U.PORTO

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA UNIVERSIDADE DO PORTO

ESTUDO DO EFEITO DOS CONDUTORES NA DINÂMICA DE POSTES TUBULARES SOB O EFEITO DO DESPRENDIMENTO DE VORTICES

ANA RITA ARAÚJO MARQUES DE BRITO BRANDÃO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS E GEOTECNIA

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel de Menezes e Carneiro de Barros

Coorientadora: Professora Doutora Elsa de Sá Caetano

JUNHO DE 2022

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2021/2022

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

✉ m.ec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

✉ feup@fe.up.pt

🌍 http://www.fe.up.pt

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Engenharia Civil - 2021/2022 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2022*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus avós,

à minha mãe e aos meus irmãos

AGRADECIMENTOS

Quero desde já agradecer imenso ao meu orientador, o Professor Doutor Rui Manuel de Menezes e Carneiro de Barros, por toda a disponibilidade, empenho, dedicação e paciência que apresentou ao longo do semestre.

À empresa IRMÃOS SILVA SA-METALOGALVA, pela disponibilidade, pelo acolhimento, pela ajuda e pelos materiais fornecidos para a realização do trabalho e cumprimento dos objetivos. Ao engenheiro Tiago Silva, pela disponibilidade e auxílio fornecido ao longo desta dissertação.

Aos meus colegas e amigos, pelo apoio, companheirismo e amizade transmitida ao longo deste percurso. Nomeadamente à Filipa e à Ana pela companhia e lembretes para não me distrair tanto. Tenho um especial agradecimento para meu namorado me deu todo o apoio necessário e possível ao longo destes anos e que sem ele não teria sido possível ter chegado a este momento. Foi um longo caminho até aqui e fico feliz por ter encontrado estas pessoas que estiveram ao meu lado e por isso mesmo o meu sincero agradecimento.

Por último, mas sem dúvida o mais importante, o meu enorme agradecimento a toda minha família. Sem dúvida as pessoas que me fizeram tornar naquilo que sou hoje, que desde o início estiverem lá para me ajudar e aconselhar e por sempre acreditarem que eu iria atingir os meus objetivos, mesmo em alturas em que eu não acreditava, eram nesses momentos que eles acreditavam mais e me davam a força para poder continuar.

Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo o estudo do efeito de desprendimento de vórtices em postes tubulares de transmissão de cabos. A torre em questão é da autoria da Metalogalva, para ser implementada na Alemanha.

Começou-se por realizar um estudo do vento para a zona da introdução da torre. Calcularam-se as matrizes de massa e de rigidez para a definição da frequência da estrutura sendo apoiadas pelo software Robot Structural Analysis.

Posteriormente, abordou-se o fenómeno do desprendimento de vórtices bem como os métodos para a quantificação dos seus efeitos. Em particular, o método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento e a analise dinâmica ao desprendimento de vórtices.

Após a definição destas diferentes metodologias, procedeu-se a um seu estudo comparativo com o objetivo de avaliar as alterações provocadas pelos cabos de energia e os braços para a aplicação a postes tubulares.

Por fim apresenta-se um exemplo de aplicação real dos vários métodos, à quantificação dos efeitos provocados pelo desprendimento de vórtices

PALAVRAS-CHAVE: Torre tubular, ações do vento, desprendimento de vórtices, condutores, Eurocodigo1 parte 4.

Abstract

The main objective of this work is to study the effect of desprendimento de vórtices on steel poles with overhead lines The tower in question was made Metalogalva, to be implemented in Germany.

It started by carrying out a wind study for the area where the tower was introduced. Mass and stiffness matrices were calculated to define the frequency of the structure, supported by the Robot Structural Analysis software.

Subsequently, the phenomenon of desprendimento de vórtices was addressed as well as the methods for quantifying its effects. In particular method 2 of Eurocode 1 and dynamic analysis of desprendimento de vórtices.

After defining these different methodologies, a comparative study was carried out to evaluate the changes caused by the power cables and the arms for application to tubular poles.

Finally, an example of the real application of the various methods is presented to the quantification of the effects caused by the shedding of vortices.

KEYWORDS: Steel pole, wind actions, vortex shedding, overhead lines, Eurocode 1 part 4.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS i

RESUMO iii

ABSTRACT v

1 INTRODUÇÃO 1

1.1. ÂMBITO E OBJETIVOS DO TRABALHO 1

1.2. PLANO DE TRABALHOS 2

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO 2

2 VENTO 3

2.1. ATMOSFERA 3

2.1.1. MOVIMENTO VERTICAL 3

2.1.2. MOVIMENTO HORIZONTAL 3

2.1.3. FORÇAS DE ATRITO 4

2.2. VENTO NATURAL 4

3 VIBRAÇÕES PROVOCADAS PELO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES 7

3.1. NÚMERO DE STROUHAL ST 8

3.2. NÚMERO DE REYNOLDS RE 9

3.2.1. DEFINIÇÃO 9

3.2.2. REGIME DE ESCOAMENTO 9

3.3. NÚMERO DE SCRUTON *SC* 10

3.4. CARACTERÍSTICAS ESPACIAIS DO ESCOAMENTO 11

3.4.1. COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO 11

3.4.2. DESENVOLVIMENTO FINITO 12

3.5. TURBULÊNCIA DO VENTO NATURAL 13

3.5.1. INTENSIDADE DE TURBULÊNCIA 13

3.5.2. TURBULÊNCIA EM GRANDE ESCALA 14

3.5.3. TURBULÊNCIA DE PEQUENA ESCALA 15

3.6. COEFICIENTE DE FORÇA LATERAL 16

3.6.1. CAMPO DAS PEQUENAS OSCILAÇÕES 16

3.6.2. CAMPO DAS GRANDES OSCILAÇÕES 17

3.7. FENÓMENO AEROELÁSTICO DO LOCK IN 17
4 DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES SEGUNDO O EUROCÓDIGO 1, AÇÕES DO VENTO 19
4.1. AÇÃO DO VENTO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 1, AÇÕES DO VENTO 19
4.1.1. VALORES DE REFERÊNCIA 19
4.1.2. VELOCIDADE MÉDIA 21
4.2. AÇÃO DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES 22
4.3. MÉTODO 1 PARA O CÁLCULO DAS AMPLITUDES TRANSVERSAIS AO VENTO 23
4.3.1. INTRODUÇÃO 23
4.3.2. COEFICIENTE DE FORÇA LATERAL C_{LAT} 24
4.3.3. COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO L 25
4.3.4. COEFICIENTE DE COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO EFETIVO K_W 26
4.3.5. COEFICIENTE DE CONFIGURAÇÃO MODAL K 27
4.3.6. CONSIDERAÇÕES SOBRE O PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO 27
4.4. MÉTODO 2 PARA O CÁLCULO DAS AMPLITUDES TRANSVERSAIS AO VENTO 27
4.4.1. INTRODUÇÃO 27
4.4.2. COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO AERODINÂMICO K_A 29
4.4.3. FATOR DE PICO K_P 29
4.4.4. INCLUSÃO DOS EFEITOS DA TURBULÊNCIA PRESENTE NO ESCOAMENTO PROPOSTA POR HANSEN 30
5 DETERMINAÇÃO DO EFEITO DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES BASEADO NUMA ANÁLISE DINÂMICA ... 31
5.1. ANÁLISE DINÂMICA, A EQUAÇÃO DE MOVIMENTO 31
5.1.1. MATRIZ DE RIGIDEZ 32
5.1.2. MATRIZ DE MASSA 32
5.1.3. MATRIZ DE AMORTECIMENTO 32
5.1.4. FORÇAS EXTERIORES 34
5.1.5. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO 34
5.2. AMORTECIMENTO 34
5.3. MODELAÇÃO DA AÇÃO DO VENTO 35
5.3.1. LIMITAÇÕES 36
5.4. MODELAÇÃO NUMÉRICA DA ESTRUTURA 36
6 MÉTODOS PARA CÁLCULO 39
6.1. CLASSE DO AÇO 39
6.2. MATRIZ DE RIGIDEZ 40

6.2.1. MATRIZ DE RIGIDEZ ELÁSTICA 40
6.2.2. MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA 41
6.2.3. MATRIZ DE RIGIDEZ TOTAL 41
6.3. MATRIZ DE MASSA 41
6.3.1. MATRIZ DE MASSA UNIFORME 41
6.3.2. MATRIZ DE MASSA TRONCOCÓNICA 42
6.4. PROCESSO DINÂMICO 42
7 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS 43
7.1. INTRODUÇÃO DA ESTRUTURA 43
7.2. DADOS COMUNS A AMBAS AS TORRES 45
7.2.1. DETERMINAÇÃO DE $Fs, 0t$ PELA ANÁLISE DINÂMICA 45
7.3. CÁLCULO DA TORRE DESPREZANDO OS BRAÇOS E OS CABOS 46
7.3.1. DETERMINAÇÃO DE Y_{MAX} PELO MÉTODO 2 DO EC1 47
7.3.2. DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO DO TOPO PELA ANÁLISE DINÂMICA DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES 48
7.3.3. VERIFICAÇÕES À SEGURANÇA 48
7.4. TORRE CONSIDERANDO OS BRAÇOS E OS CABOS 49
7.4.1. DETERMINAÇÃO DE Y_{MAX} PELO MÉTODO 2 DO EC1 50
7.4.2. DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO DO TOPO PELA ANÁLISE DINÂMICA DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES 50
7.4.3. VERIFICAÇÕES À SEGURANÇA 51
7.5. COMPARAÇÃO DOS VALORES 51
8 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS 53
8.1. CONCLUSÃO 53
8.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS 53
9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS 55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Torre tubular de transporte de linhas aéreas 1

Figura 2.1 - Velocidade ao longo da altura.[27] 4

Figura 2.2 - Velocidade do vento na direção de propagação (a cheio) representada pela velocidade média (a tracejado) e componente turbulenta (diferença entre o traço cheio e o tracejado)[7] 5

Figura 3.1 - Esquema de desprendimento de vórtices numa secção cilíndrica.[7] 7

Figura 3.2 - Regimes de escoamento para um cilindro em escoamento “suave”.[8] 10

Figura 3.3 - Comprimento de correlação, definido pelo número de diâmetros[14] 11

Figura 3.4 - Influência das amplitudes de vibração, a, no comprimento de correlação.[7] 12

Figura 3.5 - Variação do coeficiente de força lateral com o aspect ratio.[14] 12

Figura 3.6 - Variação do número de Strouhal ao longo do desenvolvimento.[15] 13

Figura 3.7 - Coeficiente de força lateral para várias intensidades de turbulência.[16] 14

Figura 3.8 - Forma do espetro de força lateral devido ao desprendimento de vórtices.[17] 15

Figura 3.9 - Quociente entre o coeficiente de força lateral em condições de escoamento suave (smooth) e em condições de turbulência de pequena escala.[14] 16

Figura 3.10 - Relação entre a amplitude de vibração e o número de Scruton.[18] 16

Figura 3.11 - Variação do coeficiente de força lateral em função da distância ao topo.[15] 17

Figura 3.12 - Evolução da frequência de desprendimento de vórtices com a velocidade do vento.[13] 18

Figura 4.1 - Mapa de zonas de vento da República Federal Alemã [21] 20

Figura 4.2 - Ilustração do comprimento de rogusidade.[7] 22

Figura 4.3 - Valor básico do coeficiente de força lateral clat,0 em função do número de Reynolds.[9] 24

Figura 4.4 - Comprimento de correlação L [9] 25

Figura 4.5 - L/d em função do quociente entre a amplitude o diâmetro do topo [19] 26

Figura 4.6 – Variação de Ka com Re.[17] 29

Figura 4.7 – Fator de pico como função da razão entre um parâmetro de amortecimento estrutural e Ka.[17] 30

Figura 5.1 – Amortecimento de Rayleigh, evolução do coeficiente de amortecimento com a frequência angular. 33

Figura 5.2 – Esquema da torre retirado do programa de cálculo automático. 37

Figura 6.1 - Esquema estrutural de um troço isolado 40

Figura 6.2 - Esquema representativo do troço para a formulação da matriz de rigidez 41

Figura 7.1 - Esquema da torre (esquerda), esquema da secção (direita) 43

Figura 7.2 - Comparação entre as estimativas do método 1 do Eurocódigo 1, ações do vento, e os valores medidos para o deslocamento do topo.[32] 44

Figura 7.3 - Comparação entre as estimativas do método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento, e os valores medidos para o deslocamento do topo.[32] 44

Figura 7.4 - Comparação entre as estimativas da análise dinâmica, e os valores medidos para o deslocamento do topo.[32] 45

Figura 7.5 - Resultados da análise modal para o 1º modo de vibração de uma torre desprezando o efeito dos cabos. 47

Figura 7.6 - Esquema da colocação de cargas..... 49

Figura 7.7 - Resultados da análise modal para o 1º modo de vibração de uma torre considerando o efeito dos cabos. 49

Figura 7.8 – Adição dos resultados conseguidos (Amarelo) à comparação entre as estimativas do método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento, e os valores medidos para o deslocamento do topo determinados por Barros e Bastos (2022). 52

INDICE DE FIGURAS NOS ANEXOS

Figura 0. 1 - Tabela das características dos troços. 1

Figura 0. 2 - Tabelas de compressões ao longo das torres. a) Torre considerando os cabos b) Torre desprezando os cabos 2

Figura 0. 3 - Classe das secções (1/4) 3

Figura 0. 4 - Classe das secções (2/4) 4

Figura 0. 5 - Classe das secções (3/4) 5

Figura 0. 6 - Classe das secções (4/4) 6

Figura 0. 7 - Folha de cálculo para a determinação do deslocamento máximo no topo 7

Figura 0. 8 - Matrizes de rigidez elástica/geométrica/total parciais desprezando os cabos.....8

Figura 0. 9 - Matriz de rigidez total assemblada desprezando os cabos.....9

Figura 0. 10 - Matrizes de rigidez elástica/geométrica/total parciais considerando os cabos 10

Figura 0. 11 - Matriz de rigidez total parciais considerando os cabos 11

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 - Valor básico da velocidade de referência do vento[21] 20

Tabela 2.2 - Categorias de terreno e respetivos parâmetros [21] 22

Tabela 4.1 - Coeficiente de força lateral em função do rácio de velocidade crítica de vento.[9] 25

Tabela 4.2 - Comprimento de correlação efetivo em função da amplitude de vibração.[9] 26

Tabela 4.3 - Coeficiente de comprimento de correlação efetivo e coeficiente de configuração modal.[9] 27

Tabela 4.4 – Valores de C_c, $K_{a,máx}$ e a_L.[9] 29

Tabela 6.1 - Classificação de secções tubulares à flexão [9] 39

Tabela 7.1 - Dados da estrutura fornecidos pela Metalogalva 43

Tabela 7.2 - Valores para o cálculo de ymax pelo método 2 do Eurocódigo 1. 47

Tabela 7.2 - Valores para o cálculo de ymax pelo método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento. 50

Tabela 7.3 - Tabela resumo do deslocamento no topo. 52

Tabela 7.4 - Tabela resumo dos esforços para as duas torres e respetiva comparção 52

1 INTRODUÇÃO

1.1. ÂMBITO E OBJETIVOS DO TRABALHO

As torres tubulares metálicas são normalmente utilizadas como equipamentos que transportam linhas elétricas, equipamentos de telecomunicações, de iluminação, suporte para para-raios, e como sistemas de recolha de dados meteorológicos. [1]

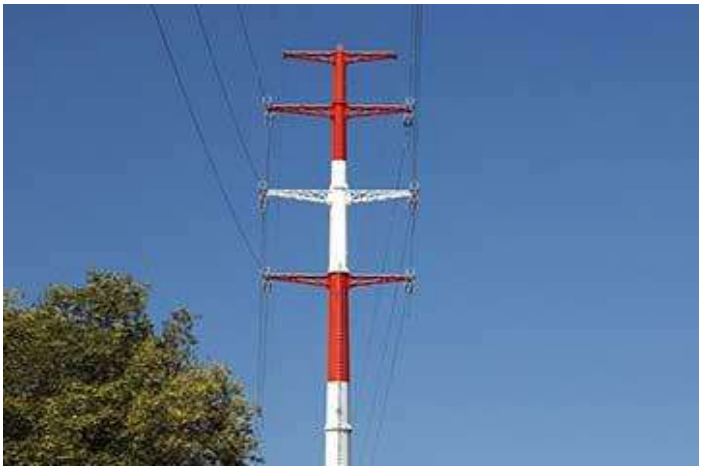


Figura 1.1 – Torre tubular de transporte de linhas aéreas

Existem outros tipos de torres para desempenharem as funções mencionadas acima, nomeadamente torres treliçadas ou espiadas. Para se decidir que tipo de torre será a mais apropriada para cada utilização tendo em conta considerações de natureza técnica, ambiental, económica, entre outras.

Os avanços nos métodos de dimensionamento têm permitido o aumento da altura das torres e a diminuição das espessuras das secções conduzindo a estruturas bastante esbeltas e flexíveis, sendo que esta última característica volta a provocar problemas do ponto de vista técnico.

Estes tipos de estruturas são particularmente altamente sensíveis à ocorrência do Desprendimento de vórtices, devido à forma circular das torres e à esbelteza conseguida atualmente.

Com o objetivo de reduzir estes efeitos com metodologias técnicas é comum adicionar a este tipo de estruturas dispositivos que evitem a libertação regular dos vórtices ou que amorteçam as vibrações que provocam.

No que toca aos aspetos económicos as torres exibem vantagens relativamente aos outros tipos de estruturas. Um aspeto vantajoso é a baixa ocupação de terreno necessária para implantação destas estruturas tornando-se ideal quando se necessita de uma construção destas em zonas altamente ocupadas.

Esta dissertação baseia-se essencialmente na dissertação realizada por Samuel Bastos em 2013 [2] que tem como objeto torres de telecomunicações para torres de transporte de cabos. Também tem importância realçar as dissertações da Sandra Freitas [3] e do Dário Vieira [4] para o acompanhamento dos temas tratados.

1.2. PLANO DE TRABALHOS

O principal objetivo desta dissertação foca-se na comparação do efeito do Desprendimento de vórtices em torres de transmissão de cabos em 2 fases, apenas o poste e o poste com os cabos aplicados.

Tem-se a intenção de avaliar a importância particular da necessidade ou não do estudo do desprendimento de vórtices para estas estruturas.

A comparação de metodologias de formulação de matrizes de massa e de determinação do Desprendimento de vórtices.

A obtenção de valores para as frequências da estrutura e do vento para posteriormente executar o seu estudo comparativo.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em 9 capítulos incluindo o presente. Nos parágrafos seguintes demosntram a descrição pormenorizada de cada capítulo:

O capítulo 1 trata a introdução ao tema desta dissertação, abordando o âmbito e objetivos do trabalho, assim como o plano de trabalhos.

No capítulo 2 apresenta-se uma aborda os princípios gerais da geração do vento, indica a metodologia do Eurocodigo 1 que permite concluir qual a velocidade média do vento de acordo com as particularidades do anexo nacional alemão.

No capítulo 3 introduz-se o conceito do Desprendimento de vórtices e descreve-se de um modo ligeiro os parâmetros que afetam e caracterizam este fenómeno. Ainda se descreve os fenómenos aeroelásticos frequentemente associados ao desprendimento alternado de vórtices.

No capítulo 4 apos a apresentação do conceito descreve-se a metodologia a adotar para quantificar o efeito do desprendimento de vórtices segundo o Eurocodigo 1, ações do vento.

No capítulo 5 demonstra-se um modo alternativo de avaliar os efeitos do desprendimento de vórtices, baseando-se numa análise dinâmica e na sua interpretação física.

No capítulo 6 estão apresentadas as formulações das matrizes utilizadas para se realizar o cálculo pela análise dinâmica.

No capítulo 7 discute-se os resultados obtidos pelas metodologias apresentadas ao longo da dissertação.

No capítulo 8 apresentam-se as conclusões e sugere-se potenciais desenvolvimentos para o futuro.

No capítulo 9 são colocadas as referências bibliográficas.

2 VENTO

2.1. ATMOSFERA

A atmosfera estende-se por aproximadamente 200 quilómetros acima do solo e encontra-se dividida em 5 camadas. Apesar disso, na perspetiva de analisar o vento que interage diretamente com a superfície terrestre interessa, apenas, caracterizar o movimento de ar no primeiro quilómetro.

O fenómeno estudado é conhecido como vento de superfície e representa apenas uma parte do movimento de circulação da baixa atmosfera.

Para tentar explicar o movimento do ar sentido na superfície terrestre, são apresentadas de seguida algumas propriedades da parte inicial da baixa atmosfera [5].

É, no entanto, necessário apontar que os parágrafos seguintes apresentam apenas noções muito gerais sobre o desenvolvimento do vento e dos tipos de movimento das camadas de ar.

2.1.1. MOVIMENTO VERTICAL

A temperatura tende, frequentemente, a diminuir com a altitude, e tem um gradiente negativo constante até cerca de 10 quilómetros.

Esta propriedade deve-se principalmente à transparência da atmosfera à maioria dos raios solares, resultando num aquecimento na parte inferior e emite mais radiação do que a atmosfera absorve.

As flutuações de temperatura causam variações na densidade, provocando movimentos verticais da massa de ar (convecção vertical). Simplificando, se o ar numa área for menos denso que o ar na área circundante, o ar subirá. Se não, o ar afundará. À medida que o ar sobe, depara-se com pressões mais baixas, expande e arrefece, mas à medida que desce, aquece.

2.1.2. MOVIMENTO HORIZONTAL

A pressão num ponto é de um certo modo o peso do ar acima desse ponto dividido pela área em seu redor. Portanto, tem-se que em baixas altitudes, a pressão do ar é maior e vice-versa.

A pressão atmosférica, por outro lado, também flutua horizontalmente, o que também se deve a alterações horizontais de temperatura. Do ponto de vista ideal, o perfil horizontal de temperatura é caracterizado por uma diminuição da temperatura em direção aos pólos.

As alterações de pressão são muito importantes para a produção de movimentos de ar, constatando que

o vento aumenta quando o gradiente de pressão é alto.

Além do gradiente de pressão, as forças de inércia centrípetas e de coriolis [6] impõem um movimento curvilíneo na massa de ar e assim contribuem para o movimento do ar ao redor do planeta.

2.1.3. FORÇAS DE ATRITO

A interação entre o escoamento de ar e a superfície terrestre origina forças opostas à direção do movimento de ar.

Estas forças tendem a reduzir a velocidade de escoamento a zero junto à superfície, resultando num movimento mais lento destas camadas de ar.

As camadas superiores são afetadas pelas camadas inferiores, gerando-se movimentos mais lentos também nas camadas superiores, até que a influência do atrito entre camadas deixa de ser sentida. A figura seguinte mostra o aumento da velocidade com a altura devido a este fenómeno.

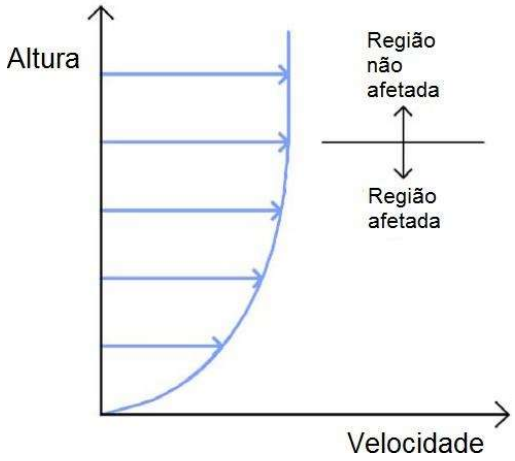


Figura 2.1 - Velocidade ao longo da altura.[27]

2.2. VENTO NATURAL

Perto da superfície da terra o escoamento do ar é afetado pelo relevo natural e por obstáculos encontrados ao longo do seu caminho. A zona onde esta interação ocorre é denominada por "camada limite atmosférica" e estende-se até altitudes onde os efeitos de atrito deixam ser sentidos.

Para além de diminuir a velocidade do vento próximo à superfície, o efeito de atrito provoca a geração do escoamento turbulento natural do vento. Este escoamento apresenta variações complexas e aleatórias, que requerem definições estatísticas [7].

Em suma, o vento presente na camada limite caracteriza-se pela componente média e pelas variações turbulentas, acompanhando um perfil de vento que se caracteriza pelo aumento da velocidade de acordo com o aumento da altitude.

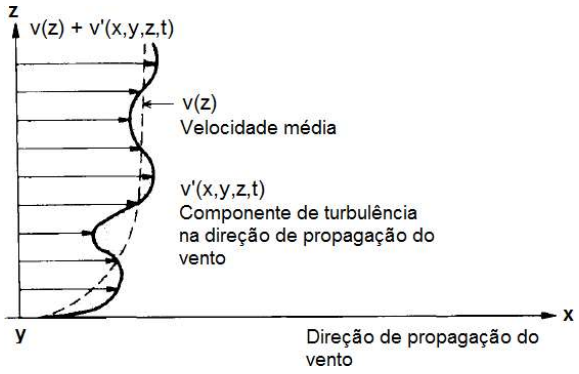


Figura 2.2 - Velocidade do vento na direção de propagação (a cheio) representada pela velocidade média (a tracejado) e componente turbulenta (diferença entre o traço cheio e o tracejado)[7]

3
VIBRAÇÕES PROVOCADAS PELO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

A ação do vento à volta de torres, mastros e estruturas semelhantes (que sejam do tipo *bluff bodies*) caracteriza-se pela separação da camada limite eólica no seu contorno. Esta zona de separação do escoamento demarca-sedo escoamento exterior por uma zona de elevada vorticidade.

Assim, o desprendimento de vórtices (*vortex shedding*) resulta do enroscamento das camadas de separação em direção à esteira da estrutura formando vórtices concentrados que se desprendem alternadamente de lados opostos [8].

À medida que os vórtices se desprendem de um lado, a velocidade aumenta do outro lado, causando uma variação da distribuição de pressões na torre, originando, deste modo, o aparecimento de uma ação dinâmica que atua na direção perpendicular à direção do escoamento (Figura 3.1).

Importa clarificar que o desprendimento de vórtices pressupõe a existência de duas camadas de separação, uma em cada bordo da estrutura (lados opostos) [9]. Este fenómeno não acontecese, apenas, existir desprendimento a partir de um bordo da estrutura, como por exemplo, a partir do bordo de topo de uma cobertura plana. Neste caso não existe a alternância de desprendimento característica que possibilite o fenómeno.

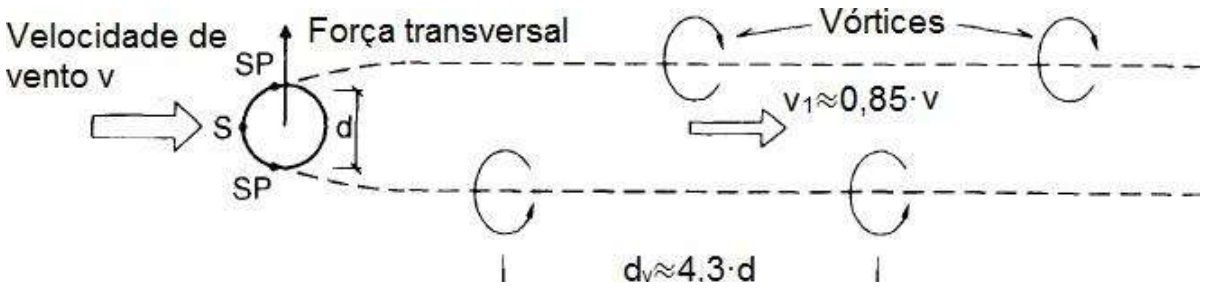


Figura 3.1 - Esquema de desprendimento de vórtices numa secção cilíndrica.[7]

Na sua forma mais simples e de alguma forma idealizada, o desprendimento de vórtices estabelece-se a partir da esteira da estrutura seguindo um padrão repetido e estável de vórtices que se afastam a uma velocidade inferior à velocidade do vento envolvente. Este padrão é conhecido como *von Kármán vortex street*.

A força a que a estrutura fica sujeita pode ser definida pela pressão do vento de aproximação *q(z)*, pela dimensão transversal da estrutura em relação à direção de propagação do vento *d(z)* e pelo coeficiente de força lateral $c_{lat}(z,t)$,expressa por unidade de comprimento na direção z através da expressão:

$$F_s(z,t) = q(z) * d(z) * c_{lat}(z,t) \tag{3.1}$$

$$q(z) = \frac{1}{2} * \rho * v^2(z) \tag{3.2}$$

Em que ρ é a massa volúmica do ar nas condições de desprendimento de vórtices, tomando o valor de 1,25 kg/m^3 segundo o Eurocódigo 1, ações do vento, e *v(z)* é a velocidade média de vento à altura *z*.

Esta breve descrição do desprendimento de vórtices pressupõe que o escoamento de aproximação é laminar, não tem em conta o efeito da turbulência e assume que a estrutura é estacionária, isto é, não tem vibrações na direção longitudinal.

De seguida vão ser indicadas algumas considerações sobre parâmetros e aspetos que afetam de forma determinante o escoamento em torno de estruturas circulares.

3.1. NÚMERO DE STROUHAL

Se a estrutura não vibrar na direção longitudinal, a distância entre vórtices será proporcional ao diâmetro *d* da estrutura como ilustrado na Figura 3.1. Deste modo, o intervalo de tempo entre vórtices que se afastam no mesmo sentido caracteriza-se pela distância dividida pela velocidade de afastamentodos vórtices em relação à estrutura.

Assim, pode concluir-se que frequência do despendimento de vórtices, n_s, (inverso do intervalo de tempo entre vórtices) é diretamente proporcional à velocidade de escoamento do vento *v*, e inversamente proporcional ao diâmetro da secção. Esta relação é expressa pelo número de Strouhal *St* [7].

$$n_s = St * \frac{v}{d} \tag{3.3}$$

Tendo por base o padrão regular de *von Kármán*, a ação dinâmica descrita pela Equação (3.1) pode ser considerada harmónica com a frequência definida na Equação (3.3).

Tomando como exemplo uma torre de secção constante, facilmente se percebe que a frequência de desprendimento segue o padrão de velocidades ao longo do desenvolvimento torre, podendo em algum ponto da estrutura, a frequência de desprendimento igualar a frequência própria da torre. Caso tal aconteça, podem-se verificar grandes amplitudes de vibração no topo da estrutura.

Posto isto é possível definir uma velocidade crítica, v_{crit}, para a qual a frequência de desprendimento de vórtices é igual à frequência própria da estrutura, n_{est}.

$$v_{crit} = \frac{n_{est} * d}{St} \tag{3.4}$$

A estrutura que se considera tem secções que se assemelham-se a secções circulares assim sendo segundo o Eurocódigo 1, ações do vento o número de Strouhal é considerado 0,18.

3.2. NÚMERO DE REYNOLDS

3.2.1. DEFINIÇÃO

O número de Reynolds *Re* é um parâmetro que procura interpretar a interação entre a estrutura (obstáculo) e o escoamento de aproximação, sendo definido como uma grandeza adimensional que traduz o quociente entre as forças de inércia e as forças viscosas.

$$Re = \frac{d * v_{crit}}{v} \tag{3.5}$$

Este parâmetro assume especial relevância no caso presente de secções que se assemelham a secções circulares uma vez que o esquema de formação e separação das linhas de corrente está diretamente relacionado com este número [8]. Nesta perspetiva, a aderência das linhas de corrente à superfície da estrutura depende da viscosidade cinemática do ar *v*, da dimensão da estrutura perpendicular ao escoamento *d* e da velocidade de aproximação do mesmo *v*.

Assim, a tendência para a formação de desprendimento de vórtices com periodicidade e regularidade é quantificada por este parâmetro adimensional [10].

3.2.2. REGIME DE ESCOAMENTO

Tendo por base um escoamento com reduzida turbulência, os valores do número de Reynolds podem ser divididos em três regimes com características distintas:

- Regime laminar caracterizado por *Re* menor que $3 \cdot 10^5$;
- Regime crítico caracterizado por *Re* entre $3 \cdot 10^5$ e $1 \cdot 10^7$;
- Regime turbulento caracterizado por *Re* superior a $1 \cdot 10^7$.

Caso o escoamento seja caracterizado por um *Re* dentro do regime crítico, a probabilidade de se formarem vórtices de maneira organizada é reduzida e a ação transversal produzida pelo desprendimento alternado, a ocorrer, possui pouca expressividade [10]. O escoamentodentro dos regimes laminar e turbulento assemelha-se pelo desprendimento regular de vórtices, dando lugar a uma ação aproximadamente periódica.

A figura seguinte procura representar, esquematicamente, os diferentes regimes de escoamento num cilindro, de superfície lisa, sujeito a um escoamento de reduzida turbulência.

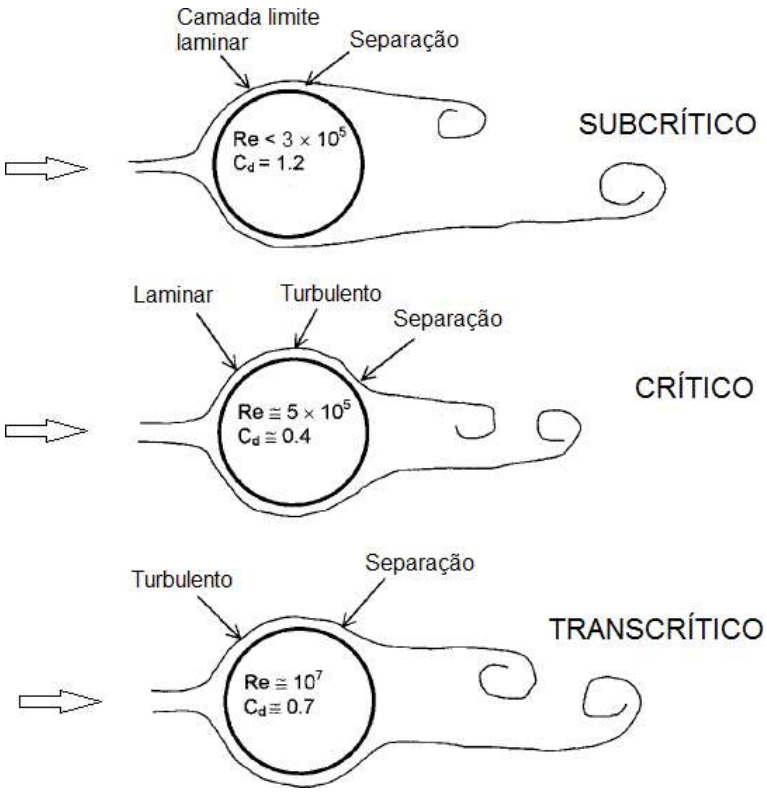


Figura 3.2 - Regimes de escoamento para um cilindro em escoamento "suave".[8]

3.3. NÚMERO DE SCRUTON

Verifica-se que estruturas esbeltas e flexíveis, como o tipo de estruturas em estudo, podem apresentar um comportamento marcadamente dinâmico e, assim, as vibrações atingidas são limitadas pelo amortecimento e pela rigidez estrutural.

Deste modo, o número de Scruton *Sc* é de crucial importância para avaliar a suscetibilidade da estrutura às vibrações devidas ao desprendimento de vórtices. Segundo o Eurocódigo 1, ações do vento, este número é proporcional ao amortecimento estrutural, e ao rácio entre a massa vibrante e a massa de ar deslocada pela estrutura.

$$Sc = \frac{2*\delta_s*m_{e,i}}{\rho*d^2} \tag{3.6}$$

Na expressão anterior:

δ_s amortecimento estrutural, expresso pelo decremento logarítmico;

ρ massa volúmica do ar (1,25 kg/m^3);

$m_{i,e}$ massa equivalente por unidade de comprimento, m_e, para o modo i;

d largura de referência da secção transversal na qual ocorre desprendimento de vórtices em ressonância.

Estruturas com números de Scruton elevados são menos suscetíveis à ocorrência de elevadas vibrações associadas ao desprendimento de vórtices. A experiencia mostra que não há risco de desprendimento em ressonância caso *Sc* seja maior que 20 [7].

Para números de Scruton intermédios (5 a 10) a passagem das pequenas deformações para as grandes deformações é influenciada pela turbulência presente no escoamento do vento [11].

3.4. CARACTERÍSTICAS ESPACIAIS DO ESCOAMENTO

A interação entre o escoamento e a estrutura é um fenómeno tridimensional e a resultante desta interação tende a formar desprendimento de vórtices mais aleatório e consequentemente menos energético, sendo este um fator que atenua a grandeza das oscilações [12].

Segundo Basu (1986) os efeitos devidos à tridimensionalidade podem ser divididos em duas categorias:

- Comprimento de correlação, efeito que advém do facto das ações que atuam numa secção serem imperfeitamente correlacionadas com as ações que atuam numa outra secção.
- Desenvolvimento finito, efeito que advém do facto da maioria dos dados medidos para serem utilizados na quantificação das ações serem obtidos a partir de cilindros em condições bidimensionais.

3.4.1. COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO

Verifica-se uma perda de correlação ao longo do desenvolvimento das estruturas e não será de esperar que as características de desprendimento de vórtices sejam uniformes ao longo do desenvolvimento das mesmas [13]. Sendo assim, pode definir-se um comprimento de correlaçãoonde é assumido que os vórtices atuam em fase.

De acordo com dados de medições feitas, observa-se que o comprimento de correlação diminui com a presença de turbulência no vento de aproximação. Os dados revelam, também, a dependência do comprimento de correlação com o número de Reynolds como apresentado na figura seguinte.

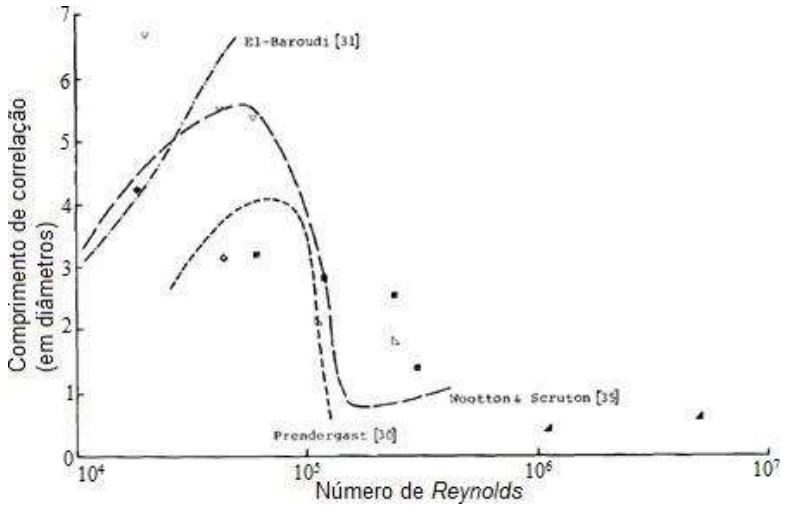


Figura 3.3 - Comprimento de correlação, definido pelo número de diâmetros[14]

Contudo, o aumento das amplitudes de vibração causa um aumento do comprimento de correlação em relação ao caso estacionário.

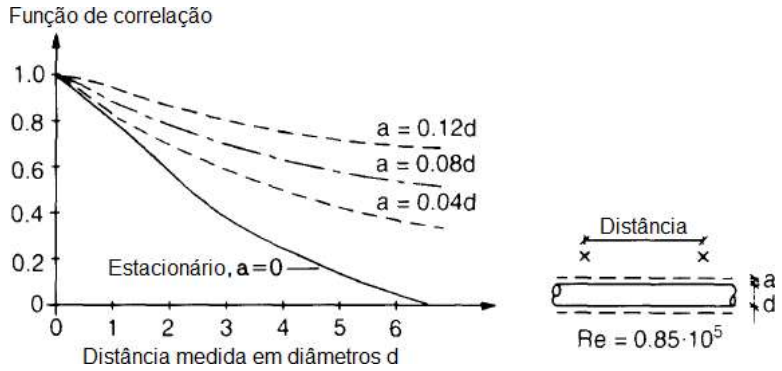


Figura 3.4 - Influência das amplitudes de vibração, a, no comprimento de correlação.[7]

3.4.2. DESENVOLVIMENTO FINITO

A extremidade livre da estrutura introduz efeitos de tridimensionalidade no escoamento uma vez que este passa sobre o topo da estrutura e pelos lados da mesma.

Este fenómeno altera as características do escoamento em relação às características medidas em situação bidimensional e depende da relação entre a altura da estrutura e o seu diâmetro. Medições referem que estes efeitos se fazem notar até uma distância *y/d*=20 desde o topo da estrutura [15].

A figura seguinte ilustra a relação entre o coeficiente de força lateral e o *aspect ratio* (y/d).

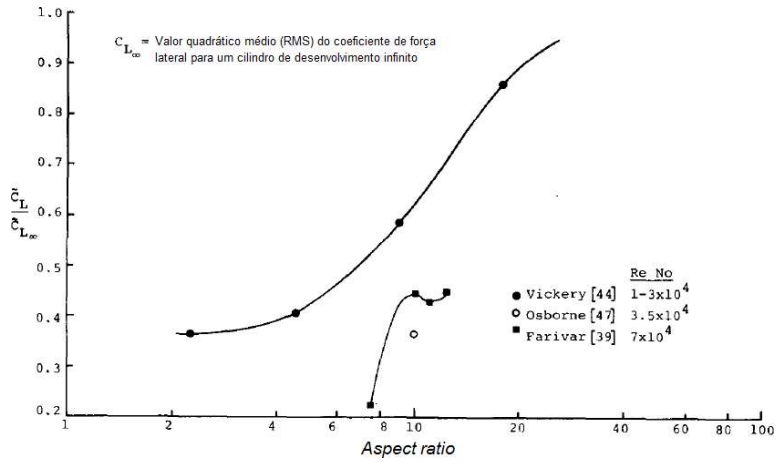


Figura 3.5 - Variação do coeficiente de força lateral com o aspect ratio.[14]

Além do coeficiente de força lateral, também o número de Strouhal apresenta variações na região do topo relativamente às regiões mais afastadas.

O número de Strouhal diminui devido aos efeitos de tridimensionalidade e no topo é bastante menor que o valor bidimensional. Isto sugere que o desprendimento de vórtices na região perturbada pelas condições de tridimensionalidade é dividido em segmentos discretos em que cada um tem uma frequência de desprendimento característica [15].

A figura seguinte ilustra o resultado de medições que permitiram tirar as conclusões do parágrafo anterior.

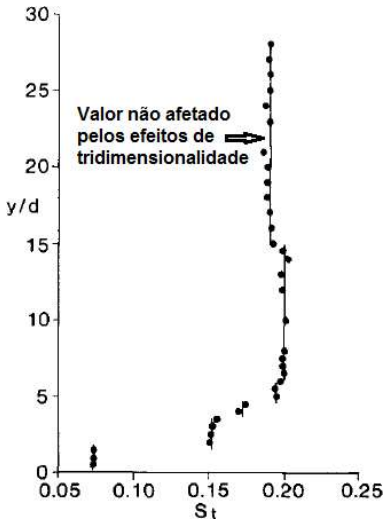


Figura 3.6 - Variação do número de Strouhal ao longo do desenvolvimento.[15]

3.5. TURBULÊNCIA DO VENTO NATURAL

A presença de turbulência no vento de aproximação pode, para o caso em questão, ser caracterizada por dois parâmetros [14]:

- Intensidade de turbulência I_v, definida como o quociente entre o desvio padrão da turbulência (dispersão da velocidade em relação à velocidade média do vento) e a velocidade média do vento, segundo o Eurocódigo 1.
- Quociente entre a escala de turbulência e o diâmetro da secção circular da estrutura, sendo que valores elevados desta relação dão origem à turbulência de grande escala e valores reduzidos dão origem à turbulência de pequena escala.

3.5.1. INTENSIDADE DE TURBULÊNCIA

A presença de intensidade de turbulência considerável, quando comparada com escoamento suave, diminui o risco de vibrações consideráveis introduzidas pelo desprendimento de vórtices. Assim, a presença de obstáculos a montante e características topográficas capazes de aumentar este parâmetro de turbulência são fatores favoráveis para limitar a amplitude das oscilações por desprendimento.

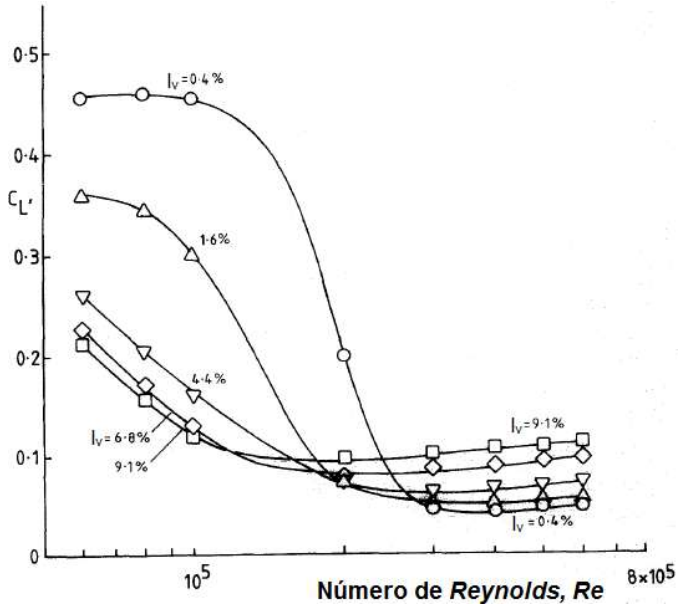


Figura 3.7 - Coeficiente de força lateral para várias intensidades de turbulência.[16]

Por forma a justificar o parágrafo anterior, observe-se a figura seguinte. Esta representa o coeficiente de força lateral em função do número de Reynolds para várias intensidades de turbulência.

3.5.2. TURBULÊNCIA EM GRANDE ESCALA

A turbulência de grande escala é caracterizada por grandes comprimentos de onda e provoca variações lentas e graduais na velocidade média do vento. Seja *v'* a variação da velocidade em relação à velocidade média do vento, v_m, a Equação (3.3) toma a seguinte forma:

$$n_s + n'_s = St * \frac{v_m * v'}{d} \tag{3.7}$$

A equação anterior indica que a frequência de libertação de vórtices não está limitada apenas a uma frequência pontual, mas sim distribuída por uma banda de frequências [7]. Destemodo, os limites superior e inferior da frequência de desprendimento de vórtices podem ser definidos da seguinte forma.

$$n_s^{sup} = n_s \left[1 + \frac{v'(z)}{v_m}\right] \tag{3.8}$$

$$n_s^{inf} = n_s \left[1 - \frac{v'(z)}{v_m}\right] \tag{3.9}$$

Onde $v_m(z)$ e $v'(z)$ são, respetivamente, a velocidade média e a variação da velocidade em relação à velocidade média à altura *z*.

O facto do desprendimento de vórtices ocorrer para uma banda de frequências mostra que a força lateral não é rigorosamente periódica. Mesmo para níveis residuais de turbulência, o espetro de força lateral é espalhado à volta de n_s como mostra a figura seguinte.

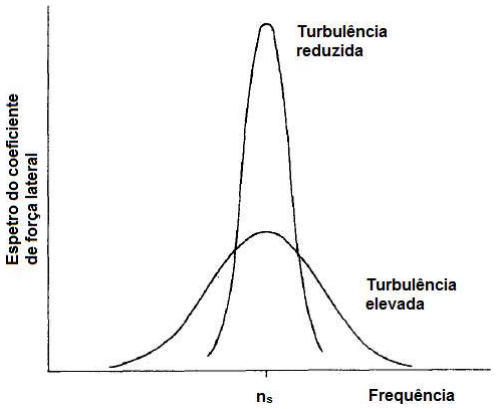


Figura 3.8 - Forma do espetro de força lateral devido ao desprendimento de vórtices.[17]

Observa-se que as maiores amplitudes provocadas pelo desprendimento de vórtices ocorrem quando a velocidade do vento coincide com a velocidade crítica indicada na Equação (3.4) sendo que diminuem bastante para pequenas variações de velocidade. Este facto indica que a turbulência de grande escala tem um efeito vincado nas vibrações introduzidas na estrutura [11].

3.5.3. TURBULÊNCIA DE PEQUENA ESCALA

A turbulência de pequena escala é caracterizada por elevadas frequências e é devida, normalmente, à existência de estruturas vizinhas. O ar na esteira de uma estrutura, resultante da interação entre o escoamento de montante e a própria estrutura, é caracterizado por uma componente preponderante de turbulência de pequena escala. Assim, o efeito deste tipo de turbulência far-se-á sentir nas estruturas a jusante de acordo com a direção do vento [7].

Como resultados deste tipo de turbulência podem-se destacar o aumento do coeficiente de força lateral, resultando em maiores vibrações devidas ao desprendimento de vórtices, e transições prematuras entre regimes de escoamento (Figura 3.10).

Para validar o que foi referido no parágrafo anterior, recorde-se a Figura 3.8 usada anteriormente para se compreender o efeito que a intensidade de turbulência tem na grandeza da força lateral. Para além disso, recorde-se que o desprendimento regular de vórtices tende a desaparecer, atingindo a força lateral o seu valor mínimo, no regime de escoamento crítico. Agora observe-se novamente a Figura 3.8e repare-se que a força lateral atinge o valor mínimo sucessivamente a *Re* menores à medida que a turbulência (de pequena escala) aumenta.

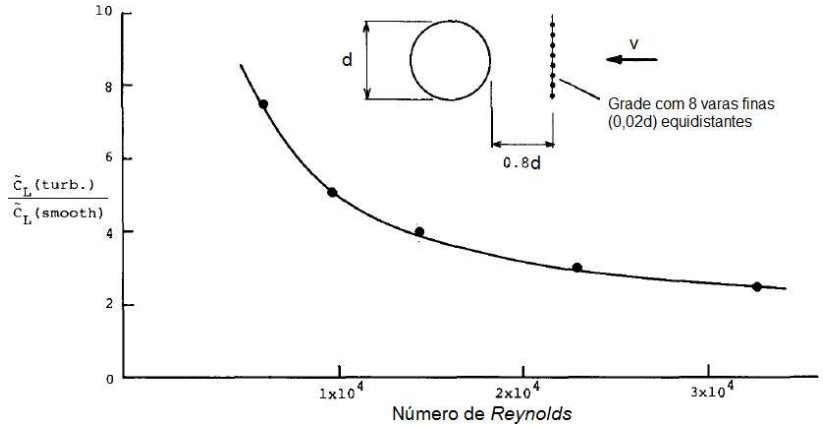


Figura 3.9 - Quociente entre o coeficiente de força lateral em condições de escoamento suave (smooth) e em condições de turbulência de pequena escala.[14]

A figura seguinte resume, de forma esquemática, as considerações feitas anteriormente sobre o efeito da turbulência nas amplitudes de vibração. Esta figura apresenta a amplitude relativa de vibração em função do número de Scruton.

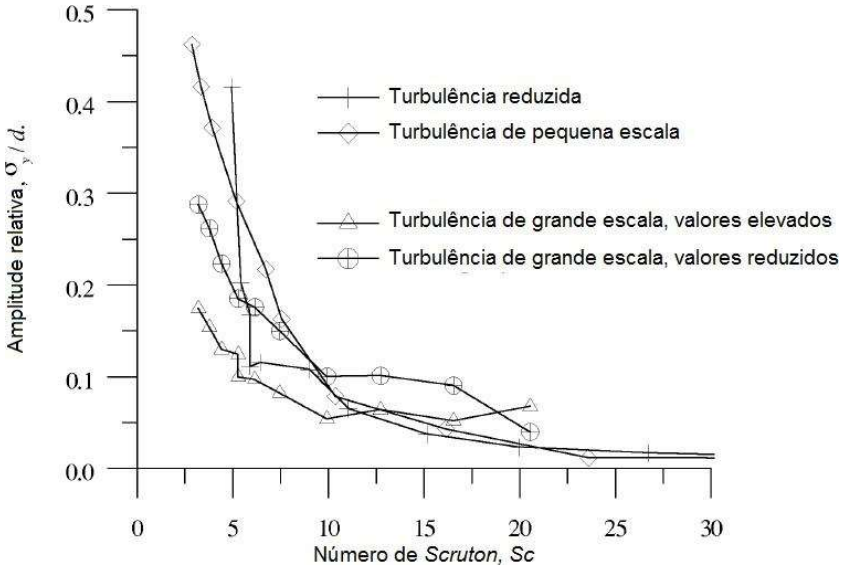


Figura 3.10 - Relação entre a amplitude de vibração e o número de Scruton.[18]

3.6. COEFICIENTE DE FORÇA LATERAL

3.6.1. CAMPO DAS PEQUENAS OSCILAÇÕES

As considerações seguintes têm por base a existência de pequenas oscilações, onde o movimento estrutural é desprezável. Neste contexto, verifica-se que a variação do coeficiente de força lateral está relacionada com o regime de escoamento.

A figura seguinte representa, pelo menos qualitativamente, a variação do coeficiente de força lateral no regime laminar em função da distância ao topo.

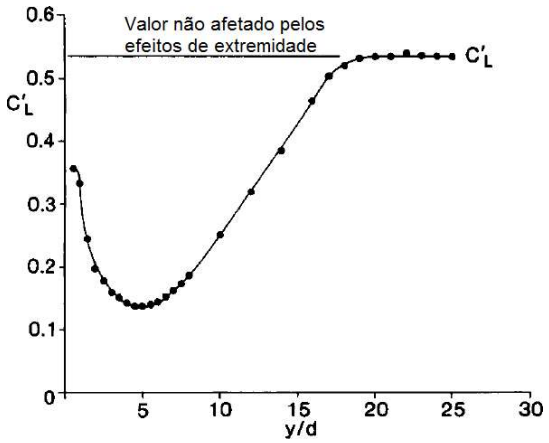


Figura 3.11 - Variação do coeficiente de força lateral em função da distância ao topo.[15]

Tal como se pode observar, os efeitos de extremidade provocam, em termos gerais, uma redução no valor do coeficiente de força lateral, sendo necessária uma distância *y/d* aproximadamente igual a 20 a partir do topo para que o valor relativo a um escoamento bidimensional seja atingido.

Pode ainda destacar-se o pico atingido na proximidade da ponta devido, em parte, a valores do número de Strouhal muito menores nesta zona. A variação no número de Strouhal modifica a frequência de desprendimento resultando um desprendimento de vórtices, na região do topo, fracamente correlacionado com o desprendimento das regiões mais afastadas [19].

No regime turbulento, o comportamento do coeficiente de força lateral devido aos efeitos de extremidade segue a mesma tendência embora de forma menos pronunciada relativamente ao regime laminar.

3.6.2. CAMPO DAS GRANDES OSCILAÇÕES

Segundo ESDU (2004), os valores do coeficiente de força lateral, para grandes oscilações, são pouco afetados pelo número de Reynolds, turbulência ou rugosidade superficial. Contudo, a amplitude de movimento passa a ser um parâmetro influenciador do coeficiente de força lateral.

3.7. FENÓMENO AEROELÁSTICO DO LOCK IN

O escoamento atmosférico introduz pressões na superfície da estrutura que variam com o tempo.

Neste contexto, o desprendimento de vórtices pode ocasionar deformações no tipo de estruturas em análise, iniciando um fenómeno aerodinâmico em que a frequência de desprendimento de vórtices sincroniza com a frequência própria da estrutura dando origem a uma força autoexcitada. Esta força é chamada de *lock-in.* [13] [11]

O desprendimento regular de vórtices, em estruturas flexíveis, é responsável por uma resposta reduzida da estrutura enquanto a frequência de desprendimento estiver afastada da frequência própria da estrutura na direção transversal à direção de propagação do vento. Nestas condições as ações provocadas pelo desprendimento de vórtices em diferentes secções da estrutura têm caracter aleatórioe a sua energia é distribuída por uma gama relativamente larga de frequências.

Já, quando as duas frequências se aproximam, o desprendimento de vórtices provoca maiores solicitações e a estrutura começa a interagir com o escoamento.

A partir deste momento as frequências "sincronizam" e a frequência própria da estrutura assume o controlo do desprendimento de vórtices. Observa-se que, mesmo quando a velocidade do vento varia uma pequena percentagem, o desprendimento de vórtices continua a ser controlado pela frequência própria da estrutura, sendo este fenómeno conhecido como *lock-in* [13]. O fenómeno está representado na figura seguinte.

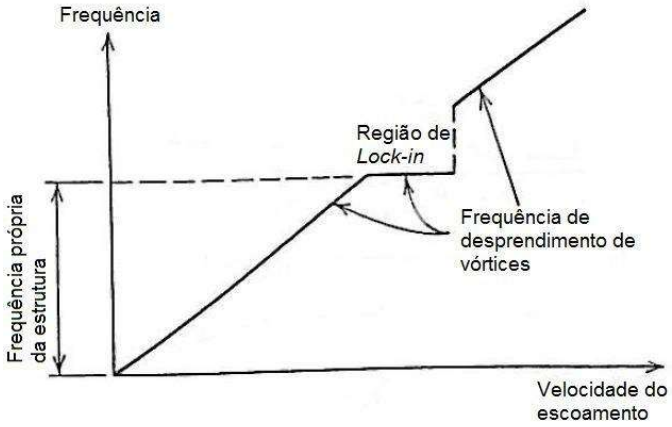


Figura 3.12 - Evolução da frequência de desprendimento de vórtices com a velocidade do vento.[13]

Em boa verdade, não se pode dizer que o desprendimento de vórtices em regime de *lock-in* é caracterizado apenas pela frequência própria da estrutura, sendo mais correto referir que este está limitado a uma banda muito estreita de frequências centradas na frequência própria da estrutura.

Os parágrafos anteriores induzem que a força lateral provocada pelo desprendimento tem caracter aproximadamente periódico. Neste contexto, pode ser assumida uma força sinusoidal que atua com a frequência própria da estrutura, completamente correlacionada ao longo de todos os pontos de atuação (extensão da estrutura onde se verifica o desprendimento de vórtices em regime de *lock-in*).

4
DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES SEGUNDO O EUROCÓDIGO 1, AÇÕES DO VENTO

4.1. AÇÃO DO VENTO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 1, AÇÕES DO VENTO

O cálculo da ação do vento é baseado num modelo que usa um fator de pico (peak factor model) desenvolvido por Davenport. Este modelo divide a ação do vento numa componente média estacionária e numa componente turbulenta não estacionária. O valor máximo da ação do vento, bem como a resposta dinâmica da estrutura, é obtida pela soma destas duas componentes [20].

A proporção da componente turbulenta obtem-se através de um fator de pico g(t) que depende do tamanho da rajada e das características da estrutura, levando à definição do valor máximo da ação do vento, v(z), a través da seguinte forma:

$$v(z) = v_m(z) + g(t) * \sigma_v(z) \tag{4.1}$$

Na expressão anterior $v_m(z)$ representa a velocidade média e $\sigma_v(z)$ representa o desvio padrão da turbulência.

Segundo o Eurocódigo 1, as ações do vento são determinadas a partir de valores de referência de velocidades do vento ou da pressão dinâmica. Os valores de referência são valores característicos e têm uma probabilidade anual de serem excedidos de 0,02, ou seja, um período médio de retorno de 50 anos. Assim as ações do vento representam, também, valores característicos.

4.1.1. VALORES DE REFERÊNCIA

Os valores de referência são baseados na observação e medição de acontecimentos passados que pretendem caracterizar os acontecimentos futuros. Para caracterizar os ventos extremos podem ser usadas 3 variáveis básicas, sejam elas, a velocidade de vento, velocidade de vento ao quadrado ou a pressão.

Segundo o Eurocódigo 1, valor básico da velocidade de referência do vento, $v_{b,0}$, é definido como o valor da velocidade média do vento referida a períodos de 10 minutos, independentemente da direção do vento e da época do ano, a uma altura de 10 metros acima do nível do solo em terreno do tipo campo aberto com vegetação rasteira (categoria II).

Apresenta-se a seguinte expressão para o cálculo da velocidade de referência.

$$v_b = c_{dir} * c_{season} * v_{b,0} \tag{4.2}$$

Sendo:

v_b valor de referência da velocidade do vento;

c_{dir} coeficiente de direção, o valor recomendado é igual a 1 e considerado conservativo pelo anexo nacional;

c_{season} coeficiente de estação, o valor recomendado é igual a 1.

Como este caso de estudo se localiza na Alemanha utiliza-se o anexo nacional alemão.

Para efeitos de vento esse anexo divide o país em 4 zonas de vento permitindo assim os seguintes valores de referência:

Tabela 4.1 - Valor básico da velocidade de referência do vento[21]

Zona de Vento	q_0 [N/m^2]	$V_{b,0}$ [m/s]
W1	320	22,5
W2	390	25,0
W3	470	27,5
W4	560	30,0

Estas zonas de vento estão de acordo com as zonas no mapa seguinte:

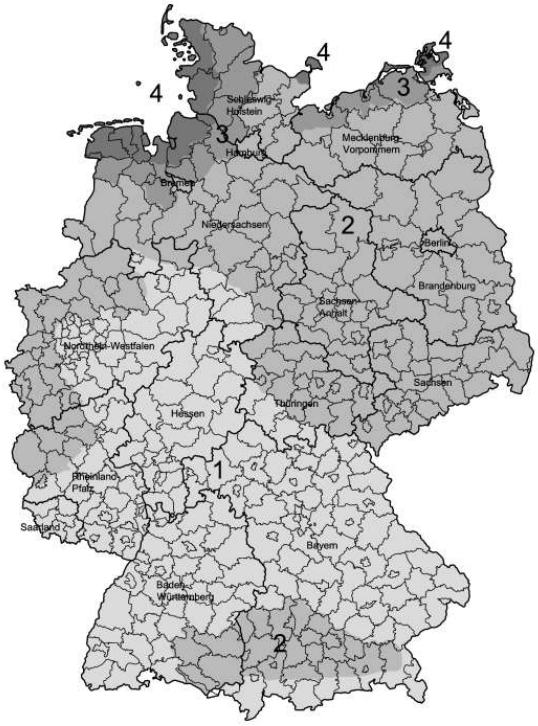


Figura 4.1 - Mapa de zonas de vento da República Federal Alemã [21]

Caso seja vantajoso considerar uma velocidade de referência com probabilidade anual de ser excedida diferente de 0,02, o Eurocódigo propõe a afetação da velocidade de referência por um coeficiente de probabilidade para ter em conta a probabilidade de excedência pretendida.

4.1.2. VELOCIDADE MÉDIA

A velocidade média é caracterizada por um perfil logarítmico de velocidades que se estende até 200 metros acima do solo.

No entanto, apesar do perfil logarítmico ter sólido desenvolvimento teórico, apresenta limitações. As condições ideais em que foi desenvolvido raramente se verificam e, para além disso, a própria definição matemática do logaritmo pode causar problemas na determinação da velocidade média. Face a estas condicionantes o perfil com lei de potência é uma alternativa [8].

A velocidade média vm(z) é então definida da seguinte forma:

$$v_m = c_r * c_o * v_b \tag{4.3}$$

Sendo:

cr(z) coeficiente de rugosidade;

co(z) coeficiente de orografia, considerado igual a 1, salvo especificação em contrário;

v_b valor de referência da velocidade do vento.

O coeficiente de rugosidade tem em conta os efeitos da rugosidade do terreno (na direção de propagação do vento) na determinação da distribuição da velocidade média em função da altura.

$$c_r(z) = \begin{cases} k_r * \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) & para\ z_{min} \leq z \leq z_{máx} \\ c_r(z_{min}) & para\ z \leq z_{min} \end{cases} \tag{4.4}$$

Onde z_{min} representa a altura mínima, $z_{máx}$ assume o valor de 200 metros, z_0 representa o comprimento de rugosidade e k_r representa o coeficiente de terreno dependente do comprimento de rugosidade que se pode obter através da tabela 2.2.

O Eurocódigo, contempla 5 categorias de terreno que pretendem distinguir os terrenos com diferentes características. As diferentes categorias de terreno são definidas pelo comprimento de rugosidade e pelo coeficiente de terreno.

Tabela 4.2 - Categorias de terreno e respetivos parâmetros [21]

Categoria de terreno	Z_0	k_r
0 Zona costeira exposta aos ventos do mar	0,003	0,155
I Lagos ou Zonas planas e horizontais com vegetação desprezável e sem obstáculos	0,01	0,169
II Zona de vegetação rasteira, tal como erva, e obstáculos isolados (árvores, edifícios) com separações entre si de, pelo menos, 20 vezes a sua altura	0,05	0,189
III Zona com uma cobertura regular de vegetação ou edifícios, ou com obstáculos isolados com separações entre si de, no máximo, 20 vezes a sua altura (por exemplo: zonas suburbanas, florestas permanentes)	0,3	0,214
IV Zona na qual pelo menos 15% da superfície está coberta por edifícios com uma altura média superior a 15 metros	1	0,233

O comprimento de rugosidade, presente nas expressões que permitem determinar a velocidade média, representa a altura acima do solo onde a velocidade média é nula, ou seja, o início do perfil de velocidade média. Dyrbye e Hansen (1999) referem o comprimento de rugosidade como o tamanho de um vórtice, que resulta do atrito entre a camada de ar mais próxima da superfície e o solo, como está representado na figura seguinte.

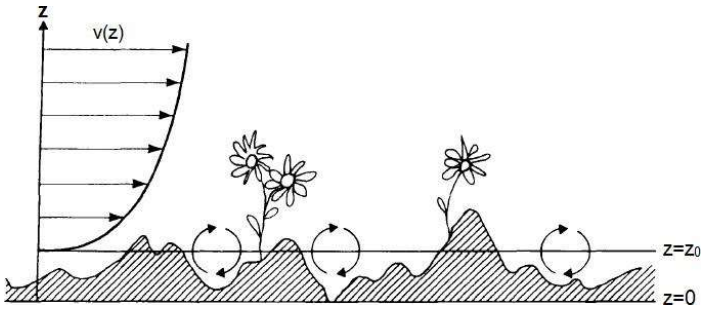


Figura 4.2 - Ilustração do comprimento de rogusidade.[7]

Sublinha-se que o desenvolvimento dado à velocidade média nos parágrafos anteriores deixou de parte algumas considerações importantes sobre os parâmetros envolvidos na análise, e a interação do vento com o terreno foi apenas levemente abordada com a definição das categorias de terreno.

4.2. AÇÃO DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

O efeito de desprendimento de vórtices é tratado no anexo E da presente norma e tem caracter informativo de acordo com o anexo nacional.

Segundo o Eurocódigo 1, ações do vento este anexo apresenta uma visão simplificada de fenómenos aeroelásticos altamente complexos que podem afetar estruturas flexíveis caracterizadas por longo desenvolvimentoe esbeltezas elevadas.

Na parte inicial do anexo são apresentados os critérios relativos à necessidade, ou não, de considerar o desprendimento de vórtices, sendo necessário considerá-lo quando:

- Quociente entre a maior e a menor dimensão transversal da construção, ambas consideradas no plano perpendicular à direção do vento, é superior a 6;
- A velocidade crítica é menor que 1,25 vezes a velocidade média ao nível da secção onde se desencadeia o desprendimento de vórtices ($v_{crit,i}$<1,25·v_m).

O efeito das vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices deve ser calculado a partir da força de inércia por unidade de comprimento, atuando perpendicularmente à direção de atuação do vento:

$$F_s(z) = m(z) * \left(2\pi * n_{est,i}\right)^2 * \Phi_{est,i}(z) * y_{F,máx} \quad (4.1)$$

Sendo:

$m(z)$ massa oscilante da estrutura por unidade de comprimento;

$n_{est,i}$ frequência própria da estrutura;

$\Phi_{est,i}$ configuração modal da estrutura, normalizada com o valor 1 no ponto de deslocamento máximo;

$y_{Fmáx}$ deslocamento máximo, ao longo do tempo, do ponto em que $\Phi_{est,i}$ é igual a 1.

A presente norma permite duas abordagens diferentes no que toca à determinação de $y_{Fmáx}$. O método 1 pode ser utilizado para vários tipos de estruturas e para várias configurações modais, já o método 2 está limitado ao primeiro modo de vibração de estruturas em consola, sendo particularmente apropriado para chaminés, mastros ou torres.

4.3. MÉTODO 1 PARA O CÁLCULO DAS AMPLITUDES TRANSVERSAIS AO VENTO

4.3.1. INTRODUÇÃO

O método 1 é baseado no modelo de comprimento de correlação (*correlation length model*) proposto por Ruscheweyh.

Por sua vez, o modelo proposto por Ruscheweyh é baseado no modelo de excitação sinusoidal que simula a ação do desprendimento de vórtices através de uma carga harmónica. A utilização do modelo de excitação sinusoidal é especialmente adequada para situações em que sejam previstas grandes vibrações na estrutura (*lock-in*) [22]. Contudo, para pequenas vibrações o modelo sinusoidal deixa de ser válido, pois a resposta deixa de ser harmónica e passa a ter carácter aleatório.

O modelo proposto por Ruscheweyh contempla as caraterísticas de aleatoriedade da resposta através de um fator de pico que varia entre 1,414 para resposta harmónica e 3,8 para resposta aleatória [23].

O fator de pico é a base para a definição do comprimento de correlação efetivo L. Por sua vez, o comprimento de correlação presente no modelo de Ruscheweyh atende, também, às características de tridimensionalidade da interação entre o escoamento e a estrutura, características estas que foram apresentadas anteriormente no presente trabalho.

A seguinte exposição do método 1 foca a determinação das amplitudes transversais ao vento para chaminés e mastros considerando o primeiro e segundo modos de vibração.

Segundo o Eurocódigo 1, ações do vento, o deslocamento máximo é obtido pela seguinte expressão.

$$\frac{y_{F,máx}}{d} = \frac{1}{St^2} * \frac{1}{Sc} * K * K_W * c_{lat} \quad (4.2)$$

Sendo:

St número de Strouhal. Para secções circulares *St* assume o valor de 0,18;

Sc número de Scruton, definido anteriormente;

K_W coeficiente de comprimento de correlação efetivo;

K coeficiente de configuração modal;

c_{lat} coeficiente de força lateral.

4.3.2. COEFICIENTE DE FORÇA LATERAL C_{LAT}

O coeficiente de força lateral é um parâmetro que caracteriza a força lateral e obtém-se através de medições experimentais desta força. Este parâmetro é adimensional e varia em função do número de Reynolds, ou seja, depende do regime de escoamento.

O Eurocódigo 1, ações do vento adota a proposta representada na figura seguinte para o valor básico do coeficiente de força lateral $c_{lat,0}$.

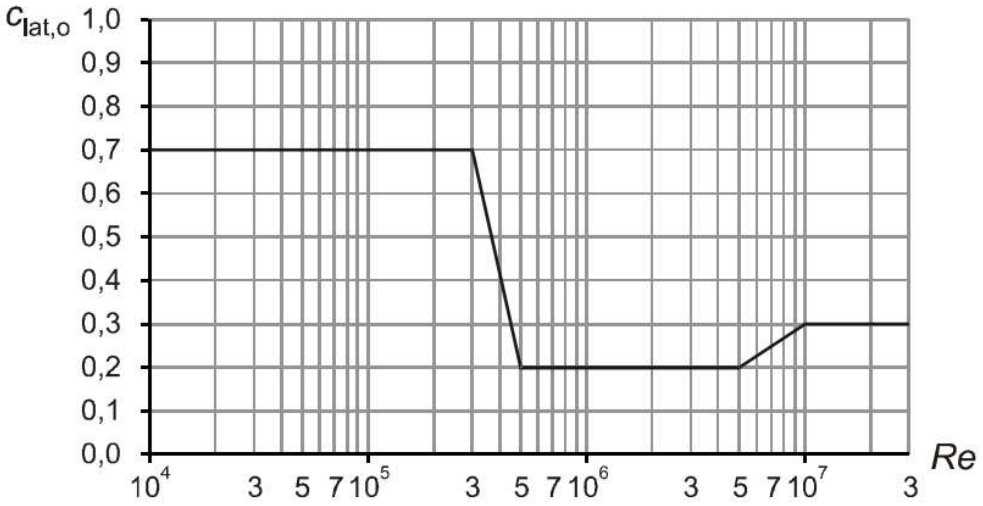


Figura 4.3 - Valor básico do coeficiente de força lateral clat,0 em função do número de Reynolds.[9]

De acordo com a presente norma, o coeficiente de força lateral é definido de acordo com o seguintequadro.

Tabela 4.3 - Coeficiente de força lateral em função do rácio de velocidade crítica de vento.[9]

Relação $v_{crit}/v_{m,L}$	**c_{lat}**
$\frac{v_{crit}}{v_{m,L}} \leq 0,83$	$c_{lat} = c_{lat,0}$
$0,83 \leq \frac{v_{crit}}{v_{m,L}} \leq 1,25$	$c_{lat} = \left(3 - 2,4 * \frac{v_{crit}}{v_{m,L}}\right) * c_{lat,0}$
$1,25 \leq \frac{v_{crit}}{v_{m,L}}$	$c_{lat} = 0$

$v_{m,L}$ velocidade média do vento no centro do comprimento de correlação efetivo, definido na Figura 4.2;

v_{crit} velocidade crítica do vento.

4.3.3. COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO *L*

O Eurocódigo 1, ações do vento refere que o comprimento de correlação deverá ser posicionado nas zonas entre nodosda configuração modal, tal como mostra a figura seguinte.

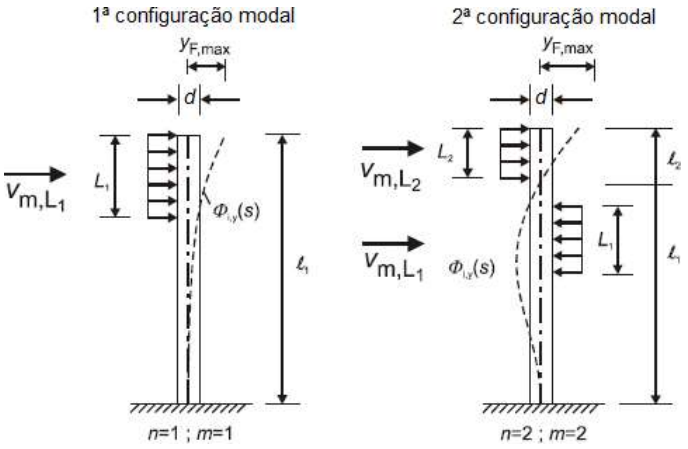


Figura 4.4 - Comprimento de correlação L [9]

A figura seguinte apresenta o comprimento de correlação efetivo em função da amplitude de vibração máxima da estrutura. Importa realçar que este foi obtido através de medições à escala real e que engloba, por isso, os efeitos de *lock-in*, turbulência do vento e o fator de pico apresentado na introdução deste método [24]. Para além disso, o limite superior (atracejado) procura atender à resposta auto limitada característica do desprendimento de vórtices.

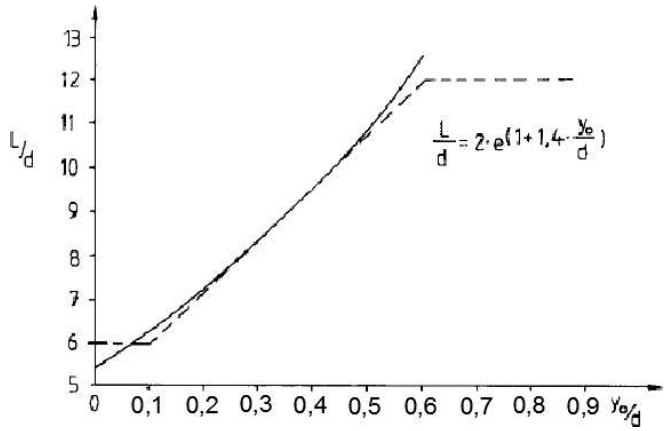


Figura 4.5 - L/d em função do quociente entre a amplitude o diâmetro do topo [19]

O Eurocódigo adotou a aproximação linear apresentada a tracejado na figura anterior para definir o comprimento de correlação, tal como representado no quadro seguinte.

Tabela 4.4 - Comprimento de correlação efetivo em função da amplitude de vibração.[9]

$y_{F,máx}/d$	L_j/d
<0,1	6
0,1 a 0,6	$4{,}8 - 12 * \frac{y_{F,máx}}{d}$
>0,6	12

4.3.4. COEFICIENTE DE COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO EFETIVO K_W

O coeficiente de comprimento de correlação é definido pela seguinte expressão.

$$K_W = \frac{\sum_{j=1}^{n} \int |\Phi_{est,i}(s)| ds}{\sum_{j=1}^{m} \int |\Phi_{est,i}(s)| ds} \leq 0{,}6 \tag{4.3}$$

Onde:

L_j é o comprimento de correlação, tal como definido na Figura 4.2;

l_j corresponde ao comprimento da estrutura entre dois nodos, como definido na Figura 4.2;

n número de zonas em que, simultaneamente, ocorre excitação por desprendimento de vórtices;

m número de antinodos da estrutura em vibração na configuração modal considerada.

4.3.5. COEFICIENTE DE CONFIGURAÇÃO MODAL *K*

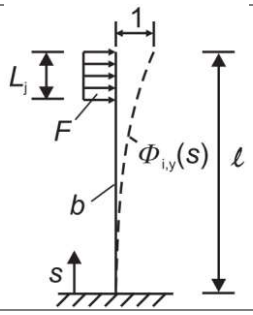
O coeficiente de configuração modal é definido pela seguinte expressão.

$$K_W = \frac{\sum_{j=1}^{m} \int |\Phi_{est,i}(s)| ds}{4 * \pi * \sum_{j=1}^{m} \int |\Phi^2{}_{est,i}(s)| ds} \tag{4.4}$$

4.3.6. CONSIDERAÇÕES SOBRE O PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO

A figura seguinte apresenta a definição de K_W e K para torres, mastros e chaminés no modo de vibração fundamental.

Tabela 4.5 - Coeficiente de comprimento de correlação efetivo e coeficiente de configuração modal.[9]

Estrutura	Kw	K
	$3 * \frac{L_j/d}{\lambda} * \left[1 - \frac{L_j/d}{\lambda} + \frac{1}{3} * \left(\frac{L_j/d}{\lambda}\right)^2\right]$ $\lambda = \frac{l}{d}$	0,13

O método 1 permite contabilizar as contribuições dos modos superiores para a determinação das amplitudes de oscilação embora a resposta, para a maioria das estruturas em causa, seja representada corretamente apenas pelo modo de vibração fundamental.

4.4. MÉTODO 2 PARA O CÁLCULO DAS AMPLITUDES TRANSVERSAIS AO VENTO

4.4.1. INTRODUÇÃO

Esta abordagem baseia-se no modelo espetral proposto e desenvolvido por Vickery e colaboradores.

O modelo espetral é usado para prever a resposta transversal à direção de propagação do vento em estruturas esbeltas com secção transversal circular sujeitas a um escoamento turbulento.

A "característica chave" deste modelo reside no facto de representar a força provocada pelo movimento estrutural através de um amortecimento aerodinâmico que, por sua vez, é caracterizado pordois termos:

- O primeiro termo é linear, amortecimento aerodinâmico negativo. Observa-se que este atinge o valor máximo quando as frequências, de desprendimento e estrutural, se igualam,*lock-in*;
- O segundo termo, não linear, representa um amortecimento positivo para garantir que a resposta é auto limitada. Este termo assume expressividade, apenas, quando a estrutura é afetada por grandes vibrações [11].

Esta metodologia foi desenvolvida com base na teoria de vibração aleatória e caracteriza-se pela complexidade na obtenção de alguns parâmetros. Assim, na prática corrente é necessário recorrer a simplificações que facilitem a determinação das ações introduzidas pelo desprendimento de vórtices.

Segundo Hansen (2007), é lícito assumir que o diâmetro e todos os parâmetros aerodinâmicos se mantêm constantes ao longo da altura da estrutura pois os efeitos do desprendimento de vórtices são mais importantes numa curta distância onde as vibrações estruturais são maiores.

Segundo o Eurocódigo 1, ações do vento, o deslocamento máximo, no ponto com maior amplitude de movimento é definido da seguinte forma:

$$y_{F,máx} = \sigma_y * k_p \tag{4.5}$$

Sendo:

σ_y desvio padrão do deslocamento;

k_p fator de pico.

A equação anterior pode ser resolvida da seguinte forma:

$$\left(\frac{\sigma_y}{d}\right)^2 = c_1 + \sqrt{{c_1}^2 + c_2} \tag{4.6}$$

Na expressão anterior c_1 e c_2 são definidos por:

$$c_1 = \frac{{a_L}^2}{2} * \left(1 - \frac{Sc}{4*\pi*K_a}\right) \tag{4.7}$$

$$c_2 = \frac{\rho*d^2}{m_e} * \frac{{a_L}^2}{K_a} * \frac{{C_c}^2}{St^4} * \frac{d}{h} \tag{4.8}$$

Sendo:

C_c coeficiente aerodinâmico, dependente da forma da secção transversal e, no caso de secção circular, do número de Reynolds;

K_a coeficiente de amortecimento aerodinâmico;

a_L amplitude limite normalizada, correspondente ao deslocamento de estruturas com amortecimento muito reduzido;

Sc número de Scruton;

St número de Strouhal;

ρ massa volúmica do ar nas condições de desprendimento de vórtices, sendo o valor recomendado de 1,25 kg/m^3;

m_e massa efetiva por unidade de comprimento;

h altura da estrutura;

d largura da estrutura. No caso de largura variável, a largura a considerar é a do ponto com maiores deslocamentos.

O quadro seguinte apresenta os valores de C_c, $K_{a,máx}$ e a_L em função do número de Reynolds. O termo $K_{a,máx}$ representa o valor do coeficiente de amortecimento aerodinâmico em condições de intensidade de turbulência nula.

Tabela 4.6 – Valores de C_c, $K_{a,máx}$ e a_L.[9]

Coeficiente	Cilindro de base circular $Re \leq 10^5$	Cilindro de base circular $Re = 5 \cdot 10^5$	Cilindro de base circular $Re \geq 10^6$
C_c	0,02	0,005	0,01
$K_{a,max}$	2	0,5	1
a_L	0,4	0,4	0,4

No quadro anterior, admite-se que os parâmetros C_c e $K_{a,máx}$ variam linearmente com o logaritmo do número de Reynolds para $10^5 < Re < 5 \cdot 10^5$ e para $5 \cdot 10^5 < Re < 10^6$

4.4.2. COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO AERODINÂMICO K_A

O coeficiente de amortecimento aerodinâmico resulta de medições experimentais e foi proposto por Scruton e colaboradores como um dos parâmetros que definem a força aerodinâmica lateral [17].

Verifica-se que aumento da intensidade de turbulência reduz o valor deste parâmetro, sendo conservativa a adoção de valores obtidos em condições de escoamento "suave".

A figura seguinte foi obtida através de medições em cilindros de desenvolvimento finito bem como em condições bidimensionais e ilustra a variação de K_a com o número de Reynolds.

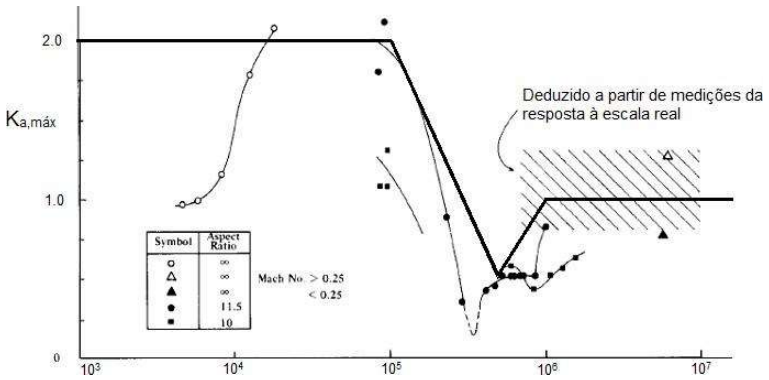


Figura 4.6 – Variação de Ka com Re.[17]

As linhas retas presentes na figura anterior definem os valores de $K_{a,máx}$ considerados pelo Eurocódigo 1, ações do vento.

4.4.3. FATOR DE PICO K_P

O fator de pico é definido pela seguinte expressão:

$$k_p = \sqrt{2} * \left\{1 + 1{,}2 * \arctan\left(0{,}75 * \left(\frac{Sc}{4*\pi*K_a}\right)^4\right)\right\} \quad (4.9)$$

Para pequenas amplitudes de vibração, o fator de pico aproxima-se do valor 4, já para grandes amplitudes este fator tende para 1,414.

Vickery e Basu (1983) sugerem um fator de pico que varia nos mesmos moldes. O fator de pico esperado no caso harmónico tende para 1,414 e para distribuições gaussianas aproxima-se de 4.

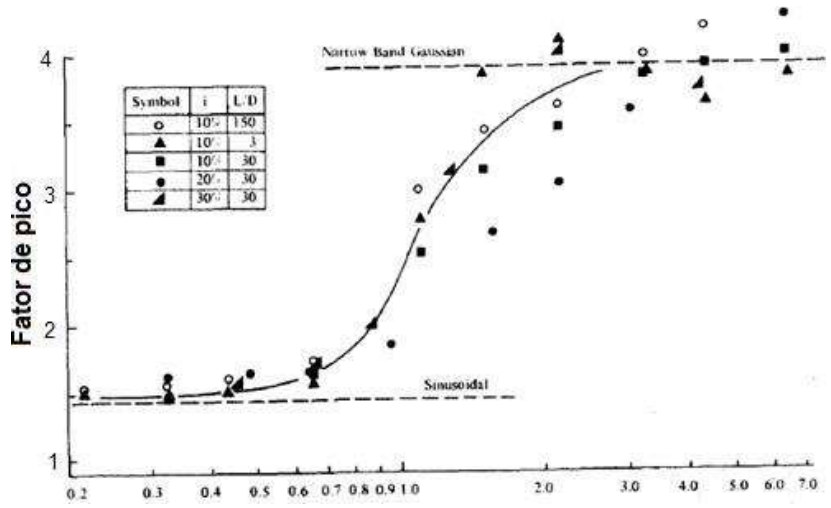


Figura 4.7 – Fator de pico como função da razão entre um parâmetro de amortecimento estrutural e Ka.[17]

4.4.4. Inclusão dos efeitos da turbulência presente no escoamento proposta por Hansen

O método 2 do Eurocódigo, ao propor a utilização do coeficiente de amortecimento aerodinâmico $K_{a,máx}$, não tem em conta o efeito redutor das amplitudes de oscilação devido à turbulência presente no escoamento.

Para contabilizar o efeito da intensidade de turbulência na determinação de K_a, Hansen (1998) propõe a seguinte expressão:

$$K_a(Re, I_v) = K_{a,máx}(Re) * K_v(I_v) \quad (4.10)$$

$$K_v(I_v) = \begin{cases} 1 - 3I_v & I_v \leq 0{,}25 \\ 0{,}25 & I_v > 0{,}25 \end{cases} \quad (4.11)$$

Esta metodologia inclui o efeito da turbulência de uma forma bastante simplista e pouco precisa. Apesar disso, Hansen refere que a inclusão de K_v permite obter algumas indicações que não subestimam a resposta.

5 DETERMINAÇÃO DO EFEITO DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES BASEADO NUMA ANÁLISE DINÂMICA

5.1. ANÁLISE DINÂMICA, A EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

As estruturas analisadas poderiam ser consideradas como sistemas somente com um grau de liberdade dinâmico correspondente ao deslocamento horizontal no topo mas essa simplificação impossibilitaria a aplicação de cargas dinâmicas ao longo do seu desenvolvimento. Por este motivo, as estruturas em análise são caracterizadas como sistemas com múltiplos graus de liberdade.

Os graus de liberdade a considerar na análise devem ser os necessários para descrever adequadamente a cinemática do sistema de acordo com a distribuição de rigidez e de massa [25]

A equação fundamental do movimento, ou equação de equilíbrio dinâmico, representa uma equação diferencial de segunda ordem cuja solução analítica nem sempre se encontra disponível, sendo, nos casos correntes, obtida através de métodos numéricos.

Para sistemas com múltiplos graus de liberdade a equação de movimento toma a forma de um sistema de equações.

$$M * \ddot{u}(t) + C * \dot{u}(t) + K * u(t) = p(t) \tag{5.1}$$

Sendo:

M matriz de massa;

C matriz de amortecimento;

K matriz de rigidez;

$\ddot{u}$, $\dot{u}$ e *u* aceleração, velocidade e deslocamento, respetivamente;

p(t) vetor das forças exteriores.

Na equação anterior está implícito que o efeito das forças exteriores, em qualquer instante, pode ser descrito pelas componentes de movimento do sistema estrutural (deslocamento, velocidade e aceleração) e o sistema estrutural pode ser dividido nas suas componentes de rigidez, amortecimento e

massa [26].

5.1.1. MATRIZ DE RIGIDEZ

As forças externas relativas à componente de rigidez estrutural estão relacionadas com os deslocamentos pela seguinte relação.

$$f_s = K * u \tag{5.2}$$

Na equação anterior f_s representa a força elástica, K a matriz de rigidez e u é o deslocamento. Assim, na análise de um sistema estrutural com vários graus de liberdade, a componente k_{ij} da matriz de rigidez representa a força de restituição elástica desenvolvida na direção i devida a um deslocamento unitário na direção j.

Para estruturas complexas, a matriz de rigidez é obtida através da assemblagem de matrizes de elementos individuais referidas ao referencial geral, sendo aliás o método utilizado pelos programas decálculo automático.

5.1.2. MATRIZ DE MASSA

As forças externas relativas à componente mássica do sistema estão relacionadas com as acelerações pela seguinte relação.

$$f_I = M * \ddot{u} \tag{5.3}$$

Em que f_I representa a força de inércia, M a matriz de massa e $\ddot{u}$ representa a aceleração. Neste caso a matriz de massa é definida pelos valores m_{ij} representando a força de inércia desenvolvida na direção i devida a uma aceleração unitária na direção j.

A idealização da matriz de massa pode passar por uma matriz consistente que tem em conta a distribuição de massa pelos elementos estruturais, ou por uma matriz onde as massas são concentradas nos graus de liberdade considerados.

Na última idealização, as massas concentradas nos graus de liberdade nodais são obtidas pelo somatório de massa que cada elemento estrutural transmite ao nó em causa. Esta matriz toma a forma diagonal e pode apresentar as componentes de rotação caso a inércia de rotação seja considerável.

5.1.3. MATRIZ DE AMORTECIMENTO

As forças externas relativas à componente de amortecimento estão relacionadas com as velocidades induzidas na estrutura pela seguinte relação.

$$f_D = C * \dot{u} \tag{5.4}$$

Sendo f_D a força resistente de amortecimento, C a matriz de amortecimento e $\dot{u}$ é a velocidade. A determinação explícita da matriz de amortecimento é frequentemente obtida através da matriz de amortecimento de Rayleigh. A matriz de amortecimento é definida por proporcionalidade às matrizes de massa e de rigidez como a seguir se exemplifica.

$$C = \alpha * M + \beta * K \tag{5.5}$$

Os parâmetros α e β podem ser obtidos de acordo com a seguinte relação.

$$\alpha = \frac{2*\omega_i*\omega_j}{\omega_i+\omega_j} \tag{5.6}$$

$$\beta = \frac{2*\xi}{\omega_i+\omega_j} \tag{5.7}$$

Nas Equações anteriores ξ, ω_i e ω_j são, respetivamente, o coeficiente de amortecimento e as frequências angulares nos modos de vibração i e j.

Os resultados experimentais indicam que as estruturas têm coeficientes de amortecimento semelhantes para vários modos de vibração. Posto isto, uma estratégia para determinar os parâmetros α e β pode passar pela determinação do coeficiente de amortecimento no modo fundamental e pela admissão desse mesmo valor para um modo superior (que mobilize cerca de 90% da massa, por exemplo).

Este procedimento de determinação da matriz de amortecimento requer precaução na escolha do último modo em que se considera uma contribuição significativa para a resposta (ao qual se atribui um coeficiente baseado em valores experimentais) pois o amortecimento estrutural, a partir dos modos superiores, aumenta continuamente e a resposta pode tomar valores bastante reduzidos, irreais, caso modos superiores ao considerado contribuam significativamente.

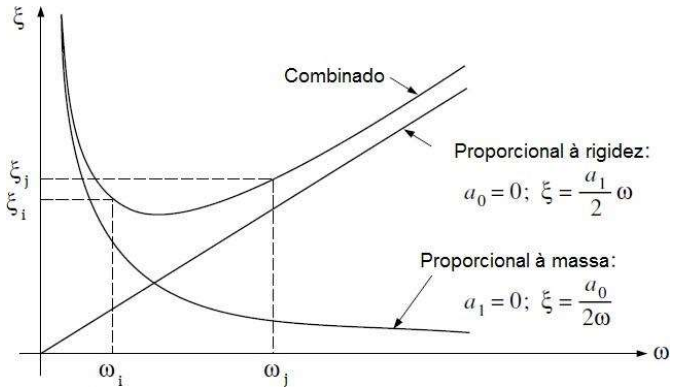


Figura 5.1 – Amortecimento de Rayleigh, evolução do coeficiente de amortecimento com a frequência angular.

[35]

Como último comentário sobre a matriz de amortecimento, interessa referir que muitas das vezes não é

necessária a sua determinação de forma explícita, particularmente quando se procede a uma análise modal em que se admite a ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz de amortecimento.

5.1.4. FORÇAS EXTERIORES

As forças exteriores podem ser entendidas como responsáveis pela mobilização das componentes de rigidez, amortecimento e massa. Ou seja, a sua ação é distribuída por estas três componentes da resposta estrutural.

$$f_I + f_D + f_s = p(t) \tag{5.8}$$

Recordando as definições dos parâmetros envolvidos na expressão anterior, obtém-se novamente a equação fundamental do movimento, equação (5.9).

5.1.5. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO

Para muitos casos correntes a resposta dinâmica pode ser determinada pela análise de sobreposição modal, embora esta esteja limitada a sistemas lineares e a estruturas com níveis de amortecimento semelhantes.

Existem métodos capazes de ultrapassar as limitações da análise de sobreposição modal e, por isso, mais abrangentes no seu domínio de aplicação. De entre esses métodos destaca-se a resolução diretado sistema de equações diferenciais (Equação (5.1)) que se apoia em métodos numéricos para a obtenção da resposta.

A título de exemplo refere-se o método numérico de Newmark devido à sua enorme aplicabilidade aos problemas de engenharia de estruturas.

5.2. AMORTECIMENTO

O comportamento dinâmico de uma estrutura depende fortemente das suas características de amortecimento. Como tal, a determinação precisa deste parâmetro é fundamental para obterem resultados realistas provenientes de uma análise dinâmica.

O amortecimento que caracteriza as torres tubulares pode ser dividido na componente estrutural, na componente aerodinâmica e na componente aeroelástica:

- A componente estrutural depende fundamentalmente do material e das ligações, bem como da interação entre a própria estrutura e o solo.
- A componente aerodinâmica resulta das vibrações estruturais e, tal como o amortecimento estrutural, contribui para diminuir as oscilações que a estrutura possa sofrer.
- Contudo a componente aeroelástica é introduzida no amortecimento com valor negativo, ou seja, diminui a capacidade de amortecimento. Esta componente resulta da resposta ressonante caracterizada pela sincronização da frequência de desprendimento de vórtices com a frequência própria da estrutura.

Relativamente à interação entre a estrutura e o solo, tem sido verificado que, para este tipo de estruturas, as fundações são muito mais rígidas quando comparadas com as estruturas. Deste modo a dissipação de energia resultante da interação da estrutura com o solo tem um efeito reduzido no primeiro modo de

vibração. Já nos modos superiores as rigidezes são comparáveis e, portanto, a interação contribuirá de forma mais marcante para o amortecimento [27].

Para postes e mastros tubulares verifica-se, principalmente no primeiro modo de vibração, que o amortecimento depende da amplitude de movimento. O amortecimento aumenta com o aumento das oscilações, limitando deste modo a resposta ressonante[28]. Esta característica assume enorme relevância aquando da determinação das vibrações induzidas, bem como na avaliação dos efeitos da fadiga.

5.3. MODELAÇÃO DA AÇÃO DO VENTO

O desprendimento de vórtices introduz na estrutura, de facto, uma ação cujas propriedades variam no tempo, provocando também uma resposta estrutural variável no tempo.

Este tipo de análise difere da análise estática, principalmente, pela contabilização da variação das propriedades da ação em função do tempo e por ter em conta o desenvolvimento das forças de inércia geradas pelo movimento acelerado. Posto isto, faz todo o sentido simular o efeito do desprendimento de vórtices através de uma análise dinâmica.

Tal como foi discutido anteriormente, existe um elevado número de parâmetros responsáveis pela caracterização da ação de desprendimento, sendo que alguns deles, além de influenciarem a ação, influenciam-se entre si.

Isto põe sérias dificuldades na quantificação realística da ação e leva à adoção de simplificações que, mantendo o conceito físico e lógico do fenómeno, pretendem tornar a quantificação da ação mais acessível. De facto, o desprendimento de vórtices é um fenómeno aleatório caracterizado por alguns parâmetros com características, também, aleatórias.

A metodologia de análise dinâmica aqui apresentada pressupõe o conhecimento da lei de variação da ação com o tempo, introduzindo, neste contexto, uma simplificação na análise logo de raiz.

Considera-se razoável definir a força lateral devida ao desprendimento de vórtices com comportamento harmónico e de amplitude definida pela Equação (3.1), tomando a seguinte forma [10].

$$F_s(t) = \frac{1}{2} * \rho * v_m^2(z) * d(z) * c_{lat}(Re) * \sin(2 * \pi * n_{est} * t) \tag{5.9}$$

Sendo:

n_{est} frequência própria da estrutura;

c_{lat} coeficiente de força lateral cujo valor é definido pela Figura 4.1.

A turbulência, o regime de escoamento e o movimento estrutural são alguns dos fatores que tendem a tornar esta abordagem errada, contudo pode ser considerada razoável desde que se imponham limites quanto à sua utilização.

Além da pertinência da análise dinâmica e apesar das simplificações e limitações inerentes à quantificação da ação, esta metodologia permite análises muito rápidas e simples quando comparada com análises experimentais em túnel de vento ou modelos avançados de simulação da interação fluido-estrutura.

5.3.1. LIMITAÇÕES

Caso a estrutura possa oscilar, esta abordagem tende a ser inadequada por duas razões, primeiro, a força transversal cresce com a amplitude de oscilação até que a amplitude limite seja atingida e, segundo, o comprimento de correlação da força também cresce pela mesma razão[13].

Para contornar estes primeiros obstáculos é necessário limitar a aplicação desta análise apenas aos casos em que seja esperado atingir a amplitude limite. Isto equivale, em estruturas flexíveis, a admitir que a situação de *lock-in* é atingida pelo que a estrutura já estará sujeita às maiores oscilações e portanto não será de esperar que estas modifiquem a força transversal, por um lado, e o comprimento de correlação, por outro.

Atendendo ao facto do desprendimento de vórtices atuar em situação de *lock-in,* a ação assume um caracter aproximadamente periódico dominado pela frequência própria da estrutura e encontra-se completamente correlacionada ao longo dos pontos de atuação.

O facto de se admitir que a ação é governada por uma função harmónica pressupõe um desprendimento regular de vórtices que apenas se verifica nos regimes laminar e turbulento. Assim esta análise não é válida para situações em que o escoamento de vento se encontre em regime crítico.

No entanto, apesar desta metodologia pretender representar a situação de *lock-in*, deve ter-se presente que não é tido em conta o amortecimento aeroelástico. Este parâmetro traduz os fenómenos de aeroelasticidade responsáveis pela sincronização do movimento estrutural com o desprendimento de vórtices, e que na prática diminuem a capacidade de amortecimento da estrutura.

Note-se, também, que não é contabilizado o facto do amortecimento aumentar com o aumento das amplitudes de oscilação tal como foi referido no subcapítulo 5.2.

5.4. MODELAÇÃO NUMÉRICA DA ESTRUTURA

Numa perspetiva simplificada, a estrutura em questão pode ser assemelhada a uma barra encastrada na base embora a realidade seja um pouco mais complexa. Numa análise que exija um elevado grau derigor é necessário considerar, por exemplo, a interação da estrutura com o solo, as ligações entre os diferentes elementos e os elementos não estruturais. Este último tipo de abordagem é pertinente quando se esteja a analisar uma estrutura em particular onde se considera necessário aproximar a modelação o mais possível da realidade.

Para a análise dinâmica do presente trabalho considerou-se suficiente, para o tipo de informação pretendida, modelar as estruturas em elementos de barra, sendo as barras de poligonal de 20 lados oca de diâmetro e espessura variáveis.

O apoio no solo é modelado com um encastramento perfeito, e assim não são tidas em conta as características da fundação nem da sua interação com o solo.

As ligações entre os elementos são consideradas rígidas pelo que a estrutura pode ser considerada como uma única barra.

Os elementos não estruturais são considerados nesta análise como cargas aplicadas à cota de onde estão instalados.

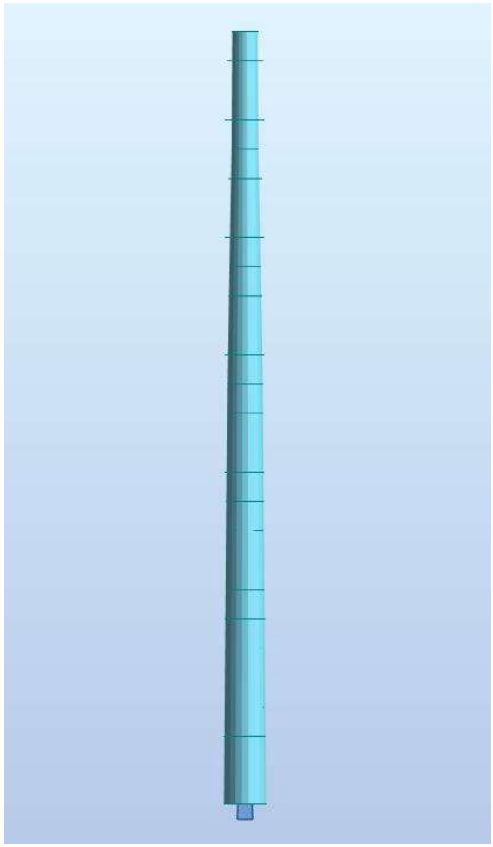


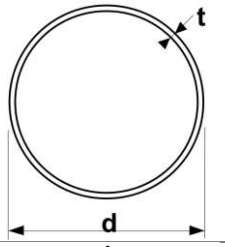
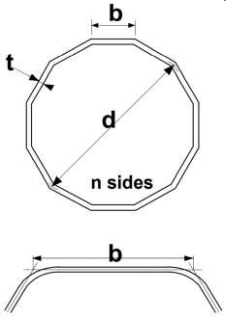
Figura 5.2 – Esquema da torre retirado do programa de cálculo automático.

6
MÉTODOS PARA CÁLCULO

6.1. CLASSE DO AÇO

De modo a se conseguir um dimensionamento seguro é conveniente que as secções estejam a cumprir critérios para não serem de classe 4 seguindo norma seguinte:

Tabela 6.1 - Classificação de secções tubulares à flexão [9]

Tipo de secção	Critérios para classe 4
	$d/t>176\varepsilon^2$
	Para n entre 6 e 18 lados $d/t>42\varepsilon$

Onde $\varepsilon=(235/f_y)^{0,5}$ e f_y é o valor nominal da tensão de cedência à tração.

Caso esta condição se verifique é necessário aplicar uma redução de inercia no dimensionamento.

$$\sigma_{x,Ed} \leq \rho * f_y/\gamma_{M1} \tag{6.1}$$

Sendo:

Para classe 3: $\rho=1,0$

Para classe 4: $\rho=0,70+\frac{53*\varepsilon^2}{d/t} \leq 1,0$

6.2. MATRIZ DE RIGIDEZ

Para o cálculo da frequência da estrutura começou-se por definir a matriz de rigidez elástica, posteriormente definiu-se a matriz geométrica. Assim, já é possível calcular a matriz de rigidez total.

Nestes cálculos utilizou-se valores de inércia médios para cada troço.

6.2.1. MATRIZ DE RIGIDEZ ELÁSTICA

Como referido anteriormente numa fase inicial fez-se o cálculo da matriz de rigidez elástica utilizando a seguinte formulação. [29]

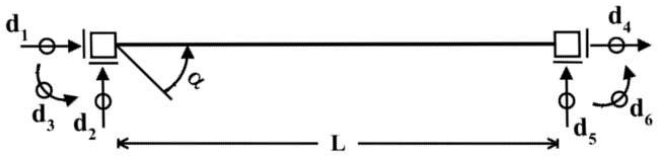


Figura 6.1 - Esquema estrutural de um troço isolado

Formulação que segue o esquema anterior.

$$[k_L] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Em estruturas de barras em sequencia linear como é este caso de estudo pode-se utilizar a seguinte matriz de rigidez elastica de dimensões 4x4 (em vez da anterior de 6x6) sendo referentes aos graus de liberdade locais d2, d3, d5 e d6.[29]

$$k_e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Esta foi a formulação utilizada na folha de cálculo para obter os resultados a discutir.

6.2.2. MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA

Para calcular a matriz de rigidez geométrica utilizou-se a formulação consistente que se apresenta a seguir.[29]

Figura 6.2 - Esquema representativo do troço para a formulação da matriz de rigidez

$$[K_G] = P * \begin{bmatrix} \frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{2L}{15} & -\frac{1}{10} & -\frac{L}{30} \\ -\frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} & \frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{L}{30} & -\frac{1}{10} & \frac{2L}{15} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

6.2.3. MATRIZ DE RIGIDEZ TOTAL

A matriz de rigidez total resulta da subtração da matriz de rigidez geométrica à matriz de rigidez elástica como se constata nesta equação:

$$[K_{total}]_L = \left[K_e - K_g\right]_L \quad (6.5)$$

6.3. MATRIZ DE MASSA

As matrizes de massa utilizadas são matrizes de massa consistente que tem dimensões 4x4, se não por cada troço iria-se obter matrizes de dimensões 2x2 e assim não seria compatível com a matriz de rigidez.

6.3.1. MATRIZ DE MASSA UNIFORME

Inicialmente considerou-se as secções como uniformes para fazer este cálculo, seguindo a formulação apresentada a seguir [30].

$$[M]_U = \frac{mL}{420} * \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -4L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

6.3.2. MATRIZ DE MASSA TRONCOCÓNICA

Considerando que a torre em estudo tem secção variável utilizou-se a seguinte formulação de tal modo que se aproxima mais da realidade.

$$[M]_C = \frac{\rho L}{420} * \begin{bmatrix} 240A_i + 72A_j & 2(15A_i + 7A_j)l & 54(A_i + A_j) & -2(7A_i + 6A_j)l \\ 2(15A_i + 7A_j)l & (5A_i + 3A_j)l^2 & 2(6A_i + 7A_j)l & -3(A_i + A_j)l^2 \\ 54(A_i + A_j) & 2(6A_i + 7A_j)l & 72A_i + 240A_j & -2(7A_i + 15A_j)l \\ -2(7A_i + 6A_j)l & -3(A_i + A_j)l^2 & -2(7A_i + 15A_j)l & (3A_i + 5A_j)l^2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Esta formulação é possível considerando elementos finitos de 2 nós de Bernulli-Euler onde Ai representa s=-1 e A_j representa s=1.[31]

6.4. PROCESSO DINÂMICO

Para calcular a frequência e os modos de vibração da estrutura utilizou-se como base a seguinte equação.

$$(K - M * \omega^2)\phi = 0 \quad (6.7)$$

Resolvendo-se esta equação tem-se claramente a solução nula de ϕ, mas também terá quando a primeira equação for o dai se calcular o seu determinante.

$$det(K - M * \omega^2) = 0 \quad (6.8)$$

Esta equação é um problema de valores e vetores próprios, onde os valores próprios são ω^2 e os vetores próprios ϕ. A estrutura a avaliar tem 28 graus de liberdade, assim sendo terá também 28 valores para ω^2.

Quando se obtém a frequência da estrutura já é possível calcular o vetor do modo de vibração para cada modo.[25]

$$(K - M * {\omega_i}^2)\phi_i = 0 \quad (6.9)$$

`

7
APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

7.1. INTRODUÇÃO DA ESTRUTURA

Neste capítulo estão presentes os resultados obtidos na análise dinâmica da torre em questão, processo para a realização do método 2 e para a analise dinâmica para obtenção da resposta provocada pelo desprendimento de vórtices.

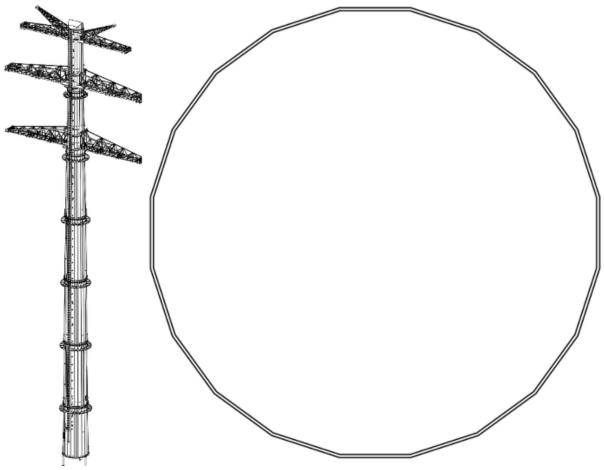


Figura 7.1 - Esquema da torre (esquerda), esquema da secção (direita)

Esta estrutura situa-se na Alemanha então alguns dos casos de valores considerados foram extraídos dos anexos nacionais correspondentes.

A torre tem 7 troços cujos são ligados por flanges. Para o cálculo da torre utilizou-se 14 subtroços que resultam da divisão de cada um desses troços em que os dois da base e os dois do topo tem dimensões diferentes do resto da estrutura.

Tabela 7.1 - Dados da estrutura fornecidos pela Metalogalva

Altura da estrutura	**78,3 m**
Tipo de secção	Polígono de 20 lados
Diâmetro da secção	Variável com a altura da torre
Zona de vento	W1
Categoria de terreno	1

No anexo A estão indicadas as dimensões das secções ao longo da torre.

Foi confirmado consoante a tabela 6.1 que nenhuma secção da torre é de classe 4. Esta análise foi feita com troços de 0.5m como se apresenta no Anexo B.

Não está presente o estudo do método 1 do Eurocódigo 1, ações do vento, visto que foi considerado inseguro por Barros e Bastos (2022).

A figura seguinte apresenta diversos exemplos de grande diferença entre o deslocamento no topo medido e o calculado pelo método 1, comprovando que não é seguro confiar neste método.

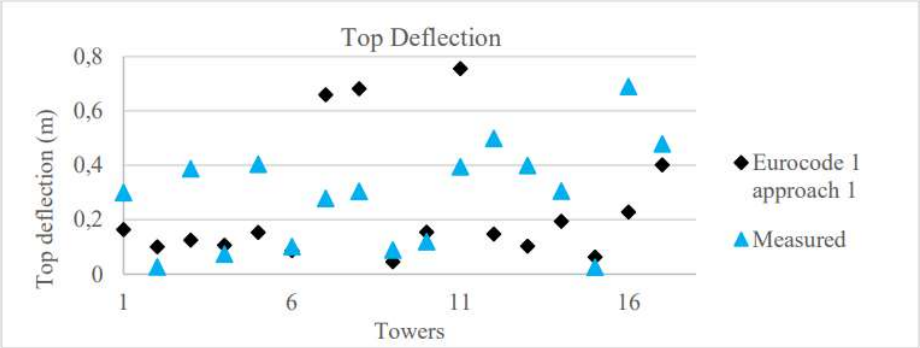


Figura 7.2 - Comparação entre as estimativas do método 1 do Eurocódigo 1, ações do vento, e os valores medidos para o deslocamento do topo.[32] [33]

Calcula-se pelo método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento e pela análise dinâmica pelo que foi comprovado que essas sim serão seguras, como se observa nas seguintes figuras.

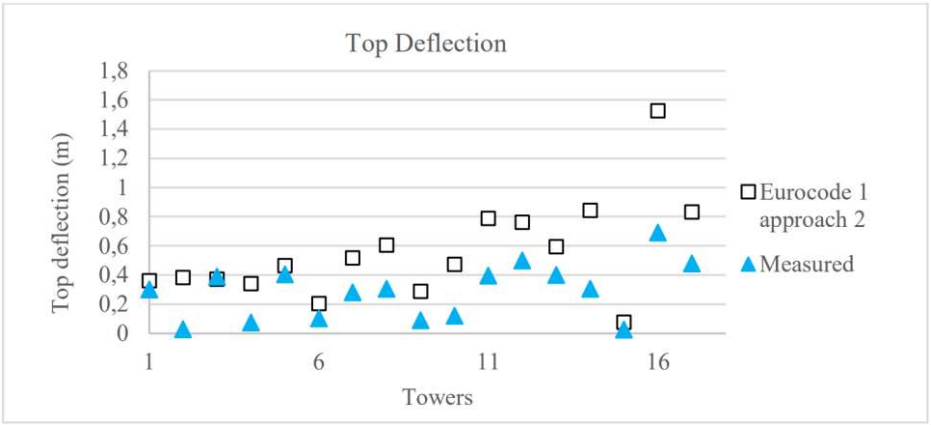


Figura 7.3 - Comparação entre as estimativas do método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento, e os valores medidos para o deslocamento do topo.[32] [33]

.

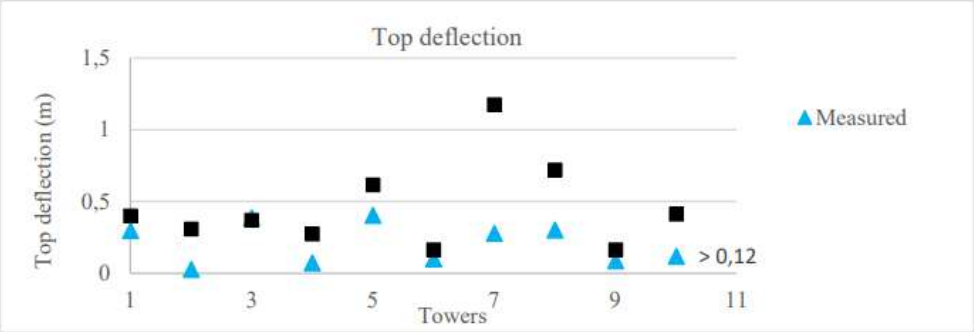


Figura 7.4 - Comparação entre as estimativas da análise dinâmica, e os valores medidos para o deslocamento do topo.[32] [33]

7.2. DADOS COMUNS A AMBAS AS TORRES

As torres têm os dados estruturais iguais a não ser a compressão provocada pela adição dos braços e dos cabos, resultando apenas na alteração da frequência e dos modos de vibração.

Apos a obtenção da frequência de cada torre é possível calcular a velocidade crítica da estrutura que vai depender do diâmetro da secção e, sendo esta uma estrutura de secção variável, depende consequentemente da altura da estrutura. Em anexo está apresentada uma tabela que consolida os resultados intermédios dos cálculos necessários, no entanto, a condição imposta na equação 7.1 não é verificada para nenhum troço de ambas as torres, sendo assim será necessário calcular a estrutura para o desprendimento de vortices .

$$v_{crit} > 1{,}25 * v_m \tag{7.1}$$

7.2.1. DETERMINAÇÃO DE $F_{s,0}(t)$ PELA ANÁLISE DINÂMICA

Para a determinação de $F_{s,0}(t)$é necessário fazer uma adaptação à equação 5.9 nomeadamente considerar apenas a componente da amplitude para efeitos de cálculo e ainda se multiplica por L_i ficando assim a resultar em kN.

$$F_{s,0} = \frac{1}{2} * \rho * v_{m,i}^2(z) * d_i(z) * c_{lat,i}(Re) * L_i \tag{7.2}$$

Assim consegue-se calcular o vetor $F_{s,0}$.

$F_{s,0}{}^T = \{F_{s,0,1} \quad 0 \quad F_{s,0,2} \quad \dots \quad F_{s,0,27} \quad 0 \quad \}$

Para se conseguir obter o valor do deslocamento de topo é necessário seguir os seguintes passos começando por obter o valor Y_1.

$$Y_1(t) = \left(\frac{P_{0,1}}{K_1}\right) * D * \sin\left(2 * \pi * n_{est} * t\right) \quad (7.3)$$

Ao qual mais uma vez se retira a componente harmónica que resulta na seguinte equação.

$$Y_1 = \left(\frac{P_{0,1}}{K_1}\right) * D \quad (7.4)$$

Onde:

$$P_{0,1} = \Phi_1^T * F_{s,0} \quad (7.5)$$

E

$$K_1 = \Phi_1^T * K * \Phi_1 \quad (7.6)$$

D será mais uma componente que é igual para ambas as torres. Considera-se r=1 já que a estrutura estará em ressonância e ξ=0.01.

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} = 50 \quad (7.7)$$

Por fim já é possível determinar o deslocamento no topo da estrutura que neste caso será em i=27.

$$u_i(t) = \Phi_i * Y_i \quad (7.8)$$

7.3. CÁLCULO DA TORRE DESPREZANDO OS BRAÇOS E OS CABOS

Estudou-se os efeitos do desprendimento de vórtices numa torre simples sem aplicações, onde se obteve uma frequência estrutural de 0,96 Hz. Esta frequência foi calculada pelos métodos dinâmicos referidos no capítulo anterior e confirmados pelo Robot Structural Analysis.

Quando a relação entre o primeiro modo e o segundo é inferior a 2/3 não é necessário estudar o 2º modo. Neste caso (f_1=0,96 e f_2=4,26) f_1/f_2 = 0,225 < 2/3.

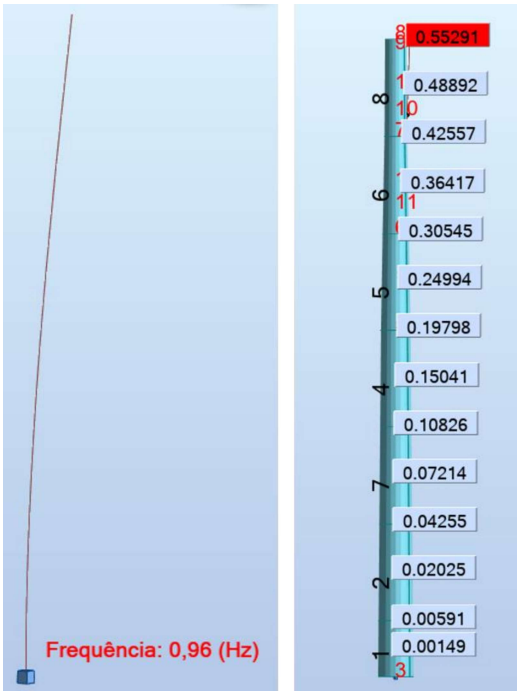


Figura 7.5 - Resultados da análise modal para o 1º modo de vibração de uma torre desprezando o efeito dos cabos.

7.3.1. DETERMINAÇÃO DE Y_{MAX} PELO MÉTODO 2 DO EC1

A tabela seguinte apresenta os valores a utilizar para se conseguir calcular as equações seguintes referentes ao método 2 do EC1.

Tabela 7.2 - Valores para o cálculo de ymax pelo método 2 do Eurocódigo 1.

aL	**0,4**
Sc	7,76
Cc	0,01
Ka,max	1

$$k_p = \sqrt{2} * \left\{1 + 1{,}2 * \arctan\left(0{,}75 * \left(\frac{Sc}{4*\pi*K_a}\right)^4\right)\right\} = 1{,}5986 \quad (7.9)$$

$$c_1 = \frac{{a_L}^2}{2} * \left(1 - \frac{Sc}{4*\pi*K_a}\right) = 0{,}0306 \quad (7.10)$$

$$c_2 = \frac{\rho*d^2}{m_e} * \frac{{a_L}^2}{K_a} * \frac{{C_c}^2}{St^4} * \frac{d}{h} = 0{,}00022 \quad (7.11)$$

$$\left(\frac{\sigma_y}{d}\right)^2 = c_1 + \sqrt{{c_1}^2 + c_2} \Rightarrow \sigma_y = 0{,}6698\ m \quad (7.12)$$

$$y_{F,máx} = \sigma_y * k_p = 1{,}07m \tag{7.13}$$

Resulta assim num deslocamento se 1,07m no topo da estrutura.

7.3.2. Determinação do deslocamento do topo pela análise dinâmica do desprendimento de vórtices

Para se determinar o deslocamento de topo seguiram se os passos indicados no capítulo 7.2.2.

$$Y_1 = \left(\frac{P_{0,1}}{K_1}\right) * D = 0{,}0594 \text{ m} \tag{7.14}$$

$$P_{0,1} = \Phi_1^T * F_{s,0} = 35{,}453 \text{ kN} \tag{7.15}$$

$$K_1 = \Phi_1^T * K * \Phi_1 = 29826{,}733 \text{ kN/m} \tag{7.16}$$

K é considerado consoante o anexo D.

Verifica-se que ao utilizar o valor obtido pelo método 2 do EC1 para o cálculo desta torre é seguro.

Assim sendo a força provocada pelo desprendimento de vórtices vai ser calculada com o deslocamento indicado no 2º método do Eurocódigo 1, ações do vento.

Então, só resta calcular os esforços que este deslocamento provoca na estrutura que seguirá a equação 4.1 o vetor que resulta desta equação está no Anexo B e provocam os seguintes esforços na base da estrutura:

- Esforço transversal = 2700 kN
- Momento fletor = 135800 kN.m
- Esforço axial = 2255 kN [Anexo A]

7.3.3. Verificações à segurança

Para confirmar que a torre está segura é necessário verificar a segurança.

Uma vez que se utiliza o método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento que, como já se demonstrou, é mais conservativo do que a análise dinâmica do desprendimento de vórtices para determinar os efeitos do desprendimento de vórtices ao longo da torre dispenso-me de realizar a verificação ao longo da torre, que são aqui substituídas pela satisfação das tensões resistentes (corte e normais) da base.

O aço utilizado para as torres é o S355J2 para o qual a tensão normal resistente é 355 MPa e a tensão tangencial resistente será 0,5*355 MPa portanto 177,5 MPa.[34]

$$\tau = \frac{V}{A_{base}} = \frac{2700}{0{,}53423} = 5{,}05\ MPa \leq 177{,}5\ MPa \tag{7.17}$$

$$\sigma_{normal} = \frac{N}{A_{base}} + \frac{M_{base}}{(I/y)} = \frac{2255}{0{,}53423} + \frac{135800}{(1{,}19714/2{,}155)} = 248{,}64\ MPa\ \leq 355\ MPa \quad (7.18)$$

Verifica a segurança ao corte e à tensão normal.

7.4. TORRE CONSIDERANDO OS BRAÇOS E OS CABOS

Estudou-se os efeitos do desprendimento de vórtices numa torre com a consideração dos braços e dos cabos, onde se obteve uma frequência estrutural de 0,72 Hz. Esta frequência foi calculada pelo programa Robot Structural Analysis aplicando as cargas correspondentes dos braços e dos condutores consoante a figura seguinte.

Figura 7.6 - Esquema da colocação de cargas

Repete-se a verificação da necessidade do estudo do 2º modo ($f_1 = 0{,}72$ e $f_2 = 3{,}94$) $f_1/f_2 = 0{,}183 < 2/3$.

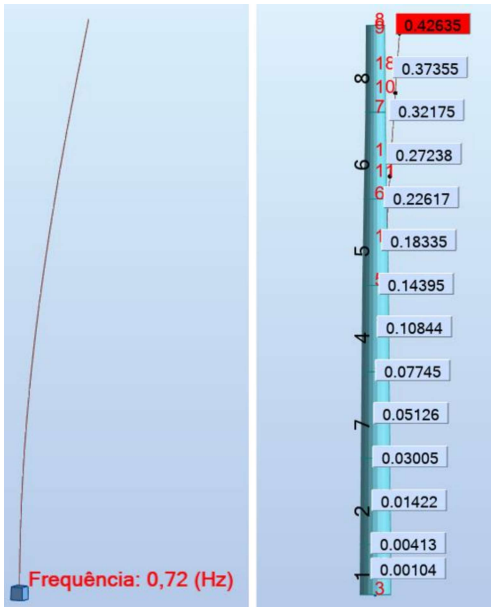


Figura 7.7 - Resultados da análise modal para o 1º modo de vibração de uma torre considerando o efeito dos cabos.

7.4.1. DETERMINAÇÃO DE Y_{MAX} PELO MÉTODO 2 DO EC1

A tabela seguinte apresenta os valores a utilizar para se conseguir calcular as equações seguintes referentes ao método 2 do EC1.

Tabela 7.3 - Valores para o cálculo de ymax pelo método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento.

aL	**0,4**
Sc	7,76
Cc	0,01
Ka,max	1

$$k_p = \sqrt{2} * \left\{1 + 1{,}2 * \arctan\left(0{,}75 * \left(\frac{Sc}{4*\pi*K_a}\right)^4\right)\right\} = 1{,}5986 \tag{7.19}$$

$$c_1 = \frac{{a_L}^2}{2} * \left(1 - \frac{Sc}{4*\pi*K_a}\right) = 0{,}0306 \tag{7.20}$$

$$c_2 = \frac{\rho*d^2}{m_e} * \frac{{a_L}^2}{K_a} * \frac{{C_c}^2}{St^4} * \frac{d}{h} = 0{,}00014 \tag{7.21}$$

$$\left(\frac{\sigma_y}{d}\right)^2 = c_1 + \sqrt{{c_1}^2 + c_2} \Rightarrow \sigma_y = 0{,}6633\ m \tag{7.22}$$

$$y_{F,máx} = \sigma_y * k_p = 1{,}06m \tag{7.23}$$

Resulta assim num deslocamento se 1,06m no topo da estrutura.

7.4.2. DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO DO TOPO PELA ANÁLISE DINÂMICA DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

Para se determinar o deslocamento de topo seguiram se os passos indicados no capítulo 7.2.2.

$$Y_1 = \left(\frac{P_{0,1}}{K_1}\right) * D = 0{,}0581\ \text{m} \tag{7.24}$$

$$P_{0,1} = \Phi_1^T * F_{s,0} = 34{,}654\ \text{kN} \tag{7.25}$$

$$K_1 = \Phi_1^T * K * \Phi_1 = 28420{,}25\ \text{kN/m} \tag{7.26}$$

K é considerado consoante o anexo E.

Verifica-se que ao utilizar o valor obtido pelo método 2 do EC1 para o cálculo desta torre à semelhança da anterior é seguro.

Assim sendo mais uma vez a força provocada pelo desprendimento de vórtices vai ser calculada com o deslocamento indicado no 2º método do Eurocódigo 1, ações do vento.

Então, só resta calcular os esforços que este deslocamento provoca na estrutura que seguirá a equação 4.1 o vetor que resulta desta equação está no Anexo B e provocam os seguintes esforços na estrutura:

- Esforço transversal = 2097 kN
- Momento fletor = 1195800 kN.m
- Esforço axial = 2575 kN [Anexo A]

7.4.3. VERIFICAÇÕES À SEGURANÇA

Para confirmar que a torre está segura é necessário verificar a segurança. Pela mesma razão descrita anteriormente

Uma vez que se utiliza o método 2 Eurocódigo 1, ações do vento que, como já se demonstrou, é mais conservativo do que a análise dinâmica do desprendimento de vórtices para determinar os efeitos do desprendimento de vórtices ao longo da torre dispenso-me de realizar a verificação ao longo da torre, que são aqui substituídas pela satisfação das tensões resistentes (corte e normais) da base.

O aço utilizado para as torres é o S355J2 para o qual a tensão normal resistente é 355 MPa e a tensão tangencial resistente será 0,5*355 MPa portanto 177,5 MPa.[34]

$$\tau = \frac{V}{A_{base}} = \frac{2097}{0{,}53423} = 3{,}93\ MPa \leq 177{,}5\ MPa \tag{7.27}$$

$$\sigma_{normal} = \frac{N}{A_{base}} + \frac{M_{base}}{(I/y)} = \frac{2574{,}5}{0{,}53423} + \frac{119559}{(1{,}19714/2{,}155)} = 220{,}01\ MPa\ \leq 355\ MPa \tag{7.28}$$

Verifica a segurança ao corte e à tensão normal.

7.5. COMPARAÇÃO DOS VALORES

Na comparação entre as duas torres, observada na tabela 7. relativamente ao deslocamento do topo para as duas metodologias é possível observar que o previsto pelo método 2 é cerca de 18 vezes maior que o medido pela análise dinâmica.

Tabela 7.4 - Tabela resumo do deslocamento no topo.

y_{max}	Método 2	Analise dinâmica	$y_{AD}/y_{metodo\ 2}$
Torre desprezando os braços e os cabos	1,06	0,0594	18,42
Torre considerando os braços e os cabos	1,07	0,0581	18,01

Para se observar de um modo gráfico adicionei à figura 7.2 os resultados de deslocamento de topo que se obteve com uma das torres.

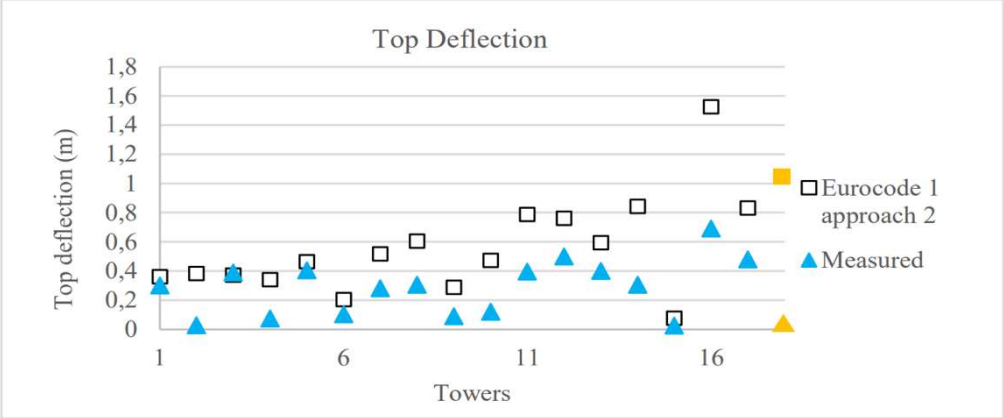


Figura 7.8 – Adição dos resultados conseguidos (Amarelo) à comparação entre as estimativas do método 2 do Eurocódigo 1, ações do vento, e os valores medidos para o deslocamento do topo determinados por Barros e Bastos. [32][33]

Pode-se então observando a tabela 7.4 constatar que a estrutura que tem os cabos e os braços acaba por ter os efeitos provocados pelo desprendimento de vórtices inferiores à torre que despreza esses componentes.

Tabela 7.5 - Tabela resumo dos esforços para as duas torres e respetiva comparção

	Torre desprezando os braços e os cabos	Torre considerando os braços e os cabos	Relação estre as torres
N [kN]	2255	2575	0,876
M [kN/m]	135800	119559	1,136
V [kN]	2700	2097	1,288
τ [MPa]	5,05	3,93	1,288
σ [MPa]	248,64	220,01	1,13

8
CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

8.1. CONCLUSÃO

As análises realizadas no capítulo anterior permitiram comparar as diferentes metodologias para ambas as condições de carga (com e sem braços e cabos) relativamente à quantificação dos deslocamentos.

O método que se baseia na análise dinâmica leva-nos a resultados aceitáveis apesar da diferença relativa às previsões tão elevadas método 2 do EC1, sendo este considerado um método seguro.

Relativamente aos resultados dos esforços conclui-se que a torre sendo de transporte de cabos acaba, efetivamente, por ser influenciada por cargas menores provocando esforços inferiores ao longo da estrutura.

8.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Esta dissertação apresentou uma visão em termos do comportamento estrutural da torre em questão devido aos efeitos do desprendimento de vórtices. Então, sugere-se um controlo de uma torre deste género, assim como a medição das suas propriedades reais, de tal modo a que se possa ir aproximando cada vez mais a validade das metodologias que se utilizam e uma melhor avaliação das estruturas em questão.

Seria interessante no futuro fazer o cálculo dinâmico que o desprendimento de vórtices nos cabos provoca à estrutura e a respetiva modelação.

Poderá ser interessante formular o problema estudando o efeito provocado pelo vento na direção perpendicular aos cabos.

O continuo desenvolvimento dos métodos de dimensionamento irá tornar possível que as estruturas se tornem cada vez mais altas e esbeltas e, por consequência, mais flexíveis, aumentando a suscetibilidade aos efeitos do desprendimento de vórtices. Pela mesma razão também se deverá ter atenção a possíveis efeitos de encurvadura.

E ainda o aumento da flexibilidade da estrutura será conseguida pela redução da espessura deixando a estrutura em risco de que ocorram fenómenos de ovalização.

9
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] A. Antunes, "*Projecto de Postes e Mastros Tubulares*", 2008.

[2] S. Bastos, "*Análise Estrutural do Efeito de Desprendimento de Vórtices (vortex shedding) e do Efeito da Fadiga, Devido à Ação do Vento, no Dimensionamento de Torres Tubulares Metálicas de Secção Constante*", 2013. [Online]. Available: http://www.fe.up.pt

[3] S. Freitas, "*Análise e Dimensionamento de Cintas Helicoidais em Torres Tubulares de Telecomunicações para Controlo do Efeito de Desprendimento de Vórtices Perante a Ação do Vento*", 2015. [Online]. Available: http://www.fe.up.pt

[4] D. Vieira, "*Otimização de torres de telecomunicações metálicas tubulares treliçadas, sujeitas à ação do vento, incluindo o desprendimento de vórtices*", 2016. [Online]. Available: http://www.fe.up.pt

[5] E. L. Houghton and N. B. Carruthers, "*Wind forces on buildings and structures an introduction*.", 1976.

[6] R. C. Barros, "*Sobre o Conceito e Necessidade de Consideração da Força de Coriolis em Referenciais Não-Inerciais"*, 1998.

[7] C. Dyrbye and S. O. Hansen, "*Wind Load On Structures*", 1999.

[8] J. D. Holmes, *Wind Loading of Structures*. 2001.

[9] IPQ, "Eurocódigo 1-Acções em estruturas Parte 1-4: Ações gerais Ações do vento", 2010. [Online]. Available: www.ipq.pt

[10] C. Foley, R. Fournelle, S. J. Ginal, and J. L. Peronto, "*Structural Analysis of Sign Bridge Structures and Luminaire Supports*", 2004.

[11] S. O. Hansen, "Vortex-induced vibrations of structures", *Semantic Scholar*, 2007.

[12] J. R. McDonald, "*Wind load effects on signs, luminaires and traffic signal structures",* Wind Engineering Research Center, Texas Tech University, 1995.

[13] E. Simiu and R. H. Scanlan, "*Wind Effects on Structures*", 1996.

[14] R. I. Basu, "Aerodynamic forces on structures of circular cross-section. Part 2. The influence of turbulence and three-dimensional effects", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1986.

[15] T. A. Fox, C. J. Apelt, and G. S. West, "The aerodynamic disturbance caused by the free-ends of a circular cylinder immersed in a uniform flow", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 49, no. 1–3, pp. 389–399, Dec. 1993.

[16] J. C. K. Cheung and W. H. Melbourne, "Turbulence effects on some aerodynamic parameters of a circular cylinder at supercritical numbers", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Jan. 1983.

[17] R. I. Basu and B. J. Vickery, "Across-wind vibrations of structure of circular cross-section. Part II. Development of a mathematical model for full-scale application", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Jun. 1983.

[18] S. Hansen, "*Vortex-induced vibrations of structures*", 1998.

[19] ESDU, "*Response of structures to vortex shedding. Structures of circular or polygonal cross section.",* 1998.

[20] N. A. C. Ferreira, R. C. Barros, and R. Delgado, "Comparisons of a Tall Building Wind Response with and without a TMD", *ECCOMAS Thematic Conference - COMPDYN 2011: 3rd International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering: An IACM Special Interest Conference*, 2011.

[21] CENELEC, "*Overhead electrical lines exceeding AC 1 kV - Part 2-4: National Normative Aspects (NNA) for Germany (based on EN 50341- 1:2012)*", 2016.

[22] J. D. Holmes, "Response of cylindrical structures to vortex shedding in the natural wind — Monash University", 1998.

[23] H. Ruscheweyh, "Practical experiences with wind-induced vibrations", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 33, 1990.

[24] H. Ruscheweyh and G. Sedlacek, "Crosswind vibrations of steel stacks - critical comparison between some recently proposed codes", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1988.

[25] A. Arêde and R. Delgado, "*Dinâmica de Estruturas e Engenharia Sísmica",* 2012.

[26] A. K. Chopra, "*Dynamics of Structures theory and applications to Earthquake Engineering*", *Prentice Hall*, 1995.

[27] E. B. Ahearn and J. A. Puckett, *Reduction of Wind-Induced Vibrations in High-Mast Light Poles*, 2010.

[28] G. Solari, *Damping measurements of steel poles and tubular towers*. 2001.

[29] R. Barros, "*A não linearidade geométrica na análise de estruturas elásticas*", 2018.

[30] H. R. Oz, "*Calculation of the natural frequencies of a beam mass system using element method*", *Mathematical & Computational Applications*, vol. 5, no. 2, pp. 67–75, 2000.

[31] C. Felippa, "*Lumped and Consistent Mass Matrices*", in *Introduction to finite element methods*, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures University of Colorado, 2004, p. 19.

[32] R. Barros and S. Bastos, "Vortex shedding effects due to wind action on the design of steel tubular towers", *15th APCA International Conference on Automatic Control and Soft Computing* (Controlo 2022), NOVA University Lisbon, 6-8 July 2022, Caparica (Lisbon region) – Portugal, 2022.

[33] S. Bastos and R. Barros, "Structural Analysis of the Vortex Shedding Effect and the Effect of Fatigue due to Wind Action on the Design of Tubular Steel Towers of Constant Section", *9th International Conference on Mechanics and Materials in Design* (M2D 2022), 26-30 June 2022, Funchal – Madeira – Portugal, 2022.

[34] D. R. Moss and M. M. Basic, "*Pressure Vessel Design Manual",* Elsevier Inc., 2013. doi: 10.1016/C2010-0-67103-3.

[35] R. W. Clough and J. Penzien, "*Dynamics of Structures"*, McGraw-Hill Book Co.,1993.

ANEXO A: TABELAS RESUMO DOS TROÇOS

	Z	Z meu	Diametro	Espessura	Area m2	Inercia cm4	Inercia m4
0	0		4350	40	0,53932	1,29E+12	1,29396
EOK	2550	0,000	4309,31	40	0,53423	1,26E+12	1,25798
				40	0,53423	119714195,1	1,19714
EOK/G	3425	3,425	4254,65	40	0,52739	115233368,76	1,15233
				40	0,52739	115233368,76	1,15233
G	9400	6,850	4200	40	0,52055	110752542,4	1,10753
				40	0,52055	110752542,4	1,10753
G/F	15350	12,800	4100,00	40	0,50804	103143016,49	1,03143
				40	0,50804	103143016,49	1,03143
F	21300	18,750	4000	40	0,49552	95533490,6	0,95533
				40	0,49552	95533490,6	0,95533
F/E	27250	24,700	3900,00	40	0,48301	88655121,41	0,88655
				40	0,48301	88655121,41	0,88655
E	33200	30,650	3800	40	0,47049	81776752,21	0,81777
				35	0,41224	71842130,67	0,71842
E/D	39150	36,600	3700,00	35	0,40128	66416079,36	0,66416
				35	0,40128	66416079,36	0,66416
D	45100	42,550	3600	35	0,39033	60990028,04	0,60990
				35	0,39033	60990028,04	0,60990
D/C	51050	48,500	3400,00	35	0,36843	51833458,59	0,51833
				35	0,36843	51833458,59	0,51833
C	57000	54,450	3200	35	0,34653	42676889,14	0,42677
				25	0,24832	30775111,92	0,30775
C/B	62950	60,400	2970,00	25	0,23033	25008915,35	0,25009
				25	0,23033	25008915,35	0,25009
B	68900	66,350	2740	25	0,21234	19242718,78	0,19243
				20	0,17019	15479968,82	0,15480
B/A	74875	72,325	2670,00	20	0,16580	14345225,82	0,14345
				20	0,16580	14345225,82	0,14345
A	80850	78,300	2600	20	0,16142	13210482,81	0,13210

Figura 0. 1 - Tabela das características dos troços.

		kN
Eok	3,425	2575,0
EOK/G		2435,0
EOK/G	3,425	2435,0
G		2296,8
G	5,950	2296,8
G/F		2061,1
G/F	5,950	2061,1
F		1831,2
F	5,950	1831,2
F/E		1607,0
F/E	5,950	1607,0
E		1388,6
E	5,950	1388,6
E/D		1202,2
E/D	5,950	1202,2
D		1020,8
D	5,950	1020,8
D/C		847,0
D/C	5,950	847,0
C		683,2
C	5,950	683,2
C/B		528,2
C/B	5,950	528,2
B		426,8
B	5,975	426,8
B/A		216,8
B/A	5,975	216,8
A		0,0

a)

		kN
Eok	3,425	2255
EOK/G		2115
EOK/G	3,425	2115
G		1977
G	5,950	1977
G/F		1742
G/F	5,950	1742
F		1512
77,0085	5,950	1512
F/E		1287
F/E	5,950	1287
E		1069
E	5,950	1069
E/D		883
E/D	5,950	883
D		701
D	5,950	701
D/C		527
D/C	5,950	527
C		364
C	5,950	364
C/B		254
C/B	5,950	254
B		153
B	5,975	153
B/A		75
B/A	5,975	75
A		0

b)

Figura 0. 2 - Tabelas de compressões ao longo das torres. a) Torre considerando os cabos b) Torre desprezando os cabos

ANEXO B: CLASSE DO AÇO

z(m)	Diametro (mm)	Espessura (mm)	Lado (mm)	Classes
78,3	2600	20	411,80	3
78,0	2604	20	412,36	3
77,5	2609	20	413,29	3
77,0	2615	20	414,21	3
76,5	2621	20	415,14	3
76,0	2627	20	416,07	3
75,5	2633	20	417,00	3
75,0	2639	20	417,93	3
74,5	2645	20	418,85	3
74,0	2650	20	419,78	3
73,5	2656	20	420,71	3
73,0	2662	20	421,64	3
72,5	2668	20	422,56	3
72,0	2674	20	423,49	3
71,5	2680	20	424,42	3
71,0	2686	20	425,35	3
70,5	2691	20	426,27	3
70,0	2697	20	427,20	3
69,5	2703	20	428,13	3
69,0	2709	20	429,06	3
68,5	2715	20	429,99	3
68,0	2721	20	430,91	3
67,5	2727	20	431,84	3
67,0	2732	20	432,77	3
66,5	2738	20	433,70	3
66,0	2754	25	436,12	3
65,5	2773	25	439,18	3
65,0	2792	25	442,24	3
64,5	2812	25	445,31	3
64,0	2831	25	448,37	3
63,5	2850	25	451,43	3
63,0	2870	25	454,49	3
62,5	2889	25	457,55	3
62,0	2908	25	460,61	3
61,5	2928	25	463,67	3
61,0	2947	25	466,73	3
60,5	2966	25	469,80	3
60,0	2986	25	472,86	3

Figura 0. 3 - Classe das secções (1/4)

59,5	3005	25	475,92	3
59,0	3024	25	478,98	3
58,5	3043	25	482,04	3
58,0	3063	25	485,10	3
57,5	3082	25	488,16	3
57,0	3101	25	491,22	3
56,5	3121	25	494,28	3
56,0	3140	25	497,35	3
55,5	3159	25	500,41	3
55,0	3179	25	503,47	3
54,5	3198	25	506,53	3
54,0	3215	35	509,24	3
53,5	3232	35	511,90	3
53,0	3249	35	514,56	3
52,5	3266	35	517,22	3
52,0	3282	35	519,88	3
51,5	3299	35	522,55	3
51,0	3316	35	525,21	3
50,5	3333	35	527,87	3
50,0	3350	35	530,53	3
49,5	3366	35	533,19	3
49,0	3383	35	535,86	3
48,5	3400	35	538,52	3
48,0	3417	35	541,18	3
47,5	3434	35	543,84	3
47,0	3450	35	546,50	3
46,5	3467	35	549,17	3
46,0	3484	35	551,83	3
45,5	3501	35	554,49	3
45,0	3518	35	557,15	3
44,5	3535	35	559,81	3
44,0	3551	35	562,48	3
43,5	3568	35	565,14	3
43,0	3585	35	567,80	3
42,5	3601	35	570,31	3
42,0	3609	35	571,64	3
41,5	3618	35	572,97	3
41,0	3626	35	574,30	3
40,5	3634	35	575,64	3
40,0	3643	35	576,97	3
39,5	3651	35	578,30	3
39,0	3660	35	579,63	3
38,5	3668	35	580,96	3
38,0	3676	35	582,29	3
37,5	3685	35	583,62	3
37,0	3693	35	584,95	3
36,5	3702	35	586,28	3
36,0	3710	35	587,61	3
35,5	3718	35	588,94	3
35,0	3727	35	590,28	3

Figura 0. 4 - Classe das secções (2/4)

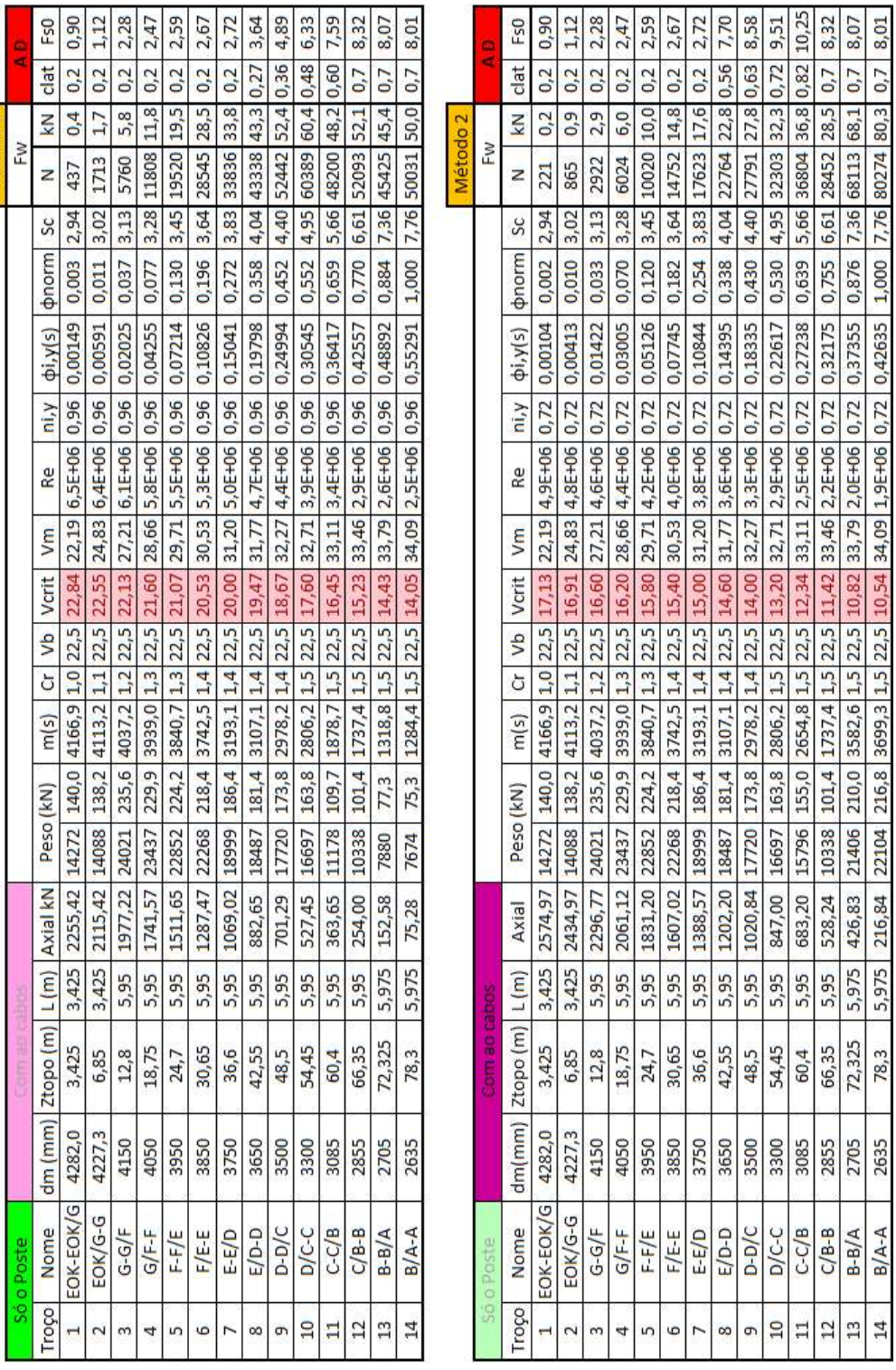
34,5	3735	35	591,61	3
34,0	3744	35	592,94	3
33,5	3752	35	594,27	3
33,0	3760	35	595,60	3
32,5	3769	35	596,93	3
32,0	3777	35	598,26	3
31,5	3786	35	599,59	3
31,0	3794	35	600,92	3
30,5	3802	40	602,25	3
30,0	3811	40	603,59	3
29,5	3819	40	604,92	3
29,0	3828	40	606,25	3
28,5	3836	40	607,58	3
28,0	3845	40	608,91	3
27,5	3853	40	610,24	3
27,0	3861	40	611,57	3
26,5	3870	40	612,90	3
26,0	3878	40	614,23	3
25,5	3887	40	615,56	3
25,0	3895	40	616,90	3
24,5	3903	40	618,23	3
24,0	3912	40	619,56	3
23,5	3920	40	620,89	3
23,0	3929	40	622,22	3
22,5	3937	40	623,55	3
22,0	3945	40	624,88	3
21,5	3954	40	626,21	3
21,0	3962	40	627,54	3
20,5	3971	40	628,87	3
20,0	3979	40	630,21	3
19,5	3987	40	631,54	3
19,0	3996	40	632,87	3
18,5	4004	40	634,20	3
18,0	4013	40	635,53	3
17,5	4021	40	636,86	3
17,0	4029	40	638,19	3
16,5	4038	40	639,52	3
16,0	4046	40	640,85	3
15,5	4055	40	642,18	3
15,0	4063	40	643,52	3
14,5	4071	40	644,85	3
14,0	4080	40	646,18	3
13,5	4088	40	647,51	3
13,0	4097	40	648,84	3
12,5	4105	40	650,17	3
12,0	4113	40	651,50	3
11,5	4122	40	652,83	3
11,0	4130	40	654,16	3

Figura 0. 5 - Classe das secções (3/4)

10,5	4139	40	655,49	3
10,0	4147	40	656,83	3
9,5	4155	40	658,16	3
9,0	4164	40	659,49	3
8,5	4172	40	660,82	3
8,0	4181	40	662,15	3
7,5	4189	40	663,48	3
7,0	4197	40	664,81	3
6,5	4206	40	666,10	3
6,0	4214	40	667,36	3
5,5	4222	40	668,63	3
5,0	4230	40	669,89	3
4,5	4237	40	671,15	3
4,0	4245	40	672,42	3
3,5	4253	40	673,68	3
3,0	4261	40	674,94	3
2,5	4269	40	676,21	3
2,0	4277	40	677,47	3
1,5	4285	40	678,74	3
1,0	4293	40	680,00	3
0,5	4301	40	681,26	3
0,0	4309	40	682,53	3

Figura 0. 6 - Classe das secções (4/4)

ANEXO C: FOLHA DE CALCULO PARA A DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES



Só o Poste		Com ao cabos															Método 2		A D	
																	Fw			
Troço	Nome	dm (mm)	Ztopo (m)	L (m)	Axial kN	Peso (kN)	m(s)	Cr	Vb	Vcrit	Vm	Re	ni,y	Φi,y(s)	Φnorm	Sc	N	kN	clat	Fs0
1	EOK-EOK/G	4282,0	3,425	3,425	2255,42	14272	4166,9	1,0	22,5	22,84	22,19	6,5E+06	0,96	0,00149	0,003	2,94	437	0,4	0,2	0,90
2	EOK/G-G	4227,3	6,85	3,425	2115,42	14088	4113,2	1,1	22,5	22,55	24,83	6,4E+06	0,96	0,00591	0,011	3,02	1713	1,7	0,2	1,12
3	G-G/F	4150	12,8	5,95	1977,22	24021	4037,2	1,2	22,5	22,13	27,21	6,1E+06	0,96	0,02025	0,037	3,13	5760	5,8	0,2	2,28
4	G/F-F	4050	18,75	5,95	1741,57	23437	3939,0	1,3	22,5	21,60	28,66	5,8E+06	0,96	0,04255	0,077	3,28	11808	11,8	0,2	2,47
5	F-F/E	3950	24,7	5,95	1511,65	22852	3840,7	1,3	22,5	21,07	29,71	5,5E+06	0,96	0,07214	0,130	3,45	19520	19,5	0,2	2,59
6	F/E-E	3850	30,65	5,95	1287,47	22268	3742,5	1,4	22,5	20,53	30,53	5,3E+06	0,96	0,10826	0,196	3,64	28545	28,5	0,2	2,67
7	E-E/D	3750	36,6	5,95	1069,02	18999	3193,1	1,4	22,5	20,00	31,20	5,0E+06	0,96	0,15041	0,272	3,83	33836	33,8	0,2	2,72
8	E/D-D	3650	42,55	5,95	882,65	18487	3107,1	1,4	22,5	19,47	31,77	4,7E+06	0,96	0,19798	0,358	4,04	43338	43,3	0,27	3,64
9	D-D/C	3500	48,5	5,95	701,29	17720	2978,2	1,4	22,5	18,67	32,27	4,4E+06	0,96	0,24994	0,452	4,40	52442	52,4	0,36	4,89
10	D/C-C	3300	54,45	5,95	527,45	16697	2806,2	1,5	22,5	17,60	32,71	3,9E+06	0,96	0,30545	0,552	4,95	60389	60,4	0,48	6,33
11	C-C/B	3085	60,4	5,95	363,65	11178	1878,7	1,5	22,5	16,45	33,11	3,4E+06	0,96	0,36417	0,659	5,66	48200	48,2	0,60	7,59
12	C/B-B	2855	66,35	5,95	254,00	10338	1737,4	1,5	22,5	15,23	33,46	2,9E+06	0,96	0,42557	0,770	6,61	52093	52,1	0,7	8,32
13	B-B/A	2705	72,325	5,975	152,58	7880	1318,8	1,5	22,5	14,43	33,79	2,6E+06	0,96	0,48892	0,884	7,36	45425	45,4	0,7	8,07
14	B/A-A	2635	78,3	5,975	75,28	7674	1284,4	1,5	22,5	14,05	34,09	2,5E+06	0,96	0,55291	1,000	7,76	50031	50,0	0,7	8,01

Só o Poste		Com ao cabos															Método 2		A D	
																	Fw			
Troço	Nome	dm(mm)	Ztopo (m)	L (m)	Axial	Peso (kN)	m(s)	Cr	Vb	Vcrit	Vm	Re	ni,y	Φi,y(s)	Φnorm	Sc	N	kN	clat	Fs0
1	EOK-EOK/G	4282,0	3,425	3,425	2574,97	14272	4166,9	1,0	22,5	17,13	22,19	4,9E+06	0,72	0,00104	0,002	2,94	221	0,2	0,2	0,90
2	EOK/G-G	4227,3	6,85	3,425	2434,97	14088	4113,2	1,1	22,5	16,91	24,83	4,8E+06	0,72	0,00413	0,010	3,02	865	0,9	0,2	1,12
3	G-G/F	4150	12,8	5,95	2296,77	24021	4037,2	1,2	22,5	16,60	27,21	4,6E+06	0,72	0,01422	0,033	3,13	2922	2,9	0,2	2,28
4	G/F-F	4050	18,75	5,95	2061,12	23437	3939,0	1,3	22,5	16,20	28,66	4,4E+06	0,72	0,03005	0,070	3,28	6024	6,0	0,2	2,47
5	F-F/E	3950	24,7	5,95	1831,20	22852	3840,7	1,3	22,5	15,80	29,71	4,2E+06	0,72	0,05126	0,120	3,45	10020	10,0	0,2	2,59
6	F/E-E	3850	30,65	5,95	1607,02	22268	3742,5	1,4	22,5	15,40	30,53	4,0E+06	0,72	0,07745	0,182	3,64	14752	14,8	0,2	2,67
7	E-E/D	3750	36,6	5,95	1388,57	18999	3193,1	1,4	22,5	15,00	31,20	3,8E+06	0,72	0,10844	0,254	3,83	17623	17,6	0,2	2,72
8	E/D-D	3650	42,55	5,95	1202,20	18487	3107,1	1,4	22,5	14,60	31,77	3,6E+06	0,72	0,14395	0,338	4,04	22764	22,8	0,56	7,70
9	D-D/C	3500	48,5	5,95	1020,84	17720	2978,2	1,4	22,5	14,00	32,27	3,3E+06	0,72	0,18335	0,430	4,40	27791	27,8	0,63	8,58
10	D/C-C	3300	54,45	5,95	847,00	16697	2806,2	1,5	22,5	13,20	32,71	2,9E+06	0,72	0,22617	0,530	4,95	32303	32,3	0,72	9,51
11	C-C/B	3085	60,4	5,95	683,20	15796	2654,8	1,5	22,5	12,34	33,11	2,5E+06	0,72	0,27238	0,639	5,66	36804	36,8	0,82	10,25
12	C/B-B	2855	66,35	5,95	528,24	10338	1737,4	1,5	22,5	11,42	33,46	2,2E+06	0,72	0,32175	0,755	6,61	28452	28,5	0,7	8,32
13	B-B/A	2705	72,325	5,975	426,83	21406	3582,6	1,5	22,5	10,82	33,79	2,0E+06	0,72	0,37355	0,876	7,36	68113	68,1	0,7	8,07
14	B/A-A	2635	78,3	5,975	216,84	22104	3699,3	1,5	22,5	10,54	34,09	1,9E+06	0,72	0,42635	1,000	7,76	80274	80,3	0,7	8,01

Figura 0. 7 - Folha de cálculo para a determinação do deslocamento máximo no topo

ANEXO D: MATRIZ DE RIGIDEZ DESPREZANDO OS CABOS

			1,17E+00				2,19E+03				
7,37E+07	1,26E+08	-7,37E+07	1,26E+08	7,66E+02	2,19E+02	-7,66E+02	2,19E+02	7,37E+07	1,26E+08	-7,37E+07	1,26E+08
1,26E+08	2,88E+08	-1,26E+08	1,44E+08	2,19E+02	9,98E+02	-2,19E+02	-2,50E+02	1,26E+08	2,88E+08	-1,26E+08	1,44E+08
-7,37E+07	-1,26E+08	7,37E+07	-1,26E+08	-7,66E+02	-2,19E+02	7,66E+02	-2,19E+02	-7,37E+07	-1,26E+08	7,37E+07	-1,26E+08
1,26E+08	1,44E+08	-1,26E+08	2,88E+08	2,19E+02	-2,50E+02	-2,19E+02	9,98E+02	1,26E+08	1,44E+08	-1,26E+08	2,88E+08
			1,13E+00				2,05E+03				
7,09E+07	1,21E+08	-7,09E+07	1,21E+08	7,17E+02	2,05E+02	-7,17E+02	2,05E+02	7,09E+07	1,21E+08	-7,09E+07	1,21E+08
1,21E+08	2,77E+08	-1,21E+08	1,39E+08	2,05E+02	9,34E+02	-2,05E+02	-2,34E+02	1,21E+08	2,77E+08	-1,21E+08	1,39E+08
-7,09E+07	-1,21E+08	7,09E+07	-1,21E+08	-7,17E+02	-2,05E+02	7,17E+02	-2,05E+02	-7,09E+07	-1,21E+08	7,09E+07	-1,21E+08
1,21E+08	1,39E+08	-1,21E+08	2,77E+08	2,05E+02	-2,34E+02	-2,05E+02	9,34E+02	1,21E+08	1,39E+08	-1,21E+08	2,77E+08
			1,07E+00				1,86E+03				
1,28E+07	3,81E+07	-1,28E+07	3,81E+07	3,75E+02	1,86E+02	-3,75E+02	1,86E+02	1,28E+07	3,81E+07	-1,28E+07	3,81E+07
3,81E+07	1,51E+08	-3,81E+07	7,55E+07	1,86E+02	1,48E+03	-1,86E+02	-3,69E+02	3,81E+07	1,51E+08	-3,81E+07	7,55E+07
-1,28E+07	-3,81E+07	1,28E+07	-3,81E+07	-3,75E+02	-1,86E+02	3,75E+02	-1,86E+02	-1,28E+07	-3,81E+07	1,28E+07	-3,81E+07
3,81E+07	8,45E+07	-3,81E+07	1,51E+08	1,86E+02	-3,69E+02	-1,86E+02	1,48E+03	3,81E+07	8,45E+07	-3,81E+07	1,51E+08
			9,93E-01				1,63E+03				
1,19E+07	3,54E+07	-1,19E+07	3,54E+07	3,28E+02	1,63E+02	-3,28E+02	1,63E+02	1,19E+07	3,54E+07	-1,19E+07	3,54E+07
3,54E+07	1,40E+08	-3,54E+07	7,01E+07	1,63E+02	1,29E+03	-1,63E+02	-3,23E+02	3,54E+07	1,40E+08	-3,54E+07	7,01E+07
-1,19E+07	-3,54E+07	1,19E+07	-3,54E+07	-3,28E+02	-1,63E+02	3,28E+02	-1,63E+02	-1,19E+07	-3,54E+07	1,19E+07	-3,54E+07
3,54E+07	7,01E+07	-3,54E+07	1,40E+08	1,63E+02	-3,23E+02	-1,63E+02	1,29E+03	3,54E+07	7,01E+07	-3,54E+07	1,40E+08
			9,21E-01				1,40E+03				
1,10E+07	3,28E+07	-1,10E+07	3,28E+07	2,82E+02	1,40E+02	-2,82E+02	1,40E+02	1,10E+07	3,28E+07	-1,10E+07	3,28E+07
3,28E+07	1,30E+08	-3,28E+07	6,50E+07	1,40E+02	1,11E+03	-1,40E+02	-2,78E+02	3,28E+07	1,30E+08	-3,28E+07	6,50E+07
-1,10E+07	-3,28E+07	1,10E+07	-3,28E+07	-2,82E+02	-1,40E+02	2,82E+02	-1,40E+02	-1,10E+07	-3,28E+07	1,10E+07	-3,28E+07
3,28E+07	6,50E+07	-3,28E+07	1,30E+08	1,40E+02	-2,78E+02	-1,40E+02	1,11E+03	3,28E+07	6,50E+07	-3,28E+07	1,30E+08
			8,52E-01				1,18E+03				
1,02E+07	3,03E+07	-1,02E+07	3,03E+07	2,38E+02	1,18E+02	-2,38E+02	1,18E+02	1,02E+07	3,03E+07	-1,02E+07	3,03E+07
3,03E+07	1,20E+08	-3,03E+07	6,02E+07	1,18E+02	9,35E+02	-1,18E+02	-2,34E+02	3,03E+07	1,20E+08	-3,03E+07	6,02E+07
-1,02E+07	-3,03E+07	1,02E+07	-3,03E+07	-2,38E+02	-1,18E+02	2,38E+02	-1,18E+02	-1,02E+07	-3,03E+07	1,02E+07	-3,03E+07
3,03E+07	6,02E+07	-3,03E+07	1,20E+08	1,18E+02	-2,34E+02	-1,18E+02	9,35E+02	3,03E+07	6,02E+07	-3,03E+07	1,20E+08
			6,91E-01				9,76E+02				
8,27E+06	2,46E+07	-8,27E+06	2,46E+07	1,97E+02	9,76E+01	-1,97E+02	9,76E+01	8,27E+06	2,46E+07	-8,27E+06	2,46E+07
2,46E+07	9,76E+07	-2,46E+07	4,88E+07	9,76E+01	7,74E+02	-9,76E+01	-1,94E+02	2,46E+07	9,76E+07	-2,46E+07	4,88E+07
-8,27E+06	-2,46E+07	8,27E+06	-2,46E+07	-1,97E+02	-9,76E+01	1,97E+02	-9,76E+01	-8,27E+06	-2,46E+07	8,27E+06	-2,46E+07
2,46E+07	4,88E+07	-2,46E+07	9,76E+07	9,76E+01	-1,94E+02	-9,76E+01	7,74E+02	2,46E+07	4,88E+07	-2,46E+07	9,76E+07

			6,37E-01				7,92E+02				
7,62E+06	2,27E+07	-7,62E+06	2,27E+07	1,60E+02	7,92E+01	-1,60E+02	7,92E+01	7,62E+06	2,27E+07	-7,62E+06	2,27E+07
2,27E+07	8,99E+07	-2,27E+07	4,50E+07	7,92E+01	6,28E+02	-7,92E+01	-1,57E+02	2,27E+07	8,99E+07	-2,27E+07	4,50E+07
-7,62E+06	-2,27E+07	7,62E+06	-2,27E+07	-1,60E+02	-7,92E+01	1,60E+02	-7,92E+01	-7,62E+06	-2,27E+07	7,62E+06	-2,27E+07
2,27E+07	4,50E+07	-2,27E+07	8,99E+07	7,92E+01	-1,57E+02	-7,92E+01	6,28E+02	2,27E+07	4,50E+07	-2,27E+07	8,99E+07
			5,64E-01				6,14E+02				
6,75E+06	2,01E+07	-6,75E+06	2,01E+07	1,24E+02	6,14E+01	-1,24E+02	6,14E+01	6,75E+06	2,01E+07	-6,75E+06	2,01E+07
2,01E+07	7,96E+07	-2,01E+07	3,98E+07	6,14E+01	4,87E+02	-6,14E+01	-1,22E+02	2,01E+07	7,96E+07	-2,01E+07	3,98E+07
-6,75E+06	-2,01E+07	6,75E+06	-2,01E+07	-1,24E+02	-6,14E+01	1,24E+02	-6,14E+01	-6,75E+06	-2,01E+07	6,75E+06	-2,01E+07
2,01E+07	3,98E+07	-2,01E+07	7,96E+07	6,14E+01	-1,22E+02	-6,14E+01	4,87E+02	2,01E+07	3,98E+07	-2,01E+07	7,96E+07
			4,73E-01				4,46E+02				
5,65E+06	1,68E+07	-5,65E+06	1,68E+07	8,99E+01	4,46E+01	-8,99E+01	4,46E+01	5,65E+06	1,68E+07	-5,65E+06	1,68E+07
1,68E+07	6,67E+07	-1,68E+07	3,34E+07	4,46E+01	3,53E+02	-4,46E+01	-8,84E+01	1,68E+07	6,67E+07	-1,68E+07	3,34E+07
-5,65E+06	-1,68E+07	5,65E+06	-1,68E+07	-8,99E+01	-4,46E+01	8,99E+01	-4,46E+01	-5,65E+06	-1,68E+07	5,65E+06	-1,68E+07
1,68E+07	8,45E+07	-1,68E+07	6,67E+07	4,46E+01	-8,84E+01	-4,46E+01	3,53E+02	1,68E+07	8,45E+07	-1,68E+07	6,67E+07
			2,79E-01				3,09E+02				
3,34E+06	9,93E+06	-3,34E+06	9,93E+06	6,23E+01	3,09E+01	-6,23E+01	3,09E+01	3,34E+06	9,93E+06	-3,34E+06	9,93E+06
9,93E+06	3,94E+07	-9,93E+06	1,97E+07	3,09E+01	2,45E+02	-3,09E+01	-6,13E+01	9,93E+06	3,94E+07	-9,93E+06	1,97E+07
-3,34E+06	-9,93E+06	3,34E+06	-9,93E+06	-6,23E+01	-3,09E+01	6,23E+01	-3,09E+01	-3,34E+06	-9,93E+06	3,34E+06	-9,93E+06
9,93E+06	1,97E+07	-9,93E+06	3,94E+07	3,09E+01	-6,13E+01	-3,09E+01	2,45E+02	9,93E+06	1,97E+07	-9,93E+06	3,94E+07
			2,21E-01				2,03E+02				
2,65E+06	7,87E+06	-2,65E+06	7,87E+06	4,10E+01	2,03E+01	-4,10E+01	2,03E+01	2,65E+06	7,87E+06	-2,65E+06	7,87E+06
7,87E+06	3,12E+07	-7,87E+06	1,56E+07	2,03E+01	1,61E+02	-2,03E+01	-4,03E+01	7,87E+06	3,12E+07	-7,87E+06	1,56E+07
-2,65E+06	-7,87E+06	2,65E+06	-7,87E+06	-4,10E+01	-2,03E+01	4,10E+01	-2,03E+01	-2,65E+06	-7,87E+06	2,65E+06	-7,87E+06
7,87E+06	1,56E+07	-7,87E+06	3,12E+07	2,03E+01	-4,03E+01	-2,03E+01	1,61E+02	7,87E+06	1,56E+07	-7,87E+06	3,12E+07
			1,49E-01				1,14E+02				
1,76E+06	5,26E+06	-1,76E+06	5,26E+06	2,29E+01	1,14E+01	-2,29E+01	1,14E+01	1,76E+06	5,26E+06	-1,76E+06	5,26E+06
5,26E+06	2,10E+07	-5,26E+06	1,05E+07	1,14E+01	9,08E+01	-1,14E+01	-2,27E+01	5,26E+06	2,10E+07	-5,26E+06	1,05E+07
-1,76E+06	-5,26E+06	1,76E+06	-5,26E+06	-2,29E+01	-1,14E+01	2,29E+01	-1,14E+01	-1,76E+06	-5,26E+06	1,76E+06	-5,26E+06
5,26E+06	1,05E+07	-5,26E+06	2,10E+07	1,14E+01	-2,27E+01	-1,14E+01	9,08E+01	5,26E+06	1,05E+07	-5,26E+06	2,10E+07
			1,38E-01				3,76E+01				
1,63E+06	4,86E+06	-1,63E+06	4,86E+06	7,56E+00	3,76E+00	-7,56E+00	3,76E+00	1,63E+06	4,86E+06	-1,63E+06	4,86E+06
4,86E+06	1,94E+07	-4,86E+06	9,68E+06	3,76E+00	3,00E+01	-3,76E+00	-7,50E+00	4,86E+06	1,94E+07	-4,86E+06	9,68E+06
-1,63E+06	-4,86E+06	1,63E+06	-4,86E+06	-7,56E+00	-3,76E+00	7,56E+00	-3,76E+00	-1,63E+06	-4,86E+06	1,63E+06	-4,86E+06
4,86E+06	9,68E+06	-4,86E+06	1,94E+07	3,76E+00	-7,50E+00	-3,76E+00	3,00E+01	4,86E+06	9,68E+06	-4,86E+06	1,94E+07

Figura 0. 8 - Matrizes de rigidez elástica/geométrica/total parciais desprezando os cabos

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15
R EOK	7,37E+07	1,26E+08	-7,37E+07	1,26E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MEOK	1,26E+08	2,88E+08	-1,26E+08	1,44E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	-7,37E+07	-1,26E+08	1,45E+08	-4,81E+06	-7,09E+07	1,21E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1,26E+08	1,44E+08	-4,81E+06	5,65E+08	-1,21E+08	1,39E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R G	0	0	-7,09E+07	-1,21E+08	8,37E+07	-8,33E+07	-1,28E+07	3,81E+07	0	0	0	0	0	0	0
M G	0	0	1,21E+08	1,39E+08	-8,33E+07	4,28E+08	-3,81E+07	7,55E+07	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	-1,28E+07	-3,81E+07	2,47E+07	-2,71E+06	-1,19E+07	3,54E+07	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	3,81E+07	8,45E+07	-2,71E+06	2,91E+08	-3,54E+07	7,01E+07	0	0	0	0	0
R F	0	0	0	0	0	0	-1,19E+07	-3,54E+07	2,29E+07	-2,58E+06	-1,10E+07	3,28E+07	0	0	0
M F	0	0	0	0	0	0	3,54E+07	7,01E+07	-2,58E+06	2,70E+08	-3,28E+07	6,50E+07	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,10E+07	-3,28E+07	2,12E+07	-2,45E+06	-1,02E+07	3,03E+07	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	3,28E+07	6,50E+07	-2,45E+06	2,50E+08	-3,03E+07	6,02E+07	0
R E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,02E+07	-3,03E+07	1,85E+07	-5,73E+06	-8,27E+06
M E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,03E+07	6,02E+07	-5,73E+06	2,18E+08	-2,46E+07
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8,27E+06	-2,46E+07	1,59E+07
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,46E+07	4,88E+07	-1,93E+06
R D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7,62E+06
M D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,27E+07
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24	D25	D26	D27	D28	D29	D30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,46E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,88E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1,93E+06	-7,62E+06	2,27E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,88E+08	-2,27E+07	4,50E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2,27E+07	1,44E+07	-2,60E+06	-6,75E+06	2,01E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,50E+07	-2,60E+06	1,70E+08	-2,01E+07	3,98E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-6,75E+06	-2,01E+07	1,24E+07	-3,26E+06	-5,65E+06	1,68E+07	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2,01E+07	3,98E+07	-3,26E+06	1,46E+08	-1,68E+07	3,34E+07	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-5,65E+06	-1,68E+07	8,99E+06	-6,89E+06	-3,34E+06	9,93E+06	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1,68E+07	8,45E+07	-6,89E+06	1,06E+08	-9,93E+06	1,97E+07	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-3,34E+06	-9,93E+06	5,98E+06	-2,05E+06	-2,65E+06	7,87E+06	0	0	0	0
0	0	0	0	0	9,93E+06	1,97E+07	-2,05E+06	7,06E+07	-7,87E+06	1,56E+07	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2,65E+06	-7,87E+06	4,41E+06	-2,61E+06	-1,76E+06	5,26E+06	0	0
0	0	0	0	0	0	0	7,87E+06	1,56E+07	-2,61E+06	5,22E+07	-5,26E+06	1,05E+07	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,76E+06	-5,26E+06	3,39E+06	-4,00E+05	-1,63E+06	4,86E+06
0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,26E+06	1,05E+07	-4,00E+05	4,03E+07	-4,86E+06	9,68E+06
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,63E+06	-4,86E+06	1,63E+06	-4,86E+06
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,86E+06	9,68E+06	-4,86E+06	1,94E+07

Figura 0. 9 - Matriz de rigidez total assemblada desprezando os cabos

ANEXO E: MATRIZ DE RIGIDEZ CONSIDERANDO OS CABOS

			1,17E+02
7,37E+07	1,26E+08	-7,37E+07	1,26E+08
1,26E+08	2,88E+08	-1,26E+08	1,44E+08
-7,37E+07	-1,26E+08	7,37E+07	-1,26E+08
1,26E+08	1,44E+08	-1,26E+08	2,88E+08
			1,13E+00
7,09E+07	1,21E+08	-7,09E+07	1,21E+08
1,21E+08	2,77E+08	-1,21E+08	1,39E+08
-7,09E+07	-1,21E+08	7,09E+07	-1,21E+08
1,21E+08	1,39E+08	-1,21E+08	2,77E+08
			1,07E+00
1,28E+07	3,81E+07	-1,28E+07	3,81E+07
3,81E+07	1,51E+08	-3,81E+07	7,55E+07
-1,28E+07	-3,81E+07	1,28E+07	-3,81E+07
3,81E+07	8,45E+07	-3,81E+07	1,51E+08
			9,93E-01
1,19E+07	3,54E+07	-1,19E+07	3,54E+07
3,54E+07	1,40E+08	-3,54E+07	7,01E+07
-1,19E+07	-3,54E+07	1,19E+07	-3,54E+07
3,54E+07	7,01E+07	-3,54E+07	1,40E+08
			9,21E-01
1,10E+07	3,28E+07	-1,10E+07	3,28E+07
3,28E+07	1,30E+08	-3,28E+07	6,50E+07
-1,10E+07	-3,28E+07	1,10E+07	-3,28E+07
3,28E+07	6,50E+07	-3,28E+07	1,30E+08
			8,52E-01
1,02E+07	3,03E+07	-1,02E+07	3,03E+07
3,03E+07	1,20E+08	-3,03E+07	6,02E+07
-1,02E+07	-3,03E+07	1,02E+07	-3,03E+07
3,03E+07	6,02E+07	-3,03E+07	1,20E+08
			6,91E-01
8,27E+06	2,46E+07	-8,27E+06	2,46E+07
2,46E+07	9,76E+07	-2,46E+07	4,88E+07
-8,27E+06	-2,46E+07	8,27E+06	-2,46E+07
2,46E+07	4,88E+07	-2,46E+07	9,76E+07

			2,50E+03
8,78E+02	2,50E+02	-8,78E+02	2,50E+02
2,50E+02	1,14E+03	-2,50E+02	-2,86E+02
-8,78E+02	-2,50E+02	8,78E+02	-2,50E+02
2,50E+02	-2,86E+02	-2,50E+02	1,14E+03
			2,37E+03
8,29E+02	2,37E+02	-8,29E+02	2,37E+02
2,37E+02	1,08E+03	-2,37E+02	-2,70E+02
-8,29E+02	-2,37E+02	8,29E+02	-2,37E+02
2,37E+02	-2,70E+02	-2,37E+02	1,08E+03
			2,18E+03
4,39E+02	2,18E+02	-4,39E+02	2,18E+02
2,18E+02	1,73E+03	-2,18E+02	-4,32E+02
-4,39E+02	-2,18E+02	4,39E+02	-2,18E+02
2,18E+02	-4,32E+02	-2,18E+02	1,73E+03
			1,95E+03
3,93E+02	1,95E+02	-3,93E+02	1,95E+02
1,95E+02	1,54E+03	-1,95E+02	-3,86E+02
-3,93E+02	-1,95E+02	3,93E+02	-1,95E+02
1,95E+02	-3,86E+02	-1,95E+02	1,54E+03
			1,72E+03
3,47E+02	1,72E+02	-3,47E+02	1,72E+02
1,72E+02	1,36E+03	-1,72E+02	-3,41E+02
-3,47E+02	-1,72E+02	3,47E+02	-1,72E+02
1,72E+02	-3,41E+02	-1,72E+02	1,36E+03
			1,50E+03
3,02E+02	1,50E+02	-3,02E+02	1,50E+02
1,50E+02	1,19E+03	-1,50E+02	-2,97E+02
-3,02E+02	-1,50E+02	3,02E+02	-1,50E+02
1,50E+02	-2,97E+02	-1,50E+02	1,19E+03
			1,30E+03
2,61E+02	1,30E+02	-2,61E+02	1,30E+02
1,30E+02	1,03E+03	-1,30E+02	-2,57E+02
-2,61E+02	-1,30E+02	2,61E+02	-1,30E+02
1,30E+02	-2,57E+02	-1,30E+02	1,03E+03

7,37E+07	1,26E+08	-7,37E+07	1,26E+08
1,26E+08	2,88E+08	-1,26E+08	1,44E+08
-7,37E+07	-1,26E+08	7,37E+07	-1,26E+08
1,26E+08	1,44E+08	-1,26E+08	2,88E+08
7,09E+07	1,21E+08	-7,09E+07	1,21E+08
1,21E+08	2,77E+08	-1,21E+08	1,39E+08
-7,09E+07	-1,21E+08	7,09E+07	-1,21E+08
1,21E+08	1,39E+08	-1,21E+08	2,77E+08
1,28E+07	3,81E+07	-1,28E+07	3,81E+07
3,81E+07	1,51E+08	-3,81E+07	7,55E+07
-1,28E+07	-3,81E+07	1,28E+07	-3,81E+07
3,81E+07	8,45E+07	-3,81E+07	1,51E+08
1,19E+07	3,54E+07	-1,19E+07	3,54E+07
3,54E+07	1,40E+08	-3,54E+07	7,01E+07
-1,19E+07	-3,54E+07	1,19E+07	-3,54E+07
3,54E+07	7,01E+07	-3,54E+07	1,40E+08
1,10E+07	3,28E+07	-1,10E+07	3,28E+07
3,28E+07	1,30E+08	-3,28E+07	6,50E+07
-1,10E+07	-3,28E+07	1,10E+07	-3,28E+07
3,28E+07	6,50E+07	-3,28E+07	1,30E+08
1,02E+07	3,03E+07	-1,02E+07	3,03E+07
3,03E+07	1,20E+08	-3,03E+07	6,02E+07
-1,02E+07	-3,03E+07	1,02E+07	-3,03E+07
3,03E+07	6,02E+07	-3,03E+07	1,20E+08
8,27E+06	2,46E+07	-8,27E+06	2,46E+07
2,46E+07	9,76E+07	-2,46E+07	4,88E+07
-8,27E+06	-2,46E+07	8,27E+06	-2,46E+07
2,46E+07	4,88E+07	-2,46E+07	9,76E+07

			6,37E-01
7,62E+06	2,27E+07	-7,62E+06	2,27E+07
2,27E+07	8,99E+07	-2,27E+07	4,50E+07
-7,62E+06	-2,27E+07	7,62E+06	-2,27E+07
2,27E+07	4,50E+07	-2,27E+07	8,99E+07
			5,64E-01
6,75E+06	2,01E+07	-6,75E+06	2,01E+07
2,01E+07	7,96E+07	-2,01E+07	3,98E+07
-6,75E+06	-2,01E+07	6,75E+06	-2,01E+07
2,01E+07	3,98E+07	-2,01E+07	7,96E+07
			4,73E-01
5,65E+06	1,68E+07	-5,65E+06	1,68E+07
1,68E+07	6,67E+07	-1,68E+07	3,34E+07
-5,65E+06	-1,68E+07	5,65E+06	-1,68E+07
1,68E+07	8,45E+07	-1,68E+07	6,67E+07
			2,79E-01
3,34E+06	9,93E+06	-3,34E+06	9,93E+06
9,93E+06	3,94E+07	-9,93E+06	1,97E+07
-3,34E+06	-9,93E+06	3,34E+06	-9,93E+06
9,93E+06	1,97E+07	-9,93E+06	3,94E+07
			2,21E-01
2,65E+06	7,87E+06	-2,65E+06	7,87E+06
7,87E+06	3,12E+07	-7,87E+06	1,56E+07
-2,65E+06	-7,87E+06	2,65E+06	-7,87E+06
7,87E+06	1,56E+07	-7,87E+06	3,12E+07
			1,49E-01
1,76E+06	5,26E+06	-1,76E+06	5,26E+06
5,26E+06	2,10E+07	-5,26E+06	1,05E+07
-1,76E+06	-5,26E+06	1,76E+06	-5,26E+06
5,26E+06	1,05E+07	-5,26E+06	2,10E+07
			1,38E-01
1,63E+06	4,86E+06	-1,63E+06	4,86E+06
4,86E+06	1,94E+07	-4,86E+06	9,68E+06
-1,63E+06	-4,86E+06	1,63E+06	-4,86E+06
4,86E+06	9,68E+06	-4,86E+06	1,94E+07

			1,11E+03
2,24E+02	1,11E+02	-2,24E+02	1,11E+02
1,11E+02	8,82E+02	-1,11E+02	-2,20E+02
-2,24E+02	-1,11E+02	2,24E+02	-1,11E+02
1,11E+02	-2,20E+02	-1,11E+02	8,82E+02
			9,34E+02
1,88E+02	9,34E+01	-1,88E+02	9,34E+01
9,34E+01	7,41E+02	-9,34E+01	-1,85E+02
-1,88E+02	-9,34E+01	1,88E+02	-9,34E+01
9,34E+01	-1,85E+02	-9,34E+01	7,41E+02
			7,65E+02
1,54E+02	7,65E+01	-1,54E+02	7,65E+01
7,65E+01	6,07E+02	-7,65E+01	-1,52E+02
-1,54E+02	-7,65E+01	1,54E+02	-7,65E+01
7,65E+01	-1,52E+02	-7,65E+01	6,07E+02
			6,06E+02
1,22E+02	6,06E+01	-1,22E+02	6,06E+01
6,06E+01	4,81E+02	-6,06E+01	-1,20E+02
-1,22E+02	-6,06E+01	1,22E+02	-6,06E+01
6,06E+01	-1,20E+02	-6,06E+01	4,81E+02
			4,78E+02
9,63E+01	4,78E+01	-9,63E+01	4,78E+01
4,78E+01	3,79E+02	-4,78E+01	-9,47E+01
-9,63E+01	-4,78E+01	9,63E+01	-4,78E+01
4,78E+01	-9,47E+01	-4,78E+01	3,79E+02
			3,22E+02
6,46E+01	3,22E+01	-6,46E+01	3,22E+01
3,22E+01	2,56E+02	-3,22E+01	-6,41E+01
-6,46E+01	-3,22E+01	6,46E+01	-3,22E+01
3,22E+01	-6,41E+01	-3,22E+01	2,56E+02
			1,08E+02
2,18E+01	1,08E+01	-2,18E+01	1,08E+01
1,08E+01	8,64E+01	-1,08E+01	-2,16E+01
-2,18E+01	-1,08E+01	2,18E+01	-1,08E+01
1,08E+01	-2,16E+01	-1,08E+01	8,64E+01

7,62E+06	2,27E+07	-7,62E+06	2,27E+07
2,27E+07	8,99E+07	-2,27E+07	4,50E+07
-7,62E+06	-2,27E+07	7,62E+06	-2,27E+07
2,27E+07	4,50E+07	-2,27E+07	8,99E+07
6,75E+06	2,01E+07	-6,75E+06	2,01E+07
2,01E+07	7,96E+07	-2,01E+07	3,98E+07
-6,75E+06	-2,01E+07	6,75E+06	-2,01E+07
2,01E+07	3,98E+07	-2,01E+07	7,96E+07
5,65E+06	1,68E+07	-5,65E+06	1,68E+07
1,68E+07	6,67E+07	-1,68E+07	3,34E+07
-5,65E+06	-1,68E+07	5,65E+06	-1,68E+07
1,68E+07	8,45E+07	-1,68E+07	6,67E+07
3,34E+06	9,93E+06	-3,34E+06	9,93E+06
9,93E+06	3,94E+07	-9,93E+06	1,97E+07
-3,34E+06	-9,93E+06	3,34E+06	-9,93E+06
9,93E+06	1,97E+07	-9,93E+06	3,94E+07
2,65E+06	7,87E+06	-2,65E+06	7,87E+06
7,87E+06	3,12E+07	-7,87E+06	1,56E+07
-2,65E+06	-7,87E+06	2,65E+06	-7,87E+06
7,87E+06	1,56E+07	-7,87E+06	3,12E+07
1,76E+06	5,26E+06	-1,76E+06	5,26E+06
5,26E+06	2,10E+07	-5,26E+06	1,05E+07
-1,76E+06	-5,26E+06	1,76E+06	-5,26E+06
5,26E+06	1,05E+07	-5,26E+06	2,10E+07
1,63E+06	4,86E+06	-1,63E+06	4,86E+06
4,86E+06	1,94E+07	-4,86E+06	9,68E+06
-1,63E+06	-4,86E+06	1,63E+06	-4,86E+06
4,86E+06	9,68E+06	-4,86E+06	1,94E+07

Figura 0. 10 - Matrizes de rigidez elástica/geométrica/total parciais considerando os cabos

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15
REOK	7,37E+07	1,26E+08	-7,37E+07	1,26E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MEOK	1,26E+08	2,88E+08	-1,26E+08	1,44E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	-7,37E+07	-1,26E+08	1,45E+08	-4,81E+06	-7,09E+07	1,21E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1,26E+08	1,44E+08	-4,81E+06	5,65E+08	-1,21E+08	1,39E+08	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RG	0	0	7,09E+07	1,21E+08	8,37E+07	-8,33E+07	-1,28E+07	3,81E+07	0	0	0	0	0	0	0
MG	0	0	1,21E+08	1,39E+08	-8,33E+07	4,28E+08	-3,81E+07	7,55E+07	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	-1,28E+07	-3,81E+07	2,47E+07	-2,71E+06	-1,19E+07	3,54E+07	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	3,81E+07	8,45E+07	-2,71E+06	2,91E+08	-3,54E+07	7,01E+07	0	0	0	0	0
RF	0	0	0	0	0	0	-1,19E+07	-3,54E+07	2,29E+07	-2,58E+06	-1,10E+07	3,28E+07	0	0	0
MF	0	0	0	0	0	0	3,54E+07	7,01E+07	-2,58E+06	2,70E+08	-3,28E+07	6,50E+07	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,10E+07	-3,28E+07	2,12E+07	-2,45E+06	-1,02E+07	3,03E+07	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	3,28E+07	6,50E+07	-2,45E+06	2,50E+08	-3,03E+07	6,02E+07	0
RE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,02E+07	-3,03E+07	1,85E+07	-5,73E+06	-8,27E+06
ME	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,03E+07	6,02E+07	-5,73E+06	2,18E+08	-2,46E+07
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8,27E+06	-2,46E+07	1,59E+07
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,46E+07	4,88E+07	-1,93E+06
RD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7,62E+06
MD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,27E+07
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RC	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MC	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24	D25	D26	D27	D28	D29	D30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,46E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,88E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1,93E+06	-7,62E+06	2,27E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,88E+08	-2,27E+07	4,50E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2,27E+07	1,44E+07	-2,60E+06	-6,75E+06	2,01E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,50E+07	-2,60E+06	1,70E+08	-2,01E+07	3,98E+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-6,75E+06	-2,01E+07	1,24E+07	-3,26E+06	-5,65E+06	1,68E+07	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2,01E+07	3,98E+07	-3,26E+06	1,46E+08	-1,68E+07	3,34E+07	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-5,65E+06	-1,68E+07	8,99E+06	-6,89E+06	-3,34E+06	9,93E+06	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1,68E+07	8,45E+07	-6,89E+06	1,06E+08	-9,93E+06	1,97E+07	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-3,34E+06	-9,93E+06	5,98E+06	-2,05E+06	-2,65E+06	7,87E+06	0	0	0	0
0	0	0	0	0	9,93E+06	1,97E+07	-2,05E+06	7,06E+07	-7,87E+06	1,56E+07	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2,65E+06	-7,87E+06	4,41E+06	-2,61E+06	-1,76E+06	5,26E+06	0	0
0	0	0	0	0	0	0	7,87E+06	1,56E+07	-2,61E+06	5,22E+07	-5,26E+06	1,05E+07	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,76E+06	-5,26E+06	3,39E+06	-4,00E+05	-1,63E+06	4,86E+06
0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,26E+06	1,05E+07	-4,00E+05	4,03E+07	-4,86E+06	9,68E+06
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,63E+06	-4,86E+06	1,63E+06	-4,86E+06
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,86E+06	9,68E+06	-4,86E+06	1,94E+07

Figura 0. 11 - Matriz de rigidez total parciais considerando os cabos