

Escoamento de um fluido newtoniano em torno de feixes de tubos a baixos números de Reynolds: Um estudo numérico

Fernando Filipe Guerra Dinis Simões

Dissertação de Mestrado

Orientador: Professor Doutor Fernando Pinho

Coorientador: Doutor Alexandre Afonso



Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Setembro, 2020

Aos meus pais e irmãos, à minha namorada Sofia e aos meus amigos

Agradecimentos

A realização e conclusão desta tese só foram possíveis, além do empenho que o autor colocou nestes, graças a todo um conjunto de pessoas que ao longo deste processo contribuíram para o término deste trabalho. Assim expresso o meu mais sincero agradecimento a todas as pessoas que contribuíram para a conclusão deste processo, no qual a tese marca o ponto final.

Ao Professor Doutor Fernando Pinho, o meu orientador, que desde o primeiro dia me deixou à vontade, cuja inerente paixão pelas ciências da mecânica de fluidos e transferência de calor me deixou encantado. Manifesto também o meu agradecimento pelo conhecimento que me transmitiu, através do qual aprendi imenso. Ao Doutor Alexandre Afonso, meu coorientador, pela sua constante boa disposição, pela sua também constante disponibilidade, e que me ajudou sempre desde o primeiro dia.

À minha família, em especial à minha mãe e ao meu pai. À minha mãe por todo o amor, carinho, compreensão, dedicação, paciência e apoio que teve para comigo toda a minha vida. Encorajou me sempre a ser melhor como pessoa e a seguir aquilo que eu queria. Ao meu pai, que desde o primeiro dia me encorajou sempre alargar os meus horizontes. É graças a ele que decidi cursar engenharia mecânica.

À minha namorada, Sofia, pelo amor e paciência que sempre teve para comigo, por todo o apoio que tive da parte dela, e por todos os dias e noites que perdemos por estar ocupado com este trabalho.

Aos meus amigos, pela amizade e camaradagem. Foi com eles que celebrei as minhas vitórias e em quem também me apoiei nas derrotas. Foi também com eles que vivi um sem número de aventuras e com quem conto, no futuro, viver muitas mais. Manifesto o meu especial agradecimento ao António e ao Luís, os meus primeiros amigos na FEUP e que desde o primeiro dia nunca nos separámos, estando longe ou perto, e cuja grande amizade me fez crescer tanto psicologicamente como intelectualmente.

Resumo

O escoamento por entre um feixe de cilindros é um tema clássico do estudo da mecânica de fluidos e do estudo da transferência de calor, dada a sua aplicação em larga escala no nosso dia-a-dia. Neste estudo, é analisado a influência da região de entrada no feixe de cilindros e de que forma este é impactante na configuração analisada, assim como se desenvolvem, em questões dinâmicas e térmicas, os números adimensionais que caracterizam o escoamento de forma a ter uma avaliação da eficiência desta configuração.

Primeiramente é feita uma abordagem à teoria por detrás dos escoamentos numéricos e dos escoamentos em torno de um cilindro, desde as equações governativas de um escoamento newtoniano passando por um pequeno resumo sobre as dinâmicas envolvidas no escoamento exterior a um cilindro. Dado que o OpenFOAM não possui nenhum programa para análise do número de Nusselt, é feito um pequeno resumo sobre os pressupostos teóricos que serviram de base à elaboração desse código. Posteriormente é também realizada uma abordagem matemática aos processos de discretização da equação de transporte, e quais foram usados no decorrer da presente investigação. É também mencionado e brevemente analisado o algoritmo PIMPLE, no qual a aplicação de resolução numérica de escoamento é usada. É também discriminado de que forma os processos de discretização considerados são implementados na biblioteca de aplicações do OpenFOAM.

Com isto, o código usado é validado com recurso a um escoamento em torno de um cilindro, aqui tomado como referência de validação. Os resultados obtidos foram comparados com resultados numéricos e empíricos já existentes. Os escoamentos foram feitos para um número de Prandtl igual a 1. Os resultados obtidos, tanto a nível térmico como dinâmico, demonstram uma boa concordância com os dados de validação, o que permitiu passar à fase seguinte, a fase de análise de resultados.

Posteriormente é analisado o comportamento do escoamento em torno de um feixe de tubos para um número de Reynolds inferior a 1 onde foram analisados resultados em escoamentos estacionários e em escoamentos instacionários. Foi concluído que o bloqueamento tem um impacto considerável nos coeficientes de pressão e de arrasto. O mesmo acontece para o número de Strouhal. Este número aumentou para todos os escoamentos transientes com o aumento do rácio de bloqueamento. Na parte térmica, o aumento do rácio de bloqueamento facilitou a transferência de calor. Os valores do número de Nusselt foram validados com os das correlações empíricas existentes. Concluiu-se também acerca do impacto do aumento do número de Reynolds na região de entrada do escoamento no feixe de cilindros.

Abstract

The study of the flow in between a tube bank is a classic study of the disciplines of fluid dynamics and heat transfer, with many years of investigation put into it. In this thesis is investigated the importance of the blockage ratio β in the dynamic and thermal behavior of the flow. It is also studied the importance of the entry region in a small tube bundle configuration.

Firstly, its presented, in the second chapter the general theory behind all numerical flows and cylinder's external flows. The OpenFOAM software doesn't have a built-in library function to calculate the Nusselt number. As such it is also mentioned the theoretical process behind the code that was built by the author for the calculation of the cylinder and tube bank Nusselt. It is then presented the mathematical methods that were used in the discretization process of the transport equation. It is discussed the solver algorithm PIMPLE that was used in the present work. This algorithm is relatively unknown and as such it is briefly explained the inner processes by how this algorithm works. After this it is explained how the discretization methods that were chosen for the simulations, are employed in the OpenFOAM software.

On the chapter 4, it's presented the validation study that was made and the computational mesh study that was done to make the results independent of the chosen one. The validation case was done considering the cylinder external flow. The data obtained was compared to other numerical results achieved by other authors and the thermal data was compared to some existing empirical correlations. The flows were simulated with a Prandtl number of 1. The data that was produced in the validation case showed an excellent agreement with the referenced results.

In the next chapter it's analyzed the flow behavior. In this works is studied the steady state's flows for a Reynolds number inferior to 50 and the transient ones for a Reynolds number over 50. It is analyzed how the β parameter influences the dynamic and thermal behavior, how the variation of the Reynolds number in junction with blockage ratio influences the entrance zone and how the first cylinders greatly affect the global performance of the tube bank. Its studied also how the blockage ratio influences the dynamic and thermal performances of the tube array. It is concluded that the blockage ratio β affects greatly the dynamical performance of the flow. The pressure and drag coefficients showed a rise in their values with the increase of the blockage ratio. Strouhal number also showed a great increase in it is values with the increase of the blockage ratio. In terms of thermal performance, the blockage ratio improved the heat transfer, because of the increased values of the Nusselt number. These results were validated by comparing it to the ones obtained using a empirical correlation for heat transfer.

Índice de Conteúdos

Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract.....	iv
Índice de Conteúdos	v
Nomenclatura.....	vii
Índice de Figuras	viii
Índice de Tabelas	x
1 Introdução.....	1
1.1 Motivação	1
1.2 Estado da Arte	2
1.3 Objetivos.....	3
1.4 Estrutura da dissertação	3
2 Enquadramento Teórico	4
2.1 Equação de Continuidade	4
2.2 Equação da Quantidade de Movimento Linear.....	4
2.3 Equação de Energia Térmica	6
2.4 Escoamento em torno de um cilindro	6
2.4.1 Coeficiente de arrasto e sustentação.....	8
2.4.2 Número de Nusselt	8
2.4.3 Número de Strouhal	10
2.4.4 Grupos adimensionais	10
3 Métodos Numéricos	12
3.1 Esquemas de Discretização e Implementação no OpenFOAM	12
3.2 Métodos de Resolução de Sistemas de Equações Lineares	16
3.3 Aplicação de resolução do escoamento	16
3.4 Técnica de extrapolação de Richardson.....	17
4 Caso de Validação	19
4.1 Introdução	19
4.1.1 Geometria e malha computacional.....	19
4.1.2 Condições iniciais e de fronteira	20

4.2	Independência da malha.....	20
4.3	Discussão dos resultados	23
4.4	Considerações finais	30
5	Resultados	32
5.1	Feixe de cilindros alinhados	32
5.1.1	Geometria e malha computacional.....	32
5.1.2	Condições iniciais e de fronteira	33
5.2	Discussão dos resultados	34
	Efeito do Bloqueamento β no comportamento térmico do escoamento.....	49
5.3	Considerações Finais	50
6	Fecho	52
6.1	Conclusões	52
6.2	Sugestões de trabalhos futuros.....	53
	Anexo A- Dicionário relativo à definição do escoamento no caso de validação	55
	Anexo B-Dicionários relativos ao escoamento em torno de um feixe de cilindros	62
	Anexo C-Dados relativos ao escoamento em torno de um feixe de cilindros.....	79

Nomenclatura

Alfabeto latino

A	área
C_D	coeficiente de arrasto
C_L	coeficiente de sustentação
Co	número de Courant
C_P	coeficiente de pressão
c_p	calor específico a pressão constante
D	diâmetro
$\vec{f}$	vetor força
$\vec{g}$	vetor da força de gravidade
h	coeficiente de transferência de calor
k	coeficiente de condução de calor
$\dot{m}$	caudal mássico
Nu	número de Nusselt
Re	número de Reynolds
St	número de Strouhal
T	Temperatura
t	tempo
T_e	temperatura de entrada
T_p	temperatura da parede
tr	traço da matriz
T_s	temperatura da saída
U_∞	velocidade de aproximação
$\vec{u}$	vetor velocidade

Símbolos gregos

β	bloqueamento
μ	viscosidade dinâmica
ν	viscosidade cinemática
ρ	massa volúmica
σ	tensor de Cauchy
τ	tensor extra de tensões
ϕ	quantidade de transporte

Índice de Figuras

Figura 1-Varição do comportamento hidrodinâmico com Re , retirado de Sumer (2006).....	7
Figura 2-Eschema do Volume de Controlo considerado para o cálculo do Nu	9
Figura 3-Eschema de um volume de controlo de uma célula em perspetiva	13
Figura 4-Esquemática de interpolação linear	15
Figura 5-Geometria utilizada com as respetivas condições de fronteiras utilizadas (A notação usada é a de compasso).....	19
Figura 6-Varição de St com o grau de refinamento	20
Figura 7-Varição do arrasto C_D com o refinamento da malha	21
Figura 8-Varição de Nu com o refinamento da malha	23
Figura 9- C_D para os valores de $Re=20$ e $Re=40$	24
Figura 10- C_D e C_L para $Re=50$	24
Figura 11- C_L para $Re=50$ (Ampliação da figura 12)	25
Figura 12- St para $Re=50$	25
Figura 13- C_D e C_L em função do tempo simulado para $Re=100$	26
Figura 14- St para $Re=100$	26
Figura 15-Comparação entre os valores de arrasto obtidos com Xu e Wang (2006)	27
Figura 16-Varição temporal do Nu para $Re=50$	28
Figura 17-Varição do Nu ao longo do tempo de simulação para $Re=100$	29
Figura 18-Comparação entre valores de Nu calculados em função de Re para $Pr=1$ e o obtido usando correlações empíricas	30
Figura 19-Geometria dos feixes alinhados	32
Figura 20-Malha computacional entre 4 cilindros do feixe.....	33
Figura 21-Varição do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,25$	35
Figura 22- Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,4$	36
Figura 23- Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,5$	36
Figura 24- Variação do Nu ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,25$	38
Figura 25- Variação do Nu ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,4$	38
Figura 26- Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,5$	39
Figura 27-Varição de C_P global do feixe de cilindros com o Re para diferentes valores de β (As linhas ajudam à visualização).	40
Figura 28-Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=50$, $\beta=0,25$	41
Figura 29-Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=80$, $\beta=0,25$	41
Figura 30- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=100$, $\beta=0,25$	41
Figura 31- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=80$, $\beta=0,4$	42
Figura 32- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=100$, $\beta=0,4$	42
Figura 33- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=50$, $\beta=0,5$	42
Figura 34- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=80$, $\beta=0,5$	43
Figura 35- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=100$, $\beta=0,5$	43
Figura 36-Valores de St obtido para um cilindro interior do feixe para diferentes valores de β	44
Figura 37-Espectro de St para $Re=50$, $\beta=0,25$	45
Figura 38- Espectro de St para $Re=80$, $\beta=0,25$	45
Figura 39- Espectro de St para $Re=100$, $\beta=0,25$	45
Figura 40- Espectro de St para $Re=80$, $\beta=0,4$	46

Figura 41- Espectro de St para $Re=100$, $\beta=0,4$	46
Figura 42- Espectro de St para $Re=50$, $\beta=0,5$	46
Figura 43- Espectro de St para $Re=80$, $\beta=0,5$	47
Figura 44- Espectro de St para $Re=100$, $\beta=0,5$	47
Figura 45- Campo de velocidades longitudinal para $Re=20$, $\beta=0,25$, em volta do quinto cilindro.....	48
Figura 46- Campo de velocidades longitudinal para $Re=20$, $\beta=0,4$ em volta do quinto cilindro	48
Figura 47- Campo de velocidades longitudinal para $Re=20$, $\beta=0,5$ em volta do quinto cilindro	49
Figura 48- Comparação do Nu médio global dos feixes para diferentes valores de β	49

Índice de Tabelas

Tabela 1-Sub-dicionários do ficheiro fvSchemes(Greenshields 2015)	14
Tabela 2-Comparação de C_D e St com o refinamento da malha para $Re=50$	22
Tabela 3-Comparação de C_D e St com o refinamento da malha para $Re=100$	22
Tabela 4-Variação do Nu com o refinamento da malha.....	23
Tabela 5-Valores de coeficiente de arrasto para $Re=20$ e $Re=40$	27
Tabela 6-Comparação para o caso com $Re=100$	28
Tabela 7- Nu vs Re	29
Tabela 8-Comparação entre os valores de Nusselt obtidos com os da literatura.....	30
Tabela 9-Valores de C_D e C_P para todos os valores de Re estudados para $\beta=0,25$	34
Tabela 10- Valores de C_D e C_P para todos os valores de Re estudados para $\beta=0,4$	34
Tabela 11- Valores de C_D e C_P para todos os valores de Re estudados para $\beta=0,5$	35
Tabela 12-Valores de Nu para $\beta=0,25$	37
Tabela 13-Valores de Nu para $\beta=0,4$	37
Tabela 14- Valores de Nu para $\beta=0,5$	37
Tabela 15-Desvio entre os valores obtidos de Nu e os valores dados pela correlação de Zukauskas (1987)	50

1 Introdução

1.1 Motivação

O estudo do escoamento de um qualquer fluido através um meio poroso, neste caso em particular um feixe de cilindros, assume particular relevância numa gama alargada de aplicações. A estrutura de fileiras de tubos é frequentemente encontrada em dispositivos de arrefecimento ou aquecimentos de variados processos industriais, como permutadores, condensadores, evaporadores e em reatores nucleares, onde é essencial assegurar o controlo da temperatura das barras que contêm o material fissil por meio de um escoamento em torno das barras, por forma a garantir condições de segurança maiores.

A crescente pressão que atualmente existe sobre o consumo de energias fósseis torna-se necessário garantir uma maior eficácia térmica no dimensionamento de equipamentos. Desta forma justifica-se um estudo e análise cuidada de tais escoamentos, tendo em conta diferentes configurações e fluidos, de forma a garantir um melhor design de tais equipamentos.

O escoamento de fluidos newtonianos por entre uma matriz de cilindros é já um tema clássico da mecânica de fluidos e transferência de calor e isto aliado ao facto de estar presente em muitas das aplicações de aquecimento e arrefecimento faz com que seja já uma temática com décadas de estudo bem estabelecido. No entanto não invalida que já se saiba tudo ou quase tudo sobre este tipo de escoamentos. O escoamento de um fluido por um feixe de tubos é um tema muito rico em termos de dinâmica de fluidos, até para um caso relativamente simples como o escoamento por entre dois cilindros. Por exemplo Sumner, Price et al. (2000) identificaram nove padrões de escoamento diferentes dependendo do ângulo de ataque e do espaçamento entre tubos. No entanto o estudo do escoamento de fluidos por entre cilindros e meios porosos existente versa principalmente o escoamento turbulento, e não incide tanto no regime laminar. Assim parte da motivação também se prende com o facto de não existir, por comparação com o regime turbulento, tanta investigação. Devido aos avanços exponenciais que se verificam no poder computacional, a velocidade e memória assistiram a um desenvolvimento drástico e como tal os métodos numéricos tornaram-se talvez na mais importante ferramenta no que concerne ao design de dispositivos de engenharia.

Em muitos dos estudos que existem sobre o escoamento num seio de cilindros os resultados normalmente analisados são de propriedades globais como os coeficientes de transferência de calor ou de resistência ao escoamento. O advento dos métodos computacionais em mecânica de fluidos e o seu desenvolvimento tornam também possível, não só o conhecimento das propriedades médias do escoamento no feixe de tubos, como também o conhecimento das propriedades locais e de como estas variam ao longo do próprio escoamento e nos escoamentos transientes, como estes variam com o tempo. Isto também serviu de motivação para a realização da presente tese.

1.2 Estado da Arte

O caso do escoamento por entre feixes de tubos é um tema clássico da mecânica de fluidos, em virtude da sua importância para vários processos industriais. No entanto e em virtude da pressão exercida pelo crescimento das necessidades das sociedades atuais, a obrigação de tornar os processos mais rentáveis torna, a temática dos escoamentos por feixes de tubos um problema muito atual. Sendo então um tema clássico do estudo da transferência de calor, torna-se indispensável a leitura do trabalho feito por Colburn (1964) onde com base nos dados disponíveis à data, é proposta pela primeira vez uma correlação simples para a transferência de calor num feixe de tubos. Zukauskas (1987) analisou um conjunto de dados experimentais, com o Re situado no intervalo de 1 até 2×10^6 e com um Pr a variar entre 0,7 e 500. Na experiência são analisados não só os arrastos hidráulicos em torno dos cilindros como também a eficiência de transferência de calor consoante diferentes configurações e arranjos dos cilindros, propondo correlações ainda mais complexas para a transferência de calor no seio de feixe de estudos, sendo que o seu domínio de aplicação ainda mais extenso do que aquele proposto por Colburn (1964).

Com a evolução do poder computacional ao longo dos anos o estudo deste problema clássico também sofreu uma importante alteração. Começou a apoiar-se cada vez mais na dinâmica de fluidos computacional permitindo uma maior flexibilidade na análise de configurações de feixes. A primeira investigação numérica documentada pertence a Launder e Massey (1978), onde é descrito o procedimento normalmente usado para a geração de malhas computacionais no âmbito de problemas semelhantes, com o uso de uma rede cilíndrica de nós a envolver os cilindros, com uma rede cartesiana a cobrir o resto do domínio computacional. Desde o lançamento desse artigo até aos tempos correntes assistiu-se a um desenvolvimento enorme na otimização da transferência de calor nos permutadores de calor por via de cálculo numérico. Foram analisadas uma variedade enorme de configurações, passando desde tubos alhetados até a tubos não circulares, para perceber de que modo a dinâmica térmica era alterada, como por exemplo Benarji, Balaji et al. (2008), onde são analisados feixes de tubos com 3 alhetas em cada cilindro.

Através da análise computacional é possível estudar o problema mais detalhadamente como fizeram Li, Wu et al. (2014) onde analisou o efeito que a adição de paredes como condições de fronteira tem no escoamento por feixes de tubos. O estudo foi realizado em regime turbulento, chegando se à conclusão de que o efeito das paredes nas extremidades tem uma preponderância muito grande na destruição dos turbilhões que se geram a jusante dos cilindros, aumentando a velocidade nas extremidades e descendo os coeficientes de temperatura nesta zona, em relação aos cilindros centrais.

Muito trabalho de investigação também se tem desenvolvido, em especial nas últimas duas décadas, em relação ao escoamento em regime instacionário. A título de exemplo, se um dia já foi mantido que em meio poroso o espaço é demasiado pequeno para o aparecimento de desprendimentos de vórtices, estudos numéricos mais recentes têm demonstrado o contrário. O estudo experimental Abd-Rabbo e Weaver (1986), demonstrou para feixes não alinhados, que mesmo para números de Reynolds baixos, e para porosidades muito baixas, existe formação de vórtices que se vão tornando mais instáveis e de maiores dimensões conforme o aumento de Re , desmistificando a ideia anterior que o elevado confinamento impedia a libertação de vórtices formados na esteira do cilindro. Posteriormente investigações como a realizada por Weaver, Lian et al. (1993) também de visualização de escoamento vieram confirmar o que foi observado por Abd-Rabbo e Weaver. De forma a entender a temática é necessário também destacar o trabalho de Beale e Spalding (1999) em que foi analisado de forma numérica o escoamento transiente por entre diferentes configurações, tanto em feixes alinhados como em feixes desalinhados confirmando investigações anteriores experimentais que versavam sobre a presença de vórtices.

Em jeito de conclusão, existe ainda muito que investigar nomeadamente em relação à

variação das propriedades locais do escoamento no feixe e ainda a influência que o espaçamento entre cilindros têm na performance global tanto a nível térmico como hidrodinâmico do feixe. Assim é de interesse do autor avaliar o impacto que a análise de tais variáveis tem no desenvolvimento de dispositivos mais capazes.

1.3 Objetivos

Como já referido a maioria dos trabalhos existentes no tópico desta tese, baseia-se essencialmente em propriedades médias e usualmente para configurações com uma quantidade de cilindros maiores. Assim o presente trabalho tem como principal objetivo iluminar o que se sucede localmente no escoamento por um seio de tubos. É importante analisar como as diferentes configurações afetam a dinâmica do escoamento assim como a transferência de calor. É também objetivo analisar o impacto que tem a entrada do escoamento nos primeiros cilindros na eficiência global de um feixe deste tamanho em termos de matriz.

1.4 Estrutura da dissertação

A presente tese encontra-se dividida em 6 capítulos. O capítulo 2 apresenta a teoria necessária ao trabalho. No capítulo 3 são apresentadas as equações a resolver, definições e domínio computacional. Neste capítulo são também apresentados os processos de discretização usados e ainda a sua implementação em OpenFOAM.

O capítulo 4 realiza a validação do processo de cálculo numérico, onde são confrontadas soluções numéricas relativas a um escoamento de referência, isto é que possuem uma solução teórica bem definida. Dentro deste capítulo é feito ainda um estudo de convergência da malha.

Dentro do capítulo 5 apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos ao longo dos estudos numéricos realizados e dando cumprimento ao objetivo principal da tese.

Por fim no capítulo final sumariam-se as ilações retiradas dos resultados obtidos apresentando-se ainda sugestões para investigações futuras.

2 Enquadramento Teórico

O cálculo das características dinâmicas e térmicas em regime laminar assenta na resolução de um conjunto de equações governativas a saber, a equação de movimento e a equação de energia, é com base nestas que serão calculados campos de temperatura, quedas de pressão e o campo cinemático, estas equações servem tanto para escoamento de fluidos newtonianos como para fluidos não-newtonianos.

2.1 Equação de Continuidade

A equação de continuidade ou da conservação de massa assume a seguinte forma, usando a formulação diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.1)$$

a equação (2.1) corresponde à forma conservativa da equação da conservação de massa, sendo que do ponto de vista não conservativo pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad (2.2)$$

no caso dos escoamentos de fluidos incompressíveis as equações acima (2.1) e (2.2) simplificam para:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.3)$$

o que significa que para este caso o campo de velocidades é livre de divergência.

2.2 Equação da Quantidade de Movimento Linear

A equação de transporte da quantidade de movimento linear, que advém da 2ª lei de Newton, relaciona a resultante de forças aplicadas numa partícula de matéria com a quantidade de

movimento linear, e assim sendo a equação toma a seguinte forma:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \vec{f} \quad (2.4)$$

O primeiro termo da equação é o vetor da aceleração e pode ser representada, de um ponto de vista euleriano, como a soma das acelerações convectiva e local:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \left[\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] \quad (2.5)$$

Onde $\vec{f}$ pode ser substituído por $\vec{g}$, no caso de a única força volumétrica atuante seja a força de gravidade. O primeiro termo do segundo membro da equação (2.4) é designado por *Tensor de Tensões de Cauchy* e define o estado de tensão de uma determinada partícula. É neste termo que se encontra a diferença entre um sólido e um fluido. Para um fluido o tensor de Cauchy apresenta também a seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.6)$$

onde p representa a pressão hidrostática e $\boldsymbol{\tau}$ o tensor extra tensão. Isto permite escrever a equação de Cauchy numa forma mais explícita:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \vec{f} \quad (2.7)$$

neste ponto a equação (2.7) ainda é completamente geral, aplicando-se a todos os materiais, fluidos ou sólidos. Definindo o tensor de taxa de deformação deviatório, como descrito pela lei de Newton da viscosidade, aqui escrito para fluidos incompressíveis:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu \mathbf{D}' \quad (2.8)$$

Onde $\mathbf{D}$ é o tensor velocidade de deformação definido como na equação (2.7) obtém-se as equações de Navier-Stokes numa das suas formas mais gerais:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + 2\nabla \cdot (\mu \mathbf{D}') + \rho \vec{f} \quad (2.9)$$

Substituindo o tensor $\mathbf{D}'$ por $\mathbf{D} - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{D})\mathbf{I}$ e sabendo que:

$$\mathbf{D} = \frac{\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T}{2} \quad (2.10)$$

obtém-se a equação de Navier-Stokes numa das suas formas mais familiares, para escoamentos incompressíveis de fluidos newtonianos:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot (\vec{u})) + \rho \vec{f} \quad (2.11)$$

Como se trata de escoamento incompressível a equação da continuidade dita que $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, a equação toma a sua forma final

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla \vec{p} + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{f} \quad (2.12)$$

2.3 Equação de Energia Térmica

A equação de energia pode ser escrita de várias maneiras, como por exemplo a que se segue

$$\rho \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\vec{u}) \right] = \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot (k\nabla T) + \phi \quad (2.13)$$

onde h representa a entalpia específica que está relacionada com a energia interna específica e $h = e + \frac{p}{\rho}$ onde T corresponde à temperatura e ϕ corresponde à função de dissipação representando o trabalho efetuado contra as forças viscosas que é convertido de maneira irreversível em energia interna, sendo que é então formulada como

$$\phi = (\tau \cdot \nabla) \vec{u} \quad (2.14)$$

Para a maioria dos casos dos líquidos, onde a aproximação a um fluido de comportamento incompressível é razoável, e sabendo que $dh = c_p dT$ a equação (2.13) pode ser simplificada obtendo-se então a seguinte formulação considerando a independência térmica da condutividade k

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T \right] = k \nabla^2 T + \phi \quad (2.15)$$

onde c_p corresponde ao calor específico a pressão constante. É de relevada importância referir que nos casos de escoamentos incompressíveis, a equação de energia encontra-se desacoplada das outras duas equações, uma vez que é assumido a constância das propriedades térmicas do fluido, significando isto que é possível resolver as equações de Navier-Stokes de forma a achar a velocidade e distribuição de pressões sem ser necessário o conhecimento do campo de temperaturas do escoamento.

Normalmente a solução numérica para escoamentos incompressíveis é de uma dificuldade acrescida relativamente aos escoamentos compressíveis, uma vez que a principal dificuldade numérica se centra no papel da pressão. Como os escoamentos em termos hidrodinâmicos deixam de ser dependentes da temperatura, a pressão deixa de ser uma quantidade termodinâmica relacionada com a variação da massa volúmica ou temperatura. Na equação de continuidade deixa de existir o termo da pressão enquanto na equação de movimento apenas existem os diferenciais de pressão, não existindo o termo de pressão em si. Desta forma, o valor isolado da pressão deixa de ter importância naquilo que é o contexto do problema, sendo apenas de relevo as variações de pressão que acontecem ao longo do escoamento.

2.4 Escoamento em torno de um cilindro

O escoamento em torno de um cilindro, é um escoamento com algumas particularidades. O número de Reynolds é muito preponderante no comportamento deste escoamento observando-se uma grande variedade de características para diferentes gamas de valores do número de

Reynolds, como se descreve de seguida. Esses comportamentos estão resumidos na figura 1.

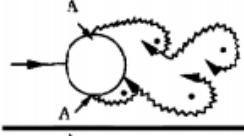
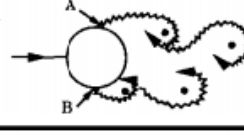
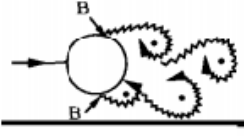
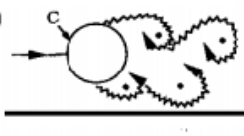
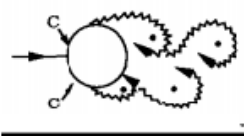
a)		Sem separação	$Re < 5$
b)		Par simétrico de vórtices	$5 < Re < 40-46$
c)		Desprendimento de vórtices em regime laminar	$40-46 < Re < 200$
d)		Transição para a turbulência	$200 < Re < 300$
e)		Completamente turbulento A: Separação da camada limite laminar	$300 < Re < 3 \times 10^5$
f)		A: Separação da camada limite laminar B: Separação turbulenta da camada limite mas com camada limite laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^5$
g)		B: Separação turbulenta da camada limite; A: camada limite encontra-se parcialmente turbulenta, parcialmente laminar	$3,5 \times 10^5 < Re < 1,5 \times 10^6$
h)		C: camada limite completamente turbulenta neste ponto de separação	$1,5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$
i)		C: camada limite completamente turbulenta nos dois pontos de separação	$4 \times 10^6 < Re$

Figura 1-Variação do comportamento hidrodinâmico com Re , retirado de Sumer (2006)

Tal como se pode verificar pela figura 1, o escoamento é completamente estacionário, não ocorrendo separação. Para um intervalo onde $5 < Re < 40-46$, ocorre na esteira do cilindro a formação de um par simétrico de vórtices, que cresce em comprimento com o aumento de Re (Batchelor 1967). A partir deste último valor, o escoamento torna-se transiente, a separação da camada limite ocorre de forma alternada, sendo laminar até a um valor de $Re=200$. É nesta gama laminar que é feita a validação. Note-se que a descrição da figura 1 reporta a cilindros isolados de envergadura infinita. A presença de paredes irá alterar algumas destas características, como por exemplo a amplitude das oscilações ou as gamas de números de Reynolds de cada regime de escoamento. A proximidade entre cilindros também tem um efeito sobre as características dos escoamentos

2.4.1 Coeficiente de arrasto e sustentação

Como referido anteriormente, o comportamento do escoamento em torno de um cilindro pode variar drasticamente em resultado do Re imposto. No entanto efeitos como a rugosidade superficial, a forma da secção longitudinal e ainda eventual turbulência na aproximação do fluido ao cilindro têm naturalmente influência na forma como o escoamento se separa do cilindro, sendo que para $Re > 46$ todos os escoamentos possuem em comum a formação de vórtices na esteira do cilindro. Como consequência a própria distribuição da pressão varia de forma cíclica resultando numa variação periódica das forças exercidas. A força de arrasto oscila em torno de um valor médio com o dobro da frequência do coeficiente de sustentação, e este, apesar de na aproximação ao cilindro, o escoamento ser completamente simétrico ao eixo horizontal do cilindro, existe uma componente não nula, apesar de a sua média o ser. A força de arrasto é dada pela soma de duas componentes, a força de pressão normal e ainda a força tangencial resultante das tensões viscosas, o cálculo dessas duas componentes é dado pelas seguintes equações:

$$F_N = \sum_i \rho_i \vec{S}_{f_i} (p_i - p_{ref}) \quad (2.16)$$

$$F_T = \sum_i \vec{S}_{f_i} (\mu \mathbf{D}) \quad (2.17)$$

Onde ρ_i representa a massa volúmica, p_i e p_{ref} representam a pressão no ponto i e o valor de pressão tomado como referência sendo que $\vec{S}_{f_i}$ neste contexto diz respeito ao vetor normal ao plano da superfície no ponto i .

2.4.2 Número de Nusselt

No cálculo do número de Nusselt para um determinado cilindro no seio de um feixe de tubos, é determinante a escolha de uma temperatura de referência. Essa escolha ganha contornos ainda mais determinantes para pequenos valores de Re . Consoante a temperatura de referência escolhida, o valor da quantidade adimensional vai, naturalmente, variar, podendo ou não se afastar dos valores calculados pelas mais diversas correlações empíricas. Mesmo entre estas existe alguma disparidade, exatamente pelo modo como se considerou a temperatura de referência para o cálculo. Assim sendo e uma vez escolhido o método para o cálculo da temperatura de referência, este deve ser mantido para todos os casos considerados e assim poder-se obter uma comparação entre as diversas configurações de feixes estudados. Assim é possível estabelecer uma comparação entre as diferentes configurações quanto à sua performance térmica.

Assim para o cálculo do Nusselt foi considerado um volume de controlo em torno de um cilindro central, representativo da coluna onde este se inseria e são consideradas as temperaturas de entrada e de saída deste volume de controlo como se adianta na figura 2. Como se analisa também escoamentos transientes, e sendo escoamento cíclico é necessário considerar-se 4 fronteiras que definem o volume de controlo de forma a garantir a conservação de massa.

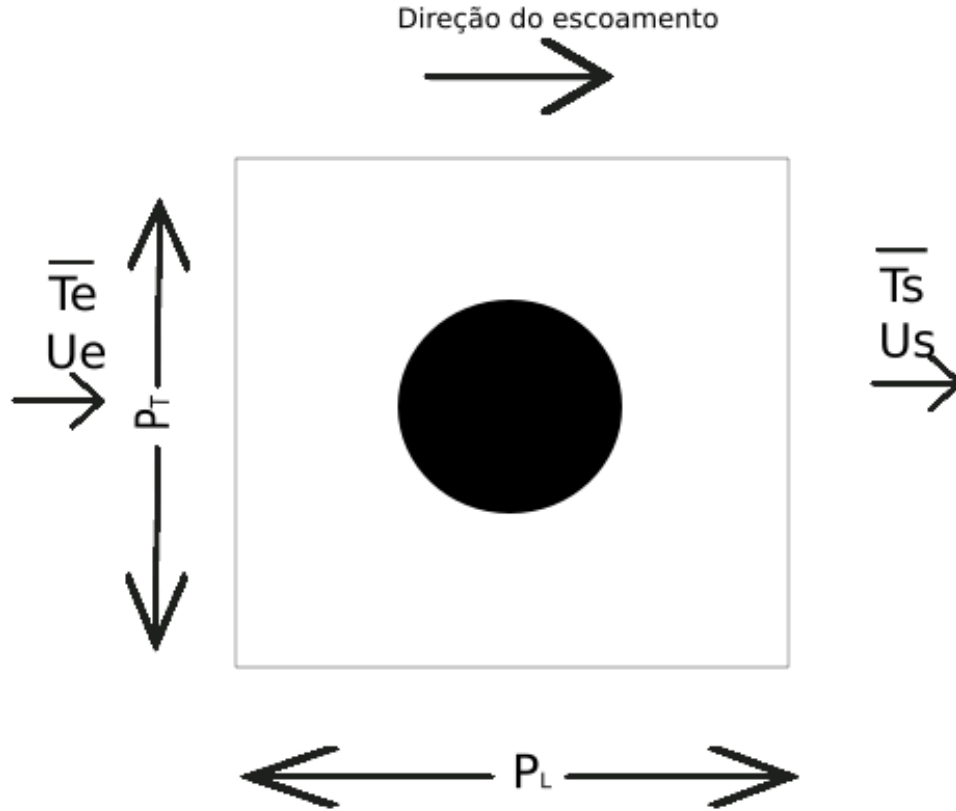


Figura 2-Esquema do Volume de Controlo considerado para o cálculo do Nu

Onde P_L corresponde ao passo lateral e P_T corresponde ao passo transversal.

O cálculo das temperaturas médias que atravessam uma fronteira genérica a é dado pela seguinte equação:

$$\bar{T}_a = \frac{\int_0^{P_T} T_a(x, y) \cdot U_a(x, y) dy}{\int_0^{P_T} U_a(x, y) dy} \quad (2.18)$$

O que na prática significa uma média pesada da temperatura pela velocidade, e dado que se trabalha com valores discretos pode ser aproximado por somatórios, sendo que assim a equação (2.18) toma a seguinte forma:

$$\bar{T} = \frac{\sum_y [T_a(x, y) \cdot U_a(x, y)]}{\sum_y [U_a(x, y)]} \quad (2.19)$$

A definição do número de Nusselt usada no presente estudo tem como base a de um escoamento ao longo de um canal, com uma entrada e com uma saída. Num escoamento periódico em torno de um cilindro isto representa uma dificuldade uma vez que existem que se podem comportar tanto como entradas como no instante seguinte como saídas. Para resolver esta dificuldade, mediante o sentido do fluxo que atravessam as fronteiras do volume de controlo, o código elaborado deteta automaticamente o sentido do fluxo. Se o fluxo de massa estiver a entrar para o sistema, as fronteiras são consideradas como uma só entrada o mesmo acontecendo para a saída. Desta forma tem-se em cada instante apenas uma entrada e apenas uma saída. Com as temperaturas de entrada e saída, é possível calcular a energia trocada por calor entre o fluido e o cilindro, aplicando a equação seguinte:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_s - T_e) \quad (2.20)$$

Tendo o calor trocado no volume de controlo é então possível, aplicando o método da diferença média logarítmica da temperatura (DMLT) calcular o coeficiente de transferência de calor do cilindro e assim calcular o Nu. Assim tem-se:

$$\Delta T_{DMLT} = \frac{(T_e - T_{parede}) - (T_s - T_{parede})}{\ln \left| \frac{T_e - T_{parede}}{T_s - T_{parede}} \right|} \quad (2.21)$$

O coeficiente de transferência de calor h é então assim calculado:

$$h = \frac{\dot{Q}}{\pi D L \Delta T_{DMLT}} \quad (2.22)$$

Assim é então possível calcular Nu usando a sua forma clássica, neste caso aplicada ao cilindro:

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (2.23)$$

2.4.3 Número de Strouhal

O número de Strouhal (St) é o número adimensional que descreve os mecanismos de oscilação de escoamento. Este número é extremamente importante na análise de escoamentos transientes, uma vez que permite caracterizar o seu comportamento, eventualmente periódico, além de permitir saber o quão instável é um escoamento. Dado que o OpenFOAM não possui nenhuma ferramenta que calcule o St de forma direta, é comumente utilizada uma quantidade que pode ser ou o C_L ou a componente vertical da velocidade num ponto junto à parede do cilindro e é efetuada no conjunto de valores obtidos uma análise por transformada rápida de Fourier, convertendo o sinal do seu regime original, neste caso o temporal, no regime frequencial. Com esta ferramenta é então possível obter uma espectrograma do escoamento junto aos cilindros, que adimensionalizando de forma correta, permite obter o espectro do St e assim caracterizar a frequência do escoamento.

2.4.4 Grupos adimensionais

O escoamento de um fluido newtoniano em torno de um cilindro é assim definido pelos seguintes números adimensionais:

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (2.24)$$

$$St = \frac{fD}{V} \quad (2.25)$$

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (2.26)$$

$$C_D = \frac{2F_D}{\rho U_\infty^2 A} \quad (2.27)$$

$$C_L = \frac{2F_L}{\rho U_\infty^2 A} \quad (2.28)$$

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad (2.29)$$

onde St representa o número de Strouhal, Nu o número Nusselt, C_D o coeficiente de arrasto, C_L o coeficiente de sustentação e Pr o número de Prandtl.

3 Métodos Numéricos

Nesta secção é feita uma abordagem aos métodos de discretização utilizados bem como ao próprio programa de simulação de escoamento utilizado, neste caso o OpenFOAM. São referidos ainda os procedimentos de resolução das equações lineares dos volumes de controlo. De notar que nesta tese estes esquemas e métodos de resolução das equações governativas já estão implementados, mas foi necessário programar a determinação de algumas quantidades, as quais aparecem explicadas nas listagens dos anexos.

3.1 Esquemas de Discretização e Implementação no OpenFOAM

Para uma variável de transporte ϕ a forma genérica da equação de transporte é dada pela expressão 3.1

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho\phi\vec{u}) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) + S \quad (3.1)$$

A discretização pelo Método dos Volumes Finitos (MFV) é obtida integrando a equação anterior num volume de controlo V_P , num ponto P sobre um intervalo de tempo $[t, t+\Delta t]$, que pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_P} \rho\phi dV + \int_{V_P} \nabla \cdot (\rho\vec{u}\phi) dV - \int_{V_P} \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) dV \right] dt \\ = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_{V_P} S dV \right] dt \end{aligned} \quad (3.2)$$

No código do OpenFOAM, o espaço é discretizado usando o MFV. As equações são resolvidas com recurso a volumes de controlo que incorporam as células. Considere-se a figura 3 onde $\vec{S}_f$ representa o vetor normal à face f , o centroide é designado pela letra P e a célula vizinha por N . Aplicando-se o teorema da divergência de Gauss converte-se um integral de volume num integral de superfície, pelo que para um vetor $\vec{a}(x,t)$ num volume de controlo tem-se:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \vec{a} dV = \oint_{\partial V_P} d\vec{S} \cdot \vec{a} \quad (3.3)$$

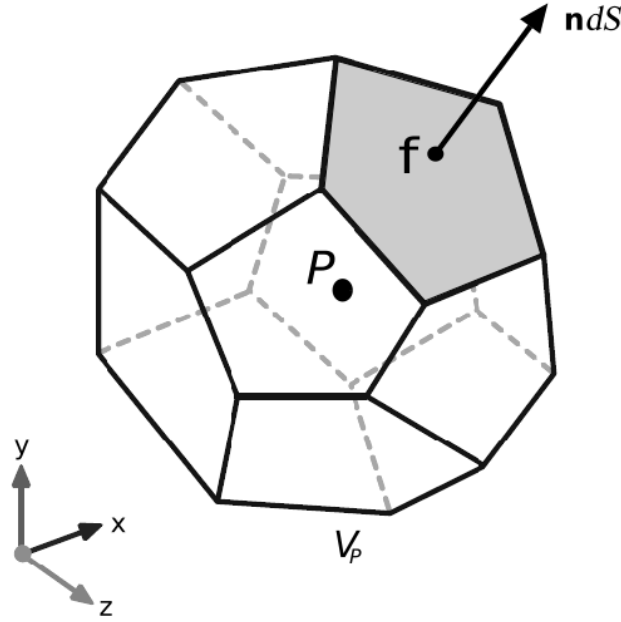


Figura 3-Esquema de um volume de controle de uma célula em perspectiva

Aplicando o teorema de Gauss então à equação (3.1), esta assume a seguinte nova forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_p} (\rho \phi) dV + \oint_{\partial V_p} d\vec{S} \cdot (\rho \vec{u} \phi) - \oint_{\partial V_p} d\vec{S} \cdot (\rho \Gamma \nabla \phi) = \int_{V_p} S dV \quad (3.4)$$

Como o volume de controle é limitado por uma série de faces planas, a equação pode ser igualada a uma soma de integrais em todas as superfícies:

$$\int_V \nabla \cdot \vec{a} dV = \oint_{\partial V_p} d\vec{S} \cdot \vec{a} = \sum_f \left(\int_V d\vec{S} \cdot \vec{a} \right) \quad (3.5)$$

Assumindo uma variação linear das grandezas físicas no espaço, o esquema de discretização espacial torna-se num método de segunda ordem. Considerando a equação (3.4) no primeiro termo tem-se então

$$\int_V \nabla \cdot \vec{a} dV = (\nabla \cdot \vec{a}) \int_V dV + \left[\int_V (x - x_p) dV \right] \cdot [\nabla(\nabla \cdot \vec{a})_p] = (\nabla \cdot \vec{a}) V_p \quad (3.6)$$

e no segundo termo

$$\int_{S_f} \vec{a} d\vec{S} = \left(\int_{S_f} d\vec{S} \right) \cdot \vec{a}_f + \left[\int_{S_f} (x - x_p) d\vec{S} \right] : (\nabla \vec{a})_f = \vec{S} \cdot \vec{a}_f \quad (3.7)$$

Combinando estas três últimas equações obtemos então a discretização do gradiente de um vetor $\vec{a}$:

$$\nabla \vec{a} = \frac{\sum_f \vec{S} \cdot \vec{a}_f}{V_p} \quad (3.8)$$

Aproximando o último termo da equação (3.2) pela regra do ponto médio obtêm-se a seguinte equação semi-discreta:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_p} (\rho\phi) dV + \sum_f \vec{S}_f \cdot (\rho\vec{u}\phi) - \sum_f \vec{S}_f \cdot (\rho\Gamma\nabla\phi) \right) dt \quad (3.9)$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} (S_c V_p + S_p V_p) dt$$

onde S_c representa a parte constante do termo fonte e S_p constitui a contribuição não-linear. Sabendo que as variáveis calculadas são guardadas no centroide do volume de controlo, os valores de face têm de ser interpolados em ambos os lados da face f , mais adiante é explicitado o método escolhido.

Após a discretização espacial, procede-se para a discretização temporal. O programa OpenFOAM utiliza o Método das Linhas (MdL) (Schiesser 2012). O MdL é um procedimento usado para a resolução de equações diferenciais parciais dependentes do tempo. Todas as dimensões são discretizadas exceto uma, a temporal. O MdL discretiza primeiro as derivadas espaciais deixando a variável temporal contínua. Assim sendo tem-se um sistema de equações diferenciais ordinárias que aproximam o conjunto inicial de equações diferenciais parciais. Na sua essência aproxima um sistema de equações derivadas parciais a um sistema de equações diferenciais ordinárias. Com isto feito, o desafio passa então por calcular uma solução numérica aproximada à equação diferencial parcial. Esta metodologia tem como principais vantagens selecionar aproximações numéricas com diferentes níveis de precisão tanto para os termos espaciais como temporais e aplicar um conjunto de métodos numéricos, já bem estabelecidos na bibliografia científica para a resolução de equações diferenciais ordinárias. Neste ponto pode-se usar qualquer esquema de discretização temporal, sendo explicitado mais adiante.

O programa OpenFOAM oferece a possibilidade, tal como a generalidade dos programas de simulação, de se poder optar por entre diferentes esquemas de discretização para a resolução da equação (3.1). A definição dos esquemas para a discretização é feita num ficheiro nomeado *fvSchemes*. Dentro deste ficheiro existem parâmetros que precisam de ser satisfeitos, e que estão na tabela seguinte.

Tabela 1-Sub-dicionários do ficheiro fvSchemes(Greenshields 2015)

Sub-dicionários	Significado em termos matemáticos
ddtSchemes	Primeira e segunda derivadas temporais
gradSchemes	Operador Gradiente ∇
divSchemes	Esquemas de divergência $\nabla \cdot$
laplacianSchemes	Esquema Laplaciano ∇^2
interpolationSchemes	Esquemas de interpolação ponto a ponto
snGradSchemes	Componente de gradiente normal á face da célula

Assim sendo e retomando então a equação (3.1) é possível então verificar sobre que componentes da equação os sub-dicionários vão ter efeito:

- *ddtSchemes*: refere-se à discretização no primeiro termo da equação $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$;
- *gradSchemes* tem influência no termo $\nabla\phi$;
- *divSchemes* refere-se á discretização do termo $\nabla \cdot (\rho\phi\vec{u} - \Gamma\nabla\phi)$;
- *laplacianSchemes* afeta $\nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi)$.

Abaixo se encontram as opções escolhidas para os parâmetros de discretização.

Esquemas de interpolação

O esquema de interpolação ponto a ponto usado no presente trabalho corresponde ao das diferenças centradas que é selecionado escrevendo no sub-dicionário *default linear*. É um esquema de segunda ordem de precisão. Considerando o esquema da figura 4, uma quantidade

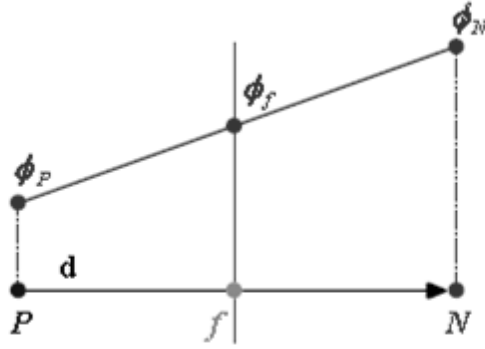


Figura 4-Esquemática de interpolação linear

ϕ_f é obtida através da seguinte equação:

$$\phi_f = f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N \quad (3.10)$$

em que:

$$f_x = \frac{fN}{PN} \quad (3.11)$$

Discretização da divergência

A discretização dos termos divergentes é feita aplicando o Teorema de Gauss para a divergência tal como explicado anteriormente. No programa OpenFOAM isso é selecionado escrevendo o termo *Gauss linear*.

Discretização temporal

O esquema de discretização temporal determina de que modo o algoritmo atualiza a solução no tempo, sendo que existem várias maneiras de discretizar o termo $\partial/\partial t$. Os mais comuns usados no programa OpenFOAM são os seguintes:

- Para-trás;
- Crank-Nicholson;
- Euler Implícito (para-a-frente);
- Regime estacionário;

Como é óbvio, por se tratar de um problema transiente, o esquema designado como *regime*

estacionário é imediatamente descartado. Para escoamentos transientes são mais usados os outros três métodos (Para-trás, Crank-Nicholson, e Euler Implícito).

O esquema do Euler Implícito é um esquema de primeira ordem, robusto, por ser incondicionalmente estável e que é o mais usado na maioria dos casos a simular, onde termo $\partial/\partial t$ é discretizado da seguinte maneira:

$$\frac{\partial(\phi)}{\partial t} = \frac{\phi^t - \phi^{t-\Delta t}}{2} \quad (3.12)$$

Já o método Crank-Nicholson é um método de segunda-ordem de exatidão e que é dependente da atribuição de um valor ψ , sendo que se $\psi = 0$ o método toma a forma de um esquema de Euler puro, e para $\psi = 1$ toma a forma de um esquema puro de Crank-Nicholson. O método de *para-trás* discretiza como a seguir se vê:

$$\frac{\partial(\phi)}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2}\phi - 2 + \phi^{t-\Delta t} + \frac{1}{2}\phi^{t-2\Delta t} \right) \quad (3.13)$$

este método é também de segunda ordem de precisão, implícito.

O método selecionado foi o de Euler implícito, dado que é aplicável á maioria dos problemas de escoamento, é selecionado no OpenFOAM com o termo *Euler*.

Discretização de Gradiente

No OpenFOAM, os métodos existentes para a discretização do gradiente são no mínimo de segunda ordem, assim para o trabalho da presente tese foi escolhido o método de Gauss e de forma a selecioná-lo é necessário o termo *Gauss linear*.

3.2 Métodos de Resolução de Sistemas de Equações Lineares

Após a discretização da equação de transporte irá existir em todos os volumes de controlo V_p um sistema de linear de equações do tipo $A\vec{x} = \vec{b}$ que podem ser resolvidas de forma direta ou por processos iterativos e o programa OpenFOAM oferece também a possibilidade de escolher quais os métodos iterativos a usar para a resolução das equações lineares. A escolha desses processos é determinada no ficheiro *fvSolution*. No presente estudo para a resolução das matrizes assimétricas é usado o método do gradiente pré-conjugado, que no programa OpenFOAM é selecionado digitando o termo *PBiCGStab*, proposto por Van der Vorst (1992) e para a resolução das matrizes simétricas é usado o método do gradiente de pressão pré-conjugado que é selecionado com o termo PCG.

3.3 Aplicação de resolução do escoamento

As aplicações mais comuns para resolver escoamentos têm normalmente como base os algoritmos PISO (Issa, Gosman et al. 1986) e SIMPLE (Patankar e Spalding 1972). O algoritmo PISO é usado para escoamentos que exibam comportamento transiente. O algoritmo SIMPLE é usado para a resolução numérica de problemas estacionários. O OpenFOAM oferece ainda o algoritmo PIMPLE que resulta da combinação de algoritmos anteriormente mencionados. O

algoritmo PISO para garantir a estabilidade do cálculo numérico faz uso de um número adimensional, o número de *Courant* (Co) e este é genericamente definido da seguinte maneira:

$$Co = \frac{U\Delta t}{\Delta x} \quad (3.14)$$

Para garantir a estabilidade do cálculo, com o algoritmo PISO é necessário impor que $Co \leq 1$, o que torna a resolução do escoamento relativamente cara do ponto de vista computacional, especialmente para resoluções com geometrias complexas. A principal vantagem do PIMPLE em relação ao PISO é a de que com o primeiro é possível acelerar a simulação permitindo que inicialmente a simulação possa atingir valores relativamente elevados de Co . Permite assim que as simulações sejam inicializadas com critérios menos rígidos. É útil para casos onde o pré-processamento foi elaborado de forma pobre. O algoritmo permite acelerar a simulação atingindo níveis de convergência aceitáveis. É especialmente desenhado para simulações que à partida tenham um custo computacional muito elevado, uma vez que permite que a simulação corra com passos temporais relativamente grandes. Contudo a sua principal vantagem é também a sua principal desvantagem, uma vez que existe o risco de perda de informação entre iterações.

Dentro de cada passo temporal é procurada uma solução de regime estacionário com sub-relaxação. Atingida uma solução, a simulação avança no tempo, sendo que para isto são precisos os denominados ciclos de correção exteriores, de forma a garantir que os termos explícitos atinjam a convergência.

Assim e de forma a resolver o conjunto de equações anteriormente descritas, usou-se um código já implementado na biblioteca do programa OpenFOAM, designado de *buoyantBoussinesqPimpleFoam*. De acordo com o manual do utilizador do OpenFOAM (Greenshields 2015), esta é uma aplicação talhada para a resolução de um escoamento turbulento, transiente e incompressível, resolvendo também a equação de energia permitindo obter a distribuição do campo de temperaturas. A aplicação também pode ser utilizada para escoamentos laminares. Para isto é necessário seleccionar no modelo de turbulência da aplicação o modelo laminar. O *buoyantBoussinesqPimpleFoam*, é baseado no algoritmo PIMPLE e como diz no próprio nome usa a aproximação de Boussinesq, que pode também ser neste caso ser desprezada, atribuindo um valor nulo à força de impulsão.

3.4 Técnica de extrapolação de Richardson

A técnica de extrapolação de Richardson proposta por Richardson (1911) é um método numérico para obter estimativas de ordem superior para o valor continuo de valores obtidos por series discretas de baixa ordem. Uma simulação vai conter uma quantidade g que pode ser expressa de uma forma geral pela seguinte série

$$f = f_{h=0} + \sum_{i=1}^n g_i h^i \quad (3.15)$$

Onde h representa o espaçamento da malha e g_i representam funções que são independentes da malha. Assim sendo a quantidade g será calculada da seguinte forma:

$$g_n(h) = \frac{2^p g_{n-1}\left(\frac{h}{2}\right) - g_{n-1}(h)}{2^p - 1} \quad (3.16)$$

O valor p representa neste contexto a ordem de convergência da solução, sendo que é dado pela pela equação (3.16):

$$p = \frac{\ln \left(\frac{A_3 - A_2}{A_2 - A_1} \right)}{\ln (r)} \quad (3.17)$$

Na equação (3.17) as letras A_3 , A_2 e A_1 representam 3 malhas consecutivas, sendo A_3 a mais refinada e A_1 a mais grosseira, e r representa o grau de refinamento usado nas 3 malhas computacionais. A partir desta equação obtêm-se a ordem de convergência a partir do qual é possível extrapolar uma quantidade teoricamente mais correta de entre duas simulações consecutivas. Isto é particularmente útil na secção 4.2. A técnica de extrapolação de Richardson permite elaborar um estudo de independência de malha, ao extrapolar-se o valor teoricamente mais correto. Assim permite que seja aferida ou não a convergência da malha concluindo quando à independência desta nos resultados obtidos.

4 Caso de Validação

Neste capítulo é apresentado o processo de validação do código utilizado. Para este efeito foram considerados vários escoamentos em torno de um cilindro. Aqui é avaliada a qualidade da malha computacional escolhida comparando os resultados obtidos através do código implementado em OpenFOAM, com escoamentos de referência, de forma a garantir a qualidade dos resultados.

4.1 Introdução

A validação foi elaborada com base no escoamento em torno de um único cilindro, para o qual já existem soluções analíticas e numéricas bem estabelecidas na literatura científica. Tanto os resultados hidrodinâmicos como os térmicos são comparados com os resultados reportados na já existente literatura científica.

4.1.1 Geometria e malha computacional

A geometria seleccionada encontra-se ilustrada na figura seguinte:

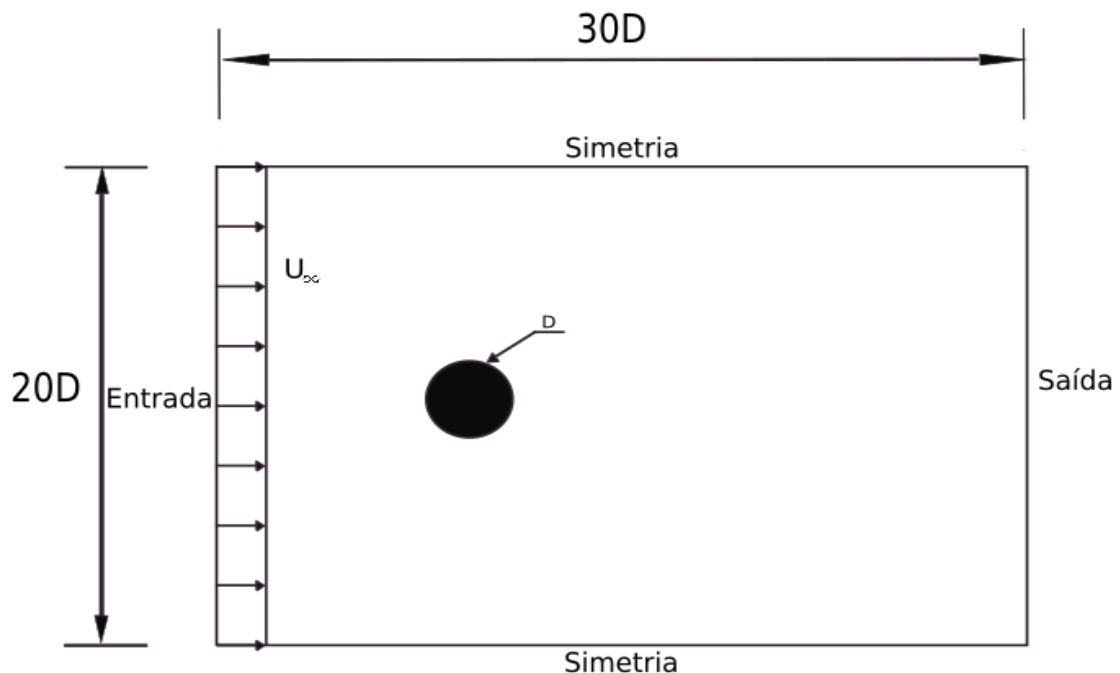


Figura 5-Geometria utilizada com as respetivas condições de fronteiras utilizadas (A notação usada é a de compasso)

A malha computacional foi conseguida combinando o uso do programa de código-aberto *Blender* com uma ferramenta própria do OpenFOAM, o programa designado por *snappyHexMesh*. A aplicação *Blender* foi utilizada para gerar o desenho. O programa *snappyHexMesh* faz a geração da malha tendo em conta o cilindro desenhado. Como o programa OpenFOAM é um programa computacional genérico de escoamentos, ele considera sempre que o domínio é tridimensional. O *snappyHexMesh* é uma ferramenta que por regra, adiciona células em todas as três direções do referencial, tornando a geometria efetivamente 3D. Para manter o domínio bidimensional é necessário ainda recorrer a um terceiro programa implementado num ficheiro designado de *extrudeMeshDict*. Este dicionário faz colapsar as células no eixo que não interessa, tornando-o bidimensional.

4.1.2 Condições iniciais e de fronteira

As condições iniciais são impostas nos ficheiros *U*, *T* e *P*, que representam as condições iniciais de velocidade, temperatura e pressão. As condições de fronteira são definidas no ficheiro *blockMeshDict*. Este ficheiro faz parte também do processo de geração de malha. As condições de fronteira selecionadas para este caso, foram as de simetria para o topo norte e sul. Para a velocidade, é imposto á entrada um perfil uniforme de velocidade. No parâmetro da temperatura é imposta uma temperatura de aproximação ao cilindro constante com condições de simetria no topo norte e sul. No que á pressão diz respeito, é imposta á saída uma pressão constante nula e na parede do cilindro é imposto que $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, sendo para isso necessário o termo *zeroGradient*.

4.2 Independência da malha

De forma a garantir que os resultados obtidos são independentes da malha computacional escolhida, foram simulados escoamentos para $Re=50$ e $Re=100$ sendo utilizadas malhas com diferentes graus de refinamento. No gráfico seguinte apresenta-se a variação de St com o número de volumes de controlo selecionados para o domínio inteiro.

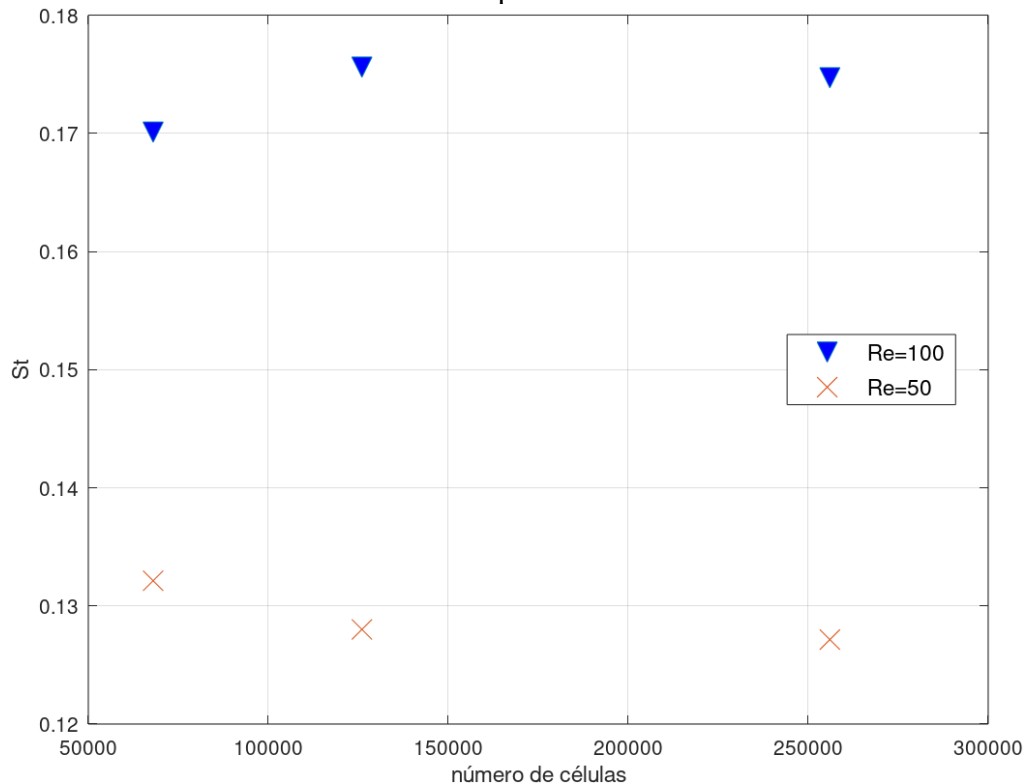


Figura 6-Variação de St com o grau de refinamento

Como se pode verificar a variação é bastante menos significativa a partir da segunda simulação, o mesmo acontece no seguinte gráfico que demonstra a variação do coeficiente de arrasto com o refinamento da malha. Isto é válido também para o gráfico da figura 7 onde a variação do C_D é perceptivelmente muito menor a partir da segunda simulação realizada, o que demonstra que a independência da malha nos resultados do coeficiente de arrasto foi também atingida.

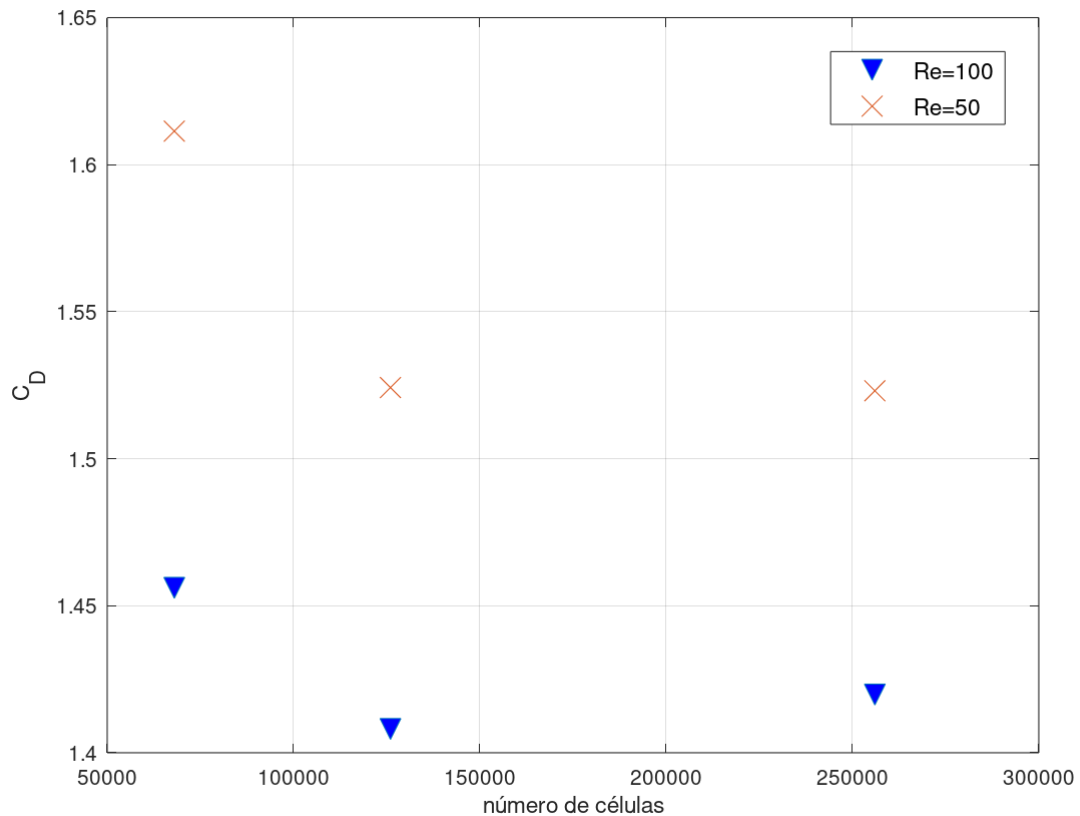


Figura 7-Variação do arrasto C_D com o refinamento da malha

Na tabela seguinte encontra-se a comparação numérica dos valores assim como o desvio relativo dos resultados em relação ao valor teoricamente mais perto da realidade, tendo em conta o refinamento da malha. Usando a técnica de extrapolação de Richardson é possível extrapolar o que seria o valor teoricamente exato. Os resultados obtidos são comparados com esse valor. Dado que o valor foi duplicado de simulação para simulação, a técnica de Richardson pode ser obtida de forma relativamente simples. Tomando como exemplo o cálculo do valor teórico do St para $Re=50$ e aplicando a técnica de Richardson às duas malhas mais finas e sabendo que $p=2$ virá que:

$$St = \frac{2^2 \times 0,12761 - 0,13212}{2^2 - 1} = 0,12609 \quad (4.1)$$

$$St = \frac{2^2 \times 0,12715 - 0,12761}{2^2 - 1} = 0,12700 \quad (4.2)$$

$$St = \frac{2^2 \times 0,12700 - 0,12609}{2^2 - 1} = 0,12686 \quad (4.3)$$

$$St_{teórico} = \frac{2^3 \times 0,12686 - 0,12700}{2^3 - 1} = 0,12684 \quad (4.4)$$

Com isto é possível calcular o erro dos valores obtidos com as malhas selecionadas para o valor que seria obtido com uma malha com espaço nulo entre as células. Na tabela 2 e 3 apresentam-se os valores obtidos e o desvio em relação ao valor obtido pela técnica de extrapolação de Richardson.

Tabela 2-Comparação de C_D e St com o refinamento da malha para $Re=50$

Nº de células	St	C_D	$\epsilon_{CD}(\%)$	$\epsilon_{St}(\%)$
68000	0,13213	1,6114	5,7984	4,1542
126000	0,12801	1,5242	-0,0792	0,5912
256000	0,12715	1,5231	0,0066	0,2285
Valor teórico	0,12684	1,5230	-	-

Tabela 3-Comparação de C_D e St com o refinamento da malha para $Re=100$

Nº de células	St	C_D	$\epsilon_{CD}(\%)$	$\epsilon_{St}(\%)$
68000	0,1701	1,4561	2,4340	-2,4656
126000	0,1756	1,4081	-0,9427	0,6881
256000	0,1747	1,4198	0,1196	0,1717
Valor teórico	0,1744	1,4215	-	-

Como se pode verificar por ambas as tabelas, o erro das quantidades avaliadas é inferior a 1%, o que indica com bastante grau de certeza que se atingiu a independência da malha, nestes parâmetros. Indicando a independência da malha relativamente também a esta quantidade adimensional, algo que é atestado pelos valores numéricos da tabela 4, onde os resultados da malha escolhida demonstram um erro inferior a 0,5% em relação à simulação com o valor teoricamente exato.

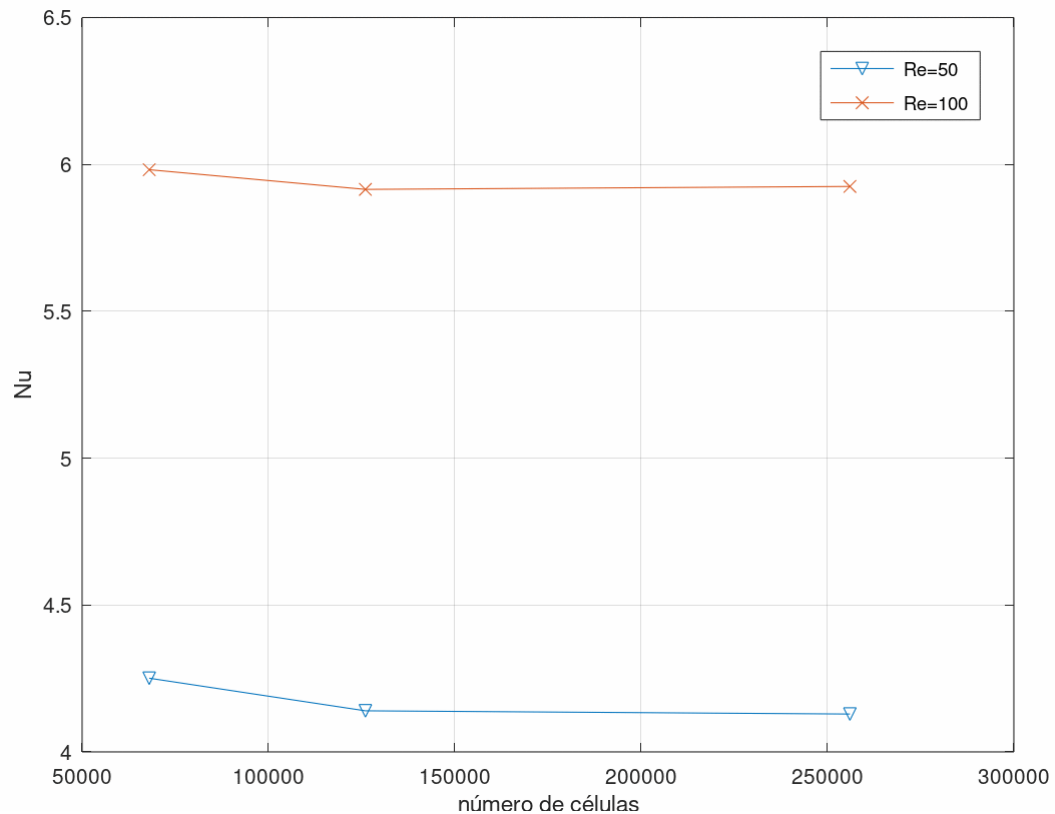


Figura 8-Variação de Nu com o refinamento da malha

Tabela 4-Variação do Nu com o refinamento da malha

Nº de células	$Re=50$		$Re=100$	
	Nu	$\epsilon_{Nu}(\%)$	Nu	$\epsilon_{Nu}(\%)$
68000	4,2154	2,1098	5,9821	0,8208
126000	4,1401	0,2858	5,9153	-0,3051
256000	4,1298	0,0363	5,9251	-0,1402
Valor teórico	4,1283		5,9334	

4.3 Discussão dos resultados

Os resultados analisados são os grupos adimensionais correspondentes ao arrasto, à sustentação, número de Strouhal e a nível térmico é analisado o número de Nusselt. Como previsto para Re iguais ou inferiores a 40, o valor de arrasto atinge um patamar ao fim de um certo tempo de simulação, patamar esse que permanece constante. Como se pode verificar pelo gráfico da figura 9, o coeficiente de arrasto não sofre qualquer variação e como tal o correspondente coeficiente de sustentação não sofrerá nenhuma variação pelo que o seu valor será nulo. No entanto para $Re=50$ a variação das quantidades C_D e C_L é pequena como se pode ver pela figura 10, sendo que a figura 11 representa uma aproximação do gráfico da figura 10 onde é perceptível a variação sinusoidal do C_L para $Re=50$. A sua variação é pequena uma vez que o escoamento ganha comportamento transiente a partir de valores próximos ($Re \approx 46$), e naturalmente os

efeitos da periodicidade inerentes ao escoamento serão ainda pequenos, não sendo no entanto desprezáveis. Isto é perceptível comparando as figuras 12 e 14, uma com a outra onde é possível ver a diferença de amplitude no St na ordem de 10^5 . Já para $Re=100$, é notória a dependência do tempo de C_D e C_L como se pode ver na figura 13.

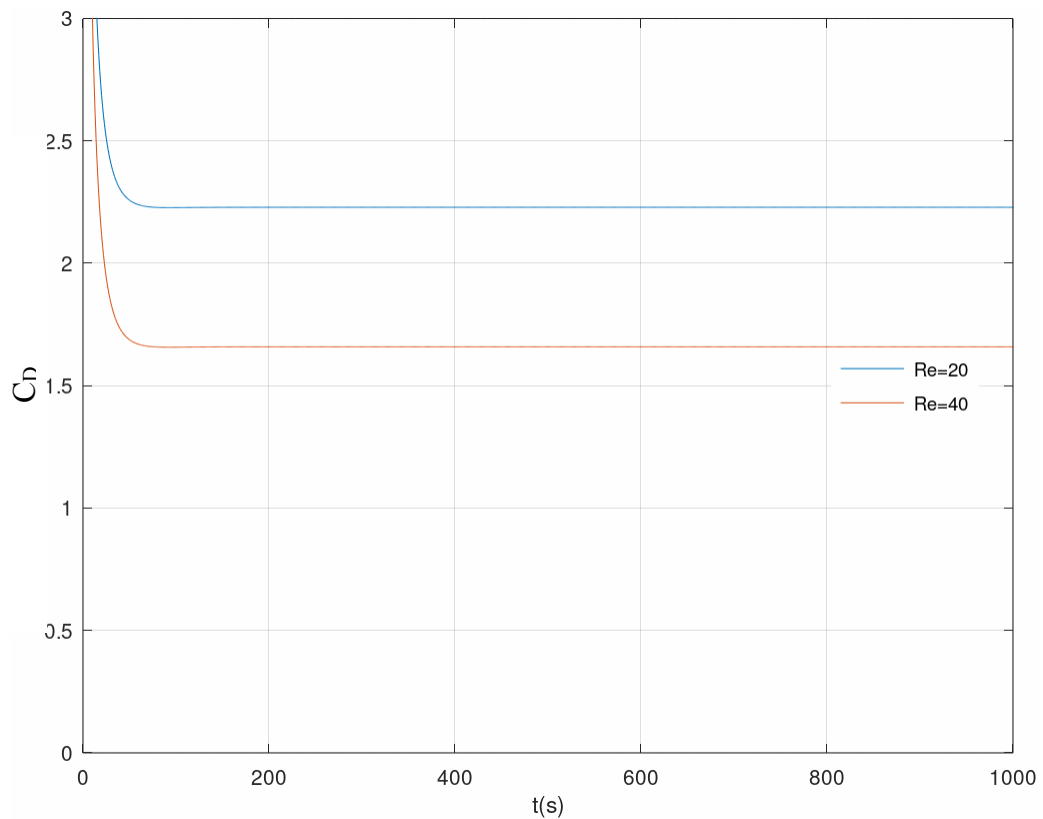


Figura 9- C_D para os valores de $Re=20$ e $Re=40$

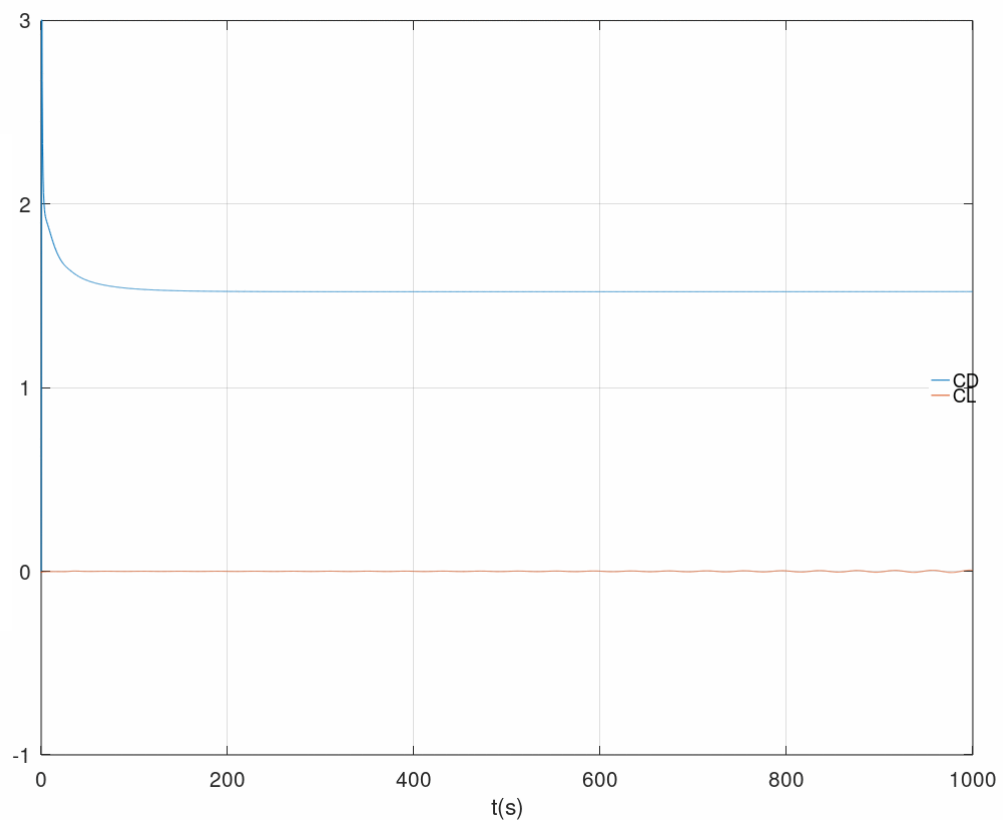


Figura 10- C_D e C_L para $Re=50$

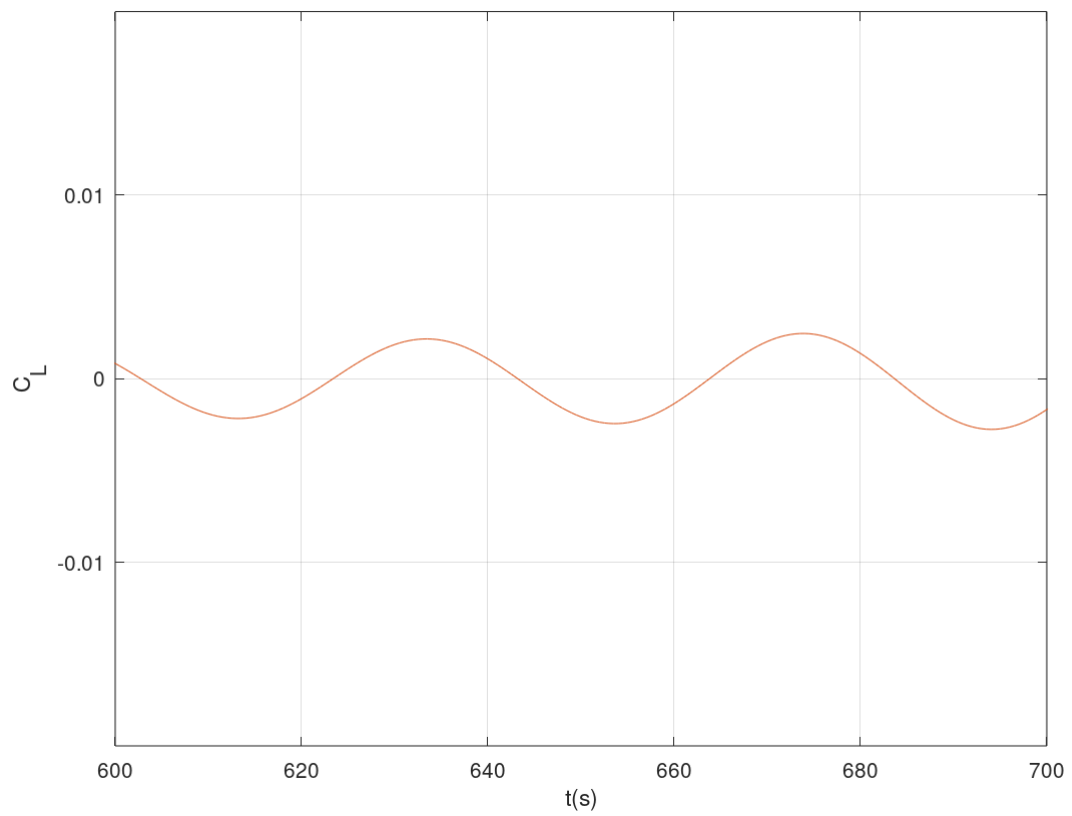


Figura 11- C_L para $Re=50$ (Ampliação da figura 12)

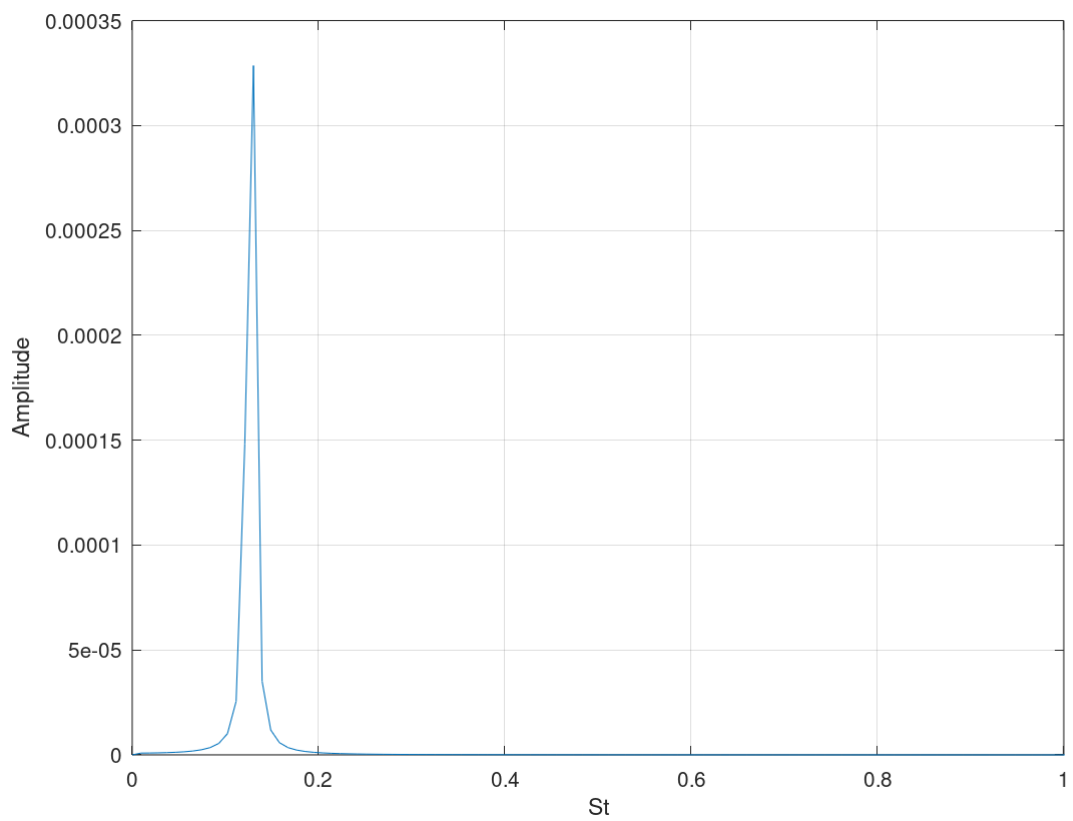


Figura 12- St para $Re=50$

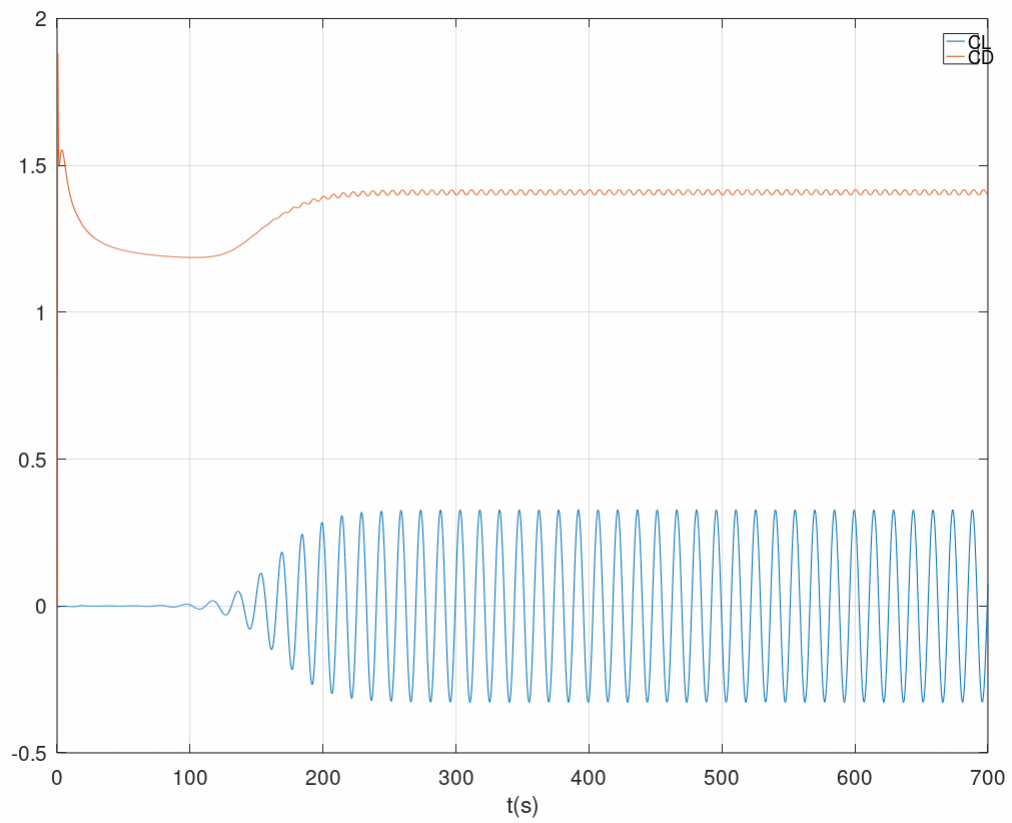


Figura 13- C_D e C_L em função do tempo simulado para $Re=100$

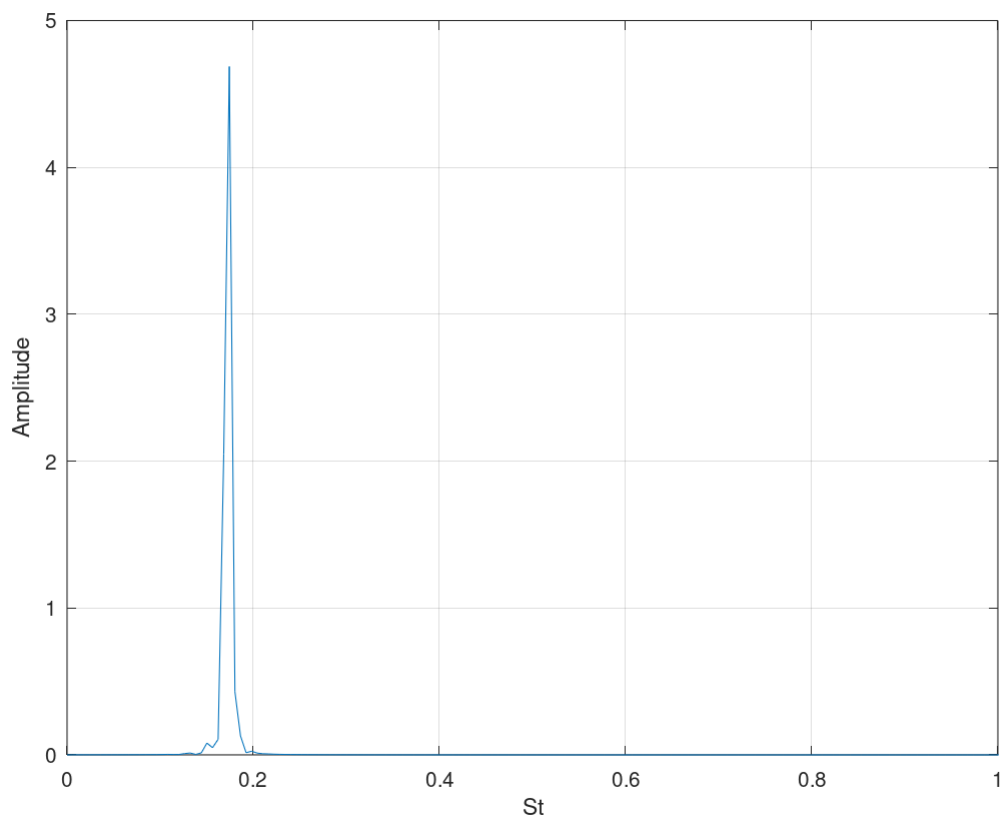


Figura 14- St para $Re=100$

Na figura 15 está exposto uma comparação gráfica entre os valores obtidos por este estudo e o trabalho desenvolvido em Xu e Wang (2006).

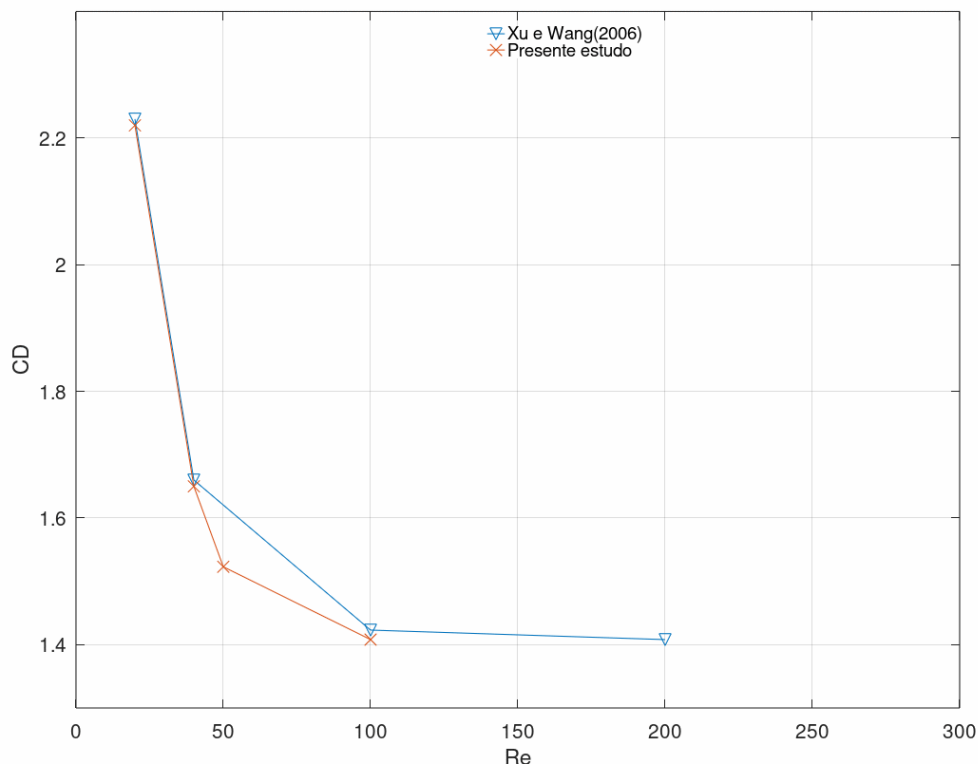


Figura 15-Comparação entre os valores de arrasto obtidos com Xu e Wang (2006)

Como se pode perceber, visualmente e atendendo á escala do gráfico da figura 15, é possível perceber a grande proximidade dos valores obtidos, existindo uma excelente concordância entre eles. Nas tabelas seguintes é possível ver a comparação de alguns valores obtidos para com outros estudos.

Tabela 5-Valores de coeficiente de arrasto para $Re=20$ e $Re=40$

Estudo	C_D	
	$Re=20$	$Re=40$
Ye, Mittal et al. (1999)	2,03	1,52
Xu e Wang (2006)	2,23	1,66
Tritton (2012)	2,22	1,48
Presente estudo	2,212	1,671

Na tabela 6 encontram-se diversos valores obtidos para o coeficiente de arrasto e de sustentação bem como para o St .

Tabela 6-Comparação para o caso com $Re=100$

Estudo	C_L	C_D	St
Berthelsen e Faltinsen (2008)	$\pm 0,34$	$1,38 \pm 0,01$	0,169
Calhoun (2002)	$\pm 0,298$	$1,330 \pm 0,014$	0,175
Xu e Wang (2006)	$\pm 0,353$	$1,42 \pm 0,013$	0,171
Guittet, Theillard et al. (2015)	$\pm 0,331$	$1,401 \pm 0,016$	-
Presente estudo (128000 células)	$\pm 0,328$	$1,408 \pm 0,01$	0,176

Como se pode comprovar pelas tabelas 5 e 6, os valores obtidos por este estudo estão em boa concordância com os existentes na bibliográfica científica.

No que ao tema da transferência de calor diz respeito, o Nu à semelhança do que aconteceu com as quantidades hidrodinâmicas, apresentou um comportamento dependente do tempo, com maior ênfase para Re superiores. Para $Re=20$ e $Re=40$ é atingindo um patamar constante como acontece para o C_D . Para $Re=50$, como se pode ver no gráfico da figura 16, as flutuações do Nu são quase inexistentes.

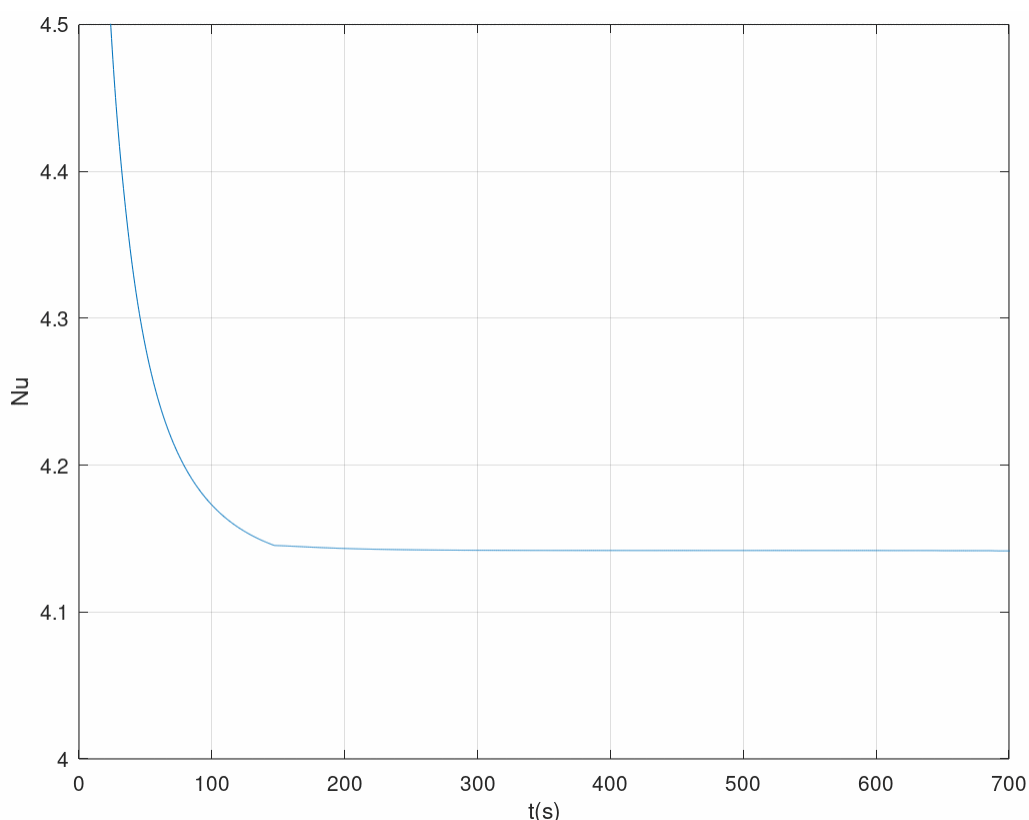


Figura 16-Variação temporal do Nu para $Re=50$

Para $Re=100$, figura 17, já é possível contemplar o caráter periódico que este apresenta ao fim de 500 s de tempo simulado. O comportamento periódico para a transferência de calor é atingindo um pouco depois de ser atingindo para o coeficiente de arrasto. No entanto a amplitude das oscilações é menor que a amplitude das flutuações do C_D .

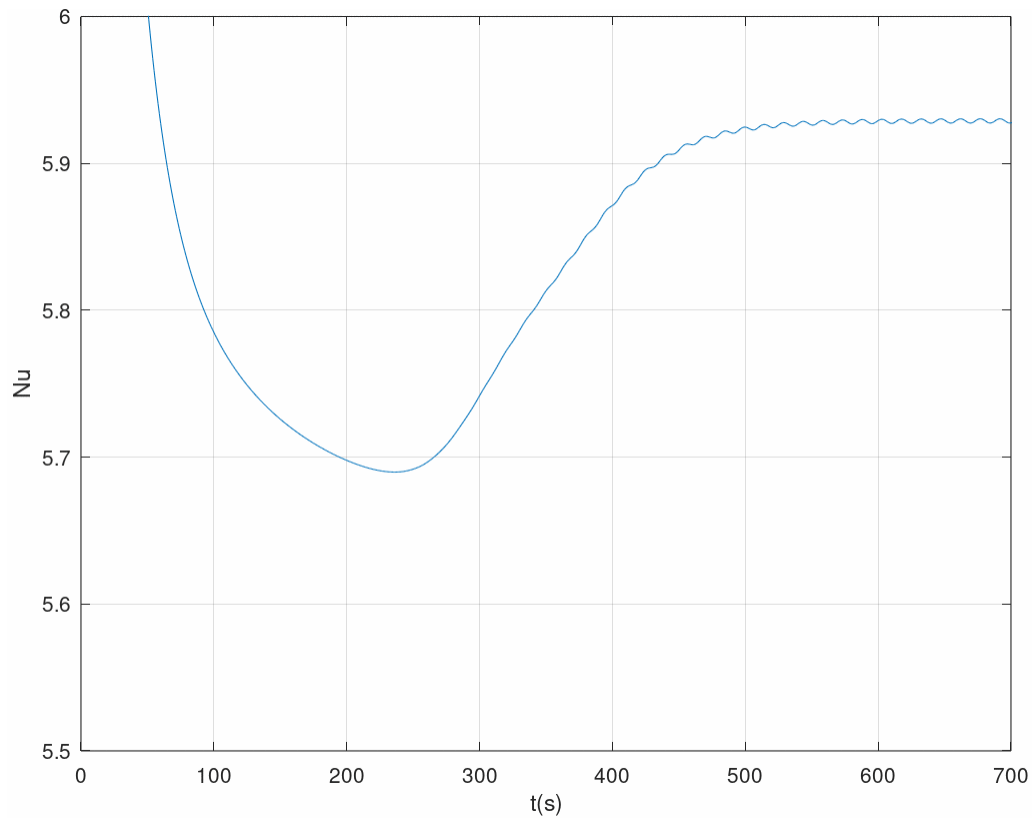


Figura 17-Variação do Nu ao longo do tempo de simulação para $Re=100$

Os resultados para o Nu encontram-se na tabela 7. O número adimensional, para este caso foi obtido fazendo a média temporal, a partir do instante em que se considera que o escoamento atingiu um estado estabelecido.

Tabela 7- Nu vs Re

Re	Nu
20	2,816
40	3,751
50	4,140
100	5,915

O Nu obtido no presente estudo foi comparado com o de algumas correlações empíricas da literatura. As correlações consideradas para a validação foram: a correlação de Churchill e Bernstein (1977), a correlação de Hilpert (1933) e ainda a elaborada por Zukauskas (1987).

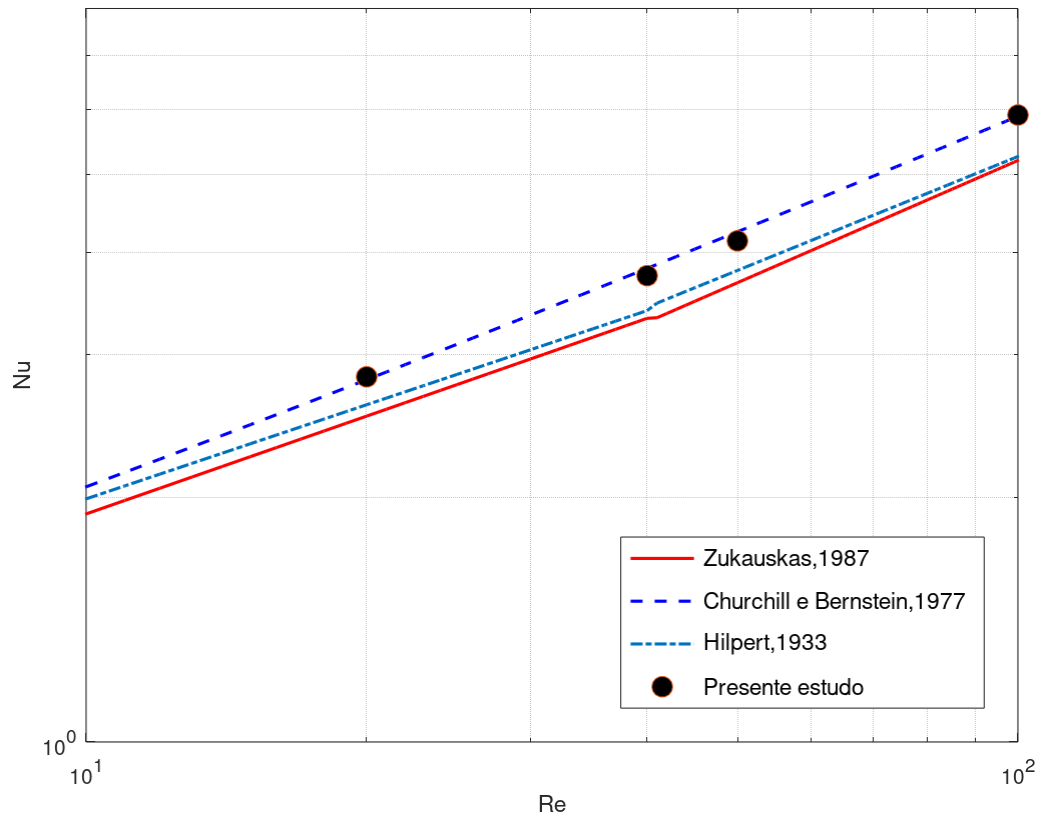


Figura 18-Comparação entre valores de Nu calculados em função de Re para $Pr=1$ e o obtido usando correlações empíricas

Pelo gráfico da figura 18 é possível verificar que os valores obtidos no presente caso de comparam bem com a literatura. Na tabela abaixo apresentam-se os valores obtidos com o respectivo desvio para as correlações consideradas.

Tabela 8-Comparação entre os valores de Nusselt obtidos com os da literatura

Re	Zukauskas(1987)		Churcill e Bernstein (1977)		Hilpert (1933)	
	Nu	desvio (%)	Nu	desvio (%)	Nu	desvio (%)
20	2,486	13,3	2,793	0,8	2,602	8,2
40	3,280	14,4	3,829	2,0	3,390	10,6
50	3,606	14,8	4,248	2,5	3,807	8,7
100	5,1	15,9	5,894	0,4	5,258	12,5

4.4 Considerações finais

O processo de validação seguiu um procedimento rigoroso, desde o estudo de refinamento da malha, de forma a selecionar uma malha que garanta resultados independentes do grau de refinamento e conclui-se que esta malha como a malha 2 conduz a resultados cuja incerteza é inferior a 1%. Os resultados foram também comparados com a literatura tendo-se verificado uma boa concordância para as quantidades dinâmicas. No caso da transferência de calor existe alguma disparidade entre as variadas correlações, destacando-se aqui o afastamento da correlação de Zukauskas para todas as outras consideradas. Ainda assim foi atingindo um nível

de concordância aceitável entre os resultados numéricos obtidos e o resto das correlações empíricas consideradas.

Pode assim concluir-se que na generalidade dos dados obtidos que foi atingindo um bom nível de concordância entre as quantidades adimensionais analisadas e os resultados tomados como referência para efeitos de validação.

5 Resultados

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados relativamente aos escoamentos cuja análise é o objetivo principal do presente estudo.

5.1 Feixe de cilindros alinhados

Aqui serão detalhados os pormenores analisados no que ao escoamento por entre um feixe de cilindros alinhados concerne. Primeiro é analisado o caso isotérmico, e ainda o caso de temperatura constante na parede dos tubos, e como o efeito do bloqueamento (β) afeta características dinâmicas e térmicas dos escoamentos. O bloqueamento β é definido matematicamente da seguinte maneira:

$$\beta = \frac{P_T}{D} \quad (5.1)$$

Onde P_T representa o passo transversal entre dois cilindros consecutivos. É introduzido ainda um outro grupo adimensional, o coeficiente de pressão, C_P , dado pela equação 5.2

$$C_P = \frac{|p_{entrada} - p_{saída}|}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2} \quad (5.2)$$

Onde U_{∞} é a velocidade de aproximação ao feixe e $p_{entrada}$ e $p_{saída}$ são a pressão de entrada e saída de cada coluna de cilindros.

5.1.1 Geometria e malha computacional

Para os feixes alinhados optou-se por uma matriz de 5 linhas por 10 colunas, como observado na figura 19. Optou-se por este número de colunas na esperança de se atingir uma situação, tanto dinamicamente como termicamente desenvolvida do escoamento.

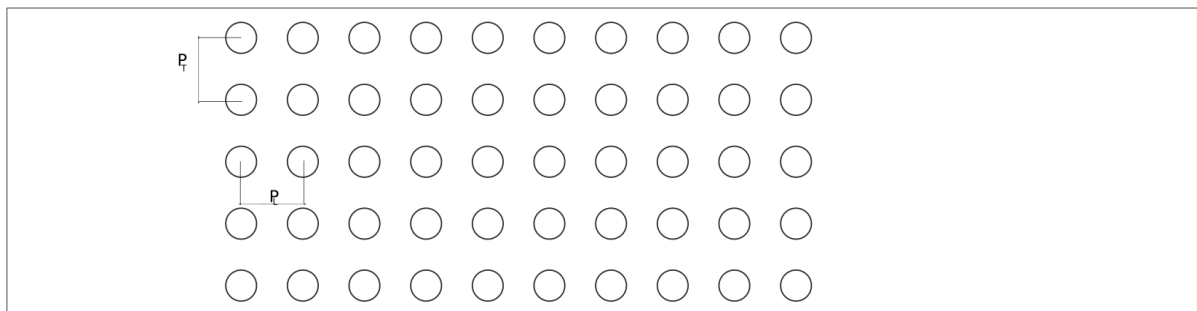


Figura 19-Geometria dos feixes alinhados

O comprimento de referência é o do diâmetro, sendo que foi selecionado um diâmetro comum em permutadores de calor, neste caso tem-se $D=16$ mm, que de altura o canal de escoamento tem $5P_T$ e de comprimento este possui $25P_L$. O rácio entre passos é igual á unidade em todas as situações, assim que ao variar β , o espaço entre cilindros no plano vertical e no plano horizontal sofre a mesma variação.

Ao nível da malha computacional, refez-se o processo mencionado na secção 4.1.2, usando a ferramenta que permite adaptar malhas a geometrias específicas, *snappyHexMesh*, geometrias essas que foram desenhadas no *blender*. A malha usada em redor do cilindro foi a mesma que usada no caso de validação da secção 4, uma vez que para aquele caso foi demonstrada a sua independência nos resultados obtidos e permitiu a obtenção de resultados em concordância com os resultados de referência. A malha cartesiana, longe dos cilindros é uma malha estruturada. Junto aos cilindros a malha é polar existindo uma zona de transição entre as duas malhas onde esta não é estruturada. Sendo $\Delta x = \frac{D}{32}$ e $\Delta y = \frac{D}{32}$, na zona onde a malha é estruturada. Na zona junto aos cilindros $\Delta s = \frac{D}{40}$. Para todas as configurações testadas, estes parâmetros foram mantidos. A figura 20 mostra uma ilustração da malha usada para o feixe de cilindros para um $\beta=0,25$.

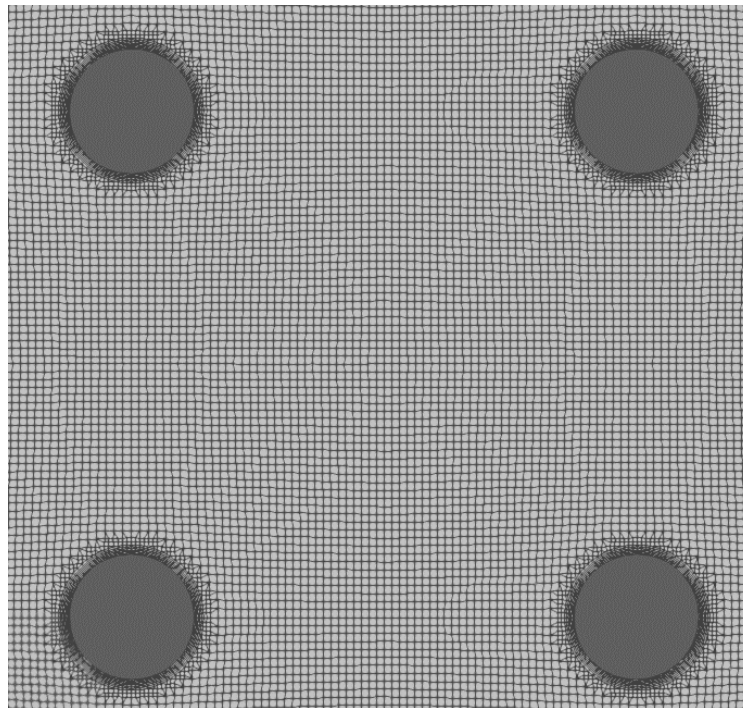


Figura 20-Malha computacional entre 4 cilindros do feixe

5.1.2 Condições iniciais e de fronteira

As condições iniciais e de fronteira são semelhantes às utilizadas no caso de validação. Para o conjunto de cilindros em si, as condições hidrodinâmicas selecionadas foram obviamente a condição de não-deslizamento e $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, com uma condição de temperatura constante na sua superfície. Na entrada através do ficheiro U , é imposto um perfil uniforme de velocidade na aproximação ao feixe. Aqui à semelhança do conjunto de cilindros é imposto um gradiente de pressão nulo, no ficheiro T é imposto um valor de temperatura constante. À saída através do ficheiro p é estipulado um valor fixo de pressão e um gradiente de velocidade nulo, para a temperatura é também selecionado a condição de gradiente nulo. No topo norte e no topo sul são impostas condições de simetria. A temperatura á entrada é de 350 K com a temperatura da

parede dos cilindros 300 K. Para estas temperaturas foram feitas as considerações de escoamento incompressível tal como no caso de validação e para as propriedades térmicas do fluido foram escolhidas as da água àquela temperatura, assumindo que não variam naquele intervalo de temperatura e foi imposto um $Pr=1$.

5.2 Discussão dos resultados

Os parâmetros variados neste estudo foram o Re e rácio de bloqueamento β . Tendo isto em conta a discussão dos resultados passa por analisar os impactos que estes têm no comportamento do escoamento por um feixe de cilindros. A variação destes parâmetros é analisada nos resultados obtidos para St , C_D e C_L e ainda o Nu .

Efeito de Re

A variação do Re tem impacto sobretudo na maneira como o escoamento se desenvolve ao longo do próprio feixe. As tabelas a seguir apresentadas, expõem os resultados obtidos para cada cilindro, consoante o Re imposto ao escoamento e para valores de β diferentes.

Tabela 9-Valores de C_D e C_P para todos os valores de Re estudados para $\beta=0,25$

Cilindro	$Re=10$		$Re=20$		$Re=50$		$Re=80$		$Re=100$	
	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P
C1	4,984	1,932	3,405	1,625	1,923	1,342	2,024	1,295	1,662	1,051
C2	3,622	0,959	2,076	0,582	0,795	0,196	1,382	0,492	1,162	0,634
C3	3,576	0,865	1,985	0,498	0,791	0,262	1,326	0,419	0,777	0,570
C4	3,568	0,905	1,937	0,502	0,923	0,273	0,956	0,475	0,520	0,467
C5	3,568	0,877	1,920	0,473	1,240	0,491	0,708	0,432	0,423	0,359
C6	3,568	0,884	1,915	0,474	1,819	0,637	0,698	0,396	0,431	0,333
C7	3,568	0,885	1,915	0,476	1,801	0,625	0,702	0,394	0,429	0,300
C8	3,568	0,890	1,915	0,477	1,821	0,612	0,750	0,389	0,617	0,337
C9	3,568	0,894	1,915	0,479	1,890	0,610	1,000	0,378	0,844	0,301
C10	3,568	0,894	1,915	0,479	1,930	0,687	1,151	0,399	0,822	0,384

Tabela 10- Valores de C_D e C_P para todos os valores de Re estudados para $\beta=0,4$

Cilindro	$Re=10$		$Re=20$		$Re=50$		$Re=80$		$Re=100$	
	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P
C1	8,319	4,288	5,533	3,364	3,682	2,837	3,146	2,724	2,953	2,680
C2	6,289	2,502	3,391	1,373	1,611	0,647	1,108	0,397	0,949	0,495
C3	6,312	2,527	3,334	1,344	1,561	0,668	1,083	0,496	0,883	0,432
C4	6,312	2,527	3,320	1,328	1,487	0,613	1,031	0,443	0,879	0,385
C5	6,312	2,527	3,318	1,328	1,452	0,590	0,988	0,4153	0,839	0,357
C6	6,312	2,527	3,318	1,328	1,437	0,578	0,961	0,397	0,840	0,341
C7	6,312	2,527	3,318	1,328	1,429	0,570	0,947	0,372	0,912	0,334
C8	6,312	2,492	3,318	1,328	1,427	0,560	0,946	0,372	0,907	0,330
C9	6,312	2,535	3,318	1,334	1,424	0,572	0,955	0,376	1,170	0,414
C10	6,312	2,562	3,328	1,260	1,425	0,550	1,023	0,375	1,465	0,687

Tabela 11- Valores de C_D e C_P para todos os valores de Re estudados para $\beta=0,5$

Cilindro	$Re=10$		$Re=20$		$Re=50$		$Re=80$		$Re=100$	
	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P	C_D	C_P
C1	12,754	7,770	8,289	5,783	5,496	4,724	4,662	4,346	4,370	4,200
C2	10,704	5,347	5,729	3,201	2,741	1,707	1,924	1,280	1,622	1,121
C3	10,719	5,283	5,709	2,824	2,592	1,317	1,812	0,945	1,546	0,816
C4	10,719	5,398	5,709	2,859	2,526	1,280	1,715	0,889	1,445	0,760
C5	10,719	5,279	5,707	2,814	2,507	1,236	1,668	0,831	1,392	0,700
C6	10,719	5,310	5,707	2,814	2,502	1,236	1,649	0,814	1,364	0,677
C7	10,719	5,318	5,707	2,833	2,500	1,235	1,649	0,814	1,353	0,672
C8	10,719	5,315	5,707	2,845	2,502	1,246	1,650	0,815	1,353	0,671
C9	10,719	5,431	5,707	2,894	2,514	1,274	1,715	0,836	1,401	0,689
C10	10,759	5,456	5,711	2,907	2,573	1,283	2,048	0,864	1,698	0,726

O aumento do Re numa mesma configuração de feixes, isto é mesmo β , provoca uma diminuição do arrasto assim como do coeficiente de pressão. A oposição que existe ao escoamento é menor. Isto vai de encontro ao que é verificado no caso do escoamento em torno de um só cilindro. O aumento do Re tem como efeito uma diminuição de C_D .

Existe ainda um outro aspeto a ter em conta e na qual o número de Reynolds tem impacto. Esse aspeto é o da região de entrada no próprio feixe e se este atinge uma zona desenvolvida ou não no feixe de tubos. Os gráficos das figuras 21, 22 e 23 mostram como o C_D se desenvolve com o escoamento ao longo do feixe para $\beta=0,25$, $\beta=0,4$ e $\beta=0,5$ respetivamente

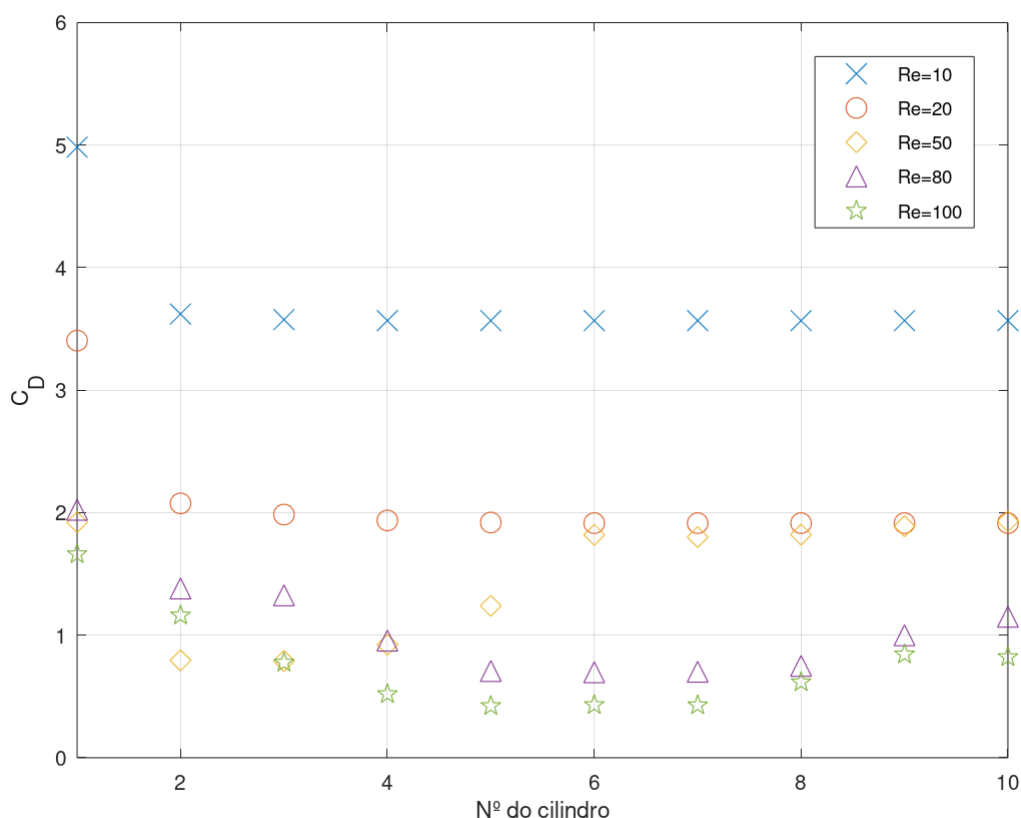


Figura 21-Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,25$

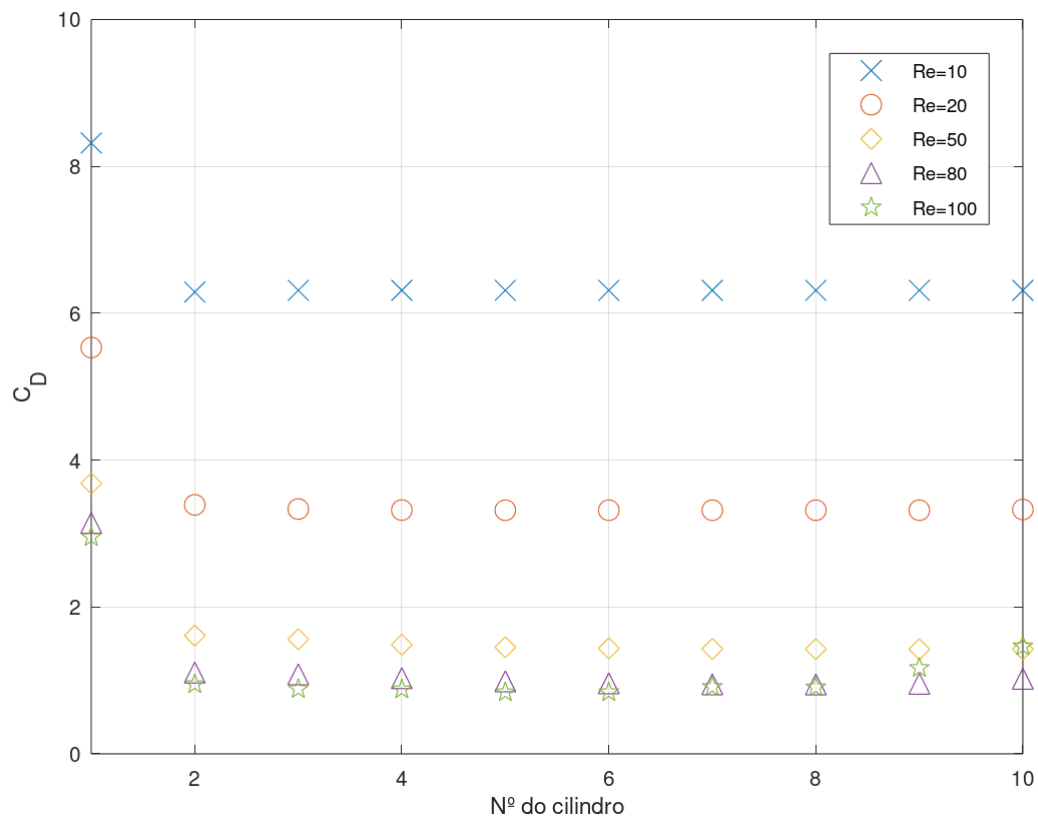


Figura 22- Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,4$

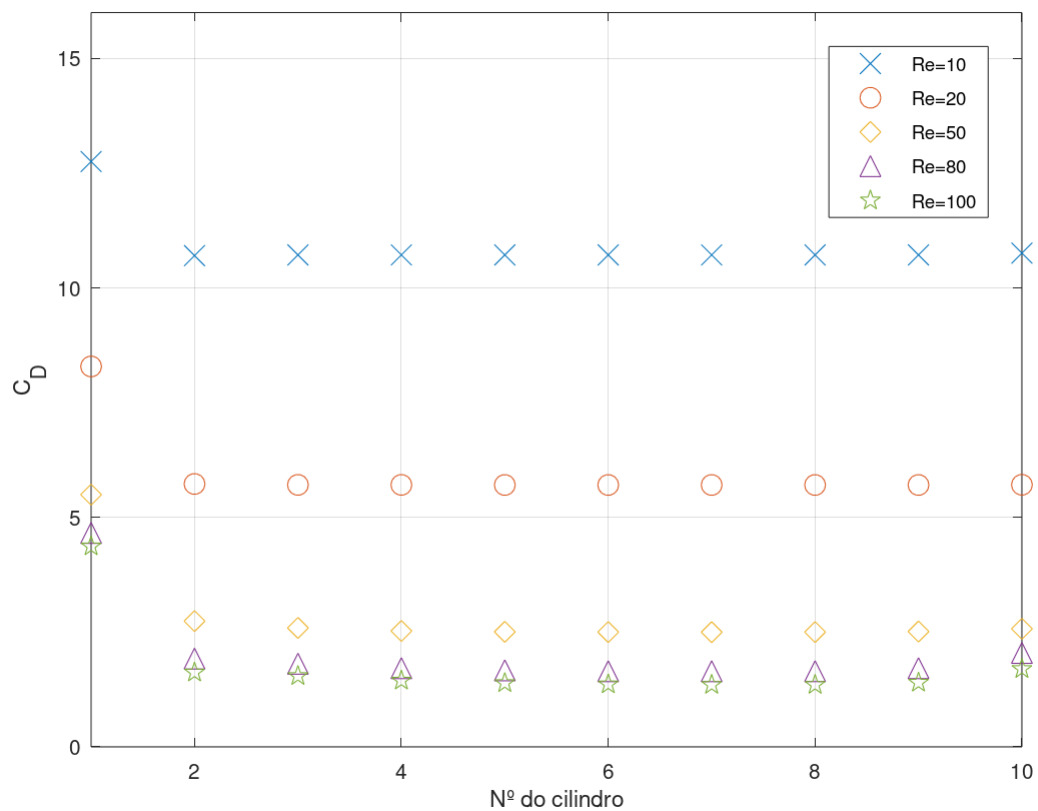


Figura 23- Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,5$

O aumento de Re provoca um aumento da região de entrada dinâmica no feixe de cilindros.

Avaliando as figuras anteriores (21,22 e 23) esse aumento da região de entrada é mais notório para o menor bloqueamento. O primeiro cilindro é aquele que está sujeito ao maior coeficiente de arrasto, sendo que atingida a zona desenvolvida o valor tanto de C_D como C_P é constante.

Nas tabelas seguintes estão apresentados os números de Nusselt obtidos para cada cilindro, para Re diferentes e bloqueamentos também diferentes.

Tabela 12-Valores de Nu para $\beta=0,25$

Cilindro	$Re=10$	$Re=20$	$Re=50$	$Re=80$	$Re=100$
C1	2,589	3,612	5,512	5,886	6,845
C2	2,42	2,989	3,421	4,353	5,987
C3	2,268	2,827	3,531	4,835	6,092
C4	2,261	2,823	3,562	4,934	5,487
C5	2,261	2,823	4,061	4,815	4,831
C6	2,261	2,823	4,550	4,810	4,895
C7	2,261	2,823	4,593	4,964	4,887
C8	2,261	2,823	4,512	5,103	5,119
C9	2,261	2,823	4,442	5,218	5,701
C10	2,261	2,823	4,232	5,243	5,611

Tabela 13-Valores de Nu para $\beta=0,4$

Cilindro	$Re=10$	$Re=20$	$Re=50$	$Re=80$	$Re=100$
C1	3,234	3,895	6,391	6,478	7,087
C2	2,530	3,666	5,268	5,837	4,174
C3	2,520	3,593	4,956	5,353	4,611
C4	2,520	3,283	4,983	5,352	4,416
C5	2,520	3,283	4,783	5,015	4,883
C6	2,520	3,282	4,761	4,945	5,587
C7	2,520	3,282	4,752	4,907	6,170
C8	2,520	3,282	4,752	4,887	6,343
C9	2,520	3,282	4,752	4,887	6,341
C10	2,520	3,282	4,752	5,04	6,081

Tabela 14- Valores de Nu para $\beta=0,5$

Cilindro	$Re=10$	$Re=20$	$Re=50$	$Re=80$	$Re=100$
C1	3,590	3,981	6,021	8,177	9.136
C2	3,692	3,523	5,313	5,489	7.135
C3	3,513	3,981	5,284	5,052	6.593
C4	3,398	3,631	5,029	5,890	6.367
C5	3,251	3,631	5,015	5,823	6.257
C6	3,213	3,631	5,021	5,796	6.200
C7	3,213	3,631	5,014	5,786	6.179
C8	3,213	3,631	5,028	5,786	6.180
C9	3,213	3,631	5,021	5,811	6,211
C10	3.212	3,631	5,110	6,126	6,629

A semelhança do que acontece para o C_D e C_P , a zona desenvolvida é quase imediatamente

atingida, no entanto com o aumento do Re a zona de entrada cresce ligeiramente. A região desenvolvida é atingida em todos Re e para todas as configurações geométricas do feixe de cilindros testadas, como é perceptível pelas figuras 24,25 e 26 que representam a variação de Nu com o feixe para $\beta=0,25$, $\beta=0,4$ e $\beta=0,5$ respetivamente.

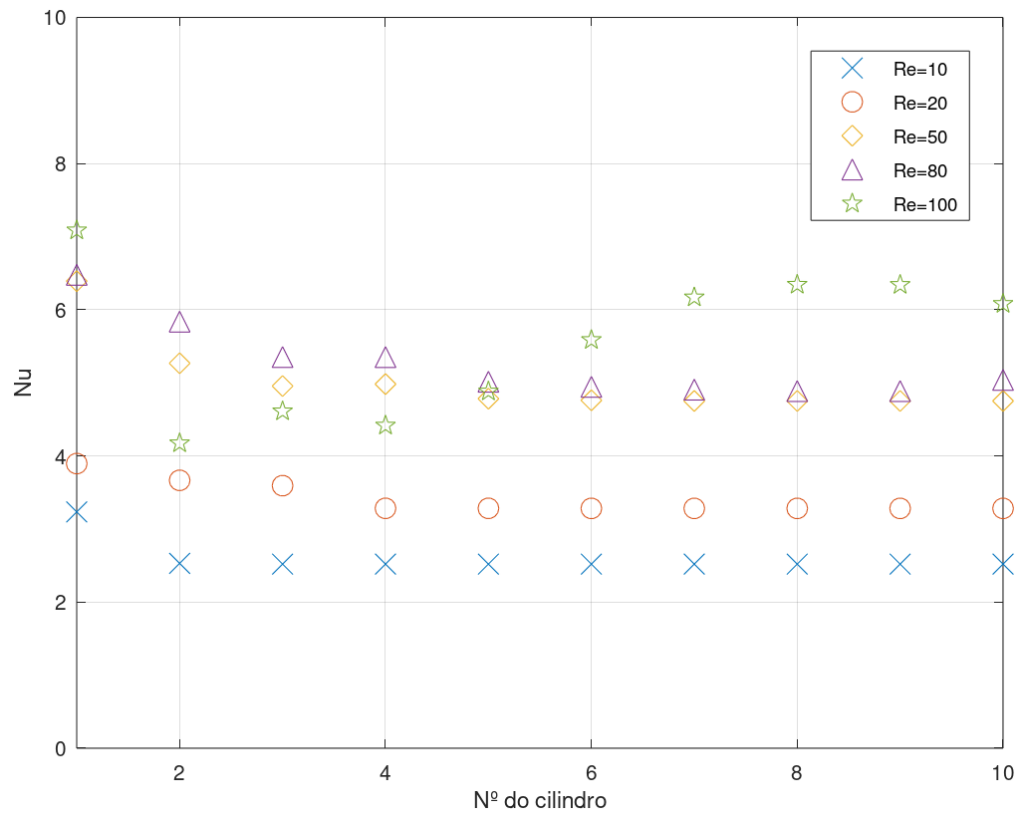


Figura 24- Variação do Nu ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,25$

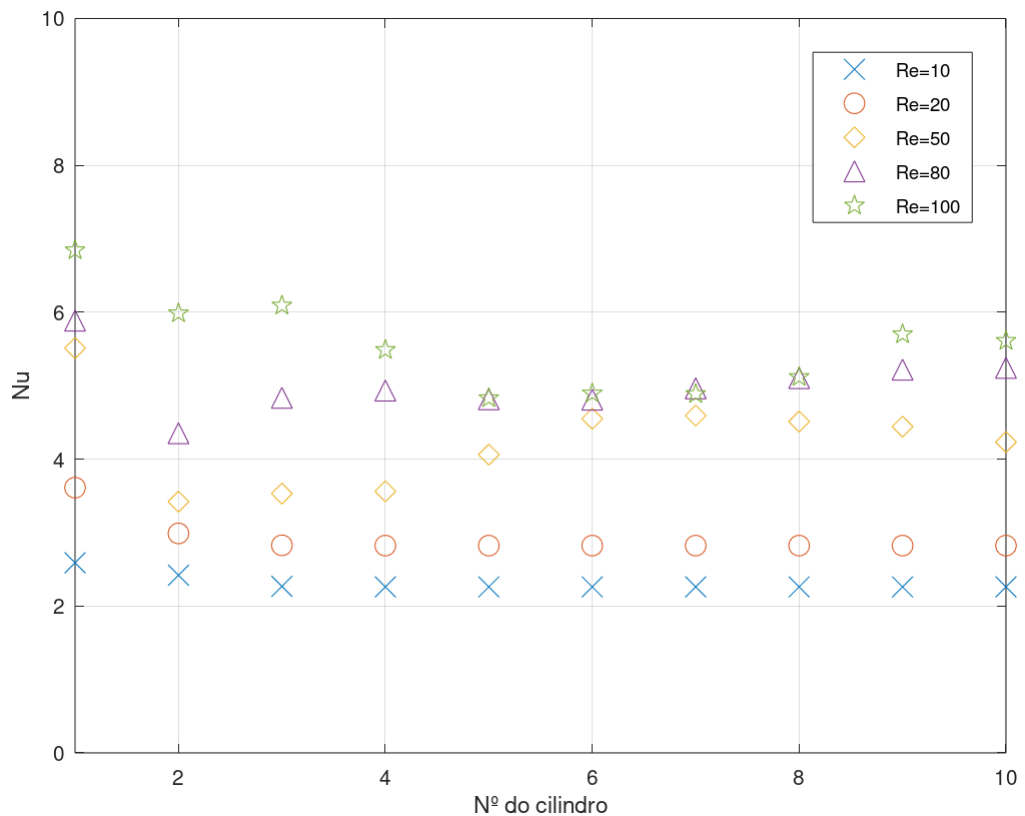


Figura 25- Variação do Nu ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,4$

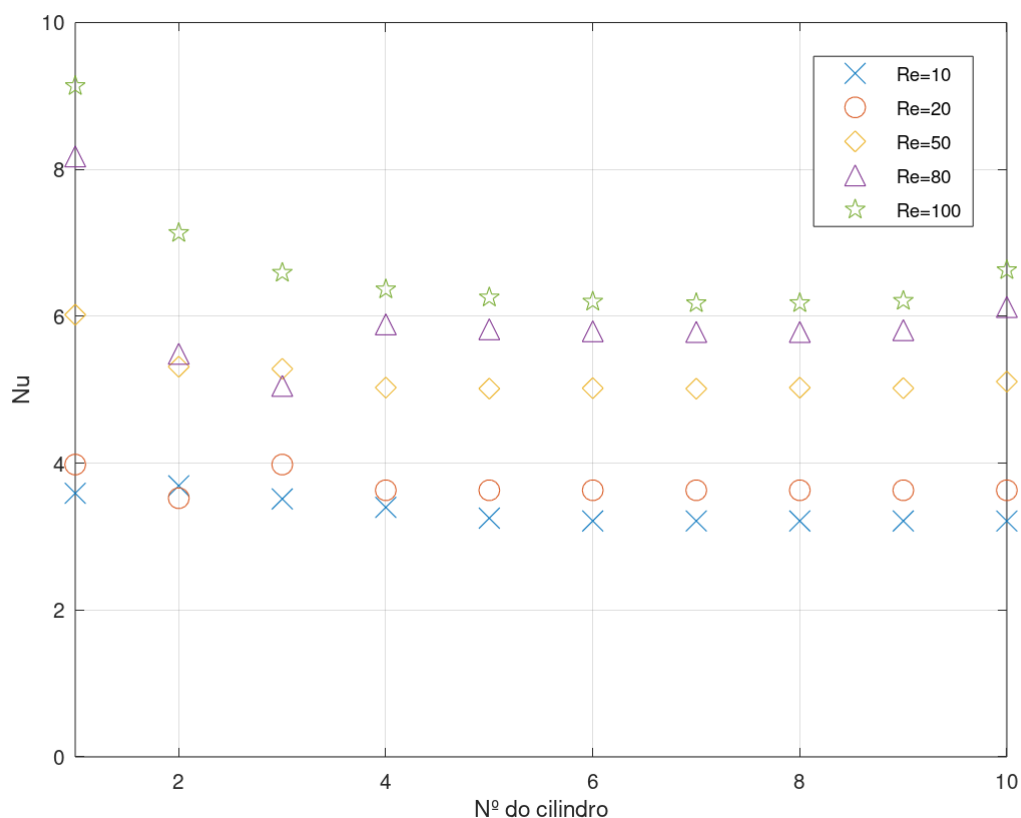


Figura 26- Variação do C_D ao longo dos cilindros considerados no plano longitudinal para $\beta=0,5$

Analisando as figuras 24,25 e 26, é perceptível que existe uma zona de entrada. Esta zona de entrada para qualquer bloqueamento analisado, vai aumentando consoante o aumento do Re . À semelhança do que se passava com o coeficiente de arrasto e de pressão, o primeiro cilindro possui um valor maior que o dos restantes cilindros.

Efeito de β no comportamento dinâmico do escoamento

Como referido anteriormente, tanto o passo transversal como o passo longitudinal são iguais numericamente. Assim com a variação de β , tanto o P_L como o P_T são variados na mesma proporção. Nesta secção será analisado o efeito que a variação do parâmetro β tem no comportamento hidrodinâmico do escoamento. São analisados o C_D , St e ainda o C_P . Os valores obtidos foram calculados realizando uma média temporal dos dados computados.

Como seria de esperar, para $Re=10,20$, o escoamento é de comportamento estacionário, uma vez que apesar de existir um aumento de velocidade entre cilindros, fruto de existir um confinamento, essa velocidade não é suficiente para provocar a formação dos vórtices de *von Karmán*. Em relação ao C_P , esta quantidade não sofre qualquer alteração, assim que a convergência é atingida, e dado o seu valor próximo entre filas de cilindros é observável que se atingiu um estado onde o gradiente de pressões é o mesmo a partir da quarta coluna do feixe. Isto é verificável observando a figura 27, que diz respeito à variação de C_P com o aumento de Re com diferentes valores de bloqueamento.

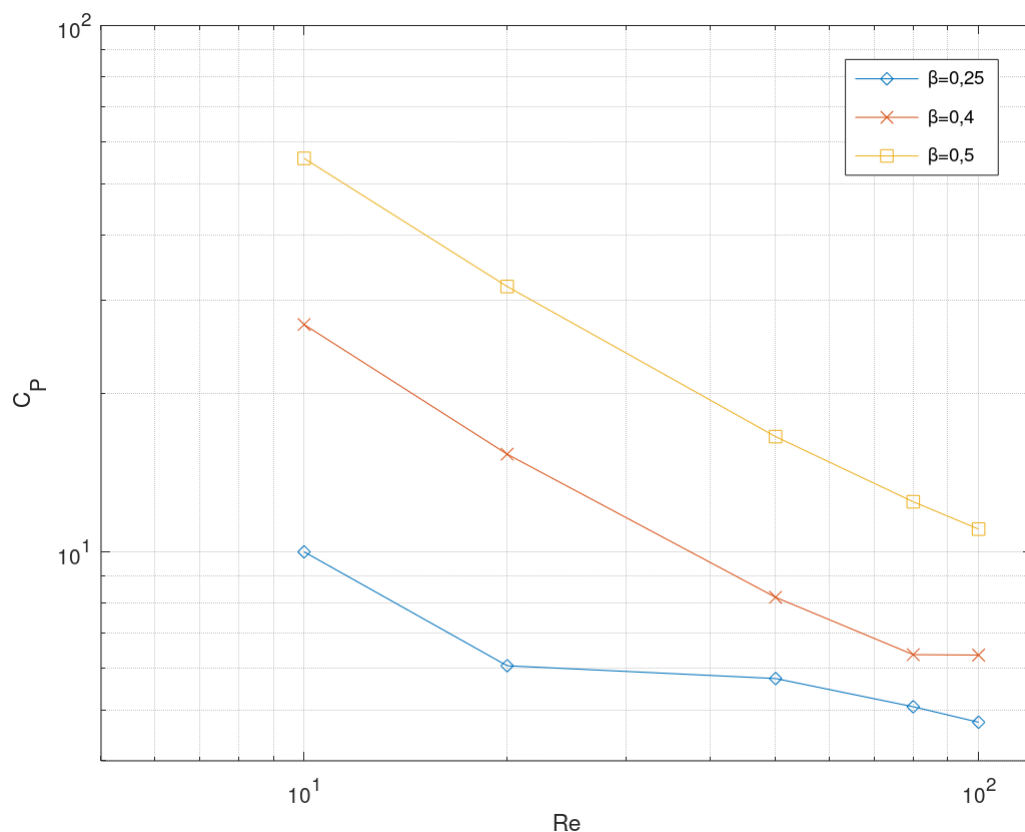


Figura 27-Variação de C_p global do feixe de cilindros com o Re para diferentes valores de β (As linhas ajudam à visualização).

O aumento do bloqueamento produz por consequência um aumento no C_p global do feixe de cilindros. Como o espaçamento para o fluido passar diminui com o aumento do bloqueamento. Isto traduz-se numa maior perda de carga de cilindro para cilindro.

O bloqueamento tem um impacto importante nas oscilações tanto do C_D como do C_p . Com o aumento do bloqueamento as oscilações das quantidades adimensionais tendem a diminuir.

Para $\beta=0,25$ e para $Re \geq 50$ os escoamentos apresentam fortes flutuações nos seus valores. As flutuações aumentam em amplitude à medida que se avança no número de colunas do feixe. Para $Re=50$ as oscilações do C_D parecem ter uma frequência de oscilação bem definida como se pode observar nos gráficos da figura 28. Observando a figura 29 quando $Re=80$, as flutuações do C_D aumentam de amplitude, ganhando um aspeto mais caótico ao longo do feixe. Para $Re=100$ as flutuações são ainda maiores que nos casos anteriores, assim como a frequência, no entanto o escoamento parece tornar-se mais instável nos cilindros das colunas mais adiantadas. Na figura 30 existe um padrão de oscilação mais ordeiro na primeira metade do feixe, sendo que na segunda acontece o contrário. Aumentado o nível de bloqueamento para $\beta=0,4$ e $\beta=0,5$ ocorre uma diminuição progressiva das flutuações, tanto no caso do arrasto como do coeficiente de pressão. Olhando para as figuras 31 e 32 que representam as variações de C_D para $\beta=0,4$ para $Re=80$ e $Re=100$ respetivamente e para as figuras 33, 34 e 35 que ilustram o mesmo mas para $Re=50$, $Re=80$ e $Re=100$ é possível ver que o aumento de β provoca uma diminuição das oscilações do coeficiente de arrasto. Existe menos espaço no plano transversal do feixe para o escoamento poder oscilar. Para $Re=50$ e $\beta=0,4$ durante o tempo simulado, as oscilações foram demasiado fracas para se fazerem notar no C_D .

Escoamento de um fluido newtoniano em torno de feixes de tubos a baixos números de Reynolds: Um estudo numérico

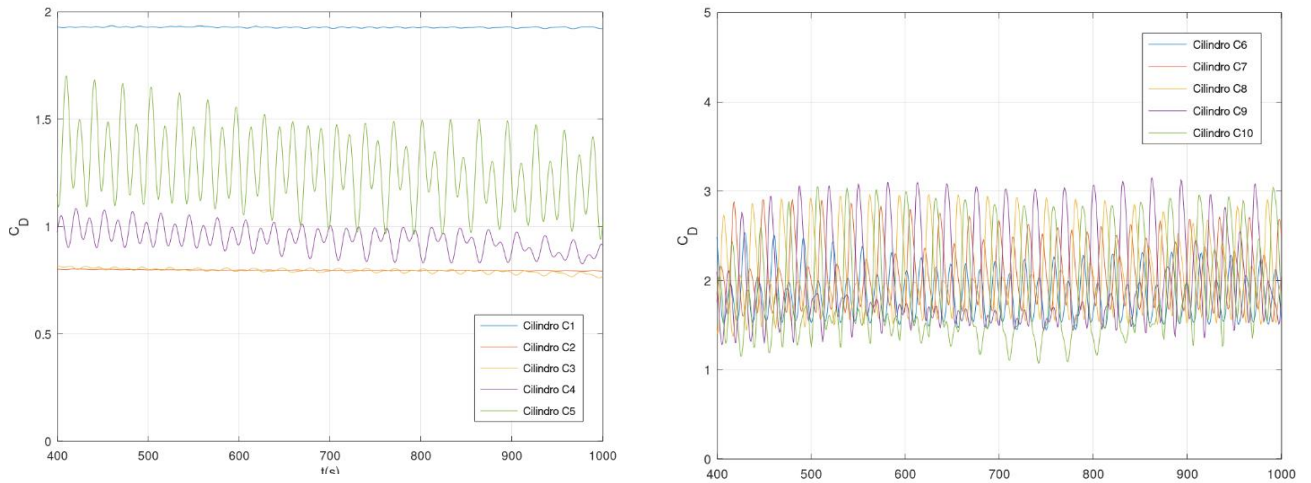


Figura 28-Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=50$, $\beta=0,25$

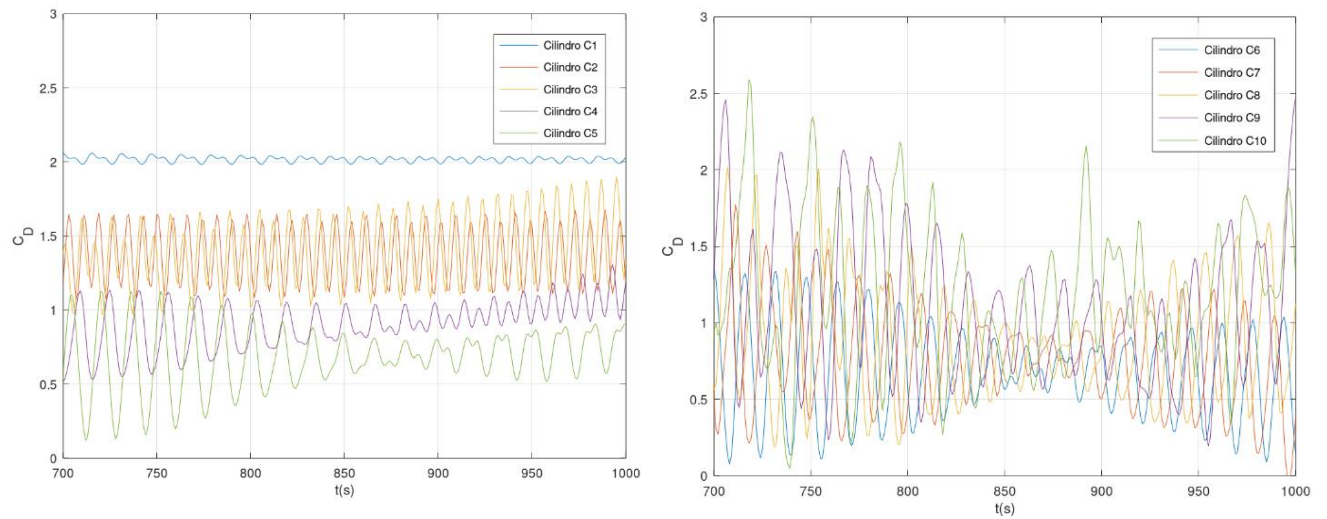


Figura 29-Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=80$, $\beta=0,25$

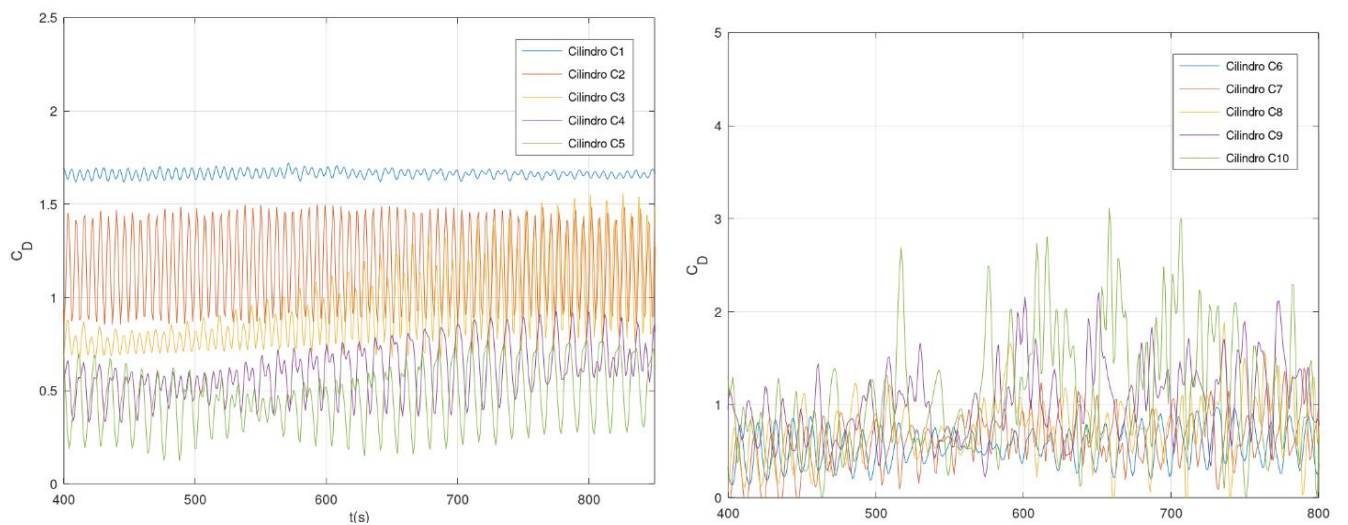


Figura 30- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=100$, $\beta=0,25$

Escoamento de um fluido newtoniano em torno de feixes de tubos a baixos números de Reynolds: Um estudo numérico

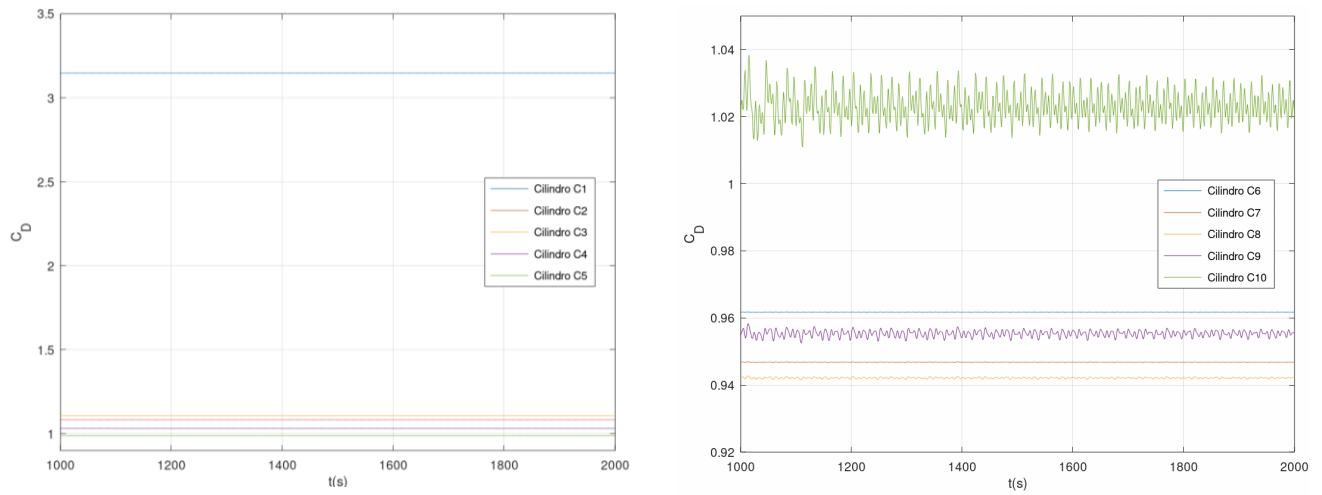


Figura 31- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=80$, $\beta=0.4$

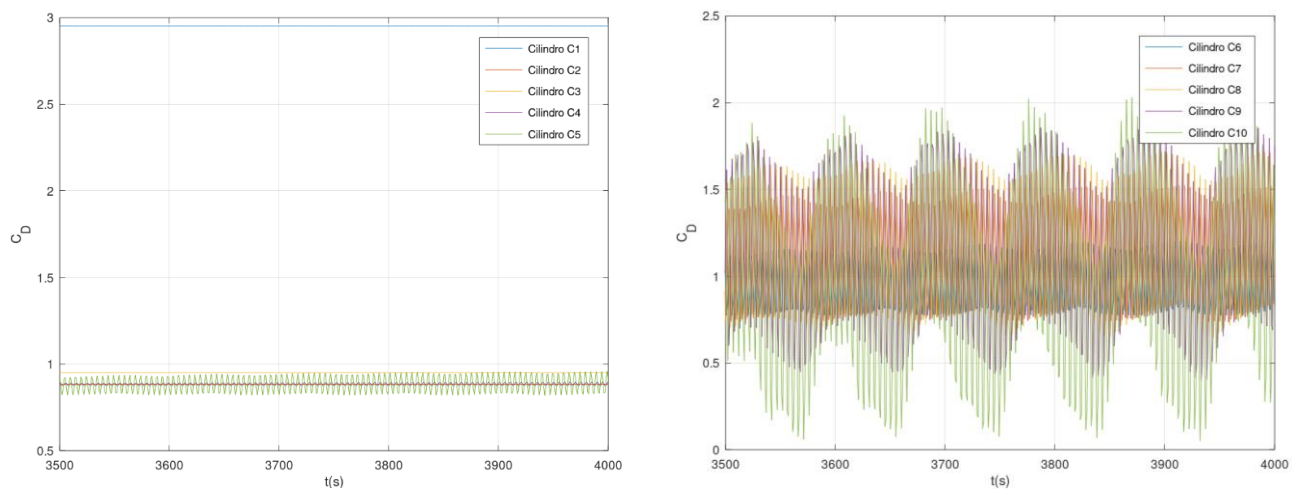


Figura 32- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=100$, $\beta=0.4$

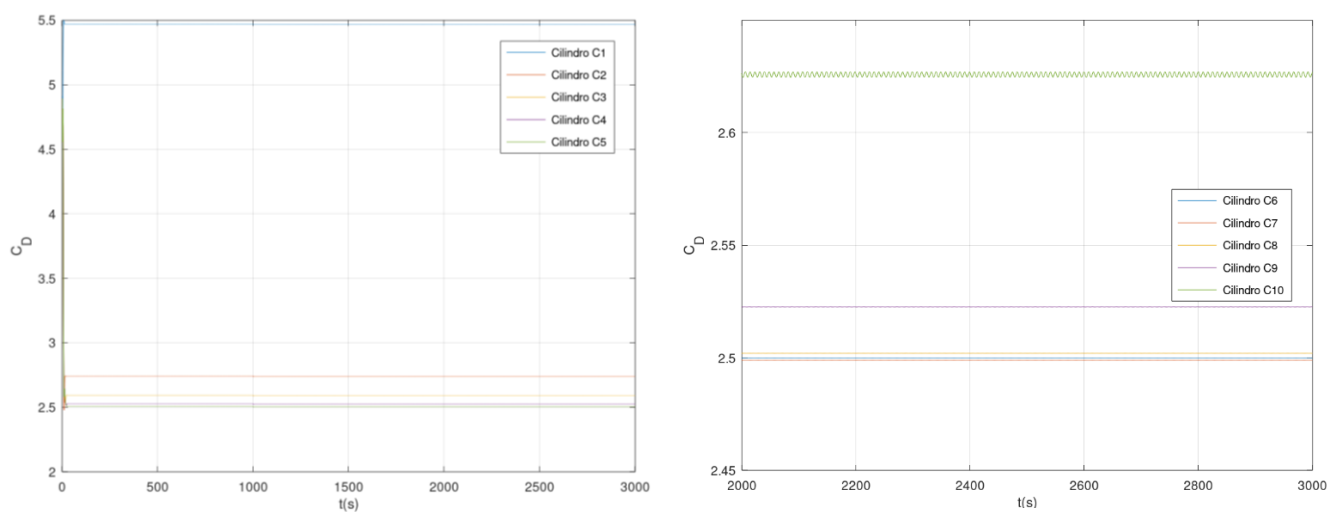


Figura 33- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=50$, $\beta=0.5$

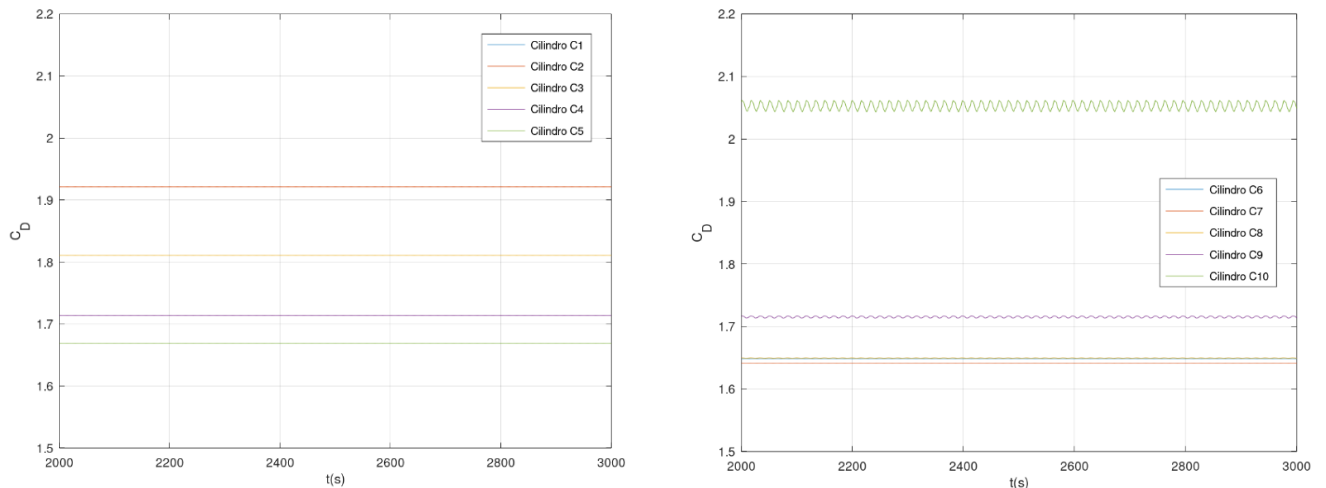


Figura 34- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=80$, $\beta=0,5$

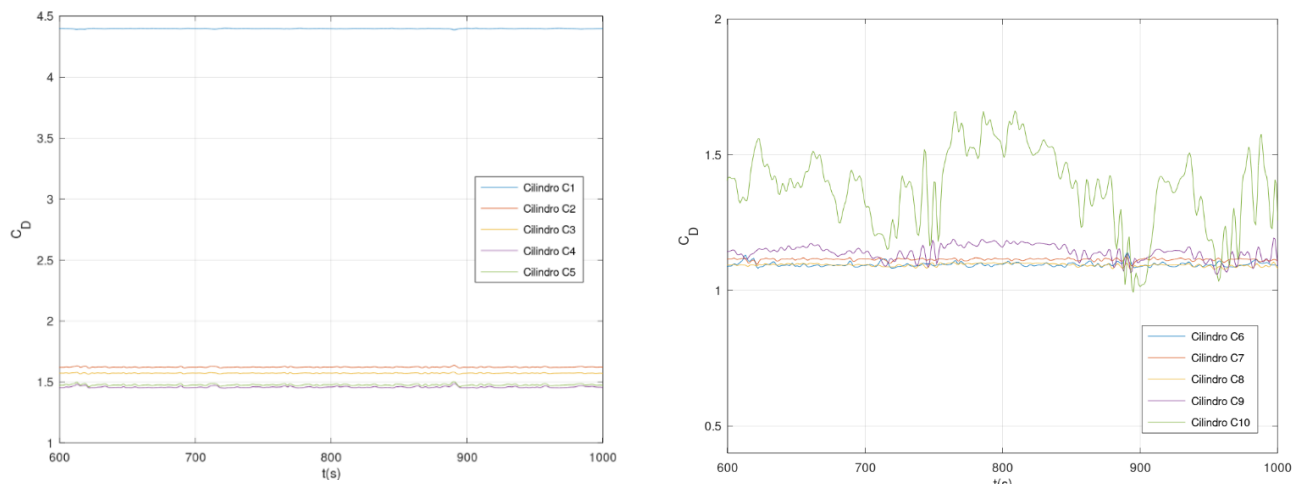


Figura 35- Gráficos de C_D vs tempo de simulação para $Re=100$, $\beta=0,5$

O bloqueamento β exerce também influência importante na maneira como se efetiva a oscilação do escoamento. Efetivamente o aumento do bloqueamento produz um aumento local da velocidade junto a cada um dos cilindros analisados. Este aumento de velocidade provoca de uma forma geral, um aumento na frequência de oscilação. A diminuição do espaço de escoamento no feixe, em conjunto com o aumento de Re faz aparecer mais do que um pico de frequência na espectrograma. A oscilação da componente vertical da velocidade junto à parede do cilindro passa a ser controlada por um conjunto de picos de St . Na figura 36 é mostrado o efeito que o β tem no valor de St para um cilindro interior. Para $Re=50$ o escoamento possui dois picos dominantes para o número de Strouhal, sendo que existe um pico claramente superior ao primeiro, que corresponde a $St=0,153$.

Para $Re=80$, o espectro ganha um comportamento um pouco mais complexo que no caso de $Re=50$, os escoamentos entre cilindros de diferentes linhas do feixe já começa a interferir de forma mais ativa nos escoamentos dos cilindros vizinhos. O St dominante verificado foi 0,191.

Para $Re=100$ existem vários picos de frequência associados à oscilação do escoamento. A figura 39 mostra que apesar de existir uma frequência dominante, existem ainda vários picos subsequentes que afetam o comportamento transiente do escoamento, sendo possível observar 4 picos claros de frequência, existindo bastante ruído na base. O espectro para $Re=100$ vai se tornando mais irregular à medida que se avança nos cilindros analisados. O St mais dominante para $Re=100$ é de 0,205, verificado em todos os cilindros analisados.

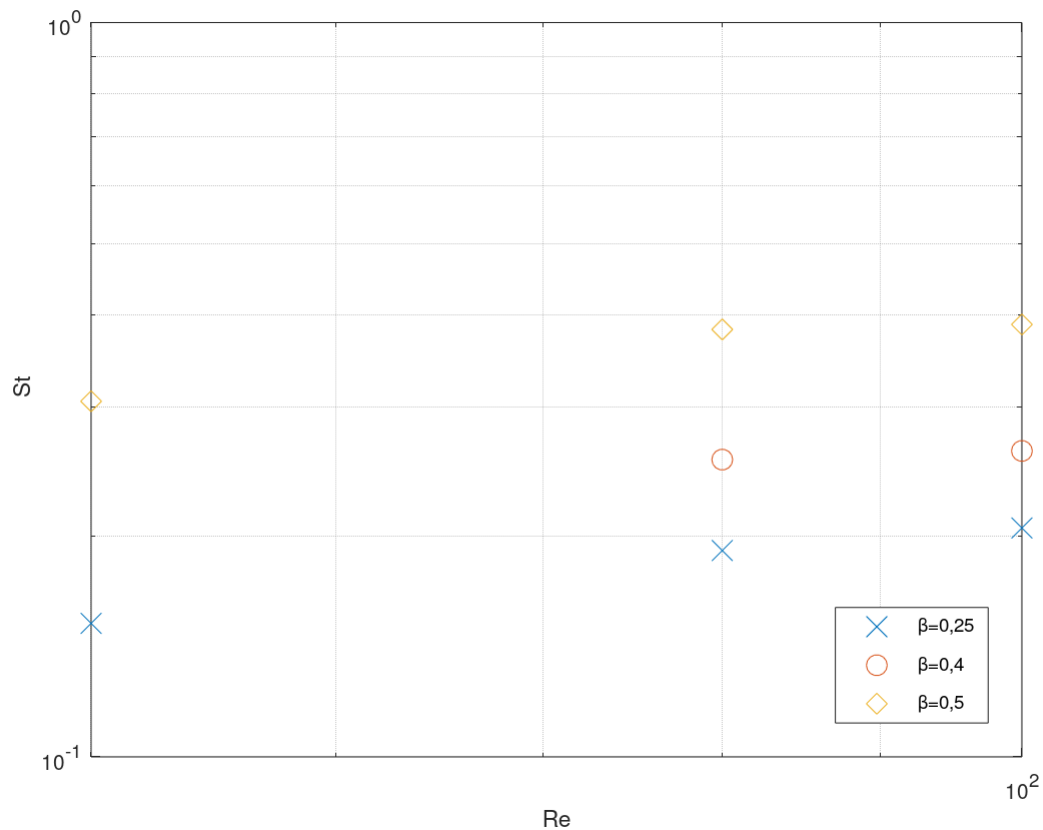


Figura 36-Valores de St obtido para um cilindro interior do feixe para diferentes valores de β

Com o aumento do número de Re existe um aumento da frequência de escoamento como se pode perceber pela figura 36. A tendência de subida de St é similar para as três configurações analisadas. O bloqueamento β provoca um aumento substancial da frequência de escoamento, aqui representada por St . Na grande maioria dos escoamentos analisados existe um valor de St dominante em relação aos outros.

As figuras 37,38 e 39 mostram as curvas de St e $\beta=0,25$ para os vários Re impostos. Analisando estes gráficos é notório que existe um aumento da instabilidade ao longo do feixe. Isto é igualmente verificável nas figuras 40 e 41, que mostram St para $\beta=0,4$, e nas figuras 42,43 e 44 que mostram o mesmo mas para $\beta=0,5$. Na análise conjunta destas figuras é possível perceber o impacto do β no comportamento oscilatório do escoamento. O aumento do bloqueamento, assim como o aumento da velocidade de escoamento produzem o aparecimento de outros harmônicos, como se pode verificar nas figuras acima mencionadas. Os máximos de St tornam-se mais proeminentes à medida que se vai percorrendo o feixe. As curvas de St têm para a generalidade dos cilindros estudados, formas quase idênticas.

Escoamento de um fluido newtoniano em torno de feixes de tubos a baixos números de Reynolds: Um estudo numérico

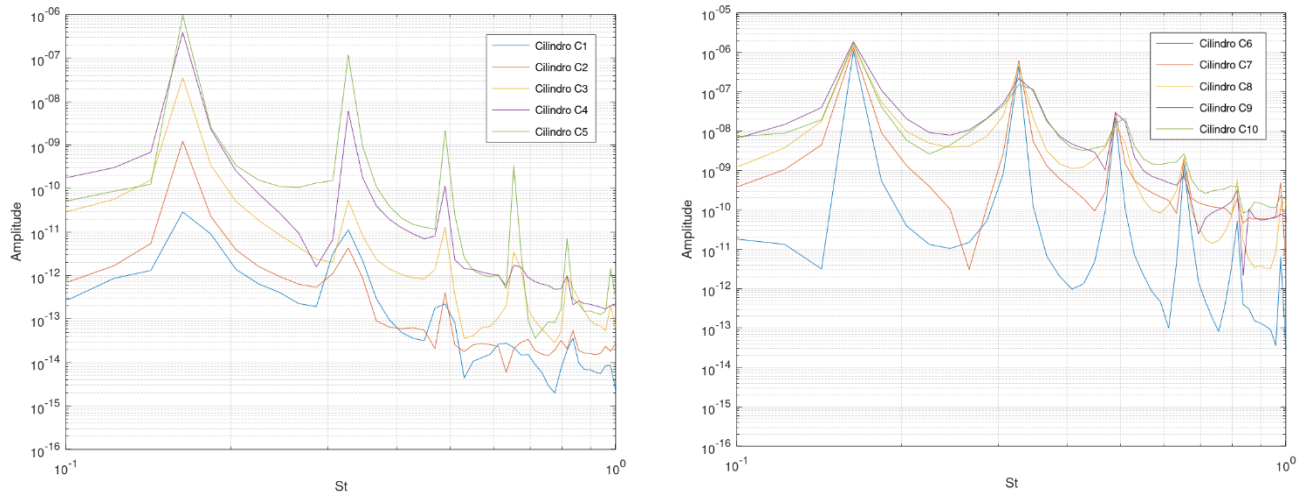


Figura 37-Espectro de St para $Re=50$, $\beta=0.25$

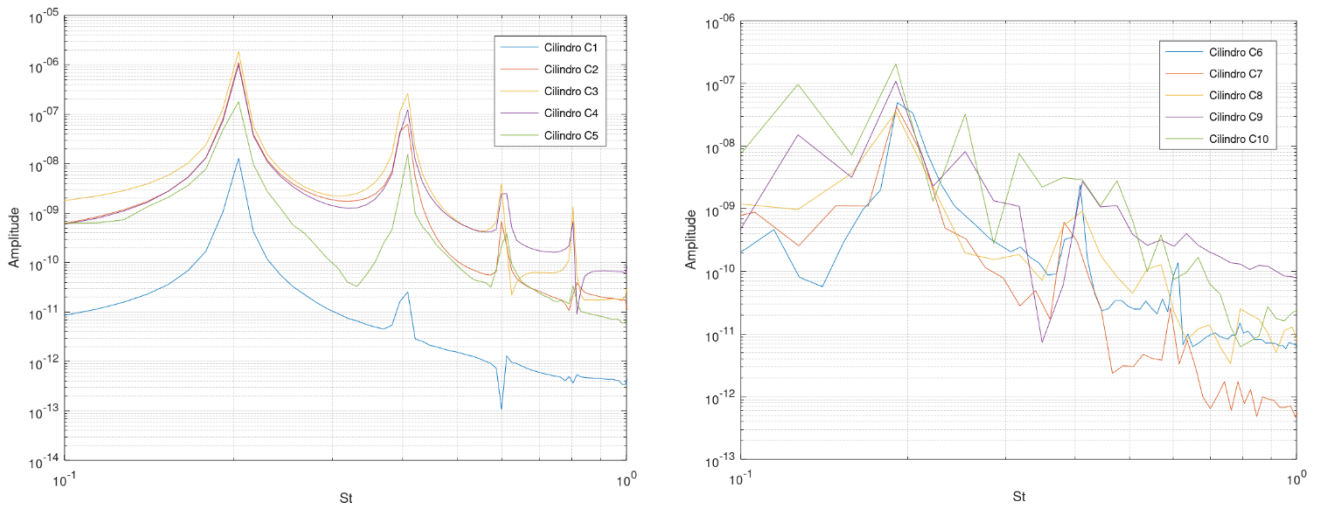


Figura 38- Espectro de St para $Re=80$, $\beta=0.25$

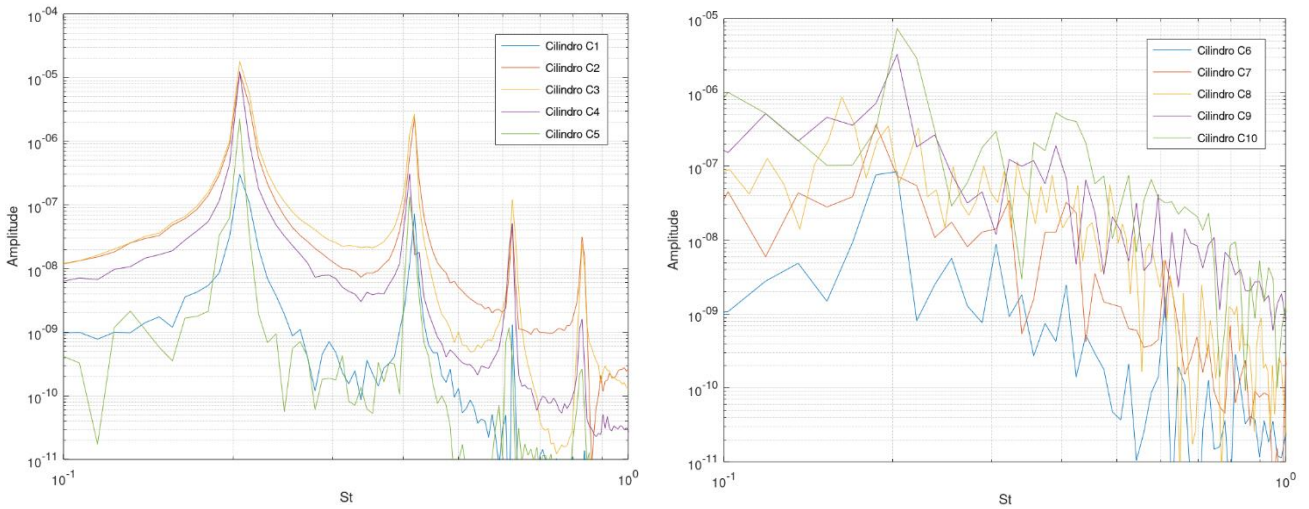


Figura 39- Espectro de St para $Re=100$, $\beta=0.25$

Escoamento de um fluido newtoniano em torno de feixes de tubos a baixos números de Reynolds: Um estudo numérico

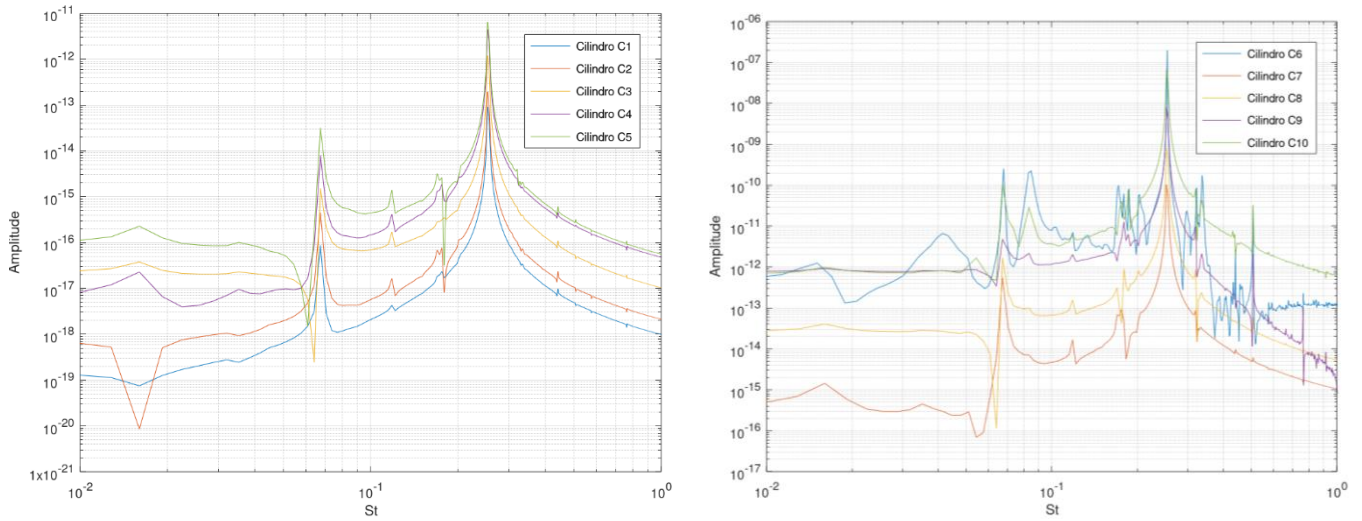


Figura 40- Espectro de St para $Re=80$, $\beta=0.4$

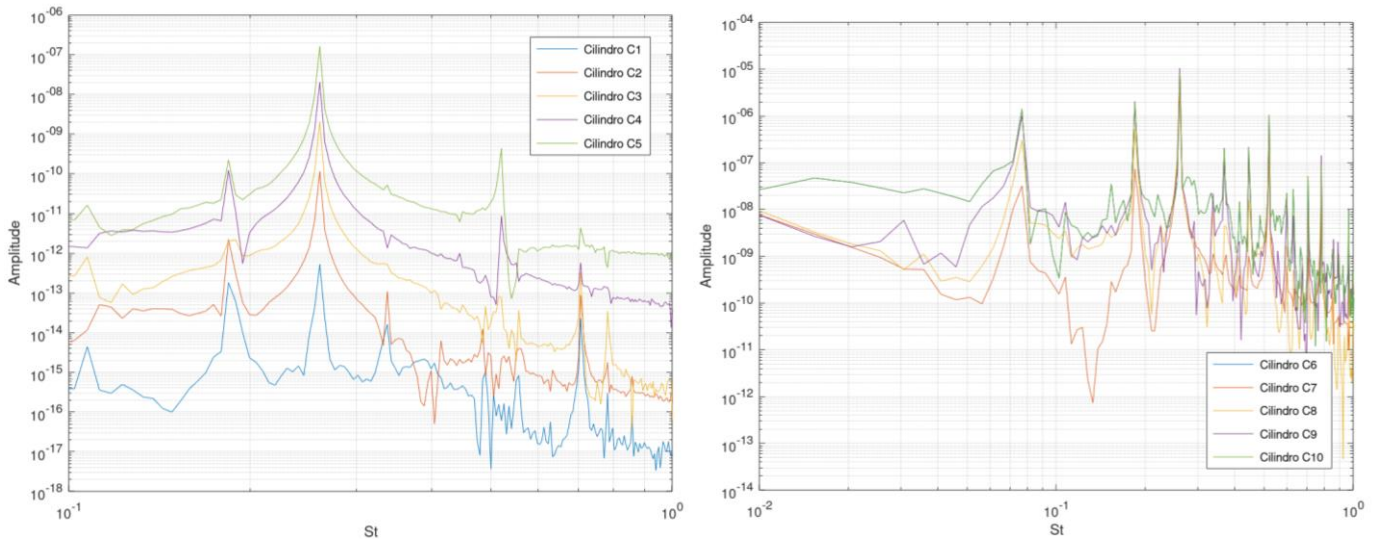


Figura 41- Espectro de St para $Re=100$, $\beta=0.4$

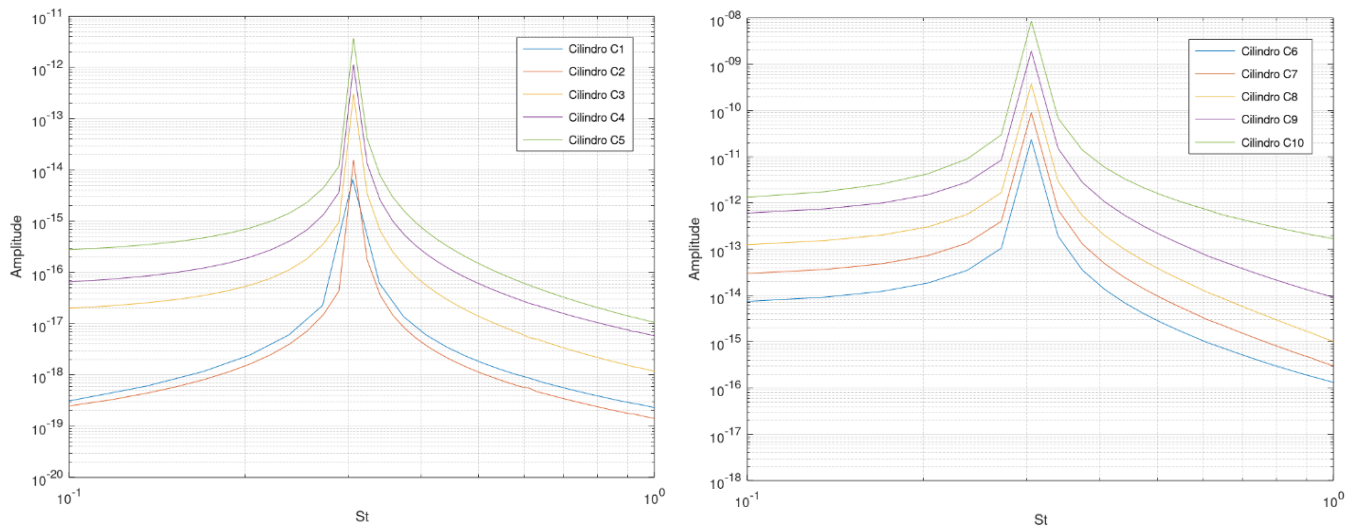


Figura 42- Espectro de St para $Re=50$, $\beta=0.5$

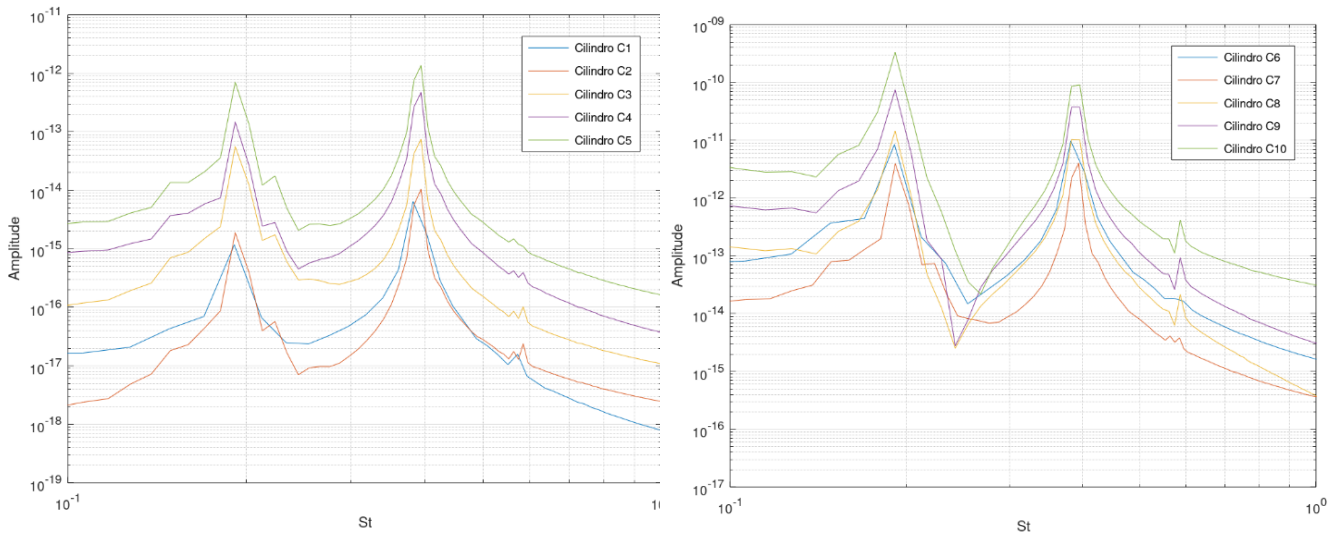


Figura 43- Espectro de St para $Re=80$, $\beta=0,5$

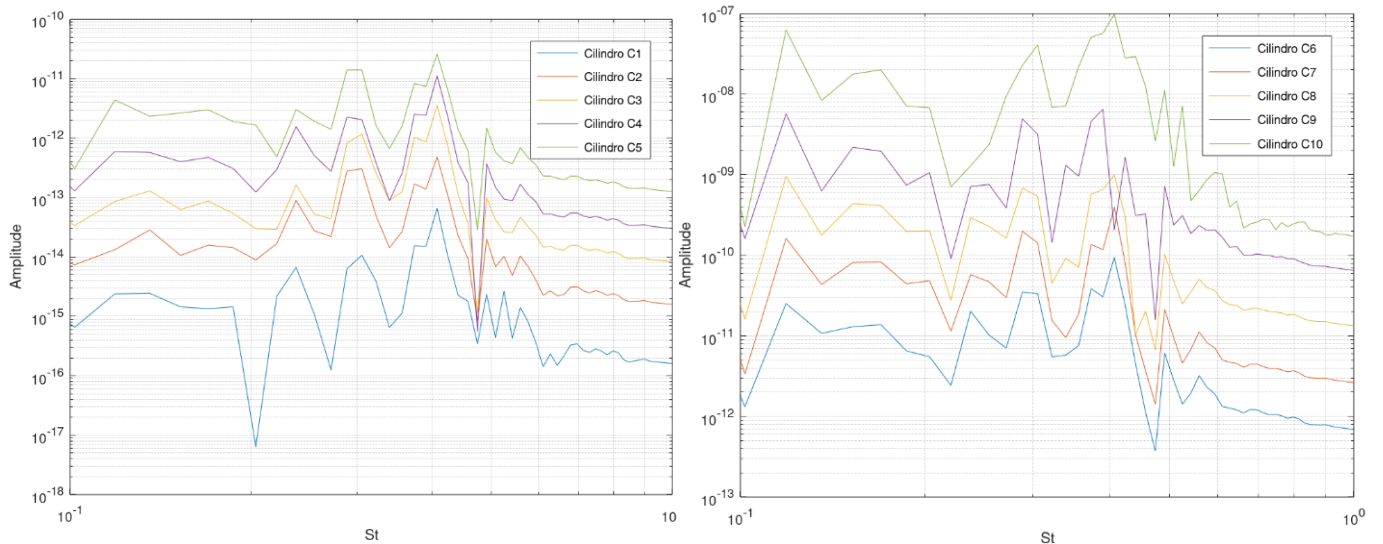


Figura 44- Espectro de St para $Re=100$, $\beta=0,5$

O aumento do bloqueamento provoca um aumento do Re local. A velocidade entre cilindros aumenta, dado a diminuição de área livre de escoamento. No entanto com o aumento de velocidade que decorre fruto do aumento do parametro β , ocorre um aumento do coeficiente de arrasto em torno dos cilindros para os mesmos Re .

Os campos de velocidade representados nas figuras 45, 46 e 47 ajudam a explicar o aumento de C_D . As figuras mostram o campo longitudinal de velocidade para $Re=20$ para $\beta=0,25$, $\beta=0,4$, $\beta=0,5$ respetivamente. Como se pode observar nas figuras a quantidade de fluido que escoar entre cilindros no mesmo plano longitudinal vai sendo cada vez maior. A grande parte do fluido escoar pela zona de menor resistência. A velocidade entre 2 cilindros consecutivos é cada vez menor à medida que o bloqueamento aumenta. O passo longitudinal diminui, deixando com isso menos espaço para o fluido. Como a velocidade é cada vez menor nesta zona, o coeficiente de arrasto irá ser naturalmente maior.

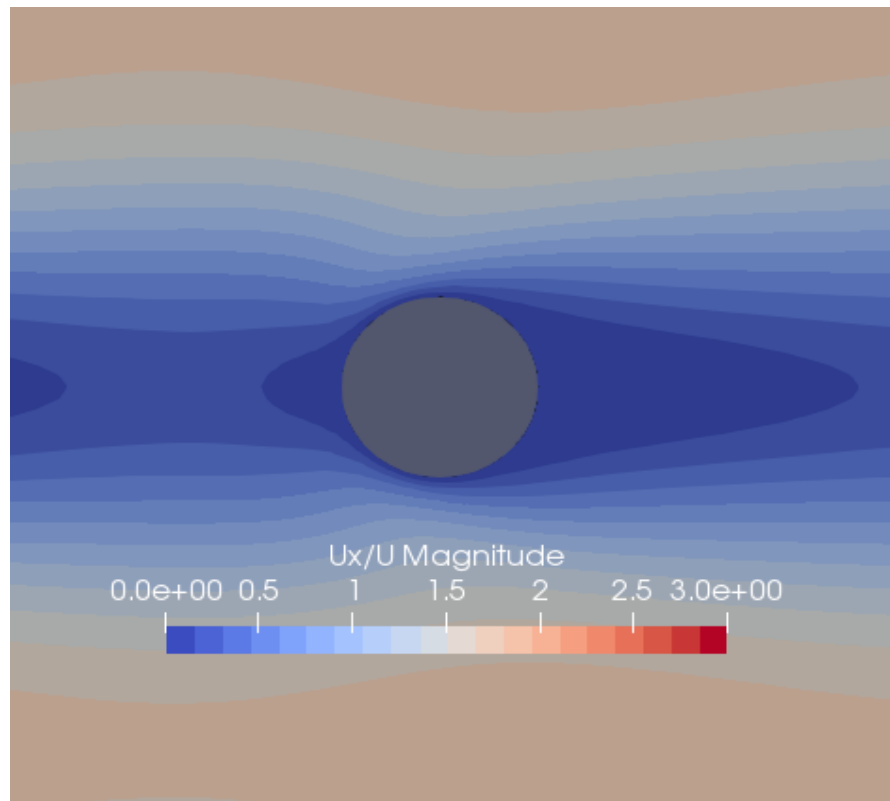


Figura 45-Campo de velocidades longitudinal para $Re=20$, $\beta=0,25$, em volta do quinto cilindro

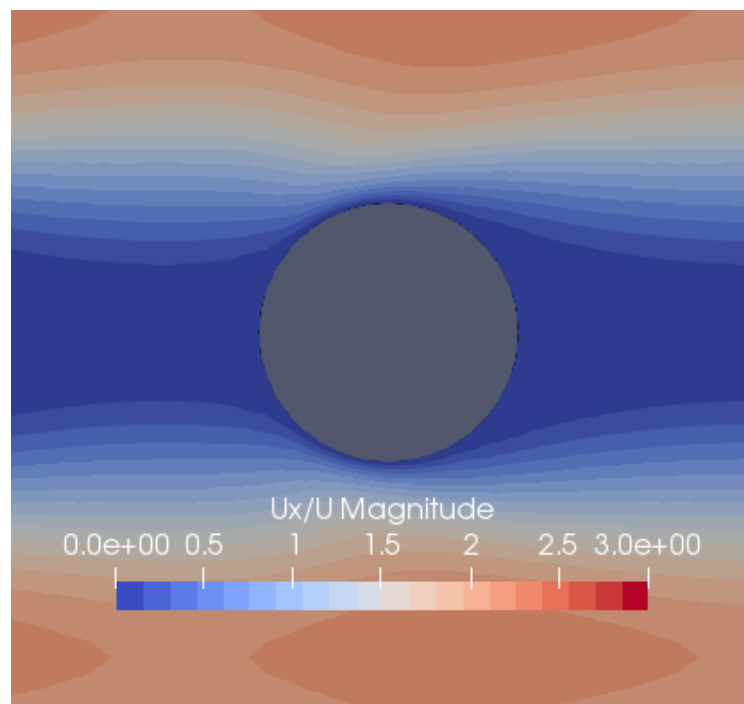


Figura 46- Campo de velocidades longitudinal para $Re=20$, $\beta=0,4$ em volta do quinto cilindro

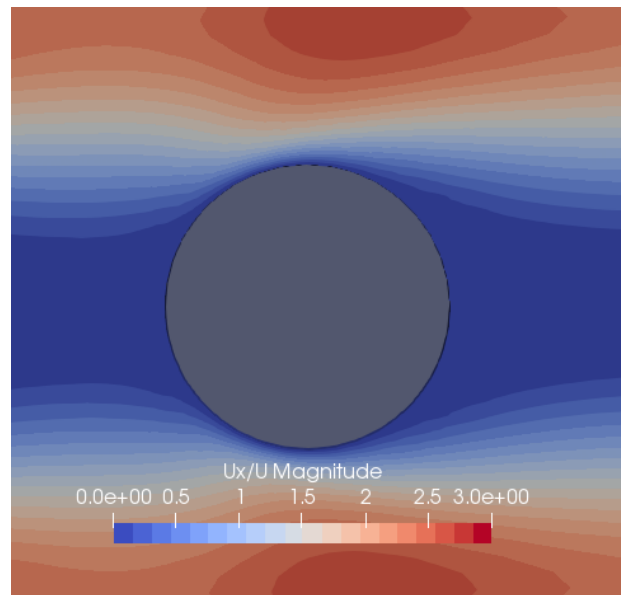


Figura 47- Campo de velocidades longitudinal para $Re=20$, $\beta=0,5$ em volta do quinto cilindro

Efeito do Bloqueamento β no comportamento térmico do escoamento

O valor de Nu , conforme esperado, vai aumentado com o aumento de Re . As flutuações deste número adimensional são mais atenuadas que as oscilações verificadas para o C_D . As amplitudes das variações aumentam com Re . O bloqueamento como se pode ver no gráfico seguinte facilitou a transferência de calor.

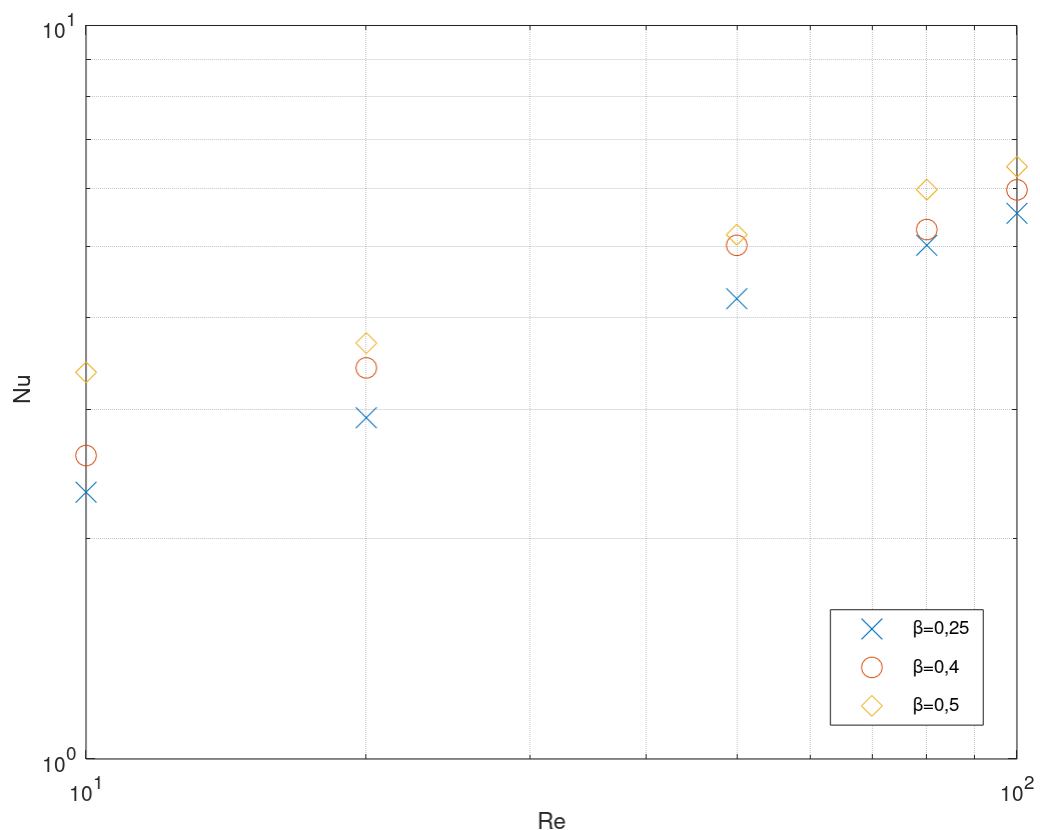


Figura 48-Comparação do Nu médio global dos feixes para diferentes valores de β

O aumento de Nu em relação ao Re é expectável, uma vez que com o aumento do valor β , o espaço livre para o fluido circular é menor. Isto provoca um aumento do Re junto às paredes do cilindro. Com o aumento do bloqueamento, existe um aumento de velocidade que potencia a transferência de calor junto aos cilindros. Estes valores são comparados com a correlação de Zukauskas (1987) para feixes de cilindros onde se apresenta o respetivo desvio. A comparação é feita para valores máximos do número de Reynolds, $Re_{máx}$. Este valor é dado pela máxima velocidade na menor área transversal entre cilindros. Esta comparação está exposta na tabela 15.

Tabela 15-Desvio entre os valores obtidos de Nu e os valores dados pela correlação de Zukauskas (1987)

Re	$\beta=0,25$		$\beta=0,4$		$\beta=0,5$	
	$\overline{Nu}$	desvio(%)	$\overline{Nu}$	desvio(%)	$\overline{Nu}$	desvio(%)
10	2,486	7,051	2,718	4,612	2,923	11,729
20	3,280	11,006	3,586	4,826	3,857	4,334
50	4,732	10,361	5,174	3,066	5,565	6,818
80	5,711	12,161	5,884	10,439	6,446	7,328
100	6,244	11,183	6,452	13,686	7,207	10,918

Os valores globais para o feixe têm uma boa concordância com a correlação de Zukauskas(1987). As correlações empíricas normalmente possuem uma incerteza relativamente grande, pelo que tendo um erro máximo inferior a 14 % pode considerar-se como uma concordância decente dos resultados obtidos para com os resultados empíricos.

5.3 Considerações Finais

Neste capítulo foram analisados 3 diferentes configurações geométrica, com $\beta=0,25$; $\beta=0,4$, e $\beta=0,5$. A partir dos resultados obtidos para as quantidades analisadas é possível perceber que o bloqueamento tem uma importante influência na maneira como o escoamento em torno de um feixe de cilindros se comporta. Ao nível dinâmico, é possível perceber que o parâmetro β afeta o escoamento. Nos casos analisados, com a diminuição do espaço tanto no plano transversal como longitudinal provocou um aumento da resistência ao escoamento. Isto é verificado através do aumento registado tanto de C_D como do C_P . A quantidade de fluido que circula no interior do espaço entre dois cilindros da mesma linha é menor com o aumento do bloqueamento. Isto provoca um aumento do arrasto nos cilindros. As flutuações destes valores diminuem com o aumento do bloqueamento, uma vez que existe uma diminuição do espaço livre para as oscilações. O confinamento imposto ao escoamento é maior.

Ao nível do número de Strouhal, foi verificado que fazendo subir o valor de β este provoca um aumento generalizado de St para um mesmo valor de Re de aproximação. Para o bloqueamento mais elevado, o escoamento começa a apresentar vários valores máximos de St . O escoamento deixa de ter um pico definido de frequência. As oscilações dos valores tornam-se mais proeminentes quando se caminha para o fim do feixe. Portanto o comportamento transiente é mais notórios nos últimos cilindros.

Tanto para o Nu , como C_P e C_D , os valores dos primeiros cilindros têm um peso considerável no desempenho global do feixe, apresentando valores superiores aos dos restantes cilindros.

Ao nível da transferência de calor, a configuração do feixe tem influência, na medida em que o aumento do bloqueamento melhora globalmente a performance térmica do feixe. Isto talvez de deva ao aumento local da velocidade junto aos cilindros. Os resultados térmicos

Escoamento de um fluido newtoniano em torno de feixes de tubos a baixos números de Reynolds: Um estudo numérico

quando comparados com o valor obtido pela correlação empírica de Zukauskas mostra uma concordância aceitável .

6 Fecho

6.1 Conclusões

Todo o código implementado que serviu de base aos resultados produzidos no capítulo 4 teve por base o código que foi testado no capítulo 4 e afluído nos capítulos 2 e 3. Dado que as simulações se previam longas dado o tamanho da malha computacional o algoritmo PIMPLE acabou por ser escolhido dadas as suas vantagens ao nível de poupança de custo computacional. A malha computacional envolve no seu total 50 cilindros. A realização de um estudo da malha foi vital de forma a seleccionar uma malha computacional que não afetasse os resultados obtidos. Este estudo foi concluído com sucesso e permitiu seleccionar a malha que serviu de base tanto ao caso de validação como ao caso que dá corpo à tese. O código testado no caso de validação produziu resultados que vão de encontro aos existentes na bibliografia. O estudo foi importante de modo a calibrar o código que seria usado para a análise do feixe de cilindros. O estudo de validação para o caso do escoamento em torno de um cilindro produziu resultados com boa concordância com os dados previamente existentes. O desvio dos dados computados na simulação em relação ao valor extrapolado pela técnica de extrapolação de Richardson foi inferior a 1%. Isto permitiu avançar com certezas quanto à malha seleccionada para o caso do feixe de cilindros.

Os resultados presentes no capítulo 5 permitem concluir quanto ao efeito que a variação do parâmetro β tem no comportamento tanto dinâmico quanto térmico. Foi concluído que o parâmetro do bloqueamento tem um efeito potencializador quanto à transferência de calor. O Nu sofreu um aumento de valor. Conclui-se também que a região de entrada tem um peso considerável no desempenho global do feixe. O Nu em todos os casos verificados demonstrou ser consideravelmente maior que o dos restantes cilindros. Para um feixe desta dimensão, os primeiros cilindros exercem um peso considerável no global. O mesmo acontece para os coeficientes C_P e C_D . Também para os coeficientes de pressão e de arrasto, o bloqueamento provocou nestes um aumento de uma forma generalizada. É também verificado que no primeiro cilindro o coeficiente de arrasto tem um valor muito maior que o dos restantes cilindros. As oscilações diminuíram com o aumento do bloqueamento. Este facto é expectável dado que o espaço que existe entre as linhas de cilindros também diminuiu com o aumento de β . Isto provocou um atenuamento nas flutuações de todos os números adimensionais analisados. Também neste capítulo são analisados os espectrogramas de St . Os gráficos obtidos mostram que o aumento do Re provocam um aumento deste valor. Isto conjugado com a variação de β , mostra que o aumento deste valor aliado ao aumento do Re provocou nos escoamentos uma relativa abundância de frequências de oscilação junto aos cilindros. Para $Re=50$, a oscilação do escoamento junto ao cilindro, de uma forma geral possuía um valor de St bem definido, mesmo para bloqueamentos maiores. Para $Re=80$ e $Re=100$ deixa de existir um único valor de St . Para $Re=80$ verifica-se, apesar de já existirem mais picos de frequência, existe na maioria dos casos um dominante. Para $Re=100$ isto deixa de ser verdade. Existe um desvio para a direita nos gráficos, no entanto não existe um pico de frequência que seja

claramente o mais pronunciado. Já o aumento de Re em todas as configurações provocou um aumento da região de entrada. Nos escoamentos de regime estacionário ($Re < 50$) o escoamento atinge uma zona desenvolvida. Os valores a partir de um determinado cilindro são praticamente idênticos. O aumento do Re provoca um aumento dessa região de entrada. Para os escoamentos com comportamento transiente o escoamento, para os Re mais elevados, era maior a região de entrada que a região desenvolvida em particular para $\beta = 0,25$. Em alguns casos o último cilindro possuía valores maiores que os restantes cilindros. Isto é mais pronunciado em casos de Re mais elevados assim como para β superiores também.

6.2 Sugestões de trabalhos futuros

Apresentam-se de seguida recomendações para projetos futuros:

- Efetuar o estudo para uma gama mais alargada de β e com variação do passo transversal e do passo longitudinal;
- Alargar o tempo de simulação de forma a verificar se existe alteração do comportamento transiente, ou se as oscilações dos primeiros cilindros se tornam mais proeminentes;
- Alargar a gama de valores de β e Re e com isto tentar desenvolver uma correlação que caracterize o impacto que estes valores em conjunto têm nas quantidades adimensionais analisadas;
- Dado que para β e Re o escoamento fica mais instável, existindo turbulência, deve-se efetuar um estudo numérico num domínio tridimensional;
- Efetuar o mesmo estudo, mas para um fluido não-newtoniano.

Anexos

Anexo A- Dicionário relativo à definição do escoamento no caso de validação

```

1 /*-----*- C++ -*-----*\
2 =====|
3 \ \ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 \ \ / O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
5 \ \ / A n d | Version: 6
6 \ \ / M a n i p u l a t i o n |
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class          dictionary;
13     location       "system";
14     object          fvSchemes;
15 }
16 // *****
17 ddtSchemes
18 {
19     default        Euler;
20 }
21 gradSchemes
22 {
23     default        Gauss linear;
24 }
25 }
26 divSchemes
27 {
28     default        none;
29     div(phi,U)      Gauss linear;
30     div(phi,T)      Gauss linear;
31     div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
32 }
33 laplacianSchemes
34 {
35     default        Gauss linear corrected;
36     // laplacian(nu,U) Gauss linear corrected;
37     // laplacian((1|A(U)),p) Gauss linear corrected;
38     // laplacian(DT,T) Gauss linear corrected;
39 }
40 interpolationSchemes
41 {
42     default        linear;
43 }
44 }
45 snGradSchemes
46 {
47     default        corrected;
48 }
49 // *****

```

Figura A 1-Dicionário relativo aos esquemas numéricos, usado para o caso de validação

```

1 /*-----*- C++ -*-----*/
2 =====
3 \\\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 \\\ / O peration | Website: https://openfoam.org
5 \\\ / A nd | Version: 6
6 \\\ / M anipulation |
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class          dictionary;
13     location       "system";
14     object         fvSolution;
15 }
16 // *****
17 solvers
18 {
19     p_rgh
20     {
21         solver      PCG;
22         preconditioner DIC;
23         tolerance    1e-06;
24         relTol       0.05;
25     }
26     p_rghFinal
27     {
28         $p_rgh;
29         relTol       0;
30     }
31     "(U|T)"
32     {
33         solver      PBiCGStab;
34         preconditioner DILU;
35         tolerance    1e-6;
36         relTol       0.1;
37     }
38     "(U|T)Final"
39     {
40         $U;
41         relTol       0;
42     }
43 }
44 PIMPLE
45 {
46     momentumPredictor no;
47     nOuterCorrectors 1;
48     nCorrectors      2;
49     nNonOrthogonalCorrectors 1;
50     pRefCell          0;
51     pRefValue         0;
52 }
53
54 // *****

```

Figura A 2-Dicionário relativo à resolução dos sistemas de equações lineares dos volumes de controle para o caso de validação

```

1 |/*-----*-- C++ -*-----*\
2 |=====|
3 | \ \ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \ \ / O peration | Version: 4.x |
5 | \ \ / A nd | Web: www.OpenFOAM.org |
6 | \ \ / M anipulation |
7 |*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        blockMeshDict;
14 }
15 // *****
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21     (-100 -160 -0.5)
22     (300 -160 -0.5)
23     (300 160 -0.5)
24     (-100 160 -0.5)
25     (-100 -160 0.5)
26     (300 -160 0.5)
27     (300 160 0.5)
28     (-100 160 0.5)
29 );
30
31 blocks
32 (
33     hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (400 320 1) simpleGrading (1 1 1)
34 );
35
36 edges
37 (
38 );
39
40 boundary
41 (
42     top
43     {
44         type symmetry;
45         faces
46         (
47             (3 7 6 2)
48         );
49     }
50
51     bottom

```

Figura A 3-Dicionário relativo às propriedades da malha para o caso de validação

```

51     bottom
52     {
53         type symmetry;
54         faces
55         (
56             (0 4 5 1)
57         );
58     }
59     inlet
60     {
61         type patch;
62         faces
63         (
64             (7 3 0 4)
65         );
66     }
67     outlet
68     {
69         type patch;
70         faces
71         (
72             (6 5 1 2)
73         );
74     }
75 }
76 }
77 front
78 {
79     type empty;
80     faces
81     (
82         (0 3 2 1)
83     );
84 }
85 }
86 back
87 {
88     type empty;
89     faces
90     (
91         (4 5 6 7)
92     );
93 }
94 }
95 );
96 );
97
98 mergePatchPairs
99 (
100 );
101
102 // ***** //
```

Figura A 4-Dicionário relativo às propriedades da malha para o caso de validação, parte II

```

1 /*----- C++ -----*\
2 =====|
3 \\\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 \\\ / O peration | Website: https://openfoam.org
5 \\\ / A nd | Version: 6
6 \\\ / M anipulation |
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        snappyHexMeshDict;
14 }
15 // ***** //
16 castellatedMesh true;
17 snap true;
18 addLayers true;
19
20 geometry
21 {
22     cilindro.stl
23     {
24         type triSurfaceMesh;
25         name Cylinders;
26         patchInfo
27         {
28             type wall;
29         }
30     }
31 };
32 castellatedMeshControls
33 {
34     maxLocalCells 1000000;
35     maxGlobalCells 2000000;
36     minRefinementCells 0;
37     nCellsBetweenLevels 1;
38     features
39     (
40     {
41         file "cilindro.eMesh";
42         level 1;
43     }
44     );
45 };
46 refinementSurfaces
47 {
48     Cylinders
49     {
50         level (1 1);
51     }
52 }

```

Figura A 5-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros usando a ferramenta do snappyHexMesh para o caso de validação

```
46 refinementSurfaces
47 {
48     Cylinders
49     {
50         level (1 1);
51     }
52 }
53 refinementRegions
54 {
55 }
56 resolveFeatureAngle 30;
57 locationInMesh (0.1 0 0);
58 allowFreeStandingZoneFaces false;
59 }
60 snapControls
61 {
62     nSmoothPatch 5;
63     tolerance 100;
64     nSolveIter 1500;
65     nRelaxIter 5;
66 }
67 addLayersControls
68 {
69     relativeSizes true;
70     layers
71     {
72         Cylinders
73         {
74             nSurfaceLayers 6;
75         }
76     }
77 }
78 expansionRatio 1.1;
79 finalLayerThickness 0.5;
80 minThickness 0.2;
81 featureAngle 60;
82 nGrow 0;
83 maxFaceThicknessRatio 0.5;
84 nRelaxIter 3;
85 nSmoothSurfaceNormals 1;
86 nSmoothNormals 3;
87 nSmoothThickness 10;
88 maxThicknessToMedialRatio 0.2;
89 minMedianAxisAngle 90;
90 nBufferCellsNoExtrude 0;
91 nLayerIter 100;
92 }
93 meshQualityControls
94 {
95     #include "meshQualityDict"
96 }
97
98 mergeTolerance 1e-9;
99 // ***** //
```

Figura A 6-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros usando a ferramenta do snappyHexMesh para o caso de validação

```

1 |/*-----*- C++ -*-----*\
2 |=====|
3 |\\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 |\\      / O peration  | Website: https://openfoam.org
5 |\\      / A nd        | Version: 6
6 |\\      / M anipulation|
7 |*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        surfaceFeatureExtractDict;
14 }
15 // ***** //
16
17 cilindro.stl
18
19 {
20     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
21     extractionMethod    extractFromSurface;
22
23     extractFromSurfaceCoeffs
24     {
25         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
26         // than includedAngle as features
27         // - 0 : selects no edges
28         // - 180: selects all edges
29         includedAngle    120;
30     }
31
32     writeObj          yes;
33 }
34
35
36
37 // ***** //

```

Figura A 7-Dicionário relativo ao ajuste da malha ao desenho do feixe elaborado em blender para o caso de validação

Anexo B-Dicionários relativos ao escoamento em torno de um feixe de cilindros

```

1 /*-----*- C++ -*-----*/
2 =====
3 \ \ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 \ \ / O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
5 \ \ / A n d | Version: 6
6 \ \ / M a n i p u l a t i o n |
7 /*-----*-
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class          dictionary;
13     location       "system";
14     object         fvSchemes;
15 }
16 // *****
17 ddtSchemes
18 {
19     default        Euler;
20 }
21 gradSchemes
22 {
23     default        Gauss linear;
24 }
25 }
26 divSchemes
27 {
28     default        none;
29     div(phi,U)      Gauss linear;
30     div(phi,T)      Gauss linear;
31     div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
32 }
33 laplacianSchemes
34 {
35     default        Gauss linear corrected;
36     // laplacian(nu,U) Gauss linear corrected;
37     // laplacian((1/A(U)),p) Gauss linear corrected;
38     // laplacian(DT,T) Gauss linear corrected;
39 }
40 }
41 interpolationSchemes
42 {
43     default        linear;
44 }
45 snGradSchemes
46 {
47     default        corrected;
48 }
49 // *****

```

Figura B 1-Dicionário relativo aos esquemas numéricos usado em todos os feixes

```

1 /*-----*-- C++ -*-----*\
2 =====
3 \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 \\      / O peration  | Website: https://openfoam.org
5 \\      / A nd        | Version: 6
6 \\      / M anipulation |
7 /*-----*--
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     location      "system";
14     object        fvSolution;
15 }
16 // *****
17 solvers
18 {
19     p_rgh
20     {
21         solver      PCG;
22         preconditioner DIC;
23         tolerance    1e-08;
24         relTol       0.05;
25     }
26     p_rghFinal
27     {
28         $p_rgh;
29         relTol       0;
30     }
31     "(U|T)"
32     {
33         solver      PBiCGStab;
34         preconditioner DILU;
35         tolerance    1e-8;
36         relTol       0.1;
37     }
38     "(U|T)Final"
39     {
40         $U;
41         relTol       0;
42     }
43 }
44 PIMPLE
45 {
46     momentumPredictor no;
47     nOuterCorrectors 1;
48     nCorrectors      2;
49     nNonOrthogonalCorrectors 1;
50     pRefCell          0;
51     pRefValue          0;
52 }
53
54 // *****

```

Figura B 2-Dicionário relativo á resolução dos sistemas de equações lineares dos volumes de controlo

```

1 |/*-----*- C++ -*-----*\
2 |=====|
3 |\\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 |\\ / O peration | Website: https://openfoam.org
5 |\\ / A nd | Version: 6
6 |\\ / M anipulation |
7 |*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     location      "constant";
14     object         turbulenceProperties;
15 }
16 // *****
17
18 simulationType laminar;
19
20 RAS
21 {
22     RASModel      kEpsilon;
23
24     turbulence     off;
25
26     printCoeffs    off;
27 }
28
29
30 // *****

```

Figura B 3-Dicionário relativo às propriedades de turbulência

```

1 |/*-----*- C++ -*-----*\
2 |=====|
3 |\\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 |\\ / O peration | Website: https://openfoam.org
5 |\\ / A nd | Version: 6
6 |\\ / M anipulation |
7 |*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         uniformDimensionedVectorField;
13     location      "constant";
14     object         g;
15 }
16 // *****
17
18 dimensions      [0 1 -2 0 0 0];
19 value           (0 0 0);
20
21
22 // *****

```

Figura B 4-Dicionário responsável pela atuação da força de gravidade

```

1 /*----- C++ -----*/
2 | ===== |
3 | \ \ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \ \ / O peration | Version: 4.x |
5 | \ \ / A nd | Web: www.OpenFOAM.org |
6 | \ \ / M anipulation |
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        blockMeshDict;
14 }
15 // ***** //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21     (-100 0 -0.5)
22     (920 0 -0.5)
23     (920 320 -0.5)
24     (-100 320 -0.5)
25     (-100 0 0.5)
26     (920 0 0.5)
27     (920 320 0.5)
28     (-100 320 0.5)
29 );
30
31 blocks
32 (
33     hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (1020 320 1) simpleGrading (1 1 1)
34 );
35
36 edges
37 (
38 );
39
40 boundary
41 (
42     top
43     {
44         type symmetry;
45         faces
46         (
47             (3 7 6 2)
48         );
49     }
50
51     bottom
52     {
53         type symmetry;
54         faces
55         (

```

Figura B 5-Dicionário relativo às propriedades da malha para um $\beta=0,5$

```

55      (
56      (0 4 5 1)
57      );
58    }
59    inlet
60    {
61      type      patch;
62
63      faces
64      (
65      (7 3 0 4)
66      );
67    }
68    outlet
69    {
70      type patch;
71
72      faces
73      (
74      (6 5 1 2)
75      );
76    }
77
78    front
79    {
80      type empty;
81      faces
82      (
83      (0 3 2 1)
84
85      );
86    }
87
88    back
89    {
90      type empty;
91      faces
92      (
93
94      (4 5 6 7)
95      );
96    }
97 );
98
99 mergePatchPairs
100 (
101 );
102
103 // ***** //
```

Figura B 6-Dicionário relativo às propriedades da malha para um $\beta=0,5$, Parte II

```

1  /*-----* C++ *-----*/
2  =====
3  \ \ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  \ \ / O peration | Website: https://openfoam.org
5  \ \ / A nd | Version: 6
6  \ \ / M anipulation |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        surfaceFeatureExtractDict;
14 }
15 // *****
16
17 Cilindros.stl
18
19 {
20     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
21     extractionMethod    extractFromSurface;
22
23     extractFromSurfaceCoeffs
24     {
25         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
26         // than includedAngle as features
27         // - 0 : selects no edges
28         // - 180: selects all edges
29         includedAngle    120;
30     }
31
32     writeObj          yes;
33 }
34
35 Cilindro_C1.stl
36
37 {
38     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
39     extractionMethod    extractFromSurface;
40
41     extractFromSurfaceCoeffs
42     {
43         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
44         // than includedAngle as features
45         // - 0 : selects no edges
46         // - 180: selects all edges
47         includedAngle    120;
48     }
49
50     writeObj          yes;
51 }
52
53 Cilindro_C2.stl
54
55 {

```

Figura B 7-Dicionário relativo ao ajuste da malha ao desenho do feixe elaborado em *blender*

```
109
110     extractFromSurfaceCoeffs
111     {
112         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
113         // than includedAngle as features
114         // - 0 : selects no edges
115         // - 180: selects all edges
116         includedAngle 120;
117     }
118
119     writeObj                yes;
120 }
121
122 Cilindro_C6.stl
123
124 {
125     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
126     extractionMethod    extractFromSurface;
127
128     extractFromSurfaceCoeffs
129     {
130         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
131         // than includedAngle as features
132         // - 0 : selects no edges
133         // - 180: selects all edges
134         includedAngle 120;
135     }
136
137     writeObj                yes;
138 }
139 Cilindro_C7.stl
140
141 {
142     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
143     extractionMethod    extractFromSurface;
144
145     extractFromSurfaceCoeffs
146     {
147         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
148         // than includedAngle as features
149         // - 0 : selects no edges
150         // - 180: selects all edges
151         includedAngle 120;
152     }
153
154     writeObj                yes;
155 }
156 Cilindro_C8.stl
157
158 {
159     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
160     extractionMethod    extractFromSurface;
161
162     extractFromSurfaceCoeffs
```

Figura B 8--Dicionário relativo ao ajuste da malha ao desenho do feixe elaborado em blender, Parte II

```
55 {
56     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
57     extractionMethod    extractFromSurface;
58
59     extractFromSurfaceCoeffs
60     {
61         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
62         // than includedAngle as features
63         // - 0 : selects no edges
64         // - 180: selects all edges
65         includedAngle    120;
66     }
67
68     writeObj                yes;
69 }
70 Cilindro_C3.stl
71
72 {
73     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
74     extractionMethod    extractFromSurface;
75
76     extractFromSurfaceCoeffs
77     {
78         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
79         // than includedAngle as features
80         // - 0 : selects no edges
81         // - 180: selects all edges
82         includedAngle    120;
83     }
84
85     writeObj                yes;
86 }
87 Cilindro_C4.stl
88
89 {
90     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
91     extractionMethod    extractFromSurface;
92
93     extractFromSurfaceCoeffs
94     {
95         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
96         // than includedAngle as features
97         // - 0 : selects no edges
98         // - 180: selects all edges
99         includedAngle    120;
100     }
101
102     writeObj                yes;
103 }
104 Cilindro_C5.stl
105
106 {
107     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
108     extractionMethod    extractFromSurface;
109 }
```

Figura B 9--Dicionário relativo ao ajuste da malha ao desenho do feixe elaborado em blender, Parte III

```
109
110     extractFromSurfaceCoeffs
111     {
112         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
113         // than includedAngle as features
114         // - 0 : selects no edges
115         // - 180: selects all edges
116         includedAngle 120;
117     }
118
119     writeObj          yes;
120 }
121
122 Cilindro_C6.stl
123
124 {
125     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
126     extractionMethod  extractFromSurface;
127
128     extractFromSurfaceCoeffs
129     {
130         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
131         // than includedAngle as features
132         // - 0 : selects no edges
133         // - 180: selects all edges
134         includedAngle 120;
135     }
136
137     writeObj          yes;
138 }
139 Cilindro_C7.stl
140
141 {
142     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
143     extractionMethod  extractFromSurface;
144
145     extractFromSurfaceCoeffs
146     {
147         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
148         // than includedAngle as features
149         // - 0 : selects no edges
150         // - 180: selects all edges
151         includedAngle 120;
152     }
153
154     writeObj          yes;
155 }
156 Cilindro_C8.stl
157
158 {
159     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
160     extractionMethod  extractFromSurface;
161
162     extractFromSurfaceCoeffs
```

Figura B 10--Dicionário relativo ao ajuste da malha ao desenho do feixe elaborado em blender, Parte IV

```
162     extractFromSurfaceCoeffs
163     {
164         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
165         // than includedAngle as features
166         // - 0 : selects no edges
167         // - 180: selects all edges
168         includedAngle    120;
169     }
170
171     writeObj                yes;
172 }
173 Cilindro_C9.stl
174
175 {
176     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
177     extractionMethod    extractFromSurface;
178
179     extractFromSurfaceCoeffs
180     {
181         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
182         // than includedAngle as features
183         // - 0 : selects no edges
184         // - 180: selects all edges
185         includedAngle    120;
186     }
187
188     writeObj                yes;
189 }
190
191 Cilindro_C10.stl
192
193 {
194     // How to obtain raw features (extractFromFile || extractFromSurface)
195     extractionMethod    extractFromSurface;
196
197     extractFromSurfaceCoeffs
198     {
199         // Mark edges whose adjacent surface normals are at an angle less
200         // than includedAngle as features
201         // - 0 : selects no edges
202         // - 180: selects all edges
203         includedAngle    120;
204     }
205
206     writeObj                yes;
207 }
```

Figura B 11--Dicionário relativo ao ajuste da malha ao desenho do feixe elaborado em blender, Parte V

```

1  /*-----* C++ *-----*/
2  =====
3  \ \ / / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  \ \ / / O peration  | Website: https://openfoam.org
5  \ \ / / A nd        | Version: 6
6  \ \ / / M anipulation |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        snappyHexMeshDict;
14 }
15 // *****
16
17
18 castellatedMesh true;
19 snap           true;
20 addLayers      true;
21
22 geometry
23 {
24     Cilindros.stl
25     {
26         type triSurfaceMesh;
27         name Cylinders;
28
29         patchInfo
30         {
31             type wall;
32         }
33     }
34     Cilindro_C1.stl
35     {
36         type triSurfaceMesh;
37         name Cylinder_C1;
38
39         patchInfo
40         {
41             type wall;
42         }
43     }
44     Cilindro_C2.stl
45     {
46         type triSurfaceMesh;
47         name Cylinder_C2;
48
49         patchInfo
50         {
51             type wall;
52         }
53     }
54     Cilindro_C3.stl

```

Figura B 12-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros usando a ferramenta do snappyHexMesh

```

54     Cilindro_C3.stl
55     {
56         type triSurfaceMesh;
57         name Cylinder_C3;
58
59         patchInfo
60         {
61             type wall;
62         }
63     }
64     Cilindro_C4.stl
65     {
66         type triSurfaceMesh;
67         name Cylinder_C4;
68
69         patchInfo
70         {
71             type wall;
72         }
73     }
74     Cilindro_C5.stl
75     {
76         type triSurfaceMesh;
77         name Cylinder_C5;
78
79         patchInfo
80         {
81             type wall;
82         }
83     }
84     Cilindro_C6.stl
85     {
86         type triSurfaceMesh;
87         name Cylinder_C6;
88
89         patchInfo
90         {
91             type wall;
92         }
93     }
94     Cilindro_C7.stl
95     {
96         type triSurfaceMesh;
97         name Cylinder_C7;
98
99         patchInfo
100        {
101            type wall;
102        }
103    }
104     Cilindro_C8.stl
105     {
106         type triSurfaceMesh;
107         name Cylinder_C8;

```

Figura B 13-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros, Parte II

```
109     patchInfo
110     {
111         type wall;
112     }
113 }
114 Cilindro_C9.stl
115 {
116     type triSurfaceMesh;
117     name Cylinder_C9;
118
119     patchInfo
120     {
121         type wall;
122     }
123 }
124 Cilindro_C10.stl
125 {
126     type triSurfaceMesh;
127     name Cylinder_C10;
128
129     patchInfo
130     {
131         type wall;
132     }
133 }
134 Cilindro_V1.stl
135 {
136     type triSurfaceMesh;
137     name Cylinder_V1;
138
139     patchInfo
140     {
141         type wall;
142     }
143 }
144 Cilindro_V2.stl
145 {
146     type triSurfaceMesh;
147     name Cylinder_V2;
148
149     patchInfo
150     {
151         type wall;
152     }
153 }
154 Cilindro_V4.stl
155 {
156     type triSurfaceMesh;
157     name Cylinder_V4;
158
159     patchInfo
160     {
161         type wall;
162     }
163 }
```

Figura B 14-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros, Parte III

```
249 refinementSurfaces
250 {
251     Cylinders
252     {
253         level (1 1);
254     }
255     Cylinder_C1
256     {
257         level (1 1);
258     }
259     Cylinder_C2
260     {
261         level (1 1);
262     }
263     Cylinder_C3
264     {
265         level (1 1);
266     }
267     Cylinder_C4
268     {
269         level (1 1);
270     }
271     Cylinder_C5
272     {
273         level (1 1);
274     }
275     Cylinder_C6
276     {
277         level (1 1);
278     }
279     Cylinder_C7
280     {
281         level (1 1);
282     }
283     Cylinder_C8
284     {
285         level (1 1);
286     }
287     Cylinder_C9
288     {
289         level (1 1);
290     }
291     Cylinder_C10
292     {
293         level (1 1);
294     }
295 }
```

Figura B 15-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros, Parte IV

```
177 castellatedMeshControls
178 {
179   maxLocalCells 1000000;
180   maxGlobalCells 2000000;
181   minRefinementCells 0;
182   nCellsBetweenLevels 1;
183
184   features
185   (
186     {
187       file "Cilindros.eMesh";
188       level 1;
189     }
190     {
191       file "Cilindro_C1.eMesh";
192       level 1;
193     }
194     {
195       file "Cilindro_C2.eMesh";
196       level 1;
197     }
198     {
199       file "Cilindro_C3.eMesh";
200       level 1;
201     }
202     {
203       file "Cilindro_C4.eMesh";
204       level 1;
205     }
206     {
207       file "Cilindro_C5.eMesh";
208       level 1;
209     }
210     {
211       file "Cilindro_C6.eMesh";
212       level 1;
213     }
214     {
215       file "Cilindro_C7.eMesh";
216       level 1;
217     }
218     {
219       file "Cilindro_C8.eMesh";
220       level 1;
221     }
222     {
223       file "Cilindro_C9.eMesh";
224       level 1;
225     }
226     {
227       file "Cilindro_C10.eMesh";
228       level 1;
229     }
230   )
231 }
```

Figura B 16-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros, Parte V

```
296 refinementRegions
297 {
298 }
299 resolveFeatureAngle 30;
300 locationInMesh (0.1 0 0);
301 allowFreeStandingZoneFaces false;
302
303 }
304 snapControls
305 {
306     nSmoothPatch 5;
307     tolerance 100;
308     nSolveIter 1000;
309     nRelaxIter 5;
310 }
311
312 addLayersControls
313 {
314     relativeSizes true;
315     layers
316     {
317         Cylinders
318         {
319             nSurfaceLayers 3;
320         }
321         Cylinder_C1
322         {
323             nSurfaceLayers 3;
324         }
325         Cylinder_C2
326         {
327             nSurfaceLayers 3;
328         }
329         Cylinder_C3
330         {
331             nSurfaceLayers 3;
332         }
333         Cylinder_C4
334         {
335             nSurfaceLayers 3;
336         }
337         Cylinder_C5
338         {
339             nSurfaceLayers 3;
340         }
341         Cylinder_C6
342         {
343             nSurfaceLayers 3;
344         }
345         Cylinder_C7
346         {
347             nSurfaceLayers 3;
348         }
349         Cylinder_C8
```

Figura B 17-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros, Parte VI

```

349     Cylinder_C8
350     {
351         nSurfaceLayers 3;
352     }
353     Cylinder_C9
354     {
355         nSurfaceLayers 3;
356     }
357     Cylinder_C10
358     {
359         nSurfaceLayers 3;
360     }
361     Cylinder_V1
362     {
363         nSurfaceLayers 3;
364     }
365     Cylinder_V2
366     {
367         nSurfaceLayers 3;
368     }
369
370     Cylinder_V4
371     {
372         nSurfaceLayers 3;
373     }
374     Cylinder_V5
375     {
376         nSurfaceLayers 3;
377     }
378 }
379 expansionRatio 1.1;
380 finalLayerThickness 0.5;
381 minThickness 0.2;
382 featureAngle 60;
383 nGrow 0;
384 maxFaceThicknessRatio 0.5;
385 nRelaxIter 3;
386 nSmoothSurfaceNormals 1;
387 nSmoothNormals 3;
388 nSmoothThickness 10;
389 maxThicknessToMedialRatio 0.2;
390 minMedianAxisAngle 90;
391 nBufferCellsNoExtrude 0;
392 nLayerIter 100;
393 }
394 meshQualityControls
395 {
396     #include "meshQualityDict"
397 }
398
399 mergeTolerance 1e-9;
400 // *****

```

Figura B 18-Dicionário relativo à definição do feixe de cilindros, Parte VII

Anexo C-Dados relativos ao escoamento em torno de um feixe de cilindros

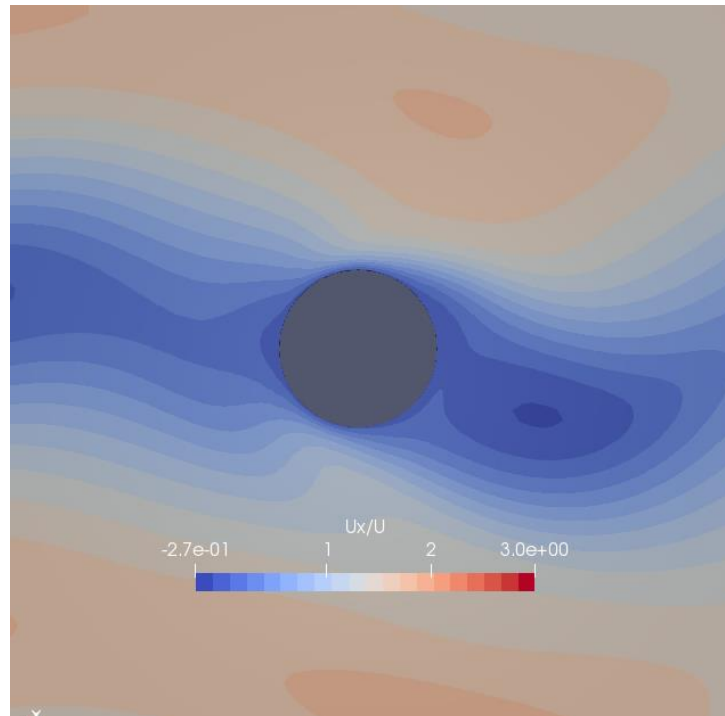


Figura C 1- Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=50$, $\beta=0,25$, para o instante $t=1000$ s

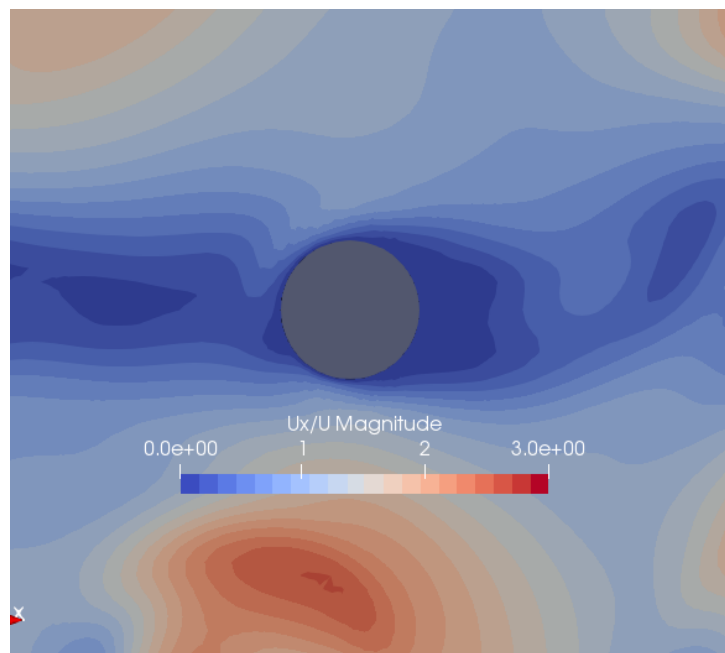


Figura C 2-Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=100$, $\beta=0,25$, para o instante $t=1000$ s

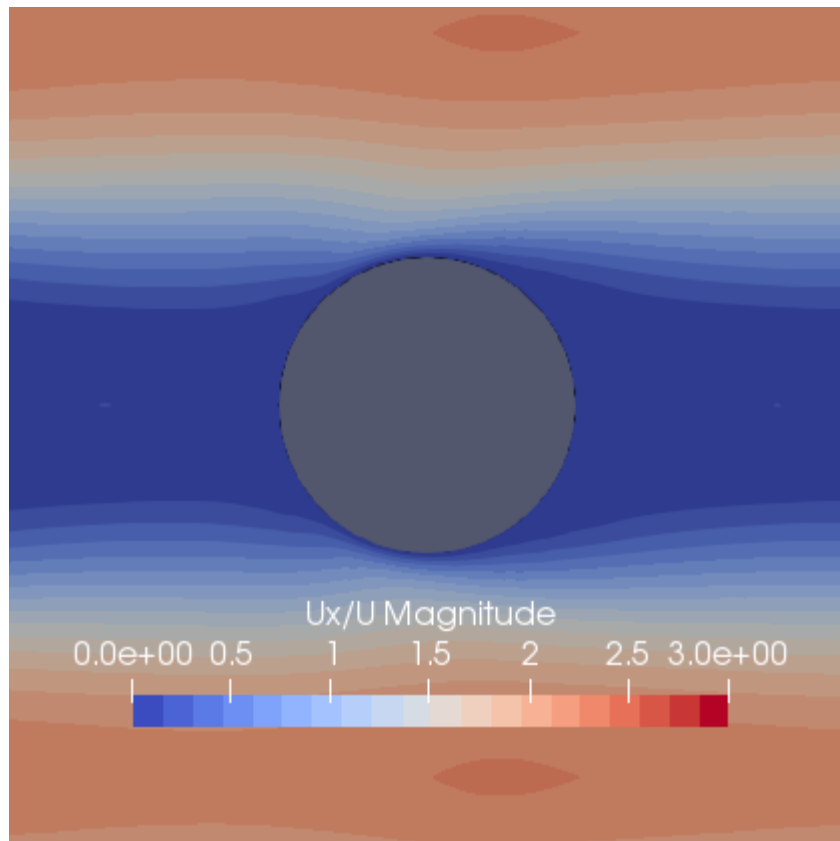


Figura C 3-Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=50$, $\beta=0,4$, para o instante $t=1000$ s

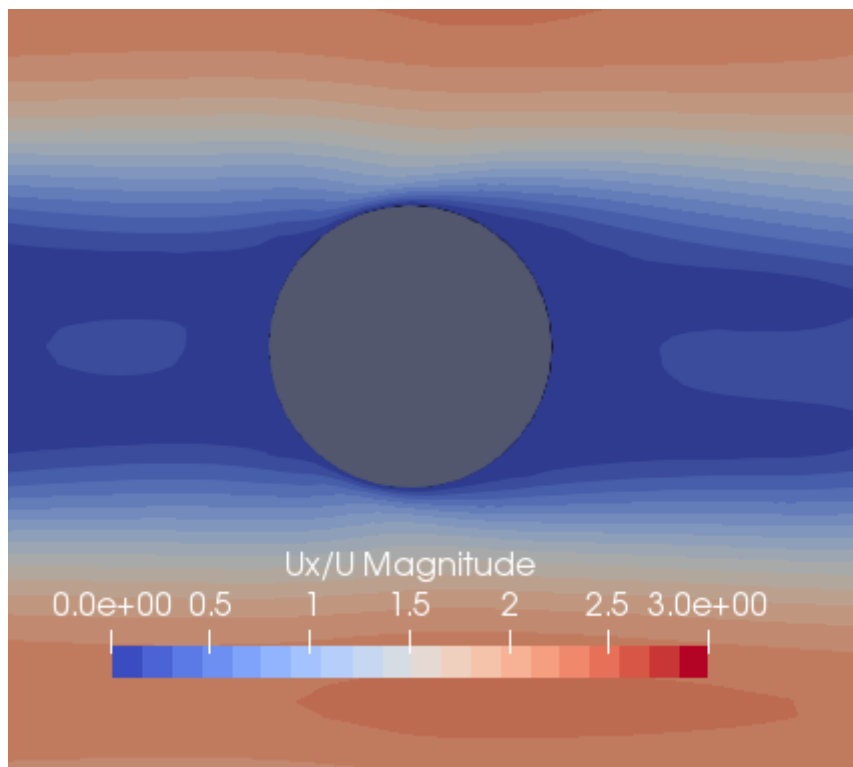


Figura C 4- Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=80$, $\beta=0,4$, para o instante $t=1000$ s

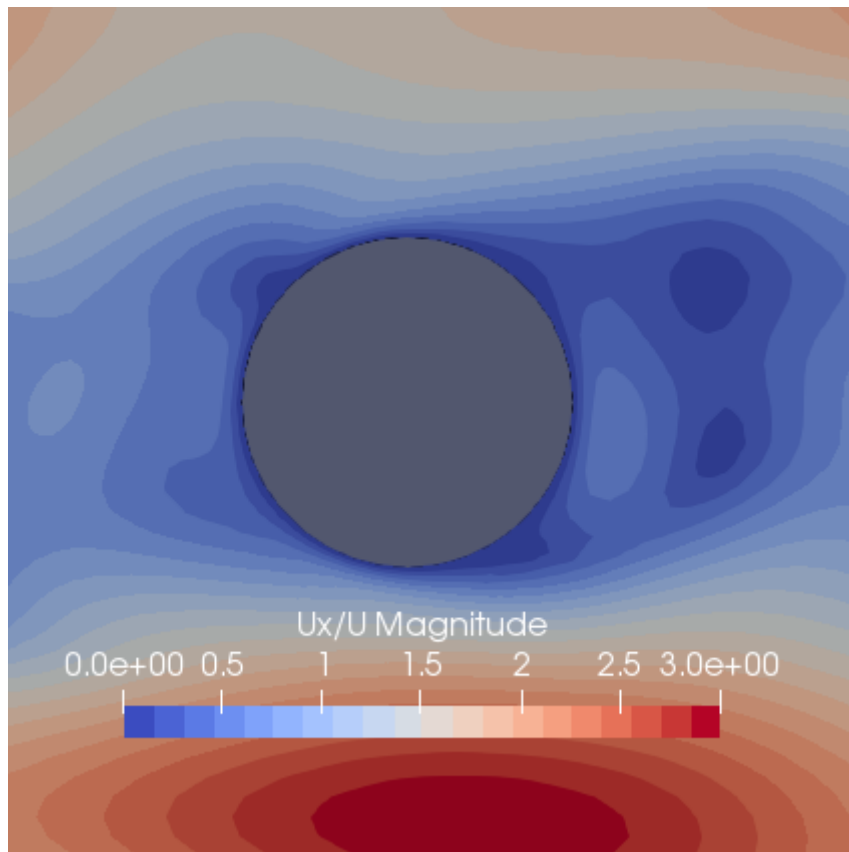


Figura C 5- Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=100$, $\beta=0,4$, para o instante $t=1000$ s

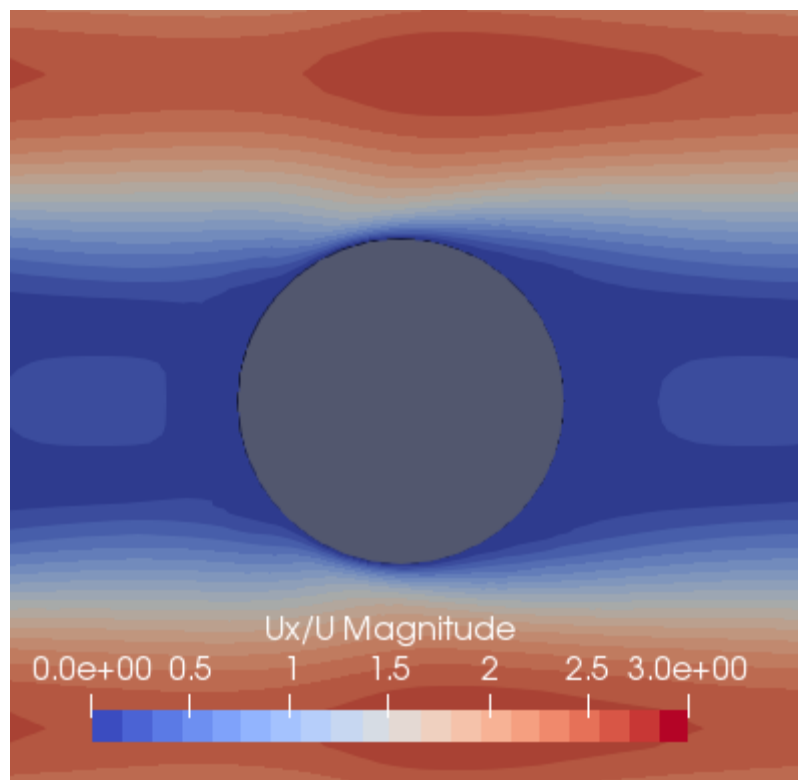


Figura C 6- Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=50$, $\beta=0,5$, para o instante $t=1000$ s

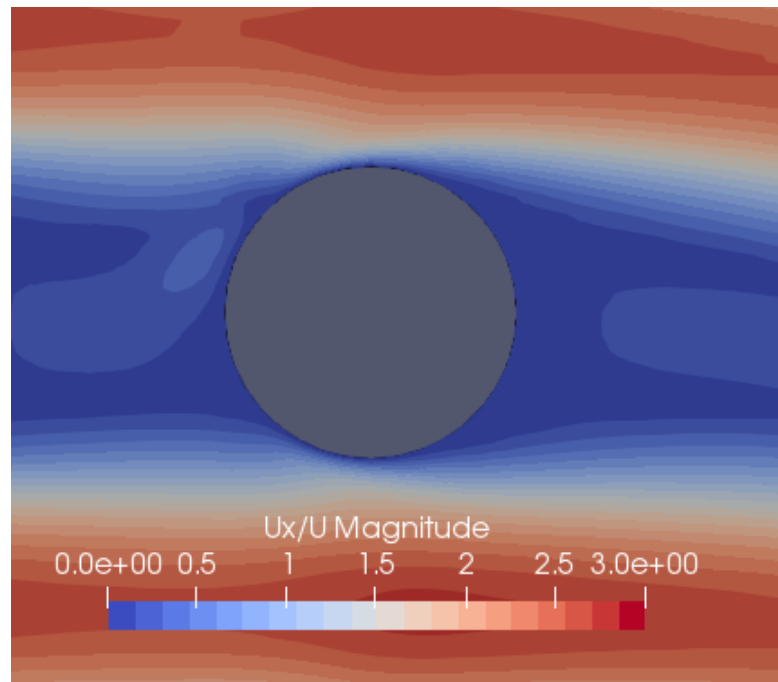


Figura C 7- Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=80$, $\beta=0,5$, para o instante $t=1000$ s

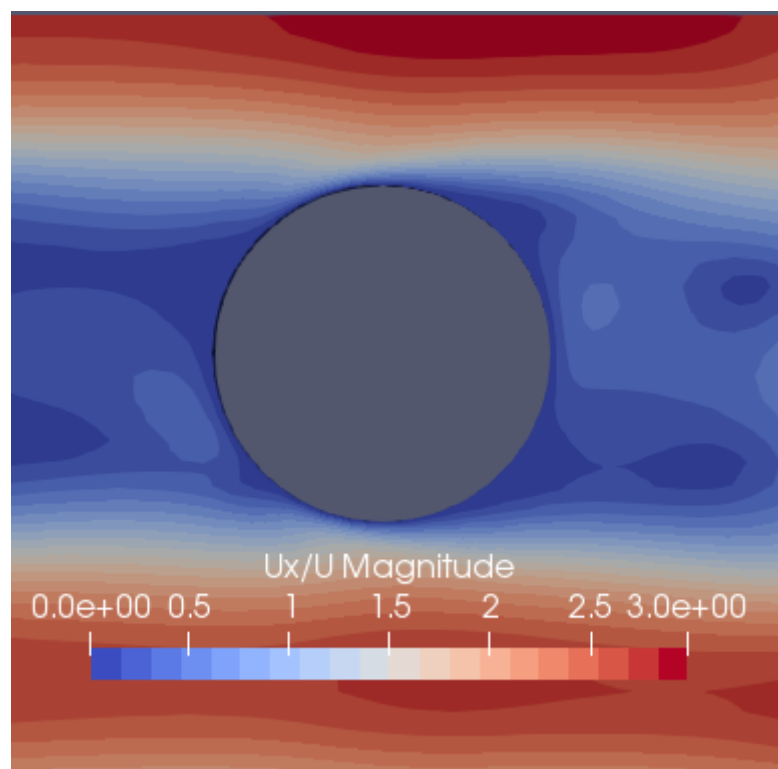


Figura C 8- Campo de velocidades para o Cilindro C8 para $Re=100$, $\beta=0,5$, para o instante $t=1000$ s

Referências

- Abd-Rabbo, A. e D. Weaver (1986). "A flow visualization study of flow development in a staggered tube array." Journal of Sound e Vibration **106**(2): 241-256.
- Batchelor, G. K. (1967). "An Introduction to Fluid Dynamics,(1967)." Cambridge.: UP xviii 615.
- Beale, S. e D. Spalding (1999). "A numerical study of unsteady fluid flow in in-line and staggered tube banks." Journal of Fluids and Structures **13**(6): 723-754.
- Benarji, N., C. Balaji e S. P. Venkateshan (2008). "Unsteady fluid flow and heat transfer over a bank of flat tubes." Heat and Mass Transfer **44**(4): 445-461.
- Berthelsen, P. A. e O. M. Faltinsen (2008). "A local directional ghost cell approach for incompressible viscous flow problems with irregular boundaries." Journal of computational physics **227**(9): 4354-4397.
- Calhoun, D. (2002). "A Cartesian grid method for solving the two-dimensional streamfunction-vorticity equations in irregular regions." Journal of computational physics **176**(2): 231-275.
- Churchill, S. e M. Bernstein (1977). "A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow."
- Colburn, A. P. (1964). "A method of correlating forced convection heat-transfer data and a comparison with fluid friction." International Journal of Heat and Mass Transfer **7**(12): 1359-1384.
- Greenshields, C. J. (2015). "OpenFOAM user guide." OpenFOAM Foundation Ltd, version 3(1): 47.
- Guittet, A., M. Theillard e F. Gibou (2015). "A stable projection method for the incompressible Navier–Stokes equations on arbitrary geometries and adaptive Quad/Octrees." Journal of Computational Physics **292**: 215-238.
- Hilpert, R. (1933). "Heat transfer from cylinders." Forsch. Geb. Ingenieurwes **4**(5): 215.
- Issa, R. I., A. Gosman e A. Watkins (1986). "The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme." Journal of Computational Physics **62**(1): 66-82.
- Launder, B. e T. Massey (1978). "The numerical prediction of viscous flow and heat transfer in tube banks."
- Li, X., X. Wu e S. He (2014). "Numerical investigation of the turbulent cross flow and heat transfer in a wall bounded tube bundle." International journal of thermal sciences **75**: 127-139.
- Patankar, S. e D. Spalding (1972). A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows. int J of Heat and Mass Transfer, Pergamon Press.
- Richardson, L. F. (1911). "IX. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam." Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character **210**(459-470): 307-357.
- Schiesser, W. E. (2012). The numerical method of lines: integration of partial differential equations, Elsevier.
- Sumer, B. M. (2006). Hydrodynamics around cylindrical structures, World scientific.
- Sumner, D., S. Price e M. Paidoussis (2000). "Flow-pattern identification for two staggered circular cylinders in cross-flow." Journal of Fluid Mechanics **411**: 263-303.
- Tritton, D. J. (2012). Physical fluid dynamics, Springer Science & Business Media.
- Van der Vorst, H. A. (1992). "Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems." SIAM Journal on scientific and Statistical Computing **13**(2): 631-644.
- Weaver, D., H. Lian e X. Huang (1993). "Vortex shedding in rotated square arrays." Journal of Fluids and Structures **7**(2): 107-121.
- Xu, S. and Z. J. Wang (2006). "An immersed interface method for simulating the interaction of

a fluid with moving boundaries." Journal of Computational Physics **216**(2): 454-493.

Ye, T., R. Mittal, H. Udaykumar e W. Shyy (1999). "An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries." Journal of computational physics **156**(2): 209-240.

Zukauskas, A. (1987). "Heat transfer from tubes in crossflow." Advances in heat transfer **18**(1): 87-159.