

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO



Projeto e otimização de um sistema de suspensão

Alice Miguel Gonçalves Fernandes

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Orientador na FEUP: José Ferreira Duarte

Orientador na Empresa: Frederico Ribeiro

06 de setembro de 2021

Projeto e otimização de um sistema de suspensão

Alice Miguel Gonçalves Fernandes

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Resumo

O objetivo desta dissertação é desenvolver um processo de projeto e simulação de um sistema de suspensão para um automóvel desportivo. Resulta da necessidade contínua de melhorar os processos de desenvolvimento, que exige a exploração de novas ferramentas e métodos de dimensionamento e simulação.

No caso da competição automóvel, a finalidade é obter a melhor performance com o menor peso. Isto exige um projeto ponderado e rigoroso, que é altamente beneficiado por conhecimento empírico e ferramentas adequadas.

Focando-se numa suspensão do tipo *push-rod*, o dimensionamento do sistema de suspensão requer uma análise concisa na área da dinâmica de veículos. É importante ter uma ferramenta adaptada ao utilizador e à aplicação, o que levou à construção de uma folha de cálculo capaz de elaborar cálculos dinâmicos a partir de forças de aceleração impostas, modelar as reações dos pneus e auxiliar no dimensionamento dos pontos de apoio dos braços de suspensão e da direção, das rigidezes da suspensão e dos valores de *set-up* do sistema. Esse dimensionamento é depois concretizado a partir de requisitos iniciais, premissas adotadas e casos de carga realistas. Consequentemente, calculam-se as reações que a suspensão sentirá quando o carro está sobre forças de aceleração laterais e longitudinais, que são utilizadas para validar estruturalmente os componentes da suspensão.

O projeto envolve, também, o desenho CAD 3D dos componentes da suspensão, nomeadamente manga de eixo, cubo de roda, braços de suspensão e da direção e barra do *push-rod*. É importante analisá-los estruturalmente, para ver se suportam os esforços a que vão estar sujeitos, algo que pode ser concretizado através do *software* Altair Inspire. Esta análise estrutural consiste, principalmente, na avaliação dos fatores de segurança e dos deslocamentos dos componentes. Após as análises, correm-se otimizações topológicas iterativas ao conjunto de modo a maximizar a rigidez e reduzir a massa até que as formas e massas dos componentes estejam favoráveis à aplicação.

Palavras-chave: Desporto automóvel, Suspensão, Suspensão *Push-rod*, Dinâmica de veículos, Modelação dos pneus, Desenho CAD, Simulação FEM, Simulação Altair Inspire, Análise estrutural, Otimização topológica

Abstract

The goal of this dissertation is to develop a design and simulation process for a suspension system for a sports car. It results from the continuous need to improve development processes, which requires the study of new tools and methods for dimensioning and simulation.

In the case of Motorsports, the goal is to get the best performance. This requires a thoughtful and rigorous design and dimensioning process, which is highly benefited by empirical knowledge and adequate tools.

Focusing on a push-rod suspension, the design of the suspension system requires a concise vehicle dynamics analysis. It is important to have a tool adapted to the user and the application, which led to the construction of a spreadsheet capable of calculating dynamic calculations from imposed acceleration loads, modeling tire forces and assisting in the dimensioning of the pickup points for the suspension and direction arms, suspension stiffnesses, and system set-up values. This dimensioning is then carried out based on initial requirements, adopted assumptions and realistic load cases. Consequently, the loads felt by the suspension when the car is under lateral and longitudinal acceleration reduction are calculated, which are used to structurally validate the suspension components.

The project also involves the 3D CAD drawing of the suspension components, namely the upright, the wheel hub, the suspension and steering arms and the push-rod bar. It is important to analyse them structurally, to see if they support the loads they will be subjected to, something that can be achieved through the software Altair Inspire. This structural analysis consists mainly of evaluating the factors of safety and displacements of the assembly. After the analyses, iterative topological optimizations are run to the set in order to maximize the stiffness and reduce the mass until the shapes and masses of the components are favorable to the application.

Keywords: Motorsports, Suspension, Push-rod suspension, Vehicle Dynamics, Tyre modeling, CAD, FEM simulation, Altair Inspire simulation, Structural analysis, Topology optimization

Agradecimentos

Primeiramente, quero agradecer ao Prof. José Ferreira Duarte por todo o apoio e na orientação desta dissertação, por toda disponibilidade para me ajudar e aconselhar, e pela influência positiva que teve no meu percurso acadêmico.

Agradeço à empresa onde esta dissertação foi realizada, a Adamastor, por me acolher neste projeto, e a toda a equipa com que trabalhei, incluindo a minha incansável boleia. Quero agradecer em especial ao Eng. Frederico Ribeiro por me conceder esta oportunidade e por partilhar o seu conhecimento e experiência comigo, orientando-me sempre da melhor maneira possível. Agradeço, também, ao Alfredo Matos por toda a paciência que teve comigo e pelo vasto conhecimento que me transmitiu no desenvolvimento deste projeto, que contribuiu significativamente para a minha aprendizagem sobre os temas e para a progressão do trabalho.

Agradeço à minha família alargada e amigos pela influência positiva que têm na minha vida e por todos os bons momentos que me proporcionaram.

Quero concluir com um especial agradecimento aos meus pais por me proporcionarem todo o conforto possível e me apoiarem incondicionalmente. Agradeço, também, à minha irmã pelo incomparável sentido de humor e à família da minha madrinha por me incluírem na mobília.

Alice Miguel

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Adamastor	1
1.2	Contextualização e objetivos	1
1.3	Estrutura da dissertação	2
2	Revisão Bibliográfica	3
2.1	Suspensão	3
2.1.1	Suspensão independente: <i>Double Wishbone</i>	4
2.1.2	Suspensão <i>push-rod</i>	5
2.2	Dinâmica de veículos	7
2.2.1	Massas suspensa e não suspensa	7
2.2.2	Centro de rolamento	8
2.2.3	Rigidez e Gradiente de rolamento	9
2.2.4	Largura de via e Distância entre eixos	11
2.2.5	Transferência de carga	11
2.2.6	Subviragem e sobreviragem	15
2.2.7	Aerodinâmica	16
2.2.8	Braço da direção e geometria de Ackermann	17
2.3	Pneus e Alinhamento das rodas	18
2.3.1	Aderência	18
2.3.2	Pneu	19
2.3.3	Camber	24
2.3.4	<i>Slip angle</i> e <i>Slip ratio</i>	25
2.3.5	Caster	26
2.3.6	<i>Kingpin angle</i> e <i>scrub radius</i>	27
3	Metodologia e ferramentas de trabalho	29
4	Modelação matemática e dimensionamento	31
4.1	Valores iniciais	31
4.2	Programa de cálculo	34
4.2.1	Cálculos iniciais	34
4.2.2	Cálculos dinâmicos	34
4.3	Dimensionamento	39
4.3.1	Pneus	39
4.3.2	Largura de via	44
4.3.3	Altura do centro de gravidade do peso não suspenso	45
4.3.4	Geometria	46

4.3.5	Roll stiffness	50
4.3.6	Casos de carga	53
5	Modelo 3D e Simulação	57
5.1	Desenho e posicionamento dos componentes	57
5.1.1	Roda	57
5.1.2	Braços da suspensão	58
5.1.3	Cubo de roda	60
5.1.4	Conjunto	61
5.1.5	Manga de eixo	64
5.2	Primeira iteração	67
5.2.1	Simulação	67
5.3	Segunda iteração	76
5.3.1	Considerações	76
5.3.2	Simulação	77
5.4	Terceira iteração	79
5.4.1	Considerações	79
5.4.2	Simulação	86
5.5	Quarta iteração	90
5.5.1	Considerações	90
5.5.2	Simulação	91
5.6	Definição dos contornos da manga de eixo	93
5.7	Simulação isolada do cubo de roda	95
5.8	Considerações finais sobre o modelo	101
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	103
	Referências	105

Lista de Figuras

2.1	Suspensão de braços sobrepostos do eixo sem tração, com a identificação dos braços de suspensão (<i>Upper Wishbone</i> e <i>Lower Wishbone</i>) e de direção (<i>Steering Link</i>), da manga de eixo (<i>Upright</i>), do conjunto do cubo de roda (<i>Hub</i> e <i>Spindle</i>) e do sistema de travagem, que inclui a pinça de travão (<i>Brake Caliper</i>) e o disco de travão (<i>Brake disc</i>) [2].	4
2.2	Mecanismo de uma suspensão <i>double wishbone</i> [3].	5
2.3	Exemplo do posicionamento dos elementos haste (preto), <i>rocker</i> com barra de torção incorporada, (amarelo), amortecedor (vermelho) e barra estabilizadora (azul), numa configuração <i>push-rod</i> [6].	6
2.4	Comparação dos sistemas <i>push-rod</i> e <i>pull-rod</i> [6].	6
2.5	Obtenção gráfica do centro de rolamento [11].	9
2.6	Representação da <i>roll stiffness</i> [14].	9
2.7	Esquema da <i>track width</i> , A, e da <i>wheelbase</i> , B [16].	11
2.8	Esquema da transferência de carga longitudinal [17].	12
2.9	Esquema da transferência de carga lateral total, [18].	13
2.10	Ilustração do fenómeno de subviragem [19].	16
2.11	Ilustração do fenómeno de sobreviragem [19].	16
2.12	Ilustração da geometria de Ackermann [3].	17
2.13	Esquema do cálculo da percentagem de Ackermann [22].	18
2.14	Exemplo do modelo Pacejka da força longitudinal [23].	19
2.15	Exemplo do modelo Pacejka da força lateral [23].	20
2.16	Gráfico da força lateral em função do <i>slip angle</i> [25].	23
2.17	Gráfico da força lateral em função da força vertical [25].	24
2.18	Ilustração do <i>camber</i> [3]. Configuração da esquerda: <i>camber</i> negativo; configuração da direita: <i>camber</i> positivo.	25
2.19	Ilustração do <i>slip angle</i> e do seu efeito, α [3].	26
2.20	Ilustração do <i>caster</i> [26].	26
2.21	Ilustração do ângulo do <i>kingpin</i> e do <i>scrub radius</i> [27].	27
4.1	Restrições geométricas para a localização dos elementos da suspensão.	33
4.2	Exemplo da localização do plano de contacto das rodas com o chão (linha a preto).	33
4.3	Gráfico exemplo da modelação do Pacejka F_y – <i>slip angle</i> dos pneus para uma das curvas a F_z constante. A curva a azul representa os valores experimentais disponibilizados, enquanto que a cor-de-laranja é a aproximada.	37
4.4	Gráficos F_z – F_y resultantes da função aproximada pelo modelo Pacejka '89.	37
4.5	Gráficos F_z – F_y resultantes da função aproximada pelo modelo Pacejka '94.	38
4.6	Gráficos F_z – F_y em função do <i>camber</i> para o pneu 245.	40
4.7	Gráficos F_z – F_y em função do <i>camber</i> para o pneu 265.	41

4.8	Gráficos $F_z - F_y$ em função do <i>slip angle</i> para o pneu 245.	41
4.9	Gráficos $F_z - F_y$ em função do <i>slip angle</i> para o pneu 245 (2).	42
4.10	Gráficos $F_z - F_y$ em função do <i>slip angle</i> para o pneu 265.	42
4.11	Gráficos $F_z - F_y$ em função do <i>slip angle</i> para o pneu 265 (2).	43
4.12	Gráficos $F_z - F_x$ em função do <i>slip ratio</i> para o pneu 245.	43
4.13	Gráficos $F_z - F_x$ em função do <i>slip ratio</i> para o pneu 265.	44
4.14	Vista de topo do desenho das restrições.	45
4.15	Ângulo de caster do eixo da frente.	48
4.16	Ângulo de <i>kingpin</i> do eixo da frente.	48
4.17	Representação no espaço dos pontos de apoio dos braços de suspensão.	50
5.1	Conjunto do pneu e jante.	58
5.2	Desenho das coordenadas da segunda iteração do triângulo superior.	59
5.3	Primeiro desenho do braço.	59
5.4	Desenho do cubo de roda com o pormenor dos pinos realçado a vermelho.	60
5.5	Vista de corte do cubo de roda.	61
5.6	Vista de corte do posicionamento do disco.	61
5.7	Posicionamento da pinça de travão.	62
5.8	Posicionamento dos braços com as coordenadas da segunda iteração.	62
5.9	Posicionamento retificado dos braços.	63
5.10	Conjunto completo com os contornos da manga de eixo.	64
5.11	Desenho da manga de eixo com o pormenor da região interior a vermelho.	65
5.12	Pinça de travão com as zonas de apoio assinaladas a verde.	65
5.13	Apoios da pinça de travão com a manga de eixo, com as regiões fixas assinaladas a vermelho.	66
5.14	Apoios dos braços de suspensão na manga de eixo, com as regiões fixas assinaladas a vermelho.	66
5.15	Materiais disponíveis no software Altair Inspire, com os materiais relevantes à simulação destacados a vermelho.	67
5.16	Apoios cilíndricos aplicados aos braços de suspensão.	68
5.17	Contactos estabelecidos entre os vários corpos.	68
5.18	Parafusos incluídos no conjunto.	69
5.19	Conector rígido criado para a aplicação das forças.	69
5.20	Representação das forças aplicadas.	70
5.21	Exemplo dos casos de carga criados.	71
5.22	Exemplo das forças criadas.	71
5.23	Modelo completo, com os <i>design spaces</i> destacados a castanho (vista de frente).	71
5.24	Modelo completo, com os <i>design spaces</i> destacados a castanho (vista traseira).	72
5.25	Parâmetros da análise cinemática.	72
5.26	Resultados da primeira análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga.	73
5.27	Resultados da primeira análise: deslocamento, sumário de todos os casos de carga.	74
5.28	Parâmetros da otimização topológica.	75
5.29	Resultados da primeira otimização topológica (1).	75
5.30	Resultados da primeira otimização topológica (2).	76
5.31	Inclusão do braço da direção no modelo a simular.	77
5.32	Resultados da segunda análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga.	77
5.33	Detalhe da zona no cubo de roda com baixos fatores de segurança.	78

5.34 Resultados da segunda otimização topológica (1).	78
5.35 Resultados da segunda otimização topológica (2).	79
5.36 Novo desenho dos braços de suspensão.	80
5.37 Secção elíptica dos braços de suspensão.	80
5.38 Desenho do <i>push-rod</i>	81
5.39 Geometria anti-Ackermann da suspensão.	82
5.40 Desenho do novo braço da direção.	83
5.41 Configuração completa dos braços apoiados na manga de eixo	84
5.42 Desenho do novo formato do cubo de roda.	84
5.43 Vista de corte da posição retificada dos componentes.	85
5.44 Desenho do novo formato dos pinos do cubo de roda.	86
5.45 Vista de corte da manga de eixo e do cubo de roda com as regiões fixas (azul claro) retificadas.	86
5.46 Retificação do conector rígido para a aplicação das forças.	87
5.47 Resultados da terceira análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (1).	88
5.48 Resultados da terceira análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (2).	88
5.49 Resultados da terceira análise: deslocamento, sumário de todos os casos de carga.	89
5.50 Resultados da terceira otimização topológica (1).	89
5.51 Resultados da terceira otimização topológica (2).	90
5.52 Conjunto completo com a remoção de material visível (1).	90
5.53 Conjunto completo com a remoção de material visível (2).	91
5.54 Resultados da quarta otimização topológica (1).	91
5.55 Resultados da quarta otimização topológica (2).	92
5.56 Resultados da quarta otimização topológica (3).	92
5.57 Geometria final dos contornos da manga de eixo (1).	93
5.58 Geometria final dos contornos da manga de eixo (2).	94
5.59 Geometria final dos contornos da manga de eixo (3).	94
5.60 Representação dos <i>design spaces</i> para a simulação do cubo de roda.	95
5.61 Conector rígido criado para a aplicação das forças no cubo de roda.	96
5.62 Apoios do modelo do cubo de roda.	96
5.63 Resultados da primeira análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga.	97
5.64 Resultados da primeira análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga(2).	97
5.65 Resultados da otimização topológica do cubo de roda (1).	98
5.66 Resultados da otimização topológica do cubo de roda (2).	98
5.67 Desenho do cubo de roda resultantes das simulações do componente isolado (1).	99
5.68 Desenho do cubo de roda resultantes das simulações do componente isolado (2).	99
5.69 Resultados da última análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (1).	100
5.70 Resultados da última análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (2).	100
5.71 Determinação da taxa de ganho de <i>camber</i>	102

Lista de Tabelas

2.1	Tabela dos parâmetros da força longitudinal do modelo Pacejka '94	21
2.2	Tabela dos parâmetros da força lateral do modelo Pacejka '94	23
4.1	Tabela dos valores iniciais considerados fixos.	32
4.2	Tabela das massas por roda. FL: Front Left; FR: Front Right; RL: Rear Left; RR: Rear Right.	34
4.3	Tabela das distâncias do CG aos dois eixos e os respectivos rácios de transferência de peso.	34
4.4	Tabela modelo das transferências de massa (WT).	35
4.5	Tabela dos cálculos geométricos dependentes dos pontos de apoio dos braços da suspensão.	36
4.6	Exemplo do cálculo de uma reação lateral F_y	38
4.7	Tabela das dimensões dos pneus 245 e 265.	39
4.8	Tabela dos parâmetros de <i>set-up</i> dos pneus 245 e 265.	39
4.9	Tabela das alturas dos centros de gravidade do peso não suspenso e do veículo.	45
4.10	Primeira iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo frontal.	47
4.11	Primeira iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo traseiro.	47
4.12	Segunda iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo frontal.	49
4.13	Segunda iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo traseiro.	49
4.14	Tabela com os valores a arbitrar para a definição dos rácios da <i>roll stiffness</i>	50
4.15	Valores das força centrífuga e da sua distribuição por eixo.	51
4.16	Valores das reações laterais e das suas somas por eixo.	51
4.17	Valores a arbitrar dos rácios da <i>roll stiffness</i> a adotar.	52
4.18	Tabela dos cálculos das rigidezes.	53
4.19	Tabela dos casos de carga: cálculos.	54
4.20	Tabela dos casos de carga: forças.	55
5.1	Terceira iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo frontal.	63
5.2	Quarta iteração das localizações dos apoios dos braços de suspensão do eixo frontal e segunda iteração do braço da direção.	83
5.3	Tabela do cálculo do objetivo da massa da otimização topológica.	87
5.4	Tabela dos possíveis valores finais das coordenadas dos braços de suspensão e do braço da direção.	101

Abreviaturas e Símbolos

A_x	Aceleração longitudinal
A_y	Aceleração lateral
ARB	Anti-Roll Bars
CAD	Computer-Aided Design
CG	Centro de gravidade
FEM	Finite Element Method
FL	Front Left (frente esquerda)
FR	Front Right (frente direita)
F_x	Força longitudinal
F_y	Força lateral
F_z	Força vertical
h	Altura
IC	<i>Instant Centre</i>
K_F	<i>Roll Stiffness</i> do eixo frontal
K_T	<i>Roll Stiffness</i> do eixo traseiro
K_R	<i>Ride rate</i>
K_ϕ	<i>Roll rate</i>
l	<i>Wheelbase</i> ou distância entre eixos
RC	<i>Roll Centre</i>
RL	Rear Left (traseira esquerda)
RR	Rear Right (traseira direita)
sa	<i>Slip angle</i>
sr	<i>Slip ratio</i>
t	<i>Track</i> ou largura de via
W	Peso ou massa
ΔW	Transferência de massa
γ	Camber
ω	Frequência natural

Capítulo 1

Introdução

Este projeto é centrado no conceito de desporto automóvel e na necessidade contínua de melhorar o processo de desenvolvimento dos veículos. Foca-se no processo de desenvolvimento de um sistema de suspensão automóvel e foi concretizada em ambiente empresarial na Adamastor.

1.1 Adamastor

A Adamastor é uma empresa da área automóvel com sede na Perafita, inicialmente focada no desenvolvimento e fabrico de automóveis desportivos à medida. A marca surge em 2010 da colaboração de profissionais experientes da área do automobilismo e introduz um novo conceito de "alfaiataria automóvel" em Portugal.

No seu portfólio, a empresa inclui a conceção e a produção internas de automóveis personalizados que incorporam conceitos e elementos derivados do desporto automóvel. O seu primeiro protótipo teve origem em 2012 e em 2017 lançam o primeiro modelo Adamastor P003RL, um carro desportivo de pista homologado para estrada.

Atualmente, a Adamastor desenvolve um carro de Gran Turismo, no qual este trabalho será baseado.

1.2 Contextualização e objetivos

O carro de Gran Turismo supramencionado encontra-se na fase de produção. Contudo, é sempre necessário continuar a apurar o processo de desenvolvimento, para que o processo de projeto e produção seja o mais rápido e eficaz possível. O sistema de suspensão, já concebido e produzido, é um dos processos mais demorados e que deve ser mais cuidado no projeto e otimização de um carro desportivo. Este trabalho tem como objetivo apresentar uma opção para o processo de projeto e otimização de um sistema de suspensão para um carro desportivo. O foco fica, portanto, nos métodos e ferramentas para a definição desta estrutura.

Através de um estudo da dinâmica de veículos consegue-se prever o comportamento do carro, permitindo determinar parâmetros da suspensão otimizados e construir componentes deste sistema que sejam mais adequados a este tipo de veículos, de modo a obter um comportamento dinâmico e uma otimização de massa favoráveis à competição. A dinâmica de veículos é uma das ciências mais importantes para o projeto de uma suspensão, dita maior parte das características dinâmicas de um carro e acaba por ser primordial no desporto automóvel. Este estudo envolve e quantifica uma miríade de fatores que devem ser analisados na sua totalidade em algum momento da preparação do carro.

A simulação estrutural e dinâmica através de programas de análise por elementos finitos tem-se tornado um dos passos mais fulcrais e indispensáveis na determinação de comportamentos aproximados de sistemas e confirmação de resultados.

Apresentam-se de seguida os objetivos da dissertação.

- Projeto e estudo do sistema de suspensão de um automóvel desportivo.
- Desenvolvimento e estudo de componentes como cubo da roda e manga de eixo.
- Simulação computacional do sistema de suspensão.
- Elaboração de um estudo dinâmico e definição dos pontos de suspensão. O programa deverá ser capaz de elaborar as curvas de variação dos diferentes parâmetros de suspensão e a sua combinação.
- Após a definição dos pontos de suspensão e definição da geometria dos diferentes componentes deverá ser feito um estudo por elementos finitos da resistência dos seus componentes em separado e em conjunto.

1.3 Estrutura da dissertação

Os subsequentes capítulos abordam o desenvolvimento do projeto.

O capítulo 2 apresenta uma breve introdução aos conceitos envolvidos na componente prática, que se dividem em sistemas de suspensão, dinâmica de veículos e teoria de pneus.

No capítulo 3 são definidas as ferramentas de trabalho e a abordagem ao problema.

O capítulo 4 expõem-se os procedimentos da elaboração da folha construída para realizar a análise dinâmica da suspensão e é discutido o processo de dimensionamento do sistema.

No capítulo 5 aborda-se a fase da simulação dos componentes, mencionando as premissas para os desenhos, as análises estruturais e as simulações topológicas.

Por último, apresentam-se, no capítulo 6, as conclusões retiradas de todo o processo, incluindo possíveis retificações e melhorias à abordagem escolhida, assim como trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

No presente capítulo é feita uma introdução aos conceitos teóricos empregues neste trabalho. São expostos temas relevantes ao desenvolvimento de um sistema de suspensão para desporto automóvel, incluindo definições dos sistemas explorados e uma introdução à teoria da dinâmica de veículos e aderência de pneus. Apenas será exposta a teoria diretamente aplicável à prática elaborada, pelo que se recomenda a leitura da bibliografia citada para uma melhor compreensão do assunto. Certas fórmulas e conceitos são apresentados ao longo do trabalho em prol de uma leitura intuitiva e pertinente, na ótica a autora.

Como o foco é na área do desporto automóvel, alude-se, maioritariamente, a imagens e informação da área, sendo que figuras que não são diretamente relacionadas com veículos de competição são transponíveis para estes.

Ao longo deste trabalho, a letra g , quando usada individualmente, remete à unidade adimensional de aceleração e não à unidade de massa gramas. A notação kg simboliza quilogramas.

Como as áreas tratadas são, em grande parte, estudadas na língua inglesa e certos termos são de difícil tradução, alguns conceitos são apresentados em inglês, com uma tradução aproximada.

2.1 Suspensão

A suspensão é um sistema que liga a carroçaria às rodas, que se encontram em contacto com o solo, de um veículo, e permite um movimento relativo entre estes componentes. Os principais propósitos de uma suspensão são trazer conforto à condução e controlar a dinâmica do veículo, aspetos que incluem manter as rodas no trajeto adequado, resistir ao rolamento do chassis, isolar o chassis das irregularidades da estrada, limitar as transferências de carga e manter os pneus em contacto com a estrada, i.e. garantir a aderência dos pneus ao solo.

Os componentes mais significativos de um sistema de suspensão são as molas, os amortecedores, os braços de suspensão, as barras estabilizadoras (*anti-roll bars* ou ARB), as mangas de eixo e o conjunto da roda, Figura 2.1. São também considerados relevantes na análise de uma suspensão os braços da direção [1].

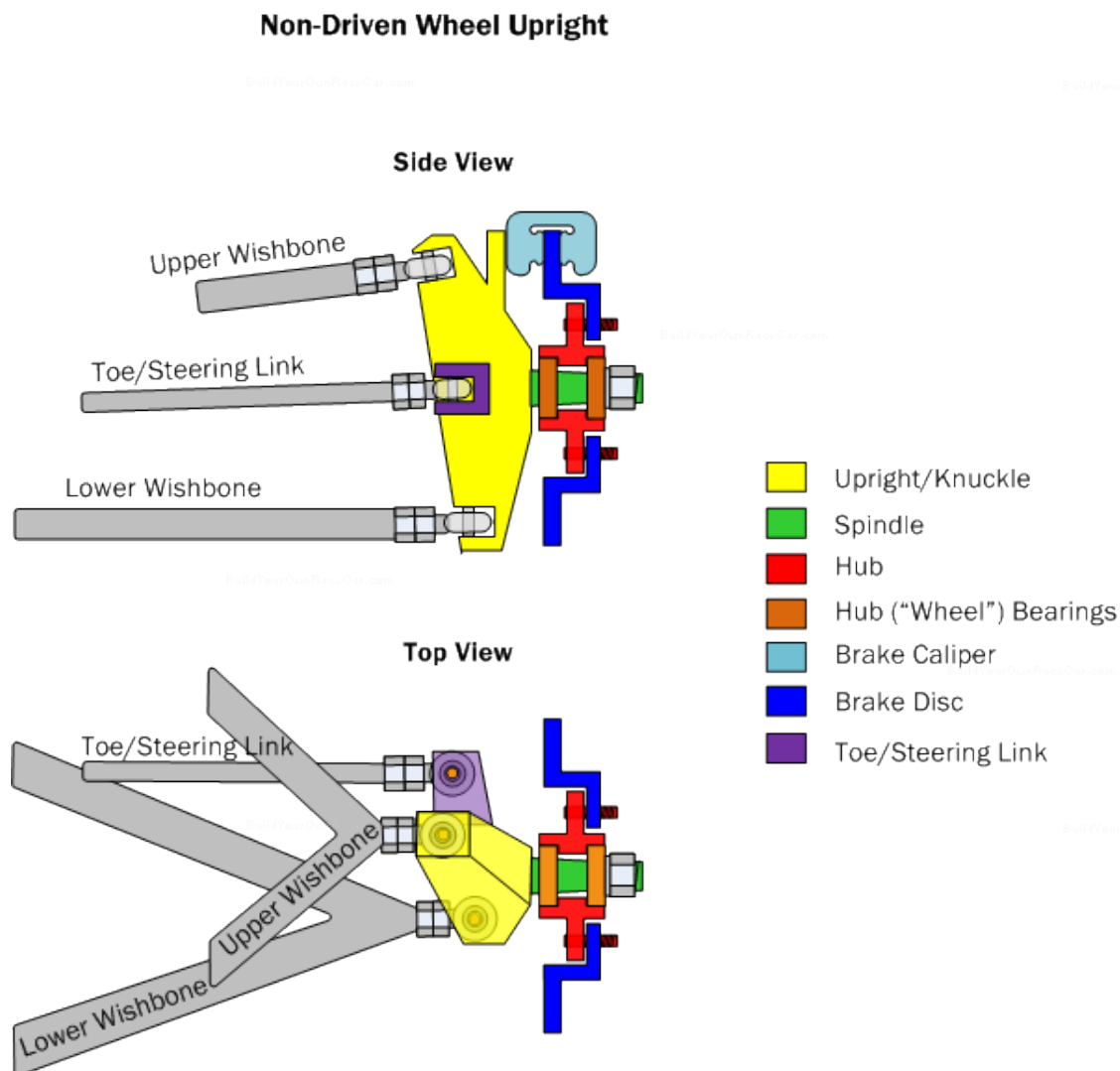


Figura 2.1: Suspensão de braços sobrepostos do eixo sem tração, com a identificação dos braços de suspensão (*Upper Wishbone* e *Lower Wishbone*) e de direção (*Steering Link*), da manga de eixo (*Upright*), do conjunto do cubo de roda (*Hub* e *Spindle*) e do sistema de travagem, que inclui a pinça de travão (*Brake Caliper*) e o disco de travão (*Brake disc*) [2].

As molas, os amortecedores e as barras estabilizadoras ditam a rigidez da suspensão, enquanto que os braços condicionam o comportamento cinemático desta.

2.1.1 Suspensão independente: *Double Whishbone*

Os sistemas de suspensão podem ser classificadas segundo a relação entre as duas rodas de cada eixo. Se o movimento de uma roda é condicionado pela roda oposta, o eixo tem uma suspensão dependente. Um sistema de eixo sólido é um exemplo desta classe.

Em contrapartida, as suspensões independentes permitem que o movimento de cada roda seja independente do da roda adjacente. Este tipo de suspensão é bastante vantajoso proporcionando

um acondicionamento mais compacto dos componentes e maior resistência a movimentos oscilatórios.

As configurações mais comuns desta categoria são a suspensão McPherson e a de braços em "A" sobrepostos, *double wishbone*. Cinematicamente, este mecanismo é uma articulação de quatro pontos de apoio do chassis e de uma ligação com a manga de eixo, Figura 2.2 [3, 4].

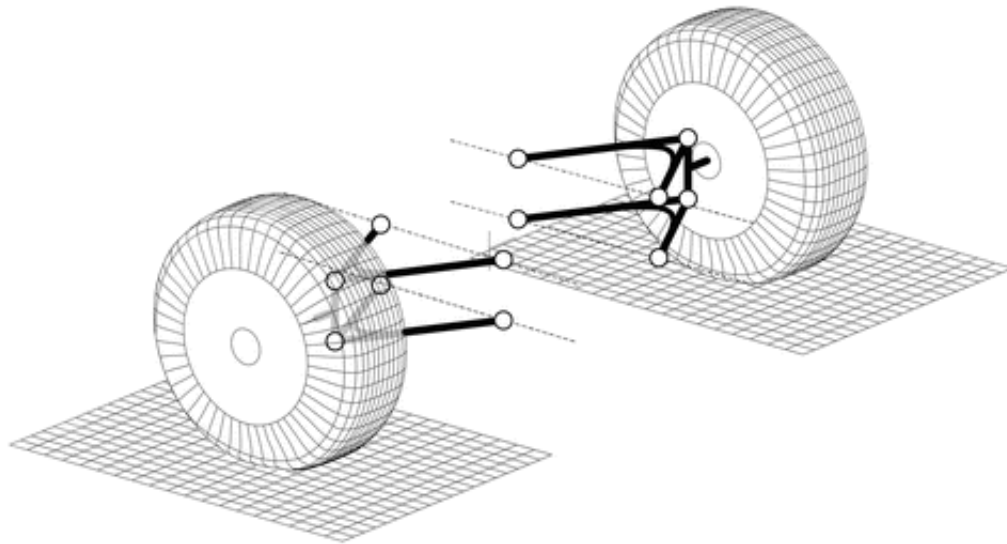


Figura 2.2: Mecanismo de uma suspensão *double wishbone* [3].

Dada a sua geometria, uma suspensão *double wishbone* favorece um ganho de camber negativo com movimentos verticais da roda, o que, como será aduzido posteriormente, melhora a estabilidade e o desempenho do pneu em curva. Para além disso, permite a manipulação de mais parâmetros, dando mais liberdade de projeto. Embora ocupe mais espaço ao longo do eixo e acresça no número de componentes a incluir, a geometria *double wishbone* é mais adaptável e favorável a veículos mais baixos [5]. Posto isto, esta configuração prova-se, vantajosa em relação à sua homóloga.

2.1.2 Suspensão *push-rod*

Nas configurações *push-rod* e *pull-rod*, o conjunto mola-amortecedor tradicional é substituído por uma haste que liga o conjunto da roda a um *rocker* (balancim) que por sua vez é a alavanca entre este braço e o conjunto de mola, amortecedor e barra estabilizadora, que se encontram no interior da carroçaria, Figura 2.3. A configuração dos braços mais utilizada nestes sistemas é a de braços sobrepostos.

Estas suspensões são bastante utilizadas em desporto automóvel, dado permitirem a compactação do conjunto mola-amortecedor dentro do chassis, reduzindo o número de componentes expostos a perturbações aerodinâmicas e, principalmente, a massa. Este sistema permite também uma maior flexibilidade na manipulação da geometria, durante e após o dimensionamento, permitindo uma melhor distribuição de massa.

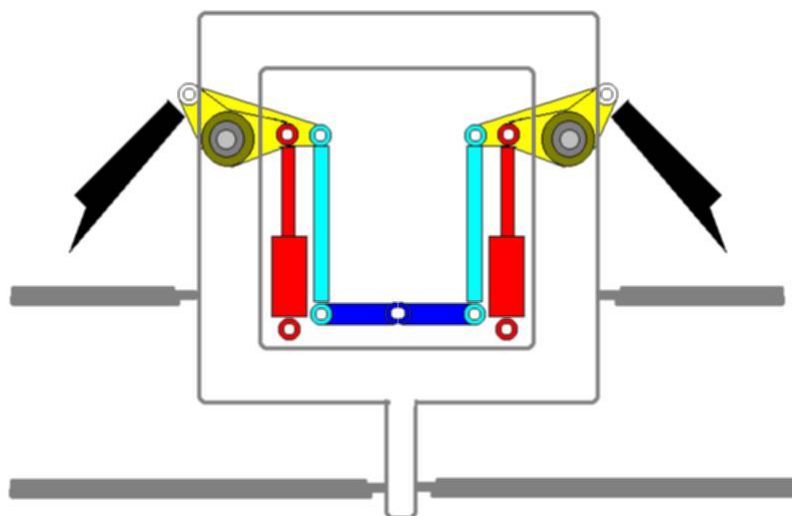


Figura 2.3: Exemplo do posicionamento dos elementos haste (preto), *rocker* com barra de torção incorporada, (amarelo), amortecedor (vermelho) e barra estabilizadora (azul), numa configuração *push-rod* [6].

De notar, uma barra de torção é um tubo que atua como uma mola, podendo substituir a mola helicoidal convencional.

No que toca à diferença entre os dois, no *push-rod* a haste é empurrada do *rocker* e liga uma posição superior do chassi a uma posição inferior da manga de eixo, enquanto que o *pull-rod* descende da manga de eixo até ao chassi, Figura 2.4.

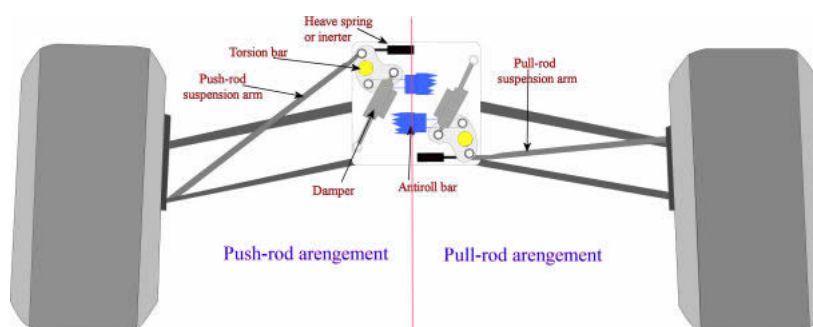


Figura 2.4: Comparação dos sistemas *push-rod* e *pull-rod* [6].

Embora o *pull-rod* consiga um centro de gravidade mais baixo, uma haste tão baixa dificulta o seu posicionamento e acondicionamento. Ademais, a haste tem de reagir à força da mola, que passa para os braços de suspensão. No caso do *pull-rod*, esta força e a força que a roda exerce no braço estão no mesmo sentido, o que duplica a força sentida, enquanto que no sistema *push-rod* as forças atuam são opostas, contrabalançando-se. O *push-rod* permite um melhor posicionamento e acesso, embora se tenha de ter em conta os esforços de compressão em movimentos ascendentes (*bump*) [7, 8, 9].

2.2 Dinâmica de veículos

Os parâmetros do sistema de suspensão afetam o movimento vertical relativo entre as rodas e a carroçaria, assim como as forças que são transmitidas entre eles. Deste modo, para dimensionar uma suspensão é necessário ter em conta o estudo dinâmico da resposta às forças impostas no veículo. Esta vai, por sua vez, influenciar o comportamento do pneu que dita a aderência que este terá. Este estudo relaciona-se com a dinâmica de veículos.

No automobilismo, onde prima a velocidade e a performance, a suspensão serve principalmente para manter o pneu em contacto com o solo o melhor possível, o que se torna um desafio quando as forças envolvidas a grandes velocidades, principalmente nas curvas, são significativas, e fornecer uma resposta ao condutor para que este consiga controlar o veículo da melhor maneira possível, ambos permitindo que o veículo se desloque no limite da aderência, i.e., seja o mais veloz possível.

Para uma suspensão independente, seja frontal ou traseira, a forma dos braços de controlo está desenhada para controlar a movimentação relativa das rodas e do corpo do veículo num caminho específico. Esse caminho pode ter ganho de camber, mudança de caster ou mudança de inclinação (toe), conforme os objetivos do projetista, mas, de qualquer modo, segue unicamente um percurso nas suas movimentações verticais. A roda tem um caminho fixo de movimentação relativa ao corpo do carro, não havendo outro tipo de movimento relativo a este caminho, com a exceção do movimento de guiamento do eixo frontal que depende dos comandos do condutor. Deste modo, o projeto e dimensionamento do sistema de suspensão é de primordial importância na definição e afinação do comportamento do carro. Um projetista pode definir várias grandezas, tanto de entrada (comportamento cinemático) como de saída (comportamento dinâmico), como altura do centro de rolamento, altura dos centros de gravidade, e ganho de camber e de caster [4, 10].

Para além das considerações de dinâmica de veículos, outras características como custo, massa, espaço disponível, fabrico e montagem devem ser consideradas no dimensionamento de uma suspensão.

2.2.1 Massas suspensa e não suspensa

Massa suspensa, ou peso suspenso, é definida como a massa do automóvel que é suportada pelas molas da suspensão, e representa maior parte do peso do veículo, desde o chassis à unidade de potência.

É denominada de massa não suspensa, ou peso não suspenso, o conjunto de componentes do veículo que estão em contacto com o solo e estabelecem a interação deste com a massa suspensa, e inclui rodas, pneus, cubos, suportes de cubos, e elementos da suspensão [11].

Cada uma destas massas tem um centro de gravidade associado, que definem depois o centro de gravidade total do carro. Os centros de gravidade, cuja definição é a clássica da mecânica de sólidos, são bastante relevantes na análise dinâmica de veículos, visto que são os pontos nos quais são aplicadas as forças equivalentes aos esforços a que os componentes estão sujeitos, nomeadamente forças laterais e longitudinais em curva, na aceleração e na travagem.

No desporto automóvel, é desejável reduzir a massa total e a altura do centro de gravidade do veículo o mais possível, de modo a reduzir ao máximo o momento sentido quando este se encontra em movimento [4, 11].

2.2.2 Centro de rolamento

Centro instantâneo (IC) é definido como um ponto num corpo onde se manifesta a rotação de outro, instantaneamente ou permanentemente, i.e., um ponto comum a 2 corpos onde as suas velocidades de ambos são igualadas e a velocidade relativa entre eles é nula. Um IC relaciona-se com o estudo cinemático da suspensão e pode ser obtido graficamente através do teorema de Kennedy, que diz que "se três corpos têm movimento plano em relação ao outro, então existem três centros instantâneos, e os três centros instantâneos estão todos na mesma linha"[12].

Aplicando o teorema ao caso de uma suspensão de braços sobrepostos, que pode ser considerada uma ligação de quatro barras [3], o IC frontal resulta da interseção das extensões das linhas formadas pelos pontos de ligação dos braços com o corpo suspenso e com a manga de eixo.

Para suspensões independentes, existem dois centros instantâneos por estrutura, um situado na vista lateral e outro na frontal.

O centro de rolamento, *roll centre* (RC), como o próprio nome indica, é o ponto sobre o qual o eixo rola. É neste centro que as forças laterais geradas nos pneus podem ser aplicadas à massa suspensa sem que se produza qualquer deslocamento angular desta massa. Este conceito é bastante importante no estudo dinâmico de um veículo, pois estabelece o braço do momento de rolamento gerado pela força centrífuga no centro de gravidade da massa suspensa quando o carro curva, afetando, portanto, a distribuição de carga vertical aplicada nas rodas que o veículo sofre. estabelece o ponto de acoplamento de força entre as massas não suspensas e suspensas [13].

A obtenção gráfica de um RC estático, Figura 2.5 advém da posição do centro instantâneo. A partir do IC da vista frontal, é desenhada uma reta entre este ponto e o ponto médio de contacto do pneu com o solo. Após traçar uma linha em cada lado do sistema de suspensão, o RC resulta da interseção das duas retas. Se a geometria suspensão for simétrica, o RC localiza-se na linha central do veículo. A posição deste vai alterando-se com o movimento do automóvel e consequente do dos braços de suspensão.

Da união dos dois centros de rolamento, frontal e traseiro, resulta o eixo de rolamento, que é o eixo instantâneo de rolamento do automóvel. Este influencia o momento de rolamento, que está na interseção do eixo com o plano vertical frontal onde o centro de gravidade se encontra, que por sua vez afeta a transferência de carga lateral.

As alturas dos centros de rolamento influenciam a distribuição do momento de rolamento no automóvel. Exemplificando, diminuir o RC num dos eixos reduz o momento de rolamento resistido por tal extremidade, e as rodas deste eixo estão mais uniformemente carregadas [4].

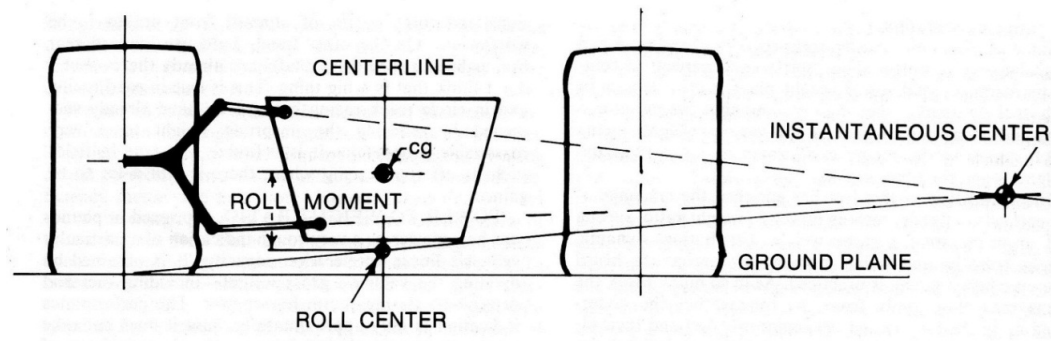


Figura 2.5: Obtenção gráfica do centro de rolamento [11].

2.2.3 Rigidez e Gradiente de rolamento

A rigidez ao rolamento, *roll stiffness*, Figura 2.6, é uma grandeza que mede a resistência ao rolamento que uma suspensão oferece, neste caso, à massa suspensa, que rola em torno do eixo de rolamento. É um dos fatores mais importantes na definição da transferência de carga em curva.

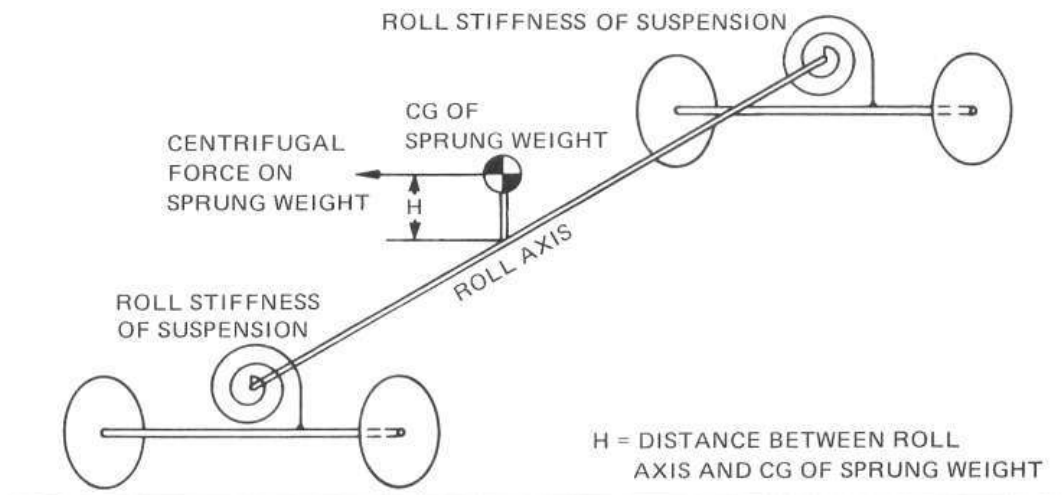


Figura 2.6: Representação da *roll stiffness* [14].

A *roll stiffness* é expressa em Nm/rad e representada pelo caratere K, que representa o valor de torque em Newton-metro necessário para que o chassi role um radiano (embora também possa ser expressa em graus).

A *roll stiffness* total do sistema de suspensão de um veículo é igual à soma das do eixo frontal, K_F , e do traseiro, K_T . Este parâmetro resulta da taxa da mola e do pneu, da rigidez das barra estabilizadora e das posições destes elementos, assim como da largura de via do eixo. Assume-se simetria entre lados opostos de um eixo.

$$K_{Total} = K_F + K_T \quad (2.1)$$

$$K_{\phi F} = \frac{K_{RF} \times t_F^2}{2} \quad (2.2)$$

onde

$K_{\phi F}$: *Roll rate* do eixo frontal [Nm/rad]

K_{RF} : *Ride rate* do eixo frontal [N/m]

t_F : *Track* do eixo frontal [m]

O mesmo se aplica ao eixo traseiro.

A taxa de deslocamento total, *ride rate*, cuja unidade é N/m, que engloba a taxa da mola, *spring rate* e a taxa de rigidez do pneu, influencia o fenómeno do descolamento de ressalto, *bump*, que as rodas sentem quando estão sobre uma carga.

Esta taxa dita a frequência natural da suspensão [14, 4].

$$\omega_{FL} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{K_{RF}}{W_{FL}}} \quad (2.3)$$

onde

ω_{FL} : Frequência natural da roda da frente esquerda [Hz]

K_{RF} : *Ride rate* do eixo da frente [N/m]

W_{FL} : Massa assente na roda da frente esquerda [kg]

O mesmo se aplica às restantes rodas.

De notar que as ARB são elementos adicionados quando se quer aumentar a rigidez da suspensão e limitar o rolamento da massa suspensa. Os valores das rigidezes das barras somam-se à *roll stiffness* total do veículo. Uma barra atua quando lados opostos do carro num dado eixo têm movimentos desiguais, sofrendo torção e reduzindo o rolamento que o carro sofre. A rigidez e o efeito deste elemento é facilmente ajustável, favorecendo a afinação do veículo para se adequar às condições particulares de cada condução [14].

Da *roll stiffness* advém o gradiente de rolamento, *roll gradient*, que é a quantidade de graus de rotação gerados por unidade g de aceleração lateral. A sua unidade é graus/g ou rad/g.

Valores típicos para algumas destas grandezas para carros de competição em pista são os seguintes [15]:

- Frequência da suspensão: >100 cpm (ciclos por minuto), dependendo da força aerodinâmica.
- Deslocamento vertical da roda permitido, *wheel travel allowed*: +/- 4 - 8 cm.
- *Roll gradient*: 1.5 °/g

2.2.4 Largura de via e Distância entre eixos

A distância entre eixos, *wheelbase*, é a distância compreendida entre o eixo das rodas frontais e o das rodas traseiras, enquanto que a largura de via, *track width*, é a distância entre rodas no mesmo eixo no plano frontal, Figura 2.7 [4].

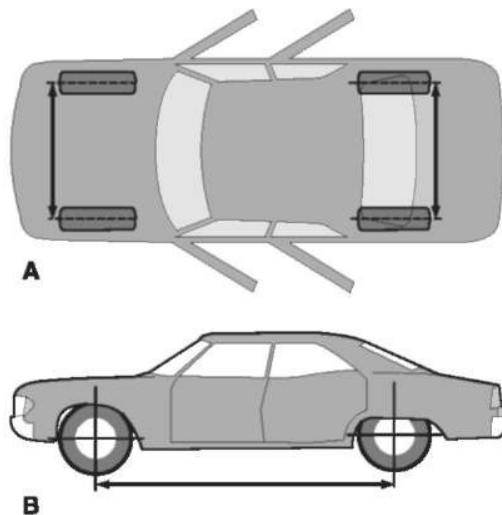


Figura 2.7: Esquema da *track width*, A, e da *wheelbase*, B [16].

2.2.5 Transferência de carga

Quando um veículo está sujeito a uma força de aceleração, seja em que direção for, este está sujeito a uma transferência de carga entre as suas rodas. Esta ocorre aquando da aplicação de forças longitudinais e laterais que se verificam ao acelerar, travar e curvar.

Quantificar esta transferência de carga é bastante importante na análise dinâmica do veículo, de modo a determinar o quanto é que as forças dinâmicas influenciam o comportamento do carro e a aderência dos seus pneus ao solo.

Os pneus são sensíveis ao peso que lhes é aplicado. Posto isto, quando os pneus são iguais, é favorável que estes estejam uniformemente carregados. Por conseguinte, é benéfico num veículo de competição automóvel que a transferência de carga seja minimizada, tanto longitudinalmente como lateralmente.

As análises seguintes são em regime permanente, sem considerar os amortecedores.

2.2.5.1 Transferência de massa longitudinal

Quando um veículo trava, aceleração negativa, ocorre a denominada transferência de carga das rodas de trás para as da frente. O contrário acontece em aceleração, força de aceleração positiva. A quantidade de massa transferida, depende do peso do veículo, da aceleração longitudinal, da altura do centro de gravidade total e da distância entre eixos, e é representada pela Figura 2.8.

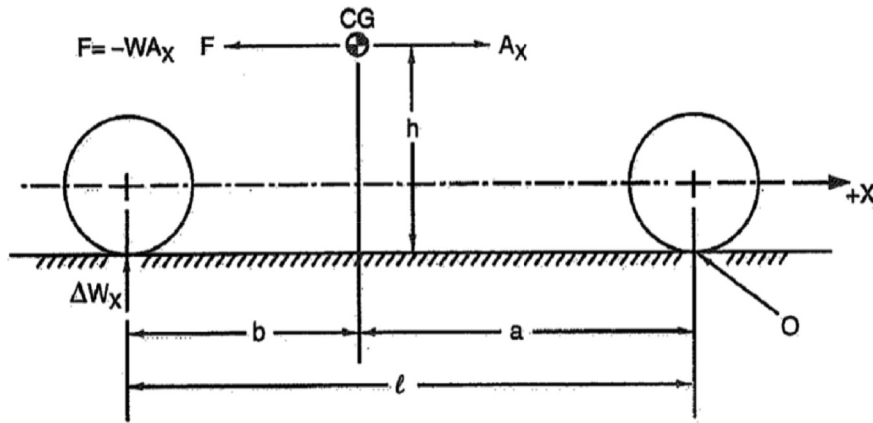


Figura 2.8: Esquema da transferência de carga longitudinal [17].

A partir dos momentos no ponto O, resulta:

$$\Delta W_X = \frac{h_{CG}}{l} W A_X \quad (2.4)$$

onde

ΔW_X : Quantidade de massa transferida longitudinalmente [kg]

h_{CG} : Altura do centro de gravidade total [m]

l : Distância entre eixos [m]

W : Massa total do veículo [kg]

A_X : Aceleração longitudinal, em g

A equação acima aplica-se a casos em que o centro de gravidade está lateralmente no centro do carro ou já haja um cálculo da distribuição de forças entre os eixos.

Sobre aceleração longitudinal, podem surgir variações da altura de condução, que influenciam a altura do CG dinâmico, que pode ser compensada pelos parâmetros da geometria da suspensão denominados de *anti-dive*, *anti-lift* e *anti-squat*, dependendo do tipo de movimento vertical que se quer restringir [4]. Este assunto não será abordado.

2.2.5.2 Transferência de carga lateral

Em curva, a transferência de carga ocorre das rodas no interior da curva para as rodas exteriores, devido à aceleração lateral que o CG do carro sente. A transferência de carga lateral é um fenômeno mais importantes no controlo da dinâmica do veículo, e é substancialmente influenciada pela geometria da suspensão.

A transferência de carga lateral total calcula-se através do esquema apresentado na Figura 2.9.

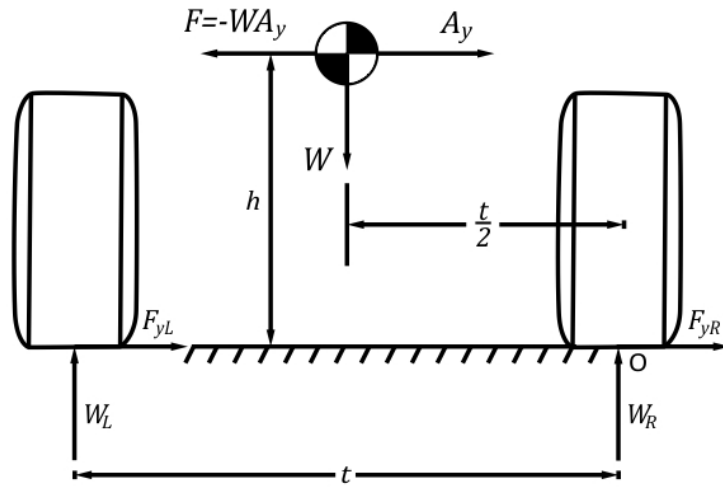


Figura 2.9: Esquema da transferência de carga lateral total, [18].

Calculando o equilíbrio de momentos no ponto O, e sabendo que há simetria na transferência de peso, determina-se a quantidade de massa total transferida lateralmente:

$$\Delta W = \frac{WA_y h_{CG}}{t} \quad (2.5)$$

onde

ΔW : Quantidade total de massa transferida lateralmente [kg]

W : Massa total do veículo [kg]

A_y : Aceleração lateral, em g

h_{CG} : Altura do centro de gravidade total [m]

t : Média das larguras de via [m]

Este cálculo envolve apenas variáveis dependentes do conjunto veículo.

No entanto transferência de carga lateral total engloba três mecanismos de transferência de massa, que podem ser discretizados, mudando o foco para o *set-up* da suspensão. Deste modo, é útil explicitá-los pois fica possível a alteração de certos parâmetros da suspensão que influenciam o comportamento em curva que não são incluídos na fórmula do cálculo da transferência total. Os três tipos de transferência são:

- Transferência devido ao peso não suspenso.
- Transferência devido ao momento resistente ao rolamento (ou transferência de carga elástica).
- Transferência devido à aplicação direta da força lateral.

Avaliar-se-á de seguida os três mecanismos e as suas fórmulas para um único eixo. Cada um deles produz um momento que se traduz numa permutação de força vertical de uma roda para a outra.

TRANSFERÊNCIA DE CARGA LATERAL DEVIDO À MASSA NÃO SUSPensa

Se se isolar a massa não suspensa, calcula-se a massa que é transferida graças ao momento produzido no seu CG.

$$\Delta W_u = \frac{W_u A_y h_{CG_u}}{t} \quad (2.6)$$

onde

ΔW_u : Quantidade de massa transferida lateralmente devido ao peso não suspenso [kg]

W_u : Massa não suspensa do veículo [kg]

A_y : Aceleração lateral, em g

h_{CG_u} : Altura do centro de gravidade do peso não suspenso [m]

t : Largura de via do eixo [m]

A sua contribuição da transferência total é reduzida e a sua relevância para o ajuste da suspensão é baixa, já que os parâmetros de que é dependente implicam o ajuste da massa dos componentes da suspensão, e não de parâmetros geométricos.

TRANSFERÊNCIA DE CARGA LATERAL DEVIDO À FORÇA LATERAL

A transferência de carga lateral devido à aplicação direta da força lateral no centro de rolamento a atuar na massa suspensa. Também é referida como a componente cinemática da transferência de peso lateral já que depende da posição dos RC, parâmetro da cinemática da suspensão. Dos RC advém o efeito de acoplamento das massas suspensa e não suspensa, que se traduz num momento produzido nos pneus pela força lateral a atuar na massa suspensa.

Como depende da massa suspensa, a sua distribuição entra também nos cálculos.

$$\Delta W_{RC} = \frac{A_y h_{RC}}{t} \times W_s \frac{l-x}{l} \quad (2.7)$$

onde

ΔW_{RC} : Quantidade de massa transferida lateralmente devido à altura dos RC [kg]

A_y : Aceleração lateral, em g

h_{RC} : Altura do centro de rolamento do eixo [m]

t : Largura de via do eixo [m]

W_s : Massa suspensa do veículo [kg]

l : Distância entre eixos [m]

x : Distância longitudinal do CG ao eixo [m]

Esta componente contribui moderadamente para a transferência lateral total.

TRANSFERÊNCIA DE CARGA LATERAL DEVIDO AO ROLAMENTO

Esta componente, também identificada como devida à carga elástica, é a mais significativa na transferência de carga lateral total. Advém da momento do rolamento, ϕ , gerado pela força centrífuga numa curva, que comprime a suspensão da roda exterior ao centro da curva e estende a interior.

As molas da suspensão geram forças dependentes do seu deslocamento que resistem a rotação do corpo. A resistência ao rolamento é quantificada pelo *roll gradient* já abordado. Estas forças devidas à resistência ao rolamento atuam, portanto, no pneu, aumentando a transferência de massa entre os dois lados.

$$\Delta W_{\phi} = \frac{W_S A_y H}{t} \times \frac{K_a}{K_{Total}} \quad (2.8)$$

onde

ΔW_{ϕ} : Quantidade de massa transferida lateralmente devido ao rolamento [kg]

A_y : Aceleração lateral, em g

H : Distância entre o CG e o *roll axis* [m]

K_a : *Roll stiffness* do eixo [Nm/rad]

K_{Total} : *Roll stiffness* total [Nm/rad]

A equação acima aplica-se a casos em que o centro de gravidade está longitudinalmente no centro do carro ou já haja um cálculo da distribuição de forças entre os eixos.

Esta parcela a mais útil na configuração da suspensão, já que permite uma fácil manipulação e normalmente representa maior parte da transferência de peso lateral [18, 4].

É necessária uma análise conjunta com a componente anterior, já que ambas dependem das posições dos RC, normalmente requerendo um compromisso entre estas.

2.2.6 Subviragem e sobreviragem

A subviragem, *understeering*, é a tendência de a frente do carro escorregar em curva, porque o carro não "vira" o suficiente, Figura 2.10.

A sobreviragem, *oversteering*, é quando a traseira do carro desliza e a frente do carro tem um ângulo de direção maior do que o da curva, Figura 2.11.

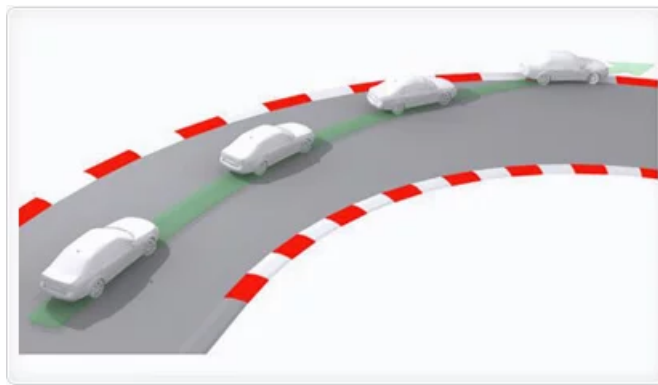


Figura 2.10: Ilustração do fenômeno de subviragem [19].

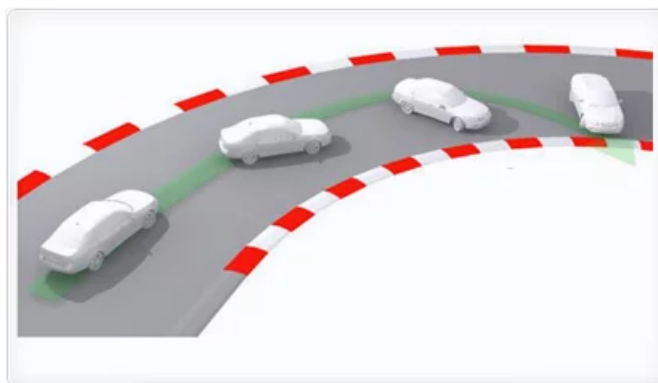


Figura 2.11: Ilustração do fenômeno de sobreviragem [19].

De um modo geral, estes fenômenos são indesejáveis no desporto automóvel, já que desgastam o pneu, prejudicam a aderência e aumentam os tempos de volta desnecessariamente. Contudo, são imprevisíveis e dependentes da condução e do estado dos pneus. Desse modo é preciso ajustar a suspensão para que esta apresente o menos de disparidade possível entre as *grips* dos dois eixos, para que um não deslize antes do outro. *Feedback* do piloto torna-se, também, importante para que o *set-up* da suspensão seja adequado ao estilo de condução.

Como a sobreviragem é altamente instável, frequentemente se projeta um carro com tendências subviradoras. Contudo, depende sempre do piloto e da pista [4].

2.2.7 Aerodinâmica

Uma análise adicional que deve ser incluído na análise dinâmica do veículo é a das forças aerodinâmicas.

A força aerodinâmica que ajuda a manter o veículo na estrada e a não deslizar quando grandes velocidades estão envolvidas é a força de sustentação. Matematicamente pode ser expressa pela

equação que se segue, [20], e manifesta-se num veículo como peso vertical sobre as rodas no sentido descendente, a chamada *downforce*.

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_L \quad (2.9)$$

onde

- L : Força de sustentação $[N]$
- ρ : Densidade do fluído $[kg/m^3]$
- V : Velocidade instantânea $[m/s]$
- A : Área da superfície onde a força é aplicada $[m^2]$
- C_L : Coeficiente de sustentação

Como no desporto automóvel há várias variáveis e parâmetros que definem as forças aerodinâmicas a atua num carro, é necessário uma discretização da relação entre eles, que é feita através de um mapa aerodinâmico. Esta ferramenta apresenta uma visualização das forças aerodinâmicas do veículo e das suas distribuições e é das mais importantes no desenvolvimento e preparação de todo o projeto.

2.2.8 Braço da direção e geometria de Ackermann

Quando um veículo curva, as rodas interiores percorrem uma trajetória circular com um raio menor do que as exteriores. Para que os pneus interiores não se desgastem mais, o ângulo de direção da roda interna teria de ser maior do que o da roda externa. A geometria que permite este efeito denomina-se de geometria de Ackermann, Figura 2.12 [21].

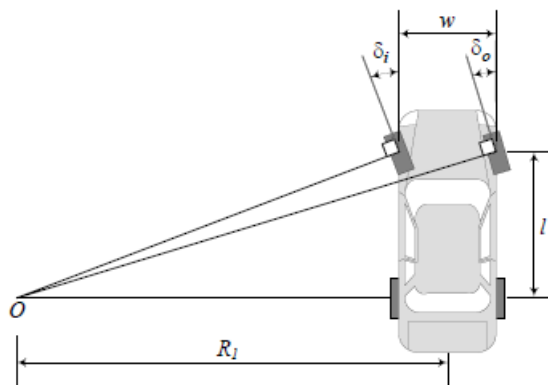


Figura 2.12: Ilustração da geometria de Ackermann [3].

O modo de quantificar a posição do apoio do braço é a percentagem de Ackermann, que depende das linhas entre o eixos do *kingpin* e os pontos de apoio dos braços da direção. 100% simboliza uma geometria perfeita de Ackermann e as linhas encontram-se no cruzamento do eixo central do carro e do eixo traseiro. Uma geometria anti-Ackermann significa que em vez de as

vantajoso que a distribuição de massa entre eixos seja o mais uniforme possível e a transferência de carga seja reduzida [4].

2.3.2 Pneu

A modelação de um pneu quantifica as reações lateral e longitudinal, *grip*, que são produzidas pela deformação do pneu em contacto com a estrada na aceleração, na travagem e em curva. Estas resultam de variáveis como cargas verticais aplicadas, camber, *slip angle* e *slip ratio*, e dependem ainda de parâmetros como largura, tamanho, temperatura e pressão do pneu, que influenciam a área de contacto do pneu com a estrada. De notar que o comportamento do pneu altera, também, com o desgaste.

Modelar um pneu é extremamente difícil, já que as forças longitudinal e lateral produzidas variam num regime não linear. O modelo mais utilizado para o efeito foi elaborado por Hans B. Pacejka, e define, para um certo conjunto de pressão e temperatura, os valores das reações, F_x e F_y . Neste modelo a força longitudinal depende do *slip ratio* e da força vertical, F_z , e a força lateral é função do *slip angle*, da força vertical e do camber, γ . O modelo Pacejka consegue através de dados experimentais aproximar uma função parametrizada ao comportamento do pneu, Figuras 2.14 e 2.15 4.4.

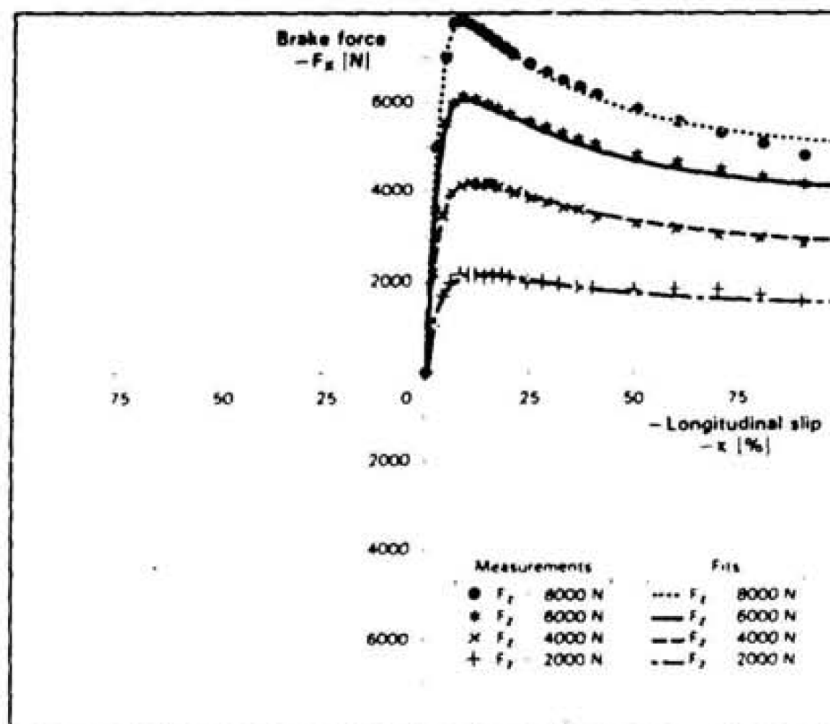


Figura 2.14: Exemplo do modelo Pacejka da força longitudinal [23].

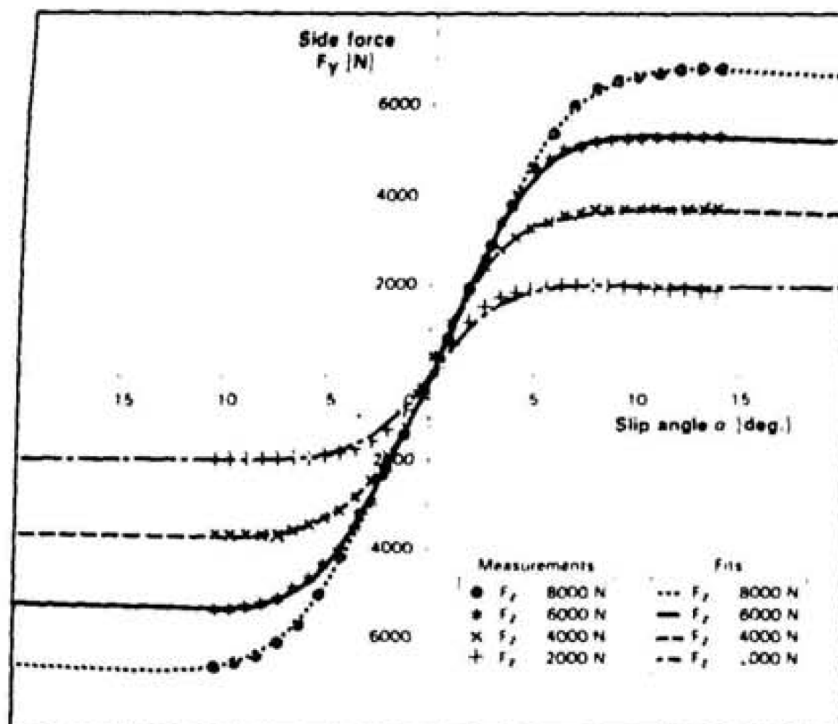


Figura 2.15: Exemplo do modelo Pacejka da força lateral [23].

Apresenta-se agora a parametrização do modelo Pacejka '94 [24]. Existe uma versão do modelo 89' com uma abordagem semelhante que pode ser consultada na bibliografia [23].

A força longitudinal é regida pela Fórmula 2.11, cujos coeficientes estão definidos pelos parâmetros da Tabela 2.1.

$$F_x = D \cdot \sin(C \cdot \arctan(Bx1 - E \cdot (Bx1 - \arctan(Bx1)))) + V \quad (2.11)$$

onde F_x é a força longitudinal em N.

Os factores desta fórmula são discretizados de seguida, onde F_z é a força vertical em kN, e sr o *slip ratio*.

Fator de forma:

$$C = b0 \quad (2.12)$$

Fator do valor máximo:

$$D = F_z \cdot (b1 \cdot F_z + b2) \quad (2.13)$$

Rigidez:

$$BCD = (b3 \cdot F_z^2 + b4 \cdot F_z) \cdot e^{-b5 \cdot F_z} \quad (2.14)$$

Fator de rigidez:

$$B = BCD / (C \cdot D) \quad (2.15)$$

Fator de curvatura:

$$E = (b6 \cdot F_z^2 + b7 \cdot F_z + B8) \cdot (1 - b13 \cdot |sr + H|) \quad (2.16)$$

Variação horizontal:

$$H = b9 \cdot F_z + b10 \quad (2.17)$$

Variação vertical:

$$V = b11 \cdot F_z + b12 \quad (2.18)$$

$$Bx1 = B \cdot (sr + H) \quad (2.19)$$

Tabela 2.1: Tabela dos parâmetros da força longitudinal do modelo Pacejka '94

Parâmetro	Designação	Valores típicos
b0	Fator de forma	1.4 - 1.8
b1	Influência da carga no coeficiente de fricção longitudinal (*1000) [1/kN]	-80 - +80
b2	Coeficiente de fricção longitudinal (*1000)	900 - 1700
b3	Fator de curvatura de rigidez/carga [N/%/kN^2]	-20 - +20
b4	Variação da rigidez com o slip (escorregamento) [N/%]	100 - 500
b5	Variação da progressividade da rigidez/carga [1/kN]	-1 - +1
b6	Mudança da curvatura com a carga^2	-0.1 - +0.1
b7	Mudança da curvatura com a carga	-1 - +1
b8	Fator da curvatura	-20 - +1
b9	Influência da carga na variação horizontal [%/kN]	-1 - +1
b10	Variação horizontal [%]	-5 - +5
b11	Variação vertical [N]	-100 - +100
b12	Variação vertical a carga nula [N]	-10 - +10
b13	Variação da curvatura	-1 - +1

Por sua vez, a força lateral é dada pela Fórmula 2.20, cujos coeficientes estão definidos pelos parâmetros da Tabela 2.2.

$$F = D \cdot \sin(C \cdot \arctan(Bx1 - E \cdot (Bx1 - \arctan(Bx1)))) + V \quad (2.20)$$

onde F_y é a força longitudinal em N.

Os factores desta fórmula são discretizados de seguida, em que F_z é a força vertical em kN, γ o camber, e sa o *slip angle*.

Fator de forma:

$$C = a0 \quad (2.21)$$

Fator do valor máximo:

$$D = F_z \cdot (a1 \cdot F_z + a2) \cdot (1 - a15 \cdot y^2) \quad (2.22)$$

Rigidez:

$$BCD = a3 \cdot \sin(\text{atan}(F_z/a4) \cdot 2) \cdot (1 - a5 \cdot |\gamma|) \quad (2.23)$$

Fator de rigidez:

$$B = BCD / (C \cdot D) \quad (2.24)$$

Fator de curvatura:

$$E = (a6 \cdot F_z + a7) \cdot (1 - (a16 \cdot y + a17) \cdot |sa + H|) \quad (2.25)$$

Variação horizontal:

$$H = a8 \cdot F_z + a9 + a10 \cdot \gamma \quad (2.26)$$

Variação vertical:

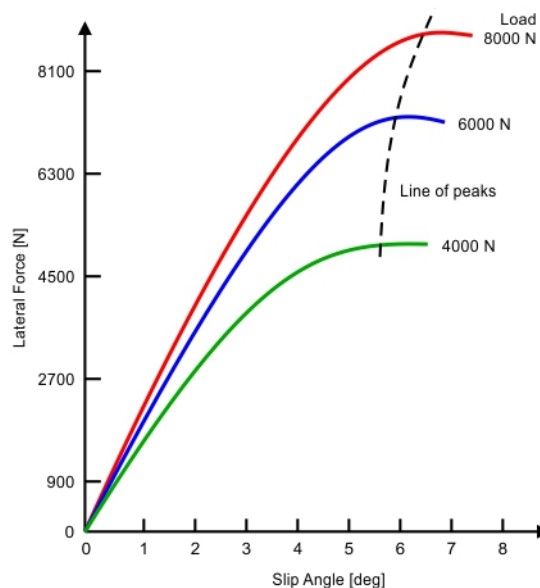
$$V = a11 \cdot F_z + a9 + a10 \cdot \gamma \quad (2.27)$$

$$Bx1 = B \cdot (sa + H) \quad (2.28)$$

Tabela 2.2: Tabela dos parâmetros da força lateral do modelo Pacejka '94

Parâmetro	Designação	Valores típicos
a0	Fator de forma	+1.2 - +18
a1	Influência da carga no coeficiente de fricção longitudinal (*1000) [1/kN]	-80 - +80
a2	Coeficiente de fricção longitudinal (*1000)	+900 - +1700
a3	Mudança de rigidez com deslizamento [N/deg]	+500 - +2000
a4	Mudança de progressividade da rigidez/carga [1/kN]	0 - +50
a5	Influência do camber na rigidez [%/deg/100]	-0.1 - +0.1
a6	Mudança da curvatura com a carga	-2 - +2
a7	Fator da curvatura	-20 - +1
a8	Influência da carga na variação horizontal [deg/kN]	-1 - +1
a9	Variação horizontal com carga nula e camber nulo [deg]	-1 - +1
a10	Influência do camber na variação horizontal [deg/deg]	-0.1 - +0.1
a11	Variação vertical [N]	-200 - +200
a12	Variação vertical a carga nula [N]	-10 - +10
a13	Influência do camber na variação vertical, influenciado pela carga [N/deg/kN]	-10 - +10
a14	Influência do camber na variação vertical [N/deg]	-15 - +15
a15	Influência do camber no coeficiente de atrito lateral [1/deg]	-0.01 - +0.01
a16	Mudança de curvatura com o camber	-0.1 - +0.1
a17	Mudança de curvatura	-1 - +1

A análise da força lateral é essencial para o comportamento do pneu em curva, Figura 2.16.

Figura 2.16: Gráfico da força lateral em função do *slip angle* [25].

É importante referir que F_y aumenta com o aumento do *slip angle* até atingir o pico de força que o pneu produz, denominado limite de adesão, a partir do qual a relação é inversa. Para pneus de competição, os que disponibilizam mais *grip*, essa transição é abrupta, trazendo desafios à condução.

É igualmente necessário mencionar que a força lateral é dependente da força vertical, com uma tendência semelhante à descrita anteriormente, Figura 2.17.

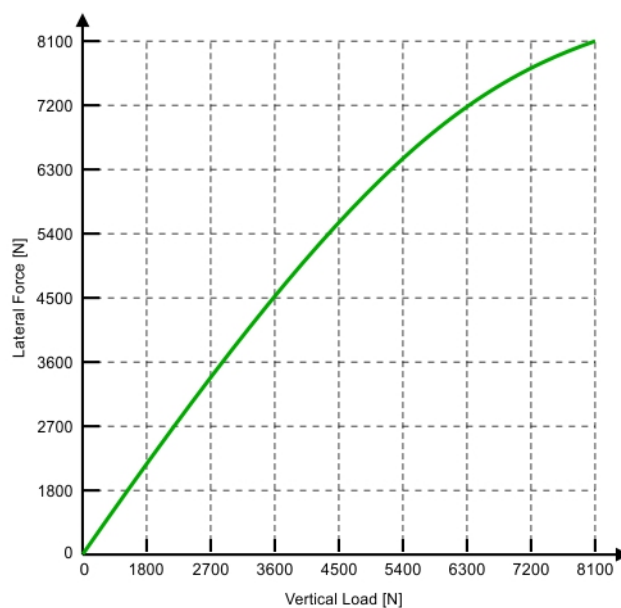


Figura 2.17: Gráfico da força lateral em função da força vertical [25].

Quando ocorre a transferência de carga do pneu interior para o exterior devida a uma força lateral a atuar sobre o carro em curva, não há alteração da carga vertical a atuar no eixo. Contudo, no limite da aderência, a *grip* no eixo é menor do que se essa transferência não ocorresse. Daí a necessidade de reduzir a transferência de carga [25].

2.3.3 Camber

Camber é o ângulo que o eixo do pneu faz com o eixo vertical na vista da frente do carro. Este é positivo quando a extremidade superior do pneu está inclinada para fora do veículo e é negativo se o pneu apontar para o interior, Figura 2.20.

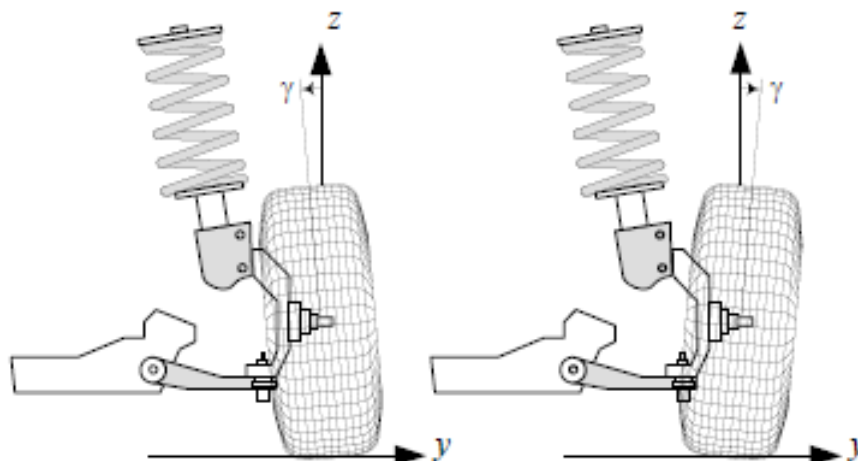


Figura 2.18: Ilustração do camber [3]. Configuração da esquerda: camber negativo; configuração da direita: camber positivo.

A reação lateral do pneu em curva é bastante influenciada por este parâmetro, já que a área de contacto pneu-estrada varia com a inclinação do pneu. A força lateral máxima de um pneu é atingida a um valor de camber reduzido, que se deve à contribuição do *camber thrust* que é uma força lateral adicional provocada pela deformação elástica do movimento da borracha.

Valores baixos de camber positivo trazem estabilidade de condução. Contrariamente, no desporto automóvel, são usados valores baixos de camber negativo, que aumenta a aderência do pneu face às elevadas acelerações laterais que o carro sofre. O ângulo de camber tende a aumentar o desgaste do pneu, o que piora as condições de aceleração e desaceleração com o tempo, mas é essencial para produzir reações laterais suficientes a altas velocidades. É aconselhável as rodas terem um ângulo de camber estático, já que em curva o camber tende a variar devido ao movimento vertical da suspensão [4, 14].

2.3.4 *Slip angle* e *Slip ratio*

Slip angle, ou ângulo de escorregamento, corresponde ao ângulo entre a direção a que o pneu rola e a direção a que o pneu está apontado.

Quando o pneu está em movimento e sobre uma carga, há a deformação da borracha do pneu, portanto há uma variação na área de contacto pneu-estrada onde há aderência, tanto em direção como em tamanho, daí a existência de um *slip angle*. Isto proporciona uma variação na direção do carro, i.e., fenómenos de subviragem e sobreviragem, e origina uma reação lateral, *grip*. Ter um *slip angle* traseiro maior do que o frontal provoca uma sobreviragem, enquanto que o contrário provoca uma subviragem do veículo. Quando estes se igualam não ocorre efeito de viragem e as rodas deslocam-se na posição exata para a qual apontam.

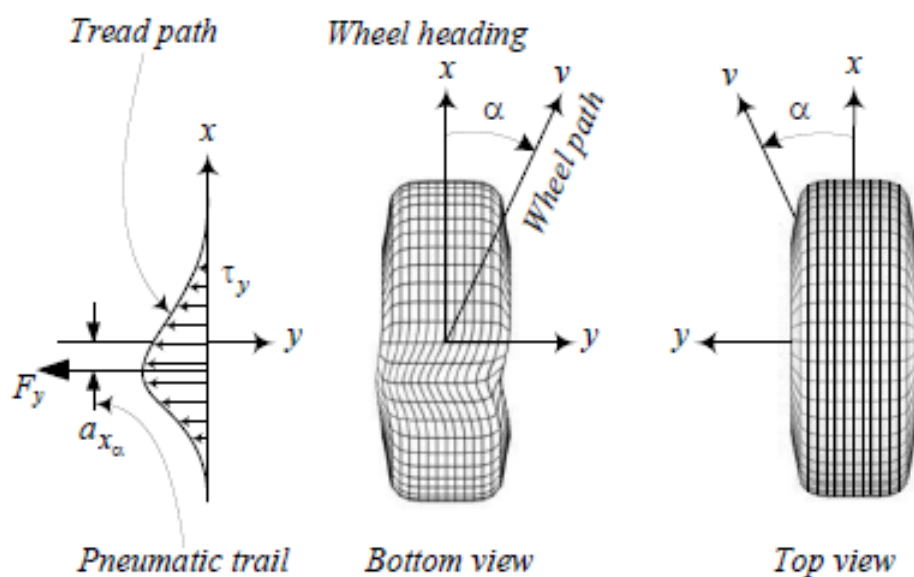


Figura 2.19: Ilustração do *slip angle* e do seu efeito, α [3].

O *slip ratio* ocorre na direção longitudinal quando um momento é aplicado ao eixo de rotação do pneu e dá origem à reação longitudinal no pneu. Pode ser definida como a razão entre a velocidade longitudinal real do pneu e a velocidade do pneu sem carga teórica [4].

2.3.5 Caster

Considerando a vista lateral, o ângulo que o eixo dos pontos de apoio, *kingpin*, faz com a vertical. É positivo quando o ponto superior do eixo é inclinado para a para a traseira e negativo quando o oposto acontece.

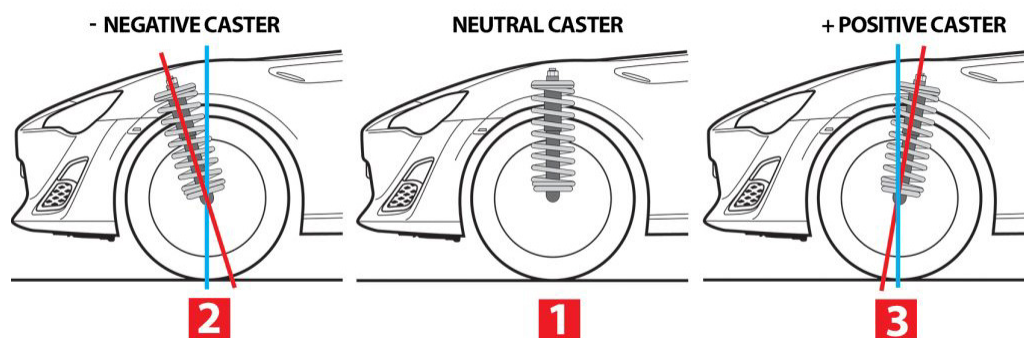


Figura 2.20: Ilustração do caster [26].

O ângulo de caster instiga a variação de camber de uma suspensão em curva, logo torna-se importante adicionar no *set up* da suspensão.

Com caster negativo, embora haja um controlo da direção mais fácil, na travagem a direção torna-se mais instável pois o valor de caster negativo aumenta e o carro tende a inclinar-se para a frente.

O caster positivo proporciona um aumento de camber negativo na roda exterior e uma diminuição deste na roda interior. Como a roda de fora aumenta de peso numa curva e os pneus trabalham no limite da aderência, um aumento de camber negativo nesta melhora a aderência em curva.

Um valor positivo de caster cria também um momento de auto-alinhamento, que aumenta a estabilidade do veículo em linha reta e à saída das curvas. Uma desvantagem deste alinhamento é tornar a direção mais difícil de manusear [4, 26].

2.3.6 *Kingpin angle e scrub radius*

O ângulo do eixo dos apoios da manga de eixo, *kingpin angle*, é o ângulo entre o eixo dos apoios e o eixo vertical na vista frontal. Este é positivo quando o ponto superior está inclinado para o centro do veículo, Figura 2.21 e negativo quando o oposto acontece. Geometricamente, o *scrub radius* é a distância medida na linha de contacto pneu-solo do eixo de *kingpin* e o eixo do centro da roda.

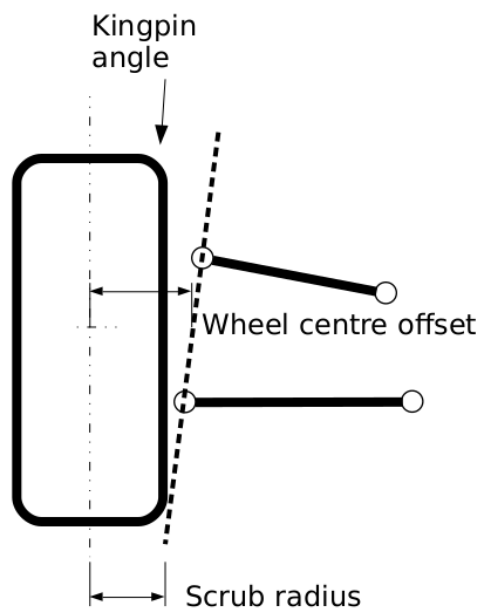


Figura 2.21: Ilustração do ângulo do *kingpin* e do *scrub radius* [27].

O ângulo de *kingpin* é considerado o eixo sobre o qual a roda é direcionada e provoca movimentos verticais do carro, que leva a um auto-alinhamento deste, aumentando a estabilidade. Embora provoque um efeito de camber adverso, um ângulo positivo favorece a diminuição do *scrub radius*.

Este ângulo deve ser incluído igualmente para reduzir o *scrub radius*. Este último deve ser reduzido para que o pneu rode sem que exista *scrubbing*, ou "esfrega", do pneu, que exige um esforço adicional. O esforço exigido para direcionar as rodas aumenta com o aumento do *scrub radius* [27, 4].

Capítulo 3

Metodologia e ferramentas de trabalho

No presente capítulo definem-se a abordagem ao problema e as ferramentas utilizadas. O processo da análise do sistema de suspensão dividiu-se em duas fases, a da análise do comportamento dinâmico e a da análise e otimização estrutural.

Para a análise dinâmica, é necessário tratar dados da dinâmica de veículos a partir dos parâmetros da suspensão. Existem várias maneiras de o fazer, incluindo programas em Excel [28] ou MATLAB [29] e *softwares* como Wingeo3 [30], LSA (Lotus Suspension Analysis) [31], RACE Software, ChassisSim, Adams e Canopy Simulations.

Optou-se por construir uma ferramenta de trabalho numa folha de Excel, visto que se considerou uma boa forma de aprender a fundo as implicações e relações existentes no dimensionamento de uma suspensão. A folha foi trabalhada no sentido de incluir uma abordagem progressiva no dimensionamento dos pontos de apoio dos braços de suspensão e na determinação dos esforços resultantes no ponto de contacto pneu-solo. A folha é adequada à configuração da suspensão em questão, suspensão *push-rod* de braços sobrepostos, e foi sendo ajustada à medida que o processo progrediu e novas ideias foram incluídas.

A partir da folha de Excel, procedeu-se ao dimensionamento de parâmetros como os pontos de apoio dos braços de suspensão, valores de *set-up* dos pneus e valores das rigidezes da suspensão. O dimensionamento parte apenas de valores abstratos e pressupostos empíricos e é um processo contínuo.

O desenho dos componentes foi realizado no já conhecido SOLIDWORKS® CAD, que é um programa de design assistido por computação.

Relativamente à modelação de Elementos Finitos (FEM), escolheu-se utilizar o *software* Altair® Inspire™. Os produtos da Altair são frequentemente empregues neste tipo de aplicações, sendo que a vertente Inspire possui uma interface mais intuitiva e simplificada, permitindo a definição cargas, restrições e contatos complexos através de simples botões. As análises incluem *inputs* de materiais, massas concentradas, cargas e suportes e retorna resultados como deslocamento, fator de segurança, tensão de von Mises e principal tensão principal para cada caso de carga.

Nos estudos estruturais, avaliou-se principalmente os resultados de deslocamento e de fator de segurança. O *software* permite uma análise geral dos deslocamentos para entender a deformação da estrutura para as cargas aplicadas, tanto a nível de magnitude como de forma. Já o fator de segurança é calculado através do quociente entre com a tensão limite de elasticidade conforme definido nas propriedades do material e a tensão em cada componente resultante das cargas. Um fator de segurança menor do que 1.0 indica uma provável falha estrutural do componente.

O Inspire oferece, também, várias opções de topologia, abrangendo objetivos de otimização, restrições de tensão e deslocamento, aceleração, gravidade e condições de carga de temperatura.

Capítulo 4

Modelação matemática e dimensionamento

Na conceção de um veículo de raiz, não existem valores, parâmetros ou especificações definidos. Parte-se apenas de algumas grandezas ou referências, que normalmente provêm de uma extensa pesquisa ou de experiência, das quais resultam certas premissas e objetivos com os quais se trabalha. Para alguém sem experiência, este percurso concentrou-se na tentativa de automatizar um processo de dimensionamento com objetivos gerais legitimados pela pesquisa realizada e por profissionais que auxiliaram durante o processo, tentando depois ajustar e otimizar o mais possível com o tempo disponível.

Previamente à simulação dinâmica e topológica, tem de se dimensionar cinematicamente os braços, nomeadamente os pontos fixação, e as resistências ao rolamento dos eixos dianteiro e traseiro. Este processo é iterativo e maior parte dos valores são arbitrados. De modo a construir uma ferramenta de auxílio ao dimensionamento de uma suspensão, modelou-se um ficheiro Excel que analisasse o comportamento dinâmico e estrutural do conjunto.

Este capítulo expõe os passos da modelação e dimensionamento concretizados, na sequência com que foram pensados, e abordar-se-ão as escolhas feitas pela autora para as várias grandezas admitidas durante o dimensionamento do sistema de suspensão.

4.1 Valores iniciais

As distribuições da massa total, a localização do centro de gravidade do peso suspenso, a distância entre vias, as dimensões da jante e os pneus a utilizar, assim como as massas das últimas duas menções, foram considerados dados previamente definidos. Embora estes valores se considerem fixos e de referência para os cálculos iniciais no caso presente, é de notar que quando se considera um projeto intersectorial há sempre margem para alterações e compromissos. Para além destes valores iniciais, estabeleceu-se um valor objetivo para a massa da suspensão por roda e um intervalo para a altura do centro de gravidade total.

Referem-se seguidamente os valores considerados como objetivos e referências para o sistema.

- O veículo terá 1100 kg e uma distribuição de peso ao eixo frontal de 48%.
- Considera-se que o centro de gravidade está posicionado no centro do carro, logo todas as distribuições e geometrias são simétricas. A altura do centro de gravidade do peso suspenso já se encontra definida pelo projeto previamente concebido dos componentes da carroçaria e é de 370 mm. Tem-se, igualmente, como referência que o centro de gravidade total do veículo se deve encontrar no intervalo de 350 a 370 milímetros.
- A distância entre eixos é também considerada um valor fixo, dado depende do espaço disponível e de outros fatores já definidos. O valor desta é de 2800 mm.
- Foram definidos como objetivos as massas por roda dos sistemas de suspensão frontal e traseiro de 29 kg e 30 kg, respetivamente, assim como massas de 20 kg e 22 kg por roda, respetivamente, para o conjunto da jante e do pneu de cada um dos eixos.
- Neste projeto, não é apresentado um mapa aerodinâmico do veículo, mas sim utilizado um valor único do coeficiente de sustentação pela área total, de valor 2, e a distribuição do peso aerodinâmico para o eixo traseiro, de 55%.
- A aceleração gravítica e a massa específica do ar consideradas são 9.81 m/s^2 e 1.225 kg/m^3 .

Tabela 4.1: Tabela dos valores iniciais considerados fixos.

Total weight [kg]	1100	
	Front	Rear
Weight distribution [%]	48	52
Suspension system weight [kg]	29	30
Wheel assembly weight [kg]	20	22
Wheelbase [mm]	2800	
Sprung CG height [mm]	370	
Total CG height range [mm]	350 - 370	
CL A	2	
Distribution rear [%]	55	
$g \text{ [m/s}^2\text{]}$	9.81	
$\rho \text{ air [kg/m}^3\text{]}$	1.225	

A massa do sistema de suspensão inclui as massas dos componentes de travagem. Estes valores não são necessários para os cálculos cinemáticos e dinâmicos, mas serão importantes na definição da massa pretendida nas otimizações topológicas. As massas, em quilogramas, para o disco, a pinça e a pastilha de travagem por roda são 7.16, 2.78 e 0.5, respetivamente.

Por último, apresenta-se o modelo CAD que inclui as restrições de espaço para colocar todos os componentes da suspensão, Figura 4.1. Este desenho é de metade do carro, sendo a outra simétrica. Trabalha-se apenas para um dos lados e considera-se que o carro seja completamente simétrico. O sistema de eixos adotado foi o do documento CAD disponibilizado, para ir de encontro ao que é utilizado pela empresa. O carro está direccionado no sentido positivo do eixo x .

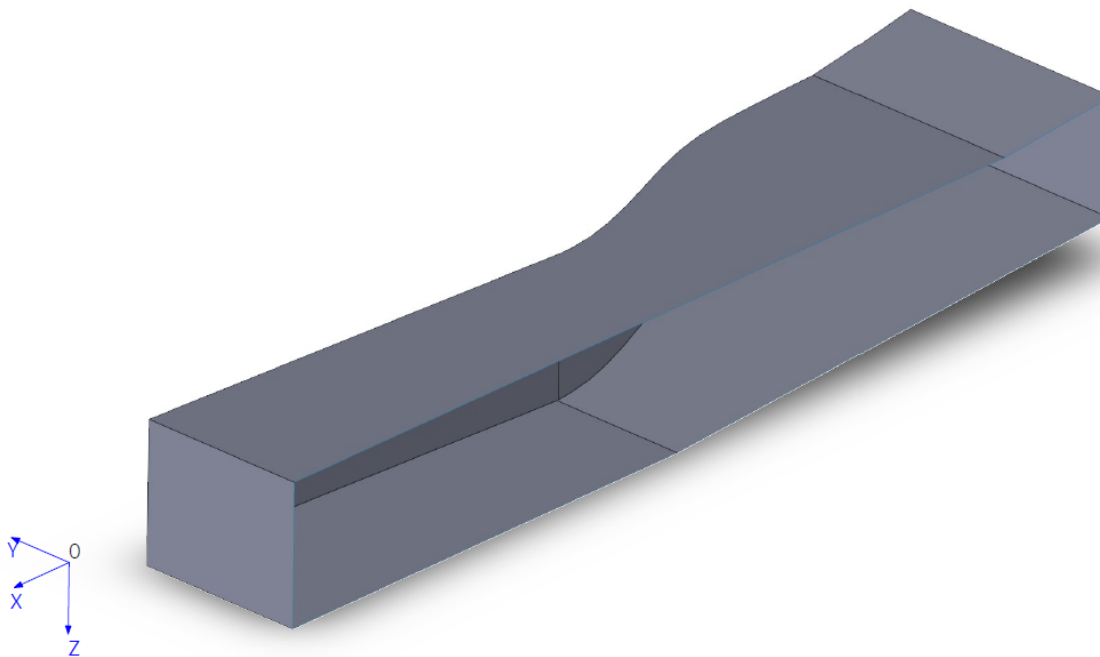


Figura 4.1: Restrições geométricas para a localização dos elementos da suspensão.

O plano x - z é o plano de simetria do carro e o plano x - y é onde o chassis assenta. Há, portanto, a necessidade de definir o plano de contacto das rodas com o solo do veículo, Figura 4.2.

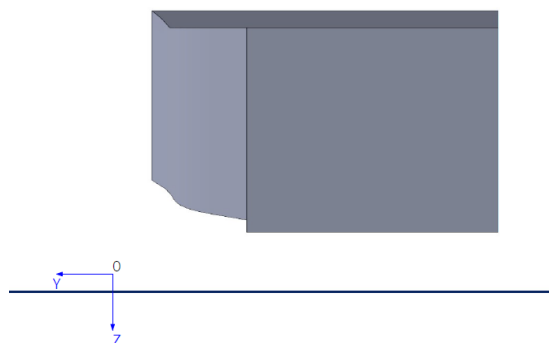


Figura 4.2: Exemplo da localização do plano de contacto das rodas com o chão (linha a preto).

4.2 Programa de cálculo

Posto isto, começa o processo para determinar a cinemática do sistema de suspensão. Falar-se-á agora da construção do programa de cálculo dinâmico de veículos automóveis, sob a forma folha de cálculo em Excel, que foi concretizado antes de começar o dimensionamento propriamente dito. A folha de cálculo permite elaborar cálculos dinâmicos a partir de forças de aceleração impostas, modelar as reações dos pneus e auxiliar no dimensionamento dos pontos de apoio dos braços de suspensão e da direção, das rigidezes da suspensão e dos valores de *set-up* do sistema.

4.2.1 Cálculos iniciais

Com as massas e distribuições de pesos iniciais, consegue-se calcular a massa por roda suspensa e não suspensa, apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Tabela das massas por roda. FL: Front Left; FR: Front Right; RL: Rear Left; RR: Rear Right.

Weight [kg]	FL	FR	RL	RR	Total
Total	264	264	286	286	1100
Sprung	215	215	234	234	898
Unsprung	49	49	52	52	202

Determina-se, também, as distâncias do centro de gravidade aos eixos da frente e de trás e o rácio de transferência de peso devida a estas, Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Tabela das distâncias do CG aos dois eixos e os respetivos rácios de transferência de peso.

Sprung mass	Front	Rear
Distance from axis to CG [m]	1.459243	1.340757
Ratio of weight transfer to axis	0.478842	0.521158

Todos os valores supramencionados não se alteram de iteração para iteração, sendo apenas definidos pelos valores iniciais.

4.2.2 Cálculos dinâmicos

Inicialmente, modelou-se o cálculo das transferências de massa lateral e longitudinal, em função de uma certa aceleração na respetiva direção. As acelerações são apresentadas em unidades “g”, adimensional, que corresponde a 9.81 m/s^2 .

Depois de organizar uma folha com os dados do carro e da suspensão, elaborou-se uma tabela que calculasse a transferência de massa lateral cujo *input* fosse unicamente a força “g” lateral aplicada, destacado a amarelo. Todas as transferências de massa estão em quilogramas.

A segunda coluna calcula a força lateral exercida sobre o centro de gravidade, em Newtons, e a terceira a massa total transferida, calculada pela Equação 2.5. Estes valores são apenas de monitorização.

Dividiu-se a transferência de massa total em três componentes, apresentadas nas colunas seguintes, tal como foi avaliado na revisão bibliográfica, de modo a se ter uma melhor percepção das influências de cada fator, especialmente dos valores das alturas dos centros de rolamento, visto que são estes os valores que se altera. As três parcelas apresentadas são a transferência de massa devida à localização dos centros de rolamento transferência de massa devida ao peso não suspenso, e transferência de massa devida ao rolamento do peso suspenso.

Destacado a verde, estão as somas das transferências de massa parceladas, para os dois eixos e a total, cujos valores serão os usados para os cálculo consequentes.

Tabela 4.4: Tabela modelo das transferências de massa (WT).

Lateral g's	Lateral Force	Total (formula)	WT due to RC heights		WT due to unsprung weight		WT due to car roll		Total		Sum
			Front	Rear	Front	Rear	Front	Rear	Front	Rear	
1	10791	220.4788419	9.361762027	12.08144346	16.24309392	19.25925926	59.12393655	104.810187	84.72879	136.1509	220.8797
2	21582	440.9576837	18.72352405	24.16288693	32.48618785	38.51851852	118.2478731	209.6203741	169.4576	272.3018	441.7594

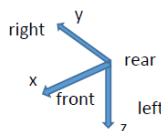
Todos os cálculos e valores foram testados e confirmados através de um teste tipo usado na Adamastor.

De seguida, automatizou-se os cálculos geométricos dos centros de rolamento, do eixo de rolamento e da distância do eixo de rolamento ao centro de gravidade, em função das coordenadas dos apoios dos braços de suspensão, Tabela 4.5. O método empregue é o abordado na Secção 2.2.2, e para isso incluíram-se os *inputs* do plano do eixo das rodas, para projetar os pontos no plano, e do plano do centro de gravidade, para calcular a distância da interseção deste plano com o eixo de rolamento ao centro de gravidade.

Estes cálculos são feitos em função do desenho CAD proporcionado, ou seja, este dita as coordenadas que serão introduzidas. Na Figura 4.2 vê-se a necessidade de adicionar a variável da distância ao solo, para adaptar os cálculos ao sistema de eixos e à disposição do modelo.

Tabela 4.5: Tabela dos cálculos geométricos dependentes dos pontos de apoio dos braços da suspensão.

Floor distance		CG plane (y)		Axis plane (x)	
FRONT		Top A arm		Steering link	
mm		chassis front	chassis rear	frame	upright
X					
Y					
Z					
		Lower A arm			
		chassis front	chassis rear		
X					
Y					
Z					
roll centre [m]					
caster [deg]					
kingpin angle [deg]					
camber gain rate [deg/mm]					
scrub radius[mm]					
ackermann percentage					



Como é possível ver na tabela acima, à medida que o processo foi evoluindo, incluíram-se cálculos do caster, do ângulo do *kingpin*, do raio de *scrub* e do ganho de camber, já que são igualmente influenciados pela geometria dos braços de suspensão e são de grande importância no comportamento dinâmico do veículo. Adicionalmente, acrescentou-se o cálculo da percentagem de Ackermann, como auxílio à decisão da posição da ligação da direção.

A partir das fórmulas do cálculo cinemático de centros de gravidade, adiciona-se os cálculos das alturas do centro de gravidade total do peso não suspenso e do centro de gravidade total, que entram nos cálculos das transferências de massa.

Continuando com a descrição da modelação, o próximo passo foi compreender em que é que o peso vertical e as transferências de massa afetam o comportamento do carro e, mais especificamente, dos pneus. Nesta fase, entram os modelos Pacejka dos pneus que relacionam a força vertical, i.e., peso, exercida sobre estes com as reações laterais e longitudinais, as chamadas *grips*. Para o efeito, teve de se encontrar uma estratégia que simplificasse e automatizasse o processo, sobre o que a autora considerou que o mais prático seria usar diretamente a folha para modelar as curvas e permitir *inputs* de camber, *slip angle*, *slip ratio* e força vertical, F_z , que resultassem em *outputs* das forças laterais e longitudinais, F_y e F_x .

Analisando os modelos Pacejka '89 e '94 explorados na Secção 2.3.2, conclui-se que se deve determinar todos os parâmetros “a” e “b” para que a fórmula seja dependente da força vertical. Os dados com os quais se trabalhou para esta porção foram gráficos das modelações dos pneus das forças longitudinal e lateral dos pneus com três curvas de diferentes F_z .

Procedeu-se à captação dos pontos do gráfico para se ter o conjunto de coordenadas com que trabalhar e construiu-se uma folha separada para calcular os coeficientes. Este cálculo foi feito

através da ferramenta “Solver” do Excel, que consegue aproximar uma função não-linear aos valores que se querem modelar, ajustando os valores nas células das variáveis de decisão, ou seja, os coeficientes “a” e “b”, satisfazendo os limites das células de restrição e reduzindo o erro entre a função real e a aproximada. É apresentado na Figura 4.3 uma das curvas da força lateral em função do *slip angle* para uma força vertical constante.

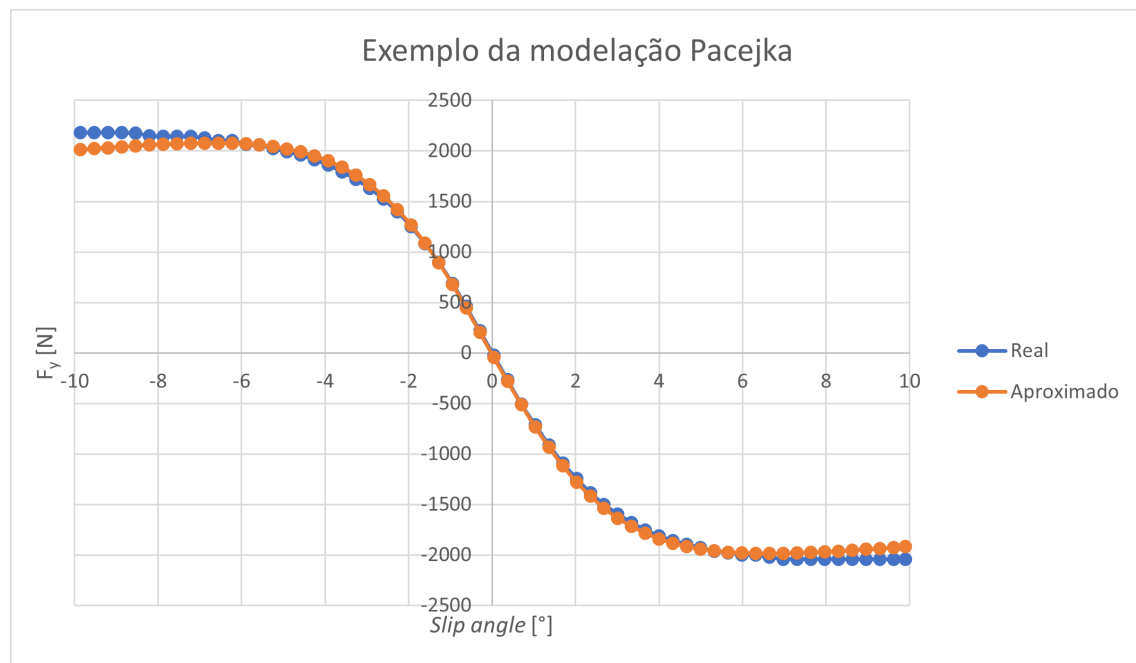


Figura 4.3: Gráfico exemplo da modelação do Pacejka F_y –*slip angle* dos pneus para uma das curvas a F_z constante. A curva a azul representa os valores experimentais disponibilizados, enquanto que a cor-de-laranja é a aproximada.

Inicialmente, utilizaram-se as fórmulas do Pacejka '89 para encontrar a função aproximada em função de F_z . A função e os seus gráficos aparentavam ter comportamentos apropriados para forças verticais mais modestas para camber de 2 a 3 graus; contudo, quando se explorou condições de camber nulo ou forças verticais mais elevadas, o modelo deixou de produzir gráficos e resultados sensatos, como é possível observar na Figura 4.4.

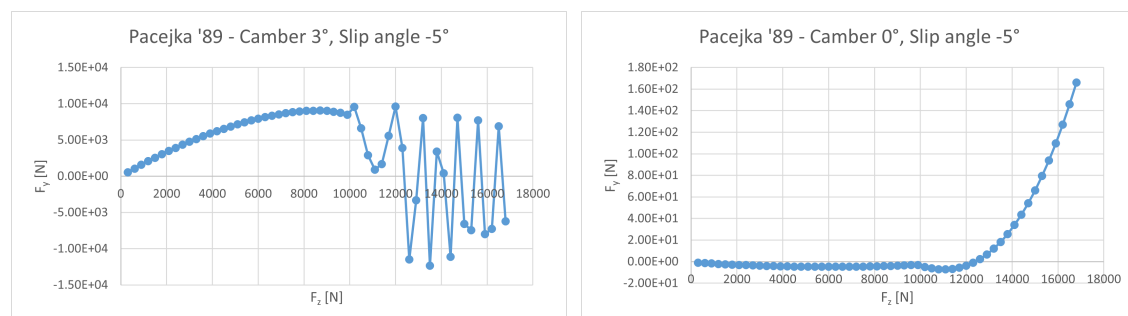


Figura 4.4: Gráficos $F_z - F_y$ resultantes da função aproximada pelo modelo Pacejka '89.

Alterando a abordagem para o modelo Pacejka '94, obtiveram-se resultados melhor ajustados ao comportamento gráfico esperado, Figura 4.5 principalmente da curva $F_z - F_y$ para qualquer valor de camber, *slip angle* e F_z .

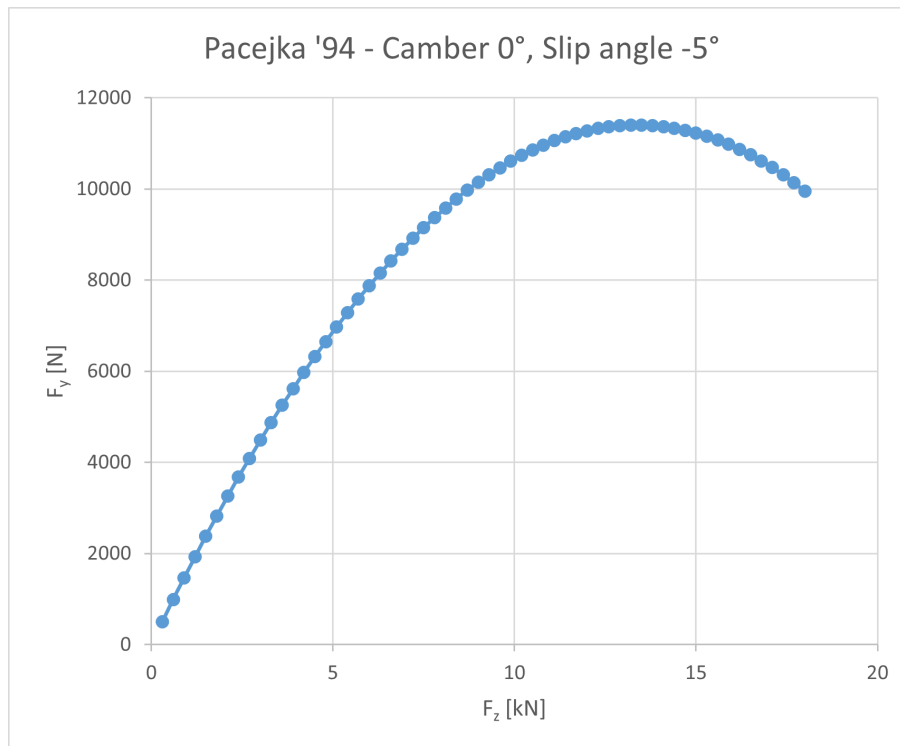


Figura 4.5: Gráficos $F_z - F_y$ resultantes da função aproximada pelo modelo Pacejka '94.

Adicionalmente, é de notar que se limitaram os valores dos coeficientes “a” e “b” aos intervalos sugeridos pela publicação da referência [24], que foram previamente aduzidos na revisão bibliográfica.

Na Tabela 4.6 encontra-se um exemplo da formatação do cálculo de uma reação lateral F_y a partir de uma F_z , em que possíveis *inputs* são o camber e o *slip angle*. Para os cálculos da F_x estes passam a ser apenas o *slip ratio*.

Tabela 4.6: Exemplo do cálculo de uma reação lateral F_y .

FL										
Fz [N]	camber	slip angle	c	d	bcd	e	h	v	Bx1	Fy
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!
0.00		0	0	1.591347729	0	0	-0.301930802	0.00180426	9.999474	#DIV/0!

Tendo a transferência de massa e a respostas longitudinal e lateral do pneu à força vertical devidamente delineadas, incluíram-se cálculos do gradiente de rolamento e da frequência da suspensão, valores importantes na monitorização do comportamento dinâmico do veículo.

À medida que foram sendo testados vários valores e os cálculos se foram compondo, apareceu a necessidade de adicionar a força aerodinâmica às forças verticais, para que os valores de *grip* sejam mais aceitáveis. Sem a força aerodinâmica, a força vertical devido ao peso do veículo não é suficiente para gerar a força lateral necessária para combater as forças centrífugas envolvidas. A força aerodinâmica exercida em cada condição dinâmica é melhor captada pelo mapa aerodinâmico do veículo, uma vez que o que o pacote aerodinâmico produz varia dinamicamente. Simplificando a abordagem para o exercício em questão, calcula-se a força vertical resultante do efeito aerodinâmico em cada eixo através da Fórmula 2.9, apenas incluindo como variáveis o coeficiente de sustentação definido para a área total, a distribuição desta força para cada eixo e a velocidade instantânea.

Definiu-se, finalmente, um espaço para apresentar os esforços estruturais aplicados no ponto de contacto pneu-solo a que o sistema de suspensão será sujeito, calculados através dos Pacejka dos pneus, que serão depois utilizados na parte da simulação estrutural. As variáveis independentes são as forças g laterais, longitudinais e verticais, e as velocidades, enquanto que os resultados apresentados são as transferências de massa, o peso vertical, a força aerodinâmica e as reações F_z , F_y e F_x em cada um dos pneus.

4.3 Dimensionamento

Nesta secção discutir-se-á as escolhas feitas para o dimensionamento da suspensão, baseado no programa de cálculo criado e nas informações iniciais fornecidas. Para o dimensionamento da suspensão, os valores que serão arbitrados são os pontos de apoio dos braços dos triângulos e do braço da direção, as larguras de via, a altura do centro de gravidade do peso não suspenso, a rigidez ao rolamento da suspensão, e alguns valores de *set-up* dos pneus.

4.3.1 Pneus

Para o caso em questão, consideraram-se dois pneus fornecidos pela empresa designados de 245 e 265. As suas dimensões e parâmetros de *set-up* podem ser vistas nas Tabela 4.7 e 4.8.

Tabela 4.7: Tabela das dimensões dos pneus 245 e 265.

Designação	Largura máxima [mm]	Circunferência [mm]	Diâmetro da jante
245	240	2040	18"
265	268	2045	

Tabela 4.8: Tabela dos parâmetros de *set-up* dos pneus 245 e 265.

Designação	Camber estático máximo [°]	
	Eixo frontal	Eixo traseiro
245	-3.5	-3
265		

Foi utilizado o pneu 245 para o eixo da frente e o 265 para o de trás. Sabendo que o automóvel é de tração traseira, ter um pneu maior no eixo traseiro é benéfico. A estabilidade e a capacidade de aceleração (tração) deste eixo, que sofre um aumento de peso em aceleração, acabam por ser aumentadas com o aumento da área da borracha do pneu que está em contacto com o solo [32].

Com estas informações, consegue-se projetar a forma dos pneus e definir o espaço disponível para alojar os componentes da suspensão.

Influenciados pelos modelos dos pneus são, também, os parâmetros de camber, *slip angle* e *slip ratio* escolhidos para o dimensionamento, i.e., os valores com os quais se vai calcular as reações laterais e longitudinais que ocorrem nos pneus para cada caso de carga.

Para que se consiga analisar os casos com maiores reações, escolhem-se valores destes parâmetros que maximizem tais forças e estejam dentro de intervalos adequados. As forças verticais envolvidas no caso em estudo não ultrapassam os 9000 N. Os valores escolhidos para as análises foram baseados numa primeira análise dos gráficos *slip angle* – F_y e dos gráficos *slip ratio* – F_x

Para o caso do camber, o valor máximo estático que pode atingir é -3.5° , portanto decidiu-se testar casos até aos -3° . Valores negativos de camber proporcionam uma maior reação lateral e são os aconselhados e usados em maior parte dos casos de competição automóvel. Representando num gráfico as variações de F_y com o camber, Figuras 4.6 e 4.7, observa-se que quanto maior o valor em absoluto de camber, maior força lateral é obtida. O valor escolhido é, então, -3° para ambos os pneus.

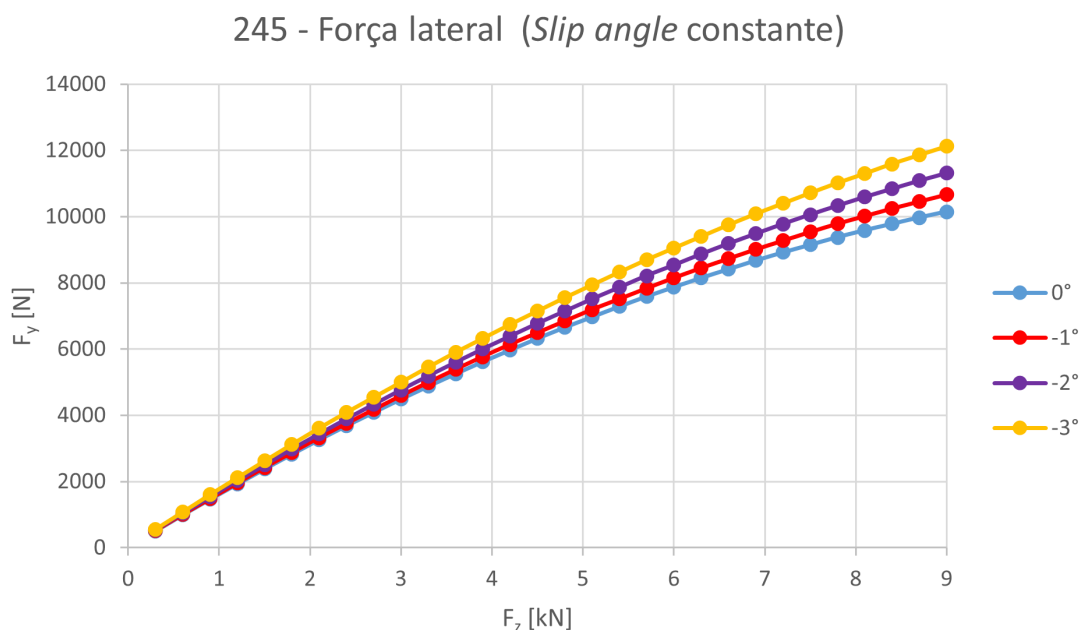


Figura 4.6: Gráficos $F_z - F_y$ em função do camber para o pneu 245.

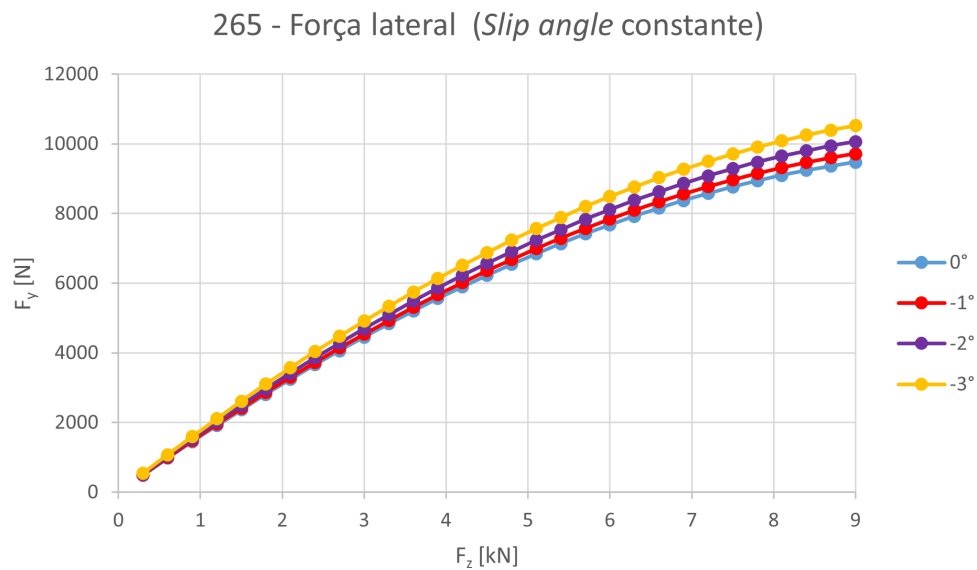


Figura 4.7: Gráficos $F_z - F_y$ em função do *camber* para o pneu 265.

Tratando agora o *slip angle*, maximiza-se do mesmo modo as forças laterais. Nos gráficos das Figuras 4.8 e 4.10 observa-se que, em ambos os pneus, valores positivos de *slip angle* resultam em forças laterais maiores. Aproximando os gráficos num intervalo de forças verticais que melhor assenta o caso em estudo, Figuras 4.9 e 4.11, pode concluir-se que os valores a usar são de -7° para o pneu frontal e -8° para o traseiro.

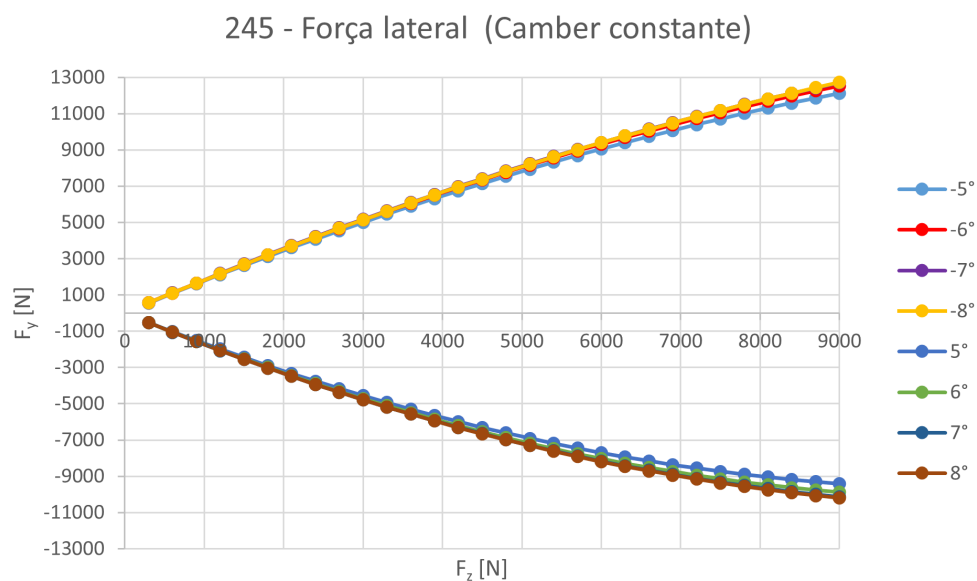


Figura 4.8: Gráficos $F_z - F_y$ em função do *slip angle* para o pneu 245.

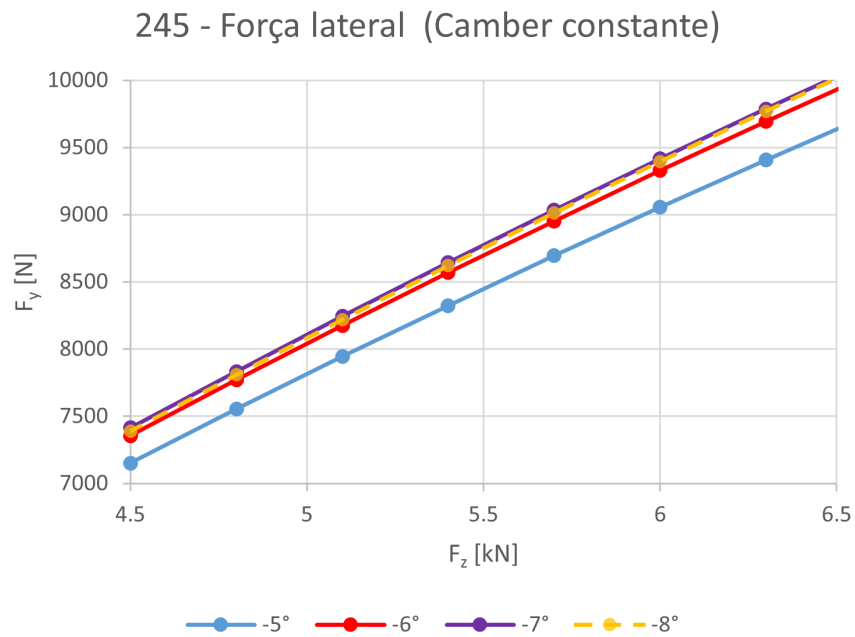


Figura 4.9: Gráficos $F_z - F_y$ em função do *slip angle* para o pneu 245 (2).

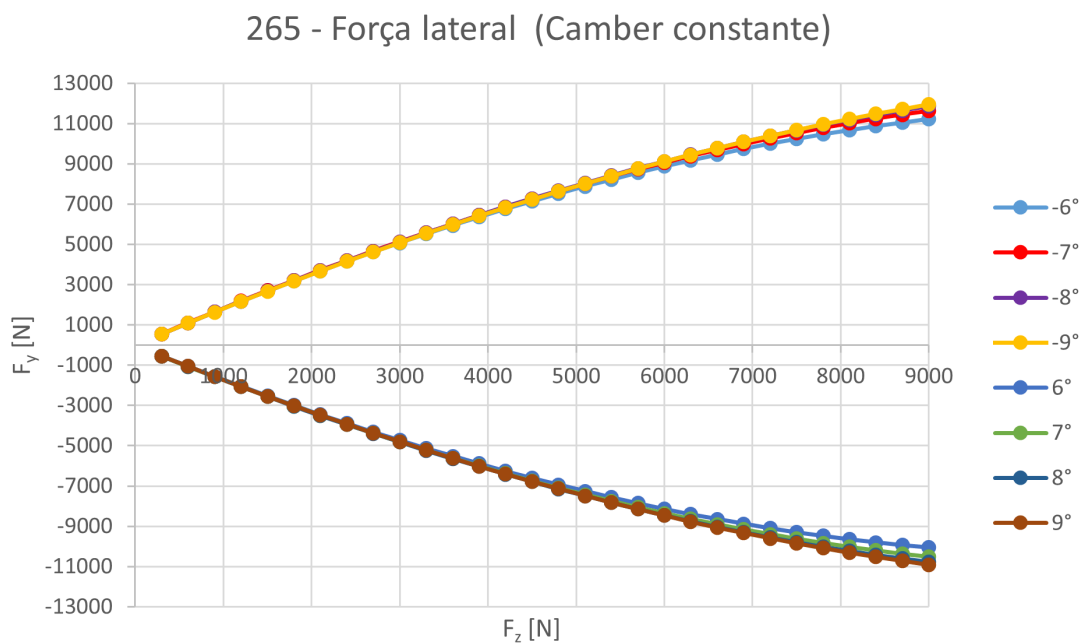


Figura 4.10: Gráficos $F_z - F_y$ em função do *slip angle* para o pneu 265.

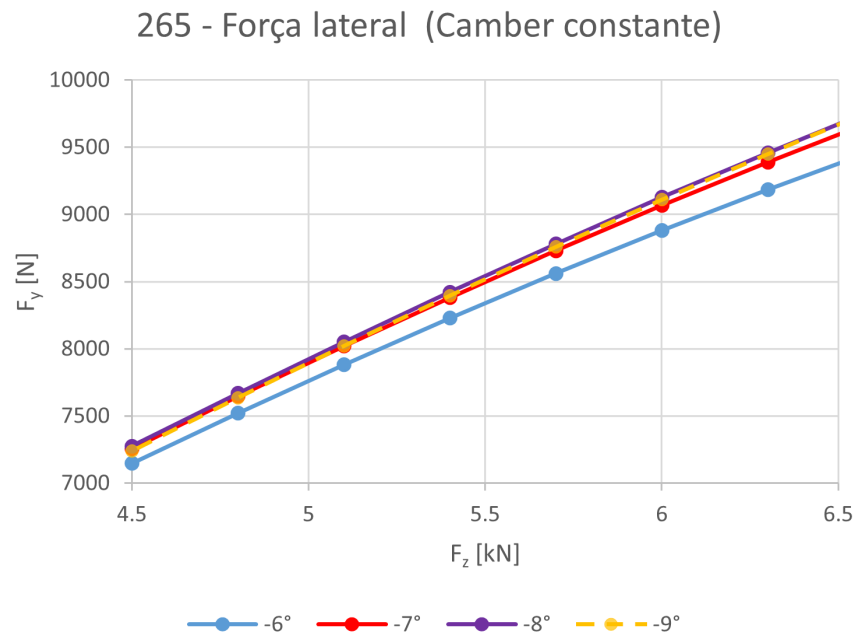


Figura 4.11: Gráficos $F_z - F_y$ em função do *slip angle* para o pneu 265 (2).

O mesmo foi feito para o *slip ratio* e para as forças longitudinais. Os gráficos estão representados nas Figuras 4.12 e 4.13 e elege-se um *slip ratio* de 9 para ambos os pneus.

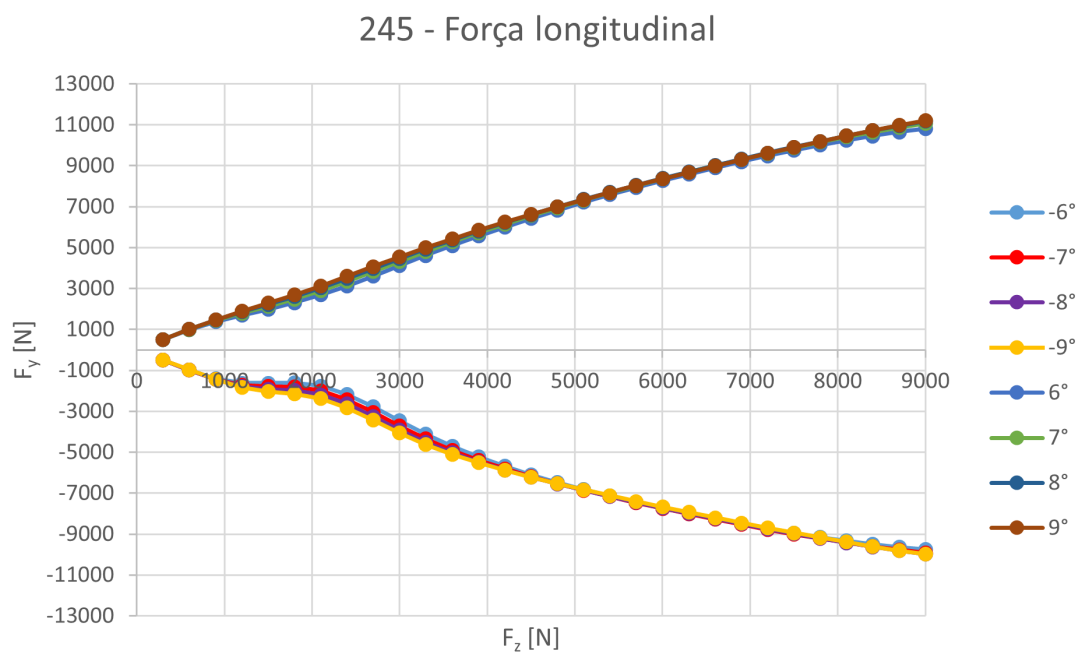


Figura 4.12: Gráficos $F_z - F_x$ em função do *slip ratio* para o pneu 245.

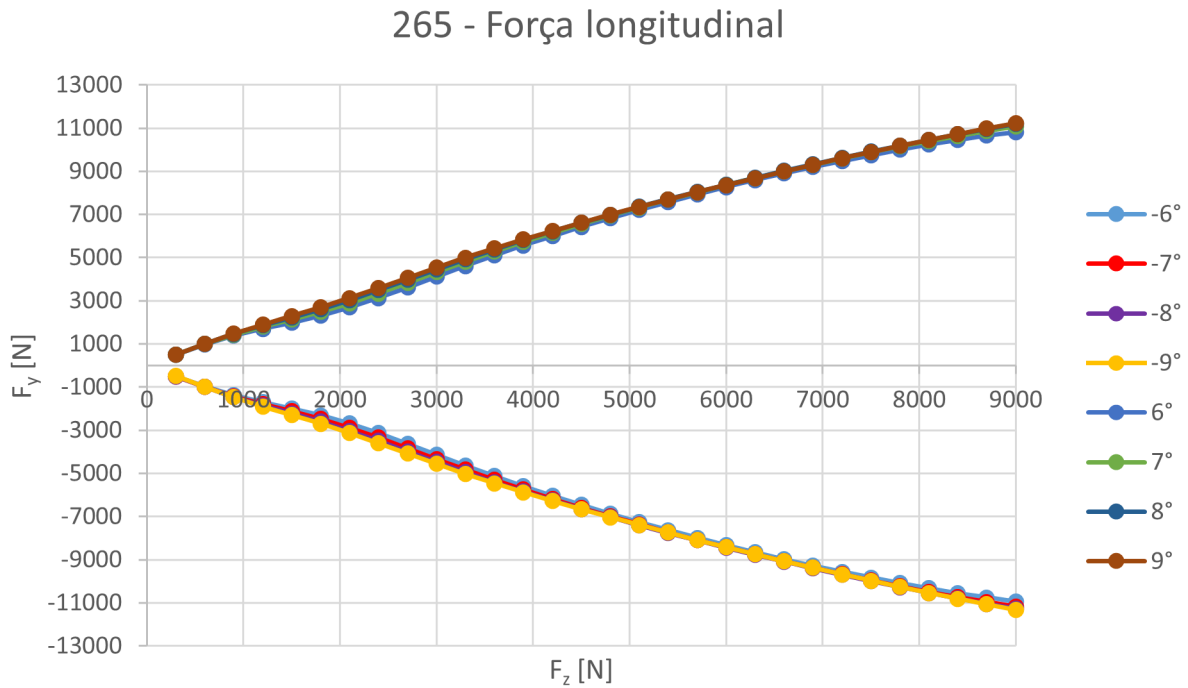


Figura 4.13: Gráficos $F_z - F_x$ em função do *slip ratio* para o pneu 265.

4.3.2 Largura de via

O primeiro conceito que se considera na escolha dos comprimentos de via é a fórmula do cálculo da transferência de massa.

$$\Delta W = \frac{W A_y h_{CG}}{t} \quad (4.1)$$

Verifica-se que a transferência de massa é inversamente proporcional à largura de via, portanto quanto maior a largura de via, menor será a transferência de massa. Intuitivamente, escolhe-se maximizar a largura de via, dentro das restrições impostas, para que a transferência de carga seja minimizada.

Na Figura 4.14 observa-se a distância máxima que é possível ocupar para meio carro, representada pela distância entre os dois planos a verde.

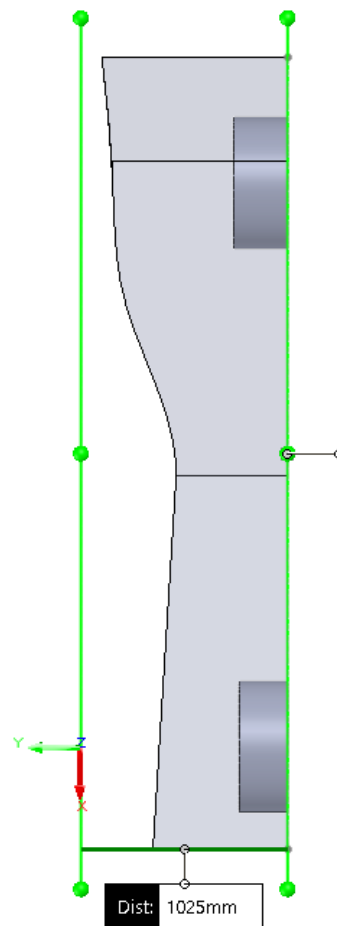


Figura 4.14: Vista de topo do desenho das restrições.

Sabendo que os pneus têm largura máxima de 240 e 268 milímetros, as respectivas larguras de via máximas que são possíveis obter são de 1810 e 1782 mm. Deste modo, a largura de via da frente será de 1.81 metros e a de trás de 1.782 metros.

4.3.3 Altura do centro de gravidade do peso não suspenso

Os valores das alturas dos centros de gravidade dos dois eixos foram escolhidos de modo a que a altura do centro de gravidade total ficasse dentro do intervalo já aduzido de 350 a 370 mm. Arbitraram-se as alturas de 300 e 330 milímetros para as alturas dos centros de gravidade dos eixos frontal e traseiro, respetivamente, Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Tabela das alturas dos centros de gravidade do peso não suspenso e do veículo.

	Front	Rear	Total
Unsrpung CG heitght [m]	0.3	0.33	0.315445545
CG height [m]			0.359981818

4.3.4 Geometria

Como é aduzido no Capítulo 2, os pontos de apoio dos braços influenciam as altura dos centros de rolamento, o caster, o ângulo do *kingpin* e as características “anti” da suspensão. Por opção da autora, este último parâmetro não será tido em consideração no dimensionamento, visto que está relacionado com os apoios do chassis que podem ser facilmente alterados sem causar muitos problemas com as restantes dimensões.

O primeiro fator ponderado foram os centros de rolamento (RC), visto que são os mais importantes. É de notar que:

- Alturas de centros de rolamento não podem ser demasiado elevadas, de modo a evitar os fenómenos de *jacking*, que é o fenómeno em que o carro se eleva a curvar, e *scrubbing* lateral do pneu em ressaltos.
- Contrariamente, se não forem suficientemente altas, o corpo do carro fica mais sujeito a rolar numa curva e produzir *camber* adverso.
- Ambos os RC têm de ser relativamente baixos, para minimizar a transferência de carga devido a estas alturas.
- Diminuir o RC num dos eixos reduz o momento de rolamento resistido por tal extremidade, e as rodas deste eixo estão mais uniformemente carregadas [4].

Posto isto, decide-se que os RC estarão na ordem das dezenas e que o RC frontal será menor do que o traseiro, já que, por ter menos percentagem de peso sobre si, vai ter menos força vertical e *grip*, necessitando de maior uniformidade na transferência de carga do que o seu par.

Estabeleceu-se como objetivo centros de rolamento de 30 e 50 milímetros acima do solo para os eixos frontal e traseiro, respetivamente. Esta decisão foi feita com a ajuda dos peritos da empresa, que recomendaram esta gama de valores, e confirmada através de vários testes na folha de cálculo, variando estes valores e verificando o que acontece aos valores de transferência de massa.

Durante o processo das decisões geométricas, manipulou-se um desenho Solidworks de uma configuração de triângulos sobrepostos de modo a que os RC se enquadrem nos valores pretendidos e dentro das restrições geométricas impostas de um modo gráfico. Para ajustar o ficheiro inicial das restrições a um sistema de coordenadas vantajoso ao problema em questão, decidiu-se deslocar a origem em x para o eixo frontal do veículo. Calculando a distância a que o eixo frontal fica do centro do veículo através da distribuição de massas, translada-se o referencial para essa posição, o que resulta nas coordenadas de $x=0$ e $x=2800$ para os planos dos eixos frontal e traseiro, respetivamente. É possível observar a localização do referencial na Figura 4.14.

Na primeira iteração consideram-se apenas as alturas dos RC como referências.

Tabela 4.10: Primeira iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo frontal.

FRONT mm	Top A arm		
	chassis front	chassis rear	upright
X	89	-125	0
Y	-491	-489	-813
Z	-432	-444	-450
	Lower A arm		
	chassis front	chassis rear	upright
X	146	-88	0
Y	-401	-399	-813
Z	-150	-155	-151
roll centre [m]	0.03115573		
caster [deg]	0		
kingpin angle [deg]	0		

Tabela 4.11: Primeira iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo traseiro.

REAR mm	Top A arm		
	chassis front	chassis rear	upright
X	-2746	-2923	-2800
Y	-189	-187	-730
Z	-466	-471	-480
	Lower A arm		
	chassis front	chassis rear	upright
X	-2722	-2900	-2800
Y	-228	-226	-730
Z	-299	-305	-300
roll centre [m]	0.04665658		
caster [deg]	0		
kingpin angle [deg]	0		

Das Tabelas 4.10 e 4.11, fazem-se os seguintes comentários:

- Os pontos foram arbitrados no desenho das restições, de modo a que ficassem adequados ao espaço disponível.
- Os apoios da manga de eixo estão nos planos frontais das rodas, posicionados numa linha vertical.
- As coordenadas x dos apoios do chassis de cada um dos braços foram colocados em lados opostos aos planos das rodas. Arbitrou-se coordenadas y e z aleatórias.

- Não se considerou as localizações dos apoios do chassis como condicionantes, portanto provêm apenas de escolhas intuitivas inspiradas dos exemplos observados. Futuras considerações às características "anti" e a um modelo mais detalhado do carro estão em ordem.

Nas Tabelas 4.10 e 4.11 confirma-se que esta primeira iteração das coordenadas dos apoios resulta em valores centros de rolamento que se enquadram nos valores pretendidos, e em valores dos ângulos de *caster* e de *kingpin* nulos. Este último aspeto deve ser corrigido, já que se sabe que este *set-up* não é favorável ao comportamento do veículo.

Posto isto, é feita uma nova iteração dos apoios da manga de eixo que tem em consideração os valores destes ângulos, que se enquadraram em intervalos aconselhados pela empresa para o carro em questão através de conhecimento empírico. Os intervalos são 5 - 8 ° de *camber* e 10 - 20 ° de ângulo de *kingpin*. Os métodos para manipulação destes parâmetros de modo a encontrar valores de referência estão nas Figuras 4.15 e 4.16.

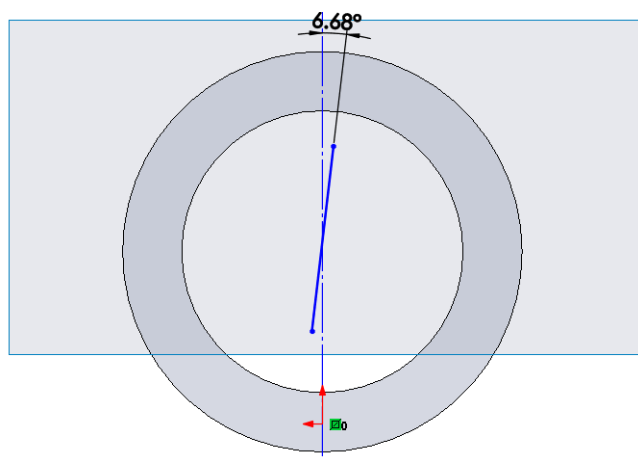


Figura 4.15: Ângulo de *caster* do eixo da frente.

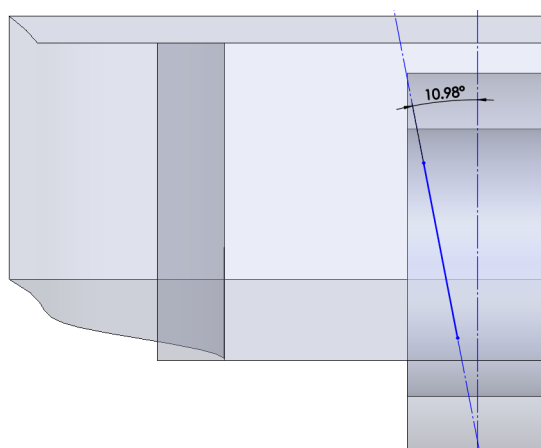


Figura 4.16: Ângulo de *kingpin* do eixo da frente.

Os conjuntos de coordenadas resultantes desta iteração encontram-se nas Tabelas 4.12 e 4.13 e as respetivas localizações no espaço na Figura 4.17.

Tabela 4.12: Segunda iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo frontal.

FRONT mm	Top A arm		
	chassis front	chassis rear	upright
X	89	-125	-18
Y	-491	-489	-813
Z	-432	-444	-450
Lower A arm			
	chassis front	chassis rear	upright
X	146	-88	17
Y	-401	-399	-871
Z	-150	-155	-151
roll centre [m]		0.03028617	
caster [deg]		6.67648006	
kingpin angle [deg]		10.9778937	

Tabela 4.13: Segunda iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo traseiro.

REAR mm	Top A arm		
	chassis front	chassis rear	upright
X	-2746	-2923	-2811
Y	-189	-187	-730
Z	-466	-471	-480
Lower A arm			
	chassis front	chassis rear	upright
X	-2722	-2900	-2789
Y	-228	-226	-778
Z	-299	-305	-300
roll centre [m]		0.04600242	
caster [deg]		6.96825674	
kingpin angle [deg]		14.9314172	

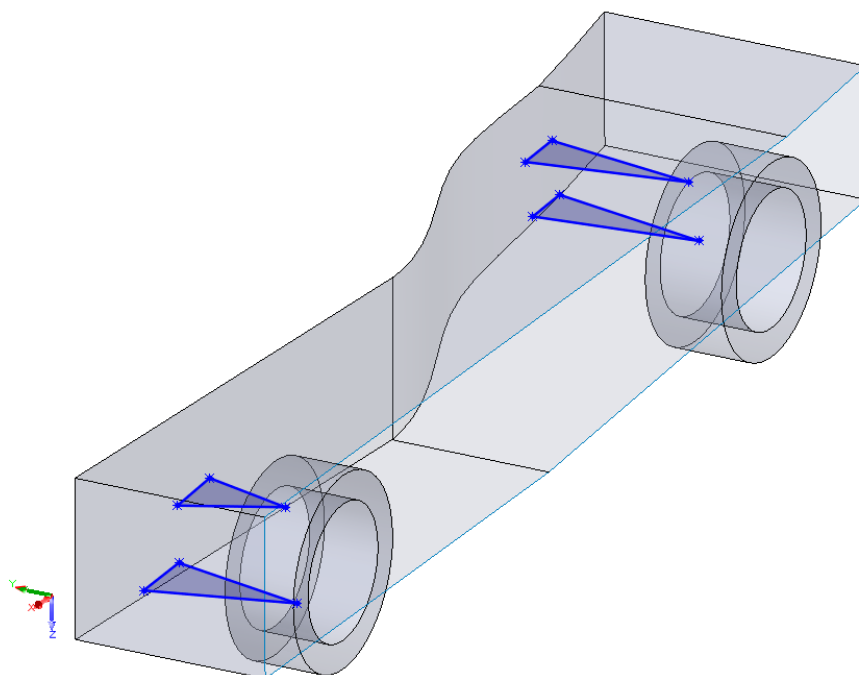


Figura 4.17: Representação no espaço dos pontos de apoio dos braços de suspensão.

A partir destes valores, começou-se a construir um modelo 3D do conjunto e todas as alterações seguintes advêm dessa componente. Decidiu-se começar este processo apenas com um eixo, o frontal. As coordenadas dos *pick-up points* do eixo traseiro permanecerão inalteradas.

4.3.5 Roll stiffness

Dividiu-se o processo do dimensionamento da *roll stiffness* (rigidez ao rolamento) em duas fases. A primeira consiste em definir a distribuição de rigidez pelos eixos, i.e., os rácios da rigidez ao rolamento, que é seguida da estimativa do valor da rigidez total, a da mola e a da barra estabilizadora.

Para conseguir agrupar melhor os cálculos iniciais e obter resultados mais diretamente, construiu-se uma folha à parte com os vários parâmetros que se podem arbitrar e os resultados mais relevantes a analisar, o que é útil para definição dos rácios da rigidez ao rolamento.

Tabela 4.14: Tabela com os valores a arbitrar para a definição dos rácios da *roll stiffness*

	Front	Rear			
Track [m]	1.81	1.782	CL A	2	
H CG unsprung	0.3	0.33	Distribution rear	0.55	
H RC [m]	0.037729763	0.046002419		km/h	m/s
Roll stiffness ratio	0.5	0.5	High speed cornering	200	55.55555556
			Low speed cornering	80	22.22222222

Na Tabela 4.14, apresentam-se os valores que se podem alterar a amarelo, ou seja, as larguras das vias, as alturas dos centros de gravidade do peso não suspenso e de rolamento de cada eixo, e, realçado a vermelho, os rácios da *roll stiffness*. Este último é o valor trabalhado nesta fase, sendo que os restantes já foram previamente ponderados.

Para esta etapa, começa-se por calcular consecutivamente as transferências de massa resultantes dos dados iniciais, as forças centrífugas e as reações laterais de ambos os eixos. A análise foca-se na soma das reações laterais de cada um dos eixos e na força centrífuga aplicada a cada eixo. O objetivo do dimensionamento é que o veículo seja o mais equilibrado possível, logo que tenha mais ou menos o mesmo valor de *grip* em ambos os eixos. Logo, pretende-se que a soma das reações laterais do eixo da frente seja igual à soma das do eixo traseiro. Ademais, é importante que esta soma das reações laterais seja suficiente para combater a força centrífuga que está a atuar sobre o eixo.

Devido a este último facto mencionado, os cálculos aerodinâmicos passam a ser bastante relevantes. Se não se acrescentar as forças aerodinâmicas verticais às forças verticais, os pneus não produzem força lateral suficiente para combater forças centrífugas, para forças "g" mais significativas, o que resultaria em cálculos pouco concisos. Para o efeito, duas velocidades em curva são escolhidas para este dimensionamento. Para uma curva a alta velocidade, considera-se a velocidade de 200 km/h, enquanto que para uma curva a baixa velocidade, esta é de 80 km/h.

Decidiu-se, ainda, que se dimensionaria a distribuição da *roll stiffness* a partir de uma força de 2 g [33] para uma curva de alta velocidade, em *pure cornering* (curva), que é uma boa estimativa ao que um carro de turismo está sujeito.

Com os cálculos dispostos para uma força de 2 g e uma velocidade de 200 km/h, iguala-se as somas das F_y de ambos os eixos, destacado a verde na Tabela 4.16, obtendo-se razões de *roll stiffness* aproximadas a adotar neste exercício, Tabela 4.17. Verifica-se, adicionalmente, que os valores das reações laterais dos eixos são superiores ao da força centrífuga distribuída.

Tabela 4.15: Valores das força centrífuga e da sua distribuição por eixo.

Centrifugal force [N]				
Lat g Speed	Total	Front	Rear	
2 200	21582	10334.37	11247.635	
1.64 80	17697.24	8474.18	9223.0605	
1.65 80	17805.15	8525.851	9279.2987	

Tabela 4.16: Valores das reações laterais e das suas somas por eixo.

Lateral reaction [N]						
Lat g Speed	FL	FR	RL	RR	Front	Rear
2 200	8209.21	3203.68	9342.40	2070.50	11412.90	11412.90
1.64 80	6795.43	2488.70	7889.30	1390.53	9284.13	9279.83
1.65 80	6807.39	2474.40	7905.02	1366.78	9281.79	9271.80

Tabela 4.17: Valores a arbitrar dos rácios da *roll stiffness* a adotar.

Roll stiffness ratio 0.361659864 0.638340136

De notar que os valores das alturas dos *roll centres* considerados são os finais, que serão apresentados posteriormente.

Os valores das segunda e terceira linhas das Tabelas 4.15 e 4.16 são calculados a 80 kmph. Tentou ajustar-se o valor da força "g" lateral para que as F_y de ambos os eixos suportassem a devida força centrífuga, resultando no valor de 1.64 g. Exemplificando, para 1.65 g denota-se que o eixo traseiro perderá aderência, já que a soma das reações laterais do eixo são inferiores à força centrífuga que atua sobre o eixo, sublinhado a vermelho.

Após a definição destas razões, é oportuno atribuir um valor a esta *roll stiffness*. Existem vários métodos para arbitrar e iterar a *roll stiffness*. Escolhe-se calcular estes valores de um modo simplificado através das fórmulas seguintes [4].

$$\frac{\phi}{A_y} = \frac{-W \times g \times H}{K_{Total}} \quad (4.2)$$

e

$$K_R = \frac{\Delta W \times g}{x} \quad (4.3)$$

onde

ϕ/A_y : *Roll gradient* [rad/g]

W : Massa total [kg]

H : Distância vertical do CG ao *roll axis* [m]

K_{Total} : *Roll stiffness* total [Nm/rad]

K_R : *Ride rate* [N/m]

ΔW : Transferência de massa [kg]

x : Deslocamento vertical da roda [m]

O *roll gradient* (gradiente de rolamento) é um valor de referência do movimento rotacional a que o veículo está sujeito por unidade de aceleração lateral. Em competição automóvel é desejável que este valor seja bastante reduzido, a fim de que o comportamento dinâmico do veículo seja o menos possível perturbado pelo seu rolamento. Os valores de *roll gradient* para veículos de competição rondam os $\pm 1.5^\circ/\text{g}$ [15]. O valor assumido será de $\pm 1^\circ/\text{g}$. Este podia ser mais baixo se assim se pretendesse, porque os valores que se usam atualmente são bastante baixos. Posto isto, empregando a Fórmula 4.2, obtém-se um valor sensato para a *roll stiffness* a considerar de modo a que o carro não role mais do que 1° por unidade de aceleração lateral.

Paralelamente, mediante um pretendido deslocamento vertical, é possível definir a um valor que se pode adotar de *ride rate* (taxa ou rigidez de deslocamento), que engloba os comportamentos

da mola e do pneu. Atribui-se o valor de 50 mm ao deslocamento vertical da roda permitido, que é uma estimativa baseada na pesquisa feita e em conhecimento empírico [15]. Como estes 50 mm não são completamente intransponíveis, usa-se a transferência de massa a 2 g calculada com os rácios escolhidos como referência para calcular a *ride rate*, com poucas considerações adicionais.

Tabela 4.18: Tabela dos cálculos das rigidezes.

Roll gradient [deg/g]				Front	Rear
1	Wheel travel allowed [m]			0.05	0.05
	Front	Rear	Total		
Roll stiffness [Nm/rad]	73333.7725	129436.233	202770.005		
Ride rate [N/m]	32982.2357	53695.1209			
Ride frequency [Hz]	1.77892736	2.1807432			
Ride stiffness [Nm/rad]	54026.5511	85255.0725			
ARB stiffness [Nm/rad]	19307.2214	44181.1602			

Complementarmente, apresenta-se na Tabela 4.18 o cálculo das frequências das rodas, para monitorizar o comportamento do veículo, sendo que os valores resultantes encontram-se na grandeza correta para o caso em questão.

Com estes valores, conseguem-se determinar as rigidezes requeridas das molas e das barras estabilizadoras, afetadas do *motion ratio* (alavancagem mecânica). Para completar o dimensionamento, seria necessário parametrizar concretamente estes elementos; no entanto, isso não será feito nesta literatura.

4.3.6 Casos de carga

É preciso estabelecer casos de carga a utilizar no dimensionamento e na modelação. Estes casos são baseados em possíveis cargas que o carro sofre em competição e são caracterizados pelas três forças que se pode aplicar ao carro no ponto de contacto pneu-solo, que são as forças vertical, lateral e longitudinal.

As forças verticais resultam das transferências de massa e das forças verticais aerodinâmicas. As transferências de massa são função da massa em cada roda e das forças impostas sobre o carro em aceleração e/ou curva, enquanto que as forças aerodinâmicas dependem da velocidade a que o veículo se desloca. As forças laterais e longitudinais são as reações que advêm dos modelos dos pneus. Estas forças dependem, também, do *camber* e do *slip angle*, e tenta-se maximizá-las o máximo possível para ser testado o pior caso possível, como já foi previamente apurado.

Com as premissas todas expostas previamente, é possível, então, construir uma tabela com o resumo de todos os casos de carga, Tabelas 4.19 e 4.20. A empresa apresentou uma lista de

casos de carga importantes de testar para um automóvel de turismo, com ocorrências de viragem (*cornering*), travagem (*braking*), aceleração (*acceleration*), travagem em marcha atrás (*reverse braking*) e ressalto para cima ou para baixo (*bump* e *droop*).

As células destacadas a laranja são as forças a utilizar na simulação.

Tabela 4.19: Tabela dos casos de carga: cálculos.

load cases	g force			vel	weight transfer			aero force	
	lat	long	vert		lat	long	vert	front	rear
cornering		1		120	814.0309983		0	612.5	748.61111
cornering		3		255	2442.092995		0	2765.8203	3380.447
cornering+braking		2	-1	100	1628.061997	693.6721	0	425.34722	519.86883
cornering+braking		-2	-1	100	-1628.061997	693.6721	0	425.34722	519.86883
cornering+braking		1	-3.8	255	814.0309983	2635.954	0	2765.8203	3380.447
cornering+braking		-1	-3.8	255	-814.0309983	2635.954	0	2765.8203	3380.447
acceleration		2	1	150	1628.061997	-693.672	0	957.03125	1169.7049
acceleration		-2	1	150	-1628.061997	-693.672	0	957.03125	1169.7049
acceleration		1	2.2	80	814.0309983	-1526.08	0	272.22222	332.71605
acceleration		-1	2.2	80	-814.0309983	-1526.08	0	272.22222	332.71605
reverse braking		0.4	-1.7	40	325.6123993	1179.243	0	68.055556	83.179012
braking			-1	120		0 693.6721	0	612.5	748.61111
braking			-3.8	255		0 2635.954	0	2765.8203	3380.447
bump				-6 255		0 0	-64746	2765.8203	3380.447
droop				7 255		0 0	75537	2765.8203	3380.447

Tabela 4.20: Tabela dos casos de carga: forças.

[illegible]

Capítulo 5

Modelo 3D e Simulação

Neste capítulo apresenta-se o processo de desenho CAD 3D e o processo de simulação por elementos finitos dos componentes da suspensão, nomeadamente manga de eixo, cubo de roda, braços de suspensão e da direção e barra do *push-rod*. É essencial analisar os componentes estruturalmente, para ver se suportam os esforços a que vão estar sujeitos. Esta análise estrutural consiste, principalmente, na avaliação dos fatores de segurança e dos deslocamentos dos componentes. Dada a importância no desporto automóvel de obter elementos rígidos com o menor peso possível, são efetuadas otimizações topológicas cujo objetivo é maximizar a rigidez e diminuir a massa através de uma determinada geometria. Estes processos são iterativos e dão continuidade ao processo de dimensionamento. As análises estruturais e as simulações topológicas são realizadas através do *software* Altair Inspire.

5.1 Desenho e posicionamento dos componentes

Após uma definição inicial de alguns parâmetros, iniciou-se o desenho 3D do conjunto, para que se conseguisse inserir todos os elementos dentro do espaço disponível. Optou-se por construir, simular e otimizar estruturalmente a suspensão frontal, sendo que apenas uma roda foi desenhada dado que se considera que os dois lados são simétricos. Os elementos a simular serão os braços de suspensão, o cubo de roda e a manga de eixo. De notar que várias regiões dos elementos são definidas e separadas em corpos diferentes para que depois se consiga distinguir as zonas onde tem de ter ou se pode retirar material.

5.1.1 Roda

Inicialmente, desenharam-se os contornos do pneu, com as dimensões da Tabela 4.7, já que os elementos da jante, pinça de travão, disco de travão, cubo de roda e maior parte da manga de eixo estão confinados a estes limites. Os pneus foram posicionados o mais exteriormente possível dentro das restrições apresentadas, tal como na Figura 4.14, e não se fizeram considerações adicionais sobre a forma destes.

No que toca aos elementos do sistema de travagem e às jantes, foram disponibilizados pela empresa os respetivos ficheiros CAD a incorporar. Como as posições do disco e da pinça não são restringidas por elementos fixos, i.e., assentam só nos elementos a otimizar, primeiramente pôs-se apenas a jante, Figura 5.1.

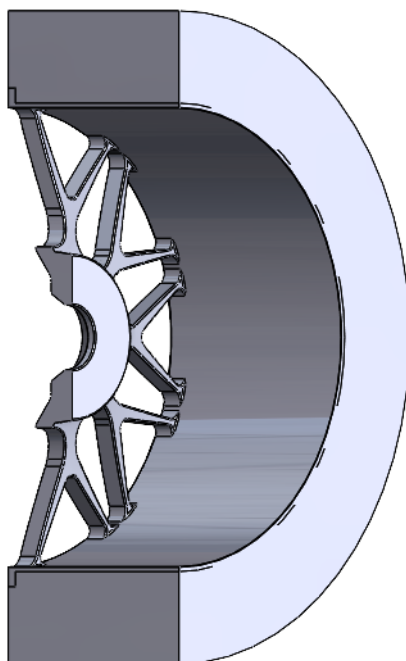


Figura 5.1: Conjunto do pneu e jante.

5.1.2 Braços da suspensão

Os braços da suspensão foram inicialmente desenhados como blocos retangulares em triângulo para uma primeira fase de simulação.

Considerou-se importante a facilidade de modificação destes elementos, portanto tentou-se projetar os braços para que posteriormente fosse só precisa a alteração intuitiva das coordenadas das extremidades e do perfil do braço, que até pode ser feita através de uma ferramenta do Solidworks que traduz dados do Excel para dimensões e padrões. A etapa inicial foi, então, desenhar um *3D Sketch* com as coordenadas dos pontos da Tabela 4.12, independente de qualquer relação geométrica com os restantes blocos, Figura 5.2. Deste modo, pode-se adaptar o desenho a qualquer referencial.

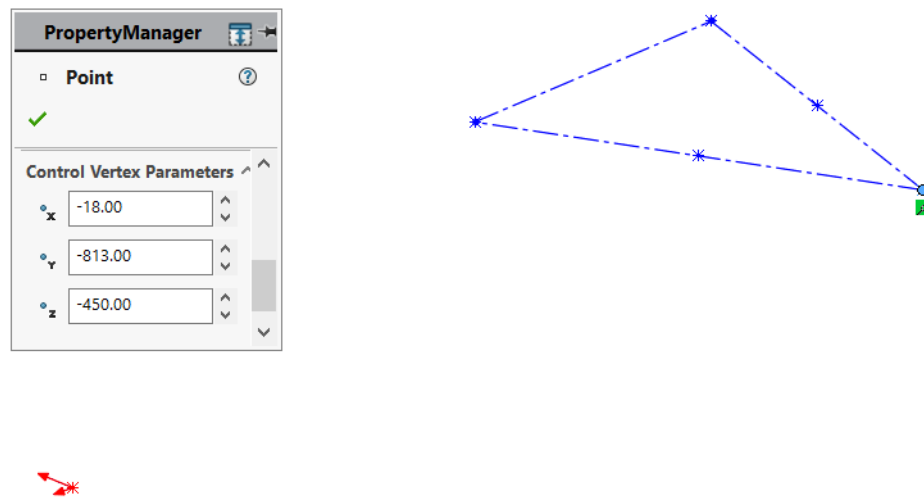


Figura 5.2: Desenho das coordenadas da segunda iteração do triângulo superior.

Nos pontos de apoio, foram definidas áreas cilíndricas com 10 mm de espessura, a vermelho na Figura 5.3, para o acoplamento dos braços com o chassis e com a manga de eixo, para seja um volume inalterado nas várias iterações.

Ainda sem considerar a secção, extrudiu-se um esboço com a forma triangular dos braços, Figura 5.3.

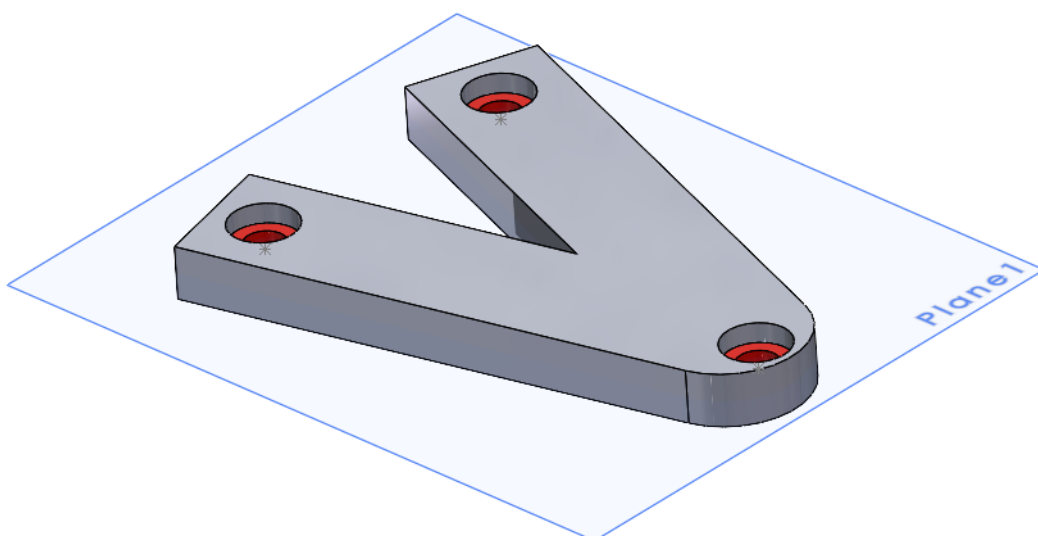


Figura 5.3: Primeiro desenho do braço.

5.1.3 Cubo de roda

Para a primeira versão do cubo de roda, adicionou-se material para definir o espaço que este elemento podia ocupar, para que depois se pudesse remover material através da otimização topológica.

Enumerando, agora, as suas características, tiveram-se em conta o posicionamento deste e os seus contactos com os restantes componentes. O cubo de roda assenta na jante e contacta com a manga de eixo, ou melhor dizendo, com o rolamento que se deve colocar entre os dois. É consideravelmente fino e é axialmente alinhado com o pneu.

O cubo de roda é guiado por pinos que passam pela jante, e incorpora um veio por onde passa a manga de eixo. Embora estes elementos possam ser separados do corpo principal, considera-se tudo um corpo único para facilitar a simulação e não incluir órgãos mecânicos adicionais. Para isso, adiciona-se material onde estes se localizam. Alternativamente, ter-se-ia de incluir os orifícios por onde estes passariam no volume a otimizar. Inicialmente as dimensões destes são aleatórias, mas serão posteriormente refinadas. Os pinos, a vermelho na Figura 5.4, são considerados volume fixo.

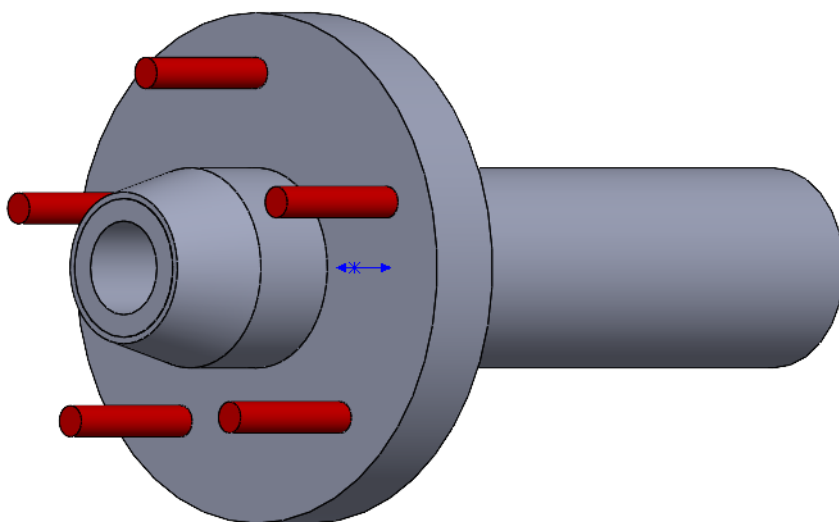


Figura 5.4: Desenho do cubo de roda com o pormenor dos pinos realçado a vermelho.

Outra particularidade a incluir é a área onde a porca de bloqueio da roda é apertada. É necessária uma área exterior com o diâmetro do orifício da jante de pelo menos 2 mm de espessura que não possa ser alterada, e uma cavidade por onde entra a porca com 30 mm de diâmetro e 60 mm de profundidade, Figura 5.5. Estas medidas foram sugeridas pela empresa.

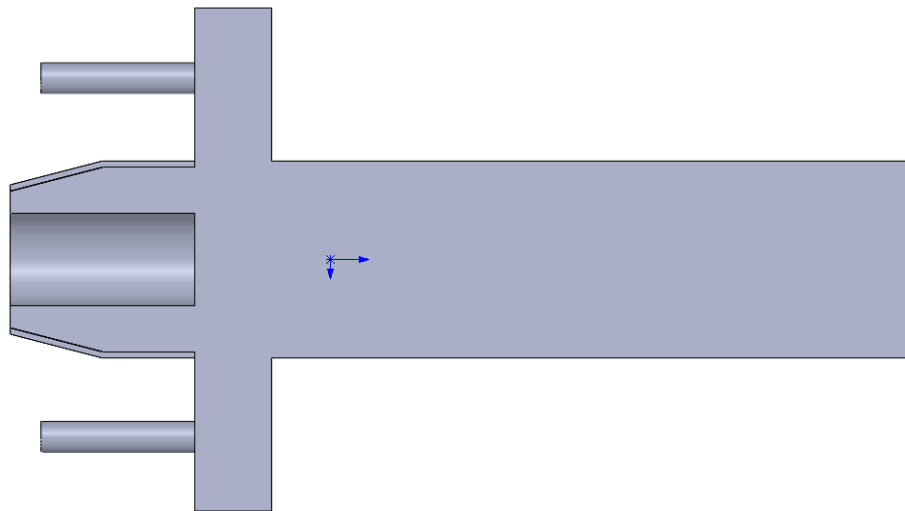


Figura 5.5: Vista de corte do cubo de roda.

5.1.4 Conjunto

Continuando o conjunto, monta-se o disco aproximadamente no centro vertical do pneu, Figura 5.6.

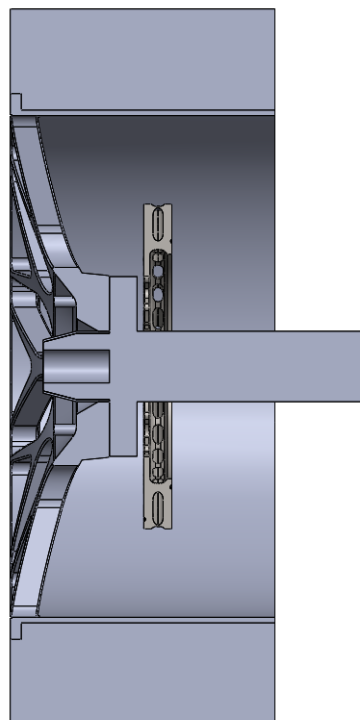


Figura 5.6: Vista de corte do posicionamento do disco.

Adiciona-se a pinça de travão, Figura 5.7 que envolve o disco. É aconselhado, para carros de corrida, que a localização desta seja numa zona baixa com um ângulo de 30 graus para qualquer um dos lados [34].

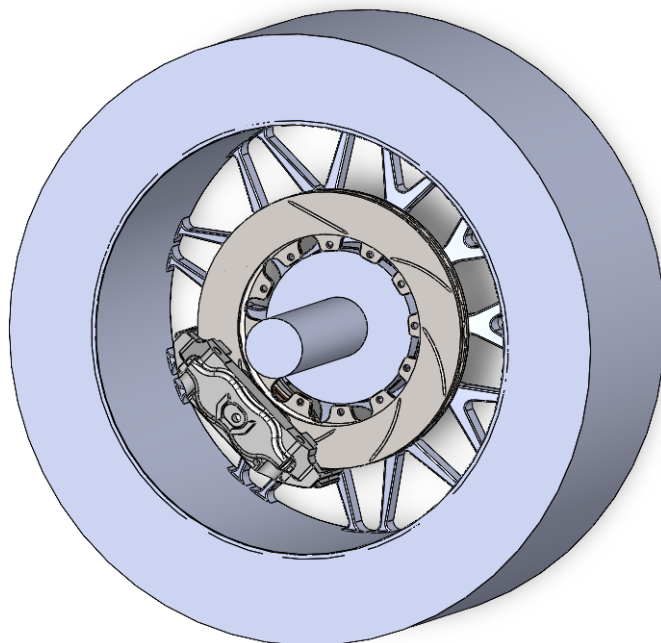


Figura 5.7: Posicionamento da pinça de travão.

Com todos os componentes posicionados, à exceção dos contornos da manga de eixo, reparou-se, então, que os braços não ficavam em posições adequadas no conjunto, Figura 5.8.

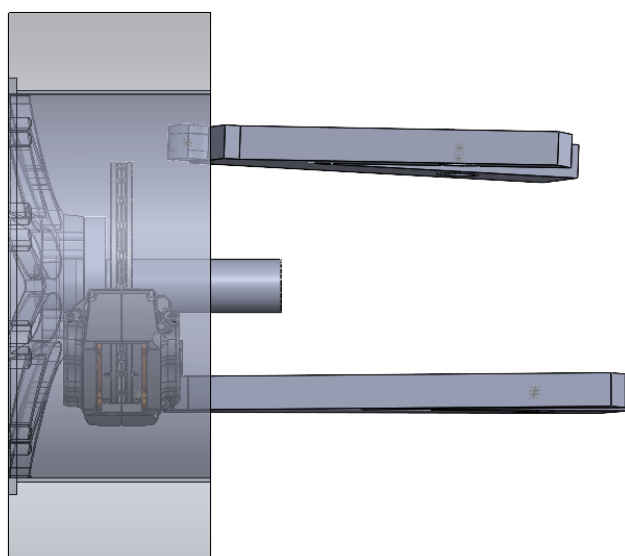


Figura 5.8: Posicionamento dos braços com as coordenadas da segunda iteração.

Para retificar, moveram-se os pontos para o exterior do carro. Fizeram-se as devidas correções para que o *roll centre*, o *kingpin angle* e o *caster* se adequassem aos intervalos previamente aduzidos. Os novos pontos de apoio e os respetivos parâmetros estão na Tabela 5.1 e o posicionamento retificado dos braços na Figura 5.9.

Tabela 5.1: Terceira iteração das localizações dos apoios dos braços do eixo frontal.

FRONT mm	Top A arm			
	chassis front	chassis rear	upright	
	X	89	-125	-18
	Y	-398	-396	-751
Z	-392	-404	-410	
	Lower A arm			
	chassis front	chassis rear	upright	
	X	146	-88	17
	Y	-328	-326	-798
Z	-160	-165	-161	
roll centre [m]		0.03415202		
caster [deg]		8.00120318		
kingpin angle [deg]		10.6891047		

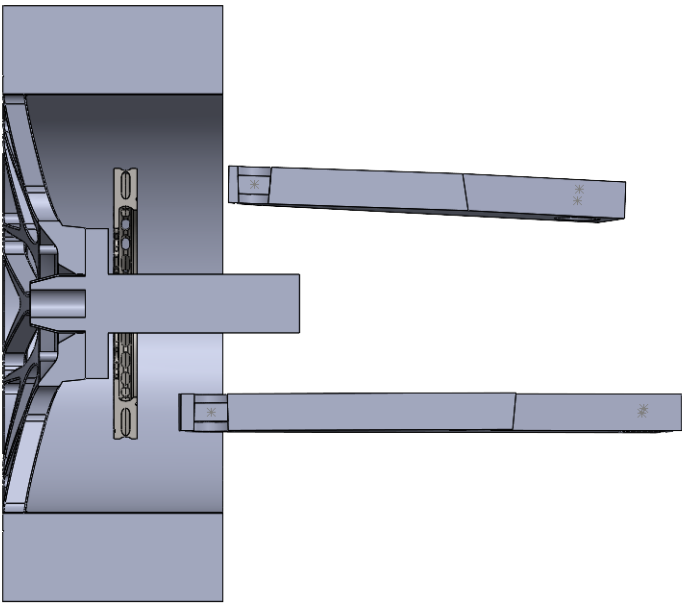


Figura 5.9: Posicionamento retificado dos braços.

5.1.5 Manga de eixo

Por último, são desenhados contornos para a manga de eixo. As particularidades importantes para a sua construção apresentam-se de seguida.

Se considerarmos que o volume do rolamento entre o cubo de roda e a manga de eixo está incorporado no desenho da manga de eixo, estes dois elementos podem estar em contacto no conjunto. Posto isto, criam-se contornos grosseiros delimitados pelo conjunto já definido, Figura 5.10.

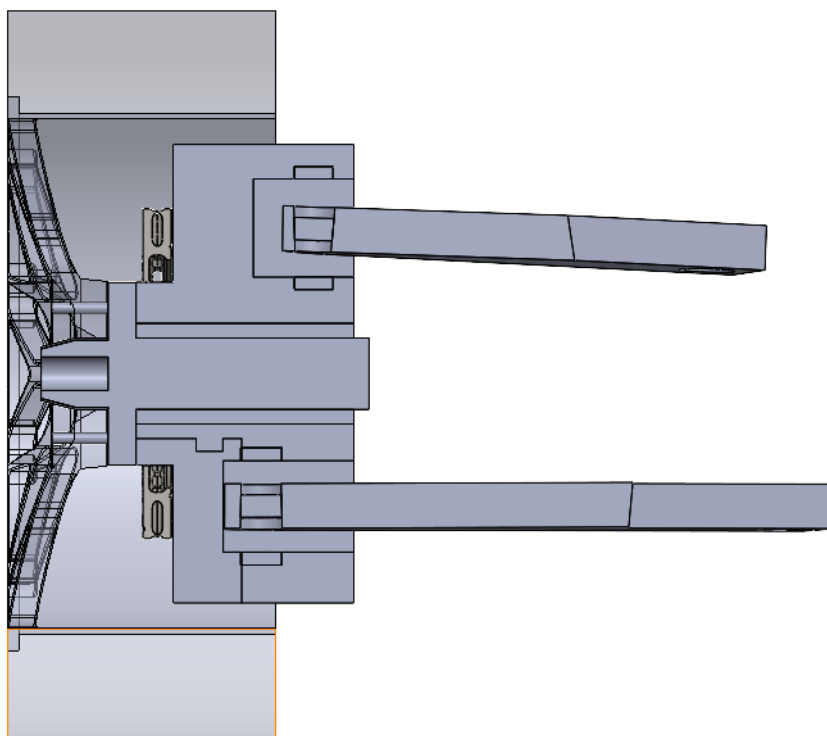


Figura 5.10: Conjunto completo com os contornos da manga de eixo.

Uma região interior é, então, criada, que delimita do local onde um rolamento, entre a manga de eixo e o cubo, estaria localizado, para que esta massa não seja alterada, Figura 5.11.

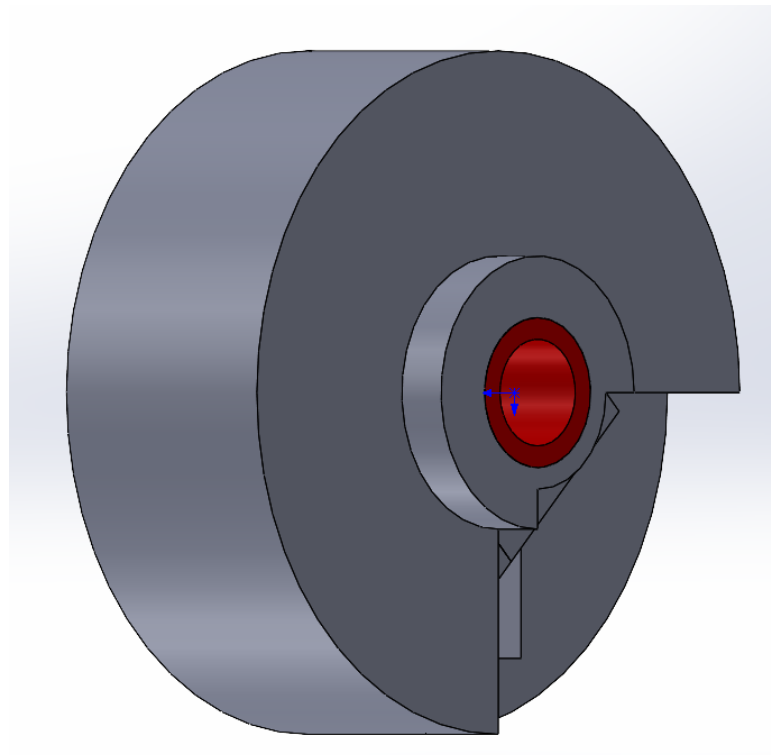


Figura 5.11: Desenho da manga de eixo com o pormenor da região interior a vermelho.

A pinça de travão é presa à manga de eixo por dois pontos definidos pelo CAD do componente de travagem, a verde na Figura 5.12.

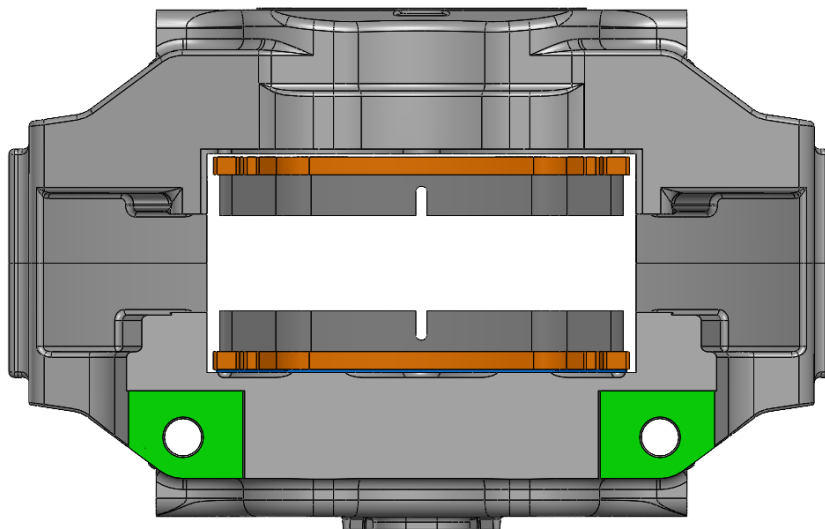


Figura 5.12: Pinça de travão com as zonas de apoio assinaladas a verde.

Deve-se, portanto, construir uma região de apoio na manga de eixo e explicitar esses apoios como regiões fixas, 5.13.

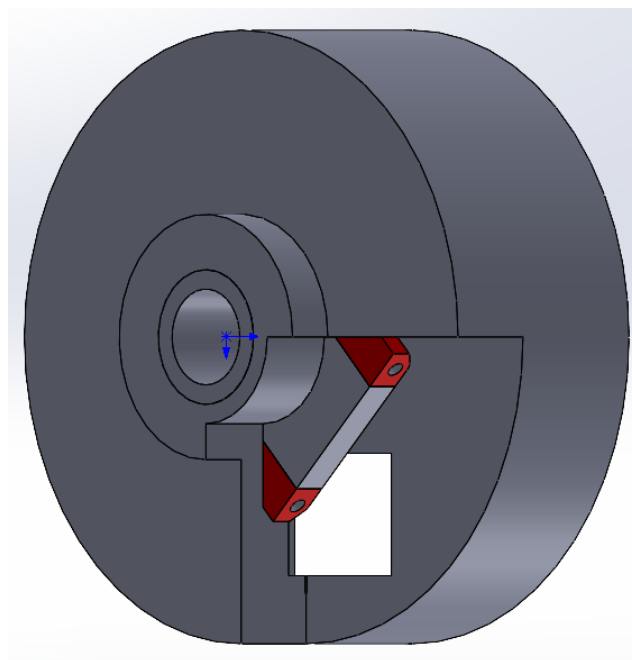


Figura 5.13: Apoios da pinça de travão com a manga de eixo, com as regiões fixas assinaladas a vermelho.

Os apoios dos braços também devem ser sinalizados com zonas em que não se deve remover material. Demarcam-se regiões cilíndricas de 10 mm de espessura e 10 e 20 mm de raios interior e exterior, respetivamente, Figura 5.14. Também é necessário que os braços tenham espaço para se movimentarem, logo retira-se material nas zonas dos apoios.

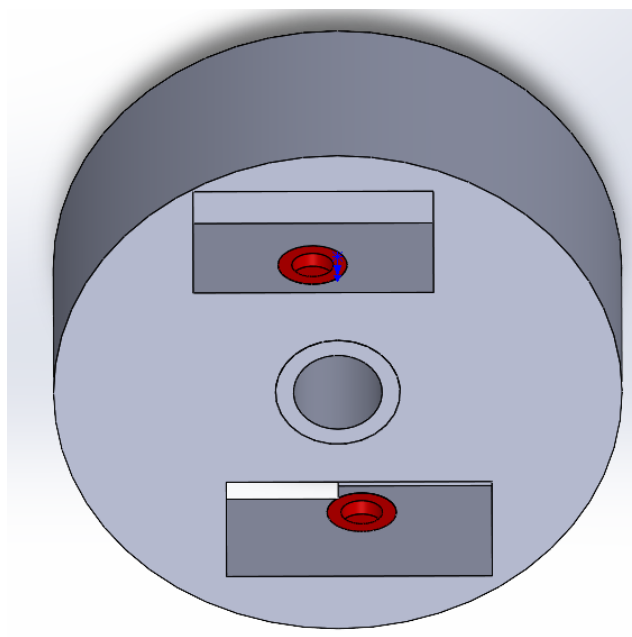


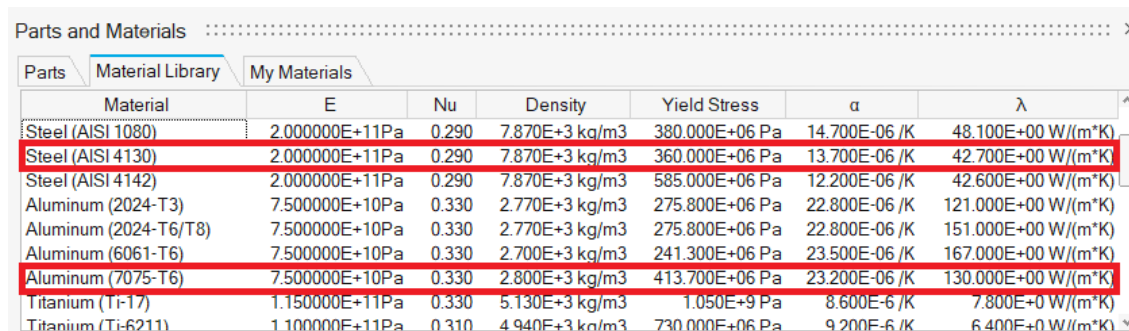
Figura 5.14: Apoios dos braços de suspensão na manga de eixo, com as regiões fixas assinaladas a vermelho.

5.2 Primeira iteração

5.2.1 Simulação

Os conceitos abordados na secção anterior constituem a primeira iteração do modelo do conjunto da suspensão. Através do ficheiro CAD obtido no Solidworks, cria-se uma nova simulação no Altair Inspire. Faz-se um modelo de simulação estática do cubo de roda, da manga de eixo e dos braços de suspensão. Os restantes componentes são considerados como elementos rígidos, por se considerar que os seus movimentos e propriedades não produzem efeitos significativos no modelo. A não inclusão de elementos que não são estudados é benéfico para simplificar o modelo e reduzir os tempos de simulação. Estes podem ser substituídos por corpos rígidos ou conectores rígidos, [35]. A análise é estática e não se contam os movimentos absolutos do conjunto, mas sim apenas o movimento relativo ao chassis, para analisar os esforços nos componentes impostos pelas forças de reação no ponto de contacto pneu-solo. Descrevem-se de seguida os passos realizados para fazer o *set-up* da simulação.

Define-se o material dos componentes. Definidos pela empresa, o material da manga de eixo é a liga de alumínio 7075, Al 7075, e é atribuído o aço 4130 aos restantes componentes. As propriedades dos materiais que constam na lista de materiais predefinidos do software apresentam-se na Figura 5.15.



Material	E	Nu	Density	Yield Stress	α	λ
Steel (AISI 1080)	2.000000E+11Pa	0.290	7.870E+3 kg/m3	380.000E+06 Pa	14.700E-06 /K	48.100E+00 W/(m*K)
Steel (AISI 4130)	2.000000E+11Pa	0.290	7.870E+3 kg/m3	360.000E+06 Pa	13.700E-06 /K	42.700E+00 W/(m*K)
Steel (AISI 4142)	2.000000E+11Pa	0.290	7.870E+3 kg/m3	585.000E+06 Pa	12.200E-06 /K	42.600E+00 W/(m*K)
Aluminum (2024-T3)	7.500000E+10Pa	0.330	2.770E+3 kg/m3	275.800E+06 Pa	22.800E-06 /K	121.000E+00 W/(m*K)
Aluminum (2024-T6/T8)	7.500000E+10Pa	0.330	2.770E+3 kg/m3	275.800E+06 Pa	22.800E-06 /K	151.000E+00 W/(m*K)
Aluminum (6061-T6)	7.500000E+10Pa	0.330	2.700E+3 kg/m3	241.300E+06 Pa	23.500E-06 /K	167.000E+00 W/(m*K)
Aluminum (7075-T6)	7.500000E+10Pa	0.330	2.800E+3 kg/m3	413.700E+06 Pa	23.200E-06 /K	130.000E+00 W/(m*K)
Titanium (Ti-17)	1.150000E+11Pa	0.330	5.130E+3 kg/m3	1.050E+9 Pa	8.600E-6 /K	7.800E+0 W/(m*K)
Titanium (Ti-6211)	1.100000E+11Pa	0.310	4.940E+3 kg/m3	730.000E+06 Pa	9.200E-6 /K	6.400E+0 W/(m*K)

Figura 5.15: Materiais disponíveis no software Altair Inspire, com os materiais relevantes à simulação destacados a vermelho.

Adicionam-se os apoios nos pontos de ligação dos braços ao chassis. Os apoios são nas faces cilíndricas e bloqueiam movimentos nos 6 graus de liberdade, Figura 5.16.

Nas cavidades cilíndricas dos braços e da manga de eixo onde os componentes se ligam incluem-se parafusos através da ferramenta *fasteners* do programa, com as características pré-definidas, Figura 5.18.

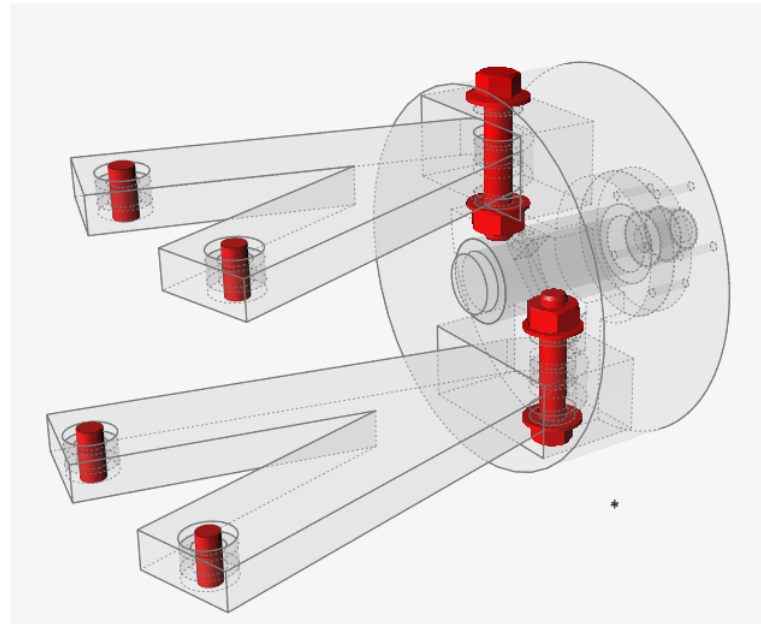


Figura 5.18: Parafusos incluídos no conjunto.

Aplica-se um conector rígido com o elemento independente localizado no ponto de contacto pneu-solo, que liga aos pinos e à face cilíndrica exterior do cubo de roda, assumindo-se que é para essas áreas que os esforços serão transmitidos, Figura 5.19.

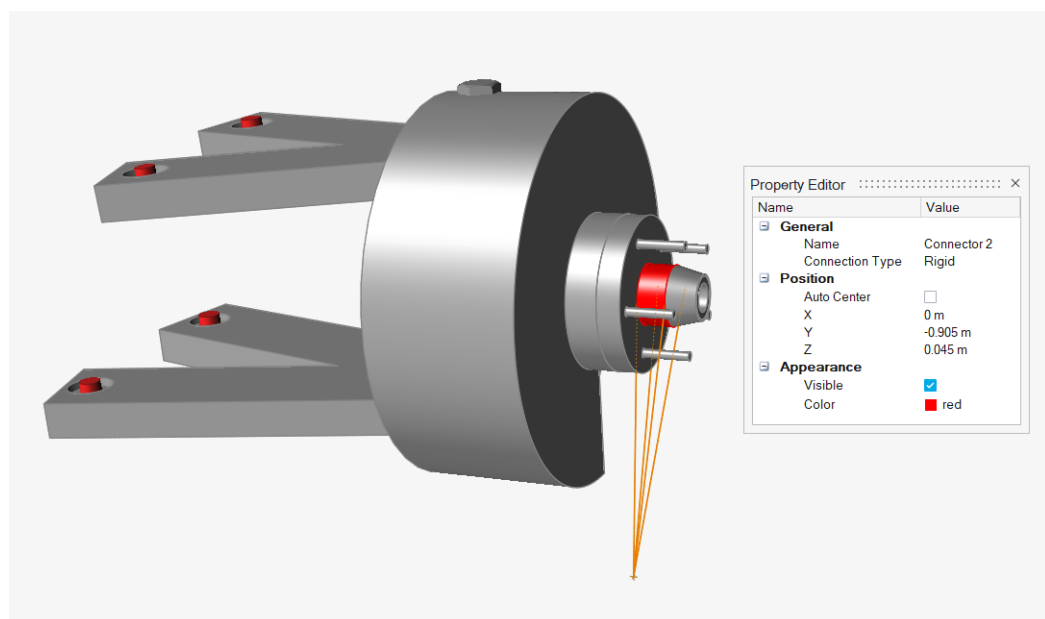


Figura 5.19: Conector rígido criado para a aplicação das forças.

Por último, são aplicadas as forças, Figura 5.20. São aplicadas no nó independente do conector. As forças, magnitude e vetor, são inseridas uma a uma e agrupadas em nos casos de carga, *load cases*, respetivos, Figura 5.21. As forças são as calculadas previamente no Capítulo 4 e um exemplo das propriedades das forças ilustra-se na Figura 5.22. Os suportes previamente criados são incluídos em todos os casos de carga.

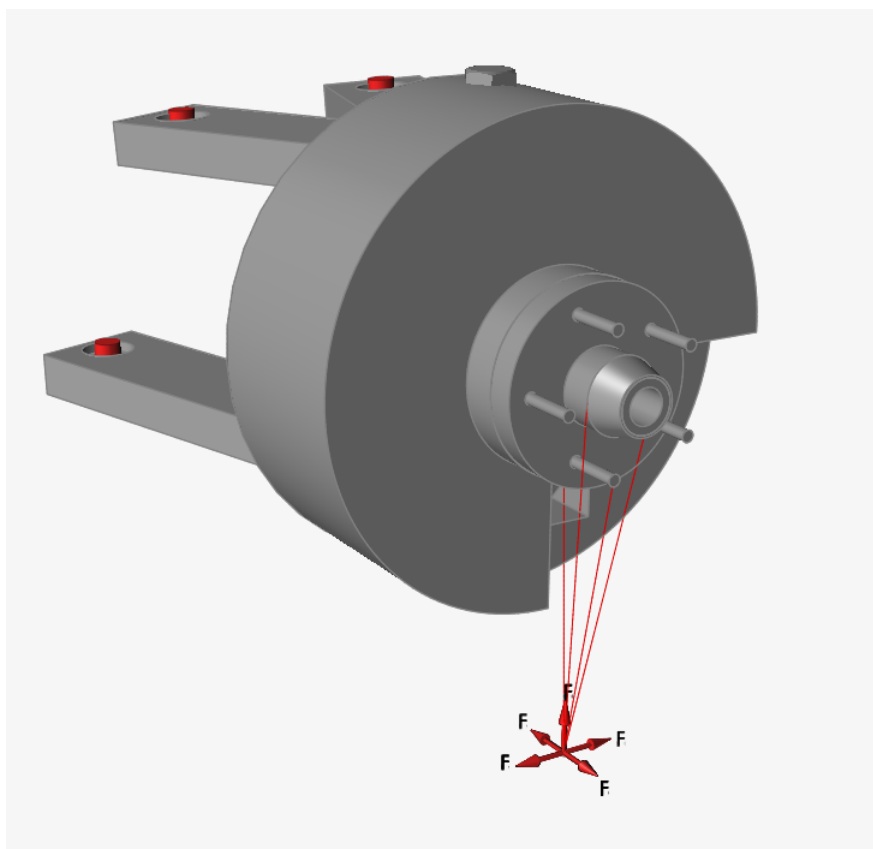


Figura 5.20: Representação das forças aplicadas.

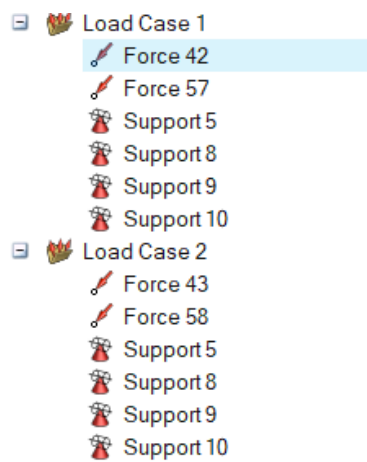


Figura 5.21: Exemplo dos casos de carga criados.

Property Editor	
Name	Value
General	
Name	Force 42
Magnitude	4026.896 N
Mode	Direction
Applied To	
Parts	Point 1
Position X	0 m
Position Y	-0.905 m
Position Z	0.045 m
Rotate with part	☒
Direction	
Direction X	0
Direction Y	0
Direction Z	-1

Figura 5.22: Exemplo das forças criadas.

Para a simulação topológica, é importante definir as regiões onde material pode ser removido. Ao longo do desenho dos componentes foram-se separando certas zonas em sólidos independentes para que se possa seleccionar as restantes regiões como *design space*, espaço onde se pode tirar material, Figuras 5.23 e 5.24.

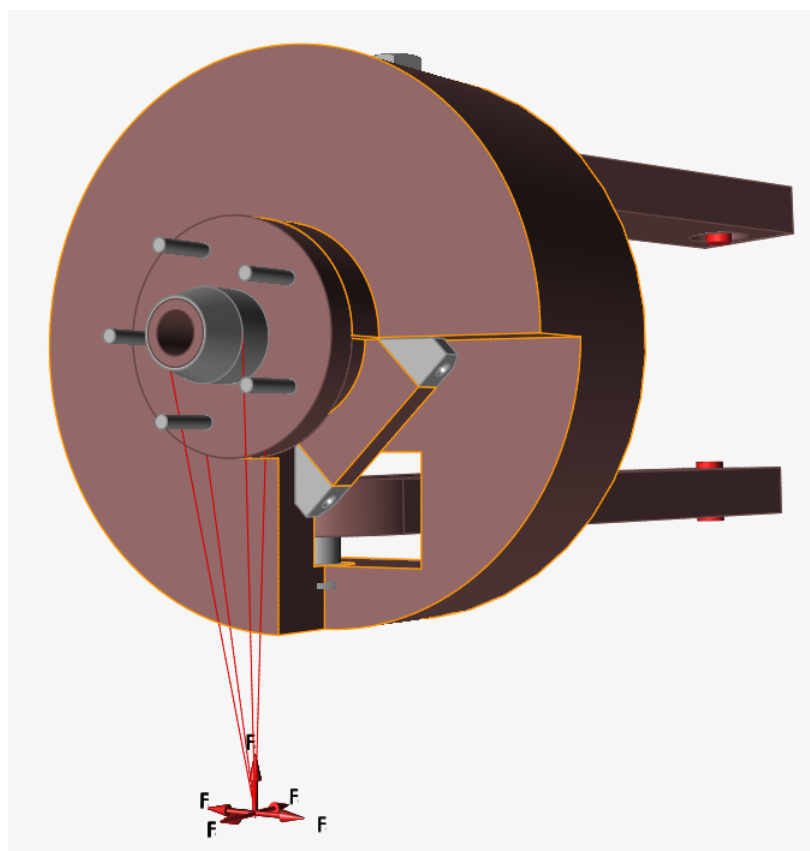


Figura 5.23: Modelo completo, com os *design spaces* destacados a castanho (vista de frente).

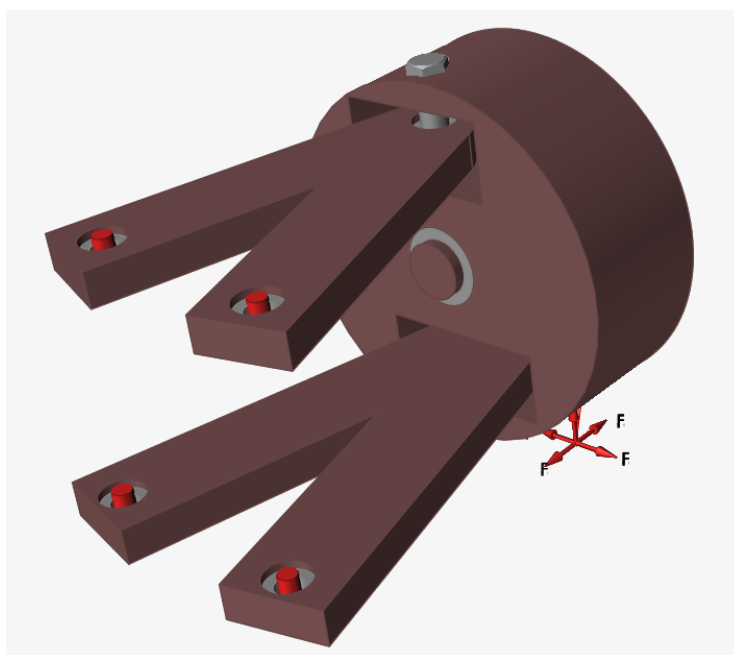


Figura 5.24: Modelo completo, com os *design spaces* destacados a castanho (vista traseira).

Após completar o modelo, inicialmente fez-se uma análise cinemática para observar se a estrutura é viável e aguenta com os esforços calculados, Figura 5.25. Inicialmente aplicam-se os 15 casos de carga e não se inclui a influência da gravidade, já que todos os pesos estão contabilizados nos cálculos das forças. Utiliza-se um elemento de malha consideravelmente fino de 3 mm, que poderia ser refinado para obter melhores resultados ou aumentado se se quisesse alcançar tempos de análise mais reduzidos.

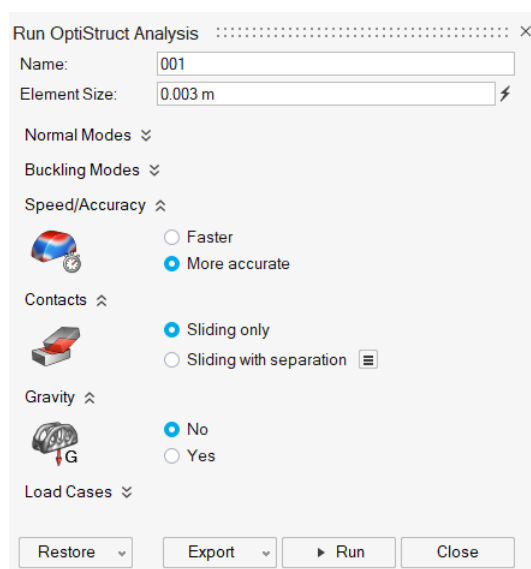


Figura 5.25: Parâmetros da análise cinemática.

O software apresenta os resultados da análise na forma de diversos parâmetros, dos quais se

escolheu o fator de segurança como principal ferramenta para avaliar a rigidez da estrutura, Figura 5.26. O fator de segurança segue o critério de Von Mises e, segundo orientações da empresa, deve ser maior ou igual a 1.4 na fase de projeto. Avalia-se também o deslocamento do conjunto, de modo a aferir se este é significativo, Figura 5.27.

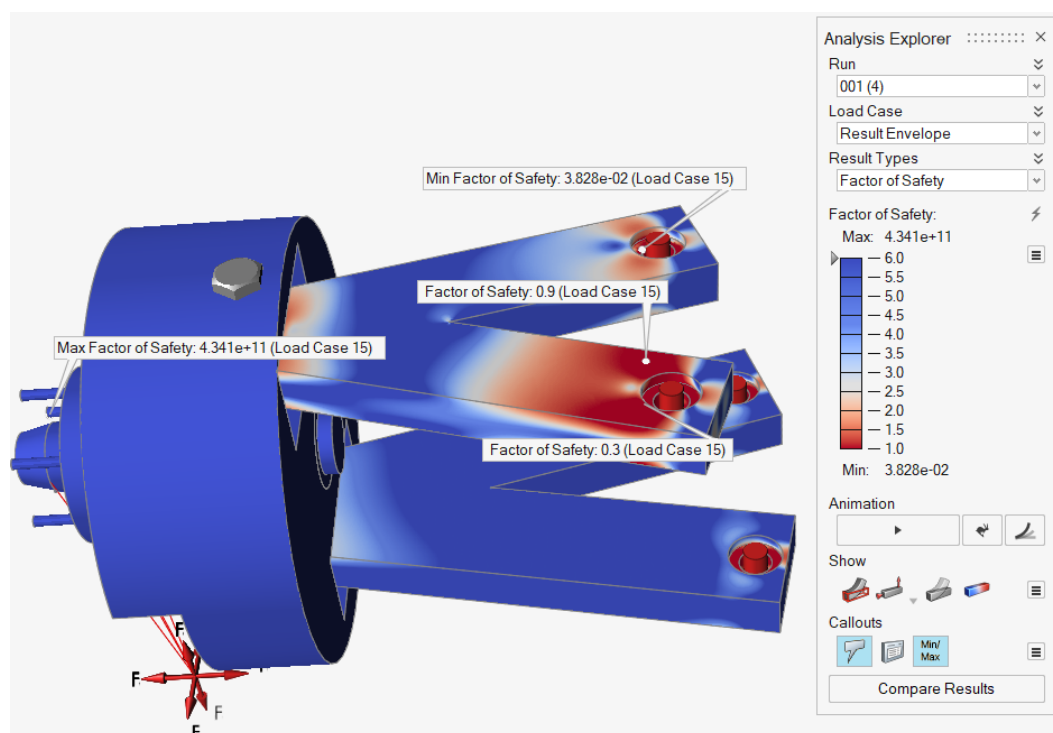


Figura 5.26: Resultados da primeira análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga.

De uma primeira avaliação surgiram algumas conclusões. A primeira é todos os componentes aparentavam estar com fatores de segurança bastante elevados à exceção dos braços que apresentavam regiões cujos valores eram muito abaixo do requerido. Após reflexão, concluiu-se que estes padrões apenas se manifestavam nos casos de carga 14 e 15, que representam situações extremas, forças excessivas verticais, que podem não ser consideradas na fase de otimização.

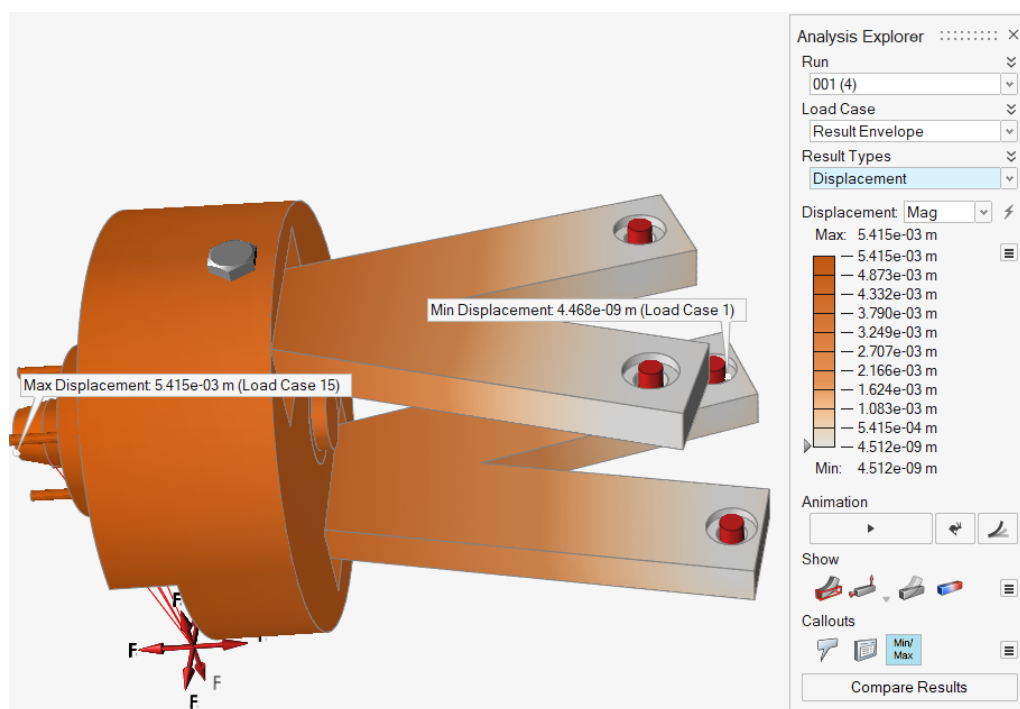


Figura 5.27: Resultados da primeira análise: deslocamento, sumário de todos os casos de carga.

Dos resultados dos deslocamentos conclui-se que estes são desprezáveis já que se encontram na ordem dos milímetros.

Concluída a análise estrutural, procede-se a uma primeira otimização topológica para obter uma primeira ideia das geometrias que se podem obter, Figura 5.28. Estabeleceram-se como objetivos da otimização a maximização da rigidez estrutural e uma massa total final de 29 kg, que é o objetivo inicial da massa não suspenso por roda. Inicialmente não se consideraram as massas dos componentes de travagem. A espessura mínima, *thickness constraint*, foi considerada 3 mm, que foi um valor aconselhado.

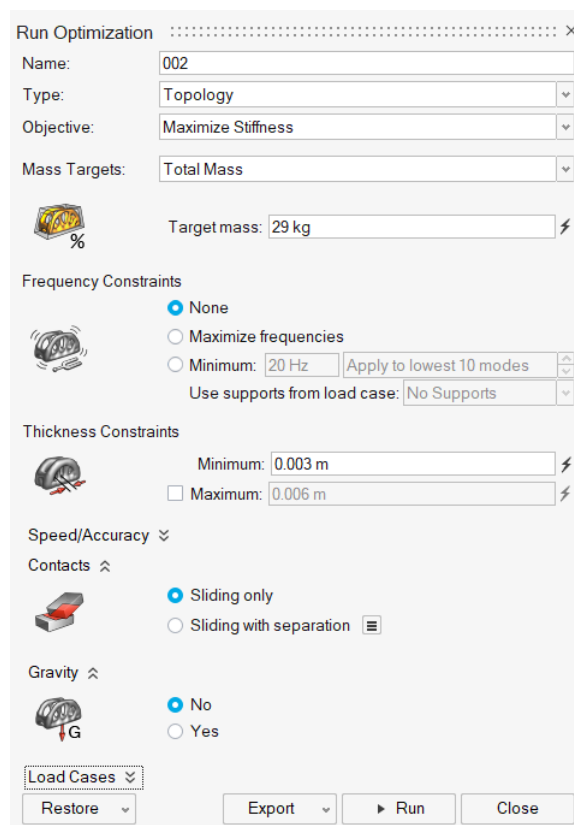


Figura 5.28: Parâmetros da otimização topológica.

Desta primeira otimização verifica-se que há bastante margem para remoção de material, Figuras 5.29 e 5.30.

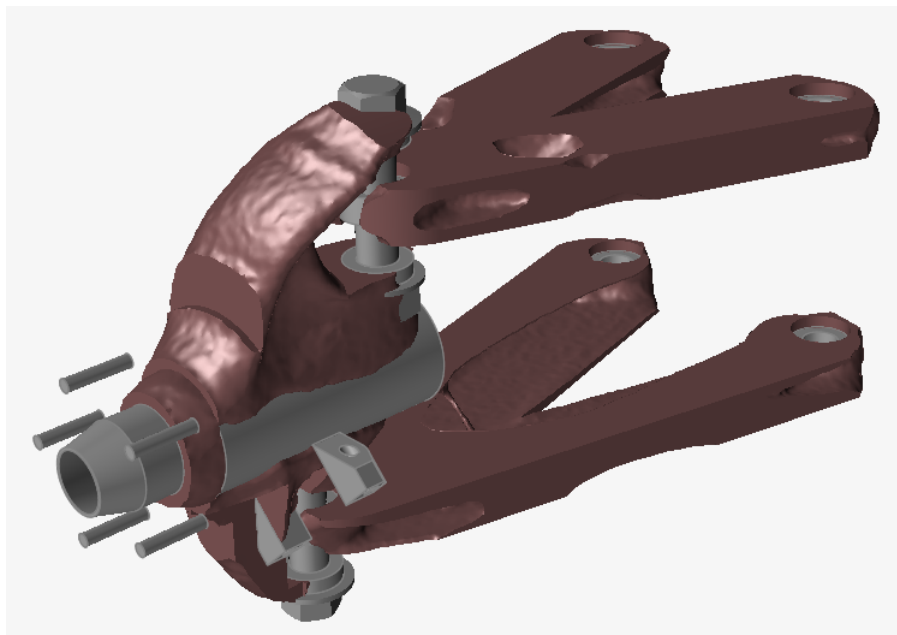


Figura 5.29: Resultados da primeira otimização topológica (1).

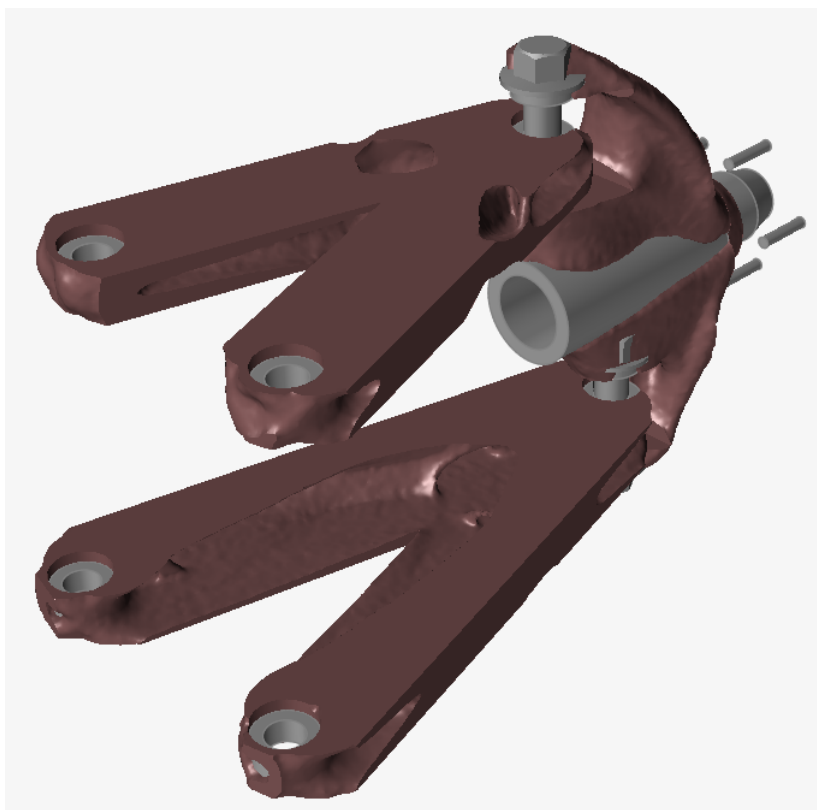


Figura 5.30: Resultados da primeira otimização topológica (2).

A massa inicial do conjunto era de 110.906 kg, enquanto que a final é de 33.7311 kg.

5.3 Segunda iteração

5.3.1 Considerações

Da primeira para a segunda iteração alteraram-se dois aspetos.

O primeiro, a nível geométrico, foi a inclusão de um braço da direção. Os esforços nos pontos de apoio são um fator influente no comportamento estrutural do sistema. Na primeira análise, não se consideraram todos os braços que suportam os esforços, pelo que se decidiu incluir um braço da direção numa posição central arbitrária, com dimensões igualmente aleatórias, Figura 5.31.

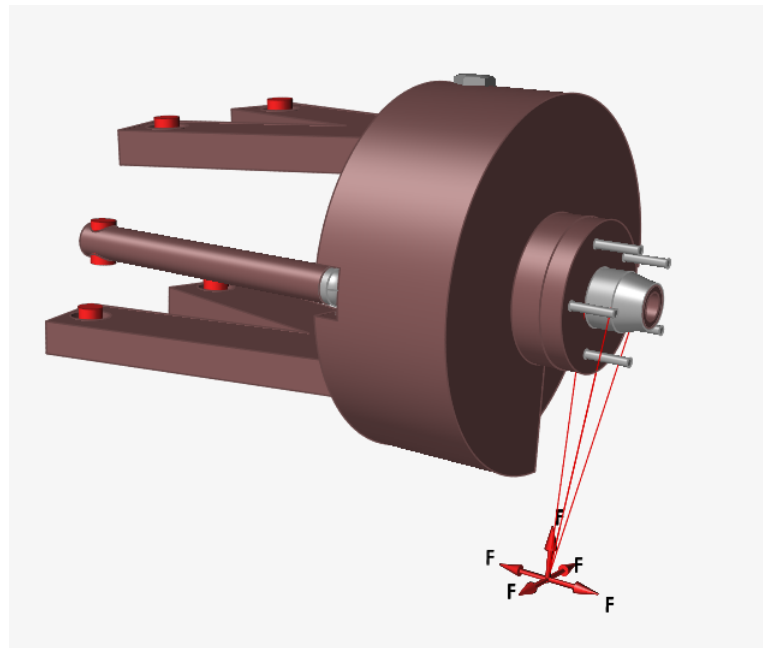


Figura 5.31: Inclusão do braço da direção no modelo a simular.

5.3.2 Simulação

A segunda alteração foi do âmbito da simulação. O modelo usado para o segundo par de simulações é exatamente igual ao anterior, contudo os casos de carga são apenas 13, removendo-se, assim, os casos 14 e 15.

Nos resultados do fator de segurança da análise estrutural, Figura 5.32 reparou-se numa zona vermelha, i.e., fator de segurança baixo, que também se verificou na primeira análise, Figura 5.33.

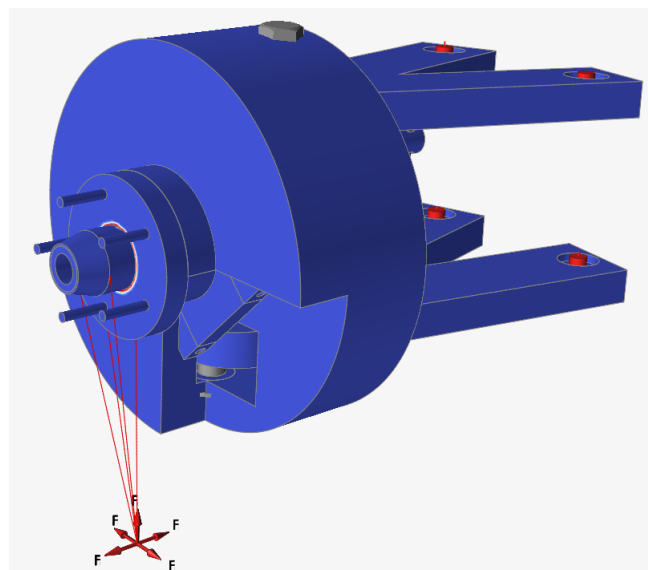


Figura 5.32: Resultados da segunda análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga.

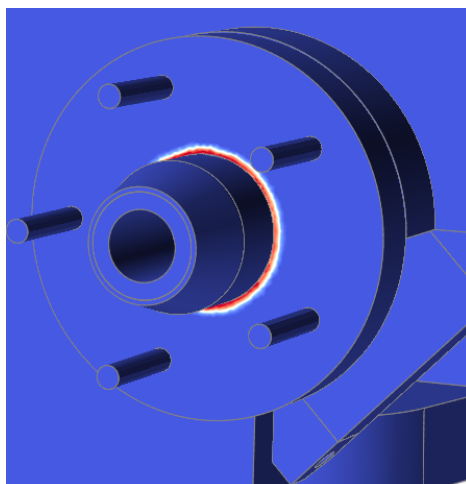


Figura 5.33: Detalhe da zona no cubo de roda com baixos fatores de segurança.

Como é uma zona pequena e concentrada, deduz-se que é devida à aplicação das forças apenas na área cilíndrica do cubo quando na realidade os esforços estão repartidos também pelas áreas dos pinos e da face de contacto do cubo com a jante. Isso será refletido nas subseqüentes simulações.

A simulação topológica apresentou resultados semelhantes aos anteriores, Figuras 5.34 e 5.35.

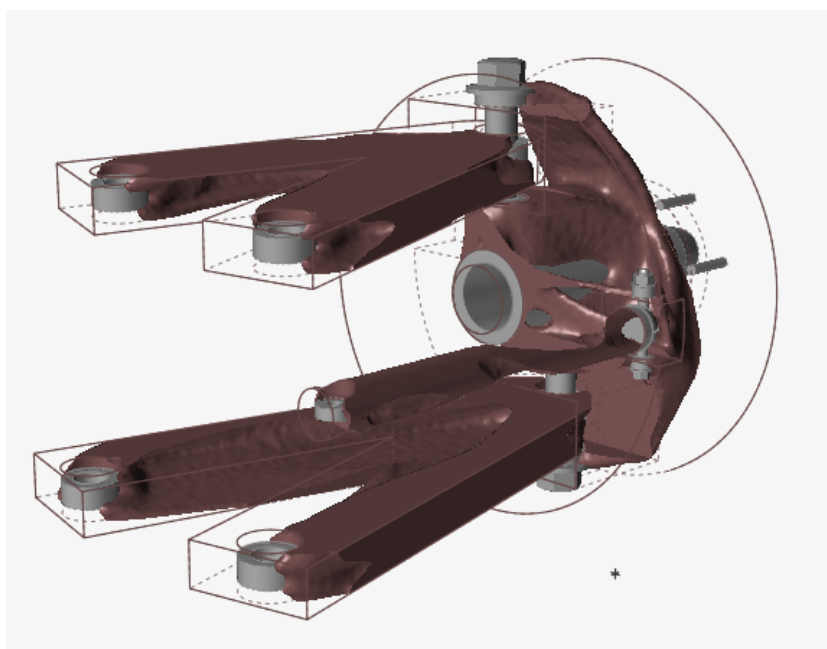


Figura 5.34: Resultados da segunda otimização topológica (1).

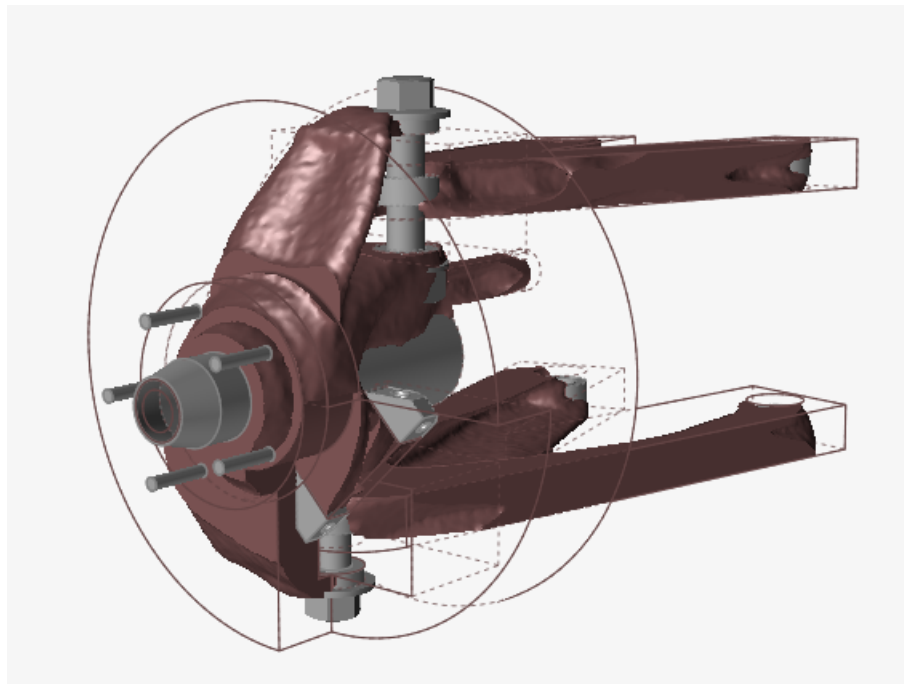


Figura 5.35: Resultados da segunda otimização topológica (2).

Uma massa de 113.257 kg resulta numa massa final de 34.7677 kg.

5.4 Terceira iteração

5.4.1 Considerações

Das primeiras iterações para esta fizeram-se alterações significativas ao modelo com base nas conclusões aferidas previamente.

Primeiramente, definiu-se uma forma definitiva dos braços. Já que o perfil destes é definido pela aerodinâmica em veículos cujos braços estão expostos ao fluxo de ar, escolheu-se aproximar uma configuração e contar como elemento fixo na simulação. O desenho dos apoios, Figura 5.36, foi inspirado pelos braços de suspensão encontrados no armazém da empresa.

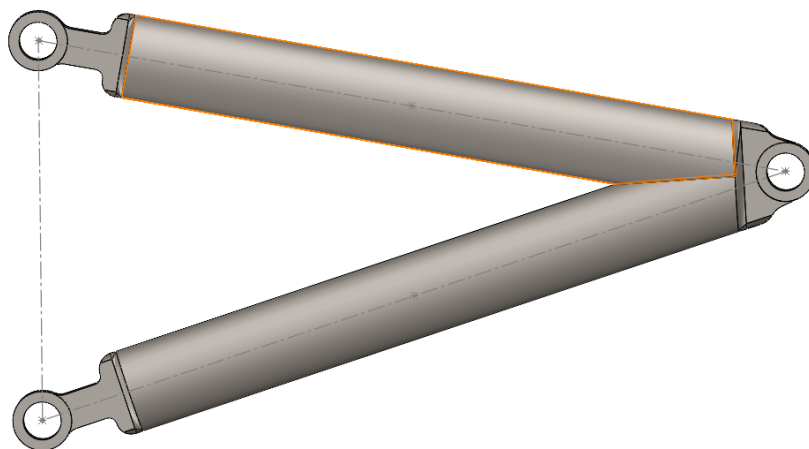


Figura 5.36: Novo desenho dos braços de suspensão.

Como nas análises e simulações se aparentava haver uma boa margem para remoção de material e os braços observados na empresa apresentavam uma secção tubular, adotaram-se braços tubulares. Escolheu-se aproximar a secção que normalmente é um perfil alar, que é favorável à aerodinâmica do carro, a uma simples elipse para facilitar o desenho, Figura 5.37.

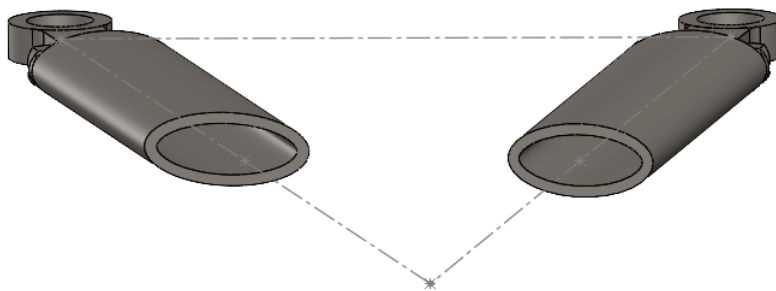


Figura 5.37: Secção elíptica dos braços de suspensão.

Como já foi estabelecido previamente, o sistema de suspensão é um *push-rod*, logo existe mais uma barra que suporta esforços que é necessário acrescentar. Uma vez que não se fez o dimensionamento do *push-rod*, as dimensões são aproximadas. A barra fica, então, posicionada na parte inferior da manga de eixo, por baixo do braço de suspensão inferior. Esta tem 25 mm de diâmetro exterior e a sua secção circular tem 5 mm de espessura. O ponto de apoio superior encontra-se a aproximadamente 10 mm para fora do plano das restrições, que é uma estimativa de onde este estará fixo ao *rocker*.

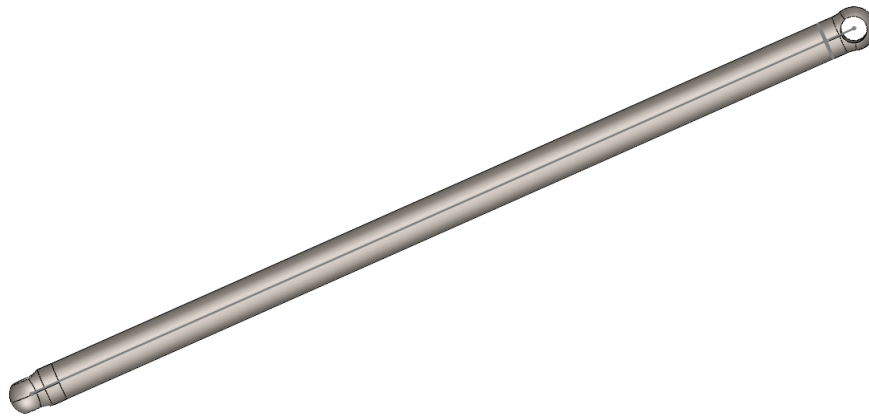


Figura 5.38: Desenho do *push-rod*.

O braço da direção foi, igualmente, retificado. Como a posição inicialmente admitida era aleatória, decidiu-se dimensionar os apoios da direção. As premissas são seguidamente enunciadas.

- Altera-se a localização do braço, que fica agora posicionado ao nível do braço de suspensão superior e à frente deste e é paralelo ao eixo y . Esta escolha deve-se à observação de dois casos práticos de veículos de corrida, no local de estágio, incluindo um LMP2, que incorporavam estas características.
- O ponto de apoio da manga de eixo foi dimensionado a partir do conceito da percentagem de Ackermann. Escolheu-se que a suspensão teria uma geometria anti-Ackermann e que o valor percentual poderia ser aleatório, já que depende de imensos fatores dinâmicos não estudados, incluindo, até, o tipo de condução do piloto. Após definir o ponto, resultou uma geometria com 50.25% de anti-Ackermann, Figura 5.39.

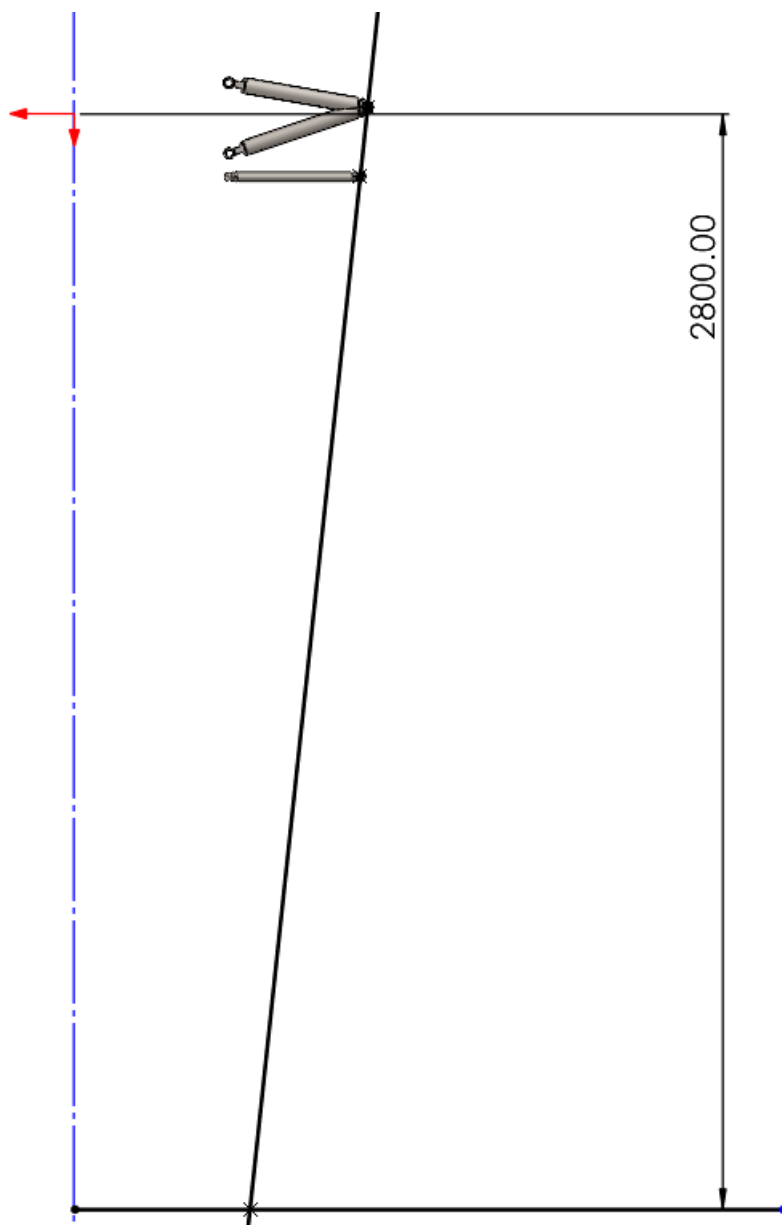


Figura 5.39: Geometria anti-Ackermann da suspensão.

- O segundo ponto de apoio, que liga ao sistema de direção, é definido pela linha aproximada que passa nos pontos de apoio ao chassis.
- A barra tem uma estrutura semelhante à do *push-rod* com 25 mm de diâmetro exterior e 5 mm de espessura, Figura 5.40.

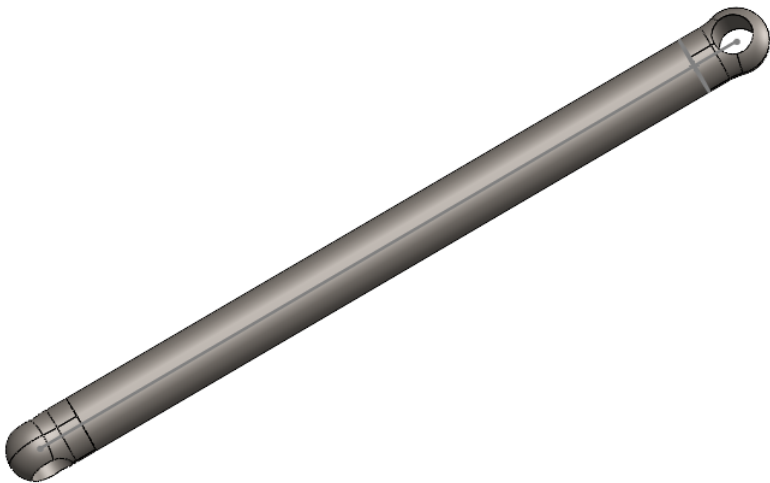


Figura 5.40: Desenho do novo braço da direção.

De notar que as geometrias da direção e do *push-rod* são algo que deve ser projetado adequadamente e os princípios utilizados são apenas aproximações.

As coordenadas dos apoios dos braços de suspensão também foram corrigidas. Com a inclusão do *push-rod*, os pontos tiveram de ser alterados para que não houvesse conflitos de espaço entre os componentes. As novas coordenadas tantos dos braços de suspensão como do braço da direção apresentam-se na Tabela 5.2 e na Figura 5.41 observa-se configuração completa de todos os braços.

Tabela 5.2: Quarta iteração das localizações dos apoios dos braços de suspensão do eixo frontal e segunda iteração do braço da direção.

FRONT mm	Top A arm			Steering link		
	chassis front	chassis rear	upright	frame	upright	
	X	100	-80	-18	160	160
	Y	-398	-396	-751	-398.67	-732
	Z	-392	-404	-410	-410	-410
	Lower A arm			ackermann percentage		
	chassis front	chassis rear	upright		50.2538953	
	X	195	-138	17		
	Y	-394	-392	-798		
	Z	-185	-190	-186		
roll centre [m]		0.03772976				
caster [deg]		8.88065915				
kingpin angle [deg]		11.8499795				

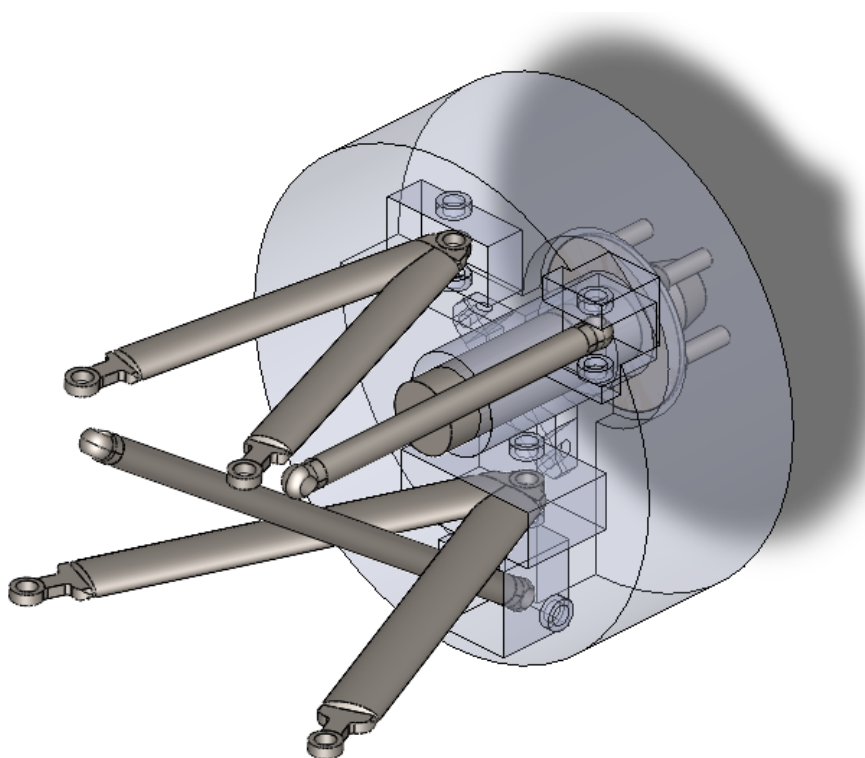


Figura 5.41: Configuração completa dos braços apoiados na manga de eixo

Um resultado consistente das simulações é que o cubo de roda pode ter uma geometria alterada. É possível reduzir a sua espessura e recortar um perfil à volta dos pinos, Figura 5.42.

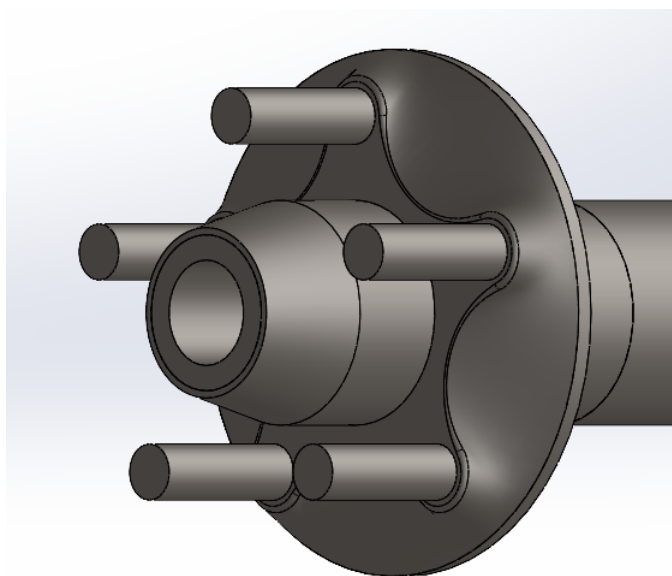


Figura 5.42: Desenho do novo formato do cubo de roda.

A maioria dos discos de travão de corrida são projetados para serem montados num disco de montagem, *mounting bell*. Nesta fase incluiu-se este componente. A face vertical exterior do cubo de roda assenta neste componente, que está entre a jante e o cubo. Na Figura 5.43 apresenta-se nova disposição do conjunto.

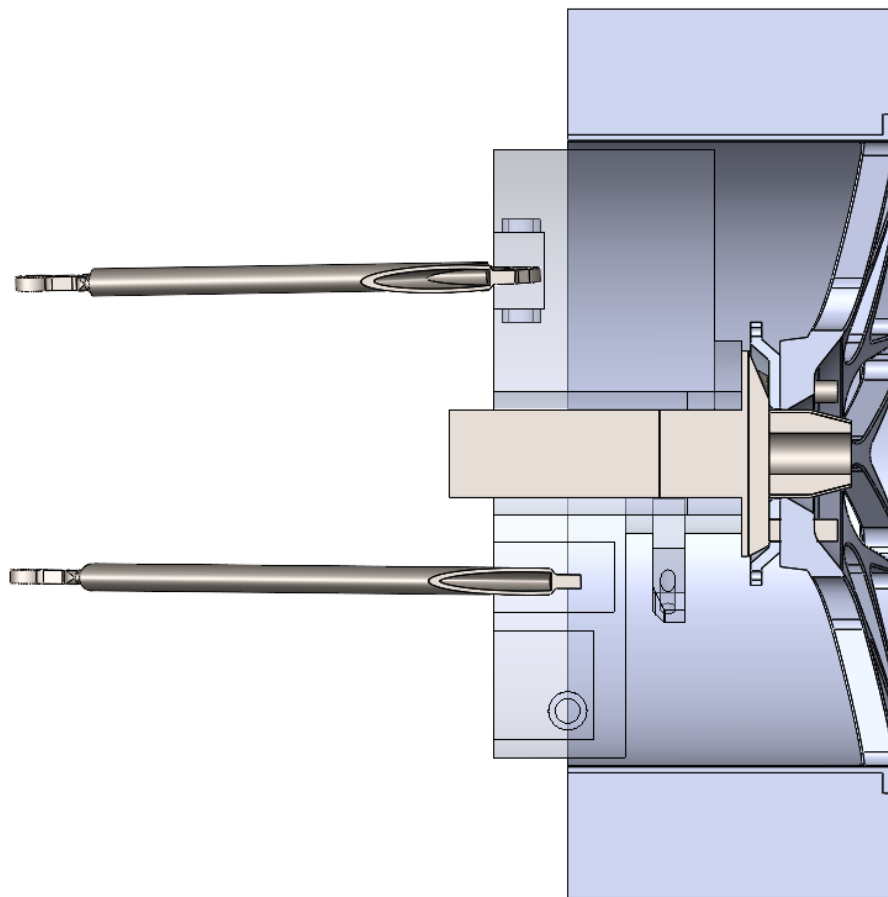


Figura 5.43: Vista de corte da posição retificada dos componentes.

A posição do cubo de roda e o formato dos pinos terão de ser alterados adequadamente para montarem corretamente no desenho do *mounting bell* fornecido pela empresa, Figura 5.44.

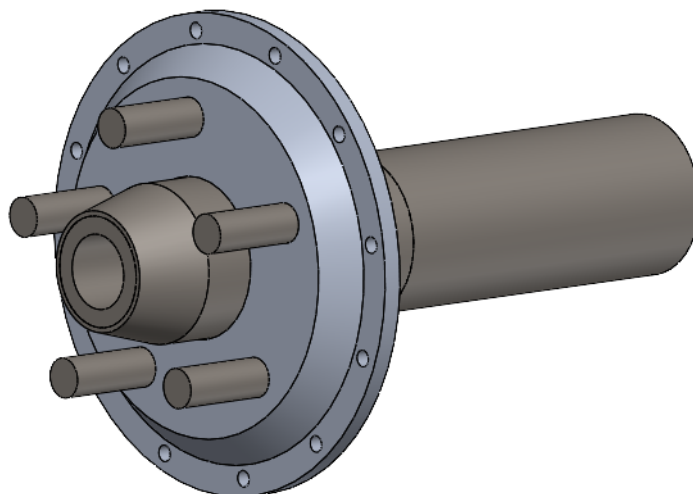


Figura 5.44: Desenho do novo formato dos pinos do cubo de roda.

Ademais, reduziram-se os volumes fixos para a simulação topológica. O eixo entre a manga de eixo e o cubo de roda não necessita de ser tão comprido, portanto corta-se o sólido para que o excesso possa ser analisado separadamente como *design space*, Figura 5.45.

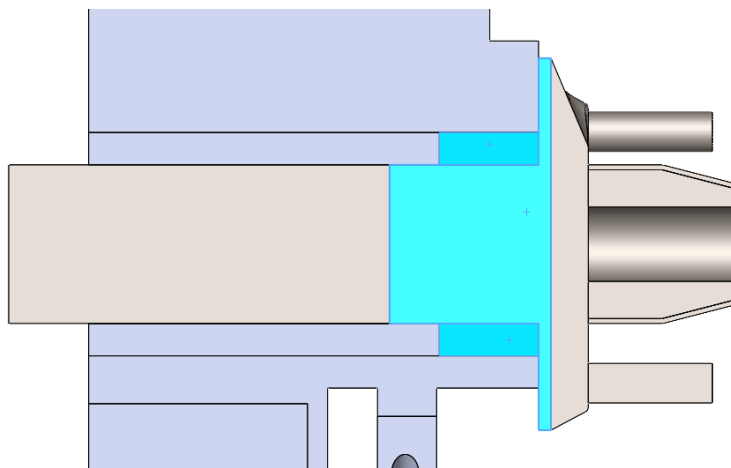


Figura 5.45: Vista de corte da manga de eixo e do cubo de roda com as regiões fixas (azul claro) retificadas.

5.4.2 Simulação

Por motivos que foram supramencionados, no modelo desta terceira simulação ligou-se o conector à face cilíndrica exterior e às faces dos pinos, Figura 5.46, e adicionaram-se as regiões separadas da manga de eixo e do cubo de roda como *design spaces*. As restantes propriedades permaneceram inalteradas.

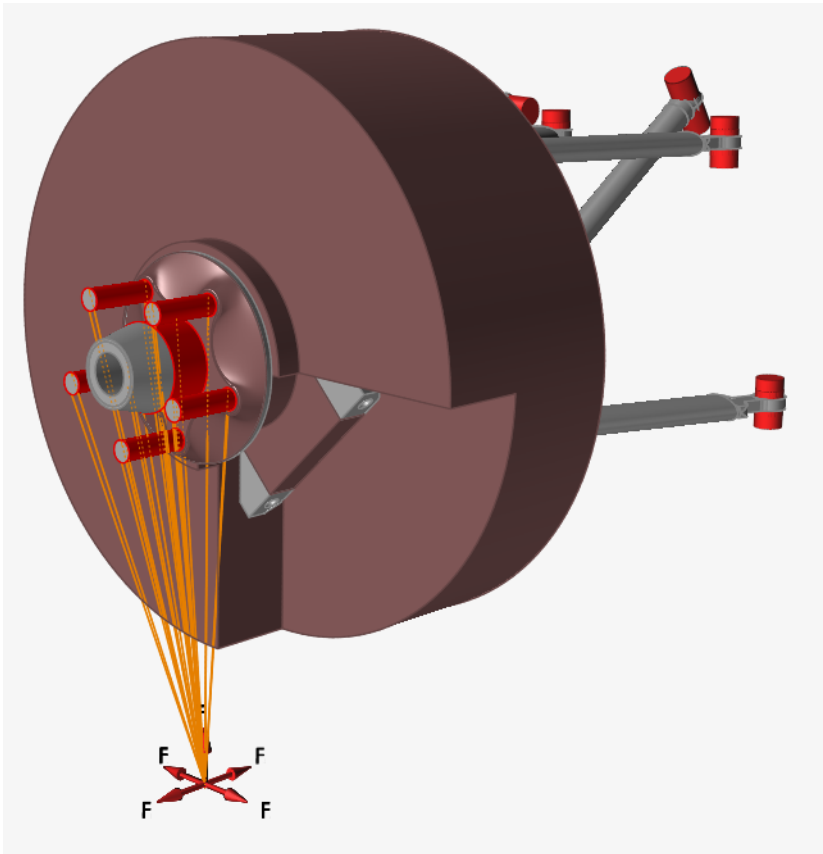


Figura 5.46: Retificação do conector rígido para a aplicação das forças.

Adicionalmente, corrigiu-se o objetivo da otimização topológica. Previamente não se considerou que os componentes de travagem faziam parte da massa total do sistema de suspensão, contudo apercebeu-se de que as suas massas têm de ser subtraída à massa total do sistema por roda pretendido, que é 29 kg, Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Tabela do cálculo do objetivo da massa da otimização topológica.

	Weight	Mass target
Disc	7.16	18.56
Caliper	2.78	
Pad	0.5	

Os resultados da análise estrutural estão expostos nas seguintes figuras.

Como previsto, a zona com o fator de segurança bastante reduzido foi eliminada com a correção da simulação, Figura 5.47.

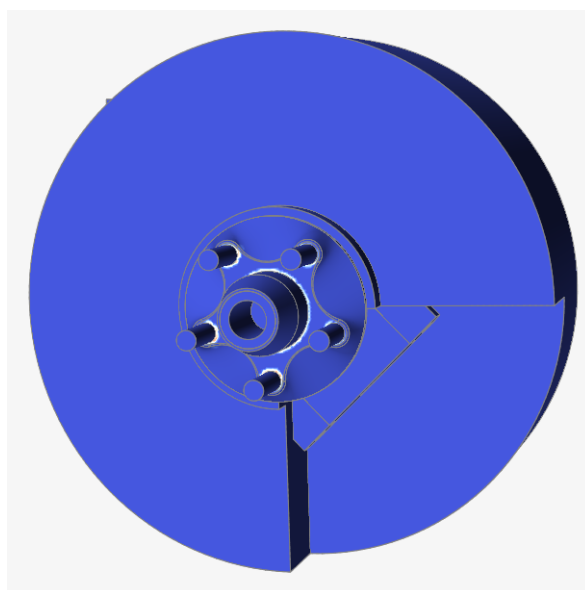


Figura 5.47: Resultados da terceira análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (1).

Nos braços, verificaram-se algumas zonas vermelhas que não estão dentro dos limites de fator de segurança, Figura 5.48. No entanto, são na zona dos apoios, que foram desenhadas sem muito rigor realístico. O desenho não traduz a estrutura dos apoios corretamente, pelo que se pode ignorar estas zonas.

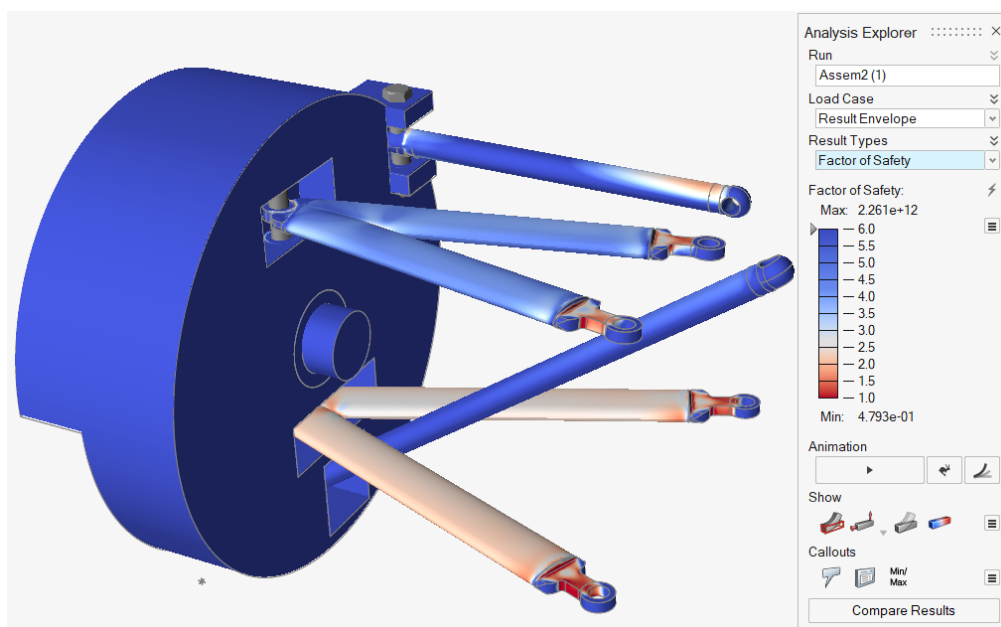


Figura 5.48: Resultados da terceira análise: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (2).

No que toca ao deslocamento, este, mais uma vez, prova-se desprezável, Figura 5.49.

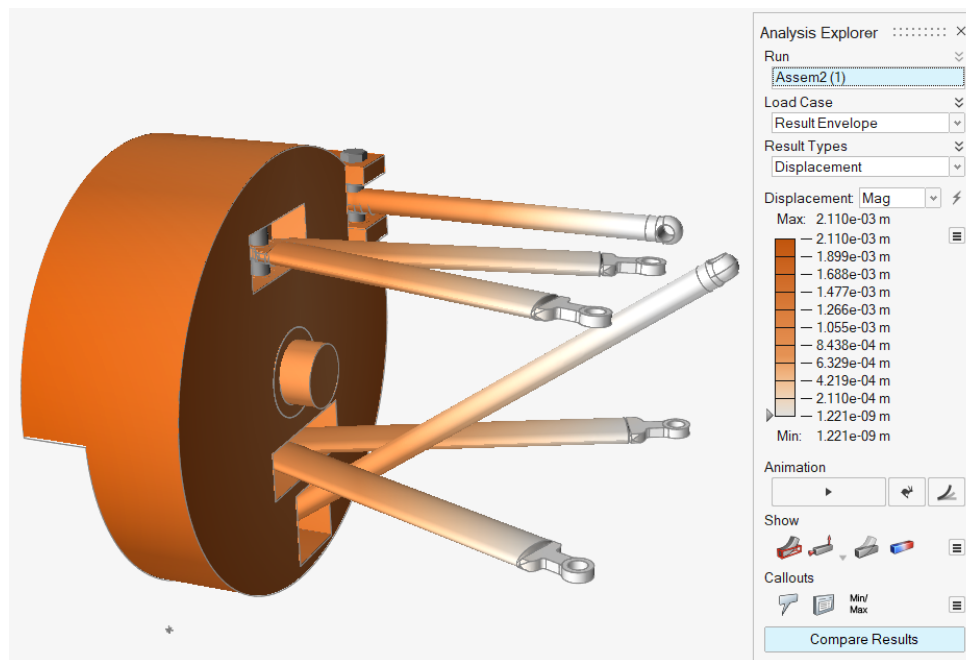


Figura 5.49: Resultados da terceira análise: deslocamento, sumário de todos os casos de carga.

Da otimização topológica, resulta um modelo com uma massa final de 28.2351 kg. A massa inicial é de 74.2927 kg, Figuras 5.50 e 5.51.

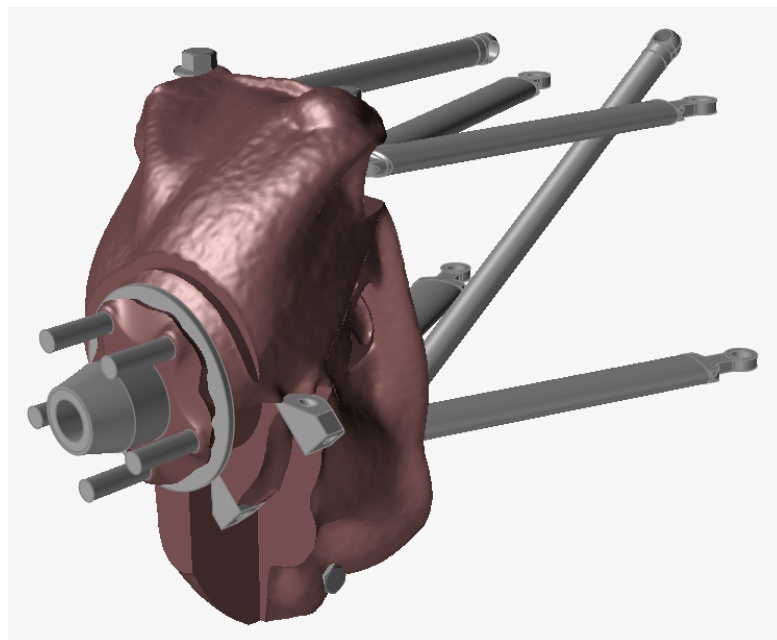


Figura 5.50: Resultados da terceira otimização topológica (1).

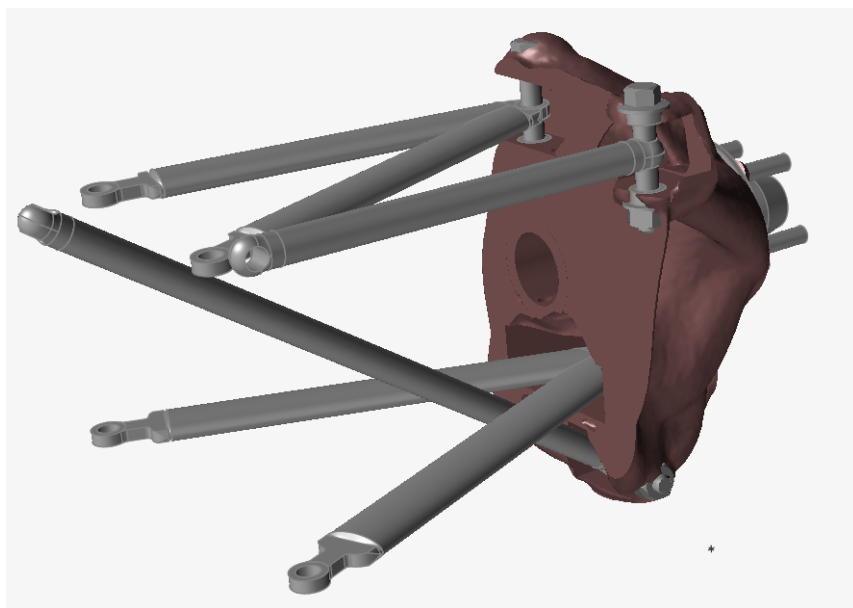


Figura 5.51: Resultados da terceira otimização topológica (2).

5.5 Quarta iteração

5.5.1 Considerações

Com uma organização dos componentes mais ou menos final, o processo iterativo passa a focar-se na remoção de material até se atingir uma forma otimizada. Para o efeito, removeu-se material ao desenho 3D da manga de eixo e do cubo de roda, que resulta nas formas das Figuras 5.52 e 5.53.

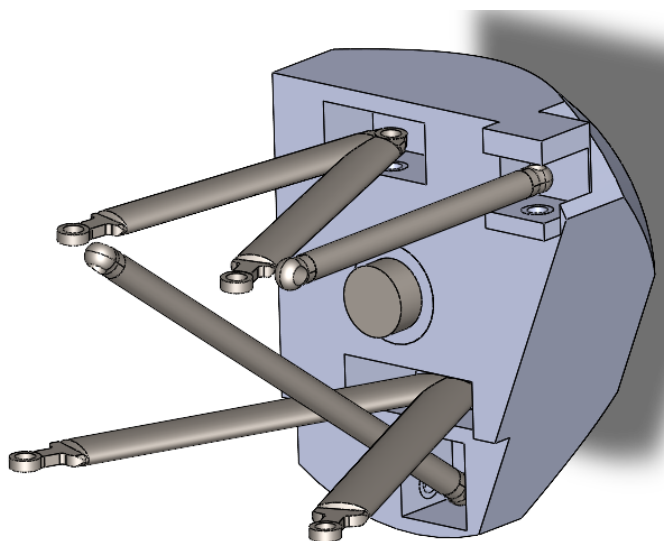


Figura 5.52: Conjunto completo com a remoção de material visível (1).

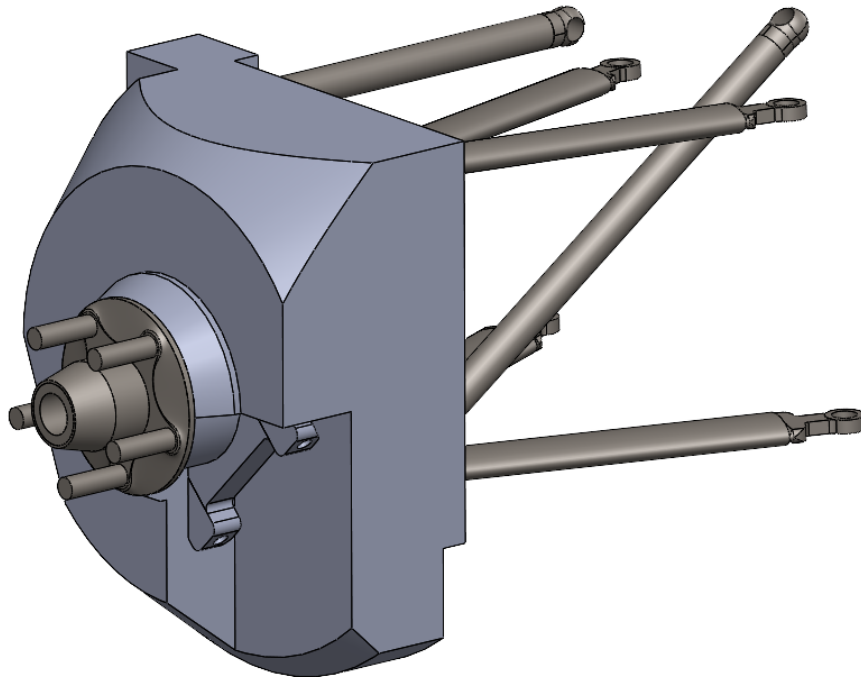


Figura 5.53: Conjunto completo com a remoção de material visível (2).

5.5.2 Simulação

Neste fase, corre-se apenas uma otimização topológica a partir de uma massa inicial de 50.1952 kg. A massa final é de 21.2381 kg e os resultados encontram-se nas Figuras [5.54](#), [5.55](#) e [5.56](#).

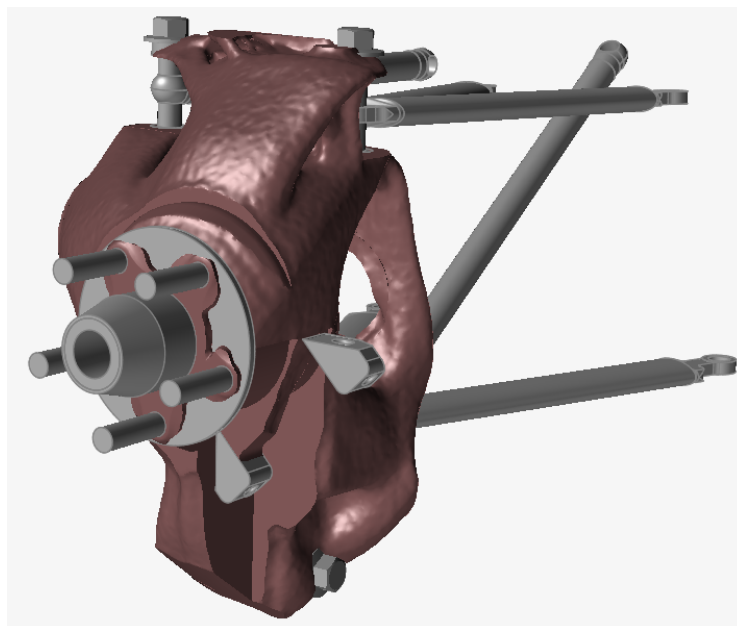


Figura 5.54: Resultados da quarta otimização topológica (1).

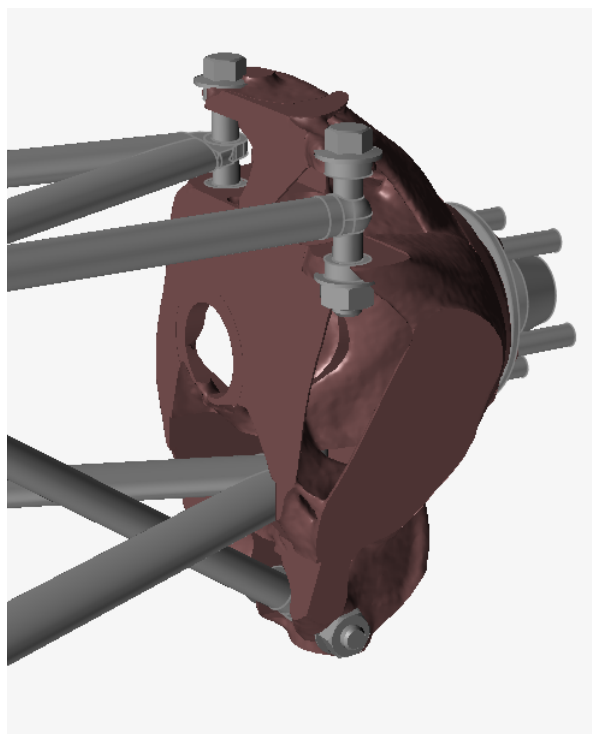


Figura 5.55: Resultados da quarta otimização topológica (2).

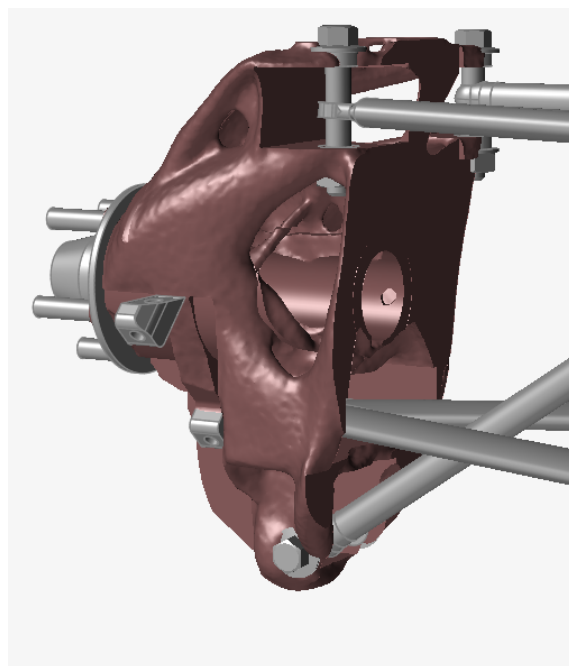


Figura 5.56: Resultados da quarta otimização topológica (3).

5.6 Definição dos contornos da manga de eixo

A partir dos resultados das simulações topológicas, definiu-se uma geometria mais refinada da manga de eixo. Deste modo, obtém-se uma forma mais concisa que pode vir a ser posteriormente consolidada com maior pormenor. Salienta-se que esta não é a geometria final da manga de eixo, apenas o resultado das simulações efetuadas.

A forma foi inspirada nos estudos topológicos efetuados, removendo-se material nas zonas recomendadas. De notar que os apoios foram definidos como corpos separados. Isto deve-se ao facto de, em desporto automóvel, ser importante salvaguardar o ajuste cinemático dos componentes, isto é, os apoios desmontáveis e ajustáveis permitem diferentes combinações dos pontos de apoio que resultam em comportamentos dinâmicos distintos. A montagem dos apoios deve depois ser definida.

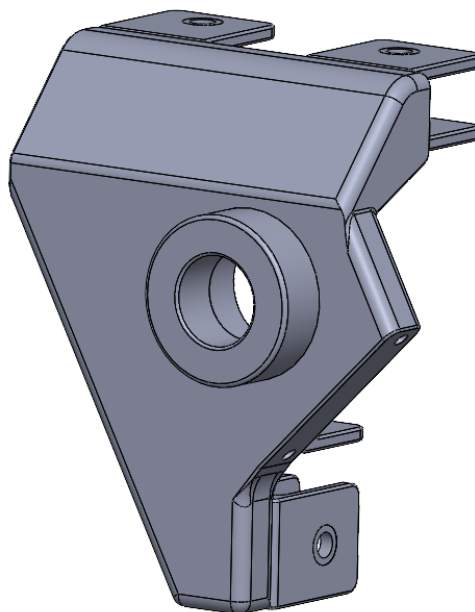


Figura 5.57: Geometria final dos contornos da manga de eixo (1).

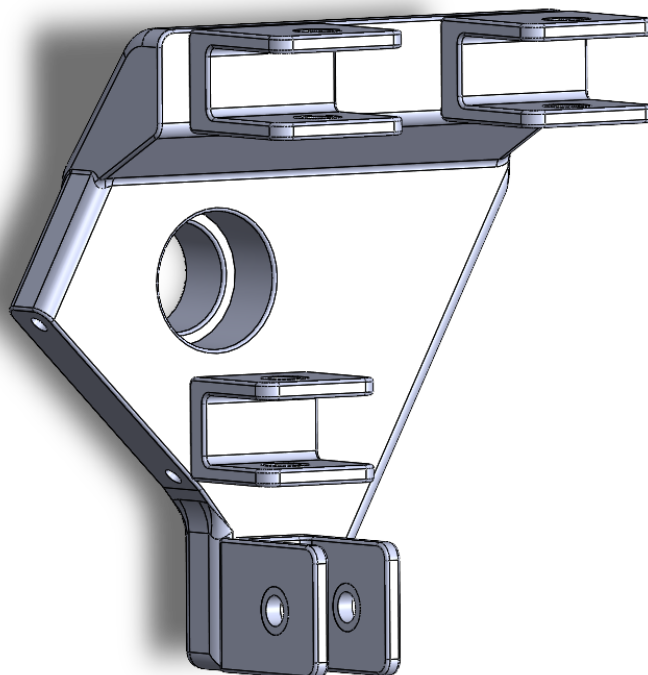


Figura 5.58: Geometria final dos contornos da manga de eixo (2).

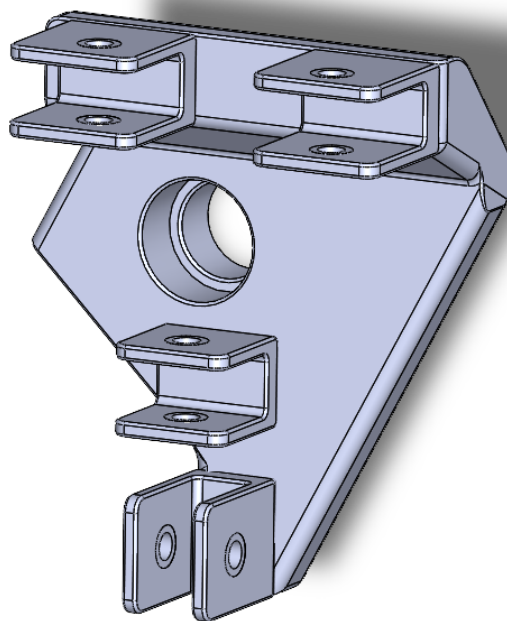


Figura 5.59: Geometria final dos contornos da manga de eixo (3).

A partir desta nova geometria deve-se continuar o processo de *design* e simulação deste componente, incluindo as considerações sobre os apoios e a forma definida nesta secção e acrescentando os elementos mecânicos devidos.

5.7 Simulação isolada do cubo de roda

No âmbito da simulação efetuou-se ainda um estudo do cubo de roda isolado. Primeiramente, o componente foi devidamente separado em zonas, seguindo a mesma lógica exposta previamente, com volumes interiores separados para que possam ser analisados na otimização, Figura 5.60. As zonas fixas são, então, os pinos, os exteriores dos veios e a continuação do veio interior onde a manga de eixo assenta. Estas estão demarcadas a cinzento nas figuras abaixo. As áreas de aplicação das forças são as faces cilíndricas dos pinos, a face cilíndrica exterior do veio exterior e a face vertical de contacto do cubo com o disco de montagem, Figura 5.61. Os apoios do componente estão sensivelmente definidos na face exterior que liga à manga de eixo e a face vertical onde esta assenta 5.62.

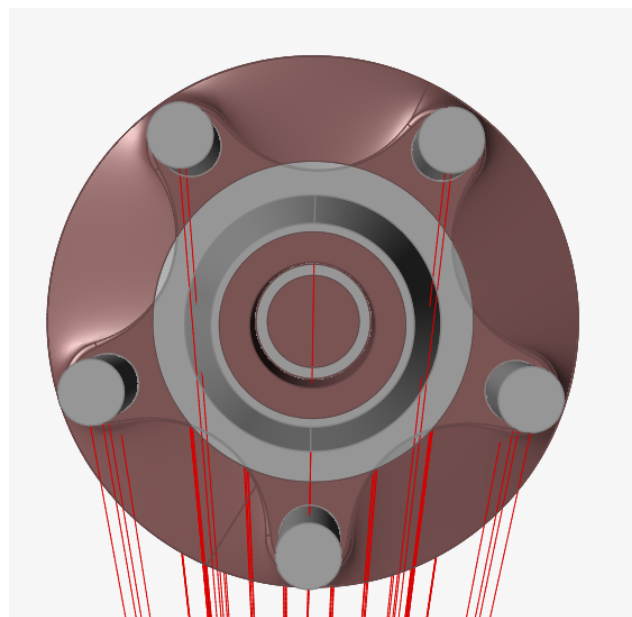


Figura 5.60: Representação dos *design spaces* para a simulação do cubo de roda.

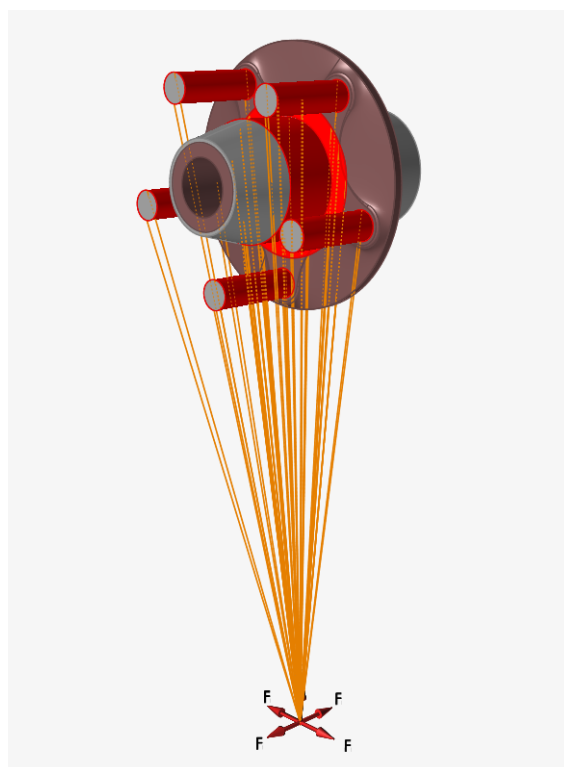


Figura 5.61: Conector rígido criado para a aplicação das forças no cubo de roda.

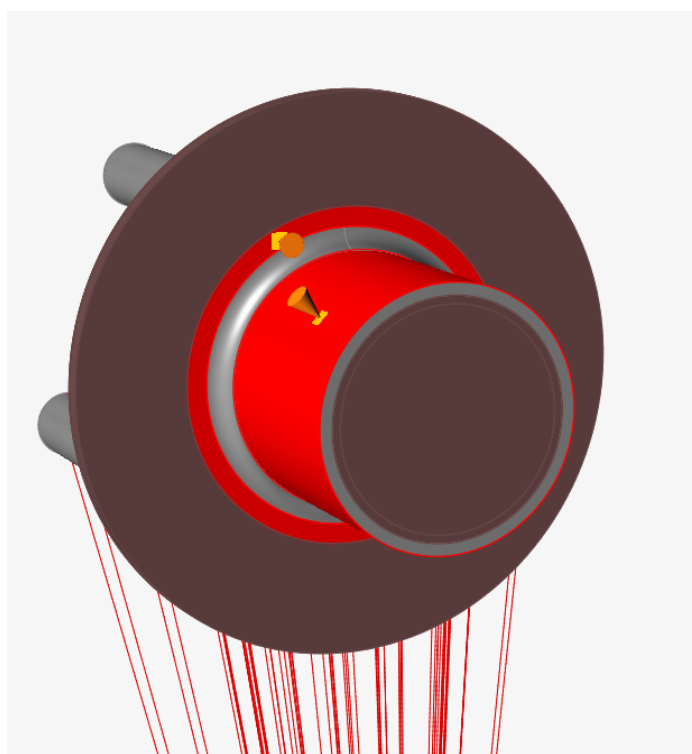


Figura 5.62: Apoios do modelo do cubo de roda.

Efetua-se uma análise estrutural nos mesmos moldes das anteriores cujos resultados se apresentam nas Figuras 5.63 e 5.64. A análise dos fatores de segurança permite concluir que há margem para remoção de material, havendo apenas duas zonas laranja nas arestas entre os veios e as faces verticais.

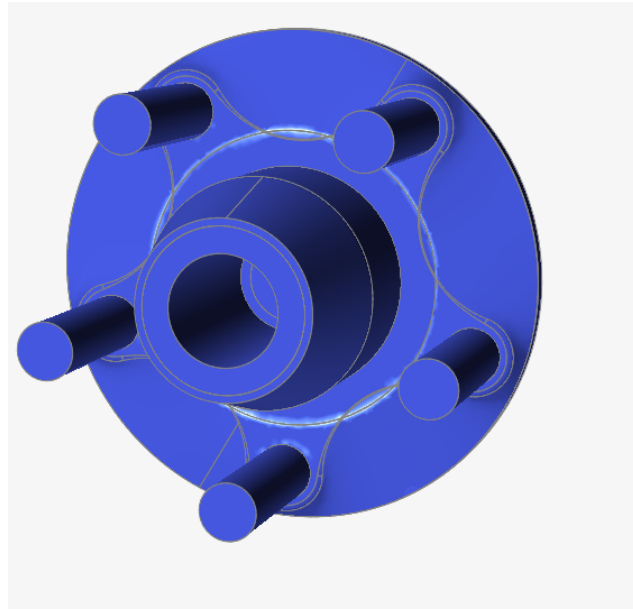


Figura 5.63: Resultados da primeira análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga.

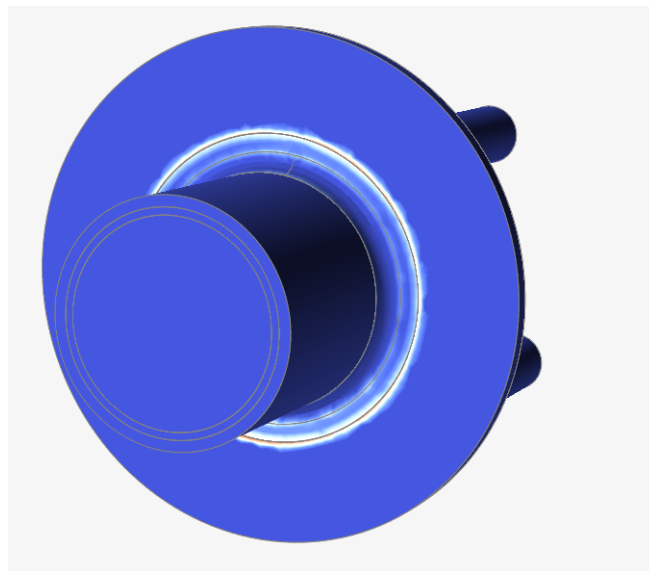


Figura 5.64: Resultados da primeira análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga(2).

Procede-se, então, à otimização topológica do cubo. A massa inicial do componente é de 4.00178 kg e o objetivo é maximizar a rigidez apontando para uma massa de 2 kg. Os resultados,

que se encontram nas Figuras 5.65 e 5.66, indicam que é possível remover as zonas interiores dos veios e que a geometria corpo do cubo pode ser recortada. A análise dos resultados permite, ainda, concluir que é necessário assegurar material nas ligações ao corpo do cubo. A massa resultante desta simulação é de 2.11673 kg.

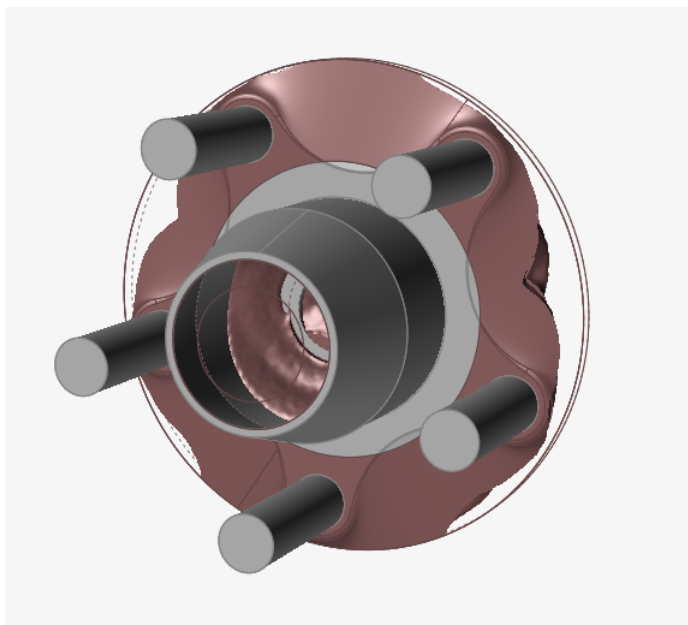


Figura 5.65: Resultados da otimização topológica do cubo de roda (1).

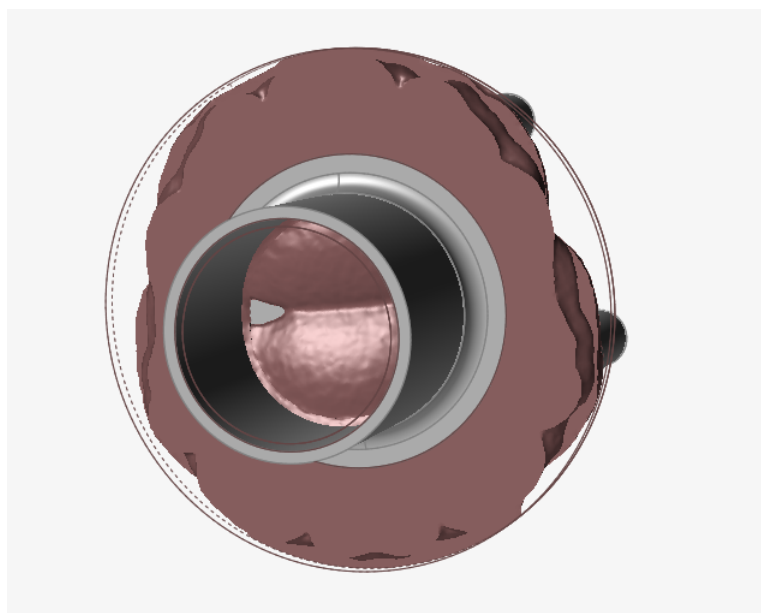


Figura 5.66: Resultados da otimização topológica do cubo de roda (2).

A partir dos resultados da otimização topológica, redesenhou-se o cubo de roda. As particularidades desta retificação são a remoção dos volumes interiores, a inclusão de *fillets* entre as faces

verticais interiores e exteriores com as faces cilíndricas e a definição de uma área de contacto do cubo com a manga de eixo de 90 mm de diâmetro. Estes pormenores podem ser observados nas Figuras 5.67 e 5.68.

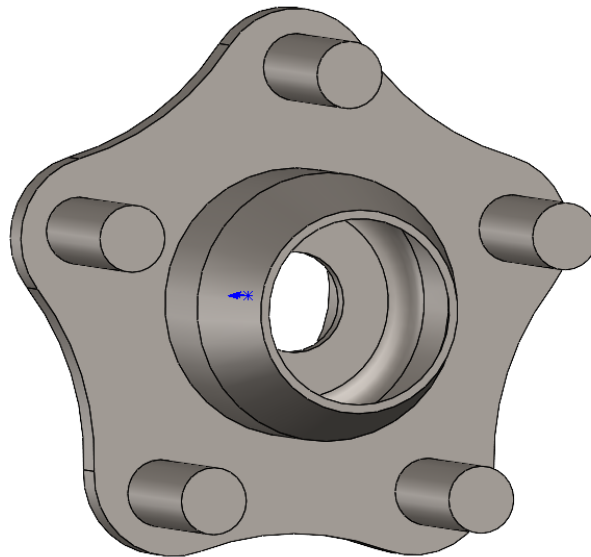


Figura 5.67: Desenho do cubo de roda resultantes das simulações do componente isolado (1).

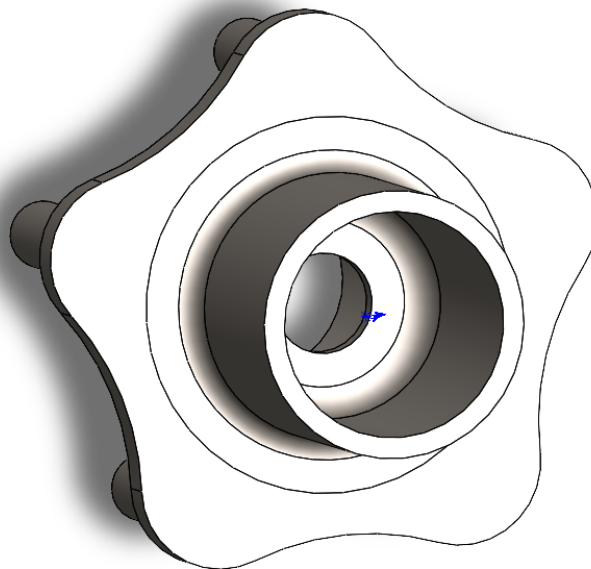


Figura 5.68: Desenho do cubo de roda resultantes das simulações do componente isolado (2).

Esta geometria definida pode ser considerada final. De notar que se devem posteriormente incorporar os devidos elementos funcionais, incluindo as suas zonas de aperto.

Após a definição de uma geometria final, analisa-se estruturalmente mais uma vez o componente.

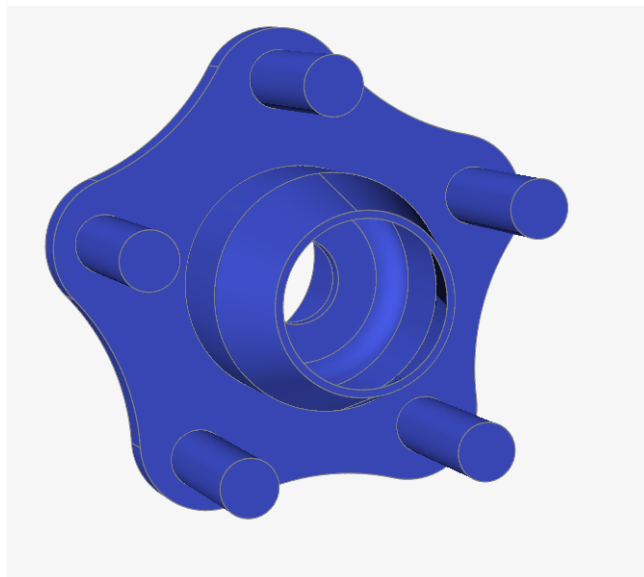


Figura 5.69: Resultados da última análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (1).

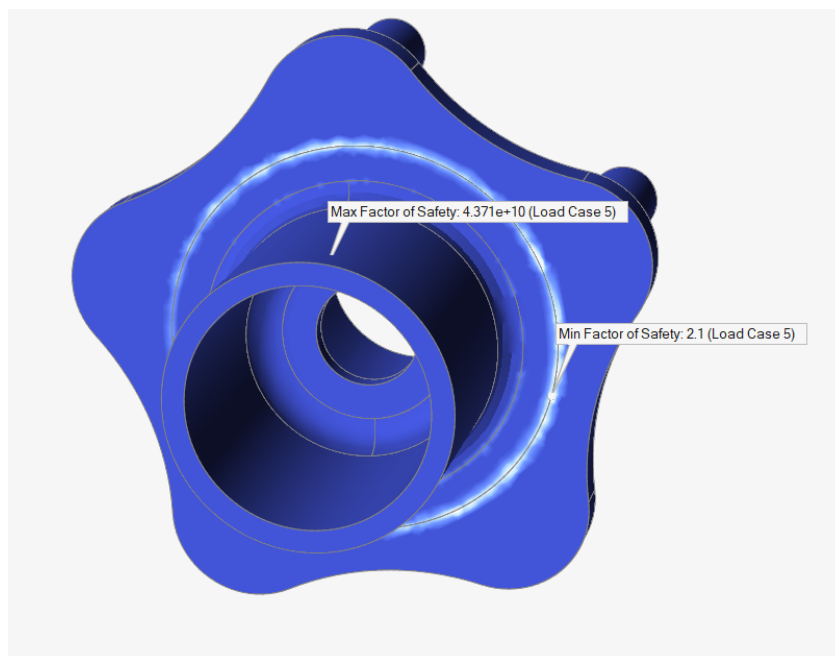


Figura 5.70: Resultados da última análise do cubo de roda: fator de segurança, sumário de todos os casos de carga (2).

A massa final do cubo de roda é de 1.89173 kg e o mínimo fator de segurança verificado é de 2.1, valor que se encontra acima do mínimo requerido.

5.8 Considerações finais sobre o modelo

O modelo da manga de eixo não tem a forma final pretendida. Isto deve-se ao facto de que esta abordagem devia ser retificada para que houvesse uma forma inicial mais definida do que a com que se partiu para este estudo. O desenho do componente e das suas alterações e o tratamento dos resultados das simulações seria muito mais prático e rápido, e a definição de um componente final seria muito mais fácil. A consideração de elementos mecânicos tornar-se-ia vantajosa na obtenção de massas e volumes concretos e fixos, o que eliminava incertezas e aumentava o rigor.

A nível do dimensionamento, pode-se ainda alterar os pontos dos apoios dos braços de suspensão para melhorar a performance. Se tal for favorável, uma posterior consideração dos valores de *scrub radius* pode levar a uma retificação destas coordenadas. O *scrub radius* deve ser mantido a valores reduzidos e positivos para carros de tração traseira de competição [36, 37, 38]. Para isso, se se mudarem as coordenadas para os valores da Tabela 5.4, um *scrub radius* de 19.20 mm.

Tabela 5.4: Tabela dos possíveis valores finais das coordenadas dos braços de suspensão e do braço da direção.

FRONT mm	Top A arm			
	chassis front	chassis rear	upright	
	X	100	-80	-10
	Y	-398	-396	-723
	Z	-392	-394	-400
	Lower A arm			
	chassis front	chassis rear	upright	
	X	195	-138	17
	Y	-394	-392	-798
	Z	-194	-199	-195
roll centre [m]		0.03110201		
caster [deg]		7.50308739		
kingpin angle [deg]		20.0952312		
scrub radius[mm]		19.195122		
camber gain rate [deg/mm]		0.00797595		

Steering link		
frame	upright	
	160	160
	-398	-718
	-400	-400
ackermann percentage	29.24276893	

Para questões dinâmicas, se se incluir o cálculo de valores como a taxa de ganho de camber nos cálculos, consegue-se ver o efeito da geometria da suspensão na variação de camber. Este valor é relacionado com a vista frontal e com o comprimento do braço do centro do pneu ao centro instantâneo, *front view swing arm (FVSA) length*, Figura 5.71. Mede o ganho de camber em graus por unidade de deslocamento vertical da roda em milímetros.

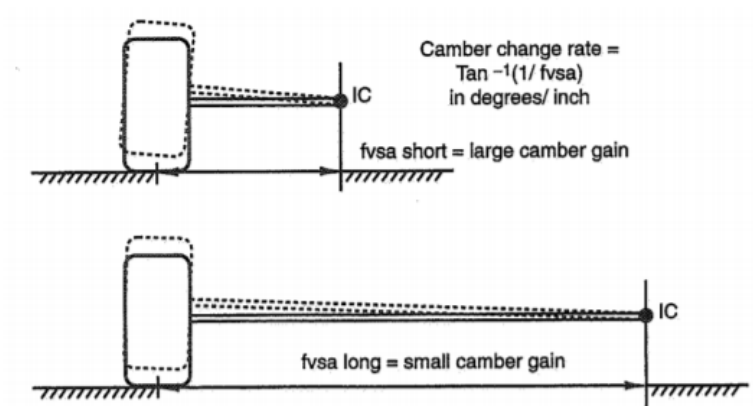


Figura 5.71: Determinação da taxa de ganho de camber.

Existem inúmeros outros fatores que se podem e devem incluir numa análise completa cinemática e dinâmica da suspensão. Contudo, apenas os conceitos estudados são expostos neste trabalho.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

O trabalho desenvolvido permitiu a aquisição de conhecimento e experiência na área da dinâmica de veículos e desenvolvimento de componentes. Após a sua finalização, é possível retirar conclusões acerca do desfecho do projeto, assim como fazer sugestões para desenvolvimentos futuros.

Primeiramente, da folha de cálculo concebida averigua-se que os parâmetros da suspensão são interligados entre si. A sua definição é um processo multi-sectorial e advém de um compromisso entre todos eles, da performance desejada e das restrições impostas pelo projeto ou pelos regulamentos, quando assim é o caso. As análises da dinâmica de veículos devem continuar para além do projeto da suspensão. Como nota limitativa ao presente trabalho, no entanto, é de mencionar que a folha de cálculo está incompleta. Fatores como as características "anti" da suspensão, cálculos de outros tipos de suspensões e representações gráficas das variações dos vários parâmetros devem ser incluídos para que a ferramenta seja irrepreensível. Igualmente, poderá ser relevante explorar outras alternativas à folha de Excel para o estudo da dinâmica de veículos.

Por outro lado, sobre a modelação matemática e o dimensionamento, conclui-se que a folha em Excel é uma ótima ferramenta para a análise e o dimensionamento da suspensão pois proporciona uma maneira intuitiva de introdução de dados e uma boa adaptabilidade ao usuário e à aplicação.

O processo da modelação CAD e simulação é crucial na determinação da rigidez estrutural dos componentes de forma rápida e eficaz. A utilização de *softwares* intuitivos, como o Altair Inspire, apoia no *set-up* do modelo.

Da abordagem escolhida para o desenvolvimento dos componentes, a autora conclui que partir de um volume sem forma não é o método mais eficaz na obtenção de um resultado final funcional. Quando não se tem conhecimento prático prévio, correr otimizações topológicas a partir de uma forma aleatória favorece a perceção de como pode ser moldado o componente. Contudo, seria melhor definir as características funcionais e elementos mecânicos de cada parte na sua totalidade e fixar esses designs, permitindo depois a remoção de material nas zonas envolventes. Esta opção seria mais vantajosa para equipas com experiência e projetos semelhantes prévios.

Do processo em geral, convém referir que não há soluções ideias para definir um sistema de suspensão, dos métodos de avaliação e dos próprios parâmetros da suspensão. O caminho a seguir

deve ser iterativo e estabelecido avaliando os requisitos de design e as ferramentas disponíveis, escolhendo as alternativas que melhor se enquadram para o projeto em questão.

Como última nota, a integração num ambiente empresarial proporcionou uma abordagem prática e dinâmica ao problema proposto. A colaboração com profissionais da área beneficiou substancialmente a aprendizagem e o desenvolvimento de capacidades de trabalho. O conhecimento empírico e a colaboração intersectorial mostram-se deveras úteis num projeto.

Para dar continuidade ao projeto realizado, sugerem-se possíveis trabalhos futuros.

- Em primeiro lugar, a folha de cálculo poderá continuar a ser desenvolvida, acrescentando outras funcionalidades e parâmetros e dimensionando os parâmetros do sistema *push-rod*, i.e., molas, amortecedores, *rockers* e ARB.
- Em seguida, o desenho da manga de eixo e do cubo de roda podem ser finalizados através das geometrias criadas, incluindo os elementos mecânicos que não foram considerados. Do mesmo modo, os braços devem ser atualizados para uma forma aerodinâmica, para ficarem com a sua forma final. Ademais, recomenda-se retificação do processo de desenho e otimização estrutural, de acordo com as conclusões retiradas no presente trabalho.
- Propõe-se um estudo dos processos de produção dos componentes, que se deve interligar com o processo de desenho, de modo a que o produto final seja consistente com as capacidades de produção disponíveis. Uma análise complementar dos materiais a utilizar seria, igualmente, benéfica.
- Refere-se, ainda, a necessidade de repetir o processo para a suspensão traseira.
- Por último, sugere-se a simulação do sistema de suspensão e de direção completo através do programa Altair Hyperworks, que permite simulações dinâmicas de múltiplos corpos, *Multi Body Dynamics Simulation (MBD)*, testando o comportamento do sistema em cenários realistas.

Referências

- [1] A. Staniforth. *Competition Car Suspension: A Practical Handbook, Fourth Edition*. Haynes Publishing UK, 2006. URL: <https://books.google.pt/books?id=OfvNAAAACAAJ>.
- [2] Build Your Own Race Car. Car suspension basics, how-to & design tips. URL: <https://www.buildyourownracecar.com/race-car-suspension-basics-and-design/2/>.
- [3] R.N. Jazar. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. Springer International Publishing, 2017. URL: <https://books.google.es/books?id=5fokDwAAQBAJ>.
- [4] W.F. Milliken e D.L. Milliken. *Race Car Vehicle Dynamics*. Premiere Series. SAE International, 1995. URL: <https://books.google.es/books?id=opgHfQzlnLEC>.
- [5] C. Kavitha, S. Abinav Shankar, B. Ashok, S. Denis Ashok, Hafiz Ahmed, e Muhammad Usman Kaisan. Adaptive suspension strategy for a double wishbone suspension through camber and toe optimization. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 21(1):149–158, 2018. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jestch.2018.02.003>.
- [6] Formula 1 Dictionary. Push-rod - pull-rod. http://www.formula1-dictionary.net/pushrod_pullrod.html.
- [7] Engineering Explained. How pushrod suspensions work - formula 1 explained. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=zwYybcPBeZI>.
- [8] Formula 1 Dictionary. Push-rod - pull-rod. URL: http://www.formula1-dictionary.net/pushrod_pullrod.html.
- [9] Suspension Secrets. Suspension systems. URL: <https://suspensionsecrets.co.uk/suspension-systems/>.
- [10] T.D. Gillespie, SAE International (Society), e Society of Automotive Engineers. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Premiere Series Bks. Society of Automotive Engineers, 1992. URL: <https://books.google.pt/books?id=L6xd0nx5KbwC>.
- [11] C. Smith. *Tune to Win*. Carroll Smith Consulting, 1978. URL: <https://books.google.es/books?id=lW3ePwAACAAJ>.
- [12] Emch 332 kinematics handout 4. URL: <http://www.me.sc.edu/fs/rochelea/EMCH-332/handout04.pdf>.
- [13] ChassisSim. Dan's vehicle dynamics corner from chassissim. URL: https://www.youtube.com/playlist?list=PLkJ0EcZQg4j1__Q9hRpotJqM6ZANeyQG7.

- [14] F. Puhn. *How to Make Your Car Handle*. HP Books. H.P. Books, 1976. URL: <https://books.google.es/books?id=cr4IyD5l1NQC>.
- [15] Suspension Secrets. Calculating ideal spring and roll bar rates. URL: <https://suspensionsecrets.co.uk/calculating-ideal-spring-and-roll-bar-rates/>.
- [16] What when how. Vehicle tire marks and tire track measurement. <http://what-when-how.com/forensic-sciences/vehicle-tire-marks-and-tire-track-measurement/>.
- [17] S. Deepankumar, B. Saravanan, D. Yuvaraj, T. Ramesh Kumar, M. Sureshkumar, e K. Vinoth Simmon. Simulation and analysis with material optimization of automobile suspension using multi-body dynamic. Em G. Kumaresan, N. Siva Shanmugam, e V. Dhinakaran, editores, *Advances in Materials Research*, páginas 309–320, Singapore, 2021. Springer Singapore.
- [18] Rodrigo de Oliveira Santos. A discussion on steady-state lateral weight transfer and how to use it in setup, Junho 2015. <http://racingcardynamics.com/weight-transfer/>.
- [19] Ultra Racing Australia. How it works. URL: <https://ultraracingaustralia.com.au/how-it-works/>.
- [20] J. M. Laginha M. Palma. Escoamentos exteriores (1/6), Outubro 2019.
- [21] RACE Software. Ackermann at 50mm rack travel. URL: <https://race.software/single-course/automotive-suspension-and-chassis-systems-design-and-engineering-fundamentals/course-lesson/ackermann-at-50mm-rack-travel/>.
- [22] M. Veneri e M. Massaro. The effect of ackermann steering on the performance of race cars. *Vehicle System Dynamics*, 59(6):907–927, 2021. URL: <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1730917>, arXiv:<https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1730917>, doi:10.1080/00423114.2020.1730917.
- [23] E Bakker, L Nyborg, e H B Pacejka. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. 1 1987. URL: <https://www.osti.gov/biblio/6514971>.
- [24] Angel Garcia "Edy". Pacejka '94 parameters explained – a comprehensive guide. URL: <https://www.edy.es/dev/docs/pacejka-94-parameters-explained-a-comprehensive-guide/>.
- [25] Rodrigo de Oliveira Santos. The absolute guide to the racing tyres – part 1: Lateral force, Outubro 2014. URL: <http://racingcardynamics.com/racing-tires-lateral-force/>.
- [26] Suspension Secrets. Caster. URL: <https://suspensionsecrets.co.uk/caster/>.
- [27] RACE Software. Kingpin angle, scrub radius & wheel centre offset. URL: https://race.software/ulp_lesson/kingpin-angle-scrub-radius-wheel-centre-offset/.
- [28] Luís André dos Santos Costa. *Desenvolvimento da evolução do Challenge Desafio Único*. Dissertação do miem, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2009. URL: <http://hdl.handle.net/10216/58140>.

- [29] André Sousa Figueiredo do Couto. *Projeto da Suspensão Estudo do Equilíbrio Dinâmico de uma Viatura Fórmula*. Dissertação do miem, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2009. URL: <https://hdl.handle.net/10216/68377>.
- [30] Jock Allen Farrington. *Redesign of an FSAE Race Car's Steering and Suspension System*. Dissertation, University of Southern Queensland, 2011.
- [31] Miłosz Kowalik. *Full analysis of suspension geometry and chassis performance of Formula Student racing car*. Master thesis, Instituto Superior de Engenharia do Porto, 2014.
- [32] Lamborghini Palm Beach. Why do some supercars have different sized wheels? URL: <https://www.lamborghiniipalmbeach.com/blog/why-do-some-supercars-have-different-sized-wheels/>.
- [33] Darshan Chokhani. What to expect the first time you sit in a race car on indian tracks. URL: <https://www.redbull.com/in-en/first-time-race-car-experience>.
- [34] Chain Bear. F1 braking systems. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=0ykCdaRzn5g>.
- [35] Rigid body definition. URL: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEMODRefMap/simamod-c-rigidoverview.htm>.
- [36] Karl Seyfert. Trouble shooter | scrub radius, 2019. URL: <https://www.motor.com/magazine-summary/trouble-shooter-november-2019/>.
- [37] Goran Radanovic. What is scrub radius? a guide to positive, negative zero scrub radius. URL: <https://low-offset.com/workshop/scrub-radius-explained/>.
- [38] Racing Aspirations. What is scrub radius. URL: <https://www.racingaspirations.com/scrub-radius/>.