusos na altura. Mas com esse comentário vocês refletiram e até perceberam que, de facto, existia outro caminho que poderiam ter recorrido.

**Rodrigo:** Pois, aí fiquei confuso porque aquele caminho na altura não era o mais simples para nós. Mas isso fez com que depois fosse estudar as equações e agora é mais simples. (entrevista)

O João, apesar de ter recebido um *feedback* a validar a sua resolução no problema do terceiro momento da intervenção pedagógica, recebeu outro que apontava alguns erros

que tinha cometido<sup>24</sup>. Desta forma, poder-se-ia pensar que isso causasse insegurança ou alguma confusão no aluno. No entanto, o João também considerou ser mais benéfico receber mais do que um comentário feito por colegas diferentes e explicou o seu ponto de vista: “um dos comentários falou que a resolução estava certa, mas outro falou que estava com uns erros e depois refiz o problema e consegui melhorar” (entrevista). Provavelmente, se o João tivesse recebido apenas o comentário que validava a sua resolução, não teria feito novamente o problema e, desta forma, não teria melhorado o seu desempenho.

A Joana mostrou ter uma visão diferente, pois considerou esta experiência igualmente enriquecedora em comparação com a experiência de receber apenas um comentário. No entanto, através da entrevista percebi a razão da aluna ter esta opinião:

Eu acho que tem benefícios receber mais do que um comentário de colegas diferentes, mas às vezes pode ser a mesma coisa. Por exemplo, se nós tivermos a resolução correta, o *feedback* vai ser o mesmo. Mas se nós tivermos coisas erradas, nós podemos receber comentários diferentes e aí já é mais útil. Por exemplo, eu recebi comentários iguais a dizer que a resolução estava correta e explicada, por isso não achei mais útil receber mais do que um comentário. (entrevista)

Todos os alunos salientaram a importância de voltarem a ser confrontados com o mesmo problema na segunda fase, pois não é algo habitual e consideraram ser um fator importante desta prática. Para uns alunos foi importante rever o que fizeram na primeira fase e, juntamente com o *feedback* que receberam, refletirem e tentarem melhorar a sua resolução. Para outros alunos foi importante receberem comentários que não corrigissem os seus erros, pois esforçaram-se na segunda fase para os corrigir: “foi importante ter esta oportunidade porque posso ver o que fiz de errado e ao não me terem dado a resposta, eu esforcei-me para ter as coisas certas e não me apareceu já feito” (Carolina, questionário). O João exemplificou uma das vantagens de ter tido essa oportunidade:

Eu achei importante termos essa oportunidade porque, por exemplo, no último problema, o da eleição, eu tinha errado um cálculo, e tinha feito o problema a pensar que esse cálculo estava certo. Só me apercebi com o

---

<sup>24</sup> Não foi analisado neste relatório o trabalho do João (e do seu par) no problema “Eleição para o delegado de turma”; tal como toda a turma, o João e o seu colega receberam dois comentários de diádes diferentes à sua resolução.

*feedback* que estava errado e depois consegui mudar o cálculo e ter a resolução certa. (entrevista)

Senti necessidade de perguntar aos alunos entrevistados o que aprenderam com esta prática. Todos eles concordaram que esta experiência possibilitou uma mudança na forma como comunicavam os seus pensamentos e que passaram a comunicá-los de forma mais clara, organizada e rigorosa. Além disso, a Joana acrescentou: “aprendi que há várias formas de resolver um problema. Aprendi também que várias pessoas pensam diferente, algumas pensam igual a ti, mas outras pensam de outra maneira” (entrevista).

Assim, através das evidências dos alunos acerca dos benefícios desta prática, quando questionados sobre a sua continuidade, grande parte afirmou que gostava de continuar, existindo apenas quatro alunos que se mostraram indiferentes. Além disso, quando questionados sobre a utilidade deste tipo de experiência comparativamente à resolução de um problema, sem qualquer *feedback*, a esmagadora maioria não teve dúvidas em afirmar que é mais útil. A Joana durante a entrevista explicou o seu ponto de vista:

**Joana:** Eu acho que receber o *feedback* é bom porque nós temos uma noção do que tivemos certo e do que podemos melhorar e podemos ter uma chance de melhorar. Se nós não tivermos *feedback* não percebemos muito bem o que estava bem e o que estava mal.

**Mafalda:** E se, por exemplo, em vez de serem vocês a darem *feedback* aos vossos colegas, fosse eu a dar *feedback* a todos os alunos. Alguma destas experiências seria mais útil ou seriam igualmente úteis?

**Joana:** Seria mais útil sermos nós a dar, porque ao dar o *feedback* consegui perceber melhor o problema. (entrevista)

Como é possível verificar, a Joana viu benefícios desta prática. Ao envolver-se no processo de avaliação entre pares, conseguiu melhorar a sua aprendizagem, tal como os restantes alunos da turma.



## 6. Conclusões e recomendações

Neste capítulo, após sintetizar o estudo realizado, são apresentadas as principais conclusões, orientadas pelas questões de investigação e discutidas em relação à literatura revista. Por fim, é apresentada uma reflexão, contemplando essencialmente as implicações deste trabalho para o meu desenvolvimento profissional, mas também perspetivando investigações futuras decorrentes deste estudo e indicando limitações do mesmo.

### 6.1. Síntese do estudo realizado

Este trabalho teve como objetivo compreender o papel da avaliação entre pares no desenvolvimento da comunicação matemática escrita dos alunos. Procurei: (i) identificar as principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento ao resolver problemas; (ii) perceber como é que os alunos se envolveram no processo de avaliação entre pares, processo essencial da intervenção pedagógica que desenvolvi, para tal, tentei caracterizar o *feedback* que deram uns aos outros, entender como compreenderam o *feedback* recebido e o integraram na melhoria das suas produções, identificar os desafios que enfrentaram nesse processo e perceber as perspetivas dos alunos sobre dar/receber *feedback* escrito uns aos/dos outros; e (iii) procurei compreender que evolução sofreu a capacidade de comunicação escrita dos alunos no decurso da intervenção pedagógica, e qual foi a influência das práticas de avaliação entre pares nessa evolução.

Este estudo foi realizado numa turma de 7.º ano de escolaridade constituída por 28 alunos, na qual foi desenvolvida uma intervenção pedagógica assente em processos de avaliação entre pares ao longo de três momentos de resolução de problemas em duas fases, com vista a promover a capacidade de comunicação matemática escrita dos alunos. Numa abordagem qualitativa e interpretativa, os dados incluíram: (i) produções escritas dos alunos realizadas antes do início deste estudo, que permitiram descrever as principais dificuldades que os alunos evidenciavam na comunicação matemática escrita; (ii) primeiras e segundas fases das resoluções dos três problemas propostos, que proporcionaram informação essencial para compreender a evolução dos alunos na sua capacidade de comunicação matemática escrita; (iii) *feedbacks* dos alunos às primeiras fases de resoluções de outros alunos, que me permitiram analisar a compreensão que tinham de outras estratégias e que aspetos da comunicação matemática escrita valorizavam; (iv) respostas a um questionário *online*, sobre as perspetivas que tinham das experiências vividas ao longo da intervenção pedagógica;

(v) um conjunto de entrevistas semiestruturadas, realizadas em vários momentos ao longo da intervenção, que me permitiram esclarecer dúvidas quanto à análise feita das produções escritas dos alunos, compreender melhor as opções que foram tomando, quer na resolução dos problemas, quer na elaboração dos *feedbacks*, e também conhecer a opinião fundamentada dos alunos sobre como esta intervenção permitiu (ou não) melhorar a sua capacidade de comunicação matemática escrita; e (vi) notas de campo das observações por mim realizadas enquanto professora e investigadora, nos momentos em que os alunos trabalharam nos problemas da intervenção pedagógica, que me permitiram clarificar alguns aspetos provenientes dos restantes instrumentos de recolha de dados e apoiaram a redação deste relatório, nomeadamente o capítulo 5.

## 6.2. Principais dificuldades dos alunos na comunicação escrita do seu pensamento ao resolver problemas

As principais dificuldades sentidas pelos alunos na comunicação escrita do seu pensamento, ao resolver problemas, estavam essencialmente relacionadas com a ausência de explicações, de processos e procedimentos utilizados nos problemas, e com a falta de rigor matemático. Desta forma, seguindo a perspetiva de Serrazina (2018), que enfatiza a importância de proporcionar, aos estudantes, experiências em sala de aula que promovam o desenvolvimento da sua capacidade de comunicação escrita, estes foram encorajados a resolver problemas utilizando registos escritos e a darem especial atenção à comunicação da sua forma de pensar. Ao terem de se colocar no papel do professor para analisarem as resoluções dos colegas, os alunos perceberam a dificuldade de compreender o pensamento da outra pessoa. Isso levou-os a sentirem a necessidade de pedir explicações adicionais para esclarecer algum passo das resoluções que foram analisando. Além disso, compreenderam também que, em futuras atividades de resolução de problemas, terão de explicar o seu pensamento de forma mais clara e detalhada, com cuidado na linguagem e no rigor.

## 6.3. Envolvimento dos alunos no processo de avaliação entre pares

A maior dificuldade sentida pelos alunos no processo de avaliação entre pares residiu em comentar as resoluções dos colegas, provavelmente porque não estavam habituados a esta prática de dar/receber *feedback* escrito. No entanto, apesar das dificuldades, os alunos recorreram essencialmente à forma sintática mista (interrogativa e afirmativa) que, do ponto de vista de Santos e Pinto (2018), facilita a compreensão por parte dos estudantes e envolve-os a prosseguir o seu trabalho. Quanto à dimensão do *feedback* que os alunos deram uns aos outros, este foi predominantemente médio e não

incluiu demasiada informação. Segundo Santos e Pinto, um *feedback* com estas características ajuda os alunos a direcionarem a sua atenção para determinados aspetos da tarefa, sendo potenciador de aprendizagem.

Segundo Santos (2003, 2008), o *feedback* deve evitar conter a correção de erros, sendo mais adequado fornecer pistas e propor orientações para os alunos saberem como prosseguir e melhorar o seu trabalho. Os dados analisados indicaram que os alunos não só compreenderam estas características de um *feedback* mais eficaz, como também se esforçaram por aplicá-las ao fornecer *feedback* aos seus colegas, mencionando nas entrevistas e no questionário a importância de receber orientações úteis em vez de correções.

Santos (2003, 2008) também sugere que o *feedback* deve identificar o que os alunos já conseguiram realizar de forma correta, com o objetivo de lhes fornecer confiança. Apesar da maioria dos alunos participantes neste estudo ter demonstrado essa preocupação, elogiando o trabalho dos colegas, alguns deles realizaram comentários desmotivadores, podendo ter afetado a autoestima dos colegas a quem se dirigiram esses comentários e ter feito com que estes ficassem com medo de errar no futuro. Lidar com comentários desta natureza pode ter constituído um desafio acrescido para os alunos que os receberam, não tendo efeitos positivos nas aprendizagens pretendidas. Porém, quando confrontados, sobre o assunto os alunos que realizaram comentários desmotivadores concordaram que, de facto, comentários como esses poderiam desmotivar os colegas e não ajudavam a aprender.

Alguns alunos, por vezes, limitavam-se a indicar que o trabalho tinha sido realizado de modo adequado e que os resultados estavam certos, ou então apenas elogiavam o trabalho do colega, quando ainda existiam falhas ao longo da resolução. Segundo Hattie e Timperley (2007), comentários como estes incidem na tarefa ou na pessoa e não são eficazes na promoção da reflexão sobre o trabalho realizado, não sendo, por isso, muito úteis na melhoria do desempenho. Neste estudo, quando o *feedback* recebido incidia essencialmente na tarefa ou na pessoa, os alunos não sabiam como alterar a sua resolução na segunda fase do problema, apesar de ainda existirem aspetos que poderiam ser melhorados, como foi o caso do João no problema “Férias no Parque 2” e do par, Martim e Rodrigo, no problema “Eleição para o delegado de turma”. Os resultados obtidos reforçam a ideia de Hattie e Timperley (2007) de que comentários como estes são pouco eficazes na melhoria da aprendizagem.

No entanto, a maioria do *feedback* dado foi com foco no processo, como por exemplo, o *feedback* recebido pela Ana no problema “Comprar automóvel” ou o *feedback* recebido pelo par Madalena e Rita no problema “Eleição para o delegado de turma”. Este tipo de *feedback* centra-se na organização da informação, ou nos processos de aprendizagem necessários à compreensão da tarefa, ajudando a realizar ou a melhorar o desempenho na mesma. Apesar do *feedback* com foco na autorregulação ter sido menos frequente por parte dos alunos, quando existiu, promoveu a reflexão sobre o trabalho realizado e o agir para o melhorar. Quando os estudantes recebiam *feedback* com foco no processo ou na autorregulação, alguns sentiam necessidade, na segunda fase, de expressar a sua concordância ou discordância com os comentários realizados pelos colegas à sua resolução, outros davam resposta aos comentários e acabavam por alterar a resolução, melhorando-a. Desta forma, os resultados obtidos vêm reforçar as conclusões de Hattie e Timperley (2007) para quem é o *feedback* com foco no processo e na autorregulação que é mais eficaz na melhoria das aprendizagens dos alunos.

Outra dificuldade enfrentada pelos alunos, no processo de avaliação entre pares, foi decidir se poderiam ou não validar certas resoluções, devido ao elevado grau de dificuldade dos problemas. Em alguns casos, não tinham a certeza se um dado procedimento estava correto ou não; noutros casos, desconheciam se uma dada resposta estava certa ou errada. É de referir que não tinham acesso a nenhuma proposta de resolução elaborada por mim para servir de termo de comparação. Desta forma, os alunos, ao terem de comentar as resoluções dos colegas, ficaram responsáveis por compreender e interpretar as ideias que lhes tinham sido apresentadas nas diferentes estratégias utilizadas pelos colegas (Fernandes, 2006; NCTM, 2007).

No que diz respeito ao *feedback* recebido pelos alunos, eles consideraram-no ser essencial para explicar de forma mais clara o seu pensamento, identificar erros cometidos e refletir sobre como poderiam chegar à resposta correta do problema. No entanto, também existiram alunos que não partilharam (ou não compreenderam) a opinião dos colegas que elaboraram o *feedback* às suas resoluções e, por isso, optaram por não alterar a sua resolução e desta forma, não a melhorar. Sentiram necessidade de me consultar, esperando a minha validação (ou não) daquele *feedback*. Estas situações confirmaram a ideia de González e colaboradores (2023) de que os alunos podem desconfiar da avaliação realizada pelos colegas porque acreditam que a avaliação do professor é mais confiável ou precisa.

Todos os alunos salientaram a importância de voltarem a ser confrontados com o mesmo problema na segunda fase, pois, não sendo algo habitual, consideraram ser importante terem uma nova oportunidade para refletir e melhorar o seu trabalho. Para uns alunos foi importante rever o que fizeram na primeira fase e, juntamente com o *feedback* que receberam, refletirem e tentarem melhorar a sua resolução. Para outros alunos foi importante receberem comentários que não corrigissem os seus erros, pois esforçaram-se, na segunda fase, para os corrigir, procurando formas de os superar. Assim, na segunda fase, os alunos foram incentivados a refletir sobre o trabalho que tinham realizado, identificando o que tinham feito com sucesso e o que deveriam melhorar. Desta forma, os alunos compreenderam a relevância de receber *feedback* às suas produções, com o objetivo de melhorá-las e tomaram consciência das suas falhas, demonstrando iniciativa para melhorar a sua resolução, revelando uma atitude proativa. Os resultados deste trabalho reforçam a ideia de Santos (2008) de que o *feedback* é utilizado para criar contextos de aprendizagem, visto que pretende levar o aluno a identificar os seus erros de modo a que os consiga corrigir. Os resultados sugerem, então, que esta prática contribuiu para as aprendizagens dos alunos, tornando a avaliação numa avaliação verdadeiramente formativa, pois utilizaram o *feedback* para se avaliarem a si próprios e uns aos outros, tal como sugerem Black e colaboradores (2004).

Durante o desenvolvimento deste estudo, os alunos receberam mais do que um comentário feito por colegas diferentes às suas resoluções. A maioria deles considerou essa abordagem mais enriquecedora em comparação com a experiência de receber apenas um único comentário como apoio à realização da segunda fase de resolução de problemas. De acordo com a perspetiva dos alunos, essa abordagem traz mais benefícios, uma vez que um dado comentário pode apresentar sugestões de melhorias em algum passo da resolução que os colegas que realizaram o outro comentário não conseguiram identificar.

As entrevistas e os questionários realizados também permitiram constatar que esta prática de serem os alunos a distribuir *feedback* aos colegas e terem de contactar com resoluções diferentes da sua pode ajudá-los em diversos aspetos, nomeadamente: (i) identificar erros que tinham cometido e esclarecer dúvidas que tinham surgido quando resolveram a sua primeira fase; (ii) contactar com diferentes estratégias da sua e melhorar a capacidade de comunicar os seus pensamentos, adquirindo competências de autoavaliação e de melhoria do seu próprio trabalho, como Fernandes (2022) e Santos (2002) sugerem. Os dados analisados reforçam a perspetiva de que os alunos

aprendem quando analisam o trabalho dos colegas, mas também aprendem quando refletem acerca da sua própria aprendizagem (Canavarro et al., 2021; Peña et al., 2014; Ponte, 2005).

Além disso, nesta prática de avaliação entre pares, os alunos desenvolvem algumas capacidades gerais transversais preconizadas nas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021) como o pensamento crítico ou a colaboração. Alguns alunos apreciaram fornecer *feedback* com um colega em vez de fornecer *feedback* sozinhos, identificando benefícios da colaboração nos momentos de avaliação entre pares, destacando a importância de ter um colega que os ajudava e apoiava quando sentiam dificuldades em realizar algum tipo de comentário.

#### 6.4. Evolução da capacidade de comunicação escrita dos alunos e influência das práticas de avaliação entre pares nessa evolução

Em face dos dados analisados, é possível afirmar que a capacidade de comunicação escrita dos alunos, no decurso da intervenção pedagógica, sofreu melhorias, dado que passaram a comunicar os seus pensamentos de forma mais clara, organizada e rigorosa. Seria, contudo, relevante identificar o momento que maior influência teve nesta evolução: comentar as resoluções dos colegas, receber comentários às suas resoluções, contactar com resoluções diferentes da sua, ou ter oportunidade de realizar novamente o problema? Apesar de alguns alunos ficarem um pouco divididos, acreditando que tudo os tinha ajudado a melhorar a sua capacidade de comunicação escrita, a maioria afirmou ter sido a etapa em que contactaram com resoluções diferentes da sua que maior influência teve nesta evolução. Poder-se-ia pensar que o motivo principal que suportava esta perspetiva dos alunos era o facto de, ao perceberem a dificuldade de compreender o pensamento da outra pessoa, sentirem necessidade de, na sua resolução, explicarem todos os passos de forma clara, com o objetivo de que os colegas que ficassem encarregues de as apreciar não manifestassem essa mesma dificuldade. Porém, o que foi mais valorizado pelos alunos foi o facto de contactarem com diferentes estratégias. Tentarem perceber diferentes resoluções levou a que os alunos compreendessem melhor o problema e, deste modo, conseguissem expressar de forma mais clara as diferentes etapas da sua resolução. Contudo, é importante destacar que, para os alunos, o facto de terem de escrever aquilo que estavam a pensar quando resolviam o problema, de modo que o seu pensamento fosse compreensível para os colegas, os auxiliou na organização das suas ideias e na obtenção da resposta correta. Desta forma, além de tentarem encontrar um caminho para chegar à etapa final



e resolver o problema, os alunos tentaram explicar a razão de terem utilizado um dado processo. Portanto, esta atividade, que Jacinto e colaboradores (2018) designam por *resolver-e-exprimir problemas*, contribuiu para a compreensão dos conceitos abordados e dos processos utilizados. Reforçou-se, assim, a ideia de Jacinto e colaboradores (2018) e de Santos e Semana (2015) de que a resolução de um problema matemático e a comunicação do seu pensamento ao longo de todo o processo são características intrinsecamente relacionadas com toda a atividade da resolução de problemas.

Assim, é possível afirmar que o objetivo principal da intervenção pedagógica, promover o desenvolvimento da comunicação matemática escrita, foi concretizado, e que a avaliação entre pares desempenhou um papel importante para esse desenvolvimento. Assim sendo, recomendo a realização deste tipo de práticas, pois proporcionam verdadeiros momentos de avaliação formativa, possibilitando que os alunos verifiquem o que já sabem e percebam o que ainda não sabem, com o objetivo de melhorar as suas aprendizagens (Fernandes, 2006; Santos, 2019).

Os alunos não só identificaram vantagens nesta prática de avaliação entre pares na resolução de problemas em duas fases, comparativamente apenas à resolução de um problema, como também mostraram interesse em continuar com esta experiência. Desta forma, foram proporcionadas aos alunos reais oportunidades para desenvolverem as competências necessárias para compreender e utilizar o *feedback* de maneira útil, recorrendo à avaliação entre pares, tal como sugerem Fernandes (2022), González e colaboradores (2023) e Santos (2002).

## 6.5. Implicações e recomendações

Ao longo da intervenção pedagógica, existiram aspetos que não correram como esperado, nomeadamente, alunos que não se empenharam no primeiro momento da intervenção e não me chegaram a entregar a primeira fase do problema com os comentários recebidos nem a realização da segunda fase. Sendo uma turma empenhada fiquei surpreendida por não estarem a participar nesta atividade. Contudo, o alterar da segunda fase do problema, passando esta a ser realizada durante as aulas de Matemática, no segundo e terceiro momentos da intervenção pedagógica, em vez de ser realizada como trabalho para casa, levou ao cumprimento dos prazos por parte dos alunos e à sua colaboração nesta atividade. Atualmente reconheço que os alunos desta turma, muitas vezes, não faziam o trabalho para casa, o que pode ter contribuído para o incumprimento dos prazos no primeiro momento da intervenção.

Além disso, existiram pares que eu escolhi para realizarem os momentos da avaliação entre pares que não funcionaram, ou porque não se davam bem e ficavam chateados por trabalharem juntos, ou até porque um dos elementos do par não ouvia os contributos do outro, mantendo sempre a sua ideia inicial. Desta forma, as díades não foram fixas ao longo dos vários momentos da avaliação entre pares, pois senti necessidade de ajustar alguns elementos.

A ideia inicial deste estudo era que apenas o primeiro momento da avaliação entre pares fosse realizado num trabalho em díades, com o objetivo dos alunos se ajudarem mutuamente, uma vez que não estavam habituados a comentar as resoluções dos colegas. No segundo e terceiro momentos da intervenção pedagógica pensei que já fossem capazes de realizar o momento da avaliação entre pares de forma individual. Porém, ao longo do processo ocorreram imprevistos. A prova de corta-mato da escola fez com que alguns alunos só beneficiassem de dois momentos de avaliação entre pares. Isto e a restrição de tempo para a implementação da intervenção pedagógica, que ocorreu entre janeiro e março, fizeram-me perceber que alguns alunos ainda não seriam capazes de se tornar autónomos e de avaliar sozinhos o trabalho dos colegas. Estes imprevistos levaram-me a alterar a minha ideia inicial, organizando o trabalho dos alunos durante os três momentos da intervenção num trabalho em díades. Apesar de alguns estudantes identificarem vantagens de trabalhar em díades durante os momentos de avaliação entre pares, acredito que seja fundamental que alguns destes momentos sejam realizados de forma individual. Deste modo, promover-se-ia, de forma mais acentuada, a autonomia e a responsabilidade de cada um dos alunos no que se refere à sua própria aprendizagem. Todavia, com o objetivo de os alunos realizarem esta etapa de forma individual, parece ser importante que anteriormente sejam sujeitos a um trabalho em díades, mais regularmente, com vista a progredirem. Isto requer um período de tempo alargado. Estudos futuros poderão comparar as vantagens e desvantagens destas duas situações, ou seja, dos alunos realizarem sozinhos ou a pares o momento de avaliação entre pares. Assim, levanto as seguintes questões de investigação: Quais são as perspetivas dos alunos sobre comentarem as resoluções dos colegas sozinhos, em comparação com a realização dessa atividade a pares? Como é que essas abordagens diferentes afetam a qualidade do *feedback* escrito que os alunos dão uns aos outros?

Considero ser importante desenvolver no futuro um estudo semelhante a este, mas que possibilite mais momentos para os alunos receberem mais do que um comentário, feito por colegas diferentes, à sua resolução, tal como Freitas (2021) recomendou; no

entanto, também devem existir alguns momentos para receberem um único comentário às suas resoluções. Desta forma, os alunos poderão comparar estas duas situações de uma forma mais concreta. Acredito que o propósito de perceber se a experiência de receber mais do que um comentário feito por colegas diferentes se torna mais, menos ou igualmente enriquecedora, será alcançado com maior precisão.

Outra limitação deste estudo observada durante o momento da avaliação entre pares foi o facto de os alunos comentarem as resoluções dos colegas da mesma turma, pois começavam a tentar adivinhar a quem correspondia cada uma das resoluções, apesar de terem sido atribuídos códigos com dois dígitos para preservar a identidade. Essa situação facilitou a identificação das resoluções e pode ter prejudicado a imparcialidade da avaliação, devido a fatores de afinidade ou constrangimentos próprios de criticar o trabalho de um colega ou amigo. Para estudos futuros, é recomendado considerar a realização da avaliação entre pares recorrendo a turmas diferentes, de forma a garantir a imparcialidade e reduzir a possibilidade de identificação das resoluções pelos próprios alunos da mesma turma. No entanto, uma tal opção poderá trazer outro tipo de constrangimentos.

Recomenda-se também que futuras investigações estudem a relação entre o *feedback* escrito e o questionamento oral, como já foi indicado em estudos anteriores (Freitas, 2021; Seabra, 2022; Vale, 2010). Durante a investigação, senti necessidade de esclarecer dúvidas importantes resultantes das atividades realizadas pelos alunos no final de cada um dos problemas e, por isso, resolvi entrevistar alguns estudantes. Se eu, como professora, senti essa necessidade, provavelmente os alunos também sentiram. Durante as aulas destinadas aos momentos de avaliação entre pares, os estudantes colocavam dúvidas acerca da resolução e, posteriormente, nos momentos destinados para a resolução da segunda fase do problema, também surgiam dúvidas relativamente aos comentários realizados. Durante as entrevistas, constatei que foi possível proporcionar momentos de aprendizagem aos alunos, mas também esclarecer dúvidas relativas aos comentários que os colegas tinham realizado às suas produções. Também identifiquei algumas interpretações erradas, por parte dos alunos, da análise do *feedback* que receberam. Neste sentido, o questionamento oral teria sido benéfico para clarificar todas estas questões e dúvidas que surgiram. Desta forma, seria vantajoso promover momentos de diálogo entre os pares, após os alunos concluírem as segundas fases, tal como Freitas (2021) sugeriu. Assim, os alunos teriam oportunidade de trocar ideias e partilhar perspetivas, enriquecendo ainda mais o processo de aprendizagem. Caso este diálogo ocorresse a meio do processo não seria tão benéfico,

visto que a avaliação das produções dos alunos deixava de ser anónima. Assim, coloco a seguinte questão de investigação para estudos futuros: Qual é o impacto ao incluir o questionamento oral como complemento ao *feedback* escrito, no final dos momentos de avaliação entre pares, no esclarecimento de dúvidas e interpretações erradas, bem como no enriquecimento do processo de aprendizagem dos alunos?

Com este estudo percebi a importância que as práticas de avaliação entre pares têm no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos, pois proporcionam reais oportunidades para os estudantes aprenderem uns com os outros, promovendo a participação ativa dos mesmos, estimulando o seu pensamento crítico e aumentando a sua responsabilidade. Apesar de todos os desafios enfrentados, pretendo incorporar esta prática no futuro durante a minha prática docente.

## Referências Bibliográficas

Abrantes, P. (1988). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7–10, 35.

Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Imprensa da Universidade de Coimbra.

Amado, N. (2022). Representações múltiplas no ensino e aprendizagem da matemática. *Educação e Matemática*, 166, 2–6.

APM (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. APM.

Ayalon, M., & Wilkie, K. J. (2021). Investigating peer assessment strategies for mathematics preservice teacher learning on formative assessment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24, 399–426. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09465-1>

Barbosa, A., & Vale, I. (2022). As representações: Escolhas eficazes na resolução de problemas. *Educação e Matemática*, 166, 19–24.

Black, B. Y. P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2004). Working inside the black box: Assessment for learning in the classroom. *Phi Delta Kappan*, 86(1), 8–21. <https://doi.org/10.1177/003172170408600105>

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), Ministério da Educação. Disponível em <http://hdl.handle.net/10400.26/5566>

Brunheira, L. (2020). Avaliação da resolução de problemas, mais um problema? *Educação e Matemática*, 158, 9–14.

Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens essenciais de matemática para o ensino básico*. Direção-geral da Educação (DGE). Disponível em <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>

Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da investigação: Guia para a auto-aprendizagem*. Universidade Aberta.

Costa, E., & Pires, M. V. (2016). Comunicar por escrito em matemática: Um estudo com alunos do 5.º ano. In M. H. Martinho, R. A. Tomás Ferreira, I. Vale, & H. Guimarães (Eds.), *Atas do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 405–419). Porto: APM.

Fernandes, D. (2006). Para uma teoria da avaliação formativa. *Revista Portuguesa de Educação*, 19(2), 21-50.

Fernandes, D. (2021). *Avaliação pedagógica, classificação e notas: Perspetivas contemporâneas*. Folha de apoio à formação - Projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação Pedagógica (MAIA). Ministério da Educação/DGE.

Fernandes, D. (2022). *Avaliar e aprender numa cultura de inovação pedagógica*. LeYa Educação.

Freitas, D. (2021). *O papel da avaliação a pares no desenvolvimento da comunicação matemática escrita*. Relatório de estágio, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Disponível em <https://hdl.handle.net/10216/135871>

González, P., Díaz, J., & Martín, D. (2023). Peer assessment processes in a problem-solving activity with future teachers. *EURASIA Journal of Mathematics, Science, and Technology Education*, 19(4), em2245. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13057>

Guerreiro, A., & Menezes, L. (2010). Comunicação matemática: Na busca de um entendimento comum. In H Gomes, L. Menezes & I. Cabrita (Eds.), *Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 137-143). Lisboa: APM.

Guerreiro, A., & Martins, C. (2017). Avaliação e comunicação na aula de Matemática: Um projeto de investigação. In L. Menezes, A. Ribeiro, H. Gomes, A. P. Martins, F. Tavares, & H. Pinto (Eds.), *Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 330-342). Viseu: APM.

Guerreiro, A., & Martins, C. (2018). Avaliação e comunicação: Da e para a aprendizagem. *Educação e Matemática*, 149–150, 49–52.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112.

Jacinto, H., Carreira, S., & Amado, N. (2018). “Não te esqueças de explicar o teu processo de resolução!” Expressões do pensamento matemático na resolução de problemas com tecnologia. *Educação e Matemática*, 149–150, 76–80.



Martins, G. O., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J. V., Carrilho, J., Silva, L. U., Encarnação, M. M., Horta, M. J., Calçada, M. T., Nery, R. V., & Rodrigues, S. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. <https://www.dge.mec.pt/perfil-dos-alunos>

Moreira, L. (2008). Resolvo problemas, logo penso. *Educação e Matemática*, 100, 11–17.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. (Tradução de *Principles and standards for school mathematics*). APM.

Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 22(2), 29–54. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22895>

Penya, J. D., García, H. M., Castro, S. G., & Caro, J. G. (2014). Some limits in peer assessment. *Journal of Technology and Science Education*, 4(1), 12–24. <https://doi.org/10.3926/jotse.90>

Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Universidade Aberta.

Pires, M. V., Costa, E., & Leite, C. (2018). Contributos para análise da comunicação (matemática) escrita dos alunos. *Educação e Matemática*, 149–150, 28–32.

Pólya, G. (1975). *A arte de resolver problemas*. Editora Interciência, Lda.

Pólya, G. (2014). O ensino por meio de problemas. *Educação e Matemática*, 130, 44–50.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho em Investigação (GTI) (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Gomes, P. (2022). Representações e raciocínio na aula de matemática. *Educação e Matemática*, 166, 39–43.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Graça-Martins, M. E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação - DGIDC.

Santos, L. (2002). *Auto-avaliação regulada: Porquê, o quê e como?*. Disponível em <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4884>

Santos, L. (2003). Avaliar competências: Uma tarefa impossível? *Educação e Matemática*, 74, 16–21.

Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em matemática: Problemas e desafios* (pp. 11–35). Viseu: Secção de Educação Matemática - Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Santos, L. (2019). *Reflexões em torno da avaliação pedagógica* (versão autor). Disponível em [https://www.researchgate.net/publication/339933573\\_Reflexoes\\_em\\_torno\\_da\\_avaliacao\\_pedagogica\\_versao\\_autor](https://www.researchgate.net/publication/339933573_Reflexoes_em_torno_da_avaliacao_pedagogica_versao_autor)

Santos, L., & Pinto, J. (2018). Ensino de conteúdos escolares: A avaliação como fator estruturante. In F. Veiga (Coord.). *O ensino na escola de hoje: Teoria, investigação e aplicação* (pp. 503–539). Climepsi Editores.

Santos, L., & Semana, S. (2015). Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 65–87.

Seabra, N. M. (2022). “10 minutos a pensar e a comunicar”: O papel do feedback na melhoria da capacidade de resolver-e-exprimir problemas em matemática. Relatório de estágio, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Disponível em <https://hdl.handle.net/10216/142917>

Semana, S., & Santos, L. (2013). Teaching practices to enhance students' self-assessment in mathematics: Planning a focused intervention. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of CERME 8* (pp. 3257–3266). Ankara: Middle East Technical University.

Serrazina, L. (2018). Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. *Educação e Matemática*, 149–150, 13–16.

Silva, J. C., Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins., H., Almiro, J., Gabriel, L., Martins, M. E. G., Santos, M. T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2022). *Aprendizagens essenciais de matemática do ensino secundário*. DGE, Ministério da Educação. Disponível em <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario>

Stein, M. K., & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, 105, 22–28.

Vale, M. L. (2010). *O erro como ponte para a aprendizagem em Matemática: Um estudo com alunos do 7.º ano do ensino básico*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Disponível em <http://hdl.handle.net/10451/2489>

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, 24(2), 39–60. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22923>

# Apêndices

## Apêndice 1 – Documentos de apoio à atividade de fornecer *feedback*

### Primeiro e segundo momentos da intervenção pedagógica:

#### Como avaliar a resolução do vosso colega?

O *feedback* deve:

- ♦ Ser **claro**, para que os vossos colegas percebam o que lhes querem transmitir;
- ♦ Colocar **questões** que incentivem à reflexão;
- ♦ Apontar **pistas**, de forma que a partir delas os vossos colegas saibam como prosseguir;
- ♦ **Não incluir a correção do erro**, para que autonomamente os vossos colegas o corrijam;
- ♦ **Identificar o que já está bem feito**, com o objetivo de fornecer autoconfiança;

#### Entendem todos os passos da resolução?

- O vosso colega explicou todas as etapas da resolução do problema?
- As explicações são claras?
- Existe um fio condutor que vos permite seguir a resolução do princípio ao fim, sem dificuldades?
- Torna-se fácil perceber a estratégia de resolução adotada?
- Apresenta uma resposta clara ao problema?

#### Escolha da estratégia:

- O vosso colega conseguiu retirar os dados importantes do problema?
- A estratégia que o vosso colega adotou é adequada? Dariam alguma sugestão para resolver de outro modo?

#### A resolução aparenta ter erros (matemáticos, interpretação, ...)?

- Em caso afirmativo: não indiquem a solução e procurem encaminhar o vosso colega, com pistas, para que ele identifique os seus erros e os corrija.

### Terceiro momento da intervenção pedagógica:

#### Como avaliar a resolução dos vossos colegas?

O *feedback* deve:

- ♦ Ser **claro**, para que os vossos colegas percebam o que lhes querem transmitir;
- ♦ Colocar **questões** que incentivem à reflexão;
- ♦ Apontar **pistas**, de forma que a partir delas os vossos colegas saibam como prosseguir;
- ♦ **Não incluir a correção do erro**, para que autonomamente os vossos colegas o corrijam;
- ♦ **Identificar o que já está bem feito**, com o objetivo de fornecer autoconfiança;

#### Entendem todos os passos da resolução?

- Os vossos colegas explicaram todas as etapas da resolução do problema?
- As explicações são claras?
- Existe um fio condutor que vos permite seguir a resolução do princípio ao fim, sem dificuldades?
- Torna-se fácil perceber a estratégia de resolução adotada?
- Apresentam uma resposta clara ao problema?

#### Escolha da estratégia:

- Os vossos colegas conseguiram retirar os dados importantes do problema?
- A estratégia que os vossos colegas adotaram é adequada? Dariam alguma sugestão para resolver de outro modo?

#### A resolução aparenta ter erros (matemáticos, interpretação, ...)?

- Em caso afirmativo: não indiquem a solução e procurem encaminhar os vossos colegas, com pistas, para que eles identifiquem os erros e os corrijam.

## Apêndice 2 – Exemplos de *feedback* fornecidos às resoluções de alguns alunos relativamente ao problema “Férias no Parque 1”

**MES**

| MES              | Estadia igual ou superior | Desconto |
|------------------|---------------------------|----------|
| Junho / Setembro | 1 semana                  | 35%      |
| Julho            | 25 dias                   | 20%      |
| Agosto           | 30 dias                   | 10%      |
| Outubro / Maio   | 1 dia                     | 35%      |

O Martim e os seus irmãos mais novos, a Leonor, de 13 anos, e o Bernardo, de 10 anos, foram acampar com os pais para o Parque de Campismo da Tapada. Levaram uma tenda que dá para toda a família. Pediram eletricidade e decidiram guardar o automóvel dentro do parque.

Chegaram ao parque no dia 2 de ~~junho~~ <sup>junho</sup>, às treze horas, e regressaram de férias no dia 13 de junho, tendo saído do parque por volta das 10 horas da manhã.

Quanto pagaram pela sua estadia no parque de campismo?

Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.

*Handwritten notes:*  
 Tenda - 5,50€  
 Automóvel - 5,80€  
 17 dias - 17 dias - 35%  
 2 adultos - 8,50€  
 Leonor Bernardo - 1 dia  
 3,30 + 77 + 3,40 + 5,50 + 5,80 = 107,75€  
 = 14,30 + 3,40 + 5,50 + 5,80 = 29,00€  
 = 77,70 + 5,50 + 5,80 = 89,00€  
 0,35 x 89 = 31,15€  
 89 - 31,15 = 57,85€  
 57,85 + 29,00 = 86,85€

Tens de acrescentar mais 2 adultos.

Quais foram os elementos da família do Martim que foram acampar?  
A tua resolução apresenta todos esses elementos?

**MES**

| MES              | Estadia igual ou superior | Desconto |
|------------------|---------------------------|----------|
| Junho / Setembro | 1 semana                  | 35%      |
| Julho            | 25 dias                   | 20%      |
| Agosto           | 30 dias                   | 10%      |
| Outubro / Maio   | 1 dia                     | 35%      |

O Martim e os seus irmãos mais novos, a Leonor, de 13 anos, e o Bernardo, de 10 anos, foram acampar com os pais para o Parque de Campismo da Tapada. Levaram uma tenda que dá para toda a família. Pediram eletricidade e decidiram guardar o automóvel dentro do parque.

Chegaram ao parque no dia 2 de ~~junho~~ <sup>junho</sup>, às treze horas, e regressaram de férias no dia 13 de junho, tendo saído do parque por volta das 10 horas da manhã.

Quanto pagaram pela sua estadia no parque de campismo?

Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.

*Handwritten notes:*  
 Tenda - 5,50€  
 Automóvel - 5,80€  
 17 dias - 17 dias - 35%  
 2 adultos - 8,50€  
 Leonor Bernardo - 1 dia  
 3,30 + 77 + 3,40 + 5,50 + 5,80 = 107,75€  
 = 14,30 + 3,40 + 5,50 + 5,80 = 29,00€  
 = 77,70 + 5,50 + 5,80 = 89,00€  
 0,35 x 89 = 31,15€  
 89 - 31,15 = 57,85€  
 57,85 + 29,00 = 86,85€

A tua resolução do problema está cheia de erros!

- Lê o que está dentro de parênteses do retângulo referente à eletricidade. Tiveste isso em conta?
- Se o desconto é 35% a família vai pagar 35% ou o restante?

• Primeiramente, soma-se o preço de cada um, ou seja:

|                                     |   |          |
|-------------------------------------|---|----------|
| Marlim = 5,50 €                     | } | = 25,4 € |
| Leonor = 5,50 € (mais de 12 anos)   |   |          |
| Bonarda = 3,40 € (menos de 12 anos) |   |          |
| Pais = 5,50 + 5,50 = 11 € (adultos) |   |          |

• Depois, soma-se as outras coisas, ou seja:

|                        |   |          |
|------------------------|---|----------|
| Tenda = 5,50 €         | } | = 14,6 € |
| Electricidade = 3,30 € |   |          |
| Automóvel = 5,80 €     |   |          |

• Terceto, somam-se os valores e multiplica-se por 11:

$$25,4 + 14,6 = 40 €$$

$$40 \times 11 = 440 €$$

• Quarto, aplica-se o desconto dado ao mês de junho, de estadia de 1 semana ou mais:

Desconto = 35%

|       |      |                   |       |
|-------|------|-------------------|-------|
| 440 € | 100% | 440 × 35 = 15,400 | 154 € |
| 40    | 35%  | 100               | 100   |

• Quinto e último, subtrai-se o desconto ao preço principal:

$$440 - 154 = 286 €$$

R.: Pagaram pela sua estadia no parque de campismo 286 €.

Explicaste tudo muito bem!  
Apenas não tiveste em conta a informação que está dentro de parênteses no retângulo referente à eletricidade.

Gostei muito, apesar do erro!

### Apêndice 3 – Segunda fase dos alunos que resolveram o primeiro problema de forma clara, correta e completa

O José quer gastar, no máximo, 13800€ na compra de um carro. Se optar por um 3P/MX com ar condicionado standard, que opções pode fazer para não ultrapassar esse valor?

**Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.**



## Apêndice 4 – Segunda fase dos alunos que resolveram o segundo problema de forma clara, correta e completa

Para além do valor que o Bruno ia pagar, por dia, no parque de campismo, 12,30€, que englobava a sua estadia no parque, uma tenda individual e a sua motocicleta, pensou que seria boa ideia adquirir eletricidade.

Inicialmente, pensou em ficar três semanas, mas reparou que havia desconto se prolongasse a estadia.

Será que o Bruno ao prolongar a estadia pagaria menos do que tinha inicialmente previsto?

**Explica como chegaste à tua resposta utilizando palavras, apresentando todos os cálculos e, se necessário, esquemas.**

## Apêndice 5 – Segunda fase dos alunos que resolveram o terceiro problema de forma clara, correta e completa

Cria um problema que possa ser resolvido utilizando uma equação.

## Apêndice 6 – Questionário aplicado

### *Avaliação entre pares*

O questionário tem como objetivo recolher informações sobre a prática de ensino aplicada nas aulas de Matemática relativamente aos problemas "Comprar automóvel", "Férias no parque" e "Eleição para o delegado de turma".  
A sua duração é de aproximadamente 5 minutos.



O seu email será registado quando enviar este formulário

**\*Obrigatório**

Indica o teu nome completo \*

A sua resposta

Gostaste de realizar esta experiência? \*

☐ Sim

☐ Não

Como classificas a utilidade deste tipo de experiência comparativamente à resolução de um problema, sem qualquer *feedback*? \*

☐ Mais útil

☐ Igualmente útil

☐ Menos útil

Indica uma vantagem de teres contactado com resoluções diferentes da tua. \*

A sua resposta

Indica uma vantagem de teres recebido *feedback* dos teus colegas ao teu trabalho. \*

A sua resposta

Indica uma vantagem de teres dado *feedback* ao trabalho dos teus colegas. \*

A sua resposta

Foi fácil comentar o trabalho dos teus colegas? Dá um exemplo que confirme a tua resposta. \*

A sua resposta

Dá um exemplo de um desafio ou de uma dificuldade que enfrentaste ao longo desta experiência. \*

A sua resposta

Consideras importante teres tido a oportunidade de melhorar a tua primeira resolução? Porquê? \*

A sua resposta

Consideras que este tipo de experiência te levou a comunicares melhor o teu pensamento? Porquê? \*

A sua resposta

Caso consideres que tenhas tido melhorias na forma de comunicares o teu pensamento, classifica de 1 a 3 a influência de cada uma destas etapas nessa melhoria:

|                                                         | 1 (Não teve influência) | 2 (Teve alguma influência) | 3 (Influenciou bastante) |
|---------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------|--------------------------|
| 1 - Comentares as resoluções dos colegas                | <input type="radio"/>   | <input type="radio"/>      | <input type="radio"/>    |
| 2 - Receberes comentários de colegas às tuas resoluções | <input type="radio"/>   | <input type="radio"/>      | <input type="radio"/>    |
| 3 - Contactares com resoluções diferentes das tuas      | <input type="radio"/>   | <input type="radio"/>      | <input type="radio"/>    |

Como classificas a experiência de receberes mais do que um comentário à tua resolução? \*

- ☐ Mais enriquecedora
- ☐ Igualmente enriquecedora
- ☐ Menos enriquecedora

Gostavas de repetir este tipo de experiência? \*

- ☐ Sim
- ☐ Indiferente
- ☐ Não

Enviar

Limpar formulário

## Apêndice 7 – Guiões das entrevistas realizadas após cada um dos três momentos da intervenção pedagógica

### Entrevistas realizadas após a conclusão do primeiro momento da intervenção pedagógica: Problema 1

#### Ana:

- Porque é que somaste o preço da versão 5P/MX a gasolina com o preço da versão 5P/MX a gasóleo?
- O que mais te ajudou a alterares a tua resolução da primeira para a segunda fase?

#### Colegas da Ana que forneceram *feedback* à sua resolução:

- O que vos levou a escrever o seguinte comentário: “o raciocínio estava bom”?

#### Joana:

- Porque é que descartaste, na tua resolução, o modelo 3P/MX?
- Porque é que descartaste, na tua resolução, o modelo 5P/MX a gasolina?
- O que é que entendeste dos seguintes comentários: “olha novamente para os dados e vê o que lá diz. Será que viste todas as possibilidades?” e “esqueceste de um detalhe no processo”?
- Consideras que a estratégia que adotaste na primeira fase do problema não estava correta?

#### Martim:

- Referes na segunda fase do problema que o preço mais barato do automóvel é 10 724€. Como conseguiste perceber que esse seria o preço mínimo?

## **Entrevistas realizadas após a conclusão do segundo momento da intervenção pedagógica: Problema 2**

### Miguel:

- Porque é que não concordas com o *feedback* que recebeste?
- Como conseguiste perceber que o valor que obtiveste (76,26€) seria o desconto e não o valor que o Bruno iria pagar?

### João:

- Quando dás *feedback* aos teus colegas, consideras importante identificar o que já está bem feito? Porquê?
- Não achas que o comentário “o raciocínio está completamente errado, a caligrafia está ilegível e a resposta não faz sentido algum” irá desmotivar o teu colega?
- Consideras que esse comentário tem interesse para a aprendizagem do teu colega? Porquê?



### **Entrevistas realizadas após a conclusão do terceiro momento da intervenção pedagógica: Problema 3**

#### Martim e Rodrigo:

- Não sentiram necessidade de melhorar a vossa resolução na segunda fase do problema, certo? Porquê?
- Concordam que existe um caminho “mais simples” para resolver o problema?

#### Madalena e Rita:

- O que vos levou a quererem alterar a vossa estratégia de resolução na segunda fase do problema?

## Apêndice 8 – Guiões das entrevistas realizadas no final de toda a intervenção pedagógica

### **Questões gerais aplicadas a quatro alunos entrevistados:**

- Gostaste de realizar esta experiência? Porquê?
- No questionário, mencionaste que este tipo de experiência é mais útil em comparação com a resolução de um problema, sem qualquer *feedback*. Porquê?
- No questionário, mencionaste que foi importante teres tido oportunidade de melhorar a tua primeira resolução. Porquê?
- No questionário mencionaste que este tipo de experiência te levou a comunicares melhor o teu pensamento. Dá um exemplo que comprove essa afirmação.
- O que aprendeste com esta prática?

### Questões extra para a Joana:

- Percebi pelas respostas que deste ao questionário que, o que te influenciou mais a comunicares melhor o teu pensamento, foi contactares com resoluções diferentes das tuas, mas também, comentares as resoluções dos teus colegas. Porquê?
- Consideras que a experiência de receberes mais do que um comentário à tua resolução foi igualmente enriquecedora em comparação com a experiência de receberes apenas um comentário. Na tua opinião não existiram benefícios?

### Questões extra para o Rodrigo:

- Percebi pelas respostas que deste ao questionário que, o que te influenciou mais a comunicares melhor o teu pensamento, foi contactares com resoluções diferentes das tuas, mas também, receberes comentários às tuas resoluções. Porquê?
- Consideras que a experiência de receberes mais do que um comentário à tua resolução foi mais enriquecedora em comparação com a experiência de receberes apenas um comentário. Porquê?

### Questões extra para a Rita:

- Percebi pelas respostas que deste ao questionário que tudo te influenciou a comunicares melhor o teu pensamento (contactares com resoluções diferentes das tuas, comentares as resoluções dos teus colegas e receberes comentários às tuas resoluções). Porquê?
- Consideras que a experiência de receberes mais do que um comentário à tua resolução foi mais enriquecedora em comparação com a experiência de receberes apenas um comentário. Porquê?

Questões extra para o João:

- Percebi pelas respostas que deste ao questionário que tudo te influenciou a comunicares melhor o teu pensamento (contactares com resoluções diferentes das tuas, comentares as resoluções dos teus colegas e receberes comentários às tuas resoluções). Porquê?
- Consideras que a experiência de receberes mais do que um comentário à tua resolução foi mais enriquecedora em comparação com a experiência de receberes apenas um comentário. Porquê?

## Apêndice 9 – Email de consentimento informado

**Assunto:** Autorização de gravação de áudio

Exmo.(a). Senhor(a) Encarregado(a) de Educação,

Como já deve ser do seu conhecimento, as aulas da disciplina de Matemática do(a) seu(sua) educando(a) são lecionadas por três professoras. Duas delas estão inscritos no Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, a frequentar Iniciação à Prática Profissional, incluindo a Prática de Ensino Supervisionada, da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), no qual, cada uma, tem de elaborar um Relatório de Estágio, implementando um projeto de investigação pedagógica, orientado pela professora Rosa Tomás Ferreira (rferreir@fc.up.pt), docente da FCUP.

A recolha de dados é essencial para a concretização deste projeto, pelo que a participação do(a) seu(sua) educando(a) será fundamental. A recolha de produções escritas e de registos áudio serão importantes para a análise da aplicação do estudo. Salienta-se que a participação neste trabalho em nada interfere com a avaliação do desempenho do(a) seu(sua) educando(a) na disciplina de Matemática. Deste modo, solicito autorização do(a) Encarregado(a) de Educação para gravação de áudio, garantindo o anonimato do mesmo de acordo com as exigências da Comissão Nacional de Proteção de Dados.

Agradeço, desde já, a colaboração e a atenção,  
Ao dispor para qualquer esclarecimento adicional,

██████████

██████████, 6 de janeiro de 2023

-----  
Eu, Encarregado(a) de Educação do aluno(a) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, n.º \_\_\_\_\_ da turma \_\_\_\_\_ do \_\_\_\_\_º ano,  
**autorizo / não autorizo** (riscar o que não interessa) a recolha de dados em  
formato áudio do(a) meu(minha) educando(a) para o desenvolvimento do  
Relatório de Estágio inserido na Prática de Ensino Supervisionada.

Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação: \_\_\_\_\_