

**FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES



**FEUP**

**MODELO DE *OPTIMAL POWER FLOW* UTILIZANDO  
*SEQUENTIAL LINEAR PROGRAMMING***

JOSÉ ANTÓNIO AMADOR SIMÕES

LICENCIADO EM ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES  
RAMO SISTEMAS DE ENERGIA

**DISSERTAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA  
ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES – ESPECIALIZAÇÃO EM  
ENERGIAS RENOVÁVEIS**

ORIENTADOR: PROFESSOR JOÃO PAULO TOMÉ SARAIVA

PORTO, SETEMBRO DE 2007

## Resumo

Desde o seu início, o sector eléctrico foi tudo menos estático, caracterizando-se pelo seu dinamismo. A cada passo, novos consumidores entram no sistema e outros reforçam o seu consumo, tornando-o cada vez maior e cada vez mais complexo, obedecendo a equações rígidas e também complexas.

Nos últimos tempos, a predominância de expansões e até de interligações tem vindo a aumentar reforçando assim este pressuposto.

É neste contexto que uma ferramenta capaz de resolver o problema de trânsito de potências óptimo, minimizando os custos de produção, respeitando as restrições impostas pelo sistema eléctrico, faz todo o sentido.

Assim, o presente trabalho visa essencialmente desenvolver e implementar um *Optimal Power Flow*, OPF, considerando a minimização do custo de produção de potência activa e diversas restrições a serem aplicadas em redes de transmissão de energia eléctrica. O problema não linear resultante foi resolvido através de um algoritmo do tipo *Sequential Linear Programming*, SLP.

Com o intuito de testar a referida aplicação computacional, foram realizadas várias simulações com três redes teste do IEEE, respectivamente de 24, 30 e 118 barramentos. Estas redes foram testadas pelo menos em duas situações distintas, com e sem congestionamentos. Os resultados obtidos encontram-se expostos nos últimos capítulos deste trabalho.

Devido à fiabilidade, robustez e ao tempo de execução verificados nas diferentes simulações, este tipo de ferramenta pode ser de extrema importância em centros de controlo. Por outro lado, apesar do desenvolvimento dos mercados de electricidade, existem muitos países ou regiões em que continua a ser realizado um planeamento centralizado da operação dos sistemas eléctricos. Assim, continua a justificar-se o estudo e desenvolvimento de aplicações de OPF.

## Abstract

Since the beginning, the electric sector was everything but static, being characterized by its dynamism. Every now and then new consumers enter into the system and others increase its consumption making it bigger and more complex while obeying to rigorous and complex equations.

In the recent times, the predominance of expansions and even of inter connections has been increasing and reinforcing this meaning.

In this context, a tool able to solve the Optimal Power Flow problem, OPF, minimizing the generation cost and respecting the electric system's restrictions, makes all the sense.

This way the current work essentially aims at developing and implementing an Optimal Power Flow, OPF, considering the minimization of active power production cost while respecting constraints to be applied in electric transmission grids. The resulting non-linear problem was solved by a *Sequential Linear Programming* algorithm.

With the purpose of testing the refereed computational application they were made several simulations using three different IEEE test grids: 24, 30 and 118 branches, respectively. These grids were tested at least in two different situations, with and without congested branches. The results are presented in the last chapters of this work.

Due to the feasibility, robustness and running time achieved in the different simulations, this kind of tool can be very important in control centres. On the other hand, in spite of the electric market's development, there are many countries or regions where a centralized planning of electric system's operation is still used. This way the study and development of OPF applications still makes sense.

## Résumé

Dés son début, le secteur électrique ne s'est jamais révélé statique, mais caractérisé par son dynamisme. Souvent, de nouveaux consommateurs entrent au système et d'autres renforcent leur consommation, en le rendant de plus en plus grand et complexe, obéissant à des équations rigides et aussi complexes.

De nos jours, la prédominance d'expansions et même d'inter liaisons augmente constamment ce qui renforce cette présupposition.

C'est dans ce contexte, qu'il est important d'exister un outil capable de résoudre le problème de *OPF*, en diminuant du coût de production, en respectant les restrictions imposées par le système électrique.

De cette façon, ce travail a comme objectif essentiel de développer et implémenter un *Optimal Power Flow, OPF*, en considérant la diminution du coût de production de puissance active et de plusieurs restrictions à être appliquées en réseaux de transmission d'énergie électrique. Le problème non linéaire résultant de ce fait a été résolu à travers un algorithme du type *Sequential Linear Programming*.

Avec l'objectif de tester cette application on a été réalisées plusieurs simulations avec trois réseaux test de l'IEEE, respectivement 24, 30, 118 jeux de barres, toutes les trois testées au moins en deux simulations différentes, avec la présence et l'absence d'embarras. Les résultats obtenus sont exposés aux derniers chapitres de ce travail.

Dû à la fiabilité, robustesse et au temps d'exécution vérifiés pendant les différentes simulations, ce type d'outil pourra être d'une extrême importance aux centres de contrôle. D'autre part, malgré le développement des marchés d'électricité, il y a beaucoup de pays et régions où une planification centralisée de l'opération des systèmes électriques continue à être réalisée. De cette façon, on justifie l'étude et le développement d'application de l'*OPF*.

## **Agradecimentos**

É usual nestas situações referir em primeiro lugar os pais, porém não o vou fazer, não porque estes não sejam as pessoas que mais contribuíram para o desenvolvimento desta tese, no entanto esse galardão vai para outra pessoa. Essa pessoa é o Professor Tomé Saraiva.

Não vou destacar o Professor Tomé Saraiva pela sua dedicação, pelo seu rigor científico pela sua proximidade com os alunos e outras qualidades, não, isso já todos sabem, vou destaca-lo simplesmente porque me “aturou” nos últimos 12 meses e fez com tudo isto fosse possível, a ele o meu grande e sincero obrigado.

Queira referir também todos os professores e alunos que me acompanharam nesta aventura que foi a tese de mestrado. Os demais que não fiquem chateados mas duas personalidades têm de ser referidas. São os meus colegas e amigos João Sousa e José Carlos.

O primeiro pela sua presença ao longo de toda a tese, e o segundo pela ajuda e companhia nestes últimos dias desta longa caminhada que foi o desenvolvimento desta tese.

Gostaria ainda de destacar uma personalidade singular, personalidade esta que não lhe consigo deparar qualquer defeito, não existindo Homens perfeitos alguns estão próximos de o ser. Jamais poderei esquecer o contributo desse grande amigo Nuno Edgar Arieira, sem a sua ajuda nunca seria possível hoje estar a finalizar este trabalho.

Por fim e não menos importante uma palavra especial para duas pessoas que tanto me ajudam não só na tese como no dia a dia, a minha irmã e a minha tia.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1	Aspectos gerais e motivações .....	2
1.2	Organização do texto.....	5
<b>2</b>	<b>Estado da arte.....</b>	<b>6</b>
2.1	Desenvolvimento histórico do problema de OPF .....	7
2.2	OPF conceitos gerais .....	9
2.3	Formulação matemática.....	9
2.3.1	Representação matemática .....	9
2.3.2	Restrições de igualdade e de desigualdade .....	10
2.3.3	Variáveis de estado .....	11
2.3.4	Variáveis de controlo .....	11
2.3.5	Função objectivo.....	12
2.4	Métodos de resolução do OPF .....	14
2.4.1	Aspectos gerais .....	14
2.4.2	Programação linear .....	14
2.4.3	Método de Pontos Interiores .....	20
2.4.4	Método de programação linear sucessiva .....	22
2.4.5	Métodos baseados em desacoplamentos PQ.....	24
2.4.6	Métodos baseados em programação quadrática .....	26
<b>3</b>	<b>OPF desenvolvido.....</b>	<b>30</b>
3.1	Aspectos gerais.....	31
3.2	Dados .....	32
3.2.1	Dados gerais .....	32
3.2.2	Nós .....	32
3.2.3	Linhas.....	33
3.2.4	Centros produtores.....	33
3.2.5	Transformadores.....	35
3.2.6	Matriz de admitâncias nodais .....	35
3.2.6.1	Aspectos gerais .....	35
3.2.6.2	Linhas .....	35
3.2.6.3	Baterias de condensadores / indutâncias .....	36
3.2.6.4	Transformadores .....	36
3.3	Fluxograma do algoritmo desenvolvido .....	37
3.4	Formulação do problema linear de optimização .....	40
3.4.1	Aspectos gerais .....	40
3.4.2	Linearização das equações em torno do ponto de funcionamento .....	43
3.5	Aspectos práticos de implementação.....	48
3.5.1	Trânsito de potências inicial.....	48
3.5.2	Critério de paragem do algoritmo.....	48
3.5.3	Limitações aos desvios .....	49
<b>4</b>	<b>Resultados rede teste IEEE 24 barramentos.....</b>	<b>51</b>
4.1	Considerações gerais .....	52
4.2	Dados da rede eléctrica de 24 barramentos .....	52
4.3	Resultados da rede de 24 barramentos sem congestionamentos.....	55
4.4	Resultados da rede de 24 barramentos com congestionamentos .....	58

<b>5</b>	<b>Resultados rede teste IEEE 30 barramentos.....</b>	<b>61</b>
5.1	Considerações gerais .....	62
5.2	Dados da rede eléctrica de 24 barramentos .....	62
5.3	Resultados da rede de 30 barramentos sem congestionamentos.....	65
5.4	Resultados da rede de 30 barramentos com congestionamentos .....	67
<b>6</b>	<b>Resultados rede teste IEEE 118 barramentos.....</b>	<b>70</b>
6.1	Considerações gerais .....	71
6.2	Dados da rede eléctrica de 118 barramentos.....	71
6.3	Resultados da rede de 118 barramentos sem congestionamentos.....	80
6.4	Resultados da rede de 118 barramentos com congestionamentos .....	87
<b>7</b>	<b>Análise e comentários aos resultados obtidos .....</b>	<b>95</b>
<b>8</b>	<b>Conclusões e desenvolvimentos futuros .....</b>	<b>99</b>
	<b>Bibliografia .....</b>	<b>102</b>

## Índice de tabelas

<i>Tabela 4-1 Dados dos barramentos da rede de 24 barramentos utilizada.</i>	53
<i>Tabela 4-2 Características dos geradores.</i>	53
<i>Tabela 4-3 Características das linhas da rede de 24 barramentos.</i>	54
<i>Tabela 4-4 Características dos transformadores.</i>	54
<i>Tabela 4-5 Resultados dos barramentos.</i>	55
<i>Tabela 4-6 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.</i>	56
<i>Tabela 4-7 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.</i>	56
<i>Tabela 4-8 Resultados dos barramentos.</i>	58
<i>Tabela 4-9 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.</i>	59
<i>Tabela 4-10 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.</i>	59
<i>Tabela 5-1 Dados dos barramentos da rede de 30 barramentos utilizada.</i>	63
<i>Tabela 5-2 Características dos geradores.</i>	63
<i>Tabela 5-3 Características das linhas da rede de 30 barramentos.</i>	64
<i>Tabela 5-4 Características dos transformadores.</i>	64
<i>Tabela 5-5 Resultados dos barramentos.</i>	65
<i>Tabela 5-6 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.</i>	66
<i>Tabela 5-7 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.</i>	66
<i>Tabela 5-8 Resultados dos barramentos.</i>	67
<i>Tabela 5-9 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.</i>	68
<i>Tabela 5-10 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.</i>	68
<i>Tabela 5-11 Resultados da função objectivo para diferentes entradas do valor da amplitude da tensão.</i>	69
<i>Tabela 6-1 Dados dos barramentos da rede de 118 barramentos utilizada.</i>	72
<i>Tabela 6-2 Dados dos barramentos da rede de 118 barramentos utilizada (continuação).</i>	73
<i>Tabela 6-3 Dados dos barramentos da rede de 118 barramentos utilizada (continuação).</i>	74
<i>Tabela 6-4 Características dos geradores.</i>	74
<i>Tabela 6-5 Características dos geradores (continuação).</i>	75
<i>Tabela 6-6 Características das linhas da rede de 118 barramentos.</i>	76
<i>Tabela 6-7 Características das linhas da rede de 118 barramentos (continuação).</i>	77
<i>Tabela 6-8 Características das linhas da rede de 118 barramentos (continuação).</i>	78
<i>Tabela 6-9 Características das linhas da rede de 118 barramentos (continuação).</i>	79
<i>Tabela 6-10 Características dos transformadores da rede de 118 barramentos.</i>	79
<i>Tabela 6-11 Resultados dos barramentos.</i>	80
<i>Tabela 6-12 Resultados dos barramentos (continuação).</i>	81
<i>Tabela 6-13 Resultados dos barramentos (continuação).</i>	82
<i>Tabela 6-14 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.</i>	83
<i>Tabela 6-15 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).</i>	84
<i>Tabela 6-16 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).</i>	85



<i>Tabela 6-17 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação)</i> .....	86
<i>Tabela 6-18 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores</i> .....	86
<i>Tabela 6-19 Resultados dos barramentos</i> .....	87
<i>Tabela 6-20 Resultados dos barramentos (continuação)</i> .....	88
<i>Tabela 6-21 Resultados dos barramentos (continuação)</i> .....	89
<i>Tabela 6-22 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas</i> .....	90
<i>Tabela 6-23 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação)</i> .....	91
<i>Tabela 6-24 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação)</i> .....	92
<i>Tabela 6-25 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação)</i> .....	93
<i>Tabela 6-26 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores</i> .....	93

## Índice de figuras

<i>Figura 2-1 Função típica do custo dos geradores.</i> .....	15
<i>Figura 2-2 Aproximação da função típica do custo de um gerador por três segmentos de recta.</i> .....	15
<i>Figura 2-3 Comparação geométrica entre o Método do Simplex e o Método de Pontos Interiores.</i> .....	21
<i>Figura 2-4 Algoritmo do método de programação linear sucessiva.</i> .....	23
<i>Figura 2-5 Fluxograma de um método baseado em desacoplamento PQ.</i> .....	25
<i>Figura 2-6 Fluxograma de um método baseado em desacoplamento PQ.</i> .....	26
<i>Figura 3-1 Diagrama de funcionamento de um gerador síncrono.</i> .....	34
<i>Figura 3-2 Aproximação linear do diagrama de funcionamento de um gerador síncrono.</i> .....	34
<i>Figura 3-3 Esquema equivalente em <math>\pi</math> de uma linha de transmissão.</i> .....	36
<i>Figura 3-4 Esquema de um transformador com tomadas no primário e no secundário.</i> .....	37
<i>Figura 3-5 Fluxograma do algoritmo desenvolvido.</i> .....	39
<i>Figura 3-6 Gráfico ilustrativo da evolução do valor máximo permitido para os desvios ao longo do processo iterativo.</i> .....	49
<i>Figura 4-1 Evolução da função objectivo</i> .....	57
<i>Figura 7-1 Gráfico comparativo do número de iterações e do tempo de execução das diferentes redes testadas numa situação sem existência de congestionamentos na rede.</i> .....	96
<i>Figura 7-2 Gráfico comparativo do número de iterações e do tempo de execução das diferentes redes testadas numa situação incluindo congestionamentos na rede.</i> .....	97

# Capítulo

# 1

## Introdução

“Devemos julgar um homem mais pelas suas perguntas que pelas respostas”  
(Voltaire)

## **1.1 Aspectos gerais e motivações**

É indiscutível nos dias que correm, a crescente importância da electricidade no nosso quotidiano, seja em habitações, na indústria, nos hospitais, nas escolas, na vida das cidades ou dos campos, assim como parece óbvia a dependência que todos possuímos da energia eléctrica.

Como consequência de todos estes aspectos, a produção, transporte e distribuição de energia eléctrica constitui um dos serviços de extrema importância quer para o bem-estar como para o desenvolvimento sustentado de uma região, constituindo assim um serviço vital para a sociedade moderna, sendo como tal considerado um serviço de utilidade pública.

Como tal, um serviço de produção, transporte e distribuição de energia eléctrica deve obedecer a um conjunto de características tais como:

- a energia eléctrica deve ser fornecida em qualquer local onde seja solicitada;
- a energia eléctrica deve obedecer a critérios de qualidade bem definidos: frequência e tensão dentro de limites estreitos; forma de onda sinusoidal; fiabilidade elevada;
- os custos de produção da energia fornecida devem ser minimizados;
- o impacto ambiental da produção da energia eléctrica deve ser limitado.

A segurança no fornecimento de energia eléctrica (bem essencial ao funcionamento da sociedade moderna, quer no domínio económico como no domínio social), assim como a sua qualidade, exigem condições de funcionamento das redes com um grau de fiabilidade muito elevado.

Porém, a energia eléctrica não pode ser encarada como qualquer outro serviço uma vez que possui características particulares que a diferenciam de outros produtos. Assim, a energia eléctrica:

- constitui simultaneamente um bem (energia) e um serviço (transporte, distribuição e operação do sistema);
- não possui a capacidade de ser armazenada, pelo que a oferta deve igualar exactamente a procura em cada instante;
- não circula nas linhas de transmissão pelo percurso mais desejável, ao contrário de outros bens. A energia eléctrica circula nas linhas e noutros componentes eléctricos respeitando leis físicas rígidas – as Leis de Kirchoff;
- a sua procura, expressa pelo diagrama de carga, varia diariamente, semanalmente, mensalmente e até de ano para ano consoante os ciclos económicos e meteorológicos, resultando desde modo:
  - a potência instalada, quer de produção quer de transmissão, necessária para fazer face aos períodos de maior consumo (ponta), fica sub utilizada nos períodos de menor consumo (vazio);
  - a necessidade de possuir potência excedentária para compensar quer aumentos do lado da procura, quer flutuações do lado da produção, como por exemplo, energias renováveis sujeitas a uma volatilidade e imprevisibilidade;
  - a necessidade da existência de serviços de sistema, assegurando a regulação de frequência e de tensão, bem como a existência de diversos tipos de reservas necessárias ao correcto funcionamento do sistema.

Nas duas últimas décadas, e à semelhança do que ocorreu em outros sectores fortemente regulados, tais como telecomunicações, gás, caminhos-de-ferro, o sector eléctrico tem

vindo a ser reestruturado, com o intuito de criar um ambiente de competição (mercado), melhorando assim, não só os preços, como a qualidade de serviço.

Assim, pretende-se substituir a visão tradicional de empresa verticalmente integrada beneficiando de um monopólio natural e de subsídição cruzada nos diversos serviços até então fornecidos.

Em qualquer um dos dois ambientes, o principal objectivo consiste na existência de um sistema de produção, de transporte e distribuição de energia operando de forma eficiente, optimizado e dentro de níveis adequados de fiabilidade.

Apesar do desenvolvimento dos mercados de electricidade em muitos países e regiões geográficas, existem muitos outros que continuam a utilizar uma visão centralizada tradicional para planear a operação do sistema eléctrico. Por esta razão, continua a justificar-se desenvolver ferramentas computacionais cada vez mais poderosas e eficientes que permitam optimizar o custo de produção respeitando os limites técnicos e não comprometendo assim, quer a segurança, quer a qualidade do sistema.

Pelas razões indicadas, e pelo crescente aumento de complexidade proporcionado pela introdução de novos clientes e de aumentos de potência, um dos objectivos deste trabalho prende-se com o desenvolvimento, implementação e teste de uma ferramenta capaz da resolução de um problema de OPF (*Optimal Power Flow*). O modelo a desenvolver considera como objectivo a minimização do custo de produção de potência activa respeitando diversas restrições físicas do sistema, tais como limites físicos do sistema, e as restrições operacionais impostas pelo mesmo. Assim sendo, o problema não linear resultante será resolvido recorrendo a um algoritmo iterativo do tipo *Sequential Linear Programming*, SLP. Outro objectivo deste trabalho, consiste também no teste da aplicação desenvolvida em redes de dimensão elevada, possuindo tanto quanto possível características reais.

## **1.2 Organização do texto**

O documento agora apresentado encontra-se organizado em 8 capítulos ao longo do qual se descrevem todos os procedimentos efectuados na construção da aplicação desenvolvida, na sua implementação e no seu teste, como também visa abordar a formulação e os diferentes métodos de resolução de um problema típico de OPF.

Assim, o Capítulo 1 integra todos os aspectos gerais, bem como as motivações e os objectivos a atingir e a organização do texto.

No Capítulo 2 descreve-se a evolução histórica do problema de OPF, o seu aparecimento e os seus desenvolvimentos. São também abordados temas relativos à formulação matemática, e às problemáticas associadas a um problema típico de OPF. Por fim, são referidos vários métodos utilizados na resolução de um problema de OPF.

O terceiro Capítulo inclui os modelos utilizados na formulação do problema tendo em conta diversos componentes do sistema eléctrico. Este capítulo descreve igualmente todos os passos dados no desenvolvimento do algoritmo de programação sequencial linear, focando alguns aspectos gerais do algoritmo, e a formulação do mesmo.

Os Capítulos 4, 5 e 6, apresentam resultados das simulações computacionais do algoritmo desenvolvido e implementado. Nestes estão contidos respectivamente os resultados relativos a três redes teste do IEEE, as redes de 24, 30 e 118 barramentos.

No Capítulo 7 são efectuadas comparações dos resultados obtidos com as diferentes redes teste, discutindo-se esses mesmos resultados.

Por fim, o Capítulo 8 contém as conclusões finais do trabalho desenvolvido e apresenta algumas sugestões para futuros desenvolvimentos, proporcionando a sua melhoria.

# Capítulo

# 2

## Estado da arte

“O homem que se vangloria não tem o seu  
mérito reconhecido”  
(Lao-Tsé)



## **2.1 Desenvolvimento histórico do problema de OPF**

O problema de OPF (*Optimal Power Flow*) foi precedido pelo denominado despacho económico e teve o seu início no princípio da década de 20, ou até um pouco mais cedo, quando duas ou mais unidades de produção excediam a carga do sistema. Nestas condições, o operador defrontava-se com o problema de efectuar a repartição da carga pelas unidades de produção, tal que a carga fosse satisfeita e os custos totais fossem minimizados. [Burchett 1982]

O despacho económico, como é referido em [Happ 1977], caracteriza-se por um processo computacional onde a carga total do sistema é distribuída pelas unidades de produção, tal que os limites impostos ao sistema são cumpridos e os custos de produção são minimizados.

Nesse período o despacho económico é usado em controlo em tempo real para alocar a carga do sistema pelas unidades de produção disponíveis. As técnicas usadas são as desenvolvidas nos anos 30 e nos 50, conhecidas como '*Classical Equal Incremental*' incluindo perdas ou '*loss formulas*'.

No final dos anos 50 foram desenvolvidos trabalhos no sentido de aperfeiçoar as técnicas denominadas de '*loss formulas*'. Em simultâneo, fazia a sua aparição o problema de trânsito de potência, cujo objectivo é o de determinar a amplitude e a fase das tensões em todos os barramentos da rede em regime estacionário, podendo assim ser calculados todos os outros parâmetros da rede a partir destes.

Em 1962 foi proposto por Carpentier o problema de OPF, sendo formulado um problema para minimizar o custo de produção de energia, considerando as equações de balanço de potência activa e reactiva como restrições de igualdade e as limitações físicas dos equipamentos como restrições de desigualdade. Fica assim delimitado o período clássico do despacho económico ficando este a ser abordado como um caso particular do OPF [Stott 1987] e [Carpentier 1979]. Esta formulação serviu de ponto de partida para estudos posteriores, estabelecendo o problema de OPF como um problema envolvendo três elementos básicos: variáveis, restrições e função objectivo.

Nessa mesma década, em 1968, foi apresentado por Dommel e Tinney um método baseado na direcção do vector gradiente reduzido, ou seja, são determinados ajustes nas variáveis de controlo usando a direcção definida pelo gradiente reduzido. Em seguida, o valor das variáveis dependentes é calculado através da solução das equações do trânsito de potência pelo método do Newton Raphson. [Burchett 1982]

Durante a década de 70 a segurança dos sistemas eléctricos passou a constituir uma preocupação mais central. A segurança do sistema requer que a operação deste seja possível para os seus componentes tais como linhas e transformadores não só em operação normal, mas também em situações de contingência, isto é, quando um ou mais componentes saem de serviço.

A introdução de restrições de segurança representa um acréscimo do número variáveis do problema, representando assim uma dificuldade extra, bem como um desafio maior à sua resolução.

Nessa mesma década, as maiores contribuições foram, por um lado, desenvolvimentos utilizando programação linear sequencial e, por outro, um aperfeiçoamento do método de Dommel Tinney, através da utilização do método do gradiente generalizado. Este método baseia-se na transformação das desigualdades em restrições de igualdade, através da introdução de variáveis de folga. Quando uma variável dependente é violada é transformada em variável independente e, em simultâneo, uma das variáveis independentes passa a variável dependente.

Na década de 80, foram efectuados progressos na resolução do problema de OPF, com a utilização de métodos de segunda ordem. Por exemplo, em [Burchett 1982] foi utilizado o método do lagrangeano aumentado, onde as restrições são linearizadas e a função objectivo corresponde ao próprio lagrangeano.

Nos últimos anos, como é descrito em [De Sousa 2004] praticamente todos os processos de solução do problema de OPF se baseiam em variantes do método do ponto interior, embora possam ser encontrados outros métodos, tais como metodologias utilizando

redes neuronais descrito em [Nguyen 1997], ou programação evolucionária em [Doraiswamy 2005].

## **2.2 OPF conceitos gerais**

Um problema de OPF pretende otimizar o regime permanente de um sistema eléctrico. Caracteriza-se por um problema de optimização não linear, de grande porte, que calcula o valor de um conjunto de variáveis de estado e de controlo do sistema, através de dados relativos à carga e aos parâmetros do sistema.

O problema de OPF otimiza uma função objectivo enquanto satisfaz um conjunto vasto e esparso de restrições de igualdade e um conjunto de restrições físicas e operacionais impostas pelas limitações dos equipamentos e exigências de segurança [Burchett 1982].

A utilização do OPF possui duas vertentes distintas. Uma, quando utilizado em tempo real, ou seja *on line*, em que deve imperar a rapidez e a fiabilidade do mesmo na resolução do despacho óptimo com a minimização de perdas, na correcção das violações operacionais e na limitação do número de acções de controlo a efectuar. Uma segunda, quando aplicado *off line*, em que as decisões de operação e os objectivos estão estabelecidos sendo utilizado para estudos de planeamento de operação de rede, análises económicas, simulação da instalação de baterias de condensadores e simulação de contingências, por exemplo.

## **2.3 Formulação matemática**

### **2.3.1 Representação matemática**

Em termos matemáticos, o problema de OPF segundo [Stott 1980] pode ser descrito como:

Minimizar uma função objectivo:	$f(u, x)$	2-1
Sujeita a:	$g(u, x) = 0$	2-2
	$h(u, x) \geq 0$	2-3

onde  $u$  representa as variáveis de controlo e  $x$  as variáveis de estado.

Pretende-se portanto minimizar uma função objectivo, sujeita a restrições de igualdade 2-2 e a restrições de desigualdade 2-3. De referir que, em geral, este problema não apresenta uma única solução.

### 2.3.2 Restrições de igualdade e de desigualdade

As restrições de igualdade representam as equações convencionais de trânsito de potência e o seu número corresponde ao dobro do número de barramentos do sistema.

Por seu lado, as restrições de desigualdade correspondem aos limites de operação do sistema sendo, em geral, mais numerosas que as restrições de igualdade. No entanto, quando a solução final é atingida apenas algumas destas restrições se encontram activas, isto é, apenas em algumas delas o limite respectivo foi atingido.

As restrições de desigualdade podem ser classificadas em três grupos:

- restrições físicas, relacionadas com os limites de capacidade dos componentes do sistema: limites de produção, limites das tomadas dos transformadores, limites de potência aparente das linhas de transmissão, limites dos shunts capacitivos, etc;
- restrições operacionais relacionadas com os limites da amplitude e da fase da tensão nos barramentos do sistema, e outros limites impostos pelo sistema;
- e, por fim, restrições de segurança relacionadas com situações de contingência do sistema.

Como é descrito em [Guan 1995], as restrições físicas não podem ser violadas de maneira alguma. Por exemplo, uma tomada de um transformador não pode estar abaixo do seu limite inferior. Por outro lado, as restrições operacionais podem sofrer ligeiras violações possibilitando assim por vezes aumentar a flexibilidade para encontrar uma solução para o problema.

Assumindo que as tomadas de transformadores são representadas por variáveis contínuas, as restrições referidas caracterizam-se por serem algébricas, não lineares e diferenciáveis, sendo que a não linearidade das mesmas e a sua estrutura esparsa (grande quantidade de elementos nulos), correspondem a duas características muito importantes.

### **2.3.3 Variáveis de estado**

As variáveis de estado do sistema correspondem a variáveis dependentes, que permitem conhecer o estado de operação do sistema e correspondem tipicamente às amplitudes e fase das tensões.

### **2.3.4 Variáveis de controlo**

As variáveis de controlo do sistema correspondem a grandezas que podem ser controladas e alteradas. Num problema de OPF, correspondem normalmente às potências produzidas, às tomadas dos transformadores e às tomadas das baterias de condensadores.

Por vezes, existem variáveis de controlo que não são contínuas variando por escalões, tais como as relacionadas com as baterias de condensadores. Esta característica é contornada na maioria das situações, aproximando estas variáveis por variáveis contínuas, o que na maioria dos casos é perfeitamente aceitável se a variação dos escalões for suficientemente pequena [Tinney 1988].

### 2.3.5 Função objectivo

Dependendo do tipo de aplicação do problema de OPF, as funções objectivo podem ser lineares ou não lineares, sendo utilizadas de forma isolada ou combinada entre si.

Com efeito, pode-se por vezes pretender considerar diversos objectivos que, numa situação geral, podem ter natureza contraditória. A resolução de um problema deste género pode ser obtida agrupando os diversos objectivos parcelares de acordo com os graus de preferência do decisor. Podem ainda ser identificadas as soluções não dominadas do problema multiobjectivo sendo, de seguida, conduzido um processo de decisão para seleccionar uma delas.

De seguida, são apresentadas as funções objectivo mais frequentemente utilizadas ainda que possam ser consideradas muitas outras, à medida que sejam pretendidos novos objectivos.

#### **Minimização dos custos de operação**

Este objectivo compreende não só o total dos custos da produção controlada, como também os custos inerentes às transacções de energia.

Na resolução do problema resultante participam todas as variáveis de controlo do sistema. Se apenas é controlada a produção de potência activa e são incluídas variáveis sem custo directo tais como tensões e tomadas dos transformadores, para participar na coordenação das perdas de transmissão, então o problema é denominado de *security-constrained economic dispatch*. Se, em vez disso, o objectivo de minimização de custos de operação for obtido através do controlo simultâneo da potência activa e da potência reactiva então estamos perante um problema denominado de *full OPF*.

#### **Minimização das perdas activas de transmissão**

Este objectivo é normalmente tratado como um caso particular do anterior, onde as potências activas são fixadas, à excepção da potência associada ao barramento de referência.

Na resolução deste problema interveêm todas as variáveis de controlo, com excepção da produção de potência activa e das interligações, sendo que algumas variáveis, tal como as tomadas de fase dos transformadores podem não ser incluídas, pois são de maior utilidade no controlo de potência activa. Assim sendo, este objectivo está normalmente associado ao ajustamento da tensão nos barramentos.

O espaço de solução deste problema pode estar associado a uma região com vários mínimos locais e com valores muito semelhantes, pois a fixação da produção de potência activa mostra-se determinante no resultado final.

### **Minimização do valor dos desvios em relação ao valor desejado**

Este objectivo é utilizado para desencorajar a ocorrência de desvios em relação a um valor desejado, causado pela violação das restrições. Um exemplo pode ser o despacho de uma unidade de produção hídrica ou nuclear, que só deve ser alterado caso tal seja absolutamente necessário.

A função típica utilizada nestes casos é dada por 2-4.

$$f = \sum_i W_i (s_i - s_i^{sp})^2 \quad 2-4$$

Nesta expressão,  $s_i^{sp}$  representa o valor desejado para a variável  $s_i$  e  $W$  é o peso ou a penalidade atribuída ao desvio correspondente.

### **Minimização do corte de carga**

Como já foi referido anteriormente, existem situações em que o problema de OPF não apresenta solução. Nesses casos é então utilizado como objectivo a minimização do corte de carga, sendo que o corte de carga deverá ser considerada como uma solução de último recurso.

Neste caso, o objectivo consiste em minimizar o corte de carga no sistema. No entanto, como é sabido, nem todas as cargas no sistema apresentam as mesmas prioridades. Assim, podem ser especificadas diferentes penalidades, com o intuito de escalonar por níveis esses tipos de cargas, majorando a penalidade para cargas essenciais.

### **Minimização das violações**

Quando um problema de OPF não apresenta solução poderão ser toleradas algumas pequenas violações em algumas restrições do problema. Assim, na função objectivo podem ser incorporadas penalidades para as violações, ou mesmo alterar a função objectivo de modo a considerar a minimização dos quadrados dos desvios de algumas restrições.

## **2.4 Métodos de resolução do OPF**

### **2.4.1 Aspectos gerais**

Tal como indicado em [Guan 1995], muitos são os métodos e técnicas utilizadas para a resolução do problema de OPF, tornando-se assim difícil a descrição pormenorizada de todos eles.

No entanto, ao longo deste sub capítulo intitulado de métodos de resolução do OPF, serão descritos não só os mais importantes, como também aqueles métodos que, neste momento, parecem mais promissores, como por exemplo, métodos utilizando programação linear sucessiva e o Método de Pontos Interiores.

### **2.4.2 Programação linear**

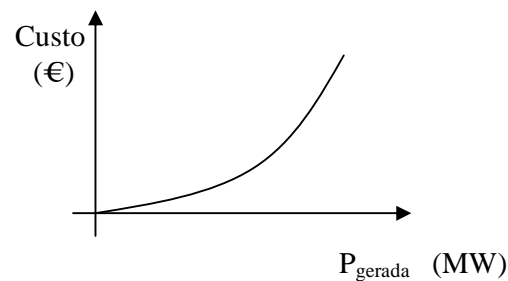
A programação linear consiste num método rápido, simples, robusto, fiável e que requer pouco espaço de armazenamento computacional. É um método utilizado para a resolução de problemas de OPF, cujas restrições e funções objectivo se encontram na



sua forma linear com variáveis não negativas, [Momoh 1999]. Aproximadamente 25% dos artigos científicos publicados resolvem os problemas de OPF através de técnicas baseadas em PL [Momoh 1999].

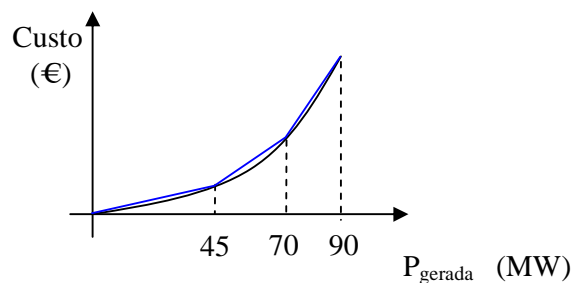
Uma forma de resolução prende-se com formulações baseadas no modelo DC. Com a utilização do modelo DC para caracterizar um ponto de funcionamento do sistema, fica garantido a linearização do conjunto de equações que define o comportamento do sistema.

Há no entanto que ter em consideração a função custos dos geradores, tipicamente não linear. Esta característica (custo de produção em função da potência gerada), dependente do tipo de tecnologia utilizada, é normalmente em centrais térmicas representada por uma função quadrática como se pode observar na **Figura 2-1**.



**Figura 2-1** Função típica do custo dos geradores.

Como forma de ultrapassar este problema existe a possibilidade de linearizar a curva do gerador por secções, utilizando diferentes segmentos de recta aproximando assim a curva original, como pode ser observado na **Figura 2-2**.



**Figura 2-2** Aproximação da função típica do custo de um gerador por três segmentos de recta.

Como o modelo DC despreza as resistências nos ramos existe a necessidade de incluir no modelo de otimização uma estimativa da potência de perdas do sistema, de forma a obter um cálculo mais realista do ponto de funcionamento do sistema.

Existindo assim duas formas de inclusão das perdas de potência que se podem denominar de Modelo A e Modelo B.

### Modelo A

Este modelo linearizado pode ser descrito através do seguinte conjunto de expressões [Saraiva 2002]:

$$\text{Minimizar} \quad f = \sum c_k P g_k + M \sum PNS_k \quad 2-5$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum P g_k + \sum PNS = \sum Pl_k \quad 2-6$$

$$P g_k^{\min} \leq P g_k \leq P g_k^{\max} \quad 2-7$$

$$0 \leq PNS_k \leq Pl_k \quad 2-8$$

$$P_{ij}^{\min} \leq \sum d_{ij}^k (P g_k + PNS_k - Pl_k) \leq P_{ij}^{\max} \quad 2-9$$

Nesta formulação, as variáveis e coeficientes têm o seguinte significado:

$c_k$  – custo de produção do gerador instalado no nó  $k$ ;

$M$  – penalização atribuída à potência cortada;

$P g_k$  – produção no nó  $k$ ;

$PNS_k$  – potência não fornecida no nó  $k$ ;

$Pl_k$  – potência de carga ligada ao nó  $k$ .

As restrições incluídas nesta formulação são as seguintes:

- a equação 2-6 garante o equilíbrio entre as potências produzidas nos geradores e a carga;

- as desigualdades 2-7 representam as condições reais de funcionamento dos geradores no que respeita aos seus limites mínimos e máximos de funcionamento;
- as desigualdades 2-8 impõem os limites no corte de carga;
- as desigualdades 2-9 impõem limites máximos e mínimos aos trânsitos de potência activa nos ramos atendendo aos coeficientes de sensibilidade ( $a_{ij}$ ) do modelo DC.

Segundo este modelo, as perdas de transmissão são obtidas a partir da expressão exacta da potência activa de perdas calcula utilizando 2-10 e considerando a amplitude das tensões em todos os nós da rede igual a 1 p.u.. Desta forma, obtém-se a expressão aproximada 2-11 para cada ramo  $ij$  do sistema de transmissão [Saraiva 2002].

$$Perdas_{ij} = g_{ij} (V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij}) \quad 2-10$$

$$Perdas_{ij} \approx 2g_{ij} (1 - \cos \theta_{ij}) \quad 2-11$$

Nesta expressão,  $g_{ij}$  representa a condutância no ramo  $ij$  e  $\theta_{ij}$  representa a diferença de fases das tensões entre o nó  $i$  e o nó  $j$ .

A inclusão do cálculo da estimativa de perdas no problema é realizada através da resolução de diversos problemas de programação linear em que, no final de cada um deles, é estimada a potência de perdas para cada ramo.

Metade dessa potência de perdas em cada ramo é adicionada à potência de carga especificada para cada um dos nós extremos a que cada ramo está ligado. A alteração das potências de carga, devido ao valor adicionado das perdas, implica a resolução de um novo problema de trânsito de potências óptimo de modo a ajustar a produção, definindo-se desta forma um processo iterativo [Saraiva 2002].

O algoritmo integrando o cálculo de uma estimativa da potência de perdas pode ser sintetizado nos seguintes passos [Saraiva 2002]:

1. Executar um estudo de trânsito de potência óptimo;
2. Calcular as fases das tensões;
3. Terminar se as fases em duas iterações sucessivas forem próximas;
4. Se não: calcular a potência de perdas em cada ramo através da equação 2-11, adicionar, para cada ramo metade da potência de perdas à potência de carga de cada nó extremo e regressar a 1.

### Modelo B

Outro algoritmo de resolução do problema consiste em executar inicialmente um estudo de trânsito de potências óptimo, determinando o ponto de funcionamento do sistema não incluindo qualquer estimativa para as perdas. O ponto de funcionamento assim calculado permite obter uma expressão linearizada da potência de perdas em cada ramo a partir da fase das tensões em cada um dos nós extremos.

Esta expressão que aproxima a potência activa de perdas no ramo  $ij$  ( $P_{per_{ij}}$ ) é construída considerando a recta tangente à curva associada à expressão 2-11 no ponto de linearização obtido pelo trânsito de potências óptimo anterior – ponto A. Obtém-se desta forma [Saraiva 2002]:

$$\frac{\partial P_{per_{ij}}}{\partial \theta_{ij}} \Big/_{\text{ponto } a} = 2g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^A \quad 2-12$$

$$P_{per_{ij}} = CL_{ij}^1 + CL_{ij}^2 \theta_{ij} \quad 2-13$$

A expressão 2-13 permite obter as perdas no ramo  $ij$  para o ponto de funcionamento A em que os coeficientes  $CL_{ij}^1$  e  $CL_{ij}^2$  são determinados por 2-14 e 2-15, respectivamente. O coeficiente  $CL_{ij}^2$  coincide com 2-12 e corresponde ao declive da recta tangente à curva associada à expressão 2-11. O coeficiente  $CL_{ij}^1$  é obtido considerando que essa recta deverá passar pelo ponto A definido por  $(\theta_{ij}^A, P_{per_{ij}}^A)$  obtendo-se assim 2-14 e 2-15.

$$CL_{ij}^1 = Pper_{ij}^A - (2g_{ij}sen\theta_{ij}^A)\theta_{ij}^A \quad 2-14$$

$$CL_{ij}^2 = 2g_{ij}sen\theta_{ij}^A \quad 2-15$$

Tal como no modelo anterior, metade da potência activa de perdas em cada ramo é adicionada à potência de carga em cada um dos nós extremos desse ramo. O modelo linearizado obtido de acordo com essa formulação é dado por 2-16 a 2-20 [Saraiva 2002].

$$\text{Minimizar} \quad f = \sum c_k P g_k + M \sum PNS_k \quad 2-16$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum \left( B_{ij} + \frac{CL_{ij}^2}{2} \right) \theta_k = P g_i + PNS_i - Pl_i - \sum \frac{CL_{ij}^1}{2} \quad 2-17$$

$$P g_k^{\min} \leq P g_k \leq P g_k^{\max} \quad 2-18$$

$$0 \leq PNS_k \leq Pl_k \quad 2-19$$

$$P_{ij}^{\min} \leq \frac{\theta_{ij}}{x_{ij}} \leq P_{ij}^{\max} \quad 2-20$$

Nesta formulação, além dos significados já referidas no modelo anterior encontram-se:

$\theta_k$  - fase da tensão em cada nó k;

$B_{ij}$  - elementos da matriz B do modelo DC.

As restrições incluídas na formulação são:

- as restrições 2-17 representam as equações de equilíbrio nodais;
- as desigualdades 2-18 representam as condições reais de funcionamento dos geradores no que respeita aos seus limite mínimos e máximos de funcionamento;
- as desigualdades 2-19 impõem limites no corte de carga;
- as desigualdades 2-20 impõem limites mínimos e máximos aos trânsitos de potência activa nos ramos em função da fase das tensões.

O algoritmo associado a este Modelo B pode ser resumido nos seguintes passos [Saraiva 2002]:

1. Executar um estudo do trânsito de potências óptimo, sem perdas, e calcular a fase das tensões;
2. Calcular as perdas em cada ramo;
3. Para cada ramo, calcular os coeficientes  $CL^1$  e  $CL^2$ ;
4. Resolver um novo trânsito de potências óptimo, integrando a aproximação linear das perdas em cada ramo e calculando a fase das tensões;
5. Verificar a convergência. Caso não tenha convergido, regressar a 2).

### 2.4.3 Método de Pontos Interiores

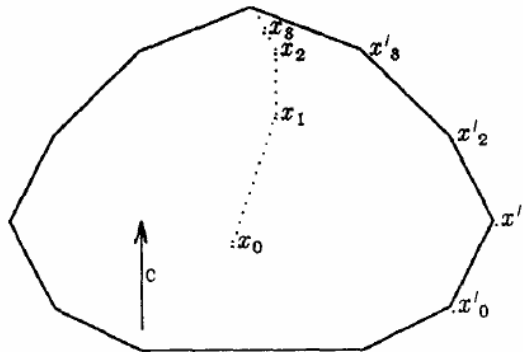
O Método de Pontos Interiores foi formulado na década de 80 por Karmarkar [Karmarkar 1984], surpreendendo assim toda a comunidade científica, por ser um método que permite resolver problemas lineares de uma maneira mais rápida e eficaz que o algoritmo simplex convencional [Momoh 1999].

Este método apresenta igualmente resultados promissores para problemas PNL (Programação Não Linear) e PQ (Programação Quadrática).

Enquanto que o Método do Simplex resolve um problema de programação linear, como já foi referido, começando num vértice ao longo da região de soluções, saltando sucessivamente para outro vértice sempre que este permita melhorar a função objectivo, parando finalmente num vértice óptimo (pontos  $x_0'$ ,  $x_1'$ ,  $x_2'$ ,  $x_3'$  da **Figura 2-3**), o Método de Pontos Interiores raramente visa vértices antes que um ponto óptimo seja alcançado, pelo que a sequência de pontos  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  na **Figura 2-3** é típica da aplicação deste método. Designa-se por ponto interior um ponto em que todas as variáveis se encontram dentro dos seus limites.

Assim, o Método de Pontos Interiores encontra soluções viáveis no interior da região de soluções, construindo um caminho que possibilita alcançar o óptimo ao fim de poucas

iterações, evitando desta forma a necessidade de percorrer um número, por vezes elevado, de vértices da região admissível [Vargas 1993].



**Figura 2-3 Comparação geométrica entre o Método do Simplex e o Método de Pontos Interiores.**

Na aplicação do Método de Pontos Interiores a um problema de OPF são, em geral, adoptadas duas estratégias distintas. A primeira, aplica o método a um problema de programação linear, obtido pela linearização das equações de balanço de potência activa e reactiva do problema de trânsito de potência. A segunda, que se denomina por Método dos Pontos Interiores Directo, consiste em aplicar o Método de Pontos Interiores directamente ao problema não linear original de OPF.

Para tal, este método baseia-se na transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade, por meio da introdução de variáveis de folga (equações 2-24 e 2-25) e, na adição de uma função logarítmica à função objectivo, para garantir a não negatividade das variáveis de folga (equação 2-26).

Considere-se a seguinte representação para o problema de OPF semelhante à já apresentada anteriormente.

$$\text{Minimizar} \quad f(u, x) \quad 2-21$$

$$\text{sujeito a:} \quad g(u, x) = 0 \quad 2-22$$

$$h^{\min} \leq h(u, x) \leq h^{\max} \quad 2-23$$

Nesta formulação,  $u$  representa as variáveis de controlo,  $x$  corresponde às variáveis de estado,  $f(u, x)$  representa a função objectivo, 2-22 representa as restrições de igualdade e 2-23 as de desigualdade.

$$h(u, x) - h^{\min} - s^{\min} = 0 \quad 2-24$$

$$h(u, x) - h^{\max} - s^{\max} = 0 \quad 2-25$$

Com a introdução da barreira logarítmica na função objectivo o problema fica modificado podendo ser formulado por 2-26 a 2-29.

$$\text{Minimizar} \quad f(u, x) - \mu \sum_{i=1}^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] \quad 2-26$$

$$\text{Sujeito a :} \quad g(u, x) = 0 \quad 2-27$$

$$h(u, x) - h^{\min} - s^{\min} = 0 \quad 2-28$$

$$h(u, x) - h^{\max} - s^{\max} = 0 \quad 2-29$$

Nesta formulação,  $\mu$  representa um parâmetro da barreira logarítmica sendo sempre não negativo e  $ndes$  representa o número de restrições de desigualdade.

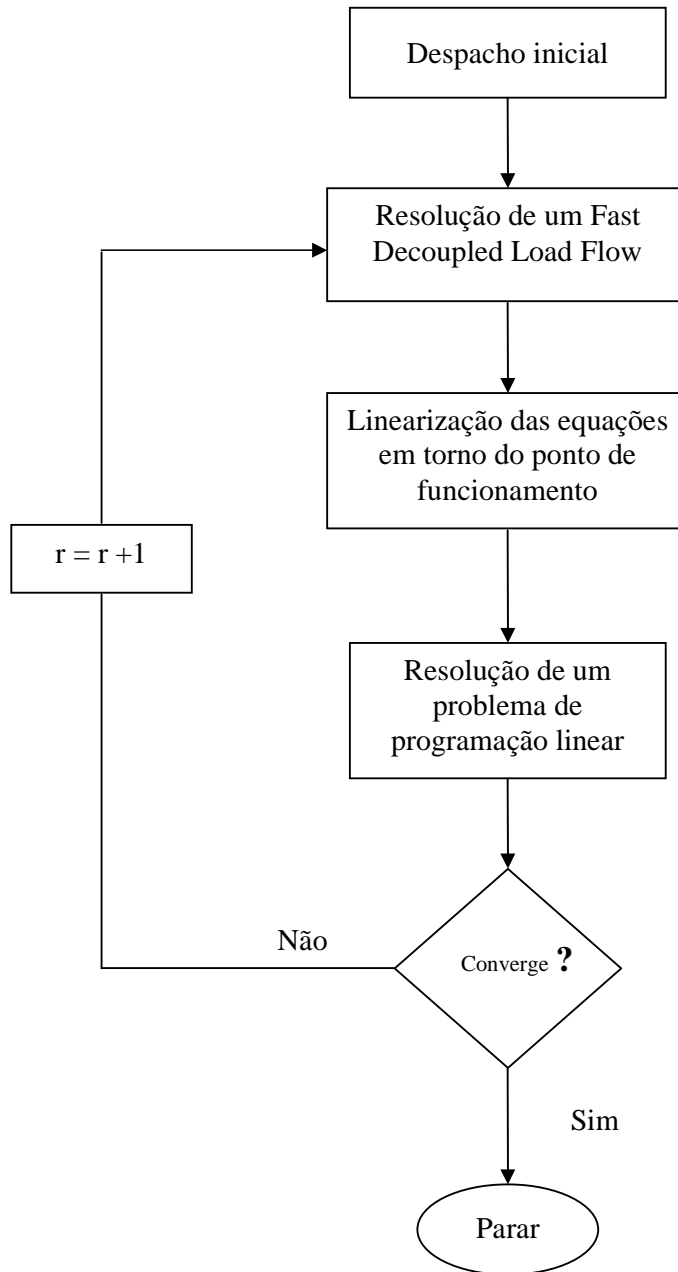
#### 2.4.4 Método de programação linear sucessiva

Como é descrito em [Vargas 1993], o algoritmo de programação linear sucessiva consiste num processo iterativo composto por dois sub problemas que são resolvidos sucessivamente. Neste caso, admitindo que a função objectivo representava a minimização dos custos de produção, o critério de paragem foi definido como correspondendo à variação dessa função entre iterações sucessivas ser inferior a uma tolerância previamente especificada.

O primeiro dos sub problemas prende-se com a obtenção de um ponto de funcionamento do sistema, neste caso resolvendo, por exemplo, um problema de *Fast Decoupled Load Flow*.



De seguida, são linearizadas todas as equações não lineares em torno do ponto de funcionamento assim obtido. Resolvendo agora o problema linear utilizando um dos métodos de resolução para este tipo de problemas são obtidos novos valores para as injeções de potência que, por sua vez, permitem resolver de novo o primeiro sub problema. Este processo é repetido até que o critério de paragem seja atingido. A **Figura 2-4** apresenta esquematicamente este algoritmo de solução.



**Figura 2-4** Algoritmo do método de programação linear sucessiva.

### 2.4.5 Métodos baseados em desacoplamentos PQ

Como se pode verificar em [Chamorel 1982], este tipo de métodos tem por pressuposto a forte relação entre a potência activa e as fases das tensões nos nós, e a relação entre a amplitude das tensões nos nós e a potência reactiva.

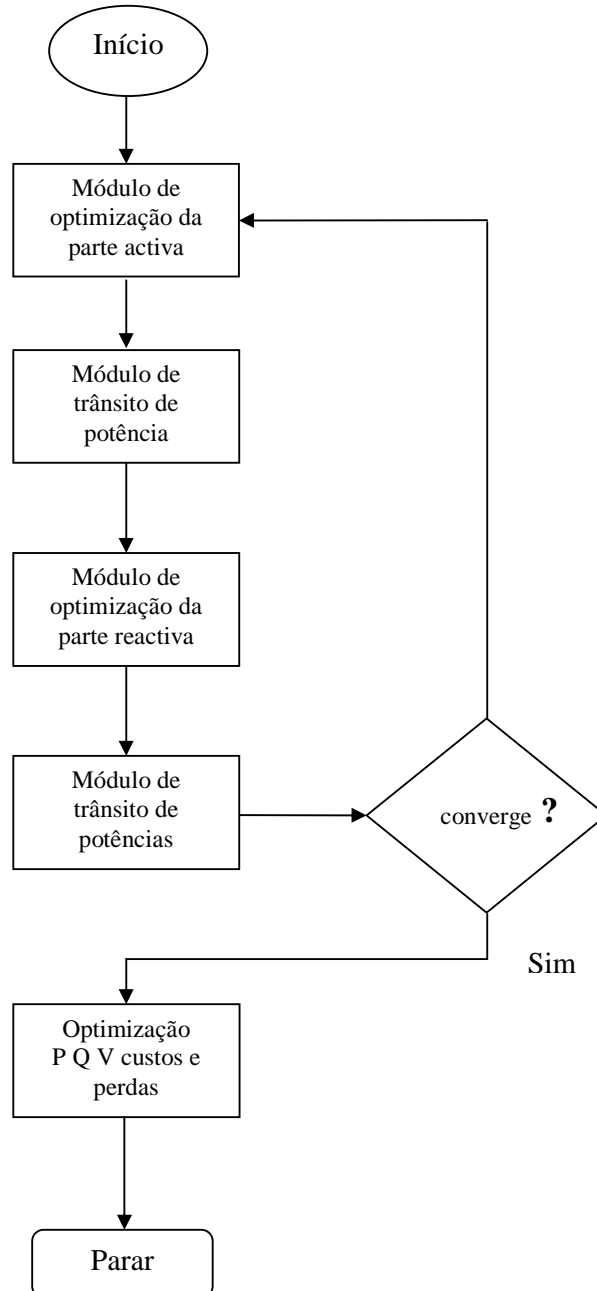
Os métodos baseados em desacoplamento PQ apresentam como princípio base o desacoplamento do problema em dois sub problemas: um respeitante à parte activa (modelo P  $\theta$ ), e outro relativo à parte reactiva (modelo Q V) [Shoultz 1982].

O problema referente à parte activa é definido como a minimização dos custos de produção através do controlo da potência activa produzida pelos geradores e das tomadas dos transformadores esfasadores.

O problema respeitante à parte reactiva é definido como a minimização das perdas nas linhas de transmissão controlando, para tal, as tensões à saída dos geradores, as tomadas de tensão dos transformadores e as tomadas das baterias de condensadores.

Com base neste princípio de desacoplamento existem diversas publicações. Assim, em [Lee 1984], é proposto um método composto por três módulos agrupados tal como ilustra a **Figura 2-5**:

- o módulo de optimização da parte activa equivalente ao convencional despacho económico alocando a produção dos diferentes geradores;
- o módulo de optimização reactiva que determina as tomadas dos transformadores, bem como a potência reactiva fornecida por cada gerador;
- e por fim, um módulo de trânsito de potências com o intuito de efectuar um ajuste final nos resultados obtidos pelos dois anteriores.



**Figura 2-5 Fluxograma de um método baseado em desacoplamento PQ.**

Outro exemplo tendo por base o desacoplamento PQ pode ser encontrado em [Chamorel 1982]. Neste caso, o algoritmo considera duas etapas tal como ilustrado na **Figura 2-6**. Numa primeira, é efectuada a optimização da parte activa, que é considerada como

prioritária face à optimização da parte reactiva. Seguidamente, são modificados os limites de produção e a formulação das restrições de limites de trânsito de potências nos ramos para realizar a optimização da parte reactiva.

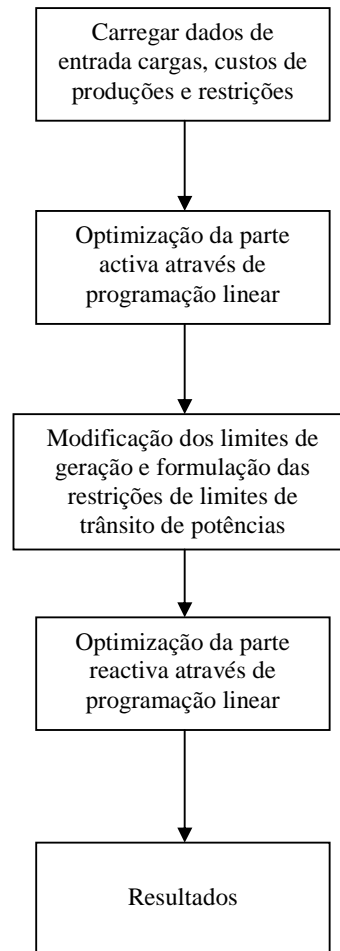


Figura 2-6 Fluxograma de um método baseado em desacoplamento PQ.

#### 2.4.6 Métodos baseados em programação quadrática

A programação quadrática constitui um caso particular da programação não linear cuja função objectivo é quadrática e as restrições são lineares.

Num problema de OPF, na maioria dos casos, a função objectivo utilizada corresponde ao custo de produção dos geradores, que são geralmente expressas como funções quadráticas da produção de potência activa. Devido a este facto, podem ser utilizados métodos de resolução envolvendo programação quadrática.

Embora a programação linear seja simples e possua uma “elegância matemática”, não evita o facto de envolver um esforço adicional resultante da necessidade de efectuar linearizações, conduzindo por vezes a pequenos erros. O recurso a programação quadrática pode evitar este tipo de problemas, estando a sua convergência dependente do tipo de sistema em causa e do tipo de problema [Lo 1991].

À semelhança de outras metodologias de resolução, esta possui também diversas publicações. Assim, em [Giras 1981] pode ser encontrada uma metodologia de resolução aplicando o método Quasi – Newton. Consideremos a formulação básica de um problema de programação não linear (PNL).

$$\text{(PNL):} \quad \text{Min}_Z \phi(Z) \quad \text{2-30}$$

$$\text{sujeito a} \quad f(Z) = 0 \quad \text{2-31}$$

$$g(Z) \geq 0 \quad \text{2-32}$$

Sendo uma primeira solução  $Z_{\text{antiga}}$ , é possível melhorar a solução seguinte aproximando-a da solução final do problema, caminhando numa direcção tal que:

$$Z_{\text{novo}} = Z_{\text{antigo}} + \alpha \cdot \Delta Z \quad \text{2-33}$$

Nesta formulação,  $\alpha$  corresponde ao passo e  $\Delta Z$  corresponde à direcção.

O método Quasi – Newton veio resolver o processo de determinação da direcção de movimento até à solução do problema, podendo esta ser encontrada resolvendo o seguinte problema, utilizando programação quadrática.

$$\begin{array}{lll}
 \text{(QP):} & \text{Min}_z \phi'' & \text{2-34} \\
 \text{sujeito a:} & f'(Z) = 0 & \text{2-35} \\
 & g'(Z) \geq 0 & \text{2-36}
 \end{array}$$

Nesta formulação,  $f'$  e  $g'$  são aproximações de 1ª ordem de  $f$  e  $g$  respectivamente e  $\phi''$  representa uma aproximação de 2ª ordem da função  $\phi$ .

Em [Burchett 1984] é proposta uma abordagem envolvendo um método de programação quadrática sequencial. Assim, consideremos de novo o problema de OPF 2-37 a 2-39.

$$\begin{array}{lll}
 \text{Minimizar} & f(x) & \text{2-37} \\
 \text{Sujeito a:} & h(x) = b & \text{2-38} \\
 & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} & \text{2-39}
 \end{array}$$

Nesta formulação:  $x$  representa o vector contendo as amplitudes e fases da tensão e as tomadas dos transformadores,  $h(x)$  representa um vector das funções das equações do problema de trânsito de potência activa e reactiva e, por fim,  $b$  representa as necessidades de potência activa e reactiva em cada nó.

Foi proposto a resolução do problema através de uma série de sub problemas, mais simples que o original, que convergem quadraticamente para a solução do problema original. O sub problema quadrático associado é definido da seguinte forma:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Minimizar} & g^t p + 0.5 p^t H p & \text{2-40} \\
 \text{Sujeito a:} & J p = 0 & \text{2-41}
 \end{array}$$

Nesta formulação,  $g$  representa o gradiente da função objectivo  $f$ ,  $J$  representa o jacobiano das funções de potência activa e reactiva injectada,  $H$  corresponde à matriz esparsa que contém as segundas derivadas da função objectivo e uma combinação linear das funções das restrições com respeito ao vector  $x$  e, por fim,  $p$  pode ser definido como:

$$p = x - x_k$$

2-42

Em [Lo 1991], é efectuada uma abordagem mais directa do problema através de um método designado de “*flexible tolerance method*”, que trabalha directamente com a função objectivo sem a necessidade de cálculo de derivadas ou gradientes.

Este tipo de método melhora gradualmente o valor da função objectivo adquirindo informação quer de pontos cuja solução é possível, quer através de pontos em que a solução não é viável, mas que se encontram próximos de o ser. Estes pontos são denominados de *near-feasible points*. À medida que o algoritmo progride, esses pontos são rejeitados até que, no final, apenas são aceite pontos viáveis.

Outras abordagens podem ser encontradas em [Reid 1973] com a utilização de um método que aplica o algoritmo de Dantzig – Wolfe, ou em [Aoki 1982] onde é utilizada programação quadrática associada ao Método do Simplex, para fazer face à relação quadrática entre as perdas do sistema e as produções dos geradores.

# Capítulo

# 3

## OPF desenvolvido

“Não corrigir as nossas faltas é o mesmo que  
cometer novos erros”  
(Confúcio)



### 3.1 Aspectos gerais

Este Capítulo tem por objectivo explicar pormenorizadamente o algoritmo desenvolvido para a resolução de um *Optimal Power Flow* (OPF), apoiando-se para tal no fluxograma apresentado na **Figura 3-5**. Pretende-se ainda explicitar as modelizações utilizadas para os diversos componentes da rede e todos os dados necessários à resolução do problema.

O algoritmo desenvolvido utiliza o método de programação linear sucessiva anteriormente referido. Este foi desenvolvido em *Matlab* encontrando-se estruturado e programado de forma modular facilitando, por um lado, a detecção de erros no seu desenvolvimento e, por outro lado, possibilitando a fácil introdução de novos módulos possuindo diferentes funcionalidades sem prejuízo do programa global.

O algoritmo desenvolvido caracteriza-se por um processo iterativo. Este é finalizado quando se atingir o número máximo de iterações definido, ou considerando um critério de convergência que será referido no ponto 3.5. O algoritmo desenvolvido pode ser sintetizado nos seguintes passos:

1. Encontrar um ponto de funcionamento inicial para a rede através da resolução de um trânsito de potências, neste caso utilizando o método Newton Raphson;
2. Linearizar expressões não lineares em torno do ponto de funcionamento anterior;
3. Resolver um problema linear de optimização através de uma ferramenta do *Matlab*, a função *linprog*. Pretende-se assim calcular desvios de potência activa e reactiva e desvios da amplitude e fase das tensões;
4. Verificar o critério de convergência. Se foi cumprido, resolver um trânsito de potências com valores actualizados sendo encontrada a solução final. Se não foi cumprido, actualizar os valores de potência activa, potência reactiva, amplitude e fase das tensões com os desvios calculados e regressar a 1 resolvendo um novo estudo de trânsito de potência e repetindo todo o processo.

## 3.2 Dados

Para dar início ao algoritmo desenvolvido é necessário um ficheiro inicial com os dados técnicos da rede: nós, linhas, geradores, cargas e transformadores.

Neste caso, o ficheiro utilizado é um ficheiro do tipo *m.file*, ficheiro tipicamente utilizado pelo *Matlab*. No entanto, pode ser utilizada qualquer outra extensão de ficheiros desde que contenha todos os dados que serão referidos em seguida.

### 3.2.1 Dados gerais

Para o algoritmo desenvolvido são necessários os seguintes dados gerais:

$S_{base}$	valor de base utilizado para a rede, em MVA;
$ite_{max}$	número máximo de iterações para o algoritmo;
tolerância V	valor de tolerância para as amplitudes das tensões referido no ponto 3.5.2;
tolerância $\theta$	valor de tolerância para as fases das tensões referido no ponto 3.5.2.

### 3.2.2 Nós

Em relação às características dos nós da rede, deverão ser discriminados os seguintes dados:

$nb$	número total de nós da rede;
$V^{max}$	valor máximo da amplitude da tensão para cada nó, em p.u.;
$V^{min}$	valor mínimo da amplitude da tensão para cada nó, em p.u.;
$P_d$	potência activa da carga para cada nó, em MW;
$Q_d$	potência reactiva da carga para cada nó, em MVAR;
$Y_{shb}$	admitância da bateria de condensadores, em p.u..

### 3.2.3 Linhas

Para a total definição das características das linhas, o ficheiro de dados deve conter os seguintes parâmetros:

$nl$	número de linhas da rede;
$no\_i$	nó de origem de cada linha;
$no\_j$	nó de destino de cada linha;
$r_{ij}$	valor da resistência de cada linha, em p.u.;
$x_{ij}$	valor da reactância de cada linha, em p.u.;
$Y_{shij}$	valor da admitância shunt de cada linha, em p.u.;
$S_{ij}$	valor limite do trânsito de potência aparente de cada linha, em p.u..

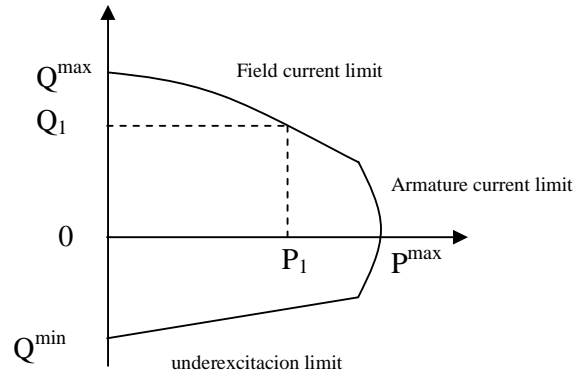
### 3.2.4 Centros produtores

Para caracterizar os centros produtores são solicitados os seguintes dados:

$no\_i$	nó de ligação de cada centro produtor;
$P_g^{\min}$	valor mínimo da potência activa gerada em cada central, em MW;
$P_g^{\max}$	valor máximo da potência activa gerada em cada central, em MW;
$Q^{\min}$	valor mínimo da potência reactiva gerada em cada central, em MVAr;
$Q^{\max}$	valor máximo da potência reactiva gerada em cada central, em MVAr;
$a_g, b_g, c_g$	coeficientes da função <b>3-1</b> , necessários para a definição da função custo dos geradores.

$$C(P_g) = a_g \cdot P_g + b_g \cdot P_g^2 + c_g \quad \mathbf{3-1}$$

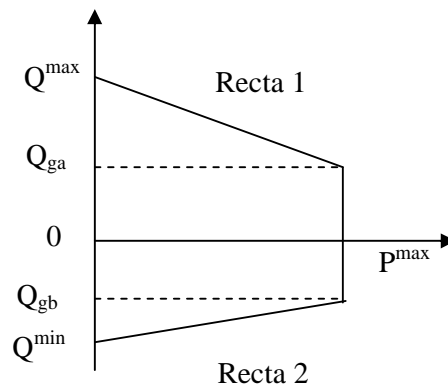
Como é sabido, o diagrama de carga de um gerador representa um conjunto de limitações que impedem o gerador de produzir simultaneamente o valor máximo de potência reactiva e o valor máximo de potência activa tal como se encontra ilustrado na **Figura 3-1**. Essas limitações podem ser de natureza construtiva da máquina e dadas pelo fabricante ou advirem da carga a que estão sujeitas.



**Figura 3-1 Diagrama de funcionamento de um gerador síncrono.**

Assim, numa tentativa de reproduzir estas limitações, foi aproximado o diagrama de funcionamento de um gerador síncrono por três rectas tal como se ilustra na **Figura 3-2**, sendo portanto necessários dois pontos adicionais ( $Q_{ga}$  e  $Q_{gb}$ ), para além dos limites máximos e mínimos da potência activa e da potência reactiva.

O algoritmo desenvolvido pode resolver o problema de OPF sem a introdução destes pontos considerando ser viável a produção simultânea da potência activa e reactiva máximas. No entanto, a introdução de dados relativos à aproximação do diagrama de funcionamento proporciona a obtenção de soluções mais realistas.



**Figura 3-2 Aproximação linear do diagrama de funcionamento de um gerador síncrono.**

Assim, para além dos dados anteriores é ainda necessário especificar:

$Q_{ga}$  e  $Q_{gb}$  pontos necessários para a definição da aproximação do diagrama de funcionamento de um gerador síncrono.

### 3.2.5 Transformadores

Para os transformadores, a aplicação encontra-se desenvolvida de forma a aceitar modelos de transformadores que apresentem tomadas no lado do primário, bem como modelos onde essas tomadas figurem no lado do secundário. Assim:

$nt$	número de transformadores na rede;
$no\_p$	nó onde se liga o enrolamento do primário;
$no\_s$	nó onde se liga o enrolamento do secundário;
$x_i$	valor da reactância de fugas de cada transformador, em p.u.;
$S$	valor limite do trânsito de potência aparente de cada transformador, em p.u.;
$\alpha$	valor da tomada do transformador no primário;
$\beta$	valor da tomada do transformador no secundário.

### 3.2.6 Matriz de admitâncias nodais

#### 3.2.6.1 Aspectos gerais

Através dos dados referidos anteriormente é possível construir a matriz de admitâncias nodais dada pela equação 3-2, para a resolução de um trânsito de potências.

$$[Y] = [G] + j[B] \quad 3-2$$

De seguida, são apresentados os modelos dos diferentes componentes que constituem a rede e que são necessários para a construção da matriz de admitâncias nodais.

#### 3.2.6.2 Linhas

O modelo equivalente em  $\pi$  de uma linha encontra-se representado na **Figura 3-3**.

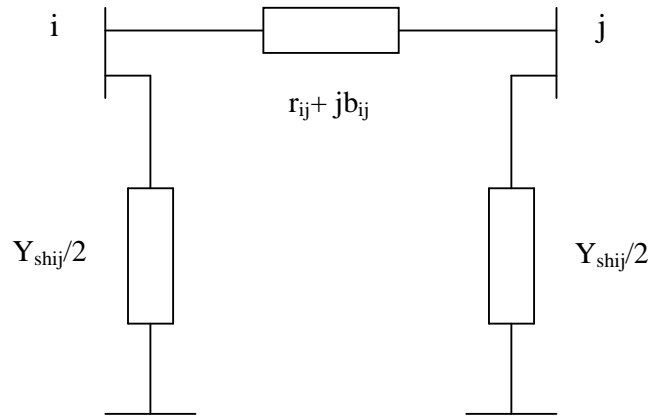


Figura 3-3 Esquema equivalente em  $\pi$  de uma linha de transmissão.

No que respeita às linhas, a sua contribuição para o elemento  $ii$  da diagonal da matriz de admitâncias nodais é dada por 3-3.

$$Y_{ii} = Y_{i0} + \sum_{i \neq j} y_{ij} = j \frac{Y_{shij}}{2} + \sum_{i \neq j} \frac{1}{r_{ij} + jx_{ij}} \quad 3-3$$

A influência deste componente nos elementos fora da diagonal principal é dada por 3-4.

$$Y_{ij} = -Y_{ji} = -\frac{1}{r_{ij} + jx_{ij}} \quad 3-4$$

### 3.2.6.3 Baterias de condensadores / indutâncias

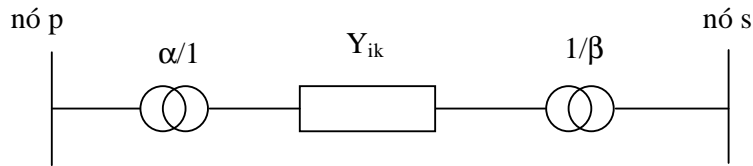
Para incluir a capacitância ou indutância de cada nó, basta adicionar o valor da sua admitância ao valor da diagonal principal da matriz, como se pode observar na equação 3-5.

$$Y'_{ii} = Y_{ii} + jY_{shb} \quad 3-5$$

### 3.2.6.4 Transformadores

Para completar a construção da matriz de admitâncias nodais resta apenas considerar a alteração dos seus elementos referentes aos nós onde se encontram ligados o primário e

secundário dos transformadores. O seguinte esquema representa um transformador com tomadas do lado do primário e do lado do secundário.



**Figura 3-4** Esquema de um transformador com tomadas no primário e no secundário.

A expressão 3-6 traduz as alterações nos elementos da matriz das admitâncias referente aos nós onde estão ligados os transformadores.

$$\begin{bmatrix} Y_{ii}'' & Y_{ij}'' \\ Y_{ji}'' & Y_{ii}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ik} / \alpha^2 & -Y_{ik} / \alpha\beta \\ -Y_{ik} / \alpha\beta & Y_{ik} / \beta \end{bmatrix} \quad 3-6$$

### 3.3 Fluxograma do algoritmo desenvolvido

Na **Figura 3-5** está representado o fluxograma do algoritmo desenvolvido para a resolução de um problema de OPF. Este é composto por 7 blocos principais:

- aquisição dos dados da rede, onde são carregados para o programa todos os dados referentes à rede em análise;
- classificação de barramentos e construção da matriz  $Y$ , onde são classificados os barramentos nas suas três categorias usuais, isto é, em barramentos PV, PQ e REF, e efectua-se a construção da matriz das admitâncias nodais;
- resolução de um problema de trânsito de potências, sendo que, neste caso foi utilizado o método de Newton-Raphson;
- cálculo do trânsito de potência nas linhas da rede após a resolução do problema de trânsito de potências;

- linearização das equações em torno do ponto de funcionamento;
- resolução de um problema linear de optimização para calcular desvios de potência activa, potência reactiva, amplitude e fase das tensões;
- actualização dos valores de potências, amplitude e fase das tensões obtidos pela resolução do problema linear de optimização.

Por fim, referir que os blocos referentes à linearização de equações em torno do ponto de funcionamento e a resolução do problema linear de optimização serão alvo de especial atenção em pontos seguintes.



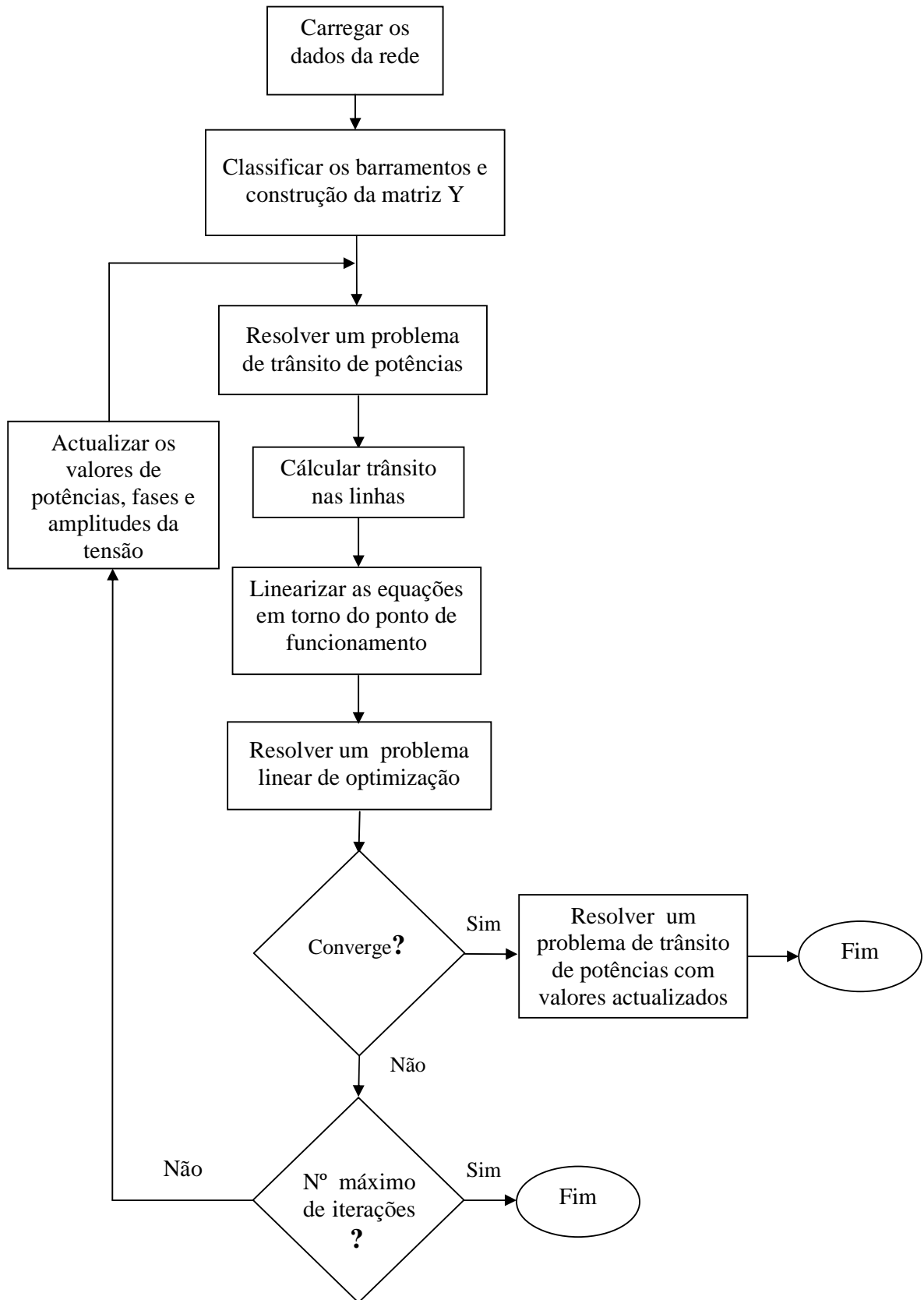


Figura 3-5 Fluxograma do algoritmo desenvolvido.

### 3.4 Formulação do problema linear de optimização

#### 3.4.1 Aspectos gerais

Esta formulação tem por objectivo identificar um conjunto de desvios de potências activas, potências reactivas, amplitudes e fases das tensões minimizando o custo total de produção respeitando todas as restrições de funcionamento do sistema. Para tal o problema seguinte foi resolvido utilizando uma ferramenta pré desenvolvida de resolução de problemas de programação linear de grande porte através do Método de Pontos Interiores. Esta ferramenta corresponde à função *linprog* do *Matlab*.

$$\min \quad Z = \sum_{i=1}^{nger} C_{pi} \cdot P_i \quad 3-7$$

sujeito a:

$$\text{geradores:} \quad P_{gi}^{\min} \leq P_{gi}^{n-1} + \Delta P_{gi} \leq P_{gi}^{\max} \quad 3-8$$

$$\Delta Q_i - m_1 \Delta P_i \leq m_1 P_{gi}^{n-1} + Q_{gi}^{\max} - Q_{gi}^{n-1} \quad 3-9$$

$$-\Delta Q_i + m_2 \Delta P_i \leq -m_2 P_{gi}^{n-1} + Q_{gi}^{\min} + Q_{gi}^{n-1} \quad 3-10$$

$$\text{linhas e transformadores:} \quad 0 \leq S_{ij}^{n-1} + \Delta S_{ij} \leq S_{ij}^{\max} \quad 3-11$$

$$\Delta S_{ij} = \sum^{nós} Se_{Sij}(\Delta\theta, \Delta V) \quad 3-12$$

$$\text{qualidade de serviço:} \quad V_i^{\min} \leq V_i^{n-1} + \Delta V_i \leq V_i^{\max} \quad 3-13$$

$$\text{equilíbrio de potência activa:} \quad \Delta P_i = \Delta P_{gi} - \Delta P_{ci} \quad 3-14$$

$$\Delta P_i = \sum_k^{nb} Se_{pi}(\Delta\theta, \Delta V) \quad 3-15$$

$$\text{equilíbrio de potência reactiva: } \Delta Q_i = \Delta Q_{gi} - \Delta Q_{ci} \quad 3-16$$

$$\Delta Q_i = \sum_k^{nb} Se_{Qi}(\Delta\theta, \Delta V) \quad 3-17$$

As variáveis e valores especificados são considerados em p.u., com excepção das fases das tensões que são considerados em radianos. A nomenclatura das variáveis utilizadas na formulação do problema linear de optimização encontra-se explicada de seguida.

$C_{pi}$	custo de produção do gerador i;
$P_i$	potência activa produzida no gerador i;
$P_{gi}^{\min}$	limite mínimo da potência activa produzida no gerador i;
$P_{gi}^{\max}$	limite máximo da potência activa produzida no gerador i;
$Q_{gi}^{n-1}$	potência reactiva produzida no gerador i na iteração n-1;
$Q_{gi}^{\max}$	limite máximo para a potência reactiva produzida no gerador i;
$Q_{gi}^{\min}$	limite mínimo para a potência reactiva produzida no gerador i;
$m_1$	declive da Recta 1 apresentada na <b>Figura 3-2</b> resultante da linearização do diagrama de funcionamento de um gerador síncrono;
$m_2$	declive da Recta 2 apresentada na <b>Figura 3-2</b> resultante da linearização do diagrama de funcionamento de um gerador síncrono;
$P_{gi}^{n-1}$	potência activa produzida no gerador i na iteração n-1;
$\Delta P_{gi}$	desvio de potência activa produzida no gerador i;
$S_{ij}^{\max}$	limite máximo de potência aparente na linha entre o nó i e o nó j;
$S_{ij}^{n-1}$	trânsito de potência aparente na linha entre o nó i e o nó j na iteração n-1;
$\Delta S_{ij}$	desvio do trânsito da potência aparente na linha entre o nó i e o nó j;
$Se_{Sij}$	coeficientes de sensibilidade relativos ao trânsito de potência aparente entre o nó i e o nó j;
$V_i^{\min}$	limite mínimo da amplitude da tensão no nó i;
$V_i^{\max}$	limite máximo da amplitude da tensão no nó i;
$V_i^{n-1}$	amplitude da tensão na iteração n-1 no nó;

$\Delta V_i$	desvio da amplitude da tensão no nó $i$ ;
$\Delta \theta_i$	desvio da fase da tensão no nó $i$ ;
$\Delta P_i$	desvio da potência activa injectada no nó $i$ ;
$\Delta P_{ci}$	desvio da potência activa consumida no nó $i$ ;
$\Delta P_{gi}$	desvio da potência activa produzida no nó $i$ ;
$\Delta Q_i$	desvio da potência reactiva injectada no nó $i$ ;
$\Delta Q_{ci}$	desvio da potência reactiva consumida no nó $i$ ;
$\Delta Q_{gi}$	desvio da potência reactiva produzida no nó $i$ ;
$Se_{pi}$	coeficientes de sensibilidade relativos à potência activa injectada no nó $i$ ;
$Se_{qi}$	coeficientes de sensibilidade relativos à potência reactiva injectada no nó $i$ .

Na formulação do problema linear de optimização descrita anteriormente as restrições correspondem a:

- limites mínimo e máximo da potência activa produzida pelos geradores representados pelas restrições **3-8**;
- limites referentes ao diagrama de funcionamento linearizado de um gerador síncrono representado na **Figura 3-2**, restrições **3-9** e **3-10**;
- limite máximo do trânsito da potência aparente nas linhas e transformadores correspondente às restrições **3-11**;
- expressão linearizada dos desvios do trânsito de potência aparente nas linhas e transformadores em função dos desvios das fases e amplitudes das tensões nos nós extremos dessas linhas e transformadores representados pelas expressões **3-12**;
- limites máximo e mínimo das amplitudes das tensões nos nós correspondentes às restrições **3-13**;

- definição do desvio da potência activa injectada em cada nó como a diferença entre o desvio da potência activa produzida e consumida referente à equação 3-14;
- equação linearizada da potência activa injectada em cada nó em função dos desvios das fases e amplitudes das tensões em todos os nós do sistema representada pelas equações 3-15;
- definição do desvio da potência reactiva injectada em cada nó como a diferença entre o desvio da potência reactiva produzida e consumida referente à equação 3-16;
- equação linearizada da potência reactiva injectada em cada nó em função dos desvios das fases e amplitudes das tensões em todos os nós do sistema representada pelas equações 3-17.

### 3.4.2 Linearização das equações em torno do ponto de funcionamento

De seguida, são apresentadas as expressões gerais linearizadas dos trânsitos de potência activa e reactiva para as linhas de transmissão e transformadores, e as expressões gerais linearizadas da potência activa e reactiva injectada em cada nó da rede, utilizadas para linearizar as expressões de potência injectada em torno de um ponto de funcionamento.

#### Expressões gerais linearizadas da potência activa nas linhas e transformadores

A expressão geral linearizada do trânsito da potência activa nas linhas e transformadores obtida é dada por 3-18. Esta expressão é obtida considerando apenas os termos de primeira ordem da série de Taylor da expressão respectiva, em função das amplitudes e fases das tensões.

$$\Delta P_{ij} \equiv \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} \Delta V_j + \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j \quad 3-18$$

Como a expressão do trânsito de potência activa entre os nós  $i$  e  $j$  é dada por 3-19, podemos obter as suas derivadas parciais em relação das amplitudes e fases das tensões, de acordo com 3-20 a 3-23.

$$P_{ij} = g_{ij}V_i^2 + V_iV_j \cdot (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad 3-19$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = 2g_{ij}V_i + V_j \cdot (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad 3-20$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = V_i \cdot (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad 3-21$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = V_iV_j \cdot (-g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad 3-22$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = V_iV_j \cdot (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} \quad 3-23$$

Nestas expressões, considera-se  $g_{ij}$  e  $b_{ij}$  dados por 3-24 e 3-25 para linhas de transmissão e por 3-26 e 3-27 para transformadores.

$$g_{ij} = -\frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} \quad 3-24$$

$$b_{ij} = \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} \quad 3-25$$

$$g_{ij} = 0 \quad 3-26$$

$$b_{ij} = \frac{1}{x_{1ij} \cdot (\alpha \times \beta)} \quad 3-27$$

### Expressões gerais linearizadas da potência reactiva nas linhas e transformadores

A expressão geral linearizada do trânsito da potência reactiva nas linhas e transformadores obtida é dada por 3-28. Esta expressão é obtida considerando apenas os termos de primeira ordem da série de Taylor da expressão respectiva, em função das amplitudes e fases das tensões.

$$\Delta Q_{ij} \equiv \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} \Delta V_j + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j \quad 3-28$$

Como a expressão do trânsito de potência reactiva entre os nós i e j é dada por 3-29, podemos obter as suas derivadas parciais em relação às amplitudes e fases das tensões, de acordo com 3-30 a 3-33. Os valores de  $g_{ij}$  e  $b_{ij}$  são os obtidos anteriormente pelas expressões 3-24 e 3-25 para as linhas de transmissão e 3-26 e 3-27 para os transformadores.

$$Q_{ij} = b_{ij} V_i^2 + V_i V_j \cdot (-b_{ij} \cos \theta_{ij} + g_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad 3-29$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = 2b_{ij} V_i + V_j \cdot (-b_{ij} \cos \theta_{ij} + g_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad 3-30$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = V_i \cdot (-b_{ij} \cos \theta_{ij} + g_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad 3-31$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = V_i V_j \cdot (b_{ij} \sin \theta_{ij} + g_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad 3-32$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j \cdot (-b_{ij} \sin \theta_{ij} - g_{ij} \cos \theta_{ij}) = -\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} \quad 3-33$$

### Expressões gerais linearizadas da potência aparente nas linhas e transformadores

A expressão geral linearizada do trânsito da potência aparente nas linhas e transformadores é dada por 3-34. Esta expressão é também obtida considerando apenas os termos de primeira ordem da série de Taylor da expressão respectiva, em função das amplitudes e fases das tensões.

$$\Delta S_{ij} \equiv \frac{\partial S_{ij}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial S_{ij}}{\partial V_j} \Delta V_j + \frac{\partial S_{ij}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial S_{ij}}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j \quad 3-34$$

Através da relação existente entre a potência aparente e as potências activa e reactivas 3-35 é possível formular sucessivamente as expressões 3-36 a 3-39.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad 3-35$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial V_i} = \frac{1}{S_{ij}^{n-1}} \times \left( P_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} + Q_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} \right) \quad 3-36$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial V_j} = \frac{1}{S_{ij}^{n-1}} \times \left( P_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} + Q_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} \right) \quad 3-37$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial \theta_i} = \frac{1}{S_{ij}^{n-1}} \times \left( P_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} + Q_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} \right) \quad 3-38$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial \theta_j} = \frac{1}{S_{ij}^{n-1}} \times \left( P_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} + Q_{ij}^{n-1} \cdot \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} \right) \quad 3-39$$

### Expressões gerais linearizadas da potência activa injectada em cada nó

A potência activa injectada nos nós é obtida pela expressão linearizada 3-40. Esta expressão é obtida considerando apenas os termos de primeira ordem da série de Taylor da expressão respectiva, em função das amplitudes e fases das tensões.

$$\Delta P_i \equiv \sum_{k=1}^{nb} S_{pi}(\Delta\theta, \Delta V) = \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial P_i}{\partial V_k} \Delta V_k + \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad 3-40$$

Como a expressão da potência activa injectada no nó  $i$  é dada por 3-41, podemos obter as suas derivadas parciais em relação às amplitudes e fases das tensões, de acordo com as expressões 3-42 a 3-45. Os valores de  $g_{ik}$  e  $b_{ik}$  são obtidos a partir da matriz de admitâncias nodais previamente construída.

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^{nb} V_k (g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad 3-41$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = V_i g_{ij} + \sum_{k=1}^{nb} V_k (g_{ij} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad 3-42$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_k} = V_i (g_{ij} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad 3-43$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -V_i^2 b_{ij} + \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (-g_{ij} \sin \theta_{ik} + b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad 3-44$$



$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = V_i V_k (g_{ij} \sin \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad 3-45$$

### Expressões gerais linearizadas da potência reactiva injectada em cada nó

A potência reactiva injectada nos nós é obtida pela expressão linearizada 3-46. Esta expressão é obtida considerando apenas os termos de primeira ordem da série de Taylor da expressão respectiva, em função das amplitudes e fases das tensões.

$$\Delta Q_i \equiv \sum_{k=1}^{nb} S_{qi}(\Delta \theta, \Delta V) = \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial Q_i}{\partial V_k} \Delta V_k + \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad 3-46$$

Como a expressão da potência reactiva injectada no nó  $i$  é dada por 3-47, podemos obter as suas derivadas parciais em relação às amplitudes e fases das tensões, de acordo com as expressões 3-48 a 3-51. Os valores de  $g_{ik}$  e  $b_{ik}$  são obtidos a partir da matriz de admitâncias nodais previamente construída.

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^{nb} V_k (g_{ik} \sin \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad 3-47$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = V_i g_{ij} + \sum_{k=1}^{nb} V_k (g_{ij} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad 3-48$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = V_i (g_{ij} \sin \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad 3-49$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = -V_i^2 g_{ij} + \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (g_{ij} \cos \theta_{ik} - b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad 3-50$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = V_i V_k (-g_{ij} \cos \theta_{ik} - b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad 3-51$$

### 3.5 Aspectos práticos de implementação

#### 3.5.1 Trânsito de potências inicial

No início do processo implementado existe a necessidade de se identificar um ponto inicial de funcionamento, sendo para tal necessária a resolução de um problema de despacho inicial, para além da resolução de um trânsito de potências.

Assim, o algoritmo de resolução é iniciado resolvendo-se um problema de despacho inicial em que a carga é alocada proporcionalmente ao limite máximo de produção de potência activa de cada gerador. Desta forma, os geradores que possuam limites máximos de produção mais elevados irão produzir mais.

Através dos valores obtidos neste despacho, dos dados da rede, e considerando como valores iniciais que a amplitude das tensões é de 1 p.u. e que a fase das tensões é de 0 rad, é resolvido um estudo trânsito de potências inicial através do método de Newton Raphson, obtendo-se assim o ponto inicial de funcionamento pretendido.

#### 3.5.2 Critério de paragem do algoritmo

O algoritmo desenvolvido exige ainda a definição do seu critério de paragem. Assim, para o algoritmo desenvolvido foi definido como critério de paragem que o valor máximo do módulo da diferença dos valores das amplitudes e das fases das tensões em iterações sucessivas seja inferior a uma tolerância previamente definida, como se pode observar nas condições 3-52 e 3-53.

$$|V^n - V^{n-1}| < \textit{tolerância}V \quad 3-52$$

$$|\theta^n - \theta^{n-1}| < \textit{tolerância}\theta \quad 3-53$$

Sempre que estas duas condições se verifiquem em simultâneo para todos os nós da rede considera-se que o programa converge.

O algoritmo poderá parar igualmente se for atingido o número máximo de iterações que se admite realizar. Se tal acontecer, isto é, se esta condição for activada, conclui-se que o algoritmo não convergiu após realizar o número máximo de iterações especificado.

### 3.5.3 Limitações aos desvios

Como foi referido anteriormente, o algoritmo desenvolvido envolve no seu processo o cálculo de desvios de potências activa e reactiva e desvios da amplitude e fase das tensões. Para evitar a divergência do processo iterativo ou a sua entrada em oscilação é necessário limitar a amplitude desses desvios, pelo que foi especificado um limite máximo para o valor absoluto desses desvios.

À medida que o algoritmo progride, o valor limite desses desvios será progressivamente diminuído, admitindo-se assim menores diferenças entre os valores obtidos através do processo de optimização e os valores obtidos através da resolução do estudo de trânsito de potências.

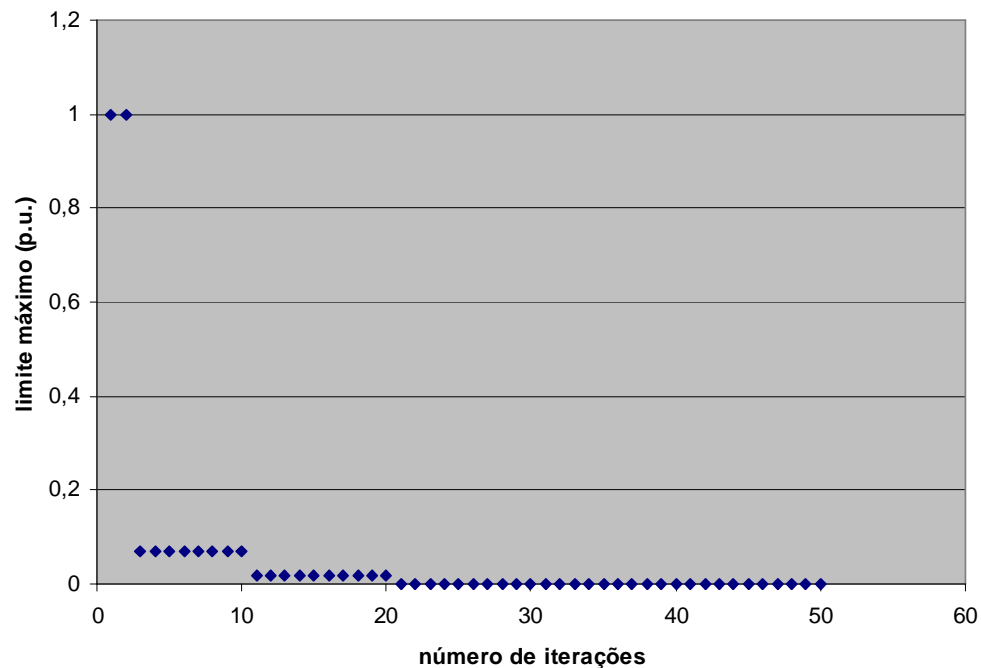


Figura 3-6 Gráfico ilustrativo da evolução do valor máximo permitido para os desvios ao longo do processo iterativo.

Como se pode verificar através da **Figura 3-6**, no algoritmo desenvolvido o valor limite dos desvios referidos vai diminuindo sucessivamente até ser atingida a convergência. Essa variação é realizada por degraus sendo portanto necessário especificar esta evolução. Desta forma como se observa na **Figura 3-6**, nas primeiras iterações o valor limite é mais elevado e vai diminuindo à medida que o algoritmo evolui. O processo referido anteriormente requer alguma afinação, conferindo assim ao algoritmo uma característica denominada de *case dependent*.

Ainda assim, verificou-se que depois destes valores serem seleccionados para uma rede, a alteração dos dados da mesma não obriga, em geral, a alterar os valores seleccionados. O mesmo se veio a verificar quando, depois de se obter estes valores para redes complexas, se pretende realizar simulações em redes mais simples resultantes das anteriores, por exemplo, por saída de serviço de um ramo.

De uma forma alternativa, o valor máximo dos desvios pode diminuir ao longo do processo iterativo de acordo com uma percentagem previamente especificada. As simulações realizadas utilizando esta estratégia permitiram verificar que não há impacto sobre a solução final obtida podendo, apenas, verificar-se um aumento do tempo de execução devido ao aumento do número de iterações a realizar.

# Capítulo

# 4

## Resultados da rede teste IEEE 24 barramentos

"Quem conhece a sua ignorância revela a mais profunda sapiência. Quem ignora a sua ignorância vive na mais profunda ilusão."  
(Lao-Tsé)

#### **4.1 Considerações gerais**

Como foi referido anteriormente, o algoritmo desenvolvido foi testado utilizando para tal três redes eléctricas de teste do IEEE.

Neste Capítulo são apresentados os resultados obtidos considerando a rede de teste de 24 barramentos do IEEE. São apresentadas duas situações distintas: uma primeira situação não considerando situação de congestionamento das linhas de transmissão e uma segunda onde são considerados congestionamentos nas linhas de transmissão.

#### **4.2 Dados da rede eléctrica de 24 barramentos**

A rede eléctrica de teste é constituída por 24 barramentos, 29 linhas de transmissão, 5 transformadores, 10 nós com produção e 17 nós com consumo. Foi considerada uma potência de base de 500 MVA.

Os dados completos do sistema, incluindo limites nodais da amplitude das tensões, características das linhas de transmissão e dos transformadores e limites de geradores encontram-se descritos de seguida.

nó i	Vmin (pu)	Vmax (pu)	Pd (MW)	Qd (MVar)	Ysh (pu)	Tipo
1	0,92	1,1	200,00	400,00	0	Ref
2	0,92	1,1	180,00	36,00	0	PV
3	0,92	1,1	330,00	68,00	0	PQ
4	0,92	1,1	135,00	27,00	0	PQ
5	0,92	1,1	130,00	25,00	0	PQ
6	0,92	1,1	245,00	50,00	0	PQ
7	0,92	1,1	225,00	45,00	0	PV
8	0,92	1,1	310,00	63,00	0	PQ
9	0,92	1,1	315,00	65,00	0	PQ
10	0,92	1,1	351,00	72,00	0	PQ
11	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PQ
12	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PQ
13	0,92	1,1	477,00	97,00	0	PV
14	0,92	1,1	450,00	70,00	0	PQ
15	0,92	1,1	570,00	115,00	0	PV
16	0,92	1,1	180,00	36,00	0	PV
17	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PQ
18	0,92	1,1	600,00	125,00	0	PV
19	0,92	1,1	330,00	67,00	0	PQ
20	0,92	1,1	230,00	50,00	0	PQ
21	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PV
22	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PV
23	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PV
24	0,92	1,1	0,00	0,00	0	PQ

Tabela 4-1 Dados dos barramentos da rede de 24 barramentos utilizada.

Produtor	Nó i	Pgmin (MW)	Pgmax (MW)	ag	bg	cg	Qgmin (MVar)	Qgmax (MVar)	Qga (MVar)	Qgb (MVar)
1	1	0	385	0,003	4	0	-700	850	850	-700
2	2	0	385	0,004	3,5	0	-900	1000	1000	-900
3	7	0	600	0,002	5	0	-700	1000	1000	-700
4	13	0	1200	0,003	6	0	-700	1000	1000	-700
5	15	0	430	0,004	2,5	0	-700	1000	1000	-700
6	16	0	310	0,003	5,5	0	-700	1000	1000	-700
7	18	0	800	0,001	9	0	-700	1000	1000	-700
8	21	0	800	0,001	8	0	-700	1000	1000	-700
9	22	0	600	0,004	2	0	-700	1000	1000	-700
10	23	0	1320	0,003	5,75	0	-700	1000	1000	-700

Tabela 4-2 Características dos geradores.

Linha	Nó i	Nó j	Rij (pu)	Xij (pu)	Yshij (pu)	Sij max (MVA)
1	1	2	0,013	0,069	0,046	175,00
2	1	3	0,273	1,056	0,006	175,00
3	1	5	0,109	0,423	0,002	175,00
4	2	4	0,164	0,634	0,003	175,00
5	2	6	0,249	0,96	0,005	175,00
6	3	9	0,154	0,595	0,003	175,00
7	4	9	0,134	0,519	0,003	175,00
8	5	10	0,114	0,442	0,002	175,00
9	6	10	0,069	0,303	0,246	175,00
10	7	8	0,079	0,307	0,002	175,00
11	8	9	0,214	0,826	0,004	175,00
12	8	10	0,214	0,826	0,004	175,00
13	11	13	0,031	0,238	0,009	500,00
14	11	14	0,027	0,209	0,008	500,00
15	12	13	0,031	0,238	0,009	500,00
16	12	23	0,062	0,483	0,02	500,00
17	13	23	0,056	0,433	0,018	500,00
18	14	16	0,025	0,195	0,008	500,00
19	15	16	0,011	0,087	0,004	500,00
20	15	21	0,016	0,123	0,021	1000,00
21	15	24	0,034	0,259	0,011	500,00
22	16	17	0,017	0,129	0,005	500,00
23	16	19	0,015	0,116	0,005	500,00
24	17	18	0,009	0,072	0,003	500,00
25	17	22	0,068	0,527	0,022	500,00
26	18	21	0,009	0,065	0,019	1000,00
27	19	20	0,013	0,099	0,017	1000,00
28	20	23	0,007	0,054	0,009	1000,00
29	21	22	0,044	0,339	0,014	500,00

Tabela 4-3 Características das linhas da rede de 24 barramentos.

Transf.	nó i	nó j	Xij (pu)	a	amin	amax	Sij max (MVA)
1	3	24	0,419	1	0,9	1,1	400,00
2	9	11	0,419	1	0,9	1,1	400,00
3	9	12	0,419	1	0,9	1,1	400,00
4	10	11	0,419	1	0,9	1,1	400,00
5	10	12	0,419	1	0,9	1,1	400,00

Tabela 4-4 Características dos transformadores.

Na Tabela 4-2 os valores  $a_g$ ,  $b_g$  e  $c_g$  representam os coeficientes da expressão quadrática da curva de custo de produção dos geradores.



### 4.3 Resultados da rede de 24 barramentos sem congestionamentos

Foi efectuado o teste do algoritmo utilizando a rede de 24 barramentos do IEEE sem congestionamentos. Foram considerados para o trânsito de potências inicial os pressupostos descritos em 3.5.1, e foi considerado como fixo o valor das tomadas dos transformadores, considerando  $\alpha$  e  $\beta$  iguais a 1.

O processo iterativo convergiu ao fim de 23 iterações e em 4,3 segundos, para uma tolerância de 0.00001 comum para amplitude e fase das tensões explicitada no ponto 3.5.2. Os resultados obtidos são apresentados de seguida.

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Fase (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
1	Ref	1,100	0,000	385,00	515,75	200,00	400,00
2	PV	1,100	0,000	385,00	142,34	180,00	36,00
3	PQ	0,976	-0,084	0,00	0,00	330,00	68,00
4	PQ	0,989	-0,090	0,00	0,00	135,00	27,00
5	PQ	1,016	-0,084	0,00	0,00	130,00	25,00
6	PQ	0,981	-0,168	0,00	0,00	245,00	50,00
7	PV	0,985	-0,097	385,45	114,39	225,00	45,00
8	PQ	0,920	-0,194	0,00	0,00	310,00	63,00
9	PQ	0,967	-0,035	0,00	0,00	315,00	65,00
10	PQ	0,983	-0,072	0,00	0,00	351,00	72,00
11	PQ	1,004	0,135	0,00	0,00	0,00	0,00
12	PQ	1,001	0,215	0,00	0,00	0,00	0,00
13	PV	1,084	0,351	1154,85	434,16	477,00	97,00
14	PQ	1,024	0,108	0,00	0,00	450,00	70,00
15	PV	1,100	0,225	430,00	360,14	570,00	115,00
16	PV	1,100	0,238	310,00	387,35	180,00	36,00
17	PQ	1,096	0,258	0,00	0,00	0,00	0,00
18	PV	1,097	0,238	0,00	326,80	600,00	125,00
19	PQ	1,077	0,294	0,00	0,00	330,00	67,00
20	PQ	1,083	0,398	0,00	0,00	230,00	50,00
21	PV	1,084	0,290	410,80	-222,21	0,00	0,00
22	PV	1,100	0,485	600,00	3,74	0,00	0,00
23	PV	1,100	0,473	1320,00	200,38	0,00	0,00
24	PQ	1,032	0,119	0,00	0,00	0,00	0,00

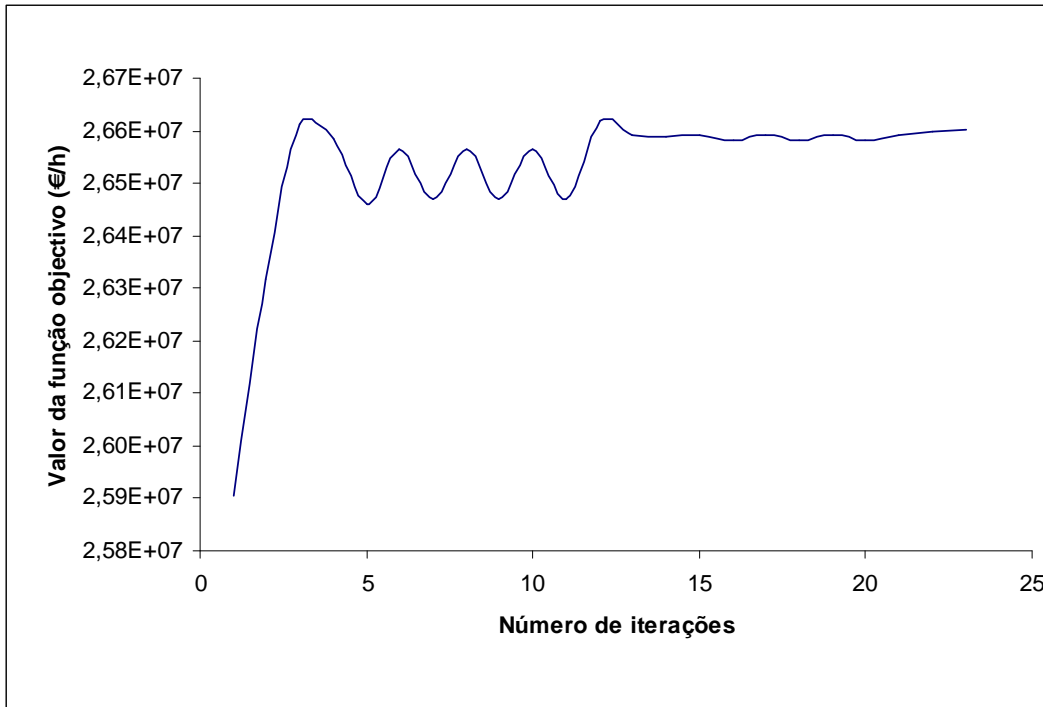
Tabela 4-5 Resultados dos barramentos.

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
1	2	-1,82	0,34	1,85
1	3	55,86	52,01	76,33
1	5	130,97	79,74	153,33
2	4	96,62	74,56	122,04
2	6	106,56	48,46	117,06
3	9	-34,41	16,93	38,35
4	9	-42,42	33,42	54,00
5	10	-3,27	39,33	39,46
6	10	-144,08	37,10	148,79
7	8	160,45	69,87	175,00
8	9	-84,67	2,46	84,71
8	10	-69,87	-12,85	71,04
11	13	-497,41	-50,84	500,00
11	14	59,91	-55,81	81,87
12	13	-323,81	-111,43	342,44
12	23	-294,38	-27,12	295,63
13	23	-166,02	11,67	166,43
14	16	-390,46	-124,39	409,79
15	16	-88,87	11,82	89,65
15	21	-297,77	120,43	321,20
15	24	246,64	123,79	275,96
16	17	-90,26	28,04	94,52
16	19	-267,22	153,83	308,33
17	18	159,22	-22,63	160,82
17	22	-249,73	57,79	256,33
18	21	-441,17	182,69	477,50
19	20	-599,55	74,98	604,25
20	23	-837,75	-29,76	838,30
21	22	-334,28	51,17	338,17

Tabela 4-6 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.

Transformador		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
3	24	-264,800	-32,512	266,790
9	11	-211,920	-27,319	213,675
9	12	-295,525	-4,520	295,560
10	11	-262,530	0,758	262,530
10	12	-346,505	27,367	347,585

Tabela 4-7 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.



**Figura 4-1** Evolução da função objectivo

Analisando o gráfico da **Figura 4-1** pode parecer estranho que, ao longo das iterações, a função objectivo apresente valores inferiores ao valor final. No entanto, isto acontece porque em iterações intermédias existe uma diferença entre os resultados obtidos através do processo de optimização e os resultados obtidos através da resolução do trânsito de potências, não respeitando assim os limites iniciais do problema. À medida que o número de iterações vai aumentando, a diferença de resultados obtidos por estas duas vias vai sendo reduzida até se atingir erros inferiores aos valores máximos especificados, altura em que o processo iterativo converge.

#### 4.4 Resultados da rede de 24 barramentos com congestionamentos

Neste caso, os limites do trânsito de potência dos ramos da rede de teste foram alterados de forma a induzir uma situação de congestionamento da rede. Assim, foi alterado o limite da linha número dez (linha<sub>7-8</sub>), passando este de 175 MVA para 125 MVA.

Foram considerados para o trânsito de potências inicial os pressupostos descritos em 3.5.1, e foram consideradas como fixas o valor das tomadas dos transformadores, considerando  $\alpha$  e  $\beta$  iguais a 1. Foi mantida a tolerância relativamente ao caso base e a potência de base, convergindo o processo iterativo desenvolvido em 12,3 segundos e ao fim de 49 iterações.

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Fase (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
1	Ref	1.1	0,000	385,00	515,60	200,00	400,00
2	PV	1.1	0,000	385,00	141,89	180,00	36,00
3	PQ	0,975	-0,067	0,00	0,00	330,00	68,00
4	PQ	0,990	-0,092	0,00	0,00	135,00	27,00
5	PQ	1,017	-0,087	0,00	0,00	130,00	25,00
6	PQ	0,982	-0,173	0,00	0,00	245,00	50,00
7	PV	0,991	-0,240	306,92	138,93	225,00	45,00
8	PQ	0,920	-0,278	0,00	0,00	310,00	63,00
9	PQ	0,968	-0,038	0,00	0,00	315,00	65,00
10	PQ	0,984	-0,079	0,00	0,00	351,00	72,00
11	PQ	1,008	0,145	0,00	0,00	0,00	0,00
12	PQ	1,005	0,219	0,00	0,00	0,00	0,00
13	PV	1.1	0,354	1132,20	517,35	477,00	97,00
14	PQ	1,026	0,135	0,00	0,00	450,00	70,00
15	PV	1.1	0,272	430,00	302,22	570,00	115,00
16	PV	1.1	0,279	310,00	414,29	180,00	36,00
17	PQ	1,089	0,310	0,00	0,00	0,00	0,00
18	PV	1,085	0,296	0,00	50,45	600,00	125,00
19	PQ	1,078	0,327	0,00	0,00	330,00	67,00
20	PQ	1,084	0,423	0,00	0,00	230,00	50,00
21	PV	1.1	0,347	519,55	101,94	0,00	0,00
22	PV	1.1	0,540	600,00	-14,18	0,00	0,00
23	PV	1.1	0,494	1320,00	171,53	0,00	0,00
24	PQ	1,029	0,156	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4-8 Resultados dos barramentos.

Linha		Pij (MW)	Qij (MVA <sub>r</sub> )	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
1	2	2,09	-0,39	2,13
1	3	47,86	53,77	71,98
1	5	135,06	78,54	156,23
2	4	97,93	74,01	122,76
2	6	109,16	47,82	119,18
3	9	-19,68	11,38	22,73
4	9	-41,15	32,69	52,56
5	10	0,66	37,51	37,51
6	10	-141,69	35,77	146,13
7	8	81,91	94,42	125,00
8	9	-122,84	20,60	124,56
8	10	-107,76	3,17	107,81
11	13	-493,71	-79,06	500,00
11	14	19,26	-43,68	47,74
12	13	-329,23	-136,83	356,53
12	23	-312,81	-15,72	313,20
13	23	-190,76	38,45	194,60
14	16	-430,86	-110,42	444,78
15	16	-47,82	6,22	48,23
15	21	-362,03	65,56	367,92
15	24	269,86	130,83	299,90
16	17	-133,52	69,30	150,43
16	19	-224,62	140,30	264,83
17	18	118,48	22,81	120,65
17	22	-252,63	50,57	257,64
18	21	-481,75	-50,01	484,34
19	20	-556,35	66,24	560,30
20	23	-793,40	-29,60	793,95
21	22	-331,36	74,30	339,58

Tabela 4-9 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.

Transformador		Pij (MW)	Qij (MVA <sub>r</sub> )	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
3	24	-264,80	-32,51	266,79
9	11	-211,92	-27,32	213,68
9	12	-295,53	-4,52	295,56
10	11	-262,53	0,76	262,53
10	12	-346,51	27,37	347,59

Tabela 4-10 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.

Nesta segunda situação de teste, verificou-se que o número de iterações aumentou passando de 23 para 42 iterações e que o mesmo aconteceu com o tempo de execução passando de 4,30 para 7,44 segundos. Por sua vez a função, objectivo viu o seu valor aumentado passando de  $2,660 \times 10^7$  para  $2,694 \times 10^7$  €/h.

Analisando por sua vez a **Tabela 4-6** e **Tabela 4-9**, verifica-se que efectivamente a linha onde foi alterado o limite de trânsito de potência, a linha número dez, possui o seu trânsito de potência no seu limite máximo, nesta segunda situação. A linha número treze tem também o seu trânsito de potência no limite máximo, tal como aliás já ocorria na situação inicial.

# Capítulo

# 5

## Resultados da rede teste IEEE 30 barramentos

"Aprender sem pensar é inútil; pensar sem  
aprender, perigoso."  
(Confúcio)

## **5.1 Considerações gerais**

Neste Capítulo são apresentados os resultados relativamente à rede eléctrica de teste de 30 barramentos do IEEE. Tal como no capítulo anterior são também apresentadas duas situações distintas: uma primeira situação não considerando situação de congestionamento das linhas de transmissão, e uma segunda onde são induzidos congestionamentos nas linhas de transmissão.

## **5.2 Dados da rede eléctrica de 24 barramentos**

A rede eléctrica de teste é assim constituída por 30 barramentos, 34 linhas de transmissão, 7 transformadores, 6 nós com produção e 21 nós com consumo. Foi considerada uma potência de base de 100 MVA.

Os dados completos do sistema, incluindo limites nodais da amplitude das tensões, características das linhas de transmissão e dos transformadores e limites de geradores encontram-se descritos de seguida.



nó i	Vmin (pu)	Vmax (pu)	Pd (MW)	Qd (MVA <sub>r</sub> )	Ysh (pu)	Tipo
1	0,94	1,07	0,00	0,00	0	Ref
2	0,94	1,07	21.70	12.70	0	PV
3	0,94	1,07	2.40	1.30	0	PQ
4	0,94	1,07	7.60	1.60	0	PQ
5	0,94	1,07	94.20	19,00	0	PV
6	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PQ
7	0,94	1,07	22.80	10.90	0	PQ
8	0,94	1,07	30,00	30,00	0	PV
9	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PQ
10	0,94	1,07	5.80	2,00	0	PQ
11	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PV
12	0,94	1,07	11.20	7.50	0	PQ
13	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PV
14	0,94	1,07	6.20	1.60	0	PQ
15	0,94	1,07	8.20	2.50	0	PQ
16	0,94	1,07	3.50	1.80	0	PQ
17	0,94	1,07	9,00	5.80	0	PQ
18	0,94	1,07	3.20	0.90	0	PQ
19	0,94	1,07	9.50	3.40	0	PQ
20	0,94	1,07	2.20	0.70	0	PQ
21	0,94	1,07	17.50	11.20	0	PQ
22	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PQ
23	0,94	1,07	3.20	1.60	0	PQ
24	0,94	1,07	8.70	6.70	0	PQ
25	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PQ
26	0,94	1,07	3.50	2.30	0	PQ
27	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PQ
28	0,94	1,07	0,00	0,00	0	PQ
29	0,94	1,07	2.40	0.90	0	PQ
30	0,94	1,07	10.60	1.90	0	PQ

Tabela 5-1 Dados dos barramentos da rede de 30 barramentos utilizada.

Produtor	Nó i	Pgmin (MW)	Pgmax (MW)	ag	bg	cg	Qgmin (MVA <sub>r</sub> )	Qgmax (MVA <sub>r</sub> )	Qga (MVA <sub>r</sub> )	Qgb (MVA <sub>r</sub> )
1	1	0	300	0,0004	0,055	15,6	-80	85	45	-40
2	2	0	70	0,0023	0,061	19,7	-40	50	50	-40
3	5	0	0,1	0	0	0	-40	40	40	-40
4	8	0	0,1	0	0	0	-10	40	40	-10
5	11	0	0,1	0	0	0	-6	24	24	-6
6	13	0	0,1	0	0	0	-6	24	24	-6

Tabela 5-2 Características dos geradores.

Linha	Nó i	Nó j	Rij (pu)	Xij (pu)	Yshij (pu)	Sij max (MVA)
1	1	2	0,0192	0,0575	0,0528	200,00
2	1	3	0,0452	0,1652	0,0408	100,00
3	2	4	0,057	0,1737	0,0368	100,00
4	2	5	0,0472	0,1983	0,0418	100,00
5	2	6	0,0581	0,1763	0,0374	100,00
6	3	4	0,0132	0,0379	0,0084	100,00
7	4	6	0,0119	0,0414	0,009	100,00
8	5	7	0,046	0,116	0,0204	100,00
9	6	7	0,0267	0,082	0,017	100,00
10	6	8	0,012	0,042	0,009	100,00
11	6	28	0,0169	0,0599	0,013	100,00
12	8	28	0,0636	0,2	0,0428	100,00
13	10	17	0,0324	0,0845	0	100,00
14	10	20	0,0936	0,209	0	100,00
15	10	21	0,0348	0,0749	0	100,00
16	10	22	0,0727	0,1499	0	100,00
17	12	14	0,1231	0,2559	0	100,00
18	12	15	0,0662	0,1304	0	100,00
19	12	16	0,0945	0,1987	0	100,00
20	14	15	0,221	0,1987	0	100,00
21	15	18	0,1073	0,2185	0	100,00
22	15	23	0,1	0,202	0	100,00
23	16	17	0,0524	0,1923	0	100,00
24	18	19	0,0639	0,1292	0	100,00
25	19	20	0,034	0,068	0	100,00
26	21	22	0,0116	0,0236	0	100,00
27	22	24	0,115	0,179	0	100,00
28	23	24	0,132	0,27	0	100,00
29	24	25	0,1885	0,3292	0	100,00
30	25	26	0,2544	0,38	0	100,00
31	25	27	0,1093	0,2087	0	100,00
32	27	29	0,2198	0,4153	0	100,00
33	27	30	0,3202	0,6027	0	100,00
34	29	30	0,2399	0,4533	0	100,00

Tabela 5-3 Características das linhas da rede de 30 barramentos.

Transf.	nó i	nó j	Xij (pu)	a	amin	amax	Sij max (MVA)
1	4	12	0.256	1	0,9	1,1	100,00
2	6	9	0.208	1	0,9	1,1	100,00
3	6	10	0.556	1	0,9	1,1	100,00
4	9	10	0.11	1	0,9	1,1	100,00
5	9	11	0.208	1	0,9	1,1	100,00
6	12	13	0.14	1	0,9	1,1	100,00
7	27	28	0.396	1	0,9	1,1	100,00

Tabela 5-4 Características dos transformadores.

### 5.3 Resultados da rede de 30 barramentos sem congestionamentos

Foi efectuado o teste do algoritmo com a rede de 30 barramentos do IEEE sem congestionamentos. Foram considerados para o trânsito de potências inicial os pressupostos descritos em 3.5.1, e foi considerado como fixo o valor das tomadas dos transformadores, considerando  $\alpha$  e  $\beta$  iguais a 1.

O processo iterativo desenvolvido convergiu ao fim de 23 iterações e em 5,2 segundos, para uma tolerância de 0.00001 comum para amplitude e fase das tensões explicitada no ponto 3.5.2. Os resultados completos obtidos são apresentados nas tabelas seguintes.

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Fase (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
1	Ref	1,070	0,000	244,68	-20,70	0,00	0,00
2	PV	1,056	-0,085	54,78	50,01	21,70	12,70
3	PQ	1,034	-0,125	0,00	0,00	2,40	1,30
4	PQ	1,026	-0,154	0,00	0,00	7,60	1,60
5	PV	1,025	-0,236	0,10	39,57	94,20	19,00
6	PQ	1,021	-0,183	0,00	0,00	0,00	0,00
7	PQ	1,015	-0,214	0,00	0,00	22,80	10,90
8	PV	1,021	-0,196	0,10	40,00	30,00	30,00
9	PQ	1,022	-0,239	0,00	0,00	0,00	0,00
10	PQ	0,999	-0,269	0,00	0,00	5,80	2,00
11	PV	1,069	-0,239	0,10	24,00	0,00	0,00
12	PQ	1,018	-0,260	0,00	0,00	11,20	7,50
13	PV	1,050	-0,260	0,10	24,00	0,00	0,00
14	PQ	1,002	-0,276	0,00	0,00	6,20	1,60
15	PQ	0,996	-0,277	0,00	0,00	8,20	2,50
16	PQ	1,002	-0,268	0,00	0,00	3,50	1,80
17	PQ	0,995	-0,273	0,00	0,00	9,00	5,80
18	PQ	0,984	-0,287	0,00	0,00	3,20	0,90
19	PQ	0,981	-0,290	0,00	0,00	9,50	3,40
20	PQ	0,985	-0,286	0,00	0,00	2,20	0,70
21	PQ	0,986	-0,277	0,00	0,00	17,50	11,20
22	PQ	0,986	-0,277	0,00	0,00	0,00	0,00
23	PQ	0,982	-0,282	0,00	0,00	3,20	1,60
24	PQ	0,973	-0,282	0,00	0,00	8,70	6,70
25	PQ	0,977	-0,276	0,00	0,00	0,00	0,00
26	PQ	0,959	-0,284	0,00	0,00	3,50	2,30
27	PQ	0,989	-0,268	0,00	0,00	0,00	0,00
28	PQ	1,016	-0,194	0,00	0,00	0,00	0,00
29	PQ	0,968	-0,291	0,00	0,00	2,40	0,90
30	PQ	0,957	-0,307	0,00	0,00	10,60	1,90

Tabela 5-5 Resultados dos barramentos.

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
1	2	155,89	-21,40	157,35
1	3	83,98	5,13	84,13
2	4	44,99	5,56	45,34
2	5	83,00	3,14	83,06
2	6	61,39	4,14	61,53
3	4	78,79	-3,73	78,88
4	6	71,20	-7,54	71,59
5	7	-14,02	14,86	20,43
6	7	37,36	-4,32	37,61
6	8	29,65	-9,63	31,17
6	28	19,20	2,29	19,33
8	28	-0,36	2,69	2,71
10	17	5,83	2,90	6,51
10	20	9,17	2,96	9,63
10	21	15,62	10,54	18,85
10	22	7,51	4,95	8,99
12	14	7,84	2,88	8,36
12	15	17,47	8,61	19,47
12	16	6,76	4,90	8,35
14	15	1,56	1,11	1,91
15	18	5,89	2,37	6,35
15	23	4,69	4,36	6,41
16	17	3,19	2,97	4,36
18	19	2,64	1,38	2,98
19	20	-6,86	-2,03	7,16
21	22	-2,00	-0,92	2,21
22	24	5,45	3,90	6,70
23	24	1,45	2,68	3,05
24	25	-1,87	-0,23	1,88
25	26	3,55	2,38	4,27
25	27	-5,42	-2,62	6,02
27	29	6,20	1,69	6,43
27	30	7,11	1,69	7,30
29	30	3,71	0,61	3,76

Tabela 5-6 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.

Transformador		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
4	12	43,17	5,22	43,48
6	9	28,03	0,12	28,03
6	10	15,80	4,60	16,46
9	10	28,13	21,51	35,41
9	11	-0,10	-22,95	22,95
12	13	-0,10	-23,27	23,27
27	28	-18,77	-6,06	19,72

Tabela 5-7 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.

#### 5.4 Resultados da rede de 30 barramentos com congestionamentos

Neste caso e à semelhança do que foi realizado com a rede de 24 barramentos, também foram alterados os limites de trânsito de potência nos ramos de forma a induzir uma situação de congestionamento da rede.

Permaneceram inalterados todos os dados e pressupostos apresentados em 5.3 à exceção do limite de trânsito de potência da linha número um, passando este de 200 para 147,5 MVA. Assim, o processo iterativo desenvolvido convergiu em 12,7 segundos e ao fim de 52 iterações.

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Fase (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
1	Ref	1,070	0,000	230,09	3,33	0,00	0,00
2	PV	1,047	-0,076	68,73	26,28	21,70	12,70
3	PQ	1,028	-0,120	0,00	0,00	2,40	1,30
4	PQ	1,018	-0,148	0,00	0,00	7,60	1,60
5	PV	1,014	-0,230	0,10	38,05	94,20	19,00
6	PQ	1,012	-0,177	0,00	0,00	0,00	0,00
7	PQ	1,005	-0,208	0,00	0,00	22,80	10,90
8	PV	1,013	-0,191	0,10	40,00	30,00	30,00
9	PQ	1,014	-0,234	0,00	0,00	0,00	0,00
10	PQ	0,991	-0,265	0,00	0,00	5,80	2,00
11	PV	1,061	-0,234	0,10	24,00	0,00	0,00
12	PQ	1,010	-0,256	0,00	0,00	11,20	7,50
13	PV	1,042	-0,256	0,10	24,00	0,00	0,00
14	PQ	0,993	-0,272	0,00	0,00	6,20	1,60
15	PQ	0,988	-0,273	0,00	0,00	8,20	2,50
16	PQ	0,994	-0,265	0,00	0,00	3,50	1,80
17	PQ	0,987	-0,269	0,00	0,00	9,00	5,80
18	PQ	0,976	-0,284	0,00	0,00	3,20	0,90
19	PQ	0,972	-0,286	0,00	0,00	9,50	3,40
20	PQ	0,976	-0,282	0,00	0,00	2,20	0,70
21	PQ	0,977	-0,273	0,00	0,00	17,50	11,20
22	PQ	0,978	-0,273	0,00	0,00	0,00	0,00
23	PQ	0,974	-0,278	0,00	0,00	3,20	1,60
24	PQ	0,964	-0,279	0,00	0,00	8,70	6,70
25	PQ	0,969	-0,272	0,00	0,00	0,00	0,00
26	PQ	0,950	-0,281	0,00	0,00	3,50	2,30
27	PQ	0,980	-0,264	0,00	0,00	0,00	0,00
28	PQ	1,008	-0,188	0,00	0,00	0,00	0,00
29	PQ	0,960	-0,287	0,00	0,00	2,40	0,90
30	PQ	0,948	-0,304	0,00	0,00	10,60	1,90

Tabela 5-8 Resultados dos barramentos.

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
1	2	147,50	-0,78	147,50
1	3	82,59	9,47	83,13
2	4	45,76	4,01	45,94
2	5	83,16	3,83	83,25
2	6	61,96	3,29	62,05
3	4	77,48	0,83	77,48
4	6	70,64	-4,95	70,81
5	7	-13,92	13,54	19,42
6	7	37,26	-2,99	37,38
6	8	29,65	-9,57	31,16
6	28	19,20	2,36	19,34
8	28	-0,36	2,69	2,72
10	17	5,85	2,83	6,50
10	20	9,18	2,92	9,63
10	21	15,63	10,54	18,85
10	22	7,52	4,94	9,00
12	14	7,85	2,91	8,37
12	15	17,46	8,69	19,50
12	16	6,74	4,98	8,38
14	15	1,56	1,13	1,93
15	18	5,88	2,41	6,36
15	23	4,69	4,41	6,44
16	17	3,17	3,04	4,40
18	19	2,64	1,42	3,00
19	20	-6,87	-1,99	7,16
21	22	-2,00	-0,93	2,20
22	24	5,46	3,89	6,70
23	24	1,45	2,73	3,09
24	25	-1,87	-0,20	1,88
25	26	3,55	2,38	4,28
25	27	-5,42	-2,59	6,01
27	29	6,20	1,70	6,43
27	30	7,11	1,70	7,31
29	30	3,71	0,62	3,76

Tabela 5-9 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.

Transformador		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
4	12	43,14	5,48	43,49
6	9	28,06	0,12	28,06
6	10	15,81	4,59	16,47
9	10	28,16	21,46	35,41
9	11	-0,10	-22,94	22,94
12	13	-0,10	-23,26	23,26
27	28	-18,77	-6,05	19,72

Tabela 5-10 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.

Verificou-se que na situação onde se induziram os congestionamentos, o número de iterações aumentou passando de 23 para 52 iterações e que o mesmo aconteceu com o tempo de execução passando de 5,2 para 12,7 segundos. Por sua vez, a função objectivo viu o seu valor aumentado passando de 83,022 para 84,278 €/h.

Analisando por sua vez as **Tabelas 5-6 e 5-9**, verifica-se que a linha número um, linha que viu reduzido o seu limite de trânsito de potência aparente, possui nesta segunda situação o seu trânsito de potência no seu limite máximo.

<b>Tensão</b>	<b>Valor da função objectivo (€/h)</b>
<b>Amplitude (pu)</b>	
0,95	83,022
0,96	83,045
0,97	83,045
0,98	83,022
0,99	83,022
1	83,022
1,01	83,022
1,02	83,022
1,03	83,022
1,04	83,022
1,05	83,022

**Tabela 5-11 Resultados da função objectivo para diferentes entradas do valor da amplitude da tensão.**

Para esta rede teste, com o intuito de testar a robustez do programa desenvolvido, a aplicação foi executada diversas vezes alterando os valores iniciais da amplitude da tensão. Os resultados obtidos apresentados na **Tabela 5-11** permitem verificar que o valor da função objectivo não sofre grandes variações e que essas variações são inferiores a 0,03%, não sendo portanto a aplicação afectada neste caso pela alteração dos valores iniciais da amplitude da tensão.

# Capítulo

# 6

## Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

“Pensa como pensam os sábios mas fala  
como as pessoas simples”  
(Aristóteles)



## **6.1 Considerações gerais**

Neste Capítulo são apresentados os resultados relativamente à rede eléctrica de teste de 118 barramentos do IEEE. Esta rede já é dotada de alguma complexidade e apresenta características que a aproximam de redes reais.

São apresentadas, à semelhança do sucedido em relação às redes de 24 e 30 barramentos, duas situações distintas: uma primeira situação não considerando congestionamento das linhas de transmissão, e uma segunda onde são considerados congestionamentos nas linhas de transmissão.

## **6.2 Dados da rede eléctrica de 118 barramentos**

A rede eléctrica de teste é assim constituída por 118 barramentos, 177 linhas de transmissão, 9 transformadores, 54 nós com produção e 103 nós com consumo. Foi considerada uma potência de base de 100 MVA.

Os dados completos do sistema, incluindo limites nodais da amplitude das tensões, características das linhas de transmissão e dos transformadores e limites de geradores encontram-se descritos de seguida.

nó i	Vmin (pu)	Vmax (pu)	Pd (MW)	Qd (MVar)	Ysh (pu)	Tipo
1	0,95	1,05	51,00	27,53	0,00	PV
2	0,95	1,05	20,00	9,10	0,00	PQ
3	0,95	1,05	39,00	9,77	0,00	PQ
4	0,95	1,05	39,00	11,38	0,00	PV
5	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
6	0,95	1,05	52,00	22,15	0,00	PV
7	0,95	1,05	19,00	2,71	0,00	PQ
8	0,95	1,05	28,00	0,00	0,00	PV
9	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
10	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PV
11	0,95	1,05	70,00	23,01	0,00	PQ
12	0,95	1,05	47,00	9,54	0,00	PV
13	0,95	1,05	34,00	16,47	0,00	PQ
14	0,95	1,05	14,00	0,00	0,00	PQ
15	0,95	1,05	90,00	29,58	0,00	PV
16	0,95	1,05	25,00	9,88	0,00	PQ
17	0,95	1,05	11,00	3,21	0,00	PQ
18	0,95	1,05	60,00	34,00	0,00	PV
19	0,95	1,05	45,00	25,50	0,00	PV
20	0,95	1,05	18,00	2,56	0,00	PQ
21	0,95	1,05	14,00	7,93	0,00	PQ
22	0,95	1,05	10,00	5,12	0,00	PQ
23	0,95	1,05	7,00	2,98	0,00	PQ
24	0,95	1,05	13,00	0,00	0,00	PV
25	0,95	1,05	34,00	11,18	0,00	PV
26	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	Ref
27	0,95	1,05	71,00	14,42	0,00	PV
28	0,95	1,05	17,00	7,24	0,00	PQ
29	0,95	1,05	24,00	3,42	0,00	PQ
30	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
31	0,95	1,05	43,00	26,65	0,00	PV
32	0,95	1,05	59,00	23,32	0,00	PV
33	0,95	1,05	23,00	9,09	0,00	PQ
34	0,95	1,05	59,00	25,13	0,00	PV
35	0,95	1,05	33,00	9,63	0,00	PQ
36	0,95	1,05	31,00	16,73	0,00	PV
37	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
38	0,95	1,05	28,00	8,17	0,00	PQ
39	0,95	1,05	27,00	10,67	0,00	PQ
40	0,95	1,05	66,00	23,95	0,00	PV
41	0,95	1,05	37,00	9,27	0,00	PQ
42	0,95	1,05	96,00	24,06	0,00	PV
43	0,95	1,05	18,00	7,11	0,00	PQ
44	0,95	1,05	16,00	8,20	0,00	PQ
45	0,95	1,05	53,00	22,58	0,00	PQ
46	0,95	1,05	28,00	10,16	0,00	PV
47	0,95	1,05	34,00	0,00	0,00	PQ
48	0,95	1,05	20,00	10,79	0,00	PQ

Tabela 6-1 Dados dos barramentos da rede de 118 barramentos utilizada.

nó i	Vmin (pu)	Vmax (pu)	Pd (MW)	Qd (MVar)	Ysh (pu)	Tipo
49	0,95	1,05	87,00	28,60	0,00	PV
50	0,95	1,05	17,00	4,26	0,00	PQ
51	0,95	1,05	17,00	8,23	0,00	PQ
52	0,95	1,05	18,00	5,25	0,00	PQ
53	0,95	1,05	23,00	11,14	0,00	PQ
54	0,95	1,05	113,00	32,96	0,00	PV
55	0,95	1,05	63,00	22,87	0,00	PV
56	0,95	1,05	84,00	17,06	0,00	PV
57	0,95	1,05	12,00	3,01	0,00	PQ
58	0,95	1,05	12,00	3,01	0,00	PQ
59	0,95	1,05	277,00	109,48	0,00	PV
60	0,95	1,05	78,00	0,00	0,00	PQ
61	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PV
62	0,95	1,05	77,00	15,64	0,00	PV
63	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
64	0,95	1,05	62,00	22,50	0,00	PQ
65	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PV
66	0,95	1,05	39,00	17,77	0,00	PV
67	0,95	1,05	28,00	7,02	0,00	PQ
68	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
69	0,95	1,05	45,00	11,28	0,00	PV
70	0,95	1,05	66,00	19,25	0,00	PV
71	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
72	0,95	1,05	12,00	0,00	0,00	PV
73	0,95	1,05	6,00	0,00	0,00	PV
74	0,95	1,05	68,00	26,88	0,00	PV
75	0,95	1,05	47,00	11,78	0,00	PQ
76	0,95	1,05	68,00	36,70	0,00	PV
77	0,95	1,05	61,00	27,79	0,00	PV
78	0,95	1,05	71,00	25,77	0,00	PQ
79	0,95	1,05	39,00	32,32	0,00	PQ
80	0,95	1,05	130,00	26,40	0,00	PV
81	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PQ
82	0,95	1,05	54,00	27,67	0,00	PQ
83	0,95	1,05	20,00	10,25	0,00	PQ
84	0,95	1,05	11,00	7,11	0,00	PQ
85	0,95	1,05	24,00	14,87	0,00	PV
86	0,95	1,05	21,00	10,17	0,00	PQ
87	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PV
88	0,95	1,05	48,00	9,75	0,00	PQ
89	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PV
90	0,95	1,05	163,00	40,85	0,00	PV
91	0,95	1,05	10,00	0,00	0,00	PV
92	0,95	1,05	65,00	9,26	0,00	PV
93	0,95	1,05	12,00	7,12	0,00	PQ
94	0,95	1,05	30,00	16,19	0,00	PQ
95	0,95	1,05	42,00	31,50	0,00	PQ
96	0,95	1,05	38,00	15,02	0,00	PQ

Tabela 6-2 Dados dos barramentos da rede de 118 barramentos utilizada (continuação).

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

nó i	Vmin (pu)	Vmax (pu)	Pd (MW)	Qd (MVar)	Ysh (pu)	Tipo
97	0,95	1,05	15,00	8,90	0,00	PQ
98	0,95	1,05	34,00	8,52	0,00	PQ
99	0,95	1,05	42,00	0,00	0,00	PV
100	0,95	1,05	37,00	17,92	0,00	PV
101	0,95	1,05	22,00	14,78	0,00	PQ
102	0,95	1,05	5,00	2,97	0,00	PQ
103	0,95	1,05	23,00	16,05	0,00	PV
104	0,95	1,05	38,00	24,55	0,00	PV
105	0,95	1,05	31,00	25,69	0,00	PV
106	0,95	1,05	43,00	15,61	0,00	PQ
107	0,95	1,05	50,00	12,53	0,00	PV
108	0,95	1,05	2,00	1,02	0,00	PQ
109	0,95	1,05	8,00	2,90	0,00	PQ
110	0,95	1,05	39,00	30,27	0,00	PV
111	0,95	1,05	0,00	0,00	0,00	PV
112	0,95	1,05	68,00	13,81	0,00	PV
113	0,95	1,05	6,00	0,00	0,00	PV
114	0,95	1,05	8,00	2,90	0,00	PQ
115	0,95	1,05	22,00	7,23	0,00	PQ
116	0,95	1,05	184,00	0,00	0,00	PV
117	0,95	1,05	20,00	7,90	0,00	PQ
118	0,95	1,05	33,00	15,04	0,00	PQ

Tabela 6-3 Dados dos barramentos da rede de 118 barramentos utilizada (continuação).

Produtor	Nó i	Pgmin (MW)	Pgmax (MW)	ag	bg	cg	Qgmin (MVar)	Qgmax (MVar)	Qga (MVar)	Qgb (MVar)
1	1	0	22	0,00001	0,0000	35,0	-5	15	15	-5
2	4	0	420	0,00002	0,0044	33,8	-300	300	240	-240
3	6	0	23	0,00001	0,0000	36,0	-13	50	50	-13
4	8	0	420	0,00002	0,0050	33,8	-300	300	240	-240
5	10	0	630	0,00010	0,0002	15,0	-147	200	160	-117,6
6	12	0	168	0,00007	0,0047	22,8	-35	120	96	-28
7	15	0	55	0,00002	0,0000	36,0	-10	30	30	-10
8	18	0	66	0,00001	0,0000	34,0	-16	50	50	-16
9	19	0	44	0,00001	0,0000	35,0	-8	24	24	-8
10	24	0	420	0,00005	0,0002	33,3	-300	300	240	-240
11	25	0	308	0,00010	0,0240	14,9	-47	140	112	-37,6
12	26	0	1400	0,00005	0,0278	16,9	-800	1000	1000	-800
13	27	0	420	0,00001	0,0175	30,0	-300	240	240	-300
14	31	0	420	0,00010	0,1577	24,1	-300	300	240	-240
15	32	0	62	0,00001	0,0000	35,0	-14	42	42	-14
16	34	0	45	0,00002	0,0000	35,0	-8	24	24	-8

Tabela 6-4 Características dos geradores.

Produtor	Nó i	Pgmin (MW)	Pgmax (MW)	ag	bg	cg	Qgmin (MVar)	Qgmax (MVar)	Qga (MVar)	Qgb (MVar)
17	36	0	45	0,00003	0,0000	35,0	-8	24	24	-8
18	40	0	420	0,00002	0,0082	32,1	-300	300	240	-240
19	42	0	420	0,00003	0,0063	30,8	-300	300	240	-240
20	46	0	140	0,00020	0,1036	24,7	-100	100	80	-80
21	49	0	294	0,00030	0,0192	15,4	-85	210	168	-68
22	54	0	420	0,00010	0,1084	23,9	-300	300	240	-240
23	55	0	45	0,00001	0,0000	34,0	-8	23	23	-8
24	56	0	26	0,00001	0,0000	34,0	-8	15	15	-8
25	59	0	252	0,00001	0,0597	15,4	-60	180	144	-48
26	61	0	420	0,00005	0,0118	25,7	-100	300	240	-80
27	62	0	38	0,00002	0,0000	35,0	-20	20	20	-20
28	65	0	547,4	0,00100	0,0002	8,2	-67	200	160	-53,6
29	66	0	548,8	0,00007	0,0076	12,4	-67	200	160	-53,6
30	69	0	723	0,00001	0,0065	21,7	-300	300	240	-240
31	70	0	54	0,00004	0,0000	35,0	-10	32	32	-10
32	72	0	140	0,00006	0,0117	33,3	-100	100	80	-80
33	73	0	140	0,00001	0,0286	33,0	-100	100	80	-80
34	74	0	16	0,00003	0,0000	34,0	-6	9	9	-6
35	76	0	38	0,00001	0,0000	34,0	-8	23	23	-8
36	77	0	135	0,00002	0,0000	34,0	-20	70	70	-20
37	80	0	667,8	0,00006	0,0030	13,9	-165	280	224	-132
38	85	0	36	0,00001	0,0000	34,0	-8	23	23	-8
39	87	0	46	0,00040	0,2951	24,8	-100	1000	800	-80
40	89	0	849	0,00002	0,0047	16,4	-210	300	240	-168
41	90	0	420	0,00002	0,0058	32,8	-300	300	240	-240
42	91	0	140	0,00030	0,0125	31,0	-100	100	80	-80
43	92	0	15	0,00001	0,0000	35,0	-3	9	9	-3
44	99	0	140	0,00001	0,0333	30,7	-100	100	80	-80
45	100	0	352,2	0,00010	0,0008	19,3	-50	155	124	-40
46	103	0	56	0,00290	0,3654	15,5	-15	40	32	-12
47	104	0	33	0,00004	0,0000	35,0	-8	23	23	-8
48	105	0	33	0,00001	0,0000	34,0	-8	23	23	-8
49	107	0	280	0,00005	0,0298	29,1	-200	200	160	-160
50	110	0	36	0,00002	0,0000	35,0	-8	23	23	-8
51	111	0	1400	0,00020	0,0848	24,5	-100	1000	800	-80
52	112	0	1400	0,00001	0,0064	28,5	-100	1000	800	-80
53	113	0	280	0,00002	0,0000	34,0	-100	200	160	-80
54	116	0	1400	0,00002	0,0075	21,5	-100	1000	800	-80

Tabela 6-5 Características dos geradores (continuação).

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Linha	Nó i	Nó j	Rij (pu)	Xij (pu)	Yshij (pu)	Sij max (MVA)
1	1	2	0,0303	0,0999	0,0254	500,00
2	1	3	0,0129	0,0424	0,0108	500,00
3	2	12	0,0187	0,0616	0,0157	500,00
4	3	5	0,0241	0,1080	0,0284	500,00
5	3	12	0,0484	0,1600	0,0406	500,00
6	4	5	0,0018	0,0080	0,0021	500,00
7	4	11	0,0209	0,0688	0,0175	500,00
8	5	6	0,0119	0,0540	0,0143	500,00
9	5	11	0,0203	0,0682	0,0174	500,00
10	6	7	0,0046	0,0208	0,0055	500,00
11	7	12	0,0086	0,0340	0,0087	500,00
12	8	9	0,0024	0,0305	1,1620	500,00
13	8	30	0,0043	0,0504	0,5140	500,00
14	9	10	0,0026	0,0322	1,2300	500,00
15	11	12	0,0060	0,0196	0,0050	500,00
16	11	13	0,0223	0,0731	0,0188	500,00
17	12	14	0,0215	0,0707	0,0182	500,00
18	12	16	0,0212	0,0834	0,0214	500,00
19	12	117	0,0329	0,1400	0,0358	500,00
20	13	15	0,0744	0,2444	0,0627	500,00
21	14	15	0,0595	0,1950	0,0502	500,00
22	15	17	0,0132	0,0437	0,0444	500,00
23	15	19	0,0120	0,0394	0,0101	500,00
24	15	33	0,0380	0,1244	0,0319	500,00
25	16	17	0,0454	0,1801	0,0466	500,00
26	17	18	0,0123	0,0505	0,0130	500,00
27	17	31	0,0474	0,1563	0,0399	500,00
28	17	113	0,0091	0,0301	0,0077	500,00
29	18	19	0,0112	0,0493	0,0114	500,00
30	19	20	0,0252	0,1170	0,0298	500,00
31	19	34	0,0752	0,2470	0,0632	500,00
32	20	21	0,0183	0,0849	0,0216	500,00
33	21	22	0,0209	0,0970	0,0246	500,00
34	22	23	0,0342	0,1590	0,0404	500,00
35	23	24	0,0135	0,0492	0,0498	500,00
36	23	25	0,0156	0,0800	0,0864	500,00
37	23	32	0,0317	0,1153	0,1173	500,00
38	24	70	0,0022	0,4115	0,1020	500,00
39	24	72	0,0488	0,1960	0,0488	500,00
40	25	27	0,0318	0,1630	0,1764	500,00
41	26	30	0,0080	0,0860	0,9080	500,00
42	27	28	0,0191	0,0855	0,0216	500,00
43	27	32	0,0229	0,0755	0,0193	500,00
44	27	115	0,0164	0,0741	0,0197	500,00
45	28	29	0,0237	0,0943	0,0238	500,00
46	29	31	0,0108	0,0331	0,0083	500,00
47	30	38	0,0046	0,0540	0,4220	500,00
48	31	32	0,0298	0,0985	0,0251	500,00

Tabela 6-6 Características das linhas da rede de 118 barramentos.

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Linha	Nó i	Nó j	Rij (pu)	Xij (pu)	Yshij (pu)	Sij max (MVA)
49	32	113	0,0615	0,2030	0,0518	500,00
50	32	114	0,0135	0,0612	0,0163	500,00
51	33	37	0,0415	0,1420	0,0366	500,00
52	34	36	0,0087	0,0268	0,0057	500,00
53	34	37	0,0026	0,0094	0,0098	500,00
54	34	43	0,0413	0,1681	0,0423	500,00
55	35	36	0,0022	0,0102	0,0027	500,00
56	35	37	0,0110	0,0497	0,0132	500,00
57	37	39	0,0321	0,1060	0,0270	500,00
58	37	40	0,0593	0,1680	0,0420	500,00
59	38	65	0,0090	0,0986	1,0460	500,00
60	39	40	0,0184	0,0605	0,0155	500,00
61	40	41	0,0145	0,0487	0,0122	500,00
62	40	42	0,0555	0,1830	0,0466	500,00
63	41	42	0,0410	0,1350	0,0344	500,00
64	42	49	0,0715	0,3230	0,0860	500,00
65	42	49	0,0715	0,3230	0,0860	500,00
66	43	44	0,0608	0,2454	0,0607	500,00
67	44	45	0,0224	0,0901	0,0224	500,00
68	45	46	0,0400	0,1356	0,0332	500,00
69	45	49	0,0684	0,1860	0,0444	500,00
70	46	47	0,0380	0,1270	0,0316	500,00
71	46	48	0,0601	0,1890	0,0472	500,00
72	47	49	0,0191	0,0625	0,0160	500,00
73	47	69	0,0844	0,2778	0,0709	500,00
74	48	49	0,0179	0,0505	0,0126	500,00
75	49	50	0,0267	0,0752	0,0187	500,00
76	49	51	0,0486	0,1370	0,0342	500,00
77	49	54	0,0730	0,2890	0,0738	500,00
78	49	54	0,0869	0,2910	0,0730	500,00
79	49	66	0,0180	0,0919	0,0248	500,00
80	49	66	0,0180	0,0919	0,0248	500,00
81	49	69	0,0985	0,3240	0,0828	500,00
82	50	57	0,0474	0,1340	0,0332	500,00
83	51	52	0,0203	0,0588	0,0140	500,00
84	51	58	0,0255	0,0719	0,0179	500,00
85	52	53	0,0405	0,1635	0,0406	500,00
86	53	54	0,0263	0,1220	0,0310	500,00
87	54	55	0,0169	0,0707	0,0202	500,00
88	54	56	0,0028	0,0096	0,0073	500,00
89	54	59	0,0503	0,2293	0,0598	500,00
90	55	56	0,0049	0,0151	0,0037	500,00
91	55	59	0,0474	0,2158	0,0565	500,00
92	56	57	0,0343	0,0966	0,0242	500,00
93	56	58	0,0343	0,0966	0,0242	500,00
94	56	59	0,0825	0,2510	0,0569	500,00
95	56	59	0,0803	0,2390	0,0536	500,00
96	59	60	0,0317	0,1450	0,0376	500,00

Tabela 6-7 Características das linhas da rede de 118 barramentos (continuação).

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Linha	Nó i	Nó j	Rij (pu)	Xij (pu)	Yshij (pu)	Sij max (MVA)
97	59	61	0,0328	0,1500	0,0388	500,00
98	60	61	0,0026	0,0135	0,0146	500,00
99	60	62	0,0123	0,0561	0,0147	500,00
100	61	62	0,0082	0,0376	0,0098	500,00
101	62	66	0,0482	0,2180	0,0578	500,00
102	62	67	0,0258	0,1170	0,0310	500,00
103	63	64	0,0017	0,0200	0,2160	500,00
104	64	65	0,0027	0,0302	0,3800	500,00
105	65	68	0,0014	0,0160	0,6380	500,00
106	66	67	0,0224	0,1015	0,0268	500,00
107	68	81	0,0018	0,0202	0,8080	500,00
108	68	116	0,0003	0,0041	0,1640	500,00
109	69	70	0,0300	0,1270	0,1220	500,00
110	69	75	0,0405	0,1220	0,1240	500,00
111	69	77	0,0309	0,1010	0,1038	500,00
112	70	71	0,0088	0,0355	0,0088	500,00
113	70	74	0,0401	0,1323	0,0337	500,00
114	70	75	0,0428	0,1410	0,0360	500,00
115	71	72	0,0446	0,1800	0,0444	500,00
116	71	73	0,0087	0,0454	0,0118	500,00
117	74	75	0,0123	0,0406	0,0103	500,00
118	75	77	0,0601	0,1999	0,0498	500,00
119	75	118	0,0145	0,0481	0,0120	500,00
120	76	77	0,0444	0,1480	0,0368	500,00
121	76	118	0,0164	0,0544	0,0136	500,00
122	77	78	0,0038	0,0124	0,0126	500,00
123	77	80	0,0170	0,0485	0,0472	500,00
124	77	80	0,0294	0,1050	0,0228	500,00
125	77	82	0,0298	0,0853	0,0817	500,00
126	78	79	0,0055	0,0244	0,0065	500,00
127	79	80	0,0156	0,0704	0,0182	500,00
128	80	96	0,0356	0,1820	0,0494	500,00
129	80	97	0,0183	0,0934	0,0254	500,00
130	80	98	0,0238	0,1080	0,0286	500,00
131	80	99	0,0454	0,2060	0,0546	500,00
132	82	83	0,0112	0,0367	0,0380	500,00
133	82	96	0,0162	0,0530	0,0544	500,00
134	83	84	0,0625	0,1320	0,0258	500,00
135	83	85	0,0430	0,1480	0,0348	500,00
136	84	85	0,0302	0,0641	0,0123	500,00
137	85	86	0,0350	0,1230	0,0276	500,00
138	85	88	0,0200	0,1020	0,0276	500,00
139	85	89	0,0239	0,1730	0,0470	500,00
140	86	87	0,0283	0,2074	0,0445	500,00
141	88	89	0,0139	0,0712	0,0193	500,00
142	89	90	0,0518	0,1880	0,0528	500,00
143	89	90	0,0238	0,0997	0,1060	500,00
144	89	92	0,0099	0,0505	0,0548	500,00

Tabela 6-8 Características das linhas da rede de 118 barramentos (continuação).



Linha	Nó i	Nó j	Rij (pu)	Xij (pu)	Yshij (pu)	Sij max (MVA)
145	89	92	0,0393	0,1581	0,0414	500,00
146	90	91	0,0254	0,0836	0,0214	500,00
147	91	92	0,0387	0,1272	0,0327	500,00
148	92	93	0,0258	0,0848	0,0218	500,00
149	92	94	0,0481	0,1580	0,0406	500,00
150	92	100	0,0648	0,2950	0,0472	500,00
151	92	102	0,0123	0,0559	0,0146	500,00
152	93	94	0,0223	0,0732	0,0188	500,00
153	94	95	0,0132	0,0434	0,0111	500,00
154	94	96	0,0269	0,0869	0,0230	500,00
155	94	100	0,0178	0,0580	0,0604	500,00
156	95	96	0,0171	0,0547	0,0147	500,00
157	96	97	0,0173	0,0885	0,0240	500,00
158	98	100	0,0397	0,1790	0,0476	500,00
159	99	100	0,0180	0,0813	0,0216	500,00
160	100	101	0,0277	0,1262	0,0328	500,00
161	100	103	0,0160	0,0525	0,0536	500,00
162	100	104	0,0451	0,2040	0,0541	500,00
163	100	106	0,0605	0,2290	0,0620	500,00
164	101	102	0,0246	0,1120	0,0294	500,00
165	103	104	0,0466	0,1584	0,0407	500,00
166	103	105	0,0535	0,1625	0,0408	500,00
167	103	110	0,0391	0,1813	0,0461	500,00
168	104	105	0,0099	0,0378	0,0099	500,00
169	105	106	0,0140	0,0547	0,0143	500,00
170	105	107	0,0530	0,1830	0,0472	500,00
171	105	108	0,0261	0,0703	0,0184	500,00
172	106	107	0,0530	0,1830	0,0472	500,00
173	108	109	0,0105	0,0288	0,0076	500,00
174	109	110	0,0278	0,0762	0,0202	500,00
175	110	111	0,0220	0,0755	0,0200	500,00
176	110	112	0,0247	0,0620	0,0620	500,00
177	114	115	0,0023	0,0104	0,0028	500,00

Tabela 6-9 Características das linhas da rede de 118 barramentos (continuação).

Transf.	nó i	nó j	Xij (pu)	a	amin	amax	Sij max (MVA)
1	5	8	0,0267	1	0,9	1,1	500,00
2	17	30	0,0388	1	0,9	1,1	500,00
3	25	26	0,0382	1	0,9	1,1	500,00
4	37	38	0,0375	1	0,9	1,1	500,00
5	59	63	0,0386	1	0,9	1,1	500,00
6	61	64	0,0268	1	0,9	1,1	500,00
7	65	66	0,0370	1	0,9	1,1	500,00
8	68	69	0,0370	1	0,9	1,1	500,00
9	80	81	0,0370	1	0,9	1,1	500,00

Tabela 6-10 Características dos transformadores da rede de 118 barramentos.

### 6.3 Resultados da rede de 118 barramentos sem congestionamentos

Foi efectuado o teste do algoritmo com a rede de 118 barramentos do IEEE sem congestionamentos. Foram considerados para o trânsito de potências inicial os pressupostos descritos em 3.5.1, e foi considerado como fixo o valor das tomadas dos transformadores, considerando  $\alpha$  e  $\beta$  iguais a 1.

O processo iterativo desenvolvido convergiu ao fim de 53 iterações e 188,9 segundos, para uma tolerância de 0,00001 comum a amplitude e fases das tensões explicitada no ponto 3.5.2. Os resultados completos obtidos são apresentados nas tabelas seguintes.

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Argumento (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
1	PV	0,982	0,051	22,00	15,00	51,00	27,53
2	PQ	0,991	0,052	0,00	0,00	20,00	9,10
3	PQ	0,987	0,062	0,00	0,00	39,00	9,77
4	PV	1,011	0,140	277,59	68,72	39,00	11,38
5	PQ	1,004	0,129	0,00	0,00	0,00	0,00
6	PV	1,000	0,086	23,00	19,76	52,00	22,15
7	PQ	1,001	0,075	0,00	0,00	19,00	2,71
8	PV	0,982	0,149	331,21	-243,25	28,00	0,00
9	PQ	0,992	0,176	0,00	0,00	0,00	0,00
10	PV	0,966	0,209	89,43	-142,69	0,00	0,00
11	PQ	0,997	0,074	0,00	0,00	70,00	23,01
12	PV	1,004	0,063	97,74	87,21	47,00	9,54
13	PQ	0,985	0,034	0,00	0,00	34,00	16,47
14	PQ	1,003	0,031	0,00	0,00	14,00	0,00
15	PV	1,003	-0,028	55,00	29,99	90,00	29,58
16	PQ	1,001	0,035	0,00	0,00	25,00	9,88
17	PQ	1,017	0,017	0,00	0,00	11,00	3,21
18	PV	1,014	-0,012	66,00	49,98	60,00	34,00
19	PV	1,003	-0,041	44,00	23,95	45,00	25,50
20	PQ	0,984	-0,056	0,00	0,00	18,00	2,56
21	PQ	0,974	-0,051	0,00	0,00	14,00	7,93
22	PQ	0,971	-0,033	0,00	0,00	10,00	5,12
23	PQ	0,974	0,014	0,00	0,00	7,00	2,98
24	PV	0,952	0,015	207,31	-35,08	13,00	0,00
25	PV	1,005	0,008	0,81	-47,00	34,00	11,18
26	Ref	1,050	0,000	0,32	118,59	0,00	0,00
27	PV	0,970	0,115	270,16	-73,50	71,00	14,42
28	PQ	0,975	0,067	0,00	0,00	17,00	7,24
29	PQ	0,990	0,029	0,00	0,00	24,00	3,42

Tabela 6-11 Resultados dos barramentos.

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Argumento (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
30	PQ	1,012	-0,016	0,00	0,00	0,00	0,00
31	PV	0,998	0,024	0,00	69,14	43,00	26,65
32	PV	0,979	0,069	62,00	-8,57	59,00	23,32
33	PQ	0,986	-0,139	0,00	0,00	23,00	9,09
34	PV	0,994	-0,239	45,00	23,93	59,00	25,13
35	PQ	0,994	-0,243	0,00	0,00	33,00	9,63
36	PV	0,994	-0,241	45,00	23,94	31,00	16,73
37	PQ	0,997	-0,236	0,00	0,00	0,00	0,00
38	PQ	1,001	-0,241	0,00	0,00	28,00	8,17
39	PQ	1,020	-0,237	0,00	0,00	27,00	10,67
40	PV	1,043	-0,224	260,58	39,57	66,00	23,95
41	PQ	1,038	-0,265	0,00	0,00	37,00	9,27
42	PV	1,050	-0,334	235,10	59,39	96,00	24,06
43	PQ	0,958	-0,416	0,00	0,00	18,00	7,11
44	PQ	0,968	-0,636	0,00	0,00	16,00	8,20
45	PQ	0,990	-0,699	0,00	0,00	53,00	22,58
46	PV	1,031	-0,724	0,00	39,08	28,00	10,16
47	PQ	1,036	-0,707	0,00	0,00	34,00	0,00
48	PQ	1,033	-0,716	0,00	0,00	20,00	10,79
49	PV	1,041	-0,706	3,53	133,06	87,00	28,60
50	PQ	1,030	-0,753	0,00	0,00	17,00	4,26
51	PQ	1,014	-0,812	0,00	0,00	17,00	8,23
52	PQ	1,008	-0,831	0,00	0,00	18,00	5,25
53	PQ	1,011	-0,858	0,00	0,00	23,00	11,14
54	PV	1,029	-0,853	0,00	87,94	113,00	32,96
55	PV	1,025	-0,852	45,00	-7,40	63,00	22,87
56	PV	1,027	-0,852	26,00	14,77	84,00	17,06
57	PQ	1,025	-0,817	0,00	0,00	12,00	3,01
58	PQ	1,017	-0,833	0,00	0,00	12,00	3,01
59	PV	1,047	-0,828	0,00	163,09	277,00	109,48
60	PQ	1,048	-0,747	0,00	0,01	78,00	0,00
61	PV	1,050	-0,733	133,04	8,80	0,00	0,00
62	PV	1,047	-0,735	38,00	17,71	77,00	15,64
63	PQ	1,044	-0,757	0,00	0,00	0,00	0,00
64	PQ	1,045	-0,719	0,00	0,01	62,00	22,50
65	PV	1,047	-0,630	0,93	40,54	0,00	0,00
66	PV	1,045	-0,662	130,63	-14,69	39,00	17,77
67	PQ	1,040	-0,709	0,00	0,00	28,00	7,02
68	PQ	1,049	-0,625	0,00	0,03	0,00	0,00
69	PV	1,046	-0,580	516,76	89,41	45,00	11,28
70	PV	0,967	-0,510	54,00	7,51	66,00	19,25
71	PQ	0,955	-0,460	0,00	0,00	0,00	0,00
72	PV	0,950	-0,189	56,04	9,05	12,00	0,00
73	PV	0,950	-0,462	0,00	-10,01	6,00	0,00
74	PV	0,953	-0,636	16,00	9,00	68,00	26,88
75	PQ	0,965	-0,654	0,00	0,00	47,00	11,78
76	PV	0,955	-0,734	38,00	19,12	68,00	36,70

Tabela 6-12 Resultados dos barramentos (continuação).

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Argumento (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
77	PV	1,002	-0,785	135,00	7,13	61,00	27,79
78	PQ	0,996	-0,799	0,00	0,00	71,00	25,77
79	PQ	0,999	-0,810	0,00	0,00	39,00	32,32
80	PV	1,033	-0,819	0,35	244,27	130,00	26,40
81	PQ	1,040	-0,693	0,00	0,00	0,00	0,00
82	PQ	0,974	-0,935	0,00	0,00	54,00	27,67
83	PQ	0,976	-0,974	0,00	0,00	20,00	10,25
84	PQ	0,984	-1,026	0,00	0,00	11,00	7,11
85	PV	0,995	-1,045	36,00	11,17	24,00	14,87
86	PQ	0,986	-1,071	0,00	0,00	21,00	10,17
87	PV	0,997	-1,073	0,00	3,20	0,00	0,00
88	PQ	1,014	-1,083	0,00	0,00	48,00	9,75
89	PV	1,039	-1,076	75,26	73,19	0,00	0,00
90	PV	1,047	-1,138	47,75	92,62	163,00	40,85
91	PV	1,035	-1,115	0,00	1,55	10,00	0,00
92	PV	1,017	-1,065	15,00	4,76	65,00	9,26
93	PQ	0,998	-1,033	0,00	0,00	12,00	7,12
94	PQ	0,988	-0,996	0,00	0,00	30,00	16,19
95	PQ	0,976	-0,983	0,00	0,00	42,00	31,50
96	PQ	0,985	-0,947	0,00	0,00	38,00	15,02
97	PQ	1,002	-0,889	0,00	0,00	15,00	8,90
98	PQ	1,010	-0,899	0,00	0,00	34,00	8,52
99	PV	0,988	-0,952	0,00	-29,97	42,00	0,00
100	PV	1,003	-0,977	50,63	124,10	37,00	17,92
101	PQ	0,996	-1,030	0,00	0,00	22,00	14,78
102	PQ	1,009	-1,055	0,00	0,00	5,00	2,97
103	PV	0,980	-0,949	0,00	-14,98	23,00	16,05
104	PV	0,964	-0,960	33,00	-2,82	38,00	24,55
105	PV	0,962	-0,959	33,00	19,54	31,00	25,69
106	PQ	0,958	-0,991	0,00	0,00	43,00	15,61
107	PV	0,950	-1,027	0,00	13,70	50,00	12,53
108	PQ	0,970	-0,899	0,00	0,00	2,00	1,02
109	PQ	0,975	-0,873	0,00	0,00	8,00	2,90
110	PV	0,993	-0,802	36,00	16,46	39,00	30,27
111	PV	0,998	-0,804	0,00	5,78	0,00	0,00
112	PV	1,035	-0,698	244,18	19,22	68,00	13,81
113	PV	1,050	0,085	280,00	74,60	6,00	0,00
114	PQ	0,970	0,079	0,00	0,00	8,00	2,90
115	PQ	0,969	0,081	0,00	0,00	22,00	7,23
116	PV	1,048	-0,616	447,81	-47,84	184,00	0,00
117	PQ	0,989	0,037	0,00	0,00	20,00	7,90
118	PQ	0,953	-0,699	0,00	0,00	33,00	15,04

Tabela 6-13 Resultados dos barramentos (continuação).

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
1	2	-3,01	-7,68	8,25
1	3	-25,99	-3,10	26,18
2	12	-23,03	-14,84	27,39
3	5	-61,40	0,44	61,40
3	12	-3,69	-9,72	10,40
4	5	144,74	63,39	158,01
4	11	93,74	-5,12	93,87
5	6	78,76	-9,56	79,34
5	11	76,92	-11,51	77,77
6	7	49,02	-14,39	51,09
7	12	29,90	-16,93	34,36
8	9	-88,79	-24,36	92,07
8	30	318,35	-59,32	323,83
9	10	-89,00	90,67	127,05
11	12	42,13	-48,40	64,17
11	13	55,50	1,65	55,52
12	14	42,53	-10,02	43,69
12	16	32,90	-3,45	33,08
12	117	20,15	6,78	21,26
13	15	20,81	-13,13	24,60
14	15	28,12	-7,92	29,22
15	17	-103,76	2,53	103,79
15	19	30,73	-8,96	32,01
15	33	85,99	-7,36	86,30
16	17	7,67	-10,83	13,27
17	18	56,72	-6,99	57,15
17	31	-0,57	12,45	12,46
17	113	-250,70	-27,77	252,23
18	19	62,33	8,66	62,93
19	20	15,42	13,09	20,23
19	34	76,09	-11,47	76,95
20	21	-2,68	12,54	12,83
21	22	-16,71	6,66	17,99
22	23	-26,78	4,27	27,12
23	24	9,11	41,21	42,21
23	25	-0,18	-36,79	36,79
23	32	-42,98	9,59	44,04
24	70	112,31	26,14	115,31
24	72	90,88	-11,81	91,64
25	27	-56,60	36,09	67,12
26	30	23,29	44,15	49,92
27	28	49,98	-15,63	52,37
27	32	49,83	-25,35	55,91
27	115	41,34	-6,98	41,93
28	29	32,43	-23,21	39,88
29	31	8,03	-26,64	27,82
30	38	422,75	33,35	424,06
31	32	-35,69	31,48	47,59

Tabela 6-14 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
32	113	-16,97	-29,19	33,76
32	114	-10,96	16,86	20,11
33	37	60,17	-22,33	64,18
34	36	4,07	-3,08	5,11
34	37	-47,32	-23,49	52,83
34	43	100,91	5,37	101,05
35	36	-18,06	-4,50	18,61
35	37	-14,94	-4,35	15,56
37	39	-4,53	-19,95	20,46
37	40	-14,78	-21,80	26,34
38	65	402,04	-4,66	402,07
39	40	-31,67	-28,86	42,84
40	41	87,16	-12,34	88,03
40	42	60,24	-18,62	63,05
41	42	49,13	-22,57	54,06
42	49	122,67	-1,12	122,68
42	49	122,67	-1,12	122,68
43	44	78,64	-14,40	79,95
44	45	58,41	-35,80	68,51
45	46	9,53	-32,70	34,06
45	49	-5,24	-25,30	25,83
46	47	-14,57	0,27	14,58
46	48	-4,37	0,29	4,38
47	49	-3,34	-6,80	7,58
47	69	-45,31	13,19	47,19
48	49	-24,38	-7,34	25,46
49	50	64,37	-6,21	64,67
49	51	79,93	-3,17	79,99
49	54	52,90	-5,11	53,15
49	54	51,66	-7,24	52,17
49	66	-50,89	6,63	51,32
49	66	-50,89	6,63	51,32
49	69	-38,39	12,66	40,42
50	57	46,34	-10,62	47,54
51	52	33,72	-2,26	33,79
51	58	26,35	-13,83	29,76
52	53	15,49	-5,39	16,40
53	54	-7,62	-13,30	15,33
54	55	-0,29	6,43	6,44
54	56	-7,23	27,05	28,00
54	59	-12,69	-5,10	13,67
55	56	-5,02	-12,25	13,23
55	59	-13,28	-7,51	15,26
56	57	-32,91	14,66	36,02
56	58	-13,98	15,69	21,02
56	59	-11,40	-4,40	12,22
56	59	-11,98	-4,54	12,81
59	60	-58,11	14,55	59,91

Tabela 6-15 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
59	61	-66,28	15,76	68,13
60	61	-114,31	6,79	114,51
60	62	-22,83	6,69	23,79
61	62	6,60	6,63	9,36
62	66	-34,26	9,92	35,67
62	67	-21,05	11,38	23,93
63	64	-202,39	13,94	202,87
64	65	-320,83	35,84	322,83
65	68	-30,62	-10,77	32,46
66	67	49,69	-4,56	49,90
68	81	367,39	25,13	368,25
68	116	-263,74	41,37	266,97
69	70	-38,12	76,17	85,17
69	75	76,41	46,91	89,66
69	77	212,33	2,93	212,35
70	71	-114,23	64,28	131,08
70	74	84,73	-9,77	85,29
70	75	89,38	-18,53	91,28
71	72	-121,86	51,18	132,17
71	73	6,01	9,55	11,28
74	75	29,61	-35,94	46,56
75	77	54,37	-30,09	62,14
75	118	86,94	-0,94	86,95
76	77	22,20	-35,88	42,19
76	118	-52,20	20,60	56,12
77	78	112,84	8,79	113,18
77	80	44,43	-78,79	90,45
77	80	23,28	-35,72	42,63
77	82	166,26	-12,89	166,76
78	79	41,36	-17,62	44,95
79	80	2,25	-49,20	49,26
80	96	74,44	17,15	76,39
80	97	81,76	20,89	84,39
80	98	78,51	7,29	78,85
80	99	68,36	12,00	69,41
82	83	90,62	-31,94	96,08
82	96	13,39	-24,00	27,48
83	84	29,22	-18,48	34,57
83	85	40,31	-22,58	46,20
84	85	17,43	-25,40	30,81
85	86	21,17	1,87	21,25
85	88	32,46	-23,46	40,05
85	89	14,86	-26,64	30,50
86	87	0,01	-5,35	5,35
88	89	-15,87	-32,46	36,13
89	90	31,96	-12,30	34,24
89	90	61,57	-21,28	65,14
89	92	-15,55	47,29	49,78

Tabela 6-16 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
89	92	-4,16	15,17	15,72
90	91	-23,21	22,14	32,07
91	92	-33,45	25,81	42,25
92	93	-28,41	32,64	43,28
92	94	-34,15	30,42	45,73
92	100	-27,69	12,37	30,32
92	102	-13,87	17,75	22,52
93	94	-40,88	26,01	48,45
94	95	-19,67	35,03	40,18
94	96	-49,19	20,53	53,30
94	100	-37,68	-12,73	39,77
95	96	-61,89	4,04	62,02
96	97	-64,79	-4,39	64,94
98	100	43,12	-3,64	43,28
99	100	24,31	-23,58	33,87
100	101	41,56	-2,17	41,61
100	103	-34,48	55,09	64,99
100	104	-3,46	20,10	20,39
100	106	10,33	16,94	19,84
101	102	19,08	-16,04	24,93
103	104	8,60	7,54	11,44
103	105	8,55	7,95	11,68
103	110	-75,30	15,06	76,79
104	105	-0,11	4,07	4,07
105	106	51,12	-5,14	51,38
105	107	33,00	-2,04	33,06
105	108	-73,75	18,86	76,13
106	107	17,82	-0,60	17,83
108	109	-77,39	14,66	78,76
109	110	-86,08	11,18	86,80
110	111	0,01	-6,77	6,77
110	112	-169,00	9,29	169,26
114	115	-19,02	14,60	23,98

Tabela 6-17 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).

Transformador		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
5	8	-73,71	81,89	110,18
17	30	85,97	13,65	87,04
25	26	22,92	-118,94	121,13
37	38	15,37	-8,42	17,52
59	63	-202,39	16,69	203,08
61	64	-55,80	20,28	59,37
65	66	95,41	7,40	95,70
68	69	-134,27	11,21	134,74
80	81	-365,17	2,28	365,18

Tabela 6-18 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.



#### 6.4 Resultados da rede de 118 barramentos com congestionamentos

À semelhança do sucedido com as redes de testes anteriores, os limites do trânsito de potências nos ramos da rede foram alterados com o intuito de induzir uma situação de congestionamento na rede para verificar o comportamento do programa neste caso específico.

Permaneceram inalterados todos os dados e pressupostos apresentados em 6.3 à exceção do limite de trânsito de potência da linha número 108, passando este de 500 para 242 MVA. Assim, o processo iterativo desenvolvido convergiu em 301,2 segundos e ao fim de 60 iterações.

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Argumento (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
1	PV	0,987	0,057	22,00	15,00	51,00	27,53
2	PQ	0,997	0,058	0,00	0,00	20,00	9,10
3	PQ	0,991	0,068	0,00	0,00	39,00	9,77
4	PV	1,008	0,147	286,57	20,57	39,00	11,38
5	PQ	1,004	0,135	0,00	0,00	0,00	0,00
6	PV	1,012	0,090	23,00	50,00	52,00	22,15
7	PQ	1,012	0,080	0,00	0,00	19,00	2,71
8	PV	0,984	0,152	325,32	-238,74	28,00	0,00
9	PQ	0,994	0,175	0,00	0,00	0,00	0,00
10	PV	0,968	0,204	78,05	-142,79	0,00	0,00
11	PQ	1,002	0,081	0,00	0,00	70,00	23,01
12	PV	1,012	0,069	103,39	104,48	47,00	9,54
13	PQ	0,988	0,040	0,00	0,00	34,00	16,47
14	PQ	1,009	0,037	0,00	0,00	14,00	0,00
15	PV	1,004	-0,021	55,00	29,68	90,00	29,58
16	PQ	1,006	0,041	0,00	0,00	25,00	9,88
17	PQ	1,017	0,022	0,00	32,65	11,00	35,86
18	PV	1,014	-0,006	66,00	49,74	60,00	34,00
19	PV	1,004	-0,035	44,00	23,83	45,00	25,50
20	PQ	0,984	-0,053	0,00	0,00	18,00	2,56
21	PQ	0,973	-0,050	0,00	0,00	14,00	7,93
22	PQ	0,969	-0,034	0,00	0,00	10,00	5,12
23	PQ	0,971	0,008	0,00	0,00	7,00	2,98
24	PV	0,952	0,004	194,56	-30,74	13,00	0,00
25	PV	1,002	0,006	0,39	-47,12	34,00	11,18
26	Ref	1,050	0,000	0,00	125,82	0,00	0,00
27	PV	0,953	0,113	259,72	-80,95	71,00	14,42

Tabela 6-19 Resultados dos barramentos.

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Argumento (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
28	PQ	0,956	0,066	0,00	0,00	17,00	7,24
29	PQ	0,970	0,031	0,00	0,00	24,00	3,42
30	PQ	1,014	-0,010	0,00	42,46	0,00	42,45
31	PV	0,978	0,026	0,00	48,72	43,00	26,65
32	PV	0,964	0,068	62,00	-12,82	59,00	23,32
33	PQ	0,987	-0,128	0,00	0,00	23,00	9,09
34	PV	0,994	-0,223	45,00	23,67	59,00	25,13
35	PQ	0,993	-0,226	0,00	0,00	33,00	9,63
36	PV	0,994	-0,225	45,00	23,93	31,00	16,73
37	PQ	0,997	-0,219	0,00	15,14	0,00	15,14
38	PQ	1,002	-0,227	0,00	0,00	28,00	8,17
39	PQ	1,017	-0,213	0,00	0,00	27,00	10,67
40	PV	1,038	-0,196	274,78	23,99	66,00	23,95
41	PQ	1,033	-0,239	0,00	13,57	37,00	22,83
42	PV	1,050	-0,311	234,10	62,45	96,00	24,06
43	PQ	0,960	-0,399	0,00	0,00	18,00	7,11
44	PQ	0,973	-0,616	0,00	0,00	16,00	8,20
45	PQ	0,995	-0,678	0,00	12,20	53,00	34,78
46	PV	1,037	-0,703	0,00	38,76	28,00	10,16
47	PQ	1,042	-0,685	0,00	16,12	34,00	16,12
48	PQ	1,039	-0,695	0,00	0,00	20,00	10,79
49	PV	1,047	-0,685	2,61	184,10	87,00	28,60
50	PQ	1,032	-0,731	0,00	0,00	17,00	4,26
51	PQ	1,009	-0,788	0,00	0,00	17,00	8,23
52	PQ	1,002	-0,808	0,00	0,00	18,00	5,25
53	PQ	1,000	-0,834	0,00	0,00	23,00	11,14
54	PV	1,014	-0,828	0,00	56,80	113,00	32,96
55	PV	1,011	-0,827	45,00	-5,81	63,00	22,87
56	PV	1,013	-0,827	26,00	15,00	84,00	17,06
57	PQ	1,017	-0,793	0,00	0,00	12,00	3,01
58	PQ	1,008	-0,809	0,00	0,00	12,00	3,01
59	PV	1,033	-0,804	0,00	134,66	277,00	109,48
60	PQ	1,043	-0,723	0,00	38,84	78,00	38,83
61	PV	1,046	-0,709	134,84	18,53	0,00	0,00
62	PV	1,044	-0,711	38,00	17,39	77,00	15,64
63	PQ	1,036	-0,732	0,00	0,00	1,87	0,00
64	PQ	1,041	-0,695	0,00	0,01	62,00	22,50
65	PV	1,047	-0,607	4,63	52,06	0,00	0,00
66	PV	1,045	-0,640	125,28	-23,07	39,00	17,77
67	PQ	1,038	-0,687	0,00	0,00	28,00	7,02
68	PQ	1,049	-0,602	0,00	0,03	0,00	0,00
69	PV	1,049	-0,556	524,25	106,92	45,00	11,28
70	PV	0,978	-0,496	54,00	25,01	66,00	19,25
71	PQ	0,965	-0,450	0,00	0,00	0,00	0,00
72	PV	0,950	-0,198	48,43	3,39	12,00	0,00
73	PV	0,959	-0,452	0,00	-10,79	6,00	0,00
74	PV	0,957	-0,615	16,00	9,00	68,00	26,88

Tabela 6-20 Resultados dos barramentos (continuação).

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Barramento		Tensão		Produção		Consumo	
nó	tipo	Amplitude (pu)	Argumento (rad)	MW	MVAr	MW	MVAr
75	PQ	0,967	-0,631	0,00	0,00	47,00	11,78
76	PV	0,953	-0,708	38,00	23,00	68,00	36,70
77	PV	0,986	-0,754	135,00	31,06	61,00	27,79
78	PQ	0,979	-0,768	0,00	0,00	71,00	25,77
79	PQ	0,977	-0,779	0,00	0,00	39,00	32,32
80	PV	1,001	-0,786	1,82	48,86	130,00	26,40
81	PQ	1,030	-0,664	0,00	0,00	0,00	0,00
82	PQ	0,960	-0,899	0,00	10,16	54,00	37,83
83	PQ	0,963	-0,935	0,00	0,00	20,00	10,25
84	PQ	0,972	-0,982	0,00	0,00	11,00	7,11
85	PV	0,984	-0,999	36,00	5,06	24,00	14,87
86	PQ	0,975	-1,025	0,00	0,00	21,00	10,17
87	PV	0,987	-1,027	0,00	3,58	0,00	0,00
88	PQ	1,005	-1,032	0,00	0,00	48,00	9,75
89	PV	1,032	-1,022	98,57	46,97	0,00	0,00
90	PV	1,050	-1,085	53,96	115,69	163,00	40,85
91	PV	1,032	-1,063	0,00	-7,49	10,00	0,00
92	PV	1,014	-1,017	15,00	9,00	65,00	9,26
93	PQ	0,994	-0,991	0,00	0,00	12,00	7,12
94	PQ	0,984	-0,959	0,00	0,00	30,00	16,19
95	PQ	0,967	-0,947	0,00	0,00	42,00	31,50
96	PQ	0,971	-0,911	0,00	0,00	38,00	15,02
97	PQ	0,979	-0,856	0,00	0,00	15,00	8,90
98	PQ	0,992	-0,868	0,00	0,00	34,00	8,52
99	PV	1,036	-0,931	0,00	62,41	42,00	0,00
100	PV	1,009	-0,943	50,01	94,53	37,00	17,92
101	PQ	0,998	-0,990	0,00	0,00	22,00	14,78
102	PQ	1,008	-1,010	0,00	0,00	5,00	2,97
103	PV	0,989	-0,918	0,00	-14,97	23,00	16,05
104	PV	0,979	-0,931	33,00	14,32	38,00	24,55
105	PV	0,975	-0,929	33,00	18,00	31,00	25,69
106	PQ	0,969	-0,959	0,00	0,00	43,00	15,61
107	PV	0,961	-0,995	0,00	12,54	50,00	12,53
108	PQ	0,981	-0,870	0,00	0,00	2,00	1,02
109	PQ	0,984	-0,846	0,00	0,00	8,00	2,90
110	PV	1,000	-0,776	36,00	20,49	39,00	30,27
111	PV	1,002	-0,777	0,00	1,99	0,00	0,00
112	PV	1,038	-0,674	240,89	14,29	68,00	13,81
113	PV	1,050	0,089	280,00	82,23	6,00	0,00
114	PQ	0,954	0,077	0,00	0,00	8,00	2,90
115	PQ	0,953	0,079	0,00	11,68	22,00	18,91
116	PV	1,050	-0,593	425,07	-4,25	184,00	0,00
117	PQ	0,996	0,043	0,00	0,00	20,00	7,90
118	PQ	0,953	-0,675	0,00	23,27	33,00	38,31

Tabela 6-21 Resultados dos barramentos (continuação).

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
1	2	-3,33	-9,26	9,84
1	3	-25,67	-1,51	25,72
2	12	-23,36	-16,41	28,55
3	5	-60,70	4,07	60,84
3	12	-4,06	-11,72	12,40
4	5	154,17	24,84	156,16
4	11	92,83	-15,09	94,05
5	6	78,48	-31,44	84,54
5	11	75,42	-17,18	77,35
6	7	48,63	-6,40	49,05
7	12	29,52	-8,87	30,83
8	9	-77,35	-26,18	81,66
8	30	313,38	-58,83	318,85
9	10	-77,51	89,95	118,74
11	12	39,37	-64,97	75,97
11	13	55,86	2,60	55,92
12	14	43,29	-7,69	43,97
12	16	34,09	-0,70	34,09
12	117	20,15	6,74	21,24
13	15	21,16	-12,17	24,41
14	15	28,89	-5,55	29,42
15	17	-99,87	3,85	99,94
15	19	31,32	-7,77	32,27
15	33	82,64	-6,78	82,92
16	17	8,85	-8,09	11,99
17	18	55,15	-7,23	55,62
17	31	4,62	23,82	24,26
17	113	-246,87	-29,77	248,66
18	19	60,78	8,26	61,34
19	20	18,11	13,38	22,51
19	34	72,46	-11,00	73,29
20	21	-0,02	12,72	12,72
21	22	-14,05	6,83	15,62
22	23	-24,10	4,51	24,52
23	24	16,72	31,75	35,88
23	25	-4,35	-36,48	36,74
23	32	-43,68	19,09	47,67
24	70	108,54	21,25	110,60
24	72	89,49	-11,72	90,25
25	27	-54,18	43,92	69,74
26	30	16,06	42,96	45,86
27	28	47,25	-13,34	49,10
27	32	46,25	-27,16	53,64
27	115	39,51	-8,06	40,32
28	29	29,75	-20,78	36,29
29	31	5,41	-24,04	24,64
30	38	408,48	30,63	409,63
31	32	-33,32	24,38	41,28

Tabela 6-22 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas.

Resultados da rede teste IEEE 118 barramentos

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
32	113	-20,62	-34,30	40,02
32	114	-9,15	17,95	20,15
33	37	57,05	-21,01	60,79
34	36	3,82	-2,81	4,74
34	37	-49,60	-20,88	53,82
34	43	100,23	4,11	100,31
35	36	-17,81	-4,78	18,44
35	37	-15,19	-4,07	15,73
37	39	-10,20	-15,10	18,22
37	40	-20,15	-16,76	26,21
38	65	393,89	-5,70	393,93
39	40	-37,31	-23,93	44,32
40	41	88,74	-15,18	90,03
40	42	61,86	-21,52	65,50
41	42	50,65	-25,63	56,76
42	49	123,62	-3,06	123,66
42	49	123,62	-3,06	123,66
43	44	78,03	-15,38	79,53
44	45	57,86	-36,48	68,40
45	46	9,21	-32,81	34,08
45	49	-5,47	-25,76	26,33
46	47	-14,89	0,30	14,90
46	48	-4,36	-0,04	4,36
47	49	-2,60	-8,13	8,53
47	69	-46,37	14,60	48,62
48	49	-24,37	-7,64	25,54
49	50	65,13	0,17	65,13
49	51	80,89	4,90	81,04
49	54	52,90	2,24	52,95
49	54	51,97	-0,03	51,97
49	66	-50,97	13,20	52,65
49	66	-50,97	13,20	52,65
49	69	-39,46	14,17	41,93
50	57	47,10	-4,24	47,29
51	52	33,90	0,65	33,91
51	58	27,08	-8,83	28,48
52	53	15,67	-2,52	15,87
53	54	-7,43	-10,50	12,86
54	55	-0,15	4,97	4,97
54	56	-7,38	15,78	17,42
54	59	-12,09	-5,58	13,31
55	56	-5,44	-12,61	13,73
55	59	-12,72	-7,54	14,78
56	57	-33,70	8,23	34,69
56	58	-14,77	10,59	18,17
56	59	-10,91	-4,45	11,78
56	59	-11,46	-4,59	12,35
59	60	-58,42	8,17	58,99

Tabela 6-23 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
59	61	-66,59	9,21	67,22
60	61	-114,93	2,58	114,96
60	62	-22,53	4,51	22,97
61	62	7,35	4,89	8,83
62	66	-33,71	7,81	34,61
62	67	-20,53	9,28	22,53
63	64	-199,58	-2,80	199,60
64	65	-317,68	19,78	318,30
65	68	-36,12	-8,81	37,18
66	67	49,15	-2,58	49,22
68	81	341,32	80,29	350,64
68	116	-241,55	-3,17	241,57
69	70	-32,39	68,19	75,49
69	75	77,94	47,27	91,16
69	77	208,87	21,78	210,00
70	71	-106,52	65,23	124,90
70	74	82,41	-5,01	82,56
70	75	86,41	-12,62	87,33
71	72	-113,97	52,15	125,34
71	73	6,01	10,31	11,93
74	75	27,55	-30,30	40,96
75	77	52,44	-21,44	56,65
75	118	85,77	3,66	85,85
76	77	21,11	-27,14	34,38
76	118	-51,11	15,73	53,47
77	78	113,26	24,37	115,85
77	80	48,25	-46,13	66,75
77	80	24,09	-20,24	31,46
77	82	155,80	-13,07	156,35
78	79	41,74	-2,20	41,79
79	80	2,64	-33,79	33,89
80	96	68,19	7,32	68,59
80	97	75,45	11,07	76,25
80	98	73,93	-5,29	74,11
80	99	66,81	-26,30	71,80
82	83	80,28	-30,71	85,95
82	96	14,03	-23,44	27,32
83	84	25,08	-17,38	30,51
83	85	34,30	-21,95	40,72
84	85	13,45	-24,01	27,52
85	86	21,17	1,61	21,23
85	88	27,54	-25,06	37,23
85	89	10,03	-28,45	30,17
86	87	97,15	-5,71	97,32
88	89	-20,74	-33,90	39,74
89	90	31,07	-17,48	35,65
89	90	60,22	-31,20	67,83
89	92	-3,20	36,32	36,46

Tabela 6-24 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).

Linha		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
89	92	-0,44	11,51	11,52
90	91	-19,62	29,46	35,40
91	92	-29,91	23,97	38,33
92	93	-22,26	31,30	38,41
92	94	-27,99	29,04	40,33
92	100	-23,87	8,10	25,21
92	102	-10,14	13,53	16,90
93	94	-34,63	24,97	42,69
94	95	-14,30	42,85	45,17
94	96	-43,22	29,21	52,17
94	100	-36,26	-30,63	47,47
95	96	-56,58	11,64	57,77
96	97	-58,75	4,14	58,89
98	100	38,62	-15,98	41,80
99	100	22,47	29,47	37,06
100	101	37,65	1,24	37,67
100	103	-33,06	48,75	58,90
100	104	-2,86	15,11	15,38
100	106	10,65	14,57	18,05
101	102	15,27	-12,21	19,55
103	104	8,58	3,38	9,23
103	105	8,66	5,91	10,48
103	110	-73,84	15,50	75,45
104	105	0,57	12,66	12,67
105	106	50,76	-2,97	50,85
105	107	32,95	-1,24	32,97
105	108	-72,55	21,05	75,55
106	107	17,84	-0,43	17,84
108	109	-76,12	17,06	78,01
109	110	-84,79	13,68	85,88
110	111	20,65	-3,06	20,87
110	112	-166,03	13,40	166,57
114	115	-17,21	15,65	23,26

Tabela 6-25 Resultados dos trânsitos de potência nas linhas (continuação).

Transformador		Pij (MW)	Qij (MVAr)	Sij (MVA)
Nó i	Nó j			
5	8	-61,77	74,68	96,92
17	30	83,71	8,99	84,20
25	26	16,06	-126,65	127,66
37	38	20,92	-13,49	24,89
59	63	-199,58	0,01	199,58
61	64	-55,47	21,10	59,34
65	66	99,39	6,66	99,61
68	69	-135,91	2,48	135,93
80	81	-339,31	-56,84	344,04

Tabela 6-26 Resultados dos trânsitos de potência nos transformadores.

Na segunda situação de teste, onde se induziram os congestionamentos, verificou-se que o número de iterações aumentou passando de 53 para 60 iterações e que o mesmo sucedeu com o tempo de execução passando de 188,9 para 301,2 segundos. Por sua vez, a função objectivo viu o seu valor aumentado passando de 1562,8 para 1574,2 €/h.

Analisando os resultados obtidos apresentados nas **Tabelas 6-22 a 6-25**, verifica-se que a linha que viu o seu limite de trânsito de potência possui um valor desse mesmo trânsito muito próximo do limite, cerca de 99,83% da sua capacidade. Todos os outros ramos se encontram com alguma folga.



# Capítulo

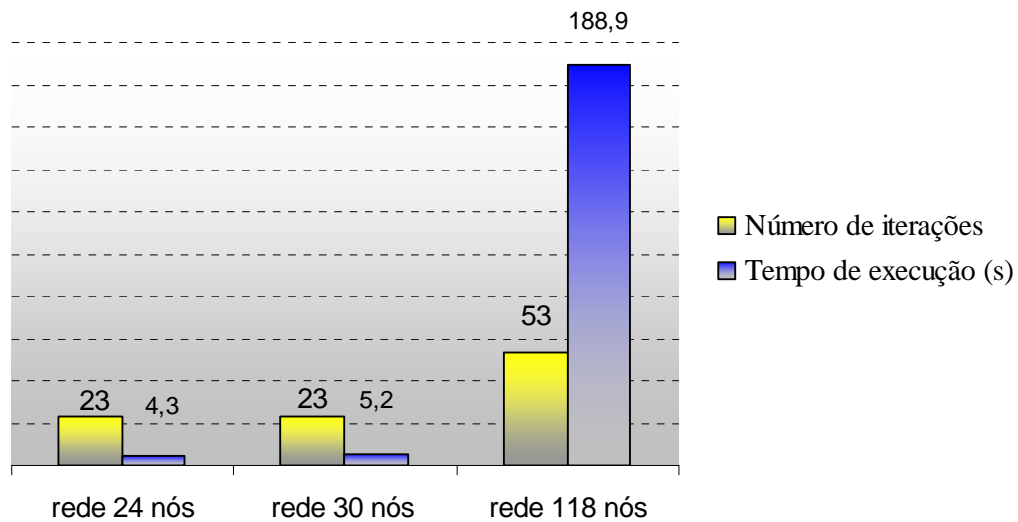
# 7

## **Análise e comentários aos resultados obtidos**

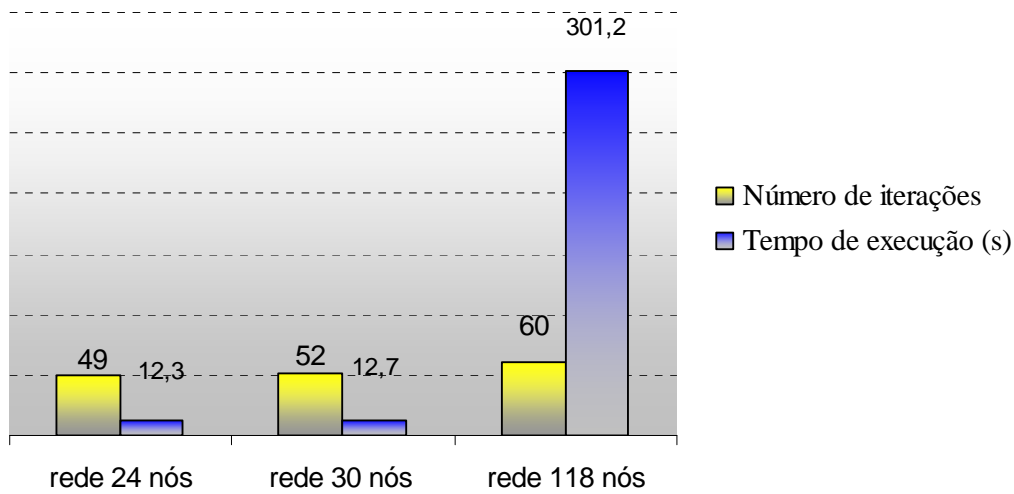
“Um homem com uma ideia nova é um excêntrico até que a ideia resulte”  
(Mark Twain)

## 7 Análise e comentários aos resultados obtidos

Neste Capítulo pretende-se efectuar uma análise aos resultados obtidos, bem como ilustrar alguns resultados comparativos ao nível do número de iterações e do tempo de execução para as diferentes situações testadas. Para este efeito, **Figura 7-1** e a **Figura 7-2** apresentam uma comparação entre número de iterações e o tempo de execução para as situações testadas.



**Figura 7-1** Gráfico comparativo do número de iterações e do tempo de execução das diferentes redes testadas numa situação sem existência de congestionamentos na rede.



**Figura 7-2 Gráfico comparativo do número de iterações e do tempo de execução das diferentes redes testadas numa situação incluindo congestionamentos na rede.**

Em todos os casos testados, incluindo as situações de congestionamentos, verificou-se que todos os limites impostos inicialmente foram cumpridos nas soluções finais.

Como era de esperar em todas as redes de teste, a introdução de uma situação com congestionamento, originou alguma complexidade ao problema e maiores dificuldades na sua resolução, o que se veio a traduzir no aumento do número de iterações e do tempo de execução do programa como se pode verificar nas **Figuras 7-1 e 7-2**.

Verificou-se também que o valor da função objectivo, em todas as redes testadas, nas situações de congestionamentos, possui um valor superior ao que se obteve na situação sem congestionamentos. Na rede de 24 nós passou de  $2,660 \times 10^7$  para  $2,694 \times 10^7$  €/h, na rede de 30 nós de 83,022 para 84,278 €/h e, por fim, na rede de 118 nós aumentou de 1562,8 para 1574,2 €/h.

Esta situação era já expectável, uma vez que a introdução de congestionamentos na rede restringe o espaço de soluções do problema, levando a que este apresente, em geral, soluções com custo mais elevado. Em situações particulares, o valor da função objectivo

poderá não aumentar sendo, no entanto, evidente que não poderá diminuir face ao que assumiu na situação sem congestionamentos.

No entanto, pese embora a introdução de congestionamentos, que aumentou a complexidade do problema, não houve necessidade de alterar o valor dos parâmetros referidos no ponto 3.5.3, isto é os parâmetros relativos à amplitude admitida em cada iteração para os desvios de amplitude e fase das tensões.

Verifica-se também que não existiu a necessidade de alterar esses parâmetros para as três redes de teste testadas.

Outra situação que não causa espanto prende-se com o facto de, à medida que se aumenta a dimensão da rede de teste e a sua complexidade, se verificar um aumento do número de iterações e principalmente do tempo de execução, não sendo este aumento linear com o número de nós da rede, tal como se pode observar nos gráficos das **Figuras 7-1 e 7-2**.

Foi também testado na rede mais complexa, ou seja na rede de teste de 118 nós, a possibilidade de resolver o problema de OPF, retirando um componente de serviço. Para esta rede foram testadas várias situações, sendo retirada uma linha de cada vez. Assim, entre outras, foram retiradas as linhas número 27, 46 e 162.

Verificou-se que o algoritmo desenvolvido não apresenta grandes dificuldades de resolução quando retirado um componente, verificando-se apenas um aumento no número de iterações e no tempo de resolução, sendo que em algumas situações foi necessário a alteração do valor de alguns dos referidos parâmetros referidos no ponto 3.5.3.

# Capítulo

# 8

## Conclusões e desenvolvimentos futuros

“O que é importante é nunca parar de fazer  
perguntas”  
(Albert Einstein)

## **8 Conclusões e desenvolvimentos futuros**

Parece cada vez mais evidente a dependência que todos possuímos da energia eléctrica. Mesmo sem darmos por isso, existe toda uma estrutura que garante por um lado a qualidade e por outro a continuidade de serviço deste bem essencial. Contudo, a electricidade continua a ser um bem com características particulares, pois esta é regida por leis físicas e rígidas, as Leis de Kirchoff.

Porém, nos últimos tempos o sector eléctrico em alguns países tem sofrido grandes reestruturações operadas pelo aparecimento dos mercados de electricidade em detrimento das empresas verticalmente integradas, funcionando em regime claramente monopolista. Ainda assim, existem muitos outros onde esta visão centralizada e monopolista continua a vigorar.

Assim, continua a fazer todo o sentido uma ferramenta como um OPF, capaz de minimizar os custos de produção enquanto são respeitadas as restrições físicas da rede e nunca descuidando a segurança e qualidade do sistema, resultando assim um problema não linear. Para resolver este problema foi desenvolvido um modelo que utiliza um algoritmo do tipo *Sequencial linear programming*.

O presente algoritmo revelou-se extremamente robusto e rápido na resolução do problema de OPF, como ficou demonstrado nos capítulos anteriores em que se apresentam resultados relativos a testes realizados considerando as redes do IEEE de 24, 30 e 118 barramentos, em duas situações distintas, considerando ou não uma situação de congestionamentos.

O algoritmo desenvolvido, para além da robustez e do tempo de execução, apresenta outros pontos favoráveis, de entre os quais se destacam os seguintes:

- facilidade de introdução de novas funcionalidades na aplicação, proporcionada pela programação modular desenvolvida ao longo do algoritmo;

- atenuação do problema denominado *case dependent*, mesmo assim presente. Contudo, depois de selecionados os valores quer dos limites dos desvios quer dos degraus referidos no ponto 3.5.3, estes podem, por um lado manter-se inalteráveis para a mesma rede mesmo com alteração dos seus dados e, por outro depois de encontrados para redes complexas podem ser utilizados em redes mais simples resultantes das anteriores, por exemplo, por saída de serviço de um ramo, sem prejuízo da execução do algoritmo. Além disso, esta dependência pode ser diminuída adoptando um processo de redução gradual (referido no ponto 3.5.3) dos valores limites permitidos para os desvios de potência, amplitude e fases das tensões, com prejuízo do tempo de execução.

Mesmo considerando que a programação e implementação deste algoritmo constitui uma importante ferramenta na resolução de um problema de OPF de forma rápida e robusta, este pode ser melhorado, sendo de seguida dadas algumas sugestões de desenvolvimento futuro.

- introdução de programação inteira mista ou de outro processo como algoritmos genéticos como forma de resolver um problema que integre de variáveis discretas;
- possibilidade de relacionar os valores das tomadas dos condensadores com os limites máximo e mínimo de tensão;
- implementar e desenvolver um processo capaz de eliminar o problema de *case dependent*, nomeadamente um processo auto adaptativo;
- consideração de FACTS *Flexible AC Transmission Systems*, proporcionando assim um aumento capacidade de transmissão do sistema.

Mesmo considerando as limitações referidas, a aplicação desenvolvida poderá constituir uma ferramenta importante e útil para a resolução de problemas de OPF.

## Bibliografia

Alberto A. S. D. P., “Cálculo da remuneração de índole marginal utilizando preços nodais de curto prazo e o método de simulação de monte carlo”, Dissertação para a obtenção do grau de Mestre, FEUP, Porto, 2002.

Alsaç O., Bright J., Prais M., Stott B., “Further developments in LP-based Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 5, no. 3, pp. 697-711, Agosto 1990.

Burchett R. C., Happ H. H., Vierat D. R., Wirgau K. A., “Developments in Optimal Power Flow “, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, no. 2, pp. 406-414, Fevereiro 1982.

Burchett R. C., Happ H. H., Wirgau K. A., “Large Scale Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, no. 10, pp. 3722-3732, Outubro 1982.

Burchett R. C., Happ H. H., Vierat D. R., “Quadratically Convergent Optimal Power Flow ”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, no. 11, pp. 3267-3275, Novembro 1984.

Carpintier J., “Optimal Power Flows”, IPC Business Press, Vol. 1, no. 1, Abril 1979.

Chamorel P. A., Germond A. J., “An efficient constrained Power Flow technique based on active- reactive decoupling and the use of linear programming”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, no. 1, pp. 158-167, Janeiro 1982.

De Sousa V. A., Batista E. C., Da Costa G. R. M., “Modified barrier method for optimal power flow problem”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-1, pp. 831-836, Junho 2004.



Doraiswamy T., Ravikumar R., Ramya A., Charles S., Vandhana M. S., Swarupini S., “Optimal Power Flow solutions using evolutionary programming“, Power and Energy Systems 2005.

Giras T. C., Talukdar S. N., “Quasi – Newton method for optimal power flows”, Electric Power and Energy Systems, Vol. 3 no. 2, Abril 1981.

Guan Xiaohong, Liu Edwin W. H., Papalexopoulos, Alex D., “Application of a Fuzzy Set Method in an Optimal Power Flow “, Electric Power Systems Research, Vol. 34, no. 1, Julho 1995.

Happ H. H., “Optimal Power Dispatch – a comprehensive survey “, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, no. 3, pp. 841-854, Maio/ Junho 1977.

Karmarkar N., “A new polynomial-time algorithm for linear programming”, *Combinatorica*, Vol. 4, pp. 373-395, 1984.

Lee K. Y., Park Y. M., Ortiz J. L., “Fuel-cost minimization for both real-and reactive-power dispatches”, IEEE proceedings, Vol. 131, no. 3, pp. 85-93, Maio 1984.

Lo K. L., Zhu P. S., “A decoupled quadratic programming approach for optimal power dispatch”, Electric Power Systems Research, Vol. 22, no. 1, pp. 47-60, Fevereiro 1991.

Momoh J. A., EL-Hawary M. E., Ramababu A., “A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 14, no. 1, pp. 96-104, Fevereiro 1999.

Nguyen T. T., “Neural Network Optimal-Power-Flow“, Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, APSCOM-97, Hong Kong, Novembro 1997.

Saraiva J. P. T., Pereira da Silva J. L. P., Ponce de Leão M. T., “Mercados de Electricidade- Regulação e Tarifação de Uso das Redes “, FEUP Edições, 2002.

Shoults R. R., Sun D. T., “Optimal Power Flow based upon P-Q decomposition”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, no. 2, pp. 397-403, Fevereiro 1982.

Stott B., Marinho J. L., “Linear programming for power system network security applications”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, no. 3, pp. 837-848, Junho 1979.

Stott B., Alsac O., Marinho J. L., “Electric Power Problems: The Mathematical challenge”, Edited by; Erismá A. M., Neves K. W., Dwarakanath M. H., SIAM, Philadelphia, 1980.

Stott B., Alsac O., Monticelli A. J., “Security Analysis and Optimization“, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 75, no. 12, pp. 1623-1644, Dezembro de 1987.

Tinney W. F., Bright M. J., Hughes B. A., “Some deficiencies in Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 3, no. 2, pp. 676-683, Maio 1988.

Vargas L. S., Quintana V. H., Vannelli A., “A tutorial description of an interior point method and its applications to security-constrained economic dispatch”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.8, no. 3, pp. 1315-1324 Agosto 1993.