

DESENVOLVIMENTOS NO PLANEAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE DESMONTES DE ROCHAS COM EXPLOSIVOS

Principais algoritmos

VINICIUS GOUVEIA DE MIRANDA

Tese realizada no âmbito do Programa Doutoral em Engenharia de
Minas e Geo-Recursos

Porto, 2021

[Página intencionalmente em branco]

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
Departamento de Engenharia de Minas e Geo-Recursos

DESENVOLVIMENTOS NO PLANEAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE DESMONTES DE ROCHAS COM EXPLOSIVOS

Principais algoritmos

VINICIUS GOUVEIA DE MIRANDA

Tese de Doutoramento apresentada ao Programa Doutoral em Engenharia de Minas e Geo-Recursos, da Universidade do Porto, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia de Minas e Geo-Recursos.

Orientador: Prof. Dr. José Manuel Soutelo Soeiro de Carvalho, FEUP, Porto.

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Júlio Machado Leite, FEUP, Porto.

Porto, 2021

Gouveia de Miranda, Vinicius

Desenvolvimentos no Planeamento e Otimização de Desmontes de Rochas com Explosivos, 2021. 145 p.

Orientador: José Manuel Soutelo Soeiro de Carvalho

Tese (doutoramento) – Universidade do Porto – Faculdade de Engenharia FEUP– Departamento de Engenharia de Minas. 2019.

1. Desmonte de rocha. 2. Simulação. 3. Algoritmos. 4. Modelagem. I. Soeiro, José Manuel. II. Faculdade de Engenharia FEUP – Departamento de Engenharia de Minas.

Resumo

A criação de simuladores para aplicações de explosivos em desmonte de rochas tem, hoje em dia, uma enorme relevância, mas também uma cada vez mais alta complexidade na sua criação e desenvolvimento. Embora importante, a quantidade de referências científicas nesta área do saber específico é escassa. No presente trabalho apresenta-se a formulação de um conjunto de técnicas e algoritmos que somados, deram origem a um simulador que aborda os mais relevantes conceitos e aspetos desta temática técnica fundamental para os projetos de mineração: representação de terrenos, geometrias de planos de fogo, afastamento crítico, estratégias de carga de explosivos, ligações não elétricas e eletrônicas, processos de otimização, entre outros tópicos. A presente tese pretende servir também como guia para o leitor que desejar desenvolver sua própria ferramenta de simulação e explora os resultados (técnicos e comerciais) dos algoritmos criados, quando agrupados num simulador global que veio a ser denominado Plataforma O-Piblast.

Palavras-Chave: desmonte de rocha, simulação, algoritmos, modelação.

Abstract

The creation of simulators for rock blasting applications is crucial but is highly complex too. Although important, the scientific references for this specific subject matter are hard to come by. And this thesis presents the formulations of a set of techniques and algorithms that together result in a simulator that addresses the most relevant aspects of this topic: survey representation, boreholes, critical burden, non-electric and electronic connections, optimization process and other topics. The thesis also serves as a guide for readers who want to develop their own tool and explore the results (technical and commercial) of the simulators developed using the algorithms shown here.

Key-words: rock blasting, simulation, algorithms, modelling.

Agradecimentos

Aos Professores Dr. Soeiro Carvalho e Dr. Alexandre Leite (meu orientador e co-orientador, respectivamente), por todo o suporte e paciência ao longo dessa jornada.

Aos Professores e amigos da UFPE, por terem sido a base dos meus conhecimentos na Engenharia de Minas.

Ao meu pai Sergio, minha mãe Amara e aos meus irmãos Amaury, Sylvinha, Vivian, Vitor, Daniel, Fabio, Ramon e a toda minha família.

Aos meus queridos e amados sogros Manuel e Rosa.

Aos companheiros da *O-Pitblast*, e em especial ao meu querido Francisco Leite por tudo que me ajudou a construir e por tudo que ainda vamos construir juntos.

Aos amigos de longas datas, muitas vezes negligenciados, mas que possuem um local muito importante nas minhas lembranças. Obrigado aos queridos Gean Frank, Felipe Trajano, Felipe Franca, Kleber Nascimento, Bruno Humberto, Gustavo Maropo, Bruno Santos, Ismael Prado, Carlos Calvo, Carlos Magno, Fabiana Dantas e tantos outros que me proporcionaram momentos de alegria, amizade e reflexão.

Ao companheiro de Ciências e amigo Paulo Couceiro, pelo exemplo e estímulo dado que sempre me fez querer chegar muito mais longe.

Finalmente, agradeço a minha amada esposa Rosa, companheira de todos os momentos, e ao meu amado filho, Serginho, que mudou a minha vida e fez com que tudo tivesse um novo sentido. Painho te ama.

Introdução

Dedicatória

Para minha Rosa e meus Sergios...

Índice

1	Introdução	16
1.1	Simulação	19
1.2	Simuladores de desmonte de rochas	20
1.3	Motivação	22
1.3.1	Tese Industrial	23
1.4	Estrutura da tese	24
1.4.1	Terreno	24
1.4.2	Perfuração	25
1.4.3	Sequenciamento	26
1.4.4	Otimização	27
2	Modelação de Terreno	29
2.1	Origem dos dados	29
2.1.1	Laser 3D	29
2.1.2	Fotogrametria	30
2.1.3	Drones	30
2.2	Redução dimensional	31
2.2.1	Regressão linear	34
2.2.2	Definição	35
2.2.3	Método dos mínimos quadrados (MMQ)	36
2.2.3.1	Caso bidimensional	36
2.2.3.2	Caso multidimensional	37
2.2.4	Método dos mínimos resíduos (MMR)	38
2.2.5	Comparação entre MMQ e MMR	39
2.2.6	Projeção de ponto em plano	41
2.2.7	<i>Outliers</i> (pontos atípicos)	42
2.2.7.1	Identificação visual	43
2.2.7.2	Deteção de <i>outliers</i>	43
2.2.7.3	Exemplo de geração de <i>outliers</i>	46
2.2.8	Envolvente convexa (<i>Convex Hull</i>)	47
2.2.9	Mudança de base	49
2.2.10	Classificação	49
2.2.11	Triangulação de <i>Delaunay</i> e diagrama de <i>Voronoi</i>	51
2.2.11.1	Algoritmo para geração de triangulação de <i>Delaunay</i>	54

2.2.11.2	Dividir para conquistar (<i>Divider and Conquer</i>)	55
2.3	Exemplo de aplicação.....	58
2.3.1	Plano de regressão	58
2.3.2	Projeção dos pontos no plano	59
2.3.3	<i>Outliers</i>	60
2.3.4	Mudança de base.....	61
2.3.5	Triangulação.....	61
2.3.5.1	Divisão de pontos.....	62
2.3.6	Análise visual de resultados	63
3	Perfuração.....	64
3.1	Representação gráfica.....	64
3.2	Furos baseados em desviómetros	68
3.3	Projeção de ponto em reta.....	70
3.4	Intersecção entre dois vetores	70
3.5	Posicionamento de furos (malha)	71
3.5.1	Malha de perfuração básica.....	71
3.5.2	Malha de perfuração baseada na crista	72
3.6	Interseção entre reta e plano.....	76
3.7	Deteção de ponto interno ao triângulo	77
3.8	Detecção de coordenada de emboquilhamento de furos	77
3.9	Perfil crítico.....	78
3.10	Carga do furo.....	82
4	Sequenciamento.....	83
4.1	Grafos	84
4.1.1	Algoritmo de <i>Dijkstra</i>	85
4.2	Sistema de iniciação não-elétrico	87
4.3	Sistema de iniciação eletrónico	90
4.3.1	Ferramenta vetorial.....	90
4.3.2	Ferramenta circular.....	92
4.4	Janela temporal de 8 milissegundos	93
4.5	Isolinhas de tempo	96
5	Otimização	100
5.1	Previsão de fragmentação.....	100
5.2	Heurística.....	101

Introdução

5.3	Gradiente descendente	102
5.4	Modelo	103
6	Aplicação dos algoritmos: <i>O-Pitblast</i>	108
6.1	Início	108
6.2	Software desenvolvido	109
6.2.1	Terreno	110
6.2.2	Perfuração	111
6.2.3	Sequenciamento	114
6.3	Presença global da <i>O-Pitblast</i>	116
6.4	Utilizadores	119
6.4.1	Estimativa	120
6.5	Universidades	121
6.6	Suporte a Teses de Mestrado e Doutoramento	125
6.6.1	Seism-O: desenvolvimento de uma aplicação para análise de vibrações em desmante de rocha.	125
6.6.2	Otimização de Parâmetros Geométricos em Diagramas de Fogo para Desmante a Céu Aberto.	126
6.6.3	Proposta de algoritmo de otimização da inclinação de furos em desmante a céu aberto.	126
6.6.4	Análise e controlo de interações entre operações unitárias mineiras.	126
6.6.5	Modelação Integrada e Simulação de Operações de Desmante e Processamento de Recursos Minerais.	127
6.6.6	Desenvolvimento de Equipamento para Avaliação de Desvios de Furos de Produção em Desmante de Rochas não Magnéticas.	128
6.7	Valoração da Empresa	129
6.8	Opinião do Utilizador.....	130
7	Conclusões e trabalhos futuros	132
7.1	Reconstrução de terreno	134
7.2	Lavra Subterrânea.....	136
8	Bibliografía	137

Lista de Tabelas¹

Tabela 1: Quantidade de pontos x tempo de processamento em cada método (autoria própria).....	40
Tabela 2: Combinação de n pontos tomados 2 a 2 (autoria própria).	48
Tabela 3: Passo a passo do cálculo das posições que formam o furo.	70
Tabela 4: Resumo estatístico dos dados analisados.....	95
Tabela 5: Passo a passo do algoritmo da janela temporal.	96
Tabela 6: Resumo dos passos do algoritmo de otimização.....	107
Tabela 7: Crescimento do número de licenças ativas da empresa.	120
Tabela 8: Instituições acadêmicas relacionadas com a O-Pitblast.....	124
Tabela 9: Resultados projetados.	129
Tabela 10: Fluxos de caixa projetados.....	129
Tabela 11: Computação do valora da empresa.....	129
Tabela 12: Valor do negócio.	130
Tabela 13: Lista de artigos publicados durante o doutoramento.	133
Tabela 14: Capítulo de livro sobre assunto de interesse da ciência.....	133

¹ Todas as tabelas não referenciadas são de autoria própria.

Lista de Figuras²

Figura 1: Capas da International Mining e do newsletter EFEE ⁴	17
Figura 2: Uso de simulador de desmontes em aula. FEUP, 2019.....	18
Figura 3: Avaliação geral dos alunos sobre tema aplicado no desenvolvimento de simuladores.	18
Figura 4: Processo de tradução: Realidade para modelo (adaptado de Goldbarg, 2000).....	19
Figura 5: Afastamento crítico real (adaptado de Kuovonen, 2019).....	21
Figura 6: Resumo do capítulo “Terreno”.	24
Figura 7: Resumo do capítulo “Perfuração”.	25
Figura 8: Resumo do capítulo “Sequenciamento”.	26
Figura 9: Resumo do capítulo “Otimização”.....	27
Figura 10: Sistema de Laser utilizado para definir perfil da bancada (adaptação de autoria própria).	29
Figura 11: BlastMetrix 3D (BlastMetrix, 2019).	30
Figura 12: Drone (UAV: Unmanned Aerial Vehicle).....	30
Figura 13: Pontos que representam a topografia de uma frente de bancada.	31
Figura 14: Exemplo com dois hiperplanos.	32
Figura 15: Hiperplano ajustado à nuvem de pontos.....	32
Figura 16: Exemplo do resíduo.....	33
Figura 17: Dados reais e modelo (transladado).	34
Figura 18: Distribuição hipotética das estaturas dos filhos (imagem do artigo original de Karl Pearson).....	35
Figura 19: MMQ soma das áreas dos quadrados dos resíduos mínima.....	37
Figura 20: Configuração do computador utilizado na simulação.....	40
Figura 21: Comparação entre métodos.	40
Figura 22: Projeção de ponto em plano.	42
Figura 23: Dados topográficos com presença de outliers.....	43
Figura 24: Identificação visual de outliers no histograma e no variograma (Czaplicki, 2014).....	43
Figura 25: MMQ influenciado pelo outlier e MMR inalterado.....	44
Figura 26: Planos transladados encontrados por técnicas diferentes de regressão.....	44

² Todas as figuras não referenciadas são de autoria própria.

Figura 27: Projeção dos pontos no plano encontrado.....	45
Figura 28: Posicionamento de equipamento.	46
Figura 29: Falha na tomada de pontos da crista de uma frente livre de bancada.....	46
Figura 30: Convex Hull (De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008) ..	47
Figura 31: Posição relativa entre reta e ponto.....	48
Figura 32: Representação gráfica da combinação dos pontos.	48
Figura 33: Detalhe da nuvem de pontos que forma a topografia da mina e do polígono de Hull.	48
Figura 34: Mudança de base para cálculo de perfil crítico.....	49
Figura 35: diferentes maneiras de aplicar análise de clusters ao mesmo conjunto de pontos (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005, pág. 491).....	50
Figura 36: Fluxo do algoritmo K-means.	50
Figura 37: Agrupamento de pontos por K-means, com K assumindo diferentes valores.	51
Figura 38: Diagrama de Voronoi e triangulação de Delaunay (Miranda V. , Leite, Jesus, & Sobral, 2017).....	51
Figura 39: Etapas do algoritmo de triangulação (Hjelle & Daehlen).	52
Figura 40: Mudança de aresta (adaptado de De Berg et al, 2008).....	53
Figura 41: Triangulação que não obedece ao critério do círculo.	53
Figura 42: Triangulação de Delaunay.....	53
Figura 43: Resumo do algoritmo de Delaunay.....	55
Figura 44: Tempo gasto para triangular diferentes quantidade de pontos.....	55
Figura 45: Subdivisões para uma máxima triangulação de 50 mil pontos.	56
Figura 46: Comparação de triangulação de 127 mil pontos subdividindo malha.....	56
Figura 47: Triangulação completa dos 127 mil pontos, sem subdivisões. ..	56
Figura 48: Triangulação com subdivisões de no máximo 50 mil pontos com o terreno a) Sem costura e b) com costura.	57
Figura 49: Detalhes do complicado algoritmo "dividir para conquistar" (Lee & Schachter, 1980).....	57
Figura 50: Fluxo do algoritmo de costura.	57
Figura 51: Etapas do algoritmo para costurar as subdivisões.	58
Figura 52: Conjunto de pontos tomados pelo laser 3D.	58
Figura 53: Regressão por mínimos quadrados e mínimos resíduos.....	59
Figura 54: Projeção dos pontos no plano encontrado.....	59

Figura 55: Pontos projetados.....	60
Figura 56: Histograma das distâncias e respetivo intervalo de confiança.	60
Figura 57: Procedimento para encontrar nova base.....	61
Figura 58: Pontos originais e no novo sistema de coordenadas.	61
Figura 59: Triangulação sobre pontos projetados.....	61
Figura 60: Triangulação sobre os pontos originais.....	62
Figura 61: Aplicação do algoritmo "Dividir para Conquistar" adaptado.	62
Figura 62: Comparação entre bancada e o seu modelo.	63
Figura 63: Formas geométricas disponíveis pelo AB4D.....	64
Figura 64: Representação gráfica de um furo (Miranda et al, 2017).....	65
Figura 65: Discretização da circunferência.....	65
Figura 66: Pontos que formam o cilindro.....	66
Figura 67: Cálculo vetorial do novo sistema de coordenadas.....	67
Figura 68: Mudança de base dos pontos do cilindro e translação.....	67
Figura 69: Fluxo para a triangulação dos pontos que formam o cilindro... ..	68
Figura 70: Detalhe de grupo de furos sobre o modelo de um terreno.	68
Figura 71: Uso de equipamento de medição de desvio de furos (Miranda V. et al, 2019).....	69
Figura 72: Esquema geral do uso do desviómetro e o resultado da leitura de seus sensores.	69
Figura 73: Detalhamento da projeção de ponto em reta.	70
Figura 74: Bancada com referências para criação de malha simples.	71
Figura 75: Fluxo para a criação de malha simples.....	72
Figura 76: Resultado do algoritmo de posicionamento de furos básico.	72
Figura 77: Representação da crista da bancada.....	72
Figura 78: Regressão sobre os pontos que formam a crista.	73
Figura 79: Linhas paralelas à regressão que representa a crista.....	74
Figura 80: Furos teóricos da primeira linha baseada na crista.	74
Figura 81: Projeções das posições dos furos e vetores formados.	75
Figura 82: Reposicionamento de furos para adequação à frente livre.....	75
Figura 83: Resultado do algoritmo para posicionamento dos furos.	76
Figura 84: Intersecção entre reta e plano.	76
Figura 85: Ponto interno e ponto externo à triângulo.	77
Figura 86: Detecção da coordenada vertical de emboquilhamento de um furo (intersecção entre triângulo e vetor que representa o furo).	78

Figura 87: Perfil crítico (Miranda & Leite, 2018).	78
Figura 88: Perfil crítico com vista frontal (esquerda), vista lateral (centro) e vista de topo (direita).	79
Figura 89: Tempo de processamento para variações no raio de busca (esquerda) e no ângulo de abertura.	79
Figura 90: Pontos candidatos ao perfil crítico.	80
Figura 91: Fluxo para cálculo da discretização do furo.	80
Figura 92: Identificação do ponto candidato mais próximo ao ponto P (adaptado de Almeida, 2018).	81
Figura 93: Detalhes do cálculo do afastamento crítico.	82
Figura 94: Exemplo de aplicação de carga explosiva (O-Pitblast).	82
Figura 95: Gráfico de John Floyd com sugestão de tempos entre filas para diferentes finalidades (Buffham, 2012).	83
Figura 96: As pontes de Königsberg e seu respectivo grafo (Bondy & Murty, Graph Theory: An Advanced Course, 2008).	84
Figura 97: Aplicações de teoria de grafos (adaptado de Goldbarg & Goldbarg, 2012).	84
Figura 98: Distância entre 5 cidades portuguesas e possíveis rotas entre elas.	85
Figura 99: Possíveis rotas entre Porto e Resende.	85
Figura 100: Sequência de passos do algoritmo de Dijkstra.	87
Figura 101: Componentes do detonador não-elétrico (Manual de Empleo de Explosivos, 2004).	87
Figura 102: Esquema de ligação típica (Manual de Empleo de Explosivos, 2004, pág. 107).	88
Figura 103: Exemplo de ligação não-elétrica e detalhe da ligação entre ligador de superfície e detonador de fundo.	88
Figura 104: Exemplo de detonadores disponíveis no mercado (adaptado de RIONEL DDX technical data sheet).	88
Figura 105: Esquema de iniciação representado por um grafo dirigido.	89
Figura 106: Parte do algoritmo de Dijkstra aplicado para na determinação de tempos.	89
Figura 107: Iniciação em “V”, com abertura de 90 graus e BRB=3ms/m.	90
Figura 108: Iniciação em “V”, com abertura de 140 graus e BRB=10ms/m.	91
Figura 109: Primeiros passos do algoritmo da ferramenta vetorial.	91
Figura 110: Últimos passos do algoritmo da ferramenta vetorial.	92
Figura 111: Abertura circular de bancada na ausência de frentes livre.	93

Figura 112: Uso de ferramenta circular para simular um arranque central do material do maciço rochoso.	93
Figura 113: Probabilidade de sobreposição de ondas (adaptado de Li et al, 2015).	94
Figura 114: Fluxo do cálculo das janelas temporais.	95
Figura 115: Exemplo de histograma com janela temporal.	96
Figura 116: Isolinhas e direção de saída dos furos.	97
Figura 117: Detalhe do afastamento teórico e do afastamento efetivo.	97
Figura 118: Triangulação feita sobre a posição dos furos.	98
Figura 119: Isolinha referente a 31 milissegundos.	98
Figura 120: Exemplo de isolinhas (O-Pitblast).	99
Figura 121: Diferença entre problema unimodal (esquerda) e multimodal.	102
Figura 122: Campo vetorial e movimento do algoritmo do gradiente.	103
Figura 123: Gráfico com o custo total com parâmetros fixos.	104
Figura 124: Limite de fragmentação.	104
Figura 125: Comportamento da curva de fragmentação para diferentes parâmetros.	105
Figura 126: Interceção entre custo e limite de fragmentação.	105
Figura 127: Heurística de gradiente adaptada.	106
Figura 128: Detalhe do movimento do algoritmo.	107
Figura 129: Vinicius Miranda (esquerda) e Francisco Leite no lançamento público da empresa, em julho de 2016.	108
Figura 130: Apresentação pública da empresa O-Pitblast em julho de 2016.	109
Figura 131: Tela de abertura (Splash screen) do software.	109
Figura 132: Pontos do espaço, triangulação e representação 3D.	110
Figura 133: Processamento de cavas de maiores dimensões dentro do O-Pitblast.	110
Figura 134: Isolinhas de altitude.	111
Figura 135: Tratamento de outliers.	111
Figura 136: Posicionamento manual de furos.	112
Figura 137: Aplicação de malha baseada na crista da bancada.	112
Figura 138: Formulários para cálculo de valores geométricos ótimos para o desmonte mediante processo de otimização.	113
Figura 139: Tela para edição de parâmetros geométricos de furos.	113

Figura 140: Aplicação vetorial de sequenciamento com BRB = 3 ms/m, BRS = 0 ms/m e ângulo = 90°.	114
Figura 141: Aplicação vetorial de sequenciamento com BRB = 5 ms/m, BRS = 2 ms/m e ângulo = 122°.	114
Figura 142: Uso da ferramenta circular para cálculo de tempos com uso de detonadores eletrônicos e presença de isolinhas de tempo.	115
Figura 143: Conexão utilizando detonadores de 700 ms e conectores de superfície de 17 ms e 42 ms.	115
Figura 144: Histograma com janela temporal e identificação de furos sobrepostos.	116
Figura 145: Histograma de tempos.	116
Figura 146: Todas as localizações (agrupadas) desde onde se acessou o software.	117
Figura 147: Evolução da utilização do software nos países Nórdicos.	117
Figura 148: Países onde algum acesso ao software foi efetivado.	118
Figura 149: Países onde o software foi utilizado (escalados em função do número de acessos).	118
Figura 150: Evolução do número total de licenças.	119
Figura 151: Evolução do número total de licenças em 2016.	119
Figura 152: Evolução das licenças ativas.	120
Figura 153: Equação logística representando o crescimento do número de licenças.	121
Figura 154: Professor Alexandre Leite.	122
Figura 155: Formação no software O-Pitblast para estudantes universitários (Ulbra, 2016).	123
Figura 156: Formação em análise de fragmentação para estudantes universitários (Ulbra, 2017).	123
Figura 157: Programa O-Pitblast University (O-Pitblast).	124
Figura 158: Raquel Carvalhinha, estudante coorientada em 2017.	125
Figura 159: Pedro Reis, estudante coorientado em 2016.	126
Figura 160: Francisco Eduardo Almeida da Silva, estudante coorientado em 2018.	126
Figura 161: Diogo Queiroz, estudante coorientado em 2019.	127
Figura 162: Auã Kiahla, estudante coorientado em 2020.	127
Figura 163: Gean Frank, estudante coorientado entre 2019 e 2021 (O-Pitblast).	128
Figura 164: Protótipo do desviômetro e resultados obtidos.	128
Figura 165: Nuvem de pontos de uma pedreira e isolinhas (direita).	134

Figura 166: Equipamento de carga presente na bancado no momento da coleta de dados.	135
Figura 167: Pontos tratados pela reconstrução de Poisson (esquerda), por Delaunay (centro) e terreno após remoção de outliers (não automática).	135
Figura 168: Imagem do software O-Pitblast UG, em desenvolvimento e com previsão de lançamento para o final de 2021.....	136

1 Introdução

A perfuração e desmonte de rochas são métodos controlados de fragmentação com uso de explosivos, normalmente utilizados na indústria extrativa, nomeadamente em minas e pedreiras, bem como em construções civis como túneis e outros (Verma, 2014). Embora o desmonte recorrendo ao uso de explosivos seja a mais eficiente técnica para a fragmentação de rochas, ele ainda envolve um alto nível de periculosidade devido aos passivos gerados como ultra-lançamentos, vibrações, danos ao maciço remanescente entre outros (Murthy et al, 2003). A atenção e cuidado colocados nas atividades de desmonte de rochas com explosivos justifica-se não apenas pelo potencial risco que estas podem envolver mas também pelo impacto, positivo e negativo sobre todos os processos subsequentes, como a carga e transporte dos materiais até unidades de processamento e operações de britagem e moagem (Tamir & Everett, 2018). São cada vez mais evidentes as suas implicações ao nível dos custos operacionais globais. O desmonte de rochas pode impactar diretamente até 80% dos custos totais do processo mineiro (Gleeson, 2019, pág. 32).

Essa capacidade de interferir com a eficiência de uma operação mineira tem feito cada vez mais empresas investirem em investigação e tecnologia para a redução de custos e o aumento da segurança. Por exemplo, são já reais as experimentações relacionadas com a expansão das malhas de perfuração sem o comprometimento dos resultados da fragmentação (Landey & Gerst, 2018). Essa procura de novas técnicas e tecnologias fica evidenciada em inúmeros artigos publicados em importantes revistas especializadas, como por exemplo a *International Mining*, o que vem corroborar a ideia aqui exposta. A edição de janeiro de 2017 desta revista (**Figura 1**) apresenta um relevante artigo relacionado com o desenvolvimento de simuladores e a sua utilização para treinos técnicos em empresas da África do Sul, nomeadamente para o aumento da produtividade associado ao aumento da segurança no trabalho. A mesma revista traz em agosto de 2019 o relato de importantes empresas de explosivos, com implantação internacional, sobre o uso de tecnologias avançadas e simuladores para resolver problemas de performance no uso de carga de explosivos (entre outros). Comenta VH³ (Gleeson, 2019, pág. 35):

“...our software can be applied to specific blasting problems by performing design and predictive simulations on charging, timing, ground vibration and fragmentation before the blast...”.

Podemos ver também na *newsletter* da EFEE⁴ (**Figura 1**) a preocupação do CEO da importante empresa nórdica de explosivos *Forcit® Intenational, Tomi Kuovonen*, com o uso de novas tecnologias para a otimização das operações de perfuração em e processo de desmonte (Kuovonen, 2019, pág. 6):

³ Diretor de Serviços técnicos de uma importante empresa de explosivos.

⁴ *European Federation of Explosives Engineers*.

Introdução

“...new features on drill rigs as well as utilizing satellite based positioning systems, 3D-visualization and blast design applications can substantially improve safety and profitability in rock processing...”.



Figura 1: Capas da *International Mining* e do newsletter EFEE⁴.

Essas novas tecnologias, tão relevantes para a indústria extrativa, têm vindo a tomar parte nos cenários reais das empresas, quer através de novos equipamentos com claras capacidades de automação⁵ (Scania, 2019), quer através de novos algoritmos tendo em vista otimizar processos ou prever efeitos nocivos no meio ambiental, o que claramente é já uma realidade em muitas empresas responsáveis e que para tal recorrem a algoritmos de última geração (Zhao *et al*, 2019). Ditos algoritmos são fundamentais para o desenvolvimento de simuladores e aplicativos que podem melhorar substancialmente o processamento da operação mineira como um todo (Kuovonen, 2019) e, ainda, ajudar no processo de digitalização dos dados para inovar no desenho de malhas e geometrias de perfuração e potencializar o controle de *KPI's*⁶ (Rosario, González, & Viejo, 2019). A importância do uso de simuladores na indústria mineira, mais especificamente no setor de desmonte com recurso a explosivos, fica também evidenciado nas palavras de Dale Preece⁷, que afirma que os simuladores 3D permitiram um avanço na aplicação e configuração de detonadores, que por sua vez têm contribuído significativamente para a qualidade e eficácia do desmonte de rochas (Preece & Lownds, 3D Computer Simulation of Bench Blasting with Precise Delay Timing, 2009).

Um outro aspeto, extremamente relevante, relaciona-se com a utilização dessas ferramentas como recursos didáticos para o ensino de matérias da área da Lavra de Minas. Muitos cursos de variadíssimas escolas de engenharia têm optado pela criação de laboratórios de simulação devido ao seu baixo custo, flexibilidade, interface amigável para os utilizadores, “trazendo” para a sala de aula muitos aspetos que de outro modo só poderias ser observados no ambiente real (Ertugrul, 2000). Além disso, os estudantes que aprendem através da simulação por

⁵ Scania® AXL concept truck (Moore P. , 2019).

⁶ Indicador chave de rendimento (do inglês *key performance indicator*).

⁷ General Manager | Blast Modeling Technology: Dyno Nobel.

Introdução

computadores retêm mais informação do que aqueles estudantes que aprenderam através de leitura ou de ensino baseado em páginas web estáticas (Akkoyun & Careddu, 2015, pág. 287). Cabe também mencionar a experiência realizada em 2019 com discentes das unidades curriculares da área da Lavra de Minas do Departamento de Engenharia de Minas da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (doravante denominada FEUP). Ficou claro para os docentes envolvidos na leção que os estudantes demonstraram maior interesse nas aulas quando nestas se utilizavam simuladores de desmonte de rochas, criando-se cenários diversos muito próximos da realidade e permitindo propor e resolver problemas num ambiente propício à conceptualização de inúmeros pormenores das operações mineiras⁸ (**Figura 2**).

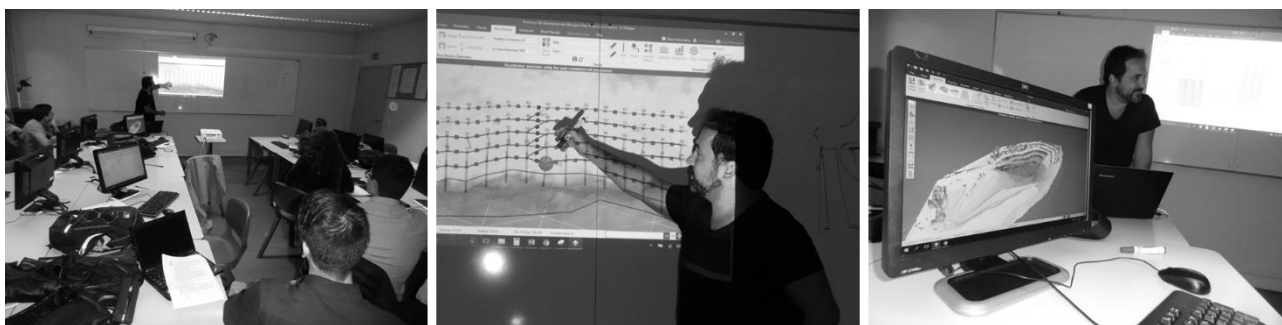


Figura 2: Uso de simulador de desmontes em aula. FEUP, 2019.

No referido ano letivo de 2019, os estudantes da FEUP também demonstraram um evidente interesse nas aulas⁹ de cálculo numérico quando as técnicas apresentadas (nesse caso específico fatoração LU¹⁰) eram associadas à sua aplicabilidade no desenvolvimento de simuladores. Um resumo do inquérito de satisfação geral da aula (numa escala de zero a dez) é exibido na **Figura 3**:



Figura 3: Avaliação geral dos alunos sobre tema aplicado no desenvolvimento de simuladores.

Fica deste modo demonstrada a importância dos simuladores, e como eles podem impactar positivamente a indústria como um todo e em processos de formação específicos. *Rex Tillerson*, chairman e CEO do *ExxonMobil Corp*, acredita que a simulação é fundamental para o desenvolvimento tecnológico e justifica essa afirmação pelos quase 50 anos de prática de implementação de modelos matemáticos em simuladores por parte dos engenheiros da *Exxon* (Gilman & Ozgen, 2013).

⁸ Nota do autor.

⁹ Inquérito realizado sobre a aula de 23/10/2018.

¹⁰ Para maiores detalhes consultar Meyer, 2000, pág. 141.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, acreditando nessa tendência, esta tese descreverá/desenvolverá os principais algoritmos necessários para poder construir uma ferramenta de simulação moderna e eficaz para ser utilizada no planejamento e otimização de desmontes de rochas a céu-aberto com recursos a explosivos.

1.1 Simulação

O processo de simulação passa pela tentativa de reproduzir, sob a forma de modelos, a realidade de processos concretos criados para determinados fins. Essa tentativa faz-se sempre através da construção de pontos de vista sobre as fenomenologias presentes no mundo real, procurando que os modelos criados contenham, de alguma forma, algoritmizadas essas fenomenologias, aproximando-os o mais possível da realidade, sabendo-se que esta nunca será totalmente reproduzível. Trata-se de assumir a complexidade do real, conceito muito presente na Metodologia do Processo Sistêmico de Carlos Madureira (Madureira, 1989). Na posse de modelos, depois de um processo não menos complexo de validação destes, podemos “manipular” o real, obtendo respostas a inputs previamente neles introduzidos. Intuitivamente utilizamos modelos mesmo que não nos demos conta de isso: quando explicamos algo a uma pessoa através de gráficos, ou quando representamos sólidos através de funções matemáticas estamos a usar modelos, ou simplesmente quando prevemos alterações do clima através de dores articulares. A mente do homem trabalha com estruturas de substituição que tentam simplificar o pensamento, estruturas essas que são precisamente denominadas de modelos (Goldbarg & L. Luna, 2000).

Podemos ainda extrapolar a interpretação moderna feita por Gujarati (2019) e entender um modelo como o estudo da dependência de uma variável (variável dependente) com respeito a uma ou mais variáveis (variáveis explicativas) com o objetivo de estimar ou prever o valor esperado populacional, assumindo algumas condições.

Afinal um bom modelo exige uma correta tradução contextual, e essa pode ser expressa através de uma correta relação entre o fenômeno e seu modelo.

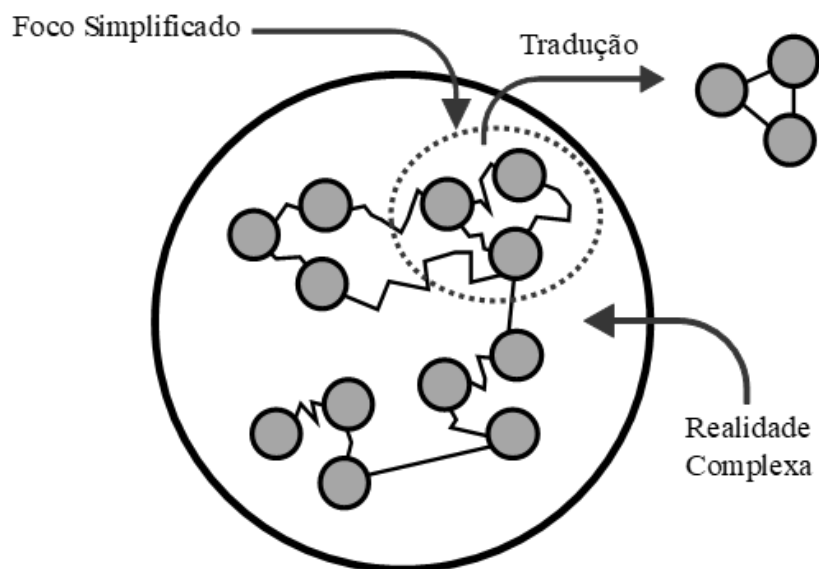


Figura 4: Processo de tradução: Realidade para modelo (adaptado de Goldbarg, 2000).

Parafraseando *Taha* (2008), a construção de uma simulação matemática pode ser considerada como uma arte, e tal como um artista revela uma novidade com a criação da sua obra de arte, o modelador, ao desenvolver uma solução, estará a criar um conceito diferente, com interpretações novas sobre o mesmo problema, mas sempre com um mesmo objetivo presente: representar matematicamente um problema abstrato encontrado na natureza.

1.2 Simuladores de desmonte de rochas

A história da simulação pode ser escrita através de vários pontos de vista (Goldsman, Nance, & Wilson, 2009):

- Uso de simuladores (análise, treinamento, pesquisa...);
- Tipos de modelos de simulação (eventos discretos, contínuos, combinados...);
- Linguagens de programação de simuladores (GPSS, SIMSCRIPT, SIMULA...);
- Campos de interesse (comunicações, aplicações militares, transporte...).

Na criação de simuladores para apoio ao desmonte de rochas com recurso a explosivos também podemos assumir diferentes perspetivas. A perspetiva de desenvolvimentos das etapas inerentes ao desmonte, tendo em conta a ordem lógica em que essas etapas são comumente executadas, a saber: aquisição de dados e modelação de terreno, perfuração, carregamento de explosivos, sequência de detonação, efeitos ambientais e processos de otimização.

Na área da extração mineira, desde último terço do século passado que foram surgindo soluções computacionais para apoio ao dimensionamento e otimização das suas operações unitárias (Higgins M. , JK Simblast - New Software for the Design, Simulation and Analysis of Blasting, 1997), mas o desenvolvimento deste tipo de ferramentas pode-se considerar ainda é tímido e são poucos os utilitários que agregam todos os passos básicos característicos inerentes ao planeamento de desmontes, atrás descritos. Infelizmente, o desenvolvimento de ferramentas integradas para a coleta de dados em ambientes de desmonte de rochas e posterior análise, tendo em vista contribuir para a performance deste setor, tem sido largamente esquecido pela indústria (Bhandari & Bhandari, Innovative Online Technology Enabling Optimization in Blasting Operations, 2019). No entanto, o avanço na tecnologia computacional tem contribuído de forma fundamental no sentido de reverter esse processo, pois a cada vez maior capacidade de processamento tem permitido que cálculos, que até então eram demasiado complexos, possam ser executados. *Lopez Jimeno*, autor de inúmeras obras referentes aos processos de desmonte que abordam precisamente estas metodologias, acredita que a revolução dos computadores foi fundamental para o desenvolvimento de simuladores, e comenta (Jimeno, Revuelta, Sánchez-Porro, & Bermúdez, 2000):

“...de las diferentes revoluciones que ha sufrido la minería en el presente siglo (implantación de máquinas más potentes, desarrollo de la economía en escala etc.), una de las más importantes y de mayor trascendencia ha sido, sin lugar a dudas, la transformación, a primeros de los años ochenta, llevada a cabo como

consecuencia del desarrollo de los programas informáticos mineros con la llegada de los ordenadores personales...”.

É possível deduzir, interpretando as palavras de *Jimeno*, que a indústria naturalmente terá de se adaptar e aproveitar as maiores capacidades de processamento dos computadores, desenvolvendo simuladores mais potentes. Os principais interessados nesse desenvolvimento, as empresas de explosivos, tem apostado em investigações internas, como é o caso da empresa Orica® que desenvolve e distribui seu próprio simulador *ShotPus*® (Orica Blast IQ ShotPlus, 2019) e da empresa espanhola Maxam. De maneira independente, poucas empresas desenvolvem esse tipo de solução, e se destaca entre essas a jovem empresa *O-Pitblast*¹¹, que tem um produto que resulta de algoritmos que serão apresentados no corpo desta tese e que agrega além de todas as funcionalidades básicas, ferramentas avançadas de otimização para o aumento da performance das atividades do desmonte.

Algumas importantes empresas de explosivos já acreditam no desenvolvimento externo de suas soluções e encontram-se na atualidade a dar um passo à frente nesse sentido. É o caso da empresa líder nos Países Nórdicos, a *Forcit International*, que agregou *O-Pitblast* ao seu conjunto de soluções pelas capacidades de simulação e pela sua interface amigável (Forcit O-Pitblast, 2019). Entre outras características que caracterizam o simulador *O-Pitblast*, quando comparado com outras soluções do mercado, *Kuovonen* (2019) cita sua capacidade de análise do afastamento crítico ao longo de todo o comprimento de furos, bem como outros aspetos relacionados com a segurança e qualidade, conforme se explicita na **Figura 5**:

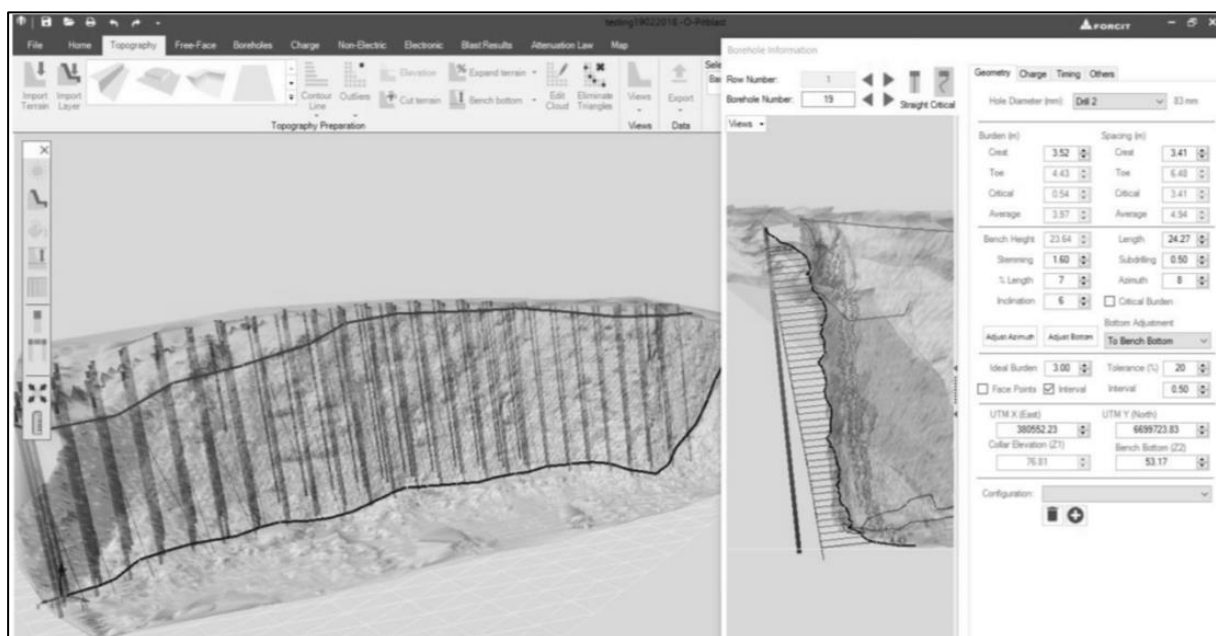


Figura 5: Afastamento crítico real (adaptado de *Kuovonen*, 2019).

¹¹A *O-Pitblast*® foi fundada em março de 2016.

1.3 Motivação

Hoje podemos afirmar que cada vez mais minas, pedreiras e obras de construção são dependentes da correta representação do perfil do terreno onde se pretende trabalhar (Shapiro & Worsey, 2019), e a falta (já justificada acima) de opções de ferramentas direcionadas para objetivos específicos, como pode ser o desmonte de rochas, por si só já justifica o interesse nesse desenvolvimento. Além disso, podemos também citar que a combinação destes simuladores com os equipamentos industriais, diminuem riscos operacionais importantes, como por exemplo os ultra-lançamentos e a geração incontrolada de vibrações. Podemos afirmar também que os processos de planeamento e otimização das operações de desmonte, que infelizmente costumam permanecer no estágio teórico do plano de lavra, devem ser considerados e tratados como processos cruciais para um bom desempenho de toda a cadeia produtiva mineira (Chavez, Farnfield, & Lachamp, 2019).

Na realidade o caminho a percorrer para a criação de simuladores de desmonte de rochas não é um caminho fácil. Não existe¹² bibliografia específica para o desenvolvimento de simuladores com esse objetivo (desmonte de rochas). Os primeiros artigos científicos publicados remetem para o final dos anos 90. Pode-se considerar esse período como importante nesta área dado terem nele surgido importantes simuladores de desmonte de rochas que se perpetuam até aos dias de hoje. Dessa década de 90 do século passado, destacam-se dois artigos publicados pela Sociedade Internacional dos Engenheiros de Explosivos (ISEE):

- *Higgins, JK Simblast - New Software for the design, simulation and analysis of blasting*, 1997;

- *Higgins, JK Simblast - Blast Simulation and Management*, 1998.

Estes artigos abordam a importância da simulação, dando ênfase a um novo produto que chegava naquele momento ao mercado, mas, infelizmente, não exibem as estruturas dos algoritmos necessários para o seu desenvolvimento.

Podemos citar aqui também um trabalho mais recente. Em 2014, o renomado consultor *Thierry Bernard* publicou o excelente trabalho intitulado “*blasting 1 million tons, 205 meters from a town*” no qual evidencia, durante todo o artigo, a inestimável importância da simulação em cada etapa do planeamento de um importante e cuidadoso desmonte realizado no Quebec, mas sem citar informações técnicas sobre os modelos matemáticos utilizados.

No campo pessoal, não podemos deixar de referir a importância da atividade académica como motivadora para a investigação aqui apresentada. Nas escolas de engenharia, os processos de ensino/aprendizagem de sistemas de simulação é muito eficiente uma vez que os estudantes tem a chance de testar de maneira muito efetiva e recorrendo a casos práticos, diversas metodologias conducentes à construção de modelos e o contacto com os vários parâmetros envolvidos na problemática (Brenner, Shacham, & Cutlip, 2005).

Insistimos na referência da revista *International Mining* enquanto recursos para nós fundamental, ao justificarmos o presente trabalho devido à relevância dos artigos publicados pela mesma e dos seus contributos para a

¹² Ao menos não de conhecimento do autor desse trabalho.

investigação realizada e de sua ajuda ao entendimento do que iremos tratar. Nessa revista podemos ler a opinião de autoridades em simulação, entre elas, *Torsten Hellmuth*, responsável na *Siemens*[®] pelos sistemas usados em mineração a céu aberto. *Torsten* defende os benefícios da modelação e da simulação¹³.

Todo este crescimento da importância dos simuladores na indústria extrativa, a falta de produtos robustos e acessíveis¹⁴ e o nosso interesse e gosto pelo mundo da programação e da simulação, pela matemática discreta bem como pela pesquisa operacional¹⁵, entre outros, despertou a motivação pela criação de um simulador dedicado à extração mineira a céu-aberto, e muito mais que isso: à construção de novos algoritmos e respectivas aplicações para ajudar na resolução de problemas de desmontes de rochas de maneira prática e intuitiva. É esse o núcleo duro motivacional da presente tese.

1.3.1 Tese Industrial

Para o melhor entendimento das razões para o desenvolvimento dessa tese dentro de parâmetros e objetivos industriais citaremos *Akay* (2008, p. 404):

“Indiscutivelmente, o ensino de engenharia em programas de doutoramento é uma instituição que precisa inovar e se adaptar às mudanças tecnológicas e econômicas. Para manter nossa vantagem como inovadores em um ambiente cada vez mais competitivo e para preparar adequadamente os engenheiros deste século devemos reexaminar como educamos nossos alunos de doutoramento em engenharia e fazer o que é necessário para garantir sua relevância no mundo de hoje.”

O autor acima citado defende a necessidade de fugir aos métodos tradicionais para poder manter os programas atualizados e condizentes com os problemas da realidade. Uma eficiente modernização nesse sentido se encontra nas propostas de teses industriais, uma vez que os pesquisadores dessa linha de tese adquirem melhor capacidade para compreensão e resolução de problemas reais e seus déficits em termos de empregabilidade são menores (Grimm, 2018).

Em concordância e simpatia com os pesquisadores acima citados, o autor dessa tese acredita que o direcionamento de uma linha de pesquisa aplicada à indústria pode gerar resultados diretos para o campo da Engenharia de Minas que (ao menos a curto prazo) impactem (positivamente) mais necessidades do mercado.

Essa possibilidade de poder gerar um produto que pudesse ajudar as problemáticas do mercado sem dúvida serviu também como motivação para a produção dessa tese.

¹³ Edição de março de 2017.

¹⁴ Nota do autor.

¹⁵ Aqui o autor destaca a importância de seu professor de pesquisa operacional na Licenciatura em Engenharia de Minas da Universidade Federal de Pernambuco em passar aos estudantes um pouco da sua paixão pela matemática e aplicações lineares, como ponto chave para o interesse do autor pelo tema. Longa vida à Dorival de Carvalho Pinto, que seu nome viva para sempre.

1.4 Estrutura da tese

A presente tese está subdividida em 4 capítulos principais em que se apresentam os mais importantes algoritmos desenvolvidos e técnicas intrínsecas ao simulador *O-Pitblast*. Após esses capítulos surgirá um capítulo no qual se exemplifica a aplicação das metodologias desenvolvidas. Na parte final do documento retiram-se algumas conclusões do processo de investigação e formulam-se alguns trabalhos futuros. Em cada um dos 4 principais capítulos (Terreno, Perfuração, Sequenciamento e Otimização) será apresentada uma problemática inerente ao bom planeamento e otimização do desmonte de rochas a céu aberto. Conforme seja necessário, dar-se-á destaque a pormenores do núcleo duro dos algoritmos desenvolvidos e técnicas implementadas tendo em vista superar os problemas formulados. Para entender melhor a abordagem realizada, passamos a apresentar um resumo de cada um desses 4 capítulos principais.

1.4.1 Terreno

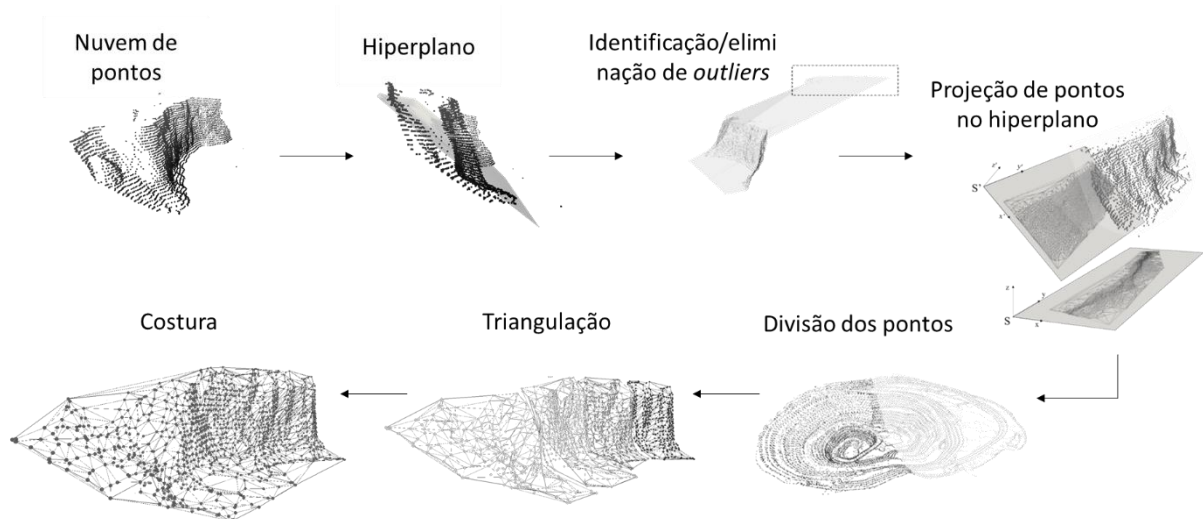


Figura 6: Resumo do capítulo “Terreno”.

No capítulo intitulado Terreno procura-se obter uma resposta eficaz para a seguinte questão: como representar um terreno a partir de uma nuvem de pontos obtida por uma determinada metodologia de aquisição de dados num dado contexto morfológico?

Nesse capítulo abordamos diferentes possibilidades para o tratamento desses dados e os pontos necessários para poder reconstruir uma superfície resultado de uma triangulação que represente de maneira satisfatória uma superfície de terreno e, a partir dessa representação conseguir planejar o posicionamento de furos para um eventual desmonte.

Nesse capítulo desenvolver-se-ão os seguintes algoritmos e/ou ferramentas matemáticas:

- Regressão linear múltipla por mínimos quadrados;
- Regressão linear múltipla por mínimos resíduos absolutos;
- Projeção de ponto em plano;

Introdução

- Detecção de pontos anómalos;
- Envolvente convexa (*convex Hull*);
- Posição relativa entre reta e ponto;
- Mudanças de base;
- Análise de *clusters*;
- Triangulação de *Delaunay*.

1.4.2 Perfuração

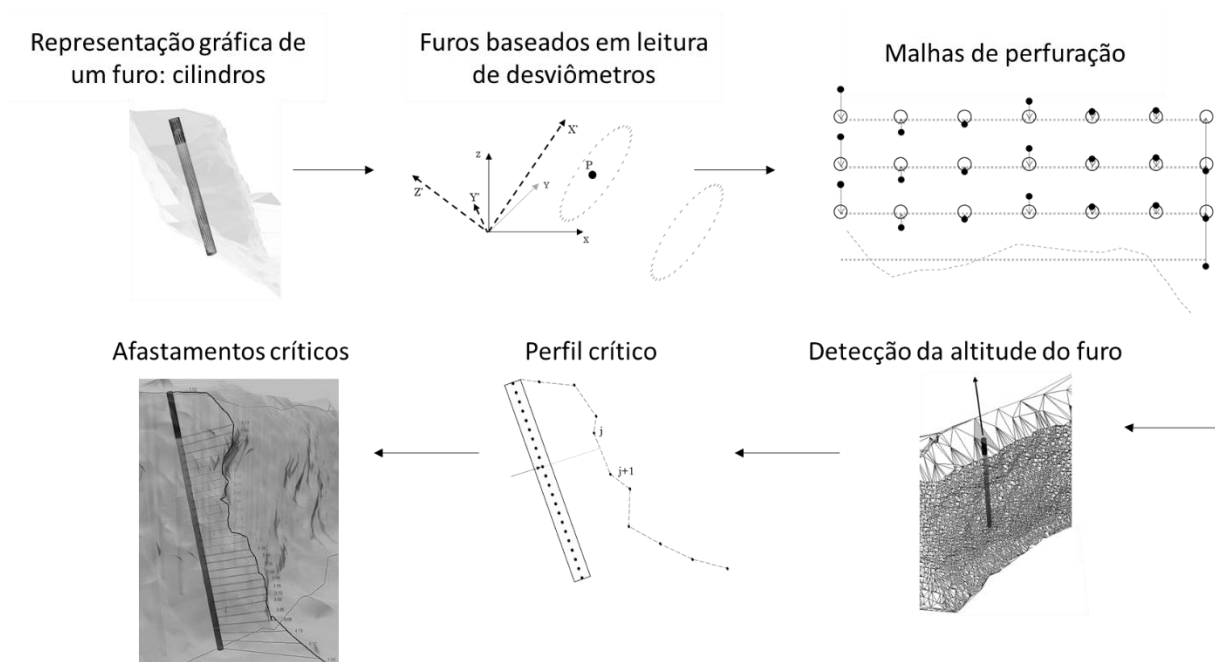


Figura 7: Resumo do capítulo “Perfuração”.

Nesse capítulo que denominamos Perfuração, procura-se responder às seguintes perguntas: como representar os furos que irão ser realizados sobre o terreno a ser desmontado, como criar um padrão de perfuração e como identificar parâmetros geométricos de relações entre os furos em planeamento e elementos singulares do modelo do terreno em causa (por exemplo, valores de afastamentos críticos à frente livre para diferentes posições ao longo dos furos)?

Esse capítulo começa por introduzir alguns mecanismos vetoriais para a representação de furos através de cilindros visando tanto furos teóricos como aqueles que provêm da leitura de equipamentos que medem a inclinação reais dos furos em campo. Com essa representação, aborda-se também a criação de malhas de perfuração simples (baseadas apenas em valores teóricos de afastamento e espaçamento) e malhas mais complexas e realistas como podem ser as malhas que se baseiam no posicionamento da crista da bancada. Uma vez representada a perfuração sobre o terreno, procura-se identificar os afastamentos reais (críticos) ao longo de toda a longitude dos furos, com a finalidade de detetar possíveis pontos que se diferenciam, muito do afastamento teórico desejado.

Esse capítulo desenvolverá os seguintes algoritmos e/ou ferramentas matemáticas:

Introdução

- Rotação vetorial tridimensional;
- Tratamento de dados oriundos de equipamentos de aferimento de desvio de furos;
- Projeção de ponto em reta;
- Intersecção de vetores;
- Intersecção entre reta e plano;
- Detecção de pontos internos a triângulos;
- Intersecção entre vetor e malha¹⁶;

1.4.3 Sequenciamento

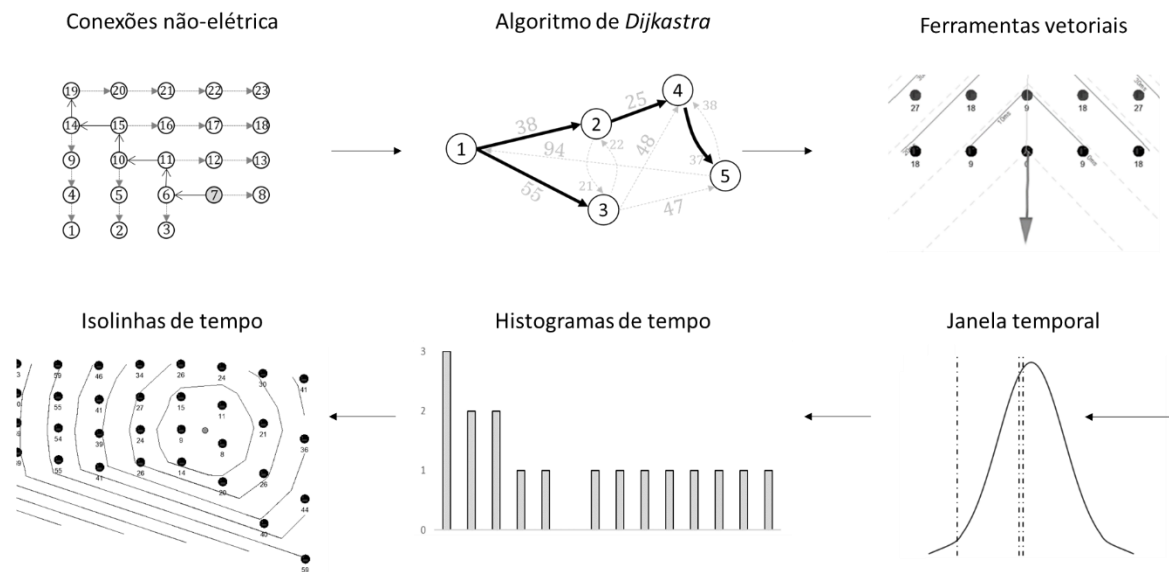


Figura 8: Resumo do capítulo “Sequenciamento”.

Nesse capítulo há o desiderato de responder às seguintes questões técnicas hoje em dia fundamentais para um bom planejamento de pegadas de fogo: como calcular o tempo de detonação dos furos de uma malha uma vez que se aplicam conectores de superfícies e detonadores de fundo aos mesmos? Se há a eleição de detonadores eletrônicos, como calcular os tempos de saída (disparo) de cada furo utilizando ferramentas vetoriais? O que significa janela temporal e como utilizar este conceito tendo como padrão a análise da janela dos oito milissegundos? Como calcular isolinhas de tempo?

Esse capítulo contempla a modelação da conexão não-eletrônica através de grafos e utiliza algoritmos de busca dentro de grafos para poder calcular tempos de detonação. Além disso, aborda-se a modelação vetorial necessária para cálculos de tempos para detonadores eletrônicos. É realizada também uma análise estatística da regra dos 8 milissegundos e testa-se a sua validade. Ainda nesse capítulo referem-se pormenores da construção de histogramas de tempo e o desenvolvimento de respectivas isolinhas.

¹⁶ Comumente definido pelo termo em inglês “*mesh*”, faz referência ao conjunto de triângulos que foram a superfície do terreno utilizado.

Introdução

Esse capítulo desenvolverá os seguintes algoritmos e/ou ferramentas matemáticas:

- Grafos;
- Algoritmo de *Dijkstra*;
- Rotação vetorial bidimensional;
- Probabilidades¹⁷;

1.4.4 Otimização

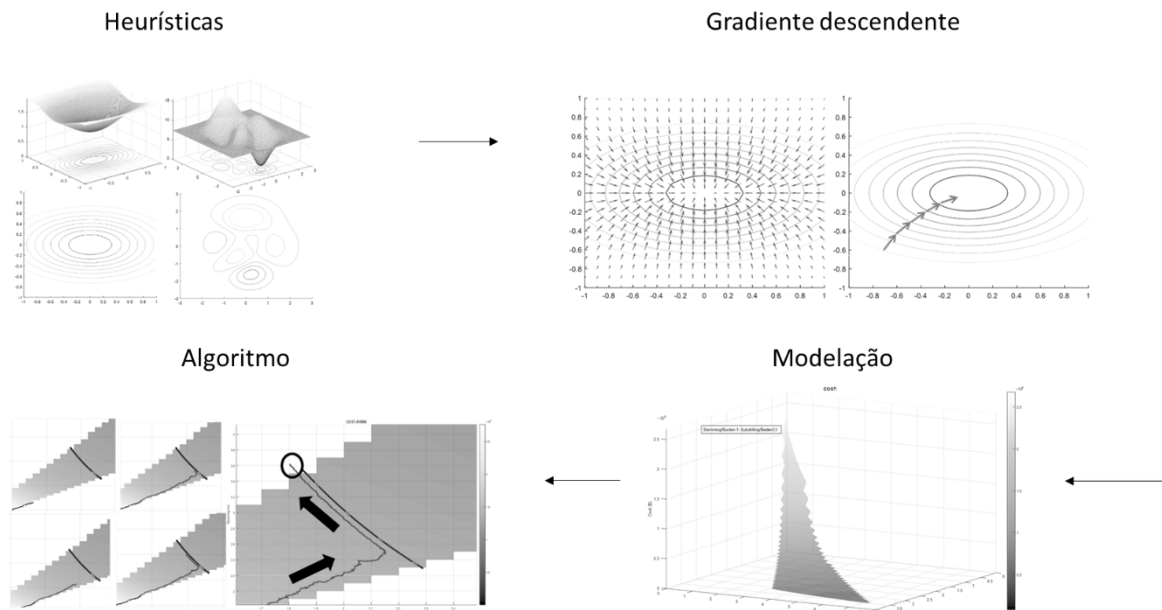


Figura 9: Resumo do capítulo “Otimização”.

Esse capítulo trará resposta à pergunta: baseado nos níveis de fragmentação mínimos exigidos para o material desmontado, será possível encontrar os parâmetros geométricos para o planejamento do desmonte que minimizam o custo da operação sem romper restrições de proporção entre as variáveis de decisão?

Esse capítulo dedica-se à busca/desenvolvimento de um modelo matemático que encontre os melhores valores para as variáveis de decisão (afastamento, espaçamento, subperfuração e tampão) que minimizam o custo total do desmonte (considerando unicamente essa operação unitária) mas que tenha por resultado final valores de fragmentação adequados. O problema passa pela definição das variáveis de decisão adequadas, definição de uma função objetivo a ser minimizada e formulação de restrições adequadas ao modelo. Uma vez que se encontrem esses elementos, dada a natureza não linear do problema e com solução não trivial, desenvolve-se uma heurística que encontre, rapidamente, a solução pseudo-ótima para o problema.

Esse capítulo desenvolverá os seguintes algoritmos e/ou ferramentas matemáticas:

¹⁷ Noções básicas necessárias para o entendimento da dispersão dos detonadores.

Introdução

- Previsão de fragmentação;
- Heurísticas;
- Gradiente descendente;

2 Modelação de Terreno

A adequada análise do terreno que se pretende desmontar é fundamental, principalmente, quando se trata de detonações mais complexas ou de potencial risco para o meio ambiente. A topografia poderá influenciar vários fatores meio ambientais, como pode ser, por exemplo, a sobrepressão de ar (Bermingham & Birch, 2013), as vibrações terrestres e principalmente o desmonte de rochas.

Não apenas aspectos ambientais como também aspectos de produção são afetados pela topografia. A análise correta do terreno poderá identificar informações sobre a estrutura do maciço rochoso a ser desmontado (Kuckartz *et al*, 2013) e essa informação poderá ser utilizada para o melhor planeamento do tipo adequado de explosivo a ser utilizado em campo.

Ter a possibilidade de construir uma correta representação, sob a forma de um modelo digital do terreno a ser desmontado, apresenta-se como um fator muito importante para permitir a construção de um processo de otimização do desmonte de rochas, afigurando-se este como decisivo para o sucesso de um projeto (Platt, 2016).

Neste capítulo, abordam-se sucintamente diversas metodologias de aquisição de dados e apresenta-se uma metodologia, fundamentada, para seu tratamento tendo em vista a construção de uma adequada representação do terreno.

2.1 Origem dos dados

2.1.1 Laser 3D



Figura 10: Sistema de Laser utilizado para definir perfil da bancada (adaptação de autoria própria).

É indiscutível que o equipamento de aquisição de dados Laser 3D é ainda um dos mais versáteis, em parte pela sua capacidade de poder mapear frentes de pedreiras e minas como um todo. O seu uso é bastante vulgarizado dada a facilidade com que é operado, apresentando-se como uma ferramenta chave para a modelação de topografias (Renishaw, 2014) e consequentemente para a representação digital de frentes livres de bancadas. Da sua utilização, resulta sempre uma nuvem de pontos 3D, mais ou menos densa, representativa das superfícies topográficas sobre as quais o equipamento realizou varrimentos observacionais.

Shushil Bhandari refere ainda as potencialidades do uso deste equipamento no capítulo que dedica à avaliação de resultados do desmonte (*Bhandari, Engineering Rock Blasting Operations, 1997, cap. 10*). Importantes eventos, como o ISEE, têm vindo a

destacar as aplicações à modelação topográfica do Laser 3D em diversas das suas edições. A precisão desse equipamento em relação ao seu antecessor, o Laser 2D, fica evidenciada na procura de realce do parâmetro afastamento crítico, tema abordado também no *ISEE* (Miranda *et al*, 2017) que, por diversas razões, algumas já referidas e outras que serão abordadas posteriormente nesta tese, se apresenta como sendo um parâmetro crítico.

2.1.2 Fotogrametria

A fotogrametria é uma metodologia aplicada à construção de modelos digitais de terrenos a partir de fotografias, quando estas são tratadas em sistemas baseados em tecnologia estéreo-fotogramétrica. Esta tem a capacidade de ler com muita precisão informação pormenorizada, por exemplo, de pisos e frentes rochosas livres de bancadas (Platt, 2016). Podemos citar aqui, para aplicação em mineração, o sistema *BlastMetrix* 3D, que se apresenta como um inovador sistema para a topografia de frente livre de bancadas (BlastMetrix, 2019).

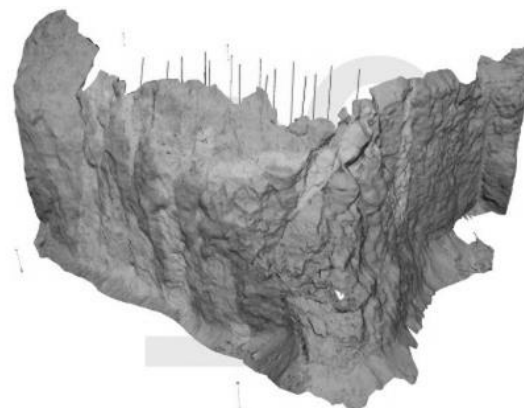


Figura 11: BlastMetrix 3D (BlastMetrix, 2019).

2.1.3 Drones



Figura 12: Drone (UAV: *Unmanned Aerial Vehicle*).

A tecnologia drone (ou VANT – veículo aéreo não tripulado) de aquisição de fotografias aéreas, embora recorra também à fotogrametria, merece uma atenção especial devido ao seu crescente uso na mineração. Empresas como as portuguesas *Eye 2 Map*¹⁸ (Eye 2 Map, 2017) e *O-Pitblast*¹⁹ oferecem o serviço de recolha e tratamento de dados com este tipo de equipamentos, e a respetiva construção de

muito fiéis modelos digitais de terreno. O uso dessa tecnologia é também amplamente explorado pela chilena Rock Blast (Rock Blast, 2017).

Existem outras fontes para a coleta de dados, como o uso, por exemplo, de estações totais, sendo que, neste trabalho, é dada especial ênfase aos sistemas que são amplamente difundidos na atividade mineira ou aqueles que apontam tendência para uma maior utilização²⁰.

¹⁸ www.eye2map.com

¹⁹ www.o-pitblast.com

²⁰ Em acordo com a argumentação explanada na introdução dessa tese.

2.2 Redução dimensional

Um modelo matemático pode ser abordado desde várias perspectivas, conforme vimos na secção 1.1, mas aproveitamos para acrescentar o entendimento econométrico (Silveira Ferreira, 2013), que de maneira simplificada, define o modelo como uma função que relaciona um grupo de variáveis independentes para explicar o comportamento de uma variável dependente (a natureza dessa relação vai definir o tipo de função abordada).

Vamos modelar um conjunto de dados no R^3 (pontos no espaço tridimensional) por um hiperplano ²¹.

Inicialmente apresentamos um conjunto de pontos 3D referentes a uma pedreira genérica e que representam uma frente livre de bancada (**Figura 13**):



Figura 13: Pontos que representam a topografia de uma frente de bancada.

Para encontrar o hiperplano desejado é necessário definir quais são, em cada caso, as variáveis de decisão presentes. Para um plano indefinido, temos a equação geral (Boulos, 2005):

$$aX + bY + cZ + d = 0$$

Equação 1

Um modelo matemático, embora possa ser definido de maneiras diferentes por diferentes autores, terá que compreender principalmente 3 elementos (Tormos & Lova, 2003):

1. Variáveis de decisão: o primeiro passo na formulação de um modelo matemático é identificar as variáveis sobre as quais queremos decidir (por exemplo, quando queremos que uma regressão linear nos produza um modelo, as variáveis de decisão serão a constante que representa a interseção da reta com o eixo vertical e o coeficiente angular). Essas são as variáveis que terão os seus valores decididos pelo modelo²²;

²¹ Define-se um hiperplano H em R^n como o conjunto de pontos $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ que verificam uma equação linear não degenerada $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ (Lipschutz, 1994, pág. 65). Em outras palavras, um plano de dimensão $n-1$ em R^n é um hiperplano (Santana & Queiró, 2010, pág. 186).

²² Modelo bidimensional.

2. Parâmetros de decisão e restrições: os parâmetros podem ser determinísticos ou estocásticos e que são os valores conhecidos que se relacionam com as variáveis;

3. Função objetivo: define a medida de efetividade que obtêm o sistema quando se alteram os valores das variáveis de decisão.

Assim, temos como variáveis de decisão as constantes: a , b , c e d .

Evidentemente que existem infinitas soluções para essa equação, e uma infinita quantidade de hiperplanos. Aqui exemplificamos dois deles na **Figura 14**:

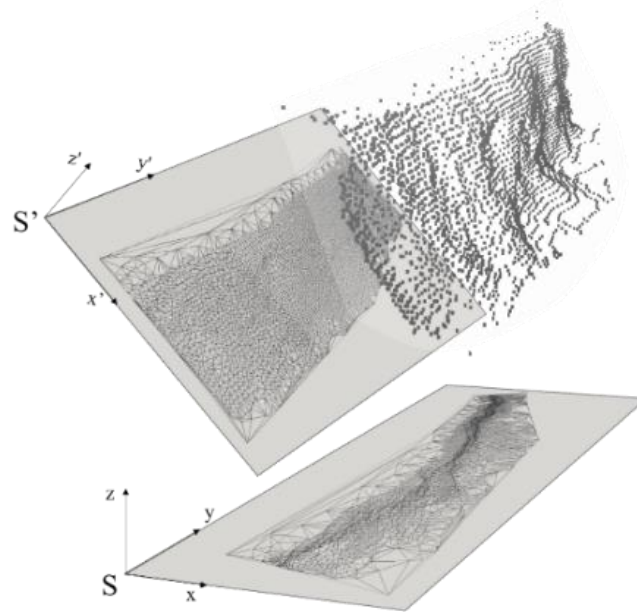


Figura 14: Exemplo com dois hiperplanos.

Para o nosso problema, que é representar uma nuvem de pontos através do modelo linear “plano”, não nos interessa um hiperplano que não se aproxime bem desses pontos, pelo que precisaremos de encontrar um que seja tão representativo quanto necessitemos (**Figura 15**).

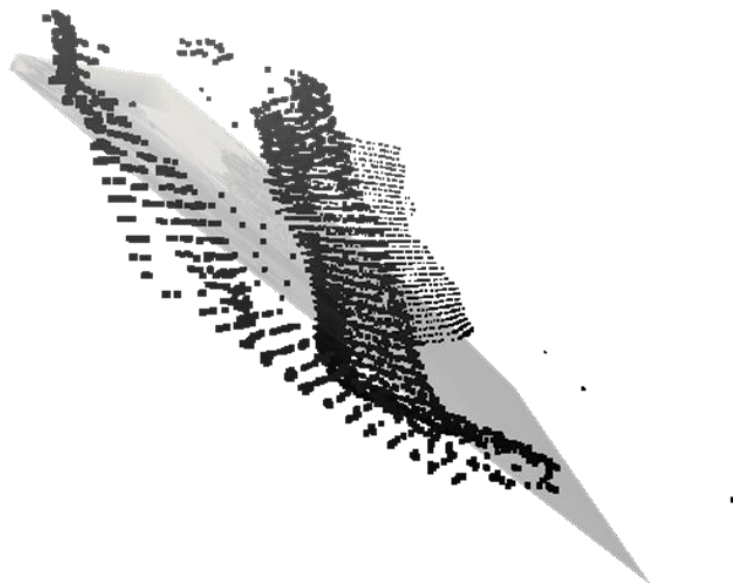


Figura 15: Hiperplano ajustado à nuvem de pontos.

Para alcançar esse objetivo, determinamos o segundo elemento necessário à construção de um modelo, ou seja, os parâmetros de decisão.

No presente exemplo, sabe-se que o modelo contém erros, pois existem pontos (na grande maioria do seu domínio) que não coincidem com os pontos amostrados, gerando assim, para cada um deles, um valor residual²³ u_i .

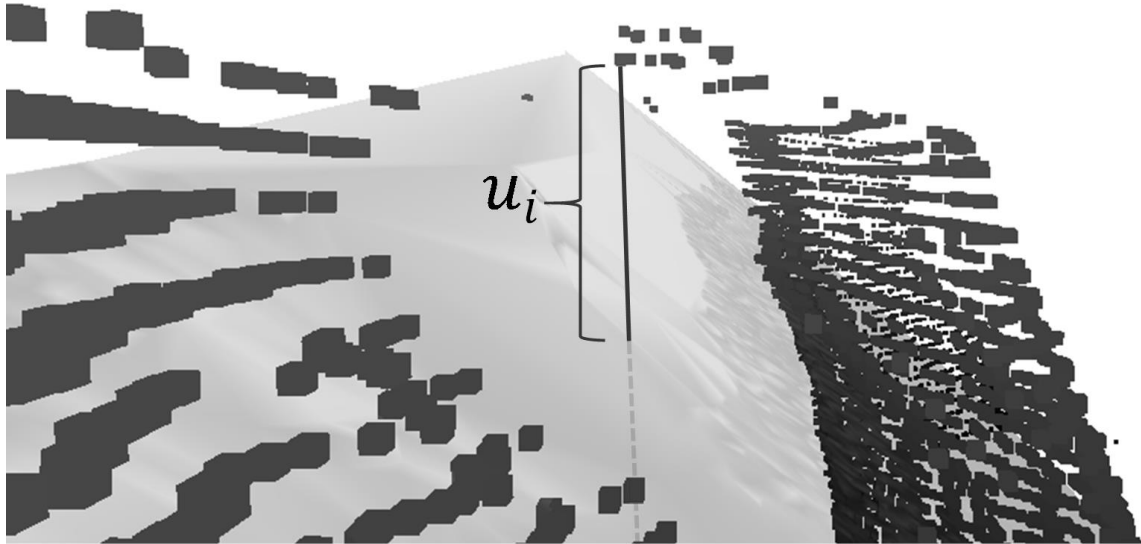


Figura 16: Exemplo do resíduo.

Os parâmetros podem ser assim definidos:

$$-a/c X_i - b/c Y_i - d/c = AX_i + BY_i + C \quad \text{Equação 2}$$

$$AX_i + BY_i + C - Z_i = u_i \quad \text{Equação 3}$$

Na Equação 2 define-se a relação determinística entre as variáveis dependentes e a variável independente (Z). Na Equação 3 define-se o resíduo como a diferença entre o valor estimado (valor encontrado pelo modelo) e o valor real inferido.

Agora como terceira etapa é necessário definir a função objetivo, e como queremos que o modelo a construir seja o mais próximo possível da realidade, há necessidade de minimizar os erros detetados, ou seja, minimizar a soma total dos resíduos. Assim, a função objetivo (que deverá ser minimizada) será:

$$\sum_i u_i^2 \quad \text{Equação 4}$$

Ou então:

$$\sum_i |u_i| \quad \text{Equação 5}$$

²³ Perturbação estocástica ou termo de erro estocástico (Gujarati, 2019, pág. 40).

Assim, poderíamos definir o modelo matemático de um hiperplano que representa um conjunto de pontos em $\mathbb{R}^3$ como:

- Variáveis de decisão: A , B e C .
- Função objetivo: $\text{Min } \sum_i |u_i|$.

S.a:

- $AX_i + BY_i + C - Z_i \leq u_i$
- $AX_i + BY_i + C - Z_i \geq -u_i$
- $u_i \geq 0$

Assim ficamos na posse de um modelo (um espaço vetorial de dimensão inferior) para representar dados reais (**Figura 17**):

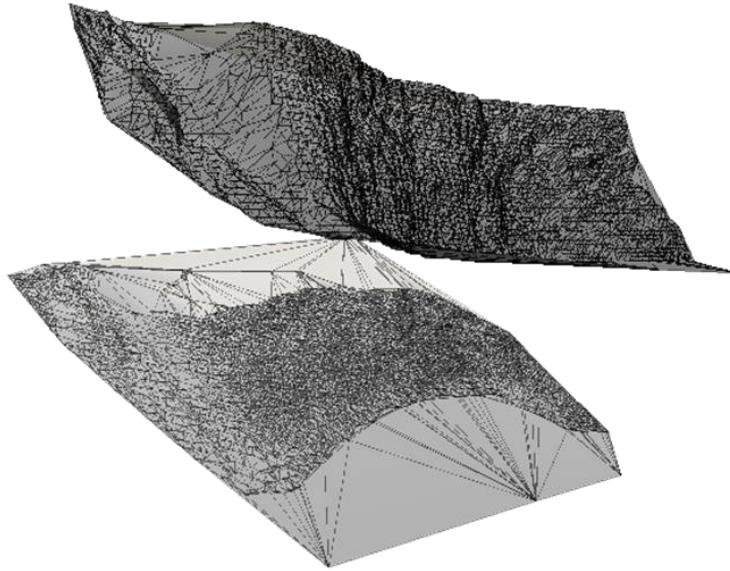


Figura 17: Dados reais e modelo (transladado).

A técnica acima descrita, pode ser denominada como método de regressão por mínimos resíduos absolutos²⁴. Em alternativa podemos utilizar o conhecido método dos mínimos quadrados. De seguida, procura-se descrever melhor estes métodos, realizando uma comparação entre ambos.

2.2.1 Regressão linear

Francis Galton, estatístico Inglês do século XIX “batizou” o termo regressão no seu famoso estudo sobre estaturas, onde ele defendia que apesar da tendência de pais altos procriarem filhos altos e pais baixos procriarem filhos baixos, a estatura média dos filhos tendiam a transladar-se, ou “regressar” à estatura média da população total (Galton & Hamilton Dickson, 1886, págs. 42-73). Os seus estudos foram confirmados pelo seu colega *Karl Pearson*, que investigou estaturas em

²⁴ Embora a minimização do resíduo absoluto (abordada mais adiante) minimize a soma total dos resíduos, é raramente utilizada devido a sua complexidade matemática (Hamming R. , 1971, pág. 249).

grupos de famílias (“*Family Record Series*”) e publicou seus resultados em 1903. Curiosamente, *Galton* referiu-se a esse “regresso” à altura média como “regresso à mediocridade” (*Galton em Gujarati*, pág. 15).

A interpretação moderna é diferente, e trata a dependência de uma variável (variável independente) com respeito a uma ou mais variáveis (variáveis explicativas), com o objetivo de estimar o valor médio populacional como bem explica o autor português Paulo Jorge Silveira Ferreira no seu pedagógico livro “Princípios de Econometria” (Editora Rei dos Livros, 2013).

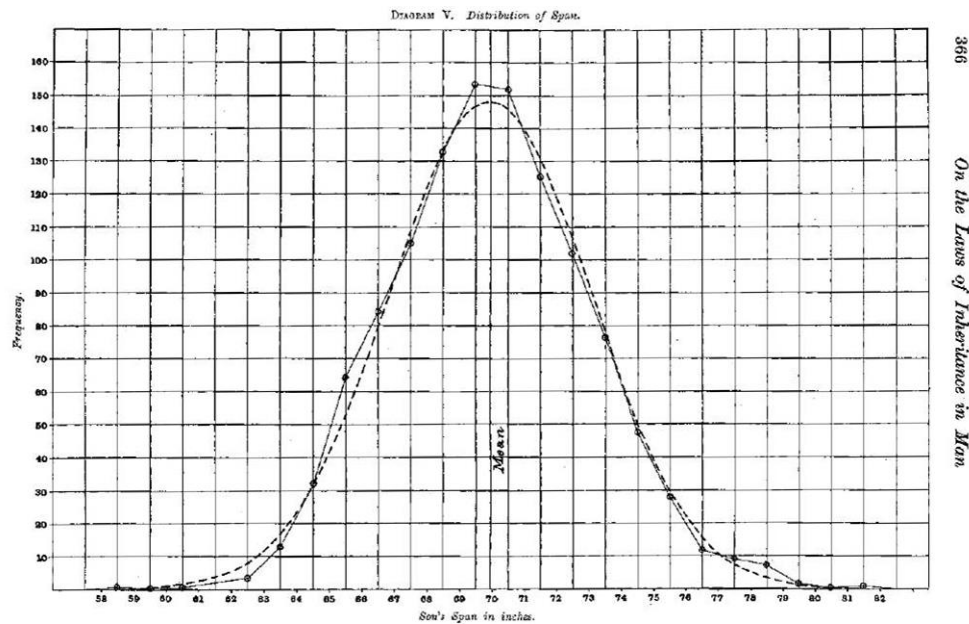


Figura 18: Distribuição hipotética das estaturas dos filhos (imagem do artigo original de *Karl Pearson*).

2.2.2 Definição

Matematicamente definimos um modelo linear com n variáveis como uma função:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + u_i \quad \text{Equação 6}$$

Onde as β_i 's desse modelo são coeficientes lineares, e por linearidade entendemos que três premissas básicas devem ser tidas em conta ²⁵:

1. Proporcionalidade: significa que a contribuição individual de cada variável é diretamente proporcional ao valor da variável;
2. Aditividade: define que a contribuição total das variáveis é igual à soma direta das contribuições individuais de cada variável;
3. Certeza: todas as β_i 's são constantes conhecidas e determinísticas²⁶ (aqui não trabalharemos com variáveis estocásticas).

²⁵ Taha, 2008, pág. 7; Hillier & Lieberman, 2010, pág. 33; Tormos & Lova, 2003, pág. 47; Goldbarg & L. Luna, 2000, p. 47; além do próprio pai programação linear moderna: *Dantzig* no seu clássico “*Linear Programming and Extensions*” (1963) entre outros.

²⁶ Existem modelos de regressão, chamados modelos neoclássicos de regressão linear (MNRL) que tratam as variáveis como estocásticas (Goldberger, 1991, pág. 264).

Definido um modelo linear, necessitamos encontrar os valores para os parâmetros adequados para ele.

Tendo em vista encontrar os parâmetros que melhor se ajustam à nuvem de pontos, é necessário lançar mão de alguma técnica para esse fim. Assim, surgem o método dos mínimos quadrados (MMQ) e o método dos mínimos resíduos absolutos (MMR), que adiante será descrito, dado que não é muito explorados pela literatura econométrica/matemática (rodapé 24). O MMR será amplamente utilizado nessa tese por razões que serão explicitadas em breve.

2.2.3 Método dos mínimos quadrados (MMQ)

2.2.3.1 Caso bidimensional

Como já exposto anteriormente, um modelo explica parte da realidade e à parte que não é explicada é dado o nome de resíduo (a partir de agora chamado de “u”).

A ideia subjacente ao método dos mínimos quadrados é encontrar os parâmetros que minimizam a soma do quadrado dos resíduos, ou seja, nosso objetivo será:

$$\text{Min } Z = \sum_i u_i^2 \quad \text{Equação 7}$$

Exemplificando numa realidade bidimensional com uma nuvem de pontos, observa-se que infinitas retas podem ser escolhidas para lhe servir de modelo, mas apenas uma fará com que a soma dos quadrados dos resíduos (**Figura 19**) seja a mínima possível²⁷.

Os parâmetros são encontrados da seguinte maneira:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + u \quad \text{Equação 8}$$

Onde:

- β_0 : parâmetro chamado de constante;
- β_1 : coeficiente técnico ;
- u : Resíduo.

O objetivo é minimizar o quadrado dos resíduos:

$$\min \sum u_i^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 = S(\beta_0, \beta_1) \quad \text{Equação 9}$$

A minimização se dá ao derivar a Equação 9 com relação a β_0 e a β_1 e igualando a zero:

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \quad \text{Equação 10}$$

²⁷ Realça-se aqui que a técnica não (e aqui fazemos especial destaque) resulta na reta que melhor aproxima os pontos, pois esta não minimiza a distância dos pontos até a reta (ou modelo), e sim a distância elevada ao quadrado.

Modelação de Terreno

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \quad \text{Equação 11}$$

Distribuindo corretamente e dividindo a Equação 10 por $2n$ chegamos a:

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{X} \quad \text{Equação 12}$$

Onde $\bar{y}$ é a média dos valores da variável dependente, e $\bar{X}$ é a média da variável independente.

Substituindo a Equação 12 na equação Equação 11 chegamos a:

$$-2 \sum_{i=1}^n X_i (y_i - \bar{y} + \beta_1 \bar{X} - \beta_1 X_i) = 0 \quad \text{Equação 13}$$

$$\sum_{i=1}^n [X_i (y_i - \bar{y}) + X_i \beta_1 (\bar{X} - X_i)] = 0 \quad \text{Equação 14}$$

$$\sum_{i=1}^n [X_i (y_i - \bar{y}) + \beta_1 \sum_{i=1}^n X_i (\bar{X} - X_i)] = 0 \quad \text{Equação 15}$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n X_i (\bar{X} - X_i)} \quad \text{Equação 16}$$

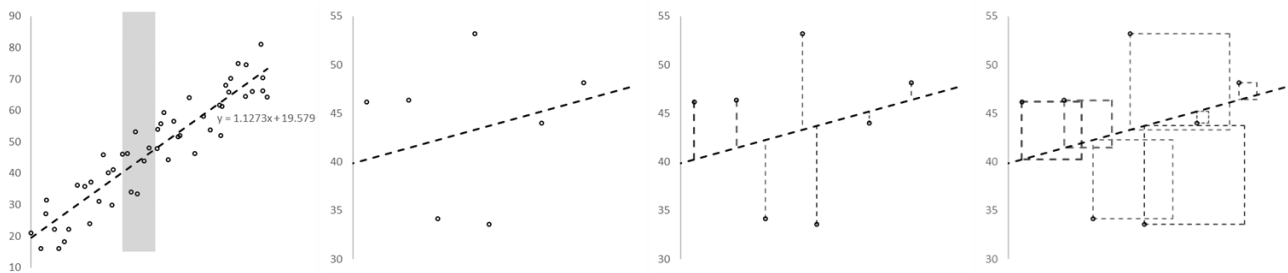


Figura 19: MMQ soma das áreas dos quadrados dos resíduos mínima.

2.2.3.2 Caso multidimensional

Para o caso multidimensional vamos resolver o mesmo problema para:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + u_i \quad \text{Equação 17}$$

O objetivo de minimizar a soma do quadrado dos resíduos obriga a escrever a Equação 17 na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & \dots & X_{k3} \\ 1 & X_{14} & X_{24} & \dots & X_{k4} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \dots \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ \dots \\ e_n \end{pmatrix} \quad \text{Equação 18}$$

Podemos simplificar essa fórmula:

$$y = Xb + e \quad \text{Equação 19}$$

Substituindo “e” por $y - Xb$ e considerando que queremos minimizar a soma do quadrado dos resíduos:

$$\sum_i e_i^2 = \sum_i (e'e)^2 \quad \text{Equação 20}$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2X'y + 2X'Xb = 0 \quad \text{Equação 21}$$

$$X'Xb = X'y \quad \text{Equação 22}$$

$$b = (X'X)^{-1}X'y \quad \text{Equação 23}$$

2.2.4 Método dos mínimos resíduos (MMR)

A técnica MMR consiste em minimizar a soma do valor absoluto do erro (resíduo) cometido.

A resolução deste problema (minimização da função objetivo definida pela equação $\sum_i |u_i|$) é de natureza matemática complexa como Hamming referiu em 1979 e, embora o próprio Hamming tente abordar esse problema (Hamming R. W., 1973, pág. 431), a sua solução não é apresentada. Para superar esse problema utilizaremos a programação linear²⁸.

Assim, o grande objetivo é minimizar a soma do valor absoluto dos resíduos. Para isso torna-se necessário encontrar as variáveis de decisão A, B e u_i resolvendo o modelo (para o caso bidimensional):

$$\min Z = \sum_i u_i \quad \text{Equação 24}$$

$$\text{S.a.}^{29} \quad y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \leq u_i \quad \text{Equação 25}$$

$$y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \geq -u_i \quad \text{Equação 26}$$

$$u_i \geq 0 \quad \text{Equação 27}$$

No processo de busca de uma solução, é fundamental ter em conta a quantidade de variáveis presentes, pois um problema muito grande pode-nos levar à decisão de não procurar encontrar a melhor solução e sim uma solução possível e razoavelmente próxima da solução ótima (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 563). Esse tipo de solução exige o uso de *solver*, como pode ser o caso do *MS Solver Foundation*³⁰, que funciona como uma API³¹ e pode ser utilizada, por exemplo, dentro de uma solução desenvolvida com *.net* e *C#*. Abaixo podemos ver um exemplo de código de como fazer uma regressão para encontrar um plano que aproxima por *MMR* um conjunto de pontos:

²⁸ Basicamente são problemas cuja função objetivo e restrições são compostas apenas por equações lineares (Venkataraman, 2009, pág. 130).

²⁹ Sujeito às restrições e restrições.

³⁰ *Microsoft*®

³¹ Interface de programação de aplicações, do inglês “*Application programming interface*”.

Modelação de Terreno

```
/// <summary>
/// Entrada uma lista do tipo vector3 e saída com plano ajustado por mínimos resíduos
/// Desenvolvido em 23/03/16
/// </summary>
/// <param name="ListVector3">List de pontos XYZ</param>
/// <returns>Parametros A, B e C</returns>

public static Vector3 RegresionByMinRes3D(List<Vector3> ListVector3)
{
    //Criação de instâncias
    SolverContext context = SolverContext.GetContext();
    context.ClearModel();
    Model model = context.CreateModel();

    //A equacao sera: Z=A + BX + CY
    //se criam as variáveis de decisão
    Decision A = new Decision(Domain.Real, "A");
    Decision B = new Decision(Domain.Real, "B");
    Decision C = new Decision(Domain.Real, "C");

    //se adicionam as variáveis ao modelo
    model.AddDecisions(A, B, C);

    //se cria uma lista com as variáveis de decisão
    List<Decision> decision1 = new List<Decision>();

    //popular a lista das variáveis de decisão
    for (int i = 0; i < ListVector3.Count; i++)
    {
        Decision Alpha = new Decision(Domain.RealNonnegative, "Alpha_" +
            i.ToString());

        decision1.Add(Alpha);
    }

    model.AddDecisions(decision1.ToArray());

    //se instancia a variável que será a função objetivo
    var objective = new SumTermBuilder(ListVector3.Count());

    for (int i = 0; i < ListVector3.Count; i++)
    {
        model.AddConstraints("alpha" + i.ToString(), A + B * ListVector3[i].X + C *
            ListVector3[i].Z - ListVector3[i].Y <= decision1[i],
            A + B * ListVector3[i].X + C * ListVector3[i].Z - ListVector3[i].Y >= -decision1[i]);

        objective.Add(decision1[i]);
    }

    //se resolve o modelo
    model.AddGoal("cost", GoalKind.Minimize, objective.ToTerm());
    Solution solution = context.Solve(new SimplexDirective());

    return new Vector3((float)A.ToDouble(), (float)B.ToDouble(), (float)C.ToDouble());
}
```

2.2.5 Comparação entre MMQ e MMR

Para se construir uma ideia da capacidade de cada método apresentado e respetivos tempos de simulação em problemas bidimensionais, recorreu-se a um computador com as características mostradas na **Figura 20**:

Modelação de Terreno

Edición de Windows

Windows 10 Home

© 2016 Microsoft Corporation. Todos los derechos reservados.



Sistema

Fabricante: TOSHIBA
 Modelo: Personal Computer
 Procesador: Intel(R) Core(TM) i7-3610QM CPU @ 2.30GHz 2.30 GHz
 Memoria instalada (RAM): 8,00 GB
 Tipo de sistema: Sistema operativo de 64 bits, procesador x64
 Lápis y entrada táctil: La entrada táctil o manuscrita no está disponible para esta pantalla

TOSHIBA
 Leading Innovation >>>

Figura 20: Configuração do computador utilizado na simulação.

# Points	MMQ	MMR
200	-	21 ms
300	-	42 ms
400	-	70 ms
500	-	128 ms
750	-	231 ms
1000	-	431 ms
1500	-	886 ms
2000	-	1557 ms
3000	-	-
4000	1 ms	-
5000	1 ms	-
7500	1 ms	-
10000	1 ms	-
15000	1 ms	-
20000	3 ms	-
50000	5 ms	-
100000	12 ms	-

Tabela 1: Quantidade de pontos x tempo de processamento em cada método (autoria própria).

Para o método dos mínimos resíduos (MMR) utilizaram-se valores que variavam entre 200 e 2000 pontos. Já para o método dos mínimos quadrados (MMQ) utilizaram-se entre 200 e 100,000 pontos segundo a **Figura 21**.

Como veremos mais adiante, o *MMR* é menos afetado pela presença de pontos atípicos, o que faz esse método apresentar melhores resultados. Todavia o custo computacional elevado faz com que, no caso de se pretender modelar, por exemplo, terrenos com uma grande quantidade de pontos (uma nuvem densa gerada por fotogrametria pode ter facilmente³² milhões de pontos) não possa obter um plano de regressão calculado em tempo útil. Podemos analisar na **Figura 21** uma comparação entre os tempos de processamento de ambos os métodos para várias quantidades diferentes de pontos (escala logarítmica em ambos os eixos):

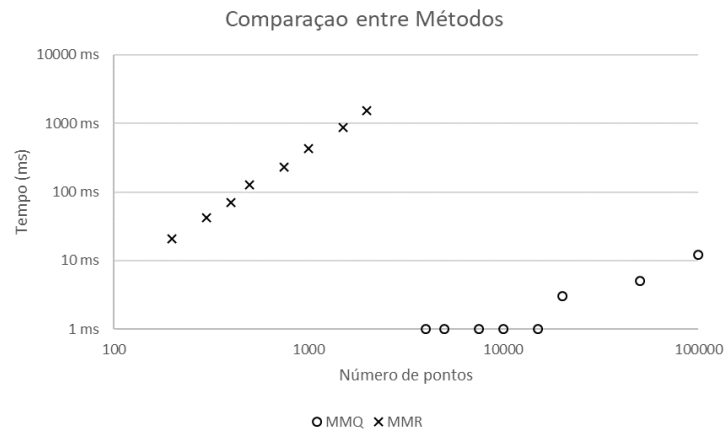


Figura 21: Comparação entre métodos.

³² Lon & Dale, 2016.

Como se pode concluir da análise da **Figura 21**, embora o método de mínimos resíduos não seja severamente afetado pelos pontos atípicos³³, o tempo de processamento é radicalmente maior nesse método (observar que, se os gráficos não estivessem em escala log-log, não seria possível interpretar a informação devido à diferença de ordem de grandeza). Observa-se maior velocidade no processamento de 100 mil pontos com MMQ que 200 pontos com MMR.

Podemos concluir que para problemas de modelação de terrenos, nomeadamente conjuntos de bancadas em explorações de rocha a céu aberto, onde podemos ter quantidades muito superiores às experimentadas nos exemplos descritos, o método adequado é o dos mínimos quadrados (embora o método dos mínimos resíduos possa ser feito sobre uma amostra).

2.2.6 Projeção de ponto em plano

Primeiramente vamos descrever a projeção de um ponto do espaço R^n num hiperplano de dimensão $n-1$, de maneira genérica, para depois exemplificar para a projeção de um ponto em R^3 num plano do R^2 .

Seja P um ponto do espaço $R^n < P_1, P_2, \dots, P_n >$ e esse espaço construído sobre uma base $E < \hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_n >$, temos a equação do plano encontrado $\pi: \beta_0 + \beta_1 \hat{e}_1 + \beta_2 \hat{e}_2 + \dots + \beta_n \hat{e}_n$.

Seja o vetor $\vec{N} = \langle \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n \rangle$ um vetor ortogonal ao hiperplano encontrado (o produto vetorial entre um vetor diretor do hiperplano e $\vec{N}$ tem como resultado um outro vetor diretor do hiperplano π).

Temos também $n-1$ vetores diretores de $\pi: u^1, u^2, \dots, u^{n-1}$.

Temos um ponto qualquer pertencente a $\pi: < \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n >$.

Agora montamos o seguinte sistema de equações:

$$P_1 + \beta_1 \lambda^1 = \pi_1 + u_1^1 \lambda^2 + u_1^2 \lambda^3 + \dots + u_1^{n-1} \lambda^n \quad \text{Equação 28}$$

$$P_2 + \beta_2 \lambda^1 = \pi_2 + u_2^1 \lambda^2 + u_2^2 \lambda^3 + \dots + u_2^{n-1} \lambda^n \quad \text{Equação 29}$$

...

$$P_n + \beta_n \lambda^1 = \pi_n + u_n^1 \lambda^2 + u_n^2 \lambda^3 + \dots + u_n^{n-1} \lambda^n \quad \text{Equação 30}$$

Estamos em condições para construir o sistema de forma matricial para poder melhor visualizar e resolver o sistema de equações:

$$\begin{pmatrix} \beta_1 & -u_1^1 & -u_1^2 & \dots & -u_1^{n-1} \\ \beta_2 & -u_2^1 & -u_2^2 & \dots & -u_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_n & -u_n^1 & -u_n^2 & \dots & -u_n^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda^1 \\ \lambda^2 \\ \vdots \\ \lambda^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_1 - P_1 \\ \pi_2 - P_2 \\ \vdots \\ \pi_n - P_n \end{pmatrix} \quad \text{Equação 31}$$

Podemos simplificar a equação acima como: $Xa=Y$. Então, a solução do sistema acima será:

$$a = X^{-1}Y \quad \text{Equação 32}$$

³³ Poderemos verificar isso na **Figura 25**.

Substituindo o primeiro elemento do vetor da Equação 32 no lado esquerdo da Equação 30, encontraremos a projeção do ponto P no hiperplano π .

Uma vez que conhecemos o conceito geral, interessa-nos especificamente a projeção de pontos 3D (XYZ) em planos, como se pode ver na **Figura 22**:

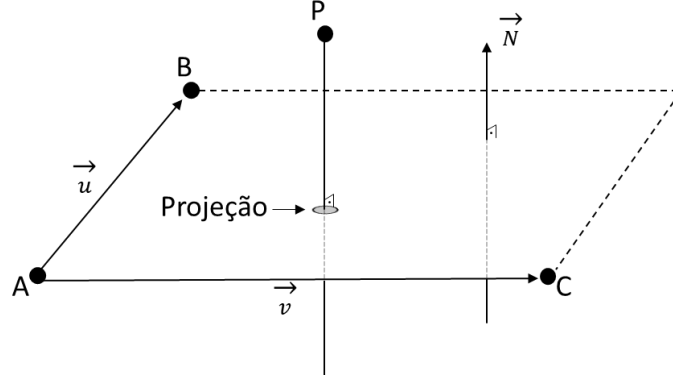


Figura 22: Projeção de ponto em plano.

Para isso precisamos definir os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

$$\vec{u} = B - A \quad \text{Equação 33}$$

$$\vec{v} = C - A \quad \text{Equação 34}$$

Sabemos que o produto vetorial entre ambos os vetores (assumindo a independência linear entre eles) é um vetor $\vec{N}$ normal ao plano. Encontramos as matrizes:

$$X = \begin{bmatrix} N_x & -u_x & -v_x \\ N_y & -u_y & -v_y \\ N_z & -u_z & -v_z \end{bmatrix} \quad \text{Equação 35}$$

$$Y = \begin{bmatrix} A_x - P_x \\ A_y - P_y \\ A_z - P_z \end{bmatrix} \quad \text{Equação 36}$$

Resolvemos a equação:

$$b = X^{-1} \times Y \quad \text{Equação 37}$$

Então a projeção será:

$$Projeção_p = P + b_{(0)} \times N \quad \text{Equação 38}$$

2.2.7 Outliers (pontos atípicos)

Quando um pesquisador experiente tem claro que uma das amostras tomadas para sua pesquisa tem um considerável desvio em relação a população (estatística), ele sabe que essa observação tem que ser descartada (Grubbs, 1969), mas quando esse desvio não é evidente, é possível recorrer a alguns critérios estatísticos para a identificação de pontos atípicos. Czaplicki, 2014 (pág. 58), observa que na aquisição de uma amostra, alguns valores claramente diferem dos outros (da grande maioria). Em matemática ou estatística esses valores são comumente chamados de pontos atípicos ou “outliers”.

As definições de *outliers* e a matemática subjacente à sua identificação são inúmeras, desde as mais simples como a exemplificada por Bruce Simmons (Simmons, 2016) baseada nos quartis, como algumas mais elaboradas que passam por normalização de dados (ainda em acordo com Grubbs, pág. 3).

2.2.7.1 Identificação visual

Alguns pontos são visivelmente erros de medições, ou resultados de situações atípicas que podem mascarar os resultados.

No exemplo abaixo (**Figura 23**) podemos identificar claramente um grupo de possíveis *outliers*:

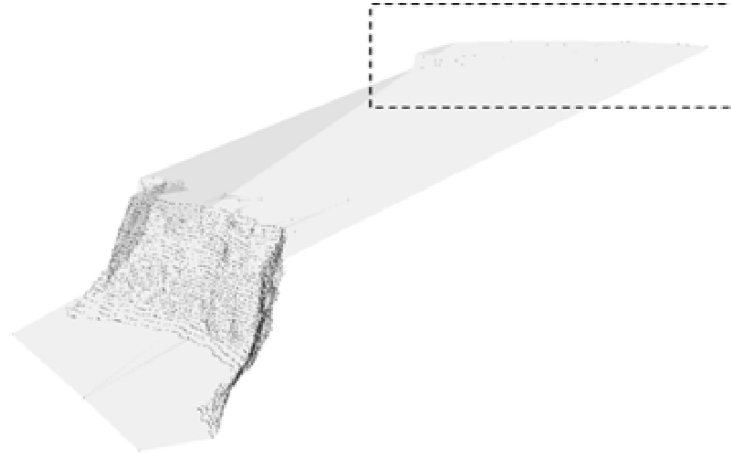


Figura 23: Dados topográficos com presença de *outliers*.

É evidente que esses pontos concorrem para distorcer o modelo, pois tendem a dominar o resultado, facto esse evidenciado no método dos mínimos quadrados (Hamming R. , 1971, pág. 248 e Hamming R. W., 1973, pág. 431).

Podemos realçar ainda a importância do histograma (Czaplicki, 2014, pág. 58) para poder identificar visualmente possíveis *outliers* (**Figura 24**, onde $h(x)$ representa a frequência de um determinado intervalo):

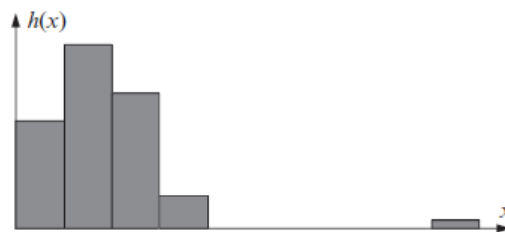


Figura 24: Identificação visual de outliers no histograma e no variograma (adaptado de Czaplicki, 2014).

2.2.7.2 Detecção de outliers

A primeira etapa do processo de deteção dos *outliers* é determinar um hiperplano que aproxime os pontos do espaço linear em questão. Sabemos que um hiperplano para o espaço bidimensional R^2 é uma reta, e que para o espaço tridimensional R^3 é um plano (Lipschutz, 1994), e podemos também generalizar que, para qualquer problema n -dimensional, iremos encontrar um hiperplano $(n-1)$ -dimensional.

Uma das tarefas importantes aqui é entender que para tal o método dos mínimos quadrados não é o mais apropriado, pois ele é fortemente influenciado pelos *outliers*. Como podemos observar na **Figura 25**, quando deslocamos o ponto negro

e o afastamos da nuvem original, vemos que o comportamento do hiperplano, quando calculado por mínimos quadrados, se altera muito enquanto com mínimos resíduos não.

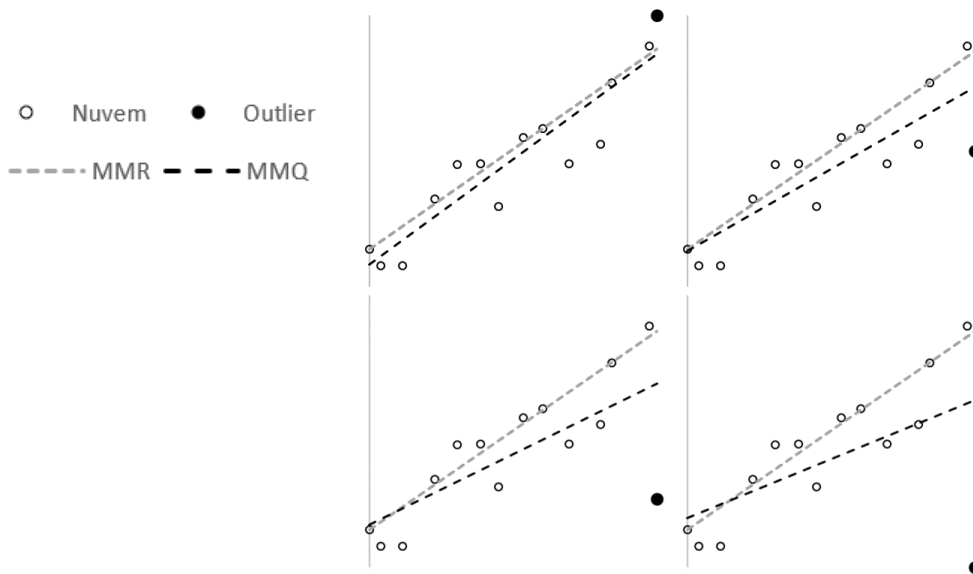


Figura 25: MMQ influenciado pelo *outlier* e MMR inalterado.

Para o presente caso, no espaço tridimensional o hiperplano³⁴ será um plano. Para encontrar esse plano deve-se utilizar mínimos resíduos uma vez que queremos um plano que não seja alterado pela presença de *outliers* (**Figura 26**). Como já vimos que essa é uma tarefa muito árdua, a regressão deverá ser feita sobre uma amostra de pontos, e a dimensão da amostra dependerá do tempo que se tolera para a espera do processamento. Os testes feitos no âmbito dessa tese demonstraram resultados satisfatórios com testes de 500 elementos por amostras (escolhidos aleatoriamente e uniformemente).

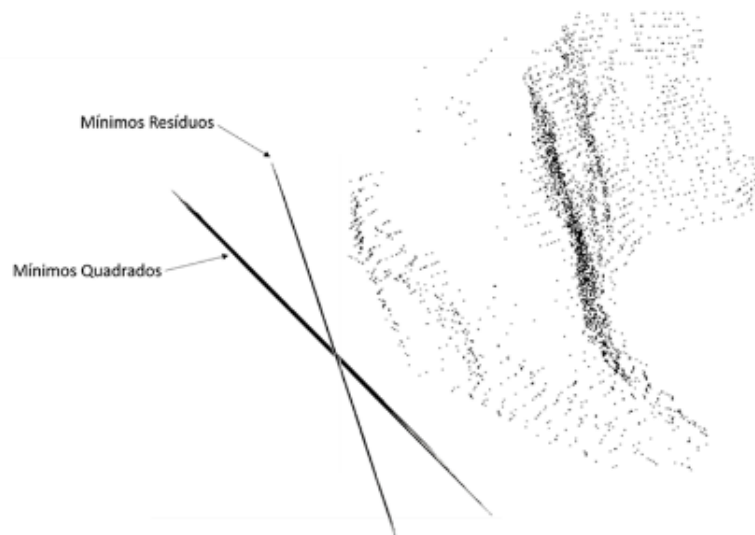


Figura 26: Planos transladados encontrados por técnicas diferentes de regressão.

³⁴ Insistimos em fazer referência ao modelo como hiperplano e não como plano para não gerar confusão entre o espaço de dimensão inferior e o espaço bidimensional.

O próximo passo será projetar todos os pontos no plano encontrado, como mostra a **Figura 27**:

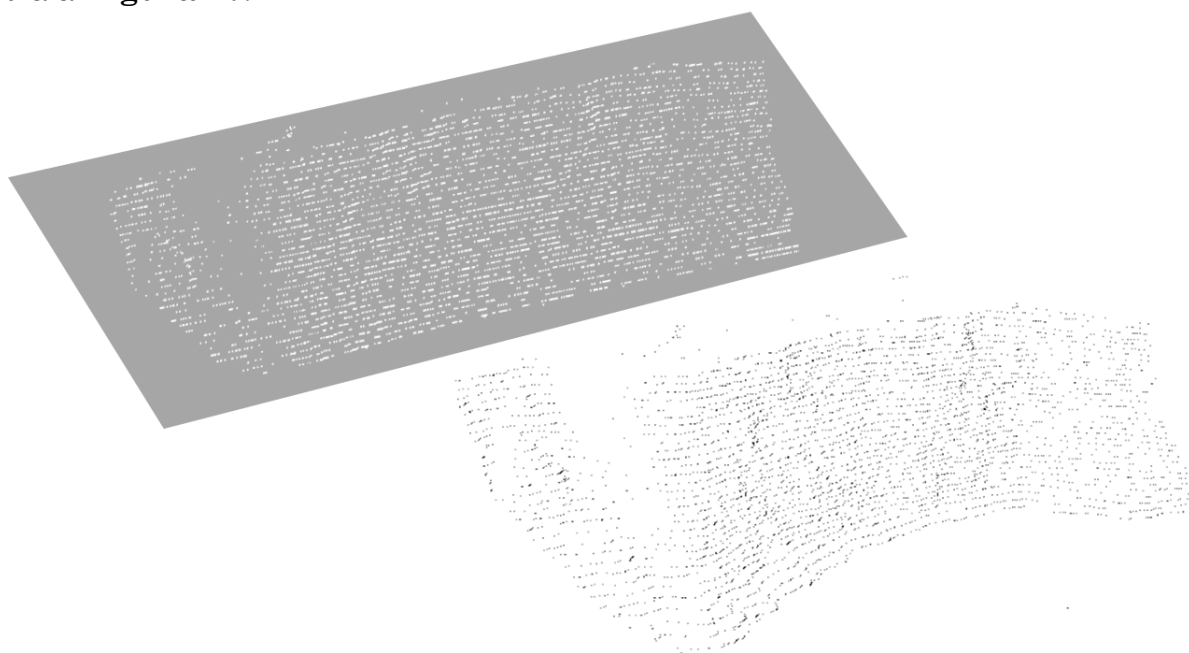


Figura 27: Projeção dos pontos no plano encontrado.

Uma vez projetados os pontos no hiperplano, deve-se encontrar a longitude do vetor (distância euclidiana) entre o ponto projetado e o ponto original (aqui o sinal do vetor deverá ser respeitado, dependendo do lado com relação ao plano). Assumimos aqui a normalidade³⁵ das longitudes dos vetores formados pelos pontos e suas projeções (resíduos).

Assume-se também que os dados são normais truncados (estritamente positivos), uma vez que tratamos com longitudes de vetores.

Estamos em condições de calcular a média μ e a variância σ^2 da amostra.

Seguindo a regra dos 3 sigmas³⁶ (Pukelsheim, 1994), sabemos que os valores, com um nível de significância de $x\%$ e um P-valor $\alpha = 1 - x\%$ deve estar compreendido dentro do intervalo:

$$[\mu + \xi_{\alpha/2}^{-1}\sigma ; \mu - \xi_{\alpha/2}^{-1}\sigma] \quad \text{Equação 39}$$

Onde $\xi_{\alpha/2}^{-1}$ é a distribuição normal inversa.

Para o caso de se realizar o cálculo da variância sobre uma amostra grande³⁷, a Equação 39 deverá ser substituída por:

³⁵ Aqui encontramos uma discordância sobre a natureza normal dos resíduos entre *Hamming* (1973, pág. 432) e os econométricos (Gujarati & Porter, 2010, pág. 97), mas assumimos (pela extensão dos trabalhos) a visão econométrica como a mais adequada. Novales Cinca (1993) e Pearson & Lee (1903) entre outros podem ser interpretados defendendo a normalidade dos dados em questão.

³⁶ Embora o modelo se refira a 3 sigmas (99,73% do intervalo compreendido) e exista na literatura específica da engenharia de minas referência aos 3 desvios (Czaplicki, 2014, pág. 67) se faz necessário uma calibração. Para terrenos, o melhor ajuste calibrado pelo autor dessa tese encontra-se com 2.32 desvios (98% do intervalo compreendido).

³⁷ Tipicamente maior que 30 (Pedrosa & Gama, 2016, pág. 409).

$$[\mu + \xi_{\alpha/2}^{-1} s / \sqrt{n} ; \mu - \xi_{\alpha/2}^{-1} s / \sqrt{n}]$$

Equação 40

Onde “s” é o desvio padrão amostral e “n” o tamanho da amostra.

Os valores que estiverem fora desse intervalo serão considerados *outliers* e serão excluídos do modelo.

2.2.7.3 Exemplo de geração de *outliers*

Apresentamos um exemplo para um melhor entendimento deste processo: Considere um Engenheiro de Minas que precisa avaliar as condições de uma bancada numa pedreira a céu aberto antes de um desmonte recorrendo a um equipamento de perfilometria *laser* (Bhandari, Engineering Rock Blasting Operations, 1997, pág. 169). O engenheiro posicionará o laser em frente a bancada e programará para iniciar a recolha de dados de medidas, conforme a **Figura 28**.

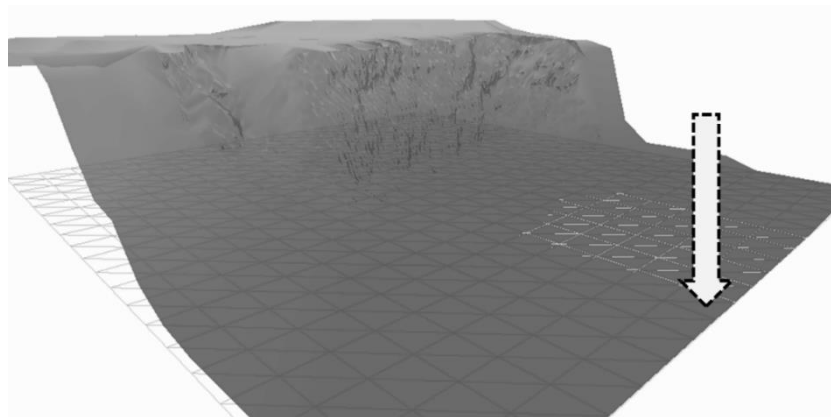


Figura 28: Posicionamento de equipamento.

Nessa situação é comum que o engenheiro, ao referenciar pontos da crista da frente livre, realize uma medição a uma cota mais alta do que a devida e capte informação de um ponto errôneo, muito para além da frente livre (**Figura 29**):

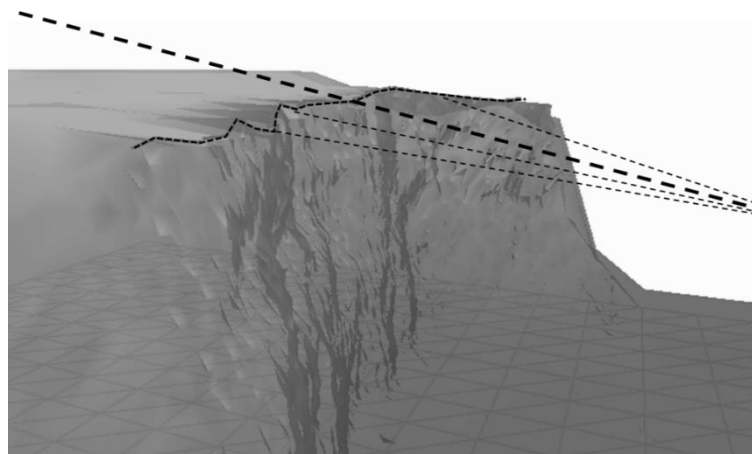


Figura 29: Falha na tomada de pontos da crista de uma frente livre de bancada.

O resultado desse erro operacional, muito comum, resultará num modelo do terreno que não corresponde à realidade e aos propósitos e necessidades do Engenheiro de Minas em questão.

2.2.8 Envoltente convexa (*Convex Hull*)

Um dos algoritmos que certamente é fundamental³⁸ ser citado e explorado no desenvolvimento de simuladores é a envoltente convexa, ou mais comumente conhecida por sua designação inglesa, *Convex Hull*³⁹.

Na nossa opinião, a melhor definição imediata (e simples) para explicar esse algoritmo, é a dada por De Berg et al (*Computational Geometry - Algorithms and Applications*, 2008, pág. 3):

“... imagine um conjunto de pontos sobre um plano, e ao redor desses pontos você estica um elástico e o solta, permitindo que ele se encaixe sobre os pontos, a área envolvida pelo elástico é o *Convex Hull*...” (adaptado do primeiro parágrafo).

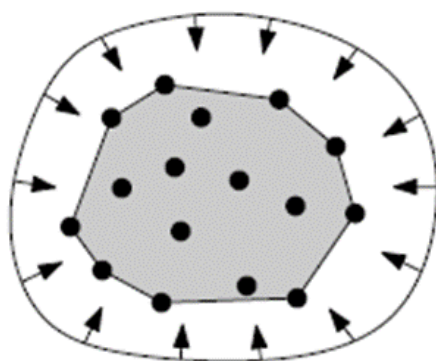


Figura 30: Convex Hull (De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008).

Muitos algoritmos podem ser utilizados para obter esse resultado, uns mais robustos que outros, e o próprio capítulo 11 do livro *Computational Geometry - Algorithms and Applications* (2008) dedica-se a esse tema. Vamos abordar aqui a solução apresentada pelo capítulo 1 do mesmo livro, que apesar de simples (e pouco robusta) é fácil de implementar e entender.

O primeiro passo é saber se um ponto $P(P_x, P_y)$ se encontra do lado direito, esquerdo ou sobre a reta formada pelos pontos Q e S . Uma vez conhecidas as coordenadas $Q(Q_x, Q_y)$ e $S(S_x, S_y)$, devemos analisar o sinal do determinante D da seguinte matriz:

$$\begin{vmatrix} Q_x & Q_y & 1 \\ S_x & S_y & 1 \\ P_x & P_y & 1 \end{vmatrix}$$

Equação 41

Como podemos ver na **Figura 31**, se o determinante for positivo teremos o ponto de um lado da reta, se negativo o ponto estará do outro lado, e se for igual a zero significa que o ponto estará sobre a reta.

³⁸ De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008, pág. 244.

³⁹ Define-se como *Convex Hull* de S o conjunto de todas as combinações convexas de um número finito de elementos de S . Poderíamos, de forma equivalente, ter definido o *Convex Hull* de S como a interseção de todos os convexos que contém S .

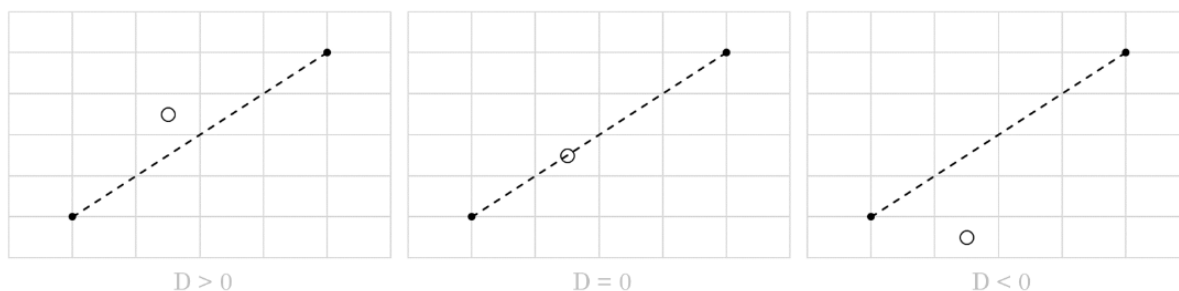


Figura 31: Posição relativa entre reta e ponto.

Agora temos que tomar um conjunto de pontos dois a dois, o que nos dá uma quantidade de C_2^n combinações. Essa quantidade de combinações é umas das principais razões do algoritmo não ser o mais indicado para grandes operações. A combinação 2 a 2 de n pontos gera uma grande quantidade de possibilidades, como podemos observar na **Tabela 2** e na **Figura 32**:

Quantidade de pontos	Combinações possíveis
100	4,950
500	124,750
1,000	499,500
5,000	12,497,500
10,000	49,995,000
50,000	1,249,975,000
100,000	4,999,950,000
300,000	44,999,850,000

Tabela 2: Combinação de n pontos tomados 2 a 2 (autoria própria).

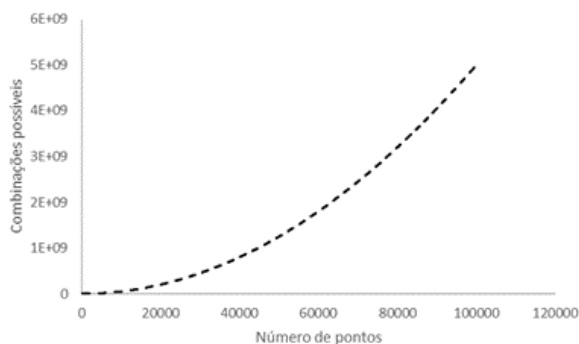


Figura 32: Representação gráfica da combinação dos pontos.

Agora teremos que para cada par de pontos, analisar se todos os outros pontos estão posicionados em apenas de um dos seus lados, se sim esse par de pontos formará um segmento de reta que pertence ao polígono de *Hull*⁴⁰.

Apresenta-se uma ilustração do algoritmo com a nuvem de pontos da corta de uma mina real na **Figura 33**:

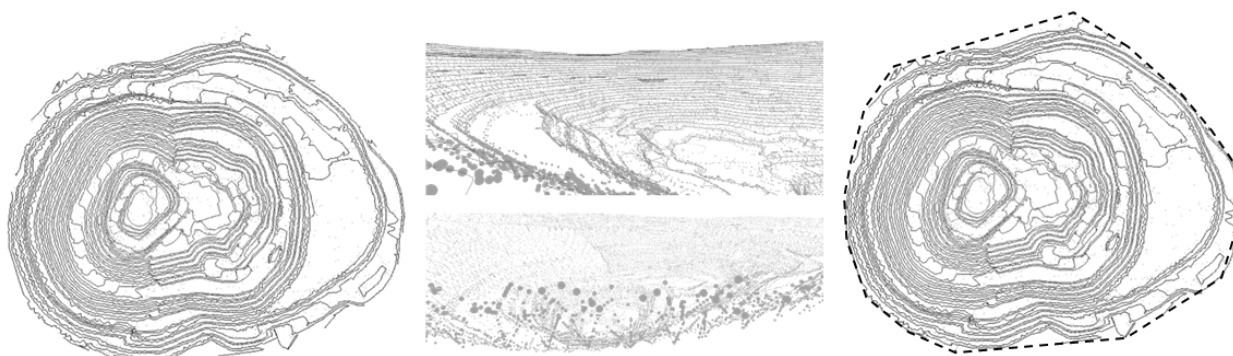


Figura 33: Detalhe da nuvem de pontos que forma a topografia da mina e do polígono de *Hull*.

⁴⁰ O algoritmo também é conhecido como *Gift Wrap*.

2.2.9 Mudança de base

A escolha de uma base conveniente pode ser útil para ajudar a resolver um problema, simplificando-o. Um exemplo prático disso pode ser encontrado num artigo sobre questões de diluição apresentado na *Fragblast*⁴¹ 11 (Domingo, Leite, Miranda, & Carrasco, 2015), onde os movimentos internos que seguiam uma equação de membrana não poderiam ser calculados sem a adequada escolha de uma nova base.

Também para os cálculos de perfis críticos desenvolvidos dentro de softwares de simulação de desmontes, como pode ser o *O-Pitblast* (O-Pitblast, 2017), é implementada uma correta mudança de base para se poder efetuar cálculos de maneira mais fáceis, como ilustrado na **Figura 34**:

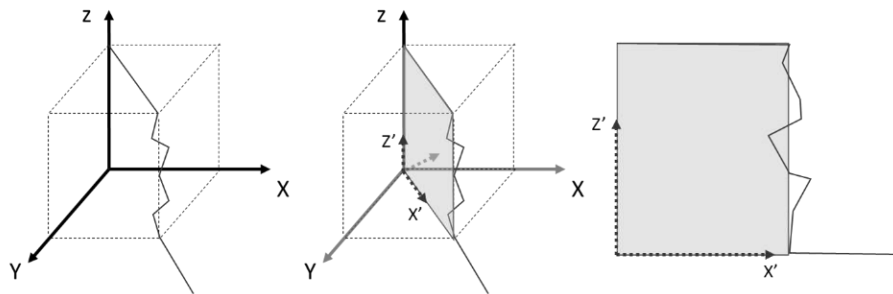


Figura 34: Mudança de base para cálculo de perfil crítico.

Para se poder fazer uma mudança de base, para o caso bidimensional, por exemplo, afigura-se necessário implementar os seguintes passos⁴²:

1. Encontrar os dois vetores (u e v) bidimensionais (que deverão ser normalizados e ortogonais⁴³) que servirão como nova base;
2. A partir das coordenadas dos vetores montar a matriz:

$$\begin{vmatrix} u_x & v_x \\ u_y & v_y \end{vmatrix};$$
3. Calcular o inverso dessa matriz;
4. Qualquer ponto $P (P_x, P_y)$ terá como coordenadas no novo sistema o produto da matriz resultante da etapa 3 pelo vetor P .

2.2.10 Classificação

A classificação é, nas palavras de Elizabeth Reis (Estatística Multivariada Aplicada, 2001), uma atividade conceptual básica dos seres humanos. Basicamente, tentamos agrupar objetos através de alguma característica semelhante ou comum. O conceito pode gerar alguma confusão, como é ilustrado na **Figura 23**:

⁴¹ *Symposium on Rock Fragmentation by Blasting*.

⁴² Boulos, 2005.

⁴³ Essa premissa se faz necessária para o caso concreto de modelização de frente livre para evitar distorções.

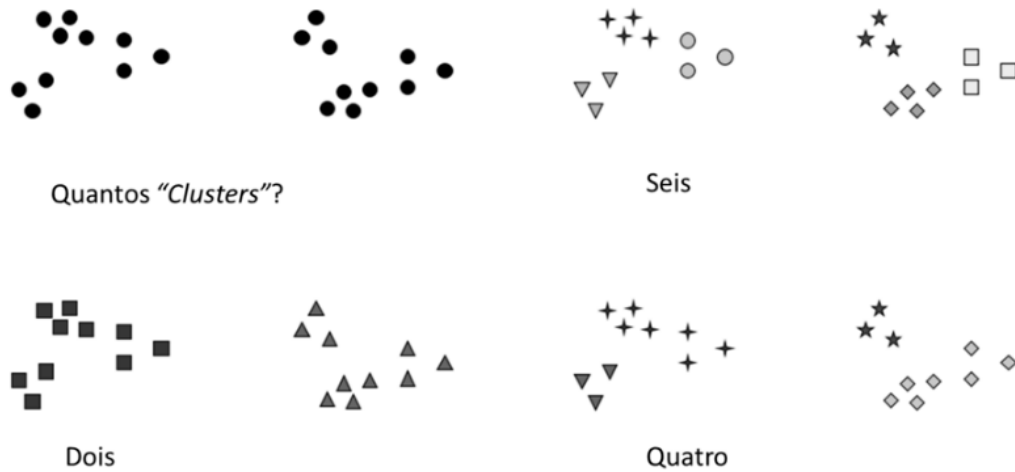


Figura 35: diferentes maneiras de aplicar análise de clusters ao mesmo conjunto de pontos (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005, pág. 491).

Existem alguns algoritmos para ajudar a resolver o problema acima evidenciado. Vamos focar-nos no *K-means* e recomendar *Introduction to Data Mining* (2005), capítulo 8, para o caso de o leitor dessa tese querer aprofundar mais no tema. Escolhemos *K-means* pelo fato de ser o mais popular algoritmo de clusters (Batra, 2011).

No *K-means* cada cluster é associado a um centroide, e temos K centroides que o utilizador do algoritmo pode determinar. O algoritmo é muito simples⁴⁴ como é possível ver na **Figura 36**:

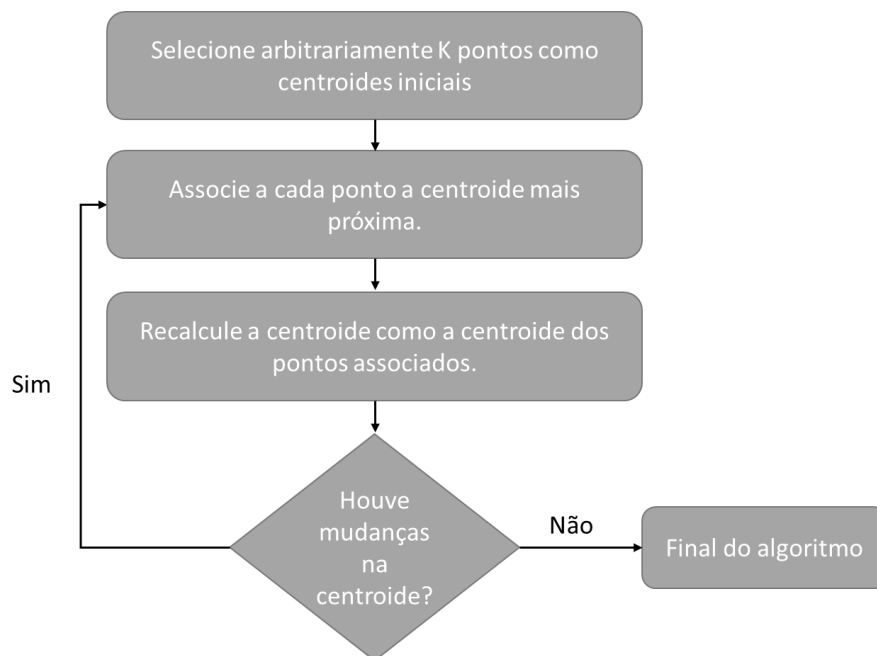


Figura 36: Fluxo do algoritmo *K-means*.

Para ilustrar, vamos dividir um terreno em *clusters* e avaliar visualmente o resultado apresentado na **Figura 37**:

⁴⁴ Tan, Steinbach, & Kumar, 2005, pág. 491.

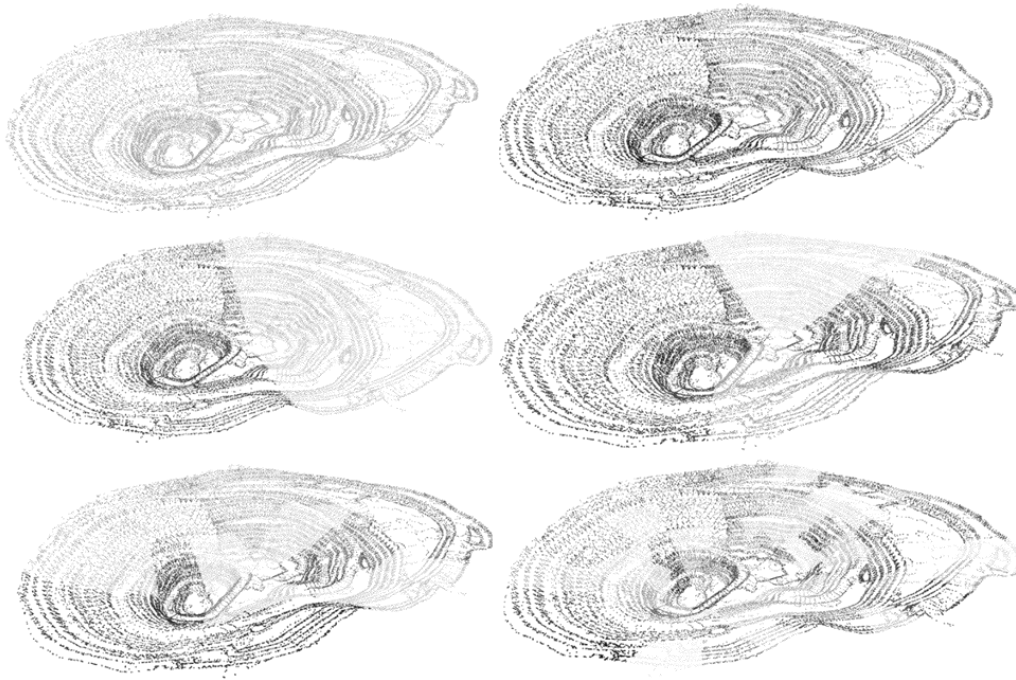


Figura 37: Agrupamento de pontos por *K-means*, com *K* assumindo diferentes valores.

2.2.11 Triangulação de *Delaunay* e diagrama de *Voronoi*

Os diagramas de *Voronoi* e a triangulação de *Delaunay* são metodologias de análise de conjunto de pontos que estão correlacionadas entre si (Hjelle & Daehlen, 2006). Se temos um ponto em uma superfície planar, o diagrama de *Voronoi* desse ponto é definido como o local geométrico dos pontos que estão mais próximos a esse que a qualquer outro ponto (Aurenhammer, Klein, & Lee, 2013). A triangulação de *Delaunay* é o dual do diagrama de *Voronoi*⁴⁵, e pode ser gerada conectando os pontos que compartilham vértices comuns de *Voronoi* (entre várias outras maneiras possíveis⁴⁶).

Aqui é importante citar que a triangulação de *Delaunay* contém o polígono gerado pelo algoritmo de *Hull*.

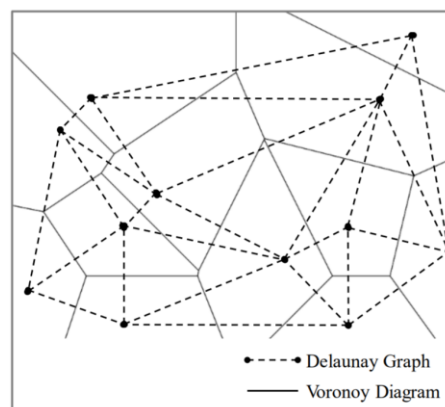


Figura 38: Diagrama de *Voronoi* e triangulação de *Delaunay* (Miranda V. , Leite, Jesus, & Sobral, 2017).

⁴⁵ Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 54.

⁴⁶ Hjelle & Daehlen, 2006, cap. 4.

Existem muitas maneiras diferentes de calcular as triangulações de *Delaunay*, e nessa abordagem construiremos uma “quase triangulação de *Delaunay*” (Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 75), por ser de fácil compreensão e o seu resultado aproxima-se muito do resultado da triangulação de *Delaunay*, sendo a sua implementação razoavelmente fácil (**Figura 39**):

- a) Escolhermos o ponto mais próximo ao centro geométrico de todos os pontos e conectamos todos os pontos a este ponto selecionado.
- b) Ordenamos as duplas de pontos (ponto e centroide) pelo ângulo formado, por exemplo, com o eixo “Y” (respeitando sempre um sentido, que poderá ser horário ou não). Conectamos os pontos nessa ordem (excluindo o ponto do centroide e aceitando, caso existam, os triângulos degenerados).
- c) Adicionamos o polígono resultante de *Hull*.
- d) Aplicamos o LOP⁴⁷: para as arestas que formam uma diagonal pertencente a um quadrilátero, faz-se uma troca de diagonal e opta-se pela que gera um menor ângulo interno entre os dois triângulos resultantes.

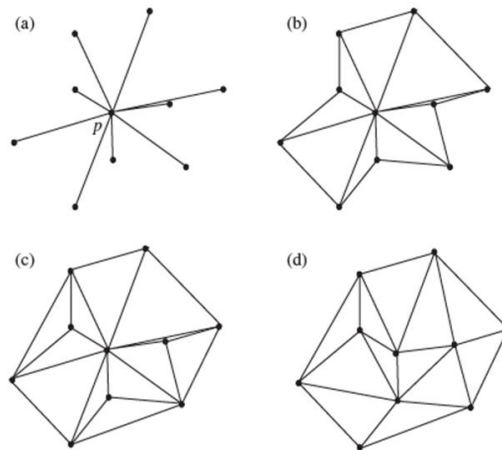


Figura 39: Etapas do algoritmo de triangulação (Hjelle & Daehlen).

O procedimento de otimização local consiste em (**Figura 40**):

- Tomar os pares de triângulo que compartilhem uma mesma aresta;
- Verificar se os quatro pontos que formam esses dois triângulos formam um quadrilátero convexo⁴⁸;
- Sendo convexo, deveremos ordenar os seis ângulos internos (três de cada triângulo) por ordem crescente;
- Devemos trocar a aresta de diagonal e ordenar os ângulos internos outra vez por ordem crescente;

⁴⁷ *Local Optimization Procedure* (procedimento de otimização local).

⁴⁸ Para essa verificação basta aplicar o algoritmo de *Hull* ao conjunto com 4 pontos: se o resultado do algoritmo tiver 4 pontos temos um polígono convexo, se não, côncavo.

- A lista de ângulos internos que apresentar um valor maior primeiro, será considerada adequada. Se for a segundo lista a escolhida, modifica-se a aresta.

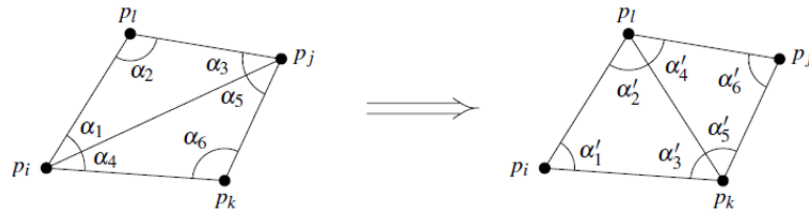


Figura 40: Mudança de aresta (adaptado de De Berg *et al*, 2008).

Essa técnica de triangulação pode ter o inconveniente de não necessariamente gerar uma triangulação de *Delaunay*. Numa triangulação de *Delaunay*, os círculos que passam pelos 3 pontos de cada triângulo não possuem nenhum outro ponto em seu interior⁴⁹. Podemos observar na **Figura 41** um exemplo de triangulação que não se enquadra como triangulação de *Delaunay* e na **Figura 42** uma triangulação que se enquadra:

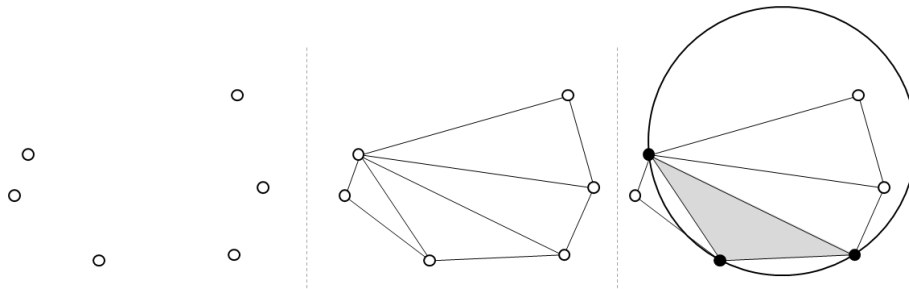


Figura 41: Triangulação que não obedece ao critério do círculo.

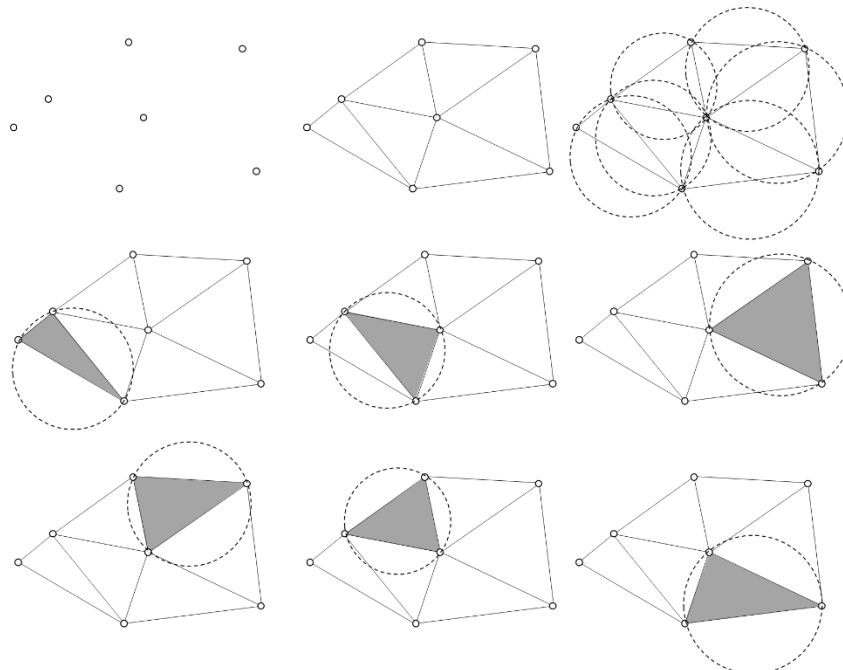


Figura 42: Triangulação de *Delaunay*.

⁴⁹ Critério do círculo (Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 57).

2.2.11.1 Algoritmo para geração de triangulação de *Delaunay*

Como já citado, existem muitas maneiras de se calcular a triangulação de *Delaunay*. Propomo-nos aqui desenvolver um algoritmo incremental (De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008, pág. 199) devido à sua facilidade de implementação e ao fato de ser um algoritmo eficaz⁵⁰ (no pior dos casos de ordem $O(N^2)$). As etapas deste algoritmo (**Figura 43**) são as seguintes (uma vez que temos como *input* um conjunto de pontos com coordenadas no plano):

- a) Definir uma estrutura chamada triângulo⁵¹ que terá os seguintes parâmetros:
 - a. Índice A: inteiro com a posição da aresta A na lista de pontos;
 - b. Índice B: inteiro com a posição da aresta B na lista de pontos;
 - c. Índice C: inteiro com a posição da aresta C na lista de pontos;
 - d. Triângulo pai;
 - e. Lista de triângulos filhos.
- b) Criar um triângulo inicial que deve conter todos os pontos da lista inseridos dentro dele. Inserir esse triângulo numa lista. Esse triângulo servirá como raiz e não terá pai;
- c) Selecionar um ponto da lista;
- d) Verificar na lista de triângulos os triângulos que não têm filhos e desses qual contém⁵² esse ponto. Definir esse triângulo como triângulo pai.
- e) Se o ponto não é colinear com alguma das arestas do triângulo pai:
 - a. Se deve criar 3 novos triângulos formados pelos pares de pontos pertencentes a cada uma das 3 arestas do triângulo pai e pelo ponto selecionado.
 - b. Adicionar ao triângulo pai esses 3 triângulos como filhos.
- f) Se o ponto é colinear:
 - a. Encontrar o par de triângulos que compartilha essa aresta.
 - b. Criar 4 novos triângulos utilizando as arestas dos dois triângulos encontrados (com exceção da aresta comum) e o ponto inserido.
 - c. Adicionar ao triângulo pai esses 4 triângulos como filhos;
- g) Selecionar todos os triângulos da lista que não possuem filhos.
- h) Aplicar o procedimento de otimização local.
- i) Repetir a partir do ponto c até todos os pontos sejam selecionados.
- j) Eliminar os triângulos formados com pontos do triângulo raiz.

Será de realçar que esta sequência está construída para facilitar os procedimentos a quem a desejar implementar, sendo que outros elementos podem a ela ser adicionados para promover a otimização do algoritmo. O procedimento de otimização local não deveria (caso se procure otimizar mais esse código) ser aplicado a todos os pares de triângulos, mas apenas aos triângulos gerados depois da

⁵⁰ Lee & Schachter, 1980.

⁵¹ Durante a demonstração do algoritmo, o termo triângulo fará referência à estrutura (classe) desenvolvida na etapa a.

⁵² O ponto colinear com a aresta de um triângulo será considerado contido nesse triângulo.

inserção dos pontos e de maneira recursiva às arestas dos novos triângulos gerados pela mudança na aresta do polígono inicial.

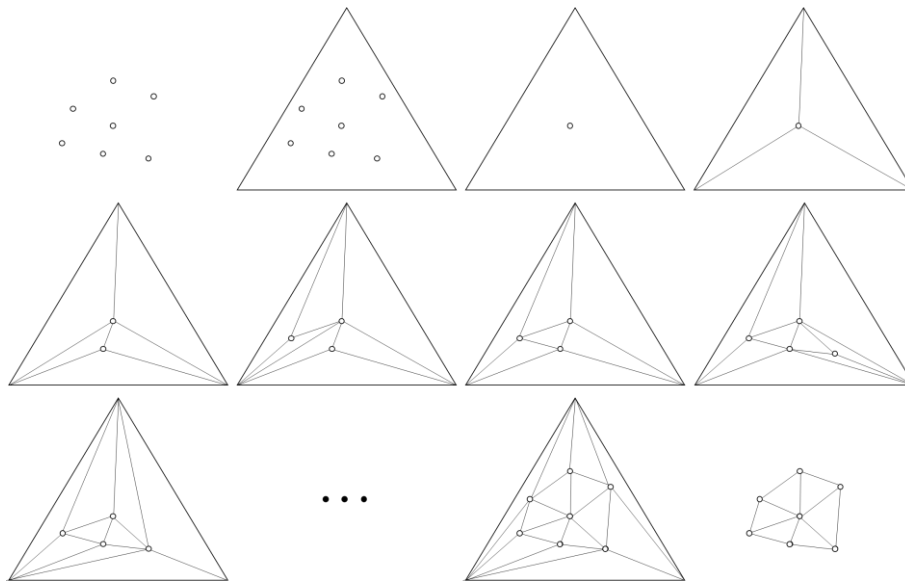
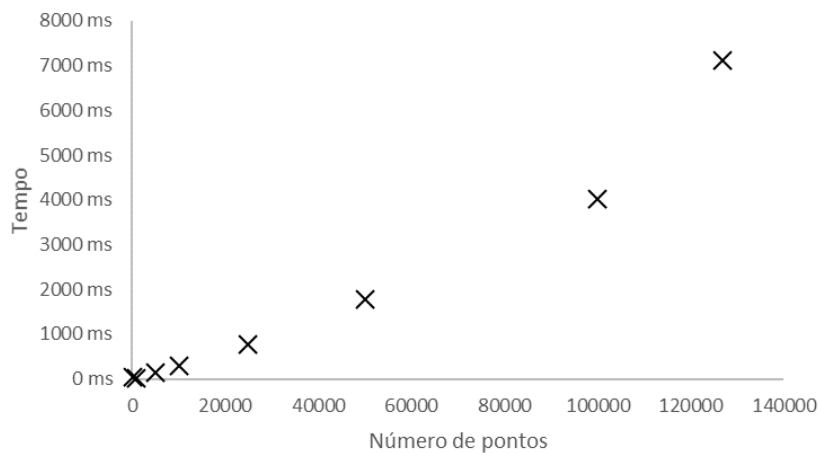


Figura 43: Resumo do algoritmo de *Delaunay*.

2.2.11.2 Dividir para conquistar (*Divider and Conquer*)

É importante aqui fazer uma especial consideração sobre a eficiência do processo. Embora a sua demonstração matemática não seja simples e a sua implementação seja complexa⁵³, a subdivisão do terreno em terrenos menores ajuda o processo e na prática tal facto pode ser intuído (*Wiegand & Valentim* afirmam⁵⁴, sem demonstrar, que faces livres quando individualmente analisadas otimizam o projeto do desmonte). Formalmente nas suas publicações, todos os atuais (ou os mais importantes) autores que abordam este assunto, seguem nessa linha: Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 89, Aurenhammer, Klein, & Lee, 2013, pág. 24 entre outros. Outras referências menos atuais também defendem a mesma ideia (Lee & Schachter, 1980).



A **Figura 44** mostra o tempo gasto para triangular diferentes quantidades de pontos (utilizando o mesmo computador da **Figura 20**):

Figura 44: Tempo gasto para triangular diferentes quantidade de pontos.

⁵³ Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 89.

⁵⁴ Wiegand & Valentim, 2016.

Constata-se que para triangular 127000 pontos, a máquina gastou aproximadamente 7 segundos.

O próximo passo é estudar o comportamento com subdivisões: colocando-se restrições na máquina para que ela não triângule mais que uma determinada quantidade de pontos. Sendo assim, para um limite máximo de, por exemplo, 50 mil pontos, teríamos a máquina subdividindo os 127000 pontos em duas malhas distintas, e logo dividindo outra vez até que os subconjuntos de malhas não ultrapassem, por exemplo, 50 mil pontos, como sugerido na **Figura 45**.



Figura 45: Subdivisões para uma máxima triangulação de 50 mil pontos.

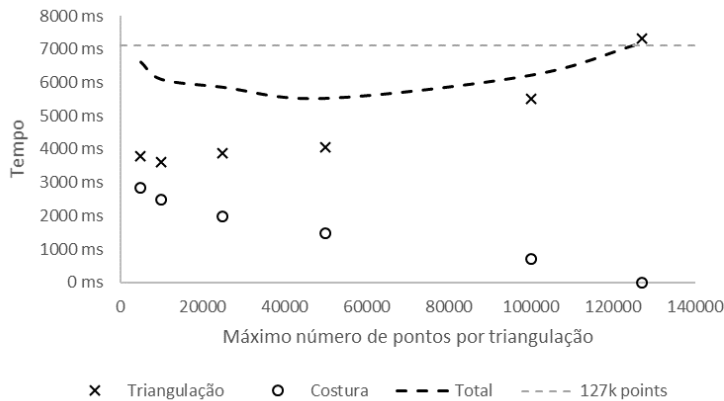


Figura 46: Comparação de triangulação de 127 mil pontos subdividindo malha.

Aqui consideramos que o algoritmo necessitará triangular malhas separadas e de seguidas “costurar” as malhas (o que adiciona um custo extra de programação da ordem de $n \log n$, que compensa o custo da triangulação de *Delaunay* que pode chegar a um custo de N^2 . Recomenda-se a leitura de *Lee & Schachter*, 1980). A análise dos resultados experimentais pode ser vista na **Figura 45**.

É possível verificar, por exemplo, que a subdivisão em partes de 5000 pontos gasta menos de 4 segundos a ser processada, mas claro, quando adicionamos o tempo do algoritmo de “costura” (exemplificado mais abaixo) gasta-se pouco mais de 6 segundo e meio, e a situação tem melhor comportamento com subdivisões de 50 mil pontos, onde a máquina teve que fazer aproximadamente (ver **Figura 45**) 4 triangulações de 31750 pontos e aplicar 3 vezes o algoritmo de “costura”. Visualmente podemos ver o terreno triangulado sem subdivisões na **Figura 47**:

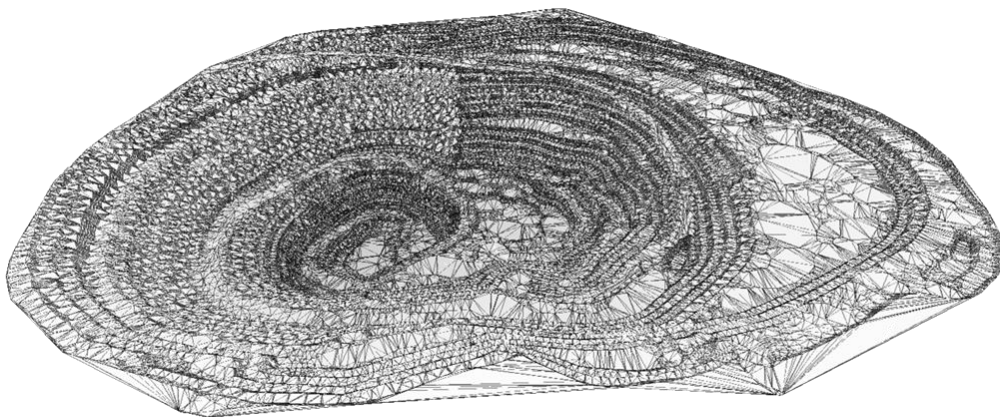


Figura 47: Triangulação completa dos 127 mil pontos, sem subdivisões.

Agora podemos visualizar o resultado do terreno com subdivisões na **Figura 48**:

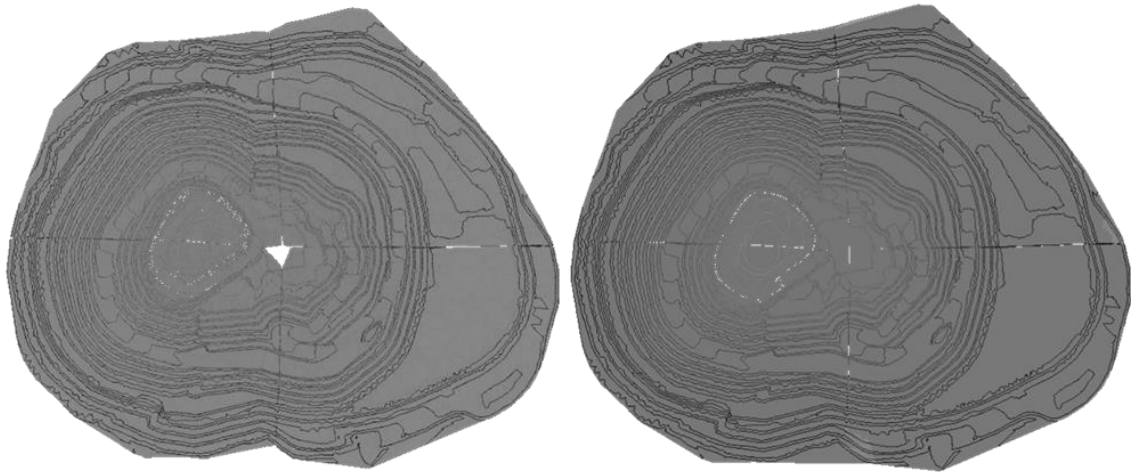


Figura 48: Triangulação com subdivisões de no máximo 50 mil pontos com o terreno a) Sem costura e b) com costura.

Como já foi referido, o algoritmo de “costura” é seguramente o mais difícil de implementar (**Figura 49**), sendo aconselhado o desenvolvimento de um algoritmo alternativo, que tenha como resultado suavizar o efeito das cicatrizes, mas não as eliminando totalmente (fato esse compensado pela facilidade de implementação).

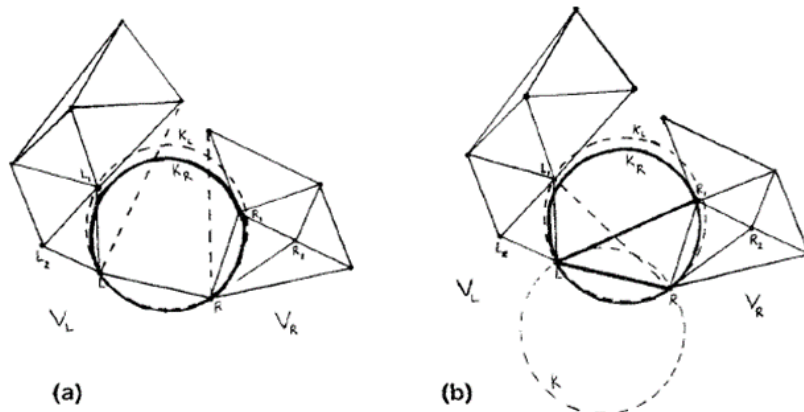


Figura 49: Detalhes do complicado algoritmo "dividir para conquistar" (Lee & Schachter, 1980).

A opção menos eficaz, mas de mais fácil implementação, segue a sequência apresentada no diagrama da **Figura 50** cujas etapas são ilustradas na **Figura 51**:

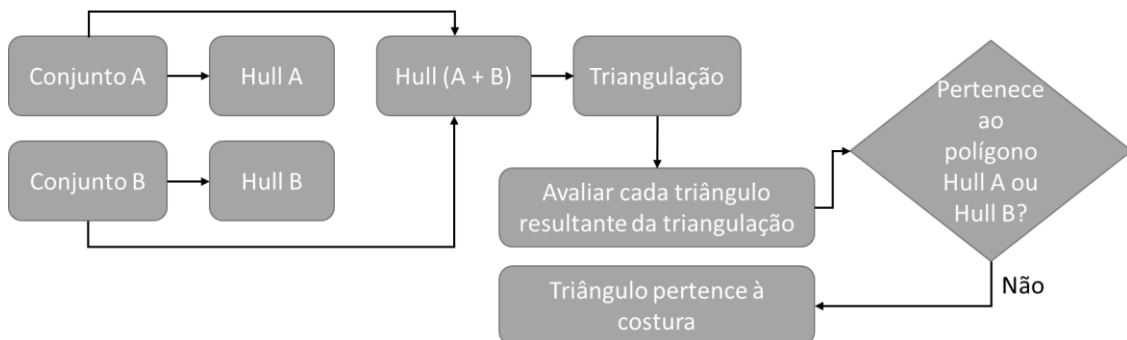


Figura 50: Fluxo do algoritmo de costura.

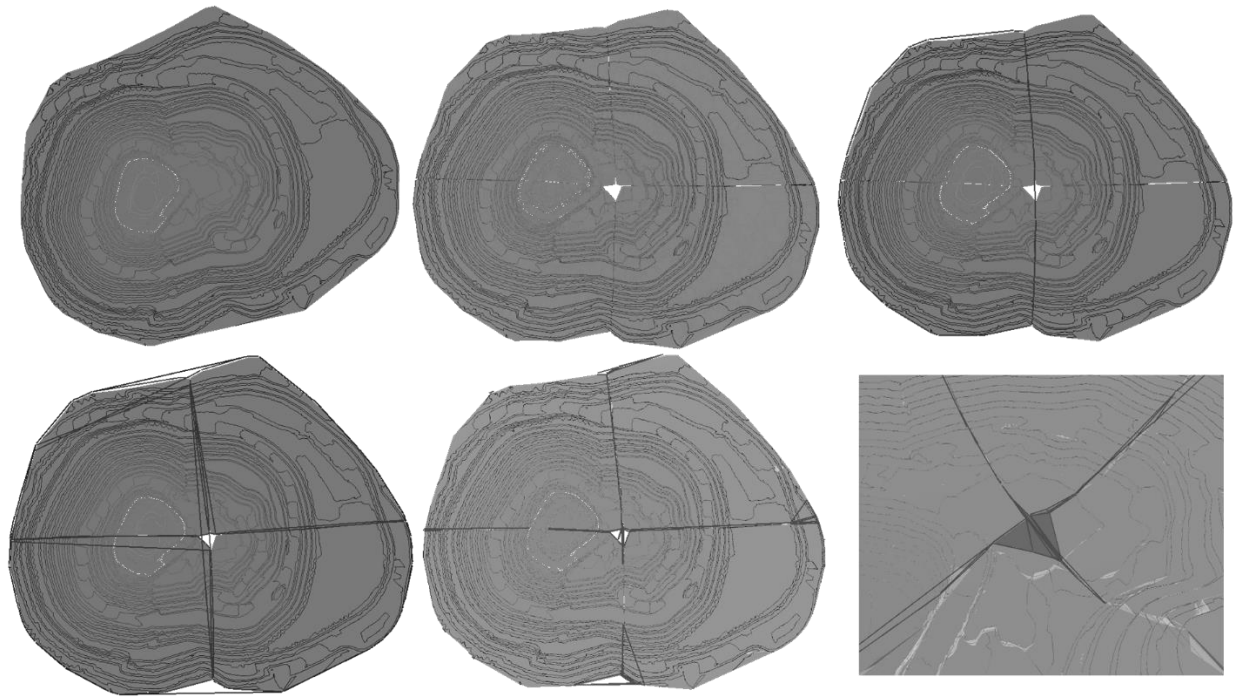


Figura 51: Etapas do algoritmo para costurar as subdivisões.

2.3 Exemplo de aplicação

Propomo-nos exemplificar as técnicas até agora aclaradas para solidificar o entendimento das mesmas. Apresentam-se na **Figura 52** visualizações de uma nuvem de pontos obtidos tomadas com o auxílio de um equipamento laser 3D (as iso-linhas de altitude, na imagem da direita, servem para melhorar a perseção espacial da disposição dos pontos):

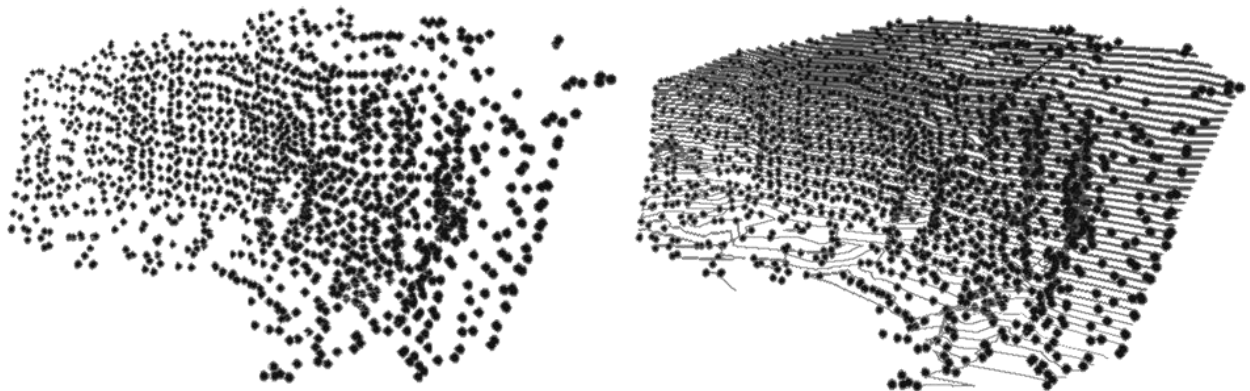


Figura 52: Conjunto de pontos tomados pelo laser 3D.

2.3.1 Plano de regressão

O seguinte passo é encontrar o hiperplano (no nosso caso um plano, já que estamos lidando com pontos tridimensionais) e embora já tenha ficado claro que devemos utilizar o método dos mínimos quadrados vamos mostrar aqui (**Figura 53**) o resultado das duas regressões para se realçar as diferenças entre elas (caso ainda não tenha ficado clara a razão da seleção do método dos mínimos quadrados

e exista alguma dúvida sobre qual regressão utilizar, recorremos aqui ao princípio de *Occam*⁵⁵).

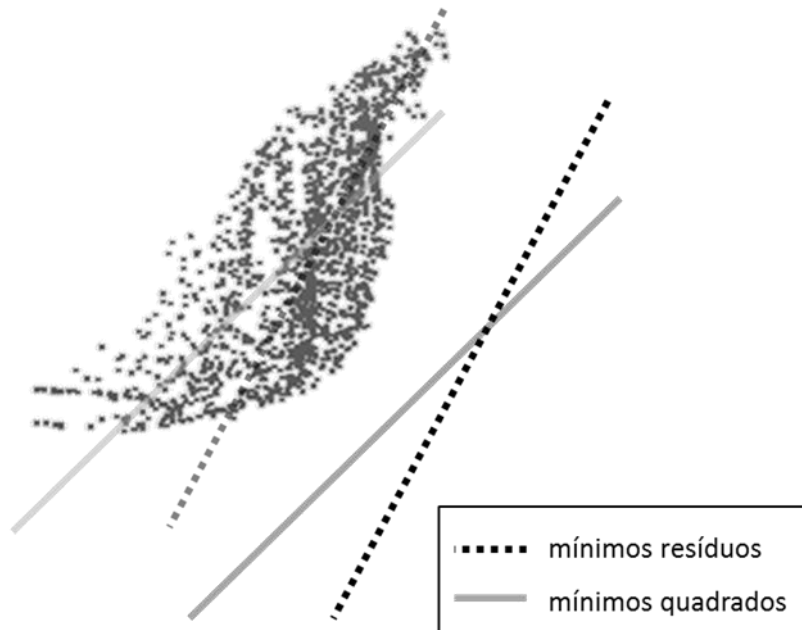


Figura 53: Regressão por mínimos quadrados e mínimos resíduos.

2.3.2 Projeção dos pontos no plano

O próximo passo é projetar os pontos sobre o plano encontrado (**Figura 54 e Figura 55**):

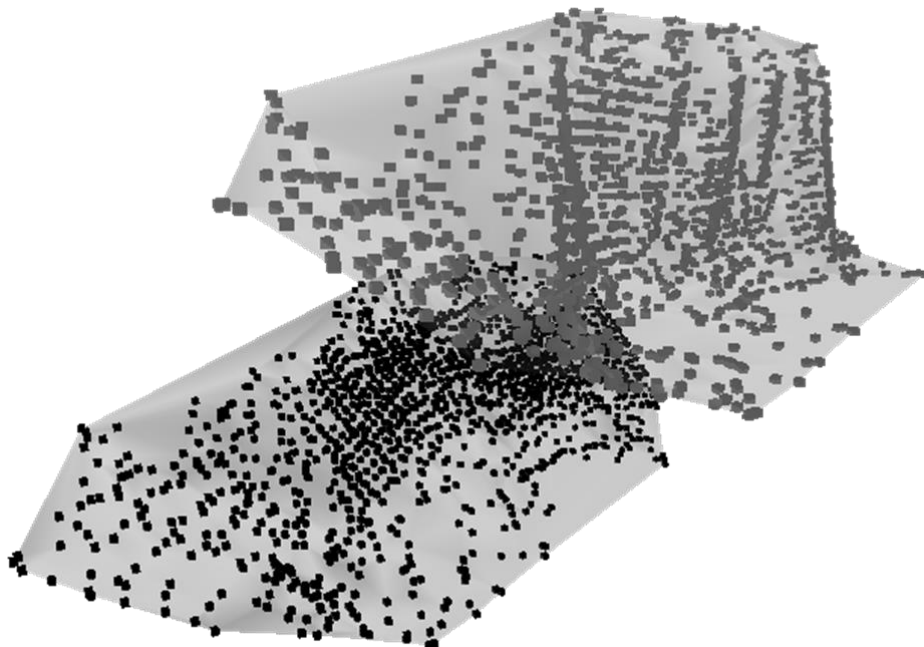


Figura 54: Projeção dos pontos no plano encontrado.

⁵⁵ Devemos utilizar a solução mais simples até que ela se demonstre inadequada (Newman, 1956, pág. 1247).

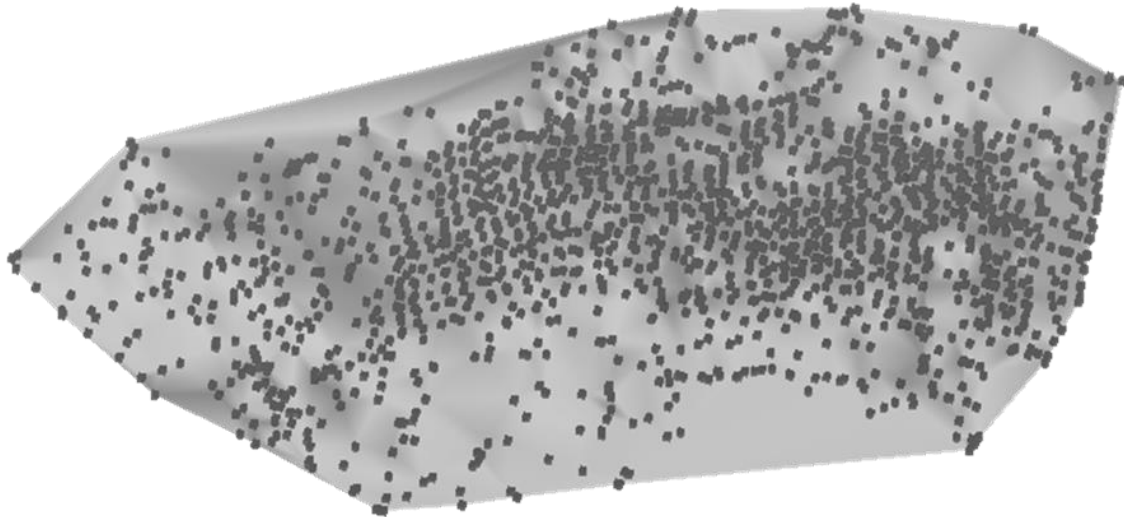


Figura 55: Pontos projetados.

2.3.3 Outliers

Para a detecção dos *outliers*, devemos encontrar a distância dos pontos até suas respectivas projeções (respeitando o sinal com relação ao lado que se encontra o ponto relativamente ao plano). Calculamos os parâmetros dessa lista:

- a) Média populacional μ : -8.88;
- b) Limite inferior $\mu - 2.32\sigma = -20.04$;
- c) Limite superior $\mu + 2.32\sigma = 2.28$.

Podemos ver em mais detalhes na **Figura 56** a distribuição de frequências, sendo de notar uma quantidade (nas laterais) de pontos que deverão ser removidos:

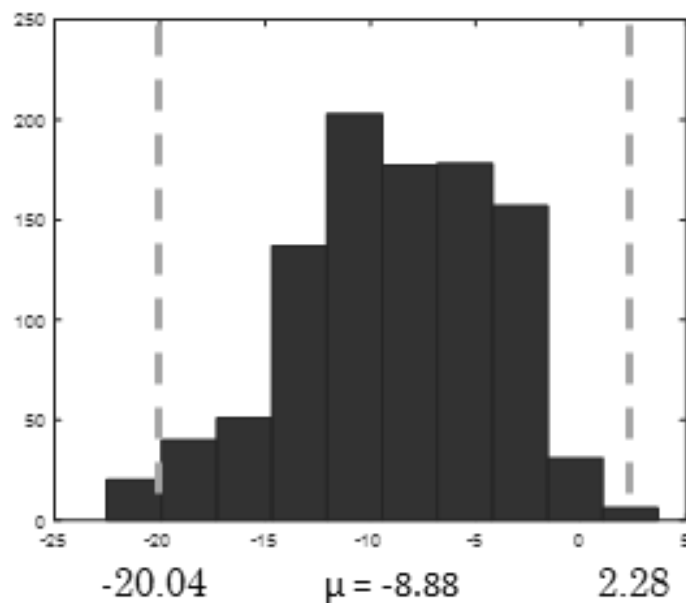


Figura 56: Histograma das distâncias e respetivo intervalo de confiança.

O algoritmo prossegue após a remoção desses pontos considerados *outliers*.

2.3.4 Mudança de base

No passo seguinte ocorre a necessidade de encontrar uma nova base. O procedimento é simples (**Figura 57**):

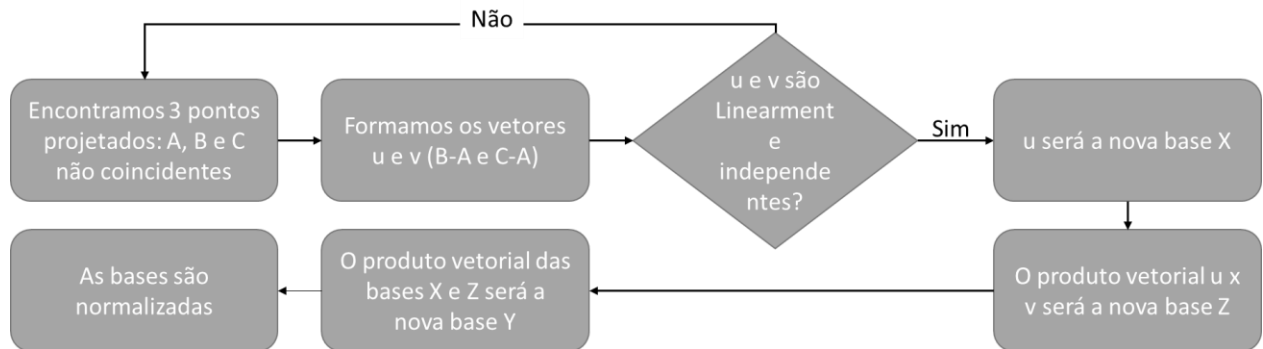


Figura 57: Procedimento para encontrar nova base.

Podemos observar no novo sistema que a componente Z é nula, pois os pontos formam um hiperplano. Na figura seguinte, apresenta-se a nuvem de pontos originais (à esquerda) e depois representados no novo sistema de coordenadas (à direita):

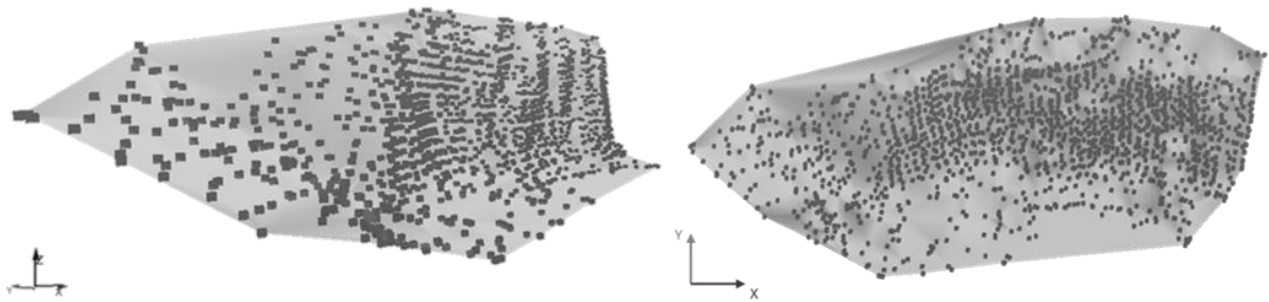


Figura 58: Pontos originais e no novo sistema de coordenadas.

2.3.5 Triangulação

Com os pontos projetados e já no novo sistema de coordenadas, passa-se ao passo da triangulação. O resultado é conferido a seguir na **Figura 59**:

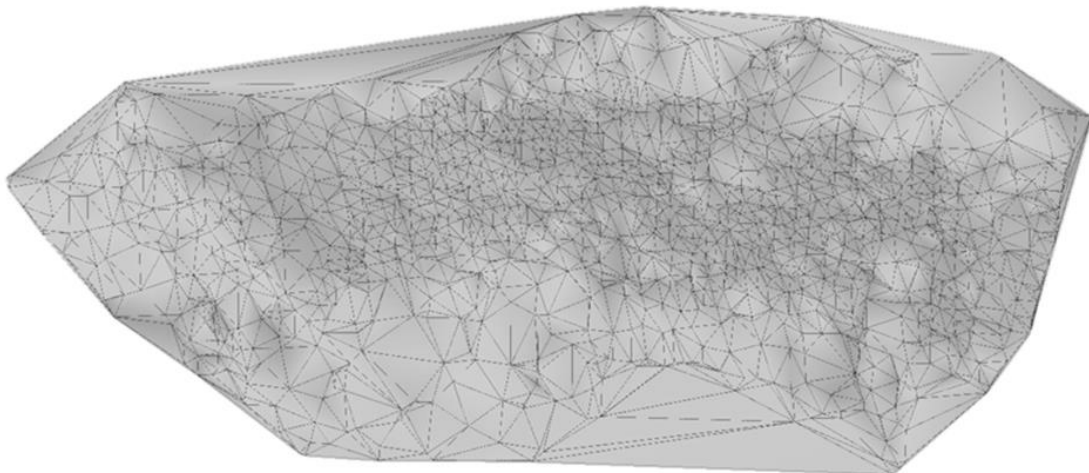


Figura 59: Triangulação sobre pontos projetados.

Na etapa seguinte, aplicam-se os mesmos índices de triangulação (i.e., cada 3 pontos projetados que formam um triângulo também formarão um triângulo no sistema original) e o resultado pode ser observado na **Figura 60**:

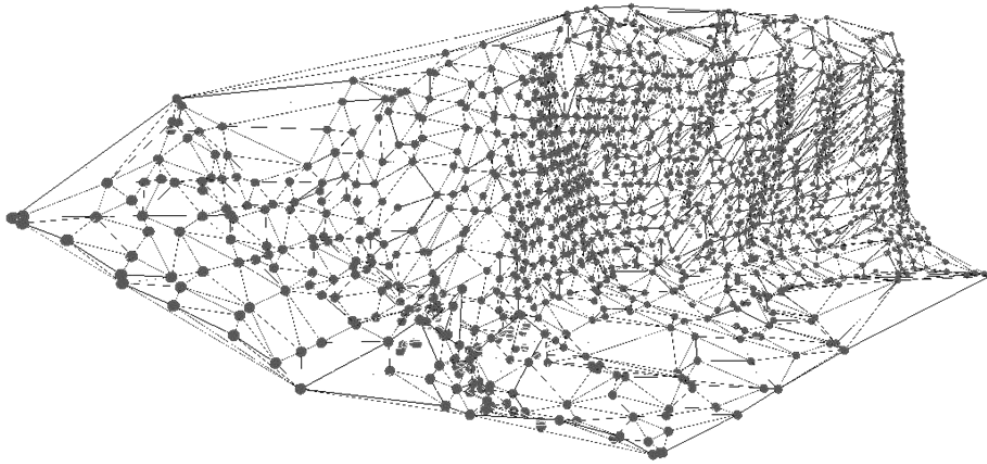


Figura 60: Triangulação sobre os pontos originais.

2.3.5.1 Divisão de pontos

Na representação anterior é possível observar que não foi feita uma divisão do terreno, dado que ela é construída por apenas 1585 pontos (longe dos 50 mil que projetamos). O procedimento seguinte é fazer subdivisões para que tenhamos no máximo 500 pontos por triangulação. Esta opção é aqui apresentada somente com o intuito de ilustrar a técnica. A diminuta quantidade de pontos elimina a necessidade de triangular por partes. Embora a triangulação possa ser mais eficiente⁵⁶, esse procedimento exige uma “costura” que visualmente pode trazer algum efeito de fronteira entre as partes devido à (ainda que suavizada) cicatriz.

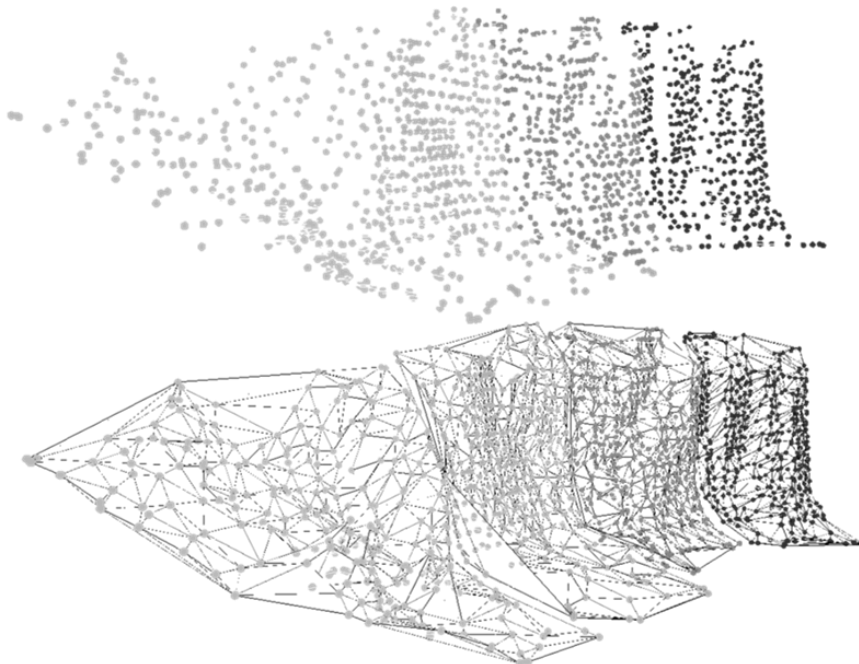


Figura 61: Aplicação do algoritmo "Dividir para Conquistar" adaptado.

⁵⁶ Ver **Figura 46**.

2.3.6 Análise visual de resultados

Para efeitos de comparação, apresenta-se na **Figura 62** uma bancada de pedra real e o seu modelo gerado a partir dos pontos tomados com laser 3D seguindo as técnicas até agora descritas:

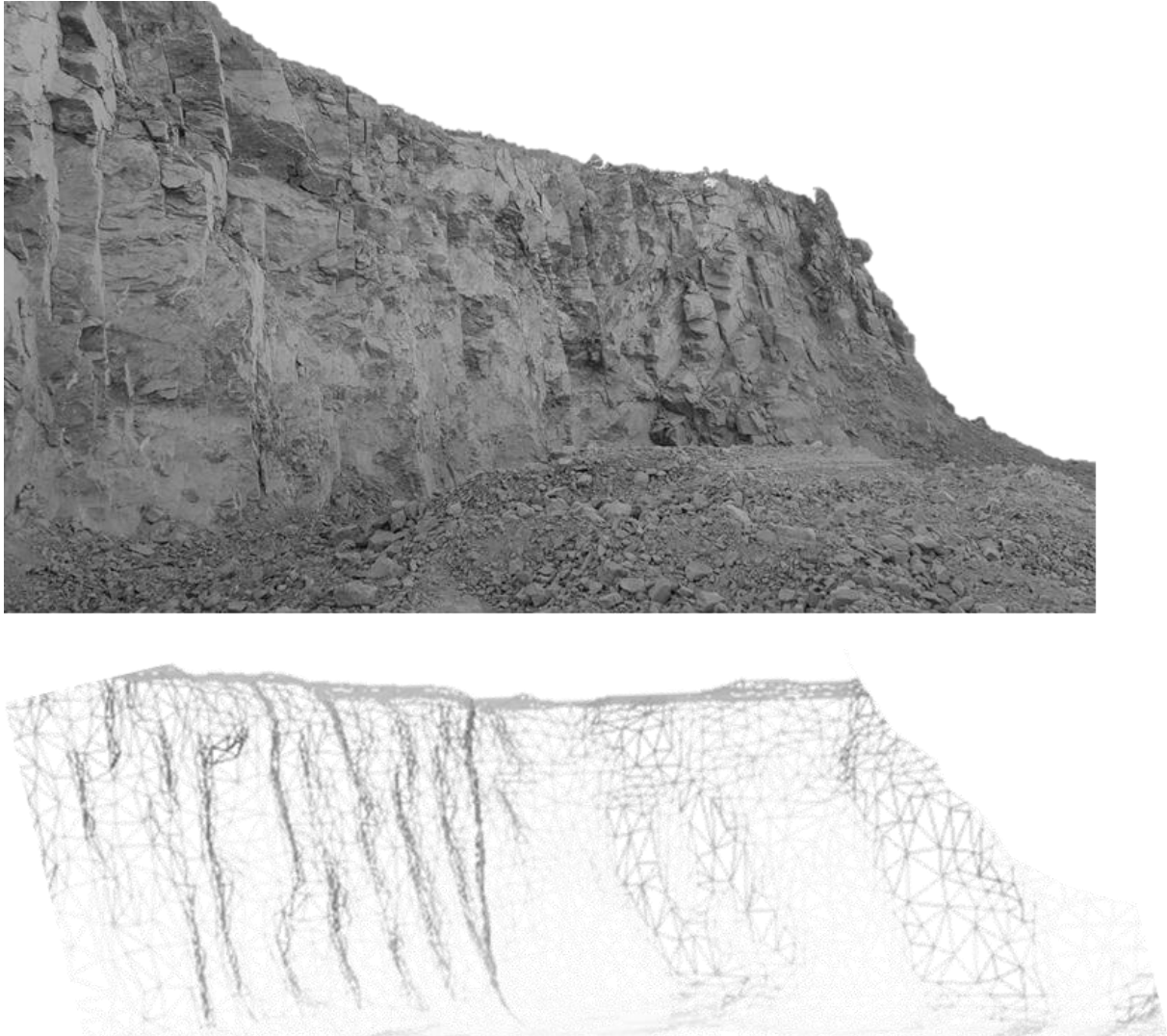


Figura 62: Comparação entre bancada e o seu modelo.

3 Perfuração

Como é definido por *Giraudi, Cardu, & Kecojevic* (2009), o principal objetivo do processo de desmonte é a fragmentação do maciço rochoso, e a uma das operações mais importante desse processo é a perfuração, uma vez que, quando esta é devidamente realizada, pode gerar importantes economias para a operação global mineira (Martin, 2004). Um correto planejamento da perfuração também pode evitar riscos importantes como por exemplo os ultra-lançamentos e a geração de vibrações indesejadas (Giles & Roller, 2012). Muitos esforços, como o proposto por *Orive, Laredo, Domingo, & Sadek* (2017), tem sido feitos no sentido de modernizar a tecnologia envolvida no processo de perfuração e auditoria. Algumas dessas propostas utilizam tecnologias disponíveis em aplicações de telemóvel modernos para possibilitar um mapeamento dos furos das pegas de fogo (Carvalhinha Alves Sobral, 2017) e representar seus dados em simuladores existentes (Miranda & Leite, 2018). A correta simulação e representação dos furos, quando sobreposta a modelos digitais de terreno fiáveis, também ajudará ao planejamento de uma distribuição adequada da energia dos explosivos no terreno (López Jimeno, 2017), fator fundamental na prevenção dos referidos riscos.

3.1 Representação gráfica

Em qualquer *API* gráfica de baixo nível, como por exemplo OpenGL ou Direct3D, os cenários que o utilizador visualiza são constituídos por primitivas⁵⁷ gráficas e por fontes de luz (Pereira, Gomes, Ferreira, Coelho, & Brisson, 2018). As ferramentas gráficas modernas apresentam, além das primitivas, formas geométricas diversas, como podem ser as apresentadas pelo *framework*⁵⁸ AB4D⁵⁹ (**Figura 63**):

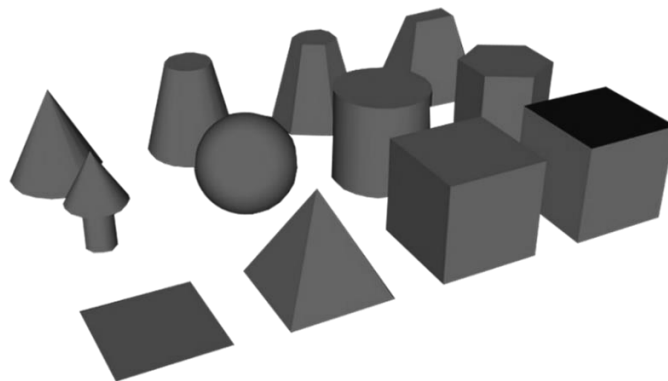


Figura 63: Formas geométricas disponíveis pelo AB4D.

⁵⁷ Pontos, linhas e triângulos e algumas combinações (Gordon & Clevenger, 2017).

⁵⁸ Em desenvolvimento de software, *framework* é uma abstração que une códigos comuns entre vários projetos de software provendo uma funcionalidade genérica (Stauffer, 2019).

⁵⁹ <https://www.ab4d.com>.

Refletindo sobre o modelo de representações que perseguimos para a geometria de uma pega de fogo em ambiente 3D, podemos observar que um furo nada mais é que um conjunto de cilindros, dentro dos quais é possível representar a coluna de carga de material explosivo, o tampão e eventualmente conjuntos de *decks*. Um exemplo deste tipo de representação de furos de um diagrama de fogo, pode ser visto na **Figura 64**:

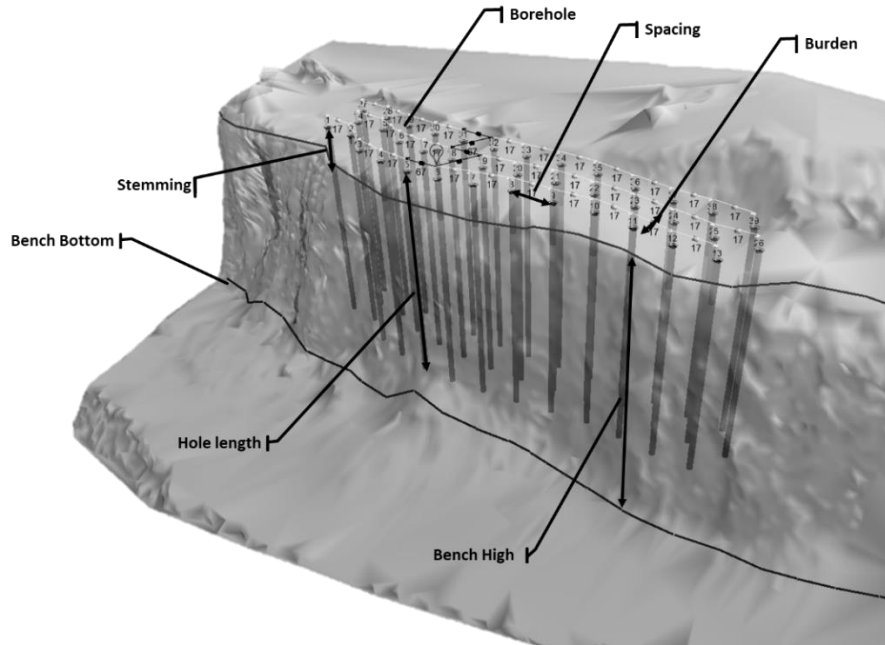


Figura 64: Representação gráfica de um furo (Miranda *et al*, 2017).

A construção⁶⁰ de um cilindro começa pela execução de um círculo. Para tal elaboração, tem todo o sentido adotar um sistema de coordenadas polares. Como exemplo da metodologia escolhida para este processo de desenho, assumimos a existência de um cilindro de raio e altura unitários. Ao círculo corresponderá um conjunto de pontos cujas posições corresponderão à variação do ângulo θ entre 0 e 360 graus. Quanto menor o passo adotado nesse processo, mais suave ficará o círculo (**Figura 65**):

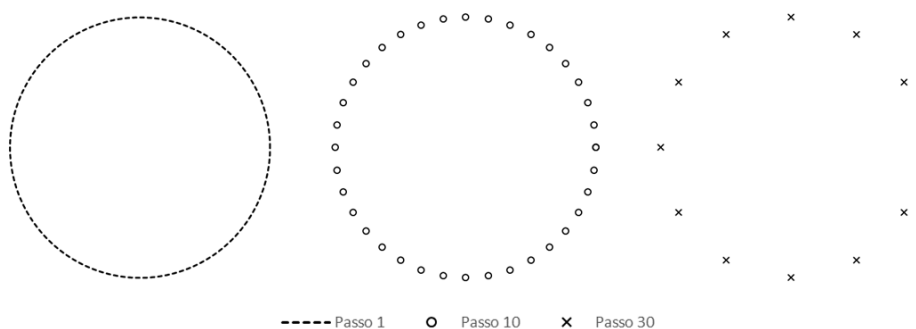


Figura 65: Discretização da circunferência.

⁶⁰ É possível optar pela utilização de um cilindro pronto disponibilizado pela API.

Perfuração

Para poder representar um furo, é necessário saber a posição P do furo, o raio R , o seu comprimento L do furo, o ângulo do eixo do furo com a vertical An e o azimute Az da projeção horizontal desse eixo.

Uma vez que decidimos o passo a ser utilizado, iniciamos o ângulo θ com o valor zero, e calculamos as coordenadas X e Y de cada ponto com as Equações:

$$X = R \times \cos(\theta) \quad \text{Equação 42}^{61}$$

$$Y = R \times \sin(\theta) \quad \text{Equação 43}^{61}$$

Calculadas as coordenadas, somamos o valor do passo ao ângulo θ e recalculamos as coordenadas enquanto o ângulo seja menor que 360 graus. A coordenada Z de cada ponto deve ser zero.

O próximo passo será replicar esses pontos, e a cada uma dessas novas coordenadas somamos o ponto $(0,0,-L)$.

O resultado destes procedimentos resultará num conjunto de pontos no plano XY e outro transladado segundo o eixo $-Z$, conforme a **Figura 66**:

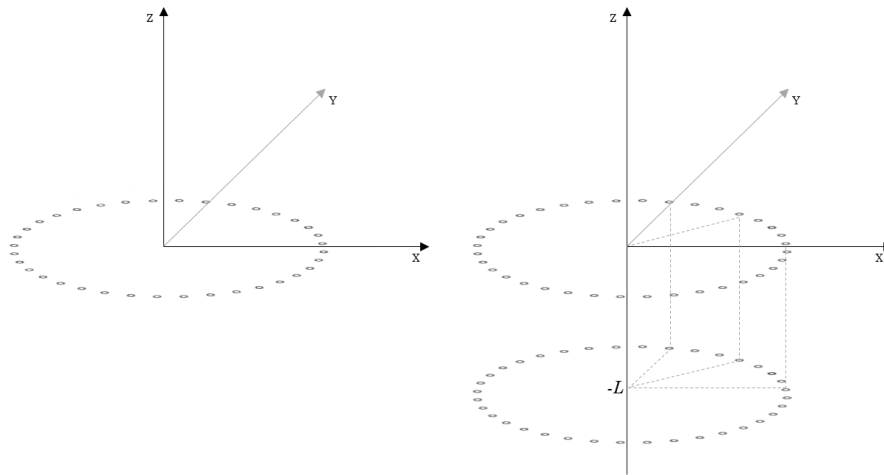


Figura 66: Pontos que formam o cilindro.

Na posse dos pontos que formarão o cilindro, será necessário fazer uma mudança de base⁶² para poder inclinar o furo na direção do azimute (essa operação apenas será necessária no caso de o furo não ser vertical). Será necessário encontrar a matriz de rotação R_1 do eixo X :

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos An & -\sin An \\ 0 & \sin An & \cos An \end{pmatrix} \quad \text{Equação 44}$$

Depois da primeira rotação, uma nova rotação R_2 deverá ser feita no eixo Z :

$$R_2 = \begin{pmatrix} \cos Az & \sin Az & 0 \\ -\sin Az & \cos Az & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Equação 45}$$

Definimos como nova base Z' como o produto $-(R_2 \times R_1 \times (0,0,1)^t)$.

⁶¹ O ângulo θ deve estar em radianos.

⁶² Ver o tópico 2.2.9 (Mudança de base).

Calcularemos o produto vetorial entre Z' e o vetor $(0,0,1)$. Normalizamos o resultado e essa será a nova base Y' . O produto vetorial entre Y' e Z' , após normalizada, será a nova base X' . Exemplificamos este processo com as 3 seguintes equações e com a **Figura 67**:

$$Z' = - \left(\begin{pmatrix} \cos Az & \sin Az & 0 \\ -\sin Az & \cos Az & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos An & -\sin An \\ 0 & \sin An & \cos An \end{pmatrix} \times (0,0,1)^t \right) \quad \text{Equação 46}$$

$$Y' = (Z' \wedge (0,0,1)) / |Z' \wedge (0,0,1)| \quad \text{Equação 47}$$

$$X' = (Y' \wedge Z') / |Y' \wedge Z'| \quad \text{Equação 48}$$

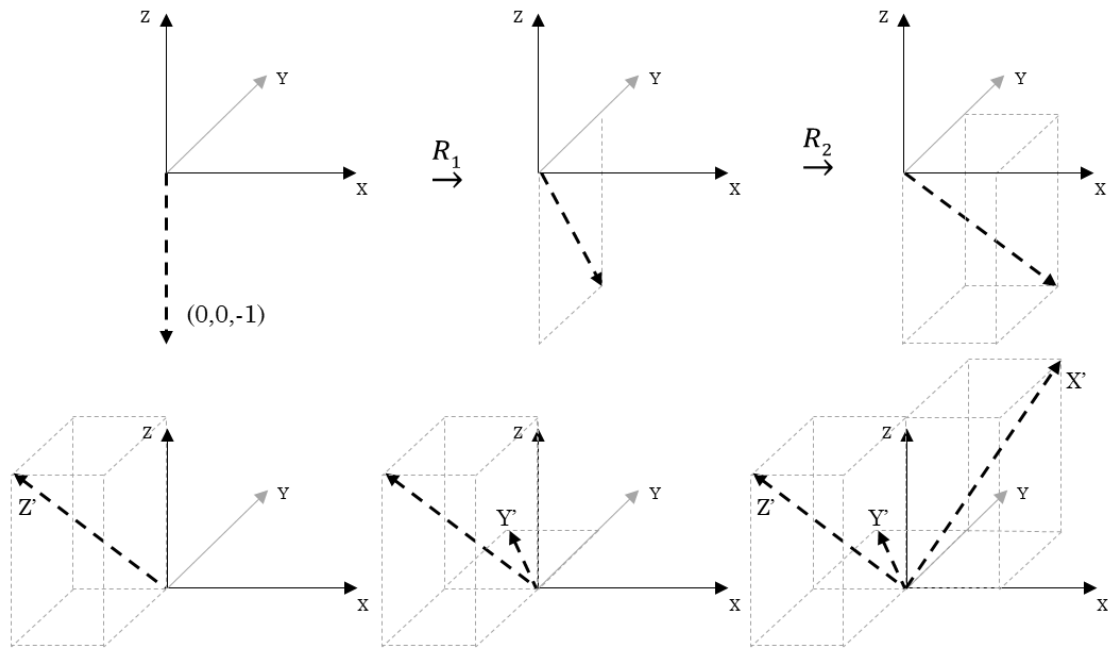


Figura 67: Cálculo vetorial do novo sistema de coordenadas.

O próximo passo é fazer uma mudança de base em todos os pontos previamente calculados, mudando da base canônica para a nova base. Após essa operação, somasse a cada ponto a posição P do furo (**Figura 68**):

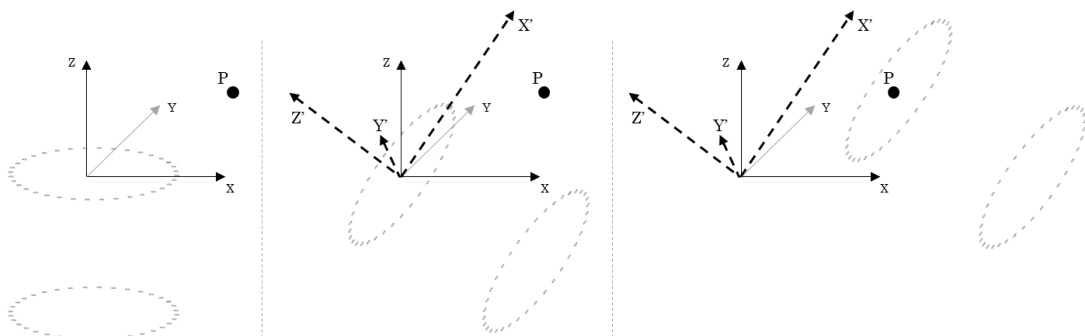


Figura 68: Mudança de base dos pontos do cilindro e translação.

Agora faltaria apenas encontrar a triangulação para poder fechar o polígono. O fluxograma e o código abaixo descritos resumem o processo para encontrar os índices que devem, tomados 3 a 3, formar o cilindro:

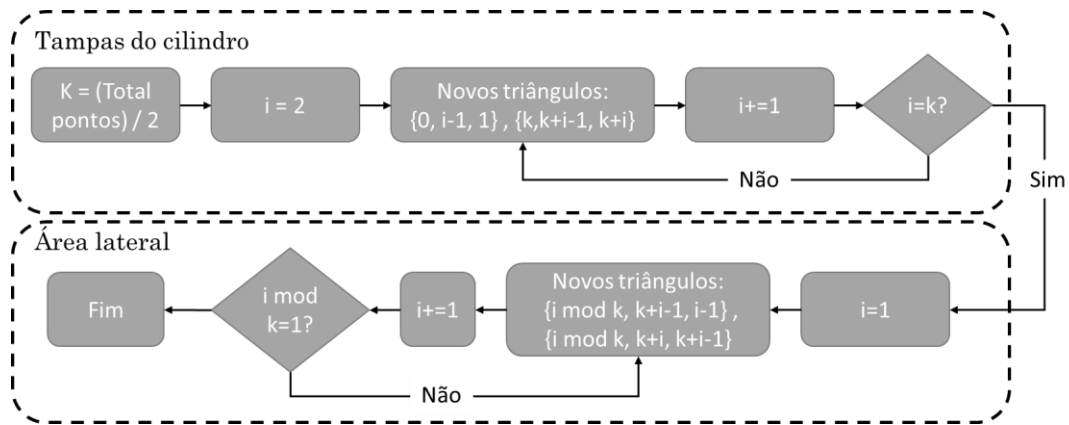


Figura 69: Fluxo para a triangulação dos pontos que formam o cilindro.

Construído o cilindro, podemos repetir o algoritmo as vezes necessárias para contemplar a existência de cilindros para representar os furos com os respectivos tampões ou mesmo a presença de decks (e inclusos furos não retilíneos). A **Figura 70** mostra com um pouco mais de detalhes o resultado deste procedimento:

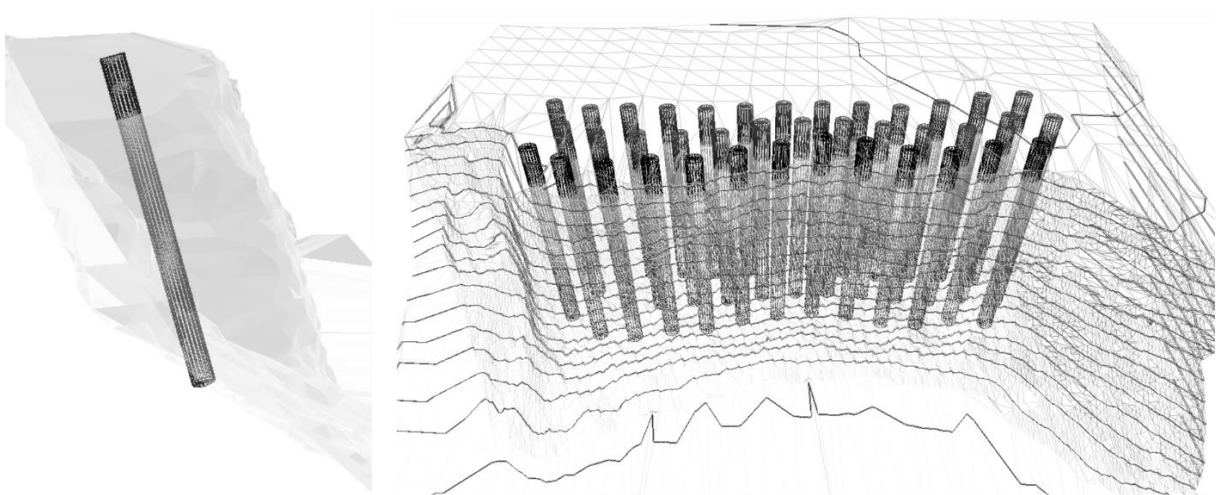


Figura 70: Detalhe de grupo de furos sobre o modelo de um terreno.

3.2 Furos baseados em desviómetros

Existem diversos equipamentos no mercado com o objetivo de: medir o desvio da perfuração (Miranda *et al*, 2019), fenómenos muito vulgares nessas atividades. Como exemplo, podemos citar o *Boretrak*® da empresa *Carlson*®, o *Probe*® da *Pulsar*® e o protótipo atualmente em desenvolvimento na *O-Pitblast* (Miranda & Leite, 2018).

Qualquer um dos equipamentos acima listados fornecerá dados necessários⁶³ para a caracterização real da geometria de cada furo, nomeadamente:

⁶³ Aqui nos referimos aos equipamentos de cabo. Para os equipamentos com barras o procedimento é similar, diferindo pelo fato de os azimutes tomados serem relativos a uma referência escolhida pelo usuário, e precisam ser corrigidas para o norte geográfico.

Perfuração

- O passo adotado: a distância utilizada como intervalo de comprimento entre medidas consecutivas, geralmente podendo assumir valores inteiros entre um e três metros;
- *Offset*: Valor excedente do cabo inserido até a marca $k \times$ (passo adotado) fora do furo (com menor k possível);
- Lista de medições com ângulos e azimutes.

O procedimento pode ter lugar fazendo-se medições ascendentes ou descendentes. Nas duas figuras seguintes ilustra-se o procedimento descrito:



Figura 71: Uso de equipamento de medição de desvio de furos (Miranda V. *et al*, 2019).

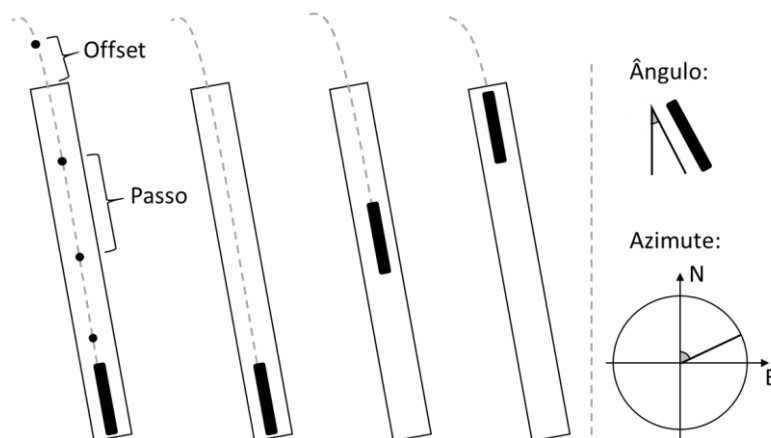


Figura 72: Esquema geral do uso do desviômetro e o resultado da leitura de seus sensores.

Na posse dos dados recolhidos, o primeiro passo é inverter a lista que contém os ângulos obtidos e os azimutes. Utilizaremos as matrizes $R1$ e $R2$ (Equação 44 e Equação 45) para transformar o vetor $(0,0,-\text{passo})$. No caso da última medição, deveremos utilizar o vetor $(0,0,-(\text{passo} - \text{offset}))$. Cada vetor deverá ser somado ao vetor imediatamente anterior para encontrar as posições XYZ dos pontos que pertencem ao furo. É possível acompanhar o passo a passo do cálculo observando a Tabela 3:

#	Inclination °	Azimuth °	R ₂ x R ₁ x Z	Position
1	2	23	(0.014,-0.032,-0.999)	(0.014,-0.032,-0.999)
2	2	24	(0.014,-0.032,-0.999)	(0.028,-0.064,-1.999)
3	3	24	(0.021,-0.048,-0.999)	(0.049,-0.112,-2.997)
4	4	23	(0.027,-0.064,-0.998)	(0.076,-0.176,-3.995)
5	4	24	(0.028,-0.064,-0.998)	(0.105,-0.240,-4.993)
6	3.5	22	(0.023,-0.057,-0.998)	(0.128,-0.296,-5.991)
7	7	19	(0.040,-0.115,-0.993)	(0.167,-0.412,-6.983)
8	5	23	(0.034,-0.080,-0.996)	(0.201,-0.492,-7.979)
9	8	24	(0.057,-0.127,-0.990)	(0.258,-0.619,-8.970)
10	6	24	(0.043,-0.095,-0.995)	(0.300,-0.714,-9.964)
11	6	23	(0.020,-0.048,-0.497)	(0.341,-0.811,-10.959)

Tabela 3: Passo a passo do cálculo das posições que formam o furo.

O último passo corresponde a criar cilindros entre cada par de pontos utilizando as ferramentas já desenvolvidas.

3.3 Projeção de ponto em reta

Para projetar o ponto P sobre a reta formada por dois pontos A e B precisaremos **Figura 73**:

- Definir os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formados por $P - A$ e $B - A$;
- Encontrar o modulo da projeção de $\vec{u}$ em $\vec{v}$:

$$|Proj \vec{u}_{\vec{v}}| = |\vec{u} \cdot \vec{v}| / |\vec{v}|$$

Equação 49

- Somar ao ponto A o vetor $\vec{v}$ normalizado multiplicado pelo modulo da projeção encontrada.

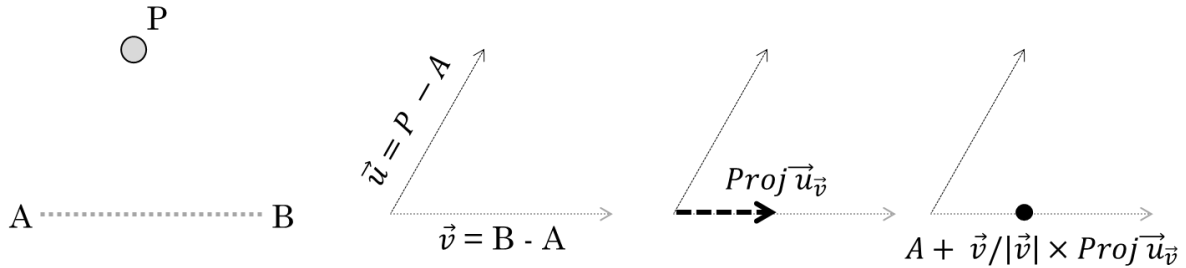


Figura 73: Detalhamento da projeção de ponto em reta.

3.4 Intersecção entre dois vetores

Definidos dois vetores, $\vec{u}$ e $\vec{v}$, o primeiro passo para encontrar a intersecção entre eles é saber se eles são paralelos, pois se assim for não teremos uma solução para a intersecção (pois a mesma não existirá ou os dois vetores serão coincidentes). Para isso bastará verifica que o determinante abaixo não é nulo:

$$\begin{bmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y \\ \vec{v}_x & \vec{v}_y \end{bmatrix}$$

Equação 50

Uma vez verificada a existência do ponto comum, conhecendo um ponto A pertencente ao vetor $\vec{u}$ e um ponto B pertencente ao vetor $\vec{v}$, a intersecção P será:

$$A + \left(\begin{bmatrix} \vec{u}_x & -\vec{v}_x \\ \vec{u}_y & -\vec{v}_y \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{bmatrix} \right) (1) \times \vec{u} \quad \text{Equação 51}$$

O índice 1 representa o primeiro elemento do vetor.

3.5 Posicionamento de furos (malha)

O procedimento até agora descrito já é suficiente para o caso de se desejar criar furos em posições conhecidas. Abordaremos em seguida os casos em que se deseja criar uma malha ou adaptar linhas de furos ajustadas à crista de uma bancada.

3.5.1 Malha de perfuração básica

A criação de uma malha de perfuração básica pode ser considerada a situação mais simples. Neste caso, será necessário ter uma posição inicial como referência, a partir da qual se definirão alinhamentos correspondentes às direções de espaçamento e do afastamento⁶⁴, conforme o esquema da **Figura 74**:

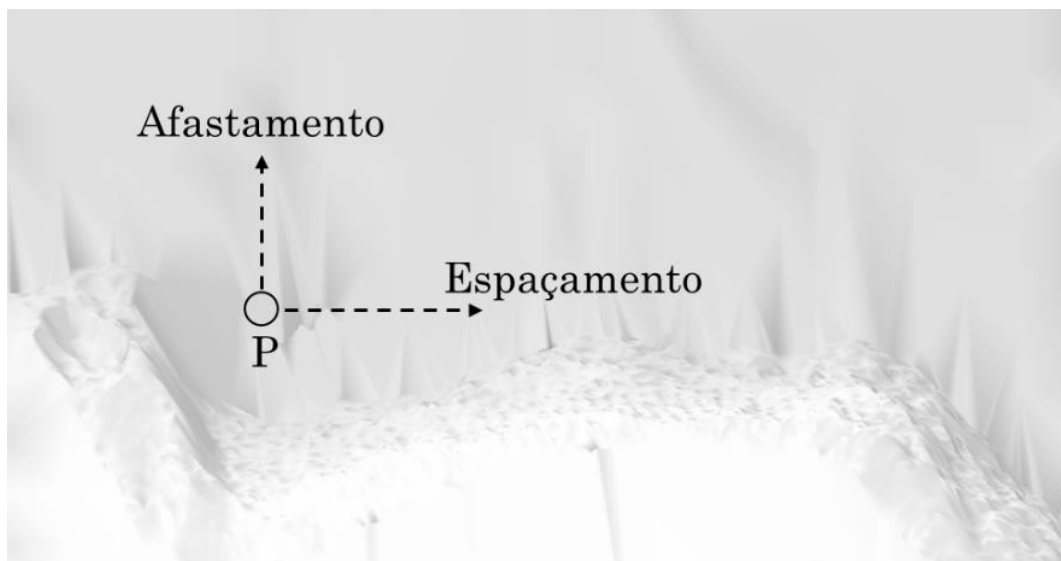


Figura 74: Bancada com referências para criação de malha simples.

Uma vez conhecida a referência P , o afastamento A , o espaçamento E , o vetor unitário com a direção do afastamento $\vec{u}$ e o vetor unitário com a direção do espaçamento $\vec{v}$, a quantidade de furos por linha Q , o número de linhas L que desejamos criar e o tipo de malha (quadrada/rectangular ou triangular), estarão reunidos os dados e informações para criar a malha. Na **Figura 75** apresenta-se o fluxograma deste procedimento para geometrias de malhas quadrada e triangular:

⁶⁴ Aqui temos como referência uma bancada com a frente livre reta, regular, apontando para um azimute de 180°.

Perfuração

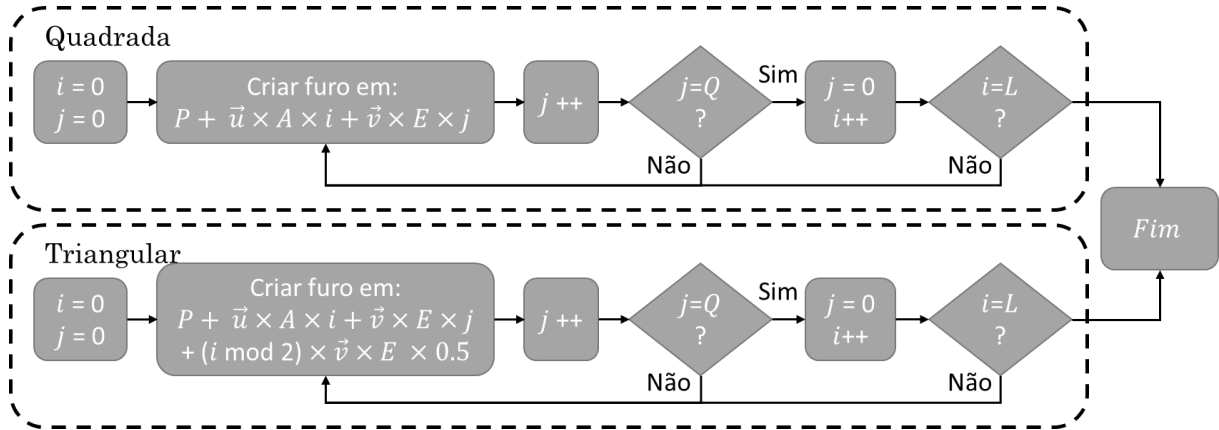


Figura 75: Fluxo para a criação de malha simples.

O resultado do algoritmo é apresentado na **Figura 76** sendo visualizados os valores de afastamento⁶⁵ entre furos e dos furos da primeira linha à frente livre:

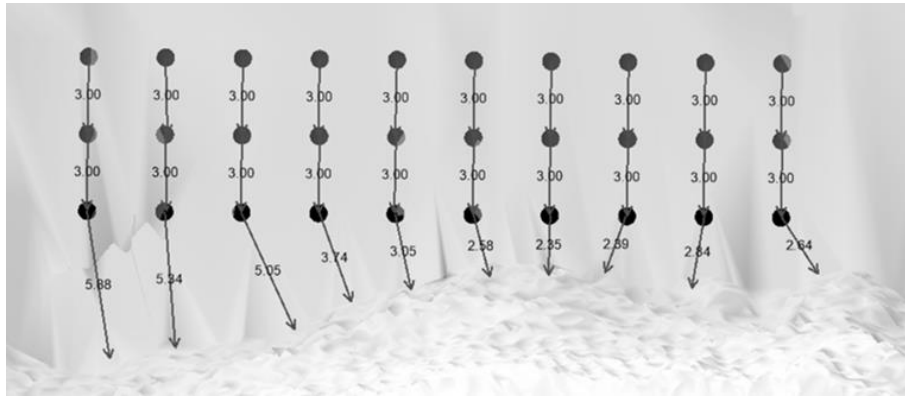


Figura 76: Resultado do algoritmo de posicionamento de furos básico.

3.5.2 Malha de perfuração baseada na crista

A crista de uma bancada pode ser definida como a local geométrico onde se intersectam a frente livre e a berma superior da bancada (**Figura 77**):



Figura 77: Representação da crista da bancada.

⁶⁵ Para os furos da primeira fila, definimos afastamento como a menor distância entre a posição do furo e a crista.

Como podemos observar na **Figura 76**, os furos da primeira linha não têm o afastamento (distância até a crista) constante, o que pode ocasionar distribuição não uniforme da energia do explosivo no maciço rochoso no momento da detonação. A procura de garantir uma distribuição correta da energia do explosivo gerada, é uma das tarefas mais difíceis para o projetista de um desmonte (Miranda *et al*, 2014). Como as irregularidades das frentes livres, e das respectivas cristas é uma realidade, a criação de uma malha que se ajuste melhor à forma da linha definidora da crista, ajudará a planejar uma malha que garante uma melhor distribuição da referida energia.

Para obtenção dessa desejada malha de furos, o primeiro passo corresponderá à definição de uma linha que represente a crista, sendo que para tal podemos recorrer a uma regressão⁶⁶ utilizando MMR (**Figura 78**):

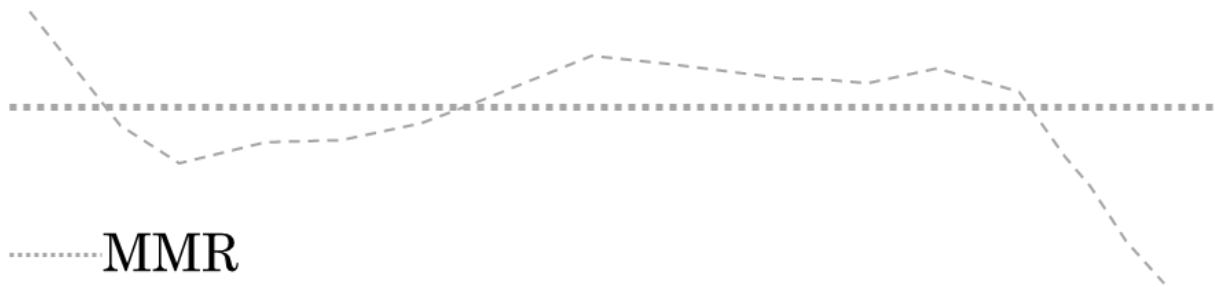


Figura 78: Regressão sobre os pontos que formam a crista.

O próximo passo será, utilizando essa linha como referência, criar linhas até ao total de número de linhas desejadas para a malha de furação da pega de fogo. A distância entre linhas deverá ser igual ao afastamento.

De notar que o vetor deverá ser multiplicado por -1 (um negativo) caso a direção não seja oposta à frente livre. Vamos selecionar os dois pontos mais extremos na crista e calcular as respectivas projeções (bidimensionais) dos pontos na nova reta de projeção. Para isso, são necessários 2 pontos, A e B , pertencentes à regressão. Selecionamos C_1 e C_2 dois pontos da crista:

$$A = a + b \times C_1 \quad \text{Equação 52}$$

$$B = a + b \times C_2 \quad \text{Equação 53}$$

Onde a e b são os parâmetros resultantes da regressão.

O procedimento seguinte será encontrar um vetor diretor $\vec{u}$ dessa reta. Esse vetor diretor pode ser definido como sendo $\vec{u} = B - A$, o qual deverá ser normalizado. O vetor $\vec{v}$ que indica a direção do afastamento pode ser definido do seguinte modo:

$$\vec{v} = \vec{u} \wedge (0,0,1) / |\vec{u} \wedge (0,0,1)| \quad \text{Equação 54}$$

Na sequência dos procedimentos surge a necessidade de encontrar as linhas paralelas à reta de regressão, e para isso basta encontrar os pontos A_i e B_i (pontos A e B pertencentes à linha i):

$$A_i = A + \vec{v} \times \text{afastamento} \times i \quad \text{Equação 55}$$

⁶⁶ Nesta regressão trabalha-se com a projeção dos pontos no plano XY, e para tal basta considerar as coordenadas Z dos pontos da crista iguais a zero.

$$B_i = B + \vec{v} \times \text{afastamento} \times i$$

Equação 56

Nesta sequência do algoritmo, encontramos-nos na situação que pode ser conferida na **Figura 79**:



Figura 79: Linhas paralelas à regressão que representa a crista.

O próximo passo será povoar as linhas com furos teóricos, começando por preencher a primeira linha. Para isso será necessário encontrar a posição dos furos utilizando a equação abaixo:

$$F_i = P_r + \vec{u} \times E \times (i - 1)$$

Equação 57

Onde:

- F_i é o furo i , onde i varia entre 1 e o número total de furos;
- P_r é a referência ($A_1, A_2, \dots, A_n$);
- $\vec{u}$ é um vetor diretor da primeira linha, que aponta no sentido que segue da referência para o outro extremo da reta;
- E é o espaçamento.

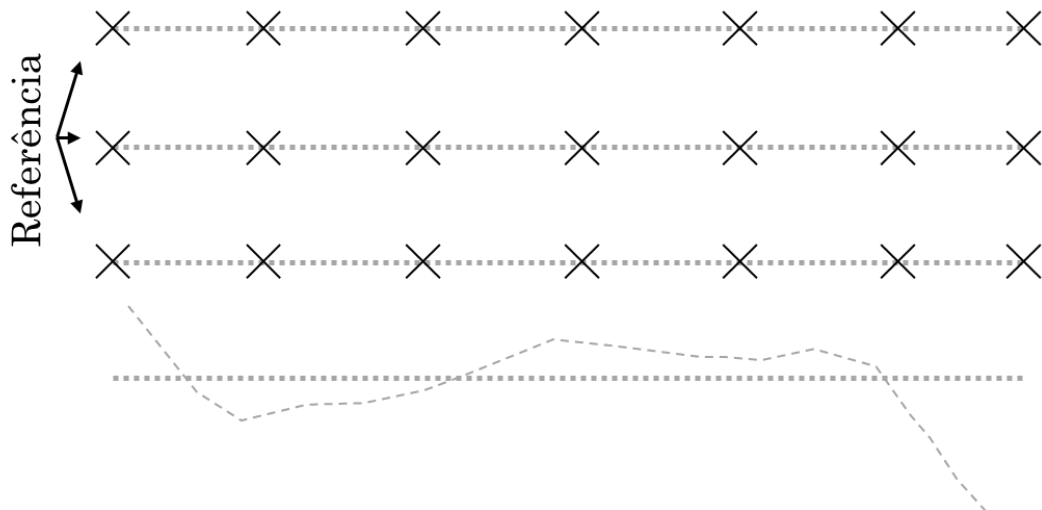


Figura 80: Furos teóricos da primeira linha baseada na crista.

Devemos encontrar agora o ponto P definido como a projeção de um furo já encontrado e a reta de regressão e de seguida encontrar as intersecções entre o vetor afastamento $\vec{v}$ e os pares de pontos contínuos que formam a crista. Seleccionamos a intersecção K mais próxima ao furo. Nesse momento está-se em condições de formar o vetor $\vec{w} = P - K$. Repetimos o procedimento para cada furo como exemplifica na **Figura 81**:

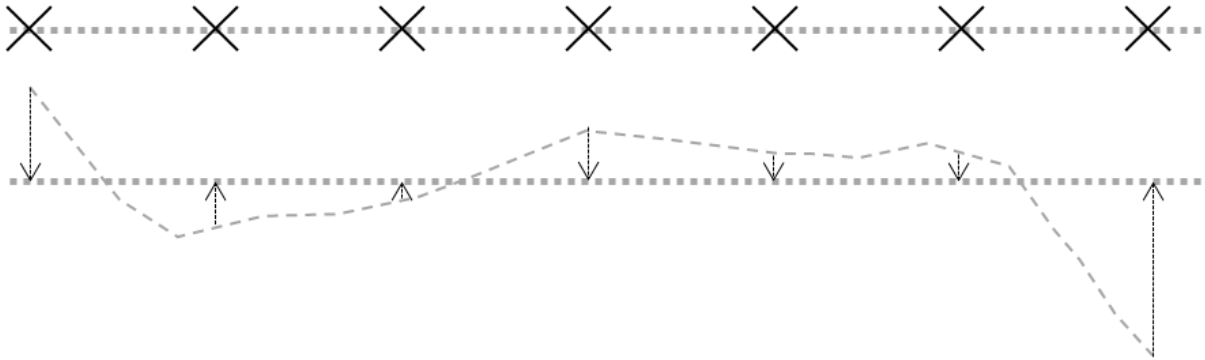


Figura 81: Projeções das posições dos furos e vetores formados.

Agora, para cada ponto encontrado como posição de um furo, deveremos calcular o seu respetivo vetor⁶⁷ $\vec{w}$ (**Figura 82**):

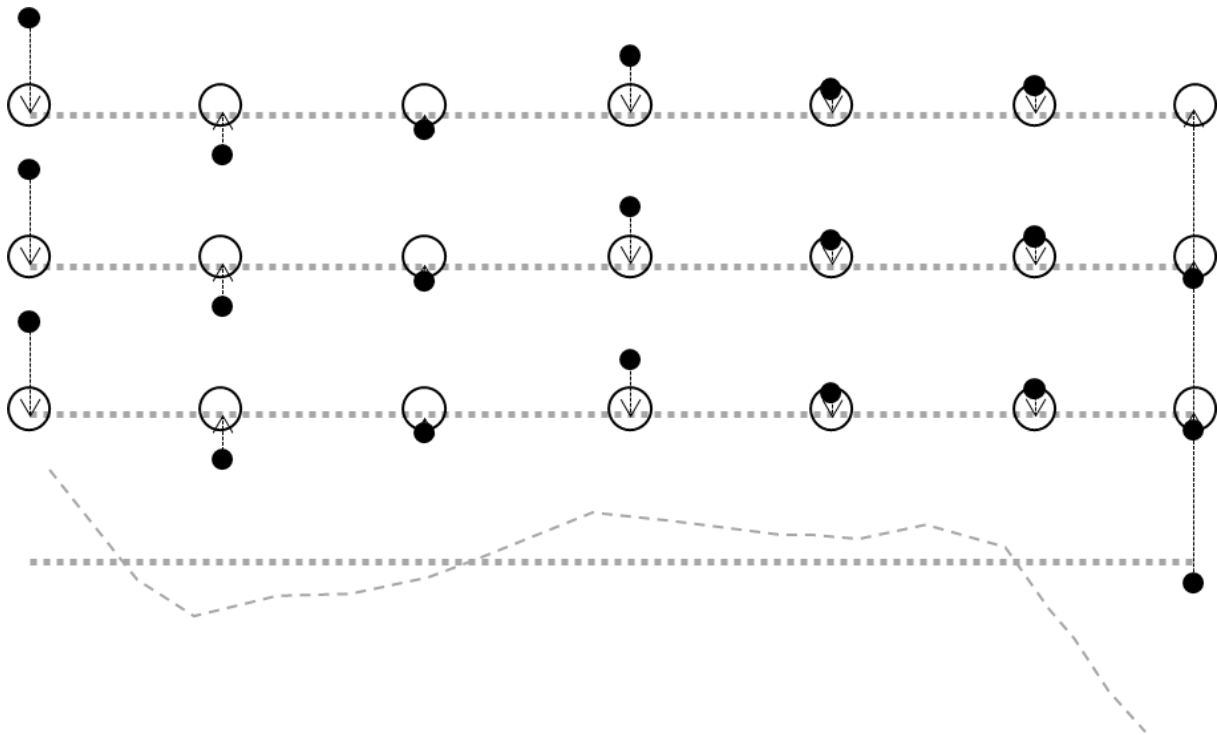


Figura 82: Reposicionamento de furos para adequação à frente livre.

Após o posicionamento dos furos, podemos ver que cada linha se molda para manter o afastamento constante, conforme é realçado na **Figura 83**:

⁶⁷ Aqui podemos ver outro problema, que é a continuidade de uma parede irregular. A correção pode ser feita com uma atenuação do vetor $\vec{w}$.

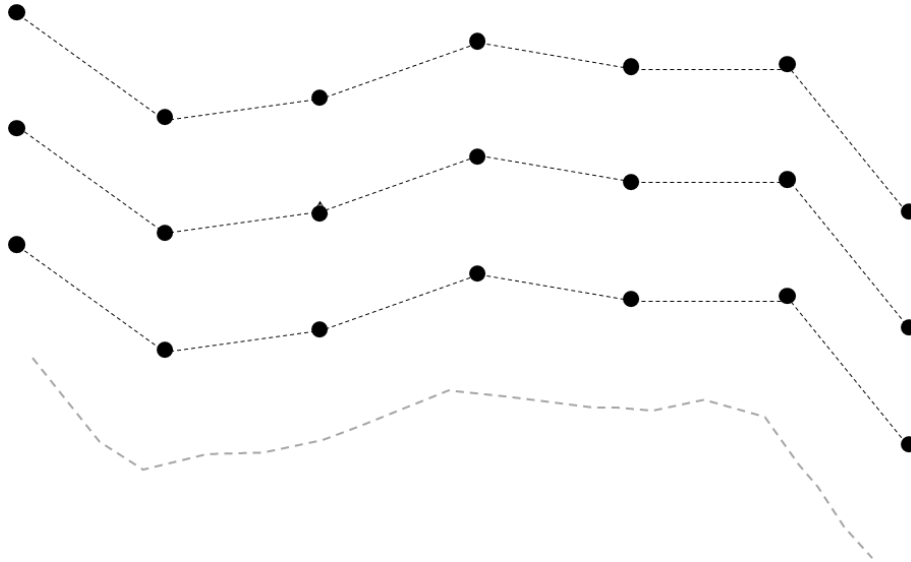


Figura 83: Resultado do algoritmo para posicionamento dos furos.

3.6 Intersecção entre reta e plano

A intersecção entre reta e plano será importante para poder detectar a intersecção entre furos e o terreno.

Para fazer a intersecção, devemos conhecer dois pontos da reta, A_r e B_r , e três pontos do plano, A_p , B_p e C_p . Então devemos calcular $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$:

$$\vec{w} = B_r - A_r \quad \text{Equação 58}$$

$$\vec{u} = B_p - A_p \quad \text{Equação 59}$$

$$\vec{v} = C_p - A_p \quad \text{Equação 60}$$

O seguinte passo será encontrar a matriz M :

$$M = \begin{pmatrix} \vec{w}_x & -\vec{v}_x & -\vec{u}_x \\ \vec{w}_y & -\vec{v}_y & -\vec{u}_y \\ \vec{w}_z & -\vec{v}_z & -\vec{u}_z \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} A_r - A_p \\ B_r - B_p \\ C_r - C_p \end{pmatrix} \quad \text{Equação 61}$$

Para encontrar o ponto P , intersecção entre a reta e o plano bastará calcular:

$$P = M_1 \times \vec{w} + A_r \quad \text{Equação 62}$$

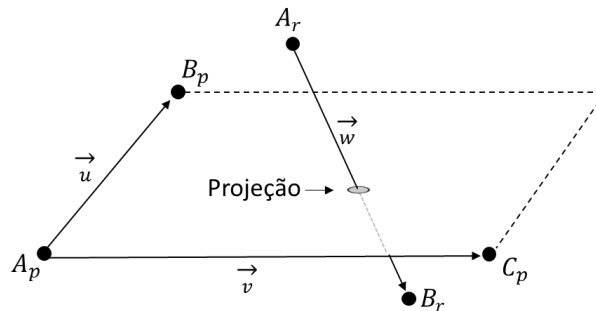


Figura 84: Intersecção entre reta e plano.

3.7 Detecção de ponto interno ao triângulo

Para o caso bidimensional, para saber se um ponto P está localizado dentro de um triângulo de lados A , B e C , bastará calcular os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ formados pelas diferenças entre as coordenadas dos pontos do triângulo e do ponto P . Feito isso bastará somar os ângulos entre cada par de vetores. Se o ponto for interno ao triângulo, a soma deverá contabilizar⁶⁸ em 360 graus (**Figura 85**):

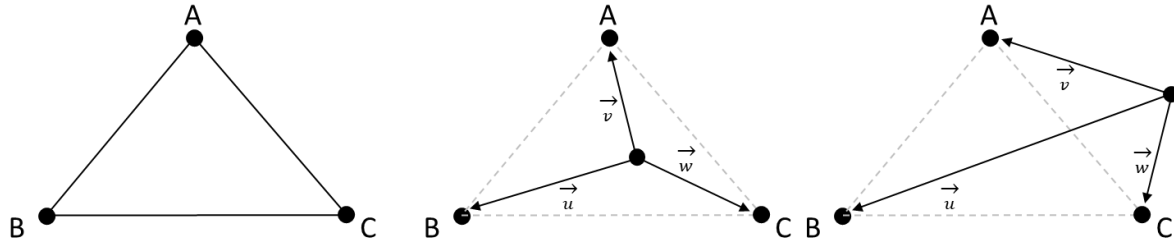


Figura 85: Ponto interno e ponto externo à triângulo.

O ângulo θ entre dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ pode ser calculado, em radianos, como:

$$\theta = \arccos\left(\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|}\right) \quad \text{Equação 63}$$

3.8 Detecção de coordenada de emboquilhamento de furos

Uma vez que conhecida a posição dos furos no plano XY , será necessário encontrar sua interseção com o modelo digital do terreno a fim de determinar sua respectiva coordenada Z . Como é explicito na **Figura 86**, para isso bastará:

- Encontrar o vetor $\vec{u}$ formado pela diferença entre a coordenada da base do furo e a coordenada da posição de emboquilhamento do furo;
- Percorrer os triângulos encontrados na triangulação:
 - Verificar que o vetor $\vec{u}$ não é paralelo ao plano formados pelos dois vetores resultantes da diferença entre as coordenadas dos pontos que formam o triângulo;
 - Verificar a interseção entre o plano e o vetor se encontra dentro do triângulo (operação no plano XY);
 - A coordenada Z da interseção será a coordenada Z do furo.
 - Finalizar algoritmo.

⁶⁸ Para evitar problemas com pontos flutuantes, recomenda-se observar que $|soma - 360| < \delta$, onde δ poderia ser um valor suficientemente pequeno (10^{-2} , por exemplo).

Perfuração

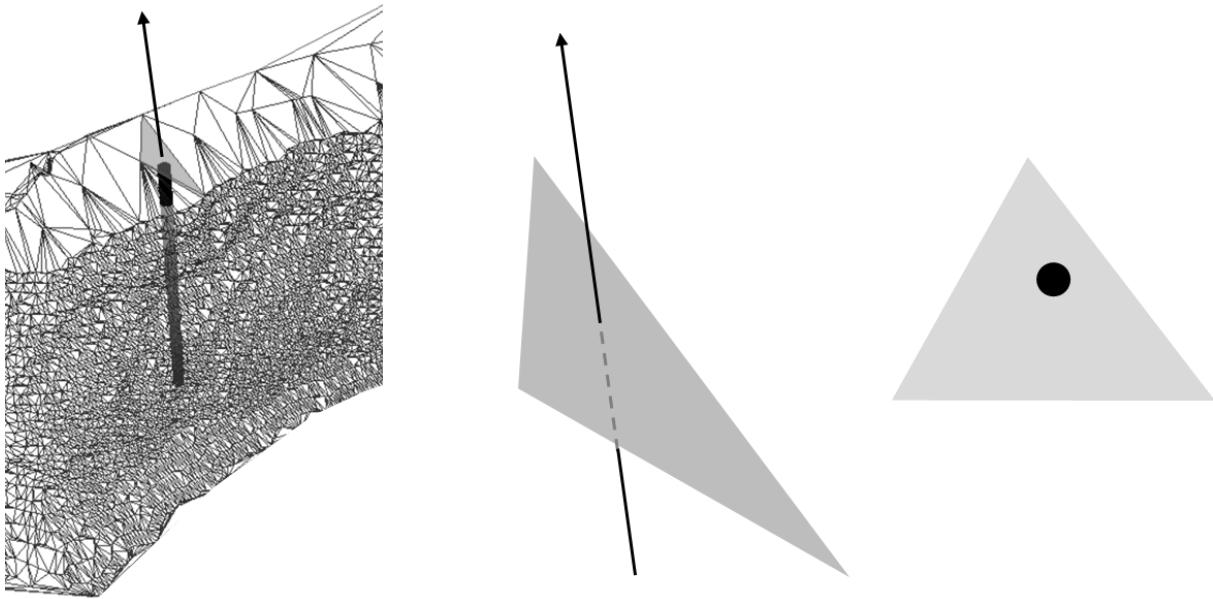


Figura 86: Detecção da coordenada vertical de emboquilhamento de um furo (intersecção entre triângulo e vetor que representa o furo).

3.9 Perfil crítico

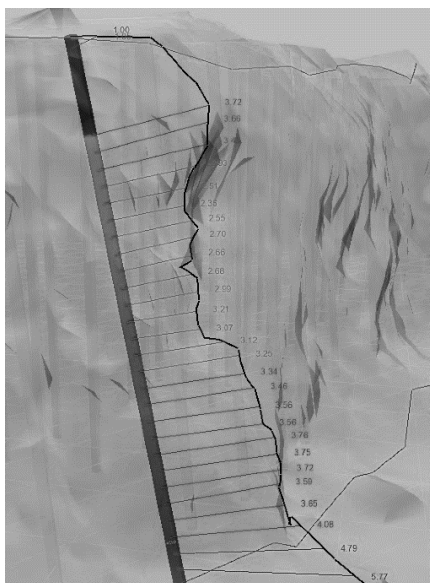


Figura 87: Perfil crítico (Miranda & Leite, 2018).

O perfil crítico⁶⁹ define-se como a menor distância entre o furo (longitude de carga) e a frente livre (**Figura 87**). Esse parâmetro é extremamente importante, pois pode influenciar diretamente, entre outros fatores, os fenômenos de ultra-lançamento e de produção de *boulders* (blocos de dimensão superior indesejada) (Ogata, Wada, & Katsuyama, 1997). A correta análise do perfil crítico também pode aumentar a segurança e reduzir potenciais problemas do desmonte, como pode ser a geração de onda aérea (Wiseman & Rorke, 2015).

Para que o simulador considere este fator, o seu cálculo exigirá duas etapas:

- Cálculo do perfil crítico;
- Cálculo dos afastamentos ao longo do furo.

Os sucessivos valores do afastamento ao longo dos furos serão necessários para identificar possíveis posições geométricas que possam, no momento da detonação, propiciar risco de geração de ultra-lançamento ou influenciar a formação de blocos (para o caso de um afastamento superior ao desejado). É importante destacar também que o perfil crítico não é calculado como a intersecção entre um plano e o terreno e terá seu formato definido pela topografia do terreno, como podemos observar na **Figura 88**:

⁶⁹ Ou perfil mínimo (Martin Schrier, 2018).

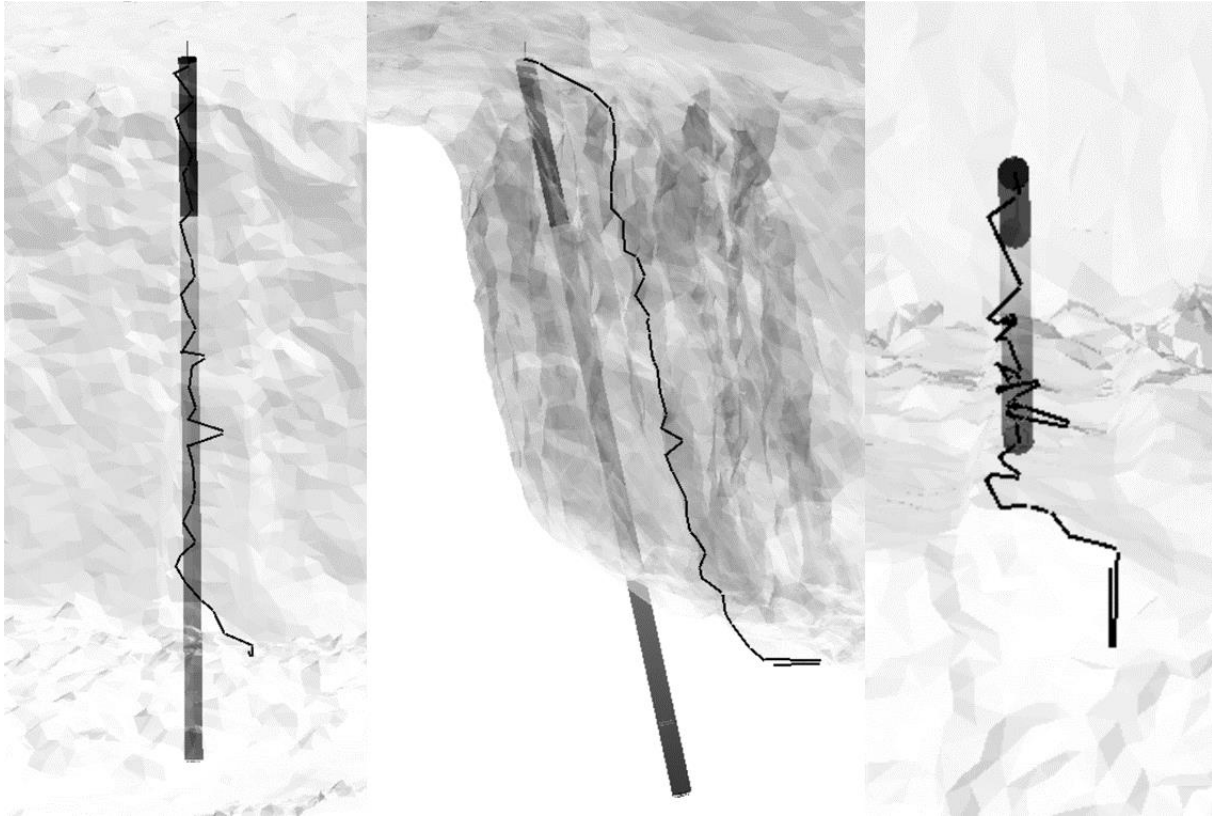


Figura 88: Perfil crítico com vista frontal (esquerda), vista lateral (centro) e vista de topo (direita).

A primeira etapa deste processo passa por encontrar os pontos do terreno próximos (distância Euclidiana no plano XY) à posição de emboquilhamento do furo. Algumas técnicas poderão ser utilizadas para minimizar o tempo do algoritmo. Uma vez que se procura entre os pontos existentes no terreno aqueles que pertencem ao perfil crítico, devemos diminuir o intervalo de busca para que se possa ter uma maior agilidade de processamento. Em primeiro lugar define-se um raio de busca em torno do furo. No exemplo que estamos a usar, para o cálculo do perfil crítico⁷⁰ foi usado um tempo médio de cálculo de 5613 milissegundos (para encontrar os pontos críticos de todos os furos). É possível constatar na **Figura 89** que ao utilizar para um determinado furo apenas os pontos do terreno próximos ao próprio furo, temos uma diminuição no tempo de processamento gasto pelo algoritmo, e que esse tempo cresce conforme aumenta o raio de busca:

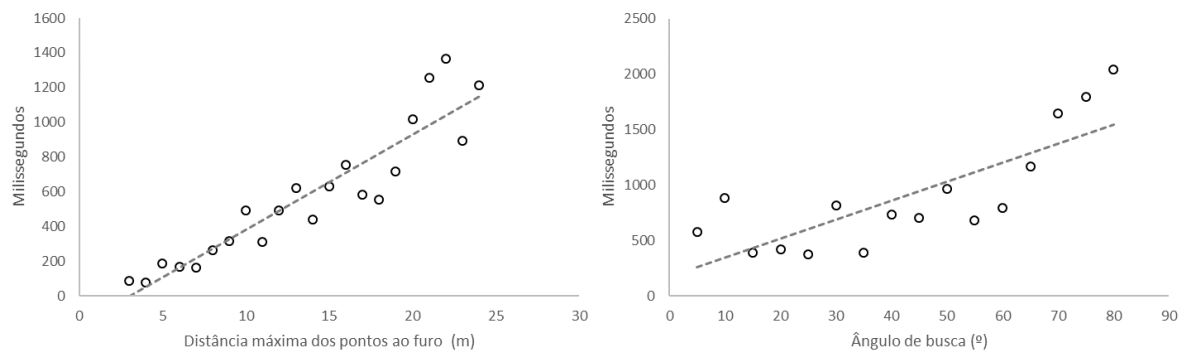


Figura 89: Tempo de processamento para variações no raio de busca (esquerda) e no ângulo de abertura.

⁷⁰ Terreno com 100 mil pontos e 30 furos.

Também é razoável admitir que os pontos que formam o perfil crítico estão minimamente alinhados com a direção do afastamento. Se restringirmos a busca aos pontos que estão a uma determinada distância angular do vetor afastamento, pode reduzir-se também o tempo de processamento (procedimento ilustrado na **Figura 89**, lado direito). Assim, tem lógica, por razões de otimização do processo, definir-se um raio máximo de busca dos pontos em torno dos furos. Será coerente utilizar um raio, por exemplo, de 15 metros, uma vez que essa distância é mais que suficiente para os desmontes de produção habituais (que utilizam afastamentos dos furos da primeira linha bastante inferiores a 15 metros). Também limitaremos a distância angular (vetor formado entre o ponto e a posição do furo) em relação ao vetor afastamento máxima. Na prática, recorreremos ao valor de 60 graus. Podemos ver mais detalhes desse processo na **Figura 90**:

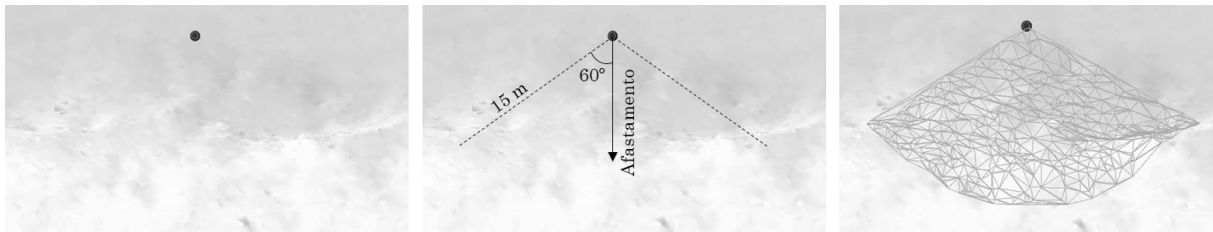


Figura 90: Pontos candidatos ao perfil crítico.

Identificado o conjunto de pontos que poderão pertencer ao perfil crítico, o processo avança para a discretização do furo. Para isso, deve ser determinado um passo θ (quanto menor θ , maior a quantidade de iterações). Para tal, define-se um vetor diretor $\vec{u}$ como a diferença entre a posição do pé do furo e a sua posição de emboquilhamento. Após este procedimento, o vetor diretor deverá ser normalizado. A ação seguinte será procurar todos os pontos pertencentes ao furo conforme a **Figura 91**:

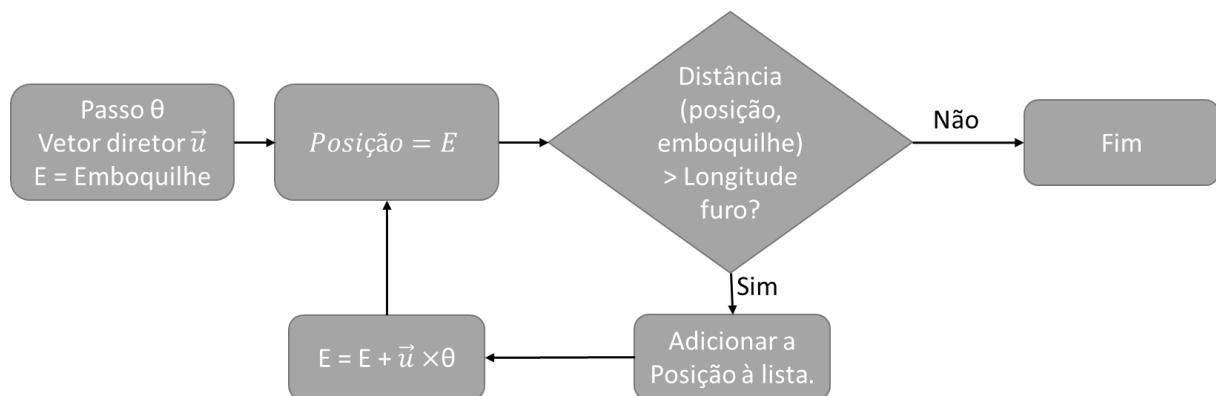


Figura 91: Fluxo para cálculo da discretização do furo.

Construída a lista com todos os pontos P pertencentes ao furo, passa-se à identificação, para cada um deles, do ponto mais próximo na lista de candidatos a pertencerem ao perfil crítico. Para otimizar esse processo de identificação, devemos limitar os pontos candidatos àqueles cuja cota Z está a uma distância máxima β ⁷¹

⁷¹ Recomenda-se começar com um valor β pequeno, por exemplo 1, e aumentar esse valor para o caso de nenhum candidato ter uma cota Z dentro do intervalo $P_Z \pm \beta$.

da cota Z do ponto P (Almeida da Silva, 2018, pág. 36) como se mostra na **Figura 92**:

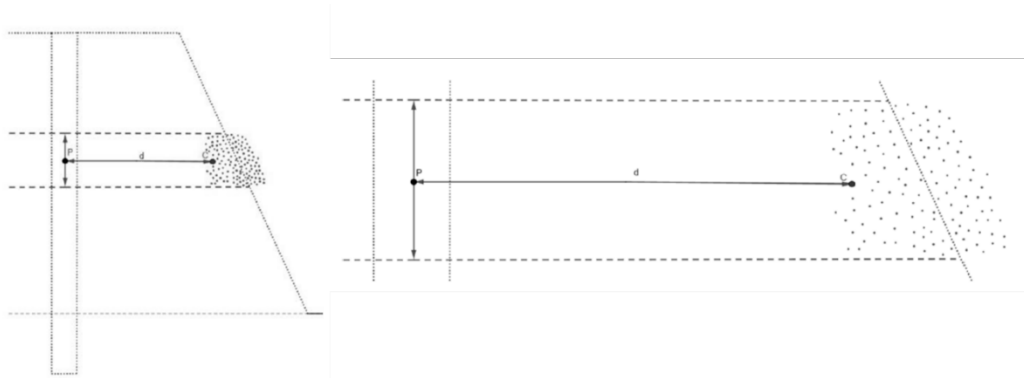


Figura 92: Identificação do ponto candidato mais próximo ao ponto P (adaptado de Almeida, 2018).

Uma vez encontrados todos os pontos que pertencem ao perfil crítico, basta conectá-los para se obter o perfil crítico (**Figura 87**).

O próximo passo, construído o perfil crítico, será encontrar os afastamentos críticos relativos às várias posições em profundidade definidas ao longo do comprimento do furo. Para isso devem ser implementados os passos abaixo descritos (**Figura 93**):

- a) Definir o vetor diretor $\vec{u}$ como a diferença normalizada entre o pé do furo e a posição de emboquilhamento do furo;
- b) Selecionar o ponto i da lista de pontos que representam o furo;
- c) Verificar se o vetor $\vec{u}$ é $(0,0,-1)$:
 - a. Em caso afirmativo, determinar o ponto A como o ponto i , o ponto B como o ponto $A + (1,0,0)$ e o ponto C como $A + (0,1,0)$;
 - b. Se tal condição não se verificar, determinar o ponto A como o ponto i , o ponto B como o ponto $A + \text{Produto vetorial entre } \vec{u} \text{ e } (0,0,1)$ e o ponto C como o produto vetorial entre $\vec{u}$ e o vetor formado pela diferença entre o ponto B o ponto A.
- d) Na posse dos pontos A, B e C, define-se o plano formado por esses 3 pontos.
- e) Percorremos a lista de pontos do perfil crítico.
- f) Toma-se a linha formada pelos pontos j e $j+1$ da lista de pontos do perfil crítico.
- g) Verifica-se se a linha não pertence ao plano encontrado (caso pertença, passamos ao próximo par de pontos da lista de pontos do perfil crítico).
- h) Determina-se a interseção entre o plano e a linha.
- i) Afere-se a cota Z da interseção é menor que a cota Z do ponto j e maior que a cota Z do ponto $j+1$.
- j) Em caso afirmativo, adiciona-se o vetor formado entre a interseção e o ponto i à lista de afastamentos críticos e interrompe-se a busca na lista de pontos do perfil crítico.
- k) Repetimos esta ação desde b até que todos os pontos da discretização do furo tenham sido analisados.

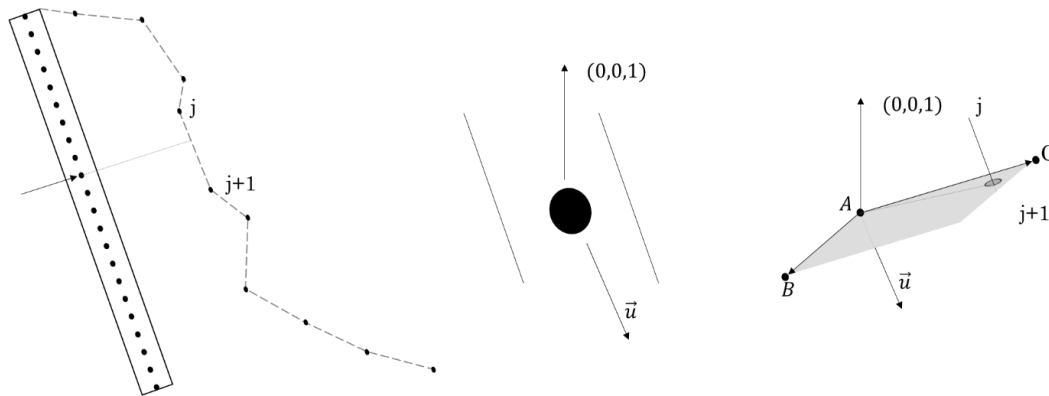


Figura 93: Detalhes do cálculo do afastamento crítico.

3.10 Carga do furo

Nr	Explosive	Qty	%
1	Emulsion 1,25	100.0	%

Inputed Charge: 0.00 Kg
Explosive: Arfo 0,8

Total Charge: 108.9 Kg
Hole Volume: 157.8 m³
Powder Factor: 0.690 Kg/m³

Figura 94: Exemplo de aplicação de carga explosiva (O-Pitblast).

O cálculo da carga explosiva a incorporar em cada furo não segue uma formulação única, pois vários fatores, como por exemplo a resistência à compressão do explosivo, podem interferir na quantidade deste material presente no furo. De maneira geral, para explosivos bombeados, pode-se determinar essa quantidade multiplicando o volume do furo (descontando o tampão na longitude do furo) pela sua densidade média⁷². No caso de se usarem explosivos encartuchados, deve-se multiplicar o peso de cada cartucho pela quantidade total destes (levando em consideração o fator de empacotamento para o cálculo da quantidade total de cartuchos que cabem no furo). Quando se juntam nos mesmos furos explosivos bombeados e cartuchos, passa-se a somar o peso de cartuchos ao peso do granel. Para calcular o peso do explosivo a granel, deve-se subtrair ao volume do furo (sem considerar o tampão) o volume dos cartuchos e multiplicar o resultado pela densidade média do explosivo aplicado. É possível ver uma janela de interface, representando esses elementos na **Figura 94**.

⁷² A densidade de copo é uma boa aproximação para a densidade média do furo (Cavanough, Torrance, Rock, & Olsson, 2015).

4 Sequenciamento

Durante muito tempo a tarefa do sequenciamento, também muitas vezes denominada de temporização, foi considerado como a “*arte negra*” do processo de desmonte (Buffham, 2012). Foi somente com a chegada dos computadores à atividade mineira e a construção de simuladores que veio permitir um melhor planeamento do desenho de tempos de acionamento dos detonadores. O correto sequenciamento da detonação dos explosivos presentes no desmonte é crucial para o controle do uso da energia do explosivo durante a ação de fragmentação dos maciços rochosos, permitindo gerir o confinamento desses explosivos (Floyd, *Efficient Blasting Techniques for Surface Mining Operations*, 2010).

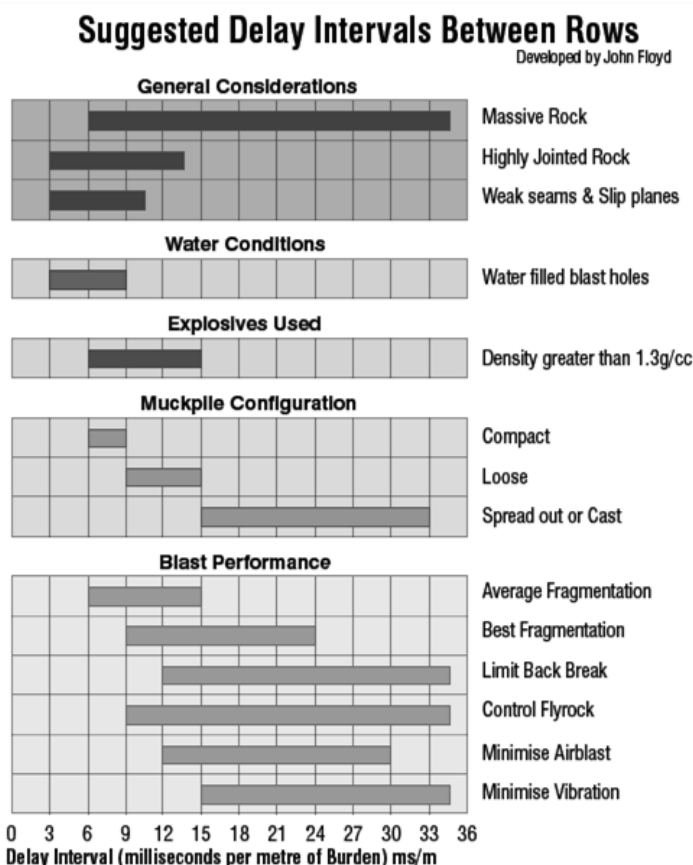


Figura 95: Gráfico de *John Floyd* com sugestão de tempos entre filas para diferentes finalidades (Buffham, 2012).

O correto planeamento e uso do sistema de iniciação de pegas de fogo, seja ele pirotécnico ou eletrônico, tem um papel crucial no resultado que o desmonte terá, tanto de um ponto de vista operacional como em termos de segurança, uma vez que permite o maior controle da distribuição da energia do explosivo no terreno⁷³. *John Floyd*⁷⁴, em muitos dos seus trabalhos, realça de forma especial a influência dos tempos de retardo escolhidos entre linhas de furos nos resultados globais do desmonte. Tanto a performance (fragmentação, vibrações, ultralanchamentos etc.) pode ser influenciada pela sequência de detonação, bem como outros fatores, dos quais se destaca a forma e posição final da pilha de material desmontado (**Figura 95**). Uma vez justificada a relevância de um correto sequenciamento

da detonação de um desmonte, realça-se a importância da simulação para um correto planeamento e eficaz uso dos detonadores. É evidente a ajuda que os

⁷³ Para maiores detalhes consultar o capítulo 5 de *Blasting Principles for Open Pit Mine* (Hustrulid, 1999).

⁷⁴ Diretor da empresa *Blast Dynamics*, que fornece solução no uso eficiente da energia de explosivos (Floyd, *Blast Dynamics*, 2019).

simuladores podem dar em tarefas como por exemplo, o cálculo da sobreposição de detonações de furos recorrendo à denominada regra dos 8 milissegundos (Duvall, Johnson, Meyer, & Devine, 1963). Os simuladores têm também papel indispensável quando se opta pela utilização de detonadores eletrônicos (Higgins & Riihioja, 2004). Muitas publicações ainda demonstram a importância da simulação para testes com os detonadores, e aqui citamos o artigo *Blasting Topologies for Electronic Initiation Systems* (Teowee & Lansburg, 2011) como exemplo.

4.1 Grafos

A origem da teoria de grafos remete ao problema das pontes de *Konigsberg*⁷⁵ (González Manteiga, 2003, pág. 53). No século XVIII procurava-se resolver o problema de encontrar um caminho que percorresse as sete pontes daquela localidade (pontes criadas sobre o rio *Pregel*) utilizando apenas uma vez cada ponte e retornando ao ponto original. Um esquema e respetivo grafo podem ser vistos na **Figura 96**:

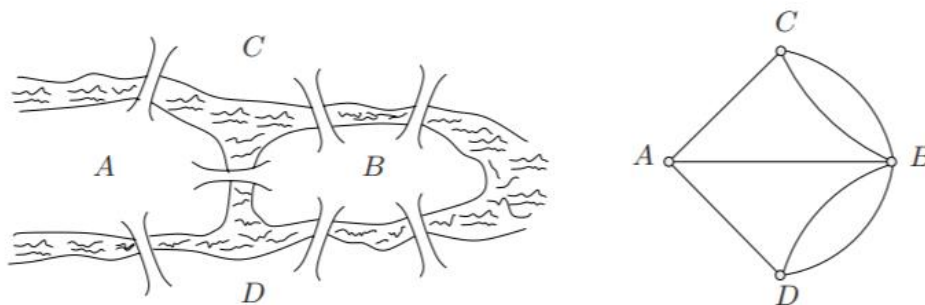


Figura 96: As pontes de *Konigsberg* e seu respetivo grafo (Bondy & Murty, *Graph Theory: An Advanced Course*, 2008).

Podemos definir um grafo G como uma tripla ordenada $(V(G), E(G), \psi_G)$ constituída por um conjunto $V(G)$ de vértices, um conjunto $E(G)$ de arestas e uma função de incidência ψ_G que associa cada aresta de G a um par (não necessariamente diferente) de vértices de G (Bondy & Murty, 1976). As aplicações da teoria de grafos são inúmeras, e vão desde a representação de circuitos elétricos até a representação de estradas conforme podemos ver na **Figura 97**:

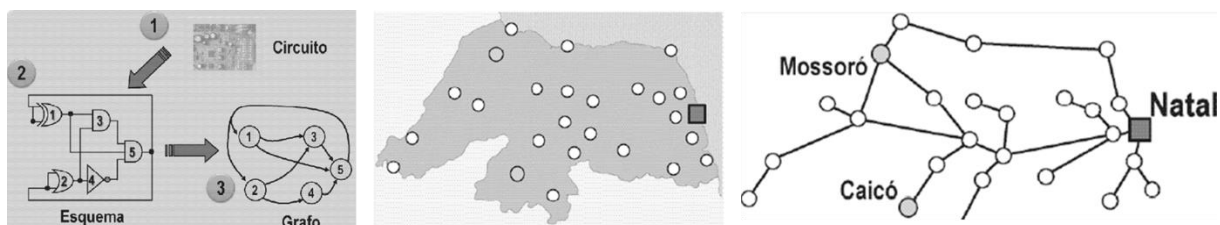


Figura 97: Aplicações de teoria de grafos (adaptado de Goldbarg & Goldbarg, 2012).

⁷⁵ Leonhard Euler demonstrou em 1736 que o problema não tinha solução, pois o grafo apresentado não constituía um grafo euleriano, isso é, não existe nenhum caminho saindo de um vértice que passe apenas uma vez por todos os outros vértices e retorne ao original (Goldbarg & Goldbarg, 2012).

4.1.1 Algoritmo de Dijkstra

Um grafo ponderado é aquele cujas arestas têm um peso associado (Bondy & Murty, 1976, pág. 15). Podemos exemplificar um grafo ponderado por uma rede de cidades que se comunicam por estradas (como a última imagem da **Figura 97**), onde o peso de cada aresta (estrada que conecta duas cidades) pode ser a distância entre essas cidades. Podemos observar na **Figura 98** 5 cidades/vilas portuguesas⁷⁶ e algumas possíveis rotas conectando essas cidades:



Figura 98: Distância entre 5 cidades portuguesas e possíveis rotas entre elas.

Uma pessoa que tenha interesse em sair do Porto e chegar a Resende poderá optar por várias rotas alternativas, como podemos ver na **Figura 99**:

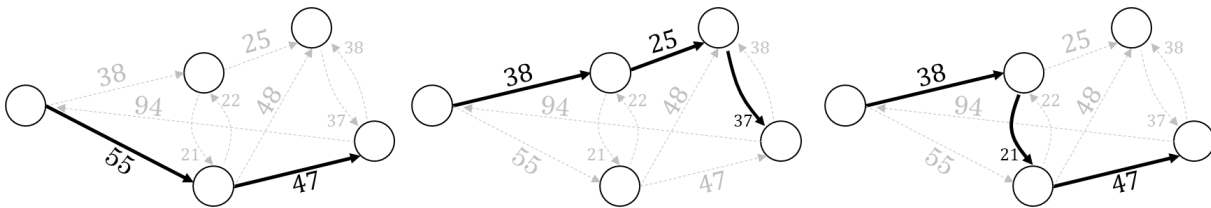


Figura 99: Possíveis rotas entre Porto e Resende.

O algoritmo de Dijkstra⁷⁷ encontrará, uma vez escolhido um vértice, o menor caminho até os outros vértices dentro do grafo. O algoritmo é detalhado de seguida e pode ser observado na **Figura 100**:

- Numeram-se os n vértices: $1, 2, 3, \dots, n$;
- Define-se o vértice j como vértice de partida para a procura de distâncias até os outros;
- Criam-se 2 conjuntos de vértices, $P = \{j\}$ e $T = \{1, 2, \dots, j-1, j+1, \dots, n\}$ (T possui todos os índices dos vértices com exceção de j);
- Determina-se, para todo vértice $i \neq j$ seu predecessor como j ;
- Calcula-se $u_1, u_2, u_3 \dots u_n$ como sendo as distâncias entre os vértices do grafo e o vértice j (definimos $u_j = 0$ e $u_i = \infty$ quando não exista aresta ligando o vértice i ao vértice j);
- Determina-se $k \in T$ tal que $u_k = \min_{j \in T}(u_j)$;

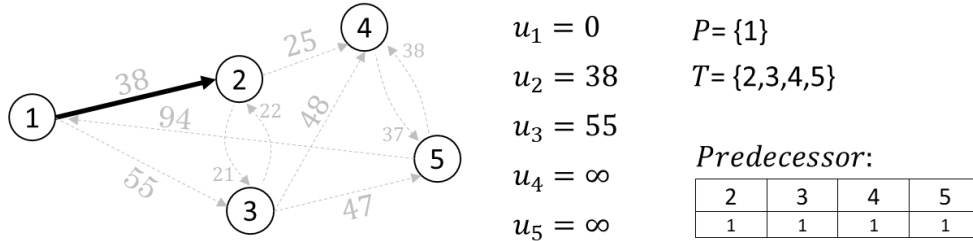
⁷⁶ Porto, Amarante, Resende, Panafiel e Castelo de Paiva.

⁷⁷ O algoritmo apenas pode ser aplicado para grafos ponderados com pesos não negativos (Vitoriano, 2011).

Sequenciamento

- g) Estabelece-se $P = P \cup \{k\}$ e $T = T - \{k\}$;
- h) Se $T = \emptyset$, terminar a procura;
- i) Revisar os predecessores:
 - a. $\forall j \in T$, calcular $u_j = \min\{u_j, u_k + d_{kj}\}$. Caso se modifica, colocar o predecessor de $j = k$;
 - b. Voltar ao passo f.

Podemos observar que a entrada de um vértice no conjunto P fixa o seu predecessor, e o conjunto de predecessores definem as menores rotas.

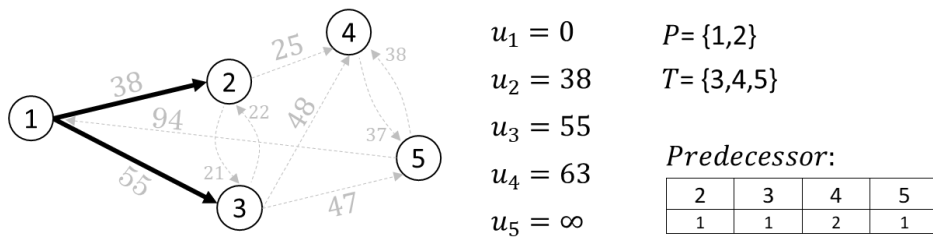


$$k = 2 \quad u_k = 38 \quad P = \{1,2\} \quad T = \{3,4,5\} \neq \emptyset$$

$$u_3 = \min\{u_3, u_2 + d_{23}\} = \min\{55, 38 + 21\} = 55$$

$$u_4 = \min\{u_4, u_2 + d_{24}\} = \min\{\infty, 38 + 25\} = 63, \quad \text{pred}(4) = 2$$

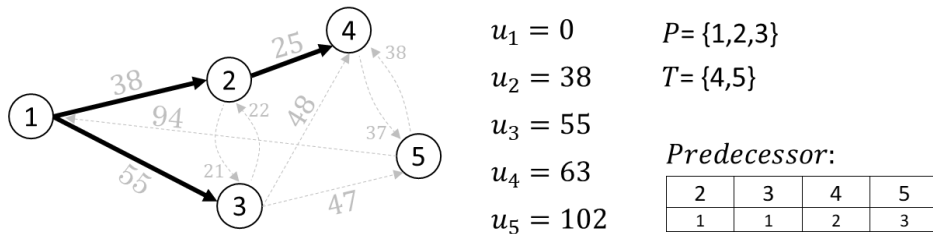
$$u_5 = \min\{u_5, u_2 + d_{25}\} = \min\{\infty, 38 + \infty\} = \infty$$



$$k = 3 \quad u_k = 55 \quad P = \{1,2,3\} \quad T = \{4,5\} \neq \emptyset$$

$$u_4 = \min\{u_4, u_3 + d_{34}\} = \min\{63, 55 + 48\} = 63$$

$$u_5 = \min\{u_5, u_3 + d_{35}\} = \min\{\infty, 55 + 47\} = 102, \quad \text{pred}(5) = 3$$



$$k = 4 \quad u_k = 63 \quad P = \{1,2,3,4\} \quad T = \{5\} \neq \emptyset$$

$$u_5 = \min\{u_5, u_4 + d_{45}\} = \min\{102, 63 + 37\} = 100, \quad \text{pred}(5) = 4$$

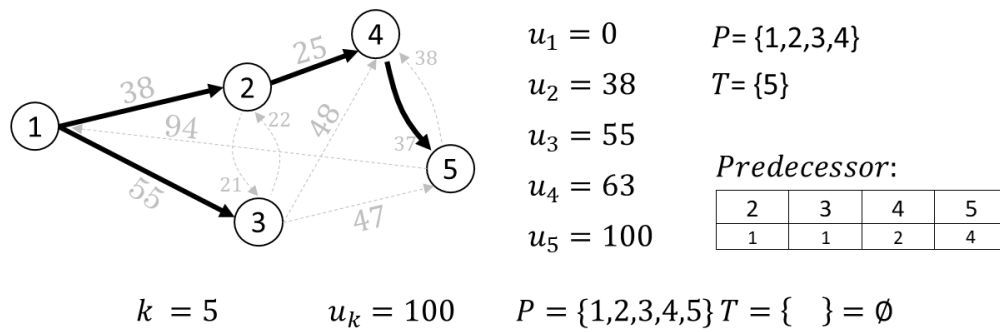
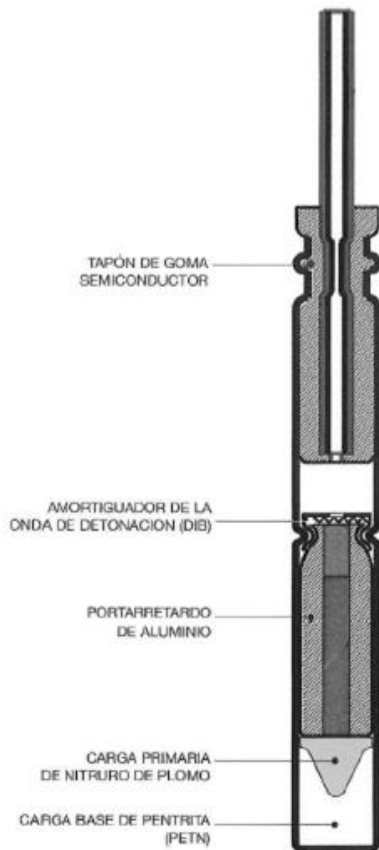


Figura 100: Sequência de passos do algoritmo de *Dijkstra*.

4.2 Sistema de iniciação não-elétrico

O sistema não-elétrico de iniciação surgiu como uma opção mais segura e prática para a iniciação da coluna explosiva (Bhandari, 1997, pág. 94).



No sistema de iniciação não-elétrico, a onda de choque viaja através de um tubo plástico que contém uma capa fina de material reativo⁷⁸ (Manual de Empleo de Explosivos, 2004). A transmissão dessa onda de detonação de baixa energia ocorre normalmente a uma velocidade aproximada de 2000 m/s.

Podem observa-se na **Figura 101** os principais componentes de um detonador não-elétrico:

1. Tampa de borracha: serve para selar o detonador e condutor elétrico;
2. Amortecedor da onda de detonação: distribui a energia da onda de detonação;
3. Porta retardo de alumínio: contém a pasta pirotécnica responsável pelo retardo do detonador;
4. Carga primária: explosivo à base de nitreto de chumbo que recebe a energia de iniciação do porta retardo e a transmite para a carga base.
5. Carga base: carga explosiva que tem por objetivo iniciar com suficiente energia a coluna de explosivo.

Figura 101: Componentes do detonador não-elétrico (*Manual de Empleo de Explosivos, 2004*).

Os detonadores de fundo serão utilizados no fundo dos furos para iniciar a coluna de explosivos e os ligadores de superfície serão utilizados para estabelecer

⁷⁸ HMX (do inglês *high melting point explosive*) e alumínio.

Sequenciamento

a ligação entre furos permitindo aplicar assim um intervalo entre os tempos de detonação de cada furo⁷⁹, como podemos ver na **Figura 102** e na **Figura 103**:

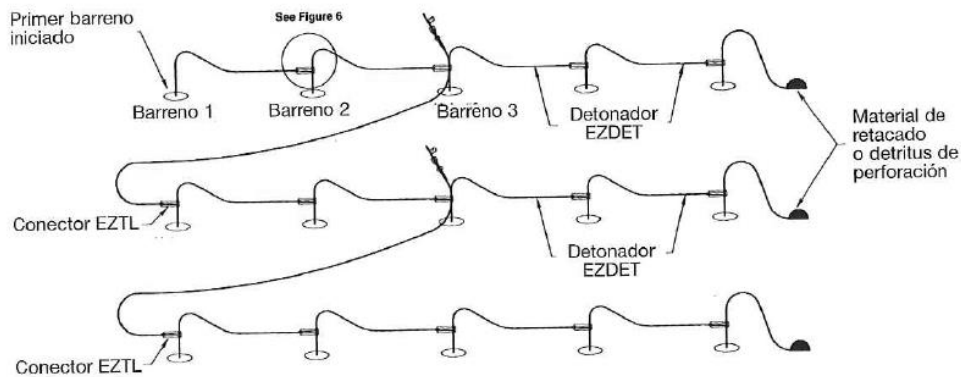


Figura 102: Esquema de ligação típica (*Manual de Empleo de Explosivos, 2004, pág. 107*).



Figura 103: Exemplo de ligação não-elétrica e detalhe da ligação entre ligador de superfície e detonador de fundo.

A sequência de detonação de cada furo vai depender, naturalmente, dos detonadores escolhidos. Cada fabricante tem seus produtos padronizados, e várias combinações diferentes de tempos podem ser utilizadas como se explicita na **Figura 104**:



Figura 104: Exemplo de detonadores disponíveis no mercado (adaptado de *RIONEL DDX thecnical data sheet*).

⁷⁹ Detonadores *Dual* possuem, simultaneamente, o conector de superfície e o detonador de fundo.

Sequenciamento

Uma vez adicionado a cada furo um detonador de fundo com seu respectivo tempo de retardo, e estabelecidas as ligações entre todos os furos, é possível determinar o instante de detonação de cada furo na linha temporal do desmonte. Para tal, recorre-se ao algoritmo de *Dijkstra* para estabelecer este cálculo. Neste processo, cada furo deve ser considerado como um vértice de um grafo dirigido e os ligadores de superfície como as arestas desse grafo. O peso de cada aresta será justamente o tempo de espera estabelecido por esse ligador. Ao selecionar um furo como furo inicial, o cálculo avança no sentido de determinar a menor distância entre esse vértice (furo) até os demais. No final da determinação desta sequência, soma-se a cada furo seu respectivo tempo associado ao detonador de fundo inserido no mesmo. Um esquema deste processo pode ser visualizado na **Figura 105**:

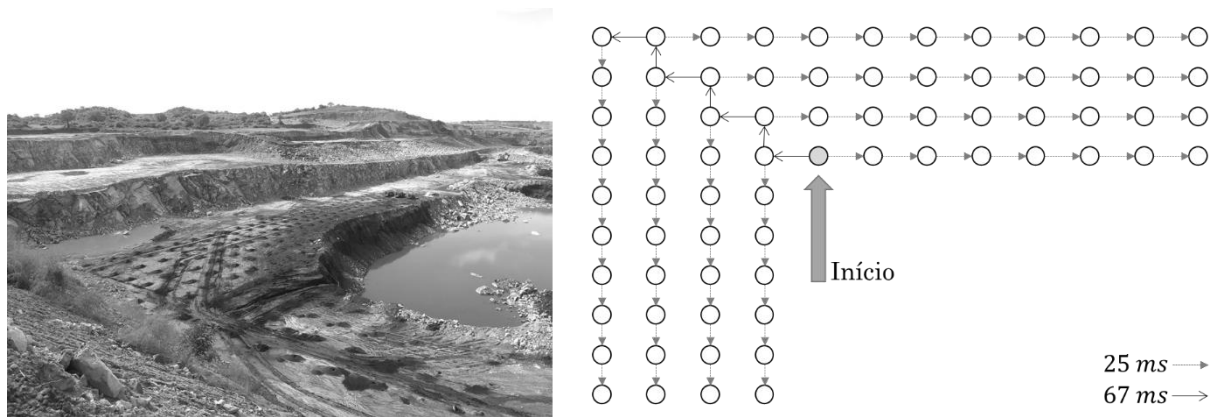


Figura 105: Esquema de iniciação representado por um grafo dirigido.

O algoritmo demorará⁸⁰ mais em função da quantidade de vértices do grafo, mas é o mais eficiente quando se trata de grafos dirigidos com pesos não negativos. O primeiro e último passos deste algoritmo, do qual resulta a solução para o exemplo acima descrito, são apresentados na **Figura 106**:

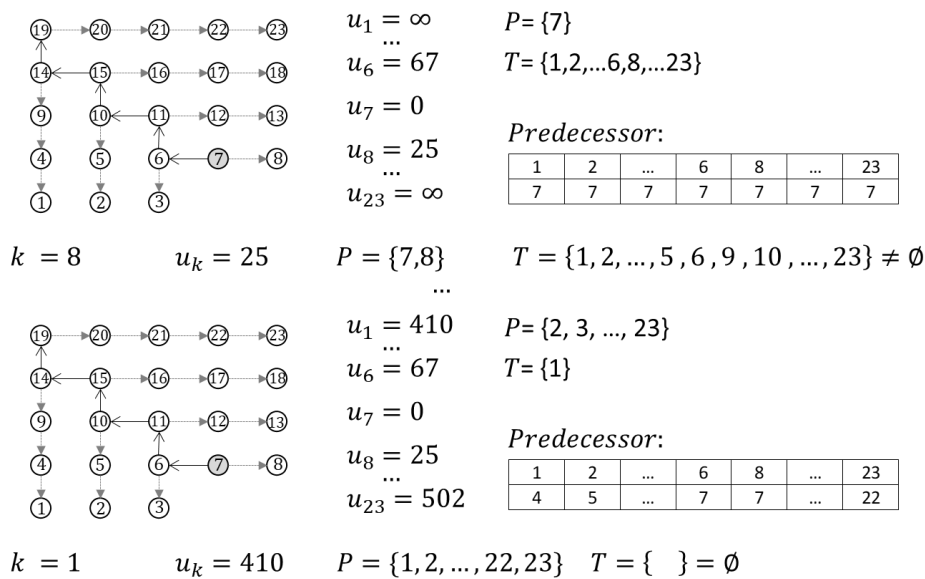


Figura 106: Parte do algoritmo de *Dijkstra* aplicado para na determinação de tempos.

⁸⁰ O algoritmo de *Dijkstra* tem custo computacional de ordem $O(n^2)$, sendo esse o mais eficiente algoritmo para grafos dirigidos com pesos não negativos (Goldbarg & Goldbarg, 2012).

Para finalizar a determinação dos tempos de detonação de cada furo, será necessário somar a cada tempo encontrado na etapa anterior o tempo associado ao detonador de fundo.

Este algoritmo de cálculo também pode ser usado quando se recorre ao uso do cordão detonante como meio transmissor da onda de choque (que na ausência de elementos de retardo deverá utilizar peso zero) e para sistema com iniciação elétrica.

4.3 Sistema de iniciação eletrónico

Os detonadores eletrónicos são usados há mais de 30 anos (Migairou, 2009) e são considerados pelo mercado como um produto superior. A superioridade do detonador eletrónico, quando comparado com um não-elétrico, fica evidente ao analisar a dispersão dos tempos reais dos instantes de detonação (que no caso do detonador não-elétrico pode chegar⁸¹ a ± 8 milissegundos) e a versatilidade de combinação de tempos, uma vez que podemos atribuir a cada detonador, individualmente, um tempo qualquer⁸² de detonação. A utilização dos simuladores, quando se recorre ao uso dos detonadores eletrónicos permite ainda a melhoria do controle do lançamento de material desmontado (formação da pilha final), da geração de vibrações e do grau de fragmentação (Preece & Ching, 2005).

Como é possível verificar na **Figura 95**, as diferentes necessidades do desmonte exigem que se adotem diferentes valores de retardo, em milissegundos por metro, e algumas ferramentas básicas são indispensáveis para a aplicação dos eletrónicos de maneira eficiente, uma vez que são só eles que permitem tal variabilidade de tempos de retardo.

4.3.1 Ferramenta vetorial

A idéia da ferramenta vetorial é encontrar os tempos que deverão ser associados a cada furo para que a saída do material ocorra no formato comumente denominado de “V”, com um determinado ângulo de abertura e um determinado *BRB*⁸³. Essa metodologia de arranque é representada na **Figura 107**:

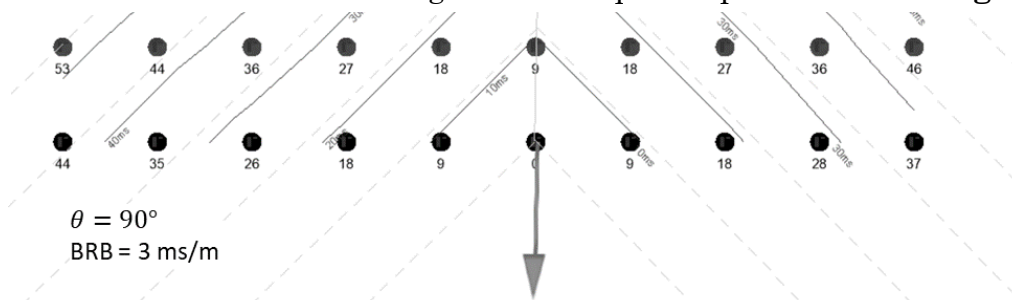


Figura 107: Iniciação em “V”, com abertura de 90 graus e *BRB*=3ms/m.

⁸¹ Para o caso de detonadores de fundo precisos e retardo de 400 milissegundos (Migairou, 2009).

⁸² Os tempos podem variar de acordo com o fabricante. Em geral, o intervalo disponível se encontra desde zero até uma cota superior, que pode ser 14 segundos no caso do detonador *DaveyTronic® SP* (Bickford, 2019), que pode ser programado em intervalos múltiplos de 1 milissegundo.

⁸³ Do inglês *burden relief burden*, que indica os milissegundos por metro na direção principal.

Sequenciamento

Podemos observar na figura acima que uma vez escolhida uma direção (um vetor), um ângulo de abertura e o *BRB*, terão de ser determinados os tempos associados a cada furo de maneira a ter as isolinhas (aqui as isolinhas auxiliam a visualizar a direção de saída do material, e, neste exemplo, as isolinhas correspondem a intervalos de 10 milissegundos) de tempo de saída desses furos coincidentes com as linhas que partem do vetor e formam com esse um ângulo igual a $\theta/2$.

Um aumento do *BRB* deixará o desmorte mais longo enquanto um aumento no ângulo de saída fará com que o material forme uma pilha menor e saia de maneira mais paralela à frente livre. É observável esta situação na **Figura 108**:

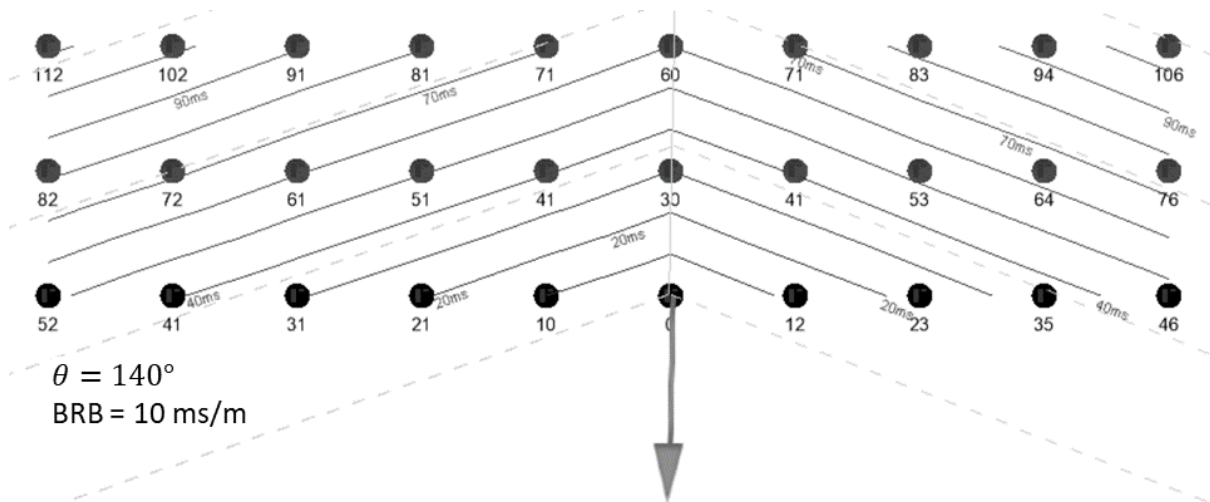


Figura 108: Iniciação em “V”, com abertura de 140 graus e *BRB*=10ms/m.

Evidencia-se claramente na **Figura 108** um acréscimo de isolinhas (que indica um desmorte mais longo) comparado à **Figura 107**. Também podemos ver um padrão de isolinhas mais “horizontais”.

Para reproduzir o processo acima, deveremos primeiro identificar os pontos P2 e P1, que formarão o vetor $\vec{u}$ (P1-P2). Em seguida, há necessidade de rodar o vetor $\vec{u}$ em $-\theta/2$ graus para encontrar o vetor $\vec{v}$ e em $\theta/2$ graus para encontrar o vetor $\vec{w}$, como representado na **Figura 109**:

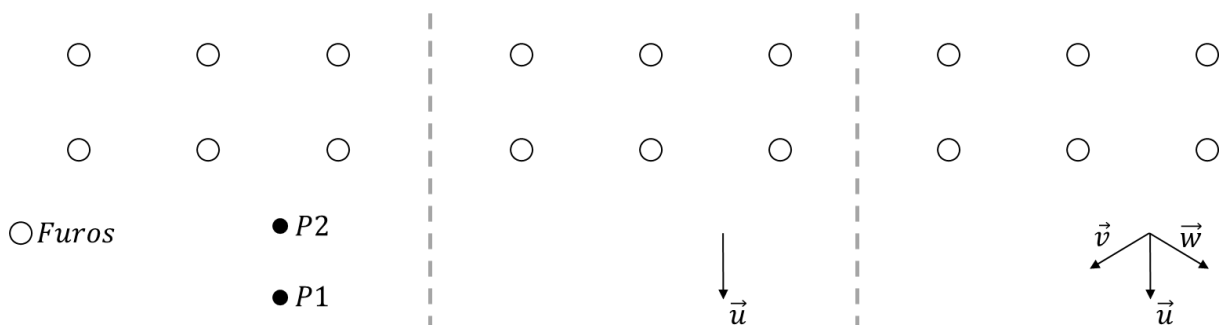


Figura 109: Primeiros passos do algoritmo da ferramenta vetorial.

Estando a trabalhar no espaço bidimensional (aqui não vamos considerar o eixo Z), a rotação de $\theta/2$ graus pode ser feita conforme a Equação 64:

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \vec{u}_x \\ \vec{u}_y \end{pmatrix}$$

Equação 64

Para calcular agora o instante temporal de detonação de cada furo, torna-se necessário averiguar de que lado do vetor o furo se encontra. Conhecendo as coordenadas P1 e P2 do vetor, e também as coordenadas X e Y do furo, basta utilizar a Equação 41⁸⁴ para determinar esse lado. Caso esteja ao lado direito do vetor $\vec{u}$, deve ser utilizado para o próximo passo o vetor $\vec{v}$, caso contrário será utilizado, no próximo, passo o vetor $\vec{w}$.

A ação seguinte deste processo, será, utilizando a posição do furo, o vetor $\vec{v}$ (ou $\vec{w}$, dependendo do lado em que se encontra o furo), o vetor $\vec{u}$ e um dos pontos P1 ou P2, encontrar a interseção dos vetores conforme a Equação 51⁸⁵. Calcula-se, deste modo, a distância⁸⁶ entre esse ponto e o ponto P2. O tempo de detonação será o produto da distância calculada pelo *BRB*, como se mostra na **Figura 110**:

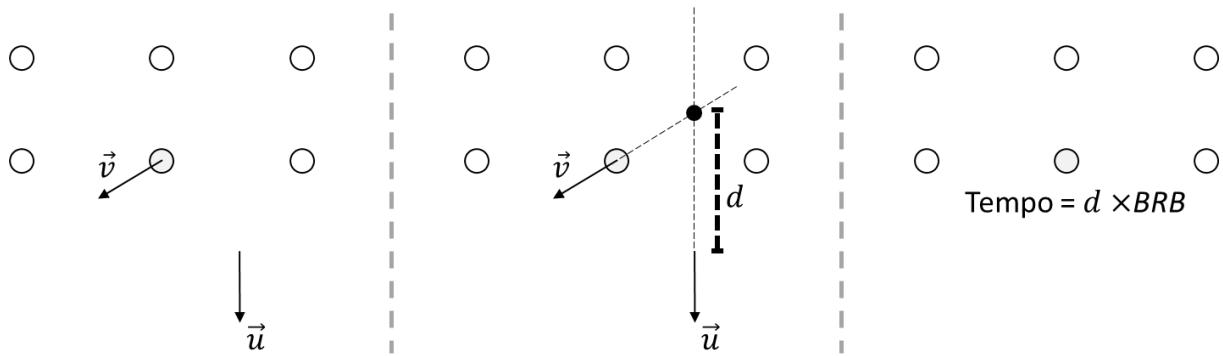


Figura 110: Últimos passos do algoritmo da ferramenta vetorial.

Ao repetir o algoritmo para cada furo da malha, o processo fica finalizado. Há aqui lugar para algumas considerações serem tidas em conta:

- Para o caso de o tempo ser negativo, o mesmo deverá ser igualado à zero;
- Poderá ser usado um segundo parâmetro, chamado *BRS*⁸⁷, que adicionará ao tempo de detonação do furo uma nova quantidade de tempo igual ao produto do próprio *BRS* pela distância entre o furo e a interseção;
- Esta técnica poderá ser utilizada apenas para uma seleção de furos;
- Embora se tenha recorrido ao uso da bissetriz, seria possível utilizar diferentes ângulos para ambos os lados do vetor principal.

4.3.2 Ferramenta circular

A denominada ferramenta circular tem implementação mais simples que a ferramenta vetorial. Esta assenta na seleção de um ponto como centro e determinar

⁸⁴ Envolverte convexa (*Convex Hull*, página 35.

⁸⁵ Intersecção entre dois vetores, página 58.

⁸⁶ Observar a nota de pé da página 66.

⁸⁷ Do inglês *burden relief spacing*.

a distância euclidiana⁸⁸ de todos os furos até esse ponto. Uma vez encontradas essas distâncias, multiplicam-se esses valores pelo *BRB*, obtendo-se assim o tempo de detonação de cada furo. Entre outras aplicações, este esquema de cálculo pode ser útil no planejamento da abertura de bancadas (ausência de frentes livres) ou no desmonte em galeria, como pode ser observado na **Figura 111**:

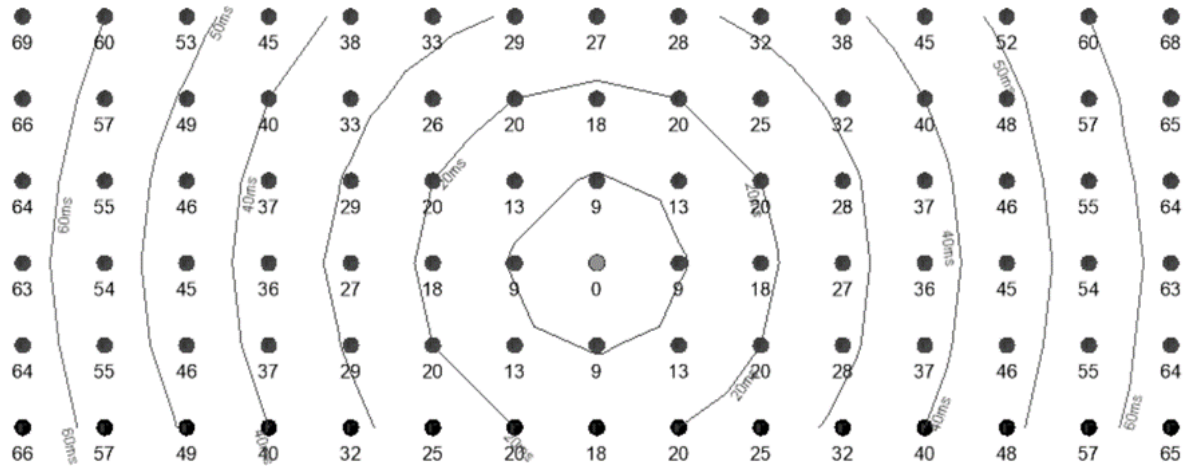


Figura 111: Abertura circular de bancada na ausência de frentes livre.

Este procedimento pode ainda ser utilizado com o centro posicionado entre os furos e a frente livre, no intuito de gerar um arranque do material do maciço rochoso que terá um comportamento similar ao da saída em “V”, como exemplificado na **Figura 112**:

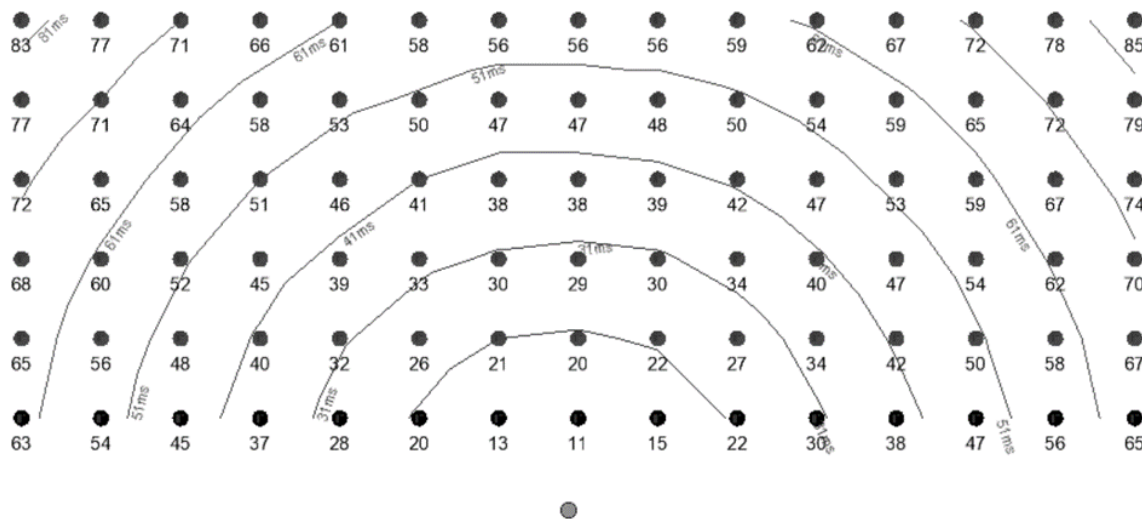


Figura 112: Uso de ferramenta circular para simular um arranque central do material do maciço rochoso.

4.4 Janela temporal de 8 milissegundos

Em 1963, Duvall *et al* (1963) observaram um claro incremento da sobreposição de ondas sísmica quando o intervalo de tempo de detonação entre detonadores era inferior a 8 milissegundos, e durante muitos anos a indústria adotou essa regra para planificação e desenho de tempos de detonação (Wheeler, 1988). Hoje sabemos

⁸⁸ Bidimensional.

que a simples análise da janela temporal, por si só, não é uma ferramenta eficiente/suficiente para o desenho adequado dos tempos de retardo e muitos trabalhos foram publicados⁸⁹ nesse sentido. Embora alguns investigadores considerem a regra dos 8 milissegundos um mito (Moore & Richards, 2003), a regra tem uma componente prática e também legal, pois em alguns países, como os Estados Unidos, a regra deve ser adotada quando são tidas em conta algumas condições⁹⁰. Podemos afirmar, baseado nos estudos de *Li et al* (2015) e *Lusk et al* (2012), que a regra é eficiente no sentido conservador, uma vez que, para um determinado conjunto⁹¹ de detonador mais ligador de superfície, é respeitada a regra dos 8 milissegundos, a probabilidade de sobreposição⁹² de onda seria inferior a 1.24%, como mostra o gráfico da **Figura 113**:

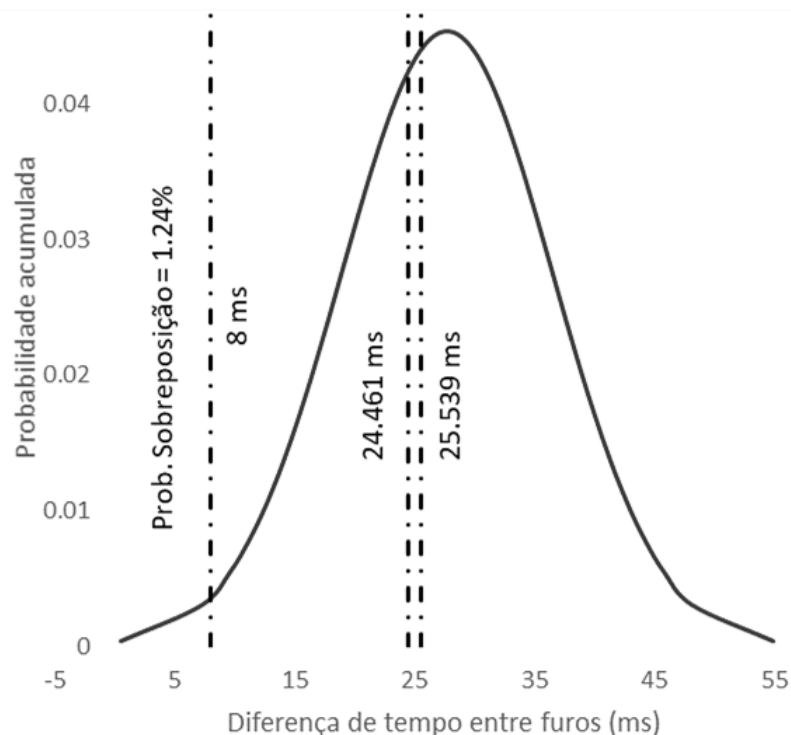


Figura 113: Probabilidade de sobreposição de ondas (adaptado de *Li et al*, 2015).

São mostradas também na **Figura 113** as linhas de 24.461 ms e 25.539 ms que representam o tempo aceitável⁹³ de detonação.

Ainda analisando os dados utilizados nos estudos acima citados, foi possível recolher as informações estatísticas⁹⁴ básicas sobre o conjunto de detonadores aqui apresentados na **Tabela 4**:

⁸⁹ Reisz, McClure, & Bartley, 2006 e Anderson, 2000, são bons exemplos.

⁹⁰ Na ausência de registros sismográficos, por exemplo (CFR, 2018).

⁹¹ Para esse estudo foram utilizados os dados publicados por Lusk *et al* (2012).

⁹² Aqui tratamos apenas a sobreposição de ondas, não levando em consideração o reforço de ondas ou incremento da mesma (Li, Silva-Castro, & Hoffman, 2015).

⁹³ Para *Li et al* (2015), o desvio aceitável deve ser o desvio gerado pelos detonadores eletrônicos.

⁹⁴ O desvio do conjunto, σ_{725} , se calcula como: $\sigma_{725} = \sqrt{\sigma_{25}^2 + \sigma_{700}^2}$.

	Pyrotechnic		Pyro sum
Tempo Nominal	25	700	725
Total de detonadores	59	59	-
Média amostral	27.75	715.71	743.46
Desvio padrão amostral	0.77	6.20	6.24

Tabela 4: Resumo estatístico dos dados analisados.

É possível concluir que, um determinado detonador com as características dos acima referidos, caso seja utilizada a regra dos 8 milissegundos, teria como aceitável um tempo de detonação 8 milissegundos após o tempo de detonação do furo anterior. Sendo a diferença de tempos de detonação esperada entre furos igual a 25 milissegundos, pode-se aceitar como limite o intervalo contido entre 25 ± 17 milissegundos para a não sobreposição de ondas. O desvio padrão da diferença de tempo entre dois furos seguidos pode se calcular como a raiz quadrada da soma das variâncias do momento 700 e do momento 25 milissegundos (6.24 milissegundos). Sabendo que 17 milissegundos são 2.72 vezes o desvio padrão amostral e utilizando aqui a desigualdade de *Tchebychef*⁹⁵, podemos determinar a probabilidade máxima de um evento fora do intervalo desejado igual a 13.47% (assumindo a simetria da distribuição). Esse cálculo aponta para a probabilidade máxima de sobreposição de ondas inferior a 14% (para detonadores semelhantes aos analisados acima).

Com a análise acima exposta, pode-se concluir que, o cálculo da janela temporal, embora conservador, aporta aspetos de segurança ao desenho do desmonte desde um ponto de vista das vibrações geradas. O cálculo da janela temporal pode ser feito conforme o algoritmo da **Figura 114**:

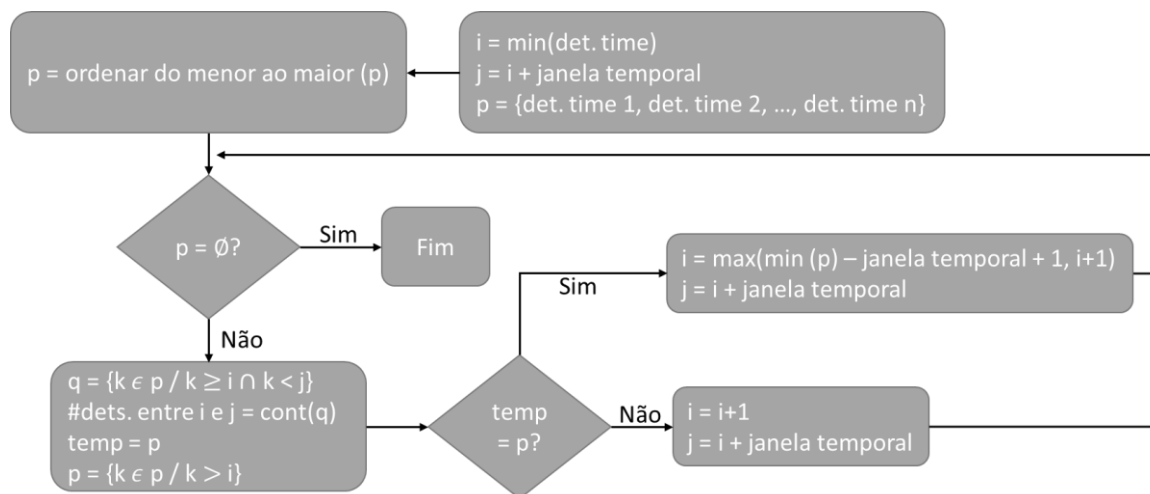


Figura 114: Fluxo do cálculo das janelas temporais.

O algoritmo acima tem custo computacional da ordem $O(n)$, sendo assim eficiente e rápido para grandes números de detonadores. Supondo 4 detonadores com tempos programados: 10, 12, 14 e 25, o algoritmo reproduz os passos descritos na **Tabela 5**:

⁹⁵ $P[|X - \mu| \geq k\sigma] \leq k^{-2}$, independente da distribuição (Meyer P. , 1983, pág. 165).

Sequenciamento

#	i	j	p	q	temp	p = ∅ ?	temp = p?	Janela
INICIO	10	18	{10, 12, 14, 25}	{∅}	{∅}	NÃO	-	-
1	11	19	{12, 14, 25}	{10, 12, 14}	{10, 12, 14, 25}	NÃO	NÃO	10 e 18: 3
2	12	20	{12, 14, 25}	{12, 14}	{12, 14, 25}	NÃO	SIM	11 e 19: 2
3	13	21	{14, 25}	{12, 14}	{12, 14, 25}	NÃO	NÃO	12 e 20: 2
4	14	22	{14, 25}	{14}	{14, 25}	NÃO	SIM	13 e 21: 1
5	15	23	{25}	{∅}	{14, 25}	NÃO	NÃO	14 e 22: 1
6	18	26	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	15 e 23: 0
7	19	27	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	18 e 26: 1
8	20	28	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	19 e 27: 1
9	21	29	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	20 e 28: 1
10	22	30	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	21 e 29: 1
11	23	31	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	22 e 30: 1
12	24	32	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	23 e 31: 1
13	25	33	{25}	{25}	{25}	NÃO	SIM	24 e 32: 1
14	26	34	{∅}	{∅}	{25}	SIM	NÃO	25 e 33: 1
15	27	35	-	-	-	-	-	-

Tabela 5: Passo a passo do algoritmo da janela temporal.

Usualmente, essa informação é mais bem interpretada com um histograma. Exemplifica-se isso mesmo na **Figura 115**:

Detonadores simultâneos

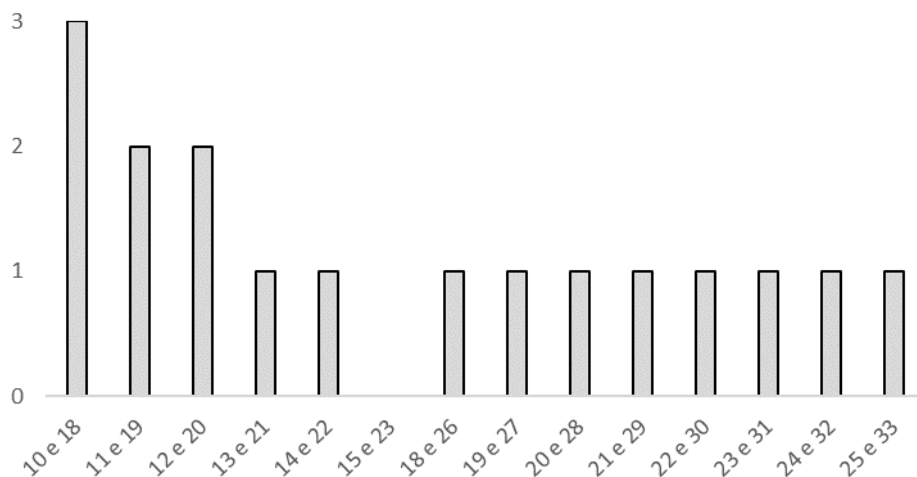


Figura 115: Exemplo de histograma com janela temporal.

Deve ser realçado que, de acordo com o interesse de quem está a planear a construção de simuladores, que algumas alternativas podem ser consideradas:

1. Poderiam ser somadas não a quantidade de furos que detonam dentro de uma janela específica, mas sim as suas respectivas cargas;
2. A janela temporal poderia ser diferente de 8 milissegundos.

4.5 Isolinhas de tempo

A análise das isolinhas dos tempos de detonação trazem informações importantes para a análise do esquema de iniciação e a sua relevância pode ser destacada tanto no processo de otimização económica do desmonte (López Jimeno, 2017, pág. 1103) quanto nos estudos de diluição (Domingo, Leite, Miranda, & Carrasco, 2015,

pág. 74). É possível ver, por exemplo, na **Figura 107** e na **Figura 111**, que as referidas isolinhas podem nos apontar também a direção de saída do material. Como se evidencia na **Figura 116**, os furos têm um movimento superficial ortogonal quando comparados às isolinhas:

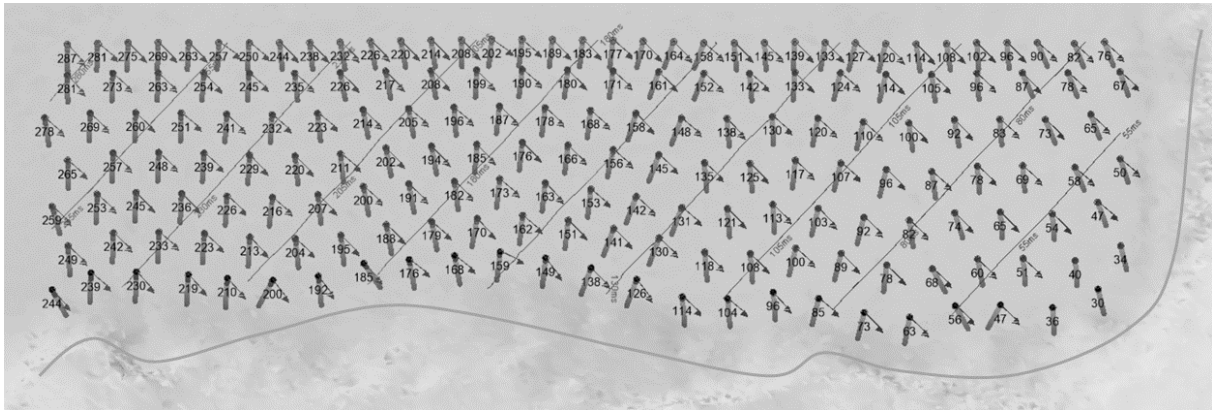


Figura 116: Isolinhas e direção de saída dos furos.

O cálculo das isolinhas também se apresentam muito importantes para o cálculo do afastamento efetivo⁹⁶, como é explícito na **Figura 117**:

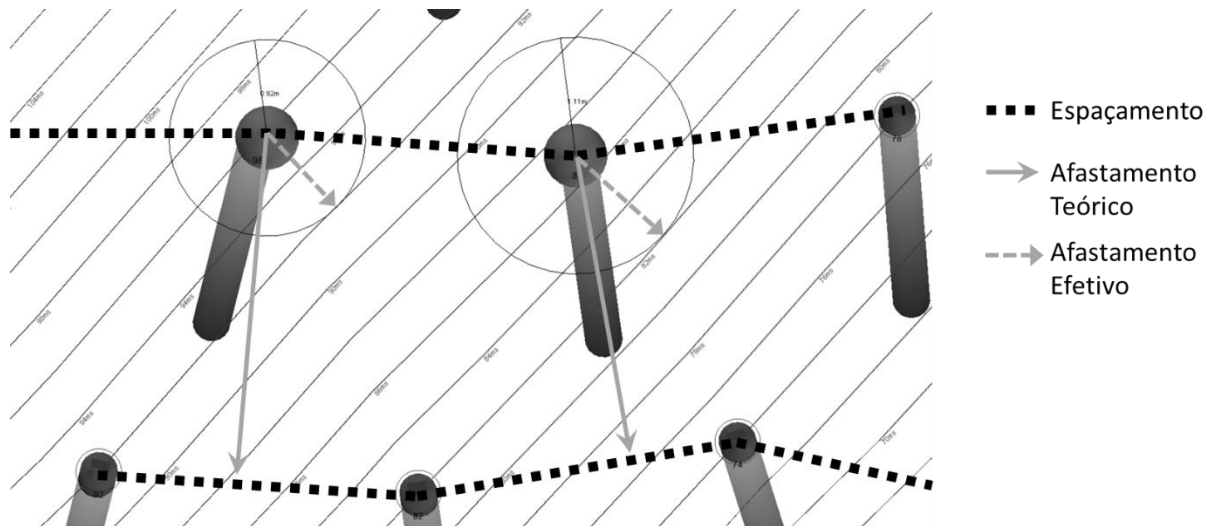


Figura 117: Detalhe do afastamento teórico e do afastamento efetivo.

Uma vez acentuada a relevância das isolinhas, passa-se a expor o procedimento para o cálculo das mesmas:

- a) O primeiro passo será triangular a posição dos furos utilizando a triangulação de *Delaunay*⁹⁷. Pode-se ver um exemplo deste passo sobre os furos da **Figura 112** na **Figura 118**:

⁹⁶ Hustrulid, 1999, pág. 128.

⁹⁷ Triangulação de *Delaunay* e diagrama de *Voronoi*, p. 40.

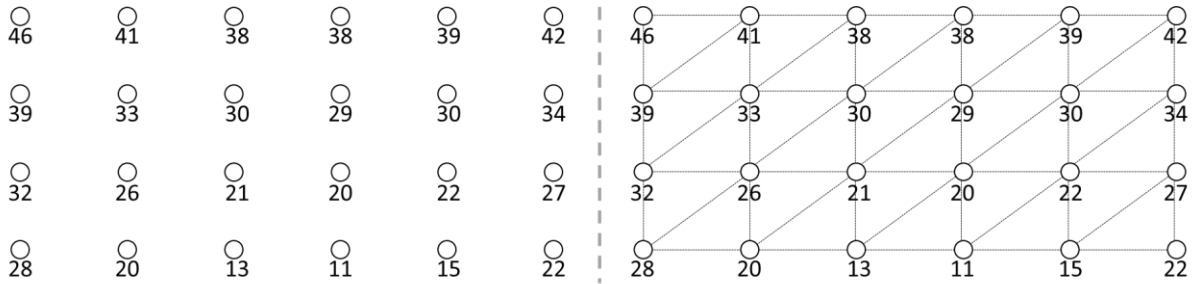


Figura 118: Triangulação feita sobre a posição dos furos.

Vale a pena salientar que nem sempre a triangulação tradicional de *Delaunay* deverá ser utilizada, pois dependendo do tipo de terreno ou até mesmo da disposição dos furos sobre o terreno, algumas alterações no processo de triangulação deveriam ser levadas em conta, como por exemplo considerar uma distância não euclidiana para o cálculo dos critérios de inversão de diagonal⁹⁸ (Hjelle & Daehlen, 2006, págs. 109-110);

- Deve definir-se o intervalo de tempo para o qual se quer exibir as isolinhas. No presente exemplo, assumem-se 31 milissegundos;
- Para cada triângulo encontrado no processo de triangulação, devem ser analisadas cada uma das três arestas.
- Ao analisar os dois vértices que são ligados por uma aresta, deve ser verificado se o tempo assumido (31 milissegundos neste exemplo) pertence ao intervalo definido pelos tempos dos dois vértices. Se sim, o ponto procurado pode ser encontrado através da seguinte pela fórmula:

$$P = V_1 + \frac{(V_1 - V_2)}{|(V_1 - V_2)|} \times \frac{(t - t_1)}{(t_2 - t_1)} \quad \text{Equação 65}$$

Onde:

- P = posição procurada;
- V_n = posição do vértice n;
- t_n = tempo de detonação no vértice n;
- t = tempo da isolinha.

- Caso o ponto tenha sido encontrado em dois dos três vértices analisados, esses dois pontos deverão ser ligados, como é exemplificado na **Figura 119**:

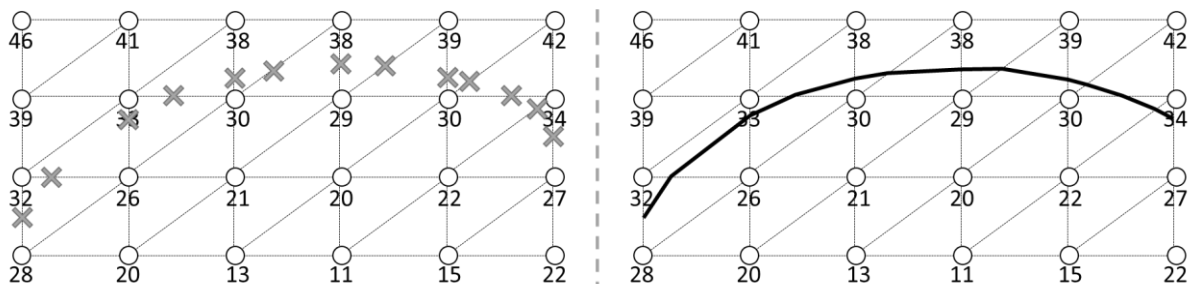


Figura 119: Isolinha referente a 31 milissegundos.

⁹⁸ Figura 40.

- f) O procedimento deve ser repetido a partir de b) até que todas as isolinhas sejam encontradas.

O resultado da aplicação do algoritmo pode ser visto na **Figura 120**:

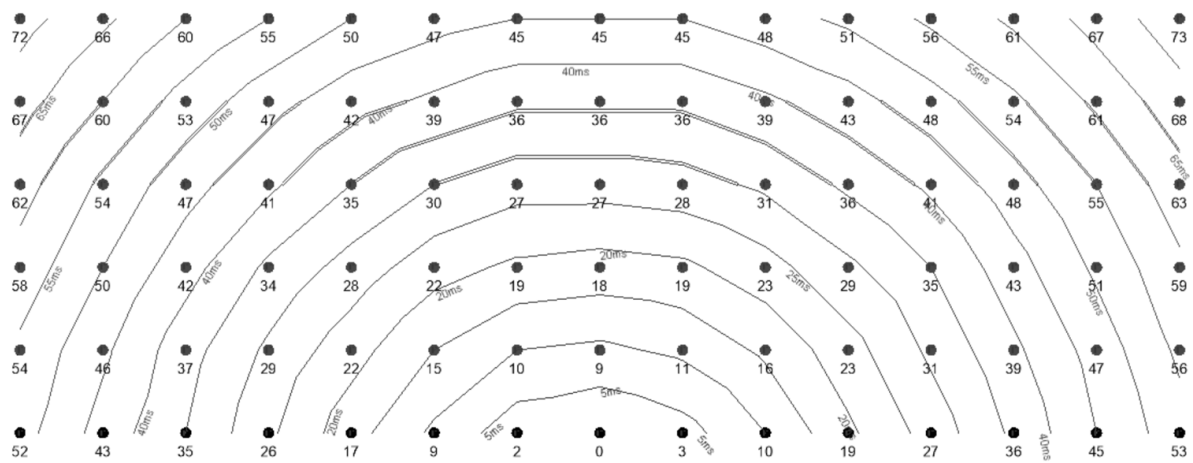


Figura 120: Exemplo de isolinhas (O-Pitblast).

5 Otimização

Numerosos estudos e modelos independentes de *Mine To Mill*⁹⁹ foram desenvolvidos recentemente e na sua maioria apresentam potencial para uma melhoria significativa dos processos de fragmentação de rochas (Chadwick, 2016). É fácil entender essa “febre” por promover rotinas de ~~per~~ otimização uma vez que (para citar apenas uma entre várias razões), utilizadas essas metodologias, a produtividade global do processo de mineração pode atingir um incremento entre 10% a 20% e os custos operacionais podem ser diminuídos substancialmente (McKee, 2013). A primeira importante parte desse processo de otimização é precisamente o desmonte de rochas uma vez que o modo como ele é implementado, terá influência direta sobre a eficiência da produção como um todo e no consumo posterior de energia na carga, transporte, britagem e moagem (Li, Xu, Zhang, & Guo, 2018). Otimizar o processo de desmonte, respeitando os níveis de fragmentação desejados para os elos seguintes da cadeia produtiva, não é uma tarefa fácil, mas foi mencionado em vários artigos científicos e, em particular, o pedagógico artigo “*Blast Pattern Expansion*” (Miranda, Leite, & Frank, 2017), é um bom exemplo disso. Porém, a maioria dos artigos sobre essa temática, normalmente não apresentam a maneira formal de construção desses tipos de modelo e por essa razão foi desenvolvido, no âmbito da presente pesquisa, uma heurística inspirada nos métodos de gradientes. Serão explorados os passos necessários para encontrar valores geométricos do plano de fogo que minimizem os custos totais de perfuração e desmonte, mas que preservem o nível de fragmentação desejado.

5.1 Previsão de fragmentação

Um dos principais objetivos do desmonte é gerar fragmentos de rocha dentro de um determinado intervalo de calibres (Cunningham, 2005). Esse objetivo estará relacionado com os passos seguintes da cadeia produtiva e tem como principal desafio obter um resultado efetivo (tamanho de partícula, formato etc.) que responda positivamente às necessidades da mina/pedreira (Brunton, 2003). A necessidade de prever essa fragmentação é importante e muitas equações (modelos preditivos) foram desenvolvidas por diversos autores com esse mesmo objetivo.

Um desses modelos de previsão é o modelo de *Kuz-Ram* que se baseia em 3 principais equações:

A equação de *Kuznetsov* (Equação 66), apresentada por *Kuznetsov*, determina o tamanho médio do fragmento de rocha baseado nas características e quantidade de explosivos usada, volume arrancado e o denominado fator de rocha:

⁹⁹ Do inglês “da mina para o moinho”.

$$x_m = AK^{-0,8}Q^{1/6}\left(\frac{115}{RWS_{ANFO}}\right)^{19/30} \quad \text{Equação 66}$$

Onde:

- X_m = tamanho médio dos fragmentos (cm);
- A = fator de rocha; K = consumo específico (Kg/m^3);
- Q = quantidade de explosivos por furo (Kg);
- 115 = energia relativa em peso (RWS) do TNT comparado com o ANFO;
- RWS_{anfo} = Energia relativa em peso do explosivo utilizado comparado com o ANFO.

A equação de *Rosin-Ramler* (Equação 67) simula a distribuição dos tamanhos dos fragmentos do maciço desmontado. Servirá para representar partículas entre 10 e 1000mm (Catasús, 2004, pág. 80):

$$P_{(x)} = 1 - e^{-0,693\left(\frac{x}{x_m}\right)^n} \quad \text{Equação 67}$$

Onde:

- $P_{(x)}$ representa a fração passante numa abertura x ;
- n = índice de uniformidade.

A equação do índice de uniformidade (Equação 68) determina uma constante que representa a uniformidade dos fragmentos desmontados baseada nos parâmetros geométricos do desmorte.

$$n = \left(2,2 - \frac{14B}{d}\right) \times \sqrt{\frac{1 + \frac{S}{B}}{2}} \times \left(1 - \frac{W}{B}\right) \times \left(\left|\frac{h_f - h_c}{L}\right| + 0,1\right)^{0,1} \times \frac{L}{H} \quad \text{Equação 68}$$

Onde:

- B=afastamento (m);
- S = espaçamento (m);
- d = diâmetro de perfuração (mm);
- W = desvio padrão do erro de perfuração (m);
- h_f = comprimento de carga de fundo (m);
- h_c = comprimento de carga de coluna (m);
- L = comprimento de carga (m);
- H = altura de bancada (m).

5.2 Heurística

Uma heurística é um procedimento que tenta descobrir uma boa solução para um problema, mas não necessariamente a melhor (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 563) e tem por objetivo (Polya, 1957) o estudo dos métodos e regras de descoberta

criativa do percurso iterativo até ao ótimo mínimo (ou máximo) absoluto. Apesar da limitação para evitar ótimos locais (Duarte Muñoz *et al*, 2007, pág. 3), esse tipo de técnica é muito útil para problemas unimodais. Podemos definir um problema como unimodal se apenas existe um máximo (ou mínimo) para um determinado domínio (Cuevas Jiménez *et al*, 2017) como mostrado na **Figura 121**:

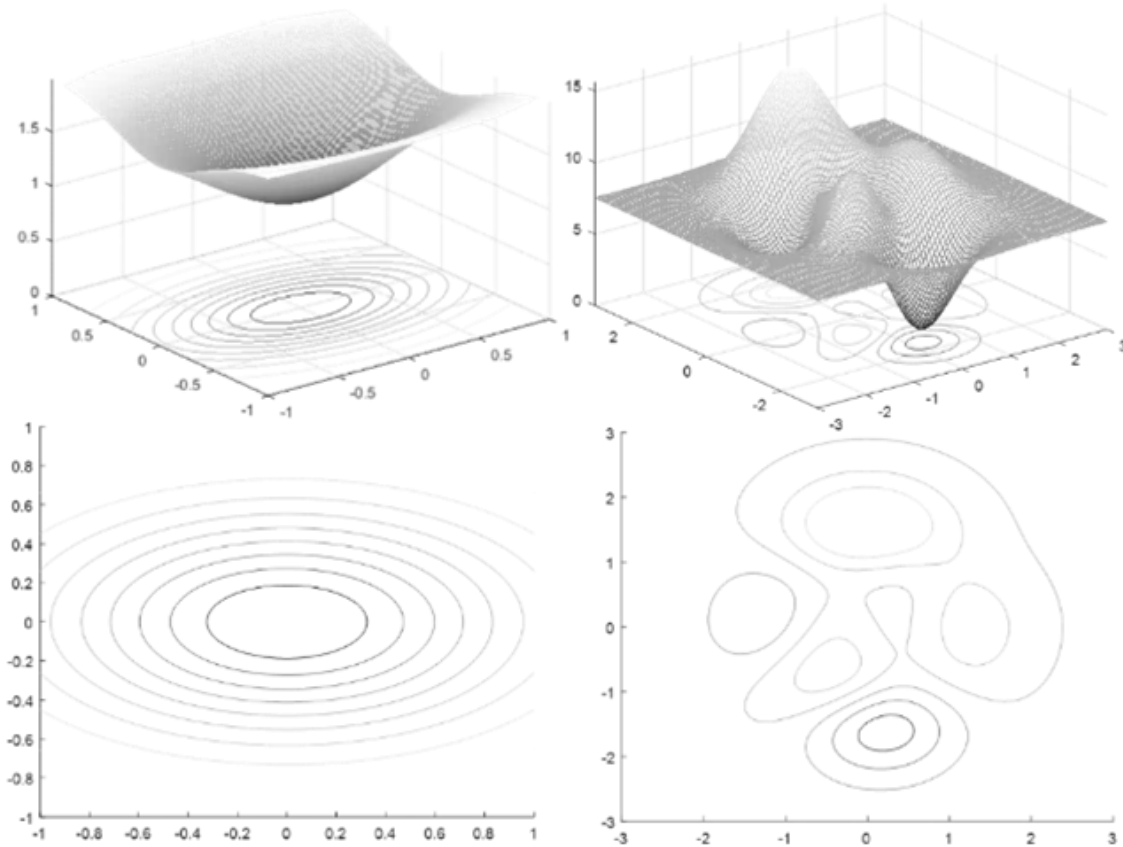


Figura 121: Diferença entre problema unimodal (esquerda) e multimodal.

5.3 Gradiente descendente

O método clássico do gradiente descendente, também chamado método do gradiente, é um dos primeiros a serem utilizados para objetivos multidimensionais e é uma importante base para outras técnicas modernas de otimização (Golub & Ölinger *in* Cuevas *et al*, 2017). Este método parte de um ponto aleatório inicial factível e progride na direção do gradiente até que um determinado critério de saída seja alcançado. A função é representada pela Equação 69 e também pode ser observada na **Figura 122**:

$$X_{k+1} = X_k - \alpha \cdot g(f(X))$$

Equação 69

Onde:

- K = iteração atual;
- α = tamanho do passo;
- $g(f(X))$ = o gradiente da função “f” no ponto “X”.

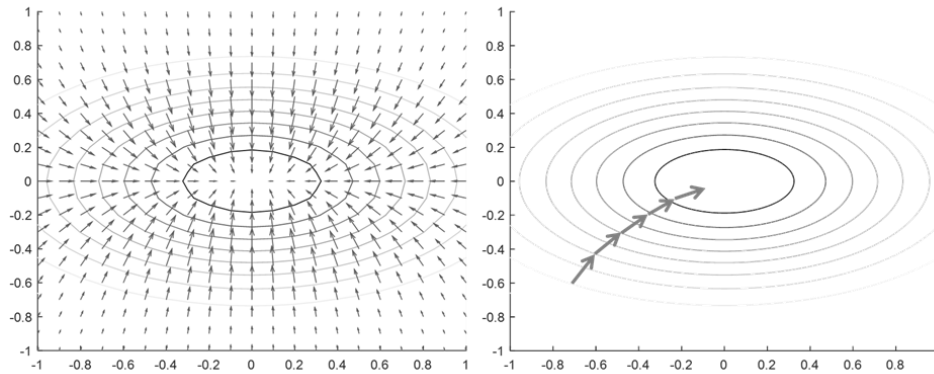


Figura 122: Campo vetorial e movimento do algoritmo do gradiente.

Mais detalhes sobre este método podem ser encontrados em Bronson, 1985, pág. 14, Campos, Oliveira, & Cruz, 2015, pág. 314 ou em Mathews & Fink, 2000, pág. 447.

5.4 Modelo

Para a construção do modelo, algumas informações foram introduzidas como parâmetros do problema:

- Altura da bancada, diâmetro do furo, percentagem de material abaixo do limite da abertura do britador, fator de rocha, dados do explosivo (RWS e densidade), volume total requerido e custos do explosivo, do sistema de iniciação e da perfuração.

Esse modelo que é aqui desenvolvido, foi já anteriormente apresentado no 9º *EFEE*¹⁰⁰: *World Conference on Explosives and Blasting* (Miranda, Leite, & Frank, Blast Pattern Expansion - A numerical Approach, 2017). Segue um resumo do mesmo:

- Variáveis de decisão: Afastamento, espaçamento, tampão e subperfuração.
- Função objetivo: Minimizar $Z = \text{custo do explosivo} + \text{custo do sistema de iniciação} + \text{custo da perfuração}$.
- Restrições do problema:
 - $\text{limite inferior} \leq \text{espaçamento/afastamento} \leq \text{limite superior}$ ¹⁰¹ ;
 - $\text{limite inferior} \leq \text{subperfuração/afastamento} \leq \text{limite superior}$ ¹⁰¹ ;
 - $\text{limite inferior} \leq \text{tampão/afastamento} \leq \text{limite superior}$ ¹⁰¹ ;
 - $\text{Produção} \geq \text{volume requerido}$ ¹⁰²;

¹⁰⁰ *European Federation of Explosives Engineers*.

¹⁰¹ Restrições padrão de Ash (Hustrulid, 1999).

¹⁰² Restrições de produção.

- $X_{(\%)}$ ≤ Limite de abertura do britador ¹⁰³
- Afastamento, espaçamento, subperfuração, tampão ≥ 0

Devido à natureza (não-linear) das equações utilizadas no modelo de previsão e à relação entre as variáveis de decisão, um método clássico para resolver problemas lineares como o SIMPLEX (Dantzig, 1963) não pode ser usado.

Para entender a natureza do problema foram avaliadas todas as possibilidades de solução para os seguintes intervalos:

- Afastamento: entre 2 e 4;
- Espaçamento/Afastamento: entre 1 e 2;
- Subperfuração/Afastamento: entre 0.3 e 0.5;
- Tampão/Afastamento: entre 0.7 e 1.

Foram analisadas todas possíveis soluções com uma variação de 0.1 para cada variável. Em cada passo a solução (custo total) foi encontrada. O formato geral, para uma relação específica de subperfuração por afastamento e de tampão por afastamento, pode ser observada na **Figura 123**:

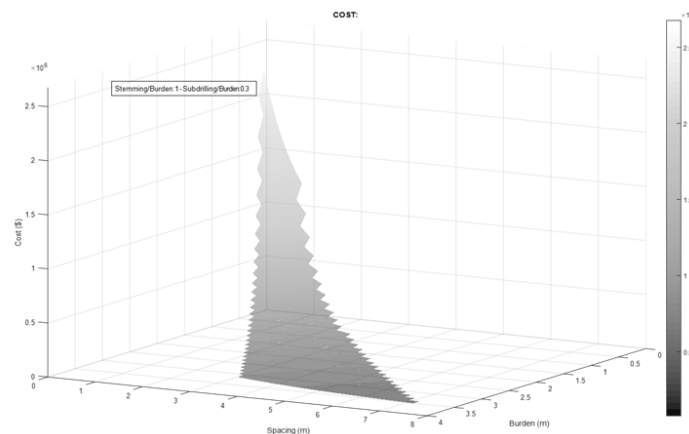


Figura 123: Gráfico com o custo total com parâmetros fixos.

Para maiores valores de afastamento e espaçamento o custo total diminui (como esperado). Para limitar esse decaimento foi necessário introduzir o limite da fragmentação conforme se vê na **Figura 124**:

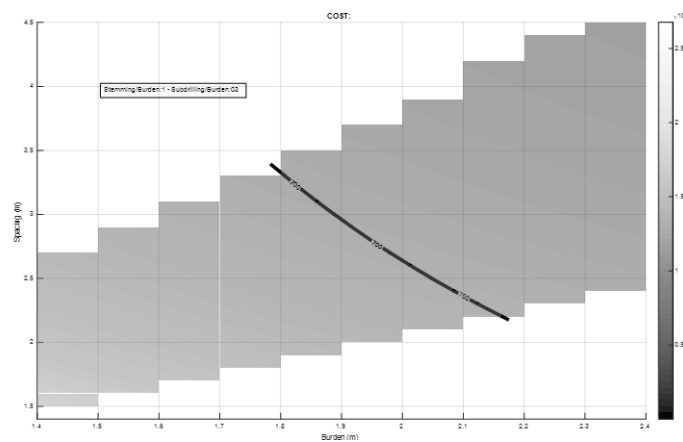


Figura 124: Limite de fragmentação.

¹⁰³ Restrições de fragmentação.

Otimização

Para identificar a sensibilidade da curva de limite de fragmentação, em relação à subperfuração por afastamento e ao tampão pelo afastamento, o seguinte gráfico foi gerado:

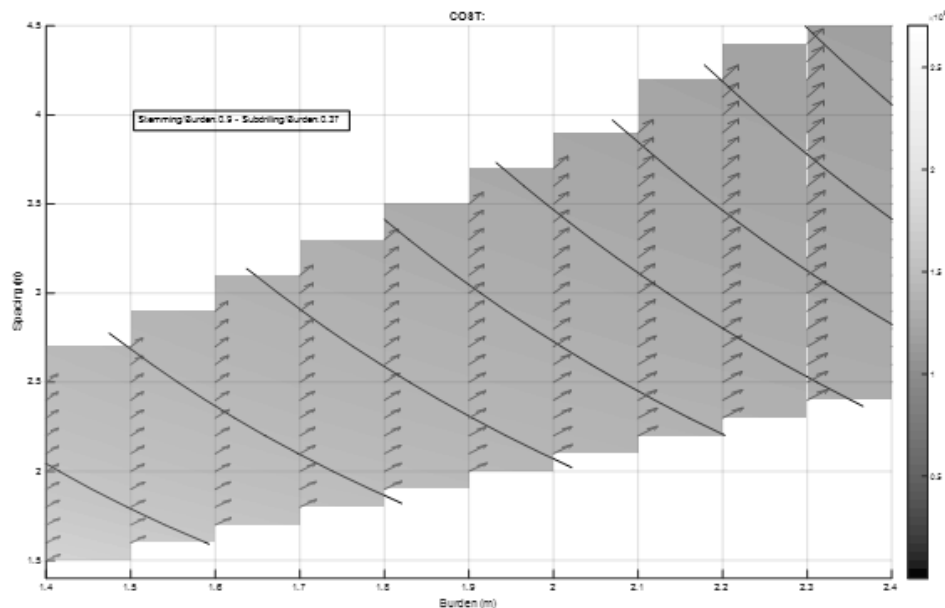


Figura 125: Comportamento da curva de fragmentação para diferentes parâmetros.

Concluiu-se que quando a relação entre tampão e afastamento diminuía e a relação entre subperfuração e afastamento aumentava, a curva se movia para a direita diminuindo assim o custo total. Baseado nisso, o primeiro passo foi usar a menor relação de tampão por afastamento e a maior relação de subperfuração por afastamento, sem ultrapassar nenhuma das restrições de partida. A seguir foi avaliada a curva de custo que interceptava a curva limite de fragmentação - **Figura 126**. O comportamento da curva indica que é possível utilizar um tratamento unimodal para o problema.

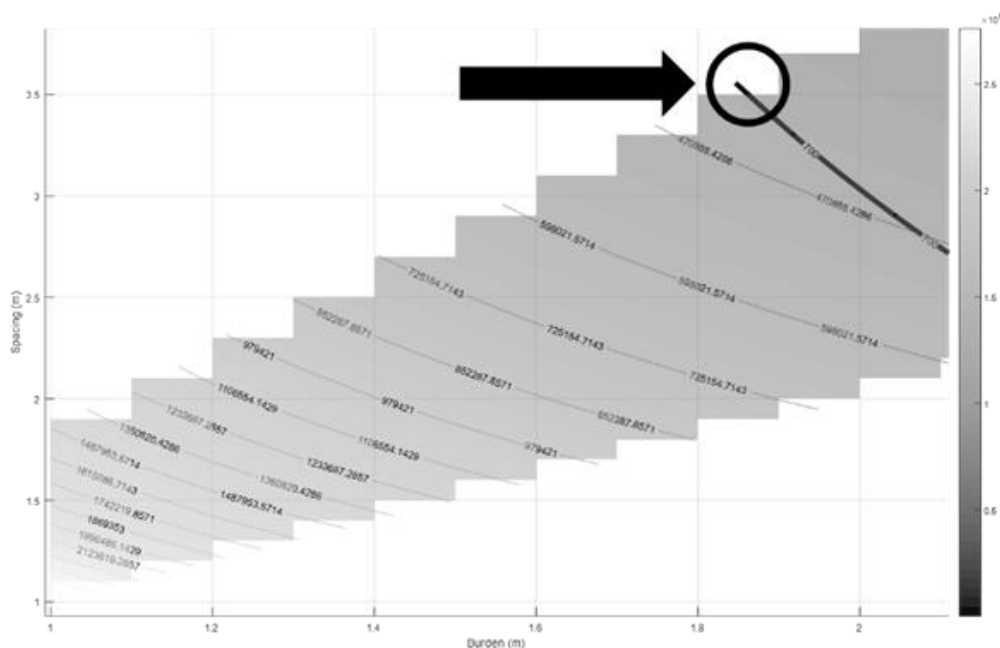


Figura 126: Interceção entre custo e limite de fragmentação.

O algoritmo necessita ser suficientemente robusto para localizar a interseção entre a curva de custo e a curva de limite de fragmentação. Um fluxograma representando a heurística trabalhada é mostrado na **Figura 127**:

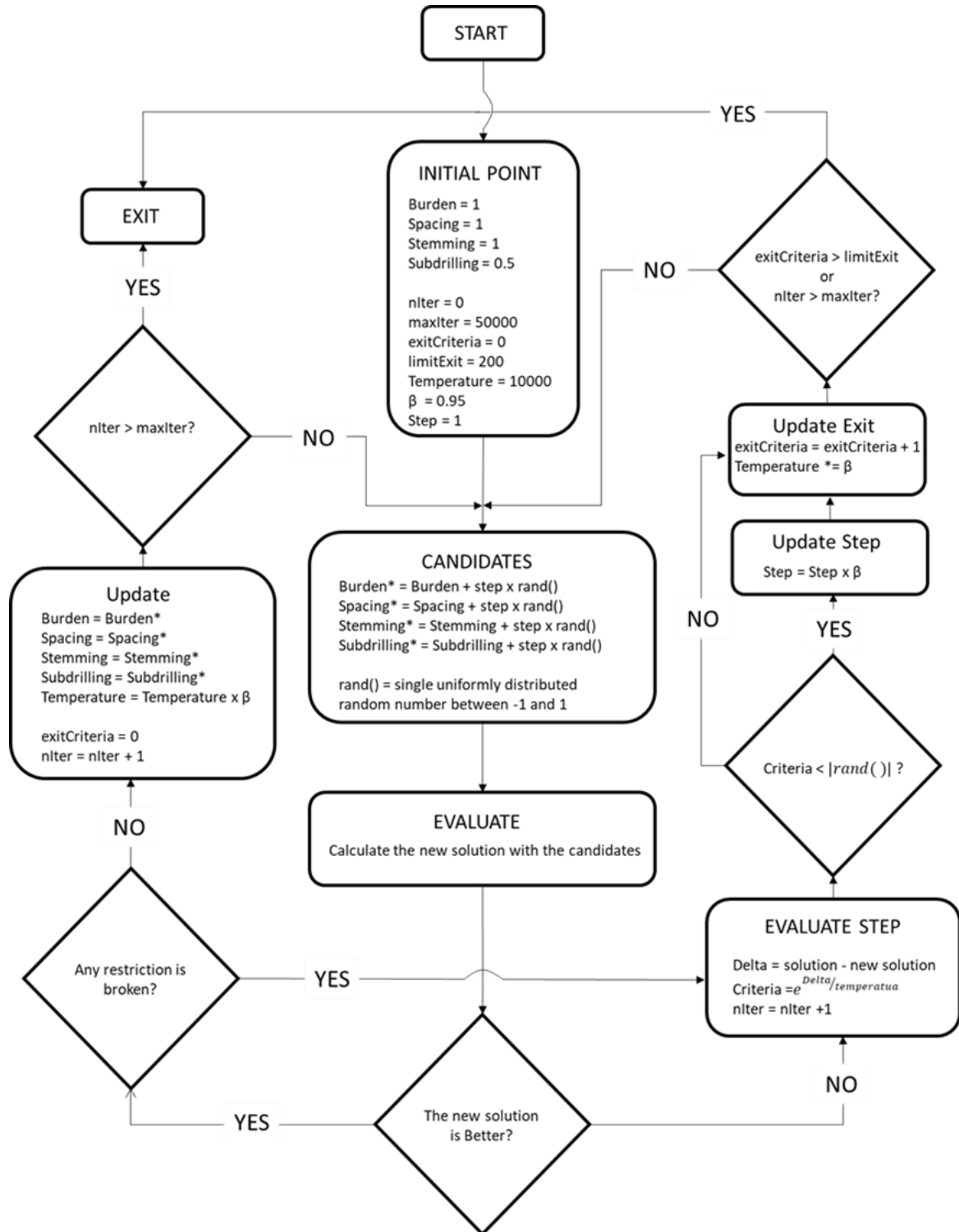


Figura 127: Heurística de gradiente adaptada.

O algoritmo incrementa os valores de afastamento e espaçamento livremente até encontrar o limite de fragmentação. Nesse momento ele assume valores próximos dos limites de fragmentação e move a solução paralelamente à curva,

incrementando o espaçamento e diminuindo o afastamento (na direção do gradiente) até encontrar um valor que não pode ser melhorado, como é exemplificado na **Figura 128**:

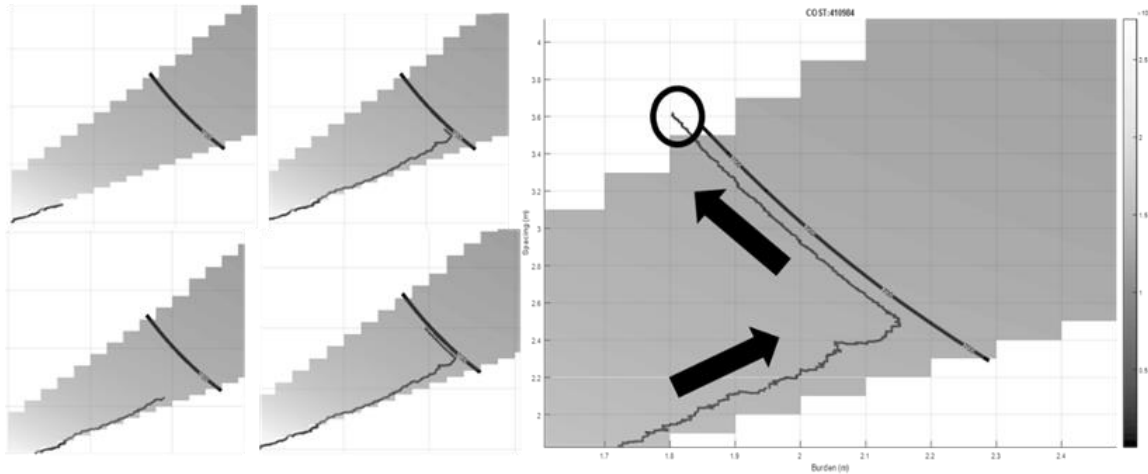


Figura 128: Detalhe do movimento do algoritmo.

O exemplo numérico do comportamento do algoritmo¹⁰⁴ pode ser visto na Tabela 6, onde observamos uma convergência para um custo global na iteração 1001:

#	Afastamento (m)	Espaçamento (m)	Tampão (m)	Subperfuração (m)	Passo	Rand 1	Rand 2	Rand 3	Rand 4	Afastamento Candidato (m)	Espaçamento Candidato (m)	Tampão Candidato (m)	Subperfuração Candidato (m)	x90 (mm)	Custo
1	1.00	1.00	1.00	0.30	1.00	-0.24	0.33	0.53	0.00	0.76	1.33	1.53	0.30	89	168,971 €
2	1.00	1.00	1.00	0.30	1.00	0.00	0.42	0.50	0.31	1.00	1.42	1.50	0.61	117	123,606 €
3	1.00	1.00	1.00	0.30	1.00	-0.42	0.52	-0.21	0.00	0.58	1.52	0.79	0.30	68	200,603 €
4	1.00	1.00	1.00	0.30	0.95	0.00	0.05	-0.26	-0.11	1.00	1.05	0.76	0.19	93	168,006 €
5	1.00	1.00	1.00	0.30	0.95	-0.03	-0.75	0.00	0.00	0.97	0.29	1.00	0.30	38	632,960 €
6	1.00	1.00	1.00	0.30	0.90	0.00	0.00	0.00	0.34	1.00	1.00	1.00	0.61	89	179,621 €
7	1.00	1.00	1.00	0.30	0.90	-0.20	0.01	0.00	0.00	0.82	1.01	1.00	0.30	76	211,548 €
8	1.00	1.00	1.00	0.30	0.86	-0.73	-0.70	0.36	-0.47	0.38	0.40	1.31	-0.10	21	1,105,809 €
9	1.00	1.00	1.00	0.30	0.81	0.00	-0.28	0.00	0.00	1.00	0.77	1.00	0.30	78	226,898 €
10	1.00	1.00	1.00	0.30	0.81	-0.44	0.00	0.81	0.08	0.65	1.00	1.66	0.37	63	265,131 €
987	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00164	-0.55	-0.55	-0.05	0.00	2.53	2.87	1.93	0.76	498	24,038 €
988	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00164	0.50	0.00	0.00	-0.29	2.53	2.87	1.93	0.76	499	24,037 €
989	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00164	0.38	0.00	-0.44	-0.78	2.53	2.87	1.93	0.76	498	24,036 €
990	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00164	0.00	0.00	-0.94	0.00	2.53	2.87	1.93	0.76	498	24,039 €
991	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00156	0.76	0.94	0.00	0.00	2.53	2.87	1.93	0.76	499	24,038 €
992	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00156	0.62	-0.84	0.00	0.00	2.53	2.87	1.93	0.76	499	24,038 €
993	2.53	2.87	1.93	0.76	0.00156	-0.81	0.00	0.84	0.00	2.53	2.87	1.94	0.76	499	24,036 €
994	2.53	2.87	1.94	0.76	0.00156	-0.49	-0.29	0.97	0.33	2.53	2.87	1.94	0.76	498	24,036 €
995	2.53	2.87	1.94	0.76	0.00156	-0.04	-0.10	0.00	0.24	2.53	2.87	1.94	0.76	498	24,036 €
996	2.53	2.87	1.94	0.76	0.00156	-0.78	0.90	-0.33	-0.02	2.52	2.87	1.94	0.76	498	24,036 €
997	2.52	2.87	1.94	0.76	0.00156	0.60	0.00	-0.14	-0.97	2.53	2.87	1.94	0.76	499	24,034 €
998	2.52	2.87	1.94	0.76	0.00156	-0.42	0.77	0.00	-0.59	2.52	2.87	1.94	0.76	498	24,035 €
999	2.52	2.87	1.94	0.76	0.00156	-0.41	0.10	0.00	-0.98	2.52	2.87	1.94	0.76	498	24,033 €
1000	2.52	2.87	1.94	0.76	0.00156	-0.17	-0.92	-0.26	0.00	2.52	2.87	1.94	0.76	498	24,034 €
1001	2.52	2.87	1.94	0.76	0.00156	0.92	0.51	0.00	0.00	2.53	2.87	1.94	0.76	499	24,033 €

Tabela 6: Resumo dos passos do algoritmo de otimização.

¹⁰⁴ Parâmetros iniciais: $\beta = 0.99$, produção desejada = 10,000m³, $X_{90} < 500$ mm, fator de rocha A = 12, bancada de 12 m, explosivo com RWS = 105 e densidade = 1150 Kg/m³, diâmetro = 102 mm, custo do explosivo = 1.00 €/Kg, custo da perfuração = 7.00 €/m e custo do sistema de iniciação = 18.00 €/furo.

6 Aplicação dos algoritmos: *O-Pitblast*

Com a finalidade de não apenas desenvolver os algoritmos citados nessa tese como também poder financiar a presente investigação, em 2016 foi fundada a empresa *O-Pitblast* com a missão de transformar os resultados decorrentes da pesquisa num produto e de lançar esse produto no mercado, aportando um pilar comercial ao *software* desenvolvido.

6.1 Início

A empresa foi fundada em março de 2016 tendo como sócios (e então únicos colaboradores) o autor dessa tese e o Engenheiro Mestre Francisco Sena Leite¹⁰⁵, que viria a carrear para o projeto todo *background* no tocante à aplicação de campo do produto a ser desenvolvido. A sociedade estratégica com um Engenheiro que também gozasse de experiência no uso de simuladores e aplicações na indústria de explosivos, demonstrou ser fundamental para o desenvolvimento da empresa e posterior alcance do seu posicionamento como uma das organizações líder global no setor.



Figura 129: Vinicius Miranda (esquerda) e Francisco Leite no lançamento público da empresa, em julho de 2016.

¹⁰⁵ <https://www.linkedin.com/in/franciscosenaileite/>

A apresentação da empresa e seu lançamento público teve lugar em julho de 2016, nas dependências da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP) e foi prestigiada com a presença de alunos, professores, empresários e representantes de empresas ligadas ao setor mineiro. Antes da demonstração pública dos resultados da tese aplicados ao simulador que já se encontrava em fase de testes, foi possível ouvir as apresentações e primeiras impressões (positivas) dos importantes docentes António Fiuza¹⁰⁶, Alexandre Leite¹⁰⁷ e José Soeiro¹⁰⁸ (sendo Soeiro e Alexandre orientador e coorientador da presente Tese, respectivamente). Podemos conferir na **Figura 130** alguns detalhes desse dia:



Figura 130: Apresentação pública da empresa *O-Pitblast* em julho de 2016.

6.2 Software desenvolvido

Com a utilização dos algoritmos desenvolvidos no âmbito do presente projeto de investigação, foi possível desenvolver a plataforma¹⁰⁹ que mais tarde viria a representar um precioso recurso para grandes grupos mineiros ao redor do globo. Passamos a apresentar, de seguida, algumas aplicações e seus resultados que a plataforma disponibiliza. Pretendemos demonstrar a importância dos algoritmos desenvolvidos e como eles podem ser usados de maneiras “amigável” no ambiente de simulação criado. Na **Figura 131**, é possível observar o *splash screen* do software.



Figura 131: Tela de abertura (*Splash screen*) do software.

¹⁰⁶ https://sigarra.up.pt/feup/pt/func_geral.formview?p_codigo=210110

¹⁰⁷ https://sigarra.up.pt/feup/pt/func_geral.formview?p_codigo=210176

¹⁰⁸ https://sigarra.up.pt/feup/pt/func_geral.formview?p_codigo=209537

¹⁰⁹ Software, aplicação iOS e serviços *web*.

6.2.1 Terreno

Foram utilizados os conceitos desenvolvidos no capítulo **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** para implementar a representação de terrenos a partir de dados oriundos de diferentes fontes (como imagens de drones ou leituras de lasers). Pode-se observar abaixo o processo de geração de modelos digitais de terrenos na plataforma:

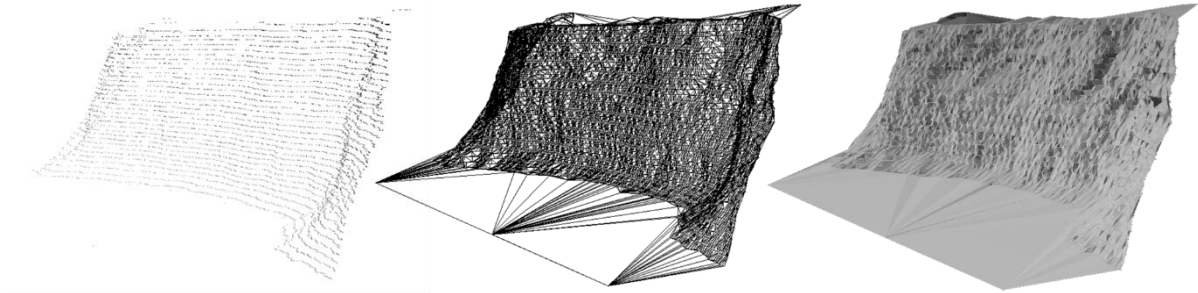


Figura 132: Pontos do espaço, triangulação e representação 3D.

A seguinte imagem exemplifica o facto dos algoritmos poderem também ser utilizados para representar grandes superfícies¹¹⁰:

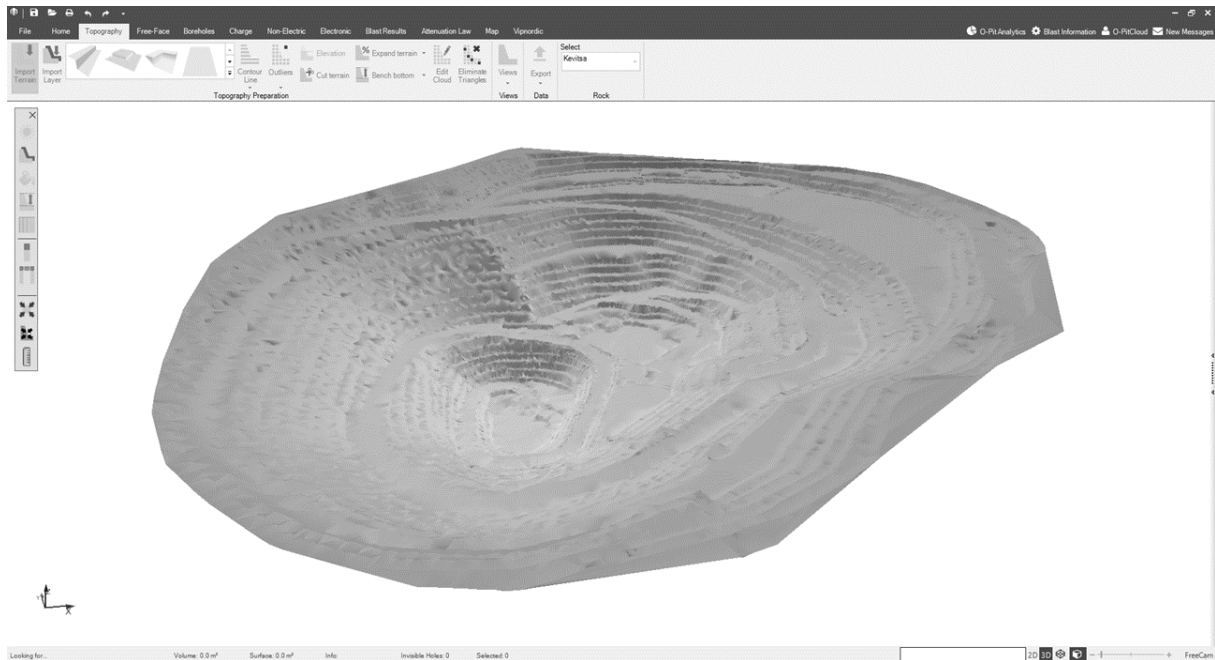


Figura 133: Processamento de cavas de maiores dimensões dentro do O-Pitblast.

Como é exemplificado na imagem seguinte, os algoritmos desenvolvidos no subcapítulo 4.5 foram adaptados também para poderem representar as linhas de contorno do terreno (curvas de nível), uma vez que essa opção de visualização é amplamente utilizada¹¹¹ por projetistas de desmontes.

¹¹⁰ O *Software* tem a capacidade de trabalhar com até 500 mil pontos (nota do autor).

¹¹¹ Baseado na experiência profissional do autor dessa tese.

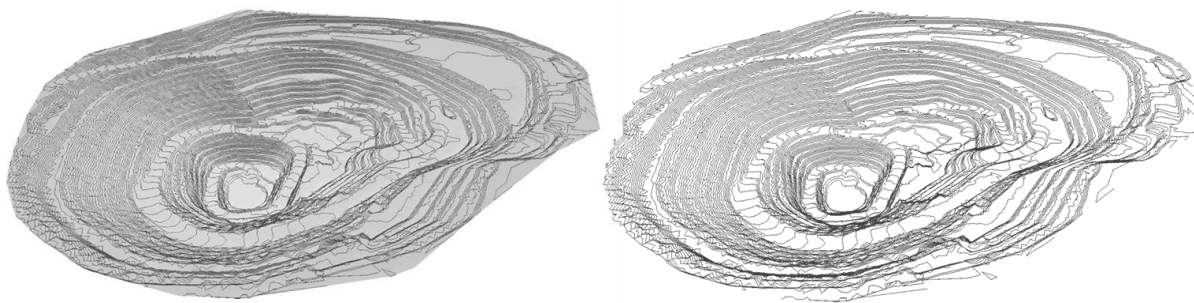


Figura 134: Isolinhas de altitude.

Como discutido no tópico 2.2.7.2, a capacidade de detectar e eliminar pontos indesejados também foi implementada na ferramenta.

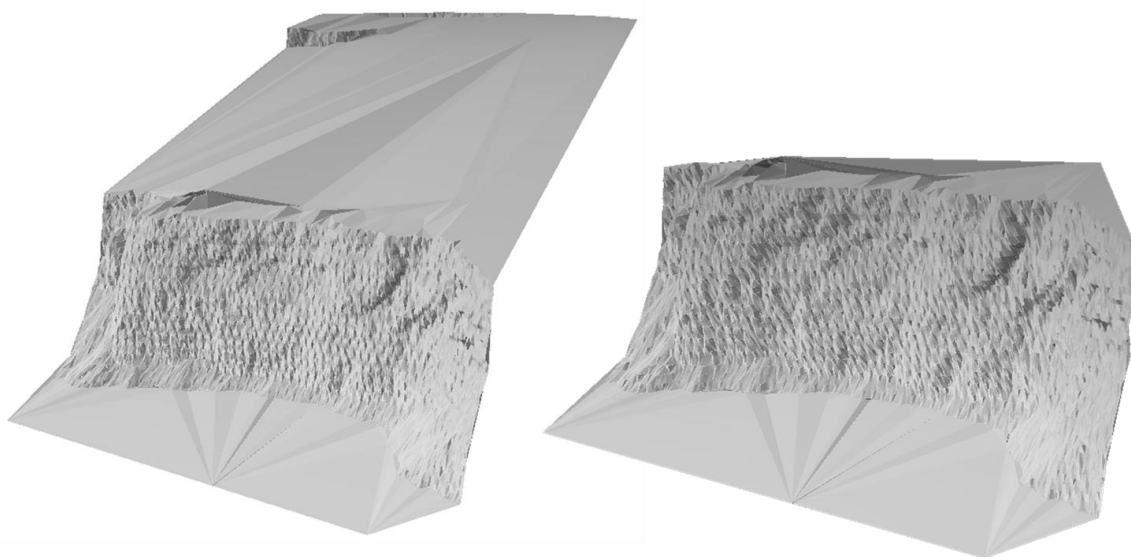


Figura 135: Tratamento de *outliers*.

6.2.2 Perfuração

Como explorado no capítulo 3, a representação da perfuração e os cálculos de malhas foram também amplamente incorporados nesta plataforma.

Foi dada ao utilizador do software a possibilidade de importar informação de furos (utilizando a coordenada de sua posição para localizá-los dentro do espaço geográfico de trabalho), de implementar furos de maneira manual e individual e a possibilidade de desenhar vários tipos de malhas de perfuração. Os algoritmos trabalhados e desenvolvidos na tese mostram-se suficientes e de grande utilidade para as abordagens exigidas pelo mercado de desmonte de rochas, seja esse o mercado de pedreiras, minas a céu-aberto, obras públicas e privadas de escavação ou até mesmo os grandes fabricantes de explosivos¹¹².

Entre as várias empresas que adotaram o sistema *O-Pitblast* podemos destacar, por exemplo, o grupo ENAEX (Enaex, 2021).

¹¹² Os produtos desenvolvidos pela empresa O-Pitblast, utilizando os algoritmos aqui desenvolvidos, foram adotados por importantes empresas do setor de explosivos, como a finlandesa FORCIT (<https://forcitexplosives.fi/en/o-pitblast/>) e a chilena ENAEX.

Aplicação dos algoritmos: O-Pitblast

A implantação manual de furos, utilizando a metodologia explicada no subcapítulo 3.7 é um dos recursos disponibilizados na plataforma, como é ilustrado na Figura seguinte:

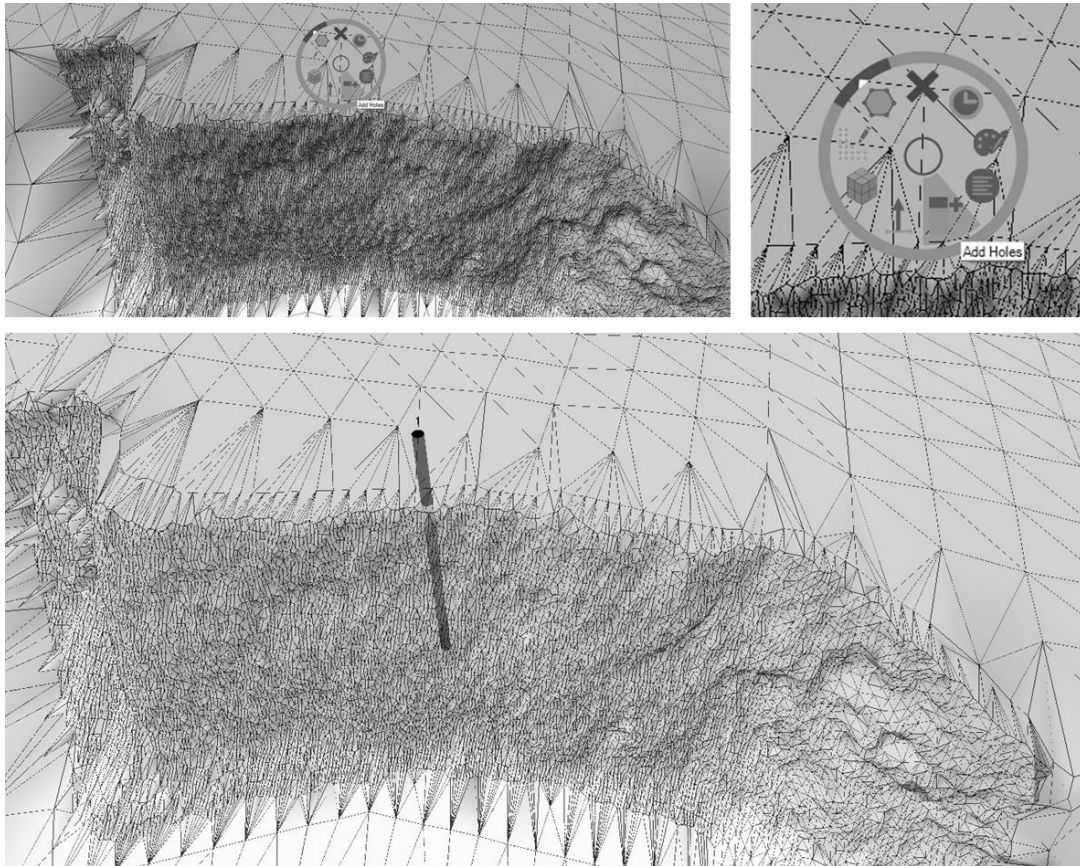


Figura 136: Posicionamento manual de furos.

Também foram criadas ferramentas para permitir ao utilizador usar padrões de perfuração, tendo ou não em consideração os detalhes de informação do posicionamento da linha de crista da bancada (apartado 3.5.2):

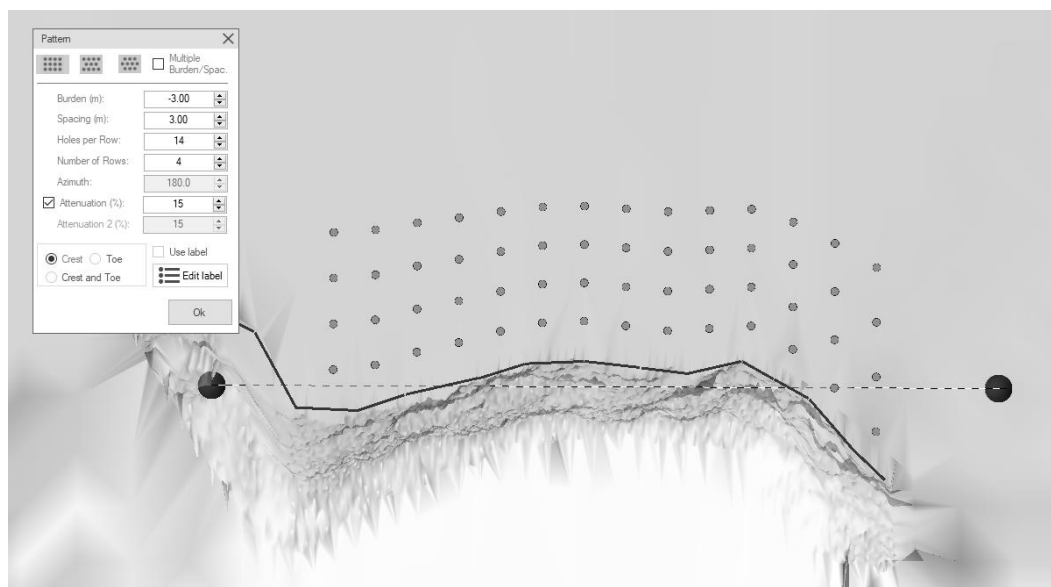


Figura 137: Aplicação de malha baseada na crista da bancada.

Aplicação dos algoritmos: O-Pitblast

Implementou-se uma interface de iteração para que os utilizadores possam obter valores ótimos para o desenho da malha utilizando os algoritmos descritos no capítulo 5, nomeadamente respeitando as conhecidas equações de Ash (Hustrulid, 1999), como podemos ver na **Figura 138**:

The figure shows two side-by-side screenshots of the 'Optimization' software interface. Both windows have tabs for 'Geometry', 'Blast', and 'Costs'. The left window shows a configuration for 30 holes with a cost of \$13,725.15. The right window shows a configuration for 128 holes with a cost of \$46,315.55. Both windows have various input fields for parameters like diameter, burden, spacing, and explosive volume. Checkmarks indicate which constraints are met.

Figura 138: Formulários para cálculo de valores geométricos ótimos para o desmonte mediante processo de otimização.

A ferramenta também permite a edição dos parâmetros geométricos definidos para cada um dos furos de toda a malha, conforme a **Figura 139**:

The figure shows a screenshot of the 'Borehole Information' and 'Geometry' tabs in the software. The 'Borehole Information' tab shows a 3D model of a pit with a borehole highlighted. The 'Geometry' tab shows detailed parameters for the selected borehole, including diameter, burden, spacing, bench height, length, and UTM coordinates.

Figura 139: Tela para edição de parâmetros geométricos de furos.

6.2.3 Sequenciamento

Os algoritmos explorados no capítulo 4 foram extensamente utilizados nos módulos de iniciação e sequenciamento eletrônico e não-elétrico do software.

As aplicações vetoriais foram implementadas no software, podendo observar-se nas figuras abaixo dois exemplos da sua aplicação, nomeadamente para o planeamento do ângulo de saída do maciço do material desmontado:

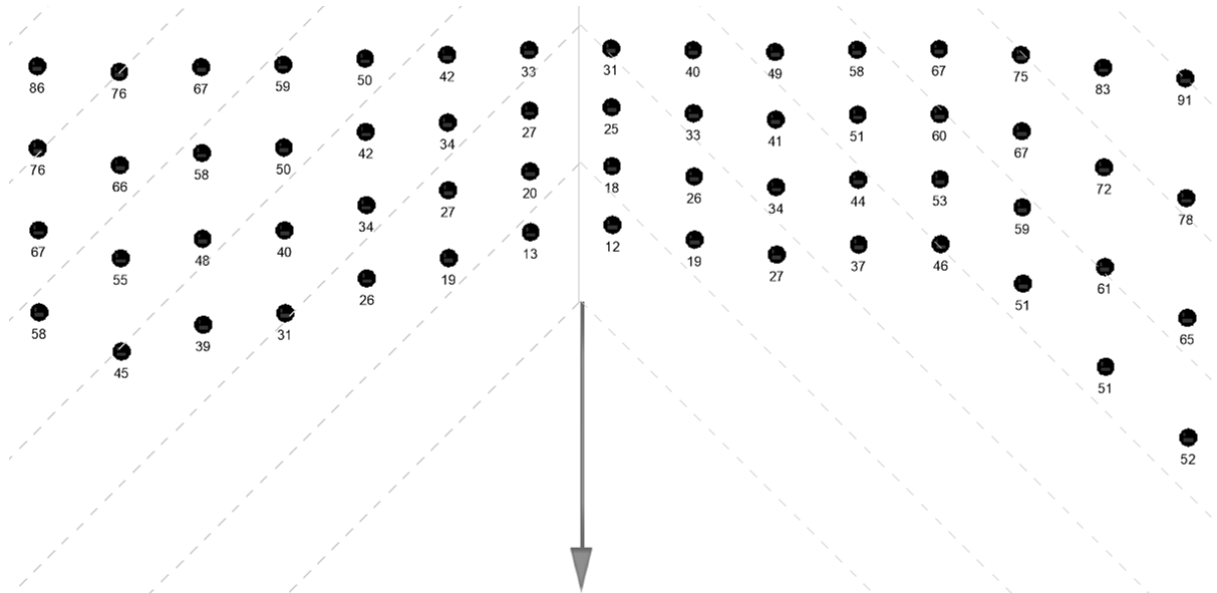


Figura 140: Aplicação vetorial de sequenciamento com BRB = 3 ms/m, BRS = 0 ms/m e ângulo = 90°.

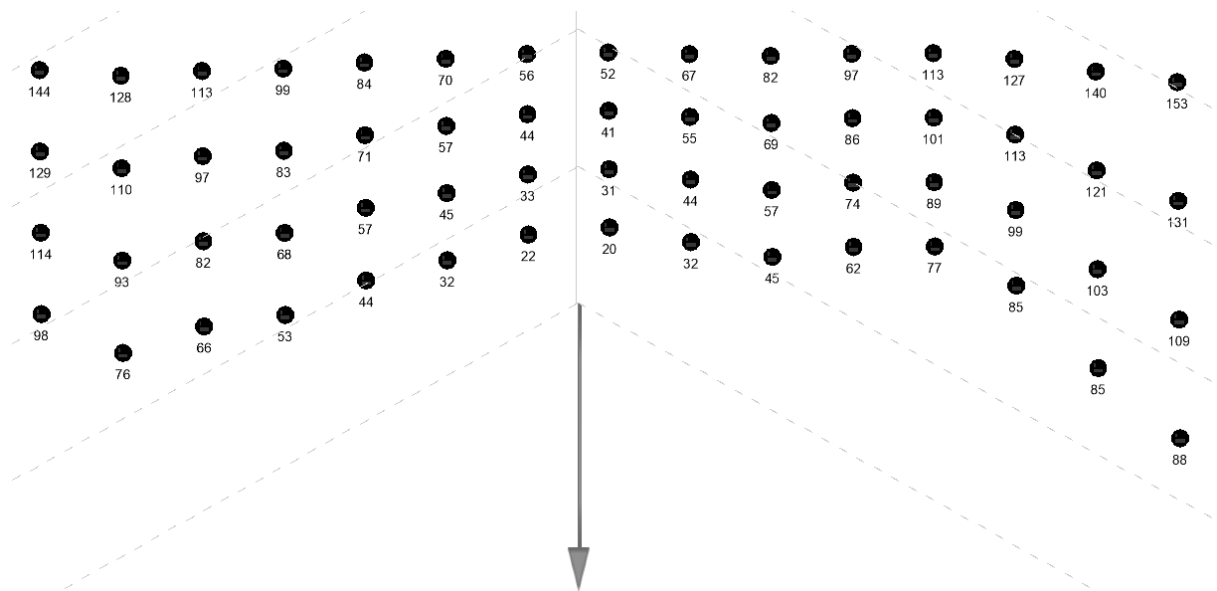


Figura 141: Aplicação vetorial de sequenciamento com BRB = 5 ms/m, BRS = 2 ms/m e ângulo = 122°.

Salientamos que para a aplicação dos algoritmos são necessários não apenas as posições dos furos, mas também um raio¹¹³ de referência. Esse raio é definido pelo utilizador de maneira interativa.

¹¹³ A estrutura raio possui como parâmetros um ponto e um vetor que representa uma direção, largamente utilizado em cálculos de iluminação, colisão de objetos entre outros (Lengyel, 2012).

Os detonadores eletrônicos também podem ter seus tempos de iniciação calculados através de uma ferramenta circular (subcapítulo 4.3.2). A **Figura 142** mostra a aplicação dessa ferramenta e a isolinha de tempos (apartado 4.5) resultante:

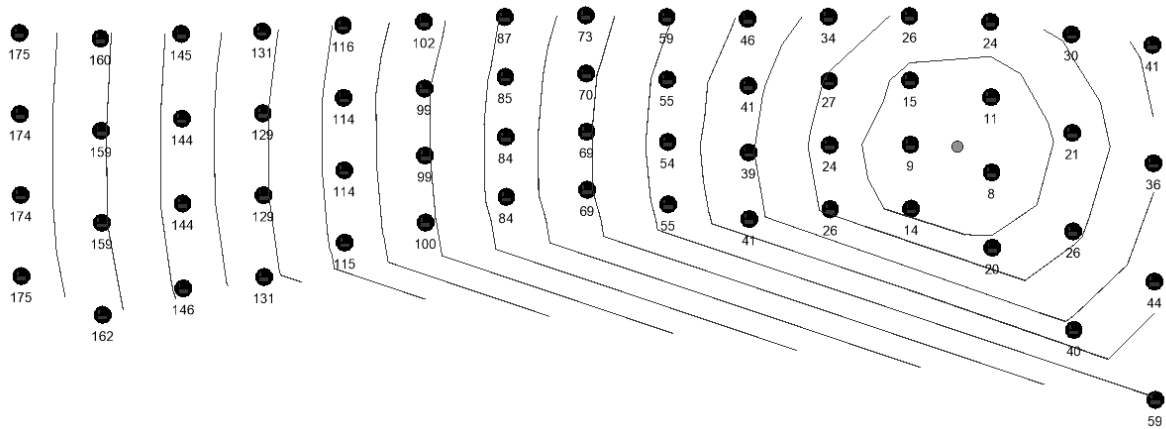


Figura 142: Uso da ferramenta circular para cálculo de tempos com uso de detonadores eletrônicos e presença de isolinhas de tempo.

A plataforma também teve o desenvolvimento necessário o uso de detonadores pirotécnicos não-eletrônicos nos desmontes. Para essa aplicação poder calcular os tempos resultantes é necessário definir um (ou mais) ponto de iniciação. A **Figura 143** representa uma sequência de detonação com detonadores pirotécnicos:

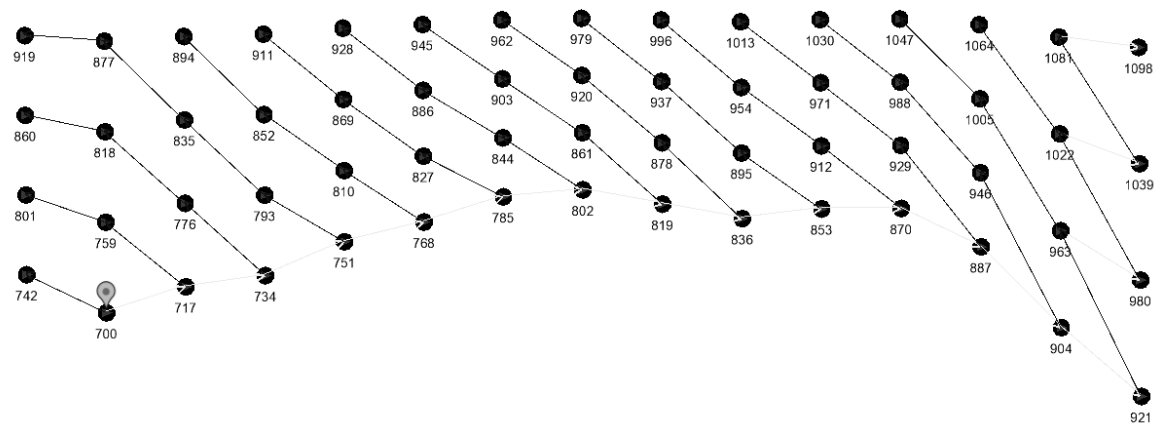


Figura 143: Conexão utilizando detonadores de 700 ms e conectores de superfície de 17 ms e 42 ms.

Uma vez calculado os tempos de detonação de cada furo o software disponibiliza essa informação em tela.

Como já discutido no subcapítulo 4.4, o cálculo da sobreposição de tempos de detonação de diferentes furos, e sua posterior apresentação em formato de histograma, apresenta-se como um recurso de relevante importância para a correção de eventuais problemas de temporização e para minimizar problemas como por exemplo, o das vibrações em campo longínquo¹¹⁴. O software também exibe um histograma com esse resultado o que permite ao utilizador identificar os furos que estão

¹¹⁴ Zona elástica (nota do autor).

a gerar essa sobreposição. Podemos conferir detalhes da aplicação dos algoritmos utilizados para construção do histograma na **Figura 144** e na **Figura 145**:

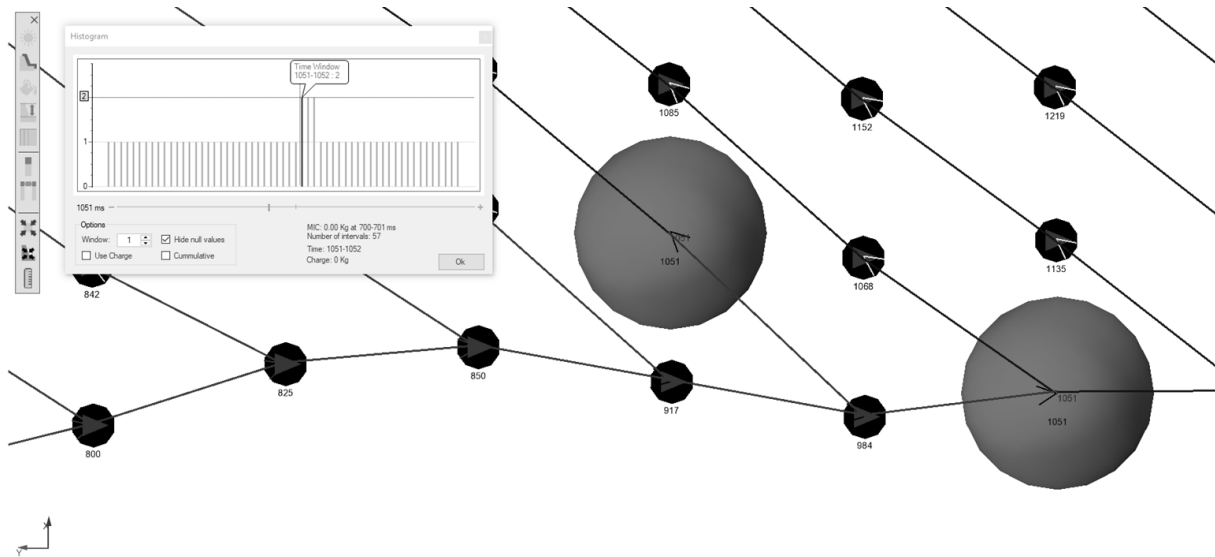


Figura 144: Histograma com janela temporal e identificação de furos sobrepostos.

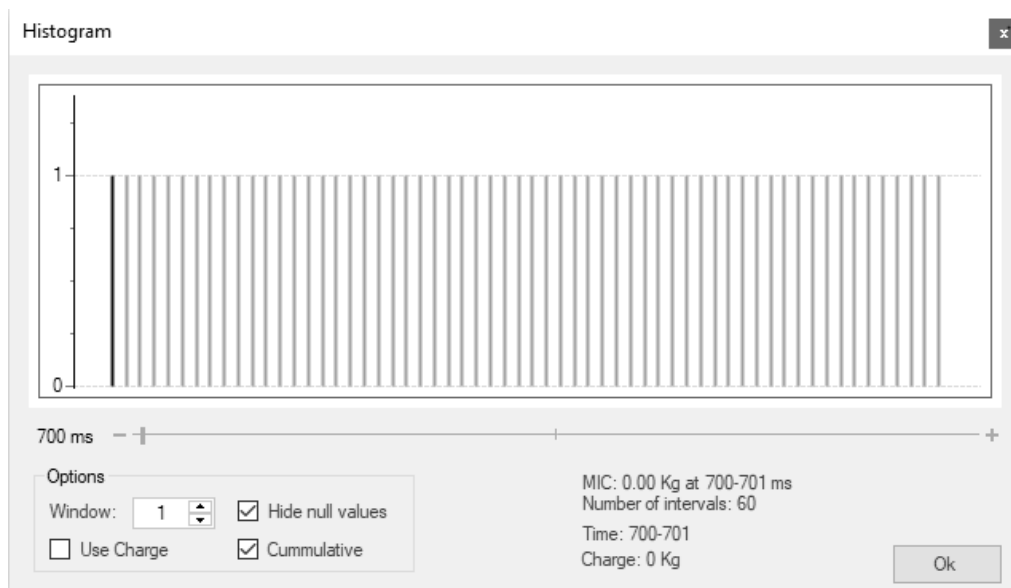


Figura 145: Histograma de tempos.

6.3 Presença global da *O-Pitblast*

Embora a empresa tenha sido fundada em 2016, apenas em 2017 começou a comercializar de maneira efetiva a plataforma simuladora desenvolvida. O simulador necessita ser validado através de um serviço *web* pelo menos uma vez a cada determinado número de acessos pré-definido, bastando para isso que o utilizador se encontre online ao usar o software. Com esse tipo de acesso é possível rastrear a localização do IP¹¹⁵ que solicitou esse serviço e assim fazer um acompanhamento

¹¹⁵ Do inglês “*internet protocol*”.

geográfico permanente da utilização do software. Podemos ver na **Figura 146** os acessos ao software (de 2017 até março de 2021) e ter uma ideia da presença global do produto:

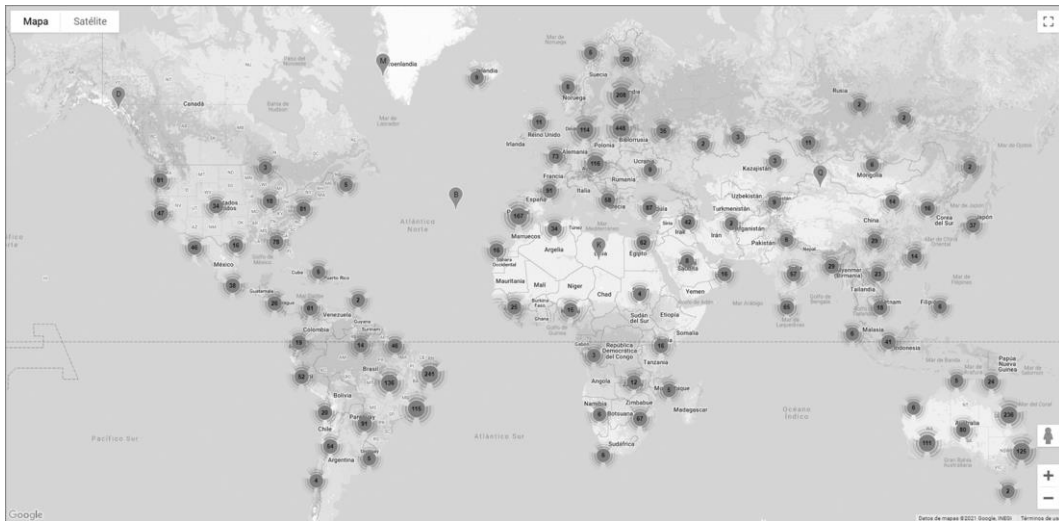


Figura 146: Todas as localizações (agrupadas) desde onde se acessou o software.

É mais fácil entender a evolução do sistema quando observamos uma zona em concreto. Por exemplo, é possível ver a região dos países nórdicos com uma clara evolução do número de utilizadores da plataforma:

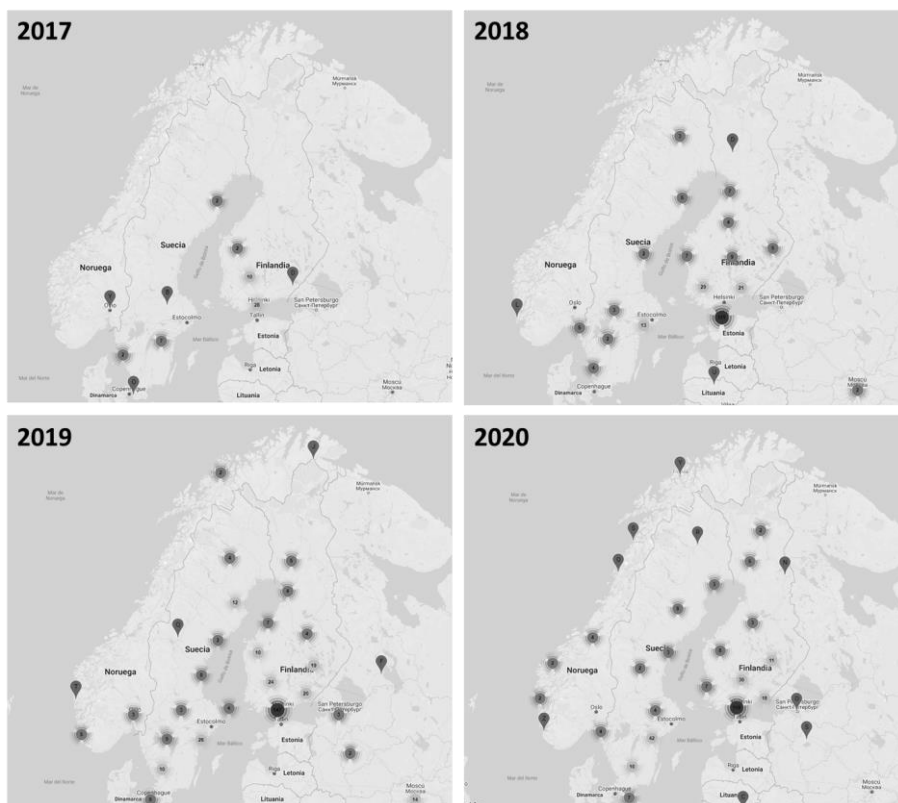


Figura 147: Evolução da utilização do software nos países Nórdicos.

Ao analisar os mesmos dados, agrupando-os por países, fica ainda mais evidente a presença global da empresa:



Figura 148: Países onde algum acesso ao software foi efetivado.

Podemos ainda agrupar uma escala de cores para poder identificar os países com maior número de acessos:

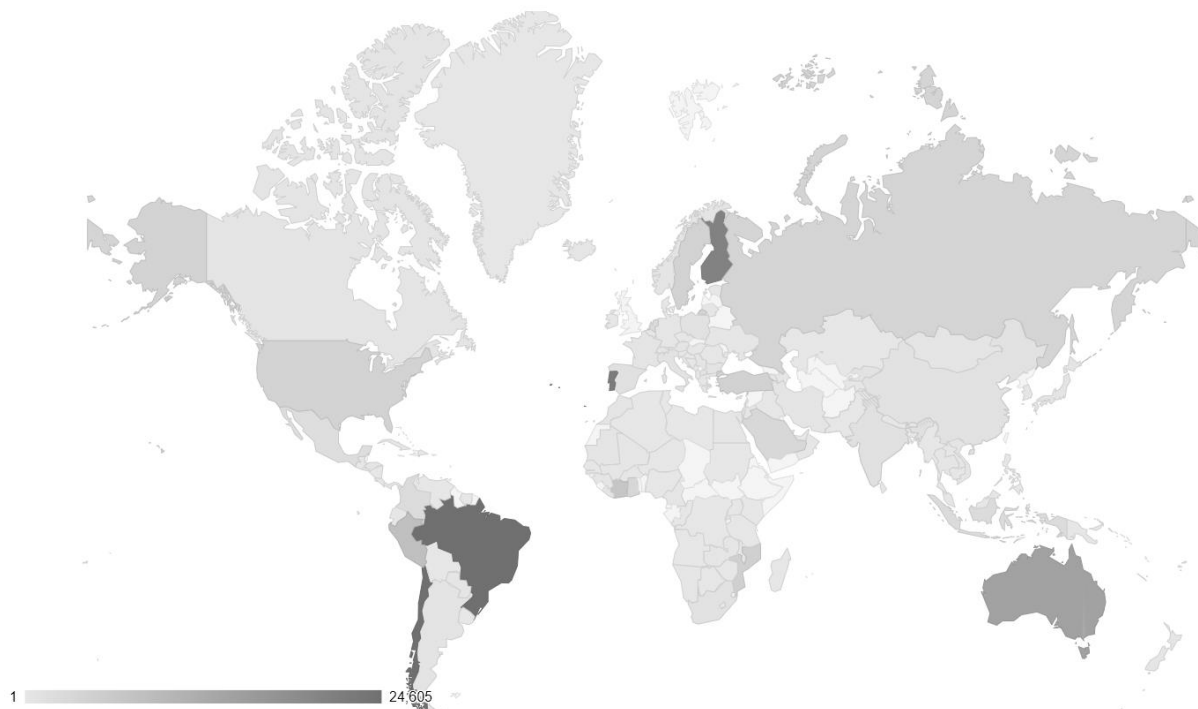


Figura 149: Países onde o software foi utilizado (escalados em função do número de acessos).

É fácil entender esse posicionamento global, pois existe nesse momento (março de 2021) contratos de parceria assinados entre a empresa *O-Pitblast*, o grupo sul-americano ENAEX e o grupo Nórdico FORCIT, o que explica a forte utilização no Chile, Brasil e Finlândia (além do país sede da empresa, Portugal). A

Austrália aparece entre os países com maior número de acesso, embora a empresa não possua, até ao momento, parceria com alguma empresa sediada naquele continente (salientando a presença australiana de vários clientes).

6.4 Utilizadores

Para entender melhor o número de utilizadores que foram beneficiando do uso dos algoritmos desenvolvidos a partir dos trabalhos de investigação da presente tese, passamos a analisar a evolução do número total de utilizadores ao longo da ainda curta vida da empresa conforme a **Figura 150**:

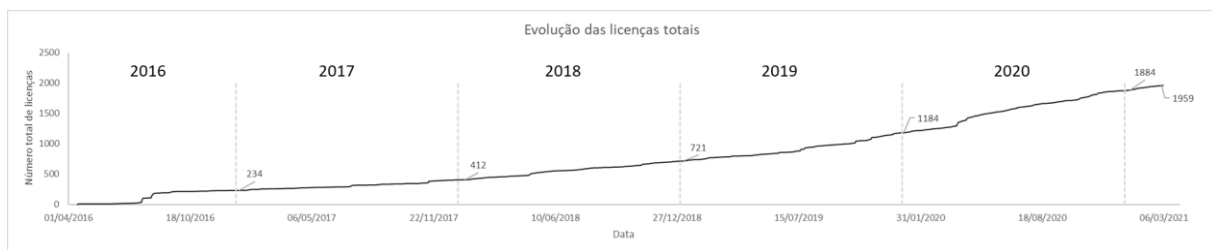


Figura 150: Evolução do número total de licenças.

As licenças referidas no gráfico, incluem as que são consideradas ativas (clientes pagantes, parceiros comerciais e licenças universitárias) e as não ativas (licenças geradas para treino/formação, licenças de prova e de uma maneira geral todas as licenças que estão expiradas). Podemos observar que um total de 1959 utilizadores recorreram ao software em algum momento. Observamos um comportamento atípico no ano 2016, onde se pode observar um escalonamento do número de licenças que salta de 39 (praticamente licenças alfa *testers*¹¹⁶) para 110 e em seguida 188 licenças. Isso provém do fato de, imediatamente após a apresentação pública da empresa (julho de 2016), foram feitas viagens para instalação e treino/formação do software em algumas universidades no Brasil, (além da FEUP, em Portugal).

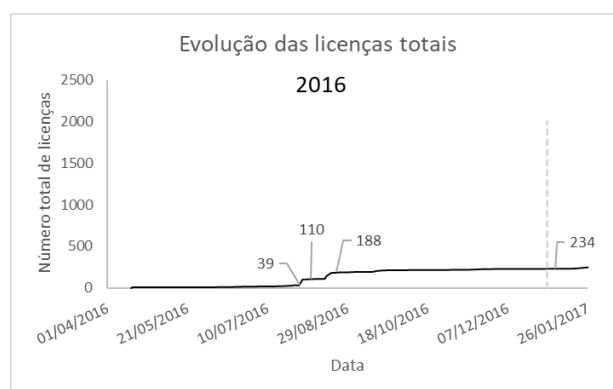


Figura 151: Evolução do número total de licenças em 2016.

Com o intuito de entender um pouco melhor a aceitação da plataforma pelo mercado, analisamos a forma como evoluíram apenas as licenças ativas, pois essas influenciam diretamente o bom andamento financeiro da empresa. Podemos ver essa evolução na **Figura 152**:

¹¹⁶ Licenças internas (naquele momento um grupo de amigos dos sócios da empresa).



Figura 152: Evolução das licenças ativas.

A empresa possui atualmente¹¹⁷ um total de 418 licenças ativas. É possível analisar também a inserção da empresa de maneira ativa no mercado ao largo dos últimos 5 anos, com incrementos de crescimento significativos conforme observável na **Tabela 7**:

Ano	Usuários Ativos	Evolução
2016	8	
2017	31	↑ 288%
2018	71	↑ 129%
2019	140	↑ 97%
2020	331	↑ 136%
2021	418	

Tabela 7: Crescimento do número de licenças ativas da empresa.

A empresa projeta, para 2021, um crescimento de aproximadamente 100% (assumindo que o comportamento dos primeiros 2 meses de 2021 permanecesse linear, teríamos um crescimento superior a 150%).

6.4.1 Estimativa

O comportamento dinâmico do mercado dificulta uma previsão do número de licenças ativas para os próximos anos. Mesmo assim, é possível assumir algumas ideias de probabilidade a fim de estimar esse comportamento futuro. Assume-se que a velocidade de crescimento do número de utilizadores será proporcional ao número destes (é natural que, quanto mais se usa a plataforma, mais esta se divulga e assim surgirão mais pessoas nela interessadas) sendo que, no entanto, é sabido que esse crescimento não é ilimitado, pois existe um patamar máximo de potenciais novos usuários.

Tendo essas premissas em mente, podemos tentar utilizar os dados existentes para encontrar uma equação logística (Larson, Hostetler, & Edwards, 2006, pág. 422) que encaixe em nossos dados e que possua parâmetros dentro do esperado para esse tipo de situação. A equação logística é:

$$dy/dt = ky(1 - y/L) \quad \text{Equação 70}$$

Onde:

- y é o número de usuários em um determinado instante de tempo t ;

¹¹⁷ Março de 2021

- k é uma constante de proporcionalidade;
- L é a capacidade sustentável (população máxima).

A solução para essa equação é:

$$y = \frac{L}{1 + be^{-kt}}$$

Equação 71¹¹⁸

A estimação dos parâmetros L , b e k não são elementares, uma vez que precisaríamos definir, entre outras coisas, qual seria a população inicial. Assim, coloca-se a seguinte pergunta: Deveríamos determinar a população inicial no ano 2016, quando praticamente não existiam clientes e o produto não estava em pleno funcionamento ou em 2017? Essa é uma das razões que impede uma resposta direta para o problema. A fim de contornar essa questão, estimaram-se os parâmetros que fariam a curva da equação aproximar-se dos dados reais. Com esse processo, encontramos os seguintes valores para os parâmetros: $k=0.0031$, $b = 500$ e $L = 1200$.

Os valores encontrados são condizentes com esse tipo de problema e a população máxima encaixa com o previsto no plano de negócios da empresa. Sendo assim, podemos observar o comportamento da estimativa de evolução do número de licenças na **Figura 153**:

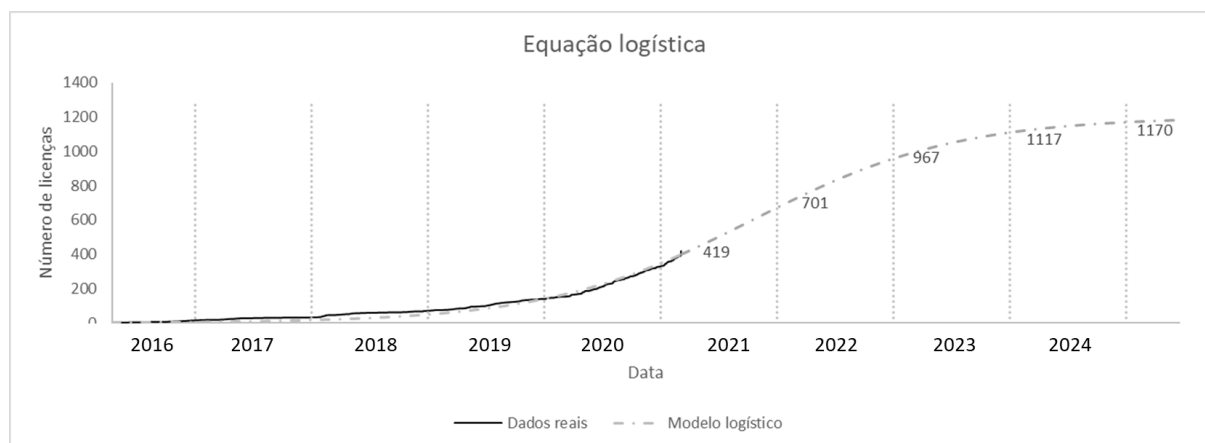


Figura 153: Equação logística representando o crescimento do número de licenças.

De acordo com essa análise podemos estimar que em 2025 a empresa entraria em velocidade de cruzeiro (estabilizaria o número de licenças ativas) com aproximadamente 1200 licenças ativas a serem usadas em todo o mundo.

6.5 Universidades

Com o objetivo de incentivar as aulas de desmonte de rochas e de popularizar a plataforma junto das universidades e centros acadêmicos, a empresa criou ainda em 2016 o programa *O-Pitblast University*, que tem por objetivos proporcionar licenças e formação/treino gratuito para estudantes e colaborar na realização de

¹¹⁸ $b = e^{-C}$, onde C é uma constante.

dissertações de mestrado, teses de doutoramento e trabalhos de investigação, ensino e aprendizagem em geral.

O departamento de Engenharia de Minas da FEUP possui desde a criação da empresa o simulador instalado em seus laboratórios e os professores das áreas da lavra de minas utilizam regularmente a ferramenta em ambiente de sala de aula. Nas palavras do professor coordenador das unidades curriculares da área da lavra de minas, Alexandre Leite:



Figura 154: Professor Alexandre Leite.

“...a construção de modelos e simuladores em Engenharia de Minas, segundo a metodologia sistémica, apresenta-se como processo de investigação fundamental para a inovação técnica e mesmo como meio de ensino e aprendizagem em meio académico. É muito difícil recorrer à indústria para testar soluções de propostas de melhoria dos processos produtivos, sem um mínimo de garantia da eficácia das mesmas. Daí a importância da modelação e simulação na perspetiva do planeamento e construção de soluções otimizadas para os “objetos” que a engenharia constrói. Assim, plataformas como a que aqui é agora discutida, são o caminho para a garantia de êxito nos processos industriais. Tecnicamente não tenho dúvidas que este é o caminho a ser seguido. Ao nível da formação dos futuros engenheiros de minas, a simulação dá-nos a possibilidade de “transportar” uma pedreira/mina para dentro da sala de aula. Na minha opinião, ocorre um salto qualitativo no processo de ensino/aprendizagem para a conceptualização dos imensos pormenores que se encontram incorporados nos elos produtivos dos empreendimentos, quando há a possibilidade do uso deste tipo de ferramentas ... e que, para além do mais, são extremamente apelativas, porque gráfica e esteticamente muito bem concebidas ...”

Uma vez que a recepção da FEUP foi positiva e que o trabalho desenvolvido ajudou os estudantes a melhorar a compreensão de matérias lecionadas nas unidades curriculares da lavra de minas, decidiu-se estender este tipo de colaboração a outras universidades. Uma das primeiras universidades fora de Portugal a receber a equipe da *O-Pitblast* para a instalação gratuita das licenças nos laboratórios da instituição e para um programa de formação/treino dos seus estudantes, foi a ULBRA¹¹⁹. A visita da *O-Pitblast* permitiu não apenas a formação dos estudantes e professores da instituição como também a participação de elementos de outras empresas parceiras da *O-Pitblast* nesse treinamento, como é ilustrado na **Figura 155** e na **Figura 156**:

¹¹⁹ Tocantins, Brasil, 2016.



Figura 155: Formação no software *O-Pitblast* para estudantes universitários (Ulbra, 2016).



Figura 156: Formação em análise de fragmentação para estudantes universitários (Ulbra, 2017).

Aplicação dos algoritmos: O-Pitblast

A boa receptividade por parte não apenas da ULBRA como também de diversas outras universidades, fez com que o programa fosse ampliado, passando não apenas a fornecer licenças e formação como também abrindo as portas da empresa para receber estudantes interessados na realização de trabalhos práticos. Recebeu-se desde então e até ao momento, 19 estudantes nas instalações da *O-Pitblast*.



Figura 157: Programa *O-Pitblast University* (*O-Pitblast*).

Na **Tabela 8** podemos ver uma lista de universidades e instituições de ensino que possuem, já possuíram ou estão em processo de adquirir contratos de parceria com a *O-Pitblast* para utilizar seus simuladores ou possibilitar a prática empresarial de seus estudantes:

Faculdades	País	Faculdades	País
CSIRO	Australia	Aalto University	Finlândia
Mining3	Australia	L'Institut Universitaire Catholique Saint Jérôme	Gana
The University of Queensland	Australia	University of Mines and Technology	Gana
The University of Western Australia	Australia	University of Miskolc	Hungria
Montanuniversität Leoben	Austria	Indian Institute of Technology (Indian School of Mines)	Índia
Botswana International University of Science and Technology	Botswana	Malla Reddy Engineering College	Índia
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia	Brasil	University of Petroleum and Energy Studies	Índia
Universidade Federal da Bahia	Brasil	Ecole Mohammadia d'Ingénieurs	Marrocos
Instituto Federal Espírito Santo	Brasil	University of Engineering and Technology	Paquistão
Universidade Federal de Goiás	Brasil	Universidad Católica de Santa María	Peru
Faculdade do Noroeste de Minas	Brasil	Universidad Nacional de San Agustín Arequipa	Peru
Universidade Federal de Minas Gerais	Brasil	Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	Peru
Escola de Minas - UFOP	Brasil	Universidad Nacional Mayor de San Marcos	Peru
Universidade Federal de Alfenas	Brasil	Universidade Tecnológica del Peru	Peru
Universidade Federal do Pará	Brasil	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra	Portugal
Universidade Federal de Campina Grande	Brasil	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto	Portugal
Universidade Federal de Pernambuco	Brasil	Universidade da Beira Interior	Portugal
Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Brasil	Universidade de Coimbra	Portugal
ULBRA	Brasil	Faculty of Mining and Geology - University of Belgrade	Servia
Universidad Adolfo Ibáñez	Chile	University of Mitrovica "Isa Boletini"	Servia
Universidad Técnica Federico Santa María	Chile	Ecole nationale d'ingénieur de gafa - campus universitaire Sidi Ahmed Zarroug	Tunísia
Escuela de Ingenieros Militares	Colômbia	Faculty of Sciences of Gabes	Tunísia
Universidad Militar Nueva Granada	Colômbia	Hacettepe University	Turquia
Colorado School of Mines	EUA	Middle East Technical University	Turquia
Missouri University of Science and Technology	EUA	Dokuz Eylul University	Turquia
Department of Mining Engineering and Management at South Dakota Mines	EUA	Zimbabwe School of Mines	Zimbábue

Tabela 8: Instituições acadêmicas relacionadas com a *O-Pitblast*.

Entre os trabalhos suportados pela *O-Pitblast*, destaca-se a realização de trabalhos de dissertações de mestrado da FEUP onde a *O-Pitblast* forneceu bolsa para os estudantes e orientação acadêmica. Alguns desses estudantes, pela sua excelente prestação foram chamados a colaborar com a empresa mais ativamente e fazem hoje parte dos seus quadros. Destaca-se também uma bolsa de

doutoramento¹²⁰ que teve o projeto integralmente financiado pela *O-Pitblast* (incluindo uma bolsa para o pesquisador).

6.6 Suporte a Teses de Mestrado e Doutorado

Ao longo dos anos em que os trabalhos da presente investigação foram desenvolvidos, os seus resultados serviram de suporte na orientação de diversas teses de mestrado e doutoramento atrás já referidas. A empresa *O-Pitblast* forneceu o suporte econômico necessário ao desenvolvimento dessas pesquisas.

Listamos abaixo algumas dessas dissertações e teses¹²¹ e citamos parte do contributo oriundo de dados gerados pelos algoritmos desenvolvidos.

6.6.1 Seism-O: desenvolvimento de uma aplicação para análise de vibrações em desmonte de rocha.

Dissertação de mestrado defendida na FEUP em novembro de 2017 pela estudante Raquel Carvalhinha Alves Sobral e orientada pelo Professor José Soeiro de Carvalho.

Na dissertação, a estudante explorou os sensores de um dispositivo móvel iPhone (iOS) para captar vibrações terrestres geradas por desmontes e o envio dessa informação a uma nuvem para posterior tratamento. O trabalho não apenas foi suportado pela *O-Pitblast* como também teve seus testes de campo financiados pela empresa. Em julho de 2017 o sistema desenvolvido foi testado numa mina de ouro na Mauritânia com resultados muito satisfatórios¹²². Os ensaios realizados e algoritmos desenvolvidos que foram utilizados (adaptados e em alguns aspectos melhorados) pela estudante foram publicados no *ISEE* (*International Society of Explosives Engineers*) em janeiro de 2018 (*Vibration Control Using a Smartphone- Accuracy, Validation and Potentialities*) como um dos artigos publicados pelo autor da presente tese no desenvolvimento da sua pesquisa para doutoramento. A estudante em questão foi contratada como Engenheira na empresa *O-Pitblast* e na data de hoje é gerente de vendas e produtos.



Figura 158: Raquel Carvalhinha, estudante coorientada em 2017.

¹²⁰ Desenvolvimento de um desviômetro para medição de desvio de furos. Tese de doutoramento já depositada e a ser defendida em 2021.

¹²¹ Todas as dissertações e teses citadas foram desenvolvidas em ambiente empresarial, dentro das instalações da empresa *O-Pitblast* e com a orientação de Vinicius Gouveia de Miranda.

¹²² Nota do autor.

6.6.2 Otimização de Parâmetros Geométricos em Diagramas de Fogo para Desmonte a Céu Aberto.



Figura 159: Pedro Reis, estudante coorientado em 2016.

Dissertação de mestrado defendida na FEUP em outubro de 2016 pelo estudante Pedro Alcides Santos Reis e orientada pelo Professor Alexandre Leite.

Nessa dissertação foram exploradas modelações matemáticas para otimização de parâmetros geométricos da pega de fogo com a finalidade de minimizar o custo geral do desmonte de rochas, sem levar em consideração os aspectos pós-desmonte, como por exemplo a carga, transporte e britagem. O estudante identificou as variáveis de decisão necessárias ao problema, as restrições e formulou a função objetivo que deveria ser minimizada (custo geral do desmonte). A base para a pesquisa do estudante foi desenvolvida pelo autor da presente tese e teve seus resultados publicados na *EFEE (European Federation of Explosives Engineers)* em setembro de 2017 (*Blast Pattern Expansion – A Numerical Approach*).

6.6.3 Proposta de algoritmo de otimização da inclinação de furos em desmonte a céu aberto.



Figura 160: Francisco Eduardo Almeida da Silva, estudante coorientado em 2018.

Dissertação de mestrado defendida na FEUP em outubro de 2018 pelo estudante Francisco Eduardo Almeida da Silva e orientada pelo Professor Alexandre Leite.

Nessa dissertação, o estudante investigou como modelar a decisão automática de escolha de afastamento e inclinação ótimos para um furo baseando-se na informação topográfica disponível. Para alcançar esse objetivo foi necessário desenvolver tratamentos específicos sobre a nuvem de pontos (a fim de otimizar o tempo computacional), encontrar novas bases para representação dos dados e posteriormente utilizar a modelação matemática para, aplicando técnicas de resolução de problemas lineares, encontrar os afastamentos e inclinações que melhor posicionaria os furos em uma bancada. A base para a pesquisa deste estudante foram os cálculos desenvolvidos pelo autor da presente tese para a análise de perfil crítico de furos.

6.6.4 Análise e controlo de interações entre operações unitárias mineiras.

Dissertação de mestrado defendida na FEUP em agosto de 2019 pelo estudante Diogo Filipe Pereira Queiroz e orientada pelo Professor Alexandre Leite.

Nessa dissertação, o estudante realizou uma pesquisa apurada sobre a influência do processo de desmonte de rochas no ciclo posterior de carga de equipamentos de transporte e o posterior impacto no custo da operação.



Figura 161: Diogo Queiroz, estudante coorientado em 2019.

Nesse trabalho, a empresa *O-Pitblast* desenvolveu um aplicativo móvel para a coleta de dados de tempos no ciclo de carregamento e forneceu ao estudante que, de posse dessa ferramenta, teve a possibilidade de estar durante 2 meses numa pedreira¹²³ do Norte de Portugal, coletando dados para posterior análise. Uma vez de posse de dados, foram necessárias aplicações de tratamento de dados, como análise de *clusters* e posterior medições econométricas (como, por exemplo, regressões). Finalmente, o estudante utilizou técnicas de Monte Carlo para simular situações futuras e sugerir melhorias para a performance deste elo da cadeia produtiva da pedreira em questão. As aplicações e algoritmos desenvolvidos que serviram de base para os estudos desse estudante formam parte de um artigo que seria publicado no *ISEE* 2021. Como, entretanto, esse evento foi cancelado devido à crise do CORONA vírus, o artigo em questão será reenviado para apreciação no próximo evento do *ISEE*.

6.6.5 Modelação Integrada e Simulação de Operações de Desmonte e Processamento de Recursos Minerais.

Dissertação de mestrado defendida na FEUP em julho de 2020 pelo estudante Auã Kiahla Palmares Araújo Oliveira e orientada pelo Professor Alexandre Leite.

Nessa dissertação, o estudante abordou a modelagem da fragmentação oriunda do desmonte (utilizando como base os artigos¹²⁴ publicados pelo autor desta tese) e como a respetiva curva de fragmentação integrada com a britagem primária, tendo para tanto que modelar o comportamento interno ao britador e sua respectiva curva resultante (assim como o custo associado ao mesmo). A investigação iniciada pelo estudante faz parte de uma das linhas de pesquisas atuais do departamento de pesquisa e desenvolvimento da *O-Pitblast* e encontra-se em fase de planeamento para o desenvolvimento de um novo produto a ser disponibilizado pela empresa. O estudante foi contratado pela empresa *O-Pitblast* após a conclusão de seu mestrado e hoje faz parte da equipa de Engenharia da empresa, participando ativamente de projetos especiais, entre eles a modelação de dados de perfuradoras.



Figura 162: Auã Kiahla, estudante coorientado em 2020.

¹²³ Uma pedreira da empresa TAgregados, parceira da O-Pitblast, que aqui presto meus agradecimentos por sempre atender nossas demandas acadêmicas e científicas.

¹²⁴ *Blast Pattern Expansion: A Heuristic Approach (ISEE 2019)* foi um dos artigos consultado.

6.6.6 Desenvolvimento de Equipamento para Avaliação de Desvios de Furos de Produção em Desmonte de Rochas não Magnéticas.



Figura 163: Gean Frank, estudante coorientado entre 2019 e 2021 (O-Pitblast).

Tese de doutoramento, cuja prova final já foi requerida pelo aluno Gean Frank Faustino no programa de doutoramento em Engenharia de minas de FEUP, com previsão de defesa ainda em 2021 e orientada pelo Professor José Soeiro de Carvalho.

Esse projeto de investigação pode ser considerado um dos grandes êxitos alcançados como resultado direto, tanto dos algoritmos desenvolvidos pelo autor da presente tese, como também pelo financiamento direto da empresa *O-Pitblast*. O tema da referida tese apareceu após a publicação de um artigo¹²⁵ do qual somos co-autores

onde se desenvolveu uma aplicação para utilizar os sensores de um telemóvel para aferir a forma de um furo. Com o resultado positivo da aplicação dessa pesquisa, o estudante de doutoramento Gean Frank foi convidado a desenvolver, partindo da pesquisa já iniciada, um equipamento robusto para a medição de desvio de furos. O projeto teve um custo aproximado de 120.000,00 € (cento e vinte mil euros) e foi totalmente custeado pela empresa *O-Pitblast*. Como resultado da investigação da tese de doutoramento já em fase de defesa, e um produto foi desenvolvido um produto novo que já se encontra no catálogo de recursos disponibilizados pela empresa *O-Pitblast*. Um pedido de patente está em análise e o produto superou as perspectivas de vendas. Um artigo¹²⁶ científico foi gerado com alguns resultados dos primeiros protótipos desenvolvidos e dos quais uns detalhes podem ser observados na **Figura 164**:



Figura 164: Protótipo do desviômetro e resultados obtidos.

¹²⁵ Miranda & Leite, Hole Deviation Monitoring and Control Using a Smartphone - Accuracy, Validation and Potentialities, 2018.

¹²⁶ Miranda V. , Leite, Frank, Carvalho, & Brito, 2019.

6.7 Valoração da Empresa

Com a finalidade de entender o atual valor da empresa do mercado, a consultora independente *Imperial Age*¹²⁷ foi contratada em agosto de 2020 para a realização desse tipo de aferição.

Foi feita uma previsão de lucros e perdas, fluxos de caixa e posterior análise do valor da empresa.

Nas tabelas utilizadas pela *Imperial Age* que se seguem para o cálculo solicitado, embora muitos valores estejam ilegíveis (por questões de confidencialidade), é possível perceber muitos dos parâmetros utilizados na respectiva valoração.

Ressaltamos a metodologia conservadora utilizada na previsão de vendas da empresa, uma vez que o ano de 2020 teve um resultado aproximadamente 20% superior ao previsto naquele momento, fazendo com que a metodologia utilizada subestimasse o valor real da empresa.



Projected Profit and Loss Statement (2020-2025) - Pessimistic Scenario

	2020 (f)	2021 (f)	2022 (f)	2023 (f)	2024 (f)	2025 (f)
Sales	488,125.4	588,125.4	1,088,125.4	1,088,125.4	1,088,125.4	1,088,125.4
Direct Cost of Sales	28,119.4	181,885.4	288,885.4	272,784.4	288,885.4	288,885.4
Operating Subsidies	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Work For Benefit of The Company	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Cost of Goods Sold	18,119.4	181,885.4	288,885.4	272,784.4	288,885.4	288,885.4
Supplies and External Services	178,885.4	181,885.4	288,885.4	272,784.4	288,885.4	288,885.4
Personnel Costs	188,885.4	181,885.4	288,885.4	272,784.4	288,885.4	288,885.4
Operating Income	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
Operating Costs	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
EBITDA	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4
Depreciation and Amortisation Costs	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
EBIT	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4
Net Financial Costs	11.0	11.0	11.0	11.0	11.0	11.0
EBT	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4
Income Tax	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
Net Profit	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4

Tabela 9: Resultados projetados.

Free cash-flows (2020-2025) - Pessimistic Scenario

	2020 (f)	2021 (f)	2022 (f)	2023 (f)	2024 (f)	2025 (f)
EBITDA	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4
Income Tax	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
Cash-flow	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4
Investment into working capital	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
CAPEX	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
Total Investment	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0	11,111.0
Free Cash-flow	288,885.4	288,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4	488,885.4

Tabela 10: Fluxos de caixa projetados.

Business value computation - Pessimistic Scenario

	Perpetuity		
Discount rate	0,50%	1,00%	1,50%
6,50%	1,111,111.1	1,111,111.1	1,111,111.1
7,00%	1,111,111.1	1,111,111.1	1,111,111.1
7,45%	1,111,111.1	1,111,111.1	1,111,111.1
8,00%	1,111,111.1	1,111,111.1	1,111,111.1
8,50%	1,111,111.1	1,111,111.1	1,111,111.1

Tabela 11: Computação do valora da empresa.

¹²⁷ <https://imperialage.pt/>.

Business value computation - Pessimistic Scenario						
	2020 (f)	2021 (f)	2022 (f)	2023 (f)	2024 (f)	2025 (f)
Free Cash-flow	100.000,0	100.000,0	100.000,0	100.000,0	100.000,0	100.000,0
Terminal Value						1.000.000,0
Discount Factor			0,909	0,826	0,747	0,676
Discounted Free Cash-flow	100.000,0	100.000,0	90.909,0	82.645,0	74.725,0	67.632,0
Business Value	7.077.010 €					

Tabela 12: Valor do negócio.

Como é possível concluir, a empresa *O-Pitblast* foi avaliada em um pouco mais de 7 (sete) milhões de euros, após 5 anos da sua criação.

6.8 Opinião do Utilizador

Uma das maneiras empíricas que temos para avaliar a qualidade dos algoritmos desenvolvidos e o grau de receptividade dos produtos gerados por tal ferramenta (como é o caso do *O-Pitblast*) é ouvir a opinião de pessoas que estão a usar tais plataformas. Tão importante quanto a opinião é também o grau de inserção e conhecimento¹²⁸ da pessoa que opina sobre as aplicações de simuladores de desmonte de rochas.

Algumas opiniões¹²⁹ de importantes profissionais de relevantes empresas globais correlatas ao desmonte de rochas foram compiladas e apresentadas abaixo:



“Cada integrante del equipo *O-Pitblast* está siempre dispuesto a ayudar y brindar soluciones rápidas y eficaces. El software es una potente herramienta la cual ha demostrado estar al nivel de las necesidades que el proceso minero exige”.

Diego Zenteno

Project Engineer, Customer Experience and Digital Transformation
Enaex



“From my experience with the various *O-Pitblast*'s team members, I was impressed mostly by their personal attitudes. It would be great to have the same experience when contacting other such firms! They provided me with the essential information required in order for me to reach a conclusive decision”.

Avraham Ayalon
Safety Inspector
WSP



“*O-Pitblast* es mas que un software de diseño de la perforación y voladura, es una herramienta que permite generar valor a través de la optimización de costos y la mejora de la productividad en el area de perforación y voladura”.

Marco Arellano
Business Sales Manager
BlastMine Consultores

¹²⁸ Nota do autor.

¹²⁹ Esses relatos são públicos e podem ser encontrados nas redes sociais da empresa *O-Pitblast*. Uma dessas redes pode ser acessada através de <https://www.facebook.com/OPitblast/>.



blast packages”.

“*O-Pitblast* has enabled us to get a head start into drill and blast as the company is getting on its feet. *O-Pitblast* software is easy to use, and easy enough to learn with the wide range of tutorials, videos and manuals. With the support online and from the *O-Pitblast* team we are now generating high quality drill and

Matt Kison
Drill and Blast Supervisor
Agile Mining Services



“*O-Pitblast* software is easy to learn, simple to use and has a field-based App that allows for the capture of actual field data in real time. These features provide real benefits to any drill & blast operation and if the data is used correctly, provides information for ‘on the go’ adjustments to be made in the field before blasting, thereby allowing for good, solid drill & blast outcomes”.

Barry McCreadie
Drill & Blast Operational Consulting Engineer
MinBlast



“The *O-Pitblast* team has a goal of providing you with a solution. If you have a project in mind, they will go above and beyond to help. I choose to do business with *O-Pitblast* because of their products and the people who stand behind them. Not only am I happy to be a customer but I am happy to be a friend of *O-Pitblast*”.

Evan Thibaud
CEO
Pneu Wave Consulting Inc.



“*O-Pitblast* and Wipfrag are invaluable tools in the continuous improvement cycle of open pit blasting”.

Thomas Palangio
CEP
WipWare Photoanalysis Systems



“*O-Pitblast* has been a key component to our success, thanks to their on-going software development, support team and progressive thinking, we are able to provide cost effective solutions for our clients with 100% confidence in the outcomes”.

Forrester Dobson
Founder
Photinus xyz

7 Conclusões e trabalhos futuros

A pesquisa e investigação que culminou com a presente tese remete não apenas ao início dos estudos no Programa Doutoral em Engenharia de Minas e Geo-Recursos, da Universidade do Porto mas aos tempos de licenciatura na Universidade Federal de Pernambuco, onde o presente autor já desenvolvia seus primeiros estudos direcionados para a criação de simuladores dirigidos ao desmonte de rochas. Em todos esses anos dedicados à indústria do desmonte de rochas e aplicações de explosivos civis, foi possível identificar a carência do mercado em soluções tecnológicas acessíveis que, efetivamente, pudesse aportar valor técnico e económico ao processo do desmonte assim como gerar níveis de segurança e confiança deste tipo de atividade.

Uma vez que os resultados desta linha de investigação foram direcionados para o desenvolvimento de um simulador, foi possível identificar uma série de benefícios para dois grandes grupos:

- Empresas do setor mineiro;
- Universidades com unidades curriculares direcionadas ao desmonte de rochas.

É indiscutível a receptividade positiva dos resultados da investigação (inseridos no simulador *O-Pitblast*) por parte da indústria, bem patentes nos acordos já estabelecidos com empresas gigantes do setor, como a *FORCIT* e a *ENAEEX*, como também nos inúmeros artigos frutos dessa pesquisa que foram apresentados nos congressos mais importantes do setor a nível mundial. Podemos observar um resumo na **Tabela 13**:

Título	Data	Local	Resumo
Vibration Monitoring Using In-house Developed Devices: A Taylor's Approach	Jan/2020	ISEE	Uso da série de <i>Taylor</i> para transformar dados de aceleração em velocidade e desenvolvimento de equipamento para captação de aceleração gerada por desmonte de rochas.
Controlo do desvio de furos através do uso de sensores eletrónicos: uma aproximação de Euler	Dez/2019	Boletim Informativo DETÓNICA	Desenvolvimento de equipamento para a medição de desvio de furos.
Borehole deviation control using electronics: An Euler's approach	Jun/2019	DCE 19: 3rd Doctoral Congress in Engineering	Determinação do formato dos furos utilizando acelerómetros e o método de Euler.
Use of accelerometers for the measurement of vibrations from rock blasting: a Taylor's approach	Jun/2019	DCE 19: 3rd Doctoral Congress in Engineering	Desenvolvimento de um sismógrafo utilizando acelerómetros e aplicação da série de Taylor para encontrar a velocidade partindo da discretização da aceleração.
Uso de Krigagem ordinária na previsão de vibrações	Mai/2019	IX Fórum de Mineração, UFPE	Aplicação de krigagem ordinária para previsão de níveis de vibrações geradas por desmonte de rochas.
Borehole Deviation Control Using Electronics: An Euler's Approach	Fev/2019	Newsletter EFEE	Desenvolvimento de equipamento para a medição de desvio de furos.
Blast Pattern Expansion: A Heuristic Approach	Jan/2019	ISEE	Desenvolvimento de um algoritmo heurístico para a otimização de parâmetros geométricos do desmonte de rochas.

Conclusões e trabalhos futuros

Borehole Deviation Control Using Electronics: An Euler's Approach	Jan/2019	ISEE	Desenvolvimento de equipamento para a medição de desvio de furos.
UAV Application for Blast Design and Fragmentation Analysis	Ago/2018	ISERME	Aplicação de drones para planejamento de desmontes e análise de fragmentação.
Vibration Monitoring using an iPhone - Accuracy, validation and potentialities	Jan/2018	ISEE	Desenvolvimento de uma aplicação móvel para detecção de ondas mecânicas geradas por desmonte e a construção de leis de atenuação.
Pattern Expansion Optimization Model based on fragmentation analysis with Drone Technology	Jan/2018	ISEE	Uso de drones para o auxílio de mapeamento de fragmentação visando o processo de abertura de malha.
Novas Tecnologias Para o Controle e otimização de desmonte de rocha	Nov/2017	Boletim Informativo DETÓNICA	Novas tecnologias e suas aplicações no setor mineiro.
Perifilometria 3D: Como e Porque Modelar os dados	Jun/2017	VIII Fórum de Mineração, UFPE.	Tratamento de dados oriundos de equipamentos laser 3D.
A New Approach to 3D Modulation of Blast Free Faces	Jan/2017	ISEE	Proposta de metodologia para modelagem de terrenos com os dados do laser 3D e detecção de pontos extremos.
A New Blast Vibration Analysis Methodology	Jan/2017	ISEE	Nova proposta para a determinação de lei de atenuação mediante utilização de clusters.

Tabela 13: Lista de artigos publicados durante o doutoramento.

Podemos destacar também alguns capítulos de livros de interesse que foram gerados como resultado direto das aplicações e desenvolvimentos levada cabo pela investigação realizada. Podemos ver mais detalhes na **Tabela 14**:

Título	Ano	Local	ISBN
A new tool for hole deviation control – a statistical analysis	2019	10th EFEE: World Conference on Explosives and Blasting, Helsinki	978 0 9550290 6 6
The use of 3D accelerometer and gyro sensors in smartphones to measure the blasthole deviation in non-magnetic rock	2018	12th International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting, Luleå	978-91-7790-134-1
Blast Pattern Expansion – A Numerical Approach	2017	9th EFEE: World Conference on Explosives and Blasting, Stockholm	978 0 9550290 5 9

Tabela 14: Capítulo de livro sobre assunto de interesse da ciência.

A produção científica por si só é um indicativo dos resultados positivos que, associados à aceitação do mercado dos produtos gerados na presente tese podem permitir concluir que as hipóteses¹³⁰ formuladas à partida pelo autor da tese, foram validadas uma vez que foi possível gerar um software/plataforma que atende as exigências do mercado a nível global. Os algoritmos desenvolvidos mostram-se robustos e a ampla gama de ferramentas matemáticas utilizadas convergiram para a criação de soluções inovadoras para a indústria.

¹³⁰ Será possível desenvolver algoritmos e metodologias (incluindo adaptar as existentes) que visem a criação de soluções tecnológicas para o setor do desmonte de rochas com recurso à explosivos que gerem como resultado uma ferramenta/plataforma que possa ser utilizada à escala global atendendo as demandas exigentes do mercado? Se sim, seria possível desenvolver essa solução a preços acessíveis e atraentes para esse mercado? Esses são alguns dos planteamentos que foram levantados na pré-produção da presente tese.

Desde o ponto de vista dos resultados aplicados à melhoria do ensino das unidades curriculares ligadas à área da lavra de minas, ficou também evidenciada a clara e importante aportação aos estudantes já descritas pelo Professor Dr. Alexandre Leite¹³¹ assim como as dissertações de mestrado (e uma tese de doutoramento) que apenas foram possíveis ser realizadas devido à base científica fornecida pelas pesquisas desenvolvidas no ambiente de construção desta tese.

Muita mais tecnologia foi construída ao longo desses anos de estudos e aplicadas ao simulador desenvolvido, mas acreditamos que as tecnologias aqui descritas são as mais importantes e também a base para um futuro desenvolvimento ou até mesmo para uma leitura inicial aos que querem vir a ser artífices de novos simuladores. Como se espera, o trabalho é dinâmico e deve-se continuar como linha de pesquisa e investigação a fim de aprimorar ainda mais os produtos e, com isso, acrescentar valor ao mercado mineiro.

Como proposta de pesquisa e desenvolvimento mais imediatas, no futuro mais próximo, alguns pontos importantes podem ser citados, sendo que aqui e destacamos apenas dois: a reconstrução de terreno e a lavra subterrânea.

7.1 Reconstrução de terreno

Os algoritmos de triangulação aqui apresentados são eficientes e amplamente utilizados, sendo esses muito importantes para o desenvolvimento de qualquer simulador que pretenda usar informação topográfica, mas, para determinadas situações, a triangulação sobre um plano fixo pode aportar distorções no que diz respeito à realidade que precisa ser tratada. Ao utilizar técnicas como a reconstrução de terreno de *Poisson* podemos superar, para determinadas situações, esse tipo de problema.

Para exemplificar esta problemática, apresenta-se na **Figura 165** um conjunto de pontos pertencentes à morfologia de uma pedreira (e as isolinhas com o intuito apenas de facilitar a visualização e entendimento dos dados):

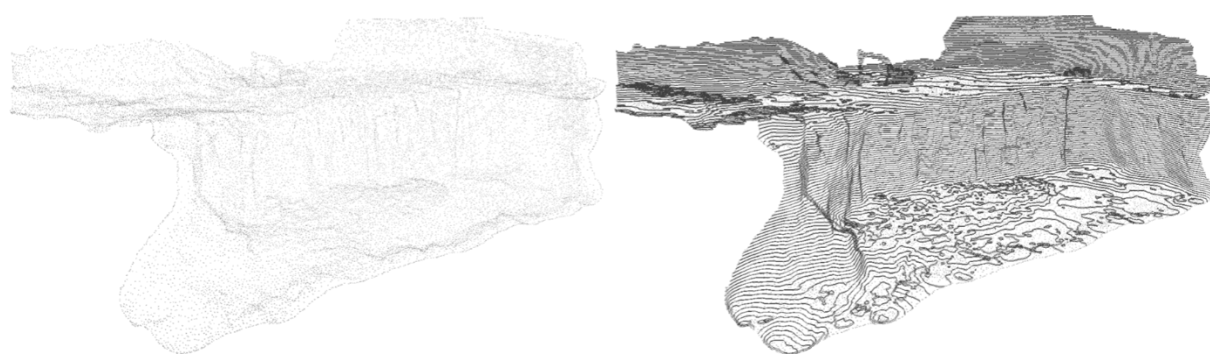


Figura 165: Nuvem de pontos de uma pedreira e isolinhas (direita).

Podemos observar claramente que alguns pontos (que foram captados com a ajuda de um drone) são referentes a um equipamento de carga que se encontrava

¹³¹ Subcapítulo 6.5 “Universidades”, p. 120.

no local e que possuem altitude claramente mais elevada que os pontos que realmente representam o terreno, como podemos observar na **Figura 166**:

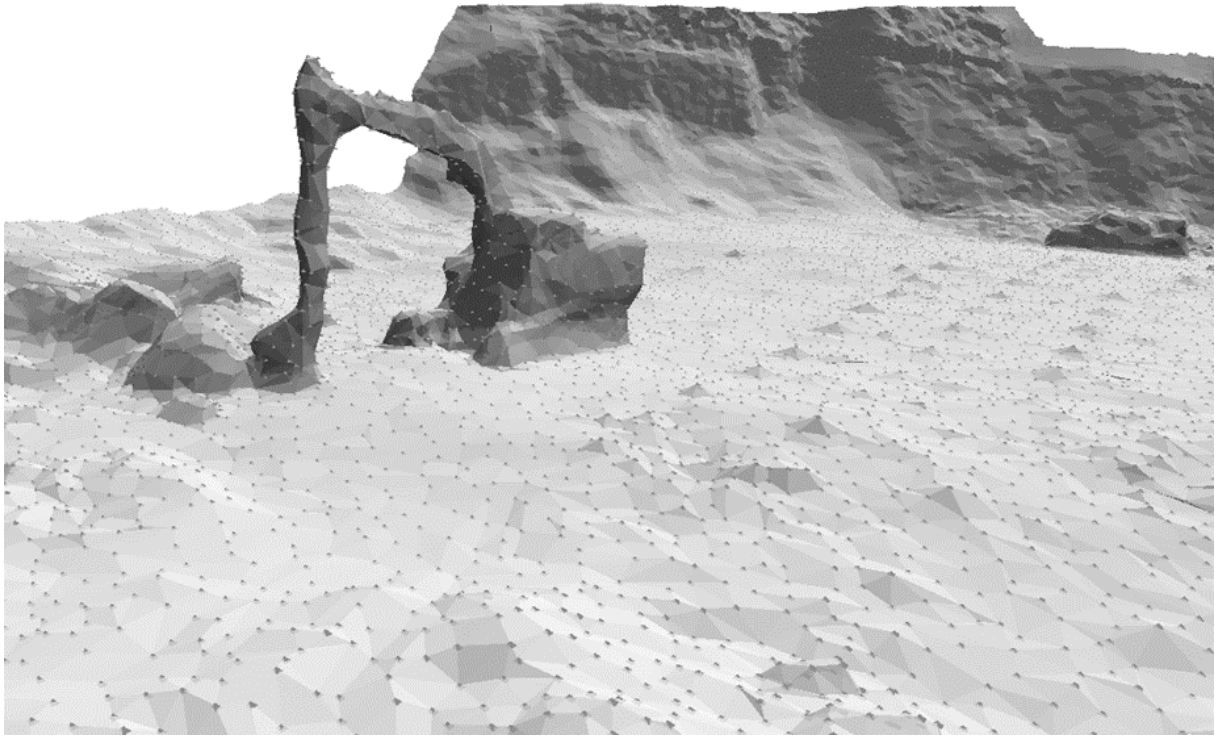


Figura 166: Equipamento de carga presente na bancada no momento da coleta de dados.

O algoritmo de *Delaunay*, ao escolher um plano quase horizontal para realizar a triangulação (e pelas razões amplamente discutidas no capítulo 2) não consegue tratar adequadamente os pontos anômalos, cabendo ao algoritmo detector de outliers eliminar esses pontos. Um resumo desta proposta de melhoria futura pode ser visto na **Figura 167**:

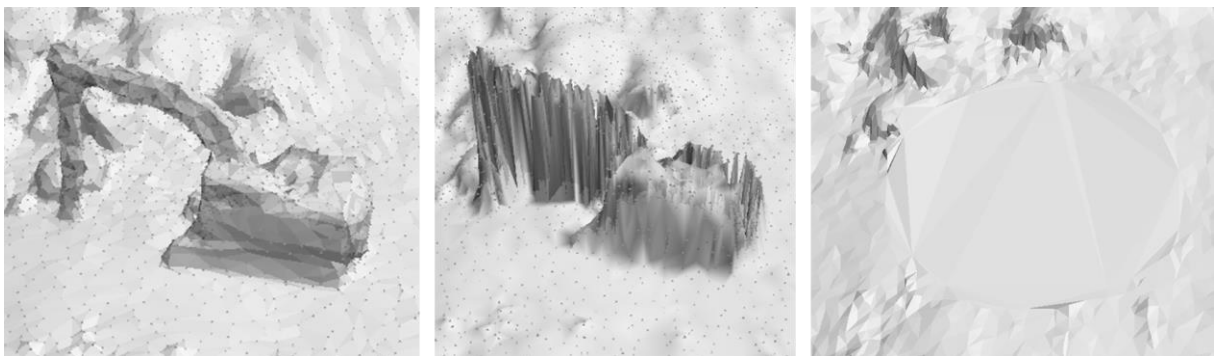


Figura 167: Pontos tratados pela reconstrução de *Poisson* (esquerda), por *Delaunay* (centro) e terreno após remoção de *outliers* (não automática).

Como se pode concluir, o desenvolvimento de um modelo não baseado em hiperplanos (como pode ser o de *Poisson*) poderá vir a ser incorporado no simulador. As dificuldades para tal implementação residem na complexidade dos algoritmos

envolvidos, uma vez que, por exemplo, o cálculo dos vetores normais aos pontos¹³² pode ser bastante trabalhoso.

7.2 Lavra Subterrânea

Como foi possível avaliar, todas as aplicações utilizadas como resultado da presente tese, foram direcionadas para as operações em predreira ou mina a céu aberto. Embora o foco do presente trabalho tenha sido limitado a este tipo de método de exploração, é indiscutível a importância das operações subterrâneas no mundo da mineração. Com esse pensamento em mente, podemos afirmar que o desenvolvimento de algoritmos e simuladores para operações de desmonte com explosivos em ambiente subterrâneo pode e deve ter lugar. Os algoritmos apresentados nesta tese, se adaptados, podem ser utilizados para esse propósito. Um software para essa finalidade, encontra-se em fase de desenvolvimento na empresa *O-Pitblast* sendo possível partilhar desde já o aspecto de seu módulo de túnel na **Figura 168**:

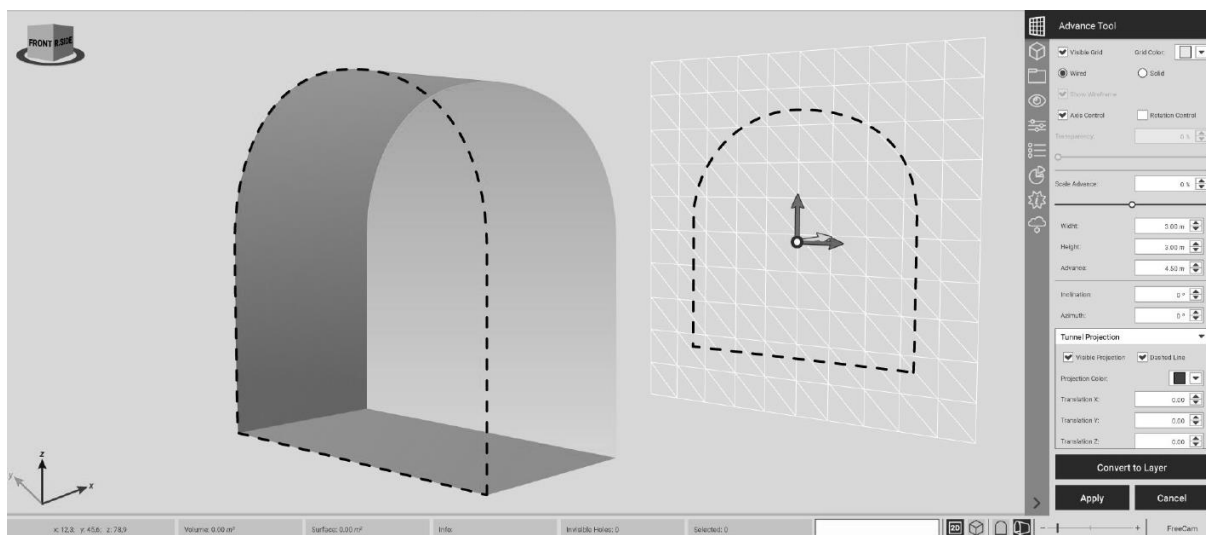


Figura 168: Imagem do software O-Pitblast UG, em desenvolvimento e com previsão de lançamento para o final de 2021.

¹³² Etapa exigida pelo algoritmo de reconstrução de terreno de *Poisson*.

8 Bibliografía

- Akay, A. (2008). A renaissance in engineering PhD education. *European Journal of Engineering Education*, 403-413.
- Akkoyun, O., & Careddu, N. (2015). Mine Simulation for Educational Purposes: A Case Study. *Computer Applications in Engineering Education*, págs. 286-293.
- Almeida da Silva, F. (2018). Proposta de Algoritmo de Otimização da Inclinação de Furos em Desmonte a Céu Aberto. *Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de Mestre em Engenharia de Minas e Geo-Ambiente. FEUP*.
- Anderson, D. (2000). *The 8 Millisecond "Criterion": Have We Delayed Too Long in Questioning It?* ISEE - International Society of Explosives Engineers.
- Aurenhammer, F., Klein, F., & Lee, D. (2013). *Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulation*.
- Batra, A. (2011). Analysis and Approach: K-Means and K-Metoids Data Mining. 5 *IEEE International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies*, (págs. 274-279).
- Bermingham, L., & Birch, W. (2013). Effects of Topography on air overpressure from quarry blasting - a case study. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Bernard, T. &. (2014). Blasting 1 Million Tons, 205 Meter from a Town. *ISEE-International Society of Explosive Engineers*.
- Bhandari, S. (1997). *Engineering Rock Blasting Operations*. Rotterdam Brookfield: A.A.Balkema.
- Bhandari, S., & Bhandari, A. (2019). Innovative Online Technology Enabling Optimization in Blasting Operations. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*, págs. 543-551.
- Bickford, D. (2019). *DaveyTronic®SP Datasheet*.
- BlastMetrix. (15 de 10 de 2019). *BlastMetrix 3D*. Obtenido de <http://3gsm.at/produkte/blast-metrix/>
- Bondy, J., & Murty, U. (1976). *Graph Theory with Applications*. New York: Elseview.
- Bondy, J., & Murty, U. (2008). *Graph Theory: An Advanced Course*. Springer.

- Boulos, P. (2005). *Geometria Analítica: um tratamento vetorial*. São Paulo: MAKRON Books do Brasil.
- Brenner, A., Shacham, M., & Cutlip, M. (Outubro de 2005). Applications of Mathematical Software Packages for Modelling and Simulations in Environmental Engineering Education. *Environmental Modelling and Software*, págs. 1307-1313.
- Bronson, R. (1985). *Pesquisa Operacional*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil.
- Brunton, I. T. (2003). Impact of Blast Fragmentation on Hydraulic Excavator Dig Time. *5TH Large Open Pit Mining Conference*, (págs. 39-48).
- Buffham, B. (2012). A Few Timing Concepts. *Quarry*.
- Campos, A., Oliveira, J., & Cruz, J. (2015). *Otimização Não-Linear em Engenharia*. Lisboa.
- Carvalhinha Alves Sobral, R. (2017). *Seismo: Desenvolvimento de uma aplicação para análise de vibrações em desmonte de rochas*. Porto: FEUP.
- Catasús, P. S. (2004). *Análisis Experimental de la Fragmentación, Vibraciones y Movimiento de la Roca en Voladuras a Cielo Abierto*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas.
- Cavanough, G., Torrance, A., Rock, J., & Olsson, A. (2015). Measurement and Assessment of Bulk Explosive Products. *Fragblast 11*.
- CFR , C. (2018). *Title 30: Mineral Resources*. Office of the Federal Register National Archives and Records Administration.
- Chadwick, J. (2016). Better blasts. *International Mining* , 46-55.
- Chavez, R., Farnfield, R., & Lachamp, M. (2019). Algorithms for Adaptive Solution: Essential Tools for Operational Blast Optimization. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*, págs. 553-563.
- Chun-ruia, L., Li-jun, K., Qing-xing, Q., De-bing, M., Quan-ming, L., & Gang, X. (2009). The numerical analysis of borehole blasting and application in coal mine roof-weaken. *The 6th International Conference on Mining Science & Technology* , 451-459.
- Cuevas Jiménez, E., Oliva Navarro, D., Osuna Enciso, J., & Díaz Cortés, M. (2017). *Optimización: Algoritmos programados con MATLAB*.
- Cunningham, C. (2005). The Kuz-Ram fragmentation model - 20 years on. *Brighton Conference Proceedings*. European Federation of Explosives Engineers.

Bibliografía

- Czaplicki, J. (2014). *Statistics for Mining Engineering*. Leiden: CRC Press/Balkema.
- Dantzig, G. (1963). *Linear Programming and Extensions*.
- De Berg, M., Cheong, O., Kreveld, M. V., & Overmars, M. (2008). *Computational Geometry - Algorithms and Applications*.
- Domingo, J. F., Leite, F. S., Miranda, V. G., & Carrasco, I. C. (2015). Dilution, Ore Grade and Blast Movement Calculation Model. *Fragblast 11*, (págs. 71-78). Sydney.
- Duarte Muñoz, A., Pantrigo Fernández, J., & Gallego Carrillo, M. (2007). *Metaheurísticas*. Madrid: Dykinson, S.L.
- Duvall, W., Johnson, C., Meyer, A., & Devine, J. (1963). Vibrations from Instantaneous and Millisecond-delayed Quarry Blasts. *U. S Dept. of the Interior, Bureau of Mines*.
- Enaex. (03 de 03 de 2021). *Enaex news*. Obtenido de <http://enaex-news-pt.501.cl/2020/07/22/news-edicao-04/>
- Ertugrul, N. (2000). Towards Virtual Laboratories: a Survey of LabVIEW-based Teaching/Learning Tools and Future Trends. *Int. J. Eng. Educ.* 16, págs. 171-180.
- Eye 2 Map*. (02 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.eye2map.com/>
- Floyd, J. (2010). Efficient Blasting Techniques for Surface Mining Operations. *Blast Dynamics Seminar*.
- Floyd, J. (30 de 11 de 2019). *Blast Dynamics*. Obtenido de <http://www.blastdynamics.com/>
- Forcit O-Pitblast*. (12 de 10 de 2019). Obtenido de <https://forcit.fi/en/explosives-2/o-pitblast-3/>
- Galton, F., & Hamilton Dickson, J. (1886). Family Likeness in Stature. *Royal Society of London*, 42-73.
- Gass, S. I., & Assad, A. (2005). *An Annotated Timeline of Operations Research: An Informal History*. Boston: Kluwer Academic.
- Giles, E., & Roller, E. (2012). Flyrock Elimination Program Part 2: Profilers and Boretracks. *ISEE: International Society of Explosives Engineers*.
- Gilman, J., & Ozgen, C. (2013). *Reservoir Simulation: History Matching and Forecasting*. spe.

Bibliografía

- Giraudi, A., Cardu, M., & Kecojevic, V. (2009). An Assessment of Blasting Vibrations: A Case Study on Quarry Operation. *American Journal of Environmental Sciences*, 468-474.
- Gleeson, D. (August de 2019). Explosives & Blasting. *International Mining*.
- Goldbarg, M. C., & L. Luna, H. P. (2000). *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. Rio de Janeiro: Campus.
- Goldbarg, M., & Goldbarg, E. (2012). *Grafos: Conceitos, Algoritmos e Aplicações*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Goldberger, A. (1991). *A Course in Econometrics*. Cambridge: Havard University Press.
- Goldsman, D., Nance, R., & Wilson, J. (2009). A Brief History of Simulation. *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference*.
- Golub, G., & Öliger, J. (s.f.). A brief introduction to quasi-Newton methods. *Numerical Analysis: Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, 19-52.
- González Manteiga, M. (2003). *Modelos Matemáticos Discretos en las Ciencias de la Naturaleza*. Madrid: Díaz de Santos.
- Gordon, V., & Clevenger, J. (2017). *Computer Graphics Programming in OpenGL with Java*. Mercury Learning and Information.
- Grimm, K. (2018). Assessing the Industrial PhD: Stakeholder Insights. *Journal of Technology and Science Education*, 214-230.
- Grubbs, F. (1969). Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples. *Technometrics* 11, 1-21.
- Gujarati, D. &. (2019). *Econometría*. McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de.
- Hamming, R. (1971). *Introduction to Applied Numerical Analysis*. New York: Mcraw-Hill.
- Hamming, R. W. (1973). *Numerical Methods for Scientists and Engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Higgins, M. (1997). JK Simblast - New Software for the Design, Simulation and Analysis of Blasting. *Seventh Annual High-Tech Seminar - State.of.Art Blasting Technology Instrumentation and Explosives Applications - Volume 2*, págs. 641-657.

Bibliografía

- Higgins, M. (1998). JK Simblast - Blast Simulation and Management. *Eighth High Tech Seminar: Blasting Technology, Instrumentation and Explosives Applications*.
- Higgins, M., & Riihioja, K. (2004). Design Software for ELectionic Detonators. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2010). *Introduction to Operations Research*. New York: McGraw-Hill.
- Hjelle, O., & Daehlen, M. (2006). *Triangulations and Applications*. Lysaker.
- Hustrulid, W. (1999). *Blast Principles for Open Pit Mining*. Rotterdam Brookfield: A.A.Balkema.
- Jimeno, C. L., Revuelta, M. B., Sánchez-Porro, J. R., & Bermúdez, P. G. (2000). *Manual de Aplicaciones Informáticas en Minería*. Madrid.
- Kuckartz, B., Gewher, J., Munaretti, E., McClure, R., Mendonca, C., Kloeckner, J., . . . Souza, L. (2013). Blasting Optimization using 3D Photogrammetry in a South Brazilian Quarry. *ISEE- International Society of Explosives Engineers*.
- Kuovonen, T. (September de 2019). Optimization of Surface Drilling and Blasting Process Applying Sattellite Based Positioning Systems and Blast Design Applications. *Newsletter EFEE*.
- Landey, K., & Gerst, E. (2018). Downstream Benefits of Optimized Drilling. San Antonio: ISEE - International Society of Explosives Engineers.
- Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo Volume 1*. São Paulo: McGraw-Hill.
- Lee, D. T., & Schachter, B. J. (1980). Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. *International Journal of Computer and Information Sciences*, págs. 219-242.
- Lengyel, E. (2012). *Mathematics for 3D Game Programming and Computer Graphics*. Boston: Course Technology.
- Li, L., Silva-Castro, J., & Hoffman, J. (2015). *Overlapping Timing Analysis for a Single Blast Hole*. ISEE - International Society of Explosives Engineers.
- Li, X., Xu, Z., Zhang, D., & Guo, L. (2018). Blasting technique for optimizing the comprehensive cost of mining and mineral processing. *12th International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting*, 47-55.
- Lipschutz, S. (1994). *Álgebra Linear: teoria e problemas*. São Paulo: Makon Books.

Bibliografía

- Lon, S., & Dale, R. (2016). Unmanned Aircraft Systems Use in Blasting Operations. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- López Jimeno, C. L. (2017). *Manual de Perforación, Explosivos y Voladuras*. Madrid: ETSI Minas y Energía - Universidad Politécnica de Madrid.
- Lusk, B., Hoffman, J., Castro, J., & Wedding, W. (2012). Evaluation of Emergent Electronic Detonators and Modern Non-electric Shocktube Detonators Accuracy. *Blasting and Fragmentation*, 1-18.
- Manual de Empleo de Explosivos*. (2004). Madrid: Unión Española de Explosivos.
- Martin Schrier, M. (2018). Quarry Rehabilitation and Revival: A Case Study. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Martin, P. L. (2004). Drill and Blast Optimization at the Sparkhule Limestone Quarry. *ISEE: International Society of Explosives Engineers*.
- Mathews, J., & Fink, K. (2000). *Métodos Numéricos con MATLAB*. Madrid: PRENTICE HALL.
- MAXAM Chemicals (Shandong) Co, L. (s.f.). RIONEL DDX. *Technical Data Sheet*. España.
- McKee, D. J. (2013). *Understanding Mine to Mill*. The Cooperative Research Centre for Optimising Resource Extraction (CRC ORE).
- Meyer, C. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Meyer, P. (1983). *Probabilidade: Aplicações à Estatística*. Rio de Janeiro: LTC.
- Migairou, P.-L. (2009). Case Studies Demonstrating Electronic Initiation Versatility. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Miranda, V., & Leite, F. (2018). Hole Deviation Monitoring and Control Using a Smartphone - Accuracy, Validation and Potentialities. *Fragblast 12*.
- Miranda, V., & Leite, F. (2018). The use of 3D Accelerometer – And Gyro Sensors in Smartphones to Measure the Blasthole Deviation in Non-Magnetic Rock. *12th International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting*.
- Miranda, V., & Leite, F. (2018). Vibration Control using an iPhone - Accuracy, validation and potentialities. *ISEE: International Society of Explosives Engineers*.
- Miranda, V., Couceiro, P., & Blazquez, J. (2014). Rioblast: Software de diseño y simulación. *Congresso de Áridos*. Madrid.

Bibliografia

- Miranda, V., Leite, F., & Frank, G. (2017). Blast Pattern Expansion - A numerical Approach. *European Federation of Explosives Engineers - 9th World Conference - Stockholm*.
- Miranda, V., Leite, F., Frank, G., Carvalho, J., & Brito, P. (2019). Borehole Deviation Control Using Electronics: An Euler's Approach. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Miranda, V., Leite, F., Jesus, C., & Sobral, R. (2017). A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces. *International Society of Explosives Engineers - 43rd Annual Conference on Explosives & Blasting Technique - Orlando, Florida, USA*.
- Moore, A., & Richards, A. (2003). *The Eight Milissecond Time Window Myth*. Fifth Large Open Pit Mining Conference.
- Moore, P. (October de 2019). Meet the AXL. *International Mining*, 16-18.
- Murthy, V. M. (2003). Prediction of Overbreak in Underground Tunnels Blasting: a Case Study. *Journal of Canadian Tunneling Canadien*, págs. 109-115.
- Newman, J. R. (1956). *The World of Mathematics, vol. 2*. Simon & Schuster.
- Novalés Cinca, A. (1993). *Econometría*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.
- Ogata, Y., Wada, Y., & Katsuyama, K. (1997). Observation and Numerical Simulation of Fly Rock caused in Bench Blasting. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- O-Pitblast. (01 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.o-pitblast.com>
- Orica Blast IQ ShotPlus. (12 de 10 de 2019). Obtenido de <https://www.orica.com/Products---Services/Mining-Services/BlastIQ/Technologies/shotplus#.XaIEkkZKgow>
- Orive, J., Laredo, R., Domingo, J., & Sadek, J. (2017). Innovation in up-hole deviation measurements in sublevel stoping mines. *EFEE: European Federation of Explosives Engineers*, 397-404.
- Pearson, K., & Lee, A. (1903). On the Laws of Inheritance in Man. *Biometrika*, 357-462.
- Pedrosa, A., & Gama, S. (2016). *Introdução Computacional à Probabilidade e Estatística com Excel*. Porto: Porto Editora.
- Pereira, J., Gomes, M., Ferreira, A., Coelho, A., & Brisson, J. (2018). *Introdução à Computação Gráfica*. FCA.

Bibliografía

- Platt, J. &. (2016). Profile, Profile, Profile. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Polya, G. (1957). *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- Preece, D., & Ching, S. (2005). *The Effect of Electronic Detonators and Precise Detonation Timing on Blasting Induced Rock Movement*. ISEE - International Society of Explosives Engineers.
- Preece, D., & Lownds, C. (2009). 3D Computer Simulation of Bench Blasting with Precise Delay Timing. *Blasting and Fragmentation*, págs. 227-240.
- Pukelsheim, F. (1994). The Three Sigma Rule. *The American Statistician*, 1-10.
- Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada*. Lisboa: Sílabo.
- Reisz, W., McClure, R., & Bartley, D. (2006). *Why the 8MS Rule Doesn't Work*. ISEE - International Society of Explosives Engineers.
- Renishaw. (2014). Brochure - Quarryman® Pro.
- Rock Blast. (02 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.rockblast.cl/>
- Rosario, A., González, R., & Viejo, B. (2019). Drill and Blast Digitalization. *ISEE - International Society of Explosive Engineers*, págs. 221-227.
- Santana, A., & Queiró, J. (2010). *Introdução à Álgebra Linear*. Lisboa: Gradiva.
- Scania. (2019). *Scania's new cableless truck runs without a safety driver*. Recuperado el 11 de 10 de 2019, de <https://www.scania.com/group/en/a-new-cableless-concept-revealing-scania-axl/?sf219886182=1>
- Shapiro, G., & Worsey, P. (2019). Burden Profiling: Do You Measure What You Think You Do? *ISEE - International Society of Explosives Engineers*, págs. 387-396.
- Silveira Ferreira, P. J. (2013). *Princípios de Econometria*. Venda do Pinheiro: Rei dos Livros.
- Simmons, B. (02 de 07 de 2016). *Mathwords*. Obtenido de <http://www.mathwords.com/o/outlier.htm>
- Stauffer, M. (2019). *Laravel: Up & Running: A Framework for Building Modern PHP Apps*. O'Reilly Media.
- Taha, H. A. (2008). *Operations Research*. Brasil: Pearson Prentice Hall.

Bibliografía

- Tamir, R., & Everett, J. E. (2018). A pit to gate multivariable cost control model. *12Th International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting* (págs. 363-372). Lulea, Sweden: Lulea University of Technology.
- Tan, P.-N., Steinbach, M., & Kumar, V. (2005). *Introduction to Data Mining*.
- Teowee, G., & Lansburg, D. (2011). Blasting Topologies for Electronic Initiation Systems. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Tormos, P., & Lova, R. A. (2003). *Investigación Operativa para Ingenieros*. Valencia: Universidade Politécnica de Valencia.
- Venkataraman, P. (2009). *Applied Optimization with MATLAB Programming*. Wiley.
- Verma, H. K. (2014). Blast Induced Damage to Surrounding Rock Mass in an Underground Excavation. *Journal of Geological Resources and Engineering*, págs. 13-19.
- Vitoriano, B. (2011). Modelos Deterministas en Logística: Modelos de Programación Matemática, Optimización en Redes, Planificación de Proyectos y Secuenciación en Máquinas. *Universidad Complutense de Madrid - Facultad de Ciencias Matemáticas*.
- Wheeler, R. (1988). How Millisecond Delay Periods may Enhance or Reduce Blast Vibration Effects. *Mining Engineering Vol. 40, no. 10*, 969-973.
- Wiegand, J. E., & Valentim, L. (2016). Using Photogrammetry Data from Unmanned Aerial Vehicle (UAV), Small Unmanned Aircraft Systems (sUAS) for Blast Design. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Las Vegas.
- Wiseman, T., & Rorke, T. (2015). Using Photogrammetry and UAVs for Pattern Optimization, Quantification, and Mapping. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*.
- Zhao, M., Yu, H., Liu, Q., He, X., Zhang, G., & Liu, J. (2019). Intelligent design software for open bench blasting. *EFEE - European Federation of Explosive Engineers*, págs. 275-287.