Caracterização do Estado de Transformadores de Potência Com Base no Espectro de Vibrações

Nuno Miguel Gonçalves da Graça

Dissertação Realizada no Âmbito do:

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Orientador na FEUP:

Doutor Sérgio Tavares

Orientador na Efacec:

Engenheiro Cassiano Linhares

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Porto, Setembro de 2021

Este trabalho foi realizado na empresa
Efacec Energia, Máquinas e Equipamentos Eléctricos, S.A.
S. Mamede de Infesta, Portugal.

Nuno Miguel Gonçalves da Graça
E-mail: up201606163@fe.up.pt

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Rua Dr. Roberto Frias
4200-465 Porto
Portugal

A toda a minha família e amigos que sempre me apoiaram ao longo do meu percurso escolar e universitário.

Resumo

O avanço da tecnologia e o aumento da preocupação referente ao meio ambiente, desperta as empresas para a produção de equipamentos cada vez mais sustentáveis e eficientes. Assim, a análise do comportamento do ciclo de vida destes mesmos equipamentos, corresponde a uma etapa importante no seu projeto e na sua conceção.

A conjugação de simulações numéricas com análises experimentais permitem obter avaliações mais completas, uma vez que as análises experimentais possibilitam a obtenção de dados sobre o estado real de funcionamento e as análises numéricas, as quais podem ser alimentadas por dados experimentais, permitem obter informações de previsão e informações que não são diretamente mensuráveis.

Assim, esta dissertação tem como objetivo a avaliação da resposta dinâmica do transformador de potência, recorrendo a várias ferramentas computacionais, de modo a utilizar medições experimentais das vibrações na cuba e na parte ativa do transformador e tirar conclusões sobre o estado de funcionamento e a integridade do transformador.

Este trabalho apresenta uma análise das acelerações medidas em dois tipos de ensaios, em *carga* e em *vazio*, recorrendo à análise da resposta em frequência dos vários sinais, com o auxílio de uma ferramenta de cálculo numérico. Várias análises foram postas em prática, de modo a ter uma visão mais abrangente das avaliações que poderão ser realizadas futuramente. Por fim, são estudados os modos naturais de um enrolamento, bem como a variação dos mesmos, quando algum tipo de falha ocorre neste componente, pois é o elemento mais suscetível à ocorrência de falhas durante o ciclo de vida do transformador.

Este trabalho permitiu desenvolver estratégias para a caracterização do estado de funcionamento de transformadores de potência através da medição de acelerações, possibilitando diagnósticos complementares aos existentes e auxiliando o desenvolvimento de *digital twins* mais completos.

Palavra-Chave: Transformador de Potência, Espectro de Vibração, MEF, Análise de Falha

Abstract

The technology advances and the increase of concern regarding the environment, stimulates companies to produce more sustainable and efficient equipments. Consequently, the assessment of equipments plays an important role in products design and manufacturing. To improve the reliability and durability of equipments, it is required a continuous and comprehensive evaluation of them, aiming to assess its condition, integrity and health.

Performing both numerical analyses and experimental analyses enables more complete evaluations, since experimental analyses allow to assess real operating condition data and numerical analyses, which can be supplied by experimental data, afford forecast information and information which is not directly measurable.

Thus, this thesis aims to evaluate the dynamic response of power transformers using various computational tools, towards study the vibrations obtained on the tank wall and in the active part of a power transformer, and draw conclusions about the study carried out, taking into account the researched literature.

This work includes analyses of the vibration acceleration signals obtained in two types of tests, *onload* and *no-load* tests, using a numerical calculation tool to analyse the frequency response of obtained signals. Several analyses were put into practice, in order to have a more wide view of possible assessments that could be carried out in the future. Finally, the mode shapes of a provided model of a winding are studied, as well as their variation when some type of failure occurs in this component, since the winding is the transformer's part that is more susceptible to failures during the transformer's life cycle.

This research study allowed the development of stratagies to characterize the condition state of power transformers through the measurement of accelerations. This approach allows to complement the current diagnostics and helps the development of more comprehensive digital twins.

Keyword: Power Transformer, Vibration Spectrum, FEM, Fault Analysis

Agradecimentos

Com o término desta etapa estudantil que culmina com a redação desta dissertação, aproveito para agradecer às pessoas mais importantes por toda a ajuda que me proporcionaram e que permitiu que eu crescesse, tanto a nível pessoal, como profissional.

Mais especificamente, gostaria de agradecer em primeiro lugar à minha família, principalmente aos meus pais que sempre estiveram disponíveis para me ouvir, para me confortar, para dar as suas opiniões e para me ensinar ao longo de toda a minha vida. Também aos meus dois avôs que perdi ao longo da minha vida estudantil, mas que em muito me ajudaram a ser o que sou hoje, e que desejaria que estivessem presentes para assistir a este momento especial. À Sandra e ao Filipe, que apesar de serem amigos, são como família. Muito do que aprendi e sou, também vos devo a vocês e nunca me esquecerei disso.

Aos meus amigos, especialmente aqueles que acompanharam todo o meu trajeto ao longo do Ensino Superior. Agradecer ao meu quarteto incrível do Projeto FEUP e ao meus colegas de casa Francisco, Boland, Luís, Magalhães, André, Roriz e Duarte, sem vocês, este percurso nunca seria tão incrível quanto foi. À minha família do N3 e à minha treinadora Marisa Sousa que me conhece melhor que ninguém.

Agradecer também do fundo do meu coração à minha namorada e aos pais que me aturaram e me ajudaram a ultrapassar um ano que foi particularmente difícil em termos emocionais. O vosso carinho, energia e humor são contagiantes.

À Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto e a todos os docentes que sempre mostraram disponibilidade para me ajudar e ensinaram da melhor maneira possível. Em especial, ao Professor Doutor Paulo Tavares de Castro, que me proporcionou uma das mais incríveis experiências a nível profissional que alguma vez tive, e terei.

Ao Engenheiro Cassiano Linhares e aos Doutores Sérgio Tavares e Cristiano Coutinho por acompanharem todo este trabalho e mostrarem estar sempre aptos para me tirarem todas as dúvidas que foram surgindo ao longo da elaboração desta dissertação.

Nomenclatura

Abreviaturas

AC	Corrente Alternada
AT	Alta Tensão
BT	Baixa Tensão
CEE	Comunidade Económica Europeia
DC	Corrente Contínua
ODAF	Oil Directed Air Forced
ODWF	Oil Directed Water Forced
OFAF	Oil Forced Air Forced
OFWF	Oil Forced Water Forced
ONAF	Oil Natural Air Forced
ONAN	Oil Natural Air Natural
QT2	Quiet Transformer 2

Simbologia

Eletromagnetismo

Letras Latinas

A	área da superfície das espiras dos enrolamentos
A_{CM}	área da secção do circuito magnético
$\left\{B\right\}$	vetor da indução magnética
B_{sat}	indução de saturação
$B(t)$	módulo da indução magnética
$\left\{E\right\}$	vetor do campo elétrico
f	frequência
$\left\{F\right\}$	força de atração ou repulsão entre duas cargas, força de Lorentz
F^{CM}	força magnetostritiva
$I(t)$, I	corrente elétrica
k	constante de Coulomb
L	comprimento total do caminho médio do fluxo magnético
N	número de espiras
N_P, N_S	número de espiras no enrolamento primário (P) e secundário (S)
q	carga da partícula
r	distância entre duas cargas elétricas
t	tempo
U_{RMS}	tensão eficaz
$\left\{v\right\}$	vetor da velocidade da partícula

Letras Gregas

ε	força eletromotriz
ε_P, ε_S	força eletromotriz no enrolamento primário (P) e secundário (S)
θ	ângulo (normal à superfície da espira e a direção do campo magnético)
μ_{CM}	permeabilidade magnética do circuito magnético
$\left\{\Phi(t)\right\}$	vetor do fluxo magnético

Mecânica

Letras Latinas

A, A_1, A_2, A_2'	constantes
B_1, B_2	constantes
c	constante de amortecimento
c_c	constante de amortecimento crítico
c_i	constantes
c_{10}, c_{01}, c_{11}, c_{20}, c_{02}, c_{12}, c_{21}, c_{03}, c_{30}	constantes de Mooney-Rivlin
C_{ij}	componentes do tensor de deformação Cauchy-Green direito
$\left\{d\right\}$	vetor unitário de direção
D_1	parâmetro de incompressibilidade
$f(t)$	solicitação dinâmica
F	amplitude de força
$\left\{F\right\}$	vetor das forças exteriores
$\left[F\right]$	matriz gradiente de deformação
F_c	força de amortecimento
F_k	força elástica
F_m	força de inércia
$\left[I\right]$	matriz identidade
$\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$	invariantes de distorção
J	deformação volumétrica elástica
k	constante de elasticidade
$\left\{\dot{K}_O\right\}$	vetor dos momentos dinâmicos
l	comprimento inicial da chapa metálica
m	massa
$M_{ef,i}$	massa efetiva
M_m	peso molecular do monómero
$\left\{M_O\right\}$	vetor dos momentos exteriores
$\bar{M}_p$	peso molecular médio do polímero

N	número inteiro de períodos, número total de pontos de integração
$\left\{N(t)\right\}$	vetor das forças modais
$\left\{\dot{Q}\right\}$	vetor da quantidade de aceleração
$\left[R\right]$	matriz de rotação
T	período natural
TR	transmissibilidade
$\left\{u\right\}$	vetor modal
$\left[U\right]$	tensor de alongamento direito
w_i	peso do ponto de integração
W	energia potencial elástica
$x(t)$	deslocamento, resposta
$\dot{x}(t)$	velocidade
$\ddot{x}(t)$	aceleração
$x_h(t)$	resposta transitória
$x_p(t)$	resposta estacionária
$X(\omega)$	amplitude de deslocamento
X_S	deslocamento estático
x_0, x_i^0	posição inicial
$\dot{x}_0$, $\dot{x}_i^0$	velocidade inicial
Y	amplitude de deslocamento imposto

Letras Gregas

α	constante
β	razão de frequências, constante
γ	desfasamento
γ_i	fator de participação do modo
δ	elongação inicial ou decremento logarítmico
Δl	variação do comprimento
$\Delta(\omega^2)$	determinante característico
ε_i	deformação
$\left\{\eta(t)\right\}$	vetor de deslocamentos em coordenadas modais
λ_i	razão de alongamento, quadrado da frequência natural ω_i
μ	fator de amplificação dinâmica
ν	coeficiente de Poisson
ξ	razão de amortecimento
$\left\{\sigma\right\}$	matriz das tensões de Cauchy
ϕ	desfasamento
$\left\{\phi\right\}$	vetor modal normalizado
$\left[\Phi\right]$	matriz dos vetores modais
ψ	desfasamento
ω	frequência de excitação
ω_d	frequência natural amortecida
ω_n	frequência natural não amortecida
ω_r	frequência de ressonância
$\left[\Omega^2\right]$	matriz diagonal do quadrado das frequências naturais
ξ, η, ζ	coordenadas naturais
$f(\xi, \eta, \zeta)$	função de forma

Operadores

$\left[\bullet\right]^T$	matriz transposta
$(\dot{\bullet})$, $\frac{\partial(\bullet)}{\partial t}$	primeira derivada em ordem ao tempo
$(\ddot{\bullet})$, $\frac{\partial^2(\bullet)}{\partial t^2}$	segunda derivada em ordem ao tempo

Índice

Resumo **iii**

Abstract **v**

Agradecimentos **vii**

1 Introdução **1**

1.1 Efacec Power Solutions 1

1.2 Motivação 2

1.3 Objetivos 3

2 Transformadores de Potência **5**

2.1 Eletromagnetismo e Lei da Indução de Faraday 5

2.1.1 Início do Eletromagnetismo 7

2.1.2 Lei de Indução de Faraday 8

2.2 Transformadores de Potência 10

2.2.1 Classificação dos Transformadores 12

2.2.2 Componentes de Transformadores de Potência *CORE* 14

3 Estado da Arte **21**

3.1 Fundamentos Teóricos Sobre Vibrações 21

3.1.1 Sistema Vibratório e Equação Diferencial de Movimento 23

3.1.2 Sistema Com 1 Grau de Liberdade em Regime Livre 24

3.1.3 Sistema Com 1 Grau de Liberdade em Regime Forçado Harmónico . 31

3.1.4 Sistema Com Múltiplos Graus de Liberdade 39

3.1.5 Modelo Massa-Mola-Amortecedor de Um Enrolamento 44

3.2 Origem de Vibrações em Transformadores de Potência 45

3.2.1 Vibrações no Circuito Magnético 46
3.2.2 Vibrações nos Enrolamentos 47
3.2.3 Vibrações Devido ao Sistema de Refrigeração 48
3.2.4 Propagação das Vibrações 49
3.3 Análise do Estado de Transformadores com Base em Espectros de Vibrações 50
3.4 Dinâmica Não Linear dos espaçadores 54

4 Transformadas de Fourier e Wavelet 59

5 Análise Experimental do Transformador 65
5.1 Procedimento Experimental 68
5.2 Tratamento dos Dados Obtidos 72
5.2.1 Sinal de Vibração e Espectro de Frequência 72
5.2.2 Aceleração em Função da Corrente/Indução 75
5.2.3 Distribuição Beta 76
5.2.4 Taxa de Crescimento 79
5.2.5 Aceleração em Função da Frequência 80

6 Análise dos Resultados Experimentais 83
6.1 Sinal de Vibração e Espectro de Frequências 84
6.2 Análise dos Harmónicos 88
6.2.1 Aceleração em Função da Corrente/Indução 88
6.2.2 Distribuição Beta 96
6.2.3 Aceleração em Função do Ponto e Taxa de Crescimento 106
6.3 Análise nos Pontos de Medição 111
6.3.1 Aceleração em Função da Frequência 111

7 Modelação em Elementos Finitos 119
7.1 Simulação Numérica 120

8 Análise dos Resultados Numéricos 133
8.1 Análise Estática 133
8.2 Análise dos Modos Naturais 135
8.3 Análise das Frequências Naturais 145
8.4 Análise dos Modos Mais Significativos 150

9 Conclusão **153**

9.1 Trabalhos Futuros 156

Referências **157**

A Gráficos Obtidos em MATLAB® **165**

A.1 Aceleração em Função da Corrente 165

A.2 Aceleração em Função da Indução 167

A.3 Aceleração e Taxa de Crescimento, Ensaio em *Carga* 169

A.4 Aceleração e Taxa de Crescimento, Ensaio em *Vazio* 170

A.5 Aceleração em Função da Frequência, Ensaio em *Carga* 171

A.6 Aceleração em Função da Frequência, Ensaio em *Vazio* 173

A.7 Sinal de Aceleração e Espectro de Frequência, em *Carga* 174

A.8 Sinal de Aceleração e Espectro de Frequência, em *Vazio* 176

B Tabelas Valores de R^2 e Constantes **179**

C Exemplo de Um *Script* MATLAB® **191**

C.1 Reprodução do Sinal de Vibração e Espectro de Frequências 191

Lista de Figuras

1.1 Logótipo atual da empresa *Efacec Power Solutions, SA.* [2]. 2

2.1 Físicos que impulsionaram o desenvolvimento da teoria do eletromagnetismo. 8
2.2 Físicos que contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento relacionado com a indução eletromagnética. 9
2.3 Dois exemplares precursores dos transformadores atuais. 11
2.4 Exemplos da parte ativa de transformadores *CORE* e *SHELL* de três fases. 13
2.5 Parte ativa de um transformador do tipo *CORE*. 16
2.6 Exterior de um transformador onde é possível observar a cuba, parte do sistema de refrigeração e as travessias [16]. 16
2.7 Configurações possíveis entre travessias e enrolamentos em transformadores de três fases. 19

3.1 Tensão-deformação de espaçadores com atributos diferentes, a 20 °C [20]. . 22
3.2 Exemplo de um modelo de sistema vibratório. 24
3.3 Exemplo de um modelo de sistema vibratório. 25
3.4 Resposta livre de um sistema sub-amortecido e função envelope, obtidos por programação MATLAB®. 28
3.5 Resposta livre de um sistema sub-amortecido e decremento logarítmico ao fim de três períodos, obtidos por programação MATLAB®. 29
3.6 Resposta livre para os quatro tipos de amortecimento de sistema, obtidos por programação MATLAB®. 31
3.7 Exemplos das duas formas de excitação. 31
3.8 Duas componentes da resposta de um sistema em regime forçado harmónico. Parâmetros: $x_0 = 2$ m , $\dot{x}_0 = 3$ m/s^2 , $\xi = 0{,}025$, $k = 2$ N/m , $\omega_n = 20$ rad/s , $\omega = 1{,}5$ rad/s , $F = 5$ N 34

3.9 Resposta total de um sistema em regime forçado harmónico. Os valores dos parâmetros são os mesmos da Figura 3.8b. 34
3.10 Relação entre o fator de amplificação dinâmica μ e a razão de frequências β, para vários valores de ξ. 35
3.11 Relação entre o desfasamento ϕ e a razão de frequências β, para vários valores de ξ. 36
3.12 Exemplo de um sistema com base móvel 37
3.13 Relação entre a transmissibilidade de deslocamento TR e a razão de frequências β, para vários valores de ξ. 38
3.14 Exemplo de um sistema vibratório com três graus de liberdade. 39
3.15 Modelo de massa-mola-amortecedor de um enrolamento. 45
3.16 Fenómeno de magnetostrição [24]. 46
3.17 Origem das vibrações na parte ativa e meios de propagação das mesmas (disponibilizado pela *Efacec Power Solutions*). 49
3.18 Relação entre a aceleração e a tensão ou corrente. 51
3.19 Comparação das acelerações de dois transformadores similares, sem e com defeito [27]. 51
3.20 Comparação da relação das acelerações em seis pontos de medição, para dois apertos diferentes dos enrolamentos [33]. 53

4.1 Resolução tempo-frequência da Transformada de Fourier de Tempo-Curto e das Transformadas Wavelet [44]. 61
4.2 Alguns exemplos de *wavelets*. 62
4.3 Aplicação das Transformadas Wavelet no sinal obtido no ponto 1 do painel 1 no ensaio em *carga* a 34 A (10% I_{n}). 62
4.4 Aplicação das Transformadas Wavelet no sinal obtido no ponto 1 do painel 1 no ensaio em *vazio* a 1,3 T. 63

5.1 Protótipo utilizado em ambos os ensaios. 65
5.2 Numeração dos painéis do transformador nos quais se realizaram medições. 66
5.3 Disposição dos pontos nos painéis da face lateral da cuba. 67
5.4 Disposição dos pontos nos painéis da face frontal da cuba. 68
5.5 Acelerómetros fixos num painel de medição. 70
5.6 Fluxograma da conceção dos gráficos. 71

5.7 Exemplo dos espectros de frequências obtidos para o ponto 1 do painel 3, nos intervalos [0 s, 1 s], [1 s, 2 s] e [2 s, 3 s], de cima para baixo, em ambos os ensaios. 73
5.8 Onda de aceleração e espectro de frequência obtidos no ponto 1 do painel 3. 74
5.9 Aceleração em função do quadrado da corrente e aceleração em função do quadrado da indução, para a frequência de 100 Hz. 76
5.10 Distribuição Beta no ensaio em *vazio* e no ensaio em *carga*, para a frequência de 100 Hz. 77
5.11 Funções de distribuição cumulativa nos primeiros 3 segundos de ambos os ensaios. 78
5.12 Aceleração em função dos pontos e taxa de crescimento, em ambos os ensaios, para a frequência de 100 Hz. 79
5.13 Magnitude da aceleração em função da frequência, no ponto 1 do painel 3. . 81

6.1 Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *vazio*, para os dois primeiros níveis de indução. 84
6.2 Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *vazio*, para dois últimos níveis de indução, e no ensaio em *carga*, para o primeiro nível de corrente. 85
6.3 Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *carga*, para os três níveis intermédios de corrente. 86
6.4 Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *carga* para uma corrente de 100 A. 87
6.5 Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 100 Hz. 89
6.6 Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 200 Hz. 90
6.7 Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 300 Hz. 91
6.8 Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 100 Hz. 92
6.9 Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 200 Hz. 93
6.10 Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 300 Hz. 94
6.11 Relação entre a aceleração e o quadrado da indução às frequências de 400 Hz, 500 Hz e 600 Hz. 95
6.12 Função densidade de probabilidade da distribuição Beta para diferentes valores de α e β [51]. 96

6.13 Distribuição Beta no ensaio em *vazio* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz. 98
6.14 Distribuição Beta para a primeira e segunda medições no ensaio em *carga* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz. 99
6.15 Distribuição Beta no ensaio em *carga* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz, agregando os resultados das duas medições. 100
6.16 Função de distribuição cumulativa no ensaio em *vazio* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz. 101
6.17 Função de distribuição cumulativa no ensaio em *carga* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz. 102
6.18 Sobreposição das funções de distribuição cumulativa referentes à primeira e segunda medições do ensaio em *carga*. 103
6.19 Sobreposição das funções de distribuição cumulativa nos primeiros e últimos 3 segundos de cada medição do ensaio em *carga*. 104
6.20 Sobreposição das funções de distribuição cumulativa nos primeiros e últimos 3 segundos do ensaio em *vazio*. 105
6.21 Taxa de crescimento no ensaio em *vazio* à frequência de 100 Hz para vários painéis. 107
6.22 Taxa de crescimento no ensaio em *vazio* à frequência de 400 Hz para vários painéis. 108
6.23 Taxa de crescimento no ensaio em *carga* à frequência de 100 Hz para vários painéis na primeira medição. 109
6.24 Taxa de rescimento no ensaio em *carga* à frequência de 200 Hz para vários painéis na primeira medição. 110
6.25 Gráficos relativos ao ponto 1 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *vazio*. 112
6.26 Gráficos relativos ao ponto 3 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *vazio*. 113
6.27 Gráficos relativos ao ponto 1 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *carga* na primeira medição. 114
6.28 Gráficos relativos ao ponto 3 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *carga* na primeira medição. 115
6.29 *Shunts* colocados no interior da cuba de um transformador [52]. 116
6.30 Diferença das perdas por efeito Joule no caso do transformador com *shunts* ou sem *shunts*. 117

7.1 Elementos que se encontram num enrolamento. *Washers* (branco), blocos (verde), espaçadores (azul) e discos de cobre envolvidos em material isolante (roxo) [54]. 119
7.2 Tensão-deformação para espaçadores com características diferentes [36]. . . 121
7.3 Interface do Ansys® Workbench na caracterização do material celulósico. . 122
7.4 Modelo original do enrolamento e modelo modificado. 123
7.5 Distribuição dos pontos de integração nos dois tipos de elemento utilizados. 124
7.6 Distribuição dos pontos de integração nos dois tipos de elemento utilizados. 125
7.7 Malha de Elementos Finitos utilizada nas simulações. 126
7.8 Força de aperto e deslocamento nulo aplicados no enrolamento. 127
7.9 Número de iterações realizadas e à convergência da solução do problema. . 128
7.10 Convergência das frequências naturais e tempo de resolução em função do número de nós. 130
7.11 Enrolamento na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. 131
7.12 Enrolamento na situação de deslocamento radial. 131

8.1 Deformação e tensão axiais na situação normal, para um aperto de 100 kN. 134
8.2 Deformação e tensão axiais na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente, para um aperto de 100 kN. 134
8.3 Modos naturais, do primeiro ao quarto, referentes a um aperto de 100 kN, na situação normal. 135
8.4 Modos naturais, do quinto ao oitavo, referentes a um aperto de 100 kN, na situação normal. 136
8.5 Modos naturais, do nono ao décimo segundo, relativos a um aperto de 100 kN, na situação normal. 137
8.6 Modos naturais, do primeiro ao quarto, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. 138
8.7 Modos naturais, do quinto ao oitavo, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. 139
8.8 Modos naturais, do nono ao décimo segundo, relativos a um aperto de 100 kN, na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. 140
8.9 Modos naturais, do primeiro ao quarto, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de deslocamento radial. 141

8.10 Modos naturais, do quinto ao oitavo, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de deslocamento radial. 142
8.11 Modos naturais, do nono ao décimo segundo, relativos a um aperto de 100 kN, na situação de deslocamento radial. 143
8.12 Frequência natural em função do aperto em três das situações analisadas. . 146
8.13 Frequência natural em função do aperto nas restantes situações analisadas. 147
8.14 Frequências naturais de vários modos naturais em função do módulo de elasticidade [68]. 148
8.15 Comparação do primeiro, do quarto e do sétimo modos naturais. 149

A.1 Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 100 Hz, no ensaio em *carga*, na primeira medição. 165
A.2 Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 100 Hz, no ensaio em *carga*, na segunda medição. 166
A.3 Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 100 Hz, no ensaio em *vazio*. 167
A.4 Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 600 Hz, no ensaio em *vazio*. 168
A.5 Aceleração e taxa de crescimento à frequência nas duas medições, no ensaio em *carga*. 169
A.6 Aceleração e taxa de crescimento às frequências de 100 Hz e 600 Hz, no ensaio em *vazio*. 170
A.7 Aceleração em função da frequência, no ponto 1 de vários painéis, no ensaio em *carga*. 171
A.8 Aceleração em função da frequência, em vários pontos, no ensaio em *carga*. 172
A.9 Aceleração em função da frequência, em vários pontos, no ensaio em *vazio*. 173
A.10 Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 12, no ensaio em *carga*, na primeira medição. 174
A.11 Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 14, no ensaio em *carga*, na primeira medição. 175
A.12 Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 12, no ensaio em *vazio*. 176
A.13 Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 14, no ensaio em *vazio*. 177

Lista de Tabelas

5.1 Especificações dos acelerómetros utilizados. 69

5.2 Especificações dos módulos de aquisição utilizados. 69

7.1 Características dos vários espaçadores analisados. 122

7.2 Características dos materiais dos espaçadores e discos de cobre consideradas nos modelos numéricos. 124

7.3 Localização e pesos dos pontos de integração do elemento hexaédrico. . . . 125

7.4 Localização e pesos dos pontos de integração do elemento prisma triangular. 126

8.1 espaçadores e temperatura. 144

8.2 Constantes obtidas para cada tipo de espaçador. 145

B.1 Painéis de 1 a 3, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz. 179

B.2 Painéis de 4 a 8, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz. 180

B.3 Painéis de 9 a 13, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz. 181

B.4 Painéis de 14 a 18, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz. 182

B.5 Painéis de 1 a 5, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz. 183

B.6 Painéis de 6 a 10, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz. 184

B.7 Painéis de 11 a 15, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz. 185

B.8 Painéis de 16 a 18, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz. 186

B.9 Painéis 1, 3, 4, 5 e 6, no ensaio em *carga* na primeira medição dos 100 Hz aos 300 Hz. 187

B.10 Painéis 8, 12, 14, 16 e 18, no ensaio em *carga* na primeira medição dos 100 Hz aos 300 Hz. 188

B.11 Painéis 1, 3, 4, 5 e 6, no ensaio em *carga* na segunda medição dos 100 Hz aos 300 Hz. 189

B.12 Painéis 8, 12, 14, 16 e 18, no ensaio em *carga* na segunda medição dos 100 Hz aos 300 Hz. 190

Capítulo 1

Introdução

O trabalho apresentado foi proposto no âmbito da dissertação final do curso de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Porto e apresenta como principal objetivo o estudo e a utilização de técnicas baseadas em espectros de vibrações, com o propósito de caracterizar o estado de funcionamento dos transformadores de potência.

A caracterização do estado de funcionamento de equipamentos é imporante, uma vez que retribui informações acerca da sua eficiência e/ou anomalias que o próprio possa ter. Desta forma, existe a necessidade de encontrar meios que possibilitem essa mesma caracterização.

A presente dissertação foi realizada em contexto empresarial, na *Efacec Energia, Máquinas e Equipamentos Eléctricos, S.A.* e todo o trabalho desenvolvido é transversal a dois projetos de Investigação e Desenvolvimento atualmente em curso, nomeadamente, o QT2 (*Quiet Transformer 2*) e o Transformer 4.0.

1.1 Efacec Power Solutions

Sediada na freguesia de S. Mamede de Infesta, concelho de Matosinhos, a criação da marca *Efacec* remonta ao ano de 1948, onde a empresa *Electro-Moderna, Lda.* em conjunto com a *CUF – Companhia União Fabril* e a empresa belga *ACEC – Ateliers de Constructions Électriques de Charloi*, formam uma nova sociedade e dando origem à marca e ao projeto *Efacec*, na altura com a designação *EFME – Empresa Fabril de Máquinas Elétricas, SARL.*

No ano de 1962, já com a dissociação da *CUF* da sociedade, e passando a *ACEC* a ser o acionista maioritário, a sociedade é renomeada *EFACEC – Empresa Fabril de Máquinas Elétricas, SARL*, tornando-se, no final dessa mesma década, uma das primeiras empresas nacionais a ser cotada na Bolsa de Valores de Lisboa [1].

Figura 1.1: Logótipo atual da empresa *Efacec Power Solutions, SA.* [2].

Com a entrada de Portugal na CEE (Comunidade Económica Europeia) e com a saída da *ACEC*, a *EFACEC* inicia o seu crescimento internacional.

Atualmente, tendo como principais acionistas o Estado Português com carácter provisório, o *Grupo José de Mello* e a *Têxtil Manuel Gonçalves*, e sob o nome *Efacec Power Solutions*, a empresa tem presença em mais de 65 países e dedica-se ao desenvolvimento de soluções tecnológicas para os setores da energia, do ambiente e da mobilidade elétrica [1].

No setor da energia, os principais produtos são os transformatores de potência, os transformadores de distribuição e ainda as subestações móveis. Relativamente aos transformadores de potência, a sua produção pode ser dividida nos transformadores de tipo *SHELL* e tipo *CORE*, onde a potência dos mesmos pode atingir 1500 MVA e 550 kV, no caso do tipo *SHELL*, e 350 MVA e 420 kV, no caso do tipo *CORE* [3].

A presente dissertação debruça-se na análise dos transformadores de potência, do tipo *CORE*, uma vez que são os mais comuns e com maior impacto nas redes de distribuição de energia elétrica atuais.

1.2 Motivação

No contexto atual, a preocupação com o meio ambiente é cada vez maior, ao que está associada a atenção em relação à poluição e à eficiência de máquinas e equipamentos.

A grande maioria dos equipamentos, sejam mecânicos ou elétricos, não são 100% eficientes, o que significa que não utilizam toda a energia fornecida para a finalidade com que foram produzidos, havendo assim perdas energéticas que se podem apresentar sob a forma de calor e ruído, por exemplo.

No caso de transformadores de potência, a sua vibração e consequente ruído é uma das formas de dissipação de energia, mas que pode ser negligenciada, uma vez que tem um valor muito baixo em comparação com as perdas energéticas que se verificam sob forma de calor, veja-se por exemplo a necessidade de se utilizarem radiadores e ventiladores de modo a controlar a temperatura do equipamento. Contudo, a análise das vibrações de transformadores é importante, pois permite analisar e correlacionar as frequências preponderantes com o estado de desgaste dos seus componentes.

Para além de ser possível realizar uma avaliação geral do equipamento, o uso de acelerómetros, com o intuito de medir os sinais de vibração de transformadores, permite efetuar essas medições em condições de funcionamento, não havendo a necessidade de colocar o transformador fora de serviço para analisar o estado dos componentes no seu interior. Assim, com base no espectro de vibrações do equipamento, consegue-se estudar o estado de transformadores de potência e identificar as falhas que estes podem apresentar.

1.3 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo a investigação de técnicas de monitorização e diagnóstico com base em acelerómetros aplicados a transformadores de potência. Além da pesquisa, pretende-se a realização de ensaios que visam a coleta de dados relativos a acelerações de vibrações, recorrendo a acelerómetros colocados nos painéis da cuba de um transformador.

Consequentemente, aplicando uma metodologia que torne possível a transição do domínio temporal para o domínio da frequência tirando partido de algoritmos desenvolvidos, será expectável a realização de várias análises referentes aos sinais obtidos pelos acelerómetros e, posteriormente, a caracterização do transformador tendo em conta as conclusões retiradas dessas mesmas análises.

É também esperado que, tirando partido de um modelo numérico fornecido de um enrolamento, se efetue uma análise modal para várias forças de aperto, de tal modo que, com base nos resultados obtidos na simulação numérica, seja possível tirar conclusões acerca dos modos naturais de vibração tendo em conta a força de aperto aplicada ao enrolamento. Ainda em relação à modelação em elementos finitos, pretende-se também a simulação de várias falhas num enrolamento e tentar perceber de que modo é que essas falhas influenciam os modos naturais de vibração.

Para finalizar, comparam-se os resultados obtidos com a literatura estudada e, nos casos em que essa comparação não é possível e não existe uma explicação plausível para os resultados obtidos, fazem-se interpretações hipotéticas desses mesmos resultados.

Capítulo 2

Transformadores de Potência

Os transformadores são equipamentos elétricos cuja finalidade da sua construção é aumentar a eficiência no transporte de energia num circuito elétrico, através da transformação da corrente em tensão.

No presente capítulo, é apresentada uma introdução aos principais fenómenos físicos associados ao funcionamento dos transformadores de potência, iniciando nos princípios básicos de funcionamento e referindo os momentos mais marcantes da sua evolução. Na segunda parte deste capítulo, é feita uma apresentação dos principais componentes e estruturas que constituem estas máquinas elétricas.

2.1 Eletromagnetismo e Lei da Indução de Faraday

O modo de funcionamento dos transformadores baseia-se na Lei de Indução de Faraday, descoberta em 1831. Sumariamente, esta lei demonstra que uma tensão elétrica, denominada de força eletromotriz, é gerada num condutor, quando é induzida uma variação de fluxo magnético no circuito, o que significa que se estabelece, uma corrente elétrica nesse mesmo codutor.

Na prática, um transformador é composto por dois enrolamentos, o primário que recebe corrente elétrica proveniente do exterior e o secundário onde é induzida corrente que posteriormente é fornecida ao exterior. Esses enrolamentos possuem um número diferente de espiras, possibilitando o aumento ou diminuição de tensão nas redes de transmissão de energia. Tendo em conta o número de espiras dos enrolamentos, o módulo da indução magnética ou densidade de fluxo magnético pode ser expressa matematicamente por:

$$B(t) = \frac{N\mu_{CM}I(t)}{L}, \tag{2.1}$$

em que $B(t)$ corresponde ao módulo da indução magnética, N ao número de espiras do enrolamento, μ_{CM} à permeabilidade magnética do circuito magnético, $I(t)$ à corrente elétrica que atravessa o condutor e L ao comprimento total do caminho médio do fluxo magnético [4, 5].

Já o fluxo magnético que percorre o circuito magnético dos transformadores pode ser expresso pela seguinte equação:

$$\left\{\Phi(t)\right\} = \left\{B\right\} A\cos(\theta), \tag{2.2}$$

onde $\left\{\Phi(t)\right\}$ representa o fluxo magnético ao longo do tempo, $\left\{B\right\}$ a indução magnética, A a área da superfície das espiras dos enrolamentos e θ o ângulo entre a normal à superfície da espira e a direção do campo magnético.

Em transformadores, o ângulo θ é igual a 0, uma vez que a direção do campo magnético que atravessa o circuito magnético é a mesma da normal à superfície das espiras [4, 5].

De referir que, a corrente utilizada na alimentação do enrolamento primário dos transformadores é corrente alternada (AC), o que gera sempre um campo magnético variável e, por sua vez, uma variação de fluxo magnético no circuito magnético à frequência de rede. Desta forma, tendo em conta a Lei de Faraday, é induzida uma corrente alternada no enrolamento secundário.

De notar também que, o fluxo magnético e a indução magnética têm de ser iguais no enrolamento primário e no secundário, ou seja, caso o enrolamento primário possua menos espiras do que o secundário, pela equação (2.1), conclui-se que o enrolamento primário apresenta um valor de corrente superior ao secundário. O contrário acontece se o enrolamento primário possuir um maior número de espiras do que o enrolamento secundário.

Por fim, é possível relacionar a razão entre as forças eletromotrizes e a razão entre o número de espiras. Sabendo que a força eletromotriz é dada por:

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}, \tag{2.3}$$

sendo ε a força eletromotriz, N o número de espiras do enrolamento e $\frac{d\Phi_B}{dt}$ a derivada do fluxo magnético em relação ao tempo, pode-se escrever a relação entre as razões das forças eletromotrizes e o número de espiras, tal como apresentado na equação (2.4):

$$\frac{\varepsilon_P}{\varepsilon_S} = \frac{N_P}{N_S}, \tag{2.4}$$

onde ε_P e ε_S correspondem às forças eletromotrizes no enrolamento primário e secundário e, N_P e N_S ao número de espiras do enrolamento primário e secundário, respetivamente. O sinal negativo na equação (2.3) deriva da Lei de Lenz que afirma que o sentido da força eletromotriz e, por sua vez, da corrente é oposto à variação de fluxo magnético que deu origem a essa mesma corrente [4, 5].

Com o intuito de proporcionar uma melhor compreensão do encadeamento que levou ao desenvolvimento da Lei de Faraday, é necessário entender o significado de eletromagnetismo e de como ocorreu a evolução da sua compreensão.

2.1.1 Início do Eletromagnetismo

Os conceitos iniciais sobre o eletromagnetismo estão associados às forças elétricas e magnéticas, discutidos durante a Grécia Antiga. Vários filósofos relatam as suas observações após a fricção de âmbar com pêlo animal, em que o âmbar adquire características de atração de pequenos e leves objetos, como por exemplo folhas, bem como as suas análises da força que a magnetite exerce sob o ferro. Realizaram-se, assim, as primeiras avaliações relacionadas com a eletricidade estática e o magnetismo, respetivamente.

No ano de 1783, Charles-Augustin de Coulomb (Figura 2.1a) impulsiona o desenvolvimento da teoria do eletromagnetismo com a formulação da Lei de Coulomb, expressa matematicamente pela equação (2.5), que mostra que a força de atração ou repulsão de duas cargas elétricas (q_1 e q_2) é igual ao produto das duas cargas a dividir pelo quadrado da distância que as separa, r, a menos de uma constante, k, denominada constante de Coulomb. O valor desta constante é igual a $8,99 \times 10^9$ $\mathrm{Nm^2/C^2}$ [4].

$$\left|\left\{F\right\}\right| = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \tag{2.5}$$

Posteriormente, Hans Christian Ørsted (Figura 2.1b) começou a realizar experiências com correntes elétricas, após estudar a bateria elétrica de Alessandro Volta. Em 1820, Ørsted observou que uma agulha magnética num fluído rodava devido à passagem de corrente elétrica num fio de platina que se encontrava próximo.

Meses mais tarde, François Arago fez uma demonstração da experiência de Ørsted na Academia de Ciências Francesa, onde André-Marie Ampère (Figura 2.1c) também marcava presença. Impressionado com a experiência, Ampère debruçou-se sobre o tema e provou, em 1826, que a corrente elétrica é capaz de gerar um campo magnético, que atua sobre outras correntes, havendo repulsão no caso de as correntes possuírem direções opostas, ou atração no caso possuírem a mesma direção.

Verificou, também, que o campo magnético gerado por uma corrente elétrica tem direção circunferencial em volta do fio condutor de corrente, ou seja, o campo magnético é circular em torno do fio condutor.

Além disso, deduziu que, se uma corrente podia gerar um campo magnético, o contrário também seria possível. Contudo, Ampère nunca o conseguiu provar [4, 6].

(a) Coulomb, [7]. (b) Ørsted, [6]. (c) Ampère, [6].

Figura 2.1: Físicos que impulsionaram o desenvolvimento da teoria do eletromagnetismo.

2.1.2 Lei de Indução de Faraday

Como foi referido anteriormente, Ampère deduziu que é possível a geração de corrente elétrica devido à existência de um campo magnético. Este fenómeno foi comprovado experimentalmente por Michael Faraday e denomina-se por indução eletromagnética.

No ano de 1831, Faraday (Figura 2.2a) montou um dispositivo que continha um anel de ferro, duas bobines de cobre colocadas em lados opostos do anel e revestidas com algodão, uma bateria e um galvanómetro. O modo de funcionamento deste aparelho consistia em ligar a primeira bobine à bateria, possibilitando a passagem de corrente contínua (DC) pela bobine, e verificar os resultados obtidos no galvanómetro, através da segunda bobine. O equipamento foi denominado *anel transformador de Faraday* [6].

Ao realizar a experiência, Faraday concluiu que galvanómetro assinalava a passagem de corrente elétrica na segunda bobine, apenas quando se estabelecia ou interrompia o contacto entre a primeira bobine e a bateria, ou seja, só quando se introduzia ou suspendia a passagem de corrente na primeira bobine.

Em termos físicos, a passagem de corrente na primeira bobine, quando esta é ligada à bateria, gera um campo magnético em torno da parte do anel que está envolta pela primeira bobine, tal como acontece num eletroíman. Ao formar-se o campo magnético, gera-se corrente na segunda bobine, e o galvanómetro capta essa passagem de corrente.

Contudo, se na primeira bobine, ligada à bateria, passar corrente continuamente, o campo magnético mantém-se estável e deixa de passar corrente na segunda bobine. Por outro lado, ao interromper o contacto entre a primeira bobine e a bateria, suspendendo a passagem de corrente na bobine, deixa de haver geração de campo magnético no anel de ferro e gera-se corrente na segunda bobine, que é medida pelo galvanómetro.

Desta forma, conclui-se que há geração de corrente, não a partir da existência de um campo magnético, mas sim da variação do mesmo. Faraday realizou mais de 16000 experiências ao longo da sua vida e aperfeiçoou as suas conclusões, afirmando que seria possível gerar corrente com um campo magnético estático, desde que houvesse movimento. Assim, deduz-se que a geração de corrente depende da variação de fluxo magnético.

Faraday chegou a todas estas conclusões com base em múltiplas experiências científicas, sendo o físico, James Clerk Maxwell, a exprimir estes fenómenos em formulação matemática, criando as *Equações de Maxwell*, que relacionam o campo elétrico com o magnético e vice-versa. Maxwell (Figura 2.2b) também desenvolveu teorias, sobre a existência de ondas eletromagnéticas, algo que foi demonstrado experimentalmente por Heinrich Hertz (Figura 2.2c) [6].

(a) Faraday, [6].

(b) Maxwell, [6].

(c) Hertz, [6].

Figura 2.2: Físicos que contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento relacionado com a indução eletromagnética.

2.2 Transformadores de Potência

Devido ao avanço tecnológico, o número de equipamentos elétricos presentes em casa e no local de trabalho tem aumentado de forma expressiva nas últimas décadas. Aliando o aumento de dispositivos elétricos ao crescimento populacional, conclui-se que, cada vez mais, há necessidades no aumento de capacidade de transmissão de energia elétrica, e de redes cada vez mais resilientes e fiáveis. Desta forma, os transformadores de potência são essenciais, uma vez que são estes equipamentos que possibilitam o transporte de energia elétrica entre circuitos elétricos de forma eficiente e segura, estando presentes em todas as redes de energia.

Tendo já uma base do princípio de funcionamento de um transformador, é apresentada a sua evolução ao longo do tempo, que componentes o caracterizam e quais as suas funções, as tipologias mais comuns de transformadores e que finalidades mais específicas que estes aparelhos têm.

Recuperando o já mencionado, anel transformador de Faraday, este foi um dos dispositvos que precedeu o transformador de potência, sendo o primeiro aparelho a funcionar recorrendo à indução eletromagnética. Os componentes que constituem este equipamento, nomeadamente os enrolamentos primário e secundário e o circuito magnético, são os elementos básicos dos transformadores.

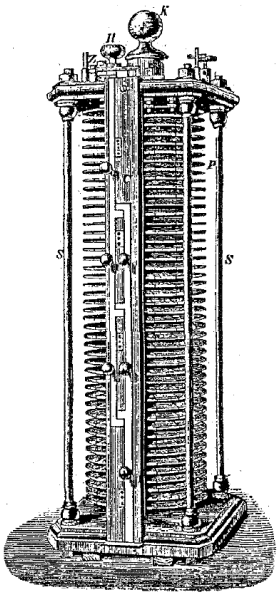
O desenvolvimento de bobines de indução contribuiu para idealização dos tranformadores atuais. A razão está associada aos constituintes destes equipamentos, onde se incluíam bobines de alta tensão, óleo de isolamento, enrolamentos e a aplicação de um circuito magnético de ferro laminado, corresponderem aos mesmos componentes que se encontram nos transformadores atuais.

Na década de 1870, o engenheiro russo, Pavel Yablochkov, desenvolveu a vela de Yablochkov, uma lâmpada de arco elétrico que necessitava de uma fonte de corrente alternada (AC) para o seu funcionamento. O uso deste tipo de corrente permitia que a taxa de queima dos dois elétrodos, devido à criação de arco elétrico, fosse idêntica, enquanto que, com a utilização de corrente contínua, a taxa de queima de um dos elétrodos era o dobro em relação ao outro elétrodo [8]. De forma a prover corrente a todas as velas, baseou-se na Lei de Indução de Faraday e implementou um sistema de iluminação elétrica, onde os enrolamentos primários estariam ligadas à alimentação AC e os enrolamentos secundários a várias velas [9].

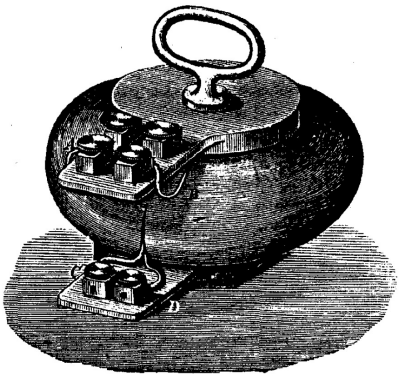
Anos mais tarde, em 1882, Lucien Gaulard, financiado por John Gibbs, criou um aparelho de indução, ao qual chamaram gerador secundário (Figura 2.3a), que mantinha a característica da bobine de Ruhmkorff, de possuir circuito magnético de ferro aberto. Este equipamento pode ser comparado aos tranformadores utilizados nos atuais aparelhos de soldadura.

Passados três anos, três engenheiros húngaros da fábrica Ganz propuseram dois modelos de transformadores com um circuito magnético fechado, ao contrário das invenções anteriores que possuíam um circuito magnético aberto. Estes modelos correspondem, atualmemente, aos transformadores do tipo *CORE* e *SHELL*. De notar de que em ambos os modelos, o circuito magnético dispunha forma geométrica toroidal. Estes transformadores eram bastante mais eficientes do que o transformador de Gaular e Gibbs. Károly Zipernowsky, Ottó Bláthy e Miksa Déri batizaram o dispositivo de transformador ZBD (Figura 2.3b), sendo estes os primeiros a utilizar a designação *transformador*.

Nesse mesmo ano, o empresário americano George Westinghouse adquiriu os direitos do equipamento de Gaulard e Gibbs e, em conjunto com o seu colega William Stanley, desenvolveu o primeiro transformador cuja geometria do circuito magnético consistia na junção de várias lâminas em forma de *E*, uma das geometrias mais adotadas nos tranformadores atuais [9].



(a) Gerador secundário de Gaulard e Gibbs, [9].



(b) Transformador ZBD, [9].

Figura 2.3: Dois exemplares precursores dos transformadores atuais.

2.2.1 Classificação dos Transformadores

Apesar de todos os transformadores serem construídos com a finalidade de transformar energia de um circuito elétrico para outro, existem particularidades de utilização diferentes entre eles, e como tal, devem ser classificados tendo em conta essa aplicabilidade. De vários grupos existentes, os transformadores mais comuns são os de potência e os de distribuição.

Os transformadores de potência são utilizados para transformar energia proveniente de uma unidade de geração, para as linhas de alta ou média tensão das redes de transmissão, estando também presentes em subestações. Estes aparelhos aumentam a tensão de corrente, quando a corrente é cedida à linha de transmissão, ou diminuem a tensão, quando a corrente é recebida dessa mesma linha. Numa unidade de geração, um transformador de potência é capaz de receber uma corrente com valores de tensão entre 10 kV e 40 kV e aumentar essas mesmas tensões para valores que podem variar entre 100 kV e 765 kV. Este incremento é possível, uma vez que o enrolamento primário possui menos espiras do que o enrolamento secundário. A corrente AC que percorre o enrolamento primário, origina um campo magnético variável, devido ao circuito magnético no qual os enrolamentos se encontram e, consequentemente, provoca uma outra corrente que atravessa o enrolamento secundário (indução eletromagnética), sendo posteriormente, transmitida à rede de transmissão. De notar que os cabos de alta tensão usam valores elevados de tensão, de modo a obter menores perdas de energia elétrica na transmissão de corrente [10, 11].

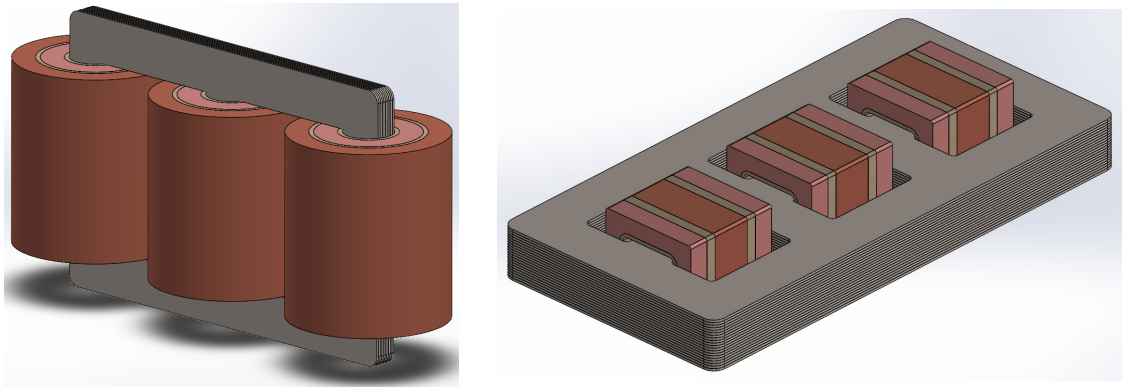
Por outro lado, a finalidade dos transformadores de distribuição é fazer o transporte da energia elétrica vinda da rede de distribuição para instalações industriais e domésticas. Desta forma, estes transformadores diminuem a tensão da corrente recolhida dos cabos de alta e média tensão, para valores abaixo de 220 kV no caso de instalações industriais, ou valores entre os 120 V e os 460 V no caso de instalações domésticas. Os transformadores de distribuição só fazem redução da tensão, e tal como nos rebaixadores de tensão dos transformadores de potência, essa redução é possível, devido ao enrolamento primário possuir um maior número de espiras do que o secundário, sendo que é no enrolamento primário que circula a corrente proveniente da rede de distribuição e no enrolamento secundário que se dá a passagem de corrente para as instalações industriais ou domésticas. O processo ocorre de forma análoga ao anterior [10–12].

Para além de serem classificados quanto à sua função, os transformadores também podem ser classificados em relação ao seu modelo de construção. Neste âmbito, os tipos de construção mais comuns são os tipos *SHELL* e *CORE*.

Transformadores do tipo *CORE* (Figura 2.4a) apresentam os enrolamentos em torno do circuito magnético. Por norma, esses enrolamentos são colocados nas pernas do mesmo circuito e são compostos por uma bobine de baixa tensão e outra bobine de alta tensão, sendo que a de baixa tensão é enrolada no circuito magnético, tendo material isolante entre a bobine e o circuito, e a de alta tensão é enrolada na de baixa tensão, tendo também material isolante entre ambas as bobines.

Já os transformadores do tipo *SHELL* (Figura 2.4b) contêm o circuito magnético em volta dos enrolamentos. Neste caso, os enrolamentos são constituídos por bobines cuja geometria é designada por *pancake* ou *sandwich*, onde a bobine de alta tensão está inserida entre duas metades de bobines de baixa tensão, sendo que entre bobines é colocado material isolante, tal como entre bobines e circuito magnético [10].

Comparando os tipos *CORE* e *SHELL*, o primeiro é uma solução mais económica, mais simples de construir e de reparar, e por fim, apresenta uma melhor refrigeração natural. Em contrapartida, o segundo possui um baixo valor de impedância devido ao formato *sandwich*, ou seja, devido à bobine de alta tensão se inserir entre duas metades da bobine de baixa tensão. Os transformadores do tipo *SHELL* também apresentam maior segurança, uma vez que tem boa resistência a curto-circuitos, daí serem utilizados em aplicações que exigem grande potência e alta tensão [10, 13].



(a) Transformador *CORE*.

(b) Transformador *SHELL*.

Figura 2.4: Exemplos da parte ativa de transformadores *CORE* e *SHELL* de três fases.

Quanto à quantidade de fases, os transformadores podem ser classificados como monofásicos ou trifásicos. Um transformador *SHELL* que só contenha um enrolamento de alta e baixa tensão, ou um transformador *CORE* que possua um ou dois enrolamentos, também de alta e baixa tensão, dependendo do número de pernas existentes no circuito magnético e na espessura das mesmas, são considerados monofásicos. Caso um transformador *CORE* ou *SHELL* disponha de três enrolamentos de alta e baixa tensão, este é classificado como sendo trifásico, tal como os exemplos apresentados nas Figuras 2.4a e 2.4b, respetivamente [10].

Por fim, em relação ao circuito magnético, o transformador pode ser classificado como sendo de ar ou de ferro. No caso de se estar perante um transformador com circuito magnético de ar, este apresenta um núcleo de um material não magnético, sendo o próprio ar o meio de propagação de fluxo magnético. Este tipo de transformadores apresenta uma indutância muito baixa, devido à permeabilidade magnética do ar, contudo as perdas relacionadas com histerese e correntes parasitas, também chamadas de correntes de Foucault ou de Eddy, são totalmente eliminadas. Em contraste com esta solução, os circuitos magnéticos constituídos por ferro propagam o fluxo magnético de uma forma muito mais eficiente. Por outro lado, é necessário ter em conta as perdas por histerese e correntes parasitas, que no caso anterior são inexistentes [12].

Em termos de eficiência, os transformadores que possuem um circuito magnético de ferro são muito mais eficientes do que os transformadores com circuito magnético de ar e, por essa razão, a primeira solução é normalmente adotada nos transformadores de potência e distribuição.

Os transformadores com circuito magnético de ar são de dimensões muito pequenas e só são utilizados em aplicações de alta frequência, principalmente em circuitos de radiofrequência, uma vez que as perdas por hiterese e correntes de Eddy se revelam uma problemática.

2.2.2 Componentes de Transformadores de Potência *CORE*

Atualmente, os transformadores apresentam uma vasta lista de componentes para além dos já mencionados.

De forma a compreender melhor o funcionamento do transformador, é feita uma descrição de vários dos componentes que compõe o transformador atual e as respetivas funções.

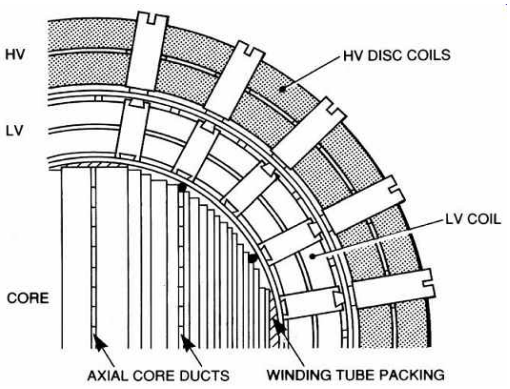
Considerando o transformador do tipo *CORE*, este apresenta os seguintes elementos:

- **Enrolamento de alta e de baixa tensão:** Tal como já foi referido anteriormente, estes componentes estão incluídos na parte ativa do transformador. São constituídos por bobines que recebem corrente elétrica proveniente da fonte de alimentação AC de uma unidade de geração de energia e por bobines que transportam corrente elétrica para os cabos de alta ou média tensão da rede de distribuição, após a ocorrência do fenómeno de indução eletromagnética. Estas bobines, além dos discos de cobre (condutores), apresentam também espaçadores que são pequenos componentes colocados entre dois discos de cobre e que permitem uma melhor refrigeração dos enrolamentos. Os espaçadores são constituídos por cartão de alta densidade. Encontram-se ainda *washers* e blocos de madeira que também auxiliam na refrigeração dos enrolamentos.

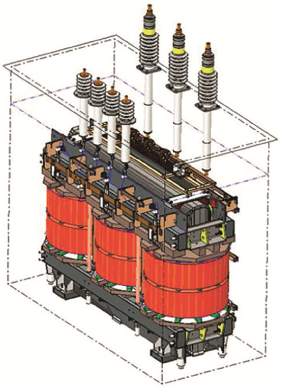
- **Circuito magnético:** Igualmente inserido na parte ativa do transformador, e também já mencionado, o circuito magnético é composto por várias lâminas de ferro com propriedades magnéticas. Adota-se esta técnica, em detrimento de um circuito magnético compacto, com o intuito de reduzir as perdas por correntes de Eddy. Além das lâminas, o circuito magnético também apresenta canais de refrigeração, de modo a não sobreaquecer o seu interior. Este componente é o meio de propagação do fluxo magnético criado pela corrente alternada que atravessa o lado primário. Devido à variação do fluxo no circuito magnético, é gerada corrente elétrica no lado secundário, que posteriormente é transferida à rede de distribuição [10, 11, 13].

- **Isolamento:** Este elemento é bastante importante, pois devido à sua rigidez dielétrica, impede a formação de correntes elétricas entre componentes através do óleo. O isolamento entre o enrolamento de baixa tensão e a perna do circuito magnético, e entre os enrolamentos de baixa e alta tensão, é feito pela combinação do óleo e um isolante composto por cartão de alta densidade. É também necessário isolar todo o condutor ao longo do seu comprimento. Geralmente o condutor é coberto em celulose, mas pode-se também optar por um revestimento de uma resina em vez de celulose.

- **Estrutura de aperto:** Quarto e último componente da parte ativa de um transformador. Tem como função comprimir as lâminas do circuito magnético, e estabilizar o conjunto de enrolamentos, e assim, mitigar os efeitos dos esforços de curto-circuito e controlar as frequências naturais.



(a) Discos dos enrolamentos de alta e baixa tensão, circuito magnético e espaçadores [14].



(b) Estrutura de aperto, enrolamentos, circuito magnético [15].

Figura 2.5: Parte ativa de um transformador do tipo *CORE*.

Figura 2.6: Exterior de um transformador onde é possível observar a cuba, parte do sistema de refrigeração e as travessias [16].

- **Cuba e seus acessórios:** A cuba, juntamente com os seus acessórios, tem várias funções. A principal finalidade, e mais óbvia, deste elemento é conter o óleo mineralizado no seu interior, nos casos em que o transformador utiliza óleo para refrigeração dos enrolamentos e do circuito magnético. Este componente é composto por uma tampa, painéis laterais e cuba inferior. Contudo, de maneira a ter um processo de fabrico mais económico e de reduzir o peso dos transformadores, pois esta é uma limitação em termos de transporte, utilizam-se painéis reforçados de modo a ser possível diminuir a espessura dos componentes da cuba, mantendo a capacidade de suportar as cargas específicas. No interior da cuba são colocados chapas magnéticas, denominadas por *shunts*, com o intuito de direcionar o fluxo magnético. Em relação aos acessórios, é possível encontrar algumas válvulas, tubos de ligação ao conservador de óleo, entre outros acessórios [10, 11].

- **Sistema de refrigeração:** Como já foi mencionado, os transformadores apresentam perdas energéticas como qualquer equipamento elétrico ou mecânico. As perdas mais significativas nos transformadores de potência correspondem às, já referidas, perdas por histerese e correntes de Eddy, mas também, às perdas por efeito Joule, sendo estas perdas dissipadas pela parte ativa, sob forma de calor. Assim, de forma a não haver sobreaquecimento dos enrolamentos e do circuito magnético, é necessário ter um sistema de refrigeração. Normalmente, coloca-se um óleo mineralizado dentro da cuba, em contacto com a parte ativa do transformador, de modo a dissipar o calor gerado. Recorre-se também a permutadores de calor/radiadores de modo a arrefecer o óleo e, assim, poder continuar a realizar a sua função continuamente [10].

  No caso da refrigeração por intermédio de óleo mineralizado, podem ser aplicadas seis técnicas diferentes:

  - **ONAN (Oil Natural and Air Natural):** Um processo cíclico que funciona tendo em conta correntes de convecção. Quando o óleo aquece dentro da cuba, este fica menos denso e sobe. De seguida passa pelos radiadores que estão em contacto com o ar exterior e arrefece, ficando menos denso e, consequentemente, desce, voltando ao ponto inicial.
  - **ONAF (Oil Natural and Air Forced):** Tal como na técnica anterior, o óleo flui naturalmente por convecção, contudo existe um sistema de ventilação do ar, que força a circulação do mesmo. Este sistema de ventilação pode ser colocado por baixo dos radiadores, fazendo circular o ar de baixo para cima, ou então ao lado dos radiadores, forçando o moviemento do ar na horizontal.
  - **OFAF (Oil Forced and Air Forced):** De modo a aumentar a taxa de dissipação de energia/fluxo de calor, é necessário que a convecção seja forçada, caso contrário esta é muito demorada quando ocorre naturalmente. Assim, esta abordagem adiciona uma bomba, em relação à técnica anterior, forçando o aumento do caudal de óleo e, consequentemente, o aumento de fluxo de calor.
  - **ODAF (Oil Directed and Air Forced):** No caso anterior, a bomba força o óleo a circular com maior velocidade, contudo, este pode circular junto às paredes laterais da cuba e não junto à parte ativa, o que diminui a eficiência dos radiadores. O método ODAF ultrapassa esse obstáculo, obrigando o óleo a seguir uma trajetória predeterminada, em direção aos enrolamentos.

  - **OFWF (Oil Forced and Water Forced):** Uma das técnicas mais utilizadas em estações hidroelétricas, que é em tudo semelhante à abordagem OFAF, porém recorre a um permutador de calor, onde a água é aprveitada para arrefecer o óleo, em vez de ar. Esta técnica é mais vantajosa em relação à OFAF, uma vez que o coeficiente de condutividade térmica da água é superior ao do ar.
  - **ODWF (Oil Directed and Water Forced):** Em conjunto com a OFWF, são as duas técnicas mais utilizadas em estações hidroelétricas. Neste método, em tudo semelhante à abordagem ODAF, troca-se somente os ventiladores de ar por bombas de água, de modo a forçar a circulação da própria água, e tira-se partido da existência de água em abundância, tal como a OFWF, recorrendo ao mesmo tipo de permutador de calor.

  Deste sistema, fazem parte os seguintes componentes:

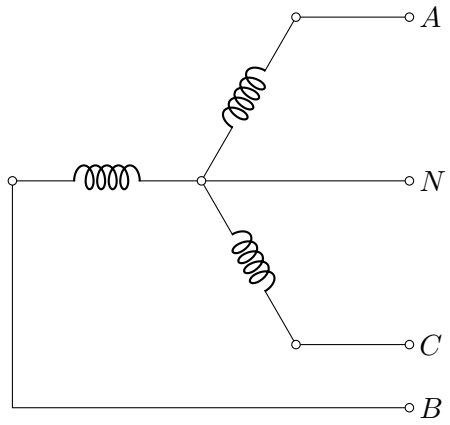
  - **Óleo mineraliazdo**
  - **Permutadores de calor/radiadores**
  - **Ventiladores:** Só utilizados nos casos de ar forçado
  - **Bombas de água:** Só utilizados nos casos de água forçada
  - **Bombas de óleo:** Só utilizados nos casos de óleo forçado

- **Conservador:** Como já foi referido, a tampa da cuba possui ligação com o conservador de óleo através de um sistema de tubagens. O conservador de óleo tem como função alojar o óleo mineralizado ou libertá-lo para a cuba, aquando a expansão ou contração do mesmo, respetivamente, devido às variações de temperatura do óleo. Assim, este componente é um auxiliar do sistema de refrigeração, de modo a não haver perdas de óleo no processo anteriormente descrito.

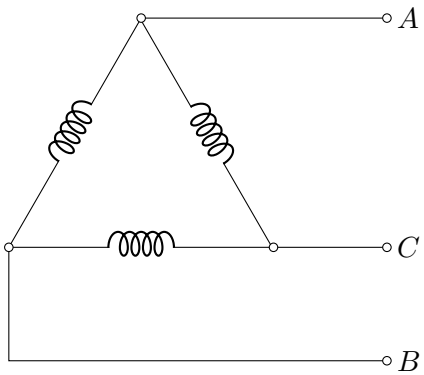
  Deste sistema fazem parte os seguintes componentes:

  - **Conservador**
  - **Tubagens**
  - **Indicador do nível de óleo**
  - **Relé de Buchholz:** Proteção contra defeitos internos, tendo duas funções. Proteção contra falta de óleo, através da verificação da variação de pressão, e proteção contra a acumulação de gases, através da deteção dos mesmos.

- **Travessias:** A transmissão de corrente, tanto para o interior como para o exterior do transformador, é feita através destes componentes. As travessias podem ser de alta ou baixa tensão, dependendo se estão ligadas aos enrolamentos de alta ou baixa tensão, respetivamente. Com o auxílio das travessias, é possível fazer as configurações entre os enrolamentos de baixa tensão, ou de alta tensão, tendo assim, o lado primário e o lado secundário do transformador. Podem-se realizar configurações em Y/Estrela (Figura 2.7a) ou Delta (Figura 2.7b).



(a) Configuração Y/Estrela.



(b) Configuração Delta.

Figura 2.7: Configurações possíveis entre travessias e enrolamentos em transformadores de três fases.

Capítulo 3

Estado da Arte

Os fenómenos de vibrações nos transformadores têm uma importância reduzida quando analisados do ponto de vista de perdas energéticas. Contudo, a caracterização do estado deste equipamento pode ser avaliada tendo em conta esta variável. Foram realizados vários estudos em relação ao movimento oscilatório deste tipo de equipamento, retirando-se diversas conclusões de acordo com as metodologias implementadas.

Numa primeira fase do presente capítulo, abordar-se-á os conceitos fundamentais associados aos fenómenos de vibrações, de modo a apresentar os seus princípios. De seguida, será realizada uma revisão da literatura sobre os fenómenos de vibrações nos transformadores e, por fim, serão analisados vários métodos aplicados para fazer a caracterização do estado destes equipamentos, de forma a ter uma visão mais abrangente das abordagens já realizadas e documentadas.

3.1 Fundamentos Teóricos Sobre Vibrações

A vibração é um fenómeno mecânico caracterizado pela oscilação alternada de algo mensurável relativamente a um valor médio ou de referência, ao longo do tempo. Por outras palavras, o valor da grandeza que está a ser medida (*e.g.* posição, velocidade e aceleração) é alternadamente superior e inferior ao valor médio ou de referência dessa mesma grandeza.

Este fenómeno está presente no nosso dia-a-dia, podendo ser desejável, como a vibração das cordas de uma guitarra e da membrana de uma coluna, ou até mesmo das cordas vocais e dos tímpanos, pois só devido à vibração desses componentes conseguimos falar e ouvir, respetivamente.

Contudo, as vibrações podem ser algo indesejável, como no caso de motores elétricos, uma vez que é sinónimo de energia dissipada e ruído.

Tal como já foi referido anteriormente, as vibrações também estão presentes nos transformadores de potência, quando estes se encontram em regime em *carga* ou em regime em *vazio* (energizados). Porém, estes equipamentos são apresentados como sistemas dinâmicos não lineares, uma vez que alguns componentes que os constituem contêm propriedades de rigidez mecânica que não são constantes, como é o caso do módulo de compressibilidade dos espaçadores (Figura 3.1) que se encontram nos enrolamentos e que serão abordados posteriormente na análise da simulação numérica. Desta forma, as equações de movimento que gerem este sistema são diferenciais ordinárias não lineares [17, 18].

A maioria destas equações, que regem a dinâmica não linear, apresentam uma componente de cálculo bastante complexa, sendo em alguns casos impossível resolvê-las analiticamente, o que faz com que, por norma, estas equações sejam linearizadas, recorrendo por exemplo à expansão em série de Taylor, simplificando assim o seu cálculo [18, 19].

Todas as equações apresentadas no presente capítulo são relativas a sistemas lineares ou linearizados. Contudo, como se poderá verificar no capítulo 7, foram realizadas simulações numéricas de mecânica não linear, em que se utiliza um programa de elementos finitos com o intuito de realizar a análise modal da estrutura de um enrolamento.

De forma a compreender melhor o fenómeno das vibrações, é feita uma breve análise em relação aos princípios teóricos básicos das vibrações de sistemas lineares ou linearizados.

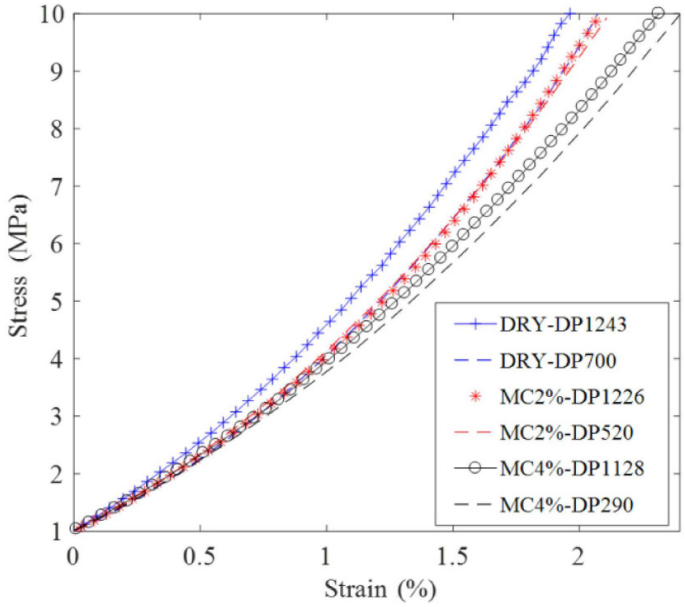


Figura 3.1: Tensão-deformação de espaçadores com atributos diferentes, a 20 °C [20].

3.1.1 Sistema Vibratório e Equação Diferencial de Movimento

Na sua generalidade, um sistema vibratório é composto por três componentes essenciais, o elemento elástico, o elemento de massa ou inércia e o amortecedor, sendo que cada um destes apresenta funções diferentes. O elemento elástico é capaz de armazenar e recuperar energia potencial, ao passo que o elemento de massa ou inércia possui a capacidade de armazenar e recuperar energia cinética, e por outro lado, o amortecedor tem como função dissipar energia. Uma vez que estes componentes apresentam propósitos diferentes, também os mesmos se relacionam com forças distintas, que por sua vez estão associadas a grandezas diferentes [17].

Assim, no caso do elemento elástico, este relaciona a força desenvolvida pelo mesmo com a elongação do próprio componente e uma constante k, que é propriedade do elemento elástico, denominada por constante de elasticidade. Esta relação dada por:

$$F_k = k(x_2 - x_1). \tag{3.1}$$

Por outro lado, o amortecedor relaciona a força desenvolvida pelo mesmo com a velocidade relativa entre as extremidades do próprio componente e uma constante c, que é propriedade do amortecedor, denominada por coeficiente de amortecimento. A equação que representa esta relação é dada por:

$$F_c = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1). \tag{3.2}$$

Por fim, o elemento de massa relaciona a força aplicada no mesmo com a aceleração do próprio componente e a sua massa m. A expressão que retrata esta relação é dada por:

$$F_m = m\ddot{x}. \tag{3.3}$$

Uma das metodologias mais adotadas para definir a equação diferencial de um sistema vibratório é a 2ª Lei de Newton. Este é um método vetorial que relaciona o vetor das forças exteriores $\left\{F\right\}$ com o vetor da quantidade de aceleração $\left\{\dot{Q}\right\}$, no caso de o sistema vibratório ser tratado em coordenadas lineares, ou relaciona o vetor dos momentos exteriores $\left\{M_O\right\}$ com o vetor dos momentos dinâmicos $\left\{\dot{K}_O\right\}$, no caso de o sistema vibratório ser tratado em coordenadas angulares. Estas relações podem ser escritas da seguinte forma:

$$\sum \left\{F\right\} = \left\{\dot{Q}\right\}, \tag{3.4a}$$

$$\sum \left\{M_O\right\} = \left\{\dot{K}_O\right\}. \tag{3.4b}$$

Na Figura 3.2, está representado um sistema vibratório composto pelos três elementos essenciais, sendo que o elemento de massa translada na vertical.

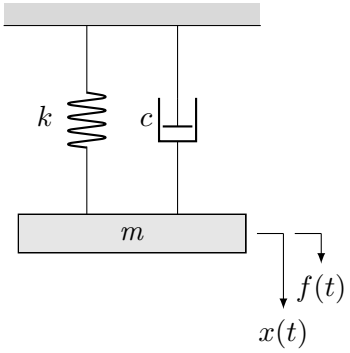


Figura 3.2: Exemplo de um modelo de sistema vibratório.

Para o sistema exemplar da Figura 3.2, com apenas um grau de liberdade, e que é tratado em coordenadas lineares, ao aplicar a 2ª Lei de Newton, a equação diferencial de movimento é escrita da seguinte forma:

$$mg - c\dot{x}(t) - k(\delta + x(t)) = f(t) + m\ddot{x}(t). \tag{3.5}$$

Onde $x(t)$, $\dot{x}(t)$ e $\ddot{x}(t)$ representam o deslocamento, velocidade e aceleração do sistema ao longo do tempo, δ representa a elongação inicial da mola relativamente ao seu comprimento livre, e mg representa a força peso em relação ao elemento de massa, uma vez que o mesmo está suspenso no ar. De modo a haver equilíbrio estático, a seguinte equação tem de ser verificada:

$$mg - k\delta = 0. \tag{3.6}$$

Assim, a equação de movimento resultante, na condição de equilíbrio estático relativa ao sistema da Figura 3.2, é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t). \tag{3.7}$$

De notar que, para que o movimento do sistema seja totalmente definido, e sendo a equação (3.7) uma equação diferencial de segunda ordem, são necessárias duas condições iniciais dadas pela posição inicial x_0 e pela velocidade inicial $\dot{x}_0$ do sistema, para o instante $t = 0$ [17].

3.1.2 Sistema Com 1 Grau de Liberdade em Regime Livre

Um sistema vibratório com um só grau de liberdade é um sistema cuja posição pode ser caracterizada, em qualquer instante, por uma só coordenada independente. Isto quer dizer que os sistemas deste tipo estão associados a uma ou mais coordenadas, porém no caso de estar relacionado com várias, todas são dependentes entre si, resultando numa só coordenada independente.

As vibrações podem ser classificadas quanto à excitação e ao amortecimento. Relativamente à excitação, a vibração pode ser dividida em livre ou forçada. Já em relação ao amortecimento, a vibração pode ser categorizada em amortecida ou não amortecida [17].

Em regime livre, um sistema vibratório apresenta uma vibração livre ou natural provocada por uma perturbação inicial do sistema, não havendo forças exteriores a atuarem sobre o sistema. Na Figura 3.3 é apresentado um caso simples de um sistema que exibe uma vibração livre ou natural.

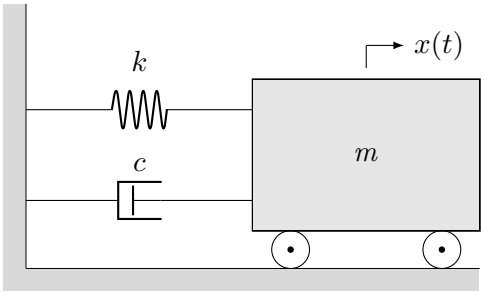


Figura 3.3: Exemplo de um modelo de sistema vibratório.

Como já foi dito anteriormente, e como se pode verificar analisando a Figura 3.3, um sistema em regime livre ou natural não apresenta solicitações exteriores. Desta forma, recorrendo à equação (3.4a), da 2ª Lei de Newton para coordenadas lineares, é possível escrever a seguinte equação de movimento:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0, \tag{3.8}$$

estando esta dependente das condições iniciais de posição e de velocidade, para $t = 0$.

3.1.2.1 Amortecimento do Sistema

Focando no amortecimento do sistema, apesar de a vibração ser classificada como amortecida ou não amortecida, o sistema pode ter vários tipos de amortecimento, o que pode levar a respostas do sistema bastante diferentes [17].

Geralmente, o amortecimento é caracterizado pela razão de amortecimento ξ, sendo este parâmetro adimensional. Dependendo do valor do mesmo, o amortecimento do sistema pode ser classificado em não amortecido, sub-amortecido, criticamente amortecido e sobre-amortecido. A razão de amortecimento é dada por:

$$\xi = \frac{c}{c_c}, \tag{3.9}$$

onde c corresponde à constante de amortecimento efetivo do sistema e c_c ao amortecimento crítico do sistema. Este último pode ser expresso da seguinte forma:

$$c_c = 2m\omega_n, \tag{3.10}$$

em que m corresponde à massa total do sistema e ω_n à frequência natural (não amortecida) do sistema. Este último parâmetro diz respeito ao valor da frequência do movimento harmónico da resposta livre de um sistema provocada por uma perturbação inicial desse mesmo sistema e pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{3.11}$$

onde uma vez mais, m corresponde à massa total do sistema e k corresponde à constante de rigidez elástica do sistema.

Por fim, substituindo o valor de c_c na expressão (3.9) pela expressão (3.10), é possível reescrever a equação da razão de amortecimento:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}. \tag{3.12}$$

Sistema Não Amortecido

Num sistema não amortecido, o valor de ξ é igual a 0. Uma vez que não existe amortecimento neste tipo de sistemas, pois o valor da constante c é igual a 0, este não é capaz de dissipar a energia fornecida após a perturbação inicial do sistema. Desta forma, o movimento oscilatório do sistema, em torno da posição de equilíbrio estático, mantém-se inalterado, não apresentando decaimento da amplitude [17].

A resposta em deslocamento de um sistema com este tipo de amortecimento pode ser descrita pela seguinte equação:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \sin(\omega_n t). \tag{3.13}$$

Ao derivar a expressão anterior, obtém-se a equação da resposta em velocidade do sistema, sendo esta dada por:

$$\dot{x}(t) = -\omega_n A_1 \sin(\omega_n t) + \omega_n A_2 \cos(\omega_n t). \tag{3.14}$$

Resolvendo as equações 3.13 e 3.14 para o instante $t = 0$, sabendo que a posição inicial e velocidade iniciais são dadas por x_0 e $\dot{x}_0$, respetivamente, conseguem-se calcular as constantes A_1 e A_2, sendo assim possível reescrever a equação (3.13) da seguinte forma:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t), \tag{3.15}$$

ou então, na sua forma mais simplificada:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t - \phi), \tag{3.16}$$

onde as constantes A e ϕ são dadas pelas seguintes equações:

$$A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2} = \sqrt{{x_0}^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2}, \tag{3.17a}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0}{x_0\omega_n}\right). \tag{3.17b}$$

Sistema Sub-Amortecido

Relativamente a um sistema sub-amortecido, este apresenta um valor de ξ entre 0 e 1. Logo o valor da constante c é superior a 0, isto é, o sistema é capaz de dissipar a energia fornecida após a perturbação inicial. Desta forma, um sistema com este tipo de amortecimento tem um movimento oscilatório semelhante ao caso anterior. No entanto, o caso sub-amortecido apresenta decaimento da amplitude de movimento, ou seja, essa mesma amplitude diminui com o passar do tempo, até que o sistema pare de vibrar. Este decaimento pode ser escrito segundo duas funções exponenciais que constituem a função envelope [17].

Neste tipo de amortecimento, a resposta em deslocamento do sistema é expressa matematicamente pela seguinte equação:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t}\left[A_1\cos\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right) + \omega_n A_2\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right)\right]. \tag{3.18}$$

Mais uma vez, ao derivar a equação da resposta em deslocamento, obtém-se a resposta em velocidade do sistema dada por:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = {} & e^{-\xi\omega_n t}\left[\left(-\xi\omega_n A_1 + \omega_n\sqrt{1-\xi^2}A_2\right)\cos\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right)\right] \\ & + e^{-\xi\omega_n t}\left[\left(-\xi\omega_n A_2 - \omega_n\sqrt{1-\xi^2}A_1\right)\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right)\right].\end{aligned} \tag{3.19}$$

Procedendo de forma igual ao caso de sistema não amortecido, ao resolver as equações (3.18) e (3.19), e sabendo que a posição e velocidade iniciais do sistema são iguais a x_0 e $\dot{x}_0$, respetivamente, é possível calcular os valores de A_1 e A_2. De seguida, ao fazer a substituição dos valores calculados de A_1 e A_2 na equação (3.18), e fazendo as simplificações possíveis, obtém-se a seguinte expressão para a resposta em deslocamento:

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t}\cos\Big(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t - \phi\Big). \tag{3.20}$$

Sabendo que a frequência natural (amortecida) ω_d pode ser expressa tendo em conta a seguinte equação:

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}, \tag{3.21}$$

é possível reescrever a equação (3.20), obtendo:

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t}\cos(\omega_d t - \phi), \tag{3.22}$$

onde A e ϕ são constantes que se calculam através das seguintes equações:

$$A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2} = \sqrt{{x_0}^2 + \left(\frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}\right)^2}, \tag{3.23a}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0}{x_0\omega_n}\right). \tag{3.23b}$$

Na Figura 3.4 é apresentado um exemplo de resposta em deslocamento de um sistema sub-amortecido e a função envelope dessa mesma resposta.

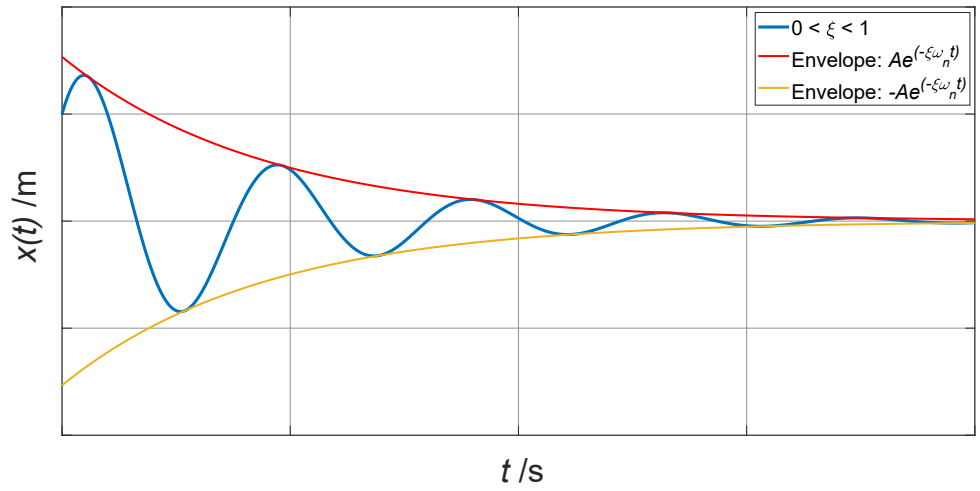


Figura 3.4: Resposta livre de um sistema sub-amortecido e função envelope, obtidos por programação MATLAB®.

Como já foi referido anteriormente, um sistema que apresenta este tipo de amortecimento devolve uma resposta livre, cuja amplitude decai com o passar do tempo. Através deste comportamento, é possível identificar o amortecimento do sistema experimentalmente, através do decremento logarítmico [17].

Para dois instantes da resposta livre do sistema, $x(t_1)$ e $x(t_2)$, que estejam separados por um número inteiro de períodos N, ou seja, $x(t_2) = x(t_1) + NT$, como exemplificado na Figura 3.5, o decremento logarítmico é dado por:

$$\delta = \frac{1}{N}\ln\frac{x(t_1)}{x(t_2)} = \frac{1}{N}\ln\frac{x(t_1)}{x(t_1+NT)}, \tag{3.24}$$

onde T corresponde ao período natural amortecido e que é expresso da seguinte forma:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}. \tag{3.25}$$

Uma vez que a razão entre o primeiro e o segundo instantes tem o valor de:

$$\frac{x(t_1)}{x(t_2)} = \frac{e^{-\xi\omega_n t_1}}{e^{-\xi\omega_n(t_1+NT)}} = e^{\xi\omega_n NT}, \tag{3.26}$$

o valor do decremento logarítmico corresponde a:

$$\delta = \frac{1}{N}\ln\frac{x(t_1)}{x(t_2)} = \xi\omega_n T. \tag{3.27}$$

Substituindo o valor de T na equação (3.26), pelo valor obtido na expressão (3.25), é possível estabeler uma relação entre o decremento logarítmico e a razão de amortecimento:

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}. \tag{3.28}$$

Reescrevendo a equação (3.28), mas agora exprimindo a razão de amortecimento em função do decremento logarítmico, obtém-se:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2+\delta^2}}. \tag{3.29}$$

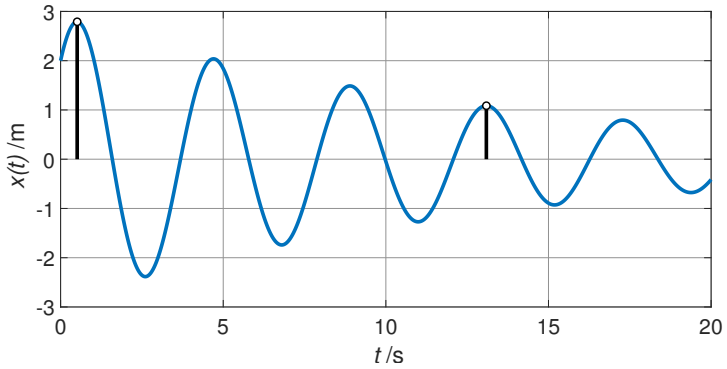


Figura 3.5: Resposta livre de um sistema sub-amortecido e decremento logarítmico ao fim de três períodos, obtidos por programação MATLAB®.

Sistema Criticamente Amortecido

Um sistema que seja criticamente amortecido apresenta um ξ de valor igual a 1. Tal como se irá verificar, este tipo de sistema devolve uma resposta livre em deslocamento que não é um movimento oscilatório. Esta resposta é expressa matematicamente pela mesma expressão (3.18) do caso sub-amortecido [17].

Contudo, o facto de ξ tomar o valor de 1, faz com que ω_n seja igual a 0. Fazendo a razão de amortecimento tender para o valor de 1, portanto ω_n tender para o valor de 0, retiram-se as seguintes relações:

$$A_1\cos(\omega_d t) \to A_1, \tag{3.30a}$$

$$A_2\sin(\omega_d t) \to A_2\omega_d t. \tag{3.30b}$$

Logo, para ξ igual a 1, a resposta livre em deslocamento pode ser escrita da seguinte forma:

$$x(t) = (A_1 + A_2\omega_d t)\, e^{-\omega_n t}, \tag{3.31}$$

ou ainda:

$$x(t) = \left(A_1 + A_2' t\right) e^{-\omega_n t}, \tag{3.32}$$

e derivando a equação (3.32), obtém-se a expressão para a resposta do sistema em velocidade dada por:

$$\dot{x}(t) = A_2' e^{-\omega_n t} - \left(A_1 + A_2' t\right) e^{-\omega_n t}, \tag{3.33}$$

e assim, resolvendo ambas as equações (3.32) e (3.33) para $t = 0$, e sabendo que a posição e velocidade iniciais do sistema são iguais a x_0 e $\dot{x}_0$, respetivamente, conseguem-se calcular os valores das constantes A_1 e A_2'. Finalmente, substituindo os valores de A_1 e A_2', resultam as expressões finais da resposta livre em deslocamento e velocidade do sistema apresentadas de seguida:

$$x(t) = e^{-\omega_n t}\left[x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t\right], \tag{3.34a}$$

$$\dot{x}(t) = e^{-\omega_n t}\left[(\dot{x}_0 + \omega_n x_0)(1 - \omega_n t) - x_0\omega_n\right]. \tag{3.34b}$$

Sistema Sobre-Amortecido

Por fim, o último tipo de amortecimento do sistema, denominado de sobre-amortecido, apresenta um valor de ξ superior a 1 e, tal como no caso de um sistema criticamente amortecido, a resposta livre em deslocamento não é dada por um movimento oscilatório. Para o caso de um sistema sobre-amortecido, a resposta livre em deslocamento é escritada seguinte forma:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t}\left[A_1 \cosh\left(\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}t\right) + A_2 \sinh\left(\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}t\right)\right]. \tag{3.35}$$

Procedendo da mesma forma, tendo em conta os casos de amortecimento anteriores, e realizando a derivação da equação (3.35), obtém-se a seguinte expressão para a resposta livre em velocidade:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = {} & e^{-\xi\omega_n t}\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}\left[A_1 \sinh\left(\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}t\right) + A_2 \cosh\left(\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}t\right)\right] \\ & + e^{-\xi\omega_n t}\omega_n\xi\left[A_1 \cosh\left(\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}t\right) + A_2 \sinh\left(\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}t\right)\right].\end{aligned} \tag{3.36}$$

Ao resolver as equações (3.35) e (3.36) e, sabendo que a posição e velocidade iniciais do sistema são dadas por x_0 e $\dot{x}_0$, respetivamente, possibilita-se assim o cálculo do valor das constantes A_1 e A_2, estando agora a resposta livre do sistema totalmente definida.

Na Figura 3.6 estão representadas as respostas em regime livre para os vários tipos de amortecimento.

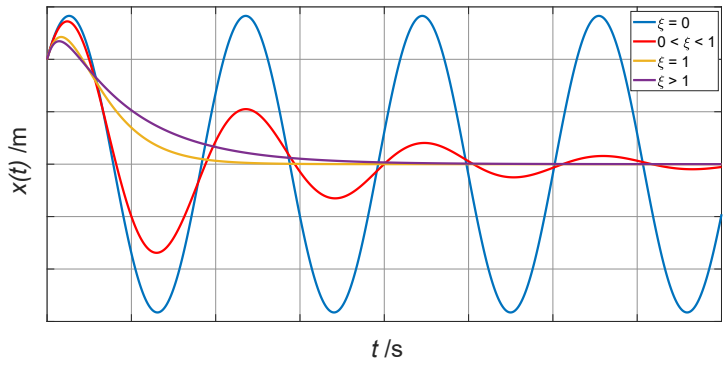
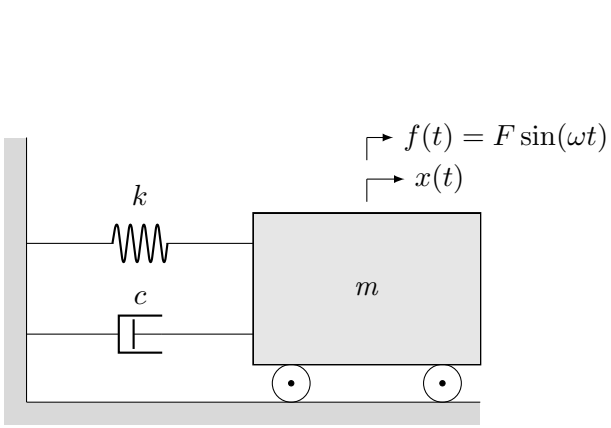


Figura 3.6: Resposta livre para os quatro tipos de amortecimento de sistema, obtidos por programação MATLAB®.

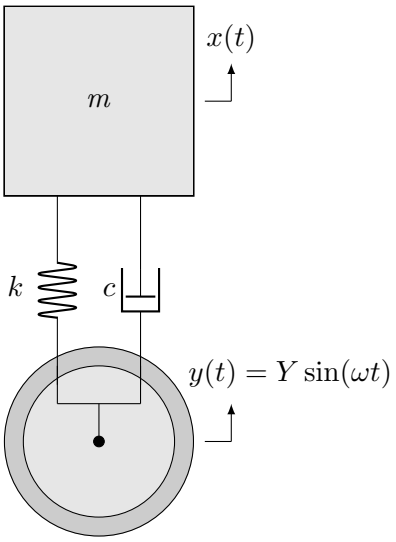
3.1.3 Sistema Com 1 Grau de Liberdade em Regime Forçado Harmónico

O regime forçado é caracterizado por um sistema, cujo movimento se deve a uma excitação dinâmica. Caso esta excitação seja representada por uma força que está aplicada diretamente no sistema, esta caracteriza-se como sendo uma excitação ativa. Por outro lado, se a excitação é representada por um deslocamento incumbido a uma base móvel onde o sistema vibratório está apoiado, esta excitação é caracterizada como sendo passiva.

Sendo a excitação, ativa ou passiva, expressa matematicamente por um harmónico que depende do tempo, o sistema encontra-se perante o regime forçado harmónico [17].



(a) Excitação ativa.



(b) Excitação passiva.

Figura 3.7: Exemplos das duas formas de excitação.

Considerando o sistema exemplar da Figura 3.7a, este apresenta uma equação de movimento dada pela seguinte expressão:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F\cos(\omega t), \tag{3.37}$$

sendo ω a frequência de excitação do sistema.

A resposta em deslocamento deste sistema, que apresenta um valor de ξ superior a 0, uma vez que possui amortecimento, é dada por duas componentes, a solução $x_h(t)$ da equação homogénea e a solução $x_p(t)$ da equação particular. A solução homogénea representa a resposta livre do sistema que decai com o tempo devido ao amortecimento do sistema, enquanto que a solução particular representa a vibração devido à solicitação exterior que permanece inalterada enquanto essa excitação existir [17].

Desta forma, a solução geral $x(t)$ é escrita da seguinte forma:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t). \tag{3.38}$$

3.1.3.1 Resposta Total de Um Sistema Amortecido

Como já foi referido anteriormente, a solução homogénea representa a resposta livre do sistema. Logo, a equação que representa o comportamento livre do sistema é a mesma equação (3.8) presente na secção 3.1.2. Desta forma, a solução homogénea $x_h(t)$, pode ser escrita da seguinte forma:

$$x_h(t) = e^{-\xi\omega_n t}\left[A_1\cos\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right) + \omega_n A_2\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right)\right]. \tag{3.39}$$

Por outro lado, a solução particular $x_p(t)$ depende da frequência de excitação do sistema e pode ser expressa segundo a expressão:

$$x_p(t) = B_1\cos(\omega t) + B_2\sin(\omega t). \tag{3.40}$$

De seguida, é necessário derivar a equação (3.40), obtendo assim:

$$\dot{x}_p(t) = -\omega B_1\sin(\omega t) + \omega B_2\cos(\omega t), \tag{3.41}$$

$$\ddot{x}_p(t) = -\omega^2 B_1\cos(\omega t) - \omega^2 B_2\sin(\omega t), \tag{3.42}$$

para depois proceder à substituição de $x_p(t)$, $\dot{x}_p(t)$ e $\ddot{x}_p(t)$ na equação diferencial de movimento (3.37), resultando assim:

$$\begin{aligned} F\cos(\omega t) = &-m\omega^2 B_1\cos(\omega t) - m\omega^2 B_2\sin(\omega t) - c\omega B_1\sin(\omega t) + c\omega B_2\cos(\omega t) \\ &+ kB_1\cos(\omega t) + kB_2\sin(\omega t). \end{aligned} \tag{3.43}$$

Separando os termos expressos em seno e cosseno, obtém-se o seguinte sistema de equações, que permite calcular as constantes B_1 e B_2:

$$\begin{cases} B_1(k - m\omega^2) + B_2 c\omega = F \\ B_2(k - m\omega^2) - B_1 c\omega = 0 \end{cases} . \tag{3.44}$$

Relembrando as relações escritas anteriormente:

$$\omega_n{}^2 = \frac{k}{m}, \qquad \frac{c}{k} = \frac{2\xi}{\omega_n}, \tag{3.45}$$

e sabendo que a razão de frequência β e o deslocamento estático X_S são dados por:

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n}, \tag{3.46a}$$

$$X_S = \frac{F}{k}, \tag{3.46b}$$

é possível estabelecer os valores de B_1 e B_2:

$$B_1 = \frac{X_S\left(1 - \beta^2\right)}{\left(1 - \beta^2\right)^2 + (2\xi\beta)^2}, \tag{3.47a}$$

$$B_2 = \frac{X_S\left(2\xi\beta\right)}{\left(1 - \beta^2\right)^2 + (2\xi\beta)^2}. \tag{3.47b}$$

De notar que a variável F corresponde à amplitude da solicitação exterior.

Por fim, realizando todas as simplificações possíveis, a solução permanente apresenta o seguinte formato matemático:

$$x_p(t) = \frac{X_S}{\sqrt{\left(1 - \beta^2\right)^2 + (2\xi\beta)^2}} \cos(\omega t - \phi) = X(\omega)\cos(\omega t - \phi), \tag{3.48}$$

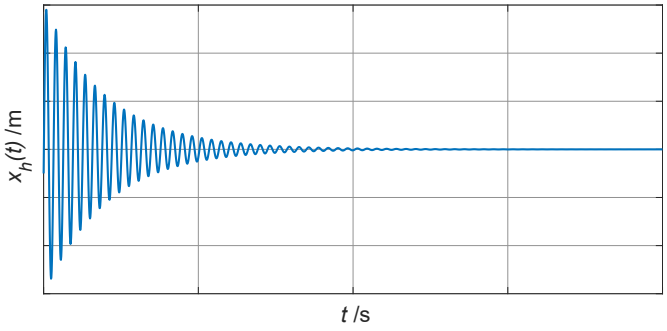
onde $X(\omega)$ e ϕ possuem valores iguais a:

$$X(\omega) = \frac{X_S}{\sqrt{\left(1 - \beta^2\right)^2 + (2\xi\beta)^2}}, \tag{3.49a}$$

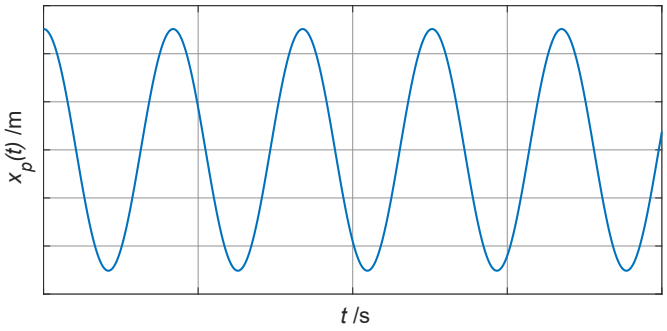
$$\phi = \arctan\frac{B_2}{B_1} = \arctan\frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2}. \tag{3.49b}$$

Substituindo as soluções $x_h(t)$ e $x_p(t)$ na equação (3.38), obtém-se a seguinte expressão para a resposta total do movimento forçado harmónico em deslocamento:

$$\begin{aligned} x(t) = {} & e^{-\xi\omega_n t}\left[A_1\cos\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right) + \omega_n A_2 \sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t\right)\right] \\ & + \frac{F}{k}\frac{X_S}{\sqrt{\left(1 - \beta^2\right)^2 + (2\xi\beta)^2}}\cos(\omega t - \phi). \end{aligned} \tag{3.50}$$



(a) Solução homogénea.



(b) Solução particular.

Figura 3.8: Duas componentes da resposta de um sistema em regime forçado harmónico. Parâmetros: $x_0 = 2$ m , $\dot{x}_0 = 3$ m/s^2 , $\xi = 0{,}025$, $k = 2$ N/m , $\omega_n = 20$ rad/s , $\omega = 1{,}5$ rad/s , $F = 5$ N .

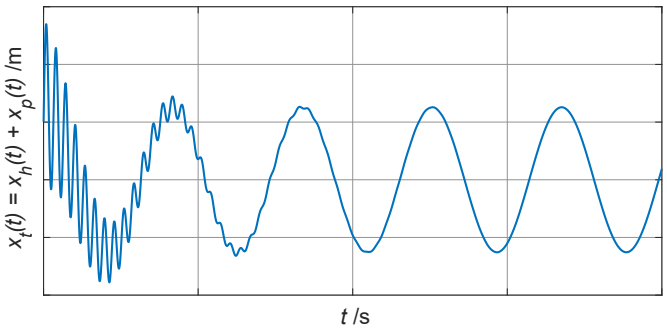


Figura 3.9: Resposta total de um sistema em regime forçado harmónico. Os valores dos parâmetros são os mesmos da Figura 3.8b.

3.1.3.2 Características da Resposta Estacionária

A solução particular $x_p(t)$ designa-se por componenete estacionária ou permanente. Esta componente é caracterizada por duas variáveis denominadas de fator de amplificação dinâmica μ e desfasamento ϕ, [17]

Fator de Amplificação Dinâmica

A variável μ é dada pelo quociente da amplitude dinâmica $X(\omega)$ e o deslocamento estático X_S, resultando assim:

$$\mu = \frac{X(\omega)}{X_S} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}. \tag{3.51}$$

Analisando o modo como varia o fator de amplificação dinâmica μ com a razão de frequências β e, sabendo que, matematicamente, um máximo ou mínimo de uma função encontra-se num local de derivada nula dessa mesma função, conclui-se que é possível encontrar o valor máximo de μ derivando a equação (3.51) em ordem a β e igualando a 0.

Desta forma:

$$\frac{\partial\mu(\beta,\xi)}{\partial\beta} = \frac{\beta\left(\beta^2 + 2\xi^2 - 1\right)}{\left[(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = 0. \tag{3.52}$$

Resolvendo a equação (3.52) em ordem a β e substituindo essa mesma variável por μ num caso e pela razão de ω e ω_n num outro caso, obtém-se o valor máximo de μ para um certo valor de ξ e o valor da frequência de ressonância ω_r dados por:

$$\mu_{\max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}, \tag{3.53}$$

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2}. \tag{3.54}$$

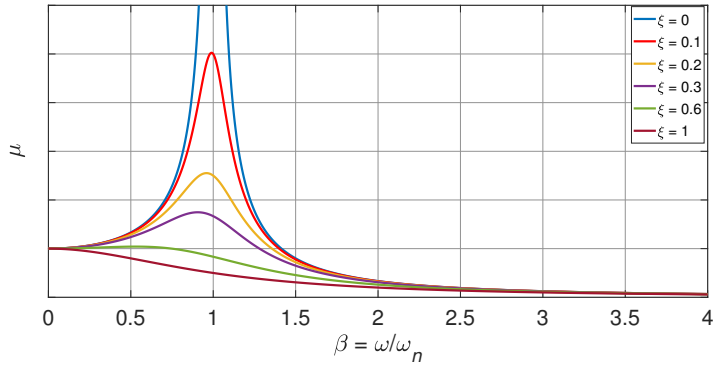


Figura 3.10: Relação entre o fator de amplificação dinâmica μ e a razão de frequências β, para vários valores de ξ.

Desfasamento

Já mencionado anteriormente, o desfasamento ϕ relaciona-se com a razão de frequências β recorrendo à equação (3.49b). Desta forma, é possível representar graficamente a dependência entre ambos, obtendo assim a resposta descrita na Figura 3.11.

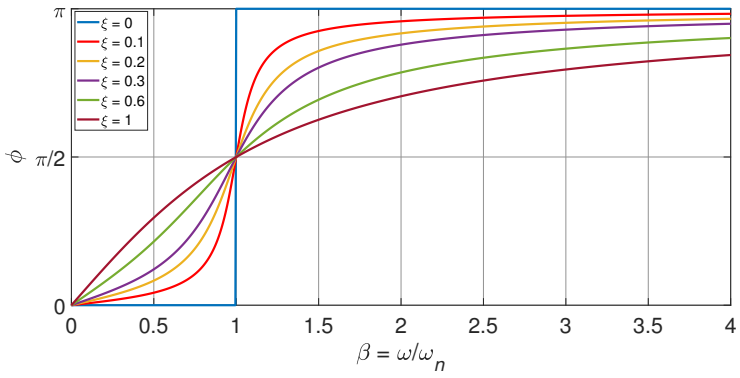


Figura 3.11: Relação entre o desfasamento ϕ e a razão de frequências β, para vários valores de ξ.

3.1.3.3 Resposta Total de Um Sistema Não Amortecido

Recorrendo ao gráfico apresentado na Figura 3.10 da seccção 3.1.3.2, é possível verificar que para um sistema que não possua amortecimento, o ângulo ϕ é igual a 0 para um valor de β entre 0 e 1 e igual a π para um valor de β igual ou superior a 1 [17].

Desta forma, as soluções homogénea e particular são dadas respetivamente por:

$$x_h(t) = A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \sin(\omega_n t), \tag{3.55}$$

$$x_p(t) = \frac{X_S}{|1-\beta^2|} \cos(\omega t - \phi), \tag{3.56}$$

uma vez que não existe amortecimento. Agregando as soluções para obter a resposta total, obtém-se a seguinte equação:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \sin(\omega_n t) + \frac{X_S}{|1-\beta^2|} \cos(\omega t - \phi). \tag{3.57}$$

Derivando a resposta total em deslocamento, sabendo que a posição e velocidade iniciais do sistema são dadas por x_0 e $\dot{x}_0$, respetivamente, é possível calcular os valores de A_1 e A_2. Por fim, sabendo os valores de ϕ para os vários valores de β, conseguem-se obter as seguintes equações, para β entre 0 e 1, e β superior a 1, respetivamente:

$$x(t) = \left[x_0 - \frac{X_S}{|1-\beta^2|}\right] \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + \frac{X_S}{|1-\beta^2|} \cos(\omega t), \tag{3.58}$$

$$x(t) = \left[x_0 + \frac{X_S}{|\beta^2-1|}\right] \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) - \frac{X_S}{|\beta^2-1|} \cos(\omega t), \tag{3.59}$$

Para o caso em que β tem o valor de 1, é necessário recorrer a uma escrita alternativa da equação da resposta total para β entre 0 e 1 dada por:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \sin(\omega_n t) + \frac{X_S}{|1-\beta^2|} \cos(\omega t - \phi), \tag{3.60}$$

e aplicando o limite de ω a tender para ω_n, na última parcela da equação (3.61), obtém-se a equação da resposta total para β igual a 1, dada pela seguinte expressão:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + \frac{X_S}{2} \omega_n t \sin(\omega_n t). \tag{3.61}$$

3.1.3.4 Movimento de Uma Base Móvel

Um sistema cuja base seja móvel, pode ser excitado devido ao movimento provocado pela própria base. Este fenómeno tem grande importância na compreensão da transmissão das vibrações da parte ativa à cuba.

Neste tipo de sistemas, tanto a força realizada pelo elemento elástico como a força realizada pelo amortecedor são dadas pela multiplicação das respetivas constante k e c e pela variação da posição e velocidades relativas, respetivamente [17].

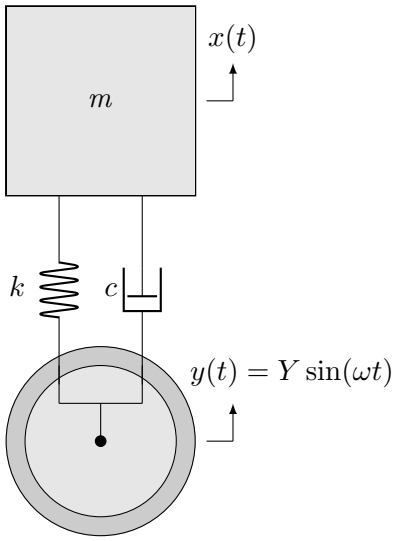


Figura 3.12: Exemplo de um sistema com base móvel

Para um sistema deste tipo, como o representado na Figura 3.12, a equação diferencial de movimento deste tipo de sistemas é dada por:

$$-k(x(t) - y(t)) - c(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) = m\ddot{x}(t). \tag{3.62}$$

Nos casos em que o movimento da base $y(t)$ é um harmónico, tal como o da Figura 3.12, a equação diferencial de movimento é escrita da seguinte forma:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = y(t) + c\dot{y}(t) = Y\sqrt{k^2 + (\omega c)^2} \cos(\omega t + \gamma), \tag{3.63}$$

sendo o ângulo γ igual a:

$$\gamma = \arctan \frac{\omega c}{k} = \arctan 2\xi\beta. \tag{3.64}$$

Por sua vez, a resposta estacionária é expressa por:

$$x(t) = \frac{Y}{k} \frac{\sqrt{k^2 + (\omega c)^2}}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \cos(\omega t + \gamma - \phi) = X(\omega)\cos(\omega t - \psi), \tag{3.65}$$

onde os valores de $X(\omega)$ e ψ têm o valor de:

$$X(\omega) = Y \frac{\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}, \tag{3.66a}$$

$$\psi = \arctan \frac{2\xi\beta^3}{1 - \beta^2 + (2\xi\beta)^2}. \tag{3.66b}$$

Transmissibilidade de Deslocamento

A transmissibilidade de deslocamento TR da base para o sistema em si é dada pela quociente entre a amplitude do deslocamento da massa $X(\omega)$ e a amplitude do movimento da base, logo:

$$TR = \frac{X(\omega)}{Y} = \frac{\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}. \tag{3.67}$$

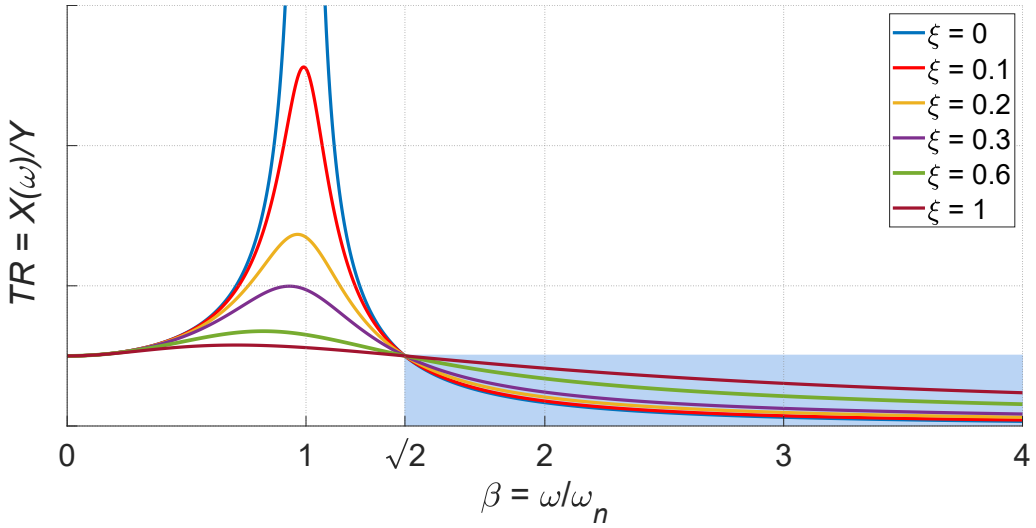


Figura 3.13: Relação entre a transmissibilidade de deslocamento TR e a razão de frequências β, para vários valores de ξ.

Tal como se procedeu na secção 3.1.3.2 para achar o valor máximo de μ, também neste caso se calcula a derivada da equação (3.67) e iguala-se a 0, e posteriormente substitui-se o parâmetro β por TR, obtendo deste forma uma relação entre o valor máximo de TR e o parâmetro ξ. Assim, o valor máximo desta variável é dado por:

$$TR_{\max} = 4\xi^2 \left[\frac{\sqrt{1+8\xi^2}}{2+16\xi^2+(16\xi^4-8\xi^2-2)\sqrt{1+8\xi^2}} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3.68}$$

3.1.4 Sistema Com Múltiplos Graus de Liberdade

Por norma, os sistemas vibratórios não são discretos, ou seja, não têm um número finito de graus de liberdade, sendo assim sistemas contínuos. Porém, pode-se fazer uma aproximação de um sistema contínuo a um sistema discreto utilizando vários graus de liberdade. Assim, é feita uma breve análise de sistemas com múltiplos graus de liberdade, que são estudados como sendo um acoplamento de vários sistemas de 1 grau de liberdade [21].

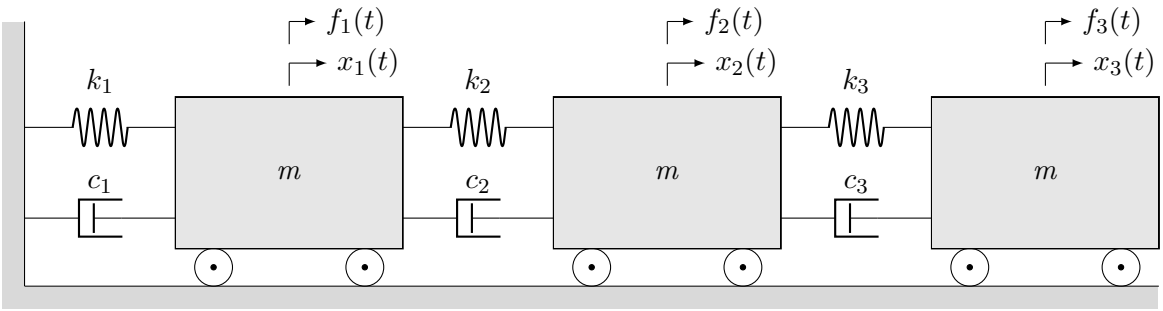


Figura 3.14: Exemplo de um sistema vibratório com três graus de liberdade.

No caso de sistemas com múltiplos graus de liberdade, a notação matricial é utilizada, de modo a simplificar a formulação matemática. Desta forma, a equação de movimento é dada pela seguinte equação matricial:

$$\Big[m\Big]\Big\{\ddot{x}(t)\Big\} + \Big[c\Big]\Big\{\dot{x}(t)\Big\} + \Big[k\Big]\Big\{x(t)\Big\} = \Big\{f(t)\Big\}. \tag{3.69}$$

Tendo em conta o modelo exemplar da Figura 3.14, que corresponde a um sistema com 3 graus de liberdade, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez são dadas, respetivamente, por:

$$\left[m\right] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}, \left[c\right] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \left[k\right] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \tag{3.70}$$

enquanto os vetores de deslocamento, velocidade, aceleração e das forças exteriores são escritos, respetivamente, da seguinte forma:

$$\left\{x(t)\right\} = \begin{Bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{21}(t) \\ x_{31}(t) \end{Bmatrix}, \left\{\dot{x}(t)\right\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{11}(t) \\ \dot{x}_{21}(t) \\ \dot{x}_{31}(t) \end{Bmatrix}, \left\{\ddot{x}(t)\right\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{11}(t) \\ \ddot{x}_{21}(t) \\ \ddot{x}_{31}(t) \end{Bmatrix}, \left\{f(t)\right\} = \begin{Bmatrix} f_{11}(t) \\ f_{21}(t) \\ f_{31}(t) \end{Bmatrix}. \tag{3.71}$$

De notar que para um sistema com múltiplos graus de liberdade, as matrizes e vetores expostos são expandidos tendo em conta a mesma filosofia.

Caso o amortecimento seja proporcional, a matriz de amortecimento é escrita como uma combinação linear da matriz de massa e de rigidez, sendo possível escrever:

$$\left[c\right] = \alpha \left[m\right] + \beta \left[k\right]. \tag{3.72}$$

3.1.4.1 Sistema Não Amortecido em Regime Livre

Tal como no caso de um sistema com 1 grau de liberdade, um sistema não amortecido com múltiplos graus de liberdade que esteja em regime livre ou natural não apresenta solicitações exteriores, o que faz com que o vetor das forças exteriores seja igual a um vetor nulo, resultando assim na equação de movimento livre generalizada:

$$\left[m\right]\left\{\ddot{x}(t)\right\} + \left[k\right]\left\{x(t)\right\} = \left\{0\right\}. \tag{3.73}$$

Por outro lado, a resposta livre em deslocamento, também como no caso de 1 grau de liberdade, é apresentada segundo um harmónico, logo:

$$\left\{x(t)\right\} = \left\{u\right\}\cos(\omega t - \phi), \tag{3.74}$$

sendo o vetor $\{u\}$ as amplitudes dos movimentos $\{x(t)\}$. Fazendo a substituição da equação (3.74) na equação (3.73) e derivando uma e duas vezes a resposta em deslocamento, obtendo as respostas em velocidade e aceleração, respetivamente, resulta:

$$\left[-\omega^2\left[m\right] + \left[k\right]\right]\left\{u\right\}\cos(\omega t - \phi) = \left\{0\right\}, \tag{3.75}$$

e como a solução tem de ser válida para qualquer instante de tempo, resulta por fim:

$$\left[-\omega^2 \left[m\right] + \left[k\right]\right] \left\{u\right\} = \left\{0\right\}. \tag{3.76}$$

Problema Característico e Modos Naturais de Vibração

De seguida, é necessário resolver o problema característico de modo a calcular as frequências naturais do sistema, o que permite que não haja soluções triviais em relação ao vetor das amplitudes dos movimentos $\left\{u\right\}$, ou seja, que o vetor $\left\{u\right\}$ não seja um vetor nulo. O cálculo das frequências naturais do sistema pode ser realizado igualando o determinante da matriz dos coeficientes a 0, como mostra a equação (3.77).

$$\Delta(\omega^2) = \left|\left[-\omega^2 \left[m\right] + \left[k\right]\right]\right| = 0. \tag{3.77}$$

Utilizando o caso da Figura 3.14, sem amortecimento, seria possível obter três frequências naturais, sendo que ω_1 seria menor que ω_2, e por sua vez, ω_2 seria menor que ω_3.

Por fim, substituindo as três frequências naturais na equação do problema característico (3.76), ou seja:

$$\left[-\omega_i^2 \left[m\right] + \left[k\right]\right] \left\{u\right\}_i = \left\{0\right\}, \qquad i = 1, 2, 3, \tag{3.78}$$

e resolvendo o sistema de equações, é possível obter três vetores de amplitudes de movimento $\left\{u\right\}$ não nulos, onde cada vetor $\left\{u\right\}_i$ corresponde a uma frequência natural ω_i, sendo estes vetores representativos das formas naturais de vibração do problema [17].

Desta forma, é possível estabelecer três modos naturais de vibração para o presente caso da Figura 3.14:

$$\begin{aligned}
&1^{\text{o}} \text{ Modo Natural: } \left\{x(t)\right\}_1 = \left\{u\right\}_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1),\\
&2^{\text{o}} \text{ Modo Natural: } \left\{x(t)\right\}_2 = \left\{u\right\}_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2),\\
&3^{\text{o}} \text{ Modo Natural: } \left\{x(t)\right\}_3 = \left\{u\right\}_3 \cos(\omega_3 t - \phi_3),
\end{aligned} \tag{3.79}$$

onde os vetores $\{u\}_\text{i}$, com $i = 1$, 2 e 3, são dados por:

$$\left\{u\right\}_1 = \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \end{Bmatrix}, \qquad \left\{u\right\}_2 = \begin{Bmatrix} u_{12} \\ u_{22} \\ u_{32} \end{Bmatrix}, \qquad \left\{u\right\}_3 = \begin{Bmatrix} u_{13} \\ u_{23} \\ u_{33} \end{Bmatrix}. \tag{3.80}$$

Resposta Livre ou Natural

Como já foi visto anteriormente, a resposta livre em deslocamento do sistema é dada por um harmónico. Contudo, uma vez que o sistema apresenta múltiplos graus de liberdade, a resposta total em deslocamento do sistema é escrita segundo uma combinação linear dos vários modos naturais de vibração [17].

Assim, a resposta total do sistema é dada por:

$$\left\{x\right\} = c_1 \left\{u\right\}_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1) + c_2 \left\{u\right\}_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2) + c_3 \left\{u\right\}_3 \cos(\omega_3 t - \phi_3), \quad (3.81)$$

onde, derivando a equação da resposta em deslocamento se obtém a equação da resposta em velocidade. Sabendo o valor dos deslocamentos e velocidades iniciais, no instante $t = 0$, dados por:

$$\left\{x^0\right\} = \begin{Bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ x_3^0 \end{Bmatrix}, \qquad \left\{\dot{x}^0\right\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1^0 \\ \dot{x}_2^0 \\ \dot{x}_3^0 \end{Bmatrix}, \quad (3.82)$$

é possível resolver as equações da resposta livre em deslocamento e velocidade, determinando assim os valores das constantes c_1, c_2 e c_3 relacionadas com o grau de participação do respetivo modo natural de vibração no movimento livre, e das constantes ϕ_1, ϕ_2 e ϕ_3 relacionadas com a fase do respetivo modo natural de vibração no movimento livre [17].

Esta situação pode ser expressa pelas duas equações seguintes, tendo assim a resposta livre natural totalmente definida:

$$\left\{x^0\right\} = c_1 \left\{u\right\}_1 \cos(\phi_1) + c_2 \left\{u\right\}_2 \cos(\phi_2) + c_3 \left\{u\right\}_3 \cos(\phi_3), \quad (3.83)$$

$$\left\{\dot{x}^0\right\} = \omega_1 c_1 \left\{u\right\}_1 \sin(\phi_1) + \omega_2 c_2 \left\{u\right\}_2 \sin(\phi_2) + \omega_3 c_3 \left\{u\right\}_3 \sin(\phi_3). \quad (3.84)$$

Sistema Regime Forçado

Um sistema com múltiplos graus de liberdade em regime forçado, pode apresentar uma solicitação aplicada em cada massa, sendo que as solicitações podem ser diferentes, podendo até haver alguns elementos de massa solicitados e outros não solicitados, em simultâneo.

Desta forma, a equação de movimento de um sistema com múltiplos graus de liberdade que se encontre em regime forçado pode ser expressa segundo a seguinte formulação matemática:

$$\Big[m\Big]\Big\{\ddot{x}(t)\Big\}+\Big[c\Big]\Big\{\dot{x}(t)\Big\}+\Big[k\Big]\Big\{x(t)\Big\}=\Big\{f(t)\Big\}\neq\Big\{0\Big\}. \tag{3.85}$$

Assim, a utilização da equação de movimento escrita na base modal é extremamente importante, uma vez que permite o desacoplamento das várias equações de movimento, ou seja, permite tratar o problema de múltiplos graus de liberdade como se fossem vários problemas de 1 grau de liberdade só [17].

Tendo em conta esta informação, é possível reescrever as matrizes de massa e rigidez na base modal da seguinte forma:

$$\Big[\Phi\Big]^T\Big[m\Big]\Big[\Phi\Big]=\Big[I\Big]=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\Big[\Phi\Big]^T\Big[k\Big]\Big[\Phi\Big]=\Big[\Omega^2\Big]=\begin{bmatrix}\omega_1^2&0&0\\0&\omega_2^2&0\\0&0&\omega_3^2\end{bmatrix}, \tag{3.86}$$

e caso o amortecimento seja proporcional, a matriz $[c]$ também pode ser reescrita:

$$\Big[\Phi\Big]^T\Big[c\Big]\Big[\Phi\Big]=\Big[I\Big]=\alpha\Big[\Phi\Big]^T\Big[m\Big]\Big[\Phi\Big]+\beta\Big[\Phi\Big]^T\Big[k\Big]\Big[\Phi\Big]=\alpha\Big[I\Big]+\beta\Big[\Omega^2\Big]=\Big[2\xi\Omega\Big], \tag{3.87}$$

sendo a matriz $[2\xi\Omega]$ uma matriz diagonal de tal forma que:

$$\Big[\Phi\Big]^T\Big[c\Big]\Big[\Phi\Big]=\Big[2\xi\Omega\Big]=\begin{bmatrix}2\xi\omega_1&0&0\\0&2\xi\omega_2&0\\0&0&2\xi\omega_3\end{bmatrix}. \tag{3.88}$$

De notar que a matriz dos vetores modais normalizados $[\Phi]$ é dada por:

$$\Big[\Phi\Big]=\Big[\Big\{\phi\Big\}_1\quad\Big\{\phi\Big\}_2\quad\Big\{\phi\Big\}_3\Big], \tag{3.89}$$

e os vetores modais $\{\phi\}$ calculados da seguinte forma:

$$\Big\{\phi\Big\}_i=\frac{1}{\sqrt{\Big\{u\Big\}_i^T\Big[m\Big]\Big\{u\Big\}_i}}\Big\{u\Big\}_i,\qquad i=1,2,3. \tag{3.90}$$

Logo, a equação do movimento do sistema na base modal pode ser reescrita:

$$\Big[I\Big]\Big\{\ddot{\eta}(t)\Big\}+\Big[\Phi\Big]^T\Big[c\Big]\Big[\Phi\Big]\Big\{\dot{\eta}(t)\Big\}+\Big[\Omega^2\Big]\Big\{\eta(t)\Big\}=\Big[\Phi\Big]^T\Big\{f(t)\Big\}=\Big\{N(t)\Big\}, \tag{3.91}$$

ou no caso de haver amortecimento proporcional:

$$\Big[I\Big]\Big\{\ddot{\eta}(t)\Big\}+\Big[2\xi\Omega\Big]\Big\{\dot{\eta}(t)\Big\}+\Big[\Omega^2\Big]\Big\{\eta(t)\Big\}=\Big[\Phi\Big]^T\Big\{f(t)\Big\}=\Big\{N(t)\Big\}, \tag{3.92}$$

sendo os vetores $\{\eta(t)\}$, $\{\dot{\eta}(t)\}$ e $\{\ddot{\eta}(t)\}$, os vetores do deslocamento, velocidade e aceleração escritos em coordenadas generalizadas modais, respetivamente.

É possível transformar a equação da resposta em coordenadas cartesianas recorrendo à seguinte transformação:

$$\left\{x(t)\right\} = \left[\Phi\right]\left\{\eta(t)\right\}, \tag{3.93}$$

sendo que resposta pode ser determinada utilizando o integral de Duhamel para cada equação modal:

$$\begin{aligned}\eta_i(t) = &\frac{1}{\omega_{d_i}}\int_0^t \left[N_i(\tau)e^{-\xi_i\omega_i(t-\tau)}\sin(\omega_{d_i}(t-\tau))\right]d\tau \\ &+ e^{-\xi_i\omega_i t}\left[\cos(\omega_{d_i}t) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi_i^2}}\sin(\omega_{d_i}t)\right]\eta(0) \qquad i = 1,2,3, \\ &+ e^{-\xi_i\omega_i t}\left[\frac{1}{\omega_{d_i}}\sin(\omega_{d_i}t)\right]\dot{\eta}(0)\end{aligned} \tag{3.94}$$

com ω_{d_i} igual a:

$$\omega_{d_i} = \omega_i\sqrt{1-\xi_i^2}, \tag{3.95}$$

e sendo $\{\eta(0)\}$ e $\{\dot{\eta}(0)\}$ as condições iniciais do problema em coordenadas generalizadas modais, que estão relacionadas com as coordenadas iniciais cartesianas, podendo a sua relação ser escrita da seguinte forma:

$$\left\{\eta(0)\right\} = \left[\Phi\right]^T\left[m\right]\left\{x(0)\right\} \qquad \left\{\dot{\eta}(0)\right\} = \left[\Phi\right]^T\left[m\right]\left\{\dot{x}(0)\right\}. \tag{3.96}$$

Também é possível determinar a resposta do sistema utilizando métodos de integração numérica direta, [17, 21]

De referir mais uma vez que a dimensão das matrizes e vetores expostos está em concordância com o sistema exemplar da Figura 3.14. Caso o sistema fosse possuidor de mais graus de liberdade, a metodologia seria a mesma e só seria necessário expandir as matrizes e vetores.

3.1.5 Modelo Massa-Mola-Amortecedor de Um Enrolamento

A teoria exposta nas secções anteriores pode ser aplicada, por exemplo, a um modelo de um enrolamento presente num transformador de potência Figura 3.15.

Na prática, um enrolamento é composto por discos de cobre envolvidos num material isolante e espaçadores igualmente espaçados, cuja função é separar os discos de cobre, de modo a ter um melhor arrefecimento. Um enrolamento encontra-se entre dois discos de aperto, um no fundo e um no topo, que restringem o movimento do enrolamento.

A massa do modelo é dada pela massa de cada disco de cobre e a rigidez e o amortecimento são dados pelos espaçadores [22], sendo assim possível descrever a vibração axial do enrolamento através da equação (3.85) apresentada na secção 3.1.4.

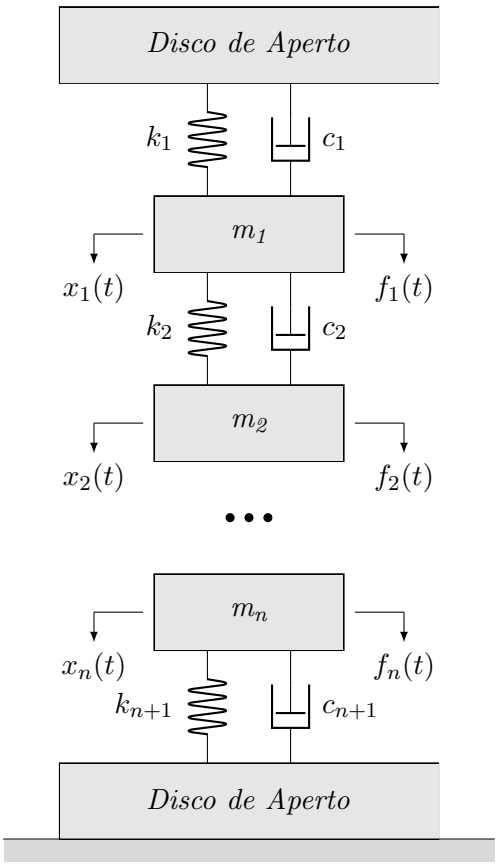


Figura 3.15: Modelo de massa-mola-amortecedor de um enrolamento.

Cada força aplicada em cada disco de cobre pode ser expressa através da equação:

$$f_i(t) = F_i[1 - \cos(2\omega t)], \qquad F_i \propto I^2, \tag{3.97}$$

sendo I e ω a corrente e a frequência nominais e F_i a amplitude da força no disco i [22].

3.2 Origem de Vibrações em Transformadores de Potência

Tal como já foi referido no capítulo introdutório deste trabalho, os transformadores são equipamentos que vibram e, apesar de essas vibrações serem uma forma de dissipação de enrergia desprezável, têm um papel importante na caracterização do seu estado. Isto significa que é possível fazer uma comparação entre dois transformadores iguais e monitorizar o estado de diferentes elementos do interior do transformador, sem necessidade de o tirar de serviço, tendo em conta o espectro de vibração de cada um.

De modo a entender melhor o surgimento destas vibrações nos transformadores de potência, foi realizada uma pesquisa diferenciando a origem das mesmas e os diferentes meios de propagação.

3.2.1 Vibrações no Circuito Magnético

O fenómeno de magnetostrição é a principal fonte de vibrações quando o transformador de potência se encontra em regime em *vazio*, isto é, quando o enrolamento primário se encontra ligado a uma fonte de tensão, apresentando um valor de corrente muito baixo, e o enrolamento secundário se encontra em circuito aberto. Magnetostrição é a denominação dada ao fenómeno caracterizado pela variação das dimensões de um material magnetizável quando submetido a um campo magnético.

Nos transformadores de potência, este fenómeno ocorre no circuito magnético que é composto por um material ferromagnético e que, devido ao campo magnético criado pela passagem de corrente no enrolamento primário, contrai e expande (Figura 3.16). Estas contrações e expansões provocam a vibração do circuito magnético [10, 23].

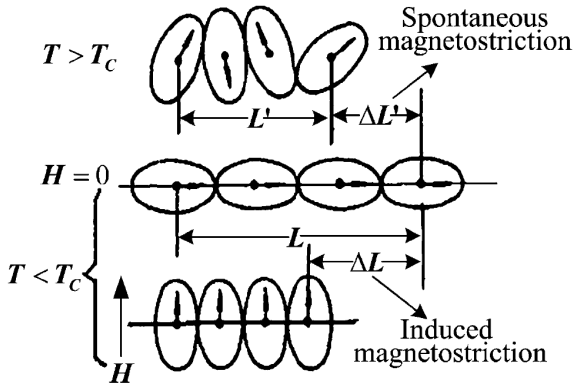


Figura 3.16: Fenómeno de magnetostrição [24].

A magnetostrição é caracterizada pelo coeficiente de magnetostrição ε, que é na realidade a deformação do material:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \tag{3.98}$$

onde as variáveis l e Δl correspondem ao comprimento inicial das chapas metálicas e à variação desse mesmo comprimento. De notar que, o valor de ε ao longo do tempo varia com a densidade de fluxo magnético, sendo que, quanto maior a densidade de fluxo, maior a deformação do material, o que seria totalmente verdade caso o efeito de histerese não estivesse presente [10, 25, 26].

A frequência da força magnetostritiva varia com o dobro da frequência de utilização e seus múltiplos. Uma vez que a frequência da corrente em solo Europeu é igual a 50 Hz, então é de esperar que as frequências da força magnetostritiva sejam 100 Hz, 200 Hz, 300 Hz e assim sucessivamente, uma vez que a força de magnetostrição pode ser expressa pela seguinte equação:

$$F_{total}^{CM} = \sum_{\omega} F_{\omega}^{CM} \sin \omega t, \tag{3.99}$$

sendo o parâmetro F_{total}^{CM} a força magnetostritiva total, ω uma frequência múltipla do dobro da frequência de corrente que alimenta o transformador e F_{ω}^{CM} a força magnetostritiva à frequência ω [22].

As vibrações no circuito magnético dependem também do aperto das chapas magnéticas. Enquanto que as pernas do circuito magnético se encontram amortecidas devido aos enrolamentos que envolvem o circuito, o mesmo não acontece em relação às culassas, sendo esta a região que gera mais vibrações. Assim, a qualidade de aperto das chapas metálicas desempenha um papel muito importante, pois caso não haja um bom aperto, maior será a vibração das culassas [10, 27, 28].

Devido ao circuito magnético ser composto por um conjunto de chapas empilhadas, é também necessário ter uma boa ligação entre chapas nas juntas onde culassa e perna se ligam, de forma a diminuir as vibrações. Estas juntas apresentam pequenas folgas, que na presença de forças magnéticas, também chamadas de forças de relutância ou forças de Maxwell, fazem com que as extremidades das chapas se deformem, e consequentemente causem vibrações e ruído. Apesar das vibrações relacionadas com a magnetostrição serem as mais releveantes, as vibrações devido às forças de relutância não devem ser desprezadas [10, 29, 30].

3.2.2 Vibrações nos Enrolamentos

Um transformador que opere em regime em *carga*, isto é, quando o enrolamento primário se encontra ligado a uma fonte de tensão e o enrolamento secundário se encontra em circuito fechado, a principal fonte de vibrações é os enrolamentos. Estas vibrações são causadas por forças eletromagnéticas, designadas de forças de Lorentz [10, 26].

As forças de Lorentz são o resultado das forças magnéticas e elétricas, devido à existência de campos eletromagnéticos, presentes numa partícula. Estas forças podem ser representadas pela seguinte fórmula matemática:

$$\left\{F\right\} = q\left(\left\{E\right\} + \left\{v\right\} \times \left\{B\right\}\right), \tag{3.100}$$

onde $\left\{F\right\}$ representa a força eletromagnética ou de Lorentz, q a carga da partícula, $\left\{E\right\}$ o campo elétrico, $\left\{v\right\}$ a velocidade da partícula e $\left\{B\right\}$ a densidade de fluxo magnético ou indução magnética.

Estas forças causam vibrações nos enrolamentos, sendo que a frequência das mesmas apresenta sensivelmente o dobro do valor da frequência de utilização, ou seja, a frequência destas vibrações terá um valor perto de 100 Hz, uma vez que a frequência da corrente elétrica em solo Europeu possui o valor de 50 Hz.

As vibrações geradas nos enrolamentos podem ser decompostas segundo as direções axial e radial do enrolamento, sendo que as predominantes são as primeiras. As vibrações radiais só são significativas quando o transformador de potência apresenta enrolamentos de diâmetro superior a 6 metros [10].

De forma a diminuir o deslocamento relativo devido a forças eletromagnéticas no curto-circuito, os enrolamentos são expostos a forças de aperto. Assim, quanto melhor a qualidade de aperto dos enrolamentos, menor será a vibração gerada nos mesmos.

3.2.3 Vibrações Devido ao Sistema de Refrigeração

Como já foi referido anteriormente, os equipamentos que fazem parte do sistema de refrigeração também causam vibrações no transformador. Estas vibrações são provocadas tanto pelas bombas de óleo e/ou ventiladores ou bombas de água, dependendo se a refrigeração da superfície dos radiadores é feita recorrendo a ar ou água, respetivamente.

As vibrações geradas devido aos ventiladores que estão presentes em transformadores com ar forçado dependem de vários fatores, nomeadamente, o fluxo de ar criado pelo próprio ventilador, as dimensões das pás que constituem o componente, e ainda a velocidade de rotação do ventilador.

Em relação às bombas de óleo e água, as vibrações podem ser causadas por grandes fluxos dos fluídos, tal como já foi referido no caso de fluxos de ar elevados no caso dos ventiladores.

De notar, que todos os componentes sujeitos a vibrações devem ser projetados para não entrar em ressonância, caso contrário essas mesmas vibrações serão ampliadas [10].

3.2.4 Propagação das Vibrações

As vibrações enunciadas anteriormente não são geradas na cuba do transformador de potência, o que significa que estas se propagam num meio até chegar às laterais da cuba e serem medidas por acelerómetros.

Um dos meios de transmissão de vibrações num transformador é a própria estrutura, isto porque a parte ativa do transformador está em contacto com a base e a tampa da cuba. Assim, as vibrações geradas na parte ativa são transmitidas à base e à tampa, sendo posteriormente transmitidas às laterais.

O segundo meio de propagação de vibrações corresponde ao óleo presente nos transformadores com refrigeração a óleo. Uma vez que a parte ativa se encontra envolvida no óleo, as vibrações geradas pela mesma são transmitidas ao fluído, que posteriormente transmite à cuba do transformador [10, 24].

O caminho de transmissão referente à estrutura do transformador designa-se de caminho estrutural, enquanto que o caminho de transmissão relacionado com o óleo presente na cuba é apelidado de caminho acústico (Figura 3.17).

As vibrações relativas ao equipamento de refrigeração são transmitidas diretamente à cuba, uma vez que o sistema de refrigeração está ligado à estrutura do transformador.

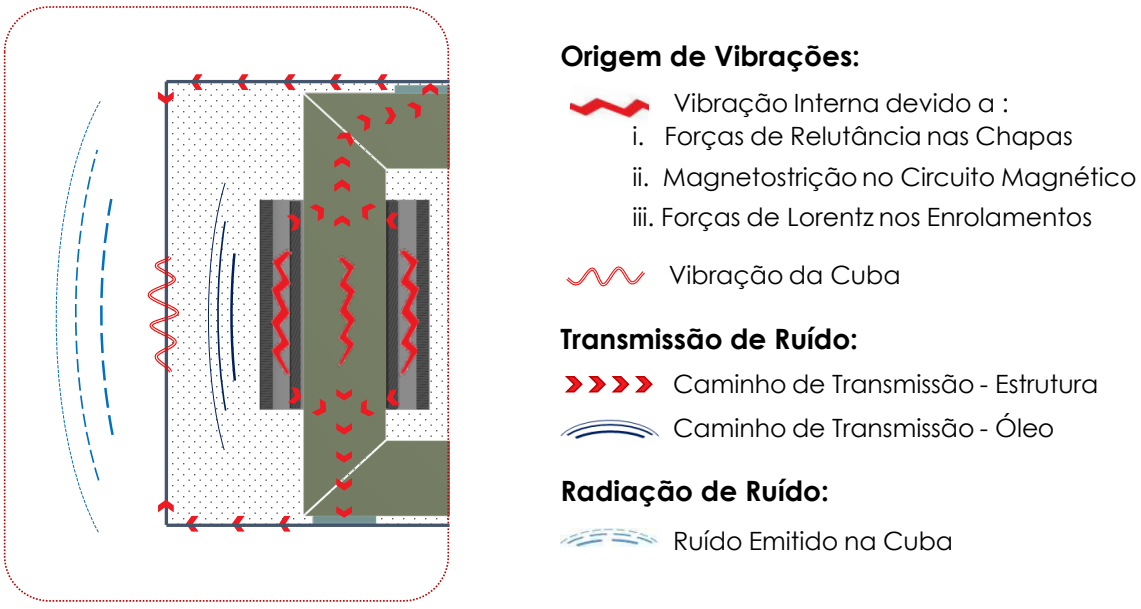


Figura 3.17: Origem das vibrações na parte ativa e meios de propagação das mesmas (disponibilizado pela *Efacec Power Solutions*).

3.3 Análise do Estado de Transformadores com Base em Espectros de Vibrações

Recorrendo a acelerómetros, é possível coletar dados das vibrações geradas no transformador de potência. As vibrações podem ser detetadas diretamente no componente que as origina, ou no exterior da cuba. De referir, que as principais fontes de vibração num transformador de potência são geradas no circuito magnético e nos enrolamentos, ou seja, apesar do equipamento de arrefecimento gerar alguma vibração, esta não é tão significativa quanto as outras duas, logo não será dada ênfase a essas vibrações [31]. Outra razão pela qual não será dado enfoque às vibrações do sistema de refrigeração prende-se com o facto de este trabalho ter como objetivo avaliar somente os componentes da parte ativa, uma vez que o transformador utilizado foi testado sem o sistema de refrigeração.

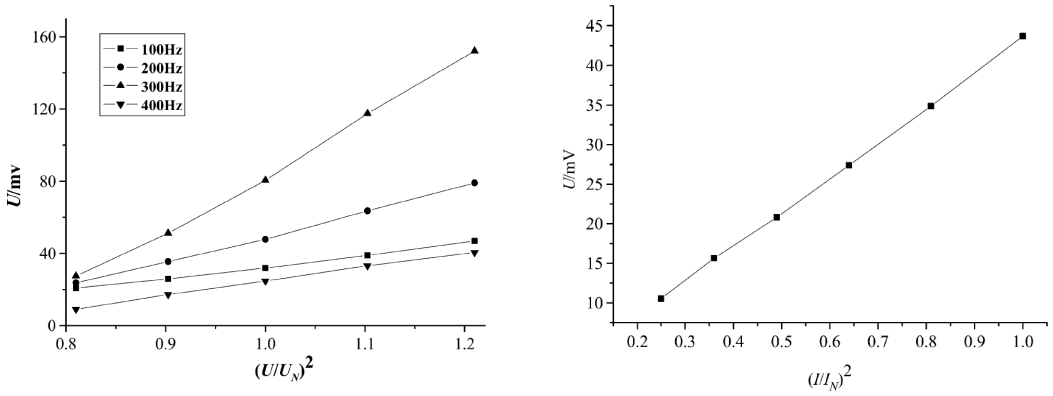
Um transformador apresenta, por natureza, vibrações devido aos vários componentes que o constituem, daí que a análise do espectro de vibrações é utilizada com o objetivo de verificar a condição do mesmo, isto porque, como já foi referido, o decréscimo das forças de aperto tanto nos enrolamentos, como no circuito magnético, amplifica essas vibrações.

Com o objetivo de saber e compreender melhor os estudos que já se realizaram em torno da avaliação de transformadores tendo em conta o seu espectro de vibração, foi feita uma pesquisa de vários artigos, estando essa pesquisa direcionada para estudos que envolvessem medições de aceleração no exterior da cuba, uma vez que no presente trabalho essa medição foi realizada com recurso a acelerómetros no exterior.

Da pesquisa realizada, pôde-se constatar que, segundo Schengchang *et al.* [24], é possível relacionar a vibração adquirida na lateral do transformador com o quadrado da tensão e com o quadrado da corrente, dependendo do tipo de regime de funcionamento (Figuras 3.18a e 3.18b). Para obter estes resultados, o autor analisa a resposta de três acelerómetros na cuba na direção de cada fase do transformador, à mesma altura.

Adquiriram-se os valores da vibração no regime em *vazio*, variando a tensão, e no regime em *carga*, variando a corrente, sendo que no primeiro foi possível verificar uma relação linear entre a aceleração e o quadrado da tensão e no segundo a mesma relação, mas entre a aceleração e o quadrado da corrente.

Para além destes resultados, os autores concluíram que recorrendo ao *On-Load Current Method* é possível detetar anomalias em relação ao circuito magnético, porém este teste foi realizado num transformador de uma só fase e de baixa potência [24].



(a) Aceleração em função da tensão [24].

(b) Aceleração em função da corrente [24].

Figura 3.18: Relação entre a aceleração e a tensão ou corrente.

Na perspetiva de Munir *et al.* [27], a relação com o quadrado da corrente só é válida para algumas frequências. Contudo, é possível caracterizar o estado de dois transformadores idênticos do mesmo fabricante, por comparação da aceleração máxima obtida a uma determinada frequência (Figura 3.19).

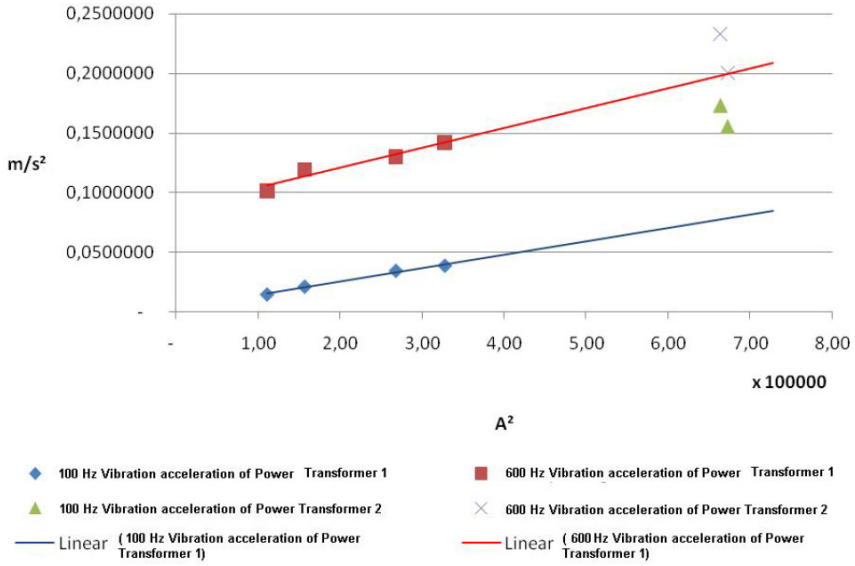


Figura 3.19: Comparação das acelerações de dois transformadores similares, sem e com defeito [27].

Em relação ao estudo feito por Bartoletti *et al.* [28], este utilizou um procedimento que deriva da técnica *speech-recognition*, e mostrou que é possível fazer uma distinção entre transformadores novos que não apresentem deficiências, usados que não apresentem deficiências e transformadores usados que apresentem deficiências.

Com o objetivo de executar esta análise, os autores basearam-se nos parâmetros de distorção harmónica total a baixas frequências, distorção harmónica total a frequências elevadas, no somatório das magnitudes dos quatro primeiros harmónicos e no rácio das magnitudes de 50 Hz e 100 Hz. Estes parâmetros são analisados para cada fase da parte ativa do transformador. De notar que, para que este estudo fosse possível, os acelerómetros foram colocados na superfície lateral da cuba, o mais próximo das fases do transformador [28].

Recorrendo ao método TIFROM-BSS (*Time-Frequency Ratio Mixture – Blind Signal Separation*), Jing *et al.* [32] verificou ser possível a separação das vibrações oriundas de fontes de vibração diferentes, nomeadamente, do circuito magnético e dos enrolamentos. Esta abordagem serve-se da Transformada de Fourier de Tempo-Curto para formular as matrizes de mistura, e posteriormente realizar a separação das vibrações.

Hong *et al.* [22], teve em conta várias análises. Na modelação em elementos finitos e nos testes laboratoriais, concluiu-se que as forças eletromagnéticas criadas pela corrente não são suficientes para alterar a função de resposta em frequência quando a pressão de aperto sob os enrolamentos é elevada. Contudo, quanto menor for o valor da pressão de aperto, maior é a variação da função de resposta em frequência, com ao aumento da corrente.

Nos testes laboratoriais, também se verificou que, à medida que o aperto dos enrolamentos diminui, o rácio entre a variação da frequência natural e o quadrado da intensidade de corretne aumenta, sendo assim possível perceber se o transformador apresenta um bom aperto dos enrolamentos, ou pelo contrário, estes estão soltos.

Finalmente, nos testes de campo, com a aplicação do método GRU (*Gated Recurrent Unit*) obteve-se uma relação entre a variação da amplitude dos harmónicos em função do quadrado da corrente. Esta relação apresenta um comportamento linear no caso de transformadores em condições normais, sem deficiêcias, e um comportamento não linear no caso de transformadores com anomalias, podendo desta forma, distinguir os dois casos expressos anteriormente, em ambiente industrial [22].

Segundo Liu *et al.* [33], em regime em *carga*, perante a frequência de 100 Hz, a variação da aceleração em função do quadrado de corrente é linear. Além disso, verificou-se que a amplitude da aceleração aumenta com a diminuição da pressão de aperto nos enrolamentos. Logo, quanto menor a pressão de aperto, maior o declive da reta que relaciona a amplitude da aceleração com o quadrado da corrente (Figura 3.20).

Por fim, concluiu ainda que, em regime em *carga*, a amplitude da aceleração do circuito magnético é baixa, pois a ordenada na origem das retas obtidas apresenta um valor bastante baixo, sendo desta forma os enrolamentos a provocar a maioria das vibrações.

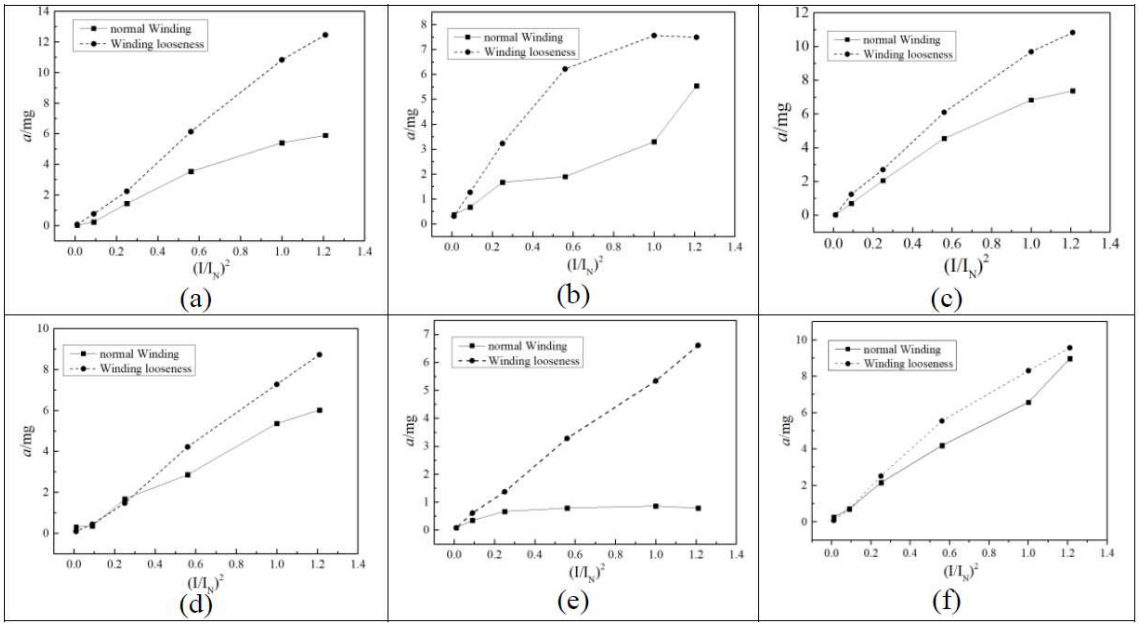


Figura 3.20: Comparação da relação das acelerações em seis pontos de medição, para dois apertos diferentes dos enrolamentos [33].

As conclusões de Zhang *et al.* [34], em relação ao seu estudo, mostram que a vibração do circuito magnético é fracamente afetada pela vibração dos enrolamentos, enquanto que, em sentido contrário, a vibração dos enrolamentos é fortemente afetada pela vibração do circuito magnético.

Conclui-se ainda que os enrolamentos vibram a outras frequências para além dos 100 Hz, quando estão sob excitação do circuito magnético e também que a vibração dos enrolamentos é maioritariamente transmitida até à cuba através do óleo e não pela estrutura em si.

Abordando o estudo de Srikanta Murthy *et al.* [35], este recorreu a vários métodos estatísticos para avaliar transformadores com e sem estrutura de aperto. De todos os métodos estatísticos analisados, verificou-se que só o ASLE e o F-test mostraram ter sensibilidade suficiente para indicar a variação de resposta em frequência entre os dois casos, fazendo a distinção entre ambos.

Finalmente, uma vez que na maioria dos estudos mencionados, relativamente aos ensaios em *vazio*, é feita uma relação entre aceleração e o quadrado da tensão e, na presente dissertação, a relação exposta é entre a aceleração e o quadrado da indução, existe a necessidade de alertar para a possibilidade de fazer a transição do domínio da indução para domínio da tensão e vice-versa, tendo por base a seguinte equação matemática:

$$U_{RMS} = 2\pi f \cdot N \cdot \frac{B_{sat}}{\sqrt{2}} \cdot A_{CM}, \tag{3.101}$$

sendo U_{RMS} o valor da tensão eficaz, f o valor da frequência, N o número de espiras, do enrolamento, B_{sat} a indução de saturação e A_{CM} a área da secção do circuito magnético.

3.4 Dinâmica Não Linear dos espaçadores

Como já foi referido na secção 2.2.2, os espaçadores presentes nos enrolamentos são constituídos por cartão de alta densidade. Este tipo de material apresenta propriedades de rigidez mecânica não lineares, tal como demonstrado por Naranpanawe *et al.* [20, 36]. O autor realizou testes de compressão de espaçadores com diferentes características e verificou que o módulo de compressibilidade depende da força de aperto aplicada no enrolamento (Figura 3.1 da secção 3.1).

Tendo esta informação em conta, é possível tratar o cartão de alta densidade, material que constitui os espaçadores, como um material hiperelástico. Os materiais hiperelásticos apresentam um comportamento não linear da tensão em função da deformação, sendo que essa não linearidade depende de cada material.

Assim, de forma a poder caracterizar este tipo de materiais, é possível recorrer a vários modelos hiperelásticos, por exemplo, Mooney-Rivlin, Ogden, Neo-Hookeano, Yeoh, entre outros. Contudo, deve ser feita uma análise de modo a entender qual desses modelos caracteriza melhor o material pretendido [37].

Esta análise engloba, principalmente, dois aspetos importantes, nomeadamente, a aproximação da curva tensão-deformação do modelo hiperelástico à curva tensão-deformação do material obtida experimentalmente e a verificação de certas inequações necessárias para que o modelo seja válido. Caso as inequações não sejam verificadas.

Além disso, convém referir que cada modelo hiperelástico apresenta características específicas que se devem ter em conta [37, 38], uma vez que todos os modelos possuem determinadas limitações.

Por fim, é necessário referir que alguns modelos apresentam várias ordens de nível tensão-deformação, que estão relacionadas com o número de pontos de inflexão que o modelo consegue assumir. Isto significa que, quanto maior a ordem do modelo escolhido, maior o número de constantes a serem calculadas. Quanto maior o número de parâmetros a serem calculados, mais pontos de inflexão poderá ter a aproximação, resultanto assim numa melhor aproximação, em princípio [37, 38].

Conclui-se assim que, um modelo de ordem superior consegue fazer uma melhor aproximação de um conjunto de dados de tensão-deformação que apresentem maior não linearidade, tal como se demonstra no estudo realizado pelo autor Rao *et al.* [37].

Debruçando sobre o modelo Mooney-Rivlin, modelo hiperelástico que foi utilizado na simulação numérica realizada nesta dissertação, deve-se mencionar que este modelo é aplicado, especialmente, em materiais que apresentem deformação elástica até 100% no caso de tensão e deformação elástica até 30% no caso de compressão. Acrescenta-se ainda que este modelo não é indicado para deformações superiores a 150% [38].

Observando a Figura 3.1 da secção 3.1, verifica-se que as duas limitações do modelo Mooney-Rivlin apresentadas no parágrafo anterior, não são excedidas, uma vez que a deformação elástica máxima apresentada é de cerca de 4%, no caso de compressão.

Como já foi mencionado, alguns modelos apresentam várias ordens de nível de tensão-deformação, sendo o modelo de Mooney-Rivlin um desses casos. Este modelo apresenta 3 ordens, sendo os modelos mais conhecidos por Mooney-Rivlin de Dois Parâmetros, Mooney-Rivlin de Três Parâmetros (ambos de primeira ordem), Mooney-Rivlin de Cinco Parâmetros (segunda ordem), e Mooney-Rivlin de Nove Parâmetros (terceira ordem). Para cada um dos modelos é necessário calcular duas, três, cinco e nove constantes do material, respetivamente. Estas constantes são calculadas a partir das seguintes equações:

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J-1)^2 \tag{3.102}$$

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J-1)^2, \tag{3.103}$$

$$\begin{aligned} W = {} & c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) \\ & + c_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + c_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 + \frac{1}{D_1}(J-1)^2, \end{aligned} \tag{3.104}$$

$$\begin{aligned} W = {} & c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) \\ & + c_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + c_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 + c_{21}(\bar{I}_2 - 3)(\bar{I}_1 - 3)^2 + c_{12}(\bar{I}_2 - 3)^2(\bar{I}_1 - 3) \\ & + c_{30}(\bar{I}_1 - 3)^3 + c_{03}(\bar{I}_2 - 3)^3 + \frac{1}{D_1}(J-1)^2. \end{aligned} \tag{3.105}$$

As equações 3.102, 3.103, 3.104 e 3.105 correspondem aos modelos Mooney-Rivlin de Dois Parâmetros, Mooney-Rivlin de Três Parâmetros, Mooney-Rivlin de Cinco Parâmetros e Mooney-Rivlin de Nove Parâmetros, respetivamente. Os parâmetros $c_{i,j}$ correspondem às constantes a calcular, W à energia potencial elástica, $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ às invariantes de distorção, J à deformação volumétrica elástica e D_1 à incompressibilidade do material [37].

De referir que, em relação ao programa de elementos finitos utilizado nas simulações numéricas realizadas nesta dissertação, todo o cálculo é feito automaticamente pelo próprio programa, assim que se aplica um determinado modelo hiperelástico aos dados de tensão-deformação obtidos experimentalmente, excetuando o parâmetro D_1, que por predefinição do programa de elementos finitos, apresenta um valor nulo.

Contudo, é possível atribuir um valor à variável D_1. Caso contrário, qualquer material caracterizado por este modelo, neste programa de elementos finitos, teria uma valor de D_1 igual a 0, o que corresponderia a ter um material incompressível.

O parâmetro D_1 está relacionado com o coeficiente de Poisson do material. Esta relação é expressa pela seguinte equação [39, 40]:

$$D_1 = \frac{1 - 2\nu}{c_{10} + c_{01}}, \tag{3.106}$$

onde ν é o coeficiente de Poisson e D_1, c_{10} e c_{01} são os parâmetros já mencionados.

Por fim, para que qualquer um dos modelos seja válido, é necessário que estes verifiquem as seguintes inequações:

$$c_{10} + c_{01} > 0, \tag{3.107}$$

$$c_{10} + c_{01} > 0 \quad , \quad c_{20} > 0 \quad , \quad c_{02} < 0 \quad , \quad c_{20} + c_{11} + c_{02} > 0, \tag{3.108}$$

$$c_{10} + c_{01} > 0 \quad , \quad c_{30} > 0 \quad , \quad c_{03} < 0 \quad , \quad c_{30} + c_{21} + c_{12} + c_{03} > 0. \tag{3.109}$$

Os modelos Mooney-Rivlin de Dois Parâmetros e Mooney-Rivlin de Três Parâmetros têm de verificar a inequação (3.107), o modelo Mooney-Rivlin de Cinco Parâmetros tem de verificar as inequações (3.108) e o modelo Mooney-Rivlin de Nove Parâmetros tem de verificar as inequações (3.110) [38].

Focando novamente nos espaçadores presentes nos enrolamentos de um transformador de potência, o autor Naranpanawe *et al.* [20, 36] afirma que o material destes pequenos componentes que constituem o enrolamento apresenta um módulo de compressibilidade variável e que depende da temperatura de funcionamento e dos graus de humidade e de polimerização do próprio material [20, 36].

O grau de polimerização é definido como o número de monómeros existentes num polímero e, quanto maior o seu valor, melhores serão as suas propriedades mecânicas. O seu cálculo é dado pelo rácio entre o peso molecular médio do polímero $\bar{M}_p$ e o peso molecular do monómero que constitui esse polímero M_m [41], tal como representado na equação seguinte:

$$Grau\ de\ Polimerização = \frac{\bar{M}_p}{M_m}. \tag{3.110}$$

Esta pequena abordagem sobre o grau de polimerização tem como principal objetivo explicar o seu significado de uma forma breve e sucinta, uma vez que os espaçadores são pequenos componentes que fazem parte da estrutura do enrolamento e que são constituídos por cartão de alta densidade, ou seja, estes elementos são formados por cadeias poliméricas de celulose, sendo estas compostas por anéis de glicose [36]. Isto significa também que a glicose representa o monómero das cadeias de celulose.

Ainda relativamente ao grau de polimerização deste material, é importante referir que o calor faz aumentar a mobilidade das moléculas, enfraquecendo as ligações intermoleculares de hidrogénio tornando as cadeias de celulose mais curtas, o que leva a uma diminuição do grau de polimerização e, consequentemente, a uma diminuição das propriedades mecânicas [36]. Este fenómeno denomina-se por envelhecimento térmico.

A humidade também apresenta um papel importante na diminuição das propriedades mecânicas do cartão de alta densidade, pois quando as moléculas de água entram em contacto com este material, estas também quebram ligações de hidrogénio, encurtando as cadeias de celulose, o que leva à diminuição do grau de polimerização e das propriedades mecânicas do material, tal como no caso do envelhecimento térmico [36].

Capítulo 4

Transformadas de Fourier e Wavelet

No domínio das vibrações, é comum realizarem-se análises temporais, de frequência e de tempo-frequência das ondas de vibração obtidas, de modo a analisar o comportamento dinâmico em função do tempo ou da frequência. Com o intuito de perceber melhor estes os tipos de análises de sinais, são descritas as principais características de cada uma delas.

A análise temporal relaciona a magnitude da grandeza a medir com o tempo de medição decorrido. No caso da recolha de dados recorrendo a um acelerómetro, esta análise pode ser feita utilizando os dados retribuídos pelo próprio acelerómetro, devolvendo este a aceleração da vibração ao longo do tempo. Com o auxílio de um computador, pode-se visualizar a onda da aceleração de vibração e ver a sua variação em função do tempo.

Relativamente à análise de frequência, esta estabelece uma relação entre a magnitude da grandeza a medir e as várias frequências do sinal. A análise de Fourier, através das suas transformadas, possibilita a passagem do domínio do tempo para o domínio da frequência. Utilizando o mesmo exemplo da obtenção de dados com recurso a acelerómetros, esta análise pode ser realizada aplicando a Transformada Discreta de Fourier ou a Transformada Rápida de Fourier, à análise temporal da aceleração da vibração, sendo que a última representa um algoritmo que elimina a maioria dos cálculos redundantes da Transformada Discreta de Fourier, tornando a sua aplicação mais rápida [42]. Assim, é possível fazer a transição do domínio temporal para o domínio da frequência, e visualizar qual é a magnitude da aceleração correspondente a cada frequência do sinal.

Por fim, a análise tempo-frequência representa as frequências do sinal obtido, em função do intervalo de tempo em que estas ocorrem. Esta análise pode ser realizada, por exemplo, recorrendo à Tranformada de Fourier de Tempo-Curto ou às Transformadas Wavelet, e às suas representações gráficas em espectogramas e escalogramas, respetivamente.

De modo a estudar o sinal obtido, a escolha das análises mais adequadas a realizar deve ser feita, tendo em conta o fenómeno que se pretende estudar, que está internamente ligado ao ensaio experimental executado.

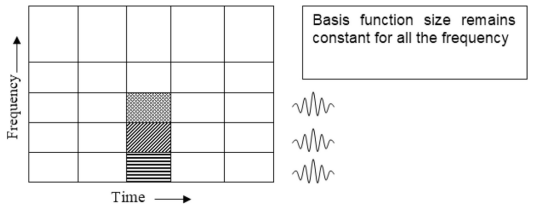
Nos casos em que os sinais avaliados são estacionários, não é necessária informação temporal, uma vez que o sinal se repete ao longo do tempo sem que haja interferência, uma análise em frequência pode ser suficiente. Um exemplo de um sinal deste tipo será um simples harmónico ou um somatório destes.

Por outro lado, se houver uma interferência num sinal estacionário e o objetivo seja saber quando essa interferência acontece, ou caso se pretenda localizar e calcular determinadas frequências sentidas ou ouvidas num sinal não estacionário, então é necessário realizar uma análise tempo-frequência [43].

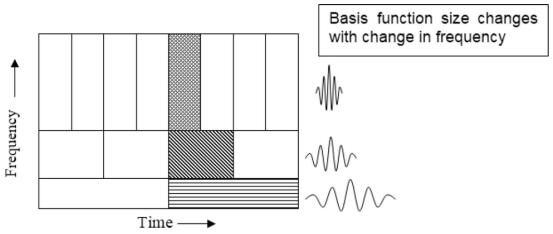
Apesar de no presente trabalho não se ter realizado um estudo deste tipo, é de realçar que este poderia ser importante, por exemplo, para fazer uma avaliação da vibração captada na cuba de um transformador, que durante essa análise tivesse sofrido um curto-circuito, e se quisesse saber o momento em que ocorreu o mesmo, bem como a frequência de vibração captada pelos acelerómetros. Outra situação em que esta análise poderia ser vantajosa, seria no caso de se pretender captar a frequência de vibração referente a fontes externas, por exemplo impactos externos, e o instante em que as mesmas aconteceriam.

Debruçando sobre a análise em tempo-frequência, a Tranformada de Fourier de Tempo-Curto apresenta uma escala fixa, onde a resolução no domínio do tempo depende da resolução do domínio da frequência e vice-versa (Figura 4.1a). Assim, se a resolução em frequência for alta, a resolução em tempo é baixa, e o mesmo no sentido inverso. Desta forma, a escala fixa é uma grande desvantagem desta transformada, que se relaciona com a perda de informação relativamente ao domínio temporal ou da frequência. Esta situação acontece no caso de um sinal ser não estacionário e apresentar certos intervalos com frequências elevadas e outros com frequências baixas [44, 45].

Recorrendo às Transformadas Wavelet, é possível ultrapassar o obstáculo da resolução de tempo e frequência da transformada anterior. O termo *wavelet* significa *onda pequena*, e ao contrário da Transformada de Fourier de Tempo-Curto, este tipo de transformadas possuem escala variável, tendo desta forma multi-resolução nos domínio do tempo e frequência (Figura 4.1b) [44, 46].



(a) Transformada de Fourier de Tempo-Curto (TFTC).



(b) Transformadas Wavelet (TW).

Figura 4.1: Resolução tempo-frequência da Transformada de Fourier de Tempo-Curto e das Transformadas Wavelet [44].

De uma forma simplificada, este método consiste na utilização de uma *mother-wavelet*, que numa primeira fase, cobre todo o domínio temporal do sinal obtido, de modo a que seja possível retirar as frequências mais baixas. De seguida, reduz-se a escala da onda original para metade, e desloca-se a nova *wavelet* de maneira a varrer todo o domínio temporal. Este processo é repetido várias vezes, sendo que a escala da onda do patamar atual é sempre metade em relação à escala da onda do patamar anterior. À medida que se utilizam *wavelets* de escala cada vez mais reduzida, a resolução no domínio do tempo melhora, mas a resolução no domínio frequência piora, pois perante boa resolução temporal só é possível detetar frequências mais elevadas. Contudo, as baixas frequências já são conhecidas devido à utilização de *wavelets* de grande escala, que apresentam boa resolução no domínio da frequência e baixa resolução no domínio do tempo [46, 47]. Devido a esta multi-resolução, as *wavelets* são uma ferramenta poderosa na análise tempo-frequência de sinais, e no processamento de sinal e de imagem.

Para além desta propriedade, existem vários tipos de Transformadas Wavelet, tal como se pode ver na Figura 4.2, o que mostra que a utilização de um determinado tipo de *wavelet* pode ser vantajosa para um propósito, porém numa outra situação, pode-se tirar mais benefício em utilizar outro tipo de *wavelet*. Desta forma, é necessário ter algum conhecimento da área em que se está a aplicar este tipo de transformadas [44, 46]. No caso da Transformada de Fourier de Tempo-Curto, isto não acontece, uma vez a Transformada de Fourier deriva sempre de uma função seno ou cosseno, logo apresenta sempre o mesmo aspeto [46, 47].

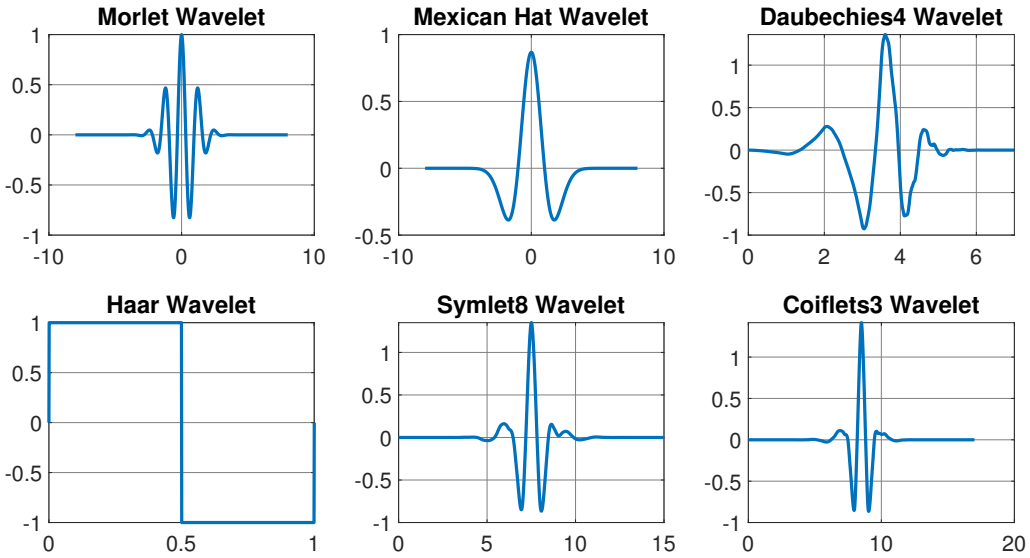


Figura 4.2: Alguns exemplos de *wavelets*.

Apesar de não se ter recorrido às Transformadas Wavelet no presente trabalho, nas Figuras 4.3 e 4.4 está exemplificada a utilização destas transformadas em dois sinais obtidos. Observando os mesmo, verifica-se que o sinal obtido apresenta as mesmas frequências em todo o domínio temporal de medição, e sempre com a mesma magnitude de aceleração. Assim, confirma-se a estacionariedade do sinal referida anteriormente.

Analisando o gráfico apresentado na Figura 4.3 é possível observar que o sinal apresenta algum ruído que é evidenciado pelas zonas mais claras. Além desta informação, pode-se também verificar que a frequência de 50 Hz apresenta uma diminuição da magnitude de aceleração, ao longo do tempo, para este sinal específico.

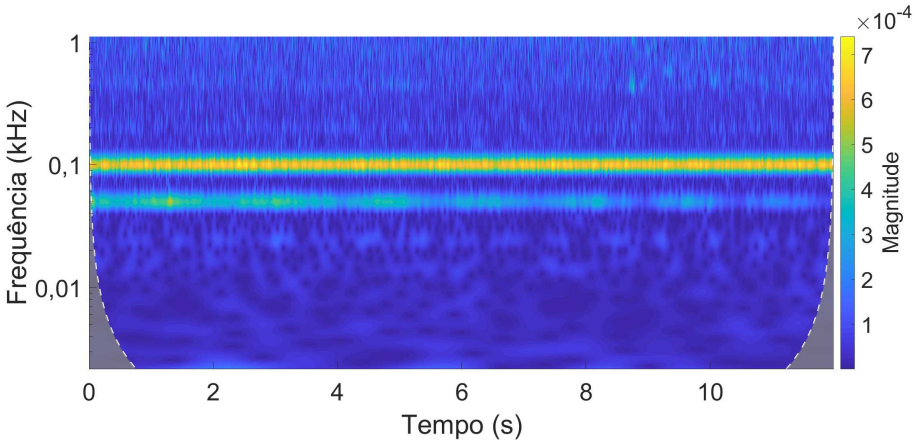


Figura 4.3: Aplicação das Transformadas Wavelet no sinal obtido no ponto 1 do painel 1 no ensaio em *carga* a 34 A (10% I_{n}).

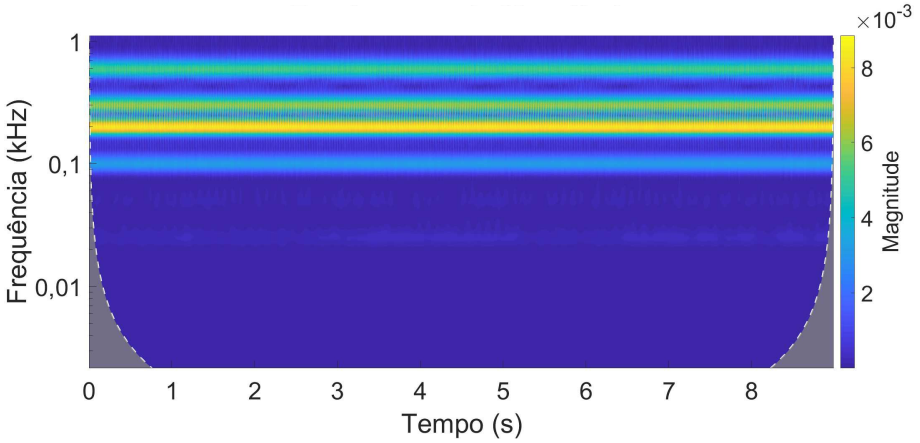


Figura 4.4: Aplicação das Transformadas Wavelet no sinal obtido no ponto 1 do painel 1 no ensaio em *vazio* a 1,3 T.

Já no caso da Figura 4.4 não se observa ruído no sinal obtido, uma vez que as zonas mais claras são inexistentes, porém é possível constatar que este sinal apresenta uma contribuição de um maior número de frequências.

Conclui-se assim, que as Transformadas Wavelet têm um melhor desempenho na análise tempo-frequência, relativamente à Transformada de Fourier de Tempo-Curto em grande parte dos sinais obtidos, uma vez que na sua generalidade, os sinais são não estacionários, ou ainda porque se pretendem detetar singularidades e/ou descontinuidades de um sinal, ou simplesmente porque é necessária uma melhor resolução nos domínios do tempo e frequência [44, 46].

Capítulo 5

Análise Experimental do Transformador

Os ensaios relativos às medições da aceleração em vários pontos do transformador foram realizados no Laboratório de Ensaios de Alta Tensão da empresa *Efacec Energia, Máquinas e Equipamentos Eléctricos, S.A.* Os ensaios efetuados dividem-se em dois tipos, em *vazio* e em *carga*, sendo que a distinção entre os mesmos está relacionada com os fenómenos eletromagnéticos que ocorrem em cada um dos casos.

Na realização de ambos os ensaios, recorreu-se a um protótipo de um transformador *CORE* de três fases que não inclui sistema de refrigeração e cuja cuba se apresenta dividida em vários painéis (Figura 5.1).

Figura 5.1: Protótipo utilizado em ambos os ensaios.

No ensaio em *vazio*, mediu-se a aceleração em 108 pontos da cuba do transformador distribuídos por 18 painéis, sendo que cada painel possui 6 pontos. Neste ensaio, optou-se por alimentar o transformador a um determinado valor de indução e, de seguida, realizar a medição da aceleração em todos os pontos de cada painel. Repetiu-se este procedimento para cada nível de indução pretendido, começando no nível de indução mais baixo para o mais elevado.

Focando no ensaio em *carga*, só foram medidas as acelerações nos 6 pontos de 10 painéis, sinalizados a sombreado na Figura 5.2. Ao contrário do ensaio em *vazio*, em regime em *carga*, adotou-se outro método de medição. Neste caso, optou-se por, em cada painel, realizar a medição da aceleração para todos os níveis de corrente, começando no nível de corrente mais baixo para o mais elevado.

Apesar de ambos os métodos de medição serem similares, na secção 6.2.2, verificar-se-á que o transformador necessita de um intervalo de tempo para estabilizar as vibrações derivadas das forças relativas a fenómenos eletromagnéticos que ocorrem na parte ativa. Isto significa que sempre que se altera o nível de corrente ou indução é necessário deixar que o transformador estabilize, para que as vibrações medidas sejam o mais precisas possível.

Relativamente aos painéis, estes estão organizados como demonstrado nas Figuras 5.2, sendo BT o lado de baixa tensão e AT o lado de alta tensão do transformador. Quanto aos pontos de medição, a organização destes depende do painel a analisar, uma vez que as dimensões gerais são diferentes em alguns painéis. As dimensões gerais dependem do formato de cada painel. A organização dos pontos nos vários painéis é mostrada nas Figuras 5.3 e 5.4.

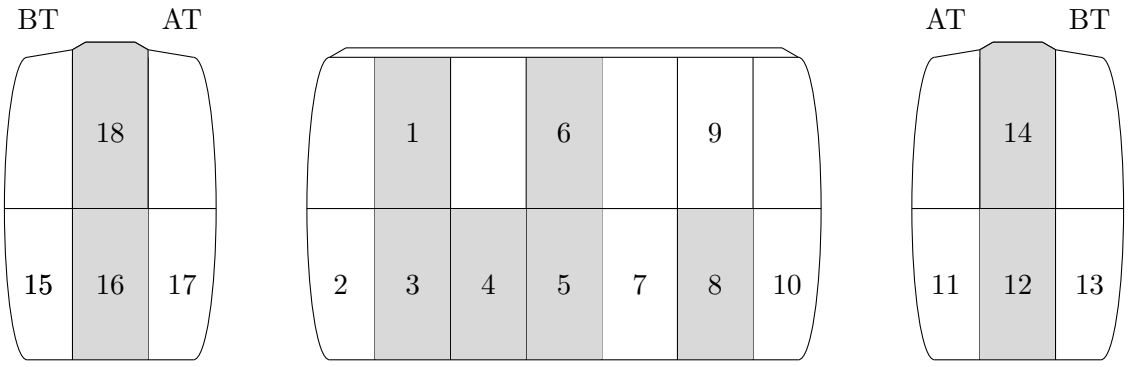


Figura 5.2: Numeração dos painéis do transformador nos quais se realizaram medições.

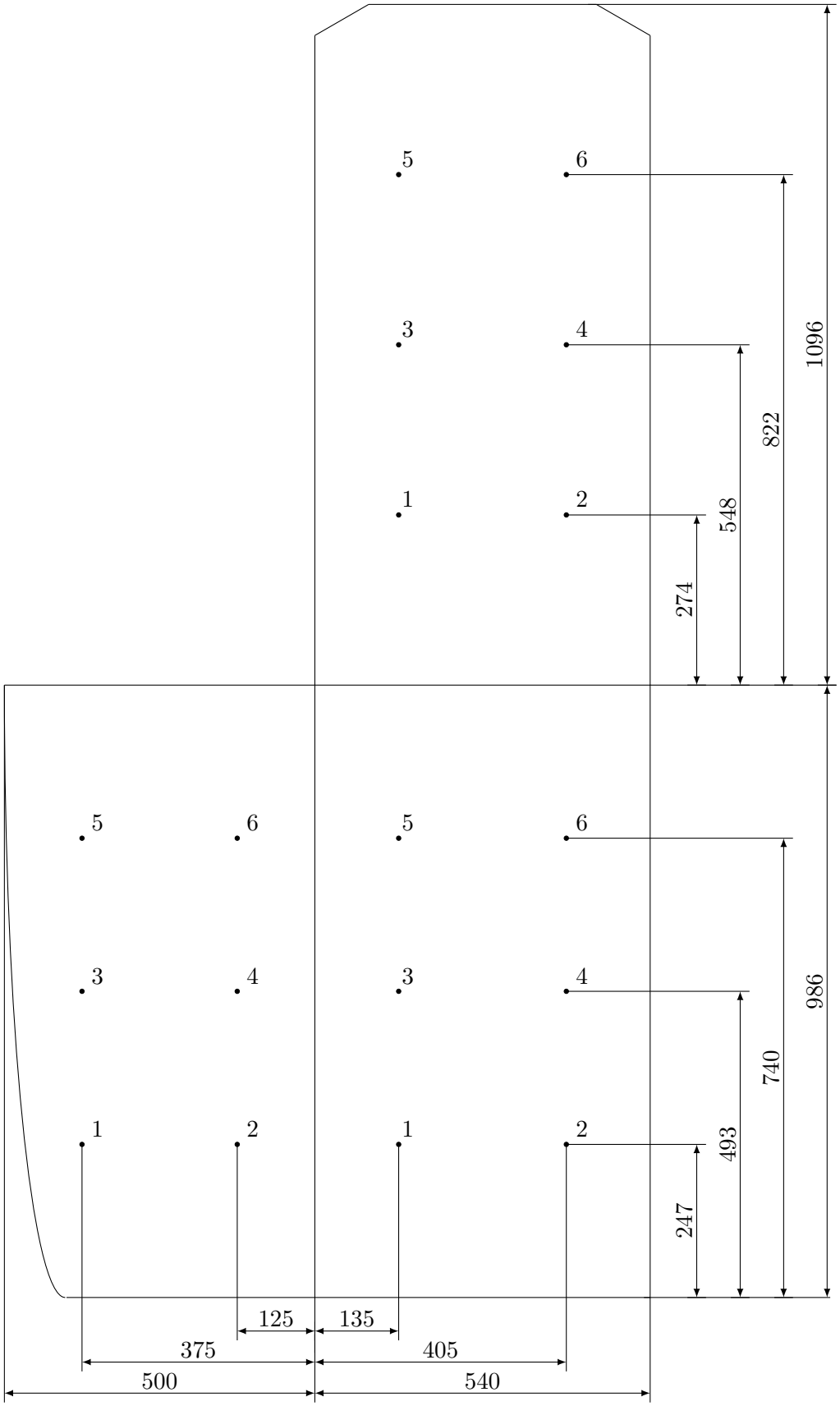


Figura 5.3: Disposição dos pontos nos painéis da face lateral da cuba.

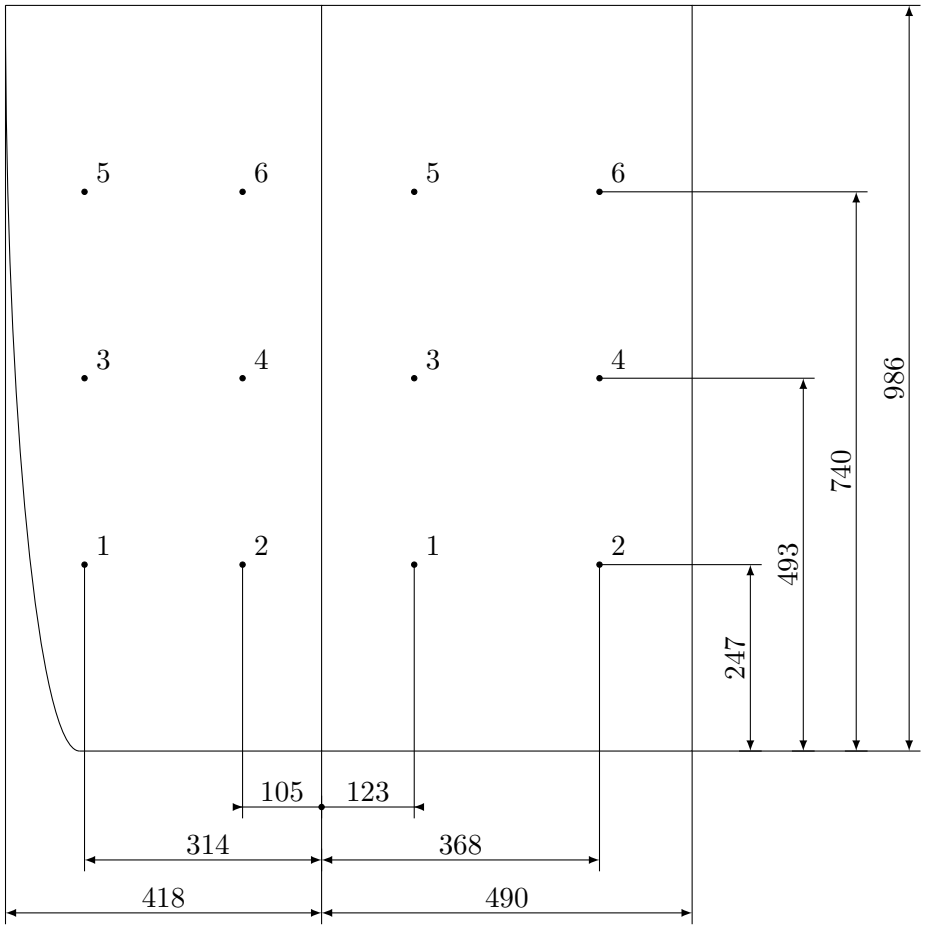


Figura 5.4: Disposição dos pontos nos painéis da face frontal da cuba.

5.1 Procedimento Experimental

As medições foram realizadas para cada ponto, ao longo de 4 níveis de indução magnética distintos, sendo estes, 1,3 T, 1,5 T, 1,7 T e 1,78 T, onde o último representa o valor de indução magnética quando o transformador de potência está sob a tensão nominal.

Quanto ao ensaio em regime em *carga*, efetuaram-se medições nos 6 pontos dos painéis 1, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 14, 16 e 18 do transformador, sinalizados a sombreado na Figura 5.2.

Devido às limitações do Laboratório de Ensaios de Alta Tensão da Efacec, o ensaio em *carga* consistiu em fazer o curto-circuito entre as travessias de baixa tensão (BT). Verificou-se que em algumas medições, o ruído de fundo apresentava alguma comparticipação na amplitude da vibração obtida. Por esta razão, neste ensaio realizaram-se duas medições para cada ponto e cada um dos cinco níveis de corrente predefinidos. Os valores de corrente considerados foram 34 A, 68 A, 115 A, 169 A e 338 A, que correspondem a 10%, 20%, 34%, 50% e 100% da corrente nominal, respetivamente.

O *hardware* utilizado, tanto no ensaio em *carga* como no ensaio em *vazio*, foi igualmente composto por 6 acelerómetros, cujas especificações se encontram na Tabela 5.2, para cada ponto de cada painel.

Tabela 5.1: Especificações dos acelerómetros utilizados.

	Modelo do Acelerómetro	Sensibilidade	Alcance
Ponto 1	PCB Piezotronics Model 352A24	± 10 mV/(m/s^2)	± 49000 mV/(m/s^2)
Pontos 2, 3 e 4	Brüel & Kjær Type 4507-B-004	± 10 mV/(m/s^2)	± 49000 mV/(m/s^2)
Pontos 5 e 6	Brüel & Kjær Type 4535-B-001	± 10 mV/(m/s^2)	± 50000 mV/(m/s^2)

Além do conjunto de acelerómetros piezoelétricos, é necessário todo um sistema de aquisição de dados para realizar o processamento dos sinais captados pelos acelerómetros utilizados.

O sistema de aquisição era composto por um chassis de aquisição cDAQ-9188 da National Instruments, com capacidade para oito módulos de aquisição, e dois módulos de aquisição de sinais dinâmicos NI-9234, também da National Instrumentes. As especificações relativas aos módulos de aquisição NI-9234 estão representadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Especificações dos módulos de aquisição utilizados.

	Canais	Alcance de Sinal	Frequência de Aquisição Máxima
Modulo de Aquisição NI-9234	Quatro canais BCN	± 5 V	51200 amostras/s/canal

De notar que os módulos de aquisição fazem a ligação entre os acelerómetros piezoelétricos e o chassis de aquisição, enquanto que o chassis de aquisição faz a ligação entre os módulos de aquisição e o computador.

A fixação do acelerómetro do ponto 1 de cada painel foi realizada aplicando cera de abelha na face do acelerómetro que fica em contacto com a cuba. Os restantes acelerómetros foram fixados magneticamente (Figura 5.5).

Figura 5.5: Acelerómetros fixos num painel de medição.

Uma vez que se pretende estudar o espectro de frequência num intervalo de 0 Hz a 1000 Hz, optou-se por uma frequência de amostragem de 2560 Hz, pois segundo o Teorema de Nyquist, a frequência de amostragem deve ser, no mínimo, 2,56 vezes superior à frequência máxima que se pretende analisar, sendo esta frequência máxima denominada por frequência de Nyquist [48, 49].

Antes de cada medição, os 6 acelerómetros eram colocados nos pontos de medição correspondentes de um determinado painel. De seguida, alimentava-se o transformador controlando o nível de tensão e de corrente, dependendo se o ensaio a realizar era em *vazio* ou em *carga* respetivamente, e procedia-se à medição da aceleração da vibração recorrendo também a um computador para fazer a coleta de dados.

Por fim, recorreu-se ao programa MATLAB® com o intuito de se analisarem os dados em várias perspetivas. Foram programadas rotinas de forma a compilar a informação relativa aos dados obtidos nos ensaios e entender melhor as características da vibração em ambos os ensaios realizados.

Na Figura 5.6 é apresentado um fluxograma que visa à melhor compreensão das etapas realizadas desde a obtenção dos dados através dos acelerómetros até à análise dos resultados experimentais obtidos.

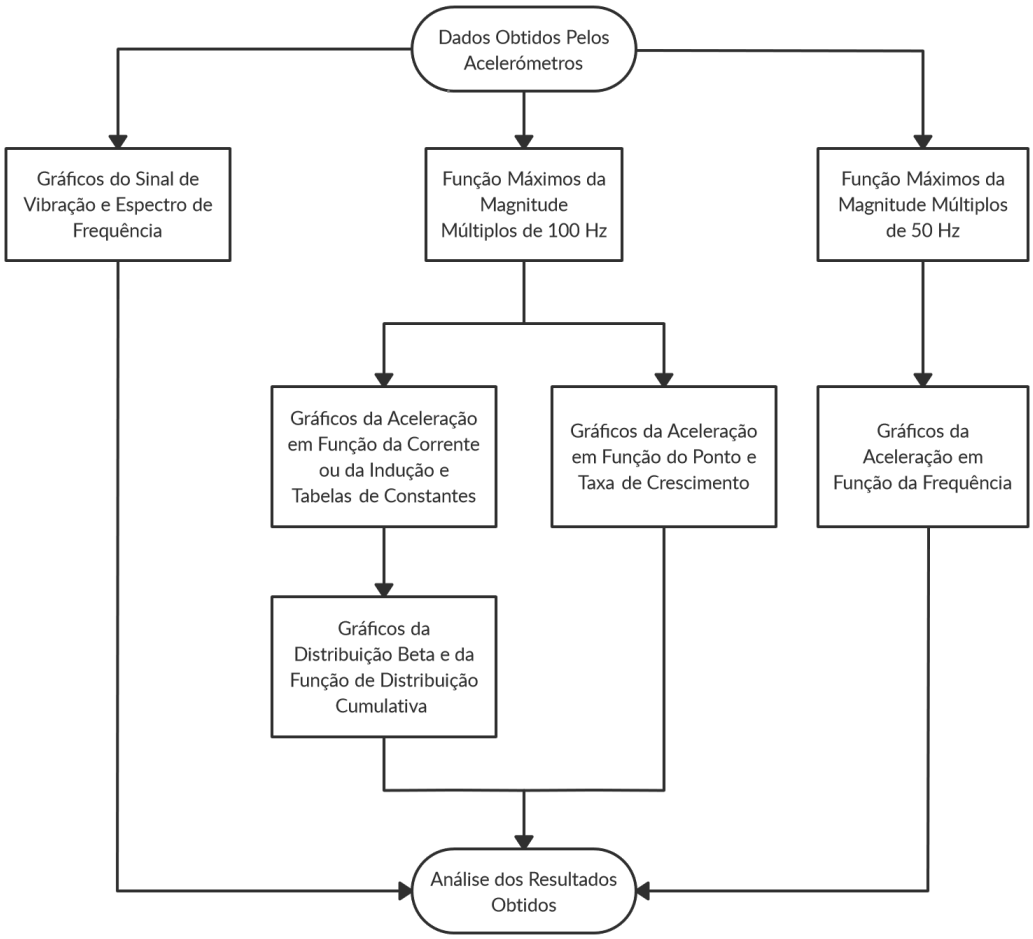


Figura 5.6: Fluxograma da conceção dos gráficos.

De notar que, dado que a vibração da parte ativa do transformador no regime em *carga* e no regime em *vazio* corresponde a um sinal estacionário para qualquer ponto e qualquer valor de corrente ou indução, e uma vez que não foi provocada nenhuma falha durante os ensaio, então uma análise em frequência é suficiente para fazer um estudo do sinal obtido em cada acelerómetro. Desta forma, em todas as rotinas posteriormente mencionadas, recorreu-se à Transformada Rápida de Fourier para fazer a transição do domínio do tempo para o domínio da frequência, fosse por intermédio de uma função que auxiliasse o *script* principal ou pela aplicação direta no *script* principal.

5.2 Tratamento dos Dados Obtidos

Com o intuito de analisar as possíveis correlações entre a aceleração da vibração dos pontos de medição e a corrente, no ensaio em *carga*, e a aceleração da vibração dos pontos de medição e a indução, no ensaio em *vazio*, e fazer comparações posteriores com a literatura estudada, analisaram-se todos os pontos, painel a painel, para cada frequência múltipla de 100 Hz.

A razão para serem analisadas as frequências múltiplas de 100 Hz está relacionada com a observação do espectro de frequência em cada ponto de cada painel, uma vez que se verifica que estas frequências são mais preponderantes em relação às restantes, validando assim a resposta vibratória do sistema com a relação da frequência elétrica da alimentação do transformador e os fenómenos eletromagnéticos que dão origem às forças de excitação, em ambos os ensaios realizados.

5.2.1 Sinal de Vibração e Espectro de Frequência

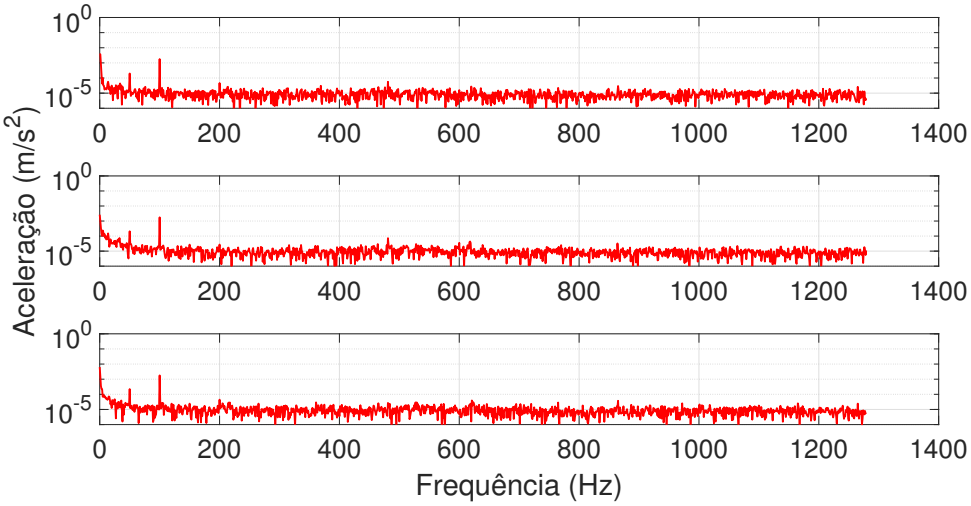
De modo a ser possível visualizar o espectro de frequência em cada ponto de cada painel para ambos os ensaios, foi concebida uma rotina que permite realizar a transição do domínio temporal, dos dados obtidos pelos acelerómetros, para o domínio da frequência, através da aplicação da Transformada Rápida de Fourier.

Tanto no presente *script*, como nas funções concebidas para auxiliar outros *scripts* principais referentes a outras análises, as linhas associadas à aplicação da Transformada Rápida de Fourier foram adaptadas de um ficheiro disponibilizado pelo autor Shawhin Talebi na sua página do Github [50].

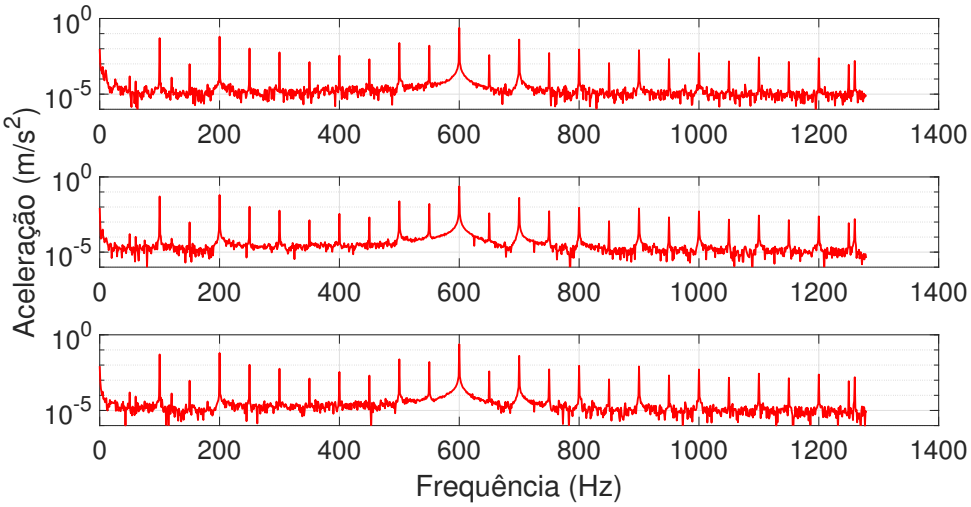
As principais alterações efetuadas foram a mudança de escala do eixo vertical para uma escala logarítmica e a alteração da resolução do domínio da frequência para 1 Hz, que é um valor mais próximo do utilizado em análises em frequência no campo industrial.

Esta última alteração é realizada considerando um intervalo de tempo que contenha um número de amostras igual ao valor da frequência de amostragem, ou seja, considerando intervalos de tempo de 1 segundo. Porém, para recorrer a esta abordagem, é necessário verificar que não há grande variação no espectro de frequências em vários intervalos desta magnitude.

Observando as Figuras 5.7a e 5.7b, confirma-se que não há grande variação no espectro de frequências nos três primeiros intervalos de 1 segundo, [0 s, 1 s], [1 s, 2 s] e [2 s, 3 s].



(a) Ensaio em *carga*, primeira medição, para uma corrente de 10 A.



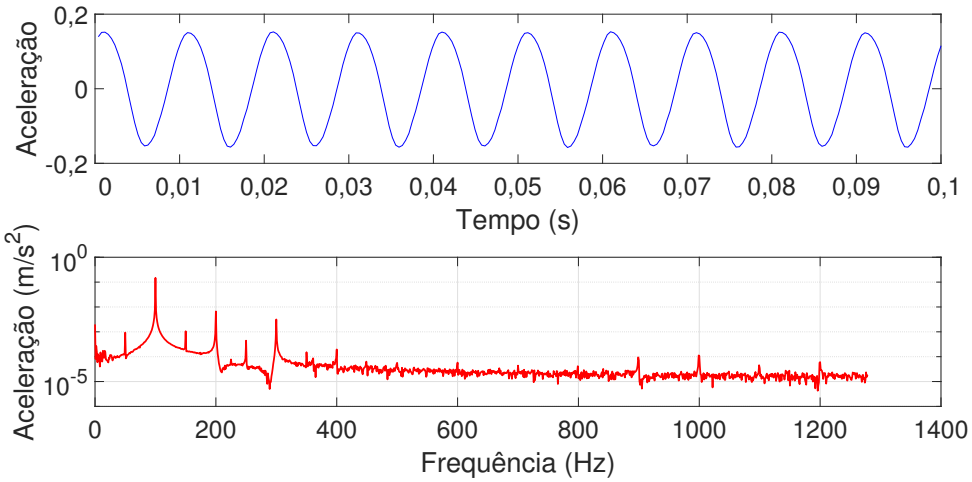
(b) Ensaio em *vazio*, para uma indução de 1,78 T

Figura 5.7: Exemplo dos espectros de frequências obtidos para o ponto 1 do painel 3, nos intervalos [0 s, 1 s], [1 s, 2 s] e [2 s, 3 s], de cima para baixo, em ambos os ensaios.

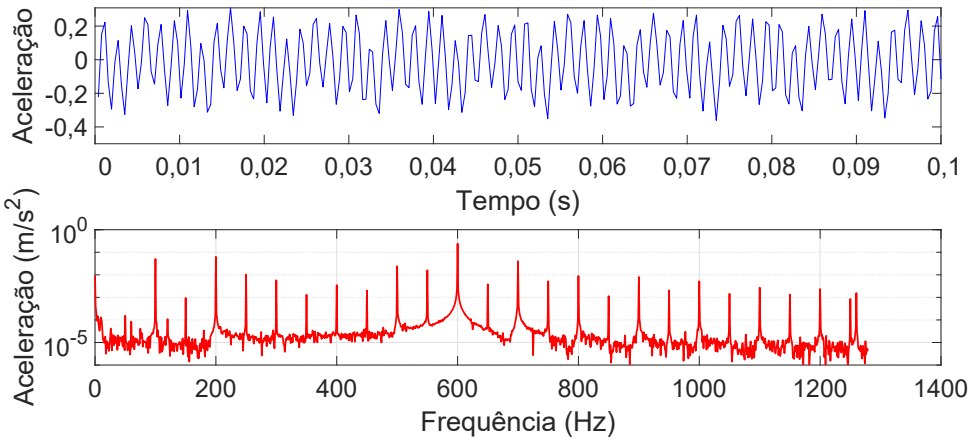
Para tornar os resultados mais realistas, após a aplicação da Transformada Rápida de Fourier nos intervalos de tempo [0 s, 1 s], [1 s, 2 s] e [2 s, 3 s], efetuou-se a média dessa mesma aplicação nos três intervalos de tempo. Finalmente, é realizado o cálculo dos valores de aceleração no domínio da frequência, recorrendo à média anteriormente mencionada.

Esta abordagem pode ser evidenciada na rotina utilizada para reproduzir os gráficos do sinal de vibração e do espectro de frequência, para cada ponto, que está presente no Anexo C.

A presente rotina lê os ficheiros que contêm os valores de aceleração obtidos pelos acelerómetros, devolvendo, posteriormente, um gráfico representativo da onda de aceleração da vibração obtida diretamente pelos acelerómetros e um outro gráfico referente ao espectro de frequência dessa mesma onda. Estes gráficos são produzidos para cada ponto de cada painel, e para cada nível de indução ou corrente. Dois exemplos do *output* deste programa podem ser observados nas Figuras 5.8a e 5.8b.



(a) Ensaio em *carga*, primeira medição, para uma corrente de 100 A.



(b) Ensaio em *vazio*, para uma indução de 1,78 T

Figura 5.8: Onda de aceleração e espectro de frequência obtidos no ponto 1 do painel 3.

Desta forma, no ensaio em *vazio* foram consideradas as frequências entre 100 Hz e 600 Hz, inclusive, uma vez que é neste intervalo que se encontram as frequências que apresentam uma maior contribuição na vibração gerada pelo circuito magnético [10]. Observando os espectros de frequência obtidos no ensaio em *vazio* (Figura 5.8a), verifica-se também uma maior preponderância das frequências que se encontram neste intervalo.

Relativamente ao ensaio em *carga*, só foram consideradas as frequências entre 100 Hz e 300 Hz, pois a magnitude da aceleração para frequências superiores a 300 Hz é bastante baixa, como também se pode confirmar analisando os espectros de frequência relativos a este ensaio (Figura 5.7b).

Outra abordagem teve por base uma função concebida em código MATLAB® que permite retirar os valores máximos correspondentes às frequências múltiplas de 100 Hz, até 1000 Hz, das acelerações da vibração de cada ponto, para cada valor de indução e de corrente, dependendo do tipo de ensaio.

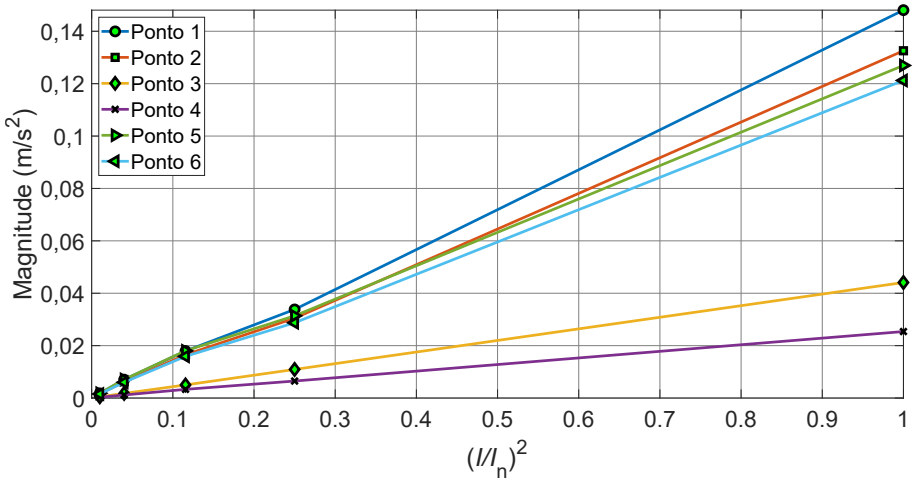
5.2.2 Aceleração em Função da Corrente/Indução

Focando na função que auxilia o *script* principal, verificou-se que ao correr a mesma, alguns dos valores máximos da magnitude de aceleração poderiam não ocorrer para o valor exato de um múltiplo de 100 Hz, mas sim para um valor muito próximo dessa frequência.

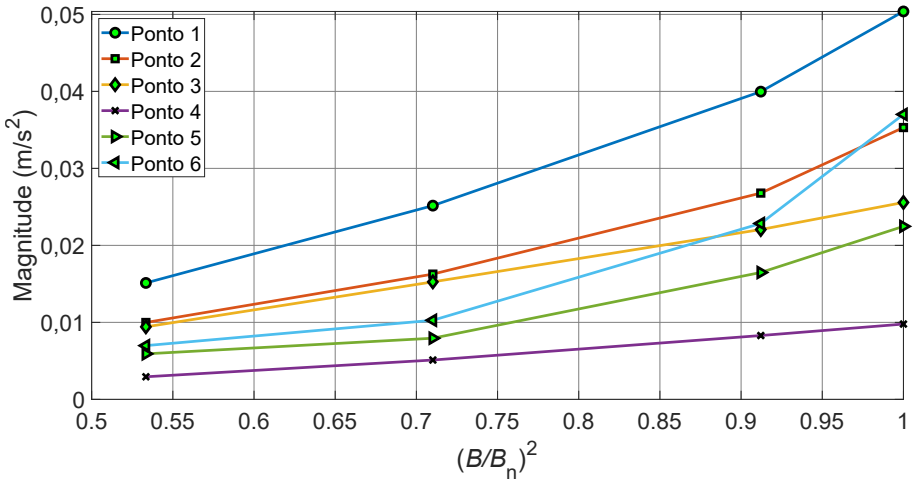
Realizando uma análise mais aprofundada, chegou-se à conclusão que se fosse implementado um intervalo de [-5 Hz, +5 Hz] em torno dessas frequências, conseguia-se obter sempre um máximo da magnitude de aceleração. Assim, optou-se por se considerar um intervalo de [-5 Hz, +5 Hz] em cada frequência múltipla de 100 Hz, de modo a obter os valores máximos da aceleração para as várias frequências, até 1000 Hz.

De seguida, o *script* principal desenvolvido serve-se das magnitudes da aceleração da vibração obtidas na função anterior e elabora os gráficos que relacionam a aceleração com o quadrado da corrente ou com o quadrado da indução, no caso do ensaio em *carga* ou em *vazio*, respetivamente.Cada gráfico representa o comportamento da aceleração nos 6 pontos de cada painel, para uma determinada frequência, tal como representado nas Figuras 5.9a e 5.9b.

Além do estudo do comportamento da aceleração em função do quadrado da corrente ou da indução, o *script* principal foi desenvolvido com o intuito de realizar outras análises.



(a) Painel 3 no ensaio em *carga*, primeira medição, para a frequência de 100 Hz.



(b) Painel 3 no ensaio em *vazio*, para a frequência de 100 Hz.

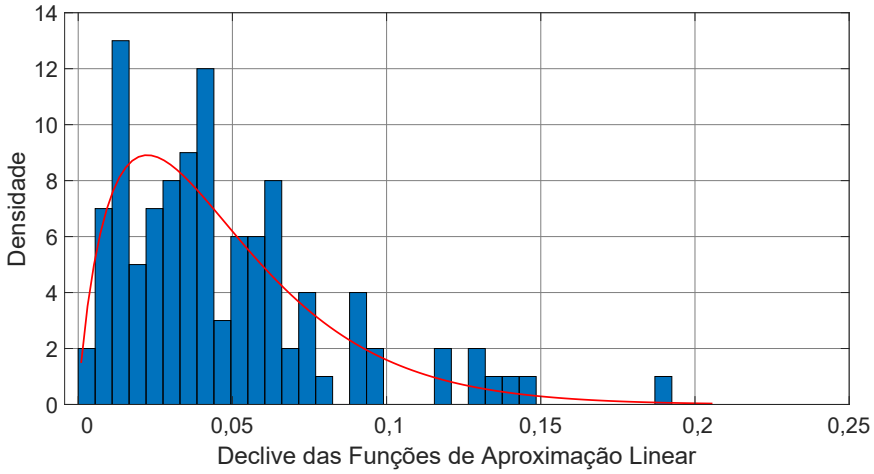
Figura 5.9: Aceleração em função do quadrado da corrente e aceleração em função do quadrado da indução, para a frequência de 100 Hz.

5.2.3 Distribuição Beta

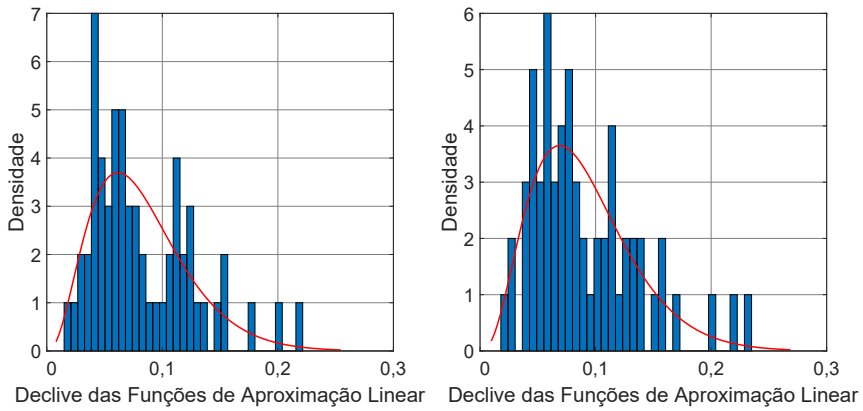
Um segundo estudo que pode ser feito recorrendo a este programa está relacionado com a aproximação linear do comportamento da aceleração da vibração em função da corrente ou da indução, para cada ponto e cada frequência de valores de 100 Hz, 200Hz e 300 Hz, e ainda a aproximação exponencial do comportamento da aceleração da vibração, só em função da indução, para as frequências de 400 Hz, 500 Hz e 600 Hz. Pois, tal como já foi referido, estes três valores de frequência só foram analisados para o ensaio em *vazio*.

Após esta etapa, o *script* principal retribui os valores do coeficiente de determinação, R^2, e os valores das constantes relativas às equações das funções lineares e exponenciais aproximadas para todos os pontos de medição. Focando nos casos das funções lineares, logo nas frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz, a mesma rotina faz a representação dos gráficos de distribuição Beta relativos ao declive dessas mesmas funções.

No caso do ensaio em *vazio*, é elaborado um gráfico com os declives dos 108 pontos representativos deste ensaio (Figura 5.10a), porém no caso do ensaio em *carga*, para além da representação do mesmo tipo de gráfico com os 120 pontos representativos deste ensaio, são também produzidos os gráficos relacionados com os 60 pontos de cada uma das duas medições realizadas para o regime em *carga* (Figura 5.10b).



(a) Ensaio em *vazio*

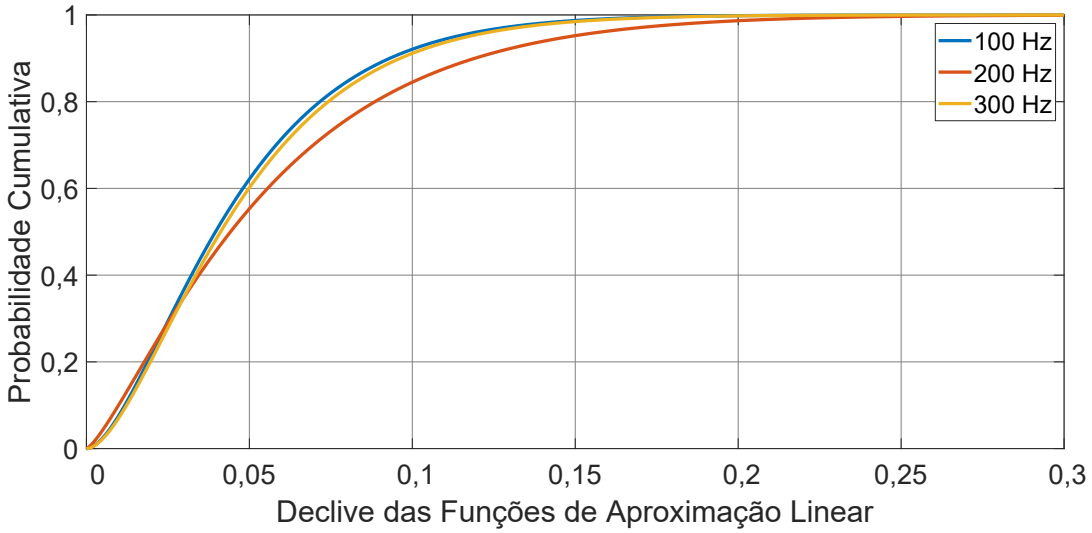


(b) Ensaio em *carga* na primeira (esq.) e segunda (dir.) medições.

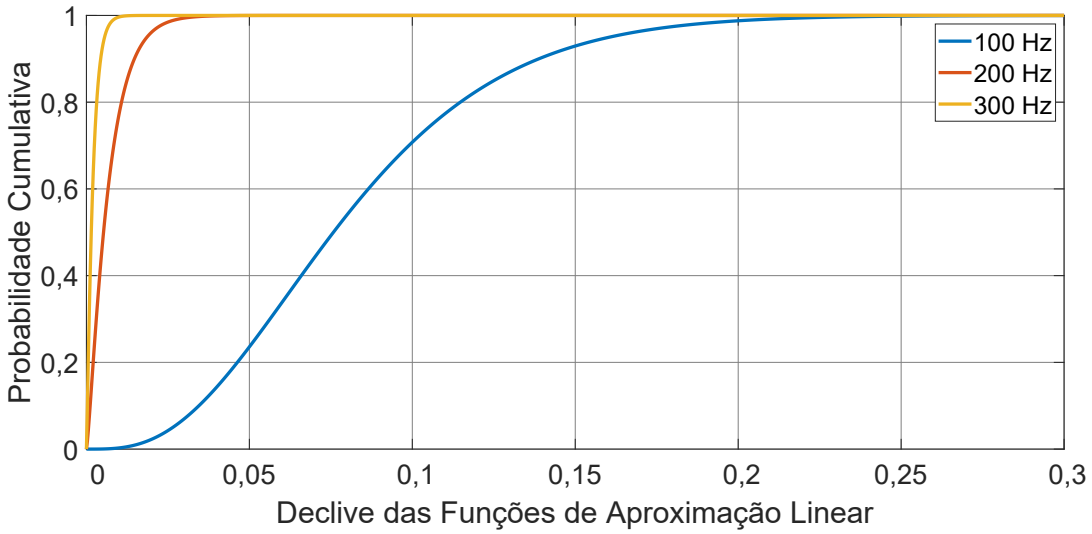
Figura 5.10: Distribuição Beta no ensaio em *vazio* e no ensaio em *carga*, para a frequência de 100 Hz.

Conceberam-se também os gráficos que representam a função de distribuição cumulativa referente às distribuições Beta, para ambos os ensaios e para as frequências mencionadas no parágrafo anterior.

Dois exemplares destes gráficos estão representados na Figura 5.11a, referente à distribuição Beta ilustrada na Figura 5.10a, e na Figura 5.11b, referente distribuição Beta ilustrada na Figura 5.10b, mas só para o caso da primeira medição (gráfico à esquerda).



(a) Ensaio em *vazio*.

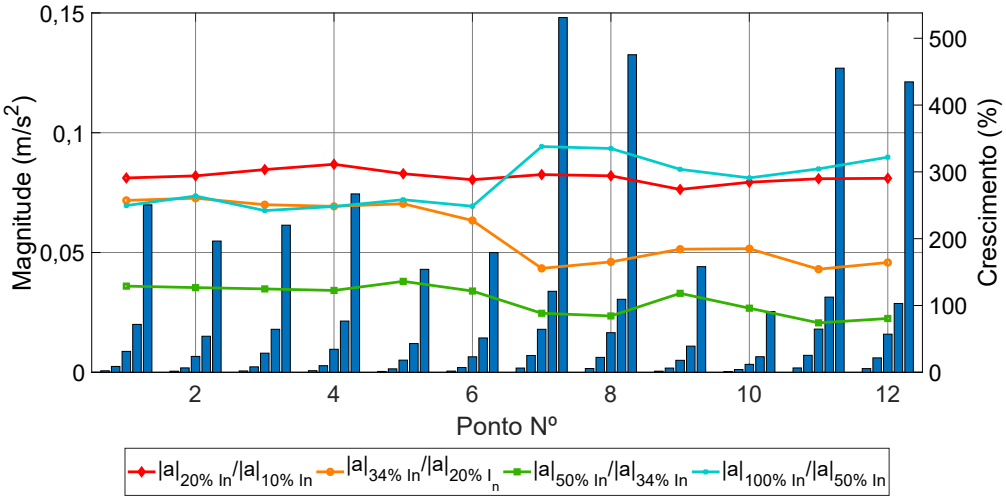


(b) Ensaio em *carga* na primeira medição.

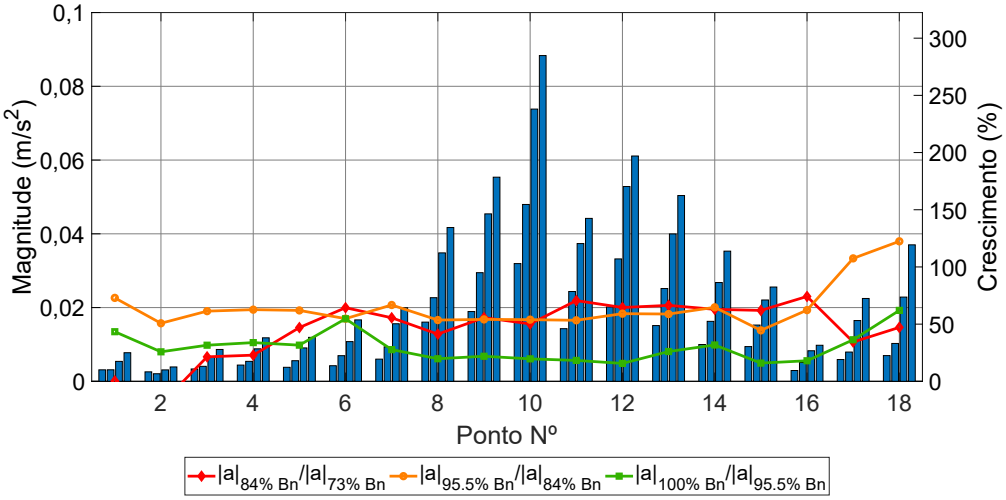
Figura 5.11: Funções de distribuição cumulativa nos primeiros 3 segundos de ambos os ensaios.

5.2.4 Taxa de Crescimento

Também no mesmo *script* principal, pode-se fazer uma outra análise relacionada com a taxa de crescimento da aceleração da vibração. Com este objetivo, o *script* gera um gráfico de barras que, para cada ponto de medição, apresenta cinco barras correspondentes à aceleração da vibração relativa aos cinco níveis de corrente, no caso do ensaio em *carga* (Figura 5.12a), ou quatro barras correspondentes à aceleração da vibração relativa aos quatro níveis de indução, no caso do ensaio em *vazio* (Figura 5.12b).



(a) Pontos dos painéis 1 e 3 no ensaio em *carga*, na primeira medição.



(b) Pontos dos painéis 1, 2 e 3 no ensaio em *vazio*.

Figura 5.12: Aceleração em função dos pontos e taxa de crescimento, em ambos os ensaios, para a frequência de 100 Hz.

Este gráfico de barras contempla também as linhas de crescimento da aceleração para cada ponto de medição. Cada marca das linhas representa a taxa de crescimento da magnitude da aceleração de um nível de corrente ou indução para o nível seguinte.

Desta forma, é necessário referir que as marcas a vermelho representam o crescimento da aceleração de cada ponto do primeiro para o segundo nível de corrente ou indução, as marcas a laranja o crescimento da aceleração de cada ponto do segundo para o terceiro nível de corrente ou indução, as marcas a verde o crescimento da aceleração de cada ponto do terceiro para o quarto nível de corrente ou indução e as marcas a azul ciano o crescimento da aceleração de cada ponto do quarto para o quinto nível de só relativamente à corrente, pois como já foi mencionado, no ensaio em *vazio* foram realizadas medições para quatro níveis de indução e nos ensaios em *carga* foram realizadas medições para cinco níveis de corrente. Cada gráfico é relativo a uma só frequência.

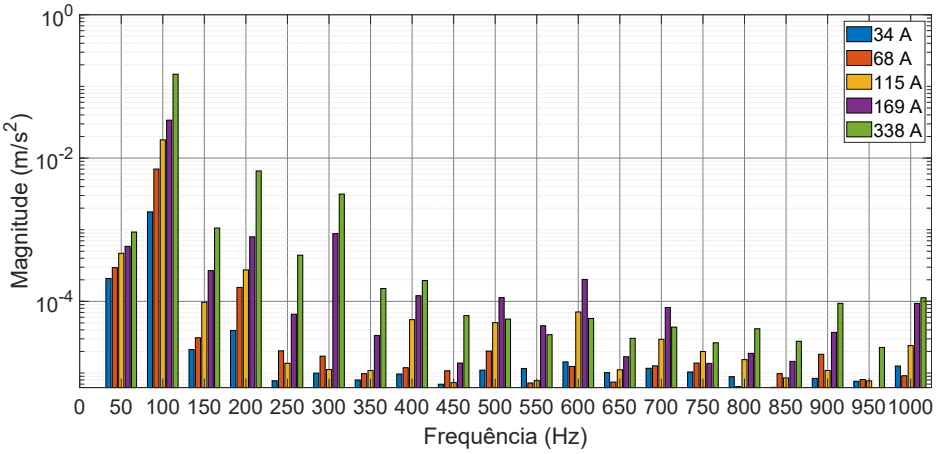
5.2.5 Aceleração em Função da Frequência

Uma outra função em MATLAB® foi desenvolvida, com base na função constituinte do *script* principal anterior, mas no presente caso, a função gerada permite calcular as magnitudes máximas das frequências múltiplas de 50 Hz, até 1 kHz, e não de 100 Hz, como acontecia no caso anterior. O intervalo considerado para retirar os valores máximos das acelerações foi o mesmo, [-5 Hz, +5 Hz], pela razão já enunciada anteriormente.

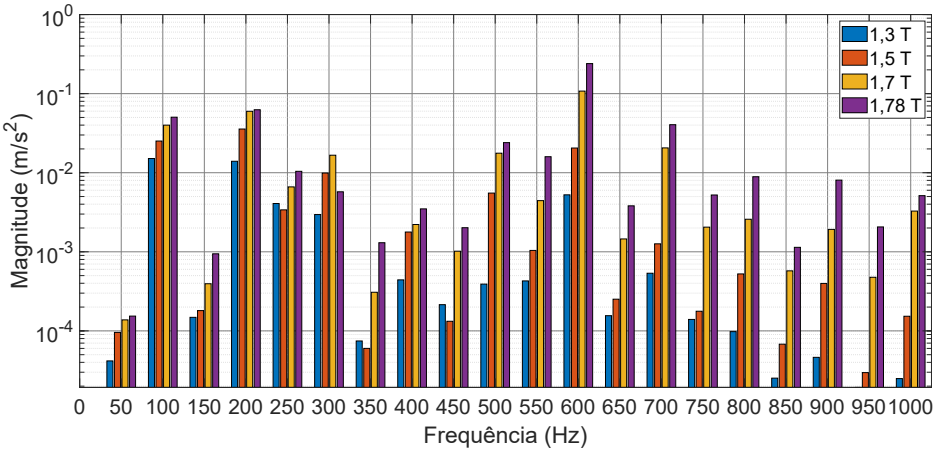
Esta função está inserida num outro *script* principal que permite a realização de um gráfico de barras, onde é possível visualizar os valores da magnitude da aceleração da vibração, em cada nível de indução ou corrente, para cada frequência.

Optou-se por uma escala logarítmica no eixo vertical destes gráficos, uma vez que certas frequências apresentam valores de aceleração 1000 vezes superiores em relação a outras frequências. De referir ainda, que cada gráfico elaborado pela presente rotina é referente a um só ponto de medição de cada painel.

No caso do ensaio em *carga*, o gráfico de barras apresenta cinco barras correspondentes aos cinco níveis de corrente, para cada frequência (Figura 5.13a), e no caso do ensaio em *vazio*, este apresenta quatro barras correspondentes aos quatro níveis de indução, também para cada frequência (Figura 5.13b), sendo assim semelhante aos gráficos de barras descritos anteriormente.



(a) Ensaio em *carga*, primeira medição.



(b) Ensaio em *vazio*.

Figura 5.13: Magnitude da aceleração em função da frequência, no ponto 1 do painel 3.

Por fim, realça-se novamente que só seria vantajosa uma análise em tempo-frequência caso o sinal obtido pelos acelerómetros fosse não estacionário, ou fosse provocada uma falha no transformador durante a medição e se pretendesse localizar esse acontecimento em tempo e frequência.

De notar que é possível gerar falhas de curto-circuito recorrendo a ensaios de curto-circuito. Contudo, o laboratório onde foram realizados os ensaios não tem capacidade para executar esse tipo de testes, sendo que quando estes são necessários, recorre-se, por exemplo, ao Laboratório KEMA, na Holanda.

Capítulo 6

Análise dos Resultados Experimentais

Neste capítulo, procede-se à análise dos dados obtidos no caso do ensaio experimental, que foram tratados com recurso a rotinas programadas em MATLAB®.

De forma a facilitar o estudo dos resultados, dividiu-se este capítulo em várias secções, de modo a facilitar a compreensão das análises dos resultados obtidos em cada estudo. Cada secção do presente capítulo corresponde a um *script* principal. Além dessa divisão, procedeu-se a uma subdivisão a nível dos resultados devolvidos pelos *scripts*, uma vez que cada um destes apresenta várias soluções a serem analisadas.

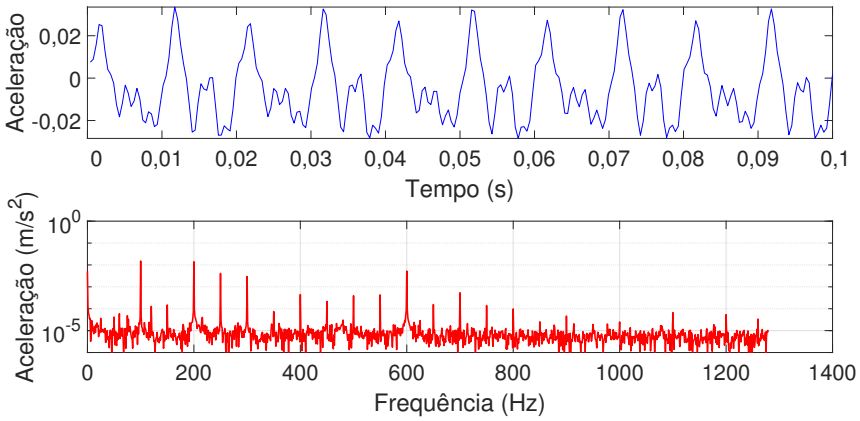
Desta forma, numa primeira fase serão feitas três divisões, sendo que na primeira divisão serão analisados os resultados obtidos da observação do sinal de vibração e dos espectros de frequência, na segunda divisão a análise dos gráficos produzidos para cada harmónico e na terceira divisão a análise dos gráficos produzidos para cada ponto.

Quanto às subdivisões, estas só serão aplicadas na secção dos gráficos produzidos para cada harmónico, sendo também realizadas três subdivisões. A primeira subdivisão está relacionada com a análise dos gráficos da aceleração em função da magnitude da corrente ou da indução, a segunda subdivisão relacionada com a análise dos gráficos de distribuição Beta e da função de distribuição cumulativa da mesma, e a última subdivisão relacionada com os gráficos da aceleração em função do ponto de medição que incluem também a taxa de crescimento da aceleração.

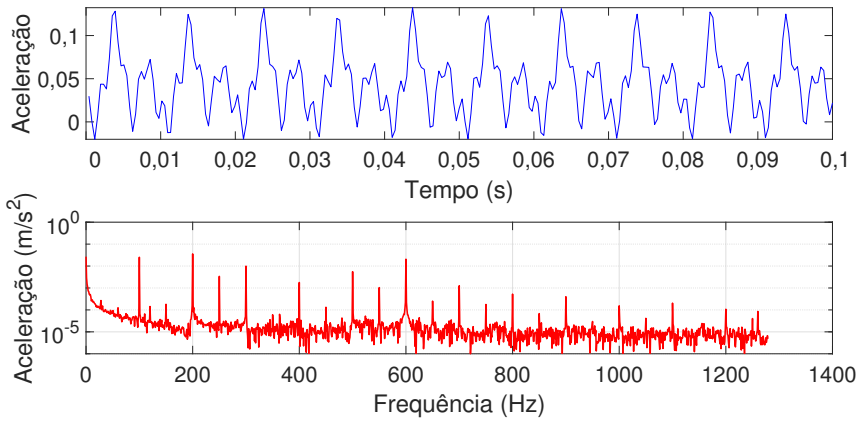
6.1 Sinal de Vibração e Espectro de Frequências

Relativamente ao primeiro *script* principal, este retribui o sinal de vibração para um intervalo de tempo de um décimo de segundo, juntamente com o espectro de frequências referente ao sinal medido. Esta abordagem é aplicada para cada ponto de cada painel, e para cada nível de corrente ou indução. Como tal, também nesta análise só serão ilustrados alguns gráficos tanto no corpo da dissertação como no Anexo A.

De modo a exemplificar a análise feita, decidiu-se representar os gráficos relativos a um ponto de um painel para todos os níveis de indução (Figuras 6.1a a 6.2b) e corrente na primeira medição (Figuras 6.2c a 6.4).

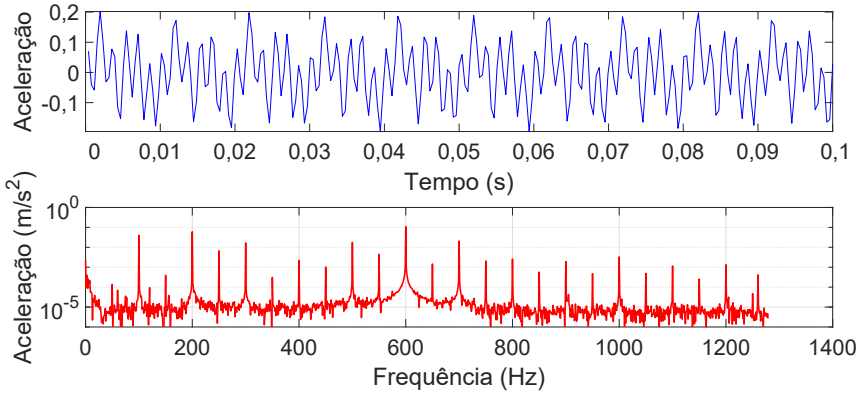


(a) Ensaio em *vazio* a uma indução de 1,3 T.

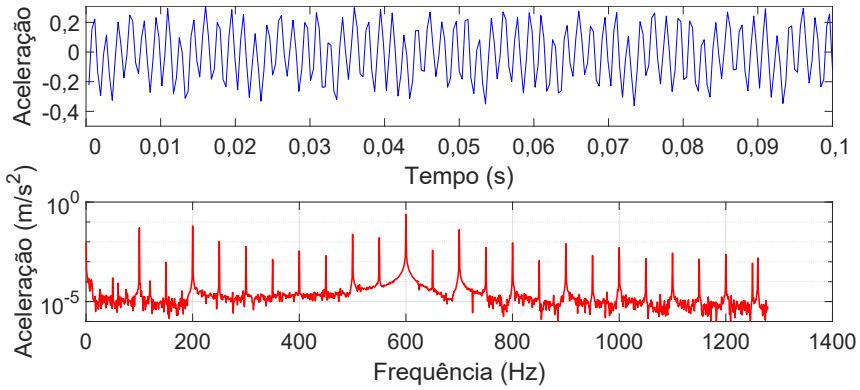


(b) Ensaio em *vazio* a uma indução de 1,5 T.

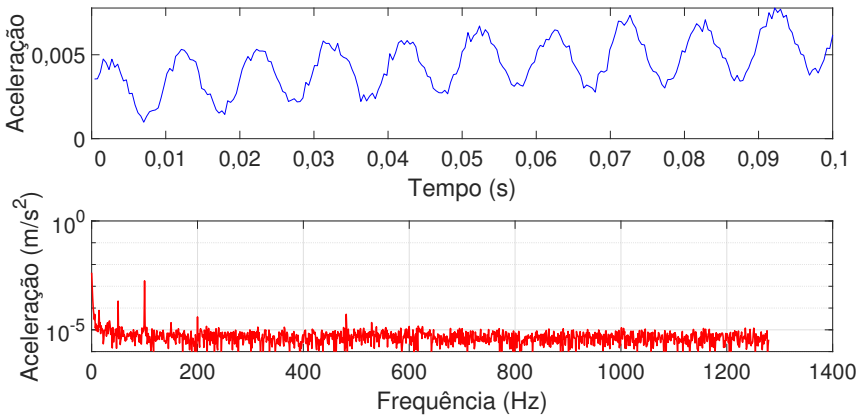
Figura 6.1: Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *vazio*, para os dois primeiros níveis de indução.



(a) Ensaio em *vazio* a uma indução de 1,7 T.

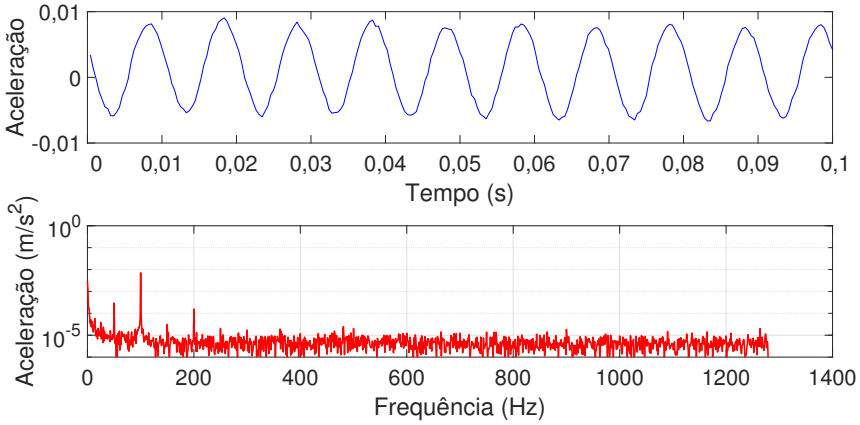


(b) Ensaio em *vazio* a uma indução de 1,78 T.

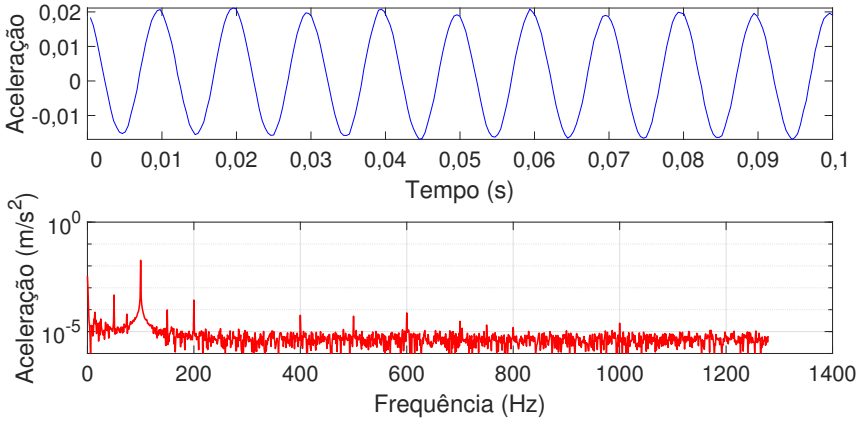


(c) Ensaio em *carga* a uma corrente de 10 A.

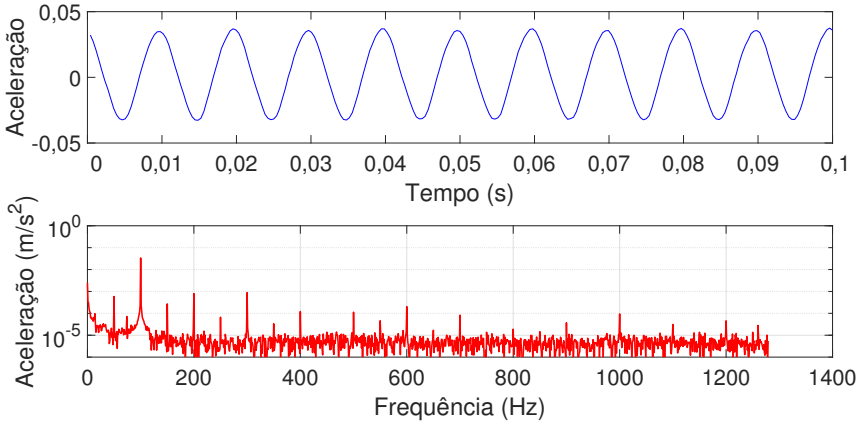
Figura 6.2: Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *vazio*, para dois últimos níveis de indução, e no ensaio em *carga*, para o primeiro nível de corrente.



(a) Ensaio em *carga* a uma corrente de 20 A.



(b) Ensaio em *carga* a uma corrente de 34 A.



(c) Ensaio em *carga* a uma corrente de 50 A.

Figura 6.3: Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *carga*, para os três níveis intermédios de corrente.

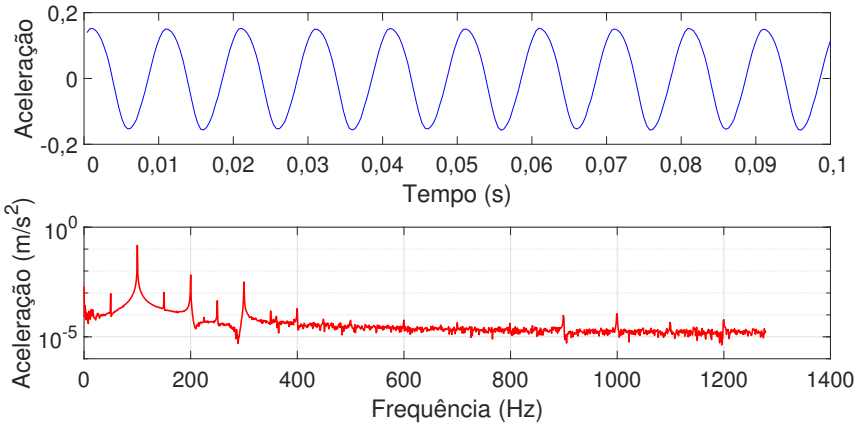


Figura 6.4: Gráficos relativos ao ponto 1 do painel 3 no ensaio em *carga* para uma corrente de 100 A.

Relativamente ao ensaio em *vazio*, verificou-se que para baixos níveis, nomeadamente os primeiros dois, existe maior preponderância nas frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz. Porém, para os níveis próximos da indução de saturação do circuito magnético, a frequência de 600 Hz passa a ser preponderante em relação às outras, o que vai de encontro neste ponto deste painel, notando ainda uma forte contribuição da frequência de 200 Hz.

Pode-se observar também alguma contribuição das frequências de 250 Hz, 450 Hz e 550 Hz para alguns valores de indução, tal como foi analisado no gráfico do *script* principal anterior.

No gráfico representativo do sinal obtido diretamente pelos acelerómetros, consegue-se observar a onda produzida pela sobreposição ou somatório dos vários harmónicos mais predominantes.

Focando nos resultados obtidos para o mesmo ponto, mas na primeira medição do ensaio em *carga*, foi possível analisar quais as frequências que se distinguem do ruído, para cada nível de corrente. Esta abordagem auxiliou a elaboração dos gráficos de aceleração em função da corrente, uma vez que se pode observar para cada nível de corrente, quais são as frequências que apresentam um valor de magnitude da aceleração de ordem de grandeza superior ao do ruído.

Esta análise não é imperativa no caso do ensaio em *vazio*, uma vez que as frequências múltiplas de 100 Hz, e inclusive as múltiplas de 50 Hz, se encontram bem destacadas.

Verifica-se também a mesma ocorrência que se manifesta nos gráficos reproduzidos recorrendo ao *script* principal anterior, na medida em que a frequência de 100 Hz é definitivamente a mais predominante no ensaio em *carga*.

Em relação ao gráfico que ilustra o sinal obtido diretamente pelos acelerómetros no domínio temporal, consegue-se observar que, para o primeiro nível de corrente, o sinal apresenta algum ruído, a frequência de 100 Hz bem evidenciada, e ainda uma frequência baixa, que em princípio deve corresponder a um som exterior ao transofmador captado nesse momento. Analisando o mesmo gráfico para os outros níveis de corrente, observa-se um harmónico praticamente perfeito de frequência de 100 Hz, que demonstra o domínio total desta frequência em relação a qualquer outra.

No Anexo A são apresentados mais exemplos destes gráficos para outros pontos de outros painéis.

6.2 Análise dos Harmónicos

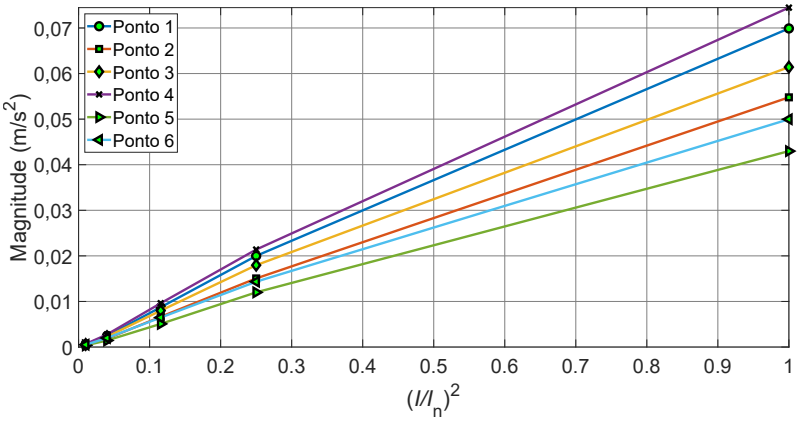
Tal como já foi referido anteriormente, o *script* principal, auxiliado pela função que retira os valores máximos da magnitude de aceleração de cada frequência múltipla de 100 Hz, devolve vários resultados, estando incluídos os gráficos de aceleração em função da magnitude da corrente ou indução, os gráficos de distribuição Beta, os gráficos de barras com as linhas de crescimento da aceleração para cada ponto de medição, e ainda as tabelas com os valores de R^2 e das constantes associadas às funções de aproximação.

6.2.1 Aceleração em Função da Corrente/Indução

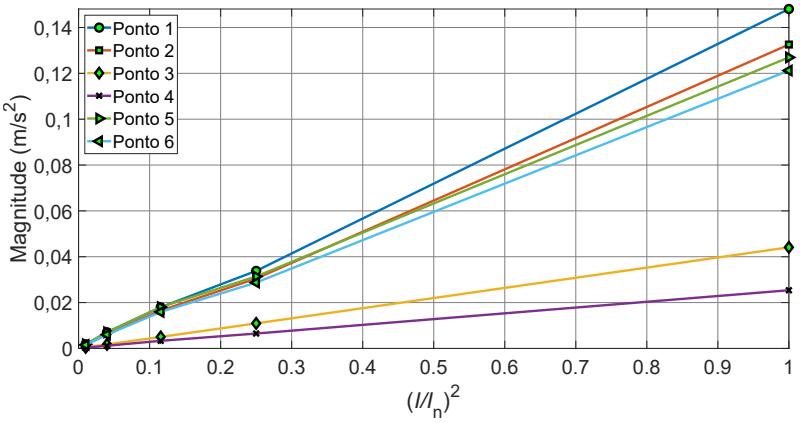
Observando os gráficos obtidos para cada ponto, em ambas as medições no ensaio em *carga*, é possível observar que relativamente à frequência de 100 Hz, estes apresentam uma relação linear na maioria dos pontos medidos. As tabelas obtidas no mesmo *script*, já mencionadas, auxiliam esta confirmação recorrendo ao parâmetro R^2.

Visualizando as Figuras 6.5a, 6.5b e 6.5c, podem-se observar dois gráficos em que se verifica essa linearidade, e um terceiro onde não se verifica esse comportamento.

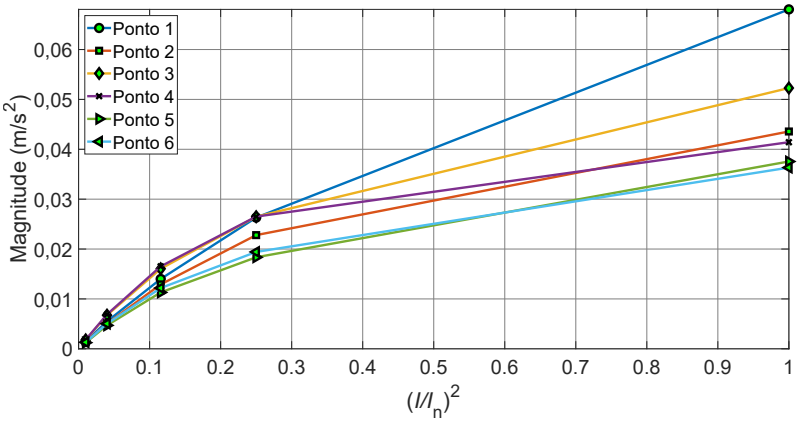
De notar que foram somente escolhidos determinados painéis ou pontos para a representação dos gráficos presentes no Anexo A, tanto para esta análise como para as outras, uma vez que só se apresentam os resultados mais significativos. Esta decisão tem como objetivo agregar a informação e apresentá-la de forma mais resumida.



(a) Painel 1 para o ensaio em *carga* na primeira medição.



(b) Painel 3 para o ensaio em *carga* na primeira medição.

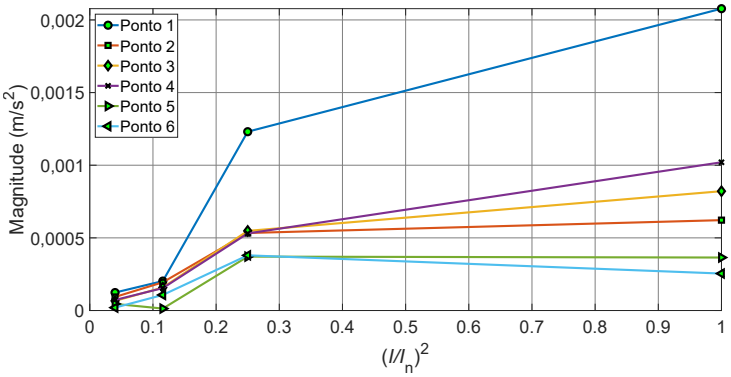


(c) Painel 6 para o ensaio em *carga* na primeira medição.

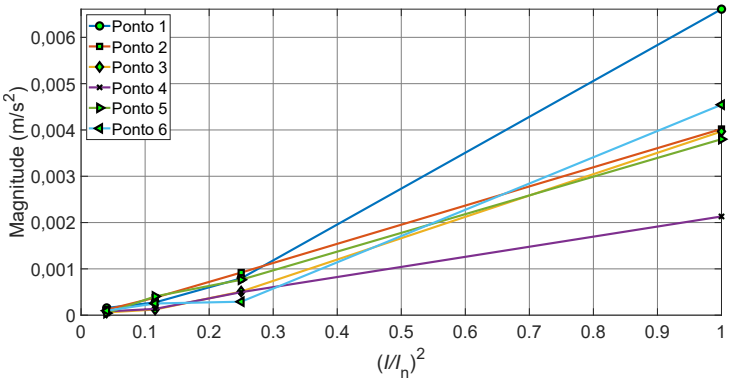
Figura 6.5: Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 100 Hz.

Em relação ao mesmo tipo de gráfico, mas para frequências acima de 100 Hz, verifica-se que a linearidade entre a aceleração e o quadrado da corrente tende a diminuir. A principal razão para que se dê este acontecimento está relacionada com a magnitude da aceleração ser um valor bastante baixo para as outras frequências, sendo que quanto mais alta á a frequência, menos preponderante esta é. Esta é também uma das razões pela qual o mesmo gráfico para a frequência de 200 Hz apresenta quatro níveis de corrente, e para a frequência de 300 Hz apresenta somente três (Figuras 6.6 e 6.7), pois nos níveis de corrente mais baixos, a magnitude da aceleração é tão elevada quanto o ruído exterior, sendo assim suprimidos os dados relativos a esses níveis de corrente aquando a produção dos gráficos.

Nas Figuras 6.6a e 6.6b podem-se observar dois gráficos relativos à frequência de 200 Hz, e nas Figuras 6.7a e 6.7b dois gráficos relativos à frequência de 300 Hz. Apesar de estarem só expostos gráficos da primeira medição no regime em *carga*, no Anexo A estão também representados os gráficos relativos à segunda medição.

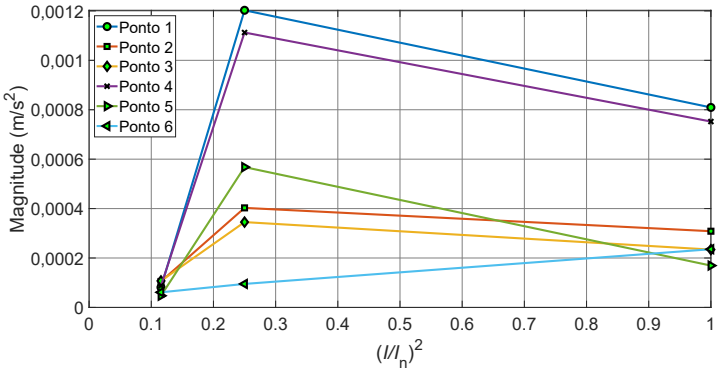


(a) Painel 1 para o ensaio em *carga* na primeira medição.

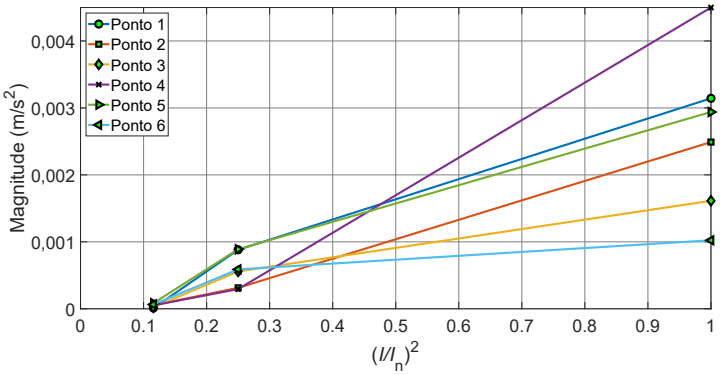


(b) Painel 3 para o ensaio em *carga* na primeira medição.

Figura 6.6: Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 200 Hz.



(a) Painel 1 para o ensaio em *carga* na primeira medição.



(b) Painel 3 para o ensaio em *carga* na primeira medição.

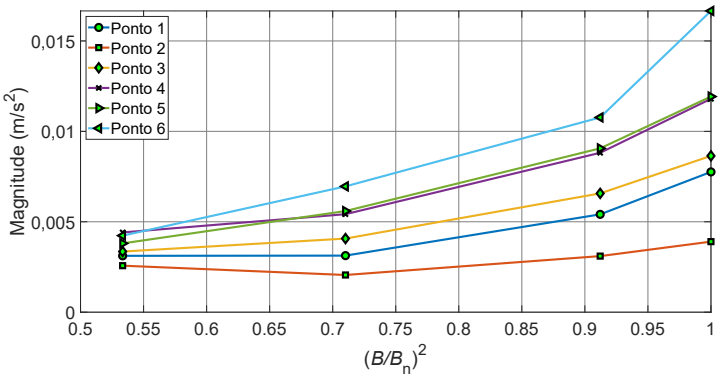
Figura 6.7: Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 300 Hz.

Outra perspetiva que confirma as conclusões anteriores, prende-se com a análise das tabelas presentes no Anexo B, onde estão expostos os valores das contantes da função de aproximação linear e o coeficiente de determinação R^2 para as frequências já mencionadas.

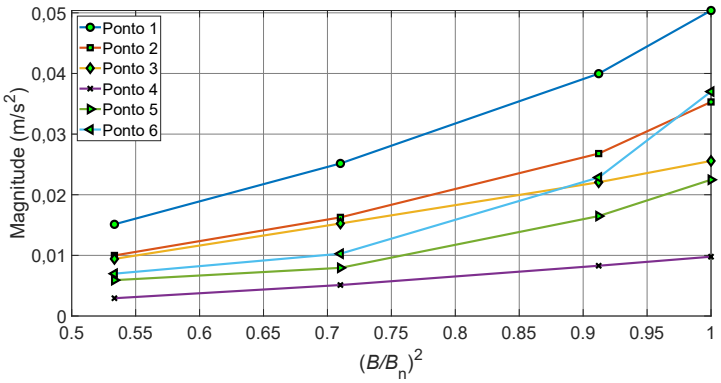
Como se pode observar nas tabelas referidas anteriormente, a grande maioria dos pontos revela um comportamento bastante linear, sendo isto evidenciado pelo valor de R^2. Também tendo em conta este parâmetro, verifica-se a tendência de diminuição do comportamento linear à medida que se analisam as frequências mais elevadas, recorrendo às mesmas tabelas presentes no Anexo B.

Relativamente aos valores muito baixos da magnitude da aceleração para as frequências de 200 Hz e 300 Hz em comparação com 100 Hz, esta análise pode ser realizada, observando as constantes a e b das tabelas, que representam as constantes da função de aproximação linear dada por $y = ax + b$. Analisando ambos os parâmetros, verifica-se que o valor de a diminui drasticamente ao transitar da frequência de 100 Hz para a de 200 Hz, e diminui de uma forma mais suave da frequência de 200 Hz para a de 300 Hz, enquanto que o valor de b se mantém em torno de 0 na maioria dos pontos.

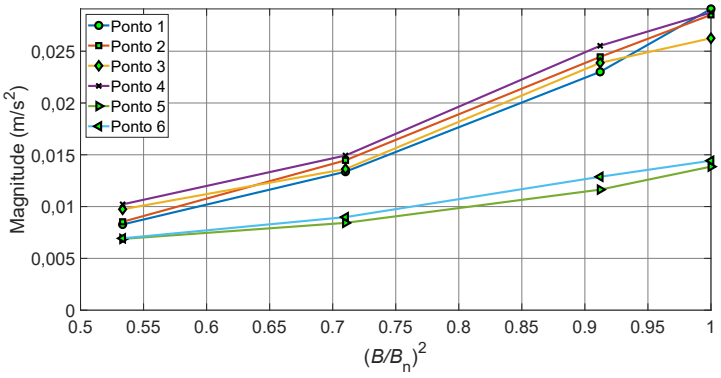
Focando no ensaio em *vazio*, os gráficos da aceleração em função do quadrado da indução mostram que existe um comportamento linear para a maioria dos pontos, quando submetidos à frequência de 100 Hz (Figuras 6.8a a 6.8c). Contudo, este comportamento no ensaio em *vazio* não é tão evidente quando comparado com o ensaio em *carga*, uma vez que os valores de R^2 não são tão elevados. Além disso, só ligeiramente mais de metade dos pontos apresentam um valor de R^2 superior a 0,95 para um comportamento linear.



(a) Painel 1 para o ensaio em *vazio*.



(b) Painel 3 para o ensaio em *vazio*.

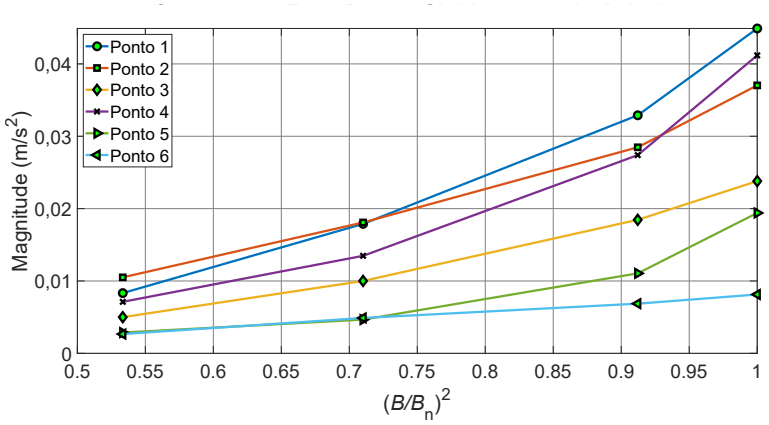


(c) Painel 6 para o ensaio em *vazio*.

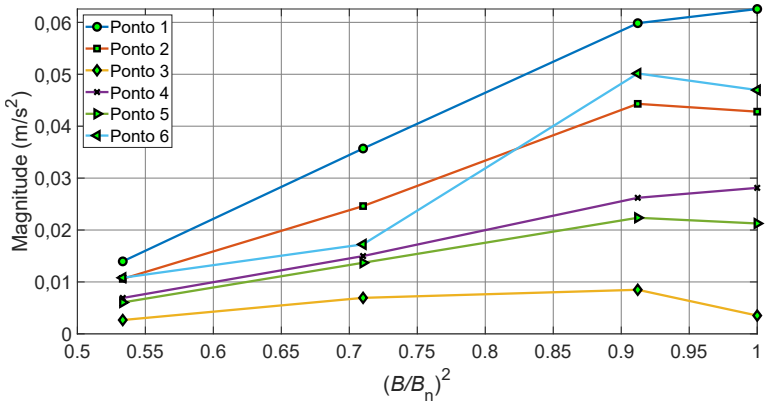
Figura 6.8: Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 100 Hz.

Tal como no ensaio em *carga*, para as frequências de 200 Hz e 300 Hz verifica-se que esse comportamento linear diminui drasticamente, havendo poucos pontos em que essa linearidade se confirma, de tal forma que, observando as tabelas, só aproximadamente um terço dos pontos a estas frequências apresentam um valor de R^2 superior a 0,95 relativo a um comportamento linear.

Pelos gráficos apresentados nas Figuras 6.9a e 6.9b para o caso da frequência de 200 Hz, e nas Figuras 6.10a e 6.10b para o caso da frequência de 300 Hz, também é possível verificar a não linearidade do comportamento da aceleração em função do quadrado da indução, na grande maioria dos pontos medidos, sendo que na Figura 6.9a se consegue observar mais linearidade dos que nas outras figuras. De notar também, que a não linearidade nestas frequências parece estar relacionada com a saturação do circuito magnético, uma vez que é no último nível de indução que se verifica uma não linearidade mais acentuada, apresentando um comportamento mais linear nos outros níveis de indução.

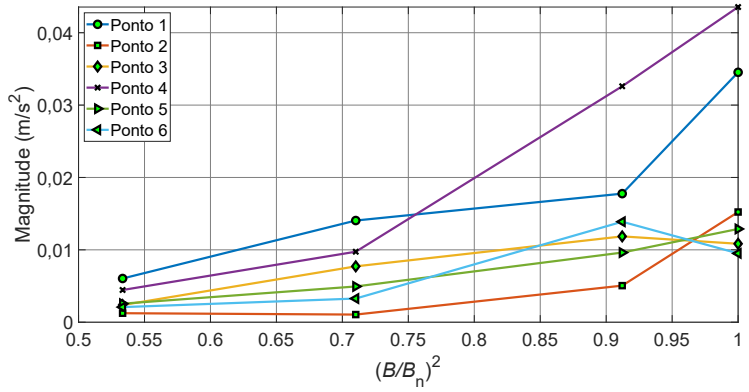


(a) Painel 1 para o ensaio em *vazio*.

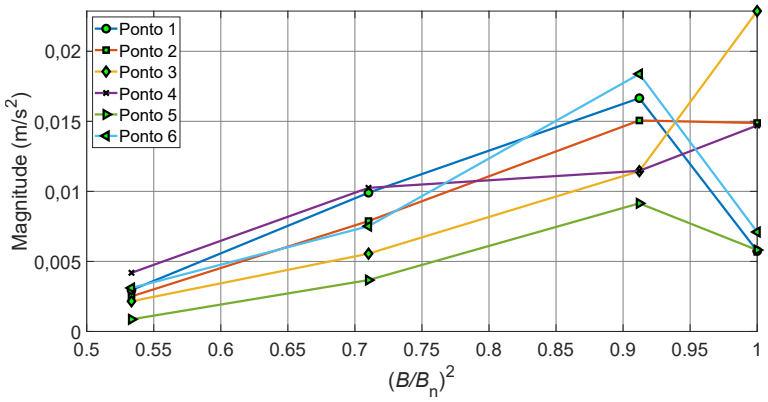


(b) Painel 3 para o ensaio em *vazio*.

Figura 6.9: Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 200 Hz.



(a) Painel 1 para o ensaio em *vazio*.



(b) Painel 3 para o ensaio em *vazio*.

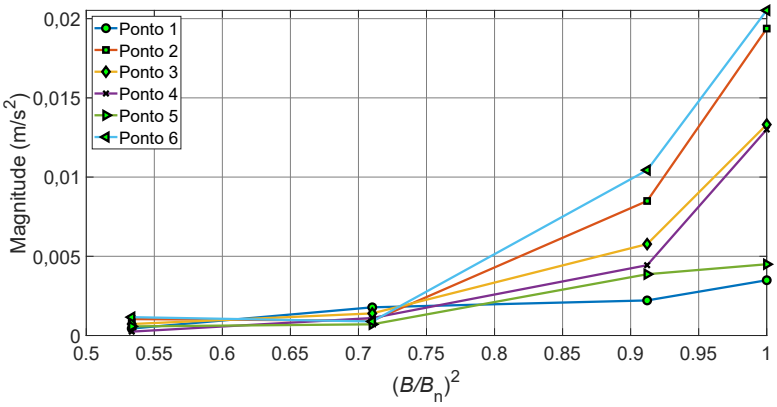
Figura 6.10: Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 300 Hz.

Como foi referido anteriormente, no ensaio em *vazio* analisaram-se também as frequências de 400 Hz, 500 Hz e 600 Hz.

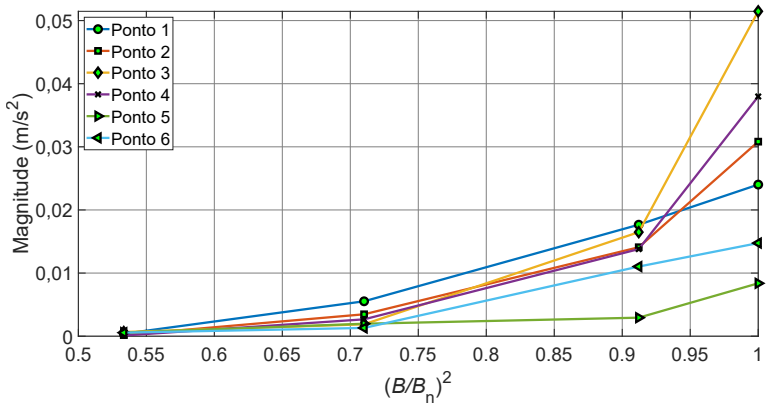
Observando os gráficos e confirmando com as tabelas, pôde-se afirmar que a estas frequências, a relação entre a aceleração e o quadrado da indução é exponencial, em mais de 80% dos pontos, apresentando valores de R^2 superiores a 0,95. Nas Figuras 6.11a a 6.11c são apresentados gráficos referentes aos seis pontos de um painel, onde essa tendência se verifica nestes valores de frequência. A equação exponencial é dada por $y = ce^{dx}$.

Recorrendo às tabelas, é possível verificar que, os valores da constante c são mais elevados, quando a variação da aceleração nos níveis de indução mais baixos apresenta um valor mais próximo da variação da aceleração nos níveis de indução próximos da saturação. Por outro lado, quando o valor de c é muito baixo, este está associado a uma variação bastante baixa da aceleração nos níveis de indução mais baixos, quando comparada com a variação de aceleração nos níveis de indução próximos da saturação.

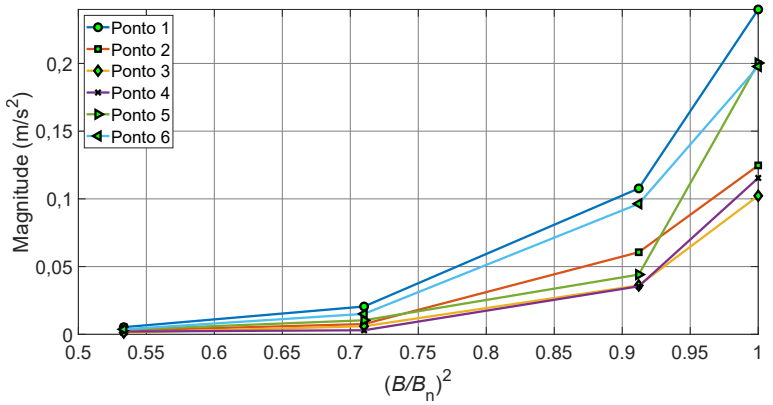
Em relação ao parâmetro *d*, este é tanto maior, quanto maior for a variação da magnitude da aceleração para os níveis mais próximos de saturação, em comparação com a variação da magnitude da aceleração para os níveis mais baixos de indução.



(a) Painel 3 para o ensaio em *vazio* relativo à frequência de 400 Hz.



(b) Painel 3 para o ensaio em *vazio* relativo à frequência de 500 Hz.



(c) Painel 3 para o ensaio em *vazio* relativo à frequência de 600 Hz.

Figura 6.11: Relação entre a aceleração e o quadrado da indução às frequências de 400 Hz, 500 Hz e 600 Hz.

Tendo em conta os dois ensaios, foi possível observar que em painéis simétricos o comportamento da aceleração em pontos análogos é bastante diferente. Realça-se também que nos painéis que se encontram do lado esquerdo do transformador obtiveram-se magnitudes de aceleração superiores em relação às obtidas do lado direito para a frequência de 600 Hz, excetuando dois pares de painéis, no ensaio em *vazio*.

De notar que o facto de se verificar um comportamento exponencial para as frequências de 400 Hz, 500 Hz e 600 Hz está relacionado com a magnetostrição do próprio transformador. Isto significa que, em relação a outro transformador, o comportamento pode não ser exponencial para estes valores de frequência.

6.2.2 Distribuição Beta

De modo a analisar estatisticamente os declives das funções de aproximação lineares dos gráficos anteriores, realizou-se uma pequena análise estatística baseada na distribuição dos valores desses declives. O processo consiste em agregar os declives de todos os pontos a uma determinada frequência relativa a um ensaio ou medição, e posteriormente produzir um histograma com esses valores e verificar qual a distribuição que melhor se adequa a esse conjunto de resultados.

Tal como já foi referido anteriormente, os declives destas funções estão representados nas tabelas presentes no Anexo B e são dados pela constante a.

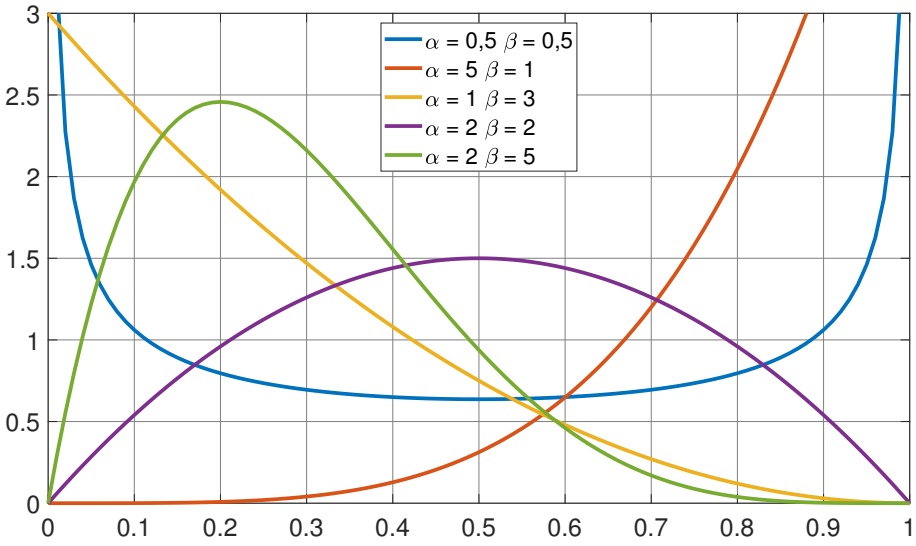


Figura 6.12: Função densidade de probabilidade da distribuição Beta para diferentes valores de α e β [51].

Analisando os histogramas retribuídos para todos os pontos do ensaio em *vazio* e do ensaio em *carga*, e ainda para as duas medições deste último, chegou-se à conclusão que a distribuição Beta caracteriza os valores dos declives de uma forma bastante consistente.

Esta distribuição é caracterizada por estar definida no intervalo de [0, 1] e apresentar dois parâmetros positivos, α e β, que representam a função densidade de probabilidade desta distribuição. Consoante os valores destes dois parâmetros, o formato gráfico da função densidade de probabilidade varia.

Como se pode observar na Figura 6.12, quando os parâmetros α e β possuem o mesmo valor, a função densidade de probabilidade apresenta simetria segundo o eixo $x = 0{,}5$. Por outro lado, quando estes parâmetros apresetam um valor diferente, esta função é assimétrica. O valor de α está relacionado com o lado esquerdo da função, enquanto que o valor de β está relacionado com o lado direito.

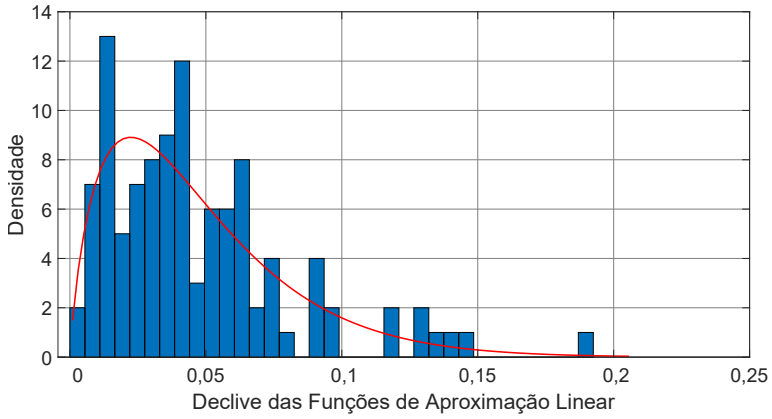
Só as frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz, de ambos os ensaios, é que foram submetidas a esta análise, uma vez que esta análise só foi realizada para as funções de aproximação linear. De referir que, como esta função só é válida para valores entre 0 e 1, todos os declives cujo valor fosse negativo foram suprimidos.

As frequências de 400 Hz, 500 Hz e 600 Hz, no caso do regime em *vazio* não foram estudadas neste subcapítulos, visto que as suas funções aproximação não são lineares, sendo a variação da magnitude de aceleração dependente das duas constantes *c* e *d*. Esta dupla dependência dificulta a perceção de qual das constantes contribui mais para a variação da magnitude da aceleração com o aumento da indução e a partir de que valores é que uma constante contribui mais do que a outra para essa variação.

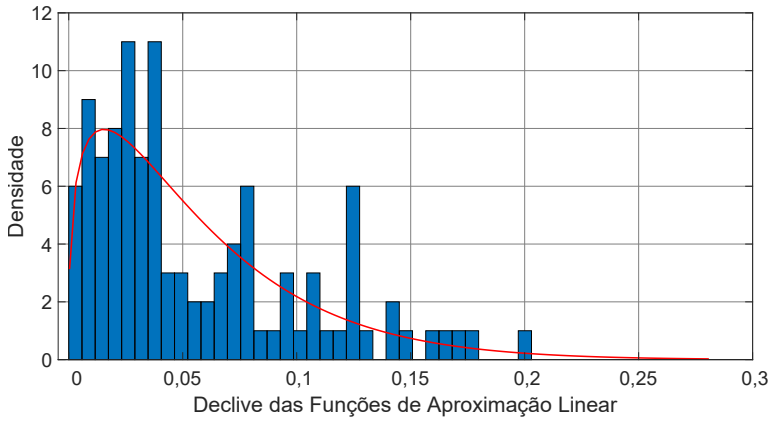
A presente secção, referente à distribuição Beta, contém dois modelos gráficos bastantes importantes e que já foram mencionados anteriormente. Desta forma, com o intuito de proporcionar um encadeamento mais lógico em termos de análise, numa primeira etapa serão representados os gráficos correspondentes aos histogramas e respetivas distribuições Beta, sendo que, após a sua apresentação, é realizada uma avaliação tendo em conta os resultados obtidos. Numa segunda e última fase, serão representados os gráficos relativos à função de distribuição cumulativa de ambos os ensaios, sendo também realizada uma análise posterior dos resultados obtidos.

Todos os histogramas e distribuições Beta associadas podem ser visualizados nas Figuras 6.13a a 6.13c, para o regime em *vazio*, e nas Figuras 6.14a a 6.15c, para o regime em *carga*.

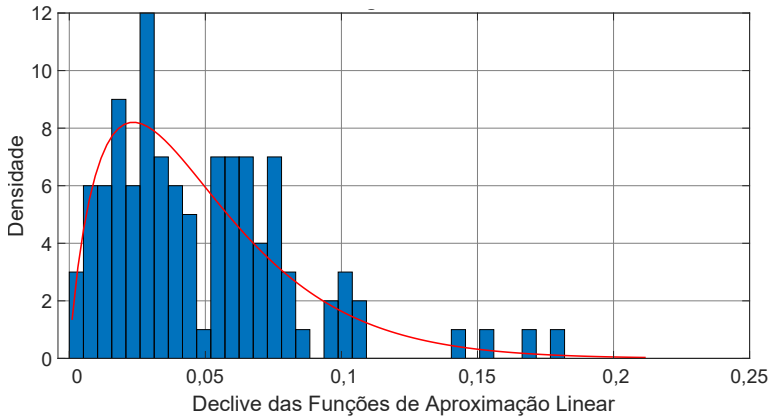
Os gráficos relativos às funções de distribuição cumulativa estão representados na Figura 6.16, para o caso em *vazio*, e nas Figuras 6.17a a 6.17c, para o caso em *carga*.



(a) Ensaio em *vazio* relativo à frequência de 100 Hz.

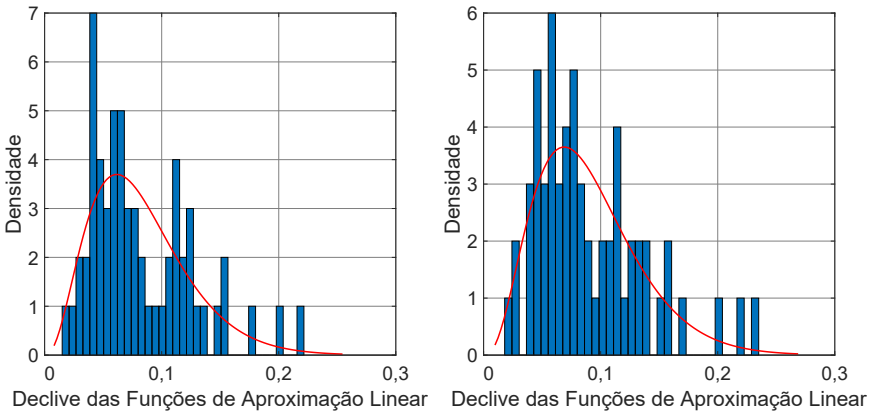


(b) Ensaio em *vazio* relativo à frequência de 200 Hz.

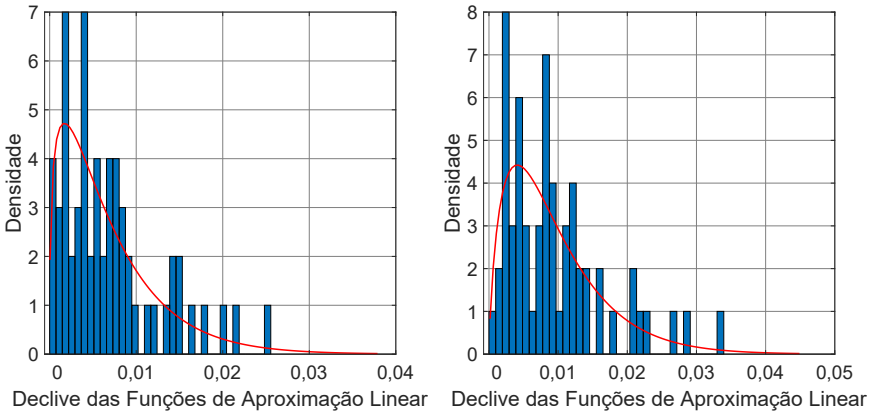


(c) Ensaio em *vazio* relativo à frequência de 300 Hz.

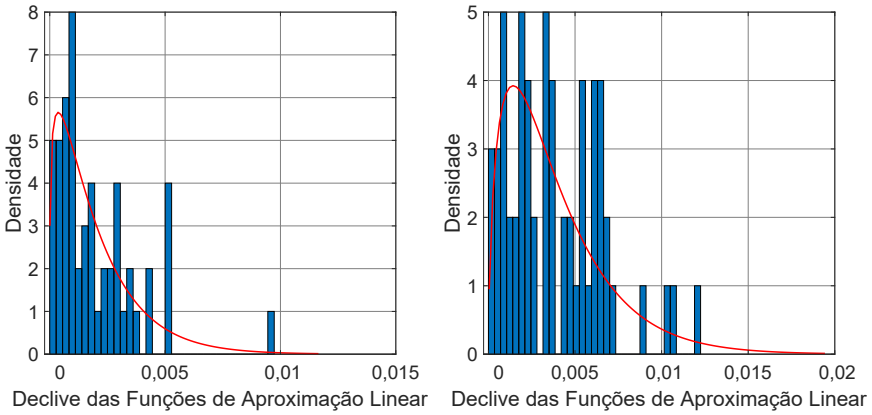
Figura 6.13: Distribuição Beta no ensaio em *vazio* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz.



(a) Primeira (esq.) e segunda (dir.) medições em *carga* para a frequência de 100 Hz.

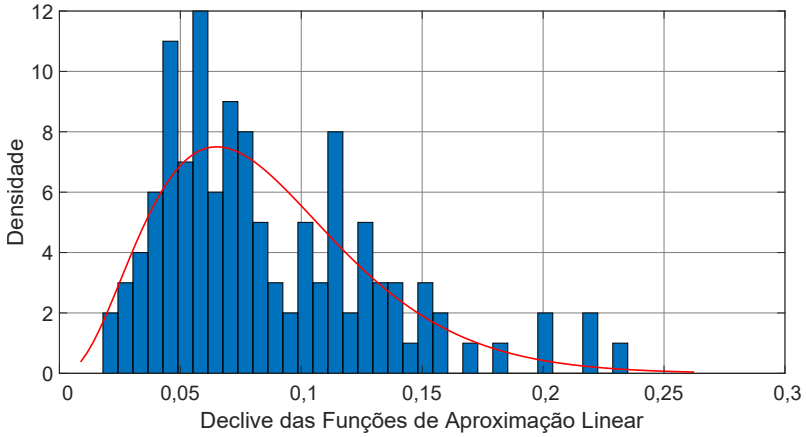


(b) Primeira (esq.) e segunda (dir.) medições em *carga* para a frequência de 200 Hz.

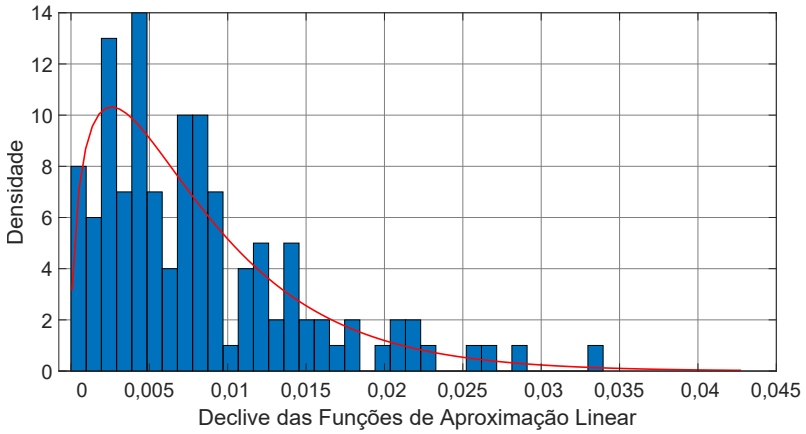


(c) Primeira (esq.) e segunda (dir.) medições em *carga* para a frequência de 300 Hz.

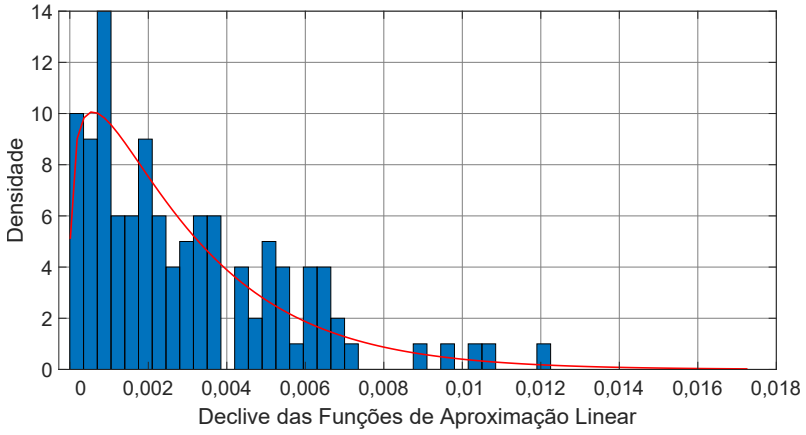
Figura 6.14: Distribuição Beta para a primeira e segunda medições no ensaio em *carga* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz.



(a) Ensaio em *carga* relativo à frequência de 100 Hz.



(b) Ensaio em *carga* relativo à frequência de 200 Hz.



(c) Ensaio em *carga* relativo à frequência de 300 Hz.

Figura 6.15: Distribuição Beta no ensaio em *carga* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz, agregando os resultados das duas medições.

Recorrendo ao histograma e à função de densidade de probabilidade, confirma-se que no caso do ensaio em *vazio*, a maioria dos declives da função de aproximação linear se situa entre 0 e 0,05 para qualquer uma das três frequências analisadas. O mesmo já não se verifica nos ensaios em *carga*, uma vez que observando estes gráficos, nota-se que a maioria dos declives se encontram entre 0,025 e 0,1 relativamente à frequência de 100 Hz, porém no caso das frequência de 200 Hz ou 300 Hz, a maioria dos declives variam entre 0 e 0,01 ou entre 0 e 0,004 respetivamente.

Esta análise mostra também que no caso do ensaio em *vazio*, a ordem de grandeza do declive das funções de aproximação relativas às três frequências é a mesma, enquanto que no ensaio em *carga* a ordem de grandeza do declive das funções de aproximação relativas à frequência de 100 Hz é a mais elevada, seguindo-se a de 200 Hz, e por fim, a de 300 Hz com a ordem de grandeza mais baixa entre as três, relativamente ao declive das funções de aproximação.

Finalmente, acrescenta-se que no caso do ensaio em *carga*, tanto os histogramas como as funções de densidade de probabilidade da distribuição Beta obtidos para a primeira e segunda medição são bastante semelhantes para as frequências de 100 Hz e 200 Hz, mas relativamente à frequência de 300 Hz já se observa uma grande diferença, tal como é demonstrado nas Figuras 6.14a, 6.14b e 6.14c. Esta ocorrência pode advir dos valores da magnitude de aceleração serem significativamente baixos para a frequência de 300 Hz, e se utilizar intervalos reduzidos na elaboração dos histogramas.

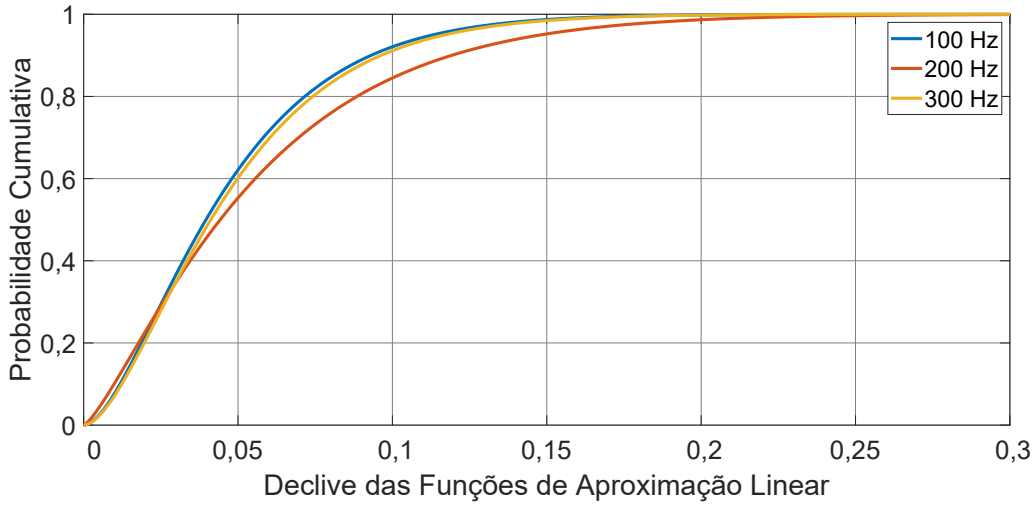
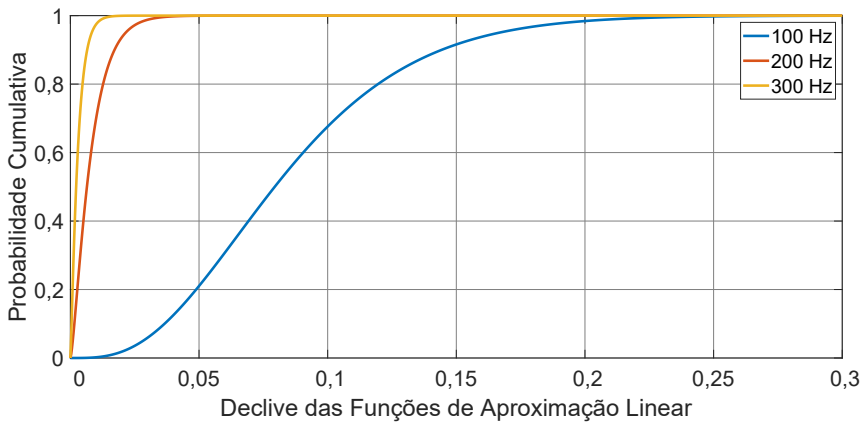
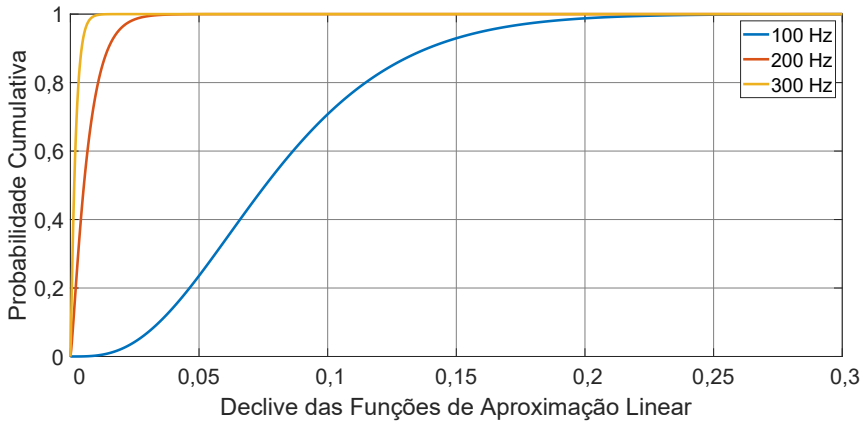


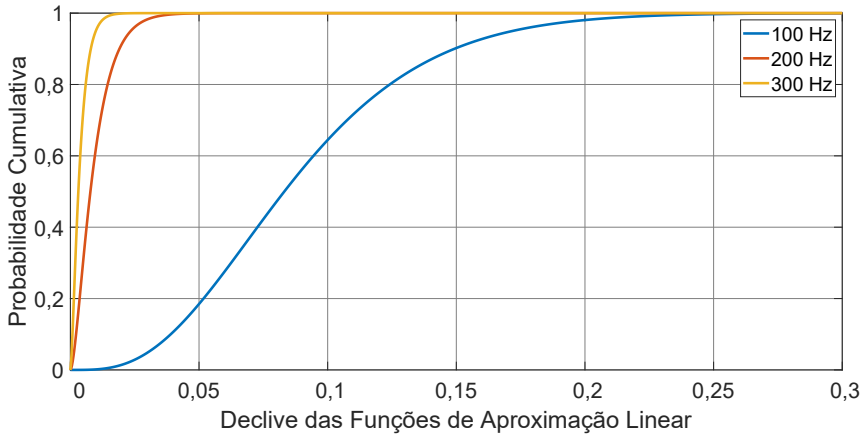
Figura 6.16: Função de distribuição cumulativa no ensaio em *vazio* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz.



(a) Ensaio em *carga* na primeira medição.



(b) Ensaio em *carga* na segunda medição.



(c) Ensaio em *carga* agregando os resultados das duas medições.

Figura 6.17: Função de distribuição cumulativa no ensaio em *carga* às frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz.

Focando agora nos gráficos representativos da função de distribuição cumulativa, no ensaio em *vazio*, verifica-se que as curvas referentes a cada frequência têm um comportamento semelhante, o que significa que a distribuição dos declives é muito semelhante comparando os resultados das três frequências. Já no ensaio em *carga*, a função de distribuição cumulativa está mais deslocada para o lado esquerdo do gráfico, quanto maior for a frequêcia que se está a analisar. Isto significa que quanto maior for a frequência, menor é o declive das funções de aproximação na globalidade dos resultados analisados.

Outra verificação possível está relacionada com o facto da função de distribuição cumulativa englobar mais rapidamente a totalidade dos declives quando a frequência analisada é mais elevada.

Sobrepondo os gráficos referentes à primeira e segunda medições do ensaio em *carga* (Figura 6.18), concluiu-se que as funções de distribuição cumulativa apresentavam ligeiras diferenças, sendo que estas funções no caso da segunda medição se colocam mais à direita no gráfico. Isto significa que, o declive das funções aproximação aumenta ligeiramente, à medida que o tempo avança, pois existe um intervalo de tempo que separa os 3 primeiros segundos da primeira medição e os 3 primeiros segundos da segunda medição. Assim, conclui-se também que a magnitude da aceleração aumenta ligeiramente ao longo do tempo, sendo o seu aumento mais elevado para um valor de corrente próximo do valor de corrente nominal, e tendo um aumento praticamente nulo para um valor de corrente próximo de 0 A, uma vez que o delive aumenta.

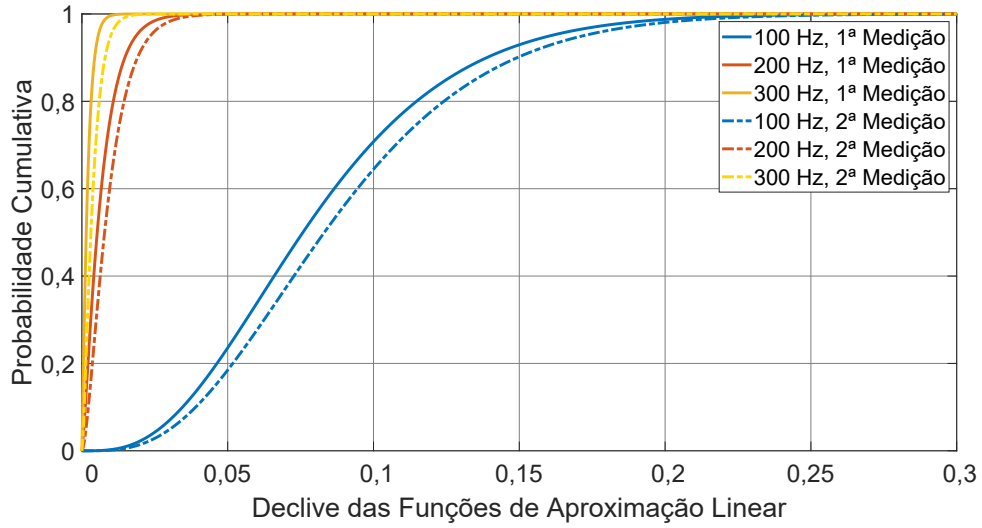
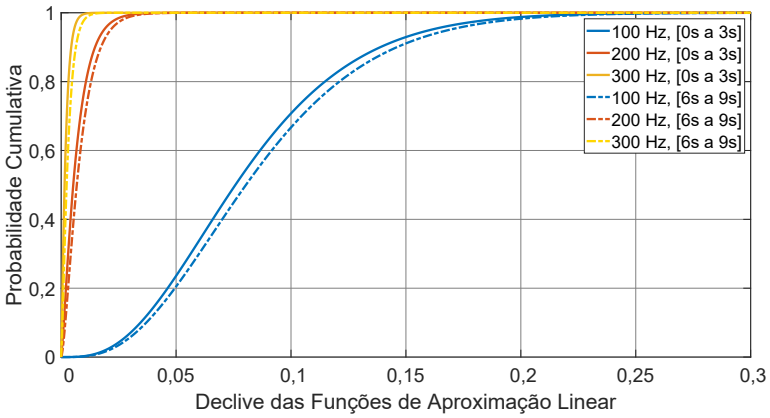


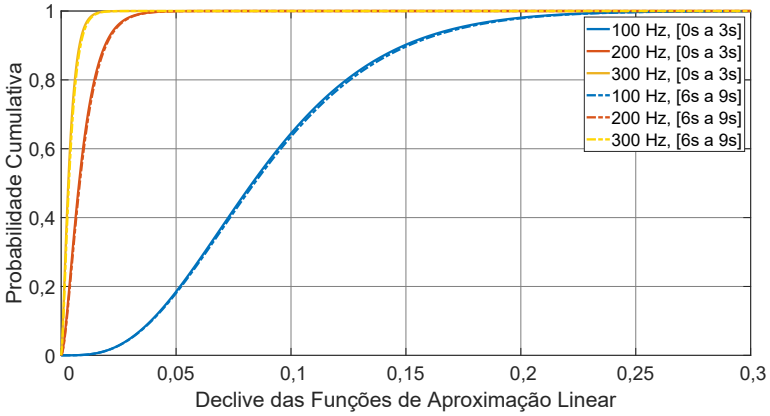
Figura 6.18: Sobreposição das funções de distribuição cumulativa referentes à primeira e segunda medições do ensaio em *carga*.

Pelo mesmo gráfico da Figura 6.18, pode-se concluir que o sistema não se encontrava estabilizado, no momento da primeira medição no ensaio em carga.

Contudo, este aumento do declive das funções aproximação decai com o tempo, caso contrário a magnitude de aceleração aumentava infinitamente. Este decaimento do declive pode ser observado pela sobreposição das funções de distribuição cumulativa nos primeiros e últimos 3 segundos de cada medição. Sendo que ambas as medições apresentam sensivelmente a mesma duração e uma vez que no caso da segunda medição as curvas das funções de distribuição cumulativa dos primeiros e últimos 3 segundos se encontram mais próximas, para cada frequência, comparando com as mesmas curvas relativas à primeira medição, pode-se concluir que ao fim da segunda medição há uma maior estabilidade nos valores dos declives, em comparação com o fim da primeira medição.



(a) Ensaio em *carga* na primeira medição.



(b) Ensaio em *carga* na segunda medição.

Figura 6.19: Sobreposição das funções de distribuição cumulativa nos primeiros e últimos 3 segundos de cada medição do ensaio em *carga*.

Nas Figuras 6.19a e 6.19b podem-se observar os gráficos da sobreposição das curvas funções de distribuição cumulativa relativas aos primeiros e últimos 3 segundos de ambas as medições. Apesar de só ter sido realizada uma medição no ensaio em *vazio*, verificou-se também a diferença entre as curvas das funções de distribuição cumulativa referentes aos primeiros e últimos 3 segundos deste ensaio. De notar que este ensaio teve sensivelmente a mesma duração que a primeira e segunda medições do ensaio em *carga*.

Desta forma, concluiu-se que, no ensaio em *vazio*, a variação do declive das funções de aproximação mantém-se praticamente inalterada, uma vez que as curvas relativas aos dois intervalos de tempo analisados estão perfeitamente sobrepostas, como é demonstrado na Figura 6.20.

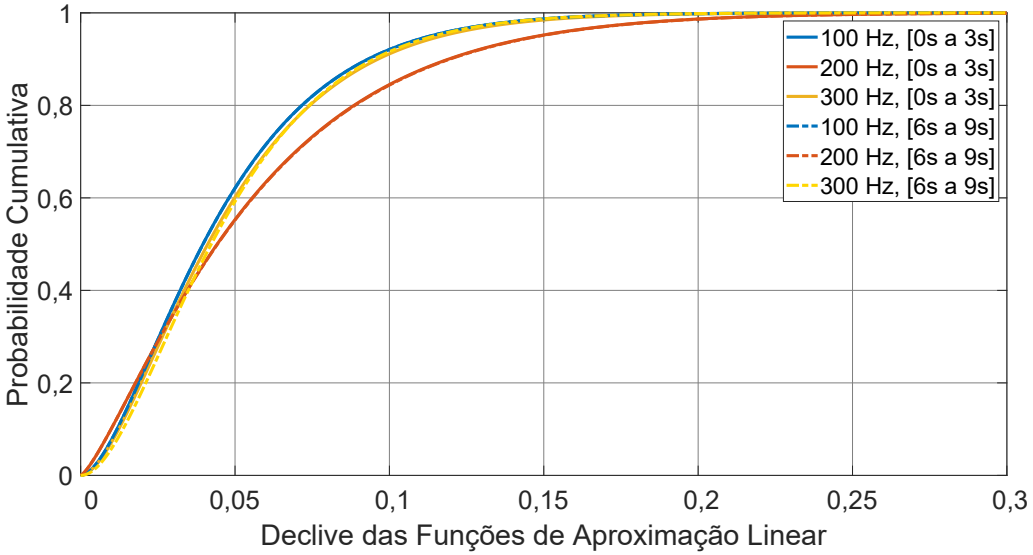


Figura 6.20: Sobreposição das funções de distribuição cumulativa nos primeiros e últimos 3 segundos do ensaio em *vazio*.

No Anexo A, estão representados os gráficos das funções de distribuição cumulativa referentes aos últimos 3 segundos, tanto para o ensaio em *vazio* como para ambas as medições do ensaio em *carga*.

6.2.3 Aceleração em Função do Ponto e Taxa de Crescimento

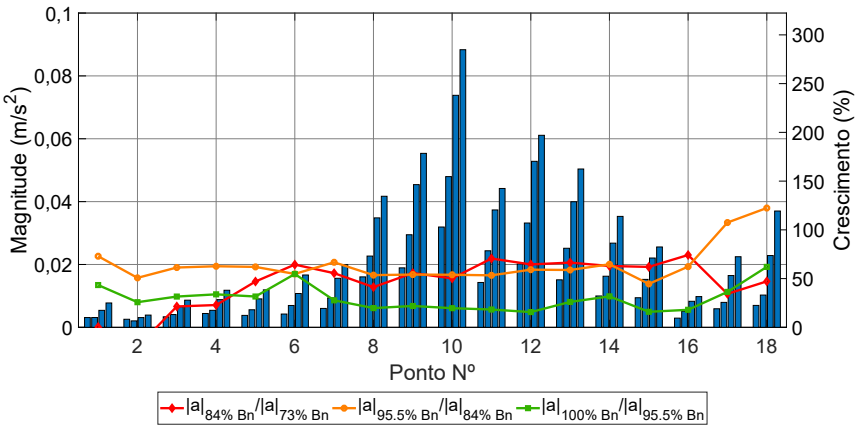
O último tipo de gráfico desenvolvido neste *script* principal é o gráfico de barras da aceleração, e a taxa de crescimento. Tal como já foi referido, este gráfico apresenta um certo número de barras, onde cada barra corresponde à magnitude de aceleração de um ponto de medição para um nível determinado nível de indução ou corrente. Nos gráficos relativos aos ensaios em *vazio* são apresentadas, para cada ponto, quatro barras que correspondem aos quatro níveis de indução, sendo a barra mais à esquerda referente ao nível de indução mais baixo, e a mais à direita referente ao nível de indução mais alto. O mesmo se aplica aos gráficos relativos ao ensaio em *carga*, porém em vez de quatro barras são apresentadas cinco, que correspondem aos cinco níveis de corrente avaliados.

Além das barras, este gráfico apresenta também marcas que mostram a taxa de crescimento da magnitude de acelaração entre níveis adjacentes. As marcas a vermelho correspondem ao crescimento do primeiro para o segundo nível, as marcas a laranja ao crescimento do segundo para o terceiro nível, as marcas a verde ao crescimento do terceiro para o quarto nível, e as marcas a azul ao crescimento do quarto para o quinto nível, esta última só utilizada no caso do ensaio em *carga*, pois é o único que contém cinco níveis diferentes.

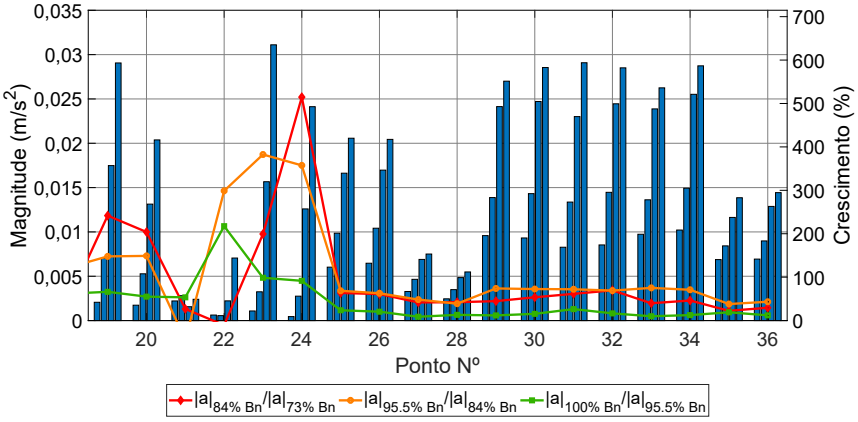
De referir também que a numerção dos pontos foi feita de forma continuada, sendo que o primeiro painel a ser avaliado tem os pontos numerados de 1 a 6, o segundo painel a ser avaliado tem os pontos numerados de 7 a 12, e assim sucessivamente.

Recorrendo a estes gráficos, foi possível perceber que, em ambos os ensaios realizados, para a frequência de 100 Hz, o crescimento da magnitude das amplitudes é muito semelhante entre pontos do mesmo painel, e principalmente entre pontos do mesmo painel à mesma cota, havendo algumas exceções. Porém, à medida que se analisam frequências cada vez mais elevadas, este crescimento tem um comportamento mais aleatório, tanto no ensaio em *vazio*, como no ensaio em *carga*, sendo que no caso do ensaio em *vazio*, esta aleatoriedade é mais notada a partir dos 400 Hz, inclusive.

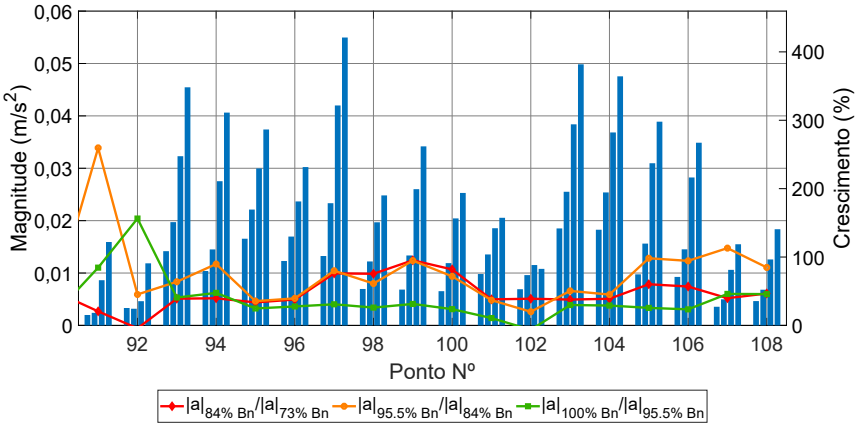
Representam-se os gráficos relativos ao ensaio em *vazio* para as frequências de 100 Hz e 400 Hz de alguns painéis, da Figura 6.21a à 6.22c, e relativamente ao ensaio em *carga* para as frequências de 100 Hz e 200 Hz, na primeira medição, da Figura 6.23a à 6.24c. No Anexo A representam-se também os mesmos gráficos para os mesmo painéis, mas referentes a outras frequências em regime *vazio*, e para as mesmas frequências, mas na segunda medição em regima em *carga*.



(a) Pontos dos painéis 1, 2 e 3 no ensaio em *vazio*.

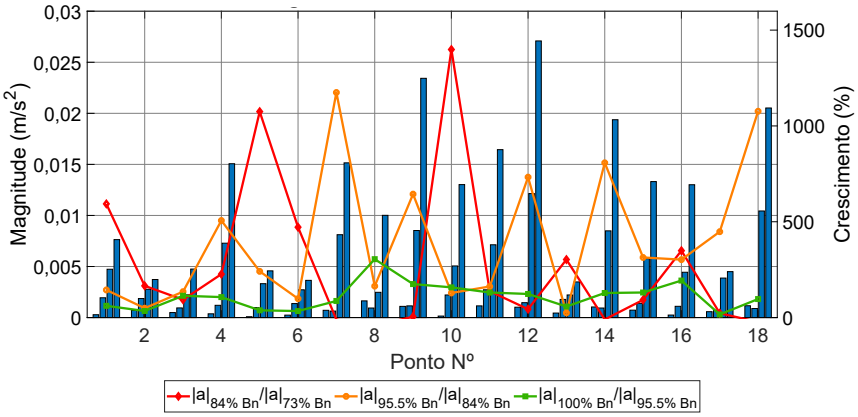


(b) Pontos dos painéis 4, 5 e 6 no ensaio em *vazio*.

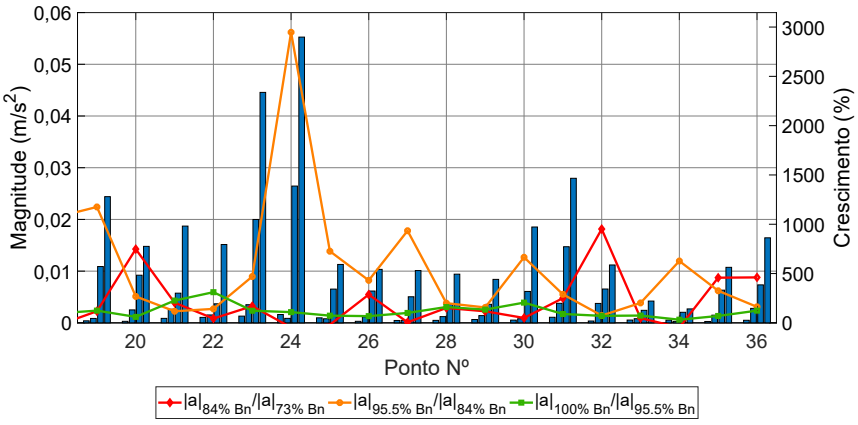


(c) Pontos dos painéis 16, 17 e 18 no ensaio em *vazio*.

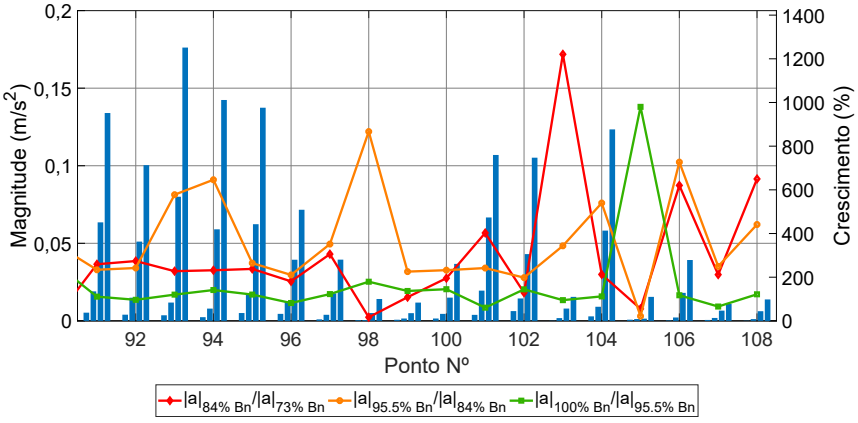
Figura 6.21: Taxa de crescimento no ensaio em *vazio* à frequência de 100 Hz para vários painéis.



(a) Pontos dos painéis 1, 2 e 3 no ensaio em *vazio*.

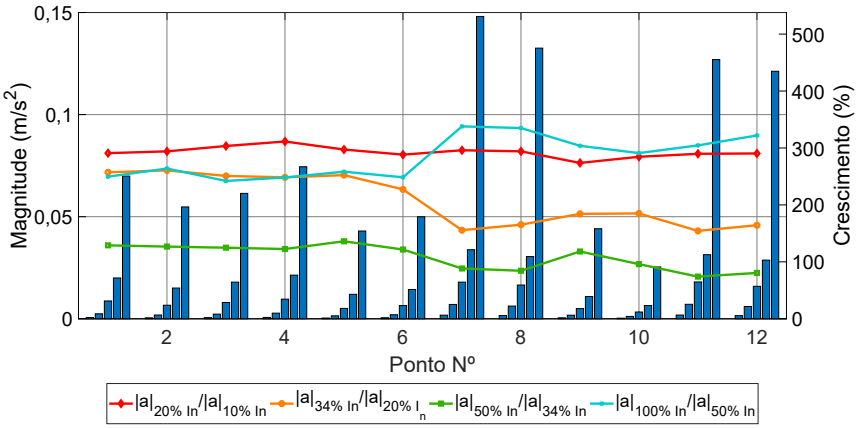


(b) Pontos dos painéis 4, 5 e 6 no ensaio em *vazio*.

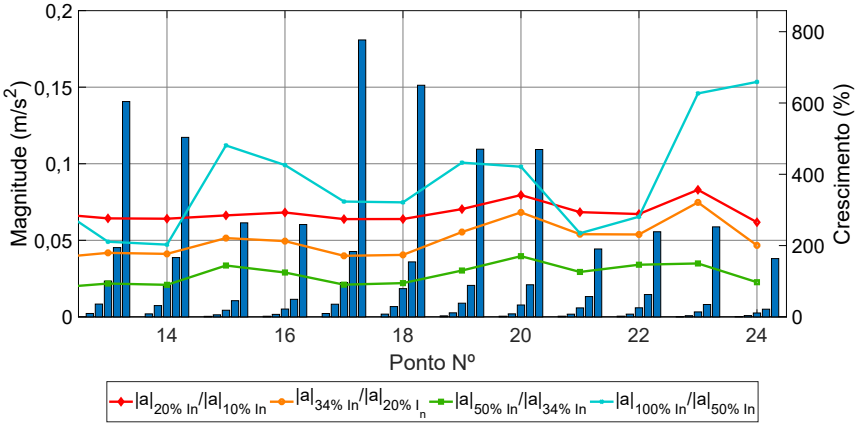


(c) Pontos dos painéis 16, 17 e 18 no ensaio em *vazio*.

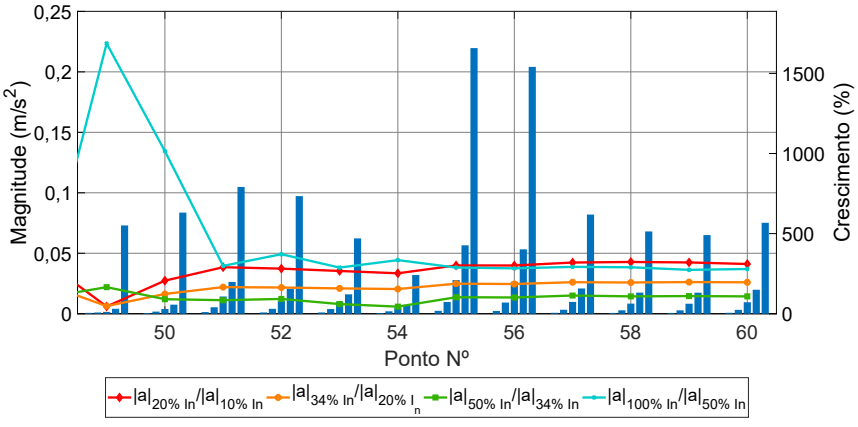
Figura 6.22: Taxa de crescimento no ensaio em *vazio* à frequência de 400 Hz para vários painéis.



(a) Pontos dos painéis 1 e 3 no ensaio em *carga*.

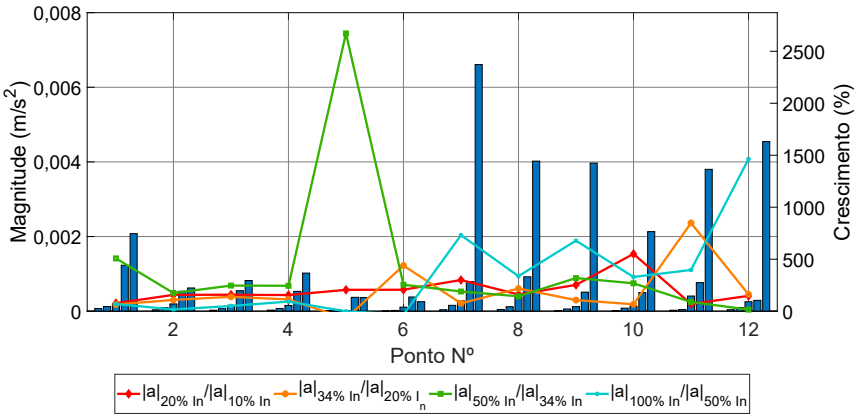


(b) Pontos dos painéis 4 e 5 no ensaio em *carga*.

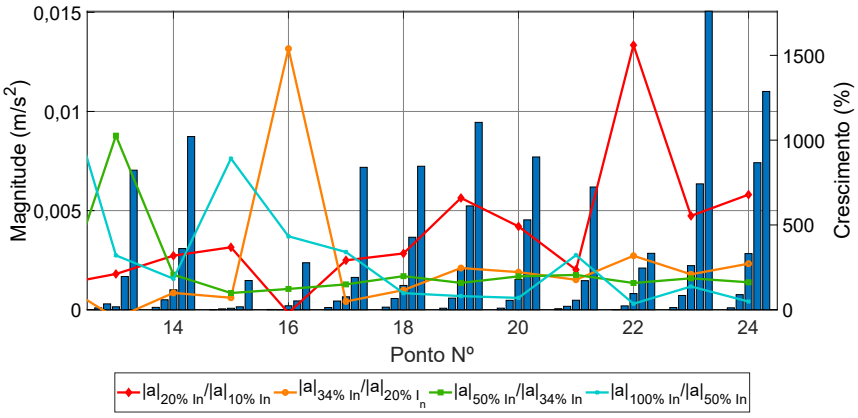


(c) Pontos dos painéis 16 e 18 no ensaio em *carga*.

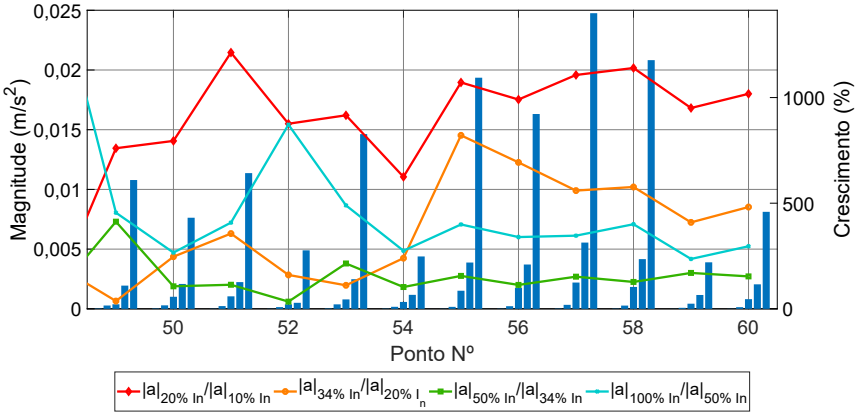
Figura 6.23: Taxa de crescimento no ensaio em *carga* à frequência de 100 Hz para vários painéis na primeira medição.



(a) Pontos dos painéis 1 e 3 no ensaio em *carga*.



(b) Pontos dos painéis 4 e 5 no ensaio em *carga*.



(c) Pontos dos painéis 16 e 18 no ensaio em *carga*.

Figura 6.24: Taxa de rescimento no ensaio em *carga* à frequência de 200 Hz para vários painéis na primeira medição.

A principal razão para que ocorra esta aleatoriedade está ligada ao facto das magnitudes da aceleração dos pontos a frequências iguais ou superiores a 400 Hz, no caso do ensaio em *vazio*, e das frequências de 200 Hz e 300 Hz no ensaio em *carga*, serem bastantes baixas. Por consequência, pequenos aumentos na magnitude podem ser significado de um crescimento muito grande.

Uma forma simples de demonstrar esta ideia é considerar um crescimento de 0,01 até 0,07 e um crescimento de 0,1 até 0,7. O crescimento em termos percentuais é igual em ambos, no entanto, em termos escalares, a variação no primeiro corresponde a 0,06 e é dez vezes menor do que a variação no segundo que corresponde a 0,6. Desta forma, o crescimento para o mesmo nível de indução ou corrente será mais aleatório, quanto menor for a ordem de grandeza da aceleração, principalmente, nos primeiros patamares de indução ou corrente.

6.3 Análise nos Pontos de Medição

Recorrendo a outro *script* principal, auxiliado pela função que retira os valores máximos da magnitude da aceleração de cada frequência múltipla de 50 Hz, retribui um gráfico de barras que representa a aceleração obtida para cada nível de indução ou corrente em função de cada valor de frequência múltiplo de 50 Hz.

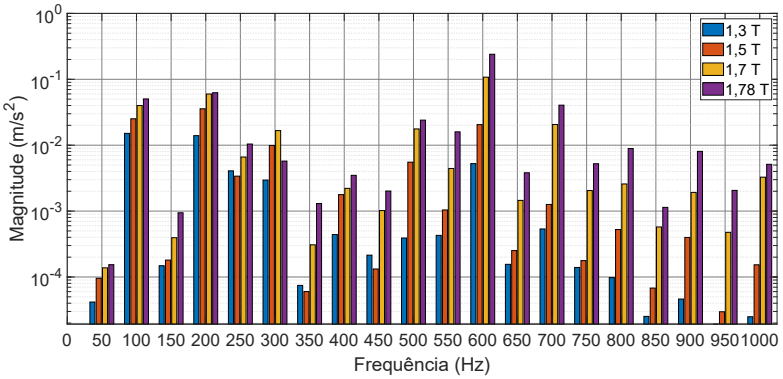
Equanto que os gráficos desenvolvidos na rotina principal anterior eram concebidos para cada frequência, no presente *script* principal os gráficos são concebidos para cada ponto de medição.

6.3.1 Aceleração em Função da Frequência

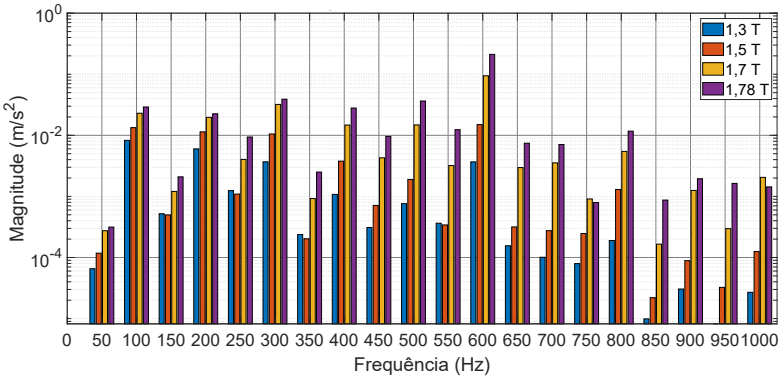
Tal como no gráfico de barras da rotina principal anterior, o presente gráfico também apresenta os quatro patamares de indução e cinco patamares de corrente, mas desta vez em função da frequência, e não de cada ponto.

Tal como já foi mencionado, para os gráficos desenvolvidos no presente *script* principal, escolheu-se uma escala logarítmica no eixo vertical com o intuito de ter uma noção global da magnitude da aceleração para todas as frequências. Numa escala linear seria difícil de ter essa perceção, uma vez que há frquências que apresentam uma magnitude muito superior às outras.

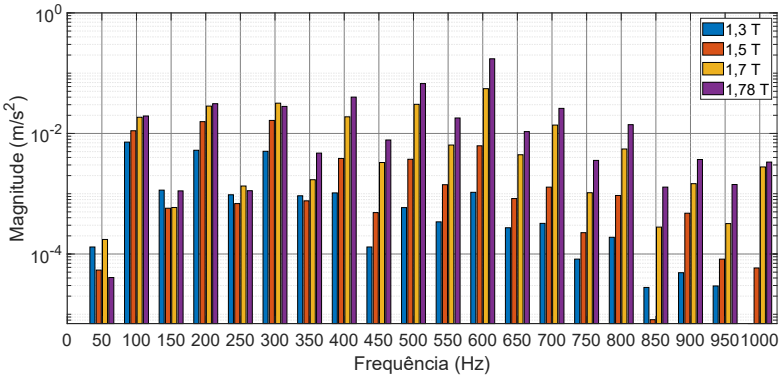
Mais uma vez, na presente secção só serão apresentados alguns gráficos relativos a certos pontos e painéis, nomeadamente, os pontos 1 e 3 dos painéis 3, 6 e 8, tanto no caso do ensaio em *vazio* (Figuras 6.25a a 6.26c), como no ensaio em *carga*, sendo que neste último só se representam os gráficos referentes à primeira medição (Figuras 6.27a a 6.28c). No Anexo A pode ser observado um maior número de gráficos.



(a) Ponto 1 do painel 3 no ensaio em *vazio*.

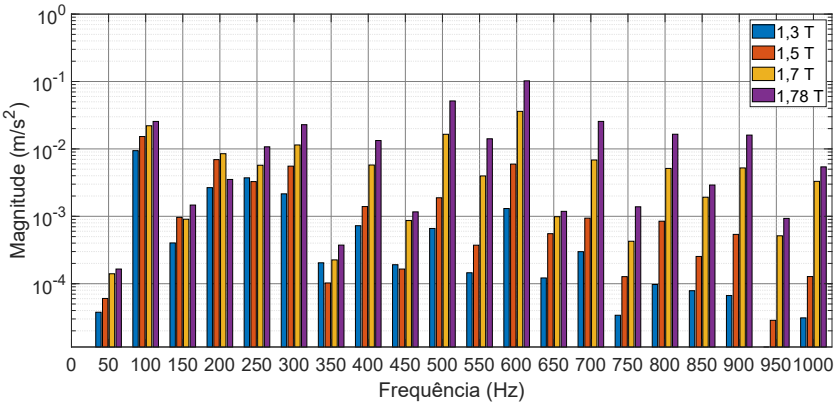


(b) Ponto 1 do painel 6 no ensaio em *vazio*.

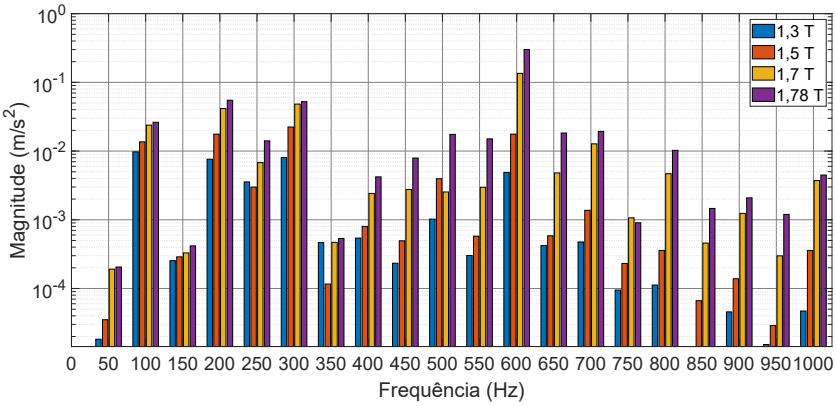


(c) Ponto 1 do painel 8 no ensaio em *vazio*.

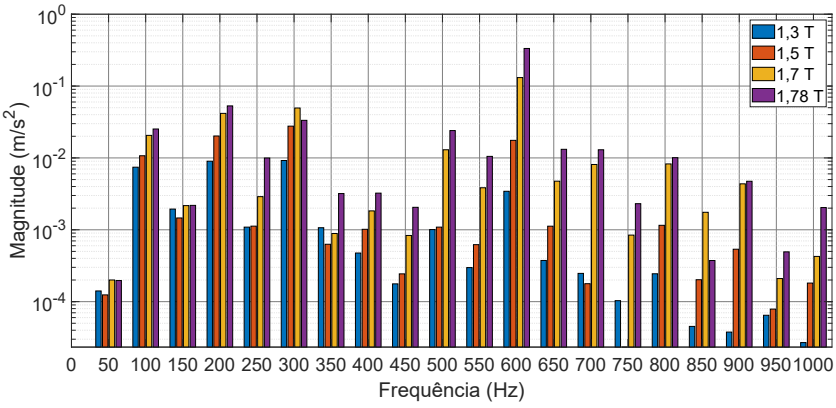
Figura 6.25: Gráficos relativos ao ponto 1 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *vazio*.



(a) Ponto 3 do painel 3 no ensaio em *vazio*.

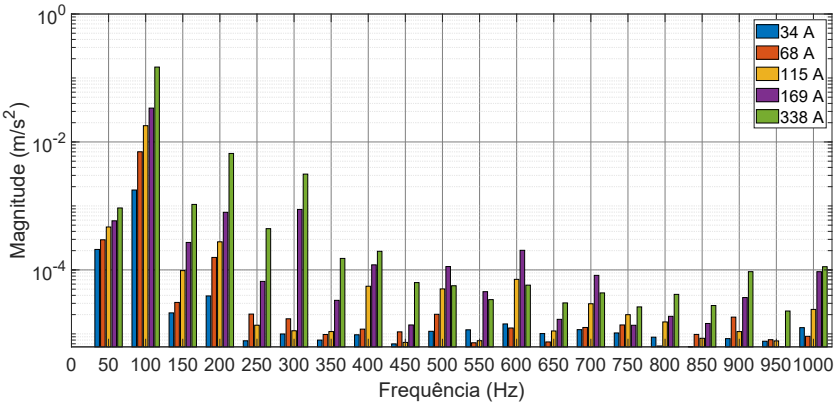


(b) Ponto 3 do painel 6 no ensaio em *vazio*.

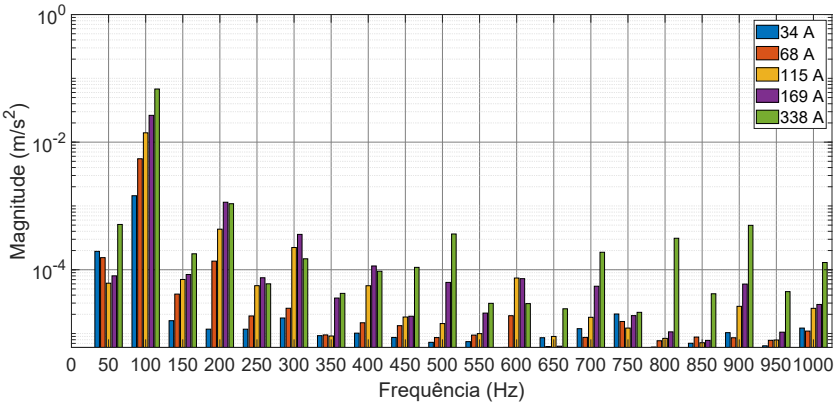


(c) Ponto 3 do painel 8 no ensaio em *vazio*.

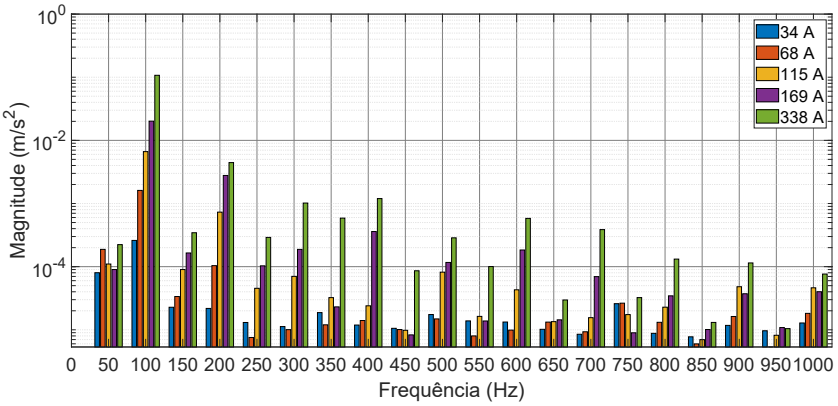
Figura 6.26: Gráficos relativos ao ponto 3 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *vazio*.



(a) Ponto 1 do painel 3 no ensaio em *carga*.

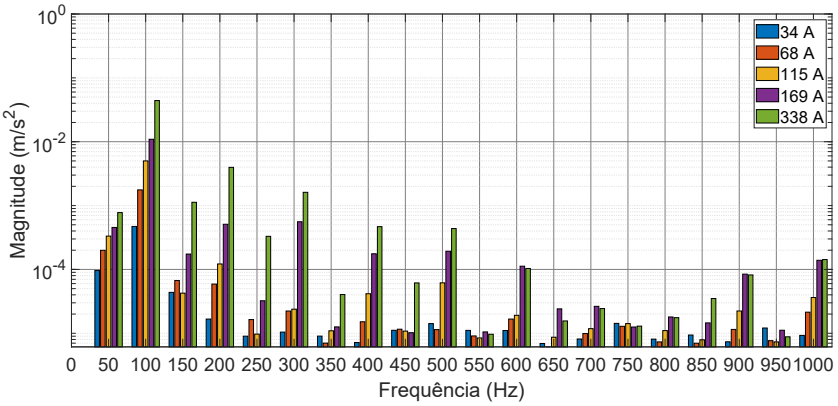


(b) Ponto 1 do painel 6 no ensaio em *carga*.

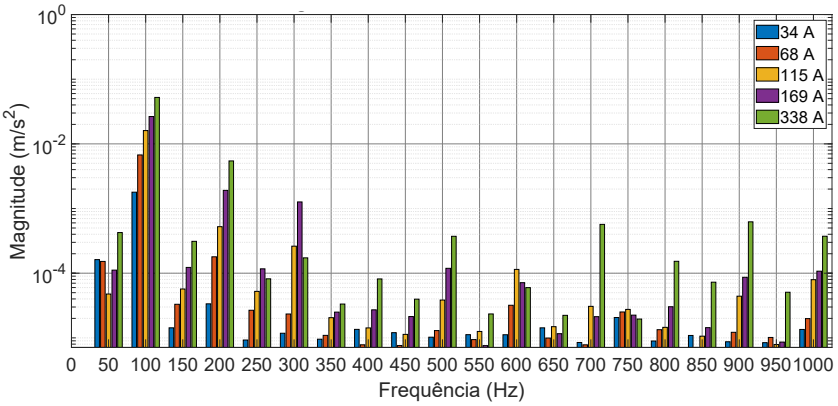


(c) Ponto 1 do painel 8 no ensaio em *carga*.

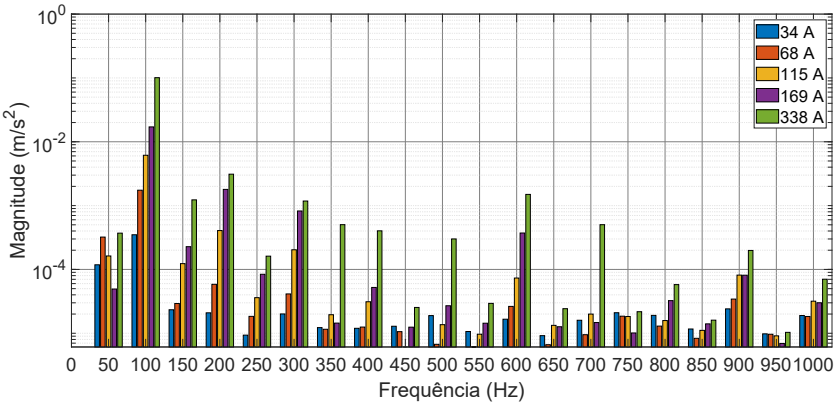
Figura 6.27: Gráficos relativos ao ponto 1 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *carga* na primeira medição.



(a) Ponto 3 do painel 3 no ensaio em *carga*.



(b) Ponto 3 do painel 6 no ensaio em *carga*.



(c) Ponto 3 do painel 8 no ensaio em *carga*.

Figura 6.28: Gráficos relativos ao ponto 3 dos painéis 3, 6 e 8, no ensaio em *carga* na primeira medição.

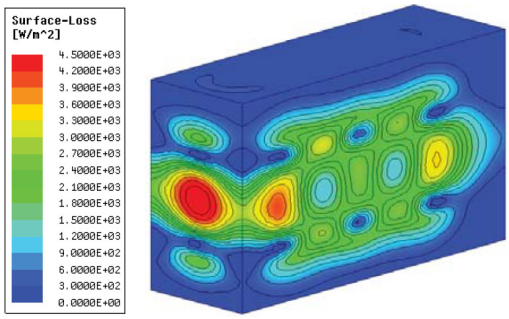
Observando os gráficos anteriores, pode-se inferir que, em relação ao regime em *vazio*, a frequência de 600 Hz é, geralmente, preponderante para valores de indução perto da indução nominal. Tendo em conta só estes gráficos, parece haver uma contradição com o que foi dito antes em relação à preponderância da frequência de 600 Hz ser mais evidente do lado esquerdo do transformador em comparação como lado direito. Contudo, o par de painéis simétricos 3 e 8 é uma das exceções onde a frequência de 600 Hz apresenta maior ou igual preponderância no painel 8 que se situa ao lado direito, em relação ao painel 3 que se situa ao lado esquerdo.

Tendo em conta o Anexo A que tem representado o ponto 1 dos painéis 3, 8, 12, 14, 16 e 18, verifica-se que nos outros dois pares de painéis, a preponderância desta frequência é muito mais evidente nos situados à esquerda do que à direita. Uma explicação possível para este fenómeno é o posicionamento de *shunts* magnéticos que apenas estão presentes no lado direito da cuba do transformador.

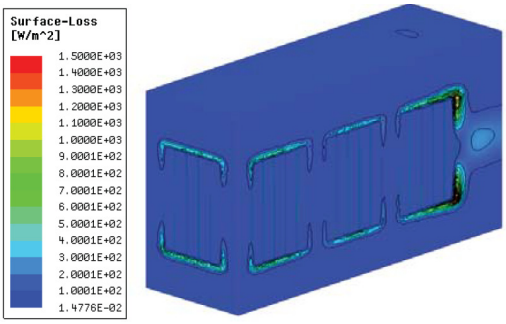
Este componente, já referenciado na secção 2.2.2, é colocado na vertical no interior da cuba do transformador, tal como se pode observar na Figura 6.29. Constituído por várias chapas magnéticas, tal como o circuito magnético, a funcionalidade dos *shunts* é direcionar o fluxo magnético devido à sua baixa relutância, ou seja, baixa resistência magnética [10, 52].

Figura 6.29: *Shunts* colocados no interior da cuba de um transformador [52].

Nas Figuras 6.30a e 6.30b, pode-se observar que, no caso de o transformador não possuir *shunts* (Figura 6.30a), as perdas por efeito Joule são bastante mais elevadas do que no caso em que o transformador disponha destes elementos (Figura 6.30b) [52].



(a) Não possuidor de *shunts* [52].



(b) Possuidor de *shunts* [52].

Figura 6.30: Diferença das perdas por efeito Joule no caso do transformador com *shunts* ou sem *shunts*.

Outra informação a realçar, prende-se com o facto de algumas frequências de múltiplas de 50 Hz, nomeadamente 250 Hz, 450 Hz e 550 Hz, terem alguma relevância em certos pontos de medição e em certos níveis de indução. Esta ocorrência pode dever-se também à não linearidade da magnetostrição [53]. De notar que, as frequências de 450 Hz e 550 Hz só se evidenciam quando o valor de indução está próximo da saturação do circuito magnético.

Em relação aos gráficos em regime em *carga*, confirma-se a forte preponderância da frequência de 100 Hz, sendo esta cerca de dez vezes superior à segunda frequência mais preponderante, a frequência de 200 Hz.

Capítulo 7

Modelação em Elementos Finitos

Além dos ensaios experimentais cujo principal objetivo está associado à análise da aceleração da vibração em função da corrente ou da indução, nos ensaios em *carga* ou *vazio*, respetivamente, efetuou-se também um estudo de elementos finitos que permite verificar o que sucede quando se varia a força de aperto nos enrolamentos, tanto no caso de um enrolamento sem defeito, como para várias situações possíveis de falha do mesmo componente.

Um enrolamento, apresenta como principal componente a bobine composta por discos de cobre, mas também possui outros constituintes, tais como, espaçadores, *washers*, e ainda alguns blocos de madeira que permitem uma melhor refrigeração do enrolamento, como já mencionado na secção 2.2.2.

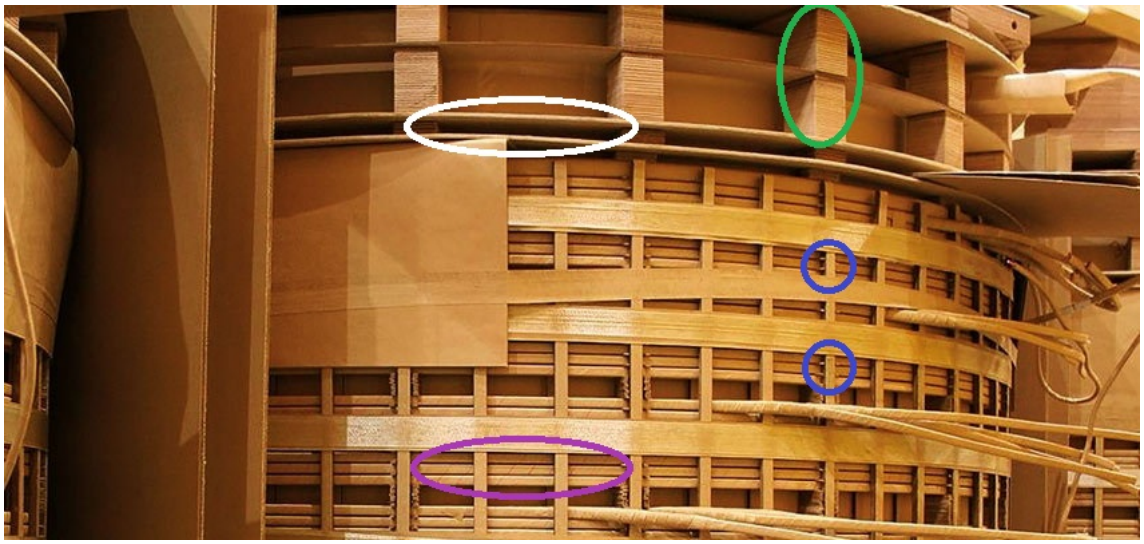


Figura 7.1: Elementos que se encontram num enrolamento. *Washers* (branco), blocos (verde), espaçadores (azul) e discos de cobre envolvidos em material isolante (roxo) [54].

Na Figura 7.1 é possível distinguir esses elementos, sendo que dentro do espaço limitado a branco encontram-se os *washers*, limitados a verde observam-se os blocos de madeira, limitados a azul identificam-se quatro espaçadores e limitados a roxo encontram-se os discos de cobre envolvidos no material isolante.

Com o intuito de fazer este estudo de elementos finitos, foi utilizado um modelo de um enrolamento típico de um transformador de potência do tipo *CORE*, que representa um dos enrolamentos de alta tensão presentes na parte ativa do transformador analisado.

Vários cenários de possíveis falhas foram simulados, de modo a ser possível fazer comparações entre o funcionamento normal do enrolamento e o funcionamento de um enrolamento deficiente [36, 55, 56]. Assim, procedeu-se à realização de cinco simulações:

- **Situação normal** - Enrolamento sem defeitos, a uma temperatura igual a 20 °C, espaçadores secos e o grau de polimerização mais elevado [36].
- **Situação de envelhecimento uniforme dos espaçadores devido ao calor** - Enrolamento cujos espaçadores se encontrem a uma temperatura diferente da situação normal e/ou apresentem graus de humidade e de polimerização diferentes da situação normal [36].
- **Situação de envelhecimento não uniforme dos espaçadores devido ao calor** - Enrolamento que contém 1/6 dos espaçadores, em altura, com um grau de polimerização mais baixo do que os restantes espaçadores, estando todos os espaçadores à mesma temperatura [36].
- **Situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente** - Enrolamento que não possui alguns espaçadores [55].
- **Situação de deslocamento radial** - Enrolamento em que alguns espaçadores se encontram deslocados da direção radial [56, 57].

7.1 Simulação Numérica

Na simulação em elementos finitos recorrendo ao programa Ansys®, apenas se consideraram os discos de cobre e os espaçadores, isto porque, na análise modal, tanto os blocos de madeira como os os *washers* não desempenham um papel muito importante.

Os espaçadores são componentes constituídos por cartão de alta densidade que garantem a distância de isolamento elétrico entre discos adjacentes do enrolamento e ainda resistência estrutural ao próprio enrolamento. Estes elementos, devido à sua constituição à base de celulose, possuem propriedades mecânicas muito sensíveis às condições de funcionamento, tais como temperatura e graus de humidade e de polimerização do próprio espaçador [36], tal como já foi referido anteriormente na secção 3.3.

De referir que este material tem um comportamento anisotrópico e apresenta um coeficiente de Poisson desprezável para forças na direção axial do enrolamento [36].

Nas simulações efetuadas, a força de aperto aplicada no enrolamento apresenta-se na direção axial do mesmo. Desta forma, o enrolamento encontra-se somente submetido a forças compressivas. Tendo em conta estas informações, uma estratégia de simplificar a simulação do modelo passa por desprezar as deformações de corte e no plano, e considerar apenas a deformação axial [36]. Por fim, acrescentar também que este material apresenta um módulo de elasticidade variável em função da pressão aplicada na direção axial.

Recorrendo à tese de Lakshitha Naranpanawe [36], pode-se observar um gráfico da tensão em função da deformação do material utilizado nos espaçadores a operar a temperaturas diferentes e com graus de humidade e de polimerização distintos (Figura 7.2). Tendo em conta esta informação, é possível deduzir que o módulo de compressibilidade do material dos espaçadores depende destas variáveis. Observando as várias curvas, conclui-se também que o módulo de compressibilidade não é linear, uma vez que o comportamento da tensão em função da deformação dos vários espaçadores também não é linear.

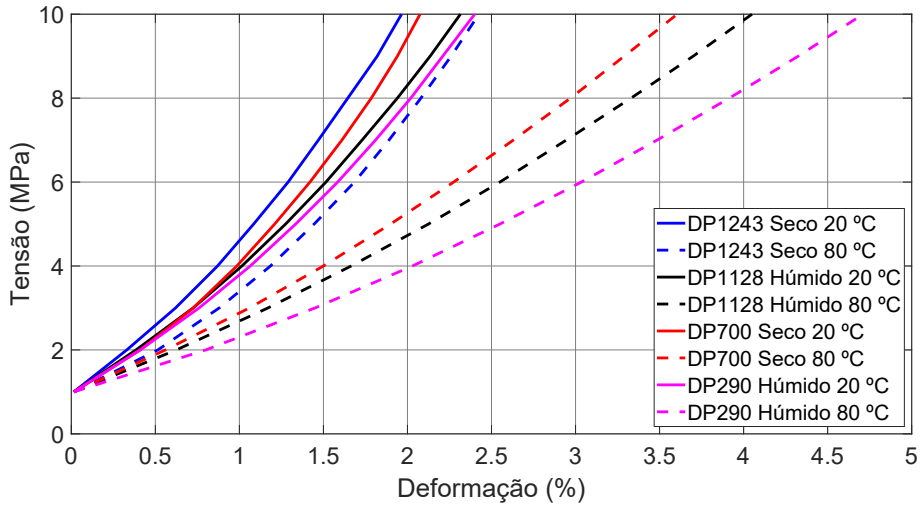


Figura 7.2: Tensão-deformação para espaçadores com características diferentes [36].

Recorrendo ao gráfico apresentado na Figura 7.2 criou-se um novo material na base de dados do Ansys® Workbench, sendo que este material tem um comportamento hiperelástico. Escolhendo o modelo hiperelástico que apresente a curva que melhor se adequa ao conjunto de dados obtidos, que no presente caso corresponde ao modelo Mooney-Rivlin de Três Parâmetros e colocando também a densidade do material cujo valor é igual a 1140 kg/m^3, tem-se o material celulósico totalmente definido [36].

A interface relativa à caracterização deste material está demosntrada na Figura 7.3.

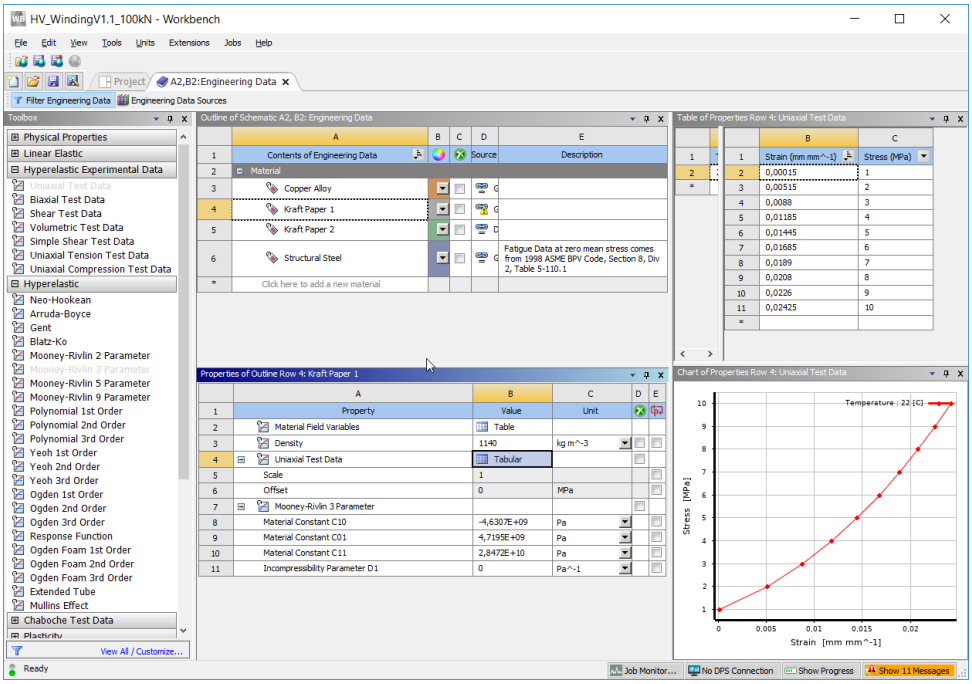


Figura 7.3: Interface do Ansys® Workbench na caracterização do material celulósico.

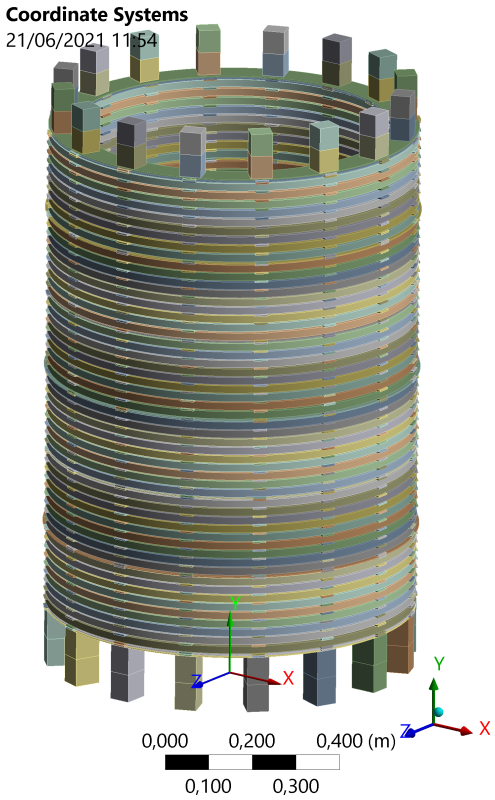
De modo a proporcionar um melhor entendimento da Figura 7.2, é necessário referir quais as diferenças entre os vários espaçadores analisados. Com este intuito, apresenta-se a seguinte tabela:

Tabela 7.1: Características dos vários espaçadores analisados.

	Grau de Humidade (%)	Envelhecimento (Horas)	Grau de Polimerização
DP1243	0,5	0	1243
DP1128	4	0	1128
DP700	0,5	2000	700
DP290	4	1000	290

O envelhecimento do material dos espaçadores é realizado recorrendo ao aquecimento do mesmo a 110 °C durante 1000 e 2000 horas. Caso o número de horas seja igual a 0, o material não foi envelhecido termicamente.

Ainda relativamente ao gráfico da Figura 7.2, cada tipo de espaçador foi analisado a temperaturas de funcionamento de 20 °C e de 80 °C.



(a) Modelo original com *washers* e blocos.

(b) Modelo modificado com supressão dos *washers* e blocos.

Figura 7.4: Modelo original do enrolamento e modelo modificado.

Focando na simulação em si, o modelo do enrolamento inicial continha os quatro elementos já enunciados (Figura 7.4a). Assim, a primeira etapa está relacionada com a supressão dos elementos menos importantes à análise modal, sendo estes os *washers* e os blocos (Figura 7.4b), tal como já foi referido anteriormente.

O modelo inicial contém 992 espaçadores de dimensões 70,1 mm x 30 mm x 3 mm e 54 discos de cobre com raio interior de 367,5 mm, raio exterior de 425,6 mm e espessura de 17,3 mm. De seguida, procedeu-se à atribuição dos materiais, relativamente a estes dois grupos de componentes, tendo assim os discos em cobre e os espaçador em cartão de alta densidade (Tabela 7.2).

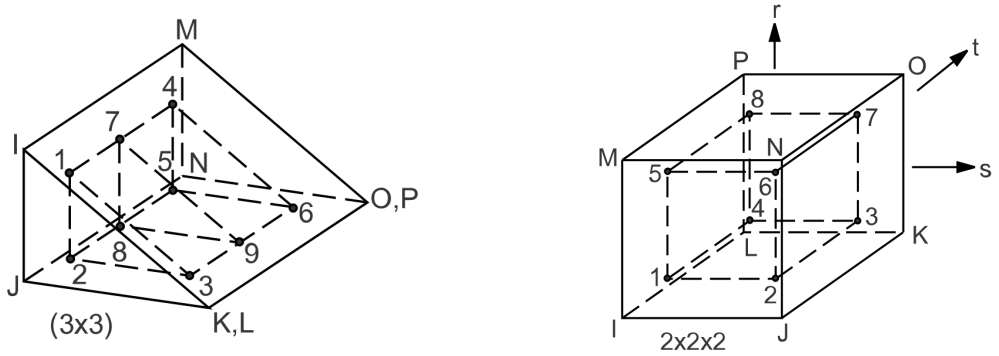
Tabela 7.2: Características dos materiais dos espaçadores e discos de cobre consideradas nos modelos numéricos.

	Componente	Módulo de Elasticidade (GPa)	Coeficiente de Poisson	Densidade (kg/m^3)
Cobre	Discos	110	0,34	8300
Cartão de Alta Densidade	espaçadores	Atribuído com recurso às curvas da Figura 7.2	0	1140

A etapa seguinte refere-se à conceção de uma malha de elementos finitos em toda a geometria. A malha atribuída é composta por um grupo de elementos sólidos 3-D denominado SOLID186. Estes elementos podem apresentar várias geometrias, tais como hexaédrica, tetraédrica, piramidal ou prisma triangular. Contudo, todos estes elementos 3-D, criados a partir do elemento SOLID186, são quadráticos independentemente da sua estrutura geométrica [58].

Nas simulações realizadas, a malha criada pelo próprio programa de elementos finitos era maioritariamente composta por elementos hexaédricos de 20 nós (Figura 7.6a), possuindo também alguns elementos de prisma triangular de 15 nós (Figura 7.6b). Uma vez que se utilizaram as opções predefinidas do elemento sólido SOLID186, tanto os elementos hexaédricos como os elementos de prisma triangular foram considerados como homogéneos quanto à sua estrutura [58].

Além disso, o elemento hexaédrico é considerado elemento finito de integração reduzida, por predefinição [58].



(a) Elemento de prisma triangular [59].

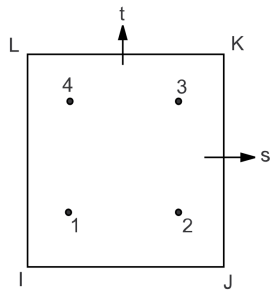
(b) Elemento hexaédrico [59].

Figura 7.5: Distribuição dos pontos de integração nos dois tipos de elemento utilizados.

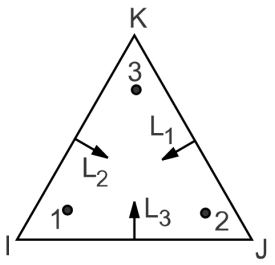
Finalmente, a predefinição destes elementos inclui também a formulação de deslocamento puro [58]. Isto significa que o programa considera apenas os deslocamentos como variáveis desconhecidas, realizando diretamente o seu cálculo. De seguida, calcula todas as outras varáveis, como deformações e tensões, a partir dos valores obtidos dos deslocamentos, uma vez que as deformações e tensões derivam dos deslocamentos [60].

Fazendo uma breve abordagem dos elementos utilizados, estes apresentam 9 pontos de integração no caso de elementos de prisma triangular (Figura 7.6a) e apresentam 8 pontos de integração no caso de elementos hexaédricos (Figura 7.6b). Caso fosse utilizada integração completa, os elementos hexaédricos possuiriam 14 pontos de integração [61].

A localização e peso dos pontos de integração, no caso dos elementos hexaédricos, pode ser calculada através da localização e peso dos pontos num elemento 1-D ou de um elemento 2-D quadrilátero [59]. No caso dos elementos de prisma triangular, a localização e peso de cada ponto de integração calcula-se com base na localização e peso dos pontos num elemento 1-D e num elemento triangular [59].



(a) Elemento quadrilátero [59].



(b) Elemento triangular [59].

Figura 7.6: Distribuição dos pontos de integração nos dois tipos de elemento utilizados.

Assim, na tabela 7.3, apresentam-se as localizações e pesos dos pontos de integração para o elemento hexaédrico [62].

Tabela 7.3: Localização e pesos dos pontos de integração do elemento hexaédrico.

	Localização em ξ_i	Localização em η_i	Localização em ζ_i	Peso w_i
Elemento Hexaédrico	$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$	1

Na tabela 7.4, estão representadas as localizações e pesos dos pontos de integração para o elemento de prisma triangular [62].

Tabela 7.4: Localização e pesos dos pontos de integração do elemento prisma triangular.

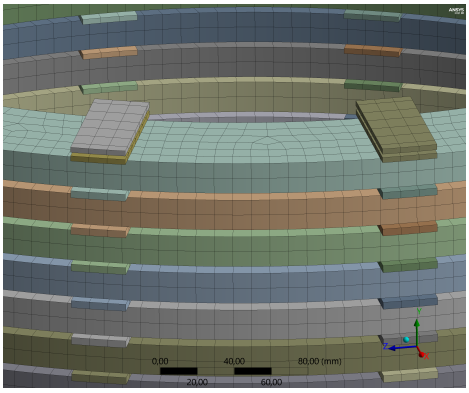
	Localização em ξ_i	Localização em η_i	Localização em $1-\xi_i-\eta_i$	Localização em ζ_i	Peso w_i
Elemento Prisma Triangular	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{5}{54}$
				0	$\frac{8}{54}$
	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{5}{54}$
				0	$\frac{8}{54}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{5}{54}$
				0	$\frac{8}{54}$

Considerando estes valores de localização e de peso de cada ponto de integração de ambos os elementos, é possível fazer a integração numérica segundo a seguinte equação:

$$\int_{V_{0eL}} f(\xi,\eta,\zeta)\,d\xi\,d\eta\,d\zeta = \sum_{i=1}^{N} f(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)w_i, \tag{7.1}$$

onde $f(\xi,\eta,\zeta)$ corresponde à função de forma de cada ponto de integração, w_i é o peso de cada ponto de integração, ξ_i, η_i e ζ_i são as coordenadas naturais de cada ponto e N corresponde ao número total de pontos de integração do elemento utilizado [62].

(a) Vista total do enrolamento.

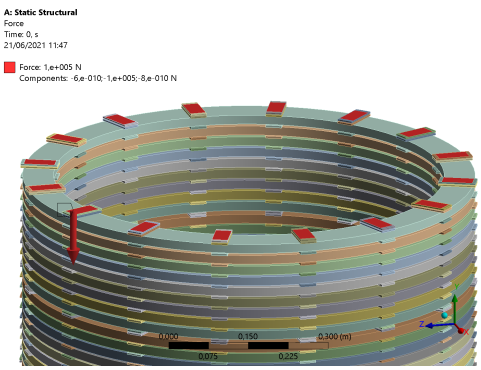


(b) Vista aproximada no enrolamento.

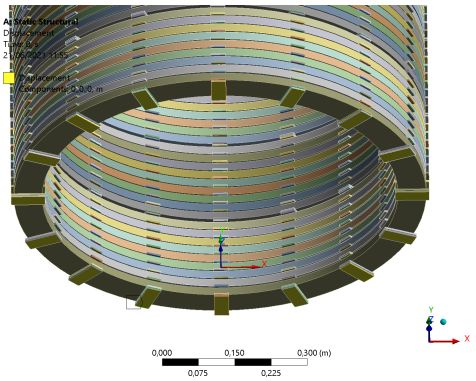
Figura 7.7: Malha de Elementos Finitos utilizada nas simulações.

Focando novamente na malha criada, o tamanho aproximado dos elementos finitos utilizados é de 10 mm, resultando num total de 189 168 elementos, ou ainda, 1 236 112 nós (Figuras 7.7a e 7.7b).

Dado que nas simulações, o material celulósico foi adaptado de um modelo hiperelástico, utilizando-se uma formulação não linear.



(a) Força de aperto aplicada nos espaçadores superiores do enrolamento.



(b) Deslocamento nulo aplicado aos espaçadores inferiores do enrolamento.

Figura 7.8: Força de aperto e deslocamento nulo aplicados no enrolamento.

Por fim, adicionou-se a força de aperto nos 16 espaçadores colocados na face superior do enrolamento, sendo esta força aplicada na direção axial no sentido de cima para baixo (Figura 7.8a), simulando uma situação real de um transformador, onde é aplicada esta força de aperto. Além da força de aperto, restringiu-se o movimento de translação dos 16 espaçadores inseridos na face superior do enrolamento e dos 16 espaçadores colocados na face inferior do enrolamento (Figura 7.8b).

Tendo realizado todas estas etapas, é necessário atribuir um número de incrementos e os resíduos do Método Newton-Raphson para que a solução do modelo não linear tenha convergência (Figura 7.9), isto no caso da análise estática, e no caso da análise modal, referir quantos modos naturais se pretendem calcular e o intervalo de frequências. Definindo estas variáveis, corre-se a simulação e faz-se a análise e a verificação dos resultados obtidos.

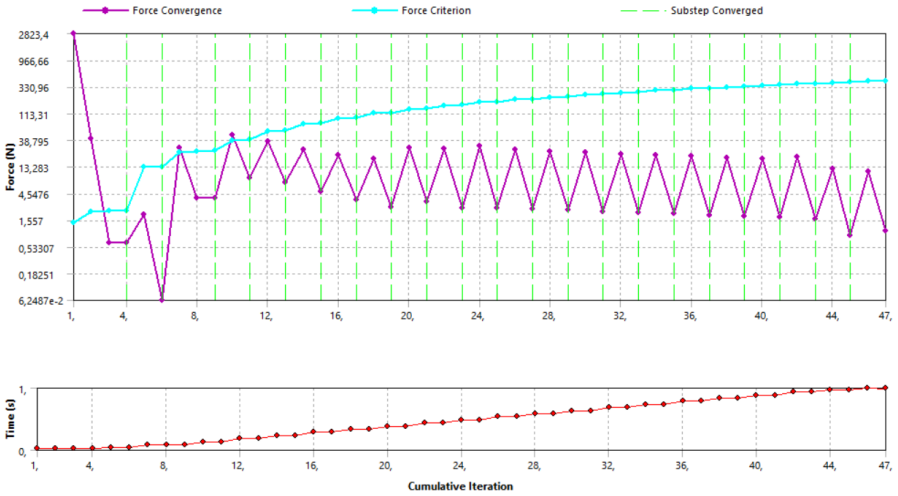


Figura 7.9: Número de iterações realizadas e à convergência da solução do problema.

Em relação à análise estática, e uma vez que foi utilizado um modelo hiperelástico para caracterizar o material dos espaçadores, é necessário mencionar que a matriz das tensões é dada pela seguinte equação:

$$\left[\sigma\right] = \frac{2}{J}\left[F\right]\left[\frac{\partial W(C_{ij})}{\partial C_{ij}}\right]^{T}\left[F\right]^{T}, \tag{7.2}$$

onde $\left[\sigma\right]$ representa a matriz de tensões de Cauchy, J a deformação volumétrica elástica $\left[F\right]$ a matriz gradiente de deformação, W a equação de energia potencial elástica do modelo hiperelástico utilizado e C_{ij} as componentes do tensor de deformações Cauchy-Green direito [63, 64].

A matriz gradiente de deformação $\left[F\right]$ pode ser escrita por:

$$\left[F\right] = \left[R\right]\left[U\right], \tag{7.3}$$

em que $\left[R\right]$ corresponde à matriz de rotação e $\left[U\right]$ ao tensor de alongamento direito, estando a primeira variável relacionada com a rotação do objeto e a segunda variável relacionada com a deformação desse mesmo objeto [65].

O tensor de deformações de Cauchy-Green direito é dado por [64]:

$$\left[C\right] = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix}, \tag{7.4}$$

onde λ_i é igual à razão do alongamento na direção principal i. Acrescenta-se ainda que:

$$\lambda_i = 1 + \varepsilon_i, \tag{7.5}$$

sendo ε_i o valor da deformação na direção principal i [64].

As variáveis λ_i estão relacionadas com as invariantes de distorção $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ e com a deformação volumétrica elástica J através das seguintes equações [63, 64]:

$$\bar{I}_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \tag{7.6a}$$

$$\bar{I}_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_1^2\lambda_3^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2, \tag{7.6b}$$

$$J^2 = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2. \tag{7.6c}$$

Relativamente à análise modal, a extração dos modos naturais de vibração é realizada recorrendo à equação seguinte:

$$\left[k\right]\left\{\phi_i\right\} = \lambda_i \left[m\right]\left\{\phi_i\right\}, \tag{7.7}$$

em que $\left[k\right]$ corresponde à matriz de rigidez, $\left[m\right]$ à matriz de massa, $\left\{\phi_i\right\}$ ao vetor modal normalizado e λ_i ao quadrado da frequência natural ω_i [17, 66].

Para realizar a extração dos vetores modais normalizados e das frequências naturais, o programa de elementos finitos utilizado recorre a certos algoritmos. Geralmente, os algoritmos a que o programa de elementos finitos recorre, por predefinição, são o *PCG Lanczos* e o *Block Lanczos*. Apesar de ambos extrairem os vetores modais normalizados e as frequências naturais via iterações de Lanczos, estes diferem entre si. O *PCG Lanczos* recorre ao PCG Iterative Solver para realizar a extraçao destas variáveis, enquanto que o *Block Lanczos* recorre ao *Sparse Direct Solver*.

Dependendo do número de graus de liberdade do problema e do número de modos naturais que se pretendem extrair, o tempo de resolução de cada algoritmo é diferente [66, 67].

Focando no presente caso, verificou-se que, para o modelo em utilizado, em todas as simulações que fossem extraídos menos de 40 modos naturais, o programa de elementos optava pelo algoritmo *PCG Lanczos*, uma vez que proporciona uma extração mais rápida. Por outro lado, nos casos em que fossem extraídos mais de 40 modos naturais, o programa recorria ao algoritmo *Block Lanczos*.

Esta informação verifica a referência [67], que afirma que, para um modelo com um determinado número de graus de liberdade, o algoritmo *PCG Lanczos* apresenta uma extração mais rápida até um determinado número de modos naturais a extrair. Caso se pretenda extrair um maior número de modos naturais, a extração recorrendo ao algoritmo *Block Lanczos* é mais rápida, comparativa com o *PCG Lanczos*.

Deve ainda referir-se que foi realizada a convergência de resultados tendo em conta o número de nós utilizados. Recorrendo a malhas com elementos de vários tamanhos, foi possível reproduzir o gráfico da Figura 7.10, que mostra a convergência das frequências de cada modo natural do modelo do enrolamento em função do número de nós utilizados em várias malhas de elementos finitos. Também é ilustrado o tempo de resolução necessário para cada uma dessas malhas, malhas essas que variam aproximadamente com o aumento de número de nós.

De salientar que foi utilizada uma *workstation* de alto desempenho, com 32 núcleos Intel Xeon e 256 GB de memória RAM.

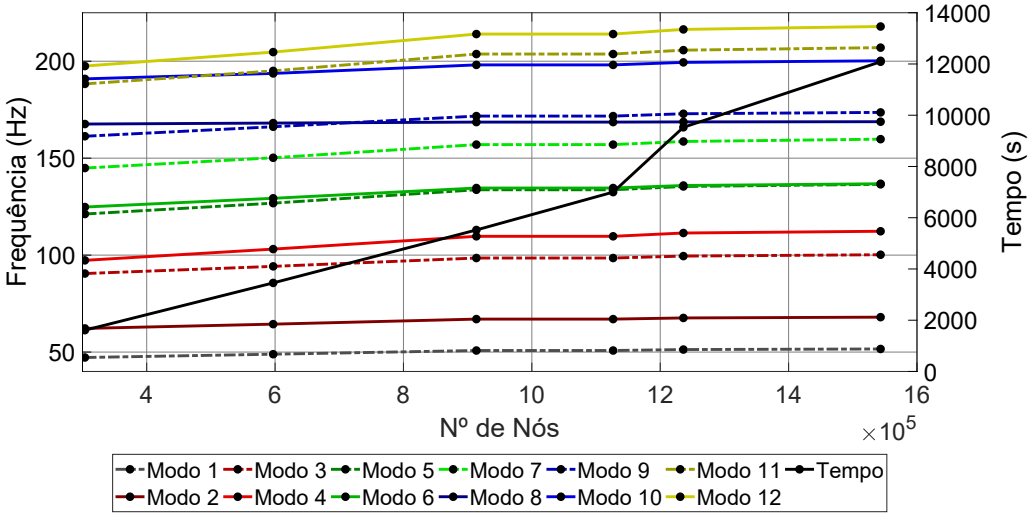


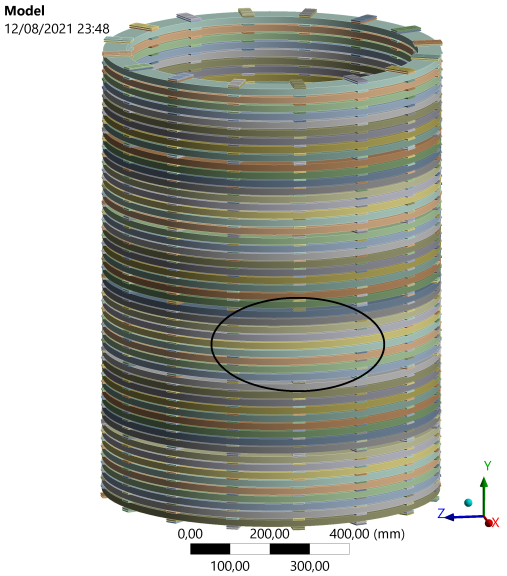
Figura 7.10: Convergência das frequências naturais e tempo de resolução em função do número de nós.

Este gráfico auxiliou a escolha da malha de elementos finitos, uma vez que analisando o mesmo, pode-se concluir que para uma malha de elementos hexaédricos quadráticos com um número de nós superior a 900 000 há convergência.

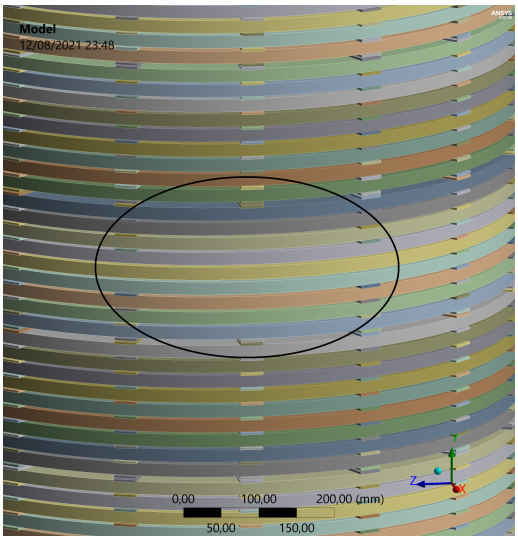
A análise das situações normal, envelhecimento uniforme de espaçadores e envelhecimento não uniforme de espaçadores foram realizadas sem alteração do modelo de base, adicionando e alterando somente as propriedades do material que constitui os espaçadores.

Por outro lado, na análise da situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente, realizou-se uma alteração ao modelo inicial, sendo retirados alguns espaçadores, de modo a simular a falha (Figuras 7.11a e 7.11b).

Também na situação de deslocamento radial, procedeu-se à alteração do modelo inicial, deslocando alguns dos espaçadores na direção radial (Figura 7.12).



(a) Vista total do enrolamento.



(b) Vista aproximada no enrolamento.

Figura 7.11: Enrolamento na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente.

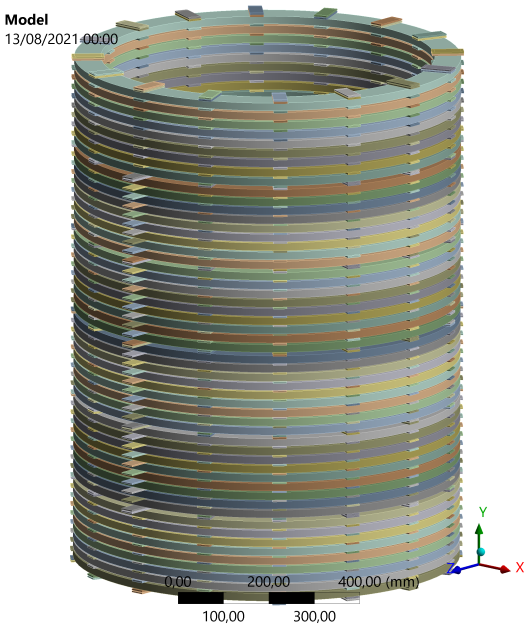


Figura 7.12: Enrolamento na situação de deslocamento radial.

Capítulo 8

Análise dos Resultados Numéricos

As últimas análises estão relacionadas com a simulação númerica do modelo do enrolamento, nas condições de funcionamento mencionadas no capítulo 7.

Para cada uma das situações analisadas foram realizadas quatro simulações, estando estas ligadas a diferentes forças de aperto, sendo estas de 0 kN, 50 kN, 75 kN e 100 kN.

Como já foi referido anteriormente, realizou-se uma análise estática, com o intuito de verificar os locais onde a tensão e deformação são superiores. De seguida, efetuou-se uma análise modal, com o intuito de observar os modos naturais das várias simulações efetuadas, bem como as frequências naturais associadas aos mesmos.

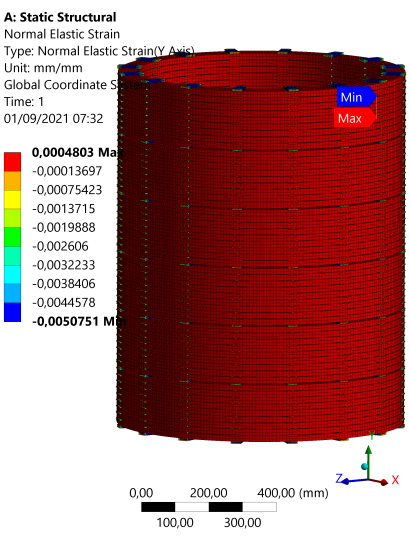
Em cada condição de funcionamento, foram analisados os 12 primeiros modos naturais de vibração. A escolha dos primeiros 12 modos naturais advém do facto do décimo segundo modo natural, na situação normal, apresentar uma frequência natural com um valor próximo 200 Hz e, uma vez que nos ensaios experimentais em *carga*, as frequências acima de 200 Hz tinham uma contribuição muito baixa na vibração do transformador, assumiu-se este valor de frequência como o limite para esta análise.

De referir, novamente, que o ensaio em *carga* está ligado somente à vibração do enrolamento.

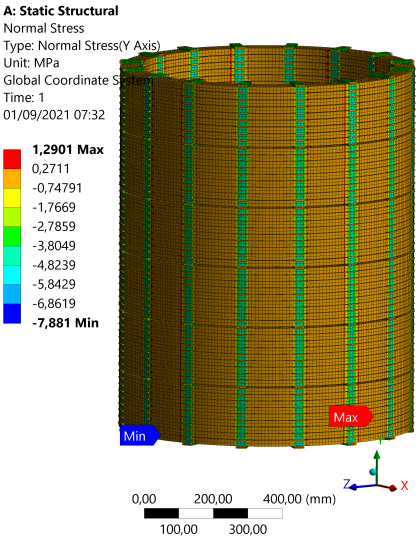
8.1 Análise Estática

Resolvendo o modelo de elementos finitos, relativamente à análise estática, concluiu-se que a deformação axial apresenta o seu máximo nos espaçadores, enquanto a tensão axial exibe o seu máximo nos espaçadores, mas também nos discos do enrolamento, na zona envolvente aos espaçadores, tal como é expectável e observável nas Figuras 8.1a a 8.2b.

De notar que os resultados obtidos na análise estática para as situações de deslocamento radial, envelhecimento uniforme dos espaçadores e envelhecimento não uniforme dos espaçadores são muito semelhantes aos obtidos na situação normal e, por essa razão, não estão aqui representados.

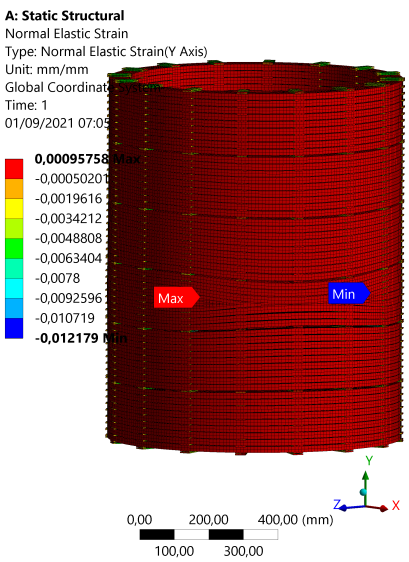


(a) Deformação elástica axial.

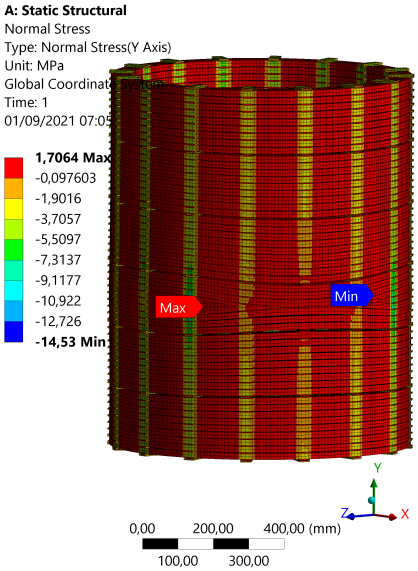


(b) Tensão axial.

Figura 8.1: Deformação e tensão axiais na situação normal, para um aperto de 100 kN.



(a) Deformação elástica axial.

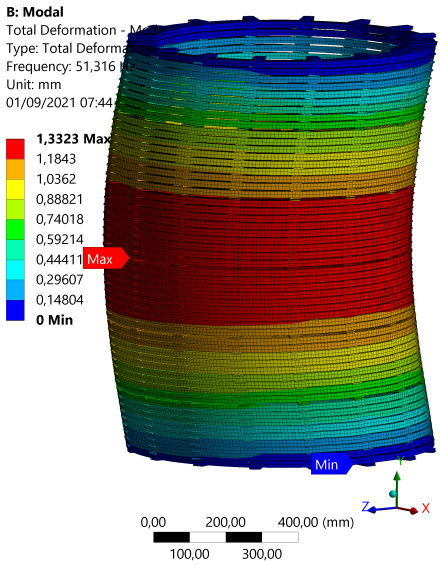


(b) Tensão axial.

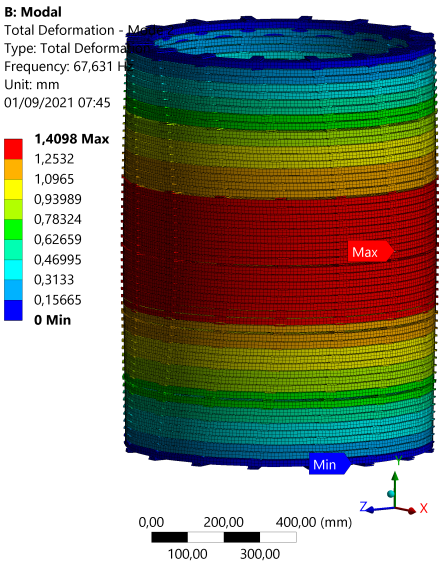
Figura 8.2: Deformação e tensão axiais na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente, para um aperto de 100 kN.

8.2 Análise dos Modos Naturais

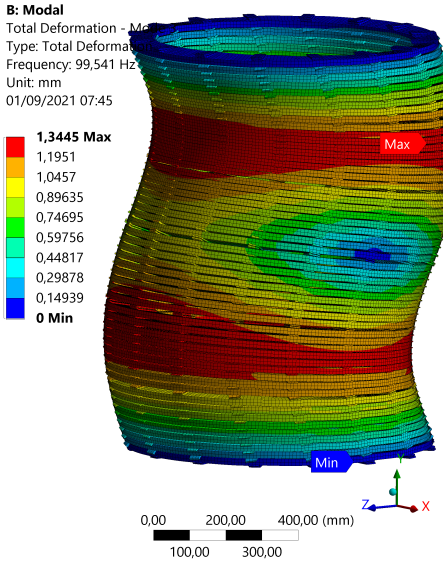
Considerando a análise modal, observou-se que nas situações de enrolamento normal, envelhecimento uniforme dos espaçadores e envelhecimento não uniforme dos espaçadores, os 12 primeiros modos naturais obtidos são iguais (Figuras 8.3a a 8.5d), havendo apenas diferenças no valor das frequências naturais a que estes ocorrem.



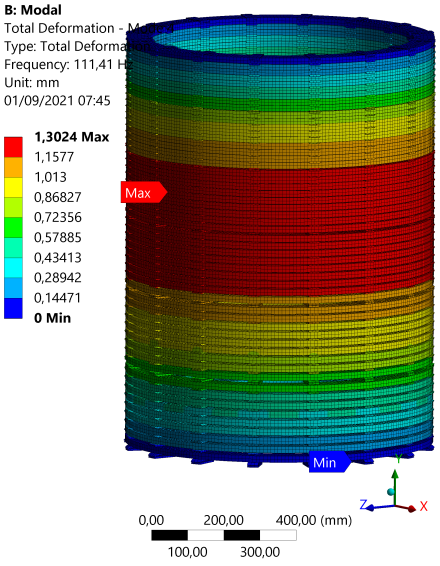
(a) Primeiro modo natural.



(c) Segundo modo natural.

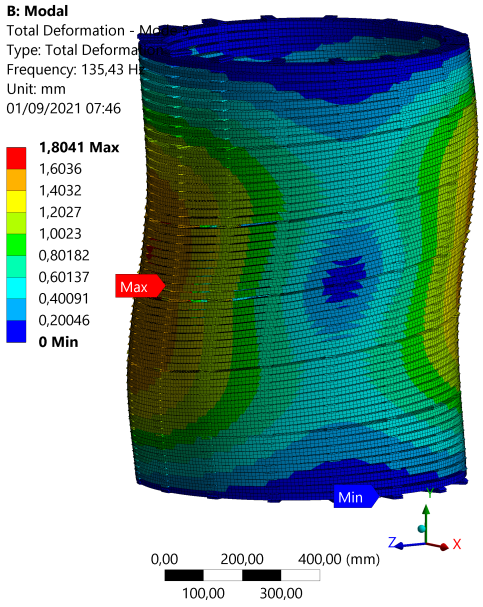


(b) Terceiro modo natural.

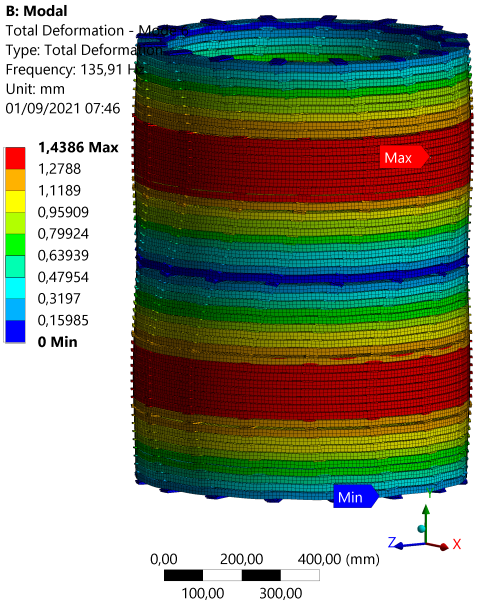


(d) Quarto modo natural.

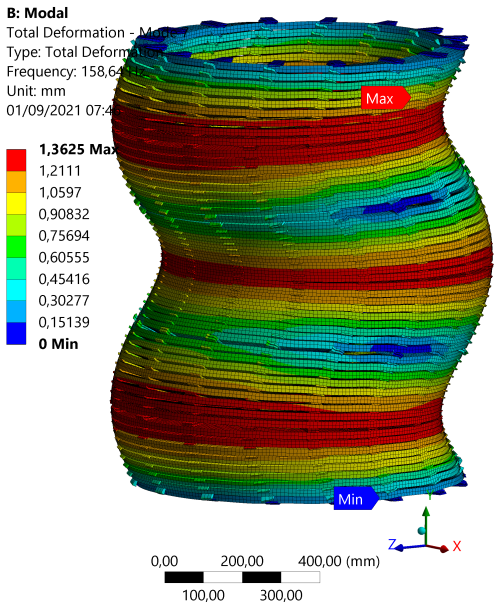
Figura 8.3: Modos naturais, do primeiro ao quarto, referentes a um aperto de 100 kN, na situação normal.



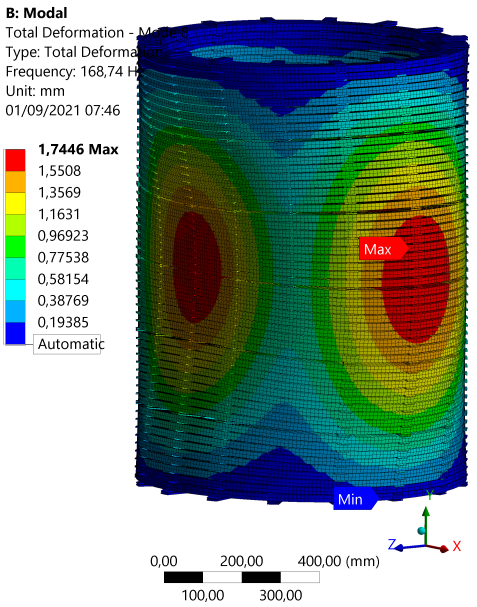
(a) Quinto modo natural.



(c) Sexto modo natural.

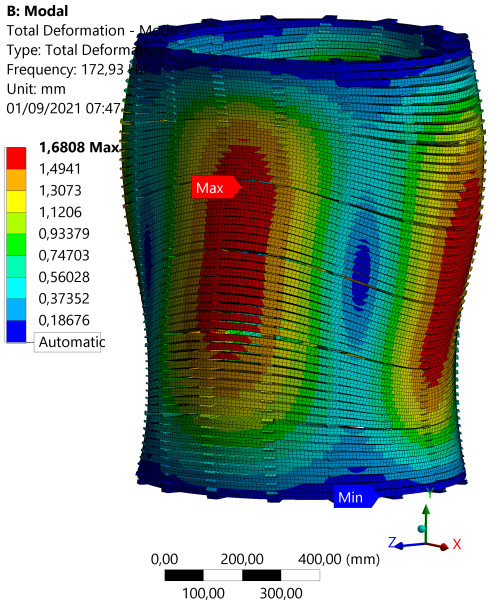


(b) Sétimo modo natural.

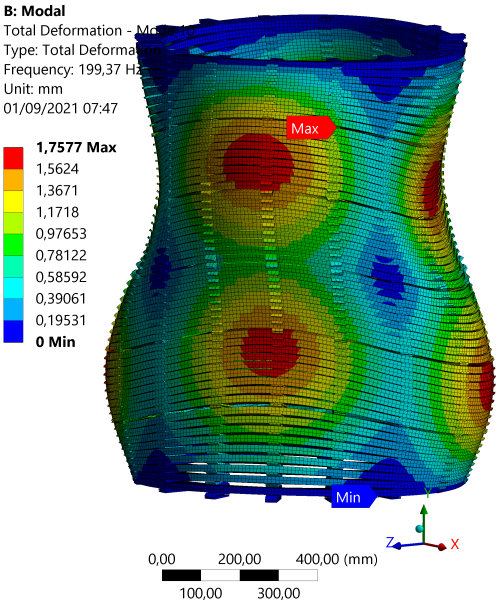


(d) Oitavo modo natural.

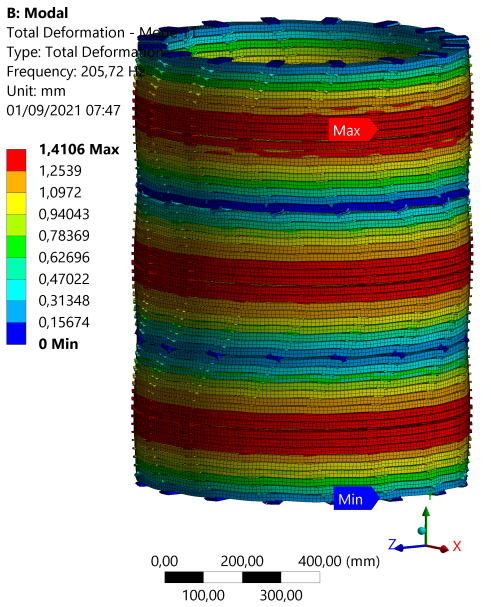
Figura 8.4: Modos naturais, do quinto ao oitavo, referentes a um aperto de 100 kN, na situação normal.



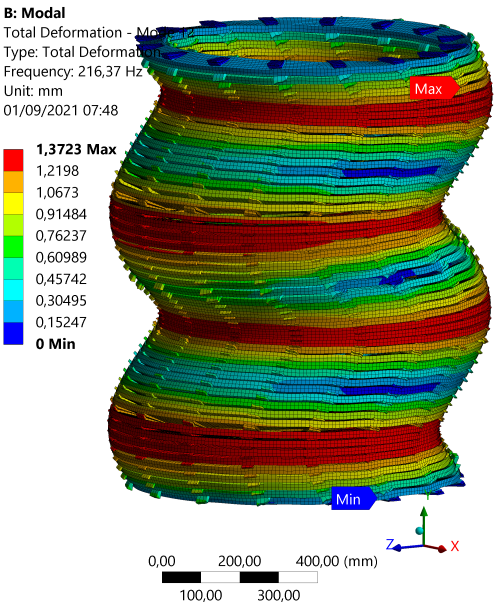
(a) Nono modo natural.



(c) Décimo modo natural.



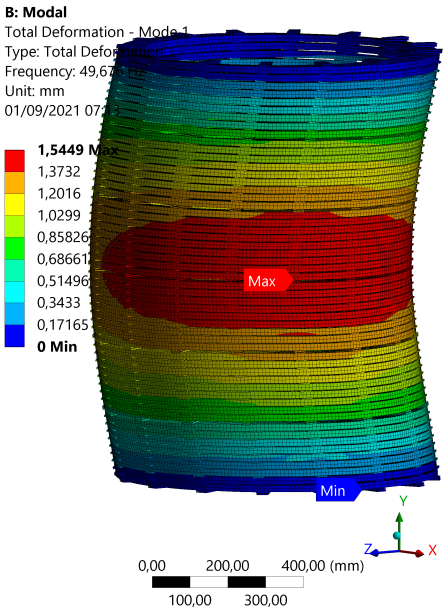
(b) Décimo primeiro modo natural.



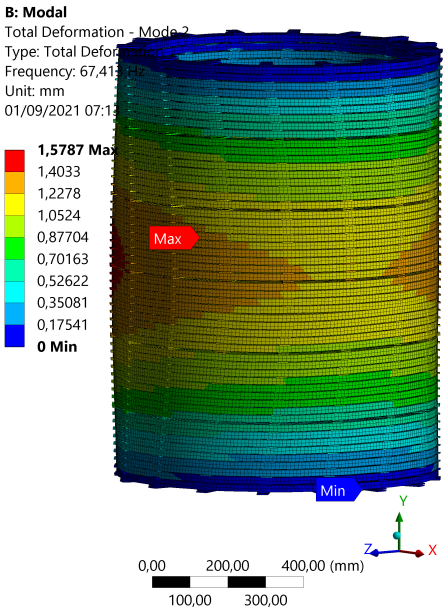
(d) Décimo segundo modo natural.

Figura 8.5: Modos naturais, do nono ao décimo segundo, relativos a um aperto de 100 kN, na situação normal.

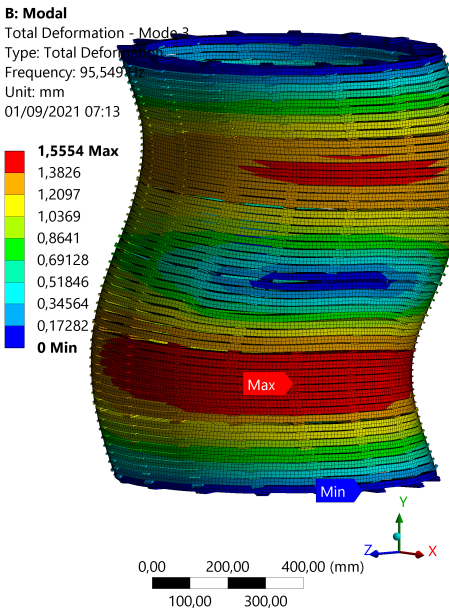
Na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente, os 12 primeiros modos naturais obtidos são diferentes dos modos naturais obtidos para as situações mencionadas anteriormente. Nas Figuras 8.6a a 8.8d, estão representados os modos naturais para o cenário de Falha de Curto-Circuito ou Sobrecarga de Corrente.



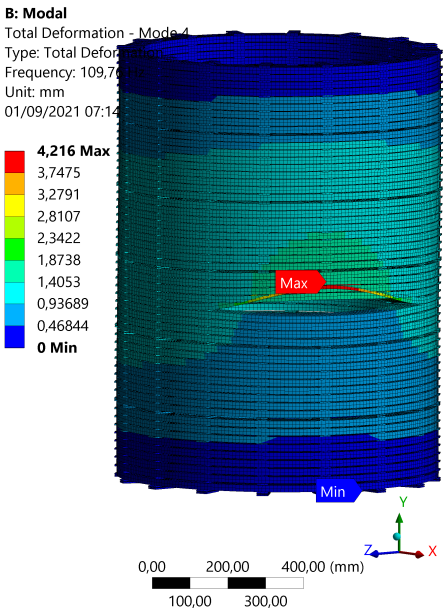
(a) Primeiro modo natural.



(c) Segundo modo natural.

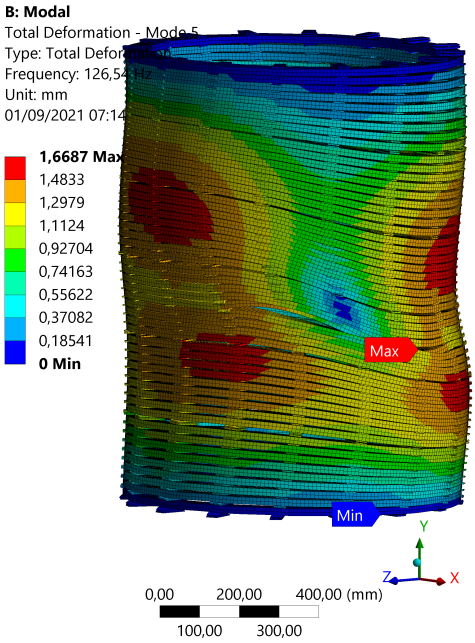


(b) Terceiro modo natural.

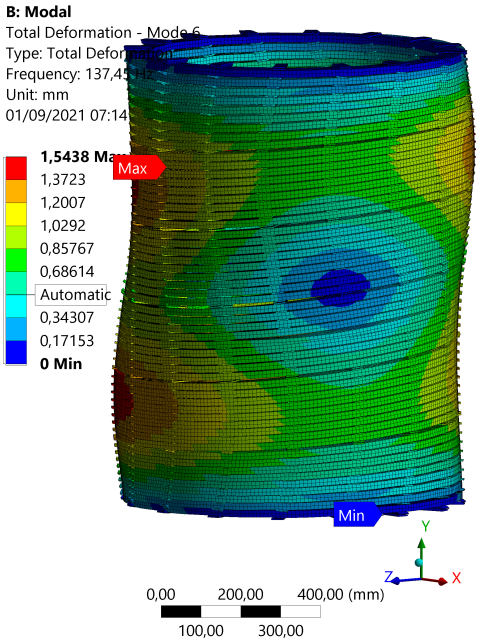


(d) Quarto modo natural.

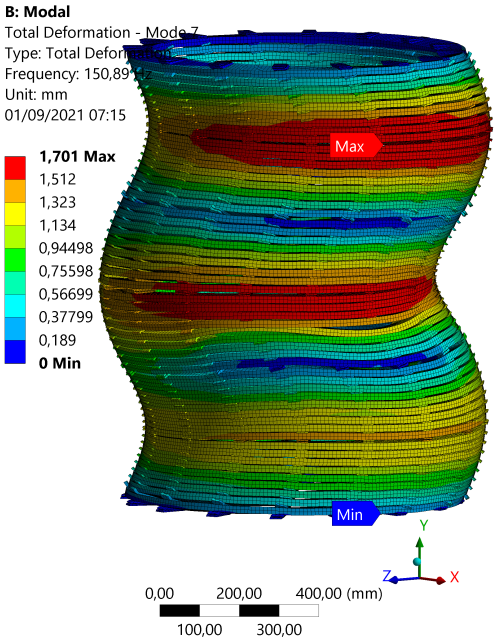
Figura 8.6: Modos naturais, do primeiro ao quarto, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente.



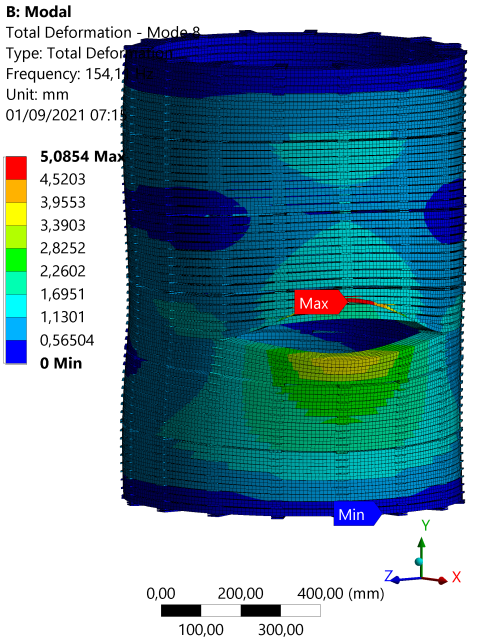
(a) Quinto modo natural.



(c) Sexto modo natural.

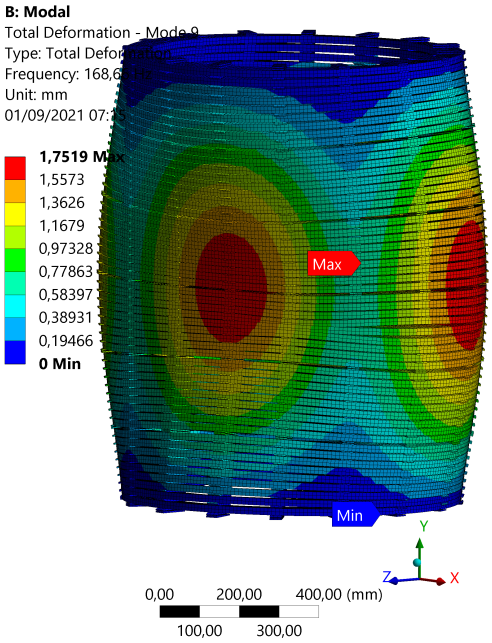


(b) Sétimo modo natural.

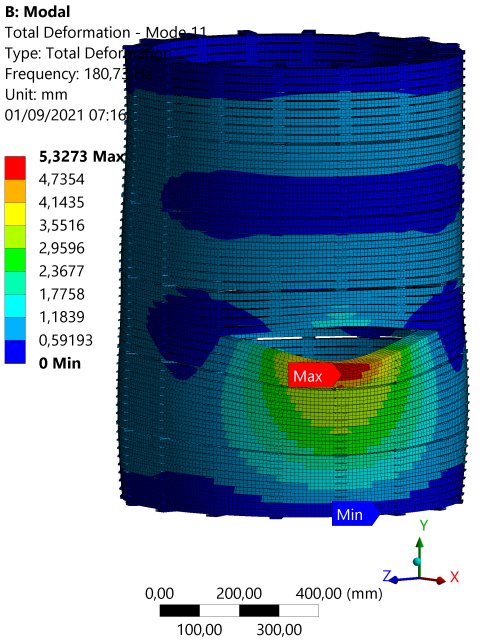


(d) Oitavo modo natural.

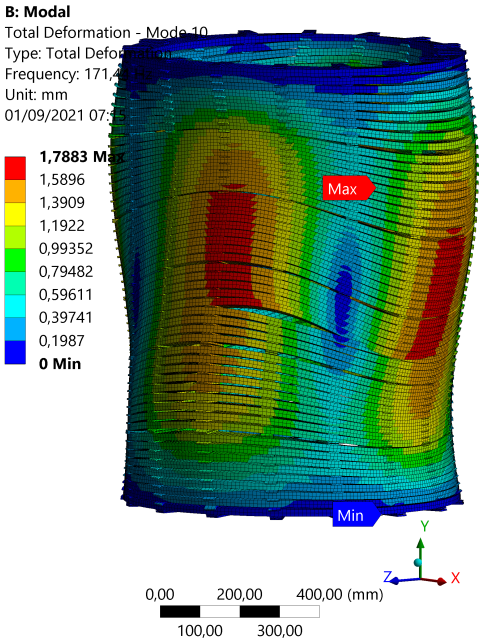
Figura 8.7: Modos naturais, do quinto ao oitavo, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente.



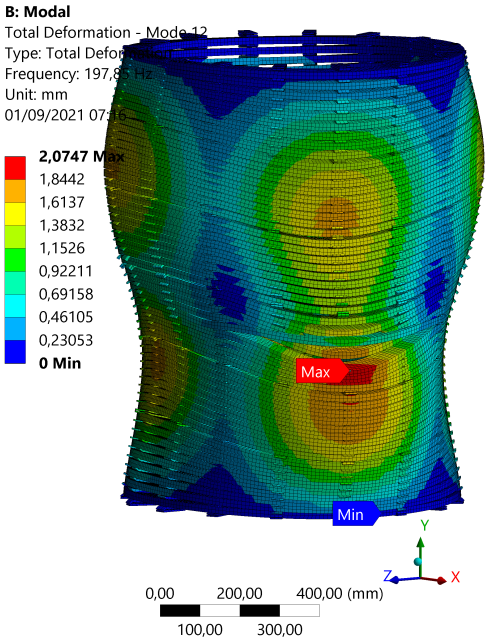
(a) Nono modo natural.



(b) Décimo primeiro modo natural.



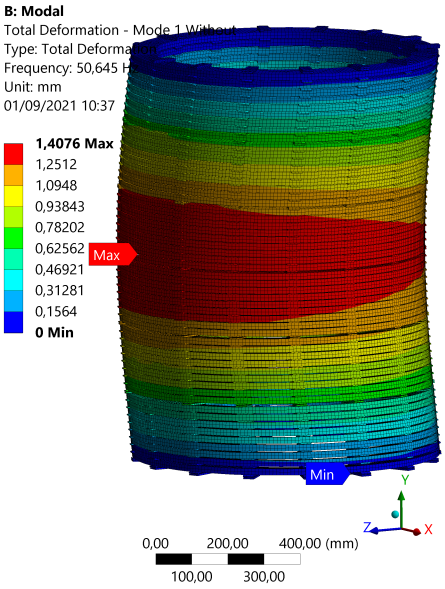
(c) Décimo modo natural.



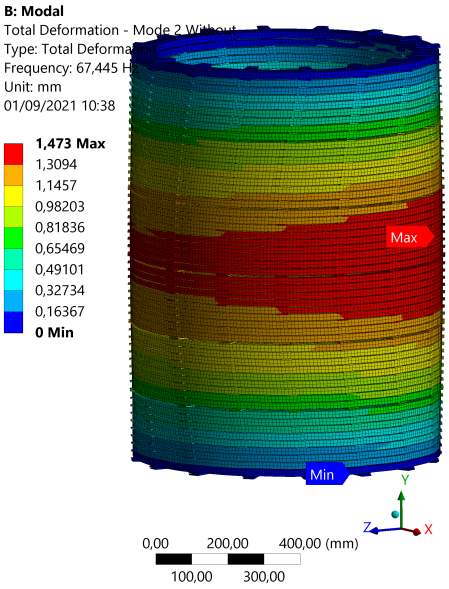
(d) Décimo segundo modo natural.

Figura 8.8: Modos naturais, do nono ao décimo segundo, relativos a um aperto de 100 kN, na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente.

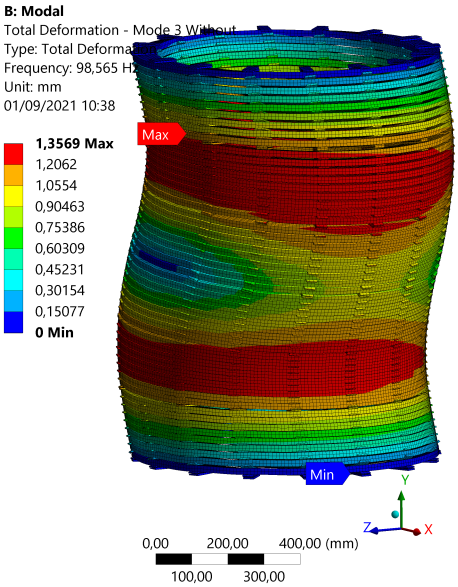
Por fim, na situação de deslocamento radial, os modos naturais obtidos são bastante semelhantes aos modos naturais das primeiras três situações (Figuras 8.3a a 8.5d), sendo a maior diferença a assimetria em alguns modos. Nas Figuras 8.9a a 8.11d, estão representados os modos naturais para o cenário de deslocamento radial.



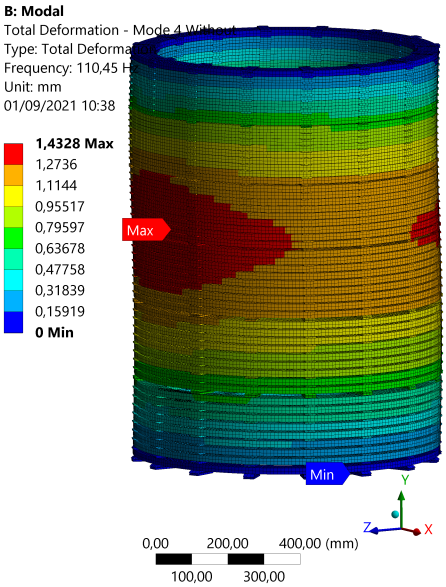
(a) Primeiro natural.



(c) Segundo modo natural.

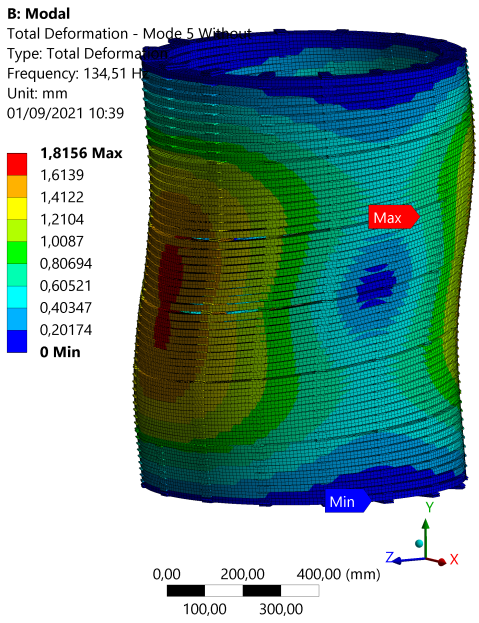


(b) Terceiro modo natural.

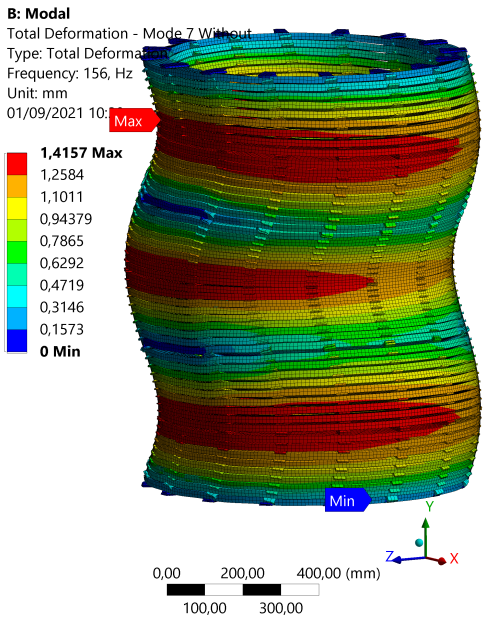


(d) Quarto modo natural.

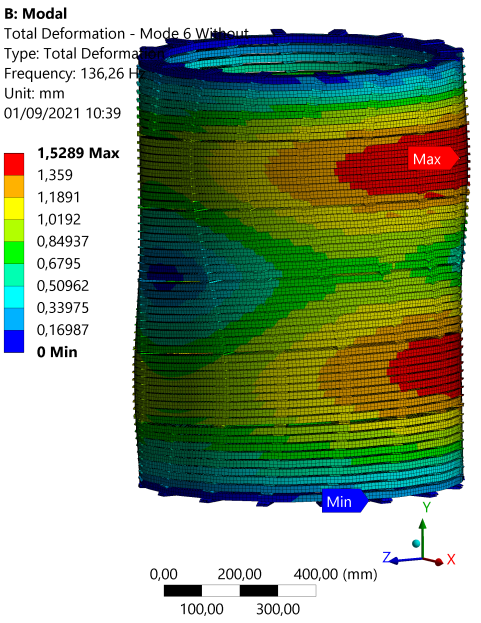
Figura 8.9: Modos naturais, do primeiro ao quarto, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de deslocamento radial.



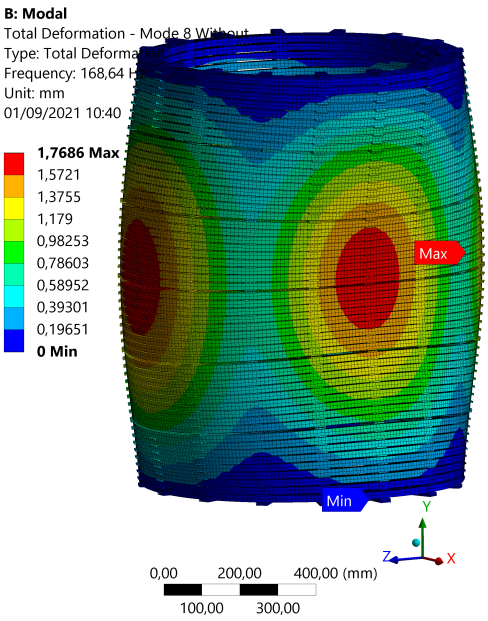
(a) Quinto natural.



(b) Sétimo modo natural.

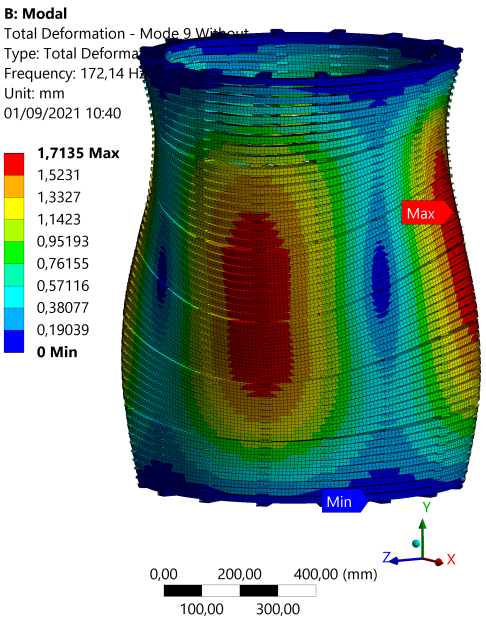


(c) Sexto modo natural.

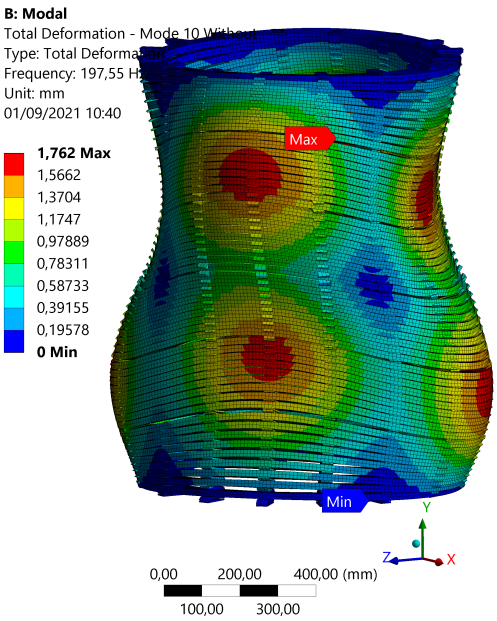


(d) Oitavo modo natural.

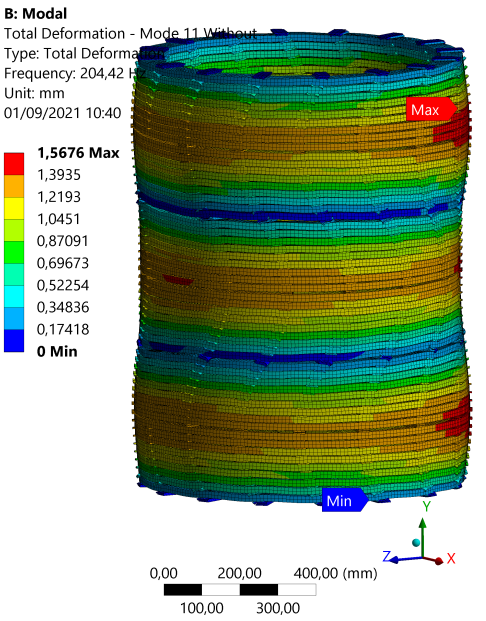
Figura 8.10: Modos naturais, do quinto ao oitavo, referentes a um aperto de 100 kN, na situação de deslocamento radial.



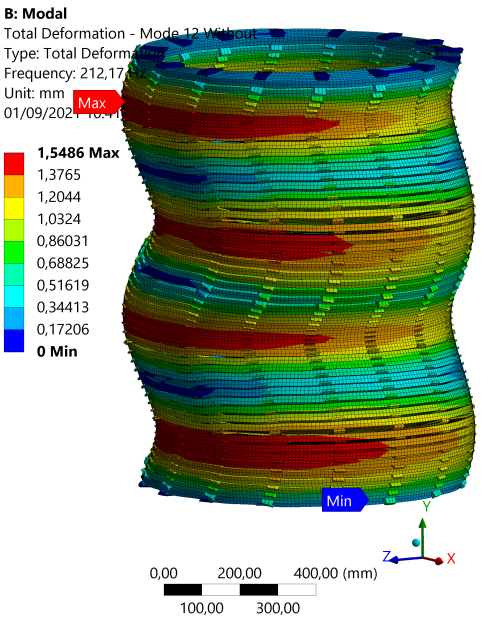
(a) Nono modo natural.



(c) Décimo natural.



(b) Décimo primeiro modo natural.



(d) Décimo segundo modo natural.

Figura 8.11: Modos naturais, do nono ao décimo segundo, relativos a um aperto de 100 kN, na situação de deslocamento radial.

Apesar dos 12 primeiros modos naturais serem diferentes entre algumas das situações analisadas, concluiu-se que, em qualquer uma das situações analisadas, as frequências naturais referentes aos modos naturais de vibração dos modelos variam consoante o aperto aplicado no enrolamento.

Importante referir que os 12 primeiros modos naturais representados, para qualquer uma das situações (Figuras 8.3a a 8.11d), são relativos à força de aperto de 100 kN. Em relação às outras forças de aperto, os primeiros 12 modos naturais poderão ser diferentes, uma vez que as frequências naturais de cada modo não variam da mesma forma. Nas simulações referentes às outras forças de aperto, pretendeu-se encontrar os modos iguais aos primeiros 12 modos naturais para a força de aperto de 100 kN e, posteriormente, comparar as frequências naturais de cada modo, em relação a cada força de aperto.

Uma informação a reter, prende-se com o facto de se considerar uma força de 1 N, na inexistência de aperto. Esta consideração advém do facto de ser necessário um campo de tensões inicial, de forma a permitir uma análise linear essencial para a análise modal.

Uma vez que no modelo se encontram espaçadores e que se considerou que o material por que são compostos é não linear, há necessidade de se aplicar uma força no modelo, mesmo que muito pequena, de modo a ser possível correr o programa. Assim, o módulo de compressibilidade/elasticidade assumido na simulação será o definido pelas curvas presentes na Figura 7.2, dependendo do material escolhido para realizar a simulação. Caso contrário, o programa iria assumir que o material era não linear e seria possível obter uma solução para o modelo.

De notar que, foram utilizados diferentes tipos de espaçadores em cada cenário simulado. Tendo em conta, novamente, o gráfico da Figura 7.2, presente na secção 7.1, os espaçadores utilizados em cada situação foram os seguintes:

Tabela 8.1: espaçadores e temperatura.

Situação	Normal	Envelhecimento Uniforme	Envelhecimento Não Uniforme	Curto-Circuito ou Sobrecarga de Corrente	Deslocamento Radial
Tipo de Espaçador	DP1243	DP1243	DP1243	DP1243	DP1243
			DP700		
Temperatura (°C)	20	80	80	20	20

Referir ainda que, no caso de envelhecimento não uniforme de espaçadores, os espaçadores DP700 representam 1/6 dos espaçadores envelhecidos termicamente e os espaçadores DP1243 representam os restantes espaçadores.

Nas situações de envelhecimento uniforme e envelhecimento não uniforme, optou-se pela seleção de espaçadores à temperatura de 80 °C, uma vez que há uma maior diferença nos valores dos dados das curvas da Figura 7.2, presente na secção 7.1. Esta informação é relevante nestes dois tipos de falha, pois ambas estão relacionadas diretamente com as propriedades de rigidez mecânica destes componentes. Contudo, usou-se o mesmo tipo de espaçador (DP1243) e o espaçador envelhecido equivalente (DP700).

Depois de feita a seleção dos tipos de espaçadores a utilizar em cada simulação, procedeu-se à introdução dos dados experimentais de cada tipo de espaçador, no programa de elementos finitos. De seguida, aplicou-se o modelo de Mooney-Rivlin de Três de Parâmetros a cada conjunto de dados.

Na tabela 8.2 estão expostos os valores obtidos de cada constante, após a aplicação do modelo anterior.

Tabela 8.2: Constantes obtidas para cada tipo de espaçador.

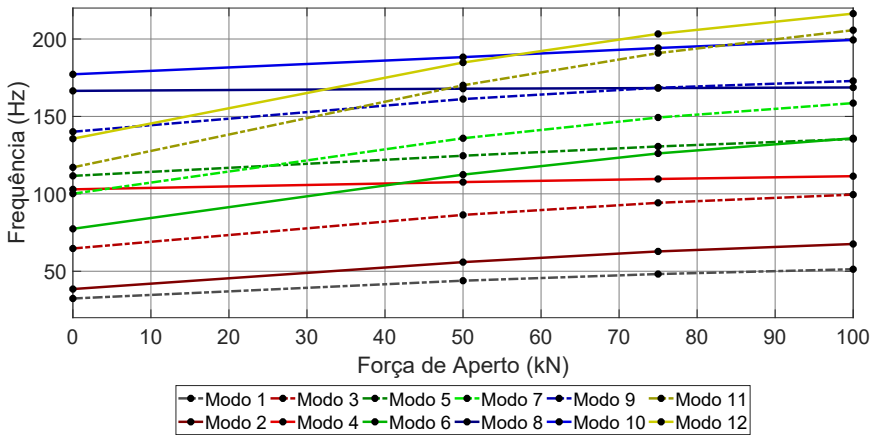
	c_{10} (MPa)	c_{01} (MPa)	c_{11} (MPa)	D_1 (MPa^{-1})
DP1243 (20 °C)	-9148,8	9281,1	61510	0,0075586
DP1243 (80 °C)	-4630,7	4719,5	28472	0,011261
DP700 (80 °C)	-2296,5	2367,2	8270,3	0,014144

Finalmente, verifica-se que o modelo hiperelástico aplicado é valido para qualquer um dos três conjuntos de dados, uma vez que o somatório das constantes c_{10} e c_{01} apresenta um resultado positivo em qualquer um dos casos, o que verifica a inequação (3.102) apresentada na secção 3.4.

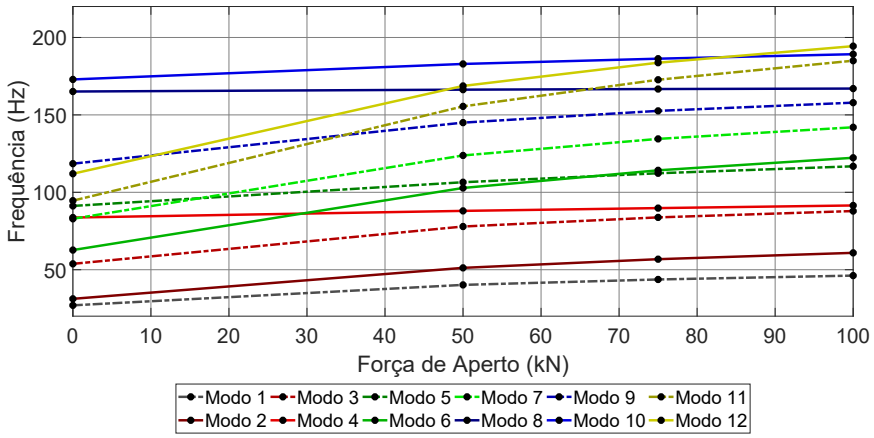
De notar que os valores da constantes D_1 foram obtidos recorrendo à equação (3.106) apresentada também na secção 3.4.

8.3 Análise das Frequências Naturais

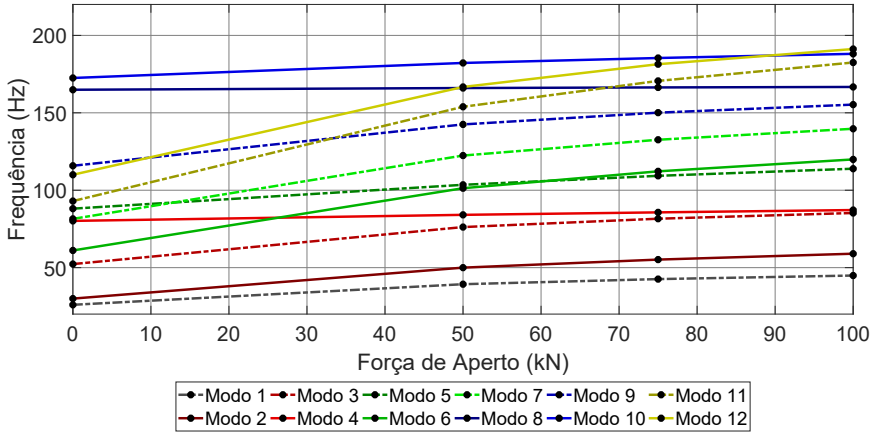
Nas Figuras 8.12a a 8.13b são apresentados, para cada situação do enrolamento, os gráficos referentes à variação da frequência natural de cada modo natural em função da força de aperto.



(a) Situação Normal.

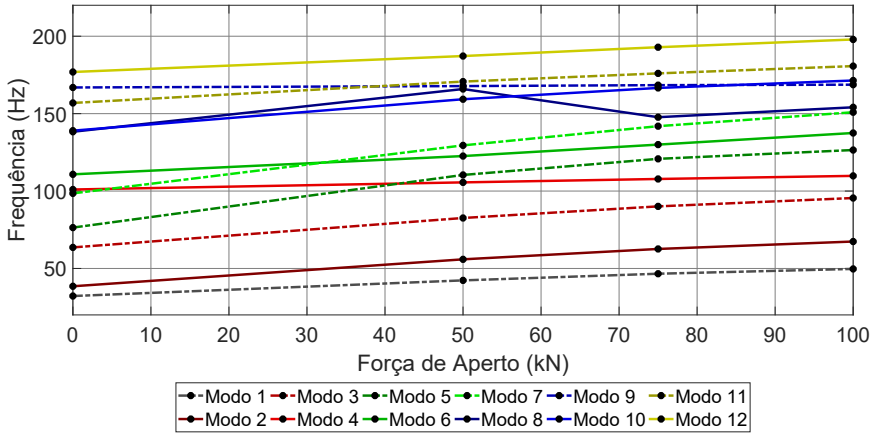


(b) Situação de envelhecimento uniforme dos espaçadores.

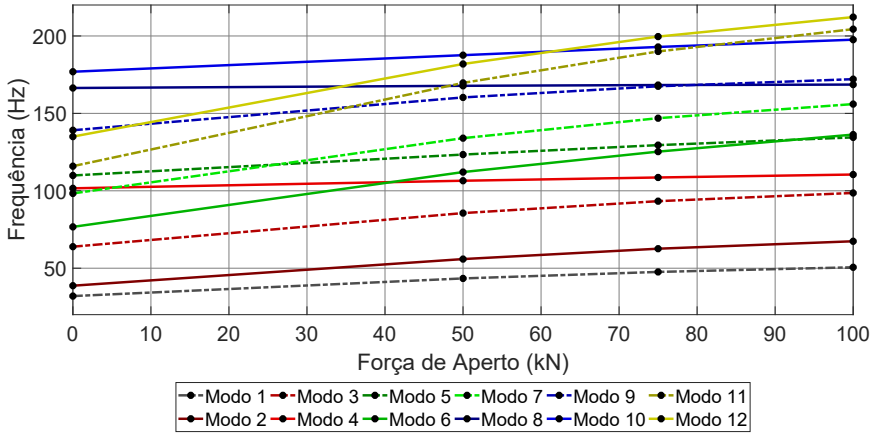


(c) Situação de envelhecimento não uniforme dos espaçadores.

Figura 8.12: Frequência natural em função do aperto em três das situações analisadas.



(a) Situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente.



(b) Situação de deslocamento radial.

Figura 8.13: Frequência natural em função do aperto nas restantes situações analisadas.

Pela visualização dos gráficos, verifica-se que as frequências naturais aumentam com o aumento do aperto, sendo isto válido para todos modos naturais, bem como para todas as situações analisadas, com exceção do oitavo modo natural da situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. Este modo natural de vibração apresenta alguma instabilidade na frequência natural em função da força de aperto, podendo esta instabilidade estar ligada à falta de espaçadores num determinado local do enrolamento.

Verifica-se também que esse aumento da frequência natural não é igual para todos os modos naturais, ou seja, dentro da mesma situação a ser analisada, uns modos têm maior variação da frequência natural do que outros modos naturais. Esta conclusão vai de encontro aos resultados obtidos no estudo de Fan *et al.* [68] que confirma que a variação da frequência natural não é igual para todos os modos naturais (Figura 8.14).

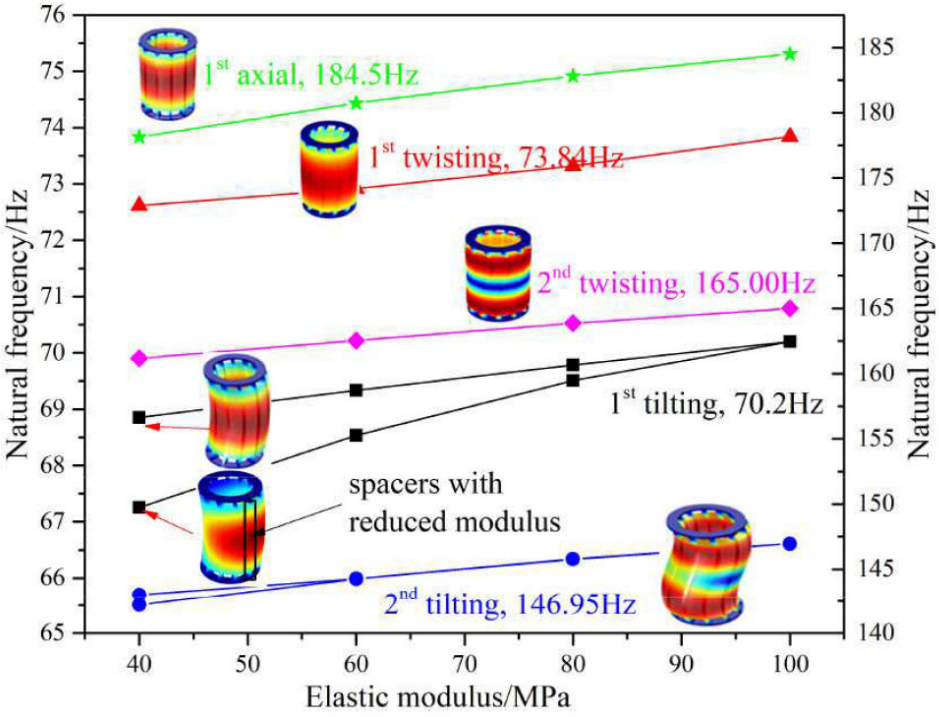


Figura 8.14: Frequências naturais de vários modos naturais em função do módulo de elasticidade [68].

De notar que o módulo de elasticidade/compressibilidade está internamente ligado à tensão aplicada nos materiais e, por sua vez, à força aplicada nos mesmos materiais. Por esta razão é que faz sentido fazer uma comparação dos gráficos nas Figuras 8.12a a 8.13b com o gráfico da Figura 8.14.

Observando todos os gráficos referentes às frequências naturais em função da força de aperto, verifica-se que o sexto, o sétimo, o décimo primeiro e o décimo segundo modos naturais apresentam maior variação da frequência natural em relação ao restantes. Esta afirmação é válida para todas as situações, com exceção da situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. Nesta situação, o quinto e sétimo modos naturais é que apresentam maior variação da frequência natural, em relação aos restantes. No entanto, todos os modos naturais referidos, sem exceção, são referentes a vibrações na direção radial (flexão longitudinal) e na direção circunferencial (torção).

Por outro lado, verifica-se que o quarto e oitavo modos naturais são os que apresentam menor variação da frequência natural, sendo esta afirmação também válida para todas as situações, com exceção da situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente. Nesta situação, o quarto e nono modos naturais é que apresentam menor variação da frequência natural, em relação aos restantes. De referir que, o nono modo da situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente corresponde ao oitavo modo das outras situação avaliadas. O quarto modo natural é referente a vibrações na direção axial, enquanto que o oitavo/nono modo natural é referente a vibrações na direção radial (flexão radial).

Além desta conclusão, observou-se também que quanto menor for a força de aperto, maior a densidade de modos naturais, num determinado intervalo de frequência. Esta afirmação pode ser confirmada tendo por base as Figuras 8.12a a 8.13b e considerando, por exemplo, o intervalo de frequência [0 Hz, 150 Hz]. Considerando a situação normal (Figura 8.12a), verifica-se que, na inexistência de aperto, são contabilizados 10 modos naturais. Aplicando uma força de aperto igual a 50 kN, são contabilizados 7 modos naturais, bem como no caso em que a força de aperto exercida seja igual a 75 kN. Finalmente, no caso da força de aperto ser igual a 100 kN, são contabilizados 6 modos naturais.

Tendo esta informação em conta, pode-se deduzir que, em princípio, quanto menor a força de aperto, maior será a amplitude de vibração do enrolamento, uma vez que se são contabilizados mais modos naturais para um mesmo intervalo de frequências.

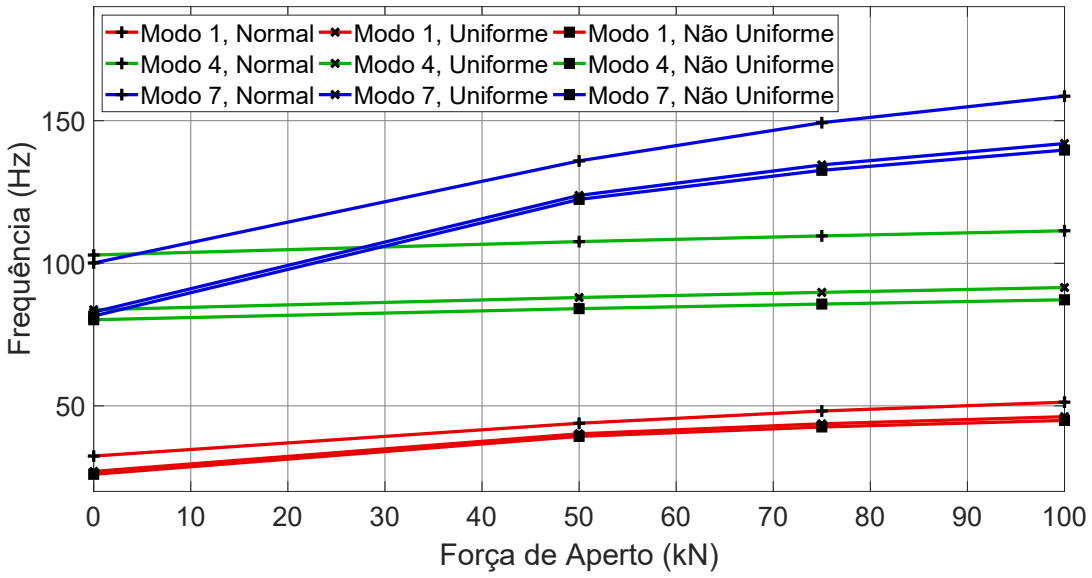


Figura 8.15: Comparação do primeiro, do quarto e do sétimo modos naturais.

Nas situações que apresentam exatamente os mesmos modos naturais, nomeadamente normal, envelhecimento uniforme dos espaçadores e envelhecimento não uniforme dos espaçadores, optou-se por elaborar um gráfico com a variação das frequências dos modos mais significativos (Figura 8.15), de forma a evidenciar as diferenças que se encontram nas Figuras 8.12a a 8.12c.

Após a visualização do gráfico da Figura 8.15, pode-se concluir que, em qualquer um dos três modos naturais apresentados, a frequência natural para a mesma força de aperto é mais elevada na situação normal e mais baixa na situação de envelhecimento não uniforme dos espaçadores. Esta confirmação era esperada, uma vez que o enrolamento na situação normal apresenta a maior rigidez e na situação de envelhecimento não uniforme dos espaçadores apresenta a menor rigidez, comparando as três situações estudadas.

Apesar de neste gráfico só serem apresentados 3 dos 12 modos naturais, esta ocorrência confirmou-se para todos os outros modos naturais.

8.4 Análise dos Modos Mais Significativos

Por fim, com o intuito de saber quais os modos naturais mais significativos das simulações realizadas e de confirmar se todos os modos significativos se encontravam no intervalo de frequência, utilizado nas simulações, fez-se uma análise aos valores do fator de participação do modo e da massa efetiva.

O fator de participação do modo é calculado segundo a expressão:

$$\gamma_i = \left\{\phi\right\}_i^T \left[m\right] \left\{d\right\}, \tag{8.1}$$

sendo γ_i o fator de participação do modo, $\left\{\phi\right\}_i$ o vetor modal normalizado, $\left[m\right]$ a matriz de massa e $\left\{d\right\}$ o vetor unitário da direção que se pretende analisar [69].

O valor da massa efetiva é, simplesmente, o quadrado do valor do fator de participação do modo:

$$M_{ef,i} = \gamma_i^2. \tag{8.2}$$

Cada modo natural contribui com uma certa percentagem para a vibração total do modelo. Esta percentagem é dada pelo rácio entre a massa efetiva e a massa total do modelo, sendo que o programa Ansys® devolve esse valor, para cada modo natural de vibração. Quanto mais elevado o rácio entre a massa efetiva e a massa total, mais significativo é o modo natural associado a esses valores [69].

Tendo esta informação em conta, verificou-se que, em qualquer uma das situações analisadas, o modo natural mais significativo na direção radial é o primeiro, representando cerca de 80% da vibração nessa direção. Existe também alguma contribuição do sétimo modo natural, em relação à direção radial. Este modo representa cerca de 10% da vibração nessa direção.

Em todas as situações, o primeiro e o sétimo modos naturais de vibração são referentes a vibrações na direção radial (flexão longitudinal), sendo que o primeiro modo natural é referente ao primeiro modo de flexão longitudinal e o sétimo modo natural é referente ao terceiro modo de flexão longitudinal.

Relativamente à vibração na direção axial, o modo natural mais significativo é o quarto, representando cerca de 80% da vibração nessa direção em todas as situação, sem exceção. Este modo natural representa o primeiro modo na direção axial, em qualquer uma das situações analisadas.

De notar que a restante percentagem da contribuição está distribuída pelos restantes modos naturais, incluindo os que não foram analisados nesta dissertação.

Caso o somatório dos rácios entre a massa efetiva e a massa total de cada modo seja igual ou muito próximo de 1, isto significa que todos os modos naturais significativos foram extraídos. Normalmente, considera-se que todos os modos naturais foram extraídos quando o somatório dos rácios apresenta um valor acima de 90% [69].

Uma vez que nas simulações se atingiu um valor sempre superior a 90% no caso da vibração na direção radial e um valor próximo ou superior a 83% no caso da vibração na direção axial, pode-se considerar que todos os modos significativos foram extraídos das simulações. Além desta infomação, acrescenta-se que, para qualquer uma das direções, analisaram-se modos naturais cuja contribuição na vibração total nessas mesmas direções era superior a 80%, para qualquer uma das situações simuladas, fazendo ainda mais sentido esta consideração.

Capítulo 9

Conclusão

Neste último capítulo da presente dissertação, resumem-se as principais conclusões referentes aos trabalhos desenvolvidos.

Na medição da vibração nos painéis da cuba de um transformador, analisou-se os gráficos dos sinais medidos e os respetivos espectros de frequência obtidos em cada ponto de medição e para cada valor de corrente ou indução, foi possível observar a sobreposição de vários harmónicos nos sinais referentes ao ensaio em *vazio*, enquanto que, relativamente ao ensaio em *carga*, se observou perfeitamente o harmónico de 100 Hz e, no caso do nível mais baixo de corrente, também algum ruído.

Analisando a aceleração de vibração em função do quadrado da corrente, demonstrou-se que existe uma relação linear entre as duas variáveis para o valor de frequência de 100 Hz, estando alinhado com as conclusões dos estudos apresentados nas referências [24, 34, 35]. Também neste ensaio, em regime em *carga*, verificou-se que a frequência de 100 Hz é definitivamente a mais preponderante, o que também confirma a literatura anterior.

Relativamente à aceleração da vibração em função do quadrado da indução, concluiu-se que o comportamento da aceleração apresenta uma forte não linearidade, à exceção da frequência de 100 Hz, onde se conseguiu detetar um comportamento linear para uma maioria dos pontos de medição. Esta ocorrência deve-se à não linearidade do efeito de magnetostrição do próprio transformador e ao facto do circuito magnético ser mais sensível aos harmónicos mais elevados [53].

Considerando a equação (3.101), da secção 3.3, pode-se afirmar que o comportamento da aceleração da vibração em função da indução coincide com o comportamento da aceleração em função da tensão.

Assim, face aos resultados obtidos experimentalmente nesta dissertação, o que foi confirmado pelo autor Schegchang *et al.* [24], não se verifica no presente trabalho, à exceção da frequência de 100 Hz.

Constatou-se também que do lado direito do transformador, a aceleração da vibração à frequência de 600 Hz é reduzida, em relação ao lado esquerdo, colocando-se assim a hipótese de esta redução estar relacionada com a existência de *shunts* no interior da cuba, do lado direito do transformador.

A partir da análise de dados recorrendo à distribuição Beta, verificou-se que em ambos os ensaios, os declives das funções de aproximação linear para as frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz apresentam uma distribuição muito próxima da distribuição Beta. Concluiu-se também, que no caso do ensaio em *carga*, esses mesmos declives tinham ordens de grandeza diferentes para os três valores de frequência,nsendo de ordem superior para 100 Hz e inferior para 300 Hz. Por outro lado, no ensaio em *vazio*, a ordem de grandeza dos declives é muito semelhante entre os três valores de frequência.

Na análise das funções de distribuição cumulativa, confirmou-se que a distribuição dos declives para as frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz é bastante semelhante, no ensaio em *vazio*. Por outro lado, no ensaio em *carga*, essa distribuição é muito diferente principalmente entre a frequência de 100 Hz e as outras duas.

Verificou-se ainda que, no caso do ensaio em *carga*, devia-se ter aguardado mais tempo para que a magnitude da aceleração de vibração estabilize, conforme se verificou na comparação entre os intervalos de tempo da primeira e da segunda medições. No ensaio em *vazio*, este fenómeno já não se verifica, mostrando-se a magnitude da aceleração estável para cada nível de indução, ao longo do tempo. Esta diferença entre os dois ensaios deveu-se ao método de medição nos dois ensaios ser diferente, uma vez que no ensaio em *vazio* alimentava-se o transformador num nível de indução e media-se a aceleração em todos os painéis e, no caso do ensaio em *carga*, media-se a aceleração para todos os níveis de corrente, de painel em painel, tal como foi mencionado no capítulo 5.

Em relação à análise do crescimento da aceleração, constatou-se em ambos os ensaios, que para a frequência de 100 Hz, o crescimento da amplitude com a variação da indução ou da corrente é semelhante em todos os pontos de um mesmo painel, na grande maioria dos painéis. Por outro lado, para as frequências mais elevadas, observa-se que esse crescimento é mais aleatória entre pontos do mesmo painel, sendo a tendência tanto maior quanto maior for o valor da frequência analisada, havendo algumas exceções.

Focando na aceleração em função da frequência, pôde-se concluir que no caso do ensaio em *vazio*, as frequências de 100 Hz, 200 Hz e 300 Hz são as que mais se destacam em termos de magnitude de aceleração para os primeiros dois níveis de indução, enquanto que para os dois níveis de indução próximos da saturação, a frequência de 600 Hz apresenta maior preponderância, principalmente nos painéis localizados no lado esquerdo do transformador. Quanto ao ensaio em *carga*, verificou-se uma grande preponderância da frequência de 100 Hz relativamente às outras, para qualquer valor de corrente.

Foi elaborado um modelo de elementos finitos,em que se verificou que, nas situações de enrolamento normal, envelhecimento uniforme dos espaçadores e envelhecimento não uniforme dos espaçadores, os primeiros 12 modos naturais obtidos, para uma força de aperto igual a 100 kN, são precisamente os mesmos, havendo apenas variação da frequência natural dos mesmos. Na situação de deslocamento radial, os primeiros 12 modos naturais obtidos para a mesma força de aperto são muito semelhantes aos anteriores, havendo alguma assimetria em todos os modos naturais, devido aos espaçadores deslocados. Já na situação de falha de curto-circuito ou sobrecarga de corrente, extraíram-se 12 modos naturais bastantes diferentes, devido à inexistência de espaçadores num determinado local do modelo do enrolamento, também para a mesma força de aperto.

Quanto à análise dos gráficos da frequência natural em função da tensão de aperto, concluiu-se que quanto menor o aperto aplicado no enrolamento, maior densidade de modos de vibração se encontram num determinado intervalo de frequência. Verificou-se também que há medida que a força de aperto aumenta, a frequência natural dos modos naturais também aumenta. Contudo, este aumento da frequência natural não é igual para todos os modos naturais, sendo que os modos em que a vibração ocorre segundo a direção tangencial (torção) ou radial (flexão longitudinal) revelam um maior aumento da frequência.

Nas situações que apresentam modos naturais de vibração iguais, verificou-se que quanto maior a rigidez do enrolamento, maior a frequência natural desse mesmo modo.

Por fim, recorrendo ao valor do rácio entre a massa efetiva e a massa total do modelo, constatou-se que o modo natural que apresentava maior contribuição para a vibração total do modelo na direção radial era o primeiro modo natural, havendo ainda alguma contribuição do sétimo modo natural de vibração, para qualquer situação simulada, sem exceção. No caso da vibração na direção axial, verificou-se que o modo natural que mais contribuía para a mesma era o quarto modo natural de vibração, também para qualquer situação simulada, sem exceção.

Além desta conclusão, pelo somatório dos rácios entre massa efetiva e massa total, confirmou-se que o número de modos analisados foi suficiente para garantir que os modos mais significativos foram extraídos nas simulações realizadas.

9.1 Trabalhos Futuros

Futuramente, seria interessante analisar o efeito dos *shunts* magnéticos, de modo a tentar perceber se o facto de a magnitude de aceleração da vibração ser bastante mais reduzida no lado direito do que no lado esquerdo do transformador, para a frequência de 600 Hz, é provocado pelos mesmos. Com este estudo poder-se-ia concluir se estes componentes reduzem, ou não, a magnitude da aceleração de vibração, relativamente a esta frequência.

Outro estudo proposto está relacionado com a análise experimental da aceleração para várias forças de aperto, com o intuito de verificar se existe um aumento de vibração à medida que o aperto diminui, e assim confirmar as conclusões deduzidas com base na simulação numérica.

Recomenda-se, também, a realização de uma análise modal experimental de um enrolamento, para os diferentes casos analisados, de forma a avaliar os modelos elaborados e permitindo criar um *digital twin* do enrolamento.

Por fim, sugere-se ainda a realização de uma análise em tempo-frequência da aceleração da vibração num ensaio de curto-circuito, com o objetivo de verificar a possibilidade de captar o instante em que ocorre o curto-circuito, sabendo também qual a frequência a que corresponde a falha e respetiva magnitude. Este estudo seria interessante, uma vez que se essa verificação fosse possível, conseguiria-se saber em que altura ocorreu o curto-circuito e de que forma poderia ter danificado o transformador, analisando a frequência e magnitude recolhidas.

Referências

[1] Efacec. *Efacec - Quem Somos*. https://www.efacec.pt/quem-somos/, Consultado 13 de março de 2021 .

[2] Efacec. *Logo Efacec Power Solutions, SA.* https://www.efacec.pt/wp-content/uploads/2019/05/logo-media-kit.png, Consultado 13 de março de 2021 .

[3] Efacec. *Transformadores*. https://www.efacec.pt/transformadores-potencia-distribuicao-oleo-secos/, Consultado 13 de março de 2021 .

[4] D. R. Stump. *Electromagnetism*, pages 319–328. Elsevier, New York, 2004. ISBN 978-0-12-176480-7. doi: https://doi.org/10.1016/B0-12-176480-X/00081-4.

[5] A. Nayfeh and B. Balachandran. Applied nonlinear dynamics: Analytical, computational, and experimental methods. *Wiley Series in Nonlinear Science*, 2008. ISSN 9780471593485. doi: 10.1002/9783527617548.ch6.

[6] M. Mitolo and R. Araneo. A brief history of electromagnetism [history]. *IEEE Industry Applications Magazine*, 25(2):7–11, 2019. ISSN 1558-0598. doi: 10.1109/MIAS.2018.2884753.

[7] Missing the Forest for the Tree. *Charles Coulomb*. http://www.missingtheforest.com/charles-coulomb/, Consultado 14 de março de 2021 .

[8] K. Desmond. *Gustave Trouve: French Electrical Genius (1839-1902)*. McFarland & Company, 2015.

[9] S. Jeszenszky. History of transformers. *IEEE Power Engineering Review*, 16(12):9, 1996. ISSN 1558-1705. doi: 10.1109/MPER.1996.546444.

[10] S. V. Kulkarni and S. A. Khaparde. *Transformer Engineering: Design, Technology, and Diagnostics*. 2017. ISBN 9781315217338. doi: 10.1201/b13011.

[11] R. Vecchio, B. Poulin, P. Feghali, D. Shah, and R. Ahuja. *Transformer Design Principles: With Applications to Core-Form Power Transformers*. 2001. ISBN 9781315218342. doi: 10.1201/EBK1439805824.

[12] Elprocus. *Know about Different Types of Transformers*. https://www.elprocus.com/various-types-of-transformers-applications//, Consultado 28 de março de 2021 .

[13] Learn Engineering. *Transformer Core Types*. https://www.youtube.com/watch?v=vh_aCAHThTQ&t=307s, Consultado 29 de março de 2021 .

[14] Industrial Power Transformers. *Transformer construction (part 2)*. http://www.industrial-electronics.com/transformers_4b.html, Consultado 19 de agosto de 2021 .

[15] ABB. *Thermoplastic insulation in power transformers*. https://new.abb.com/news/detail/9891/thermoplastic-insulation-in-power-transformers, Consultado 19 de agosto de 2021 .

[16] Efacec. *Transformador*. https://www.efacec.pt/wp-content/uploads/2015/11/matola.jpg, Consultado 19 de agosto de 2021 .

[17] J. D. Rodrigues. *Vibrações de Sistemas Mecânicos – Apontamentos teórico-práticos*. Universidade do Porto – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Departamento de Engenharia Mecânica, Porto, 2019.

[18] S. Wiggins. *Introduction To Applied Nonlinear Dynamical Systems And Chaos*, volume 4. 2003. ISBN 0-387-00177-8. doi: 10.1007/b97481.

[19] S. H. Strogatz. *Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Second edition. Boulder, CO: Westview Press, a member of the Perseus Books Group, 2015. URL https://search.library.wisc.edu/catalog/9910223127702121.

[20] L. Naranpanawe, C. Ekanayake, and T. K. Saha. Measurements on pressboard to understand the effect of solid insulation condition on monitoring of power transformer winding clamping pressure. *IET Science, Measurement & Technology*, 13(2):186–192, 2019. ISSN 1751-8822. doi: https://doi.org/10.1049/iet-smt.2018.5096.

[21] S. S. Rao. Vibration of discrete systems: Brief review. *Vibration of Continuous Systems*, pages 33–67, 2006. ISSN 9780470117866. doi: https://doi.org/10.1002/9780470117866.ch2.

[22] K. Hong, J. Pan, and M. Jin. Transformer condition monitoring based on load-varied vibration response and gru neural networks. *IEEE Access*, 8:178685–178694, 2020. ISSN 2169-3536. doi: 10.1109/ACCESS.2020.3027834.

[23] W. Yuxing. *Transformer vibration and its application to condition monitoring*. PhD thesis, 2015.

[24] S. Ji, Y. Luo, and Y. Li. Research on extraction technique of transformer core fundamental frequency vibration based on olcm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21(4):1981–1988, 2006. ISSN 1937-4208. doi: 10.1109/TPWRD.2006.876665.

[25] B. Garcia, J. C. Burgos, and A. M. Alonso. Transformer tank vibration modeling as a method of detecting winding deformations-part i: theoretical foundation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21(1):157–163, 2006. ISSN 1937-4208. doi: 10.1109/TPWRD.2005.852280.

[26] Electronics Tutorials. *Transformer Loading*. `https://www.electronics-tutorials.ws/transformer/transformer-loading.html`, Consultado 2 de maio de 2021 .

[27] B. S. Munir, J. J. Smit, and I. G. M. R. Rinaldi. Diagnosing winding and core condition of power transformer by vibration signal analysis. In *2012 IEEE International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis*, pages 429–432. doi: 10.1109/CMD.2012.6416170.

[28] C. Bartoletti, M. Desiderio, D. Di Carlo, G. Fazio, F. Muzi, G. Sacerdoti, and F. Salvatori. Vibro-acoustic techniques to diagnose power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19(1):221–229, 2004. ISSN 1937-4208. doi: 10.1109/TPWRD.2003.820177.

[29] B. Weiser, H. Pfutzner, and J. Anger. Relevance of magnetostriction and forces for the generation of audible noise of transformer cores. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(5):3759–3777, 2000. ISSN 1941-0069. doi: 10.1109/20.908346.

[30] L. Vandevelde and J. A. A. Melkebeek. Magnetic forces and magnetostriction in electrical machines and transformer cores. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(3): 1618–1621, 2003. ISSN 1941-0069. doi: 10.1109/TMAG.2003.810414.

[31] P. Kung. The danger of vibration in power transformers – online detection of windings distortion by direct vibration measurement using a thin fiber optics sensor 1. volume 4, pages 90–96, 2017. URL `https://hrcak.srce.hr/202462`.

[32] J. Zheng, H. Hai, H. Kaixing, Z. Jianping, L. Jiangmin, and Y. Zhou. Blind source separation of vibration signals for fault diagnosis of power transformers. In *2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pages 412–417. ISBN 2158-2297. doi: 10.1109/ICIEA.2014.6931198.

[33] H. Liu, Z. Zhang, J. Zhang, X. Huang, Z. Wang, and L. Zhao. Study on winding looseness of power transformer based on vibration. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 486:012032, 2019. doi: 10.1088/1757-899X/486/1/012032.

[34] F. Zhang, S. Ji, Y. Shi, C. Zhan, and L. Zhu. Investigation on vibration source and transmission characteristics in power transformers. *Applied Acoustics*, 151:99–112, 2019. ISSN 0003-682X. doi: https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2019.03.011.

[35] A. Srikanta Murthy, N. Azis, S. Al-Ameri, F. Yousof, J. Jasni, and M. Talib. Investigation of the effect of winding clamping structure on frequency response signature of 11 kv distribution transformer. *Energies*, 11:2307, 2018. doi: 10.3390/en11092307.

[36] L. Naranpanawe. *Understanding the Moisture Temperature and Ageing Dependency of Power Transformer Winding Clamping Pressure*. PhD thesis, 2018.

[37] M. Rama Mohan Rao, M. R. S. Satyanarayana, V. V. S. Bhaskara Raju, and Y. Venubabu. Dynamic analysis of elastomers. *Materials Today: Proceedings*, 5(1, Part 3): 2650–2659, 2018. ISSN 2214-7853. doi: https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.01.045.

[38] WELSIM Finite Element Analysis Solutions. *Mooney-Rivlin hyperelastic model for nonlinear finite element analysis*. `https://getwelsim.medium.com/mooney-rivlin-hyperelastic-model-for-nonlinear-finite-element-analysis-b0a9a0459e98`, Consultado 30 de agosto de 2021 .

[39] E. Stamper. *Incompressibility and Hyperelastic Materials*. https://www.linkedin.com/pulse/incompressibility-hyperelastic-materials-eric-stamper, Consultado 30 de agosto de 2021 .

[40] WELSIM Finite Element Analysis Solutions. *Hyperelastic Material Models and Curve Fitting*. https://getwelsim.medium.com/hyperelastic-material-models-and-curve-fitting-22e5ac4f9eb1, Consultado 30 de agosto de 2021 .

[41] Anshuman Shrivastava. *Chapter 2 - Polymerization*, pages 17–48. William Andrew Publishing, 2018. ISBN 978-0-323-39500-7. doi: https://doi.org/10.1016/B978-0-323-39500-7.00002-2.

[42] R. Oshana. *4 - Overview of Digital Signal Processing Algorithms*, pages 59–121. Newnes, Burlington, 2006. ISBN 978-0-7506-7759-2. doi: https://doi.org/10.1016/B978-075067759-2/50006-5.

[43] K. Devleker. *Understanding Wavelets, Part 1: What Are Wavelets*. https://www.youtube.com/watch?v=QX1-xGVFqmw&t=8s, Consultado 20 de maio de 2021 .

[44] K. R. Borisagar, R. M. Thanki, and B. S. Sedani. *Fourier Transform, Short-Time Fourier Transform, and Wavelet Transform*, pages 63–74. Springer International Publishing, Cham, 2019. ISBN 978-3-319-96821-6. doi: 10.1007/978-3-319-96821-6_4.

[45] N. Kutz. *Time Frequency Analysis & Gabor Transform*. https://www.youtube.com/watch?v=4WWvvMkFTw0, Consultado 20 de maio de 2021 .

[46] N. Kutz. *Time Frequency Analysis & Wavelets*. https://www.youtube.com/watch?v=ViZYXxuxUKA, Consultado 20 de maio de 2021 .

[47] A. K. Verma. *Introduction to Wavelet Theory and it's Applications*. https://www.youtube.com/watch?v=F_QvT_8kOfc, Consultado 20 de maio de 2021 .

[48] T. L. Lagö, L. Davis, and G. Preti. *Time and Frequency Domain Analysis: Considerations in Automotive Applications*. 2001. doi: 10.4271/2001-26-0053.

[49] S. Wu and K. Qin. Sampling clock design method research for real-time spectrum analyzer's adc. In *2012 International Conference on Control Engineering and Communication Technology*, pages 477–479. doi: 10.1109/ICCECT.2012.73.

[50] S. Talebi. *Youtube - FFT*. https://github.com/ShawhinT/YouTube/tree/main/FFT, Consultado 16 de abril de 2021 .

[51] Krishnavedala. *Distribuição Beta*. https://pt.wikipedia.org/wiki/Distribui%C3%A7%C3%A3o_beta#/media/Ficheiro:Beta_distribution_pdf.svg, Consultado 21 de junho de 2021 .

[52] S. Magdaleno-Adame, T. Kefalas, A. Fakhravar, and J. C. Olivares. *Comparative Study of Grain Oriented and Non-Oriented Electrical Steels in Magnetic Shunts of Power Transformers*. 2018. doi: 10.1109/ROPEC.2018.8661396.

[53] W. Lai, Y. Wang, W. Li, G. Sun, G. Qu, and Y. Wang. Study on vibration monitoring and multi-feature analysis of oil-immersed power transformer in arctic area. In *2017 2nd International Conference on Power and Renewable Energy (ICPRE)*, pages 310–314. doi: 10.1109/ICPRE.2017.8390549.

[54] J. Sanchez. *Classic Power Transformer Windings*. https://www.transformers-magazine.com/magazine/957-classic-power-transformer-windings/, Consultado 17 de junho de 2021 .

[55] C. Yan, Z. Hao, S. Zhang, B. Zhang, T. Zheng, and Z. Li. Computation and analysis of power transformer winding damage due to short circuit fault based on 3-d finite element method. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 51:405–418, 2016. ISSN 1875-8800. doi: 10.3233/JAE-150163.

[56] H. Zhou, K. Hong, H. Huang, and J. Zhou. Transformer winding fault detection by vibration analysis methods. *Applied Acoustics*, 114:136–146, 2016. ISSN 0003-682X. doi: https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2016.07.024.

[57] M. Bagheri, M. Salay Naderi, T. Blackburn, and T. Phung. A case study on fra capability in detection of mechanical defects within a 400mva transformer. 2007.

[58] Department of Applied Mechanics. *SOLID186 Element Description*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SOLID186.html, Consultado 3 de setembro de 2021 .

[59] Department of Applied Mechanics. *Integration Point Locations*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/thy_et1.html, Consultado 3 de setembro de 2021 .

[60] Department of Applied Mechanics. *General Element Formulations*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/thy_geo5.html, Consultado 3 de setembro de 2021 .

[61] Department of Applied Mechanics. *3-D 20-Node homogeneous/Layered Structural Solid*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/thy_el186.html, Consultado 3 de setembro de 2021 .

[62] G. Dhondt. Linear mechanical applications. *The Finite Element Method for Three-Dimensional Thermomechanical Applications*, pages 63–142, 2004. ISSN 9780470021217. doi: https://doi.org/10.1002/0470021217.ch2.

[63] Mohsin Hamzah and Hassan Moosavi. Hyperelastic constitutive modeling of rubber and rubber-like materials under finite strain. *Engineering and Technology Journal*, 28:2560–2575, 2010.

[64] Department of Applied Mechanics. *Hyperelasticity*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/thy_mat5.html#thyeq6purenov2001, Consultado 7 de setembro de 2021 .

[65] Continuum Mechanics. *Deformation Gradient*. http://www.continuummechanics.org/deformationgradient.html, Consultado 7 de setembro de 2021 .

[66] Department of Applied Mechanics. *Eigenvalue and Eigenvector Extraction*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/thy_tool13.html#eltshift, Consultado 7 de setembro de 2021 .

[67] J. Beisheim. Introducing the pcg lanczos eigensolver. *ANSYS Advantage*, 1(1):42–43, 2007.

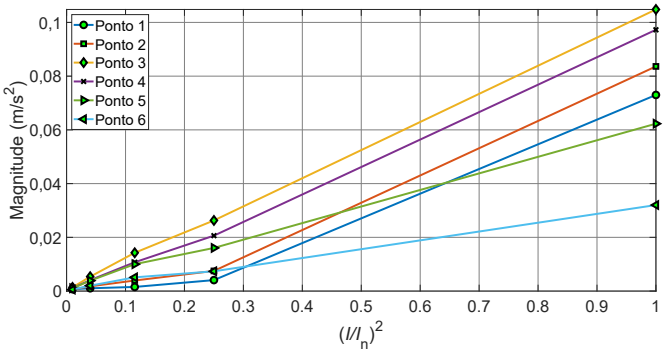
[68] F. Zhang, S. Ji, L. Naranpanawe, H. Ma, C. Ekanayake, T. Saha, and L. Zhu. Investigation of overall and local vibration characteristics of disk-type windings. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 14(18):3685–3691, 2020. ISSN 1751-8687. doi: https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2019.0756.

[69] Ansys Learning. *Mode Participation Factor and Effective Mass - Lesson 4*. https://www.youtube.com/watch?v=TO0gD-GpTfU, Consultado 13 de agosto de 2021 .

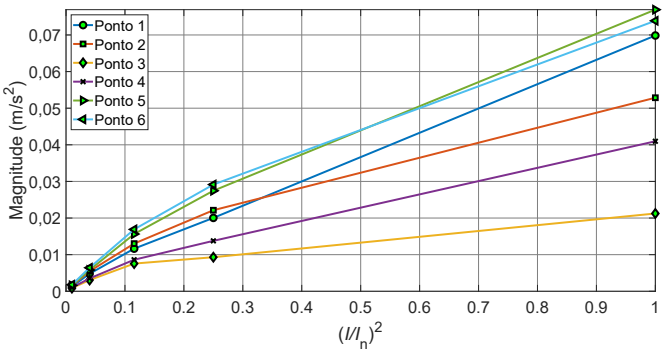
Anexo A

Gráficos Obtidos em MATLAB®

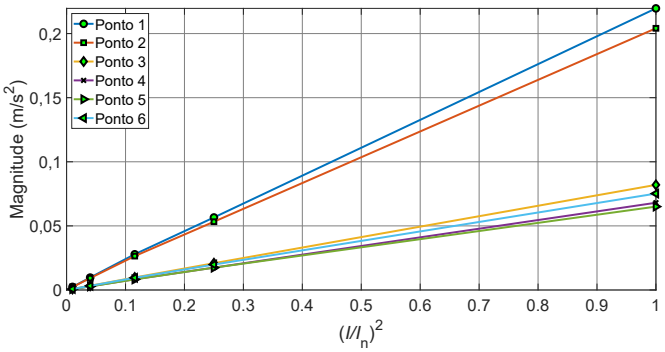
A.1 Aceleração em Função da Corrente



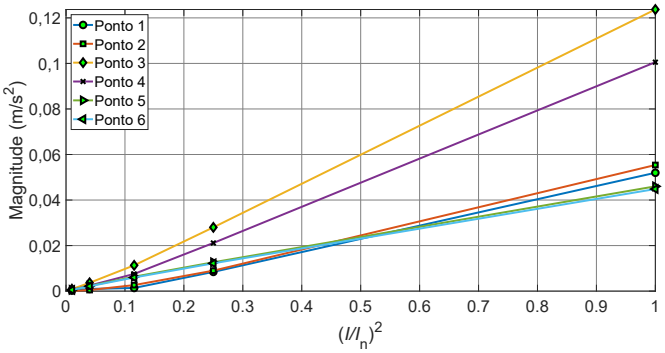
(a) Painel 16.



(c) Painel 12.

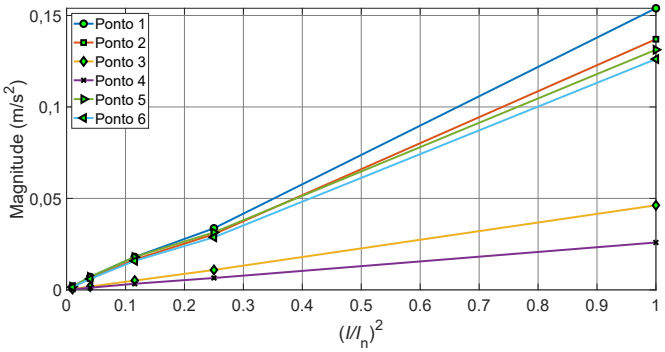


(b) Painel 18.

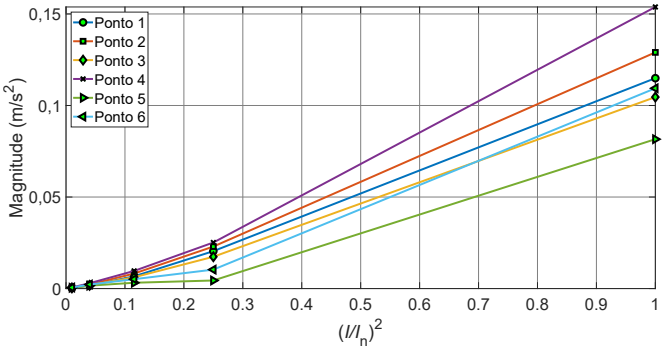


(d) Painel 14.

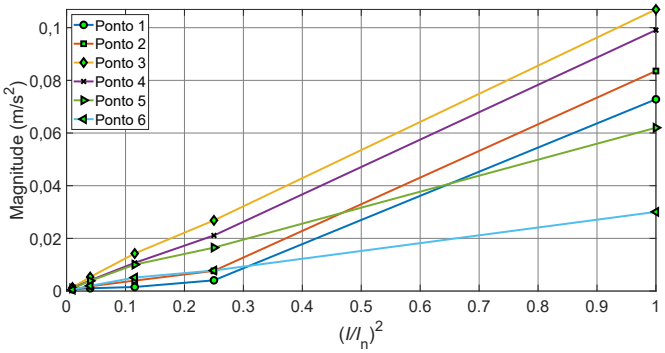
Figura A.1: Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 100 Hz, no ensaio em *carga*, na primeira medição.



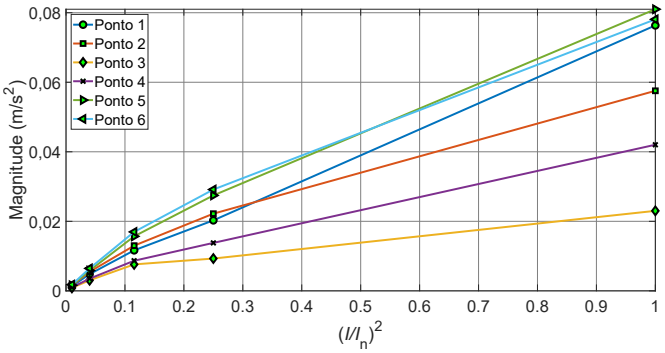
(a) Painel 3.



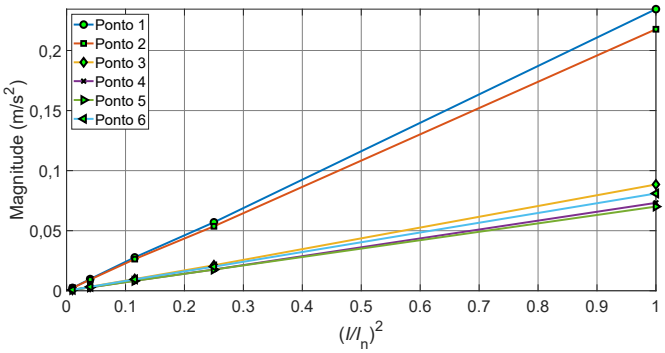
(d) Painel 8.



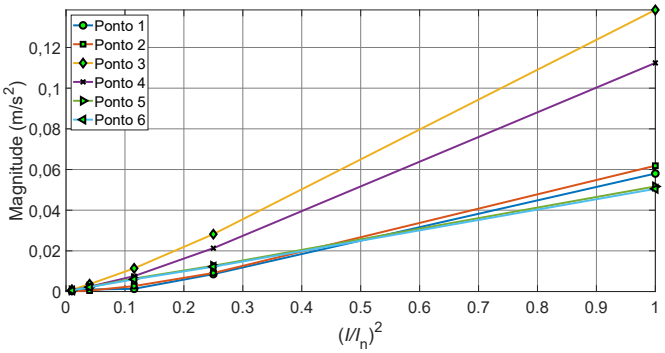
(b) Painel 16.



(e) Painel 12.



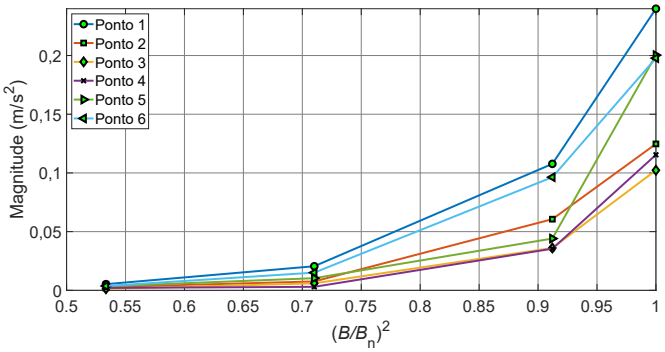
(c) Painel 18.



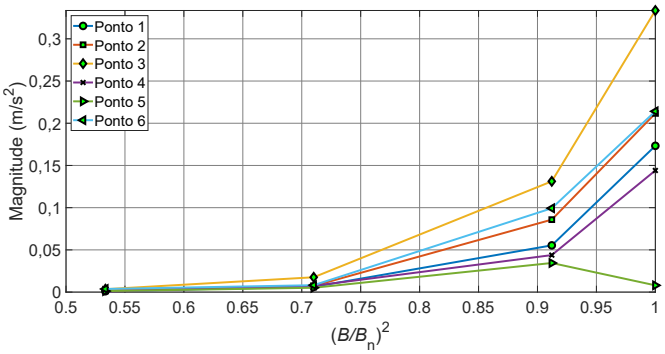
(f) Painel 14.

Figura A.2: Relação entre a aceleração e o quadrado da corrente à frequência de 100 Hz, no ensaio em *carga*, na segunda medição.

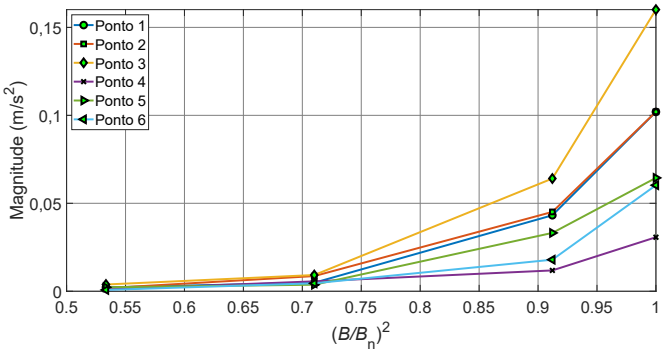
A.2 Aceleração em Função da Indução



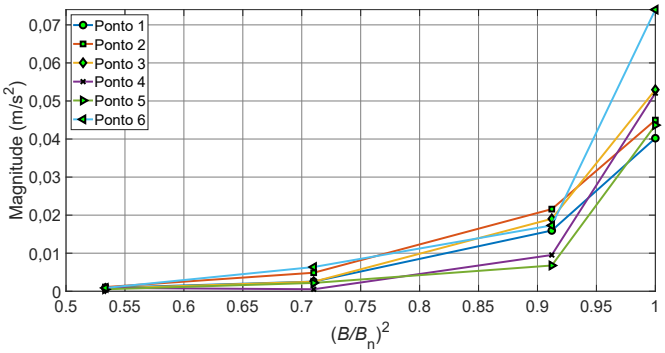
(a) Painel 3.



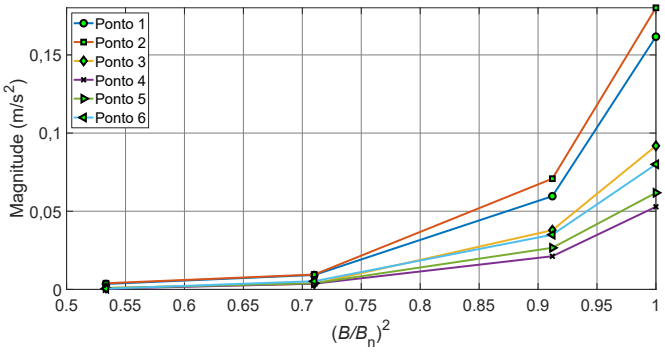
(d) Painel 8.



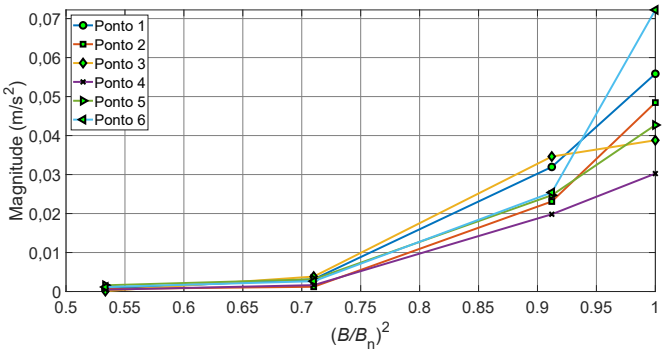
(b) Painel 16.



(e) Painel 12.

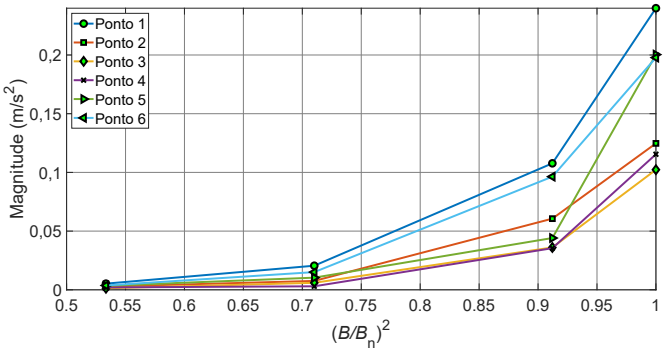


(c) Painel 18.

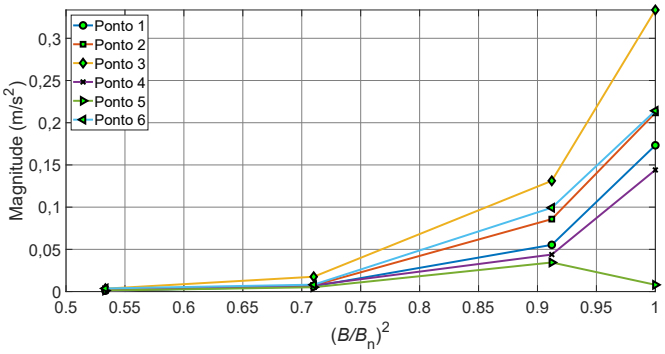


(f) Painel 14.

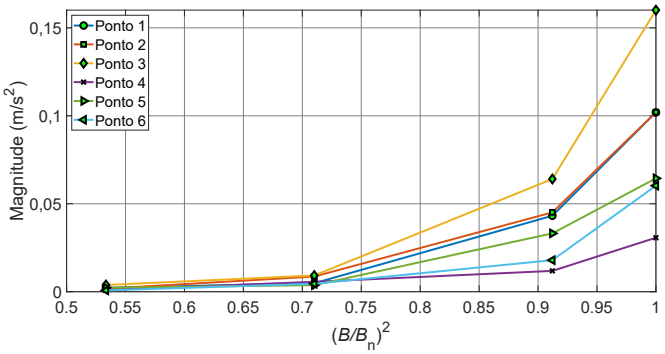
Figura A.3: Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 100 Hz, no ensaio em *vazio*.



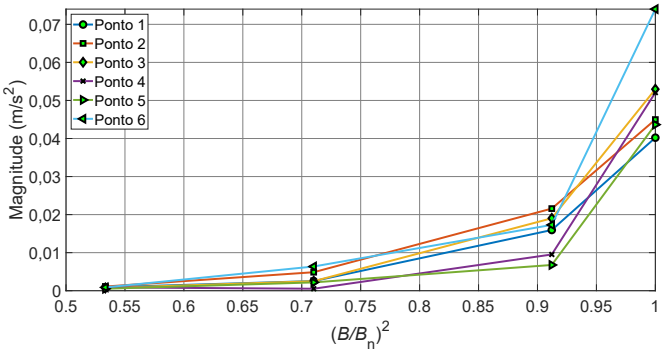
(a) Painel 3.



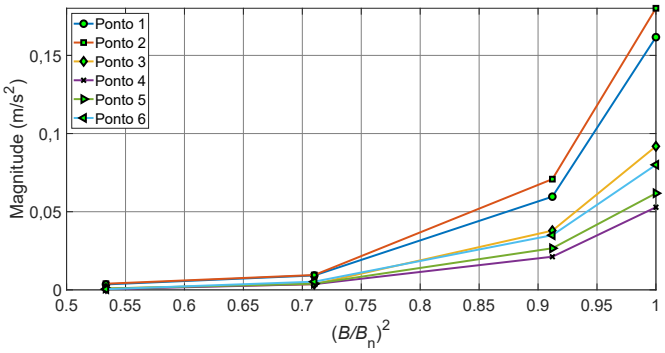
(d) Painel 8.



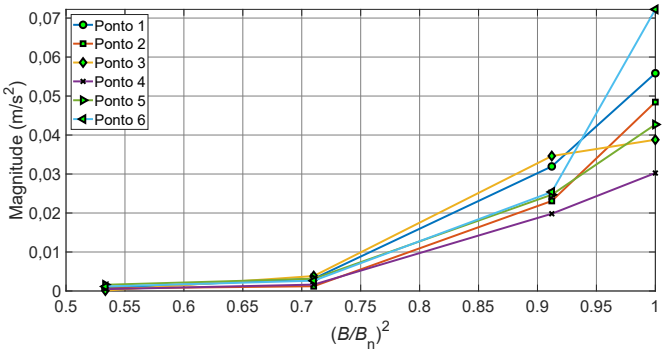
(b) Painel 16.



(e) Painel 12.



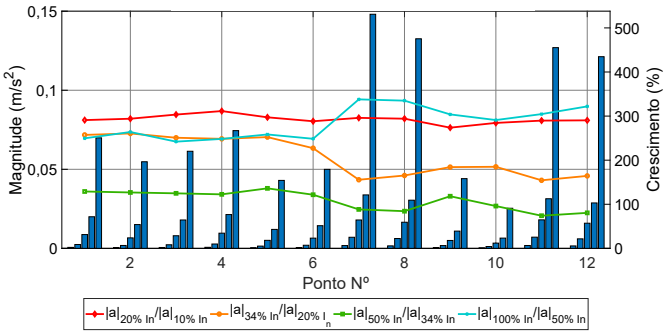
(c) Painel 18.



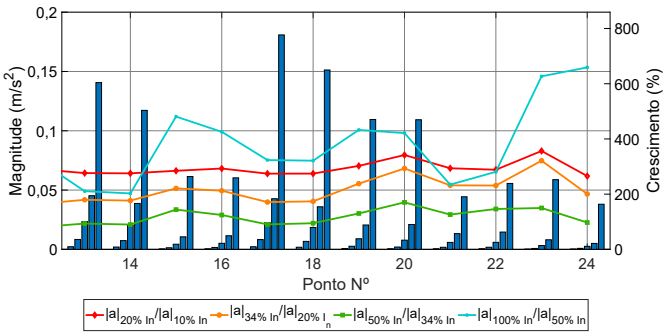
(f) Painel 14.

Figura A.4: Relação entre a aceleração e o quadrado da indução à frequência de 600 Hz, no ensaio em *vazio*.

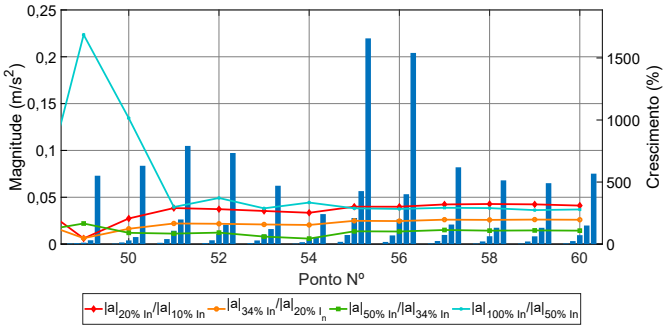
A.3 Aceleração e Taxa de Crescimento, Ensaio em *Carga*



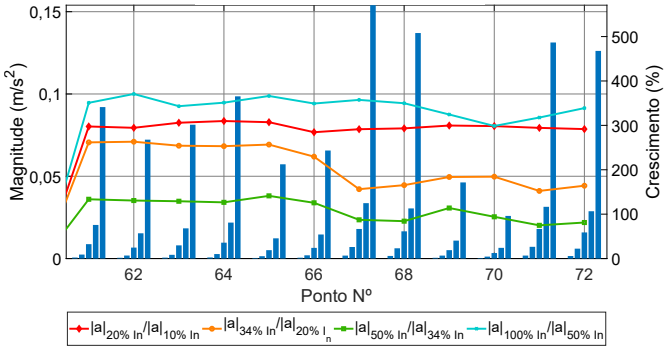
(a) Painéis 1 e 3 à frequência de 100 Hz, primeira medição.



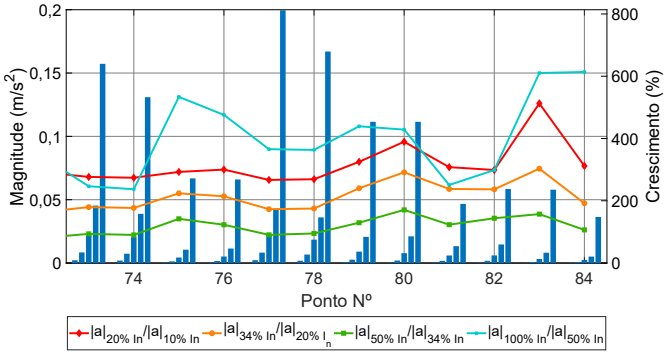
(b) Painéis 4 e 5 à frequência de 100 Hz, primeira medição.



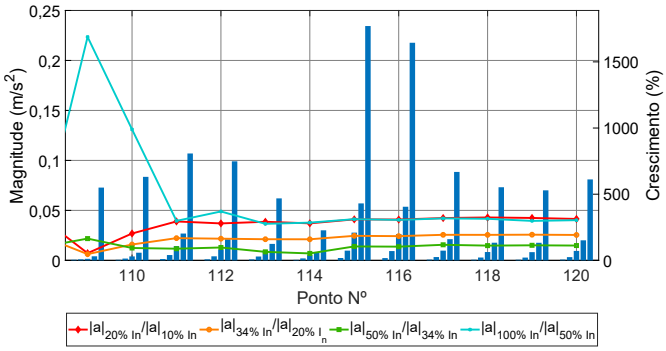
(c) Painéis 16 e 18 à frequência de 100 Hz, primeira medição.



(d) Painéis 1 e 3 à frequência de 100 Hz, segunda medição.



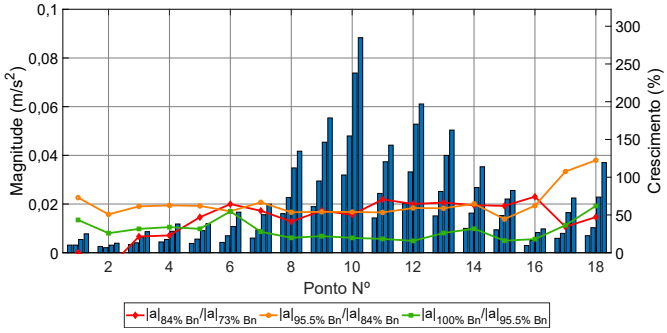
(e) Painéis 4 e 5 à frequência de 100 Hz, segunda medição.



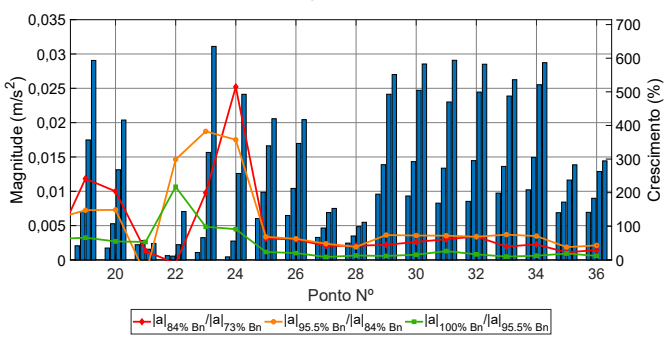
(f) Painéis 16 e 18 à frequência de 100 Hz, segunda medição.

Figura A.5: Aceleração e taxa de crescimento à frequência nas duas medições, no ensaio em *carga*.

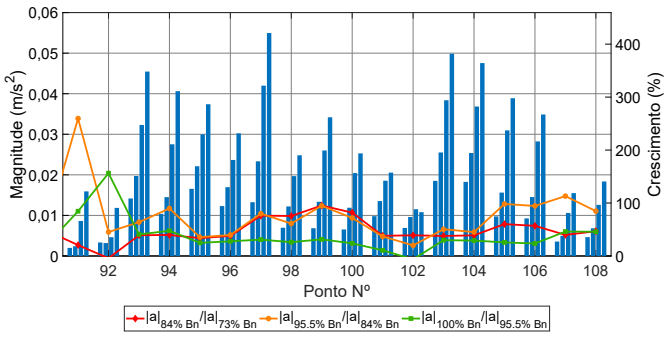
A.4 Aceleração e Taxa de Crescimento, Ensaio em *Vazio*



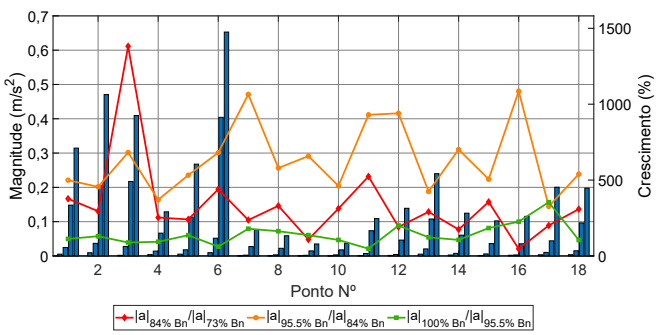
(a) Painéis 1, 2 e 3 à frequência de 100 Hz.



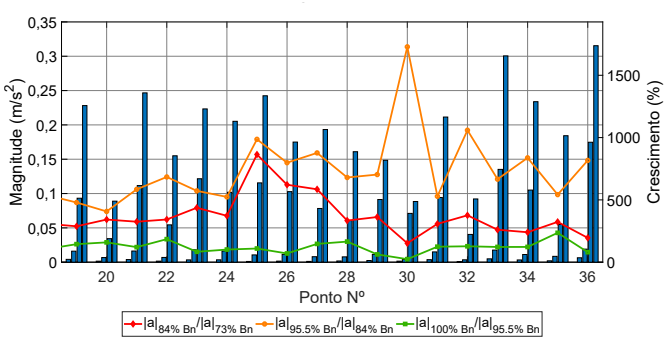
(b) Painéis 4, 5 e 6 à frequência de 100 Hz.



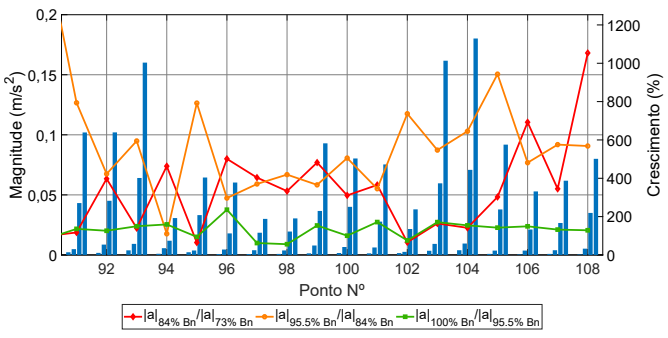
(c) Painéis 16, 17 e 18 à frequência de 100 Hz.



(d) Painéis 1, 2 e 3 à frequência de 600 Hz.



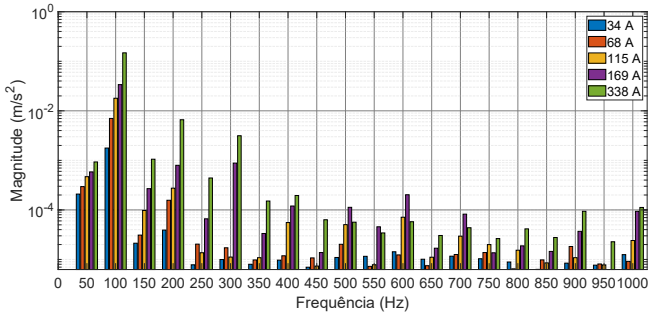
(e) Painéis 4, 5 e 6 à frequência de 600 Hz.



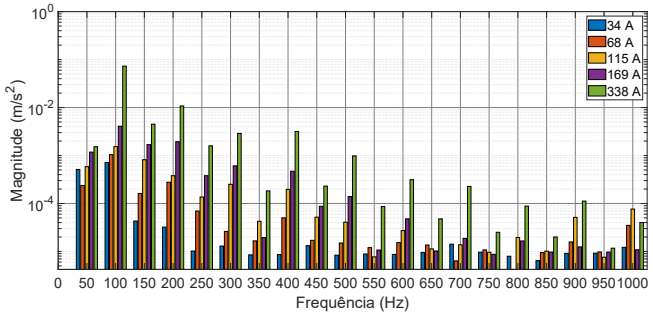
(f) Painéis 16, 17 e 18 à frequência de 600 Hz.

Figura A.6: Aceleração e taxa de crescimento às frequências de 100 Hz e 600 Hz, no ensaio em *vazio*.

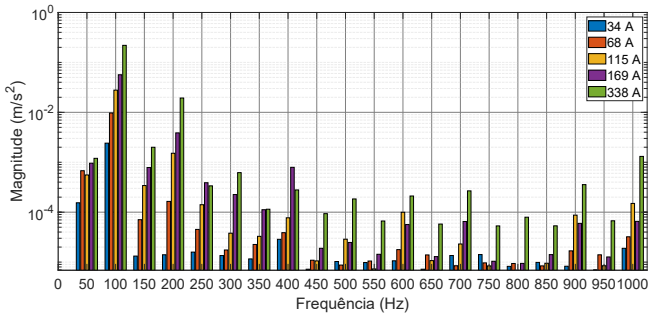
A.5 Aceleração em Função da Frequência, Ensaio em *Carga*



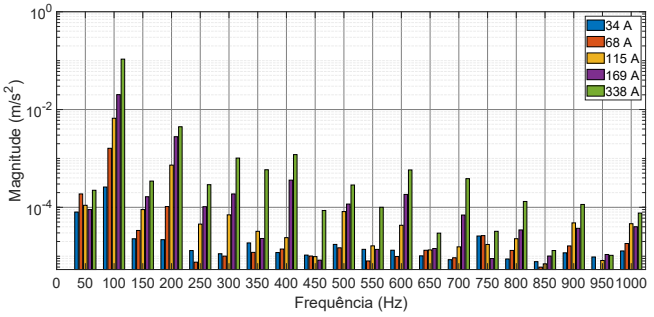
(a) Ponto 1 do painel 3, primeira medição.



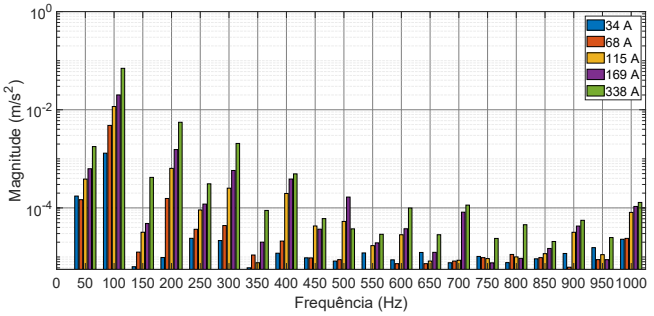
(b) Ponto 1 do painel 16, primeira medição.



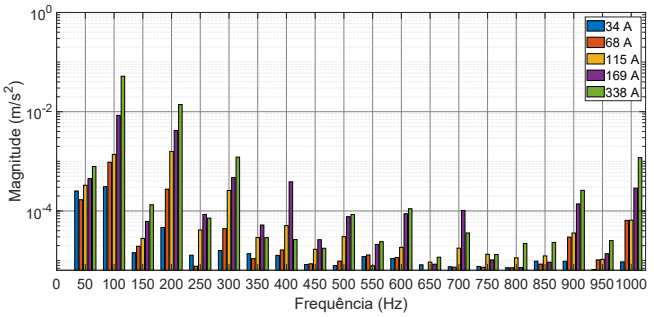
(c) Ponto 1 do painel 18, primeira medição.



(d) Ponto 1 do painel 8, primeira medição.

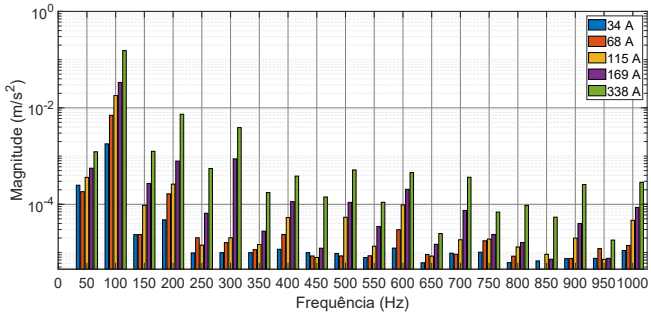


(e) Ponto 1 do painel 12, primeira medição.

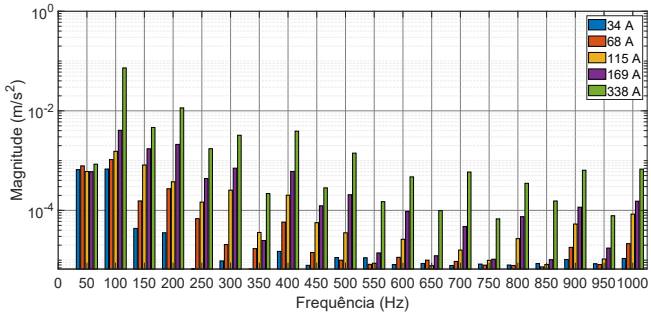


(f) Ponto 1 do painel 14, primeira medição.

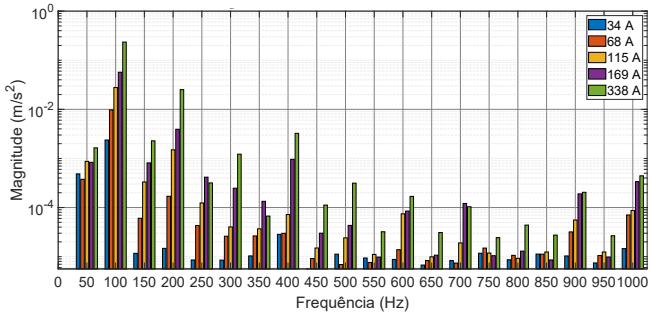
Figura A.7: Aceleração em função da frequência, no ponto 1 de vários painéis, no ensaio em *carga*.



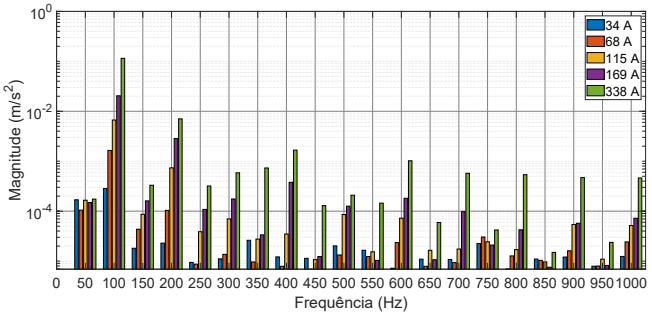
(a) Ponto 1 do painel 3, segunda medição.



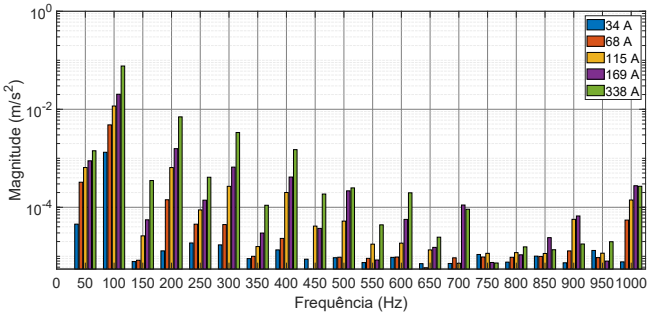
(b) Ponto 1 do painel 16, segunda medição.



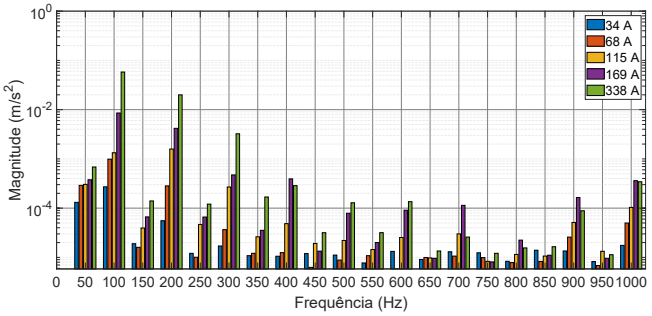
(c) Ponto 1 do painel 18, segunda medição.



(d) Ponto 1 do painel 8, segunda medição.



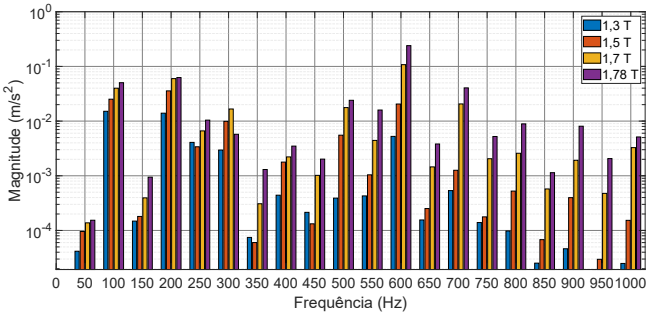
(e) Ponto 1 do painel 12, segunda medição.



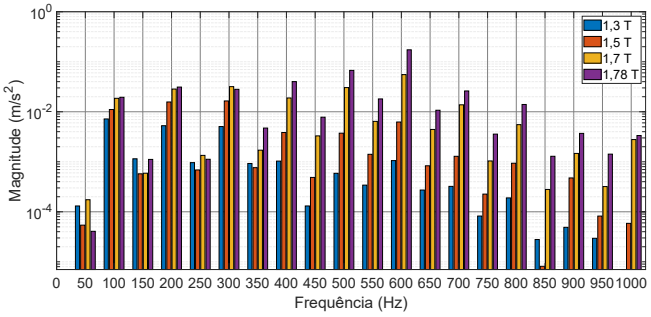
(f) Ponto 1 do painel 14, segunda medição.

Figura A.8: Aceleração em função da frequência, em vários pontos, no ensaio em *carga*.

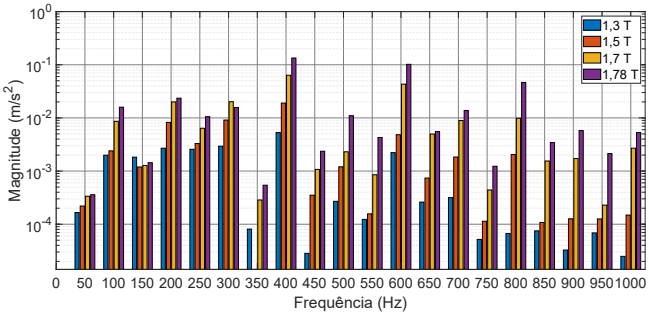
A.6 Aceleração em Função da Frequência, Ensaio em *Vazio*



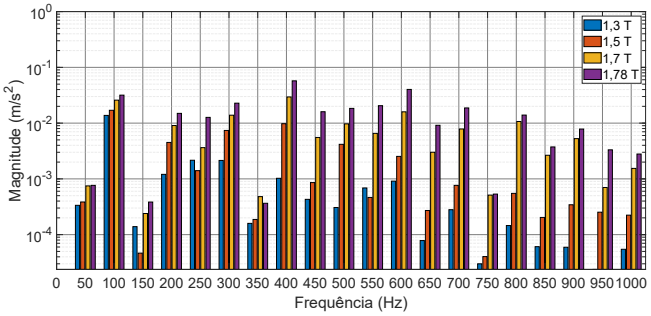
(a) Ponto 1 do painel 3.



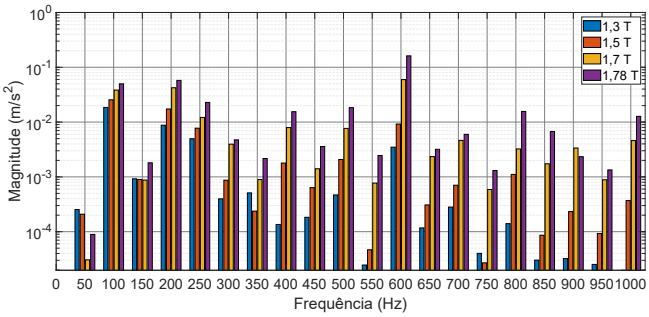
(d) Ponto 1 do painel 8.



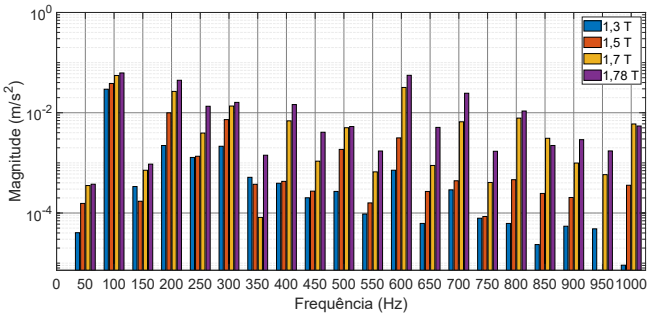
(b) Ponto 1 do painel 16.



(e) Ponto 1 do painel 12.



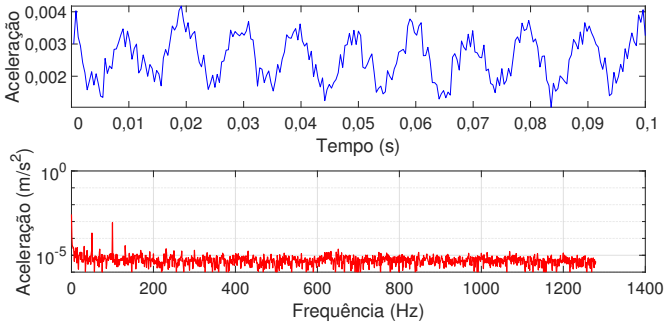
(c) Ponto 1 do painel 18.



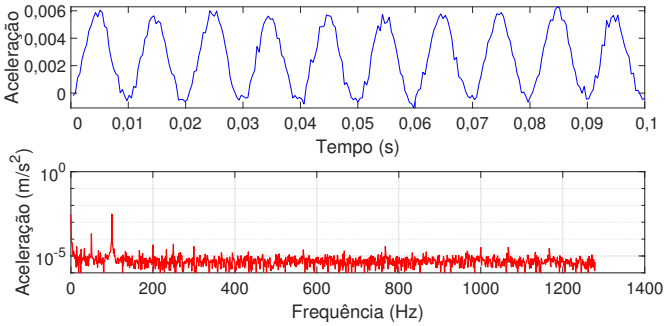
(f) Ponto 1 do painel 14.

Figura A.9: Aceleração em função da frequência, em vários pontos, no ensaio em *vazio*.

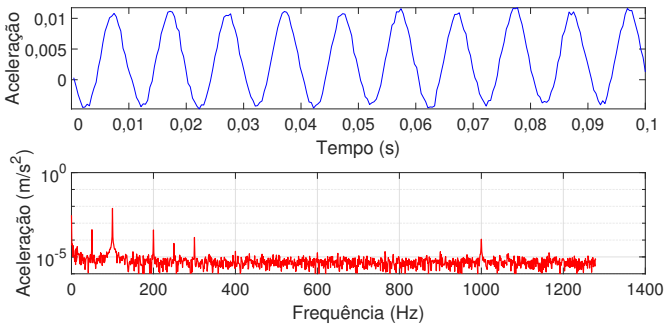
A.7 Sinal de Aceleração e Espectro de Frequência, em *Carga*



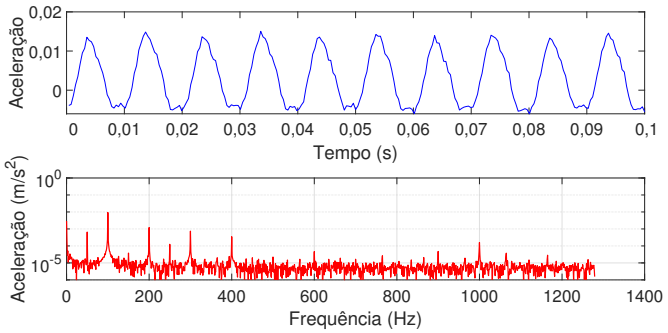
(a) 10% da corrente nominal.



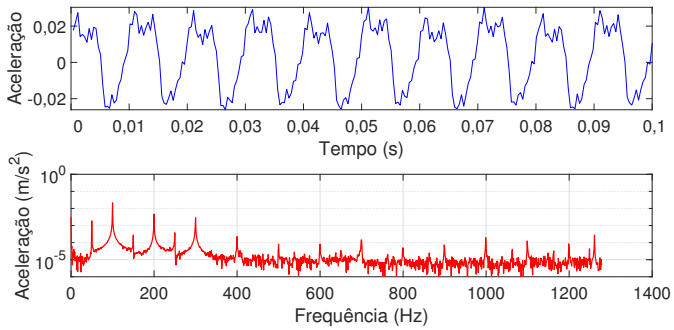
(c) 20% da corrente nominal.



(b) 34% da corrente nominal.

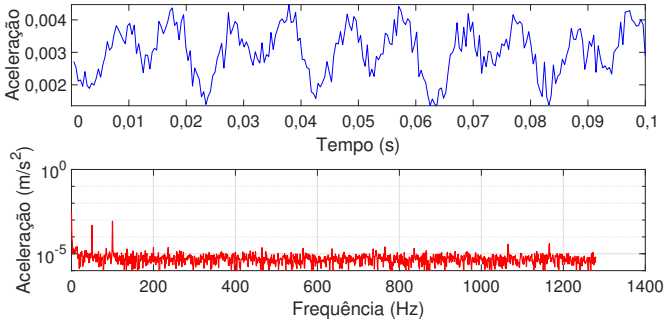


(d) 50% da corrente nominal.

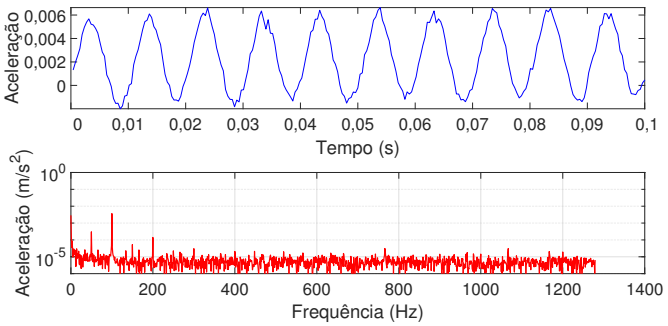


(e) 100% da corrente nominal.

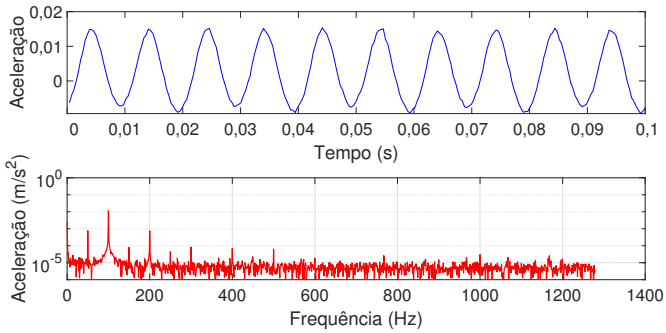
Figura A.10: Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 12, no ensaio em *carga*, na primeira medição.



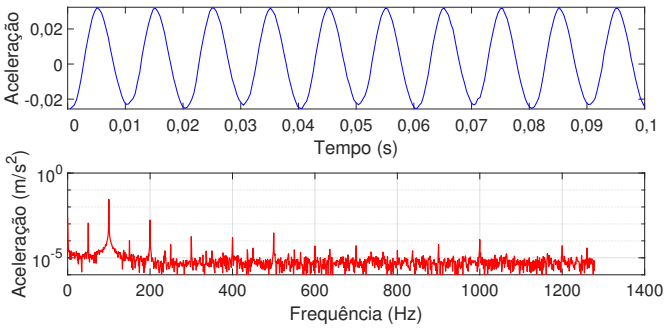
(a) 10% da corrente nominal.



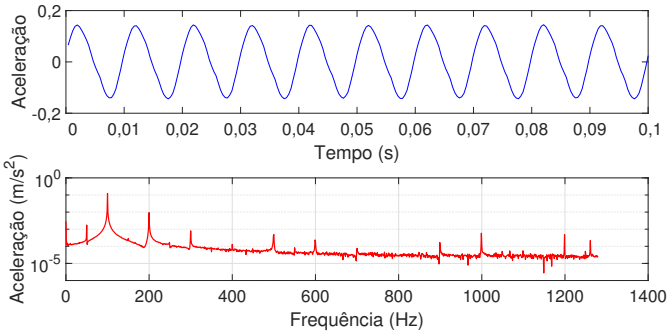
(c) 20% da corrente nominal.



(b) 34% da corrente nominal.



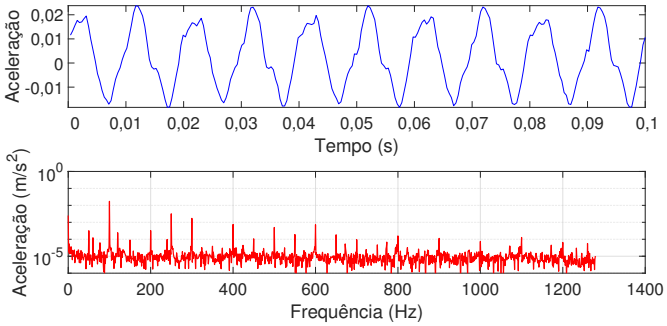
(d) 50% da corrente nominal.



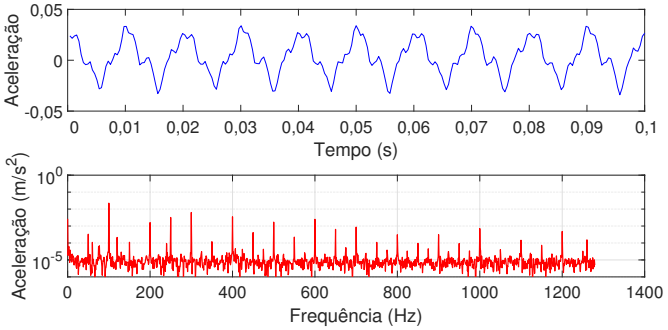
(e) 100% da corrente nominal.

Figura A.11: Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 14, no ensaio em *carga*, na primeira medição.

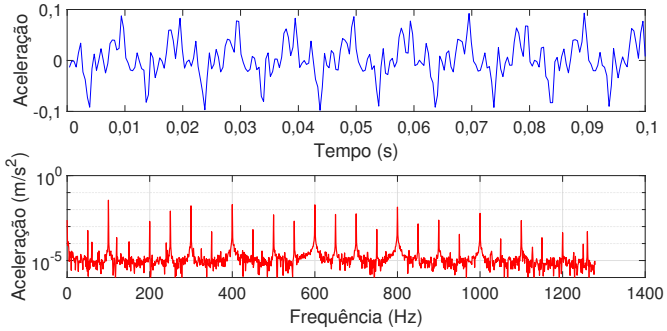
A.8 Sinal de Aceleração e Espectro de Frequência, em *Vazio*



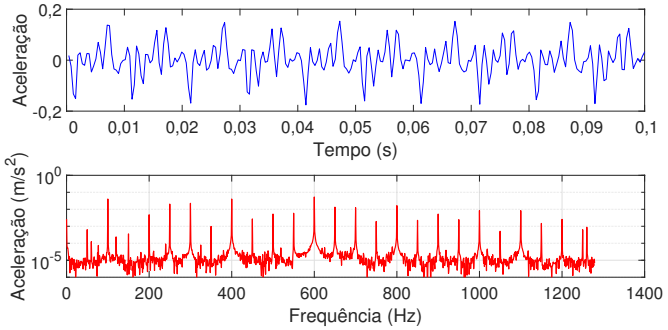
(a) Indução de 1,3 T.



(c) Indução de 1,5 T.

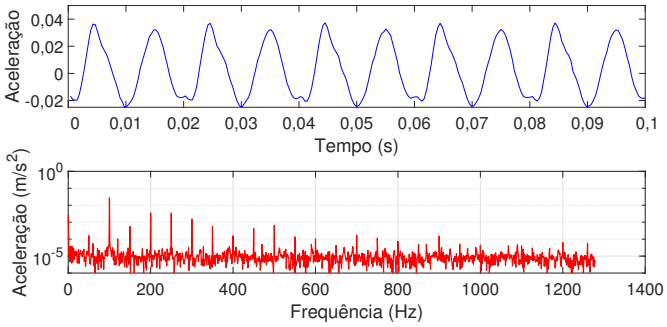


(b) Indução de 1,7 T.

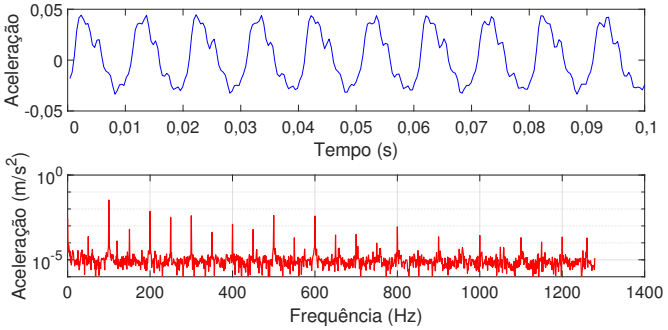


(d) Indução de 1,78 T.

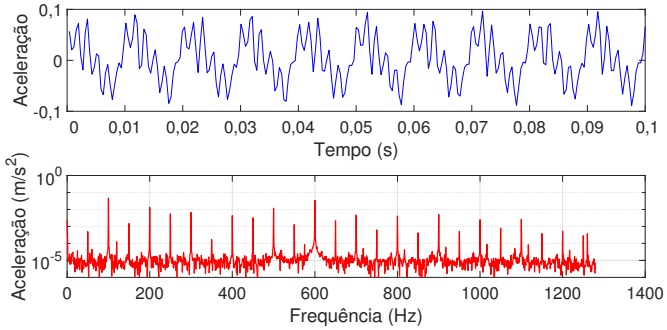
Figura A.12: Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 12, no ensaio em *vazio*.



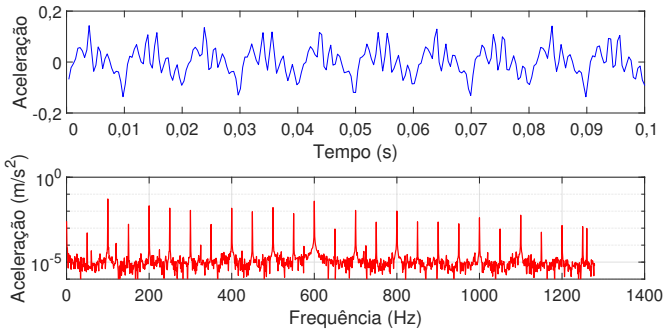
(a) Indução de 1,3 T.



(c) Indução de 1,5 T.



(b) Indução de 1,7 T.



(d) Indução de 1,78 T.

Figura A.13: Sinal de aceleração e espectro de frequência do ponto 3 no painel 14, no ensaio em *vazio*.

Anexo B

Tabelas Valores de R^2 e Constantes

Nota: As constatantes a e b são referentes às equações $y = ax + b$ e $y = ce^{dx}$, linear e exponencial, respetivamente. R^2 corresponde ao coeficiente de determinação. Os índices inferiores indicam a frequência a que se referem os valores.

Tabela B.1: Painéis de 1 a 3, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 1	Ponto 1	0,010	-0,003	0,823	0,076	-0,034	0,972	0,052	-0,023	0,822
	Ponto 2	0,003	0,001	0,611	0,055	-0,020	0,977	0,026	-0,015	0,678
	Ponto 3	0,011	-0,003	0,920	0,040	-0,017	0,982	0,019	-0,007	0,898
	Ponto 4	0,015	-0,005	0,916	0,070	-0,033	0,931	0,086	-0,045	0,942
	Ponto 5	0,017	-0,006	0,957	0,033	-0,017	0,862	0,022	-0,010	0,968
	Ponto 6	0,024	-0,010	0,905	0,011	-0,003	0,996	0,022	-0,010	0,713
Painel 2	Ponto 1	0,029	-0,010	0,972	0,003	-0,001	0,849	0,027	-0,014	0,938
	Ponto 2	0,055	-0,014	0,982	0,017	-0,009	0,928	0,061	-0,035	0,823
	Ponto 3	0,077	-0,024	0,987	0,011	-0,004	0,905	0,065	-0,033	0,963
	Ponto 4	0,120	-0,035	0,988	0,013	-0,007	0,794	0,013	-0,001	0,308
	Ponto 5	0,064	-0,020	0,997	0,016	-0,007	0,933	0,059	-0,023	0,760
	Ponto 6	0,089	-0,028	0,996	0,030	-0,010	0,898	0,075	-0,032	0,902
Painel 3	Ponto 1	0,074	-0,026	0,983	0,108	-0,042	0,983	0,013	-0,002	0,214
	Ponto 2	0,053	-0,020	0,968	0,075	-0,029	0,956	0,028	-0,012	0,966
	Ponto 3	0,034	-0,009	0,999	0,004	0,002	0,105	0,040	-0,021	0,847
	Ponto 4	0,015	-0,005	0,996	0,047	-0,018	0,991	0,020	-0,006	0,915
	Ponto 5	0,035	-0,015	0,923	0,035	-0,012	0,943	0,014	-0,006	0,707
	Ponto 6	0,061	-0,029	0,879	0,091	-0,041	0,897	0,018	-0,005	0,335

Tabela B.2: Painéis de 4 a 8, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 4	Ponto 1	0,055	-0,029	0,921	0,128	-0,044	0,999	0,109	-0,046	0,975
	Ponto 2	0,039	-0,020	0,938	0,163	-0,067	0,996	0,009	0,002	0,123
	Ponto 3	-0,001	0,003	0,072	0,008	-0,003	0,695	0,101	-0,046	0,973
	Ponto 4	0,012	-0,007	0,660	0,008	0,000	0,895	0,028	-0,007	0,904
	Ponto 5	0,061	-0,035	0,845	0,150	-0,059	1,000	0,030	-0,008	0,888
	Ponto 6	0,048	-0,028	0,868	0,169	-0,068	0,904	0,034	-0,015	0,997
Painel 5	Ponto 1	0,031	-0,011	0,983	0,112	-0,046	0,912	0,066	-0,037	0,898
	Ponto 2	0,030	-0,010	0,989	0,158	-0,083	0,865	0,036	-0,013	0,890
	Ponto 3	0,009	-0,002	0,994	0,077	-0,040	0,893	0,057	-0,026	0,983
	Ponto 4	0,007	-0,001	0,998	0,014	0,000	0,728	0,060	-0,035	0,835
	Ponto 5	0,039	-0,012	0,980	0,201	-0,107	0,885	0,059	-0,024	0,913
	Ponto 6	0,042	-0,014	0,985	0,127	-0,056	0,874	0,056	-0,030	0,703
Painel 6	Ponto 1	0,044	-0,016	0,976	0,036	-0,014	0,996	0,079	-0,041	0,966
	Ponto 2	0,044	-0,015	0,993	0,118	-0,061	0,949	0,080	-0,035	0,983
	Ponto 3	0,038	-0,011	0,974	0,102	-0,050	0,969	0,100	-0,046	0,985
	Ponto 4	0,041	-0,013	0,983	0,093	-0,048	0,936	0,142	-0,078	0,935
	Ponto 5	0,015	-0,001	0,966	0,079	-0,040	0,938	0,049	-0,024	0,976
	Ponto 6	0,016	-0,002	0,988	0,081	-0,039	0,974	0,077	-0,038	0,971
Painel 7	Ponto 1	0,004	0,001	0,218	0,096	-0,052	0,882	0,046	-0,019	0,983
	Ponto 2	0,014	-0,006	0,657	0,080	-0,035	0,940	0,108	-0,052	0,988
	Ponto 3	0,022	-0,007	0,973	0,017	-0,004	0,809	0,041	-0,020	0,925
	Ponto 4	0,018	-0,005	0,981	0,025	-0,013	0,747	0,078	-0,045	0,810
	Ponto 5	0,029	-0,013	0,835	0,145	-0,075	0,948	0,016	-0,004	0,555
	Ponto 6	0,034	-0,015	0,851	0,141	-0,074	0,948	0,018	-0,009	0,966
Painel 8	Ponto 1	0,028	-0,008	0,981	0,057	-0,025	0,994	0,055	-0,023	0,913
	Ponto 2	0,041	-0,013	0,992	0,127	-0,060	0,980	0,055	-0,027	0,958
	Ponto 3	0,039	-0,015	0,962	0,095	-0,044	0,983	0,066	-0,022	0,680
	Ponto 4	0,062	-0,023	0,969	0,027	-0,014	0,942	0,095	-0,044	0,992
	Ponto 5	0,020	-0,012	0,732	0,125	-0,054	0,985	0,075	-0,038	0,957
	Ponto 6	0,034	-0,016	0,888	0,040	-0,014	0,939	0,069	-0,021	0,333

Tabela B.3: Painéis de 9 a 13, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 9	Ponto 1	0,091	-0,035	0,965	0,004	0,000	0,547	0,058	-0,025	0,903
	Ponto 2	0,042	-0,017	0,922	0,017	-0,009	0,606	0,029	-0,011	0,377
	Ponto 3	0,190	-0,071	0,967	0,022	-0,008	0,989	0,040	-0,021	0,967
	Ponto 4	0,131	-0,049	0,962	0,024	-0,013	0,858	0,044	-0,019	0,902
	Ponto 5	0,142	-0,051	0,972	0,033	-0,016	0,979	0,101	-0,043	0,990
	Ponto 6	0,120	-0,044	0,979	0,027	-0,006	0,857	0,171	-0,071	0,984
Painel 10	Ponto 1	0,014	-0,003	0,957	0,126	-0,060	0,963	0,054	-0,026	0,981
	Ponto 2	0,021	-0,005	0,985	0,068	-0,036	0,916	0,020	-0,005	0,310
	Ponto 3	0,011	-0,004	0,902	0,069	-0,028	0,995	0,075	-0,038	0,992
	Ponto 4	0,006	-0,002	0,895	0,037	-0,018	0,944	0,032	-0,013	0,776
	Ponto 5	0,011	-0,006	0,926	0,037	-0,019	0,922	0,036	-0,012	0,541
	Ponto 6	0,008	-0,004	0,923	0,019	-0,004	0,920	0,032	-0,016	0,781
Painel 11	Ponto 1	0,052	-0,023	0,915	0,011	-0,006	0,778	0,031	-0,017	0,794
	Ponto 2	0,127	-0,055	0,915	0,028	-0,013	0,953	0,025	-0,011	0,517
	Ponto 3	0,098	-0,039	0,966	0,033	-0,019	0,829	0,061	-0,032	0,924
	Ponto 4	0,148	-0,059	0,966	0,027	-0,015	0,740	0,068	-0,035	0,980
	Ponto 5	0,090	-0,039	0,925	0,007	0,001	0,465	0,063	-0,028	0,994
	Ponto 6	0,133	-0,062	0,974	0,046	-0,027	0,829	0,065	-0,036	0,908
Painel 12	Ponto 1	0,038	-0,008	0,951	0,028	-0,014	0,931	0,041	-0,021	0,932
	Ponto 2	0,032	-0,003	0,983	0,031	-0,017	0,866	0,009	0,001	0,253
	Ponto 3	0,051	-0,011	0,974	0,008	-0,004	0,795	0,045	-0,023	0,971
	Ponto 4	0,024	-0,005	0,944	0,025	-0,013	0,952	0,056	-0,031	0,880
	Ponto 5	0,056	-0,010	0,974	0,033	-0,018	0,797	0,038	-0,018	0,979
	Ponto 6	0,071	-0,021	0,925	0,027	-0,010	0,846	0,015	-0,004	0,691
Painel 13	Ponto 1	0,020	0,002	0,969	0,026	-0,013	0,988	0,153	-0,083	0,760
	Ponto 2	0,014	-0,002	0,985	0,037	-0,020	0,808	0,059	-0,029	0,957
	Ponto 3	0,043	-0,019	0,957	0,070	-0,036	0,976	0,180	-0,094	0,836
	Ponto 4	0,041	-0,020	0,936	0,036	-0,020	0,881	0,078	-0,038	0,937
	Ponto 5	0,098	-0,048	0,886	0,125	-0,068	0,887	0,095	-0,044	0,982
	Ponto 6	0,076	-0,039	0,867	0,069	-0,037	0,841	0,072	-0,039	0,837

Tabela B.4: Painéis de 14 a 18, no ensaio em *vazio* dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 14	Ponto 1	0,072	-0,010	0,988	0,086	-0,047	0,924	0,030	-0,014	1,000
	Ponto 2	0,071	-0,011	0,989	0,072	-0,040	0,939	0,041	-0,020	0,885
	Ponto 3	0,056	-0,004	0,985	0,035	-0,016	0,927	0,019	-0,009	0,911
	Ponto 4	0,033	0,000	0,988	0,041	-0,021	0,977	0,008	-0,002	0,447
	Ponto 5	0,014	-0,002	0,909	0,012	-0,005	0,957	0,031	-0,017	0,895
	Ponto 6	0,013	-0,002	0,868	0,020	-0,010	0,894	0,026	-0,014	0,777
Painel 15	Ponto 1	0,025	-0,004	0,953	0,039	-0,021	0,935	0,076	-0,037	0,978
	Ponto 2	0,060	-0,012	0,970	0,044	-0,021	0,981	0,001	0,008	0,000
	Ponto 3	0,049	-0,010	0,940	0,023	-0,012	0,914	0,063	-0,029	0,963
	Ponto 4	0,073	-0,016	0,954	0,123	-0,066	0,941	0,082	-0,029	0,766
	Ponto 5	0,026	-0,006	0,989	0,061	-0,035	0,773	0,016	-0,007	0,969
	Ponto 6	0,052	-0,016	0,978	0,036	-0,014	0,735	0,045	-0,013	0,672
Painel 16	Ponto 1	0,028	-0,015	0,825	0,046	-0,023	0,985	0,033	-0,014	0,834
	Ponto 2	0,015	-0,006	0,581	0,078	-0,042	0,947	0,047	-0,020	0,937
	Ponto 3	0,064	-0,023	0,922	0,029	-0,015	0,883	0,020	-0,009	0,855
	Ponto 4	0,062	-0,026	0,905	0,011	-0,006	0,447	0,004	0,001	0,096
	Ponto 5	0,043	-0,007	0,965	0,021	-0,006	0,549	0,005	0,000	0,112
	Ponto 6	0,037	-0,008	0,961	0,062	-0,032	0,984	0,011	-0,005	0,923
Painel 17	Ponto 1	0,088	-0,036	0,972	0,020	-0,010	0,951	0,069	-0,032	0,995
	Ponto 2	0,038	-0,014	0,986	0,004	-0,002	0,900	0,034	-0,019	0,810
	Ponto 3	0,058	-0,026	0,973	0,023	-0,013	0,698	0,067	-0,031	0,980
	Ponto 4	0,040	-0,016	0,988	0,005	-0,002	0,985	0,022	-0,012	0,927
	Ponto 5	0,023	-0,003	0,999	0,008	0,001	0,719	0,028	-0,010	0,737
	Ponto 6	0,009	0,003	0,856	0,005	0,002	0,355	0,010	-0,002	0,413
Painel 18	Ponto 1	0,065	-0,018	0,954	0,105	-0,051	0,953	0,010	-0,005	0,931
	Ponto 2	0,060	-0,016	0,958	0,035	-0,011	0,998	0,031	-0,015	0,977
	Ponto 3	0,063	-0,026	0,967	0,179	-0,093	0,928	0,009	-0,004	0,747
	Ponto 4	0,056	-0,022	0,969	0,109	-0,053	0,964	0,013	-0,006	0,732
	Ponto 5	0,025	-0,011	0,908	0,014	-0,007	0,902	0,026	-0,013	0,991
	Ponto 6	0,028	-0,012	0,917	0,045	-0,025	0,941	0,029	-0,014	0,975

Tabela B.5: Painéis de 1 a 5, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz.

		c_{400}	d_{400}	$R^2{}_{400}$	c_{500}	d_{500}	$R^2{}_{500}$	c_{600}	d_{600}	$R^2{}_{600}$
Painel 1	Ponto 1	3,07E-05	5,524	0,992	2,82E-05	5,519	0,854	5,67E-05	8,621	1,000
	Ponto 2	1,87E-04	2,991	0,971	6,01E-08	13,297	0,997	4,33E-05	9,291	1,000
	Ponto 3	2,72E-05	5,082	0,956	3,97E-09	15,352	0,991	1,48E-04	7,934	0,996
	Ponto 4	2,96E-06	8,539	1,000	3,96E-07	10,489	0,999	6,86E-05	7,537	1,000
	Ponto 5	7,62E-06	6,467	0,963	1,67E-08	13,605	0,972	1,68E-05	9,673	1,000
	Ponto 6	4,58E-05	4,418	0,970	6,58E-08	12,402	0,996	6,86E-04	6,881	0,987
Painel 2	Ponto 1	1,65E-06	9,157	0,987	2,64E-06	8,392	0,994	6,31E-07	11,707	1,000
	Ponto 2	3,35E-06	7,901	0,867	2,63E-06	9,117	0,999	1,30E-06	10,718	1,000
	Ponto 3	5,28E-07	10,692	0,996	4,57E-06	8,656	0,999	2,01E-06	9,763	1,000
	Ponto 4	1,74E-05	6,544	0,955	3,38E-06	7,869	0,946	7,94E-06	8,439	1,000
	Ponto 5	1,25E-05	7,144	0,979	5,10E-07	10,716	0,999	1,55E-04	6,589	0,972
	Ponto 6	3,73E-06	8,886	0,998	4,30E-06	7,781	0,895	5,48E-07	12,443	1,000
Painel 3	Ponto 1	1,60E-04	3,033	0,909	1,48E-04	5,129	0,979	3,22E-05	8,914	1,000
	Ponto 2	3,84E-06	8,512	0,994	9,47E-06	8,075	0,997	2,38E-05	8,568	0,999
	Ponto 3	1,09E-05	7,064	0,984	1,86E-07	12,529	0,999	9,72E-07	11,562	0,999
	Ponto 4	3,27E-06	8,229	0,972	6,97E-07	10,899	0,998	1,81E-07	13,366	1,000
	Ponto 5	1,21E-05	6,033	0,905	5,99E-05	4,792	0,867	8,91E-09	16,927	0,996
	Ponto 6	3,35E-06	8,735	0,993	4,12E-05	5,933	0,958	4,51E-05	8,389	1,000
Painel 4	Ponto 1	5,34E-07	10,749	0,995	7,77E-08	13,325	0,991	1,09E-05	9,946	0,999
	Ponto 2	1,53E-05	6,908	0,990	9,43E-10	17,160	0,993	2,63E-06	10,423	0,998
	Ponto 3	3,62E-07	10,830	0,970	1,22E-05	8,249	0,999	2,77E-05	9,094	1,000
	Ponto 4	6,74E-07	9,959	0,945	1,52E-06	10,481	0,998	1,20E-06	11,769	1,000
	Ponto 5	5,87E-06	8,932	1,000	7,69E-08	11,881	0,941	1,14E-04	7,588	0,997
	Ponto 6	5,83E-06	9,165	0,994	1,43E-05	7,921	0,998	5,51E-05	8,226	1,000
Painel 5	Ponto 1	6,74E-06	7,445	0,987	2,77E-07	12,543	0,998	3,14E-05	8,956	0,998
	Ponto 2	4,40E-06	7,798	0,989	3,52E-07	12,094	0,999	1,21E-04	7,296	0,990
	Ponto 3	1,39E-06	8,905	0,995	9,22E-05	6,027	0,994	5,94E-06	10,391	1,000
	Ponto 4	1,22E-05	6,572	0,957	1,67E-04	4,468	0,967	2,68E-06	11,003	1,000
	Ponto 5	2,62E-05	5,685	0,954	4,18E-07	10,843	0,995	1,51E-04	6,911	0,987
	Ponto 6	1,29E-07	11,871	0,998	9,20E-07	9,652	0,951	2,35E-04	6,000	0,926

Tabela B.6: Painéis de 6 a 10, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz.

		c_{400}	d_{400}	$R^2{}_{400}$	c_{500}	d_{500}	$R^2{}_{500}$	c_{600}	d_{600}	$R^2{}_{600}$
Painel 6	Ponto 1	2,57E-05	6,984	1,000	1,39E-06	10,174	1,000	2,22E-05	9,163	1,000
	Ponto 2	9,94E-05	4,697	0,965	4,21E-05	6,512	0,957	5,68E-06	9,698	0,999
	Ponto 3	2,40E-05	5,135	0,989	4,51E-09	15,144	0,890	2,96E-05	9,228	1,000
	Ponto 4	9,73E-06	5,681	0,927	6,51E-05	5,592	0,990	2,01E-05	9,366	0,999
	Ponto 5	7,34E-06	7,314	0,994	7,37E-06	8,971	1,000	2,43E-07	13,539	0,999
	Ponto 6	9,42E-06	7,439	0,986	1,43E-04	5,886	0,975	1,52E-04	7,654	0,994
Painel 7	Ponto 1	4,58E-05	5,988	0,967	7,29E-06	8,289	1,000	6,92E-07	10,406	0,998
	Ponto 2	1,12E-06	10,245	0,999	1,88E-07	11,894	0,990	8,63E-08	14,046	0,998
	Ponto 3	5,21E-05	4,940	0,852	1,14E-06	9,869	0,997	1,31E-06	11,140	0,999
	Ponto 4	1,52E-04	3,910	0,531	3,61E-05	5,803	0,969	7,52E-08	13,740	1,000
	Ponto 5	1,47E-06	10,284	1,000	3,85E-07	11,605	0,997	6,59E-12	23,213	0,996
	Ponto 6	1,26E-05	7,751	0,992	1,80E-05	8,106	0,993	8,00E-10	18,475	0,993
Painel 8	Ponto 1	9,27E-06	8,369	1,000	7,00E-06	9,171	1,000	4,48E-07	12,864	1,000
	Ponto 2	1,28E-05	6,915	0,980	3,87E-05	6,049	0,998	6,17E-06	10,444	1,000
	Ponto 3	5,92E-05	3,935	0,967	1,20E-05	7,604	0,992	8,82E-06	10,540	1,000
	Ponto 4	1,70E-06	9,773	1,000	1,37E-05	8,028	0,985	2,62E-07	13,216	0,998
	Ponto 5	3,57E-06	9,593	0,996	9,74E-07	10,761	0,999	1,81E-03	2,367	0,227
	Ponto 6	8,18E-09	14,969	0,992	7,69E-05	5,868	0,988	2,16E-05	9,206	0,998
Painel 9	Ponto 1	7,12E-05	5,942	0,983	5,73E-06	7,509	0,999	6,25E-08	13,658	0,996
	Ponto 2	2,97E-07	11,510	0,988	1,87E-04	4,130	0,775	4,03E-05	8,144	0,996
	Ponto 3	2,16E-05	6,110	0,984	6,55E-05	4,313	0,958	1,78E-06	9,521	0,999
	Ponto 4	3,75E-06	8,341	0,995	5,71E-05	5,291	0,936	1,18E-05	8,147	0,999
	Ponto 5	9,07E-07	10,230	0,984	1,22E-07	11,635	0,980	1,18E-06	11,019	1,000
	Ponto 6	2,35E-07	10,721	0,899	3,54E-07	10,891	0,996	3,76E-05	8,242	0,996
Painel 10	Ponto 1	1,54E-05	6,757	0,997	2,43E-07	12,044	0,999	2,08E-03	3,091	0,375
	Ponto 2	4,12E-05	5,473	0,931	8,68E-07	9,930	0,995	3,50E-05	8,644	1,000
	Ponto 3	5,03E-06	8,405	0,997	9,27E-07	9,298	0,983	4,55E-05	7,584	0,980
	Ponto 4	6,54E-05	3,328	0,417	3,77E-08	13,417	0,998	7,44E-05	7,964	0,999
	Ponto 5	3,75E-05	4,842	0,953	2,15E-06	8,310	0,995	1,31E-04	7,359	0,998
	Ponto 6	2,32E-06	8,886	0,992	5,16E-06	8,598	1,000	1,08E-04	5,616	0,957

Tabela B.7: Painéis de 11 a 15, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz.

		c_{400}	d_{400}	$R^2{}_{400}$	c_{500}	d_{500}	$R^2{}_{500}$	c_{600}	d_{600}	$R^2{}_{600}$
Painel 11	Ponto 1	7,66E-06	8,153	0,999	7,82E-05	5,225	0,985	5,69E-05	5,329	0,945
	Ponto 2	1,01E-04	6,108	0,998	2,39E-05	6,433	0,993	6,63E-06	9,181	1,000
	Ponto 3	1,53E-06	9,248	0,990	2,69E-04	4,390	0,985	1,56E-05	8,133	0,997
	Ponto 4	7,77E-06	6,457	0,924	2,08E-04	5,340	0,996	1,47E-06	10,897	0,999
	Ponto 5	1,05E-03	2,151	0,718	4,08E-04	3,036	0,879	8,71E-10	17,392	0,946
	Ponto 6	5,56E-05	6,507	0,994	3,45E-04	3,142	0,776	3,86E-08	14,953	0,996
Painel 12	Ponto 1	5,48E-05	6,943	0,996	4,89E-05	5,903	0,985	1,56E-06	10,151	0,999
	Ponto 2	3,78E-05	7,515	0,997	1,93E-06	9,865	0,996	1,37E-05	8,092	1,000
	Ponto 3	8,23E-06	8,502	1,000	4,36E-05	4,920	0,900	6,29E-07	11,338	1,000
	Ponto 4	2,02E-05	7,533	0,994	9,10E-06	6,604	0,740	2,55E-10	19,136	1,000
	Ponto 5	3,16E-05	7,246	0,999	4,16E-07	11,180	0,996	1,19E-10	19,721	0,996
	Ponto 6	1,90E-04	4,901	0,990	2,23E-04	3,536	0,864	9,01E-09	15,919	0,990
Painel 13	Ponto 1	7,48E-05	5,416	0,996	5,90E-07	9,879	0,997	5,75E-05	6,567	0,985
	Ponto 2	9,51E-06	7,558	0,998	1,86E-04	3,217	0,671	2,29E-05	7,174	0,996
	Ponto 3	2,37E-08	13,034	0,998	9,59E-05	5,152	0,994	2,44E-05	7,858	0,998
	Ponto 4	6,20E-06	8,160	0,995	2,34E-07	11,269	0,973	2,71E-06	10,544	1,000
	Ponto 5	2,32E-05	6,858	0,995	4,85E-08	12,554	0,979	1,30E-05	8,830	0,999
	Ponto 6	6,53E-05	5,245	0,899	3,24E-06	8,287	0,985	3,26E-05	6,715	0,992
Painel 14	Ponto 1	4,15E-07	10,491	0,991	3,79E-05	5,082	0,879	2,83E-05	7,606	0,991
	Ponto 2	1,28E-05	7,066	0,993	5,14E-05	4,393	0,405	5,10E-06	9,167	0,996
	Ponto 3	1,17E-07	11,734	0,989	1,53E-04	4,689	0,986	2,17E-04	5,274	0,904
	Ponto 4	2,29E-04	3,829	0,825	7,83E-05	5,634	0,991	3,38E-05	6,831	0,975
	Ponto 5	1,25E-06	8,654	0,998	7,10E-05	4,086	0,626	3,13E-05	7,232	0,993
	Ponto 6	4,42E-07	9,692	0,996	2,11E-04	3,891	0,823	5,94E-07	11,708	1,000
Painel 15	Ponto 1	6,29E-06	8,708	1,000	1,24E-07	11,656	0,975	8,08E-06	9,015	1,000
	Ponto 2	4,26E-07	11,983	0,992	1,15E-07	11,657	0,969	2,48E-05	7,922	0,999
	Ponto 3	2,09E-05	7,338	0,999	3,32E-06	9,328	0,998	1,38E-05	8,157	1,000
	Ponto 4	6,89E-06	8,367	0,995	6,30E-07	11,484	1,000	1,12E-04	5,178	0,983
	Ponto 5	5,60E-06	9,135	0,956	2,06E-05	5,717	0,813	1,13E-05	8,468	0,999
	Ponto 6	5,43E-08	13,838	0,992	8,43E-08	12,843	0,999	1,29E-05	8,160	0,990

Tabela B.8: Painéis de 16 a 18, no ensaio em *vazio* dos 400 Hz aos 600 Hz.

		c_{400}	d_{400}	$R^2{}_{400}$	c_{500}	d_{500}	$R^2{}_{500}$	c_{600}	d_{600}	$R^2{}_{600}$
Painel 16	Ponto 1	6,06E-05	7,691	0,996	1,29E-07	11,300	0,953	5,30E-06	9,866	1,000
	Ponto 2	7,83E-05	7,149	0,998	4,45E-08	12,637	0,966	1,20E-05	9,045	1,000
	Ponto 3	2,10E-05	9,036	1,000	2,43E-08	13,744	0,994	5,52E-06	10,274	0,999
	Ponto 4	6,61E-06	9,977	1,000	1,72E-06	9,602	0,997	6,36E-06	8,454	0,969
	Ponto 5	3,45E-05	8,282	0,996	6,61E-06	7,319	0,915	1,91E-05	8,130	0,997
	Ponto 6	1,36E-04	6,259	0,998	9,14E-11	19,066	0,970	1,29E-07	13,049	0,995
Painel 17	Ponto 1	6,92E-06	8,643	0,999	1,24E-06	9,435	0,999	4,98E-05	6,417	0,995
	Ponto 2	9,40E-07	9,589	0,991	1,45E-05	6,684	0,966	5,62E-05	6,316	0,991
	Ponto 3	1,76E-05	6,440	0,970	1,69E-06	9,552	0,982	3,74E-06	10,117	0,998
	Ponto 4	4,21E-06	9,061	0,991	4,18E-07	10,688	0,973	2,41E-05	8,112	1,000
	Ponto 5	3,08E-04	5,858	0,998	1,37E-03	0,740	0,163	1,56E-06	10,777	0,997
	Ponto 6	1,52E-05	8,829	0,986	1,04E-05	7,268	0,990	2,45E-05	7,358	0,993
Painel 18	Ponto 1	5,07E-06	8,032	0,999	2,72E-06	8,802	0,995	2,46E-06	11,091	0,999
	Ponto 2	2,16E-05	8,650	1,000	6,88E-06	6,471	0,976	4,92E-06	10,508	1,000
	Ponto 3	2,79E-11	20,122	0,979	1,58E-06	9,986	0,998	3,42E-06	10,199	1,000
	Ponto 4	4,82E-06	9,005	0,999	1,21E-08	14,019	0,997	2,16E-06	10,103	0,999
	Ponto 5	2,10E-05	6,270	0,999	1,22E-06	8,284	0,993	4,36E-06	9,558	1,000
	Ponto 6	2,11E-06	8,783	1,000	9,53E-06	7,021	0,949	6,41E-06	9,432	1,000

Tabela B.9: Painéis 1, 3, 4, 5 e 6, no ensaio em *carga* na primeira medição dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 1	Ponto 1	0,070	0,000	0,998	0,002	0,000	0,856	0,000	0,001	0,094
	Ponto 2	0,055	0,000	0,999	0,000	0,000	0,654	0,000	0,000	0,117
	Ponto 3	0,061	0,001	0,997	0,001	0,000	0,816	0,000	0,000	0,032
	Ponto 4	0,074	0,001	0,998	0,001	0,000	0,920	0,000	0,000	0,094
	Ponto 5	0,043	0,000	0,999	0,000	0,000	0,491	0,000	0,000	0,024
	Ponto 6	0,050	0,000	0,998	0,000	0,000	0,204	0,000	0,000	0,998
Painel 3	Ponto 1	0,148	-0,001	0,999	0,007	-0,001	0,988	0,003	0,000	0,983
	Ponto 2	0,133	0,000	0,999	0,004	0,000	1,000	0,003	0,000	0,998
	Ponto 3	0,044	0,000	1,000	0,004	0,000	0,990	0,002	0,000	0,962
	Ponto 4	0,025	0,000	1,000	0,002	0,000	0,998	0,005	-0,001	0,991
	Ponto 5	0,126	0,001	0,999	0,004	0,000	0,998	0,003	0,000	0,982
	Ponto 6	0,121	0,000	0,999	0,005	0,000	0,973	0,001	0,000	0,822
Painel 4	Ponto 1	0,138	0,004	0,993	0,007	0,000	0,991	0,001	0,000	0,972
	Ponto 2	0,115	0,004	0,991	0,008	0,000	0,988	0,000	0,000	0,981
	Ponto 3	0,063	-0,002	0,995	0,002	0,000	0,982	0,001	0,000	1,000
	Ponto 4	0,061	-0,002	0,997	0,002	0,000	0,999	0,001	0,000	0,969
	Ponto 5	0,181	0,000	0,999	0,007	0,000	0,998	0,000	0,000	0,926
	Ponto 6	0,151	0,000	1,000	0,007	0,001	0,933	0,000	0,000	0,552
Painel 5	Ponto 1	0,112	-0,003	0,997	0,008	0,001	0,901	0,002	0,000	0,988
	Ponto 2	0,112	-0,004	0,997	0,007	0,001	0,876	0,005	-0,001	1,000
	Ponto 3	0,044	0,001	0,997	0,006	0,000	0,999	0,005	0,000	0,997
	Ponto 4	0,056	0,000	1,000	0,002	0,001	0,750	0,002	0,000	0,924
	Ponto 5	0,061	-0,003	0,990	0,014	0,001	0,967	0,010	-0,002	0,986
	Ponto 6	0,039	-0,002	0,988	0,009	0,002	0,810	0,004	0,000	1,000
Painel 6	Ponto 1	0,065	0,005	0,982	0,001	0,000	0,458	0,000	0,000	0,455
	Ponto 2	0,039	0,006	0,922	0,006	0,000	0,986	0,000	0,001	0,081
	Ponto 3	0,047	0,007	0,930	0,005	0,000	0,984	-0,001	0,001	0,194
	Ponto 4	0,035	0,009	0,837	0,004	0,000	0,964	0,000	0,000	0,213
	Ponto 5	0,034	0,005	0,939	0,004	0,000	0,945	0,000	0,000	0,318
	Ponto 6	0,032	0,006	0,911	0,004	0,000	0,957	0,000	0,000	0,300

Tabela B.10: Painéis 8, 12, 14, 16 e 18, no ensaio em *carga* na primeira medição dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 8	Ponto 1	0,110	-0,004	0,997	0,004	0,001	0,834	0,001	0,000	0,999
	Ponto 2	0,124	-0,004	0,997	0,009	0,000	0,970	0,004	-0,001	0,994
	Ponto 3	0,104	-0,004	0,994	0,003	0,000	0,867	0,001	0,000	0,738
	Ponto 4	0,154	-0,006	0,994	0,001	0,000	0,347	0,005	0,000	0,997
	Ponto 5	0,085	-0,006	0,965	0,018	0,000	0,992	0,003	0,000	0,998
	Ponto 6	0,115	-0,007	0,977	0,015	0,000	0,999	0,001	0,000	0,894
Painel 12	Ponto 1	0,068	0,002	0,998	0,006	0,000	0,999	0,002	0,000	0,999
	Ponto 2	0,049	0,005	0,971	0,002	0,000	0,972	0,004	0,000	0,997
	Ponto 3	0,019	0,003	0,943	0,005	0,000	0,999	0,003	0,000	0,995
	Ponto 4	0,039	0,003	0,991	0,002	0,000	0,998	0,002	0,000	0,875
	Ponto 5	0,074	0,005	0,988	0,006	-0,001	0,980	0,003	0,000	0,981
	Ponto 6	0,070	0,006	0,978	0,008	0,000	0,997	0,004	0,000	1,000
Painel 14	Ponto 1	0,054	-0,003	0,990	0,014	0,000	0,996	0,001	0,000	0,995
	Ponto 2	0,057	-0,003	0,993	0,014	0,000	0,997	0,002	0,000	0,836
	Ponto 3	0,125	-0,002	0,999	0,010	0,000	0,998	0,001	0,000	0,999
	Ponto 4	0,102	-0,003	0,998	0,007	0,000	0,999	0,001	0,000	0,965
	Ponto 5	0,046	0,001	0,999	0,002	0,000	0,999	0,002	0,000	0,939
	Ponto 6	0,044	0,001	1,000	0,002	0,000	0,976	0,001	0,000	0,727
Painel 16	Ponto 1	0,076	-0,005	0,966	0,011	-0,001	0,995	0,003	0,000	1,000
	Ponto 2	0,086	-0,005	0,976	0,008	0,000	0,999	0,003	0,000	0,980
	Ponto 3	0,104	0,001	1,000	0,012	0,000	0,998	0,001	0,000	1,000
	Ponto 4	0,097	-0,001	0,998	0,005	0,000	0,981	0,002	0,000	0,989
	Ponto 5	0,061	0,001	0,999	0,015	-0,001	0,995	0,002	0,000	0,995
	Ponto 6	0,031	0,001	0,997	0,004	0,000	1,000	0,002	0,000	0,999
Painel 18	Ponto 1	0,219	0,001	1,000	0,020	-0,001	0,999	0,001	0,000	0,968
	Ponto 2	0,203	0,002	1,000	0,017	0,000	1,000	0,001	0,000	0,964
	Ponto 3	0,082	0,000	1,000	0,025	-0,001	1,000	0,001	0,000	0,976
	Ponto 4	0,068	0,000	1,000	0,022	-0,001	0,999	0,001	0,000	0,930
	Ponto 5	0,065	0,001	1,000	0,004	0,000	0,996	0,000	0,000	0,778
	Ponto 6	0,075	0,001	1,000	0,008	0,000	1,000	0,000	0,000	0,679

Tabela B.11: Painéis 1, 3, 4, 5 e 6, no ensaio em *carga* na segunda medição dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 1	Ponto 1	0,093	-0,002	0,999	0,010	-0,001	0,993	0,002	0,000	0,715
	Ponto 2	0,073	-0,001	0,999	0,003	0,000	0,996	0,001	0,000	0,881
	Ponto 3	0,082	-0,001	1,000	0,004	0,000	0,994	0,000	0,000	0,308
	Ponto 4	0,100	-0,002	0,999	0,005	0,000	0,989	0,001	0,000	0,393
	Ponto 5	0,058	-0,001	0,999	0,002	0,000	0,988	0,000	0,000	0,108
	Ponto 6	0,066	-0,001	0,999	0,001	0,000	0,984	0,000	0,000	1,000
Painel 3	Ponto 1	0,154	-0,001	0,999	0,008	-0,001	0,985	0,004	0,000	0,995
	Ponto 2	0,137	0,000	0,999	0,005	0,000	0,999	0,004	0,000	0,995
	Ponto 3	0,046	0,000	1,000	0,005	0,000	0,990	0,002	0,000	0,987
	Ponto 4	0,026	0,000	1,000	0,002	0,000	0,997	0,007	-0,001	0,989
	Ponto 5	0,130	0,001	0,999	0,004	0,000	0,997	0,005	0,000	0,998
	Ponto 6	0,126	0,000	0,999	0,005	0,000	0,972	0,001	0,000	0,857
Painel 4	Ponto 1	0,155	0,004	0,998	0,012	-0,001	0,991	0,009	-0,001	0,988
	Ponto 2	0,128	0,004	0,998	0,014	0,000	0,999	0,005	-0,001	0,986
	Ponto 3	0,069	-0,003	0,992	0,003	0,000	0,973	0,006	-0,001	0,984
	Ponto 4	0,067	-0,002	0,995	0,004	0,000	0,991	0,007	-0,001	0,980
	Ponto 5	0,200	-0,002	0,999	0,013	-0,001	0,989	0,004	-0,001	0,989
	Ponto 6	0,167	-0,001	0,999	0,010	0,000	0,989	0,003	0,000	0,995
Painel 5	Ponto 1	0,114	-0,003	0,996	0,009	0,001	0,896	0,002	0,000	0,988
	Ponto 2	0,114	-0,004	0,997	0,008	0,001	0,908	0,007	-0,001	1,000
	Ponto 3	0,047	0,000	0,999	0,007	0,000	0,999	0,007	-0,001	1,000
	Ponto 4	0,059	0,000	1,000	0,002	0,001	0,733	0,002	0,000	0,935
	Ponto 5	0,060	-0,003	0,990	0,016	0,001	0,979	0,012	-0,002	0,985
	Ponto 6	0,037	-0,002	0,989	0,009	0,002	0,793	0,005	-0,001	1,000
Painel 6	Ponto 1	0,078	0,004	0,994	0,003	0,000	0,993	0,010	-0,002	0,984
	Ponto 2	0,048	0,005	0,960	0,013	-0,001	0,993	0,011	-0,001	1,000
	Ponto 3	0,056	0,007	0,964	0,013	-0,001	0,995	0,007	-0,001	1,000
	Ponto 4	0,045	0,008	0,915	0,008	0,000	0,998	0,007	-0,001	0,995
	Ponto 5	0,043	0,004	0,976	0,009	0,000	0,998	0,006	-0,001	0,996
	Ponto 6	0,042	0,005	0,964	0,009	0,000	0,998	0,001	0,000	0,972

Tabela B.12: Painéis 8, 12, 14, 16 e 18, no ensaio em *carga* na segunda medição dos 100 Hz aos 300 Hz.

		a_{100}	b_{100}	$R^2{}_{100}$	a_{200}	b_{200}	$R^2{}_{200}$	a_{300}	b_{300}	$R^2{}_{300}$
Painel 8	Ponto 1	0,118	-0,005	0,995	0,007	0,000	0,965	0,001	0,000	0,997
	Ponto 2	0,133	-0,005	0,995	0,011	0,000	0,989	0,005	-0,001	0,994
	Ponto 3	0,108	-0,004	0,994	0,003	0,000	0,840	0,000	0,000	0,356
	Ponto 4	0,158	-0,006	0,993	0,000	0,000	0,055	0,006	0,000	0,998
	Ponto 5	0,085	-0,006	0,966	0,021	0,000	0,998	0,003	0,000	0,997
	Ponto 6	0,113	-0,006	0,978	0,018	-0,001	0,999	0,002	0,000	0,920
Painel 12	Ponto 1	0,075	0,002	0,999	0,007	0,000	1,000	0,004	0,000	0,999
	Ponto 2	0,054	0,005	0,982	0,002	0,000	0,968	0,006	-0,001	0,991
	Ponto 3	0,021	0,003	0,958	0,006	0,000	1,000	0,005	0,000	1,000
	Ponto 4	0,040	0,002	0,992	0,002	0,000	0,995	0,005	0,000	0,974
	Ponto 5	0,078	0,004	0,991	0,008	-0,001	0,977	0,005	0,000	1,000
	Ponto 6	0,074	0,006	0,984	0,009	0,000	1,000	0,007	-0,001	0,997
Painel 14	Ponto 1	0,060	-0,003	0,988	0,021	-0,001	1,000	0,003	0,000	0,994
	Ponto 2	0,064	-0,003	0,991	0,020	-0,001	0,999	0,006	-0,001	0,999
	Ponto 3	0,141	-0,003	0,998	0,014	-0,001	0,991	0,002	0,000	0,989
	Ponto 4	0,115	-0,004	0,997	0,011	0,000	0,998	0,002	0,000	0,978
	Ponto 5	0,051	0,000	1,000	0,002	0,000	0,996	0,005	0,000	1,000
	Ponto 6	0,050	0,000	1,000	0,003	0,000	0,973	0,004	0,000	0,994
Painel 16	Ponto 1	0,076	-0,005	0,966	0,012	-0,001	0,995	0,003	0,000	1,000
	Ponto 2	0,086	-0,005	0,977	0,008	0,000	1,000	0,003	0,000	0,981
	Ponto 3	0,106	0,001	1,000	0,012	0,000	0,998	0,001	0,000	1,000
	Ponto 4	0,099	-0,001	0,998	0,005	0,000	0,981	0,003	0,000	0,987
	Ponto 5	0,061	0,002	0,999	0,016	-0,001	0,996	0,002	0,000	0,994
	Ponto 6	0,029	0,001	0,998	0,004	0,000	0,999	0,002	0,000	1,000
Painel 18	Ponto 1	0,234	0,000	1,000	0,027	-0,002	0,996	0,001	0,000	0,999
	Ponto 2	0,217	0,000	1,000	0,023	-0,001	0,997	0,002	0,000	1,000
	Ponto 3	0,089	0,000	1,000	0,034	-0,002	0,997	0,002	0,000	0,975
	Ponto 4	0,073	0,000	1,000	0,029	-0,002	0,995	0,003	0,000	1,000
	Ponto 5	0,070	0,000	1,000	0,005	0,000	1,000	0,001	0,000	0,997
	Ponto 6	0,081	0,000	1,000	0,011	0,000	0,999	0,001	0,000	0,958

Anexo C

Exemplo de Um *Script* MATLAB®

C.1 Reprodução do Sinal de Vibração e Espectro de Frequências

```
a = 1;
b = 1;
c = 6;

l = [1 3 4 5 6 8 12 14 16 18];

for i = 1:10
A = importdata(sprintf('Ens_Carga_1_%da.txt',l(i)));
data = A.data;
time(a,1:length(data(:,1))) = data(:,1);
accel(b:c,1:length(data(:,1))) = data(:,2:7)';
a = a+1;
b = b+6;
c = c+6;
end

for i = 1:10
A = importdata(sprintf('Ens_Carga_1_%db.txt',l(i)));
data = A.data;
time(a,1:length(data(:,1))) = data(:,1);
accel(b:c,1:length(data(:,1))) = data(:,2:7)';
```

```
22 a = a+1;
23 b = b+6;
24 c = c+6;
25 end
26
27 accel(accel==0) = 10;
28 accel(:,length(accel)+1) = 10;
29 countacc = 0;
30 counttime = 0;
31
32 for k = 1:2
33 for i = 1:10
34 counttime = counttime + 1;
35     for j = 1:6
36 countacc = countacc + 1;
37 % Fourier Transform
38 d = accel(countacc,:);
39 e = find(d==10);
40 Fs=2560;
41 y=accel(countacc,1:e(1)-1);
42 zi=time(counttime,1:e(1)-1);
43 c1 = 1;
44 c2 = 2560;
45 z=zi(1,c1:c2);
46 for t = 1:3
47    x1(t,:) = y(1,c1:c2);
48    c1 = c1 + 2560;
49    c2 = c2 + 2560;
50    % peform fft
51    x2(t,:) = fft(x1(t,:));
52    % get length of a audio file array
53    L = length(x1);
54
```

```
55      % convert indicies to frequency values
56      f = Fs*(0:(L/2))/L;
57      % calculate power of frequency domain array
58      P2 = abs(x2(t,:)/L);
59      P1 = P2(1:L/2+1);
60      P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
61      if k == 1
62          s = 'a';
63      elseif k == 2
64          s = 'b';
65      end
66      figure(1)
67      set(gcf,'WindowState','maximized')
68      % plot signal in frequency domain
69      subplot(3,1,t)
70      semilogy(f(1:length(z)/2),P1(1:length(z)/2),'r-', '
            LineWidth', 2);
71      ylim([10^(-6) 1])
72      grid on
73      % format frequency domain plot
74      ax=gca;
75      set(ax,'FontSize',28)
76      if t == 3
77      ax.XLabel.String = 'Frequencia (Hz)';
78      end
79      if t == 2
80      ax.YLabel.String = 'Aceleracao (m/s^2)';
81      end
82      saveas(gcf,sprintf('Espect_3s_P_%d%s_SP_%d_10A',j,s,l(i)),
            'epsc')
83      saveas(gcf,sprintf('Espect_3s_P_%d%s_SP_%d_10A',j,s,l(i)),
            'fig')
84  end
```

```
85  x = (x2(1,:) + x2(2,:) + x2(3,:))/3;
86
87  % get length of a audio file array
88  L = length(x1);
89
90  % convert indicies to frequency values
91  f = Fs*(0:(L/2))/L;
92
93  % calculate power of frequency domain array
94  P2 = abs(x/L);
95  P1 = P2(1:L/2+1);
96  P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
97
98  figure(2);
99  set(gcf,'WindowState','maximized')
100 % plot original signal
101 pos1 = [0.12 0.635 0.83 0.30];
102 subplot('Position', pos1)
103 plot((1:length(y))/Fs, y, 'b-')
104 xlabel('Tempo (s)')
105 ylabel('Aceleracao (m/s^2)')
106
107 % format time domain plot
108 ax=gca;
109 set(ax,'FontSize',28)
110 set(ax, 'XLim', [0,0.1])
111 ax.XLabel.String = 'Tempo (s)';
112 ax.YLabel.String = 'Aceleracao';
113 ax.XTickLabels = strrep(cellstr(num2str( ax.XTick(:) )),'.',',
    ');
114 ax.YTickLabels = strrep(cellstr(num2str( ax.YTick(:) )),'.',',
    ');
115
```

```
116 % plot signal in frequency domain
117 pos1 = [0.12 0.145 0.83 0.30];
118 subplot('Position', pos1)
119 semilogy(f(1:length(z)/2),P1(1:length(z)/2),'r-', 'LineWidth'
    , 2);
120 ylim([10^(-6) 1])
121 grid on
122
123 % format frequency domain plot
124 ax=gca;
125 set(ax,'FontSize',28)
126 ax.XLabel.String = 'Frequencia (Hz)';
127 ax.YLabel.String = 'Aceleracao (m/s^2)';
128 saveas(gcf,sprintf('Carga_P_%d%s_SP_%d_10A',j,s,l(i)),'epsc')
129 saveas(gcf,sprintf('Carga_P_%d%s_SP_%d_10A',j,s,l(i)),'fig')
130
131 figure(3)
132 No = 9;
133 Nv = 48;
134 cwt(y(1,:),Fs,'NumOctaves',No,'VoicesPerOctave',Nv)
135 title('Escalograma de Magnitude')
136 xlabel('Tempo (s)')
137 ylabel('Frequencia (kHz)')
138 set(gcf,'WindowState','maximized')
139
140 % format plot
141 ax=gca;
142 set(ax,'FontSize',28)
143 saveas(gcf,sprintf('Wavelet_P_%d%s_SP_%d_10A',j,s,l(i)),'epsc
    ')
144 saveas(gcf,sprintf('Wavelet_P_%d%s_SP_%d_10A',j,s,l(i)),'fig'
    )
```