



DESENVOLVIMENTO DE UM CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO EM LAJES FUNGIFORMES

JOANA MERCEDES TAVARES FELIZES

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS E GEOTECNIA

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

JANEIRO DE 2023

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2022/2023

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ m.ec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Engenharia Civil - 2022/2023 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2023.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus avós maternos,

*"Impara a vedere.
Renditi conto che tutto si collega a tutto il resto."
Leonardo da Vinci*

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, agradeço-lhe por todos os valores transmitidos que fazem parte de mim hoje; por ser a minha melhor amiga e acima de tudo pelo amor incondicional para comigo e com o meu irmão. Em particular pelo esforço, preocupação e apoio no decorrer de todo o meu percurso académico.

Ao meu irmão, pelo sentido de responsabilidade que insurgiu em mim, pelo orgulho e preocupação que temos um pelo outro; à Rosa por ter sido incansável desde que me lembro; à Telma por ter tido a sorte de a ter como irmã mais velha; à Sara pelo amor inexplicável; ao meu pai pelos ensinamentos e pela ajuda prestada nesta dissertação; à minha avó paterna por todo o carinho e, ao David por estar sempre presente, por me ter acompanhado do início ao fim da melhor forma possível (difícil imaginar este trajeto sem o seu apoio).

Um agradecimento muito especial ao meu orientador Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria, o qual se demonstrou sempre disponível para me ajudar. Agradeço toda a partilha de conhecimento a cada reunião e a paciência durante esta etapa que se prolongou mais do que o esperado.

A todos aqueles que fazem parte do Departamento de Engenharia Civil, por terem um papel fundamental no percurso de todos os estudantes.

A todos os meus amigos, pelos momentos inesquecíveis que partilhamos, pela motivação e carinho ao longo deste incrível período. Em especial, à Beatriz, à Camila, à Chica, ao Filipe, ao Leandro, à Kika e à Sofia; ao Ricardo pela tão boa companhia durante estes últimos meses, feliz por partilharmos em primeira mão o fim desta etapa;

E por último, o agradecimento mais especial é dirigido aos meus avós maternos, por quem tenho o maior orgulho e apreço, por me inspirarem todos os dias a ser a melhor versão de mim mesma, palavras não chegam para os descrever.

RESUMO

A realização desta dissertação tem como objetivo o desenvolvimento de um código computacional para verificação de segurança ao punçoamento em lajes fungiformes. A ferramenta desenvolvida foi criada em Python, e inclui o dimensionamento e verificação da segurança ao punçoamento para pilares interiores, de bordo e de canto. Para facilitar a atividade de um engenheiro projetista deste tipo de estruturas, foi desenvolvida uma interface gráfica em HTML, com o objetivo de possibilitar a visualização dos resultados decorrentes da aplicação das expressões de verificação de segurança do Eurocódigo 2 - versão de 2010 (EC2).

O estado limite de punçoamento tem especial relevância quando cargas concentradas são aplicadas em elementos de espessura reduzida, como é o caso de lajes fungiformes, objetivo central da presente dissertação. A rotura de um elemento por punçoamento, devido a cargas concentradas, pode causar grandes transferências de cargas para os pilares adjacentes, que por sua vez podem resultar em novas roturas e uma evolução para um colapso progressivo. A verificação da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes, de acordo com o EC2, é complexa, e relativamente pouco aprofundada nos casos de pilares de bordo e canto, sobretudo quando o esforço vertical de punçoamento tem uma excentricidade dirigida para o exterior da laje.

Esta ferramenta permite: (i) verificar a segurança ao esmagamento junto ao pilar, (ii) determinar os perímetros críticos de punçoamento, completos ou incompletos, dependendo do pilar, e (iii) o perímetro $u_{out,eff}$ a partir do qual as armaduras de punçoamento não são necessárias. Além disso, também permite determinar o número de perímetros de armadura transversal de punçoamento, bem como a quantidade desta armadura necessária para garantir a segurança da laje a este esforço.

De acordo com o EC2, quando existem momentos associados a esforços verticais de punçoamento, isto é, quando estes atuam com excentricidades relevantes, as expressões tornam-se relativamente complexas e, em alguns casos, até de aplicação dúbia. Por esse motivo, este trabalho procurou analisar também estas situações. Nesta dissertação foi também proposta uma expressão semelhante às fornecidas pelo EC2, que contempla a coexistência do esforço de punçoamento com dois momentos em flexão desviada.

Assim, dado um conjunto de parâmetros, a ferramenta de cálculo desenvolvida verifica a segurança ao punçoamento de acordo com o EC2, utilizando igualmente, quando oportuno, a expressão proposta nesta dissertação.

A fim de avaliar o funcionamento da ferramenta de cálculo desenvolvida, esta foi aplicada aos três tipos de pilares que suscitam as referidas três diferentes situações de punçoamento: pilares centrais, de bordo e de canto. As soluções das correspondentes armaduras foram desenhadas em AutoCAD, com o propósito de ilustração.

PALAVRAS-CHAVE: Punçoamento, Lajes fungiformes, Eurocódigo 2, Ferramenta de cálculo.

ABSTRACT

This dissertation aims to develop a computational code for the safety verification of punching shear in flat slab. The developed tool was created in Python and includes the dimensioning and safety verification of punching shear for interior, edge and corner columns. To facilitate the activity of an engineer designer of this type of structures, a graphic interface was developed in HTML, with the goal of allowing the visualization of the results resulting from the application of the safety verification expressions of Eurocode 2 - version of 2010 (EC2).

The punching shear limit state has special relevance when concentrated loads are applied to reduced thickness elements, such as flat slab, the central objective of this dissertation. The failure of an element by punching shear, due to concentrated loads, can cause large load transfers to adjacent columns, resulting in new failures and an evolution to a progressive collapse. The verification of the resistance to punching shear in flat slab, according to EC2, is complex and relatively little deep in the cases of edge and corner columns, especially when the vertical punching shear stress has an eccentricity directed towards the exterior of the slab.

This tool allows: (i) to verify the crushing safety next to the column, (ii) to determine the critical punching shear perimeters, complete or incomplete, depending on the column, and (iii) the perimeter $u_{out,eff}$ from which the punching shear reinforcements are not required. Furthermore, it also allows determining the number of transversal punching shear reinforcement perimeters as well as the amount of this reinforcement required to ensure the safety of the slab to this effort.

According to EC2, when there are moments associated with vertical punching shear stresses, that is, when they act with relevant eccentricities, the expressions become relatively complex and, in some cases, even of doubtful application. For this reason, this work aimed to also analyze these situations. In this dissertation, an expression similar to those provided by EC2 was also proposed, which contemplates the coexistence of the punching shear stress with two flexural deviation moments.

Thus, given a set of parameters, the developed calculation tool verifies the safety of punching shear according to EC2, also using, when appropriate, the expression proposed in this dissertation.

In order to evaluate the performance of the developed calculation tool, it was applied to the three types of columns that raise the aforementioned three different punching shear situations: central, edge and corner columns. The solutions of the corresponding reinforcements were designed in AutoCAD, for illustration purposes.

KEYWORDS: Punching shear, Flat slab, Eurocode 2, Calculation tool.

Índice

AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	iv
ABSTRACT	vi
1 Introdução	1
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO	2
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	2
2 Enquadramento geral	5
2.1. MECANISMO DE ROTURA POR PUNÇOAMENTO	6
2.2. EUROCÓDIGO 2	9
2.2.1. CÁLCULO AO PUNÇOAMENTO SEGUNDO O EC2	9
3 Ligações de pilares de bordo e de canto	23
3.1. PILARES DE BORDO	23
3.1.1. CENTRO GEOMÉTRICO	23
3.1.2. CÁLCULO DO PARÂMETRO W_1	26
3.2. PILARES DE CANTO	27
3.2.1. CENTRO GEOMÉTRICO	27
3.2.2. CÁLCULO DE PARÂMETRO W_1	28
3.3. EXCENTRICIDADE NAS DUAS DIREÇÕES ORTOGONAIS	29
3.4. FERRAMENTA DE CÁLCULO	34
3.4.1. LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO	34
3.4.2. VISÃO GERAL DO PROGRAMA – COMPONENTE GRÁFICA	36
4 Análise de resultados da ferramenta de cálculo	41
4.1. PILAR INTERIOR	42
4.1.1. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO - FORMULAÇÃO ANALÍTICA	42
4.1.2. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO – FERRAMENTA DE CÁLCULO	45
4.1.3. COMPARAÇÃO DE β	47
4.2. PILAR DE BORDO	51
4.2.1. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO	51
4.2.2. COMPARAÇÃO DE β	54
4.3. PILAR DE CANTO	55

4.3.2.COMPARAÇÃO DE β	58
5 Considerações finais	59
5.1.CONCLUSÕES	59
5.2.PROPOSTAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	60
Bibliografia	61

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema de desenvolvimento de um colapso progressivo total [3].	6
Figura 2 - Colapso parcial do 4.º piso de um parque de estacionamento em Wolverhampton, Reino Unido [5].	6
Figura 3 - Esquema de rotura ao punçoamento numa laje de betão armado [7].	7
Figura 4 - Trajetórias dos momentos principais numa laje fungiforme com malha regular de pilares, uniformemente carregada [9].	7
Figura 5- Representação esquemática da fissuração devida a: a) flexão e b) corte [10].	8
Figura 6 - Rotura de uma laje por punçoamento [11].	8
Figura 7 - Mecanismo de resistência ao punçoamento [11].	8
Figura 8 - Primeiros perímetros de controlo típicos considerados no EC2 [12].	10
Figura 9 - Perímetro u_1 de um pilar interior retangular (adaptado de [13]).	10
Figura 10 - Primeiros perímetros de controlo para áreas carregadas junto a um bordo livre (adaptado de [13]).	11
Figura 11 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, u_{1*} [12].	11
Figura 12 - Primeiro perímetro de controlo para áreas carregadas junto a um canto [12].	12
Figura 13 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, u_{1*} [12].	13
Figura 14 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilíbrio na ligação entre uma laje e um pilar interior [12].	14
Figura 15 - Demonstração de como calcular o W_1 (adaptado de [13]).	14
Figura 16 - Cálculo do W_1 de um arco (adaptado de [13]).	15
Figura 17 - Valores recomendados para β [12].	17
Figura 18 - Modelo apropriado à verificação do punçoamento no estado limite último [12].	17
Figura 19 - Espaçamentos entre estribos [12].	20
Figura 20 - Perímetros de controlo para pilares interiores [12].	20
Figura 21 - Armaduras de bordo livre numa laje [12].	21
Figura 22 - Referencial adotado no caso de ligações de pilares de bordo.	23

Figura 23 - Demonstração de como calcular o centro de gravidade do primeiro perímetro de controlo, u_1 (adaptado de [12]).	24
Figura 24 - Cálculo do centro de gravidade do troço 3 (adaptado de [12]).	24
Figura 25 - Centro de gravidade de um arco (adaptado [12]).	25
Figura 26 - Centro de gravidade global de u_1 no caso de ligações de pilares de bordo (adaptado de [12]).	26
Figura 27 - Cálculo de W_1 e X_G e W_1 e Y_G no caso de ligações de pilares de bordo (adaptado de [12]).	26
Figura 28 - Demonstração de como calcular o centro de gravidade do primeiro perímetro de controlo, u_1 (adaptado de [12]).	27
Figura 29 - Centro de gravidade global de u_1 no caso de pilares de canto (adaptado de [12]).	28
Figura 30 - Cálculo de W_1, X_G e W_1, Y_G e no caso de pilares de canto (adaptado de [12]).	28
Figura 31- Fluxograma da ferramenta de cálculo.	35
Figura 32 - Estrutura da aplicação gráfica.	36
Figura 33 - Parâmetros de entrada em <i>JSON</i> .	36
Figura 34 - Exemplo de resultados em <i>JSON</i> .	37
Figura 35 - Exemplo aplicação em <i>FLASK</i> .	37
Figura 36 - Código desenvolvido em <i>Python</i> que recebe e devolve dados dentro do <i>FLASK</i> .	38
Figura 37 - Visão inicial da aplicação.	38
Figura 38 - Visão geral da aplicação para o caso 1.	39
Figura 39 - Resultados do primeiro caso em análise (pilar interior).	45
Figura 40 - Planta da armadura de punçoamento do primeiro caso em análise (pilar interior).	46
Figura 41 - Corte 1-1 do primeiro caso em análise (pilar interior).	47
Figura 42 - Resultados do segundo caso em análise (pilar interior quadrado).	48
Figura 43 - Resultados do terceiro caso em análise (pilar interior retangular).	49
Figura 44 - Planta da zona que engloba os pilares estudados (P4 e P1) [15].	51
Figura 45 - Resultados do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).	52
Figura 46 - Planta da armadura de punçoamento do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).	53

Figura 47 - Corte 1-1 do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).....	53
Figura 48 - Resultados do caso em análise (pilar de canto P1).	55
Figura 49 - Planta da armadura de punçoamento do caso em análise (pilar de canto P1).	56
Figura 50 - Corte 1-1 do caso em análise (pilar de canto P1).	57

ÍNDICE DE TABELAS

Quadro 1 - Valores de k para áreas carregadas retangulares.....	14
Quadro 2 - Valores de k para áreas carregadas junto a um bordo livre.	16
Quadro 3 - Valores do parâmetro β para um pilar interior.	31
Quadro 4 - Valores do parâmetro β no caso de ligações de pilares de bordo	33
Quadro 5- Características do primeiro caso em análise (pilar interior).....	42
Quadro 6 - Características do segundo caso em análise (pilar interior quadrado).	47
Quadro 7 - Comparação de resultados do segundo caso em análise (pilar interior quadrado).	48
Quadro 8 - Características do terceiro caso em análise (pilar interior retangular).	49
Quadro 9- Comparação de resultados do terceiro caso em análise (pilar interior retangular)	50
Quadro 10- Características do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).	52
Quadro 11- Comparação de resultados do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).....	54
Quadro 12 - Características do caso em análise (pilar de canto P1).	55
Quadro 13 - Comparação de resultados do caso em análise (pilar de canto P1).	58

ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Letras minúsculas romanas

b_x, b_y	Dimensões do perímetro de controlo
c_x, c_y	Dimensões dos lados da secção transversal do pilar retangular
c_{x*}, c_{y*}	Dimensões reduzidas dos lados da secção transversal do pilar retangular
d	Altura útil da laje
dl	Comprimento elementar do contorno
e	Distância de dl ao eixo em torno do qual atua o momento M_{Ed}
e_x, e_y	Excentricidade da carga aplicada
e_{par}	Excentricidade na direção paralela ao bordo da laje
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias;
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão;
$f_{ywd,ef}$	Valor de cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras ao punçoamento
k	Coefficiente que provém da relação entre as dimensões do pilar c_x e c_y
k_y	Coefficiente que provém da relação c_x/c_y
k_x	Coefficiente que provém da relação c_y/c_x
s_r	Espaçamento dos estribos na direção radial
s_t	Espaçamento dos estribos na direção tangencial
u_1	Primeiro perímetro de controlo
u_0	Primeiro perímetro de controlo da face do pilar
u_1	Primeiro perímetro de controlo reduzido
$u_{out,ef}$	Perímetro de controlo para o qual não é necessária armadura de punçoamento

Letras maiúsculas romanas

A_{sw}	Área da secção transversal da armadura de punçoamento
$A_{sw,min}$	Área da secção mínima da armadura
M_{Ed}	Valor de cálculo do momento fletor atuante

$M_{Ed,x}$	Valor de cálculo do momento fletor atuante em torno do eixo x
$M_{Ed,y}$	Valor de cálculo do momento fletor atuante em torno do eixo y
V_{Ed}	Valor de cálculo do esforço transversal atuante
W_1	Parâmetro correspondente a uma distribuição de tensões tangenciais, em função do primeiro perímetro de controlo u_1
W_{1yG}	Parâmetro correspondente a uma distribuição de tensões tangenciais, em função do primeiro perímetro de controlo u_1 , que passa no eixo Y
W_{1xG}	Parâmetro correspondente a uma distribuição de tensões tangenciais, em função do primeiro perímetro de controlo u_1 , que passa no eixo X

Letras minúsculas gregas

α	Ângulo entre as armaduras de punçoamento e o plano da laje
β	Coefficiente que tem em conta a excentricidade da carga
v_{Ed}	Tensão de punçoamento máxima
$v_{Ed,0}$	Tensão de punçoamento máxima na face do pilar
$v_{Rd,c}$	Valor de cálculo da tensão resistente ao punçoamento
$v_{Rd,max}$	Tensão resistente máxima do elemento
v_{min}	Coefficiente que intervém na tensão resistente mínima ao punçoamento
$v_{Rd,cs}$	Tensão máxima ao punçoamento de uma laje com armadura de punçoamento
p_l	Percentagem de armadura longitudinal

Abreviaturas e Siglas

CSS	Cascading Style Sheets
EC2	Eurocódigo 2: Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios
Eq	Equação
FLASK	Micro Framework Web para Python
HTML	Hypertext Markup Language
JSON	Javascript Object Notation
WSGI	Web Server Gateway Interface

1 INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No começo da utilização de betão armado, as lajes dos edifícios eram maioritariamente construídas apoiadas em vigas de betão armado, que por sua vez apoiavam em pilares. Ao longo dos anos existiu uma notória evolução das exigências arquitetónicas, económicas e de segurança, evolução essa que foi acompanhada pelos engenheiros estruturais de forma a ser possível desenvolver novas técnicas construtivas que satisfizerem todas as restrições decorrentes da conceção de estruturas inovadoras e melhoria dos já existentes. O sistema de lajes fungiforme tornou-se assim numa forma popular de construção em vários países, especialmente em edifícios de vários andares, tais como habitacionais, comerciais, estacionamentos e de escritórios.

As lajes fungiformes definem-se por serem elementos estruturais de betão armado diretamente apoiadas nos pilares, ou seja, sem o uso de vigas. Este sistema estrutural está associado a diversas vantagens na sua utilização, mas também conduz ao surgimento de alguns problemas.

Vantagens:

- Menor espessura – menor altura dos edifícios;
- Tetos planos – maior facilidade de instalação de condutas e paredes divisórias dando versatilidade ao espaço;
- Redução dos trabalhos de cofragem e a sua menor complexidade;
- Maior facilidade e economia na instalação das infraestruturas elétricas e mecânicas;
- Simplicidade e rápida execução;

Desvantagens:

- Concentração de esforços nos apoios – flexão e punçoamento;
- Flexibilidade às ações horizontais;
- Dificuldades em lajes de geometria irregular;
- Existência de grandes aberturas – condiciona o funcionamento da laje;

O comportamento resistente aos esforços de flexão e corte na zona de ligação laje-pilar é bastante complexo para estruturas em laje fungiforme. Desta forma a resistência ao punçoamento é muito importante no dimensionamento destas estruturas, pois a transferência de forças e momentos entre a laje e pilar originam elevadas tensões junto a este, que por sua vez resultam num processo de fendilhação que pode causar a rotura da laje por punçoamento.

O estado limite de punçoamento é um fenómeno que se dá quando existem cargas concentradas sobre elementos de espessura limitada, como acontece em lajes fungiformes, ocorre repentinamente, visto ser um mecanismo de colapso local relacionado com uma rotura frágil sem redistribuição de esforços.

Esta rotura provoca uma sobrecarga nos apoios adjacentes que por sua vez podem criar roturas e evoluir para um colapso progressivo.

As dificuldades intrínsecas associadas ao punçoamento são constantes e, como tal, é necessário dar importância e continuidade ao estudo deste tema, com o objetivo de analisar e otimizar as normas existentes.

A verificação da segurança ao punçoamento em lajes fungiformes, de acordo com o EC2, torna-se de compreensão difícil para casos de ligações de pilares de bordo e de canto, em que a excentricidade é dirigida para o exterior, ou para pilares com momentos fletores elevados. É revelante aprofundar o exposto, de modo a complementar os métodos já existentes.

1.2. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação surgiu da necessidade de analisar e aprofundar as metodologias apresentadas no EC2, no que diz respeito ao cálculo da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes.

O EC2 fornece equações relativamente diretas para pilares de secções transversais retangulares e circulares, e nos casos de pilares de bordo e de canto se os momentos fletores aplicados originarem excentricidades dirigidas para o interior da laje. Em situações em que as excentricidades são dirigidas para o exterior da laje, o EC2 não particulariza o cálculo de W_1 para pilares de bordo e de canto.

O intuito deste trabalho, enquadra-se na necessidade de encontrar equações mais simplificadas para estes casos, recorrendo à informação que o EC2 nos fornece. Para além da parte analítica, torna-se de grande interesse desenvolver uma ferramenta computacional, que permita apoiar e facilitar a resolução dos referidos casos de punçoamento, de uma forma geral.

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é composta por cinco capítulos, nos quais se apresenta uma metodologia detalhada e a sua aplicação prática na ferramenta de cálculo. Além disso, é descrita a implementação e validação dessa metodologia, através de exemplos concretos e análise dos resultados obtidos.

O primeiro capítulo é a introdução do documento e fornece um contexto geral sobre o tema em questão, sendo identificados, também os objetivos principais da dissertação.

O segundo capítulo, intitulado "Revisão do Estado da Arte", é realizada uma revisão sistemática da literatura existente no tema em questão, onde são apresentados e explicados os principais conceitos fundamentais relacionados com o tema, para uma compreensão e familiaridade com o procedimento de cálculo a ser apresentado posteriormente. Expõe uma análise das equações previstas na norma EC2 (Eurocódigo 2) que foram utilizadas na ferramenta de cálculo desenvolvida, incluindo a sua aplicabilidade e interpretação. É objetivo que o leitor compreenda a lógica por trás do cálculo e a validade das equações utilizadas.

No terceiro capítulo, é proposta uma equação alternativa para o cálculo do parâmetro β , bem como a dedução do W_1 para casos de pilares de bordo e de canto, necessários para a aplicação proposta. É realizada uma análise comparativa dos resultados para o caso de um pilar interior e de bordo, entre a equação proposta e as equações previstas na norma EC2 para cada um dos casos, para avaliar a viabilidade e a eficácia desta equação. Finaliza com uma descrição da implementação da ferramenta de cálculo, incluindo informações sobre a sua interface, a fim de permitir que o leitor compreenda como ela está estruturada e quais são os seus resultados.

No quarto capítulo, são apresentados casos de estudo que visam testar e validar a eficiência da ferramenta de cálculo desenvolvida. Para isso, são apresentados casos de estudo que abrangem os três tipos de pilares: interior, de bordo e de canto. A disposição das armaduras de punçoamento para cada caso é apresentada de forma clara, a fim de permitir que o leitor compreenda o processo de desenho das armaduras de punçoamento. A comparação entre os resultados obtidos com a equação proposta e as equações previstas na norma EC2 é realizada e os impactos dessas diferenças nos resultados finais da verificação de segurança ao punçoamento são discutidos.

No quinto e último capítulo incide na síntese das conclusões finais da dissertação, incluindo uma análise dos principais resultados obtidos e as contribuições significativas do trabalho. São propostas sugestões e perspectivas para futuras pesquisas e estudos, no âmbito do tema abordado, que possam aprimorar ou ampliar os resultados obtidos.

2

ENQUADRAMENTO GERAL

No início do século XX foram desenvolvidas as primeiras lajes fungiformes nos Estados Unidos da América e na Europa [1]. Inicialmente este tipo de lajes apresentavam pilares com capitel em forma de cogumelo de modo a simplificar a introdução de forças na zona da ligação laje-pilar. A partir dos anos 1950, lajes fungiformes sem capitéis começaram a ser mais usuais no mercado devido à simplicidade que apresentam em termos construtivos.

Nas últimas décadas, a utilização de lajes fungiformes tornou-se cada vez mais popular. Esta evolução deveu-se as variadas vantagens construtivas e funcionais que apresentam, uma vez que a construção de lajes fungiformes simplifica a cofragem, diminui o tempo de construção e reduz a altura total dos edifícios devido à não utilização de vigas. A menor altura de pisos reduz as cargas laterais, os custos de ar condicionado/aquecimento, o custo do revestimento e permite a criação de espaços amplos que por sua vez possibilitam a transformação do seu uso [2]. Sendo uma solução cada vez mais frequente em edifícios destinados a parques de estacionamento, escritórios, hotéis, entre outros.

À medida que aumentou o uso de lajes do tipo fungiformes para construir edifícios, também aumentaram os acidentes e incidentes com este tipo de solução estrutural. Um dos desafios que o projetista de lajes fungiformes enfrenta é a adequada resistência ao punçoamento na ligação laje/pilar, zona submetida a estados de tensão triaxiais devidos à transmissão de esforços entre um elemento linear (pilar) e um elemento plano (laje). Esta problemática tem sido analisada em vários estudos nas últimas décadas devido à sua complexidade e difícil tradução numérica. O fenómeno de punçoamento habitualmente está relacionado com a introdução de cargas elevadas ou com a presença de apoios (pilares).

A existência de uma elevada concentração de tensões na zona de ligação laje-pilar é um dos principais problemas deste sistema. A ocorrência de uma rotura por punçoamento pode originar o colapso brusco das lajes. Nesta rotura o pilar “penetra” o corpo da laje, sob uma carga normalmente inferior à sua capacidade resistente por flexão.

Este tipo rotura não é antecipado por sinais exteriores visíveis, e embora seja um mecanismo de rotura local, pode tornar-se catastrófico visto que pode originar uma rotura progressiva da estrutura, devido ao facto de que a perda de um apoio tem como consequência o aumento dos esforços transmitidos aos apoios vizinhos (Figura 1).

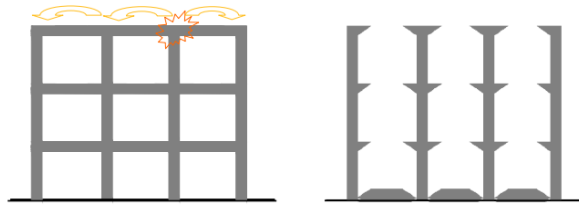


Figura 1 - Esquema de desenvolvimento de um colapso progressivo total [3].

Como exemplo podemos referir a ruína de um edifício comercial de 5 pisos, em Seul, Coreia do Sul no ano 1995, em que o comité de investigação observou erros de conceção, mau controlo de qualidade da construção, redução da secção transversal dos pilares que sustentavam o 5º andar e o telhado e a mudança da utilização do espaço do 5º piso de um rinque de patinagem para uma zona de restauração. A rotura deste edifício levou à perda de 500 vidas [4]. Podemos também referir a destruição parcial de um edifício destinado a estacionamento automóvel, em 1997 no Reino Unido, onde a rotura por punçoamento de um pilar conduziu ao colapso progressivo de 8 pilares adjacentes - ver Figura 2 [5].



Figura 2 - Colapso parcial do 4.º piso de um parque de estacionamento em Wolverhampton, Reino Unido [5].

O projeto de uma laje fungiforme deve, portanto, ter em conta um elevado conhecimento dos fenómenos que influenciam a rotura por punçoamento, visto que a capacidade de resistência é influenciada por diversos fatores, como a espessura da laje, as dimensões do pilar, a resistência do betão e das armaduras longitudinais e transversais, entre outras. [6]

O presente capítulo irá expor o mecanismo de rotura de punçoamento, fazendo uma descrição de alguns dos sistemas de reforço de lajes fungiformes, seguido da descrição do EC2, norma esta que será a principal fonte de estudo desta dissertação.

2.1. MECANISMO DE ROTURA POR PUNÇOAMENTO

A rotura por punçoamento acontece quando os esforços (momentos fletores e esforço transversal) que atuam num determinado elemento se têm de transferir para outro numa pequena área. No caso do dimensionamento de lajes fungiformes de betão armado, este fenómeno tem de ser bem analisado, visto que ocorre numa zona de irregularidade geométrica, onde existe uma grande concentração de tensões, designadamente na ligação laje-pilar, onde se inicia o processo de fendilhação que poderá originar a rotura da laje (Figura 3).

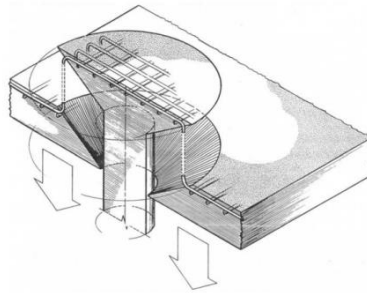


Figura 3 - Esquema de rotura ao punçoamento numa laje de betão armado [7].

Uma laje fungiforme com uma malha regular de pilares, uniformemente carregada apresenta na região de ligação laje-pilar uma forte concentração das trajetórias dos momentos principais, como se ilustra na Figura 4. O tracejado encarnado representa os pontos onde os momentos segundo a direção radial são nulos. [8]

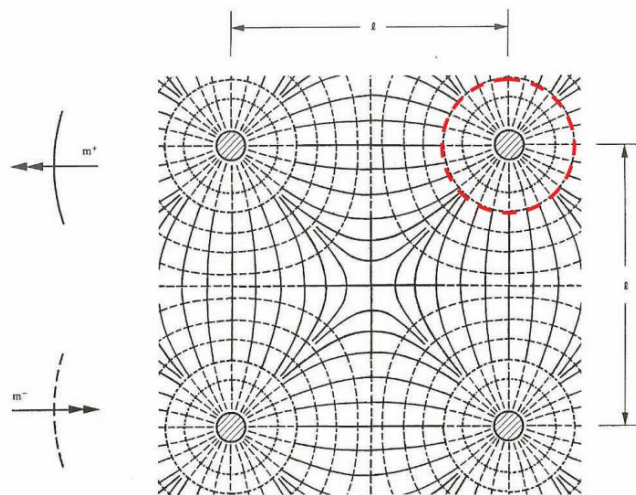


Figura 4 - Trajetórias dos momentos principais numa laje fungiforme com malha regular de pilares, uniformemente carregada [9].

O mecanismo de rotura ao punçoamento em lajes fungiformes pode ser caracterizado por quatro fases. Numa primeira fase o betão e o aço apresentam um comportamento elástico-linear e não são visíveis fissuras no betão.

O aparecimento da primeira fissura marca o início da segunda fase. Na zona de ligação laje-pilar, surge a primeira fenda segundo um padrão radial por efeito das tensões de tração impostas pela flexão da laje. É acompanhada de fissuração inicialmente na vizinhança do pilar [8]. Com o acréscimo da carga surgem fendas radiais junto do perímetro do pilar (Figura 5), sendo que estas podem estender-se até à extremidade da laje.

Numa terceira fase a fendilhação tem início na parte inferior da laje até ao topo. Esta fendilhação tem uma configuração troncocónica, como se ilustra na Figura 5b. Existe um aumento da abertura das fendas existentes e o aparecimento de fendas de corte. A inclinação da fenda na ruína varia entre 25° a 35° relativamente ao plano médio [8].

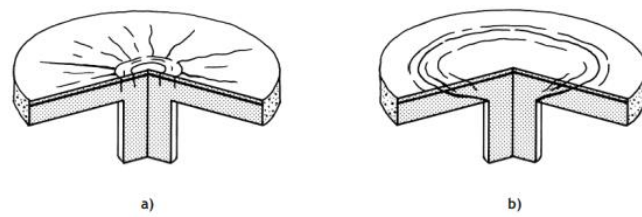


Figura 5- Representação esquemática da fissuração devida a: a) flexão e b) corte [10].

Após esta fase, ocorre a rotura por punçoamento (Figura 6) onde se verifica a divisão da laje em duas partes pela fissura de corte, ficando ligada apenas pela armadura longitudinal de flexão.

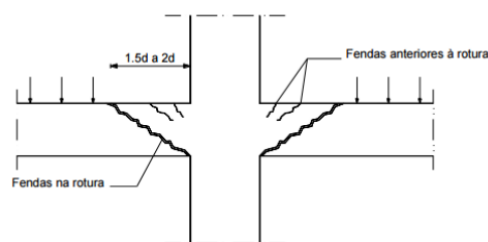


Figura 6 - Rotura de uma laje por punçoamento [11].

Como dito anteriormente o punçoamento é um fenómeno de rotura local, contudo, a perda de um ponto de equilíbrio leva ao acréscimo dos esforços transmitidos aos pilares vizinhos, o que por sua vez pode originar uma rotura progressiva e conduzir ao colapso da estrutura. Esta rotura também se caracteriza por ocorrer sem aviso prévio e sem ductilidade, isto é, uma rotura do tipo frágil (principalmente condicionada pela resistência à tração e à compressão do betão) [11]

De uma forma simplificada, o mecanismo de resistência ao punçoamento traduz-se por três componentes. Na Figura 7 representam-se as forças correspondentes que equilibram a ação de punçoamento: (1) a componente vertical da compressão radial; (2) a componente vertical da força de atrito entre os inertes na fenda; (3) e a componente vertical da força do efeito de ferrolho na armadura longitudinal superior.

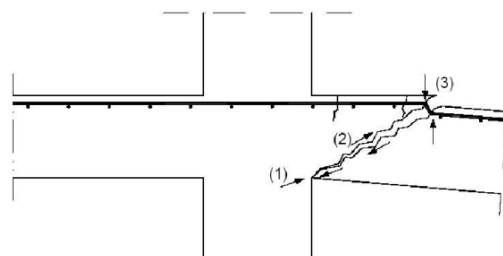


Figura 7 - Mecanismo de resistência ao punçoamento [11].

Os parâmetros que influenciam a resistência da laje fungiforme ao punçoamento são: a capacidade de resistência à tração e à compressão do betão; as dimensões, geometria e localização do pilar (centro,

bordo e canto); a espessura da laje; o efeito escala, que provoca uma redução da capacidade resistente com o aumento da espessura da laje; a quantidade de armadura longitudinal contida na laje, que afeta o efeito de ferrolho; e a taxa de armadura transversal que atravessa a fenda de corte.

2.2. EUROCÓDIGO 2

De forma a ser possível o desenvolvimento do código computacional para verificar a resistência ao punçoamento em lajes fungiformes, foram utilizadas as equações e as regras do Eurocódigo 2.

O programa computacional desenvolvido tem como objetivo verificar a segurança ao punçoamento em lajes fungiformes para três tipos de casos, sendo o primeiro o referente, ao caso de um de um pilar central de secção transversal retangular (ou circular) com reação excêntrica apenas segundo um dos eixos principais (pilar em flexão composta), bem como o caso em que a carga é excêntrica em relação aos dois eixos principais. As equações que o EC2 fornece para este caso são relativamente diretas e simples de aplicar.

Quanto aos restantes dois casos, pilares de bordo e de canto, o EC2 não é claro no procedimento a tomar para situações em que as excentricidades são dirigidas para o exterior de bordo ou canto.

No Capítulo 3 é proposta uma solução para desenvolver uma ferramenta computacional que permita apoiar o projeto das três situações de punçoamento referidas.

2.2.1 CÁLCULO AO PUNÇOAMENTO SEGUNDO O EC2

De acordo com o EC2 o cálculo ao punçoamento é realizado com base nas verificações feitas na face do pilar (perímetro para controlo do esmagamento do betão) e num primeiro perímetro de controlo, u_1 . Caso seja utilizada armadura de esfoço transversal, será ainda necessário determinar o contorno $u_{out,ef}$, a partir do qual a resistência ao punçoamento é garantida apenas pelo betão da laje.

Para o caso em que a reação do apoio é excêntrica em relação ao contorno de controlo, a tensão de punçoamento atuante máxima é dada por:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad (1)$$

onde,

d altura útil da laje;

u_0 primeiro perímetro de controlo;

V_{Ed} valor de cálculo do esforço de punçoamento;

β coeficiente que tem em conta a excentricidade da carga;

2.2.1.1. Primeiro Perímetro de controlo

De acordo com o EC2 o primeiro perímetro de controlo, u_1 , é definido a uma distância $2,0d$ da área carregada, e o seu traçado deverá corresponder a um comprimento que seja o mínimo (ver Figura 8)

Considera-se que a altura útil média da laje é:

$$d_{ef} = \frac{(d_y + d_z)}{2} \quad (2)$$

em que d_y e d_z são as alturas úteis

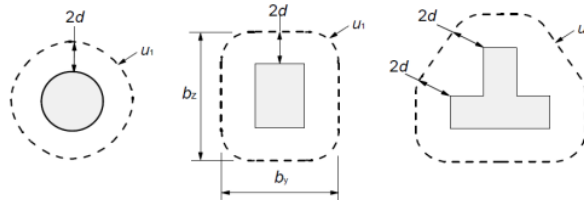


Figura 8 - Primeiros perímetros de controle típicos considerados no EC2 [12].

Para o caso de um pilar interior retangular, nas figuras que se seguem, define-se como c_x o comprimento do lado do pilar paralelo ao eixo x e como c_y comprimento do lado perpendicular a este eixo. Ou seja, o c_x corresponde ao lado representado como c_2 no EC2 e o c_y ao c_1 . Adotou-se esta nomenclatura para facilitar a resolução e a programação dos casos (Figura 9).

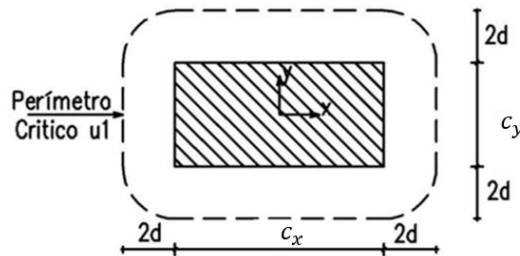


Figura 9 - Perímetro u_1 de um pilar interior retangular (adaptado de [13]).

- Para o cálculo do perímetro de controle na face do pilar apresenta-se a seguinte equação:

$$u_0 = 2 \times (c_x + c_y) \quad (3)$$

- Para o cálculo do primeiro perímetro de controle apresenta-se a seguinte equação:

$$u_1 = 2 \times (c_x + c_y) + 4\pi d \quad (4)$$

Para o caso de um pilar de bordo, o primeiro perímetro de controlo deve ser considerado como representado na Figura 10, com a condição de que o perímetro (excluindo o bordo livre) seja inferior ao obtido a partir do que se considerar a uma distância $2d$.

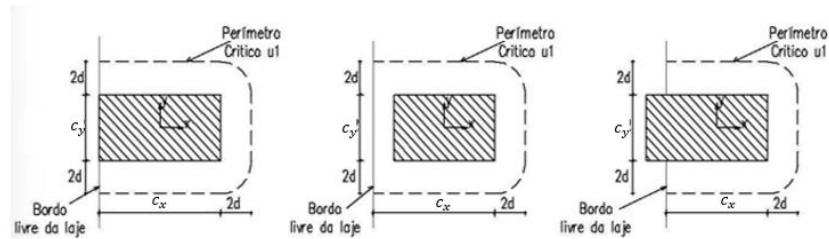


Figura 10 - Primeiros perímetros de controlo para áreas carregadas junto a um bordo livre (adaptado de [13]).

- Para o cálculo do perímetro de controlo na face do pilar apresenta-se a seguinte equação:

$$u_0 = \min \begin{cases} c_y + 3d \\ 2c_x + c_y \end{cases} \quad (5)$$

- Para o cálculo do primeiro perímetro de controlo apresenta-se a seguinte equação:

$$u_1 = 2c_x + c_y + 2\pi d \quad (6)$$

Para este tipo de casos, quando a excentricidade na direção perpendicular ao bordo da laje (resultante de um momento em torno de um eixo paralelo ao bordo da laje) é dirigida para o interior e não existe excentricidade na direção paralela ao bordo, considera-se que o esforço de punçoamento é uniformemente distribuído ao longo do contorno de controlo, u_{1*} , como está representado na Figura 11.

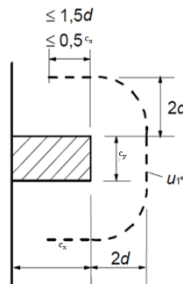


Figura 11 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, u_{1*} [12].

- Para o cálculo do comprimento reduzido apresenta-se a seguinte equação:

$$c_{x*} = \min \begin{cases} 1.5 \times d \\ 0.5 \times c_x \end{cases} \quad (7)$$

- Para o cálculo do primeiro perímetro de controlo reduzido apresenta-se a seguinte equação:

$$u_{1*} = 2c_{x*} + c_y + 2\pi d \quad (8)$$

Para o caso de um pilar de canto, o primeiro perímetro de controlo do pilar de canto deve ser considerado como representado na Figura 12. À semelhança do pilar de bordo, o seu perímetro (excluindo os bordos livres) deve ser inferior ao obtido a partir do que se considerar a uma distância $2d$.

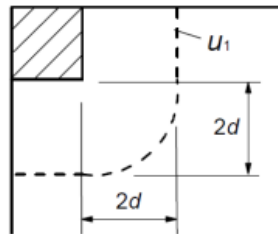


Figura 12 - Primeiro perímetro de controlo para áreas carregadas junto a um canto [12].

- Para o cálculo do perímetro na face do pilar apresenta-se a seguinte equação:

$$u_0 = \min \begin{cases} 3d \\ c_x + c_y \end{cases} \quad (9)$$

- Para o cálculo do primeiro perímetro de controlo apresenta-se a seguinte equação:

$$u_1 = c_x + c_y + \pi d \quad (10)$$

Quando a excentricidade (resultante de um momento em torno de um eixo paralelo ao bordo da laje) é dirigida para o interior e não existe excentricidade na direção paralela ao bordo, considera-se que o esforço de punçoamento é uniformemente distribuído ao longo do contorno de controlo, u_{1*} , como está representado na Figura 13.

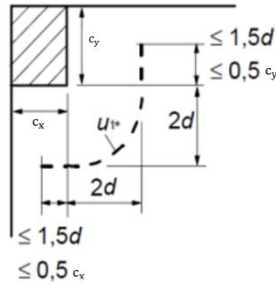


Figura 13 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, u_{1*} [12].

- Para os cálculos dos comprimentos reduzidos apresentam-se as seguintes equações:

$$c_{x*} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \times d \\ 0,5 \times c_x \end{array} \right. \quad (11)$$

$$c_{y*} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \times d \\ 0,5 \times c_y \end{array} \right. \quad (12)$$

- Para o cálculo do primeiro perímetro de controlo reduzido apresenta-se a seguinte equação:

$$u_{1*} = c_{x*} + c_{y*} + \pi d \quad (13)$$

2.2.1.2. Cálculo do parâmetro β

Para que os efeitos da excentricidade da força de punçoamento sejam tidos em consideração é utilizado o parâmetro β . Quando não existe excentricidade, β é igual a 1,0. Nos casos em que β não é unitário este parâmetro é calculado através das equações que se seguem.

Para o caso de um pilar interior apresentam-se as seguintes equações.

- A carga é excêntrica em relação a um eixo:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{ed} W_1} \quad (14)$$

em que:

k coeficiente que provém da relação entre as dimensões do pilar c_x e c_y . O correspondente valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por forças de corte não uniformes e por flexão e torção (ver Quadro 1);

W_1 corresponde à distribuição de tensões tangenciais representada na Figura 14 e é função do perímetro u_1 , sendo que:

$$W_i = \int_0^{u_i} |e| dl \quad (15)$$

sendo,

dl comprimento elementar do contorno;

e distância de dl ao eixo em torno do qual atua o momento M_{Ed}

Quadro 1 - Valores de k para áreas carregadas retangulares

c_x/c_y	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

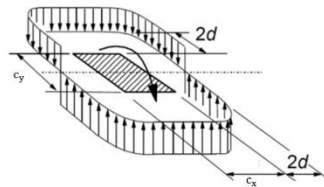


Figura 14 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior [12].

A Figura 15 e a Figura 16 demonstram como calcular o parâmetro W_1 para um pilar retangular interior

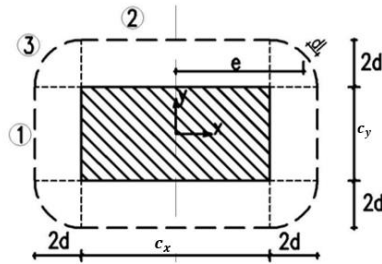


Figura 15 - Demonstração de como calcular o W_1 (adaptado de [13]).

- Linha (1)

$$W_{11} = \left(2d + \frac{c_x}{2}\right) \times c_y = 2c_y d + \frac{c_x c_y}{2} \quad (16)$$

- Linha (2)

$$W_{12} = 2 \times \frac{c_x}{2} \times \frac{c_x}{4} = \frac{c_x^2}{4} \quad (17)$$

- Linha (3):

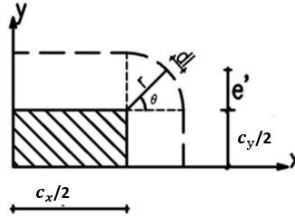


Figura 16 - Cálculo do W_1 de um arco (adaptado de [13]).

$$dl = r \times d\theta = 2d \times d\theta \quad (18)$$

$$e' = r \times \sin \theta = 2d \times \sin \theta \quad (19)$$

$$W_{13} = \int_0^{u_1} |e| dl = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{c_x}{2} + e' \right) \times 2d \times d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2d \frac{c_x}{2} + 4d \times \sin \theta \right) d\theta \quad (20)$$

$$W_{13} = c_x d \times \left[\theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - 4d^2 \times \left[\cos \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = c_x d \times \frac{\pi}{2} - 4d^2 \times \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right]$$

$$W_{13} = c_x \times d \frac{\pi}{2} + 4d^2$$

O parâmetro W_1 é assim obtido por:

$$W_1 = 2W_{11} + 2W_{12}' + 4W_{13} \quad (21)$$

$$W_1 = \frac{c_x^2}{2} + c_x c_y + 4c_y d + 16d^2 + 2c_x d \pi$$

- A carga é excêntrica em relação aos dois eixos:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x} \right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y} \right)^2} \quad (22)$$

em que:

$$e_x = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} \quad (23)$$

$$e_y = \frac{M_{Ed,x}}{V_{Ed}} \quad (24)$$

Para o caso de ligações de pilares de bordo, quando existem excentricidades nas duas direções ortogonais, β pode ser determinado pela seguinte equação:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par} \quad (25)$$

em que:

- u_1 perímetro do primeiro perímetro de controlo (ver Figura 10)
- u_{1*} perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido (ver Figura 11)
- k determina-se com base na Tabela 1 com a relação c_y/c_x substituída por $c_y/2c_x$ (Quadro 2)

Quadro 2 - Valores de k para áreas carregadas junto a um bordo livre.

$c_x / 2 c_y$	$\leq 0,5$	$1,0$	$2,0$	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

W_1 calculado para o primeiro perímetro de controlo u_1

$$W_1 = \frac{c_y^2}{4} + c_y c_x + 4c_x d + 8d^2 + \pi d c_y \quad (26)$$

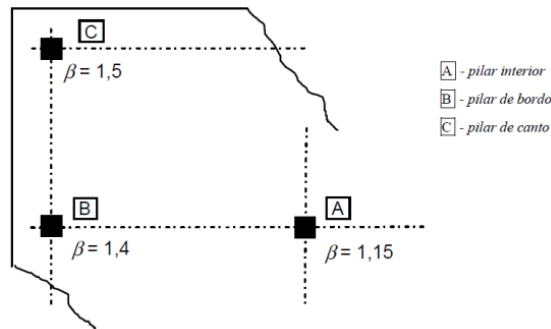
e_{par} excentricidade na direção paralela ao bordo da laje resultante de um momento em torno de um eixo perpendicular ao bordo da laje

$$e_{par} = \frac{M_{Ed,x}}{V_{ed}} \quad (27)$$

Para o caso de ligações de pilares de canto em que a excentricidade é dirigida para o interior da laje, o EC2 propõe a aproximação de que o esforço de punçamento é uniformemente distribuído ao longo do perímetro de controlo reduzido, u_{1*} (ver Figura 13). O valor do parâmetro β pode ser definido como:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} \quad (28)$$

Para estruturas em que a estabilidade lateral não depende do funcionamento de pórticos formados por lajes e pilares, em que os vãos dos tramos adjacentes não diferem mais de 25%, pode-se utilizar valores aproximados de β . Na Figura 17 são indicados os valores recomendados.

Figura 17 - Valores recomendados para β [12].

2.2.1.3. Resistência ao punçoamento

É necessário verificar a resistência ao punçoamento na face do pilar u_0 e no primeiro perímetro de controlo u_1 . Caso seja preciso armadura de punçoamento, terá ainda de se determinar o perímetro, $u_{out,ef}$.

O punçoamento resulta de uma carga concentrada ou reação aplicada numa área relativamente pequena de uma laje ou fundação, que se designará por A_{load} . A Figura 18 representa o modelo para verificar a resistência ao punçoamento.

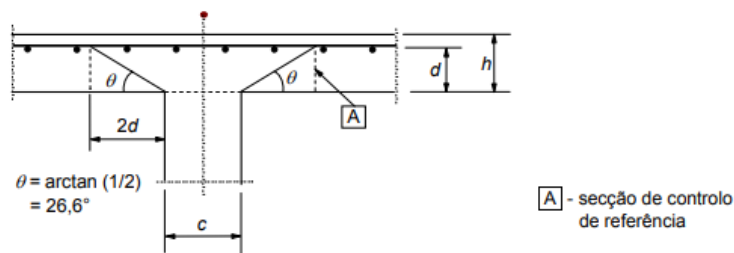


Figura 18 - Modelo apropriado à verificação do punçoamento no estado limite último [12].

I. Primeira verificação

Tem como objetivo verificar a resistência máxima de punçoamento na face no pilar. Se esta condição não se verificar, a espessura da laje, ou a secção do pilar, devem ser aumentadas. O aumento da espessura da laje pode também ser feito através da colocação de um capitel. A tensão atuante no perímetro do pilar não pode ultrapassar o valor máximo da tensão de punçoamento:

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,max} \quad (29)$$

em que:

$v_{Ed,0}$ tensão de punçoamento máxima na face no pilar

$$v_{Ed,0} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \quad (30)$$

u_0 para um pilar interior $u_0 = \text{perímetro de controlo do pilar [mm]}$

para um pilar de bordo $u_0 = c_y + 3d \leq c_y + 2c_x$ [mm]

para um pilar de canto $u_0 = 3d \leq c_x + c_y$

$v_{Rd,max}$ valor de cálculo da tensão resistente máxima, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas:

$$v_{Rd,max} = 0,4v \times f_{cd} \quad (31)$$

f_{cd} valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (32)$$

f_{ck} valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias;

$$v = 0,6 \left(1 + \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (33)$$

II. Segunda verificação

Esta verificação permite perceber a possibilidade da dispensa de armadura de punçoamento na ligação.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (34)$$

em que:

$v_{Rd,c}$ valor de cálculo da tensão resistente ao punçoamento

$$\begin{aligned} v_{Rd,c} &= C_{Rd,c} \times k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \\ v_{Rd,c} &= \max \left\{ C_{Rd,c} \times k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}}; 0,035 \times k^{\frac{3}{3}} \times f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

sendo:

$$v_{min} = 0,035 \times k^{\frac{3}{3}} \times f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

f_{ck} em MPa

$$k = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2 \right\} \text{ (d em mm);}$$

ρ_l percentagem de armadura longitudinal

$$\rho_l = \sqrt{(\rho_{lx} \cdot \rho_{ly})} \leq 0,02 \quad (36)$$

$$\rho_{lx} = \frac{Asl, x}{b \times d}$$

$$\rho_{ly} = \frac{Asl, y}{b \times d}$$

III. Terceira verificação

Por último, esta verificação serve para determinar se a laje está devidamente armada para garantir o desenvolvimento integral da resistência ao punçoamento da laje, quando seja necessária armadura transversal:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,cs} \quad (37)$$

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \times v_{Rd,c} + 1,5 \times \frac{d}{s_r} \times A_{sw} \times f_{ywd,ef} \times \frac{1}{u_1 d} \times \sin \alpha \quad (38)$$

em que:

$v_{Rd,cs}$ valor de cálculo da tensão máxima ao punçoamento de uma laje com armadura de punçoamento, ao longo da secção de controlo considerada;

A_{sw} área de um perímetro de armaduras de punçoamento em torno do pilar [mm^2];

s_r espaçamento radial dos perímetros de armaduras de punçoamento [mm];

$f_{ywd,ef}$ valor de cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras de punçoamento;

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq \times f_{ywd} \text{ [MPa]}$$

d média das alturas úteis nas direções ortogonais [mm];

α ângulo entre as armaduras de punçoamento e o plano da laje;

Por fim, é necessário determinar o perímetro de controlo a partir do qual não é necessária armadura de punçoamento, $u_{out,ef}$:

$$u_{out,ef} = \beta \times \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \times d} \quad (39)$$

O perímetro exterior da armadura de punçoamento deverá ser colocado a uma distância não superior a kd no interior de $u_{out,ef}$ (ver Figura 20). O valor recomendado para k é 1,5.

2.2.1.4. Armadura de punçoamento

Quando é necessário colocar as armaduras de punçoamento ($v_{Ed} \geq v_{Rd,c}$), estas devem ser posicionadas entre a área carregada ou pilar de apoio e kd no interior do perímetro de controlo $u_{out,ef}$. Deverão ser considerados, pelo menos, por dois perímetros de estribos (ver Figura 19), de espaçamento não superior a $0,75d$.

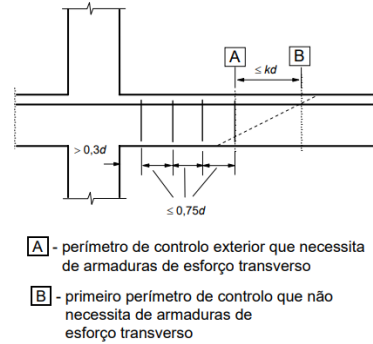


Figura 19 - Espaçamentos entre estribos [12].

O espaçamento entre ramos dos estribos de um perímetro não deverá ser superior a $1,5d$ no interior do primeiro perímetro de controlo (localizado a menos de $2d$ da área carregada) e não deverá ser superior a $2d$ para os perímetros exteriores ao primeiro perímetro de controlo na extensão que se considera contribuir para a capacidade resistente ao punçoamento (ver Figura 20).

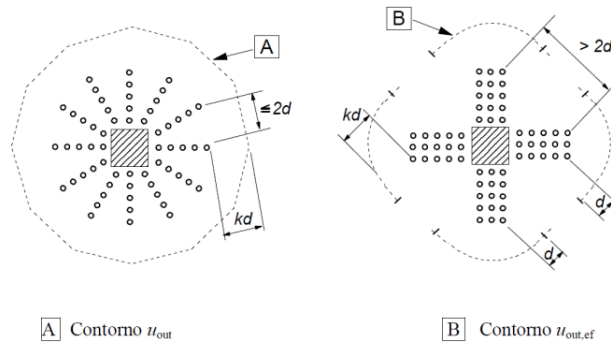


Figura 20 - Perímetros de controlo para pilares interiores [12].

Quando é necessária armadura de punçoamento, a área de um ramo de um estribo (ou equivalente), $A_{sw,min}$, é obtida a partir da Eq.40.

$$A_{sw,min} \times \frac{(1,5 \sin \alpha + \cos \alpha)}{(s_r \times s_t)} \geq 0,08 \times \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}} \quad (40)$$

$$A_{sw,min} \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \times \frac{(s_r + s_t)}{(1,5 \times \sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (41)$$

em que:

α ângulo entre a armadura de punçoamento e a armadura principal (ou seja, para estribos verticais $\alpha = 90^\circ$ e $\sin \alpha = 1$);

s_r espaçamento dos estribos na direção radial;

s_t espaçamento dos estribos na direção tangencial;

f_{ck} em MPa

Ao longo de um bordo livre (não apoiado), a laje deve ter armaduras longitudinais e transversais em geral dispostas como na Figura 21.

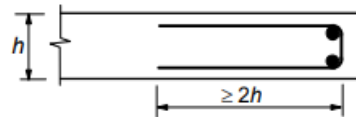


Figura 21 - Armaduras de bordo livre numa laje [12].

3

LIGAÇÕES DE PILARES DE BORDO E DE CANTO

Como mencionado no Capítulo 2, a verificação da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes torna-se complexa para ligações de pilares de bordo e de canto. As equações do EC2 não são suficientes para casos em que a excentricidade é direcionada para o exterior da laje, sendo necessário calcular o W_1 , com a Eq.15, que não está especificada para pilares de bordo ou de canto.

Para complementar este estudo, foi desenvolvida uma equação que tenta complementar a coexistência de esforço de punçoamento e de dois momentos em flexão desviada.

3.1. PILARES DE BORDO

3.1.1. CENTRO GEOMÉTRICO

Para desenvolver a Eq.15 do W_1 para este caso, primeiramente foi necessário encontrar o centro de gravidade da figura limitada por u_1 . Para isso, a distância e deve ser medida a partir do centro de gravidade de controle. Para facilitar este cálculo, o perímetro de controle foi dividido em 3 partes (Figura 23, Figura 24 e Figura 25). A Figura 26 mostra o centro de gravidade global calculado de u_1 . Na Figura 22, pode-se observar o referencial adotado para os cálculos subsequentes.

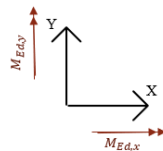


Figura 22 - Referencial adotado no caso de ligações de pilares de bordo.

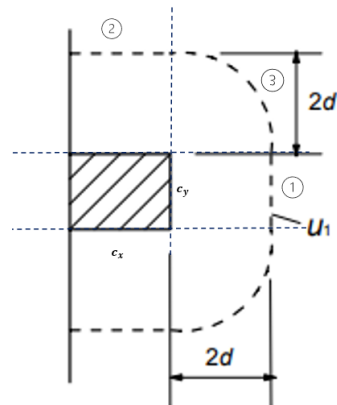


Figura 23 - Demonstração de como calcular o centro de gravidade do primeiro perímetro de controle, u_1 (adaptado de [12]).

- Centro de gravidade do troço (1)

$$c_y \times (c_x + 2d) \quad (42)$$

- Centro de gravidade do troço (2)

$$(c_x \times \frac{c_x}{2})[\times 2] \quad (43)$$

- Centro de gravidade do troço (3)

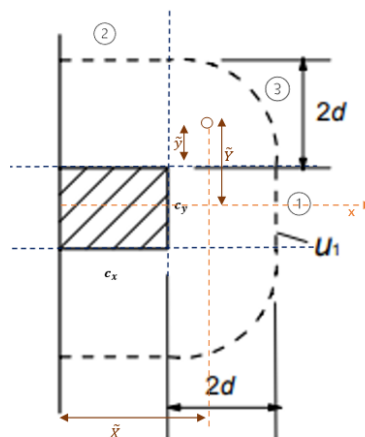


Figura 24 - Cálculo do centro de gravidade do troço 3 (adaptado de [12]).

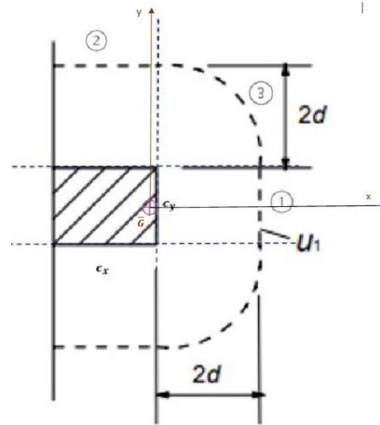


Figura 26 - Centro de gravidade global de u_1 no caso de ligações de pilares de bordo (adaptado de [12]).

3.1.2. CÁLCULO DO PARÂMETRO W_1

Este cálculo é efetuado relativamente ao eixo X que passa pelo centroide \bar{G}

$$W_{1,X\bar{G}} = c_x \left(2d + \frac{c_y}{2} \right) [\times 2] + \left[4d^2 + \frac{c_y \pi d}{2} \right] [\times 2] + \frac{c_y^2}{4}$$

$$W_{1,X\bar{G}} = \frac{c_y^2}{4} + c_x c_y + 4c_x d + 8d^2 + \pi d c_y \quad (48)$$

Verifica-se que o $W_{1,X\bar{G}}$ obtido é igual à Eq.6.45 fornecida pelo EC2. No entanto, o cálculo do $W_{1,Y\bar{G}}$ não é tão direto e não está exposto no EC2. Portanto, este cálculo será realizado em relação ao eixo Y que passa pelo centroide \bar{G} (Figura 27).

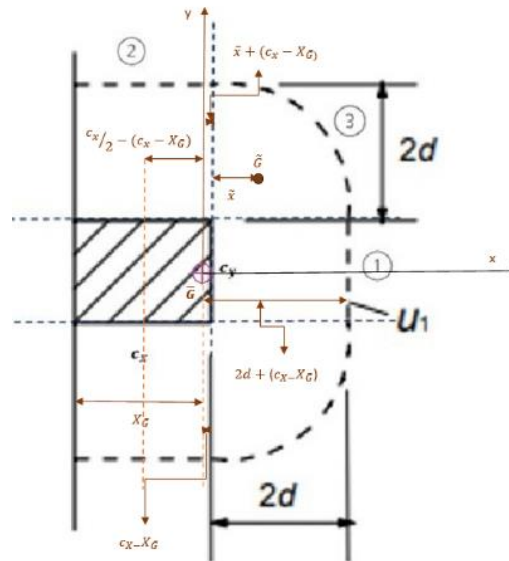


Figura 27 - Cálculo de $W_{1,X\bar{G}}$ e $W_{1,Y\bar{G}}$ no caso de ligações de pilares de bordo (adaptado de [12]).

$$\begin{aligned}
 W_{1,Y\bar{G}} &= c_x \times \left(X_{\bar{G}} - \frac{c_x}{2}\right) [\times 2] + \left(\frac{\pi 2d}{4}\right) \times (\tilde{x} - (X_{\bar{G}} - c_x)) [\times 2] + c_y \times (2d - X_{\bar{G}} + c_x) \\
 W_{1,Y\bar{G}} &= 2c_x X_{\bar{G}} - c_x^2 + \pi d \frac{4d}{\pi} - \pi d X_{\bar{G}} + \pi c_x d + 2c_y d - c_y X_{\bar{G}} + c_x c_y \\
 W_{1,Y\bar{G}} &= (2c_x - c_y - \pi d) X_{\bar{G}} + 4d^2 - c_x^2 + \pi d c_x + 2c_y d + c_x c_y
 \end{aligned} \tag{49}$$

3.2. PILARES DE CANTO

3.2.1. CENTRO GEOMÉTRICO

Assim como no caso anterior, o centro de gravidade global de u_1 foi primeiramente calculado (Figura 28 e Figura 29)

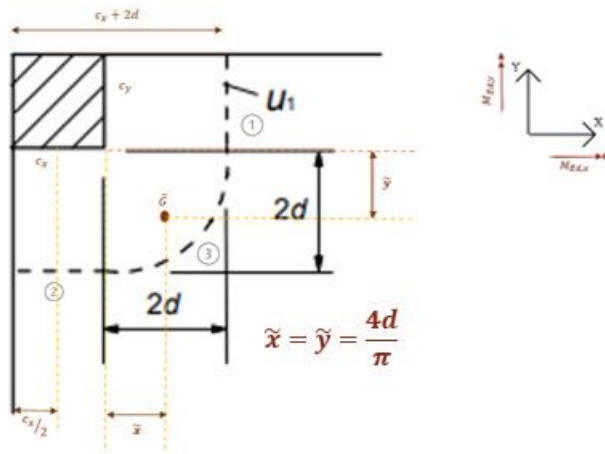


Figura 28 - Demonstração de como calcular o centro de gravidade do primeiro perímetro de controle, u_1 (adaptado de [12]).

Para $X_{\bar{G}}$:

$$\begin{aligned}
 c_y(c_x + 2d) + \pi d(c_x + \tilde{x}) + c_x \frac{c_x}{2} &= (c_x + c_y + \pi d) X_{\bar{G}} \\
 X_{\bar{G}} &= \frac{c_x c_y + 2c_y d + \pi c_x d + \pi d \frac{4d}{\pi} + \frac{c_x^2}{2}}{c_x + c_y + \pi d} \\
 X_{\bar{G}} &= \frac{c_x c_y + 2c_y d + \pi c_x d + 4d^2 + \frac{c_x^2}{2}}{c_x + c_y + \pi d}
 \end{aligned} \tag{50}$$

Para $Y_{\bar{G}}$:

$$c_x(c_y + 2d) + \pi d \left(c_y + \frac{4d}{\pi} \right) + \frac{c_y^2}{2} = (c_y + c_x + \pi d) Y_{\bar{G}}$$

$$Y_{\bar{G}} = \frac{c_x c_y + 2c_x d + \pi c_y d + 4d^2 + \frac{c_y^2}{2}}{c_y + c_x + \pi d} \quad (51)$$

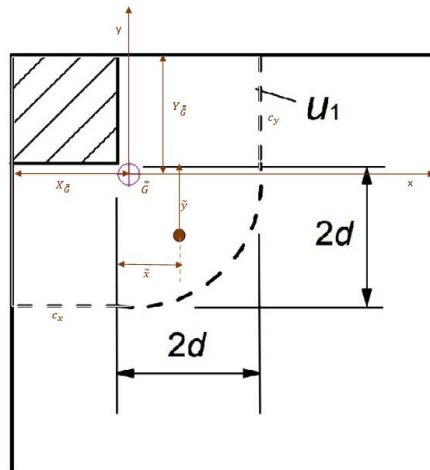


Figura 29 - Centro de gravidade global de u_1 no caso de pilares de canto (adaptado de [12]).

3.2.2. CÁLCULO DE PARÂMETRO W_1

Este cálculo tem de ser efetuado relativamente aos eixos X e Y que passam pelo centroide \bar{G} (Figura 30).

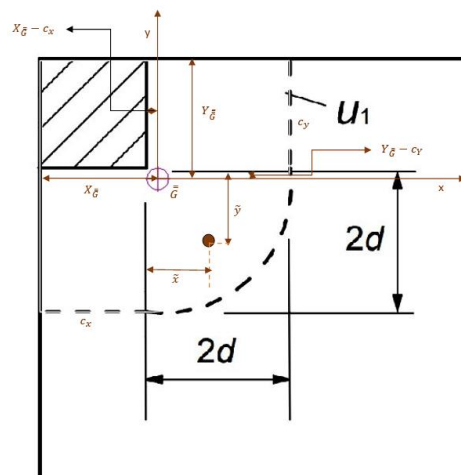


Figura 30 - Cálculo de $W_{1,x\bar{G}}$ e $W_{1,y\bar{G}}$ no caso de pilares de canto (adaptado de [12]).

Para o cálculo de $W_{1,Y_{\bar{G}}}$ temos:

$$\begin{aligned} W_{1,Y_{\bar{G}}} &= c_y \left(2d - (X_{\bar{G}} - c_x) \right) + \pi d \left(\tilde{x} - (X_{\bar{G}} - c_x) \right) + c_x \left(\frac{c_x}{2} + X_{\bar{G}} - c_x \right) \\ W_{1,Y_{\bar{G}}} &= 2c_y d - c_y X_{\bar{G}} + c_x c_y + \pi d \frac{4d}{\pi} - \pi d X_{\bar{G}} + \pi c_x d + \frac{c_x^2}{2} + c_x X_{\bar{G}} - c_x^2 \\ W_{1,Y_{\bar{G}}} &= (c_x - c_y - \pi d) X_{\bar{G}} + 2c_y d + c_x c_y + 4d^2 + \pi c_x d - \frac{c_x^2}{2} \end{aligned} \quad (52)$$

Para o cálculo de $W_{1,X_{\bar{G}}}$ temos:

$$\begin{aligned} W_{1,X_{\bar{G}}} &= c_y \left(\frac{c_y}{2} + Y_{\bar{G}} - c_y \right) + \pi d \left(\tilde{y} - (Y_{\bar{G}} - c_y) \right) + c_x \left(2d - (Y_{\bar{G}} - c_y) \right) \\ W_{1,X_{\bar{G}}} &= \frac{c_y^2}{2} + c_y Y_{\bar{G}} - c_y^2 + \pi d \frac{4d}{\pi} - \pi d Y_{\bar{G}} + \pi c_y d + 2c_x d - c_x Y_{\bar{G}} + c_x c_y \\ W_{1,X_{\bar{G}}} &= (c_y - c_x - \pi d) Y_{\bar{G}} + 2c_x d + c_x c_y + 4d^2 + \pi c_y d - \frac{c_y^2}{2} \end{aligned} \quad (53)$$

3.3. EXCENRICIDADE NAS DUAS DIREÇÕES ORTOGONAIS

O EC2 não especifica o procedimento a ser adotado para excentricidades direcionadas para o exterior em ligações de pilares de bordo e de canto. Para complementar o estudo e criar um programa computacional abrangente, foi pensada uma equação que talvez pudesse abranger esses casos.

O EC2 indica que, quando a excentricidade não é direcionada para o interior, a Eq.14 é aplicada. No entanto, esta equação só é pensada para um único momento, ou seja, não possibilita a resolução de flexão desviada. Por essa razão, foi desenvolvida uma equação que complementa a possibilidade da existência de dois momentos fletores.

Com o mesmo raciocínio da Eq.14, encontrou-se a seguinte equação:

$$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1xG}} \right)^2 \right]} \quad (54)$$

Em que:

u_1 perímetro do primeiro perímetro de controlo (ver Figuras 9, 10 e 12);

k_y e k_x determina-se com base nas Tabelas 1 e 2;

Para pilares interiores:

$$k_y \longrightarrow \frac{c_x}{c_y}$$

$$k_x \longrightarrow \frac{c_y}{c_x}$$

Para ligações de pilares de bordo:

$$k_y \longrightarrow \frac{c_x}{2c_y}$$

$$k_x \longrightarrow \frac{c_y}{2c_x}$$

V_{Ed} valor de cálculo do esforço cortante;

W_{1yG} e W_{1xG} calculado para o primeiro perímetro de controlo u_1 ;

No caso de estarmos perante um pilar retangular interior, W_{1xG} é obtido pela Eq.21 e W_{1yG} pela seguinte equação:

$$W_{1yG} = \frac{c_y^2}{2} + c_x c_y + 4c_x d + 16d^2 + 2c_y d\pi \quad (55)$$

Para ligações de pilares de bordo, W_{1xG} é obtido através da Eq.26 e para W_{1yG} aplica-se a Eq.49.

Por fim, no caso de ligações de pilares de canto, W_{1xG} é obtido através da Eq.53 e para W_{1yG} aplica-se a Eq.52.

A fim de avaliar a equação anterior, uma primeira comparação foi feita com a Eq.22 do EC2 para um pilar retangular interior com carga excêntrica em relação aos dois eixos. Para comparar o parâmetro β , foi criado um Excel com 6 casos onde os valores de c_x , c_y , d , V_{Ed} , M_{Edx} , M_{Edy} foram variados. Em seguida, apresenta-se o Quadro 3, que mostra os valores de β obtidos para cada uma das equações.

Quadro 3 - Valores do parâmetro β para um pilar interior.

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
$V_{Ed} = 2000 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 1050 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 1050 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 1750 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 1500 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 1607 \text{ kN}$
$M_{Ed, x} = 85 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 105 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 85 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 120 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 105 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 216 \text{ kN}$
$M_{Ed, y} = 105 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 85 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 105 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 150 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 85 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 378 \text{ kN}$
$c_x=1\text{m};$ $c_y=0.5\text{m};$ $d=0.14\text{m}$	$c_x=0.5\text{m};$ $c_y=1\text{m};$ $d=0.14\text{m}$	$c_x=0.5\text{m};$ $c_y=0.5\text{m};$ $d=0.14\text{m}$	$c_x =1,4\text{m};$ $c_y=1.2\text{m};$ $d=0.2\text{m}$	$c_x =0.7\text{m};$ $c_y=0.5\text{m};$ $d=0.14\text{m}$	$c_x =0.8\text{m};$ $c_y=0.5\text{m};$ $d=0.36\text{m}$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2}$$

1,102	1,194	1,218	1,095	1,139	1,244
-------	-------	-------	-------	-------	-------

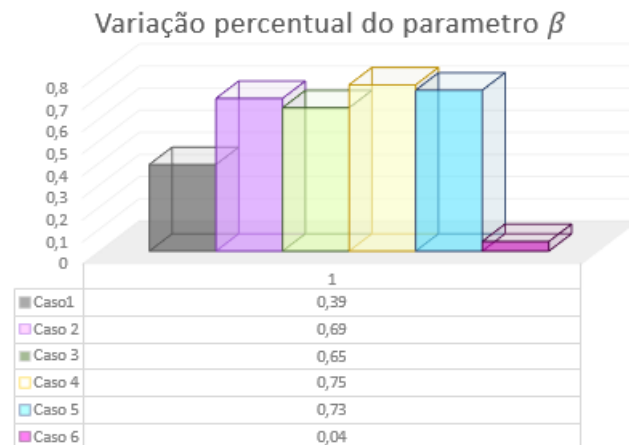
$$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1xG}} \right)^2 \right]}$$

1,097	1,186	1,211	1,087	1,131	1,243
-------	-------	-------	-------	-------	-------

A partir da análise dos resultados obtidos no Quadro 3, podemos concluir que a Eq.54 sugerida funciona como pretendido para um pilar retangular interior. A diferença entre os resultados do parâmetro β não é significativa, o esperado seria que a equação que o EC2 fornece apresentasse um resultado maior que a Eq.54.

Conclui-se que, para este caso, a Eq.54 pode ser utilizada. No Capítulo 4, é realizado o estudo de alguns casos onde é feita esta comparação de forma mais detalhada.

No Gráfico 1 é apresentada a variação percentual dos resultados obtidos do parâmetro β representados no Quadro 3.

Gráfico 1 - Variação percentual do parâmetro β para um pilar interior.

Depois, foi feita a mesma análise para o caso de ligações de pilares de bordo. O EC2 fornece a Eq.25 para o caso em que existe excentricidade em duas direções ortogonais. Dessa forma, seguiu-se o mesmo raciocínio utilizado no Quadro 3 e comparou-se os resultados para o parâmetro β entre a Eq.25 e a Eq.54.

Para esta análise recorreu-se às Eqs.47 , 48 e 49 aplicadas na Eq.54.

O EC2 indica que, quando existe excentricidade em duas direções ortogonais, o parâmetro β é determinado a partir da Eq.25 e o parâmetro k é determinado pelo Quadro 2. Na realidade, no decurso desta dissertação surgiu uma dúvida relativamente à relação que deveria ser considerada para se determinar o valor de k : $c_x/2c_y$ ou $c_x/(2c_y)$? O EC2 não indica a existência de parênteses para essa relação, e por esse motivo foi optado por realizar o cálculo de β com k determinado pela relação $c_x/2c_y$.

Para o parâmetro β ser determinado a partir das Eqs.25 e 54, foi considerado o mesmo referencial apresentado na Figura 22.

Portanto, na Eq.25 utilizada nesta comparação, aplicou-se para u_1 a Eq.6 e para u_{1*} a Eq.8. O parâmetro k corresponde a k_x e foi determinado pela relação $c_x/2c_y$ (Quadro 2). O W_1 a ser utilizado corresponde a $W_{1,X\bar{G}}$ e aplicou-se a Eq.48, que é igual a Eq.26 fornecida pelo EC2. Quanto ao e_{par} , sabe-se que corresponde à excentricidade na direção paralela ao bordo da laje, resultante de um momento em torno de um eixo perpendicular ao bordo da laje. Portanto, considerou-se que, para o referencial adoptado

$$e_{par} = e_y = \frac{M_{Ed,x}}{V_{Ed}}$$

Na Eq.54 havia dúvida se o parâmetro k deveria ser determinado pela relação c_x/c_y , como no caso analisado anteriormente de um pilar interior, ou se, tal como na Eq.25, deveria ser pela relação $c_x/2c_y$. Foi realizada uma experiência com ambas as relações, e concluiu-se que, no caso de ligações de pilares de bordo, para a Eq.54, k_x e k_y devem ser determinados pelo Quadro 2 através das relações $c_y/2c_x$ e $c_x/2c_y$, respetivamente.

Como anteriormente, foi feita uma comparação dos resultados de β para 6 casos, variando-se os valores de c_x , c_y , d , V_{Ed} , $M_{Ed,x}$, $M_{Ed,y}$ para o caso de ligações de pilares de bordo. O Quadro 4 representa os resultados do parâmetro β para ambas as Eqs.25 e 54, quando existe excentricidade dirigida para o interior nas duas direções ortogonais.

Quadro 4 - Valores do parâmetro β no caso de ligações de pilares de bordo

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
$V_{Ed} = 150 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 150 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 260 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 400 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 850 \text{ kN}$	$V_{Ed} = 980 \text{ kN}$
$M_{Ed, x} = 30 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 60 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 58 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 100 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 115 \text{ kN}$	$M_{Ed, x} = 170 \text{ kN}$
$M_{Ed, y} = 25 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 15 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 20 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 60 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 702 \text{ kN}$	$M_{Ed, y} = 900 \text{ kN}$
$c_x=0.5\text{m};$ $c_y=0.3\text{m};$ $d=0.2\text{m}$	$c_x=0.5\text{m};$ $c_y=1\text{m};$ $d=0.14\text{m}$	$c_x=0.5\text{m};$ $c_y=0.5\text{m};$ $d=0.14\text{m}$	$c_x = 1.4\text{m};$ $c_y=1.2\text{m};$ $d=0.2\text{m}$	$c_x = 0.4\text{m};$ $c_y=0.5\text{m};$ $d=0.34\text{m}$	$c_x = 0.5\text{m};$ $c_y=0.6\text{m};$ $d=0.36\text{m}$

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$$

1,49	1,58	1,34	1,37	1,23	1,26
------	------	------	------	------	------

$$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1xG}} \right)^2 \right]}$$

1,44	1,52	1,31	1,35	2,91	2,65
------	------	------	------	------	------

Os primeiros quatro casos analisados correspondem a momentos fletores menores em comparação com o V_{Ed} , o que resulta em excentricidades relativamente pequenas. Nestes casos, a equação proposta apresenta resultados coerentes quando comparada com a equação fornecida pelo EC2. No entanto, nos últimos dois casos analisados, onde os momentos fletores são mais elevados e levam a uma excentricidade próxima do valor 1, observa-se uma discrepância nos resultados obtidos através da expressão proposta. Conclui-se que a expressão proposta não é válida para todos os casos e, por isso, não pode ser aplicada de forma geral no caso de ligações de pilares de bordo.

3.4. FERRAMENTA DE CÁLCULO

Foi desenvolvida uma ferramenta de cálculo que permite verificar a segurança ao punçoamento em lajes fungiformes com base nas equações fornecidas pelo EC2. Além disso, a ferramenta também verifica a segurança ao punçoamento com a aplicação da Eq.54 proposta. Esta ferramenta realiza a verificação para três casos específicos: pilares interiores, pilares de bordo e pilares de canto. A ferramenta apresenta ambos os resultados da verificação, o que permite comparar os resultados obtidos com as equações do EC2 e a Eq.54. Todas as aplicações da Eq.54 são designadas como "proposto" para facilitar a distinção dos resultados.

3.4.1. LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Python foi a linguagem de programação utilizada para o desenvolvimento da ferramenta de verificação da segurança ao punçoamento. O código foi desenvolvido no *Microsoft Visual Studio*, uma plataforma de desenvolvimento integrado que oferece muitas ferramentas úteis no auxílio ao desenvolvimento de códigos em *Python*.

Esta escolha foi feita devido a vários fatores: *Python* é uma linguagem de programação de alto nível, o que significa que é fácil de ler e escrever, e possui uma sintaxe simples e intuitiva, o que facilita o desenvolvimento e manutenção do código. Além disso, *Python* possui uma ampla gama de bibliotecas disponíveis. Por ser uma linguagem de programação popular, há uma grande comunidade de desenvolvedores que podem ajudar com dúvidas ou problemas durante o desenvolvimento. O *Microsoft Visual Studio*, por sua vez, é uma plataforma de desenvolvimento integrado que oferece muitas ferramentas úteis para ajudar a desenvolver aplicativos em *Python*, como depuradores, editores de código avançados e integração com o controle de versão.

Para desenvolver a ferramenta de cálculo, foram incluídos detalhes sobre as equações do EC2 e da Eq.54 (proposta) que são utilizadas na verificação de segurança. Todas as equações utilizadas no desenvolvimento da ferramenta de cálculo estão expostas nos capítulos 2 e 3.

A Figura 31 mostra o fluxograma do processo de verificação da segurança ao punçoamento pelo código desenvolvido. O processo de verificação é dividido em três partes:

1. O utilizador escolhe o caso a ser avaliado: Pilares Interiores, Pilares de Bordo ou Pilares de Canto;
2. O utilizador fornece um conjunto de dados necessários para a verificação;
3. O código apresenta os resultados de todos os cálculos intermédios, das verificações e, se necessário, o valor de A_{sw} e $u_{out,ef}$;

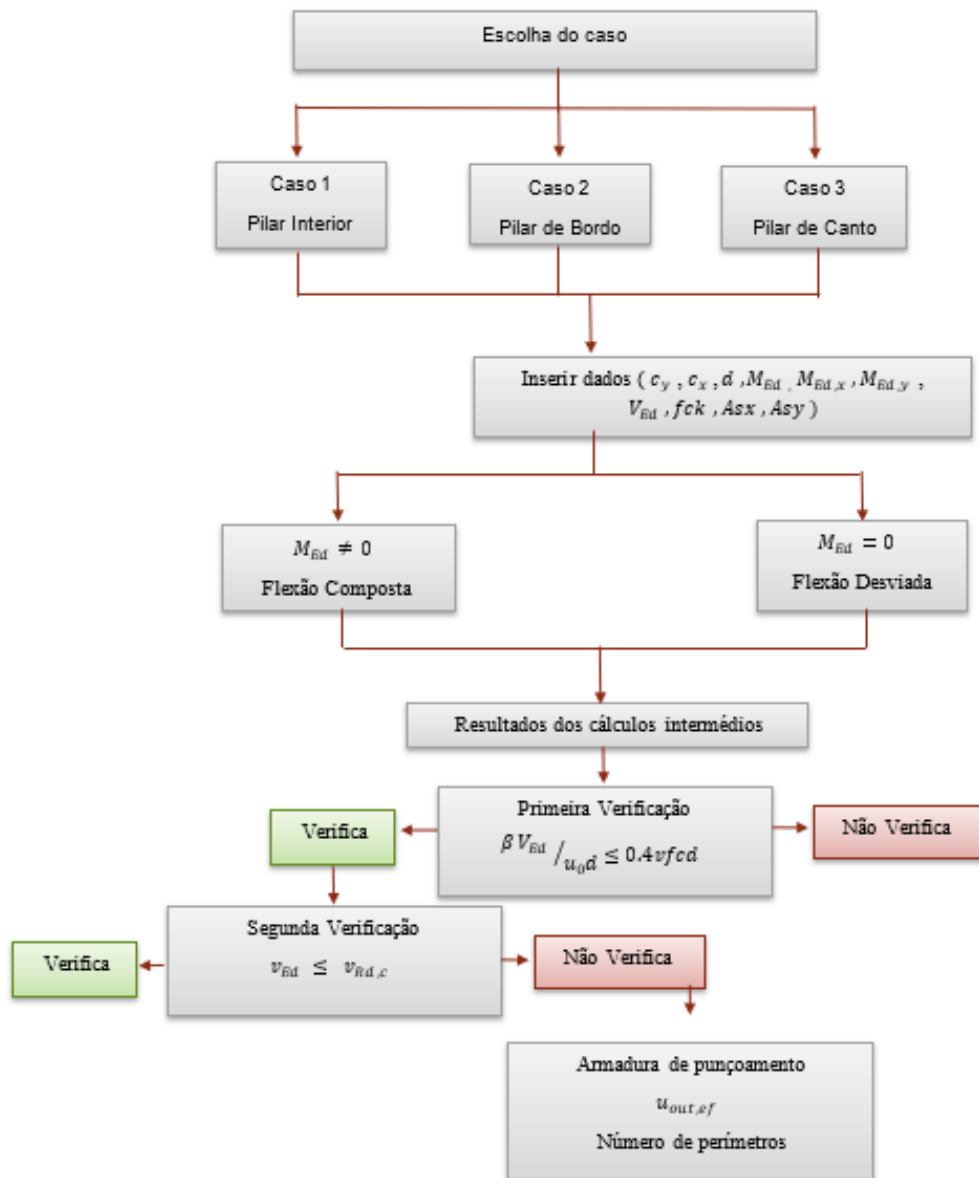


Figura 31- Fluxograma da ferramenta de cálculo.

3.4.2. VISÃO GERAL DO PROGRAMA – COMPONENTE GRÁFICA

A componente gráfica da ferramenta de cálculo, denominado por aplicação, foi desenvolvida para poder vir a ser executada num ambiente de partilha. A página *WEB* foi a escolhida entre outras opções para criar uma interface gráfica para o código desenvolvido em *Python*. Esta página *WEB* foi concebida para uso local, ou seja, a aplicação só pode ser executada se o utilizador tiver acesso ao código em *Python*, bem como aos demais arquivos de configuração do servidor *WSGI* e código *HTML*.

Esta escolha envolveu o desafio de adaptar o código desenvolvido para ser executado num compilador *Python* e correr num servidor *HTML*. A maioria dos servidores web não possuem esta componente desenvolvida para os requisitos atuais do *Python*, o que implicou a utilização de uma interface *gateway* servidor web (*WSGI*, *Web Server Gateway Interface*) em conjunto com o servidor *WEB*. Para o desenvolvimento e apresentação deste trabalho, foi utilizada a plataforma *WSGI FLASK* (Figura 32).

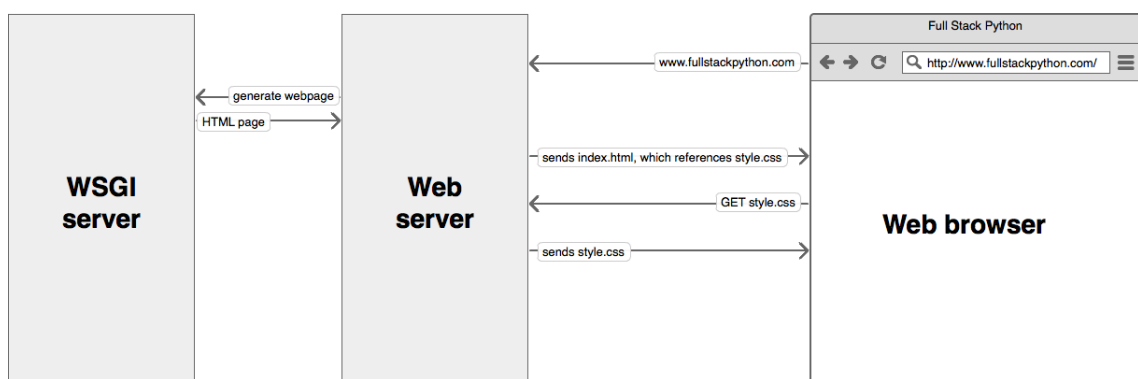


Figura 32 - Estrutura da aplicação gráfica.

O código *Python* escrito foi adaptado para poder receber valores de entrada e devolver o resultado utilizando os dados formatados em *JSON* (*JavaScript Object Notation*) (Figura 33 e Figura 34)

Payload do pedido	
1	<pre>{"case":1,"cy":0.5,"cx":0.5,"d":0.22,"Med":75,"Medx":0,"Medy":0,"Ved":708,"fck":25,"Asx":18.8,"Asy":23.7}</pre>

Figura 33 - Parâmetros de entrada em *JSON*.

```

  ▾ Filtrar propriedades
JSON
1  {
2  "Asw": 4.031823880260002,
3  "Asw1Sr": 26.878825868400014,
4  "AswF10": 6,
5  "AswF12": 4,
6  "AswF8": 9,
7  "Asx": 18.8,
8  "Asy": 23.7,
9  "CRdc": 0.12,
10 "Cond1": true,
11 "Cond2": false,
12 "KK": 1.9534625892455924,
13 "Ka": 1.9534625892455924,
14 "Kb": 2,
15 "Med": 75.0,
16 "Medx": 0.0,
17 "Medy": 0.0,
18 "VRdMAX": 3600.000000000001,
19 "Ved": 708.0,
20 "Vrdc": 676.0463717690575,
21 "Vrdc1": 0.6760463717690575,
22 "Vrdc2": 0.4777995059943401,
  ..

```

Figura 34 - Exemplo de resultados em JSON.

3.4.2.1. Configuração Servidor WSGI FLASK

A configuração do servidor WSGI FLASK, é feita num único ficheiro o qual é carregado pelo modulo servido web do Python (Figura 35 e Figura 36).

```

# save this as app.py
from flask import Flask, request
from markupsafe import escape

app = Flask(__name__)

@app.route('/')
def hello():
    name = request.args.get("name", "World")
    return f'Hello, {escape(name)}!'

$ flask run
* Running on http://127.0.0.1:5000/ (Press CTRL+C to quit)

```

Figura 35 - Exemplo aplicação em FLASK.

```

@app.route("/cccccc", methods=["POST"])
def do_all():
    result = request.get_json()
    f = open("log_hello_cccccc.txt", "a")
    print(dt_string + ":" + dumps(result), file=f)
    data_dict= {}

    ww=pjvf.projoana(result)
    print(dt_string + ":" + dumps(ww), file=f)
    data_dict=ww
    f.close
    return jsonify(data_dict)
    
```

Figura 36 - Código desenvolvido em Python que recebe e devolve dados dentro do FLASK.

3.4.2.2. Aplicação HTML

Para o desenvolvimento da aplicação em HTML, foi utilizado HTML com frameworks de Javascript, AlpineJS e Axios, para tratar da componente de comunicação, envio de dados, parâmetros de entrada e recolhas dos resultados. Para a formatação do HTML, foi utilizada a framework de CSS, O Tailwinds.

A execução do código em Python através de uma interface WEB (gráfica) possibilita uma entrada de dados mais rápida e flexível, além de permitir a otimização dos resultados através de pequenas ou significativas alterações nos dados de entrada. A Figura 37 apresenta a visão inicial da aplicação criada.

Figura 37 - Visão inicial da aplicação.

A aplicação possui duas seções principais: uma para inserção de dados e outra com botões para seleção do caso de estudo. A opção selecionada na Figura 37 (Guia) por padrão, apresenta o raciocínio que o código em *Python* seguiu e, conseqüentemente, o mesmo que a aplicação segue, através de um fluxograma ilustrativo (Figura 31). Desta forma, os usuários podem compreender melhor como a aplicação processa os dados de entrada e gera os resultados.

Para cada caso, as equações correntes foram estabelecidas de acordo com EC2. Além dessas equações, a aplicação apresenta também os resultados da Eq.54, bem como os resultados calculados a partir deste $\beta_{proposto}$. Todas as expressões calculadas a partir da Eq.54 são designação “P” no final, para ser possível facilitar a distinção entre os resultados através das equações do EC2 e da equação proposta.

Quando os resultados das equações determinadas a partir de $\beta_{proposto}$ são “undefine”, isso significa que para o caso em análise a equação proposta não é aplicável. Por exemplo, para o caso 1 (pilar interior), quando se trata de flexão composta, a expressão fornecida para β pelo EC2 fornecerá o mesmo resultado que a Eq.54, tornando desnecessária a sua utilização.

Após a seleção ou inserção manual de valores, os resultados são obtidos após ser premido o botão calcular (botão azul). O tempo de execução é rápido, menos de um segundo. Aos valores finais analisados, são também disponibilizados os valores intermediários usados para cálculo, e um log da execução do programa no compilador de *Python*. Na Figura 38 é ilustrado como os resultados para o caso 1 serão apresentados, incluindo a disposição dos dados e informações relevantes para a análise.

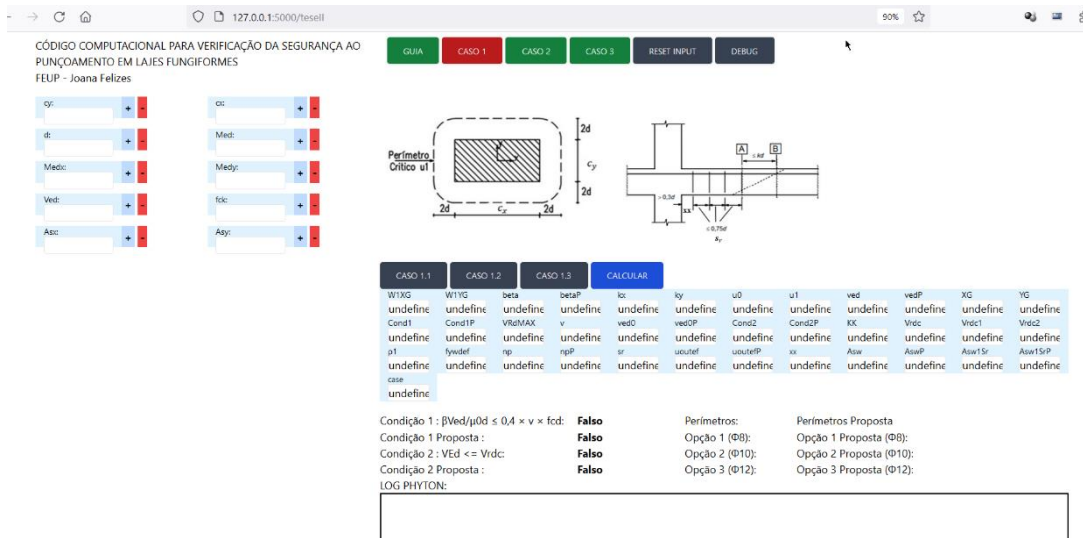


Figura 38 - Visão geral da aplicação para o caso 1.

4

ANÁLISE DE RESULTADOS DA FERRAMENTA DE CÁLCULO

Para garantir o correto funcionamento da ferramenta computacional de verificação da segurança ao punçoamento em lajes fungiformes, foram realizados estudos de caso para cada tipo de pilar (interior, bordo e canto). Para cada pilar, foi realizada uma verificação da segurança ao punçoamento com base nas equações fornecidas pelo EC2, utilizando a ferramenta de cálculo criada. Como esta não apresenta o desenho da armadura de reforço ao punçoamento, foi utilizado o *Autodesk AutoCAD* para desenhar a armadura com base nos resultados fornecidos pela ferramenta de cálculo.

Inicialmente, foi realizada uma verificação analítica do caso de um pilar interior para comparar os resultados obtidos com a ferramenta de cálculo. Os resultados para os outros casos de pilares (bordo e canto) são apresentados apenas pela ferramenta de cálculo.

Além da verificação da segurança ao punçoamento realizada para cada caso, compararam-se os valores de β obtidos com a Eq.54 (proposta) e com a Equação fornecida pelo EC2. Esta comparação foi realizada para todos os tipos de pilares (interior, bordo e canto), para casos de flexão composta e flexão desviada, a fim de avaliar a possibilidade de aplicação da equação proposta na verificação da segurança ao punçoamento.

4.1. PILAR INTERIOR

4.1.1. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO - FORMULAÇÃO ANALÍTICA

Para esta análise, foram retirados os seguintes dados apresentados no Quadro 5 de um exemplo descrito [14]. Com base nas características deste pilar interior, foi inicialmente realizada uma análise analítica para a verificação da segurança ao punçoamento.

Quadro 5- Características do primeiro caso em análise (pilar interior).

Materiais	
Betão C25/30	
Aço A500	
Esforços	Armaduras
$V_{Ed} = 708 \text{ kN}$	$A_{sx} = 18.8 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 16 // 0.1$
$M_{Ed,x} = 75 \text{ kN}$	$A_{sy} = 23.70 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 20 // 0.125$
Pilar	Laje
$c_y = 0.5 \text{ m}$	$h = 0.25 \text{ m}$
$c_x = 0.5 \text{ m}$	$d = 0.22 \text{ m}$

- Cálculos Intermédios

$$u_1 = 2 \times (c_x + c_y) + 4\pi d = 2 \times (0.5 + 0.5) + 4\pi \times 0.22 = 4.76 \text{ m}$$

$$\frac{c_x}{c_y} = \frac{c_y}{c_x} = \frac{0.5}{0.5}$$

$$k_y = k_x = 0.6$$

$$W_1 = \frac{c_x^2}{2} + c_x c_y + 4c_y d + 16d^2 + 2c_x d\pi$$

$$= \frac{0.5^2}{2} + 0.5 \times 0.5 + 4 \times 0.5 \times 0.22 + 16 \times 0.22^2 + 2 \times 0.5 \times 0.22\pi = 2.281 \text{ m}^2$$

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} = 1 + 0.6 \times \frac{75}{708} \times \frac{4.765}{2.281} = 1.133$$

- Primeira verificação

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,max}$$

$$u_0 = 2 \times (c_x + c_y) = 2 \times (0.5 + 0.5) = 2.0 \text{ m}$$

$$v = 0,6 \left(1 + \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left(1 + \frac{25}{250} \right) = 0,54$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25 \times 10^3}{1,5} = 16666,667$$

$$v_{Rd,max} = 0,4v \times f_{cd} = 0,4 \times 0,54 \times 16666,667 = 3600,001 \text{ kPa}$$

$$v_{Ed,0} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} = 1,133 \times \frac{708}{2 \times 0,22} = 1822,762 \text{ kPa}$$

$$1822,762 \text{ KPa} \leq 3600,001 \text{ kPa}$$

- Segunda verificação

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} = 1,133 \times \frac{708}{4,765 \times 0,22} = 765,13 \text{ kPa}$$

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \times k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

$$\rho_{lx} = \frac{A_{sl,x}}{b \times d} = \frac{18,8 \times 10^{-4}}{0,22} = 0,0085$$

$$\rho_{ly} = \frac{A_{sl,y}}{b \times d} = \frac{23,7 \times 10^{-4}}{0,22} = 0,0108$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02 = \sqrt{0,0085 \cdot 0,0108} = 0,0096$$

$$f_{ck} = 25$$

$$k = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2 \right\} = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{0,22}}; 2 \right\} = \min\{1,953; 2\} = 1,953 \leq 2,0$$

$$v_{min} = 0,035 \times k^{\frac{3}{2}} \times f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 \times 1,953^{\frac{3}{2}} \times 25^{\frac{1}{2}} = 0,477$$

$$\begin{aligned} v_{Rd,c} &= \max \left\{ C_{Rd,c} \times k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}}; 0,035 \times k^{\frac{3}{2}} \times f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &= \max \left\{ 0,12 \times 1,953(100 \times 0,0096 \times 25)^{\frac{1}{3}}; 0,035 \times 1,953^{\frac{3}{2}} \times 25^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &= \max\{0,676; 0,477\} = 0,676 \text{ MPa} = 676 \text{ kPa} \leq 765,13 \text{ kPa} \end{aligned}$$

É necessário, portanto, adotar armadura específica de punçamento.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,cs}$$

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \times v_{Rd,c} + 1,5 \times \frac{d}{s_r} \times A_{sw} \times f_{ywd,ef} \times \frac{1}{u_1 d} \times \sin \alpha$$

$$v_{Ed} \leq 0,75 \times v_{Rd,c} + 1,5 \times \frac{d}{s_r} \times A_{sw} \times f_{ywd,ef} \times \frac{1}{u_1 d} \times \sin \alpha$$

Em que:

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(v_{Ed} - 0,75 \times v_{Rd,c}) \times u_1}{1,5 \times f_{ywd,ef} \times \sin \alpha} = \frac{(0,765 - 0,75 \times 0,676) \times 4,765}{1,5 \times (250 + 0,25 \times (220))} = 0,269$$

$$= 26,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_r = \begin{cases} 0,2 \\ 0,15 \\ 0,10 \end{cases} \leq 0,75 \times d = 0,15 \leq 0,165 \text{ m}$$

$$A_{sw} = 26,9 \times 0,15 = 4,035 \rightarrow 9\phi 8$$

$$u_{out,ef} = \beta \times \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \times d} = 1,133 \times \frac{708}{676 \times 0,22} = 5,39 \text{ m}$$

$$x = \begin{cases} 0,10 \\ 0,15 \end{cases} > 3 \times d = 0,10 > 0,066 \text{ m}$$

$$N^{\circ} \text{Perímetros} = \frac{\frac{u_{out,ef} - \frac{cy}{2} - x - 1,5d}{2\pi}}{s_r} + 1 = \frac{\frac{5,39 - \frac{0,5}{2} - 0,1 - 1,5 \times 0,22}{2}}{0,15} + 1 = 2,19$$

4.1.2. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO – FERRAMENTA DE CÁLCULO

Após a formulação analítica anteriormente realizada, foi feita a mesma verificação utilizando ferramenta de cálculo desenvolvida. Na Figura 39 são apresentados os resultados obtidos pela ferramenta de cálculo, para que seja possível verificar a sua eficácia.

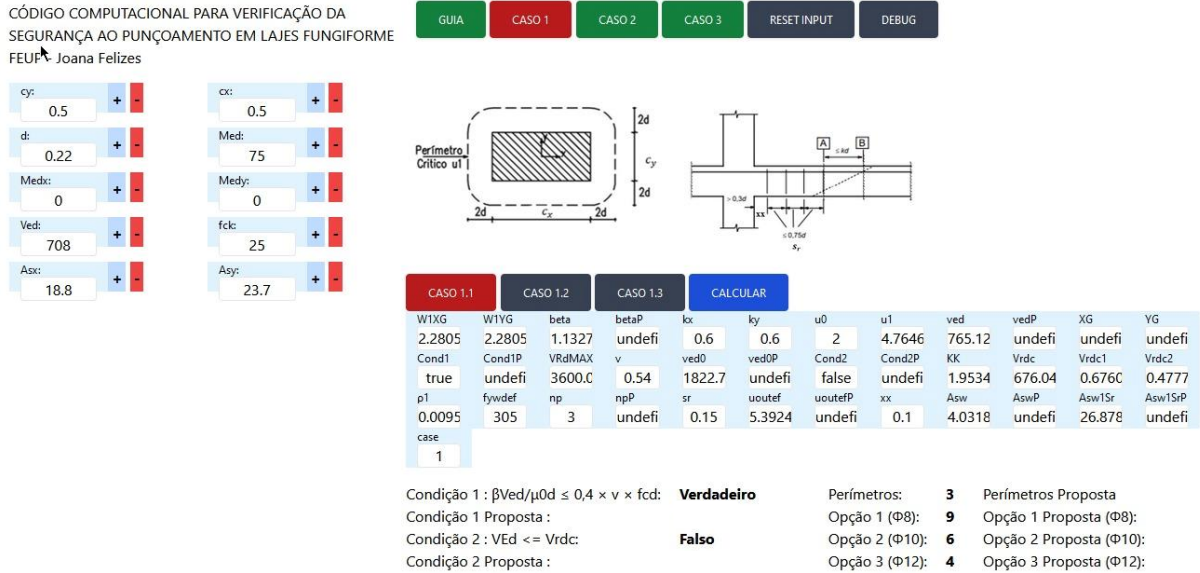


Figura 39 - Resultados do primeiro caso em análise (pilar interior).

Por fim, é apresentado o desenho da armadura de reforço de punçoamento (Figura 40 e Figura 41). Como mencionado anteriormente, a ferramenta de cálculo não exporta esse desenho, apenas indica o necessário para que ele possa ser feito. Apesar do resultado para este caso ser $9\phi 8$, a armadura de reforço de punçoamento foi desenhada com $12\phi 8$ para fins de simetria. Como o resultado da aproximação do número de perímetros a utilizar foi de 2.19, iniciou-se um processo iterativo no *AutoCAD* utilizando 2 perímetros. No entanto, verificou-se que isso não era possível devido ao perímetro de controlo deste caso. Assim, o número de perímetros foi igual a 3.

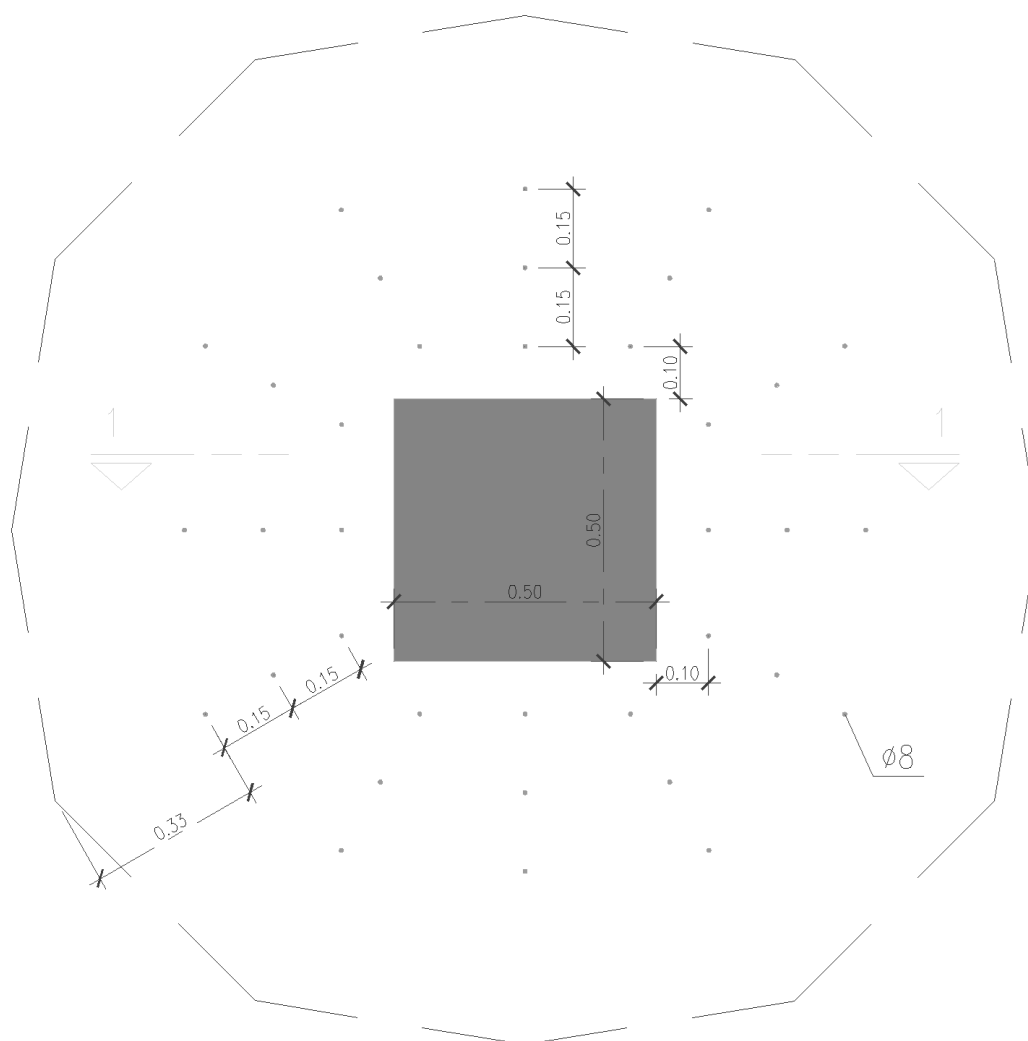


Figura 40 - Planta da armadura de punçoamento do primeiro caso em análise (pilar interior).

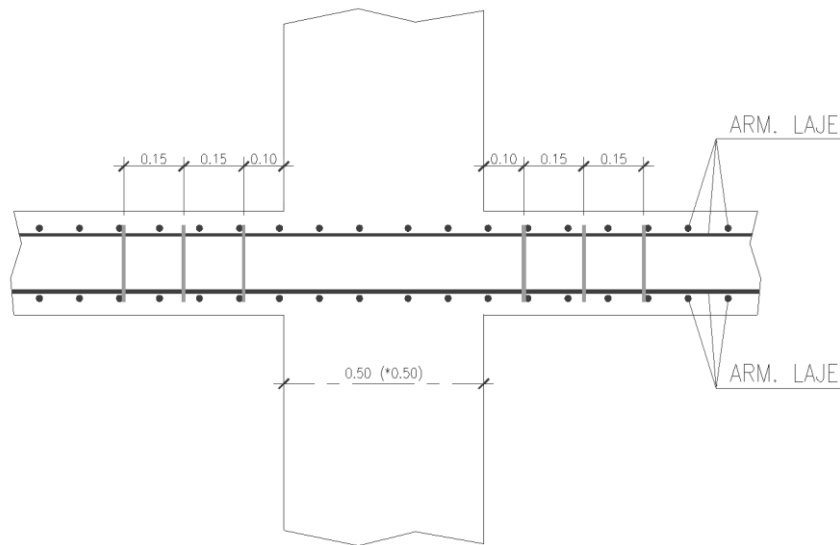


Figura 41 - Corte 1-1 do primeiro caso em análise (pilar interior).

4.1.3. COMPARAÇÃO DE β

A seguir, é realizada uma comparação do parâmetro β para dois casos de flexão desviada: um de um pilar quadrado (Quadro 6) e outro de um pilar retangular (Quadro 8). O objetivo desta comparação é entender de forma detalhada o impacto da Eq.54 para β na verificação de segurança ao punçoamento e se ela pode ou não ser utilizada.

4.1.3.1. Pilar Interior Quadrado

O Quadro 6 apresenta as características do pilar em análise, sendo que se trata de um caso de flexão desviada. Estes dados foram inseridos na ferramenta de cálculo e os resultados obtidos encontram-se expostos do lado direito da ferramenta de cálculo como se pode visualizar na Figura 42.

Quadro 6 - Características do segundo caso em análise (pilar interior quadrado).

Materiais	
Betão C25/30	
Aço A500	
Esforços	Armaduras
$V_{Ed} = 705 \text{ kN}$	$A_{sx} = 23.70 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 20 // 0.125$
$M_{Ed,x} = 75 \text{ kN}$	$A_{sy} = 18.8 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 16 // 0.1$
$M_{Ed,y} = 85 \text{ kN}$	
Pilar	Laje
$c_y = 0.5 \text{ m}$	$h = 0.25 \text{ m}$

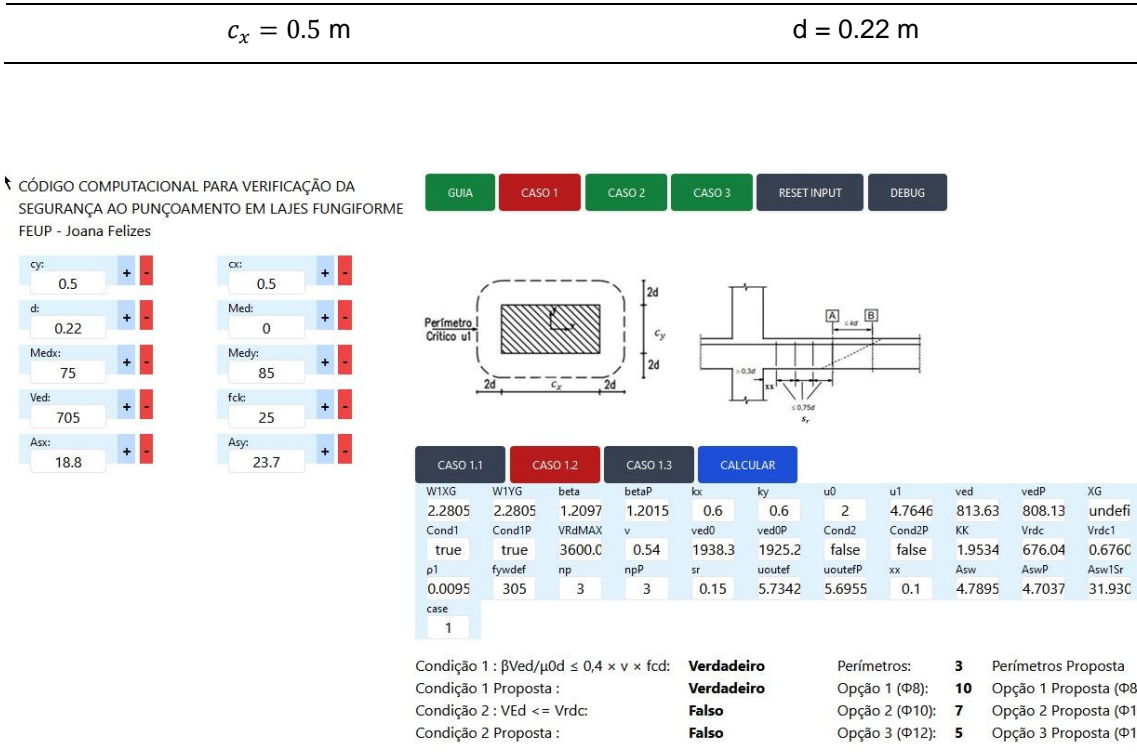


Figura 42 - Resultados do segundo caso em análise (pilar interior quadrado).

Com base na Figura 42 conclui-se que a diferença para o parâmetro β entre a Eq.22 e a Eq.54 (proposta) é muito pequena, sendo o resultado da Eq.54 ligeiramente menor. Como consequência, a tensão de punçamento máxima (v_{ED}) calculada a partir deste resultado é também menor do que a calculada através da Eq.22 que o EC2 fornece. Ambas as Eqs.22 e 54 verificam a primeira condição e ambas precisam de armadura de reforço de punçamento. Em resumo, os resultados para um pilar com estas características não são influenciados pela equação proposta. No Quadro 7 é possível perceber que, se optarmos por usar varões de 12 mm, serão necessários no mínimo 7 varões se utilizarmos a Eq.22 e pelo menos 6 varões se utilizarmos a Eq.54.

Quadro 7 - Comparação de resultados do segundo caso em análise (pilar interior quadrado).

$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2}$ $= 1.21$	$A_{sw} = 4.79 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 10\phi 8 ; 7\phi 10 ; 5\phi 12$ $u_{out,ef} = 5.73 \text{ m}$ $N^\circ \text{ de perimetros} = 3$
%DIFERANÇA = 0,83%	
$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1,yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1,xG}} \right)^2 \right]}$ $= 1.20$	$A_{sw} = 4.70 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 10\phi 8 ; 6\phi 10 ; 5\phi 12$ $u_{out,ef} = 5.70 \text{ m}$ $N^\circ \text{ de perimetros} = 3$

4.1.3.2. Pilar Interior Retangular

No Quadro 8 apresenta as características do pilar retangular em análise, sendo este também analisado sob a condição de flexão desviada. Na Figura 43 são apresentados os resultados obtidos através da ferramenta de cálculo, que permitem a comparação rápida entre os resultados obtidos através da expressão fornecida pelo EC2 e a expressão proposta.

Quadro 8 - Características do terceiro caso em análise (pilar interior retangular).

Materiais	
Betão C25/30	
Aço A500	
Esforços	Armaduras
$V_{Ed} = 1607$ kN	$A_{sx} = 31.42$ cm ² /m → $\phi 20//0.1$
$M_{Ed,x} = 378$ kN	$A_{sy} = 20.10$ cm ² /m → $\phi 16//0.1$
$M_{Ed,y} = 216$ kN	
Pilar	Laje
$c_y = 0.5$ m	$h = 0.40$ m
$c_x = 0.8$ m	$d = 0.36$ m

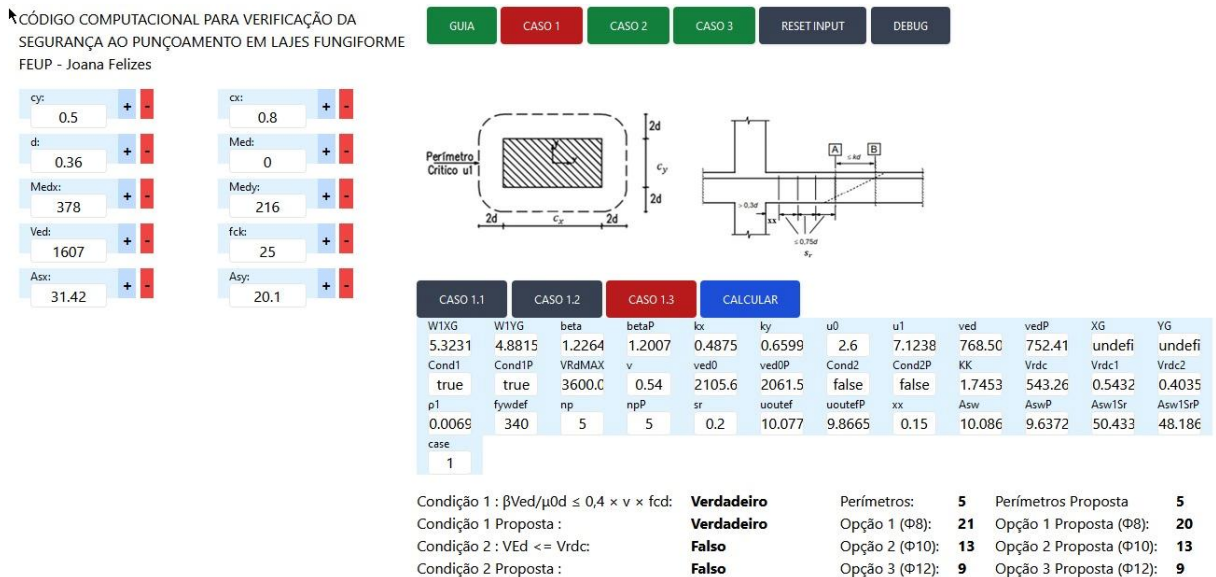


Figura 43 - Resultados do terceiro caso em análise (pilar interior retangular).

Ao analisar os resultados acima apresentados (Figura 43), observa-se que a diferença entre os resultados do parâmetro β é maior do que no caso analisado anteriormente, embora ainda não seja uma diferença significativa. Como era esperado, o resultado de β na Eq.54 é menor que o resultado da Eq.22, o que teve influência nos resultados subsequentes.

No Quadro 9, é possível verificar que a diferença percentual entre o β calculado através das Eqs.22 e 54 resulta em uma diferença no número de varões de reforço. Usando a Eq.22 seriam necessários no mínimo 21 varões de 8 mm, enquanto usando a Eq.54 seriam necessários no mínimo 20 varões. Ambas as equações. apresentam perímetros de controle semelhantes, mas como esperado, o perímetro de controle calculado através da Eq.54 é ligeiramente menor.

Quadro 9- Comparação de resultados do terceiro caso em análise (pilar interior retangular)

$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2}$ $= 1.23$	$A_{sw} = 10.09 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 21\phi 8 ; 13\phi 10 ; 9\phi 12$ $u_{out,ef} = 10.08 \text{ m}$ $N^\circ \text{ de perimetros} = 5$
%DIFERENÇA = 2.50%	
$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1,yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1,xG}} \right)^2 \right]}$ $= 1.20$	$A_{sw} = 9.64 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 20\phi 8 ; 13\phi 10 ; 9\phi 12$ $u_{out,ef} = 9.87 \text{ m}$ $N^\circ \text{ de perimetros} = 5$

As análises anteriormente descritas indicam que a ferramenta de cálculo está a funcionar como o esperado e que o uso da Eq.54 (proposta) para pilares interiores não apresenta problemas significativos. Em ambos os casos analisados, as diferenças foram sempre pequenas e seguiram o valor esperado.

4.2. PILAR DE BORDO

4.2.1. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇAMENTO

Para efeitos do dimensionamento de um pilar de bordo (bem como de um pilar de canto, que será abordado no subcapítulo 4.3), será utilizada a informação referente ao projeto de uma laje fungiforme, e correspondente verificação de segurança ao punçamento, documentadas em [15]. A Figura 44 representa a planta da zona estudada da laje fungiforme, bem como o pilar de bordo P4, que será o caso analisado no presente subcapítulo. Trata-se de uma laje aligeirada, com zonas maciças em tornos dos pilares, destinada a suportar uma carga de $17,625 \text{ kN/m}^2$ ($1,5*5 + 1,35*7,5$), com: $h=0,40$; $d=0,36$; C25/30; A500NR

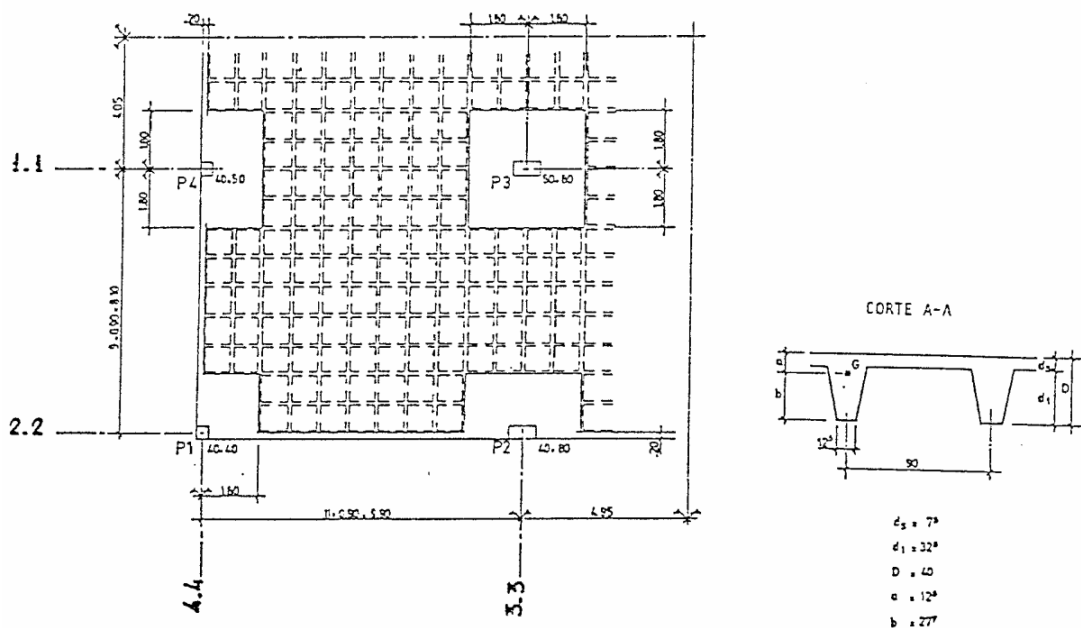


Figura 44 - Planta da zona que engloba os pilares estudados (P4 e P1) [15].

No Quadro 10, são apresentadas as características do pilar P4, necessárias para a verificação da segurança ao punçamento e para determinar a quantidade de armadura necessária. Na Figura 45, é possível observar a inserção desses mesmos dados do lado esquerdo e os resultados obtidos do lado direito da ferramenta de cálculo.

Quadro 10- Características do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).

Materiais	
Betão C25/30	
Aço A500NR	
Esforços	Armaduras
$V_{Ed} = 725$ kN	$A_{sx} = 18.10$ cm ² /m → $\phi 16//0.1$
$M_{Ed,x} = 100$ kN	$A_{sy} = 11.30$ cm ² /m → $\phi 12//0.1$
$M_{Ed,y} = 702$ kN	
Pilar	Laje
$c_y = 0.5$ m	$h = 0.40$ m
$c_x = 0.4$ m	$d = 0.36$ m

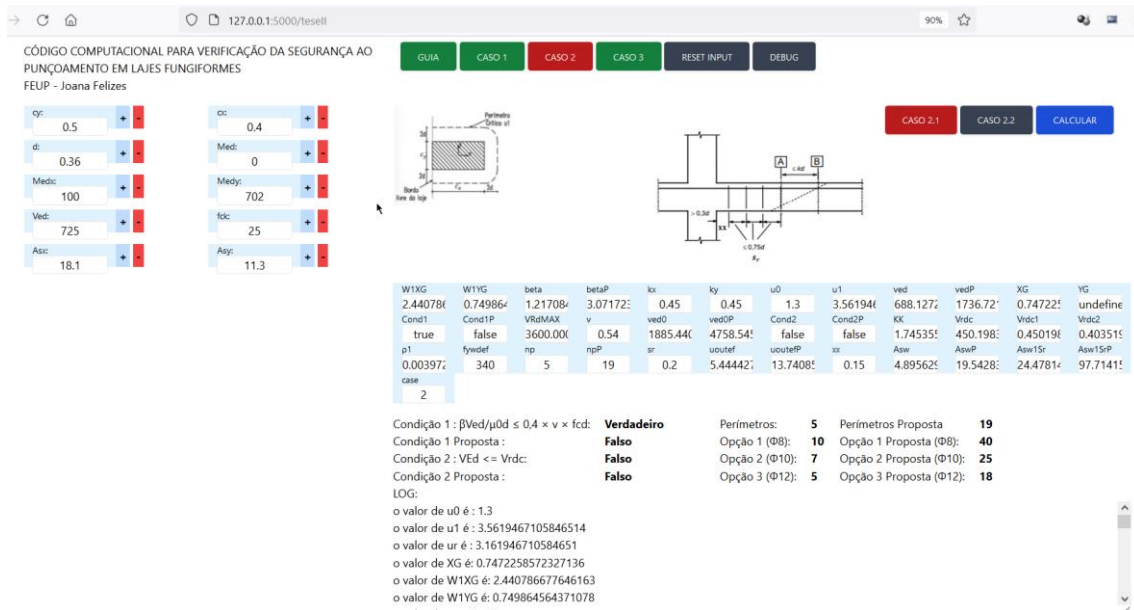


Figura 45 -Resultados do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).

Por último, com base nos resultados obtidos através da ferramenta de cálculo, é apresentado o desenho da armadura de reforço de punçoamento de acordo os valores apresentados na Figura 45 Este desenho foi realizado em *AutoCAD* para ilustração, como apresentado nas figuras Figura 46 e Figura 47.

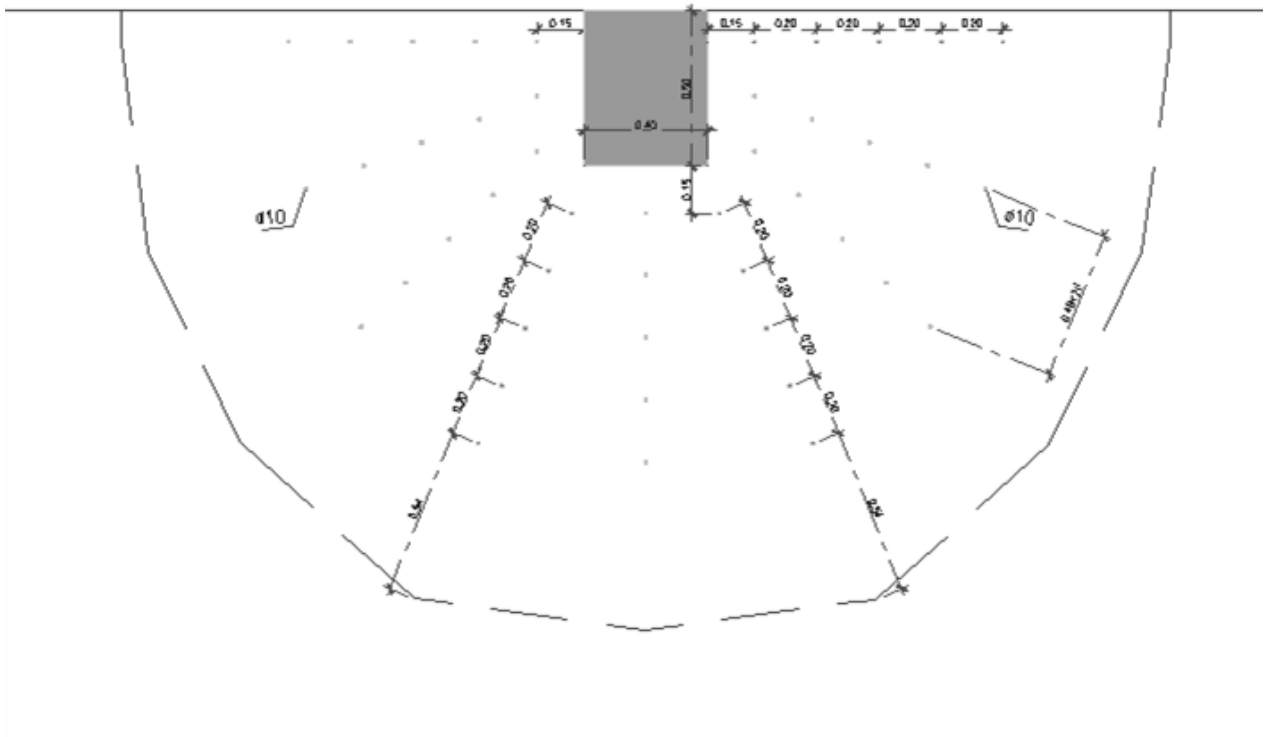


Figura 46 - Planta da armadura de punçamento do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).

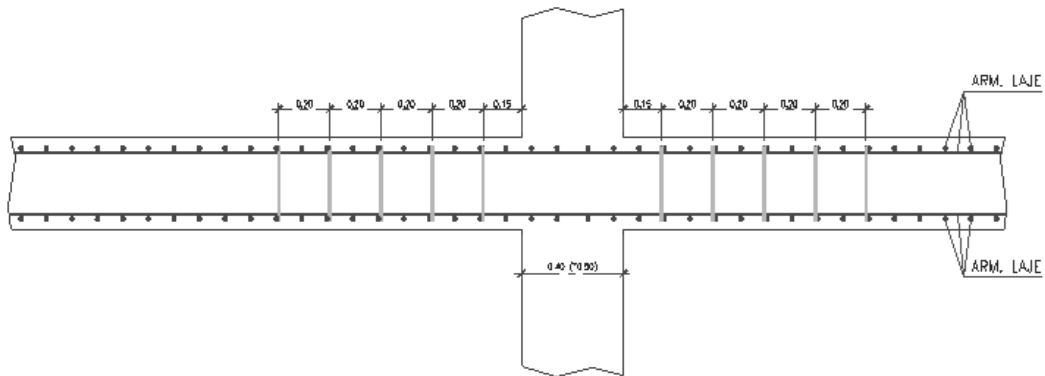


Figura 47 - Corte 1-1 do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).

Note-se que neste caso o $u_{out,eff}$ fica posicionado exteriormente à zona maciça, o que não permite demonstrar com base no EC2 a segurança da laje na zona em que já não existem estribos.

Em vista desta observação, para que o $u_{out,eff}$ apresentado possa ser incorporado no espaço previsto para a laje maciça, é necessário ampliar a zona maciça. Ou alternativamente a laje seria concebida como se fosse maciça. Caso contrário, não será possível incorporar esta solução. Esta solução pode ser devida à divergência no critério utilizado na concepção da laje em comparação com as disposições do EC2 atualmente utilizadas.

4.2.2. COMPARAÇÃO DE β

Para um pilar com as mesmas características do anteriormente mencionado (Quadro 10), foi realizada uma comparação do parâmetro β usando as Eqs.54 e 25. A Figura 37 mostra os resultados obtidos com ambas as equações. O objetivo dessa análise é verificar a hipótese de utilização da Eq.54 e avaliar o efeito dela na tensão de punçamento máxima e na segurança do pilar quanto ao punçamento.

Quadro 11- Comparação de resultados do primeiro caso em análise (pilar de bordo P4).

$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$ $= 1.22$	$A_{sw} = 4.90 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 10\phi 8 ; 7\phi 10 ; 5\phi 12$ $u_{out,ef} = 5.44 \text{ m}$ $N^\circ \text{ de perimetros} = 5$
$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1xG}} \right)^2 \right]}$ $= 3.07$	$A_{sw} = 19.54 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 40\phi 8 ; 25\phi 10 ; 18\phi 12$ $u_{out,ef} = 13.74 \text{ m}$ $N^\circ \text{ de perimetros} = 19$

De acordo com os resultados obtidos e como mostra o Quadro 11, o resultado obtido através da equação proposta é cerca de 2,5 vezes maior do que o resultado obtido através da expressão fornecida pelo EC2. Isso comprova que, como mencionado anteriormente no subcapítulo 3.2, esta expressão não é adequada para ligações de pilares de bordo, uma vez que não pode ser aplicada de forma geral.

Para finalizar, é apresentado o desenho da armadura de reforço de punçoamento de acordo com os valores acima representados, apesar de só ser necessário 5 varões de 8mm, optou-se por 6 varões por uma questão de simetria (Figura 49 Figura 50).

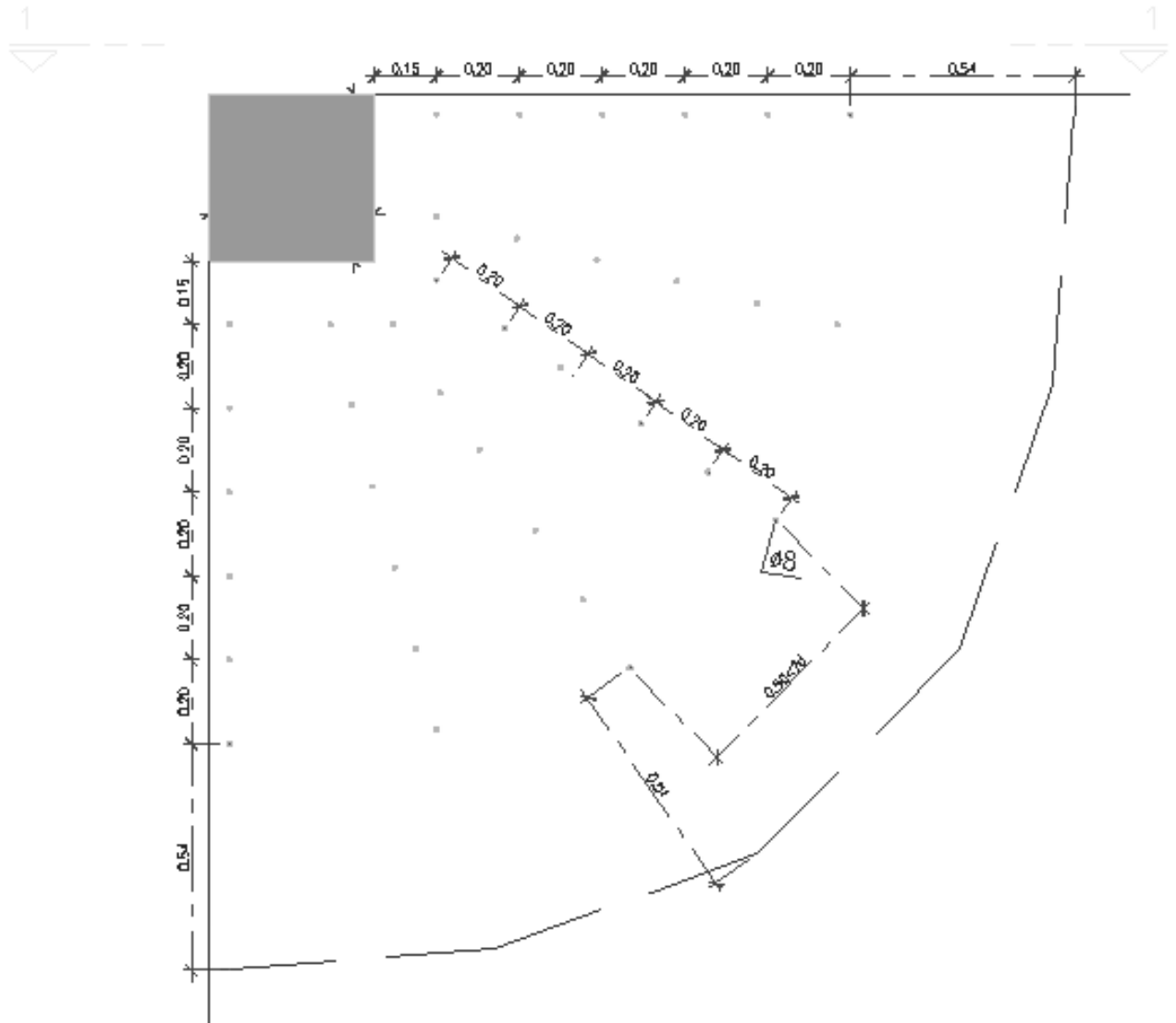


Figura 49 - Planta da armadura de punçoamento do caso em análise (pilar de canto P1).

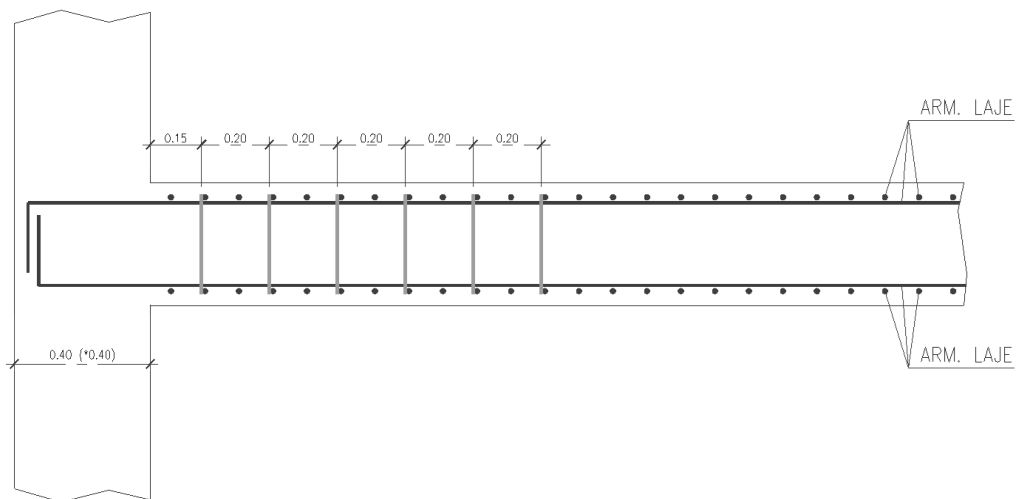


Figura 50 - Corte 1-1 do caso em análise (pilar de canto P1).

Novamente, a posição do $u_{out,eff}$ encontra-se fora da zona maciça, mas neste caso as armaduras também se estendem para além do maciço, o que não permite assegurar a segurança da laje com base no EC2.

Para incluir o $u_{out,eff}$ e a solução da armadura apresentada dentro do espaço previsto para a laje maciça, é necessário ampliar a zona maciça. Uma alternativa seria conceber a laje como se fosse maciça. Caso contrário, a solução proposta não poderá ser implementada. Uma possível explicação para esta solução não ser viável é a divergência entre o método utilizado para projetar a laje e as normas atuais do EC2.

4.3.2. COMPARAÇÃO DE β

No Quadro 13, é possível observar que a diferença entre a Eq.54 e a Eq.28 do EC2 é significativa, com o resultado da Eq.54 sendo aproximadamente 4 vezes maior do que o resultado obtido com a Eq.28. Isso sugere que a expressão Eq.54 não é apropriada para o caso em análise, e que a armadura de punçamento e o número de perímetros calculados com esta expressão não são válidos. Sendo que o valor do parâmetro β calculado através da Eq.54 é inviável para o caso em questão. Com base nesta comparação, concluímos que a Eq.54 não é adequada para ligações de pilares de canto.

Quadro 13 - Comparação de resultados do caso em análise (pilar de canto P1).

$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}}$ $= 1.2$	$A_{sw} = 2.35 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \rightarrow 5\phi 8 ; 3\phi 10 ; 3\phi 12$ $u_{out,ef} = 2.93$ $N^{\circ} \text{ de perimetros} = 6$
$\beta = 1 + \frac{u_1}{V_{Ed}} \sqrt{\left[\left(k_y \frac{M_{Ed,y}}{W_{1yG}} \right)^2 + \left(k_x \frac{M_{Ed,x}}{W_{1xG}} \right)^2 \right]}$ $= 4.9$	$A_{sw} = 15.73 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \rightarrow 32\phi 8 ; 20\phi 10 ; 14\phi 12$ $u_{out,ef} = 11.36$ $N^{\circ} \text{ de perimetros} = 33$

5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1. CONCLUSÕES

De acordo com o objetivo proposto, foi desenvolvida uma ferramenta computacional em *Python* para o dimensionamento e verificação de segurança de lajes ao punçoamento, abrangendo pilares centrais, de bordo e de canto. Esta ferramenta foi desenvolvida com base nas metodologias disponibilizadas no Eurocódigo 2, juntamente com uma expressão proposta para o fator β que atende à existência de momentos fletores. O desenvolvimento desta ferramenta permitiu automatizar e facilitar o projeto de lajes fungiformes, garantindo uma maior precisão e rapidez na verificação de segurança ao punçoamento. Além disso, a ferramenta permite comparar os resultados entre as diferentes expressões disponíveis.

O Capítulo 2 constitui um capítulo introdutório, onde são apresentados os conceitos fundamentais relacionados com a rotura de lajes por punçoamento. Além disso, são apresentadas as expressões e diretrizes previstas no EC2 utilizadas no desenvolvimento da ferramenta computacional. Este capítulo é crucial para o entendimento do assunto, e serve como base para a compreensão dos cálculos utilizados ao longo da dissertação.

A criação da ferramenta de cálculo, tratada com maior destaque no Capítulo 3, foi sofrendo alterações e melhoramentos durante toda a dissertação. Foi dedicado um esforço especial no seu aperfeiçoamento, tornando-se necessário desenvolver uma interface gráfica com o propósito de facilitar a experiência dos utilizadores, nas diferentes etapas da verificação da segurança ao punçoamento. O código em *Python*, apesar de apresentar e construir toda a informação necessária, não tem a facilidade de interação com o utilizador. A componente gráfica da ferramenta de cálculo, desenvolvida em *HTML*, teve em atenção a organização e apresentação da informação, o tempo de inserção dos dados e a obtenção de resultados, bem como a disponibilidade de todos os cálculos intermédios para permitir a respetiva verificação. Esta ferramenta permite verificar a segurança ao esmagamento em torno do pilar, determinar o perímetro $u_{out,eff}$ a partir do qual as armaduras de punçoamento não são necessárias, calcular a quantidade de armadura necessária para ser integrada num desenho em *AutoCAD*, configurando assim a solução final para a armadura, e dimensionar os perímetros das armaduras de acordo com o EC2.

No Capítulo 4, e para comprovar a eficácia e a utilidade da ferramenta desenvolvida, foram realizadas aplicações, juntamente com cálculos efetuados manualmente, envolvendo situações de punçoamento num pilar central sujeito a um esforço axial e momentos fletores moderados, bem como um pilar de bordo e um pilar de canto. Posteriormente foram desenhadas as soluções de armaduras correspondentes para cada caso, como ilustração.

Durante este estudo, também foi avaliado o desempenho de algumas das expressões simplificadas fornecidas pelo EC2 para o cálculo da tensão de punçoamento, comparando-as com uma expressão proposta no âmbito desta dissertação, que pretende ter em conta a ocorrência de momentos fletores conjuntamente com o esforço axial do pilar. Foi possível constatar que a expressão proposta é viável para pilares centrais, mas não foi possível concluir o mesmo, com carácter de generalidade, para pilares de bordo e pilares de canto.

5.2. PROPOSTAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

A ferramenta de cálculo pode ser melhorada para incluir a possibilidade de gerar automaticamente o desenho da configuração final da armadura de reforço ao punçoamento, a partir dos resultados obtidos. Dessa forma, não será necessário que o usuário recorra a outro programa para obter o desenho da armadura.

A migração da ferramenta de cálculo e a sua interface gráfica, desenvolvidas para uso local, pode ser aprimorada e adaptada para funcionar num servidor *WEB*, acessível ao público ou a uma comunidade de usuários. Este desenvolvimento beneficia do cuidado tido na elaboração do código da aplicação *HTML*, procurando-se criar uma interface gráfica que possa ser adaptada a outras ferramentas de cálculo similares ou não. Estas ferramentas desenvolvidas em *Python*, juntamente com o já elaborado, permitem criar um repositório de casos de estudo, bem como um mecanismo de otimização de soluções construtivas e verificação de segurança das mesmas.

Durante a realização deste trabalho, foram encontradas dificuldades na interpretação de algumas das diretrizes estabelecidas pelo Eurocódigo 2, seja devido à falta de informação ou à ambiguidade das informações disponíveis no mesmo. Isso foi especialmente evidente em perímetros de controlo incompletos, presentes em pilares de bordo e de canto, como foi demonstrado nesta dissertação. É importante destacar que este assunto requer estudos mais aprofundados tendo em vista uma melhor compreensão e aplicação das diretrizes estabelecidas pelo Eurocódigo 2.

Em particular, seria fundamental que o Eurocódigo 2 fosse mais específico e explícito na abordagem a ser adotada quando as excentricidades são direcionadas para o exterior da laje, de modo a garantir a segurança e estabilidade estrutural.

BIBLIOGRAFIA

1. Fürst, A. and P. Marti, *Robert Maillart's Design Approach for Flat Slabs*. Journal of Structural Engineering, 1997. **123**(8): p. 1102-1110.
2. Robertson, I., et al., *Cyclic Testing of Slab-Column Connections with Shear Reinforcement*. Aci Structural Journal, 2002. **99**: p. 605-613.
3. Faria, D., A. Ramos, and V. Lucio, *SISTEMAS DE REFORÇO DE LAJES FUNGIFORMES*. 2011, FCT.
4. Gardner, N., J. Huh, and L. Chung, *Lessons from the Sampoong department store collapse*. Cement and Concrete Composites, 2002. **24**: p. 523-529.
5. Wood, J.G., *Pipers row car park, wolverhampton*. Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March, 1997.
6. Bashandy, A., et al., *Resisting Punching Shear of Flat Slab*. INTERNATIONAL JOURNAL OF ADVANCED RESEARCH IN ENGINEERING & TECHNOLOGY, 2022. **9**: p. 19019.
7. Menetrey, P., *Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures*. 1994, EPFL.
8. Afonso, C., *Lajes 2010*, FEUP.
9. Favre, R., *Dimensionnement des structures en béton: dalles, murs, colonnes et fondations*. 1990: Presses polytechniques et universitaires romandes.
10. Markus, D.I. and A. Staller, *Analytical studies and numerical analysis of punching shear failure in reinforced concrete slabs*. Bulletin, 2000. **57**.
11. Costa, A., *Estruturas de Betão II*, in *Folhas de apoio às aulas*. 2014, IST.
12. 2, N.E.-.-E., *Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios* 2010.
13. Reis, N., *Desenvolvimento de um programa de verificação ao punçoamento* 2013, UA.
14. Appleton, J., *Estruturas de Betão - Vol. 2*. 2013: Edições ORION.
15. Henriques, A.A.R., *Novos Conceitos na Análise e Dimensionamento de Estruturas de Betão*, Instituto da Construção.