# Utilização dos Manuais Escolares por Professores de Matemática do 3.º Ciclo do Ensino Básico em Timor-Leste

**Bernardino de Castro**
Mestrado em Matemática para Professores
Departamento de Matemática
2020

**Orientadora**
**Rosa Antónia O. F. Tomás Ferreira**
Professora Auxiliar
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Todas as correções determinadas pelo júri, e só essas, foram efetuadas.

O presidente do Júri,

Porto, ___ /___ /_____

MSc

# Agradecimento

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para o meu estudo e, ao mesmo tempo, para a realização deste trabalho, desejo expressar o meu sincero reconhecimento e agradeço:

- Ao Diretor da Faculdade e a todos os membros desta Faculdade de Ciências, pelo ciente e simpático apoio.
- Ao Instituto CAMÕES, IP e UNTL por todo o apoio, nomeadamente o apoio financeiro prestado, que me deu a oportunidade para continuar o meu estudo na Universidade do Porto, Portugal.
- À minha orientadora e também professora da Unidade Curricular “Matemática e Ensino”, a Professora Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira, pela sua orientação com máxima disponibilidade, amabilidade, paciência e competência com que sempre me recebeu e pelo muito que me ensinou e ajudou a melhorar este trabalho. Muito obrigado por tudo.
- Aos professores do Curso de Mestrado em Matemática para Professores, nomeadamente ao Professor Doutor Jorge Paulo Maurício de Carvalho, ao mesmo tempo diretor do curso, à Professora Doutora Maria Zélia Ramos Alves da Rocha, à Professora Doutora Maria do Rosário Machado Lema Sinde Pinto, ao Professor Doutor João Nuno Domingues Tavares como diretor do Departamento de Matemática, ao Professor Doutor José Carlos de Sousa Oliveira Santos, à Professora Doutora Isabel Salgado Labouriau, e à Professora Doutora Maria Helena Pinto da Rocha Mena de Matos, por partilharem comigo a sua sabedoria e os seus conhecimentos, contribuindo decisivamente e infinitamente para o crescimento do meu conhecimento profissional.
- A todos os que contribuíram, seja de que maneira for, durante este percurso académico que culminou neste trabalho.
- Aos meus amigos e colegas de Mestrado que nunca me deixaram desistir e sempre me apoiaram, e aos compatriotas timorenses que estão estudar na Universidade do Porto, por todo o seu apoio e motivação.
- Aos meus amigos no Equipe SESIM e ao Professor Gabrielson que me apoiaram sobretudo na obtenção de documentos que permitiram melhorar este trabalho.
- Aos meus amigos Raquel Santos, Rita Santos, Jorge Lufiande, Quintino de Cristo que as vezes tiveram o tempo para editar e melhorar a gramática de Português.

# Dedicatória

Dedico este trabalho à minha Terra e aos Heróis da Libertação de Timor-Leste.

Aos meus professores Pedro Soares, Venâncio Lopes, Alfredo Pinto, Floriano Viseu pelas enormes confianças e apoios.

À minha esposa, Ângela da Cruz Soares, pela aceitação, oração, confiança e amor.

Aos meus pais, Camilo de Castro (Falecido) e Berta Feliz, a minha tia Maria Ferreira (Falecida), e aos meus sogros Clementina de Carvalho Sarmento, João da Cruz Soares (Falecido) por serem exemplos de garra e honestidade, por todas as orações e apoio sem limites.

Às minhas famílias Pahamutu pelo apoio e motivação.

Aos meus queridos irmãos pelo apoio e motivação.

A todos os que me apoiaram nos tempos difíceis, me deram conforto, amizade e felicidade.

# Lema

*“Learn from yesterday, live for today, hope for tomorrow. The important thing is not to stop questioning”. (Albert Einstein)*

# Resumo


Atualmente, existem dois recursos base utilizados para o processo de ensino-aprendizagem da matemática no 3.º ciclo do ensino básico, em Timor-Leste: o manual do aluno, *Espaço Matemática,* e o denominado manual *Prátika Matemátika*, publicado pelo Ministério da Educação timorense. O *Prátika Matemátika* foi elaborado tendo em vista um enriquecimento das experiências de aprendizagem proporcionadas aos alunos, numa abordagem *hands-on*, mais prática e dinâmica, motivadora e culturalmente relevante para os alunos timorenses. Estes dois recursos servem, assim, de apoio ao trabalho dos professores de modo a construírem ambientes de aprendizagem mais ricos e diversificados na sala de aula, dando importância a um envolvimento ativo dos alunos na sua aprendizagem, à aprendizagem colaborativa e à construção de uma cultura de aprendizagem que valoriza a matemática como desempenhando um papel central no desenvolvimento da sociedade moderna.

Neste trabalho, procuramos compreender melhor como os professores de matemática timorenses, do 3.º ciclo do ensino básico, respondem aos desafios colocados pela articulação dos dois manuais. Para o efeito, definimos os seguintes objetivos: 1) Conhecer as perspetivas e práticas dos professores de matemática sobre o manual *Espaço Matemática* e sobre o manual *Prátika Matemátika*; 2) Identificar as dificuldades que os professores de matemática enfrentam na articulação dos manuais *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika* e como as procuram ultrapassar; 3) Identificar que alterações no processo de ensino-aprendizagem de matemática decorrem da integração do manual *Prátika Matemátika*.

Numa abordagem qualitativa e interpretativa, foram observadas 14 aulas de matemática em três escolas com diferentes organizações do município de Díli, envolvendo um total de oito professores. Os dados coletados incluíram notas de campo das observações realizadas e transcrições de uma entrevista semiestruturada conduzida com cada professor após as observações. Cerca de três a cinco alunos de cada professor, num total de vinte e nove alunos, preencheram um questionário após a aula em que o seu professor foi observado, com vista à obtenção de informação adicional sobre a articulação dos dois manuais.

Os resultados revelam perspetivas positivas dos professores em relação aos dois manuais e à importância da articulação entre eles para a valorização das experiências de aprendizagem proporcionadas aos alunos, mas são evidentes as dificuldades que os professores sentem em concretizar essa articulação. Isso parece ser devido à falta de sólidos conhecimentos matemáticos que ofereçam aos professores a segurança necessária para propor aos alunos tarefas de natureza mais exploratória e problemática, em que eles precisam fazer perguntas e podem seguir caminhos diferentes e menos familiares ao professor. Para além disso, o elevado número de alunos por turma e a duração insuficiente das aulas de matemática parecem influenciar negativamente a realização das tarefas do manual *Prátika Matemátika* e, por isso, condicionar a eficácia da atividade dos alunos. Por outro lado, os professores não parecem compreender bem o significado de uma abordagem *hands-on* ao processo de ensino-aprendizagem, não utilizando as tarefas do manual *Prátika Matemátika* como base para a construção de conhecimento matemático (novo) pelos alunos e até retirando aos materiais manipuláveis o seu papel principal de veículo de representação e compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

Os resultados deste estudo apontam para a necessidade de um maior esforço de formação de professores em Timor-Leste, nomeadamente em relação ao seu conhecimento matemático e da prática de ensino, para que possam fazer um uso mais adequado dos recursos existentes. Também se mostra necessário efetuar uma revisão desses recursos, em vários aspetos, entre os quais o rigor científico, a linguagem em que estão escritos, a estrutura e uma maior clareza nas orientações metodológicas para o uso articulado dos manuais *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika*.


**Palavras-chave**: manual escolar; prática de ensino; desenvolvimento curricular; tarefas de matemática diversificadas; ensino básico.

# Abstract

Currently, there are two basic resources used for the mathematics teaching and learning process at the 3rd cycle of basic education in East Timor: the student textbook, *Espaço Matemática*, and the so-called *Prátika Matemátika* textbook, a publication of the Timorese Ministry of Education. *Prátika Matemátika* is aimed at enriching the learning experiences provided to students, in a *hands-on*, more practical and dynamic approach, motivating and culturally relevant for Timorese students. These two resources serve to support the work of teachers in order to build richer and more diverse learning environments in the classroom, emphasizing students' active involvement in their own learning, collaborative learning, and the construction of a learning culture that values mathematics and its central role in the development of modern societies.

In this work, we seek to better understand how Timorese mathematics teachers, of the 3rd cycle of basic education, respond to the challenges posed by the articulation of the two textbooks. For this purpose, we have defined the following goals: 1) To know the perspectives and practices of mathematics teachers about *Espaço Matemática* and *Prátika Matemátika*; 2) To identify the difficulties that mathematics teachers face in articulating *Espaço Matemática* and *Prátika Matemátika* and how they try to overcome them; 3) To identify the changes in the mathematics teaching and learning process due to the integration of *Prátika Matemátika*.

Following a qualitative and interpretative approach, 14 mathematics lessons were observed in three schools with different organizations in the municipality of Díli, involving a total of eight teachers. The data collected included field notes of the observations and transcripts of a semi-structured interview conducted with each teacher after the observation of their lessons. About three to five students from each teacher, in a total of twenty-nine students, completed a questionnaire after the lesson in which their teacher was observed, in order to obtain additional information on the articulation of the two resources.

The results reveal that teachers hold positive perspectives in relation to the two resources and the importance of articulating them in order to enrich the learning experiences provided to students. Yet, the difficulties that teachers feel in achieving this articulation are evident. They seem to be due to the lack of teachers' solid mathematical knowledge, which gives them the necessary security to propose to students tasks of a more exploratory and problematic nature, in which students are urged to ask questions and can follow different and less familiar paths to the teacher. In addition, the high number of students per class and the insufficient duration of mathematics classes seem to negatively influence the work on the tasks from *Prátika Matemátika* and, therefore, affect the effectiveness of the students' activity. On the other hand, teachers do not seem to understand well the meaning of a *hands-on* approach to the teaching and learning process, failing to use the tasks in *Prátika Matemátika* as a springboard for students' construction of (new) mathematical knowledge, and even misusing didactic materials in their main role as vehicles for representing and understanding mathematical concepts.

The results of this study point to the need for a greater effort to train teachers in East Timor, namely in relation to their mathematical knowledge and knowledge of the teaching practice, so that they can make a more appropriate use and articulation of *Espaço Matemática* and *Prátika Matemátika*. It is also necessary to review these resources, in several aspects such as scientific rigor, language, structure, and clearer methodological guidelines for the articulated use of *Espaço Matemática* and *Prátika Matemátika*.

**Keywords**: mathematics textbooks; teaching practices; curriculum management; diversified mathematical tasks; basic education.

# Índice

# Lista de Siglas

| | | |
|---|---|---|
| CAPES | – | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior |
| CNTL- U | – | Comissão Nacional Timor Leste para Unesco |
| EB | – | Escola Bebonuk |
| EBC | – | Escola Básica Central |
| EC | – | Escola Comoro |
| EM | – | Escola Manleuana |
| MEM | – | Manual *Espaço Matemática* (manual do aluno) |
| METL | – | Ministério da Educação Timor Leste |
| MPM | – | Manual *Prátika* Matemática |
| ONG | – | Organização Não Governamental |
| PQLP-TL | – | Programa de Qualificação de Docentes e Ensino de Língua Portuguesa em Timor Leste. |
| SESIM | – | Sentro Estuda Siensia no Matemátika (em português: Centro de Estudos de Ciência e Matemática) |
| UNICEF | – | United Nations Children's Fund (em português: Fundo das Nações Unidas para a Infância) |
| UNTL | – | Universidade Nacional Timor Lorosa´e |

# Lista de Figuras

# CAPÍTULO 1

# Introdução

Neste capítulo, faço uma introdução ao estudo que foi realizado, contextualizando-o na realidade de Timor-Leste, o meu país de origem. Apresento as linhas orientadoras da visão que o Ministério da Educação timorense tem para a educação matemática das crianças e jovens, e apresento o objetivo geral e as questões orientadoras do estudo.

## 1.1. O Contexto Educacional Timorense

Timor-Leste nasceu na era *Millennium*, e o seu futuro depende significativamente do desenvolvimento da educação dos timorenses, em especial, da educação em matemática e ciências. A aceleração do fluxo de informação, a globalização e a crise multidimensional foram grandes influências no desenvolvimento da educação no início do século XXI. O desenvolvimento da educação básica em matemática foi fundamental para a existência de uma educação matemática de qualidade a todos os níveis educacionais desde primário, secundário, vocacional e universitário. A matemática é vista como um meio de facilitar a aprendizagem em todas as áreas porque tem uma ligação forte com muitas áreas do conhecimento. É também um instrumento para desenvolver as atividades e resolver os problemas enfrentados pelos seres humanos na vida cotidiana (a matemática como parte da vida). "O ensino da matemática contribui para a formação de cidadãos críticos e responsáveis através de estratégias que promovam a autonomia e a interação do aluno com os outros na compreensão de situações da comunidade e do mundo em que vive" (ME, 2010, p. 3).

No mundo globalizado, ao povo de Timor-Leste foi pedida a capacidade e espírito de sacrifício para melhorar a qualidade da educação, especialmente a qualidade da educação matemática como base para todas as disciplinas em todos os níveis de acordo com o lema "*construir a nossa Nação através de uma educação de qualidade*", para melhorar os valores da vida, a moral dos alunos vivendo em comunidades, e a produção o desenvolvimento de recursos humanos competentes e criativos. O governo timorense conferiu à “Educação um papel essencial, uma vez que a idealiza como ação promotora de valores, como esteio de cidadania, como espaço de partilha e como meio para apetrechar os indivíduos para a mudança e para a aprendizagem ao longo da vida” (Viseu & Morgado, 2018, p. 1153). Este princípio da aprendizagem ao longo da vida cria oportunidades para realizar a educação de várias maneiras, como, por exemplo, através de livros de referência, televisão, e mundo da tecnologia ou internet, que permitem aprofundar a educação em geral, e a educação matemática em particular. De facto, “a Matemática é a chave de ouro que podemos abrir todas as ciências”[1], por conseguinte, é a base do desenvolvimento de outras ciências.

Pontanto, a educação matemática é essencial na (re)construção da nação timorense, e o Ministério da Educação da República Democrática de Timor-Leste tem a responsabilidade e a missão de renovar o currículo da matemática escolar. Tal currículo desempenha um papel importante, estabelecendo de forma clara quais os conhecimentos e as capacidades fundamentais matemáticas que os alunos devem adquirir e desenvolver, tendo em vista o papel que tais conhecimentos e capacidades irão ter no desenvolvimento do país, em todas as áreas, mas com mais foco no desenvolvimento da ciência, tecnologia e informática.

Muitas pessoas consideram que a matemática é a disciplina mais difícil de aprender, sentindo até medo e não se sentindo motivadas a aprender matemática. No entanto, a matemática é muito importante para todas as sociedades, tanto para os estudantes como para os não estudantes, ou seja, o público em geral. Aprender matemática torna-se o principal requisito para a aprendizagem de outras disciplinas e outros assuntos, por isso, não é de surpreender que a disciplina de matemática seja estudada desde o ensino fundamental ou ensino básico, até ao nível universitário. Já Jacques Hadarmard dizia que “a matemática é a mais simples, a mais perfeita e a mais antiga de todas as ciências”[2]. Esta frase de Hadarmard pode sugerir que o estudo da matemática ajuda a formar seres humanos com certas características, tais como ser simples, ser paciente e ter raciocínio lógico. Por isso, às pessoas que têm um alto desempenho em matemática na escola, será mais fácil conseguir um emprego melhor e ter uma melhor carreira.

[1] https://matemativerso.wordpress.com/pensamentos-matematicos/
[2] https://www.somatematica.com.br/frases3.php

A educação matemática dos jovens em Timor-Leste é particularmente importante porque, sendo

> património da cultura humana, a Matemática constitui um modo de pensar, uma linguagem que permite interpretar, intervir e compreender melhor o mundo em que vivemos. A escola desempenha assim um papel determinante no desenvolvimento da literacia matemática dos alunos, entendida não apenas como o domínio de um conjunto de competências de cálculo e de procedimentos, mas sobretudo como a capacidade de utilização da linguagem e métodos matemáticos para modelar problemas e situações e raciocinar produtivamente sobre eles. (…) [Por isso,] a Matemática, neste contexto, desempenha um papel relevante na formação dos jovens timorenses, mais informados e com capacidade crítica para interpretar, compreender e tomar decisões nas mais variadas situações com que se deparam no seu dia-a-dia. (ME, 2010, p. 1)

No fundo, a educação matemática dos jovens (timorenses) é essencial no desenvolvimento da capacidade humana para pensar, compreender, interpretar, e tomar decisões, e é base na construção do pensamento dos indivíduos em todas as áreas e atividades humanas em que as ideias e noções matemáticas são aplicáveis, como são exemplo: gerir espaços públicos (em particular, escolas), construir recursos petrolíferos, construir estradas, autoestradas e outras vias de comunicação, construir edifícios habitacionais e comerciais, construir e gerir sistemas de saúde e atividades empresariais e financeiras, e também desenvolver atividades culturais e artes. Uma educação matemática com rigor e excelência já desde o ensino básico contribui para formar cidadãos capazes de ajudar a desenvolver o seu país, em várias vertentes.

Em particular, a disciplina de matemática no 3.º ciclo do ensino básico “terá como principal finalidade desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas, utilizando a matemática de forma autónoma e com uma atitude positiva” (ME, 2010, p. 3). Os alunos deverão dominar as “quatro temáticas fundamentais: Álgebra (funções, equações, inequações e sequências e regularidades); Geometria (no plano e no espaço); Números e Operações (números inteiros, números racionais e números reais) e Estatística e Probabilidades” (ME, 2010, p. 3). Pretende-se orientar os alunos no sentido de perceberem a matemática como uma ciência aplicável no contexto real, quotidiano, vivo e concreto. Deste modo, é essencial que os professores apoiem os alunos para resolver os problemas que enfrentam no dia-a-dia, com carater construtivo; é também preciso que a aprendizagem da matemática mostre aos alunos o valor positivo desta ciência nas suas vidas e nas sociedades, o que também ajuda a aprofundar os níveis de proficiência dos aprendentes.

O sucesso da educação matemática em Timor-Leste está dependente da formação, autonomia e capacidade dos professores timorenses em fomentar uma aprendizagem matemática significativa, compreendendo as noções matemáticas e os procedimentos matemáticos básicos, percebendo as suas aplicações na vida e na sociedade, ampliando as conexões da matemática com outras áreas do saber, olhando a matemática com flexibilidade. A disciplina de matemática no 3.º ciclo do ensino básico é uma base fundamental para o prosseguimento de estudos a níveis mais altos, contribuindo assim, significativamente, para o desenvolvimento científico e tecnológico da sociedade timorense. Portanto, há uma necessidade muito premente de motivação e encorajamento dos professores para que os alunos sejam mais entusiastas e focados em aprender matemática e em compreender esta ciência nas suas várias facetas e, em especial, nas suas ligações a outras ciências e áreas do conhecimento.

Neste contexto, o Ministério da Educação da República Democrática de Timor-Leste, entre 1999 e 2011, adaptou como primeiro currículo, de transição, para todas as disciplinas e todos os níveis escolares, os textos em língua indonésia, para responder às necessidades de educação do país na era da independência. Depois, em 2007 e 2008, este currículo e os respetivos manuais foram traduzidos em língua portuguesa por um conjunto de professores timorenses e brasileiros no âmbito dos programas Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Programa de Qualificação de Docentes e Ensino de Língua Portuguesa (PQLP), em Timor-Leste. Desde 2012, especialmente ao nível do 3.º ciclo do ensino básico, Timor-Leste segue o segundo currículo preparado por técnicos/peritos internacionais da Universidade do Minho, confiados pelo Ministério da Educação de Timor-Leste a essa missão. O processo de elaboração deste segundo currículo pelo Ministério da Educação e pela Universidade do Minho decorreu de 2009 a 2010, e baseou-se em investigação atualizada em educação matemática e no trabalho colaborativo de vários agentes: alguns professores timorenses de cada área, agentes de instituições ligadas à educação (Universidade Nacional de Timor Lorosa'e (UNTL), United Nations Chidren's Fund (UNICEF) e outras organizações não governamentais e instituições religiosas), outros *stakeholders*, incluindo ainda a observação de aulas do 3.º ciclo do ensino básico nalgumas escolas em Timor-Leste.

Desde 2011/2012 que o livro de texto, ou manual do aluno, e o respetivo livro do professor existem em língua portuguesa para todas as disciplinas, nas escolas do território de Timor-Leste. De notar que, neste país, existe apenas um único manual do aluno para matemática, intitulado manual *Espaço Matemática* (Costa & Rodrigues, 2014), manual esse que é editado por Portugal e utilizado na matemática escolar. Neste trabalho, este manual será referido por MEM. Este manual escolar foi construído com a preocupação e o objetivo de ser utilizado no contexto particular de Timor-Leste, em função do programa em vigor. Apesar de o livro do professor constituir um apoio para o ensino, constataram-se diversas dificuldades, por parte dos professores, na utilização destes recursos, sobretudo relacionadas com as suas experiências (limitações no domínio da língua portuguesa, bem como no domínio dos conteúdos matemáticos a ensinar, dificuldades em usar materiais manipulativos e novas tecnologias de informação e comunicação). Por este motivo, em 2014, o Ministério da Educação produziu os dois tipos de livros (manual do aluno e livro do professor) em versão bilingue, em Tétum e língua portuguesa, procurando resolver problemas ao nível da gestão da língua e da clarificação dos conteúdos matemáticos.

Ao mesmo tempo, o Ministério da Educação estabeleceu uma equipa composta por membros internos e elementos do Centro de Estudos de Ciência e Matemática (SESIM). O SESIM é uma divisão da Comissão Nacional da Unesco em Timor Leste (KNTLU) a quem foi pedido para elaborar o manual *Prátika Matemátika* (que, neste trabalho, será referido como MPM) com o objetivo de: i) identificar os conteúdos mais importantes e significativos para os alunos; ii) apoiar os professores para propiciarem ambientes de sala de aula mais práticos (numa perspetiva de *hands-on activities*) e dinâmicos, privilegiando uma abordagem exploratória e a utilização de materiais simples, fáceis de encontrar e baratos; e iii) apoiar os professores para fazerem a ligação entre a teoria e a prática, enfatizando o papel da matemática na vida real (ME, 2015b). Na verdade, o MPM não é um manual escolar como é o MEM, que é construído para ser usado pelo aluno. O MPM é basicamente um conjunto de tarefas matemáticas com certas características que permitem enriquecer o ensino habitual em Timor-Leste, dando-lhe um caráter mais exploratório, mais *hands-on*, mais dinâmico e culturalmente relevante e motivador. Por abuso de linguagem, considera-se o *Prátika Matemátika* como um manual.

Alguns conteúdos incluídos no MPM estão ligados com a etnomatemática, na medida em que tiram partido de elementos culturais timorenses para tornar a aprendizagem da matemática mais significativa para os alunos:

> Timor-Leste é um país com um rico património cultural manifestado, de uma forma muito particular, nas atividades e produtos relacionados com a cerâmica, cestaria, tecelagem e arquitetura. Este património pode e deve ser levado para a sala de aula de Matemática, para que a exploração de padrões e processos construtivos emergentes dessas atividades constituam uma porta de acesso dos alunos às formas específicas do pensamento matemático. (ME, 2010, pp. 2-3)

Esta riqueza cultural pode, também, ajudar a desenvolver uma perspetiva positiva da presença e utilidade da matemática na vida real, como ferramenta para resolver os problemas que existem na vida concreta dos alunos, no seu ambiente familiar, na vida da sua comunidade e no desenvolvimento cultural.

Entre 2015 e 2016, os professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico fizeram formação sobre os conteúdos matemáticos integrados simultaneamente no MEM e no MPM, aproveitando as interrupções do calendário escolar (férias escolares) e o inicio de cada período. A propósito desta formação, os professores fazem vários comentários que se podem resumir no seguinte: "o programa de formação é muito útil, reflexivo, ativo e aprofunda-se o conhecimento dos professores na área da matemática no nível do ensino básico"[3].

O resultado da avaliação desta formação e da posterior implementação do MPM nas escolas pode ser visto no relatório da Homi Bhabha Centre for Science Education

> Overall, results suggest that implementation of *prátika* has positively impacted the teaching-learning process. However, in order to identify specific areas to be addressed in each municipality, this questionnaire would need to be administered to all students of all schools where *prátika* has been implemented. Although largely positive, some issues that become apparent about the SESIM training and school system that need attention were to guide teachers to interact with the students and address challenges of time constraints and large class sizes faced by the majority of teachers. Clubbing this assessment with an evaluation of students' content acquisition would provide an independent measure of the success of *prátika* in enhancing student learning. (Patil, Sawant, Bagban, & Vijapurkar, 2018, p. 3)

Por conseguinte, a formação oferecida aos professores e as primeiras experiências de uso simultâneo do MPM e do MEM parecem ter tido um impacto positivo no sentido que a formação serviu para ajudar, motivar e capacitar os professores para o processo de ensino-aprendizagem. No entanto, persistem dificuldades significativas na gestão do tempo das aulas e na gestão de turmas com um elevado número de alunos, e há que compreender melhor como evoluem os alunos no seu desempenho escolar em ambientes de sala de aula com o uso do MEM e do MPM, bem como o MPM vem, efetivamente, trazer mudanças nas abordagens de ensino, tornando-as mais *hands-on*, mais dinâmicas e motivadoras para os alunos.

Uma outra alteração que decorreu da introdução do MPM como recurso para o ensino da matemática diz respeito aos exames nacionais. Desde o ano letivo de 2016, que o exame nacional tem passado a incluir questões muito semelhantes às que são propostas no MPM. No ano letivo de 2018, a percentagem desse tipo de tarefas no exame nacional era de 30% ou 15 itens em 50 questões. Isto indica que há uma necessidade de desenvolver e melhorar a aprendizagem da matemática, em particular através de atividades práticas e culturalmente contextualizadas na sala de aula em todas as escolas básicas com 3.º ciclo em Timor-Leste.

---

[3] Comentário de um professor no final de uma ação de formação continua sobre o MPM.

O aparecimento de perguntas no exame nacional semelhantes às questões do MPM pode estar relacionado com a motivação que o Ministério da Educação quer dar aos professores para usarem e articularem os dois manuais, o MEM e o MPM. O Ministério da Educação tem realizado diversos esforços neste sentido, produzindo o Guia do Professor (ME, 2015a) para orientar os planos de aula e promover uma aprendizagem dos conceitos matemáticos com compreensão, estimulando os alunos a viver experiências matemáticas estimulantes e ativas, práticas e ligadas ao seu dia-a-dia, e desenvolvendo o seu interesse pela matemática. Uma tal abordagem permite aos alunos desenvolver o seu pensamento criativo e compreender a importância da matemática para a construção de um país mais desenvolvido, científica e tecnologicamente, e de um mundo melhor.

## 1.2. Objetivo Geral e Questões Orientadoras do Estudo

Este estudo, que incide no 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste, visa três objetivos gerais:

1. Conhecer as perspetivas e práticas dos professores de matemática sobre o Manual *Espaço Matemática* e sobre o Manual *Prátika Matemátika*;
2. Identificar as dificuldades que os professores de matemática enfrentam na articulação do Manual *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika* e como as procuram ultrapassar;
3. Identificar que alterações no processo de ensino-aprendizagem de matemática decorrem da integração do *Prátika Matemátika*.

Tendo em conta estes objetivos gerais, o estudo foi guiado pelas cinco questões de investigação seguintes, envolvendo professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste:

1. O que pensam os professores sobre o Manual *Espaço Matemática* e o *Prátika Matemátika*?
2. Como articulam os professores o Manual *Espaço Matemática* e o *Prátika Matemátika* nas suas práticas de ensino?
3. Que dificuldades enfrentam os professores na articulação do Manual *Espaço Matemática* com o manual *Prátika Matemátika*?
4. Como procuram os professores ultrapassar as dificuldades que encontram na articulação do Manual *Espaço Matemática* com o manual *Prátika Matemátika*?

5. Que mudanças no processo de ensino-aprendizagem decorrem da introdução do manual *Prátika Matemátika*, na perspetiva dos professores?

Este trabalho está organizado em seis capítulos. No segundo capítulo, faço um resumo de algumas ideias teóricas importantes sobre currículo, manuais e o papel do professor. No terceiro capítulo, apresento os dois manuais que são objeto de estudo e faço uma análise dos seus conteúdos e abordagens subjacentes, focada no 1.º trimestre do ano escolar pois foi essa a janela temporal em que foram recolhidos dados no campo empírico. O quarto capítulo é dedicado à apresentação da metodologia de investigação seguida, e, no quinto capítulo, apresento os resultados deste estudo, organizados por temas das questões de investigação e por escolas participantes. Por fim, no último capítulo, procuro responder às questões de investigação e fazer uma reflexão em torno do trabalho realizado, apontando algumas sugestões para futura investigação, para a formação de professores e para as políticas educativas timorenses que surgem do trabalho realizado.

# CAPÍTULO 2

# Revisão de Literatura

Neste capítulo, faço um resumo de algumas ideias teóricas importantes sobre o currículo, os manuais escolares e o papel do professor.

## 2.1. O Professor e a Gestão Curricular

O "currículo tanto pode significar o programa estruturado de conteúdos disciplinares prescrito por alguém, como o conjunto de todas as experiências que o aluno realmente vive na escola" (Canavarro, 2003, p. 112). Portanto, podemos olhar para o currículo sob pontos de vista bem distintos. Na citação anterior, vemos que o podemos perspetivar como um conjunto de conteúdos específicos que o professor deve ensinar, ou como aquilo que o aluno deve aprender (numa perspetiva mais abrangente, não apenas ligada a conteúdos de disciplinas específicas).

Canavarro (2003) chama a atenção para as diferenças essenciais nestas duas formas de ver o currículo. Na primeira, ele é visto como um "programa, muito estruturado e organizado, de objectivos, conteúdos e actividades e de acordo com a natureza das disciplinas" (p. 113). Valoriza-se o formalismo de um plano que é definido à priori, sobre o qual se constroem as planificações detalhadas e estruturadas em objetivos a atingir e conteúdos a ensinar. "Nesta perspectiva (…), a noção de currículo aparece muito conotada com a noção de programa" (p. 113).

Mas o currículo pode ser também visto como "o conjunto das experiências educativas vividas pelos alunos no contexto escolar (…), contendo um propósito com um elevado grau de indeterminação e adaptável em função das condições da sua aplicação" (Canavarro, 2003, p. 113). Valoriza-se então a articulação entre o propósito global do currículo e o contexto local em que este se aplica. Ao contrário da perspetiva anterior, em que o professor é um executor, nesta perspetiva, todos os intervenientes, em especial os professores e os alunos, são co-construtores de currículo, influenciando-o com as "suas crenças, atitudes, saberes, experiências" (Canavarro, 2003, p. 113). Assim, o currículo vai além do programa, contemplando níveis de decisão macro e micro, ao nível das políticas educativas e dos contextos locais das escolas, respetivamente.

Indo ao encontro desta diversidade de perspetivas e da sua complexidade, Pacheco (1996) define currículo como

> um projeto, cujo processo de construção e desenvolvimento é interativo, que implica unidade, continuidade e interdependência entre o que se decide ao nível do plano normativo, ou oficial, e ao nível do plano real, ou do processo de ensino-aprendizagem. Mais ainda, o currículo é uma prática pedagógica que resulta da interacção e confluência de várias estruturas (políticas, administrativas, económicas, culturais, sociais, escolares, …) na base das quais existem interesses concretos e responsabilidades compartilhadas. (p. 20)

O objetivo da educação é significativamente influenciado pelas filosofias/perspetivas sobre a vida que uma nação abraça, pelo que o currículo desenvolvido também reflete essas mesmas filosofias/perspetivas sobre a vida. Assim, em face das recentes alterações no regime político timorense, tornou-se necessário e imperativo alterar o currículo escolar. A mudança no currículo de Timor-Leste, para o 3.º ciclo do ensino básico em 2012 é

> para apoiar a criação de um currículo: (i) mais ajustado ao contexto social e cultural de Timor-Leste e aos objetivos de desenvolvimento do sistema educativo timorense; (ii) mais coerente com os padrões internacionais e com os desafios que hoje se colocam aos sistemas educativos, em geral; (iii) mais articulado com os currículos dos ciclos de ensino que o antecedem (1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico); (iv) mais adequado aos alunos a que se destina. (Pacheco, Morgado, Flores, & Castro, 2009, p. 5).

Segundo Robert S. Zais (1976), o currículo baseia-se em pilares ou fundamentos essenciais (*foundations*). São eles os

> objetivos (*aims, goals, objectives*), conteúdo/materiais (*content*), atividades de aprendizagem (*learning activities*) e avaliações (*evaluations*). O fundamento principal do currículo é a perspetiva filosófica em que assenta (*philosophical assumption*), enquanto o outro fundamento é a natureza da ciência (*epistemology*), sociedade e cultura (*society and culture*), individuais ou aprendentes (individual), e teorias de aprendizagens (*learning theory*). (p. 16, itálicos adicionados)

Estes aspetos encontram-se na perspetiva timorense de desenvolvimento curricular,

> aqui entendido como um processo contínuo de decisões ao longo do qual se concebe (design e planeamento), implementa, ao nível da escola (programação) e da sala de aula (planificação), e avalia (avaliação) o currículo em todas as suas fases. Trata-se de um acto contínuo e interligado que engloba diferentes fases e se desenvolve em distintos contextos de decisão, o que permite afirmar que o currículo é um conjunto de decisões que estabelece a relação entre intenções (o que se deve fazer) e práticas (o que se pode fazer). (Pacheco et al., 2009, p. 26)

A perspetiva adotada pela nação timorense parece abraçar elementos das duas perspetivas de currículo apresentadas atrás (uma mais técnica e outra mais prática), olhando-o como um conjunto de finalidades, objetivos, metodologias de ensino e de avaliação. Ao mesmo tempo, porém, o currículo timorense considera a herança cultural da nação e os contextos locais como essenciais no processo de desenvolvimento curricular, e dá também aos professores o papel de decisores curriculares.

Segundo Pacheco et al. (2009), existem, “pelo menos, três contextos principais de decisão curricular, atribuindo-se a cada um deles funções e competências específicas no âmbito do desenvolvimento do currículo” (p. 27). O contexto político-administrativo diz respeito à administração central que corresponde a níveis de decisão curricular em grande escala; o contexto de gestão diz respeito à escola e à administração regional, compreendendo níveis de decisão curricular local; e o contexto de realização diz respeito à sala de aula, situando os níveis de decisão curricular num contexto individual.

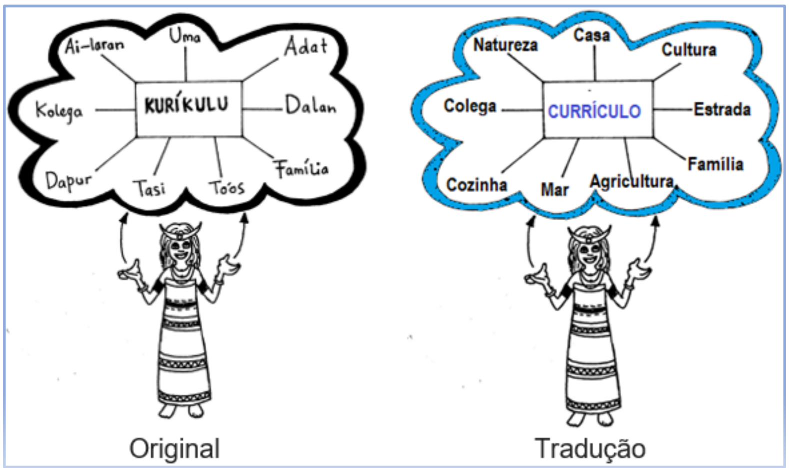
Nas fases do desenvolvimento curricular, poderemos distinguir vários níveis diferentes de currículo. O currículo *prescrito* (enunciado ou oficial) preconizado nos documentos oficiais corresponde ao que está enunciado nos programas. “Funciona como referência básica relativamente à ordenação do sistema curricular, à elaboração de materiais curriculares, no controlo do sistema” (Canavarro, 2003, p. 124). O currículo *apresentado* chega aos professores essencialmente através dos manuais escolares. Os manuais representam as interpretações dos respetivos autores do currículo prescrito. O currículo *moldado* “resulta da interpretação do professor, seja a partir do currículo prescrito ou dos materiais curriculares” (Canavarro, 2003, p. 124). É o professor quem decide como concretizar o currículo, em particular durante a sua atividade de planificação, individualmente ou em grupo. O currículo *implementado* diz respeito ao modo como é realizado pelos professores e representa o currículo que é efetivamente colocado em ação nos espaços de aprendizagem (sejam eles sala de aula ou não). E o currículo *adquirido* é o que reflete o que o aluno aprendeu realmente (Ponte, Matos, & Abrantes, 1998).

Segundo Pacheco (1996), o currículo consiste em momentos de construção e implementação. O desenvolvimento curricular é caracterizado por processos complexos e dinâmicos, equivalentes à (re)construção da tomada de decisão para a construção, a partir de princípios concretos, pontes entre intenção e realidade, ou seja, entre projetos socioeducativos e projetos didáticos. Os projetos curriculares envolvendo cada escola e cada turma, realizados por professores, "funcionam como mediadores entre uma série de intenções educacionais e sociais e práticas curriculares que se desenvolvem em sala de aula" (Morgado, 2004, p. 20).

A utilização de conceitos como *material curricular*, *currículo* e *manuais escolares*, entendidos como sendo impressos e publicados para uso por professores e alunos, por vezes, lança desafios, particularmente aos professores. A situação piora quando o conteúdo dos manuais escolares não é compreendido pelos professores, fruto, normalmente, do seu conhecimento matemático menos sólido, mas também da sua falta de formação em termos didáticos. O atual momento curricular em Timor-Leste pretende, precisamente, dar resposta a este problema, reconhecendo valor nas experiências quotidianas de professores e alunos e trazendo-as para a sala de aula de modo a ajudarem a desenvolver conhecimento matemático.

A última revisão curricular em Timor-Leste (Pacheco et al., 2009) procurou que elementos culturais e quotidianos relevantes da vida dos alunos fossem incluídos no currículo, como base para o desenvolvimento do conhecimento científico. A figura 2.1 (em que a parte do lado direito é a tradução para português da imagem original) pretende ilustrar isto mesmo:

Figura 2.1 – O currículo e a sua ligação ao dia-a-dia.




O currículo deve trazer para a sua elaboração e desenvolvimento elementos de origem diversa, mas relevantes para os alunos (e professores também). Aspetos da natureza, elementos relacionados com a vida doméstica e atividades de subsistência – como a agricultura e a pesca – apontamentos da vida familiar ou das relações humanas, ou aspetos culturais devem fazer parte integrante do currículo, para o tornar mais relevante, interessante e significativo para os alunos. Uma preocupação central do Ministério da Educação timorense consiste em que os alunos possam estabelecer conexões entre os conteúdos (matemáticos) e a sua realidade diária, bem como entre atividades de natureza mais prática e outras de natureza mais teórica. Estas últimas têm tido demasiada atenção e, sem as outras, não é possível aos alunos ver utilidade e relevância na matemática escolar.

De acordo com Remillard (2005, citada em Sousa, 2011), existem quatro componentes principais na relação do professor com o currículo: 1) o professor; 2) o currículo; 3) a relação participativa entre eles; e 4) o que resulta do currículo moldado e do currículo adquirido. A interpretação que o professor faz do currículo é influenciada por vários fatores, entre eles o seu conhecimento matemático, as suas conceções e a sua experiência. A autora chama a atenção para que "a utilização dos guias curriculares de matemática constitui um processo dinâmico e complexo (…), o qual pode colocar em causa a uniformidade do ensino da matemática" (Sousa, 2011, p. 11). Em face a mudanças curriculares, é preciso que os professores sejam apoiados "na utilização de novos materiais curriculares, nomeadamente, ao nível da aprendizagem de conteúdo, objectivos, abordagens e pressupostos subjacentes ao currículo" prescrito (p. 11). Na opinião de Remillard, o trabalho colaborativo entre docentes, na análise do currículo é importante para que as várias interpretações e decisões possam ser aferidas, sem com isso se retirar a autonomia de cada um na escolha do que é mais significativo e relevante para a sua realidade local.

O professor interpreta e (re)constrói o currículo de acordo com os alunos com quem trabalhar, com as suas condições de trabalho e com os materiais e recursos que tem à sua disposição (Ponte, 2005). Como vimos, este currículo moldado é depois implementando, ou seja, colocado em prática na sala de aula, mas também esse processo é condicionado por vários fatores.

Num dos documentos base para o mais recente programa de Matemática para o ensino básico em Timor-Leste, é referido que, a nível local,

> Idealmente, no contexto de gestão, a escola deve ter competência para introduzir componentes regionais e locais no currículo e para recontextualizar as decisões tomadas ao nível da administração central, nomeadamente no que se refere à organização de projectos, territorialização de programas, formação e gestão do pessoal docente (Pacheco et al., 2009, p. 29).

Isto dá uma indicação de como organizar a estrutura das escolas, de acordo com as suas necessidades e contextos, tanto ao nível da gestão dos recursos humanos e da sua formação, como ao nível da execução do currículo, tornando-o adaptado, contextualizado em cada local ou região. Isso faz com que seja mais relevante para os alunos, o que ajuda a aprender melhor matemática.

Com base em Pacheco (1996, citado em Sousa, 2011),

> o professor desempenha um papel de mediador na articulação entre o currículo prescrito e o currículo adquirido. Este pode assumir diferentes posições para implementar o programa: pode desenvolvê-lo como um conjunto de matérias prescritas e, neste caso, tornar-se-á o executor, o operário ou o consumidor; pode assumir um papel interventivo e de reflexão sobre o programa, valorizando de forma crítica o trabalho que desenvolve e incorporando as necessidades dos alunos, e tornar-se-á, assim, o construtor ou o arquitecto" (p. 12).

Isto dá uma indicação de que, no desenvolvimento da gestão curricular nas escolas, os professores podem articular e interpretar contextos curriculares com base nas necessidades da escola. Os professores podem orientar os alunos a aprender matemática de acordo com o programa curricular, que é executado de maneira contextual e flexível de modo a apoiar a aprendizagem da matemática. Por exemplo, tal como iremos ver no capítulo 3, materiais curriculares como o manual dos alunos e o manual *Prátika Matemátika* (ME, 2015b) abordam os conceitos matemáticos que constam do currículo timorense numa visão flexível de utilização dos dois recursos, apelando ao uso de materiais manipuláveis adaptados à situação de cada escola e incluindo também a possibilidade de usar software livre como o geogebra (em laboratórios e recorrendo a computadores) no caso de existirem instalações para isso. Esta flexibilidade de uso dos recursos e dos materiais manipuláveis e tecnológicos ajuda a atrair o interesse dos alunos por aprender matemática e a se envolverem mais ativamente na aprendizagem da matemática escolar.

O professor é o mediador entre o currículo prescrito, pelo Ministério da Educação, e o currículo adquirido porque é o professor que interpreta o currículo e o implementa em sala de aula. O professor deve ter as habilidades adequadas no gerenciamento de conteúdos, refletindo sobre eles e como implementá-los com base nas condições da escola e nas necessidades dos alunos, de modo que possam aprender matemática de maneira eficaz, flexível e sustentável. Procura-se desenvolver entusiasmo nos alunos pela matemática, para que a sua aprendizagem no ensino básico possa depois ser uma ferramenta de apoio na aprendizagem em vários campos no próximo nível.

Podemos organizar os materiais curriculares em quatro grandes grupos: 1) materiais impressos; 2) materiais manipuláveis; 3) materiais tecnológicos; e 4) outros materiais. No primeiro grupo incluimos os manuais escolares, as fichas de trabalho ou outras publicações especializadas (por exemplo, artigos em revistas com enfoque nas práticas de ensino). No segundo grupo, encontramos o geoplano, o tangram, modelos em cartolina ou outros materiais, adquiridos ou construídos pelos professores e/ou alunos. No terceiro grupo encontramos as calculadoras, os computadores, os smartphones, e todos os instrumentos tecnológicos que possam ser usados para potenciar o processo de ensino-aprendizagem. E no quarto grupo incluimos materiais como o quadro (preto ou branco), giz (ou canetas de escrita em quadro branco), etc. (Pires, 2006, p.4). Na secção seguinte, damos atenção aos manuais escolares, por serem estes os materiais curriculares em que nos focamos neste trabalho. No capítulo 3, damos atenção aos materiais manipuláveis pois, como veremos, têm um papel importante relacionado com a utilização dos manuais atualmente disponíveis em Timor-Leste para o ensino-aprendizagem da matemática no 3.º ciclo do ensino básico.

## 2.2. Importância do Manual Escolar no Ensino-Aprendizagem da Matemática

Segundo Magalhães (2006), o manual escolar é considerado como "o principal meio de informação, conhecimento e legitimação da cultura escrita e da ação escolar" (p. 14), desempenhando uma importante função didático-pedagógica. O manual escolar também tem diretrizes importantes que são orientadas em cada país para capacitar e melhorar a qualidade dos recursos humanos que refletem a vida socioeconómica e cultural e o desenvolvimento da ciência e tecnologia atuais.

Bonafe (2002, citado em Viseu & Morgado, 2018, p. 4) reforça que

> a preponderância que o manual escolar adquiriu resulta do fato de atuar como catalisador (oficial) do ensino e da aprendizagem e como um dispositivo que favorece a relação entre o saber e o poder na escola. Além disso, como estratégia discursiva, o manual atua como esteio de normalização institucional, vinculando cada indivíduo a uma identidade conhecida e predeterminada.

O manual escolar é uma importante referência para desenvolver o conhecimento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem. Trata-se de um recurso, por excelência, dirigido ao aluno, funcionando como mediador de conhecimento para os alunos, mas também como elemento orientador para os professores. Neste caso, o manual escolar representa a interpretação dos respetivos autores do currículo vigente e esta condição tem de estar sempre em mente dos professores quando a ele recorrem.

Pepin e Haggerty (2003, citados em Silva, 2011) sublinham que "em cada país, o manual escolar de matemática reflete a matemática que os alunos devem conhecer e evidencia os caminhos, orientações para ensinar e aprender matemática" (Silva, 2011, p. 14). Na verdade, "o manual escolar é o material curricular mais utilizado na generalidade das salas de aula, podendo influenciar decisivamente o que professores e alunos pensam e fazem" (Pires, 2009, p. 1).

Em Timor-Leste, os manuais escolares são uma referência fundamental e o instrumento principal da prática docente, funcionando como referência para o planeamento pedagógico e também como guia para o processo evolutivo e mediador das diretrizes do programa curricular. Portanto, cada professor e aluno desenvolvem e aprofundam os conteúdos curriculares de Matemática a partir deste recurso.

## 2.3. O Manual Escolar e Suas Funções

De acordo com o artigo 2.º do Decreto-Lei nº. 369/90 de 26 de novembro, o manual escolar é

> O instrumento de trabalho, impresso, estruturado e dirigido ao aluno, que visa contribuir para o desenvolvimento de capacidades, para a mudança de atitudes e para a aquisição dos conhecimentos propostos nos programas em vigor, apresentando a informação básica correspondente às rubricas programáticas, podendo ainda conter elementos para o desenvolvimento de actividades de aplicação e avaliação da aprendizagem efectuada.

Além disso, no documento atualmente regulador do currículo do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste, pode ler-se que:

> Um manual é (…) um instrumento de gestão do programa para o professor e uma base fundamental para a aprendizagem do aluno, permitindo a concretização do programa no quadro das actividades realizadas na sala de aula e noutros espaços de trabalho (Pacheco et al,, 2009, p. 45)

Apesar de ser um recurso dirigido ao aluno, o manual escolar é um dos recursos mais usados pelos professores no seu trabalho tanto de planificação como de concretização de aulas. Na verdade, o manual escolar

> é concebido pelas editoras para concretizar os objectivos, os conteúdos e as sugestões metodológicas do programa prescrito pela administração central. Ao professor compete-lhe articular a interpretação que faz dos programas e das propostas do manual adoptado para, a partir delas, elaborar as suas estratégias de ensino e de aprendizagem. (Viseu, Fernandes, & Gonçalves, 2009, p. 3179).

Portanto, o manual escolar apresenta-se como o currículo apresentado (de acordo com a interpretação dos respetivos autores do currículo prescrito), que é depois moldado pelo professor e implementado em sala de aula, sendo também um instrumento importante no que será o currículo adquirido pelos alunos.

Referindo-se a Gérard e Roegiers (1998), Sousa (2011) lista os dois tipos de funções que os manuais podem desempenhar, conforme sejam usados pelos professores ou pelos alunos. No caso dos alunos, os manuais escolares desempenham as seguintes funções: 1) transmissão de conhecimentos; 2) desenvolvimento de capacidades e de competências (incluindo o desenvolvimento de hábitos de trabalho e métodos de estudo); 3) consolidação das aquisições (o que normalmente é alcançado através da resolução de exercícios); 4) avaliação das aquisições (sobretudo via as chamadas tarefas de avaliação formativa ou de autoavaliação); 5) ajuda na integração das aquisições (ou seja, veículo de promoção de conexões dentro e fora de uma mesma disciplina); 6) referência (pois funciona como o instrumento mais disponível para aceder ao conhecimento); e 7) educação social e cultural (na medida em que os manuais podem promover áreas de desenvolvimento pessoal de natureza atitudinal). “As quatro primeiras funções prendem-se com as aprendizagens escolares e as restantes dizem respeito à conexão das aprendizagens escolares com a vida quotidiana e profissional” (Sousa, 2011, p. 17).

Quando se consideram as funções do manual escolar relativamente ao professor, Sousa (2011), baseada em Gérard e Roegiers (1998), aponta que consistem essencialmente em funções de:

> 1) Informação cientifica e geral, sendo o manual escolar um difusor de conhecimento cientifico; 2) Formação pedagógica ligada à disciplina, através das actividades que propõe e das indicações para as explorar, das formas de avaliação que apresenta auxiliando assim a formação continua do professor, contribuindo para melhorar ou mesmo renovar a sua prática pedagógica; 3) Ajuda nas aprendizagens e na gestão das aulas, por intermédio de numerosos instrumentos que dispõe sendo um coadjutor na consecução de actividades e na preparação de aulas; 4) Ajuda na avaliação das aquisições, por meio de instrumentos de avaliação propostos no manual que podem incluir a prática de avaliação formativa e estratégias de remediação. (Sousa, 2011, pp. 17-18)

Referindo-se a Morgado (2004), Pereira (2010) destaca que,

> na atualidade do contexto educativo, o manual escolar, enquanto recurso fundamental e estratégia primordial no processo educativo, deverá assumir o papel de precursor de uma disseminação cultural que a todos contemple e não de transmissor de um currículo monocultural com vista à homogeneização do universo educativo. (Pereira, 2010, p. 191)

Na perspetiva de Zabalza (1992, citada em Viseu et al., 2009), “O manual escolar desempenha uma função central no processo educativo, quer pelo seu papel de mediador entre o currículo prescrito e o currículo programado e planificado, quer pela sua função de legitimação cultural que veicula uma dada informação" (Viseu et al., 2009, p. 1). Neste sentido, Pereira (2010) concorda com Zabalza (1992). No entanto, a opinião de Gerard e

Roegiers, (1998) parece ir num sentido um pouco contrário, sobretudo no que toca à intenção dos manuais escolares. De acordo com estes autores (citados em Sousa 2011), "Os manuais escolares têm a intenção de transmitir conhecimentos, são um reservatório de exercícios, têm a função implícita de veicular valores sociais e culturais, desenvolver nos alunos hábitos e métodos de trabalho e integrar os conhecimentos adquiridos no dia-a-dia" (Sousa, 2011, p. 16).

Em Timor-Leste, tal como no resto do mundo, o manual escolar é o recurso por excelência para apoiar o processo de ensino-aprendizagem. É uma referência para os professores *conhecerem* o currículo, prepararem materiais pedagógicos e ensinarem. E é uma ferramenta importante para os alunos, tanto na escola como em casa, completando, por exemplo, tarefas sobre o que foi trabalhado nas aulas.

Na sua recensão sobre três obras acerca dos manuais escolares (Gérard & Roegier, 1998; Morgado, 2004; Cabral, 2005), Pereira (2010) realça que,

> no que às funções diz respeito, estas são apresentadas a partir de duas perspetivas diferentes: a do aluno e a do professor. Assim, relativamente ao aluno, no principalmente o manual tem como função essencial transmitir aprendizagens que permitam ao aluno relacionar-se com o seu quotidiano e o seu meio envolvente. Na perspetiva do professor, o livro referenciado atribui ao manual o papel: de formador porque possibilita ao docente um desenvolvimento mais eficaz das suas funções no processo de ensino-aprendizagem e renovação pedagógica dos seus métodos de ensino; de difusor de conhecimento científico; de coadjutor na formação contínua dos docentes ao fornecer-lhes novos caminhos e estratégias que lhes permitem reformar e incrementar a sua experiência pedagógica; de instrumento auxiliador na consecução de tarefas e preparação de aulas, assim como processos de avaliação formativa e de estratégias de remediação. (pp. 191-192)

De acordo com Johansson (2006), os manuais escolares apresentam potencialidades e constrangimentos. Por um lado, como são também instrumentos de trabalho para o professor, facilitam a sua tarefa; os manuais ajudam também a garantir que os alunos aprendam os conceitos básicos para progredirem nos seus estudos e funcionam ainda como “instrumentos reguladores da uniformidade dentro do sistema escolar” (Sousa, 2011, p. 22). Por outro lado, os manuais escolares podem reduzir “a liberdade e responsabilidade dos professores” (p. 22) porque os professores podem seguir os manuais de forma cega e não crítica, limitando-se a implementar a interpretação do currículo que é do autor e não tendo um papel ativo no currículo implementado. Também pode acontecer que o manual não chegue a ser usado pelos seus destinatários de origem, os alunos, ficando reservado para o professor poder preparar as suas aulas e filtrar conteúdos. Cada manual escolar propõe um percurso de aprendizagem que o professor deve analisar relativamente à sua adequabilidade aos seus alunos, em particular ao seu nível de desempenho. Por isso, é importante que o professor (ou uma escola, ou um distrito) escolha os manuais escolares "tendo em conta a natureza dos exemplos, a linguagem utilizada, o estilo de percurso delineado, nomeadamente a natureza das tarefas e a sua articulação curricular (Ponte, 2005)" (Sousa, 2011, p. 22).

A função do manual escolar é tanto para professores como para estudantes: (1) um material de referência; (2) um material de avaliação; (3) uma ferramenta para educadores na implementação do currículo; (4) um dos determinantes dos métodos ou técnicas de ensino a serem utilizados pelos educadores; e (5) um meio de aumentar o conhecimento e a capacidade de alunos e professores (Johansson, 2006).

No contexto de Timor-Leste, o manual escolar é a referência principal para os alunos aprenderem os conteúdos da matemática escolar, ou para aprofundar os seus conhecimentos, ou até para explorarem conteúdos autonomamente, antes de estes serem abordados nas aulas. Para o professor, o manual escolar é uma referência para a escolha de tarefas a propor aos alunos.

## 2.4. O Manual Escolar e Seus Usos

Em diversos países os manuais escolares são dos livros mais vendidos e utilizados por diferentes atores educativos (professores e alunos) como referências no processo de ensino e aprendizagem que configuram o fenómeno educativo (Viseu & Morgado, 2018). Na verdade, o manual escolar continua a ser um dos recursos didático-pedagógicos mais utilizados no quotidiano educativo, permitindo a Paulo (1999, citado em Viseu e Morgado, 2018) afirmar que o manual escolar se configura "como algo tão natural quanto a escola" (Viseu & Morgado, 2018, p. 1153).

Os professores e os alunos usam o manual escolar de formas diferentes (Rezat, 2006). Talvez mais do que uma fonte para aumentar o seu conhecimento matemático, o manual escolar funciona para o professor como um mediador do seu conhecimento didático, influenciando a forma como o professor prepara, conduz e avalia o ensino. É importante realçar que "a forma como os alunos utilizam o manual escolar é influenciada em primeiro lugar pelos professores" (Johanson, 2006, p. 24).

Viseu, Fernandes e Gonçalves (2009), conduziram um estudo sobre a utilização que os professores de Matemática do 9.º e 12.º anos de escolaridade fazem do manual escolar adotado, dentro e fora da sala de aula. Os autores concluem que os professores usam o manual escolar tanto no momento de preparação das aulas como na sua condução. "Na preparação das aulas, usam-no como uma fonte exclusiva na estruturação do conhecimento e, tal como refere Zabalza (1992), servem-se dele para interpretar e seguir as sugestões dos programas escolares" (Viseu et al., 2009, p. 3188). Por conseguinte, os professores recorrem ao manual escolar para selecionarem tarefas (normalmente são os exercícios que mais frequentemente se encontram nele disponíveis) e reproduzirem sequências de conteúdos, sobre os quais são sugeridas abordagens em sala de aula. Por sua vez, "Na fase de condução das aulas, abordam os temas segundo a ordem proposta no manual, privilegiam a resolução de tarefas deste material curricular, analisam e interpretam esquemas, definições e esporadicamente, aspetos históricos da evolução de alguns conceitos" (Viseu et al., 2009, p. 3188).

No que diz respeito ao uso do manual escolar fora da sala de aula, o estudo de Viseu e colaboradores (2009) aponta para uma utilização praticamente restrita à proposta de exercícios para trabalho de casa com vista à consolidação de conhecimentos. Estas práticas, tanto dentro como fora da sala de aula, refletem uma visão de ensino-aprendizagem da Matemática muito baseada no treino e repetição de procedimentos, não dando espaço para a exploração, descoberta, compreensão dos tópicos matemáticos. De facto, os professores parecem não valorizar as "situações problemáticas que desafiem os alunos a procurar outras fontes de conhecimento, que favoreçam (…) o desenvolvimento de competências tais como de pesquisa, tratamento, síntese e aplicação da informação matemática e discussão sobre os seus processos e resultados" (Viseu et al., 2009, pp. 3188-3189). E se a resolução de problemas pode ser feita tanto na aula como em casa, outros poderão até fazer mais sentido neste último contexto, como a elaboração de resumos sobre o que foi abordado na aula ou a preparação de assuntos para a aula seguinte, por exemplo.

De um modo geral, os professores participantes no estudo de Viseu et al. (2009) utilizam o manual escolar com a função de transmitir os conhecimentos e consolidar as aprendizagens dos alunos, "não o usam para avaliar essas aprendizagens e consequentemente o seu ensino, nem para ajudar a integrá-las na resolução de situações do quotidiano" (p. 3189).

Por seu turno, os alunos usam o manual escolar principalmente para resolverem as tarefas ali propostas, quer nas aulas quer em casa, por indicação do professor. "Para resolver tarefas e problemas os alunos estudam os exemplos resolvidos, porque os ajudam na realização destas actividades" (Sousa, 2011, p. 36). De acordo com Rezat (2009, citada em Sousa, 2011), "os alunos incorporam o manual escolar como um instrumento em quatro actividades: resolver tarefas e problemas, consolidação, aquisição de conhecimentos matemáticos e actividades associadas com o interesse sobre a matemática" (Sousa, 2011, p. 37). Assim, o manual escolar também é usado pelos alunos por iniciativa própria, procurando coisas de interesse ou procurando intencionalmente aumentar ou consolidar o seu conhecimento. O manual é, assim, útil como recurso de aprendizagem para alunos que querem reaprender tópicos que foram ensinados na escola, bem como conhecer o tópico de aprendizagem para a próxima aula, bem como uma referência para os alunos completarem e discutirem as perguntas dadas pelo professor como tarefas em casa.

# CAPÍTULO 3

# Os Manuais em Timor-Leste

Este capítulo organiza-se em cinco secções principais: a primeira secção refere-se aos manuais atualmente em uso em Timor-Leste relativamente ao 3.º ciclo do ensino básico, o manual *Espaço Matemática* e o “manual” *Prátika Matemátika*. Nesta primeira secção já nos referimos a tipos de tarefa e tipos de contexto das tarefas, mas apenas explicamos com detalhe os tipos de tarefa e tipos de contexto na segunda secção, apresentando exemplos de tarefas de natureza distinta encontrados nos manuais escolares em Timor-Leste. A terceira secção refere-se aos materiais manipuláveis porque eles têm um papel muito importante na utilização do manual *Prátika Matemátika.* A quarta secção é dedicada às orientações curriculares para o 1.º trimestre do 3.º ciclo do ensino básico e, por último, na quinta secção, referem-se alguns aspetos acerca da formação de professores sobre o manual *Prátika Matemátika*.

## 3.1. Os Manuais em Uso em Timor-Leste

Em Timor-Leste existe apenas um manual escolar para cada ano de escolaridade do 3.º ciclo do ensino básico. Esse manual escolar é elaborado em Portugal e editado pela Porto Editora (Costa & Rodrigues, 2014) intitulando-se *Espaço Matemática*, como referido no capítulo 1. Recentemente, foi disponibilizado um novo manual, o manual *Prátika Matemátika*, com o intuito de enriquecer as experiências matemáticas dos alunos com tarefas de natureza mais exploratória, fazendo uso de materiais manipuláveis simples e privilegiando contextos familiares aos alunos. Neste capítulo, apresento as principais características do manual *Espaço Matemática* e do manual *Prátika Matemátika*, bem como dos respetivos guias para o professor, para que se perceba melhor o contexto em que este trabalho se desenvolveu. Uma vez que este trabalho se centrou no 3.º ciclo do ensino básico, dou atenção a este ciclo de escolaridade e não a outros.

### 3.1.1. O manual *Espaço Matemática*

O manual *Espaço Matemática* (MEM) foi elaborado tendo como matriz de referência o programa de Matemática para o 3.º ciclo do ensino básico, publicado pelo Ministério da Educação da República Democrática de Timor-Leste (ME, 2010). De acordo com este programa, existem quatro temáticas fundamentais: Álgebra, Geometria, Números e operações, e Estatística e probabilidades. O manual do 7.º ano é composto por seis unidades temáticas, o do 8.º ano é formado por sete unidades temáticas e o manual do 9.º ano é constituído por seis unidades temáticas novamente, conforme a figura 3.1.

Figura 3.1 – Unidades temáticas por ano de escolaridade.

| Unidades Temáticas | | |
|---|---|---|
| 7.º ano | 8.º ano | 9.º ano |
| Números inteiros<br>Geometria no plano<br>Funções<br>Estatística<br>Geometria no espaço<br>Equações | Números racionais<br>Sequências e regularidades<br>Equações<br>Geometria no plano<br>Geometria no espaço<br>Funções<br>Estatística | Probabilidades<br>Números reais<br>Equações e inequações<br>Geometria no plano<br>Funções<br>Geometria no espaço |

No manual *Espaço Matemática* para o 7.º, os autores consideram que:

> em cada unidade, nota-se uma preocupação constante dos autores para **rever** conteúdos abordados em anos anteriores, essenciais para uma eficaz aprendizagem, e de envolver os alunos em diferentes **tarefas** que possam ser realizadas individualmente. Neste sentido, fomenta-se a autonomia do aluno e a consciencialização dos seus conhecimentos. Mas também se propõem tarefas para ser realizadas em pequenos grupos, incutindo a partilha/discussão de ideias, prevendo momentos de confronto de resultados e de discussão de estratégias. No final de cada unidade, uma pequena secção, denominada **Para Praticar,** promove o reforço na consolidação dos conhecimentos adquiridos e procedimentos para uma autoavaliação do aluno. (Costa & Rodrigues, 2014, p. 3)

Em geral, os manuais dos três anos de escolaridade do 3.º ciclo do ensino básico seguem a mesma estrutura para cada unidade temática. Cada unidade temática começa com uma revisão dos conteúdos e procedimentos mais importantes para o estudo do tópico que se inicia. Esta revisão é apoiada através de tarefas de natureza um pouco exploratória (ver secção seguinte sobre tipos de tarefa). Depois, segue-se a exposição sequencial dos assuntos relativos à unidade temática, destacando as definições e resultados importantes, apresentando exercícios resolvidos e propondo novos exercícios para os alunos resolverem, bem como alguns problemas. De acordo com os autores do manual *Espaço Matemática*, as tarefas incluídas procuram "(…) lidar com o concreto e passar ao abstrato (…) diversificar estratégias de resolução (…) desenvolver o raciocínio (…) promover a comunicação matemática" (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 2). De facto, as tarefas propostas vão-se tornando cada vez mais complexas, e são apresentadas algumas estratégias diferentes de resolução das mesmas situações, mas isso não é frequente. Além disso, as tarefas dos manuais *Espaço Matemática* não promovem de forma direta o desenvolvimento da comunicação matemática, embora as situações que apresentam tenham potencial para o fazer.

Os contextos das tarefas, maioritariamente exercícios e problemas, são contextos matemáticos ou da semirrealidade, e poucos são relacionados com a realidade cultural timorense. Apesar de diversos, seria desejável que os alunos pudessem construir o seu conhecimento matemático com base em situações que lhes são mais familiares, não em situações que se mostram mais adequadas à realidade portuguesa, tão distante da realidade timorense. Seja como for, um aspeto positivo dos manuais é que o aluno é incentivado a envolver-se na resolução de várias tarefas, formuladas em vários contextos.

A parte final de cada unidade temática dos manuais é destinada aos processos de avaliação. O aluno é convidado a resolver algumas tarefas e a refletir sobre o que já consegue fazer e o que ainda precisa melhorar, realizando um teste formativo, com perguntas de natureza diferente, umas em escolha múltipla e outras de resposta completa. Além disso, os alunos são convidados a pontuar o que fizeram nesses testes, ficando assim com uma ideia de como se encontram numa lógica quantitativa. As tarefas propostas para avaliação dão oportunidade para avaliação formativa e para que os alunos identifiquem o que precisam estudar mais.

Todos os manuais do *Espaço Matemática* estão escritos em Língua Portuguesa, mas contêm uma tradução em Tétum, tanto para a exposição dos assuntos, como para as propostas de tarefas para realização em sala de aula ou em casa pelos alunos. Esta tradução minimiza os problemas dos alunos devidos ao fraco domínio da Língua Portuguesa e representa um avanço na adequação dos manuais escolares ao público a que se destinam, neste caso, os alunos timorenses. Mas a tradução em Tétum não anula os contextos desadequados em que muitas tarefas são formuladas e também não resolve todos os problemas de interpretação pois a tradução de termos matemáticos para Tétum é um processo muito difícil.

### 3.1.2. O livro do professor

Cada manual vem acompanhado pelo respetivo Livro do Professor, que pretende ser um guia para o trabalho a desenvolver pelo professor em sala de aula apoiado pelo manual *Espaço Matemática*. Acerca do Livro do Professor do 7.º ano, pode ler-se que

> o professor poderá proporcionar tarefas diferentes, envolvendo os alunos nas atividades da aula de matemática e favorecendo a aprendizagem dos conteúdos programáticos. Desenvolver no aluno a capacidade de comunicar e de resolver problema deve ser uma prioridade em todo o processo de ensino-aprendizagem. Assim, os alunos devem ter oportunidade de resolver exercícios e problema, bem como analisar e refletir sobre resoluções apresentadas pelo professor ou pelos seus colegas. Desta forma, desenvolverão as capacidades de raciocínio, o sentido crítico, as capacidades de argumentação e de comunicar matematicamente. (Ventura, 2014, p. 3)

O Livro do Professor do 8.º ano, além dos aspetos mencionados no do 7.º ano, lê-se que

> a conceção que cada professor tem sobre o ensino da Matemática e as suas experiências com os alunos influenciam os planos de ação, nomeadamente a escolha de exercícios/tarefas a propor aos alunos e a metodologia a utilizar. O professor deverá selecionar um conjunto de tarefas diferenciadas para explorar com aos alunos em contexto de sala de aula, de modo a criar um ambiente de trabalho motivador e propício à consecução dos objetos pretendidos. A diversificação de tarefas apresentadas no manual permite envolver os alunos em contextos matemáticos e não matemáticos, promovendo a retoma de conhecimentos de anos anteriores, a introdução de novos conceitos, a consolidação de procedimentos e técnicas, a resolução de problemas e a capacidade de comunicação matemática. (Ventura, 2013, p. 2)

Ou seja, o professor é chamado à atenção para um facto importante: a forma como vê o que é aprender e o que é ensinar matemática determina em muito aquilo que os alunos aprendem, e que resulta das experiências de aprendizagem que o professor lhes oferece na sala de aula. Apela-se novamente à diversificação das tarefas e à necessidade de motivar os alunos para a aprendizagem através dessas tarefas. No entanto, se os contextos em que são apresentados os conceitos, processos e procedimentos não permitirem aos alunos ancorar as suas aprendizagens em algo que lhes é familiar, dificilmente será possível motivá-los para aprender matemática. Além disso, se as tarefas forem demasiado repetitivas e focarem em exagero os procedimentos, os alunos não conseguirão compreender a utilidade da matemática nem a sua presença na sua vida diária, o que também não ajuda à motivação para aprender matemática.

A questão da motivação volta a ser mencionada no Livro do Professor para o 9.º ano:

> a motivação do aluno para o estudo da matemática é um fator muito importante para o seu sucesso escolar. Neste sentido, o professor deve criar um ambiente de trabalho motivador, selecionado adequadamente os recursos didáticos e as estratégias do ensino. O professor deve por outro lado desenvolver em sala de aula situações de aprendizagem em que o aluno tenha um papel ativo na construção do conhecimento. A diversificação de tarefas apresentadas no manual permite envolver os alunos em contextos matemáticos e não matemáticos, promovendo assim a aquisição e consolidação de conhecimentos. (Ventura, 2016, p. 3)

Existe um apelo para um envolvimento ativo dos alunos na sua aprendizagem da matemática e, de facto, o uso de recursos e materiais didáticos apropriados pode ajudar a criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico. No entanto, as tarefas propostas no manual *Espaço Matemática* não promovem muito o uso desses recursos e materiais.

Para todos os anos de escolaridade (do 3.º ciclo do ensino básico), o Livro do Professor é composto por três partes. Na primeira parte, é apresentado o programa de matemática para o ano de escolaridade em questão, juntamente com uma visão geral dos conteúdos, competências a desenvolver e avaliação. Na segunda parte, é dada uma sugestão de aspetos metodológicos que foca o desenvolvimento de cada unidade temática no processo de ensino-aprendizagem, com base nos conteúdos principais de cada unidade e resultados esperados de aprendizagem, e oferecendo sugestões de atuação para o professor. Na terceira parte, é proposta uma resolução para as tarefas do manual dos alunos.

O Livro do Professor vem enriquecer, diversificar e ilustrar o trabalho em matemática que o professor deve proporcionar aos seus alunos, dando um contributo importante para o desenvolvimento do trabalho em sala de aula, e também um contributo para uma melhor gestão do processo de ensino-aprendizagem.

### 3.1.3. O manual *Prátika Matemátika*

O manual *Prátika Matemátika* (ME, 2015b) não é propriamente um manual escolar, embora, por abuso de linguagem, se use esse termo. De facto, esta publicação do Ministério da Educação timorense é uma coleção de tarefas, envolvendo vários conteúdos de matemática do programa do 3.º ciclo do ensino básico, de modo a enriquecer as experiências de aprendizagem dos alunos timorenses em sala de aula (e também em casa). Um dos principais objetivos deste manual é estimular o trabalho dos alunos em tarefas mais dinâmicas e exploratórias, em contextos que lhes são familiares e os ajudam a compreender melhor a matemática em si e o papel que a matemática desempenha na vida do dia-a-dia e na sociedade em desenvolvimento. A grande maioria das tarefas propostas no manual *Prátika Matemátika* pede aos alunos que realizem observações diretas, atraindo os interesses dos alunos para se concentrarem mais no conceito, raciocinando, encontrando padrões e fórmulas que sejam apropriadas.

Os contextos das tarefas propostas no manual *Prátika Matemátika* são pensados para que o trabalho escolar se aproxime das vivências e experiências dos alunos timorenses, dando assim mais significado às aprendizagens que realizam e contribuindo para preencher uma falha identificada no manual *Espaço Matemática.* Assim, o manual *Prátika Matemátika* procura um acordo entre o currículo, o manual oficial *Espaço Matemática*, com uma orientação pedagógica efetiva e dando especial importância aos modos de aprendizagem que são experimentar, observar, perguntar, associar e fazer conexões**,** ajudando os alunos a construir o seu conhecimento matemático com compreensão.

Na figura 3.2 apresenta-se uma das tarefas do manual *Prátika Matemátika* sobre potências de expoente natural. A situação apresenta uma criança a exibir uma planta selvagem com um padrão de potências de base 2. A planta pode ser encontrada em todo o território de Timor-Leste, por isso, os professores podem trazer uma planta como esta para a sala de aula ou pedir aos alunos para a trazerem quando aprenderem o tópico potências de expoente natural. Nas aulas os alunos podem reproduzir esta planta com materiais adequados e, em grupo, fazer a contagem dos ramos que crescem e se formam a partir de cada crescimento.

Figura 3.2 – Tarefa “a matemática de uma árvore” (ME, 2015b, p. 17).

**7.5.** **<u>A matemática de uma árvore</u>**

Brincar com palitos para aprender a potenciação e as sequências

**Material necessário**

- Um conjunto de galhos ou palitos com 5cm.

**Instruções**

- Juntar os galhos ou palitos para formar um ramo de acordo com a tabela seguinte:

| Forma | Figura | Quantidade de ramos que | Quantidad e total de ramos |
|---|---|---|---|
| Primeiro ramo |  | 1 | 1 |
| Segundo ramo |  | 2 | 3 |
| Terceiro ramo |  | 4 | 7 |
| Quarto ramo |  | 8 | 15 |

Os alunos são convidados a, em pequenos grupos, fazer construções e observações. Ao fazerem construções com materiais simples, como palitos e fita-cola, os alunos mostram que compreenderam a “regra de construção” das árvores, vão-se apercebendo das regularidades que existem e conseguem ir preenchendo uma tabela onde registam o número de novos ramos (palitos) em cada construção, bem como o número total de ramos (ou seja, palitos) de cada árvore construída. As figuras que são fornecidas com a tabela ajudam a entender a “regra de construção”.

É importante fornecer aos alunos uma tabela para que eles mais facilmente possam organizar as suas contagens e possam melhor observar as regularidades existentes. Após este trabalho exploratório, o professor procura levar os alunos a compreender o termo geral das sequências que se geraram, para o número de novos ramos e para o número total de ramos das árvores. Estes números relacionam-se com as potências de 2, assunto já trabalhado anteriormente com os alunos, o que dá também oportunidade para o professor rever alguns procedimentos de cálculo de potências. Este trabalho do professor faz-se depois em ligação com o manual *Espaço Matemática*, associando os resultados das explorações dos alunos com as propriedades das potências e regras de operações com potências. Por fim, os alunos resolvem várias tarefas para praticar o cálculo e aplicar os conhecimentos adquiridos. A ideia central é partir de uma situação concreta em que os alunos manipulam materiais simples e trabalham em contextos que lhes são familiares para depois chegarem à compreensão de noções mais complexas e abstratas.

De acordo com o prefácio do manual *Prátika Matemátika,* para cada tarefa proposta existem cinco secções a que os professores devem dar atenção. Cada proposta de tarefa é identificada com um título que apresenta informação resumida e procura fazer a ligação com os conceitos a aprender. A lista de material necessário é sugerida, dando especial atenção a materiais de utilização permanente como, por exemplo, régua, fita métrica, copos, e a materiais que os alunos podem trazer de casa (materiais de uso diário como cestos ou recicláveis, como embalagens de plástico) ou encontrar facilmente na natureza (sementes, por exemplo). A secção de instruções apresenta o processo para desenvolver o trabalho em sala de aula com os alunos, como apoio em fotos e soluções das propostas aos alunos. A secção de teoria básica dá informação ao professor sobre a parte teórica relacionada com a atividade prática dos alunos. Por fim, a secção de ligação ao quotidiano relaciona as atividades práticas desenvolvidas com as atividades do quotidiano; por vezes, há propostas de trabalho de casa para maior consolidação dos conhecimentos.

O manual *Prátika Matemátika* foi desenvolvido por uma equipa composta por professores que têm muita experiência na área do ensino da matemática e também por alguns especialistas estrangeiros. Este recurso permite aos professores desenvolverem muitas atividades de carácter prático em sala de aula, apoiadas em materiais didáticos simples pensados para cada atividade, sempre com os alunos a trabalhar em grupo, e fazendo uma ligação à vida diária dos alunos e às suas próprias experiências.

Neste sentido, o manual *Prátika Matemátika* procura oferecer várias tarefas, de carácter prático, em que os alunos exploram conceitos matemáticos a partir de materiais manipulativos, e espera-se que isso possa contribuir positivamente para o processo de ensino-aprendizagem da matemática em Timor-Leste.

Todos os países sempre tentam melhorar a qualidade do ensino de matemática de vários níveis com várias abordagens, uma das quais é a abordagem contextual por meio de atividades práticas usando materiais manipulativos. Por exemplo, na França, existe uma instituição internacional – La Main à La Pâte – em Paris, que desenvolve atividades de formação para professores de ciências e matemática por meio de atividades práticas. Esta instituição é uma fundação que se move para melhorar a qualidade do ensino de matemática, ciências e tecnologia no ensino primário e secundário, produz e distribui recursos de ensino, e fornece desenvolvimento profissional para professores. Durante uma semana, esta instituição forneceu formação para professores de matemática e ciências em Timor-Leste. O objetivo desta formação foi inspirar e motivar os professores para desenvolverem e criarem materiais manipuláveis de maneira simples, eficaz e barata para apoiar o processo de ensino e aprendizagem de matemática e ciências naquele país, especialmente ao nível do ciclo 3.º ciclo do ensino básico. Também outra instituição internacional, *SEAMEO Regional Centre for QITEP in Mathematics*, em Yogjakarta-Indonésia, faz formação sobre aprendizagem contextual da matemática. Os professores participantes e o Ministério da Educação reconhecem a importância das atividades de formação em que "se utiliza a técnica ativa com muitos trabalhos práticos como forma de ensino, porque conseguem alcançar bons resultados, em que os aluno aprendem e interessam-se por estes materiais" (ME, 2015b, p. iii).

Os tópicos que existem no manual *Prátika Matemátika,* por tema e tempo de aula previsto estão indicados na figura 3.3 (ME, 2015b, pp. 240-241):

Figura 3.3 – Tópicos por área e tempo previsto no manual *Prátika Matemátika*.

| ÁREA | Tópicos | Horas previstas |
|---|---|---|
| Números inteiros | 7.1. Ordens de Grandeza | 1 |
| | 7.2. Frações, decimais e percentagem | 2 |
| | 7.4. Divisores | 1 |
| | 7.5. A matemática de uma árvore | 1 |
| | 7.6. Potência e raiz quadrada | 1 |
| | 7.7. Potência e raiz cúbica | 1 |
| | 7.8. Rectas Numéricas | 1 |
| | 7.9. Recta Numérica | 1 |
| | 8.1. Frações de papel | 2 |
| | 8.2. Notação científica | 1 |
| | 9.3. Raiz quadrada | 1 |
| Subtotal | 11 | 13 |
| Geometria no plano | 7.3. Descobre os ângulos | 1 |
| | 7.10. Figuras semelhantes | TPC |
| | 7.11. Relações entre os ângulos | 2 |
| | 7.12. Desenhar Triângulos | 1 |
| | 7.13. Compasso | TPC |
| | 7.14. Polígonos | TPC |
| | 7.15. Simetria com espelhos | TPC |
| | 8.8. Triângulos semelhantes | 1 |
| | 8.9. Área da figura | 1 |
| | 8.10.Aplicação do teorema de Pitágoras | 1 |
| | 8.11.Translação | 1 |
| | 9.7. Ângulo ao centro e Ângulo inscrito | 1 |
| | 9.8. Ângulos de um polígono | TPC |
| | 9.9. Rotação | 1 |
| | 9.10. Trigonometria | 2 |
| | 9.11. Inclinómetro | 1 |
| Subtotal | 16 | 13 |
| Geometria no espaço | 7.21. Descobre a posição dos objetos no espaço | 1 |
| | 8.12. Prisma no pirâmide | 1 |
| | 8.13. Área de superfície e volume I | 1 |
| | 9.14. Círculo | 1 |
| | 9.15. Área de superfície e volume II | 3 |
| Subtotal | 5 | 8 |
| Funções | 7.16. Ponto no plano cartesiano | 1 |
| | 7.17. Preferências | 1 |
| | 7.18. Vender malaquitas | 1 |
| | 8.14. Função linear dos bens e dos seus preços | 1 |
| | 8.15. Gráfico do quotidiano | 1 |
| | 9.12. Função proporcionalidade inversa | 1 |
| | 9.13. Função parábola no hipérbole | 1 |
| Subtotal | 7 | 7 |
| Sequências e regularidades | 8.3. Sequências com palitos | 2 |
| | 8.4. Sequências num *lafatik* | 1 |
| Subtotal | 2 | 3 |
| Equações no inequações | 7.22.Fazer compras | 1 |
| | 7.23.faser compras e pagar o transporte I | 1 |
| | 8.5. Equações | 1 |
| | 8.6. Equações de sequências | 1 |
| | 8.7. Álgebra | 2 |
| | 9.4. Duas pessoas vão às compras | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| | 9.5. inequações | 1 |
| | 9.6. equações quadráticas | 1 |
| Subtotal | 8 | 9 |
| Estatística no probabilidade | 7.19.Jogo às cartas | 3 |
| | 7.20. Informação sobre idade dos alunos | TPC |
| | 8.16. Recolha de dados | 2 |
| | 8.17. Brincar com elástico | TPC |
| | 9.1. Jogo | 1 |
| | 9.2. Analisar probabilidade | 3 |
| Subtotal | 6 | 9 |
| Total | 55 | 62 |

Todos os tópicos na figura 3.3 podem ser desenvolvidos de acordo com o calendário e com o manual *Espaço Matemática.* O manual *Prátika Matemátika* mostra em que semana, a que página do manual *Espaço Matemática* e a que tópico se referem as tarefas propostas, de acordo com o guião do professor que acompanha o manual *Prátika Matemátika*. Também existe flexibilidade para aplicar estas tarefas em tempo extracurricular, tanto no 7.º ano até 9.º ano, quando o tempo previsto não permite a conclusão do trabalho acerca de cada um dos conteúdos.

### 3.1.4. O Guia do Professor (*Mata Dalan*)

O Guia do Professor (*Mata Dalan*) é um livro usado pelo professor para entender e saber as combinações e apresentações entre o manual *Espaço Matemática* e o manual *Prátika Matemátika.* O Guia do Professor foi elaborado por uma equipa composta por professores que têm muita experiência na área do ensino da matemática e alguns especialistas estrangeiros. No processo de ensino-aprendizagem, os professores têm diversas dificuldades, de acordo com as suas experiências. Portanto, a equipa decidiu criar um Guia do Professor com os objetivos seguintes:

> (a) Identificar os conteúdos mais importantes para os alunos/as, (b) Apoiar os professores para poderem fazer demonstrações práticas com materiais simples, fáceis de encontrar e baratos, (c) Todos os professores podem dar aulas práticas durante os tempos letivos normais e não como atividades extracurriculares, (d) Apoiar os professores a fazerem a ligação entre a teoria e a prática. (ME, 2015a, pp. viii-ix)

O Guia do Professor tem três partes; na primeira parte, são apresentados o calendário de matemática e as informações complementares para os capítulos do manual *Espaço Matemática* e os tópicos do manual *Prátika Matemátika* para o 7.º ano; na segunda parte, faz-se o mesmo para o 8.º ano; e na terceira parte para o 9.º ano.

O calendário é uma referência importante para os professores de matemática exercerem a sua profissão de modo mais eficaz:

> O calendário é um plano anual por ano de escolaridade para que os professores conheçam as suas obrigações em termos de ensino da matéria. Os professores devem usar o calendário como referência para conseguirem ensinar toda a matéria durante o ano letivo. Os Calendários estão divididos em três trimestres, cada um com 10 semanas. Algumas vezes o calendário do ano letivo tem trimestres com uma duração superior a 10 semanas. Nesse caso os professores podem aproveitar o tempo restante para focar em áreas que os alunos tenham mais dificuldades. (ME, 2015a, p. ix)

Além disso, o calendário ajuda a colocar as horas de cada aula prática (usamos este termo para as aulas baseadas em tarefas do *Prátika Matemátika*) para cada tópico. O tempo máximo são três horas e o mínimo é uma hora. A figura 3.4 resume os tempos previstos para as atividades práticas propostas no manual *Prátika Matemátika*, por ano de escolaridade e por trimestre.

Figura 3.4 – Horas previstas para atividades práticas por ano de escolaridade e por trimestre.

| Trimestre | Ano de escolaridade | | | Total |
|---|---|---|---|---|
| | 7.º ano | 8.º ano | 9.º ano | |
| I | 9 | 4 | 3 | 16 |
| II | 6 + 5 TPC | 7 | 7 + 1 TPC | 20 + 6 TPC |
| III | 3 | 5 + 1 TPC | 4 | 12 + 1 TPC |
| Total | 18 + 5TPC | 16 + 1 TPC | 14 + 1 tpc | 48 + 7 TPC |

De acordo com a figura 3.4, há um total de 55 tópicos de matemática para os quais se propõem tarefas de carácter prático. Para o 7.º ano, há 23 tópicos de matemática abrangidos por tarefas práticas – nove no 1.º trimestre, 11 no segundo (dos quais seis propostos para TPC) e três no terceiro. No calendário proposto para o 8.º ano há 17 tópicos de matemática abrangidos – quatro no 1.º trimestre, sete no segundo, e seis no terceiro (dos quais um é proposto para TPC). Finalmente, no calendário para o 9.º ano existem 15 tópicos de matemática cobertos por tarefas práticas – três no 1.º trimestre, oito no segundo (dos quais um para TPC) e quatro no terceiro.

O Guia do Professor oferece indicações de utilização do manual *Espaço Matemática* em articulação com o manual *Prátika Matemátika* na sala da aula. Além disso, também dá algumas informações complementares ao professor. Por exemplo, a figura 3.5 apresenta a proposta feita no Guia do Professor para as semanas 8 a 10 do 7.º ano de escolaridade.

Figura 3.5 – Proposta para as semanas 8 a 10 do 7.º ano no Guia do Professor (ME, 2015a, pp. 9-10).

**Semana 8**

p. 9–21. Sub-tópico 8: O importante é compreender o que é uma recta numérica e o que é que significa o lado direito ou esquerdo.

- p.19. Prática: 7.8. Representação na reta numérica, p.27 do Manual Prático.
- p.21. *Tarefa 8*: Fazer com os alunos.

**Semana 9**

p. 2–23. Sub-tópico 9: No quotidiano a subtração ocorre quando alguém perde dinheiro, vende ou perda bens, ou se perde quando joga a dinheiro. Assim, podem perder o que têm, ou ficar a dever. Também a profundidade do mar pode ser medida em número negativos, e a temperatura quando abaixo dos 0 °. Estes são os exemplos dos números negativos

- p.22–23. Prática: 7.9.Retas numéricas, p.29 do Manual Prático.

**Semana 10**

- p.24–27. *Para praticar*

| TPC | Fazer com os alunos | Opcional |
|---|---|---|
| 1, 6, 9, 10, 12 | 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11 | (Não há) |

Fazer o resumo e a revisão de toda a matéria do 1º Trimestre

Relativamente à oitava semana, o professor deve preparar a matéria da aula que está explicada nas páginas 19 a 21 do manual *Espaço Matemátic*a de modo a que os alunos compreendam o que é uma reta numérica. De acordo com o que está na página 19 do manual *Espaço Matemática*, o professor faz a tarefa prática com o título “7.8. Representação na reta numérica” que se encontra na página 27 do manual *Prátika Matemátika*. Articulando com a página 21 do manual *Espaço Matemática*, o professor faz a tarefa 8 do manual *Prátika Matemátika*. Os alunos têm sempre tarefas propostas nas margens das páginas do manual *Espaço Matemática* para consolidação.

Na nona semana, o professor prepara a matéria que está nas páginas 22-23 do manual *Espaço Matemática* articulando-a com a tarefa prática de título “7.9. Retas numéricas” da página 29 do manual *Prátika Matemátika*. Depois, os alunos resolvem as questões que estão nas margens das páginas do manual *Espaço Matemática.*

Finalmente, na décima semana, o professor propõe a tarefa “Para Praticar” do manual *Espaço Matemática* aos alunos, sendo que esta se encontra nas páginas 24 a 27, deixando para TPC as questões 1, 6, 9, 10 e 12 e reservando o tempo restante para revisões do 1.º trimestre e dúvidas dos alunos.

## 3.2. Tarefas Matemáticas

Nesta secção, descrevo as características dos vários tipos de tarefa matemática que podem ser propostos aos alunos no processo de ensino-aprendizagem da matemática e apresento alguns exemplos dos vários tipos de tarefa considerados que existem nos dois manuais em que se baseia este trabalho.

### 3.2.1. Tipos de tarefa

As práticas letivas dos professores de matemática são fatores determinantes que influenciam a qualidade do ensino e a aprendizagem dos alunos (Ponte, 2005, 2014). Dentro destas práticas, a escolha das tarefas a propor aos alunos é um aspeto central do papel do professor. É importante distinguir o termo tarefa do termo atividade, apesar de estes termos serem usados muitas vezes como sinónimos. De acordo com Ponte (2005, 2014), tarefa é o que se propõe aos alunos realizar, dentro ou fora da sala de aula, e atividade é o que eles fazem com base na tarefa proposta. “As tarefas proporcionam uma oportunidade para o trabalho em Matemática, mas não apresentam diretamente os conceitos e procedimentos matemáticos. Ou seja, a aprendizagem resulta da atividade, não das tarefas” (Ponte, 2014, p. 15).

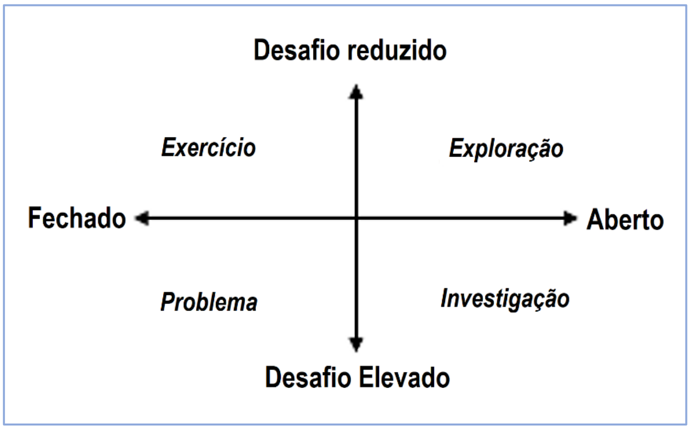
Segundo Pires (2001, citado em Lopes, 2010, p. 55)

> as tarefas têm um papel importante na regulação da atividade desenvolvida. Isto acontece porque as tarefas possuem uma ordem interna, existindo em cada tipo de tarefa um padrão próprio, que se traduz num plano mais ao menos preciso, ou seja, um esquema de atuação prática, que desencadeará uma atividade nos alunos. No entanto o tipo de atividade que suscitam depende de muitos fatores externos à tarefa. Esses fatores podem ser mais ou menos objetivos pois passam pelos contextos de realização mas também pelas expectativas dos professores e pela percepção que têm das aptidões intelectuais dos alunos.

Fazendo referência ao National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1994), as tarefas devem ter várias características para serem boas tarefas matemáticas. Devem envolver os alunos intelectualmente e fomentar a compreensão e o desenvolvimento de capacidades transversais (como a resolução de problemas, raciocínio, comunicação, conexões, representações); devem basear-se nas experiências dos alunos e contribuir para desenvolver a disposição dos alunos para fazer matemática (Ponte, 2014).

Existem vários modelos que distinguem os vários tipos de tarefa. Neste trabalho, seguimos a linha de Ponte (2005), que considera quatro tipos básicos de tarefa de acordo com o seu grau de desafio e o seu grau de abertura. O grau de desafio diz respeito à perceção de dificuldade em resolver a tarefa por parte do aluno. O grau de abertura diz respeito à ambiguidade ou indefinição com que é enunciada a tarefa. A figura 3.6 ilustra um quadro organizador proposto por Ponte (2005) para os tipos de tarefa, de acordo com estas duas dimensões.

Figura 3.6 – Tipos das tarefas em grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005, p. 8).




Lendo este quadro, um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido, enquanto um problema é uma tarefa também fechada, mas com um grau de desafio elevado. Uma exploração é uma tarefa aberta de desafio reduzido, ao passo que uma investigação é uma tarefa aberta com um grau de desafio elevado. Estas distinções não devem ser feitas sem termos certos cuidados. Por exemplo, uma tarefa pode ser um exercício para uma pessoa e ser um problema para outra pessoa, dependendo do que ela já sabe.

Além do grau de desafio e abertura, Ponte (2005) distingue as tarefas pela sua duração (curta, média ou longa) e pelo seu contexto. Naturalmente que um exercício deve ser uma tarefa de duração curta e uma investigação, normalmente, terá uma duração média/longa. Como contextos, consideram-se os contextos puramente matemáticos, os contextos da realidade e os contextos da semirrealidade. Estes contextos da semirrealidade surgem muito nos exercícios e problemas dos manuais escolares:

> Embora aparentemente estejam em causa situações reais, para o aluno estas podem não significar grande coisa. Além disso, a maior parte das propriedades reais das situações não são tidas em conta. A atenção foca-se apenas na propriedade ou propriedades que interessam a quem enunciou o problema e é nelas que o aluno é suposto centrar-se. (Ponte, 2005, p. 20)

### 3.2.2. Tarefas matemáticas no manuais em Timor-Leste

Seguidamente iremos debruçar-nos mais detalhadamente sobre os diferentes tipos de tarefas que foram considerados antes, apresentando alguns exemplos existentes nos manuais em que se centra este trabalho, o manual *Espaço Matemática* (MEM) e o manual *Prátika Matemátika* (MPM).

#### *3.2.2.1. Os exercícios*

Pires (2001, citado em Lopes, 2010, p. 57) afirma que

> o principal objetivo dos exercícios é a melhor compreensão das ideias matemáticas, e a consolidação dos conhecimentos, que possa aliar a compreensão de conceitos com o conhecimento factual e a destreza processual. Assim, sendo de excluir os exercícios repetitivos do tipo tal, que produzem uma aparente ilusão de segurança, pois não significam que os conceitos fiquem compreendidos, é de propor situações variadas sobre o mesmo tema, assunto ou questões, que os permita encarar de vários pontos de vista.

Nesta linha, para Ponte (2005) "os exercícios servem para o aluno pôr em prática os conhecimentos já anteriormente adquiridos. Servem essencialmente um propósito de consolidação de conhecimentos. No entanto, para a maioria dos alunos, fazer exercícios em série não é uma atividade muito interessante" (p. 15). Como sublinha José Sebastião e Silva (1964, citado em Ponte, 2005, p. 5), "Mais importante do que fazer muitos exercícios será fazer exercícios cuidadosamente escolhidos, que testem a compreensão dos conceitos fundamentais por parte dos alunos".

No MEM, encontramos vários exercícios propostos, com o objetivo de os alunos treinarem destrezas. Por exemplo, as figuras 3.27 e 3.32 (mais à frente neste capítulo) ilustram exercícios propostos no MEM para o 7.º ano. No MPM encontramos muito menos exercícios do que no MEM, o que não é de admirar tendo em conta o objetivo do MPM. Mesmo assim, a figura 3.7 ilustra um desses exercícios, proposto depois do trabalho em torno das retas numéricas para o 7.º ano. A figura 3.8 mostra outro exercício proposto no MPM, após um trabalho de exploração de probabilidades com moedas. Os alunos repetem o tipo de experiência que realizaram com moedas, mas agora com dados.

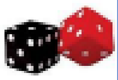
Figura 3.7 – Exemplo de exercício sobre operações com números inteiros apoiadas na reta numérica, proposto no manual *Prátika Matemátika* (ME, 2015b, p. 31).

- Se os alunos tiverem compreendido dê-lhes alguns exercícios da tabela seguinte:

| Nº | Algarismo 1 | Algarismo 2 | Algarismo 3 | Algarismo 4 | Resultado |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -8 | 3 | - | - | -5 |
| 2 | -6 | -3 | - | - | -9 |
| 3 | -4 | – (-8) | - | - | 4 |
| 4 | -6 | -3 | 10 | - | 1 |
| 5 | 8 | -5 | -(-4) | - | |
| 6 | 2 | -6 | -8 | - | |
| 7 | 5 | 9 | -14 | - | |
| 8 | -8 | 7 | 6 | - | |
| 9 | -3 | 5 | 4 | -5 | |
| 10 | 1 | -6 | 2 | 8 | |
| 11 | 0 | 7 | -12 | 7 | |
| 12 | -1 | -11 | 10 | 12 | |

Figura 3.8 – Exemplo de exercícios sobre probabilidades no manual *Prátika Matemátika* (ME, 2015b, p. 173).

Para dois dados também pode calcular o valor probabilidade para os dois dados que seguem um critério de uma combinação. Na tabela a seguir mostra o resultado de dois dados com resultado 7, maior que 7 e menor que 7. Calcule e preencha o resto.



| Nº | Resultado de dois dados | R | Valor probabilidade P(A) $P(A) = \frac{n}{m}$ | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Resultado | Simplificação |
| 1 | $D_1 + D_2 = 7$ $i_1 = \{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\} = 6$, $n = 36$ | 6 | $\frac{6}{36}$ | $\frac{1}{6}$ |
| 2 | $D_1 + D_2 < 7$ $i_2 = \{$...... | 15 | | |
| 3 | $D_1 + D_2 > 7$ $i_3 = \{$...... | 15 | | |
| | Total | 36 | | |

### *3.2.2.2. Os problemas*

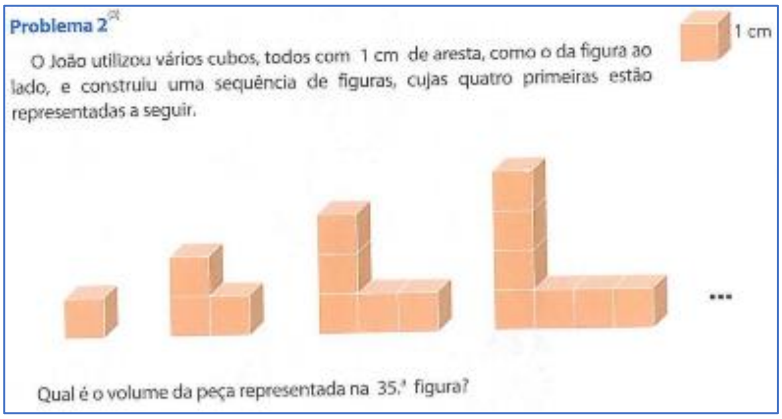
Um problema é uma tarefa fechada em que é claro o que é dado e o que é pedido, mas fica em aberto o caminho para chegar à solução (Ponte, 2005). Um problema é uma tarefa que não pode ser resolvida por aplicação imediata de um algoritmo ou procedimento. Pelo contrário, exige que se relacionem os dados e que se mobilizem conhecimentos para ser resolvida. Citando Polya, Ponte (2005) refere que

> o professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta. Pólya considera isso uma condição fundamental para que os alunos possam perceber a verdadeira natureza da Matemática e desenvolver o seu gosto por esta disciplina. (p. 3)

Seguindo o modelo de Pólya (1977, citado em Pires, 2006), a resolução de um problema passa por: (1) compreender o problema; (2) conceber um plano de resolução; (3) executar o plano; e (4) refletir sobre o trabalho realizado. No entanto, este modelo não deve ser considerado como rígido pois estas fases não decorrem sempre sequencialmente. Por exemplo, conceber e executar um plano andam muitas vezes de mãos dadas.

Os dois manuais, o MEM e o MPM, contêm muitos exemplos de problemas. Por exemplo, nas figuras 3.9 e 3.10 encontramos problemas propostos no MEM e no MPM, respetivamente, para os alunos do 8.º ano.

Figura 3.9 – Exemplo de problema proposto no manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 38).

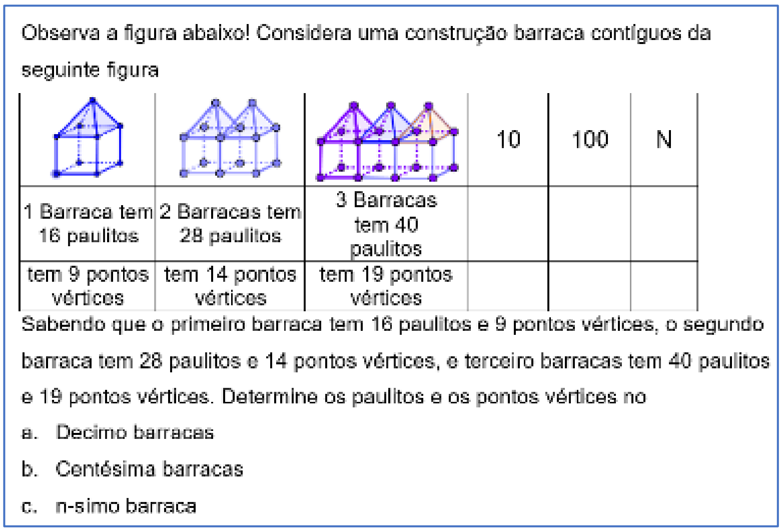

**Problema 2**

O João utilizou vários cubos, todos com 1 cm de aresta, como o da figura ao lado, e construiu uma sequência de figuras, cujas quatro primeiras estão representadas a seguir.



Qual é o volume da peça representada na 35.ª figura?

Figura 3.10 – Exemplo de problema proposto no manual *Prátika Matemátika* sobre sequências e regularidades (ME, 2015b, p. 91).


Observa a figura abaixo! Considera uma construção barraca contíguos da seguinte figura

| | | | 10 | 100 | N |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 Barraca tem 16 paulitos | 2 Barracas tem 28 paulitos | 3 Barracas tem 40 paulitos | | | |
| tem 9 pontos vértices | tem 14 pontos vértices | tem 19 pontos vértices | | | |

Sabendo que o primeiro barraca tem 16 paulitos e 9 pontos vértices, o segundo barraca tem 28 paulitos e 14 pontos vértices, e terceiro barracas tem 40 paulitos e 19 pontos vértices. Determine os paulitos e os pontos vértices no

a. Decimo barracas

b. Centésima barracas

c. n-simo barraca

#### *3.2.2.3. As explorações*

As explorações são tarefas relativamente abertas com grau de desafio reduzido. Normalmente têm uma duração prevista média ou relativamente curta porque não são muito complexas, embora possam levar algum tempo na realização das explorações, na procura de regularidades ou observação de padrões e na síntese de ideias. Muitas vezes, as explorações não se distinguem muito bem dos exercícios, porque podem não ser muito abertas, mas um dos usos mais comuns é na introdução a novas ideias, conceitos.

O MEM e o MPM contêm ambos várias tarefas de exploração. Por exemplo, as tarefas ilustradas nas figuras 3.80 e 3.81 (mais à frente neste capítulo), respetivamente do MPM e do MEM, são tarefas de exploração, ambas acerca do tema sequências e regularidades do 8.º ano.

#### *3.2.2.4. As investigações*

As tarefas de investigação são abertas e de grau de desafio elevado. Parte-se de uma questão mais ou menos genérica, e os alunos têm um papel ativo na formulação das questões a dar resposta. Ponte, Fonseca e Brunheira (2008) referem que

> para que a realização de atividades de investigação na aula de Matemática constitua realmente um momento de aprendizagem significativa para os alunos, torna-se necessário que o professor invista bastante na preparação dessas aulas. Efetivamente, a variedade de processos em que os alunos se podem envolver, bem como o seu grau de complexidade e até de imprevisibilidade, exigem do professor uma preparação cuidada que vai para além da tarefa que propõe aos alunos. Ou seja, torna-se também necessária uma atitude por parte do professor que deve ser, também ela, de carácter investigativo e uma reflexão sobre os objetivos que se pretendem atingir com a realização de atividades de investigação. (p. 3)

Ponte (2003) propõem quatro momentos principais na realização de uma investigação matemática e referem-se a ações específicas que se requerem dos alunos (figura 3.11).

Figura 3.11 – Momentos principais numa investigação matemática (Ponte, 2003, p.7).

| *Momentos de uma investigação* | *Actividades* |
|---|---|
| Exploração e formulação de questões | Reconhecer uma situação problemática<br>Explorar a situação problemática<br>Formular questões |
| Formulação de conjecturas | Organizar dados<br>Formular conjecturas |
| Teste e reformulação de conjecturas | Realizar testes<br>Refinar uma conjectura |
| Justificação e avaliação | Justificar uma conjectura<br>Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio |

Não foram encontradas propostas de investigações matemáticas no MEM nem no MPM relativamente ao 1.º trimestre dos anos de escolaridade do 3.º ciclo do ensino básico. No entanto, o MPM contém algumas propostas de investigação matemática para outros momentos do ano escolar, relacionadas com o tema da Estatística.

## 3.3. Materiais Manipuláveis

Ponte e Serrazina (2000, citados em Lopes, 2010, p. 45) afirmam que

> os conceitos e relações matemáticas são entes abstratos, mas podem encontrar ilustrações, representações e modelos em diversos tipos de suportes físicos. Convenientemente orientada, a manipulação de material pelos alunos pode facilitar a construção de certos conceitos. Pode também servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e atividades, permitindo assim a sua melhor estruturação.

Referindo-se a Zabala (1998), Botas e Moreira (2013) sustentam que “todos os meios que auxiliam os professores a responder aos problemas concretos que surgem em qualquer momento da planificação, execução ou avaliação das aprendizagens são materiais curriculares” (p. 255). Neste sentido, os manuais escolares são materiais curriculares, assim como as calculadoras, fichas de trabalho e o que normalmente chamamos materiais manipuláveis.

Entende-se por materiais manipuláveis todos os “objectos, instrumentos que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem” (Serrazina, 1991, p. 37). Destacando as ideias de Reys (1982), Vale (2002) realça a importância de os materiais manipuláveis poderem ser tocáveis, palpáveis pelos alunos: "os materiais manipuláveis são objectos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação nos afazeres do dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia" (p. 5). Portanto, a ideia de que os alunos podem aprender através dos sentidos é importante.

Neste trabalho, dá-se atenção aos materiais manipuláveis concretos (ou seja, que permitem o contacto direto) do tipo comum: "são os materiais que usamos com diversas finalidades na vida de todos os dias, p.e. paus de gelado, feijões, espelhos, folhas de papel, dinheiro, etc." (Vale, 2002, p. 8). Os materiais comuns são diferentes dos materiais educacionais porque estes são construídos de propósito para serem usados na sala de aula para apoiar a aprendizagem, tais como os manuais escolares ou o geoplano.

Os materiais manipuláveis podem ser permanentes ou temporários. Os temporários são normalmente os que são encontrados no dia-a-dia ou construídos com materiais do quotidiano, por professores ou alunos. materiais manipuláveis permanentes não podem ser obtidos do dia-a-dia e são fornecidos pela equipa do SESIM (Centro de Estudos de Ciência e Matemática) com assistência financeira e base legal do Ministério da Educação de Timor-Leste, UNESCO (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization) e KOICA (Korea International Cooperation Agency). Estes materiais manipuláveis permanentes são distribuídos em cada escola com 3.º ciclo do ensino básico em kits de 6 a 15 unidades para apoiar a realização das tarefas propostas no manual *Prátika Matemátika*.

Oliveira (2008, citado em Lopes, 2010, p. 51) afirma que o ensino da matemática apoiado no uso de materiais contribui para que os alunos compreendam melhor os conceitos porque partem de modelos concretos. É este ponto de partida nos modelos concretos, isto é, na utilização de materiais manipuláveis que representam as situações matemáticas ou que ajudam os alunos a ancorar conhecimentos em aspetos que lhes são familiares, que permite a progressiva formação de conceitos matemáticos.

A utilização de material manipulável também é realçada por Reys (1974, citado em Lopes, 2015, p. 22), quando afirma que:

> os materiais manipuláveis permitem: (i) diversificar as atividades de ensino; (ii) realizar experiências em torno de situações problemáticas; (iii) representar corretamente ideias abstratas; (iv) analisar sensorialmente dados necessários à formação de conceitos; (v) dar oportunidade aos alunos de descobrir relações e formular generalizações; (vi) envolver ativamente os alunos na aprendizagem; (vii) respeitar as diferenças individuais; e (viii) aumentar a motivação.

Matos e Serrazina (1996, citados em Lopes, 2010, pp. 50-51) acrescentam ainda:

> Os alunos consideraram que a utilização de materiais manipulativos proporciona aprendizagens mais significativas. De facto, ao preferirem ambientes que possam manipular materiais, enfatizam a maneira como aprendem matemática valorizando os processos utilizados nas suas experiências de construção da aprendizagem. Quando não reconhecem tanta importância à utilização de materiais, enfatizam o que aprendem valorizando, deste modo, os conteúdos matemáticos.

É preciso ter alguns cuidados no uso de materiais manipuláveis porque eles, sozinhos, não ajudam os alunos a aprender matemática. Pode correr-se o perigo de os alunos manipularem os materiais e depois se perderem nessa manipulação, não atingindo os objetivos para o seu uso, e que são aprender matemática com compreensão:

> Mais importante que o material a utilizar é a experiência vivida pelos alunos visto que só ocorre aprendizagem se essa experiência for significativa (…) Os materiais podem ser uma ferramenta bastante valiosa desde que o professor saiba como usá-los e quais são as suas limitações. Por isso o professor deve conhecer os materiais de que necessita, saber usá-los e propor actividades específicas para chegar a determinado conceito. (Vale, 2002, p. 19)

Vale (2002) chama a atenção para que os alunos devem ser os manipuladores dos materiais manipuláveis, porque "não é suficiente para os alunos observar a demonstração do uso dos materiais em determinado contexto" (p. 22).

## 3.4. Orientações Curriculares para o 1.º Trimestre do 3.º Ciclo do Ensino Básico

Nesta secção, apresento alguns exemplos de sugestões dadas no Guia do Professor para que o professor possa articular os manuais *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika.* Vou focar-me no 1.º semestre dos três anos de escolaridade do ensino básico porque é nele que me vou focar na parte empírica deste trabalho. Irei usar as siglas MEM e MPM, respetivamente, para o manual *Espaço Matemática* e o manual *Prátika Matemátika*.

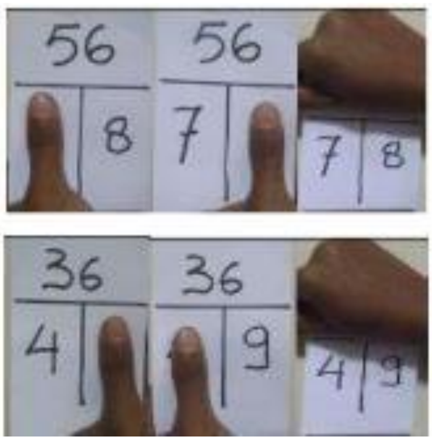
### 3.4.1. Tarefas de revisão

O professor deve fazer uma revisão da matéria do primeiro e segundo ciclos do ensino básico durante duas semanas antes de começar a trabalhar os conteúdos matemáticos do 7.º ano com o MEM. Os conteúdos a rever são importantes para que os alunos possam compreender as novas matérias. Esta revisão passa também pela realização de jogos e tarefas práticas, usando materiais simples ou de fácil construção, para que as atividades também sejam mais atrativas e motivem os alunos para aprender matemática.

Na primeira semana de revisões, os alunos recordam as operações aritméticas elementares. Basicamente, este conteúdo tem sido estudado desde o 1.º ciclo, mas se os alunos não entenderem bem, então há uma necessidade de revisões para capacitar os alunos a entender e aprofundar os seus conhecimentos, que irão ser pré-requisitos para a aprendizagem dos próximos conteúdos.

Relativamente à operação de multiplicação, os alunos devem compreender e memorizar a tabuada, ou seja, as tábuas de multiplicação de 0 a 12. Se eles não dominarem esse conteúdo, eles terão dificuldades em outros tópicos de matemática e também em ciências naturais. Para ajudar os alunos nesta revisão, são propostas no Guia do Professor (ME, 2015a) várias estratégias. Por exemplo, o cartão relâmpago (relâmpago porque a atividade exige rapidez por parte dos alunos para dar a solução correta) propõe aos alunos preparar diferentes cartões com a tabuada que ainda não sabem bem de cor. Podem escrever a pergunta num lado do cartão e a resposta no verso. Ou então podem escrever a informação completa na frente do cartão e vão tapando com os dedos um dos elementos, tentando adivinhar o elemento escondido e traduzindo esse procedimento por uma frase numérica. Na figura 3.12 mostra-se como tapar um destes cartões relâmpago e as perguntas a responder rapidamente (ou as frases numéricas a completar rapidamente) podem ser "quanto é 56÷8?" ou "4 x 9 = ?". Estes cartões relâmpago podem também ser usados pelos alunos de forma lúdica, competindo entre eles para verem quem consegue mais respostas corretas num certo intervalo de tempo.

Figura 3.12 – Exemplo de cartão relâmpago (ME, 2015a, p. 4).



O professor pode demonstrar, utilizando uma fita métrica (que os alunos podem reproduzir), como calcular o resultado de várias multiplicações. Por exemplo, para explicar quanto é 6 x 8, o professor dobra a fita métrica a cada 6cm, repetindo este processo oito vezes. É importante dobrar a fita métrica com cuidado para que se possa obter o resultado certo (figura 3.13):

Figura 3.13 – Demonstração do valor de 6 x 8 usando uma fita métrica (ME, 2015a, p. 4).

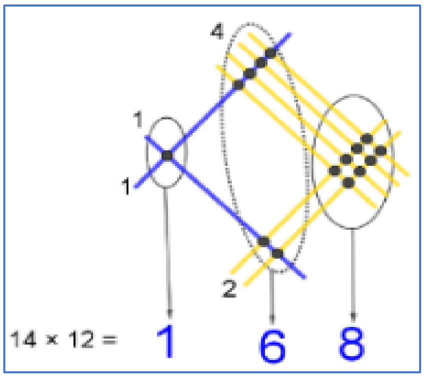
Fita-métrica com 8 voltas


Fita-métrica até ao 48

Outra forma mais tradicional de rever a tabuada é escrevê-la toda várias vezes e esta é também uma forma recomendada pelo Guia do Professor.

A estratégia seguinte para rever a tabuada não se encontra no Guia do Professor para facilitar a articulação entre o MEM e o MPM, mas foi ensinada aos professores que participaram na ação de formação oferecida pelo governo Timorense aquando da publicação do MPM (ver detalhes na secção seguinte deste capítulo 3). Como já referi no capítulo 1, esta ação de formação pretendia capacitar os professores para usarem os dois manuais de forma articulada e valorizarem tarefas de natureza mais prática, como as que são propostas no MPM. Esta estratégia chama-se de multiplicação de palitos cruzados. Por exemplo, para a operação 14 x 12, o professor dispõe palitos conforme a figura 3.14.

Figura 3.14 – Disposição de palitos para o cálculo de 14 x 12.



Os palitos a azul representam as dezenas e os palitos a amarelo as unidades dos dois números envolvidos no cálculo. A ideia é dispor os palitos em conjuntos de retas paralelas e perpendiculares como se vê na figura depois, calcula-se o número de pontos de interseção dos palitos; À direita fica o algarismo das unidades – que é o 8; no meio, o algarismo das dezenas – que é o 6 (4 + 2); e à esquerda o algarismo das centenas – o 1. Assim, os resultados mostram que 14 x 12 = 168.

A revisão das operações elementares continua, entrando em linha de conta com a ordem de grandeza e recorrendo à tarefa "Prática: 7.1 Ordens de grandeza" (ME, 2015a, p. 5). Os alunos servem-se de copos e palitos para fazer algo semelhante ao que fariam com um ábaco (figura 3.15). A ordem grandeza é um conceito fundamental no conhecimento do sistema numérico que utilizamos, com base em 10.

Figura 3.15 – Utilização de copos e palitos para apoiar a compreensão da ordem de grandeza (ME, 2015b, p. 1).


Utilizando os copos como meios para melhor visualizarem a ordem de grandeza ao fazerem a adição e a subtração, os alunos irão compreender melhor as operações e os procedimentos que usam para as realizarem (sobretudo o transporte):

> O processo de transporte depende da ordem grandeza, e tem a sua própria lógica. Não se pode pensar que a regra de transporte é mágica. O uso dos copos como ordem de grandeza visa ajudar os alunos para compreender melhor as regras para as conseguirem fazer. (ME, 2015a, p. 5)

Esta primeira semana de revisões termina com uma série de recomendações para o professor ter em conta quando recorda com os alunos o algoritmo da divisão. Apesar de o foco ser no cálculo manual, não é deixado de fora o uso da calculadora, embora com um papel de verificação apenas.

Na segunda semana de revisões, os alunos trabalham em duas tarefas práticas. A primeira é sobre frações, decimais e percentagens; a segunda é sobre ângulos. Em geral, os alunos têm uma compreensão de frações, decimais e percentagens muito ligada com a sua aplicação na vida do dia-a-dia, e também entendem o saber e descobrir as medidas de ângulos ligados à vida real, por exemplo, ângulo do canto da janela, porta, pilar de antena, dentro do açafate, etc.

Começando com a tarefa “Prática: 7.2. Frações, decimais e percentagens”, na página 8 do MPM, os alunos devem compreender que as frações têm dois aspetos, nomeadamente: a) Representação de uma parte do todo. Por exemplo, ¼ significa uma parte de alguma coisa que foi dividida em 4 partes; e b) Como um problema de divisão o numerador é dividido pelo denominador. Exemplo: 1/4 = 1÷4. É importante compreender que ao resolver a divisão o resultado é um valor decimal igual à fração. Exemplo 1÷4 = 0,25. (ME, 2015a, p. 7)

Ligando a experiências da vida quotidiana,

> alguns alunos podem compreender as frações como representação de uma parte do todo: de um bolo, de uma bolacha, ou de uma peça de fruta. Na prática, podemos ver o todo como um conjunto de sementes que pode ser dividido em partes. (ME, 2015a, p. 7)

Na tarefa proposta, estas sementes devem ter três cores diferentes, por exemplo, feijão branco, vermelho e manteiga (figura 3.16). Os alunos recebem um conjunto de feijões e, em pares, são convidados a separá-los por cores e a preencher uma tabela como na figura 3.17, repetindo a experiência para vários valores do total de feijões.

Figura 3.16 – Exemplo de divisão de sementes na tarefa Prática: 7.2 (ME, 2015b, p. 8).

Figura 3.17 – Tabela que os alunos devem preencher na tarefa Prática: 7.2 (ME, 2015b, p. 8).

| | Número | Fração | Fração reduzida |
|---|---|---|---|
| Vermelho | | | |
| Branco | | | |
| Manteiga | | | |

Depois, usando um conjunto de dez feijões, os alunos devem preencher uma tabela mais complexa, que relaciona o que fizeram na tabela anterior com os decimais e as percentagens (figura 3.18).

Figura 3.18 – Tabela mais complexa da tarefa Prática: 7.2 (ME, 2015b, p. 9).

| | Número | Fração | Fração reduzida | Decimal | Percentagem |
|---|---|---|---|---|---|
| Vermelho | | | | | |
| Branco | | | | | |
| Manteiga | | | | | |

> As percentagens têm uma forte ligação com os decimais e com as ordens de grandeza. O nosso sistema é baseado em 10 portanto é fácil usar o cem como todo: 100%. Uma parte desse todo é que é uma percentagem. Exemplo: 6/10 = 3:5 = 0,6 = 60% do todo. Os alunos têm que ver claramente a ligação entre frações, decimais e percentagens e tem que ter a capacidade de passar de uma forma para a outra. (ME, 2015a, p. 7)

O trabalho que é proposto aos alunos não parece ter como objetivo desenvolver o conhecimento dos conceitos envolvidos, mas sim a sua aplicação procedimental. Os alunos devem fazer contagens, escrever frações que exprimem a relação parte-todo (6 feijões num total de 10, por exemplo), e escrever frações na forma reduzida (6/10 equivalente a 3/5). A sugestão que é dada ao professor para trabalhar o preenchimento da tabela na figura 3.18 é que ele explique aos alunos como passar de fração a decimal e de decimal a percentagem, de modo totalmente procedimental (figura 3.19):

Figura 3.19 – Indicações para o professor trabalhar a tarefa Prática: 7.2 (ME, 2015b, p. 9).

- Explicar como passar de frações a decimal – faça a divisão.
- Explicar como passar de decimal a percentagem – multiplicar por 100, ou andar com a vírgula duas casas à direita.

O Guia do Professor contém ainda uma explicação dos conceitos matemáticos envolvidos nesta tarefa, dirigida ao professor. Nela surgem os significados de fração como relação parte-todo ou como operador, apenas. Ao professor é dito que

> Uma fração é uma parte do todo. Normalmente vemos frações relacionadas com uma figura ou com alguma coisa, dividida em partes, por exemplo uma parte de um fruto, uma parte de um circulo, etc. Mas as frações referem-se também a uma parte de um grupo ou conjunto. (ME, 2015b, p. 10).

Um pouco mais à frente, surge o significado de fração como operador:

> As frações podem ser transformadas em decimais. O significado de uma fração é a divisão em que o número de cima é dividido pelo número de baixo, por exemplo: 1/3 é 1 a dividir por 3. O resultado desta divisão é um número decimal. (ME, 2015b, p. 10)

Este foco no operador é acompanhado de um esclarecimento acerca do valor de posição:

> Não esquecer que no nosso sistema numérico a ordem de grandeza é importante, à direita da vírgula estão as décimas e centésimas. Por exemplo: 0,35 significa 3 x 1/10 mais 5 x 1/100. Não esquecer também que há sempre zero à direita e à esquerda. Por exemplo: 1,25 significa 0001,25000. Normalmente não se escreve mas estes zeros têm significado. No exemplo, 1,25 = (1 x 1) + (2 x 1/10) + (5 x 1/100). O número 1, 25 não tem dezenas e não tem centenas, ou seja 0 x 10 e 0 x 100. O número 1,25 também não tem milésimos, ou seja, =x1/1000. (ME, 2015b, p.10)

Embora se procure que os professores compreendam a construção dos números e as regras para a sua representação, essa preocupação, de natureza mais concetual, acaba por não se manifestar no que é proposto aos alunos, tal como se mostra na figura 3.20.

Figura 3.20 – Exemplos de utilização de frações, decimais e percentagens no dia-a-dia (ME, 2015b, p. 12).

Exemplo: Se houverem 40 crianças na sala e 8 tiverem 12 anos então
8/40 = 1/5 = 0,2 = 20% têm 12 anos.

Outro exemplo: Existem 50 cabras e 40 são brancas
então 40/50 = 4/5 = 0.8 = 80% são brancas.

Contudo, é realçada para os professores a importância da ligação das frações, decimais e percentagens à vida quotidiana: “Quando dividimos comida entre pessoas, dividimos dinheiro, tempo, água ou arroz, tudo isto está relacionado com as frações” (ME, 2015b, p. 12).

Note-se que é o próprio MPM que dá estas informações ao professor, embora se pudesse pensar que o Guia do Professor as pudesse desenvolver. Talvez, de facto, se pudesse fazer essa mudança no futuro, procurando reunir no Guia do Professor todas as indicações para o professor, sejam elas relativas aos conceitos e procedimentos envolvidos, ou relativas a aspetos de organização do tempo, articulação com o MEM, ou metodologias de trabalho em sala de aula.

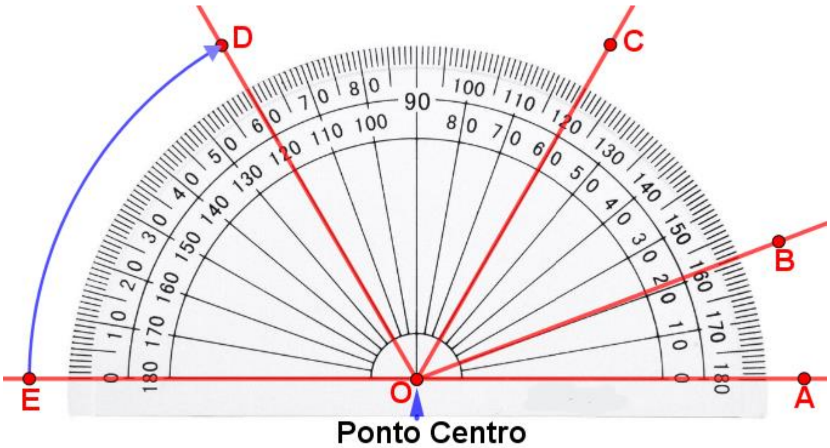
Outras experiências são ainda propostas aos alunos, preenchendo as tabelas partindo de outros valores para o total dos feijões e também trabalhando com combinações de feijões de dois tipos.

A segunda tarefa prática para a segunda semana de revisões parte do pressuposto que

> O conceito de ângulo surge muitas vezes em geometria mas alguns alunos não compreendem bem. O mais importante é que duas linhas que se encontram (coincidentes) formam um ângulo. Os ângulos são medidos em graus e usam o símbolo «°». Como habitual, quando os alunos conseguem ver vários exemplos no quotidiano isso ajuda a uma compreensão mais profunda. Por exemplo, Podem ver os ângulos nos telhados ou dentro dos cestos. Quando os alunos/as têm oportunidade de medir algo, isso é um apoio para compreenderem melhor. Assim, é importante disponibilizar aos alunos um transferidor para medir os ângulos. Só quando tiverem medido vários ângulos é que os alunos conseguem compreender bem a matéria. O parte mais importante é o ponto central, o ponto de interseção das duas linhas. (ME, 2015a, pp. 7-8)

Mas também é importante compreenderem que a amplitude do ângulo é medida em graus, assim como ganhar destreza nas medições com o transferidor (figura 3.21). Os alunos são convidados a representarem ângulos com pauzinhos ou palitos, classificando-os. Usando o transferidor, fazem várias medições para ganhar destreza, mas também devem procurar objetos e situações do quotidiano em que podem encontrar ângulos mais ou menos específicos. Por exemplo, um ângulo de 30º encontra-se na frente de um barco e um de 135º num estabilizador de barcos, um ângulo de 45º encontra-se nos postes de antenas, um ângulo de 60º ou de 120º encontra-se nos entrelaçados dos açafates, um ângulo de 90º encontra-se nos cantos de uma porta; e um livro pode ilustrar um ângulo de 0º ou de 180º conforme esteja fechado ou aberto, respetivamente.

Figura 3.21 – Transferidor para ajudar os alunos compreender medida de ângulo (ME, 2015a, p. 8).

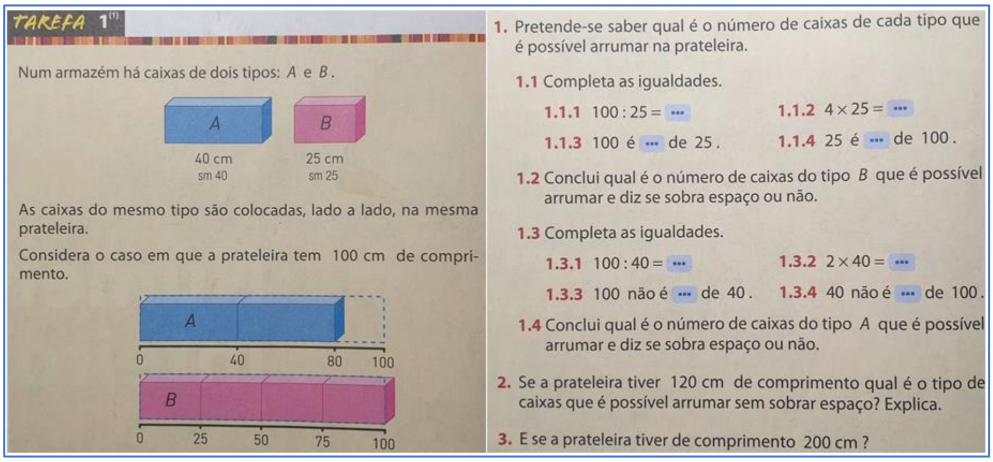


### 3.4.2. Tarefas sobre novos conteúdos: 7.º ano

No 1.º trimestre, o programa de matemática para o 7.º ano centra-se nos números inteiros, estando previstas, após as duas semanas de revisão, oito semanas de aulas sobre este tema: "Os números inteiros são ainda mais importantes, e são a base da matemática e, de todas as ciências. Assim, no calendário, dedicamos algum tempo a este capítulo para estes conceitos básicos poderem ser bem explicados" (ME, 2015a, p. 8). No total, o MPM propõe seis atividades práticas

De acordo com o Guia do Professor, as duas tarefas do MEM propostas para o tópico dos números primos e compostos são opcionais. A primeira tarefa proposta neste manual pede aos alunos para averiguarem da possibilidade de arrumar dois tipos de caixas em prateleiras de diferentes comprimentos, completando uma série de frases numéricas (indiretamente) relacionadas com a noção de divisor e múltiplo (figura 3.22).

Figura 3.22 – Tarefas 1 sobre números primos e números compostos do manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, p. 8).


TAREFA 1[1]

Num armazém há caixas de dois tipos: A e B.

A 40 cm sm 40
B 25 cm sm 25

As caixas do mesmo tipo são colocadas, lado a lado, na mesma prateleira.

Considera o caso em que a prateleira tem 100 cm de comprimento.

A: 0 40 80 100
B: 0 25 50 75 100

1. Pretende-se saber qual é o número de caixas de cada tipo que é possível arrumar na prateleira.

1.1 Completa as igualdades.

1.1.1 100 : 25 = ... 1.1.2 4 × 25 = ...

1.1.3 100 é ... de 25. 1.1.4 25 é ... de 100.

1.2 Conclui qual é o número de caixas do tipo B que é possível arrumar e diz se sobra espaço ou não.

1.3 Completa as igualdades.

1.3.1 100 : 40 = ... 1.3.2 2 × 40 = ...

1.3.3 100 não é ... de 40. 1.3.4 40 não é ... de 100.

1.4 Conclui qual é o número de caixas do tipo A que é possível arrumar e diz se sobra espaço ou não.

2. Se a prateleira tiver 120 cm de comprimento qual é o tipo de caixas que é possível arrumar sem sobrar espaço? Explica.

3. E se a prateleira tiver de comprimento 200 cm?

É também proposto que os alunos encontrem o tipo de caixa que pode preencher uma prateleira com um dado comprimento sem sobrar espaço livre. Na segunda tarefa, com o apoio de um geoplano, os alunos devem construir retângulos de área 5 e 6 e, a partir dessas construções, encontrar os divisores destes números (e de outros). A primeira tarefa tem um contexto pouco familiar à realidade dos alunos timorenses (que lidam com caixas, mas não como as da figura que acompanha a tarefa nem em prateleiras sem outro enquadramento); a segunda tarefa recorre a um material que é raramente encontrado nas escolas timorenses (embora se possa construir com relativa facilidade e a baixo custo). Talvez por estes motivos é que o Guia do Professor sugere que a realização destas duas tarefas seja opcional.

O Guia do Professor propõe substituir a tarefa 3 do MEM pela tarefa “Prática 7.4: Divisores”, proposta no MPM para realização em pequenos grupos. Esta tarefa pede aos alunos para escolher números até 40 (um número por grupo) e, com pedrinhas ou sementes, dispor os materiais em montinhos de quantidades iguais de forma a descobrir os divisores do número escolhido. Repetindo as experiências, devem preencher uma tabela, que é semelhante à que se encontra no MEM, mas tem mais números (figura 3.23).

Figura 3.23 – Tarefa 3 do MEM (Costa & Rodrigues, 2014, p. 10) e tarefa “Prática 7.4: Divisores” – 1.ª parte (ME, 2015b, p. 15;

**7.4. Divisores**

Brincar com grãos para aprender o que são divisores.

**Material necessário**

- 20 ou mais sementes ou pedrinhas

**Instruções**

- Pedir aos alunos que façam a seguinte tabela (igual à p.10 do livro de texto do 7º ano

| Número | Divisor | Nº de divisores | Número primo ou composto |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | 1, 2, 3, 4, 6, e 12 | 6 | Número composto |
| 13 | | | |
| 14 | | | |
| 15 | | | |
| 16 | | | |
| 17 | | | |
| 18 | | | |
| 19 | | | |
| 20 | | | |
| 21 | | | |
| 22 | | | |
| 23 | | | |
| 24 | | | |
| 25 | | | |
| 26 | | | |
| 27 | | | |
| 28 | | | |
| 29 | | | |
| 30 | | | |
| etc. | | | |

TAREFA 3[1]

Transcreve a tabela para o teu caderno e preenche-a.

| Números[A] | Divisores[B] | N.º de divisores[C] | Número primo (Sim/Não)[D] | Número composto (Sim/Não)[E] |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 1, 2, 3, 6 | 4 | Não | Sim |
| 7 | ... | ... | ... | ... |
| 9 | ... | ... | ... | ... |
| 10 | ... | ... | ... | ... |
| 11 | ... | ... | ... | ... |
| 20 | ... | ... | ... | ... |

A tabela tem já uma linha preenchida e o MPM explica como foram encontrados os valores (figura 3.24):

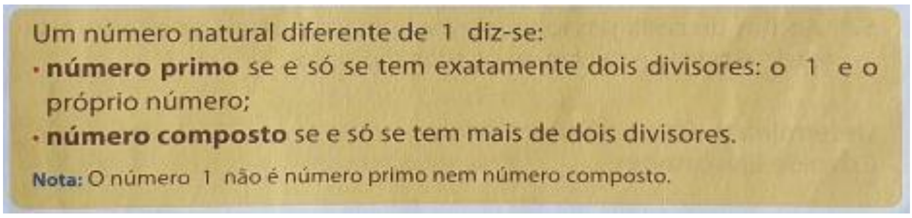
Figura 3.24 – Tarefa “Prática 7.4: Divisores” – 2.ª parte (ME, 2015b, p. 16).

- Pegue nas sementes e distribua nos grupos para descobrirem os divisores desse número (factores). Por exemplo para o 12: Experimente dividir em 3 (= 6), em 3 (= 4), em 5 (não pode ser), em 6 (= 2), em 12 (= 1). Quando chegar aqui já está tudo porque (2 x 6), (3 x 4), (12 x 1).

Neste caso, não está bem claro no Guia do Professor se o preenchimento da tabela da figura 3.23 é para ser feito em aula ou em casa pois surge a indicação "P. 15 no Manual Prático. TPC" (ME, 2015a, p. 8). Ou seja, o preenchimento da tabela pode ser deixado para trabalho de casa, na totalidade ou então apenas o que não se conseguir preencher no tempo da aula.

Também não está claro, nem no MPM, nem no respetivo Guida do Professor, quando é que as definições de número primo e de número composto são apresentadas aos alunos. Mas o MEM, antes de propor a tarefa 3 que é substituída pela tarefa Prática 7.4, apresenta a definição de número primo e de número composto (figura 3.25). Portanto, é natural que a sequência seja a apresentação da definição seguida da exploração da tarefa Prática 7.4. As definições dadas no MEM são apresentadas de modo formal, ligadas com exemplos.

Figura 3.25 – As definições de primo e composto no manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, p. 9).



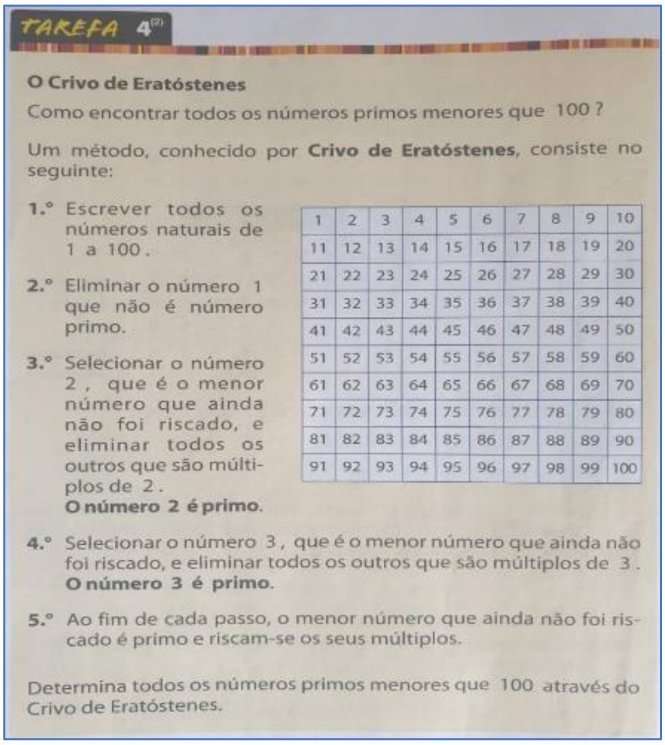
Um número natural diferente de 1 diz-se:
- **número primo** se e só se tem exatamente dois divisores: o 1 e o próprio número;
- **número composto** se e só se tem mais de dois divisores.

**Nota:** O número 1 não é número primo nem número composto.

No entanto, o Guia do Professor, apesar de se referir aos conceitos de múltiplo e divisor, aconselha os professores a não apresentarem definições sem darem aos alunos muitos exemplos: "Os conceitos de divisores e múltiplos foram já abordados nas Revisões. Quando der a definição destes termos tem que dar bastantes exemplos para os alunos entenderem. Definições sem exemplos não é suficiente" (ME, 2015a, p. 8). No entanto, na versão em Tétum do Guia do Professor, pode ler-se que *os professores podem apresentar as definições e continuar a fazer ligação com exemplos adequados ou apresentar prática e depois ligar com definição, se for apresentar definições sem exemplos não vale nada*.

Depois de trabalhada a tarefa Prática 7.4, os alunos devem regressar ao MEM e resolver a tarefa 4, em que é apresentado o crivo de Eratóstenes e é pedido aos alunos que encontrem todos os números primos inferiores a 100 recorrendo ao método descrito (figura 3.26).

Figura 3.26 – Tarefa 4 do Crivo de Eratóstenes do manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, p. 10).



TAREFA 4[2]

**O Crivo de Eratóstenes**

Como encontrar todos os números primos menores que 100 ?

Um método, conhecido por **Crivo de Eratóstenes**, consiste no seguinte:

**1.º** Escrever todos os números naturais de 1 a 100 .

**2.º** Eliminar o número 1 que não é número primo.

**3.º** Selecionar o número 2 , que é o menor número que ainda não foi riscado, e eliminar todos os outros que são múltiplos de 2 .
**O número 2 é primo.**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

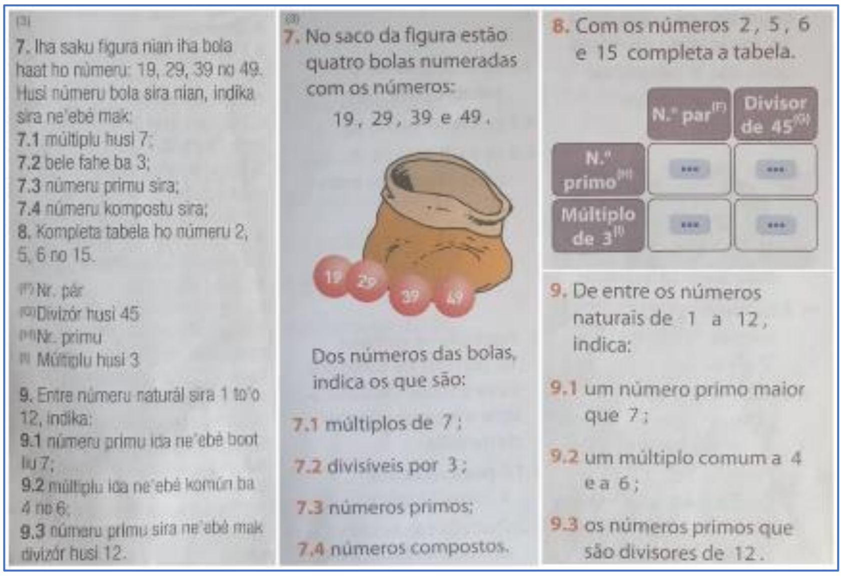
**4.º** Selecionar o número 3 , que é o menor número que ainda não foi riscado, e eliminar todos os outros que são múltiplos de 3 .
**O número 3 é primo.**

**5.º** Ao fim de cada passo, o menor número que ainda não foi riscado é primo e riscam-se os seus múltiplos.

Determina todos os números primos menores que 100 através do Crivo de Eratóstenes.

Esta tarefa sobre o crivo de Eratóstenes é proposta, pelo Guia do Professor, como trabalho de casa "p.10. *Tarefa 4*: TPC" (ME, 2015a, p. 8). Mas, na página 10 do MEM, estão também propostos vários exercícios, nas margens do livro (figura 3.27), tal como nas páginas anteriores. Apesar de o Guia do Professor não fazer referência a esses exercícios, os alunos podem resolvê-los para consolidar conhecimentos. É importante voltar a notar que estes exercícios estão traduzidos para Tétum.

Figura 3.27 – Exercícios ligado com manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, p. 10).



(3)
**7.** Iha saku figura nian iha bola haat ho númeru: 19, 29, 39 no 49. Husi númeru bola sira nian, indika sira ne'ebé mak:
**7.1** múltiplu husi 7;
**7.2** bele fahe ba 3;
**7.3** númeru primu sira;
**7.4** númeru kompostu sira;
**8.** Kompleta tabela ho númeru 2, 5, 6 no 15.

(F) Nr. pár
(G) Divizór husi 45
(H) Nr. primu
(I) Múltiplu husi 3

**9.** Entre númeru naturál sira 1 to'o 12, indika:
**9.1** númeru primu ida ne'ebé boot liu 7;
**9.2** múltiplu ida ne'ebé komún ba 4 no 6;
**9.3** númeru primu sira ne'ebé mak divizór husi 12.

(3)
**7.** No saco da figura estão quatro bolas numeradas com os números:
19 , 29 , 39 e 49 .



Dos números das bolas, indica os que são:

**7.1** múltiplos de 7 ;
**7.2** divisíveis por 3 ;
**7.3** números primos;
**7.4** números compostos.

**8.** Com os números 2 , 5 , 6 e 15 completa a tabela.

| | N.º par[F] | Divisor de 45[G] |
|---|---|---|
| N.º primo[H] | ... | ... |
| Múltiplo de 3[I] | ... | ... |

**9.** De entre os números naturais de 1 a 12 , indica:

**9.1** um número primo maior que 7 ;

**9.2** um múltiplo comum a 4 e a 6 ;

**9.3** os números primos que são divisores de 12 .

Analisando esta sequência de tarefas, em que umas vêm do MEM e outras do MPM, percebe-se que existem duas perspetivas bastante diferentes: por um lado, as tarefas do MEM distanciam-se da realidade cultural dos alunos a que se destinam e focam-se em aspetos mais procedimentais, por outro lado, a tarefa prática está contextualizada em aspetos da vida quotidiana dos alunos e tem potencial para os envolver em explorações matemáticas e na procura de regularidades. Por isso, adivinham-se dificuldades na articulação de dois recursos – dois manuais – que parecem ser construídos com pressupostos diferentes em termos curriculares.

Mais ainda, como referi, não é claro que, na sequência proposta, os conceitos de número primo e número composto possam surgir da atividade matemática dos alunos sobre a tarefa prática, comprometendo a concretização da abordagem prática, *hands-on*, pretendida ao ensino-aprendizagem da Matemática e apoiada no MPM. Aliás, em várias ocorrências do próprio Guia do Professor, como veremos também mais à frente, a sequência de tarefas propostas, em articulação com as tarefas do MEM, não favorece uma abordagem prática ao ensino-aprendizagem; pelo contrário, várias sequências propostas de tarefas levam a que os professores utilizem o MPM como uma oportunidade para os alunos aplicarem conhecimentos, em vez de ser um ponto de partida para a construção de (novos) conhecimentos.

Na quarta semana, é sugerido ao professor que lecione com base no MEM, páginas 11 e 12. Recomenda-se ao professor para explicar bem os critérios de divisibilidade por 2, 3 e 5 e a decomposição de um número nos seus divisores: "A decomposição de um número nos seus divisores é importantes para muitas áreas da matemática" (ME, 2015a, p. 8) ou fora da matemática.

Na semana seguinte, o tópico é potências. Apontando para a página 13 do MEM, "os alunos devem entender que as potências são outra maneira de escrever a multiplicação. Têm que aprender as potências de acordo com as suas regras" (ME, 2015a, p. 9). A recomendação do Guia do Professor apenas indica "p. 13. Prática 7.5: A matemática de uma árvore, p. 17 do Manual Prático" (ME, 2015a, p. 9). No entanto, numa abordagem prática, *hands-on,* a ideia será começar com a tarefa do MPM e depois abordar a noção de potência e as suas regras operatórias; no entanto, como a orientação não é clara, o professor pode entender que primeiro deve usar o MEM para a definição de potência e apresentação das regras operatórias e depois seguir para a tarefa do MPM. Esta tarefa já foi apresentada anteriormente (ver secção 3.1.3, figura 3.2).

Na sexta semana, trabalha-se a relação entre potências, raiz quadrada e raiz cúbica. Este tópico é abordado nas páginas 14 a 16 do MEM, mas o Guia do Professor propõe que se inicie com a tarefa "Prática 7.6: Potências e raiz quadrada" (ME, 2015a, p. 9). É dito que o professor deve preencher a tabela na figura 3.28 e depois é dito que os alunos vão explorar a ideia de quadrado de um número inteiro recorrendo a materiais variados, como cestos, feijões ou outras sementes para preencherem a tabela.

Figura 3.28 – Tarefa Prática 7.6 – 1.ª parte (ME, 2015b, 21).

- O professor escreve os números ao quadrado no quadro como se apresenta a seguir:

| | |
|---|---|
| $1^2 =$ ___ | $6^2 =$ ___ |
| $2^2 =$ ___ | $7^2 =$ ___ |
| $3^2 =$ ___ | $8^2 =$ ___ |
| $4^2 =$ ___ | $9^2 =$ ___ |
| $5^2 =$ ___ | $10^2 =$ ___ |

- O professor pede aos alunos para pintarem um quadrado no tapete de forma a obterem a resposta a estas questões. Por exemplo, $1^2$ = é só um quadrado, e $2^2$ = são 2 x 2 quadrados = 4 quadrados.
- Pode também utilizar sementes (semente de sagu, milho, ou feijão) para fazer quadrados e obter as respostas à tabela. A fotografia ao lado mostra 5 x 5.
- Os alunos desenham os quadrados todos e contam os quadrados pequenos para verificar se está em conformidade com o resultado da multiplicação.

A figura 3.29 mostra alguns produtos esperados da atividade dos alunos nesta tarefa prática, a partir de cestos e de feijões.

Figura 3.29 – Quadrados 6 x 6 e 5 x 5 feitos em cestos e com feijões (ME, 2015b, p. 21).

É dada alguma informação sobre a ideia de quadrado de um número e área de um quadrado cujo lado é esse número: "O nome da função quadrado vem da geometria. Os números ao quadrado formam quadrados com os dois lados iguais. Assim, a área dos quadrados é igual ao resultado da multiplicação a x a" (ME, 2015b, p. 23). E a ligação ao dia-a-dia faz-se de forma pouco rigorosa em termos matemáticos, mas relacionada com as experiências caseiras dos alunos:

> Se plantar sementes numa horta quadrada pode plantar X sementes para um lado e X sementes para o outro e depois consegue saber que plantou $X^2$ sementes. Se a sua casa ou quarto forem quadrados e quiser por azulejos no chão pode contar um dos lados e calcular o quadrado para saber quantos azulejos precisa. (ME, 2015b, p. 23)

A tarefa Prática 7.6 pede ainda aos alunos para relacionarem a área de um quadrado com a medida do seu lado, embora de forma indireta. Na figura 3.30, apresenta-se a segunda parte desta tarefa prática, em que os alunos devem preencher uma tabela onde aparece já a notação usual para raiz quadrada (note-se que a tabela tem um erro pois faltam os quadrados nas relações $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, etc.).

Figura 3.30 – Tarefa Prática 7.6 – 2.ª parte (ME, 2015b, p. 22).

**2. Raiz quadrada**

- Pegar numa quantidade determinada de grãos, e formar quadrados para saber a base como na tabela seguinte:

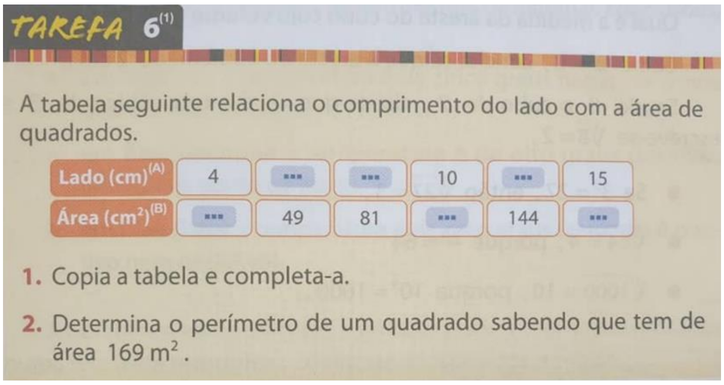
| Nº | Quantidade de grãos (grãos de milho) | É um quadrado de base | Ligação |
|---|---|---|---|
| 1 |  4 |  Base 2 | $\sqrt{4} = 2$ |
| 2 |  9 |  Base 3 | $\sqrt{9} = 3$ |
| 3 |  16 |  Base 4 | $\sqrt{16} = 4$ |
| 4 |  25 |  Base 5 | $\sqrt{25} = 5$ |

Partindo de materiais simples como grãos de milho, os alunos dispõem as quantidades de grãos em quadrados e procuram descobrir o lado do quadrado formado, tomando os grãos como unidades de medida. No entanto, pela forma como a própria tabela é já apresentada, muito do trabalho de descoberta que os alunos poderiam fazer já está feito com a indicação da base do quadrado em cada caso apresentado.

A indicação que é dada aos professores é que "Para calcular a raiz quadrada de um número tem que encontrar o número que multiplicado por si próprio dê esse resultado. Por exemplo, 25 é 5 x 5" (ME, 2015b, p. 23). Isto faz focar o ensino nos procedimentos e não na ligação entre o que os alunos estiveram a fazer na tarefa prática e o conceito de raiz quadrada. No MPM, está também a indicação de que "Todos os números têm raiz quadrada, mas apenas algumas são números inteiros" (ME, 2015b, p. 23), o que não é correto. Esta afirmação é válida apenas para números não negativos pois só para esses faz sentido falar em raiz quadrada.

De acordo com o Guia do Professor, após o trabalho na tarefa Prática 7.6, os alunos devem resolver a tarefa 6 do MEM, mas a indicação que existe é "p. 15: *Tarefa 6*: Fazer com os alunos" (ME, 2015a, p.9). Fica a dúvida sobre o que é pretendido – são os alunos que resolvem ou o professor que demonstra como fazer? A tarefa 6 (figura 3.31) do MEM pede para os alunos completarem uma tabela fazendo uma ligação com o que os alunos aprenderam na tarefa Prática 7.6.

Figura 3.31 – Tarefa 6 sobre raiz quadrada do manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, p. 15).



TAREFA 6[1]

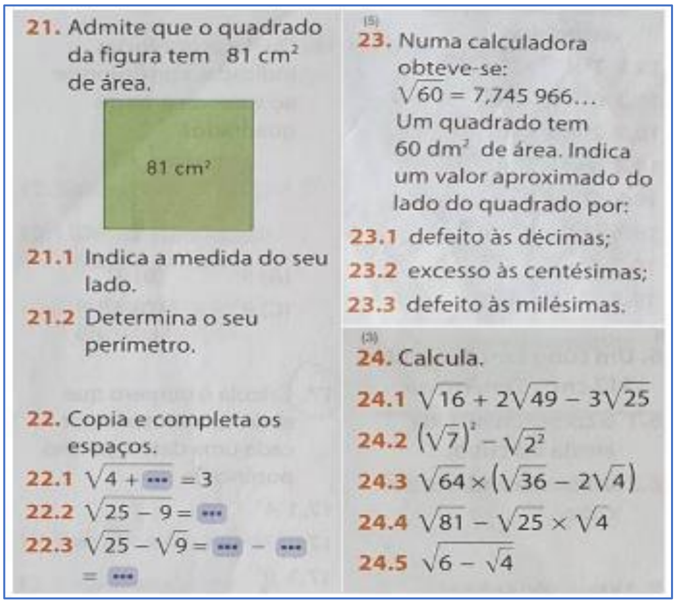
A tabela seguinte relaciona o comprimento do lado com a área de quadrados.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Lado (cm)[A] | 4 | ... | ... | 10 | ... | 15 |
| Área ($cm^2$)[B] | ... | 49 | 81 | ... | 144 | ... |

1. Copia a tabela e completa-a.
2. Determina o perímetro de um quadrado sabendo que tem de área 169 $m^2$.

No MEM, junto da tarefa 6, encontram-se vários exercícios propostos, do 21 ao 24 (figura 3.32). Todos eles se focam no cálculo de destrezas com a notação habitual das raízes quadradas e não propriamente no conceito de raiz quadrada nem com a sua aplicação em situações do quotidiano.

Figura 3.32 – Exercícios 21 a 24 sobre raiz quadrada do manual *Espaço Matemática* 7.º ano
(Costa & Rodrigues, 2014, pp. 14,15).



**21.** Admite que o quadrado da figura tem $81\ cm^2$ de área.



**21.1** Indica a medida do seu lado.

**21.2** Determina o seu perímetro.

**22.** Copia e completa os espaços.

**22.1** $\sqrt{4+\ldots}=3$

**22.2** $\sqrt{25-9}=\ldots$

**22.3** $\sqrt{25}-\sqrt{9}=\ldots-\ldots=\ldots$

**23.** Numa calculadora obteve-se: $\sqrt{60}=7,745\,966\ldots$ Um quadrado tem $60\ dm^2$ de área. Indica um valor aproximado do lado do quadrado por:

**23.1** defeito às décimas;

**23.2** excesso às centésimas;

**23.3** defeito às milésimas.

**24.** Calcula.

**24.1** $\sqrt{16}+2\sqrt{49}-3\sqrt{25}$

**24.2** $(\sqrt{7})^2-\sqrt{2^2}$

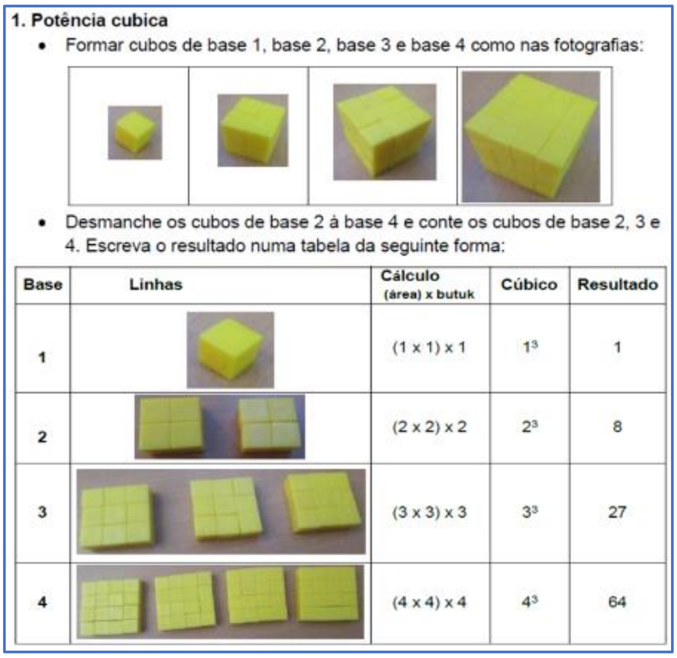
**24.3** $\sqrt{64}\times(\sqrt{36}-2\sqrt{4})$

**24.4** $\sqrt{81}-\sqrt{25}\times\sqrt{4}$

**24.5** $\sqrt{6-\sqrt{4}}$

A próxima tarefa proposta é a "Prática 7.7: Potência e raiz cúbica" (ME, 2015a, p. 9). Os alunos devem usar materiais que consigam facilmente cortar em cubos, como batatas ou chuchus. Começam por construir cubos com bases de diferentes comprimentos como indicado na figura que acompanha a tarefa (figura 3.33). Depois devem desmanchar os cubos construídos e contar o número de cubinhos que precisaram usar para construir cada cubo maior e preencher a tabela que consta na figura.

Figura 3.33 – Tarefa Prática 7.7 – 1.ª parte (ME, 2015b, pp. 24-25).



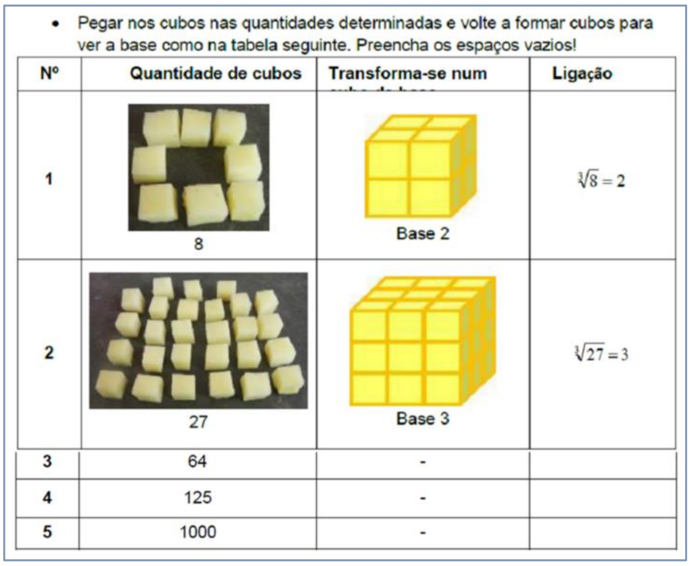
**1. Potência cubica**

- Formar cubos de base 1, base 2, base 3 e base 4 como nas fotografias:
- Desmanche os cubos de base 2 à base 4 e conte os cubos de base 2, 3 e 4. Escreva o resultado numa tabela da seguinte forma:

| Base | Linhas | Cálculo (área) x butuk | Cúbico | Resultado |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | (1 x 1) x 1 | $1^3$ | 1 |
| 2 | | (2 x 2) x 2 | $2^3$ | 8 |
| 3 | | (3 x 3) x 3 | $3^3$ | 27 |
| 4 | | (4 x 4) x 4 | $4^3$ | 64 |

A própria tabela precisa de algumas correções. Por exemplo, o título “linhas” para a coluna em que aparecem as figuras da base dos cubos não é muito esclarecedor. A coluna com título “(área) x *butuk*” também dá pistas aos alunos sobre o cálculo que devem fazer. Nunca é feita a relação para a noção de volume do cubo, nem mesmo quando se preenche a tabela da segunda parte da tarefa (figura 3.34).

Figura 3.34 – Tarefa Prática 7.7 – 2.ª parte (ME, 2015b, pp. 25-26).



- Pegar nos cubos nas quantidades determinadas e volte a formar cubos para ver a base como na tabela seguinte. Preencha os espaços vazios!

| Nº | Quantidade de cubos | Transforma-se num | Ligação |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | Base 2 | $\sqrt[3]{8}=2$ |
| 2 | 27 | Base 3 | $\sqrt[3]{27}=3$ |
| 3 | 64 | - | |
| 4 | 125 | - | |
| 5 | 1000 | - | |

A reconstrução do cubo não leva os alunos a relacionar o valor obtido com o volume, perdendo-se uma oportunidade para compreenderem o conceito de uma forma que vai além das fórmulas de cálculo. A própria ligação desta tarefa e dos conceitos envolvidos à vida quotidiana não menciona a questão do volume e é bastante superficial: “O cubo aparece muitas vezes na nossa vida diária, por exemplo as pessoas dispõem os blocos em cubos de base igual para ser fácil contar, caixas de água, caixas de *supermie*, etc.” (ME, 2015b, p. 26). Portanto, o professor tem uma grande responsabilidade em aproveitar esta tarefa prática 7.7 para fazer surgir os conceitos envolvidos e ajudar os alunos a relacionar esses conceitos.

Embora o Guia do Professor não o mencione explicitamente, o MEM propõe vários exercícios para consolidação sobre potências e raízes quadradas e cúbicas (figura 3.35). Os alunos são chamados a calcular raízes quadradas e cúbicas de quadrados e cubos perfeitos, mas também de outros valores, tendo que chegar a valores por aproximação. São chamados ainda a reconhecer em que casos as raízes quadradas ou cúbicas de um dado número são números inteiros.

Figura 3.35 – Exercícios sobre potências e raízes no manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, pp. 15-16).

**25.** Considera a tabela seguinte.

| Número[(F)] | Cubo[(G)] |
|---|---|
| 0 | ... |
| 1 | ... |
| 2 | ... |
| 3 | ... |
| 4 | ... |
| 5 | ... |
| 6 | ... |
| 7 | ... |
| 8 | ... |
| 9 | ... |
| 10 | ... |

**25.1** Copia a tabela para o teu caderno e preenche-a.

**25.2** Indica o maior número de dois algarismos que é um cubo perfeito.

(4)
**26.** Um cubo tem de volume $512\ cm^3$. Determina:

**26.1** o comprimento da aresta do cubo;

**26.2** a área de cada face do cubo.

**27.** Numa calculadora obteve-se:
$\sqrt[3]{100} = 4{,}641\ 588\ 83\ldots$
Um cubo tem $100\ m^3$ de volume. Indica um valor aproximado do comprimento da sua aresta:

**27.1** por defeito às décimas;

**27.2** por excesso às centésimas.

**28.** Calcula.

**28.1** $\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{27}$

**28.2** $2\sqrt[3]{64} - \left(\sqrt[3]{2}\right)^3$

**28.3** $\sqrt[3]{1000 - 3\sqrt[3]{3^2 - 1}}$

A sétima semana é dedicada aos números inteiros, com destaque para os números negativos. Tal como indicado na figura 3.36, o trabalho com os alunos é feito à custa do MEM apenas. É chamada a atenção dos professores para a importância do zero como ponto origem e *separador* entre números positivos e números negativos.

Figura 3.36 – Orientações para a 7.ª semana (ME, 2015a, p. 9).

**Semana 7**

p. 6–18. Sub-tópico 7: Devem entender que o número inteiro não é só positivo, mas, pode ser também negativo. O conceito zero [0], como origem, é de particular importância para entender os números positivos e negativos, e o valor absoluto. Não dê prioridade às anotações que aparecem nas margens: IN ⊂ Z. É que um conjunto de número naturais é uma parte de um conjunto de números inteiros. Os conjuntos irá aprender mais à frente.

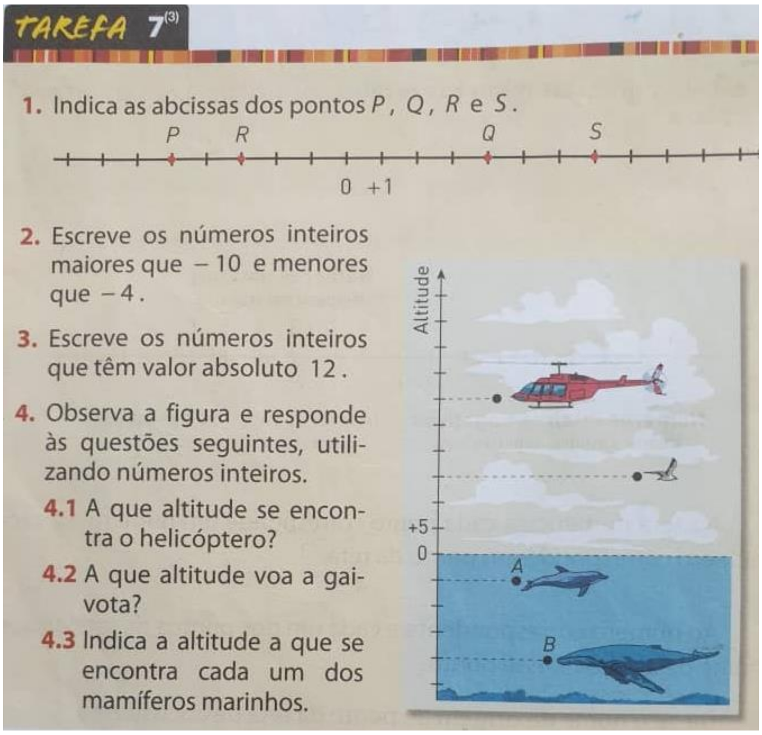
- p.17. Não é preciso decorar: ***abcissa, módulo***.
- p.18. Demonstração: Mostrar os números simétricos numa folha.
- p.18. *Tarefa* 7: Fazer com os alunos.

É também importante a chamada de atenção para não se dar “prioridade às anotações que aparecem nas margens: IN ⊂ Z. É que um conjunto dos números naturais é uma parte de um conjunto de números inteiros. Os conjuntos irá aprender mais à frente” (ME, 2015a, p. 9). Tirando a falta de rigor matemático, percebe-se a ideia de não dar demasiada atenção ao formalismo. O MEM dá muita importância à notação e às várias relações de inclusão entre conjuntos que, de acordo com o Guia do Professor, serão demasiado abstratas para os alunos e serão abordadas mais à frente no currículo. O Guia do Professor tem também o cuidado de orientar o professor para não exigir que os alunos memorizem termos como abcissa ou módulo. Globalmente, o Guia do Professor procura que os alunos compreendam, mais do que decorem.

Outra sugestão dada vai no sentido de o professor demonstrar a noção de números simétricos recorrendo a uma folha. Embora não esteja muito claro nas orientações dadas, percebe-se que a ideia é usar um material muito familiar aos alunos para lhes dar a ideia de *espelho*, de simetria, que se encontra quando representamos os números simétricos numa reta numérica. Por fim, é sugerido que os alunos realizem a tarefa 7 do MEM (figura 3.37), em que são chamados a realizar exercícios de consolidação.

A oitava semana é dedicada à reta numérica. Os alunos, anteriormente, já aprenderam e compreenderam sobre a reta numérica, nomeadamente que os seus componentes são o ponto origem, o sentido positivo, o sentido negativo, o que significa abcissa, valor absoluto ou módulo, o que são números simétricos e os conjuntos numéricos Z (conjunto dos números inteiros), $Z^-$ (conjunto dos números inteiros negativos) e $Z^+$ (conjunto dos números inteiros positivos). Nesta oitava semana, os alunos aprendem as operações de adição e subtração de números inteiros, usando a reta numérica como recurso para as atividades práticas.

Figura 3.37 – Tarefa 7 sobre números inteiros do manual *Espaço Matemática* 7.º ano (Costa & Rodrigues, 2014, p. 18).



TAREFA 7(3)

1. Indica as abcissas dos pontos $P$, $Q$, $R$ e $S$.

2. Escreve os números inteiros maiores que $-10$ e menores que $-4$.

3. Escreve os números inteiros que têm valor absoluto 12.

4. Observa a figura e responde às questões seguintes, utilizando números inteiros.

4.1 A que altitude se encontra o helicóptero?

4.2 A que altitude voa a gaivota?

4.3 Indica a altitude a que se encontra cada um dos mamíferos marinhos.



As retas numéricas podem ser desenhadas no papel ou no chão. Mas é melhor desenhar no chão, para que os alunos possam mover-se e movimentar-se com flexibilidade. Basicamente, a ideia é jogar a reta numérica no chão. O aluno que está acima do ponto origem (0) pode caminhar para a direita ou para a esquerda, ou seja, para o lado dos números positivos ou para o lado dos números negativos. Cada passo que dá vale uma unidade. Somar é avançar no sentido positivo (+) e subtrair é caminhar no sentido negativo (-). Quando existem situações de dupla negação, (- (-)), então para o primeiro negativo o aluno gira 180º no mesmo ponto, e depois para o segundo negativo o aluno também gira 180º no mesmo ponto, voltando à posição inicial. Por exemplo, como jogar a reta numérica de acordo com esta operação? 0+5-4-6+8-3+7 = ?. Os alunos são divididos em grupos (figura 3.38). Cada grupo desenha uma reta numérica no chão e marca a escala com valores de -20 a 20 (pode exceder estes valores dependendo do espaço disponível), um dos alunos pode ficar ao lado da reta numérica paralela ao número zero. Depois de realizar a operação pretendida, outro aluno coloca-se junto ao número que acha ser a solução. Um outro aluno vai lendo a expressão e, aos poucos, vai indicando ao aluno que estava posicionado no zero, os movimentos que tem de fazer: 5 passos para a frente, 4 passos para trás, 6 passos para trás, etc. No final, comparam a posição a que este aluno chegou com a posição do aluno que tinha resolvido a expressão para ver se os resultados são o mesmo valor. Podem depois comprovar com a calculadora ou com o cálculo em papel e lápis.

Figura 3.38 – Alunos aprendendo com a reta numérica (ME, 2015b, p. 27).

A reta numérica é apresentada como um recurso que ajuda a compreender melhor os números inteiros relativos e “ajuda a compreender melhor as operações. A adição para a direita, a subtração para a esquerda. Começa sempre do zero” (ME. 2015b, p. 27). O zero é também um elemento central neste tópico. “A reta numérica também ajuda a compreender o conceito de zero. O zero é o espaço entre os números positivos e negativos. Tem que existir um ponto que não é negativo nem positivo, esse é o zero” (p. 27). A linguagem simples com que é apresentado o zero mostra que se pretende que os alunos compreendam, mas não memorizem e isso fica mais evidente ainda nos apontamentos de ligação ao quotidiano que existem no MPM (figura 3.39).

Figura 3.39 – Ligação ao quotidiano feita a partir da tarefa Prática 7.8 (ME, 2015b, p. 28).

**Ligação ao quotidiano**

A recta numérica também está presente no velocímetro e no relógio mas nestes casos não há números negativos. O termómetro tem um recta numérica com zero e quando se põe o termómetro num sitio muito frio pode descer a um número negativo. O zero está entre os números positivos e negativos.

Os números negativos aparecem frequentemente quando contamos dinheiro. Quando ganhamos dinheiro é a adição, quando gastamos é a subtração. Se gastarmos ou perdermos mais do que ganhamos então surge um número negativo. Isto significa que devemos dinheiro e que temos que ganhar mais dinheiro para se tornar num número positivo.

Depois da tarefa Prática 7.8, o Guia do Professor indica que o professor deve fazer com os alunos a tarefa 8 do MEM (figura 3.40). Esta tarefa pede apenas aos alunos para preencherem uma tabela. O professor deve ter a sensibilidade de compreender o que a tabela pode ajudar a aprender, em particular reconhecendo que a adição de números inteiros tem a propriedade comutativa e associativa. A ideia não será a nomenclatura das propriedades da adição, mas sim compreender o que se passa quando se troca a ordem dos números que se estão a adicionar ou quando se associam números de forma diferente. Ou seja, a ideia é observar, reconhecer regularidades e tirar conclusões.

Figura 3.40 – Tarefa 8 sobre adição de números inteiros do manual *Espaço Matemática* 7.º ano
(Costa & Rodrigues, 2014, p. 21).

**TAREFA 8**(3)

Copia a tabela seguinte para o teu caderno e preenche-a.

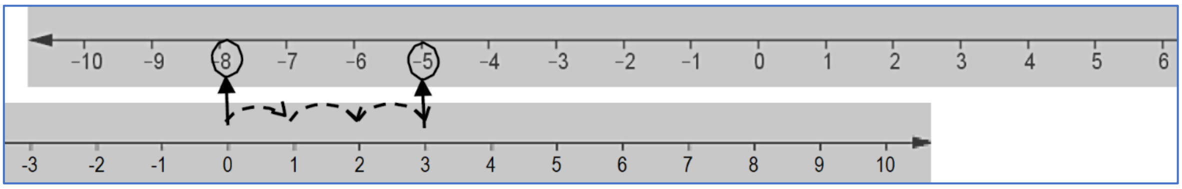
| $a$ | $b$ | $c$ | $a+b$ | $b+a$ | $(a+b)+c$ | $a+(b+c)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $+2$ | $-5$ | $-1$ | | | | |
| $-4$ | $+2$ | $-3$ | | | | |
| $+6$ | $-5$ | $+3$ | | | | |

Na nona semana do primeiro trimestre, os alunos aprofundam a noção de número inteiro negativo, e as operações de adição e subtração de números inteiros. O Guia do Professor contextualiza os números negativos em situações da vida real, tais como

> quando alguém perde dinheiro, vende ou perda bens, ou se perde quando joga a dinheiro. Assim podem perder o que têm, ou ficar a dever. Também a profundidade do mar pode ser medida em número[s] negativos, e a temperatura quando abaixo dos 0º. (ME, 2015a, p. 10)

A primeira tarefa proposta é a Prática 7.9, em que os alunos usam duas fitas de cartolina ou papel onde têm desenhadas retas numéricas orientadas, uma no sentido positivo e outra no sentido negativo. Por exemplo, para efetuar a operação – 8 + 3, os alunos devem dispor as retas numéricas como mostra a figura 3.41:

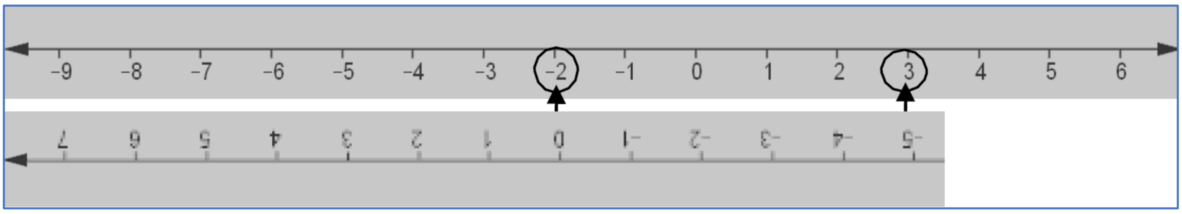
Figura 3.41 – Posicionamento das retas numéricas para efetuar – 8+3 (ME, 2015b, p. 29).




A segunda fita de cartolina é colocada em baixo da primeira com o zero a coincidir com o –8. Depois os alunos verificam que o +3 da fita de baixo coincide com o –5 da fita de cima e o resultado de –8 + 3 é –5.

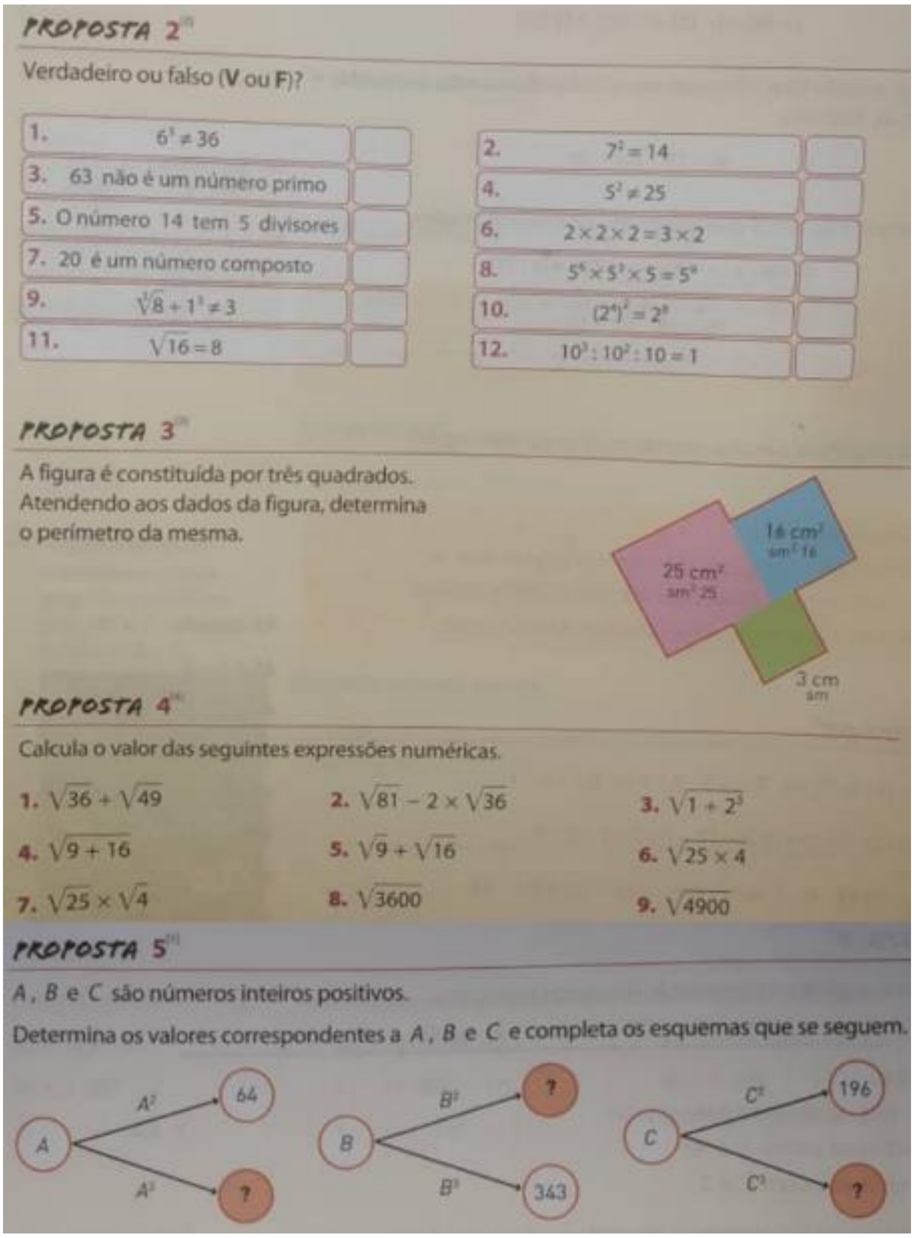
A técnica apresentada para este tipo de cálculos numéricos funciona de modo semelhante quando estão envolvidos apenas números relativos, sem recurso a parênteses. Quando existem parênteses, as coisas mudam ligeiramente, mas as retas numéricas nas fitas de cartolina continuam a ser úteis. Por exemplo, para calcular –2 – (– 5), colocam-se as fitas da mesma forma, ou seja, fazendo coincidir o zero da fita de baixo com o –2 da fita de cima. Mas, como se está a subtrair um número negativo, vira-se a fita de baixo ao contrário, rodando-a 180º, tal como mostra a figura 3.42. O –5 da fita de baixo coincide com o 3 da fita de cima e este é o resultado da operação efetuada.

Figura 3.42 – Posicionamento das retas numéricas para efetuar –2 – (– 5) (ME, 2015b, p. 30).




Na última semana do 1.º trimestre, o Guia do Professor propõe a resolução de tarefas de consolidação do MEM, ajudando a resumir e a rever toda a matéria deste trimestre. O professor deve trabalhar com os alunos as propostas 2, 3, 4, 5, 7, 8 e 11. Nas três primeiras, os alunos reveem as noções de números primos e compostos, múltiplos e divisores, potências e regras operatórias com potências, e operações com raízes quadradas (figura 3.43). A proposta 5 recorda o cálculo de quadrados, cubos, raízes quadradas e raízes cúbicas.

Figura 3.43 – Propostas 2 a 5 do manual *Espaço Matemática* 7º ano acerca dos números inteiros (Costa & Rodrigues, 2014, pp. 24-25).



**PROPOSTA 2**

Verdadeiro ou falso (**V** ou **F**)?

1. $6^3 \neq 36$
2. $7^2 = 14$
3. 63 não é um número primo
4. $5^2 \neq 25$
5. O número 14 tem 5 divisores
6. $2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2$
7. 20 é um número composto
8. $5^6 \times 5^3 \times 5 = 5^9$
9. $\sqrt[3]{8} + 1^3 \neq 3$
10. $(2^4)^2 = 2^8$
11. $\sqrt{16} = 8$
12. $10^3 : 10^2 : 10 = 1$

**PROPOSTA 3**

A figura é constituída por três quadrados.
Atendendo aos dados da figura, determina o perímetro da mesma.



**PROPOSTA 4**

Calcula o valor das seguintes expressões numéricas.

1. $\sqrt{36} + \sqrt{49}$
2. $\sqrt{81} - 2 \times \sqrt{36}$
3. $\sqrt{1 + 2^3}$
4. $\sqrt{9 + 16}$
5. $\sqrt{9} + \sqrt{16}$
6. $\sqrt{25 \times 4}$
7. $\sqrt{25} \times \sqrt{4}$
8. $\sqrt{3600}$
9. $\sqrt{4900}$

**PROPOSTA 5**

$A$, $B$ e $C$ são números inteiros positivos.
Determina os valores correspondentes a $A$, $B$ e $C$ e completa os esquemas que se seguem.

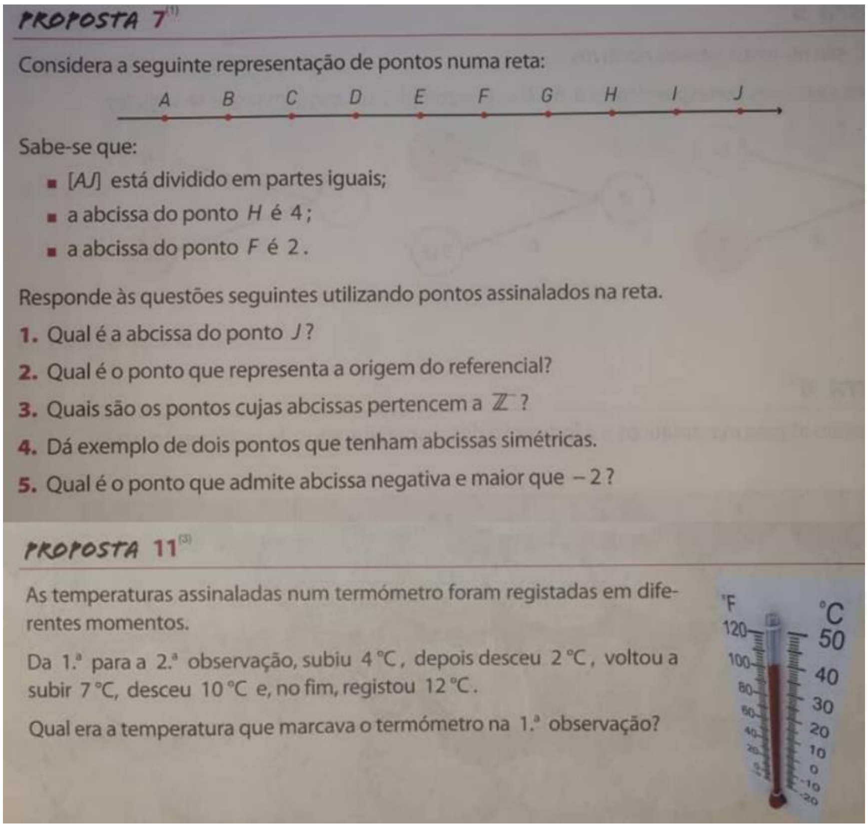
$A \xrightarrow{A^2} 64$, $A \xrightarrow{A^3} ?$

$B \xrightarrow{B^2} ?$, $B \xrightarrow{B^3} 343$

$C \xrightarrow{C^2} 196$, $C \xrightarrow{C^3} ?$

Na proposta 7 (figura 3.44), os alunos têm de mobilizar os seus conhecimentos sobre representação de números inteiros na reta numérica, recordando o significado de origem, abcissa, valor absoluto, números simétricos. A proposta 8 pede aos alunos para adicionarem e subtraírem números inteiros, interpretando uma situação apresentada num mapa com os valores máximo e mínimo das temperaturas de algumas capitais mundiais. A última tarefa proposta para trabalho em sala de aula orientado pelo professor é a proposta 11 (figura 3.44), em que o contexto anda novamente à volta das temperaturas. Trata-se de um problema que se resolve usando as operações inversas.

Figura 3.44 – Propostas 7 e 11 do manual *Espaço Matemática* 7.º ano acerca dos números inteiros (Costa & Rodrigues, 2014, pp. 26-27).



**PROPOSTA 7**[1]

Considera a seguinte representação de pontos numa reta:

A B C D E F G H I J

Sabe-se que:

- [AJ] está dividido em partes iguais;
- a abcissa do ponto $H$ é $4$;
- a abcissa do ponto $F$ é $2$.

Responde às questões seguintes utilizando pontos assinalados na reta.

1. Qual é a abcissa do ponto $J$?
2. Qual é o ponto que representa a origem do referencial?
3. Quais são os pontos cujas abcissas pertencem a $\mathbb{Z}^-$?
4. Dá exemplo de dois pontos que tenham abcissas simétricas.
5. Qual é o ponto que admite abcissa negativa e maior que $-2$?

**PROPOSTA 11**[3]

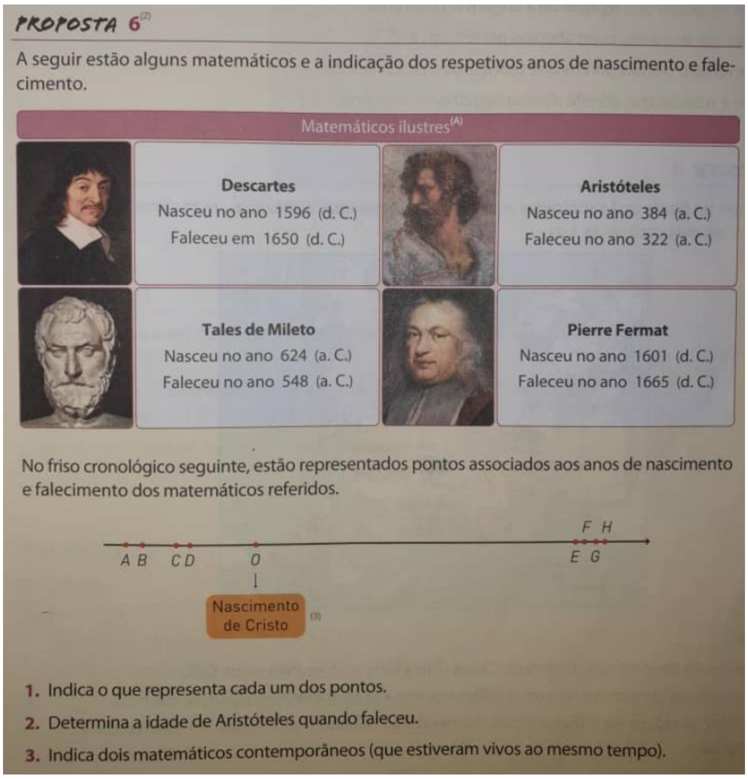
As temperaturas assinaladas num termómetro foram registadas em diferentes momentos.

Da 1.ª para a 2.ª observação, subiu 4 °C, depois desceu 2 °C, voltou a subir 7 °C, desceu 10 °C e, no fim, registou 12 °C.

Qual era a temperatura que marcava o termómetro na 1.ª observação?

As propostas 1, 6, 9, 10 e 12 são deixadas para TPC. A primeira recorda os critérios de divisibilidade. A proposta 6 é apresentada num contexto menos habitual – as datas de nascimento e falecimento de alguns matemáticos famosos indicadas num friso cronológico (figura 3.45). A proposta exige que os alunos interpretem a representação em reta numérica de vários números no contexto apresentado.

Figura 3.45 – Proposta 6 sobre números inteiros do manual *Espaço Matemática* 7.º ano proposta para TPC (Costa & Rodrigues, 2014, p. 25).



PROPOSTA 6[2]

A seguir estão alguns matemáticos e a indicação dos respetivos anos de nascimento e falecimento.

Matemáticos ilustres[A]

| | |
|---|---|
| **Descartes**<br>Nasceu no ano 1596 (d. C.)<br>Faleceu em 1650 (d. C.) | **Aristóteles**<br>Nasceu no ano 384 (a. C.)<br>Faleceu no ano 322 (a. C.) |
| **Tales de Mileto**<br>Nasceu no ano 624 (a. C.)<br>Faleceu no ano 548 (a. C.) | **Pierre Fermat**<br>Nasceu no ano 1601 (d. C.)<br>Faleceu no ano 1665 (d. C.) |

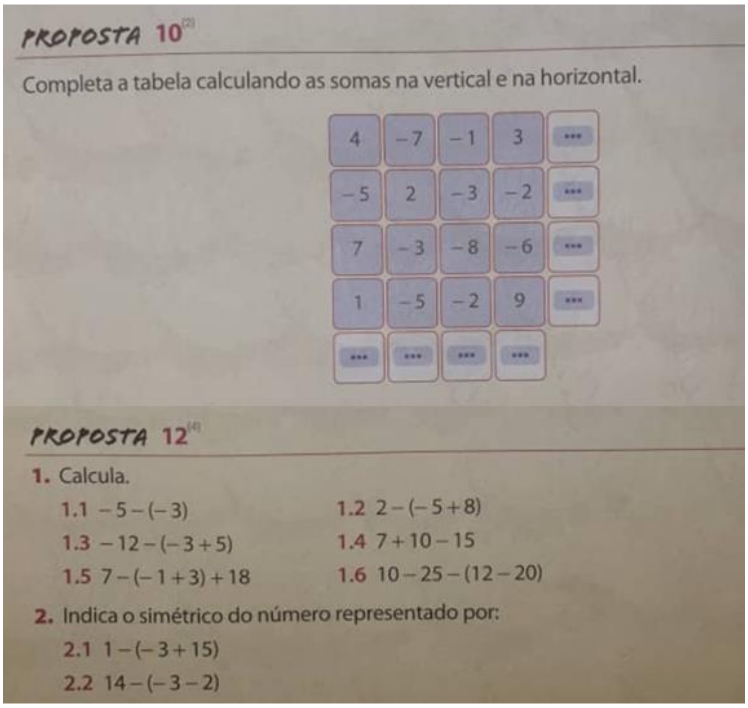
No friso cronológico seguinte, estão representados pontos associados aos anos de nascimento e falecimento dos matemáticos referidos.



1. Indica o que representa cada um dos pontos.
2. Determina a idade de Aristóteles quando faleceu.
3. Indica dois matemáticos contemporâneos (que estiveram vivos ao mesmo tempo).

A proposta 9 envolve a comparação de números inteiros e as propostas 10 e 12 (figura 3.46) abordam a adição de números inteiros.

Figura 3.46 – Propostas 10 e 12 sobre números inteiros do manual *Espaço Matemática* 7.º ano propostas para TPC (Costa & Rodrigues, 2014, p. 27).



PROPOSTA 10[3]

Completa a tabela calculando as somas na vertical e na horizontal.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | −7 | −1 | 3 | ••• |
| −5 | 2 | −3 | −2 | ••• |
| 7 | −3 | −8 | −6 | ••• |
| 1 | −5 | −2 | 9 | ••• |
| ••• | ••• | ••• | ••• | |

PROPOSTA 12[4]

1. Calcula.
   - 1.1 $-5-(-3)$
   - 1.2 $2-(-5+8)$
   - 1.3 $-12-(-3+5)$
   - 1.4 $7+10-15$
   - 1.5 $7-(-1+3)+18$
   - 1.6 $10-25-(12-20)$
2. Indica o simétrico do número representado por:
   - 2.1 $1-(-3+15)$
   - 2.2 $14-(-3-2)$

### 3.4.3. Tarefas sobre novos conteúdos: 8.º ano

No processo de ensino e aprendizagem, o 8.º ano começa com os números racionais, prevendo-se seis semanas de acordo com o calendário proposto pelo Ministério da Educação. Espera-se que os alunos compreendam o conceito de número racional, interpretem o cotidiano utilizando números racionais, sejam capazes de realizar operações com números racionais e também possam aplicar números racionais em situações de potenciação e notação científica. Apesar de parecer muito abstrato, o tema dos números racionais pode tornar-se interessante para os alunos. Os professores devem trabalhar o conceito de número racional ligado à vida real, tal como recomendado no Guia do Professor:

> Quando ensinar números fracionários, comece com objetos reais. Os números fracionários são comuns em nos [sic] trigonometria, geometria, álgebra, bem como em outras disciplinas como a física, a química, a geologia, etc. (…)
> Ligar as operações com frações à vida real para os alunos compreenderem o significado. Pode começar com biscoitos ou folhas 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2. (ME, 2015a, p. 29).

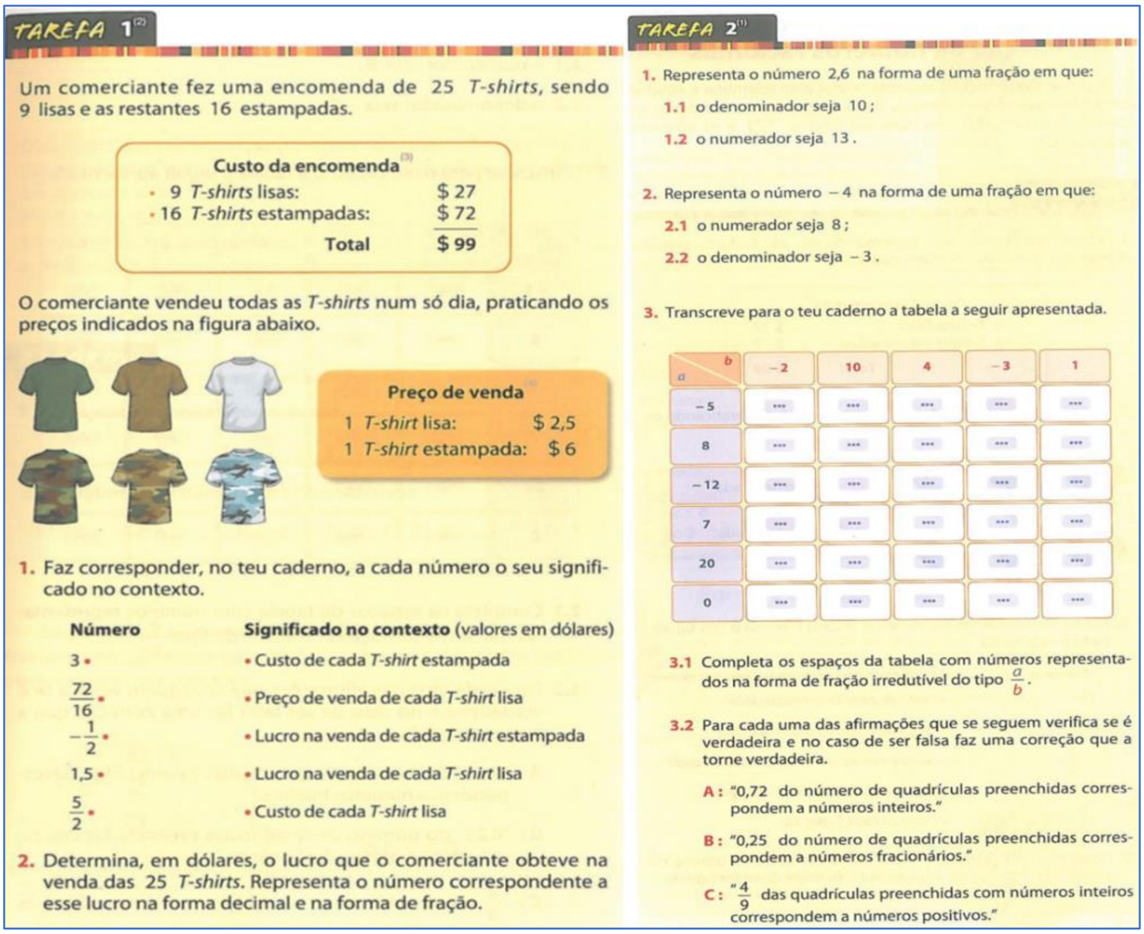
Esta preocupação com a ligação à vida quotidiana está bastante presente no Guia do Professor, mesmo quando se faz uso e referência ao MEM. Por exemplo, é sugerido ao professor começar com uma situação que será familiar aos alunos, envolvendo compras, encomendas e lucros (no entanto, estes termos são explicados para salvaguardar o caso em que os alunos não compreendam estas ideias). Após esta introdução, os alunos devem resolver as alíneas 1 e 2 da tarefa 2 do MEM, deixando a alínea 3 como opcional (figura 3.47).

Figura 3.47 – Sugestão de introdução aos números racionais (ME, 2015a, p. 29).

- p.7. *Tarefa 1*: Fazer uma introdução para fazer a ligação ao quotidiano e depois fazer a *Tarefa* 1 com os alunos. Exemplo: num quiosque, o dono compra uma caixa de massa chinesa (supermie) com 40 pacotes por $7,50. O dono do quiosque vende cada pacote por $0,25. Se vender os 40 pacotes, quanto dinheiro é que ganha o dono do quiosque?
  7,5/40 = 0,1875, então em cada pacote ganha 0,25 – 0,1875 = 0,0625
  0,0625 x 40 = 2,5 ($2,5) se vender todos os 40 pacotes.
  **Nota**: A palavra '***encomenda***' significa 'encomendar', '***lucro***' significa o dinheiro que ganha da venda: preço do quiosque menos o preço de compra.
- p.8. *Tarefa 2*: Resolver 1 e 2 com os alunos; o 3 é opcional.

O exemplo fornecido no Guia do Professor é importante para que se possa perceber melhor o que é proposto na tarefa 1 da página 7 do MEM (figura 3.48) porque esta tarefa envolve um contexto que será menos familiar aos alunos do que o contexto do exemplo dado no Guia do Professor. Esta tarefa tem um grau de exigência bastante significativo. Nas duas primeiras alíneas da tarefa 2 da página 8 do MEM (figura 3.48), os alunos devem transformar a representação de números inteiros apresentados em notação decimal para uma representação em fração com certos e determinados denominadores

Figura 3.48 – Tarefas 1 e 2 sobre números racionais do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, pp. 7-8).



TAREFA 1

Um comerciante fez uma encomenda de 25 *T-shirts*, sendo 9 lisas e as restantes 16 estampadas.

**Custo da encomenda**

| | |
|---|---|
| • 9 *T-shirts* lisas: | $ 27 |
| • 16 *T-shirts* estampadas: | $ 72 |
| **Total** | **$ 99** |

O comerciante vendeu todas as *T-shirts* num só dia, praticando os preços indicados na figura abaixo.

**Preço de venda**

| | |
|---|---|
| 1 *T-shirt* lisa: | $ 2,5 |
| 1 *T-shirt* estampada: | $ 6 |

1. Faz corresponder, no teu caderno, a cada número o seu significado no contexto.

| Número | Significado no contexto (valores em dólares) |
|---|---|
| $3$ | Custo de cada *T-shirt* estampada |
| $\frac{72}{16}$ | Preço de venda de cada *T-shirt* lisa |
| $-\frac{1}{2}$ | Lucro na venda de cada *T-shirt* estampada |
| $1,5$ | Lucro na venda de cada *T-shirt* lisa |
| $\frac{5}{2}$ | Custo de cada *T-shirt* lisa |

2. Determina, em dólares, o lucro que o comerciante obteve na venda das 25 *T-shirts*. Representa o número correspondente a esse lucro na forma decimal e na forma de fração.

TAREFA 2

1. Representa o número 2,6 na forma de uma fração em que:
   1.1 o denominador seja 10;
   1.2 o numerador seja 13.

2. Representa o número −4 na forma de uma fração em que:
   2.1 o numerador seja 8;
   2.2 o denominador seja −3.

3. Transcreve para o teu caderno a tabela a seguir apresentada.

| a \ b | −2 | 10 | 4 | −3 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| −5 | ... | ... | ... | ... | ... |
| 8 | ... | ... | ... | ... | ... |
| −12 | ... | ... | ... | ... | ... |
| 7 | ... | ... | ... | ... | ... |
| 20 | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0 | ... | ... | ... | ... | ... |

3.1 Completa os espaços da tabela com números representados na forma de fração irredutível do tipo $\frac{a}{b}$.

3.2 Para cada uma das afirmações que se seguem verifica se é verdadeira e no caso de ser falsa faz uma correção que a torne verdadeira.

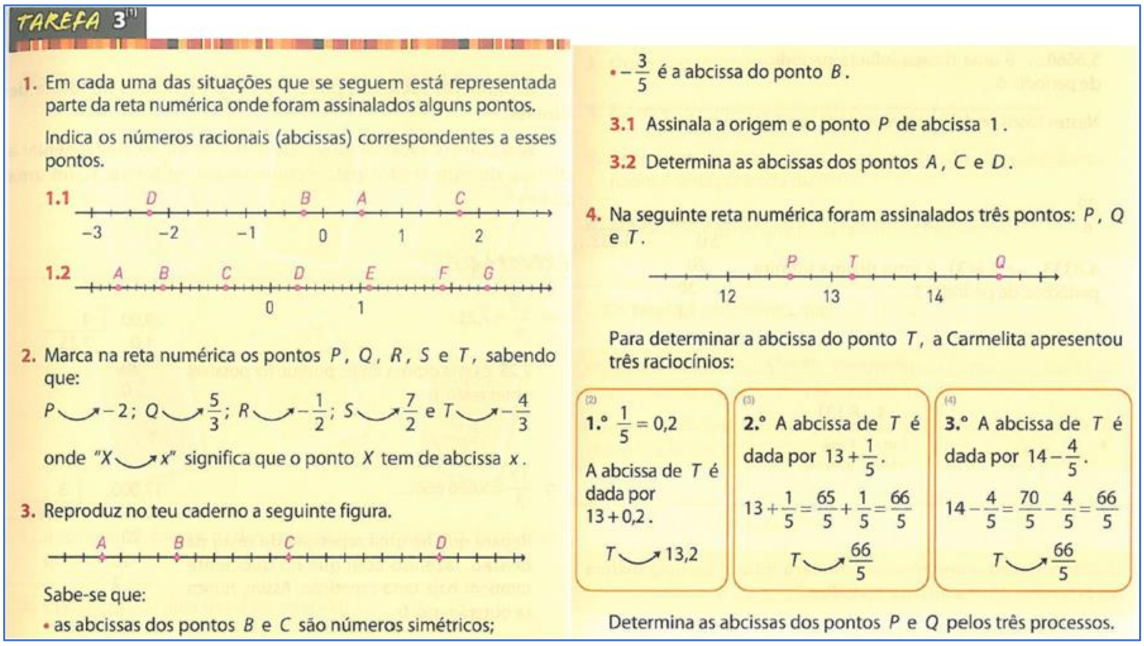
A: "0,72 do número de quadrículas preenchidas correspondem a números inteiros."

B: "0,25 do número de quadrículas preenchidas correspondem a números fracionários."

C: "$\frac{4}{9}$ das quadrículas preenchidas com números inteiros correspondem a números positivos."

.A representação dos números racionais numa reta numérica é também algo a que os professores devem dar atenção, propondo a tarefa 3 da página 11 do MEM para realização em conjunto (figura 3.49):

Figura 3.49 – Tarefa 3 sobre números racionais do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 11).



TAREFA 3[1]

1. Em cada uma das situações que se seguem está representada parte da reta numérica onde foram assinalados alguns pontos.
Indica os números racionais (abcissas) correspondentes a esses pontos.

1.1 D B A C; −3 −2 −1 0 1 2

1.2 A B C D E F G; 0 1

2. Marca na reta numérica os pontos $P$, $Q$, $R$, $S$ e $T$, sabendo que:
$P \curvearrowright -2$; $Q \curvearrowright \frac{5}{3}$; $R \curvearrowright -\frac{1}{2}$; $S \curvearrowright \frac{7}{2}$ e $T \curvearrowright -\frac{4}{3}$
onde "$X \curvearrowright x$" significa que o ponto $X$ tem de abcissa $x$.

3. Reproduz no teu caderno a seguinte figura.
A B C D
Sabe-se que:
• as abcissas dos pontos $B$ e $C$ são números simétricos;
• $-\frac{3}{5}$ é a abcissa do ponto $B$.

3.1 Assinala a origem e o ponto $P$ de abcissa $1$.
3.2 Determina as abcissas dos pontos $A$, $C$ e $D$.

4. Na seguinte reta numérica foram assinalados três pontos: $P$, $Q$ e $T$.
P T Q; 12 13 14

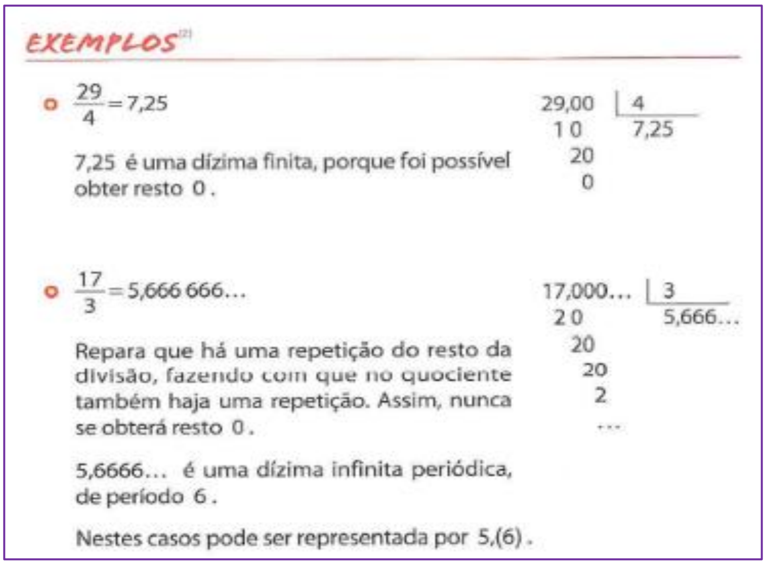
Para determinar a abcissa do ponto $T$, a Carmelita apresentou três raciocínios:

| (2) | (3) | (4) |
|---|---|---|
| 1.º $\frac{1}{5} = 0{,}2$ A abcissa de $T$ é dada por $13 + 0{,}2$. $T \curvearrowright 13{,}2$ | 2.º A abcissa de $T$ é dada por $13 + \frac{1}{5}$. $13 + \frac{1}{5} = \frac{65}{5} + \frac{1}{5} = \frac{66}{5}$ $T \curvearrowright \frac{66}{5}$ | 3.º A abcissa de $T$ é dada por $14 - \frac{4}{5}$. $14 - \frac{4}{5} = \frac{70}{5} - \frac{4}{5} = \frac{66}{5}$ $T \curvearrowright \frac{66}{5}$ |

Determina as abcissas dos pontos $P$ e $Q$ pelos três processos.

A segunda semana é dedicada à representação dos números racionais em forma de dízima. O MEM apresenta os números racionais em contextos da vida real. Por exemplo, uma situação é a seguinte: o preço de livro é \$29.00. Pagou-se em quatro parcelas; que preço é pago por cada pagamento? Outro exemplo é o seguinte: um par de sapatos custa \$17,00; se pagar em três parcelas, quanto dinheiro deve ser pago em cada pagamento? Na figura 3.50, apresenta-se um excerto do MEM ilustrando como estas situações são representadas e que interpretações são feitas dessas situações.

Figura 3.50 – Excerto do manual *Espaço Matemática* acerca dos números racionais, 8.º ano (Castro & Rodrigues, 2013a, p. 12).



EXEMPLOS[2]

• $\frac{29}{4} = 7{,}25$

7,25 é uma dízima finita, porque foi possível obter resto 0.

$$\begin{array}{r|l} 29{,}00 & 4 \\ \hline 1\,0 & 7{,}25 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

• $\frac{17}{3} = 5{,}666\,666\ldots$

Repara que há uma repetição do resto da divisão, fazendo com que no quociente também haja uma repetição. Assim, nunca se obterá resto 0.

5,6666... é uma dízima infinita periódica, de período 6.

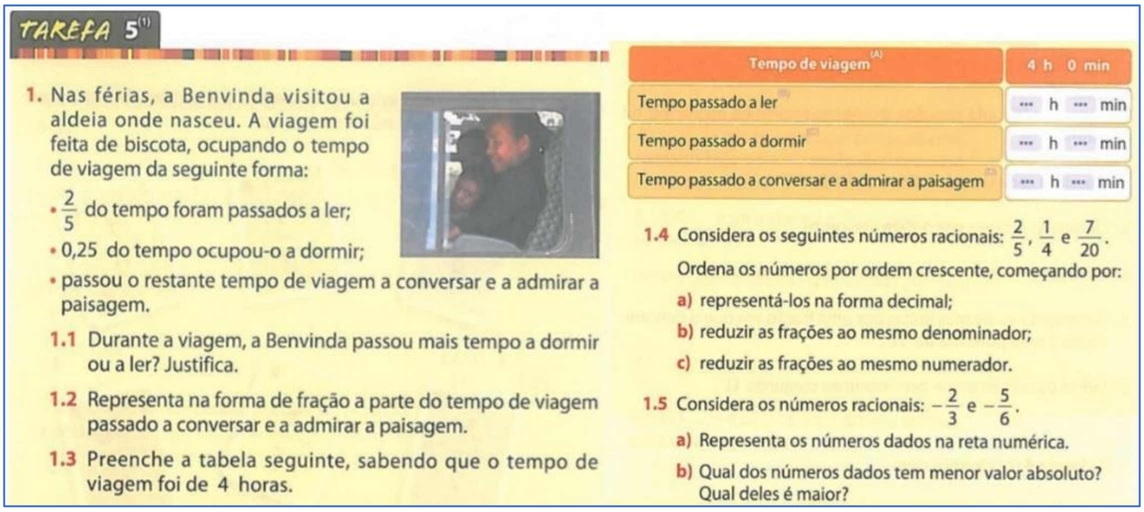
Nestes casos pode ser representada por 5,(6).

$$\begin{array}{r|l} 17{,}000\ldots & 3 \\ \hline 2\,0 & 5{,}666\ldots \\ 20 & \\ 20 & \\ 2 & \\ \ldots & \end{array}$$

Estas situações ajudam a contextualizar as noções de dízima finita e dízima infinita periódica, a partir da representação em fração e representação em dízima. As conexões entre diferentes representações são um desafio para os alunos, mas é importante que eles consigam representar os números racionais recorrendo a frações, dízimas e outras representações.

As tarefas 5 e 6 do MEM são propostas para trabalho conjunto em sala de aula, ficando a tarefa 4 como trabalho de casa. Nota-se um certo cuidado na escolha dos contextos das tarefas, que apelam ao reconhecimento dos números racionais na ciência e na tecnologia. A tarefa 5 (figura 3.51) permite que os alunos comparem e classifiquem números racionais com base nas experiências dos estudantes que fizeram uma viagem à sua terra natal ou outras atividades semelhantes; esta tarefa permitirá que os alunos entendam a conexão de informações ou experiências no contexto matemático e usem os dois contextos para responder às questões.

Figura 3.51 – Tarefa 5 sobre números racionais do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 14).



TAREFA 5[1]

**1.** Nas férias, a Benvinda visitou a aldeia onde nasceu. A viagem foi feita de biscota, ocupando o tempo de viagem da seguinte forma:

- $\frac{2}{5}$ do tempo foram passados a ler;
- 0,25 do tempo ocupou-o a dormir;
- passou o restante tempo de viagem a conversar e a admirar a paisagem.

**1.1** Durante a viagem, a Benvinda passou mais tempo a dormir ou a ler? Justifica.

**1.2** Representa na forma de fração a parte do tempo de viagem passado a conversar e a admirar a paisagem.

**1.3** Preenche a tabela seguinte, sabendo que o tempo de viagem foi de 4 horas.

| Tempo de viagem[A] | 4 h 0 min |
|---|---|
| Tempo passado a ler[B] | ... h ... min |
| Tempo passado a dormir[C] | ... h ... min |
| Tempo passado a conversar e a admirar a paisagem[D] | ... h ... min |

**1.4** Considera os seguintes números racionais: $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{7}{20}$.
Ordena os números por ordem crescente, começando por:

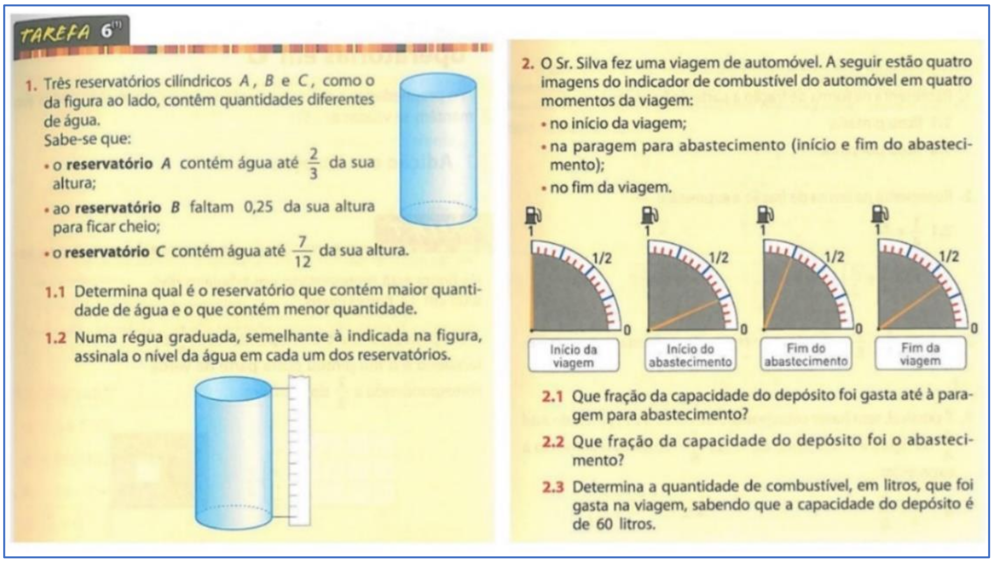
**a)** representá-los na forma decimal;
**b)** reduzir as frações ao mesmo denominador;
**c)** reduzir as frações ao mesmo numerador.

**1.5** Considera os números racionais: $-\frac{2}{3}$ e $-\frac{5}{6}$.

**a)** Representa os números dados na reta numérica.
**b)** Qual dos números dados tem menor valor absoluto? Qual deles é maior?

A tarefa 6 (figura 3.52) envolve dois problemas, um em contexto matemático e outro em contexto real. Os alunos precisam interpretar os enunciados e encontrar uma estratégia para resolver os problemas, lendo números racionais, operando com eles e dando-lhes significado nos contextos das situações apresentadas. Estas tarefas permitem trabalhar também a comunicação matemática, ao explicarem as suas resoluções.

Figura 3.52 – Tarefa 6 sobre números racionais do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 15).



TAREFA 6[1]

**1.** Três reservatórios cilíndricos $A$, $B$ e $C$, como o da figura ao lado, contêm quantidades diferentes de água.
Sabe-se que:

- o **reservatório** $A$ contém água até $\frac{2}{3}$ da sua altura;
- ao **reservatório** $B$ faltam 0,25 da sua altura para ficar cheio;
- o **reservatório** $C$ contém água até $\frac{7}{12}$ da sua altura.

**1.1** Determina qual é o reservatório que contém maior quantidade de água e o que contém menor quantidade.

**1.2** Numa régua graduada, semelhante à indicada na figura, assinala o nível da água em cada um dos reservatórios.

**2.** O Sr. Silva fez uma viagem de automóvel. A seguir estão quatro imagens do indicador de combustível do automóvel em quatro momentos da viagem:

- no início da viagem;
- na paragem para abastecimento (início e fim do abastecimento);
- no fim da viagem.



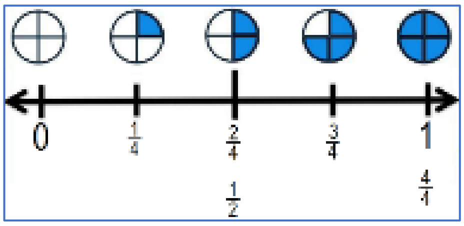
**2.1** Que fração da capacidade do depósito foi gasta até à paragem para abastecimento?

**2.2** Que fração da capacidade do depósito foi o abastecimento?

**2.3** Determina a quantidade de combustível, em litros, que foi gasta na viagem, sabendo que a capacidade do depósito é de 60 litros.

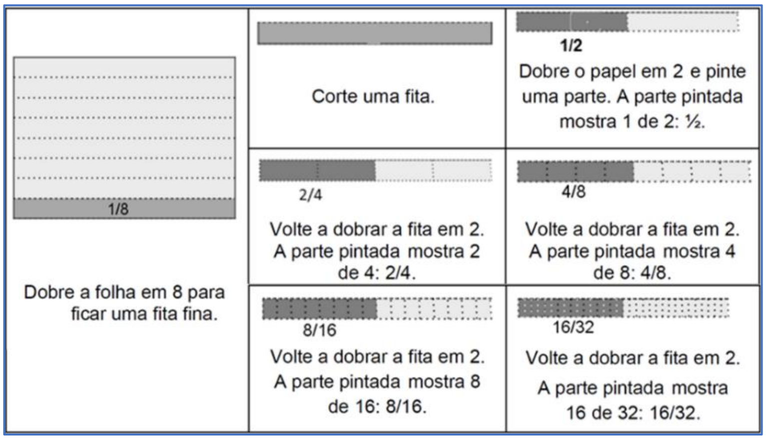
A segunda semana termina com a proposta da tarefa 8.1 do MPM, que ajuda os alunos a compreender melhor as propriedades dos números racionais e as operações com números racionais. O conceito de metade, um quarto e três quartos são trabalhados com esta tarefa, usando várias representações, como ilustra a figura 3.53, ou através de objetos reais (frutas, papeis, pães).

Figura 3.53 – Representações de 0, 1/4, 1/2, 3/4 e 1.



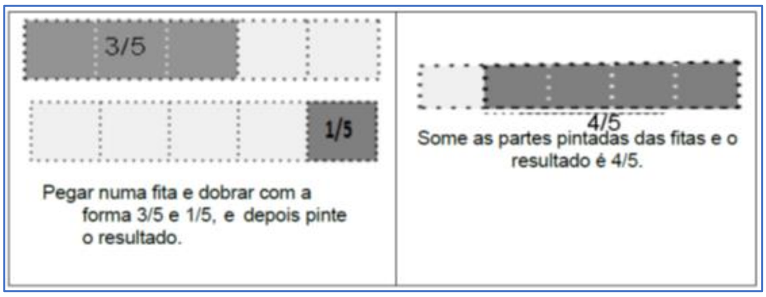

Os alunos começam por procurar frações equivalentes a 1/2 (figura 3.54):

Figura 3.54 – Primeira parte da tarefa Prática 8.1 do manual *Prátika Matemátika* (ME, 2015b, pp. 78-79).



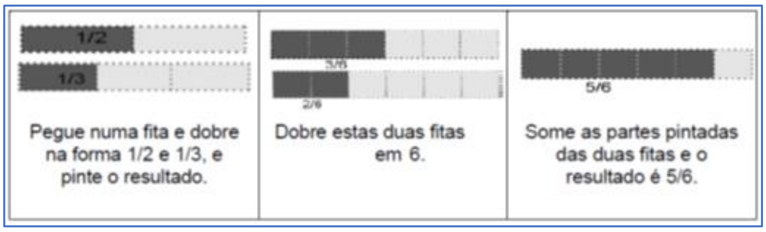
A primeira parte da tarefa Prática 8.1: Frações em papel continua com mais cortes em tirinhas de papel para encontrar mais frações equivalentes, a 3/4, 1/3, 2/3, 3/5. A tarefa continua com desafios para encontrar a soma de frações, a partir das tirinhas de papel (figuras 3.55 e 3.56):

Figura 3.55 – Cálculo de 3/5 + 1/5 com tirinhas de papel (ME, 2015b, p. 80).



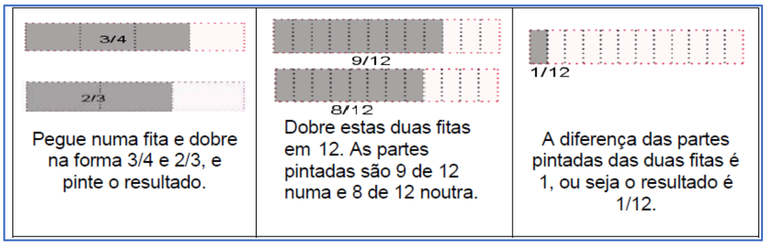

.

Figura 3.56 – Cálculo de 1/2 +1/3 com tirinhas de papel (ME, 2015b, p. 81).



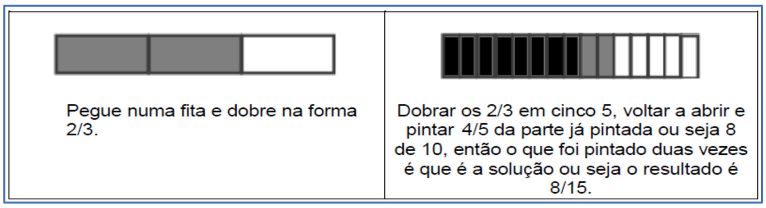

A tarefa Prática 8.1 propõe ainda o uso de tirinhas de papel para efetuar operações de subtração com frações. Por exemplo, na figura 3.57 vemos como é proposto o cálculo de 3/4 - 2/3:

Figura 3.57 – Cálculo de 3/4 - 2/3 com tirinhas de papel (ME, 2015b, p. 83).




Tal como na operação de adição, as tirinhas de papel, como material concreto, podem ajudar na compreensão das frações envolvidas. Mas não é muito claro como é que ajudam os alunos a perceber que o resultado da operação tem denominador 12, nem porque é que as frações 9/12 e 8/12 são as frações equivalentes que interessam considerar para o cálculo. A razão para o denominador 12 não é imediata através das tirinhas pois não se percebe de forma rápida como é que o valor 12 aparece. Esta questão do porquê dos denominadores é ainda mais importante no cálculo de produtos de números racionais, como 2/3 x 4/5 (figura 3.58):

Figura 3.58 – Cálculo do produto 2/3 x 4/5 com tirinhas de papel (ME, 2015b, p. 83).

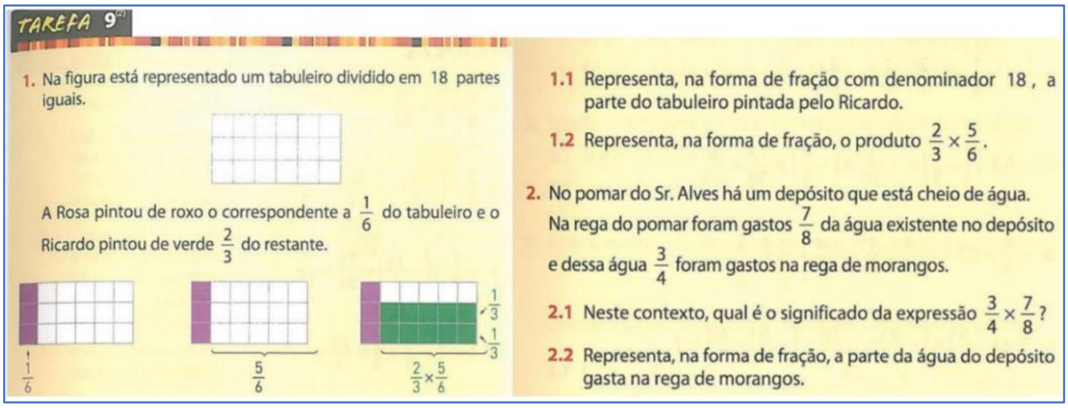



Não é difícil seguir o procedimento indicado, mas é difícil compreender a razão desse procedimento, ou seja, porque é que ele funciona. Este foco nos procedimentos acaba por ser mais evidente ainda quanto à operação de divisão pois é recomendado que "para fazer a divisão, faça o inverso das duas frações e faça a multiplicação normal" (ME, 2015b, p. 83). Esta afirmação está errada, porque, na verdade, inverte-se apenas o divisor para depois se multiplicar pelo dividendo. Mas o que também fica por explicar é porque é que para se dividir uma fração por outra, "invertemos a segunda e multiplicamos pela primeira"!

Na terceira e na quarta semanas, o processo de ensino e aprendizagem é baseado no MEM. As operações com números fracionários são muito importantes e um pré-requisito para aprender os conteúdos seguintes de: trigonometria, álgebra, geometria, cálculo, estatística e outras disciplinas como física, química, geologia e atividades de comércio. O professor é chamado a explicar as regras operatórias com base nas sugestões contidas no Guia do Professor relativo ao MEM.

Embora o trabalho seja baseado no MEM, o Guia do Professor aconselha a fazer algumas modificações nas tarefas propostas no MEM. Por exemplo, na página 19 deste manual, é proposta a tarefa 9 (figura 3.59).

Figura 3.59 – Tarefa 9 proposta no manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a,p. 19).



O Guia do Professor propõe uma alteração para a segunda parte da tarefa proposta no MEM (figura 3.60):

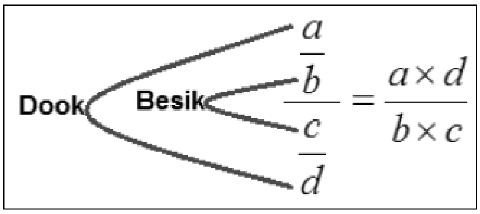
Figura 3.60 – Proposta de alteração da segunda parte da tarefa 9 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 30).

**2.** Por dia p Sr. Castro usa 7/8 da água do tanque para lavar a roupa, regar as flores, tomar banho, etc. De toda a água que ele usa por dia, 2/3 é para lavar roupa. Assim, a água utilizada para lavar roupa é que fração do total de água do tanque?

Embora a situação seja ainda da semirrealidade, o contexto em que é colocada a questão é mais familiar aos alunos do que o contexto que existe no MEM.

O trabalho proposto para a quarta semana anda à volta da prática de algoritmos para as operações com frações e das propriedades das operações com frações. Aconselha-se o professor a partilhar com os alunos vários procedimentos para a divisão entre frações, como ilustrado na figura 3.61. O foco está sempre no procedimento e não na compreensão das razões que tornam o procedimento válido. O estudo das operações com frações estende-se também às potências de base racional (já estudadas no 7.º ano) e às potências de expoente natural negativo.

Figura 3.61 – Ilustração de um procedimento para o cálculo da divisão entre frações (ME, 2015a, p. 30).




Na quinta semana, o tema é a notação científica. Este tema é importante para os alunos que querem tornar-se cientistas ou engenheiros. A comparação e a representação de números racionais em notação científica contribuem para a compreensão dos alunos sobre a ordem de grandeza dos números que frequentemente aparecem na vida cotidiana, ou muito grandes, ou muito pequenos. A tarefa Prática 8.2. desafia a curiosidade dos alunos e promove o trabalho com números em notação científica. Eles aprendem a notação científica, para tornar mais fácil escrever números que são muito grandes ou muito pequenos em tamanhos mícron ou nano, por exemplo, a distância entre a Terra e o Sol, o raio da Terra, o raio do Sol, o raio da molécula, a velocidade das ondas, etc. Tudo isto deve ser escrito em notação científica para que seja fácil de ler e entender.

Figura 3.62 – Tabela da tarefa sobre notação científica (ME, 2015b, p. 85).

| Objecto | µm | mm | cm | m | km |
|---|---|---|---|---|---|
| **1.** Altura de uma pessoas | | | | | |
| Notação científica | | | | | |
| **2.** Comprimento de um lápis | | | | | |
| Notação científica | | | | | |
| **3.** Largura de um lápis | | | | | |
| Notação científica | | | | | |
| **4.** Distância de Dili para Manatutu | | 63.000.000 | | | 63 |
| Notação científica | | $6{,}3 \times 10^7$ | | | |
| **5.** Distância de Dili para Lospalos | | | | | |
| Notação científica | | | | | |
| **6.** Régua | | | 30 | | 0,00030 |
| Notação científica | | | $3.0 \times 10^1$ | | $3.0 \times 10^{-4}$ |

A tarefa Prática 8.2 começa por pedir aos alunos que preencham a tabela da figura 3.62. Começam por fazer medições (na linha de cima relativa a cada situação) e depois escrevem os números encontrados, conforme as unidades de medida usadas, em notação científica. O professor é orientado para o preenchimento da tabela, de modo a servir de modelo depois aos alunos. Começa por escrever a altura em cm, passa para mm e depois para µm. Neste último passo, o professor leva o aluno a fazer deslocar a vírgula no sentido adequado, mas nada indica que seja preciso explicar o papel dos múltiplos de 10 e o valor posicional para se compreender o procedimento (figura 3.63):

Figura 3.63 – Exemplo de procedimento para conversão de unidades de medida (ME, 2015b, p. 86).

- Trocar para µm. Mostre como multiplicar por 1000, e como mudar a vírgula para a direita. Mostre que um número, por exemplo 54 tem zeros dos dois lados e uma vírgula à direita: 054,0. Normalmente não escrevemos os zeros e vírgulas mas pode se escrever e usar para fazer a conversão da unidade de medida.
- Trocar para km. Mostrar como dividir por 1000, e como mudar a vírgula para a esquerda.
- Preencher toda a tabela, como se apresenta abaixo:

| | mm | mm | cm | m | km |
|---|---|---|---|---|---|
| Altura | 1.040.000 µm | 1040 mm | 104 cm | 1,04 m | 0,00104 km |

Da mesma forma se trata a passagem de cm para m e km, ou seja, focando os procedimentos e não também a compreensão dos procedimentos. Sem uma indicação clara para o professor se focar na compreensão, esta tarefa pode levar os alunos a centrar-se em saber como fazer sem se preocupar em saber porque é que se faz dessa maneira. No entanto, o MPM incentiva a algumas conexões importantes. Por exemplo, é dito ao professor que

> Mostre aos alunos que todos os números representam a altura de uma pessoa: têm o mesmo valor mas diferentes unidades de medida. Quando [sic] maior a unidade de medida menor o número. Com a notação científica quando o expoente de 10 é positivo o número é grande, quando é negativo o número é pequeno. (ME, 2015b, p. 86)

Além disso, depois de preencher a tabela, pede ao professor que "utilize o mapa ou pergunte as distâncias para os sítios longe como Dili e Lospalos" (ME, 2015b, p. 86), contextualizando este tema em assuntos familiares aos alunos timorenses. Depois de preencherem a tabela e aprenderem a escrever números em notação científica, os alunos aprendem com o professor a realizar a adição, subtração, multiplicação e divisão de números escritos em notação científica. O MPM oferece um exemplo para cada operação com números escritos em notação científica (figura 3.64 ):

Figura 3.64 – Explicação das operações elementares com números em notação científica (ME, 2015b, pp. 86-87).

**a. Adição**

Um exemplo de adição com notação científica é o seguinte:

$$1{,}7 \times 10^2 + 2{,}379 \times 10^3 + 3{,}46 \times 10^{-1}$$

- Para resolver esta some tem que transformar em números com o mesmo expoente.. No exemplo, todos os termos em expoente 2:
  $1{,}7 \times 10^2$ já está correto
- Para transformar o expoente 3 em expoente 2 a vírgula para a direita um espaço:
  $$2{,}379 \times 10^3 \Rightarrow 23{,}79 \times 10^2$$
- Para passar o expoente - 1 a expoente 2, tem que mudar a vírgula para a esquerda 3 espaços, e aumentar dois zeros:
  $$3{,}46 \times 10^{-1} \Rightarrow 0{,}00346 \times 10^2$$
- Some os coeficientes mas não mexa nos expoentes:
  $$1{,}7 \times 10^2 + 23{,}79 \times 10^2 + 0{,}00346 \times 10^2 = 25{,}49346 \times 10^2$$

**b. Subtração**

Um exemplo de adição com notação científica é o seguinte:

$$2{,}379 \times 10^3 - 1{,}7 \times 10^2$$

Para resolver a subtração, primeira transforme os expoentes em expoentes iguais como na adição:

$$2{,}379 \times 10^3 - 1{,}7 \times 10^2 = 23{,}79 \times 10^2 - 1{,}7 \times 10^2$$
$$= 22{,}09 \times 10^2$$

**c. Multiplicação**

É muito simples a multiplicação com notação científica. Devem se aplicar as normas da potenciação:

- Primeiro some os expoentes.
- Depois multiplique os outros números segundo as regras da

multiplicação. Por exemplo: $1{,}7\times10^2 \times 2{,}379\times10^3 \times 3{,}46\times10^{-1} = (1{,}7 \times 2{,}379 \times 3{,}46) \times (10^2 \times 10^3 \times 10^{-1})$

$$= 13{,}993278 \times 10^{2+3+(-1)}$$
$$= 13{,}993278 \times 10^4$$

**d. Divisão**

A operação da divisão é quase como a multiplicação, mas de acordo com as regras da divisão de expoentes.

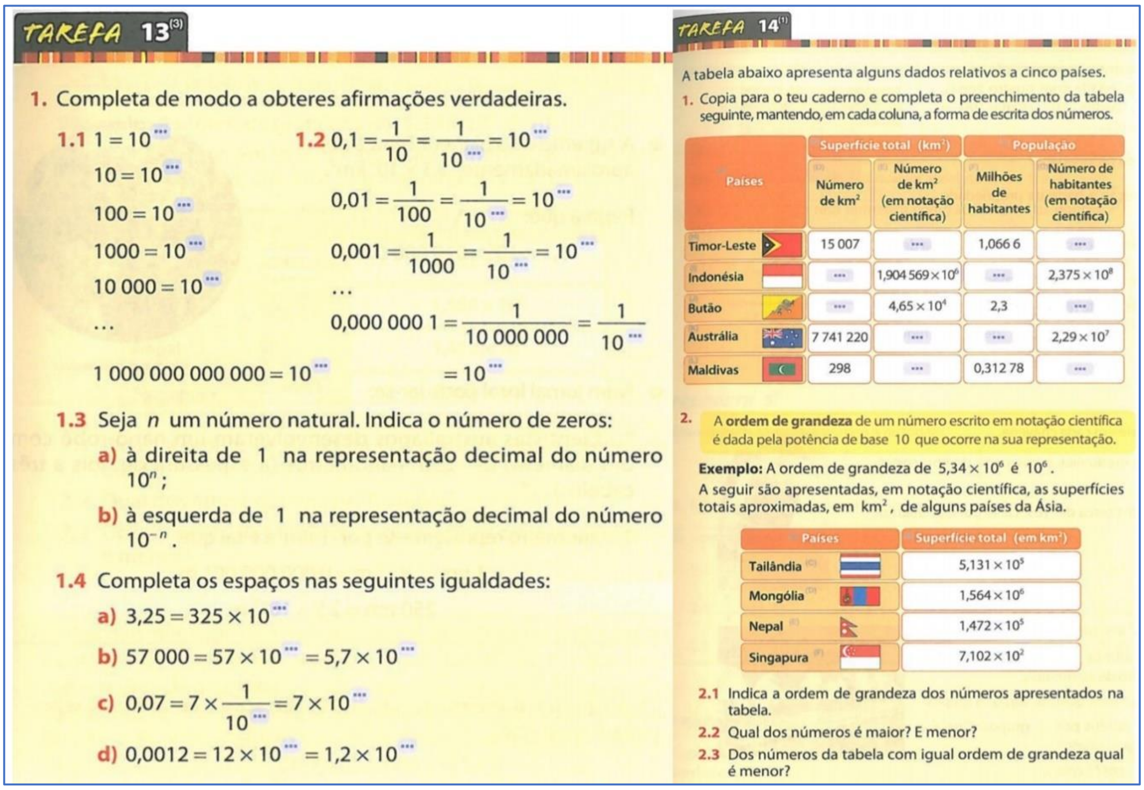
Exemplo:

$$1{,}6 \times 10^2 \div 2{,}56 \times 10^3 = (1{,}6 \div 2{,}56) \times (10^2 \div 10^3)$$
$$= 0{,}625 \times 10^{2-3}$$
$$= 0{,}625 \times 10^{-1}$$
$$= 6{,}25 \times 10^{-2}$$

Nem todos os procedimentos estão indicados corretamente. Assumindo que os alunos devem exprimir os resultados destas operações também em notação científica, como é habitual, só no caso da divisão é que o resultado final surge escrito em notação científica.

Após este trabalho em torno das operações elementares com números em notação científica, é proposto que resolvam as tarefas 13 e 14 do MEM (figura 3.65).

Figura 3.65 – Tarefas 13 e 14 propostas no manual *Espaço Matemática* 8.º ano, notação científica (Costa & Rodrigues, 2013a,pp. 27, 29).



TAREFA 13(3)

1. Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras.

1.1 $1 = 10^{\cdots}$

$10 = 10^{\cdots}$

$100 = 10^{\cdots}$

$1000 = 10^{\cdots}$

$10\,000 = 10^{\cdots}$

…

$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{\cdots}$

1.2 $0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^{\cdots}} = 10^{\cdots}$

$0{,}01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^{\cdots}} = 10^{\cdots}$

$0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^{\cdots}} = 10^{\cdots}$

…

$0{,}000\,000\,1 = \frac{1}{10\,000\,000} = \frac{1}{10^{\cdots}}$

$= 10^{\cdots}$

1.3 Seja $n$ um número natural. Indica o número de zeros:

a) à direita de 1 na representação decimal do número $10^n$;

b) à esquerda de 1 na representação decimal do número $10^{-n}$.

1.4 Completa os espaços nas seguintes igualdades:

a) $3{,}25 = 325 \times 10^{\cdots}$

b) $57\,000 = 57 \times 10^{\cdots} = 5{,}7 \times 10^{\cdots}$

c) $0{,}07 = 7 \times \frac{1}{10^{\cdots}} = 7 \times 10^{\cdots}$

d) $0{,}0012 = 12 \times 10^{\cdots} = 1{,}2 \times 10^{\cdots}$

TAREFA 14(1)

A tabela abaixo apresenta alguns dados relativos a cinco países.

1. Copia para o teu caderno e completa o preenchimento da tabela seguinte, mantendo, em cada coluna, a forma de escrita dos números.

| Países | Superfície total (km²) | | População | |
|---|---|---|---|---|
| | Número de km² | Número de km² (em notação científica) | Milhões de habitantes | Número de habitantes (em notação científica) |
| Timor-Leste | 15 007 | ··· | 1,066 6 | ··· |
| Indonésia | ··· | $1{,}904\,569 \times 10^6$ | ··· | $2{,}375 \times 10^8$ |
| Butão | ··· | $4{,}65 \times 10^4$ | 2,3 | ··· |
| Austrália | 7 741 220 | ··· | ··· | $2{,}29 \times 10^7$ |
| Maldivas | 298 | ··· | 0,312 78 | ··· |

2. A **ordem de grandeza** de um número escrito em notação científica é dada pela potência de base 10 que ocorre na sua representação.

**Exemplo:** A ordem de grandeza de $5{,}34 \times 10^6$ é $10^6$.

A seguir são apresentadas, em notação científica, as superfícies totais aproximadas, em km², de alguns países da Ásia.

| Países | Superfície total (em km²) |
|---|---|
| Tailândia | $5{,}131 \times 10^5$ |
| Mongólia | $1{,}564 \times 10^6$ |
| Nepal | $1{,}472 \times 10^5$ |
| Singapura | $7{,}102 \times 10^2$ |

2.1 Indica a ordem de grandeza dos números apresentados na tabela.

2.2 Qual dos números é maior? E menor?

2.3 Dos números da tabela com igual ordem de grandeza qual é menor?

De acordo com o Guia do Professor, o professor deve fazer estas tarefas com os alunos. As tarefas pedem para representar e comparar números racionais em notação científica, mas permitem também introduzir alguns conceitos e trabalhar com números representados em notação científica em contextos diversos.

A sexta semana é dedicada à prática de exercícios e problemas para consolidação das aprendizagens acerca dos números racionais. Da página 30 à página 35 do MEM, são propostas três tarefas para trabalho de casa, 11 para serem realizadas com o professor em sala de aula, e quatro opcionais. Uma das tarefas para trabalho de casa é um problema relativamente simples (figura 3.66); as outras duas tarefas pedem aos alunos para comparar números racionais e para determinar o valor de expressões numéricas envolvendo números racionais, quer fazendo uso das propriedades das operações, quer não as podendo usar.

Figura 3.66 – Proposta 3 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano proposta para trabalho de casa (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 30).

**PROPOSTA 3**[3]

Numa escola, a turma C do 8.º ano tem 24 alunos.

**1.** Pretende-se distribuir os alunos em grupos de trabalho, todos com o mesmo número de elementos.

**1.1** Se cada grupo tiver 3 alunos, quantos serão os grupos?

**1.2** Os alunos foram distribuídos por 4 grupos. Qual é o número de alunos de cada grupo?

**1.3** É possível formar 5 grupos? Explica.

**2.** Sabe-se que $\frac{3}{4}$ dos alunos da turma praticam desporto.

**2.1** Que parte dos alunos da turma não pratica desporto?

**2.2** Quantos são os alunos da turma que praticam desporto?

**3.** Na turma, a razão entre o número de rapazes e o número de raparigas é de $\frac{1}{3}$.
Qual é o número de raparigas? Explica o teu raciocínio.

A figura 3.67 ilustra uma das tarefas proposta para trabalho em sala de aula, envolvendo unidades de medida menos familiares aos alunos. Por esse motivo, o Guia do Professor esclarece que “Algumas cafetarias e pastelarias noutros países usam a unidade *centilitro (cl)* em vez de *mililitro (ml)*. 1cl = 10 ml, então 5cl = 50 ml. Os professores podem resolver uma pergunta de cada secção e depois pedir aos alunos para tentarem resolver as seguintes” (ME, 2015a, p. 31).

Figura 3.67 – Proposta 2 sobre números racionais do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 30).

**PROPOSTA 2**[2]

Uma cafeteira serve 5 cl de café em cada chávena.

**1.** Indica, na forma de fração irredutível, a que parte do litro corresponde essa quantidade.

**2.** Numa pastelaria são servidos cerca de 185 cafés por dia. Quantos litros de café são servidos?

As propostas 4, 5, 7 e 10 do MEM, também propostas para trabalho em sala de aula, andam à volta da representação de números racionais na reta numérica, na comparação entre números racionais, nas relações de pertença a conjuntos de números e no cálculo do valor de expressões numéricas envolvendo números racionais. A proposta 8 (figura 3.68) é um problema com um contexto da semirrealidade.

Figura 3.68 – Proposta 8 sobre números racionais do manual *Espaço Matemática* 8.º ano (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 32).

**PROPOSTA 8**[2]

A pintura da fachada da Escola do Reino de Venilale ficou a cargo de três trabalhadores, $A$, $B$ e $C$.

O trabalhador $A$ pintou $\frac{2}{5}$ da superfície da fachada, $B$ pintou $\frac{1}{4}$ dessa superfície e $C$ realizou a pintura de $\frac{7}{20}$ da fachada.

**1.** Qual dos funcionários pintou uma superfície com maior área?

**2.** Verifica se a fachada foi pintada completamente.

**3.** Relativamente à pintura de uma outra parede pela mesma equipa, um dos três trabalhadores propôs que a distribuição fosse a seguinte:

| Trabalhador[A] | $A$ | $B$ | $C$ |
|---|---|---|---|
| Fração da superfície a pintar[B] | $\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{6}{25}$ |

**3.1** Neste caso, qual dos trabalhadores pintaria uma maior área?

**3.2** Um dos colegas disse que não era possível respeitar a distribuição apresentada. Justifica.

Ainda para trabalho em sala de aula, propõe-se as propostas 14 até 17 do MEM, com a indicação no Guia do Professor de que “Dependendo do tempo pode escolher um mínimo de três perguntas de cada proposta” (ME, 2015a, p. 31). Estas tarefas são todas dirigidas à prática de competências de cálculo, envolvendo operações com números racionais, potências de expoente inteiro e notação científica.

O capítulo 2, sobre sequências e regularidades, inicia-se na sétima semana. O Guia do Professor começa por chamar a atenção para o que irá ser tratado a seguir:

> Sequências e regularidades não são só alguma coisa que se repete ou aumenta continuamente. Tem de analisar a sua razão, padrão, termo geral, e a sua expressão algébrica. Pode ser um exemplo do quotidiano, por exemplo em cestaria, na construção de prédios ou muros consecutivos. (ME, 2015a, p. 32)

Neste tópico, os professores devem ensinar e apresentar o conceito de sequência (os termos, o padrão ou a razão, o termo específico e o termo geral) a partir de figuras ou de objetos reais. Por exemplo, encontramos sequências na cestaria, no crescimento de árvores, etc. Este tópico permite desenvolver a capacidade de observação dos alunos para identificar regularidades e estabelecer relações entre elementos consecutivos de uma sequência.

Ao longo da sétima semana (primeira semana dedicada a este tópico), os alunos trabalham o conceito de sequência através de atividades práticas que despertam o seu interesse e os ajudam a pensar de forma criativa. Na tarefa Prática 8.3, os alunos são orientados para a construção de triângulos regulares consecutivos, quadrados consecutivos, cubos consecutivos, pentágonos regulares consecutivos, pirâmides consecutivas e “barracas” consecutivas com materiais que facilmente encontram (figura 3.69).

Figura 3.69 – Exemplo de construções para trabalho sobre sequências (ME, 2015b, p. 88).

Os alunos observam e identificam os termos, o padrão ou a razão, o termo específico formado por cada figura e também os alunos encontram o termo geral da sequência que eles construíram. O Guia do Professor é explícito na indicação de os alunos realizarem estas atividades práticas antes de qualquer abordagem mais teórica: “Antes de iniciar este subtópico resolva os exercícios práticos” (ME, 2015a, p. 32).

Na tarefa Prática 8.3, os alunos começam por ser orientados pelo professor na construção de sequências com materiais: palitos, batatas cortadas em pedaços ou pedaços de chinelos velhos (preferencialmente, para que o material dure e possa ser usado mais tarde). Constroem uma sequência de triângulos consecutivos (figura 3.70) e depois quadrados e cubos, segundo os mesmos moldes.

As construções com hexágonos consecutivos, pirâmides quadrangulares consecutivas e “barracas” consecutivas devem ser apresentadas pelo professor, mas feitas em casa pelos alunos. Esta abordagem parece abrir caminho para que os alunos consigam fazer conjeturas sobre as quantidades de palitos e batatas envolvidas em cada sequência de figuras construídas (conforme o tipo de figura base).

Figura 3.70 – Primeira parte da tarefa Prática 8.3 (ME, 2015b, p. 88).

**1. Construção de Triângulos consecutivos**

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Pegue em três palitos e espete na batata de forma a fazer um Triângulo. | Faça um triângulo contiguo ao primeiro e assim tem dois triângulos contíguos. | Faça um triângulo contiguo ao segundo, assim tem três triângulos contíguos. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir os Triângulos contíguos.
- Escreva o resultado no caderno numa tabela da seguinte forma:

| Quantidade de Triângulos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 3 | 5 | 7 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 3 | 4 | 5 | | | | | | | |

No MPM, logo a seguir à proposta de preenchimento das tabelas, é apresentada uma fórmula que imediatamente permite preencher a tabela (figura 3.72).

Figura 3.71 – Apontamento teórico sobre a fórmula do termo geral de uma sequência (ME, 2015b, p. 91).

**Teoria**

O termo geral de uma sequência com regularidade é **$T_n = a + (n – 1)r$**. Então:

- $T_n$ = termo em n: quantidade de palitos ou quantidade de batatas usadas na construção (exemplo: quadrado ou cubo) até n
- a = primeiro termo, quantidade de palitos que forma um (primeiro)
- n = número de termos
- r = razão da quantidade de palitos ou quantidade de batatas que são precisas para construir mais

Podemos utilizar esta fórmula para obter o resultado do total de palitos e total de batatas em cada exemplo.

No entanto, a ideia dos autores do MPM é apenas fornecer aos professores uma base matemática mais sólida para a prova das conjeturas que os alunos irão fazendo pois não se pretende que os alunos trabalhem com progressões aritméticas. Com esta base matemática teórica, o professor calcula o primeiro termo e a razão da progressão aritmética existente, conseguindo chegar ao termo geral (figura 3.72).

Figura 3.72 – Sugestão de trabalho em torno das sequências, dirigida ao professor (ME, 2015b, p. 92).

**Nº 1.**

| Quantidade de Triângulos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | | | | | |
| Quantidade de batatas | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | | | |

**1.** Para saber quantidade de palitos no Triângulo pode usar o termo geral para obter o valor a e r da seguinte forma:

- $T_1 = a + (n-1)r = a + (1-1)r = a = 3$
- $T_2 = a + (n-1)r = a + (2-1)r = a + r = 5 \Leftrightarrow 3 + r = 5 \Leftrightarrow r = 2$

Assim, podemos encontrar a fórmula especifica da seguinte forma:

- $T_n = a + (n-1)r = 3 + (n-1)2 = 3 + 2n - 2 = 2n + 1$ , $\Leftrightarrow$ $\mathbf{T_n = 2n + 1}$

Quando obtivermos esta fórmula pode usar para calcular $T_{10}$, $T_{50}$, $T_{100}$, e $T_{500}$ como se segue:

- $T_n = 2n + 1$
- $T_{10} = 2(10) + 1 = 20 + 1 = 21$
- $T_{50} = 2(50) + 1 = 100 + 1 = 101$
- $T_{100} = 2(100) + 1 = 200 + 1 = 201$
- $T_{500} = 2(500) + 1 = 1000 + 1 = 1001$

**2.** Para saber quantidade de batatas no Triângulo pode usar o termo geral para obter o valor a e r da seguinte forma:

- $T_1 = a + (n-1)r = a + (1-1)r = a = 3$
- $T_2 = a + (n-1)r = a + (2-1)r = a + r = 4 \Leftrightarrow 3 + r = 4 \Leftrightarrow r = 1$

Assim, podemos encontrar a fórmula especifica da seguinte forma:

- $T_n = a + (n-1)r = 3 + (n-1)1 = 3 + n - 1 = n + 2$ , $\Leftrightarrow$ $\mathbf{T_n = n + 2}$

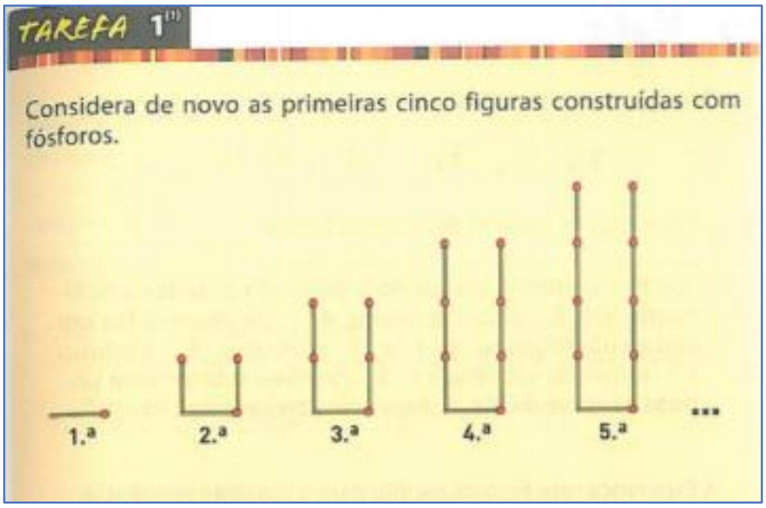
Quando obtivermos esta fórmula pode usar para calcular $T_{10}$, $T_{50}$, $T_{100}$, e $T_{500}$ como se segue:

- $T_n = n + 2$
- $T_{10} = 10 + 2 = 12$
- $T_{50} = 50 + 2 = 52$
- $T_{100} = 100 + 2 = 102$
- $T_{500} = 500 + 2 = 502$

De notar que é assumido aqui que as sequências em foco são progressões aritméticas, mas nada é dito sobre isso, ou seja, o MPM, nesta secção teórica dirigida ao professor, não refere explicitamente que as sequências a trabalhar são progressões aritméticas. Mesmo quando o MPM reforça a ligação das sequências a um certo cotidiano das famílias timorenses, o foco vai sempre para a utilização da fórmula, até quando a realidade não é uma progressão aritmética! - "As pessoas fazem o tecto com contraplacado, fazem barracas, algumas vezes fazem só uma e depois juntam. Mesmo que diferente pode usar a fórmula geral para calcular a quantidade de madeira" (ME, 2015b, p. 96).

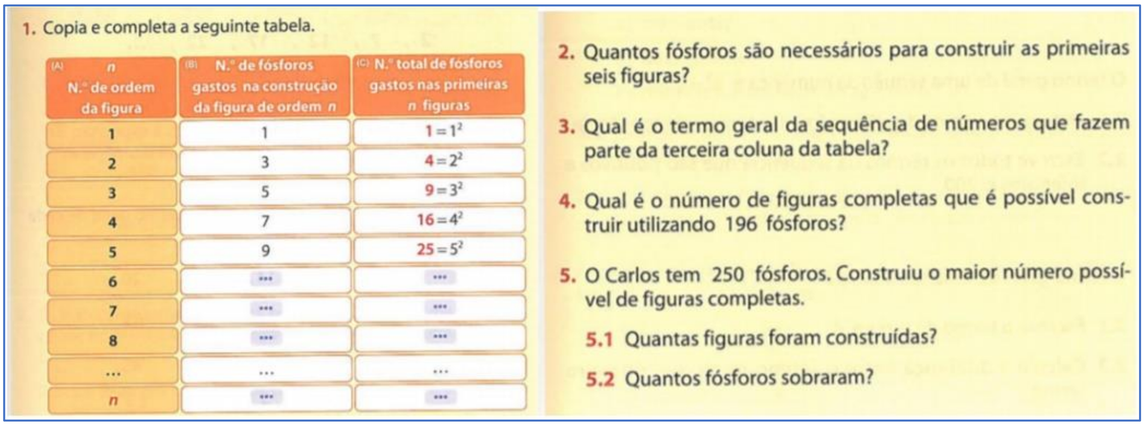
Após o trabalho prático em sala de aula, os alunos devem realizar em casa a tarefa 1 do MEM. Na primeira parte desta tarefa (figura 3.73), os alunos trabalham com duas sequências, uma relativa ao número de fósforos gastos em cada construção, e outra relativa à soma do número de fósforos gastos nas construções. Devem preencher uma tabela em que mobilizam o seu raciocínio indutivo para encontrar uma regra para o termo de ordem *n*.

Figura 3.73 – Primeira parte da tarefa 1 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, sobre sequências (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 41).




No entanto, a tabela contém já informação que dirige o pensamento dos alunos na procura de uma regra de construção para a sequência da soma de fósforos gastos nas construções. As questões colocadas acerca da tabela (figura 3.74) levam os alunos a encontrar o termo correspondente a uma ordem dada, a ordem correspondente a um termo dado e a resolução de problemas que implicam uma interpretação cuidada do enunciado. Não são perguntas simples.

Figura 3.74 – Segunda parte da tarefa 1 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, sobre sequências (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 41).



**1.** Copia e completa a seguinte tabela.

| (A) *n* N.º de ordem da figura | (B) N.º de fósforos gastos na construção da figura de ordem *n* | (C) N.º total de fósforos gastos nas primeiras *n* figuras |
|---|---|---|
| 1 | 1 | $1=1^2$ |
| 2 | 3 | $4=2^2$ |
| 3 | 5 | $9=3^2$ |
| 4 | 7 | $16=4^2$ |
| 5 | 9 | $25=5^2$ |
| 6 | ... | ... |
| 7 | ... | ... |
| 8 | ... | ... |
| ... | ... | ... |
| *n* | ... | ... |

**2.** Quantos fósforos são necessários para construir as primeiras seis figuras?

**3.** Qual é o termo geral da sequência de números que fazem parte da terceira coluna da tabela?

**4.** Qual é o número de figuras completas que é possível construir utilizando 196 fósforos?

**5.** O Carlos tem 250 fósforos. Construiu o maior número possível de figuras completas.

**5.1** Quantas figuras foram construídas?

**5.2** Quantos fósforos sobraram?

Após este trabalho, os alunos devem realizar em sala de aula a tarefa 2 do MEM (figura 3.75), em que são confrontados com o raciocínio de uma colega imaginária, o qual devem compreender e aplicar noutras situações semelhantes.

Figura 3.75 – Tarefa 2 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, sobre o termo geral de uma sequência (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 42).

**TAREFA 2**[1]

**1.** Para determinar o termo geral da sequência:

3 , 7 , 11 , 15 , 19 , ...

a Esperança raciocinou da seguinte forma:

"Como se obtém um termo a partir do anterior adicionando-lhe 4 , então escreveu $4n$ . De seguida, fez um teste substituindo $n$ por 1 e obteve 4 . Como o 1.º termo da sequência é 3 , resolveu subtrair uma unidade à expressão $4n$ e obteve para termo geral $4n-1$ ."

A Esperança repetiu o raciocínio para a seguinte sequência:

2 , 7 , 12 , 17 , 22 , ...

"Neste caso, como cada termo é obtido a partir do anterior adicionando-lhe 5 , escreveu $5n$ . Para $n=1$ obtém 5 . Para obter 2 , necessita subtrair 3 . Então, à expressão $5n$ subtrai 3 unidades e apresenta $5n-3$ para termo geral."

Aplica o raciocínio da Esperança e indica o termo geral de cada uma das seguintes sequências.

**1.1** 5, 8, 11, 14, 17, 20, ...

**1.2** −2, 2, 6, 10, 14, 18, ...

**1.3** 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

**1.4** $\frac{3}{2}, \frac{3}{8}, \frac{3}{14}, \frac{3}{20}, \frac{3}{26}, \frac{3}{32}, \ldots$

Na verdade, é apresentado aos alunos um procedimento para encontrarem termos gerais deste tipo de sequências (que são progressões aritméticas, embora o MEM continue a não referir o termo, nem nas secções dirigidas aos professores) e propõe-se que os alunos apliquem esse procedimento nos casos apresentados. Procura-se, contudo, que os alunos compreendam a origem de expressões como 4*n* ou 5*n* em função de cada situação apresentada, bem como a origem dos números – 1 e – 3 nas expressões dos termos gerais das sequências.

A segunda parte desta tarefa exige que os alunos interpretem uma situação problemática e a resolvam (figura 3.76). O Guia do Professor propõe que esta parte da tarefa seja realizada em sala de aula, enquanto a terceira parte (figura 3.77) seja realizada pelos alunos em casa. A proposta para TPC aproxima-se do que é proposto fazer em sala de aula.

Figura 3.76 – Segunda parte da tarefa 2 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano sobre sequências (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 42).

**2.** O termo geral de uma sequência numérica é $n^3-5$ .

**2.1** Determina a soma dos dois primeiros termos da sequência.

**2.2** Escreve todos os termos da sequência que são positivos e inferiores a 200 .

Figura 3.77 – Terceira parte da tarefa 2 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano proposta como TPC (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 42).

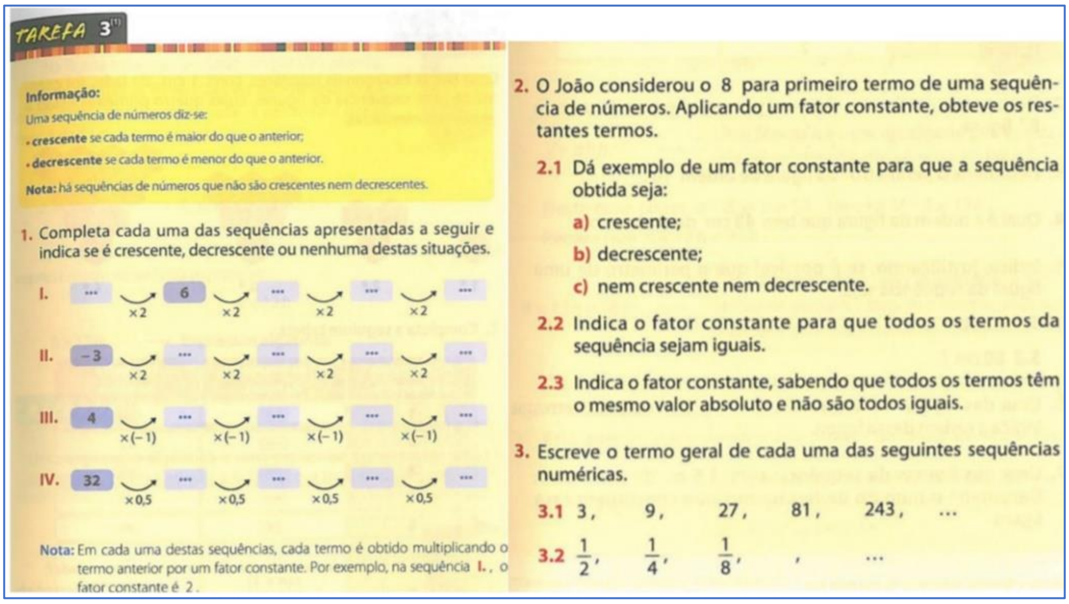
**3.** O termo geral de uma sequência é $\frac{4n}{n+1}$ .

**3.1** Escreve o termo de ordem 4 .

**3.2** Calcula a diferença entre o sétimo termo e o primeiro termo.

De acordo com o Guia do Professor, os alunos devem ainda realizar em casa a tarefa 3 do MEM relativa a este tópico das sequências. Os alunos começam por ser informados sobre o que são sequências crescentes e decrescentes (figura 3.78) e depois devem aplicar esta noção em alguns exercícios, como forma de consolidação de conhecimentos.

Figura 3.78 – Tarefa 3 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, relativa às sequências crescentes e decrescentes (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 43).


TAREFA 3

**Informação:**
Uma sequência de números diz-se:
- **crescente** se cada termo é maior do que o anterior;
- **decrescente** se cada termo é menor do que o anterior.

**Nota:** há sequências de números que não são crescentes nem decrescentes.

**1.** Completa cada uma das sequências apresentadas a seguir e indica se é crescente, decrescente ou nenhuma destas situações.

I. ... ×2 6 ×2 ... ×2 ... ×2 ... ×2 ...

II. −3 ×2 ... ×2 ... ×2 ... ×2 ...

III. 4 ×(−1) ... ×(−1) ... ×(−1) ... ×(−1) ...

IV. 32 ×0,5 ... ×0,5 ... ×0,5 ... ×0,5 ...

**Nota:** Em cada uma destas sequências, cada termo é obtido multiplicando o termo anterior por um fator constante. Por exemplo, na sequência **I.**, o fator constante é 2.

**2.** O João considerou o 8 para primeiro termo de uma sequência de números. Aplicando um fator constante, obteve os restantes termos.

**2.1** Dá exemplo de um fator constante para que a sequência obtida seja:

**a)** crescente;
**b)** decrescente;
**c)** nem crescente nem decrescente.

**2.2** Indica o fator constante para que todos os termos da sequência sejam iguais.

**2.3** Indica o fator constante, sabendo que todos os termos têm o mesmo valor absoluto e não são todos iguais.

**3.** Escreve o termo geral de cada uma das seguintes sequências numéricas.

**3.1** 3, 9, 27, 81, 243, ...

**3.2** $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, , ...

Tal como aconteceu relativamente às sequências abordadas anteriormente e que eram progressões aritméticas, também em nenhum documento, entre o MPM e o Guia do Professor, se refere que estas sequências são progressões geométricas, nem mesmo em notas no Guia do Professor (que até nem existem sobre este tipo de sequências).

A oitava semana é dedicada à continuação do estudo das sequências, agora num contexto cultural significativo para os alunos: o *lafatik*, que é um artefacto cultural timorense em forma de cesto achatado feito com folhas de palmeira (figura 3.79).

Figura 3.79 – Exemplos de *lafatik*.

O Guia do Professor sugere o trabalho em torno da tarefa “Prática 8.3: Sequências num lafatik” e a realização da tarefa 4 do MEM, com apoio em exemplares de *lafatik*. De acordo com o Guia do Professor, este deve levar para a aula “um *lafatik* com algumas sequências pintadas” (ME, 2015b, p. 97). A ideia é mostrar o *lafatik* com as sequências pintadas e explicá-las aos alunos, pedindo-lhes depois “para procurarem sequências no lafatik e depois pintarem essas sequências” (p. 97). A ideia parece ser que se vão desenhando/pintando figuras no *lafatik* (figura 3.80) procurando um padrão de crescimento que depois é analisado calculando-se os entrançados em cada passo.

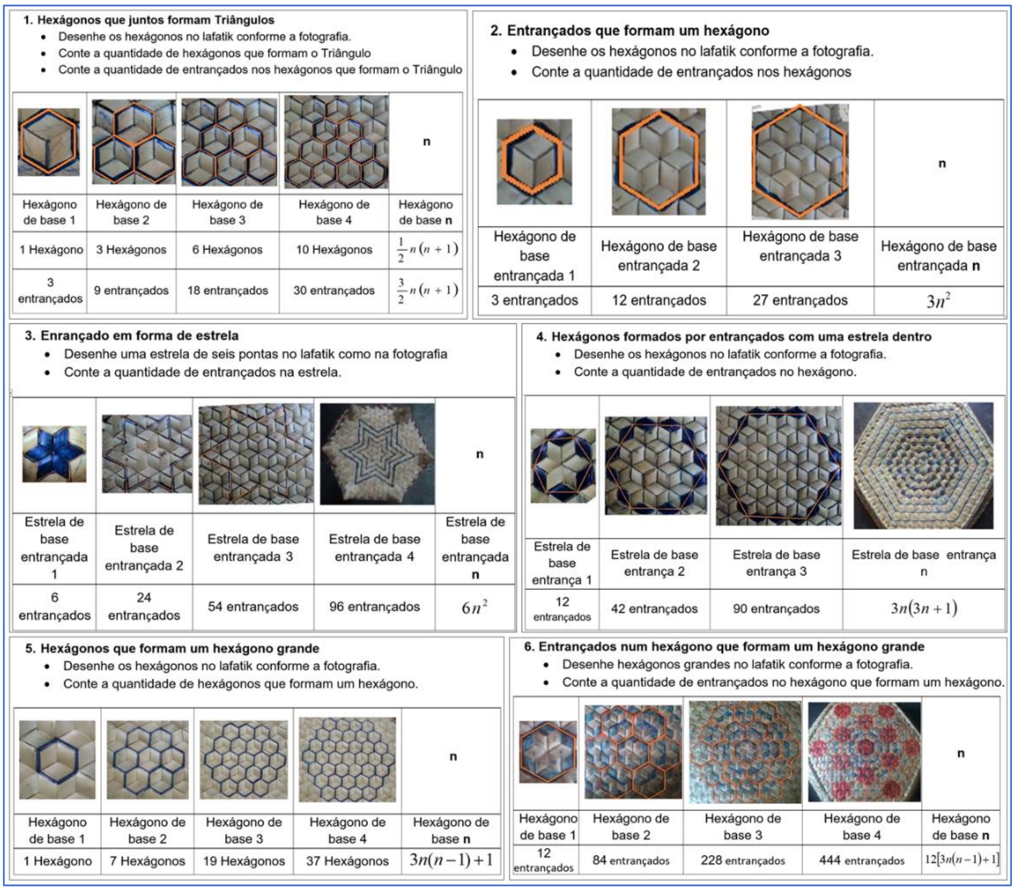
O Guia do Professor orienta-o para fornecer aos alunos uma fórmula para o termo geral por trás de cada situação quando os alunos tiverem feito todos os cálculos de modo a confirmarem o que fizeram. Por exemplo, nas figuras 3.80 mostra-se o que se pretende para os casos em que hexágonos formam triângulos, entrançados que formam hexágonos, entrançados que formam uma estrela, hexágonos contendo estrelas, e hexágonos formados por um conjunto de outros hexágonos.

A ideia que está por trás desta atividade prática não é que os alunos consigam provar as fórmulas, mas que façam cálculos e algumas conjeturas, eventualmente, e que depois confirmem os seus cálculos com as fórmulas fornecidas. O Guia do Professor é claro quanto a este aspeto:

> Neste tópico, apresentaram-se as fórmulas da quantidade de entrançados ou hexágonos nas figuras no lafatik. No 8.º ano não é possível provar estas fórmulas porque os alunos ainda não aprenderam várias coisas sobre variáveis e álgebra. Esta matéria vá estudar na escola secundária. Mas podem verificar as fórmulas. (ME, 2015b, p. 100)

O Guia do Professor chama ainda a atenção para o aspeto cultural do *lafatik* e da importância da matemática na sua construção: “As sequências que estudámos aqui vêm da matemática das nossas avós. Nesse tempo elas não estudavam matemática mas desenvolviam atividades da matemática e tinham que compreender estas sequências para poderem fazer cestos” (ME, 2015b, p. 101).

Figura 3.80 – Sequências pintadas num *lafatik* (ME, 2015b, pp. 97-100).



**1. Hexágonos que juntos formam Triângulos**
- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de hexágonos que formam o Triângulo
- Conte a quantidade de entrançados nos hexágonos que formam o Triângulo

| | | | | n |
|---|---|---|---|---|
| Hexágono de base 1 | Hexágono de base 2 | Hexágono de base 3 | Hexágono de base 4 | Hexágono de base **n** |
| 1 Hexágono | 3 Hexágonos | 6 Hexágonos | 10 Hexágonos | $\frac{1}{2}n(n+1)$ |
| 3 entrançados | 9 entrançados | 18 entrançados | 30 entrançados | $\frac{3}{2}n(n+1)$ |

**2. Entrançados que formam um hexágono**
- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de entrançados nos hexágonos

| | | | n |
|---|---|---|---|
| Hexágono de base entrançada 1 | Hexágono de base entrançada 2 | Hexágono de base entrançada 3 | Hexágono de base entrançada **n** |
| 3 entrançados | 12 entrançados | 27 entrançados | $3n^2$ |

**3. Enrançado em forma de estrela**
- Desenhe uma estrela de seis pontas no lafatik como na fotografia
- Conte a quantidade de entrançados na estrela.

| | | | | n |
|---|---|---|---|---|
| Estrela de base entrançada 1 | Estrela de base entrançada 2 | Estrela de base entrançada 3 | Estrela de base entrançada 4 | Estrela de base entrançada **n** |
| 6 entrançados | 24 entrançados | 54 entrançados | 96 entrançados | $6n^2$ |

**4. Hexágonos formados por entrançados com uma estrela dentro**
- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de entrançados no hexágono.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Estrela de base entrança 1 | Estrela de base entrança 2 | Estrela de base entrança 3 | Estrela de base entrança n |
| 12 entrançados | 42 entrançados | 90 entrançados | $3n(3n+1)$ |

**5. Hexágonos que formam um hexágono grande**
- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de hexágonos que formam um hexágono.

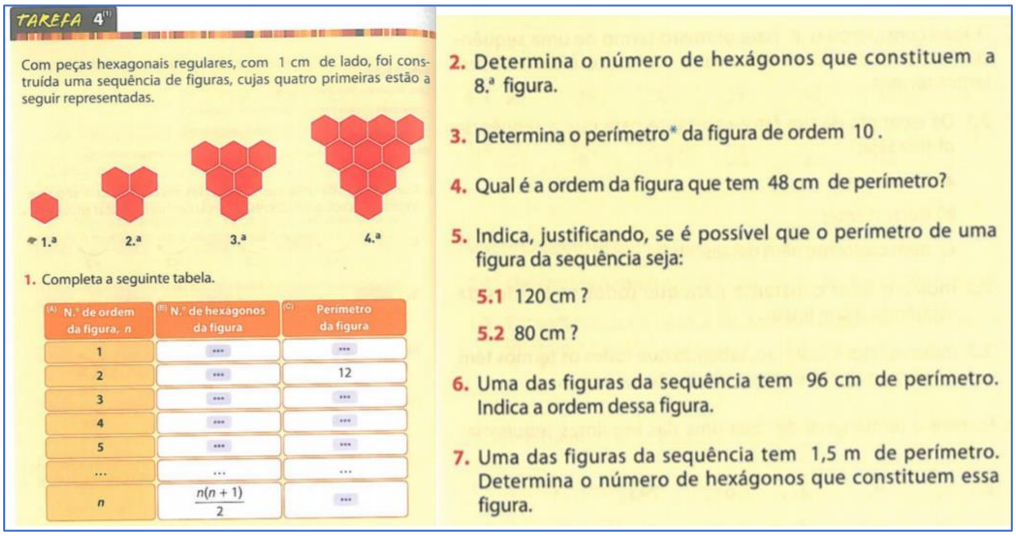
| | | | | n |
|---|---|---|---|---|
| Hexágono de base 1 | Hexágono de base 2 | Hexágono de base 3 | Hexágono de base 4 | Hexágono de base **n** |
| 1 Hexágono | 7 Hexágonos | 19 Hexágonos | 37 Hexágonos | $3n(n-1)+1$ |

**6. Entrançados num hexágono que formam um hexágono grande**
- Desenhe hexágonos grandes no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de entrançados no hexágono que formam um hexágono.

| | | | | n |
|---|---|---|---|---|
| Hexágono de base 1 | Hexágono de base 2 | Hexágono de base 3 | Hexágono de base 4 | Hexágono de base **n** |
| 12 entrançados | 84 entrançados | 228 entrançados | 444 entrançados | $12[3n(n-1)+1]$ |

Após este trabalho de natureza mais prática, o Guia do Professor orienta para o trabalho em torno da tarefa 4 do MEM (figura 3.81), que lida com hexágonos num contexto matemático, mas que os alunos podem relacionar com o contexto cultural do *lafatik* de forma natural.

Figura 3.81 – Tarefa 4 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano sobre expressões algébricas (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 44).



TAREFA 4[1]

Com peças hexagonais regulares, com 1 cm de lado, foi construída uma sequência de figuras, cujas quatro primeiras estão a seguir representadas.

1.ª 2.ª 3.ª 4.ª

1. Completa a seguinte tabela.

| (A) N.º de ordem da figura, *n* | (B) N.º de hexágonos da figura | (C) Perímetro da figura |
|---|---|---|
| 1 | ... | ... |
| 2 | ... | 12 |
| 3 | ... | ... |
| 4 | ... | ... |
| 5 | ... | ... |
| ... | ... | ... |
| *n* | $\frac{n(n+1)}{2}$ | ... |

2. Determina o número de hexágonos que constituem a 8.ª figura.

3. Determina o perímetro* da figura de ordem 10.

4. Qual é a ordem da figura que tem 48 cm de perímetro?

5. Indica, justificando, se é possível que o perímetro de uma figura da sequência seja:

5.1 120 cm?

5.2 80 cm?

6. Uma das figuras da sequência tem 96 cm de perímetro. Indica a ordem dessa figura.

7. Uma das figuras da sequência tem 1,5 m de perímetro. Determina o número de hexágonos que constituem essa figura.

Na tarefa 4 (figura 3.81), os alunos devem analisar uma situação com hexágonos e preencher uma tabela, contando os hexágonos em cada figura e calculando o perímetro exterior de cada figura construída. Sobre esta situação, são depois colocadas várias questões aos alunos, umas mais simples, outras com maior exigência cognitiva, de natureza mais problemática.

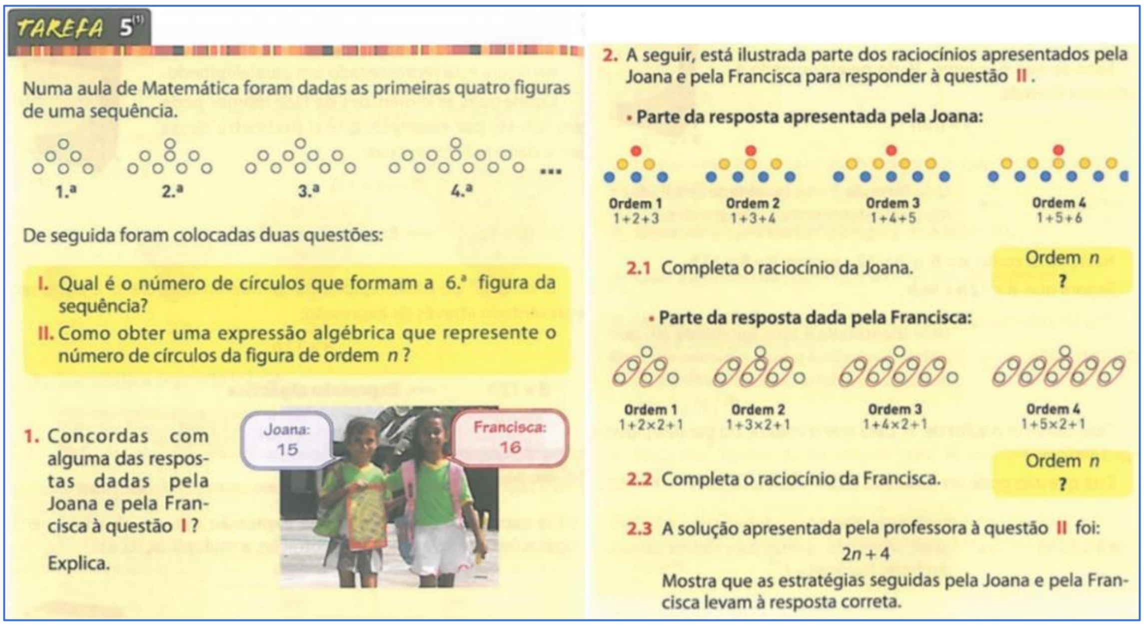
As duas últimas semanas do trimestre, a nona e a décima semanas, são dedicadas ao tópico das expressões algébricas. O Guia do Professor começa por lhe lembrar o valor da álgebra como linguagem:

> Se considerarmos a matemática como uma língua, então as suas palavras são os números e as suas frases são as expressões algébricas. Utilizando símbolos matemáticos e as regras algébricas é possível transmitir muita informação de uma forma simples. O melhor é os alunos aprenderem a escrever expressões algébricas de acordo com as suas observações. (ME, 2015a, p. 32)

Além desta valorização da álgebra, podemos encontrar aqui também um apelo a que os alunos experimentem primeiro situações matemáticas que conduzam a expressões algébricas e só depois as manipulem.

A primeira tarefa proposta para a nona semana é então a tarefa 5 do MEM. Na figura 3.82, os alunos são convidados a analisar uma sequência de figuras e a pensar em duas questões que são colocadas sobre essa sequência. Depois são desafiados a argumentar a favor ou contra as respostas às questões que são dadas por duas alunas (imaginárias).

Figura 3.82 – Tarefa 5 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano sobre expressões algébricas
(Costa & Rodrigues, 2013a, p. 46).



TAREFA 5[1]

Numa aula de Matemática foram dadas as primeiras quatro figuras de uma sequência.

1.ª 2.ª 3.ª 4.ª ...

De seguida foram colocadas duas questões:

I. Qual é o número de círculos que formam a 6.ª figura da sequência?

II. Como obter uma expressão algébrica que represente o número de círculos da figura de ordem $n$?

1. Concordas com alguma das respostas dadas pela Joana e pela Francisca à questão I? Explica.



2. A seguir, está ilustrada parte dos raciocínios apresentados pela Joana e pela Francisca para responder à questão II.

• Parte da resposta apresentada pela Joana:

Ordem 1 $1+2+3$ | Ordem 2 $1+3+4$ | Ordem 3 $1+4+5$ | Ordem 4 $1+5+6$

2.1 Completa o raciocínio da Joana. Ordem $n$ ?

• Parte da resposta dada pela Francisca:

Ordem 1 $1+2\times2+1$ | Ordem 2 $1+3\times2+1$ | Ordem 3 $1+4\times2+1$ | Ordem 4 $1+5\times2+1$

2.2 Completa o raciocínio da Francisca. Ordem $n$ ?

2.3 A solução apresentada pela professora à questão II foi:

$$2n+4$$

Mostra que as estratégias seguidas pela Joana e pela Francisca levam à resposta correta.

Começam por decidir se concordam ou não com a resposta dada por cada uma das duas meninas à primeira questão, explicando o seu ponto de vista (figura 3.82 parte 1) e depois têm de analisar os raciocínios apresentados pelas meninas para responder à segunda questão, completando-os e mostrando que cada uma delas seguiu um caminho correto (figura 3.82 na parte 2). A orientação do Guia do Professor é que esta tarefa 5 do MEM seja realizada em sala de aula, com o seu apoio, chamando a atenção para uma gralha do MEM na figura que apoia esta tarefa 5.

Depois deste trabalho, o professor deve colocar aos alunos o exercício 16 do MEM (figura 3.83), em que eles devem simplificar expressões algébricas juntando monómios semelhantes, mas sem antes se introduzir esta terminologia: "Resolver primeiro o exercício 16 na margem antes de explicar os termos 'monómio', 'quoficiente' [sic], 'parte lateral' [sic] e 'grau'. É presiza [sic] explicar bem os graus dos monómios pois tem ligação com os polinómios" (ME, 2015a, p. 32). Parece haver uma preocupação de ter os alunos a experimentar e a explorar as situações primeiro para depois poderem entender melhor os conceitos. A tarefa proposta envolve monómios semelhantes e não semelhantes, bem como a necessidade de mobilizar conhecimentos sobre a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica. Talvez a ideia dos autores do Guia do Professor seja "não assustar" os alunos com a terminologia "pesada" deste tópico curricular, começando logo por usar uma linguagem necessariamente mais simples e intuitiva.

Figura 3.83 – Tarefa 16 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano acerca de simplificação de expressões algébricas (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 48).

**16.** Simplifica as expressões.

**16.1.** $5z - 3z$

**16.2.** $-8y^2 + y^2$

**16.3.** $4ab - 7ab + 2ab$

**16.4.** $2(y - 2x) + 8y - x$

**16.5.** $2a^2 - 3(a + a^2) + a$

**16.6.** $2x^2 - (1 - x^2) + 3x$

**16.7.** $h - 2(h^2 - h) + 3h^2$

**16.8.** $-b^3 + b\,(2b^2 + 5) - b$

A introdução dos alunos à terminologia relativa a este tópico tem de ser feita pelo professor, de modo cuidado como sugere o Guia do Professor, antes de os alunos resolverem a tarefa 6 do MEM (figura 3.84). Apresentando uma situação de veículos com três e duas rodas (triciclos e bicicletas, respetivamente), os alunos devem explorar, juntamente com o professor, situações que envolvem sequências e depois começar a escrever expressões algébricas que vão relacionando as variáveis em causa, seja o número de rodas dos triciclos, seja o número de rodas das bicicletas. Os alunos também já têm de ter sido introduzidos ao significado de expressões equivalentes (ou então podem ser introduzidos a essa noção com esta tarefa pois o Guia do Professor não refere nada a este respeito) para que possam resolver esta tarefa do MEM.

Figura 3.84 – Tarefa 6 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano sobre expressões algébricas
(Costa & Rodrigues, 2013a, p. 49).

**TAREFA 6**[1]

Numa loja alugam-se triciclos (3 rodas) e bicicletas (2 rodas).

Há uma garagem onde apenas são guardados os triciclos e as bicicletas disponíveis para alugar.

**1.** Determina o número de rodas que há na garagem se estiverem disponíveis para alugar:

**1.1** 1 triciclo e 2 bicicletas;

**1.2** 3 triciclos e 5 bicicletas;

**1.3** 4 triciclos e 3 bicicletas.

**2.** Escreve uma expressão algébrica que represente o número de rodas que há na garagem se estiverem disponíveis para alugar:

**2.1** $t$ triciclos e 5 bicicletas;

**2.2** $t$ triciclos e uma bicicleta;

**2.3** 2 triciclos e $b$ bicicletas;

**2.4** 7 triciclos e $b$ bicicletas;

**2.5** $t$ triciclos e $b$ bicicletas.

**3.** Seja $N$ o número total de rodas que há na garagem se estiverem lá guardados $t$ triciclos e $b$ bicicletas.

**3.1** Escreve uma expressão algébrica que relacione as variáveis: $N$, $t$ e $b$.

**3.2** A expressão $N = t + 2(t + b)$ é equivalente à expressão que escreveste em **3.1**? Justifica.

**3.3** Qual é o número de bicicletas guardadas se forem contados 5 triciclos e 23 rodas?

**3.4** Qual é o número de triciclos guardados se forem contadas 7 bicicletas e 23 rodas?

**3.5** A Santina afirmou: "Há na garagem 4 triciclos e 17 rodas." É possível ocorrer a situação apresentada pela Santina? Explica.

A última semana deste trimestre de aulas do 8.º ano destina-se à consolidação de aprendizagens com a realização de várias propostas do MEM da secção "Para Praticar" relativa ao tópico "Sequências e regularidades".

Figura 3.85 – Propostas 4 e 5 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, relativas às sequências e regularidades
(Costa & Rodrigues, 2013a, p. 51).

**PROPOSTA 4**[1]

**1.** Escreve o termo geral de cada sequência.

**1.1** $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}, \frac{10}{11}, \ldots$

**1.2** $\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{9}{7}, \frac{16}{9}, \frac{25}{11}, \ldots$

**2.** Escreve os quatro primeiros termos da sequência cujo termo geral é:

**2.1** $(n+1)^2$ **2.2** $n^2+1$ **2.3** $\frac{n+1}{2n}$

**PROPOSTA 5**[2]

Seja $\frac{(n+2)^2}{n}$ o termo geral de uma sequência numérica.

**1.** Escreve o 8.º termo da sequência.

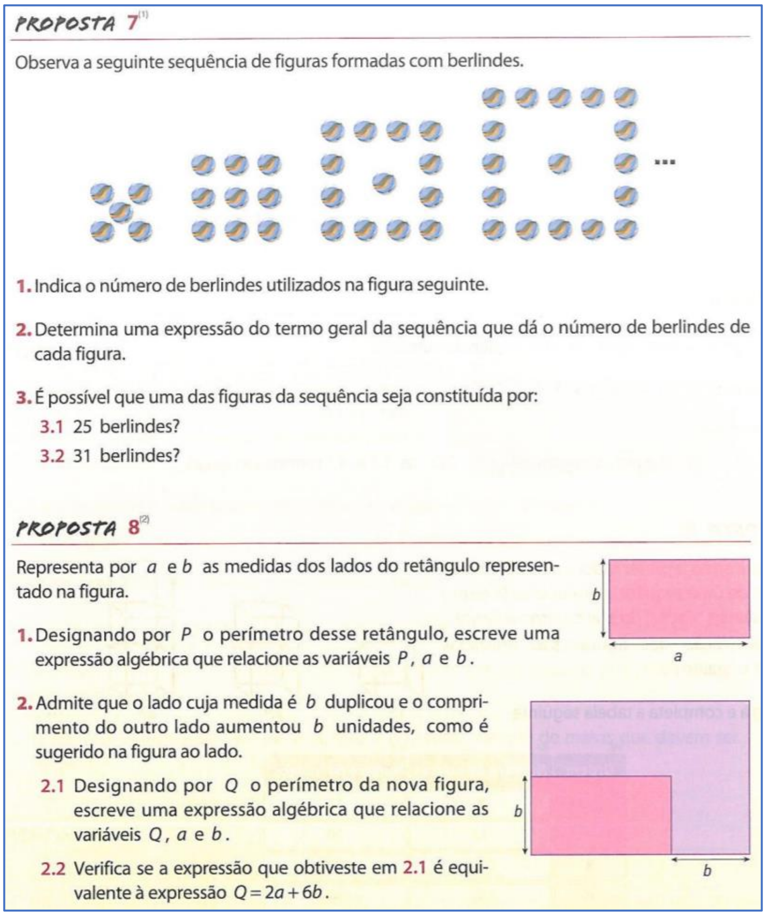
**2.** Mostra que:

**2.1** o 2.º termo é um número inteiro; **2.2** os 1.º e 4.º termos são iguais.

O Guia do Professor propõe que o professor trabalhe com os alunos as propostas 4, 5, 7 e 8. A proposta 4 (figura 3.85) tem uma natureza mais rotineira, em face do trabalho já realizado em sala de aula. Os alunos têm de encontrar o termo geral de duas sequências (embora envolvendo números racionais, o que a torna mais complexa que outras em que tenham trabalhado) e encontrar os quatro primeiros termos de outras sequências que são dadas pelas suas expressões algébricas. A proposta 5 apenas envolve o cálculo de termos de uma sequência dada por uma expressão algébrica, não sendo demasiado exigente.

A proposta 7 (figura 3.86) aproxima-se do tipo de tarefa exploratória que os alunos terão resolvido em sala de aula. Os alunos devem chegar à expressão algébrica do termo geral da sequência e analisar se os números indicados podem ou não ser termos desta sequência. Por fim, a proposta 8 (figura 3.86) é uma tarefa em contexto matemático com bastante dificuldade, devido à sua natureza algébrica, lidando com letras e não com números. O contexto geométrico pode ajudar os alunos no seu desempenho, mas o formalismo desta tarefa constitui, certamente, uma grande dificuldade para eles.

Figura 3.86 – Proposta 7 e 8 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, sobre sequências e regularidades (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 52).



**PROPOSTA 7**[1]

Observa a seguinte sequência de figuras formadas com berlindes.

1. Indica o número de berlindes utilizados na figura seguinte.
2. Determina uma expressão do termo geral da sequência que dá o número de berlindes de cada figura.
3. É possível que uma das figuras da sequência seja constituída por:
   3.1 25 berlindes?
   3.2 31 berlindes?

**PROPOSTA 8**[2]

Represente por $a$ e $b$ as medidas dos lados do retângulo representado na figura.

1. Designando por $P$ o perímetro desse retângulo, escreve uma expressão algébrica que relacione as variáveis $P$, $a$ e $b$.
2. Admite que o lado cuja medida é $b$ duplicou e o comprimento do outro lado aumentou $b$ unidades, como é sugerido na figura ao lado.
   2.1 Designando por $Q$ o perímetro da nova figura, escreve uma expressão algébrica que relacione as variáveis $Q$, $a$ e $b$.
   2.2 Verifica se a expressão que obtiveste em 2.1 é equivalente à expressão $Q = 2a + 6b$.



As propostas 1, 2, 3, 6, 9 e 11 são deixadas para trabalho de casa. As três primeiras são relativamente simples de completamento de termos de progressões aritméticas e geométricas (sem se usar estes termos), e a sexta proposta aproxima-se bastante do trabalho realizado já em sala de aula, tal como a tarefa 4 do MEM (figura 3.81). A proposta 9 (figura 3.87) envolve os alunos na simplificação de polinómios, o mesmo acontecendo na proposta 11, mas esta é feita num contexto mais lúdico e, por isso, provavelmente mais apelativo para os alunos.

Figura 3.87 – Proposta 9 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, sobre sequências e regularidades (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 52).

**PROPOSTA 9**[3]

Simplifica cada uma das seguintes expressões algébricas.

1. $3(x-2)+4x+5$
2. $2y-(3-y)+5y$
3. $8a^2+3(a-4a^2)-a$
4. $5b-2(a+3b)+4(a+b)$
5. $\frac{3}{2}x-(x^2+x)$
6. $2h-(h^2-3)+3(h+1)$

Por fim, as propostas 10 e 12 são deixadas como opção, não se percebendo de forma clara se para serem feitas como TPC ou em aula, com o apoio do professor. A proposta 10 (figura 3.88) aproxima-se de outra tarefa que é sugerida para ser trabalhada com o professor em sala de aula (a tarefa 6 – figura 3.84 – do MEM). A proposta 12 (figura 3.88) aproxima-se da 8, que deve ser realizada com o apoio do professor, em sala de aula. Estas duas tarefas são semelhantes a outras propostas para trabalho com o professor.

Figura 3.88 – Propostas 10 e 12 do manual *Espaço Matemática* 8.º ano, sobre sequências e regularidades (Costa & Rodrigues, 2013a, p. 53).

**PROPOSTA 10**[1]

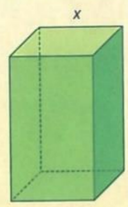
Admite que $x$ e $y$ são os preços de uma sanduíche e de um sumo, respetivamente.

Seja $P$ o preço a pagar, em dólares, por várias sanduíches e sumos para um grupo de pessoas, como a figura representa.

1. Observa a figura e, atendendo ao número de sanduíches e sumos representados, escreve uma expressão algébrica que relacione $P$, $x$ e $y$.
2. Determina o valor de $P$ admitindo que cada sanduíche custa \$ 1,2 e cada sumo custa \$ 1 .
3. Quanto custaria cada sumo se cada sanduíche custasse \$ 1,5 e a despesa total fosse de \$ 15 ?

**PROPOSTA 12**[3]

Na figura está representado um prisma* quadrangular regular.
Sabe-se que a aresta lateral excede em 5 unidades a aresta da base.
Represente por $x$ a medida da aresta da base.




1. Determina uma expressão algébrica que represente o volume do prisma.
2. Mostra que a área $A$ da superfície do prisma pode ser representada pela expressão: $A=6x^2+20x$
3. Determina o valor numérico de $A$ quando:
   3.1 $x=7$
   3.2 $x=\frac{9}{2}$

O tempo que eventualmente ainda reste deve ser dedicado à revisão de todos os conteúdos do primeiro trimestre deste ano de escolaridade.

### 3.4.4. Tarefas sobre novos conteúdos: 9.º ano

No primeiro trimestre do 9.º ano de escolaridade, estuda-se o tema da Probabilidade, prevendo-se abordar este tema em seis semanas. O Guia do Professor começa por informá-lo sobre o que se entende por probabilidade e como se relaciona com a estatística:

> A área de probabilidades na Matemática analisa todas as possibilidades que podem acontecer numa determinada situação. Entre estas possibilidades só acontece uma. Em alguns casos, antes de algo acontecer, pode-se calcular a possibilidade de realmente acontecer. A probabilidade está muito relacionada com a estatística. As probabilidades servem para medir a possibilidade de alguma coisa vir a acontecer, as estatística [sic] analisa o que já aconteceu (…) Em algumas situações pode se saber o que é que vai acontecer. Noutras situações pode-se prever de acordo com a probabilidade. Outras situações são impossíveis de prever. O estuda [sic] da probabilidade foca-se nas situações que é possível prever e calcula a probabilidade de acontecer. (ME, 2015a, p. 51)

Alguns conceitos de probabilidade não são fáceis de definir de forma rigorosa, mas são usados muito frequentemente. É importante compreender as probabilidades porque

> As pessoas utilizam as probabilidades no dia a dia para fazer planos ou tomar decisões. As pessoas que percebem de probabilidades conseguem decidir melhor e reduzir o risco. Porque quando entendemos probabilidades significa que entendemos o valor da possibilidade de ganhar ou encontrar alguma coisa. (ME, 2015b, p. 167)

A primeira tarefa proposta no Guia do Professor é a “Prática 9.1: Jogo”, que utiliza cartas de jogar e apela a um jogo que tradicionalmente as crianças timorenses jogam em suas casas, em pares. A ideia é os alunos brincarem com as cartas, lançarem-nas ao ar e calcularem a probabilidade de as cartas ficarem voltadas para cima ou de ficarem voltadas para baixo. Esta ação de atirar uma carta ao ar é usada como contexto para explicar a diferença entre fenómeno determinístico e fenómeno aleatório:

> Atire uma carta para o ar e deixe-a cair. Isto é um fenómeno determinístico pois antes de acontecer já sabemos o resultado. Quando cai pode cair virada para cima ou virada para baixo. Isto é um fenómeno aleatório porque antes de acontecer não podemos saber o resultado. (ME, 2015b, p. 161)

É pedido aos alunos que completem uma tabela (figura 3.89) para os resultados de atirar uma carta ao ar 10 vezes seguidas.

Figura 3.89 – Primeira parte da tarefa Prática 9.1 (ME, 2015b, p. 161).

| Jogo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Resultado | T | L | T | T | T | L | T | L | T | T |

A letra T (*Taka*) identifica as cartas voltadas para cima e a letra L (*Loke*) as cartas voltadas para baixo. O Guia do Professor apresenta duas formas de apresentar a probabilidade de uma carta ficar voltada para baixo ou voltada para cima. A primeira faz uso da definição clássica de probabilidade como o quociente entre o número de acontecimentos favoráveis e o número total de acontecimentos (figura 3.90):

Figura 3.90 – Primeira forma de apresentar as probabilidades na Prática 9.1 (ME, 2015b, p. 161).

Pode mostrar a percentagem de cartas viradas para baixe e para cima da seguinte forma:

- Virada para baixo:
  Probabilidade (T) = $\frac{\text{total baixo}}{n} = \frac{7}{10}$
- Virada para cima:
  Probabilidade (L) = $\frac{\text{total cima}}{n} = \frac{3}{10}$

A segunda forma faz apelo à relação entre as probabilidades de acontecimentos contrários (figura 3.91):

Figura 3.91 – Segunda forma de apresentar as probabilidades na Prática 9.1 (ME, 2015b, p. 161).

A probabilidade de cair virada para cima também pode ser calculada pela probabilidade total menos a probabilidade de cair virada para baixo:

$$\begin{aligned}\text{Probabilidade (L)} &= 1 - \text{Percentagem (T)}\\ &= 1 - \frac{7}{10}\\ &= \frac{10-7}{10}\\ &= \frac{3}{10}\end{aligned}$$

A tarefa prática continua com uma situação mais complexa: os alunos brincam com duas cartas e calculam a probabilidade de fazer um brinde. A tabela seguinte (figura 3.92) regista as várias possibilidades. A possibilidade "cima-baixo" significa que a carta do aluno A fica voltada para cima e a carta do aluno B fica voltada para baixo. Neste jogo, ganha quem fizer "cima-baixo" precisamente.

Figura 3.92 – Tabela da segunda situação apresentada na Prática 9.1 (ME, 2015b, p. 161).

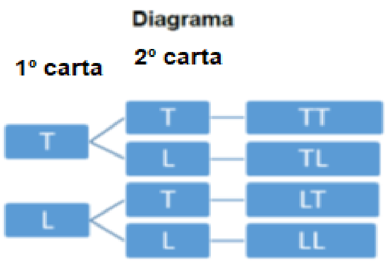
| Possibilidade | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Baixo-baixo | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Cima-baixo | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Baixo-cima | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Cima-cima | 0 | 0 | 0 | 1 |

E a tarefa prossegue com outras situações ainda mais complexas de dois ou mais brindes feitos com duas ou mais cartas. O MPM apresenta ainda duas representações diferentes para listar os acontecimentos possíveis (figura 3.93)

Figura 3.93 – Representações de acontecimentos possíveis (ME, 2015b, p. 166).

**Tabela**

| 2º carta / 1º carta | T | L |
|---|---|---|
| T | **TT** | **TL** |
| L | **LT** | **LL** |




O MPM apresenta um breve resumo teórico sobre o tema, dirigido ao professor, embora o aluno também deva conhecer os termos mencionados: acontecimento, probabilidade empírica, probabilidade de um acontecimento, probabilidade de um acontecimento contrário (figura 3.94). É dada primazia à definição clássica de probabilidade.

Figura 3.94 – Teoria apresentada na Prática 9.1 (ME, 2015b, p. 166).

**Teoria**

Em probabilidades, precisamos de saber o significado de algumas palavras:

- **Acontecimento** é o fenómeno que ocorre na experiência.
- **Probabilidade empírica (relativa)** é $f = \frac{n_i}{N}$
- **Probabilidade de um acontecimento** é $P(A) = \frac{n(A)}{N}$
- **Probabilidade de um acontecimento contrário** é $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

ou

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Para calcular probabilidades tem que calcular primeiro todas as possibilidades de determinada coisa acontecer. Isto é o **N** na fórmula de cima. Isto é que define o espaço da amostra. Depois utilize a fração $\frac{n(A)}{N}$ para mostrar a possibilidades favoráveis, o que queremos que aconteça [n(A)], de entre todas as possibilidades.

Como trabalho para casa, o Guia do Professor propõe a realização da tarefa 1 do MEM (figura 3.95), que gira em torno da noção intuitiva de fenómeno determinista e fenómeno aleatório.

Figura 3.95 – Tarefa 1 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre fenómenos determinísticos e aleatórios (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 7).

TAREFA 1

1. Num saco foram colocadas cinco bolas vermelhas, com igual aspeto, numeradas de 1 a 5.
Vai ser retirada, ao acaso, uma bola do saco.
Antes de retirar a bola é possível saber:
1.1 a sua cor?
1.2 o número nela marcado?
1.3 se é mais provável sair uma bola com número par ou com número ímpar?


2. Considera os fenómenos:
A: "O *peso* do próximo bebé a nascer em Timor-Leste."
B: "O número de pessoas com que me cruzo em cada deslocação de casa para a escola."
C: "Amanhã, a hora do nascer do sol, na aldeia do Pedro."
D: "Na sala de aula, lançar um dado ao ar para verificar se cai."
E: "No início de um jogo de futebol, saber o tempo de prolongamento que vai ter."
F: "Na marcação de penaltis pelo melhor marcador de uma equipa, observar se é golo."
G: "O número de peças produzidas por uma máquina na hora seguinte, sabendo que produz três peças por minuto."
H: "A média das classificações do exame de Matemática a realizar pelos alunos de uma turma, no final do ano letivo."
I: "Os números sorteados em cada semana na Lotaria."
J: "Dado um teste, numa turma com 100% de assiduidade, o número de testes que o professor vai corrigir."

Copia para o teu caderno a tabela que se segue e preenche-a com as letras associadas aos fenómenos dados.

| | Antes da realização do fenómeno | |
|---|---|---|
| | Há incerteza quanto ao resultado | É possível determinar o resultado |
| Fenómenos | ... | ... |

Estas duas noções (fenómeno aleatório e fenómeno determinístico) são introduzidas depois deste trabalho prévio, tanto na tarefa Prática 9.1, como nesta tarefa 1 do MEM. A introdução a estas noções é feita no MEM (figura 3.96), mas o Guia do Professor propõe uma simplificação na linguagem (figura 3.97), tornando-a mais acessível aos alunos:

Figura 3.96 – Apresentação das noções de fenómenos aleatórios e determinísticos pelo manual *Espaço Matemática* 9.º ano (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 8).

**Fenómenos aleatórios**: São fenómenos observáveis em que o resultado de cada realização individual é incerto, mesmo que possa haver uma tendência.

**Fenómenos determinísticos**: São fenómenos observáveis cujos resultados podem ser determinados antes que os mesmos se realizem.

**Experiência aleatória**: É a realização de um fenómeno aleatório e a observação dos resultados.

**Nota:** O conjunto de resultados de uma experiência aleatória é conhecido antecipadamente. Contudo, o resultado da experiência não pode ser previsto de forma exata.

Figura 3.97 – Apresentação das noções de fenómenos aleatórios e determinísticos proposta no Guia do Professor (ME, 2015a, p. 51).

- Os dois casos têm que ser explicados da seguinte forma:
  - **Fenómeno Aleatório** é um fenómeno que surge de forma aleatória, que quando ocorre, não se conhece o resultado mas à vezes o resultado segue tendências ou regras.
  - **Fenómeno Deterministico** é um fenómeno em que se pode prever o seu resultado.
  - **Experiência Aleatória** é a atividade de um fenómeno aleatório e o cálculo dos seus resultados

O Guia do Professor tem esta preocupação com a linguagem usada no MEM, mas também tem a preocupação de contextualizar estas noções, que são muito novas para os alunos, em situações que lhes sejam familiares. Por esse motivo, sugere alguns exemplos de fenómenos aleatórios que o professor pode apresentar e trabalhar com os alunos, relacionados com o seu cotidiano ou com contextos com os quais eles se poderão relacionar mais facilmente (figura 3.98):

Figura 3.98 – Exemplos de fenómenos aleatórios apresentados em contextos familiares aos alunos (ME, 2015a, pp. 51-52).

- Tudo o que vive morre passado algum tempo então o tempo de vida tem uma probabilidade.
- O lucro, o dinheiro que a loja ganha todos os dias não é claro mas podemos ver o lucro diário durante 3 meses e depois calcular a probabilidade de lucro no futuro.
- É difícil prever a chuva mas se analisarmos os dados dos últimos meses ou dias, pode se calcular a probabilidade de chover amanhã.

A segunda semana também começa com o trabalho em torno de uma tarefa do MPM, a “Prática 9.2: Analisar probabilidades”. Nesta tarefa, os alunos devem preencher uma tabela como a da figura 3.99, onde F está associado a cara e N a coroa. É feita uma relação com a tarefa prática anterior.

Figura 3.99 – Primeira tabela da Prática 9.2 (ME, 2015b, p. 167).

| Resultado | Atirar moedas | | |
|---|---|---|---|
| |  |  |  |
| Possibilidades | F ou N | (F,F), (F,N) ou (N,N) | (F,F,F), (F,F,N), (F,N,F), (N,F,F), (F,N,N), (N,N,F), (N,F,N), ou (N,N,N) |
| Espaço amostra | {F,N} | {(F,F), (N,F), (N,N)} | {(F,F,F), (F,F,N), (F,N,F), (N,F,F), (F,N,N), (N,N,F), (N,F,N), (N,N,N)} |

**Nota:** Mostre aos alunos que a probabilidade das moedas é igual à das cartas, como na atividade ' Jogo'

Depois deste trabalho, os alunos preenchem nova tabela com a intenção implícita de encontrar a frequência relativa dos acontecimentos “sair cara” e “sair coroa” (figura 3.100). A ideia será que os alunos realizem experiências para perceberem que, quanto maior é o número de lançamentos da moeda, a frequência relativa se aproxima de ½.

Figura 3.100 – Segunda tabela da Prática 9.2 (ME, 2015b, p. 168).

| Nº de lançamentos da moeda (n) | Frequência de sair cara (f) | Frequência relativa ($f_r$) $f_r = \frac{f}{n}$ |
|---|---|---|
| 5 | 2 | $\frac{2}{5}=0{,}4$ |
| 10 | 6 | $\frac{6}{10}=0{,}6$ |
| 15 | | |
| 20 | | |
| 25 | | |

Com apoio numa representação tabular para o caso do lançamento de duas moedas, os alunos preenchem mais uma tabela (figura 3.101) e depois são desafiados a encontrar as frequências relativas (figura 3.102). Embora não esteja explícito, os alunos devem realizar várias experiências para chegar a conclusões.

Figura 3.101 – Terceira tabela da Prática 9.2 (ME, 2015b, p. 169).

| Possibilidade | Nº de vezes | Valor probabilidade |
|---|---|---|
|  | 1 | $\frac{1}{4}$ |
|  | 2 | $\frac{2}{4}$ |
|  | 1 | $\frac{1}{4}$ |
| Total | 4 | $\frac{4}{4}=1$ |

Figura 3.102 – Quarta tabela da Prática 9.2 (ME, 2015b, p. 169).

| Nº de lançamentos de duas moedas (n) | Frequência de cada combinação (f) | | | | Frequência relativa ($f_r$) $f_r = \frac{f}{n}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | N,N | N,F | F,N | F,F | $fr_{N,N}$ | $fr_{N,F}$ | $fr_{F,N}$ | $fr_{F,F}$ |
| 5 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,2 |
| 10 | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | |

As situações envolvendo dados podem ser trabalhadas em casa. São semelhantes às situações já descritas e o que parece ser mais importante é a relação entre representações diferentes, tabular e em árvore (figuras 3.103 e 3.104). Estas representações são muito úteis para a resolução de algumas questões colocadas sobre o lançamento de dois dados, como a probabilidade de sair um duplo (dados com o mesmo número de pintas viradas para cima) ou a probabilidade de a soma das pintas ser, por exemplo, um número par, ou a probabilidade de a soma das pintas ser menor que 7.

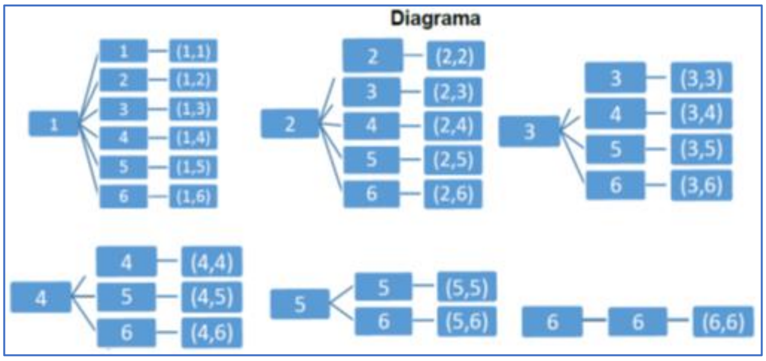
Figura 3.103 – Tabela representativa das possibilidades no lançamento de dois dados (ME, 2015b, p. 172).

**Tabela**

| D1 Ho D2 | ⚀ | ⚁ | ⚂ | ⚃ | ⚄ | ⚅ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ⚀ | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| ⚁ | * | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| ⚂ | * | * | (3,3) | (3,4) | (3,5) | (3,6) |
| ⚃ | * | * | * | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| ⚄ | * | * | * | * | (5,5) | (5,6) |
| ⚅ | * | * | * | * | * | (6,6) |

* Há lugares vazios porque os dois dados são iguais ou seja (a, b) é igual a (b, a), por exemplo (1, 2) é igual a (2, 1).

Figura 3.104 – Diagrama em árvore representativo das possibilidades no lançamento de dois dados (ME, 2015b, p. 172).




Os alunos são encorajados a fazer com os dados o mesmo que fizeram com as moedas para encontrarem a frequência relativa (figura 3.105). Anotam quantas vezes saiu cada face do dado e vão percebendo que as frequências relativas de cada face se aproximam de 1/6.

Figura 3.105 – Tabela acerca da frequência relativa da face de um dado na Prática 9.2 (ME, 2015b, p. 174).

| Nº | Quantas veze lançou o dado | Frequência do número (f) | | | | | | Frequência relativa (f) $f_r = \frac{f}{n}$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | fr 1 | fr 2 | fr 3 | fr 4 | fr 5 | fr 6 |
| 1 | 5 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0,2 | 0,4 | 0 | 0 | 0,2 | 0,2 |
| 2 | 10 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 15 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 20 | | | | | | | | | | | | |

Usando feijões ou outros grãos de quatro tipos (por exemplo, vermelho, branco, preto e manteiga), os alunos podem trabalhar em situações semelhantes, mas mais complexas. Um dos aspetos mais importantes nesta situação é compreender que a probabilidade depende do número de objetos de cada tipo que se está a considerar, por exemplo, quantos feijões vermelhos tem numa caixa com feijões de todos os tipos influencia a probabilidade de se retirar um feijão e ele ser vermelho. O preenchimento de mais uma tabela pode ajudar os alunos a perceber isto (figura 3.106). A diferença para o caso dos dados e das moedas é que os acontecimentos, quando o número de feijões de cada tipo não é o mesmo, não são equiprováveis, ou seja, não têm a mesma probabilidade.

Figura 3.106 – Tabela sobre cálculo de probabilidade de acontecimentos não equiprováveis (ME, 2015b, p. 174).

| Nº | Quantidade de feijões | | | | | Valor probabilidade | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Vermelho (B) | Branco (C) | Preto (D) | Riscado (E) | **Total n** | P(B) | P(C) | P(D) | P(E) | TOTAL P(A) |
| **1** | 1 | 1 | 1 | 1 | **4** | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |
| **2** | 3 | 2 | 4 | 3 | **12** | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |
| **3** | 4 | 6 | 2 | 12 | | | | | | |
| **4** | 20 | 25 | 30 | 35 | | | | | | |

O MPM refere que é preciso conhecer certos termos e o que significam. Embora isto seja necessário, o MPM não aconselha de modo claro os professores a referir cada um destes termos no contexto das situações que foram exploradas pelos alunos. Sem essa indicação mais clara, corre-se o risco de o professor olhar apenas para o lado mais teórico, mais abstrato e descontextualizado destes termos, como na figura 3.107.

Figura 3.107 – Termos importantes no contexto da Prática 9.2 (ME, 2015b, p. 175).

Em probabilidades, precisamos de saber o significado de algumas palavras:

- **Acontecimento** é o fenómeno que ocorre na experiência.
- '**Posibilidade**' (ou '**Pontos de amostra**') elementos do espaço de amostra.
- '**Espaço de amostra**' conjunto dos resultados de todas as experiências que podem acontecer.
- **Frequência relativa** é $f = \frac{n_i}{N}$
- **Probabilidade de um acontecimento** é $P(A) = \frac{n(A)}{N}$
- **Probabilidade de um acontecimento contrário** é $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

ou

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Depois do trabalho prático, os alunos devem realizar a tarefa 2 do MEM (figura 3.108). Esta tarefa apresenta vários acontecimentos que os alunos devem analisar entre acontecimentos sem resultados no espaço amostral, ou com o conjunto de resultados igual ao espaço amostral ou com apenas um resultado no espaço amostral. A noção de espaço amostral já tem de ter sido introduzida, com os cuidados explicados acima.

Figura 3.108 – Tarefa 2 do manual *Espaço Matemático* 9.º ano, sobre espaço amostral e espaço de resultados de um acontecimento (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 10).

**TAREFA 2**[1]

O João tem um dado cúbico com as faces numeradas de 1 a 6.

Considera a experiência aleatória que consiste em lançar o dado do João e observar o número da face que fica voltada para cima.

Sejam ***A***, ***B***, ***C***, ***D*** e ***E*** os acontecimentos:

***A***: "O número da face que fica voltada para cima é múltiplo de 5."

***B***: "O número da face que fica voltada para cima é divisor de 12."

***C***: "O número da face que fica voltada para cima é múltiplo de 7."

***D***: "O número da face que fica voltada para cima é divisor de 60."

***E***: "O número da face que fica voltada para cima é número primo."

**1.** Indica o espaço de resultados (amostral) associado à experiência aleatória.

**2.** Dos acontecimentos dados, há um que é constituído por todos os resultados do espaço amostral. Identifica-o.

**3.** Dos acontecimentos dados, há um que não contém qualquer resultado do espaço amostral. Identifica-o.

**4.** Dos acontecimentos dados, identifica os que são constituídos por um único resultado do espaço amostral.

A tarefa 2 do MEM ajuda os alunos a compreender melhor as noções de acontecimento certo, impossível e elementar. Mas o Guia do Professor chama a atenção para a necessidade de se explicar bem estas ideias (figura 3.109):

Figura 3.109 – Sugestão de explicação da classificação dos acontecimentos (ME, 2015a, p. 52).

- Explicar bem estas palavras aos alunos:
  - **Acontecimento elementar** é cada um dos resultados da experiência. Colocados em conjunto são o **espaço amostral** ou **espaço de resultados**.
  - **Acontecimento certo** é aquele que está sempre correto.
  - **Acontecimento impossível** é alguma coisa que não pode acontecer.

De facto, a linguagem usada no MEM não é tão acessível (figura 3.110) e, por isso, o MPM pede ao professor para simplificar a linguagem.

Figura 3.110 – Explicação da classificação de acontecimentos no manual *Espaço Matemática* 9.º ano (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 11).

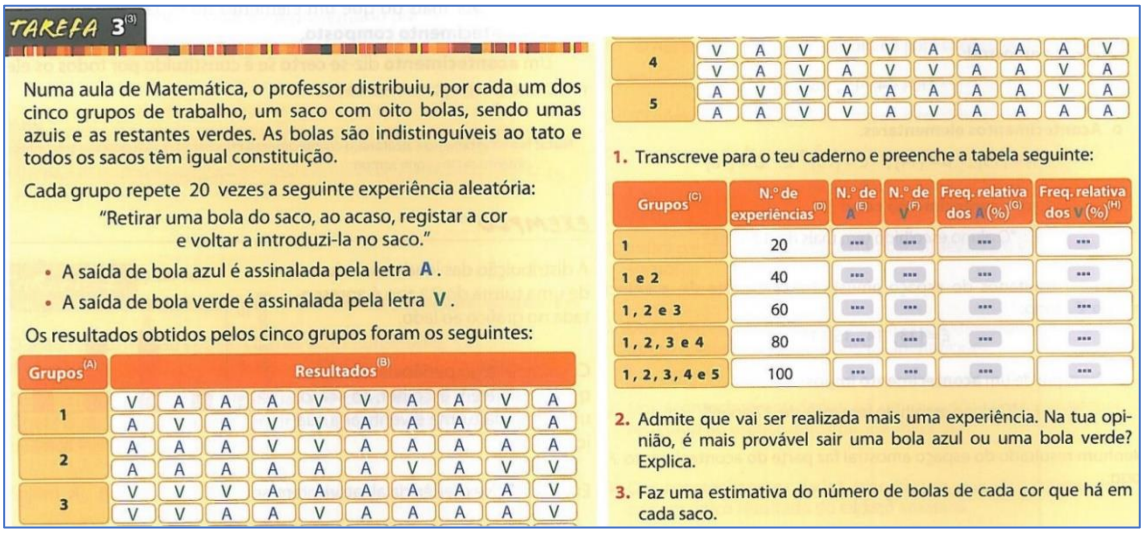
Um **acontecimento** que não contém qualquer resultado do espaço amostral diz-se **impossível** e representa-se por $\varnothing$ ou $\{\}$, que designa o conjunto vazio (conjunto sem elementos). No caso de o acontecimento ser constituído por, pelo menos, um resultado do espaço amostral, diz-se **possível**.

Um **acontecimento** diz-se **elementar** se é constituído por um só elemento do espaço de resultados. No caso de o acontecimento ser constituído por mais do que um elemento do espaço de resultados, diz-se **acontecimento composto**.

Um **acontecimento** diz-se **certo** se é constituído por todos os elementos do espaço de resultados.

A terceira semana retoma o assunto da frequência relativa. O Guia do Professor aconselha a que o professor explique o exemplo e proponha a tarefa 3 do MEM (figura 3.111) para os alunos resolverem em casa. Esta tarefa tem perguntas mais simples e outras mais exigentes que envolvem estimativas. Depois recomenda que o professor explique um pouco a tarefa 4 do MEM (figura 3.112) e ela seja também resolvida em casa pelos alunos. A tarefa 4 exige que os alunos apliquem os conceitos de acontecimento certo, impossível e elementar. O Guia do Professor não é claro sobre o que pretende que o professor explique.

Figura 3.111 – Tarefa 3 do manual *Espaço Matemática* 9º ano, sobre frequência relativa (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 12).



TAREFA 3[3]

Numa aula de Matemática, o professor distribuiu, por cada um dos cinco grupos de trabalho, um saco com oito bolas, sendo umas azuis e as restantes verdes. As bolas são indistinguíveis ao tato e todos os sacos têm igual constituição.

Cada grupo repete 20 vezes a seguinte experiência aleatória:

"Retirar uma bola do saco, ao acaso, registar a cor e voltar a introduzi-la no saco."

- A saída de bola azul é assinalada pela letra A.
- A saída de bola verde é assinalada pela letra V.

Os resultados obtidos pelos cinco grupos foram os seguintes:

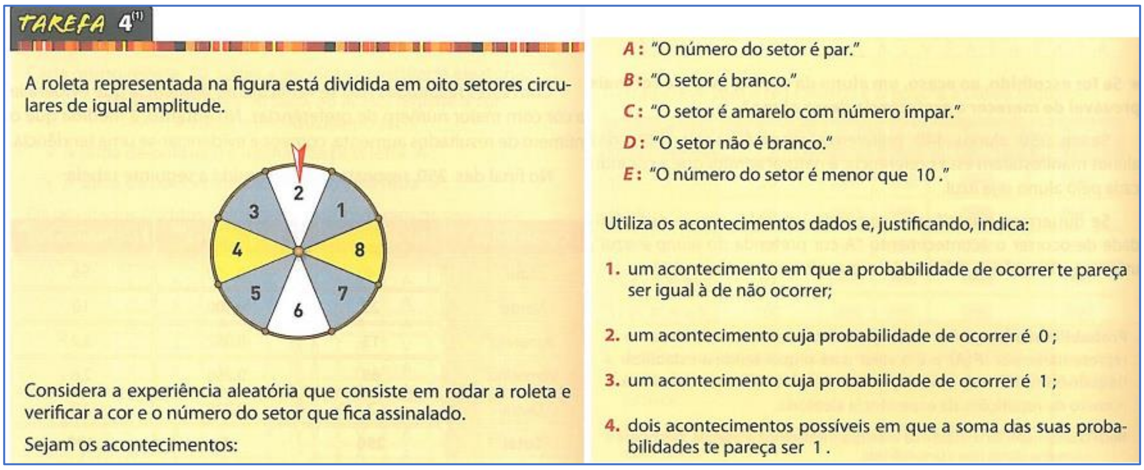
| Grupos[A] | Resultados[B] | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | V | A | A | A | V | V | A | A | V | A |
| | A | V | A | V | V | A | A | A | V | A |
| 2 | A | A | A | V | V | A | A | A | A | A |
| | A | A | A | A | A | A | V | A | V | V |
| 3 | V | V | V | A | A | A | A | A | A | V |
| | V | V | A | A | V | A | A | A | A | V |
| 4 | V | A | V | V | V | A | A | A | A | V |
| | V | A | V | A | V | V | A | A | V | A |
| 5 | A | V | V | A | A | A | A | A | V | A |
| | A | A | V | V | A | V | A | A | A | A |

1. Transcreve para o teu caderno e preenche a tabela seguinte:

| Grupos[C] | N.º de experiências[D] | N.º de A[E] | N.º de V[F] | Freq. relativa dos A (%)[G] | Freq. relativa dos V (%)[H] |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | ... | ... | ... | ... |
| 1 e 2 | 40 | ... | ... | ... | ... |
| 1, 2 e 3 | 60 | ... | ... | ... | ... |
| 1, 2, 3 e 4 | 80 | ... | ... | ... | ... |
| 1, 2, 3, 4 e 5 | 100 | ... | ... | ... | ... |

2. Admite que vai ser realizada mais uma experiência. Na tua opinião, é mais provável sair uma bola azul ou uma bola verde? Explica.
3. Faz uma estimativa do número de bolas de cada cor que há em cada saco.

Figura 3.112 – Tarefa 4 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre acontecimentos certos, impossíveis e elementares (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 14).



TAREFA 4[1]

A roleta representada na figura está dividida em oito setores circulares de igual amplitude.

Considera a experiência aleatória que consiste em rodar a roleta e verificar a cor e o número do setor que fica assinalado.

Sejam os acontecimentos:

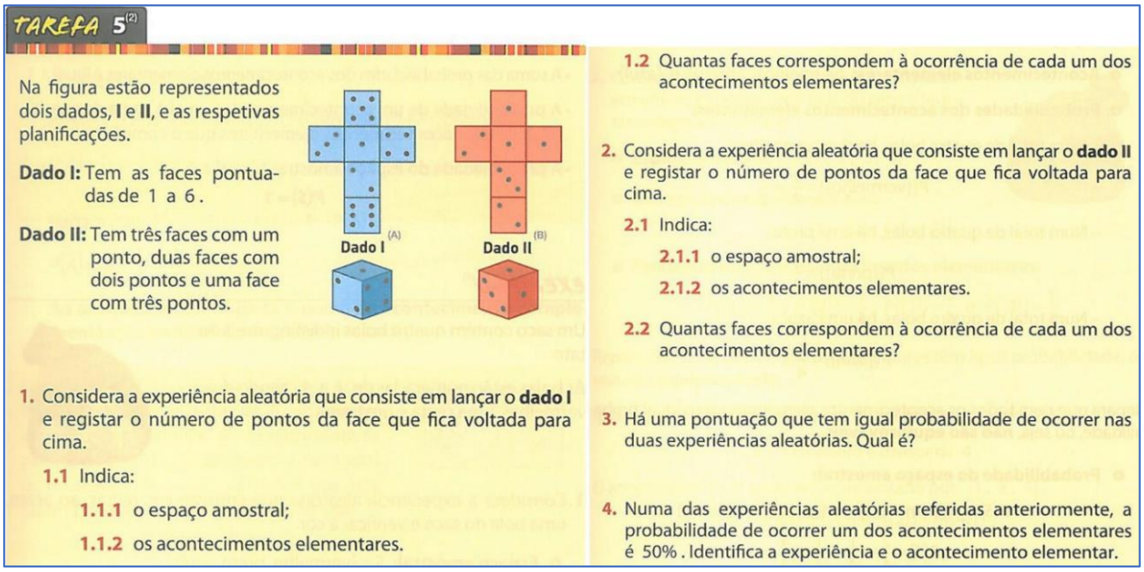
*A*: "O número do setor é par."
*B*: "O setor é branco."
*C*: "O setor é amarelo com número ímpar."
*D*: "O setor não é branco."
*E*: "O número do setor é menor que 10."

Utiliza os acontecimentos dados e, justificando, indica:

1. um acontecimento em que a probabilidade de ocorrer te pareça ser igual à de não ocorrer;
2. um acontecimento cuja probabilidade de ocorrer é 0;
3. um acontecimento cuja probabilidade de ocorrer é 1;
4. dois acontecimentos possíveis em que a soma das suas probabilidades te pareça ser 1.

A regra de Laplace é o assunto da quarta semana, sendo apresentada como "uma maneira de escrever uma probabilidade como fração: $P(A) = \frac{m}{n}$. A parte de cima da fração [numerador] $m$ é a possibilidade que queremos calcular [*favorável*]. A parte de baixo [denominador] *n* são todas a possibilidades que podem acontecer" (ME, 2015a, p. 52). Uma ideia muito importante é que os alunos "têm que ver muitos exemplos para poderem compreender este conceito" (ME, 2015a, p. 52). Este conceito é apresentado primeiro aos alunos e depois aplicado na resolução das tarefas 5 e 6 do MEM.

Figura 3.113 – Tarefa 5 do manual *Espaço Matemática* 9º ano, sobre vários conceitos da unidade de probabilidades (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 15).



TAREFA 5[2]

Na figura estão representados dois dados, **I** e **II**, e as respetivas planificações.

**Dado I:** Tem as faces pontuadas de 1 a 6.

**Dado II:** Tem três faces com um ponto, duas faces com dois pontos e uma face com três pontos.



**1.** Considera a experiência aleatória que consiste em lançar o **dado I** e registar o número de pontos da face que fica voltada para cima.

**1.1** Indica:

**1.1.1** o espaço amostral;

**1.1.2** os acontecimentos elementares.

**1.2** Quantas faces correspondem à ocorrência de cada um dos acontecimentos elementares?

**2.** Considera a experiência aleatória que consiste em lançar o **dado II** e registar o número de pontos da face que fica voltada para cima.

**2.1** Indica:

**2.1.1** o espaço amostral;

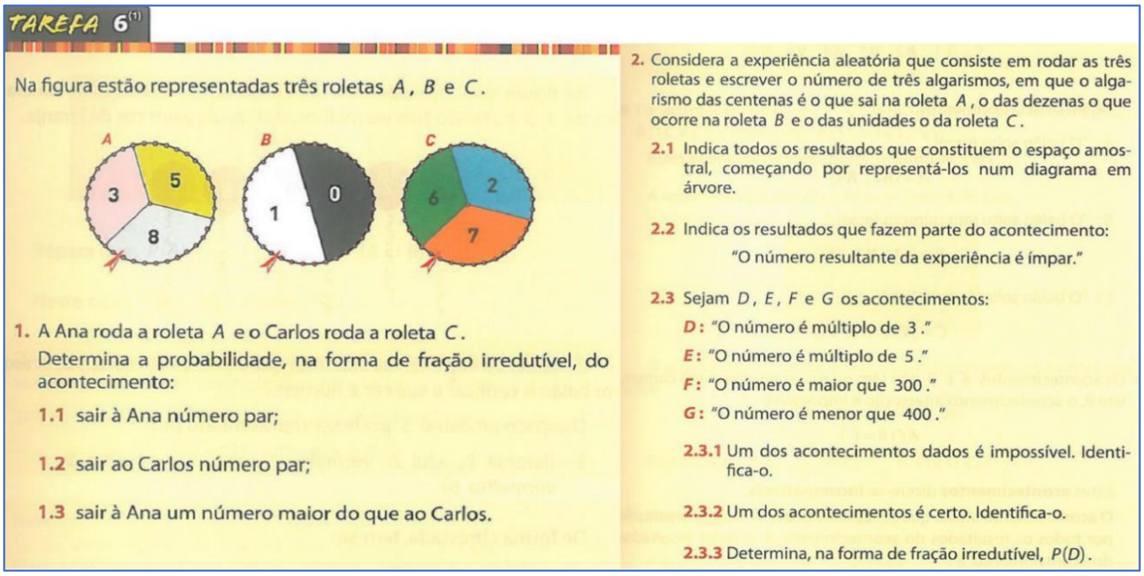
**2.1.2** os acontecimentos elementares.

**2.2** Quantas faces correspondem à ocorrência de cada um dos acontecimentos elementares?

**3.** Há uma pontuação que tem igual probabilidade de ocorrer nas duas experiências aleatórias. Qual é?

**4.** Numa das experiências aleatórias referidas anteriormente, a probabilidade de ocorrer um dos acontecimentos elementares é 50%. Identifica a experiência e o acontecimento elementar.

Figura 3.114 – Tarefa 6 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre vários conceitos da unidade de probabilidades (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 19).



TAREFA 6[1]

Na figura estão representadas três roletas $A$, $B$ e $C$.



**1.** A Ana roda a roleta $A$ e o Carlos roda a roleta $C$.
Determina a probabilidade, na forma de fração irredutível, do acontecimento:

**1.1** sair à Ana número par;

**1.2** sair ao Carlos número par;

**1.3** sair à Ana um número maior do que ao Carlos.

**2.** Considera a experiência aleatória que consiste em rodar as três roletas e escrever o número de três algarismos, em que o algarismo das centenas é o que sai na roleta $A$, o das dezenas o que ocorre na roleta $B$ e o das unidades o da roleta $C$.

**2.1** Indica todos os resultados que constituem o espaço amostral, começando por representá-los num diagrama em árvore.

**2.2** Indica os resultados que fazem parte do acontecimento:
"O número resultante da experiência é ímpar."

**2.3** Sejam $D$, $E$, $F$ e $G$ os acontecimentos:
$D$: "O número é múltiplo de 3."
$E$: "O número é múltiplo de 5."
$F$: "O número é maior que 300."
$G$: "O número é menor que 400."

**2.3.1** Um dos acontecimentos dados é impossível. Identifica-o.

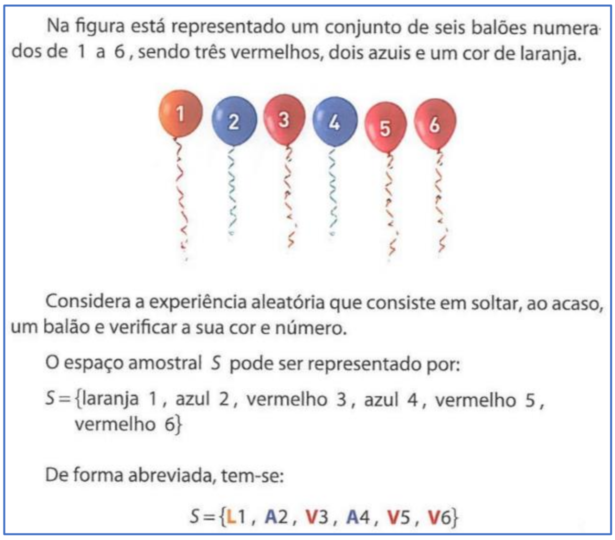
**2.3.2** Um dos acontecimentos é certo. Identifica-o.

**2.3.3** Determina, na forma de fração irredutível, $P(D)$.

A tarefa 5 do MEM (figura 3.113) é a primeira proposta de trabalho que é feita no Guia do Professor para o tópico da regra de Laplace. O Guia do Professor aconselha que os alunos usem um dado ou o construam com papel, por exemplo, para poderem melhor compreender as várias hipóteses possíveis. Analisar só uma figura impressa não os ajuda tanto como um objeto que podem manipular. A tarefa 6 (figura 3.114) é semelhante à anterior e ajuda a consolidar ideias.

A quinta semana aborda o tema dos acontecimentos incompatíveis, recorrendo ao MEM. A situação apresentada no MEM usa balões (figura 3.115), mas o Guia do Professor chama a atenção para que se podem usar tampas de garrafa diferentes.

Figura 3.115 – Situação da introdução aos acontecimentos incompatíveis (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 20).


Na figura está representado um conjunto de seis balões numerados de 1 a 6, sendo três vermelhos, dois azuis e um cor de laranja.



Considera a experiência aleatória que consiste em soltar, ao acaso, um balão e verificar a sua cor e número.

O espaço amostral $S$ pode ser representado por:

$S = \{$laranja 1, azul 2, vermelho 3, azul 4, vermelho 5, vermelho 6$\}$

De forma abreviada, tem-se:

$S = \{L1, A2, V3, A4, V5, V6\}$

De acordo com o Guia do Professor,

> O importante é compreender que podem escolher duas características que não sejam iguais, exemplo: cor e número ou número ímpar e par. Depois quando escolher um, a probabilidade de escolher uma cor, um número ou um número para ou ímpar, não é igual e não depende uma da outra.
>
> - Quando calcula a probabilidade de escolher um dos objetos com características que não são comuns isso chama-se **acontecimento incompatível** ou **disjunto.** Exemplo: Escolha um dos alunos e calcula a probabilidade de escolher uma aluna ou uma pessoa que use óculos e não há nenhuma rapariga que use óculos então este é um acontecimento incompatível.
> - Quando calcula a probabilidade de escolher um dos objetos com características que são comuns, isso chama-se **acontecimento compatível**. Exemplo: Escolha um dos alunos e calcule a probabilidade de escolher um rapaz ou uma pessoa que use óculos e existirem rapazes com óculos então este é um acontecimento compatível. (ME, 2015a, p. 53)

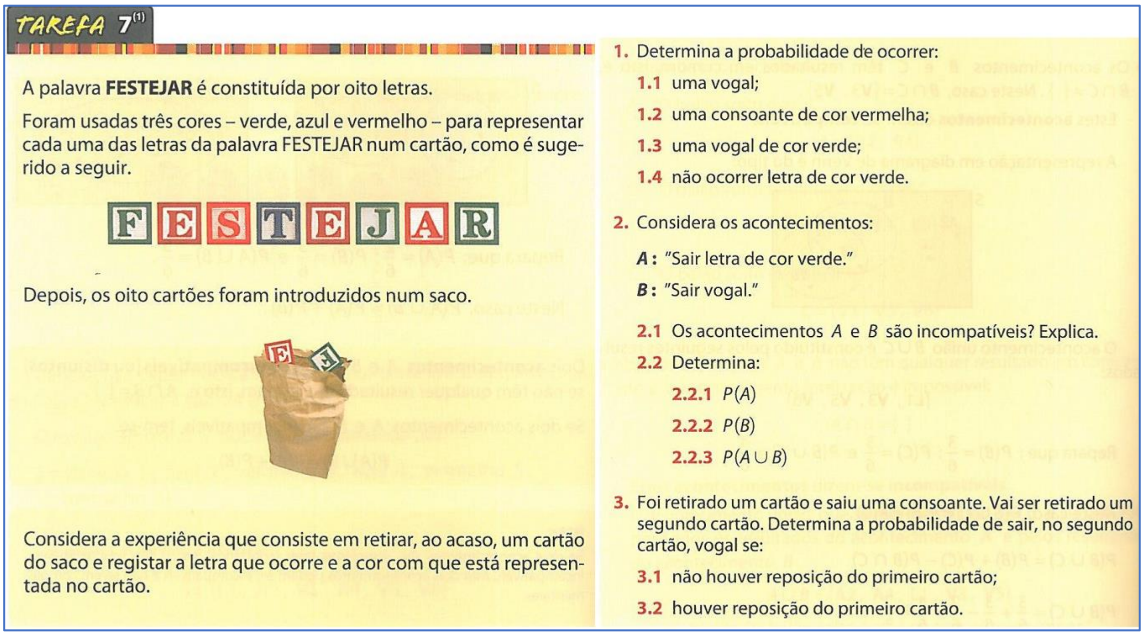
O Guia do Professor chama a atenção para a relação entre acontecimentos compatíveis e incompatíveis e a união e interseção de conjuntos, referindo explicitamente que o professor "tem que rever, explicar, e mostrar cuidadosamente as operações entre dois conjuntos especialmente a união $\cup$ e a intersecção $\cap$" (ME, 2015a, p. 53). O exemplo proposto faz apelo a situações que são familiares aos alunos:

> Um conjunto de crianças com saia e um conjunto de crianças com calças. A União entre os conjuntos são todos os alunos que usam calças ou saias (…) Há um conjunto de crianças que usa saia e um conjunto de crianças que usam o cabelo apanhado. A intersecção entre estes dois conjuntos são as crianças que usam saia e têm o cabelo apanhado. (ME, 2015a, p. 53)

Com situações do dia-a-dia, a explicação da união e interseção de conjuntos torna-se mais simples. Mas o Guia do Professor é claro noutro conselho que dá aos professores: “Antes de compreender a probabilidade de uma [sic] acontecimento como no livro explique estes exemplos” (ME, 2015a, p. 53), ou seja, antes de avançar com o MEM, o professor deve abordar estes exemplos com os alunos.

A tarefa 7 do MEM (figura 3.116) serve então para os alunos aplicarem estas noções que lhes foram apresentadas. Contém várias questões, umas mais simples e outras de natureza mais problemática.

Figura 3.116 – Tarefa 7 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre várias noções da unidade de probabilidades (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 22).



TAREFA 7[1]

A palavra **FESTEJAR** é constituída por oito letras.

Foram usadas três cores – verde, azul e vermelho – para representar cada uma das letras da palavra FESTEJAR num cartão, como é sugerido a seguir.

F E S T E J A R

Depois, os oito cartões foram introduzidos num saco.

Considera a experiência que consiste em retirar, ao acaso, um cartão do saco e registar a letra que ocorre e a cor com que está representada no cartão.

**1.** Determina a probabilidade de ocorrer:

**1.1** uma vogal;

**1.2** uma consoante de cor vermelha;

**1.3** uma vogal de cor verde;

**1.4** não ocorrer letra de cor verde.

**2.** Considera os acontecimentos:

*A*: "Sair letra de cor verde."

*B*: "Sair vogal."

**2.1** Os acontecimentos *A* e *B* são incompatíveis? Explica.

**2.2** Determina:

**2.2.1** $P(A)$

**2.2.2** $P(B)$

**2.2.3** $P(A \cup B)$

**3.** Foi retirado um cartão e saiu uma consoante. Vai ser retirado um segundo cartão. Determina a probabilidade de sair, no segundo cartão, vogal se:

**3.1** não houver reposição do primeiro cartão;

**3.2** houver reposição do primeiro cartão.

A última semana dedicada ao tema das probabilidades continua a fazer uso do MEM. As propostas 1 e 8 (figura 3.117) ficam para trabalho de casa. São tarefas simples que recuperam o uso de representações úteis na resolução de problemas como os diagramas em árvore, no caso da proposta 1, e pedem a aplicação da regra de Laplace, no caso da proposta 8.

Figura 3.117 – Propostas 1 e 8 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, para TPC (Costa & Rodrigues, 2013b, pp. 23, 25).

**PROPOSTA 1**[1]

Uma florista de Díli tem rosas de cinco cores: brancas, amarelas, vermelhas, cor de salmão e cor-de-rosa.
Uma cliente pede um ramo com três rosas de cores diferentes.

1.1 Recorre a um diagrama em árvore para determinar quantas são as combinações de três cores que a florista pode fazer.

1.2 Determina o número de combinações de cores diferentes no caso de a cliente pretender que uma das rosas seja branca.

**PROPOSTA 8**[2]

Numa caixa há cinco bolas indistinguíveis ao tato, estando registada cada uma das cinco vogais em cada bola.


8.1 Se o MIGUEL retirar uma das bolas ao acaso, qual é a probabilidade de sair uma bola com uma letra que faça parte do seu nome? E se for a CELESTE?

8.2 Após as bolas terem sido introduzidas na caixa, o AURÉLIO retirou ao acaso uma bola. Qual é a probabilidade de a letra da bola não fazer parte do seu nome?

São propostas quatro tarefas para trabalho em sala de aula, em jeito de revisão. A proposta 2 (figura 3.118) exige que os alunos saibam o que é o espaço amostral e apliquem a regra de Laplace. A proposta 3 (figura 3.118) recupera as noções de acontecimento certo, impossível e elementar, numa situação um pouco mais complexa porque são retiradas moedas de uma saca sem reposição.

Figura 3.118 – Propostas 2 e 3 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, para revisão (Costa &Rodrigues, 2013b, p. 23).

**PROPOSTA 2**[2]

Num saco há quatro bolas numeradas de 1 a 4.
São retiradas duas bolas, ao acaso, uma após a outra, sem reposição da bola retirada em primeiro lugar.


2.1 Indica o espaço de resultados se, após a retirada das bolas, multiplicarmos os números saídos.

2.2 Utilizando os números das bolas retiradas, escreve-se um número de dois algarismos, sendo o algarismo das dezenas o correspondente à primeira extração.
Qual é a probabilidade de ser escrito um número que seja:

2.2.1 par?
2.2.2 múltiplo de 3 ?
2.2.3 múltiplo de 5 ?
2.2.4 menor do que 45 ?

**PROPOSTA 3**[3]

De um porta-moedas com três moedas, sendo uma de 5 centavos, outra de 10 centavos e outra de 25 centavos, retiram-se sucessivamente, sem reposição, duas moedas ao acaso e regista-se a quantia retirada. Relativamente a esta experiência, considera os acontecimentos:

*A*: "Sair a quantia de 50 centavos."
*B*: "Sair uma quantia inferior a 50 centavos."
*C*: "Sair uma quantia superior a 20 centavos."
*D*: "Sair uma quantia inferior a 35 centavos."


3.1 Indica o espaço amostral.

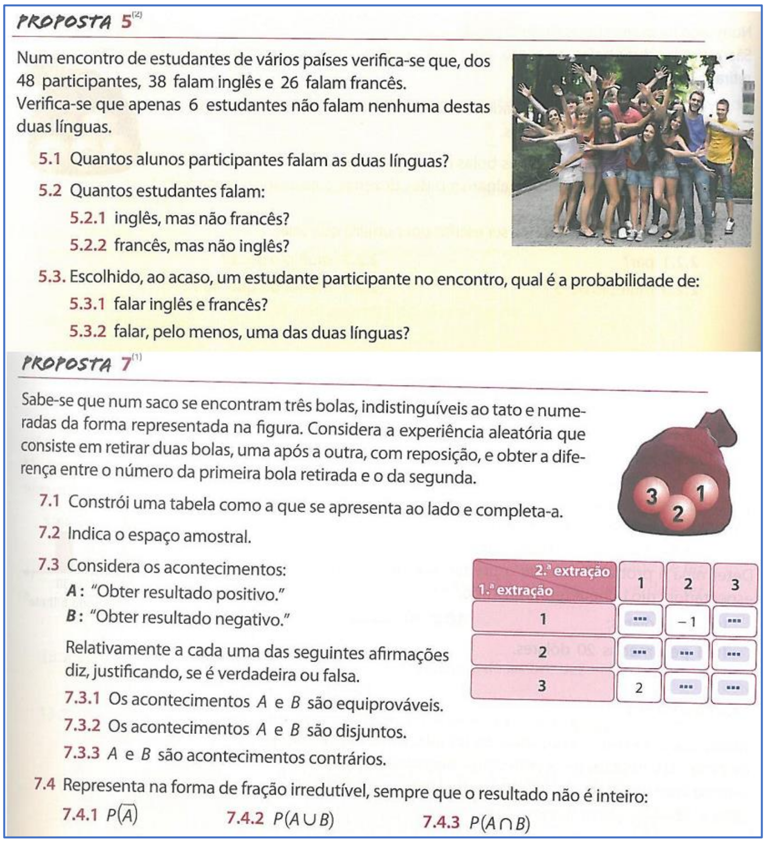
3.2 Indica um acontecimento que seja:

3.2.1 impossível;
3.2.2 certo;
3.2.3 possível, mas não certo.

3.3 Considera a afirmação: *Os acontecimentos C e D são equiprováveis.*
Diz, justificando, se a afirmação é verdadeira ou falsa.

As propostas 5 e 7 (figura 3.119) pedem para os alunos aplicarem os seus conhecimentos sobre acontecimentos compatíveis e incompatíveis, acontecimentos equiprováveis, e a probabilidade de acontecimentos contrários.

Figura 3.119 – Propostas 5 e 7 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, para revisão (Costa & Rodrigues, 2013b, pp. 24, 25).



**PROPOSTA 5**[2]

Num encontro de estudantes de vários países verifica-se que, dos 48 participantes, 38 falam inglês e 26 falam francês. Verifica-se que apenas 6 estudantes não falam nenhuma destas duas línguas.

**5.1** Quantos alunos participantes falam as duas línguas?

**5.2** Quantos estudantes falam:

**5.2.1** inglês, mas não francês?

**5.2.2** francês, mas não inglês?

**5.3.** Escolhido, ao acaso, um estudante participante no encontro, qual é a probabilidade de:

**5.3.1** falar inglês e francês?

**5.3.2** falar, pelo menos, uma das duas línguas?

**PROPOSTA 7**[1]

Sabe-se que num saco se encontram três bolas, indistinguíveis ao tato e numeradas da forma representada na figura. Considera a experiência aleatória que consiste em retirar duas bolas, uma após a outra, com reposição, e obter a diferença entre o número da primeira bola retirada e o da segunda.

**7.1** Constrói uma tabela como a que se apresenta ao lado e completa-a.

**7.2** Indica o espaço amostral.

**7.3** Considera os acontecimentos:

*A*: "Obter resultado positivo."

*B*: "Obter resultado negativo."

Relativamente a cada uma das seguintes afirmações diz, justificando, se é verdadeira ou falsa.

**7.3.1** Os acontecimentos $A$ e $B$ são equiprováveis.

**7.3.2** Os acontecimentos $A$ e $B$ são disjuntos.

**7.3.3** $A$ e $B$ são acontecimentos contrários.

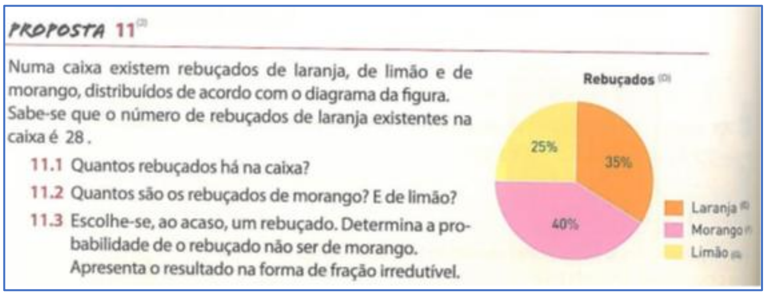
| 1.ª extração \ 2.ª extração | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | ... | −1 | ... |
| 2 | ... | ... | ... |
| 3 | 2 | ... | ... |

**7.4** Representa na forma de fração irredutível, sempre que o resultado não é inteiro:

**7.4.1** $P(\overline{A})$ **7.4.2** $P(A \cup B)$ **7.4.3** $P(A \cap B)$

Por fim, a proposta 11 (figura 3.120) pede aos alunos para relacionarem os assuntos de probabilidades com números racionais, percentagens, etc. A frequência relativa é a noção presente nesta proposta.

Figura 3.120 – Proposta 11 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, para revisão (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 26).



**PROPOSTA 11**[2]

Numa caixa existem rebuçados de laranja, de limão e de morango, distribuídos de acordo com o diagrama da figura. Sabe-se que o número de rebuçados de laranja existentes na caixa é 28.

**11.1** Quantos rebuçados há na caixa?

**11.2** Quantos são os rebuçados de morango? E de limão?

**11.3** Escolhe-se, ao acaso, um rebuçado. Determina a probabilidade de o rebuçado não ser de morango. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.



As restantes propostas (num total de 14) são deixadas como opção. São propostas que recuperam várias coisas abordadas nas outras que ficam para TPC ou para serem trabalhadas em aula. Algumas fazem conexões com outros temas já tratados, como os números fracionários e os gráficos de barras, a interpretação de tabelas de dupla entrada e de situações com várias variáveis para aplicação dos conhecimentos sobre probabilidades de acontecimentos compatíveis e incompatíveis.

As quatro semanas seguintes do primeiro trimestre têm como tema geral os números reais. O Guia do Professor começa por explicar que

> os números reais podem ser entendidos como a união do conjunto de números racionais com os números irracionais. Os alunos já aprenderam os números racionais no 8.º ano mas pode fazer uma revisão sobre os números racionais para os alunos não terem dúvidas sobre a diferença entre números racionais e irracionais. (ME, 2015a, p. 54)

Os alunos começam por realizar a tarefa 1 do MEM (figura 3.121), em que têm de encontrar a razão entre área da parte pintada de várias figuras e a do quadrado base em que as figuras estão inscritas. Os alunos devem recordar a representação de números racionais em fração e dízima. O professor deve depois explicar o exemplo da página 33 do MEM (figura 3.122), em que os alunos devem compreender como representar na reta numérica números racionais representados de formas diferentes. Nesta tarefa, os alunos têm que recordar como dividir um segmento de reta em três partes iguais, com a ajuda de uma régua e um compasso (este procedimento já foi abordado no 8.º ano). Este exemplo implica a aplicação do Teorema de Pitágoras, que os alunos também devem recordar.

Figura 3.121 – Tarefa 1 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 32).

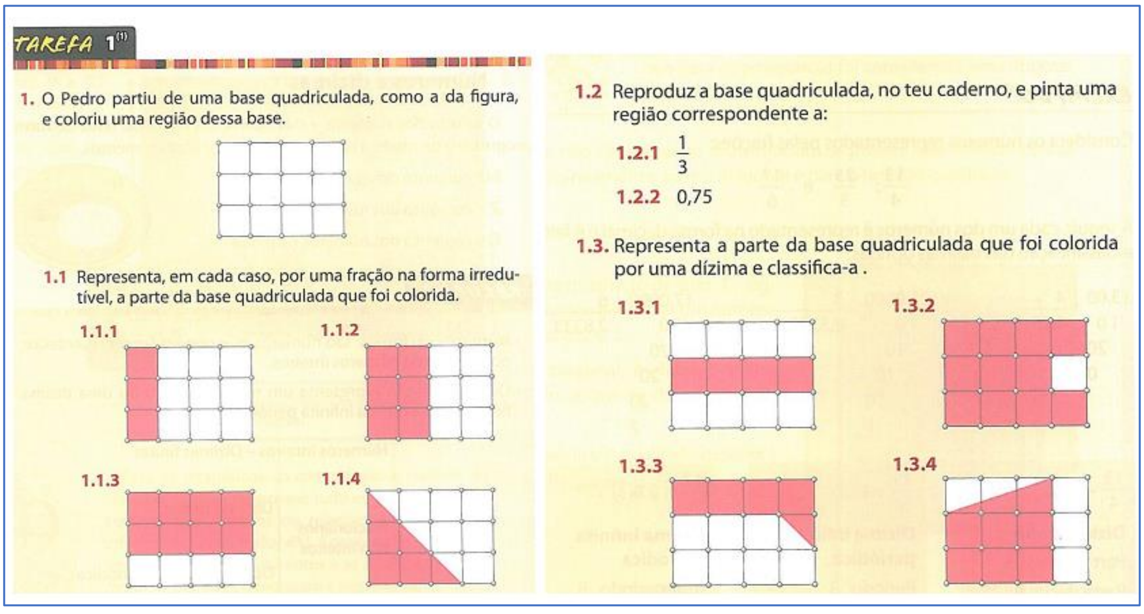
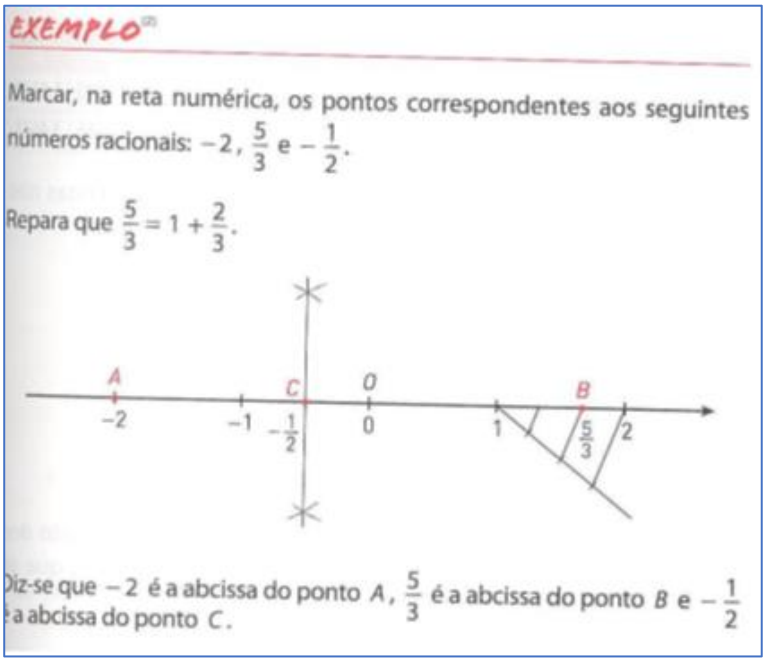


Figura 3.122 – Exemplo de representação de números racionais na reta numérica (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 33).



EXEMPLO

Marcar, na reta numérica, os pontos correspondentes aos seguintes números racionais: $-2$, $\frac{5}{3}$ e $-\frac{1}{2}$.

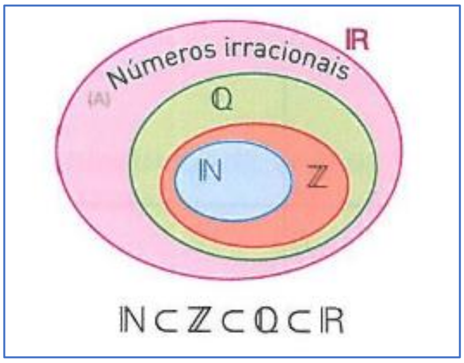
Repara que $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$.



Diz-se que $-2$ é a abcissa do ponto $A$, $\frac{5}{3}$ é a abcissa do ponto $B$ e $-\frac{1}{2}$ é a abcissa do ponto $C$.

O Guia do Professor chama a atenção para a incorreção da figura no MEM que representa as relações de inclusão entre os conjuntos de números já conhecidos (figura 3.123). Nesta figura, o conjunto dos números irracionais contém o conjunto dos números racionais, o que não é correto: “A figura apresenta os números racionais dentro dos números irracionais mas os números racionais e irracionais têm que estar separados” (ME, 2015a, p. 54).

Figura 3.123 – Representação dos números reais no manual *Espaço Matemática* 9.º ano
(Costa & Rodrigues, 2013b, p. 34).




São propostas duas outras representações que procuram dar resposta a este problema. Na figura 3.124, propõe-se uma representação em diagrama de Venn e na figura 3.125 uma representação em diagrama de árvore.

Figura 3.124 – Representação em diagrama de Venn das relações de inclusão de conjuntos numéricos proposta no manual *Espaço Matemática* 9.º ano (ME, 2015a, p. 55).

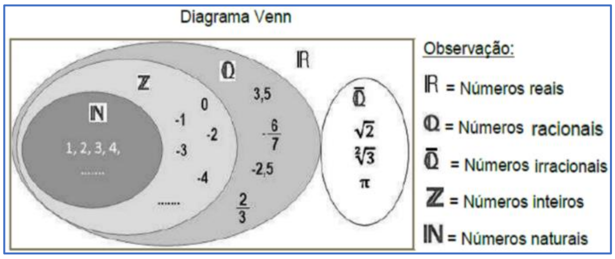
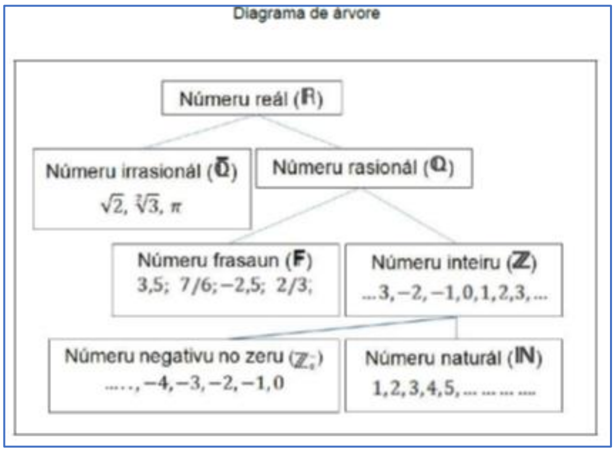



Figura 3.125 – Representação em diagrama de árvore das relações de inclusão entre conjuntos numéricos proposta no Guia do Professor (ME, 2015a, p. 56).

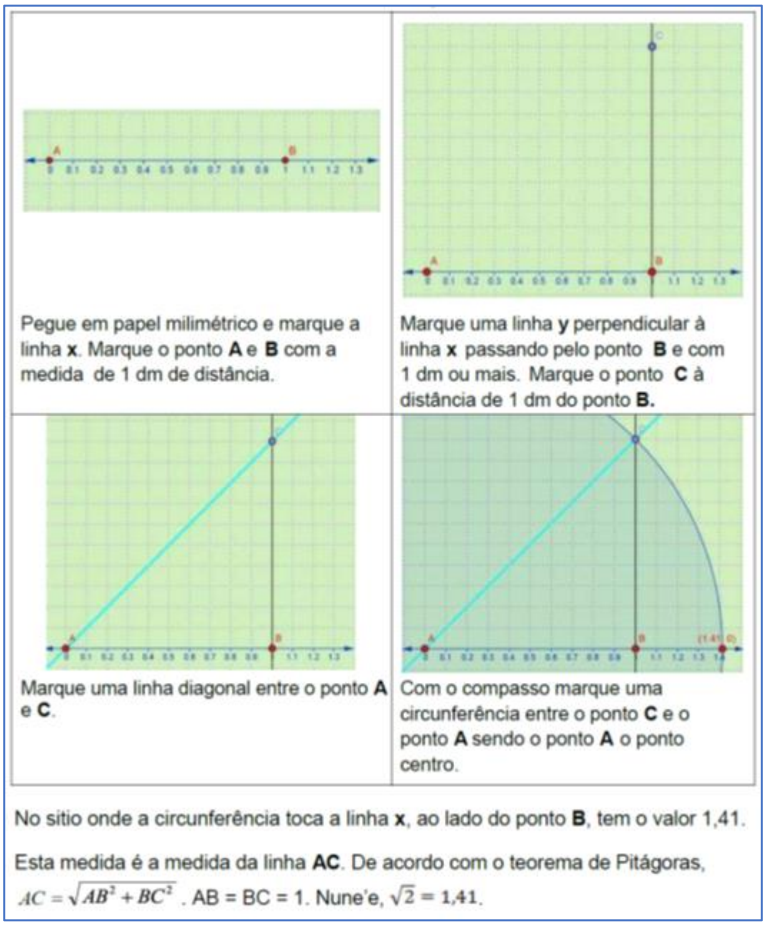



O Guia do Professor chama ainda a atenção do professor para a representação do conjunto dos números reais como a união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais e recorda o que são decimais (ou dízimas) finitos, infinitos periódicos e infinitos não periódicos, relacionando cada caso com os número racionais ou irracionais.

A semana seguinte está centrada na representação de números irracionais na reta numérica. Para isso, será importante que os alunos recordem, novamente, o Teorema de Pitágoras. Os alunos deverão seguir os procedimentos de construção para representar $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ numa reta numérica e poderão também encontrar o valor (aproximado) destes números com a calculadora. O professor terá ainda de (re)explicar aos alunos o significado dos símbolos $<$ e $>$.

Começa-se pela tarefa do MPM "Prática 9.3: Raiz quadrada" e a primeira parte é uma construção guiada de $\sqrt{2}$ (figura 3.126), com recurso a papel milimétrico e a material de desenho. Os alunos são desafiados a seguir este processo para construir $\sqrt{3}$ e marcar este valor na reta numérica. O Guia do Professor apresenta como calcular $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ com recurso à calculadora e à folha de cálculo, para além de apresentar um processo manual de calcular um valor aproximado destes números (figura 3.127).

Figura 3.126 – Construção guiada de $\sqrt{2}$ (ME, 2015b, pp. 176-177).



Pegue em papel milimétrico e marque a linha **x**. Marque o ponto **A** e **B** com a medida de 1 dm de distância.

Marque uma linha **y** perpendicular à linha **x** passando pelo ponto **B** e com 1 dm ou mais. Marque o ponto **C** à distância de 1 dm do ponto **B.**

Marque uma linha diagonal entre o ponto **A** e **C**.

Com o compasso marque uma circunferência entre o ponto **C** e o ponto **A** sendo o ponto **A** o ponto centro.

No sitio onde a circunferência toca a linha **x**, ao lado do ponto **B**, tem o valor 1,41.

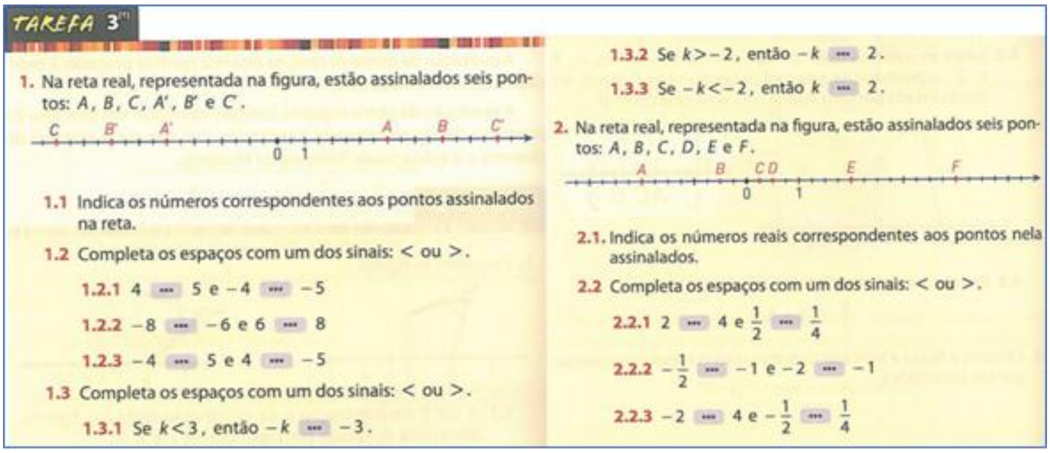
Esta medida é a medida da linha **AC**. De acordo com o teorema de Pitágoras, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ . AB = BC = 1. Nune'e, $\sqrt{2} = 1{,}41$.

Figura 3.127 – Procedimento de cálculo de um valor aproximado de $\sqrt{2}$ (ME, 2015b, p. 179).

- Procure um número cujo quadrado seja 2 ou perto de 2: 1.
- 2 – 1 = 1. Aumente dois zeros atrás do 1 que fica 100.
- O dobro de 1 é 2.
- 2 __ x __ . Pense num número para colocar nestes espaços, que multiplicado dê 100 ou perto de 100: 4. Assim, 24 x 4 = 96.
- 100 – 96 = 4. Aumente dois zeros atrás do 4 e fica 400.
- O dobro de 14 é 28.
- 28___x___. Pense num número para colocar nestes espaços, que multiplicado dê 400 ou perto de 400: 1. Então 281 x 1 = 281
- Continue a encontrar os valores.

A tarefa 2 do MEM leva os alunos a repetir o que foi feito na Prática 9.3 do MPM pelo que o Guia do Professor aconselha o docente a apenas mostrar aos alunos, não a propor-lhes a realização da tarefa. Sendo repetição, não se pode assumir que uma apresentação leva todos os alunos a compreender a situação Mas a tarefa 3 do MEM (figura 3.128) já devia ser trabalhada pelos alunos em sala de aula. Além de representarem números na reta numérica, alguns com valores negativos, a tarefa pede que os alunos relacionem os valores envolvidos através de relações de ordem. O professor deve ter especial cuidado no trabalho com os números negativos.

Figura 3.128 – Tarefa 3 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre relações de ordem entre números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 36).


TAREFA 3[1]

1. Na reta real, representada na figura, estão assinalados seis pontos: $A$, $B$, $C$, $A'$, $B'$ e $C'$.

1.1 Indica os números correspondentes aos pontos assinalados na reta.

1.2 Completa os espaços com um dos sinais: $<$ ou $>$.

1.2.1 $4$ ... $5$ e $-4$ ... $-5$

1.2.2 $-8$ ... $-6$ e $6$ ... $8$

1.2.3 $-4$ ... $5$ e $4$ ... $-5$

1.3 Completa os espaços com um dos sinais: $<$ ou $>$.

1.3.1 Se $k<3$, então $-k$ ... $-3$.

1.3.2 Se $k>-2$, então $-k$ ... $2$.

1.3.3 Se $-k<-2$, então $k$ ... $2$.

2. Na reta real, representada na figura, estão assinalados seis pontos: $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ e $F$.

2.1. Indica os números reais correspondentes aos pontos nela assinalados.

2.2 Completa os espaços com um dos sinais: $<$ ou $>$.

2.2.1 $2$ ... $4$ e $\frac{1}{2}$ ... $\frac{1}{4}$

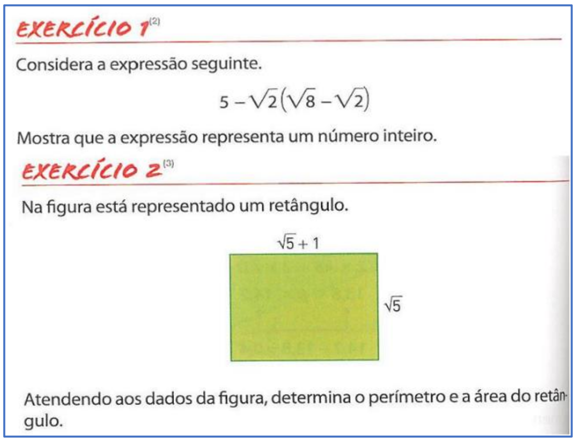
2.2.2 $-\frac{1}{2}$ ... $-1$ e $-2$ ... $-1$

2.2.3 $-2$ ... $4$ e $-\frac{1}{2}$ ... $\frac{1}{4}$



O tema dos valores aproximados de números irracionais ocupa algumas páginas no MEM, mas o Guia do Professor refere que apenas se deve chamar a atenção dos alunos para a grande dificuldade de representar na reta numérica com exatidão o valor dos números irracionais e para a necessidade de se trabalhar com valores aproximados. O trabalho neste tema é opcional, assim como a tarefa 4 do MEM, que apresenta um certo grau de dificuldade. Pelo contrário, o tema das operações em IR é valorizado no Guia do Professor, focando a atividade do professor na explicação dos exercícios resolvidos do MEM (figura 3.129).

Figura 3.129 – Exercícios resolvidos 1 e 2 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 40).


EXERCÍCIO 1[2]

Considera a expressão seguinte.

$$5-\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)$$

Mostra que a expressão representa um número inteiro.

EXERCÍCIO 2[3]

Na figura está representado um retângulo.

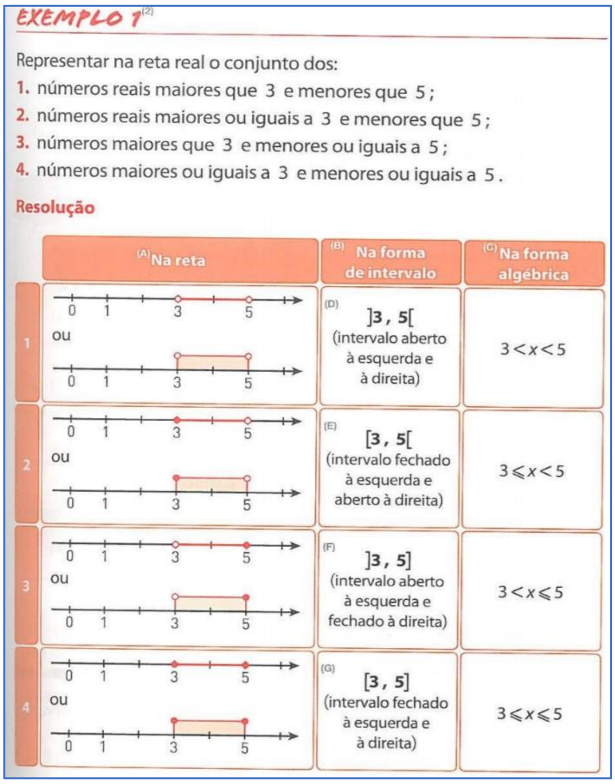
Atendendo aos dados da figura, determina o perímetro e a área do retângulo.

Na penúltima semana do trimestre, aborda-se os intervalos de números reais. O Guia do Professor refere explicitamente que “os alunos têm que aprender a escrever os intervalos depois de os mostrar na reta numérica” (ME, 2015a, p. 57), o que indica que, antes de trabalharem com a notação habitual dos intervalos de números reais, os alunos devem compreender o conceito através de representações gráficas, mais visuais e concretas, como a representação habitual na reta numérica. O Guia do Professor explica a razão das notações usadas:

> por exemplos os números maiores que 3 são os números 3, ... mas não inclui o 3 e continuam todos os números até ao infinito. Escreve-se assim: ]3, +∞[. O intervalo para o infinito é sempre aberto porque nunca se atinge por isso o parêntese está aberto para fora. Para escrever na recta numérica tem que ter um circulo vazio no número 3 porque não inclui o 3 com uma seta para a direita como referência ao infinito positivo. (ME, 2015a, p. 57)

Quando inicia os intervalos de números reais, o MEM apresenta logo três representações ao mesmo tempo: na reta numérica, como intervalo e na forma algébrica (figura 3.130). Mas o Guia do Professor aponta numa direção diferente, pois parece valorizar a representação na reta em primeiro lugar e depois a representação na forma de intervalo, sem fazer referência à representação algébrica, que é talvez a que mais dificuldades coloca aos alunos.

Figura 3.130 – Introdução aos intervalos de números reais no manual *Espaço Matemática* 9.º ano (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 41).



EXEMPLO 1[2]

Representar na reta real o conjunto dos:

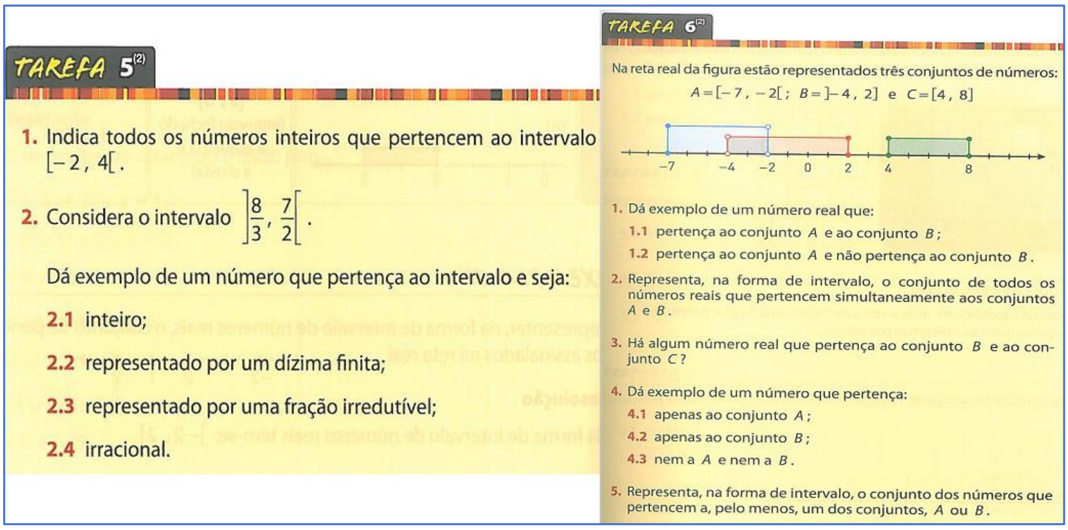
1. números reais maiores que 3 e menores que 5;
2. números reais maiores ou iguais a 3 e menores que 5;
3. números maiores que 3 e menores ou iguais a 5;
4. números maiores ou iguais a 3 e menores ou iguais a 5.

Resolução

| | (A) Na reta | (B) Na forma de intervalo | (C) Na forma algébrica |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 1 3 5 ou 0 1 3 5 | (D) ]3 , 5[ (intervalo aberto à esquerda e à direita) | $3<x<5$ |
| 2 | 0 1 3 5 ou 0 1 3 5 | (E) [3 , 5[ (intervalo fechado à esquerda e aberto à direita) | $3\leqslant x<5$ |
| 3 | 0 1 3 5 ou 0 1 3 5 | (F) ]3 , 5] (intervalo aberto à esquerda e fechado à direita) | $3<x\leqslant 5$ |
| 4 | 0 1 3 5 ou 0 1 3 5 | (G) [3 , 5] (intervalo fechado à esquerda e à direita) | $3\leqslant x\leqslant 5$ |

Depois da introdução sugerida no Guia do Professor, os alunos devem resolver a tarefa 5 do MEM (figura 3.131) que ajuda a compreender o conceito de intervalo e revê as diferenças entre números inteiros e racionais e suas diferentes representações. Esta tarefa é seguida pela tarefa 6 (figura 3.131), também do MEM, em que os alunos têm de intersetar e unir intervalos, em conexão com a interseção e união de conjuntos.

Figura 3.131 – Tarefas 5 e 6 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre intervalos de números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, pp. 42-43).



TAREFA 5[(2)]

1. Indica todos os números inteiros que pertencem ao intervalo $[-2, 4[$.

2. Considera o intervalo $\left]\frac{8}{3}, \frac{7}{2}\right[$.

Dá exemplo de um número que pertença ao intervalo e seja:

2.1 inteiro;

2.2 representado por um dízima finita;

2.3 representado por uma fração irredutível;

2.4 irracional.

TAREFA 6[(2)]

Na reta real da figura estão representados três conjuntos de números:

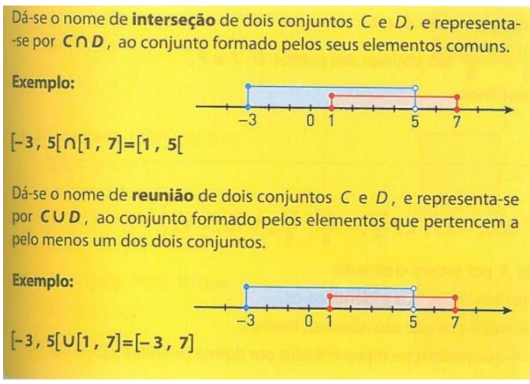
$A=[-7, -2[$; $B=]-4, 2]$ e $C=[4, 8]$



1. Dá exemplo de um número real que:
   1.1 pertença ao conjunto $A$ e ao conjunto $B$;
   1.2 pertença ao conjunto $A$ e não pertença ao conjunto $B$.
2. Representa, na forma de intervalo, o conjunto de todos os números reais que pertencem simultaneamente aos conjuntos $A$ e $B$.
3. Há algum número real que pertença ao conjunto $B$ e ao conjunto $C$?
4. Dá exemplo de um número que pertença:
   4.1 apenas ao conjunto $A$;
   4.2 apenas ao conjunto $B$;
   4.3 nem a $A$ e nem a $B$.
5. Representa, na forma de intervalo, o conjunto dos números que pertencem a, pelo menos, um dos conjuntos, $A$ ou $B$.

Logo a seguir à tarefa 6, o MEM introduz a interseção e união de conjuntos (figura 3.132). Mas a verdade é que os alunos já tinham lidado com a interseção e união de conjuntos no estudo das probabilidades, quando procuravam a probabilidade de dois acontecimentos compatíveis ou da união de dois acontecimentos, usando a interseção ou união dos respetivos conjuntos de resultados. O Guia do Professor não faz referência à apresentação feita no MEM talvez por causa de os alunos já terem trabalhado com interseção e união de conjuntos no tema anterior.

Figura 3.132 – Apresentação da interseção e união de conjuntos em relação com os intervalos de números reais no manual *Espaço Matemática* 9.º ano (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 43).



Dá-se o nome de **interseção** de dois conjuntos $C$ e $D$, e representa-se por $C \cap D$, ao conjunto formado pelos seus elementos comuns.

**Exemplo:**



$[-3, 5[\cap[1, 7]=[1, 5[$

Dá-se o nome de **reunião** de dois conjuntos $C$ e $D$, e representa-se por $C \cup D$, ao conjunto formado pelos elementos que pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos.

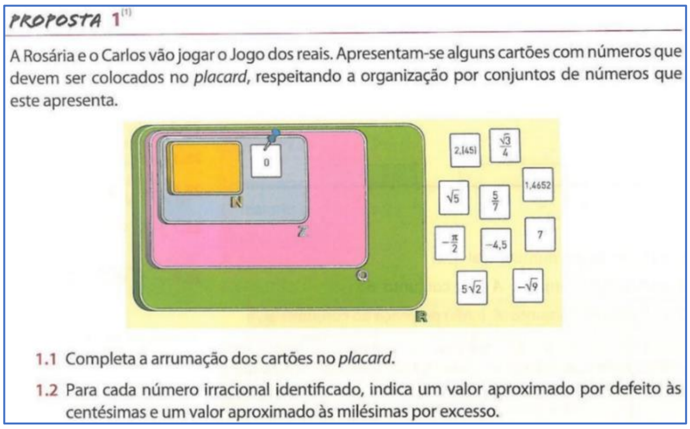
**Exemplo:**



$[-3, 5[\cup[1, 7]=[-3, 7]$

Como habitualmente, a última semana é dedicada à consolidação das aprendizagens, recorrendo ao MEM. É proposto no Guia do Professor que este trabalhe com os alunos as propostas 1.1, 3, 9 e 10. Na primeira proposta (figura 3.133), não se considera a questão 1.2 porque os alunos não trabalharam aproximações por defeito e excesso a este nível, tendo ficado como opção fazê-lo. Esta questão fica também como opção no conjunto de propostas de trabalho para consolidação de conhecimentos. No entanto, a questão 1.1 é baseada numa representação das relações de inclusão dos conjuntos numéricos que os alunos conhecem e que o Guia do Professor sugeriu ser alterada porque leva a crer que o conjunto dos números irracionais contém o conjunto dos números racionais. Por isso, o Guia do Professor devia chamar a atenção para a imagem desta tarefa e propor uma alteração.

Figura 3.133 – Proposta 1 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 44).


PROPOSTA 1[1]

A Rosária e o Carlos vão jogar o Jogo dos reais. Apresentam-se alguns cartões com números que devem ser colocados no *placard*, respeitando a organização por conjuntos de números que este apresenta.



1.1 Completa a arrumação dos cartões no *placard*.

1.2 Para cada número irracional identificado, indica um valor aproximado por defeito às centésimas e um valor aproximado às milésimas por excesso.

A proposta 3 (figura 3.134) pede aos alunos para ordenar números reais e para aplicar os seus conhecimentos sobre números simétricos, inteiros e diferentes representações dos números reais.

Figura 3.134 – Proposta 3 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 44).

PROPOSTA 3[3]

Considera o conjunto:

$$A=\left\{-\frac{7}{2};\ -3,(5);\ -2,7;\ \pi;\ \frac{21}{7};\ -\frac{27}{9};\ \frac{16}{5};\ \sqrt{10};\ -3,2\right\}$$

3.1 Dispõe os elementos de $A$ por ordem crescente.

3.2 Verifica se existem elementos simétricos e identifica-os.

3.3 Dos elementos de $A$, identifica os que são números inteiros.

3.4 Quais os elementos de $A$ que podem ser representados por dízimas infinitas não periódicas?

Por fim, as propostas 9 e 10 (figura 3.135) abordam a compreensão da noção de intervalos de números reais e da sua interseção e união.

Figura 3.135 – Propostas 9 e 10 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 46).

**PROPOSTA 9**[3]

Considera os conjuntos: $A = [-5, 3[$ e $B = ]-3, 7]$.

9.1 Indica todos os números inteiros que pertencem:

9.1.1 ao conjunto $A$;

9.1.2 ao conjunto $B$.

9.2 Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto:

9.2.1 dos números reais que pertencem aos conjuntos $A$ e $B$;

9.2.2 dos números reais que pertencem a pelo menos um dos conjuntos $A$ ou $B$.

**PROPOSTA 10**[4]

Considera os conjuntos $A = \left[-\frac{8}{3}, 4\right[$, $B = \left]-3, \sqrt{2}\right]$, $C = \left[0, \frac{7}{5}\right]$ e $D = ]-2, +\infty[$.

Representa na forma de intervalo de números reais:

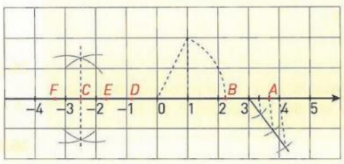
| | | |
|---|---|---|
| 10.1 $A \cap B$ | 10.2 $A \cup D$ | 10.3 $A \cup B$ |
| 10.4 $B \cap \mathbb{R}^+$ | 10.5 $\mathbb{R}^- \cup C$ | 10.6 $C \cap \mathbb{R}^+$ |
| 10.7 $\mathbb{R}^- \cap D$ | 10.8 $\mathbb{R}_0^- \cap C$ | 10.9 $D \cup B$ |

O Guia do Professor deixa as propostas 2, 5, 6, 7 e 8 para trabalho de casa. A proposta 2 (figura 3.136) remete para a marcação de pontos numa reta numérica correspondentes a números racionais e irracionais, seguindo o procedimento apresentado em aula sobre a construção de $\sqrt{2}$. O Guia do Professor chama a atenção para uma linha a tracejado na figura desta proposta que não é relevante para a resposta às questões que são feitas.

Figura 3.136 – Proposta 2 no manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre representação de números reais na reta numérica (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 44).

**PROPOSTA 2**[4]

Observa a figura seguinte, onde se encontra uma reta numérica e nela representados os pontos $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ e $F$.




2.1 Indica as coordenadas dos pontos $A$, $B$ e $C$.

2.2 Sabe-se que $-\frac{12}{7}$, $-\frac{5}{6}$ e $-\frac{10}{3}$ são abcissas dos pontos $D$, $E$ e $F$.
Faz a respetiva correspondência.

A proposta 5 (figura 3.137) pede aos alunos para realizarem operações com números reais, com um nível de dificuldade semelhante ao que é proposto no MEM anteriormente, mas que não foi proposto de modo explícito para trabalho em sala de aula no Guia do Professor. A proposta 6 (figura 3.137) pede também que os alunos realizem operações com números reais embora num contexto geométrico e não numérico como na proposta anterior.

Figura 3.137 – Proposta 5 e 6 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre operações com números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 45).

**PROPOSTA 5**[2]

Simplifica as seguintes expressões, aplicando as propriedades das operações em $\mathbb{R}$.

5.1 $2\sqrt{3}-7\sqrt{3}+4\sqrt{3}$

5.2 $3(\sqrt{7}-4)-(2\sqrt{7}-12)$

5.3 $4(\sqrt{6}-3\sqrt{2})+\sqrt{2}(8-\sqrt{3})+4\sqrt{2}$

5.4 $\frac{2}{3}\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{5}+\frac{3}{2}\sqrt{2}$

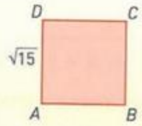
5.5 $(\sqrt{2}+4)^2-6\sqrt{2}$

5.6 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

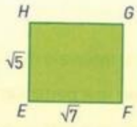
**PROPOSTA 6**[3]

Determina o valor exato do perímetro e da área de cada uma das seguintes figuras.

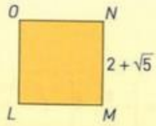
6.1 Quadrado *ABCD* tal que:
$\overline{AD}=\sqrt{15}$



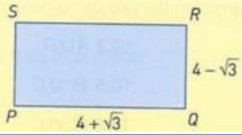

6.2 Retângulo *EFGH* tal que:
$\overline{EF}=\sqrt{7}$
$\overline{EH}=\sqrt{5}$




6.3 Quadrado *LMNO* tal que:
$\overline{MN}=2+\sqrt{5}$




6.4 Retângulo *PQRS* tal que:
$\overline{PQ}=4+\sqrt{3}$
$\overline{QR}=4-\sqrt{3}$




As propostas 7 e 8 (figura 3.138) abordam os intervalos de números reais e a compreensão desta noção, assim como dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais.

Figura 3.138 – Propostas 7 e 8 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre intervalos de números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 46).

**PROPOSTA 7**[1]

Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto:

7.1 dos números reais maiores que 5;
7.2 dos números reais positivos que não excedem 10;
7.3 dos números reais negativos maiores que $-3$;
7.4 dos números reais menores que $-2$;
7.5 dos números reais maiores ou iguais a 1 e menores ou iguais a 4.

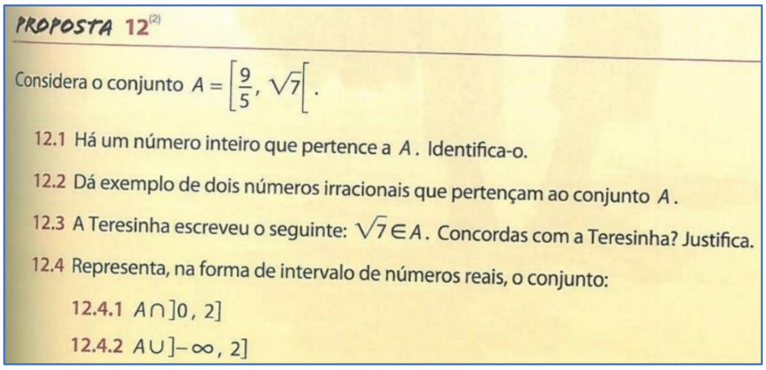
**PROPOSTA 8**[2]

Indica:

8.1 todos os números naturais menores que $\sqrt{20}$;
8.2 todos os números inteiros que pertencem ao intervalo $\left[-\frac{5}{2}, \sqrt{16}\right]$;
8.3 o menor número inteiro que pertence ao intervalo $\left[-\sqrt{26}, +\infty\right[$;
8.4 o maior número inteiro que não pertence ao intervalo $[-\pi, +\infty[$.

As propostas 4 e 11 são deixadas como opção (tal como a questão 1.2 da proposta 1, como foi referido), porque envolvem o cálculo de valores aproximados por defeito e por excesso. A proposta 12 (figura 3.139) envolve intervalos de números reais.

Figura 3.139 – Proposta 12 do manual *Espaço Matemática* 9.º ano, sobre intervalos de números reais (Costa & Rodrigues, 2013b, p. 47).



PROPOSTA 12[2]

Considera o conjunto $A = \left[\frac{9}{5}, \sqrt{7}\right[$.

12.1 Há um número inteiro que pertence a $A$. Identifica-o.

12.2 Dá exemplo de dois números irracionais que pertençam ao conjunto $A$.

12.3 A Teresinha escreveu o seguinte: $\sqrt{7} \in A$. Concordas com a Teresinha? Justifica.

12.4 Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto:

12.4.1 $A \cap ]0, 2]$

12.4.2 $A \cup ]-\infty, 2]$

### 3.4.5. As tarefas no exames nacionais

O exame nacional é uma prova realizada pela Unidade do Currículo Nacional, autarquia vinculada ao Ministério da Educação de Timor-Leste. O exame nacional tem como objetivo avaliar a qualidade das aprendizagens dos alunos finalistas do 9.º ano e do 12.º ano, tanto no ensino secundário geral, como no ensino vocacional em cada escola no país.

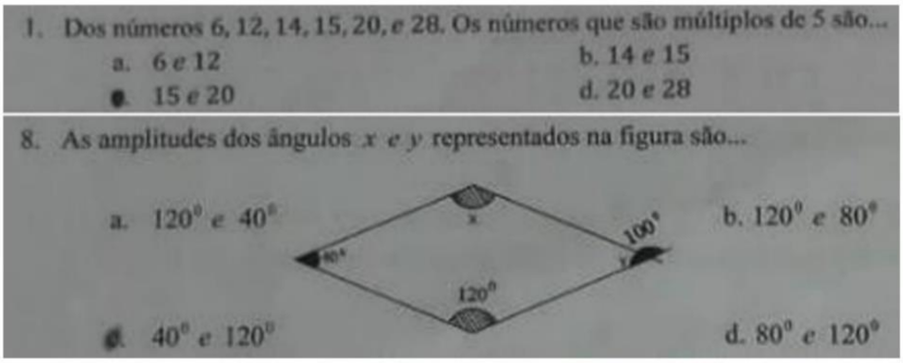
Os resultados do exame nacional, para alunos do ensino secundário, são utilizados como critério para acesso a instituições de ensino superior e obtenção de bolsas de estudo. E são usados para alunos do 3.º ciclo do ensino básico como critério para acesso a escolas que têm uma melhor classificação (ou escolas favoritas, ou escolas com melhor *ranking*).

A disciplina de matemática é uma das disciplinas em que existe exame nacional. No caso do 3.º ciclo do ensino básico (que é o que interessa para esta investigação), a prova tem por referência o Programa de Matemática (ME, 2010) e consiste numa prova escrita de duração limitada, normalmente 120 minutos. O objetivo da prova é avaliar os conhecimentos e as capacidades que constam dos programas do 7.º, do 8.º e do 9.º anos de escolaridade. Os temas da prova são compatíveis com os temas do programa e são os seguintes: 1) Geometria no plano e no espaço; 2) Funções (incluindo funções trigonométricas básicas); 3) Sequências e regularidades 4) Probabilidades e estatística e 5) Números reais.

Desde que o MPM foi publicado, a prova reflete uma visão integradora e articulada dos conteúdos abordados no MEM e no MPM e dos tipos de tarefas que são tipicamente encontradas no MEM e no MPM. Isto acaba por exercer uma certa pressão nos professores para trabalharem com os alunos as tarefas do MPM e procurarem formas de articular o MEM com o MPM. Por outro lado, a inclusão das tarefas inspiradas no MPM traz também uma certa coerência para a prova nacional, que começa, assim, a estar alinhada com os materiais curriculares que são fornecidos e recomendados pelo Ministério da Educação timorense.

No ano letivo de 2016, o exame nacional incluiu tarefas semelhantes às que são encontradas no MEM, tais como as tarefas 1 e 8 da figura 3.140. A tarefa 1 liga-se ao tópico dos números inteiros, múltiplos e divisores do 7.º ano. A tarefa 8 aborda o tópico da soma dos ângulos interno de um polígono, tema abordado no 9.º ano.

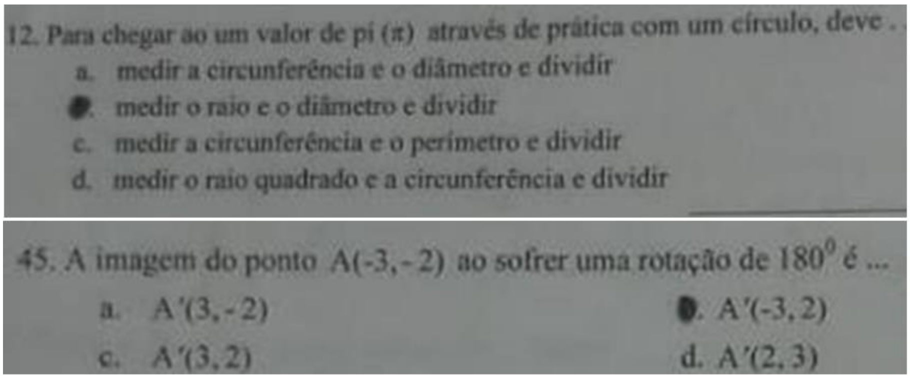
Figura 3.140 – Tarefas 1 e 8 do exame nacional de 2016, em linha com o manual *Espaço Matemática* (ME, 2016, p. 2).


1. Dos números 6, 12, 14, 15, 20, e 28. Os números que são múltiplos de 5 são...
a. 6 e 12
b. 14 e 15
c. 15 e 20
d. 20 e 28

8. As amplitudes dos ângulos x e y representados na figura são...
a. 120° e 40°
b. 120° e 80°
c. 40° e 120°
d. 80° e 120°


As tarefas 12 e 45 (figura 3.141) ilustram duas tarefas do exame nacional de 2016 inspiradas no tipo de tarefas que habitualmente se encontra no MPM. A tarefa 12 relaciona-se com a Prática 9.14 do MPM acerca do círculo (9.º ano) e a tarefa 45 relaciona-se com a Prática 9.9 do MPM acerca do processo de rotação nas coordenadas cartesianas.

Figura 3.141 – Tarefas 12 e 45 do exame nacional de 2016, em linha com o manual *Prátika Matemátika* (ME, 2016, pp. 3, 7).


12. Para chegar ao um valor de pi (π) através de prática com um círculo, deve ...
a. medir a circunferência e o diâmetro e dividir
b. medir o raio e o diâmetro e dividir
c. medir a circunferência e o perímetro e dividir
d. medir o raio quadrado e a circunferência e dividir

45. A imagem do ponto A(-3,-2) ao sofrer uma rotação de 180° é ...
a. A'(3,-2)
b. A'(-3,2)
c. A'(3,2)
d. A'(2,3)

Nos anos seguintes, o exame nacional também refletiu a diversidade do tipo de tarefas que se encontram habitualmente no MEM e no MPM. Por exemplo, na figura 3.142, mostra-se as tarefas 4 e 20, alinhadas com as tarefas do MEM. A tarefa 4 aborda o tópico da subtração de números inteiros (7.º ano) e a tarefa 20 o tópico do termo geral de uma sequência numérica (8.º ano).

Figura 3.142 – Tarefas 4 e 20 do exame nacional de 2017, em linha com o manual *Espaço Matemática* (ME, 2017, pp. 2, 6).

4. Arquimedes foi um matemático e físico que nasceu no ano 287 a.C e morreu no ano 212 a.C. Portanto, Arquimedes viveu ... anos.

a. 60 b. 75 c. 80 d. 499

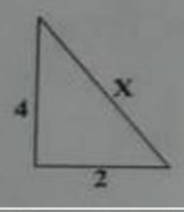
20. O termo geral da sequência numérica 5, 8, 11, 14, 17, ... é ...

a. $3n$ b. $3n+1$ c. $3n+2$ d. $3n-1$

Na figura 3.143 encontram-se as tarefas 26 e 46 do exame nacional de 2017, ambas alinhadas com o MPM, ou seja, de natureza mais exploratória ou problemática. A tarefa 26 relaciona-se com a Prática 8.10 acerca do Teorema de Pitágoras (8.º ano) e a tarefa 46 relaciona-se com a Prática 9.10 sobre trigonometria (9.º ano).

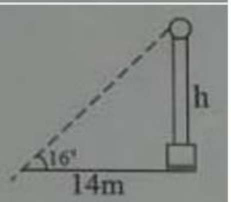
Figura 3.143 – Tarefas 26 e 46 do exame nacional de 2017, em linha com o manual *Prátika Matemátika* (ME, 2017, pp. 4, 7).

26. Considera a figura abaixo. Portanto o valor $x$ arredondado às décimas é ...




a. 4,3
b. 4,4
c. 4,5
d. 4,6

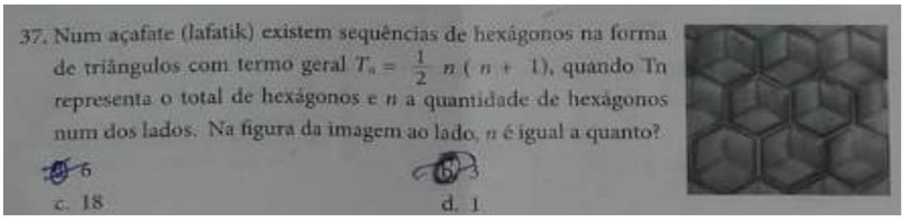
46. Considera os dados da figura abaixo $sen\ 16° = 0{,}2256$, $cos\ 16° = 0{,}9613$ e $tag\ 16° = 0{,}2867$.
Logo a altura do candeiro arredondado as unidades, em metros, é ...




a. 4,01 b. 4
c. 5 d. 5,01

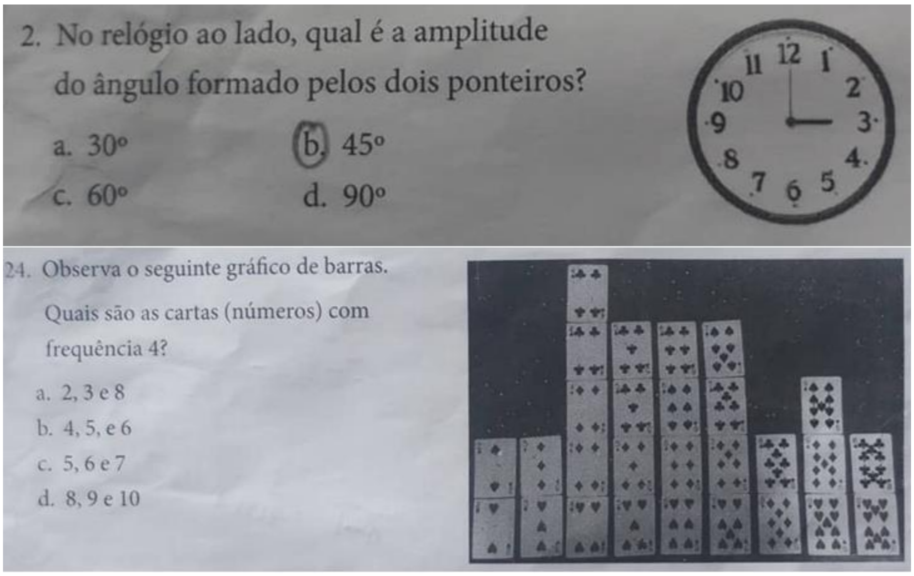
Em 2018, a inclusão no exame nacional de tarefas alinhadas com as tarefas do MPM torna-se talvez mais explícita pois é feita referência aos contextos de tarefas do MPM, culturalmente relevantes para os alunos timorenses. Na figura 3.144 apresenta-se a tarefa 37 do exame nacional daquele ano, em que o contexto do *lafatik* é trazido para a resolução de um problema acerca de sequências e regularidades (8.º ano).

Figura 3.144 – Tarefa 37 do exame nacional de 2018, em linha com o manual *Prátika Matemátika* (ME, 2018, p. 6).




No exame nacional de 2019, voltam a surgir tarefas alinhadas com o MPM de forma explícita. Por exemplo, a tarefa 2 (figura 3.145) ligado com a prática descobre os ângulos na tarefa de revisão. E a tarefa 24 figura (figura 3.145) que ligado com a prática jogar às cartas (8.º ano).

Figura 3.145 – Tarefa 2 e 24 do exame nacional de 2019, em linha com o manual *Prátika Matemátika* (ME, 2019, pp. 1,6).




## 3.5. A Formação de Professores Sobre o Manual *Prátika Matemátika*

Como já referi no capítulo 1, o Ministério da Educação timorense, quando lançou o manual *Prátika Matemátika* (ME, 2015b), ofereceu formação aos professores do 3.º ciclo do ensino básico para compreenderem as intenções deste recurso, a matemática nele envolvida e formas de trabalhar com os alunos, articulando este recurso com o manual *Espaço Matemática*. Nesta secção, descrevo de modo mais detalhado como decorreu essa formação e que desafios permanecem na articulação dos dois manuais.

### 3.5.1. Metodologia da formação

A metodologia que foi usada pela equipa SESIM (*Sentru Estuda Siensia no Matemátika)* nesta formação baseou-se em exemplos concretos e contextualizados dos conteúdos do MPM e no trabalho efetivo dos professores com os materiais sugeridos nas tarefas do MPM. Uma preocupação foi conectar os tópicos do MPM com os tópicos do MEM e discutir os conceitos que os alunos devem aprender através das tarefas práticas, *hands-on*, do MPM.

Uma coisa importante foi os formadores também convencerem os professores de que esta forma de ensinar matemática, juntando o MPM e o MEM, é muito valiosa e eficaz para a aprendizagem dos alunos. Isto foi importante para que o professor não tivesse medo de não ter sempre todas as respostas às perguntas dos alunos que são muito mais quando trabalham com as tarefas do MPM. A ideia foi ajudar os professores a concentrarem-se nos alunos para encontrar respostas com eles diretamente de observações e reconhecimento de padrões e regularidades, fazendo experiências com atividades práticas.

Nesta formação, o formador sempre usou as abordagens seguintes: (i) Mostrou aos professores como usar o MPM e o Guia do Professor de forma a articular o MPM com o MEM; (ii) Apresentou cada tópico matemático que faz parte do currículo, mostrando como o conjunto de tópicos se relaciona e ajuda a construir o próprio currículo; (iii) Compartilhou com os professores os materiais publicados pelo Ministério da Educação timorense e acompanhou os professores na realização de tarefas práticas do MPM, em pequenos grupos; (iv) Durante a realização das tarefas do MPM, incentivou os professores a fazerem observações cuidadosas, procurando padrões e regularidades, e fez perguntas sobre os resultados que foram obtendo nas atividades. Esta foi uma parte importante da formação, exigindo que o formador estivesses sempre alerta para entrar e intervir em cada grupo quando fosse necessário, e trabalhar com os professores, para servir de modelo na realização de observações e na colocação de boas perguntas sobre o que vai sendo observado; (v) Procurou que todos os resultados das observações fossem escritos no quadro e as respostas às perguntas das tarefas discutidas em grupo para que os professores conhecessem várias formas de pensar e de resolver a mesma situação; (vi) Forneceu um resumo final das principais ideias matemáticas envolvidas nas tarefas realizadas, com recomendações para a prática de ensino dos professores. A figura 3.146 mostra o ambiente em que decorreram as atividades de formação de professores.

Figura 3.146 – Atividades de formação de professores (https://timorpratika.wordpress.com/2016/10/ & https://timorpratika.wordpress.com/2016/09/ ).

Os formadores proporcionaram motivação e orientação aos professores sobretudo para que não receiem ensinar com recurso às tarefas do MPM. Como são mais abertas e envolvem os alunos em observações, conjeturas, descobertas, os alunos fazem mais perguntas e os professores podem ter medo de responder, ou porque não sabem, ou porque não têm certeza das respostas. Quando isto acontece, os professores ficam inseguros e a reação normal é não propor aos alunos tarefas do género das tarefas do MPM. Os formadores procuraram evitar esta reação natural dos professores, mostrando-lhes que haver muitas perguntas e às vezes não saber as respostas imediatamente é uma realidade natural com as tarefas do MPM. Muitas das perguntas dos alunos podem ser respondidas através de um novo olhar para os resultados e as observações das experiências realizadas com o MPM, mas também se pode pensar nas respostas em casa e assim os professores têm mais tempo para pensar nas respostas e podem consultar os colegas. Os alunos podem também pensar mais em casa, com mais tempo, e as dúvidas podem até desaparecer.

### 3.5.2. As dificuldades dos professores antes, durante e depois da formação

Os formadores sempre motivaram os professores para não terem medo ou vergonha de utilizar uma abordagem prática na sala de aula, apesar de terem consciência que fazer isso é mais desafiante do que ensinar de forma mais direta, mais tradicional. Os facilitadores da formação sempre encorajaram os professores com o *slogan*: "Prátika é importante para aprender ciências e matemática, e é uma pena que não façamos isso!" (https://timorpratika.wordpress.com/2016/06/) No entanto, já se conheciam algumas dificuldades enfrentadas pelos professores antes da formação. Por exemplo, as escolas não tinham equipamentos ou materiais manipuláveis adequados, não tinham laboratórios e o número de alunos por turma era muito elevado na maioria das escolas (sobretudo públicas). As tarefas do MPM exigem mais tempo do que as do MEM porque os alunos têm de “mexer” com as coisas. Muitos professores não têm paciência para realizar tarefas do MPM em sala de aula e outros alegam que o MEM não propõe esse tipo de tarefas, pelo que não existem referências para uma abordagem prática e esta parece não ser muito valorizada. Os professores também estão muito sobrecarregados, com muitas aulas, não tendo muita disposição para fazer algo diferente de ensinar de forma direta. Muitos professores sentem também vergonha quando outros se riem deles por usarem materiais recolhidos do lixo como apoio à realização das tarefas do MPM; outros têm medo das perguntas que os alunos lhes podem fazer porque sabem que as tarefas do MPM levam a perguntas a que não estão habituados e também sabem que os seus conhecimentos matemáticos não são muito profundos. Outra dificuldade está relacionada com a falta de hábitos de trabalho colaborativo entre professores, o que os ajudaria a discutir perguntas dos alunos ou dúvidas deles próprios na resolução das tarefas do MPM.

Ao longo da formação, os formadores tiveram o cuidado de escrever numa folha de cartolina uma lista destas dificuldades. Isto ajudou os professores a perceber que os formadores tinham consciência das suas dificuldades, mas que, mesmo assim, valia a pena investir na formação para poderem trabalhar melhor com o MPM e o MEM em articulação. Uma forma de ajudar os professores a lidarem com estas dificuldades todas foi dividi-las em dois grupos, o grupo das dificuldades que conseguiriam resolver e o grupo das dificuldades em que teriam mais dificuldade em resolver ou para as quais precisariam de apoio ou assistência do Ministério da Educação. Depois de feito este exercício, algumas dificuldades permaneciam, pois a sua resolução não dependia dos professores nem dos meios que teriam à sua disposição. Por exemplo, os professores não conseguiam resolver o problema de terem demasiados alunos por turma, nem de terem de lecionar aulas em paralelo, nem de terem falta de certos materiais manipuláveis que não poderiam construir com base em objetos do dia-a-dia. Outro aspeto difícil de resolver relaciona-se com a falta de apoio e motivação do diretor da escola para a realização de tarefas do MPM, as quais necessitam de mais tempo e de algum apoio material. Outro problema difícil de resolver diz respeito à falta de conhecimento matemático mais sólido para poder lidar com as perguntas dos alunos porque são muito mais frequentes as perguntas dos alunos quando se realizam tarefas do MPM e, muitas vezes, os professores não se sentem à vontade para responder ou não sabem mesmo responder. Aliás, permanecem as dificuldades relacionadas com as lacunas dos professores em realizarem, eles próprios, as tarefas do MPM para que se sintam suficientemente seguros e as possam propor aos seus alunos. Estas dificuldades precisam das contribuições e das ações de todos os agentes educativos, desde o Ministério da Educação, aos diretores, professores, pais dos alunos, para as minimizar ou resolver definitivamente.

# CAPÍTULO 4

# Metodologia de Investigação

Este estudo baseou-se numa abordagem qualitativa de pesquisa, constituindo-se num estudo com design de estudo de caso de natureza descritiva. Neste capítulo, descrevemos os procedimentos metodológicos da investigação realizada e explicamos as opções tomadas.

## 4.1. Opções Metodológicas

Este estudo teve como objetivo compreender como os professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico, em Timor-Leste, estão a utilizar os manuais escolares que têm à sua disposição, nomeadamente, o manual *Espaço Matemática* (MEM) e o manual *Prátika Matemátika* (MPM). Em particular, procurou-se responder às seguintes questões de investigação: 1) Quais são as perspetivas dos professores acerca do manual *Espaço Matemática* e do manual *Prátika Matemátika*? 2) Como articulam os professores os dois manuais nas suas práticas de ensino? 3) Que dificuldades enfrentam os professores na articulação dos dois manuais? 4) Como procuram os professores ultrapassar as dificuldades que encontram nessa articulação? e 5) Que mudanças no processo de ensino-aprendizagem decorrem da introdução do manual *Prátika Matemátika*, na perspetiva dos professores?

Este trabalho pretende aprofundar os resultados de um estudo anterior, de natureza quantitativa (Patil et al., 2018), em que se procurou investigar o impacto da abordagem subjacente ao MPM nos alunos e nos professores. Esta abordagem centra-se numa aprendizagem *hands-on*, em que o aluno é mais ativo e é um construtor de conhecimento, envolvendo-se em explorações matemáticas e na resolução de problemas que lhe permitem, ao mesmo tempo, compreender as relações entre os vários conceitos matemáticos que aprendem e entre a matemática e a sua realidade concreta, do seu dia-a-dia. Sendo quantitativo, o estudo realizado em 2018 permitiu apenas aceder aos factos declarados. Por esse motivo, entendemos que era importante conhecer melhor a realidade concreta das escolas e dos professores, no que toca à utilização do MEM e do MPM. Por se querer compreender os fenómenos educativos nos locais onde decorrem, isto é, nas escolas, e nas palavras dos próprios agentes envolvidos (neste caso, essencialmente os professores, mas também os alunos, como veremos adiante), a abordagem qualitativa e interpretativa mostrou-se adequada (Bogdan & Biklen, 1994).

Optou-se ainda por um design de estudo de caso (Yin, 1993), sendo o caso o município de Díli. Inicialmente, estavam previstos mais dois casos, correspondentes a outros dois municípios timorenses com características diferentes de Díli e que, no seu conjunto, permitissem dar uma visão mais global da realidade timorense, no que às questões de investigação diz respeito. De facto, chegaram a ser recolhidos dados (de acordo com os métodos explicitados mais à frente) nos três municípios escolhidos, mas o volume do corpo de dados foi tão grande que, para os propósitos deste trabalho, se optou por não usar a totalidade desse corpo de dados e se restringir a análise ao caso do município de Díli apenas.

De acordo com Ponte (2006), um estudo de caso é

> Uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse. (p. 106)

A busca de compreensão de objetos muito particulares permite compreender o fenómeno mais global, mas sem qualquer intenção de formular generalizações. Contudo, são feitas generalizações para a teoria, ajudando a surgir novas teorias ou então a confirmar ou refutar terias que já existam. Da mesma forma, não existe qualquer intenção de controlar o objeto de estudo por parte do investigador, mas sim "dar resposta a questões de natureza explicativa (…) de modo a que o produto final possua características interpretativas das situações" (Fernandes, 2016, p. 35). Um estudo de caso não tem como propósito dar opiniões sobre o fenómeno em estudo, mas descrevê-lo e compreendê-lo para que, ao identificar o que ele tem de interessante, particular e profundo, possa contribuir para a construção de conhecimento sobre o objeto de estudo (Bogdan & Biklen, 1994), no caso desta investigação, o modo como os professores de matemática timorenses do 3.º ciclo do ensino básico usam e articulam os manuais *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika*.

Para esta investigação, optou-se por um estudo de caso fundamentalmente descritivo (Ponte, 2006). Este tipo de estudo de caso "conduz a uma descrição rica e completa com que se pretende interpretar os significados do fenómeno em estudo" (Vale, 2004, p. 191). Uma vez que também se procura "confronta[r] o problema estudado com outras situações ou teorias existentes, desenvolvendo hipóteses explicativas ou gerando novas questões" (Vale, 2004, p. 191), este estudo tem também um certo caráter analítico (Yin, 1989).

Neste estudo, foi escolhido como caso o município de Díli e como subcasos cada uma das três escolas selecionadas (como veremos a seguir). Os subcasos são casos que ajudam a compreender melhor o caso em si, podendo ser comparados e contrastados, como se cada um tivesse também *vida própria*.

## 4.2. Contexto do Estudo: Três Escolas do Município de Díli

O estudo decorreu no município de Díli, um dos 13 municípios administrativos de Timor-Leste e que é a capital deste país. É o maior município do país, localizado na costa norte da ilha de Timor que confina, a nascente, com o município de Manatuto, a sul com o município de Aileu, a poente com o Município de Liquiçá e a norte com o Mar de Savu. Possui 234.026 mil habitantes, conforme o Censo de 2010, e uma área de 372 km².

No município de Díli existe uma direção distrital de educação, que tem o objetivo de coordenar, promover e implementar o programa central do Ministério da Educação e efetuar o controlo financeiro e monitorização da execução da despesa nos estabelecimentos de educação e ensino da sua área de competência. Esta direção também monitoriza a implementação e execução dos programas de ação social escolar, executa as medidas superiormente definidas em matéria de administração e gestão do sistema de educação pré-escolar, ensino básico e secundário, e ainda garante a realização dos exames e demais provas de avaliação de alunos. O diretor de educação do município de Díli (diretor distrital de Díli) autorizou a realização desta pesquisa (Anexo 1), orientada pelas questões de investigação formuladas no capítulo 1.

O estudo decorreu em três instituições do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste, localizadas no município de Díli. Foram escolhidas três escolas com tipologias distintas, uma escola pública (Escola Manleuana – EM), uma escola privada (Escola Bebonuk – EB) e uma escola católica (Escola Comoro – EC). Os nomes das escolas são fictícios para assegurar anonimidade e confidencialidade. Estas três escolas foram escolhidas por mim, mas primeiro identifiquei professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico que aceitaram participar no estudo, com base no meu conhecimento dos professores que tinham frequentado a formação do Ministério da Educação focada na articulação do MPM e do MEM. Como veremos mais à frente, houve uma professora que se voluntariou para participar, apesar de não ter frequentado a formação. Com base nos professores identificados, fui procurar as escolas onde eles trabalhavam para obter autorização do município de Díli e dos respetivos diretores (Anexo 2). Mas sempre com a preocupação de ter três escolas com situações diferentes (católica, pública e privada).

Na figura 4.1 podemos observar a distribuição geográfica dos municípios timorenses. As três escolas selecionadas localizam-se em partes da cidade de Díli com características socioeconómicas relativamente diferentes. A Escola Manleuana, por exemplo, está localizada numa zona da cidade de Díli mais frágil economicamente. As outras duas escolas localizam-se em zonas mais favorecidas e mais seguras da cidade. Nas secções seguintes faz-se uma descrição de cada uma destas escolas.

Figura 4.1 – Mapa de Timor-Leste e dos seus municípios (Atlas 2002).


## 4.2.1. Escola Comoro

Esta escola foi fundada em 1986, pelo falecido Bispo Dom Alberto Ricardo da Silva e está localizada na parte Oeste da capital. É dirigida por um padre e segue uma educação e orientação fundada por São Paulo, tendo como lema "*Duc in Altum*", que significa "Avançar Mar Adentro". Tem com missão base a educação de seres humanos verdadeiros, poderosos e honestos, seguindo, naturalmente, uma orientação cristã católica.

A Escola Comoro apresenta uma estrutura de organização que compreende um Diretor, com responsabilidade máxima para o 3.º ciclo do ensino básico e ensino secundário, um Adjunto, mais responsável na dinâmica do 3.º ciclo do ensino básico, um representante do Gabinete Apoio Técnico (responsável pelos assuntos financeiros, cantinas e pequenas reparações no edifício da escola), um Conselho Pedagógico, um Conselho Administrativo, os coordenadores das disciplinas curriculares e um Conselho de Pais. Já a Assembleia da Escola é formada por professores, pela autarquia local, pelos pais e encarregados de educação e pelos alunos. A assembleia assume-se como órgão responsável pela definição das linhas orientadoras da atividade da escola, isto é, aprova as linhas mestras do funcionamento da escola. Organiza várias atividades extracurriculares e encontros regulares ao longo do ano para refletir as possíveis melhorias a desenvolver nesta escola. O financiamento da escola é dividido entre o governo e uma fundação católica, sendo que os alunos também devem pagar propinas. O quadro de trabalhadores compõe alguns funcionários públicos, sendo a maioria professores contratados ou professores estagiários.

Esta escola oferece formação no âmbito do 3.º ciclo do ensino básico (7.º ano a 9.º ano) e ensino secundário (10.º ano a 12.º ano). As aulas para os alunos do 3.º ciclo ensino básico começam às 12h15 e terminam às 18h00.

As instalações da Escola Comoro são cuidadas e bem apresentadas, contemplando uma biblioteca, uma sala de artes, espaços desportivos, uma sala de laboratório de matemática e ciências, e uma sala de informática. Em particular, os professores de ciências e os professores de matemática têm oportunidade para aprofundar conhecimentos das ciências e da matemática na sala de laboratório e na sala de informática, conforme a iniciativa de cada professor. Porém, algumas salas de aulas ainda carecem de mesas.

Nesta escola, há três professores que lecionam a disciplina de matemática, sendo que cada um ensina um ano de escolaridade diferente. Na Escola Comoro existem 18 turmas de 3.º ciclo, no total, sendo cinco de 7.º ano, sete de 8.º ano e seis de 9.º ano. Cada turma é composta por 43 a 45 alunos e, de acordo com a matriz curricular para o 3.º ciclo do ensino básico, o tempo semanal para a disciplina de matemática é de 2t + 3t, sendo que cada tempo tem a duração de 35 minutos. A escola funciona durante a semana, de segunda a sábado.

A cada professor foi associado um nome código, fictício para assegurar anonimidade. A professora que ensina no 7.º ano chama-se Filia, a professora que ensina no 8.º ano é a professora Juda e no 9.º ano temos o professor Jobo.

### 4.2.2. Escola Manleuana

A Escola Manleuana foi fundada em 2011 e está localizada na capital de Timor-Leste, na parte Sudoeste. A escola é orientada pela Diretora da Escola, que faz a orientação e organização dos membros internos da mesma.

Esta escola tem um regime público. O quadro de trabalhadores é composto por funcionários públicos, professores contratados a tempo parcial, professores voluntários e também professores estagiários. Os custos de pequenas reabilitações e dos operacionais dos exames (concessões escolares) são financiados pelo Ministério da Educação. A escola oferece formação no âmbito do 1.º, 2.º, e 3.º ciclo do ensino básico. As aulas ocorrem na parte de manhã, das 08h00 até às 12h30, para os alunos do 1.º e 2.º ciclo, e da parte da tarde para os alunos do 3.º ciclo ensino básico, das 13h00 até às 17h30.

A Escola Manleuana também tem uma estrutura da organização que compreende uma Diretora de escola, um Adjunto, um representante do Gabinete Apoio Técnico, os coordenadores de 1.º, 2.º e 3.º ciclo, um Conselho Pedagógico, um Conselho Administrativo, um Conselho de Alunos, um chefe do grupo de professores por disciplina e um Conselho dos Pais. Quanto à assembleia da escola, é formada por professores, pela autarquia local, pelos pais e encarregados de educação e pelos alunos. Como referido anteriormente, a assembleia assume-se como órgão responsável pela definição das linhas orientadoras das atividades da escola. Para isso realizam encontros regulares ao longo do ano para discutir as possíveis melhorias para a escola.

As instalações desta escola não são muito adequadas (edifício mais velho, faltam muros, etc.), mas os professores, e em particular os de ciências e da matemática, tomam a iniciativa de ajustar o espaço para os alunos. A partir de um antigo armazém, que não era usado pela escola, reconstruiram um espaço para as atividades práticas de matemática e ciências. Este espaço, com medida (5x4) $m^2$, foi reparado e convertido numa pequena sala de laboratório. Este espaço é agora usado como local para realização de atividades práticas com os alunos, bem como para armazenar algumas produções dos alunos realizadas em sala de aula (trabalhos, cartazes, etc.).

Na Escola Manleuana, existem três professoras que lecionam matemática. A escola tem 15 turmas do 3.º ciclo do ensino básico. Cada professora ensina um nível de escolaridade diferente (7.º, 8.º e 9.º ano), existindo, em cada nível, cinco turmas. Cada turma tem em média 56 a 62 alunos. De acordo com a matriz curricular para a disciplina de matemática, são lecionados cinco tempos por semana, que se distribuem em 2t+3t , sendo o tempo exato de duração na sala da aula de 40 minutos. A escola funciona de segunda-feira a sábado. Os nomes de código das professoras são Célia, que leciona o 7.º ano, Esa, no 8.º ano de escolaridade e Lila no 9.º ano.

### 4.2.3. Escola Bebonuk

A Escola Bebonuk foi fundada no ano 2000 e também se localiza na capital de Timor, a sul. De forma semelhante às outras escolas é orientada por uma diretora. Esta escola, de *status* privado, é constituída por professores da função pública, contratados e estagiários. O financiamento é dividido entre o governo e doadores privados, para além das propinas pagas pelos alunos. A escola oferece formação no âmbito do 1.º, 2.º, e 3.º ciclo do ensino básico. As aulas para os alunos do 3.º ciclo do ensino básico ocorrem entre as 12h00 e as 17h30.

A Escola Bebonuk também tem uma estrutura de organização que compreende uma Diretora de escola, um representante do Gabinete Apoio Técnico, dois Coordenadores, uma para 1.º e 2.º ciclo e outra para 3.º ciclo, um Conselho Pedagógico, um Conselho Administrativo, um Conselho dos alunos, um Conselho de Pais e um Conselho de Segurança. Quanto à assembleia da escola, formada por professores, pela autarquia local, pelos pais e encarregados de educação e pelos alunos, assume-se como órgão responsável pela definição das linhas orientadoras da atividade da escola, isto é, aprova as linhas mestras do funcionamento da escola.

As instalações escolares são boas, existindo espaços como a biblioteca, salas de artes, espaços desportivos, sala de laboratório de matemática e ciências e também sala de informática. Nesta escola os professores de ciências e de matemática têm oportunidade para aprofundar os conhecimentos dos alunos, na sala de laboratório e sala de informática.

Esta escola tem maior autonomia para os tempos de ensino e, em vez dos 2t+3t tempos semanais de matemática habituais, nesta escola, a distribuição do tempo é de 45 minutos por dia (225 minutos por semana). Existem dois professores que lecionam a disciplina de matemática, um professor que ensina 7.º ano e 8.º ano, com nome de código Frelio, e outra professora que leciona o 9.º ano, com nome código Elva. O número de alunos por turma varia entre 22 e 25 pessoas. Esta escola funciona de segunda a sexta.

## 4.3. Participantes no Estudo

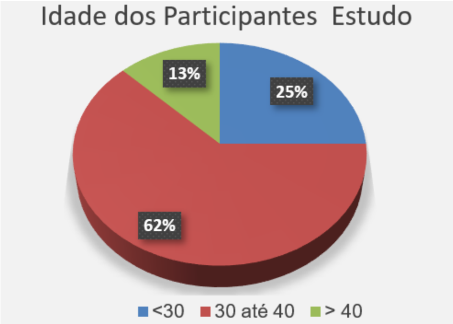
Participaram neste estudo oito professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico. Três professores lecionavam na Escola Comoro, três na Escola Manleuana, e os restantes dois na Escola Bebonuk. Nem todos eles tinham frequentado a ação de formação oferecida pelo Ministério da Educação aquando do lançamento do MPM, na qual foram introduzidos a este novo recurso e a formas de o articular com o manual escolar existente, o MEM – a professora Filia, da Escola Comoro, não tinha frequentado esta formação.

Embora esta pesquisa se tenha centrado nos professores, procurou-se também obter a opinião dos alunos acerca das aulas de matemática, em particular sobre o uso do MPM. Por esse motivo, também participaram no estudo, como informantes secundários, alguns alunos das turmas destes oito professores, do 7.º ao 9.º ano de escolaridade, num total de 29 alunos. Em cada turma, foram escolhidos seis ou sete alunos à sorte e, desses alunos, foi confirmado quem tinha autorização do encarregado de educação para participar no estudo. Esses alunos foram quem respondeu ao questionário que foi construído para o efeito (ver a seguir).

Dado que a problemática desta investigação consiste em compreender o modo como os professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste usam e articulam os manuais escolares nas suas práticas letivas, optou-se pela realização de um estudo de caso, que incidiu sobre um dos municípios do país, mais propriamente no município de Díli. Considerou-se três subcasos, cada um correspondente a cada escola selecionada. Considerou-se também importante descrever o perfil dos professores envolvidos nesta investigação, pois acredita-se que alguns fatores, tais como a localização e as circunstâncias da escola e a formação e tempo de serviço, podem influenciar as perspetivas e competências que estes têm sobre o uso dos manuais nas suas práticas letivas e as suas ideias sobre os manuais que utilizam no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Seis dos oito professores são do género feminino (75%) e dois são do género masculino (25%). As idades dos professores distribuem-se da seguinte forma, representada na figura 4.2.

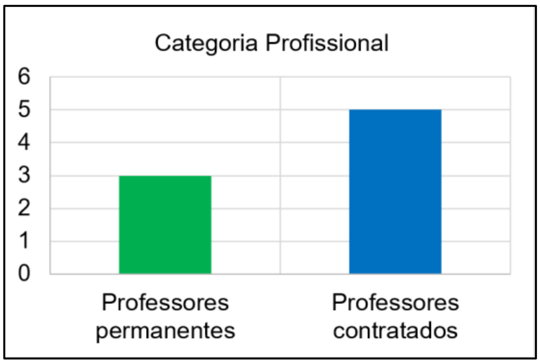
Figura 4.2 – Idade dos participantes no estudo, à data da recolha de dados.




A maioria dos professores têm idade entre os 30 e 40 anos, correspondendo a cinco dos oito participantes (62%). Dois professores têm idade inferior a 30 anos (25%) e apenas um participante (13%) tem idade superior a 40 anos.

Relativamente à categoria profissional, três são professores permanentes (62%) e cinco são professores contratados (38%), como indica a figura 4.3 abaixo.

Figura 4.3 – Categoria profissional dos participantes no estudo, à data da recolha de dados.




No que diz respeito ao nível de formação académica, sete professores (87%) possuem Licenciatura em Matemática Educacional e um professor (13%) tem Bacharelato (figura 4.4).

Figura 4.4 – Nível de formação académica dos participantes no estudo, à data da recolha de dados.

| Nível de Formação Académica | Número de Participantes | Frequência Relativa em (%) |
|---|---|---|
| Bacharelato | 1 | 13% |
| Licenciatura em Matemática Educacional | 7 | 87% |
| Total | 8 | 100% |

## 4.4. Métodos de Recolha de Dados

A escolha dos métodos de recolha de dados para uma investigação de natureza qualitativa depende de vários fatores, entre os quais as questões de investigação que guiam o estudo, o contexto em que este se realiza, e o próprio investigador. Um estudo de caso, em particular, exige que se usem múltiplas formas de recolha de dados, permitindo assim a triangulação metodológica, isto é, a recolha de informação sobre o mesmo fenómeno usando diferentes métodos, o que aumenta a credibilidade do estudo e a fiabilidade dos dados. Neste trabalho, foram usadas observações de aulas dos professores participantes registadas em notas de campo, entrevistas semiestruturadas a esses professores registadas em áudio, e um questionário aos alunos dos professores participantes cujas aulas foram observadas, com questões essencialmente fechadas, mas também algumas de resposta aberta. Nas secções seguintes, descreve-se cada um destes métodos e como foram usados neste trabalho.

### 4.4.1. A observação

A observação tem como objetivo conseguir uma descrição rica, densa e completa da situação que se pretende investigar. Uma vez que os comportamentos e os acontecimentos são registados em primeira mão, consegue-se compreender melhor os fenómenos. As observações favorecem uma abordagem indutiva porque reduzem a influência das conceções prévias do investigador que, contudo, não deixam de existir. O observador pode aperceber-se de factos ou acontecimentos que, sendo demasiado familiares aos participantes, acabam por lhes passar despercebidos (Bogdan & Biklen, 1994).

Existem diversos tipos de observação, conforme o grau de participação do investigador no fenómeno que pretende investigar. Neste estudo, optou-se por uma observação participante passiva uma vez que o observador se inseriu na realidade a observar, observou, mas não mexeu em nada (Mónico, Alferes, Castro, & Parreira, 2017).

As observações realizadas nesta investigação incidiram sobre as aulas dos professores participantes, que abrangeram os três anos de escolaridade do ensino básico: 7.º, 8.º e 9.º. Não se pretendia fazer comparações entre níveis ou anos de escolaridade, mas sim perceber como os professores usavam e articulavam o MEM e o MPM. Estas observações foram registadas de forma o mais exaustiva possível em notas de campo, procurando reunir pormenores que permitissem, depois, compreender o fenómeno sob investigação. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), as notas de campo são “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (p. 150).

As notas de campo foram escritas com base numa grelha de observação (Anexo 3), em que constavam os principais momentos de uma aula e alguns indicadores previamente pensados como importantes para orientar o registo. No entanto, as notas de campo não foram restritas aos elementos que constam na grelha de observação, estando abertas para qualquer aspeto emergente. Para cada professor participante, foram observadas cerca de duas aulas, conforme a sua disponibilidade. No total, foram realizadas 14 observações de aulas, com duração muito variável, conforme as escolas. Na figura 4.5 está descrita a forma como se distribuíram as observações por cada escola e ano de escolaridade.

Figura 4.5 – Número de observações de aulas feitas por escola e ano de escolaridade.

| Ano de Escolaridade | Escola Comoro | Escola Manleuana | Escola Bebonuk | **Total** |
|---|---|---|---|---|
| 7.º ano | 2 | 1 | 2 | 5 |
| 8.º ano | 1 | 2 | 2 | 5 |
| 9.º ano | 1 | 2 | 1 | 4 |
| Subtotal | 4 | 5 | 5 | **14** |

### 4.4.2. A entrevista

De acordo com Fortin (2009), “A entrevista é um modo particular de comunicação verbal entre duas pessoas, um entrevistador que recolhe dados e um respondente que fornece a informação” (p. 375). A entrevista é uma das fontes essenciais de informação para os estudos de caso (Yin, 2001), embora deva ser complementada com outras fontes de dados. A entrevista é uma conversa intencional, em que o entrevistador procura obter informação do entrevistado (ou entrevistados): “a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134).

Existem vários tipos de entrevista (Bogdan & Biklen, 1994). Para esta investigação, optou-se pela entrevista semiestruturada (Yin, 1989). Neste tipo de entrevista, existe um conjunto de questões previamente pensadas que o investigador coloca ao entrevistado. Contudo, esse conjunto de questões não é fechado e a entrevista está aberta a outras questões que se mostrem importantes. Além disso, as respostas às questões que são colocadas aos entrevistados podem ser imediatamente seguidas pelo investigador, solicitando clarificações, explicações ou elaborações, por exemplo. As entrevistas semiestruturadas podem "diminuir a dificuldade em organizar e analisar posteriormente os dados" (Vale, 2004, p. 178). No Anexo 4 encontra-se o guião da entrevista utilizada neste estudo.

Todos os professores participantes foram entrevistados no final das observações das suas aulas. As entrevistas foram conduzidas nas escolas onde lecionavam, num local calmo (sala de professores), e tiveram a duração de 10 a 30 minutos. De modo a registar a informação obtida através das entrevistas, as mesmas foram gravadas em áudio e depois transcritas parcialmente, de acordo com os excertos mais relevantes. Naturalmente, a língua em que decorreram as entrevistas foi o Tétum. Portanto, após a transcrição, foi necessário proceder à tradução para Língua Portuguesa dos excertos transcritos.

### 4.4.3. O questionário

O questionário foi o método de recolha de dados utilizado para obter informação de alguns dos alunos dos professores cujas aulas foram observadas. Neste estudo, assumiu-se sempre os alunos como informadores secundários porque o estudo se focou nos professores. Mas achou-se que as suas perspetivas poderiam complementar as informações recolhidas através das observações feitas às aulas dos professores participantes e às entrevistas que foram conduzidas com eles. Neste sentido, procurou-se saber, junto dos alunos e através do questionário que alguns deles preencheram, como eles perspetivavam o uso dos dois manuais em sala de aula.

Um questionário é um instrumento de recolha de dados em que os participantes respondem a uma série de questões, fechadas ou abertas, de interesse para a investigação. As respostas às perguntas fechadas são normalmente mais fáceis de analisar do que as das perguntas abertas, mas estas conseguem fornecer informação mais detalhada, mais rica e, por vezes, inesperada do que as outras. Este instrumento limita o número de questões colocadas aos participantes e não permite, em geral, que o investigador possa solicitar mais esclarecimentos acerca das respostas obtidas, até porque, em geral, é um instrumento de preenchimento anónimo (Hill & Hill, 2002).

Para este trabalho, elaborou-se um questionário (Anexo 5) essencialmente baseado em questões de resposta fechada em escala de *Likert*. “A Escala de *Likert* é uma escala de cinco níveis, semelhante à escala de intervalos, que abrange subtópicos específicos, no âmbito de um tópico mais amplo, e que inclui itens elaborados não só de forma negativa mas também positiva” (Tuckman, 2012, p. 424). Da escala de cinco níveis “para evitar a utilização da hipótese de resposta neutra, o investigador pode usar 6 ou 4 itens” (Vilelas, 2012, p. 335). Como este estudo foi realizado com alunos do 3.º ciclo do ensino básico, para evitar as dificuldades dos alunos em escolher respostas neutras alternativas (“não sei”), as questões colocadas aos alunos foram elaboradas numa escala de *Likert* com quatro valores. Para cada afirmação, as opções que tinham ao seu dispor, e que versavam os hábitos de utilização MEM e do MPM, eram: 1) Sempre; 2) Quase sempre; 3) Algumas vezes; e 4) Nunca. No final do questionário, foram colocadas ainda duas questões de natureza aberta: 1) Quanto tempo duram normalmente as atividades práticas feitas nas aulas de matemática? e 2) Você gosta mais de aprender matemática com o manual *Espaço Matemática* ou com as atividades práticas? Porquê?

A aplicação do questionário foi feita após a observação das aulas e uma vez colhidas as autorizações dos encarregados de educação dos alunos para que os alunos preenchessem os questionários (Anexo 6). Nem todos os encarregados de educação deram a sua autorização. O questionário foi preenchido pelos alunos escolhidos como indiquei atrás durante um intervalo letivo em locais diversos, depois de verificada novamente a aceitação dos encarregados de educação, fosse a sala de aula, uma sala de informática ou o espaço exterior. Em geral, existiram condições logísticas adequadas ao preenchimento do questionário, mesmo quando este foi preenchido no recreio. A figura 4.6 indica quantos alunos de cada ano de escolaridade e de cada escola responderam ao questionário. Para cada caso, os alunos foram escolhidos de forma aleatória como expliquei atrás.

Figura 4.6 – Número de alunos por ano de escolaridade e escola que preencheram o questionário.

| Ano de Escolaridade | Escola Comoro | Escola Manleuana | Escola Bebonuk | Total |
|---|---|---|---|---|
| 7.º ano | 4 | 4 | 3 | 11 |
| 8.º ano | 3 | 3 | 3 | 9 |
| 9.º ano | 3 | 3 | 3 | 9 |
| Total | 10 | 10 | 9 | 29 |

### 4.4.4. A recolha documental

Numa investigação de natureza qualitativa, a recolha documental é um método de obtenção de informação essencial. Os documentos podem ser produzidos pelo investigador ou encontrados pelo investigador (Bogdan & Biklen, 1994; Tuckman, 2012). Neste estudo deu-se preferência à recolha de documentos produzidos pelos sujeitos participantes, tais como planos de aula ou documentos usados nas aulas. No entanto, apenas foi possível a recolha de um resumo elaborado pela professora Esa, da Escola Manleuana. Mas também foi importante a recolha de documentos de natureza oficial, tais como documentos curriculares e os manuais *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika*, que se mostraram importantes para a compreensão do fenómeno que se pretendeu investigar – as práticas de utilização dos manuais escolares por parte dos professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste. As fotografias que tirei durante as minhas observações de todas as aulas são também documentos importantes para esta investigação.

## 4.5. Questões de Ética

Bogdan e Biklen (1994) identificam um conjunto de princípios éticos que devem ser observados em toda a investigação qualitativa (em educação). Um desses princípios diz respeito à proteção da identidade dos participantes: “As identidades dos sujeitos devem ser protegidas, para que a informação que o investigador recolhe não possa causar-lhes qualquer tipo de transtorno ou prejuízo” (p. 77). Isto implica que o investigador não possa partilhar com outras pessoas externas à investigação qualquer informação relativa aos participantes. Outro princípio ético exige que os participantes sejam tratados com respeito com vista a que colaborem na investigação. Assim, “os sujeitos devem ser informados sobre os objectivos da investigação e o seu consentimento obtido” (p. 77). Além dos objetivos da investigação, os participantes também devem ser informados sobre o que implica a sua participação no estudo e que podem desistir em qualquer altura e por qualquer motivo, sem qualquer tipo de penalização. Por fim, é necessário que o investigador

> Seja autêntico quando escrever os resultados. Ainda que as conclusões a que chega possam, por razões ideológicas, não lhe agradar, e se possam verificar pressões por parte de terceiros para apresentar alguns resultados que os dados não contemplam, a característica mais importante de um investigador deve ser a sua devoção e fidelidade aos dados que obtém. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 77)

Neste estudo, procurou-se cumprir todos estes quatro princípios éticos. Os diretores das três escolas selecionadas e os professores participantes foram contactados e o seu consentimento informado obtido (Anexo 7). Os encarregados de educação também foram informados dos objetivos do estudo e da participação solicitada aos seus educandos. Como referi, nem todas as autorizações dos encarregados de educação foram obtidas e só os alunos que tinham autorização dos seus encarregados de educação é que preencheram o questionário. O anonimato é garantido pelo uso de nomes fictícios (para as escolas e professores) e pela ausência de qualquer informação que conduza à identificação quer das escolas, quer dos professores participantes. Os inquéritos são de preenchimento anónimo, garantindo também o anonimato dos alunos. As fotografias que são usadas como fonte de informação têm também as caras das crianças tapadas sempre que seja possível a sua identificação.

## 4.6. Procedimentos de Recolha de Dados

O processo de recolha de dados para este trabalho decorreu no primeiro trimestre de 2019, isto é, entre o início de janeiro e o fim de fevereiro de 2019, de acordo com o calendário escolar do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste, decretado pelo Ministério Educação e Desporto timorense. Iniciou-se todo o procedimento relativo à obtenção de consentimento informado de diretores, professores e encarregados de educação dos alunos. Só depois de obtidos todos estes consentimentos se iniciou o processo de recolha de dados no campo de estudo.

Ainda antes desta recolha, foram traduzidos para Tétum o questionário dos alunos e o guião da entrevista aos professores. Na figura 4.7, descreve-se o cronograma da recolha de dados, ao longo dos quatro meses que durou o processo. Apesar de estar a estudar em Portugal, regressei a Timor-Leste em dezembro de 2018 para procurar participantes e tratar dos consentimentos informados. A recolha de dados nas escolas começou logo em janeiro e terminou a meio de março, tendo ficado mais um tempo em Timor-Leste para continuar a recolha de dados que fiz noutros municípios timorenses (e que não uso neste trabalho por serem demasiados dados para tratar, tal como já expliquei). Na terceira semana de fevereiro, não pude fazer observações pois tive um acidente rodoviário. Na primeira semana de março, fui recolher dados noutro município diferente de Díli.

Figura 4.7 – Cronograma da recolha de dados.

| Nº. | Evento | Semana, Mês, Ano 2019 | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Janeiro | | | | Fevereiro | | | | Março | | | |
| | | 1.ª | 2.ª | 3.ª | 4.ª | 1.ª | 2.ª | 3.ª | 4.ª | 1.ª | 2.ª | 3.ª | 4.ª |
| 1 | Contacto com os professores | | | | | | | | | | | | |
| 2 | Encontro com Diretor da Educação do Município de Díli | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Escola Comoro | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Escola Manleuana | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Escola Bebonuk | | | | | | | | | | | | |

## 4.7. Análise dos Dados

Para Bogdan e Biklen (1994), a análise de dados é

> o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205)

Este processo complexo inclui a organização dos dados e a sua divisão em partes de acordo com padrões que se encontram nos próprios dados, procurando-se assim estabelecer relações entre os temas que vão surgindo. Neste trabalho, as questões de investigação permitiram definir à partida alguns temas para a organização dos dados.

Começou-se por analisar os dados relativos a cada escola escolhida. Esta análise foi guiada pelas questões de investigação. Depois, foram comparadas e contrastadas as escolas para procurar encontrar uma resposta para cada questão de investigação. Na figura 4.8, ilustra-se que métodos de recolha de dados foram mais importantes na obtenção de informação que permitisse responder à questão de investigação respetiva. O sombreado mais escuro indica que o método respetivo forneceu informação mais relevante com vista à resposta à questão de investigação relativa.

Figura 4.8 – Relação entre os métodos de recolha de dados e as questões de investigação.

| Questão de Investigação | Observação | Entrevista | Questionário | Documentos |
|---|---|---|---|---|
| Q1 | | | | |
| Q2 | | | | |
| Q3 | | | | |
| Q4 | | | | |
| Q5 | | | | |

# CAPÍTULO 5

# Análise dos Resultados

Neste capítulo, faz-se uma análise dos dados recolhidos organizada pelos temas das questões de investigação que orientaram todo o estudo: 1) perspetivas dos professores sobre os manuais; 2) práticas de articulação dos manuais; 3) principais dificuldades dos professores na articulação dos manuais; 4) formas de superar as dificuldades na articulação dos manuais; e 5) mudanças no processo de ensino-aprendizagem decorrentes da introdução do manual *Prátika Matemátika*, na perspetiva dos professores.

## 5.1. Perspetivas dos Professores Sobre os Manuais

Apesar das dificuldades da língua portuguesa no ensino da matemática, o professor deve ter um perfil motivador e incentivador. O ensino-aprendizagem deve ter como centro o aluno, isto é, deve haver o envolvimento do aluno na sua aprendizagem, e na construção do seu conhecimento, sempre com o professor como guia e facilitador na aula. Esta orientação é compatível com as orientações gerais internacionais para o ensino da matemática (e.g., MES, 2009; NCTM, 2007, 2014) e esta é a base do manual *Prátika Matemátika* (MPM), que ajuda o professor na motivação dos alunos porque as tarefas deste manual foram construídas para dinamizar mais o processo de ensino-aprendizagem e cativar os alunos. As tarefas usam contextos conhecidos dos alunos e materiais que eles conseguem encontrar facilmente e/ou construir. O MPM surge como enriquecimento do trabalho proposto no manual *Espaço Matemática* (MEM), valorizando o lado prático e útil da matemática, tanto para a vida cotidiana como para o desenvolvimento científico e tecnológico de Timor-Leste (ME, 2010).

O MPM é um manual recente e é importante saber quais são as perspetivas dos professores sobre os manuais em uso nas escolas. Em seguida, analiso as perspetivas dos professores em cada escola do município de Díli onde foram recolhidos os dados.

### 5.1.1. As perspetivas dos professores da Escola Comoro

Na Escola Comoro, os professores tinham bons conhecimentos de matemática e as competências adequadas para o ensino. Os professores de matemática que ensinavam na Escola Comoro eram professores da nova geração, ativos, cheios de energia e sempre esforçados para enfrentar os desafios e novos paradigmas de aprendizagem.

Através dos resultados da observação e da entrevista aos professores sobre as suas perspetivas sobre o MEM e o MPM, entendi que a professora Filia, com experiência profissional de dois anos, considera que o MEM é uma referência para os alunos e os professores e que facilita o processo de ensino-aprendizagem de matemática. Ela acrescentou que

> esse livro [o MEM] é muito bom, como uma referência 7.º ano. Basicamente, os contextos do livro são relevantes para a vida cotidiana, só que há algumas palavras (tanto em Português como em Tétum) que [têm] seu significado mais elevado [difícil para compreender] para mim, e os meus alunos têm dificuldades de analisar e entender isso. (Entrevista, professora Filia)

A professora Filia baseia-se no MEM para planificar as suas aulas, embora modifique o que entende necessário para facilitar a aprendizagem dos alunos: "só uso o *Espaço Matemática* para fazer o plano de aula, mas foi modificar um pouco, partindo da abordagem histórica, definição e conceito, depois identifico e preparo as materiais" (Entrevista, professora Filia).

Em relação ao MPM, a professora refere pouco conhecimento sobre este manual por não ter participado na formação sobre o mesmo: "o *Prátika*, eu não tenho ideia brilhante sobre este livro, porque não participei naquela formação" (Entrevista, professora Filia). No entanto, a professora Filia mostra habilidade e iniciativa para realizar as atividades práticas na sala de aula propostas no MPM, considerando "que o conceito e o contexto são muito úteis para usar ou realizar na sala de aula" (Entrevista, professora Filia), pedindo

> aos alunos para trazerem os materiais para facilitar as atividades práticas (é ocasionalmente e depende das atividades práticas) (…) resolvam alguns exemplos e tarefas ligados [às atividades práticas] para os alunos aprofundarem os conteúdos [que] estão aprendendo e atribuindo as tarefas [de] TPC para os alunos com base no *Prátika*. (Entrevista, professora Filia).

Já a professora Juda, com experiência profissional desde 2012, considerou que o MEM é, em geral, positivo referindo na entrevista que:

> o *Espaço Matemática*, nos contextos do manual tem muitas descrições. Estas descrições ajudarão os alunos para entender a ideia de matemática, mas se eles tiverem dificuldades no significado, podem confirmar novamente com a língua

> Tétum ao lado [margem], embora existam poucas diferenças entre os dois idiomas. Eu como professora devo de orientar e explicar como devem fazer, para eles compreenderem mais. Portanto, este livro dá a eles uma vantagem positiva para aprofundar o conhecimento sobre matemática. No outro lado, o ponto forte deste manual é alguma parte deste livro conter imagens e contextos que são adequados à realidade de Timor-Leste, particularmente são relevantes para a vida cotidiana, que fazem aos alunos compreender mais. Mas, ainda existe a parte fraca deste manual, que tem algumas imagens e contextos ainda parecidos ou focando a realidade europeia. (Entrevista, professora Juda)

Em seguida, sobre o MPM, Juda sublinhou que compreende bem as atividades práticas contidas no manual para complementar e combinar os dois manuais, de acordo com a Guia do Professor recebido no momento da formação. O MPM inclui orientação da forma mais adequada para a realização da aula de matemática na combinação da teoria com a prática. A professora acrescentou na entrevista:

> o *Prátika* dá uma grande vantagem para mim como professora para ensinar, este manual fornece uma maneira certa, como fazer ou ensinar com *Prátika Matemátika* que está relacionada com os conteúdos no *Espaço Matemática*. (Entrevista, professora Juda)

Em relação à experiência do professor Jobo, que ensina há quase seis anos na Escola Comoro, considerou que a distribuição do MEM a todas as escolas de Timor-Leste em 2013 tinha sido um marco importante e por isso é hoje a referência para professores e alunos na aprendizagem da matemática. Este livro contempla a ajuda ao professor para preparar o plano de aula, ajudando e facilitando a preparação dos alunos. Apesar disso, a quantidade de livros em relação ao número de alunos continua a ser baixa, assim o professor precisa de fazer cópias para distribuir aos alunos, para que possam continuar o trabalho de aprendizagem em casa. O professor Jobo comentou que:

> o *Espaço Matemática* é muito útil e uma ajuda para professores e alunos como base do currículo. Mas sabemos que na escola há um número de alunos maior do que a quantidade de livros [MEM] que existem, por isso [o professor] deve fazer resumo da lição e depois entrega aos alunos. (Entrevista, professor Jobo)

O professor Jobo filtrava, assim, o essencial dos conteúdos apresentados no MEM e construía um resumo das ideias matemáticas principais para dar aos alunos, uma vez que não existiam manuais para todos. Assim, o professor também simplificava os conteúdos para os alunos, libertando-os do esforço de compreenderem as situações mais complexas do MEM ou menos familiares em termos culturais.

Em relação ao MPM, Jobo considerou que é útil para complementar o MEM no processo de ensino e aprendizagem de matemática na sala de aula. Este manual (MPM) orienta e facilita a contextualização da matemática na vida cotidiana e também a aplicação dos contextos matemáticos na resolução das tarefas e propostas práticas do MEM. Ele confirmou que:

> o *Prátika* é para complementar o *Espaço Matemática* no momento na sala de aula. Porque no *Espaço Matemática* existe o contexto teórico e um pouco de atividades práticas, mas o *Prátika* contém o contexto prático que, relacionado com o *Espaço Matemática*, os alunos vão aprender e compreender bem os conceitos, e no fim resolver os exemplos e as tarefas que contém o *Espaço Matemática*. (Entrevista, professor Jobo)

### 5.1.2. As perspetivas dos professores da Escola Manleuana

Na Escola Manleuana, os professores têm diferentes perspetivas acerca dos manuais em estudo, podendo esta condição estar relacionada com a falta de conhecimento base em matemática e o avanço de idade de alguns professores que mantêm o método convencional (mais tradicional, de ensino direto), não aceitando a mudança de metodologia de ensino que o MPM vem promover.

Em relação à experiência de Célia como professora de matemática nesta escola desde 2012, ela considerou o MEM como bom de uma forma geral, mas refletiu sobre a realidade da sua escola, que tem muitos alunos por turma, acrescentando que:

> o livro *Espaço Matemática* é única referência para 7.º ano e é bom (…) as atividades práticas no *Prátika* são muito úteis para mim como professora, mas para realizar na sala de aula tenho dificuldades por causa de ter muitos alunos e não ter espaço para fazer as atividades práticas, e também não há material prático [materiais manipulativos] que são inadequados e insuficientes. (Entrevista, professora Célia)

Para a professora Célia, ter muitos alunos e pouco espaço na sala de aula é impeditivo de realizar atividades práticas, do MPM.

Relativamente à experiência da Esa como professora de matemática desde 2009, referiu o MEM como única referência para os professores em geral, por ter sido distribuído pelo Ministério da Educação de Timor-Leste em 2012. Inicialmente a professora teve muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem na sala da aula porque o livro continha muita informação com caráter teórico e conceitos e contextos baseados na cultura portuguesa. Assim os professores enfrentaram dificuldades de compreensão da língua portuguesa relacionada com a matemática. Um ano mais tarde, em 2013, o Ministério da Educação reproduziu o MEM em bilingue, ajudando os professores a preparar as aulas. Esa acrescentou na entrevista que:

> o *Espaço Matemática* geralmente é bom, porque o manual é bilingue, a Língua Tétum e a Língua Portuguesa, que pode ajudar para mim a explicar aos alunos. O ponto forte é que os alunos podem aprender bem e conhecer o conceito, porque no livro contém a língua tétum que facilitará, mas também tem o ponto fraco, que é, há alguns contextos do manual que não são relevantes para as realidades timorenses, por isso é difícil para entendê-lo bem tanto para professores bem como para os alunos. (Entrevista, professora Esa)

No que diz respeito ao MPM, a professora considerou o manual atrativo para os alunos, por conter atividades práticas e aproximadas das suas realidades, como as atividades que recorrem ao uso de objetos reais (materiais manipuláveis) e ainda as atividades manuais que provocam e incentivam a criatividade e exploração dos alunos. A professora Esa acrescentou que:

> o *Prátika* é muito bom, porque há muitas atividades práticas que ajudam-nos [aos professores], para apresentar e explorar na sala de aula cada conteúdo relacionado com o *Espaço Matemática*. No *Prátika* tem linguagem simples e clara para que seja fácil de entender e explicar para aos alunos. (Entrevista, professora Esa)

Por sua vez, a professora Lila, a lecionar desde 2007, entendeu e aceitou bem a chegada do novo manual MEM (versão bilingue), que a ajuda como professora e aos seus alunos também. Esta professora destaca também o facto de o MEM não conter contextos das tarefas mais próximos de Timor-Leste concluindo que:

> o *Espaço Matemática* é um guia para os alunos e os professores para usar no processo de ensino e aprendizagem. Este manual tem a vantagem de ter duas línguas, nomeadamente a língua portuguesa e tétum. Se tiver dificuldade em português, podemos consultar a língua tétum que está ao lado [nas margens das páginas do livro]. No entanto, também tem a desvantagem de haver vários exemplos e contextos do livro menos relevantes para a situação real de Timor-Leste. É mais focado na situação de Portugal. (Entrevista, professora Lila)

Em relação ao MPM considerou ser uma referência útil para sincronizar os conteúdos com o MEM, apresentando uma contextualização aproximada à realidade de Timor-Leste. A professora comentou que:

> acho que esse livro é muito importante. Isso vem realmente ajudar o professor para ensinar os alunos com atividades práticas na sala de aula, Este manual *Prátika Matemátika* também ajuda os alunos a pensar criativamente para fazer os seus próprios exemplos ou perguntas de contextualização e como resolver a sua solução, relacionados com o lema "Agarre, Experimente, busque você mesmo, Só então você saberá com certeza" [*Grab it, try it, seek it your self, only then will you know for sure*] e a existência do livro prático é muito útil, atraindo os professores e alunos para que seja fácil desenvolver-se do concreto ao abstrato, mas também tem a desvantagem de que a quantidade de livros ainda é bastante limitada. (Entrevista, professora Lila)

A professora Lila manifesta muito entusiasmo com o MPM e parece entender um dos seus objetivos principais – levar os alunos a experimentar matemática, indo de atividades práticas e mais concretas para depois compreender melhor as ideias mais abstratas.

### 5.1.3. As perspetivas dos professores da Escola Bebonuk

Na escola Bebonuk, os professores apresentam bom conhecimento de matemática e competências de ensino. Estes professores são da nova geração, ativos, progressivos, cheios de energia e resilientes à mudança. Nas atividades na sala de aula, eles não só ensinam como também formam e encorajam os alunos para desenvolverem o pensamento crítico e o raciocínio lógico.

Com base nos resultados de entrevista aos professores sobre as suas perspetivas acerca do MEM e do MPM, Frelio, professor desde 2012, considerou que o MEM é um bom manual porque contém um resumo prévio para cada conteúdo, figuras, exemplos e tarefas/propostas práticas estruturadas e complementadas com descrição. Apesar disso, refere que os professores e alunos ainda enfrentam limitações e dificuldades na compreensão da linguagem contida no manual, especialmente nos conceitos matemáticos e contextos das descrições. Na entrevista ele comentou que;

> o *Espaço Matemática* é um livro que bem estruturado que pode ajudar a mim e aos alunos para conhecer e entender. Há algumas partes nos conceitos que estão incompletas, por exemplo no conteúdo de Sequências e regularidades, falta incluir a fórmula geral para a progressão aritmética e como se chega a essa fórmula geral. E há também, em certos contextos, o conceito de linguagem é muito alto [difícil de compreender], mas há vantagens como alguns contextos do livro que são muitos relevantes para a realidade de Timor-Leste. (Entrevista, professor Frelio)

Em relação ao MPM comentou que existe uma linguagem mais simples e clara e que as atividades são bastante relevantes e permitem uma conexão com a realidade e experiências dos alunos, acrescentando que:

> é ótimo, porque a explicação é em linguagem simples em tétum que faz-nos entender rapidamente, e também participamos na formação, aprendemos muitas coisas sobre o prático. Também no livro contém uma lista de material ou materiais manipuláveis para ser usados, é muito fácil de encontrar em vários lugares, até mesmo a maior parte do material é lixo. Então, é muito bom e barato, e não há dificuldades. (Entrevista, professor Frelio)

O professor Frelio destaca a facilidade com que se podem encontrar ou construir os materiais que apoiam as atividades práticas do MPM. Serem baratos ou até facilmente encontrados no lixo é, para este professor, um aspeto importante dos materiais propostos no MPM devido às condições económicas do país não serem muito fortes.

No ponto de vista da professora Elva, o MEM é:

> um bom manual e benéfico, ajudou no processo de ensino e aprendizagem ao longo deste tempo. Às vezes, encontro algumas propostas ou tarefas em que as respostas [no MEM] não estão certas. (Entrevista, professora Elva)

Sobre "o MPM que SESIM entregou", esta professora considera que, "em termos de conteúdos e contextos [as atividades práticas] ajudam-nos e facilitam o processo de ensino e aprendizagem" (Entrevista, professora Elva). A professora Elva não desenvolveu muito as suas ideias sobre como perspetiva estes dois manuais, provavelmente porque estava muito ocupada quando realizei a entrevista com ela e não tinha muita disponibilidade para responder às perguntas que lhe coloquei.

Em resumo, sobre os dois manuais, em geral, os professores referem serem as únicas referências importantes para professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem para elevar a qualidade da educação matemática em Timor-Leste. Em particular, o MEM, com a sua forma estruturada, com resumos prévios para cada conteúdo, com figuras, permite perceber os contextos dos conteúdos e a conexão entre as tarefas (exemplos, exercícios e propostas práticas). Já o MPM, com a sua abordagem exploratória (*hands-on*) e com as atividades práticas relevantes e concretas, e também a sua contextualização mais aproximada às realidades e às experiências dos alunos timorenses na vida cotidiana, complementa o MEM nas escolas. É um manual que atrai os alunos, mantendo-os ativos e criativos. Em geral, todos os professores referem dificuldades com a linguagem do MEM, um pouco complexa e difícil de entender, mesmo na versão bilingue, em que se pode consultar o texto em Tétum. No MEM também parece haver muitos contextos que se afastam da realidade timorense, o que também não ajuda à compreensão.

## 5.2. Como os Professores Usam os Dois Manuais

Com base nas minhas observações, os professores usaram sempre o MEM e o MPM no processo de ensino-aprendizagem, porque consideram que os manuais são importantes para os alunos e para os professores. No entanto, a implementação observada das orientações dos dois manuais não foi inteiramente baseada no calendário previsto no Guia do Professor, porque cada escola é organizada de forma diferente, para dar flexibilidade ao professor no planeamento das suas aulas tendo em conta a realidade da escola. Contudo, nas salas de aula que visitei, as orientações do Ministério da Educação de Timor-Leste para o ensino-aprendizagem da matemática foram, em geral, cumpridas, embora variassem de professor para professor, e de escola para escola.

Nesta secção, pretende-se descrever e analisar o modo como os professores usam os dois manuais com base nas observações que fiz em cada uma das escolas visitadas e com base nos inquéritos que foram respondidos por alguns dos alunos dos professores observados. A organização das descrições das aulas observadas foi baseada na grelha de observação construída com o intuito de guiar esta mesma tarefa, focando-se em aspetos da gestão da aula e das aprendizagens dos alunos.

### 5.2.1. As práticas dos professores da Escola Comoro

#### *5.2.1.1. As práticas da professora Filia*

A turma do 7.º ano da professora Filia[4] usou apenas o MEM na primeira semana de observação. A professora não recorreu ao Guia do Professor porque não o tinha, assim como o MPM, já que não participou na formação promovida pelo Ministério da Educação de Timor-Leste acerca da utilização do MPM, por isso não dispunha deste recurso nem do guia a ele associado. Apesar disso, a professora foi capaz de entender algumas das atividades do MPM relacionadas com o MEM.

Na primeira semana das minhas observações, a professora Filia ensinou os Números Inteiros, substituindo a tarefa 3 do MEM pela atividade 7.4 do MPM. Antes disto, ela apresentou os conceitos de números primos e compostos e depois, usando a tarefa “Prática 7.4: divisores com sementes” (ver capítulo 3), procurou que os alunos entendessem melhor aqueles conceitos realizando uma atividade mais prática e exploratória. As aulas iniciaram à hora prevista e a professora conseguiu manter um nível de ordem e de atenção dos alunos, facilitando a aprendizagem. As instruções foram apresentadas de forma clara e precisa, e os alunos formaram pares para terem oportunidades de colaborar. No entanto, o tempo mostrou-se insuficiente para terminarem a tarefa do MPM e chegarem às conclusões pretendidas.

A professora foi apresentando as várias tarefas propostas para esta aula e os objetivos de aprendizagem que pretendia alcançar estavam definidos no seu plano de aula. A professora utilizou o MEM como referência principal, tendo iniciativa para usar a atividade prática "divisores com sementes", apesar de não fazer referência explícita ao MPM. No

[4] A professora Fília lecionava 5 turmas do 7º ano, mas observei apenas uma dessas turmas, aleatoriamente.

início, a professora forneceu informação aos alunos sobre o que se entende por número primo e por número composto. Depois, fez uma demonstração da atividade prática proposta com as sementes, para que os alunos entendessem o que se pretendia com a tarefa: utilizar as sementes para descobrir os divisores dos números naturais até 30. A professora encorajou os alunos a realizar esta atividade em pequenos grupos ou em pares. Os alunos conseguiram apenas chegar aos divisores de 12, por tempo insuficiente.

Os alunos mostraram-se muito entusiasmados no preenchimento da tabela sobre a tarefa "divisores com sementes", como ilustra a figura 5.1. Esta atividade pode ser realizada com qualquer tipo de sementes. Aqui foram usados grãos de feijão. Apesar do curto tempo disponível, foi possível, ainda, apresentar aos colegas as suas descobertas, completando parcialmente a tabela no quadro.

Figura 5.1 – Ambiente geral da aula 1 da professora Filia (7.º ano).

Com esta substituição da tarefa 3 do MEM pela tarefa "divisores com sementes", os alunos trabalharam sobre divisores dos números através de objetos concretos (grãos), tornando a aprendizagem mais ativa, em que o aluno deveria construir e classificar os números que dispunha. Descobriram que havia números com apenas dois divisores e outros com mais do que dois divisores, e depois conectaram estas descobertas com os conceitos de números primos e números compostos apresentados anteriormente. Nesta atividade, surgem também as noções de divisores e múltiplos e até de quadrados perfeitos (cujos divisores são sempre em número ímpar, exceto o 1).

Por fim, a professora fez uma síntese da aula com uma ligação direta ao trabalho que foi feito para aprofundar a compreensão dos conceitos. Contudo, a gestão do tempo não deu oportunidade aos alunos de aplicarem as novas aprendizagens ao mundo real, nem mesmo de terminar a tabela proposta na tarefa. A professora orientou os alunos para usarem o MEM para resolver as questões na margem do livro (questões números 7, 8 e 9 (ver figura 3.27)).

A professora apresentou um sentido de humor adequado, movimentando-se um pouco pela sala de aula enquanto falava. Utilizou uma linguagem corporal não-intimidatória e, muitas vezes, recorreu à língua Tétum, atraindo a atenção dos alunos e ajudando-os a comunicar ideias e a ligar o tema aos aspetos da vida cotidiana. A professora mostrou-se entusiasmada e dinâmica no trabalho com os alunos acerca deste tópico, revelando confiança no que estava a fazer.

Apesar disto, a professora não conseguiu acompanhar o progresso de todos os alunos e ajustar o ensino para chegar a cada um, uma vez que são demasiados alunos na turma e também porque o tempo de aula é insuficiente para os alunos reverem e refletirem sobre o tema e exporem o que aprenderam, através de discussões e apresentações dos resultados a que chegaram.

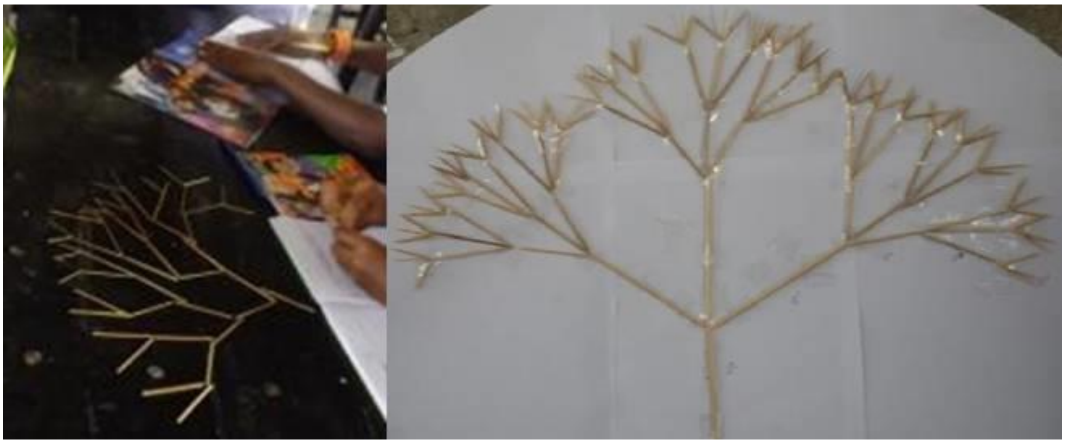
É importante realçar que a professora Filia não fez referência ao MPM, no entanto conseguiu entender como combinar uma tarefa do MPM com outra do MEM de forma organizada, revelando confiança no seu conhecimento matemático e didático para estruturar o ensino-aprendizagem deste tópico. Apesar de não ter conhecimento do Guia do Professor para o MPM em articulação com o MEM, a professora Filia passou as duas semanas anteriores a fazer revisões sobre números inteiros e operações, recuperando conceitos e procedimentos aprendidos pelos alunos nos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, tal como recomenda o próprio guia.

A minha segunda observação das aulas da professora Filia coincidiu com uma aula sobre as potências de expoente natural. A professora também ensinou de acordo com o MEM, mas, por sua iniciativa, foi buscar uma tarefa do MPM sobre “a matemática de uma árvore”, para que os alunos entendessem o conceito de potências e as regras de operação com potências. A aula, tal como a que anteriormente observei, iniciou à hora indicada e a professora conseguiu manter um bom ambiente na sala de aula, facilitador da aprendizagem pela ordem e flexibilidade que manteve, e pelas oportunidades que deu aos alunos para trabalharem em pequenos grupos ou em pares.

A professora continuou a ter bem presente no seu plano de aula os objetivos de aprendizagem pretendidos. Utilizou o MEM como referência, mas conseguiu inserir a atividade prática “a matemática de uma árvore” (ver capítulo 3), embora sem fazer referência ao MPM durante a aula. Ao contrário da aula sobre números primos e compostos, a professora não começou por fornecer informação sobre a noção de potência. Em vez disso, mostrou aos alunos como construir uma árvore com palitos de modo a que cada ramo desse origem a dois outros ramos e assim sucessivamente. Deste modo, os alunos iriam representar com materiais do cotidiano as potências de expoente natural com base 2 e 3. Assim, encorajou os alunos a fazerem esta atividade em pares ou pequenos grupos (às vezes, na mesma mesa, estavam sentados dois ou três alunos, e isso servia para se constituírem os pares ou grupos).

Os alunos demoraram bastante tempo a realizar esta tarefa, mas alguns pares conseguiram construir uma árvore com palitos bem organizada e mencionaram os valores para os números de ramos de forma correta. A figura 5.2 ilustra duas das árvores com palitos construídas pelos alunos.

Figura 5.2 – Exemplos de árvores construídas pelos alunos da professora Filia (7.º ano).



Os alunos que não conseguiram terminar a tarefa saíram dos seus lugares e puderam observar os grupos que tinham conseguido construir bem as suas árvores. Esta observação permitiu aos alunos terminar a construção das suas próprias árvores, com base no que tinham visto. Neste sentido, os alunos não estiveram apenas a aprender sozinhos, mas também com os seus pares. Alguns grupos conseguiram construir uma árvore "completa" e montaram-na no papel, que depois ficou pregado ou pendurado na parede para outros alunos verem bem a figura e os resultados.

A professora orientou os alunos para utilizarem os palitos e fita-cola na construção dos ramos das árvores, em cima de papel ou da mesa. Depois pediu aos alunos para calcularem a quantidade de ramos que iam fazendo crescer (formar) a árvore à media que se colocavam mais palitos, em cada "geração." Alguns alunos conseguiram explicar como se calcula a quantidade de ramos de cada geração, quando lhes perguntei diretamente como tinham feito a sua "árvore".

No fim, a professora estabeleceu ligações para aprofundar a compreensão dos conceitos e regras das operações com potências de expoente natural e a sua ligação através de tarefas práticas. Antes do fim da aula, a professora Filia ainda desafiou os alunos a criarem árvores com ramificações de 4, 5, 6 e 7 ramos, para representar as potências de expoente natural destes números listados (ver a figura 5.3). Nesta figura, cada um dos alunos mostra a sua criatividade e decoração das suas árvores com palitos. Esta atividade facilita a imaginação de como seriam as próximas gerações de ramos, embora isso seja difícil de concretizar em desenhos ou colagens com palitos.

Figura 5.3 – Trabalhos realizados pelos alunos da professora Filia em casa (7.º ano) sobre potências.

Quando os alunos mostraram estes trabalhos, fiz-lhes uma pergunta informal: "se formos construir uma árvore que se ramifica em 9 ramos, como é que a podemos construir?" Um dos alunos respondeu espontaneamente e com confiança:

> Era fácil, primeiro formar um palito, e segundo formar 9 palitos no ponto vértice do palito anterior; em seguida, em cada ponto vértice dos palitos formar 9 palitos. Assim, para formar o completo de 9 palitos precisa de 81 palitos. E continuamos com o mesmo padrão, mas neste papel não cabe esta construção. Assim, calculámos mentalmente, que são, 9, 81, 729….. para a expressão em potências com base 9. (Aluno da professora Filia, Notas de campo)

Os alunos foram capazes de explicar e justificar, com os seus próprios termos e com base na atividade realizada, como chegar às potências de 9, revelando terem compreendido a noção de potência de expoente natural.

Tal como na aula sobre divisores, a professora Filia teve uma postura em sala de aula adequada, movimentando-se pela sala e procurando chegar a todos os alunos, usando Tétum para facilitar a comunicação e a compreensão de ideias e mostrando-se sempre entusiasmada com o tópico que estava a ensinar aos seus alunos. No entanto, tal como na aula anterior, o número elevado de alunos na sua turma não lhe permitiu dar apoio a todos, assim como o tempo de aula se mostrou insuficiente para que a atividade realizada ficasse mais consolidada.

Recordando a opinião da professora Filia relativamente ao uso dos dois manuais escolares, esta referiu que se baseava no MEM para preparar as aulas, modificando o que entendia necessário e preparando os materiais que fossem precisos (pedindo aos alunos também para eles trazerem materiais quando isso era possível). Algumas vezes, esta professora preparava as aulas começando por abordar os conceitos teoricamente e depois passando a atividades mais práticas; outras vezes, preparava as aulas de modo a que os alunos fizessem primeiro atividades mais práticas e depois resolvessem exercícios para consolidar.

Nas aulas observadas, notou-se precisamente esta variedade na sua forma de ensinar. A professora baseava-se no MEM na sua planificação, mas conseguia integrar tarefas do MPM para tornar as aulas mais vivas e dinâmicas e ajudar os alunos a compreenderem melhor os conceitos abordados. No caso das potências, deixou que os alunos trabalhassem com potências (com as árvores de palitos) e só depois da atividade prática é que formalizou o conteúdo matemático das potências. Notou-se que a falta de tempo de aula para completar as tarefas poderá ter algum impacto negativo na aprendizagem dos alunos, sendo que a professora sentia necessidade de pedir aos alunos que continuassem o trabalho em casa, explorando mais números, tanto na tarefa de encontrar divisores, como na tarefa de construir árvores com cada vez mais ramos.

Os quatro alunos da professora Filia que responderam ao questionário referem usar “bastantes vezes” o MEM e “muito pouco”, ou mesmo “nada”, o MPM nas aulas de matemática. Isto está de acordo com o que foi observado nas aulas desta professora, já que recorria sempre ao MEM, não usando o MPM, mesmo quando propunha tarefas mais práticas que ela ia buscar ao MPM. De referir que nesta escola só existia um exemplar do MPM por cada um dos professores que tivesse participado na formação, o que não era o caso desta professora. Para propor tarefas do MPM, a professora Filia tomava notas quando consultava o MPM e lançava os desafios aos alunos diretamente na aula, sem outros registos. Portanto, apesar de os alunos terem realizado atividades do MPM nas aulas de matemática, muitos deles não viram um exemplar do MPM.

Estes alunos têm uma opinião globalmente positiva em relação ao MEM e às atividades práticas que realizam, embora pareçam preferir as propostas do MEM. Uma explicação para esta diferença pode estar no hábito que os alunos têm de trabalhar com este manual. No entanto, alguns alunos destacam as vantagens das tarefas práticas. Por exemplo, um aluno refere que “gosto mais de aprender com o livro intitulado ‘manual *Prática de Matemátika’* dado que se resolve [as tarefas] em equipa, usando materiais concretos, apresentando no quadro". Outro aluno realça que a "Atividade de *Prátika* é importante porque compreendemos e também aprofundamos a matéria matemática". E ainda outro aluno considerou que "gosto mais de aprender [com] os dois manuais porque ajuda-me [a] fazer calculação e contagem", o que significa que os dois manuais contribuem para a sua aprendizagem teórica e prática.

Os quatro alunos da professora Filia gostam de resolver tarefas matemáticas no MEM mais do que no MPM, talvez porque, de acordo com a minha observação, a professora Filia orientou os alunos para resolver as tarefas matemáticas no MEM e não no MPM. A professora Filia pedia bastantes vezes aos alunos para usarem o MEM para fazer trabalho de casa (TPC), procurando que eles ligassem o TPC às atividades práticas realizadas na aula, e isto ficou refletido nas respostas dos alunos ao inquérito.

#### *5.2.1.2. As práticas da professora Juda*

No que se refere à minha observação das práticas da professora Juda, na Escola Comoro, percebi que usa e combina os dois manuais no processo de ensino-aprendizagem sobre os Números Racionais, Operações, Propriedades e regras operatórias em $\mathbb{Q}$, que são temas do 8.º ano. A professora recorreu ao guia do MPM e usou este livro para realizar a tarefa "Divisores" (ver capítulo 3), relacionando o tema da adição e subtração em $\mathbb{Q}$ no MEM.

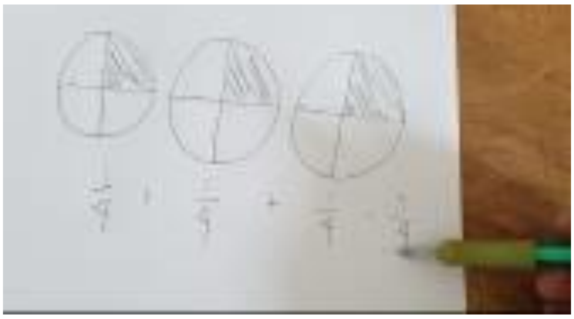
A aula iniciou com pontualidade, embora algum tempo tenha sido dispensado para a organização das mesas e cadeiras, para a formação de grupos. A professora manteve um nível de ordem e de atenção, facilitando a aprendizagem, apesar de existir um ambiente de liberdade e flexibilidade dentro dessa ordem. As orientações foram apresentadas de forma clara e precisa. Os alunos distribuíram-se em grupos para a realização das tarefas e discussão das mesmas. As propostas para a aula correspondiam aos objetivos curriculares estabelecidos e às metas de aprendizagem definidas.

A professora fez a combinação entre o MPM e MEM, fornecendo no início informação sobre a atividade prática, encorajando os alunos a realizarem a mesma atividade nos seus grupos. Os resultados foram partilhados entre a turma.

A atividade consistia em usar tiras e dobras de papel para representar os números fracionários. Inicialmente a professora Juda demonstrou como dobrar os papéis para obter uma representação de certas frações, para que os alunos entendessem o conceito de frações através de objetos concretos. Assim, para ilustrar e explicar como as frações aparecem na vida real, perguntou o seguinte: *"*A professora [eu] distribui 1 dólar para 4 alunos, então cada aluno recebe quanto dinheiro?" *O*s alunos analisaram e responderam espontaneamente que cada um receberia 25 centavos, pelo que a professora indagou: "como se converte em unidade de dólares?" A resposta dos alunos foi: *"*mmmm professora, é igual a zero vírgula dois cinco" e um outro aluno respondeu "um quarto ou um dólar por quatro em uma anotação (1/4)" (Notas de campo da aula da professora Juda).

Os resultados das respostas dos alunos foram anotados no quadro. Depois, como segundo exemplo, a professora apresentou: "A mãe distribui um pão para três irmãos. Como dividir para que cada um tenha o direito de conseguir o pão?" Os alunos analisaram por um momento e alguns responderam que "um pão para três irmãos é um terço". Noutro exemplo, dado pela professora, foram desenhadas três frutas de goiaba no quadro, e ela questionou os alunos "qual é o valor para três frutas distribuídas para quatro alunos?" Os alunos repararam por alguns minutos, mas, com bastante dificuldade, ninguém respondeu. Finalmente um dos alunos levantou-se e foi para a frente da turma, mostrando os resultados que desenhou no papel como na figura 5.4 a seguir.

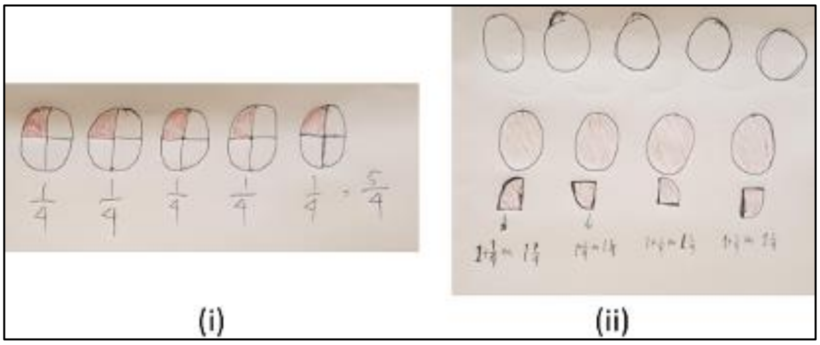
Figura 5.4 – Representação da divisão de 3 por 4 feita por um aluno da professora Juda (8.º ano).



Este aluno mostrou ter entendido como representar a situação proposta pela professora com desenhos e atribuiu sentido à resposta de ¾. Isto mostra que os alunos têm capacidade para interpretar bem e responder corretamente a estas situações, que são bastante desafiantes para eles, embora isso não aconteça rapidamente com todos os alunos. É preciso dar tempo para que vão compreendendo os conceitos e os saibam representar de maneiras diferentes.

Nesta atividade, os alunos foram orientados para entender a conversão de fração imprópria para numeral misto. A professora Juda adicionou um novo desafio "Quem vai ajudar a resolver ou desenhar 5 pães, que devem ser distribuídos por quatro pessoas? Quantos pães terá cada pessoa?" Durante sete a dez minutos, os alunos tiveram oportunidade de resolver o problema em grupos. Os resultados que cada grupo apresentou foram, na maioria dos casos, iguais ao indicado na figura 5.5, “cada pão em quatro partes”. É possível observar em baixo, na parte (i) da figura, a representação em fração imprópria 5/4. Houve ainda uma resposta diferente, representada em (ii), onde os alunos explicaram: “primeiro, aqui quatro amigos, eu vou distribuir quatro pães e o resto, um pão, parti em quatro partes para depois distribuir para cada pessoa”, indicando-se um resultado de 1 e 1/4.

Figura 5.5 – Produções dos alunos numa aula do 8.º ano da professora Juda (8.º ano).




Na continuação, a professora abordou as frações próprias, frações decimais e regressou à conversão de frações impróprias para frações de numerais mistos, de acordo com os resultados anotados no quadro.

A professora Juda explicou aos alunos o que é o numerador e o denominador de uma fração e usa algumas tiras de papel dobradas para eles verem que partes correspondem ao numerador e ao denominador. Depois, os alunos aprenderam a representar a solução da operação de adição e substração de números fracionários com as tiras de papel. Desta forma, a professora conseguiu expor aos alunos que

> Existem muitas maneiras de resolver a operação da fração, você deve entender um ou mais dos vários métodos disponíveis. Porque os conceitos e aplicações das operações fracionárias são muito importantes no desenvolvimento das necessidades de cada ser humano e são sempre utilizados no dia-a-dia. Um exemplo é que você compra um item (um coisas), por exemplo, ‘o preço de um par do sapato com um desconto da promoção, pois mais o desconto para que tem a cartão como cliente’. Isso usará o conceito de operações fracionário e percentagem. (Observação da aula da professora Juda)

A seguir, a professora Juda fez a contextualização da fração no cotidiano, orientando os alunos a usarem os papeis para representar o valor de várias frações. Na figura 5.6 ilustram-se alguns momentos da atividade dos alunos sobre operações dos números fracionários com papéis.

Figura 5.6 – Alunos da professora Juda a trabalhar frações com tiras de papel (8.º ano).

Nesta atividade de ensino e aprendizagem da matemática, apenas parte do grupo de alunos foi capaz de compreender e completar as questões práticas propostas, fazendo a apresentação dos seus resultados a toda a turma. Mesmo assim, alguns alunos continuaram a demonstrar dificuldades na atividade, tanto no processo prático de realizar as dobras de papel, como na obtenção de resultados. Houve ainda alunos que realizaram a atividade com outro método, aprendido no 2.º ciclo do ensino básico, atingindo os mesmos resultados – o aluno utilizou o algoritmo usual da adição de frações, reduzindo ao mesmo denominador as frações em causa e calculando o valor da operação entre elas. No final da atividade, a professora estabeleceu as ligações com situações da vida real (por exemplo, dividir comida pelos membros da família) de forma a aprofundar a compreensão dos conceitos e a utilidade das operações de números fracionários.

Durante a aula, a professora apresentou um sentido de humor adequado, movimentando-se pela sala de aula enquanto falava e utilizando uma linguagem corporal não intimidatória. Usou muitas vezes a língua Tétum, atraindo os alunos e ajudando-os a comunicar ideias sobre as diferentes operações, e tornando o tópico num tema entusiasmante. Outro aspeto importante em relação às competências da professora foi a capacidade de se mover para acompanhar o progresso de cada aluno e ajustar o ensino, convidando-os a refletir sobre o tema e expor o que aprenderam, através de discussões e apresentações dos resultados que tiveram.

Como referido anteriormente, a professora Juda comentou na entrevista sobre o uso dos dois manuais que:

> eu uso *Espaço Matemática* para o plano de aula, mas só para resumir as coisas mais importantes. Em seguida, faço a combinação com o *Prátika* de acordo com Guia do Professor, e também recomendo aos alunos usarem outros livros de referências relacionados com o *Espaço Matemática* [que há] na biblioteca. Se eles tiveram dúvidas, nós marcamos tempo para tirar ou resolver as dúvidas enfrentadas pelos alunos. (Entrevista, professora Juda)

Com base nas respostas dos três alunos da professora Juda ao questionário, parece que a turma usa algumas vezes o MEM e muito pouco, mesmo nada, o MPM nas aulas de matemática, o que está de acordo com as minhas observações das aulas da professora Juda. A professora usava um resumo da matéria dos dois manuais, para resolver as tarefas de matemática ou consultar alguns conteúdos no MEM, referindo ainda em entrevista que "orientou os alunos para ir à biblioteca da escola para usarem este livro para aprofundar a compreensão dos conteúdos aprendidos" (Entrevista, professora Juda).

Os alunos têm uma opinião geralmente positiva do MEM e das atividades práticas que realizam. Com base nos seus comentários no questionário, destacam-se as vantagens das tarefas do MEM e das tarefas práticas do MPM: "Nós gostamos de aprender mais a matemática utilizando o MEM bem como atividades práticas porque nós podemos compreender melhor". Outro aluno comentou mais diretamente as vantagens das tarefas práticas: "Eu gosto de aprender mais a matemática implementando as atividades práticas adicionando a melhor explicação do professor sobre a adição e subtração de números racionais". E outro ainda reforçou que "eu gosto de aprender a matemática com a prática porque faz com que compreendemos melhor sobre adição, substração, multiplicação e divisão, regra de sinais, reta numérica, números naturais, números inteiros, e números racionais". Neste sentido os alunos apresentaram-se, neste questionário, muito interessados na aprendizagem da matemática através de atividades práticas facilitadoras para a conexão da matemática com o dia-a-dia e que ajudam também a memorizar/ preservar os conceitos de forma duradoura. Os comentários e resultados dos questionários respondidos pelos alunos estiveram de acordo com a observação da aula da professora Juda.

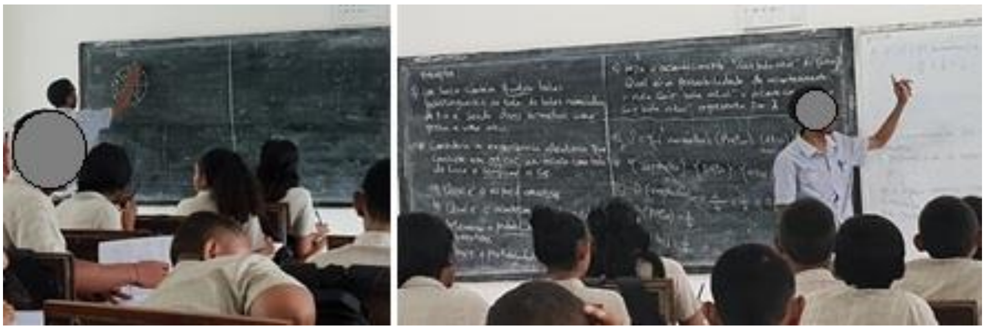
Em relação às orientações da professora para realização dos TPC, as respostas dos alunos parecem dispersas. Ainda assim, pode entender-se que, em geral, a professora Juda usa o MEM para realização dos TPC, sendo que, por vezes, solicita a realização de atividades práticas, mesmo sendo em minoria.

#### *5.2.1.3. As práticas do professor Jobo*

No que diz respeito à observação do professor Jobo nas aulas da turma de 9.º ano, entendeu-se que este apenas usava o MEM para o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, este professor recorreu ao MPM em aulas anteriores, para explicação dos conceitos, exemplos resolvidos e tarefas relacionadas com o MEM. Desta forma, a aula observada decorreu com uma abordagem mais convencional, o que não significa que este professor não articulasse o MEM com o MPM. A aula iniciou-se à hora prevista, com um nível de ordem e de atenção facilitador para a aprendizagem. As instruções foram apresentadas de forma clara e precisa, e proporcionou-se a formação de pares entre os alunos para terem oportunidade de interagir e colaborar na aprendizagem.

A aula começou com uma revisão dos trabalhos referentes à aula passada, prosseguindo com a abordagem do subtópico Regra de Laplace. O professor iniciou com uma contextualização histórica e depois desenvolveu exercícios exemplificativos para melhor compreensão dos alunos das probabilidades de um acontecimento, espaço amostral e acontecimentos elementares. A figura 5.7 ilustra o ambiente da aula observada.

Figura 5.7 – Ambiente da sala de aula do professor Jobo, 9.º ano.



Durante a aula observada, pareceu existir pouco interesse por parte dos alunos, dado o método de ensino direto usado para lecionar e a grande componente teórica. A interação entre professor e alunos raramente existiu durante a abordagem ao novo tema, já que os alunos apenas copiavam os resumos e as resoluções apresentadas no quadro pelo professor. No fim, o professor pareceu preocupar-se um pouco mais com a compreensão dos alunos e relacionou os conteúdos que tinha exposto com três jogos práticos: luta de galos, roletas e jogo de SDSB (jogo de azar em Timor-Leste, uma espécie de Euromilhões, com menos números para escolher). Apesar destes contextos mais familiares aos alunos, não houve possibilidade de se fazer nada de natureza mais prática (por exemplo, jogar um destes jogos) devido ao tempo escasso. O diálogo do professor foi adequado e com algum sentido de humor, mas movimentando-se muito pouco pela sala. Utilizou uma linguagem corporal não intimidatória e usou a língua Tétum e portuguesa para atrair e ajudar à comunicação de ideias entre a turma. No entanto, fiquei com a sensação de que os alunos não compreenderam bem os conceitos abordados, talvez porque o ambiente foi muito tradicional, sem interação com o professor, sem participação ativa dos alunos.

O professor Jobo já tinha indicado que o MPM apenas continha três atividades para o primeiro período letivo e que usava sempre mais o MEM do que o MPM. Na aula observada, de facto, não se viu a utilização do MPM, mas, mais importante do que isso, notou-se que, ao invés do esperado, o professor não utilizou a dinâmica das roletas ou dados no início da aula, de forma a introduzir o tema e tornar a aprendizagem dos conceitos mais atrativa e dinâmica. O facto de o professor não utilizar os recursos e orientações do Guia do Professor poderá estar relacionado com o excesso de carga horária a que estava sujeito e com a grande quantidade de alunos na turma. Assim, o professor opta por lecionar com o método convencional.

De acordo com os resultados do inquérito realizado a três alunos da turma de 9.º ano do professor Jobo sobre o uso do MEM, eles referem usar sempre o MEM e poucas vezes o MPM nas aulas de matemática, estando de acordo com o que foi observado nas aulas e referido pelo professor na entrevista.

As respostas dos alunos demonstraram ainda uma opinião geralmente positiva em relação ao MEM e às atividades práticas realizadas em aula. Com base nos comentários dos alunos no questionário, destacam-se as vantagens das tarefas do MEM e tarefas práticas do MPM: "Eu pessoalmente gosto mais de atividades práticas porque compreendo bastante o manual intitulado '*Prátika Matemátika*', do que as atividades teóricas e a atividade prática faz-me aprender mais rápido". Outro aluno menciona também a vantagem das atividades mais práticas para compreender mais rapidamente os assuntos: "Eu gosto de aprender mais com as atividades práticas porque quando faço a prática, compreendo mais rápido". E outro aluno reforçou que

> Eu gosto de aprender os dois manuais porque nestes manuais dão um aumento significativo ao nosso conhecimento matemático, quando nós não sabemos sobre as teorias, podemos aprender as atividades práticas para compreender melhor elevando os nossos conhecimentos sobre a utilização da matemática na nossa vida quotidiana. (Inquérito, Aluno do professor Jobo)

Os alunos parecem gostar de resolver as tarefas de matemática, tanto práticas como as do MEM. Assim se compreende que há grande interesse e hábito na aprendizagem matemática combinada com teoria e prática, sendo as duas formas de abordagem úteis para melhorar a aprendizagem matemática no nível de 3.º ciclo. Em relação à orientação do professor sobre os TPC, as respostas ao questionário apontam para o uso do MEM sempre que há trabalho para casa, estando estes quase sempre ligados a atividades práticas, porque o professor considera que as atividades práticas (do MPM) e conteúdos no MEM são facilitadores da aprendizagem e ajudam a combinar adequadamente a teoria e a prática dos conceitos matemáticos. Os dados parecem sugerir que os aspetos práticos que os alunos valorizam são, em parte, relacionados com as tarefas do MPM, mas também em parte relacionados com os exercícios (práticos) propostos no MEM.

### 5.2.2. As práticas dos professores da Escola Manleuana

Na Escola Manleuana, observei o excessivo número de alunos nas turmas, influenciando fortemente a dinâmica e efetividade da aprendizagem matemática. Por isso, os professores que lecionam nestas condições devem procurar estratégias próprias para controlar a turma e assim realizar as atividades planeadas. Nesta condição, são necessárias competências para educar, formar, orientar e motivar os alunos, para que estes atinjam o pensamento correto e crítico, e desenvolvam raciocínio lógico. Nesta escola percebi, em particular, a grande dificuldade dos professores em movimentarem-se pela sala, para acompanhar os alunos em grupos, uma vez não há espaço para o fazer (especialmente nas turmas do 7.º ano).

#### *5.2.2.1. As práticas da professora Célia*

Nas observações das aulas do 7.º ano, com a professora Célia, percebeu-se que mantém uma abordagem de ensino direto, ou seja, enquanto a professora escreve no quadro, os alunos copiam sem explicação prática. Pareceu-me que o MEM era a referência absoluta para planear o plano de aula, preparar os TPC's para os alunos e elaborar as fichas de avaliação. No que diz respeito à gestão da aula, notou-se um atraso em relação ao início da hora indicada no horário escolar. Apesar disso, a professora conseguiu manter um nível de ordem e de atenção, facilitador da aprendizagem, estabelecendo ainda um ambiente de liberdade e flexibilidade dentro dessa ordem. A abordagem de conteúdos e explicações apresentadas foram, no entanto, pouco claras, identificando-se uma informação insuficiente para a aprendizagem.

Como referido anteriormente, o grande número de alunos na sala não permitia a deslocação da professora entre eles, para um acompanhamento e interação melhorados. Por outro lado, o tempo de aula foi insuficiente e os alunos tinham um perfil bastante barulhento e revelavam bastante falta de atenção. As atividades propostas na aula pouco correspondiam aos objetivos curriculares e às metas de aprendizagem tipicamente abordadas na altura do ano em que foram realizadas as observações, sendo que a professora não seguiu a linha de orientação do Guia do Professor, utilizando apenas o MEM. De facto, a professora Célia já deveria ter feito as revisões com a tarefa prática “Ordens de grandeza” (ver capítulo 3) e, na altura das minhas observações, deveria estar já a trabalhar as noções de números primos e compostos com a tarefa prática “divisores com sementes”. Em vez do que o Guia do Professor recomendava, na aula observada, a professora tentava realizar a atividade prática “Ordens de grandeza”, voltando atrás no currículo. Na figura 5.8, revelam-se dois momentos da atividade dos alunos, em relação a esta atividade prática.

Figura 5.8 – Ambiente da sala de aula da professora Célia, 7.º ano.

No início, a professora forneceu a informação e introduziu o método de utilização do copo e palito para realizar operações (adição e subtração) dos números inteiros. Na figura 5.8, evidencia-se o processo de ensino-aprendizagem com uma abordagem demostrativa, em que a professora mostra aos alunos como realizar a tarefa prática proposta. Os alunos pareceram entusiasmos para aprender e resolver a tarefa proposta. No entanto, a professora disponibilizou os materiais manipuláveis e equipamentos apenas ao grupo dos alunos que se sentava nas cadeiras da frente, sendo que os restantes alunos apenas faziam observação, sem experimentar, por causa da limitação dos materiais manipuláveis. A professora orientou os alunos para resolverem duas tarefas por ela apresentadas no quadro. Ela escolheu quatro alunos para determinarem o resultado da tarefa prática (ver na figura 5.8 a parte direita) e outro grupo voluntário tentou resolver com os materiais manipuláveis com o controlo da professora, como mostra a figura 5.9.

A professora só foi capaz de acompanhar os alunos que estavam à frente, sem controlar e acompanhar os alunos que estavam sentados atrás, não conseguindo atender nem responder às dificuldades e dúvidas de todos os alunos. Existiam demasiados alunos na turma e, além disso, o tempo era insuficiente para se fazerem revisões, reflexão sobre o tema e exposição do que aprenderam através de discussões e apresentações dos resultados obtidos. Talvez por isso, no fim da atividade prática, foi a professora quem estabeleceu algumas ligações entre o que se tinha estado a fazer na atividade prática e as regras de adição e subtração de números naturais.

Figura 5.9 – Alunos demonstram a resolução de uma tarefa na sala de aula da professora Célia, 7.º ano.

Os alunos já tinham tido contacto com os números inteiros, através do MEM, mas a professora, aquando da observação, abordou, com esta atividade prática, a adição e subtração de números naturais, em jeito de revisão. Talvez a professora Célia se tenha sentido “obrigada” a usar uma tarefa do MPM quando fosse observada, pois sabia quais eram os objetivos da minha investigação. Em vez de usar uma tarefa do MPM em articulação com os conteúdos que estaria a lecionar na altura, resolveu “voltar para trás” e usar uma tarefa do MPM proposta para o início do ano letivo, para rever os conceitos de valor posicional (unidades, dezenas, centenas…) dos números naturais e suas operações aritméticas.

A professora revelou alguma timidez e não se movimentava pela sala de aula enquanto falava. Utilizou uma linguagem corporal não intimidatória e comunicou essencialmente com os alunos em língua portuguesa. A professora não mostrou muito entusiasmo na referência ao tópico, demonstrando bastante nervosismo, o que pode indicar alguma falta de autoconfiança. Contudo, este nervosismo pode também ter sido devido ao facto de a professora Célia estar a ser observada e não se sentir confortável com essa situação.

Na entrevista realizada à professora, confirmou-se o escasso uso do MPM, relacionado com as condições em que a professora Célia trabalhava, afirmando que:

> eu uso um pouco do *Prátika* porque a realidade escolar não torna possível atividades práticas, por exemplo há muitos alunos na classe, quase 60, então é difícil para distribuir em grupo e difícil para a professora acompanhar os grupos dos alunos porque não há espaço para se mover. Portanto, eu só uso o *Espaço Matemática* para ensinar na frente da turma, às vezes eu faço atividades práticas de tipo demonstração, mas infelizmente os alunos que estão na fila de trás não aproveitam, porque são muitos alunos. (Entrevista, professora Célia)

No entanto, fica a dúvida se a professora Célia, caso trabalhasse em melhores condições, teria disposição para articular o MEM com o MPM seguindo as orientações gerais do Guia do Professor.

Os quatro alunos da professora Célia que responderam ao questionário confirmam o uso habitual do MEM e o uso quase inexistente do MPM nas aulas de matemática, estando de acordo com o que foi observado. Esta situação deve-se ao facto de a professora considerar o número de alunos nas turmas demasiado grande, não sendo viável a aplicação de atividades práticas, acabando por escolher o MEM e lecionando de forma muito transmissiva, tendo os alunos um papel muito passivo. A professora escreve a lição no quadro e os alunos copiam com alguma ou sem explicação da professora.

Estes alunos têm uma opinião geralmente positiva em relação ao MEM, bem como das atividades práticas. Com base nos comentários dos alunos no questionário, alguns destacam as vantagens das tarefas práticas: “Eu gosto de aprender a matemática com a prática porque posso saber mais rápido”, e “Eu gosto de aprender a matemática com a prática ou brincando com materiais concretos para fazer a prática, com isto, posso saber mais rápido”. E outro aluno reforça que “Eu gosto de aprender a matemática com a prática porque fácil de compreender e mais rápido”. Portanto, apesar de não as usarem muito frequentemente, parece haver grande concordância que as atividades práticas ajudam a aprender melhor e mais depressa.

De acordo com as respostas dos alunos no questionário, a professora, normalmente, sinaliza trabalhos de casa para os alunos usando, quase sempre, o MEM e o MPM. Estes resultados contradizem, no entanto, a entrevista realizada à professora Célia, que afirmava usar apenas o MEM ao longo do processo de aprendizagem matemática. Seja como for, apesar de não existirem dados que permitam, com mais certeza, conhecer melhor como a professora Célia orienta os TPC’s dos alunos, não será provável que ela recorra a tarefas do MPM para os alunos resolverem em casa. A contradição nas respostas dos alunos pode ter a ver com o facto de não conhecerem bem a origem das tarefas propostas para casa.

#### *5.2.2.2. As práticas da professora Esa*

Em relação ao 8.º ano, observou-se a professora Esa a fazer a combinação entre o MEM e o MPM, orientada pelo Guia do Professor. Esta professora resumiu as coisas importantes dos dois manuais num documento, que fotocopiou e deu aos alunos para o terem como referência para aprender, tanto na escola, como em casa. Neste documento (Anexo 8) foram colocadas as tarefas práticas e os conceitos teóricos para o processo de aprendizagem matemática correr de forma mais eficiente. No fundo, a professora Esa reuniu, num só documento, aquilo que ela achou ser mais importante e útil para os alunos dos dois manuais, construindo um "novo manual" para os alunos usarem no 1.º período de aulas. Chamamos a este documento produzido pela professora Esa de "módulo".

Na Escola Manleuana, em particular na turma do 8.º ano da professora Esa, na primeira semana, a professora ensinou com o módulo que construiu com as tarefas do MEM e MPM de acordo com linha de orientação do Guia do Professor. Na primeira semana de observação, a professora Esa ensinou os números racionais com uma abordagem prática. A aula começou pontualmente e a professora conseguiu manter um nível de ordem e de atenção dos alunos que facilitou a aprendizagem. No entanto, existia um ambiente de liberdade e flexibilidade dentro dessa ordem. As instruções foram apresentadas claramente e de forma precisa, e os alunos formaram grupos para terem oportunidades de colaborar. O tempo mostrou-se suficiente para eles terminarem a tarefa do MPM e chegarem às conclusões pretendidas. A professora apresentou as tarefas propostas para a aula e os objetivos de aprendizagem que pretendia alcançar estavam claramente definidos.

No início, a professora forneceu informação aos alunos como utilizar os papéis para representar os números fracionários envolvidos nas operações de adição e subtração propostas. Em seguida, fez uma demonstração da atividade prática que representa o resultado de uma operação dos números fracionários ao dobrar os papéis (a tarefa "frações em papel" – ver capítulo 3 – era uma das tarefas incluídas no módulo). A professora encorajava os alunos a realizar esta atividade em grupos durante a aula. No final, os alunos conseguiram resolver as tarefas de adição e subtração dos números fracionários segundo esta abordagem prática. Acerca da multiplicação e divisão de números fracionários, a professora Esa apenas mostrou aos alunos como eles podiam usar as tiras de papel para operar com números fracionários, deixando aberto o caminho para o trabalho com os alunos na aula seguinte.

Os alunos mostraram-se muito interessados e entusiasmados para aprender as operações de adição e subtração dos números fracionários com esta atividade prática, como ilustra a figura 5.10. Os alunos utilizaram papéis como materiais manipuláveis que os próprios tiveram oportunidade de fazer, construir e formar o próprio caminho para perceber os resultados das operações. Em seguida, a professora fez uma síntese da aula com uma ligação direta ao trabalho que foi feito para aprofundar a compreensão dos conceitos, dando significado às regras de adição e subtração de números fracionários.

Figura 5.10 – Trabalho dos alunos na tarefa "frações com papéis" na aula da professora Esa, 8.º ano.

A professora apresentou um sentido de humor adequado, sempre movimentando-se pela sala de aula enquanto falava. Utilizou uma linguagem corporal não intimidatória e, muitas vezes, recorreu à língua Tétum, atraindo a atenção dos alunos e ajudando-os a comunicar ideias e a ligar os números fracionários aos aspetos da vida cotidiana. A professora mostrou-se entusiasmada e dinâmica no trabalho com os alunos, revelando confiança no que estava a fazer. Estas características observadas nesta primeira aula da professora Esa voltaram a manifestar-se na segunda aula que observei.

Assim, a professora conseguiu acompanhar o progresso de todos os alunos e ajustar o ensino para chegar a todos alunos. Mesmo com demasiados alunos na turma (pois todas as turmas nesta escola tinham bastantes alunos) e pouco tempo para gerir tudo, foi suficiente para os alunos reverem toda a matéria, refletirem sobre o tema e expor o que aprenderam, através de discussões e apresentações dos resultados a que chegaram. Outro aspeto importante é que os alunos do 8.º ano estavam a ser acompanhados pela professora Esa desde o 7.º ano; assim, os alunos já estavam habituados aos métodos e estratégias dela e estavam confortáveis.

A minha segunda observação das aulas da professora Esa coincidiu com uma aula sobre sequências e regularidades. A professora baseou-se também no módulo que tinha construído e que contemplava a tarefa "sequências com palitos" (ver capítulo 3). A aula, tal como a que anteriormente observei, começou com pontualidade e a professora conseguiu manter um bom ambiente na sala de aula facilitador da aprendizagem pela ordem e flexibilidade que manteve, e pelas oportunidades que deu aos alunos para trabalharem em grupos.

A professora continuou a ter bem presentes no seu plano de aula os objetivos de aprendizagem pretendidos. Mostrou aos alunos como construir quadrados consecutivos com palitos e pedaços de chinelos de modo a verem que precisavam de três palitos e dois pedaços de chinelos para continuar a sequência, observando que os números aumentavam sucessivamente segundo uma certa regra. Depois, encorajou os alunos a fazerem esta atividade em grupos e, em cada grupo, era escolhido um aluno assistente da professora para orientar o trabalho dos colegas. Esta foi uma forma que a professora Esa encontrou para lidar com o problema de ter muitos alunos dentro da sala de aula e, por isso, não conseguir acompanhar o trabalho de todos eles.

A professora Esa tinha escolhido já alguns alunos com quem tinha estado anteriormente a trabalhar esta tarefa das "sequências com palitos", em horário extracurricular, no laboratório da escola (que era o espaço que tinha disponível para estar com eles). A ideia da professora Esa era capacitar estes alunos para poderem ajudar os seus colegas e serem os assistentes da professora durante a aula! Esta estratégia era usada pela professora em turmas as suas turmas, preparando, para cada turma, um grupo de sete a oito alunos, normalmente mais interessados em matemática, para a ajudar no acompanhamento ao trabalho dos colegas.

Na aula, a professora orientou os alunos para utilizarem os palitos para construir as figuras em cima das mesas ou no chão. Os grupos construíram sequências de figuras diferentes – triângulos, quadrados, cubos, hexágonos, pirâmides quadrangulares, barracas, etc. Depois, a professora Esa pediu aos alunos para calcular a quantidade de palitos e pedacinhos de chinelos que iam utilizando. À medida que cada figura ia sendo construída, a professora Esa chamava a atenção dos alunos para que, após a construção de uma nova figura, tinham construído mais um termo da sequência de figuras. No entanto, esta sequência de figuras iria ser útil para trabalhar as sequências do número de palitos e do número de pedaços de chinelos necessários para as construções sucessivas. Por isso, cada figura que ia sendo construída ia funcionando como a ordem para as duas sequências numéricas que estavam a ser consideradas.

Alguns alunos conseguiram explicar como se calcula a quantidade de palitos e pedacinhos de chinelos para outros alunos, mas isso não aconteceu com todos. Os alunos precisaram de bastante tempo para realizar esta tarefa, mas alguns grupos conseguiram construir figuras com palitos bem organizadas e mencionaram os valores para os números de palitos e pedaços de chinelos de forma correta. A figura 5.11 ilustra algumas construções com palitos e pedaços de chinelos feitas pelos alunos, organizadas em sequências de figuras de natureza geométrica.

Figura 5.11 – Sequências de figuras construídas pelos alunos da professora Esa, 8.º ano.

A figura 5.11 mostra que os alunos do 8.º ano construíram as figuras consecutivas com palitos e pedaços de chinelos para perceberem melhor o cálculo da quantidade de palitos e pedacinhos de chinelos envolvidos em cada construção. Estas quantidades foram sempre trabalhadas em relação com as figuras onde surgiam e não de modo descontextualizado, o que ajudou os alunos a darem sentido aos números que apareceram em cada sequência (de palitos e de pedaços de chinelos). Esta atividade possibilitou que os alunos aprendessem matemática através de objetos reais e concretos, construídos para ajudar a aprofundar os conceitos, e justificar os resultados que iam sendo obtidos pelos alunos nos seus cálculos para, no fim, melhor conseguirem exprimir em termos algébricos (mais abstratos), a expressão geradora de cada sequência numérica envolvida (a sequência dos palitos e a sequência dos pedaços de chinelos).

Nas aulas observadas, percebeu-se como a professora Esa integra o MEM e o MPM, reunindo aquilo que considera ser mais importante de cada manual no módulo que ela própria constrói e distribui aos alunos. Percebeu-se também como ela contorna o problema do excessivo número de alunos na turma, usando uma estratégia que parece resultar de duas maneiras: por um lado, ela consegue, com a ajuda dos assistentes, fazer algum tipo de acompanhamento a todos os alunos durante as atividades mais práticas; por outro lado, os alunos que ela prepara para serem seus assistentes também beneficiam desse trabalho extra para as suas próprias aprendizagens.

Os três alunos da professora Esa que responderam ao questionário referem usar sempre o MEM e o MPM, o que está de acordo com o que foi observado nas aulas desta professora, que levava sempre o resumo da combinação entre o MEM e o MPM que ela tinha elaborado para os alunos. E também os alunos levavam a cópia deste resumo para a aula matemática. Além disso, os alunos têm uma opinião muito positiva em relação ao

MEM e às atividades práticas que realizaram propostas no MPM (e ambas contidas no resumo construído pela professora). Os resultados do questionário sugerem que os alunos gostam "quase sempre" de resolver tarefas de matemática no MEM e também no MPM, e isto confirmou-se durante as minhas observações. A professora Esa pedia sempre aos alunos para usarem o MEM para fazer o TPC, procurando que eles ligassem o TPC às atividades práticas realizadas na aula, e isto também ficou refletido nas respostas dos alunos ao questionário.

Apesar de gostarem das tarefas quer do MEM, quer do MPM, alguns alunos destacam as vantagens das tarefas práticas. Por exemplo, um aluno refere que "nós gostamos de aprender a matemática com muitas práticas porque têm mais ligação com a vida quotidiana". Outro aluno afirma que "com as atividades práticas, os alunos conhecem melhor as frações que têm ligação com a vida diária". Um outro reforça que "nós gostamos de aprender a matemática com muitos [trabalhos] práticos, ligando um pouco com a teoria, assim, podemos resolver as tarefas que não compreendemos com facilidade". Nota-se, portanto, que os alunos valorizam as atividades práticas como forma de ajudar na compreensão dos conceitos envolvidos e de lhes dar algum significado no contexto do quotidiano.

#### *5.2.2.3 As práticas da professora Lila*

As minhas observações das práticas da professora Lila incidiram numa das suas turma do 9.º ano. A professora usou os dois manuais para o processo de ensino-aprendizagem, não só relativamente aos conteúdos, bem como os exemplos e as tarefas ligados propostas nas margens do MEM, com base nas linhas de orientação do Guia do Professor. No entanto, as atividades e aprendizagens estavam um pouco atrasadas em relação a outras escolas, por causa de questões administrativas de horários.

Na minha primeira observação da professora Lila, esta realizou uma atividade prática com a tarefa "jogo" (ver capítulo 3). Esta atividade pretendia ajudar os alunos a compreender os conceitos de fenómenos aleatórios, fenómenos deterministas e experiências aleatórias, através de um contexto de brincadeira, de jogo com cartas. A aula começou pontualmente, foi bem organizada e a professora manteve um nível de ordem e de atenção que facilitava a aprendizagem, embora com flexibilidade. As instruções foram apresentadas claramente e de forma precisa. Os alunos formaram pares ou pequenos grupos para terem oportunidade de resolver a tarefa de modo colaborativo.

A aula começou com a tarefa do MPM. A professora Lila lançou uma carta de jogo ao ar e identificou o fenómeno determinista da queda da carta ao chão e os fenómenos aleatórios da queda da carta voltada para cima ou para baixo. A professora propôs então aos alunos realizarem a tarefa prática "jogo", do MPM, e conseguiu visitar os vários grupos de alunos para clarificar orientações ou ajudar os alunos que estavam a ter dificuldades na realização da tarefa. A figura 5.12 ilustra o ambiente de trabalho na sala de aula da professora Lila.

Figura 5.12 – Ambiente de trabalho na sala de aula da professora Lila, 9.º ano.

Durante a aula, a professora apresentou um sentido de humor adequado, sempre se movimentando pela sala de aula enquanto falava. Utilizou uma linguagem corporal não intimidatória, recorrendo à língua Tétum, atraindo e ajudando a comunicar ideias e ligando o tema das probabilidades com o jogo de cartas que os alunos conheciam bem. Os alunos mostraram-se muito interessados e entusiasmados com a tarefa, talvez por ter um carácter de brincadeira, de jogo. Depois de realizarem a proposta do MPM, a professora partilhou com os alunos alguns exemplos de fenómenos aleatórios e experiências aleatórias contidos no MEM. Antes do final da aula, a professora distribuiu vários exemplares do MEM aos alunos, um livro para cada grupo ou par, para que os alunos fizessem a tarefa 1 como TPC, de modo a consolidar a sua aprendizagem sobre as noções de fenómeno aleatório e de experiência aleatória.

A minha segunda observação da prática da professora Lila foi feita na mesma turma no dia seguinte à aula em que trabalhou a tarefa "jogo" do MPM. A professora abordou novamente as noções de fenómeno aleatório e de experiência aleatória, procurando relacionar outra vez estas ideias matemáticas com a atividade prática realizada na aula anterior. Não teve tempo de trabalhar ainda a tarefa 2 do MEM com os alunos, como sugerido no Guia do Professor, ficando esse trabalho para uma próxima aula (que já não observei).

Esta aula, tal como a que anteriormente observei, começou com pontualidade e a professora conseguiu manter um bom ambiente dentro da sala de aula, facilitador da aprendizagem pela ordem e flexibilidade que manteve, e pelas oportunidades que deu aos alunos para trabalharem em pequenos grupos ou em pares. Iniciou a aula corrigindo o TPC que tinha pedido aos alunos para fazer. A professora voltou a insistir nos exemplos do MEM que já tinha apresentado aos alunos na aula anterior, realçando também os conceitos de probabilidade de um acontecimento, espaço amostral e acontecimentos elementares. Aproveitou a oportunidade para estabelecer algumas ligações com desportos conhecidos dos alunos (futebol e basquetebol), lançamentos de moedas, situações envolvendo meios de transporte para chegar à escola, etc. Nesta aula, a professora recorreu muito mais à língua portuguesa que na aula anterior, embora também usasse o Tétum de vez em quando.

Quase todos os três alunos da professora Lila que responderam ao questionário indicam que "sempre" usam o MEM nas aulas de matemática, sendo que nem todos gostam de aprender matemática com recurso a este manual. Mas também, segundo estes alunos, a professora não pede com muita frequência que realizem o TPC com base nas tarefas do MEM. Ora, nas minhas observações, não foi isto que se passou, mas só observei duas aulas, pelo que os alunos podem ter razão no que dizem. Além disso, o Guia do Professor, que a professora procurava seguir de perto, também encorajava ao TPC com base nas tarefas do MEM. Portanto, os alunos podem não ter grande noção de onde é que as tarefas propostas (para TPC) provinham, mas também poderão ter uma perspetiva que está de acordo com a realidade. Sobre o uso do MPM, os alunos mostram perceber que usam "quase sempre" este manual nas aulas de matemática quando fazem atividades práticas. A maioria deles revela gostar "muito" de aprender matemática com base nestas atividades práticas e gostar de as resolver, achando que apenas "às vezes" a professora lhes pede para fazer TPC com base no MPM.

A maioria dos alunos respondeu que todas as aulas de matemática são "sempre" interessantes, demorando, aparentemente, algum tempo a realizar o trabalho proposto quando ele é de caráter prático: "Quando nós aprendemos a matéria matemática ou *Prátika Matemátika* usamos 2 horas de tempo". Seja como for, em geral, também estes alunos veem as atividades práticas como facilitadoras da aprendizagem – "Eu gosto de atividades práticas porque é fácil para compreender a solução de problema ou tarefa realizada", e como uma forma de ligarem a matemática à vida quotidiana – "Sim, nós gostamos de aprender a matemática com [o] manual prático porque [a] matemática é a ciência que nós usamos na nossa vida quotidiana e ela faz parte da nossa vida".

### 5.2.3. As práticas dos professores da Escola Bebonuk

Com base nas minhas observações nesta escola, os professores usam os dois manuais. De acordo com o Guia do Professor, combinam o MEM e o MPM para abordar os conteúdos e selecionar os exercícios e as tarefas a propor aos alunos na sala de aula e elaborar as fichas de avaliação.

#### *5.2.3.1. As práticas do professor Frelio*

O professor Frelio lecionava ao 7.º e ao 8.º anos de escolaridade. A primeira observação das aulas do 7.º ano coincidiu com a terceira semana de acordo com o calendário listado no Guia do Professor. O professor iniciou o processo de ensino e aprendizagem pontualmente e a aula teve a duração de uma hora. A escola possui um horário de ensino diferente das outras escolas. Na Escola Bebonuk, os professores lecionam apenas uma hora por dia de cada disciplina e, portanto, por semana, o professor de matemática deve lecionar cinco aulas em cada turma.

A aula observada foi realizada fora da sala de aula habitual, ou seja, no campo de basquetebol da escola. Como o professor pretendia que os alunos trabalhassem em grupo, de modo a não perder tempo a arranjar espaço na sala (arrumando as mesas e cadeiras para que fosse possível trabalhar em grupo), o professor Frelio optou por levar os alunos para um espaço mais amplo, em que não era preciso perder tempo no arranjo de mesas e cadeiras para eles poderem trabalhar. Além disso, a configuração das mesas e cadeiras da sala para trabalho de grupo teria de ser depois desfeita para que os professores da disciplina seguinte encontrassem a sala arrumada do modo habitual pois não gostam, segundo o professor Frelio, de trabalhar em grupo. Assim, o professor arranjou uma forma de, poupando tempo, proporcionar experiências de aprendizagem colaborativa aos alunos, sem também interferir nas preferências dos seus colegas.

Previamente o professor instruiu aos alunos para trazerem os seus manuais (o MEM) e os materiais para a atividade prática que iriam desenvolver e que necessitava de feijões. Os alunos sentaram-se em forma circular para receber a orientação do professor sobre como realizar a atividade prática com base na tarefa “divisores” do MPM (ver capítulo 3). Esta tarefa está relacionada com tarefa 3 do MEM, sendo uma adaptação da proposta do MEM para uma abordagem mais exploratória e usando materiais manipuláveis simples de encontrar. Em seguida, dividiram-se em cinco grupos, cada grupo composto por quatro ou cinco alunos. Com o recurso a feijões fizeram a atividade proposta e depois o professor

Frelio explicou-lhes, em relação com a atividade desenvolvida, as noções de múltiplo e divisor, números primos e números compostos. Esta atividade prática decorreu de forma atrativa e todos os grupos participaram ativamente, mostraram alguma competitividade em dar as respostas e todas elas estavam corretas. No final, os alunos transcreveram a tabela no caderno e preencheram-na conforme mostra a figura 5.13.

Figura 5.13 – Ambiente da aula do professor Frelio, 7.º ano.

Nessa aula, observou-se que o professor Frelio criou um ambiente de aprendizagem que permitiu que os alunos se entusiasmassem e fossem ativos nas suas aprendizagens, num ambiente divertido e de muita aprendizagem. Ao longo da aula, os alunos realizaram várias experiências e geraram novas ideias com base nas atividades que praticaram e houve muita inspiração em fazer perguntas ao professor, sempre que tinham dúvidas. Houve, portanto, um ambiente em que os alunos se sentiram à vontade para fazerem perguntas ao professor e houve bastante interação. A maioria das interações entre o professor Frelio e os alunos foi em Tétum.

A minha segunda observação das aulas do professor Frelio na mesma turma decorreu no dia seguinte. Baseado na aula anterior, o professor continuou com o MEM para resolver os exercícios 7, 8 e 9 da margem do livro (ver figura 3.27 no capítulo 3) de aplicação dos conceitos abordados na aula anterior. Os alunos envolveram-se ativamente na resolução dos exercícios e mantiveram o seu espírito competitivo para serem os primeiros a alcançar o resultado. Em seguida, o professor desenvolveu o tópico "Critérios de divisibilidade" e deu alguns exemplos do MEM. O professor adotou uma abordagem muito direta, informando os alunos sobre cada um dos critérios de divisibilidade que constavam no MEM, sem a participação dos alunos numa exposição dialogante. No entanto, em geral, os alunos participaram demonstraram muita atenção e muito interesse para resolver as questões indicadas pelo professor, baseadas nos exemplos do MEM.

Durante a aula, a professor apresentou um sentido de humor adequado, movimentando-se pela sala de aula enquanto falava e utilizou uma linguagem corporal não intimidatória. Usou muitas vezes a língua Tétum, atraindo os alunos e ajudando-os a comunicar ideias sobre as diferentes ideias matemáticas abordadas, tornando o tópico num tema entusiasmante.

A minha terceira observação das aulas do professor Frelio foi no 8.º ano, na terceira semana. A aula decorreu de acordo com o calendário que consta no Guia do Professor, teve o seu início na hora prevista, foi desenvolvida mediante o plano de aula e teve a duração de uma hora. Nessa turma, o processo de ensino e aprendizagem realizou-se em sala de aula com os alunos sentados em grupos, compostos por quatro ou cinco alunos. Como era a primeira aula do dia, os alunos já tinham sido avisados para, antes da aula começar, reorganizarem as mesas e cadeiras para trabalho de grupo, poupando tempo!

Durante a aula o professor combinou o MPM com o MEM e realizou atividades práticas baseadas no MPM, que, no contexto de aprendizagem, estão diretamente relacionadas com o MEM. Com base nas informações que me foram dadas pelo professor Frelio e seus alunos antes desta aula, eles haviam trabalhado na tarefa prática "frações em papel" (ver capítulo 3) na semana anterior. Com essa atividade prática, o professor pretendia que os alunos tivessem mais facilidade em perceber os exemplos de adição e subtração de números racionais apresentados no MEM, e mais facilmente resolverem as propostas de exercícios deste manual. A figura 5.14 ilustra o ambiente desta aula do professor Frelio, com os alunos a resolver exercícios e a recorrer às tiras de papel para dar sentido ao que estavam a fazer.

Figura 5.14 – Ambiente da sala de aula do professor Frelio, 8.º ano.

Na figura 5.14, os alunos estão a desenhar e a representar os números fracionários propostos no MEM no seu caderno e praticam a representação e operações com números fracionários através das atividades com dobras dos papéis. A aula de matemática foi muito dinâmica e os alunos estiveram muito interessados em aprender através deste método. Também nesta aula o professor Frelio interagiu maioritariamente em Tétum com os seus alunos.

A minha quarta observação das aulas do professor Frelio foi realizada no 8.º ano de escolaridade. Durante esta aula, ele e os alunos continuaram a desenvolver os conteúdos usando o MEM, onde resolveram exemplos e trabalharam regras de operação dos sinais, bem como alguns exercícios relacionados com a adição e subtração de números fracionários. A língua Tétum foi dominante nesta parte da aula. Em seguida, o professor explicou como representar os números fracionários numa reta numérica e como calcular o seu resultado na forma decimal (tarefa 8 do MEM), recorrendo agora sobretudo à língua portuguesa.

De acordo com as respostas dos seis alunos do 7.º e 8.º ano do professor Frelio ao questionário, conclui-se que: 1) todos alunos respondem que "sempre" usam o MEM nas aulas de matemática, o que coincide com o que observei nestas aulas; 2) a maioria dos alunos gosta "sempre" de aprender matemática com o MEM, e, de facto, sempre observei os alunos do professor Frelio interessados e entusiasmados nas aulas a que assisti; 3) todos os alunos gostam "sempre" de resolver as tarefas do MEM; 4) todos os alunos responderam que o professor de matemática "sempre" pede TPC usando o MEM, o que não vai ao encontro do que o professor Frelio referiu em entrevista:

> eu uso ambos os livros no processo de ensino e aprendizagem, com base na orientação em programa de matemática e Guia do Professor. Esses manuais mais úteis para plano de aula, abordar exercícios e tarefas na aula, como referências para o TPC aos alunos e elaboração de questões da avaliação ou exame. (Entrevista, professor Frelio)

Portanto, os alunos referem que o TPC é sempre baseado no MEM, enquanto o professor diz que usa tanto o MEM como o MPM para esse efeito. Situação semelhante ocorre acerca das opiniões dos alunos quanto ao uso do MPM. Os alunos podem não ter uma boa noção de onde é que vêm as propostas de trabalho feitas tanto em aula como para TPC, daí parecerem dizer uma coisa diferente do que diz o seu professor.

Sobre o uso do MPM, percebe-se que: 1) Metade dos alunos respondem que só "às vezes" usam o MPM nas aulas de matemática quando fazem atividades práticas, o que pode indicar que não têm uma boa noção das fontes usadas pelo professor Frelio para essas atividades; 2) todos os alunos gostam "sempre" de aprender matemática com as atividades do MPM, e isso ficou evidente nas minhas observações, dado o empenho e entusiasmo demonstrado pelos alunos nas atividades práticas baseadas no MPM; 3) todos os alunos gostaram "sempre" de resolver as atividades práticas; e 4) a maioria dos alunos respondeu que o professor de matemática "quase sempre" pede TPC, e que, neste contexto, ele pede para resolver alguma atividade prática. Embora eu não tenha observado isto, o professor Frelio disse-me que, quando o MPM tem propostas para TPC, ele usa-as com os seus alunos.

Os alunos responderam que todas as aulas de matemática são "sempre" interessantes, e relativamente à duração do tempo para as atividades práticas, eles comentaram no questionário que "mais ou menos entre 30 até 45 minutos [são deixados] para atividades práticas". Alguns alunos comentaram que gostam "de aprender a matemática com o manual intitulado MEM [mais] do que o MPM. Este manual fez-me compreender melhor a matemática", mas outros referem que gostam mais "de aprender a matemática com o MPM porque quando fazemos a prática, o professor/a explica com clareza e com a prática compreendemos mais rápido". Outro aluno também clarificou que

> eu gosto muito de aprender a matemática com o manual intitulado *Prátika Matemátika* e normalmente na minha aprendizagem com o manual, gosto de aprender também o *Prátika* para aumentar o meu conhecimento, compreendendo melhor que o que o professor me ensina, e também posso aprender a matemática que tem mais ligação com a vida cotidiana simplificando o negocio e venda que tem raiz da contagem e calculação. (Inquérito, Aluno do professor Frelio)

As opiniões dos alunos parecem dividir-se acerca da sua preferência sobre as atividades propostas nos dois manuais que são usados. No entanto, como o professor usa, de facto, os dois manuais, acaba por ir ao encontro dos interesses e preferências de todos os alunos, o que é benéfico.

### *5.2.3.2. As práticas da professora Elva*

Só me foi possível fazer uma observação das aulas da professora Elva, que aconteceu na sua turma do 9.º ano. A professora Elva usou os dois manuais para o processo de ensino e aprendizagem, tanto para o conteúdo de aprendizagem, como para os exemplos e as tarefas que estão nas margens do MEM. As atividades de aula decorreram de acordo com o programa e calendário previsto no guia. No entanto, a minha perceção, que não pude confirmar, foi que a professora Elva já tinha trabalhado os conceitos que trabalhou nesta aula e já tinha, inclusivamente, proposto aos alunos a tarefa do MPM que trabalhou nesta aula. Talvez se tenha sentido na obrigação de usar o MPM, de alguma forma, na aula em que iria ser observada, e terá optado por repetir a tarefa "Jogo".

Para realizarem a tarefa prática, os alunos foram distribuídos em cinco grupos, sendo cada grupo composto por quatro ou cinco alunos. Realizaram um jogo com cartão para saber a probabilidade de ganhar ou perder e também compreender o conceito de fenómeno aleatório e fenómeno determinístico como mostra a figura 5.15 a seguir.

Figura 5.15 – Ambiente da sala de aula da professora Elva, 9.º ano.

Os alunos demonstraram muita autonomia na realização desta tarefa prática e, comparando com as dificuldades que surgiram noutras turmas de 9.º ano que observei (professora Lila da Escola Manleuana), achei que estes alunos foram muito rápidos a executar a tarefa. Os alunos não mostraram qualquer dificuldade e não me fizeram perguntas. Isto fez com que a minha suspeita de eles já terem realizado esta tarefa prática ganhasse força. A professora Elva não os acompanhou na exploração da tarefa e teve de sair da sala porque tinha um assunto a resolver com o diretor. Nos últimos cinco minutos da aula, ela regressou à sala e apenas perguntou à turma se tinham percebido. Todos responderam que sim e a aula terminou. A comunicação que existiu entre a professora Elva e os seus alunos foi em Tétum. Foi pena não ter podido observar outra aula desta professora para perceber melhor as suas práticas, mas ela não se mostrou disponível na semana seguinte e eu não pude ficar para a outra semana.

Da análise do questionário respondido por três alunos da professora Elva, pode concluir-se que: 1) todos os alunos responderam que "sempre" usam o MEM nas aulas de matemática e que todos gostam "sempre" de aprender matemática com este manual, o que não foi observado por mim, pois esta aula apenas se baseou numa tarefa do MPM; 2) os alunos apreciam de forma diferente as tarefas do MEM, pois enquanto um refere que gosta "sempre" de resolver as tarefas do MEM, os outros dois dizem que gostam "às vezes" de resolver estas tarefas; no entanto, não pude observar na aula nada relativamente ao uso do MEM, porque apenas foi usado o MPM; 3) acontece uma situação semelhante quanto ao uso de tarefas práticas para TPC, mas também não pude observar isso nas aulas da professora Elva; e 4) os alunos dividem-se equitativamente entre usarem o MEM para TPC "às vezes", "quase sempre" e "sempre", o que pode indicar que não têm bem a noção da fonte das tarefas propostas para TPC.

Sobre o uso do MPM, percebe-se que: 1) um aluno respondeu que "sempre" usa o MPM nas aulas de matemática quando faz atividades práticas, mas outro refere usar este manual "quase sempre" e outro apenas "às vezes"; 2) há uma certa incoerência nas respostas dos alunos às questões "Você gosta de aprender matemática com as atividades e os materiais práticos?" e "Você gosta de resolver as atividades práticas?" Enquanto todos referem gostar de resolver tarefas práticas, nem todos referem gostar de aprender com o uso de tarefas práticas; talvez esta incoerência resulte do facto de que estes alunos estarem agora no 9.º ano com a professora Elva, mas terem tido aulas nos 7.º e 8.º anos com o professor Frelio, que, como vimos na secção anterior, trabalhava bastante as tarefas práticas com os seus alunos; e 3) os alunos também se dividem quanto ao uso de tarefas práticas para TPC, com um a referir que a professora lhe faz "sempre" essa proposta e os outros dois contradizendo esta perspetiva porque entendem que apenas "às vezes" ela o faz.

Estes alunos responderam que todos as aulas de matemática são "sempre" interessantes, e comentaram que "normalmente praticamos a matemática com o tempo de 45 minutos". Sobre as preferências dos alunos para utilização dos dois manuais nas aulas matemática os alunos comentaram que "eu gosto de aprender matemática com o *Espaço Matemática* ou o *Prátika* porque os conteúdos são ligados com vida cotidiana, aprendemos e compreendemos com rapidez" e "eu gosto de aprender a matemática com o manual *Prática Matemátika* porque os conteúdos são ligados com a vida cotidiana e pode aumentar a minha capacidade na parte prática e [é] mais fácil para compreender". Também outro aluno clarificou que

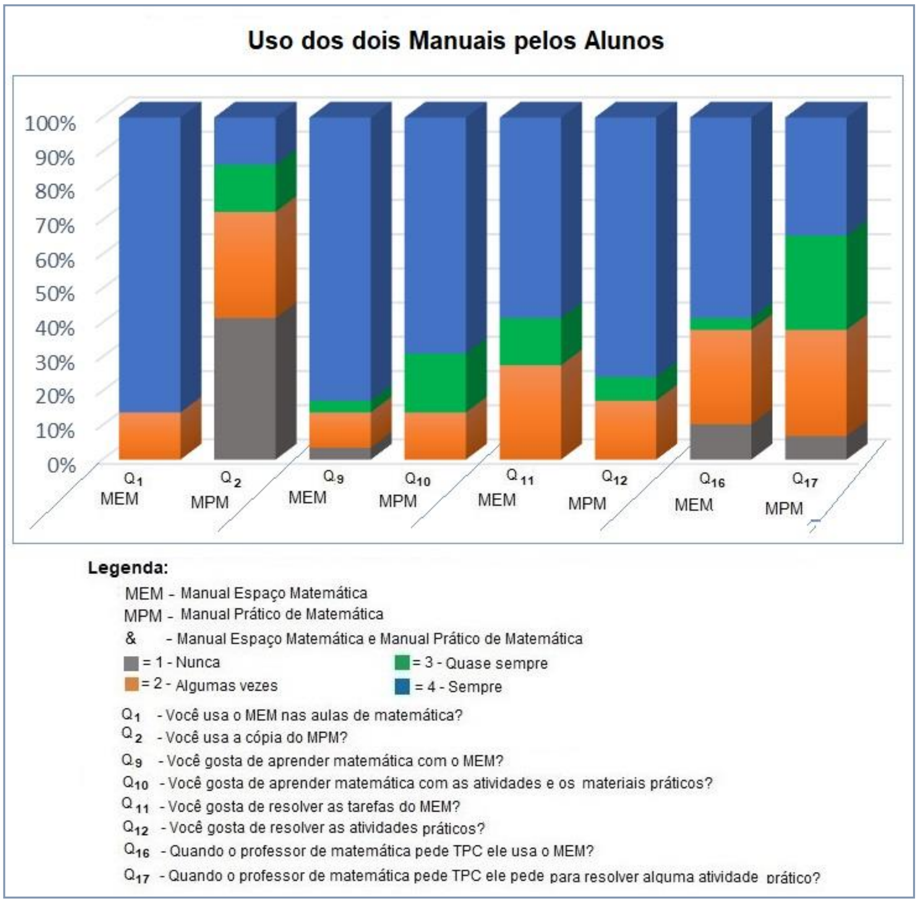
> eu gosto de aprender a matemática com os dois manuais, porque no *Espaço Matemática*, os professores ensinam-nos tudo que tem a ver com a ligação da vida diária, explicando com língua mais simples, utilizando a língua Tétum e português. No que diz respeito com a atividade prática, ensinando com a matéria simples e fácil para compreender, depois, continuando a experimentar ou praticar em casa. Os dois manuais têm de ser usados para aprender de forma melhor e simples. (Aluno da professora Elva, Inquérito)

### 5.2.4. Uso dos manuais pelos alunos no município de Dili

A figura 5.16 apresenta os resultados dos questionários respondidos pelo total de alunos que respondeu ao questionário, 29 alunos, após as observações realizadas, com foco nas questões do questionário que analisei em relação a cada professor observado:

Q1) Você usa o *Espaço Matemática* na aula de matemática? Q2) Você usa a cópia do manual *Prátika*? Q9) Você gosta de aprender matemática com o *Espaço Matemática*? Q10) Você gosta de aprender matemática com as atividades e os materiais práticos? Q11) Você gosta de resolver as tarefas do *Espaço Matemática*? Q12) Você gosta de resolver as atividades práticas? Q16) Quando o professor de matemática pede TPC ele usa o *Espaço Matemática*? e Q17) Quando o professor de matemática pede TPC ele pede para resolver alguma atividade prática?

Figura 5.16 – Uso dos dois manuais pelos alunos.




Acerca do MEM, a maioria dos alunos responde que o usa “sempre” nas aulas de matemática, o que sugere que os professores usam o MEM como referência significativa para o processo de ensino-aprendizagem de matemática. De facto, ficou claro nas observações feitas que os professores recorrem ao MEM para preparar e conduzir as suas aulas, uns mais do que outros, mas o MEM esteve sempre presente.

Quase todos os alunos gostam de aprender matemática com o MEM, o que poderá indicar que os professores estão a fazer um esforço para motivar os alunos para gostar de aprender matemática, servindo-se deste manual. Talvez o facto de quase todos os professores recorrerem ao Tétum para explicar melhor os conteúdos ajude bastante nessa motivação, assim como as traduções para Tétum que existem no próprio manual. Além disto, a maioria dos alunos diz gostar "sempre" de resolver as tarefas do MEM, significando isto que os professores dão a motivação e orientação para os alunos usarem o MEM para resolverem as tarefas que lá existem. Por outro lado, embora algumas tarefas do MEM estejam contextualizadas em situações pouco significativas, em termos culturais, para os alunos timorenses, eles parecem não se sentir desmotivados com isso; no entanto, os próprios professores, caso notem dificuldades na interpretação dos contextos, poderão ajudar os alunos a dar sentido às situações em que são colocadas essas tarefas do MEM.

A maioria dos alunos acrescenta que os professores de matemática "sempre" pedem TPC usando o MEM para o efeito. O TPC é extremamente necessário para os alunos continuarem a aprender matemática em casa e o recurso ao MEM é natural pois este manual é dos recursos mais disponíveis nas escolas visitadas. Mesmo na escola Manleuana, que tem muitos alunos por turma, embora não haja manuais para todos os alunos, quando são precisos para TPC, os alunos levam-nos para casa e partilham-nos.

Acerca do MPM (ver figura 5.16), a maioria dos alunos responde que "nunca" o usa nas aulas de matemática quando fazem atividades práticas. Na escola, realmente o MPM existe apenas para os professores e, dentre estes, para os que participaram na formação que lhes foi dada quando este manual foi publicado e disseminado (ver capítulo 3). Assim, os professores preparam as atividades práticas de acordo com o Guia do Professor e fazem fotocópias para os alunos das tarefas quando dão aulas de natureza mais prática.

Por outro lado, quando a direção da escola não valoriza a realização de atividades práticas em sala de aula, os professores não se sentem motivados a utilizar o MPM, ou não se sentem apoiados, o que também prejudica a real existência deste tipo de atividade na sala de aula. Nas escolas onde a direção valoriza esta abordagem mais prática, são proporcionadas mais condições aos professores para que as aulas sejam efetivamente mais práticas e o encorajamento é grande. Neste contexto, o ensino da matemática de forma prática depende da condição das escolas (económica e administrativa). Mas também depende da iniciativa do professor, isto é, do facto de o professor, mesmo não tendo condições muito favoráveis ao ensino da matemática com atividades práticas, acreditar que elas ajudam os alunos a aprender mais e melhor matemática. Aí, o professor esforça-se por levar este tipo de atividades para a sala de aula e encontra formas, mais ou menos criativas, de o fazer. Mais ainda, para que as atividades propostas no MPM possam contribuir para a aprendizagem matemática dos alunos, os professores têm de ter um conhecimento matemático mais sólido, mais aprofundado, e esse é um problema generalizado em Timor-Leste. A qualidade da formação dos professores, em matemática e em didática, influencia o uso que fazem do MPM em sala de aula.

A maioria dos alunos gosta “sempre” de aprender matemática com as atividades e os materiais práticos. Isto é natural pois as atividades do MPM são pensadas para motivar os alunos e os aproximar da matemática. O MPM parece ser a única referência para fazer atividades práticas com os alunos. Os professores preparam-nas de acordo com o Guia do Professor e, normalmente, seguem o que o guia os aconselha a fazer.

Também não é surpreendente que a maioria dos alunos tenha gostado “sempre” de resolver as atividades práticas, pelo mesmo motivo que gostam “sempre” de aprender matemática com essas atividades. As atividades do MPM são desenhadas para os alunos compreenderem melhor os conceitos matemáticos envolvidos, para perceberem melhor a ligação e a importância da matemática na sua vida e no mundo que os rodeia.

Relativamente ao TPC, a maioria dos alunos responde que o professor de matemática apenas “às vezes” pede TPC resolvendo alguma atividade prática. Pode haver vários motivos para isso. Os alunos não têm acesso ao MPM; o próprio Guia do Professor tem poucas propostas específicas para TPC, fazendo até mais propostas de TPC recorrendo ao MEM do que ao MPM. Também acerca do uso do MPM para TPC se coloca a questão da dependência quando às condições da escola, iniciativa dos professores e competência matemática dos professores.

Na minha opinião, os professores e os alunos usam sempre o MEM no processo de ensino-aprendizagem para aprofundar e melhorar a compreensão dos conteúdos matemáticos essenciais, de acordo com a orientação do currículo. Mas percebe-se que o MPM se torna uma referência que enriquece o MEM, ao incluir várias atividades práticas com abordagens concretas, relevantes e dinâmicas. Além disso, o uso dos dois manuais promove uma conexão e combinação entre teoria e prática, a fim de aumentar o interesse dos alunos em aprender a disciplina, que é fundamental numa educação ao nível do 3.º ciclo do ensino básico, em que se pretende poder dar aos alunos uma base sólida para a progressão de estudos.

## 5.3. Principais Dificuldades dos Professores na Articulação dos Dois Manuais

Relativamente às minhas observações em sala de aula nas três escolas do município de Díli, em geral dois terços dos professores de matemática têm dificuldades no processo de ensino-aprendizagem, nomeadamente o excesso de alunos por turma (sobretudo na Escola Manleuana e também na Escola Comoro), falta de condições físicas na sala de aula – mesas e cadeiras – para a realização das atividades mais práticas ou para a realização de trabalho de grupo, falta de domínio da língua portuguesa (que é a língua oficial da educação) e que se torna ainda mais significativa quando é usado o MPM pois as atividades práticas são, muitas vezes, conduzidas em Tétum e não em português. Mas, cada professor tem a sua própria maneira de lidar com estas dificuldades, dependendo da sua iniciativa e competência matemática, assim como do seu grupo de pares. Em seguida, analiso as dificuldades que cada escola e cada professor enfrentaram relativamente à articulação do MEM e do MPM.

### 5.3.1. As principais dificuldades dos professores da Escola Comoro

Na Escola Comoro, observei um número dos alunos elevado na sala de aula (mais ou menos 43 a 45 por turma). Em algumas salas, faltavam mesas para apoiar e facilitar as atividades práticas e o trabalho de grupo. Os professores tiveram dificuldades em gerir o tempo, sobretudo quando propunham atividades práticas e existiu também a questão do domínio da língua portuguesa, o que dificultava a comunicação do professor, sobretudo nas atividades mais práticas, do MPM.

Estas minhas observações encontraram eco nas entrevistas que fiz com os professores desta escola. De acordo com professora Filia,

> no *Espaço Matemática*, alguns contextos contêm uma linguagem mais alta [isto é, mais difícil de compreender], o que dificulta a boa compreensão e a falta das mesas que também influencia para distribuir os alunos em grupos, e também a limitação do tempo. (Entrevista, professora Filia)

A professora Juda refere algumas destas dificuldades e acrescenta que

> [o] tempo que não [é] suficiente, porque normalmente 45 minutos até 50 minutos equivale [a] uma hora, mas na minha escola foi reduzido [para] 35 minutos só e alguns contextos da língua que [a] sua significação [é] mais alta [isto é, mais complexa]. Mas, tentava explicar para os alunos como deve ser e também tinha dificuldades de atividade prática sobre sequências numa cestaria (*lafatik*) que [é] muito genérico em termos de construção, redesenho da figura na cestaria e como identificar e descobrir o número de sequências que existe. (Entrevista, professora Juda)

Uma das dificuldades da professora Juda prende-se com as alterações que a direção da Escola Comoro fez relativamente ao tempo de duração das aulas, pois foi reduzido para 35 minutos. De facto, 35 minutos é muito pouco tempo para a realização de atividades mais práticas. Além desta dificuldade, a professora Juda também revela ter dificuldades na realização de algumas dessas atividades práticas, como é o caso da tarefa "sequências num *lafatik*" (ver capítulo 3). Ora, se um professor tem dificuldades em resolver uma tarefa, dificilmente a propõe aos alunos ou então, propondo-a, não a conduzirá da melhor maneira para que eles possam compreender a matemática envolvida. A professora Juda refere-se ainda à questão dos contextos e linguagem do MEM que também dificultam a aprendizagem. Os conteúdos são apresentados num português que se revela de difícil compreensão (mesmo tendo em conta que há tradução em Tétum nas margens do MEM) e, frequentemente, os conteúdos e as tarefas do MEM são apresentados em contextos que são pouco significativos para os alunos timorenses.

De acordo com o professor Jobo,

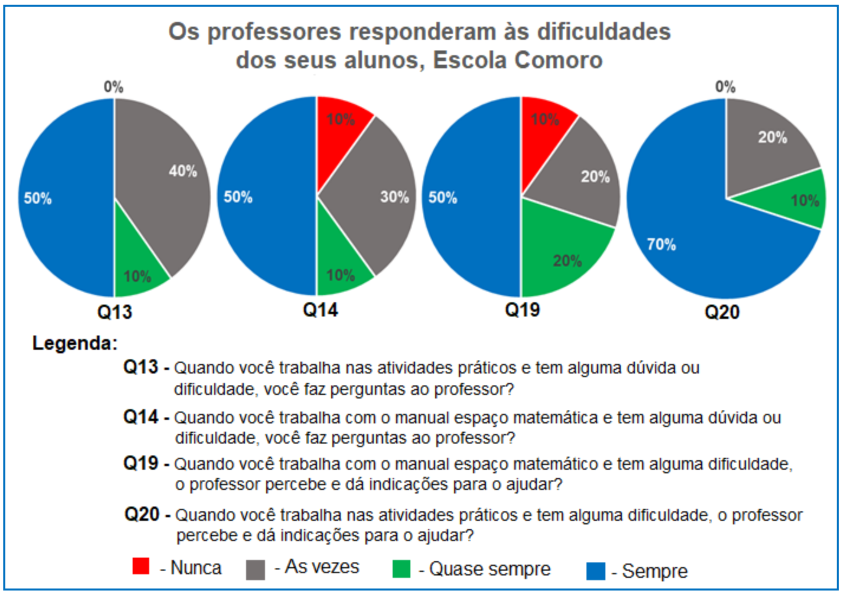
> na sala de aula há muitos alunos, então dificulta a distribuição dos alunos em grupos e também eu [professor] pedir aos alunos que tragam materiais práticos [concretos, manipuláveis], mas no fim os alunos não trazem, então não realizo a atividade prática em grupo mas tem de ser do tipo demonstração. (Entrevista, professor Jobo)

Portanto, o excesso de alunos por turma dificulta a realização de trabalhos em grupo. Esta organização é importante quando se realizam atividades práticas, para as quais também são precisos materiais. Quando os alunos não trazem de casa os materiais pedidos – e que são normalmente materiais que todos têm disponíveis ou até que podem encontrar no lixo – o professor Jobo não consegue que eles realizem as atividades práticas e não tem outra solução a não ser mostrar aos alunos como eles poderiam fazer. Assim, não são os alunos que realizam as atividades do MPM, mas é o professor que lhes demonstra, exemplifica, o que é pedido no MPM. Para o professor Jobo, em vez de não se fazer nada de natureza prática porque os alunos não trazem os materiais, pelo menos ele mostra o que deveriam fazer e assim, na sua opinião, os alunos mais interessados poderão tirar algum benefício.

Outra dificuldade referida pelo professor Jobo diz respeito à organização da própria escola porque, além da limitação do tempo disponível para cada aula, ele tem muitas turmas seguidas e não consegue fazer o mesmo trabalho com a mesma qualidade em todas as turmas: "Eu sinto-me cansado, talvez as atividades práticas não corram bem com outras turmas". Apesar de o professor Jobo não o ter referido, ele tinha de desempenhar vários cargos na Escola Comoro, e isso também contribuía para o seu cansaço e menor disposição para realizar atividades mais práticas com os alunos.

Embora o meu foco sejam as dificuldades que os professores sentem na articulação do MEM com o MPM, achei importante recolher as opiniões dos alunos acerca das suas próprias dificuldades ao trabalharem com cada um dos manuais. Por isso, foram incluídas algumas questões sobre este assunto no questionário que os alunos preencheram depois de observar algumas aulas dos seus professores: Q13) Quando você trabalha em atividades práticas e tem alguma dúvida ou dificuldade, você faz perguntas ao professor? Q14) Quando você trabalho com o manual *Espaço Matemática* e tem alguma dúvida ou dificuldade, você faz perguntas ao professor? Q19) Quando você trabalha com o manual *Espaço Matemática* e tem alguma dificuldade, o professor percebe e dá indicações para o ajudar? e Q20) Quando você trabalha nas atividades práticas e tem alguma dificuldade, o professor percebe e dá indicações para o ajudar? A figura 5.17 mostra os resultados obtidos nestas questões para a Escola Comoro.

Figura 5.17 – Procura e obtenção de ajuda dos professores pelos alunos da Escola Comoro.




Em geral, quando os alunos têm dificuldades nas tarefas que resolvem, seja no MEM ou no MPM, fazem perguntas ao professor “sempre” ou “quase sempre” (60% dos alunos assinala estas categorias quanto aos dois manuais). No entanto, cerca de 40%, respetivamente 30%, apenas questiona “às vezes” o professor quanto às suas dificuldades nas tarefas práticas do MPM, respetivamente, nas tarefas do MEM. Além disso, há 10% dos alunos que referem nunca questionar o professor quando sentem dificuldades nas tarefas do MEM. Os alunos que nunca questionam o professor ou o questionam apenas algumas vezes, quando têm dúvidas ou dificuldades, podem fazê-lo por vários motivos. Por exemplo, podem estar distraídos e nem se aperceberem que têm dificuldades. Podem ainda mostrar-se desinteressados pela tarefa proposta, mas também podem não sentir que têm dúvidas. O tempo disponível para as aulas podem também limitar o questionamento dos alunos aos professores quando têm dificuldades e até a própria língua utilizada nas aulas podem também inibir os alunos de colocar as suas dúvidas aos professores.

70% dos alunos, respetivamente 80%, considera que os professores compreendem “sempre” ou “quase sempre” as dúvidas que lhes são colocadas e dão indicações para ajudar os alunos quando encontram dificuldades no trabalho com o MEM, respetivamente MPM. Em ambos os casos (MEM e MPM), 20% dos alunos considera que o professor apenas faz isto “às vezes” e até 10% dos alunos entende que o professor “nunca” percebe as dúvidas e dá indicações para ajudar no trabalho com o MEM. Parece que há mais dificuldades por parte do professor em compreender as dúvidas dos alunos e em orientá-los no seu trabalho com o MEM do que com o MPM. Isto pode dever-se ao facto de, muitas vezes, o trabalho em torno das tarefas mais práticas do MPM ser conduzido em Tétum e não em português, o que facilita a comunicação entre professor e alunos.

### 5.3.2. As principais dificuldades dos professores da Escola Manleuana

Na Escola Manleuana, com base nas minhas observações, pude constatar que a quantidade de alunos por turma é demasiado elevada (mais ou menos 56 a 60), e que, em algumas salas, faltam muitas mesas para apoiar e facilitar as atividades práticas. Pude também observar que uma das professoras mostrou não ter um conhecimento muito sólido da matemática, o que lhe dificultou o ensino, seja com o MEM, seja com o MPM. Esta professora mostrou também ter dificuldades em organizar o tempo de realização das tarefas. Deste modo, vários fatores parecem contribuir para as dificuldades observadas em articular o MEM e o MPM, essencialmente fatores logísticos e fatores relacionados com o conhecimento matemático e as conceções de ensino das professoras.

De acordo com professora Célia, a sua maior dificuldade estava no espaço em sala de aula que ela precisava para os alunos resolverem as atividades práticas do MPM: “Eu queria fazer [mais coisas do MPM], mas não há espaço para mover [as crianças e os materiais] e realizar atividades práticas de matemática” (Entrevista, professora Célia).

A professora Esa relatou que “antes de fazer formação sobre os dois manuais, havia conteúdos que não compreendia e foi difícil, não os ensinava, porque não soubemos explicar aos alunos” (Entrevista, professora Esa). Portanto, a principal dificuldade em articular o MEM e o MPM referida pela professora Esa não se prendia com questões de logística, mas sim com aspetos relacionados com o seu próprio conhecimento de matemática. Quando se sentia insegura em alguns conteúdos, a professora Esa não os abordava com os alunos em sala de aula.

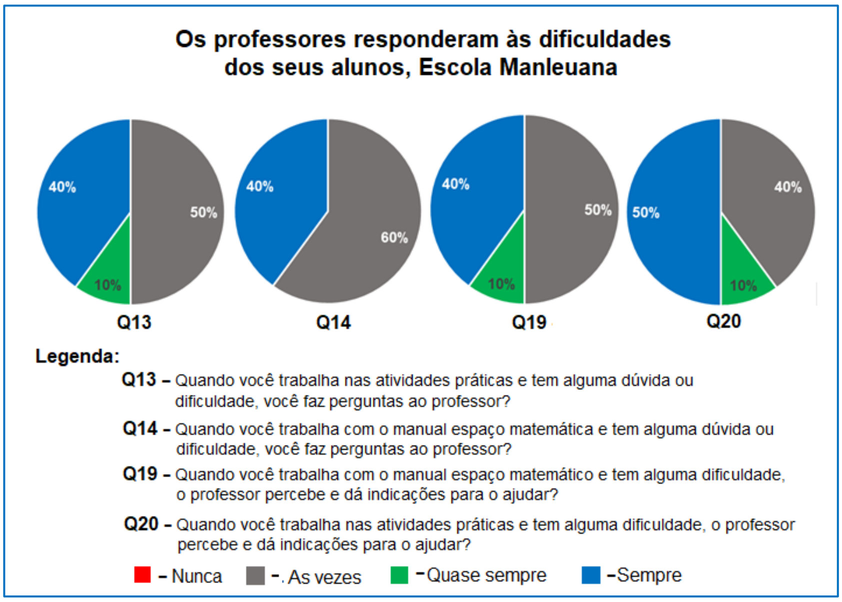
Por fim, a professora Lila afirmou que:

> os conteúdos e o tempo que [é] alocado [no] plano anual é perfeitamente bastante. Só que, alguns programas da escola afetam o programa de aulas previsto. Por exemplo, atividades [de] limpeza geral, encontros dos professores, a circunstância da escola [referindo-se a pessoas que entram indevidamente na escola], a quantidade dos alunos demasiados, e as mudanças do horário ensino que se fazem. (Entrevista, professora Lila)

A professora Lila referiu-se a algumas atividades que são parte da cultura da escola, como a limpeza geral e reuniões de professores. Sendo importantes, acabam por influenciar negativamente o plano geral dos tempos curriculares previstos, fazendo com que haja menos tempo de aulas do que o que poderia haver e seria preciso para abordar os conteúdos com o MEM e o MPM. O facto de existirem muitos alunos por turma também faz com que demore mais tempo de aula, pois a professora Lila quer chegar a todos os grupos de alunos. Além disso, há outros fatores externos que também “roubam” tempo, como a entrada indevida de pessoas na escola, porque não há muros, e toda a gestão que se tem de fazer numa situação destas.

Os alunos também manifestaram a sua opinião acerca das dificuldades que têm no uso do MEM e do MPM, por via do questionário que preencheram após a observação que fiz das suas aulas. A figura 5.18 ilustra as suas respostas a quatro questões, as mesmas que analisei no caso dos alunos da Escola Comoro. Quando sentem dificuldades ou têm dúvidas a resolver as tarefas do MEM ou do MPM, 50% (respetivamente, 60%) dos alunos diz só colocar “às vezes” essas dúvidas ao professor. Por outro lado, 40% diz questionar “sempre” o professor quando tem dificuldades ao resolver tarefas do MEM ou do MPM e apenas 10% dos alunos referem que coloca essas questões “quase sempre”, relativamente às tarefas do MEM. Estes dados devem ser analisados com cuidado porque dizem respeito a alunos de turmas de três anos de escolaridade diferentes, do 7.º ao 9.º ano. Com base nas minhas observações, os alunos do 8.º ano faziam muitas perguntas à professora, mas a maioria dos alunos do 7.º não fazia perguntas à professora e os alunos do 9.º ano pareciam dividir-se em dois grupos mais ou menos iguais: metade da turma fazia muitas perguntas, mas a outra metade permanecia bastante em silêncio.

Figura 5.18 – Os professores responderam às dificuldades dos seus alunos, Escola Manleuana.




O que me parece que motivava o à-vontade dos alunos para colocar as suas dúvidas às professoras era a flexibilidade da própria professora e o ambiente de aprendizagem que ela mantinha e que convidava e incentivava à partilha de dúvidas e dificuldades, sem medos. O ambiente de sala de aula das professoras do 7.º e do 9.º ano não convidava tanto a essa partilha e os alunos podiam até sentir algum receio de mostrar que tinham dúvidas. Isto pode estar relacionado com a insegurança, em termos matemáticos, da professora Célia (7.º ano) e com as conceções mais tradicionais da professora Lila (9.º ano).

Na opinião dos alunos, os seus professores compreendem "sempre" ou "quase sempre" as suas dúvidas e dão indicações para os ajudar, seja quando resolvem tarefas do MEM (50%) ou do MPM (60%). Mas também muitos desses alunos referem que só "às vezes" os professores compreendem as suas dúvidas e lhes dão orientações para as ultrapassar (50% relativamente às tarefas do MPM e 40% relativamente às tarefas do MEM). A dificuldade em compreender as dúvidas dos alunos (e, consequentemente, em lhes dar indicações de ajuda) pode estar relacionada com a falta de solidez do conhecimento matemático das professoras, mas também com as suas conceções. A insegurança matemática leva à dificuldade em entender as dúvidas dos alunos ou à dificuldade em lhes dar resposta, ou ambas. Uma conceção de ensino muito tradicional também pode ajudar a compreender estes resultados pois as perguntas dos alunos podem obrigar o professor a desviar-se do seu plano de aula.

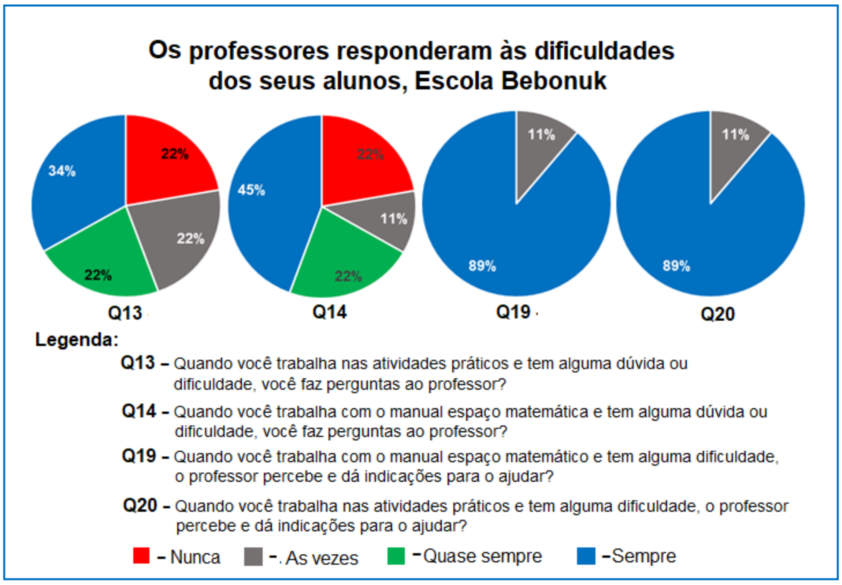
### 5.3.3. As principais dificuldades dos professores da Escola Bebonuk

Na Escola Bebonuk, com base nas minhas observações, apercebi-me que os professores não parecem enfrentar grandes dificuldades na articulação do MEM e do MPM, só na gestão do tempo de aprendizagem com uma hora apenas de cada encontro, embora, felizmente, bem organizada. De acordo com o professor Frelio, "não há dificuldades na combinação entre os dois manuais, mas tenho vários desafios que os alunos [do] 7.º ano vinham com conhecimento matemático [do] 1.º e 2.º ciclo que [era] inadequado" (Entrevista, professor Frelio). A grande dificuldade do professor Frelio estava na falta de conhecimentos básicos dos alunos, muitos deles até relativos ao 1.º ciclo. Apesar de a Escola Bebonuk não ter o mesmo problema que a Escola Comoro e a Escola Manleuana quanto ao número excessivo de alunos por turma, o professor Frelio usou o espaço exterior da sua escola para os alunos trabalharem nas atividades práticas que foram observadas e, como referi anteriormente, fez isso para poupar tempo na organização e arranjo da sala

A professora Elva realçou um problema com as soluções propostas no MEM relativas às suas tarefas e que podia levantar algumas dúvidas aos alunos quando consultavam essas soluções para saber se tinham resolvido corretamente as tarefas: "no *Espaço Matemática*, [há] algumas tarefas e exercícios [em] que a solução não dá a resposta certa" (Entrevista, professora Elva). Outra dificuldade manifestada por esta professora diz respeito ao uso do Tétum no MEM, que ela considera não estar completamente bem traduzido, reconhecendo, no entanto, que é difícil escrever em Tétum certos termos matemáticos: "e também a tradução para Tétum nem sempre está correta e não é fácil traduzir termos específicos de matemática para Tétum" (Entrevista, professora Elva). Portanto, a professora Elva apontou apenas problemas pontuais relativos aos manuais e não propriamente ao seu uso em sala de aula. No entanto, pude observar que a sua preocupação com os cargos que ocupa nesta escola também lhe retirava disposição e até disponibilidade para o ensino, o que acabou por se traduzir numa menor abertura à realização de atividades práticas.

Na figura 5.19, estão ilustradas as respostas dos alunos da Escola Bebonuk aos itens do questionário que lhes foram colocados acerca das dificuldades que sentem na resolução das tarefas dos dois manuais e das respostas que obtêm dos professores a essas dúvidas.

Figura 5.19 – Os professores responderam às dificuldades dos seus alunos, Escola Bebonuk.




Da leitura dos gráficos, vemos que uma parte significativa dos alunos apenas “às vezes” coloca questões ao professor quando tem dúvidas ou até “nunca” o faz, seja quando resolve tarefas do MPM (44%), seja quando resolve tarefas do MEM (33%). 56% dos alunos refere colocar “sempre” ou “quase sempre” as suas dúvidas ao professor na resolução de tarefas do MPM, enquanto 67% dos alunos o faz relativamente às tarefas do MEM. Tal como relativamente às outras escolas analisadas, estes gráficos dizem respeito ao global dos alunos das turmas observadas na Escola Bebonuk que responderam ao questionário. Com base nas observações realizadas nesta escola, provavelmente, os alunos que “nunca” questionam o professor ou apenas o fazem “às vezes” são os alunos da professora Elva, uma vez que ela, durante a aula observada, esteve muito pouco tempo dentro da sala de aula! Portanto, mesmo que os alunos quisessem, não lhe poderiam fazer perguntas. Por outro lado, como referido na secção 5.2.3.2., estes alunos parecem ter já resolvido a tarefa numa aula anterior, pelo que teriam menos dificuldades ou dúvidas na sua realização.

A grande maioria dos alunos (89%) indica que os seus professores compreendem “sempre” as suas questões e lhes dão indicações para os ajudar. Apenas uma reduzida fração de alunos (11%) refere que só “às vezes” os professores entendem as suas dúvidas e os ajudam. Isto acontece relativamente às tarefas do MEM e do MPM, sem diferenças entre os manuais.

## 5.4. Formas de Ultrapassar as Dificuldades na Articulação dos Dois Manuais

Em todas as escolas em que foram recolhidos dados para este estudo, foi possível observar várias formas de ultrapassar as dificuldades encontradas na articulação dos manuais MEM e MPM. A colaboração entre professores ajudou a ultrapassar dificuldades relacionadas com uma certa fragilidade no conhecimento matemático de alguns professores. A iniciativa e alguma criatividade de vários professores levaram-nos a encontrar algumas soluções, mesmo que temporárias, para os problemas encontrados, tais como o uso dos espaços exteriores das escolas (porque as salas de aula eram demasiado pequenas para o elevado número de alunos por turma ou porque o material existente não era suficiente) e o recurso a alguns alunos para assistirem os professores na realização das atividades práticas e ajudarem os colegas a ter algum *feedback*. De seguida, apresentam-se as formas utilizadas pelos professores de cada escola para conseguirem ultrapassar as dificuldades que foram encontrando na articulação do MEM e do MPM.

### 5.4.1. Formas de ultrapassar dificuldades na Escola Comoro

Na Escola Comoro, os professores, reconhecendo fragilidades no seu conhecimento matemático, pediram ajuda a colegas que tinham mais experiência na utilização do MPM (por exemplo, professores que já tinham frequentado formação do Ministério de Educação de Timor-Leste acerca deste recurso), tanto nesta escola como noutras. Deste modo, o trabalho colaborativo pareceu ajudar os professores a combater um problema que lhes é intrínseco. Por exemplo, a professora Filia referiu que "quando tive dificuldades [em] alguns conteúdos ou tarefas destes manuais fui consultar com outros amigos professores matemática que tinham bom conhecimento [matemático] e experiências" (Entrevista, professora Filia).

Os professores da Escola Comoro acabaram por não encontrar soluções para o elevado número de alunos por turma, nem para a falta de algumas condições materiais nas salas de aula, como mesas e cadeiras. Por exemplo, na sala de 7.º ano da professora Filia, os alunos estão organizados em pares. Alguns pares têm mesas, outros não. Os pares que têm mesas são os que conseguem fazer atividades práticas, do MPM, enquanto os seus colegas, que não têm mesas, apenas assistem à realização dessas atividades: "Para as atividades práticos muitas vezes, os alunos fazer em pares ou fazer a demostração só, porque a limitação do tempo e falta das mesas na sala" (Entrevista, professora Filia). Esta solução, não é, obviamente, ideal, mas permite a alguns alunos "meterem a mão na massa". Não foi possível observar, mas esta solução pode ser um pouco melhorada no caso de haver alguma rotatividade dos grupos/pares com acesso a mesas para realizar as atividades práticas.

O professor Jobo, além do número elevado de alunos por turma, luta também com a dificuldade que os alunos mostram em trazer para a aula os materiais necessários à realização das tarefas do MPM, apesar de serem sempre materiais que se encontram facilmente e que não implicam custos.

> Na sala de aula há muitos alunos, então [isso vai] dificultar a distribuição dos alunos em grupo e também eu [tenho de] pedir aos alunos que tragam materiais (…) mas no fim os alunos não trazem; então não realizo a atividade prática em grupo, mas [fica] tipo demonstração. (Entrevista, professor Jobo)

Deste modo, o professor Jobo acaba por inviabilizar ou desvirtuar o trabalho com o MPM porque é o professor que mostra aos alunos como se resolvem as tarefas, em vez de serem os alunos a explorar matematicamente as situações propostas. Uma vez que os materiais necessários para trabalhar as tarefas do MPM são baratos ou sem custos e se encontram facilmente, o professor poderia trazer ele mesmo os materiais necessários e, assim, evitar ser ele a mostrar como se faz.

O problema do excessivo número de alunos por turma está também muito associado à dificuldade que os professores têm em gerir o tempo que, normalmente, é pouco, sobretudo para a realização de atividades do MPM. A professora Filia encontrou uma solução para as suas dificuldades em realizar tarefas práticas: dá aos alunos orientações sobre como fazer algumas atividades práticas do MPM em casa, e os alunos devem entregar os resultados do seu trabalho na aula seguinte. Embora seja uma forma de ter os alunos a trabalhar em tarefas do MPM, a professora Filia não consegue monitorizar o trabalho dos alunos nestas tarefas e, portanto, não consegue ter uma boa ideia das estratégias usadas pelos alunos, nem das suas dificuldades, de modo a poder conduzir uma discussão, com todos os alunos, sobre o trabalho que realizaram.

De modo a melhor gerirem o tempo, a professora Juda e o professor Jobo optaram por fazer resumos para os alunos. A professora Juda resumia as principais ideias dos dois manuais num documento que elaborava e fotocopiava para dar aos alunos, servindo como manual escolar ou documento orientador do trabalho deles. Este documento era usado em sala de aula e também para TPC. Deste modo, "nós podemos usar [melhor] os tempos que estão no horário [das aulas] para ser mais eficaz" (Entrevista, professora Juda). Esta professora referiu também recorrer, de forma muito pontual, a aulas extra como forma de lutar contra a falta de tempo. Por exemplo, a professora Juda relatou o caso de uma aula adicional que deu no ano letivo anterior à recolha de dados para poder abordar uma tarefa do MPM (tarefa "sequência num *lafatik*", ver capítulo 3):

> os alunos aprendem essa atividade prática, com o tempo adequando (sem pressa), redesenhar as figuras na cestaria e identificar os termos da sequência de cada um diligentemente e cuidadosamente, permitindo aos alunos determinar cada termo das sequências e também como resolver e obter o termo específico em cada figura que se forma na cestaria [*lafatik*]. (Entrevista, professora Juda)

Deste modo, a aula extra permitiu que os alunos trabalhassem nesta tarefa sem pressas e percorrendo as várias etapas da tarefa para que pudessem encontrar os termos das sequências e dar-lhes significado.

O professor Jobo também criou um resumo, com base no Guia do Professor e combinando o MEM e o MPM, a teoria e a prática. A intenção do professor era que o resumo facilitaria o processo de ensino-aprendizagem por causa da limitação de tempo que sente e também por causa de ele ter muitas turmas seguidas, umas atrás das outras: "nesse resumo, ajudará os alunos a aprender e a preparar mais cedo em casa para perceberem algumas coisas, antes de começar a aula de matemática na escola" (Entrevista, professor Jobo). A ideia do professor Jobo era ter os alunos a ler os resumos antes das aulas, de modo a que já pudessem trazer para a aula algumas ideias sobre os conteúdos que irão abordar. E também orientar os alunos na procura de materiais para a realização de atividades práticas do MPM.

Todos os professores da Escola Comoro que participaram neste estudo identificaram a linguagem do MEM como um aspeto que coloca dificuldades ao seu trabalho e à aprendizagem dos alunos, assim como a complexidade na abordagem do manual a alguns temas/tópicos matemáticos. Uma vez que a professora Filia luta com algumas dificuldades na compreensão da linguagem e de alguns contextos existentes no MEM, nesses casos, ela minimiza a informação a dar aos alunos e modifica as orientações do MEM: "No *Espaço Matemática* contém tópicos e subtópicos, prevê história e a descrição de contextos dos conteúdos, depois alguns exemplos. Mas, eu modifiquei, na iniciação com a definição, depois continuei com exemplos baseados no nível [de] dificuldade" (Entrevista, professora Filia). A professora acaba por seguir uma abordagem de ensino direto, apresentando os conceitos aos alunos e depois dando exemplos, sem que eles façam um trabalho prévio de contextualização que os ajude a compreender melhor e a dar mais significado a esses conceitos. Esta situação relaciona-se também com alguma fragilidade no conhecimento matemático que a professora Filia reconhece em relação a alguns conteúdos.

### 5.4.2. Formas de ultrapassar dificuldades na Escola Manleuana

Na Escola Manleuana, o principal problema enfrentado pelos professores parece estar focado no elevado número de alunos por turma (em média cerca de 60 alunos) e na gestão do tempo e da falta de recursos na escola, sobretudo mesas e cadeiras. São várias as soluções encontradas pelos vários professores, umas até bastante criativas e produtivas em termos de aprendizagem, outras nem tanto. Por exemplo, a professora Célia, lutando com muitos alunos na sala de aula, optou por mostrar aos alunos como fazer as atividades práticas do MPM, em vez de serem eles a "meterem a mão na massa". Além disso, assumiu adotar um método de ensino direto, o que também não é muito compatível com o MPM: "então eu ensinei com [o] método convencional e para as atividades práticas só realizava (…) demostração" (Entrevista, professora Célia). Portanto, o caráter *hands-on* das tarefas do MPM acaba por se perder.

A professora Esa encontrou uma solução criativa contra a falta de tempo: selecionava alguns alunos (com um desempenho mais satisfatório) e, em horário extracurricular, trabalhava com eles as tarefas do MPM que iriam ser trabalhadas em aula nos dias seguintes. A ideia da professora era que estes alunos funcionassem como monitores ou tutores da atividade matemática dos seus colegas na aula seguinte, em que todos realizariam as tarefas que estes já tinham trabalhado com a professora e já teriam o compreendido melhor. Na opinião da professora, "isso vai ajudar e facilitar o trabalho com cada grupo dos alunos na sala de aula [e melhorar as] aprendizagens" (Entrevista, professora Esa).

Em relação à falta de recursos, mais do que a falta de mesas e cadeiras, o que mais preocupava a professora Esa era a falta de manuais para os alunos – não havia MPM para todos (só para a professora) e havia também falta de MEM para todos os alunos (porque são muitos!). Por esse motivo, a professora Esa elaborava resumos para os alunos, combinando as ideias e conceitos principais do MEM e do MPM e reunindo as propostas de tarefas dos dois manuais que entendia serem mais adequadas, de acordo também com o Guia do Professor. Estes resumos eram fotocopiados e distribuídos aos alunos para servirem de materiais de apoio à aprendizagem: "Com base na minha experiência da formação que tive, queria combinar o *Espaço Matemática* com o *Prátika* para facilitar a aprendizagem dos alunos" (Entrevista, professora Esa).

A questão dos materiais necessários para a realização das tarefas do MPM não foi sempre consensual. Apesar de eles serem sempre fáceis de encontrar e não envolverem custos, a professora Célia queixou-se que “não há materiais práticos [materiais manipuláveis] (…) [ou são] inadequados e insuficientes” (Entrevista, professora Célia). Esta dificuldade relatada pela professora Célia pode sugerir uma certa falta de disposição da parte dela para realizar este tipo de atividades com os alunos, podendo também estar relacionada com alguma fragilidade no seu conhecimento matemático. De facto, as lacunas no conhecimento matemático do professor acabam por inibir mais a sua disposição para trabalhar o tipo de tarefas do MPM do que o tipo de tarefas do MEM, pois as tarefas de natureza mais exploratória ou problemática, como as do MPM, exigem do professor um conhecimento matemático mais sólido e interligado.

De um modo geral, esta fragilidade no conhecimento matemático dos professores também foi reconhecida, a qual se procura colmatar através da ajuda de pares, ou seja, de trabalho colaborativo. Os professores reuniam-se para explorarem matematicamente as tarefas em que alguém sente dificuldades e ajudavam-se mutuamente: “Quando tenho dificuldades em alguns conteúdos do *Espaço Matemática* ou do *Prátika*, nós as três professoras [Célia, Esa e Lila] fazemos uma discussão para obter a solução” (Entrevista, professora Célia). Assim, o trabalho de entreajuda parece não sair do grupo de professores da Escola Manleuana, talvez porque é possível resolver os problemas relativos às dificuldades das professoras com a matemática entre elas, não sentindo necessidade de procurar ajuda junto de colegas de outras escolas.

A professora Lila lutava para conciliar as suas atividades de ensino com os constrangimentos que o funcionamento da escola impõe, como atividades de limpeza geral ou reuniões de professores. Quando estas atividades decorriam, as atividades de ensino paravam e o tempo disponível acabava por diminuir (porque os horários não contemplavam estas atividades inerentes à cultura desta escola). Para ultrapassar esta dificuldade e recuperar o tempo perdido, a professora Lila procurava reunir os alunos em aulas extras (que decorriam no tempo livre dos alunos). Mas, a adesão dos alunos a estas aulas não era grande e a professora acabava por ter dificuldades em abordar todos os conteúdos no programa de acordo com a sua planificação anual: “a participação dos alunos [é] muito mínima, então algumas turmas não conseguem concluir todos [os] conteúdos que [estão] programados e planeados” (Entrevista, professora Lila).

### 5.4.3. Formas de ultrapassar dificuldades na Escola Bebonuk

Na Escola Bebonuk, ao contrário das outras duas escolas, o número de alunos por turma não era excessivo (no máximo, 25 alunos por turma) e as condições materiais das salas de aula eram adequadas. As principais dificuldades identificadas pelos professores desta escola que participaram no estudo centraram-se na gestão do tempo pois a organização da escola impunha cinco aulas por semana de matemática, cada uma com a duração de 45 minutos. Este tempo de aula mostrou-se insuficiente para a realização completa e sem pressa das atividades mais práticas do MPM.

Apesar de os espaços de sala de aula serem adequados, as tarefas do MPM prestam-se a trabalho de grupo, o que implica reorganizar as mesas e as cadeiras. Quando o professor Frelio tinha tempo para isso, fazia-o, mas ele poupava tempo levando os alunos para os espaços exteriores da sala, onde podiam trabalhar à vontade. O professor não perdia tempo a mudar o local das mesas e cadeiras para que os alunos pudessem trabalhar em grupo, nem a arrumar esse material no final da aula. O tempo de 45 minutos já era muito curto e o professor Frelio não gostava de perder tempo. Além disso, o espaço exterior era mais apelativo para os alunos, aumentando a sua motivação.

Para a professora Elva, o tempo era também o maior problema na articulação do MEM e do MPM. No entanto, a introdução do MPM, como motivou mais os alunos e despertou mais o seu interesse para aprender, acabou por fazer render melhor o tempo: “depois do aparecimento do *Prátika*, é muita ajuda. Eu faço prática com objetos reais e os alunos aprendem mais rápido. Assim há tempo que chega para a aprendizagem mais ativa” (Entrevista, professora Elva).

Tirando este aspeto do tempo escasso para realização das tarefas do MPM, o professor Frelio referiu apenas o problema da falta de bases dos alunos, sobretudo do 7.º ano, para acompanharem as tarefas propostas no MEM e no MPM. Sugeriu que “devia aumentar-se, em vez de baseado em duas semanas de revisão baseadas no Guia do Professor, mais uma semana para aprender matemática do 1.º e 2.º ciclo” (Entrevista, professor Frelio). Claro que não será uma semana de revisões que irá resolver este problema, sobretudo se a falta de bases destes alunos, que estavam no 3.º ciclo, for relativa a conteúdos do 1.º ciclo. Mas a ideia do professor Frelio era aumentar o tempo dedicado às revisões para que os alunos pudessem recuperar algumas aprendizagens. O professor sugeriu ainda que “os professores do 1.º e 2.º ciclo têm de ter formação, a mesma dos professores do 3.º ciclo” (Entrevista, professor Frelio). Na sua ideia, uma melhor formação dos professores dos ciclos anteriores poderá contribuir para que os alunos cheguem ao 3.º ciclo melhor preparados.

## 5.5. Mudanças no Ensino-Aprendizagem Devidas à Introdução do Manual *Prátika Matemátika*, na Perspetiva dos Professores

A introdução do MPM como um recurso significativo para o processo de ensino-aprendizagem da matemática pretendia, naturalmente, que as práticas de ensino se alterassem, indo ao encontro dos principais objetivos deste recurso. Em particular, pretendia-se que o ambiente de ensino da matemática fosse de natureza mais prática e exploratória, *hands-on*, em torno de tarefas mais apelativas para os alunos, ao mesmo tempo que os desafiam no desenvolvimento dos seus conhecimentos, capacidades e atitudes. A articulação entre o MEM e o MPM promovida pelo Ministério da Educação timorense pretendia também que a aprendizagem da matemática fosse mais contextualizada, tornando esta disciplina, que é muito valorizada para o progresso de Timor-Leste, mais próxima dos alunos, mais interessante para eles, útil para as suas vidas e para a melhoria das suas condições de vida.

O próprio Ministério da Educação promove várias iniciativas que, de modo mais direto ou menos direto, mostram o valor que dá às atividades de natureza mais prática. Por exemplo, o Ministério da Educação promove competições entre municípios em que os alunos participam em equipa para resolverem desafios práticos tanto em matemática como em ciências. As escolas são também encorajadas a organizar feiras de ciência para comemorar datas importantes, como o dia de Timor-Leste e o dia mundial da ciência. Inclusivamente, as escolas e professores que mostram criatividade e iniciativa de elaborar novas tarefas práticas são valorizados pelo Ministério da Educação timorense. Portanto, para que possam dar uma resposta positiva aos desafios colocados pelo Ministério da Educação, os professores são incentivados, de modo indireto, a trabalhar com os seus alunos tarefas do âmbito do MPM.

Em Timor-Leste, os alunos do 9.º ano e do 12.º ano têm de realizar um exame nacional. Para os efeitos deste estudo, interessam-nos apenas os alunos do 9.º ano, pois o estudo centrou-se no 3.º ciclo do ensino básico. O MPM foi publicado em 2015, mas o seu impacto nos exames nacionais foi faseado. Assim, em 2016, o exame passou a conter perguntas de natureza prática relativas a conteúdos do 9.º ano; em 2017, passou a conter perguntas de natureza prática relativas a conteúdos do 9.º e do 8.º anos; em 2018, passou a conter perguntas de natureza prática relativas aos conteúdos de todo o 3.º ciclo (7.º, 8.º e 9.º anos). Esta inclusão de questões de exame próximas das tarefas propostas no MPM foi mais uma pressão para os professores articularem este manual com o MEM.

No estudo realizado, não foi possível permanecer no campo o tempo suficiente para poder testemunhar eventuais mudanças de práticas dos professores que decorressem do aparecimento do MPM, bem como mudanças na qualidade das aprendizagens dos alunos. Mas achou-se importante saber as suas perspetivas acerca deste assunto. As mudanças que ocorreram são várias e dependem das circunstâncias e da realidade de cada escola participante. Nas secções seguintes, analiso essas mudanças na perspetiva dos professores participantes.

### 5.5.1. As mudanças ocorridas na Escola Comoro

Na Escola Comoro, dois professores participantes referem que houve mudanças nas suas práticas ou nas aprendizagens dos alunos quando surgiu o MPM e ele começou a ser articulado com o MEM. A professora Filia não conseguiu articular nenhuma mudança nas suas práticas, mas, nas minhas observações, foi possível ver que o MPM influenciou a sua forma de ensinar, sobretudo no que diz respeito às oportunidades de aprendizagem que passou a oferecer aos alunos, com base nas tarefas do MPM, num ambiente exploratório. Por exemplo, o conteúdo “Números Inteiros”, que passou a ser abordado através da atividade prática “a matemática de uma árvore”, pareceu-me ter sido melhor compreendido pelos alunos. Por exemplo, sobre potenciação, o MPM indica só o trabalho em torno da potenciação do número 2. Mas, na realidade, as construções com palitos que os alunos fizeram nas aulas da professora Filia levaram-nos a trabalhar com potências de 3, 4, 5, até 8, apesar de estas potências não serem abordadas no MPM. Neste sentido, as tarefas do MPM levaram os alunos a terem iniciativa e interesse para desenvolver o próprio raciocínio e aprenderem mais do que o que está contido no MPM.

A professora Juda referiu-se às mudanças na sua prática letiva que foram promovidas pelo aparecimento do MPM e pela recomendação de o articular com o MEM. Esta professora considerou que:

> o *Prátika* fez-me mudança de ensinar, porque eu compreendo bem o *Prátika*, dá-me [orientações de] como começarmos, que caminho [é] melhor e indica a visão para transmitir matemática que combina os dois manuais; por exemplo, sobre o tópico sequências e regularidades, eu comecei [a] ensinar com [a] atividade prática, depois continuei com resolver as tarefas e os exercícios [do MEM] que [eram] ligados com [a] atividade prática no livro do *Prátika*. (Entrevista, professora Juda)

De facto, as aulas que observei da professora Juda, embora incidissem noutro tópico, foram estruturadas da mesma forma que ela relata aqui neste excerto de entrevista.

A mesma ideia foi reforçada pelo professor Jobo para quem:

> o *Prátika* é muito útil para completar o *Espaço Matemática*, porque no *Espaço Matemática* contém muita teoria, enquanto o *Prátika* inclui atividades práticas que dão conceitos concretos e relevantes. Assim, [o MPM] fez mudança no processo [de] ensino-aprendizagem, agora há teoria em combinação com prática, [melhor] do que o tempo anterior [em que] é só teoria. (Entrevista, professor Jobo)

Apesar de o professor Jobo manifestar o seu agrado pela mudança, para melhor, que a articulação do MPM com o MEM trouxe, ele nem sempre tirou o melhor partido das atividades práticas do MPM, porque, muitas delas, se limitaram à demonstração, pelo professor, das propostas do MPM. Ou seja, os alunos não "puseram a mão na massa".

As apreciações dos professores da Escola Comoro sobre as perguntas de natureza prática que passaram a aparecer no exame nacional revelam aspetos positivos e aspetos negativos. De acordo com a professora Filia:

> os alunos podem ter dificuldades em responder [a] essas perguntas. Se, de facto, o professor não realizar essas atividades práticas por efeito de limitações de materiais manipulativos nas escolas ou falta de iniciativa [do professor em pedir os materiais simples propostos no MPM]. Especialmente nas escolas remotas, muitas coisas [ficam] incompletas, embora [os] professores já fizeram a formação. No entanto, o surgimento de questões práticas nos exames nacionais fornecerá um incentivo para que nós, professores, sejamos mais focados e devemos ensinar sobre [as] atividades práticas baseadas nas linhas de orientação do livro Guia do Professor. (Entrevista, professora Filia)

Portanto, a professora Filia preocupa-se essencialmente com os alunos das escolas mais rurais ou remotas, cujos professores, embora tenham frequentado a formação oferecida pelo Ministério da Educação para usar o MPM articulado com o MEM, têm várias dificuldades em realizar as tarefas práticas do MPM (além de dificuldades inerentes aos professores, as condições de funcionamento dessas escolas não são famosas). Por outro lado, a professora Filia reconhece o efeito das perguntas de natureza prática nos exames nacionais, pois levam a que os professores efetivamente trabalhem as tarefas do MPM com os seus alunos, seguindo a orientação do Guia do Professor.

A professora Juda considera que a existência de perguntas práticas no exame nacional é um resultado da valorização e consideração pelo Ministério da Educação da importância das atividades práticas em todo o processo de aprendizagem da matemática na escola: "Eu penso [que] isto é muito bom e importante, porque com este tipo [de perguntas práticas] dará uma contribuição positiva e valiosa para professores e alunos, ao longo do processo de ensino-aprendizagem contido no *Prátika*" (Entrevista, professora Juda).

O professor Jobo considerou que o aparecimento de questões práticas no exame nacional era natural, porque todos os professores haviam participado da formação em atividades práticas do MPM:

> eu penso [que] estas perguntas são boas para os alunos, deste modo faz a motivação para os professores. Então, no futuro os professores irão esforçar e terão grande vontade para continuar a aprender e fazer atividades práticas com os alunos nas escolas. (Entrevista, professor Jobo)

Para o professor Jobo, uma vez que os professores são incentivados (ou até pressionados) a trabalhar as atividades do MPM com os seus alunos e estes até aprendem melhor com elas, os alunos merecem que o exame também contenha esse tipo de perguntas. Na opinião deste professor, a intenção do Ministério da Educação com a introdução deste tipo de perguntas no exame nacional é valorizar esta abordagem mais prática ao ensino-aprendizagem da matemática e dar oportunidade aos alunos para, em situação de exame, mostrarem o que sabem a partir de situações que os motivam.

### 5.5.2. As mudanças ocorridas na Escola Manleuana

As três professoras da Escola Manleuana participantes neste estudo concordam que o MPM trouxe mudanças positivas na sua forma de ensinar, relacionadas com mudanças também positivas nas aprendizagens dos alunos. Referem ainda as vantagens de o exame nacional conter questões de índole prática, tanto para os alunos, como para os professores, detendo-se na pressão que o Ministério da Educação, através dos exames nacionais, faz para os professores articularem adequadamente as tarefas do MEM com as do MPM.

A professora Célia queixou-se sempre de ter demasiados alunos em cada turma para poder fazer atividades do MPM, acabando por lhes mostrar ela mesma como fazer, em vez de serem eles a envolver-se nas tarefas do MPM. Ela reconheceu que os alunos estariam mais ativos e focados para aprender os conteúdos e mais interessados em matemática se pudessem ter realizado efetivamente as atividades do MPM.

> todas as atividades práticas contidas no *Prátika* realmente me ajudaram, e as atividades práticas podem ser bem implementadas, também os alunos podem entender rapidamente. Mas, infelizmente, eu não ensinei todos os tópicos do [manual] prático aos alunos por causa de [ter] muitos alunos na turma e realmente tenho limitações na compreensão e preparação das matérias para todos conteúdos no *Prátika*. (Entrevista, professora Célia)

Apesar de reconhecer também as suas próprias limitações na compreensão matemática dos assuntos abordados no MPM, e de não ter articulado o MEM com o MPM na forma pretendida, a professora Célia experimentou mudanças na sua prática letiva pois, de alguma maneira, via vantagens em demonstrar aos alunos algumas atividades práticas, mesmo correndo riscos devido à sua insegurança matemática.

A professora Esa, mesmo lutando com o excessivo número de alunos por turma e a falta de condições materiais na sala de aula, encontrou formas de envolver os alunos ativamente nas atividades práticas, tornando as aulas de matemática mais atrativas e dinâmicas. Nas minhas observações das aulas desta professora, pude ver que os alunos se envolviam nas tarefas, faziam perguntas, discutiam ideias uns com os outros e colocavam as suas dúvidas à professora sem medo. Para a professora Esa, uma das influências do MPM foi que este manual a ajudou a explicar melhor os conteúdos aos alunos, combinando a teoria com a prática:

> o *Prátika* foi muito bom, porque contém vários tópicos de [atividades] práticas que me ajudaram para bem explicar em relação dos conteúdos no *Prátika*, e me permite a combinação entre prática e teoria. Os contextos que contém o *Prátika*, é fácil para mim compreender e mais útil na implementação. (Entrevista, professora Esa)

A professora Esa reforçou que:

> a orientação deste manual, seja como conexão e exploração da experiência cotidiana, seja para formar um modelo prático para aprofundar e descobrir os conceitos teóricos de matemática contidos no *Prátika*. Por exemplo, operação dos números racionais, em particular, a operação com números fracionários. Sejam, conectar com a aplicação à vida do dia-a-dia. Quando falamos sobre fracionário, por exemplo 1/2 +1/2, é difícil para eles compreenderem, mas no *Prátika* explica que 'O João comeu metade de pão, e logo comeu metade de pão outra vez, então João comeu quantas partes do pão?' assim, os alunos compreenderam bem e respondem que 'o João comeu um pão'. Nesta ideia, é fácil para os alunos compreenderem e uma forma de mudança [é] do contexto da abstração para concreto. (Entrevista, professora Esa)

Deste modo, a professora Esa realça a mudança de paradigma que o MPM vem trazer, ajudando os alunos a construir o seu conhecimento partindo de experiências concretas que os ajudam a dar sentido aos conceitos mais abstratos, em vez de uma abordagem mais tradicional de ensino direto.

A professora Esa reforçou ainda que "depois que participei naquela formação, eu sinto-me facilmente para ensinar a matemática com as atividades práticas combinadas com as teorias" (Entrevista, professora Esa). A formação dos professores para compreenderem o papel do MPM como material curricular e para melhor se capacitarem para articular este manual com o MEM parece ter sido determinante nas mudanças de práticas a que a professora Esa se referiu.

A existência do MPM está também relacionada com as competições, promovidas pelo Ministério da Educação, em torno de tarefas, de natureza prática, de ciência e matemática. A professora Esa incentivou sempre os seus alunos a participar nestas competições. No entanto, no ano letivo anterior à recolha de dados para este estudo, a participação nas competições, antes que ela tivesse oportunidade de falar aos alunos, partiu dos próprios alunos. Isto sugere que os alunos estão cada vez mais conscientes dos eventos deste tipo e compreendem o papel das aulas de matemática com uma forte componente prática para o sucesso da sua participação nas competições.

A professora Lila refere essencialmente que as práticas de ensino mudaram devido à introdução do MPM, com a realização de atividades mais práticas, e que isso trouxe vantagens para a aprendizagem dos alunos: "Através de atividades práticas, elas facilitarem e permitirem ao professor e aos alunos para perceber bem os conteúdos e as tarefas que contém o *Espaço Matemática*; portanto, [a] existência do *Prátika* combinado com o *Espaço Matemática* é mais fácil para compreender" (Entrevista, professora Lila). Com base nas minhas observações, não basta apenas propor aos alunos atividades mais práticas. E esta professora soube criar um ambiente de aprendizagem que motivou os alunos. Os alunos trabalharam em grupo para resolver as tarefas do MPM e do MEM e faziam perguntas à professora quando tinha dúvidas ou ideias. Aliás, houve até um episódio em que os alunos pediram à professora para resolver de forma prática uma tarefa que ela tinha acabado de lhes apresentar numa abordagem mais diretiva e conservadora. Um pedido destes dos alunos sugere o quanto a abordagem mais prática os ajuda a compreender.

Relativamente às perspetivas dos professores da Escola Manleuana sobre as perguntas de natureza prática, relacionadas com o MPM, que aparecem no exame nacional, os professores referiram-se a vários aspetos. De acordo com a professora Célia:

> sobre [o] exame nacional, a pergunta prática é boa para os alunos, porque nem sempre os alunos respondem [a] perguntas apenas de teorias, mas com o pensamento prático ajudará e facilitará que os alunos respondam [a] perguntas de maneira mais rápida e precisa. Sabemos que a matemática está relacionada com a vida cotidiana. Portanto, as questões [práticas] são importantes, por isso, o professor deve ensinar atividades [práticas] matemáticas aos alunos. Quando surgirem as perguntas práticas relacionadas ou semelhantes, eles possam responder. Mas, de facto, em algumas escolas ainda há demasiados alunos na turma [e] também influenciam as atividades práticas, as atividades práticas não podem realizar adequadamente, isso requer muita atenção da parte competente para ter a consciência na colocação dos pontos de exame com tipo [de perguntas] práticas para refletir também a realidade e a circunstância das escolas. (Entrevista, professora Célia)

Para a professora Célia, as questões mais práticas de exame permitem que os alunos mostrem o que sabem porque aprenderam muitos conceitos matemáticos em relação com a vida cotidiana. E são as perguntas mais práticas que levam os alunos a trabalhar questões da matemática no dia-a-dia. Além disso, quando os alunos aprendem numa abordagem mais prática, eles desenvolvem estratégias para resolver situações semelhantes recorrendo ao raciocínio por analogia, e compreendendo em que situações essas estratégias se podem usar. No entanto, esta professora também chama a atenção para que nem todas as escolas têm as condições necessárias para que o trabalho, em sala de aula, com o MPM e as tarefas mais práticas, possa ser um trabalho de qualidade (aliás, ela própria não consegue fazer esse trabalho com qualidade por causa, por exemplo, do número elevado de alunos nas suas turmas). Por isso, realça o cuidado que deve ser colocado na elaboração dos exames nacionais, para que não promovam situações de falta de equidade.

Para a professora Esa, a presença de questões mais práticas no exame nacional é vista com bons olhos:

> eu sinto que é bom e positivo. Porque os pontos [de] exame com [perguntas de] tipo [mais] prático como apareceu no exame nacional, exigem [que] os professores participem na formação, para ensinar com as atividades práticas de matemática aos alunos nas escolas. Para que, quando aparecerem perguntas práticas no exame nacional (…), os alunos possam saber a resposta. Portanto, o aparecimento das perguntas práticas no exame nacional (…) é (…) mais construtivo e importante. (Entrevista, professora Esa)

A professora Esa realça sempre a importância de os professores fazerem a formação oferecida pelo Ministério da Educação para melhor articularem o MPM com o MEM e, em particular, darem valor às tarefas mais práticas do MPM e ensinarem efetivamente com essas tarefas em sala de aula. Assim, esta professora concorda com a pressão que o Ministério da Educação está a exercer junto dos professores para que orientem as suas práticas de ensino de acordo com as sugestões de articulação dos dois manuais presentes no Guia do Professor.

A professora Lila compreende a necessidade de trabalhar em sala de aula as tarefas do MPM porque serão objeto de avaliação no exame nacional. Mas também lhes reconhece valor educativo pois esse tipo de tarefas ajuda os alunos a resolver problemas da vida cotidiana:

> Eu acho que é bom e importante que sempre desenvolvamos e melhoremos as atividades práticas de matemática para os alunos. Porque, com o *Prátika*, além de ajudar e orientar os alunos para resolver os problemas da vida cotidiana relacionados com a matemática, e também preparam-nos para enfrentar e responder a perguntas práticas semelhantes que aparecerão posteriormente no exame nacional. (Entrevista, professora Lila)

### 5.5.3. As mudanças ocorridas na Escola Bebonuk

Os professores da Escola Bebonuk referem-se a aspetos distintos, mas complementares, em relação às mudanças no processo de ensino-aprendizagem, desde quando apareceu o MPM. O professor Frelio foca-se no potencial das tarefas do MPM para a aprendizagem matemática dos alunos e a professora Elva centra-se na importância deste manual para a própria aprendizagem matemática do professor, ou seja, para o seu próprio desenvolvimento profissional.

O professor Frelio refere-se essencialmente às aprendizagens matemáticas dos alunos, que são potenciadas pelas tarefas do MPM. Em particular, menciona o facto de estas tarefas poderem levar os alunos a abordar conceitos novos ou pouco familiares aos professores, o que acaba por lhes causar preocupação e ansiedade:

> através destas atividades práticas, algumas vezes, em certos tópicos, orientam e inspiram os alunos a conseguirem apresentar novos conceitos e problemas que estão fora do conhecimento e da experiência do professor, e leva que os professores se sintam nervosos ou preocupados com isso. (Entrevista, professora Frelio)

Tal como a professora Esa da Escola Manleuana, o professor Frelio foi sempre muito ativo no incentivo dos alunos para participarem nas competições de ciências e matemática, de natureza prática, promovidas pelo Ministério da Educação. Assim, a introdução do MPM veio também influenciar a prática deste professor relativamente a este aspeto.

A professora Elva reforça muito a importância do MPM para a sua própria aprendizagem e maior compreensão dos conceitos matemáticos que tem de ensinar aos seus alunos. Mas também aponta o grande papel motivador das tarefas do MPM, em parte devido à sua simplicidade, clareza e dinamismo:

> antes da existência do *Prátika* na escola, tínhamos dificuldade em ensinar. Quando o ensino-aprendizagem apenas só [baseado no] *Espaço Matemática*, muitas vezes, os alunos escreveram que perdem muito tempo sem compreender bem e [ficam] entediados. No entanto, após o *Prátika*, que contém atividades simples, claras, curtas, e vivas que podem ajudar os alunos a compreender rapidamente no processo de ensino-aprendizagem, que se torna suave, interessante e não dispersam o tempo. Até que os alunos querem aprender mais, só que o tempo é limitado. (Entrevista, professora Elva)

Tal como os seus colegas das outras escolas, os professores da Escola Bebonuk valorizam a existência de perguntas de natureza prática, semelhantes às que se encontram no MPM, no exame nacional. No entanto, o professor Frelio aponta alguns pontos fracos desta nova realidade do exame nacional, relacionados com a linguagem, por exemplo:

> Eu acho isso positivo, embora ainda existam alguns erros, como a disposição das imagens e a questão de língua [na aula prática com língua Tétum, no exame em língua portuguesa], mas esperamos que as seguintes perguntas das atividades práticas no exame nacional sejam melhores e mais diversificadas. (Entrevista, professor Frelio)

De facto, houve alguns exames em que as figuras apareciam distorcidas ou fora do local adequado por inabilidade dos editores do exame. O aspeto relativo à língua é bastante pertinente pois, como vimos nas secções anteriores, na maioria das aulas com tarefas do MPM, os professores optavam pelo Tétum.

A professora Elva também concordou com a introdução de questões mais práticas no exame nacional, mas chamou a atenção para a necessidade de haver maior coerência entre a natureza das questões do exame nacional e o trabalho que se pretende seja feito em sala de aula. Na opinião da professora, se, em sala de aula, se deve articular de modo mais ou menos equitativo o MEM e o MPM, o exame nacional também deve refletir essa relação e, portanto, deve incluir ainda mais questões do foro prático:

> Nos últimos dois ou três anos, eles [Ministério da Educação] colocaram as perguntas das atividades práticas no exame nacional, é muito bom. Mas recomendamos que, para os exames nacionais nos próximos anos, não apenas algumas questões práticas, mas pelo menos 35% a 45% de perguntas das atividades práticas. Porque, nós fazemos as atividades práticas que também precisam de paciência, a seriedade e o tempo, pelo menos apreciamos os resultados de nosso trabalho no campo. Então, no mínimo, deve haver proporcionalidade do ponto de exame entre o *Espaço Matemática* e o *Prátika*. (Entrevista, professora Elva).

# CAPÍTULO 6

# Conclusões, Limitações e Implicações

Neste capítulo, começo por fazer um breve resumo do estudo realizado, recordando as questões de investigação que orientaram o meu trabalho e os procedimentos metodológicos que segui na minha investigação. Em seguida, procuro responder a cada questão de investigação, a partir dos dados analisados relativos às três escolas do município de Díli onde recolhi informação. Por fim, faço uma reflexão sobre algumas limitações do estudo e sugiro algumas implicações desta investigação com vista à formação de professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste e a futuras investigações. Faço também algumas sugestões dirigidas aos decisores políticos timorenses no âmbito do Ministério da Educação relacionadas com os dois recursos educativos que são focados neste estudo: o manual *Espaço Matemática* e o manual *Prátika Matemátika*.

## 6.1. Conclusões

Atualmente, existem em Timor-Leste dois recursos educativos impressos para uso nas escolas, no processo de ensino-aprendizagem da matemática ao nível do 3.º ciclo do ensino básico: o manual *Espaço Matemática* (MEM) e o manual *Prátika Matemátika* (MPM). O MEM baseia-se no programa de matemática para o ensino básico em Timor-Leste (ME, 2010) e tem sido usado como matriz de referência para apoiar professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Este manual, que é o único manual disponível no país, é elaborado por autores portugueses e adaptado à realidade timorense em vários aspetos, destacando-se a tradução para Tétum tanto da apresentação de conteúdos como da proposta de tarefas para realização pelos alunos que passou a existir a partir de 2015.

O Ministério da Educação timorense publicou em 2015 o MPM (ME, 2015b) para apoiar os professores em abordagens de ensino mais exploratórias, *hands-on*, e culturalmente relevantes para os alunos. Apresenta tarefas práticas envolvendo os conteúdos do programa com contextos mais relevantes para os alunos timorenses e mais próximos das suas realidades, que ajudam a que o processo de ensino-aprendizagem seja mais dinâmico (fugindo a uma abordagem de ensino direto que é mais típica das escolas timorenses) e motivador para os alunos. As tarefas práticas são de natureza exploratória ou problemática (Ponte, 2005) e fazem uso de materiais facilmente encontrados no meio ambiente e contexto sociofamiliar do aluno, evitando custos na sua construção ou aquisição.

O Ministério da Educação valoriza muito uma educação matemática de qualidade e alinhada com as recomendações internacionais para o ensino desta disciplina pois acredita que o desenvolvimento do país passa por uma formação de qualidade das crianças e jovens nas áreas da matemática, ciência e tecnologia. Por isso, a intenção do Ministério da Educação de Timor-Leste é fornecer aos professores um recurso para, em articulação com o MEM, melhorar o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Assim, o MPM veio complementar as propostas de trabalho feitas no MEM, para que os professores possam oferecer aos alunos uma experiência de aprendizagem mais rica e diversificada. Na verdade, embora se use o termo "manual" para nos referirmos ao MPM, ele não se destina diretamente aos alunos, mas sim aos professores. Assume-se, como já referi anteriormente neste trabalho, um certo abuso de linguagem ao usar o termo "manual *Prátika Matemátika*" porque é assim que, usualmente, as pessoas se referem a este recurso.

Neste estudo, procura-se compreender melhor como os professores timorenses de matemática, do 3.º ciclo do ensino básico, respondem aos desafios colocados pela utilização articulada destes dois manuais, a partir dos seguintes objetivos: 1) Conhecer as perspetivas e práticas dos professores de matemática sobre o manual *Espaço Matemática* e sobre o manual *Prátika Matemátika*, 2) Identificar as dificuldades que os professores de matemática enfrentam na articulação do manual *Espaço Matemática* com o manual *Prátika Matemátika* e como as procuram ultrapassar; 3) Identificar as alterações nas práticas letivas dos professores de matemática que decorrem da integração do manual *Prátika Matemátika*. Para alcançar estes objetivos foram estabelecidas as seguintes questões de investigação: 1) O que pensam os professores sobre o manual *Espaço Matemática* e o manual *Prátika Matemátika*? 2) Como articulam os professores o manual *Espaço Matemática* e o manual *Prátika Matemátika* nas suas práticas de ensino? 3) Que dificuldades enfrentam os professores na articulação do manual *Espaço Matemática* com o manual *Prátika Matemátika*? 4) Como procuram os professores ultrapassar as dificuldades que encontram na articulação do manual *Espaço Matemática* com o manual *Prátika Matemátika*? 5) Que mudanças no processo de ensino-aprendizagem decorrem da introdução do manual *Prátika Matemátika*, na perspetiva dos professores?

Participaram neste estudo oito professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico do município de Díli, envolvendo três escolas de diferentes tipos: Escola Comoro – católica, Escola Manleuana – pública, e Escola Bebonuk – privada. Os dados recolhidos provêm de: 1) notas de campo da observação de um total de 14 aulas de matemática (quatro na Escola Comoro, cinco na Escola Manleuana, e cinco na Escola Bebonuk); transcrições de oito entrevistas semiestruturadas, uma entrevista por cada professor, respostas a um questionário por 29 alunos (entre três e quatro alunos de cada professor observado), fotografias do ambiente de ensino-aprendizagem (sala de aula ou exterior) promovido por cada professor, um documento elaborado por uma professora relacionado com a articulação do MEM e do MPM (não foi possível obter documentos semelhantes elaborados pelos outros professores participantes).

### 6.1.1. Perspetivas dos professores acerca dos dois manuais

Relativamente às perspetivas dos professores sobre os manuais MEM e MPM, os professores das três escolas manifestaram visões muito próximas, quer quanto ao MEM, quer quanto ao MPM. Na sua perspetiva, o MEM é uma referência significativa no trabalho em sala de aula, com os alunos, pois apresenta os conceitos com bastantes descrições e figuras, o que ajuda os alunos a compreenderem as ideias matemáticas. No entanto, os professores também reconhecem que a informação teórica do MEM é, em alguns casos, excessiva para os alunos, que a linguagem do MEM é frequentemente bastante complexa (para os alunos e também para eles, mesmo tendo em conta a tradução para Tétum), e que este manual contém muitos contextos que não são relevantes culturalmente para os alunos timorenses, por se relacionarem demasiado com a realidade portuguesa ou europeia. Neste sentido, destacam a proximidade dos contextos das tarefas do MPM, pois lidam com situações familiares aos alunos e encorajam a utilização de materiais concretos simples e fáceis de encontrar, sem custos.

Deste modo, para os professores participantes, as tarefas do MPM lidam com muitos dos conceitos do programa (e do MEM), mas de uma forma mais prática, mais motivadora para os alunos, e que os podem envolver de forma mais ativa no processo de ensino-aprendizagem, facilitando também a compreensão dos conceitos do programa. A linguagem das tarefas propostas no MPM é também mais simples e próxima dos alunos, o que também promove o seu envolvimento e facilita a sua aprendizagem. Os professores destacam ainda a importância que as explicações e orientações de uso em sala de aula que o MPM contém para eles melhor conduzirem o ensino – por um lado, as explicações ajudam-nos a compreender melhor os conceitos matemáticos envolvidos; as orientações ajudam-nos a trabalhar com os alunos em sala de aula. Estas orientações podem ser encontradas no MPM, mas são mais desenvolvidas no respetivo Guia do Professor, que os professores também consideram importante.

### 6.1.2. Práticas dos professores na articulação dos dois manuais

As práticas dos professores na articulação dos dois manuais diferiram um pouco de escola para escola, mas também diferiram de professor para professor, dentro da mesma escola. No entanto, o Guia do Professor foi o documento orientador para articularem o MEM e o MPM, e as minhas observações permitiram confirmar que o MEM é um recurso essencial no processo de ensino-aprendizagem.

Na Escola Comoro, pode dizer-se que a maioria dos professores procura articular adequadamente os dois manuais na sala de aula, com base no Guia do Professor. A professora Juda pareceu compreender que os alunos devem primeiro explorar matematicamente as tarefas do MPM de forma a compreenderem, depois, os conceitos matemáticos nelas envolvidos. A apresentação de conceitos fica, assim, associada a experiências significativas para os alunos, o que contribui para que eles possam melhor compreender as ideias matemáticas. O número de observações que foi possível fazer foi bastante limitado, mas permitiu perceber que a professora Filia nem sempre adota esta abordagem: na primeira aula, a tarefa do MPM serviu para aplicar os conceitos que a professora apresentou primeiro aos alunos; na segunda aula, a atividade prática realizada pelos alunos, baseada no MPM, levou à posterior apresentação dos conceitos envolvidos. Pareceu existir uma certa variabilidade na forma de trabalhar as tarefas do MPM com os alunos. Por fim, na única aula do professor Jobo que foi possível observar, ele recorreu apenas ao MEM, numa abordagem de ensino direto, e não consegui ver como ele articulava o MEM com o MPM. No entanto, ele referiu em entrevista que articula os dois manuais, mas que há poucas tarefas do MPM para o 9.º ano, ano que ele lecionava. Seja como for, o professor Jobo também referiu que demonstrava aos alunos como fazer as tarefas práticas do MPM em vez de serem eles a realizá-las, alegando que os alunos não costumavam trazer para a aula o material necessário para as atividades práticas.

Na Escola Manleuana também existe bastante variabilidade na forma com os professores articulam o MEM e o MPM. A professora Esa tem iniciativa de elaborar um resumo para os alunos com as principais ideias matemáticas e tarefas, combinando o MEM e o MPM. Nesta escola existe um número excessivo de alunos por turma e não há manuais escolares para todos. Assim, a professora assegura que todos os alunos têm acesso ao que é essencial aprenderem. As suas aulas que observei decorrem de acordo com as sugestões do Guia do Professor e partem da experiência prática dos alunos nas tarefas do MPM para depois serem apresentados os conceitos matemáticos e consolidados através das tarefas do MEM. A professora faz questão de ter todos os alunos envolvidos nas atividades práticas, mesmo lutando com uma imensa falta de espaço, recorrendo a um grupo selecionado de alunos que apoiam as atividades dos colegas. A sua colega Lila também segue uma abordagem próxima, partindo das atividades práticas dos alunos, baseadas no MPM, e depois chegando aos conceitos com ajuda do MEM, que também é o recurso mais frequente para a consolidação de aprendizagens. Por fim, a professora Célia evidenciou mais dificuldades na articulação do MEM com MPM. As aulas observadas revelaram um ambiente de ensino direto, baseado essencialmente no uso do MEM. Esta professora, tal como o professor Jobo da Escola Comoro, também optava por demonstrar aos alunos como fazer as atividades práticas, em vez de serem eles a realizá-las, alegando que o número excessivo de alunos por turma não permite esse tipo de trabalho e reconhecendo que o seu conhecimento matemático não lhe dava confiança suficiente para trabalhar com os alunos num ambiente mais exploratório e, portanto, menos controlado.

O professor Frelio, da Escola Bebonuk, mostrou articular bem o MEM e o MPM nas quatro aulas que observei. Compreendeu que os alunos devem começar por explorar ideias e trabalhar nas tarefas práticas do MPM, para poderem ancorar a sua compreensão matemática em experiências com significado para eles, e depois trabalharem nas tarefas de maior consolidação propostas no MEM. A professora Elva revelou, na entrevista, compreender bem a intenção do MPM e como combinar este manual com o MEM. No entanto, a única observação que foi possível fazer não me permitiu verificar as suas práticas porque a professora passou a maior parte da aula fora da sala de aula, por causa de outros cargos que desempenhava na escola. Mesmo assim, consegui perceber que ela procurou relacionar o jogo que os alunos estiveram a jogar, baseado do MPM, com os conceitos relacionados com acontecimentos aleatórios que depois abordou com os alunos. Deste modo, pareceu que esta professora, tal como o seu colega Frelio, partia das atividades práticas do MPM para a abordagem aos conceitos matemáticos nelas envolvidos e depois para a consolidação de aprendizagens com base no MEM.

Em resumo, em todas as escolas foi possível observar práticas letivas que vão ao encontro do que é pretendido pelo Ministério da Educação com a publicação do MPM: um ensino de natureza mais exploratória, *hands-on*, com tarefas em contextos relevantes e motivadores para os alunos, e com um envolvimento ativo dos alunos na realização das tarefas propostas. No entanto, nem todos os professores mostraram, nas aulas observadas, conseguir desenvolver essa prática. Os dados sugerem que a fragilidade no conhecimento matemático dos professores é um fator que contribui para a sua dificuldade em articular adequadamente o MEM e o MPM, sobretudo na realização das tarefas do MPM. Aparentemente, as maiores dificuldades do foro matemático colocam-se no MPM e não no MEM, talvez porque os professores estão muito mais habituados a trabalhar com o MEM do que com o MPM e, portanto, poderão já ter desenvolvido destrezas e mecanismos que lhes permitem ter mais confiança, ao nível da matemática, com as tarefas propostas no MEM. Mas as conceções dos professores também determinam a articulação que fazem do MPM e do MEM, contribuindo para a sua disposição, ou não, em usar o MPM como recomendado e em ultrapassar as dificuldades que vão surgindo.

Outro fator que dificulta uma melhor articulação do MEM e do MPM é, sem dúvida, o número excessivo de alunos por turma na Escola Manleuana, que é uma escola pública. Além disso, esta escola tem também poucos recursos ao nível de mesas e cadeiras, pelo que o espaço para a realização de atividades práticas também não é favorável. Na Escola Comoro também há bastantes alunos por turma, mas este problema é agravado significativamente na Escola Manleuana. No entanto, também me pareceu que, mesmo com condições logísticas difíceis, quando os professores acreditam verdadeiramente nos benefícios de uma articulação adequada dos manuais e têm a segurança matemática suficiente, conseguem encontrar formas de ultrapassar aquelas dificuldades. Deste modo, as conceções dos professores mostram ter um papel importante na sua disposição para articularem o MPM e o MEM.

### 6.1.3. Principais dificuldades encontradas pelos professores na articulação dos dois manuais

Em geral, a grande maioria dos professores cujas aulas observei enfrenta obstáculos na compreensão do MEM devido à falta de domínio da língua portuguesa. Apesar de o MEM conter a tradução em Tétum, nem sempre essa tradução é simples de fazer e a tradução de termos matemáticos é mesmo muito complexa em vários casos.

O excesso de alunos por turma, e a falta de mesas e cadeiras constituem dois obstáculos muito significativos nas escolas Manleuana e Comoro. A Escola Bebonuk, por ser privada, não tinha estes problemas. A maior dificuldade colocada por estas limitações logísticas prendia-se com o espaço necessário para realização das tarefas práticas e a dificuldade em o professor acompanhar o trabalho dos alunos quando realizavam as tarefas práticas.

Em todas as escolas, os professores manifestaram uma certa dificuldade em gerir o tempo disponível de aula de modo a que os alunos conseguissem completar as atividades práticas e o professor apresentar as ideias matemáticas envolvidas e fazer as conexões necessárias. As tarefas incluídas no MPM são de natureza exploratória ou problemática e, portanto, necessitam de tempo para serem realizadas pelos alunos. Na Escola Bebonuk, há um problema acrescido relativamente ao tempo porque cada aula tem a duração de apenas 45 minutos, apesar de haver cinco aulas por semana. Além disso, a acumulação de cargos pelos professores ou o número elevado de aulas seguidas que têm de lecionar (ou seja, uma excessiva carga horária dos professores) também não contribuem para uma melhor articulação dos dois manuais, sobretudo porque o cansaço e a dispersão que decorrem do trabalho em demasia fazem diminuir a dinâmica dos professores.

Uma outra dificuldade relaciona-se com a falta de bases matemática dos alunos. Na Escola Bebonuk, que é do 3.º ciclo do ensino básico, muitos alunos revelam dificuldades na sua compreensão matemática ao nível do 1.º ou do 2.º ciclo. Isso obriga os professores a gastarem parte de tempo letivo a ajudar esses alunos a reaprender os conteúdos que constituem pré-requisitos ou base para aprender a matemática do 3.º ciclo e, assim, compreender esta ciência nas suas várias facetas, em especial, nas suas ligações a outras ciências e áreas do conhecimento. Nas outras escolas participantes, não foi relatado este problema, mas isso não significa que não exista. Os professores podem ter mencionado outros problemas que lhes parecem ser mais relevantes do que este.

Alguns professores também reconheceram que nem sempre têm a segurança matemática necessária para se sentirem confortáveis no uso do MPM e das tarefas mais exploratórias e problemáticas que este recurso contém, como é o caso da professora Célia (Escola Manleuana) e da professora Filia (Escola Comoro). As dificuldades com o conhecimento matemático frágil surgem também relativamente ao MEM.

#### 6.1.4. Formas de ultrapassar as dificuldades encontradas pelos professores na articulação dos dois manuais

O reconhecimento da sua fragilidade no conhecimento matemático levou alguns professores a procurar ajuda com os seus colegas, com mais experiência no uso do MPM, normalmente porque frequentaram a formação para professores oferecida pelo Ministério da Educação de Timor-Leste. No caso da Escola Comoro, essa ajuda não se limitou à própria escola, mas envolveu colegas de outras escolas; no caso da Escola Manleuana, provavelmente os colegas com conhecimento matemático mais sólido desta escola conseguiram ajudar quem sentiu insegurança quanto aos conceitos matemáticos que tinha de ensinar aos alunos. Na Escola Bebonuk, os professores não sentiram dificuldades ao nível do seu conhecimento matemático.

Nem sempre a reação dos professores face à sua insegurança matemática foi procurar ajuda de colegas. Alguns contornaram esta dificuldade através de ambientes de ensino-aprendizagem mais fechados, com predominância do ensino direto, fechando as oportunidades de interação dos alunos e controlando o discurso na sala de aula. Um aspeto visível desta forma de lidar com a insegurança matemática é a distorção feita pelo professor do que deveria ser o trabalho dos alunos: em vez de serem os alunos a explorar matematicamente as tarefas do MPM, manipulando, experimentando, conjeturando, etc., acaba por ser o professor que demonstra aos alunos o que era suposto eles fazerem. O professor faz o que os alunos deviam fazer. Quando os alunos não trazem os materiais para as atividades práticas, o professor, em vez de procurar resolver esse problema com materiais simples, sem custos e fáceis de encontrar, escolhe ser ele a demonstrar aos alunos o que fazer com o material que ele próprio trouxe. Deste modo, apesar de serem "oficialmente" trabalhadas em sala de aula tarefas do MPM, articuladas com o MEM, o facto é que, em alguns casos, não são os alunos que realizam atividade prática, mas sim os professores. Assim, perde-se o objetivo essencial do trabalho articulado entre MEM e MPM.

As dificuldades de compreensão matemática dos professores podem estar também relacionadas com o seu fraco domínio da língua portuguesa. A tradução do MEM em Tétum ajuda, mas nem sempre é suficiente até porque são os próprios professores que referem que é muito difícil traduzir para Tétum certos termos matemáticos. Não foi possível perceber como é que os professores ultrapassam esta dificuldade, se é que o procuram fazer.

A preparação de alguns alunos para orientar os seus colegas durante o trabalho nas tarefas do MPM ajuda a combater as dificuldades causadas pelo número excessivo de alunos por turma. O recurso pontual a aulas extra ajuda a combater a falta de tempo para a realização de algumas atividades práticas. Outra forma de lutar contra a falta de tempo é propor tarefas do MPM para trabalho em casa; contudo, uma vez que o professor não consegue acompanhar o trabalho dos alunos, acaba por não conseguir orientá-los devidamente no seu trabalho, nem dar *feedback* adequado, comprometendo, mais uma vez, o potencial destas tarefas para uma aprendizagem com significado.

Usar o espaço da escola ao ar livre combate a falta de condições logísticas para realizar trabalhos práticos, em particular salas pequenas ou com poucas mesas e cadeiras. Mas também é uma forma de evitar perder tempo na arrumação de mesas e cadeiras para a realização de trabalho de grupo ou de natureza mais prática, procurando aproveitar ao máximo o (pouco) tempo disponível para a aula. Outros esforços para lidar com a falta de condições materiais, em particular a existência de manuais para todos os alunos, consistem, por exemplo, na produção de resumos, pelos professores, combinando elementos do MEM e do MPM (com base no Guia do Professor), que são depois reproduzidos para os alunos para que estes os possam usar como manuais.

### 6.1.5. Mudanças no processo de ensino-aprendizagem decorrentes da introdução do manual *Prátika Matemátika*, na perspetiva dos professores

Relativamente às mudanças no processo de ensino-aprendizagem decorrentes da introdução do MPM que foram mencionadas pelos professores participantes, destacam-se as aprendizagens matemáticas dos alunos e dos próprios professores e as implicações que a introdução de tarefas práticas no exame nacional, como momento de avaliação sumativa formal, tem no ensino-aprendizagem.

Na Escola Manleuana e na Escola Bebonuk, houve professores que se referiram à melhoria das aprendizagens matemáticas dos alunos decorrente do seu trabalho em torno das tarefas práticas do MPM, articuladas com o MEM. Os alunos envolvem-se mais nas tarefas, fazem perguntas, trabalham em conjunto, discutem ideias, apresentam ideias nas suas próprias palavras, etc. Isso, juntamente com os contextos das tarefas mais familiares aos alunos, ajuda a que a sua aprendizagem matemática seja mais significativa. Deste modo, de um modo geral, a introdução do MPM veio potenciar as aprendizagens matemáticas dos alunos no sentido pretendido pelo Ministério da Educação de Timor-Leste.

Também nestas duas escolas (Manleuana e Bebonuk), houve professores que se referiram à sua própria aprendizagem matemática com apoio nas tarefas do MPM. Seja através da frequência da formação oferecida pelo Ministério da Educação timorense, seja através do trabalho direto com os alunos em sala de aula em tarefas do MPM, os professores sentem que o trabalho em torno das tarefas práticas do MPM os ajudou a melhorar o seu próprio conhecimento matemático e a ficar mais capacitado para explicar os conceitos matemáticos aos seus alunos de modo mais eficaz.

Alguns professores, sobretudo da Escola Comoro e da Escola Manleuana, referem-se às mudanças nas suas práticas de ensino que resultaram da introdução do MPM, em articulação com o MEM. As aulas com as tarefas práticas, segundo estes professores, partem precisamente do trabalho prático dos alunos, de natureza exploratória, para depois os conceitos envolvidos poderem fazer mais sentido e poderem ser consolidados com as tarefas propostas no MEM. Nem todos os professores conseguem que as suas aulas sigam esta estrutura, apesar de lhe reconhecerem mérito. Por exemplo, a professora Célia, da Escola Manleuana, reconhece que não articula o MPM com o MEM da melhor forma, mas entende que é melhor mostrar ela aos alunos como se fazem as atividades práticas do que não fazer nada – resultado de não ter condições logísticas adequadas para o trabalho nas tarefas do MPM; o professor Jobo, da Escola Comoro, também opta muitas vezes por demonstrar aos alunos as atividades práticas que deveriam ser eles a fazer e não o professor; a professora Filia, da Escola Comoro, nem sempre segue esta estrutura, optando pelo inverso.

A existência de competições baseadas em tarefas de natureza prática também influenciou as práticas de alguns professores, em particular, Esa na Escola Manleuana e Frelio Escola Bebonuk. Os alunos motivaram-se com estas competições e procuraram ajuda com os professores para se prepararem. Assim, as aulas com tarefas práticas também foram potenciadas por algum interesse externo dos alunos em desenvolver as suas capacidades.

Não parece existir uma relação direta entre as condições logísticas das escolas e as mudanças nas práticas dos professores que tenham decorrido pela introdução do MPM. Há escolas com condições logísticas mais fracas (como a Escola Manleuana, com um número excessivo de alunos por turma e poucas mesas e cadeiras por sala) em que se conseguiu perceber mudanças significativas nas práticas de ensino, mudanças essas relatadas pelos professores e, de certo modo, confirmadas pelas minhas observações. A professora Esa é um exemplo de como em condições complicadas na escola consegue articular bem o MPM e o MEM e proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem que os fazem dar sentido à matemática e sentir-se motivados por esta disciplina. Isto parece sugerir que são as conceções dos professores que podem ser o motor para adotarem práticas de ensino mais próximas do que se pretende com a introdução do MPM.

Por outro lado, o conhecimento matemático do professor, sobretudo quando não é sólido, parece influenciar a forma como articulam o MPM com o MEM, em particular, como gerem as atividades mais práticas do MPM. Os professores com maior fragilidade no seu conhecimento matemático acabam por não conduzir o trabalho dos alunos no MPM de forma mais proveitosa. Acabam por fechar o ambiente de sala de aula, tornando-o mais diretivo, e acabam por não deixar que sejam os alunos a realizar as tarefas práticas do MPM, limitando-se a observar o professor a fazê-lo.

É verdade que a natureza das tarefas propostas no MPM exige do professor uma preparação diferente e mais aprofundada do que para tarefas mais rotineiras ou tarefas às quais eles já estão mais habituados (como as do MEM). O professor tem de compreender a matemática envolvida nas tarefas práticas e tem de antecipar respostas diferentes dos alunos e perguntas que eles possam fazer. O professor tem também de estar preparado para aceitar não ter sempre as respostas para as perguntas dos alunos, o que não é fácil na cultura timorense. Isso torna-se um desafio para o professor, quando sente medo de dar uma resposta incorreta ou não sabe a resposta para uma pergunta dos alunos. Então, o professor precisa desenvolver uma conceção do erro como um trampolim para a aprendizagem, ou seja, reconhecer o erro e procurar ultrapassá-lo ajuda a aprender. Isto vai ao encontro das ideias de Richard Feynman que refere que "Precisamos ensinar que a dúvida não é temida, mas bem-vinda e debatida. Não há problema em dizer: eu não sei".[5]

Mas quando o conhecimento matemático do professor não parece colocar dificuldades, isso não quer dizer que ele esteja disposto a trabalhar as tarefas do MPM em sala de aula da forma como se pretende, ou seja, com um trabalho exploratório dos alunos, *hands-on*, seguido de uma sistematização das aprendizagens e conceitos que faça sentido para os alunos porque está ancorada nas experiências práticas e contextualizada em situações que lhes são familiares.

[5] https://omundocomoelee.blogspot.com/2019/01/precisamos-ensinar-como-duvida-nao-deve.html

Todos os professores concordaram com a introdução de questões de natureza prática no exame nacional do 3.º ciclo do ensino básico. Destacam o efeito de pressão que o Ministério da Educação faz para que os professores articulem o MPM e o MEM nas suas aulas quanto mais não seja para preparar melhor os alunos para o exame nacional. No entanto, o melhor desempenho dos alunos em exame não parece ser o objetivo central do Ministério da Educação, mas sim que eles tenham, ao longo do seu percurso escolar, experiências de aprendizagem baseadas em atividades práticas, que os ajudem a dar sentido e a valorizar a matemática. Aliás, os professores realçam o valor que o Ministério da Educação coloca nas atividades práticas e no ambiente de ensino-aprendizagem que elas potenciam.

Ainda acerca da introdução de questões de natureza prática no exame nacional, os professores da Escola Comoro e da Escola Manleuana chamam a atenção para questões de equidade que devem ser acauteladas. Por um lado, nem todas as escolas do país conseguem oferecer experiências de aprendizagem aos alunos baseadas numa boa articulação do MPM e do MEM e, portanto, com apoio em atividades práticas acompanhadas de modo adequado pelos professores. Nem todas as escolas têm também condições logísticas que facilitem esse trabalho de sala de aula mais prático. Os professores preocupam-se particularmente com as zonas mais rurais ou remotas, que são normalmente mais desfavorecidas.

Por outro lado, os professores da Escola Bebonuk chamam a atenção para a questão da língua de ensino e da língua do exame: as aulas em que os alunos realizam atividades práticas são, tal como observei, lecionadas sobretudo em Tétum, mas o exame nacional é todo em língua portuguesa, o que pode trazer dificuldades acrescidas aos alunos. Outro aspeto apontado por estes professores diz respeito à quantidade relativa de tarefas de natureza prática que devem existir no exame nacional, quantidade essa que deve refletir o peso relativo das tarefas dos dois manuais. Portanto, o exame nacional deveria, segundo estes professores, conter mais tarefas práticas.

## 6.2. Limitações e Implicações do Estudo

A condução deste trabalho teve algumas limitações. Uma delas está relacionada com o tempo levado para a coleta de dados em cada escola. Inicialmente, estava previsto recolher dados em três municípios timorenses e em três escolas de cada um desses municípios (uma privada, uma pública e uma católica). E, de facto, foram recolhidos dados em três municípios timorenses, num período de cerca de três meses no total. Esta limitação temporal fez com que tivesse de optar por observar apenas algumas aulas de cada professor participante, em todas as escolas. Teria sido melhor ter podido fazer observações mais longas de cada professor, em cada escola, em cada município. Em particular, se a recolha de dados tivesse sido focada apenas no município de Díli, teria sido possível observar mais professores em cada escola e durante mais tempo.

Outra limitação está relacionada com a minha falta de domínio da língua portuguesa, mas também dos professores e alunos participantes. Associada a esse fato, os guiões das entrevistas foram elaborados em português e traduzidos por mim para Tétum, as entrevistas foram realizadas em Tétum (que é mais simples para os professores em relação à língua portuguesa) e depois foram traduzidas por mim para português (apenas os excertos que foram importantes para a análise de dados). Da mesma forma, os inquéritos dos alunos foram desenhados em português e traduzidos por mim para Tétum para que eles respondessem e, a seguir, as respostas abertas foram traduzidas por mim para português. As notas de campo também foram escritas por mim em Tétum e traduzidas parcialmente para português. Estes movimentos de tradução trazem sempre limitações e, por vezes, podem resultar em perda de sentido do que é expresso pelos participantes. Além disso, Tétum é uma língua muito simples gramaticalmente, ao contrário do português, e os processos de tradução de uma língua para outra são complexos. Contudo, foi possível minimizar um pouco as consequências devido a minha fluência verbal e escrita da língua Tétum e compreensão da língua portuguesa.

Outra limitação consistiu na impossibilidade de gravar em vídeo as aulas observadas, para aceder melhor às interações dos alunos e ter registos presentes do que aconteceu em cada sala de aula. É importante referir que os pedidos de autorização para a gravação das aulas em vídeo e até em áudio encontram sempre muitos obstáculos nos encarregados de educação e diretores das escolas timorenses, pouco ou nada habituados a serem participantes em estudos como este. A cultura timorense também não é muito aberta a este tipo de trabalho e, portanto, as pessoas não veem com bons olhos a recolha de imagens. Além disso, o tempo que tinha disponível para conseguir todas as autorizações dos encarregados de educação para a gravação, mesmo que só em áudio, das aulas, era muito pouco e eu corria o risco de não poder fazer as gravações porque não tinha comigo todas as autorizações necessárias. Por esses motivos, optei por tomar apenas notas de campo das aulas observadas. No entanto, procurei que fossem o mais completas possível.

Deste trabalho podem decorrer várias implicações. A minha análise das tarefas do MPM e do respetivo Guia do Professor mostrou vários aspetos em que estas duas publicações devem ser melhoradas. A linguagem com que estão escritos os dois documentos precisa de uma grande revisão na língua portuguesa e também na correção de gralhas. As secções das tarefas do MPM também podem ser melhoradas em termos de estrutura e podem ficar mais claras de modo a que os professores compreendam melhor o papel das anotações teóricas que se seguem às tarefas práticas. Essas anotações também podem ser melhoradas.

Mas também é preciso melhorar as orientações de articulação do MPM com o MEM no Guia do Professor para que fiquem mais claras para os professores, sobretudo deixar muito mais explícita a estrutura desejável de ter os alunos a explorar primeiro as tarefas práticas do MPM e as ideias matemáticas nelas contidas para que depois se possa fazer uma sistematização ou a apresentação de ideias ou de novos conceitos. Deste modo, os conceitos matemáticos ficarão mais ancorados em experiências de aprendizagem *hands-on*, mais significativas para os alunos, o que ajuda a uma melhor compreensão. O MEM pode contribuir também para este processo de sistematização de ideias matemáticas, bem como para a consolidação de conhecimentos. A respeito deste manual, sugere-se uma revisão no que toca à linguagem, tornando-a mais simples de compreender (e de traduzir para Tétum), e a inclusão de contextos mais relacionados com a realidade timorense.

A clarificação das orientações do Guia do Professor ajudará certamente a que os professores compreendam melhor o que se pretende com a introdução do MPM, evitando que os professores tenham abordagens menos adequadas como algumas que observei neste estudo. Os materiais manipuláveis devem ser usados pelos alunos e não pelo professor, em estilo de demonstração do que eles deveriam fazer. E as tarefas do MPM devem servir de ponto de partida para a aprendizagem de (novos) conceitos ou procedimentos, numa lógica *bottom-up* (da atividade do aluno para a aprendizagem do conceito ou procedimento) e não *top-down* (da apresentação do professor dos conceitos ou procedimentos para a, muito provável, memorização pelos alunos).

Este estudo sugere o quanto é importante que o professor tenha um conhecimento matemático sólido, de modo a poder proporcionar aos alunos um ambiente de aprendizagem adequado, apoiado na articulação do MPM e do MEM. No entanto, não basta melhorar o conhecimento matemático dos professores pois é preciso também investir na melhoria do seu conhecimento didático, sobretudo associado à compreensão do que é pretendido com as tarefas do MPM e uma abordagem *hands-on*. Inspirando-se em programas de formação contínua realizados em Portugal que mostraram ter tido um impacto importante nas práticas dos professores, seria importante desenvolver formação contínua para os professores seguindo uma abordagem semelhante à que foi seguida pelo Programa de Formação Contínua em Matemática em Portugal, entre 2005 e 2009 (Serrazina, 2009; 2010, 2014; Serrazina et al., 2005). Este programa de formação contínua baseava-se no trabalho em sala de aula, focando-se na matemática e na didática da matemática, ajudando os professores a melhorar os seus conhecimentos matemáticos ao mesmo tempo que melhoravam os seus conhecimentos didáticos. Um programa semelhante a este, focado na articulação do MPM com o MEM poderia ser uma mais-valia para os professores timorenses. De modo a apoiar os professores nas escolas, parece ser importante criar grupos de professores de matemática em cada município e em cada subdistrito, de modo a permitir atualizar e melhorar os conhecimentos de matemática sobre o MEM e o MPM. Em linha com a experiência portuguesa, será importante também existir acompanhamento.

Ao nível da formação inicial, é também importante que os futuros professores conheçam bem as tarefas do MPM e compreendam como as trabalhar com os alunos. Por isso, na universidade, os futuros professores devem ter oportunidade de explorar eles mesmos as tarefas do MPM como se fossem alunos, e de pensar em como as trabalhar em sala de aula como se fossem professores. Os grupos de professores sugeridos para apoiar os colegas nas escolas, em cada município e em cada subdistrito, poderiam também contribuir para ajudar os novos professores e professores estagiários nos anos iniciais de profissão.

Os professores não são robôs, mas seres humanos que têm a capacidade de servir o lema educacional que foi apresentado no capítulo 1: *construir a nossa Nação através de uma educação de qualidade*. A existência de muitos alunos por turma, de instalações e logísticas limitadas e o excesso de horas de ensino constituem fatores inibidores para o trabalho dos professores de matemática, em particular em práticas de ensino que são exigentes como a adequada articulação do MPM com o MEM, o que pode implicar uma redução significativa da qualidade da educação matemática esperada. Neste sentido, as políticas educativas timorenses devem dar atenção à melhoria das condições logísticas nas escolas de todo o país e na melhoria das condições de trabalho dos professores.

Em termos de investigação futura, este trabalho pode inspirar outros trabalhos de investigação como os seguintes: 1) Completar o trabalho já feito incluindo dados de outros municípios timorenses, de modo a poder ter informação mais completa sobre como os professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico utilizam os manuais *Espaço Matemática* e *Prátika Matemátika*; 2) Investigar o papel e a influência do manual *Prátika Matemátika* na aprendizagem dos alunos do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste; 3) Compreender a importância da formação sobre o manual *Prátika Matemátika* para futuros professores (na formação inicial e no estágio) em Timor-Leste, procurando também formas de levar mais formação aos professores que estão nas escolas; 4) Investigar o papel das tarefas do manual *Prátika Matemátika* no desenvolvimento da criatividade dos alunos e na sua participação em competições nacionais e internacionais de matemática; 5) Investigar o uso de recursos tecnológicos, como o geogebra, no processo de ensino-aprendizagem apoiado nas tarefas do manual *Prátika Matemátika*.

# Referências


Bogdan, C. R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação.* Porto: Porto Editora.

Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação, 26*(1), 253-286. https://doi.org/10.21814/rpe.3259

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).

Costa, B., & Rodrigues, E. (2014). *Espaço Matemática 7.º ano*. Porto. Porto Editora.

Costa, B., & Rodrigues, E. (2013a). *Espaço Matemática 8.º ano*. Porto. Porto Editora.

Costa, B., & Rodrigues, E. (2013b). *Espaço Matemática 9.º ano*. Porto. Porto Editora.

Fernandes, C. S. P. (2016). *Conhecimento profissional do professor de Matemática: Estudos de caso de professores em Timor-Leste* (Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa).

Fortin, Marie-Fabienne (2009). *Fundamentos e etapas do processo de investigação*. Loures: Lusodidacta.

Hill, M. M., & Hill, A. (2002). *Investigação por questionário*. Lisboa: Edições Sílabo.

Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks. A classroom and curriculum perspective*. Suécia: Lulea University of Technology. http://epubl.ltu.se/1402-1544/2006/23/index-en.html

Lopes, J. (2015). *Prática de ensino supervisionada no 1.º ciclo do ensino básico: Os materiais manipuláveis no desenvolvimento de competências em Matemática* (Relatório Final, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa).

Lopes, V. (2010) *A utilização de materiais didáticos no ensino da matemática ao nível do ensino secundário de Timor-Leste*. (Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Braga).

Magalhães, J. (2006). O manual escolar no quadro da História Cultural: Par auma historiografia do manual escolar em Portugal. *Sísifo, Revista de Ciências da Educação, 1*, 5-14.

Ministério da Educação (2010) *Programa de Matemática 3.º ciclo do ensino Básico.* Díli, Timor-Leste.

Ministério da Educação. (2015a). *Guia do professor de Matemática 3.º ciclo do ensino básico.* Equipa de Matemática da SESIM, Comissão Nacional de Timor-Leste para Unesco (CNTL_U). Díli, Timor-Leste: Ministério da Educação.

Ministério da Educação. (2015b). *Manual Prátika Matemátika 3.º ciclo do ensino básico.* Equipa de Matemática da SESIM, Comissão Nacional de Timor-Leste para Unesco (CNTL_U). Díli, Timor-Leste: Ministério de Educação.

Mónico, L. S., Alferes, V. R., Castro, P. A., & Parreira, P. M. (2017). A observação participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. In *Atas do 6º Congresso Ibero-Americano de Investigação Qualitativa* (pp. 724-733).

Morgado, J. C. (2004). *Manuais escolares: Contributo para uma análise.* Porto: Porto Editora.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa: APM e IIE.

Pacheco, J. A., Morgado, J. C., Flores, M. A., & Castro, R. V. (2009). *Plano curricular do 3º ciclo do Ensino Básico e estratégia de implementação.* Braga: Universidade do Minho.

Pacheco, J. A. (1996). *Currículo: Teoria e práxis* (Coleção Ciências da Educação). Porto: Porto Editora.

Patil, S., Sawant, A., Bagban, N., & Vijapurkar, J. (2018). *Assessing teachers' and students' response to implementation of prátika and its impact in Timor-Leste*. Mumbai, India: Tata Institute of Fundamental Research.

Pereira, A. B. (2010). Manuais escolares: Estatutos e funções. *Revista Lusófona de Educação, 15*, 191-194.

Pires, M. V. (2006). A construção do conhecimento profissional: Um estudo com três professores. *Actas do XVII SIEM - Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Setúbal: Associação de Professores de Matemática.

Pires, M. V. (2009). O manual escolar: Concepções e práticas de professores de Matemática. In VI *Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 1293-1298). Puerto Montt.

Polya, G. (1977). *A arte de resolver problemas.* Rio de Janeiro, Brasil: Editora Interciência.

Ponte, J. P. (Org.) (2014). *Práticas profissionais de professores de matemática*. Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação, 2*, 93-169.

Ponte, J. P., Fonseca, H., & Brunheira, L., (2008). *As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática*. Lisboa: Departamento de Educação, FCUL. http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2007%202008/gestao%20sala%20de%20aula/Texto_Actividades%20de%20investiga%C3%A7%C3%A3o.pdf

Ponte, J. P., Matos, J. F., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Rezat, S. (2006). A model of textbook use. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 4, pp. 409-416). Prague: PME.

Serrazina, L. (2014). O professor que ensina matemática e a sua formação: Uma experiência em Portugal. *Educação & Realidade, Porto Alegre, 39*(4), 1051-1069.

Serrazina, L. (2009). O programa de formação contínua em matemática para professores do 1º e 2º ciclo do ensino básico: Balanço possível. *Interacções, 12*, 4-22.

Serrazina, L. (1991). Aprendizagem da Matemática: A importância da utilização de materiais. *Noesis, 21,* 37-38.

Serrazina, L., Canavarro, A. P., Guerreiro, A., Rocha, I., Portela, J., & Saramago, M. J. (2005). *Programa de formação contínua em matemática para professores do 1º ciclo do ensino básico*. Documento não publicado. Lisboa: Comissão de Acompanhamento do PFCM.

Sousa, L. (2011). *Manuais escolares do 3º ciclo: Perspetivas e práticas de professores e alunos* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa).

Tuckman, B. (2012). *Manual de investigação em Educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: O estudo de caso*. Revista da ESE*, 5, 171-202

Vale, I. (2002). *Materiais manipuláveis.* Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo: Laboratório de Educação Matemática.

Ventura, I. (2014). *Espaço Matemática-Livro do Professor 7.º ano*. Porto: Porto Editora.

Ventura, I. (2013). *Espaço Matemática-Livro do Professor 8.º ano*. Porto: Porto Editora.

Ventura, I. (2016). *Espaço Matemática-Livro do Professor 9.º ano*. Porto: Porto Editora.

Vilelas, J. M. S. (2017). *Investigação - O processo de construção do conhecimento*. Lisboa: Edições Sílabo, LDA.

Viseu, F., & Morgado, J. C. (2018). Os manuais escolares na gestão do currículo de matemática: Que papel para o professor? *Bolema, Rio Claro (SP), 32*(62), 1152-1176.

Viseu, F., Fernandes, A., & Gonçalves, M. I. (2009). O manual escolar na prática docente do professor de matemática. In *Atas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 3178-3190). Braga: Universidade do Minho.

Yin, R. (2001). *Estudo de caso: Planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman.

Yin, R. (1993). *Applications of case study research*. California: Sage.

Yin, R. (1989). *Case study research: Design and methods*. London: Sage.

Zais, R. (1976). *Curriculum: Principles and foundations*. New York: Thomas Y. Crowell Co.

# Anexos

**Anexo 1**

## CARTA DO PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AO DIRETOR DE EDUCAÇÃO DO MUNICÍPIO DE DÍLI

Exmo. Senhor ------------------------------------------------------------------------------------------
Diretor de Educação do
Município de Díli

Chamo-me Bernardino de Castro, sou professor de matemática na Universidade Nacional de Timor-Leste e estou, de momento, a realizar o mestrado em matemática para professores na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, em Portugal, sob a supervisão da professora Rosa Antónia Tomás Ferreira. O tema da minha tese de mestrado é a utilização dos manuais escolares por professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste. Em particular, pretendo responder às seguintes questões de investigação: 1) Como articulam os professores de matemática o manual do aluno e o manual prática na sua prática letiva? 2) Que desafios enfrentam os professores nessa articulação e como os procuram ultrapassar? e 3) Que alterações no uso dos manuais escolares e nas práticas letivas decorrem da integração do manual prática como recurso para o ensino da matemática?

Pretendo iniciar o processo de recolha de dados para o meu trabalho de investigação em janeiro de 2019. Uma vez que este é um trabalho de natureza qualitativa, preciso da colaboração direta de escolas, professores e alunos, em vários locais de Timor-Leste. A recolha de dados para o meu trabalho inclui: 1) observação de aulas de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em duas escolas do seu município (Escola comoro, Escola Manleuana e Escola Bebonuk), uma pública e outra privada; 2) entrevistas (gravadas em áudio para registo e posterior análise) aos professores dessas escolas cujas aulas irei observar; e 3) questionários (em papel) aos alunos das turmas que irei observar. Todos os dados recolhidos serão confidenciais e apenas eu e a minha orientadora teremos acesso a eles. Nem as escolas, nem os professores, nem os alunos serão identificados no trabalho que eu realizar, protegendo, assim, os dados dos participantes e garantindo o seu anonimato.

Deste modo, venho solicitar a sua autorização para realizar o meu trabalho de investigação. Estou disponível para qualquer esclarecimento através do telefone 00351938355802 (em Portugal) ou do e-mail castropahamutu7283@gmail.com. A minha orientadora disponibiliza-se também para prestar os esclarecimentos que precisar através do e-mail rferreir@fc.up.pt.

Esperando uma resposta positiva, apresento os melhores cumprimentos.

Porto, 09 de Janeiro de 2019

______________________________________________

(Bernardino de Castro)

✂------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Eu, ________________________________________________, presidente do município de Díli, autorizo Bernardino de Castro a realizar o seu trabalho de mestrado nas escolas _____________________________

e ____________________________________, nas condições por ele descritas.

_________________________, ____ / ____ / _____

__________________________________________________

Assinatura

**Anexo 2**

## CARTA DO PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AO DIRECTOR DA ESCOLA

Exmo. ---------------------------------------------------------------------------------------
Diretor da ----------------------------------------------------------------------------------

Chamo-me Bernardino de Castro, sou professor de matemática na Universidade Nacional de Timor Lorosa´e, Faculdade de Ciências, Artes e Humanidades, Departamento do ensino de Matemática e estou, de momento, a realizar o mestrado em matemática para professores na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, em Portugal, sob a supervisão da professora Rosa Antónia Tomás Ferreira. O tema da minha tese de mestrado é a utilização dos manuais escolares por professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste. Em particular, pretendo responder às seguintes questões de investigação: 1) Como articulam os professores de matemática o manual do aluno e o manual prática na sua prática letiva? 2) Que desafios enfrentam os professores nessa articulação e como os procuram ultrapassar? e 3) Que alterações no uso dos manuais escolares e nas práticas letivas decorrem da integração do manual prática como recurso para o ensino da matemática?

Pretendo iniciar o processo de recolha de dados para o meu trabalho de investigação em Janeiro de 2019. Como é um trabalho de natureza qualitativa, preciso da colaboração direta de escolas, professores e alunos, em vários locais de Timor-Leste. A recolha de dados para o meu trabalho inclui observações de aulas, entrevistas a professores (gravadas em áudio para registo e posterior análise) e questionários a alunos (em papel). Todos os dados recolhidos serão confidenciais e apenas eu e a minha orientadora teremos acesso a eles. Nem as escolas, nem os professores, nem os alunos serão identificados no trabalho que eu realizar, protegendo, assim, os dados dos participantes e garantindo o seu anonimato.

Deste modo, venho solicitar a sua autorização para poder recolher dados para o meu trabalho na sua escola. Em particular, preciso de autorização para: 1) observar aulas de matemática de três turmas do 3.º ciclo do ensino básico – uma do 7.º ano, outra do 8.º ano e outra do 9.º ano; 2) entrevistar os professores de matemática que lecionarem as aulas que irei observar; e 3) passar um questionário aos alunos das três turmas que irei observar. O nome dos professores está no anexo, já concordaram em colaborar no meu projeto de investigação e só passarei o questionário aos alunos cujos pais ou encarregados de educação derem autorização.

Estou disponível para qualquer esclarecimento através do telefone 00351938355802 (em Portugal) ou +67077328363 (em Timor-Leste) ou do e-mail castropahamutu7283@gmail.com. A minha orientadora disponibiliza-se também para prestar os esclarecimentos que precisar através do e-mail rferreir@fc.up.pt.

Esperando uma resposta positiva, apresento os melhores cumprimentos.

Porto, 14 de Janeiro de 2019

________________________________________________________

(Bernardino de Castro)

**Anexo 2**

Eu, _______________________________________________________, Diretor

_________________________, autorizo Bernardino de Castro a realizar o seu trabalho de mestrado,

nas condições por ele descritas.

Díli, ____ / ____ / 2019

_______________________________________________________________

Assinatura

**Anexo 3**

# GRELHA DE OBSERVAÇÃO DE AULA

PROFESSOR/Código : ________________________________________________________________

ANO/TURMA____________DATA_____/_______/_______ HORA___________SALA____________________

TEMA DA AULA ______________________________________________________________________

ESCOLA (Pública / Privada) _________________________________________________________

| Domínios | Indicadores | Observação |
|---|---|---|
| Gestão da aula | **Pontualidade**<br>Inicia a aula com pontualidade | |
| | **Gestão eficaz do tempo**<br>Gere o tempo da aula de forma eficaz, não perdendo tempo com coisas irrelevantes para o objetivo da aula | |
| | **Organização do trabalho dos alunos**<br>Indica de forma clara como os alunos vão trabalhar (em grupos, em pares ou individualmente)<br>Escolhe uma organização adequada às tarefas propostas | |
| Apresentação da tarefa | **Tarefa**<br>Tipo de tarefa escolhida<br>Adequação da tarefa ao objetivo da aula<br>Forma de motivação dos alunos para a tarefa | |
| | **Manuais**<br>Papel do manual do aluno | |

**Anexo 3**

| | | |
|---|---|---|
| | Papel do manual prática<br>Integração dos manuais (existe? É adequada?) | |
| | **Materiais**<br>Materiais manipulativos escolhidos<br>Adequação dos materiais à tarefa utilizada | |
| Orientação do trabalho dos alunos | **Monitorização**<br>O professor circula pela sala para verificar o trabalho dos alunos? Como?<br>O professor ajuda os alunos a identificar os seus progressos e dificuldades? Como? | |
| | **Comunicação**<br>Perguntas de esclarecimento de dúvidas<br>Perguntas para promover o pensamento matemático dos alunos (desafiar os alunos, pedir justificações, explicações ou clarificações)<br>O professor ouve o que os alunos dizem ou lhe perguntam?<br>O professor foca os diálogos no raciocínio matemático? | |

**Anexo 3**

| | | |
|---|---|---|
| | O professor ajuda a dar significado aos conceitos a partir de atividades práticas?<br>O professor analisa com os alunos atributos, exemplos e não exemplos de conceitos?<br>Que registos são feitos (no quadro, nos cadernos)? Como são feitos? Quem os faz? | |
| | **Síntese**<br>O professor faz uma síntese das ideias principais da aula?<br>Como? Com os alunos ou sozinho?<br>A síntese da aula tem uma ligação direta ao trabalho que foi feito?<br>Que papel têm os manuais (do aluno e prática) na síntese de aula?<br>O professor coloca o foco nos pontos importantes?<br>Que registos são feitos (no quadro, nos cadernos)? Como são feitos? Quem os faz? | |

**Anexo 3**

| | | |
|---|---|---|
| Aspetos afetivos | **Linguagem corporal**<br>O professor transmite simpatia?<br>O professor usa gestos para ajudar a comunicar ideias? Quais? | |
| | **Entusiasmo**<br>O professor transmite entusiasmo pelo que se faz na sala de aula? Como? | |
| Outros aspetos | | |

**Anexo 4**

# ENTREVISTA AO PROFESSOR

PROFESSOR / Código ______________________________________________________________

ANO/TURMA____________DATA_____/_______/_______ HORA___________

ESCOLA (Pública / Privada) ______________________________________________________________

1. Qual é a sua opinião sobre o espaço matemática como um recurso para ajudar os alunos a aprender?
   *(Oinsá ita nia hanoin kona-ba livru espasu matemátika hanesan rekursu ne´ebé bele ajuda alunu sira aprende ?)*

   Quais são os seus pontos fortes e os seus pontos fracos?
   *(Oinsá nia pontu forte sira no nia pontu fraku sira?*

2. Que uso e que faz do espaço matemática (livro do aluno e livro do professor) para preparar as suas aulas?
   *(Oinsá uza no oinsá hala´o espasu matemátika (livro do aluno no livro do professor) hodi prepara ita boot nia aula sira?)*

3. Desde há algum tempo, existe também o manual prática. Qual é a sua opinião sobre o este manual?
   *(Tinan rua ka tolu liu bá, Iha ona manuál prátika. Oinsá ita boot nia opiniaun kona-ba manuál refere?)*

   Que vantagens tem o manual prática para os alunos? Que desvantagens tem o manual prática para os alunos?
   *(Oinsá nia vantajen sira hosi manuál prátika ba alunu sira? (oinsá nia desvantajen sira hosi manuál prátika ba alunu sira?)*

4. De que forma a formação que fez em 2015 e em 2016 sobre os manuais ajudou a compreender os
   *(Oinsá forma ba formasaun ne´ebé hala´o iha 2015 kona-ba manuál sira ne´e hodi ajuda komprende)*

   objetivos do manual prática?
   *(objetivu sira husi manuál prátika?*

5. Como é que usa o manual prática para preparar as suas aulas?
   *(Oinsá mak usa manuál prátika hodi prepara ba aula sira?)*

6. O guia do professor (matadalan) propõe uma certa duração para as atividades práticas. Acha bem essa duração?
   *(Iha matadalan hatudu horas ba durasaun ka tempo loos atu halo atividade prátika sira. Ita nia hanoin durasaun nee diak ona?)*

   Tem conseguido realizar as atividades práticas no tempo previsto? Se não, quais são as principais dificuldades
   *(Bele realiza atividade pratika sira tuir tempo ne´ebé iha? Se lae, oinsá nia dificuldade prinsipal sira )*

   que enfrenta? O que acha que deve ser modificado?
   *(ne´ebé hasoru? Oinsá ita nia hanoin bele modifica? )*

7. É difícil combinar o espaço matemática com o manual prática nas aulas? Porquê? Pode dar-me um exemplo?
   *(Iha difisil halo kombinasaun ba espaço matematica ho manual pratika iha aula sira? Tamba sa? Bele fó exemplu ruma?)*

8. Como é que tem procurado ultrapassar as dificuldades que encontra para usar os dois manuais nas aulas?
   *(Oinsá mak bele hakat liu (ultrapassa) ba difikuldade sira ne´ebé hasoru atu uza manuál rua iha aula sira?)*

9. Como foi que a formação o ajudou a combinar os dois manuais nas aulas e a ultrapassar as dificuldades
   *(Oinsá mak formasaun bele ajuda halo kombinasaun entre manuál rua ne´e iha aula sira no hakat liu difikuldades sira)*

   que encontra? O guia do professor (matadalan) ajuda a fazer essa combinação? O que recomenda mudar
   *(ne´ebé mak hasoru? Matadalan ajuda halo kombinasaun ida nee? Iha Rekomendasaun ruma hodi muda*

   no guia do professor (matadalan) para usar melhor os dois manuais em sala de aula?
   *(matadalan ne´ebé sai diak liu hosi manuál rua ne´e iha aula laran )*

10. Na sua opinião, vale a pena usar os dois manuais com os alunos? Isso traz vantagens para a aprendizagem deles?
    *(Ita boot nia opinião, bele uza manuál rua nee ho aluno sira? Ida nee fó vantejen ba sira nia aprendizajen?)*

    Que vantagens? Pode dar um exemplo? E desvantagens? Pode dar um exemplo?
    *(Vantajen saida? Bele fó exemplo ruma? No desvantajen sira? Bele fó exemplo ruma?)*

**Anexo 4**

11. Se pudesse fazer alguma recomendação ao ministério de educação sobre o uso destes dois manuais, o
    *(Se bele halo rekomendasaun ruma ba ministerio edukasaun kona-ba uza manuál rua nee,)*

    que é que diria? Porquê?
    *(sai mak ita bele hato´o? Tamba sa?*

12. A sua forma de ensinar mudou desde que começou a usar o manual prática? Se sim, como? Pode dar um
    *(Ita boot nia forma hanorin muda-àn ona bainhira hahú uza manuál prátika? Se nune´e, oinsá? Bele fó )*

    exemplo dessa mudança? Está a ser uma mudança positiva ou não? Porquê? Se não, porque é que não mudou?
    *(exemplu ba mudansa nee? Nee bele sai mudansa ida positiva ka lae? Se lae, tamba sa mak la muda?)*

13. O exame nacional passou a incluir algumas tarefas semelhantes às que são propostas no manual prática.
    *(Exame nasional liu ba nee inklui ona tarefa (pergunta) balun ne´ebé hanesan proposta sira iha manuál prátika.)*

    Qual é a sua opinião sobre isso? Porquê?
    *(oinsá ita boot nia opiniaun kona-ba ida ne´e? tamba sa?*

**Anexo 5**

# QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS
Kestionáriu ba Alunu Sira

Classe: ______________________ Data :___/___/______

Escola: ________________________________________________________________

Este questionário é anónimo e pretende recolher informação sobre as aulas de matemática,
*(Kestionáriu ne´e anónimu no atu rekolla informasaun kona-ba aula matemátika sira, )*
em particular como é usado o manual espaço matemática e as atividades práticas nas aulas
*(liu-liu oinsá uza manual espasu matemátika no atividade prátika sira iha aula matemátika.)*
de matemática.

Por favor, responda honestamente a cada uma das questões seguintes, colocando um X na
*(Favor ida, hatán ho onestu ba kestaun ida-idak tuir mai ne´e, Tau sinál X iha)*
coluna 1, 2, 3 ou 4 de acordo com a sua experiência de aprendizagem da matemática.
*(koluna 1, 2, 3, ka 4 tuir ita nia experiénsia hosi aprendizajen matemátika )*

| No. | Questões | Nunca | Algumas vezes | Bastantes vezes | Sempre |
|---|---|---|---|---|---|
| | | (1) | (2) | (3) | (4) |
| 1 | Você usa o espaço matemática nas *(Ita uza livru espasu matemátika ba )* aulas de matemática? *(aula matemátika?)* | | | | |
| 2 | Você usa a cópia do Manual Prático de *(Ita uza foto kópia manuál prátika )* Matemáticanas aulas de matemática? *(iha aula matemátika sira?)* | | | | |
| 3 | Você trabalha em grupo nas aulas de *(ita tuur iha grupu bainhira aula )* matemática? *(matemátika?)* | | | | |
| 4 | Você gosta de trabalhar em grupo nas *(ita gosta servisu hamutuk iha grupu bainhira)* aulas de matemática? *(aula matemátika?)* | | | | |
| 5 | Você trabalha sozinho nas aulas de *(ita servisu mesak bainhira iha aula)* matemática? *(matemátika?)* | | | | |
| 6 | O professor de matemática traz *(professor/a matemátika lori)* materiais práticos para as aulas de *(sasán prátika sira bainhira hanorin)* matemática? *(Matemátika?)* | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | O professor de matemática pede aos<br>*(professor/a matemátika haruka)*<br>alunos para trazerem materiais práticos<br>*(alunu sira lori sasán prátika )*<br>para as aulas de matemática?<br>*(ba aula matematika?)* | | | | |
| 8 | Todas as aulas de matemática são<br>*(aula matemátika sira ne´e hotu )*<br>interessantes para você?<br>*(interessante ba ó?)* | | | | |
| 9 | Você gosta de aprender matemática<br>*(ita gosta aprende matemátika)*<br>com o manual espaço matemática?<br>*(Ho livru espasu matemátika?)* | | | | |
| 10 | Você gosta de aprender matemática<br>*(ita gosta aprende matemátika)*<br>com as atividades que usas materiais<br>*(ho atividade sira ne´ebé uza sasán)*<br>práticos?<br>*(prátika?)* | | | | |
| 11 | Você gosta de resolver as tarefas do<br>*(ita gosta resolve tarefa sira )*<br>manual espaço matemática?<br>*(hosi livru espasu matemátika?)* | | | | |
| 12 | Você gosta de resolver as atividades<br>*(ita gosta resolve atividade prátika sira?)*<br>práticas? | | | | |
| 13 | Quando você trabalha nas atividades<br>*(bainhira ita halo atividade)*<br>práticas e tem alguma dúvida ou<br>*Pratika sira no iha duvida ka*<br>dificuldade, você faz perguntas ao<br>*(difikuldade ruma, ita husu pergunta ba)*<br>professor?<br>*(Professor/a?)* | | | | |
| 14 | Quando você trabalha com o manual<br>*(bainhira ita halo ezersísiu sira iha livru)*<br>espaço matemática e tem alguma<br>*(espasu matemátika no iha duvida ka)*<br>dúvida ou dificuldade, você faz<br>*(difikuldade ruma, ita husu )*<br>perguntas ao professor?<br>*(pergunta ba professor/a?)* | | | | |
| 15 | O professor de matemática costuma<br>*(professor/a matemátika toman fó TPC?)*<br>pedir TPC? | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 16 | Quando o professor de matemática *(bainhira professor/a matemátika)* pede TPC ele usa o manual espaço *(fó TPC nia uza manuál espasu matemátika? )* matemática? | | | | |
| 17 | Quando o professor de matemática *(bainhira professor matemátika)* pede TPC ele pede para resolver *(Fó TPC nia husu atu resolve )* alguma atividade prática? *(atividade prátika ruma?)* | | | | |
| 18 | O TPC é sempre ligado com os *(TPC sempre liga ho )* conteúdos que você aprendeu na aula? *(konteúdu sira ne´ebé aprende ona iha aula?)* | | | | |
| 19 | Quando você trabalha com o manual *(bainhira ita halo ezersísiu manuál)* espaço matemático e tem alguma *(espasu matemátika no iha difikuldade ruma,* dificuldade, o professor percebe e dá *(professor/a ajuda fó hatene no hatudu dalan?)* indicações para o ajudar? | | | | |
| 20 | Quando você trabalha nas atividades *(bainhira ita halo atividade prátika sira)* práticas e tem alguma dificuldade, o *(no hetan difikuldade ruma, )* professor percebe e dá indicações para *(professor/a ajuda fó hatene no hatudu dalan?)* o ajudar? | | | | |
| 21 | Os conteúdos de matemática que o *(konteúdu matemátika sira ne´ebé)* professor apresenta nas aulas *(professor hato´o iha aula)* relacionam-se com a sua experiência *(ninia relasaun ho ita nia esperiénsia lor-loron?)* cotidiana? | | | | |
| 22 | Os exemplos que o professor de *(ezemplu sira ne´ebé professor)* matemática apresenta nas aulas estão *(matemátika hato´o iha aula )* relacionados com a sua experiência *(ninia relasaun ho ita nia esperiénsia lor-loron?)* cotidiana? | | | | |

**Anexo 5**

Por favor, responda de forma honesta e completa a cada uma das questões seguintes:
*(Favor, hatan ho loloos no kompletu ba kestaun ida-idak tuir mai ne´e:)*

a) Quanto tempo duram normalmente as atividades práticas feitas nas aulas de matemática?
*(Bai-bain uza tempo hira ba atividade prátika durante aula matemátika?)*

b) Você gosta mais de aprender matemática com o manual espaço matemática ou com as atividades práticas? Porquê?
*(ita gosta liu aprende matemátika ho manuál espasu matemátika ou ho atividade prátika sira? Tamba sa?)*

**Anexo 6**

# CARTA DO PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AO ENCARREGADO DE EDUCAÇÃO

Karta husu autorizasaun inan-aman edukasaun

Exmo/a. Senhor/a ____________________________________________________________________

Encarregado/a de Educação

(Inan-aman edukasaun)

Chamo-me Bernardino de Castro, sou professor de matemática na Universidade Nacional de Timor Lorosa´e,
*(Hau naran Bernardino de Castro, Nu´udar professor metemátika iha Universidade Nacional de Timor Lorosa´e)*

Faculdade de Ciências, Artes e Humanidades, Departamento do Ensino de Matemática e estou, de momento,
*(Faculdade de Ciências, Artes e Humanidades, Departamento do Ensino de matemática no agora dadauk,)*

a realizar o mestrado em matemática para professores na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto,
*(realiza hela mestre iha área matemátika ba professor sira iha faculdade de Ciências da Universidade do Porto, )*

em Portugal, sob a supervisão da professora Rosa Antónia Tomás Ferreira. O tema da minha tese de mestrado
*(Iha Portugal, supervisaun husi Professora Rosa Antónia Tomás Ferreira. Tema ba hau nia teze mestredu nian)*

é a utilização dos manuais escolares por professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-
*(mak Utilizasaun manual eskolar sira ba professor matematika sira nivel ensinu baziku siklu 3 iha Timo-Leste.)*

Leste. Em particular, pretendo responder às seguintes questões de investigação: 1) Como articulam os
*(ba partikular, atu responde gestaun investigasaun tuir mai: 1) Oinsa artikula)*

professores de matemática o manual do aluno e o manual prática na sua prática letiva? 2) Que desafios
*(professor matemátika sira ba manual aluno no manual pratika iha nia kna´ar hanorin?) 2) desfio saida deit mak)*

enfrentam os professores nessa articulação e como os procuram ultrapassar? e 3) Que alterações no uso dos
*(professor matematika sira hasoru ba artitikulasun ida nee no maneira oinsa hodi ultrapassa? no 3) alterasaun saida diet hodi)*

manuais escolares e nas práticas letivas decorrem da integração do manual prática como recurso para o ensino
*(usa ba manual escokar sira no iha kna´ar hanorin neebé lao integrasaun ho manual pratika matemátika hanesan rekursu)*

da matemática?
*(hanorin matemátika)*

Pretendo iniciar o processo de recolha de dados para o meu trabalho de investigação em Janeiro de 2019.
*(atu hahu processu ba rekolla dados sira nee ba hau nia servisu investigasaun iha Janeiro 2019.)*

Como é um trabalho de natureza qualitativa, preciso da colaboração direta de escolas, professores e alunos,
*(hanesan servisu ida ho naturaza qualitativa, presisa tebes ita nia kolaborasaun direta hosi escola, professor no aluno sira, )*

em vários locais de Timor-Leste. A recolha de dados para o meu trabalho inclui observações de aulas,
*(iha fatin barak iha Timor-Leste. rekolla dadus sira nee, ba hau nia servisu mak observasaun ba aula sira,)*

entrevistas a professores e questionários a alunos. Todos os dados recolhidos serão confidenciais e apenas eu
*(intrevista ho professor sira no alunu sira hatan questionario sira. Dados sira hotu ne´ebé mak rekolla nee confidensia, so hau)*

e a minha orientadora teremos acesso a eles. Nem as escolas, nem os professores, nem os alunos serão
*(no hau nia orientadora mak asessu dadus nee. Laos Escola sira , laos professor sira no mos laos alunu sira ne´ebé )*

identificados no trabalho que eu realizar, protegendo, assim, os dados dos participantes e garantindo o seu
*(identifika ona iha servisu ne´ebe mak hau realiza ne´e, proteje, nune´e dados husi partisipante sira ho garante ita boot nia)*

anonimato. Este projeto de investigação é do conhecimento do diretor da escola e do diretor de educação do
*(anonimu. Projeto investikasaun ida ne´e, iha kuñesimentu husi diretor escola no diretor edukasaun )*

município. O professor de matemática e do seu filho concordou também em colaborar neste trabalho.
*(municipiu. professor matemátika no ita boot nia oan mós konkorda ona iha kolabora ba servisu ida ne´e.)*

Deste modo, venho solicitar a sua autorização para o seu filho preencher um questionário, em papel, sobre o
*(ho biban ida ne´e, husu ita nia autorizasaun ba ita oan hodi preence questionario, iha suratahan, konaba)*

uso dos manuais escolares nas aulas de matemática. O preenchimento do questionário não tem qualquer
*(uza manual eskolar sira iha aula matematika. Ba preensemnetu questinario ida ne´e la-iha ema ruma)*

interferência no trabalho escolar do seu filho.
*(interven ba servisu escolar hosi ita nia oan.)*

**Anexo 6**

Estou disponível para qualquer esclarecimento através do telefone 00351938355802 (em Portugal) ou
(*Hau disponivél ba buat ruma nia esklarese bele liu hodi telefone 00351938355802 (iha Portugal) ka)*

+67077328363 (em Timor-Leste) ou do e-mail castropahamutu7283@gmail.com. A minha orientadora
*(ka +67077328363 (iha Timor-Leste) ka liu hosi e-mail casropahamutu7283@gamil.com. Hau nia orientadora)*

disponibiliza-se também para prestar os esclarecimentos que precisar através do e-mail rferreir@fc.up.pt.
*(mos disponivel atu hatan esklaresmentu sira ne´ebé mak presisa bele liu hosi e-mail rferreira@fc.up.pt. )*

Esperando uma resposta positiva, apresento os melhores cumprimentos.
*(Ami hein ita nia resposta positiva, hato´o ami agradese wain.)*

Porto, 16 de Janeiro de 2019

________________________________________________

(Bernardino de Castro)

✂------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Eu, _____________________________________________, encarregado/a de educação do aluno
(*Hau,* *Inan-aman edukasaun ba aluno)*

_______________________________________, da turma _______________, da escola
*(* *iha turma* *iha escola)*

____________________________________autorizo o meu filho a preencher o questionário pedido por
*(* *autoriza hau nia oan hodi preence questionario ne´ebé hato´o hosi )*

Bernardino de Castro para realizar o seu trabalho de mestrado.
*(Bernardino de Castro atu realiza nia servisu ba mestredu*

_________________________, ____ / ____ / _____

______________________________________________________

assinatura

**Anexo 7**

**CARTA DO PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO DO/A PROFESSOR/A**

Exmo/a. Senhor/a Professor/a ______________________________________________________________ do Ensino Básico Central 3º ciclo ____________________________________________________________

Chamo-me Bernardino de Castro, sou professor de matemática na Universidade Nacional de Timor-Leste e estou, de momento, a realizar o mestrado em matemática para professores na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, em Portugal, sob a supervisão da professora Rosa Antónia Tomás Ferreira. O tema da minha tese de mestrado é a utilização dos manuais escolares por professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico em Timor-Leste. Em particular, pretendo responder às seguintes questões de investigação: 1) Como articulam os professores de matemática o manual do aluno e o manual prática na sua prática letiva? 2) Que desafios enfrentam os professores nessa articulação e como os procuram ultrapassar? e 3) Que alterações no uso dos manuais escolares e nas práticas letivas decorrem da integração do manual prática como recurso para o ensino da matemática?

Pretendo iniciar o processo de recolha de dados para o meu trabalho de investigação em janeiro de 2019. Como é um trabalho de natureza qualitativa, preciso da colaboração direta de escolas, professores e alunos, em vários locais de Timor-Leste. A recolha de dados para o meu trabalho inclui observações de aulas, entrevistas a professores e questionários a alunos. Todos os dados recolhidos serão confidenciais e apenas eu e a minha orientadora teremos acesso a eles. Nem as escolas, nem os professores, nem os alunos serão identificados no trabalho que eu realizar, protegendo, assim, os dados dos participantes e garantindo o seu anonimato. Este projeto de investigação é do conhecimento do diretor da sua escola e do diretor de educação do município.

Deste modo, venho solicitar a sua colaboração para poder recolher dados para o meu trabalho na escola onde leciona. Em particular, preciso da sua colaboração para: 1) observar as suas aulas de matemática em turmas do 3.º ciclo do ensino básico (turmas de 7.º, 8.º e 9.º - no total, preciso de observar aulas numa turma de cada um destes anos de escolaridade); e 2) realizar uma entrevista consigo sobre a utilização do manual do aluno e do manual prática como recursos para o ensino da matemática – esta entrevista terá de ser gravada em áudio para registo e posterior análise.

Estou disponível para qualquer esclarecimento através do telefone 00351938355802 (em Portugal) ou +67077328363 (em Timor-Leste) ou do e-mail castropahamutu7283@gmail.com. A minha orientadora disponibiliza-se também para prestar os esclarecimentos que precisar através do e-mail rferreir@fc.up.pt.

Esperando uma resposta positiva, apresento os melhores cumprimentos.

Porto, ……… de Janeiro de 2019

______________________________________________

(Bernardino Castro)

✂-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Eu, ______________________________________________________________, professor/a de matemática na escola básica central 3º ciclo __________________________________________________, autorizo Bernardino de Castro a realizar o seu trabalho de mestrado nas condições por ele descritas.

___________________________, ____ / ____ / _____

______________________________________________

Assinatura

**Anexo 8**

# CAPITULO I

# NÚMEROS RACIONAIS

RECORDA

ℕ **: Conjunto dos números naturais**

ℕ ={1, 2, 3, 4, 5,………}

ℤ **: Conjunto dos números inteiros relatives**

## 1. Representação,comparação e ordenação de números racionais

A seguir são propostas algumas tarefas para relembrar e ampliar conhecimentos sobre numerous, dado que já foram estudados os números naturais (ℕ), os números inteiros (ℤ) e os números racionais (ℚ)) )

ℤ ={……,-5, -4, -3, -2, -1, 0,1, 2, 3, 4, 5,………}

- O conjunto dos números podem ser representados por uma fração de números inteiros chama-se **conjunto dos números racionais** e representa-se por ℚ

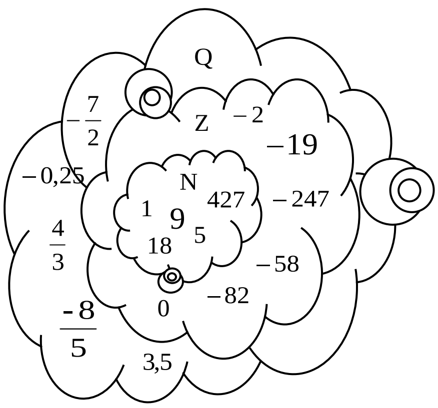
  Alguns subconjunto de ℚ: :

  $ℚ^+$: números racionais positivos

  $ℚ^-$ :números racionais negatives
- Os **Números Fracionário** são representados por frações de números inteiros em que numerador não é múltiplo do denominador

  $$\frac{12 \rightarrow}{4 \rightarrow} \quad \begin{array}{l} numerador \\ deno\min ador \end{array}$$

Se juntamos ao conjuntos do números inteiros ℤ, os números fracionários, obtemos os números racionais, tal como podemos observar na figura seguinte




ℕ ⊂ ℤ ⊂ ℚ

Notação

∈ : pertence

∉ : não partence

⊂ : está contido

⊄ : não está contido

***EXEMPLOS:***

**Tarefa 1**. Exemplo: num quiosque, o dono compra uma caixa de massa chinesa (supermie) com 40 pacotes por $7,50. O dono do quiosque vende cada pacote por$0,25.Se vender os 40pacotes, quanto dinheiro é que ganha o dono do quiosque?

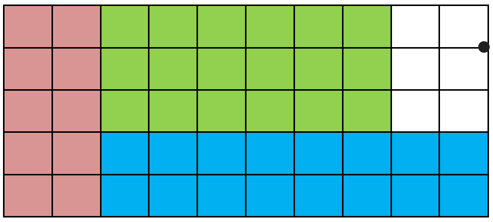
7,5/40 = 0,1875,então em cada pacote ganha 0,25–0,1875= 0,0625

0,0625x40=2,5 ($2,5) se vender todos os40pacotes.

**Nota**:A palavra‘***encomenda***’significa‘encomendar’,‘***lucro***’significao dinheiro que ganha da venda: preço do quiosque menos o preço de compra.

***Tarefa 2 fazer com juntos***

1. Pinta o retângulo obedecendo às seguintes condições



$\frac{10}{50}$ *dos quadrados são corderoza.*

$\frac{18}{50}$ *dos quadrados são verdes*

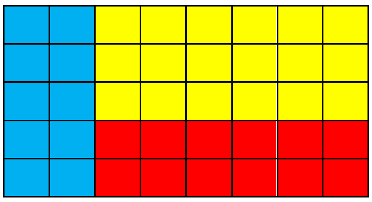
$\frac{\ldots\ldots\ldots}{50}$ *dos quadrados são azul*

- Representa a razão entre o número de quadrados que não foram pintados e o número de quadrados pintados.

2. Representa o número inteiro -3 como:
   - Uma fração em que o númerador seja -9.
   - Uma fração em que o númerador seja 12.
   - Uma fração em que o denominador seja -15.
   - Uma fração em que o denominador seja 6.
3. Na figura está representado um retângulo dividido em três regiões: uma azul, uma amarela e uma vermelha.

***Exercícios:***

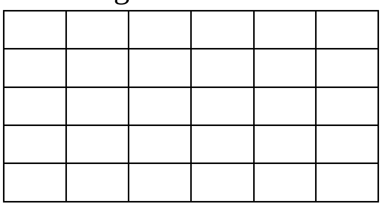
1.



- Que fração da área do retangulo representa cada parte colorida?

-Indica na forma de fração irredutível, a razão "entre a área" da região azul e a área da região vermelha.

2. Pinta o retângulo obedecendo às seguintes condições



$\frac{5}{30}$ *dos quadrados são amarelos.*

$\frac{15}{\ldots\ldots\ldots}$ *dos quadrados são azuis*

$\frac{8}{\ldots\ldots\ldots}$ *dos quadrados são verdes*

- Representa a razão entre o número de quadrados que não foram pintados e o número de quadrados pintados.

3. Completa os espaços da tabela com números representados na forma de fração irredutível do tipo $\frac{a}{b}$.

| a \ b | -3 | 5 | 6 | 1 | -10 |
|---|---|---|---|---|---|
| -7 | | | | | |
| 8 | | | | | |
| 12 | | | | | |
| 20 | | | | | |
| 15 | | | | | |
| 9 | | | | | |

**Anexo 8**

4. Representa o número inteiro -5 como:
   - Uma fração em que o númerador seja -10.
   - Uma fração em que o númerador seja -15.
   - Uma fração em que o denominador seja -2.
   - Uma fração em que o denominador seja 9.
5. Complete com um dos simbolos $\in$ou $\notin$, de forma a obteres afirmações verdadeiras.
   - $0 \ldots\ldots \; \mathbb{N} \bullet \frac{1}{4} \ldots\ldots \; \mathbb{Q} \bullet -5 \ldots\ldots \; \mathbb{Z} \bullet -1 \ldots\ldots \mathbb{Q}^{+} \bullet \frac{-6}{4} \ldots\ldots \mathbb{Q} \bullet 2.4 \ldots\ldots \mathbb{Z}$
   - $12 \ldots\ldots \mathbb{N} \bullet 42 \ldots\ldots \mathbb{Z} \bullet -4 \ldots\ldots \mathbb{Q}^{-} \bullet 6 \ldots\ldots \mathbb{Q}^{+} \bullet \frac{2}{3} \ldots\ldots \mathbb{Q}^{+} \bullet -0{,}1 \ldots\ldots \mathbb{Z}^{-}$
6. Complete com um dos simbolos $\subset$ou $\not\subset$, de forma a obteres afirmações verdadeiras.
   - $\mathbb{Q} \ldots\ldots \mathbb{N} \bullet \mathbb{N} \ldots\ldots \mathbb{Q} \bullet \mathbb{N} \ldots\ldots \mathbb{Z} \bullet \mathbb{Q} \ldots\ldots \mathbb{Q}^{+} \bullet \mathbb{Z} \ldots\ldots \mathbb{Q}$

***Exemplo:***

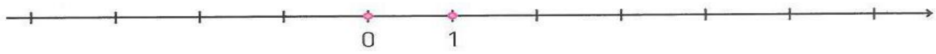
1. *Mai ita halo komparasaun entre sosa sasan iha ita nia moris lor-loron ho determina valor sira ne'e, tama ba konjuntu ida ne'ebe no parte hosi ida ne'ebe.*
2. *Itasei koalia ituan kona ba oisa fahe sasan, fahe dosi, fahe paun, nst atu hatene kona ba Fraksaun.*

## 1.1 Representação de números racionais. Reta numérica[1]

Os números racionais, tal como os números inteiros, podem ser representados na reta* numérica.

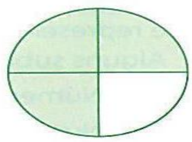
Os elementos essenciais a considerar na reta numérica são:

- a **origem**: ponto a que corresponde o número 0 ;
- o **sentido positivo** (sentido em que a ordenação dos números é crescente);
- a **unidade**: definida pela distância entre a origem e o ponto correspondente a +1 .



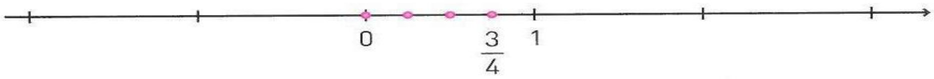

### EXEMPLOS[2]

- O número $\frac{3}{4}$ permite estabelecer uma relação com a unidade.



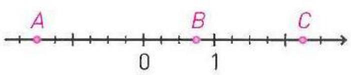
A unidade é dividida em quatro partes iguais e $\frac{3}{4}$ representam três dessas quatro partes.

Na reta numérica, procede-se de igual forma:




***( Tareva 3 TPC)***

***Exercícios:***

| | |
|---|---|
| **8.** Na figura está representada parte da reta numérica e três pontos, *A* , *B* e *C* .   | Indica a abcissa de cada um dos pontos assinalados na figura. |

## 1.1. Representação de números racionais da forma decimal.

Os númerosracionaispodemser representados na forma de dízimas.

Se o numero racional estiver na forma defracção,basta de efetuar adivisão donumerador pelonumerador, obtendoassim uma dizima.

***Exemplos:***

- $\frac{29}{4} = 7{,}25$

7,25 éum dízima finita, porque foi possivel obter resto 0.

- $\frac{17}{63} = 5{,}666\ 666 \ldots\ldots$

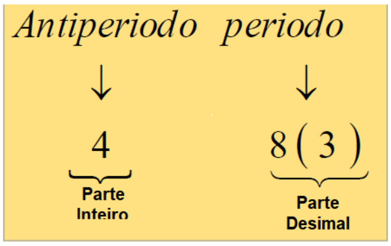
Repara que há uma repetiçãodo resto da divisão,fazendo comque no quociente tambemhaja uma repetição. Assim, nunca ser obterá resto 0.

5,6666…….éuma dezima infinita periódica, de período 6.

Nestacasospodeser representado por 5,(6).

- $\frac{29}{6} = 4{,}833\ 333\ 3 \ldots\ldots$

$4{,}833\ 333\ 3 \ldots\ldots = 4{,}8(3)$ é um dízima infinita periodica, de período 3.




- Qualquer fração representa: um **número inteiro** ou uma **dezima finite** ou uma**dízima infinitaperiodica.**
- Qualquer **dízima finita** pode ser representadaporumafracao emque odenominador é uma potência de 10.
- Qualquer **dizima infinirta periódica** pode ser representada em forma de fração

Umaformadecomparar **dois números positivos** reprsentados na forma de fracção é reduzi-lasao mesmodenominador ou aomesmo numerador.

- Se tiveremomesmo denomindor é maior a que tiver maior numerador;
- Se tiverem o mesmo numerador é maior a que tiver menor denomindor.

Para coparar **dois números negtivos** comparam-se os valores absolutos desses números e é maior o número que tiver o menor valor absolute.

***Exemplos:***

1. Representa na forma defraçãoirredutivel cada um dos sequintes números racionais
   $a.$ 0,7 $e.$ 24,5 $b.$ 0,29 $f.$ 60,4
   $c.$ 0,3 $g.$ 1,25 $d.$ 1,05 $h.$ 0,25
2. Complete as igualidades.
   a. $2{,}45 = 2 + \frac{\ldots\ldots}{10} + \frac{\ldots\ldots}{100}$ b. $0{,}333 = \frac{3}{10} + \frac{3}{\ldots\ldots} + \frac{\ldots\ldots}{1000}$ c. $\ldots\ldots = 2 + \frac{5}{100} + \frac{3}{1000}$

3. Transforma as expressões em afirmaçõesverdadeiras colocando entre os números um dos sinais: > ou < ou=.

   a. $1 \ldots\ldots \frac{5}{7}$ b. $\frac{8}{3} \ldots\ldots \frac{7}{3}$ c. $\frac{12}{5} \ldots\ldots \frac{12}{7}$ d. $\frac{3}{4} \ldots\ldots \frac{4}{5}$ e. $\frac{2}{5} \ldots\ldots 0{,}4$ f. $-1{,}26 \ldots\ldots 0$ g. $-2 \ldots\ldots \frac{7}{3}$

4. Ordena, mentalmente, por ordem acrescenteo os números:

   a. $\frac{5}{4}$ ; $\frac{2}{3}$ $e - 0{,}1$ ; b. $1{,}07$ ; $-1{,}2$ $e$ $-\frac{3}{4}$; c. $-1{,}8$ ; $\frac{1}{6}$ $e - \frac{21}{10}$; d. $-\frac{3}{5}$; $-1$ $e$ $-0{,}4$ ;
   e. $-3{,}2$ ; $-\frac{7}{2}$ $e$ $-3{,}(3)$;

**(Tarefa 4 TPC e Tarefa 5 e 6 trabalho com juntos)**

***Exemplo:*** *Mai ita halo komparasaun entre frasaun rua porexemplo osan 12 dolar fahe ba ema nain lima (5) no fahe ba ema nain hitu (7) ida ne'ebe mak barak liu no hili simbol ida ne'ebe? Sekarik* $\frac{12}{5} \ldots\ldots \frac{12}{7}$.

***Pratika***

## Frações em papel

Faça frações em papel para aprender a equivalência de frações e as operações com frações.

### Material necessário

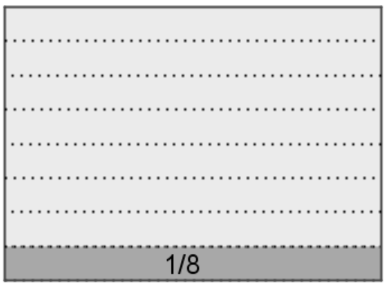
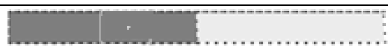
- Papel, pode ser usado
- Tesoura, se houver
- Lapiseira ou marcador

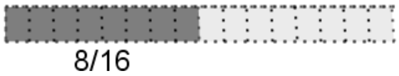
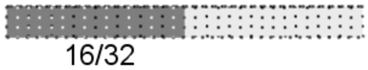
### Instruções

- Distribua tesoura e papel por cada grupo e faça a operação com frações demostrada abaixo. Quando os alunos compreenderem mostre mais.
- O importante é a equivalência e a adição e depois, se houver tempo fazer também a subtração. A multiplicação e a divisão são uma opção para um nivel mais avançado.

**Equivalência de frações**

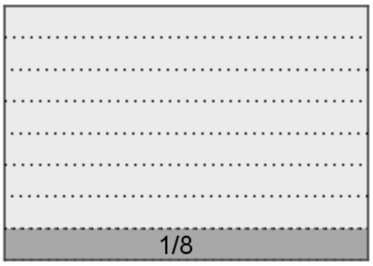
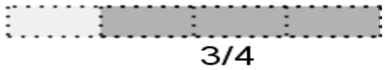
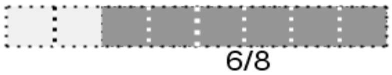
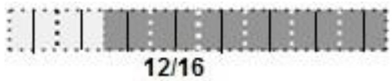
**1.** Procure uma fração equivalente a 1/2.

| | | |
|---|---|---|
|  1/8 Dobre a folha em 8 para ficar uma fita fina |  Corte uma fita. |  **1/2** Dobre o papel em2epinte uma parte. A partepintadamostra 1de 2: ½. |
| |  2/4 Volte a dobrar a fita em 2. A partepintadamostra 2de 4:2/4. |  4/8 Volte a dobrar a fita em 2. A partepintadamostra 4de 8:4/8. |

| | | |
|---|---|---|
| |  Volte a dobrar a fita em 2. A partepintadamostra 8de 16:8/16. |  Volte a dobrar a fita em 2. A partepintadamostra 16de32:16/32. |

Frações equivalentes a 1/2: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{8}{16}=\frac{16}{32}$

**2.** Procure frações equivalentes a 3/4.

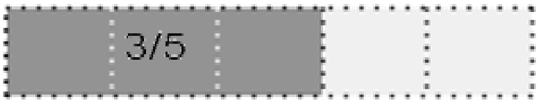
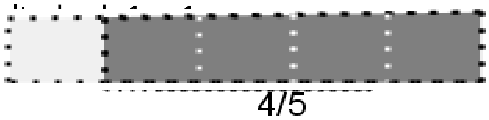
| | | |
|---|---|---|
|  Dobre a folha em 8 para ficar uma fita fina. |  Corte uma fita. |  Dobre a fita em4epinte3 partes.A partepintadamostra 3/4. |
| |  Volte a dobrar em dois.A partepintadamostra6/8. |  Volte a dobrar em2. A partepintadamostra 12/16. |

Todas estas frações são equivalentes 3/4: $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{12}{16}$

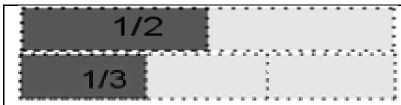
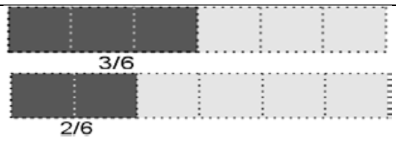
**3.** Fazer mais exercícios práticos para procurar frações equivalentes a 1/3, 2/3, e 3/5. Pode procurar mais.

**Adição de frações**

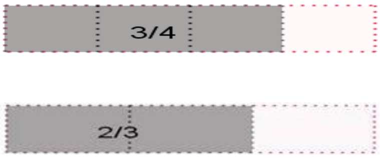
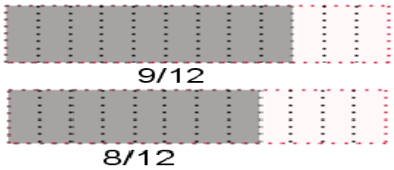
a. Resultado de : $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$

| | |
|---|---|
|   Pegar numa fita e dobrar com aforma 3/5e 1/5, e depoispinteo resultado. |  Some as partes pintadas das fitas e o resultado é 4/5. |

b. Rezultado de : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Pegue numa fita e dobre na forma 1/2e1/3,e pinte o resultado | Dobre estas duas fitas em6. | Some as partes pintadas das duas fitas e o resultado é5/6. |

c. Resultado de $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$

| | | |
|---|---|---|
|  Pegue numa fita e dobre na forma 3/4e2/3,e pinte o resultado. |  Dobre estas duas fitas em12. As partes pintadas são9 de 12 numa e 8 de 12 noutra. |  A diferença das partes pintadas das duas fitas é1,ou seja o resultado é1/12. |

**Nota:**Pode fazer as atividades a seguir se houver tempo.

**Multiplicação e divisão de frações**

**1.** Resultado de $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

| | |
|---|---|
|  Pegue numa fita e dobre naforma 1/2. |  Dobrar 1/2em três3, voltar a abrir e pintar 1/3de1/2 que já está pintado,ou seja1de3, então o que foi pintado duas vezes é que é a solução ou seja o resultado é 1/6. |

**2.** Resultado de $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$

| | |
|---|---|
|  Pegue numa fita e dobre naforma 2/3. |  Dobrar os 2/3em cinco5, voltar a abrir epintar4/5 da parte já pintada ou seja 8de10,então o que foi pintado duas vezes é que é a solução ou seja o resultado é8/15. |

Para fazer a divisão, faça o inverso das duas frações e faça a multiplicação normal.

**Anexo 8**

## 2. Operações, Proporiedade e Regras Operatoriosem $\mathbb{Q}$.

As prosporiedade e regras operatórios usuais I que são validas em Z mantêm-se válidos em $\mathbb{Q}$.

### 2.1 Adição e Subtração em $\mathbb{Q}$

As regras usuais para adicionar números inteiros continuam válidas para a adiçãode números racionai

Soma de dois números racionais.

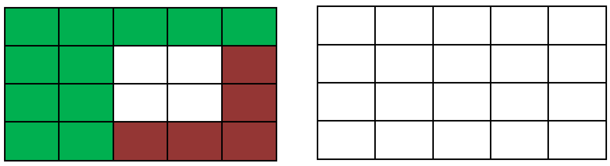
- Se dois números são simétricos, a soma é 0.
- Se os números não são simétricos, mas têm sinais diferentes, a soma é onúmero que satisfaz as condições:
  - O sinais é o da parcela de maior valor absolute;
  - O sinal é o da parcela de maior valor absolutos.
  - O valor absoluto é igual a diferença dos valores absolutes das parcelas.
- Se os números têm sinais iguais, a soma é um número quesatisfaz as condições:
  - O sinal é igual ao das parcelas;
  - O valor absoluto é igual a soma dos valores absolutos dasparcelas.

***Exemplos:***

1. Calcula

   a. $-5+7=2$ b. $-0{,}32+0{,}2=-0{,}12$ c. $-11-7=-18$ d. $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

2. Representa na forma de fração a partre da figura que:
   a. Ficou pintado;
   b. Ficou por pintar.

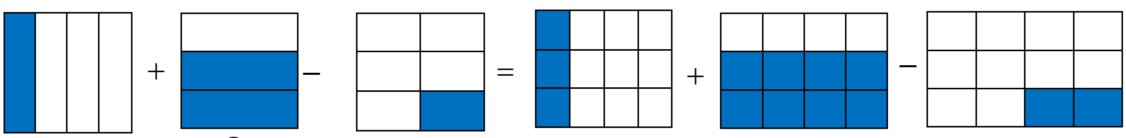


3. Representana formadefração a expressão:

   a. $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$ b. $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)$

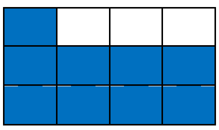
***Tarefa 7, 8 e 9 trabalho com juntos)***

O calculo da soma e/ou dadiferença de números representados na forma de fração fica simplificadas se as fração forem substituidos por fração equivalentes como mesmo denominador,como é sogerido pelo esquema sequinta.




$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{2}{12}$

=



$\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

$$\boxed{\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}-\frac{2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}}$$

A seguir são apresentados alguns exemplos envolvendo adição e a subtração de números racionais representados na forma fração.

**Anexo 8**

***Exemplos.*** Calcule!

- $3+\frac{2}{5}=?$
- $-2-\frac{2}{7}=?$
- $\frac{4}{15}-\frac{1}{3}=?$
- $-\frac{1}{2}+\frac{4}{3}=?$

- $3+\frac{2}{5}=\frac{15}{5}+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$
- $-2-\frac{2}{7}=-\frac{14}{7}-\frac{2}{7}=-\frac{16}{7}$
- $\frac{4}{15}-\frac{1}{3}=\frac{4}{15}-\frac{5}{15}=-\frac{1}{15}$
- $-\frac{1}{2}+\frac{4}{3}=-\frac{3}{6}+\frac{8}{6}=\frac{5}{6}$

***Exercícios:***

1. Calcule o valor numeric das seguintes expressões.

$a.\ 1-\frac{1}{4}$ $\quad b.\ -\frac{5}{3}+\frac{1}{4}$ $\quad c.\ 2+\frac{1}{2}$ $\quad d.\ -4+\frac{7}{3}$ $\quad e.\ \frac{7}{6}-\frac{1}{12}+\frac{3}{4}$

2. Calcule!

$a.\ 6-12+4+8-14=$ $\quad b.\ 12-10-3-2+9-11+8-15+5=$ $\quad c.\ -14+12-6-2-9+13=$

$d.\ -16-2+14-15-8+9=$ $\quad e.\ 13-11-3+14-9+8-12+7=$ $\quad f\ -15+14-9-4+8-18=$

**Proporiedadeda adição em Q.**

Sejam os números racionais a, b e c:

| | |
|---|---|
| **comutativa** | $a+b=b+a$ |
| **Associativo** | $(a+b)+c=a+(b+c)$ |
| **Existência de elemento neutron** | $a+0=0+a=a$ |
| **Existência de elemento simétrio** | $a+(-a)=(-a)+a=0$ |
| | $(-a\ e\ o\ simetrico\ de\ a)$ |

**2.2 Multiplicação e divisão Q.**

A multiplicação das frações é fácil: multiplicar o numerador pelo numerador e o denominador pelo denominador.

Numeradór ⟶ $a$, Denominadór ⟶ $b$: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

Modificar a 2ª Parte da seguinte forma:

3. Por dia p Sr. Castro usa 7/8 da água do tanque para lavar a roupa, regar as flores, tomar banho, etc. De toda a água que ele usa por dia, 2/3 é para lavar roupa. Assim, a á

$i.\ \frac{7}{8}x\frac{2}{3}=\frac{14}{24}=\frac{7}{12}$ $\qquad ii.\ \frac{7}{4\times\cancel{2}}\times\frac{1\times\cancel{2}}{3}=\frac{7\times1}{4\times3}=\frac{7}{12}$

## Multiplicação de números racionais.

A multiplicação dedois números racionais representdos na forma de fração é uma fração emque o numerador é o produto dos numerador é o produto dos numeradores eo denomindor é o produto dos denominadores.

$\frac{a}{b}x\frac{c}{d}=\frac{a\ x\ c}{b\ x\ d}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | $x$ | $+$ | $=$ | $+$ |
| $+$ | $x$ | $-$ | $=$ | $-$ |
| $-$ | $x$ | $+$ | $=$ | $-$ |
| $-$ | $x$ | $-$ | $=$ | $+$ |

A regra dos sinais:

**Anexo 8**

A seguir são apresentados alguns exemplos envolvido a multiplicação de números racionais na forma de fração:

**EXEMPLOS**

- $\frac{1}{6}x\frac{5}{2}=\frac{5}{12}$
- $4x\frac{5}{3}=\frac{4}{1}x\frac{5}{3}=\frac{20}{3}$
- $\frac{2}{3}x\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{12}{21}=-\frac{4}{7}$
- $-2x\frac{1}{8}=-\frac{2}{1}x\frac{1}{8}=-\frac{2}{8=}-\frac{1}{4}$
- $-\frac{1}{9}x\left(-\frac{15}{4}\right)=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$
- $-0{,}3x\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{3}{10}x\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{12}{50}=\frac{6}{25}$

**Exercícios.**

Calcula

1. $\frac{1}{5}x\frac{2}{3}$
2. $-\frac{9}{2}x4$
3. $-5x\frac{7}{10}$
4. $-\frac{4}{3}x\left(-\frac{1}{2}\right)$
5. $-\frac{1}{4}x(-2)\,x\,\frac{5}{2}$
6. $\frac{3}{2}x\left(-\frac{4}{5}\right)x\,(-1)$
7. $-\frac{6}{7}\,x\left(-\frac{8}{3}\right)x\left(\frac{1}{4}\right)$
8. $0{,}4\;x\left(-\frac{5}{2}\right)$
9. $-0{,}9\;x\;\frac{5}{3}\;x\;\frac{1}{3}$
10. $\frac{6}{2}x\frac{4}{3}$
11. $7x\frac{1}{7}=$........
12. $-\frac{8}{3}\,x\left(-\frac{3}{8}\right)=$.........

13 $2\;x$.......$=1$

14. $-5\;x$......$=1$

15 $\frac{\text{.........}}{\text{.........}}\,x\,\frac{4}{5}=1$

**Tarefa 10 trabalho com juntos)**

**Proporiedades da multiplicação em Q.**

Sejam osnúmeros racionais a,b e c:

| | |
|---|---|
| **Comutativa** | $a\;x\;b=b\;x\;a$ |
| **Associativa** | $(a\;x\;b)x\;c=a\;x\;(b\;x\;c)$ |
| **Existência de elemento absorvente** | $0\;x\;a=a\;x\;0=0$ |
| **Existência de elemento neutron** | $1\;x\;a=a\;x\;1=a$ |
| **Existência de elemento inverso** | $a\;x\frac{1}{a}=\frac{1}{a}x\;a=1,\;se\;a\neq 0$<br>$\left(\frac{1}{a}\;e\;o\;inverso\;de\;a\right)$ |

Dado um número racional $a$, diferente de zero, existe o seu **inverso**, que é representado por $\frac{1}{a}$ e é tal que $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1$.

Repara que as frações $\frac{x}{y}$ e $\frac{y}{x}$, com $x\neq 0$ e $y\neq 0$, são inversas uma da outra, isto é:

$$\frac{x}{y}\times\frac{y}{x}=\frac{x\times y}{y\times x}=1$$

**Nota: 0** é o único número racional que **não tem inverso**.

- Em vez de uma saco pode usar a caixa de giz ou um lafatik ou outro cesto.
- p.23. A divisão dos números fracionários também é fácil, é só trocar para um problema de multiplicação. Abaixo pode ver uma forma de explicar o processo para não esquecerem: Transformar um problema numa fração maior e depois multiplicar os dois números mais afastados e esse resultado é o numerador; e multiplicar os dois números mais próximos e o resultado é o denominador.

**Anexo 8**

***Tarefa 11 trabalho com juntos)***

**Propriedade distributiva da multiplicação à adição**

$a\ x\ (b+c) = a\ x\ b + a\ x\ c \quad e \quad (b+c)\ x\ a = b\ x\ a + c\ x\ a,\ com\ a, b, c \in Q$

**Divisão.**

Seja a:b adivisão do número racional b, em que b≠0.

A divisão a:b pode ser representada por $\frac{a}{b}$.

Dook Besik $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a \times d}{b \times c}$

Observe que $\frac{a}{b} = a\ x\ \frac{1}{b}$, ouseja, dividir um número racional a por um número racional b é o mesmo que multiplicar a pelo inverso de b.

**Divisão de números racionais**

Paradividir dois números racionais,multiplica-se odividindo peloinverso dodivisor (que tem de ser diferenta de zero)

$\boxed{a : b = ax\frac{1}{b},\ b \neq 0}$

$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} x \frac{d}{c},\ b \neq 0,\ c \neq 0\ e\ d \neq 0.}$

$\boxed{Nota\ quu : -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b},\ com\ b \neq 0.}$

*A regra dos sinais :*

$+ : + = +$

$+ : - = -$

$- : + = -$

$- : - = +$

***exemplos.***

- $-5 : \frac{3}{2} = -5\ x\ \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}$
- $\dfrac{\frac{-3}{7}}{\frac{2}{5}} = -\frac{3}{7} x \frac{5}{2} = -\frac{15}{14}$
- $-\frac{5}{4} : \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{5}{4}\ x\left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$
- $2 - \frac{1}{2} : 3 = 2 - \frac{1}{2} x \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} - \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$
- $-8 : \frac{1}{3} = -8\ x\ 3 = -24$
- $6 : \left(-\frac{3}{4}\right) + 1 = 6\ x\left(-\frac{4}{3}\right) + 1 = -\frac{24}{3} + 1 = -8 + 1 = -7$
- $54 : (-0{,}01) = 54\ x\ (-100) = -5400$

***Exercícios.*** calcule

1. $-4 : 6$
2. $3 : \frac{1}{2}$
3. $-5 : \frac{1}{3}$
4. $-10 : \frac{2}{5}$
5. $-\frac{5}{2} : (-0{,}1)$
6. $-\frac{4}{3} : \frac{5}{2}$
7. $-\frac{1}{4} : (-2)$
8. $0{,}5 : \left(-\frac{3}{2}\right)$
9. $\frac{3}{10} : \left(-\frac{1}{20}\right)$
10. $\dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{5}{6}}$

## 2.3 Potência de base racional, não nula, eexpoente inteiro.

As propriedades e regras operatórias normalmente estudas para potências de base e expoente naturais contenuam válidas para potências de bas racional, não nulo e expoente inteiro.

Conceito de potência de base racional, não nula, eexpoente inteiro posetivo

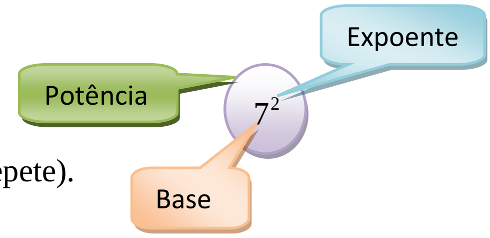
*RECORDA*

$7 \text{ x } 7 = 7^2$

Potência: $7^2$

Base: 7 (Fator que se repete).

Expoente: 2 (número de vezes que o fator se repete).




**Regras de Potênciação.**

Os numeros reais $a$ e $b$ diferentes de zero, $m$ e $n$ numeros inteiros, tem se que:

| Propriedades | Exemplo |
|---|---|
| $a^0 = 1$ (não nula / $a \neq 0$) | $5^0 = 1$ |
| $a^1 = a$ | $5^1 = 5$ |
| $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ | $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4}$ |
| $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ | $5^2 \cdot 3^2 = (5 \cdot 3)^2$ |
| $a^m \div a^n = a^{m-n}$ | $5^{20} \div 5^4 = 5^{20-4} = 5^{16}$ |
| $a^m \div b^m = (a \div b)^m$ | $5^3 \div 2^3 = (5 \div 2)^3$ |
| $(a^m)^n = a^{mn}$ | $(5^3)^2 = 5^{3\times 2} = 5^6$ |
| $(a^m)^{1\div n} = a^{m\div n}$ | $(5^3)^{1\div 2} = x^{3\div 2}$ |
| $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ | $5^{-3} = \dfrac{1}{5^3}$ |

***Exemplo.***

a. $4^0 = 1$

b. $6^2 \,.\, 6^4 = 6^{2+4} = 6^6$

c. $5^2 \,.\, 4^2 = (5.4)^2 = 20^2$

d. $7^{12} : 7^9 = 7^{12-9} = 7^3$

e. $8^4 : 2^4 = (8:2)^4 = 4^4$

f. $(9^2)^3 = 9^{2x3} = 9^6$

g. $(5^3)^{4:2} = (5^3)^2 = 5^{3x2} = 5^6$

***Exercícios***

a. $6^5 =$

b. $8^4 \,.\, 3^4 =$

c. $15^6 \,.\, 15^2 =$

d. $9^{13} : 9^9 =$

e. $10^2 : 2^2 =$

f. $(12^2)^4 =$

g. $(20^5)^{6:2} =$

h. $(-4)^3 =$

i. $= \left(\dfrac{3}{4}\right)^8 : \left(\dfrac{3}{4}\right)^5$

j. $(-6)^9 \,.\, (-2)^9 =$

k. $9^{13} : 9^9 =$

l. $(-4)^2 : \left(\dfrac{5}{3}\right)^2 =$

m. $(7)^4 =$

n. $(35^3)^{9:3} =$

***Tarefa 12 trabalho com juntos)***

## 3. Notação Científica

A seguir são apresentados algumas situações que envolvem a representações de número de uma forma ainda não abordade e adequado ao trabalho com números muito grandes au muito pequenos.

Antes de apresentação e análise de alguns exemplos é útil recorder as Potências de expoente não positivo, em particular, as de base 10.

RECORDA

Potência de expoente não positive

- O valor de uma potência de base não nula e expoente – n é

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ a \neq 0 \ e \ n \in Z}$$

$$\boxed{a^0 = 1,\ a \neq 0}$$

igual ao inverso da potência com a mesma base e exponte n:

- O valor de uma potência de base não nula e expoente 0 é igual a 1:

Prática

## Notação científica

Medir diferentes comprimentos e distâncias em diferentes unidades para aprender sobre notação científica.

### Material necessário

- Régua
- Fita métrica
- Mapa,sehouver

### Instruções

- Desenhe a seguinte tabela no quadro. Peça aos alunos para fazerem o mesmo.

| Objecto | µm | mm | Cm | m | km |
|---|---|---|---|---|---|
| **1.** Altura de uma pessoas | | | | | |
| Notaçãocientífica | | | | | |
| **2.** Comprimento de um lápis | | | | | |
| Notaçãocientífica | | | | | |
| **3.** Largura de um lápis | | | | | |
| Notaçãocientífica | | | | | |
| **4.** Distância de DiliparaManatutu | | 63.000.000 | | | 63 |
| Notaçãocientífica | | $6{,}3 \times 10^7$ | | | |
| **5.** Distância de DiliparaLospalos | | | | | |
| Notaçãocientífica | | | | | |
| **6.** Régua | | | 30 | | 0,00030 |
| Notaçãocientífica | | | $3.0 \times 10^1$ | | $3.0 \times 10^{-4}$ |

- Peça a um aluno para medir a altura. Utilize como unidade de medida cm e escreva na tabela. Veja o exemplo na tabela abaixo.
- Trocar a unidade para mm.

- Trocar para µm.Mostre como multiplicar por 1000,e como mudar a vírgula para a direita. Mostre que um número, por exemplo 54 tem zeros dos dois lados e uma vírgula à direita: 054,0.Normalmente não escrevemos os zeros e vírgulas mas pode se escrever e usar para fazer a conversão da unidade de medida.
- Trocar para km.Mostrar como dividir por 1000,e como mudar a vírgula para a esquerda.
- Preencher toda a tabela, como se apresenta abaixo:

| | **mm** | **mm** | **cm** | **m** | **km** |
|---|---|---|---|---|---|
| Altura | | | | 1,04 | 0,00104 |

- Mostrar como escrever a notação científica. Mostre que esta é que é a forma simples e que ocupa pouco espaço. reencher toda a tabela, como se apresenta abaixo:

| | **Mm** | **mm** | **cm** | **M** | **km** |
|---|---|---|---|---|---|
| Altura | | | | 1,04m | 0,00104 km |
| Notação científica | | | $1{,}04x10^{2}$ | $1{,}04x10^{0}$ | $1{,}04x10^{-3}$ |

- Mostre ao alunos que todos os números representam a altura de uma pessoa: têm o mesmo valor mas diferentes unidades de medida. Quando maior a unidade de medida menor o número. Com a notação científica quando o expoente de 10 é positivo o número é grande, quando é negativo o número é pequeno.
- Meça o resto dos elementos da tabela e preencha de acordo. Utilize o mapa ou pergunte as distâncias para os sítios longe como de DiliaLospalos.

**Operações com notação científica**

**a. Adição**

Um exemplo de adição com notação científica é o seguinte:

$$1{,}7x10^{2}+ 2{,}379x10^{3}+3{,}46x10^{-1}$$

- Para resolver esta some tem que transformar em números com o mesmo expoente.. No exemplo, todos os termos em expoente 2:

$$1{,}7x10^{2}\text{já está correto}$$

- Para transformar o expoente 3 em expoente 2 a vírgula para a direita um espaço:

$$2{,}379x10^{3} \Rightarrow 23{,}79x10^{2}$$

- Para passaro expoente - 1 a expoente 2, tem que mudar a vírgula para a esquerda 3 espaços, e aumentar dois zeros:

$$3{,}46x10^{-1} \Rightarrow 0{,}00346x10^{2}$$

- Some os coeficientes mas não mexa nos expoentes:

$$1{,}7x10^{2}+ 23{,}79x10^{2}+ 0{,}00346x10^{2} = 25{,}49346x10^{2}$$

**b. Subtração**

Um exemplo de adição com notação científica é o seguinte:

$$2{,}379x10^{3}–1{,}7x10^{2}$$

Para resolver a subtração, primeira transforme os expoentes em expoentes iguais como na adição:

$$2,379x10^3 – 1,7x10^2 = 23,79x10^2 – 1,7x10^2$$
$$= 22,09x10^2$$

**c. Multiplicação**

É muito simples a multiplicação com notação científica. Devem se aplicar as normas da potenciação:

- Primeirosome os expoentes.
- Depois multiplique os outros números segundo as regras da

multiplicação. Por exemplo: $1,7x10^2x2,379x10^3x3,46x10^{-1}$

$$= (1,7x2,379x3,46)\ x(10^2x10^3\ x10^{-1})$$
$$= 13,993278x10^{2+3+(-1)}$$
$$= 13,993278x10^4$$

**d. Divisão**

A operação da divisão é quase como a multiplicação, mas de acordo com as regras da divisão de expoentes.

Exemplo:

$$1,6x10^2 \div 2,56x10^3 = (1,6 \div 2,56)x(10^2 \div 10^3)$$
$$= 0,625x10^{2-3}$$
$$= 0,625x10^{-1}$$
$$= 6,25x10^{-2}$$

## Teoria

As pessoas desenvolveram a notação científica para poder escrever números muito grandes ou muito pequenos. Pode-se sempre escrever usando muitos zeros (0) mas é mais fácil usar a notação científica.

Por exemplo, quando escreve a distância a uma estrela ou planeta, temos que usaruma unidade de medida grande porque estas distâncias são muito grandes. Mas mesmo que se use quilómetros o número ainda é muito grande. Quando escrevemos um número com notação científica a vírgula aparece sempre do lado esquerdo do número depois do primeiro algarismo.

Exemplo:

| | | |
|---|---|---|
| **A.** Distância do centro da terra até à lua | 380.000 km | $3,8x10^5$km |
| **B.** Distância do centro da terra até ao sol | 150.000.000km | $1,5x10^8$km |
| **C.** Distância do centro da terra até AlphaCentauri,uma estrela perto do centroda terra | 42.000.000.000.000km | $4,2x10^{13}$km |
| **D.** Distância do centro da terra até à galáxia deAndrómeda | 24.000.000.000.000.000.000km | $2,4x10^{19}$km |

Quando observamos um número em notação científica olhamos para o expoente para fazer a comparação. No exemplo acima pode se ver imediatamente que a distância C é maior que a B 100,000 vezes, porque o expoente é cinco vezes maior.

**Anexo 8**

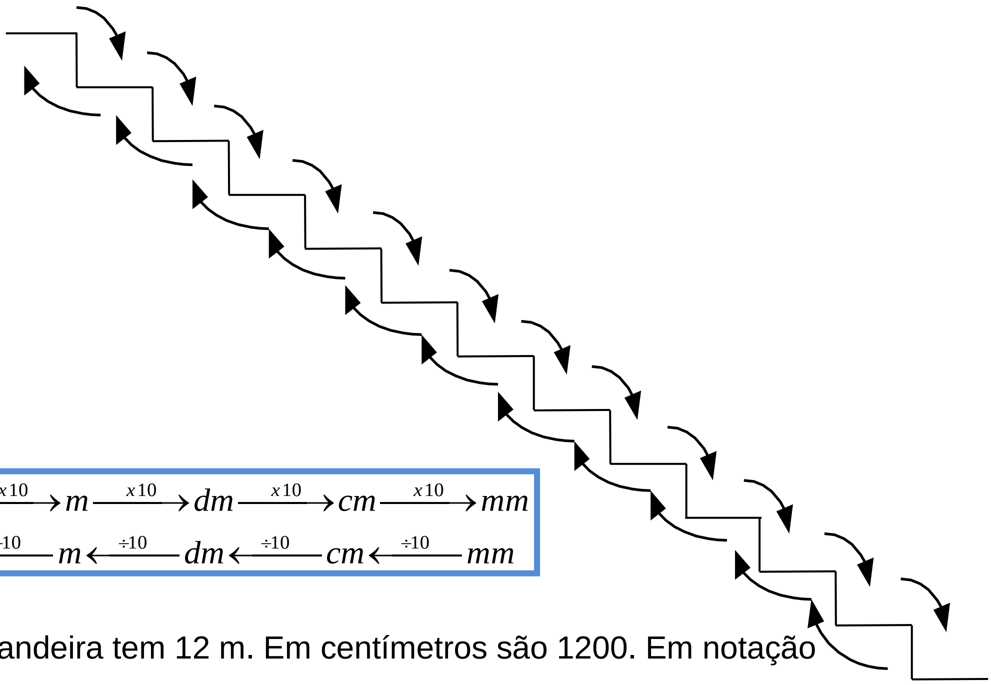
Para pequenas coisas, os cientistas também utilizam a notação científica, como se segue:

| | | |
|---|---|---|
| **A.** Tamanho de uma célula vermelha do sangue | 0,007 mm | $7{,}0\text{x}10^{-3}$mm |
| **B.**Tamanho de um virus | 0,0001 mm | $1{,}0\text{x}10^{-4}$mm |
| **C.**Tamanho de um átomode carbono | 0,0000001 mm | $1{,}0\text{x}10^{-7}$mm |
| **D.**Tamanho de um protão | 0,0000000000015mm | $1{,}5\text{x}10^{-12}$mm |

No exemplo podemos ver que C é mais pequeno B 100 vezes, porque o seiexpoente é mais pequeno 3 vezes = 7-4.

A notação científica é normalmente escrita em forma de escada em que cada degrau tem o valor 10.

Se descer do mais alto multiplica por 10, se for de baixo para cima divide por 10. Veja a escada seguinte:



$$km \xrightarrow{x10} hm \xrightarrow{x10} dam \xrightarrow{x10} m \xrightarrow{x10} dm \xrightarrow{x10} cm \xrightarrow{x10} mm$$

$$km \xleftarrow{\div 10} hm \xleftarrow{\div 10} dam \xleftarrow{\div 10} m \xleftarrow{\div 10} dm \xleftarrow{\div 10} cm \xleftarrow{\div 10} mm$$

Por exemplo, o poste da bandeira tem 12 m. Em centímetros são 1200. Em notação científicaé 1, 2 x $10^3$.

Por exemplo: Um suco fica a uma distância de 5 km da vila. Para mudar a unidade para metros é 5 km = 5000 m. Em notação científica é0, 5 x 104m.

**Tarefa 13 e 14 fazer com juntos**

1. Complete de moda a obteres afirmações verdadeiras.

- $1 = 10^{0.}$

  $10 = 10^{1}$ .

  $100 = 10^{.2.}$

  $1000 = 10^{.3}$

  $10\,000 = 10^{......}$

  $100\,000 = 10^{......}$

........................

  $1\,000\,000\,000\,000 = 10^{......}$

- $0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^{.1.}} = 10^{-1.}$

  $0{,}01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^{2.}} = 10^{-2.}$

  $0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^{3.}} = 10^{-3}$

  $0{,}0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^{........}} = 10^{......}$

.....................

  $0{,}000\,000\,1 = \frac{1}{10\,000\,000} = \frac{1}{10^{........}} = 10^{......}$

Adiby-Esa 2018

2. Completa os espaços nas seguintes igualdades

- $3.25 = 325\ x\,10^{2.}$
- $57\ 000 = 5\ x\,10^{3} = 10^{4}$
- $0{,}07 = 7\ x\ \dfrac{1}{10^{2}} = 7\ x\,10^{2}$
- $0{,}0012 = 12\ x\,10^{\cdots\cdots} = 1{,}2\ x\,10^{\cdots\cdots}$
- $0{,}00025 = 25\ x\,10^{\cdots\cdots} = 2{,}5\ x\,10^{\cdots\cdots}$

## *Exercícios.*

1. Representa em notação cientifica os números seguintes

- $2014$
- $0{,}000\ 08$
- $7\ 560\ 000\ 000$
- $0{,}000\ 000\ 819$
- $123\ x\,10^{12}$
- $0{,}0034\ x\,10^{-15}$
- $0{,}000\ 03\ x\,10^{-3}$
- $2{,}5\ x\,10^{2}$
- $46\ x\,10^{4}$
- $0{,}0008\ x\,10^{6}$

Diz-se que um **número** está escrito em **notação científica** se é representado na forma:[2]

$$a \times 10^{p}\ ,\ \text{com}\ 1 \leqslant a < 10\ \text{e}\ p \in \mathbb{Z}\ .$$

- **p.30–35. *Para praticar***

| TPC | Fazer com os alunos | Opcional |
|---|---|---|
| 3, 6, 13 | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 15, 16, 17 | 9, 11, 12, 18 |

**Prática**

**Anexo 8**

## Sequênciascompalitos

Utilizar palitos para aprender as regras das sequências

*Material necessário*

- Palitos
- Chinelos estragados ou papaia dura, batata doce, batata em pedaços pequenos
- Faca ou tesoura

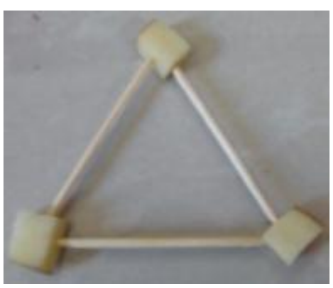
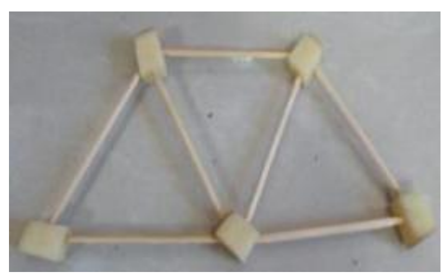
**Nota:**É difícil cortar os chinelos mas se utilizar os chinelos pode guardar. Se usar vegetais o modelo irá apodrecer.

**Note:** Os modelo feitos na aula prática podem ser usados outra vez na aula 'Equações de sequências' por isso é melhor guardar ou pendurar nas paredes para os alunos verem.

**Instruções**

- Distribua os palitos e as batatas por cada grupo.
- Façam juntos a sequência e 1 a 3 indicada abaixo.
- De 4 a 6 mostre aos alunos e peça que façam como TPC.

**1. Construção deTriângulos consecutivos**

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Pegue em três palitos e espete na batata de forma a fazer um Triângulo. | Faça um triângulo contiguo ao primeiro e assim tem dois triânguloscontíguos. | Faça um triângulo contiguo ao segundo,assim tem três triânguloscontíguos. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir os Triângulos contíguos.
- Escreva o resultadono caderno numa tabela da seguinte forma:

| Quantidadede Triângulos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 3 | 5 | 7 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 3 | 4 | 5 | | | | | | | |

**Anexo 8**

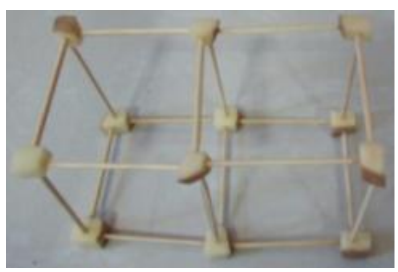
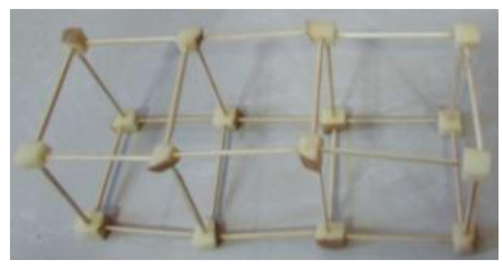
2. **Construção de quadrados contíguos**

| | | |
|---|---|---|
|  Pegue em palitos e espete na batata de forma a fazer um quadrado. |  Faça um quadrado contiguo ao primeiro e assim tem dois quadrados contíguos |  Faça um quadrado contiguo ao segundo,assim tem três quadrados contíguos. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir os quadrados contíguos.
- Escreva o resultado no caderno numa tabela da seguinte forma:

| Quantidade de quadrados | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 4 | 7 | 10 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 4 | 6 | 8 | | | | | | | |

**3. Construção de cubos contíguos**

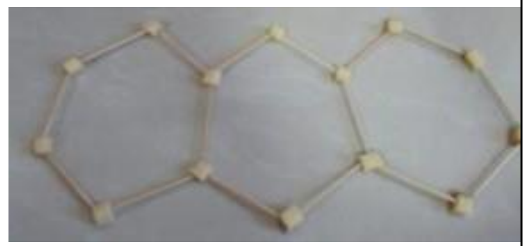
| | | |
|---|---|---|
|  Pegue em palitos e espete na batata de forma a fazer um cubo. |  Faça um cubo contiguo ao primeiro e assim tem dois cubos contíguos |  Faça um cubo contiguo ao segundo,assim tem três cubos contíguos. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir os cubos contíguos.

Escreva o resultado no caderno numa tabela da seguinte forma:

| Quantidade de cubos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 12 | 20 | 28 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 8 | 12 | 16 | | | | | | | |

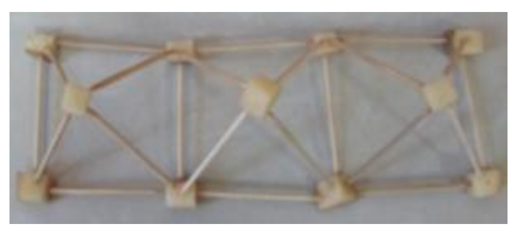
**4. Construção de hexágonoscontíguos**

| | | |
|---|---|---|
| <br>Pegue em palitos e espete na batata de forma a fazer um hexágono. | <br>Faça um hexágono contiguo ao primeiro e assim tem dois hexágonoscontíguos. | <br>Faça um hexágono contiguo ao segundo,assim tem três hexágonoscontíguos. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir os hexágonoscontíguos.
- Escreva o resultado no caderno numa tabela da seguinte forma:

| Quantidade de hexágonos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 6 | 11 | 16 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 6 | 10 | 14 | | | | | | | |

**5. Construção de pirâmides de base quadrangular contiguas**

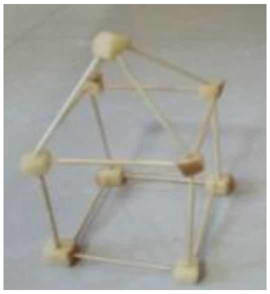
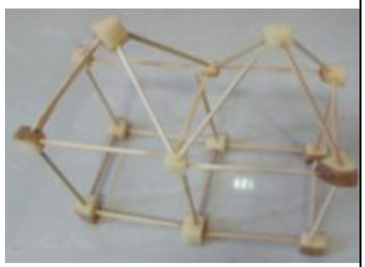
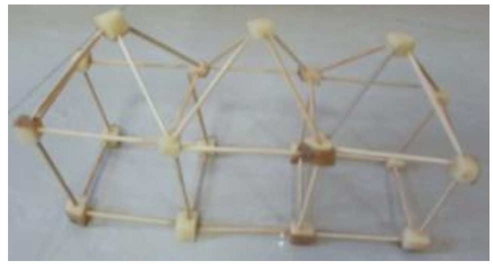
| | | |
|---|---|---|
| <br>Pegue em palitos e espete na batata de forma a fazer uma pirâmidede basequadrangular. | <br>Faça uma pirâmide de basequadrangular contigua à primeira e assim tem duas pirâmides de basequadrangular contiguas. | <br>Faça uma pirâmide de basequadrangular contigua à segunda,assim tem três pirâmides de basequadrangular contiguas. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir as pirâmides contiguas.
- Escreva o resultado no caderno numa tabela da seguinte forma:

**Anexo 8**

| Quantidade de pirâmides de basequadrangular | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 8 | 15 | 22 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 5 | 8 | 11 | | | | | | | |

**6. Construção de barracas contiguas**

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Pegue em palitos e espete na batata de forma a fazer uma barraca. | Faça uma barraca contigua à primeira e assim tem duas barracas contiguas. | Faça uma barraca contigua à segunda,assim tem três barracas contiguas. |

- Continue a fazer e depois conte os palitos e batatas que precisa para construir as barracas.
- Escreva o resultado no caderno numa tabela da seguinte forma:

| Quantidade de barracas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de palitos | 16 | 28 | 40 | | | | | | | |
| Quantidade de batatas | 9 | 14 | 19 | | | | | | | |

## Teoria

O termo geral de uma sequência com regularidade é **$T_n=a+(n–1)r$**.Então:

- $T_n$= termo em n:quantidade de palitos ou quantidade de batatas usadas na construção (exemplo:quadradooucubo)atén
- a=primeiro termo,quantidadede palitos que forma um (primeiro)
- n=número de termos
- r=razão da quantidade de palitos ou quantidade de batatas que são precisas para construir mais

**Anexo 8**

## CAPITULO II

## SEQUÊNCIA E REGULARIDADES

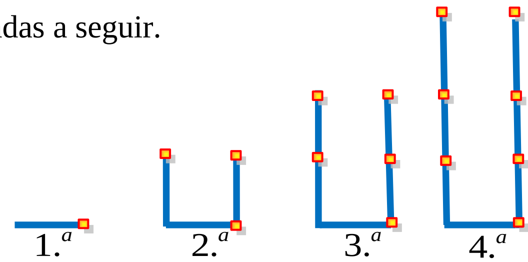
### 1. Termo geralde uma sequência numérica. Representação.

As regularidade estão presentes na construçãode**padrôes geométricos** e de **sequência numérica.**

Em qualquer uma das situações há uma ordem pela qual os elementos geométricos ou os números são dispostos.Cada elemento seque o anterior de acordo com uma determinada regra.

Considera-se osequinte exemplo.

Utilizado vários fósforos foram constituídasalguams figuras, as cinco primeiras das quais estão representadas a seguir.




...

Pode associar-se a cada figura o númerode fósforos utilizados na sua construção.

Assim, tem-se:

1ª → 1
2ª → 3
3ª → 5
4ª → 7
5ª → 9
...

Surge, desta forma, uma sequência de números:

1, 3 , 5 , 7 , 9 ,........

Dá-se o nome de termos da sequêcia aos elementos que a constituem.

Por exemplo, na sequência apresentada tem-se que:

- O 1.º termo (ou termo de ordem 1) é 1;
- O 2.º termo (ou termo de ordem 2) é 3;
- O 3.º termo (ou termo de ordem 3) é 5; ...............

Repara que depois do 1.º termo da sequência qualquer outro termo é igual ao anterior somado com 2.

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9$$

Reconhecida esta regularidade, facilmente se identificamos seguintes termos:

- o 6.º termo é 11 (9+2);
- o 7.º termo é 13 (11+2);

E assim sucessivamente.

No entento, para conhecer, por exemplo, o 25.º termo da sequência, não é prático ter de recorrer os termos aos termos anteriores. Vamos estabelecer uma relação entre cada termo e o número de ordem desse termo.

Escrevendo alguns termos da sequênciaidentifica-se um padrão, uma lei de formação dos seus termos.

1º. → 1=2x1-1 #

2º. → 3=2x2-1

3º. → 5=2x3-1

4º. → 7=2x4-1 ………….

n.º → 2xn-1

assim, para a figura de ordem **n** , o número de fósferos necessários é dado pela expresão 2xn-1.

Lei de formção:

**(ordem)** **(termo)**

n 2n-1

2n-1 é o **termo geral** (ou **termo de ordem n)**

Para determiner o 25.º termo (ou ordem de ordem 25), basta substituir *n* por 25 e obtém-se:

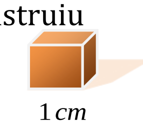
**2 x 25 - 1= 49**

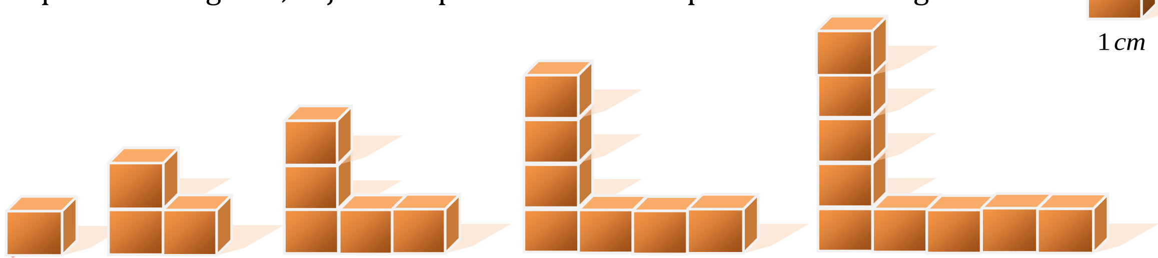
O 25.º termo é 49.

***Tarefa 1, 2 e 3 fazer com juntos***

***Exemplo:***

1. o joão utilizou vários cubos, todos com 1cm de aresta, como o da figura a baixo, construiu uma sequência de figuras, cuja cinco primeiras estão representadas a seguir.



1.ª 2.ª 3.ª 4.ª 5.ª

***Resolução:***

$C_1 = 2n-1$
$= 2(1)-1$
$= 2-1$
$C_1 = 1$

$C_2 = 2n-1$
$= 2(2)-1$
$= 4-1$
$C_2 = 3$

$C_3 = 2n-1$
$= 2(3)-1$
$= 6-1$
$C_3 = 5$

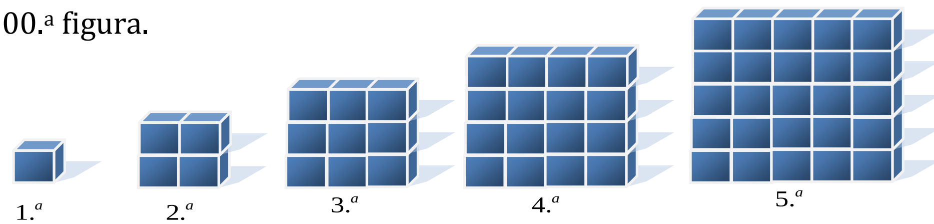
$C_4 = 2n-1$
$= 2(4)-1$
$= 8-1$
$C_4 = 7$

$C_5 = 2n-1$
$= 2(5)-1$
$= 10-1$
$C_5 = 9$

**Anexo 8**

E continua ate 100.ª figura.

2.




Desta forma , uma sequência de qudrado por exemplo na sequência apresentada:

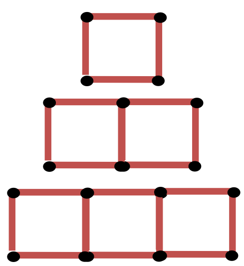
$$q_1 = n^2 \qquad q_2 = (n)^2 \qquad q_3 = (n)^2 \qquad q_4 = (n)^2$$
$$= (1)^2 \qquad = (2)^2 \qquad = (3)^2 \qquad = (4)^2$$
$$q_1 = 1 \qquad q_2 = 4 \qquad q_3 = 9 \qquad q_4 = 16$$

E continua ate 100.ª figura de qudrado.

***Exercícios***

1. Qual é o termo geral da sequência Triânguloa abaixo?

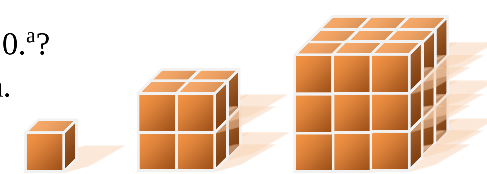
2. seguem-se as representações geométricas dos três primeiros elementosde uma sequência de figuras constituídos com fósforos.



a. Quantos fósforos foram utilizados na contrução da 3.ª figura?
b. Quantos fósforos são necesários para construir a 4.ª figura?
c. Investiga quantas figuras desta sequência se podem construir quando apenas se dispõe de uma caixa com 50 fósforos.

3. Observa a seguinte sequência de cubos, construídos com pequenos cubinhos.
A cada figura associa o número de cubinhos nacesários para a construir, formando assim uma sequência númerica.

a. Quantos cubos são nacesários para onstruir a proxímo figura? E a10.ª?
b. Escreve os cinco primeiros termos da sequência númerica referida.
c. Identifica o termo geral.
d. Qual é a ordem da figura que é construida com 512 cubinhos?



**Prática**

**Anexo 8**

## Sequências num lafatik

Utilizar um lafatik para aprender sequências
e expressões algébricas.

### Material necessário

- Lafatik
- Marcador,Lápis,oulapiseira

### Instruções

- Prepare umlafatikcom algumas sequências pintadas
- Mostre esselafatikaos alunos e explique as sequências.
- Peçam aos alunos para procurarem sequênciasno lafatik e depois pintarem essas sequências. faça uma pequena e vá aumentando procurando um padrão ou sequência.
- Quando tiverem pintado analise e calcule os entrançados em cada sequência.
- Quando os alunos já tiverem contado todas as sequências dê-lhes a formula para confirmarem na sequência.

As fórmulas são as seguintes:

**1. Hexágonos que juntos formam Triângulos**

- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de hexágonos que formam o Triângulo
- Conte a quantidade de entrançados nos hexágonos que formam o Triângulo

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | **n** |
| Hexágono de base1 | Hexágono de base2 | Hexágono de base3 | Hexágono de base4 | Hexágono de base**n** |
| 1Hexágono | 3Hexágono | | | |
| 3 entrançados | 9 entrançados | | | |

**Anexo 8**

## 2. Entrançados que formam um hexágono

- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de entrançados nos hexágonos

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  | **n** |
| Hexágono de baseentrançada 1 | Hexágono de base entrançada 2 | Hexágono de base entrançada 3 | Hexágono de base entrançada **n** |
| 3 entrançados | 12 entrançados | | |

## 3. Enrançado em forma de estrela

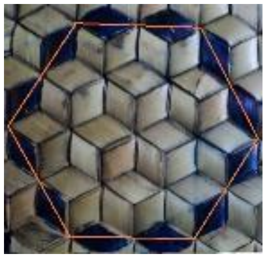
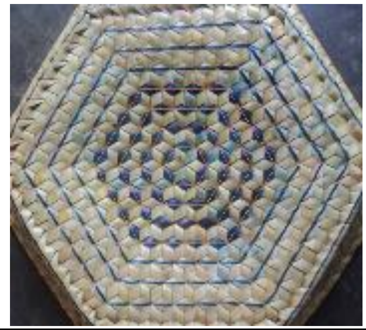
- Desenhe uma estrela de seis pontas no lafatik como na fotografia
- Conte a quantidade de entrançados na estrela.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | **n** |
| Estrela de base entrançada1 | Estrela de base entrançada2 | Estrela de base entrançada3 | Estrela de base entrançada4 | Estrela de base entrançada**n** |
| 6 entrançados | 24 entrançados | | | |

**Anexo 8**

**4. Hexágonos formados por entrançados com uma estrela dentro**

- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de entrançados no hexágono.

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| Estrela de base entrançada 1 | Estrela de base entrançada | Estrela de base entrançada 3 | Estrela de base entrançada n |
| 12 entrançados | 42 entrançados | | |

**5. Hexágonos que formam um hexágono grande**

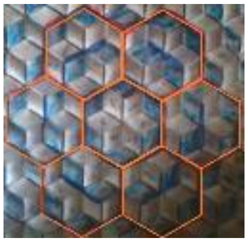
- Desenhe os hexágonos no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de hexágonos que formam um hexágono.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | **n** |
| Hexágono de | Hexágono de | Hexágono de base3 | Hexágono de base4 | Hexágono de base**n** |
| 1Hexágono | 7Hexágonos | | | |

**Anexo 8**

**6. Entrançados num hexágono que formam um hexágono grande**

- Desenhe hexágonos grandes no lafatik conforme a fotografia.
- Conte a quantidade de entrançados no hexágono que formam um hexágono.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | **n** |
| Hexágono de base1 | Hexágono de base2 | Hexágono de base3 | Hexágono de | Hexágono de base**n** |
| 12 entrançados | 84 entrançados | | | |

## Teoria

Neste tópico, apresentaram-se as fórmulas da quantidade de entrançados ou hexágonosnas figurasno lafatik. No 8º ano ainda não é possível provar estas fórmulas porque os alunos ainda não aprenderam várias coisas sobre variáveis e álgebra. Esta matéria vá estudar na escola secundária.

Mas podem verificar as fórmulas. Por exemplo:

1. Conte a quantidadede hexágonos que formam um Triângulocom afórmula.

$$(Ht)_n = \frac{1}{2} n\,(n+1)\ (no\,1\,em\,cima).$$

**a.** Triângulo de base 1

$$(Ht)_n = \frac{1}{2} n\,(n+1)$$

$$= (Ht)_n = \frac{1}{2} 1\,(1+1$$

$$= \frac{1}{2}(2)$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

**Anexo 8**

**b.** Triângulo de base 2

$$(Ht)_n = \frac{1}{2} n\,(n+1)$$

$$= (Ht)_n = \frac{1}{2} 2\,(2+1)$$

$$= \frac{2}{2}(3)$$

$$= \frac{6}{2}$$

$$= 3$$

**c.** Triângulo de base 5

**Anexo 8**

**2.** Conte a quantidade de entrançados num hexágono com a fórmula

$O_n = 3n^2$ (no 3 a cima)

**a.** Hexágono de base entrançada 1

$$Q_n = 3n^2 \Leftrightarrow Q_n = 3(1)^2$$
$$= 3(1)$$
$$= 3$$

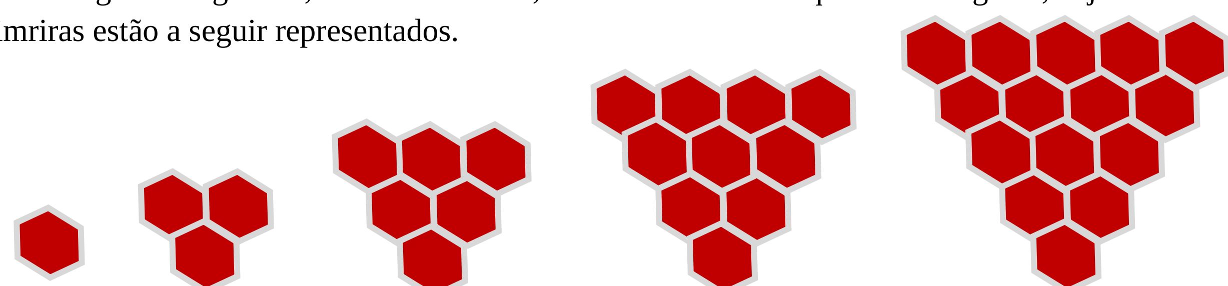
**b.** Hexágono de base entrançada 2

$$Q_n = 3n^2 \Leftrightarrow Q_n = 3(2)^2$$
$$= 3(4)$$
$$= 12$$

**c.** Hexágono de base entrançada 5

***Tarefa 4***

Com peças hexagonais regulares, com1cm de lado,foi construída umasequência de figuras, cujas quatroprimrıras estão a seguir representados.



1.ª 2.ª 3.ª 4.ª 5.ª

1. Completa a seguinte tabela

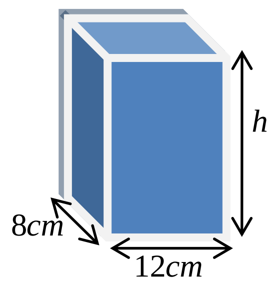
| *N.º de orden da figura, n* | *N.º de hexágonos da figura* | *Perimetro da figura* |
|---|---|---|
| 1 | … | … |
| 2 | … | … |
| 3 | … | … |
| 4 | … | … |
| 5 | … | … |
| 6 | … | … |
| 7 | … | … |
| … | … | … |
| $n$ | $\frac{n(n+1)}{2}$ | … |

2. Determina o número de hexágonos que constituem a 8.ª figura.
3. Determina o perímetro da figura de orden 10.
4. Qual é a ordem da figura que tem 48cm de perímetro.
5. Uma das figuras da sequência tem 96 cm de perímetro. Indicia ordem dessa figura.

p.52–53. *Para praticar*

| TPC | Fazer com os alunos | Opcional |
|---|---|---|
| 1, 2, 3, 6, 9, 11 | 4, 5, 7, 8 | 10, 12 |

## 2. Expreções algébricas




Na figura está representado um paralelepípedo.conhecidasas Dimensões da face inferior pode concluir-se, porexemplo, que o perímetro desa face é dado pela expressão:

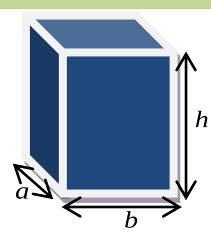
$2x(8+12)$

$2\,x\,(8+12)$ ⟶ **Expressãos numérica**

O volume* do paralelepípedo depende do valor de $h$ e pode ser representado através da expressão $8\,x\,12h$

$8\,x\,12h$ ⟶ **Expressão algébrica**

**Decorda**
Uma **expressão algébrica** é uma expressão que envolve letras eoperações, como a adição, subtração, a multiplicação, etc.




Sabe-se que o volume $V$ do paralelepípedo é dado pela formula:

$V = a\,.\,b\,.\,h$

$V = a\,.\,b\,.\,h$ ⟶ uma**fórmula** é uma **iqualdade** que traduz a relação existente entre várias grandezas.

Neste caso, como a = 8 e b = 12, tem-se *V*= $8\,x\,12h$.

Repara que $8\,x\,12h$ = 96h.

$8\,x\,12h$ = 96h ⟶ uma **identidade** é uma **iqualdade** em que ambos os membros tomam o mesmo valor seja qual for o das letras neles envolvidos.

Qual deve ser o valor de *h* para que o volume do paralelepípedo seja 1440 $cm^3$?

Este questão pode ser traduzida atrves da equação 96*h*=1440.

96*h* =1440 ⟶ uma **equação** é uma **igualidade** que, em geral se, verifica apenas para alguns valores das letras ( incógnitas).

**Anexo 8**

### *Tarefa 5 Fazem com juntos*

Na resolução da tarefa 5, recorre-se à simplificação dos expressões:

$$1+n+1+n+2 \; e \; n+1+(n+1)\times 2+1.$$

Tal simplificação é feita recorrendo às **propriedades das operações**envolvidas .

Como feito, tem-se :

- $1+n+1+n+2 = n+n+1+1+2$
  (propriedade comutativa da adição) e $n+n+1+1+2 = 2n+4$
  Conclui-se que :
  $1+n+1+n+2 = 2n+4$
- $1+(n+1)x2+1 = 1+2n+2+1$
  (propriedade distributive da multiplicação em relação à adição) e
  $1+2n+2+1 = 2n+1+2+1$(propriedade comutativa da adição) e
  $2n+1+2+1 = 2n+4$
  Conclui-se que: $1+(n+1)x2+1 = 2n+4$

### *Exemplos*

Simplifica as seguites expressões.

- $5x-3(2x+1)$
- $4+2(-x+3)-7x$
- $-3a+(-2a-1)x5$

### *Resolução :*

- $5x-3(2x+1) = 5x-6x-3$
  $= -x-3$
- $4+2(-x+3)-7x = 4-2x+-7x$
  $= -2x-7x+4+6$
  $= -9x+10$
- $-3a+(-2a-1)x5 = -3a1-10a-5$
  $-13a-5 =$

### *Exercícios*

$a.\; -4a+2(8a-3)$ $\quad b.\; -2a\,(4+3b)+4(a+b)$ $\quad c.\; 2(6c+4)-10c$

$d.\; 4(x-2)+4x+2$ $\quad e.\; 12c+6\,(5c-12)$ $\quad f.\; 5(2a)+4(4a)$

• Simplifica as expressões.
(Molok atu esplika Monómios no
sub topiku sira seluk rezolve uluk marzin 16)

- $5z-3z = 2z$
- $-8y^2+y^2 = -7y^2$
- $4ab-7ab+2ab = -ab$
- $2\,(y-2x)+8y-x = 10y-5x$
- $2a^2-3\,(a+a^2)+a =$
- $2x^2-(1-x^2)+3x =$
- $h-2\,(h^2-h)+3h^2 =$
- $-b^3+b\,(2b^2+5)-b =$
- $8a^2+3\,(a-4a^2)-a =$
- $2h-(h^2-3)+3\,(h+1)$

**Anexo 8**

### 2.1. Monómios

Há expresões algébricas que envolvem apenas a operação demultiplicação. Expressões deste tipo chamam-se **monómios.**

***Exemplos***

As seguintes exprssões algébricas monómios. $5$ ; $3x$ ; $-4n^2$ ; $ab$ ; $-\frac{1}{2}h$ ; $0{,}25x^2y$

**mónomio**: é um número ou o produto de número, designado por coeficiente, por uma ou mais variavel, formado a **parte lateral.**

No monómio $7x^2$, tem-se: $\underbrace{7}_{\text{coeficiente}}\quad\underbrace{x^2}_{\text{parte lateral}}$

**Coeficiente** : 7

**Parte lateral :** $x^2$

**O grau de um monómio** é igual aonúmerode fatores da sua parte literal,isto é ,e a soma dos expoentes da parte lateral.

O monómio $-5x^2y$ tem **grau 3.**

Repara que: $-5x^2y = -5\underbrace{xxy}_{3\text{ fatores}}$ ou $-5x^2y=5x^2y^1$ $(2+1=3)$

***Exemplos***

| Monómio | coeficiente | Parte lateral | Grau |
|---|---|---|---|
| **2ab³** | 2 | Ab³ | 4 |
| **-X²** | -1 | X² | 2 |
| **6** | 6 | Não tem | 0 |
| **Bh** | 1 | Bh | 2 |

Monómios com a mesma parte lateral denominam-se **Monómios semelhantes.**

A soma de dois ou mais ou menos Monómios semelhantes é um monómio semelhante a estes, cujo coeficiente é a soma dos coeficientes das parcelas.

***Exemplo***

- $3x^2+4^2=(3+4)x^2=7x^2$
- $-ab+3ab=(-1+3ab)=2ab$
- $9x^2+3^2-5x^2=(9+3-5)x^2=7x^2$
- $-5x^2=6x^2-3x-5x^2=(6-5)x^2-3x=x^2-3x$

**Anexo 8**

***Tarefa 6 fazer com juntos***

***Exercícios***

- Complete a tabela seguintes.

| **Monómio** | **Coeficiente** | **Parte lateral** | **grau** |
|---|---|---|---|
| $5y$ | … | … | … |
| … | $-7$ | $x^2$ | … |
| $-2ax$ | … | … | … |
| … | 3 | $ab^2$ | … |
| $x^2y^2$ | … | … | … |
| … | 0,5 | Abc | … |
| $-\frac{1}{2}h^3$ | … | … | … |