



M 2020

OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE TRANSPORTE DE GARRAFAS DE GÁS

JOSEFA CUNHA FONSECA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA
À FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO EM
ENGENHARIA QUÍMICA

Mestrado Integrado em Engenharia Química

***Otimização de rotas de transporte de garrafas
de gás***

Dissertação de Mestrado

de

Josefa Cunha Fonseca

Desenvolvida no âmbito da unidade curricular de Dissertação

realizado em

Pichelaria Mouzinho



Orientador na FEUP: Prof. Fernando Gomes Martins

Coordenador na Mouzinho: Dr. Bruno Nunes



julho de 2020

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradecer à Galp pelo tema lançado e pelos apoios que permitiram a realização desta dissertação.

A todos os que fazem parte da empresa Pichelaria Mouzinho, pelo acolhimento e pelo fornecimento da informação necessária à realização deste trabalho.

Ao professor Fernando Gomes Martins, pela disponibilidade e orientação dada ao longo deste trabalho.

O Prof. Fernando Gomes Martins, orientador desta dissertação, é membro integrado do LEPABE - Laboratório de Engenharia de Processos, Ambiente Biotecnologia e Energia, financiado por: Financiamento Base - UIDB/00511/2020 da Unidade de Investigação - Laboratório de Engenharia de Processos, Ambiente, Biotecnologia e Energia - LEPABE - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC).



Resumo

A presente dissertação foi desenvolvida no âmbito do programa Galp 21, em que o trabalho proposto incide na otimização das rotas de transporte de gás de garrafa da empresa Mouzinho, nas zonas de Vila Nova de Famalicão e Guimarães.

Devido à competitividade existente nos dias de hoje, as empresas vêm-se obrigadas a procurar alternativas que distingam os seus produtos e serviços no mercado. A otimização de rotas tem um papel fundamental na logística do transporte e venda de mercadorias, quer a nível económico como ambiental. Uma boa gestão logística leva à melhoria da qualidade do serviço prestado, conduzindo à satisfação dos clientes e à minimização de custos.

Como ponto de partida, foi realizada uma análise detalhada da informação relacionada à logística do transporte e venda de garrafas de gás da empresa, nomeadamente caracterizando os produtos, as rotas existentes, os veículos e os clientes.

A otimização das rotas dividiu-se em duas etapas: otimização das rotas existentes e otimização de novas rotas. Para a otimização foi desenvolvido um modelo matemático e posteriormente implementado na aplicação informática GAMS.

Da otimização de rotas resultou uma vantagem ao nível ambiental e económico. Da primeira etapa obteve-se uma redução anual na distância percorrida, no consumo de combustível e nas emissões de CO₂ de 9760 km, 1815 L e 4,7 t, respetivamente. Na segunda etapa concluiu-se que seria possível uma redução entre 8814 e 12 568 km, 1798 e 2659 L e 4,7 e 6,9 t. Posteriormente estimou-se uma poupança em combustível de 2497 €/ano e entre 2473 e 3658 €/ano para a primeira e segunda etapa, respetivamente, que se traduz numa percentagem total de cerca de 19 % e entre 18 e 27 %.

Palavras Chave (Tema): otimização de rotas, GAMS, redução dos consumos e emissões.

Abstract

This dissertation was developed in the Galp 21 program, in which the proposed work focuses on the optimization of Mouzinho's bottle gas transport routes, in the areas of Vila Nova de Famalicão and Guimarães.

Due to the competitiveness that exists nowadays, companies are forced to look for alternatives that distinguish their products and services in the market. Routes optimization plays an important role in logistics of transporting and selling goods, in an economic and environmental way. Good logistical management leads to a better quality of the service provided, leading to customer satisfaction and cost minimization.

First of all, the company's information related to the logistics of transport and sale of gas bottles was analysed in detail, focusing on the characterization of products, the existing routes, the vehicles and the customers.

The routes optimization was divided into two steps: optimization of the current routes and optimization of new routes. For the optimization, a mathematical model was developed and later implemented in GAMS software.

The results of routes optimization have brought an environmental and economic advantages. From the first step, resulted an annual reduction in the travelled distance, in fuel consumption and in CO₂ emissions of 9760 km, 1815 L and 4,7 t, respectively. In the second step it was concluded that a decrease between 8814 and 12 568 km, 1798 and 2659 L and 4,7 and 6,9 t would be possible. Subsequently, a fuel saving of 2497 €/year and between 2473 and 3658 €/year was estimated for the first and second steps, respectively, which is equivalent to savings of about 19 % and 18 to 27 %.

Key Words (Theme): route optimization, GAMS, reduction in consumption and emissions.

Declaração

Declara, sob compromisso de honra, que este trabalho é original e que todas as contribuições não originais foram devidamente referenciadas com identificação da fonte.

Porto, 6 de julho de 2020

(Josefa Cunha Fonseca)

Índice

1	Introdução.....	1
1.1	Enquadramento e apresentação do projeto	1
1.2	Apresentação da empresa	2
1.3	Contributos da autora para o trabalho.....	2
1.4	Organização da tese	3
2	Contexto e estado da arte	5
2.1	Introdução ao problema de otimização de rotas.....	5
2.2	Formulação do problema de otimização de rotas	6
2.2.1	Problema com restrições de capacidade	6
2.2.2	Problema com restrições de distância	8
2.2.3	Problema com janelas de tempo	9
2.2.4	Problema com recolha e entrega	9
2.2.5	Outras variantes.....	10
2.3	Algoritmos	12
2.3.1	Algoritmos exatos.....	13
2.3.2	Heurísticas clássicas	14
2.3.3	Meta-heurísticas.....	15
3	Métodos.....	17
3.1	Formulação do problema	17
3.2	Implementação do problema	19
3.3	A aplicação informática GAMS	20
4	Resultados e discussão.....	21
4.1	Produtos e rotas.....	21
4.2	Influência da temperatura na venda de garrafas	23
4.3	Caracterização dos clientes.....	26
4.4	Otimização das rotas	31
4.4.1	Otimização das rotas atuais	31

4.4.2	Otimização de novas rotas.....	35
4.5	Análise ambiental e económica	41
5	Conclusões	43
6	Avaliação do trabalho realizado.....	45
6.1	Objetivos realizados.....	45
6.2	Limitações e trabalho futuro	45
6.3	Apreciação final	45
7	Referências	47
Apêndice A	- Códigos desenvolvidos no GAMS	51
Apêndice B	- Análise da venda de garrafas <i>versus</i> a temperatura.....	61
Apêndice C	- Tabelas das quantidades estimadas das rotas.....	65
Apêndice D	- Comparação das rotas atuais com as otimizadas	67

Lista de Figuras

<i>Figura 2.1 - Os problemas básicos do problema de otimização de rotas e as suas interligações.</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2.2 - Solução do problema clássico de VRP com 14 clientes e 4 veículos de capacidade $Q=10$. As quantidades dos clientes são mostradas nos respetivos vértices [8].</i>	<i>7</i>
<i>Figura 2.3 - Esquema resumo das classificações dos algoritmos [8].</i>	<i>13</i>
<i>Figura 4.1 - Análise da venda de todas as garrafas em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	<i>24</i>
<i>Figura 4.2 - Disposição geográfica dos clientes de rota e os armazéns (imagem disponibilizada pelo Gesfrota).</i>	<i>27</i>
<i>Figura 4.3 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à segunda-feira.</i>	<i>28</i>
<i>Figura 4.4 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à terça-feira.</i>	<i>28</i>
<i>Figura 4.5 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à quarta-feira.</i>	<i>29</i>
<i>Figura 4.6 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à quinta-feira.</i>	<i>29</i>
<i>Figura 4.7 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à sexta-feira.</i>	<i>30</i>
<i>Figura 4.8 - Disposição no mapa dos clientes de Mouquim à segunda-feira.</i>	<i>30</i>
<i>Figura 4.9 - a) Rota RA de segunda-feira atual e b) otimizada.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 4.10 - a) Rota RA de sexta-feira atual e b) otimizada.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 4.11 - a) Rota ZA2 de terça-feira atual e b) otimizada.</i>	<i>34</i>
<i>Figura 4.12 - a) Rota ZC de segunda-feira atual e b) otimizada.</i>	<i>34</i>
<i>Figura 4.13 - a) Rota ZC de quinta-feira atual e b) otimizada.</i>	<i>35</i>
<i>Figura 4.14 - a) Rota ZC de sexta-feira atual e b) otimizada.</i>	<i>35</i>
<i>Figura 4.15 - Novas rotas ZC de segunda-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2.</i>	<i>37</i>
<i>Figura 4.16 - Novas rotas ZC de quarta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses frios.</i>	<i>38</i>
<i>Figura 4.17 - Novas rotas ZC de quarta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses quentes. ...</i>	<i>38</i>
<i>Figura 4.18 - Novas rotas ZC de quinta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses frios.</i>	<i>39</i>
<i>Figura 4.19 - Novas rotas ZC de quinta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses quentes. ...</i>	<i>40</i>
<i>Figura B.1 - Análise da venda de garrafas de butano 13 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	<i>61</i>
<i>Figura B.2 - Análise da venda de garrafas de propano 11 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	<i>61</i>

<i>Figura B.3 - Análise da venda de garrafas de propano 11 kg FL em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	62
<i>Figura B.4 - Análise da venda de garrafas de propano 45 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	62
<i>Figura B.5 - Análise da venda de garrafas de butano 12 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	63
<i>Figura B.6 - Análise da venda de garrafas mini-gás de 2,75 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).</i>	63
<i>Figura D.1 - a) Rota RA de terça-feira atual e b) otimizada.</i>	67
<i>Figura D.2 - a) Rota RA de quarta-feira atual e b) otimizada.</i>	68
<i>Figura D.3 - a) Rota RA de quinta-feira atual e b) otimizada.</i>	68
<i>Figura D.4 - a) Rota ZA1 de segunda-feira atual e b) otimizada.</i>	69
<i>Figura D.5 - a) Rota ZA1 de terça-feira atual e b) otimizada.</i>	69
<i>Figura D.6 - a) Rota ZA1 de quarta-feira atual e b) otimizada.</i>	70
<i>Figura D.7 - a) Rota ZA1 de quinta-feira atual e b) otimizada.</i>	70
<i>Figura D.8 - a) Rota ZA1 de sexta-feira atual e b) otimizada.</i>	71
<i>Figura D.9 - a) Rota ZB de segunda e sexta-feira atual e b) otimizada.</i>	71
<i>Figura D.10 - a) Rota ZB de terça-feira atual e b) otimizada.</i>	72
<i>Figura D.11 - a) Rota ZB de quarta-feira atual e b) otimizada.</i>	72
<i>Figura D.12 - a) Rota ZB de quinta-feira atual e b) otimizada.</i>	73
<i>Figura D.13 - a) Rota ZC de terça-feira atual e b) otimizada.</i>	73
<i>Figura D.14 - a) Rota ZC de quarta-feira atual e b) otimizada.</i>	74
<i>Figura D.15 - a) Rota ZD de segunda-feira atual e b) otimizada.</i>	74

Lista de Tabelas

<i>Tabela 4.1 - Veículos disponíveis para as entregas.</i>	23
<i>Tabela 4.2 - Comparação do número de garrafas estimado para meses frios e quentes.</i>	26
<i>Tabela 4.3 - Resultados da otimização das rotas atuais servidas pelo Armazém de Selho.</i>	32
<i>Tabela 4.4 - Resultados da otimização das rotas atuais servidas pelo Armazém de Mouquim.</i>	32
<i>Tabela 4.5 - Resultados da criação de novas rotas ZC de segunda-feira.</i>	36
<i>Tabela 4.6 - Resultados da criação de novas rotas ZC de quarta-feira.</i>	37
<i>Tabela 4.7 - Resultados da criação de novas rotas ZC de quinta-feira.</i>	39
<i>Tabela 4.8 - Análise da otimização de rotas novas na pior das situações.</i>	41
<i>Tabela 4.9 - Análise da otimização de rotas novas na melhor das situações.</i>	41
<i>Tabela 4.10 - Reduções anuais após a otimização das rotas atuais.</i>	42
<i>Tabela 4.11 - Reduções anuais após a otimização das rotas atuais e de novas rotas.</i>	42
<i>Tabela C.1 - Quantidades estimadas de cada rota (parte 1).</i>	65
<i>Tabela C.2 - Quantidades estimadas de cada rota (parte 2).</i>	66

Notação e Glossário

A	Conjunto de arcos	
a	Início da janela de tempo	h
b	Término da janela de tempo	h
c	Custo associado a um arco	€
D	Destino da quantidade de recolha associado a um vértice	
d	Distância entre dois clientes	km
E	Conjunto de arestas	
G	Rede de arcos e vértices	
H	Subconjunto de clientes para entrega	
h	Quantidade a ser entregue a um cliente	kg
K	Conjunto de veículos	
k	Número de veículos	
L	Comprimento máximo da rota	km
l	Comprimento associado a um arco	km
N	Conjunto de clientes mais o armazém	
n	Número de clientes	
O	Origem da quantidade de entrega associado a um vértice	
p	Probabilidade associada a um cliente	
Q	Quantidade máxima suportada por um veículo	kg
q	Quantidade associada a um cliente	kg
R	Subconjunto de clientes para recolha	
r	Quantidade a ser recolhida a um cliente	kg
S	Subconjunto de clientes	
s	Tempo de serviço associado a um vértice	h
t	Tempo associado a um arco	h
V	Conjunto de vértices	
x	Variável de decisão que define se a viagem entre dois clientes é feita	
y	Variável de decisão que define se um veículo é utilizado numa rota	

Índices

e	Índice da aresta
i	Ponto de partida
j	Ponto de chegada
v	Índice do veículo

Lista de Siglas

API	Application Programming Interface
GAMS	Generic Algebraic Modeling System
PD	Programação Dinâmica
PLI	Programação Linear Inteira

1 Introdução

1.1 Enquadramento e apresentação do projeto

Os transportes desempenham um papel vital na sociedade e na economia. O setor dos transportes de mercadorias enfrenta alguns problemas, nomeadamente o aumento do preço dos combustíveis, a quebra de bens de consumo, o excesso de empresas no mesmo setor, entre outros. A pressão para praticar preços mais baixos leva as empresas a procurarem novas estratégias que permitam contrariar os problemas que se fazem sentir, razão pela qual este setor tem vindo a crescer, embora moderadamente [1].

A logística associada ao transporte e entrega de mercadorias tem um papel diferenciador para a melhoria da competitividade das empresas, permitindo aumentar a qualidade dos serviços prestados e proporcionar condições que minimizem os custos de operação. Dentre as atividades da logística, destaca-se a otimização de rotas.

O presente trabalho tem como objetivos fazer uma análise da logística associada à revenda de gás de garrafa da empresa Mouzinho, uma vez que essa é a sua principal atividade, e proceder à otimização das suas rotas, visto ser uma parte importante nos custos dessa atividade.

Devido à sua importância, os problemas de otimização de rotas têm sido amplamente estudados ao longo do tempo. Contudo, apesar de terem muitas aplicações práticas, muitas vezes são encontradas dificuldades na sua resolução. Dada a complexidade que poderá estar inerente aos problemas reais, ao longo dos anos, foram desenvolvidos métodos que permitem chegar a soluções muito próximas da solução ótima em períodos de tempos mais curtos. Este tipo de problemas é resolvido através de formulações matemáticas posteriormente implementadas em linguagem de programação.

Para além das empresas poderem beneficiar economicamente da melhoria da eficiência dos transportes, consequentemente também apresenta um papel fundamental no que diz respeito ao ambiente, pois permite minimizar custos e emissões. Os transportes contribuem em 29 % do consumo total de energia mundial, fazendo deles um dos maiores consumidores finais de energia. Sendo que a maior parte dessa energia provém do petróleo, significa que são responsáveis por grande parte das emissões de gases com efeito de estufa, perfazendo cerca de 24 % das emissões globais de CO_2 devido à combustão de combustível. Os poluentes atmosféricos, como a matéria particulada e o dióxido de azoto (NO_2), prejudicam a saúde humana e o ambiente [2].

1.2 Apresentação da empresa

A Pichelaria Mouzinho, mais conhecida por Mouzinho, foi fundada em 1959. Tem uma forte presença em Vila Nova de Famalicão e, desde 2012, em Guimarães [3].

A empresa tem ao dispor quatro locais de atendimento ao público, onde se podem encontrar para venda diversificados tipos de materiais, tais como, materiais de construção, cerâmicos e sanitários, artigos de pintura e drogaria, jardim e bricolage, pichelaria e canalização, climatização e aquecimento, eletrodomésticos e artigos para a casa e cozinha e ainda rações e *petfood*. Dispõe também de pessoal especializado e certificado para instalação e manutenção de sistemas de gás, aquecimento central, ar condicionado e de pichelaria [3].

São ainda revendedores da Galp Gás e Ar Líquido do concelho de V. N. de Famalicão, Guimarães e Vizela, contando com uma frota de veículos para abastecimento que incluem entrega ao domicílio [3].

A revenda de garrafas de gás da Galp é considerada o pulmão da empresa, pois é a sua principal atividade.

1.3 Contributos da autora para o trabalho

Para dar início ao problema de otimização de rotas foi necessário reunir os dados que de alguma forma pudessem ser relevantes para o problema, que, neste caso em concreto, é aquilo que está associado à venda e distribuição de garrafas de gás. Utilizei o MS Office Excel da Microsoft para fazer uma análise detalhada da informação considerada importante. A análise da distribuição geográfica dos clientes no mapa foi feita com a aplicação My Maps, disponibilizada pela Google, sendo que foram previamente recolhidas as coordenadas geográficas de cada cliente.

Para a resolução do problema foi necessário adquirir novas competências, principalmente no que diz respeito à programação em Python e em GAMS (*Generic Algebraic Modeling System*), levando a algum tempo de adaptação. No Python desenvolvi um código para obter a matriz de distâncias dos vários casos, recorrendo à Distance Matrix API (*Application Programming Interface*) da Google. Tendo em conta o problema, desenvolvi um modelo matemático, o qual foi implementado no GAMS, onde desenvolvi um código utilizando as matrizes anteriormente obtidas.

Dessa forma, e fazendo o inventário das rotas, otimizei as rotas para duas situações diferentes. Primeiramente otimizei as rotas que estão definidas atualmente, verificando se seria possível reduzir significativamente a distância para servir todos os clientes. Posteriormente criei rotas

novas como objetivo de resolver o problema da existência de rotas que excedem a capacidade dos veículos disponíveis, evitando reabastecimentos inconvenientes. Ainda para este último caso, distingi rotas para meses frios e meses quentes.

Também me foi dada a oportunidade de conhecer e trabalhar no programa Gesfrota, adquirido pela empresa. Aí colocaram-se as coordenadas dos dois armazéns e dos clientes pertencentes às rotas e analisei alguns relatórios fornecidos pelo programa com o objetivo de perceber melhor a atividade dos veículos.

1.4 Organização da tese

O Capítulo 1 corresponde à introdução, apresentando-se o enquadramento, a empresa, os contributos do trabalho e a organização da tese.

No Capítulo 2 introduz-se o problema de otimização de rotas, seguindo-se a sua formulação com exemplos de restrições mais comuns e a abordagem de outros exemplos de variantes. Finaliza com a descrição do tipo de algoritmos que existem para a sua resolução, em que são enunciados alguns exemplos.

No Capítulo 3 está presente a formulação do problema referente a este trabalho onde são apresentadas as equações usadas. Inclui também o procedimento da sua implementação.

Os resultados, assim como a discussão, são apresentados no Capítulo 4. Neste capítulo são descritos os produtos e as rotas existentes na empresa, analisada a influência da temperatura nas vendas, caracterizados os clientes e mostradas as duas soluções de otimização de rotas. No final do capítulo quantificam-se os aspetos positivos das soluções.

No Capítulo 5 apresentam-se as conclusões do trabalho realizado.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta a avaliação do trabalho realizado, onde se sinalizam os objetivos realizados, se enumeram algumas limitações e alguns pontos para trabalhos futuros e se dá a apreciação final.

2 Contexto e estado da arte

2.1 Introdução ao problema de otimização de rotas

Nos últimos anos, consumidores, empresas e governos têm vindo a preocupar-se mais com o meio ambiente. A sociedade está também mais consciente dos danos ambientais causados pela atividade humana e mais preocupada com o uso indiscriminado dos recursos naturais. Tendo em conta a forma como a população mundial tem vindo a aumentar nos últimos anos, é expectável que os recursos necessários para satisfazer as suas necessidades tenham um crescimento exponencial. Por estes motivos, torna-se necessário que as empresas procurem reduzir os impactes ambientais dos seus produtos e serviços [4].

Diversas empresas dispõem de serviço de entrega de mercadorias que, apesar de permitir chegar a mais clientes, acarreta custos adicionais. Os custos diretos associados a esse tipo de transporte aumentaram significativamente desde 2000 devido ao aumento dos preços do petróleo. O transporte terrestre é a forma predominante de transporte de mercadorias na Europa e noutras partes do mundo, por isso torna-se relevante haver estudos mais pormenorizados nesta área [5].

Associada à necessidade de redução de custos está a preocupação ambiental. Ao contrário de outras emissões dos veículos, o CO_2 é diretamente proporcional ao consumo de combustível [4], o que leva a uma preocupação constante em conseguir reduzir essas emissões o máximo possível. Para isso são estudadas formas de otimização de rotas de transporte. De uma forma resumida, o objetivo dessa otimização é projetar um conjunto de rotas de custo mínimo que atendam os vários clientes em locais geograficamente dispersos e tendo em conta as restrições específicas do problema. Desta forma, é possível reduzir gastos energéticos levando por consequência a melhorias económicas. Desde a primeira formulação, desenvolvida por Dantzig e Ramser em 1959, foram feitas muitas publicações que alargam o âmbito de aplicação da otimização de rotas de transporte.

O problema de otimização de rotas mais conhecido é o Problema do Caixeiro-Viajante (em inglês *Travelling Salesman Problem*), que tem como objetivo encontrar a rota que minimiza a distância para percorrer um determinado número de locais, retomando no fim ao local de partida. A viagem é realizada só por um veículo, em que se garante que a sua capacidade seja igual ou superior ao número de produtos a serem entregues e que cada local é visitado apenas uma vez. Este problema é considerado o ponto de partida para a formulação de outros problemas de otimização de rotas [6].

2.2 Formulação do problema de otimização de rotas

O problema de otimização de rotas é um problema enfrentado diariamente por milhares de distribuidores em todo o mundo e tem uma importância económica significativa. Consiste em projetar rotas ideais de entregas ou recolhas de um armazém central para um conjunto de clientes geograficamente dispersos, sujeito a várias restrições. O problema com restrições de capacidade é o mais simples e mais estudado, existindo variantes, como por exemplo [7, 8]:

- com restrição de distância;
- com janelas temporais;
- com recolha e entrega.

Por vezes, há situações que derivam de variantes mais básicas, existindo também a possibilidade de se relacionarem umas com as outras, isto é, coexistirem num certo problema. A Figura 2.1 ilustra exemplos de variantes e as suas interligações.

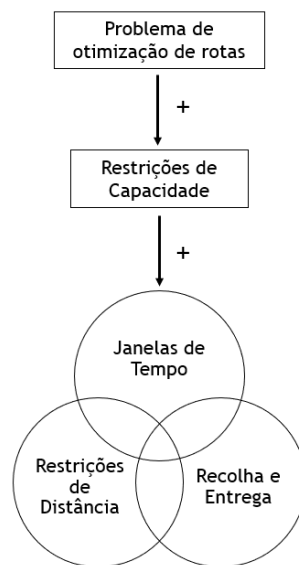


Figura 2.1 - Os problemas básicos do problema de otimização de rotas e as suas interligações.

2.2.1 Problema com restrições de capacidade

Em problemas com restrições de capacidade, todos os clientes correspondem a entregas, sendo que as quantidades são conhecidas antecipadamente e não podem ser divididas. Os veículos são idênticos e baseados num único armazém, e apenas são impostas as restrições de capacidade para os veículos. O objetivo é minimizar o custo total (ou seja, uma função ponderada do número de rotas e a sua duração ou tempo de viagem) para atender a todos os clientes [7].

O problema é então definido num grafo $G = (V, A)$ onde $V = \{0, 1, \dots, n\}$ é o conjunto de vértices e $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos. O vértice 0 representa o armazém no qual estão localizados no máximo k veículos de igual capacidade Q . A cada cliente $i \in V \setminus \{0\}$ está associado um pedido/quantidade q_i , sendo $0 \leq q_i \leq Q$ [8].

É definida em A uma matriz de custo c_{ij} . Quando a matriz de custo é simétrica, ou seja, $c_{ij} = c_{ji}$ para todos i, j , é comum definir o problema num grafo $G = (V, E)$, onde $E = \{[i, j]: i, j \in V, i < j\}$ é o conjunto de arestas e cada aresta $e = [i, j]$. O objetivo do problema passa por determinar um conjunto de k rotas de veículos, minimizando o custo total, podendo usar-se os termos custo de viagem, distância e tempo de viagem de forma intercambiável. Simultaneamente devem ser garantidas as seguintes condições [8]:

- (1) A rota deve iniciar e terminar no armazém;
- (2) Cada cliente é visitado exatamente por um veículo;
- (3) A soma das quantidades dos clientes em cada rota não pode exceder Q ;
- (4) O custo total das rotas é minimizado.

A Figura 2.2 mostra uma solução clássica deste tipo de problema. É de notar que esta solução contém duas rotas de interseção, bem como uma rota de ida e volta entre o armazém e um único cliente [8].

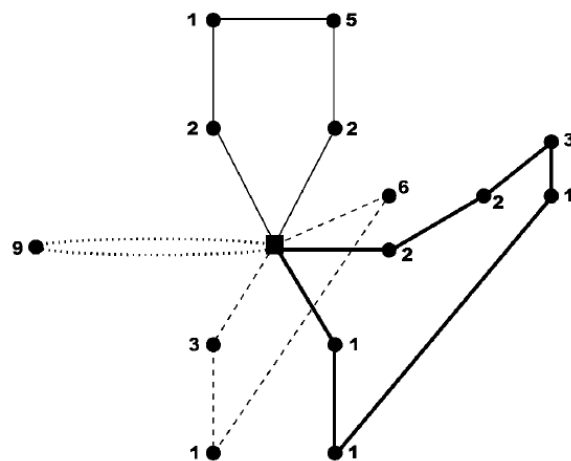


Figura 2.2 - Solução de um problema de otimização de rotas com 14 clientes e 4 veículos de capacidade $Q=10$. As quantidades dos clientes são mostradas nos respetivos vértices [8].

Seja x_{ij} uma variável inteira que representa o número de vezes que a aresta $[i, j]$ aparece na solução ótima. Se $i, j \in V \setminus \{0\}$, então x_{ij} é binária; no caso de $i = 0$, x_{ij} pode ser igual a 0, 1 ou

2, sendo que esta última corresponde à viagem de volta entre o armazém e o cliente j . O problema é então formulado da seguinte forma [8]:

$$\text{Minimizar:} \quad \sum_{[i,j] \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{0j} = 2k \quad (2.2)$$

$$\sum_{i < m} x_{im} + \sum_{j > m} x_{mj} = 2 \quad (m \in V \setminus \{0\}) \quad (2.3)$$

$$\sum_{\substack{i \in S, j \notin S \\ \text{ou } i \notin S, j \in S}} x_{ij} \geq 2b(S) \quad (S \subset V \setminus \{0\}) \quad (2.4)$$

$$x_{i,j} = 0 \text{ ou } 1 \quad (i, j \in V \setminus \{0\}) \quad (2.5)$$

$$x_{0,j} = 0,1 \text{ ou } 2 \quad (j \in V \setminus \{0\}) \quad (2.6)$$

Nesta formulação, a função objetivo minimiza o custo total do deslocamento. A restrição representada pela Equação (2.2) define o grau do vértice 0. É de notar que o termo do lado direito pode ser uma constante, se k for previamente conhecido, ou em, caso contrário ser uma variável. Neste último caso, pode ser adicionado à função objetivo um termo fk , que f é o custo fixo do veículo. A restrição (2.3) garante que as duas arestas sejam incidentes em cada vértice do cliente. Nas restrições (2.4), $b(S)$ é um limite inferior do número de veículos necessários para atender todos os clientes de S . Essas restrições desempenham uma dupla função: impedem a formação de sub-rotas forçando qualquer subconjunto de clientes a estar ligado ao armazém e garantem que as restrições de capacidade não sejam violadas. Na prática, é comum definir $b(S)$ como $\sum_{i \in S} q_i \setminus Q$ [8].

2.2.2 Problema com restrições de distância

Nesta variante é tida em conta a restrição de distância, uma restrição de comprimento máximo (ou tempo), onde, para cada rota, pode substituir a restrição de capacidade ou apenas ser adicionada. Aqui, um comprimento não negativo, l_{ij} (ou t_e) é associado a cada arco $(i, j) \in A$ (ou a cada aresta $e \in E$), e o comprimento total dos arcos de cada rota não pode exceder o comprimento máximo da rota, L . Se os veículos forem diferentes, os comprimentos máximos da rota serão L_v , $v = 1, \dots, k$.

Além disso, quando os comprimentos dos arcos representam tempos de viagem, pode ser associado a cada cliente i , um tempo de serviço, s_i , que indica o período de tempo em que o veículo deve parar no local. Como alternativa, os tempos de serviço podem ser adicionados aos tempos de viagem dos arcos, isto é, definindo, para cada arco (i, j) , $t_{ij} = t'_{ij} + s_i/2 + s_j/2$, onde t'_{ij} é o tempo de viagem original do arco (i, j) .

2.2.3 Problema com janelas de tempo

O problema com janelas de tempo é a extensão do problema geral no qual restrições de capacidade são impostas e cada cliente i é associado a um intervalo $[a_i, b_i]$, chamado janela de tempo. Também são fornecidos o instante em que os veículos saem do armazém, o tempo de viagem, t_{ij} , para cada arco $(i, j) \in A$ (ou t_e para cada $e \in E$) e um tempo adicional de serviço s_i para cada cliente i . O serviço de cada cliente deve iniciar dentro da janela de tempo a ele associada e o veículo deve parar no local do cliente por s_i instantes. Além disso, em caso de chegada antecipada ao local do cliente i , geralmente o veículo pode esperar até ao tempo a_i , ou seja, até ao início do serviço.

Normalmente, as matrizes de custo e tempo de viagem coincidem e as janelas de tempo são definidas assumindo que todos os veículos saem do armazém no instante 0. Além disso, é de notar que os requisitos da janela de tempo induzem uma orientação implícita de cada rota, mesmo que as matrizes originais sejam simétricas. Portanto, o problema é normalmente formulado como um problema assimétrico [7].

2.2.4 Problema com recolha e entrega

Nesta variante do problema com recolha e entrega existem duas classes de problemas distintos.

A primeira refere-se a situações em que é feita a entrega ou a recolha, mas não ambos. Neste caso o conjunto de clientes $V \setminus \{0\}$ é dividido em dois subconjuntos. O primeiro subconjunto, H , contém n clientes, cada um exigindo que uma determinada quantidade de produto seja entregue. O segundo subconjunto, R , contém m clientes, onde uma determinada quantidade de recolhas deve ser efetuada. Os clientes são numerados de forma a que $H = \{1, \dots, n\}$ e $R = \{n + 1, \dots, n + m\}$.

Existe uma restrição de precedência entre os clientes dos dois subconjuntos: sempre que uma rota atende os dois tipos de clientes, todos os clientes do subconjunto H devem ser atendidos antes que qualquer cliente do subconjunto R possa ser atendido. Uma quantidade/pedido não-

negativa, q_i , a ser entregue ou recolhida, dependendo do seu tipo, é associada a cada cliente i e o armazém é associado a uma quantidade fictícia $q_0 = 0$.

Na segunda classe, cada cliente exige uma entrega e uma recolha, podendo estas serem feitas em simultâneo ou por veículos diferentes. Para esta situação, cada cliente i está associado a duas quantidades, h_i e r_i , representando as quantidades a ser entregues e recolhidas, respetivamente, ao cliente i . Quando a entrega e a recolha são feitas em simultâneo, pode ser usada apenas uma quantidade para cada cliente, sendo ela a diferença entre a entrega e recolha (podendo ser, desta forma, negativa). Para cada cliente i , O_i indica o vértice que é a origem da quantidade de entrega e D_i indica o vértice que é o destino da quantidade recolhida. Assume-se que, em cada local do cliente, a entrega seja realizada antes da recolha, portanto, a carga atual de um veículo antes de chegar a um determinado local é definida pela carga inicial menos todas as quantidades já entregues mais todas as quantidades já recolhidas [9].

2.2.5 Outras variantes

Toth e Vigo começaram por abordar as variantes clássicas descritas anteriormente, depois surgiu uma atualização mais recente desenvolvida por Cordeau et al. (2007). Diversas variantes híbridas foram então criadas na literatura a partir de variantes mais básicas, inspiradas em cenários da vida real. Algumas delas podem ser encontradas em Bräysy et al. (2002) e neste capítulo são apresentados alguns exemplos, considerados mais relevantes [5, 10]:

1. Matriz de custo assimétrica

O custo para ir do cliente i para o cliente j é diferente do custo de ir de j a i . Nos pontos anteriores considerou-se esses custos iguais na formulação do problema.

2. Variantes da frota de veículos

Quando a empresa utiliza diferentes tipos de veículos (frota heterogénea), as rotas devem ser projetadas de acordo com a capacidade de cada veículo. Pode também acontecer que um tipo específico de veículo não consiga alcançar alguns clientes por qualquer motivo (por exemplo, não passar em determinada rua devido ao seu comprimento) [11].

O número de veículos que a empresa dispõe pode ser limitado ou não, criando situações diferentes. Muitas vezes é otimizado o número mínimo de veículos necessários [12].

Além disso, podem haver veículos com permissão para realizar mais do que uma viagem [13].

3. Variantes da entrega

Se reduzir o custo total, o mesmo cliente pode ser atendido por veículos diferentes, ou seja, a quantidade a entregar é dividida. Esta variante do problema é importante nos casos em que um pedido do cliente é tão grande quanto a capacidade do veículo [14].

Existem clientes que podem não precisar de ser visitados todos os dias, podendo ter diferentes frequências de entrega. Neste caso, a otimização é feita num conjunto de dias, enquanto que normalmente é planeado diariamente.

4. Variantes das rotas

Uma empresa pode ter vários armazéns a partir dos quais atende os seus clientes. Portanto, algumas rotas não iniciam e terminam no mesmo local [15]. Para além disso, as rotas podem terminar em vários pontos que não sejam o local do armazém.

As rotas podem ter custos fixos e/ou custos dependentes dos veículos, quer para um número de veículos limitado [16] ou ilimitado [17]. A componente de custo variável inclui, por exemplo, custos de combustível, manutenção e mão de obra.

5. Problemas estocásticos

Estes problemas conferem um aspeto realista ao problema, na medida em que são considerados comportamentos aleatórios. Neste caso, as condições são descritas por modelos probabilísticos. Os 3 casos mais comuns são [18]:

- a) Clientes estocásticos: o cliente i está presente com a probabilidade p_i e ausente com a probabilidade $1 - p_i$;
- b) Entregas estocásticas: a entrega q_i do cliente i é uma variável aleatória/incerta;
- c) Tempos estocásticos: o tempo de serviço s_i do cliente i e o tempo de viagem t_{ij} da aresta (i, j) são variáveis aleatórias/incertas.

Até agora, este aspeto de incerteza mostra ser um aspeto essencial para futuros desenvolvimentos nesta área.

6. Variantes ambientais

Estas variantes visam incluir diferentes questões ambientais no processo de otimização, por exemplo, emissões de gases de efeito de estufa [19], poluição, desperdício e ruído [20], efeitos do uso de frotas com considerações mais ecológicas [21].

2.3 Algoritmos

Os problemas de otimização de rotas são famosos por terem uma elevada complexidade na sua resolução, implicando, por vezes, que o tamanho do problema a ser otimizado usando programação matemática seja limitado [22].

Na resolução de problemas de otimização de rotas, existem dois tipos de pesquisa. Uma envolve métodos exatos de forma a encontrar a solução ideal calculando todas as soluções possíveis e o outro são as abordagens heurísticas, que fazem uma exploração relativamente limitada do espaço de pesquisa e, geralmente, produzem soluções de boa qualidade com tempos de computação menores. Os métodos heurísticos podem ser divididos e classificados em duas classes principais: heurística clássica, desenvolvida principalmente entre 1960 e 1990, e meta-heurísticas, pesquisadas mais ativamente a partir da década de 1990 [22].

Dantzig e Ramser (1959) foram os primeiros a surgir com métodos devido ao aparecimento de um problema de otimização de uma frota de camiões de entrega de gasolina a várias estações de abastecimento [23].

Existem vários métodos à disposição para resolver o problema, sendo que muitos deles podem surgir de derivações de métodos pré-existentes ou serem usados combinados. Cabe ao utilizador escolher ou adaptá-los da forma mais adequada ao problema que enfrenta de forma a obter uma solução mais próxima da ideal. Por este motivo, apresentam-se aqui os que foram considerados mais importantes, encontrando-se na Figura 2.3 um esquema resumo da classificação dos algoritmos.

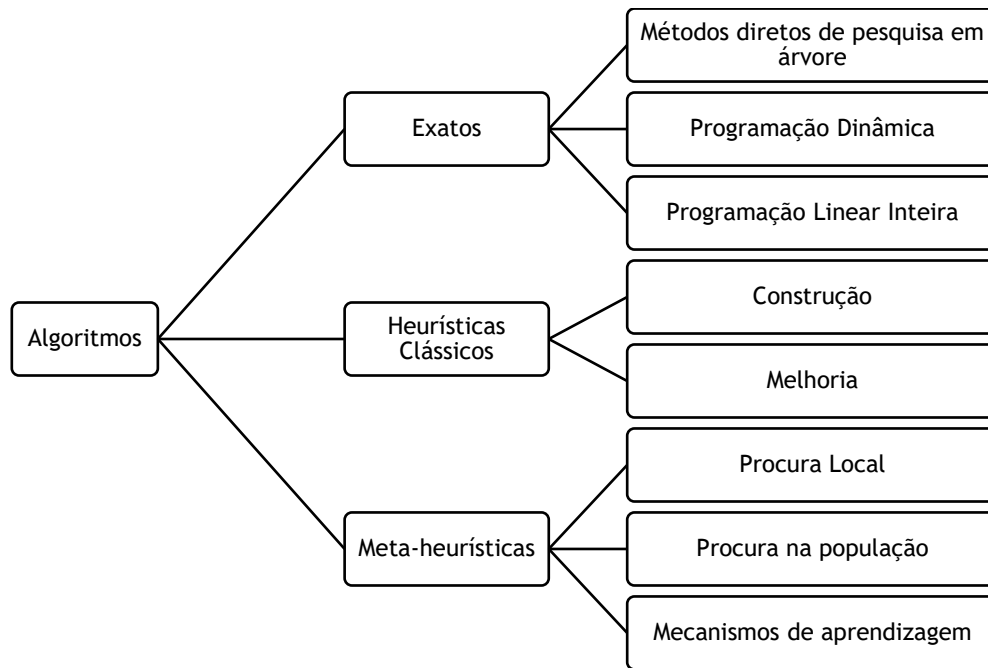


Figura 2.3 - Esquema resumo das classificações dos algoritmos [8].

Como os métodos exatos tentam encontrar a solução ideal, tendem a demorar muito tempo, o que leva à sua difícil aplicação no mundo real. Métodos heurísticos ou meta-heurísticos que tentam encontrar rotas ótimas ou quase ótimas em tempos menores são pesquisados mais ativamente nos dias de hoje [22].

2.3.1 Algoritmos exatos

Os algoritmos exatos conhecidos para o problema de otimização de rotas podem ser classificados numa das seguintes categorias: **métodos diretos de pesquisa em árvore**, **programação dinâmica (PD)** e **programação linear inteira (PLI)** [24].

Os métodos diretos de pesquisa em árvore consistem na construção sequencial de rotas de veículos através do método de ramificação e fronteira e podem ser divididos em: **ramificação em arcos**, **ramificação em rotas** e **árvores centradas de k-graus e q-rotas** [24].

A PD tem duas etapas distintas: **formulação geral da PD** e **relaxação no espaço de estados**. O número de cálculos exigidos pelo método é muito elevado para qualquer tamanho do problema, exceto em problemas muito pequenos [24]. Então, a ideia por trás da PD é dividir recursivamente um problema em subproblemas mais simples, fazendo com que a solução ideal para o problema possa ser facilmente encontrada usando as soluções ideais dos subproblemas. As soluções ideais dos subproblemas são encontradas da mesma forma, dividindo novamente os subproblemas em problemas ainda menores, continuando até que a solução de cada um seja

trivial. Quando uma solução ótima de um (sub)problema pode ser encontrada apenas com base nas soluções ótimas de seus subproblemas, o algoritmo PD produz uma solução ótima para o problema original [25].

A PLI é muito ampla e responde pela maior parte do esforço de pesquisa dos últimos anos. De acordo com a classificação de Magnanti, esta divide-se em 3 secções: **definição de formulações de divisão em partes, formulações de fluxo de veículos e formulações de fluxo de mercadorias** [24, 26].

Na prática, é mais comum utilizar as heurísticas, pois os algoritmos exatos são geralmente inadequados [27]. Isto acontece porque os mais sofisticados só conseguem resolver problemas com um máximo de cerca de 100 clientes e com uma taxa de sucesso variável. Isso explica, em grande parte, a razão da maior parte do esforço de pesquisa se ter concentrado em heurísticas. Outro motivo é o facto de que as heurísticas tendem a ser consideravelmente mais flexíveis do que os algoritmos exatos e podem ser mais facilmente adaptadas para lidar com a diversidade de variantes que surgem na prática [8].

2.3.2 Heurísticas clássicas

Nas primeiras heurísticas clássicas, grande parte da atenção foi colocada na obtenção rápida de uma solução viável e, possivelmente, na aplicação de um processo pós-otimização [27]. Elas dividem-se em **Heurísticas de Construção e Heurísticas de Melhoria** [8].

As Heurísticas da Construção criam uma solução viável enquanto tentam minimizar o custo da solução, mas não contêm uma fase de melhoria [23]. A **heurística de Clarke e Wright** é uma das mais conhecidas e continua a ser amplamente utilizada na prática até hoje, apesar de algumas falhas. Baseia-se na noção de poupança e tem uma aplicação simples e rápida. Existem outros exemplos como o **algoritmo de varredura** e o **algoritmo de Fisher e Jaikumar** [27]. Este último suporta-se num procedimento de decomposição em duas fases e foi proposto como um tipo diferente de heurística [8].

As Heurísticas de Melhoria tentam aprimorar qualquer solução viável executando uma sequência de trocas de arestas ou vértices dentro ou entre as rotas dos veículos, podendo, desta forma, serem caracterizadas por **intra-rota** ou **inter-rota** [23].

Geralmente, as heurísticas de melhoria clássica têm bons desempenhos, mas não excelente. Elas padecem de um melhor uso quando usadas como blocos de construção nas meta-heurísticas.

2.3.3 Meta-heurísticas

Nos últimos anos, a maior parte das pesquisas têm vindo a concentrar-se no desenvolvimento de algoritmos baseados em meta-heurísticas, usando 3 princípios: **procura local**, **procura na população** e **mecanismos de aprendizagem** [27].

Na procura local é feita uma análise intensiva do espaço da solução, passando em cada etapa, da solução atual para outra solução mais promissora na sua vizinhança. O **Recozimento Simulado** [28] e a **Procura Tabu** [29] são dois exemplos principais desse princípio [27].

A procura na população consiste em manter um conjunto de boas soluções denominadas “pais” e recombina-las para gerar “filhos”. Um exemplo clássico é a **Pesquisa Genética** [30], que combina dois pais para gerar filhos, podendo-se incluir também os **procedimentos de memória adaptativa** [31] que podem ser vistos como uma extensão, em que vários “pais” são usados para gerar vários “filhos” [27].

Os mecanismos de aprendizagem incluem **redes neuronais artificiais** e **otimização de colónias de formigas**. As redes neuronais artificiais são modelos computacionais compostos por unidades interconectadas por meio de ligações ponderadas, como neurónios no cérebro humano. As primeiras tentativas deste método não tiveram muito sucesso, o que leva a crer que essa linha de investigação tenha sido abandonada. Os métodos de otimização de colónias de formigas são inspirados nos comportamentos das formigas quando procuram comida, pois a quantidade de feromonas que elas utilizam para marcar os caminhos que percorrem depende do tamanho do percurso e da qualidade da fonte de alimento. Assim, na meta-heurística, a feromona representa a memória do sistema e corresponde às arestas que aparecem frequentemente em boas soluções e desta forma, o algoritmo lembra-se das boas arestas e é mais provável incluí-las numa solução [7, 8].

A **Procura Tabu** destaca-se claramente como a melhor meta-heurística para o problema de otimização de rotas. Haverá heurísticas deste tipo que não terão o mesmo elevado sucesso de aplicabilidade, mas de um modo geral, as suas melhores implementações para o problema dominam outros processos de pesquisa, como os referidos anteriormente. A ideia por trás da Procura Tabu é realizar uma pesquisa local trocando, na iteração t , uma solução x_t para a melhor solução x_{t+1} na sua vizinhança. Como trocar de x_t para x_{t+1} pode causar implicações na função objetivo, é implementado um mecanismo anti cíclico, ou seja, qualquer solução que possua algum atributo de x_t é declarada tabu ou proibida, por várias iterações. Portanto, com isto, o melhor vizinho x_{t+1} de x_t , só é selecionado se não for tabu ou se for claro que não ocorrerá um ciclo [27].

Embora consumam mais tempo que as heurísticas clássicas, as meta-heurísticas são capazes de produzir consistentemente soluções de alta qualidade [27]. Muitos dos melhores métodos fazem uso da procura local, da pesquisa genética ou combinações destes dois mecanismos [8].

3 Métodos

3.1 Formulação do problema

A formulação da primeira parte do problema baseia-se no Problema do Caixeiro-Viajante, onde não são consideradas variantes, como restrições de capacidades, janelas temporais ou tipo de frota. Dado um conjunto de clientes a visitar, com as distâncias e/ou os custos associados à viagem entre cada um, este tipo de problema tem como objetivo encontrar a ordem de visita que minimize a distância (ou custo) do percurso de modo a passar por todos os clientes e retomar ao local de partida (armazém) [32].

Em relação à segunda parte, esta já envolve restrições de capacidade e frota heterogénea.

Os clientes e o armazém são definidos no conjunto $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, em que 0 representa o armazém e n corresponde ao total de clientes. A cada cliente está associada uma quantidade de garrafas q_i com $i \in N$. A matriz de distâncias representa-se pelos elementos d_{ij} , sendo i o ponto de partida e j o de chegada, com i e $j \in N$.

A frota de veículos é constituída por k veículos com diferentes quantidades máximas, Q_v , que podem transportar (frota heterogénea). É definida no conjunto $K = \{1, \dots, k\}$.

O problema tem a seguinte formulação:

$$\text{Minimizar:} \quad \sum_{v \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ijv} \quad (3.1)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad x_{ijv} \in \{0,1\}, \quad i, j \in N \wedge v \in K \quad (3.2)$$

$$y_v \in \{0,1\}, \quad v \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijv} = y_v, \quad i = 0 \wedge \forall v \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} x_{ijv} = y_v, \quad j = 0 \wedge \forall v \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \neq j} \sum_{v \in K} x_{ijv} = 1, \quad \forall j \in N \setminus \{0\} \quad (3.6)$$

$$\sum_{j \neq i} \sum_{v \in K} x_{ijv} = 1, \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (3.7)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jiv} = \sum_{j \in N} x_{ijv}, \quad \forall i \in N \wedge \forall v \in K \quad (3.8)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} \sum_{j \neq i} q_i x_{ijv} \leq Q_v, \quad \forall v \in K \quad (3.9)$$

$$x_{ijv} \leq y_v, \quad \forall i, j \in N \wedge \forall v \in K \quad (3.10)$$

$$\sum_{v_i \in S} \sum_{v_j \in S} x_{ijv} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq N \setminus \{0\}; S \neq \emptyset; \forall v \in K \quad (3.11)$$

A Equação (3.1) representa a função objetivo do problema, em que se pretende minimizar a distância total de todas as rotas.

As variáveis x_{ijv} e y_v são binárias. A variável x_{ijv} é igual a 1 quando a viagem de i a j é realizada pelo veículo v e igual a 0 em caso contrário. Do mesmo modo, y_v assume o valor 1 se o veículo v fizer uma rota, caso contrário assumirá o valor 0.

As restrições referidas nas Equações (3.4) e (3.5) garantem que todas as rotas, começam e terminam, respetivamente, no armazém.

As restrições referidas nas Equações (3.6) e (3.7) impõem que a chegada e a saída, respetivamente, de cada cliente é realizada por um único veículo. Desta forma, definem, que para todas as rotas, cada cliente só vai ser visitado uma vez.

A restrição presente na Equação (3.8) assegura que quando um veículo chega a um determinado cliente, tem obrigatoriamente de sair desse local antes de partir para outro.

A restrição referida na Equação (3.9) garante que o veículo que faz determinada rota consegue servir todos os clientes, isto é, a soma das quantidades não ultrapassa a capacidade máxima que o veículo permite.

A restrição da Equação (3.10) define se um veículo é necessário para a distribuição, sendo permitido que este não saia do armazém. Se sair, só pode efetuar uma única rota.

Na restrição (3.11), S representa o conjunto de variáveis x_{ijv} que assumem o valor 1 na solução atual. Essa restrição impede a formação de sub-rotas, isto é, proíbe soluções que contenham várias rotas desconectadas do armazém.

Para a primeira parte é considerado um único veículo ($k = 1$) e não são consideradas as restrições de capacidade, Equação (3.9).

3.2 Implementação do problema

O problema de otimização de rotas apresenta uma complexidade crescente com o número de variáveis e equações. Uma vez que se trata de um problema real, onde são tidas em conta restrições de capacidade e frota heterogênea, torna-se necessário proceder a algumas simplificações, nomeadamente a criação de Super Clientes, isto é, agregar clientes que por terem uma localização muito próxima são atendidos consecutivamente.

Apesar de existirem diferentes tipologias de garrafas, considera-se o total de garrafas a ser entregue sem distinção da tipologia.

As coordenadas geográficas correspondentes a cada cliente foram obtidas individualmente para cada um, com recurso ao serviço Google Maps disponibilizado pela Google. Posteriormente, foi desenvolvido um código em Python e, utilizando a Distance Matrix API da Google, obteve-se a distância mais curta para cada par de clientes e, construindo assim a matriz de distâncias. Quando o problema tem n clientes, a matriz tem dimensão $(n + 1) \times (n + 1)$, pois inclui o armazém, e assim é possível calcular as distâncias de todas as combinações possíveis. As informações da matriz são guardadas num ficheiro Excel para serem usadas posteriormente.

O problema de otimização foi desenvolvido na aplicação informática GAMS [30]. Após a formulação matemática descrita na secção anterior, esta é implementada em linguagem de programação e solucionada pela aplicação.

A solução ótima obtida fornece a ordem de visita dos clientes e a distância que essa viagem representa. Após obtida a solução, as rotas são traçadas no mapa colocando as respetivas coordenadas dos clientes por essa ordem.

3.3 A aplicação informática GAMS

O GAMS (*General Algebraic Modeling System*) é uma linguagem que permite definir e solucionar a otimização de modelos de programação matemática através da utilização de diversos *solvers* já integrados [30]. Neste trabalho foi utilizado o IBM ILOG CPLEX para encontrar a solução ótima, recorrendo à otimização inteira mista.

O IBM ILOG CPLEX, originalmente CPLEX, foi adquirido pela ILOG e posteriormente pela IBM. É um otimizador baseado em algoritmos simplex e está disponível em optimizadores independentes como é o caso do GAMS. Para problemas com variáveis inteiras, o CPLEX usa um algoritmo de ramificação e corte que resolve uma série de subproblemas [33, 34].

Para a primeira parte do problema, onde se otimizam as rotas atuais, foi desenvolvido um código para obter a distância mínima para visitar um certo conjunto de clientes. Nesta situação considera-se que a capacidade do veículo não é ultrapassada e que todos os clientes são visitados. O código é composto pela comunicação com as matrizes de distância previamente obtidas, seguida da definição das variáveis e representação das restrições (equações) e, por fim, a eliminação de sub-rotas, conseguida com a ajuda do modelo “tsp4” disponível na biblioteca do GAMS [35], criado Erwin Kalvelagen. A rota ZC de segunda-feira é a que tem mais clientes para serem atendidos, sendo, para este caso, a dimensão do problema de 55 equações e 730 variáveis.

Para a segunda parte do problema, em que se consideram restrições de capacidade e frota heterogénea, foi desenvolvido um código novo. Para este caso, a dimensão do problema ultrapassa o limite máximo de 2000 equações e 2000 variáveis da versão DEMO da aplicação. Então, de forma a simplificá-lo, foram criados Super Clientes. Voltando ao exemplo da rota com mais clientes, a rota ZC de segunda-feira, reduziu-se de 26 para 15 clientes. Ainda assim, o problema apresenta uma dimensão de 1 247 655 equações e 517 variáveis, pelo que foi necessário recorrer ao *solver* online NEOS server [36] para obter a solução ótima.

Os códigos utilizados para ambos os casos encontram-se no Apêndice A.

4 Resultados e discussão

Uma componente fundamental dos custos relativos à entrega de garrafas de gás provém da logística associada. Sendo a venda de gás, a principal atividade da empresa Mouzinho, existe enorme interesse em otimizar o processo de distribuição.

A primeira etapa na otimização de rotas passa por uma análise detalhada dos aspetos que podem influenciar o processo de entregas de garrafas de gás. O estudo da venda de garrafas, juntamente com a influência que a temperatura apresenta e a caracterização dos clientes, bem como a forma atual como são realizadas as distribuições e dos recursos disponíveis na empresa para o fazer, como por exemplo, os veículos, são análises importantes para identificar situações onde possam existir oportunidades de melhoria.

4.1 Produtos e rotas

Na Mouzinho existem, para venda e entrega, 6 tipologias diferentes de garrafas [37, 38]:

- **13 kg**

A garrafa tradicional de 13 kg de gás butano é a mais usada e, consequentemente, a mais vendida. É habitualmente utilizada em espaços fechados, sendo a opção mais comum no consumo doméstico, utilizada tanto para cozinhar como para aquecimento.

- **11 kg**

O propano é mais indicado para clientes de grande consumo, desde particulares com consumos mais exigentes, a hotéis ou restaurantes. As garrafas de gás propano de 11 kg são adequadas para a utilização em aquecedores exteriores, espaços amplos e na restauração e hotelaria.

- **11 kg Fase Líquida**

A garrafa de gás propano de 11 kg FL (fase líquida) destina-se a quem necessita de um consumo de gás mais específico, uma vez que permite a utilização do gás em fase líquida. Um exemplo de utilização são as empilhadoras.

- **45 kg**

As garrafas de gás propano de 45 kg têm o mesmo fim que as de 11 kg, mas tendo 4 vezes mais gás são indicadas para situações em que o consumo de gás é bastante elevado, especialmente indicadas para a restauração, hotelaria ou moradias.

- **12 kg Pluma**

A garrafa de gás butano de 12 kg, mas conhecida por Pluma, é uma garrafa inovadora 100 % portuguesa. Distingue-se das garrafas tradicionais por ter um design exclusivo e ser uma garrafa leve, o que a torna mais cómoda e fácil de transportar. O seu fim é o mesmo da garrafa de 13 kg.

- **2,75 kg**

A garrafa mini-gás de 2,75 kg é indicada para momentos de lazer, como por exemplo atividades ao ar livre, quer para iluminar, cozinhar ou aquecer. É compatível com a maioria dos acessórios a gás vendidos no mercado. Sendo o seu uso de certa forma pontual, é a garrafa menos vendida.

A Pichelaria Mouzinho dispõe de 2 armazéns responsáveis pela entrega das garrafas de gás, o Armazém de Mouquim e o Armazém de Selho, localizados em Vila Nova de Famalicão e em Guimarães, respetivamente. A cada armazém estão atribuídas zonas que cada um é responsável por servir. Nas zonas, os clientes estão alocados a dias da semana, dando origem às rotas.

O Armazém de Selho é responsável pelas zonas ZA, ZA1, ZA2, ZB e RA. Estas zonas incluem tanto clientes de Vila Nova de Famalicão como de Guimarães, porque apesar de Mouquim ser em Famalicão, Selho fica mais perto desses clientes. À zona ZA correspondem as cargas diretas, ou seja, aos clientes em que muitas vezes a quantidade de garrafas é tão elevada quanto a capacidade do veículo, sendo só possível fazer uma rota envolvendo 1 único cliente. Devido à aquisição de novos clientes da Zona de Riba d'Ave foram recentemente criadas novas rotas e ajustadas outras, como é o caso das zonas ZA2 e RA.

O armazém de Mouquim é responsável pelas zonas ZC e ZD, em que todos os clientes pertencem a Vila Nova de Famalicão.

Os veículos disponíveis na empresa são um dos recursos mais importantes no que diz respeito à entrega de garrafas de gás, pois a eficiência e a qualidade de entrega dos serviços prestados por eles, não só influenciam a satisfação dos clientes como também os custos a eles associados. A Tabela 4.1 apresenta a frota da empresa para a entrega de garrafas de gás, em que cada veículo está alocado ao armazém a que presta serviço.

Tabela 4.1 - Veículos disponíveis para as entregas.

	Marca/ Modelo	Designação	Quantidade disponível	Carga (kg)	Carga habitual	Consumo (L/100 km)	Atividade
Armazém de Selho	Carrinha ISUZU	Pesado	1	7500	15 de 45 kg + 11 pequenas	22,7	Revenda
	Nissan Cabstar 400	Ligeiro	2	3500	4 de 45 kg + 54 pequenas	13,5	Revenda
	ISUZU	Ligeiro	2	3500	7 de 45 kg + 48 pequenas	13,3	Domicílio
	Mitsubishi L300	Ligeiro	1	2700	4 de 45 kg + 50 pequenas	12,3	Revenda
Armazém de Mouquim	BEDFORD	Camião	1	13 000	6 paletes	-	Cargas Diretas
	Mitsubishi Canter	Pesado	1	7500	15 de 45 kg + 91 pequenas	22,9	Revenda
	ISUZU NKR	Pesado	1	6200	10 de 45 kg + 96 pequenas	23,0	Revenda
	Mitsubishi Fuso	Ligeiro	1	3500	8 de 45 kg + 52 pequenas	13,8	Domicílio e Revenda

Nem sempre são os mesmos veículos a fazer as mesmas rotas devido à rotação de horários dos condutores. Porém, existem veículos responsáveis exclusivamente pela entrega ao domicílio e outros pela entrega a revendedores.

Foi realizado um estudo tendo por base os dados referentes ao ano de 2019, recorrendo ao MS Office Excel.

4.2 Influência da temperatura na venda de garrafas

O primeiro estudo realizado envolve a variação das vendas com a temperatura, em que se pretende analisar o tipo de variação existente, qual a tipologia de garrafa mais afetada e que implicações isso poderá vir a trazer na distribuição das rotas. É um ponto importante, pois, no caso de existirem variações significativas, permite ajustar a logística associada à distribuição, de modo a conseguir reduzir gastos desnecessários. Por exemplo, se o número de vendas baixa acentuadamente, é possível aumentar na rota o número de pontos de entrega e assim

aproveitar a capacidade total do veículo, ou então, transportar menos garrafas. Contrariamente, se o número de vendas aumenta, torna-se relevante ajustar as rotas de forma a evitar recargas desfavoráveis constantes do veículo.

Em primeiro lugar, fez-se um estudo geral de todas as tipologias de garrafas, para isso foi utilizada a ferramenta Excel da Microsoft. Foram considerados como meses quentes maio a outubro e meses frios novembro a abril, pois foram os meses com temperaturas mais elevadas e mais baixas, respetivamente, no ano 2019. Analisando a Figura 4.1, observa-se, que existe uma relação direta entre o número de vendas de garrafas e a temperatura média de cada mês. Verifica-se que, para temperaturas mais baixas, correspondem números maiores de vendas e vice-versa. Outros fatores externos também podem estar envolvidos na variação das vendas, como por exemplo, a concorrência, campanhas promocionais e o poder de compra.

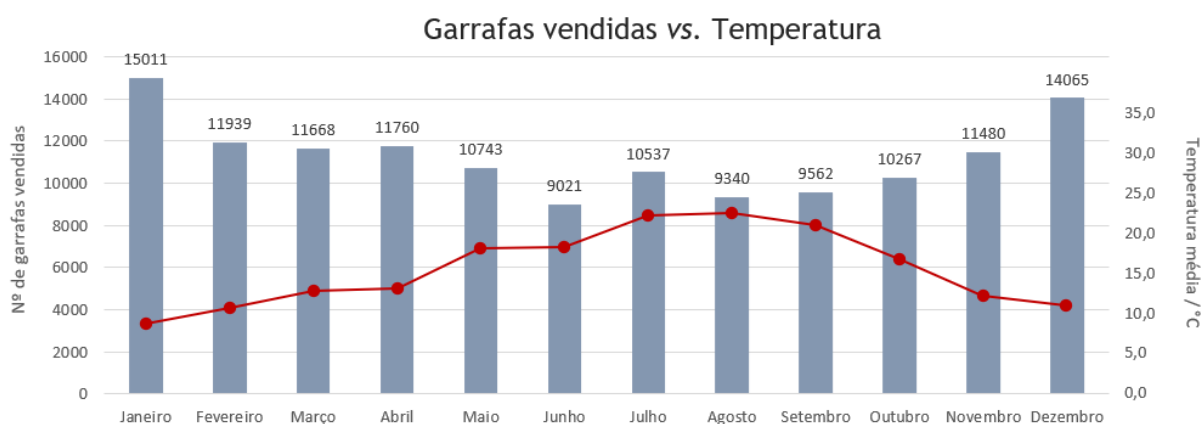


Figura 4.1 - Análise da venda de todas as garrafas em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

Analisando individualmente cada tipologia (ver Apêndice B), conclui-se que a tipologia mais afetada pela temperatura é a garrafa de 13 kg, juntamente com a de 12 kg.

O número de garrafas de 13 kg vendidas é fortemente influenciado pela temperatura - meses mais frios levam a maior número de vendas. Como é a garrafa mais utilizada para uso doméstico, servindo para cozinhar e aquecimento, em situações de temperaturas mais baixas consome-se mais gás para aquecer, daí essa influência. O mesmo acontece com as Plumas que, apesar de as vendas serem bastante menores, é evidente a diferença entre meses mais quentes e meses mais frios.

Em relação às garrafas de propano de 11 e 45 kg, embora o volume de vendas seja maior em meses frios, essa diferença é menos significativa, isto porque, como são maioritariamente utilizadas na restauração e hotelaria, essas atividades são exercidas de uma forma

independente da temperatura. As variações observadas poderão estar relacionadas com gás que é usado para aquecimento.

O mesmo se observa nas garrafas de propano em fase líquida que, devido ao seu uso mais específico, não apresentam uma influência notória da temperatura.

O número de vendas das garrafas mini-gás de 2,75 kg não é significativo para que se possa encontrar uma relação válida com a temperatura. O maior número de vendas desta tipologia de garrafas é observado em julho e agosto, que por serem meses de férias estão associados mais a atividades ao ar livre.

Como se concluiu anteriormente, existe uma forte influência da temperatura na venda de garrafas, nomeadamente na mais vendida (13 kg), pelo que se torna relevante fazer uma análise rota a rota com o objetivo de avaliar as diferenças das quantidades em meses quentes e meses frios.

Começou-se por determinar, para cada cliente, o número de visitas, isto é, o número de vezes que o cliente fez compras nesse ano, não influenciando a quantidade comprada. Depois, por tipologia de garrafa, dividiu-se as quantidades compradas pelo número de visitas, resultando uma quantidade média de garrafas que o cliente compra por visita. Seguidamente, somaram-se os resultados obtidos de todos os clientes pertencentes a cada rota, estimando a quantidade necessária de cada uma delas.

Na Tabela 4.2 comparam-se as quantidades totais de garrafas estimadas para meses frios e quentes. Os resultados podem ser analisados com maior detalhe nas tabelas do Apêndice C. Verifica-se que, de facto, existe uma diferença de quantidades em relação a meses frios e quentes. Em algumas rotas essa diferença é mais evidente do que noutras, podendo ser justificado pelo tipo de clientes que estão nessas rotas. É de notar que a diferença no total de garrafas se deve, essencialmente, às garrafas de 13 kg, que apresentam uma maior variação. O facto de haver clientes novos na zona de Riba d'Ave, leva a estimativas menos fiáveis, uma vez que ainda não existem registos de compras desses clientes em 2019.

Tabela 4.2 - Comparação do número de garrafas estimado para meses frios e quentes.

Rotas		nº clientes	Distância (km)	Total		diferença
				Meses frios	Meses quentes	
Guimarães						
ZA1	Seg	9	26,0	54	46	8
	Ter	8	54,7	52	47	5
	Qua	13	58,4	70	62	8
	Qui	7	38,7	51	45	6
	Sex	8	32,3	44	37	7
ZB	Seg	15	47,1	81	56	25
	Ter	15	42,8	91	82	9
	Qua	16	47,9	85	62	23
	Qui	13	54,1	64	51	13
	Sex	15	47,1	81	56	25
ZA2	Ter	13	79,2	66	61	5
Famalicão						
ZC	Seg	26	71,1	143	125	18
	Ter	17	34,8	94	84	10
	Qua	23	65,2	137	128	9
	Qui	18	56,1	193	191	2
	Sex	11	65,8	79	63	16
ZD	Seg	5	14,2	38	28	10

4.3 Caracterização dos clientes

A caracterização dos clientes tem um papel fundamental no problema de otimização de rotas, pois permite localizar o cliente no mapa e saber a quantidade e a frequência da sua compra. Desta forma, é possível planejar um serviço o mais eficiente possível. Podem-se considerar 3 grupos de clientes distintos: os clientes de domicílio, que são também chamados clientes finais, em que a venda é feita diretamente a eles; os pontos de venda, que servem de intermediários para outros clientes finais, ou seja, têm a função de revenda; e a restauração e empresas. Os consumos dos clientes finais não são consumos elevados nem regulares, pelo que, muitas das vezes, as entregas são feitas só quando é pedido. Já os pontos de venda e a restauração e empresas têm consumos consideráveis e periódicos, o que torna possível a realização de logísticas que levem à otimização das suas entregas. São estes os clientes no qual este trabalho se baseia, daqui para a frente denominados clientes de rota.

A localização geográfica de cada cliente foi obtida com a ajuda do serviço Google Maps. Cada coordenada foi obtida individualmente para cada cliente, uma vez que, moradas menos

completas ou ambíguas poderiam levar a erros de localização. Posteriormente, essas coordenadas foram inseridas na aplicação Gesfrota, disponibilizada pela empresa.

Na Figura 4.2 representa-se a localização geográfica de cada cliente e os respectivos armazéns. Nessa figura é visível a distinção de 3 zonas diferentes, Famalicão, com 88 clientes servidos pelo Armazém de Mouquim, Guimarães e Riba d'Ave com 104 e 29 clientes, respetivamente, servidos pelo Armazém de Selho.

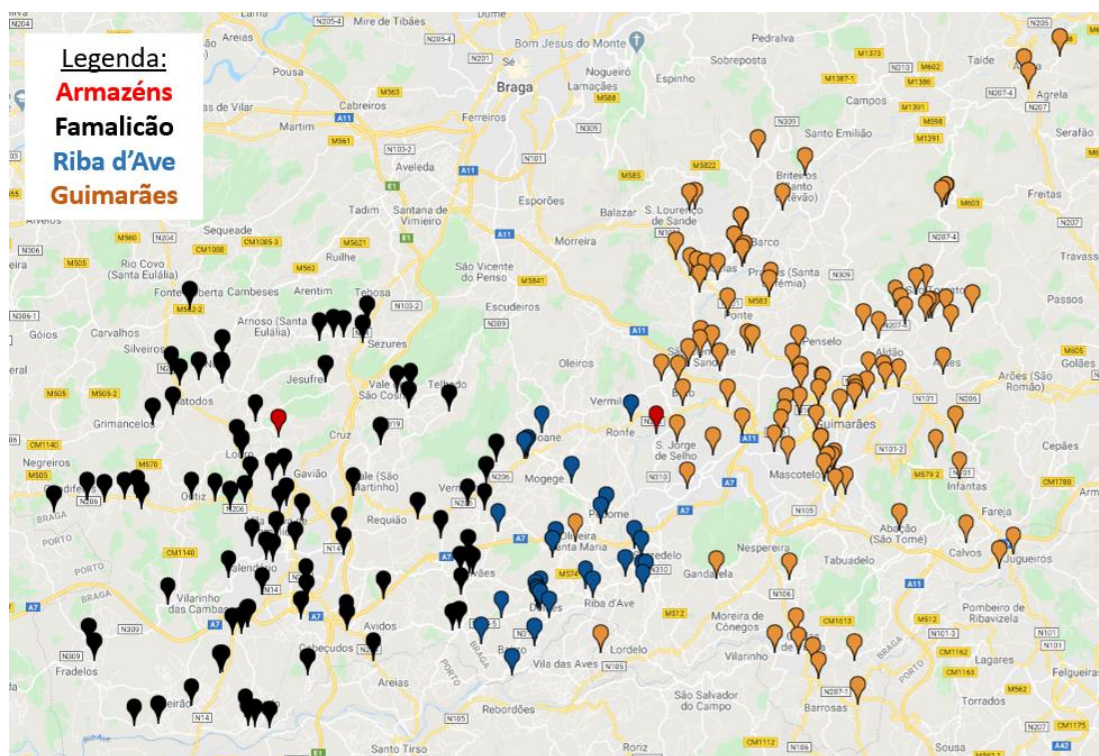


Figura 4.2 - Disposição geográfica dos clientes de rota e os armazéns (imagem disponibilizada pelo Gesfrota).

Como os clientes já têm inicialmente rotas pré-estabelecidas, foram criados hábitos de compra nos dias correspondentes à rota de que fazem parte. Salvo exceções em que, por exemplo, houve necessidade de realizar compras em dias diferentes, a maior frequência relativa de compra é concordante com o dia de entrega em que se encontra.

A primeira análise incidiu no Armazém de Selho. De forma a tentar perceber se, para cada dia da semana, as rotas existentes atualmente apresentam uma boa distribuição geográfica, os clientes foram inseridos na aplicação My Maps, disponibilizada pela empresa Google, e representados no mapa por dia da semana (Figura 4.3 a 4.7). Nestas figuras é possível observar que, numa visão geral, as rotas aparentam ter uma boa distribuição geográfica, salvo poucas exceções, nomeadamente:

- Terça-feira, que existe um cliente da ZA1 no meio de clientes da ZB e um cliente da ZB mais próximo da ZA2;
- Quarta-feira, que existe um aglomerado de ZA1 e ZB à direita do mapa;
- Quinta-feira, que existe um cliente da ZA1 mais perto de clientes da ZB.

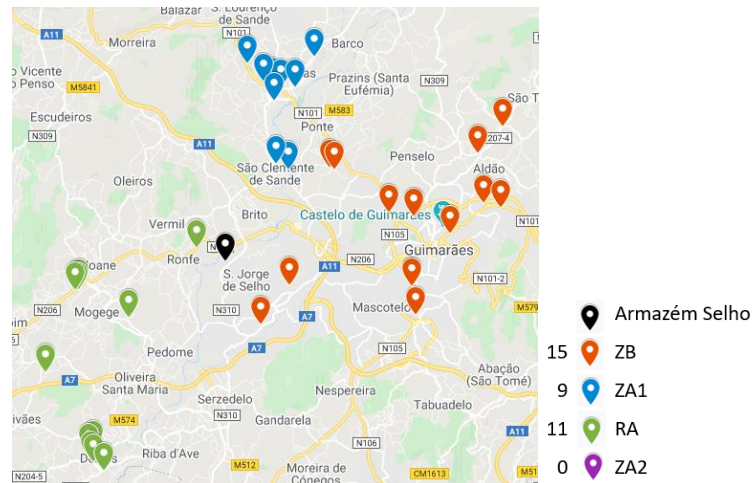


Figura 4.3 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à segunda-feira.

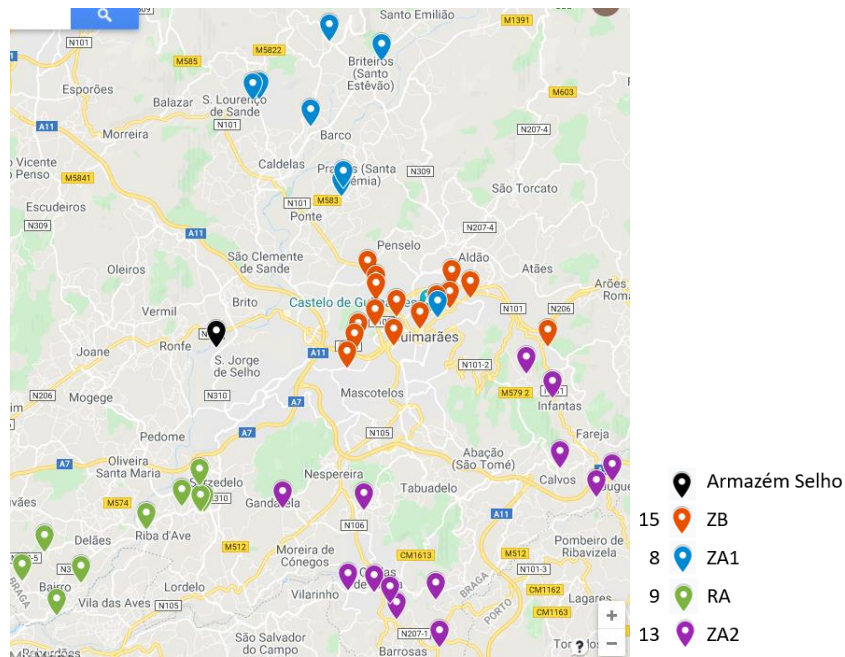


Figura 4.4 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à terça-feira.

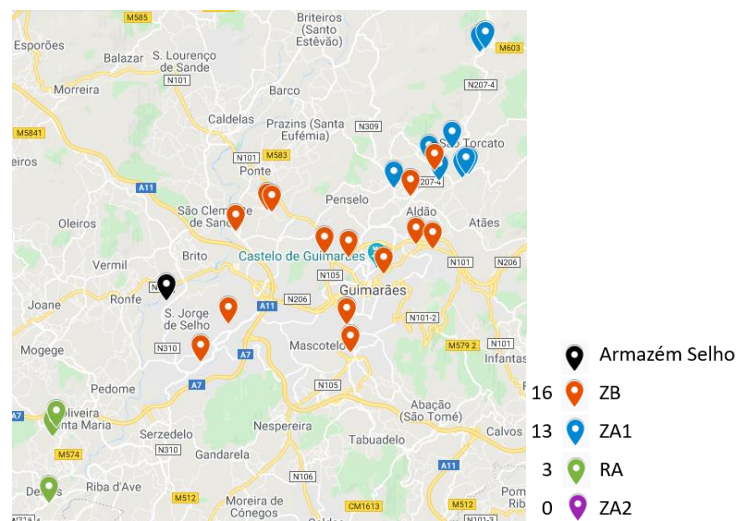


Figura 4.5 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à quarta-feira.

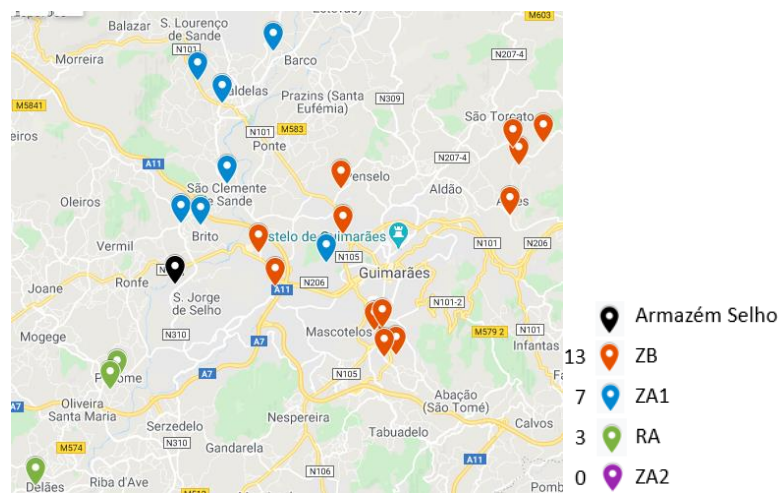


Figura 4.6 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à quinta-feira.

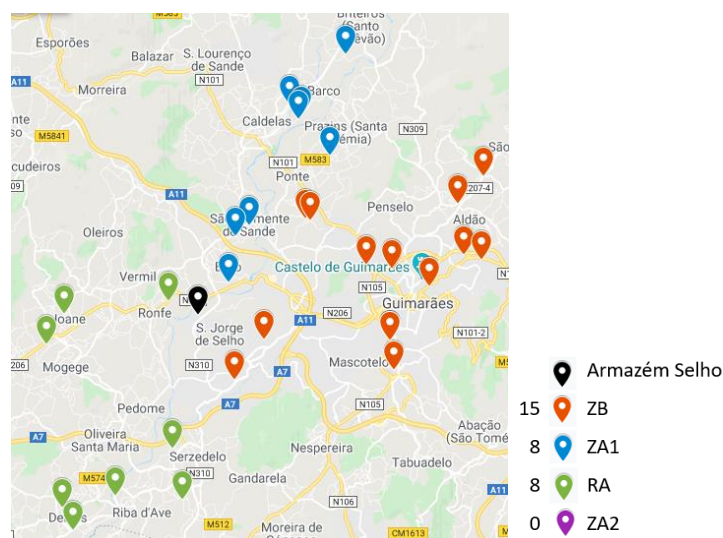


Figura 4.7 - Disposição no mapa dos clientes de Selho à sexta-feira.

Da mesma forma, fez-se a análise aos clientes de rota servidos pelo Armazém de Mouquim. Para este armazém só está atribuída uma rota por dia de semana, com exceção de segunda-feira, em que são efetuadas duas. A distribuição geográfica dos clientes de segunda-feira encontra-se representada na Figura 4.8.

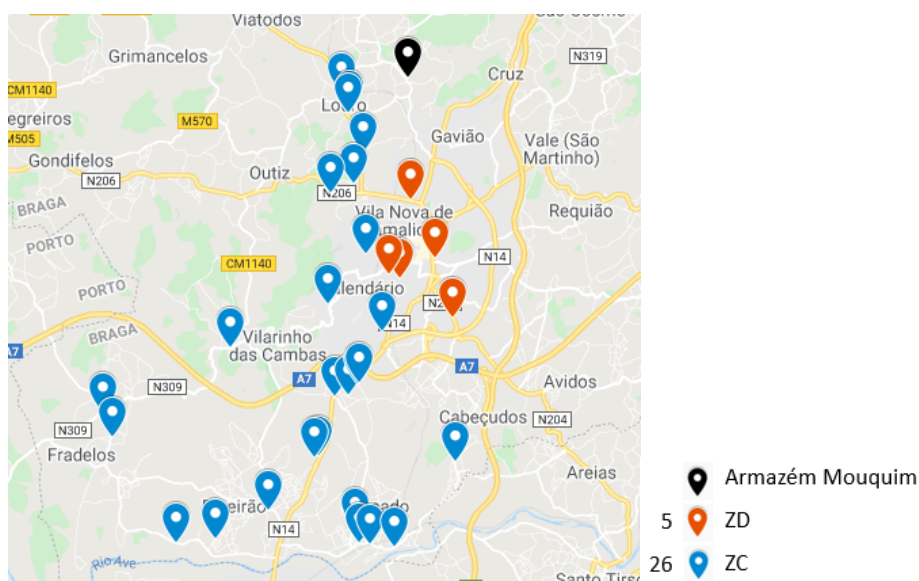


Figura 4.8 - Disposição no mapa dos clientes de Mouquim à segunda-feira.

É de realçar que, apesar de só haver uma rota de terça a sexta a sair do Armazém de Mouquim, algumas delas ultrapassam a quantidade máxima suportada pelos veículos disponíveis, sendo necessário retomar ao armazém para reabastecer o veículo e continuar a distribuição.

Este estudo permitiu definir a base de informação para a otimização de rotas.

4.4 Otimização das rotas

Relativamente à otimização das rotas foram definidas duas situações: otimização de rotas atuais, em que se otimiza a distância das rotas pré-definidas pela empresa alterando somente a ordem de visita dos clientes e a criação de novas rotas, que incide no Armazém de Mouquim e pretende encontrar solução para o facto de existirem rotas que excedem a capacidade dos veículos disponíveis.

4.4.1 Otimização das rotas atuais

Após a análise dos clientes e das rotas atuais, chegou-se à conclusão que existe, no global, uma boa distribuição dos clientes nas rotas, pelo que se começou por verificar se a distância percorrida poderia ser minimizada. Assumiu-se que a carga do veículo é suficiente para satisfazer todos os clientes envolvidos, sem ter de haver reabastecimento dos mesmos. Considerou-se ainda que todos os clientes são visitados, mesmo havendo clientes em que não é necessária a visita semanal, contudo, devido à elevada competitividade no mercado de vendas de garrafas de gás, em que existem alterações de preços e promoções, é importante a visita para garantir o cliente.

Os resultados dessa otimização apresentam-se nas Tabelas 4.3 e 4.4, para o Armazém de Selho e de Mouquim, respetivamente.

Pela análise da Tabela 4.3 é possível observar que as reduções de distância mais elevadas após a otimização são de rotas que foram criadas recentemente devido à aquisição de novos clientes, como por exemplo a RA segunda e sexta e a ZA2 terça. Quanto às outras reduções, poderão haver umas mais e outras menos significativas, contudo, numa semana, o total de redução é de 128,3 km, que corresponde a 6698 km/ano, considerando 52 semanas por ano.

No caso da Tabela 4.4, as maiores reduções de distância após a otimização são observadas nas rotas de maior distância atual. No total, numa semana, a redução é de 58,9 km, que corresponde a 3063 km/ano, considerando 52 semanas por ano.

Tabela 4.3 - Resultados da otimização das rotas atuais servidas pelo Armazém de Selho.

Rota	Distância (km)	Dist otimizada (km)	Redução (km)	% redução
RA segunda	44,1	29,5	14,6	33,1
RA terça	37,3	30,5	6,8	18,2
RA quarta	20,8	20,8	0	0,0
RA quinta	19,6	18,9	0,7	3,6
RA sexta	46,9	29,5	17,4	37,1
ZA1 segunda	26	21,2	4,8	18,5
ZA1 terça	54,7	43,7	11	20,1
ZA1 quarta	58,4	55,3	3,1	5,3
ZA1 quinta	38,7	29,4	9,3	24,0
ZA1 sexta	32,3	27,6	4,7	14,6
ZB segunda	47,1	41,2	5,9	12,5
ZB terça	42,8	36,1	6,7	15,7
ZB quarta	47,9	42	5,9	12,3
ZB quinta	54,1	46,2	7,9	14,6
ZB sexta	47,1	41,2	5,9	12,5
ZA2 terça	79,2	55,1	24,1	30,4
TOTAL:	697,0	568,6	128,3	18,5

Tabela 4.4 - Resultados da otimização das rotas atuais servidas pelo Armazém de Mouquim.

Rota	Distância (km)	Dist otimizada (km)	Redução (km)	% redução
ZC segunda	71,1	48,9	22,2	31,2
ZC terça	34,8	31,9	2,9	8,3
ZC quarta	65,2	54,4	10,8	16,6
ZC quinta	56,1	46,9	9,2	16,4
ZC sexta	65,8	52,8	13	19,8
ZD segunda	14,2	13,4	0,8	5,6
TOTAL:	307,2	248,3	58,9	19,2

Nas Figuras 4.9 a 4.14 é possível comparar as rotas originais com as obtidas após a otimização dos casos considerados mais relevantes. As outras comparações podem ser encontradas no Apêndice D. É de notar que a cada cliente corresponde uma letra do alfabeto, que indica a

ordem da visita, sendo A sempre a letra correspondente ao armazém. No caso da Figura 4.12, A' precede Z. Após a otimização efetuada, a diferença mais evidente é a linearidade do novo percurso, como se pode ver nas figuras abaixo. Estes novos percursos traduzem-se em rotas mais sequenciais, evitando deslocações desnecessárias.

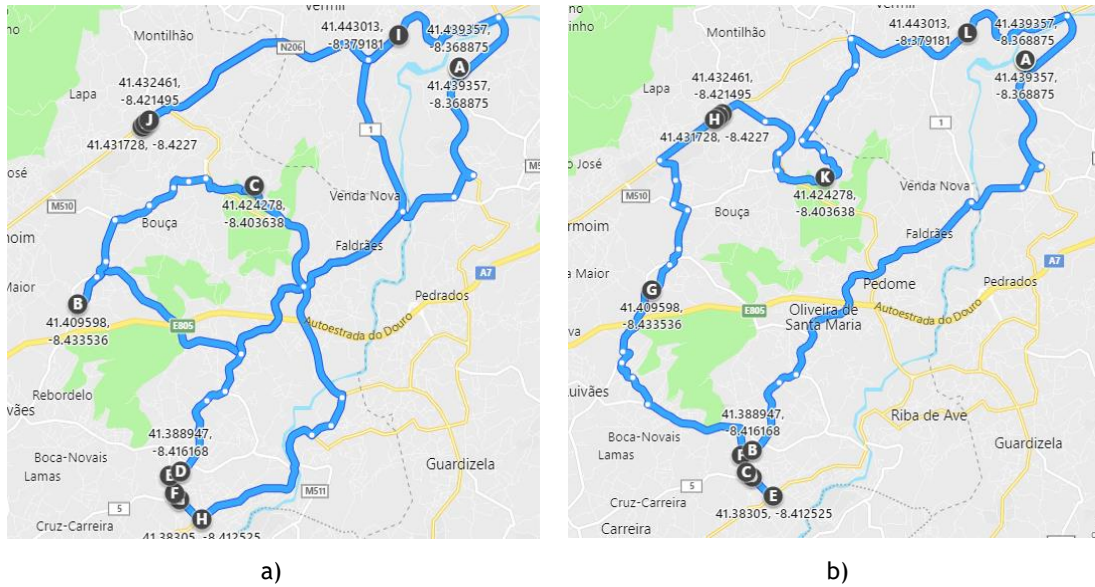


Figura 4.9 - a) Rota RA de segunda-feira atual e b) otimizada.

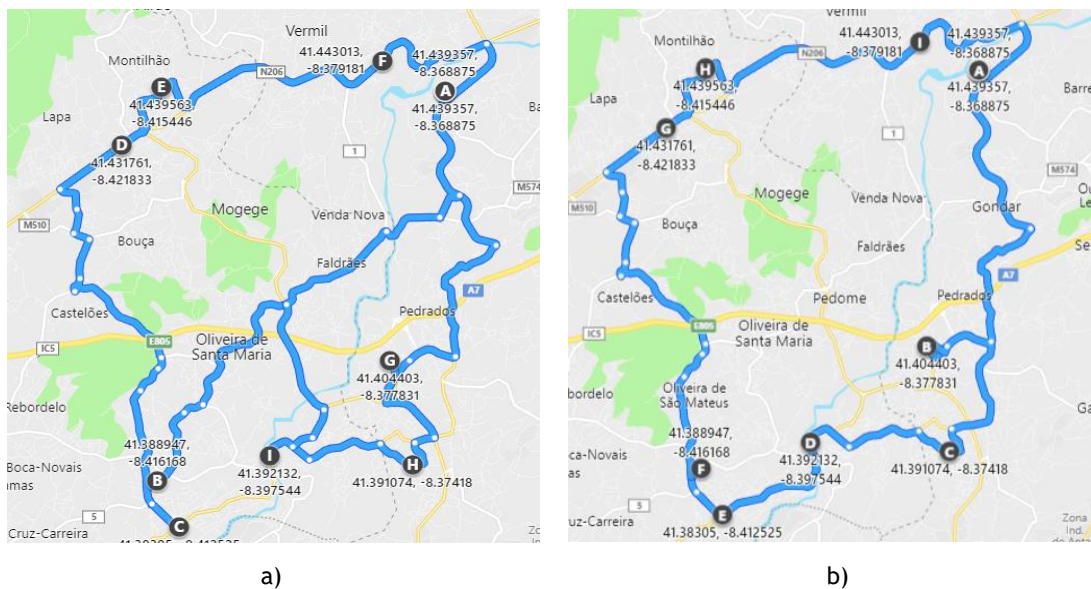


Figura 4.10 - a) Rota RA de sexta-feira atual e b) otimizada.

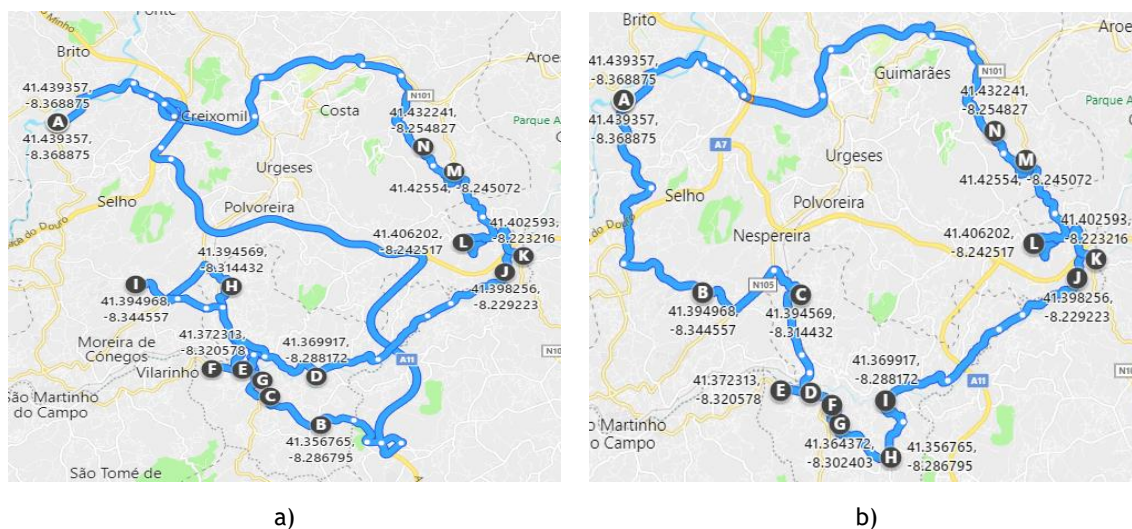


Figura 4.11 - a) Rota ZA2 de terça-feira atual e b) otimizada.

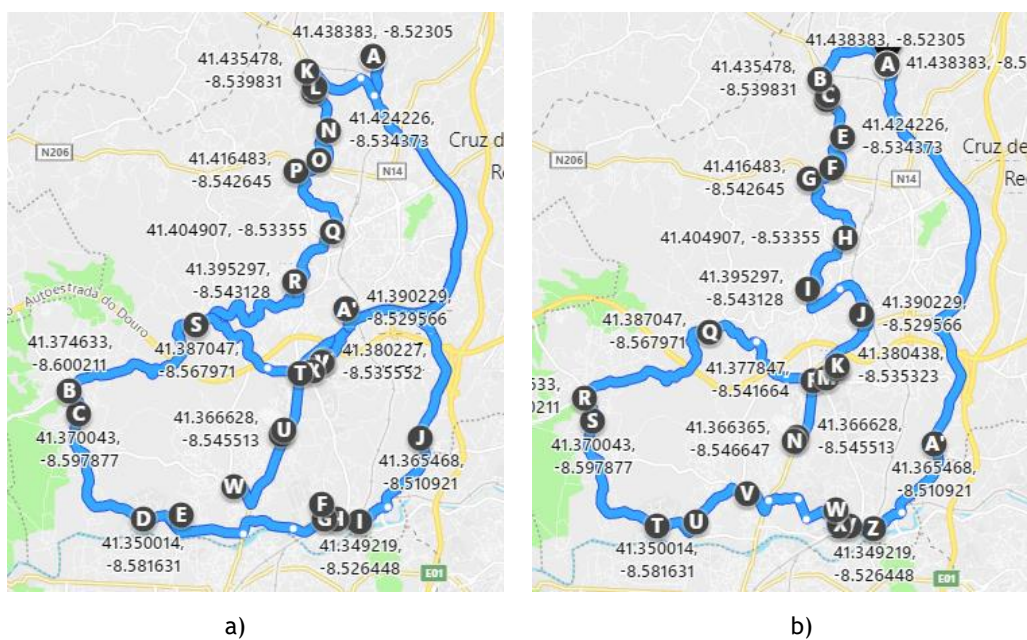


Figura 4.12 - a) Rota ZC de segunda-feira atual e b) otimizada.

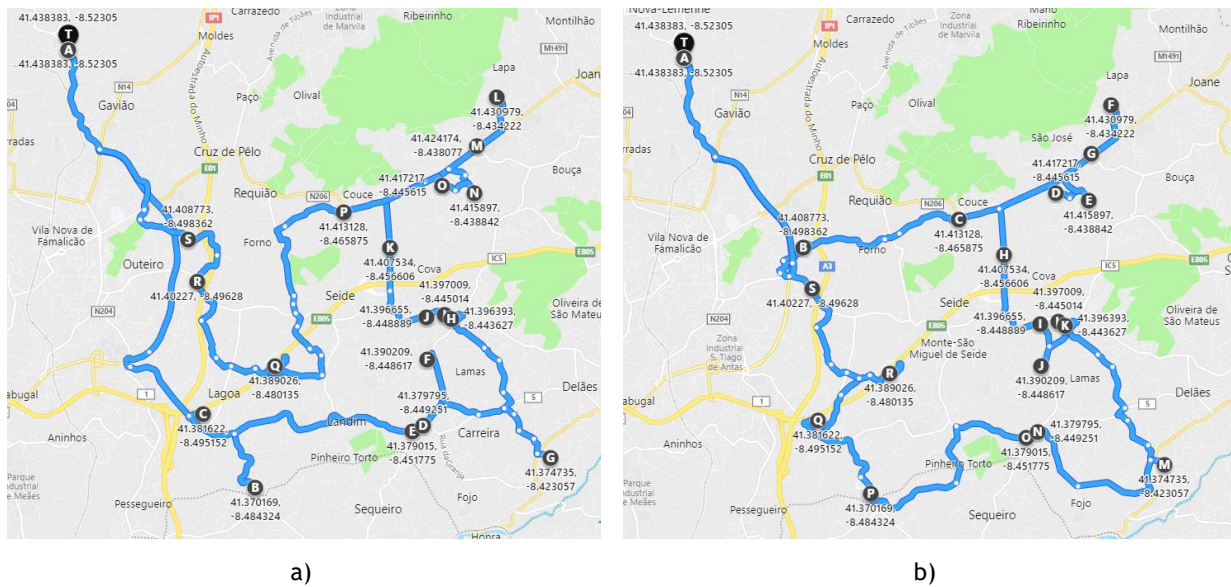


Figura 4.13 - a) Rota ZC de quinta-feira atual e b) otimizada.

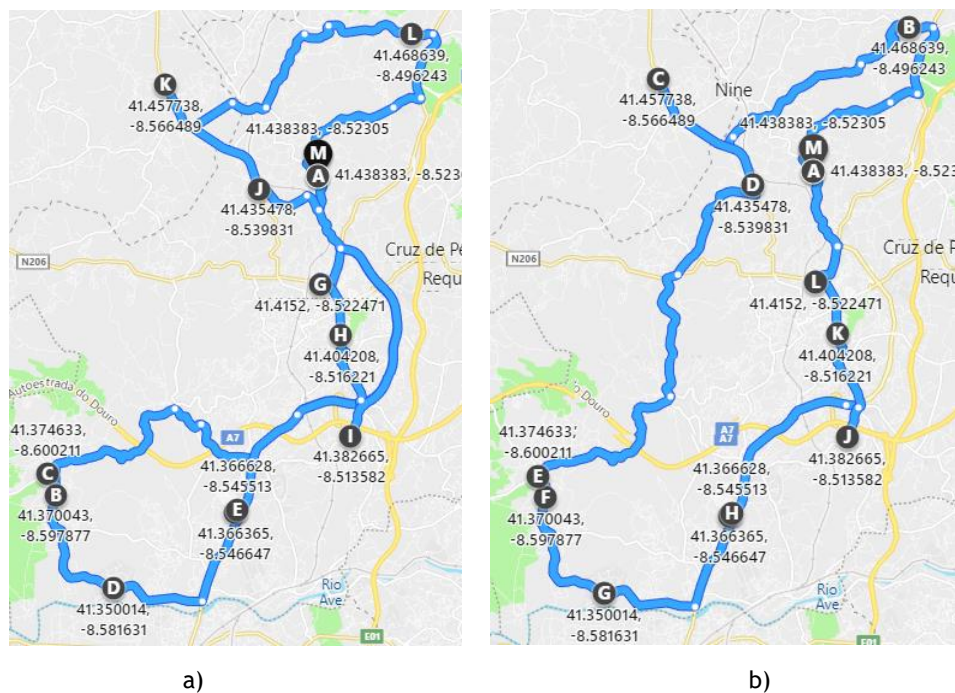


Figura 4.14 - a) Rota ZC de sexta-feira atual e b) otimizada.

4.4.2 Otimização de novas rotas

Uma vez que as rotas ZC, pertencentes ao armazém de Mouquim, são rotas que distribuem um elevado número de garrafas de gás, achou-se relevante a criação de novas rotas para servir esses mesmos clientes, de modo a evitar o reabastecimento dos veículos. Tendo em conta os veículos disponíveis no Armazém de Mouquim para a distribuição, como a sua capacidade

máxima e as quantidades a serem entregues a cada cliente, estimadas anteriormente, procedeu-se à criação de novas rotas, otimizando a distância a ser percorrida. Para isso foram garantidas as seguintes situações:

- As rotas iniciam e terminam no armazém;
- As capacidades dos veículos não são ultrapassadas;
- Todos os clientes são atendidos e cada um é atendido exclusivamente por um veículo.

Com o intuito de analisar possíveis melhorias das rotas relativamente a meses quentes e meses frios, procedeu-se a uma análise em separado.

As rotas ZC de terça e sexta-feira mantêm-se inalteradas, uma vez que as quantidades totais são suportadas por um veículo pesado, sendo desta forma possível servir os clientes numa só deslocação.

Em relação a segunda, quarta e quinta-feira obtiveram-se os resultados apresentados nas Tabelas 4.5, 4.6 e 4.7, respetivamente.

Tabela 4.5 - Resultados da criação de novas rotas ZC de segunda-feira.

	Meses Frios		Meses quentes		
	Designação do veículo	Distância	Designação do veículo	Distância	
	Veículo 1	Pesado	43,5 km	Pesado	43,5 km
	Veículo 2	Ligeiro	18,6 km	Ligeiro	18,6 km
		Total	62,1 km	Total	62,1 km

Para segunda-feira, as rotas obtidas para os meses frios e meses quentes foram iguais. Estas podem ser observadas na Figura 4.15.

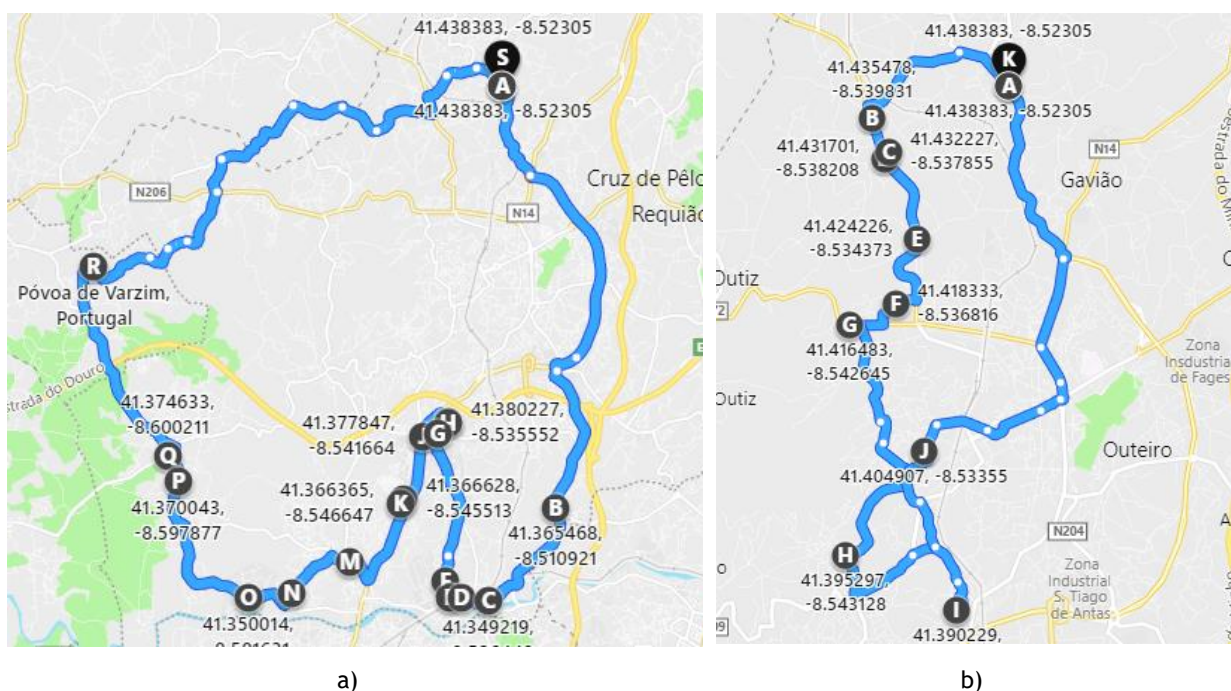
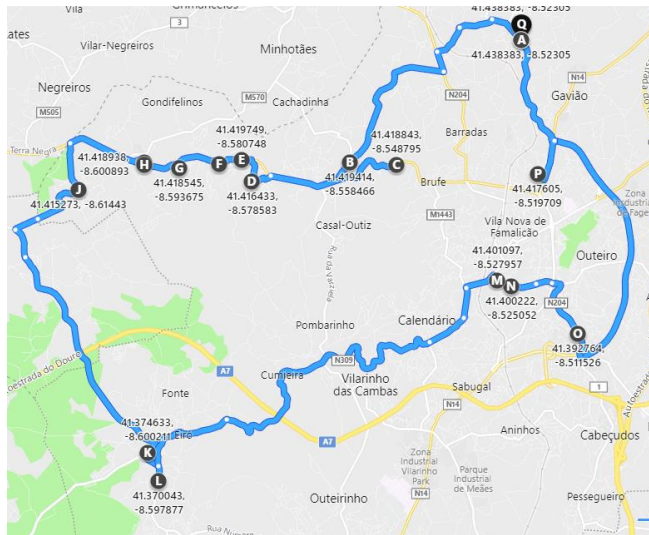


Figura 4.15 - Novas rotas ZC de segunda-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2.

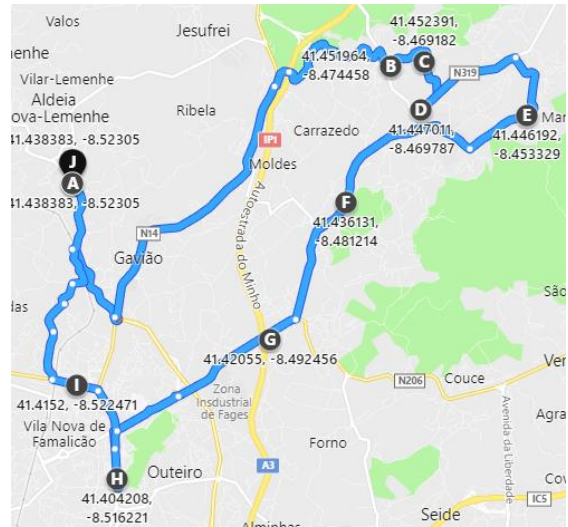
Tabela 4.6 - Resultados da criação de novas rotas ZC de quarta-feira.

	Meses Frios		Meses quentes	
	Designação do veículo	Distância	Designação do veículo	Distância
Veículo 1	Pesado	39,7 km	Pesado	39,2 km
Veículo 2	Ligeiro	23,6 km	Ligeiro	22,5 km
	Total	63,3 km	Total	61,7 km

No caso de quarta-feira, a principal diferença entre meses frios e quentes é a permuta de dois clientes entre veículos. As rotas para meses frios e meses quentes podem ser observadas nas Figuras 4.16 e 4.17, respetivamente. As rotas definidas para meses frios são viáveis para meses quentes, isto é, fazendo as mesmas rotas não são ultrapassadas as quantidades máximas dos veículos. Como a diferença das distâncias totais é 1,6 km pode não ser relevante haver a distinção dos meses.

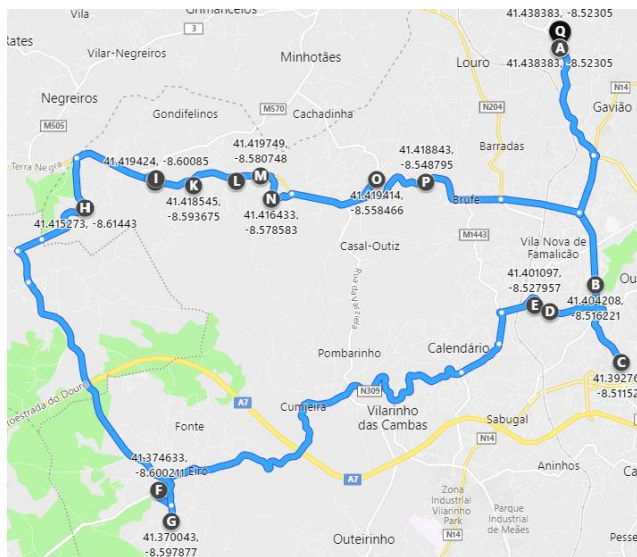


a)

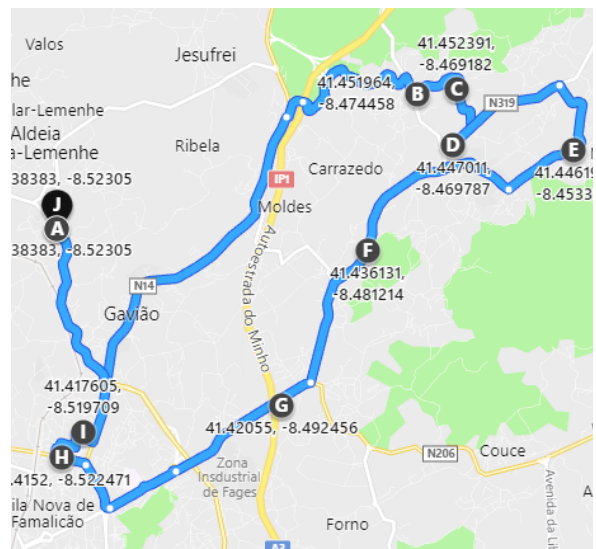


b)

Figura 4.16 - Novas rotas ZC de quarta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses frios.



a)



b)

Figura 4.17 - Novas rotas ZC de quarta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses quentes.

Tabela 4.7 - Resultados da criação de novas rotas ZC de quinta-feira.

	Meses Frios		Meses quentes	
	Designação do veículo	Distância	Designação do veículo	Distância
Veículo 1	Pesado	39,4 km	Pesado	41,0 km
Veículo 2	Pesado	23,7 km	Pesado	21,8 km
	Total	63,1 km	Total	62,8 km

Para o caso de quinta-feira, a principal diferença entre meses frios e meses quentes é a troca de um cliente do veículo 2 para o 1. As rotas para meses frios e meses quentes podem ser observadas nas Figuras 4.18 e 4.19, respetivamente. As rotas referentes aos meses frios não são viáveis para meses quentes, ou seja, fazendo as mesmas rotas é ultrapassada a quantidade máxima do veículo 2. Contudo, ao contrário disso já não acontece, sendo possível fazer as rotas dos meses quentes nos meses frios. Uma vez que a diferença da distância total é de 0,3 km, seria pertinente utilizar as rotas dos meses quentes todo o ano.

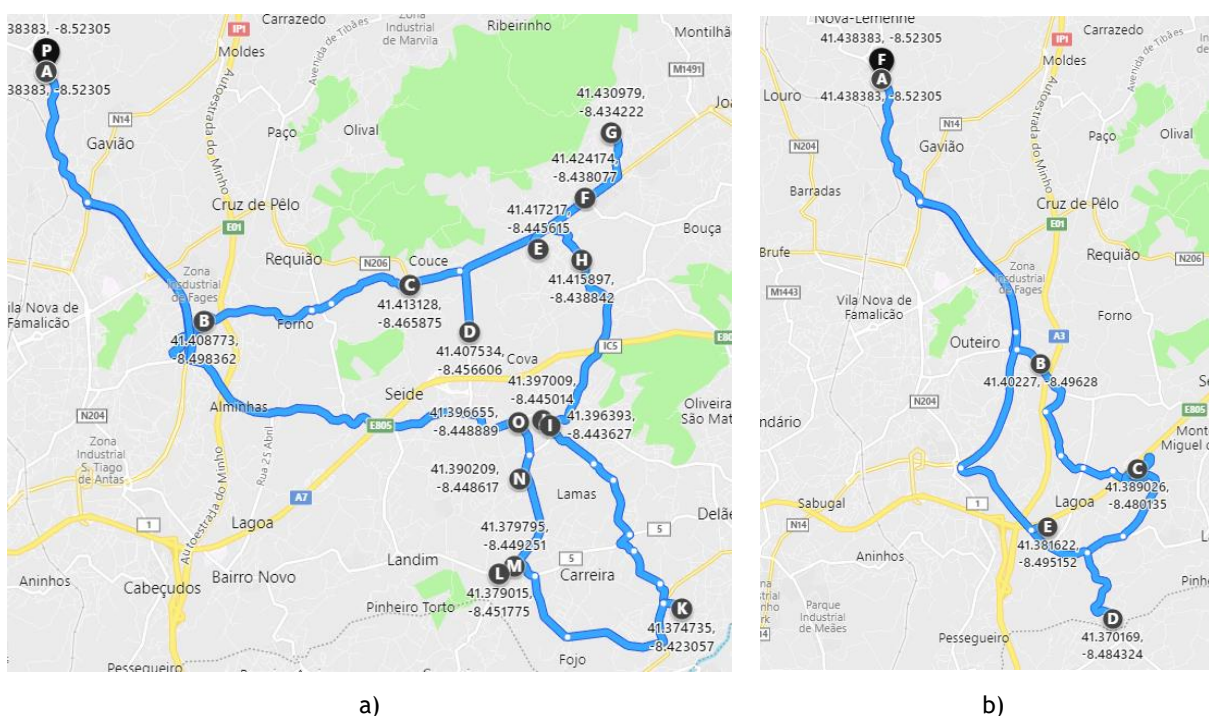


Figura 4.18 - Novas rotas ZC de quinta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses frios.

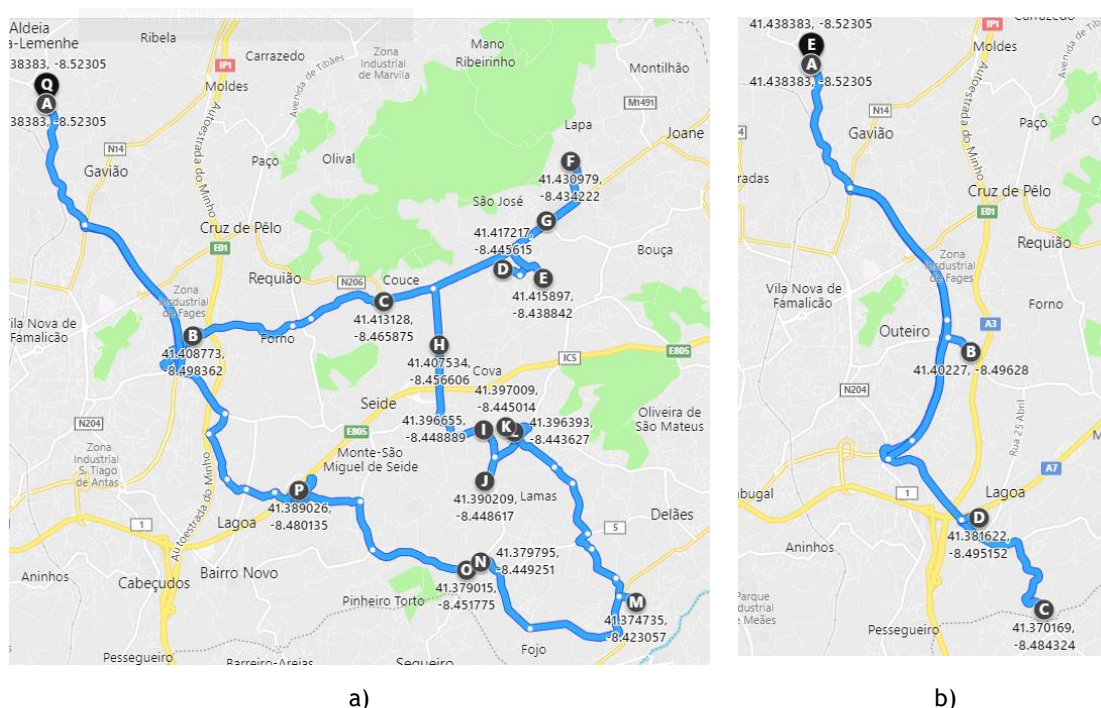


Figura 4.19 - Novas rotas ZC de quinta-feira a) do veículo 1 e b) do veículo 2, para meses quentes.

Relativamente às rotas atuais, não sabendo em que cliente o veículo tem de retomar ao armazém para recarregar, foram consideradas a pior e a melhor das situações, assumindo ida e volta do cliente mais longe e do mais perto do armazém, respetivamente. Desta forma foram estimadas as distâncias reais dessas rotas, com o objetivo de se poder analisar as respetivas reduções de distância com a criação das novas rotas. Para as novas rotas foram tidas em conta as rotas cujos resultados garantem as entregas tanto para meses frios como para meses quentes, isto é, não considerando rotas distintas para os dois casos.

Analisando as Tabelas 4.8 e 4.9, conclui-se que a criação de novas rotas para o Armazém de Mouquim para segunda, quarta e quinta-feira leva a uma redução de distância entre 24 e 96,2 km semanais, equivalente a 11,3 e 33,8 %, respetivamente. Anualmente representa uma redução de 1248 a 5002 km. Tendo em conta as outras rotas de Mouquim já otimizadas, conclui-se que para este armazém é possível uma redução anual entre 2116 e 5871 km.

Tabela 4.8 - Análise da otimização de rotas novas na pior das situações.

Rota	Distância (km)	Dist Novas Rotas (km)	Redução (km)	% redução
ZC segunda	102,9	62,1	40,8	39,7
ZC quarta	93,1	63,3	29,8	32,0
ZC quinta	88,4	62,8	25,6	29,0
TOTAL:	284,4	188,2	96,2	33,8

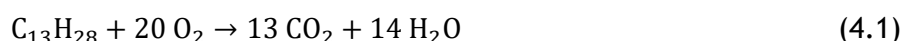
Tabela 4.9 - Análise da otimização de rotas novas na melhor das situações.

Rota	Distância (km)	Dist Novas Rotas (km)	Redução (km)	% redução
ZC segunda	75,1	62,1	13,0	17,3
ZC quarta	70,7	63,3	7,4	10,5
ZC quinta	66,4	62,8	3,6	5,4
TOTAL:	212,2	188,2	24,0	11,3

4.5 Análise ambiental e económica

Nesta secção analisam-se os impactes positivos que a otimização de rotas tem no meio ambiente. Para isso foram calculadas as reduções do consumo de combustível, em L, e as reduções das emissões de CO₂, em tCO₂/ano.

Para o cálculo das emissões de CO₂ é assumido que todo o carbono queimado no combustível é emitido em grande parte como dióxido de carbono. A Equação (4.1) traduz essa conversão.



Sabendo que a massa molar do diesel (C₁₃H₂₈) é 184 g/mol e a do CO₂ é 44 g/mol, e que por cada molécula de diesel são formadas 13 moléculas de CO₂, obtém-se 3,11 kg de CO₂ por kg de diesel consumido. Sendo a massa volúmica do diesel 0,84 kg/L é estimado que se emitam 2,61 kg de CO₂ por litro de combustível consumido [19].

Tendo em conta os consumos dos veículos presentes na Tabela 4.1, determina-se a quantidade de litros de combustível correspondentes à redução de quilómetros num ano. Para isso teve-se em conta se as rotas eram feitas por veículos pesados ou ligeiros, usando a média dos consumos em cada caso. Daí estima-se a redução das emissões de CO₂, assim como a poupança económica de combustível correspondentes a um ano.

Esses valores estão presentes na Tabela 4.10, para o caso em que só se considera a otimização das rotas atuais, e na Tabela 4.11, para o caso onde se considera a criação de novas rotas, que substituem aquelas incapazes de servir os clientes numa só viagem.

Verifica-se que, para o primeiro caso há uma redução nas emissões de 4,7 tCO₂/ano. Na segunda situação é possível ter uma redução de emissões entre 4,7 e 6,9 tCO₂/ano. Em relação às poupanças de combustível, estima-se que se poupe anualmente 2497 € e entre 2473 e 3658 € para o primeiro e segundo caso, respetivamente. Estas reduções traduzem-se numa percentagem total de cerca de 19 % e entre 18 e 27 %. Para o cálculo da poupança foi usada a média de preços de abril 2019 a abril 2020 (1,376 €/L) [39], que por ser uma estimativa, não foi considerado o desconto que a empresa usufrui por usar o cartão Galp frota.

Tabela 4.10 - Reduções anuais após a otimização das rotas atuais.

	Redução de distância (km)	Redução do consumo de combustível (L)	Poupança de combustível em €	Redução das emissões (tCO ₂)
Selho	6698	1116	1536 €	2,9
Mouquim	3063	699	961 €	1,8
Total	9760	1815	2497 €	4,7

Tabela 4.11 - Reduções anuais após a otimização das rotas atuais e de novas rotas.

	Redução de distância (km)	Redução do consumo de combustível (L)	Poupança de combustível em €	Redução das emissões (tCO ₂)
Selho	6698	1116	1536 €	2,9
Mouquim	2116 - 5871	682 - 1543	938 - 2122 €	1,8 - 4
Total	8814 - 12 568	1798 - 2659	2473 - 3658 €	4,7 - 6,9

5 Conclusões

A empresa Mouzinho é responsável pela distribuição de gás de garrafa, abrangendo uma grande área de distribuição. Dada a relevância que os problemas de otimização de rotas têm quer ao nível de custos a que estão associados, quer a nível ambiental, surge o presente trabalho com o objetivo de otimizar as rotas responsáveis pela distribuição de garrafas de gás da empresa, preservando a qualidade do serviço prestado.

Como forma de resolver o problema de otimização de rotas, foi implementado um modelo matemático na aplicação informática GAMS. Primeiramente foram otimizadas as rotas atuais, verificando se seria possível minimizar a distância percorrida alterando apenas a ordem de visita dos clientes. Daí resultou uma redução anual de 6698 e 3063 km para o Armazém de Selho e Mouquim, respetivamente.

Tendo-se verificado que existiam rotas pertencentes ao armazém de Mouquim que excedem a capacidade total dos veículos disponíveis para entrega, procedeu-se à criação de novas rotas. Então, para segunda, quarta e quinta-feira foram obtidas duas novas rotas por dia que permitem fazer as entregas sem que haja reabastecimentos inconvenientes dos veículos, isto é, as quantidades máximas dos veículos não são ultrapassadas. Para esta situação, foram criadas rotas distintas para meses frios e meses quentes, concluindo que, para este caso, não havia diferenças significativas nos resultados que justificassem essa distinção. Posto isto, foi tida em conta a rota que salvaguardava que a capacidade máxima do veículo não é ultrapassada, tanto para meses frios como para quentes. De forma a quantificar a melhoria obtida e não sabendo, nas rotas atuais, em que cliente exato o veículo tem de retomar ao armazém para recarregar, assumiu-se o melhor e o pior dos casos em que isso pode acontecer. Resultando um decréscimo anual de distância entre 2116 e 5871 km.

A otimização das rotas atuais permite à empresa reduzir anualmente o consumo de combustível em 1815 L, o que se traduz numa poupança de 2497 € por ano, e as emissões de CO₂ em 4,7 t. Para o caso onde se considera a criação de novas rotas é possível reduzir entre 1798 e 2659 L o consumo anual de combustível, sendo a poupança entre 2473 e 3658 €, e as emissões de CO₂ entre 4,7 e 6,9 t anuais.

Em suma, mostrou-se que a otimização de rotas tem um papel fundamental na logística dos transportes de mercadorias, permitindo alcançar a eficiência económica através da redução do consumo de combustível e consequentemente melhorar as questões ambientais.

6 Avaliação do trabalho realizado

6.1 Objetivos realizados

O objetivo deste trabalho consistiu em otimizar as rotas responsáveis pela entrega de garrafas de gás da empresa Mouzinho, levando em conta as considerações ambientais.

Foram apresentadas duas situações de otimização, em que em ambos os casos houve reduções quer de emissões quer económicas, mostrando deste modo a importância da otimização de rotas de transporte.

6.2 Limitações e trabalho futuro

Uma das limitações encontradas ao longo do trabalho foi a inviabilidade de se considerar os clientes de domicílio nas rotas ou até mesmo criar soluções individuais para entregas a esses clientes, uma vez que, a frequência da sua procura é baixa.

A recolha, o tratamento e a análise dos dados despendem algum tempo, o que impossibilitou a procura de novas soluções, assim como incluir nas formulações outro tipo de restrições, como por exemplo as janelas de tempo. O trabalho futuro passa por fazer análises mais intensivas da informação que permitam encontrar novas soluções. Contudo, inicialmente será oportuno pôr em prática as soluções conseguidas neste trabalho, como forma de avaliar o seu sucesso, fazendo ajustes sempre que necessário.

6.3 Apreciação final

Este trabalho implicou adquirir conhecimentos em novas áreas, mostrando que presença da Engenharia Química é inevitável. Apesar dos desafios encontrados ao longo do trabalho, os objetivos foram concretizados com sucesso.

7 Referências

- [1] “Mercadorias rodoviárias: um setor em crescimento mas competitivo e em mudança,” [Online]. Available: <https://www.logisticaetransporteshoje.com/transportes/mercadorias-rodoviaras-um-setor-crescimento-competitivo-mudanca/>. [Acedido em 28 maio 2020].
- [2] S. Solaymani, “CO₂ emissions patterns in 7 top carbon emitter economies: The case of transport sector,” *Energy*, vol. 168, n° 1, pp. 989-1001, 2019.
- [3] “Pichelaria Mouzinho,” 10 março 2020. [Online]. Available: <http://mouzinho.pt/index.php/pt/apresentacao.html>.
- [4] E. Toro, A. Escobar e M. Granada, “Literature Review On The Vehicle Routing Problem In The Green Transportation Context,” *Luna Azul*, n° 42, pp. 362-387, 2016.
- [5] J. C. Cruz, P. Arias, D. Guimarans, D. Riera e A. A. Juan, “Rich Vehicle Routing Problem: Survey,” *ACM Computing Surveys*, vol. 47, pp. 1-28, 2014.
- [6] G. Dantzig, D. Fulkerson e S. Johnson, “Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem,” *Journal of the Operations Research Society of America*, vol. 2, n° 4, pp. 393-410, 1954.
- [7] P. Toth e D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem*, SIAM, 2002.
- [8] G. Laporte, “What You Should Know about the Vehicle Routing Problem,” *Naval Research Logistics*, vol. 54, pp. 811-819, 2007.
- [9] S. N. Parragh, K. F. Doerner e R. F. Hartl, “A survey on pickup and delivery problems,” *Journal Für Betriebswirtschaftslehre*, vol. 58, n° 1, pp. 21-51, 2008.
- [10] B. Golden, S. Raghavan e E. Wasil, *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, vol. 43, Springer, 2008.
- [11] I.-M. Chao, B. Golden e E. Wasil, “A Computational Study Of A New Heuristic For The Site-Dependent Vehicle Routing Problem,” *INFOR: Information Systems and Operational Research*, vol. 37, n° 3, pp. 319-336, 1999.
- [12] R. Bent e P. Van Hentenryck, “A Two-Stage Hybrid Local Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows,” *Transportation Science*, vol. 38, n° 4, pp. 515-530, 2004.

- [13] É. D. Taillard, G. Laporte e M. Gendreau, "Vehicle Routeing with Multiple Use of Vehicles," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 47, nº 8, pp. 1065-1070, 1996.
- [14] C. Archetti, A. Hertz e M. G. Speranza, "A Tabu Search Algorithm for the Split Delivery Vehicle Routing Problem," *Transportation Science*, vol. 40, nº 1, pp. 64-73, 2006.
- [15] J.-F. Cordeau, M. Gendreau e G. Laporte, "A Tabu Search Heuristic for Periodic and Multi-Depot Vehicle Routing Problem," *Networks*, vol. 30, nº 2, pp. 105-119, 1997.
- [16] F. Li, B. Golden e E. Wasil, "A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 34, nº 9, pp. 2734-2742, 2007.
- [17] E. Choi e D.-W. Tcha, "A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 34, nº 7, pp. 2080-2095, 2007.
- [18] J.-F. Cordeau, G. Laporte, M. W. Savelsbergh e D. Vigo, "Vehicle Routing," em *Handbooks in Operations Research and Management Science: Transportation*, vol. 14, Elsevier, 2007, pp. 367-428.
- [19] S. Ubeda, F. J. Arcelus e J. Faulin, "Green logistics at Eroski: A case study," *International Journal of Production Economics*, vol. 131, nº 1, pp. 44-51, 2011.
- [20] T. Bektaş e G. Laporte, "The Pollution-Routing Problem," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 45, nº 8, pp. 1232-1250, 2011.
- [21] A. A. Juan, J. Goentzel e T. Bektaş, "Routing fleets with multiple driving ranges: Is it possible to use greener fleet configurations?," *Applied Soft Computing*, vol. 21, pp. 84-94, 2014.
- [22] K. Shin e S. Han, "A Centroid-Based Heuristic Algorithm For The Capacitated Vehicle Routing Problem," *Computing and Informatics*, vol. 30, pp. 721-732, 2011.
- [23] L. Priyanka, L. Ganapathy e N. Sambandam, "Heuristic Methods for Capacitated Vehicle Routing Problem," Mumbai: National Institute of Industrial Engineering.
- [24] G. Laporte e Y. Nobert, "Exact Algorithms For The Vehicle Routing Problem," *Annals of Discrete Mathematics* 31, pp. 147-184, 1987.
- [25] J. J. van Hoorn, "Dynamic Programming For Routing And Scheduling: Optimizing Sequence Of Decisions," Amesterdão: Vrije Universiteit, 2016.

- [26] T. L. Magnanti, “Combinatorial Optimization and Vehicle Fleet Planning: Perspectives and Prospects,” *Networks*, vol. 11, pp. 172-213, 1981.
- [27] J.-F. Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin e F. Semet, “A guide to vehicle routing heuristics,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, nº 5, pp. 512-522, 2002.
- [28] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt e M. P. Vecchi, “Optimization by Simulated Annealing,” *Science*, vol. 220, nº 4598, 1983.
- [29] F. Glover, “Future Paths For Integer Programming And Links To Artificial Intelligence,” *Computers & Operations Research*, vol. 13, nº 5, pp. 533-549, 1986.
- [30] C. Prins, “A simple and effective evolutionary algorithm for the,” *Computers & Operations Research*, vol. 31, pp. 1985-2002, 2004.
- [31] Y. Rochat e É. D. Taillard, “Probabilistic Diversification And Intensification In Local Search For Vehicle Routing,” *Journal of heuristics*, vol. 1, pp. 147-167, 1995.
- [32] U. Pferschy e R. Staněk, “Generating subtour elimination constraints for the TSP from pure integer solutions,” *Central European Journal of Operations Research*, vol. 25, pp. 231-260, 2017.
- [33] “IBM ILOG CPLEX Optimization Studio CPLEX User’s Manual, versão 12, edição 7,” 2017. [Online]. Available: https://perso.ensta-paris.fr/~diam/ro/online/cplex/cplex1271_pdfs/usrcplex.pdf. [Acedido em 11 junho 2020].
- [34] “GAMS - CPLEX 12,” [Online]. Available: https://www.gams.com/latest/docs/S_CPLEX.html. [Acedido em 11 junho 2020].
- [35] “GAMS Model Library - tsp4,” [Online]. Available: https://www.gams.com/latest/gamslib_ml/libhtml/gamslib_tsp4.html. [Acedido em 4 maio 2020].
- [36] “NEOS server - Cplex,” [Online]. Available: <https://neos-server.org/neos/solvers/lp:CPLEX/GAMS.html>. [Acedido em 25 maio 2020].
- [37] “Galp,” [Online]. Available: <https://galp.com/pt/pt/empresas/gas-garrafa>. [Acedido em 4 maio 2020].
- [38] “Galp,” [Online]. Available: <https://casa.galp.pt/ajuda/energias/gas-garrafa/adquirir/garrafas-comercializadas-pela-galp>. [Acedido em 4 maio 2020].

- [39] “DGEG - Direção-Geral de Energia e Geologia,” [Online]. Available: <http://www.dgeg.gov.pt/>. [Acedido em 6 junho 2020].
- [40] “GAMS,” [Online]. Available: <https://www.gams.com/>. [Acedido em 4 maio 2020].
- [41] “RALENTI: UM INIMIGO A ELIMINAR,” [Online]. Available: <https://www.inosat.pt/news-posts/ralenti-um-inimigo-a-eliminar/>. [Acedido em 27 abril 2020].
- [42] “Mais Gasolina,” [Online]. Available: <https://www.maisgasolina.com/>. [Acedido em 27 abril 2020].
- [43] “GAMS download,” [Online]. Available: <https://www.gams.com/download/>. [Acedido em 19 abril 2020].

Apêndice A - Códigos desenvolvidos no GAMS

Neste apêndice são apresentados os códigos desenvolvidos no GAMS, utilizados para resolução do problema de otimização de rotas. No código da 1ª parte serve como exemplo a rota ZC de segunda-feira e no da 2ª parte também, só que neste caso foram criados Super Clientes com o objetivo de simplificar a resolução do problema.

- **Código da 1ª parte**

```
set ii linhas /i1*i27/
```

```
    i(ii) subset das linhas;
```

```
Alias(ii,jj),(i,j,k);
```

```
parameter c(ii,jj);
```

```
$call GDXXRW ZCsegunda.xlsx trace 3 par=c rng=DADOS!a1 rdim=1 cdim=1
```

```
$GDXXIN ZCsegunda.gdx
```

```
$LOAD c
```

```
$GDXXIN
```

```
display c;
```

```
Variables x(ii,jj) variável de decisão
```

```
    z      'distância total em km';
```

```
Binary Variable x;
```

```
Equation
```

```
    objective      'função objetivo que minimiza a distância'
```

```
    rowsum(ii)     'sair de um local só uma vez'
```

```
    colsum(jj)     'chegar a um local só uma vez';
```

```
objective..      z =e= sum((i,j), c(i,j)*x(i,j))/1000;
```

```
rowsum(i)..      sum(j, x(i,j)) =e= 1;
```

```
colsum(j)..      sum(i, x(i,j)) =e= 1;
```

```
x.fx(ii,ii)=0;
```

```
Set i(ii) /i1*i27/;
```

```
option optCr=0;
```

```
Model assign /objective, rowsum, colsum/;
```

```
solve assign using mip minimizing z;
```

```
* encontrar e mostrar as rotas
```

```
Set t 'tours' / t1*t27 /;
```

```
abort$(card(t) < card(i)) "Set t is possibly too small";
```

```
Set
```

```
tour(i,j,t) 'subrotas'
```

```
visited(i) 'sinalizar se um local já foi visitado';
```

```
Singleton Set
```

```
from(i) 'contém sempre um elemento: do local'
```

```
next(j) 'contém sempre um elemento: para o local'
```

```
tt(t) 'contém sempre um elemento: a rota atual';
```

```
Alias (i,ix);
```

```
* inicializar
```

```
from(i)$(ord(i) = 1) = yes;
```

```
tt(t)$(ord(t) = 1) = yes;
```

```
* eliminação da subrota adicionando cortes
```

```
Set cc / c1*c1000 /;
```

```
Alias(cc,ccc);
```

```
Set
```

```
curcut(cc) 'corte atual sempre um elemento'
```

```
allcuts(cc) 'cortes totais';
```

Parameter

```
cutcoeff(cc, i, j)
rhs(cc)
nosubtours 'número de subrotas';
```

Equation cut(cc) 'corte dinâmico';

```
cut(allcuts).. sum((i,j), cutcoeff(allcuts,i,j)*x(i,j)) =l= rhs(allcuts);
```

Model tspscut / objective, rowsum, colsum, cut /;

```
curcut(cc)$ (ord(cc) = 1) = yes;
```

Scalar ok;

```
loop(ccc,
* inicializar
  from(i)$ (ord(i) = 1) = yes;
  tt(t)$ ( ord(t) = 1) = yes;
  tour(i,j,t) = no;
  visited(i) = no;
  loop(i,
    next(j)$ (x.l(from,j) > 0.5) = yes;
    tour(from,next,tt) = yes;
    visited(from) = yes;
    from(j) = next(j);
    if(sum(visited(next),1) > 0,
      tt(t) = tt(t-1);
      loop(ix$ (not visited(ix)),
        from(ix) = yes;
      );
    );
  );
display tour;
```

```

nosubtours = sum(t, max(0,smax(tour(i,j,t),1)));
display nosubtours;

break$(nosubtours = 1);

loop(t$(ord(t) <= nosubtours),
    rhs(curcut) = -1;
    loop(tour(i,j,t),
        cutcoeff(curcut, i, j)$(x.l(i,j) > 0.5) = 1;
        rhs(curcut) = rhs(curcut) + 1;
    );
    allcuts(curcut) = yes;
    curcut(cc) = curcut(cc-1);
);
solve tspcut using mip minimizing z;
tspcut.solPrint = %solPrint.quiet%;
tspcut.limRow = 0;
tspcut.limCol = 0;
);

display x.l;
abort$(nosubtours <> 1) "são necessários muitos cortes";

display z.l;

```

- Código da 2ª parte

Sets

i i_0 corresponde ao armazém - i_1 a i_{15} aos clientes $/i_0 \cdot i_{15}/$

v veículos disponíveis $/v_1 \cdot v_2/$;

Alias(i, j);

Alias(i, h);

Alias(i, w);

Alias(i, k);

Parameter

maqr(i) quantidades a entregar a cada cliente

$/i_1$ 17.8

i_2 3.8

i_3 18.3

i_4 2.8

i_5 17.3

i_6 2.7

i_7 3.9

i_8 3.7

i_9 6.4

i_{10} 2.8

i_{11} 2.7

i12 14.6

i13 29.7

i14 12.2

i15 3.4 /

capv(v) capacidade máxima dos veículos

/ v1 106

v2 60 /;

Table d_viagem(i,j)

	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13	i14	i15
i0	0	13497	15890	12426	9861	3395	4477	5147	5351	7181	9455	9858	11664	13490	9858	8911
i1	13487	0	4225	9598	12160	11970	10820	10176	9398	7906	4043	7194	7987	5470	7527	9423
i2	15917	4246	0	5373	7935	13609	13033	13256	10026	8535	7831	6128	4881	2577	6461	8305
i3	12264	9653	5406	0	2562	11902	11326	11549	8319	6828	7447	4420	5037	3759	4519	6598
i4	9699	13527	7969	2562	0	8631	8055	8278	7413	7073	9485	6458	8264	6321	6459	5511
i5	3383	11927	13525	11242	8678	0	1082	1753	3357	4624	7885	7493	9299	11125	7494	5759
i6	4465	10819	12949	10666	8102	1082	0	645	2399	3666	6777	6917	8723	10549	6918	5183
i7	5178	10174	11579	10853	8289	1794	645	0	1992	3259	6132	5666	7354	9180	5696	3962
i8	5411	9413	9991	8076	7296	3342	2380	1972	0	1670	5371	4077	5765	7591	4108	2374
i9	7472	7460	8483	6568	6922	5042	4080	3673	1700	0	3417	2569	4257	6083	2903	2585
i10	9444	4042	7858	7149	9301	7927	6777	6132	5354	3863	0	3150	4838	4562	3484	5380

i11	10294	7069	6418	4503	6656	7986	7410	5871	3898	2407	3027	0	2193	4019	838	2682
i12	11891	8041	4934	5093	8253	9584	9008	9231	6001	4509	5129	2102	0	2534	2435	4279
i13	13554	5507	2594	3735	6297	11246	10670	10893	7663	6172	4543	3765	2518	0	4098	5942
i14	9968	7462	6425	4230	6329	7660	7084	7307	4257	2659	3419	393	2199	4025	0	2356
i15	9001	9240	8206	6291	5363	5745	5169	5392	2102	2403	5197	2174	3980	5806	2175	0;

Variables

$x(i,j,v)$ assume o valor 1 se o arco entre os pontos i e j existe e é efetuado pelo veículo v e o valor 0 caso contrário

$vf(v)$ assume o valor 1 se o veículo v efetuar uma rota e 0 caso contrário

z distância total da distribuição

$distotal(v)$ distância total percorrida pelo veículo v

Binary Variables x , vf ;

Positive Variables $distotal$;

Equations

Obj minimizar a distância total da distribuição

Eq1(j,v) cada rota começa no armazém

Eq2(j,v) cada rota termina no armazém

Eq3(j) só se chega a cada cliente exatamente uma vez (uma rota)

Eq4(j) só se parte de cada cliente exatamente uma vez (uma rota)

Eq5(v,i) assegura o movimento dos veículos

Eq6(v) assegura que a capacidade de cada veículo não é ultrapassada

Eq7(j,i,v) define se um veículo é necessário para a distribuição

Eq8(j,i,v) torna impossível arcos circulares em torno do mesmo ponto

Eq9(j,i,v) não permite rotas com dois pontos sem o armazém

Eq10(j,i,h,v) não permite rotas com três pontos sem o armazém

Eq11(j,i,h,w,v) não permite rotas com quatro pontos sem o armazém

Eq12(j,i,h,w,k,v) não permite rotas com cinco pontos sem o armazém

Eq13(v) calcula a distância total percorrida;

Obj .. z =e= Sum((v,i,j),x(i,j,v)*d_viagem(i,j));

Eq1(j,v)\$ (ord(j) eq 1) .. Sum((i)\$ (ord(i) gt 1), x(j,i,v)) =e= vf(v);

Eq2(j,v)\$ (ord(j) eq 1) .. Sum((i)\$ (ord(i) gt 1), x(i,j,v)) =e= vf(v);

Eq3(j)\$ (ord(j) gt 1) .. sum((i,v)\$ (ord(i) <> ord(j)), x(i,j,v)) =E= 1;

Eq4(j)\$ (ord(j) gt 1) .. sum((i,v)\$ (ord(i) <> ord(j)), x(j,i,v)) =E= 1;

Eq5(v,i) .. Sum(j, x(j,i,v)) =e= Sum(j, x(i,j,v));

Eq6(v) .. Sum((i,j)\$ (ord(i)>1 and ord(i)<>ord(j)), maqr(i)* x(i,j,v)) =l= capv(v);

Eq7(j,i,v) .. x(j,i,v) =l= vf(v);

Eq8(i,j,v)\$ (ord(i)=ord(j)) .. x(i,j,v) =e= 0;

Eq9(j,i,v)\$ (ord(j)<>ord(i)) .. x(j,i,v) + x(i,j,v) =l= 1;

Eq10(j,i,h,v)\$ (ord(i)<>1 and ord(h)<>1 and ord(j)<>ord(i) and ord(i)<>ord(h) and ord(h)<>ord(j)) .. x(j,i,v) + x(i,h,v) + x(h,j,v) =l= 2;

Eq11(j,i,h,w,v)\$ (ord(i)<>1 and ord(h)<>1 and ord(w)<>1 and ord(j)<>ord(i) and ord(i)<>ord(h) and ord(h)<>ord(w) and ord(w)<>ord(j)) .. x(j,i,v) + x(i,h,v) + x(h,w,v) + x(w,j,v) =l= 3;

Eq12(j,i,h,w,k,v)\$ (ord(i)<>1 and ord(h)<>1 and ord(w)<>1 and ord(k)<>1 and ord(j)<>ord(i) and ord(i)<>ord(h) and ord(h)<>ord(w) and ord(w)<>ord(k) and ord(k)<>ord(j)) .. x(j,i,v) + x(i,h,v) + x(h,w,v) + x(w,k,v) + x(k,j,v) =l= 4;

Eq13(v) .. distotal(v) =e= Sum((i,j), x(i,j,v)*d_viagem(i,j));

Model Otimizacao /all/;

Otimizacao.optcr=0;

Otimizacao.optfile=1;

Solve Otimizacao using mip minimizing z;

Display x.l, distotal.l;

Apêndice B - Análise da venda de garrafas *versus* a temperatura

Este apêndice diz respeito ao capítulo 4.2. Aqui é apresentada a influência da temperatura na venda de garrafas de gás para cada tipologia, utilizando os dados referentes ao ano de 2019. As colunas referem-se ao número de garrafas vendidas e a linha a vermelho representa a temperatura média em cada mês nesse ano.

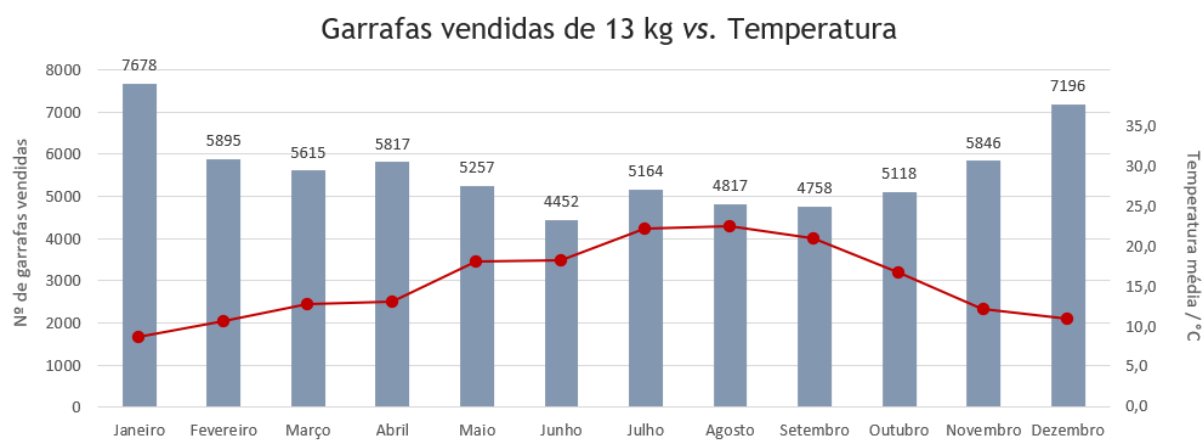


Figura B.1 - Análise da venda de garrafas de butano 13 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

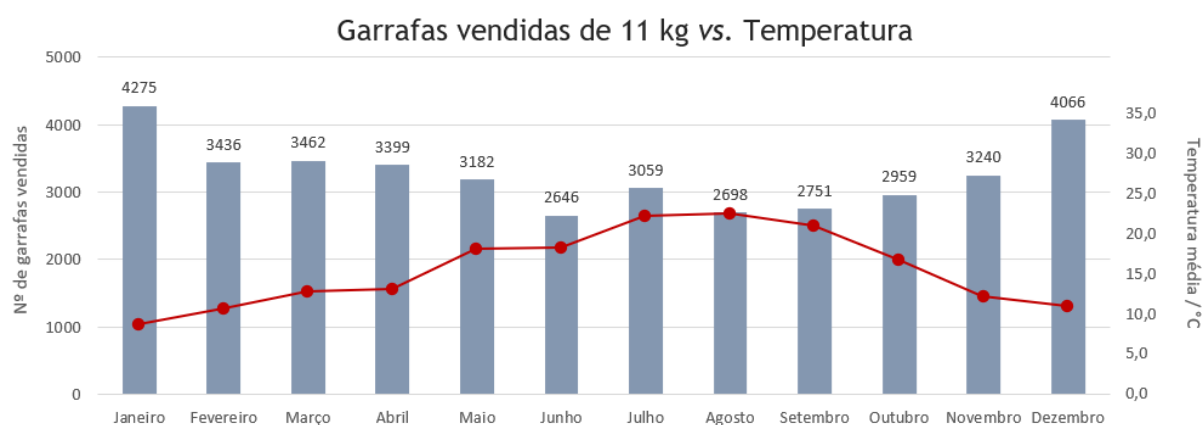


Figura B.2 - Análise da venda de garrafas de propano 11 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

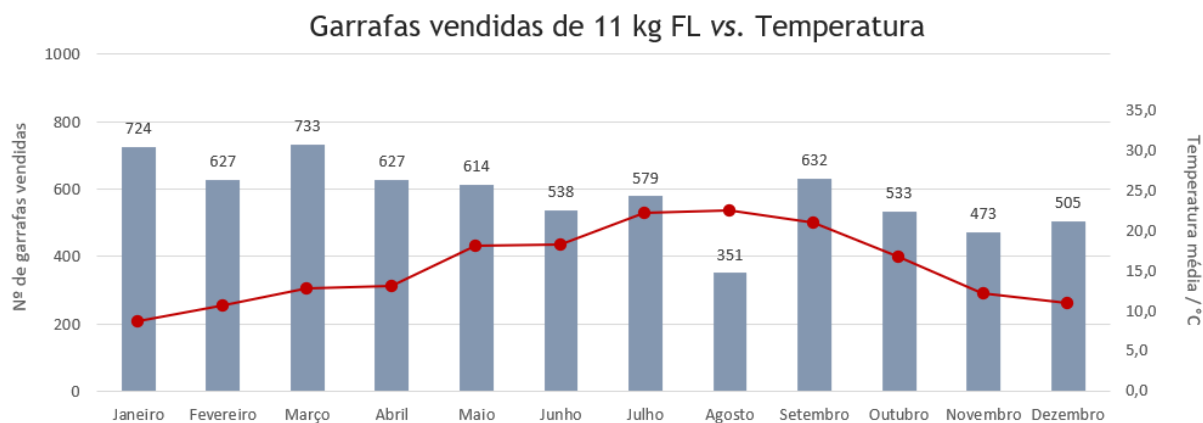


Figura B.3 - Análise da venda de garrafas de propano 11 kg FL em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

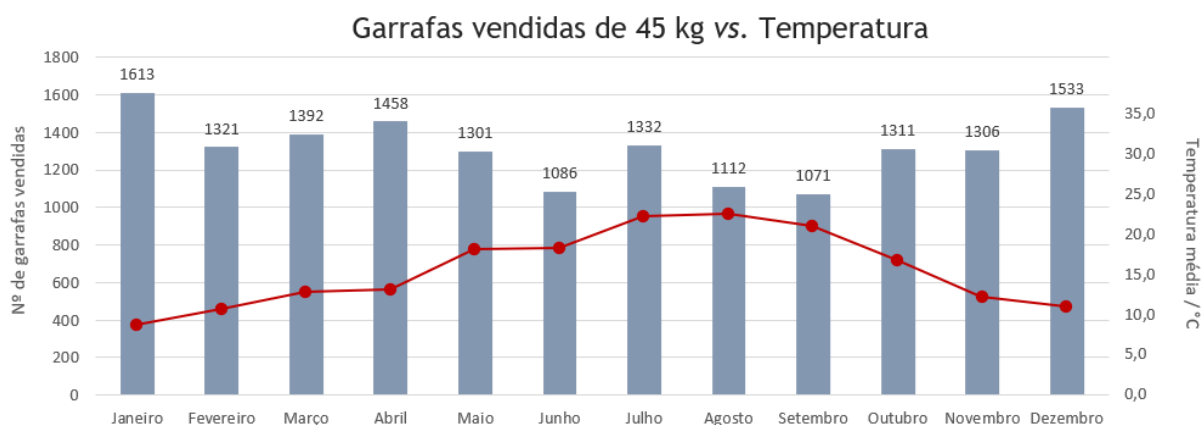


Figura B.4 - Análise da venda de garrafas de propano 45 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

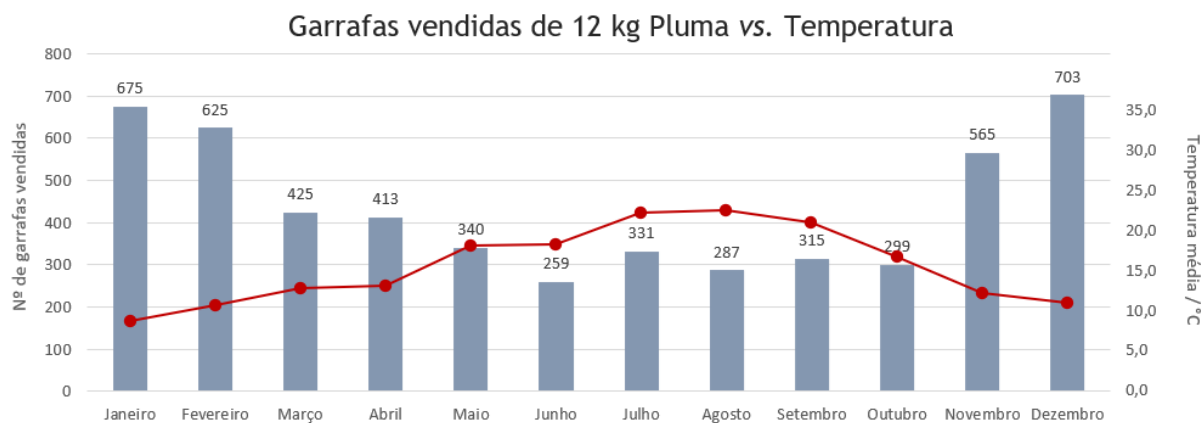


Figura B.5 - Análise da venda de garrafas de butano 12 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

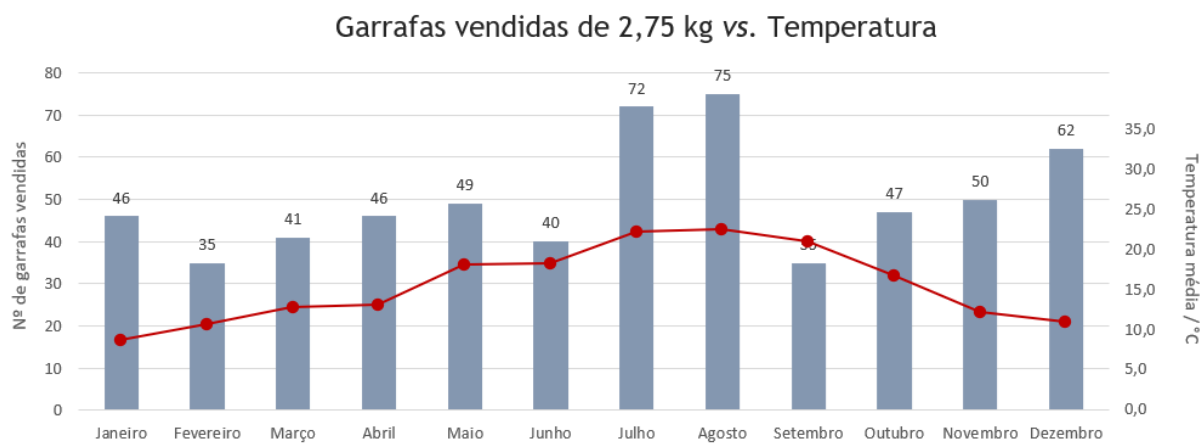


Figura B.6 - Análise da venda de garrafas mini-gás de 2,75 kg em relação à temperatura do mês (dados de 2019).

Apêndice C - Tabelas das quantidades estimadas das rotas

Este apêndice enquadra-se no Capítulo 4.2. Aqui são apresentadas as quantidades de garrafas estimadas para cada rota, comparando meses frios e meses quentes. Os resultados são apresentados por tipologia de garrafa e no final da tabela o total correspondente, evidenciado a respetiva diferença entre as duas categorias de meses.

Tabela C.1 - Quantidades estimadas de cada rota (parte 1).

Rotas		nº clientes	Distância (km)	13 kg		11 kg		11 kg FL		45 kg		12 kg Pluma		Total		diferença
				Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	
Guimarães																
ZA1	Seg	9	26	35	30	9	10	1	1	3	3	6	2	54	46	8
	Ter	8	54,7	25	23	16	14	1	1	9	8	1	1	52	47	5
	Qua	13	58,4	39	29	21	22	1	1	8	9	1	1	70	62	8
	Qui	7	38,7	33	30	14	12	1	1	1	1	2	1	51	45	6
	Sex	8	32,3	25	19	11	10	0	0	8	8	0	0	44	37	7
ZB	Seg	15	47,1	43	30	13	10	14	11	2	1	9	4	81	56	25
	Ter	15	42,8	59	55	14	13	10	8	1	1	7	5	91	82	9
	Qua	16	47,9	46	34	14	11	14	11	2	1	9	5	85	62	23
	Qui	13	54,1	37	30	8	6	10	8	3	2	6	5	64	51	13
	Sex	15	47,1	43	30	13	10	14	11	2	1	9	4	81	56	25
ZA	Seg	2	32,3	38	31	8	7	0	0	4	4	2	2	52	44	8
	Ter	2	22,5	50	49	39	34	3	4	19	18	1	1	112	106	6
	Qua	2	36,4	30	32	19	22	5	6	9	9	5	5	68	74	-6
	Qui	2	37,7	38	37	28	25	3	4	10	9	1	1	80	76	4
	Sex	2	32,3	38	31	8	7	0	0	4	4	2	2	52	44	8
ZA2	Ter	13	79,2	37	36	17	14	4	4	4	5	4	2	66	61	5

Tabela C.2 - Quantidades estimadas de cada rota (parte 2).

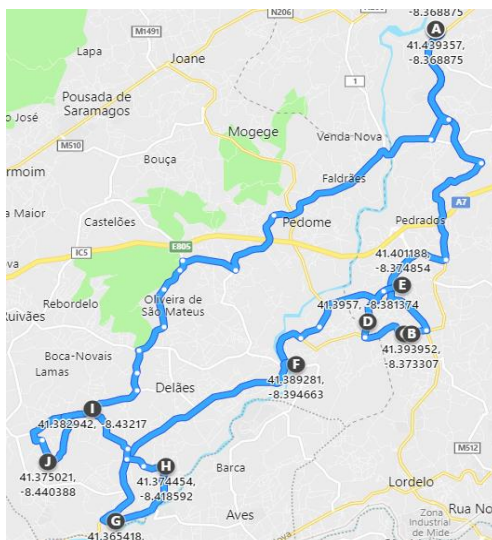
Rotas		nº clientes	Distância (km)	13 kg		11 kg		11 kg FL		45 kg		12 kg Pluma		Total		diferença
				Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	Meses frios	Meses quentes	
Famalicão																
ZC	Seg	26	71,1	60	55	64	56	3	2	13	10	3	2	143	125	18
	Ter	17	34,8	43	38	39	35	4	4	7	6	1	1	94	84	10
	Qua	23	65,2	64	57	57	57	2	2	10	9	4	3	137	128	9
	Qui	18	56,1	78	76	84	88	2	2	22	20	7	5	193	191	2
	Sex	11	65,8	31	24	34	28	1	2	8	7	5	2	79	63	16
ZD	Seg	5	14,2	20	15	14	11	0	0	1	1	3	1	38	28	10
Riba d'Ave																
RA	Seg	11	44,1	36	30	16	13	0	0	2	2	2	1	56	46	10
	Ter	9	37,3	26	22	14	11	7	6	6	3	1	0	54	42	12
	Qua	3	20,8	Novos clientes												-14
	Qui	3	19,6	7	17	5	4	0	1	0	4	0	0	12	26	
	Sex	8	46,9	24	21	11	9	0	0	1	1	1	1	37	32	
	Sab	1	20	Novos clientes												

Nota: A coluna “diferença” corresponde à diferença do total das quantidades dos meses frios e dos meses quentes.

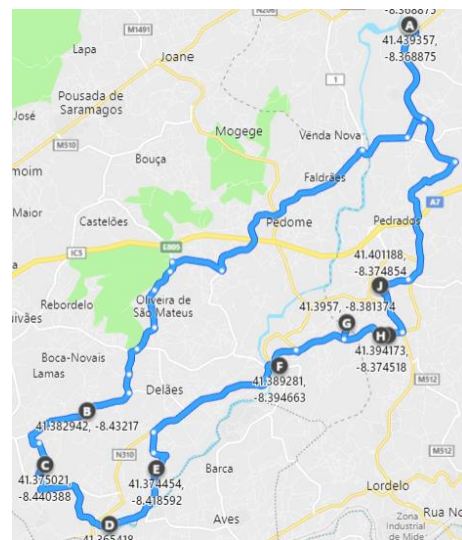
Apêndice D- Comparação das rotas atuais com as otimizadas

Este apêndice diz respeito à Secção 4.4.2 do Capítulo 4.4, onde são apresentadas as comparações das rotas atuais com rotas obtidas após a otimização. A cada cliente corresponde uma letra do alfabeto, que indica a ordem da visita, sendo A sempre a letra correspondente ao armazém.

- Rotas servidas pelo Armazém de Selho



a)



b)

Figura D.1 - a) Rota RA de terça-feira atual e b) otimizada.

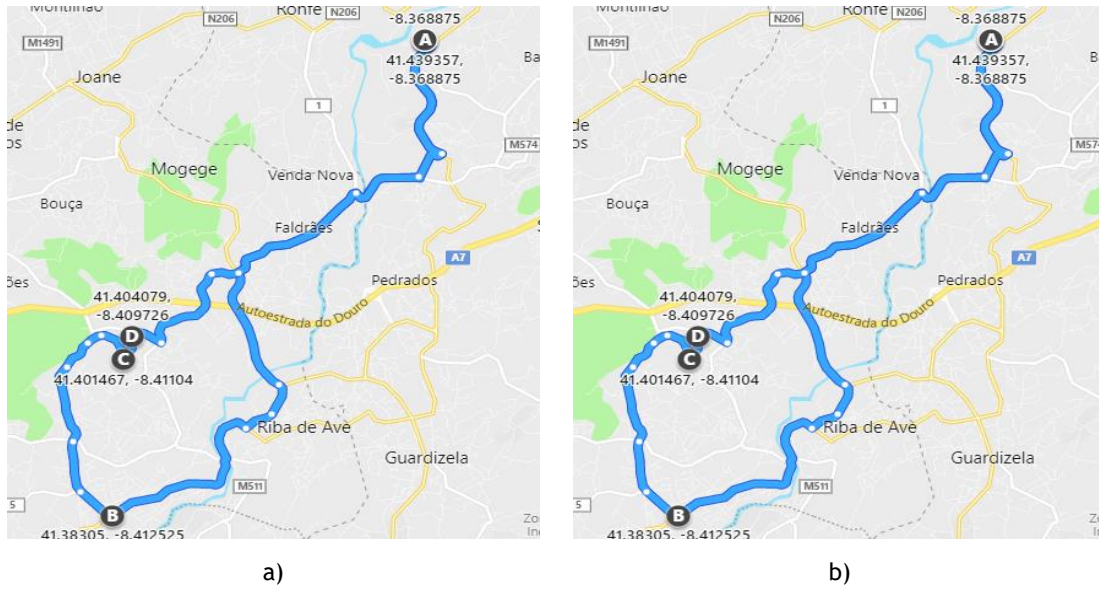


Figura D.2 - a) Rota RA de quarta-feira atual e b) otimizada.

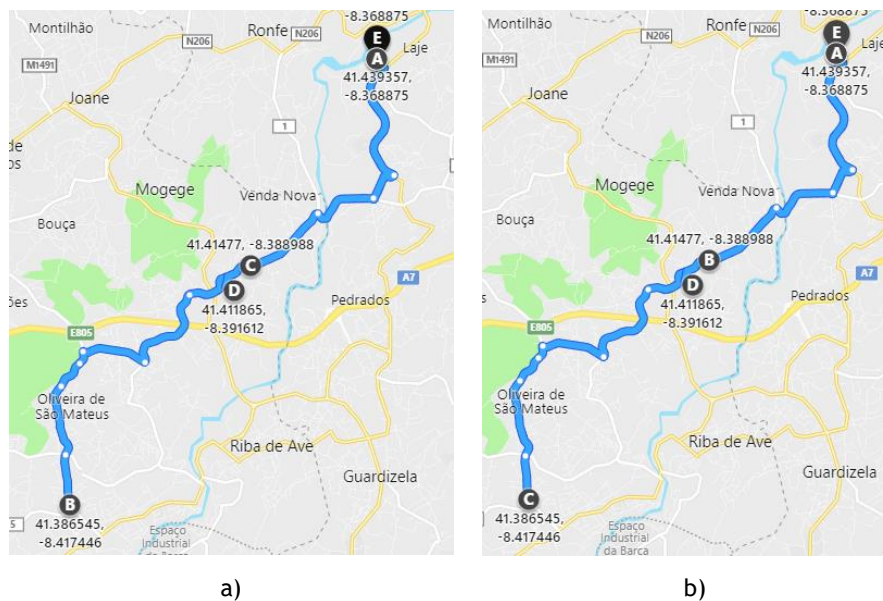


Figura D.3 - a) Rota RA de quinta-feira atual e b) otimizada.

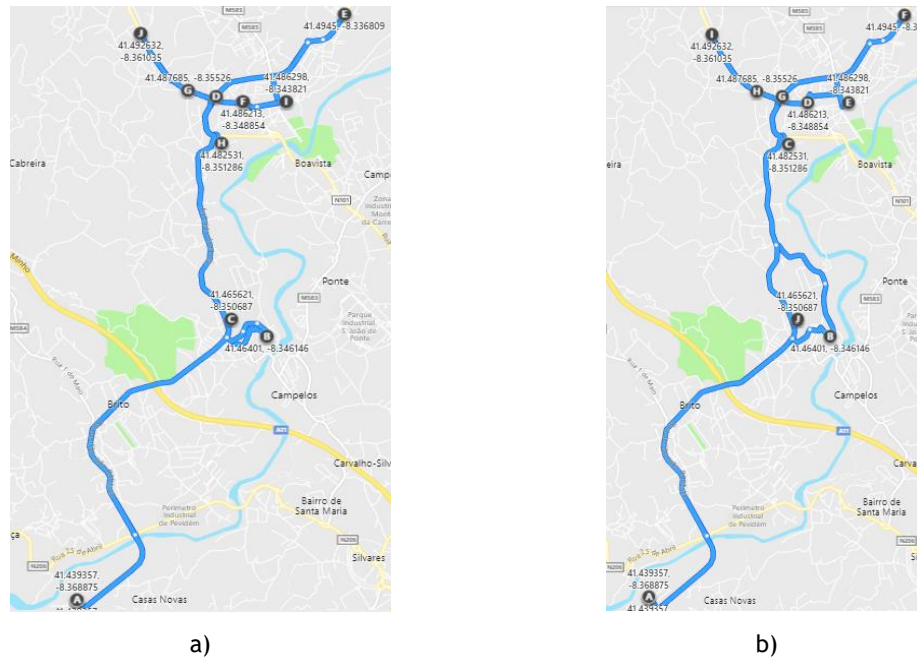


Figura D.4 - a) Rota ZA1 de segunda-feira atual e b) otimizada.

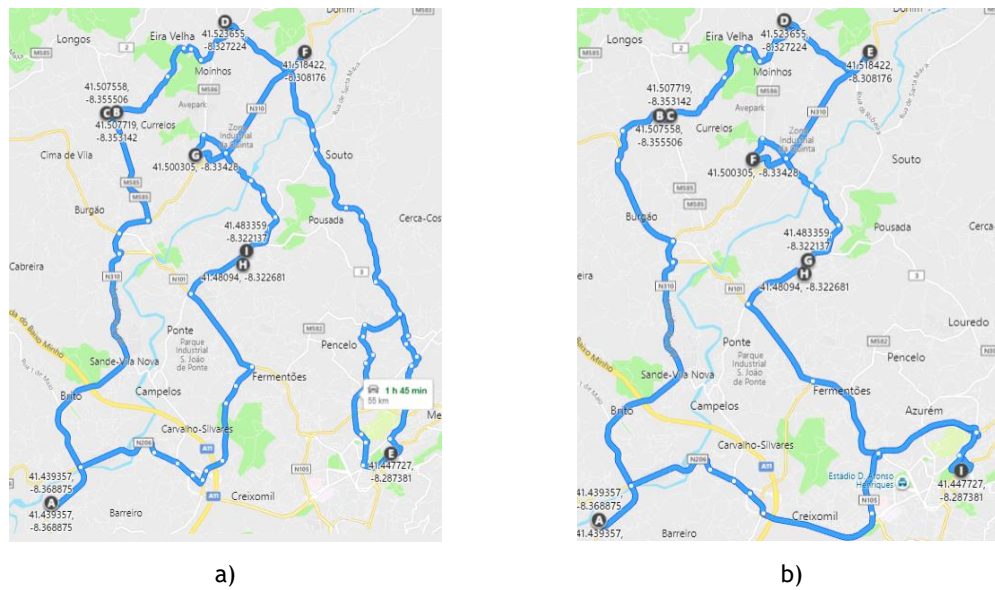


Figura D.5 - a) Rota ZA1 de terça-feira atual e b) otimizada.

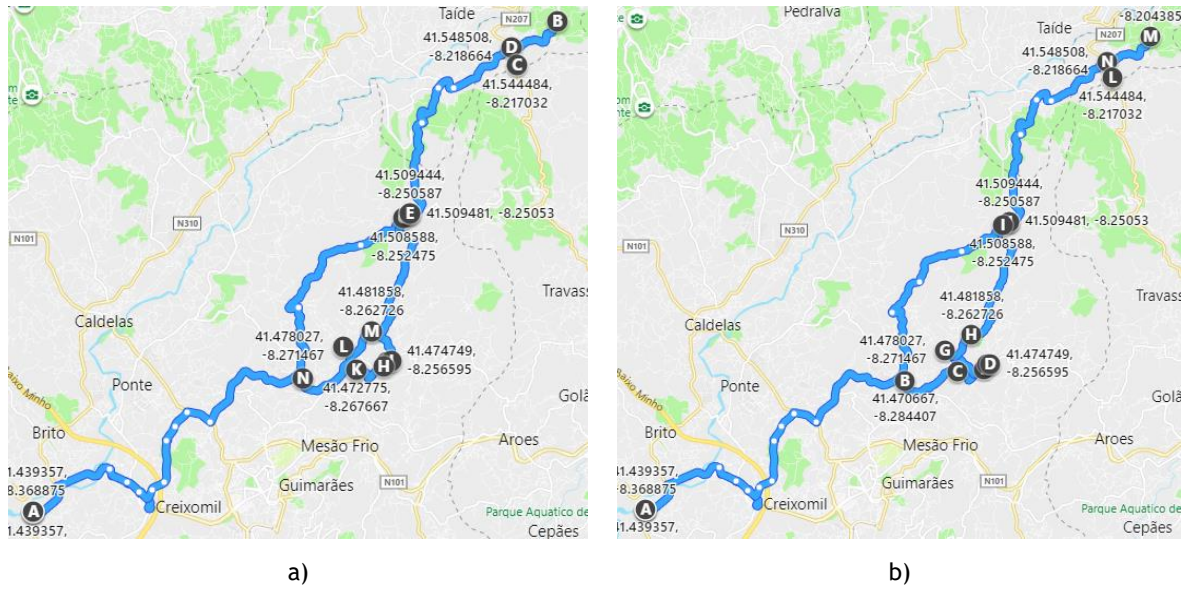


Figura D.6 - a) Rota ZA1 de quarta-feira atual e b) otimizada.

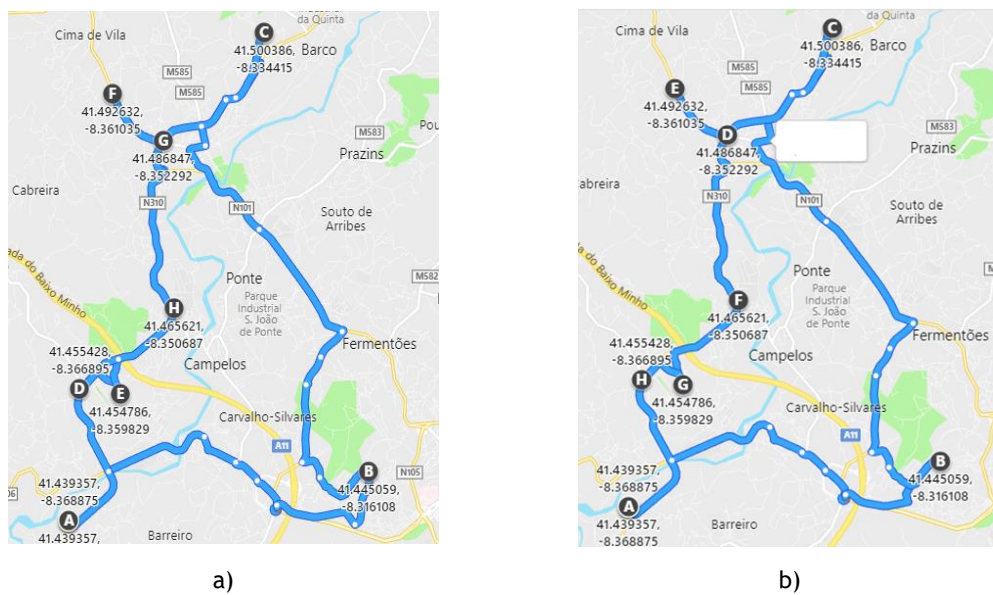
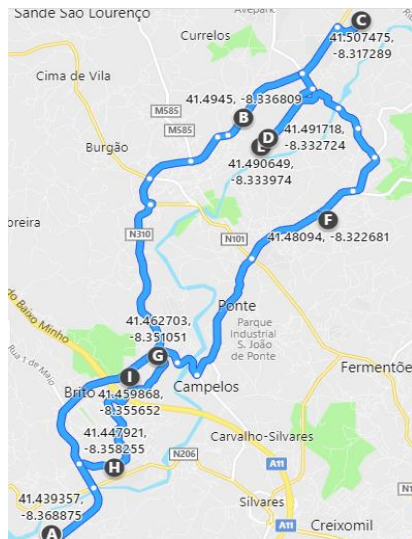
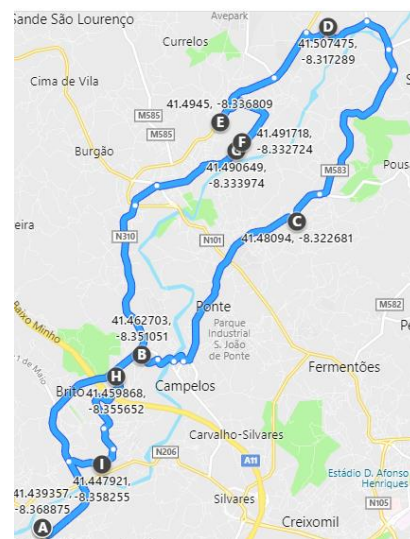


Figura D.7 - a) Rota ZA1 de quinta-feira atual e b) otimizada.

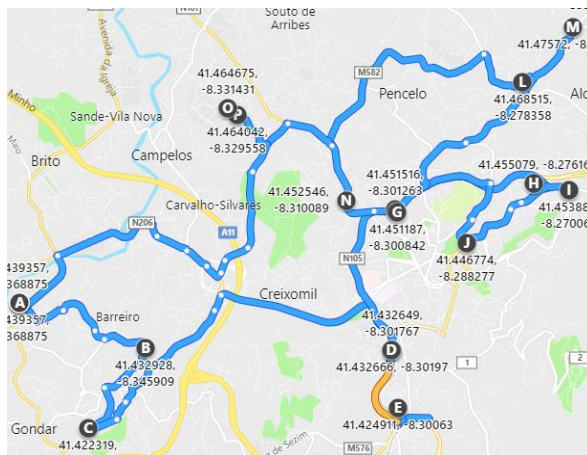


a)

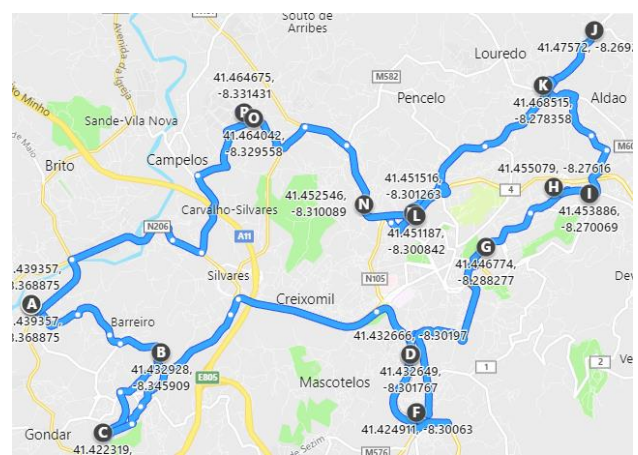


b)

Figura D.8 - a) Rota ZA1 de sexta-feira atual e b) otimizada.



a)



b)

Figura D.9 - a) Rota ZB de segunda e sexta-feira atual e b) otimizada.

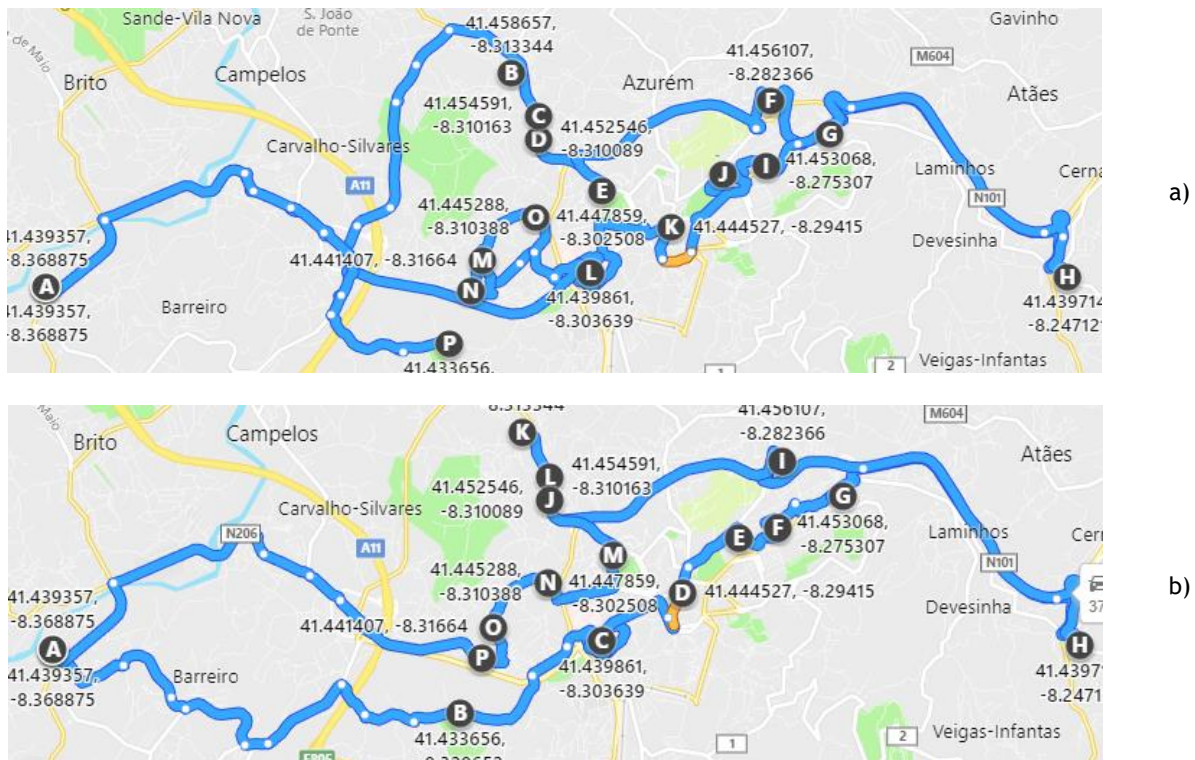


Figura D.10 - a) Rota ZB de terça-feira atual e b) otimizada.

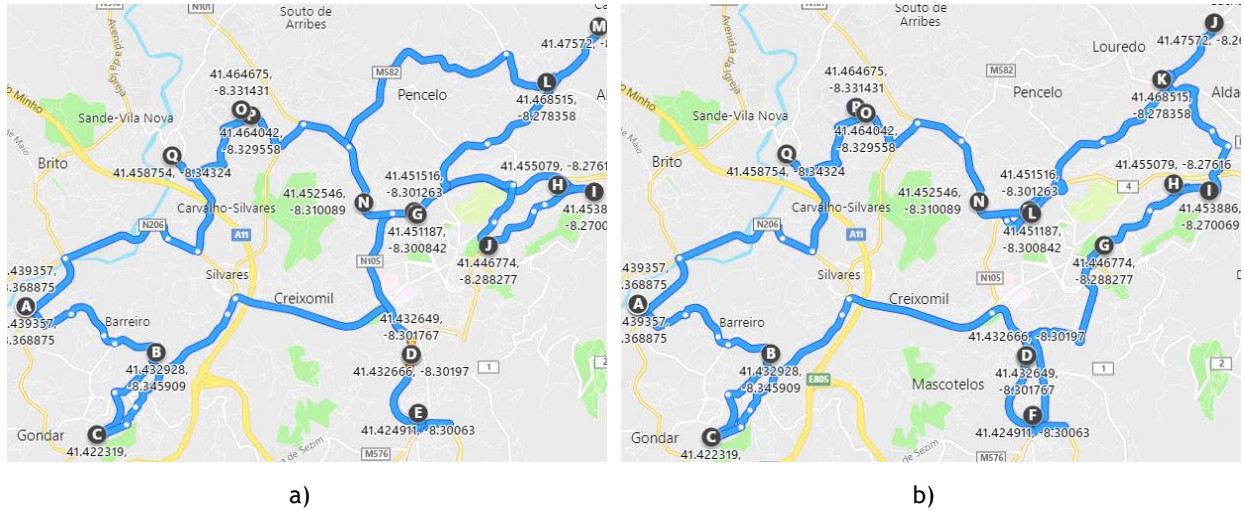
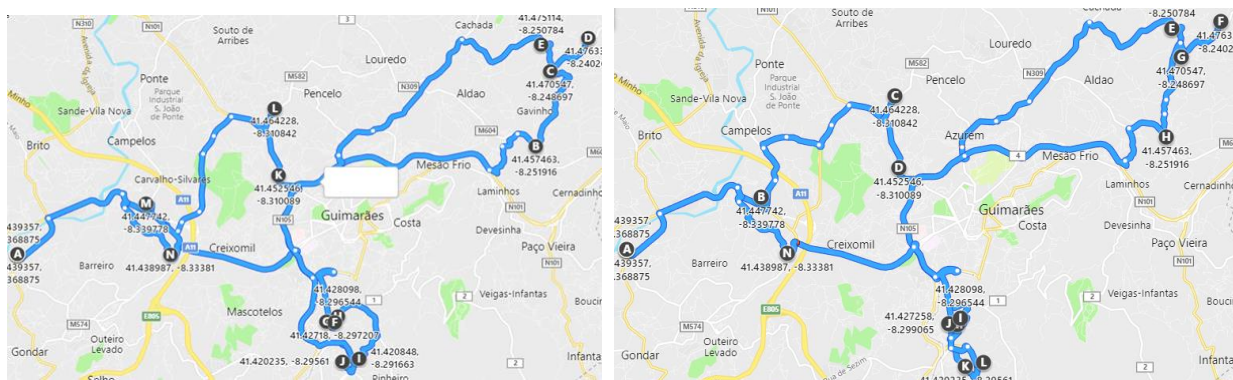


Figura D.11 - a) Rota ZB de quarta-feira atual e b) otimizada.

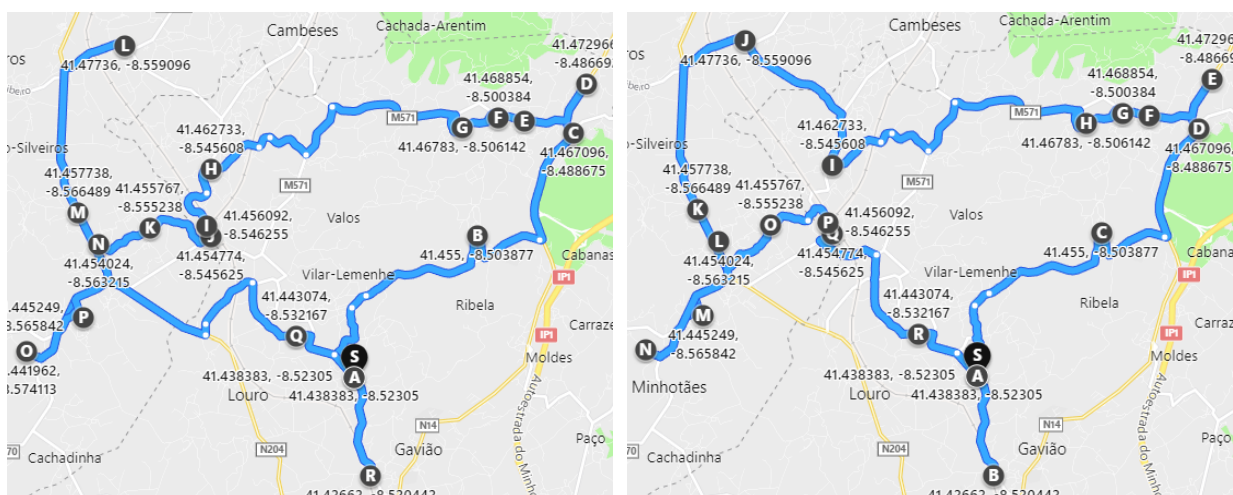


a)

b)

Figura D.12 - a) Rota ZB de quinta-feira atual e b) otimizada.

- Rotas servidas pelo Armazém de Mouquim



a)

b)

Figura D.13 - a) Rota ZC de terça-feira atual e b) otimizada.

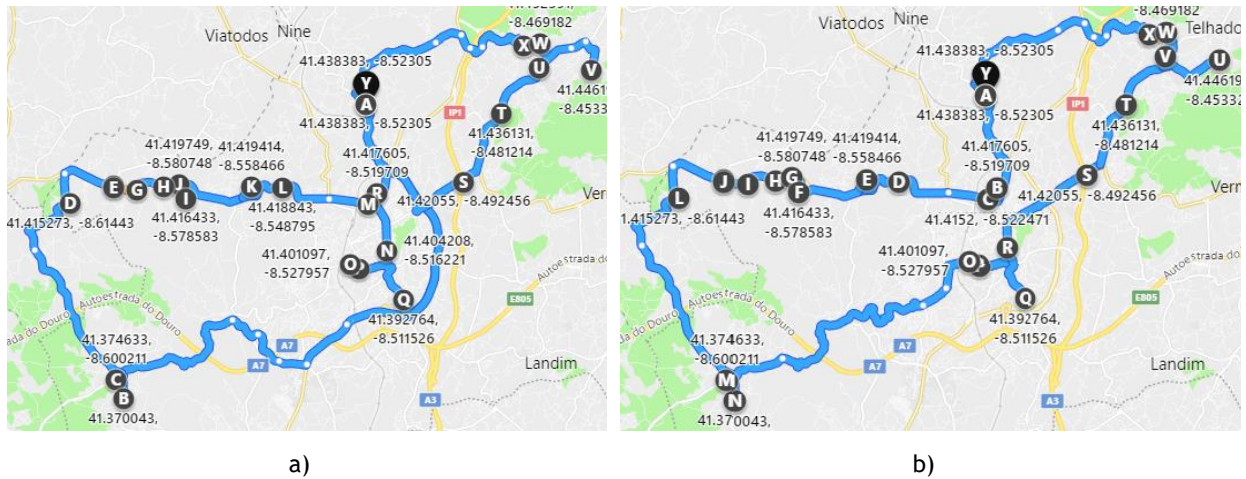


Figura D.14 - a) Rota ZC de quarta-feira atual e b) otimizada.

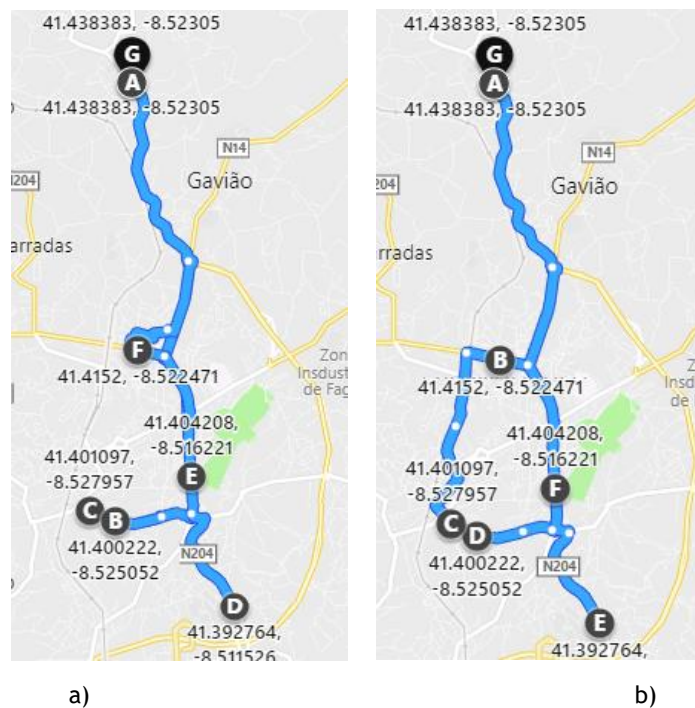


Figura D.15 - a) Rota ZD de segunda-feira atual e b) otimizada.