

**U.PORTO**

**FEUP** FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE DO PORTO



LABORATÓRIO NACIONAL  
DE ENGENHARIA CIVIL

# **A INFLUÊNCIA DA VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES RESILIENTES DO BALASTRO FERROVIÁRIO NA INTERAÇÃO VEÍCULO-VIA**

**TÚLIO SANTOS MAFRA BARBOSA**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS E GEOTECNIA**

---

Orientador: Professor Doutor Eduardo Manuel Cabrita Fortunato

---

Coorientador: Doutor André Luís Marques Paixão

---

Coorientador: Professor Doutor José Nuno Varandas

JUNHO DE 2022

## **MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2021/2022**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [mipec@fe.up.pt](mailto:mipec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado em Engenharia Civil - 2021/2022 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2022*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Dissertação elaborada no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil pela Faculdade de Engenharia Civil da Universidade do Porto (FEUP) no âmbito do Protocolo de Cooperação entre estas duas entidades.





A meus Pais, familiares e amigos

*Cada um sabe a dor e a delícia de ser o que é*  
*Caetano Veloso*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil no nome do Professor Doutor Eduardo Manuel Cabrita Fortunato pela oportunidade de ter essa experiência numa instituição muito conceituada com uma estrutura de ponta que supriu todas minhas necessidades no que diz respeito a realização deste trabalho.

Gostaria também de agradecer aos meus coorientadores, Doutor André Paixão por toda a disponibilidade e prontidão no dia a dia, sempre a me aconselhar e guiar durante esse processo, e o Professor Doutor José Varandas por todo apoio e paciência para resolução dos problemas e dúvidas que surgiram durante a realização do trabalho, principalmente no que diz respeito ao funcionamento do *Pegasus*.

Queria agradecer a todos os colegas da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto que foram grandes companheiros nesses 5 anos de batalha longe de casa, onde nunca faltou apoio nem incentivo em momentos difíceis e aos docentes que somaram na minha formação através do compartilhamento dos seus conhecimentos e experiência.

Por último, mas não menos importante, gostaria de agradecer a toda minha família, em especial aos meus pais, que sempre me proporcionaram todo o apoio, de qualquer natureza, necessário para não só a conclusão dessa jornada, mas também para que essa jornada tenha sido leve e realizadora.



## RESUMO

As condições de apoio dos elementos da via-férrea normalmente apresentam variações ao longo do seu eixo longitudinal. Através de estudos realizados onde foi medida a rigidez vertical da via, é possível observar que esse parâmetro varia significativamente no espaço e no tempo e que essas variações não estão restritas às zonas de transição. Acresce que os materiais das camadas granulares de infraestruturas de transportes apresentam uma variação das suas propriedades resilientes de acordo com vários fatores, como o nível de tensão a qual estão sujeitos, o estado hídrico em que se encontram, as condições em que foram aplicados em camadas, entre outros. Muitos estudos sugerem modelos de comportamento dos materiais granulares com intuito de representar de forma mais fiel a variação dessas propriedades em função desses fatores. Porém existem poucos estudos no que diz respeito as variações estocásticas dessas propriedades, não só ao longo do espaço, bem como também ao longo do tempo.

A presente dissertação pretende ser um contributo para a compreensão do comportamento e para a modelação estrutural da via-férrea, ao avaliar alguns cenários diferentes recorrendo a modelos numéricos tridimensionais de via com extensão apreciável (mais de 200 travessas), onde essa variação estocástica é aplicada ao longo de toda a camada de balastro. Para o efeito utilizou-se um programa que recorre ao método dos elementos finitos, especificamente desenvolvido para a análise estrutural de via-férrea, e que, entre outros aspetos, utiliza malhas de elementos hexaédricos para representar as camadas dos geomateriais e permite considerar a interação dinâmica veículo-via-fundação.

Neste documento, começa-se pela descrição dos elementos que constituem a via-férrea balastrada e as suas funções, além de aspetos sobre o funcionamento dos mesmos quando sujeitos a solicitações induzidas por veículos. É apresentada, ainda, uma breve revisão bibliográfica de estudos sobre modelos analíticos e numéricos de via-férrea.

Descreve-se o funcionamento do programa de cálculo *Pegasus*, utilizado para a geração dos modelos, como são feitos os cálculos e quais as variáveis envolvidas. Descreve-se também a funcionalidade complementar que foi necessário desenvolver para a introdução da variabilidade das propriedades resilientes nos modelos e que constitui um contributo direto deste trabalho para o programa *Pegasus*.

Analisa-se a influência da variabilidade das propriedades resilientes da camada de balastro na resposta estrutural de interação veículo-via e apresentam-se os resultados de estudos paramétricos desenvolvidos para estudar a influência da velocidade perante a variação das propriedades resilientes na camada de balastro. Estudou-se, ainda, a influência da velocidade na atenuação de efeitos de ressonância que foram identificados, avaliando as diferenças entre modelos com e sem variabilidade daquelas propriedades.

**PALAVRAS-CHAVE:** modelação numérica, via ferroviária, variabilidade de propriedades, interação veículo-via, balastro ferroviário.

## ABSTRACT

The support conditions of railway elements present variations along its longitudinal axis. Through studies where the vertical stiffness of the track was measured, it is possible to observe that the vertical stiffness of the track varies significantly in space and time, and those variations are not restricted to transition zones. In addition, materials of the transports infrastructure granular layer present variations in their resilient properties according to several factors, such as the stress level which they are submitted, the water state they are presented, the conditions which they were layered, among others. Many studies presents models to the behavior of the granular materials in order to represent in the closest way to reality as possible the variations of these properties as function of these factors. However, there are few studies regarding the stochastic variations of these properties, not only through space, but also through time.

This dissertation aims to be a contribution to the structural modeling of railway tracks and to the understanding of the structural behavior of railway tracks by evaluating different scenarios using three-dimensional numerical models of railway track with considerable length (more than 200 sleepers) where the stochastic variation is applied across the entire ballast layer. For this purpose, it was selected one software that uses finite element method that was specifically developed for structural analysis of railway tracks, and, among other aspects, it uses hexahedral elements meshes to represent the geomaterials layers and allows consider the dynamic vehicle-track-foundation interaction.

This document begins with a description of the railway ballasted track elements and their functions, as well as aspects about their functioning when subjected to vehicle-induced stresses. It is also presented a brief literature review about analytical and numerical models of railways.

It is described how the calculation software *Pegasus*, used to generate the models, works, how the calculations are made and the variables involved. It also describes the complementary functionality that was necessary to develop in order to introduce the variability of the resilient properties in the models and that constitutes a direct contribution of this work to the *Pegasus* software.

The influence of the variability of the resilient properties of the ballast layer on the structural response of vehicle-track interaction is analyzed and the results of parametric studies developed to study the influence of speed in the face of the variations of resilient properties in the ballast layer are presented. It was also studied the influence of speed on the attenuation of resonance effects that were identified, evaluating the differences between models with and without variability of those properties.

**KEY-WORDS:** numerical modeling, railway track, property variability, vehicle-track interaction, railway ballast layer.



# ÍNDICE DE MATÉRIAS

|                                                                                                      |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>                                                                            | <b>1</b>  |
| 1.1 ENQUADRAMENTO E MOTIVAÇÃO .....                                                                  | 1         |
| 1.2 OBJETIVO .....                                                                                   | 3         |
| 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....                                                                   | 3         |
| <b>2 O SISTEMA DA VIA-FÉRREA E TÉCNICAS DE ANÁLISE ESTRUTURAL .....</b>                              | <b>5</b>  |
| 2.1 A VIA-FÉRREA E SEUS COMPONENTES .....                                                            | 5         |
| 2.1.1 SUPERESTRUTURA .....                                                                           | 7         |
| 2.1.2 SUBESTRUTURA .....                                                                             | 9         |
| 2.1.3 AÇÕES .....                                                                                    | 11        |
| 2.1.4 ZONAS DE TRANSIÇÃO .....                                                                       | 12        |
| 2.2 ABORDAGENS DE ANÁLISE ESTRUTURAL E MODELAÇÃO NUMÉRICA .....                                      | 13        |
| 2.2.1 ASPETOS GERAIS .....                                                                           | 13        |
| 2.2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FINITE ELEMENT METHOD) .....                                     | 18        |
| 2.2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE FRONTEIRA (BOUNDARY ELEMENT METHOD) .....                              | 19        |
| 2.2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (DISCRETE ELEMENT METHOD) .....                                 | 19        |
| 2.3 VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES DAS CAMADAS DE APOIO .....                                        | 20        |
| 2.3.1 ESTUDOS LABORATORIAIS E IN SITU PARA CARACTERIZAÇÃO DA<br>VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES ..... | 21        |
| 2.3.2 ESTUDOS NÚMERICOS COM VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES .....                                     | 23        |
| <b>3 MODELAÇÃO NUMÉRICA 3D POR FEM UTILIZANDO O SOFTWARE<br/>PEGASUS .....</b>                       | <b>25</b> |
| 3.1 ASPETOS GERAIS .....                                                                             | 25        |
| 3.2 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE MODELAÇÃO NUMÉRICA .....                                                  | 26        |
| 3.2.1 SUPERESTRUTURA .....                                                                           | 26        |
| 3.2.2 SUBESTRUTURA .....                                                                             | 26        |
| 3.2.3 VEÍCULO .....                                                                                  | 27        |
| 3.2.4 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO .....                                                                    | 28        |
| 3.2.5 COMPORTAMENTO DO SISTEMA DE SUBESTRUTURA .....                                                 | 30        |
| 3.2.6 INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO .....                                                              | 31        |
| 3.2.7 INTERAÇÃO RODA-CARRIL .....                                                                    | 33        |
| 3.2.8 CONDIÇÕES DE FRONTEIRA .....                                                                   | 34        |
| 3.3 IMPLEMENTAÇÃO DA VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES DAS CAMADAS                                      | 36        |
| <b>4 MODELAÇÃO DA VARIAÇÃO ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO<br/>BALASTRO .....</b>                  | <b>37</b> |

|          |                                                                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.1      | DESCRIÇÃO DO MODELO.....                                                                                           | 37        |
| 4.2      | VALIDAÇÃO DO MODELO DE VARIABILIDADE ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO.....                               | 41        |
| 4.2.1    | ANÁLISE DO DESLOCAMENTO DO CARRIL NO ÂMBITO DA VALIDAÇÃO DO MODELO.....                                            | 41        |
| 4.2.2    | ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL.....                                                                     | 42        |
| 4.2.3    | ANÁLISE DA ACELERAÇÃO VERTICAL DAS TRAVESSAS.....                                                                  | 43        |
| 4.2.4    | ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO.....                                                               | 45        |
| 4.3      | ANÁLISE DO EFEITO DA VARIAÇÃO ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO.....                                      | 48        |
| 4.3.1    | ANÁLISE DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL .....                                                                   | 48        |
| 4.3.2    | ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL.....                                                                     | 49        |
| 4.3.3    | ANÁLISE DA ACELERAÇÃO VERTICAL NAS TRAVESSAS.....                                                                  | 50        |
| 4.3.4    | ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO.....                                                               | 51        |
| 4.3.5    | ANÁLISE DE TENSÕES NA CAMADA DE BALASTRO .....                                                                     | 53        |
| <b>5</b> | <b>INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE CIRCULAÇÃO E DA VARIABILIDADE ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO .....</b>  | <b>57</b> |
| 5.1      | INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA VELOCIDADE NA RESPOSTA ESTRUTURAL DO SISTEMA VEÍCULO-VIA.....                            | 60        |
| 5.1.1    | DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL PARA DISTINTAS VELOCIDADES .....                                                   | 60        |
| 5.1.2    | FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL PARA DISTINTAS VELOCIDADES .....                                                    | 61        |
| 5.1.3    | ACELERAÇÃO VERTICAL NA TRAVESSA PARA DISTINTAS VELOCIDADES .....                                                   | 62        |
| 5.1.4    | FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO PARA DISTINTAS VELOCIDADES .....                                              | 64        |
| 5.2      | INFLUÊNCIA CONJUNTA DA VELOCIDADE DE CIRCULAÇÃO E DA VARIABILIDADE ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO..... | 66        |
| 5.2.1    | IDENTIFICAÇÃO DE FENÓMENOS DE RESSONÂNCIA .....                                                                    | 66        |
| 5.2.2    | DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL .....                                                                              | 67        |
| 5.2.3    | FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL .....                                                                               | 68        |
| 5.2.4    | ACELERAÇÃO VERTICAL NA TRAVESSA.....                                                                               | 69        |
| 5.2.5    | FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO .....                                                                         | 70        |
| <b>6</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                                                                  | <b>73</b> |
| 6.1      | CONCLUSÕES .....                                                                                                   | 73        |
| 6.2      | DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....                                                                                      | 74        |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>                                                                             | <b>75</b> |

# ÍNDICE DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 1. 1: EMISSÃO GLOBAL DE CO <sub>2</sub> POR TRANSPORTE, (OUR WORLD IN DATA, 2018).....                                                                                                                                                                                                                              | 1  |
| FIGURA 1. 2: MÉDIA DE HORAS ANUAIS PERDIDAS EM TRÂNSITO POR VEÍCULO, EUROPEAN COMMISSION.<br>TRANSPORT IN THE EU, CURRENT TRENDS AND ISSUES, AMT (2019) .....                                                                                                                                                              | 2  |
| FIGURA 2.1: ESQUEMA DE SECÇÃO TRANSVERSAL (ACIMA) E VISTA SUPERIOR (ABAIXO) DE UMA VIA<br>BALASTRADA (FORTUNATO, 2016).....                                                                                                                                                                                                | 6  |
| FIGURA 2. 2: REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE TRANSFERÊNCIA DE TENSÕES (ADAPTADO DE ESVELD, 2001) .....                                                                                                                                                                                                                         | 6  |
| FIGURA 2. 3: MODELO DE CARRIL 54E1 .....                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 7  |
| FIGURA 2. 4: MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE CARGA NAS TRAVESSAS (VALE, 2010).....                                                                                                                                                                                                                                               | 9  |
| FIGURA 2. 5: ESQUEMA ESTRUTURAL DA CAMADA DE BALASTRO (ADAPTADO DE VALE, 2010) .....                                                                                                                                                                                                                                       | 9  |
| FIGURA 2. 6: DEFEITO GEOMÉTRICO DA VIA (ADAPTADO DE EBERSOHN, 1995).....                                                                                                                                                                                                                                                   | 12 |
| FIGURA 2. 7: ESQUEMA REPRESENTATIVO DE UMA VIA INFINITA INCORPORADA NUM MEIO ELÁSTICO (ADAP.<br>PAIXÃO, 2014).....                                                                                                                                                                                                         | 13 |
| FIGURA 2. 8: REPRESENTAÇÃO DE UM ELEMENTO DE VIGA COM DOIS NÓS (ADAPTADO DE CHOPRA, 1995).....                                                                                                                                                                                                                             | 13 |
| FIGURA 2. 9: TRANSFORMAÇÃO DE APOIO SOBRE LONGARINA EM APOIO SOBRE TRAVESSA SEGUNDO<br>TIMOSHENKO (ADAPTADO DE TEIXEIRA, 2003) .....                                                                                                                                                                                       | 14 |
| FIGURA 2. 10: MODELO DE CARRIL APOIADO DISCRETAMENTE (ADAPTADO DE TEIXEIRA, 2003) .....                                                                                                                                                                                                                                    | 14 |
| FIGURA 2. 11: REPRESENTAÇÃO DO MODELO DE BOUSSINESQ PARA UMA CARGA PONTUAL (ADAPTADO<br>FERREIRA, 2013) .....                                                                                                                                                                                                              | 15 |
| FIGURA 2. 12: REPRESENTAÇÃO DO MÉTODO DA ESPESSURA EQUIVALENTE.....                                                                                                                                                                                                                                                        | 16 |
| FIGURA 2. 13: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS DIFERENTES MODELOS NUMÉRICOS: ILLITRACK, MULTA E<br>PSA (ADAPTADO DE ADEGOKE ET AL., 1979) .....                                                                                                                                                                               | 18 |
| FIGURA 2. 14: EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO BEM EM CONJUNTO COM O FEM (ADAPTADO DE O'BRIEN E RIZOS,<br>2005) .....                                                                                                                                                                                                               | 19 |
| FIGURA 2. 15: INFLUÊNCIA DA VARIABILIDADE NAS CARACTERÍSTICAS DOS COMPONENTES DE UMA VIA NO<br>MÓDULO DA VIA (ADAPTADO DE LI, SELIG, 1995) .....                                                                                                                                                                           | 20 |
| FIGURA 2. 16: VARIAÇÃO DO MÓDULO RESILIENTE (E) DE UM MATERIAL GRANULAR SOB DIFERENTES NÍVEIS DE<br>TENSÃO (TENSÃO MÉDIA, P) E COM DISTINTOS VALORES DO TEOR EM ÁGUA (FORTUNATO, 2005).....                                                                                                                                | 21 |
| FIGURA 2. 17: VARIAÇÃO DO MÓDULO DE RESILIÊNCIA PARA DOIS MATERIAIS DIFERENTES EM FUNÇÃO: (A) DA<br>TENSÃO DE CONFINAMENTO E (B) DA TENSÃO DEVIATÓRICA CÍCLICA (DELGADO, 2019) .....                                                                                                                                       | 22 |
| FIGURA 2. 18: MODELO ESTOCÁSTICO DA VIA. AS VARIÁVEIS TOMADAS COMO ESTOCÁSTICAS (RIGIDEZ DAS<br>PALMILHAS, RIGIDEZ DO BALASTRO, MASSA DO SUB-BALASTRO E ESPAÇAMENTO ENTRE TRAVESSAS) SÃO<br>DENOTADOS POR K <sub>p</sub> , K <sub>b</sub> , M <sub>b</sub> E L <sub>i</sub> RESPECTIVAMENTE (ADATPT. OSCARSSON, 2001)..... | 24 |
| FIGURA 3. 1: REPRESENTAÇÃO DOS SISTEMAS ESTRUTURAIS E DAS FORÇAS DE INTERAÇÃO NA MODELAÇÃO<br>(ADAPT. VARANDAS, 2013; PAIXÃO ET AL., 2018) .....                                                                                                                                                                           | 25 |
| FIGURA 3. 2: ESQUEMA DO MODELO TRIDIMENSIONAL DA VIA-FÉRREA (ADAPT. VARANDAS, 2013; PAIXÃO ET<br>AL., 2018) .....                                                                                                                                                                                                          | 26 |
| FIGURA 3. 3: REPRESENTAÇÃO DO MODELO POR ELEMENTOS FINITOS DA SUPERESTRUTURA DA VIA (A) PERFIL<br>LONGITUDINAL; (B) PERFIL TRANSVERSAL. (FORTUNATO, 2021) .....                                                                                                                                                            | 26 |
| FIGURA 3. 4: MODELO DO VEÍCULO, REPRESENTADO POR UM BOGIE E MEIA CAIXA (FORTUNATO ET AL., 2021)<br>.....                                                                                                                                                                                                                   | 27 |
| FIGURA 3. 5: VISTA NA DIREÇÃO LONGITUDINAL DAS FORÇAS DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO (ADAPT.<br>VARANDAS, 2013).....                                                                                                                                                                                                       | 31 |
| FIGURA 3. 6: SISTEMA DE EIXOS PARA O CONTACTO VERTICAL (VARANDAS, 2013) .....                                                                                                                                                                                                                                              | 32 |

|                                                                                                                                                                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 3. 7: VISTA NA DIREÇÃO TRANSVERSAL DA TRAVESSA DA INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO (VARANDAS, 2013).....                                                                                                               | 32 |
| FIGURA 3. 8: REPRESENTAÇÃO DO MÉTODO DA FRONTEIRA ABSORVENTE COM AMORTECEDORES (VARANDAS, 2013).....                                                                                                                     | 35 |
| FIGURA 3. 9: SUBSTITUIÇÃO DA CAMADA INFERIOR POR UM SISTEMA DE MOLAS E AMORTECEDORES (ADAPT. VARANDAS, 2013).....                                                                                                        | 35 |
| FIGURA 4. 1: ESQUEMA REPRESENTATIVO DA VISTA LONGITUDINAL DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS (ADAP. VARANDAS, 2013).....                                                                                                      | 38 |
| FIGURA 4. 2: DESLOCAMENTOS VERTICAIS DO CARRIL (A E B) E ACELERAÇÕES VERTICAIS DAS TRAVESSAS (C E D) DEVIDO À PASSAGEM DOS BOGIES DIANTEIROS DO ALFA PENDULAR (AP) E INTERCIDADES (IC) (ADAPT. PAIXÃO ET AL., 2016)..... | 39 |
| FIGURA 4. 3: TRECHO DO MODELO LINEAR SEM VARIAÇÃO (AS CORES REPRESENTAM DISTINTOS VALORES DO MÓDULO DE YOUNG) .....                                                                                                      | 40 |
| FIGURA 4. 4: TRECHO DO MODELO LINEAR COM VARIAÇÃO (AS CORES REPRESENTAM DISTINTOS VALORES DO MÓDULO DE YOUNG) .....                                                                                                      | 40 |
| FIGURA 4. 5: SECÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO LINEAR SEM VARIAÇÃO (ESQUERDA) E DO MODELO LINEAR COM VARIAÇÃO (DIREITA) EVIDENCIANDO A VARIAÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG .....                                                      | 40 |
| FIGURA 4. 6: DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL NUM ELEMENTO LOCALIZADO AO CENTRO DO EIXO LONGITUDINAL DE CADA UM DOS MODELOS .....                                                                                         | 41 |
| FIGURA 4. 7: DETALHE DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL NUM ELEMENTO LOCALIZADO AO CENTRO DO EIXO LONGITUDINAL DE CADA UM DOS MODELOS.....                                                                               | 42 |
| FIGURA 4. 8: FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL POR TRAVESSA; DETALHE NUMA ZONA CENTRAL DO MODELO .....                                                                                                                      | 42 |
| FIGURA 4. 9: VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL POR TRAVESSA ENTRE MODELOS COM VARIAÇÃO E UM MODELO SEM VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO BALASTRO .....                                                              | 43 |
| FIGURA 4. 10: GRÁFICO DO PICO DO MÓDULO DA ACELERAÇÃO VERTICAL POR TRAVESSA .....                                                                                                                                        | 44 |
| FIGURA 4. 11: VARIAÇÃO DA ACELERAÇÃO VERTICAL POR TRAVESSA ENTRE OS MODELOS COM VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO BALASTRO E O MODELO SEM ESSA VARIAÇÃO .....                                                                 | 44 |
| FIGURA 4. 12: HISTOGRAMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ACELERAÇÕES VERTICAIS MÁXIMAS NAS TRAVESSAS.....                                                                                                                            | 45 |
| FIGURA 4. 13: FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO .....                                                                                                                                                                 | 46 |
| FIGURA 4. 14: VARIAÇÃO ENTRE OS MODELOS DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA .....                                                                                                                       | 46 |
| FIGURA 4. 15: HISTOGRAMAS DOS VALORES DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO .....                                                                                                                                      | 47 |
| FIGURA 4. 16: DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL AO LONGO DO EIXO LONGITUDINAL PARA 3 POSIÇÕES DIFERENTES NO CARRIL.....                                                                                                    | 48 |
| FIGURA 4. 17: DETALHE DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL AO LONGO DO EIXO LONGITUDINAL NO CENTRO DO MODELO .....                                                                                                         | 48 |
| FIGURA 4. 18: FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL NUM INTERVALO DO DESENVOLVIMENTO LONGITUDINAL DA VIA.....                                                                                                                   | 49 |
| FIGURA 4. 19: VARIAÇÃO ENTRE OS MODELOS DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL .....                                                                                                                                          | 49 |
| FIGURA 4. 20: MÓDULO DA ACELERAÇÃO VERTICAL POR TRAVESSA .....                                                                                                                                                           | 50 |
| FIGURA 4. 21: VARIAÇÃO ENTRE OS MODELOS DO PICO DO MÓDULO DA ACELERAÇÃO VERTICAL POR TRAVESSA .....                                                                                                                      | 51 |
| FIGURA 4. 22: ACELERAÇÃO VERTICAL AO LONGO DO TEMPO PARA A TRAVESSA NÚMERO 105.....                                                                                                                                      | 51 |
| FIGURA 4. 27: FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA.....                                                                                                                                                     | 52 |

|                                                                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 4. 28: VARIAÇÃO ENTRE OS MODELOS DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA                                                                                             | 52 |
| FIGURA 4. 23: TENSÃO VERTICAL DE PICO OBTIDA NA CAMADA DE BALASTRO                                                                                                                       | 53 |
| FIGURA 4. 24: POSIÇÃO DOS ELEMENTOS SELECIONADOS NA ANÁLISE (ADAPT. PAIXÃO ET AL., 2016)                                                                                                 | 53 |
| FIGURA 4. 25: VARIAÇÃO DE P E Q, NAS POSIÇÕES 1 A 3 IDENTIFICADAS NA FIGURA 4.17, PARA OS MODELOS EM ESTUDO EM $x = 0$ (ESQUERDA) E EM $x = -20\text{M}$ (DIREITA) À PASSAGEM DO VEÍCULO | 54 |
| FIGURA 4. 26: VARIAÇÃO DE P E Q, NAS POSIÇÕES 4 A 6 IDENTIFICADAS NA FIGURA 4.17, PARA OS MODELOS EM ESTUDO EM $x = 0$ (ESQUERDA) E EM $x = -20\text{M}$ (DIREITA) À PASSAGEM DO VEÍCULO | 55 |
| FIGURA 5. 1: POSICIONAMENTO DOS ELEMENTOS DE ESTUDO NA SECÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO                                                                                                      | 58 |
| FIGURA 5. 2: VISTA SUPERIOR DO TOPO DA CAMADA DE BALASTRO (ESQUERDA) E DO TOPO DA CAMADA DE SUB-BALASTRO (DIREITA) DO POSICIONAMENTO DOS ELEMENTOS DE ESTUDO NO MODELO                   | 58 |
| FIGURA 5. 3: DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL NUM ELEMENTO LOCALIZADO PRÓXIMO DO CENTRO DO EIXO LONGITUDINAL (REGISTOS TEMPORAIS NORMALIZADOS EM RELAÇÃO À VELOCIDADE)                    | 60 |
| FIGURA 5. 4: DETALHE DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL NUM DADO ELEMENTO (REGISTOS TEMPORAIS NORMALIZADOS EM RELAÇÃO À VELOCIDADE)                                                      | 61 |
| FIGURA 5. 5: FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL AO LONGO DO EIXO LONGITUDINAL                                                                                                                | 62 |
| FIGURA 5. 6: DETALHE DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL NUM INTERVALO DE $x$ PARA AS VELOCIDADES EM ESTUDO                                                                                | 62 |
| FIGURA 5. 7: ACELERAÇÃO VERTICAL DE PICO POR TRAVESSA PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE PASSAGEM                                                                                            | 63 |
| FIGURA 5. 8: VARIAÇÃO DO PICO DA ACELERAÇÃO VERTICAL POR TRAVESSA PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE PASSAGEM                                                                                | 63 |
| FIGURA 5. 9: ACELERAÇÃO VERTICAL DE UMA TRAVESSA EM $x=0$ M? PARA VELOCIDADES DE PASSAGEM DIFERENTES (REGISTOS TEMPORAIS NORMALIZADOS EM RELAÇÃO À VELOCIDADE)                           | 64 |
| FIGURA 5. 10: FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA PARA AS VELOCIDADES EM ESTUDO                                                                                            | 64 |
| FIGURA 5. 11: VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA EM RELAÇÃO AO MODELO DE 30 M/S                                                                               | 65 |
| FIGURA 5. 12: HISTOGRAMA DA DISTRIBUIÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO PARA AS VELOCIDADES EM ESTUDO                                                                           | 66 |
| FIGURA 5. 13: DESLOCAMENTO VERTICAL MÁXIMO DO EIXO DIANTEIRO PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                                 | 67 |
| FIGURA 5. 14: PICOS DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                                        | 67 |
| FIGURA 5. 15: DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL EM UM ELEMENTO LOCALIZADO EM $x = 0$ AO LONGO DO TEMPO (REGISTOS TEMPORAIS NORMALIZADOS EM RELAÇÃO À VELOCIDADE)                           | 68 |
| FIGURA 5. 16: DETALHE DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL EM UM ELEMENTO LOCALIZADO EM $x = 0$ (REGISTOS TEMPORAIS NORMALIZADOS EM RELAÇÃO À VELOCIDADE)                                  | 68 |
| FIGURA 5. 17: FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL NUM INTERVALO DE $x$ PARA MODELOS COM E SEM VARIAÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG PARA VELOCIDADES DIFERENTES                                         | 69 |
| FIGURA 5. 18: ACELERAÇÃO VERTICAL MÁXIMA POR TRAVESSA PARA MODELOS COM E SEM VARIAÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG PARA VELOCIDADES DIFERENTES                                                     | 69 |
| FIGURA 5. 19: VARIAÇÃO DA ACELERAÇÃO VERTICAL MÁXIMA POR TRAVESSA ENTRE MODELOS COM E SEM VARIAÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG PARA VELOCIDADES DIFERENTES                                        | 70 |
| FIGURA 5. 20: FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA PARA MODELOS COM E SEM VARIAÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG PARA VELOCIDADES DIFERENTES                                           | 71 |
| FIGURA 5. 21: VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO POR TRAVESSA ENTRE MODELOS COM E SEM VARIAÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG PARA VELOCIDADES DIFERENTES                              | 71 |

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 5. 22: DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO ..... | 72 |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|

## ÍNDICE DE TABELAS

|                                                                                                                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| TABELA 1: RIGIDEZ VERTICAL DAS PALMILHAS EM VÁRIAS LINHAS FERROVIÁRIAS EUROPEIAS (TEIXEIRA, 2003)                                                                                                              | 8  |
| TABELA 2: CLASSE DA CAPACIDADE DE CARGA DA PLATAFORMA (UIC-719R, 2008)                                                                                                                                         | 11 |
| TABELA 3: CARACTERÍSTICAS DOS SOLOS (FORTUNATO, 2005)                                                                                                                                                          | 11 |
| TABELA 4: VALORES DE MÉDIA E DESVIO PADRÃO DAS VARIÁVEIS ESTOCÁSTICAS EM DOIS LUGARES DE TESTE DIFERENTES (ADATPT. OSCARSSON, 2001)                                                                            | 24 |
| TABELA 5: DESVIO PADRÃO DO VALOR MÁXIMO DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL, FRW, DESLOCAMENTO MÁXIMO DA TRAVESSA, DSL, E VALOR MÁXIMO DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA RODA, AWH. (OSCARSSON, 2001)                    | 24 |
| TABELA 6 - INCÓGNITAS RELATIVAS AO VEÍCULO E SEUS SIGNIFICADOS                                                                                                                                                 | 27 |
| TABELA 7: INCÓGNITAS DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO E SEUS SIGNIFICADOS                                                                                                                                             | 28 |
| TABELA 8: PARÂMETROS DO VEÍCULO                                                                                                                                                                                | 38 |
| TABELA 9: PROPRIEDADES DAS CAMADAS DA SUBESTRUTURA                                                                                                                                                             | 38 |
| TABELA 10: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL ENTRE DOIS MODELOS COM VARIAÇÃO E UM MODELO SEM VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO BALASTRO                                 | 43 |
| TABELA 11: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DOS VALORES DA VARIAÇÃO DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE OS MODELOS COM VARIAÇÃO NAS PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DO BALASTRO E UM MODELO QUE NÃO APRESENTA ESSA VARIAÇÃO | 45 |
| TABELA 12: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO PARA DOIS MODELOS COM VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO BALASTRO EM RELAÇÃO A UM MODELO SEM VARIAÇÃO                 | 47 |
| TABELA 13: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DOS VALORES DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO PARA DOIS MODELOS COM VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO BALASTRO                                                     | 47 |
| TABELA 14: TENSÃO MÉDIA E DEVIATÓRICA MÁXIMAS NOS PONTOS 1, 2 E 3 PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                                                  | 59 |
| TABELA 15: TENSÃO VERTICAL MÁXIMA E RELAÇÃO Q/P NOS PONTOS 1,2 E 3 PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                                                 | 59 |
| TABELA 16: TENSÃO MÉDIA E TENSÃO DEVIATÓRICA MÁXIMAS NOS PONTOS 4, 5 E 6 PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                                           | 59 |
| TABELA 17: TENSÃO VERTICAL MÁXIMA E RELAÇÃO Q/P NOS PONTOS 4,5 E 6 PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                                                 | 59 |
| TABELA 18: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO DO PICO DA ACELERAÇÃO VERTICAL PARA DIFERENTES VELOCIDADES                                                                                              | 63 |
| TABELA 19: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO EM RELAÇÃO AO MODELO COM VELOCIDADE DE PASSAGEM DE 30 M/S                                                       | 65 |
| TABELA 20: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO PARA MODELOS COM DIFERENTES VELOCIDADES DE PASSAGEM                                                                         | 66 |
| TABELA 21: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO DA ACELERAÇÃO VERTICAL PARA OS MODELOS COM E SEM VARIAÇÃO COM VELOCIDADES DE 40 E 50M/S                                                                 | 70 |
| TABELA 22: MÉDIA COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO ENTRE OS MODELOS DE 40 E 50 M/S, COM E SEM VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES                                         | 72 |
| TABELA 23: MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO                                                                                                             | 72 |

# LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

## Convenção

$a$ ,  $A$  Escalar

$\mathbf{a}$  Vetor

$\mathbf{A}$  Matriz

## Subscrito

$a_p$  Referente a palmilha

$a_b$  Referente ao balastro

$a_{sb}$  Referente ao sub-balastro

$a_f$  Referente a fundação

## Simbologia Latina

$s$  Desvio Padrão

$\bar{x}$  Média

$C_v$  Coeficiente de variação

$a$  Aceleração

$u$  Deslocamentos

$v$  Velocidades

$\mathbf{C}$  Matriz de amortecimento

$c_{rd}$  Constante de amortecimento

$\mathbf{D}$  Matriz de rigidez constitutiva

$\mathbf{M}$  Matriz de Massa

$E$  Módulo de Young

$EI$  Rigidez de flexão

$F$  e  $\mathbf{f}$  Força

$F_b$  Força de interação travessa-balastro

$F_w$  Força de interação roda-carril

$G$  Módulo distorcional

$\mathbf{K}$  Matriz de Rigidez

$k_v$  Rigidez dinâmica vertical

$LA_{RB}$  Ensaio Los Angeles

$MDE_{RB}$  Ensaio micro-deval

$I$  Momento de inércia  
 $M$  Módulo edométrico  
 $t$  Tempo

### **Simbologia Grega**

$\nu$  Coeficiente de Poisson  
 $\delta$  Indentação  
 $\dot{\delta}$  Velocidade de indentação  
 $\varepsilon$  Tensor das deformações  
 $\sigma$  Tensor das tensões  
 $\rho$  Massa volúmica  
 $\xi$  Fator de amortecimento de Rayleigh  
 $\omega$  Frequência angular

### **Abreviaturas**

FI Índice de achatamento  
SI Índice de forma  
2D Duas dimensões  
3D Três dimensões  
BEM Método dos Elementos de Fronteira  
IEM e MEI Método dos Elementos Infinitos  
FEM Método dos Elementos Finitos  
FDM Método das Diferenças Finitas  
gdl Graus de liberdade  
EVF *Elasticity Variation Factor*



# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 ENQUADRAMENTO E MOTIVAÇÃO

Por volta de 660 A.C. na região de Corinto, na Grécia, surgiu o primeiro sistema de transporte que utilizou um mecanismo de carris, porém a partir do final do século 18, quando os carris de madeira foram substituídos por carris de ferro, o transporte através de linhas férreas, seja de mercadorias ou passageiros, vem desempenhando um papel de extrema importância no desenvolvimento do mundo moderno. Estima-se que atualmente existam cerca de 1.370.782 km de malhas ferroviárias espalhadas pelo mundo que servem milhões de pessoas direta e indiretamente todos os dias.

Com o aumento populacional e a crescente preocupação com as mudanças climáticas e emissão de carbono, a forma como se realiza o transporte, seja de pessoas ou cargas, vem tendo uma crescente preocupação da comunidade acadêmica. Segundo [Our World in Data](#), em 2018 o transporte rodoviário foi responsável por 74,5% do total de emissões de CO<sub>2</sub> com origem em transportes, por isso, cada dia mais cresce a necessidade de transitarmos para transportes mais sustentáveis. Uma das possíveis soluções para o problema acima referido é a utilização do transporte ferroviário pois apresenta menores emissões de CO<sub>2</sub> por km.ton transportado (Figura 1.1).

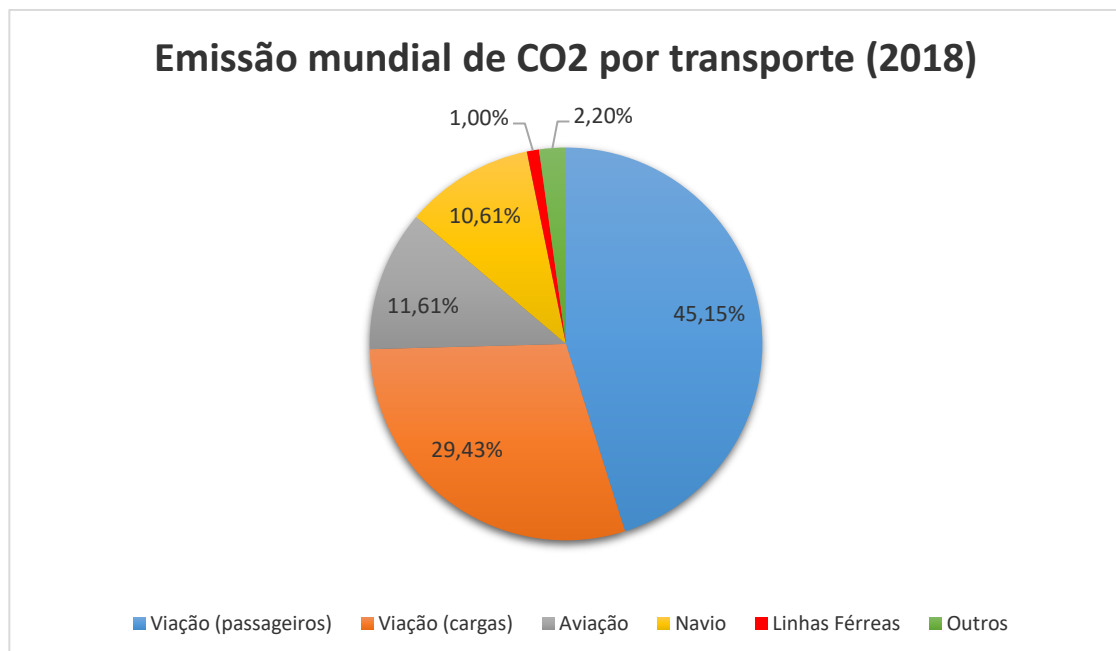


Figura 1. 1: Emissão global de CO<sub>2</sub> por transporte, ([Our world in Data, 2018](#))

Além da sustentabilidade existem outras vantagens da linha-ferroviária em relação ao transporte rodoviário. Segundo relatório de 2019 da Autoridade da mobilidade e dos transportes (AMT), alguns países europeus tem uma média acima das 40 horas anuais perdidas em trânsito (Figura 1.2). Outra vantagem entre os dois tipos de transportes supracitados é a segurança. Dados da OMS indicam que aconteça anualmente em média 1,2 milhões de óbitos e 50 milhões de feridos no mundo devido a acidentes de viação, além disso faz uma estimativa, caso não haja mudanças na forma como esse problema é enfrentado, que esse número deverá aumentar em 65% nas próximas duas. Em Portugal, no ano de 2017, segundo a [Autoridade Nacional de Segurança Rodoviária \(ANSR\)](#) ocorreram 602 mortes nas estradas. Mais ainda, a sinistralidade rodoviária exercer um impacto negativo de 2,3 mil milhões de euros em Portugal, equivalente a 1,2% do PIB. Por outro lado, nos últimos 20 anos, acidentes ferroviários foram responsáveis por 36 mortes.

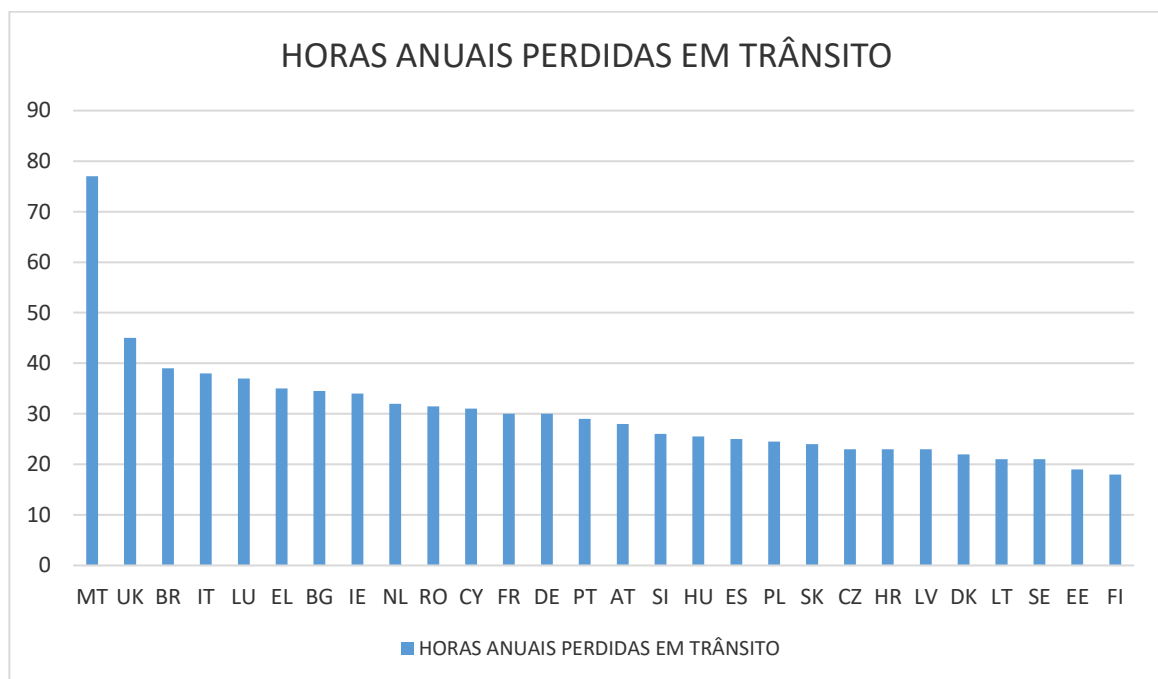


Figura 1. 2: Média de horas anuais perdidas em trânsito por veículo, [European Commission. Transport in the EU. Current trends and issues, AMT \(2019\)](#)

A principal desvantagem do transporte ferroviário face a outros tipos de transporte está associada ao alto custo de construção e manutenção da infraestrutura. Segundo [Schmitt \(2006\)](#) entre 40 e 50% desse custo está ligado à manutenção da qualidade geométrica da via, sendo a camada de balastro a principal responsável pela degradação, representando 75% do custo total de manutenção relativa ao posicionamento da via ([Selig e Waters, 1994](#); [Esveld, 2001](#); [Zhai et al., 2004](#)).

As condições de apoio da via-férrea normalmente variam ao longo da direção longitudinal da via. Segundo [Correia \(2015\)](#) estas variações são causadas pela variabilidade das propriedades geotécnicas das camadas de fundação, variação da altura dos aterros, transições entre aterro/escavação, assentamentos diferenciais, entre outras. [Berggren \(2005\)](#) afirma que ao realizar medições da rigidez da via continuamente ao longo da direção longitudinal, é possível constatar que a rigidez vertical da via varia significativamente e que essas variações significativas não estão restritas apenas a zonas onde se encontram blocos técnicos, transições entre tipos de via ou aparelhos de mudança de via.

Pelos motivos citados acima faz-se necessário cada vez mais desenvolver tecnologias que possam suprir as necessidades emergentes do transporte ferroviário no que diz respeito a eficiência, qualidade da prestação do serviço, segurança e, principalmente, na competitividade económica com os outros meios de transporte.

## **1.2 OBJETIVO**

O principal objetivo da presente dissertação é avaliar o impacto da variação das propriedades resilientes da camada de balastro no comportamento estrutural das vias-férreas. Para isso, utiliza-se uma abordagem numérica, recorrendo ao programa de cálculo *Pegasus*, desenvolvido primeiramente no âmbito do trabalho de doutoramento de [Varandas \(2013\)](#), em ambiente MATLAB. Serão construídos diferentes modelos de uma via-férrea balastrada, permitindo a comparação das diversas soluções modeladas e considerando valores distintos de velocidade de circulação.

## **1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos. O primeiro capítulo aborda o tema, em termos gerais, a motivação do trabalho, o objetivo e a metodologia de abordagem.

O capítulo 2 é um capítulo descritivo, onde apresnetase a caracterização do sistema da via-férrea, com a descrição de cada elemento que compõe o sistema e apresentação das respetivas funções, bem como as ações atuantes no mesmo. Seguidamente procede-se a uma introdução à análise estrutural da via-férrea e referem-se abordagens anteriores de métodos analíticos e numéricos em problemas similares.

No capítulo 3 é explicado o funcionamento do software de modelação numérica 3D, *Pegasus*, usado na presente dissertação. Neste capítulo está descrito como funciona cada componente e a interação entre eles. Ainda nesse capítulo é descrito como funciona o componente adicional do programa, criado para a presente dissertação, que introduz a variabilidade tridimensional das propriedades mecânicas nas camadas selecionadas.

No capítulo 4 analisa-se a influência da variabilidade do módulo de Young da camada de balastro na resposta estrutural da via-férrea. No início é feita uma breve descrição do modelo, onde é apresentada a sua geometria, as malhas, as propriedades mecânicas da subestrutura e a variação das mesmas. Depois é realizada uma análise comparativa da resposta estrutural de um modelo com variação e de um sem variação do módulo de Young, ambos com a mesma velocidade, no que diz respeito a deslocamentos verticais, força de interação travessa-balastro, força de interação roda-carril e aceleração vertical. É feita ainda uma análise comparativa dos mesmos fatores, porém agora em dois modelos com variações estocásticas diferentes.

Por sua vez, no capítulo 5, foi estudada a influência da velocidade perante a variação do módulo de Young na camada de balastro. Para isso foi feita uma análise comparativa entre 5 modelos em que foram introduzida a mesma variação do módulo de Young, porém com velocidades diferentes, entre 30 m/s e 70m/s. Em seguida, estudou-se a influência da velocidade na atenuação dos efeitos de ressonância, avaliando as diferenças entre modelos com e sem variabilidade do módulo de Young considerando duas velocidades diferentes, sendo uma delas a velocidade crítica.

Finalmente, no capítulo 6, sintetizam-se as principais conclusões da presente dissertação.



# 2

## O SISTEMA DA VIA-FÉRREA E TÉCNICAS DE ANÁLISE ESTRUTURAL

O desenvolvimento de linhas férreas se deu na busca das sociedades organizadas por uma forma mais rápida, segura e eficiente de transporte, seja de pessoas ou de bens ([Profillidis, 1995](#)). Mesmo sendo um meio de transporte secular, as linhas ferroviárias continuam a ser um dos meios de transporte mais importantes e utilizados na atualidade. As novas tecnologias desenvolvidas ao longo dos últimos anos, que trazem grandes avanços para este tipo de transporte, solidificam a ideia de que o transporte ferroviário vai permanecer como um dos principais meios de transportes no futuro. Porém, continuar a avançar nos estudos relativos ao entendimento do funcionamento e otimização das estruturas que compõe o sistema é indispensável para que o uso do transporte ferroviário se consolide como uma opção alternativa viável em relação a outros tipos de transporte.

### 2.1 A VIA-FÉRREA E SEUS COMPONENTES

Existem dois tipos de vias-férreas, a via balastrada e a não balastrada, sendo o primeiro tipo o mais utilizado no mundo. As vias balastradas têm diversas vantagens em relação às não balastradas, como menor custo de construção, mais fácil manutenção, maior atenuação de vibrações e ruídos, entre outros. Mas também apresentam algumas desvantagens, tais como a necessidade de uma secção transversal maior, maior custo de manutenção e desgaste do balastro por abrasão e fragmentação. Este trabalho foca-se apenas nas vias balastradas.

O sistema que compõe uma via-férrea balastrada pode ser dividido em superestrutura (carris, fixações e travessas) e subestrutura (balastro, sub-balastro e camadas da fundação). É considerada uma estrutura relativamente simples, porém apresenta um comportamento complexo devido às diferentes solicitações dinâmicas a que está sujeita e à forma como os seus diversos elementos se comportam e interagem ([Fortunato, 2021](#)). A Figura 2.1 mostra um esquema da secção transversal e vista superior de uma via balastrada.

A principal função dos componentes da superestrutura, além da definição da direção do transporte e de proteger a subestrutura, é transferir e distribuir por uma área maior as cargas das rodas. Ao transferir uma carga imposta a uma área menor para uma área maior faz com que haja uma rápida redução das tensões em profundidade, a evita assim níveis de tensões demasiadamente elevadas na subestrutura. A Figura 2.2 apresenta as camadas da via balastrada, as áreas de contato entre as camadas e as respetivas tensões médias.

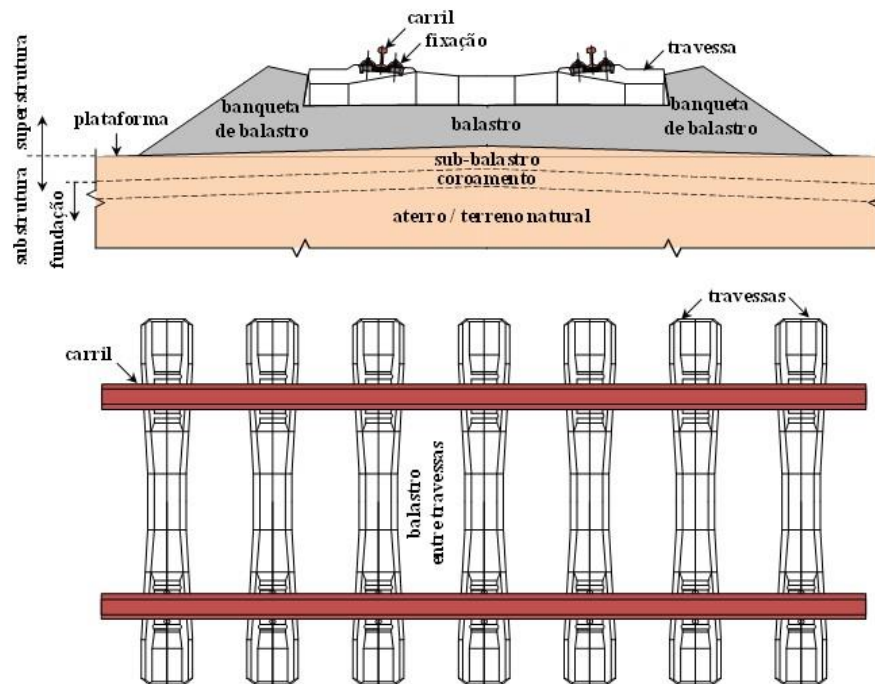


Figura 2.1: Esquema de secção transversal (acima) e vista superior (abaixo) de uma via balastrada ([Fortunato, 2016](#))

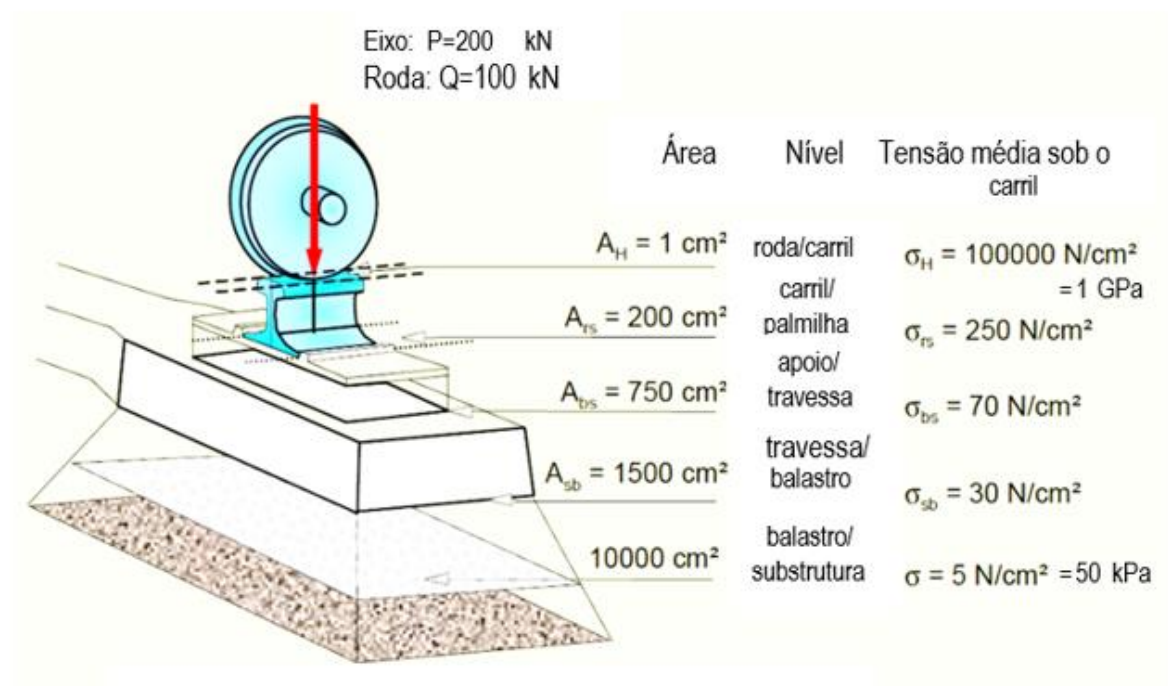


Figura 2. 2: Representação do sistema de transferência de tensões (adaptado de [Esvel, 2001](#))

## 2.1.1 SUPERESTRUTURA

### 2.1.1.1 CARRIS

Os carris são elementos metálicos dispostos longitudinalmente sobre as travessas cujas funções são fornecer uma superfície nivelada e contínua, fornecer trajetórias suaves para os comboios, servir de guia lateral e transmitir as tensões causadas pelas cargas transmitidas das rodas do comboio para a via. Por ser o elemento que tem o contacto direto com o veículo, é necessário que tenha uma boa resistência para conseguir aguentar e atenuar as cargas. O carril correntemente usado é o carril tipo Vignole que é aplicado em vias-férreas regionais, normais e de alta velocidade ([Alves, 2010](#)). Este perfil é dividido em 3 partes: cabeça, a parte superior; alma, a parte central; e a patilha, na parte inferior. A Figura 2.3 mostra um esquema dos componentes referidos anteriormente. Os modelos mais usados em Portugal são o 54E1 (54 kg/m) e o 60E1 (60 kg/m).

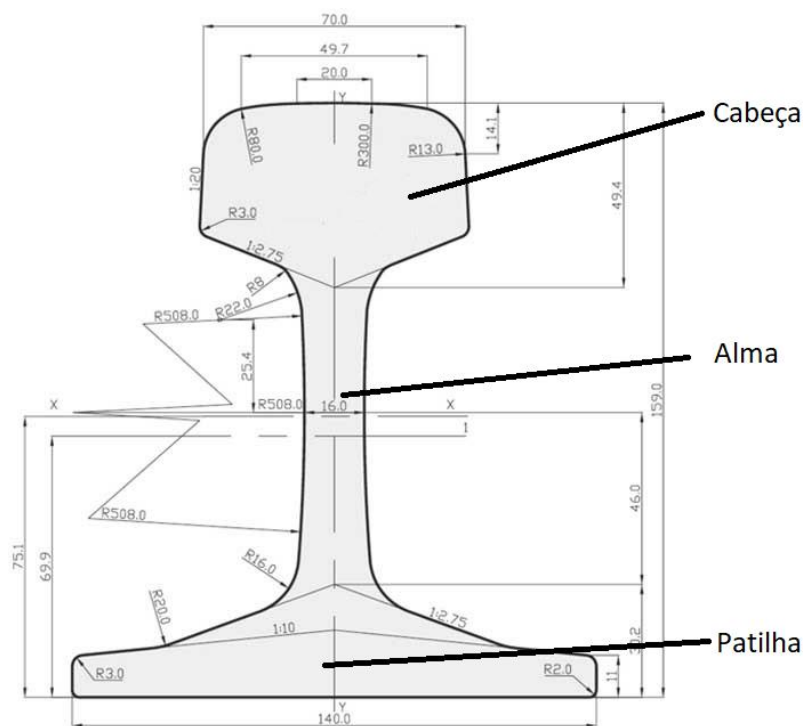


Figura 2. 3: Modelo de Carril 54E1

### 2.1.1.2 FIXAÇÕES

O sistema de fixação tem como objetivo assegurar corretamente a posição do carril sobre a travessa permitindo que a bitola seja mantida e prevenindo movimentos verticais e horizontais do carril em relação à travessa. O tipo de fixação depende do material da travessa. Para o caso de travessas em betão são utilizadas fixações elásticas.

#### 2.1.1.3 PALMILHA DOS CARRIS

As funções das palmilhas incluem distribuir a carga para uma superfície maior, reduzir o ruído e a vibração, melhorando o conforto dos utentes, selar o espaço entre a parte inferior do carril e a parte superior da travessa e reduzir o desgaste do carril de aço. Pode-se dividir as palmilhas em categorias baseadas na sua rigidez dinâmica vertical (kv). Uma palmilha é considerada flexível quando o valor de kv é inferior a 100 kN/mm. Uma palmilha é considerada média quando o valor do kv está entre 100 e 200 kN/mm. E, finalmente, uma palmilha é rígida quando o valor de kv é igual ou superior a 200 kN/mm. Caso a palmilha seja pouco rígida não é transmitida energia considerável aos níveis inferiores da via-férrea e fundação, porém a vibração no carril sofre menos amortecimento. Em situação análoga, quando a palmilha é muito rígida, maiores níveis de energia são transmitidos ao balastro e consequentemente à fundação ([Costa, 2011](#)).

Não existe um consenso sobre qual valor de rigidez é mais adequado. [Teixeira \(2003\)](#) sugere um intervalo entre 30 e 500 kN/mm para as linhas de alta velocidade. A [ETI \(2008\)](#) estabelece um valor máximo da rigidez dinâmica das palmilhas de 600 kN/mm. A Tabela 1 descreve os valores da rigidez vertical da palmilha em diferentes países e linhas.

Tabela 1: Rigidez vertical das palmilhas em várias linhas ferroviárias europeias ([Teixeira, 2003](#))

| PAÍS     | LINHA                                       | RIGIDEZ (kN/mm) |
|----------|---------------------------------------------|-----------------|
| França   | Linhas convencionais                        | 150             |
|          | Linhas de alta velocidade                   | 90              |
| Alemanha | Linhas convencionais                        | 500             |
|          | Linhas de alta velocidade:                  |                 |
|          | Hanover-Wuzburg                             | 500             |
|          | Mannheim-Stuttgart                          | 500             |
|          | Hanover-Berlin                              | 60              |
|          | Fronteira de Stendal (linha Hanover-Berlin) | 27              |
| Espanha  | Linhas de alta velocidade:                  |                 |
|          | Madrid-Sevilla                              | 500             |
|          | Madrid-Barcelona                            | 100             |
| Itália   | Linhas de alta velocidade                   | 100             |
| Bélgica  | Linhas convencionais e de alta velocidade   | 60-100          |

#### 2.1.1.4 TRAVESSA

As travessas são elementos que podem ser constituídas por madeira, betão, aço ou compostas por mais de um material. As suas funções são fixar os carris e manter a bitola uniforme, transferir as cargas do carril para o balastro, reduzir as vibrações provenientes dos carris e oferecer estabilidade longitudinal e lateral. As travessas mais usadas são as travessas monobloco de betão. Existe uma tendência de instalar travessas de grande resistência, como por exemplo as do tipo monobloco de betão armado pré-esforçado, com espaçamento da ordem de 60 cm, para as linhas de alta velocidade ([Paixão, Fortunato, 2009](#)). Existem diferentes modelos de distribuição das cargas pelas travessas. Por exemplo, num deles é considerado que a travessa localizada exatamente sob a carga estática recebe aproximadamente 30% da carga aplicada e as adjacentes recebem 20%. As percentagens de carga recebidas pelas demais travessas estão representadas na figura 2.4. Estes valores dependem da flexibilidade da via ([Vale, 2010](#)).

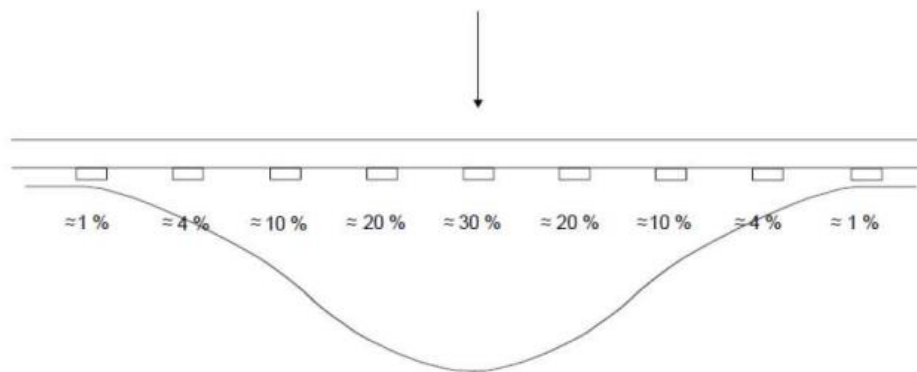


Figura 2. 4: Modelo de distribuição de carga nas travessas ([Vale, 2010](#))

## 2.1.2 SUBESTRUTURA

### 2.1.2.1 CAMADA DE BALASTRO

O balastro é um material granular que é colocado abaixo e ao redor das travessas. A sua função principal é transmitir e distribuir uniformemente as cargas das travessas para as camadas inferiores e prover capacidade de drenagem para a via. Além disso, fornece um suporte nivelado para as travessas, mantém as travessas em posição firme enquanto o comboio passa e previne movimentos longitudinais e laterais das mesmas.

A camada de balastro pode ser dividida em quatro partes, representadas na Figura 2.5: balastro entre travessas; prima lateral; balastro superficial e balastro de fundo ([Vale, 2010](#); [Fortunato 2005](#)).

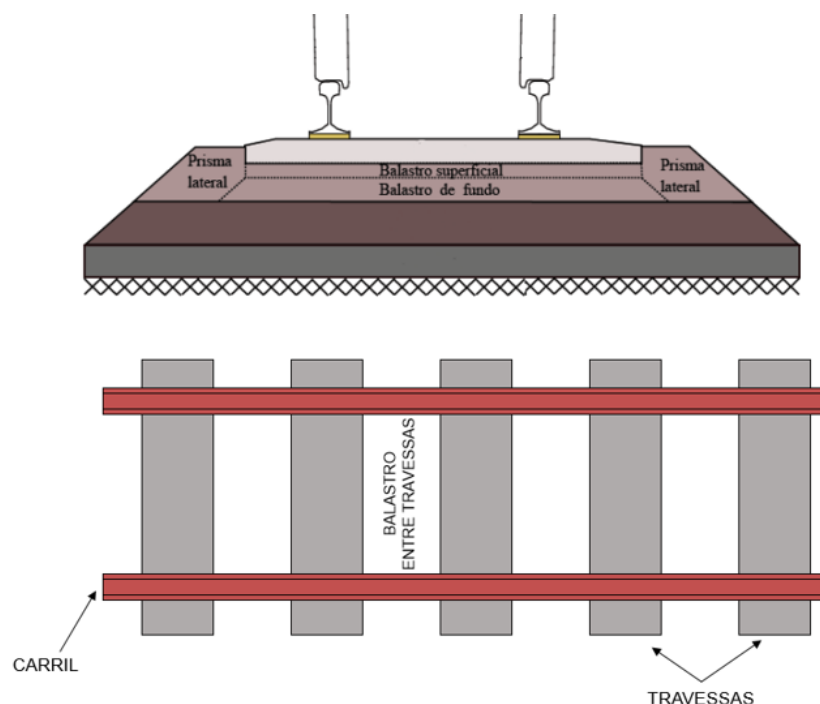


Figura 2. 5: Esquema estrutural da camada de balastro (adaptado de [Vale, 2010](#))

É importante salientar que para garantir que a camada de balastro desempenhe todas as funções para qual é projetada é necessário que a granulometria seja bem definida de modo a compatibilizar a função resistente com a drenante. Para controlar o comportamento mecânico desejável, são feitos ensaios laboratoriais e in situ com o material antes da colocação do mesmo na via.

Os materiais que podem constituir o balastro estão classificados em diversas categorias, com base em requisitos geométricos e físicos das partículas, de acordo com a Norma Europeia EN 13450. A resistência à fragmentação é obtida através do ensaio de *Los Angeles* ( $LA_{RB}$ ) e a resistência ao desgaste é obtida através do ensaio de micro-deval ( $MDE_{RB}$ ). Em relação à forma, as partículas devem apresentar forma poliédrica de tendência isométrica, designada por forma cúbica, faces rugosas e arestas vivas. A cubicidade desejada é definida para valores máximos do índice de achatamento ( $FI$ ), de forma ( $SI$ ) e comprimento ([Fernandes, 2011](#)).

#### 2.1.2.2 CAMADA DE SUB-BALASTRO

A camada de sub-balastro é uma camada intermédia entre a camada de balastro, que apresenta agregados de boa qualidade, e a fundação, que, em geral, apresenta material de menor qualidade. Além de ter como função transmitir as cargas para as camadas inferiores e reduzir a tensão gerada pelo comboio, esta camada também tem como função impedir a migração de pequenas partículas para a camada de balastro, o que pode afetar a capacidade de drenagem da mesma. Para além disso, o sub-balastro funciona como barreira à penetração de água, direcionando as águas pluviais para o sistema de drenagem, e como proteção contra a ação do gelo nos solos de fundação ([Paixão, 2014](#)). Usualmente, o sub-balastro é composto por agregado de granulometria extensa, de elevada qualidade e com boa resistência à fragmentação e ao desgaste.

#### 2.1.2.3 CAMADA DE COROAMENTO OU LEITO DA VIA

Em alguns casos, quando necessário, pode ser construída mais uma camada, designada de leito de via ou coroamento. Esta camada é utilizada quando as características geotécnicas do solo de fundação são fracas ou quando as mesmas variam de forma considerável ao longo da via ([Li, Selig, 1995](#)). Esta camada é normalmente construída com solos selecionados ou com agregados britados de granulometria extensa. Nestas circunstâncias, pode permitir reduzir a espessura da camada de sub-balastro.

#### 2.1.2.4 FUNDAÇÃO

É comum, em geral, utilizar solos já existentes no local da obra para a fundação da via. Considera-se que a fundação da via se estende até à profundidade onde os efeitos das solicitações são sentidos de forma significativa. Essa profundidade pode atingir até sete a oito metros abaixo da base das travessas ([Li, Selig, 1995](#)) mas é normal dar uma atenção especial aos terrenos até 1 a 2 metros abaixo da base da travessa ([Fortunato, 2005](#)).

Como o dimensionamento e a construção das camadas de apoio são condicionadas pelas características e comportamento dos materiais da fundação, por vezes é necessário recorrer a substituição ou melhoramento do solo. O papel da fundação é muito importante, no que diz respeito à qualidade e desempenho da via, pois contribui para a deformação reversível e permanente, medidas ao nível do carril, e influencia a deterioração dos elementos da superestrutura e do balastro, exigindo mais operações de manutenção e, consequentemente, aumento dos custos associados ([Fortunato, 2005](#)).

A Tabela 2 apresenta as várias classes de plataforma ferroviária, de acordo com a especificação técnica [UIC-719R](#) (2008). A plataforma é classificada como P1 (mediocre), P2 (média) ou P3 (boa), de acordo com o tipo de solo de fundação, o material da camada de leito e respetiva espessura.

Tabela 2: Classe da capacidade de carga da plataforma ([UIC-719R, 2008](#))

| QUALIDADE DO SOLO DE FUNDAÇÃO | CLASSE DE PLATAFORMA | CAMADA DE LEITO       |               |
|-------------------------------|----------------------|-----------------------|---------------|
|                               |                      | QUALIDADE DO MATERIAL | ESPESSURA (m) |
| QS1                           | P1                   | QS1                   | -             |
|                               | P2                   | QS2                   | 0,50          |
|                               | P2                   | QS3                   | 0,35          |
|                               | P3                   | QS3                   | 0,50          |
| QS2                           | P2                   | QS2                   | -             |
|                               | P3                   | QS3                   | 0,35          |
| QS3                           | P3                   | QS3                   | -             |

A Tabela 3 apresenta a classificação do solo de fundação em função das suas características granulométricas, do seu estado hídrico, das condições hidrogeológicas do local, da resistência mecânica das partículas, do valor de CBR e do módulo de deformabilidade obtido no segundo ciclo do ensaio de carga estática com placa.

Tabela 3: Características dos solos ([Fortunato, 2005](#))

| QUALIDADE DO SOLO | IDENTIFICAÇÃO                                                                                                                                                   | CBR (%) | EV <sub>2</sub> (MPa) |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------|
| QS1               | - Solos com mais de 15% de finos, estado hídrico "médio" ou "seco".                                                                                             | 3 a 6   | 15 a 25               |
| QS2               | - Solos com 15% a 40% de finos, estado hídrico "seco" e boas condições hidrológicas e hidrogeológicas.<br>- Solos com 5% a 15% de finos, estado hídrico "seco". | 6 a 20  | 25 a 80               |
| QS3               | - Solos com menos de 5% de finos, bem graduados e com partículas de dureza elevada.                                                                             | >20     | >80                   |

Onde QS1 representa solos com mais de 15% de finos, evolutivos ou muito evolutivos e rochas tenras, QS2 representa solos com percentagem de finos entre 5 e 15% ou solos com menos de 5% de finos porém uniformes ( $C_u < 6$ ) e QS3 representa rochas com menos de 5% de finos e rochas duras.

### 2.1.3 AÇÕES

Uma estrutura ferroviária está sujeita a diferentes ações que são provocadas fundamentalmente por solicitações estáticas e dinâmicas do material circulante e pelas variações de temperatura que causam dilatação e retração dos carris. Essas solicitações manifestam-se em forças verticais, horizontais (laterais e longitudinais) e de torção, que devido ao seu caráter cíclico, provocam fadiga nos elementos da via.

As interações dinâmicas veículo-via, que serão foco da presente dissertação, e respetivos esforços, são essencialmente função das características da via e do veículo, do estado de conservação dos mesmos e da velocidade de circulação ([Fortunato, 2005](#)).

Quando a roda de um comboio passa por um defeito geométrico isolado na via, acontece uma alteração da sua trajetória (Figura 2.6). Essa alteração do movimento produz uma variação no momento da roda num intervalo de tempo muito curto e um consequente impulso. A quantidade de energia absorvida pela via vai depender sobretudo desse intervalo de tempo. Se o impulso ocorre bruscamente, o que gera uma

carga dinâmica de frequência elevada, a mudança de direção da roda provoca uma ação rápida sobre o carril, o qual resiste ao movimento pela sua inércia e pela rigidez global do sistema. Quanto maior for a inércia, mais energia é absorvida pelo carril e na roda e maior é a carga dinâmica.

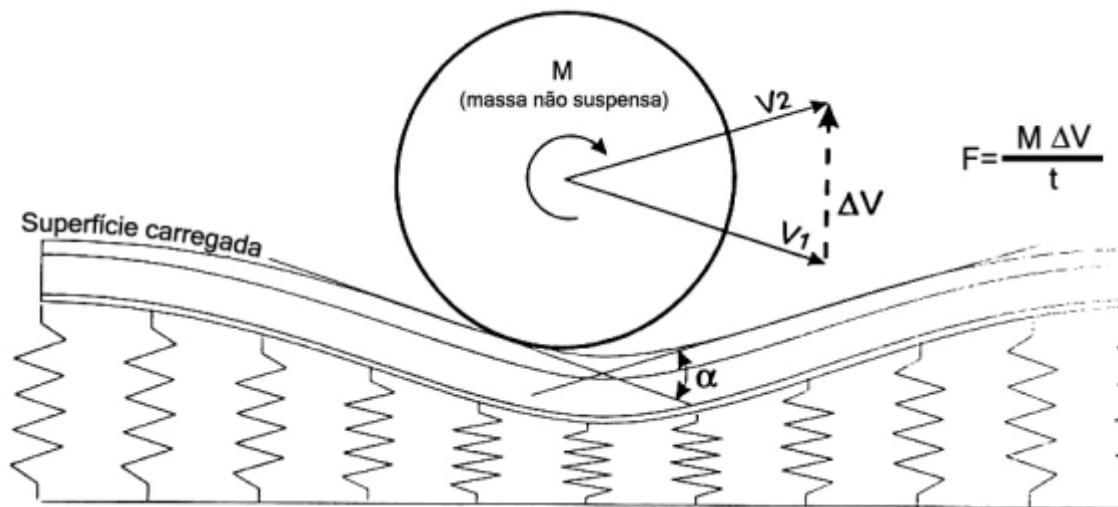


Figura 2. 6: Defeito geométrico da via (adaptado de [Ebersohn, 1995](#))

No material circulante o impulso é sentido sobretudo no eixo, cuja única proteção relativa a ação imposta é a elasticidade própria do metal que o constitui. Relativamente ao vagão, os amortecedores atuam antes que o impulso possa originar importantes forças, evitando assim que haja da parte de toda a massa do vagão uma resposta pronta ao impulso. A reação desta massa é causada pela ação das molas quando distendem contra as rodas (e a via) e o corpo do veículo, num movimento retardado, podendo também contribuir para o aumento da carga dinâmica ([Fortunato, 2005](#)).

#### 2.1.4 ZONAS DE TRANSIÇÃO

Segundo [Paixão et al. \(2013\)](#), a geometria inicial de uma via-férrea é continuamente degradada ao longo da sua vida útil. Para tal, contribuem as discontinuidades estruturais ou da fundação, nomeadamente devido à existência de túneis, pontes, alterações de tipologia de via, aparelhos de mudança de via, intersecção de passagens hidráulicas, alterações de geometria da via, assentamentos diferenciais, entre outros motivos. Por isso, é comum construir zonas de transição com o objetivo de diminuir tanto o dano e desgaste prematuro da via como também o desconforto dos utentes.

Existem diversos estudos in situ relativos a transições ferroviárias, como por exemplo os estudos de [Coelho et al. \(2011\)](#) e [Varandas et al. \(2013<sup>a</sup>\)](#) que tratam da intersecção da via com passagens hidráulicas, [Li, Davis \(2005\)](#), [Mishra et al. \(2014\)](#) e [Paixão et al. \(2014\)](#) que tratam de aproximações a pontes e [Costa D'Aguiar et al. \(2014\)](#) que tratam da transição de uma via balastrada para uma via em laje. As campanhas de medição in situ mostram que o problema das transições ferroviárias é complexo, com diferentes causas e mecanismos potencialmente envolvidos no problema ([Li e Mishra, 2005](#); [Briaud et al., 1997](#)).

## 2.2 ABORDAGENS DE ANÁLISE ESTRUTURAL E MODELAÇÃO NUMÉRICA

### 2.2.1 ASPETOS GERAIS

A análise estrutural da via-férrea deve contemplar a interação dos diferentes componentes da superestrutura de forma a possibilitar o estudo do comportamento conjunto e permitir determinar os efeitos impostos pelo tráfego na via, nomeadamente tensões e deformações. Assim, essa análise deve fazer uso de modelos estruturais que exigem o conhecimento das ações, da geometria dos elementos, das características mecânicas dos materiais, dos mecanismos de interação entre os diversos elementos e de critérios de dimensionamento ([Fortunato et al., 2021](#)).

Para avaliar a forma como acontecia a interação entre o veículo e a via, isto é, como as forças dos veículos eram transferidas para a estrutura, uma das primeiras propostas de abordagens desenvolvidas foi feita em 1867 por Winkler, onde era sugerido um modelo que compreendia uma viga infinita incorporada por um meio elástico, representado na Figura 2.7, onde  $P$  é a carga do eixo,  $x$  é a posição do eixo,  $y$  é a deformação do eixo,  $k$  é a rigidez da fundação e  $EI$  é a rigidez de flexão do carril.

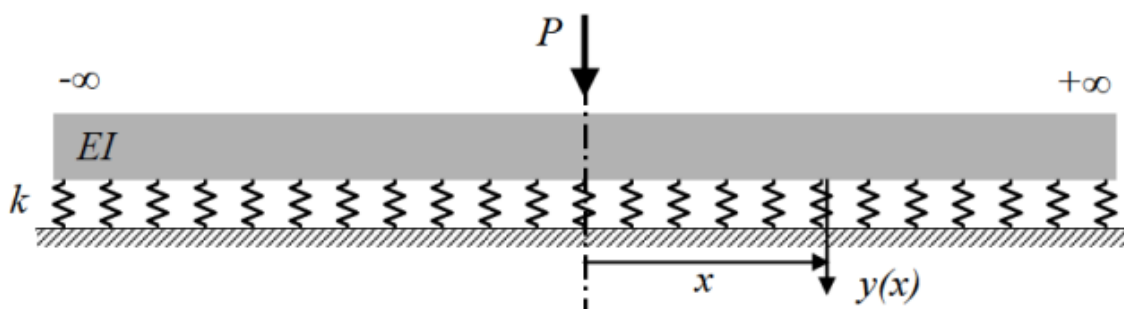


Figura 2. 7: Esquema representativo de uma via infinita incorporada num meio elástico (adap. [Paixão, 2014](#))

A chamada teoria da viga Euler-Bernoulli é uma formulação do elemento finito de viga em que se considera que as secções se mantêm planas e normais ao eixo da barra após a deformação. Nesta abordagem não é considerada a deformação devida ao corte. A Figura 2.8 representa um elemento de viga com dois nós.

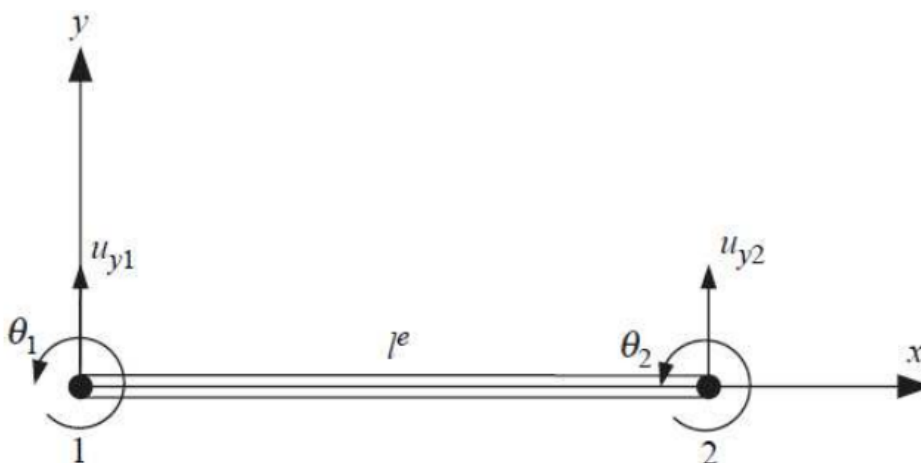


Figura 2. 8: Representação de um elemento de viga com dois nós (adaptado de [Chopra, 1995](#))

onde os índices 1 e 2 indicam, respetivamente, o ponto inicial e final do elemento,  $l^e$  representa o comprimento do elemento,  $x$  o eixo axial,  $y$  o eixo transversal,  $u_y$  o deslocamento segundo o eixo transversal e  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , respetivamente, a rotação segundo o eixo perpendicular ao plano  $xy$  e de coordenada nula nos pontos 1 e 2.

O modelo proposto por Zimmerman define formulações para determinar os esforços devido a cargas verticais aplicadas em vias sobre longarinas. Algumas adaptações foram feitas no modelo para evolução do mesmo com a substituição da longarina por travessas. Timoshenko propôs basear-se no princípio de que o suporte que uma travessa oferece é equivalente ao que ofereceria a área de longarina entre duas travessas consecutivas.

$$b = \frac{A_t}{d} \quad (2.1)$$

onde  $b$  é a largura equivalente da longarina,  $A_t$  é a área de apoio da travessa e  $d$  é a distância entre travessas. O conceito em que se baseia o método encontra-se representado na Figura 2.9.

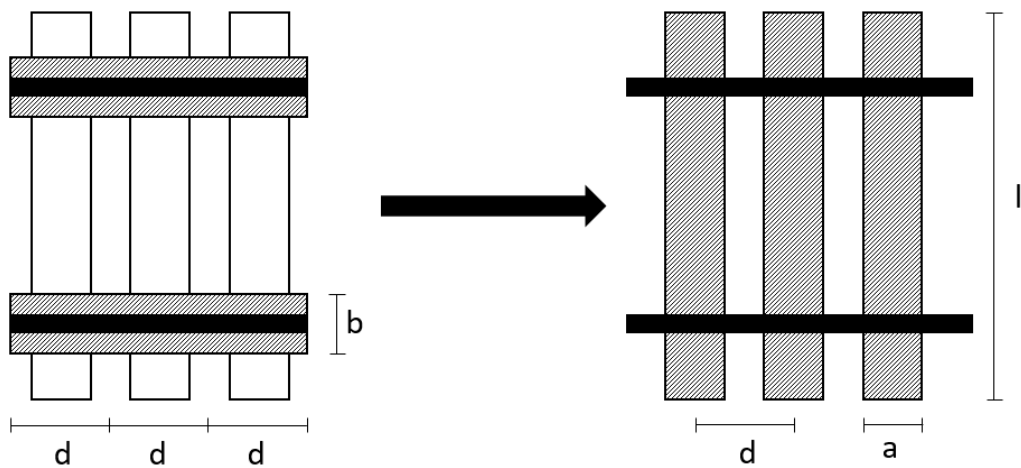


Figura 2. 9: Transformação de apoio sobre longarina em apoio sobre travessa segundo Timoshenko (adaptado de [Teixeira, 2003](#))

Outro modelo clássico de análise da via-férrea, designado de modelo de apoio discreto, admite os carris representados por uma viga contínua com apoios discretos e equidistantes assentes em meio elástico, homogêneo e isotrópico ([Fernandes, 2011](#)). A Figura 2.10 representa o esquema do modelo onde  $d$  é o espaçamento entre os apoios,  $K_{eq}$  é a rigidez vertical da via em cada apoio.

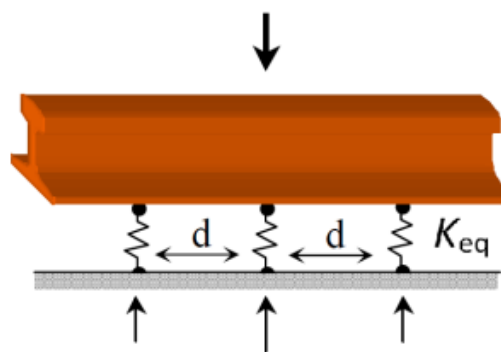


Figura 2. 10: Modelo de carril apoiado discretamente (adaptado de [Teixeira, 2003](#))

A partir da rigidez de cada elemento que compõe a via, é possível calcular a rigidez vertical da via através da expressão 2.2.

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_{sb}} + \frac{1}{k_f} \quad (2.2)$$

onde  $K_p$  representa a rigidez da palmilha,  $K_b$  representa a rigidez do balastro,  $K_{sp}$  representa a rigidez do sub-balastro e  $K_f$  a rigidez da fundação.

Em 1885, Boussinesq conseguiu calcular analiticamente os deslocamentos, tensões e deformações da via, a uma profundidade  $z$  e a uma distância radial  $r$ , provocados por uma carga vertical,  $Q$ , que atua sobre uma camada semi-infinita, de material elástico linear, homogêneo e isotrópico, como representado na Figura 2.11.

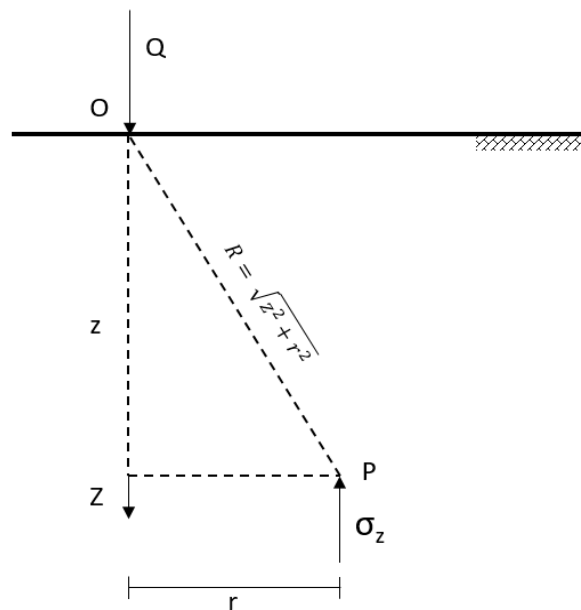


Figura 2. 11: Representação do modelo de Boussinesq para uma carga pontual (adaptado [Ferreira, 2013](#))

Outro método conhecido é o método da espessura equivalente, ou método de Odemark. Nesse método existe uma substituição de um sistema de camadas com diferentes módulos de elasticidade, o que mais se aproxima da realidade, por um sistema onde todas as camadas apresentam os mesmos módulos através da alteração da espessura de uma camada pela sua espessura equivalente com as novas propriedades. A ideia em que se baseia o processo descrito encontra-se na Figura 2.12.

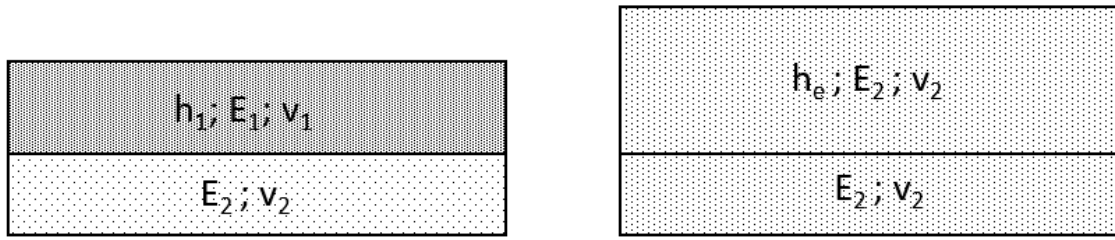


Figura 2. 12: Representação do método da espessura equivalente

A altura equivalente é obtida através da igualdade da rigidez de flexão das duas camadas:

$$h_e = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1(1-\nu_2^2)}{E_2(1-\nu_1^2)}} \quad (2.3)$$

Aproveitando o estudo desenvolvido por Boussinesq, [Burmister \(1945\)](#) desenvolveu um modelo que introduziu a capacidade de calcular as tensões num sistema estratificado com base na teoria da elasticidade, modelo esse chamado de Modelo Multicamada de Burmister. Os materiais das diversas camadas são homogêneos, isotrópicos, elásticos e lineares e não é considerado qualquer efeito da inércia. As camadas são consideradas contínuas, horizontais e infinitas. Todas as camadas têm espessura finita, exceto a fundação, a qual é considerada um espaço semi-infinito. A carga à superfície é uniformemente distribuída sobre uma área circular e o sistema é considerado axissimétrico ([Parente, 2015](#)).

O estudo por meio de modelos analíticos do comportamento da via-férrea acontece desde a década de 1970 por [Mead \(1970\)](#). Nesses modelos a via é modelada por uma viga apoiada por uma fundação viscoelástica ou por apoios equidistantes (conhecido como viga periodicamente suportada) ([Le Hung Tran, et al., 2022](#)). A resposta da via sujeita a excitação ou forças móveis tem sido desenvolvida por diversos autores, como por exemplo [Belotserkovskiy \(1996\)](#) que calculou as oscilações de vigas periódicas infinitas sujeitas a cargas concentradas móveis, ao considerar que o carril está posicionado sobre um apoio elástico simples igualmente periódico, a resposta da viga foi calculada com base na transformada de Fourier. [Nordborg \(1998\)](#) apresentou um modelo usando a função de Green, desenvolvido levando em conta a força de inércia da roda ou a rugosidade superficial da roda-carril. [Sheng et al. \(2005, 2007\)](#), ao considerarem que as cargas são harmônicas propuseram um método para calcular uma estrutura periódica infinita baseando-se na abordagem do número-onda. [Hoang et al. \(2016, 2017\)](#) demonstrou a relação entre a força de reação do apoio aplicado na viga e seu deslocamento no domínio da frequência, relação esta que pode ser utilizada para qualquer tipo de apoio. [Tran et al. \(2017, 2019, 2021\)](#) apresentaram um modelo dinâmico para travessas sobre uma fundação de Kelvin-Voigt's onde a resposta da travessa se aproxima bem das medições. Em 2021, [Tran et al. \(2021\)](#) sugeriu um modelo semi-analítico para estudar a influência da fundação não-homogênea na resposta das travessas. Existem diversos estudos que levam em consideração a não-linearidade da fundação.

Esses métodos analíticos utilizam principalmente as transformadas de Fourier ou Laplace em função do tempo e variáveis de espaço, transformando as equações para o domínio da frequência e número de onda, e integração de contorno para o processo inverso ([Varandas, 2013](#)). Soluções baseadas em métodos analíticos dão resultados fiáveis, proporcionando uma melhor visão sobre a física do problema, contudo o desenvolvimento baseado em métodos analíticos apresenta limitações como por exemplo a necessidade de a geometria do modelo da via ser simples o suficiente para obter uma solução matemática tratável ([Correia, 2015](#)).

A partir do desenvolvimento tecnológico e consequente aumento de capacidade de processamento das máquinas foram surgindo diversos métodos numéricos que têm sido utilizados para determinar as soluções das equações em torno do problema. As equações diferenciais que governam o problema são discretizadas no domínio espacial, e a solução é calculada através de métodos de integração numérica no domínio do tempo ([Clough, Penzien, 2003<sup>3</sup>](#); [Hughes, 1987](#)). Os métodos utilizados para discretização do domínio espacial são o Método dos Elementos Finitos (MEF), o Método dos Elementos de Fronteira (BEM), o Método dos Elementos Infinitos (MEI) e o Método das Diferenças Finitas (MDF). Esses métodos podem ser aplicados em simultâneo; por exemplo, BEM e MEI são diversas vezes aplicados com o MEF ([Varandas, 2013](#)).

Um dos primeiros modelos de elementos finitos a ser desenvolvido para o estudo da via-férrea foi o Illitrack ([Tarabji, Thompson, 1976](#)). Esse modelo utilizava dois modelos bidimensionais para obter o efeito de uma análise tridimensional. Ao obter os resultados de uma análise bidimensional longitudinal, utilizava-os como dados para efetuar uma análise na direção transversal. Era considerado o comportamento não linear dos materiais, onde os valores característicos eram determinados em ensaios triaxiais cíclicos e eram admitidos critérios de rotura para os materiais das camadas de apoio e fundação.

O modelo Multa (Multilayer Track Analysis) desenvolvido por [Prause, Kennedy \(1997\)](#) fazia uma combinação entre um modelo tridimensional de elementos finitos, que representava a superestrutura, com um modelo elástico de multicamadas de Burmister, que representava a subestrutura. A modelação do carril era próxima a uma viga finita apoiada sobre 11 travessas, que também eram representadas como vigas, apoiadas em áreas de contacto travessa-balastro. Este método tinha uma limitação pois não era possível considerar o real comportamento de tensão-deformação dos materiais da subestrutura, uma vez que utilizava uma análise elástica linear. Porém, apesar das limitações, este modelo aproximou de forma satisfatória o comportamento observado em trechos pilotos.

Outro modelo numérico importante é o PSA (Prismatic Solid Analysis) desenvolvido por [Adegoke et al \(1979\)](#) que, assim como o Multa, separa a superestrutura da subestrutura na determinação dos coeficientes de influência de tensão e deslocamento e impõe a compatibilidade de deslocamentos e tensões entre a parte inferior da travessa e o topo do balastro. Esses coeficientes são determinados a partir da análise de sólidos prismáticos carregados. Os materiais granulares são considerados com comportamento elástico linear ([Fernandes, 2011](#)). A principal vantagem deste modelo é permitir obter soluções para problemas tridimensionais elásticos com relativamente baixo esforço computacional, porém apresenta limitações parecidas com as do modelo Multa.

O modelo Geotrack ([Chang et al., 1980](#)) foi um modelo desenvolvido a partir do modelo Multa e tinha como intuito considerar de forma mais adequada o comportamento dos materiais da subestrutura, facilitar a aplicação de diversas solicitações verticais, reduzir o tempo de cálculo e facilitar a análise dos resultados obtidos. Consiste num modelo tridimensional que combina a matriz de rigidez dos elementos da via com a distribuição de tensões de Boussinesq no balastro, sub-balastro e na fundação ([Fortunato, 2006](#)). Alguns estudos realizados onde se comparam os resultados deste modelo com testes in situ permitiram concluir que o modelo contempla os aspetos essenciais da modelação e permite determinar a influência das características dos componentes no desempenho da via.

Mais tarde foi desenvolvido o modelo Kentrack ([Huang et al., 1984](#)) a partir do modelo Geotrack que apresenta melhorias computacionais e outras facilidades como a possibilidade de modelação das travessas com elementos finitos.

Ainda no âmbito dos trabalhos de [Adegoke et al. \(1979\)](#) foi realizado um comparativo entre os resultados obtidos com os três primeiros modelos acima citados, cujos resultados estão apresentados na Figura 2.13. As diferenças observadas devem-se sobretudo a simplificações que foram adotadas para a

geometria da via, aos diferentes modelos de comportamento dos materiais e aos métodos numéricos adotados para a resolução do problema ([Fernandes, 2011](#)).

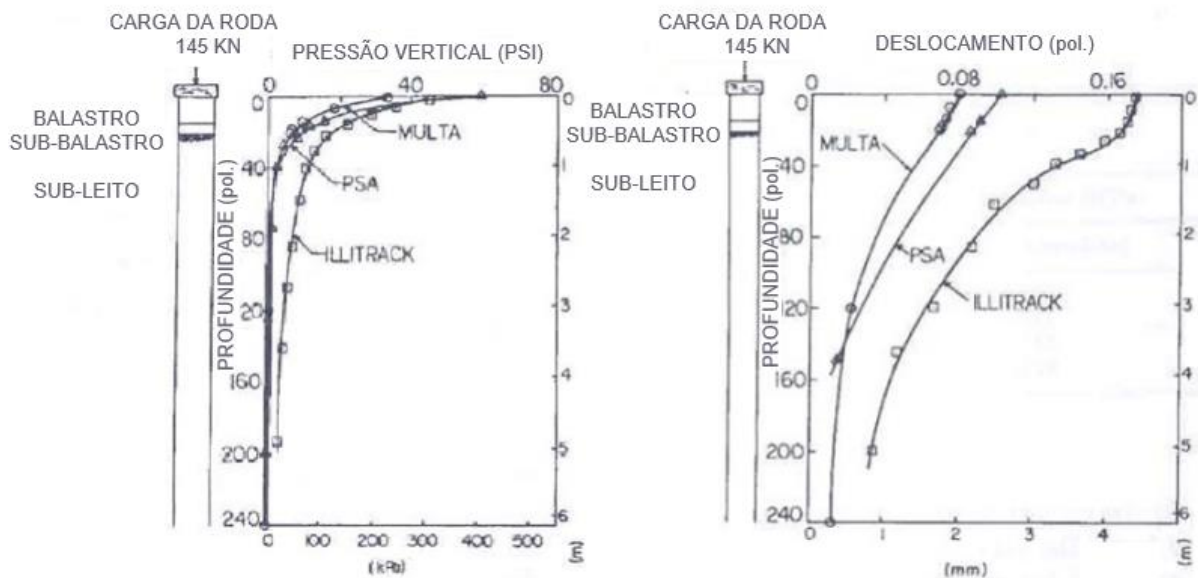


Figura 2. 13: Comparação dos resultados dos diferentes modelos numéricos: Illitrack, Multa e PSA (adaptado de [Adegoke et al., 1979](#))

A evolução na modelação numérica deste problema permitiu o desenvolvimento de diversos outros modelos e tem permitido obter resultados, provavelmente, cada vez mais próximos da realidade. A utilização intensiva destes modelos permitiu realizar estudos paramétricos e elaborar gráficos que traduzem relações entre diversas variáveis utilizadas em alguns métodos de dimensionamento das camadas de apoio ([Li e Selig, 1998](#)).

### 2.2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FINITE ELEMENT METHOD)

O método dos elementos finitos surgiu da necessidade de resolver problemas complexos de elasticidade e análise estrutural na engenharia civil. O seu desenvolvimento pode ser creditado aos trabalhos de Hrennikoff e Courant na década de 40, mas veio a obter o prestígio de hoje nas décadas de 60 e 70 com base nos trabalhos de Argyris, Clough, Zienkiewicz, Bruce Irons, Ciarlet, Curie e Gallagher.

Este método é um dos mais importantes e mais aplicados ([Chopra, 1995](#)). Permite obter soluções aproximadas da solução analítica, dita exata. Trata-se de um método aproximado de resolução dos sistemas de equações diferenciais propostas no estudo. O domínio deve ser dividido num conjunto discreto de elementos finitos. Esta discretização é feita de modo a satisfazer a admissibilidade cinemática ([Correia, 2015](#)).

É comum utilizar elementos quadrangulares ou triangulares em análises 2D e elementos hexaédricos ou tetraédricos para análises em 3D. Cada elemento possui um número  $n$  de nós e cada nó pode estar associado a 2 translações e 1 rotação, no caso 2D ou 3 translações e 3 rotações, no caso 3D. Existe uma compatibilidade de deslocamentos entre os nós de elementos adjacentes, isto é, nós que fazem parte ao mesmo tempo de elementos diferentes têm de sofrer os mesmos deslocamentos ([Chopra, 1995](#)). Os resultados convergem para a solução exata com a diminuição do tamanho dos elementos e

consequentemente com o aumento do número de elementos ([Chopra, 1995](#)). Porém, com o aumento do número de elementos há um consequente aumento do esforço computacional.

### 2.2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE FRONTEIRA (BOUNDARY ELEMENT METHOD)

O método dos elementos de fronteira é um método numérico computacional usado para a solução de sistemas de equações diferenciais parciais formuladas como equações integrais. O método dos elementos de fronteira não responde bem a complexidades geométricas e não-linearidades, porém apresenta a vantagem de quantificar a propagação de ondas no semi-espço. No contexto da modelação da via-férrea, este método é correntemente usado na simulação do solo de fundação, como ilustra a Figura 2.14, com os restantes elementos da via a serem modelados com recurso a outros métodos numéricos, como o método dos elementos finitos ([Cunha, 2013](#)).

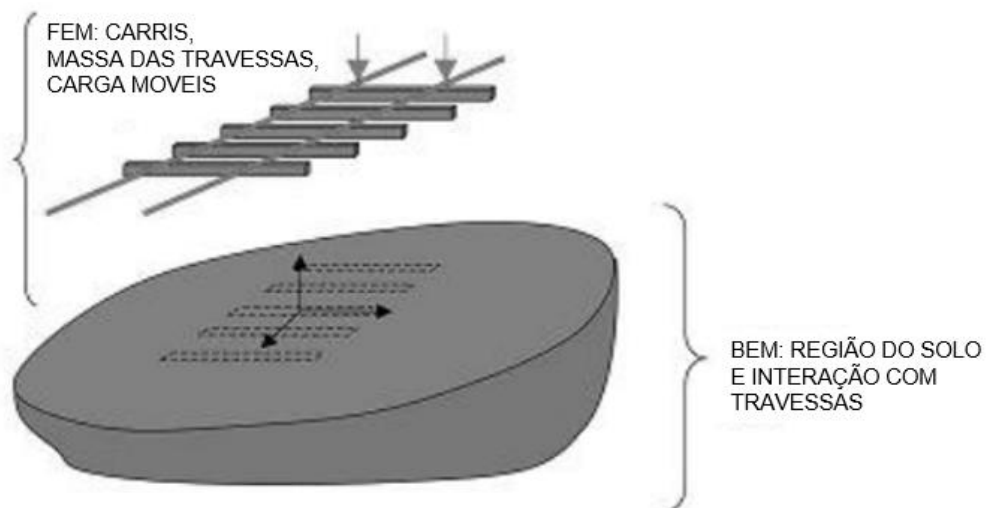


Figura 2. 14: Exemplo de aplicação do BEM em conjunto com o FEM (adaptado de [O'Brien e Rizos, 2005](#))

### 2.2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (DISCRETE ELEMENT METHOD)

O método dos elementos discretos é um método numérico com capacidade de simular o comportamento de materiais descontínuos, como o balastro, a partir da análise de interação simples entre um elevado número de partículas, que em conjunto representam um comportamento muito complexo ([Parente, 2015](#)). Esse método é mais apropriado para este tipo de material pois recorre a propriedades físicas das partículas, como forma, angulosidade e distribuição, grau de compactação e coeficiente de atrito entre as partículas ([Cunha, 2013](#)), apresentando por isso uma modelação mais próxima da realidade que a do método dos elementos finitos. Porém, devido à sua complexidade, o método dos elementos discretos apresenta uma maior necessidade no que diz respeito a esforços computacionais do que os outros métodos supracitados.

### 2.3 VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES DAS CAMADAS DE APOIO

A rigidez da via-férrea é um importante indicador do comportamento deste tipo de estruturas ([Sussmann et al. 2001](#)). A rigidez da via reflete a resistência global da infraestrutura contra deformações verticais, quando carregada. Pode ser definida como a razão entre a carga aplicada por uma roda no carril e o deslocamento vertical máximo da via, medida a partir do topo do carril ([Paixão, 2014](#)).

A rigidez da via influencia a capacidade de carga e o seu comportamento dinâmico sob veículos em movimento ([Paixão, 2014](#)). Por isso, a rigidez da via é um aspeto importante no que diz respeito ao desempenho de longo prazo e custos de manutenção, facto que já foi ressaltado em estudos como [Sussmann et al. \(2001\)](#), [Teixeira \(2003\)](#) e [Berggren \(2009\)](#). A rigidez depende de diversos fatores, como se constata da análise da Figura 2.15. Por outro lado, a rigidez dos próprios geomateriais que constituem a subestrutura pode variar em função do estado de tensão e do respetivo teor em água (Figura 2.16).

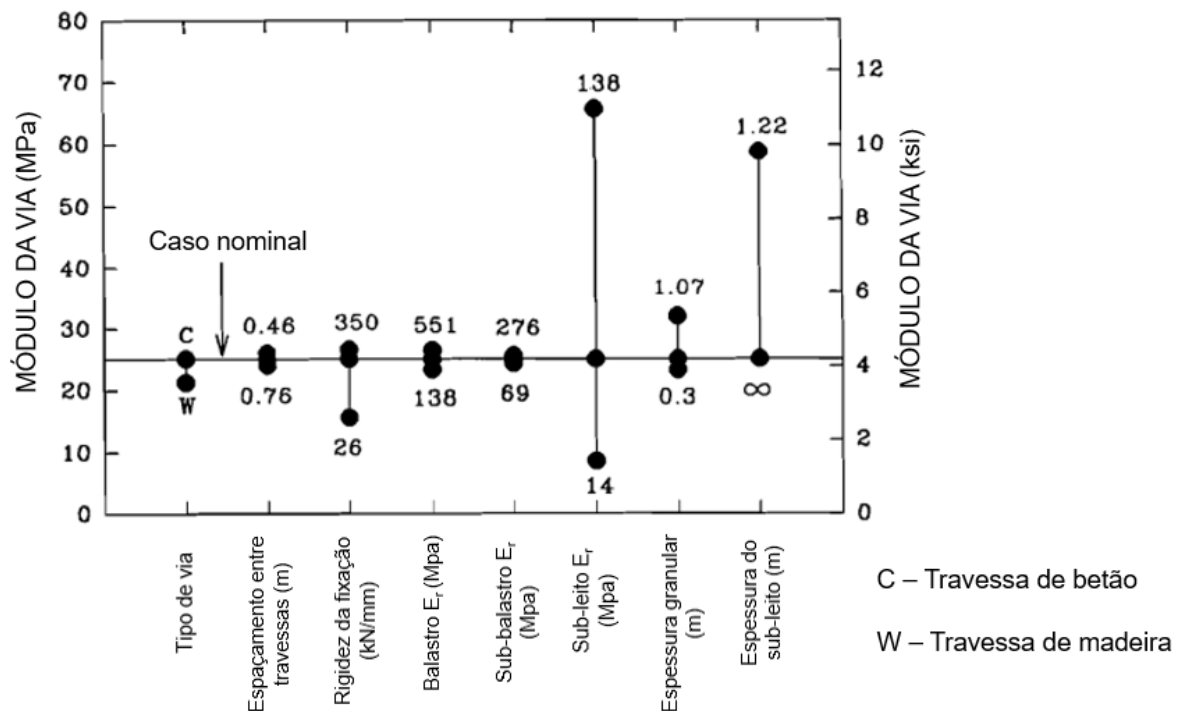


Figura 2. 15: Influência da variabilidade nas características dos componentes de uma via no módulo da via (adaptado de [Li, Selig, 1995](#))

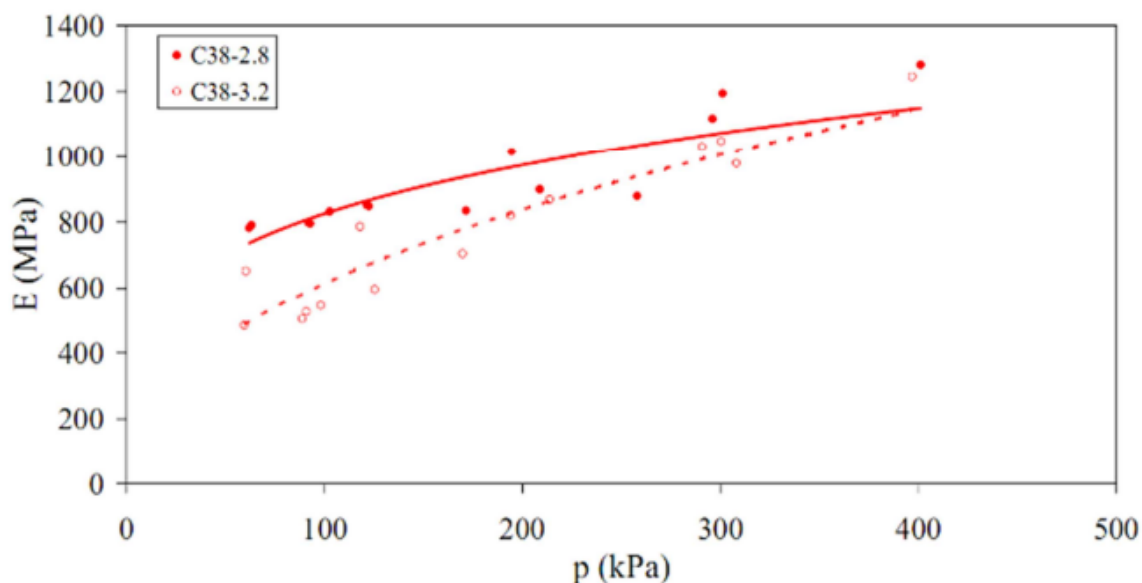


Figura 2. 16: Variação do módulo resiliente (E) de um material granular sob diferentes níveis de tensão (tensão média, p) e com distintos valores do teor em água ([Fortunato, 2005](#))

### 2.3.1 ESTUDOS LABORATORIAIS E IN SITU PARA CARACTERIZAÇÃO DA VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES

Para estabelecer um modelo de cálculo fiável no que diz respeito à determinação de tensões e deformações impostas pelas solicitações às quais a via está sujeita, uma das informações essenciais é a relação tensão/deformação dos materiais. Alguns modelos consideram relações relativamente aproximadas, por exemplo, não contemplam o comportamento não linear dos materiais granulares.

No que se refere ao balastro, existem vários aspetos que influenciam o seu comportamento mecânico em serviço. Esses aspetos podem ser divididos em 3 grupos quanto à origem: i) as características individuais das partículas; ii) as características do agregado enquanto conjunto de grãos (meio particulado); e iii) as características do carregamento imposto ao material ([Delgado, 2019](#)). Para estudar o comportamento mecânico do balastro é importante que o carregamento aplicado se aproxime do carregamento real ao qual o material estará sujeito, o que se traduz em cargas cíclicas com uma determinada frequência (relacionada com a velocidade de circulação) e com uma determinada amplitude (relacionada com a carga por eixo). Diversos estudos têm sugerido que a forma de carregamento senoidal reproduz com boa aproximação os carregamentos exercidos pela passagem de um comboio numa via-férrea ([Indraratna et al., 2010b](#)). Outro fator que influencia as propriedades mecânicas de materiais granulares é a tensão de confinamento.

O melhor parâmetro para avaliação do comportamento resiliente de materiais granulares e solos sob carga cíclica é o módulo de resiliência. Porém, como o valor do módulo de resiliência é fortemente influenciado pelo estado de tensão, é importante avaliar a sua variação com este parâmetro ([Delgado, 2019](#)). Para tal, tem-se considerado que os ensaios triaxiais em corpos de prova de balastro em escala reduzida sob condições axissimétricas configuram uma boa alternativa aos ensaios em escala real, que são muito onerosos ([Delgado, 2019](#)). Na Figura 2.17 apresenta-se, como exemplo, a variação do módulo de dois materiais de balastro em função do estado de tensão.

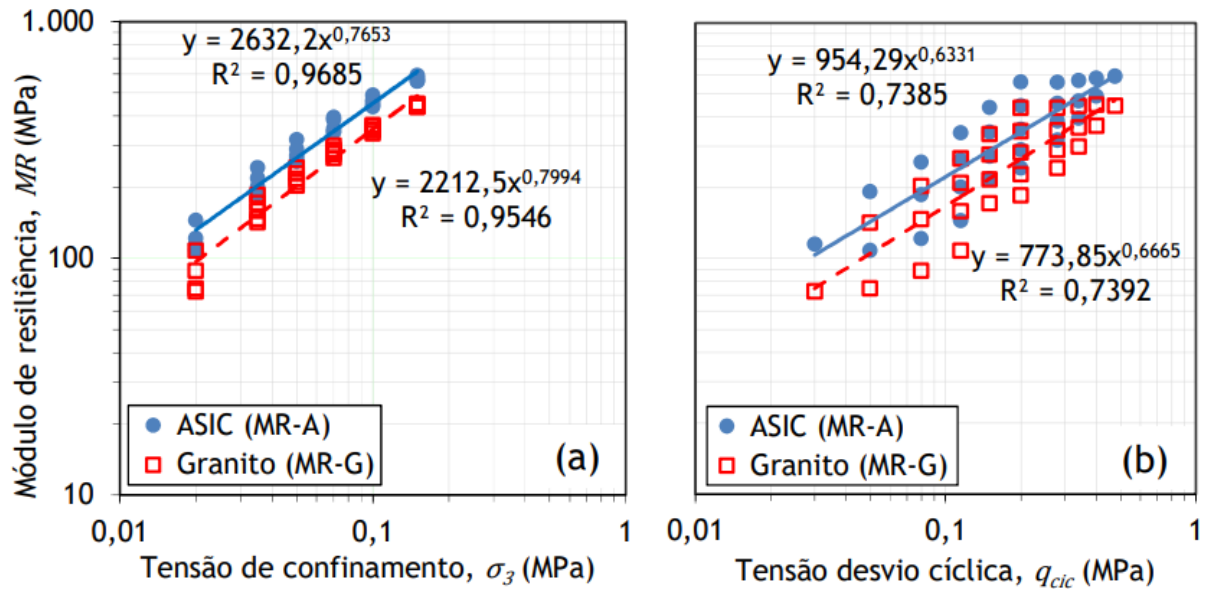


Figura 2. 17: Variação do módulo de resiliência para dois materiais diferentes em função: (a) da tensão de confinamento e (b) da tensão deviatórica cíclica (Delgado, 2019)

### 2.3.1.1 MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS GRANULARES

Materiais granulares exibem comportamento elástico não linear, isto é, o seu módulo de deformabilidade depende do estado de tensão. Dependendo de aspetos como a granulometria e teor de humidade, o módulo pode aumentar ou diminuir quando a tensão devido ao carregamento aumenta (Fontul, 2004).

O modelo elástico não linear mais usado para modelar o comportamento reversível dos materiais quando sujeitos a ensaios triaxiais com cargas axiais cíclicas e pressão de confinamento constante, sobretudo devido a sua simplicidade, é o modelo “K- $\theta$ ” (Brown, Pell, 1967; Hicks, Monismith, 1971). Na sua forma mais simples este modelo é expresso por:

$$E = k_1 \times \theta^{k_2} \quad (2.4)$$

onde  $E$  é o módulo de resiliência,  $\theta$  é a soma das tensões principais,  $k_1$  e  $k_2$  são parâmetros característicos do material determinados em ensaio. No entanto, o modelo pode conduzir a uma fraca aproximação, em particular no que se refere às deformações volumétricas reversíveis (Gomes Correia et al., 1999).

Outro exemplo de modelo usado na definição do comportamento dos materiais granulares é o modelo de Uzan (1985) que além de relacionar o módulo reversível com a tensão normal média, também o relaciona com a tensão deviatórica,  $q$ , através da expressão:

$$E = k_1 \times \theta^{k_2} \times q^{k_3} \quad (2.5)$$

onde  $E$  é o módulo de resiliência,  $\theta$  é a soma das tensões principais,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  são parâmetros característicos do material determinados em ensaio.

Tanto o modelo K- $\theta$  quando o modelo de Uzan utilizam um coeficiente de Poisson constante (normalmente igual a 0,3) e pretendem apenas modelar o comportamento quando se mantém constante a pressão de confinamento. Assim estes modelos possibilitam uma razoável previsão da deformação axial reversível, mas não da deformação radial ([Fortunato, 2005](#)).

Existe ainda um modelo elástico não linear isotrópico proposto por [Boyce \(1980\)](#) com o intuito de caracterizar melhor o comportamento dos materiais granulares em ensaios triaxiais cíclicos com tensão de confinamento variável. Na forma original, o modelo relaciona a extensão volumétrica reversível e a extensão distorcional reversível com a tensão normal média e com a tensão deviatórica através das expressões:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{k_1} \cdot p^n \cdot \left[ 1 - \beta \cdot \left( \frac{q}{p} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_q = \frac{1}{3G_1} \cdot p^n \cdot \left( \frac{q}{p} \right) \quad (2.7)$$

Com

$$\beta = (1 - n) \cdot \frac{k_1}{6G_1} \quad (2.8)$$

em que K1, G1 e n são constantes do material determinadas em ensaios triaxiais cíclicos, com pressão de confinamento variável.

O modelo de Boyce descreve de forma muito mais realista o comportamento não linear elástico dos materiais granulares. A aproximação é particularmente boa no que se refere às deformações volumétricas reversíveis ([Fortunato, 2005](#)).

## 2.3.2 ESTUDOS NÚMERICOS COM VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES

Poucos trabalhos têm sido desenvolvidos para estabelecer modelos matemáticos que incluam a componente aleatória do comportamento da estrutura da via-férrea. Estudos experimentais sobre vias-férreas mostram que aspetos como as propriedades das palmilhas do carril, propriedades do sub-balastro e espaçamento entre travessas podem exibir forte variabilidade ao longo da via-férrea ([Oscarsson, 2001](#)). Em [Oscarsson \(2001\)](#) foi proposto um modelo estocástico da via, onde os parâmetros associados foram modelados como variáveis aleatórias (Figura 2.18).

Os valores de média e desvio-padrão das variáveis estocásticas do estudo de Oscarsson, que foram avaliadas em dois lugares de teste distintos, Gasakulla e Grundbro, são apresentados na Tabela 4.

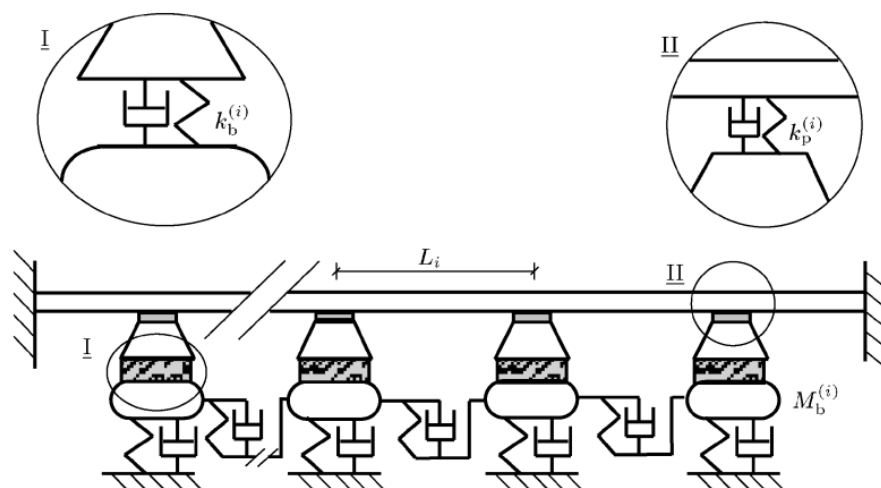


Figura 2. 18: Modelo estocástico da via. As variáveis tomadas como estocásticas (Rigidez das palmilhas, rigidez do balastro, massa do sub-balastro e espaçamento entre travessas) são denotados por  $K_p$ ,  $K_b$ ,  $M_b$  e  $L_i$  respectivamente (adatpt. [Oscarsson, 2001](#)).

Tabela 4: Valores de média e desvio padrão das variáveis estocásticas em dois lugares de teste diferentes (adatpt. [Oscarsson, 2001](#))

| Elemento da via                    | Gasakulla |          | Gundbro  |         |
|------------------------------------|-----------|----------|----------|---------|
|                                    | Média     | D.P      | Média    | D.P     |
| <b>Espaçamento entre travessas</b> | 0,652 m   | 0.017 m  | 0,650 m  | 0.020 m |
| <b>Rigidez do Balastro</b>         | 255 MN/m  | 16 MN /m | 186 MN/m | 22 MN/m |
| <b>Massa do Sub-balastro</b>       | -         | -        | 11600 kg | 5520 kg |

Cálculos mostram que para o caso pesquisado, a variação da rigidez das palmilhas tem a maior contribuição no desvio padrão do valor máximo da força de interação roda-carril e do valor máximo da aceleração vertical (ver Tabela 5). A variação da rigidez do balastro influencia principalmente a variação do deslocamento máximo da travessa. Outra conclusão obtida é que a variação da rigidez do balastro pouco ou quase não afeta a variação do valor máximo da força de interação roda-carril e o valor máximo da aceleração vertical na roda.

A Tabela 5 foi gerada considerando uma variável estocástica enquanto as outras assumem o seu valor nominal (média), a primeira linha indica qual variável foi considerada estocástica. Os valores máximos estão em negrito.

Tabela 5: Desvio padrão do valor máximo da força de interação roda-carril,  $F_{rw}$ , deslocamento máximo da travessa,  $d_{sl}$ , e valor máximo da aceleração vertical da roda,  $\alpha_{wh}$ . ([Oscarsson, 2001](#))

|                                                   | Espaçamento entre travessas | Rigidez da palmilha | Rigidez do Balastro | Massa do solo |
|---------------------------------------------------|-----------------------------|---------------------|---------------------|---------------|
| <b><math>F_{rw}</math> [kN]</b>                   | 0,521                       | <b>0,676</b>        | 0,0197              | 0,229         |
| <b><math>d_{sl}</math> [um]</b>                   | 10,3                        | 5,84                | <b>25,4</b>         | 23,2          |
| <b><math>\alpha_{wh}</math> [m/s<sup>2</sup>]</b> | 1,12                        | <b>2,17</b>         | 0,106               | 0,422         |

# 3

## MODELAÇÃO NÚMERICA 3D POR FEM UTILIZANDO O SOFTWARE PEGASUS

### 3.1 ASPETOS GERAIS

Na presente dissertação recorreu-se ao software *Pegasus* ([Varandas, 2013](#)) que é uma ferramenta de modelação numérica tridimensional totalmente desenvolvida em ambiente MATLAB ([MathWorks Inc., 2010](#)) e validada com resultados experimentais obtidos em vários estudos de monitorização do comportamento de vias-férreas em operação ([Varandas, et al., 2014](#); [Paixão et al., 2016](#); [Varandas et al., 2016b](#); [Varandas et al., 2017](#); [Paixão et al., 2018](#)) e em ensaios laboratoriais sobre modelos físicos à escala real ([Varandas et al., 2020](#)).

O software considera três sistemas distintos: i) o veículo; ii) a superestrutura (carris, travessas e respectivas fixações); iii) a subestrutura (balastro, sub-balastro e solos de fundação). Estes três sistemas comunicam-se através de forças de interação entre as rodas e os carris e entre as travessas e a camada de balastro. Os sistemas e as forças de interação são representados na Figura 3.1 e na Figura 3.2 apresenta-se um esquema do modelo tridimensional da via-férrea.

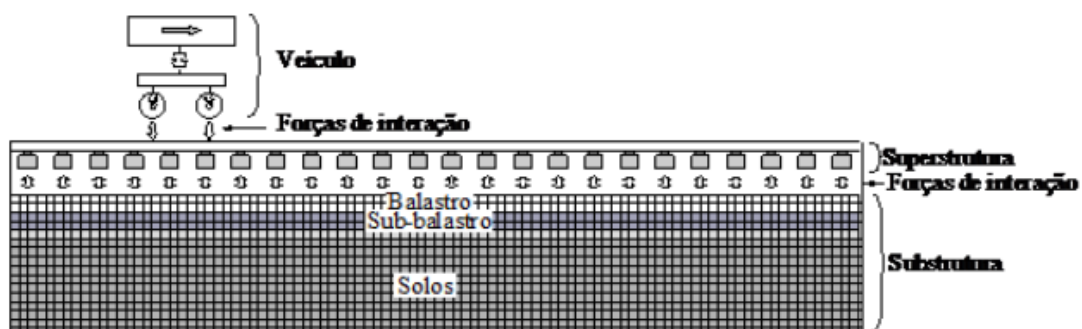


Figura 3. 1: Representação dos sistemas estruturais e das forças de interação na modelação (adaptado de [Varandas, 2013](#); [Paixão et al., 2018](#))

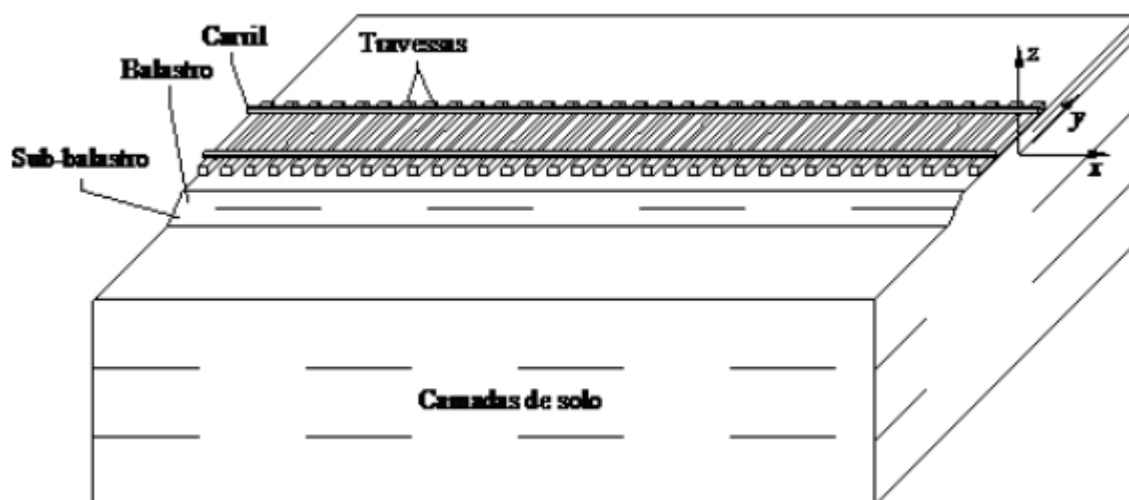


Figura 3. 2: Esquema do modelo tridimensional da via-férrea ( adaptado de [Varandas, 2013](#); [Paixão et al., 2018](#))

## 3.2 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE MODELAÇÃO NUMÉRICA

### 3.2.1 SUPERESTRUTURA

Os carris e as travessas são modelados por elementos de viga Euler-Bernoulli o que permite, através de um esforço computacional reduzido, uma certa precisão na consideração da rigidez à flexão desses elementos ([Fortunato et al., 2021](#)). Para esses elementos são considerados cinco graus de liberdade por nó: três de translação e duas rotações (a rotação de torção não é considerada). Para efetuar a ligação dos carris com as travessas, representando as palmilhas de carril, são usados elementos viscoelásticos tridimensionais do tipo mola-amortecedor. Na Figura 3.3 apresenta-se o modelo por elementos finitos da superestrutura da via.



Figura 3. 3: Representação do modelo por elementos finitos da superestrutura da via (a) Perfil longitudinal; (b) Perfil transversal. ([Fortunato et al., 2021](#))

### 3.2.2 SUBESTRUTURA

O sistema que compõe a subestrutura é discretizado com elementos sólidos hexaédricos de oito nós ([Bathe, 1996](#)), onde cada nó possui três graus de liberdade de translação, esse tipo de elemento representa um bom equilíbrio entre a precisão e o tempo de cálculo.

### 3.2.3 VEÍCULO

Na presente dissertação o veículo é representado pela associação de dois corpos rígidos, um que representa um bogie do veículo e outro que representa a meia caixa suspensa, ligados por molas e amortecedores (Figura 3.4) e possui oito graus de liberdade: quatro translações e quatro rotações.

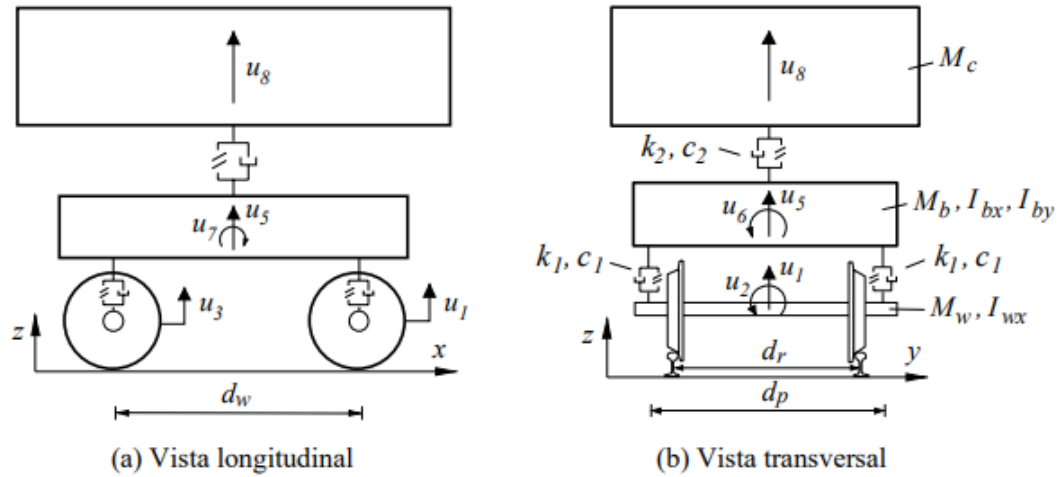


Figura 3. 4: Modelo do veículo, representado por um bogie e meia caixa (Fortunato et al., 2021)

As incógnitas da Figura 3.4 e o que representam estão expostas na Tabela 6.

Tabela 6 - Incógnitas relativas ao veículo e seus significados

| Varíavel                | Descrição                           |
|-------------------------|-------------------------------------|
| $u_1, u_3, u_5$ e $u_8$ | Translações verticais               |
| $u_2, u_4, u_6$ e $u_7$ | Rotações                            |
| $I_{bx}$ e $I_{by}$     | Inércia de massa do bogie           |
| $I_{wx}$                | Inércia de massa do eixo            |
| $M_w, M_b$ e $M_c$      | Massas do eixo, do bogie e da caixa |

Relativamente aos 8 graus de liberdade, pode definir-se a matriz de rigidez do veículo,  $K_v$ , da seguinte forma:

$$Kv = \begin{bmatrix} 2k_1 & 0 & 0 & 0 & -2k_1 & 0 & d_w k_1 & 0 \\ 0 & \frac{d_p^2 k_1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-d_p^2 k_1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2k_1 & 0 & -2k_1 & 0 & -d_w k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d_p^2 k_1}{2} & 0 & \frac{-d_p^2 k_1}{2} & 0 & 0 \\ -2k_1 & 0 & -2k_1 & 0 & 4k_1 + k_2 & 0 & 0 & -k_2 \\ 0 & \frac{-d_p^2 k_1}{2} & 0 & \frac{-d_p^2 k_1}{2} & 0 & d_p^2 k_1 & 0 & 0 \\ d_w k_1 & 0 & -d_w k_1 & 0 & 0 & 0 & d_w^2 k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde  $k_1$  e  $k_2$  representam o valor da rigidez da suspensão primária e secundária. A matriz de amortecimento,  $C_v$ , pode ser obtida de forma análoga, substituindo  $k_1$  por  $c_1$  e  $k_2$  por  $c_2$ . A matriz de massa  $M_v$  é uma matriz diagonal com as correspondentes massas e momentos de inércia de acordo com os graus de liberdade de translação e rotação ([Fortunato et al., 2021](#)).

Outros parâmetros de caracterização que têm de ser definidos para modelação do veículo são: a distância entre os eixos, a distância entre as suspensões primárias do mesmo eixo e o raio das rodas.

O veículo interage com a superestrutura da via através de forças verticais de interação roda-carril, não sendo considerados os movimentos horizontal e de lacete dos eixos e do bogie.

### 3.2.4 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

As equações acopladas de movimento do sistema do veículo, da superestrutura e da subestrutura da via são:

$$\begin{cases} k_v u_v + c_v v_v + M_v a_v = f_{g.v} + f_{a.w} \\ k_t u_t + c_t v_t + M_t a_t = f_{g.t} - f_{a.w} + f_{a.b} \\ k_s u_s + c_s v_s + M_s a_s = f_{g.s} - f_{a.b} \end{cases} \quad (3.2)$$

sendo que as variáveis em causa são apresentadas na Tabela 7:

Tabela 7: Incógnitas das equações de movimento e seus significados

|                              |                                                                                |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| $v, t e s$                   | Sistemas do veículo, superestrutura e subestrutura respetivamente.             |
| $K, C e M$                   | Rigidez global, matrizes de amortecimento e de massa dos sistemas estruturais. |
| $u, v e a$                   | Vetores de deslocamentos nodais, velocidades e aceleração respetivamente.      |
| $f_{g.v}, f_{g.t} e f_{g.s}$ | Vetores das forças de gravidade relativas a cada um dos sistemas.              |
| $f_{a.w}$                    | Vetor das forças de interação entre as rodas e os carris.                      |
| $f_{a.b}$                    | Vetor das forças de interação entre as travessas e o balastro.                 |

Todas as matrizes são obtidas pelo método de montagem tradicional para elementos finitos. A massa é concentrada nos nós dos elementos finitos, o que resulta numa matriz de massa diagonal. O sistema de armamento da via comporta-se linearmente e o sistema balastro/solo irá ser considerado linear. As matrizes de amortecimento  $C_t$  e  $C_s$  foram determinadas segundo a teoria de amortecimento de Rayleigh ([Clough, Penzien, 2003](#)). Para o efeito, é considerada uma matriz de rigidez linear equivalente ( $K_{s.lin}$ ) para o sistema da subestrutura, resultando em matrizes de amortecimento constantes:

$$C_s = a_0 M_s + a_1 (K_{s.lin}) \quad (3.3)$$

Os parâmetros  $a_0$  e  $a_1$  são definidos como:

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2} \begin{bmatrix} \omega_1 \omega_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde  $\xi$  é o fator de amortecimento selecionado para duas frequências angulares  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

Para a integração numérica no tempo das equações diferenciais apresentadas anteriormente, o Pegasus utiliza um método designado de misto – implícito-explícito – desenvolvido com o objetivo de melhorar a eficiência de cálculo ([Varandas et al., 2017](#)). Este método combina os métodos de integração implícita de Newmark e de integração explícita proposta por [Zhai \(1996\)](#).

Em geral os métodos implícitos têm como vantagem em relação aos métodos explícitos o facto de permitirem utilizar um passo de tempo de integração maior, porém os esforços computacionais necessários aumentam significativamente com um grande número de graus de liberdade. Já os métodos explícitos não necessitam inversão da matriz de rigidez, desenvolvendo-se apenas com operações matriciais simples, desde que a matriz de massa permaneça diagonal ([Belytschko, 1976](#); [Zhai, 1996](#)).

Embora acoplados, os modelos construídos com o Pegasus consideram três sistemas estruturais independentes, o que permite selecionar de forma direta o método de integração mais adequado para cada um, diminuindo o esforço computacional sem perder precisão. Por isso, quando se trata das equações relativas à subestrutura recorre-se ao método explícito descrito em ([Zhai, 1996](#)) uma vez que esse sistema contempla centenas de milhares de graus de liberdade associados aos elementos sólidos 3D. Este método é condicionalmente estável e o passo de integração terá que ser menor do que um valor crítico para a convergência da solução ( $\Delta t \leq \Delta t_{crit}$ ) ([Hughes, 2012](#)). O intervalo necessário é pequeno e depende diretamente da velocidade das ondas de propagação e do tamanho dos elementos finitos. Pode-se usar como uma boa estimativa de tempo máximo permitido nesse método o valor obtido por:

$$\Delta t_{crit} = 0.5 \times \min \left( \frac{L_{e,i}}{v_{p,i}} \right) \quad (3.5)$$

em que  $L_{e,i}$  é o menor comprimento característico do elemento  $i$ , e  $v_{p,i}$  é a correspondente velocidade de propagação de ondas primárias ([Belytschko, 1976](#); [Hughes, 2012](#)). Quando se trata de elementos de viga o comprimento característico corresponde ao comprimento do elemento, já para elementos sólidos hexaédricos de oito nós corresponde ao comprimento mínimo das faces. A velocidade  $v_p$  pode ser

determinada para elementos de viga ( $v_{pv}$ ) e para elementos sólidos ( $v_{ps}$ ), respetivamente, através das expressões:

$$v_{pv} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.6)$$

onde  $E$  é o módulo de Young e  $\rho$  é a massa volúmica e

$$v_{ps} = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad (3.7)$$

em que  $M$  é o módulo edométrico definido por

$$M = E \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.8)$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

### 3.2.5 COMPORTAMENTO DO SISTEMA DE SUBESTRUTURA

O Pegasus permite considerar dois modelos constitutivos para representação do comportamento dos materiais granulares que constituem a subestrutura, o modelo elástico linear de Hooke e o modelo K- $\theta$  ([Brown, Pell; 1967](#)). Na presente dissertação será abordado apenas do modelo elástico linear.

A relação tensão-deformação linear elástica tridimensional da Lei de Hooke é assim escrita na forma matricial no sistema de coordenadas cartesianas:

$$\sigma = \mathbf{D} \varepsilon \quad (3.9)$$

com  $\sigma$ , o vetor das tensões, e  $\varepsilon$ , o tensor das deformações na forma:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

e D é a matriz de rigidez, em que no caso de meios isotrópicos é definida apenas pelo módulo de Young (E) e pelo coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), sendo definida como:

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

### 3.2.6 INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO

Apesar de também ocorrer interação horizontal, devido sobretudo ao atrito de Coloumb na base da travessa e à pressão normal exercida pelo balastro na face lateral da travessa, a análise de interação travessa-balastro é limitada ao carregamento vertical devido à pressão normal exercida na base da travessa e ao atrito entre as faces laterais da travessa e do balastro (Figura 3.5). O movimento horizontal da superestrutura da via é restringido através de amortecedores e molas, servindo apenas para manter a posição correta, não afetando a resposta vertical.

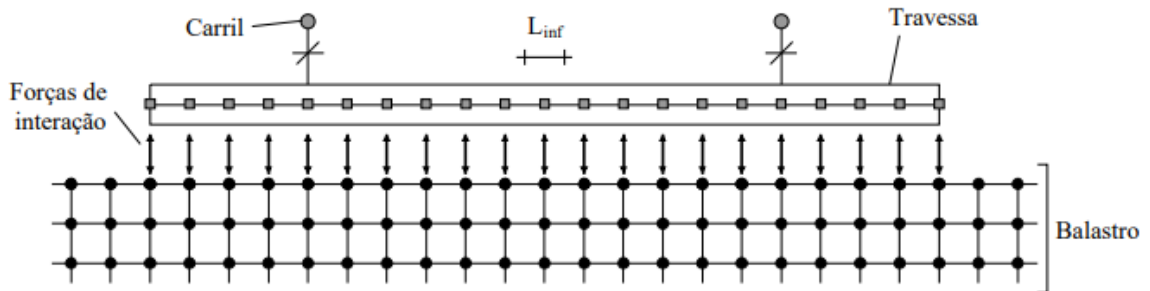


Figura 3. 5: Vista na direção longitudinal das forças de interação travessa-balastro (adaptado de [Varandas, 2013](#))

É assumido então que a pressão normal entre a travessa e o balastro é proporcional à diferença entre o deslocamento vertical da base da travessa e a face inferior da camada de balastro, seguindo a formulação de penalty para problemas de contacto ([Bhatti, 2006](#)). A força de contacto é determinada por  $K_c d$ , onde  $K_c$  é um parâmetro de contacto e  $d$  é a diferença dos deslocamentos verticais. Por outro lado, a força de atrito vertical entre as faces laterais da travessa e o balastro é equiparada a um amortecedor, dada por  $C_c d$ , onde  $C_c$  é o parâmetro de atrito e  $d$  a velocidade relativa entre as faces.

Dessa forma, a força de interação vertical entre dois nós sobrepostos, onde um pertence à superestrutura (t) e outro pertence à subestrutura (s), é determinada por:

$$f_{a.b,i} = \begin{cases} k_{c,i}(u_{t,i} - u_{s,i} - h_i) + c_{c,i}(v_{t,i} - v_{s,i}) & \text{em caso de contacto} \\ C_{c,i}(v_{t,i} - v_{s,i}) & \text{caso não ocorra contacto} \end{cases} \quad (3.13)$$

onde  $f_{a.b,i}$  é a força de interação vertical entre os nós t.i e s.i,  $K_c$  e  $C_c$  correspondem respetivamente aos parâmetros de contacto e atrito,  $u_t$  e  $u_s$  representam os deslocamentos verticais,  $v_t$  e  $v_s$  correspondem às velocidades verticais e  $h_i$  é a eventual ausência de contacto entre os dois nós. A Figura 3.6 representa o sistema de eixos adotados para a definição dos deslocamentos nodais e a possível ausência de contacto.

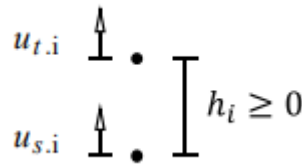


Figura 3. 6: Sistema de eixos para o contacto vertical ([Varandas, 2013](#))

As travessas não são representadas na malha de elementos finitos pois são modeladas como elementos de viga. A Figura 3.7 mostra transversalmente a interação entre a travessa e a camada de balastro, onde  $B$  é sua largura. É importante salientar que para cada nó da travessa (t.i) existem pelo menos três nós correspondentes ao balastro sob a correspondente largura da travessa (nós s.i<sub>1</sub> a s.i<sub>3</sub>). É considerado que a travessa tem rigidez transversal infinita e é possível definir forças de interação entre o nó t.i, pertencente à travessa, e cada um dos nós correspondentes inferiores.

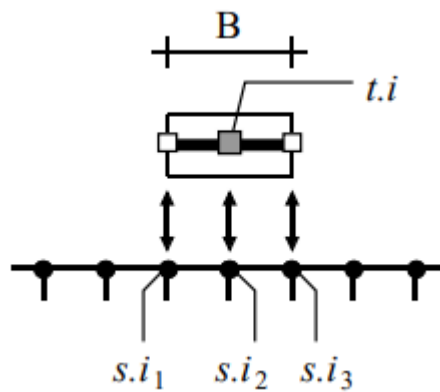


Figura 3. 7: Vista na direção transversal da travessa da interação travessa-balastro ([Varandas, 2013](#))

Os valores dos parâmetros  $K_c$  e  $C_c$  têm de ser determinados analiticamente. Assumindo que o valor de interpenetração vertical entre o contacto travessa-balastro durante a passagem de um comboio é na ordem de 0,01mm, assumindo-se assim uma influência muito limitada da interpenetração da travessa-balastro no cálculo dos deslocamentos totais do sistema ([Fortunato et al., 2021](#)). Considerando uma largura da travessa de 0,25m e um carregamento típico de um comboio, o valor resultante de  $K_C$  é de 6,25GN/m<sup>2</sup> e um valor representativo dos parâmetros de atrito  $C_C$  é de 2,5 kNs/m<sup>2</sup> ([Varandas, 2013](#)). A transposição dos parâmetros de contacto e atrito global para parâmetros equivalentes aplicados a cada nó é realizada através da seguinte formulação:

$$k_{c,i} = \frac{k_c L_{inf}}{n} \quad (3.14)$$

$$C_{c,i} = \frac{C_c L_{inf}}{n} \quad (3.15)$$

onde  $L_{inf}$  é o comprimento de influência do nó  $i$  na direção longitudinal da travessa e  $n$  é o número do nó pertencente à correspondente malha do balastro ao longo da largura da travessa.

### 3.2.7 INTERAÇÃO RODA-CARRIL

A determinação da força de interação roda-carril,  $f_{a.w,j}$ , é feita baseada na teoria de Hertz para metais com amortecimento histerético ([Timoshenko, Goodier, 1969](#); [Lankarani, Nikraves, 1990](#)):

$$f_{a.w,k} = \begin{cases} k_w \delta_j^{1.5} + c_w \dot{\delta}_j & \text{em caso de contacto} \\ 0 & \text{em caso de não contacto} \end{cases} \quad (3.16)$$

onde  $k_w$  é o coeficiente de rigidez,  $c_w$  é o coeficiente de amortecimento,  $\delta_j$  é a indentação do rodado  $j$  e  $\dot{\delta}_j$  é a velocidade de indentação dos sólidos em contacto. A indentação  $\delta_j$  é obtida por meio da expressão:

$$\delta_j = u_{v,j} - u_{t,j} \quad (3.17)$$

onde  $u_{v,j}$  é o deslocamento do ponto de contacto da roda  $j$  com o carril e  $u_{t,j}$  é o deslocamento do carril na posição da roda  $j$ . Quando a roda se localiza entre dois nós da malha de elementos finitos dos carris, o deslocamento  $u_{t,j}$  é obtido pelas rotações e translações dos correspondentes nós e pelas funções de interpolação ([Fortunato et al., 2021](#)). O deslocamento  $u_{v,j}$  é calculado a partir do movimento do eixo e do raio da roda. Exemplificando para a roda direita do eixo dianteiro, o deslocamento correspondente  $u_{v,j}$  é obtido por:

$$u_{v,j} = u_1 - \frac{d_r}{2} \sin(u_2) + R_w(\cos(u_2) - 1) \quad (3.18)$$

onde  $u_1$  e  $u_2$  são, respetivamente, o deslocamento vertical e a rotação do eixo dianteiro,  $d_r$  é a distância entre carris e  $R_w$  é o raio da roda.

### 3.2.8 CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

Sempre que o tamanho do modelo de elementos finitos não é suficientemente grande para conter por completo as consequências de um carregamento num intervalo de tempo é necessário introduzir as condições de fronteira. Sem as propriedades absorventes das fronteiras, as ondas geradas pela passagem do comboio, caso em análise na presente dissertação, sofreriam constantes reflexões dentro do domínio do modelo, resultando numa consequente alteração dos resultados em análise.

Existem diferentes métodos que têm sido aplicados para criação das fronteiras absorventes como por exemplo o Método da Fronteira Absorvente (MFA) ([Lysmer, Kuhlemeyer, 1969](#)), o Métodos dos Elementos Infinitos (MEI) ([Bettess, 1980](#)) e o Métodos dos Elementos de Fronteira (BEM) ([Banerjee, Butterfield, 1981](#)). No software Pegasus, utilizado no desenvolvimento da presente dissertação, é adotado o Método das Fronteiras Absorventes (MFA) onde são introduzidos amortecedores viscoelásticos nos nós das fronteiras para absorver as ondas refletidas, decorrentes da análise dinâmica ([Lysmer, Kuhlemeyer, 1969](#); [Kouroussis, Verlinden, Conti, 2011](#)), de acordo com o corrente em análises dinâmicas similares ([Banimahd, 2008](#); [Shan, Albers, Savidis, 2013](#)). As constantes de amortecimento das fronteiras, que estão representadas na figura 3.8, são determinadas com as seguintes expressões:

$$c_{rd,p} = \rho v_p A \quad (3.19)$$

$$c_{rd,s} = \rho v_s A \quad (3.20)$$

onde  $c_{rd,p}$  é a constante de amortecimento na direção longitudinal,  $c_{rd,s}$  é a constante de amortecimento na direção transversal,  $\rho$  é a massa volúmica,  $v_p$  e  $v_s$  são as velocidades primárias e secundárias respetivamente, e  $A$  é a área de influência do nó na malha de elementos finitos. Vale salientar que é necessário construir um modelo de elementos finitos suficientemente grande uma vez que os amortecedores são regulados para uma dada velocidade de onda e as ondas têm de se propagar na direção perpendicular à respetiva face da fronteira do modelo, o que faz com que possa não ser assegurada a total dissipação da energia.

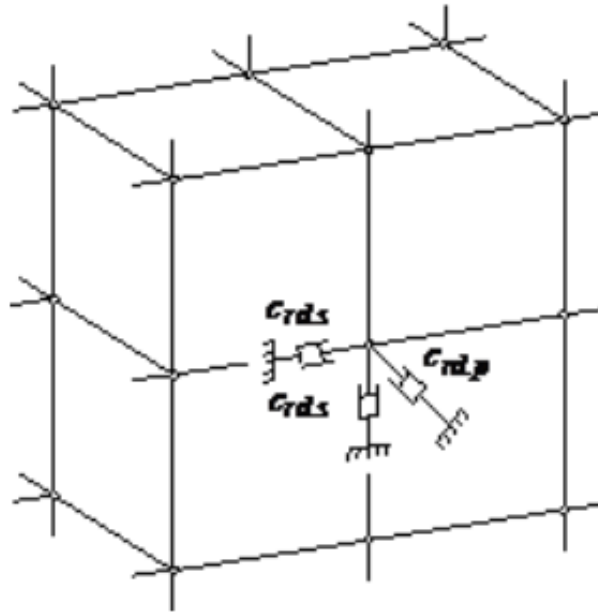


Figura 3. 8: Representação do método da fronteira absorvente com amortecedores (Varandas, 2013)

Algumas vezes também é possível recorrer à substituição de uma camada ou de parte da espessura de uma camada por uma fundação viscoelástica baseada no modelo desenvolvido por Winkler (1867) para diminuir o número de elementos finitos e, conseqüentemente, o esforço de cálculo. Essa substituição pode ser feita quando a camada inferior do modelo está suficientemente profunda em relação ao nível da via. A Figura 3.9 mostra o esquema de substituição de uma camada por um sistema de molas e amortecedores.

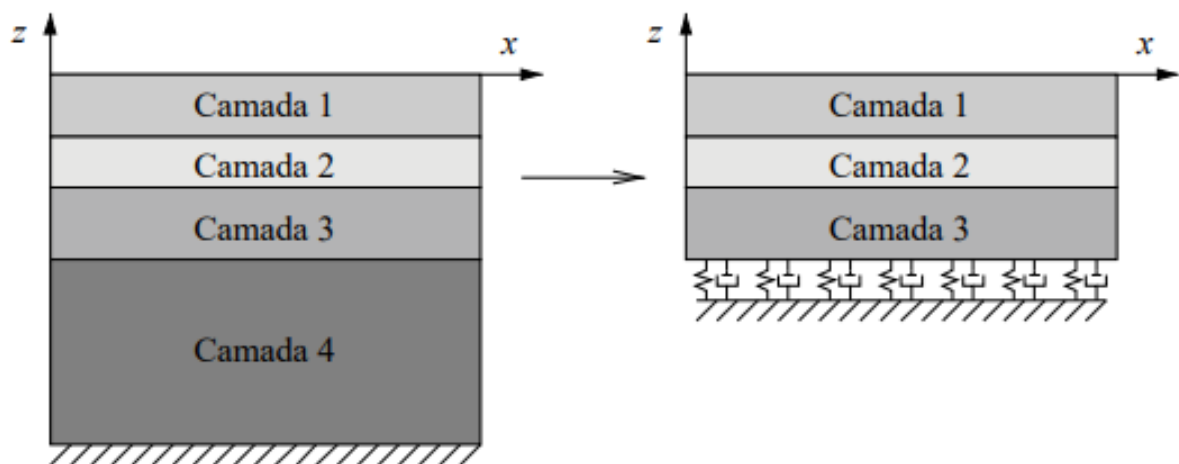


Figura 3. 9: Substituição da camada inferior por um sistema de molas e amortecedores (adaptado de Varandas, 2013)

É importante ter em mente que a substituição de uma espessura de solo por uma camada viscoelástica assume que as tensões horizontais dentro da espessura do solo retirada e as causadas pelo carregamento dinâmico são desprezadas, por isso essa substituição só é aplicável caso o solo substituído esteja

suficientemente distante da região carregada. As constantes elásticas das molas de substituição são determinadas por:

$$k_p = \frac{M A}{H} \quad (3.21)$$

$$k_s = \frac{G A}{H} \quad (3.22)$$

onde  $k_p$  e  $k_s$  são, respetivamente, as constantes elásticas das molas na direção vertical e horizontal,  $M$  é o módulo edométrico,  $G$  é o módulo distorcional,  $A$  é a área de influência do nó da malha de elementos finitos e  $H$  é a espessura do solo substituído. Analogamente, o *Pegasus* também possibilita a consideração de molas nos nós nas condições de fronteira laterais do modelo.

### 3.3 IMPLEMENTAÇÃO DA VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES DAS CAMADAS

Para o estudo proposto, foi criado um código adicional no *Pegasus* que permite aplicar um fator de variabilidade, seguindo uma distribuição normal, com uma média e desvio padrão pré-estabelecidos, a uma característica mecânica pré indicada numa das camadas também pré indicada. Na presente dissertação a característica mecânica escolhida foi o módulo de Young ( $E$ ) e a camada escolhida foi a camada de balastro.

O código adicional gera um vetor, a que se designou EVF (*Elasticity Variation Factor*), com número de elementos igual ao número de elementos finitos da subestrutura. Aos elementos correspondentes às camadas que não foram selecionadas para receber a variabilidade é atribuído um fator com valor 1, de forma a não alterar as propriedades, enquanto aos elementos correspondentes à camada selecionada é atribuído um valor aleatório considerando a distribuição normal definida, normalizado pelo valor médio do módulo de Young da camada de balastro. Considerando a implementação do programa *Pegasus* e após alguns testes, optou-se por afetar os valores do vetor EVF, relativos a cada elemento, no momento de montagem da matriz de rigidez da subestrutura, que é realizada iterativamente, elemento a elemento. Desta forma, foi possível minimizar o impacto desta funcionalidade no desempenho computacional do programa, na medida em que não foi necessário adicionar nenhum ciclo “for” e o acréscimo de espaço em memória foi residual.

## MODELAÇÃO DA VARIAÇÃO ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO

### 4.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

Antes da apresentação dos resultados das análises propostas, procede-se a uma breve descrição do modelo tridimensional. Este pretende representar um segmento via balastrada de bitola internacional (1435 mm), com uma extensão correspondente a pouco mais de 200 travessas, utilizando carris do tipo barra longa soldada UIC60, apoiados em travessas monobloco de betão, espaçadas de 0,6 m entre si.

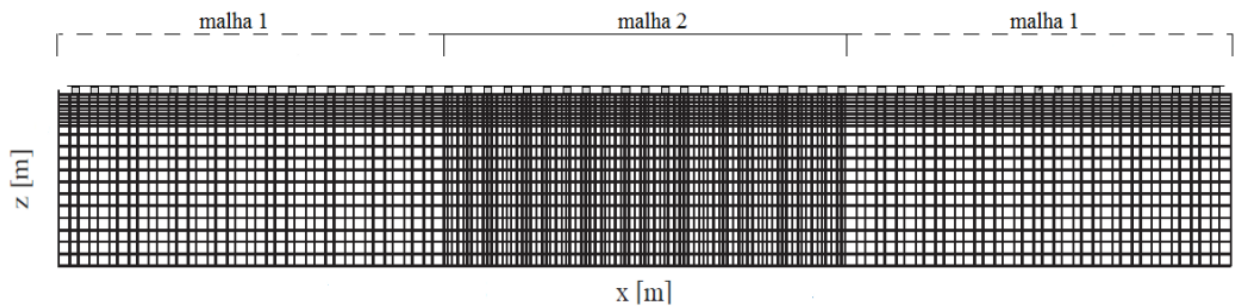
O modelo numérico desenvolvido consiste numa malha de 7064 elementos de viga e 6845 nós para modelar a superestrutura da via e 317254 elementos sólidos com 356274 nós para representar a subestrutura. Na modelação da subestrutura, tirou-se partido das condições de simetria, relativamente ao plano vertical que atravessa no eixo da via. Os carris foram modelados com uma rigidez de flexão vertical de 6380 kNm<sup>2</sup>, rigidez de flexão transversal de 1076 kNm<sup>2</sup> e massa de 60,3 kg/m. As 221 travessas, modeladas com módulo de Young de 30 GPa e densidade de 1950 kg/m<sup>3</sup>, foram consideradas como prismas retangulares de 2,6 m por 0,30 m, com altura equivalente de 0,212 m. A rigidez e o amortecimento das palmilhas de carril foram considerados, respetivamente, de 160 kN/mm e 17 kNs/m.

O veículo é representado por um bogie e meia caixa suspensa, como referido na secção 3.2.3. Os parâmetros utilizados na modelação do veículo encontram-se resumidos na Tabela 8.

A subestrutura pode-se dividir em 3 zonas ao longo do eixo longitudinal. Uma zona inicial (de arranque), zona central (de estudo) e zona final. A zona central possui uma malha mais discretizada do que a malha das outras zonas, como indicado na Figura 4.1, pois é onde se obtêm os valores para análise. Essa zona de análise tem que estar a uma distância suficiente do início do modelo de forma que os efeitos da colocação do veículo e do arranque não sejam relevantes – idealmente deseja-se que sejam garantidas condições estacionárias na secção central de estudo. No presente caso de estudo as zonas iniciais e finais possuem 10 travessas e a zona central possui 201 travessas espaçadas de 0,6 m, como referido anteriormente, totalizando 133 m. O comprimento da zona central do modelo foi estabelecido com o objetivo de maximizar o número de segmentos de via correspondentes à distância entre travessas (para tornar viável uma análise estatística), tendo como limitação principal a capacidade da memória RAM da máquina usada (64 GB).

Tabela 8: Parâmetros do veículo

| Parâmetro                                     | Alfa Pendular | Unidades        |
|-----------------------------------------------|---------------|-----------------|
| Massa da caixa, $M_c$                         | 36,8          | t               |
| Rigidez da suspensão secundária, $k_s$        | 1025,6        | kN/m            |
| Amortecimento da suspensão secundária, $c_s$  | 70            | kN.s/m          |
| Massa do bogie (excl. eixos), $M_b$           | 4,9           | t               |
| Momento de inércia do bogie em $x$ , $I_{bx}$ | 2,1           | tm <sup>2</sup> |
| Momento de inércia do bogie em $y$ , $I_{by}$ | 2,6           | tm <sup>2</sup> |
| Rigidez da suspensão primária, $k_p$          | 1128          | kN/m            |
| Amortecimento da suspensão primária, $c_p$    | 18            | kN.s/m          |
| Massa do eixo, $M_w$                          | 1,8           | t               |
| Momento de inércia do eixo, $I_{wx}$          | 0,9           | tm <sup>2</sup> |
| Distância ente eixos, $d_w$                   | 2,7           | m               |
| Distância entre caixas de eixos, $d_p$        | 2,14          | m               |
| Raio dos rodados, $R_w$                       | 0,445         | m               |

Figura 4. 1: Esquema representativo da vista longitudinal da malha de elementos finitos (adaptado de [Varandas, 2013](#))

As principais propriedades das camadas da subestrutura estão expostas na Tabela 9 e foram definidas com base na bibliografia ([Varandas, 2013](#); [Paixão 2014](#); [Fortunato, 2005](#); [Correia, 2015](#))

Tabela 9: Propriedades das camadas da subestrutura

| Camada            | E [MPa] | $\nu$ | $\rho$ [t/m <sup>3</sup> ] |
|-------------------|---------|-------|----------------------------|
| Balastro          | 130     | 0,20  | 1,73                       |
| Sub-balastro      | 200     | 0,25  | 2,20                       |
| Coroamento        | 250     | 0,25  | 2,20                       |
| Solos de fundação | 100     | 0,25  | 2,04                       |

E é o módulo de Young,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $\rho$  é a massa volúmica.

É importante salientar que a espessura da camada de balastro sob as travessas é de 30 cm e que as espessuras da camada de sub-balastro e de coroamento são de 30 cm e 20 cm, respetivamente. Considerou-se que a espessura dos solos de fundação é de 1,0 m, sendo que se recorreu à substituição dessa camada por uma fundação viscoelástica, conforme descrito no ponto 3.2.8, para diminuir o número de elementos finitos e, conseqüentemente, reduzir o esforço de cálculo.

Em estudos realizados por (Paixão et al., 2014) apresentou-se resultados experimentais e numéricos relativos aos deslocamentos verticais do carril e às acelerações das travessas à passagem de um veículo do tipo Alfa Pendular (AP), igual ao da presente dissertação, e de um veículo do tipo Intercidades (IC). Os deslocamentos verticais do carril e as acelerações nas travessas foram medidos utilizando transdutores de deslocamentos do tipo Position Sensitive Device com LASER e com acelerómetros do tipo piezoelétrico, respetivamente. Os sinais da aceleração (numéricos e experimentais) foram filtrados por um filtro passa baixo Chebyshev do tipo II com frequência de corte de 80 Hz. A comparação dos resultados sugere que o modelo é adequado para simular o comportamento da via (Figura 4.2), em particular no que se refere às acelerações medidas nas travessas (Fortunato et al., 2021).

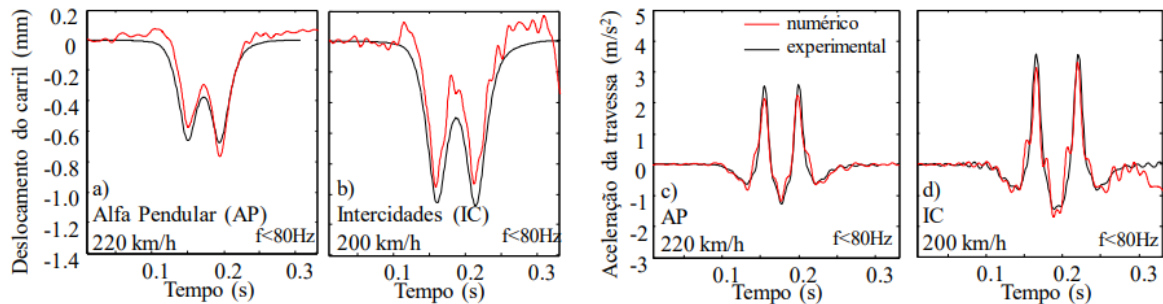


Figura 4. 2: Deslocamentos verticais do carril (esquerda) e acelerações verticais das travessas (direita) devido à passagem dos bogies dianteiros do Alfa Pendular (AP) e Intercidades (IC) ( adaptado de Paixão et al., 2016)

Como referido no capítulo 3, o código desenvolvido permitiu adicionar uma variação das propriedades nas camadas. No presente estudo foi introduzida uma variação do módulo de Young ( $E$ ) na camada de balastro, com um desvio padrão de 20 MPa. Esse valor do desvio padrão foi escolhido de forma a não só abranger a gama de valores tipicamente observada em ensaios de caracterização deste parâmetro (ver ponto 2.3), mas também de forma a se obter uma probabilidade quase nula de os valores do módulo de Young serem iguais ou inferiores a zero.

As Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 mostram a geometria do modelo, tendo em destaque a variação do módulo de Young na camada de balastro.

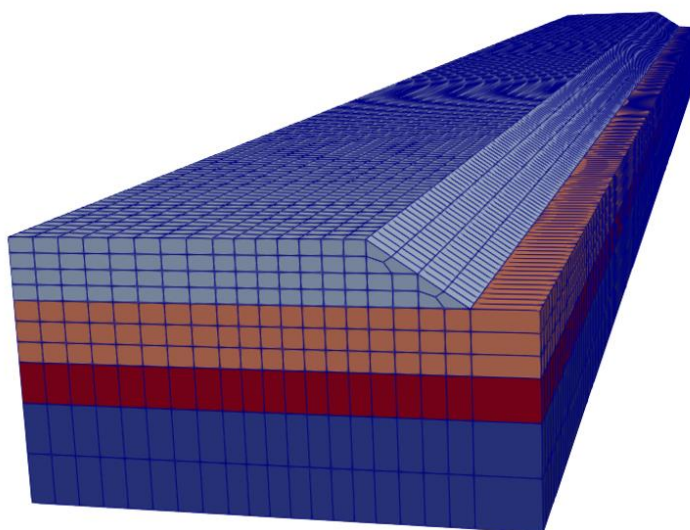


Figura 4. 3: Trecho do modelo linear sem variação (as cores representam distintos valores do módulo de Young)

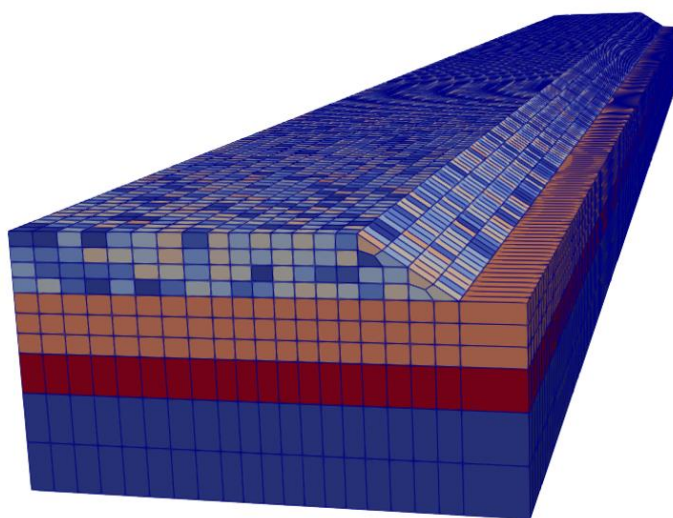


Figura 4. 4: Trecho do modelo linear com variação (as cores representam distintos valores do módulo de Young)

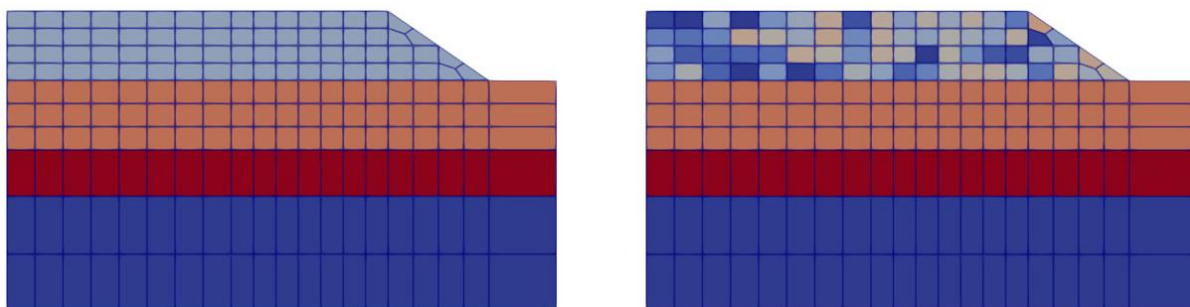


Figura 4. 5: Secção transversal do modelo linear sem variação (esquerda) e do modelo linear com variação (direita) evidenciando a variação do módulo de Young

Os resultados que se apresentam nos pontos seguintes correspondem à passagem do modelo do bogie do veículo a atravessar o modelo da via-férrea. Antes do atravessamento do veículo, são ativadas as cargas geoestáticas da via e da subestrutura, seguidas da ativação do veículo na posição inicial numa das extremidades. O arranque do veículo dá-se com um aumento gradual da velocidade de forma a minimizar eventuais perturbações causadas por esta ação, e fora da zona com malha mais refinada. Os resultados que se apresentam seguidamente referem-se apenas à resposta do sistema veículo-via a atravessar a zona central do modelo.

## 4.2 VALIDAÇÃO DO MODELO DE VARIABILIDADE ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO

Para validar o método, serão comparados neste subcapítulo dois modelos com geometria e propriedades dos elementos iguais, com exceção dos elementos da camada de balastro, nos quais foi introduzida variabilidade do módulo de Young, considerando distintos valores de EVF (*Elasticity Variation Factor*).

### 4.2.1 ANÁLISE DO DESLOCAMENTO DO CARRIL

A Figura 4.6 apresenta o deslocamento vertical do carril num elemento localizado ao centro do eixo longitudinal ( $x = 0$ ) de cada um dos modelos. A Figura 4.7 mostra em detalhe os valores de pico da Figura 4.6. É possível concluir que os modelos têm comportamentos quase idênticos no que diz respeito aos deslocamentos verticais do carril. É de notar que, o deslocamento vertical inicial do carril é de cerca de  $-0.45$  mm, que corresponde à deformada devido às cargas geoestáticas. Também se nota que o carril regressa à posição inicial somente após a passagem do segundo eixo; entre os eixos há apenas uma recuperação parcial dos deslocamentos. Existe também dois intervalos onde há um deslocamento vertical ascendente antes e após o deslocamento descendente

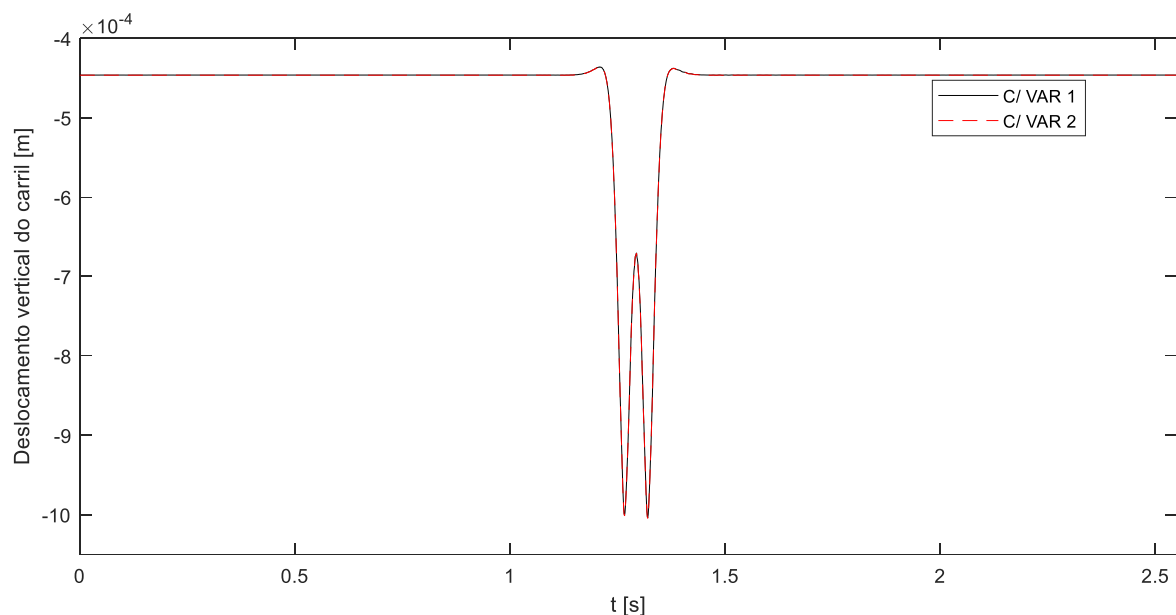


Figura 4. 6: Deslocamento vertical do carril num elemento localizado ao centro do eixo longitudinal de cada um dos modelos

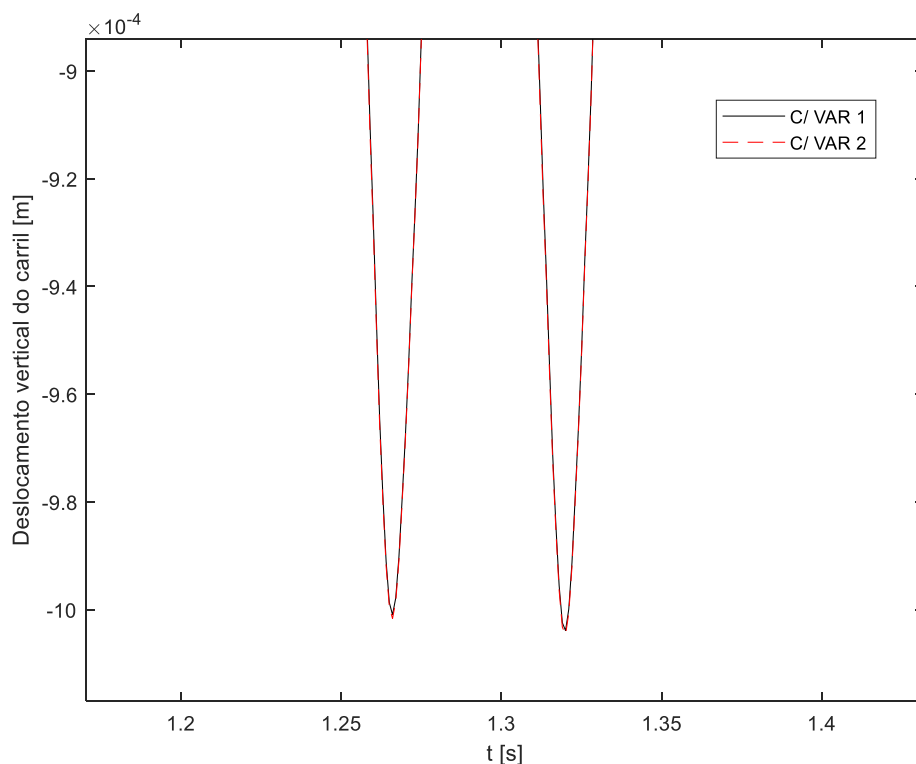


Figura 4. 7: Detalhe do deslocamento vertical do carril num elemento localizado ao centro do eixo longitudinal de cada um dos modelos

#### 4.2.2 ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL

A Figura 4.8 apresenta o valor da força de interação roda-carril num intervalo do eixo longitudinal da zona de estudo para os dois modelos em análise. Como referido anteriormente, nos dados utilizados para gerar o gráfico foi aplicado um filtro passa-baixo Butterworth com frequência de corte igual a 160 Hz em ambos os modelos. Observa-se que os modelos têm comportamentos quase idênticos no que diz respeito à força de interação roda-carril.

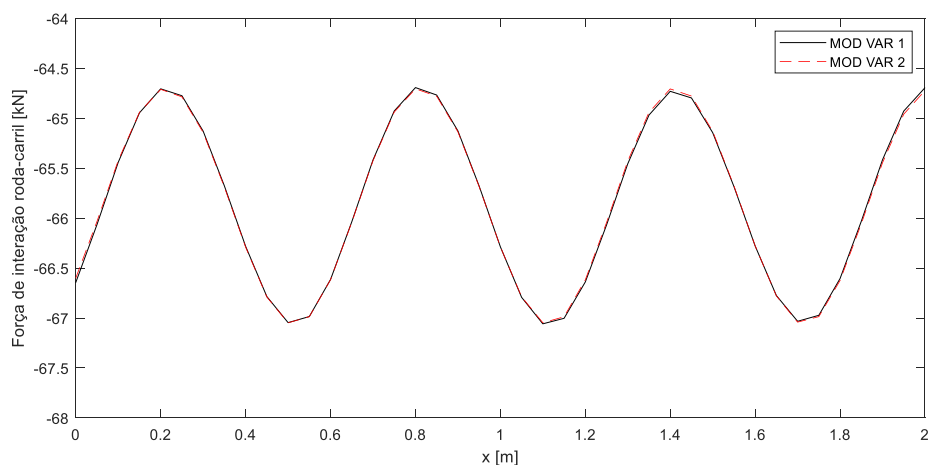


Figura 4. 8: Força de interação roda-carril por travessa; detalhe numa zona central do modelo

A Figura 4.9 mostra a taxa de variação da força de interação roda-carril, em percentagem, entre os modelos de estudo no presente subcapítulo e um modelo que não apresenta a variação do módulo de Young dos elementos da camada de balastro. Pela análise dos valores da Tabela 10 conclui-se que ambos os modelos funcionam de forma similar no que diz respeito à força de interação roda-carril, com valores máximos de variação próximos de 0,07%, e com um valor médio de variação quase nulo.

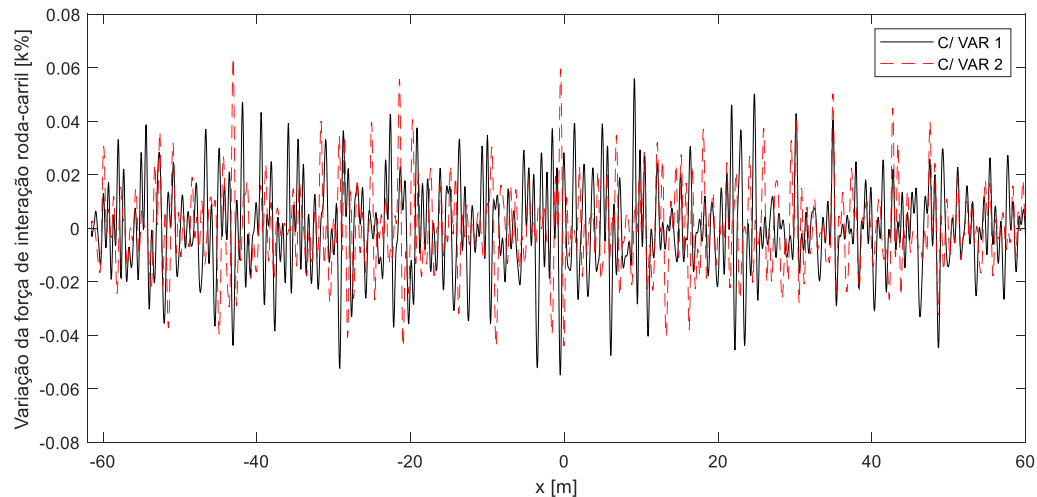


Figura 4. 9: Variação da força de interação roda-carril por travessa entre modelos com variação e um modelo sem variação das propriedades do balastro

Tabela 10: Média e coeficiente de variação da variação da força de interação roda-carril entre dois modelos com variação e um modelo sem variação das propriedades do balastro

| PARAMETRO | MODELO 1              | MODELO 2              |
|-----------|-----------------------|-----------------------|
| $\bar{x}$ | $4,40 \times 10^{-5}$ | $1,56 \times 10^{-4}$ |
| $c_v$     | 431,8                 | 115,4                 |

#### 4.2.3 ANÁLISE DA ACELERAÇÃO VERTICAL DAS TRAVESSAS

A Figura 4.10 demonstra o gráfico do valor de pico da aceleração vertical por travessa para os dois modelos em estudo no presente subcapítulo. Nos dados que foram utilizados para gerar o gráfico foi aplicado um filtro passa-baixo do tipo Butterworth com frequência de corte igual a 160 Hz em ambos os modelos, sendo que os valores de pico se referem ao sinal depois de aplicado o referido filtro. Podemos observar que, assim como na força de interação travessa-balastro, os modelos têm comportamentos parecidos, sendo diferenciados pelos valores de EVF associados aos elementos sob e próximos das travessas estudadas.

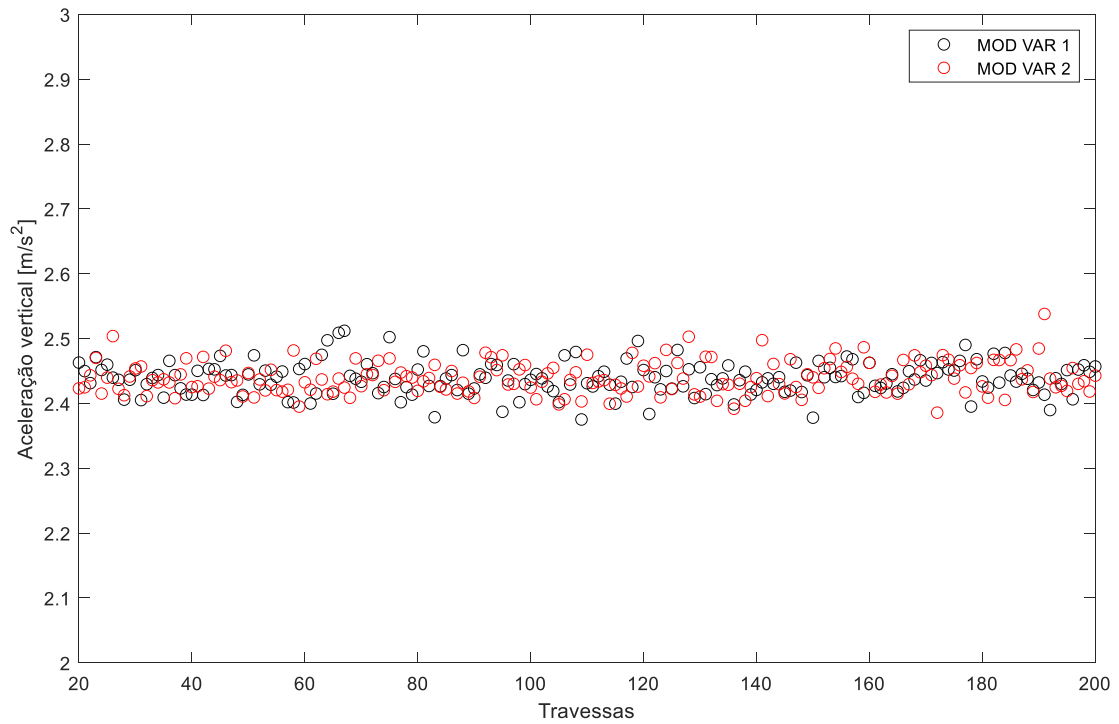


Figura 4. 10: Gráfico do pico do módulo da aceleração vertical por travessa

A Figura 4.11 mostra a variação dos valores de pico da aceleração vertical entre os modelos em estudo e um modelo que não apresenta variação do módulo de Young dos elementos da camada de balastro. O gráfico evidencia a proximidade entre os valores da aceleração vertical dos modelos. Na Tabela 11 apresentam-se os valores da média e do coeficiente de variação da variação apresentada na figura 4.11. Conclui-se que a média de ambos os modelos são semelhantes.

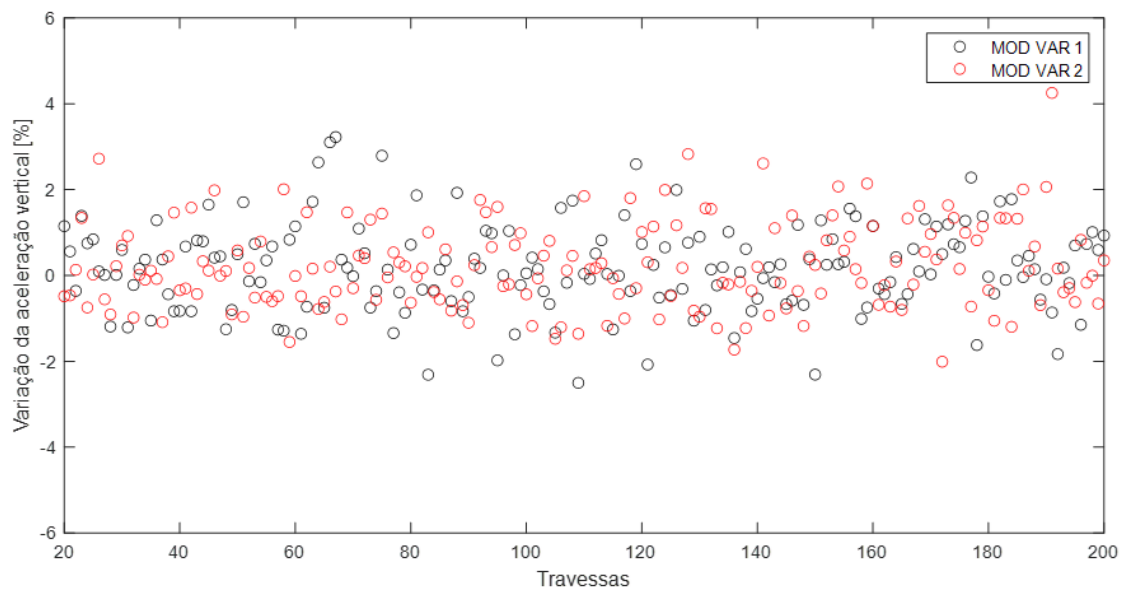


Figura 4. 11: Variação da aceleração vertical por travessa entre os modelos com variação das propriedades do balastro e o modelo sem essa variação

Tabela 11: Média e coeficiente de variação dos valores da variação da aceleração vertical entre os modelos com variação nas propriedades dos elementos do balastro e um modelo que não apresenta essa variação.

| PARAMETRO | MODELO 1 | MODELO 2 |
|-----------|----------|----------|
| $\bar{x}$ | 0,18     | 0,21     |
| $c_v$     | 8,3      | 6,8      |

A Figura 4.12 mostra o histograma das acelerações máximas nas travessas para os dois modelos em estudo no presente subcapítulo. A traço contínuo, apresenta-se também, a distribuição normal para a mesma média e desvio padrão do parâmetro em análise. Observa-se que os dois histogramas se aproximam um do outro e descrevem uma distribuição próxima da normal.

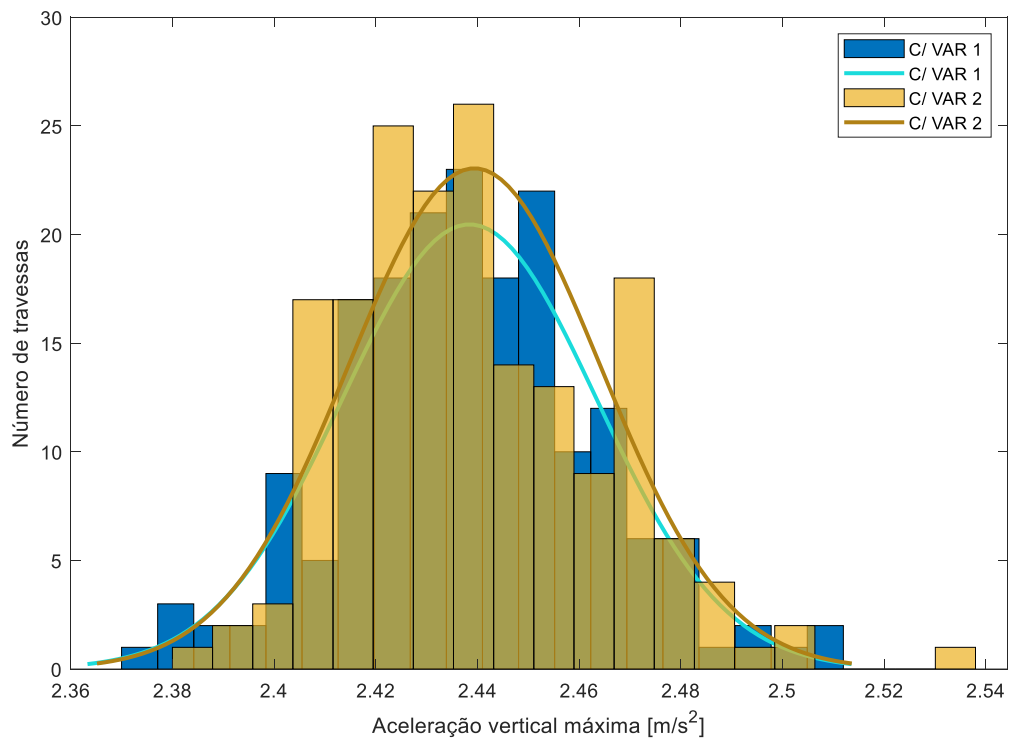


Figura 4. 12: Histograma da distribuição das acelerações verticais máximas nas travessas

#### 4.2.4 ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO

A Figura 4.13 apresenta o valor da força de interação travessa-balastro por travessa da zona de estudo para os dois modelos. Aos dados foi aplicado um filtro passa baixo do tipo Butterworth com frequência de corte igual a 160 Hz. É de notar que este mesmo filtro foi aplicado aos restantes resultados apresentados neste documento. Pode-se observar que os modelos têm comportamentos parecidos, sendo diferenciados pelos valores de EVF associados aos elementos colocados junto das travessas estudadas.

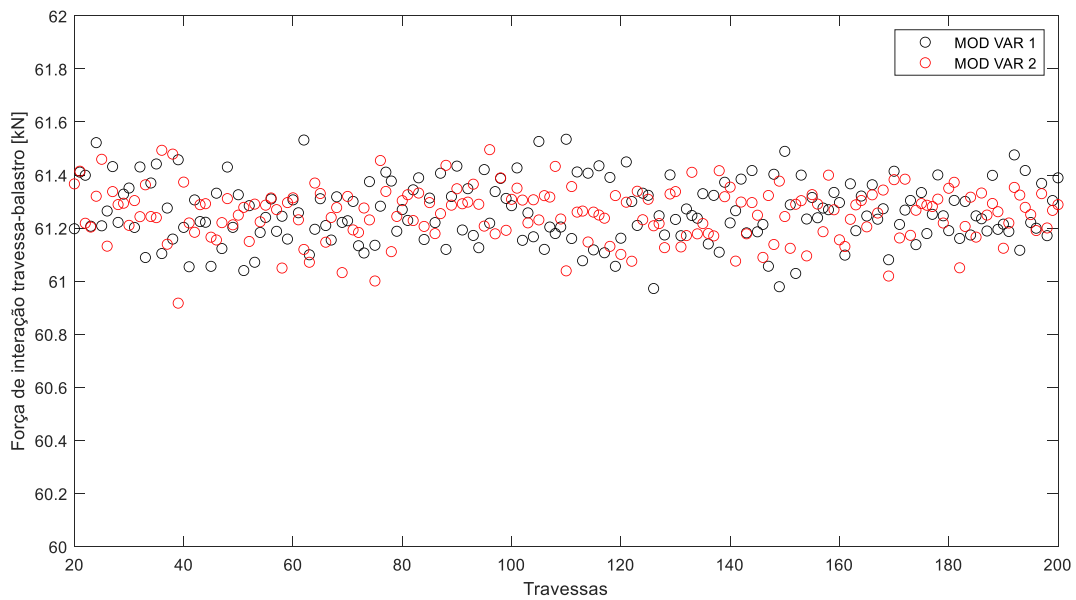


Figura 4. 13: Força de interação travessa-balastro

A Figura 4.14 apresenta a variação dos dois modelos em estudo em relação a um modelo que não apresenta variação do módulo de Young dos elementos da camada de balastro. É possível observar que ambos têm variações parecidas, com valores máximos de cerca de 0,5% e com média de 0,061% e 0,069%, de acordo com o apresentado na Tabela 12. Vale a pena salientar que, mesmo com valores de variação quase nulos, ambos os modelos em estudo apresentam, em média, valores menores da força de interação travessa-balastro, quando comparado com o modelo de referência (sem variação do módulo de Young).

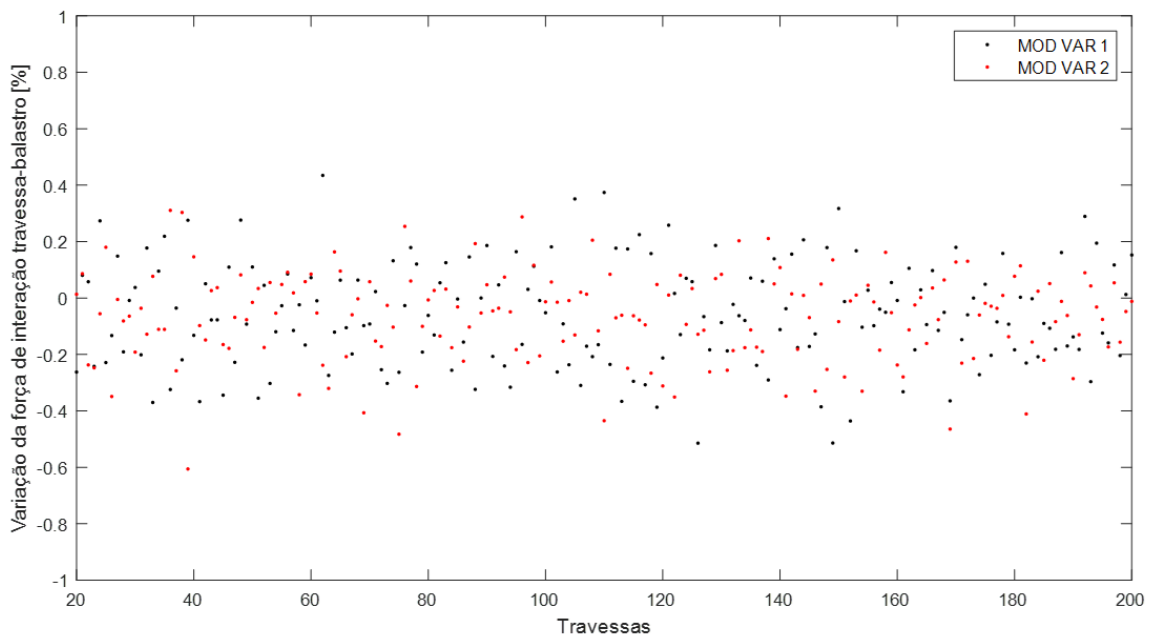


Figura 4. 14: Variação entre os modelos da força de interação travessa-balastro por travessa

Tabela 12: Média e coeficiente de variação da variação da força de interação travessa-balastro para dois modelos com variação das propriedades do balastro em relação a um modelo sem variação

| PARAMETRO | MODELO 1 | MODELO 2 |
|-----------|----------|----------|
| $\bar{x}$ | -0,061   | -0,069   |
| $C_v$     | 3,0      | 2,3      |

A Figura 4.15 mostra o histograma e a distribuição normal para mesma média e desvio padrão dos valores da força de interação travessa-balastro para os dois modelos estudados. Observa-se que ambos os histogramas se aproximam da distribuição normal e apresentam valores relativamente próximos. A Tabela 13 apresenta os valores da média e do coeficiente de variação dos dois modelos, podendo concluir-se que são semelhantes entre si.

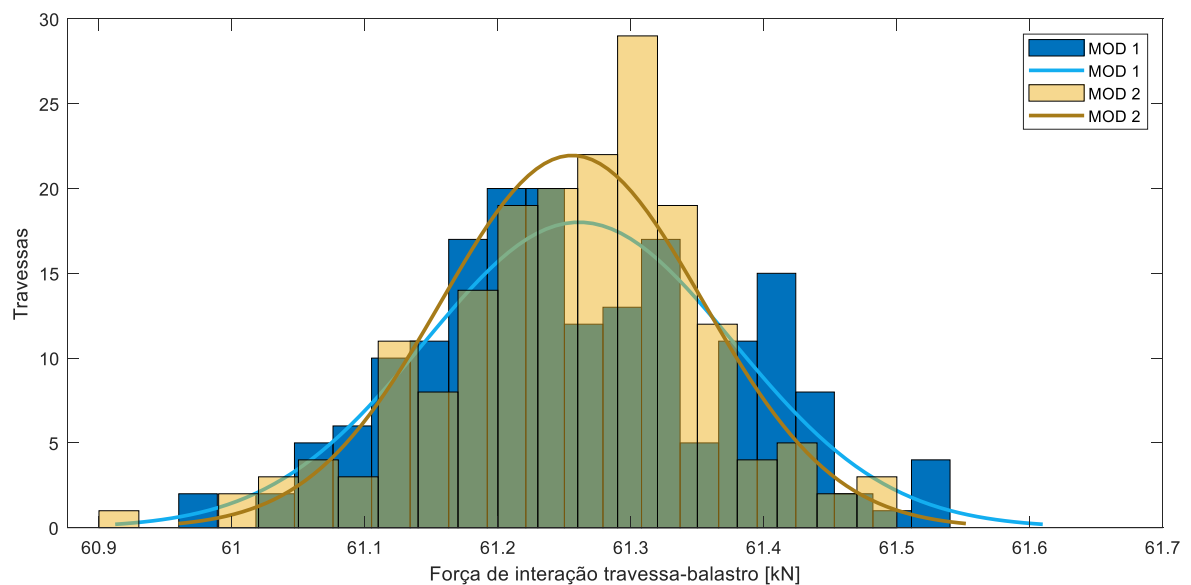


Figura 4. 15: Histogramas dos valores da força de interação travessa-balastro

Tabela 13: Média e coeficiente de variação dos valores da força de interação travessa-balastro para dois modelos com variação das propriedades do balastro

| PARAMETRO | MODELO 1 | MODELO 2 |
|-----------|----------|----------|
| $\bar{x}$ | 61,26    | 61,25    |
| $C_v$     | 0,002    | 0,002    |

### 4.3 ANÁLISE DO EFEITO DA VARIAÇÃO ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO

Para a análise proposta nesse subcapítulo foram gerados dois modelos com geometrias coincidentes e descritas em 4.1, com o veículo a passar com velocidade de 50 m/s (180 km/h). Num dos modelos introduziu-se a variação do módulo de Young da camada de balastro e no outro manteve-se constante essa propriedade, como indicado na Figuras 4.3, 4.4 e 4.5.

#### 4.3.1 ANÁLISE DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL

A Figura 4.16 representa os deslocamentos verticais do carril em 3 elementos do carril, localizados em  $x = -30$  m,  $x = 0$  m e  $x = 30$  m, obtidos para os modelos sem variação do módulo de Young dos elementos do balastro e com variação do módulo de Young dos elementos do balastro. Os resultados mostram que o deslocamento vertical máximo do carril é de cerca de 0,55 mm e os valores são quase coincidentes (Figura 4.17). Mais uma vez, é de notar que, o deslocamento vertical inicial do carril é de cerca de -0.45 mm, que corresponde à deformada devido às cargas geoestáticas.

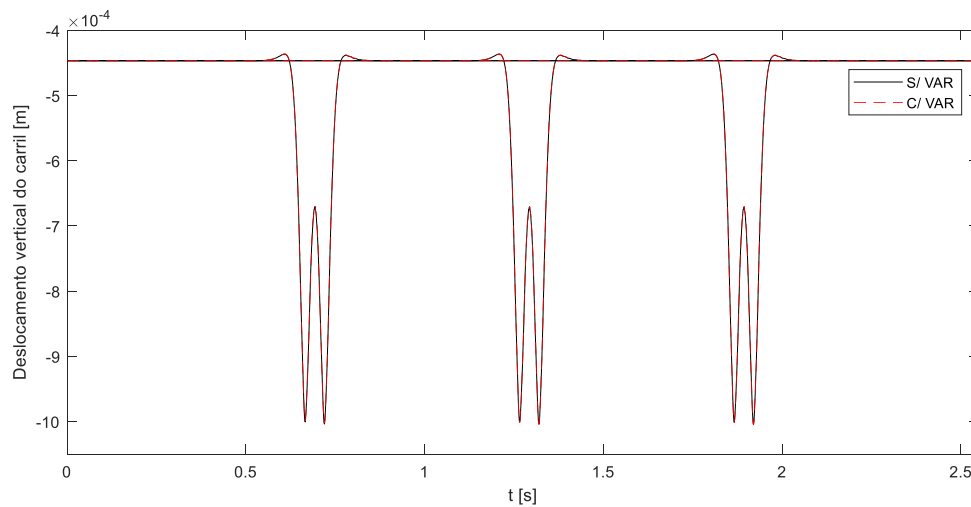


Figura 4. 16: Deslocamento vertical do carril ao longo do eixo longitudinal para 3 posições diferentes no carril

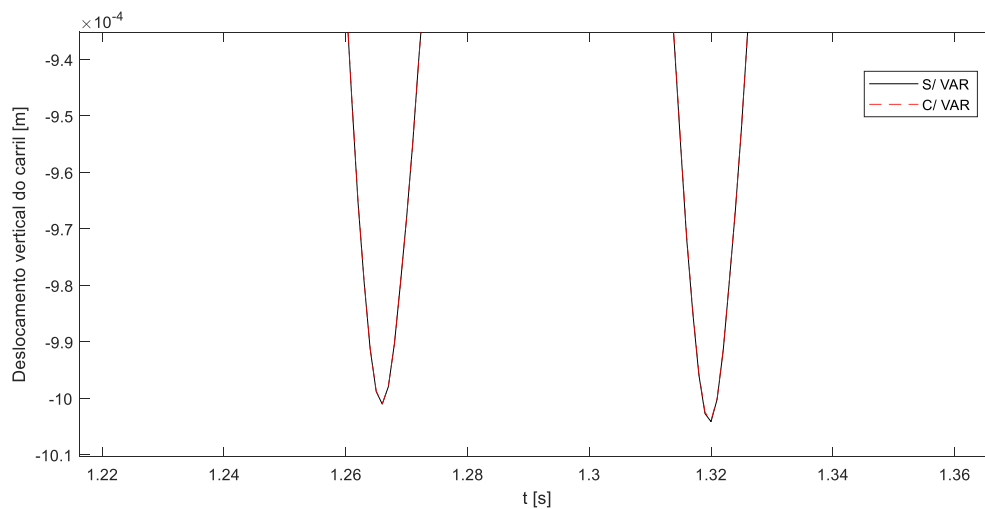


Figura 4. 17: Detalhe do deslocamento vertical do carril ao longo do eixo longitudinal no centro do modelo

#### 4.3.2 ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL

A Figura 4.18 apresenta o valor da força de interação roda-carril num intervalo da extensão longitudinal na zona de estudo para os dois modelos considerados. Recorda-se que foi aplicado um filtro passa-baixo do tipo Butterworth aos resultados, com frequência de corte igual a 160 Hz, para melhorar a compreensão dos resultados. Observa-se que foi quase nula a influência da variação introduzida no módulo de Young dos elementos do balastro no que diz respeito à força de interação roda-carril.

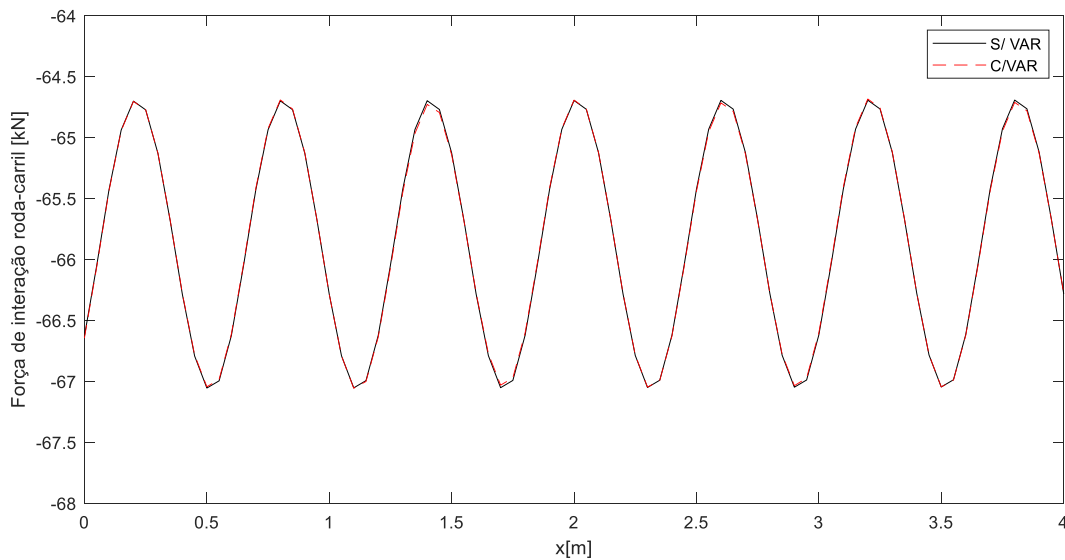


Figura 4. 18: Força de interação roda-carril num intervalo do desenvolvimento longitudinal da via

Na Figura 4.19 apresenta-se a diferença entre os modelos em estudo no que diz respeito à força de interação roda-carril. Observa-se que a variação máxima entre os modelos com e sem variabilidade do módulo de Young dos elementos do balastro é aproximadamente 0,06%, um valor insignificante.

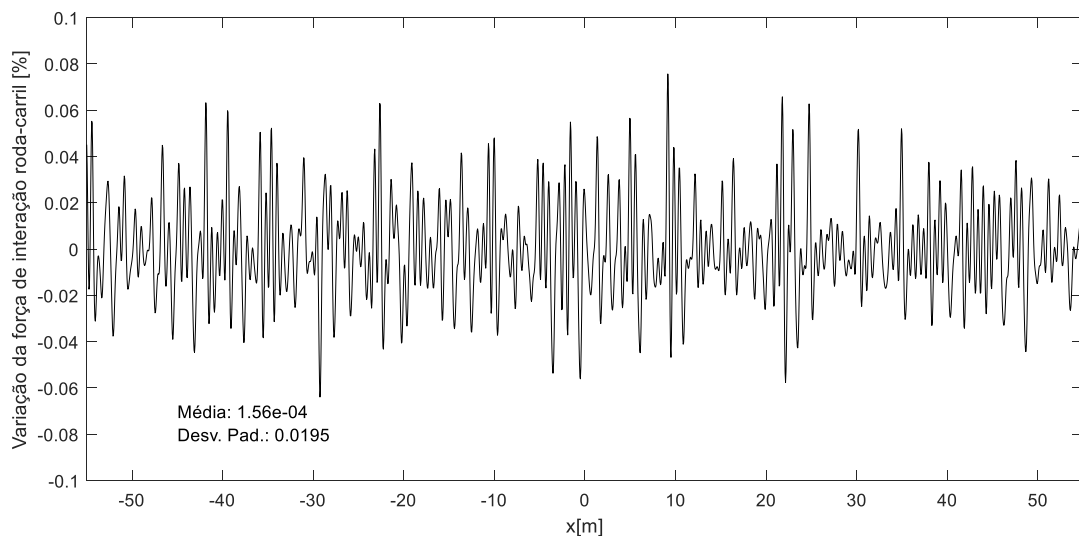


Figura 4. 19: Variação entre os modelos da força de interação roda-carril

Segundo [Parente \(2015\)](#), as propriedades mecânicas do sistema multicamadas apresentam mais influência no comportamento da via em si, do que na interação do veículo com a via.

#### 4.3.3 ANÁLISE DA ACELERAÇÃO VERTICAL NAS TRAVESSAS

A Figura 4.20 mostra a aceleração vertical de pico em cada travessa da zona de estudo para ambos os modelos. Foi igualmente aplicado um filtro passa-baixo do tipo Butterworth com frequência de corte igual a 160 Hz aos registos das acelerações, antes de se determinarem os valores de pico de aceleração. Observa-se que ao longo da zona de estudo os valores da aceleração vertical no modelo com variação do módulo de Young vão alternando entre superiores e inferiores aos valores no mesmo local para o modelo sem variação. Essa alternância está certamente relacionada com o valor de EVF (*Elasticity Variation Factor*) associado aos elementos colocados sob e próximo das travessas estudadas.

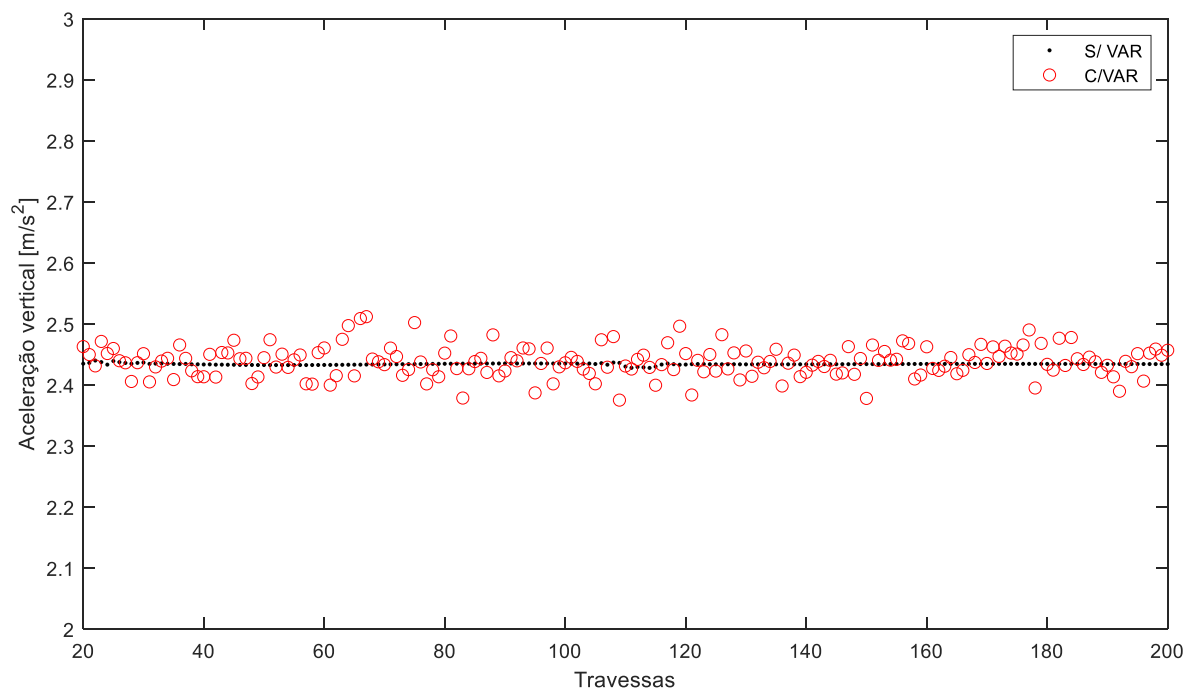


Figura 4. 20: Módulo da aceleração vertical por travessa

As diferenças entre os dois modelos em estudo são apresentadas na Figura 4.21. Em média, a diferença entre os modelos é de 0,175%, mas com valores máximos que atingem cerca de 4%, o que revela que a variação introduzida tem mais efeito nos valores da aceleração vertical do que noutros parâmetros.

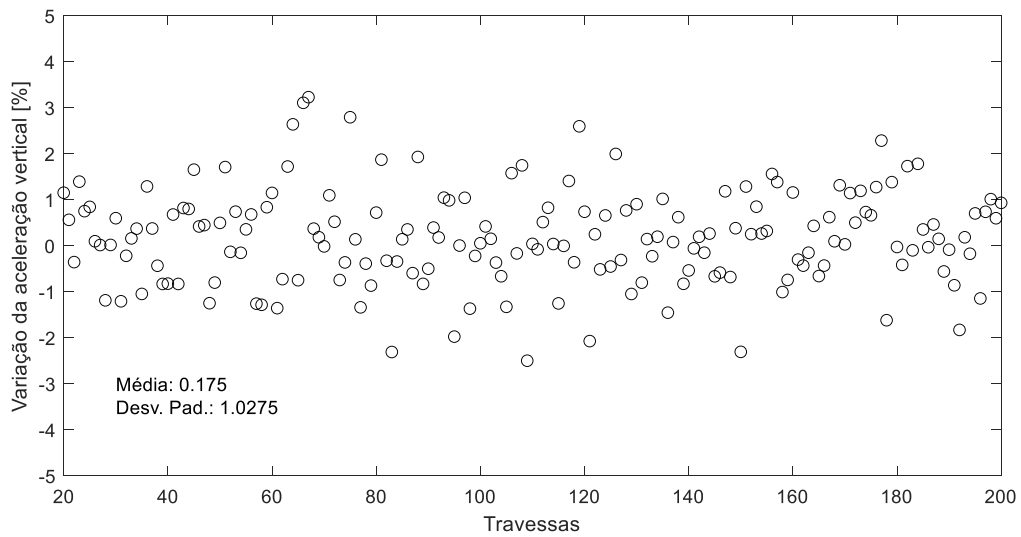


Figura 4. 21: Variação entre os modelos do pico do módulo da aceleração vertical por travessa

A Figura 4.22 apresenta a variação da aceleração vertical ao longo do tempo na travessa número 105.

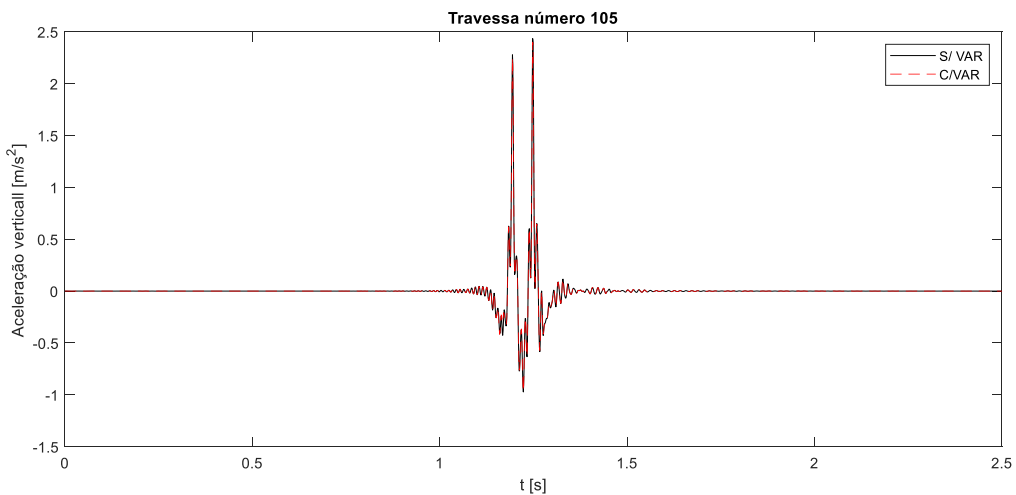


Figura 4. 22: Aceleração vertical ao longo do tempo para a travessa número 105

#### 4.3.4 ANÁLISE DA FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO

Segundo ([Varandas, et al., 2014](#)) a força vertical total passada de uma travessa qualquer para o balastro normalmente depende apenas da força aplicada no carril pela roda, da rigidez da via e da fundação. No presente caso sem variabilidade do módulo de Young dos elementos do balastro, a força total vertical máxima transmitida por cada travessa para o balastro é cerca de 46 % da carga vertical estática de 132 kN por eixo do veículo, que se considera ser um valor usual. Na Figura 4.23 é apresentado, para os modelos com e sem a variabilidade do módulo de Young dos elementos do balastro, e com velocidade de 50 m/s, o desenvolvimento da força máxima total que cada travessa transmite para o balastro da zona

de estudo. Verifica-se que, apesar da variabilidade das condições de apoio de cada travessa, a redistribuição da carga vertical transmitida pelo eixo do veículo às travessas mantém-se praticamente inalterada, com valor máximo a rondar também 46% do valor dessa carga. Como seria de esperar, a força de interação apresenta uma variabilidade relativamente próxima da variabilidade introduzida no módulo de Young dos elementos da camada de balastro que se localizam abaixo das travessas.

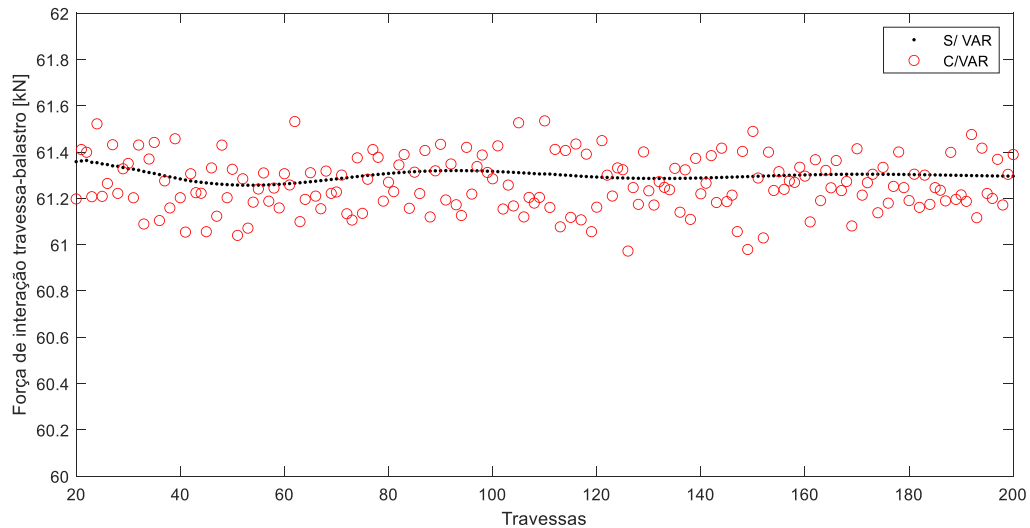


Figura 4. 23: Força de interação travessa-balastro por travessa

Na Figura 4.24 apresenta-se a diferença entre os modelos em estudo no que diz respeito à força de interação travessa-balastro. Pode-se observar que, em média, o modelo com variação do módulo de Young dos elementos do balastro apresenta valores de até cerca de 0,5% de variação da força de interação máxima em relação ao modelo sem a variação, apresentando média de -0,06% com desvio padrão de 0,1861, o que permite concluir que o comportamento dos modelos no que diz respeito à força de interação travessa-balastro é semelhante.

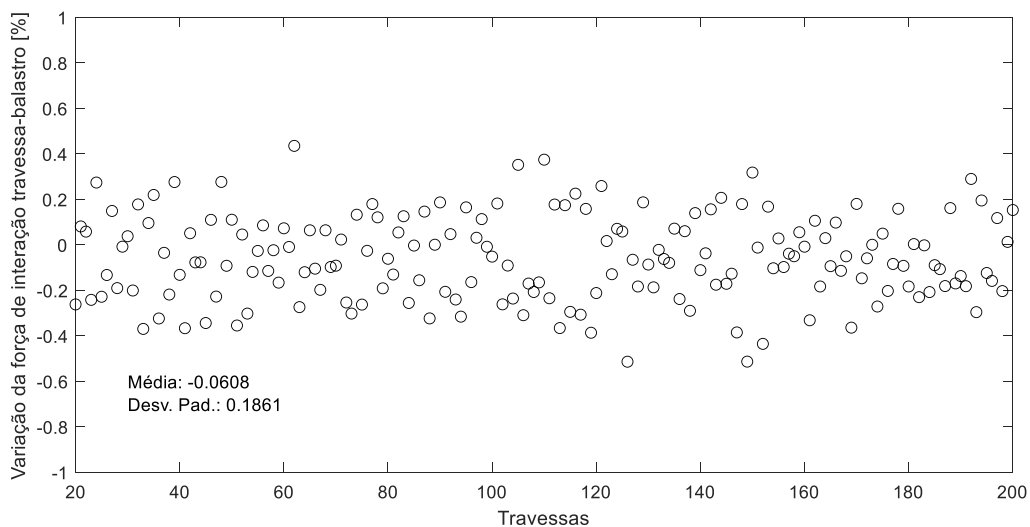


Figura 4. 24: Variação entre os modelos da força de interação travessa-balastro por travessa

#### 4.3.5 ANÁLISE DE TENSÕES NA CAMADA DE BALASTRO

Para ilustrar o nível de tensão nos elementos sob a travessa foi gerada a Figura 4.25 onde se apresenta, num mapa de cores, o valor da tensão vertical de pico, obtido com os modelos com e sem variação do módulo de Young dos elementos da camada de balastro, à passagem do veículo na secção central do modelo. A Figura 4.25 apresenta, para cada caso, a secção transversal ( $x = 0,0$  m) e vista superior ao nível do topo ( $z = 0,3$  m) e da base ( $z = 0,0$  m) da camada de balastro.

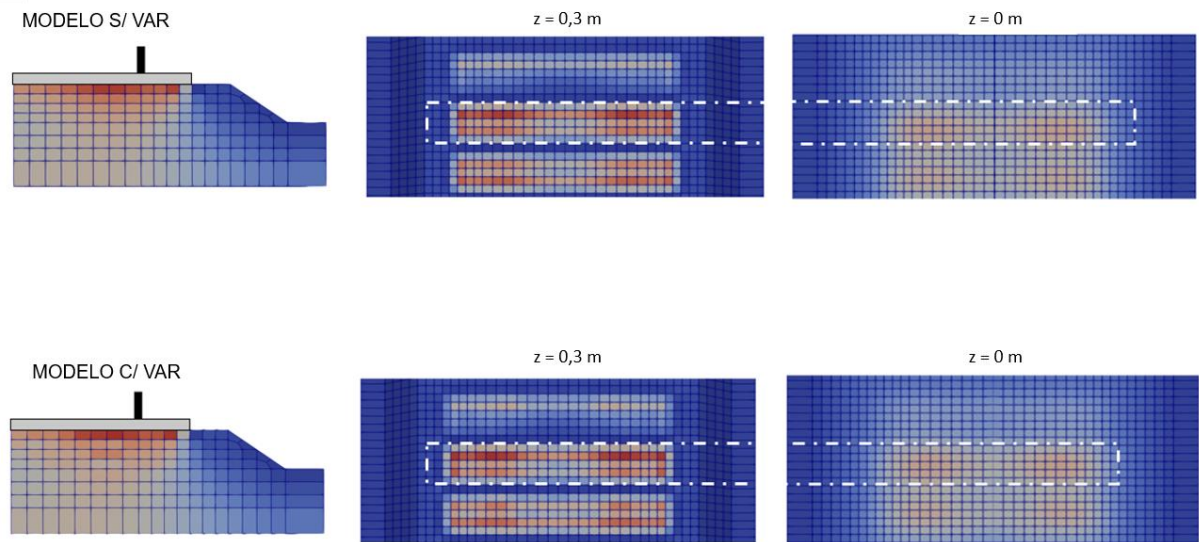


Figura 4. 25: Tensão vertical de pico obtida na camada de balastro

Além disso, para analisar a variação de tensão na camada de balastro durante a passagem do veículo, selecionaram-se os elementos finitos relativos às posições indicadas na Figura 4.26.

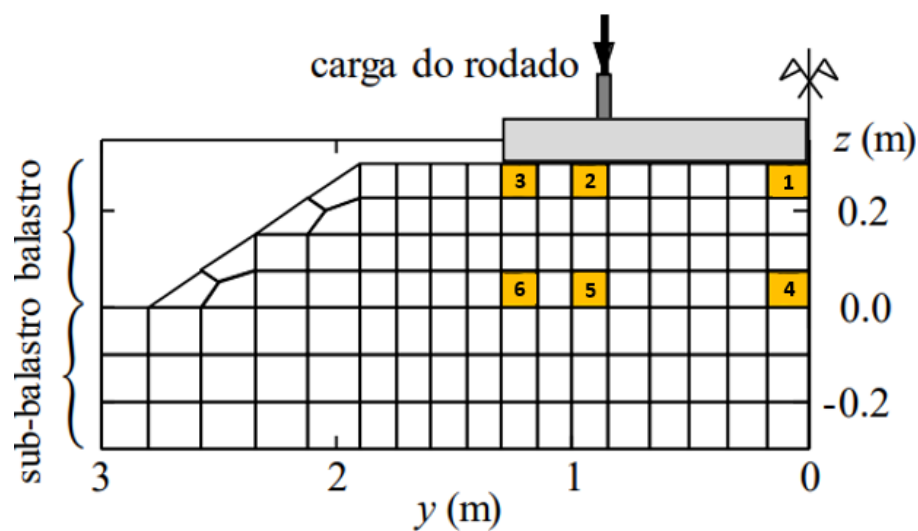


Figura 4. 26: Posição dos elementos selecionados na análise (adaptado de [Paixão et al., 2016](#))

Nas Figuras 4.27 e 4.28 apresentam-se os valores da tensão média,  $p$  (definida como positiva no caso de compressão), e da tensão deviatórica,  $q$ , nos referidos elementos em pontos diferentes do eixo longitudinal, nomeadamente  $x = 0\text{m}$  e  $x = -20\text{m}$ . Os valores de  $p$  e  $q$  foram definidos a partir das expressões abaixo:

$$p = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (4.1)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (4.2)$$

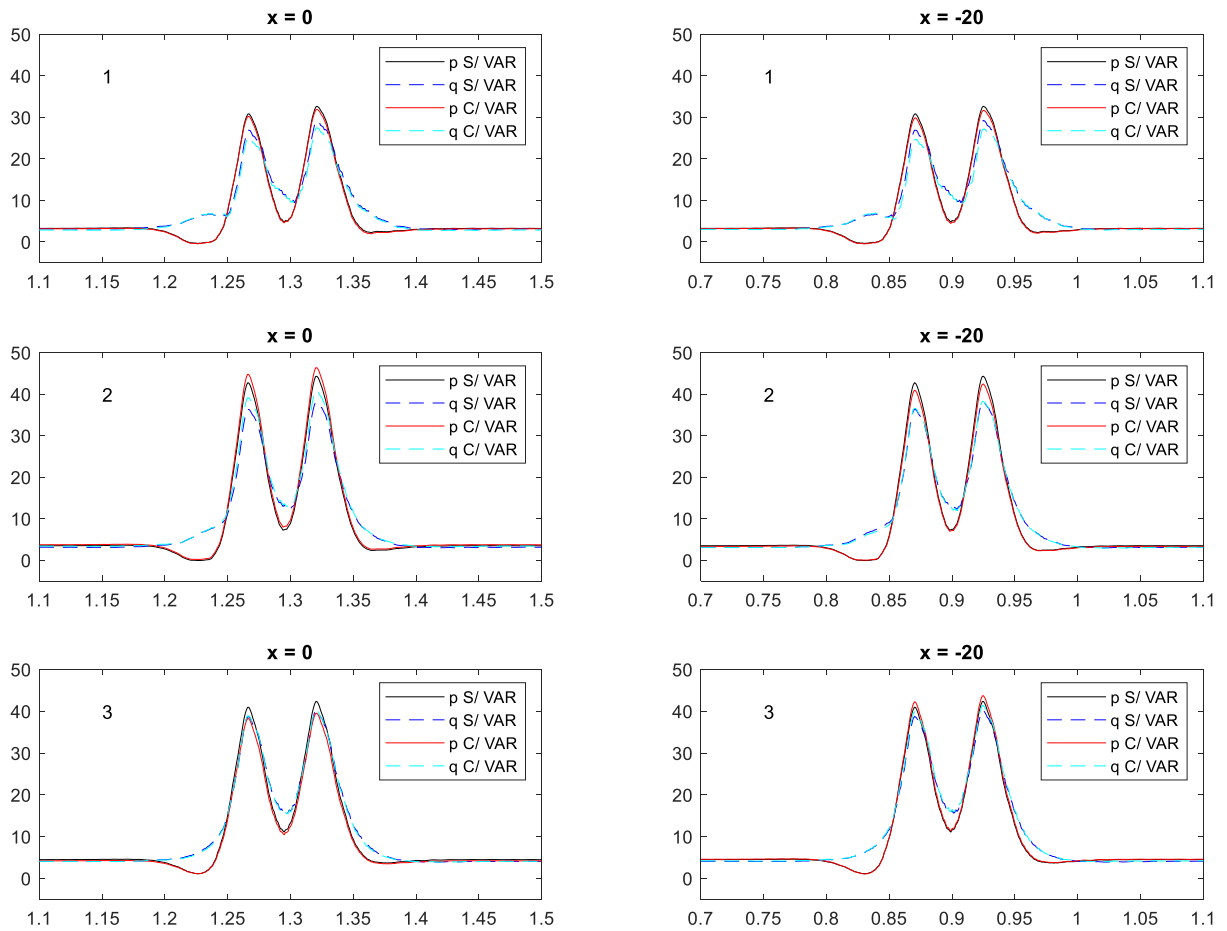


Figura 4. 27: Variação de  $p$  e  $q$ , nas posições 1 a 3 identificadas na figura 4.26, para os modelos em estudo em  $x = 0$  (esquerda) e em  $x = -20\text{m}$  (direita) à passagem do veículo

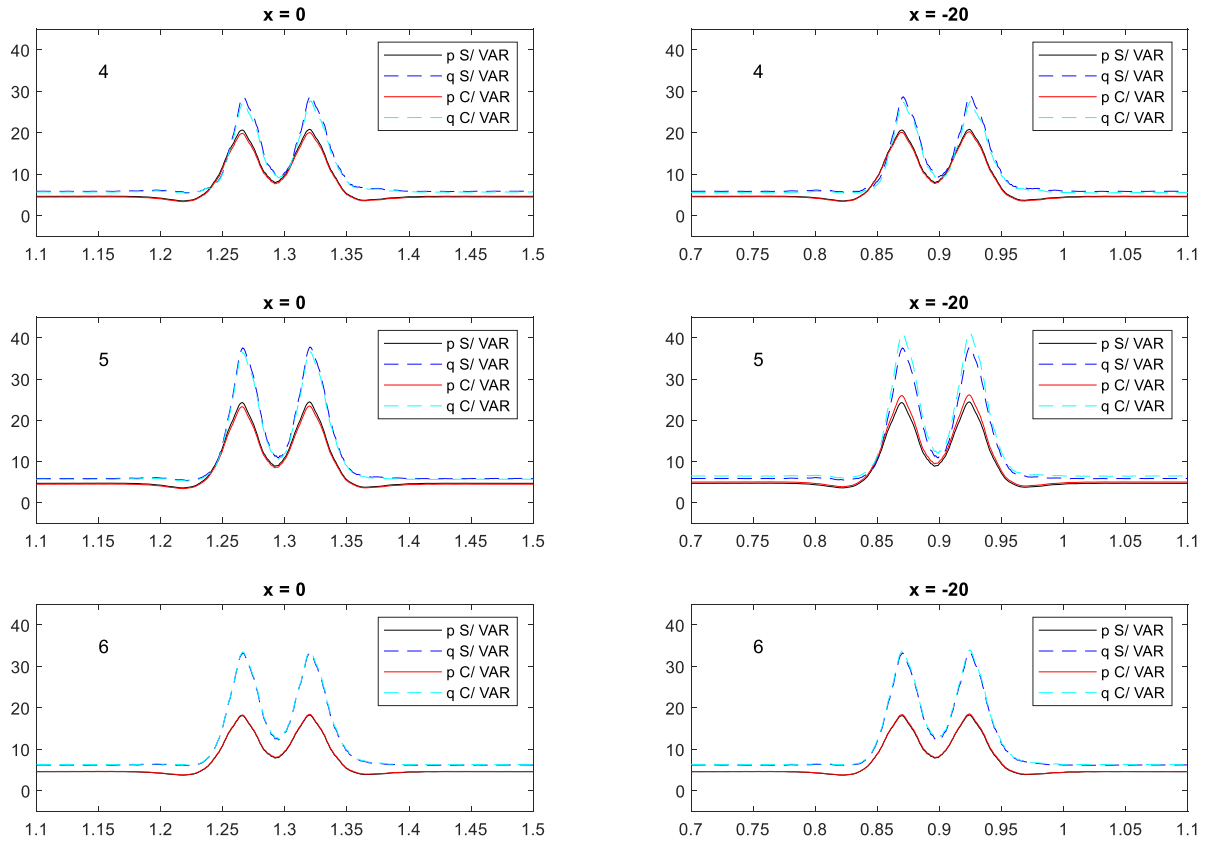


Figura 4. 28: Variação de  $p$  e  $q$ , nas posições 4 a 6 identificadas na figura 4.26, para os modelos em estudo em  $x = 0$  (esquerda) e em  $x = -20\text{m}$  (direita) à passagem do veículo

Apesar de, no geral, os níveis de tensões e resposta dos elementos serem bastante semelhantes, verifica-se que nas situações em que há uma variação apreciável do valor do módulo de Young ocorre uma variação igualmente apreciável do nível de tensões, como seria de esperar.



# 5

## INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE CIRCULAÇÃO E DA VARIABILIDADE ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO

Para estudar o efeito da velocidade perante a variabilidade das propriedades foram gerados 5 modelos que apresentam a mesma variabilidade do módulo de Young na camada de balastro (o mesmo vetor EVF), porém atravessados pelo veículo alfa pendular a velocidades distintas, nomeadamente 30m/s, 40 m/s, 50 m/s, 60 m/s e 70 m/s, a que correspondem, respetivamente, 108 km/h, 144 km/h, 180 km/h, 216 km/h e 252 km/h.

Para uma avaliação das tensões e de como elas se relacionam com a variação da velocidade foram elaboradas as Tabelas 14, 15, 16 e 17. Nas tabelas são comparados valores correspondentes de tensão média,  $p$ , tensão deviatórica,  $q$ , tensão vertical,  $\sigma_3$ , e a relação  $q/p$ , nas posições 1 a 6, relativas ao alinhamento de cada travessa, conforme identificado nas Figuras 5.1 e 5.2.

Os valores da tabela referem-se aos valores médios,  $\bar{x}$ , e coeficientes de variação,  $C_v$ , das variáveis de estudo nos elementos localizados nas 6 posições relativas ao alinhamento de cada travessa. Ou seja, para cada uma das análises estatísticas para determinação de  $\bar{x}$  e  $C_v$ , considerou-se, como amostra, todos os elementos ao longo do eixo longitudinal da via, localizados sob as travessas (isto é, excluiu-se da análise os elementos de balastro na zona entre travessas). Os valores de tensão média e tensão deviatórica foram definidos a partir das expressões 4.1 e 4.2 apresentadas anteriormente.

Pode-se observar nas tabelas que os pontos 2 e 5, que estão posicionados na zona sob o carril, apresentam valores mais críticos no que diz respeito às tensões. É possível também observar nas tabelas que o valor da tensão tem uma taxa de aumento maior na passagem de 30 m/s para 40 m/s; uma das explicações para tal é o facto de que neste modelo a velocidade que amplifica os efeitos dinâmicos ser de cerca de 40 m/s.

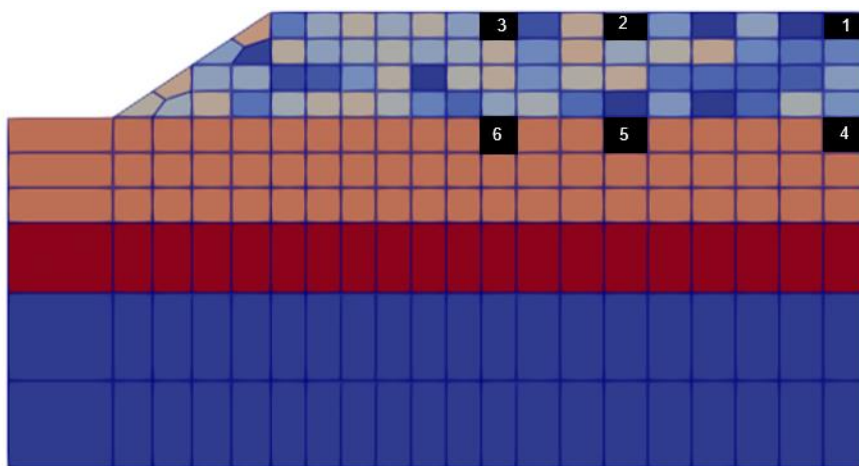


Figura 5. 1: Posicionamento dos elementos de estudo na secção transversal do modelo

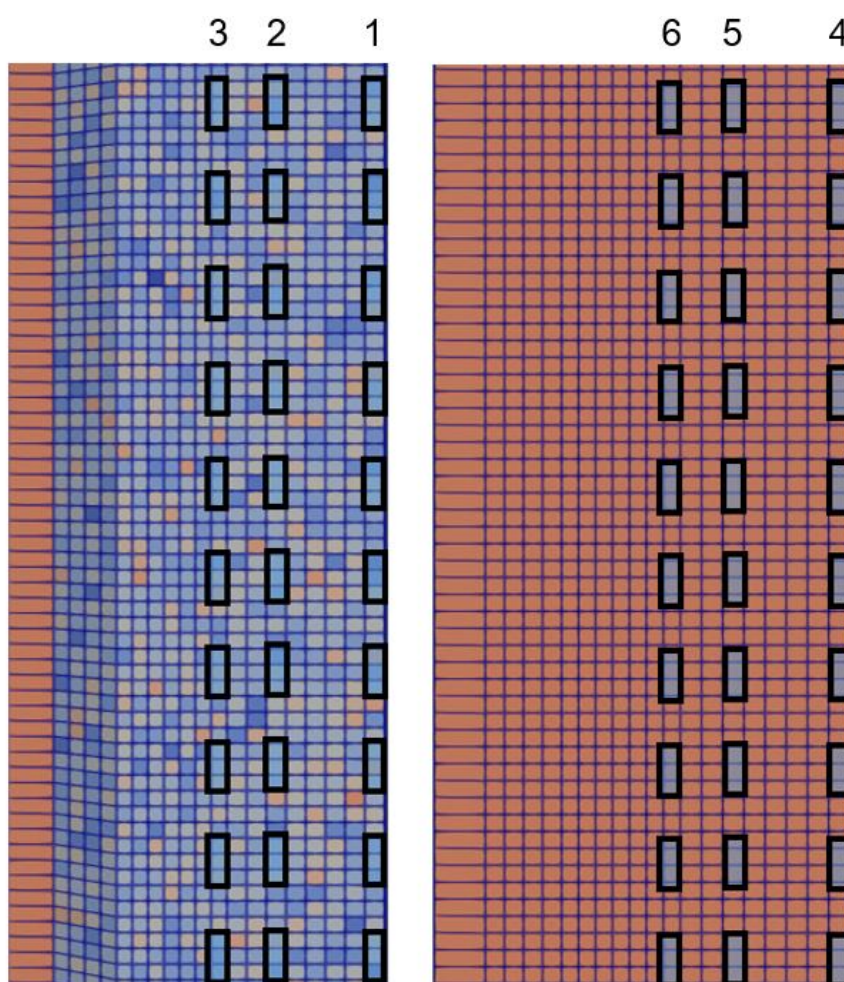


Figura 5. 2: Vista superior do topo da camada de balastro (esquerda) e do topo da camada de sub-balastro (direita) do posicionamento dos elementos de estudo no modelo.

Tabela 14: Tensão média e deviatórica máximas nos pontos 1, 2 e 3 para diferentes velocidades

| VEL<br>(m/s) | p MAX (MPa) |       |           |       |           |       | q MAX (MPa) |       |           |       |           |       |
|--------------|-------------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
|              | 1           |       | 2         |       | 3         |       | 1           |       | 2         |       | 3         |       |
|              | $\bar{x}$   | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$   | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    |
| 30           | 28,4        | 0,195 | 30,3      | 0,147 | 22,8      | 0,128 | 36,2        | 0,153 | 36,1      | 0,243 | 27,4      | 0,268 |
| 40           | 28,7        | 0,197 | 30,5      | 0,150 | 23,0      | 0,128 | 36,6        | 0,153 | 36,2      | 0,242 | 27,9      | 0,258 |
| 50           | 29,2        | 0,197 | 31,0      | 0,150 | 23,3      | 0,132 | 36,8        | 0,151 | 36,4      | 0,240 | 27,8      | 0,251 |
| 60           | 29,3        | 0,195 | 31,1      | 0,148 | 23,6      | 0,130 | 36,8        | 0,154 | 36,2      | 0,244 | 27,5      | 0,256 |
| 70           | 29,6        | 0,194 | 31,3      | 0,146 | 23,9      | 0,129 | 36,7        | 0,157 | 36,0      | 0,249 | 27,4      | 0,266 |

Tabela 15: Tensão vertical máxima e relação q/p nos pontos 1,2 e 3 para diferentes velocidades

| VEL<br>(m/s) | SIG3 MAX (MPa) |        |           |        |           |        | q/p       |       |           |       |           |       |
|--------------|----------------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
|              | 1              |        | 2         |        | 3         |        | 1         |       | 2         |       | 3         |       |
|              | $\bar{x}$      | cv     | $\bar{x}$ | cv     | $\bar{x}$ | cv     | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    |
| 30           | -44,1          | -0,185 | -44,7     | -0,126 | -33,5     | -0,104 | 1,343     | 0,284 | 1,248     | 0,331 | 1,225     | 0,323 |
| 40           | -44,5          | -0,186 | -44,9     | -0,129 | -33,8     | -0,107 | 1,337     | 0,284 | 1,237     | 0,331 | 1,227     | 0,323 |
| 50           | -45,1          | -0,187 | -45,4     | -0,130 | -34,1     | -0,113 | 1,327     | 0,284 | 1,230     | 0,333 | 1,227     | 0,316 |
| 60           | -45,1          | -0,187 | -45,4     | -0,127 | -34,1     | -0,111 | 1,323     | 0,285 | 1,219     | 0,335 | 1,205     | 0,319 |
| 70           | -45,2          | -0,186 | -45,4     | -0,127 | -34,1     | -0,108 | 1,307     | 0,286 | 1,203     | 0,338 | 1,179     | 0,327 |

Tabela 16: Tensão média e tensão deviatórica máximas nos pontos 4, 5 e 6 para diferentes velocidades

| VEL<br>(m/s) | p MAX     |       |           |       |           |       | q MAX     |       |           |       |           |       |
|--------------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
|              | 4         |       | 5         |       | 6         |       | 4         |       | 5         |       | 6         |       |
|              | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | Cv    |
| 30           | 17,6      | 0,034 | 23,3      | 0,038 | 21,2      | 0,034 | 27,0      | 0,083 | 29,9      | 0,089 | 23,3      | 0,074 |
| 40           | 17,7      | 0,035 | 23,4      | 0,039 | 21,2      | 0,035 | 27,5      | 0,081 | 30,4      | 0,089 | 23,8      | 0,086 |
| 50           | 17,9      | 0,035 | 23,8      | 0,041 | 21,6      | 0,035 | 27,8      | 0,084 | 30,8      | 0,092 | 24,1      | 0,084 |
| 60           | 18,0      | 0,036 | 23,9      | 0,041 | 21,7      | 0,035 | 27,9      | 0,082 | 30,7      | 0,088 | 24,1      | 0,078 |
| 70           | 18,1      | 0,036 | 24,1      | 0,041 | 22,0      | 0,037 | 28,0      | 0,080 | 30,8      | 0,085 | 24,2      | 0,071 |

Tabela 17: Tensão vertical máxima e relação q/p nos pontos 4,5 e 6 para diferentes velocidades

| VEL<br>(m/s) | SIG3 MAX  |        |           |        |           |        | q/p       |       |           |       |           |       |
|--------------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
|              | 4         |        | 5         |        | 6         |        | 4         |       | 5         |       | 6         |       |
|              | $\bar{x}$ | cv     | $\bar{x}$ | cv     | $\bar{x}$ | cv     | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    | $\bar{x}$ | cv    |
| 30           | -32,0     | -0,076 | -41,8     | -0,084 | -35,1     | -0,077 | 1,505     | 0,066 | 1,215     | 0,088 | 1,021     | 0,100 |
| 40           | -32,3     | -0,075 | -42,3     | -0,083 | -35,7     | -0,077 | 1,516     | 0,069 | 1,238     | 0,088 | 1,024     | 0,124 |
| 50           | -32,7     | -0,079 | -42,8     | -0,087 | -36,1     | -0,080 | 1,527     | 0,059 | 1,253     | 0,070 | 1,047     | 0,086 |
| 60           | -32,8     | -0,078 | -42,8     | -0,086 | -36,1     | -0,080 | 1,518     | 0,063 | 1,244     | 0,070 | 1,035     | 0,087 |
| 70           | -32,9     | -0,078 | -43,0     | -0,087 | -36,2     | -0,081 | 1,511     | 0,060 | 1,227     | 0,073 | 1,019     | 0,080 |

## 5.1 INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA VELOCIDADE NA RESPOSTA ESTRUTURAL DO SISTEMA VEÍCULO-VIA

### 5.1.1 DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL PARA DISTINTAS VELOCIDADES

A Figura 5.3 apresenta o deslocamento vertical do carril ao longo do eixo longitudinal num elemento do carril localizado em  $x = 0$ . É possível observar que os valores dos deslocamentos do carril são quase idênticos, o que é expectável uma vez que os modelos apresentam a mesma geometria e as mesmas propriedades (com a mesma variabilidade do módulo de Young), sendo o valor máximo de cerca de 0,55 mm. Note-se que, o deslocamento vertical inicial do carril é de cerca de -0.45 mm, que corresponde à deformada devido às cargas geoestáticas. A Figura 5.4 mostra em detalhe o pico dos gráficos; pode-se observar que com o aumento da velocidade de passagem do veículo o valor máximo do deslocamento aumenta ligeiramente.

Recorda-se que também foi aplicado um filtro passa-baixo do tipo Butterworth aos resultados apresentados neste capítulo (com frequência de corte igual a 160 Hz), para melhorar a compreensão dos resultados

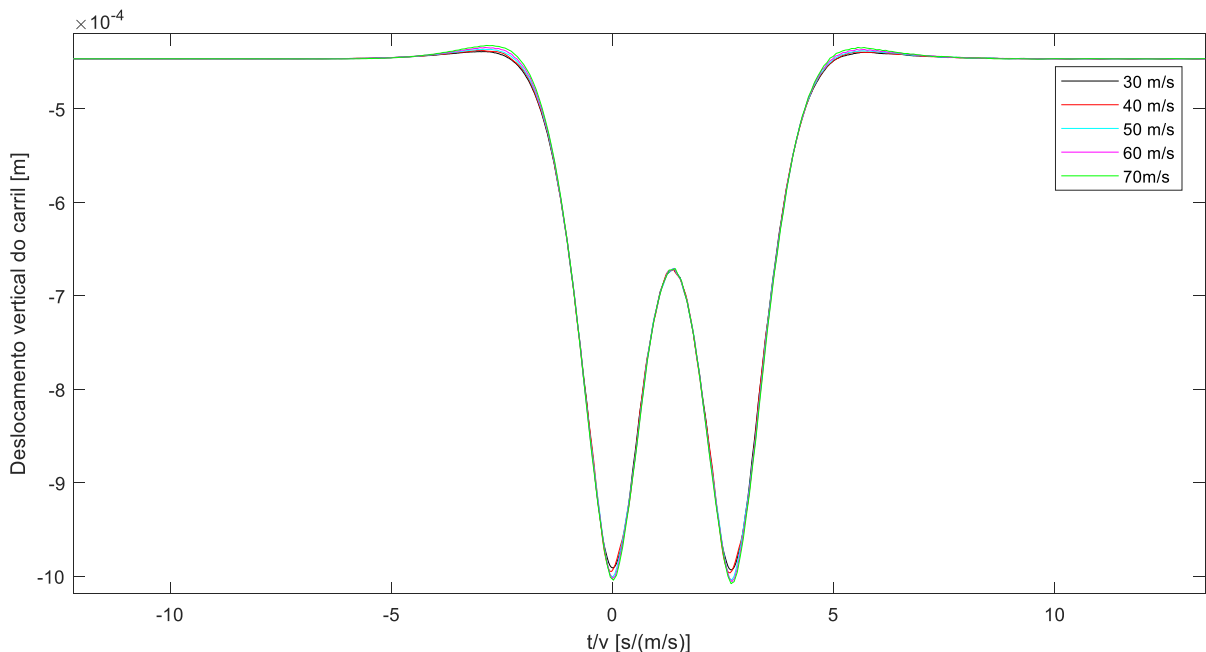


Figura 5. 3: Deslocamento vertical do carril num elemento localizado próximo do centro do eixo longitudinal (registos temporais normalizados em relação à velocidade)

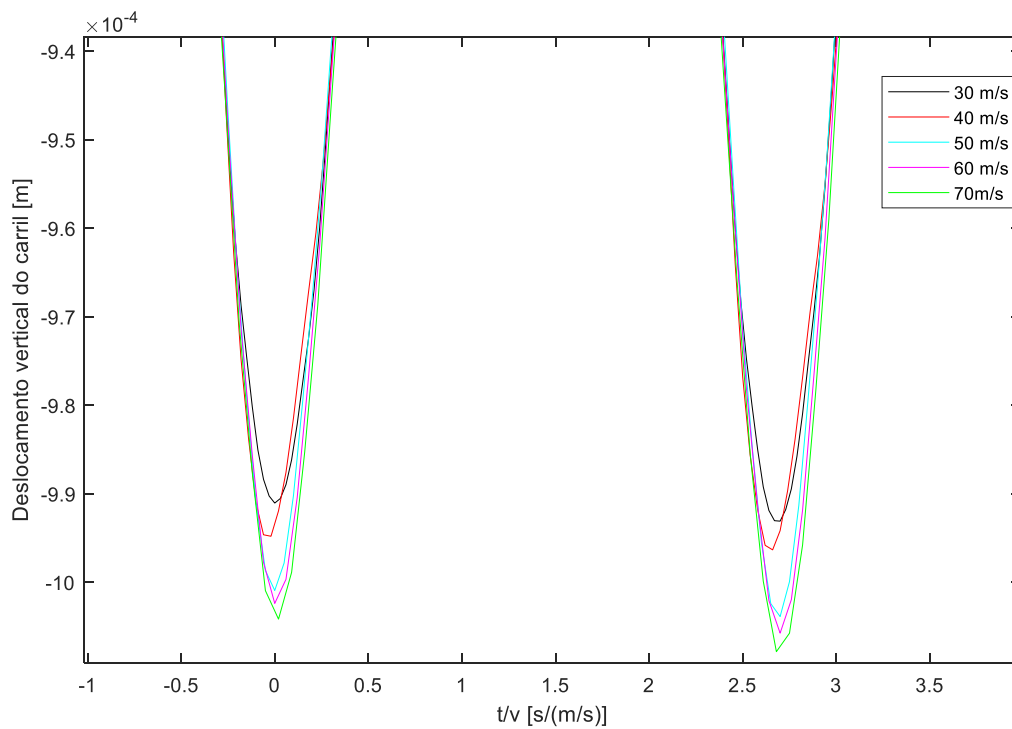


Figura 5. 4: Detalhe do deslocamento vertical do carril num dado elemento (registos temporais normalizados em relação à velocidade)

### 5.1.2 FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL PARA DISTINTAS VELOCIDADES

A Figura 5.5 apresenta a força de interação entre a roda e o carril ao longo do eixo longitudinal, para os diferentes modelos em estudo no presente subcapítulo. Para melhor compreensão, a Figura 5.6 apresenta a força de interação roda-carril num dado intervalo do eixo longitudinal. Pode-se observar que o modelo com velocidade de passagem de 40 m/s apresenta maiores componentes dinâmicas da força de interação roda-carril, o que se deve ao facto de o veículo circular próximo da velocidade que provoca a excitação numa frequência de ressonância do sistema veículo-via.

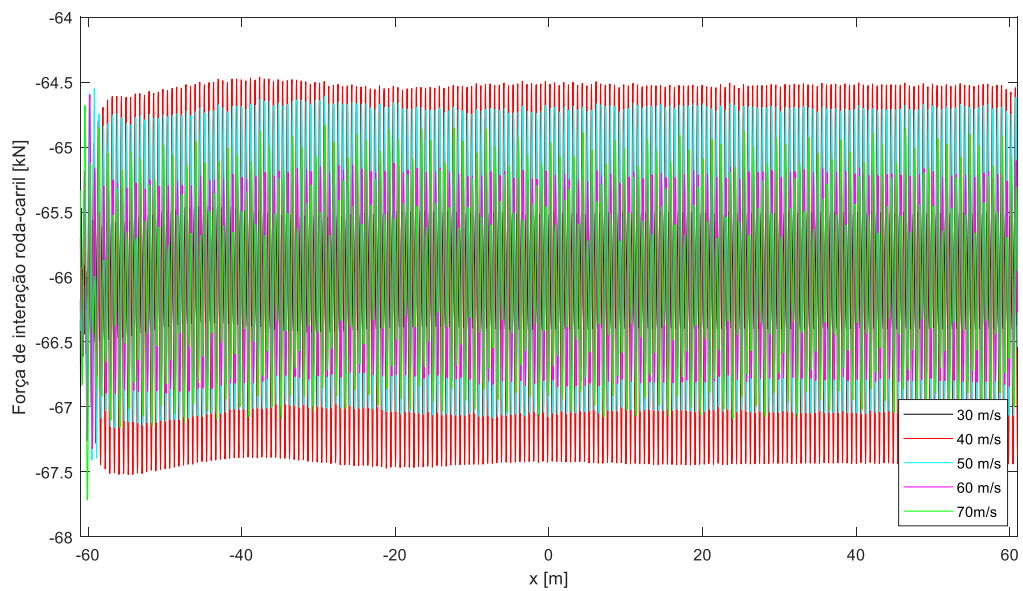


Figura 5. 5: Força de interação roda-carril ao longo do eixo longitudinal

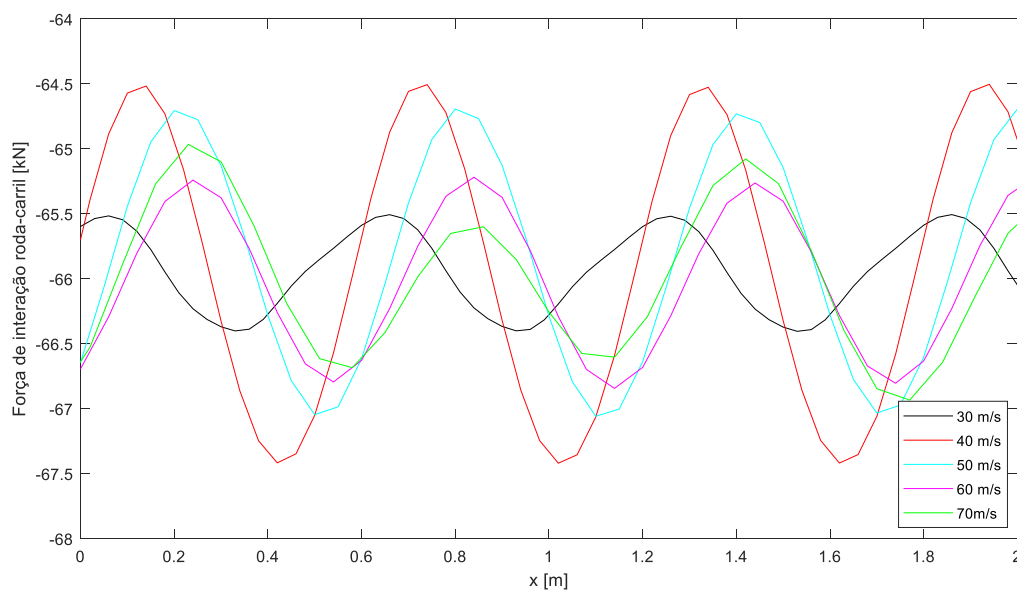


Figura 5. 6: Detalhe da força de interação roda-carril num intervalo de x para as velocidades em estudo

### 5.1.3 ACELERAÇÃO VERTICAL NA TRAVESSA PARA DISTINTAS VELOCIDADES

A Figura 5.7 mostra o pico da aceleração vertical por travessa dos modelos em estudo no presente subcapítulo. É possível observar que o módulo da aceleração de pico nas travessas aumenta com o aumento da velocidade de passagem do veículo.

Na Figura 5.8 apresenta-se a variação do pico da aceleração vertical por travessa em relação ao modelo com velocidade de passagem de 30 m/s. Da análise da Tabela 18 conclui-se que para o modelo com velocidade de passagem igual a 70 m/s houve um aumento de, em média, 463% nos picos da aceleração vertical.

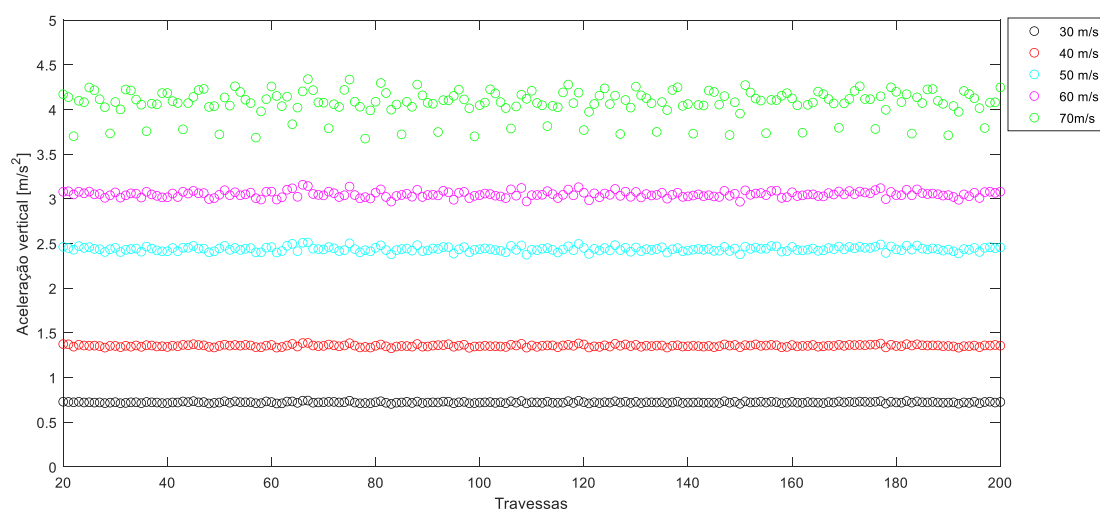


Figura 5. 7: Aceleração vertical de pico por travessa para diferentes velocidades de passagem

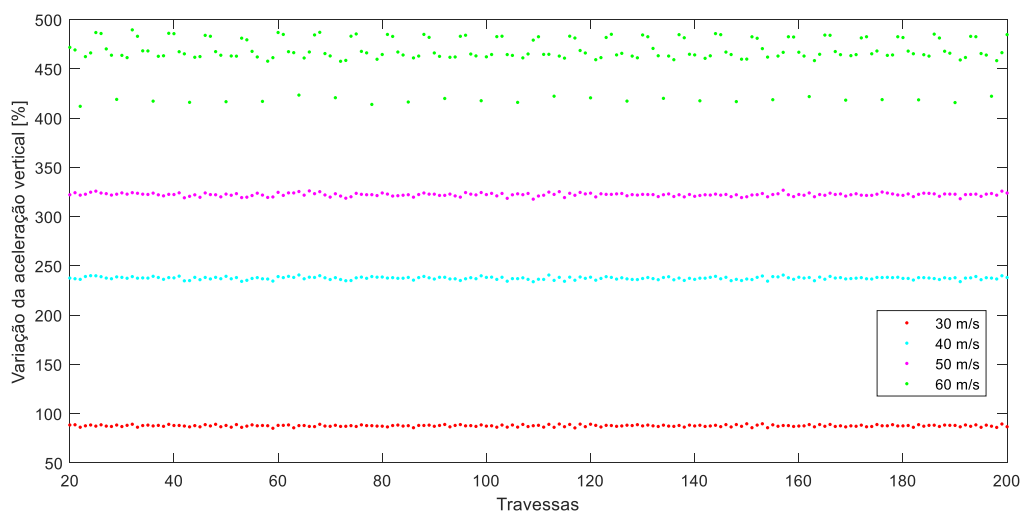


Figura 5. 8: Variação do pico da aceleração vertical por travessa para diferentes velocidades de passagem

Tabela 18: Média e coeficiente de variação da variação do pico da aceleração vertical para diferentes velocidades

| FATOR     | 40 m/s | 50 m/s  | 60 m/s | 70 m/s |
|-----------|--------|---------|--------|--------|
| $\bar{x}$ | 87,67  | 237,472 | 322,3  | 463,00 |
| $C_v$     | 0,011  | 0,006   | 0,005  | 0,044  |

Note-se que os valores de pico utilizados para gerar a Figura 5.7 foram obtidos a partir da identificação dos valores de pico de gráficos como os da Figura 5.9, após a aplicação do filtro passa-baixo do tipo Butterworth com frequência de corte igual a 160 Hz e ordem  $n = 7$ . Esta análise foi feita para todas as travessas e para todas as velocidades.

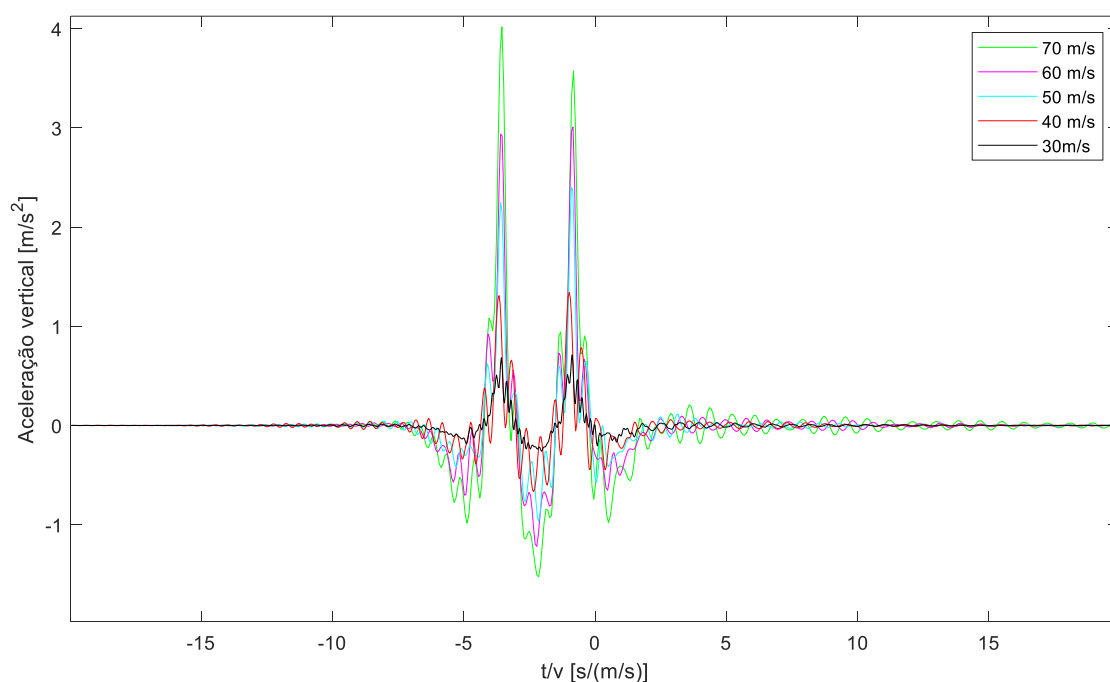


Figura 5. 9: Aceleração vertical de uma travessa em  $x=0$  m? para velocidades de passagem diferentes (registros temporais normalizados em relação à velocidade)

#### 5.1.4 FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO PARA DISTINTAS VELOCIDADES

A Figura 5.10 apresenta a força de interação travessa-balastro de pico, por travessa, na zona de estudo para modelos com geometria e propriedades idênticas (com a mesma variabilidade do módulo de Young dos elementos da camada de balastro), porém sujeitos à passagem do veículo a diferentes velocidades, de 30 a 70 m/s.

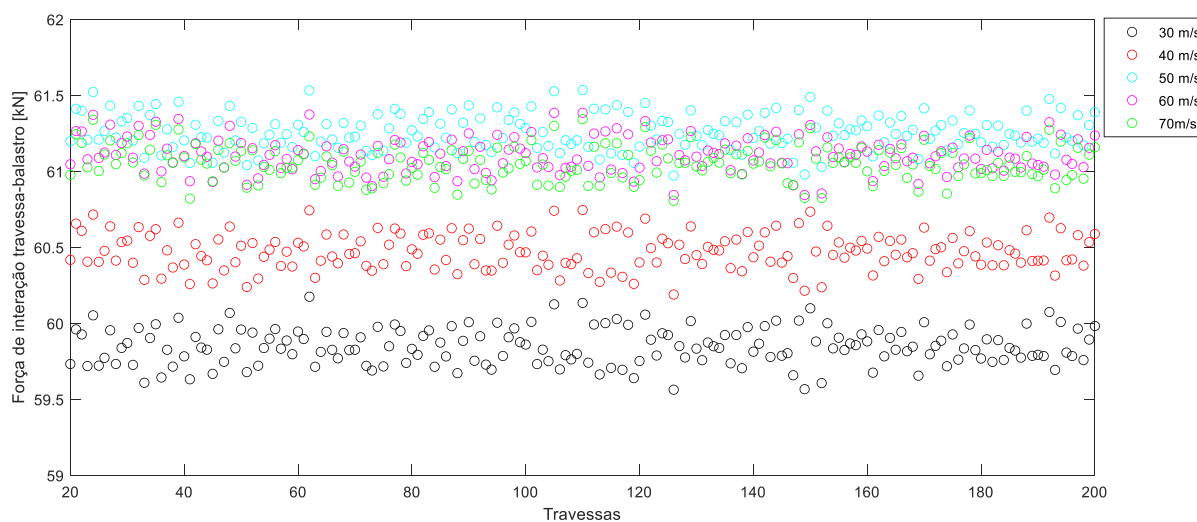


Figura 5. 10: Força de interação travessa-balastro por travessa para as velocidades em estudo

A Figura 5.11 mostra a variação, em percentagem, da força de interação travessa-balastro por travessa em relação ao modelo com velocidade de passagem de 30m/s. Na figura identifica-se uma ligeira perturbação dos valores nas primeiras travessas que se deve provavelmente ao efeito residual do arranque do veículo no modelo. Com o auxílio da Tabela 19 conclui-se que a situação mais gravosa, no que diz respeito à força de interação travessa-balastro, ocorre no modelo com velocidade de passagem de 50 m/s, onde em média é 2,3% maior que no modelo com velocidade de passagem de 30 m/s, enquanto o modelo com maior velocidade de passagem de 70 m/s tem, em média, valores da força de interação travessa-balastro apenas 1,9% superiores aos do mesmo modelo de referência.

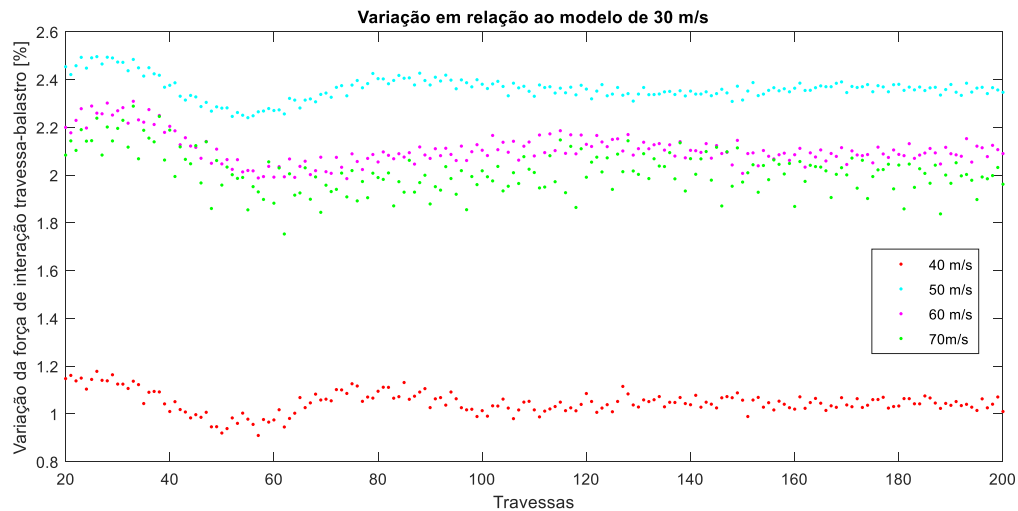


Figura 5. 11: Variação da força de interação travessa-balastro por travessa em relação ao modelo de 30 m/s

Tabela 19: Média e coeficiente de variação da variação da força de interação travessa-balastro em relação ao modelo com velocidade de passagem de 30 m/s

| FATOR     | 40 m/s | 50 m/s | 60 m/s | 70 m/s |
|-----------|--------|--------|--------|--------|
| $\bar{x}$ | 0,94   | 2,31   | 2,08   | 1,88   |
| Cv        | 0,40   | 0,23   | 0,28   | 0,48   |

A Figura 5.12 apresenta histogramas com as distribuições da força de interação travessa-balastro em todos os modelos. Como se observa, todos os modelos apresentam uma distribuição próxima da normal. Para comparação, apresentam-se a traço contínuo as curvas teóricas de distribuição normal com o mesmo valor médio e de desvio padrão. De acordo com o referido acima, o modelo de velocidade igual a 50 m/s apresenta-se mais à direita no gráfico, o que quer dizer que assume forças maiores. É possível observar que do modelo de 30 m/s até ao modelo de 50 m/s há um aumento do valor médio da força de interação travessa-balastro; a partir do modelo de 50 m/s começa a decrescer. Esta evolução poderá dever-se a algum fenómeno de ressonância que amplifica a resposta do sistema veículo-via.

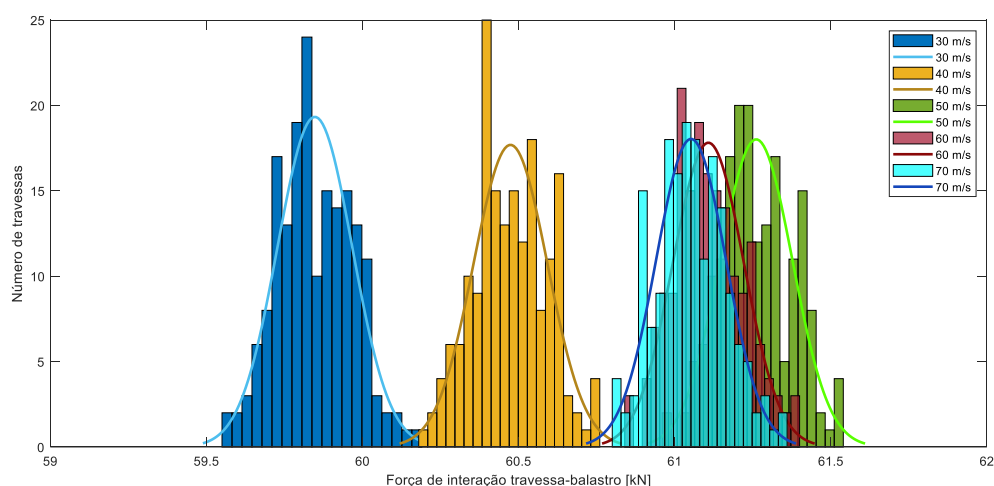


Figura 5. 12: Histograma da distribuição da força de interação travessa-balastro para as velocidades em estudo

Tabela 20: Média e coeficiente de variação da força de interação travessa-balastro para modelos com diferentes velocidades de passagem

| FATOR     | 30 m/s | 40 m/s | 50 m/s | 60 m/s | 70 m/s |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\bar{x}$ | 59,85  | 60,47  | 61,26  | 61,11  | 61,05  |
| Cv        | 0,002  | 0,002  | 0,002  | 0,002  | 0,002  |

## 5.2 INFLUÊNCIA CONJUNTA DA VELOCIDADE DE CIRCULAÇÃO E DA VARIABILIDADE ESTOCÁSTICA DO MÓDULO DE YOUNG DO BALASTRO

### 5.2.1 IDENTIFICAÇÃO DE FENÔMENOS DE RESSONÂNCIA

Com o objetivo de analisar a influência da velocidade na resposta do sistema veículo-via e com intuito de estimar qual a gama de velocidades que amplifica a reposta dinâmica, em particular fenômenos de ressonância, foi realizado um estudo paramétrico recorrendo a diversos modelos de menor dimensão (31 travessas). Nesse estudo, fez-se igualmente variar a velocidade do veículo entre 30 e 70 m/s, mas utilizando incrementos de velocidade menores e foram estudados os valores de pico da força de interação roda-carril e do deslocamento máximo.

Na Figura 5.13 é possível observar que o deslocamento vertical de pico do veículo (eixo dianteiro) tem um máximo no modelo com velocidade de cerca de 42 m/s; a partir da velocidade de 55 m/s, começa a aumentar de novo. É de notar que os valores apresentados contemplam uma parcela relativa ao deslocamento vertical inicial do carril de cerca de -0.45 mm, que corresponde à deformada devido às cargas geoestáticas.

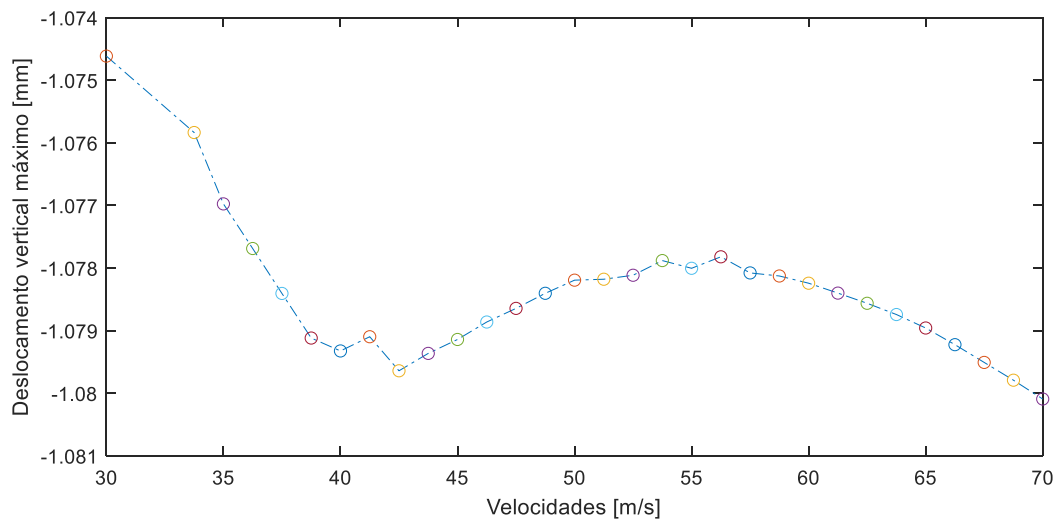


Figura 5. 13: Deslocamento vertical máximo do eixo dianteiro para diferentes velocidades

Observa-se na Figura 5.14 que o modelo apresenta maior amplificação da parcela dinâmica da força de interação roda-carril nas velocidades entre 41 e 42,5 m/s.

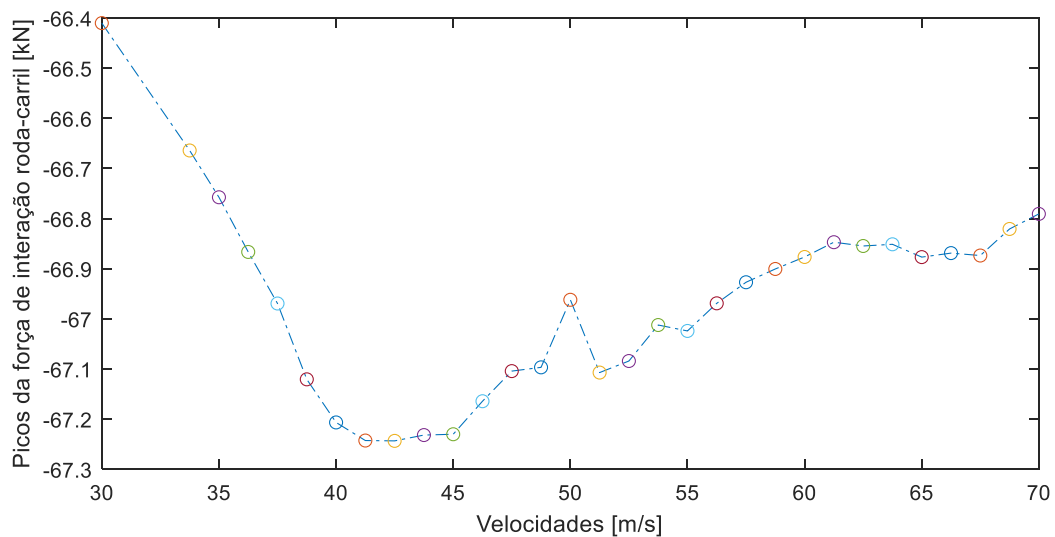


Figura 5. 14: Picos da força de interação roda-carril para diferentes velocidades

## 5.2.2 DESLOCAMENTO VERTICAL DO CARRIL

A Figura 5.15 apresenta os deslocamentos verticais do carril ao longo do eixo longitudinal de um elemento localizado em  $x = 0$ . A Figura 5.16 apresenta em detalhe os valores máximos dos deslocamentos apresentados na Figura 5.15. Observa-se que em ambas as velocidades o comportamento no que diz respeito ao deslocamento vertical do carril é semelhante.

A análise em detalhe permite verificar que, aparentemente, a introdução da variabilidade no módulo de Young dos elementos que constituem a camada de balastro não afeta o fenómeno de amplificação, na medida em que, para a mesma velocidade, os registos se mantêm praticamente idênticos.

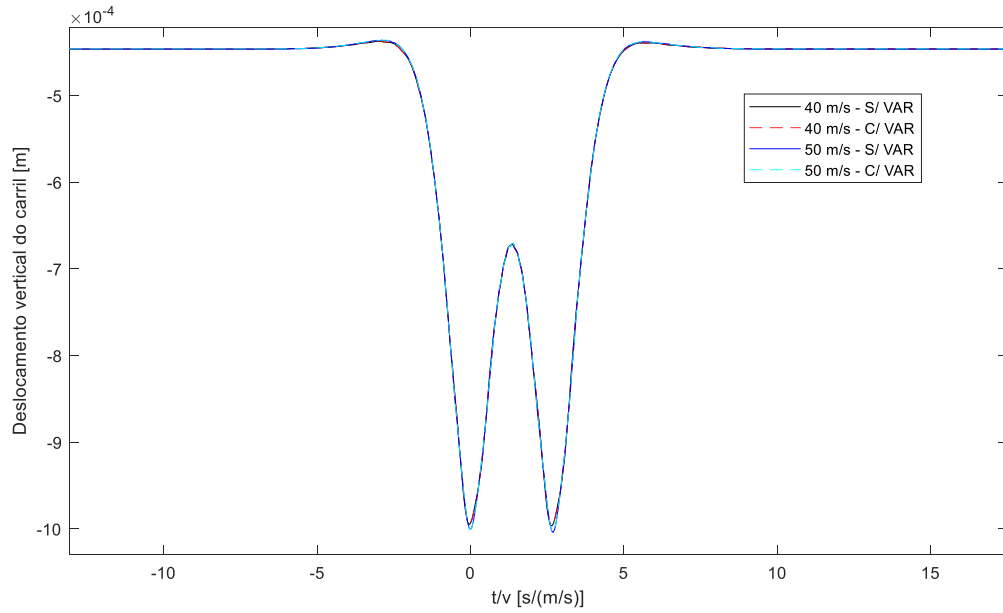


Figura 5. 15: Deslocamento vertical do carril em um elemento localizado em  $x = 0$  ao longo do tempo (registos temporais normalizados em relação à velocidade)

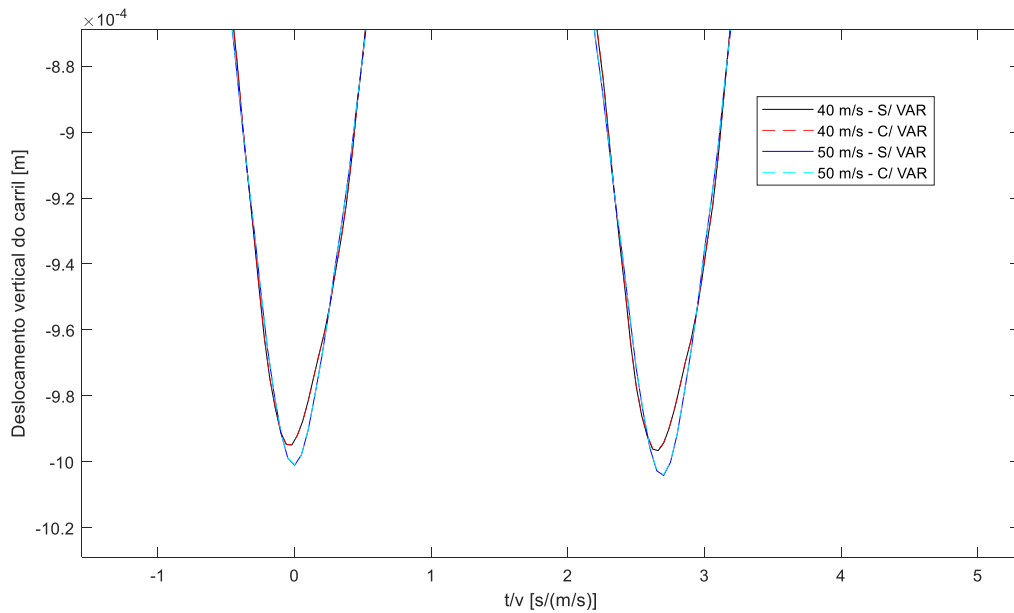


Figura 5. 16: Detalhe do deslocamento vertical do carril em um elemento localizado em  $x = 0$  (registos temporais normalizados em relação à velocidade)

### 5.2.3 FORÇA DE INTERAÇÃO RODA-CARRIL

A Figura 5.17 apresenta a força de interação roda-carril num intervalo do eixo longitudinal para os modelos em estudo no subcapítulo. Pode-se observar que não há diferenças entre os modelos. Portanto, a introdução da variabilidade no módulo de Young dos elementos que constituem a camada de balastro não afeta o fenómeno de amplificação, na medida em que, para a mesma velocidade, os registos da força de interação roda-carril se mantêm praticamente idênticos.

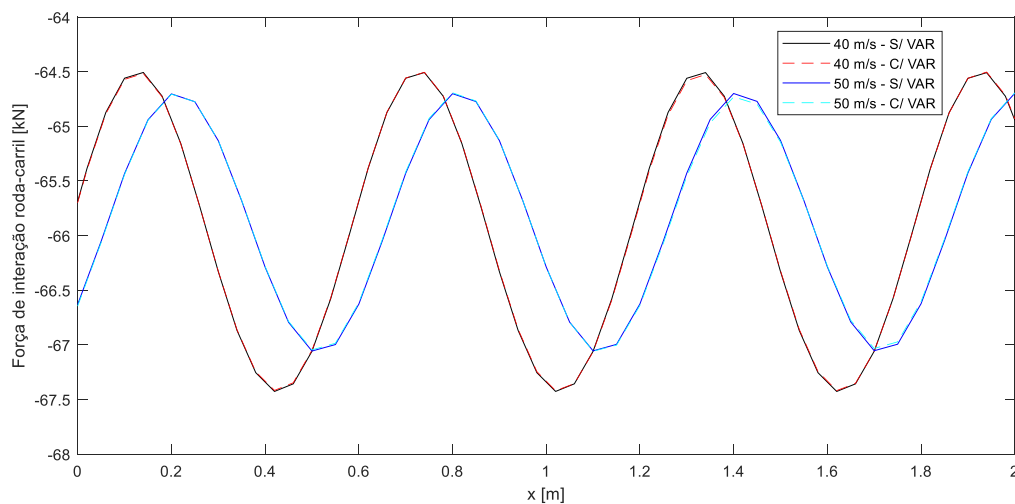


Figura 5. 17: Força de interação roda-carril num intervalo de x para modelos com e sem variação do módulo de Young para velocidades diferentes

#### 5.2.4 ACELERAÇÃO VERTICAL NA TRAVESSA

A Figura 5.18 apresenta o pico da aceleração vertical por travessa para os modelos em estudo no presente subcapítulo. Observa-se que o modelo de velocidade de 50 m/s apresenta um pouco mais de dispersão dos dados do que o modelo de 40 m/s. Isso pode ser observado melhor na Figura 5.19 e na Tabela 21 onde o modelo de 50 m/s apresenta um intervalo de variação entre -2,5 e 3,5%, com média de 0,17%, enquanto o modelo de 40 m/s apresenta um intervalo de variação entre -1,5 e 3%, com média de 0,62%.

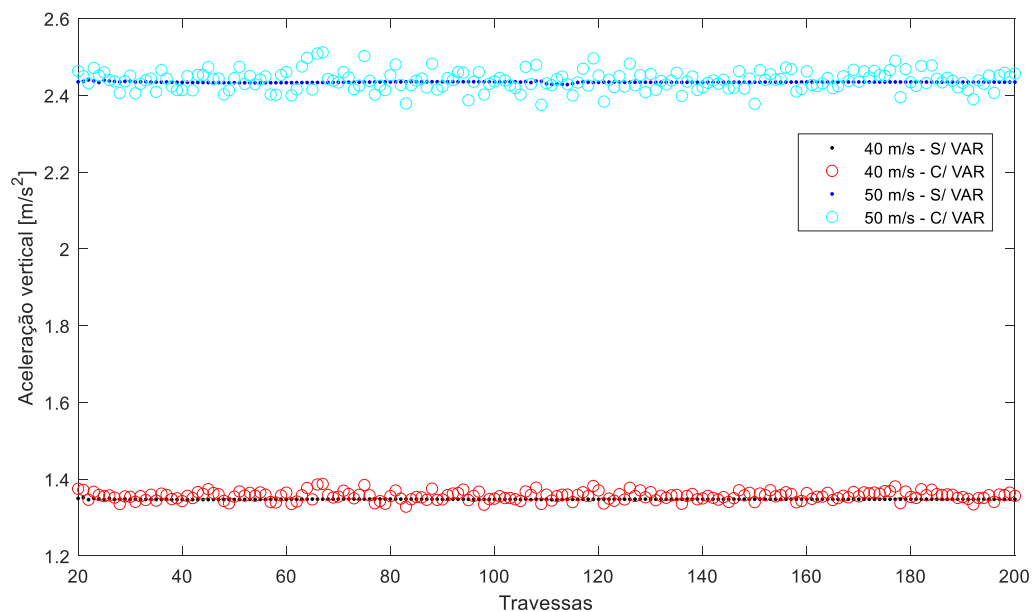


Figura 5. 18: Aceleração vertical máxima por travessa para modelos com e sem variação do módulo de Young para velocidades diferentes

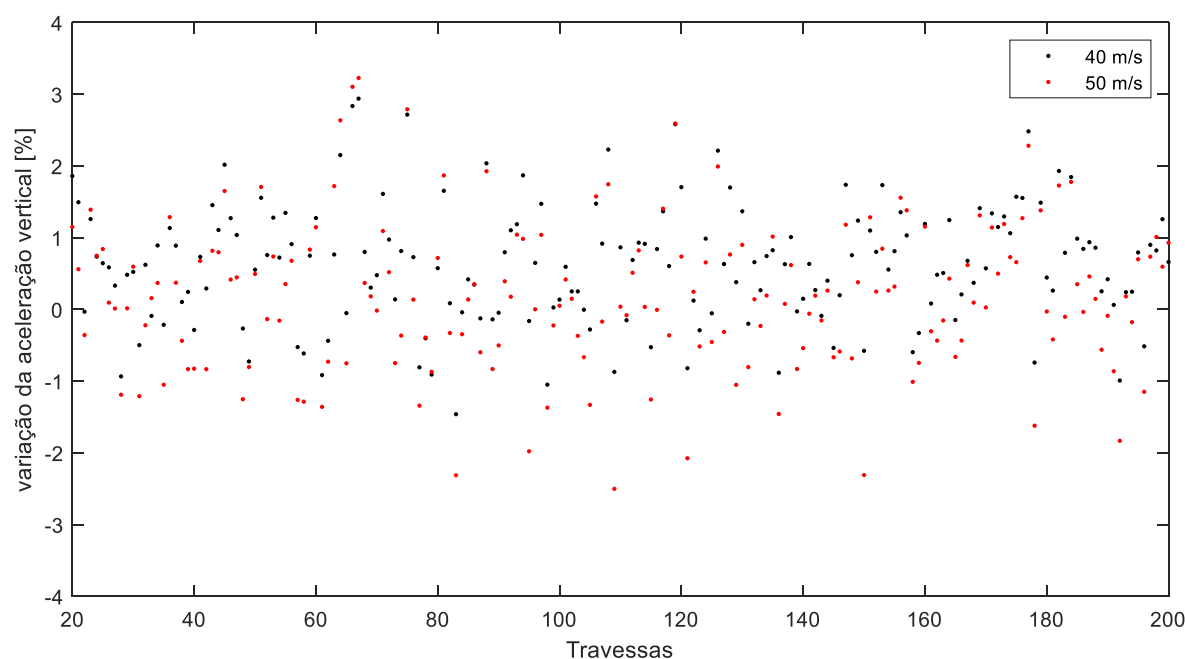


Figura 5. 19: Variação da aceleração vertical máxima por travessa entre modelos com e sem variação do módulo de Young para velocidades diferentes

Tabela 21: Média e coeficiente de variação da variação da aceleração vertical para os modelos com e sem variação com velocidades de 40 e 50m/s

| MODELO | $\bar{x}$ | $C_v$ |
|--------|-----------|-------|
| 40 m/s | 0,62      | 1.34  |
| 50 m/s | 0,17      | 6.06  |

### 5.2.5 FORÇA DE INTERAÇÃO TRAVESSA-BALASTRO

A Figura 5.20 mostra os valores da força de interação travessa-balastro por travessa, para 4 modelos de cenários referentes a com e sem a variação do módulo de Young para duas velocidades diferentes, sendo uma delas no intervalo de velocidade que amplifica a resposta dinâmica, calculadas no estudo paramétrico descrito no início do presente subcapítulo. A Figura 5.21 juntamente com a Tabela 22 apresentam a variação da força de interação travessa-balastro e permitem concluir que o comportamento dos modelos no que diz respeito a este parâmetro é semelhante.

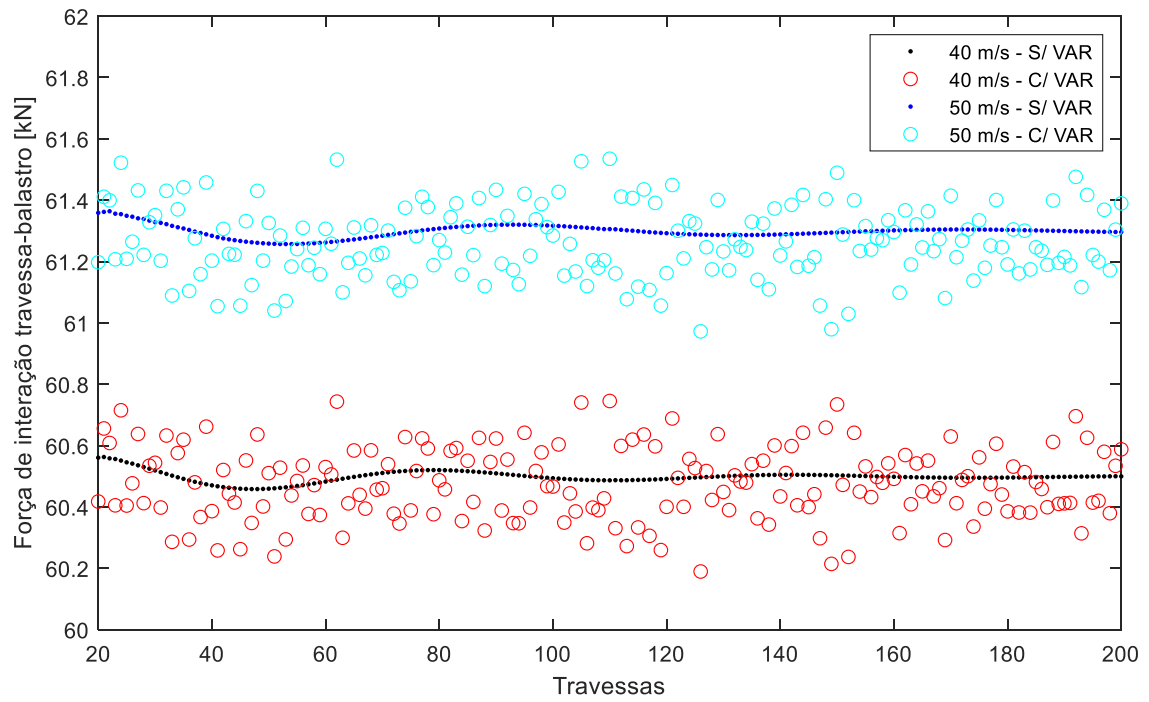


Figura 5. 20: Força de interação travessa-balastro por travessa para modelos com e sem variação do módulo de Young para velocidades diferentes

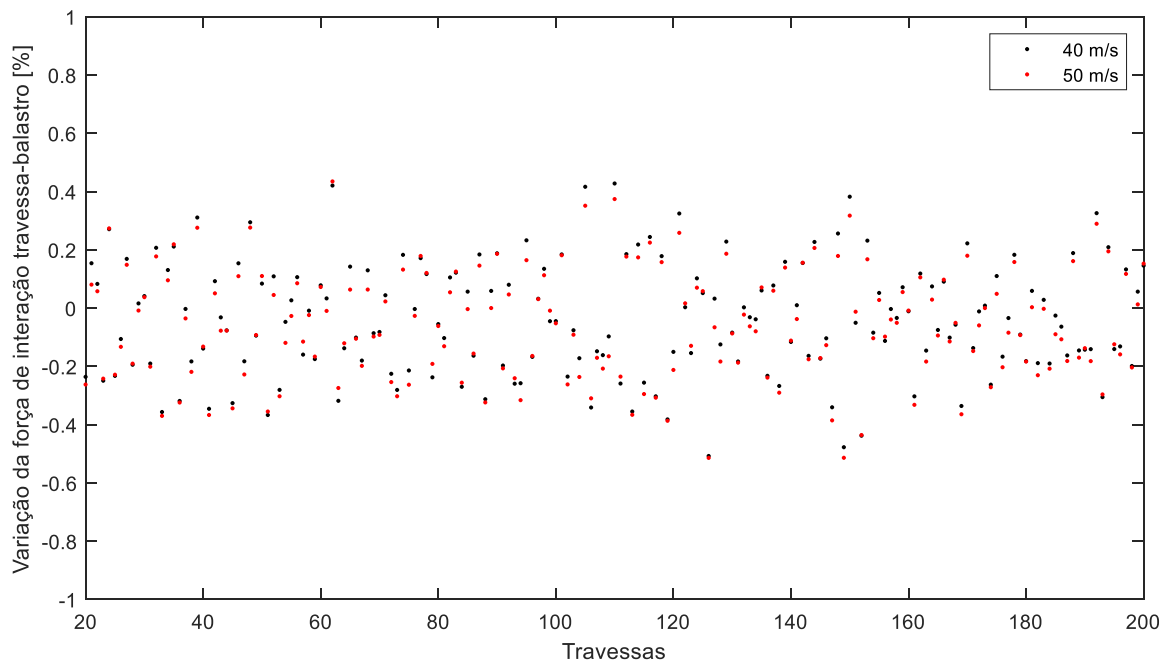


Figura 5. 21: Variação da força de interação travessa-balastro por travessa entre modelos com e sem variação do módulo de Young para velocidades diferentes

Tabela 22: Média coeficiente de variação da variação da força de interação travessa-balastro entre os modelos de 40 e 50 m/s, com e sem variabilidade das propriedades

| MODELO | $\bar{x}$ | $C_v$ | MÁX.  | MÍN.   |
|--------|-----------|-------|-------|--------|
| 40 m/s | -0,04     | 4,82  | 0,428 | -0,508 |
| 50 m/s | -0,06     | 3,10  | 0,435 | -0,514 |

A Figura 5.22 apresenta histogramas com as distribuições da força de interação travessa-balastro em todos os modelos. Para comparação, apresentam-se as curvas teóricas de distribuição normal com o mesmo valor médio e desvio padrão, que são apresentados na Tabela 23.

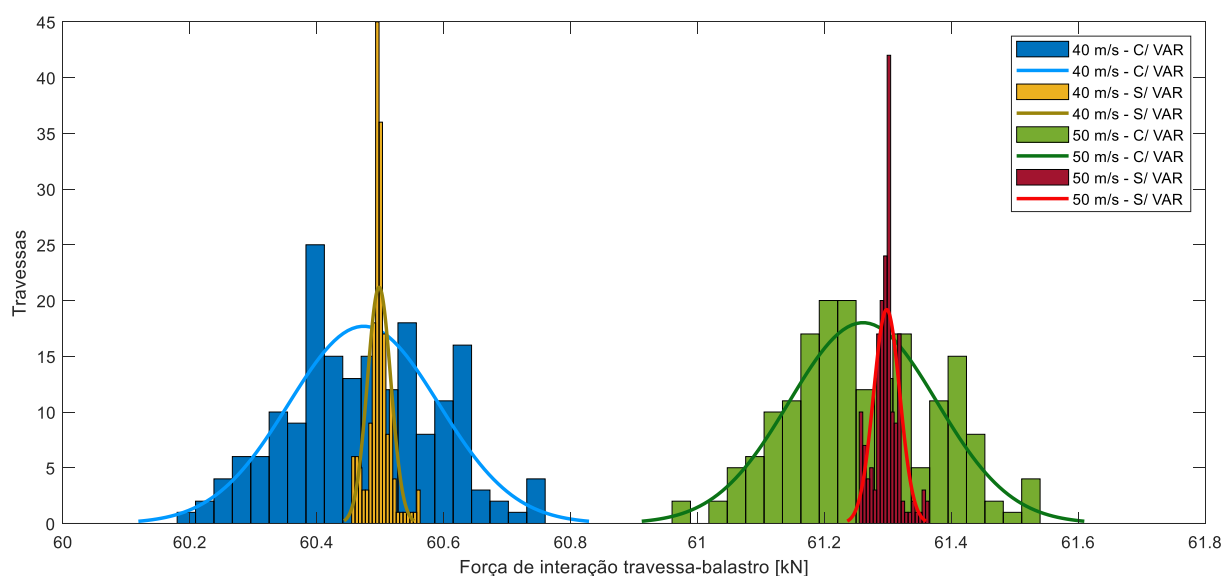


Figura 5. 22: Distribuição dos valores da força de interação travessa-balastro

Tabela 23: Média e coeficiente de variação da distribuição da força de interação travessa-balastro

| PARAMETRO | 40 S/ VAR          | 40 C/ VAR | 50 S/ VAR            | 50 C/ VAR |
|-----------|--------------------|-----------|----------------------|-----------|
| $\bar{x}$ | 60,50              | 60,47     | 61,30                | 61,26     |
| $C_v$     | $3 \times 10^{-5}$ | 0,002     | $3,4 \times 10^{-4}$ | 0,002     |

### 6.1 CONCLUSÕES

O comportamento estrutural da via-férrea balastrada é relativamente complexo. Ao longo dos anos esse sistema e os componentes que o constituem têm sido estudados com recursos diversos. Atualmente, devido à evolução tecnológica e aos custos associados cada vez mais baixos, os modelos numéricos são uma das mais eficientes ferramentas para abordagem do tema.

Neste trabalho foi implementada, num programa de cálculo estrutural existente, uma nova funcionalidade para a análise dinâmica da via-férrea, no que se refere à consideração das propriedades resilientes do balastro com uma abordagem estocástica. Esta permite avaliar os efeitos dessas variações no que diz respeito a diversos parâmetros relativos ao comportamento da via-férrea, nomeadamente, deslocamentos, forças de interação roda-carril e travessa balastro, tensões nas camadas de apoio da via e acelerações nos diversos componentes da via. Com esta abordagem numérica, com a variação estocástica das propriedades dos elementos do balastro, foi possível conhecer em detalhe a sua influência no comportamento estrutural do sistema via-veículo e das camadas de apoio.

A partir do modelo foi possível concluir que a variação estocástica do módulo de Young da camada de balastro que foi considerada (valor médio de 130 MPa e desvio padrão de 20 MPa) tem pouco ou nenhum efeito no que diz respeito à resposta global do sistema, em particular do deslocamento vertical do carril. Também é possível concluir que a variação do módulo de Young do balastro tem pouco efeito no que diz respeito a força de interação entre a roda e o carril.

Foi também realizado um estudo paramétrico sobre a influência de diferentes velocidades com o modelo estocástico de comportamento do balastro. Foi possível concluir que os três parâmetros dos estudos têm fatores com pesos diferentes nos seus valores. Para o modelo gerado, foi possível observar que, no que diz respeito a interação travessa-balastro, as travessas do modelo em que o veículo circulou a 50 m/s (180 km/h) sofreram forças em média 2,31% maiores que as travessas do modelo em que o veículo circulou a 30 m/s (108 km/h). Já no que diz respeito à força de interação entre a roda e o carril, o modelo com passagem a 40 m/s (144 km/h) sofreu maiores valores da componente dinâmica, possivelmente em resultado de essa velocidade excitar o sistema veículo-via numa frequência de ressonância. No que diz respeito à aceleração vertical, foi possível concluir que quanto maior a velocidade de circulação, maior a aceleração vertical. O modelo com velocidade de passagem de 70 m/s apresentou, em média, acelerações verticais 463% maiores que o modelo com velocidade de passagem de 30 m/s.

Foi ainda realizado um estudo para avaliar a influência da introdução da variabilidade no módulo de Young dos elementos que constituem a camada de balastro na atenuação de fenómenos de ressonância. Foi possível concluir que essa variabilidade estocástica tem pouco ou nenhum efeito nos efeitos de ressonância.

## 6.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O modelo estocástico gerado na presente dissertação permite desenvolver estudos com o objetivo de perceber a influência da variabilidade estocástica de outros fatores do sistema. Para complementar o presente trabalho e ter melhor entendimento de como essas variações afetam a resposta do sistema veículo-via sugere-se:

- Desenvolvimento e avaliação de modelos com a variação introduzida em outros parâmetros mecânicos como por exemplo na densidade e no coeficiente de Poisson;
- Desenvolvimento e avaliação de modelos com a variação aplicada a diferentes camadas, como por exemplo no solo de fundação;
- Desenvolvimento de modelos que combinem a variação estocástica com outros tipos de modelo de comportamento de materiais granulares, como por exemplo o modelo K- $\theta$  ([Brown; Pell; 1967](#)), para obter uma aproximação mais próxima da realidade do comportamento desses materiais e da sua variabilidade espacial resultante dos diferentes estados dos materiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adegoke, C. W., Chang, C. S., Selig, E. T. (1979). *Study of analytical models for track support systems*. Transportation Research Record, 733:12–19.
- Alves, J. (2010). *Avaliação de dimensionamento da subestrutura ferroviária de linhas de alta velocidade*. Master's thesis, Universidade Técnica de Lisboa.
- Banerjee, P. K., Butterfield, R. (1981). *Boundary element methods in engineering science*. McGraw-Hill Book Co. (UK), 1981. ISBN 9780070841208.
- Banimahd, M. (2008). *Advanced finite element modelling of coupled train-track systems: a geotechnical perspective*. PhD thesis, Edinburgh Heriot-Watt University.
- Bathe, K. J. (1996). *Finite Element Procedures*. Prentice Hall. ISBN 9780133014587.
- Belotserkovskiy, PM. (1996). *On the oscillation of infinite periodic beams subjected to a moving concentrated force*. Journal of Sound and Vibration 193(3): 705–712.
- Belytschko, T. (1976). *A survey of numerical methods and computer programs for dynamic structural analysis*. Nuclear Engineering and Design. Vol. 37. n.º 1. p. 23-34. doi:10.1016/0029-5493(76)90050-9.
- Berggren, E. (2005). *Dynamic track stiffness measurement: a new tool for condition monitoring of track substructure*. Journal of Sound and Vibration.
- Berggren, E. (2009). *Railway track stiffness: dynamic measurements and evaluation for efficient maintenance*. KTH Instituto Real de Tecnologia, Estolcomo.
- Bhatti, M. A. (2006). *Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures: With Mathematica and MATLAB Computations*. Wiley. ISBN 9780471648079.
- Boyce, J.R. (1980). *A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading*. In: Proceedings of the International Symposium on Soil Under Cyclic and Transient Loading. Swansea, A. A. Balkema: Rotterdam, Netherlands, p. 285- 294.
- Briaud, J., James, R. W., Hoffman, S. B. (1997). *Settlement of Bridge Approaches*. Transportation Research Board, (Washington, D.C), 1997. ISBN 0309060079, 9780309060073.
- Brown, S. F., Pell, P. S. (1967). *An experimental investigation of the stresses, strains, strains and deflections in a layered pavement structure subjected to dynamic loads*. Proceedings of the 2nd International Conference on Structural Design of Asphalt Pavements, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA, pp.487-504.
- Burmister, D (1945). *The general Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems*. Journal of Applied Physics. DO - 10.1063/1.1707558.
- Chang, C. S., Adegoke, C. W., Selig, E. T. (1980). *Geotrack model for railroad track performance*. Journal of the Geotechnical Engineering, ASCE, 106:1201–1218.
- Chopra, A. (1995). *Dynamics of Structures : Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1995. ISBN 0-13-855214-2.
- Clough, R. W., Penzien, J. (1975). *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill College; Subsequent edition (January 1, 1975). Nova York.

- Clough, R. W., Penzien, J. (1993). *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill. ISBN 9780071132411.
- Coelho, B., Hölscher, P., Priest, J., Barends, F.B.J., Powrie, W. (2011). *An assessment of transition zone performance*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Pt.F. Journal of Rail and Rapid Transit, 225(2):129–139.
- Correia, B. (2015). *Resposta dinâmica do Sistema veículo-via férrea em zonas de variação das condições de suporte da via*. Master thesis, Universidade Nova de Lisboa.
- Costa D’Aguiar, S., Arlaud, E., Potvin, R., Laurans, E., Funfschilling, C. (2014). *Railway transition zones: A case history from ballasted to ballastless track*. The International Journal of Railway Technology, 3(1), 2014.
- Costa, P. A. (2011). *Vibrações do sistema via-macizo induzidas por tráfego ferroviário. Modelação numérica e validação experimental*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Cunha, J. P. (2013). *Modelling of ballasted railway tracks for high-speed trains*. PhD thesis, Universidade do Minho, Minho.
- Delgado, B. (2019). *Geomecânica de um agregado siderúrgico inerte como material alternativo para lastro de vias férreas do tipo heavy haul*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto.
- Ebersöhn, W. (1995). *Substructure influence on track maintenance requirements*. Ph.D. Thesis. University of Massachusetts, Amherst, USA.
- Esveld, C. (2001). *Modern Railway Track (Second Edition)*. Delft University of Technology.
- ETI (2008). *Especificação Técnica Interoperabilidade para o Subsistema Infra-estrutura do Sistema Ferroviário Transeuropeu de Alta Velocidade - 2008/217/CE*. Jornal Oficial da União Europeia.
- European Commission (2019). *Transport in the EU*, Current trend and issues, AMT.
- Fernandes, J. A. (2011). *Modelação do Comportamento Mecânico de Vias-férreas*. Master thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Ferreira, V. (2013). *Long-term behavior of railway transitions under dynamic loading application to soft soil sites*. PhD thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Fontul, S. (2004). *Structural evaluation of flexible pavements using non-destructive tests*. PhD thesis. Universidade de Coimbra, Faculdade de Ciências e Tecnologia.
- Fortunato, E. (2005). *Renovação de Plataformas Ferroviárias. Estudos Relativos à Capacidade de Carga*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Fortunato, E. (2016). *Comportamento estrutural de vias-férreas balastradas. Contributos para melhorar a eficiência e a qualidade da operação*. Programa de Investigação e de Pós-Graduação. TPI 82, Teses e Programas de Investigação LNEC. Lisboa, 255 p. (ISBN:978-972-49-2280-5).
- Fortunato, E., Resende, R. (2006). *Mechanical behaviour of railway track structure and foundation - three-dimensional numerical modelling*. Railway Foundations (RailFound’06), pages 217–227.
- Fortunato, E., Paixão, A., Varandas, J. (2021). *Modelação numérica avançada do comportamento estrutural de vias-férreas*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Lisboa.
- Gomes Correia, A., Biarez, J. (1999). *Stiffness properties of materials to use in pavement and rail track design*. Proceedings of XII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Amsterdam. A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 1245- 1250

- Gomes Correia, A., Hornyh, P., Akou, Y. (1999). *Review of models and modelling of unbound granular materials*. Proceedings of an International Workshop on Modelling and Advanced Testing for Unbound Granular Materials, Lisbon, A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 3-15.
- Hicks, R. G., Monismith, C. L. (1971). *Factors influencing the resilient response of granular materials*. Highway Research Record 345, Highway Research Board, Washington, D.C., USA, pp. 15-31.
- Hoang, T., Duhamel, D., Foret, G., Yin, H.P., Cumunel, G. (2016). *Response of a periodically supported beam on a nonlinear foundation subjected to moving loads*. Nonlinear Dynamics 86(2): 953–961. DOI: 10.1007/s11071-016-2936-5
- Hoang, T., Duhamel, D., Foret, G., Yin, H.P., Joyez, P., Caby, R. (2017). *Calculation of force distribution for a periodically supported beam subjected to moving loads*. Journal of Sound and Vibration 388: 327–338. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.10.031
- Huang, H. Y., Lin, C., Deng, X., e Rose, J. (1984). *Kentrack, a computer program for hot-mix asphalt and conventional ballast railway trackbeds*. Asphalt Institute (Publication RR-84-1) and National Asphalt Pavement Association.
- Hughes, J. R. (1987). *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice-Hall. Hoboken.
- Hughes, T. J. R. (2012). *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Dover Publications. ISBN 9780486135021.
- Indraratna, B., Thankur, P., Vinod, J. (2010b). *Experimental and numerical study of railway ballast behavior under cyclic loading*. International Journal of Geomechanics, ASCE, Vol. 10, No. 4, p. 136-144
- Kouroussis, G., Verlinden, O., Conti, C. (2011). *Finite-Dynamic Model for Infinite Media: Corrected Solution of Viscous Boundary Efficiency*. Journal of Engineering Mechanics. Vol. 137. n.º 7. p. 509-511. doi:10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000250.
- Lankarani, H. M., Nikravesh, P. E. (1990). *A Contact Force Model With Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems*. Journal of Mechanical Design. Vol. 112. n.º 3. p. 369-376. doi:10.1115/1.2912617.
- Li, D. e Davis, D. (2005). *Transition of railroad bridge approaches*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 131(11):1392–1398, November 2005. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2005)131:11(1392).
- Li, D. e Selig, E. T. (1995). *Evaluation and remediation of potential railway subgrade problems under repeated heavy axle loads*. Association of American Railroadst.
- Li, D., Selig, E. T. (1998a). *Method for railroad track foundation design. I: Development*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 4, pp. 316-322. Li, D.; Selig,
- Li, D., Selig, E. T. (1998b). *Method for railroad track foundation design. II: Applications*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 4, pp. 323-329.
- Lysmer, J., Kuhlemeyer, R. L. (1969). *Finite dynamic model for infinite media*. Journal of the Engineering Mechanics Division. Vol. 95. n.º 4. p. 859-877.
- MATLAB. (2010). *version 7.10.0 (R2020a)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
- Mead, DJ. (1970). *Free wave propagation in periodically supported, infinite beams*. Journal of Sound and Vibration 11(2): 181–197.

- Metrikine, A.V., Popp, K. (1999). *Vibration of a periodically supported beam on an elastic half-space*. European Journal of Mechanics A/Solid 18: 679–701.
- Mishra, D., Tutumluer, E., Kazmee, H., Boler, H. (2014). *Use of multidepth deflectometers and strain gauges to investigate the differential movement at railway bridge approaches*. In J. Pombo, editor, Proceedings of the Second International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance. Civil-Comp Press, 2014. Paper 229.
- Nordborg, A. (1998a). *Vertical rail vibrations: Pointforce excitation*. Acustica 84: 280–288.
- Nordborg, A. (1998b). *Vertical rail vibrations: Parametric excitation*. Acustica 84: 289–300.
- O'Brien, J., Rizos, D.C. (2005). *A 3D FEM-BEM methodology for simulation of high speed train induced vibrations*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 25:289–301.
- Oscarsson, J. (2001). *Dynamic Train-Track Interaction: Variability Attributable to Scatter in the Track Properties*. Vehicle System Dynamics, 37: 1, 59 — 79 MATERIA. DOI: 10.1076/vesd.37.1.59.3538
- P. Bettess (1980). *More on infinite elements*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 15(11):1613–1626, 1980. ISSN 1097-0207. doi: 10.1002/nme.1620151105.
- Paixão, A. (2014). *Transition zones in railway tracks. An experimental and numerical study on the structural behaviour*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Paixão, A., Fortunato, E., Calçada, R. (2013). *Design and construction of backfills for railway track transition zones*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2013. doi: 10.1177/0954409713499016.
- Paixão, A., Fortunato, E. (2009). *Novas soluções de superestrutura de via para a alta velocidade ferroviária: comparação com a via balastrada tradicional*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil. ISBN 978-972-49-2173-0.
- Paixão, A., Fortunato, E., Calçada, R. (2014). *Transition zones to railway bridges: Track measurements and numerical modelling*. Engineering Structures, 80:435–443, 2014. doi: 10.1016/j.engstruct.2014.09.024.
- Paixão, A., Fortunato, E., Calçada, R. (2015). *Design and construction of backfills for railway track transition zones*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. Vol. 229. n.º 1. p. 58- 70. doi:10.1177/0954409713499016.
- Paixão, A., Varandas, J. N., Fortunato, E., Calçada, R. (2016). *Non-Linear Behaviour of Geomaterials in Railway Tracks under Different Loading Conditions*. Procedia Engineering. Vol. 143. p. 1128-1135. doi:10.1016/j.proeng.2016.06.147.
- Paixão, A., Varandas, J. N., Fortunato, E., Calçada, R. (2018). *Numerical simulations to improve the use of under sleeper pads at transition zones to railway bridges*. Engineering Structures. Vol. 164. p. 169-182. doi:10.1016/j.engstruct.2018.03.005.
- Parente, J. F. (2015). *Modelação e análise do problema de transições ferroviárias - aplicação à transição entre via balastrada e via em laje de betão*. Master thesis, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Prause, R., Kennedy, J. (1977). *Parametric study of track response*. U.S. Department of Transportation, Report No. FRA/ORD-77/75. Federal Railroad Administration, Washington, D.C., USA.
- Profillidis, V. A. (1995). *Railway Engineering*. Ed. Avebury Technical. England.

- R.W. Clough, J. Penzien (2003). *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill, Inc, 2nd edition, 2003a. ISBN 0-07-113241-4.
- Schmitt, L. (2006). Recent SNCF research on ballasted high speed track. fatigue behaviour. In *Track for High-Speed Railways*, Porto, Portugal.
- Selig, E.T., Waters, J. M. (1994). *Track Geotechnology and Substructure Management*. Thomas Telford Publications.
- Shan, Y., Albers, B., Savidis, S. A. (2013). *Influence of different transition zones on the dynamic response of track-subgrade systems*. Computers and Geotechnics. Vol. 48. n.º -. p. 21-28. doi:10.1016/j.compgeo.2012.09.006.
- Sheng, X., Jones, C., Thompson, D.J. (2005). *Response of infinite periodic structure to moving or stationary harmonic loads*. Journal of Sound and Vibration 282: 125–149.
- Sheng, X., Li, M., Jones, C.J.C., Thompson, D.J. (2007). *Using the Fourier-series approach to study interactions between moving wheels and a periodically supported rail*. Journal of Sound and Vibration 303: 873–894.
- Sussmann, TR., Ebersöhn, W., Selig, ET. (2001). *Fundamental nonlinear track load-deflection behavior for condition evaluation*. Transportation Research Record, vol 1742, pp.61-67. SAGE Publications.
- Sussmann, TR., Heyns, F., Selig, ET. (1999). *Characterization of track substructure performance. Recent advances in the characterization of transportation geo-materials*. Geotechnical Special Publication, ASCE, No.. 89, pp. 37-48.
- Tarabji, S., Thompson, M. (1976). *Finite element analysis of a railway track support system, ballast and foundation materials research program, users manual*. Illinois University at Urbana-Champaign, Department of Civil Engineering.
- Teixeira, P. F. (2003). *Contribución a la reducción de los costes de mantenimiento de las vías de alta velocidad mediante la optimización de su rigidez vertical*. PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- Timoshenko, S.; Goodier, J. N. (1969). *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill. ISBN 9780070642706.
- Tran, L-H., Foret, G., Hoang, T., Duhamel, D. (2022). *Calculation of the dynamic responses of a railway track on a non-uniform foundation*. Journal of Vibration and Control, maio 2022. DOI: 10.1177/10775463221088353.
- Tran, L-H., Hoang, T., Duhamel, D., Foret, G., Messad, S., Loaec, A. (2017) *Analytical Model of the Dynamics of Railway sleeper*. 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN), Rhodes Island, Greece, 15–17 June 2017. DOI: 10.7712/120117.5695.18372
- Tran, L-H., Hoang, T., Duhamel, D., Foret, G., Messad, S., Loaec, A. (2021). *Influence of non-homogeneous foundations on the dynamic responses of railway sleepers*. International Journal of Structural Stability and Dynamics 21(01): 2150002. DOI: 10.1142/S0219455421500024
- Tran, L-H., Hoang, T., Foret, G., Messad, S., Loaec, A. (2019). *A fast analytic method to calculate the dynamic response of railways sleepers*. Journal of Vibration and Acoustics 141(1). DOI: 10.1115/1.4040392
- UIC-719R (2008). *Earthworks and track bed for railway lines*. Union Internationale des Chemins de Fer.

- Uzan, J. (1985). *Characterization of granular material*. Transportation Research Board, TRR 1022.
- Vale, C (2010). *Influência da qualidade dos sistemas ferroviários no comportamento dinâmico e no planeamento da manutenção preventiva de vias de alta velocidade*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Varandas, J. N., Hölscher, P., Silva, M.A.G. (2013). *Settlement of ballasted track under traffic loading. Application to transition zones*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 228(3), 2013a. ISSN 0954-4097. doi: 10.1177/0954409712471610.
- Varandas, J. N., Correia, B., Paixão, A., Fortunato, E., Hölscher, P. (2016a). *Dynamic train-track interaction due to inhomogeneous foundations*. The Third International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance (Railways 2016). Cagliari, Sardinia, Italy: 5-8 Apr. 2016. p. 15. doi: 10.4203/ccp.110.198.
- Varandas, J. N., Hölscher, P., Silva, M. A. G. (2016b). *Three-dimensional track-ballast interaction model for the study of a culvert transition*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering. Vol. 89. p. 116-127. doi:10.1016/j.soildyn.2016.07.013.
- Varandas, J. N., Paixão, A., Fortunato, E. (2017). *A study on the dynamic train-track interaction over cut-fill transitions on buried culverts*. Computers & Structures. Vol. 189. p. 49-61. doi:10.1016/j.compstruc.2017.04.017.
- Varandas, J. N., Paixão, A., Fortunato, E., Zuada Coelho, B., Hölscher, P. (2020) – *Long-term deformation of railway tracks considering train-track interaction and non-linear resilient behaviour of aggregates – a 3D FEM implementation*. Computers and Geotechnics. Vol. 126. p. 103712. doi:10.1016/j.compgeo.2020.103712.
- Varandas, J., Paixão, A., Fortunato, E., Hölscher, P., Calçada, R. (2014). *Numerical modelling of railway bridge approaches: influence of soil non-linearity*. The International Journal of Railway Technology. Vol. 3. n.º 4. p. 73-95. doi:10.4203/ijrt.3.4.4.
- Varandas, J.N. (2013). *Long-term Behaviour of Railways Transitions under dynamic Loading. Application to Soft Soil Sites*. PhD thesis, Universidade Nova de Lisboa.
- Winkler, E. (1867). *Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit*. Prague: H. Dominicus.
- Zhai, W. M. (1996). *Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in engineering*. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 39. n.º 24. p. 4199-4214.
- Zhai, W.M., Wang, K.Y., Lin, J.H. (2004). *Modelling and experiment of railway ballast vibrations*. Journal of Sound and Vibration, 270(4-5):673–683, March 2004. ISSN 0022-460X. doi: 10.1016/S0022-460X(03)00186-X.
- <https://ourworldindata.org/co2-emissions-from-transport>. Acessado em 15/04/2022.
- <https://www.circulaseguro.pt/12-milhoes-de-mortos-nas-estradas-por-ano-no-mundo-tinha-nocao-disso/>. Acessado em 15/04/2022