

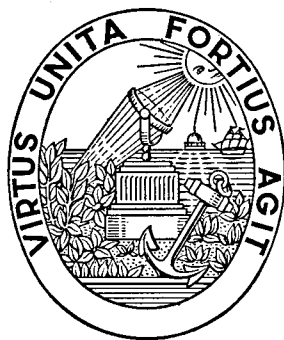
Américo H. Pires da Costa

Cruzamentos Regulados
por Sinais Luminosos

DEC
FEUP
1987

AMÉRICO HENRIQUE PIRES DA COSTA

CRUZAMENTOS REGULADOS
POR SINAIS LUMINOSOS



FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

1987

AMÉRICO HENRIQUE PIRES DA COSTA

CRUZAMENTOS REGULADOS
POR SINAIS LUMINOSOS

DISSERTAÇÃO PARA DOUTORAMENTO
EM ENGENHARIA CIVIL NA
FACULDADE DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE DO PORTO

T/362-A

625 (413) ~~costa~~/CRU cat
UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA M
N.º 15676-07
COU
Data 19 8 87

N.º 5622

043 D

C 87 c

2x. 2

Publicação subsidiada pelo

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

1987

DEC
FEUP

À ANA E AO JOÃO

AGRADECIMENTOS

Ao agradecer as colaborações sempre necessárias num trabalho da natureza deste, não posso deixar de recordar com saudade a memória do meu antigo Mestre, Doutor Filipe de Paiva Brandão, inesperadamente desaparecido do nosso convívio há cerca de um ano, e de quem me sinto devedor pela sua contribuição para a minha formação no domínio da Circulação e Transportes e pela disponibilidade patenteada quando se tornou necessária uma deslocação minha a Inglaterra.

De igual modo, desejo expressar o meu profundo reconhecimento ao Professor Doutor Arnaldo de Sousa Melo, orientador científico desta dissertação, pelo permanente acompanhamento e pela forma amigável como sempre me apoiou e incentivou.

Ao Engenheiro António Júlio de Vasconcelos quero agradecer a sua permanente disponibilidade, sempre presente na proveitosa troca de impressões que tivemos e que muito útil se mostrou, particularmente na elaboração de programas de cálculo automático.

A todos os colegas que de alguma maneira me ajudaram a realizar este trabalho, e em especial aos da Secção de Vias de Comunicação da F.E.U.P., quero expressar os meus sinceros agradecimentos.

Desejo, ainda, agradecer ao Sr. José da Conceição Ribeiro Correia a forma prestável e o empenho demonstrado na dactilografia do texto e ao Sr. António Chaves a execução cuidada dos desenhos.

S I M B O L O G I A

Ao longo do texto procurou-se definir o significado dos símbolos apresentados, bem como as respectivas unidades, à medida que foram sendo utilizados nas expressões:

Alguns símbolos podem ter significados distintos devido ao elevado número de parâmetros e variáveis que é necessário definir, sem, contudo, haver dúvidas quanto ao que representam em cada caso.

A lista dos principais símbolos utilizados é a seguinte:

A	- matriz fase/corrente de tráfego
	- tempo de amarelo
a	- aceleração
a_{ij}	- elemento da matriz A correspondente à fase i e corrente de tráfego j
a_{oj}	- proporção do tempo perdido por ciclo que é tempo de verde para a corrente de tráfego j
B	- duração de passagem igual nos dois sentidos
b	- duração de passagem
C	- duração do ciclo
C_M	- duração máxima do ciclo
C_m	- duração mínima do ciclo
C_0	- duração ótima do ciclo
C_s	- duração do ciclo fixada
D	- atraso total por unidade de tempo (índice de atraso)
D_c	- atraso total durante um ciclo
D_r	- componente "aleatória + saturação" do atraso total
D_v	- Distância percorrida durante o arranque até atingir a velocidade de cruzeiro

d	- atraso médio por veículo
d_a	- atraso durante o arranque
d_d	- atraso durante a travagem
d_f	- distância da linha de paragem ao ponto do conflito relativa à corrente de tráfego que perde o direito de passagem
d_h	- atraso durante a manobra paragem/arranque
d_i	- distância da linha de paragem ao ponto de conflito relativa à corrente de tráfego que recebe permissão de avançar
d_p	- distância de paragem
d_r	- tempo gasto numa paragem
d_s	- atraso médio por veículo num ciclo saturado
d_u	- atraso médio por veículo num ciclo não saturado
d_l	- distância do veículo à linha de paragem no instante em que o sinal muda para amarelo
e	- espaçamento dos veículos na fila de espera
E	- coeficiente de equivalência
F	- instante de mudança de fase
	- consumo de combustível num itinerário
F_a	- consumo de combustível no arranque
F_d	- consumo de combustível na travagem
F_h	- consumo de combustível na manobra paragem/arranque
f_d, f'_d, f''_d	- factor de ajustamento devido às mudanças de direcção sem oposição
f_i	- factor de ajustamento devido à inclinação
f_l	- consumo de combustível instantâneo por unidade de distância
f_0	- consumo de combustível mínimo em movimento
f_p	- factor de ajustamento devido à localização da via
f_t	- consumo de combustível instantâneo
	- factor de ajustamento devido à composição do tráfego
f_w	- factor de ajustamento devido à largura da via

f_z	- factor de ajustamento devido à localização do cruzamento
f_1	- consumo de combustível em movimento por unidade de distância
f_2	- consumo de combustível em vazio por unidade de tempo
f_3	- consumo de combustível adicional por paragem
f'_3	- consumo corrigido por paragem
g	- tempo de verde útil
g_{op}	- tempo de verde útil da corrente de tráfego prioritário
g_s	- tempo de verde útil saturado
g_u	- tempo de verde útil não saturado
g^{max}	- tempo de verde útil máximo
H	- número de paragens por unidade de tempo
h	- número de paragens por veículo
I	- tempo de interverde - índice de dispersão
IF	- índice de funcionamento
i	- inclinação do ramo de entrada
j_a	- aceleração durante o arranque
j_d	- aceleração durante a travagem
j_M	- aceleração máxima
K	- aceleração média durante a manobra paragem/ /arranque - coeficiente de ponderação das paragens
K_a	- aceleração média no arranque
K_d	- aceleração média na travagem
K_1	- número de paragens incompletas equivalentes a uma paragem completa
L	- tempo perdido por ciclo
l	- tempo perdido por corrente de tráfego
l_a	- distância percorrida no arranque
l_d	- distância percorrida na travagem
l_h	- distância percorrida durante a manobra paragem/arranque

M	- número de fases
	- média
N	- número de veículos na fila de espera no início do tempo de verde (fila vertical)
$\bar{N}$	- número médio de veículos na fila de espera
N_b	- número de veículos na fila de espera no início do tempo de verde (fila horizontal)
N_c	- número máximo de veículos crítico
N_d	- número de veículos atrasados durante um ciclo
N_o	- comprimento da fila de espera no fim do tempo de verde
N_s	- comprimento da fila de espera no fim do tempo de verde de ciclos saturados
N_u	- comprimento da fila de espera no fim do tempo de verde de ciclos não saturados
$N^{m\acute{a}x}$	- comprimento máximo da fila de espera
n	- número de correntes de tráfego
n_f	- número de partidas de veículos não prioritários após o fim do tempo de verde
n_s	- capacidade de retenção de veículos não prioritários num cruzamento
n_v	- número de vias afectas a uma corrente de tráfego
p	- proporção de veículos que sofrem atraso
	- grau de saturação máximo aceitável
Q	- capacidade
Q_r	- capacidade de reserva
Q'	- capacidade prática
q	- débito de chegadas
q_{op}	- débito de chegada da corrente de tráfego prioritário
R	- raio de curvatura da trajectória
r	- tempo de vermelho útil
	- tempo de tudo-vermelho
r^{min}	- tempo de vermelho útil mínimo
s	- débito de saturação

s_b	- débito de saturação base
s_d	- débito de saturação do movimento com mudança de direcção sem oposição
s_f	- débito de saturação do movimento em frente
s_0	- débito de saturação homogeneizado
s_u	- débito de saturação do movimento não prioritário
T_ℓ	- tempo de limpeza
T_r	- tempo de percepção-reacção
T_s	- intervalo de tempo entre partidas
t	- intervalo de tempo entre veículos sucessivos
t_a	- tempo de arranque
t_{ap}	- tempo adicional da passagem
t_d	- tempo de travagem
t_h	- tempo durante a manobra paragem/arranque
t_0	- tempo em que existe fila de espera durante um ciclo
t_{pa}	- tempo perdido no arranque
t'	- tempo gasto a percorrer d_1
U	- proporção do ciclo que é tempo de verde para uma corrente de tráfego
V	- tempo de verde real
$V^{\min}$	- tempo de verde real mínimo
v_c	- velocidade de cruzeiro
v_m	- velocidade mínima numa paragem incompleta
v_0	- velocidade observada
v_p	- velocidade pretendida
x	- grau de saturação
Y	- índice de carga do cruzamento
y	- índice de carga da corrente de tráfego
W	- largura da via
W_p	- largura da faixa de rodagem para os peões atravessarem
Z	- distância entre a linha de paragem e o primeiro veículo estacionado
z_c	- distância livre de estacionamento crítica

α	- percentagem de veículos constrangidos
δ	- desfasamento medido entre inícios de tempos de verde de sinais consecutivos
γ_1	- coeficiente de assimetria
γ_2	- coeficiente de achatamento (curtose)
θ	- desfasamento medido entre meios de tempos de vermelho de sinais consecutivos
Λ	- proporção de tempo de verde útil de uma corrente de tráfego
λ	- proporção de tempo de verde útil de uma fase
λ_0	- proporção de tempo perdido por ciclo
Π	- produto de factores
Σ	- soma de parcelas
τ	- intervalo mínimo entre veículos sucessivos

Í N D I C E

	Pág.
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - CARACTERÍSTICAS DO TRÁFEGO	5
2.1 - Introdução	5
2.2 - Trajectória de um veículo num diagrama tempo-distância	7
2.3 - Processo das chegadas dos veículos	10
2.3.1 - Distribuição do número de chegadas num intervalo de tempo fixo	11
2.3.1.1 - Distribuição binomial	13
2.3.1.2 - Distribuição de Poisson	14
2.3.1.3 - Distribuição binomial negativa (Pascal)	16
2.3.2 - Distribuição do intervalo de tempo entre veículos sucessivos	17
2.3.2.1 - Distribuição exponencial negativa	18
2.3.2.2 - Distribuição exponencial dupla	20
2.3.2.3 - Distribuição gama	21
2.3.2.4 - Distribuição lognormal	25
2.3.3 - Ajuste de uma distribuição observada ..	27
2.3.4 - Descrição do programa de cálculo auto- mático AJINTEVEIC	45
2.4 - Processo das partidas dos veículos	48
2.4.1 - Modelo de estimação do débito de satura- ção	50
2.4.1.1 - Débito de saturação base	52
2.4.1.2 - Influência da largura da via	53
2.4.1.3 - Influência da inclinação	57
2.4.1.4 - Influência da localização do cruzamento	58
2.4.1.5 - Influência da localização da via	60
2.4.1.6 - Influência do comprimento reduzido da via	60
2.4.1.7 - Influência da composição do tráfego ...	65
2.4.1.8 - Influência das mudanças de direcção sem oposição	68

2.4.1.9	- Influência das mudanças de direcção com oposição	72
2.4.1.10	- Influência de outros factores	84
2.4.2	- Determinação do débito de saturação ...	85
CAPÍTULO 3	- CARACTERÍSTICAS DO SINAL LUMINOSO	90
3.1	- Introdução	90
3.2	- Tempo perdido no arranque	97
3.2.1	- Determinação do número de veículos atrasados	99
3.2.2	- Determinação do tempo de passagem do N-ésimo veículo	101
3.2.3	- Determinação do tempo no arranque	104
3.3	- Tempo adicional de passagem	106
3.3.1	- O Método do Probit	106
3.3.2	- Determinação do tempo adicional de passagem	111
3.4	- Tempo de interverde	118
3.4.1	- Determinação do tempo de amarelo	119
3.4.2	- Determinação do tempo de tudo-vermelho.	130
CAPÍTULO 4	- PARÂMETROS DE FUNCIONAMENTO	133
4.1	- Introdução	133
4.2	- Análise de um modelo com intervalos de chegadas de veículos regulares	135
4.3	- Aplicação dos modelos de filas de espera	145
4.3.1	- Análise da fila M/D/1	148
4.3.2	- Análise da fila GI/D/1	153
4.3.3	- Análise da fila com atendimento em grupos	155
4.4	- Grau de saturação	167
4.5	- Atraso	168
4.6	- Comprimento da fila de espera	175
4.7	- Número de paragens	182
4.8	- Consumo de combustível	186
4.8.1	- Consumo de combustível instantâneo	186
4.8.2	- Modelos elementares	188
4.8.2.1	- Consumo em vazio	192
4.8.2.2	- Consumo em movimento	193

	Pág.
4.8.2.3 - Consumo nas paragens e arranques	195
4.8.2.4 - Consumo adicional por paragem/arranque.	201
4.8.2.5 - Efeito duma paragem incompleta	205
4.8.2.6 - Resultados	208
4.9 - Índice de funcionamento	215
CAPÍTULO 5 - MODELO DE SIMULAÇÃO	218
5.1 - Introdução	218
5.2 - Formulação do modelo	219
5.3 - Programa de simulação	223
5.3.1 - Estrutura do programa de simulação	224
5.3.2 - Geração de números aleatórios	228
5.3.2.1 - Método da inversão	230
5.3.2.2 - Distribuição exponencial negativa	232
5.3.2.3 - Distribuição uniforme	233
5.3.2.4 - Distribuição exponencial dupla	234
5.3.2.5 - Distribuição de Erlang	236
5.3.2.6 - Distribuição Lognormal	237
5.3.3 - Descrição do programa de simulação SIMULENT	239
5.4 - Verificação do programa de simulação ..	241
5.5 - Validação do programa de simulação	245
5.6 - Ensaaios de simulação	250
CAPÍTULO 6 - REGULAÇÃO DO SINAL LUMINOSO	252
6.1 - Introdução	252
6.2 - Critério de optimização	255
6.3 - Restrições	257
6.3.1 - Duração do ciclo	257
6.3.2 - Soma dos tempo de verde das fases	257
6.3.3 - Tempo de verde da fase	257
6.3.4 - Capacidade das correntes afectas às cor- rentes de tráfego	258
6.3.5 - Comprimento máximo da fila de espera ..	258
6.3.6 - Tempo de vermelho duma corrente de trá- fego	258
6.3.7 - Tempo de verde duma corrente de tráfego	259
6.4 - Breve descrição de alguns métodos clas- sicos de regulação dos sinais luminosos	259

6.4.1	- Método de Webster	261
6.4.2	- Programa SIGSET	270
6.4.3	- Programa SIDRA	276
6.4.4	- Programa SIGCAP	281
6.5	- Aplicação de métodos numéricos no processo de otimização	285
6.5.1	- Programa RESINA	286
6.5.2	- Programa OCRES	288
6.5.2.1	- Formulação do problema	289
6.5.2.2	- Processo de otimização	294
6.5.2.3	- Descrição do programa	296
6.5.2.4	- Conclusões	297
6.5.3	- Exemplo de aplicação	299
CAPÍTULO 7	- COORDENAÇÃO DE SINAIS LUMINOSOS	310
7.1	- Introdução	310
7.2	- Método da maximização das durações de passagem. Programa MAXONDA	312
7.2.1	- Princípios gerais	312
7.2.2	- Determinação da duração de passagem igual em ambos os sentidos	317
7.2.3	- Determinação dos desfasamentos	320
7.2.4	- Determinação das durações de passagem proporcionais aos volumes de tráfego ..	320
7.2.5	- Determinação dos novos desfasamentos ..	321
7.2.6	- Bandas de passagem interrompidas	322
7.2.7	- Breve descrição do programa MAXONDA ...	323
7.2.8	- Influência dos cruzamentos sem sinais luminosos	323
7.2.8.1	- Determinação do desfasamento ótimo ...	331
7.2.8.2	- Determinação da localização ótima da via lateral	334
7.3	- Método da minimização dos atrasos	335
7.3.1	- Princípios gerais	335
7.3.2	- Descrição do modelo	335
7.3.3	- Processo de otimização	340
7.3.4	- Breve descrição do programa MINDEMO ...	341
7.4	- O programa TRANSYT	341

	Pág.
7.4.1 - O modelo de tráfego	345
7.4.2 - O modelo de otimização	351
7.5 - Comparação entre os programas MAXONDA, MINDEMO e TRANSYT	354
CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES	359
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	365
CAPÍTULO 2	366
CAPÍTULO 3	370
CAPÍTULO 4	372
CAPÍTULO 5	375
CAPÍTULO 6	376
CAPÍTULO 7	379
APÊNDICES	381
APÊNDICE A - MODELO DE ACELERAÇÃO LINEAR	382
APÊNDICE B - DETERMINAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DOS COE- FICIENTES DA EXPRESSÃO $y=a_0+a_1x_1+a_2x_2$ APLICANDO O PRINCÍPIO DA MÁXIMA VERO- SIMILHANÇA	387
APÊNDICE C - DETERMINAÇÃO DA DISTÂNCIA DE PARAGEM.	392
APÊNDICE D - APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR NA RE- GULAÇÃO DOS SINAIS LUMINOSOS QUE MA- XIMIZAM A CAPACIDADE DUM CRUZAMENTO .	395
APÊNDICE E - OPTIMIZAÇÃO DE UM PROBLEMA SEM RESTRI- ÇÕES PELO MÉTODO DE DAVIES, SWANN e CAMPEY	401
APÊNDICE F - OPTIMIZAÇÃO DE UM PROBLEMA COM RESTRI- ÇÕES PELO MÉTODO DE HOOKE e JEEVES ASSOCIADO AO MÉTODO DAS PENALIDADES .	405

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Actualmente as pessoas sentem cada vez maior necessidade de se deslocarem. Em geral, associa-se ao conceito de mobilidade das pessoas, o da qualidade de vida, pois que um número crescente de viagens efectuadas equivale ao acesso e escolha de um maior número de bens e serviços.

Do ponto de vista do utente uma viagem pode ser caracterizada pelo tempo que demora a fazer, pelo respectivo custo de operação e, também, pelo grau de incomodidade e risco de acidente que envolve, correspondendo estes factores no seu conjunto, ao que se designa por utilidade negativa associada à viagem.

A decisão de fazer uma viagem depende pois da utilidade positiva referente a ter sido satisfeito certo objectivo, ultrapassar, em valor absoluto, a respectiva utilidade negativa.

Deste modo devem ser promovidas acções no sentido de reduzir a utilidade negativa, já que a utilidade positiva é constante para um determinado objectivo.

Os cruzamentos são pontos críticos da rede viária contribuindo decisivamente para o valor da utilidade negativa.

Por um lado há um maior perigo potencial de acidente, porque o número de manobras que os veículos podem executar é elevado, acrescido pelo facto de, em geral, serem também numerosos os movimentos de peões. Os condutores têm, assim, de dispersar a

sua atenção por vários motivos de interesse.

Por outro lado a capacidade do cruzamento é muitas vezes insuficiente, pois que a sua área disponível, que os veículos reclamam simultâneamente para realizarem as manobras, é inferior à que eles necessitam. Este desequilíbrio entre a oferta e a procura é responsável pelo aparecimento do congestionamento e de todas as suas consequências (atrasos, custos, poluição, etc.).

Todos estes factos justificam um estudo pormenorizado dos cruzamentos.

A instalação da sinalização luminosa é um dos processos mais simples para a gestão do tráfego num cruzamento, permitindo o seu atravessamento pelas correntes de tráfego durante tempos distintos.

Existem diferentes tipos de sinais luminosos, sendo apenas estudado, neste trabalho, os de comando de tempo fixo, em que as indicações do dispositivo luminoso são transmitidas em intervalos de tempo previamente fixados.

Considera-se que as condições de circulação são em regime estável, isto é, os volumes de tráfego não chegam a atingir a capacidade.

Para obter a regulação dos sinais luminosos é necessário conhecer o comportamento do tráfego no cruzamento. Este estudo, que é feito no Capítulo 2, compreende não só o processo das chegadas dos veículos, como também o processo das partidas.

Em relação às chegadas e dado o seu carácter aleatório, especial atenção foi dedicada ao ajuste de uma lei teórica de

distribuição de probabilidades a uma distribuição observada.

Uma vez que em alguns casos não é possível medir localmente o débito de saturação correspondente à intensidade máxima das partidas, é indispensável dispor de um método de previsão, tão realista quanto possível, de forma a obter valores para o débito de saturação dos diferentes tipos de movimentos.

As características do sinal luminoso são analisadas no Capítulo 3, principalmente no que diz respeito ao período de transição entre fases, constituído pelo sinal de amarelo fixo seguido pelo tempo de tudo-vermelho, e pela relação entre o tempo de verde real transmitido pelo sinal e o que efectivamente é aproveitado pelos veículos para avançarem.

A determinação dos parâmetros de funcionamento que caracterizam a eficácia da utilização dos sinais luminosos em cruzamentos é apresentada no Capítulo 4. Estes parâmetros serão utilizados, quer na definição do critério de optimização, quer no estabelecimento das restrições relativas à regulação dos sinais luminosos.

Nestes casos é frequente o recurso à simulação em computador digital para uma análise mais pormenorizada do comportamento do sistema. Neste sentido foi elaborado um programa de simulação referente a uma entrada comandada por sinais luminosos, cuja descrição é feita no Capítulo 5.

Para calcular a regulação óptima dos sinais luminosos, têm sido propostos vários métodos. Distinguem-se não só, por considerarem diferentes funções objectivo e equações de restrição,

mas também por adoptarem metodologias distintas. Uma análise de alguns destes métodos, bem como a apresentação de uma formulação diferente consta do Capítulo 6.

O problema da coordenação de sinais luminosos, é estudado no Capítulo 7, onde se comparam para itinerários de sentido duplo diferentes programas de cálculo.

Finalmente, o último Capítulo diz respeito às conclusões e perspectivas de desenvolvimento do presente trabalho, de que se considera ter terminado apenas uma das fases.

Houve alguma dificuldade na adopção da terminologia mais correcta, uma vez que não há correspondência em português e particularmente que conste do Vocabulário de Estradas e Aeródromos, para a grande maioria das designações técnicas relativas a este assunto, usadas na literatura especializada estrangeira. Deste modo procurou-se adoptar as designações que mais facilmente traduzissem o significado físico do respectivo conceito.

O principal objectivo deste trabalho consiste em passar a dispor-se de um conjunto de metodologias necessárias ao cálculo da regulação de sinais luminosos. A respectiva aplicação a casos reais constituiria a etapa seguinte.

CAPÍTULO 2

CARACTERÍSTICAS DO TRÁFEGO

2.1 - Introdução

Os sinais luminosos destinam-se a fornecer indicações ao tráfego que pretende atravessar um cruzamento, pelo que o estudo das suas características constitui um elemento fundamental.

Em primeiro lugar, é necessário individualizar as correntes de tráfego de forma a que cada uma delas apresente o mesmo conjunto de características. Uma corrente de tráfego pode compreender uma ou mais filas de veículos adjacentes desde que recebam simultaneamente as mesmas indicações transmitidas pelo sinal luminoso. No caso de existirem duas ou mais filas, os veículos devem-se distribuir livremente por qualquer delas, escolhendo a que lhes proporcione o menor atraso no cruzamento. Deste modo, as diversas filas formar-se-ão a par, o que corresponde a terem sempre, aproximadamente, a mesma extensão.

Naturalmente que quanto melhor forem caracterizadas as correntes de tráfego, maiores serão as garantias de sucesso da regulação dos sinais luminosos adoptados. As principais características que é importante conhecer com pormenor são as seguintes:

- a) - Trajectória de um veículo num diagrama tempo-distância
- b) - Processo de chegadas dos veículos
- c) - Processo de partidas dos veículos

Os volumes de tráfego de entrada e de saída devem ser expressos na mesma unidade. Se os seus valores forem obtidos, como é preferível, através de medições feitas localmente, é mais simples utilizar para unidade de um e outro volume de tráfego, o veículo real.

No entanto é frequente haver necessidade de estimar os volumes de tráfego de saída a partir das características geométricas e das condições de circulação relativas à entrada. Neste caso é mais conveniente utilizar volumes de tráfego homogeneizados expressos em unidades de veículos ligeiros (u.v.l.). Para se dispor de uma unidade comum ter-se-á de converter através da adequada aplicação de coeficientes de equivalência, ou o volume de tráfego real das chegadas, obtido por contagens, em volume de tráfego homogeneizado, ou o volume de tráfego homogeneizado das partidas, obtido por estimação, em volume de tráfego real.

Atendendo ao conceito de coeficiente de equivalência e ao modo como, em geral, é determinado, torna-se mais correcto associar este aos volumes de tráfego de saída. Acresce ainda o facto de que o adoptar-se a homogeneização dos volumes de tráfego de entrada, poderá conduzir a resultados pouco precisos no cálculo de alguns parâmetros de funcionamento da sinalização, designadamente nos seguintes:

- atraso médio por veículo
- atraso médio por ocupante dum veículo
- número de paragens
- extensão da fila de espera
- custo de operação

Por estas razões será utilizado como unidade para os volumes de tráfego o veículo real.

2.2 - Trajectória de um veículo num diagrama tempo-distância

No cálculo de certos parâmetros, tais como o consumo de combustível e o tempo perdido no arranque, é necessário conhecer a lei de variação da aceleração durante o tempo em que decorre uma manobra do tipo paragem/arranque. Esta manobra inclui uma fa-

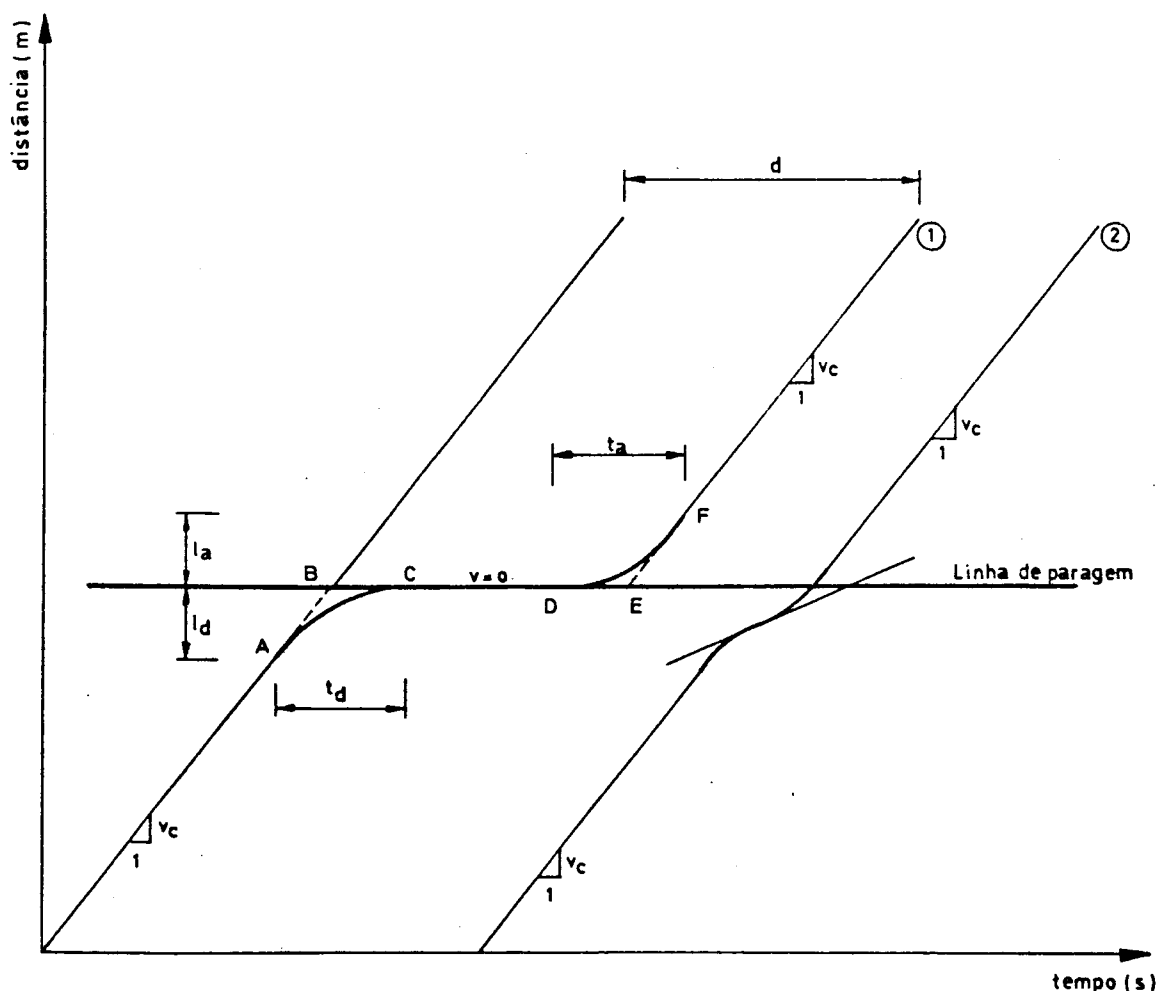


Fig. 2.1 - Representação da trajectória de um veículo num diagrama tempo-distância

se de travagem durante a qual a velocidade do veículo diminui desde a velocidade de cruzeiro $\underline{v_c}$ até se anular, seguida de uma aceleração até voltar a atingir a velocidade de cruzeiro.

Para a trajectória representada no diagrama tempo-distância da figura 2.1 correspondente a um veículo que sofre uma paragem, pretende-se definir analiticamente os arcos $\widehat{AC}$ e $\widehat{DF}$ referentes às fases de travagem e de aceleração, respectivamente.

O modelo adoptado consiste em ter durante a travagem uma variação linear da aceleração, neste caso negativa, desde zero no início da travagem ($t = 0$ e $v = \underline{v_c}$) até ao máximo de $a = -2 k_d$ quando o veículo pára ($t = t_d$ e $v = 0$), sendo $\underline{k_d}$ o valor médio da aceleração negativa que é igual a metade do valor máximo. Durante o arranque a aceleração varia, também, linearmente desde o valor máximo $a = 2 k_a$ quando se inicia o arranque ($t = 0$ e $v = 0$), sendo $\underline{k_a}$ o valor médio de aceleração, até se anular quando a velocidade de cruzeiro for alcançada ($t = t_a$ e $v = \underline{v_c}$).

Pode, no entanto, acontecer que em alguns casos o veículo durante a travagem, para evitar uma paragem, reduza a velocidade até atingir um valor mínimo $\underline{v_m}$ diferente de zero, a partir do qual começa a acelerar até voltar a alcançar a velocidade de cruzeiro $\underline{v_c}$. Esta situação representada na figura 2.1 pela trajectória do veículo 2 é habitualmente designada por paragem incompleta.

A lei de variação linear da aceleração durante a manobra de paragem/arranque apresenta-se suficientemente realista para os objectivos propostos, sendo válidas no caso geral as seguintes expressões deduzidas no apêndice A:

$$j_d = - \frac{2 k_d^2}{v_c} \cdot t \quad (2.1)$$

$$t_a = t_d = \frac{1}{k_d} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \quad (2.2)$$

$$l_a = l_d = \frac{2 v_c + v_m}{3 k_d} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \quad (2.3)$$

$$j_a = 2 k_a - \frac{2 k_a^2}{v_c} \cdot t \quad (2.4)$$

sendo,

$j_d, j_a [m \cdot s^{-2}]$ - aceleração durante a travagem, arranque

$t_d, t_a [s]$ - tempo gasto durante a travagem, arranque

$l_d, l_a [m]$ - distância percorrida durante a travagem,
arranque

$v_c [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

$v_m [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade mínima

$k_a, k_d [m \cdot s^{-2}]$ - constantes

No caso da paragem completa, basta substituir nas expressões anteriores $v_m = 0$.

Note-se que em relação a outros parâmetros, particularmente o atraso, pode-se admitir que o veículo pára instantaneamente na Linha de Paragem, não sofrendo atraso antes de a alcançar. No início do movimento adquirirá também instantaneamente a velocidade de cruzeiro. Este comportamento simplista corresponde na figura 2.1 a substituir durante a travagem e o arranque a trajectória dos veículos pela linha quebrada ABCDEF, podendo facilmente verificar-se que o valor do atraso d se mantém.

2.3 - Processo das chegadas dos veículos

A chegada de um veículo é representada pelo instante fictício em que o veículo atingiria a linha de paragem admitindo que manteria a velocidade de cruzeiro. Isto corresponde a adoptar-se o modelo simplista descrito em 2.2 para a trajectória do veículo num diagrama tempo-distância.

Em geral os veículos sucedem-se com intervalos de tempo irregulares, pelo que o processo de chegadas se apresenta como um fenómeno aleatório. A variável aleatória que lhe está associada pode representar um dos dois acontecimentos seguintes:

- a) - Número de chegadas durante um intervalo de tempo fixo - distribuição de variável discreta.
- b) - Intervalo de tempo entre veículos sucessivos - distribuição de variável contínua.

Em princípio, é preferível utilizar este último caso, já que a informação é mais completa.

Para cada distribuição discreta existe uma distribuição contínua, e reciprocamente, embora em alguns casos seja difícil estabelecer a respectiva correspondência.

A formulação destes modelos probabilísticos permitirá obter previsões dos parâmetros indicadores da eficiência da sinalização luminosa (atraso, comprimento da fila de espera, etc.) dispondo-se de um conjunto de informações pequeno.

No estudo do processo de chegadas têm sido utilizadas várias leis de distribuição de probabilidades, quer discretas quer

contínuas. Porém, algumas delas apresentam um desenvolvimento teórico excessivo tendo em conta os objectivos propostos. Note-se que este assunto é especialmente vasto e complexo, o que motivou que alguns investigadores de matemática tenham desenvolvido estudos nesta área.

2.3.1 - Distribuição do número de chegadas num intervalo de tempo fixo

Neste caso a variável aleatória X que representa o número de chegadas ocorridas durante um intervalo de tempo ΔT apenas pode tomar valores inteiros não-negativos.

Para caracterizar a irregularidade das chegadas recorre-se, em geral, ao parâmetro I , dado por:

$$I = \frac{s^2}{m} \quad (2.5)$$

Com

s^2 [veic.²] - variância dos valores observados

m [veic.] - média dos valores observados

Em função do valor de I é possível distinguir quatro tipos de escoamento distintos:

a) $I = 0$

Representa o caso determinístico em que as chegadas são regulares. Esta hipótese é pouco realista, apenas podendo ocorrer em condições muito particulares.

b) $I < 1$

Observa-se quando os volumes de tráfego são elevados e portanto o número de chegadas em ΔT é caracterizado por uma pequena dispersão em relação ao valor médio.

As leis de distribuição mais utilizadas são a distribuição binomial e a de Poisson generalizada.

c) $I = 1$

Admite-se que as chegadas dos veículos são completamente aleatórias o que poderá corresponder razoavelmente à realidade em condições de tráfego fluído.

Neste caso a variável aleatória X é regida por uma distribuição de Poisson.

d) $I > 1$

Representa a situação onde é elevada a dispersão das chegadas dos veículos em relação à média, o que poderá verificar-se quando ocorrer uma perturbação no escoamento do tráfego.

Em geral recorre-se neste caso à distribuição binomial negativa.

Segundo os valores apresentados em [2.27] o valor de I pode variar entre 0,25 e 2,6.

Para descrever cada uma das leis de distribuição discreta mais utilizadas, considera-se que a duração do intervalo de tempo ΔT é dividida em n intervalos de tempo elementar δt que constituem uma sequência de n ensaios independentes. O resultado em cada um deles será expresso apenas por sucesso ou insucesso, sendo constante a probabilidade p de ocorrer o acontecimento favorável (sucesso). Uma sequência deste tipo, designada por "en-

saio de Bernoulli", combinada com diferentes modos de representar a variável aleatória, constitui a base para a definição das várias distribuições de probabilidade discreta.

2.3.1.1 - Distribuição binomial

O sucesso corresponde à chegada de um veículo em δt , ao qual é atribuída uma probabilidade p . Deste modo a variável aleatória X que representa o número de sucessos em n ensaios de duração δt segue uma lei binomial de parâmetros n e p .

A função de probabilidade é dada por:

$$P(X=x) = p(x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, \dots \quad (2.6)$$

A média $E(X)$ e a variância $V(X)$ são calculadas através de:

$$E(X) = n \cdot p \quad (2.7)$$

$$V(X) = n \cdot p \cdot (1-p) \quad (2.8)$$

Deste modo o parâmetro I é inferior a um, pelo que esta lei é utilizada quando os volumes de tráfego são elevados.

Para calcular as probabilidades associadas a cada valor de X pode-se, em substituição de (2.6), utilizar a seguinte fórmula de recorrência:

$$p(x+1) = \frac{n-x}{x+1} \cdot \frac{p}{1-p} \cdot p(x) \quad (2.9)$$

$$p(0) = (1-p)^n \quad (2.10)$$

2.3.1.2 - Distribuição de Poisson

Para que as chegadas dos veículos se distribuam segundo a lei de Poisson é necessário que se verifiquem as seguintes condições:

- a) - A probabilidade de chegar um veículo durante um intervalo de tempo elementar δt é proporcional à duração do intervalo.
- b) - A probabilidade de chegar mais do que um veículo em cada δt é nula ou desprezável em face da probabilidade definida em a).
- c) - A probabilidade de ocorrer uma chegada em δt não depende de uma eventual chegada nos outros intervalos δt anteriores, isto é, há independência probabilística entre chegadas em intervalos de tempo δt distintos.

É possível demonstrar que neste caso a função de probabilidade da variável aleatória X é dada por:

$$P(X=x) = p(x) = \frac{m^x}{x!} \cdot e^{-m} \quad x=0,1,\dots \quad (2.11)$$

sendo

$m = q \cdot \Delta T$ - média das chegadas em ΔT

$q[\text{veíc. s}^{-1}]$ - número de chegadas por segundo

A média $E(X)$ e a variância $V(X)$ são dadas por:

$$E(X) = V(X) = m \quad (2.12)$$

Em vez da equação (2.11) é mais fácil utilizar a seguinte fórmula de recorrência:

$$p(x+1) = \frac{m}{x+1} \cdot p(x) \quad (2.13)$$

$$p(0) = e^{-m} \quad (2.14)$$

A lei de Poisson aplica-se quando o volume de tráfego é pequeno e livre de qualquer perturbação, de forma a que o processo de chegadas seja aleatório.

A principal objecção a referir quanto à utilização desta lei é o facto de resultarem probabilidades não nulas para valores elevados das chegadas em δt o que na realidade é impossível acontecer.

A distribuição de Poisson pode ser generalizada, considerando-se cada termo igual à soma de um número inteiro K de termos definidos pela lei de Poisson com parâmetros λ . A respectiva função de probabilidade é dada por:

$$P(X=x) = p(x) = \sum_{j=kx}^{k(x+1)-1} \frac{\lambda^j}{j!} \cdot e^{-\lambda} \quad x=0,1,\dots \quad (2.15)$$

ou, fazendo $j = kx + i - 1$ vem:

$$P(X=x) = p(x) = \sum_{i=1}^k \frac{\lambda^{kx+i-1}}{(kx+i-1)!} \cdot e^{-\lambda} \quad x=0,1,\dots \quad (2.16)$$

Para $k = 1$ resulta a distribuição de Poisson.

A distribuição de Poisson generalizada aplica-se, quando os volumes de tráfego são elevados.

2.3.1.3 - Distribuição binomial negativa (Pascal)

Considere-se para um certo intervalo de tempo elementar δt , uma variável aleatória X_1 representando o número de sucessos, isto é, o número de chegadas ocorridas em δt , até que se obtenha pela primeira vez insucesso, o que sucederá quando a chegada se verificar após se ter esgotado o tempo δt . Isto corresponde a ter x_1 repetições no intervalo δt até obter o primeiro insucesso, pelo que a variável aleatória X_1 tem uma distribuição geométrica cuja função de probabilidade é dada por:

$$p(x_1) = p^{x_1} \cdot (1-p) \quad x_1 = 0, 1, \dots \quad (2.17)$$

Atendendo a que no intervalo de tempo ΔT existem n intervalos δt , pode-se definir a variável aleatória X como o número de sucessos até que ocorram exactamente n insucessos, isto é, até que decorra o tempo ΔT .

Isto constitui uma generalização da lei geométrica em que a variável aleatória X passa a ter uma distribuição binomial negativa com função de probabilidade dada por:

$$P(X=x) = p(x) = C_{n+x-1}^x p^x \cdot (1-p)^n \quad x=0, 1, \dots \quad (2.18)$$

A média $E(X)$ e a variância $V(X)$ são calculadas a partir de:

$$E(X) = \frac{np}{1-p} \quad (2.19)$$

$$V(X) = \frac{np}{(1-p)^2} \quad (2.20)$$

Nesta distribuição o valor do parâmetro $\underline{I}$ é superior à unidade, pelo que se aconselha a sua utilização nos casos de haver uma dispersão elevada nas chegadas dos veículos.

Em geral, em vez da expressão (2.18) é mais fácil usar a seguinte expressão de recorrência:

$$p(x+1) = \frac{x+n}{x+1} \cdot p \cdot p(x) \quad (2.21)$$

$$p(0) = (1-p)^n \quad (2.22)$$

2.3.2 - Distribuição do intervalo de tempo entre veículos sucessivos

A partir de medições do intervalo de tempo $\underline{T}$ entre veículos sucessivos pode-se concluir que, em geral, as frequências mais elevadas ocorrem próximo da origem, para valores de $\underline{t}$ compreendidos entre 0,5 e 2 segundos, sendo a forma da distribuição caracterizada por uma assimetria positiva. Naturalmente que a distribuição teórica a utilizar terá de reflectir estas características, quer no que diz respeito à sua moda, quer em relação ao coeficiente de assimetria.

Têm sido propostas várias leis de distribuição dos intervalos de tempo entre veículos sucessivos, sendo a mais simples a distribuição exponencial negativa. Esta lei oferece bons ajustes especialmente quando na corrente de tráfego a interacção entre os veículos é reduzida podendo, portanto, considerar-se que as chegadas são totalmente aleatórias. Quando tal não acontece é neces-

sário recorrer a leis mais complexas. É o caso, por exemplo, da lei dupla exponencial, que embora dispondo de um campo de aplicação mais vasto, continua a ser simples pois que resulta da combinação de duas distribuições exponenciais negativas.

Existem, ainda, outras distribuições tais como a gama e a lognormal que apresentam a vantagem de uma grande flexibilidade podendo assim ajustar-se a diferentes condições de escoamento.

Por vezes é conveniente considerar que a variável T toma valores no intervalo $[\tau, +\infty[$ em vez de no intervalo $[0, +\infty[$ o que conduz às chamadas distribuições com atraso.

2.3.2.1 - Distribuição exponencial negativa

Pode-se demonstrar que se as chegadas ocorridas num intervalo ΔT forem regidas pela lei de Poisson então o intervalo de tempo T entre veículos sucessivos tem uma distribuição exponencial negativa, cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad t \geq 0 \quad (2.23)$$

A média $E(T)$ e a variância $V(T)$ são:

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} \quad (2.24)$$

$$V(T) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.25)$$

A função de probabilidade acumulada é:

$$P(T \leq t) = F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t} \quad (2.26)$$

Nestas condições, a probabilidade de ocorrer um intervalo de tempo superior a ΔT é:

$$P(T > \Delta T) = 1 - F(\Delta T) = e^{-\lambda \cdot \Delta T} \quad (2.27)$$

Isto é equivalente à probabilidade de ocorrerem zero chegadas durante ΔT , pelo que atendendo à equação (2.11) vem,

$$P(X = 0) = p(0) = e^{-m} \quad (2.28)$$

Considerando uma corrente de tráfego com débito q , obtém-se

$$E(T) = \frac{1}{q}$$

com

$q[\text{veíc. s}^{-1}]$ - número de chegadas por segundo

Deste modo $\lambda = q$, donde se confirma o resultado apresentado anteriormente

$$m = q \cdot \Delta T \quad (2.29)$$

Esta lei atribui probabilidade crescente à medida que o intervalo de tempo diminui, atingindo a moda na origem. Note-se que um intervalo de tempo nulo só poderá acontecer no caso de ultrapassagem e, portanto, não é possível que a frequência mais elevada do intervalo ocorra quando $t = 0$, principalmente no caso de volumes de tráfego elevados.

Esta divergência pode ser resolvida efectuando uma mudança de origem passando a distribuição a designar-se por distribuição exponencial negativa com atraso. O parâmetro de localização τ representa o intervalo de tempo mínimo entre veículos sucessivos.

A expressão analítica da função densidade de probabilidade é:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda(t - \tau)} \quad t \geq \tau \quad (2.30)$$

A média $E(T)$ e a variância $V(T)$ são calculadas através de

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} + \tau \quad (2.31)$$

$$V(T) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.32)$$

Para a função de distribuição acumulada vem:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda(t - \tau)} \quad (2.33)$$

Uma generalização deste modelo consiste, segundo Buckley [2.10], em considerar que o intervalo de tempo mínimo entre veículos sucessivos passa a ser representado por uma variável aleatória caracterizada pela respectiva distribuição de probabilidade.

2.3.2.2 - Distribuição exponencial dupla

Esta distribuição resulta de se admitir que os intervalos de tempo entre veículos numa corrente de tráfego podem-se decompor em dois conjuntos de valores, cada um dos quais segue uma lei exponencial negativa. Um destes conjuntos corresponde aos veículos que se movem livremente sem interferência com os restantes veículos e o outro aos veículos estrangidos para os quais há restrições de liberdade de manobra dos condutores.

Segundo Schull [2.23] a parcela correspondente aos veículos estrangidos segue uma lei exponencial negativa com atraso,

pois que os veículos ao circularem a uma velocidade determinada pelo veículo da frente não podem dispor de intervalos entre veículos sucessivos inferiores a um certo limite τ_1 . A respectiva expressão analítica da função densidade de probabilidade tem o seguinte aspecto:

$$f(t) = \alpha \cdot g_1(t) + (1 - \alpha) g_2(t)$$

$$f(t) = \alpha \cdot \lambda_1 e^{-\lambda_1(t-\tau_1)} + (1 - \alpha) \lambda_2 e^{-\lambda_2 \cdot t} \quad (2.34)$$

onde

$$g_1(t) = \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1(t-\tau_1)}$$

e

$$g_2(t) = \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \quad (2.35)$$

representam as funções densidade de probabilidade associadas, respectivamente, aos veículos constrangidos e aos veículos livres.

O parâmetro α é a proporção dos veículos constrangidos existentes na corrente de tráfego.

A função de probabilidade acumulada é dada por:

$$F(t) = 1 - \alpha \cdot e^{-\lambda_1(t-\tau_1)} - (1 - \alpha) e^{-\lambda_2 \cdot t} \quad (2.36)$$

Posteriormente Kell [1960] propôs, também, a existência de um parâmetro de localização τ_2 para o conjunto dos veículos livres.

2.3.2.3 - Distribuição gama

A distribuição exponencial negativa é um caso particular de uma família de distribuições conhecida por distribuição gama, que tem sido aplicada igualmente na análise do intervalo de tempo entre veículos sucessivos.

A expressão analítica da função densidade de probabilidade de uma distribuição gama de parâmetros de forma $\underline{K}$ e de escala $\underline{\lambda}$ é dada por:

$$f(t) = \frac{\lambda}{\Gamma(K)} \cdot (t \lambda)^{K-1} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \begin{array}{l} t > 0 \\ K > 0 \\ \lambda > 0 \end{array} \quad (2.37)$$

A função $\Gamma(K)$ designada por função gama é definida a partir da condição

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

donde

$$\Gamma(K) = \int_0^{\infty} (\lambda t)^{K-1} \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} dt \quad (2.38)$$

ou, fazendo $\lambda t = v$ vem:

$$\Gamma(K) = \int_0^{\infty} v^{K-1} \cdot e^{-v} dv \quad (2.39)$$

Integrando por partes chega-se à seguinte relação de recorrência designada por equação funcional da função gama:

$$\Gamma(K+1) = K \Gamma(K) \quad (2.40)$$

No caso de $\underline{K}$ ser inteiro, aplicando repetidamente a equação funcional vem:

$$\Gamma(K-1) = K! \quad (2.41)$$

A função de probabilidade acumulada $F(t)$ é:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\lambda}{\Gamma(K)} \cdot (x\lambda)^{K-1} \cdot e^{-x\lambda} dx \quad (2.42)$$

ou, fazendo $x = \lambda v$

$$F(t) = \frac{1}{\Gamma(K)} \int_0^{t\lambda} v^{K-1} \cdot e^{-v} dv \quad (2.43)$$

A este último integral dá-se o nome de função gama incompleta.

Não sendo possível obter a integração analítica destas funções, recorre-se a tabelas ou a métodos numéricos aproximados no cálculo das funções gama completa e incompleta.

A média $E(T)$ e a variância $V(T)$ são dadas por:

$$E(T) = \frac{K}{\lambda} \quad (2.44)$$

$$V(T) = \frac{K}{\lambda^2} \quad (2.45)$$

Um caso particular importante surge quando o parâmetro K é um número inteiro e positivo, passando a distribuição a designar-se por distribuição de Erlang de ordem K .

É possível demonstrar que se a variável aleatória T segue uma distribuição de Erlang de ordem K então essa variável aleatória representa a soma de K variáveis aleatórias independentes regidas por distribuições exponenciais negativas com idêntico parâmetro λ . Neste caso a função de distribuição acumulada pode ser calculada através de:

$$F(t) = 1 - \sum_{i=0}^{K-1} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^i}{i!} \quad (2.46)$$

ou

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{K-1}}{(K-1)!} \right]$$

A probabilidade de ter um intervalo de tempo superior a $\underline{t}$ é dada por:

$$P(T > t) = 1 - F(t) = \sum_{i=0}^{k-1} e^{-\lambda T} \cdot \frac{(\lambda T)^i}{i!} \quad (2.47)$$

Este resultado corresponde à probabilidade de não ocorrer nenhuma chegada no intervalo de tempo $\underline{T}$, admitindo que as chegadas são reguidas pela lei de Poisson generalizada, conforme se pode verificar pela aplicação da expressão (2.15). Deste modo, se o intervalo de tempo entre veículos sucessivos segue uma lei Erlang de ordem $\underline{K}$, então o número de chegadas em $\underline{\Delta T}$ segue a lei de Poisson generalizada.

A forma da distribuição gama é muito dependente dos valores atribuídos aos parâmetros. Considerando-se uma corrente de tráfego com débito $\underline{q}$, a média dos intervalos entre veículos sucessivos é $\frac{1}{\underline{q}}$, mantendo-se constante o quociente $\frac{\underline{K}}{\underline{\lambda}}$. Neste caso a distribuição gama pode representar desde a distribuição exponencial negativa quando $\underline{K} = 1$, até ao caso limite de as chegadas se processarem a intervalos constantes, quando $\underline{K}$ tende para infinito.

Deste modo o valor de $\underline{K}$ traduz a aleatoridade das chegadas dos veículos, sendo esta tanto menor quanto o valor de $\underline{K}$ aumentar. Este facto constitui uma propriedade importante da distribuição gama, pois que devido à sua flexibilidade pode ser aplicada a condições de circulação muito distintas.

Tal como anteriormente, pode ter interesse considerar-se uma distribuição gama com atraso através da introdução de um parâmetro de localização $\underline{\tau}$ com o mesmo significado anterior. A fun-

ção densidade de probabilidade, bem como a média e a variância são dadas por:

$$f(t) = \frac{\lambda^K}{\Gamma(K)} \cdot (t - \tau)^{K-1} \cdot e^{-\lambda(t-\tau)} \quad t \geq \tau > 0 \quad (2.48)$$

$$K > 0$$

$$\lambda > 0$$

$$E(T) = \frac{K}{\lambda} + \tau \quad (2.49)$$

$$V(T) = \frac{K}{\lambda^2} \quad (2.50)$$

2.3.2.4 - Distribuição lognormal

Uma variável aleatória segue uma lei lognormal se o seu logarítmo tiver distribuição normal. Utilizar-se-á o logarítmo neperiano, embora um logarítmo noutra base qualquer pudesse ser considerado, pois que isso apenas se reflectiria numa mudança de escala. Note-se, que se o logarítmo numa dada base de uma variável aleatória segue a lei normal o mesmo acontece com o logarítmo neperiano dessa variável.

Esta distribuição tem sido utilizada principalmente no caso em que os volumes são intensos.

Se $\ln(t)$ segue a lei normal, então a função densidade de probabilidade da variável t é, neste caso:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot (\ln t)' \quad t \geq 0$$

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad t \geq 0 \quad (2.51)$$

Os parâmetros μ e σ^2 representam, respectivamente, a média e a variância da distribuição normal associada, isto é:

$$\mu = E(\ln t) \quad (2.52)$$

$$\sigma^2 = V(\ln t) \quad (2.53)$$

A média $E(T)$ e a variância $V(T)$ podem ser calculadas usando as seguintes expressões:

$$E(T) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (2.54)$$

$$V(T) = e^{2(\mu + \sigma^2)} - e^{2\mu + \sigma^2} \quad (2.55)$$

No cálculo das probabilidades pode usar-se as tabelas de distribuição normal reduzida, entrando com:

$$u = \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \quad (2.56)$$

É possível também introduzir o parâmetro de localização τ de forma a desviar a curva para a direita mudando a sua origem. A função densidade de probabilidade resultante é

$$f(t) = \frac{1}{\sigma(t-\tau) \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(t-\tau) - \mu]^2}{2\sigma^2}} \quad h \geq \tau > 0 \quad (2.57)$$

Neste caso a média $E(T)$ e a variância $V(T)$ são:

$$E(T) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} + \tau \quad (2.58)$$

$$V(T) = e^{2(\mu + \sigma^2)} - e^{2\mu + \sigma^2} \quad (2.59)$$

2.3.3 - Ajuste de uma distribuição observada

Pelas razões já apontadas anteriormente apenas se vai considerar para caracterizar o processo de chegadas a distribuição do intervalo de tempo entre veículos.

Em princípio, de acordo com o que a experiência tem mostrado, a lei de distribuição teórica utilizada no ajuste da distribuição empírica está incluída no conjunto das leis de distribuição contínua atrás estudadas. Isto facilitará a obtenção de conclusões pois que são bem conhecidas as expressões analíticas das referidas leis, bem como as suas propriedades.

Como primeira aproximação, a escolha da distribuição teórica poder-se-á basear no valor dos coeficientes de assimetria γ_1 e coeficiente de achatamento (curtose) γ_2 calculados para a amostra observada.

Por outro lado, a forma das distribuições teóricas é caracterizada por estes coeficientes, que podem ser calculados através da aplicação das seguintes expressões:

$$\gamma_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \quad (2.60)$$

$$\gamma_2 = \frac{m_4}{m_2^2} - 3 \quad (2.61)$$

sendo

m_i - momento de ordem i em relação à média

Para o caso da variável aleatória contínua $\underline{T}$ o momento $\underline{m_i}$ é definido por:

$$m_i = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - E(T))^i f(t) dt \quad (2.62)$$

Por sua vez os momentos $\underline{m_i}$ podem ser calculados a partir dos momentos de ordem $\underline{i}$ em relação à origem, $\underline{\mu_i}$:

$$m_2 = \mu_2 - \mu_1^2 \quad (2.63)$$

$$m_3 = \mu_3 - 3 \mu_1 \cdot \mu_2 + 2 \mu_1^3 \quad (2.64)$$

$$m_4 = \mu_4 - 4 \mu_1 \cdot \mu_3 + 6 \mu_1^2 \mu_2 - 3 \mu_1^4 \quad (2.65)$$

com

$$\mu_i = \int_0^{\infty} t^i \cdot f(t) dt \quad (2.66)$$

sendo

t - variável aleatória contínua (intervalo de tempo entre veículos sucessivos com função densidade de probabilidade $f(t)$)

Por vezes é mais fácil calcular os momentos $\underline{\mu_i}$ a partir da propriedade da função geratriz de momentos $\underline{M_t(s)}$ em que:

$$\mu_i = \left. \frac{d^i M_t(s)}{d s^i} \right|_{s=0} \quad (2.67)$$

sendo

s - variável auxiliar

$$M_t(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{st} \cdot f(t) \, dt \quad (2.68)$$

No quadro 2.I são apresentados os coeficientes γ_1 e γ_2 relativos à lei exponencial, gama e lognormal.

Quadro 2.I - Coeficientes de assimetria e achatamento

	Parâmetros	Coeficiente de assimetria γ_1	Coeficiente de achatamento γ_2
Exponencial negativa	λ	2	6
Gama	K, λ	$\frac{2}{\sqrt{K}}$	$\frac{6}{K}$
Lognormal	μ, σ	$\frac{e^{2\sigma^2} + e^{\sigma^2} - 2}{(e^{\sigma^2} - 1)^{1/2}}$	$\frac{4\sigma^2}{e} + 2e + \frac{3\sigma^2}{e} + 3e - 6$

Atendendo a estes valores é possível desenhar as curvas representadas na figura 2.2, que relacionam os coeficientes de assimetria e achatamento para os diferentes casos. Assim, conhecidos os valores de γ_1 e γ_2 correspondentes a um conjunto de valores observados, pode-se ter uma ideia aproximada acerca da lei teórica a utilizar.

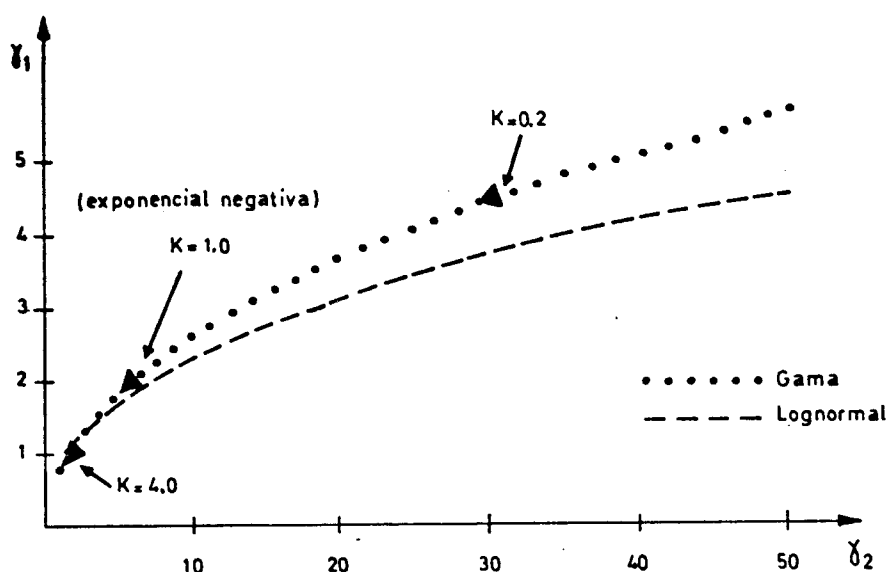


Fig. 2.2 - Variação dos coeficientes de assimetria e achatamento

Uma vez escolhida a lei é necessário estimar os parâmetros a partir das observações realizadas.

Existem diversos métodos de obtenção dos parâmetros de uma distribuição sendo um dos mais utilizados o método dos momentos. Consiste em obter as estimativas $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_r$ dos parâmetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$ resolvendo um sistema de r equações que relacionam os momentos calculados para a amostra e os correspondentes valores calculados para a população, definida pela lei de distribuição, em função de $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_r$.

Para as distribuições apresentadas só foram obtidos dois parâmetros utilizando este método, uma vez que se consideram apenas os dois primeiros momentos. Assim, nas distribuições gama (ou Erlang) com atraso e lognormal com atraso será necessário arbitrar um valor para o parâmetro de localização $\underline{1}$.

Admitindo ser $\underline{m}$ a média e $\underline{s}^2$ a variância da amostra, as estimativas dos parâmetros das leis de distribuição obtidas

por aplicação do método dos momentos, constam do quadro 2.II.

Quadro 2.II - Estimativas dos parâmetros

Exponencial negativa	$\hat{\lambda} = \frac{1}{m}$	—
Exponencial negativa com atraso	$\hat{\lambda} = \frac{1}{s}$	$\hat{\tau} = m - s$
Gama (1)	$\hat{\lambda} = \frac{m}{s^2}$	$\hat{K} = \frac{m^2}{s^2}$
Lognormal	$\hat{\mu} = \ln\left(\frac{m^2}{\sqrt{m^2 + s^2}}\right)$	$\hat{\sigma}^2 = \ln\left(1 + \frac{s^2}{m^2}\right)$

Para obter as estimativas relacionadas com as distribuições gama com atraso e lognormal com atraso basta substituir nas expressões correspondentes $\underline{m}$ por $\underline{m} - \underline{\tau}$.

A existência de 4 parâmetros (τ_1 , λ_1 , λ_2 e α) na lei dupla exponencial não torna prático a adopção deste método na determinação das respectivas estimativas. Deste modo, na referência [2.22] é proposto um método (método A) baseado nas propriedades desta lei, em que uma vez arbitrado o parâmetro de localização $\underline{\tau}_1$ se obtém a estimação não simultânea dos restantes parâmetros. Este método compreende as seguintes fases:

a) - Organizar uma tabela com os valores observados fazendo corresponder a cada valor $\underline{t}$ do intervalo de tempo entre veículos sucessivos, a percentagem de intervalos de duração superior a $\underline{t}$.

(1) - Na distribuição de Erlang o valor de $\hat{K}$ é arredondado para o inteiro mais próximo.

b) - Representar os valores observados num sistema de eixos, usando para as abcissas uma escala aritmética onde se marcam os valores de t e para as ordenadas uma escala logarítmica onde se marca a proporção de intervalos de tempo de duração superior ao valor de t marcado em abcissas.

c) - Estabelecer um limite t_l nas abcissas, tal que seja bastante improvável a ocorrência de veículos constrangidos com intervalos de tempo maiores do que t_l . Isto corresponde a dividir o diagrama em duas zonas, conforme se apresenta na figura 2.3, compreendendo uma, os pontos correspondentes unicamente aos veículos livres (zona I) e a outra, com pontos quer de veículos livres quer de veículos constrangidos (zona II). Deste modo na zona I a equação (2.36) passa a ter aproximadamente o seguinte aspecto:

$$P(T \leq t) = F(t) = 1 - (1 - \alpha) e^{-\lambda_2 t} \quad (2.69)$$

ou

$$P(T > t) = 1 - F(t) = (1 - \alpha) e^{-\lambda_2 t}$$

Aplicando logarítmos neperianos a ambos os membros vem:

$$\ln P(T > t) = \ln(1 - \alpha) - \lambda_2 t \quad (2.70)$$

Isto é, os pontos correspondentes aos valores observados devem estar situados segundo uma recta do tipo $y^l = at + b$.

d) - Definir a recta de regressão correspondente à zona I, o que atendendo à equação (2.70) permite estimar os parâmetros α e λ_2 , através das seguintes relações:

$$\hat{\lambda}_2 = -a \quad (2.71)$$

$$\hat{\alpha} = 1 - e^b \quad (2.72)$$

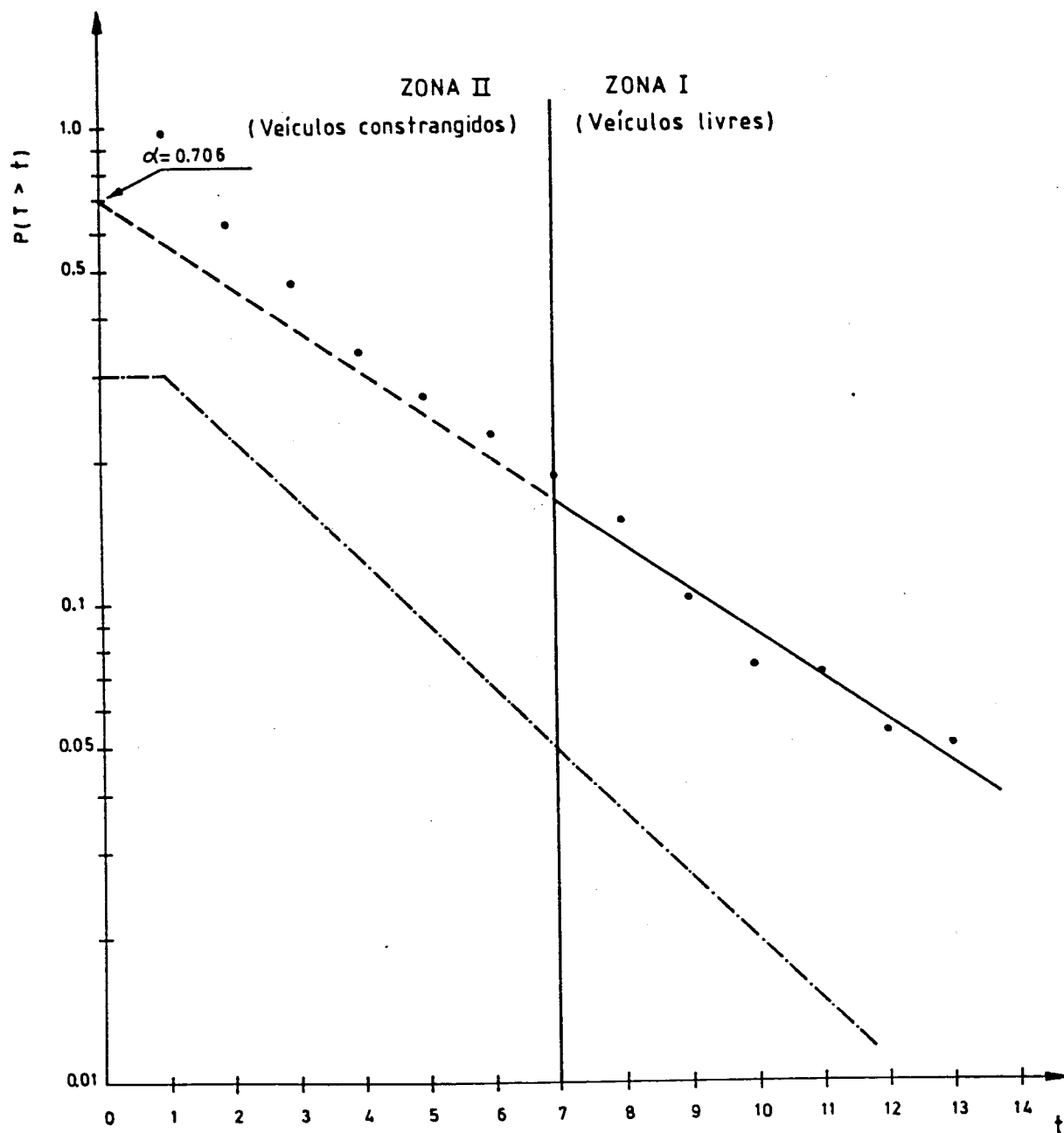


Fig. 2.3 - Distribuição dupla exponencial

e) - Na zona II passando por um ponto de coordenadas conhecidas ($x = \tau_1$; $y = \ln \hat{\alpha}$) determinar a recta correspondente aos veículos constrangidos, de modo que as suas ordenadas somadas às respectivas ordenadas da recta relativa aos veículos livres, defina a curva que melhor se ajuste aos pontos obtidos por observação. Para isso, consideram-se a partir destes, novos pontos com as mesmas abcissas e cujas ordenadas y_i^c resultam de se subtrair a cada ordenada y a parcela y_i^l já explicada pelos veículos livres descrita pela recta de regressão definida em c).

A recta procurada terá um coeficiente angular que é a média dos coeficientes angulares das rectas que passam pelo ponto de coordenadas (τ_1 , $\ln \hat{\alpha}$) e por cada um dos novos pontos. Isto significa que o critério de optimização usado, neste caso, consiste em escolher a recta que minimize a soma dos quadrados dos desvios entre o coeficiente angular dessa recta e o de cada uma daquelas rectas.

As ordenadas y_i^c são calculadas a partir de:

$$y_i^c = y_i - (1 - \hat{\alpha}) e^{-\hat{\lambda}_2 t_i} \quad (2.73)$$

Os coeficientes angulares C_i das rectas que passam pelos pontos de coordenadas (t_i, y_i^c) e $(\tau_1, \ln \hat{\alpha})$ são dados por:

$$C_i = \frac{\ln y_i^c - \ln \hat{\alpha}}{t_i - \tau_1} \quad (2.74)$$

A recta terá assim um coeficiente angular $\bar{C}$ dado pela média dos C_i :

$$\bar{C} = \frac{\sum C_i}{n} \quad (2.75)$$

sendo o somatório estendido aos pontos cujas abcissas são superiores a $\underline{t}_l$.

Tendo em atenção a equação (2.36) vem para a zona II:

$$P(T > t) - (1 - \alpha) e^{-\lambda_2 t} = \alpha e^{-\lambda_1(t - \tau_1)} \quad (2.76)$$

Aplicando logaritmos neperianos a ambos os membros vem:

$$\ln [P(T > t) - (1 - \alpha) e^{-\lambda_2 t}] = \ln \alpha - \lambda_1(t - \tau_1) \quad (2.77)$$

Esta expressão permite calcular a estimativa do parâmetro λ_1 , fazendo:

$$\hat{\lambda}_1 = - \bar{C} \quad (2.78)$$

Em alguns casos, não é possível aplicar o método acabado de descrever. É o que sucede no exemplo apresentado no quadro 2.III e figura 2.4 quando o valor de $\underline{b}$ da recta de regressão $y^l = at + b$ é positivo, o que conduz a um valor para $\underline{\alpha}$ negativo.

Por outro lado a estimativa de $\underline{\alpha}$ depende do valor que for atribuído a $\underline{t}_l$, que define a linha de separação entre as duas zonas I e II, cujo critério é apenas empírico.

É apresentado um outro método alternativo (método B) em que se começa por determinar separadamente a estimativa do parâmetro $\underline{\alpha}$ baseada nos conceitos que habitualmente são dados para veículos livres e veículos constrangidos.

Quadro 2.III - Intervalo de tempo entre veículos sucessivos. Caso em que é impossível obter pelo método A as estimativas dos parâmetros da lei exponencial dupla

Intervalo de tempo t[s]	Frequência observada (1)	Intervalo de tempo t[s]	Frequência observada (1)
0 - 1	16	13 - 14	10
1 - 2	74	14 - 15	20
2 - 3	65	15 - 16	10
3 - 4	51	16 - 17	6
4 - 5	42	17 - 18	15
5 - 6	46	18 - 19	6
6 - 7	46	19 - 20	3
7 - 8	40	20 - 21	6
8 - 9	27	21 - 22	5
9 - 10	26	22 - 23	4
10 - 11	33	23 - 24	7
11 - 12	21	> 24	5
12 - 13	17		

(1) Exemplo apresentado em Traffic Flow Theory and Control by Donald Drew (p. 157)

Recta de regressão: $y^{\ell} = a \cdot t + b$

$$a = - 0.207$$

$$b = 0.848$$

$$r = - 0.982 \text{ (coef. de correlação)}$$

Atendendo a (2.72) vem:

$$\hat{\alpha} = 1 - e^b = - 1,33 \text{ (?)}$$

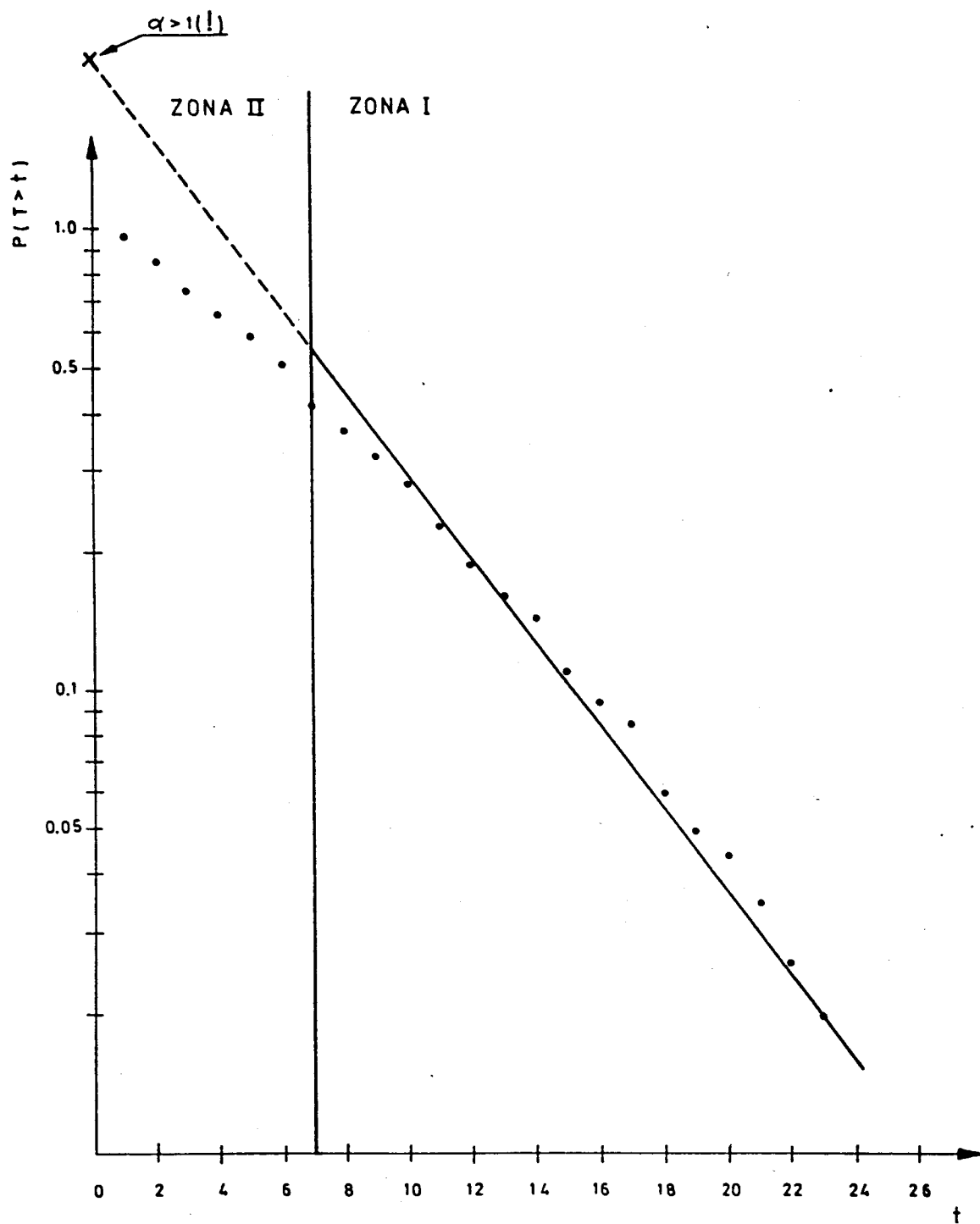


Fig. 2.4 - Representação gráfica do exemplo referente ao quadro 2.III

Assim, considera-se que um veículo é constrangido quando, devido à presença de outros veículos, o seu condutor não pode circular à velocidade que pretende. Portanto, a proporção de veículos constrangidos vai depender da comparação que for feita entre a distribuição da velocidade pretendida $\underline{v_p}$ e a distribuição da velocidade que efectivamente foi observada $\underline{v_o}$. Em qualquer caso admite-se que as velocidades são caracterizadas por variáveis aleatórias regidas por leis de distribuição normal de parâmetros $(\bar{v}_p, \sigma_p)$ e $(\bar{v}_o, \sigma_o)$, respectivamente, tal que:

$$\bar{v}_o \leq \bar{v}_p \quad \text{e} \quad \sigma_o \leq \sigma_p \quad (2.79)$$

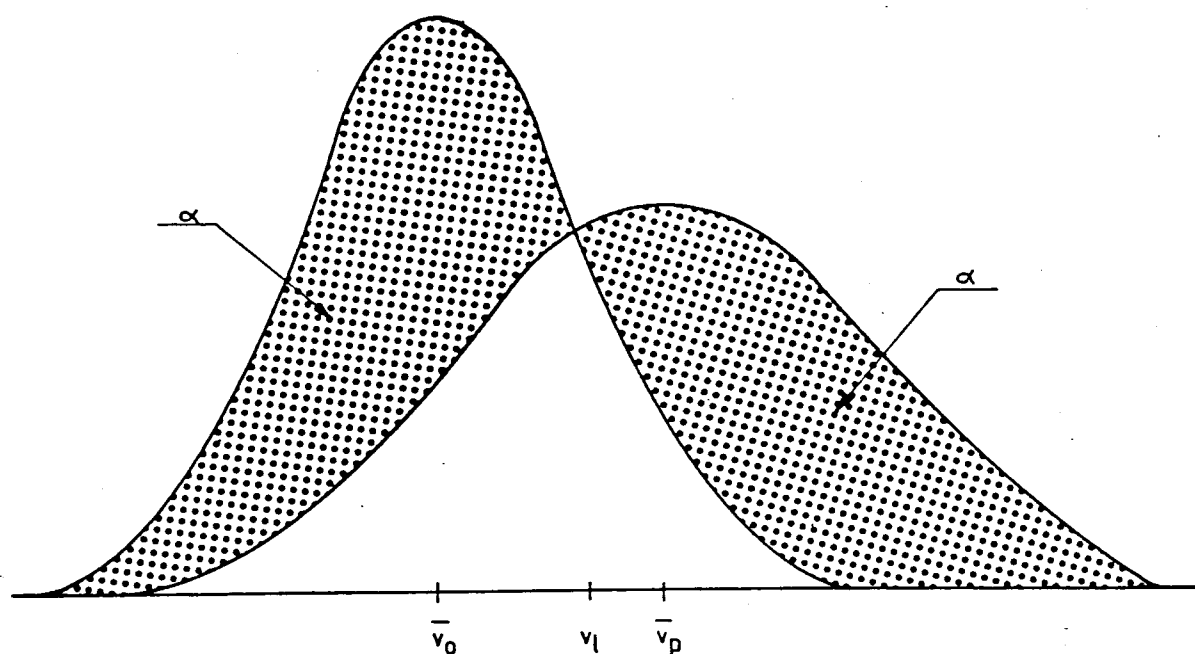


Fig. 2.5 - Distribuição das velocidades pretendida e observada

Considere-se a velocidade $\underline{v}_\ell$ que corresponde na figura 2.5 à intersecção entre as duas curvas representativas das funções densidade de probabilidade. Para cada valor da velocidade inferior a $\underline{v}_\ell$ verifica-se que se observam mais veículos do que os correspondentes às velocidades pretendidas. Inversamente, para cada valor da velocidade superior a $\underline{v}_\ell$ há menos veículos em relação às velocidades pretendidas.

O valor de $\underline{v}_\ell$ pode ser calculado a partir da seguinte igualdade:

$$\frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(v_\ell - \bar{v}_0)^2}{2\sigma_0^2}} = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(v_\ell - \bar{v}_p)^2}{2\sigma_p^2}} \quad (2.80)$$

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_0} = e^{\frac{(v_\ell - \bar{v}_0)^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(v_\ell - \bar{v}_p)^2}{2\sigma_p^2}}$$

Aplicando logarítmos neperianos a ambos os membros vem:

$$\ln \frac{\sigma_p}{\sigma_0} = \frac{(v_\ell - \bar{v}_0)^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(v_\ell - \bar{v}_p)^2}{2\sigma_p^2} \quad (2.81)$$

Resolvendo a equação (2.81) obtêm-se 2 valores para $\underline{v}_\ell$ sendo fácil escolher a raiz válida.

A proporção dos veículos que circulam livremente é dada pela área comum às duas curvas. Tomando como referência por exemplo, a curva das velocidades pretendidas, a proporção dos veículos constrangidos é obtida pela diferença entre a probabi-

lidade dos condutores que pretendem circular a uma velocidade superior a $\underline{v}_\ell$ e a probabilidade dos que realmente circulam. Designando por $F_O(v_O)$ e $F_P(v_P)$ as funções de distribuição acumulada das variáveis $\underline{V}_O$ e $\underline{V}_P$, respectivamente, a estimativa do parâmetro $\underline{\alpha}$ pode ser calculada a partir de:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= 1 - F_P(v_\ell) - [1 - F_O(v_\ell)] \\ \hat{\alpha} &= F_O(v_\ell) - F_P(v_\ell)\end{aligned}\quad (2.82)$$

O valor de $\underline{\alpha}$ poderá ser determinado de modo análogo pela diferença entre a probabilidade dos condutores que circulam a uma velocidade inferior a $\underline{v}_\ell$ e a probabilidade dos que tal pretendiam. Deste modo, as áreas sombreadas à esquerda e à direita de $\underline{v}_\ell$ na figura 2.5 são iguais e representam o valor do parâmetro $\underline{\alpha}$.

Seja o seguinte exemplo de aplicação:

- velocidade pretendida: $\overline{v}_P = 50$ km/h $\sigma_P = 10$ km/h
- velocidade observada : $\overline{v}_O = 40$ km/h $\sigma_O = 8$ km/h

Substituindo na equação (2.81) vem:

$$\ln \frac{10}{8} = \frac{(v_\ell - 40)^2}{2 \cdot 8^2} - \frac{(v_\ell - 50)^2}{2 \cdot 10^2}$$

Obtendo-se $v_\ell \cong 46,2$ km/h

Para determinar $\hat{\alpha}$ recorre-se a (2.82):

$$F_O(46,2) \cong 0,78$$

$$F_P(46,2) \cong 0,35$$

Donde

$$\hat{\alpha} = 0,43$$

Note-se que a estimativa de $\underline{\alpha}$ não necessita de ser obtida com grande rigor uma vez que o seu valor pouco influencia os resultados finais, conforme se pode verificar pelo exemplo de aplicação apresentado no quadro 2.IV.

Naturalmente que o valor máximo que $\hat{\alpha}$ pode tomar é dado pela frequência acumulada da classe cujo limite superior é $\underline{t}_l$, uma vez que os intervalos de tempo de duração inferior a $\underline{t}_l$ são no máximo correspondentes aos veículos constrangidos.

Determinado $\hat{\alpha}$ e considerando, tal como no método A, que o parâmetro $\underline{t}_1$, é previamente fixado, o processo de estimação dos restantes parâmetros (λ_1 , λ_2) apresenta ligeiras diferenças em relação ao anteriormente descrito.

A representação dos valores observados e da divisão do gráfico em duas zonas (I e II) obtida por uma paralela às ordenadas com abcissa $\underline{t}_l$, é idêntica à apresentada para o método A.

Neste caso (método B) são conhecidas para cada uma das rectas representativas dos conjuntos dos veículos livres e dos veículos constrangidos as coordenadas de um dos seus pontos. A primeira passará pelo ponto $(0, 1 - \hat{\alpha})$ e a segunda pelo ponto $(\hat{t}_1, \hat{\alpha})$.

Assim, para determinar $\hat{\lambda}_2$ consideram-se apenas os pontos relativos à zona I, escolhendo a recta que passando pelo ponto $(0, 1 - \hat{\alpha})$ melhor se ajusta a esses pontos, segundo o princípio dos mínimos quadrados.

Sendo

$$S_1 = \sum_i [\ln y_i^l - \ln (1 - \hat{\alpha}) + \lambda_2 t_i] \quad (2.83)$$

Quadro 2.IV - Lei exponencial dupla.

Comparação dos resultados obtidos com diferentes valores do parâmetro α (proporção dos veículos constrangidos)

Intervalo de tempo t	Frequência observada (*)	Frequências Teóricas				
		$\tau_1=1$ $\alpha=0,294$ $\lambda_1=0,491$ $\lambda_2=0,210$	$\tau_1=1$ $\alpha=0,4$ $\lambda_1=0,464$ $\lambda_2=0,195$	$\tau_1=1$ $\alpha=0,6$ $\lambda_1=0,431$ $\lambda_2=0,158$	$\tau_1=1,5$ $\alpha=0,294$ $\lambda_1=0,528$ $\lambda_2=0,210$	$\tau_1=1,5$ $\alpha=0,294$ $\lambda_1=0,729$ $\lambda_2=0,210$
0 - 1	10	47,2	37,5	20,6	47,2	47,2
1 - 2	119	78,6	83,4	91,7	62,8	70
2 - 3	59	55,7	58,4	63,2	64,0	68,4
3 - 4	46	40,2	41,6	44,1	44,4	43,2
4 - 5	22	29,6	30,2	31,3	31,6	29,1
5 - 6	16	22,2	22,3	22,6	23,1	20,7
6 - 7	15	16,8	16,8	16,6	17,2	15,4
7 - 8	13	13,0	12,8	12,4	13,1	11,8
8 - 9	17	10,1	9,9	9,5	10,1	9,3
9 - 10	10	7,9	7,8	7,3	7,9	7,3
10 - 11	1	6,3	6,1	5,8	6,2	5,9
11 - 12	6	5,0	4,9	4,6	4,9	4,7
12 - 13	1	4,0	3,9	3,8	3,9	3,8
> 13	18	16,5	17,3	19,4	16,4	16,2

(*) Apresentado na referência 2.22

O método B foi utilizado para determinar as estimativas dos parâmetros referentes às colunas 3,4,5 e 6, sendo para a coluna 7 aplicado o método A.

O valor de $\hat{\lambda}_2$ obtém-se fazendo $\frac{\partial S_1}{\partial \lambda_2} = 0$, donde:

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{\ln(1 - \hat{\alpha}) \sum t_i - \sum t_i \ln y_i^l}{\sum t_i^2} \quad (2.84)$$

Subtraindo às ordenadas y_i dos pontos incluídos na zona II os valores y_i^l dados por:

$$y_i^l = (1 - \hat{\alpha}) e^{-\hat{\lambda}_2 t_i} \quad (2.85)$$

Obtém-se novos pontos de ordenada y_i^c que devem estar situados aproximadamente segundo uma recta, cuja equação será determinada através de:

$$\ln[P(T > t) - (1 - \alpha) e^{-\lambda_2 t}] = \ln \alpha - \lambda_1 (t - \tau_1) \quad (2.86)$$

ou

$$\ln y_i^c = \ln \alpha - \lambda_1 (t_i - \tau_1) \quad (2.87)$$

Recorrendo novamente ao método dos mínimos quadrados a estimativa $\hat{\lambda}_1$ obtém-se fazendo $\frac{\partial S}{\partial \lambda_2} = 0$, com

$$S = \sum_i (\ln y_i^c - \ln \hat{\alpha} + \lambda_1 (t_i - \tau_1))^2 \quad (2.88)$$

O valor de $\hat{\lambda}_1$ é dado por:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{\sum t_i \ln y_i^c - \tau_1 \sum \ln y_i^c - \ln \alpha \sum t_i + n \tau_1 \ln \alpha}{2 \tau_1 \sum t_i - \sum t_i^2 - n \tau_1^2} \quad (2.89)$$

sendo

n - número de pontos relativos à zona II

No quadro 2.IV apresentam-se os resultados obtidos por estes dois métodos, tendo sido arbitrado para o método B um valor de $\hat{\alpha}$ igual ao que fora obtido pela aplicação do método A.

Em qualquer um destes métodos pode acontecer que se obtenha para y_i^c um valor negativo o que invalida a utilização das expressões (2.74) ou (2.89). Neste caso deve-se alterar criteriosamente o valor fixado para t_{ℓ} .

Estes métodos envolvem um esforço de cálculo considerável pelo que têm sido feitas tentativas no sentido de obter relações que permitam obter facilmente as estimativas destes parâmetros. É o que acontece, por exemplo, com as seguintes expressões apresentadas por Grecco e Sword [2.14]:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \frac{115 \ q}{100 \ 000} \\ \hat{\tau}_1 &= 1 \\ \hat{\lambda}_1 &= \frac{1}{2,5} \\ \hat{\lambda}_2 &= \frac{1}{24 \cdot 0,0122 \ q}\end{aligned}\tag{2.90}$$

Estas equações são válidas para $q < 1967 \text{ veic.h}^{-1}$

Finalmente é necessário verificar a hipótese de os desvios existentes entre a distribuição teórica que for utilizada e a distribuição empírica serem aleatórios.

Em geral, nestes casos é aplicada o teste do qui-quadrado e/ou o teste de Kolmogorov-Smirnov. No caso de não se rejeitar a hipótese, é então possível usar a distribuição teórica como representativa do processo de chegada.

2.3.4 - Descrição do programa de cálculo automático AJINTEVEIC

Foi elaborado um programa de cálculo automático designado por AJINTEVEIC, escrito em BASIC, para um microcomputador APPLE II com 64 kbytes de memória.

Este programa destina-se a ajustar uma distribuição observada do intervalo de tempo entre veículos sucessivos e, complementarmente, determinar a probabilidade de rejeitar a distribuição adoptada através da aplicação do teste do qui-quadrado.

Os valores observados devem ser agrupados em classes e, após a sua leitura, o programa começa por calcular os seguintes parâmetros da distribuição empírica, a fim de auxiliar a escolha da lei teórica de distribuição:

- Média
- Mediana
- Variância
- Coeficiente de variação
- Coeficiente de assimetria
- Coeficiente de achatamento

Pode ser utilizada qualquer uma das leis de distribuição contínua, incluindo ou não atraso, anteriormente estudadas. A estimação dos respectivos parâmetros é feita pelos processos apresentados.

Nos casos em que não são integráveis analiticamente as expressões relativas às distribuições de frequência acumulada

há necessidade de recorrer às seguintes aproximações polinomiais [2.1].

- Distribuição gama

$$F(t) = \frac{1}{\Gamma(K)} \cdot \gamma(K, t \cdot \lambda) \quad (2.91)$$

onde

$\Gamma(K)$ - função gama completa

$\gamma(K, t \cdot \lambda)$ - função gama incompleta

Estas funções obtêm-se através de:

$$\begin{aligned} \gamma(K, t \cdot \lambda) &= \frac{1}{K} (t \cdot \lambda)^K e^{-t \cdot \lambda} \left(1 + \frac{t \cdot \lambda}{K+1} + \frac{(t \cdot \lambda)^2}{(K+1)(K+2)} + \dots \right. \\ &\dots + \left. \frac{(t \cdot \lambda)^n}{(K+1)(K+2) \dots (K+n)} \right) \end{aligned} \quad (2.92)$$

$$\Gamma(K) = (I(K)-1+\delta)(I(K)-2+\delta) \dots (1+\delta) \Gamma(1+\delta) \quad (2.93)$$

com

$$I(K) = \text{Inteiro}(K)$$

$$\delta = K - I(K)$$

$$\Gamma(1+\delta) = 1 + a_1 \cdot \delta + a_2 \cdot \delta^2 + a_3 \cdot \delta^3 + a_4 \cdot \delta^4 + a_5 \cdot \delta^5 + \varepsilon(\delta) \quad (2.94)$$

$$|\varepsilon(\delta)| \leq 5 \times 10^{-5}$$

$$a_1 = -0,5748646$$

$$a_2 = 0,9512363$$

$$a_3 = -0,6998588$$

$$a_4 = 0,4245549$$

$$a_5 = -0,1010678$$

- Distribuição lognormal

$$F(u) = 1 - 0,5(1 + C_1 u + C_2 u^2 + C_3 u^3 + C_4 u^4)^{-4} + \epsilon(u) \quad (2.95)$$

sendo,

$$u = \frac{\ln t - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad u > 0 \quad (2.96)$$

$$|\epsilon(u)| \leq 2,5 \times 10^{-4}$$

$$C_1 = 0,196854$$

$$C_2 = 0,115194$$

$$C_3 = 0,000344$$

$$C_4 = 0,019527$$

Como se referiu, após o cálculo das frequências teóricas é possível aplicar o teste do qui-quadrado para avaliar a qualidade do ajuste.

A distribuição do qui-quadrado é um caso particular da distribuição gama, fazendo $\lambda = \frac{1}{2}$ e $K = \frac{\nu}{2}$, sendo ν um número inteiro positivo. Assim, substituindo estes valores na expressão (2.37) vem para a função de densidade de probabilidade da distribuição do qui-quadrado com ν graus de liberdade:

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma(\frac{\nu}{2})} \cdot x^{\frac{\nu}{2} - 1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \quad x > 0 \quad (2.97)$$

A correspondente função de distribuição acumulada é dada por:

$$F(x) = \left[2^{\frac{\nu}{2}} \cdot \Gamma(\frac{\nu}{2}) \right]^{-1} \int_0^x t^{\frac{\nu}{2} - 1} e^{-\frac{t}{2}} dt \quad (2.98)$$

A aproximação polinomial utilizada para $F(x)$ obtém-se a partir da distribuição normal, fazendo:

$$Q(X^2 | v) = 1 - F(X^2) \quad (2.99)$$

Para v ímpar

$$Q(X^2 | v) = 2 Q(X) + 2 Z(X) \sum_{r=1}^{\frac{v-1}{2}} \frac{X^{2r-1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2r-1)} \quad (2.100)$$

Para v par

$$Q(X^2 | v) = \sqrt{2\pi} Z(X) \left(1 + \sum_{r=1}^{\frac{v-2}{2}} \frac{X^{2r}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2r} \right) \quad (2.101)$$

em que,

$$X = \sqrt{X^2} \quad (2.102)$$

$$Z(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{X^2}{2}} \quad (2.103)$$

$$Q(X) = \int_X^{\infty} Z(x) dx \quad (2.104)$$

Dado que $1-Q(X)$ representa a função de distribuição acumulada da lei normal reduzida, a aproximação polinomial a usar para $Q(X)$ é obtida a partir da expressão (2.95).

2.4 - Processo das partidas dos veículos

O conhecimento do modo como os veículos partem é, tal como para as chegadas, um elemento importante para o estudo da regulação dos sinais luminosos.

As partidas dos veículos fazem-se durante o tempo de verde, admitindo-se que, em geral, no seu início o ritmo de partidas é lento, pois que os veículos perdem algum tempo no arranque. À medida que a velocidade dos veículos se aproxima da velocidade de cruzeiro, o ritmo de partidas aumenta gradualmente até estabilizar num valor máximo, designado por débito de saturação, quando esta velocidade é atingida. O débito de saturação mantém-se aproximadamente constante até que a fila de espera se dissipe ou que o tempo de verde termine. Neste último caso (tempo de verde saturado) o ritmo de partidas vai diminuindo até se anular, pois que durante o tempo de amarelo uns veículos partem e outros não.

Na fig.2.6 representa-se a traço contínuo a curva correspondente à variação do débito de partidas durante um tempo de verde saturado. A área limitada pela curva da figura 2.6 corresponde ao nú-

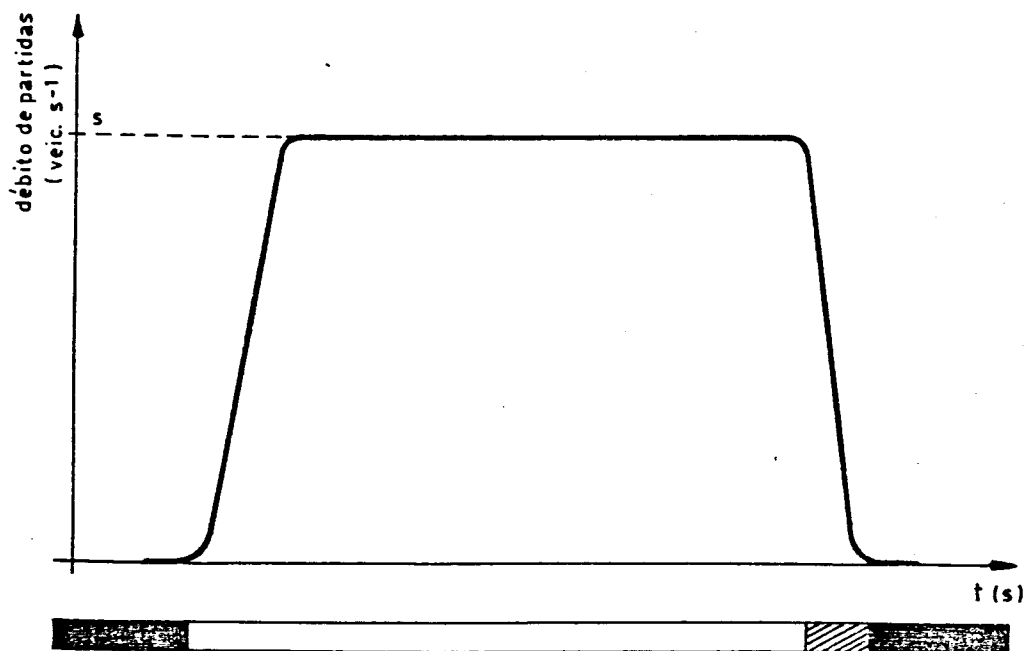


Fig. 2.6 - Variação do débito de partidas durante um tempo de verde saturado

mero máximo de veículos que podem partir durante um ciclo. É habitual, por simplicidade, substituir-se esta curva pelo rectângulo, desenhado a tracejado, com a mesma área e altura igual à máxima ordenada da curva que define o débito de saturação. Mais adiante, no Capítulo 3 serão analisados com pormenor a relação entre o tempo de verde real e o tempo de verde útil representado pela base do rectângulo da figura 2.6.

Para determinar o débito de saturação correspondente a cada uma das correntes de tráfego deve-se preferencialmente medi-lo no local, para o que existem vários métodos tais como os apresentados em [2.2], [2.7] e [2.9].

Contudo nem sempre é possível medir, como acontece, por exemplo, em cruzamentos novos ou remodelados, pelo que se torna indispensável dispor de modelos de estimação do débito de saturação. Com estes modelos pretende-se prever com o maior rigor possível o débito de saturação, a partir de elementos conhecidos que afectam as partidas dos veículos, quer relacionados com as características geométricas quer com as condições de circulação.

2.4.1 - Modelo de estimação do débito de saturação

Para desenvolver um modelo de previsão dos débitos de saturação é indispensável identificar os factores que condicionam as partidas dos veículos. Na prática, é impossível incluir todos estes factores pois se desconhece o efeito isolado de alguns deles. Há, assim, necessidade em seleccionar os factores

mais importantes para os quais se disponha de dados, que permitam conhecer com suficiente rigor a respectiva influência.

O débito de saturação correspondente a uma corrente de tráfego multi-vias, isto é, uma corrente de tráfego que dispõe de mais do que uma via de tráfego, é obtido somando os débitos de saturação calculados para cada uma das suas vias. Este procedimento contraria o método apresentado por Webster e Cobbe [2.26] no qual o débito de saturação é determinado em função da largura total da entrada disponível para a corrente de tráfego independentemente do número de vias. Note-se, entretanto, que na altura em que foi desenvolvido este método, décadas de 50 e 60, não era usual na Grã-Bretanha existir sinalização horizontal destinada a separar as vias de tráfego.

O processo de estimação do débito de saturação compreende de duas fases:

- a) - Determinação do débito de saturação base em função de um conjunto de condições designadas por condições base.
- b) - Correção do débito de saturação através da aplicação de factores de ajustamento que traduzam a influência das características existentes da geometria do traçado e da circulação, distintas das condições base.

Este modelo resulta do desenvolvimento do método de Webster e Cobbe [2.26] devidamente adaptado tendo em conta as modificações entretanto ocorridas, quer nas características técnicas dos

veículos, quer no comportamento dos condutores, quer, ainda, na geometria do cruzamento.

2.4.1.1 - Débito de saturação base

O débito de saturação base de uma via de tráfego é definida para as seguintes condições base:

- a) - Vias de tráfego com 3,30 m de largura ao longo de uma extensão suficiente
- b) - Perfil longitudinal em patamar
- c) - Localização do cruzamento com características médias
- d) - Presença de apenas veículos ligeiros de passageiros na corrente de tráfego
- e) - Movimento sem mudança de direcção.

Aplicando alguns dos principais métodos de previsão do débito de saturação a este conjunto de condições, obtêm-se os seguintes valores, expressos em $uvl \cdot h^{-1}$.

Webster e Cobbe	(1966) - 1875
Branston	(1979) - 1778
Akcelik	(1981) - 1700
Kimber e Semmens	(1981) - 1868
H. C. M.	(1985) - 1746
Kimber e al.	(1986) - 2085

Da análise destes resultados verifica-se que, excluídos os valores obtidos em países não europeus, o débito de saturação é aproximadamente constante. Por outro lado, as observações recentes têm conduzido a valores mais elevados do que os habitualmente utilizados nos processos anteriores. Deste modo, optou-se por fixar o valor de débito de saturação base em $\frac{1900}{3600} \text{ uv}\ell.\text{s}^{-1}$.

Sempre que não se observem as condições base é necessário corrigir o valor do débito de saturação base através da aplicação dos factores de saturação adequados.

2.4.1.2 - Influência da largura da via

A largura da via é um dos factores mais importantes que afectam os débitos de saturação. Este será tanto maior quanto maior for a largura disponível da via. Como se referiu, no método de Webster e Cobbe [2.26] considerava-se a largura total relativa à corrente de tráfego sem ter em conta o número de vias de tráfego.

Existem várias expressões que relacionam os débitos de saturação com a largura das vias, sendo algumas delas apresentadas graficamente pelas curvas da figura 2.7.

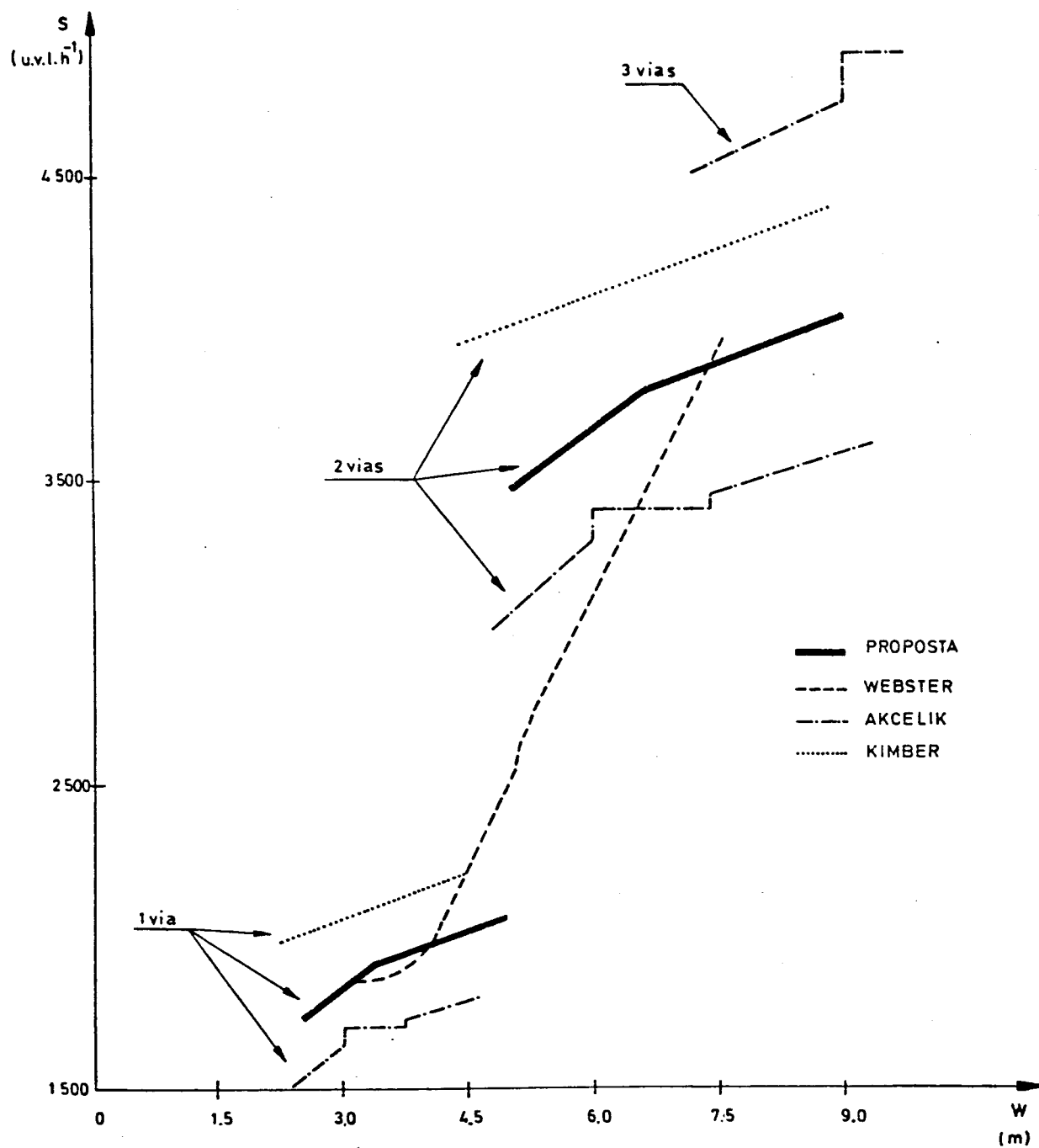


Fig. 2.7 - Variação do débito de saturação com a largura da via

No modelo proposto admitem-se variações lineares do débito de saturação em relação à largura, mais elevadas para vias com larguras inferiores a 3,3 m do que para vias com larguras superiores a 3,3 m.

Assim, para larguras de via inferior a 3,3 m estabeleceu-se que, por cada metro de redução da largura da via correspondia a uma diminuição de $200 \text{ uv}\ell.\text{h}^{-1}$ do débito de saturação. Este valor é próximo dos obtidos por Akcelik [2.2] e Branston [2.8] que são, respectivamente, 238 e $222 \text{ uv}\ell.\text{h}^{-1}$. Neste caso não é possível comparar com os estudos recentes de Kimber e al. [2.18] por não se disporem de um número suficiente de observações.

Para larguras da via superiores a 3,3 m, mas correspondendo, ainda, uma única via, admitiu-se que era menor a variação do débito de saturação por cada metro de largura, tendo-se fixado este valor em $100 \text{ uv}\ell.\text{h}^{-1}$. Esta variação linear do débito de saturação é idêntica à obtida por Kimber e al. [2.18] e ligeiramente superior ao resultado apresentado por Akcelik [2.2] que é de $85 \text{ uv}\ell.\text{h}^{-1}$.

Por conseguinte, o factor de ajustamento f_w relativo à largura da via pode ser calculado a partir das seguintes expressões:

$$f_w \begin{cases} 0,105 w + 0,653 & 2,5 \leq w < 3,3 \text{ m} \\ 0,053 w + 0,826 & 3,3 \leq w < 5,0 \text{ m} \end{cases} \quad (2.105)$$

Adoptando estes valores a correntes de tráfego multi-vias obtêm-se, tal como Webster e Cobbe [2.26], uma proporcionalidade directa entre o débito de saturação e a largura total afectada à corrente de tráfego.

No entanto, como seria de esperar, a constante de proporcionalidade é ligeiramente maior, quando comparada com o valor de 525 proposta por Webster.

Assim, por exemplo, para vias de largura igual a 3,3 m obtém-se:

$$S = n_v \cdot s = n_v \cdot s_b \cdot f_w \quad (2.106)$$

em que

$S[uv\ell.s^{-1}]$ - débito de saturação da corrente de tráfego multi-vias

n_v - número de vias afecta à corrente de tráfego

$s[uv\ell.s^{-1}]$ - débito de saturação base da cada via corrigido atendendo à sua largura

$s_b[uv\ell.s^{-1}]$ - débito de saturação base de cada via

f_w - factor de ajustamento devido à largura

$$S = n_v \cdot 1900(0,105 w + 0,653)$$

Atendendo a que $W = n_v \cdot w$ vem:

$$S = (1900 \cdot 0,105 + 1900 \cdot 0,653 \cdot \frac{1}{w}) W$$

Tomando $w = 3,3$ m

$$S = 575 W$$

Na fig. 2.7 está representada a traço contínuo a variação do débito de saturação com a largura que resulta da aplicação do factor f_w ao débito de saturação base.

O valor da largura da via deve observar-se pelo menos numa extensão considerada suficiente a fim de que o débito de saturação não seja afectado, conforme se analisará mais adiante. É o caso, por exemplo, da redução da largura da via devido ao estacionamento de veículos que no método desenvolvido por Webster é determinada através da aplicação duma expressão.

Se a largura da via for variável tomar-se-á o seu menor valor na determinação do factor de ajustamento.

2.4.1.3 - Influência da inclinação

Admite-se que por cada 1% de variação da inclinação na via de tráfego, há um aumento nas descidas, ou uma diminuição nas subidas, de 2% do valor do débito de saturação. Estes valores são ligeiramente inferiores aos anteriormente apresentados por Webster e Cobbe [2.26] mas aproximam-se dos estudos mais recentes [2.4], [2.2] e [2.18] que refletem a evolução das características dos veículos.

O factor de ajustamento f_i devido à inclinação pode ser calculado a partir de:

$$f_i = 1 - 0,02 \frac{i}{100} \quad (2.107)$$

onde i é a inclinação em percentagem, sendo positiva nas subidas e negativa nas descidas.

Para o efeito do cálculo deste factor a rampa deve continuar para lá da linha de paragem, sendo a sua inclinação dada pelo respectivo valor médio obtido numa extensão de 60 metros.

2.4.1.4 - Influência da localização do cruzamento

O efeito da localização do cruzamento nos débitos de saturação reflecte o acumular de pequenos factores que dificultam o livre movimento dos veículos, entre os quais se destacam os seguintes:

- visibilidade
- interferência de peões
- manobras de estacionamento
- entrada e saídas de passageiros nas paragens dos autocarros

Não se dispõe de elementos suficientes que permitam avaliar com suficiente rigor o efeito isolado de cada um destes factores nem a sua importância relativa, pelo que estes foram agrupados de forma a definir diferentes zonas para a localização do cruzamento.

Para o efeito da determinação do factor de ajustamento devido à localização do cruzamento foram consideradas três zonas com as características seguintes:

- Classe A: Características correspondentes a uma zona residencial. O volume de peões é reduzido, a visibilidade é boa; os raios de curvatura das trajectórias dos veículos são adequadas, pelo que as restrições à liberdade de manobra dos condutores é nula ou reduzida. Há uma pequena rotação do estacionamento de veículos.

- Classe B: Características correspondentes a uma zona periférica, em que as condições de escoamento são médias, isto é, o volume de peões, as restrições e a procura de lugar para estacionamento são moderados.

- Classe C: Características correspondentes a uma zona comercial central. O volume de peões é elevado, a visibilidade é fraca, há numerosas operações de carga e descarga e uma grande procura de lugar para estacionamento.

Os valores apresentados por Webster para o factor de ajustamento correspondente a cada uma destas zonas foram 1,2, 1,0 e 0,8 para as classes A, B e C, respectivamente. No entanto, à medida que são melhor conhecidos os factores que afectam os débitos de saturação, a importância deste factor diminui, conforme, aliás, tem sido confirmado nas observações recentes.

Deste modo, os valores adoptados para o factor de ajustamento f_z devido à localização do cruzamento foram os seguintes:

$$f_z = \begin{cases} 1,1 & \text{Classe A} \\ 1,0 & \text{Classe B} \\ 0,9 & \text{Classe C} \end{cases} \quad (2.108)$$

2.4.1.5 - Influência da localização da via

O efeito acumulado dos factores referidos anteriormente dependem da posição da via de tráfego no ramo de entrada no cruzamento, sendo maior para as vias de tráfego junto ao lancil do passeio (via da direita).

Assim, neste caso dever-se-á adoptar um factor de ajustamento $f_p = 0,95$, que corresponde sensivelmente ao valor apresentado em [2.17] e [2.18].

2.4.1.6 - Influência do comprimento reduzido da via

Existem numerosas situações em que o comprimento disponível da via para os veículos se enfileirarem é insuficiente. Nestes casos o débito de saturação deve ser reduzido, pois que por mais largas que sejam as vias de tráfego não são integralmente utilizadas impedindo que o débito de partidas atinja o valor máximo determinado pela respectiva largura da via.

Na figura 2.8 representam-se vários exemplos em que o comprimento reduzido da via pode afectar o débito de saturação.

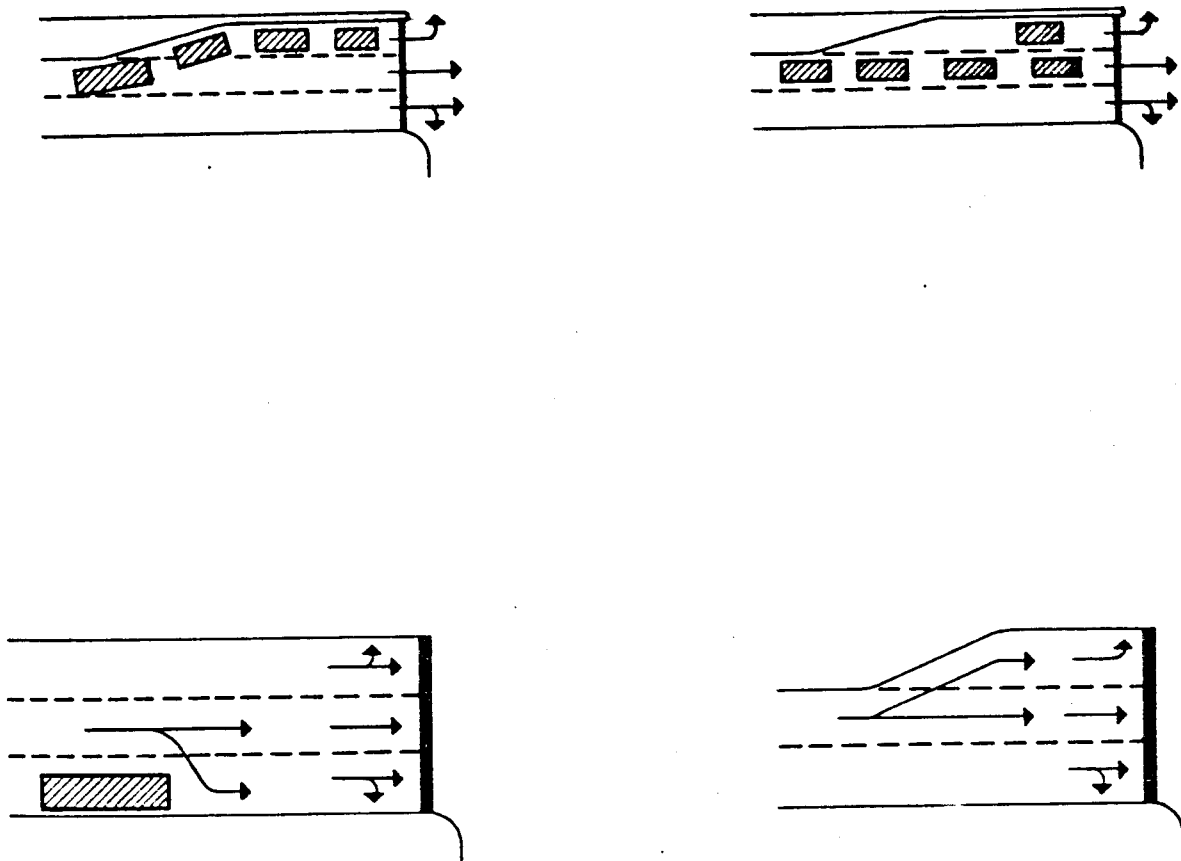


Fig. 2.8 - Exemplos de comprimentos reduzidos da via

Para o estudo destes casos considere-se o débito de saturação correspondente à corrente de tráfego representada na figura 2.9.

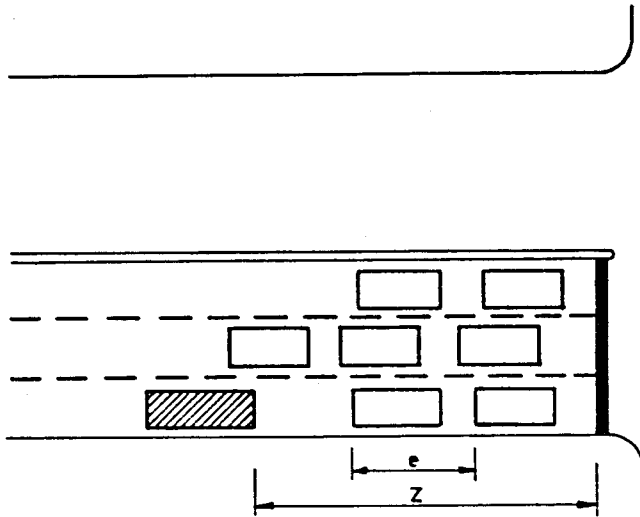


Fig. 2.9 - Influência do estacionamento no débito de saturação

Designando por z a distância livre entre a linha de paragem e o primeiro veículo estacionado, o número de veículos que se podem enfileirar nesse espaço é igual a $\frac{z}{e}$ sendo e o espaçamento médio dos veículos na fila de espera. As partidas destes veículos ocorre durante um período de tempo g_1 dada por:

$$g_1 = \frac{z}{e} \cdot \frac{1}{s_1} \quad (2.109)$$

sendo s_1 o débito de saturação correspondente à via da direita e, portanto, $\frac{1}{s_1}$ representa o intervalo de tempo mínimo entre partidas.

Deste modo, durante o tempo de verde útil g o débito de saturação é variável, conforme se mostra na figura 2.10.

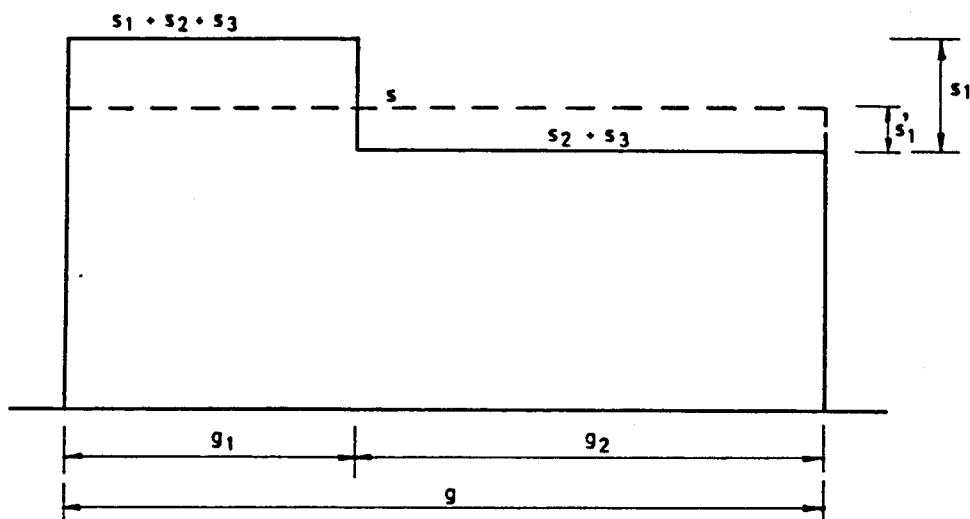


Fig. 2.10 - Variação do débito de saturação devido ao estacionamento

De acordo com o que se referiu anteriormente, considere-se para efeito do estudo da regulação dos sinais luminosos que o débito de saturação deve ser constante durante todo o tempo de verde, pelo que, tendo em atenção a figura 2.10, resulta:

$$s = \frac{(s_1 + s_2 + s_3) g_1 + (s_2 + s_3) g_2}{g}$$

sendo

$$s = s_1 \cdot \frac{g_1}{g} + s_2 + s_3 \quad (2.110)$$

Por outro lado, atendendo à expressão (2.109) vem:

$$s = \frac{Z}{e \cdot g} + s_2 + s_3 \quad (2.112)$$

sendo

$s[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação da corrente de tráfego

$z[m]$ - distância a que fica o primeiro veículo estacionado desde a linha de paragem

$e[m]$ - espaçamento médio dos veículos

$g[s]$ - duração do tempo de verde útil

$s_2, s_3[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação das vias n.ºs 2 e 3 da corrente de tráfego

Segundo estudos apresentados em [2.6] o espaçamento médio dos veículos enfileirados compreendendo veículos ligeiros e pesados é dado por:

$$e = 0,067 p_p + 5,55 \quad (2.112)$$

sendo

$p_p[\%]$ - percentagem dos veículos pesados

Esta expressão corresponde a ter espaçamentos médios de 5,55 m e 12,25 m para veículos ligeiros e pesados, respectivamente.

Então, o débito de saturação reduzido da via nº 1 devido ao estacionamento é calculado a partir de:

$$s'_1 = \frac{z}{e \cdot g} \quad (2.113)$$

sendo

$s'_1[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação reduzido

Para aumentar s'_1 até atingir o valor máximo s_1 correspondente a deixar de se fazer sentir o efeito do estacionamento,

ter-se-á de, ou dispor de um valor mais elevado para a distância livre de estacionamento, ou diminuir o tempo de verde útil q , já que o espaçamento médio dos veículos e é constante.

Há, assim, uma distância livre de estacionamento crítica z_c a partir da qual o estacionamento deixa de afectar o débito de saturação. Esta distância corresponde ao espaço necessário para reter o comprimento máximo da fila de espera. No Capítulo 4 será deduzida a expressão que permite o cálculo de z_c .

É preciso verificar se mesmo para valores de z inferiores a z_c se obtém através da aplicação da expressão (2.113) valores mais elevados para s_1' do que o respectivo débito de saturação s_1 da via sem vir afectado pelo estacionamento. Nestes casos utilizar-se-á o valor de s_1 para o débito de saturação.

Note-se que a estimação do débito de saturação referente a vias de comprimento reduzido é determinada, conforme se mostrou, em função do tempo de verde útil que é o objectivo final da regulação dos sinais luminosos. Isto exige a adopção de métodos iterativos, começando por determinar uma regulação inicial para o caso de não haver restrições no comprimento da via. Posteriormente com a regulação obtida determina-se o efeito do comprimento reduzido, obtendo-se nova regulação. O processo repete-se até que as diferenças entre duas regulações consecutivas não sejam significativas.

2.4.1.7 - Influência da composição do tráfego

Tal como nos débitos de chegada o débito de saturação deverá ser expresso em veículos reais por hora. Para isso, é neces-

sário dispor de um factor de ajustamento devido à composição de tráfego, que permite transformar os volumes homogeneizados em volumes reais de tráfego.

O efeito de um certo tipo de veículo para as condições existentes da via e do tráfego é caracterizado pelo número de veículos ligeiros que produz nessas condições o mesmo efeito. Nestes estudos considera-se que este valor, designado por coeficiente de equivalência, é independente das características geométricas da via.

Na estimação do débito de saturação admite-se que o efeito de um veículo de determinado tipo na corrente de tráfego se representa pelo valor do intervalo de tempo entre veículos sucessivos. Deste modo, o coeficiente de equivalências E_i correspondente a um veículo do tipo i obtém-se comparando o intervalo de tempo t_i entre partidas desses veículos e o intervalo de tempo t entre veículos ligeiros:

$$E_i = \frac{t_i}{t} \quad (2.114)$$

Para determinar o factor de ajustamento considere-se uma corrente de tráfego com um débito q e compreendendo apenas duas categorias. O tempo total gasto T_t para a partida dos q veículos é:

$$T_t = q_1 t_1 + q_2 t_2 \quad (2.115)$$

com

q_1, q_2 [veic.s⁻¹] - débito de veículos do tipo 1,2

t_1, t_2 [s] - intervalo de tempo entre partidas de veículos sucessivos do tipo 1,2

O intervalo de tempo médio $\bar{t}$ entre partidas sucessivas de veículos reais da corrente de tráfego é:

$$\bar{t} = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q} \quad (2.116)$$

Atendendo à expressão (2.114) resulta:

$$\bar{t} = \frac{q_1 E_1 t + q_2 E_2 t}{q} = \frac{q_1 E_1 + q_2 E_2}{q} t \quad (2.117)$$

Recorrendo à relação entre débito de saturação e intervalo de tempo entre partidas sucessivas vem:

$$s = \frac{q}{q_1 E_1 + q_2 E_2} \cdot s_0 \quad (2.118)$$

sendo

$s [\text{veic.} \cdot \text{s}^{-1}]$ - débito de saturação

$s_0 [\text{uvl.} \cdot \text{s}^{-1}]$ - débito de saturação homogeneizado

O factor de ajustamento f_t devido à composição do tráfego é:

$$f_t = \frac{q}{q_1 E_1 + q_2 E_2} \quad (2.119)$$

Generalizando para uma corrente de tráfego com vários tipos de veículos vem:

$$f_t = \frac{q}{\sum q_i E_i} \quad (2.120)$$

Ou, no caso de os débitos serem expressos em percentagem:

$$f_t = \frac{100}{\sum p_i E_i} \quad (2.121)$$

em que

$p_i [\%]$ - percentagem de veículos de tipo i na corrente de tráfego

Verifica-se, assim, que para determinar o factor f_t é indispensável conhecer-se os coeficientes de equivalência E_i relativos a todos os tipos de veículos que compõem a corrente de tráfego.

Neste modelo são adoptados os seguintes coeficientes de equivalências obtidos em observações recentes por Kimber e al. [2.18]:

Veículo ligeiros	1,0	(1,0)
Veículo comercial médio	1,5	(1,75)
Veículo comercial pesado	2,3	(1,75)
Autocarro	2,0	(2,25)
Motorizada	0,4	(0,33)
Bicicleta	0,2	(0,20)

Os valores entre-parêntesis são os coeficientes de equivalência obtidos anteriormente por Webster, podendo-se notar pequenas diferenças entre os dois conjuntos de valores que reflectem a evolução das características dos veículos.

2.4.1.8 - Influência das mudanças de direcção sem oposição

Para o mesmo tipo de veículos são mais demoradas as partidas referentes a movimentos com mudança de direcção quando comparadas com as dos movimentos em frente, e consequentemente o

débito de saturação é menor. Tal fica a dever-se a que os veículos para executarem essas manobras, adoptam velocidades mais baixas em função do raio de curvatura da trajectória.

Se a via de tráfego for exclusiva para os movimentos de mudança de direcção, o respectivo débito de saturação pode ser estimado, segundo [2.18], a partir da seguinte expressão

$$s_d = \frac{s_f}{1 + \frac{1,5}{R}} \quad (2.122)$$

Com

$s_d [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação do movimento com mudança de direcção sem oposição

$s_f [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação do movimento em frente

$R [m]$ - raio de curvatura de trajectória

Neste caso o factor de ajustamento devido às mudanças de direcção sem oposição é:

$$f_d = \frac{1}{1 + \frac{1,5}{R}} \quad (2.123)$$

O denominador da expressão (2.123) corresponde ao coeficiente de equivalência E_d relativo a um veículo que mude de direcção, isto é:

$$E_d = 1 + \frac{1,5}{R} \quad (2.124)$$

O raio de curvatura da trajectória dos movimentos de viragem à direita está geralmente, compreendido entre 5 e 30 m. Subs-

tituindo estes valores na expressão (2.114) o coeficiente de equivalência das viagens à direita varia entre 1,05 e 1,30.

No entanto, é vulgar que na mesma via existam veículos com destinos diferentes, como por exemplo veículos que pretendem virar à direita e veículos que seguem em frente. Neste caso utilizando um processo análogo ao apresentado anteriormente em 2.4.1.7 para uma corrente de tráfego com dois tipos de veículos, chega-se facilmente às seguintes expressões:

$$\frac{1}{s_{d,f}} = \frac{(100 - p)}{100} \cdot \frac{1}{s_f} + \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{s_d} \quad (2.125)$$

em que

$s_{d,f}$ [veic.s⁻¹] - débito de saturação da via com movimento em frente e de viragem à direita

p [%] - percentagem de viragens à direita

Substituindo s_d pelo valor dado pela expressão (2.122)

vem:

$$s_{d,f} = \frac{100 \cdot s_f}{100 + \frac{1,5 p}{R}} \quad (2.126)$$

O factor de ajustamento f'_d devido às mudanças de direcção sem oposição é:

$$f'_d = \frac{100}{100 + \frac{1,5 p}{R}} = \frac{1}{1 + \frac{1,5 p}{R}} \quad (2.127)$$

Note-se que esta expressão poderia ser obtida directamente a partir da expressão (2.121) tendo em conta que o coefi-

ciente de equivalência das viragens à direita é dado por (2.121).

Assim,

$$f'_d = \frac{100}{p_1 E_1 + p_2 E_2}$$

Fazendo $E_1 = 1$, $p_1 = 100 - p_2$ e $E_2 = 1 + \frac{1,5}{R}$, vem:

$$f'_d = \frac{100}{100 - p_2 + (1 + \frac{1,5}{R}) \cdot p_2} = \frac{100}{100 + \frac{1,5}{R} p_2} \quad (2.127)$$

No caso de haver dois movimentos com mudança de direcção, com percentagens p_1 e p_2 , débitos de saturação s_1 e s_2 e raios de curvaturas das trajectórias R_1 e R_2 , respectivamente, obtém-se analogamente:

$$\frac{1}{s} = \frac{100 - p_1 - p_2}{100} \cdot \frac{1}{s_f} + \frac{p_1}{100} \cdot \frac{1}{s_1} + \frac{p_2}{100} \cdot \frac{1}{p_2} \quad (2.128)$$

Atendendo a que

$$s_1 = \frac{s_f}{1 + \frac{1,5}{R_1}} \quad \text{e} \quad s_2 = \frac{s_f}{1 + \frac{1,5}{R_2}}$$

vem:

$$s = \frac{100 s_f}{100 + \frac{1,5}{R_1} p_1 + \frac{1,5}{R_2} p_2} \quad (2.129)$$

Donde

$$s = s_f \cdot f''_d \quad (2.130)$$

com

$$f''_d = \frac{100}{100 + \frac{1,5}{R_1} p_1 + \frac{1,5}{R_2} p_2} \quad (2.131)$$

2.4.1.9 - Influência das mudanças de direcção com oposição

Neste caso a existência de conflito entre correntes de tráfego torna o problema da estimação do débito de saturação mais complexo.

Na realidade, quando há um movimento de viragem com oposição, a hipótese do débito de saturação ser constante durante o tempo de verde saturado não se verifica, pois que os veículos têm de aguardar até que se lhes depare um intervalo de tempo aceitável entre veículos sucessivos da corrente de tráfego prioritária. É o que acontece, por exemplo, para o movimento de viragem à esquerda representada na figura 2.11 em que este movimento recebe permissão de avançar simultaneamente com o movimento prioritário que circula no sentido oposto.

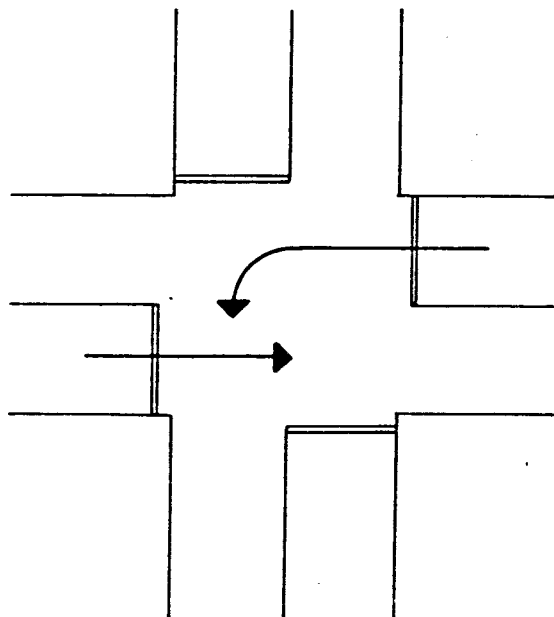


Fig. 2.11 - Movimento com oposição

Assim, o débito de saturação vai ser estimado tendo em conta o número médio de partidas que poderão ocorrer durante o tempo de verde.

Considere-se, em primeiro lugar, que o movimento não prioritário dispunha de uma via de tráfego exclusiva.

Atendendo ao regime das partidas dos veículos de um movimento com oposição, poder-se-á considerar que o tempo de verde que lhe está atribuído, se decompõe em três períodos distintos, conforme se mostra na figura 2.12.

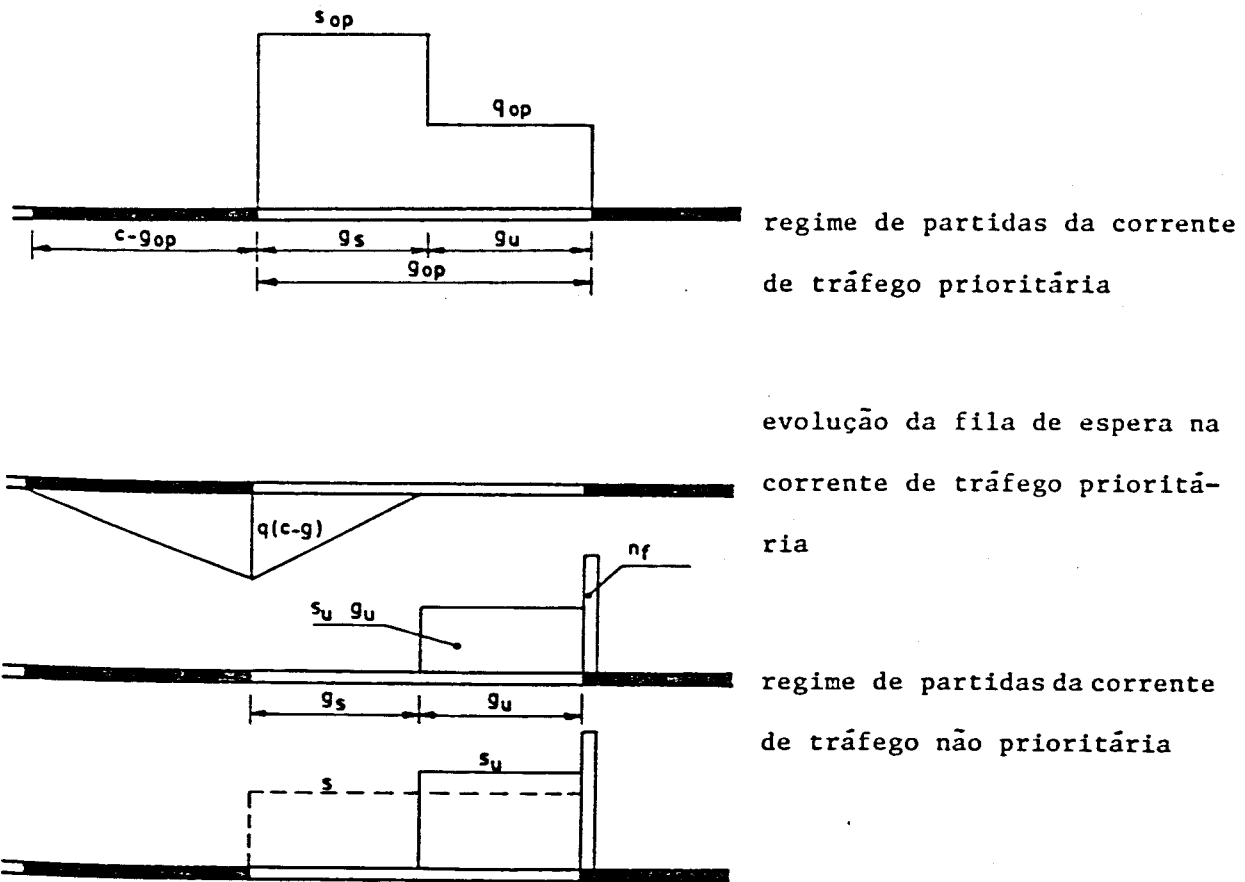


Fig. 2.12 - Débito de saturação do movimento de viragem com oposição

a) Período inicial com uma duração igual a g_s em que não há partidas devido ao tráfego prioritário que circula em sentido oposto o não permitir. Os veículos que se encontravam enfileirados no início do tempo de verde começam a partir em regime de saturação, não havendo oportunidades para os veículos não prioritários avançarem. Este período esgota-se no momento em que a fila de espera dos veículos prioritários se dissipe.

b) Período intermédio que decorre até ao início do tempo de vermelho, durante o qual o tráfego prioritário avança à medida que chega. As partidas dos veículos não prioritários verificam-se sempre que ocorram, na corrente de tráfego prioritária, intervalos de tempos aceitáveis de modo que as manobras sejam executadas com segurança. A duração deste período é representada por g_u e o respectivo número máximo de partidas é $s_u g_u$, sendo s_u o débito de saturação da corrente de tráfego não prioritária.

c) Período final existente após o fim do tempo de verde durante o qual haverá n_f partidas de veículos não prioritários. Corresponde aos veículos que avançaram para o cruzamento, mas lá ficaram retidos por não se lhes ter deparado entretanto um intervalo de tempo aceitável na corrente de tráfego oposta.

A estimativa do débito de saturação do movimento não prioritário pode ser calculada através de:

$$s = \frac{s_u g_u + n_f}{g} \quad (2.132)$$

sendo,

$s_u [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação da corrente de tráfego não prioritário, durante o tempo g_u

$g_u[s]$ - tempo de verde não saturado em relação à corrente de tráfego prioritária

$n_f[\text{veic.}]$ - número médio de partidas após o fim do tempo de verde

$g[s]$ - tempo de verde útil da corrente de tráfego não prioritária

Admitindo que para a corrente de tráfego prioritária não há fila de espera no fim do tempo de verde, o número médio de veículos $\underline{n_s}$ que chegam até ao fim do tempo de verde saturado é:

$$n_s = (C - g_{op} + g_s) q_{op} \quad (2.133)$$

com,

$C[s]$ - duração do ciclo

$g_{op}[s]$ - tempo de verde útil da corrente de tráfego prioritária

$g_s[s]$ - tempo de verde saturado da corrente de tráfego prioritária

$q_{op}[\text{veic.} \cdot s^{-1}]$ - débito de chegadas da corrente de tráfego prioritária

Designando por $\underline{s_{op}}$ o débito de saturação da corrente de tráfego prioritária, o tempo necessário para as partidas de $\underline{n_s}$ veículos é:

$$g_s = \frac{(C - g_{op} + g_s)}{s_{op}} q_{op} \quad (2.134)$$

Para o tempo de verde não saturado vem:

$$g_u = g_{op} - g_s = \frac{g_{op} s_{op} - q_{op} C}{s_{op} - q_{op}} \quad (2.135)$$

Note-se que conforme a notação deixa perceber os tempos de verde útil $\underline{g}$ e $\underline{g}_{op}$ correspondentes ao tráfego não prioritário e ao tráfego prioritário, respectivamente, podem ser diferentes.

As expressões anteriores são válidas, como se referiu, no caso de se admitir que a fila de espera do movimento prioritário se extingue antes do fim do tempo de verde. Em cálculos que requeiram maior precisão é necessário incluir o número médio de veículos $\underline{N}_o$ presentes no fim do tempo de verde, sendo a expressão (2.135) substituída por:

$$g_u = \frac{g_{op} s_{op} - q_{op} C - \underline{N}_o}{s_{op} - q_{op}} \quad (2.136)$$

Para determinar o débito de saturação $\underline{s}_u$ da corrente não prioritária pode-se recorrer ao modelo de Tanner aplicado às intersecções prioritárias [2.20]:

$$s_u = \frac{q_{op} (1 - \beta_1 q_{op})}{e^{(\alpha - \beta_1) q_{op}} (1 - e^{-\beta_2 q_{op}})} \quad (2.137)$$

sendo

$\alpha [s]$ - intervalo de aceitação crítico para os veículos não prioritários

$\beta_1 [s]$ - intervalo mínimo entre veículos prioritários

$\beta_2 [s]$ - intervalo mínimo entre partidas de veículos não prioritários

$q_{op} [\text{veic.} s^{-1}]$ - débito de chegadas da corrente de tráfego prioritário

Poder-se-á, no entanto, utilizar a seguinte expressão simplificada, onde as variáveis têm o mesmo significado do que na expressão anterior:

$$s_u = \frac{q_{op} e^{-\alpha q_{op}}}{1 - e^{-\beta_2 q_{op}}} \quad (2.138)$$

Na figura 2.13 representam-se graficamente as curvas relativas às expressões (2.137) e (2.138)

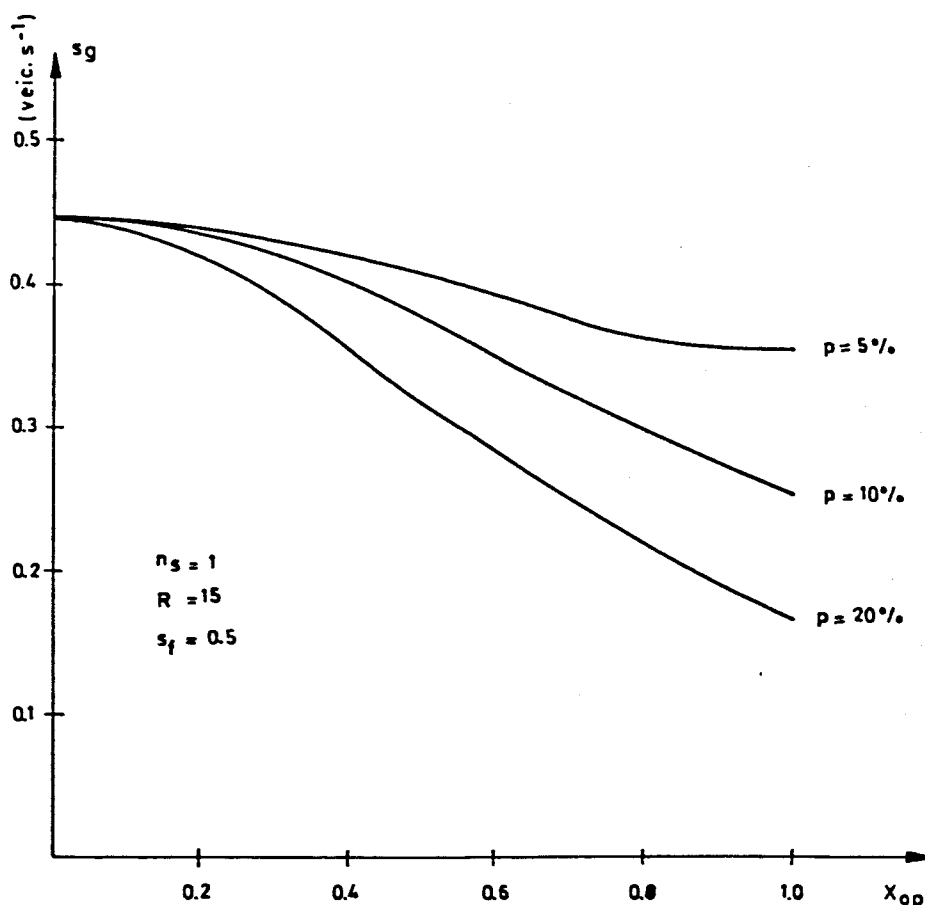


Fig. 2.13 - Débito de saturação s_u da corrente de tráfego não prioritária durante o tempo de verde não saturado g_u

De preferência os valores a atribuir aos parâmetros α e β_2 devem ser medidos no local. Se tal não for possível poder-se-á usar $\alpha = 5$ s e $\beta_2 = 3$ s. Contudo, cada um destes valores pode ser reduzido de 0,5 s se as condições de visibilidade e geometria forem favoráveis para as partidas dos veículos não prioritários. Note-se que β_2 corresponde a um débito de saturação máximo da corrente de tráfego não prioritário igual a $\frac{1}{\beta_2}$, que seria alcançado quando q_{op} fosse nulo.

Este resultado obtém-se se for aplicada a regra de L'Hospital para levantar a indeterminação que aparece quando na expressão anterior se faz $q_{op} = 0$.

O número de veículos n_f que em média podem partir após o fim do tempo de verde é um elemento importante, principalmente se são escassas as oportunidades de intersecção da corrente de tráfego prioritária. O seu valor depende da geometria do cruzamento, recomendando-se a sua medição localmente. Sempre que tal não seja possível, a sua estimativa é obtida conhecendo-se o espaço total disponível para os veículos não prioritários aguardarem a partida e a probabilidade F de que esse espaço seja realmente ocupado no fim do tempo de verde. Assim, se n_s representar o espaço disponível no cruzamento, expresso em veículos, para reter os veículos não prioritários, o número máximo de partidas que podem ocorrer após o fim do tempo de verde é:

$$n_f = n_s \cdot F \quad (2.139)$$

Uma estimativa de F obtida por Kimber e al. [2.18] é a seguinte:

$$F = X_{op}^{0,2} \quad (2.140)$$

com,

$$X_{op} = \frac{q_{op} \cdot C}{s_{op} g_{op}} \quad (2.141)$$

em que,

$q_{op} [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas da corrente de
tráfego prioritária

$C [s]$ - duração do ciclo

$s_{op} [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação da corrente de
tráfego prioritária

$g_{op} [s]$ - tempo de verde útil da corrente de tráfego
prioritária

Como se verá mais adiante X_{op} representa o grau de saturação da corrente de tráfego prioritária.

Em [2.2] fixa-se para n_f um valor médio igual a 1,5 que poderá ser tomado como valor inicial no cálculo iterativo que, do mesmo modo que em 2.4.1.6, ter-se-á de adoptar.

Se a via de tráfego se destina a movimentos com e sem oposição o processo de estimação do débito de saturação descrito não pode ser aplicado, porque o regime de partidas representado na figura 2.12 já não se verifica. Assim, durante o período de tempo g_s correspondente à parte inicial do tempo de verde poderão ocorrer partidas dos veículos sem oposição até que a via fique bloqueada pelos veículos com oposição. Analogamente acontece no restante tempo de verde g_u . O número de partidas que poderão ocorrer até bloquear a via pode ser calculado recorrendo à teoria

das probabilidades. Atente-se que, admitindo ser $\underline{n}_s$ a capacidade de retenção de veículos que pretendem virar à esquerda no cruzamento, a probabilidade para que, durante o tempo de verde saturado $\underline{g}_s$, partam $\underline{i}$ veículos antes da via de tráfego ser bloqueada é dada por:

$$p(i) = p^{\underline{n}_s+1} (1-p)^i \quad (2.142)$$

sendo,

p - proporção de viragens à esquerda

É, no entanto, mais simples adoptar o modelo de previsão apresentado por Kimber e al. [2.18], que consiste em determinar o débito de saturação do movimento com oposição atendendo ao número de partidas durante o tempo total de verde útil e ao número de partidas feitas após o fim de tempo de verde.

O débito de saturação do movimento não prioritário obtém-se, adaptando a expressão (2.132) a este caso:

$$s = \frac{s_g \underline{g} + n_f'}{\underline{g}} = s_g + \frac{n_f'}{\underline{g}} \quad (2.143)$$

em que,

$s[\text{veic. s}^{-1}]$ - débito de saturação do movimento não prioritário

$s_g[\text{veic. s}^{-1}]$ - débito de saturação do movimento não prioritário durante o tempo $\underline{g}$

$\underline{g}[\text{s}]$ - tempo de verde útil da corrente de tráfego não prioritário

$n_f'[\text{veic.}]$ - número médio de partidas após o fim do tempo de verde

Para determinar s_g Kimber e al. [2.18] utilizaram um modelo de regressão aplicado ao conjunto de valores, quer observados localmente, quer obtidos por um programa de simulação que representava o processo das partidas dos veículos. Com base nesses resultados poder-se-á adoptar a seguinte expressão empírica:

$$s_g = \frac{0,9 s_f}{1 + \frac{p}{100} (B - 1)} = \frac{90 s_f}{100 + p(B - 1)} \quad (2.144)$$

com,

$$B = 1 + \frac{1,5}{R} + \frac{t_1}{t_2} \quad (2.145)$$

$$t_1 = \frac{12 x_{op}^2}{1 + 0,6 n_s (1 - \frac{p}{100})} \quad (2.146)$$

$$t_2 = 1 - (\frac{p}{100} \cdot x_{op})^2 \quad (2.147)$$

em que

$s_f[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação da via não prioritária admitindo que apenas havia movimento em frente

$n_s[\text{veic.s}^{-1}]$ - capacidade de retenção de veículos que pretendem virar à esquerda no cruzamento

$p[\%]$ - percentagem de viragens à esquerda

O valor de x_{op} é calculado a partir da expressão (2.141)

A redução de 10% aplicada ao débito de saturação do movimento em frente, deve-se ao receio que os condutores, que pretendem seguir em frente, têm em encontrar veículos não prioritários.

rios na mesma corrente de tráfego.

A partir da expressão (2.144) e uma vez que existem dois tipos de movimentos é possível determinar o débito de saturação s_e correspondente ao movimento não prioritário (viragem com oposição).

Assim, continuando a designar por s_f o débito de saturação do movimento sem oposição, resulta:

$$\frac{1}{s_g} = \frac{100 - p}{90 s_f} + \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{s_e} \quad (2.148)$$

Substituindo s_g pelo valor dado pela expressão (2.144) vem:

$$\frac{100 + p(B - 1)}{90 s_f} = \frac{100 - p}{90 s_f} + \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{s_e}$$

donde

$$s_e = \frac{0,9 s_f}{B} \quad (2.149)$$

Quanto ao valor de n_f' pode ser obtido a partir da seguinte expressão, também obtida através da aplicação de um modelo de regressão:

$$n_f' = n_s \cdot F = n_s (p \cdot X_{op})^{0,2} \quad (2.150)$$

Na figura 2.14 representam-se, num caso particular, as curvas para vários valores da percentagem das viragens à esquerda que relacionam o débito de saturação s_g , com o valor do grau de saturação X_{op} referente ao movimento prioritário.

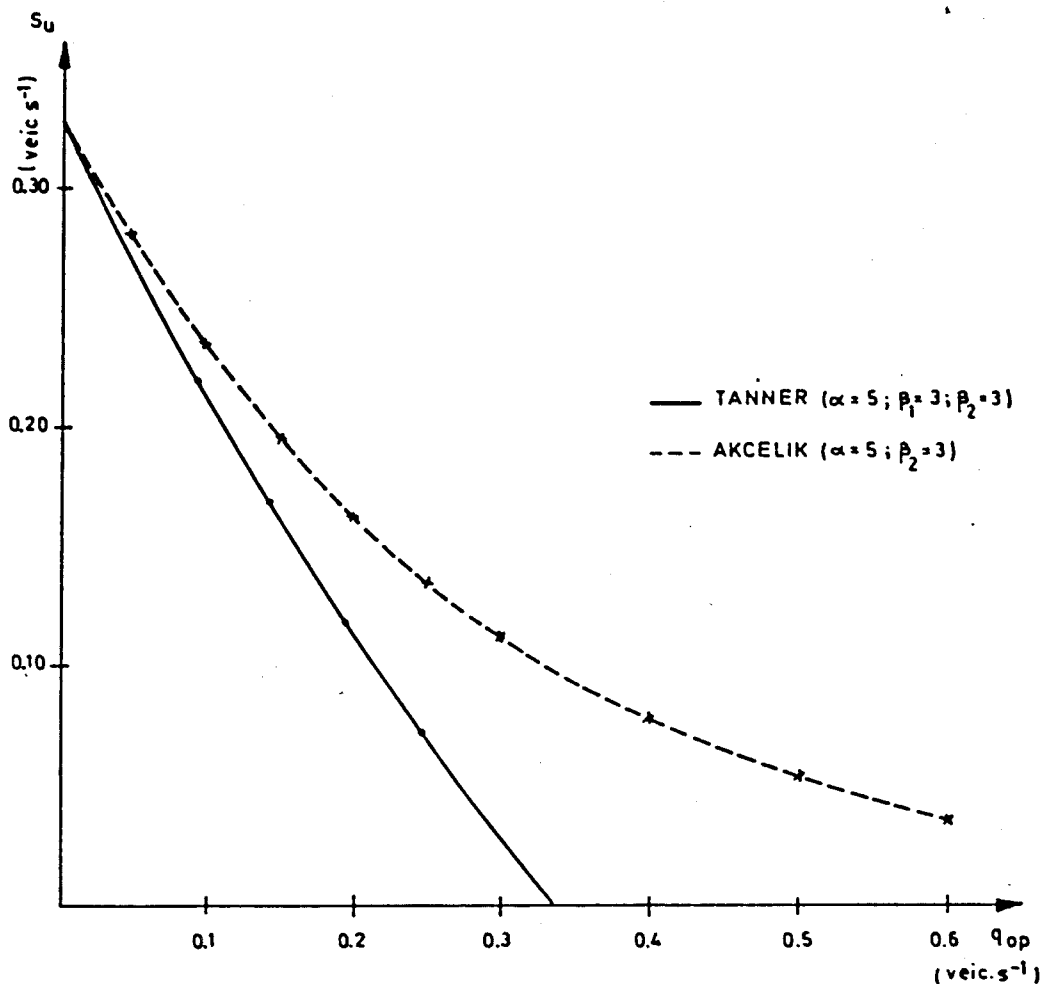


Fig. 2.14 - Débito de saturação s_g durante o tempo de verde útil

Tal como já aconteceu em casos anteriores, a determinação do débito de saturação exige o conhecimento prévio da regulação dos sinais luminosos o que obriga a executar cálculos iterativos. Nestas condições é necessário dispor de um valor inicial para o débito de saturação que poderá ser, por exemplo, o correspondente a que não haja oposição.

No caso de se dispor de três movimentos sendo um deles de mudança de direcção com oposição, o débito de saturação s'_g durante o tempo de verde útil é dado por:

$$\frac{1}{s'_g} = \frac{100 - p_1 - p_2}{90 s_f} + \frac{p_1}{100} \cdot \frac{1}{s_1} + \frac{p_2}{100} \cdot \frac{1}{s_2} \quad (2.151)$$

Em que:

s_1 - débito de saturação do movimento com mudança de direcção com oposição

p_1 - percentagem do movimento com débito de saturação s_1

s_2 - débito de saturação do movimento com mudança de direcção sem oposição

p_2 - percentagem do movimento com débito de saturação s_2

s_f - débito de saturação do movimento em frente

Substituindo s_1 e s_2 pelas expressões (2.149) e (2.126) respectivamente, e tendo em conta que o débito de saturação do movimento em frente é reduzido de 90% pelas razões já expostas, vem:

$$\frac{1}{s'_g} = \frac{100 - p_1 - p_2}{90 s_f} + \frac{p_1 \cdot B}{90 s_f} + \frac{p_2 (1 + \frac{1,5}{R})}{90 s_f}$$

$$s'_g = \frac{90 s_f}{100 + p_1 (B - 1) + \frac{1,5 p_2}{R}} \quad (2.152)$$

2.4.1.10 - Influência de outros factores

Existem outros factores que afectam o regime de partidas dos veículos, não havendo, no entanto, estudos suficientes que permitam avaliar com segurança a respectiva influência.

Um destes estudos [2.11] refere que o débito de saturação observado durante as horas nocturnas é aproximadamente 2,4 % inferior ao das horas diurnas.

Por outro lado, segundo [2.18] o pavimento húmido tende a reduzir o débito de saturação em 6%.

Em [2.17] refere-se ainda que, a partir de observações realizadas, verificou-se serem os débitos de saturação superiores em 5% durante as horas de ponta do que fora delas.

2.4.2 - Determinação do débito de saturação

Como se referiu o débito de saturação duma corrente de tráfego é dado pela soma dos débitos de saturação de cada uma das vias que lhe são destinadas.

Para aplicar o modelo de estimação do débito de saturação acabado de descrever, considerem-se separadamente os tipos de via representados no quadro 2.V.

Para estimar o débito de saturação relativo a cada tipo de via referido no quadro 2.V, procede-se do seguinte modo:

a) Vias para movimentos sem oposição (vias de tipo A, B, C e D)

a.1) Vias exclusivas (vias de tipo A e B)

- movimento em frente (via de tipo A)

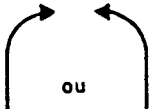
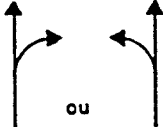
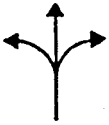
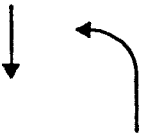
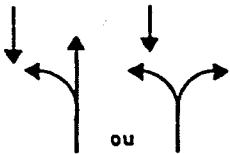
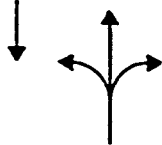
$$s = s_b \cdot f_w \cdot f_i \cdot f_s \cdot f_p \cdot f_t = s_f$$

- movimento com mudança de direcção

(via de tipo B)

$$s = s_f \cdot f_d$$

Quadro 2.V - Classificação do tipo de via

TIPO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
A	Via exclusiva para movimento em frente sem oposição	
B	Via exclusiva para movimento com mudança de direcção sem oposição	
C	Via para movimento em frente e um movimento com mudança de direcção sem oposição	
D	Via para movimento em frente e dois movimentos com mudança de direcção sem oposição	
E	Via para um movimento com mudança de direcção com oposição	
F	Via para dois movimentos sendo um deles de mudança de direcção com oposição	
G	Via para três movimentos sendo um deles de mudança de direcção com oposição	
H	Vias de comprimento reduzido	

a.2) Vias não exclusivas (vias de tipo C e D)

- um movimento em frente e outro com mudança de direcção (vias de tipo C)

$$s = s_f \cdot f_d'$$

- um movimento em frente e dois com mudança de direcção (via de tipo D)

$$s = s_f \cdot f_d''$$

b) Vias para movimentos com oposição (vias do tipo E, F, G)

b.1) Vias exclusivas (vias de tipo E)

$$s = \frac{s_u g_u + n_f}{g}$$

b.2) Vias não exclusivas (vias de tipo F e G)

- um movimento com oposição e outro sem oposição (vias de tipo F)

$$s = s_g + \frac{n_f'}{g}$$

- um movimento com oposição e dois sem oposição (vias de tipo G)

$$s = s_g' + \frac{n_f'}{g}$$

c) Vias de comprimento reduzido (vias de tipo H)

$$s = \frac{Z}{e \cdot g}$$

Nos casos b.2) e c) há necessidade de recorrer a cálculos iterativos, uma vez que o débito de saturação depende da regulação do sinal luminoso.

De acordo com o modelo descrito na secção 2.4.1 o conjunto de expressões a utilizar é o seguinte:

$$s = \sum_{i=1}^{n_v} s_i \quad (2.153)$$

$$s_b = \frac{1900}{3600} \text{ uvl.s}^{-1} \quad (2.154)$$

$$f_w = \begin{cases} 0,105 w + 0,653 & 2,5 \leq w < 3,3 \text{ m} \\ 0,053 w + 0,826 & 3,3 \leq w < 5,0 \text{ m} \end{cases} \quad (2.105)$$

$$f_i = 1 - 0,02 \frac{i}{100} \quad (2.107)$$

$$f_z = \begin{cases} 1,1 & \text{Classe A} \\ 1,0 & \text{Classe B} \\ 0,9 & \text{Classe C} \end{cases} \quad (2.108)$$

$$f_p = \begin{cases} 0,95 & \text{via junto do lancil} \\ 1,00 & \text{outras vias} \end{cases}$$

$$f_t = \begin{cases} \frac{q}{\sum q_i \cdot E_i} & (2.120) \end{cases}$$

$$f_t = \begin{cases} \text{ou} \\ \frac{100}{\sum p_i E_i} & (2.121) \end{cases}$$

$$f'_d = \frac{100}{100 + \frac{1,5 p}{R}} \quad (2.127)$$

$$f''_d = \frac{100}{100 + \frac{1,5 p_1}{R_1} + \frac{1,5 p_2}{R_2}} \quad (2.131)$$

$$s_u = \frac{q_{op} e^{-\alpha \cdot q_{op}}}{1 - e^{-\beta_2 q_{op}}} \quad (2.138)$$

$$g_u = \frac{g_{op} s_{op} - q_{op} C}{s_{op} - q_{op}} \quad (2.135)$$

$$n_f = n_s \cdot X_{op}^{0,2} \quad (2.139/2.140)$$

$$X_{op} = \frac{q_{op} C}{s_{op} g_{op}} \quad (2.141)$$

$$s_g = \frac{90 s_f}{100 + p(B - 1)} \quad (2.144)$$

$$B = 1 + \frac{1,5}{R} + \frac{t_1}{t_2} \quad (2.145)$$

$$t_1 = \frac{12 X_{op}^2}{1 + 0,6 n_s (1 - \frac{p}{100})} \quad (2.146)$$

$$t_2 = 1 - (\frac{p}{100} \cdot X_{op})^2 \quad (2.147)$$

$$n_f' = n_s (p \cdot X_{op})^{0,2} \quad (2.150)$$

$$s_g' = \frac{90 s_f}{100 + p_1(B - 1) + 1,5 \frac{p_2}{R}} \quad (2.152)$$

$$e = 0,067 p_p + 5,55 \quad (2.112)$$

O significado das variáveis é o mesmo que foi apresentado na descrição do modelo de estimação do débito de saturação.

CAPÍTULO 3

CARACTERÍSTICAS DO SINAL LUMINOSO

3.1 - Introdução

A gestão do tráfego no cruzamento é efectuada por sinais luminosos que transmitem aos utentes das vias de tráfego um conjunto de indicações, constituído por intervalos de tempo de verde, amarelo e vermelho, que se repetem segundo uma certa ordem e que determinam a permissão ou proibição de executar os diferentes tipos de movimento.

A regulação dos sinais luminosos estabelece a duração de cada um desses tempos a atribuir às correntes de tráfego.

Uma fase representa o estado do sinal luminoso durante o qual uma ou várias correntes de tráfego têm direito de avançar, estando as outras impedidas de o fazer.

É identificada quando no seu início pelo menos uma corrente de tráfego ganha direito de passagem e no seu fim pelo menos uma corrente de tráfego perde esse direito.

A sequência de fases até retomar a indicação inicial define o ciclo, a que corresponde uma determinada duração ou período. Em geral, por razões de operacionalidade, a duração do ciclo deve estar compreendida entre os 30 s e os 120 s.

O número de fases a estabelecer, bem como a respectiva sequência depende da geometria do cruzamento, do número de correntes de tráfego existentes e das suas características.

A atribuição das correntes de tráfego às fases, representada pelo esquema de fases, é feita tendo em conta, para além da segurança e da eficiência da circulação, uma fácil compreensão por parte dos condutores e uma possível interligação com outros sinais luminosos.

Duas ou mais correntes de tráfego são compatíveis se podem receber indicação de tempo de verde, simultaneamente, sem prejuízo da segurança. Dependerá, portanto, da geometria do cruzamento e dos respectivos volumes de tráfego. É o caso, por exemplo, das correntes de tráfego de mudança de direcção com oposição, que embora apresentem pontos de conflito com outra corrente prioritária, são compatíveis com ela.

Admite-se a possibilidade de existirem correntes de tráfego multifases, as quais têm direito de passagem em mais do que uma fase.

Na figura 3.1 é apresentado um programa de circulação dum cruzamento em T, onde são identificadas as correntes de tráfego, e um possível esquema de fases a adoptar, verificando-se que a corrente de tráfego 1 é multifase.

A repartição do ciclo relativa ao exemplo da figura 3.1 é definida pelo diagrama representado na figura 3.2.

Nele pode-se observar que os limites das fases representados pelos instantes de mudança de fase F fizeram-se coincidentes com o fim do tempo de verde.

Deste modo a parte inicial de uma fase correspondente ao período inter-verde I é constituída pelo tempo de amarelo e pelo tempo de tudo-vermelho. Durante o tempo de tudo-vermelho, quer as

correntes de tráfego que perdem o direito de avançar, quer aquelas que o ganham recebem sinal vermelho simultaneamente.

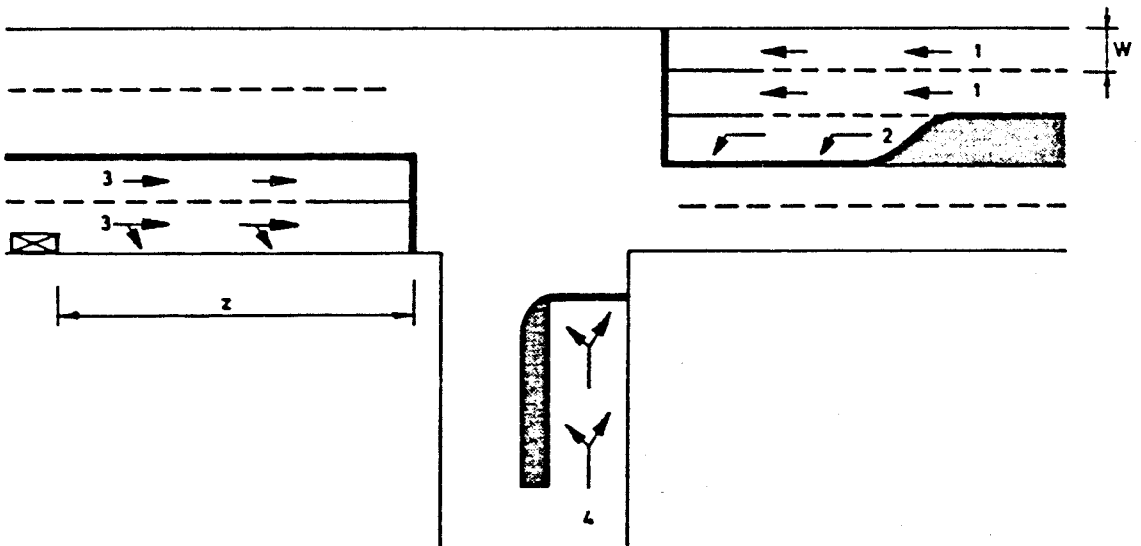
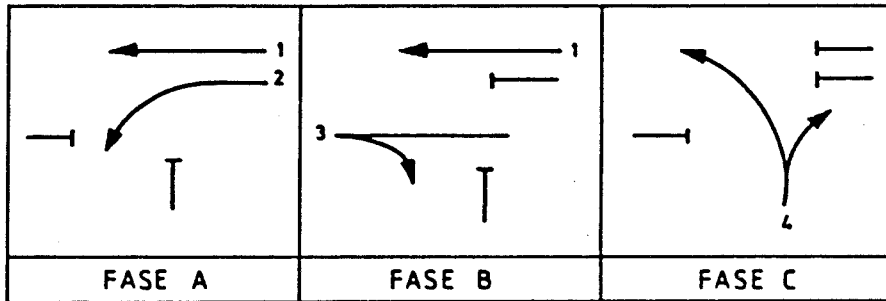


Fig. 3.1 - Programa de circulação dum cruzamento e respectivo esquema de fases

O tempo de amarelo e o tempo de tudo-vermelho destinam-se a estabelecer a transição entre fases sucessivas e serão analisados em pormenor mais adiante nos pontos 3.4 e 3.5.

Definidos os instantes de mudança de fase como acima se indicou, o início e o fim do tempo de verde $\underline{V}$ relativo a uma cor-

rente de tráfego corresponde aos instantes $(F + I)$ e $(F + I + V)$, respectivamente. Este passa a ser o instante de mudança de fase para a próxima fase.

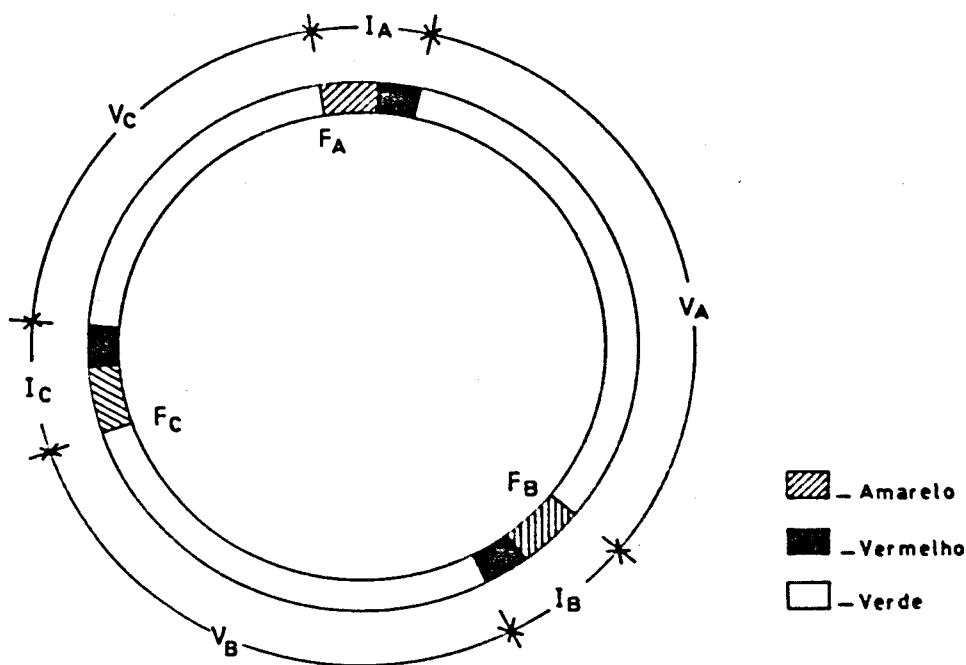


Fig. 3.2 - Diagrama do ciclo

O diagrama do ciclo pode ser construído, fixando igual a zero o primeiro instante de mudança de fase e adicionando o valor $(I + V)$ da primeira fase para encontrar o segundo instante de mudança de fase. O processo repete-se até que se atinja a duração do ciclo.

Nestes estudos, particularmente na definição das expressões que permitem o cálculo dos parâmetros de funcionamento, é mais cômodo utilizar o tempo de verde útil em vez do tempo de verde real transmitido pelos sinais luminosos.

O tempo de verde útil g , cujo conceito já foi anteriormente apresentado no Capítulo 2, representa o tempo de verde que

efectivamente está disponível para uma determinada corrente de tráfego. Portanto, vai ter em conta quer o tempo perdido no arranque t_{pa} onde se admite que as partidas são nulas, quer o tempo adicional de passagem t_{ap} devido a alguns veículos passarem durante o tempo de amarelo.

Analisando a figura 3.3 referente às partidas dos veículos durante um tempo de verde saturado é possível estabelecer a seguinte relação, definida para uma corrente de tráfego.

$$V = g - t_{ap} + t_{pa} \quad (3.1)$$

sendo

$V[s]$ - tempo de verde real para a corrente de tráfego

$g[s]$ - tempo de verde útil para a corrente de tráfego

$t_{ap}[s]$ - tempo adicional de passagem

$t_{pa}[s]$ - tempo perdido no arranque

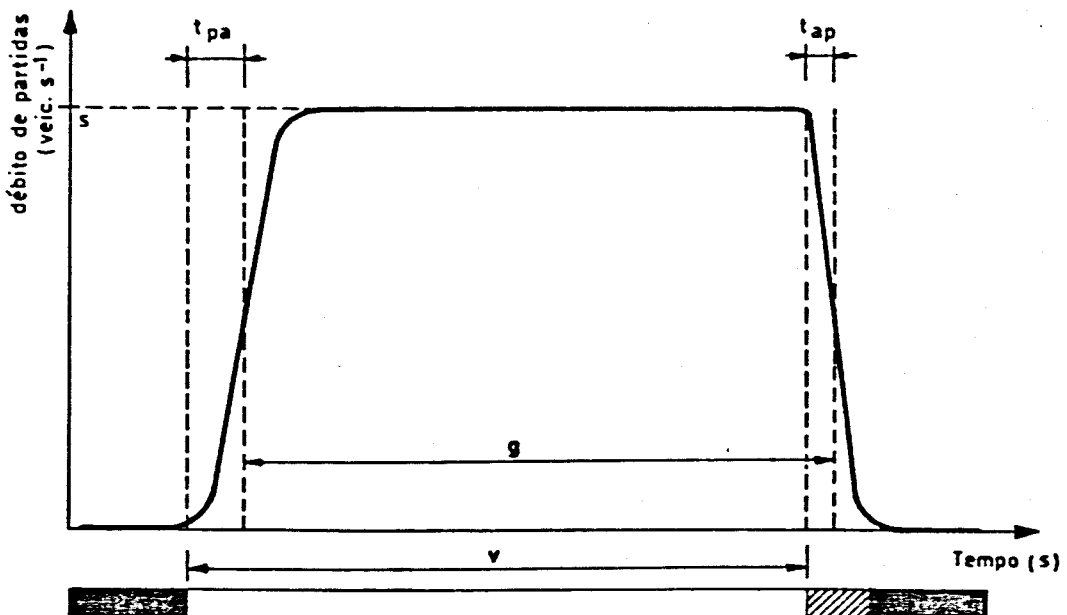


Fig. 3.3 - Relação entre tempo de verde real e tempo de verde útil

A diferença entre o tempo perdido no arranque e o tempo adicional de passagem é designada por tempo perdido pela corrente de tráfego e representa o tempo de verde real que não é aproveitado para a partida dos veículos, isto é:

$$l = t_{pa} - t_{ap} \quad (3.2)$$

em que

$l[s]$ - tempo perdido pela corrente de tráfego

Resultando para a expressão (3.1):

$$V = g + l \quad (3.3)$$

Esta definição de tempo perdido é distinta da anteriormente apresentada por Webster[3.12] e Allsop[3-1], os quais referem o tempo perdido em relação à fase, havendo tantos tempos perdidos quanto o número de fases. Deste modo o tempo perdido de fase diz respeito a todas as correntes de tráfego que recebem permissão de avançar nessa fase. No entanto, é possível que nem todas as correntes de tráfego com início numa dada fase tenham o mesmo tempo perdido no arranque, e, portanto, parte deste tempo perdido pode efectivamente ser tempo de verde para outras correntes de tráfego. Uma situação análoga acontece para as correntes de tráfego que perdem o direito de avançar numa mesma fase.

Por outro lado as correntes de tráfego multifase com direito de passagem em mais do que uma fase, podem avançar durante os tempos perdidos entre as respectivas fases.

Em todos estes casos é necessário definir um novo parâmetro, designado por tempo extra de verde útil, que corresponde ao

tempo perdido da fase que é aproveitado por uma determinada corrente de tráfego, conforme se pode observar na figura 3.4. Nesta figura representa-se a regulação dos sinais luminosos para o exemplo dado na figura 3.1.

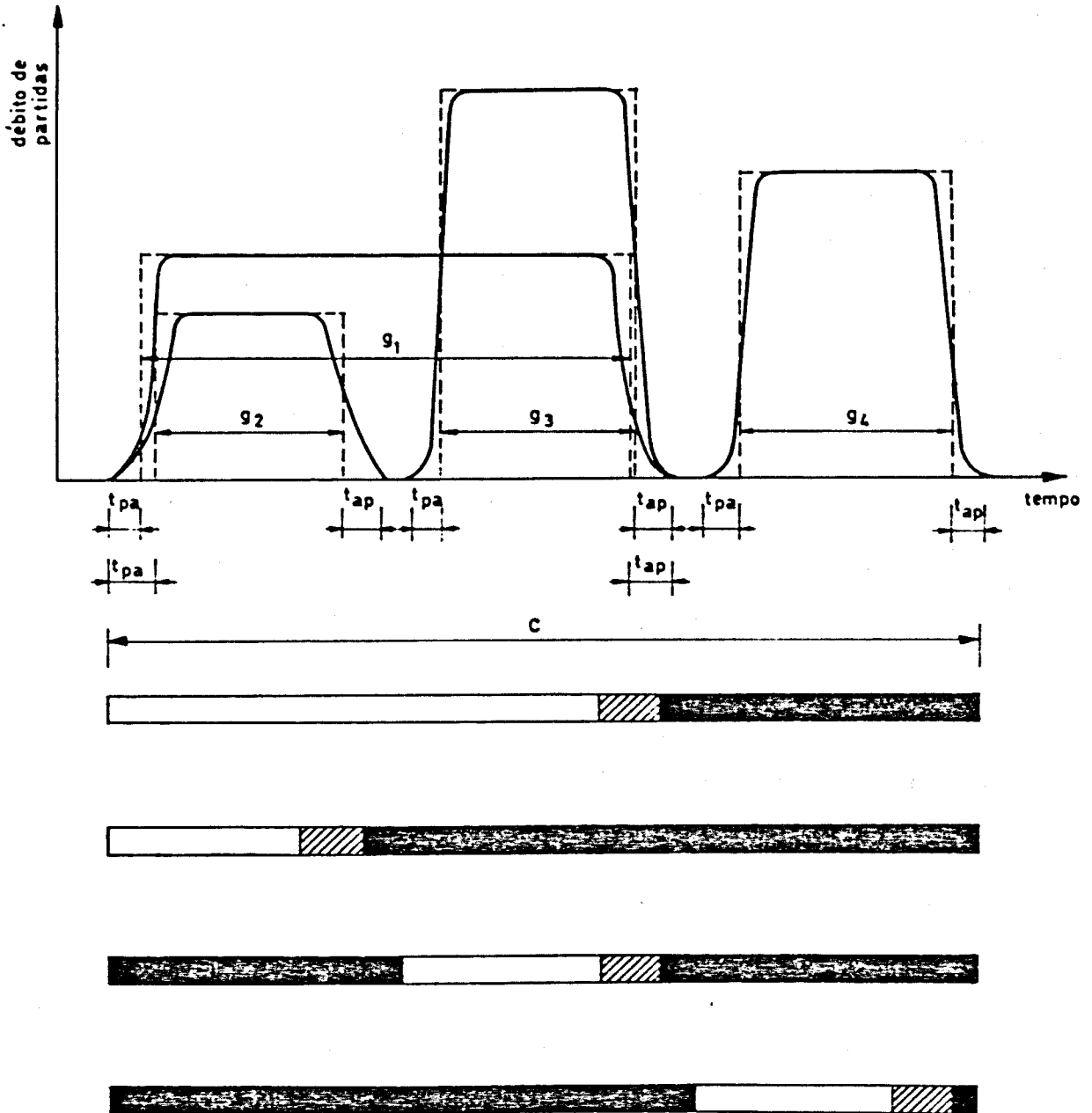


Fig. 3.4 - Regulação do sinal luminoso. Corrente de tráfego multifase

Além disto, o conceito de tempo perdido por fase é menos claro, já que pode utilizar o tempo perdido no arranque e o tempo adicional de passagem referentes a correntes de tráfego distintas.

Por todas estas razões é preferível definir o tempo perdido em relação a cada um dos movimentos.

A introdução deste novo conceito adapta-se com mais facilidade no caso de serem utilizados esquemas de fases complexos envolvendo correntes de tráfego multifases. Com efeito, segundo o conceito tradicional o número de fases a estabelecer na repartição do ciclo deveria ser mínimo, pois que o tempo perdido durante o ciclo diminuiria com a redução do número de fases. No entanto, este princípio só se verifica se não existirem correntes de tráfego multifases. Neste caso, como se referiu, nem sempre os tempos perdidos são realmente desperdiçados pelas outras correntes de tráfego, o que conduz a abandonar a anterior regra de se adoptar um número mínimo de fases para a regulação do sinal luminoso.

A seguir é feita uma análise mais pormenorizada quer do tempo perdido no arranque, quer do tempo adicional de passagem.

3.2 - Tempo perdido no arranque

No processo de partidas dos veículos admite-se que o ritmo máximo das partidas, correspondente ao débito de saturação, só é atingido decorridos alguns segundos após o início do tempo de verde real.

Em cada fase, os primeiros veículos a partirem ultrapassam a linha de paragem sem ainda terem atingido a velocidade de cruzeiro, proporcionando intervalos de tempo entre veículos sucessivos superiores ao valor médio do intervalo de tempo ocorrido em regime de saturação, cujo valor é dado pelo inverso do débito de saturação. Em geral, são necessárias 5/6 partidas para que os veículos passem na linha de paragem com a velocidade de cruzeiro e, portanto, em regime de saturação.

Por definição o tempo perdido no arranque, t_{pa} , é dado pela soma dos atrasos sofridos por cada um destes veículos. O seu valor pode ser calculado, subtraindo ao tempo que demoram os veículos com atraso a partirem, o tempo que demorariam se não houvesse atrasos, isto é:

$$t_{pa} = \sum_{i=1}^N t_i - N \frac{1}{s} \quad (3.4)$$

em que,

$t_i [s]$ - intervalo de tempo entre o veículo i e $i-1$

$s [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação

N - número de ordem do primeiro veículo não atrasado

Deste modo $(N-1)$ representa o número de veículos atrasados.

Considera-se que o primeiro intervalo de tempo t_1 é medido desde o início do tempo de verde real até ao instante de passagem do primeiro veículo a partir.

Tal como acontece em algumas situações anteriores, o valor a atribuir ao tempo perdido no arranque deve ser obtido por medições directas no local, para o que existem vários processos como, por exemplo, os apresentados em [3.2] e [3.9]. No caso de não ser possível medi-lo, o seu valor pode-se estimar a partir da aplicação da expressão (3.4). Para isso é necessário conhecer o número de veículos atrasados e o tempo, contado desde o início de verde real, que demora a passarem na linha de paragem os primeiros N veículos.

No cálculo destes parâmetros são consideradas válidas as seguintes hipóteses relativas ao processo de partidas dos veículos:

- a) Após o instante em que um veículo parte, o veículo que se lhe segue na fila de espera só arrancará decorrido um intervalo de tempo de segurança T_s que é constante para todos os condutores.
- b) O espaçamento médio e dos veículos consecutivos parados na fila de espera é medido entre os pára-choques traseiros.
- c) O primeiro veículo parado na fila de espera dista da linha de paragem uma distância igual ao espaço livre entre veículos na fila de espera, isto é, admite-se que o veículo de ordem zero tem o seu pára-choques traseiro sobre a linha de paragem.

3.2.1 - Determinação do número de veículos atrasados

Como se referiu, existirá atraso para um dado veículo sempre que a linha de paragem seja ultrapassada com uma veloci-

dade inferior à velocidade de cruzeiro $\underline{v_c}$. Deste modo, o número de veículos atrasados pode ser calculado se for conhecida a distância $\underline{D_v}$ necessária para que um veículo atinja a velocidade $\underline{v_c}$.

O modelo de aceleração linear apresentado no Capítulo 2, tem mostrado em estudos semelhantes ser suficientemente realista. Neste modelo a aceleração $\underline{j}$ está relacionada com o tempo $\underline{t}$ através duma equação do tipo:

$$\underline{j} = \underline{j_M} - \underline{\gamma} \cdot \underline{t} \quad (3.5)$$

onde $\underline{j_M}$ representa a aceleração máxima que ocorre no início do arranque e $\underline{\gamma}$ uma constante.

Atendendo às expressões deduzidas no Apêndice A o valor da distância $\underline{D_v}$ é dado por:

$$\underline{D_v} = \frac{2 \underline{v_c}^2}{3 \underline{K}} \quad (3.6)$$

sendo

$\underline{D_v} [\text{m}]$ - distância percorrida até atingir $\underline{v_c}$

$\underline{v_c} [\text{m.s}^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

$\underline{K} [\text{m.s}^{-2}]$ - aceleração média durante $\underline{D_v}$

O valor de $\underline{K}$ é igual a metade da aceleração máxima $\underline{j_M}$.

Os veículos que sofrem atraso são os que se encontram parados na distância $\underline{D_v}$, uma vez que quando ultrapassam a linha de paragem ainda não tiveram espaço suficiente para atingirem a velocidade $\underline{v_c}$, estando ainda em fase de aceleração.

O valor de $\underline{N}$ pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$N = \text{Int} \left(\frac{D_v}{e} \right) + 1 \quad (3.7)$$

em que

N - número de ordem do primeiro veículo a passar a linha de paragem sem atraso

$e[m]$ - espaçamento dos veículos

$D_v[m]$ - distância percorrida para atingir $\underline{v_c}$

Para calcular e pode-se utilizar a expressão (2.112) já apresentada, que consiste em:

$$e = 0,067 p + 5,55$$

Onde p representa a percentagem de veículos pesados.

3.2.2 - Determinação do tempo de passagem do N-ésimo veículo

Considerando que a origem do tempo coincide com o início do tempo de verde, o tempo de passagem na linha de paragem do N-ésimo veículo é dado pela soma das seguintes três parcelas:

a) Tempo em que o veículo está parado aguardando a sua vez de avançar. De acordo com uma das hipóteses, isto só poderá acontecer decorrido um intervalo de tempo $\underline{T_s}$ após a partida do veículo que o precedia na fila de espera.

O seu valor é igual a $(N \cdot T_s)$.



b) Tempo que demora desde a partida para atingir a velocidade $\underline{v_c}$, admitindo um modelo de aceleração linear durante o arranque.

Tendo em conta a dedução feita no Apêndice A o valor deste tempo, designado por $\underline{t_a}$, é dado por:

$$\underline{t_a} = \frac{\underline{v_c}}{K} \quad (3.8)$$

Onde $\underline{v_c}$ e $\underline{K}$ têm o mesmo significado do que o apresentado para a expressão (3.6).

c) Tempo gasto a percorrer, à velocidade de cruzeiro, o espaço que falta até à linha de paragem.

O seu valor é dado por:

$$\frac{N \cdot e - D_v}{v_c}$$

O tempo de passagem na linha de paragem do N-ésimo veículo, que corresponde à soma dos $\underline{N}$ primeiros intervalos de tempo entre veículos sucessivos, é calculado a partir de:

$$\sum_{i=1}^N t_i = N \cdot T_s + \frac{\underline{v_c}}{K} + \frac{N \cdot e - D_v}{v_c} \quad (2.9)$$

sendo

t_i [s] - intervalo de tempo entre o veículo $\underline{i}$ e $\underline{i-1}$

T_s [s] - intervalo de tempo entre partidas de veículos sucessivos

$\underline{v_c}$ [m · s⁻¹] - velocidade de cruzeiro

$D_v [m]$ - distância percorrida para atingir a velocidade $\underline{v_c}$

$K [m.s^{-2}]$ - aceleração média durante $\underline{D_v}$

$e [m]$ - espaçamento médio dos veículos parados na fila de espera

N - número de ordem do primeiro veículo a passar a linha de paragem sem atraso

Para determinar o intervalo de tempo $\underline{T_s}$ considera-se que ele corresponde ao intervalo mínimo entre veículos sucessivos definido pelo inverso do débito de saturação.

O instante de passagem na linha de paragem para o veículo de ordem $n > N$, isto é, já sem atraso, é obtido a partir da expressão (3.9).

$$\sum_{i=1}^n t_i = n \cdot T_s + \frac{v_c}{K} + \frac{n \cdot e - D_v}{v_c} \quad n > N \quad (3.10)$$

O veículo seguinte passará na linha de paragem no instante:

$$\sum_{i=1}^{n+1} t_i = (n+1) T_s + \frac{v_c}{K} + \frac{(n+1) e - D_v}{v_c} \quad n > N \quad (3.11)$$

Deste modo o intervalo de tempo entre os veículos $(n+1)$ e (n) , é:

$$t_{n+1} = T_s + \frac{e}{v_c} \quad (3.12)$$

Uma vez que os veículos $(n+1)$ e (n) passam em regime de saturação, o valor dado pela expressão (3.12) representa o inter-

valo mínimo entre veículos sucessivos, donde:

$$\frac{1}{s} = T_s + \frac{e}{v_c} \quad (3.13)$$

Resultando para T_s a seguinte expressão:

$$T_s = \frac{1}{s} - \frac{e}{v_c} \quad (3.14)$$

Onde $s[\text{veic}\cdot\text{s}^{-1}]$ é o débito de saturação para uma via de tráfego.

3.2.3 - Determinação do tempo perdido no arranque

Substituindo na expressão (3.4) relativa ao tempo perdido no arranque o resultado apresentado na expressão (3.9) resulta:

$$t_{pa} = N \cdot T_s + \frac{v_s}{K} + \frac{N \cdot e - D_v}{v_c} - N \frac{1}{s} \quad (3.15)$$

Atendendo à expressão (3.14) vem:

$$t_{pa} = \frac{v_e}{K} - \frac{D_v}{v_c} \quad (3.16)$$

Finalmente, tendo em conta que $\underline{D_v}$ é obtido através da expressão (3.6):

$$t_{pa} = \frac{v_c}{3 K} \quad (3.17)$$

com

$t_{pa}[\text{s}]$ - tempo perdido no arranque

$v_c [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

$K [m \cdot s^{-2}]$ - aceleração média até atingir $\underline{v_c}$

Adoptando uma aceleração média de $1 m \cdot s^{-2}$ os valores do tempo perdido no arranque em função da velocidade de cruzeiro são dados no quadro 3.I.

Quadro 3.I - Tempo perdido no arranque em função da velocidade de cruzeiro

$K = 1 m \cdot s^{-2}$	$v_c [m \cdot s^{-1}]$ ($v_c [Km \cdot h^{-1}]$)				
	8 (28,8)	10 (36)	12 (43)	14 (50,4)	16 (57,6)
$t_{pa} [s]$	2,7	3,3	4	4,7	5,3

Estes valores são ligeiramente mais elevados do que os encontrados em observações realizadas em Londres[3.2]. Estas diferenças podem, contudo, explicar-se devido a que nessa cidade, como noutras, o sinal luminoso dispor de um pré-aviso constituído pelo aparecimento simultâneo da indicação de amarelo com a indicação de vermelho, a anteceder o início do tempo de verde. Nestas circunstâncias reduz-se a perda de tempo no arranque do primeiro veículo parado, o que se reflete de acordo com o modelo acabado de descrever, geralmente na diminuição do tempo perdido no arranque de 1 a 2 segundos.

Outros factores podem afectar o tempo perdido no arranque, designadamente no caso de haver peões a atravessar a via de tráfego no momento em que se inicia o tempo de verde, atrasando, por conseguinte, o arranque dos veículos.

3.3 - Tempo adicional de passagem

Entre o sinal verde e o vermelho existe um intervalo de tempo de transição caracterizado pelo sinal amarelo. Durante este intervalo de tempo são admitidas partidas apenas para os veículos, que devido à sua velocidade e distância a que se encontram da linha de paragem não possam travar em condições de segurança no fim do tempo de verde.

A decisão entre avançar ou parar é subjectiva dependendo da avaliação da situação feita pelo condutor e do risco que ele pretenda assumir.

Por definição, o tempo adicional de passagem corresponde ao valor médio do tempo de amarelo utilizado para a partida dos veículos. É possível determinar o seu valor recorrendo ao método do Probit, através do qual se pretende conhecer a reacção de um conjunto de indivíduos quando sujeitos à aplicação de um estímulo exterior.

3.3.1 - O método do Probit

A análise Probit consiste em estimar a relação existente entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes. A variável dependente apenas pode tomar dois valores que correspondem à resposta dada por cada um dos indivíduos sujeitos a um certo estímulo, cujo valor é definido pelo conjunto das variáveis independentes.

Admite-se a existência de um valor crítico em função das variáveis independentes, que condiciona o valor a atribuir à variável binária dependente. A cada indivíduo está associado um determinado valor crítico, cuja distribuição, por hipótese, se considera ser definida por uma distribuição normal multidimensional.

Designando por $E(X_1, X_2, \dots, X_n)$ o estímulo a ser aplicado e por E_c o valor crítico, a resposta R ao estímulo é dada pelo seguinte critério:

$$R = 1 \quad \text{se} \quad E \geq E_c$$

$$R = 0 \quad \text{se} \quad E < E_c$$

Pretende-se conhecer a relação entre a percentagem P dos indivíduos com $R = 1$ em função do valor do estímulo E a que estão sujeitos, isto é:

$$P = P(E_c \leq E) = \int_{-\infty}^E f(x_1, x_2, \dots, x_n) \, dx_1 \, dx_2 \dots dx_n \quad (3.18)$$

Sendo $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ a função de densidade de probabilidade conjunta.

Não é fácil estabelecer a relação entre P e E por aplicação directa da expressão (3.18). No entanto, se for definida uma nova variável Y tal que:

$$Y = \text{Probit } (P) \quad (3.19)$$

obtém-se uma relação linear entre Y e E .

O Probit (P) é dado pelo valor de $\underline{y}$ de modo a que:

$$P = \int_{-\infty}^{\underline{y}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-5)^2}{2}} dy \quad (3.20)$$

Isto é, a variável aleatória $\underline{y}$ segue uma distribuição normal com média igual a cinco e variância igual a um. A adopção destes valores justifica-se por proporcionarem uma maior simplicidade nos cálculos, uma vez que $\underline{y}$ só raramente é negativo (a probabilidade para que isso aconteça é aproximadamente igual a 3×10^{-7}).

Uma análise mais pormenorizada será feita para o caso bidimensional, que será o utilizado na determinação do tempo adicional de passagem.

Assim, considere-se uma variável aleatória contínua bidimensional (X_1, X_2) sendo $\underline{X}_1$ e $\underline{X}_2$ independentes, cuja função densidade de probabilidade conjunta é uma distribuição normal bidimensional dada por:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi \sigma_1 \cdot \sigma_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2} \quad (3.21)$$

Sejam $\underline{\mu}_1, \underline{\mu}_2$ e $\underline{\sigma}_1^2, \underline{\sigma}_2^2$ as médias e variância das variáveis $\underline{X}_1$ e $\underline{X}_2$, respectivamente.

Fixados $\underline{x}_1$ e $\underline{x}_2$, a função de probabilidade acumulada da variável (X_1, X_2) é:

$$\begin{aligned} P &= P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) = F(x_1, x_2) = \\ &= \int_{-\infty}^{\underline{x}_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_1}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{\underline{x}_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2} dx_2 \quad (3.22) \end{aligned}$$

Fazendo,

$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu_1}{\sigma_1} \quad \text{e} \quad Z_2 = \frac{X_2 - \mu_2}{\sigma_2} \quad (3.23)$$

Resulta a distribuição normal bidimensional reduzida

$$P = \phi(Z_1, Z_2) = \int_{-\infty}^{Z_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \cdot \int_{-\infty}^{Z_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (3.24)$$

É possível provar que se cada uma das variáveis $\underline{Z}_1$ e $\underline{Z}_2$ segue uma distribuição normal reduzida, então a variável aleatória,

$$Z = Z_1 + A Z_2 \quad (3.25)$$

é normalmente distribuída com média igual a zero e variância igual a $(1 + A^2)$.

Considere-se uma nova variável aleatória $\underline{Z}'$ tal que:

$$Z' = \frac{Z}{\sqrt{1 + A^2}} \quad (3.26)$$

Esta variável $\underline{Z}'$ segue também uma distribuição normal reduzida.

Deste modo é possível fazer corresponder ao valor de $\underline{P}$ definido anteriormente, um valor de $\underline{Z}'$, isto é:

$$P = \int_{-\infty}^{Z'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \phi(Z') \quad (3.27)$$

Tomando como referência uma variável aleatória $\underline{Y}$ que se-

que a lei normal com média igual a cinco e variância igual a um, a respectiva função de probabilidade acumulada é:

$$P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y-5)^2} dy \quad (3.28)$$

Efectuando a mudança de variável:

$$Z = \frac{Y - 5}{1} \quad (3.29)$$

Resulta:

$$P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \phi(z) \quad (3.30)$$

Por definição Probit (P) é o valor de $\underline{y}$ tal que:

$$P(Y \leq y) = P \quad (3.31)$$

Então, tendo em atenção as expressões (3.27), (3.30) e (3.31) vem:

$$\phi(z') = \phi(z) \quad (3.32)$$

E, consequentemente:

$$z' = z \quad (3.33)$$

Substituindo $\underline{z'}$ e $\underline{z}$ pelos valores dados pelas expressões (3.26) e (3.29) obtém-se:

$$\frac{Z}{\sqrt{1+A^2}} = Y - 5$$

E, atendendo a (3.25) fica:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{1+A^2}} Z_1 + \frac{A}{\sqrt{1+A^2}} Z_2 + 5 \quad (3.34)$$

Tendo em atenção (3.23) vem:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{1+A^2}} \frac{X_1 - \mu_1}{\sigma_1} + \frac{A}{\sqrt{1+A^2}} \frac{X_2 - \mu_2}{\sigma_2} + 5$$

$$Y = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{1+A^2}} X_1 + \frac{A}{\sigma_2 \sqrt{1+A^2}} X_2 + 5 - \frac{\mu_1}{\sigma_1 \sqrt{1+A^2}} - \frac{A \cdot \mu_2}{\sigma_2 \sqrt{1+A^2}} \quad (3.35)$$

Obtendo-se finalmente a seguinte relação linear:

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (3.36)$$

No Apêndice B é descrito um método para determinar as estimativas dos coeficientes $\underline{a_0}$, $\underline{a_1}$ e $\underline{a_2}$, baseado no princípio da máxima verosimilhança.

3.3.2 - Determinação do tempo adicional de passagem

A decisão tomada por cada condutor de avançar ou parar no instante em que começa o tempo de amarelo, depende da comparação feita entre o valor do estímulo a que está sujeito e do respectivo valor crítico a ele associado.

Neste caso o estímulo é caracterizado pela distância a que o veículo se encontra da linha de paragem e da velocidade de que vem animado.

O valor crítico do estímulo corresponde ao risco que cada condutor pretende assumir ao transgredir por não ter parado quando tinha condições para o fazer. Naturalmente que cada condutor tem o seu próprio valor crítico, admitindo-se que a resposta seja a mesma quando igualmente solicitado. Isto é, o condutor perante duas situações caracterizadas pela mesma distância e velocidade reagirá sempre do mesmo modo. Na prática, esta hipótese não é completamente verdadeira até porque a avaliação da distância e da velocidade feita pelo condutor não é rigorosa. No entanto, combinando esta variação do valor crítico do estímulo de cada condutor, com a dos outros condutores, verifica-se ser suficiente realista considerar-se que o valor crítico do estímulo, embora variando de condutor para condutor, é constante para cada um deles.

A relação entre a proporção de veículos que param e o estímulo a que estão sujeitos, pode ser calculada a partir da seguinte expressão apresentada em [3.9]:

$$y = 12,5 \log_{10} d_1 - 0,4754 v_c - 7,55 \quad (3.37)$$

sendo

$$y = \text{Probit } (P)$$

$P[\%]$ - percentagem de veículos que param

$d_1[m]$ - distância do veículo à linha de paragem no momento em que o sinal muda para amarelo

$v_c[m \cdot s^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

Para determinar o tempo adicional de passagem é conveniente considerar em vez da distância d_1 o tempo t' , contado desde

o início do tempo de amarelo, para percorrer essa distância.

A expressão (3.37) passa a ter o seguinte aspecto:

$$y = 12,5 \log_{10} (v_c \cdot t') - 0,4754 v_c - 7,55 \quad (3.38)$$

sendo

$t' [s]$ - tempo gasto a percorrer $\underline{d_1}$

Para uma dada velocidade $\underline{v}$, expressa em $m \cdot s^{-1}$, a expressão (3.38) reduz-se a:

$$y = 12,5 \log_{10} t' + K \quad (3.39)$$

com

$$K = 12,5 \log_{10} v - 0,4754 v - 7,55 \quad (3.40)$$

Deste modo, poder-se-á considerar que no instante da mudança do sinal para amarelo, cada condutor fica sujeito à existência de um estímulo $\underline{t'}$ correspondente à avaliação que ele fez do tempo que demora a atingir a linha de paragem. Por outro lado, o valor crítico dos condutores que condiciona o seu comportamento é uma variável aleatória $\underline{T_c}$.

A resposta ao estímulo é dada com base no seguinte critério de decisão:

- o veículo pára se $t' \geq T_c$
- o veículo avança se $t' < T_c$

Fixado $\underline{t'}$ a probabilidade $\underline{P}$ de um veículo parar é, assim, igual a:

$$P = P(T_c \leq t') = F(t') \quad (3.41)$$

Na figura 3.5 representa-se para velocidades de cruzeiro compreendidas entre 8 e 16 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, a relação existente entre o tempo t' e a probabilidade P de paragem.

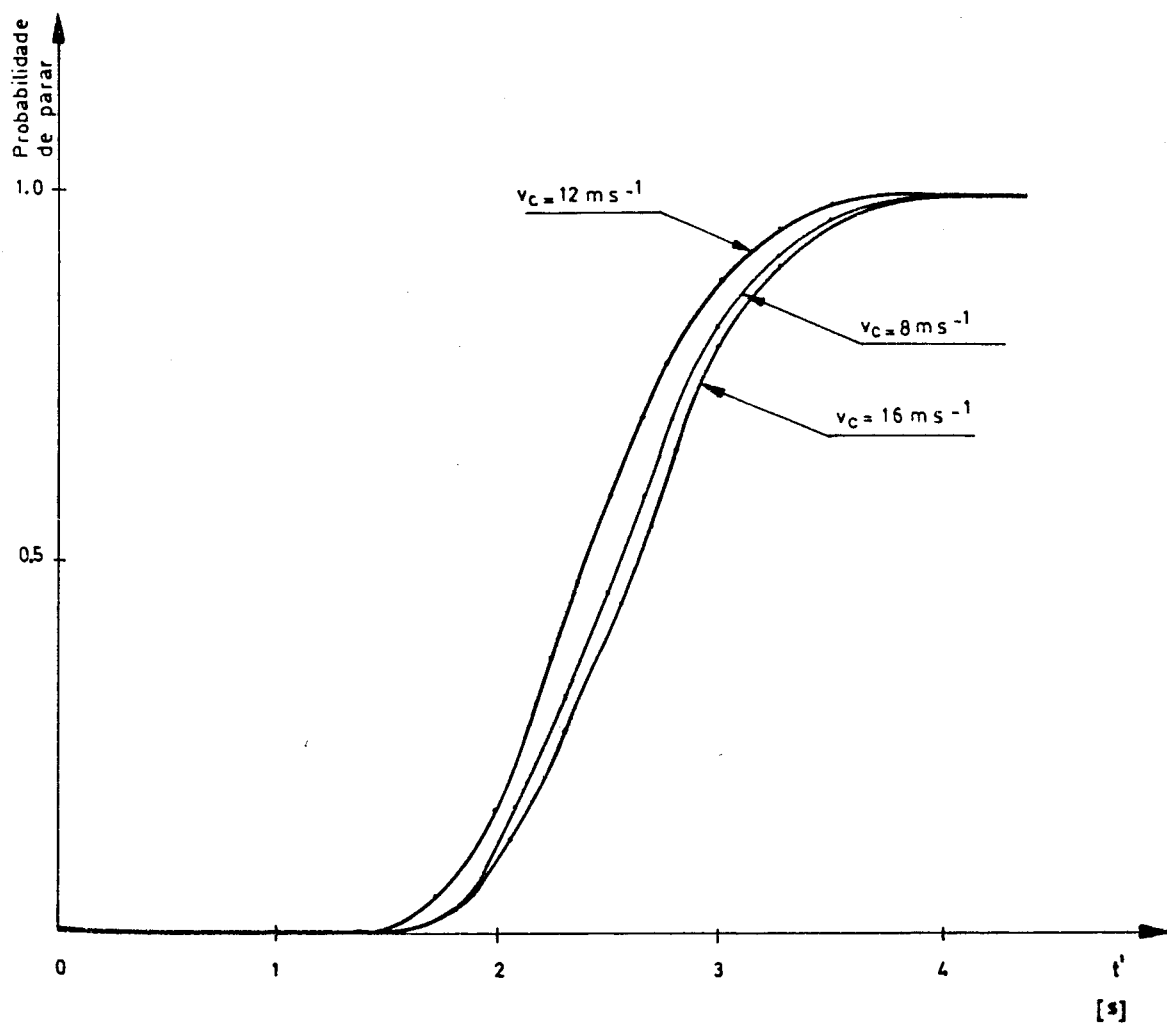


Fig. 3.5 - Probabilidade de parar em função da velocidade de cruzeiro e do tempo de amarelo decorrido

Atendendo ao conceito de Probit e tendo em atenção a equação (3.39), pode-se concluir que o valor crítico dos condutores T_c segue uma distribuição lognormal.

Para determinar o tempo adicional de passagem considera-se que ele vai corresponder, na prática, à média do valor crítico referente ao condutor do último veículo a ultrapassar a linha de paragem.

Retomando a expressão (3.39) pode-se definir uma nova variável aleatória X tal que:

$$x = \log_{10} t' \quad (3.42)$$

Donde resulta:

$$x = \frac{y - K}{12,5} \quad (3.43)$$

A variável aleatória X segue, também, uma distribuição normal com média $E(X)$ e variância $V(X)$ dadas por:

$$E(X) = \frac{E(Y) - K}{12,5} = \frac{5 - K}{12,5} \quad (3.44)$$

$$V(X) = \frac{V(X)}{12,5} = \frac{1}{12,5^2} \quad (3.45)$$

De modo a facilitar os cálculos é preferível na expressão (3.42) transformar o logaritmo decimal em logaritmo neperiano, resultando uma outra variável X_1 definida do seguinte modo:

$$x_1 = \ln t' \quad (3.46)$$

Esta variável X_1 continua a seguir uma distribuição normal, pois a transformação realizada apenas se traduz numa mudança de escala.

Sabendo que a relação entre as variáveis $\underline{X_1}$ e $\underline{X}$ é:

$$x_1 = x \cdot \ln 10 \quad (3.47)$$

Resulta para a média e a variância da variável $\underline{X_1}$, respectivamente, $E(X_1)$ e $V(X_1)$:

$$E(X_1) = \ln 10 \cdot E(X) = \ln 10 \frac{5 - K}{12,5} \quad (3.48)$$

$$E(X_1) = 0,184 (5 - K)$$

$$V(X_1) = \left(\frac{\ln 10}{12,5} \right)^2 = 0,034 \quad (3.49)$$

Como $\underline{T_C}$ tem uma distribuição lognormal o respectivo valor médio e variância podem ser calculados a partir das expressões (2.54) e (2.55):

$$E(T_C) = e^{\frac{E(X_1) + \frac{V(X_1)}{2}}}{\quad} \quad (3.50)$$

$$V(T_C) = e^{\frac{2(E(X_1) + V(X_1))}{\quad}} - e^{2E(X_1) + V(X_1)} \quad (3.51)$$

Com $E(X_1)$ e $V(X_1)$ definidos por (3.48) e (3.49).

Com base nestas expressões e atendendo a que,

$$t_{ap} = E(T_C) \quad (3.52)$$

é possível determinar para várias velocidades o valor do tempo adicional de passagem, cujos resultados constam do quadro 3.II

Quadro 3.II - Tempo adicional de passagem em
função da velocidade de cruzeiro

		$v_c [m \cdot s^{-1}] \quad (v_c [Km \cdot h^{-1}])$				
		8 (28,8)	10 (36)	12 (43)	14 (50,4)	16 (57,6)
$t_{ap} [s]$	Exp. [3.52]	2,6	2,5	2,4	2,5	2,6
	Exp. [3.53]	2,2	2,4	2,7	2,9	3,1

Estes valores correspondem aproximadamente aos apresentados em estudos relativos a estes parâmetros. Designadamente Pignataro [3.11] apresenta para o cálculo do tempo adicional de passagem a seguinte expressão:

$$t_{ap} = 1,32 + 0,1116 v_c \quad (3.53)$$

com

$t_{ap} [s]$ - tempo adicional de passagem

$v_c [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

Os valores calculados por esta expressão considerando diferentes velocidades estão no quadro 3.II, podendo observar-se que não são significativas sob o ponto de vista prático as diferenças entre os pares de valores para a mesma velocidade.

Com bases nos quadros 3.I e 3.II e atendendo à expressão (3.2), é possível organizar o quadro 3.III referente ao tempo perdido numa corrente de tráfego em função da velocidade de cruzeiro.

Quadro 3.III - Tempo perdido em função da
velocidade de cruzeiro

	$v_c [m \cdot s^{-1}] \quad (v_c [Km \cdot h^{-1}])$				
	8 (28,8)	10 (36)	12 (43)	14 (50,4)	16 (57,6)
$\ell [s]$	0	1	2	2	3

3.4 - Tempo de interverde

Entre o fim do tempo de verde duma fase e o início do tempo de verde da fase seguinte existe um intervalo de tempo de transição constituído pelo tempo de amarelo fixo e o tempo de tudo-vermelho.

Os condutores necessitam de ser avisados com antecedência da próxima mudança de sinal para vermelho, de forma a que os veículos possam parar em condições de segurança. O tempo de amarelo destina-se a proporcionar uma adaptação gradual à nova situação que obriga à paragem dos veículos.

Por outro lado, todos os veículos que foram admitidos no cruzamento devem de lá sair, antes que os outros veículos cujas trajectórias tenham pontos de conflito com aquelas recebam indicação de luz verde. É criado, assim, um tempo de tudo-vermelho durante o qual o sinal é vermelho para ambos os movimentos.

Sob o ponto de vista da segurança facilmente se compreende que em cruzamentos comandados por sinalização luminosa,

os intervalos de tempo críticos onde poderá ocorrer um maior número de acidentes correspondem a estes períodos de transição entre fases.

Durante o tempo de amarelo os condutores que se aproximam da linha de paragem têm de tomar decisões de avançar ou parar, podendo ser, por vezes, incompatíveis as decisões relativas aos condutores de veículos consecutivos. Se o condutor da frente decide parar e o que o segue avança, há o risco de colisão frente-traseira.

Outro tipo de acidente ocorre quando os condutores, cujos veículos descrevem trajectórias com pontos de conflito, decidem avançar podendo dar origem a uma colisão frente-lateral. O risco destes acidentes reduz-se, não só com o tempo de tudo-vermelho destinado a proceder à limpeza do cruzamento antes de dar direito de passagem às outras correntes de tráfego, mas também com um dimensionamento correcto do tempo de amarelo a fim de diminuir as infracções resultantes da passagem com o sinal vermelho.

3.4.1 - Determinação do tempo de amarelo

Sob o ponto de vista legal um condutor quando vê o sinal amarelo não pode ultrapassar a linha de paragem, a menos que esteja tão próximo dela que não possa parar em condições de segurança. No entanto, uma lei para ser eficaz depende não só da sua aceitação por parte da população como também das penalidades

associadas ao seu não cumprimento. Neste caso é difícil verificar se um veículo tem condições para parar ou não, pelo que na prática é geralmente aceite uma interpretação diferente para esta lei, tornando-a simultâneamente menos restritiva e mais fácil de controlar, que consiste no seguinte:

Quando aparece o sinal amarelo fixo um condutor não deve ultrapassar a linha de paragem, a menos que o veículo esteja tão próximo dela que a possa passar antes que o sinal vermelho surja.

Normalmente estas duas interpretações interligam-se de modo que o condutor quando avalia a situação a fim de tomar a decisão de parar ou avançar, necessita de conhecer se pode passar a linha de paragem antes do tempo de vermelho aparecer e/ou se pode parar em condições de segurança antes da linha de paragem.

Acontece que a decisão do condutor tem características contínuas e probabilísticas e não como seria uma situação idealmente mais favorável em que a decisão seria discreta e determinística. Isto é, conforme se representa na figura 3.6 uma situação ideal ocorreria se a decisão dependesse apenas da distância à linha de paragem. Duas zonas seriam perfeitamente definidas de modo que a decisão de parar ou avançar quando o condutor vê o sinal amarelo, dependeria da distância do veículo à linha de paragem ser, respectivamente, inferior ou superior a um determinado valor fixo igual a K .

Em princípio este valor K corresponde à distância de paragem d_p , cujo valor, conforme se demonstra no Apêndice C, pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

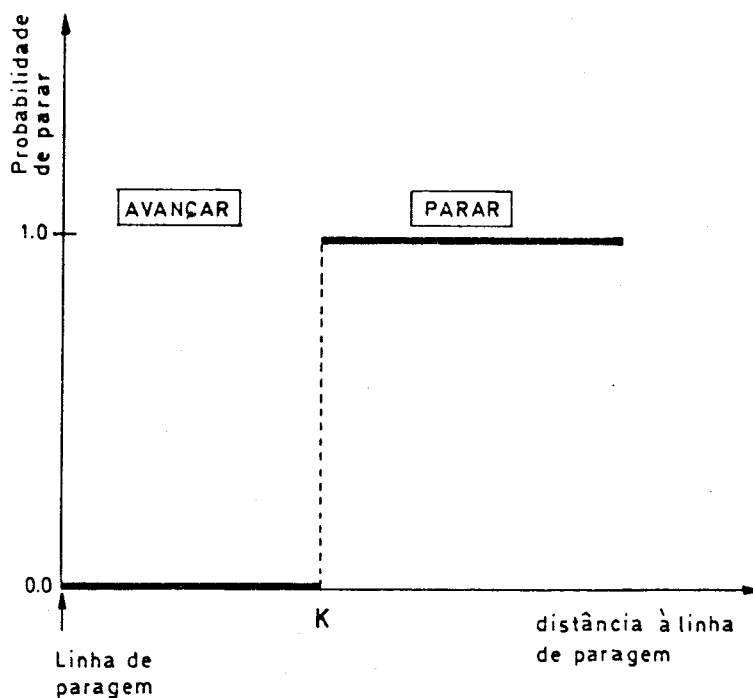


Fig. 3.6 - Probabilidade de parar em função da distância numa situação ideal

$$d_p = Tr \cdot v + \frac{v^2}{2 K_d} \quad (3.54)$$

com

d_p [m] - distância de paragem

v [$m \cdot s^{-1}$] - velocidade do veículo

Tr [s] - tempo de percepção-reacção

K_d [$m \cdot s^{-2}$] - aceleração média durante a travagem

Segundo estudos desenvolvidos pelo TRRL, recomendam-se os seguintes valores:

$$Tr = 1 \text{ s}$$

$$K_d = 3 \text{ m} \cdot s^{-2}$$

Substituindo estes valores em (3.54) resulta:

$$d_p = v + \frac{v^2}{6} \quad (3.55)$$

Nesta situação ideal não haveria acidentes do tipo colisão frente-traseira porque todos os condutores teriam a mesma decisão para as mesmas condições. A situação real é, contudo, distinta desta, como o prova a figura 3.7 obtida a partir da expressão (3.37). Esta figura é semelhante à apresentada em 3.5 apenas com a alteração de se ter marcado distâncias em vez de tempos no eixo das abcissas.

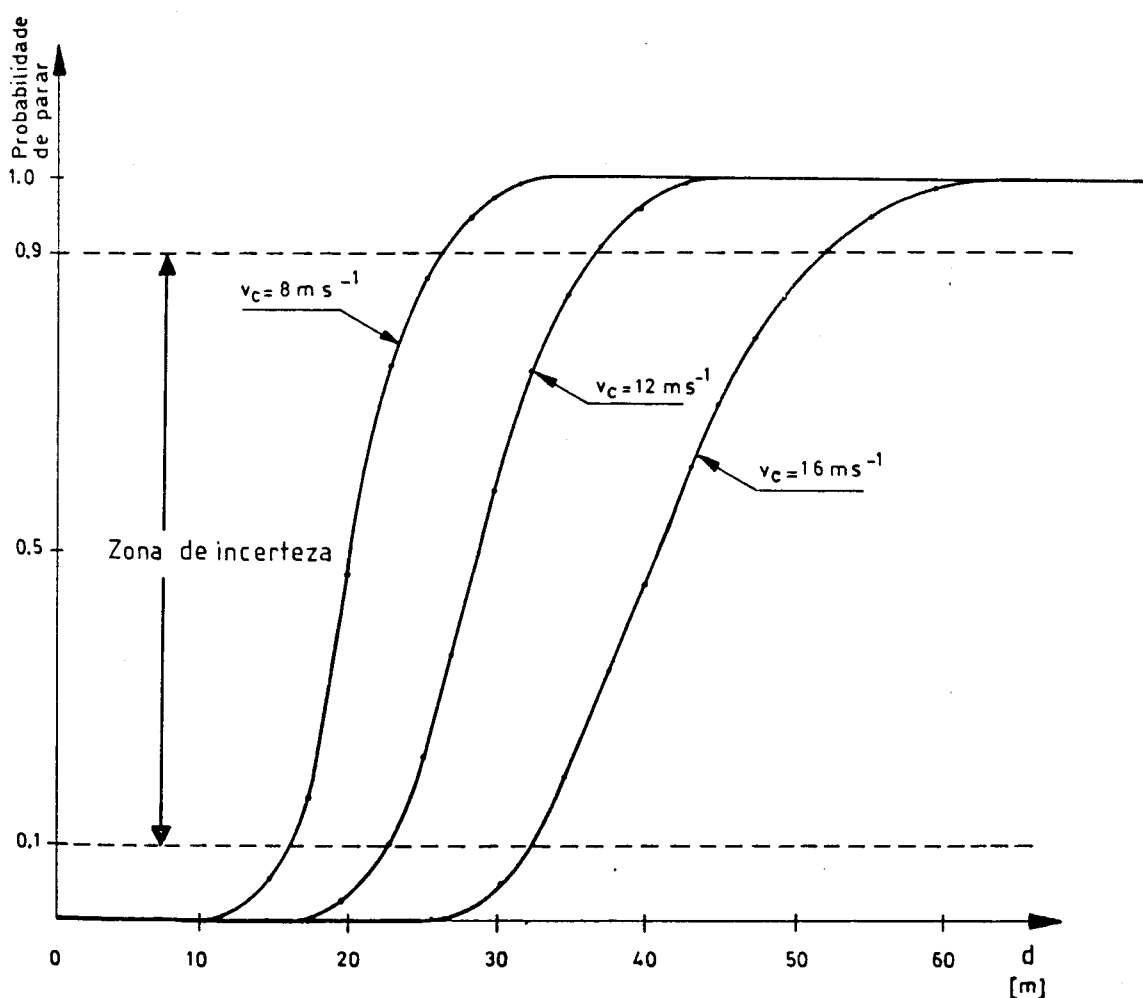


Fig. 3.7 - Probabilidade de parar em função da velocidade e da distância à linha de paragem

Na figura 3.7 é possível observar que para uma dada distância à linha de paragem uns condutores decidem avançar enquanto outros decidem parar. Esta incerteza em relação à decisão a tomar é, como se referiu, potencialmente perigosa.

Naturalmente, que o objectivo é minimizar o comprimento da zona onde ocorre esta incerteza, que no caso da situação ideal se reduzia a um único ponto K, considerando-se que, em termos estatísticos, define-se incerteza quando a probabilidade associada a cada uma das respostas é superior a 10%.

O conhecimento da situação requer que o condutor disponha de informação suficiente acerca de um conjunto de factores, entre os quais se destacam os seguintes:

- a) Distância a percorrer até à linha de paragem
- b) Velocidade a que circula
- c) Tipo e estado do pavimento
- d) Eficácia da travagem
- e) Consequências das decisões a tomar
- f) Tempo de amarelo disponível

Não é difícil obter a informação necessária tendo em vista conhecer estimativas razoáveis de cada um destes factores, exceptuando o último (item f) para o qual é indispensável saber a duração do tempo de amarelo. Neste sentido, seria razoável uniformizar, para uma dada região, a duração do tempo de amarelo, permitindo que os condutores disponham de uma mais completa informação reduzindo o grau de incerteza quanto à resposta ade-

quada. Contudo, neste caso facilmente os condutores se situam na zona de dilema para a qual eles não podem ultrapassar a linha de paragem durante o tempo de amarelo e, também, não podem parar em condições de segurança.

Com efeito, no fim do tempo de verde cada veículo pode encontrar-se em qualquer uma das quatro zonas a seguir definidas com auxílio da figura 3.8.

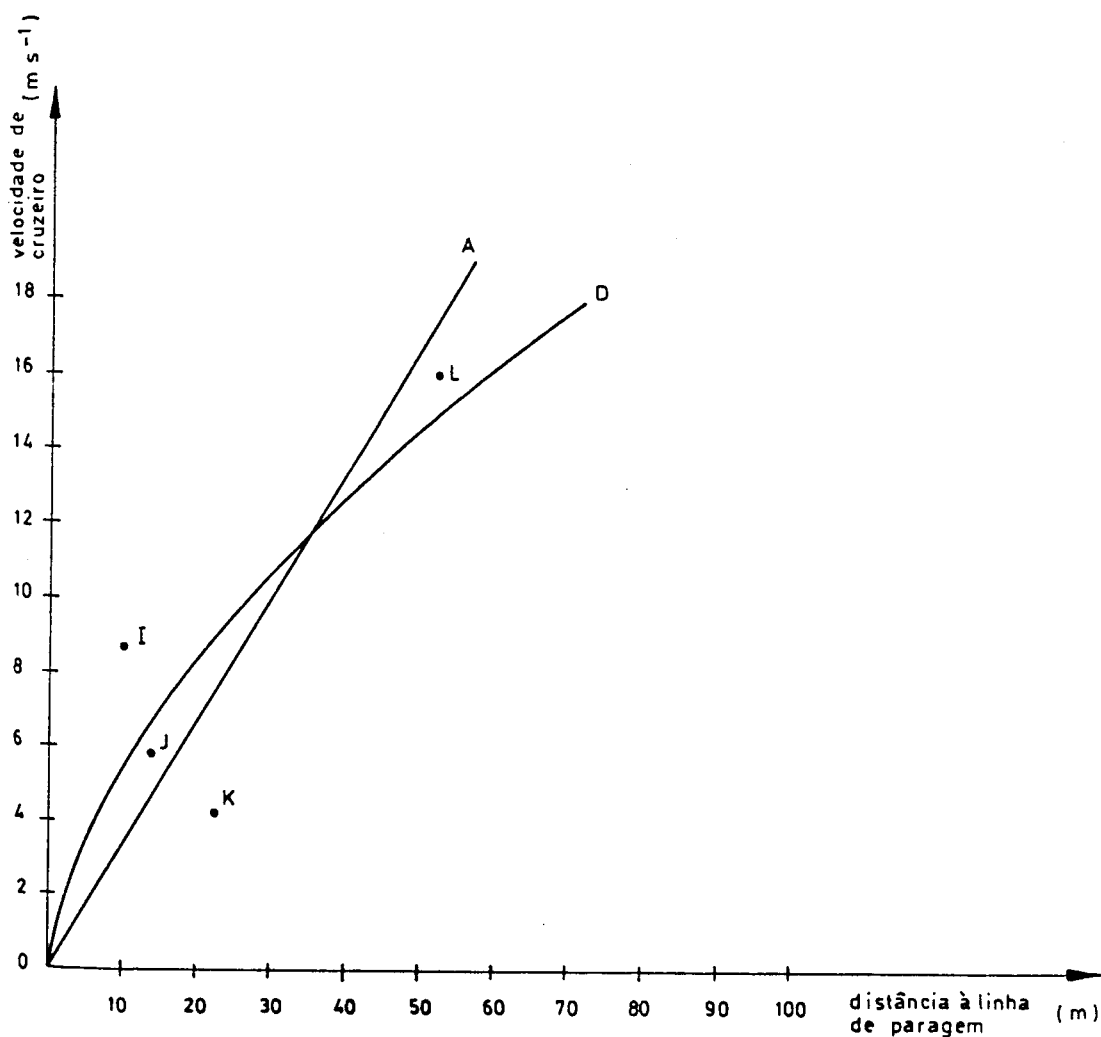


Fig. 3.8 - Zonas de decisão dos condutores para um tempo de amarelo igual a 3 s

No sistema de eixos utilizado marcaram-se em abcissas as distâncias à linha de paragem e nas ordenadas a velocidade com que o veículo se aproxima da linha de paragem (velocidade de cruzeiro).

A curva OD representa graficamente a relação dada pela expressão (3.55) entre a distância de paragem e a velocidade de cruzeiro.

A curva OA representa a distância, em função da velocidade, que um veículo percorre durante o tempo de amarelo, supondo que este era constante e igual a três segundos.

Admitindo que a decisão do condutor era do tipo determinístico, o que não se verifica conforme se referiu, é possível distinguir quatro zonas de decisão limitadas pelas curvas (OA) e (OD) e pelos eixos cartesianos, com as seguintes características:

a) Zona de passagem: compreendida entre o eixo das ordenadas e a curva OA e OD conforme a que ficar mais próxima desse eixo. Quando um veículo está localizado nesta zona no início do tempo de amarelo já não pode parar a não ser que utilize valores muito elevados da aceleração (negativa) e ao passar a linha de paragem fá-lo, ainda, com o sinal amarelo. Corresponde ao ponto I assinalado na figura 3.8.

b) Zona de opção: compreendida entre as duas curvas, sendo a superior a curva OD. Corresponde ao ponto J da figura 3.8 e representa a situação em que o veículo tem distância suficiente para parar, mas se o não fizer ainda ultrapassará a linha de paragem antes do sinal vermelho aparecer.

Nesta zona os condutores estão sujeitos ao risco de colisão do tipo frente-traseira devido a que qualquer uma das deci-

sões poder vir a ser adoptada.

c) Zona de paragem: compreendida entre o eixo das abcissas e as curvas OA ou OD conforme a que ficar mais abaixo. O veículo nestas condições deve parar, o que poderá fazer com comodidade. Se o condutor decidir avançar irá ultrapassar a linha de paragem já com o sinal vermelho. Na figura está representada esta situação pelo ponto K.

d) Zona de dilema: compreendida entre as duas curvas, sendo a superior a curva OA. Neste caso, o condutor, para a velocidade que circula, está demasiado próximo da linha de paragem para poder parar com comodidade, e por outro lado se avançar já não passa a linha de paragem com o sinal amarelo. Corresponde na figura ao ponto L.

Qualquer que seja a decisão do condutor ela comporta sempre um grave risco de acidente, quer do tipo frente-traseiro provocada por uma paragem de emergência, quer do tipo frente-lateral devido a ter passado a linha de paragem com o sinal vermelho.

Deste modo, para eliminar a zona de dilema há vantagem em não adoptar sempre a mesma duração do tempo de amarelo, quaisquer que sejam as características das correntes de tráfego envolvidas.

Nos casos em que o veículo já não possa parar, o tempo de amarelo deve permitir que o veículo entre no cruzamento antes do sinal vermelho aparecer. Para determinar o seu valor considera-se o caso limite em que o veículo, no início do tempo de amarelo, está a uma distância da linha de paragem, igual à distância de paragem, o que, na prática, corresponde ao veículo já não poder parar com comodidade

A duração do tempo de amarelo A será igual ao tempo necessário para que o veículo animado da velocidade $\underline{v}$, percorra a distância de paragem $\underline{d_p}$, isto é:

$$A = \frac{\underline{d_p}}{\underline{v}} \quad (3.56)$$

De acordo com a expressão (3.55) a distância de paragem aumenta com a velocidade, pelo que, por razões de segurança, dever-se-á adoptar na expressão (3.56) a velocidade correspondente aos veículos mais rápidos.

Preferencialmente este valor de velocidade devia ser obtido por medição directa no local. Nos casos em que tal não suceda, admite-se que a velocidade segue uma distribuição normal de média $\bar{v}$ e desvio-padrão σ_v , fixando-se o limite superior de velocidade o referente ao percentil da ordem 0,85. Isto corresponde sensivelmente em estabelecer um valor para a velocidade máxima igual à soma da velocidade média com o desvio-padrão.

Na falta de valores mais precisos pode utilizar-se como ordem de grandeza um desvio-padrão cerca de 15% da velocidade média. Nestas condições obtém-se:

$$v_{85} = 1,15 \bar{v} \quad (3.57)$$

sendo

$v_{85} [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade correspondente ao percentil 0,85

$\bar{v} [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade média

Deste modo para o tempo de amarelo vem, de (3.55),

$$A = \frac{\underline{d_p}}{\underline{v}} = 1 + \frac{v}{6}$$

sendo $\underline{y}$ definido por (3.57), donde

$$A = 1 + 0,19 v_c \quad (3.58)$$

sendo

$A [s]$ - tempo de amarelo

$v_c [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

No quadro 3.IV apresentam-se os valores do tempo de amarelo obtidos por aplicação da expressão (3.58):

Quadro 3.IV - Duração do tempo de amarelo em função da velocidade de cruzeiro

	$v_c [m \cdot s^{-1}] \quad (v_c [Km/h])$				
	8 (28,8)	10 (36)	12 (43)	14 (50)	16 (58)
$A [s]$	3	3	3	4	4

Considerando os tempos de amarelo apresentados no quadro 3.IV a definição das zonas de decisão dos condutores é apresentada na figura 3.9.

Por observação da figura 3.9 verifica-se que desapareceu a zona de dilema como se pretendia.

A eliminação da zona de dilema era, também, conseguida se o tempo de amarelo fosse constante e igual a 4 s. No entanto,

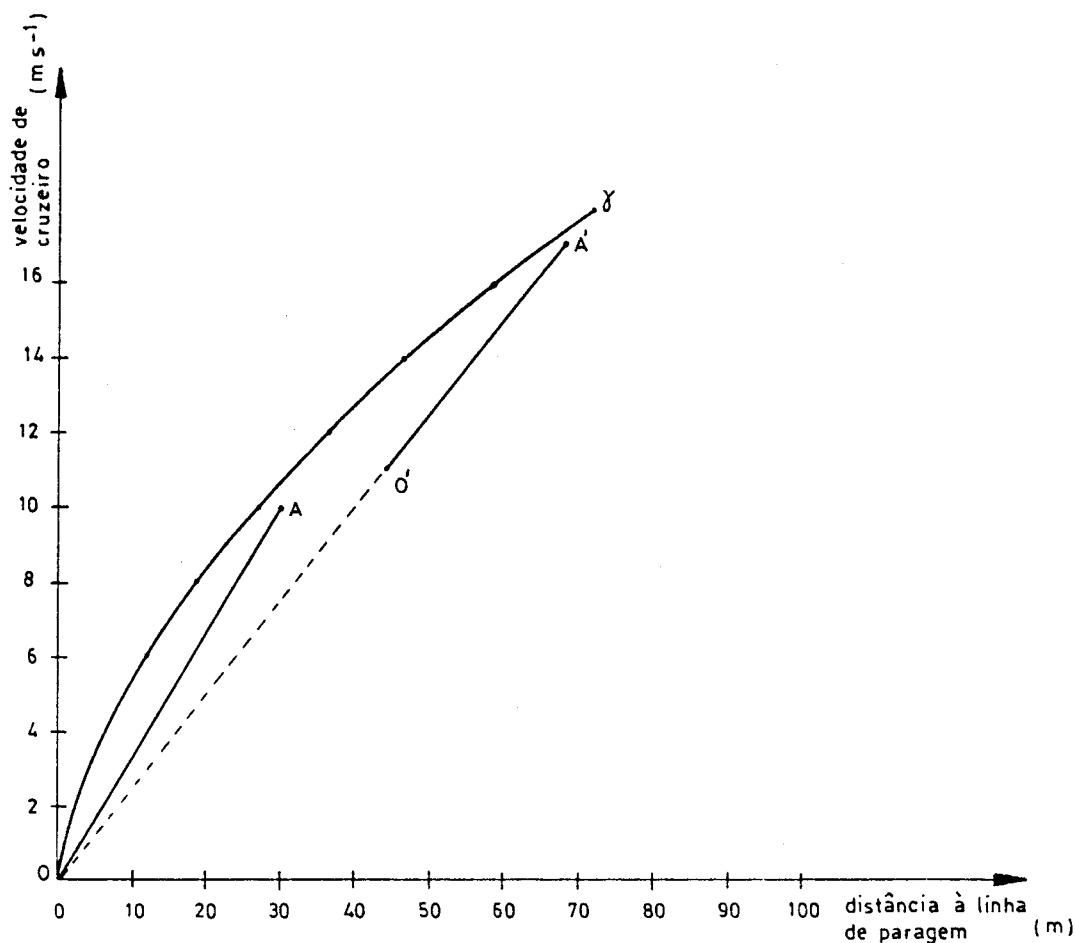


Fig. 3.9 - Zonas de decisão dos condutores com o tempo de amarelo dado pelo quadro 3.IV

esta solução conduziria a um aumento da zona de opção, conforme se verifica na figura 3.9 se o segmento O'A' fosse prolongado até à origem.

Sendo a zona de opção uma zona de risco de acidente, a sua área deve ser minimizada pelo que será preferível adoptar-se para o tempo de amarelo os valores apresentados no quadro 3.IV. Note-se que se o comprimento da zona de opção for superior à distância entre os veículos sucessivos, ambos os condutores situar-se-ão na zona de opção e portanto há sempre o perigo de o condutor da frente decidir parar e o condutor seguinte resolver avançar.

3.4.2 - Determinação do tempo de tudo-vermelho

Sendo permitido, na prática, que os veículos avancem até ao fim do tempo de amarelo, deverá ocorrer depois dele e antes do sinal verde da fase seguinte um tempo de limpeza. A sua função é permitir que os veículos entrados no cruzamento o abandonem antes que os veículos correspondentes à fase seguinte tenham direito de passagem.

O tempo de limpeza deve ser o tempo necessário para que o veículo que avançou no instante em que termina o sinal amarelo, ultrapasse o ponto de conflito, antes que este ponto seja alcançado pelos outros veículos.

O seu valor deve ser determinado para todos os pares de correntes de tráfego incompatíveis que recebem indicação de luz verde em fases consecutivas. O valor máximo dos tempos de limpeza obtidos entre duas fases consecutivas é o tempo de tudo-vermelho, durante o qual os sinais luminosos correspondentes a essas correntes de tráfego apresentam luz vermelha simultaneamente.

Para calcular o tempo de limpeza pode utilizar-se a seguinte expressão geral:

$$T_{\ell} = \frac{d_f + e}{v_f} - \frac{d_i}{v_i} \quad (3.59)$$

sendo

T_{ℓ} [s] - tempo de limpeza

d_f [m] - distância da linha de paragem ao ponto de conflito relativa à corrente de tráfego f que perde o direito de passagem

e [m] - espaçamento médio dos veículos

v_f [m · s⁻¹] - velocidade relativa à corrente de tráfego f

d_i [m] - distância da linha de paragem ao ponto de conflito relativa à corrente de tráfego i que vai receber direito de avançar

v_i [m · s⁻¹] - velocidade relativa à corrente de tráfego i

Note-se que não foi incorporado na expressão (3.59) o tempo perdido no arranque do veículo que vai receber permissão de avançar. Pode acontecer que um veículo tendo partido no início do sinal verde não tenha perdido tempo no arranque e como tal é necessário salvaguardar esta situação.

Para o espaçamento médio pode adoptar-se um valor igual a 5,5 m.

Por outro lado, a velocidade v_f a adoptar na expressão (3.59) deve ser a velocidade mais baixa verificada na corrente de tráfego, pois isso corresponde à situação mais desfavorável.

Tal como anteriormente o valor desta velocidade deve preferencialmente ser obtido por medição directa no local. Não sendo possível, pode utilizar-se a velocidade v_{15} correspondente ao Percentil de ordem 0,15, isto é:

$$v_f = v_{15} = \bar{v} - \sigma_v \quad (3.60)$$

Sendo o significado das variáveis igual ao apresentado atrás.

Tomando os valores já sugeridos vem:

$$v_{15} = 0,85 v_c \quad (3.61)$$

Para v_i recomenda-se em [3.6] uma velocidade igual a 40 Km $\cdot$ h $^{-1}$ ($\approx$ 11 m $\cdot$ s $^{-1}$).

Combinando estes resultados, a expressão (3.59) passa a ter o aspecto seguinte:

$$T_\ell = \frac{5,5 + d_f}{0,85 v_c} - \frac{d_i}{11}$$

Como se referiu o tempo de tudo vermelho é igual ao máximo dos tempos de limpeza calculados para todos os pontos de conflito entre correntes de tráfego incompatíveis que avançam em fases consecutivas.

A soma do tempo de amarelo com o tempo de tudo vermelho é o tempo de interverde.

CAPÍTULO 4

PARÂMETROS DE FUNCIONAMENTO

4.1 - Introdução

As condições de escoamento num cruzamento comandado por sinais luminosos podem ser caracterizadas por um conjunto de parâmetros, alguns dos quais são utilizados, em geral, para estabelecer os critérios de otimização no cálculo da regulação dos sinais luminosos.

Um parâmetro fundamental para a análise do cruzamento diz respeito à capacidade definida em relação à entrada associada a uma corrente de tráfego. Como em qualquer outra secção da rede viária, à medida que os débitos de chegada se aproximam da capacidade as condições de circulação são cada vez piores, com atrasos maiores e um maior número de paragens.

A capacidade é representada pelo número máximo de veículos que podem passar por unidade de tempo na linha de paragem, atendendo às condições existentes relativas ao tráfego, à geometria da entrada e à regulação do sinal luminoso.

Assim, a capacidade de uma entrada depende do débito de saturação correspondente à corrente de tráfego e da proporção de tempo de passagem que lhe é atribuída, podendo ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$Q = \frac{s \cdot g}{C} \quad (4.1)$$

sendo

$Q[\text{veic.s}^{-1}]$ - capacidade

$s[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação

$g[s]$ - tempo de verde útil

$C[s]$ - duração do ciclo

Geralmente, a capacidade é usada no estabelecimento das equações de restrição, não permitindo que os débitos de chegada a ultrapassem.

Para definir os critérios de optimização é mais vulgar recorrer-se aos atrasos, ou às paragens, ou, ainda, a uma combinação linear destes, que traduza, por exemplo, o consumo de combustível.

Na dedução das expressões utilizadas no cálculo dos parâmetros de funcionamento que a seguir são descritos, consideram-se modelos simplistas, mas que têm demonstrado serem suficientemente realistas para os objectivos propostos.

De acordo com o que se referiu no Capítulo 1, apenas se analisará a situação em que o regime de funcionamento é estável e, portanto, aquém da saturação.

Na generalidade dos modelos destinados a estudar o comportamento do tráfego em cruzamentos com sinalização luminosa admite-se que o regime de partidas é o apresentado no Capítulo 2, em que as partidas se efectuam durante o tempo de verde útil. O ritmo de partidas é dado pelo débito de saturação ou pelo débito de chegadas conforme exista fila de espera ou não, respectivamente.

4.2 - Análise de um modelo com intervalos de chegadas de veículos regulares

O modelo mais simplista consiste em ignorar a natureza discreta e aleatória das chegadas dos veículos, considerando que o tráfego se comporta como um fluido escoando-se de um modo contínuo.

Apesar desta hipótese pouco realista as expressões deduzidas a partir deste modelo são utilizadas, como adiante se verá, em modelos mais complexos.

A evolução no tempo da fila de espera é apresentada na figura 4.1, sendo o atraso total durante um ciclo dado pela área do triângulo respectivo.

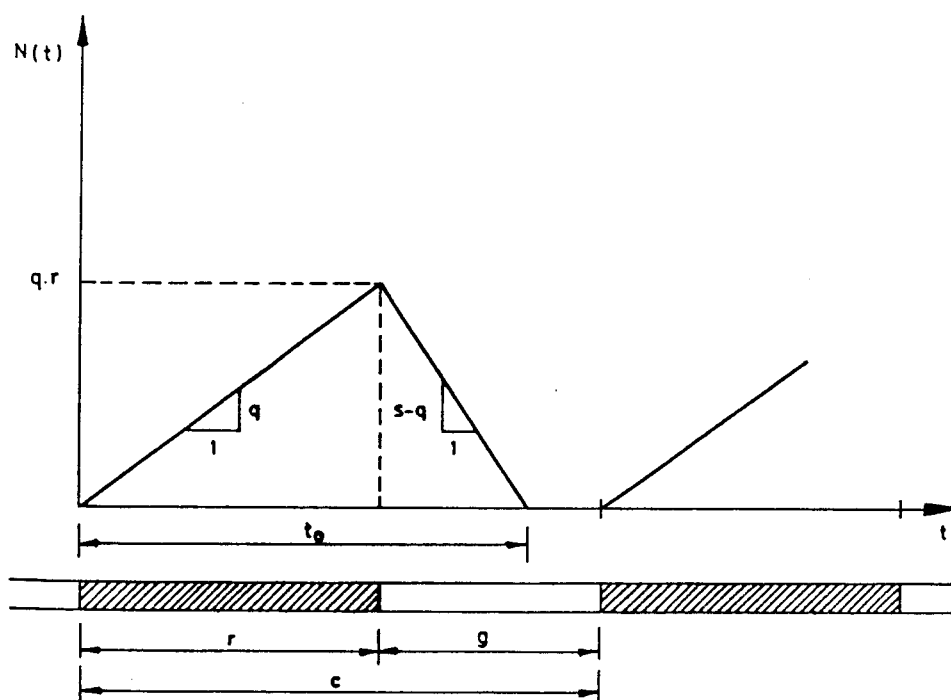


Fig. 4.1 - Evolução da fila de espera durante um ciclo

Considerando para origem dos tempos o início do tempo de vermelho útil, o valor de t_0 correspondente ao instante em que a fila de espera se anula, pode ser calculada a partir de:

$$q \cdot t_0 = s (t_0 - r)$$

$$t_0 = \frac{s \cdot r}{s - q} \quad (4.2)$$

sendo

$t_0 [s]$ - tempo em que existe fila de espera por ciclo

$s [\text{veic.} \cdot s^{-1}]$ - débito de partidas

$r [s]$ - tempo de vermelho útil

$q [\text{veic.} \cdot s^{-1}]$ - débito de chegadas

O número de veículos que sofrem atraso durante um ciclo é dado por:

$$N_d = q \cdot t_0 \quad (4.3)$$

Atendendo a (4.2) vem:

$$N_d = \frac{q \cdot s \cdot r}{s - q} \quad (4.4)$$

Designando por y o índice de carga duma corrente de tráfego, tal que:

$$y = \frac{q}{s} \quad (4.5)$$

Vem para a expressão (4.4):

$$N_d = \frac{q r}{1 - y} \quad (4.6)$$

com,

N_d - número de veículos atrasados num ciclo

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$r[s]$ - tempo de vermelho útil

y - índice de carga

A proporção p de veículos que sofrem atraso num ciclo com duração C é:

$$p = \frac{q \cdot t}{q \cdot C} = \frac{t_0}{C} = \frac{r}{C(1-y)} \quad (4.7)$$

Designando por λ a proporção do tempo de verde útil resulta para (4.7):

$$p = \frac{1 - \lambda}{1 - y} \quad (4.8)$$

O número médio de veículos $\bar{N}$ na fila de espera durante um ciclo é:

$$\bar{N} = \frac{q \cdot r^2 / 2 + q \cdot r / 2 (t_0 - r)}{C} = \frac{q \cdot r \cdot t_0}{2 C} \quad (4.9)$$

Substituído t_0 pelo valor dado na expressão (4.2) e atendendo a (4.5) vem:

$$\bar{N} = \frac{q \cdot r^2}{2 C (1 - y)} \quad (4.10)$$

O atraso total D_C durante um ciclo obtém-se a partir de:

$$D_C = \int_0^{t_0} N(t) dt \quad (4.11)$$

Sendo $N(t)$ a extensão da fila de espera no instante t

Tendo em atenção a figura 4.1 e a expressão (4.10)

$$D_C = \bar{N} \cdot C = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot r^2}{1 - y} \quad (4.12)$$

O atraso médio por veículo obtém-se dividindo o atraso total pelo número de veículos chegados durante um ciclo, isto é:

$$d = \frac{D_C}{q \cdot C} = \frac{r^2}{2 C (1 - y)} \quad (4.13)$$

Uma vez que $r = C - g$ resulta

$$d = \frac{C(1 - \lambda)^2}{2(1 - y)} \quad (4.14)$$

sendo

$d[s]$ - atraso médio por veículo

λ - proporção do tempo de verde útil

y - índice de carga

Segundo estudos comparativos este modelo fornece resultados aceitáveis sempre que o débito de chegadas seja inferior a cerca de 50% da capacidade.

Considerando, ainda, o intervalo de tempo entre chegadas sucessivas constantes, Allsop[4.9] desenvolveu um modelo mais realista do que o acabado de descrever, ao admitir que as chegadas tal como as partidas, apenas podem ocorrer em certos instantes igualmente espaçados, abandonando, por conseguinte, a hipótese do modelo contínuo. Contudo, as expressões obtidas não diferem, na maioria dos casos, significativamente das apresentadas anteriormente.

A hipótese do modelo contínuo apresenta uma propriedade importante que convém assinalar, dada a utilização das expressões acabadas de deduzir em modelos mais fidedignos.

Assim, para uma corrente de tráfego multifase em que os tempos de verde não são consecutivos, a expressão que relaciona o atraso com o quociente entre o verde útil e a duração do ciclo não é convexa. Isto impede, para estes casos, a aplicação desta expressão em processos de optimização, pois que pode surgir a situação paradoxal de a um aumento da duração do verde destinado à corrente de tráfego, mantendo o ciclo constante, poder corresponder um aumento do valor do atraso. Aliás mesmo a hipótese de se considerar, para efeito de cálculo, que as respectivas fases eram consecutivas (tempo de verde contínuo) não é correcta, uma vez que conduz a uma sobreestimação do valor do atraso.

Seja o caso representado na figura 4.2 em que uma corrente de tráfego recebe durante um ciclo dois tempos de verde não consecutivos. Apesar da capacidade não ser excedida a fila de espera só se anula no segundo período de duração g_2 , porque o primeiro período de duração g_1 é demasiado pequeno para escoar os veículos enfileirados desde o início do sinal vermelho.

O atraso total durante um ciclo é dado pela área do polígono ABCDE, cujo valor pode ser obtido subtraindo à área do triângulo AFE a área do paralelograma BFDC. A área do triângulo AFE representa o atraso total durante um ciclo admitindo que os dois tempos de vermelho eram consecutivos.

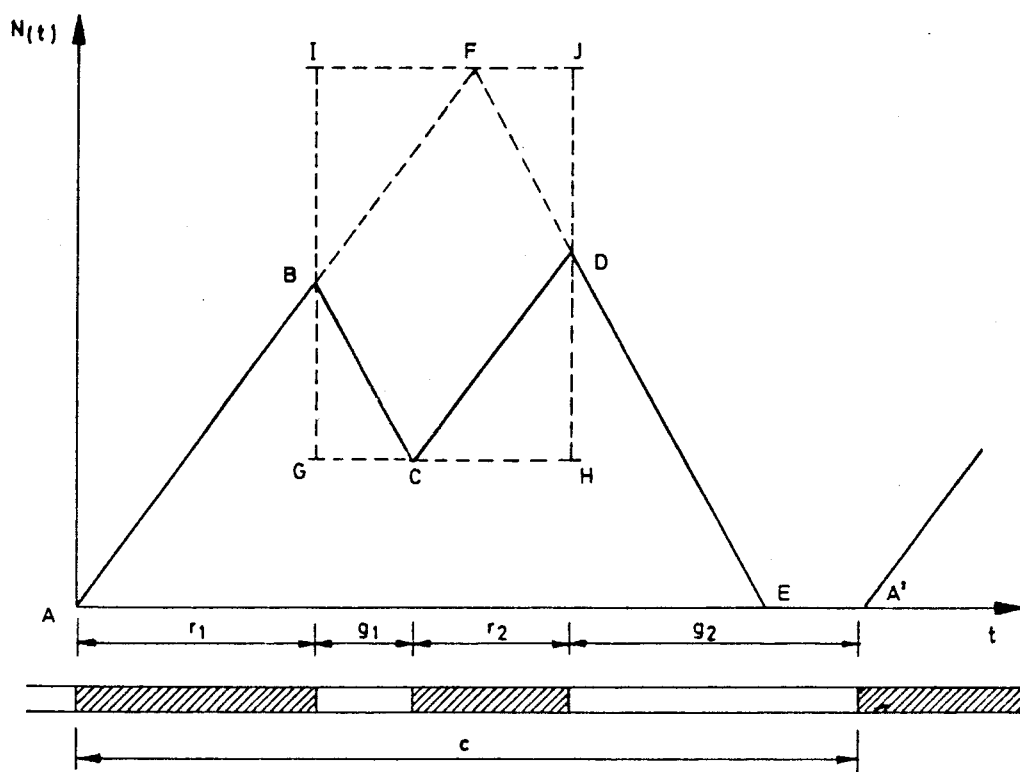


Fig. 4.2 - Evolução da fila de espera duma corrente de tráfego com dois períodos de verde não consecutivos

Tendo em atenção a expressão (4.12), o valor desta área é dado por:

$$A_{AFE} = \frac{q(r_1 + r_2)^2}{2(1 - \gamma)} \quad (4.15)$$

em que r_1 e r_2 são os tempos de vermelho útil durante um ciclo.

Por sua vez a área do paralelograma BFDC pode ser calculada subtraindo à área do rectângulo GIJH, as áreas dos triângulos referentes aos quatro cantos, isto é:

Área do rectângulo GIJH

$$A_{GIJH} = GH \cdot (GB + BI) = (g_1 + r_2) [g_1(s - q) + q \cdot r_2]$$

Área do triângulo GBC = área do triângulo FJD

$$A_{GBC} = A_{FJD} = \frac{GC \cdot GB}{2} = \frac{1}{2} g_1 [g_1(s - q)]$$

Área do triângulo CDH = área do triângulo BIF

$$A_{CDH} = A_{BIF} = \frac{CH \cdot HD}{2} = \frac{1}{2} r_2 (q \cdot r_2)$$

Donde a área do paralelograma BFDC é:

$$A_{BFDC} = A_{GIJH} - 2 A_{GBC} - 2 A_{CDH} = s \cdot g_1 \cdot r_2 \quad (4.16)$$

Vindo, finalmento, para o atraso total durante o ciclo:

$$D_C = A_{ABCDE} = A_{AFE} - A_{BFDC} = \frac{q(r_1 + r_2)^2}{2(1 - y)} - s \cdot g_1 \cdot r_2 \quad (4.17)$$

Como se referiu, a expressão (4.17) aplica-se no caso da extinção da fila de espera acontecer apenas no segundo período de verde. Se em vez disto fosse no primeiro período, reflectir-se-ia numa troca dos índices das variáveis g's e r's como consequência da origem dos tempos ter avançado de uma quantidade igual a $(r_1 + g_1)$.

Se a fila de espera se anular em ambos os períodos de verde, a expressão do atraso é, atendendo à expressão 4.12, dada por:

$$D_C = \frac{1}{2} \frac{q(r_1 + r_2)^2}{1 - y} = \frac{1}{2} (r_1 + r_2)^2 \frac{q}{1 - y} - \frac{q \cdot r_1 r_2}{1 - y} \quad (4.18)$$

Deste modo o atraso médio $\underline{d}$ por veículo de uma corrente de tráfego que recebe dois períodos de verde não consecutivos durante um ciclo é dado, para cada um dos casos, pelas seguintes expressões:

- a) Fila de espera extingue-se apenas no primeiro período de verde

$$d = \frac{D_c}{q \cdot C} = \frac{(r_1 + r_2)^2}{2 C(1 - y)} - \frac{s \cdot g_1 r_2}{q \cdot C} \quad \text{se } g_1 \geq \frac{q \cdot r_1}{s - q} \quad (4.19)$$

$$g_2 \leq \frac{q \cdot r_2}{s - q}$$

- b) Fila de espera extingue-se apenas no segundo período de verde

$$d = \frac{D_c}{q \cdot C} = \frac{(r_1 + r_2)^2}{2 C(1 - y)} - \frac{s \cdot g_2 r_1}{q \cdot C} \quad \text{se } g_1 \leq \frac{q \cdot r_1}{s - q} \quad (4.20)$$

$$g_2 \geq \frac{q \cdot r_2}{s - q}$$

- c) Fila de espera extingue-se em ambos os períodos

$$d = \frac{(r_1 + r_2)^2}{2 C(1 - y)} - \frac{r_1 r_2}{C(1 - y)} \quad \text{se } g_1 \geq \frac{q \cdot r_1}{s - q} \quad (4.21)$$

$$g_2 \geq \frac{q \cdot r_2}{s - q}$$

Estas expressões podem reunir-se numa única, tendo em atenção as condições de aplicação da cada uma delas.

Assim, no primeiro caso a expressão (4.19) é válida se:

$$g_1 \geq \frac{q \cdot r_1}{s - q} \quad \text{e} \quad g_2 \leq \frac{q \cdot r_2}{s - q}$$

isto é,

$$\frac{s \cdot g_2 \cdot r_1}{q \cdot C} \leq \frac{s \cdot r_1 \cdot r_2}{C(s - q)} \leq \frac{s \cdot g_1 \cdot r_2}{q \cdot C} \quad (4.22)$$

No segundo caso resulta:

$$g_1 \leq \frac{q \cdot r_1}{s - q} \quad \text{e} \quad g_2 \geq \frac{q \cdot r_2}{s - q}$$

isto é,

$$\frac{s \cdot g_1 \cdot r_2}{q \cdot C} \leq \frac{s \cdot r_1 \cdot r_2}{C(s - q)} \leq \frac{s \cdot r_1 \cdot g_2}{q \cdot C} \quad (4.23)$$

Para o terceiro caso vem:

$$g_1 \geq \frac{q \cdot r_1}{s - q} \quad \text{e} \quad g_2 \geq \frac{q \cdot r_2}{s - q}$$

isto é,

$$\frac{s \cdot r_1 \cdot r_2}{C(s - q)} \leq \frac{s \cdot r_2 \cdot g_1}{q \cdot C} \quad \text{e} \quad \frac{s \cdot r_1 \cdot r_2}{C(s - q)} \leq \frac{s \cdot r_1 \cdot g_2}{q \cdot C} \quad (4.24)$$

Deste modo é possível concluir que a segunda parcela das expressões do atraso (4.19), (4.20) e (4.21) referentes a cada um dos casos corresponde sempre ao menor valor entre as seguintes quantidades:

$$\left(\frac{s \cdot g_1 \cdot r_2}{q \cdot C} ; \frac{s \cdot g_2 \cdot r_1}{q \cdot C} ; \frac{s \cdot r_1 \cdot r_2}{C(s - q)} \right)$$

Nestas condições a expressão final do atraso é dada por:

$$d = \frac{(r_1 + r_2)^2}{2 \cdot C(1 - y)} - \min\left(\frac{s \cdot g_1 r_2}{q \cdot C}; \frac{s \cdot g_2 r_1}{q \cdot C}; \frac{s \cdot r_1 r_2}{C(s - q)}\right) \quad (4.25)$$

A fim de ilustrar esta propriedade, considere-se o exemplo referente a uma corrente de tráfego com as seguintes características:

débito de chegadas $q = 0,2 \text{ veic.s}^{-1}$

débito de partidas $s = 0,5 \text{ veic.s}^{-1}$

duração do ciclo $C = 100 \text{ s}$

	g_1	g_2	r_1	r_2
1ª repartição do ciclo ..	20	30	25	25
2ª repartição do ciclo ..	15	40	35	10

Como se verifica pela análise dos dados a duração total do verde da 1ª para a 2ª repartição aumentou de 50 s para 55 s.

Calculando o atraso aplicando a expressão (4.25) obtém-se:

1ª repartição $d = 10,4 \text{ s}$

2ª repartição $d = 13,1 \text{ s}$

Observa-se, assim, que um aumento de 10% de tempo de verde, conduz paradoxalmente um aumento do atraso de 26%.

Na figura 4.3 representa-se a evolução da fila de espera correspondente a este exemplo.

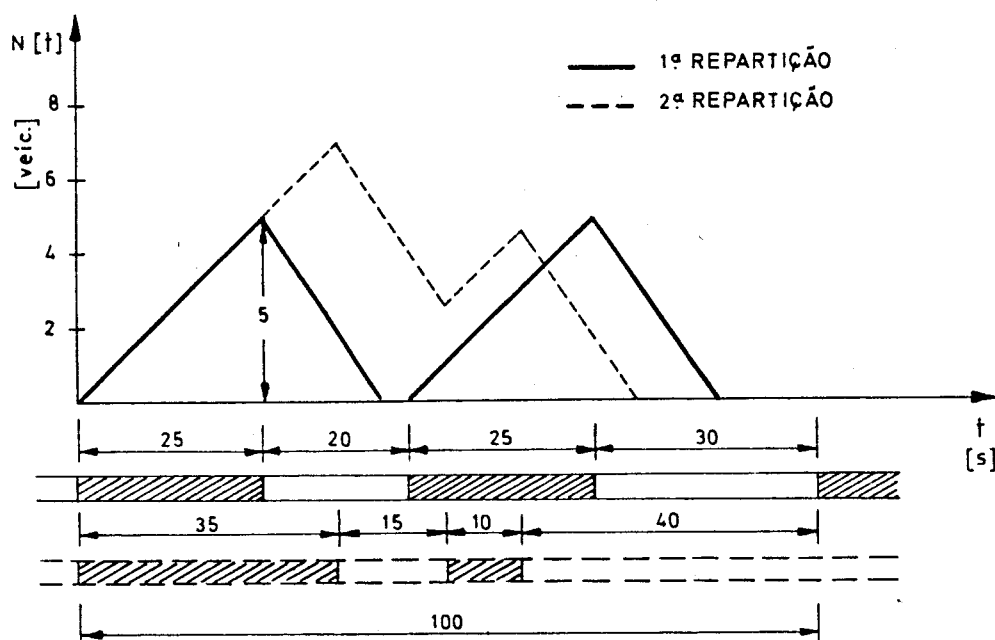


Fig. 4.3 - Evolução da fila de espera quando um aumento de tempo de verde origina um aumento de atraso

4.3 - Aplicação dos modelos de filas de espera

Passando a admitir que as chegadas dos veículos têm carácter aleatório, a análise do modo como se processa o escoamento dos veículos pode ser feita a partir de modelos baseados na Teoria das Filas de Espera.

Dum modo geral os modelos de fila de espera são utilizados no estudo de sistemas, que englobam a chegada de unidades a instalações que proporcionam os serviços requeridos pelos utentes

chegados. Para que o sistema fique suficientemente caracterizado é necessário definir os seguintes elementos:

- a) Lei de distribuição das chegadas
- b) Lei de distribuição dos tempos de serviço
- c) Capacidade das instalações
- d) Disciplina da fila

O objectivo destes estudos é a previsão do comportamento do sistema, de forma a permitir, com base em certos critérios de optimização, o dimensionamento adequado das instalações.

No caso concreto de cruzamentos comandados por sinais luminosos cada entrada associada a uma corrente de tráfego constitui uma fila de espera monocanal com uma única posição de atendimento.

Os indicadores que permitem avaliar o estado de funcionamento do sistema são, principalmente, baseados no conhecimento da distribuição do tempo de espera e na distribuição da extensão da fila de espera.

Distingue-se entre o tempo total de espera e o tempo de permanência na fila. Este corresponde ao tempo contado desde o instante em que o veículo chega à fila de espera até ao início do seu serviço, isto é, ao instante de partida do veículo imediatamente à sua frente. O tempo total de espera representa o tempo gasto no sistema e, por conseguinte, engloba o tempo de permanência na fila e o tempo de serviço.

Por simplicidade considerar-se-á nos modelos de fila de

espera estudados, que os veículos chegados pertencem a uma única classe e que a disciplina de fila obedece à ordem de chegada. Portanto, não se admite qualquer tipo de prioridade.

Como sempre acontece na descrição de um fenômeno físico em termos matemáticos, é necessário considerar hipóteses simplificadoras sem, contudo, invalidar os resultados conseguidos com o modelo. No entanto, em alguns problemas de filas de espera o seu tratamento analítico é difícil ou mesmo impossível, pelo que ter-se-á de recorrer a métodos de simulação, conforme se apresenta um exemplo no capítulo 5.

A seguir serão analisados três modelos de fila de espera aplicados a cruzamentos com sinalização luminosa, que correspondem a diferentes hipóteses relativas aos elementos que caracterizam o sistema. Em todos eles, porém, admite-se que há equilíbrio estatístico, atingindo-se o que se designa por fase de regime onde a distribuição probabilística dos parâmetros da fila de espera é independente do tempo.

Para o caso de filas com atendimento individual, utilizar-se-á a notação de Kendall, representada pelo símbolo do tipo $X/Y/Z$, cujo significado é o seguinte:

X - tipo de distribuição das chegadas

Y - tipo de distribuição dos tempos de serviço

Z - número de postos de atendimento em paralelo

Serão considerados os seguintes casos:

a) Fila M/D/1: corresponde a ter para as chegadas uma distribuição de Poisson, os tempos de atendimento são cons-

tantes e existe um único ponto de serviço.

b) Fila GI/D/1: corresponde a uma distribuição de chegadas qualquer desde que o comportamento médio do sistema se mantenha inalterado (processo de renovações), os tempos de atendimento constante e um único posto de serviço.

c) Fila com atendimento em grupos.

4.3.1 - Análise da fila M/D/1

Como se referiu o sistema é caracterizado por um processo de chegadas segundo a distribuição de Poisson a uma única posição de serviço.

O tempo de serviço $\underline{T}$ corresponde ao intervalo de tempo que os veículos precisam, em média, para partirem, representado pelo inverso da capacidade, isto é:

$$T = \frac{G}{s \cdot g} \quad (4.26)$$

onde,

$T[s]$ - tempo de serviço

$C[s]$ - duração do ciclo

$s[\text{veic.}s^{-1}]$ - débito de saturação

$g[s]$ - tempo de verde útil

Devido a dificuldades em analisar o sistema continuamente ao longo do tempo, este será estudado apenas em certos instantes discretos designados por pontos de regeneração, onde se admite

que a futura evolução do processo é independente do estado do sistema antes desses instantes.

Neste caso os pontos de regeneração correspondem aos instantes em que o serviço termina, isto é, no momento imediatamente anterior à partida dos veículos.

Se em dois pontos de regeneração consecutivos o número de veículos presentes no sistema é $\underline{n}$ e $\underline{n}'$, então é válida a seguinte relação:

$$n' = n - 1 + \delta + p \quad (4.27)$$

onde,

p - número de veículos que chegam durante o intervalo de tempo entre os dois pontos de regeneração consecutivos.

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ 0 & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

Tomando valores médios em ambos os membros da equação (4.27) resulta:

$$E(n') = E(n) - 1 + E(\delta) + E(p) \quad (4.28)$$

Atendendo a que em regime de equilíbrio estatístico as variáveis aleatórias que representam o número de veículos no sistema têm a mesma distribuição, vem:

$$E(n') = E(n) \quad (4.29)$$

e

$$E(n'^2) = E(n^2) \quad (4.30)$$

A expressão (4.28) fica, assim, reduzida a:

$$E(\delta) = 1 - E(p) \quad (4.31)$$

O valor de $E(p)$ é dado pela média do número de chegadas que ocorrem durante o tempo de serviço constante, isto é:

$$E(p) = q \cdot T = \frac{q \cdot C}{s \cdot g} \quad (4.32)$$

O quociente entre o número de veículos chegados durante um ciclo ($q \cdot C$) e o número máximo de partidas no mesmo período ($s \cdot g$) corresponde ao índice de congestionamento ρ , definido pela relação entre o débito de chegadas q e a capacidade de atendimento $\frac{1}{T}$. Como se referiu, no Capítulo 2, é vulgar designar-se aquele quociente por grau de saturação x de uma corrente de tráfego, isto é:

$$x = \frac{q \cdot C}{s \cdot g} \quad (4.33)$$

Por outro lado, atendendo ao Teorema de König vem:

$$E(p^2) = V(p) + E(p)^2 \quad (4.34)$$

Uma vez que na distribuição de Poisson a variância é igual à média,

$$E(p^2) = E(p) + E(p)^2 = x + x^2 \quad (4.35)$$

Quadrando ambos os membros da expressão (4.27) obtém-se:

$$n'^2 = n^2 + \delta^2 - 2\delta + 1 + p^2 + 2n \cdot \delta - 2n + 2p \cdot \delta - 2p + 2n \cdot p \quad (4.36)$$

Por definição, $\delta^2 = \delta$ e $\delta \cdot n = 0$, donde:

$$\begin{aligned} n'^2 &= n^2 - \delta + 1 + p^2 - 2n + 2p \cdot \delta - 2p + 2n \cdot p \\ n'^2 &= n^2 + \delta(2p - 1) + (p - 1)^2 - 2n(1 - p) \end{aligned} \quad (4.37)$$

As variáveis $\underline{n}$ e $\underline{p}$ são independentes, isto é, a probabilidade de ocorrerem chegadas é independente da extensão da fila de espera. Do mesmo modo $\underline{\delta}$ e $\underline{p}$ são também independentes, pois que $\underline{\delta}$ apenas depende de $\underline{n}$.

Tomando valores médios em relação a ambos os membros da equação (4.37), vem para a fase de regime, atendendo a (4.30):

$$\begin{aligned} E(\delta) \cdot E(2p - 1) + E(p - 1)^2 - 2 E(n) \cdot E(1 - p) &= 0 \\ E(n) &= \frac{E(\delta)(2 E(p) - 1) + E(p^2) - 2 E(p) + 1}{2(1 - E(p))} \end{aligned} \quad (4.38)$$

Tendo em conta as expressões deduzidas para cada um dos valores médios referentes ao segundo membro de (4.38) resulta:

$$E(n) = \frac{(1 - x)(2x - 1) + (x + x^2) - 2x + 1}{2(1 - x)} \quad (4.39)$$

Simplificando a expressão (4.39) vem:

$$E(n) = \frac{2x - x^2}{2(1 - x)} \quad (4.40)$$

com

$E(n)$ - número médio de veículos no sistema

x - grau de saturação

Note-se que o valor dado pela expressão (4.40) representa o número médio de veículos na fila de espera em relação apenas aos instantes correspondentes aos pontos de regeneração, e não ao valor médio no tempo. Designando este por $E_t(n)$ vem:

$$E(n) \leq E_t(n) \leq E(n) + 1 \quad (4.41)$$

Para determinar o valor médio do atraso no sistema recorre-se à expressão da continuidade válida para a fase de regime:

$$E(n) = q \cdot E(d) \quad (4.42)$$

onde,

$E(n)$ - número médio de veículos no sistema

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

Substituindo (4.40) em (4.42) resulta:

$$E(d) = \frac{2x - x^2}{2q(1-x)} \quad (4.41)$$

Considerando que o tempo médio no sistema é igual à soma do tempo na fila $E(w)$, com o tempo médio de serviço $T = \frac{C}{s \cdot g}$, obtém-se:

$$E(w) = \frac{2x - x^2}{2q(1-x)} - \frac{C}{s \cdot g} \quad (4.44)$$

E, atendendo a (4.33) vem:

$$E(w) = \frac{2x - x^2}{2q(1-x)} - \frac{x}{q}$$

$$E(w) = \frac{x^2}{2q(1-x)} \quad (4.45)$$

As equações deduzidas correspondem às fórmulas de Pollaczek-Khintchine aplicadas ao caso do tempo de serviço constante.

4.3.2 - Análise da fila GI/D/1

Uma generalização das fórmulas de Pollaczek-Khintchine foi obtida por Heydecker [4.11], onde se admite que as chegadas dos veículos podem seguir outro tipo de distribuição distinta da distribuição de Poisson. Contudo, tal como no caso anterior exige-se que a chegada dum veículo seja independente do número de veículos enfileirados.

Uma vez que a variância das chegadas não é igual ao valor médio, como acontece na distribuição de Poisson, é necessário definir um novo parâmetro I designado por Índice de Dispersão, dado por:

$$I = \frac{V(p)}{E(p)} \quad (4.46)$$

sendo,

I - índice de dispersão

$V(p)$ - variância do número de veículos que chegam entre dois pontos de regeneração

$E(p)$ - valor médio do número de veículos que chegam entre dois pontos de regeneração

O processo utilizado na demonstração das expressões segue o apresentado anteriormente para obter as expressões de Pollaczek-Khintchine.

Assim, admitindo-se que as chegadas são independente da extensão da fila de espera, continua a ser válida a expressão (4.38) referente ao número médio de veículos no sistema:

$$E(n) = \frac{E(\delta) (2 E(p) - 1) + E(p^2) - 2 E(p) + 1}{2 (1 - E(p))} \quad (4.38)$$

Atendendo às expressões atrás deduzidas:

$$E(p) = x$$

$$E() = 1 - E(p) = 1 - x$$

$$E(p^2) = V(p) + E(p)^2 = I \cdot x + x^2$$

Resulta para a expressão (4.38):

$$E(n) = \frac{(1 - x) (2 x - 1) + (I \cdot x + x^2) - 2 x + 1}{2 (1 - x)}$$

$$E(n) = \frac{x + I \cdot x - x^2}{2 (1 - x)} \quad (4.47)$$

A partir da equação de continuidade, o atraso médio no sistema obtém-se através de:

$$E(d) = \frac{E(n)}{q} = \frac{x + I \cdot x - x^2}{2 (1 - x)} \quad (4.48)$$

Quanto ao atraso médio na fila vem:

$$E(w) = E(d) - T = \frac{x + I \cdot x - x^2}{2 (1 - x)} - \frac{x}{q} \quad (4.49)$$

Reduzindo ao denominador comum e simplificando resulta:

$$E(w) = \frac{x^2 + x(I - 1)}{2 q(1 - x)} \quad (4.50)$$

A expressão (4.51) é válida para $I \geq 1$, reduzindo-se às fórmulas anteriores quando $I = 1$.

4.3.3 - Análise da fila com atendimento em grupos

Nos modelos atrás descritos admitiu-se que as partidas ocorriam individualmente a intervalos constantes iguais a $T = \frac{C}{s \cdot g}$. Esta hipótese conduz a aceitar que poderia haver partidas durante o tempo de vermelho o que evidentemente se afasta da realidade.

Neste caso considera-se que as partidas são feitas em grupos de N_M veículos ou num número inferior se não houver na fila de espera um número de veículos suficiente. As partidas só podem ocorrer em certos instantes que coincidem com o início do tempo de verde, pelo que o intervalo entre instantes de partida consecutivos é constante e igual à duração do ciclo.

O modelo apresenta as seguintes características gerais:

a) Chegadas de veículos definidas pela distribuição de Poisson.

b) Partidas de veículos em grupos constituídos no máximo por N_M veículos, com:

$$N_M = s \cdot g \quad (4.51)$$

sendo,

$s[\text{veic.} \cdot \text{s}^{-1}]$ - débito de saturação

$g[s]$ - tempo de verde útil

c) Tempo de atendimento definido pelo intervalo de tempo entre instantes de partidas igual à duração do ciclo $\underline{C}$.

d) Partidas dos veículos obedecem à ordem de chegadas, admitindo-se que não há desistências.

No estudo das filas com atendimento em grupo recorre-se ao conceito de cadeias de Markov imersas cujos estágios correspondem aos pontos de regeneração. Tal como no caso anterior estes são constituídos pelos instantes imediatamente antes das partidas.

A variação de $\underline{i}$ para $\underline{j}$ do número de veículos no sistema entre dois estágios consecutivos $\underline{(m-1)}$ e $\underline{m}$, é determinada pelas probabilidades de transição $\underline{p_{ij}}$, cujo valor se obtém considerando os três casos seguintes:

$$1) \quad 0 \leq i \leq N_M$$

Sempre que o número de veículos no sistema não ultrapasse o número máximo de partidas $\underline{N_M}$ (capacidade de atendimento) todos os $\underline{i}$ veículos partirão no estágio $\underline{(m-1)}$, pelo que durante o intervalo de tempo que decorre entre os instantes $\underline{(m-1)}$ e $\underline{m}$, terão de chegar $\underline{j}$ veículos.

Deste modo,

$$\underline{p_{ij}} = P(j) \qquad 0 \leq i \leq N_M \qquad (4.52)$$

sendo,

$P(j)$ - probabilidade de ocorrerem $\underline{j}$ chegadas durante um ciclo

$$2) \quad N_M < i \leq j + N_M$$

Haverá $\underline{N_M}$ partidas no estágio $\underline{(m-1)}$, pelo que dos $\underline{(i-N_M)}$

veículos que ficam retidos no sistema, ter-se-ão de juntar $(j - (i - N_M))$ veículos que chegam durante o intervalo de tempo entre $(\underline{m} - 1)$ e $\underline{m}$.

Assim,

$$p_{ij} = P(j - i + N_M) \quad N_M \leq i \leq j + N_M \quad (4.53)$$

sendo,

$P(j - i + N_M)$ - probabilidade de ocorrerem $(j - i + N_M)$ chegadas durante um ciclo.

Note-se que esta situação só pode ocorrer se $j \geq i - N_M$. Caso contrário teria de haver desistências para se obter o estado j no estágio $\underline{m}$.

$$3) \quad i > j + N_M$$

Atendendo ao referido anteriormente o valor de p_{ij} é nulo para este caso.

Sendo as chegadas definidas pela lei de Poisson e uma vez que o intervalo de tempo entre estágios consecutivos é constante e igual à duração do ciclo, a função de probabilidades $P(n)$ é dado por:

$$P(n) = \frac{(q \cdot C)^n}{n!} e^{-q \cdot C} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.54)$$

Deste modo as probabilidades de transição p_{ij} podem ser calculadas através de:

$$p_{ij} \begin{cases} \frac{(q \cdot C)^j}{j!} e^{-q \cdot C} & 0 \leq i \leq N_M \\ \frac{(q \cdot C)^{j-i+N_M}}{(j-i+N_M)!} e^{-q \cdot C} & N_M < i \leq j + N_M \\ 0 & j + N_M < i \end{cases} \quad (4.55)$$

Em regime de equilíbrio estatístico é válida a seguinte relação:

$$\pi(j) = \sum_{i=0}^{\infty} p_{ij} \pi(i) \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (4.56)$$

sendo,

$\pi(j)$ - probabilidade de ocorrer o estado j em regime de equilíbrio estatístico.

Para estudar a distribuição das probabilidades $\pi(j)$ é mais simples recorrer às propriedades da transformada $\underline{Z}$ (função geradora de probabilidades).

Para uma distribuição discreta cuja distribuição de probabilidades é $\pi(j)$ a transformada $\underline{Z}$ é definida através de:

$$\pi(Z) = \sum_{j=0}^{\infty} \pi(j) Z^j \quad 0 \leq Z \leq 1 \quad (4.57)$$

sendo $\underline{Z}$ uma variável auxiliar definida no campo complexo tal que $\pi(Z)$ exista e seja contínua.

Neste caso resulta:

$$\pi(Z) = \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \sum_{i=0}^{\infty} p_{ij} \pi(i) \quad (4.58)$$

Substituindo em (4.58) os valores das probabilidades de transição definidas nas equações (4.52) e (4.53) vem:

$$\begin{aligned} \pi(Z) &= \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \left(\sum_{i=0}^{N-1} P(j) \cdot \pi(i) + \sum_{i=N_M}^{j+N_M} P(j-i+N_M) \cdot \pi(i) \right) = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \cdot P(j) \sum_{i=0}^{N-1} \pi(i) + \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \sum_{i=N_M}^{j+N_M} P(j-i+N_M) \cdot \pi(i) \end{aligned} \quad (4.59)$$

Por definição de transformada $\underline{Z}$ dada em (4.57) vem:

$$\sum_{j=0}^{\infty} Z^j P(j) = P(Z) \quad (4.60)$$

Por outro lado

$$\begin{aligned} \sum_{i=N_M}^{j=N_M} P(j-i+N_M) \cdot \pi(i) &= P(j) \cdot \pi(N_M) + \\ &+ P(j-1) \cdot \pi(N_M+1) + \dots + P(0) \cdot \pi(N_M+j) \end{aligned} \quad (4.61)$$

A expressão (4.61) representa a convolução das distribuições (P_j) e $\pi(N_M+j)$. Tendo em conta que a transformada $\underline{Z}$ da convolução é igual ao produto das transformadas $\underline{Z}$ dos factores, resulta:

$$\sum_{j=0}^{\infty} Z^j \sum_{i=N_M}^{j+N_M} P(j-i+N_M) \cdot \pi(i) = \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \cdot P(j) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \cdot \pi(N_M+j) \quad (4.62)$$

O valor da transformada $\underline{Z}$ de $\pi(N_M+j)$ pode ser calculado através de:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{\infty} Z^j \cdot \pi(N_M+j) &= \sum_{i=N_M}^{\infty} Z^{i-N_M} \cdot \pi(i) = Z^{-N_M} \cdot \sum_{i=N_M}^{\infty} Z^i \cdot \pi(i) = \\ &= Z^{-N_M} \left(\sum_{i=0}^{\infty} Z^i \cdot \pi(i) - \sum_{i=0}^{N_M-1} Z^i \cdot \pi(i) \right) = Z^{-N_M} \left(\pi(Z) - \sum_{i=0}^{N_M-1} Z^i \cdot \pi(i) \right) \end{aligned} \quad (4.63)$$

Assim, substituindo este resultado na equação (4.62) e tendo em atenção a definição de transformada $\underline{Z}$ vem:

$$\sum_{j=0}^{\infty} Z^j \sum_{i=N_M}^{j+N_M} P(j-i+N_M) \cdot \pi(i) = P(Z) \cdot Z^{-N_M} \left(\pi(Z) - \sum_{i=0}^{N_M-1} Z^i \cdot \pi(i) \right) \quad (4.64)$$

O valor de $\pi(Z)$ pode agora ser calculado a partir de (4.59) e atendendo a (4.57) e (4.64):

$$\pi(Z) = P(Z) \cdot \sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i) + P(Z) \cdot Z^{-N_M} \left(\pi(Z) - \sum_{i=0}^{N_M-1} Z^i \cdot \pi(i) \right) \quad (4.65)$$

Resolvendo a equação (4.65) em ordem a $\pi(Z)$ resulta:

$$\pi(Z) = \frac{\sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i) (Z^{N_M} - Z^i)}{\frac{Z^{N_M}}{P(Z)} - 1} \quad (4.66)$$

Note-se que para o caso de partidas individuais a expressão (4.66) passa a ser:

$$\pi(Z) = \frac{\pi(0) (Z - 1) P(Z)}{Z - P(Z)} \quad (4.67)$$

que é igual ao resultado deduzido em [4.13].

Sendo as chegadas durante um ciclo distribuídas segundo a lei de Poisson, a respectiva transformada $\underline{Z}$ é dada por:

$$P(Z) = e^{q \cdot C(Z-1)} \quad (4.68)$$

ou, atendendo a que,

$$q \cdot C = x \cdot N_M \quad (4.69)$$

resulta para (4.68):

$$P(Z) = e^{x \cdot N_M (Z - 1)} \quad (4.70)$$

Substituindo (4.70) em (4.66) vem:

$$\pi(Z) = \frac{\sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i) (Z^{N_M} - Z^i)}{Z^{N_M} \cdot e^{x \cdot N_M (1-Z)} - 1} \quad (4.71)$$

Atendendo à definição da transformada $\underline{Z}$ para que $\pi(Z)$ seja convergente no círculo de raio unitário e ao longo da sua circunferência é necessário que os zeros do numerador coincidam com os zeros do denominador no interior da região definida por $|Z| \leq 1$.

O denominador da expressão (4.71) é um polinômio de grau N_M , demonstrando-se que possui N_M raízes simples em $|Z| \leq 1$. Então o numerador de (4.71) ter-se-á de anular para as raízes $Z_1, Z_2, \dots, Z_{N_M}$ do denominador.

Decompondo em factores lineares o polinômio de grau N_M correspondente ao numerador vem:

$$\sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i) (Z^{N_M} - Z^i) = \sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i) (Z-1) \prod_{j=1}^{N_M-1} (Z - Z_j) \quad (4.72)$$

sendo $\sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i)$ o coeficiente do termo de grau mais elevado (Z^{N_M}) e Z_{N_M} a raiz unitária.

Como se pode demonstrar

$$\sum_{i=0}^{N_M-1} \pi(i) = N(1-x) \prod_{j=1}^{N_M-1} (1 - Z_j)^{-1} \quad (4.73)$$

Substituindo este resultado em (4.72) a transformada $\underline{Z}$ dada por (4.71) vem finalmente:

$$\pi(Z) = \frac{N_M (1-x) (Z-1) \prod_{j=1}^{N_M-1} (Z - Z_j) (1 - Z_j)^{-1}}{Z^{N_M} e^{x \cdot N_M (1-Z)} - 1} \quad (4.73)$$

sendo

$N_M = s \cdot g$ - número máximo de partidas em cada ponto de regeneração

$x = \frac{q \cdot C}{s \cdot g}$ - grau de saturação

$Z_1, Z_2, \dots, Z_{N_{n-1}}$ - raízes do denominador na região $|Z| < 1$.

O valor esperado do número de veículos no sistema pode ser calculado a partir de uma das propriedades da transformada $\underline{Z}$,

$$E(n) = \left. \frac{d \pi(Z)}{d Z} \right|_{Z=1} \quad (4.75)$$

Calculando a derivada, obtém-se:

$$E(n) = \frac{1 - N_M (1-x)^2}{2(1-x)} + \sum_{j=1}^{N_M-1} \frac{1}{1-Z_j} \quad (4.76)$$

Para determinar as raízes complexas do denominador de (4.74) fez-se a seguinte transformação:

$$Z = r e^{i\theta} = (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (4.77)$$

Igualando a zero o denominador de (4.74) vem:

$$\begin{aligned} \frac{N_M}{Z} \cdot e^{x \cdot N_M (1-Z)} &= 1 \\ Z \cdot e^{x(1-Z)} &= \sqrt{1}^{N_M} \end{aligned} \quad (4.78)$$

Para determinar a raiz $\underline{N_M}$ de 1 faz-se

$$\sqrt[N_M]{1} = \cos \frac{2 K \pi}{N_M} + i \sin \frac{2 K \pi}{N_M} \quad (4.79)$$

Com $K = 1, 2, \dots, N_M - 1$ definindo as N_M raízes no campo $|Z| < 1$ (note-se que $Z = 1$ já foi considerada).

Em virtude da fórmula de Euler resulta:

$$\cos \frac{2 K \pi}{N_M} + i \operatorname{sen} \frac{2 K \pi}{N_M} = e^{\frac{i 2 K \pi}{N_M}} \quad (4.80)$$

Com $K = 1, 2, \dots, N_M - 1$

Substituindo (4.77) e (4.80) em (4.78) vem:

$$r e^{i \theta} \cdot e^{x(1-r \cos \theta - r i \operatorname{sen} \theta)} = e^{\frac{2 \pi K i}{N_M}} \quad (4.81)$$

Aplicando logarítmos neperianos a (4.81):

$$\ln r + i \theta + x - x r \cos \theta - x r \operatorname{sen} \theta i = \frac{2 \pi K}{N_M} i \quad (4.82)$$

Isolando a parte real da parte imaginária, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \ln r + x - x r \cos \theta = 0 \\ \theta - x r \operatorname{sen} \theta = \frac{2 \pi K}{N_M} \end{cases} \quad K = 1, 2, \dots, N_M - 1 \quad (4.83)$$

A resolução deste sistema permite determinar as $(N - 1)$ raízes complexas do denominador da expressão (4.74).

É possível demonstrar que a raiz $\underline{Z_j}$ corresponde a raiz $\underline{Z_{N_M-1-j}}$ que é conjugada de primeira, o que obriga a calcular apenas parte das raízes.

O tempo médio de espera no sistema resulta de se considerar separadamente os veículos $\underline{n_1}$ cujo tempo médio de espera $\underline{w_1}$ não ultrapassa o intervalo entre partidas (duração do ciclo) e os veí-

culos $\underline{n}_2$ que não conseguindo partir, ficam retidos na fila de espera até à próxima oportunidade de partida, fazendo-lhes corresponder um tempo médio de espera $\underline{w}_2$.

Deste modo em termos médios o tempo de espera de um veículo no sistema é dado por:

$$E(w) = \frac{\underline{n}_1 \underline{w}_1 + \underline{n}_2 \underline{w}_2}{\underline{n}_1} \quad (4.84)$$

O valor de $\underline{n}_1$ é dado por:

$$\underline{n}_1 = x \cdot s \cdot g = x \cdot N_M \quad (4.85)$$

O número médio de veículos retidos $\underline{n}_2$ é determinado pela diferença entre o número médio de veículos no sistema $E(n)$ e o número médio de partidas $\underline{n}_1$ em cada ponto de regeneração, isto é:

$$\underline{n}_2 = E(n) - x \cdot N_M \quad (4.86)$$

Os veículos $\underline{n}_1$ que partem esperam em média um tempo dado por:

$$\underline{w}_1 = \int_0^C \frac{(C-t) q \cdot dt}{q \cdot C} = \frac{C}{2} \quad (4.87)$$

Para os veículos retidos, a espera média $\underline{w}_2$ corresponde ao intervalo entre partidas consecutivas:

$$\underline{w}_2 = C \quad (4.88)$$

Substituindo estes resultados em (4.84) vem:

$$E(w) = \frac{C}{2} + \frac{(E(n) - x \cdot N_M) C}{x \cdot N_M} \quad (4.89)$$

Com base num programa de cálculo automático apresentado em [4.17] que permite o cálculo das raízes complexas situadas num círculo de raio unitário de uma equação do tipo:

$$\frac{a}{y} + \frac{ab(1-y)}{e} - 1 = 0 \quad (4.90)$$

foi elaborado um programa em BASIC para o mini-computador SAGE/STRIDE. Este programa determina o número médio de elementos no sistema e o tempo médio de espera sendo dados os seguintes elementos:

- Número máximo de partidas
- Grau de saturação
- Duração do ciclo

Na figura 4.4 representa-se graficamente, a título de exemplo, a variação do valor médio do atraso em relação ao número máximo de partidas que podem ocorrer num ciclo de duração igual a 80 s e um grau de saturação igual a 0,8.

Comparando os valores do atraso obtidos pelos modelos de fila $M|D|1$ e com atendimento em grupo verifica-se que, em geral, este modelo conduz a resultados mais elevados. Este facto reflecte o tipo de hipótese formulada para o processo de partidas em cada um dos modelos. Na fila $M|D|1$ considera-se irrealisticamente que durante o ciclo as partidas efectuem-se com intervalos constantes e iguais a $\frac{C}{s \cdot g}$, o que conduz a haver partidas durante o tempo de vermelho, resultando, assim, atrasos inferiores aos verdadeiros. Por outro lado no modelo com atendimento em grupo admite-se que as partidas ocorrem apenas no início do tempo de verde e, portanto, qualquer veículo que chegue ainda com sinal

verde mas após esse instante, terá de esperar pela próxima oportunidade. Naturalmente que isto leva a obter atrasos maiores do que os verificados na realidade.

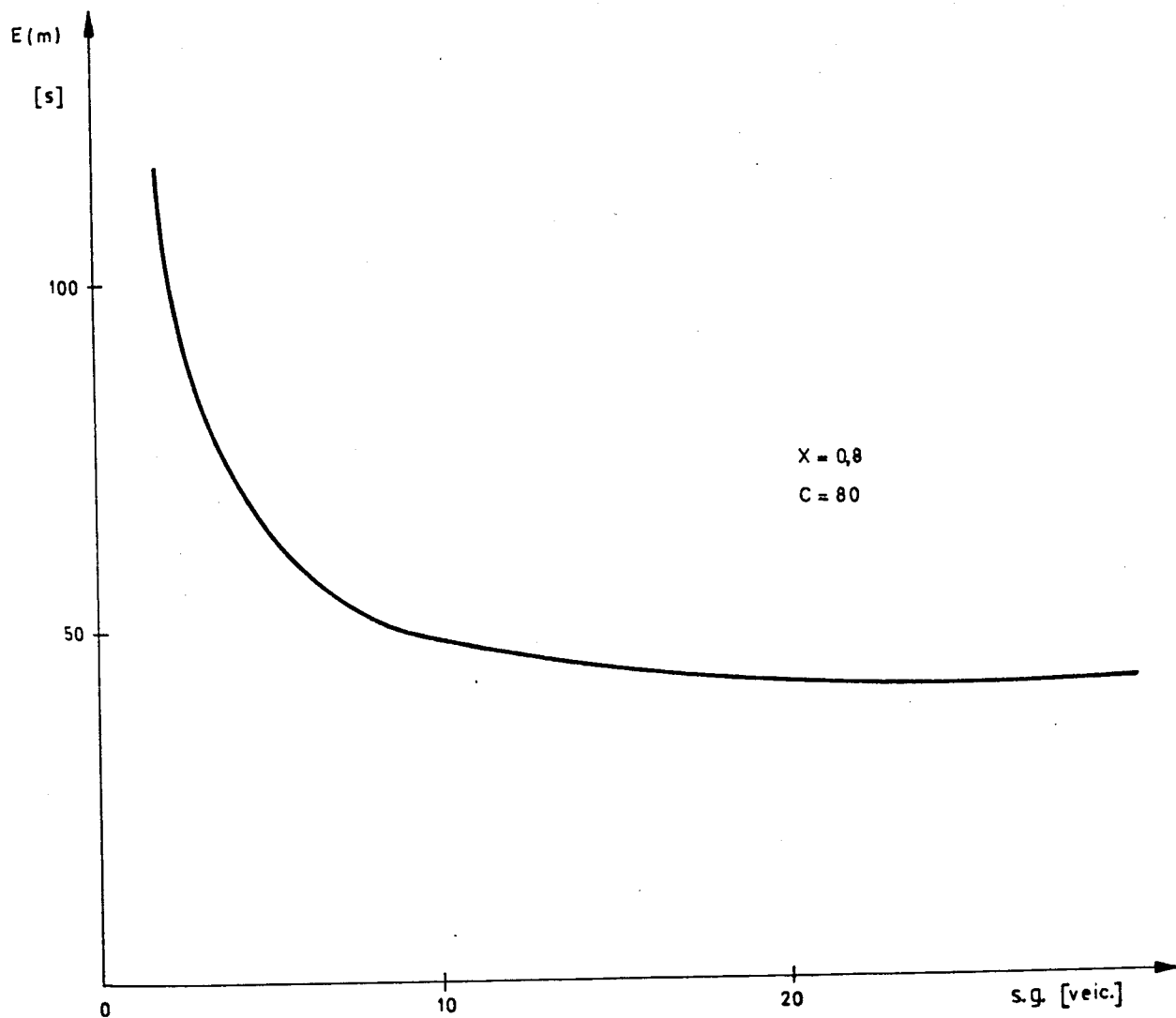


Fig. 4.4 - Variação do valor médio do atraso com o número máximo de partidas para um modelo de fila com atendimento em grupo.

Acrescenta-se que o modelo com atendimento em grupo obriga a cálculos complexos o que na prática impede a sua utilização no processo de otimização tendo em vista determinar a regulação do sinal luminoso.

4.4 - Grau de saturação

Este parâmetro já por diversas vezes foi referido anteriormente. Representa o quociente entre o número médio de veículos que chegam durante um ciclo e o número máximo de veículos que podem passar durante esse período, isto é:

$$x = \frac{q \cdot C}{s \cdot g} \quad (4.91)$$

sendo

x - grau de saturação

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$C[s]$ - duração do ciclo

$s[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de partidas

$g[s]$ - tempo de verde útil

Atendendo à definição de capacidade de uma entrada dada no início deste Capítulo a expressão (4.91) pode tomar também o seguinte aspecto:

$$x = \frac{q}{Q} \quad (4.92)$$

sendo

$Q[\text{veic.s}^{-1}]$ - capacidade

O conceito de grau de saturação corresponde na terminologia da Teoria das filas de espera ao conceito de intensidade de tráfego (ou índice de congestionamento) que relaciona, para um certo intervalo de tempo, o número de chegadas com a capacidade de atendimento.

Para que se possam atender todos os elementos que chegam ao sistema é necessário que a intensidade de tráfego seja inferior à unidade. Porém, o débito de chegadas deve ficar àquém da capacidade a fim de que as condições de escoamento sejam satisfatórias. Daí definir-se um grau de saturação prático que não convém ultrapassar e cujo valor se fixa, em geral, entre 0,8 e 0,9.

Este procedimento é análogo ao adoptado pela edição de 1950 do H.C.M. em que se definia uma capacidade prática das estradas cujo valor não deveria ser ultrapassado pelos débitos de tráfego.

Note-se que poder-se-á utilizar diferentes valores para o grau de saturação prático conforme a importância ou o grau de prioridade que se pretende estabelecer para a corrente de tráfego em questão.

4.5 - Atraso

Uma das mais importantes consequências resultante da instalação de sinais luminosos é o atraso sofrido pelos veículos, o que justifica a sua frequente utilização na definição do critério de optimização. Por outro lado o atraso intervém como variável independente nas expressões que permitem o cálculo de vários parâmetros de funcionamento.

O atraso de um veículo corresponde à diferença entre o tempo que ele demora a atravessar o cruzamento e o tempo que demoraria admitindo que manteria sempre a mesma velocidade. Em ge-

ral para medir estes tempos consideram-se dois pontos, um para cada lado da linha de paragem e suficientemente afastados desta, de modo que quando o veículo passa por eles a sua velocidade não é afectada pela presença do sinal luminoso.

Para determinar o atraso é necessário conhecer o modo como chegam e partem os veículos, considerando-se que os parâmetros que vão constituir as variáveis independentes se podem agrupar em três conjuntos:

- a) Parâmetros relativos às chegadas - débito de chegadas q e índice de dispersão I .
- b) Parâmetros relativos às partidas - débito de saturação s .
- c) Parâmetros relativos ao sinal luminoso - duração do ciclo C e tempo de verde útil g .

Têm sido propostas várias expressões, como, por exemplo, as referidas em [4.15] e [4.16] para o cálculo do valor médio de atraso, alguma das quais atingem um desenvolvimento teórico de interesse puramente matemático já que a sua utilidade prática é reduzida.

Em geral, estas expressões apresentam uma componente uniforme e uma componente aleatória. Esta resulta principalmente do número de veículos que ficam retidos na fila de espera no fim do sinal verde, designados por fila excedente. Note-se que, devido ao carácter aleatório das chegadas, mesmo que uma entrada apresente um grau de saturação inferior à unidade, existem ciclos saturados, isto é, ciclos em que o tempo de verde não é suficiente para escoar todos os veículos pelo que a fila de es-

pera não chega a anular-se. A componente uniforme destas expressões baseia-se na hipótese de as chegadas ocorrerem com intervalos de tempo constante.

A expressão a utilizar na estimação do atraso deve tanto quanto possível, ser simultaneamente simples e realista.

Em condições de equilíbrio estatístico e estabelecendo para o grau de saturação um limite da ordem de grandeza definida em (4.4), a expressão com maior grau de aceitabilidade é a expressão semi-empírica devida a Webster [4.22], obtida por simulação em computador digital. No modelo desenvolvido admite-se que os veículos chegam segundo a lei de Poisson e partem de acordo com o já referido anteriormente. O atraso em cada passo é dado pelo produto do número de veículos na fila de espera e o valor do passo. O atraso total durante um ciclo obtém-se somando os atrasos referentes a cada passo. O atraso médio por veículo calcula-se dividindo o atraso total pelo número de veículos chegados.

Com o fim de estabelecer a expressão relativa ao cálculo do atraso, uma interpretação possível do modelo de Webster é ter admitido para o funcionamento de uma entrada comandada por sinais luminosos que entre as chegadas dos veículos e a linha de paragem seria interposta uma fila de espera com tempo de atendimento constante e igual a $\frac{C}{s \cdot g}$. Deste modo o número máximo de veículos que podem chegar à linha de paragem durante um ciclo é igual ao número máximo de veículos que podem partir durante o tempo de verde. A fila de espera interposta tem por função eliminar a aleatoriedade das chegadas dos veículos tornando-as regulares de forma a que possa ser aplicada, com maior realismo, o modelo contínuo descrito em 4.2.

Note-se que os modelos anteriores, incluíam hipóteses que, em geral, se afastavam da realidade, dificultando a sua utilização. É o caso do processo de chegadas em relação ao modelo contínuo e do processo de partidas para os modelos baseados na teoria das filas de espera.

Com base nos resultados obtidos por simulação, Webster apresenta a seguinte expressão:

$$d = \frac{C(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{x^2}{2q(1-x)} - 0,65 \left(\frac{C}{q^2} \right)^{\frac{1}{3}} x^{(2+5\lambda)} \quad (4.93)$$

sendo,

$d[s]$ - atraso médio por veículo

$C[s]$ - duração do ciclo

$g[s]$ - tempo de verde útil

$\lambda = \frac{g}{C}$ - proporção de tempo de verde útil

x - grau de saturação

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegada

A primeira parcela da expressão (4.93) é análoga à expressão (4.14) e diz respeito ao que se passa entre o fim da fila interposta e a linha de paragem. Representa, pois, o atraso referente a um modelo contínuo em que os veículos chegavam de forma determinística.

A segunda parcela atende ao carácter aleatório das chegadas dos veículos sendo análoga à equação de Pollackey-Kintchine apresentada em (4.53) para o caso de tempo de atendimento constante. Refere-se ao atraso sofrido pelos veículos na fila de espera que foi interposta.

A terceira parcela resulta da análise de regressão, sendo um termo correctivo empírico de forma a melhorar a qualidade do ajuste. O sinal negativo justifica-se porque o atraso dado pela soma das outras parcelas é excessivo para alguns veículos cujas chegadas se podem considerar regulares e portanto não teriam necessidade de passar pela fila de espera.

Em geral a terceira parcela representa 5 a 15% do valor do atraso dado pela expressão (4.93), pelo que se poderá utilizar em sua substituição a seguinte fórmula aproximada:

$$d = \frac{9}{10} \left[\frac{C(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2q(1-x)} \right] \quad (4.94)$$

em que o significado dos símbolos é idêntico ao apresentado para (4.93).

Conforme foi demonstrado anteriormente estas expressões não podem ser aplicadas quando a corrente de tráfego receber dois tempos de verde não consecutivo, uma vez que a primeira parcela não é convexa.

Hutchinson em [4.12] fez uma análise comparativa de várias expressões do atraso tendo escolhido como termo de comparação (4.93). Segundo este estudo conclui-se que para chegadas segunda a lei de Poisson ($I=1$) as diferenças entre as várias expressões não excediam em geral os 10%. Contudo, para $I=1,5$ e para valores elevados do grau de saturação ($x > 0,6$) essas diferenças podem atingir os 50%.

Deste modo a expressão do atraso escolhido para o processo de optimização será a de Webster, dada por (4.93), substituindo

do a segunda parcela pela expressão (4.50) de forma a atender às situações em que $I > 1$ e $x > 0,6$.

Na figura 4.5 representa-se a variação do atraso com o grau de saturação, bem como a influência das duas primeiras parcelas, no caso de as chegadas ocorrerem segundo a lei de Poisson.

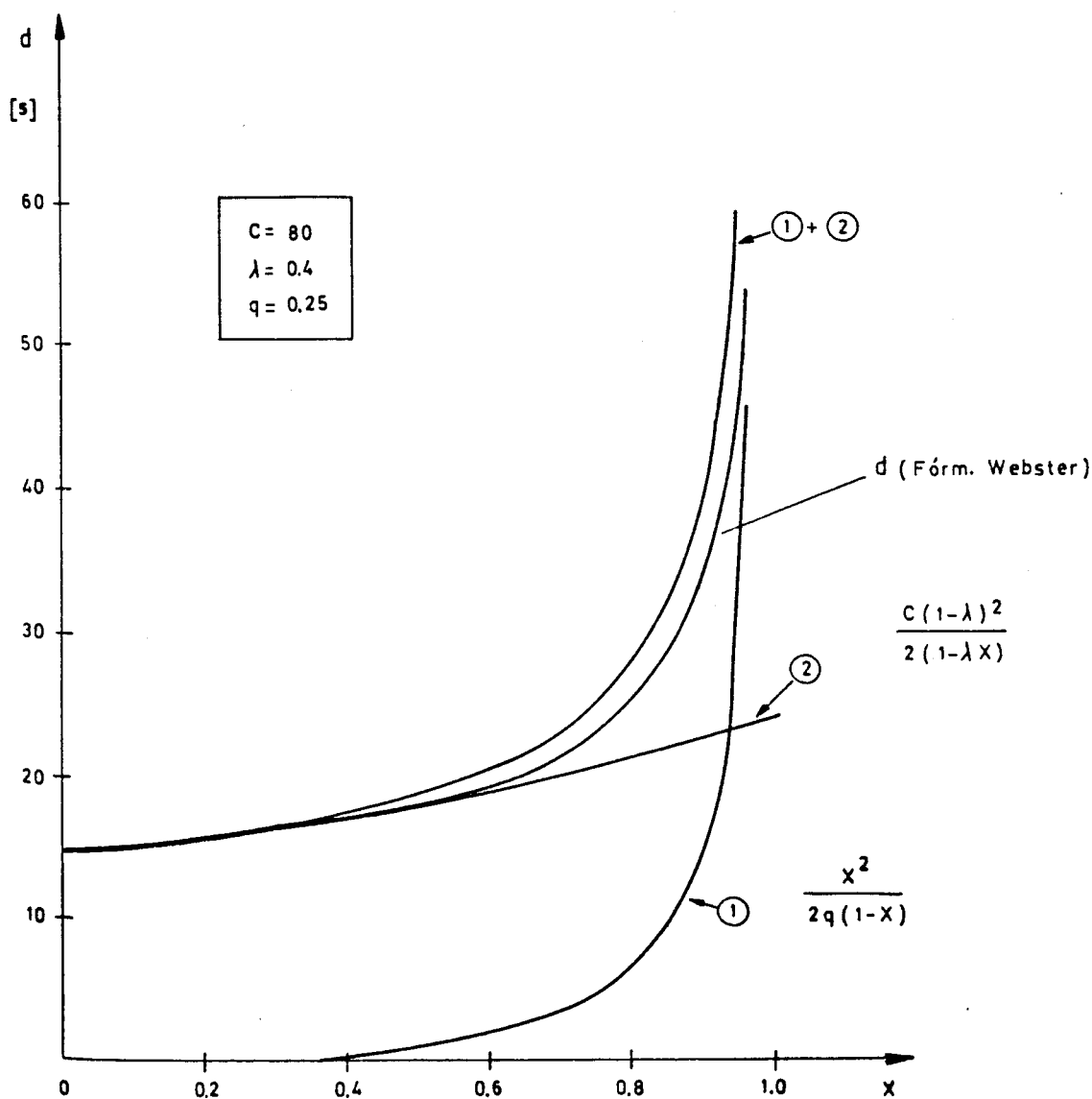


Fig. 4.5 - Variação do atraso com o grau de saturação dado pela fórmula de Webster

Pela análise da figura 4.5 observa-se que quando o grau de saturação é baixo ($x < 0,5$) o atraso médio por veículo deve-se principalmente à primeira parcela de (4.93) correspondente a considerar-se um modelo contínuo.

Por outro lado com um grau de saturação elevado ($x > 0,9$) o valor médio do atraso ultrapassa a duração do ciclo.

O grau de saturação é utilizado em [4.1] como uma medida da qualidade de serviço de uma entrada do cruzamento, definindo-se os níveis de serviço apresentados no quadro 4.I.

Quadro 4.I - Definição do nível de serviço segundo o grau de saturação

Nível de Serviço	Descrição	Grau de Saturação
A	Escoamento livre (atraso quase nulo)	$< 0,4$
B	Escoamento estável (atraso pequeno)	$0,40 - 0,65$
C	Escoamento estável (atraso aceitável)	$0,65 - 0,80$
D	Aproximação de escoamento instável(atraso tolerável)	$0,80 - 0,90$
E	Escoamento instável (atraso intolerável)	$0,90 - 0,95$
F	Escoamento congestionado	$> 0,95$

Embora as edições de 1965 e 1985 do H. C. M. tomem para caracterizar os níveis de serviço, o factor de saturação (quociente entre o número de ciclos saturados e o número de ciclos num certo intervalo de tempo) e o atraso, respectivamente, a adopção do grau de saturação segue o que é mais comum utilizar como um dos parâmetros indicadores da qualidade de serviço para os outros elementos de rede viária, ou seja o quociente entre o débito de chegadas e a capacidade.

4.6 - Comprimento da fila de espera

O comprimento máximo da fila de espera é importante ser conhecido principalmente se a capacidade de retenção de veículos enfileirados num ramo de entrada do cruzamento for escassa, podendo, assim, estes veículos dificultar o escoamento de outros movimentos.

Nos ciclos não saturados (1), isto é, em que a fila de espera se anula durante o tempo de verde, o número de veículos presentes no início do tempo de verde (valor que geralmente não é excedido durante o ciclo) é igual ao número de veículos que chegam durante o tempo de vermelho útil:

$$N_u = q \cdot r \quad (4.95)$$

(1) Em [4.14] é apresentado uma expressão que permite o cálculo da probabilidade de ocorrerem ciclos não saturados. Embora, dependendo do número de veículos que chegam durante o ciclo, verifica-se que para valores baixos do grau de saturação ($x \leq 0,5$), praticamente não há ciclos saturados.

com

N_u - comprimento da fila de espera no início do tempo de verde para ciclos não saturados

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$r[s]$ - tempo de vermelho útil

Para ciclos saturados a variação do comprimento da fila durante um ciclo é, em média, igual a $q \cdot r$, admitindo que no início e fim desse ciclo o número de veículos enfileirados é o mesmo. Por outro lado o comprimento médio da fila de espera é dado por $q \cdot d$, pois que ao chegarem q veículos por segundo e atrasando-se em média cada um deles d segundos, corresponde a ter em média em cada segundo $q \cdot d$ veículos à espera.

Assim, conforme se ilustra na figura 4.6 o comprimento máximo da fila de espera é dado por:

$$N_s = \frac{1}{2} q \cdot r + q \cdot d \quad (4.96)$$

sendo

N_s - comprimento da fila de espera no início do tempo de verde para ciclos saturados

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$r[s]$ - tempo de vermelho útil

$d[s]$ - atraso médio por veículo

No caso limite de os ciclos serem não saturados de forma a que no instante final do tempo de verde a fila se anular, então o comprimento médio da fila ao longo do ciclo é $\frac{1}{2} q \cdot r$, pelo que o

comprimento máximo da fila no início do tempo de verde é $q \cdot r$. Deste modo, pode-se concluir que o comprimento máximo da fila é no mínimo igual a $q \cdot r$.

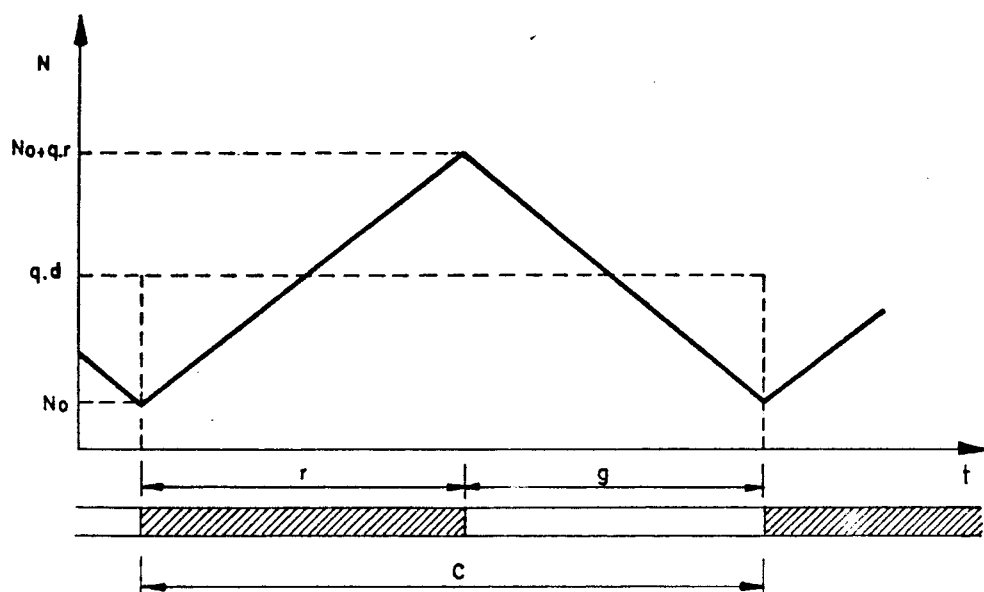


Fig. 4.6 - Evolução da fila de espera durante um ciclo saturado

No entanto, num certo intervalo de tempo não existem apenas ciclos saturados ou ciclos não saturados, mas uma mistura dos dois. Sejam K_1 e K_2 o número de ciclos não saturados e saturados respectivamente. O débito q e o atraso por veículo d podem ser considerados como um débito q_u e um atraso d_u para os K_1 ciclos e um débito q_s e um atraso d_s para os K_2 ciclos.

Durante os K_1 ciclos o comprimento máximo de fila de espera é:

$$q_u \cdot r$$

Para os K_2 ciclos é:

$$\frac{1}{2} q_s \cdot r + q_s \cdot d_s$$

Então, o comprimento médio no início do tempo de verde é dado por:

$$N = \frac{K_1 \cdot q_u \cdot r + K_2 \left(\frac{1}{2} q_s \cdot r + q_s \cdot d_s \right)}{K_1 + K_2} \quad (4.97)$$

O débito de chegadas médio e o atraso médio para o mesmo período de tempo é igual a:

$$q = \frac{K_1 \cdot q_u + K_2 \cdot q_s}{K_1 + K_2} \quad (4.98)$$

$$q = \frac{K_1 \cdot d_u \cdot q_u + K_2 \cdot d_s \cdot q_s}{(K_1 + K_2) q} \quad (4.99)$$

Pretende-se exprimir $\underline{N}$ em função de $\underline{q}$ e $\underline{d}$. Designando por $\bar{N}$ o comprimento médio da fila durante um ciclo não saturado o seu valor pode ser calculado a partir da expressão (4.10) referente a um modelo contínuo:

$$\bar{N} = \frac{q_u \cdot r^2 \cdot s}{2 C (s - q_u)} \quad (4.100)$$

Quanto ao valor médio do atraso $\bar{d}$, neste caso, igual a:

$$d_u = \frac{\bar{N}}{q_u} = \frac{r^2 \cdot s}{2 C (s - q_u)}$$

$$d_u = \frac{r}{2} \left[\frac{r \cdot s}{C (s - q_u)} \right] \cong \frac{r}{2} \quad (4.101)$$

Substituindo este resultado em (4.97) resulta:

$$N = \frac{K_1 \cdot q_u \cdot r + K_2 (q_s \cdot d_u + q_s \cdot d_s)}{K_1 + K_2}$$

$$N = \frac{2 K_1 \cdot q_u \cdot d_u + K_2 \cdot q_s \cdot d_u + K_2 \cdot q_s \cdot d_s}{K_1 + K_2}$$

Vindo, finalmente

$$N = \frac{1}{2} q \cdot r + q \cdot d \quad (4.102)$$

com,

N - número de veículos presentes na fila de espera no início do tempo de verde

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$r[s]$ - tempo de vermelho útil

$d[s]$ - atraso médio por veículo

A aproximação anterior relativa à expressão (4.101) só é rigorosa no caso de $x=1$, isto é, quando a maioria dos ciclos forem saturados. Se isso acontecer, quer, K_1 quer d_u são pequenos e portanto o efeito desta aproximação é desprezável. O mesmo se passa quando os ciclos não são saturados pois neste caso o valor de N é pequeno e está-se a tomar para d_u um valor superior. Note-se que se os ciclos não são saturados entre o grau de saturação $x \ll 1$, logo $C(s-q) \gg r \cdot s$.

Deste modo o número de veículos presentes na fila de espera no início do tempo de verde é dado por:

$$N = \max \left(\frac{1}{2} q \cdot r + q_d ; q_r \right) \quad (4.103)$$

O valor dado pela expressão (4.103) subestima o comprimento máximo da fila de espera em cerca de 10%, devido a se ter considerado que os veículos, ao chegarem, percorrem todo o ramo de entrada até à linha de paragem e só aqui se enfileiram constituindo o que normalmente se designa por uma "fila vertical". Contudo, na realidade, a fila de espera é horizontal com uma determinada extensão o que obriga os veículos a enfileirarem-se mais cedo.

Para além do número de veículos que formam a "fila vertical", o número de veículos enfileirados que resultam da fila se ter desenvolvido para aquém da linha de paragem é dado pelo produto do débito de chegadas e o tempo gasto em percorrer à velocidade de cruzeiro a extensão da fila de espera no início do tempo de verde, isto é:

$$N_b = N + \frac{q \cdot N \cdot e}{v_c} = N(1 + \frac{q \cdot e}{v_c}) \quad (4.104)$$

sendo,

N_b - número corrigido de veículos presentes na fila de espera no início do tempo de verde (atendendo ao conceito de "fila horizontal")

N - número de veículos presentes na fila de espera no início de tempo de verde (atendendo ao conceito da "fila vertical")

$q[\text{veic.} \cdot \text{s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$e[\text{s}]$ - espaçamento médios dos veículos enfileirados

$v_c[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

Tomando para $e = 5,5$ m e $v_c = 13,9$ m/s resulta para a expressão anterior:

$$N_b = N(1 + 0,4 q) \quad (4.105)$$

As expressões anteriores referem-se a valores médios de comprimentos máximos de filas de espera. No entanto, pode ser útil conhecer-se o comprimento crítico da fila de espera cuja probabilidade de ser excedido é muito pequeno.

Em [4.22] são apresentados dois quadros que fornecem o valor do comprimento crítico da fila em função do grau de saturação, da proporção de verde útil e do número de chegadas por ciclo, cuja probabilidade de ser excedido é, respectivamente, 0,01 e 0,05.

Como aproximação poder-se-á considerar que o comprimento crítico N_c da fila é igual ao dobro do número corrigido de veículos presentes N_b na fila de espera no início do tempo de verde obtido a partir de (4.105), isto é:

$$N_c = 2 N_b \quad (4.106)$$

Na figura 4.7 apresenta-se, a título de exemplo, a variação do comprimento máximo da fila com o grau de saturação, para o caso relativo à figura 4.5.

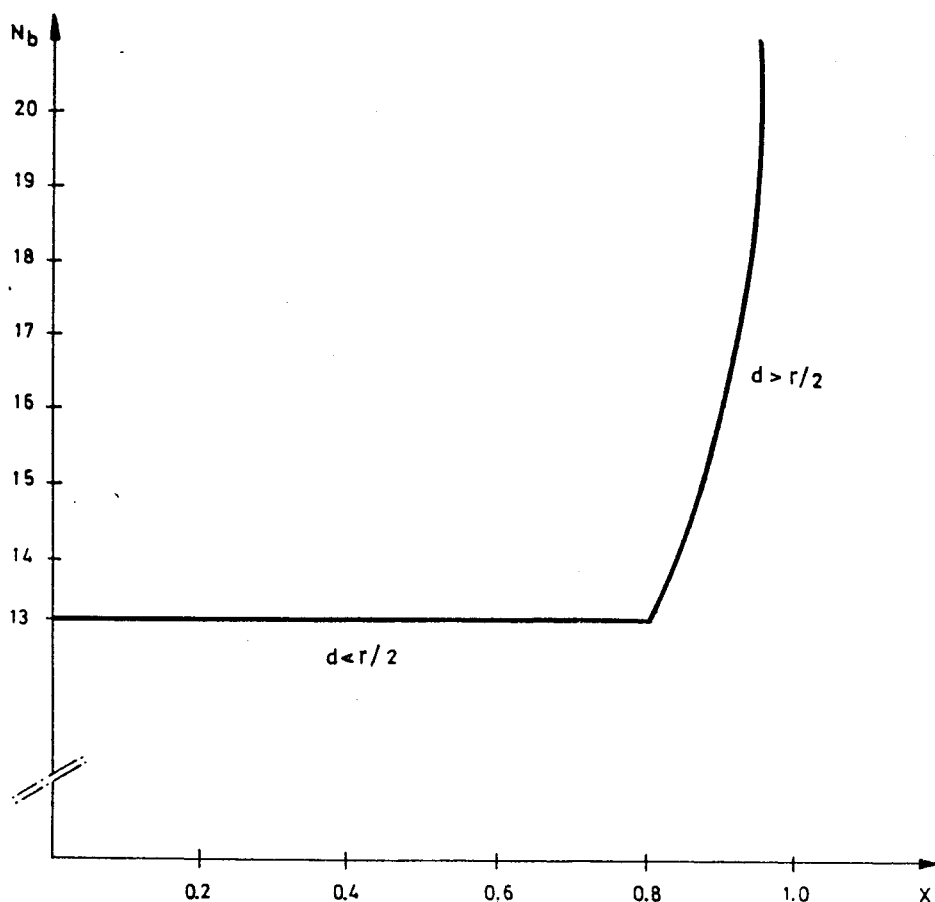


Fig. 4.7 - Variação do comprimento máximo da fila de espera com o grau de saturação

4.7 - Número de paragens

Admitindo que todos os veículos que chegam enquanto há fila de espera têm de parar, o que nem sempre acontece pois que alguns deles apenas reduzem a sua velocidade, a proporção de veículos que param pelos menos uma vez é dada pela expressão (4.8) já anteriormente deduzida:

$$p = \frac{1 - \lambda}{1 - y} \quad (4.8)$$

sendo,

p - proporção de veículos que param pelo menos uma vez

$\lambda = \frac{q}{C}$ - proporção do tempo de verde útil

$y = \frac{q}{s}$ - índice de carga

Quanto ao número de paragens e partidas por um veículo trata-se de um importante factor no estudo do desgaste dos veículos, do consumo de combustível e na comodidade dos condutores. O número total de paragens em cada ciclo é aproximadamente igual à soma do número de veículos enfileirados no início do sinal verde com o número de veículos que vão chegando enquanto a fila não se extingue. Para determinar o seu valor ter-se-ão de considerar isoladamente os seguintes dois casos:

a) Ciclo não saturado

A fila de espera dissipa-se antes que o tempo de verde termine, pelo que corresponde a ter:

$$g > \frac{N_b}{s - q}$$

Neste caso o número de paragens/partidas por veículo é dado por:

$$h = \frac{N_b + \frac{N_b \cdot q}{s - q}}{q \cdot C}$$

$$h = \frac{N_b}{q \cdot C(1 - y)} \quad \text{se } g > \frac{N_b}{s - q} \quad (4.107)$$

com,

h - valor médio do número de paragens por veículo

N_b - comprimento máximo corrigido da fila de espera

$q[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$C[s]$ - duração do ciclo

y - índice de carga

$g[s]$ - tempo de verde

$s[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação

b) Ciclo saturado

Num ciclo saturado, existe uma fila excedente no início do tempo de vermelho, donde a duração do tempo de verde útil tem de ser:

$$g < \frac{N_b}{s - q}$$

Todos os veículos que chegam durante o tempo de verde têm de parar, uma vez que há sempre fila de espera, bem como aqueles que estão enfileirados no início do sinal verde.

Deste modo o número de paragens/partidas por veículo é dado por:

$$h = \frac{N_b + q \cdot g}{q C}$$

$$h = \frac{N_b}{q c} + \lambda \quad \text{se } g < \frac{N_b}{s - q} \quad (4.108)$$

em que os símbolos têm o mesmo significado do que no caso anterior e λ é a proporção de tempo de verde útil.

Na figura 4.8 representa-se, para o caso da figura 4.7, a variação quer do número de paragem/arranque por veículo, quer da proporção de veículos que param pelo menos uma vez em função do grau de saturação.

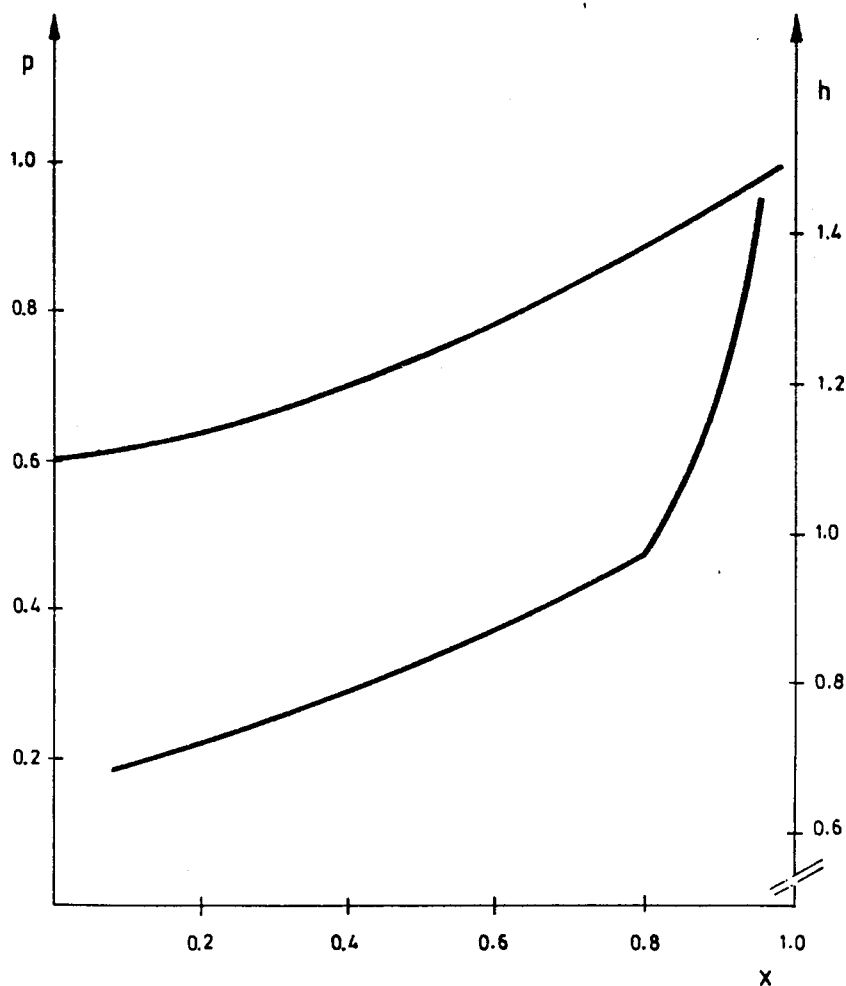


Fig. 4.8 - Variação do número de paragens/arranques por veículo e da proporção de veículos que param pelo menos uma vez com o grau de saturação

Como se referiu inicialmente considerou-se que todos os veículos que sofriam atraso, paravam. Porém, quando o valor do atraso é pequeno, corresponde a que o veículo apenas reduziu a

velocidade sem parar, efectuando o que no Capítulo 2 se designou por paragem incompleta. Esta situação com reflexos no consumo de combustível é analisada a seguir quando se tratar deste parâmetro de funcionamento.

4.8 - Consumo de combustível

A regulação óptima dos sinais luminosos pode ser obtida com base na minimização do consumo de combustível. Para tal é necessário dispor de um modelo que permita estimar o consumo em função de determinadas características do escoamento, tais como, o atraso, o número de paragens/partidas, a velocidade, etc.

Existem vários modelos de consumo de combustível, desde os mais permenorizados utilizados na concepção dos veículos, até aos mais simples especialmente destinados para os problemas do tráfego.

4.8.1 - Consumo de combustível instantâneo

Os modelos de consumo de combustível instantâneo apresentam dum modo geral um grau de desenvolvimento excessivo que desaconselha a sua utilização na definição da regulação óptima dos sinais luminosos.

No entanto, estes modelos são importantes porque a ex-

pressão que os caracteriza serve para a dedução de modelos mais simples. Esta expressão é:

$$f_t = \frac{dF}{dt} = C_1 + C_2 v + C_3 v^2 + C_4 v^3 + C_5 a + C_6 a \cdot v + \\ + C_7 a \cdot v^2 + C_8 a^2 + C_9 a^2 \cdot v + C_{10} a^2 \cdot v^2 \quad (4.109)$$

sendo

$f[m_\ell]$ - consumo de combustível

$t[s]$ - tempo

$f_t[m\ell \cdot s^{-1}]$ - consumo de combustível instantâneo

$v[m \cdot s^{-1}]$ - velocidade instantânea

$a = \frac{dv}{dt} [m \cdot s^{-2}]$ - aceleração instantânea

$C_1, \dots, C_{10}$ - constantes

Para conhecer a e v tem geralmente de recorrer-se a modelos microscópicos de simulação de tráfego o que dificulta a aplicação do modelo instantâneo. As constantes $C_1, \dots, C_{10}$ dizem respeito a um dado veículo, tendo algumas delas significado físico, como mais adiante se verá.

O consumo de combustível instantâneo f_ℓ por unidade de distância pode ser calculado a partir de (4.109), fazendo:

$$f_\ell = \frac{dF}{dx} = \frac{dF}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{C_1}{dv} + C_2 + C_3 v + C_4 v^2 + C_5 \frac{a}{v} \\ + C_6 a + C_7 a \cdot v + C_8 \frac{a^2}{v} + C_9 a^2 + C_{10} a^2 v \quad (4.110)$$

Têm sido desenvolvido estudos no sentido de simplificar estas expressões, eliminando as parcelas que, em termos estatís-

ticos conduzem a uma contribuição reduzida na melhoria das previsões.

De todas as simplificações propostas, a que apresenta melhores resultados é a seguinte [4.6]:

$$f_t = \frac{dF}{dt} \approx C_1 + C_2 v + C_4 v^3 + | C_6 a v + C_9 a^2 v | \quad a > 0 \quad (4.111)$$

e

$$f_\ell = \frac{ft}{v} = \frac{C_1}{v} + C_2 + C_4 v^2 + | C_6 a + C_9 a^2 | \quad a > 0 \quad (4.112)$$

onde os coeficientes e as variáveis têm o mesmo significado do que em (4.109).

Cada uma das parcelas de (4.111) tomada isoladamente tem o seguinte significado físico:

C_1 - Consumo de combustível enquanto o veículo está parado.

$C_2 v$ - Consumo de combustível relacionado com a resistência ao movimento

$C_4 v^3$ - Consumo de combustível relacionado com a resistência do ar.

$| C_6 a v + C_9 a^2 v |$ - Consumo de combustível relacionado com a aceleração positiva (fase de arranque)

4.8.2 - Modelos elementares

Nos modelos elementares considera-se que o combustível gasto por um veículo num determinado percurso, decompõe-se nas seguintes parcelas:

- Consumo em movimento: combustível gasto a percorrer uma determinada distância à velocidade de cruzeiro.

- Consumo em vazio: combustível gasto quando o veículo está parado.

- Consumo nas paragens (e arranques) - Combustível gasto nas manobras de paragem e arranque.

A expressão referente ao modelo elementar é, assim, dada por:

$$f_{\ell} = f_1 + f_2 \bar{d}_r + f_3 \bar{h} \quad (4.113)$$

sendo,

$f_{\ell} [\text{ml} \cdot \text{Km}^{-1}]$ - consumo médio de combustível por unidade de distância

$\bar{d}_r [\text{s} \cdot \text{Km}^{-1}]$ - tempo parado médio por unidade de distância

$\bar{h} [\text{paragem} \cdot \text{Km}^{-1}]$ - número de paragem médio por unidade de distância

$f_1 [\text{ml} \cdot \text{Km}^{-1}]$ - consumo em movimento por unidade de distância

$f_2 [\text{ml} \cdot \text{s}^{-1}]$ - consumo em vazio por unidade de tempo

$f_3 [\text{ml} \cdot \text{paragem}^{-1}]$ - consumo adicional por paragem

Para obter os consumos f_1 , f_2 e f_3 recorre-se às expressões do consumo de combustível instantâneo aplicadas isoladamente a cada um deles.

Note-se que os valores de $\bar{d}_r$ e $\bar{h}$ são determinados a partir do modelo de tráfego adoptado. Porém, é mais comum obter-se o atraso médio por veículo $\bar{d}$ em vez de $\bar{d}_r$, cujos valores podem relacionar-se através de:

$$d_r = d - h \cdot d_h \quad (4.114)$$

com

$$d_h = d_d + d_a \quad (4.115)$$

sendo

$d_r [s]$ - tempo em que o veículo está parado

$d [s]$ - atraso

h - número de paragens por veículo

$d_h [s]$ - atraso durante a travagem e arranque

$d_d [s]$ - atraso durante a travagem

$d_a [s]$ - atraso durante o arranque

Na figura 4.9 representa-se a trajectória de um veículo com h paragens, indicando-se o significado de cada uma daquelas variáveis.

Tomando valores médios por unidade de distância vem:

$$\bar{d}_r = \bar{d} - \bar{h} \cdot d_h \quad (4.116)$$

Substituindo esta expressão em (4.113) resulta:

$$f_\ell = f_1 + f_2 (\bar{d} - \bar{h} \cdot d_h) + f_3 \bar{h}$$

$$f_\ell = f_1 + f_2 \bar{d} + f_3' \bar{h} \quad (4.117)$$

Com

$$f_3' = f_3 - f_2 d_h \quad (4.118)$$

O valor f_3' representa o consumo corrigido por cada manobra de paragem/arranque.

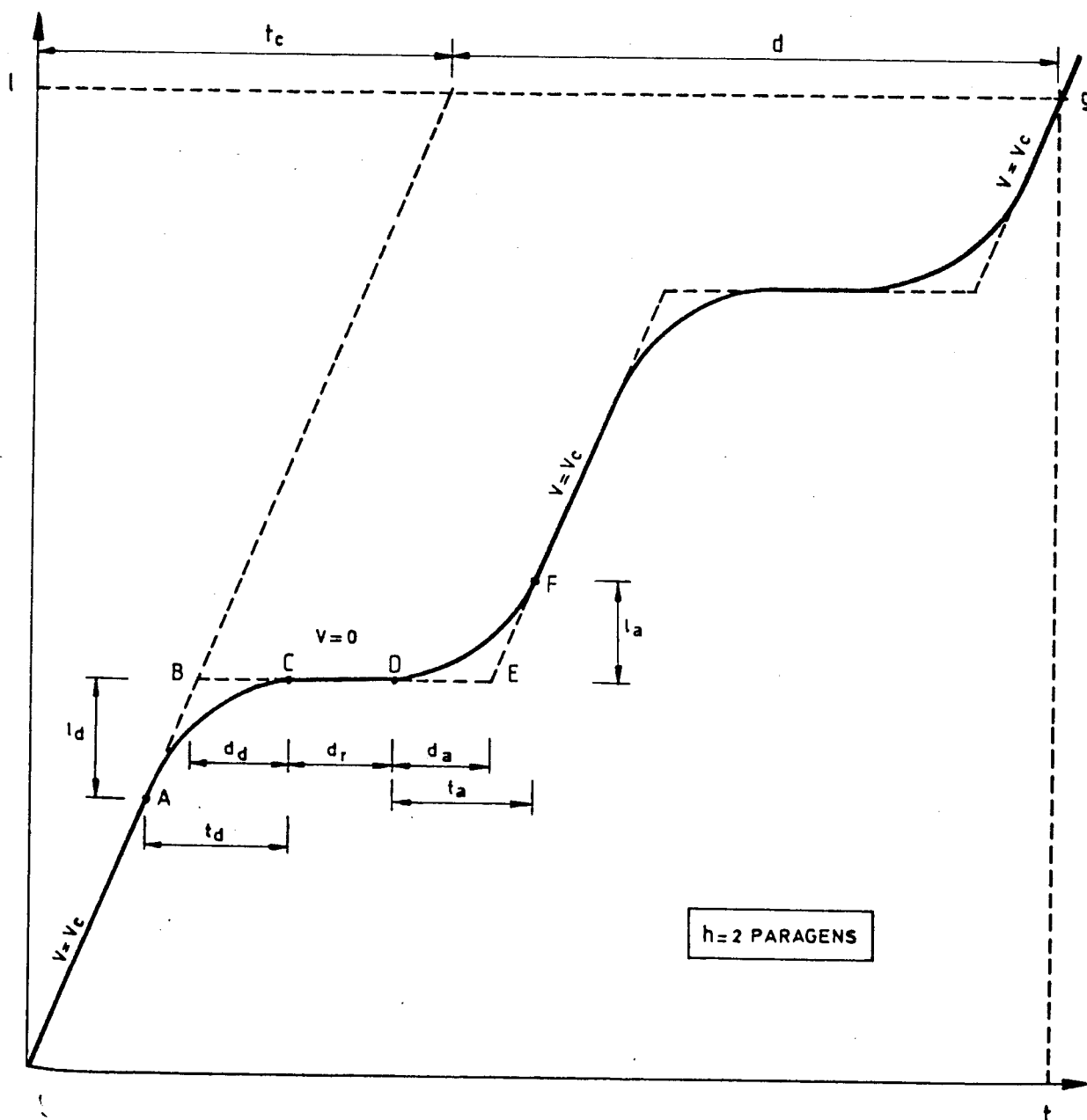


Fig. 4.9 - Trajetória de um veículo com h paragens

Significado das variáveis:

t_d - tempo para desaceleração

t_a - tempo para aceleração

d_d - atraso da desaceleração

d_a - atraso da aceleração

d_r - tempo de paragem

$d_h = d_d + d_a$ - atraso de desaceleração/aceleração

d - atraso

t_c - tempo de percurso sem atraso à velocidade constante de cruzeiro

ℓ_d - distância de desaceleração

ℓ_a - distância de aceleração

$t = t_c + d$ - tempo de percurso com atraso

v_c - velocidade de cruzeiro

ℓ - distância.

4.8.2.1 - Consumo em vazio

Para a trajectória representada na figura 4.9 e atendendo à expressão (4.113), o consumo em vazio refere-se ao combustível gasto durante o tempo em que o veículo está parado, isto é, entre os pontos C e D.

O seu valor pode ser obtido a partir de equação do consumo de combustível instantâneo (expressão (4.109)) ou da sua versão simplificada (expressão (4.111)), fazendo $v = 0$ e $a = 0$, resultando:

$$f_2 = C_1 \quad (4.119)$$

Este parâmetro é relativamente simples de medir, podendo, portanto, ser utilizado como um valor conhecido em análises de regressão efectuadas posteriormente para determinar os outros coeficientes do modelo.

4.8.2.2 - Consumo em movimento

O consumo de combustível por unidade de distância f_c de um veículo animado com velocidade constante igual a v_c , pode ser obtido a partir da equação (4.112) fazendo $v = v_c$ e $a = 0$, isto é:

$$f_c = \frac{C_1}{v_c} + C_2 + C_4 v_c^2 \quad (4.120)$$

Este consumo diz respeito, na figura 4.9, aos segmentos compreendidos entre os pontos O e A e entre F e G da trajectória do veículo.

Quanto ao coeficiente C_1 ele é medido directamente, conforme foi referido atrás.

Os coeficientes C_2 e C_4 podem ser determinados a partir dos valores conhecidos do consumo mínimo f_0 observado para uma velocidade óptima v_0 , recorrendo às seguintes expressões obtidas anulando a derivada em relação à velocidade de (4.120):

$$(f_c)' = \left(\frac{C_1}{v_c} + C_2 + C_4 v_c^2 \right)'_{v_c=v_0} = -\frac{C_1}{v_c^2} + 2 C_4 v_c = 0$$

donde

$$C_4 = \frac{C_1}{2 v_0^3} \quad (4.121)$$

Substituindo esta expressão em (4.120) resulta:

$$f_0 = \frac{C_1}{v_0} + C_2 + \frac{C_1}{2 v_0^3} \cdot v_0^2 \quad (4.122)$$

e

$$C_2 = f_0 - \frac{3}{2} \frac{C_1}{v_0} \quad (4.123)$$

O valor de v_0 está normalmente compreendido entre $11,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($40 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$) e $16,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($60 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$).

O consumo por unidade de tempo $\frac{t}{f_c}$ a velocidade constante é dado pela seguinte expressão obtida a partir de (4.111)

$$\frac{t}{f_c} = C_1 + C_2 v_c + C_4 v_c^3 \quad (4.124)$$

A representação gráfica desta curva é feita na figura 4.10, salientando-se que o valor da ordenada na origem corresponde ao consumo em vazio, $f_2 = C_1$. Pode observar-se, ainda, que para velocidades baixas, o aumento de $\frac{t}{f_c}$ é pequeno, pelo que se pode considerar, na prática, como tempo parado o tempo durante o qual a velocidade é baixa (5 Km/h).

Note-se que, em rigor, a velocidade de um veículo em movimento não é constante pelo que o respectivo consumo em movimento é mais elevado do que o consumo a velocidade constante, isto é, $f_1 > f_c$, podendo, no entanto, considerar-se esta diferença desprezável em termos práticos.

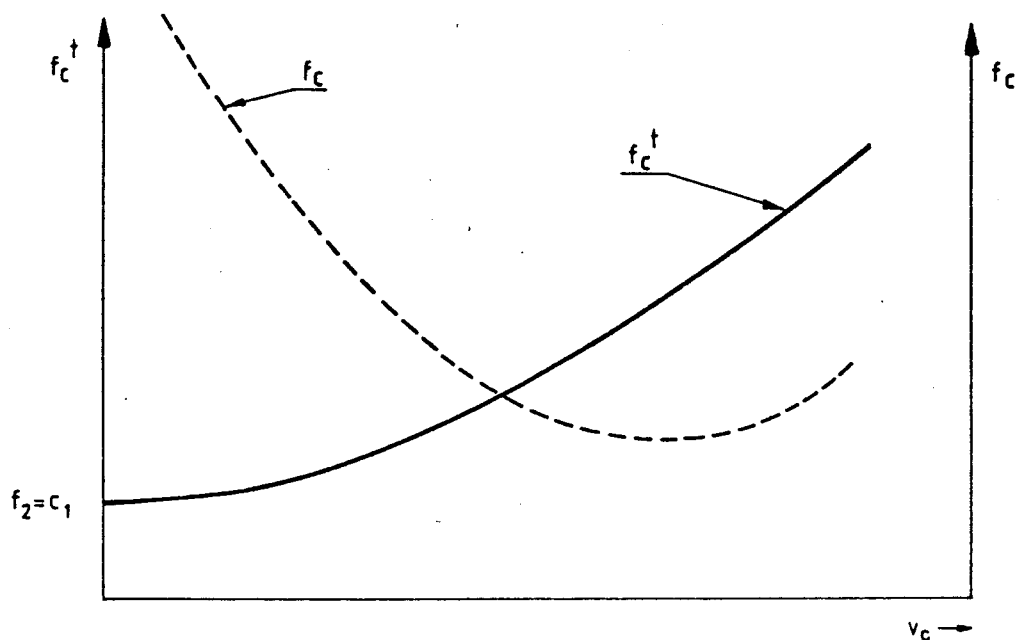


Fig. 4.10 - Consumo de combustível por unidade de tempo
(e por unidade de distância) a velocidade
constante

4.8.2.3 - Consumo nas paragens e arranques

Uma paragem/arranque é uma manobra que compreende uma fase de travagem em que a velocidade do veículo baixa desde a velocidade de cruzeiro até se anular, seguida de uma aceleração até voltar a atingir a velocidade de cruzeiro. Corresponde na figura 4.9 aos troços compreendidos entre os pontos A e C e entre D e F da trajectória dum veículo.

Nalgumas vezes acontece que o veículo sofre apenas uma paragem incompleta, isto é, a velocidade decresce até a um valor mínimo v_m sem se anular.

Para determinar o consumo total de combustível numa manobra de paragem/arranque integra-se em relação ao tempo a expressão (4.111) admitindo que a velocidade do veículo varia segundo a lei de aceleração linear descrita no Capítulo 2.

Assim, em relação ao arranque obtém-se:

$$F_a = \int_0^{F_a} dF = C_1 \int_0^{t_a} dt + C_2 \int_0^{\ell_a} d\ell + C_4 \int_0^{t_a} v^3 dt + \\ + C_6 \int_0^{v_c} v dv + C_9 \int_0^{t_a} a^2 v dt \quad (4.125)$$

sendo

F_a [mℓ · arranque⁻¹] - consumo no arranque

t_a [s] - tempo gasto no arranque

ℓ_a [m] - distância percorrida no arranque

v [m · s⁻¹] - velocidade

a [m · s⁻²] - aceleração

$C_1, \dots, C_9$ - constantes

Tendo em conta apenas a parcela cujo coeficiente é C_4 , vem, atendendo à expressão (A · 8) do apêndice A:

$$C_4 \int_0^{t_a} v^3 dt = C_4 \int_0^{t_a} \left(2 K_a \cdot t - \frac{K_a^2 t^2}{v_c} \right)^3 dt \\ = C_4 \left(2 K_a^3 \cdot t_a^4 - \frac{12}{5} \frac{K_c^4}{v_c} t_a^5 + \frac{K_a^5}{v_c^2} t_a^6 - \frac{1}{7} \frac{K_a^6}{v_c^3} t_a^7 \right)$$

Substituindo $t_a = \frac{v_c}{K_a}$ resulta:

$$C_4 \left(2 \frac{v_c^4}{K_a} - \frac{12}{5} \frac{v_c^4}{K_a} + \frac{v_c^4}{K_a} - \frac{1}{7} \frac{v_c^4}{K_a} \right) = \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} \quad (4.126)$$

Procedendo do mesmo modo a parcela cuja coeficiente é C_9 e considerando as expressões (A.7) e (A.8) vem:

$$C_9 \int_0^{t_a} a^2 \cdot v \, dt = C_9 \int_0^{t_a} \left(2 K_a - 2 \frac{K_a^2}{v_c} \cdot t \right)^2 \left(2 K_a \cdot t - \frac{K_a^2}{v_c} \cdot t^2 \right) dt$$

Efectuando a integração e atendendo a $t_a = \frac{v_a}{K_a}$ obtém-se:

$$C_9 \int_0^{t_a} a^2 \cdot v \, dt = \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a \quad (4.127)$$

Retomando a expressão (4.125) e atendendo a (4.126) e (4.127) vem:

$$F_a = C_1 t_a + C_2 l_a + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a$$

Prova-se no Anexo A que:

$$l_a = \frac{2}{3} \frac{v_c^2}{K_a} \quad \text{e} \quad t_a = \frac{v_c}{K_a}$$

donde,

$$F_a = C_1 \frac{v_c}{K} + \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_a} + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a$$

ou

$$F_a = \left(C_1 + \frac{2}{3} C_2 v_c + \frac{16}{35} C_4 v_c^3 \right) t_a + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 \frac{v_c^3}{t_a} \quad (4.128)$$

Assim, é possível representar a equação do consumo durante a aceleração por uma função do tipo:

$$F_a = A \cdot t_a + B \frac{C}{t_a} \quad (4.129)$$

onde,

F_a [ml · arranque⁻¹] - consumo no arranque

t_a [s] - tempo gasto no arranque

$$A = C_1 + \frac{2}{3} C_2 v_c + \frac{16}{35} C_4 v_c^3$$

$$B = \frac{1}{2} C_6$$

$$C = \frac{8}{15} C_9 v_c^3$$

O tempo de aceleração ótimo t_{op} e respectiva aceleração média K_{op} , que minimiza o consumo podem facilmente ser obtidas a partir de (4.129):

$$(F_a)' = \left(A - \frac{C}{t_a^2} \right)_{t_a=t_{op}} = 0$$

$$t_{op} = \left(\frac{C}{A} \right)^{1/2} \quad (4.130)$$

$$K_{op} = \frac{v_c}{t_{op}} \quad (4.131)$$

Em relação ao consumo na paragem obtém-se, tal como anteriormente, por integração em relação ao tempo da equação (4.111), sendo consideradas apenas as três primeiras parcelas devido ao facto da aceleração ser negativa

$$F_d = \int_0^{F_d} dF = C_1 \int_0^{t_d} dt + C_2 \int_0^{l_d} dx + C_4 \int_0^{t_d} v^3 dt \quad (4.132)$$

Com,

$F_d [m \cdot \ell \cdot \text{paragem}^{-1}]$ - consumo na paragem

$t_d [s]$ - tempo gasto na paragem

$\ell_d [m]$ - distância percorrida na paragem

$v [m \cdot s^{-1}]$ - velocidade

C_1, C_2 e C_4 - constantes

Segundo o Anexo A, a equação geral da velocidade é (expressão A.2):

$$v = v_c - \frac{K_d^2}{v_c} \cdot t^2$$

Deste modo resulta para a parcela referente ao coeficiente C_4 :

$$C_4 \int_0^{t_d} v^3 dt = C_4 \int_0^{t_d} \left(v_c - \frac{K_d^2}{v_c} t^2 \right)^3 dt \quad (4.133)$$

Resolvendo o integral referente à expressão (4.133) e atendendo a que

$$t_d = \frac{v_c}{K_d} \quad \text{e} \quad \ell_d = \frac{2}{3} \frac{v_c^2}{K_d}$$

resulta para a expressão (4.132):

$$F_d = C_1 \frac{v_c}{K_d} + \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_d} + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_d}$$

ou

$$F_d = (C_1 + \frac{2}{3} C_2 v_c) t_d + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^3}{t_a} \quad (4.134)$$

donde

$$F_d = A' \cdot t_d + \frac{C'}{t_d} \quad (4.135)$$

Com

$F_d [\text{m}\ell \cdot \text{paragem}^{-1}]$ - consumo na paragem

$t_d [s]$ - tempo gasto na paragem

$$A' = C_1 + \frac{2}{3} C_2 v_c$$

$$C' = \frac{16}{35} C_4$$

Determinado $\underline{F_d}$ e $\underline{F_d}$ o consumo total na manobra de paragem/arranque, $\underline{F_h}$, é dado por:

$$\begin{aligned} F_h = F_a + F_d = & C_1 \frac{v_c}{K_a} + \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_a} + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \\ & + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a + C_1 \frac{v_c}{K_d} + \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_d} + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_d} \end{aligned} \quad (4.136)$$

Designando por $\underline{K_h}$ o valor médio da aceleração durante a manobra de paragem/arranque, dado pela média harmônica de $\underline{K_d}$ e $\underline{K_a}$, isto é:

$$K_h = \frac{2}{\frac{1}{K_d} + \frac{1}{K_a}} \quad (4.137)$$

vem para (4.136):

$$\begin{aligned} F_h = & 2 C_1 \frac{v_c}{K_h} + \frac{4}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_h} + \frac{32}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_h} + \\ & + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a \end{aligned} \quad (4.138)$$

4.8.2.4 - Consumo adicional por paragem/arranque

O consumo de combustível $\underline{f}$ de um veículo que percorre uma distância $\underline{\ell}$ é, atendendo à expressão (4.113)

$$f = f_{\ell} \cdot \ell \quad (4.139)$$

No entanto, a distância $\underline{\ell}$ (figura 4.9) inclui a distância percorrida durante a paragem e o arranque, $\ell_h = \ell_d + \ell_a$, pelo que ao calcular o consumo total no itinerário, o consumo referente à manobra de paragem/arranque deve ser corrigido a fim de evitar a duplicação deste comprimento. Assim, define-se consumo adicional por paragem $\underline{f}_3$ a diferença entre o consumo total verificado na manobra paragem/arranque (não incluindo o tempo de paragem) e o consumo correspondente a percorrer a distância ℓ_h à velocidade de cruzeiro, isto é:

$$f_3 = F_h - f_c \cdot \ell_h \quad (4.140)$$

Atendendo a (4.138) e (4.120) vem:

$$\begin{aligned} f_3 = & 2 C_1 \frac{v_c}{K_h} + \frac{4}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_h} + \frac{32}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_h} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \\ & + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a - \left(\frac{C_1}{v_c} + C_2 + C_4 v_c^2 \right) \ell_h \end{aligned} \quad (4.141)$$

Fazendo

$$\ell_h = \ell_d + \ell_a = \frac{4}{3} \frac{v_c^2}{K_h} \quad (4.142)$$

vem

$$f_3 = \frac{2}{3} C_1 \frac{v_c}{K_h} + \frac{32}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_h} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a - \frac{4}{3} C_4 \frac{v_c^4}{K_h} \quad (4.143)$$

Admitindo

$$K_a = K_d = K$$

vem

$$K_h = K$$

donde

$$f_3 = \frac{2}{3} C_1 \frac{v_c}{K} + \frac{1}{2} C_2 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K - \frac{44}{105} C_4 \frac{v_c^4}{K} \quad (4.144)$$

$$\text{ou, tomando } t_h = \frac{2 v_c}{K_h} \quad (4.145)$$

$$f_3 = b_1 t_h + b_2 v_c^2 + b_3 \frac{v_c^3}{t_h} - b_4 v_c^3 t_h \quad (4.146)$$

Com

$f_3 [\text{ml} \cdot \text{paragem}^{-1}]$ - consumo adicional por paragem

$t_h [s]$ - tempo gasto na manobra paragem/arranque

$v_c [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

$K [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ - aceleração média durante a manobra paragem/

$b_1 = \frac{1}{3} C_1$ /arranque

$$b_2 = \frac{1}{2} C_6$$

$$b_3 = \frac{16}{15} C_9$$

$$b_4 = \frac{44}{210} C_4$$

Nalguns estudos considera-se que o consumo durante a travagem é igual ao consumo em vazio. Porém, esta simplificação não traz qualquer vantagem, pois que conduz a uma expressão mais complicada para f_3 .

Assim, se fosse

$$F_d = C_1 \cdot t_d \quad (4.147)$$

$$\text{Com } t_d = \frac{v_c}{K_d}$$

vem

$$\begin{aligned} F_h = F_a + F_d = C_1 \frac{v_c}{K_a} + \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_a} + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \\ + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a + C_1 \frac{v_c}{K_d} \end{aligned} \quad (4.148)$$

Substituindo a expressão (4.148) em (4.140) e atendendo a (4.120) resulta

$$\begin{aligned} f_3 = F_h - f_c \cdot \ell_h = C_1 \frac{v_c}{K_a} + \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K_a} + \frac{16}{35} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \\ + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K_a + C_1 \frac{v_c}{K_d} - \left(\frac{C_1}{v_c} + C_2 + C_4 v_c^2 \right) \ell_h \end{aligned} \quad (4.149)$$

Fazendo as mesmas substituições que anteriormente para se obter (4.144) vem:

$$\begin{aligned} f_3 = \frac{2}{3} C_1 \frac{v_c}{K} - \frac{2}{3} C_2 \frac{v_c^2}{K} - \frac{92}{105} C_4 \frac{v_c^4}{K_a} + \\ + \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K \end{aligned} \quad (4.150)$$

Conforme se pode observar facilmente esta expressão é mais complexa do que a expressão (4.144) atrás deduzida.

Da análise da expressão (4.144) resulta que por se tratar de um consumo adicional por paragem/arranque, a parcela relacionada com a distância que inclui o coeficiente C_2 é eliminada. Por outro lado a parcela de sinal negativo significa que durante a manobra completa os veículos ao circular em velocidades inferiores à velocidade de cruzeiro apresentam consumos relativos à "resistência do ar" inferiores aqueles que se observariam ao percorrer a mesma distância com a velocidade de cruzeiro. É de notar, ainda, que esta redução do consumo é tanto mais elevado quanto maior for a velocidade de cruzeiro.

Para definir completamente a expressão (4.144) é necessário conhecer as estimativas relativas aos coeficientes C_6 e C_9 o que pode ser feito recorrendo a uma análise de regressão, admitindo que os coeficientes C_1 e C_4 já foram fixados segundo os processos apresentados anteriormente.

Em geral é mais útil exprimir o consumo em função do atraso $\underline{d}$ em vez do tempo parado $\underline{d}_r$. Por esta razão é conveniente definir um novo parâmetro $\underline{f}_3'$ que representa o consumo corrigido por paragem, podendo ser calculado a partir de (4.118), isto é:

$$f_3' = f_3 - f_2 d_h \quad (4.110)$$

onde $\underline{d}_h$ representa o atraso verificado durante a manobra de paragem/arranque

Sabendo que

$$d_d = t_d - \frac{l_d}{v_c} \quad e \quad d_a = t_a - \frac{l_a}{v_c} \quad (4.151)$$

obtém-se

$$d_h = d_a + d_d = t_d + t_a - \frac{l_a + l_d}{v_c} = t_h - \frac{l_h}{v_c} \quad (4.152)$$

Atendendo a (4.145) e (4.142) vem:

$$d_h = \frac{2 v_c}{K_h} - \frac{4 v_c^2}{3 K_h \cdot v_c} = \frac{2}{3} \frac{v_c}{K_h} \quad (4.153)$$

Deste modo, tendo em conta (4.153) e os valores dos parâmetros f_2 e f_3 dados respectivamente por (4.119) e (4.144) vem:

$$f_3' = \frac{1}{2} C_6 v_c^2 + \frac{8}{15} C_9 v_c^2 K - \frac{44}{105} C_4 \frac{v_c^4}{K} \quad (4.154)$$

Com

f_3' [ml · paragem⁻¹] - consumo corrigido por paragem

v_c [m · s⁻¹] - velocidade de cruzeiro

K [m · s⁻²] - aceleração média durante a paragem/
/arranque

4.8.2.5 - Efeito duma paragem incompleta

Segundo alguns autores [4.20] e [4.21] o consumo corrigido por paragem é proporcional à variação da energia cinética durante a travagem, isto é:

$$f_3' = \rho \cdot P K E \quad (4.155)$$

sendo neste caso

$$P K E = v_c^2 - v_m^2 \quad (4.156)$$

ρ - constante

v_c [m · s⁻¹] - velocidade de cruzeiro

v_m [m · s⁻¹] - velocidade mínima atingida

Se todos os veículos que sofrem atraso páram, o respectivo consumo corrigido por paragem seria:

$$\rho \cdot v_c^2$$

Considerando que alguns dos veículos não chegam a parar, o respectivo consumo corrigido por paragem é menor, sendo dado por:

$$\rho (v_c^2 - v_m^2)$$

Assim, em termos de consumo de combustível uma paragem completa equivale a $\underline{K_1}$ paragens incompletas com $\underline{K_1}$ obtido através de:

$$\rho \cdot v_c^2 = K_1 \rho (v_c^2 - v_m^2)$$

donde

$$K_1 = \frac{v_c^2}{v_c^2 - v_m^2} \quad (4.157)$$

Então, se for conhecido o número de veículos atrasados $\underline{h}$, o número de paragens completas equivalentes $\underline{h_c}$ é calculado a partir de:

$$h_c = \frac{h}{K_1} \quad (4.158)$$

Para calcular o consumo correspondente às paragens é então necessário determinar previamente o coeficiente $\underline{K_1}$.

Por outro lado o tempo perdido numa paragem incompleta é dado pela expressão (4.152):

$$d_h = t_d + t_a - \frac{l_d + l_a}{v_c} \quad (4.152)$$

Substituindo $\underline{t_d}$, $\underline{t_a}$, $\underline{l_d}$ e $\underline{l_a}$ pelas expressões apresentadas no Anexo A resulta:

$$d_h = \frac{2}{3K} \sqrt{1 - \frac{v_m}{v_c}} (v_c - v_m) \quad (4.159)$$

Verifica-se, assim, que fixado $\underline{v_c}$ e $\underline{K}$ é possível conhecer a relação entre $\underline{K_1}$ e o atraso $\underline{d_h}$, apresentando-se na figura 4.11 as respectivas curvas para certos pares de valores de $\underline{v_c}$ e $\underline{K}$.

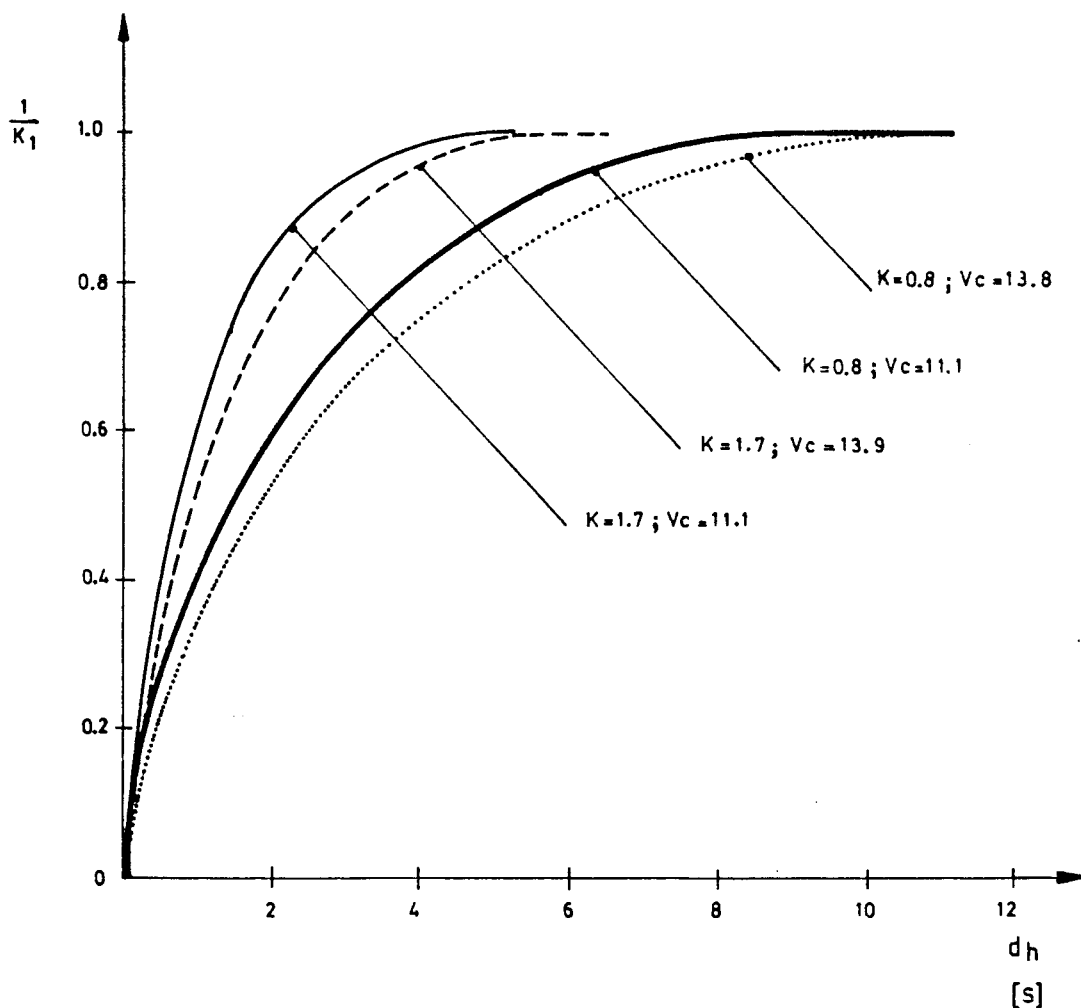


Fig. 4.11 - Percentagem de paragem completa em função do atraso

Pela análise das curvas representadas na fig. 4.11 observa-se que atrasos por veículo superiores a 10 s correspondem em geral a paragens completas.

4.8.2.6 - Resultados

O modelo elementar apesar de ser conceptualmente simples e de interpretação fácil, é suficientemente realista para os objectivos propostos, desde que, naturalmente, os volumes estimados para os coeficientes sejam correctos.

Na ausência de estudos, em Portugal, relativos a este assunto, adoptar-se-ão os valores apresentados pelo TRRL [4.20], fazendo-se as adaptações requeridas pelo modelo e que a seguir se descrevem separadamente para cada um dos coeficientes.

a) Consumo em vazio: f_2

Como atrás se referiu o valor de $\underline{f_2}$ é obtido por medição directa, pelo que irá depender fundamentalmente do tipo de veículo ensaiado. Por exemplo, segundo testes referidos em [4.6] utilizando veículos de tipo "americano" os valores de $\underline{f_2}$ variam desde $0,65 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$ a $0,88 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$. Já o TRRL apresenta um valor de $f_2 = 0,417 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$ ($1500 \text{ ml} \cdot \text{h}^{-1}$) para um veículo com características mais próximas das dos veículos que constituem o parque automóvel em Portugal.

O valor médio adoptado neste modelo é $f_2 = 0,389 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$ ($1400 \text{ ml} \cdot \text{h}^{-1}$) que corresponde ao valor sugerido em [4.20] para

um veículo representativo de uma corrente de tráfego em zona urbana, que apresenta uma composição de 82% de veículos ligeiros de passageiros, 9% de veículos ligeiros comerciais, 8% de veículos comerciais médios e pesados e autocarros e 1% de motorizadas.

b) Consumo em movimento: f_1

Tal como foi referido, apesar do consumo em movimento ser ligeiramente superior ao consumo à velocidade constante, poder-se-á considerar esta diferença desprezável, pelo que se utilizará este como estimativa daquele.

O valor de $\underline{f_c}$ é função apenas da velocidade de cruzeiro, sendo dado por:

$$f_c = \frac{C_1}{v_c} + C_2 + C_4 v_c^2 \quad (4.120)$$

O valor de $\underline{C_1}$ refere-se ao consumo em vazio, tendo sido já fixado em $C_1 = 0,389 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$.

Para estimar os coeficientes $\underline{C_2}$ e $\underline{C_4}$ utilizando as expressões (4.121) e (4.123), respectivamente, há necessidade de conhecer previamente o consumo mínimo $\underline{f_0}$ e a velocidade óptima $\underline{v_0}$ quando este consumo é atingido. Para tal, considerando a expressão apresentada em [4.20] obtém-se:

$$f_T = 0,17 - 0,01638 v_c + 0,000635 v_c^2 \quad (4.160)$$

sendo

$f_T [\text{ml} \cdot \text{m}^{-1}]$ - consumo a velocidade constante por unidade de distância

$v_c [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

Para determinar o consumo mínimo, anula-se a derivada em ordem a $\underline{v_c}$ de (4.160), isto é:

$$\frac{\delta f_T}{\delta v_c} = - 0,01638 + 2 \times 0,000635 v_0 = 0$$

Donde

$$v_0 = 12,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.161)$$

Substituindo em (4.160) $\underline{v_c}$ por $\underline{v_0}$ resulta:

$$f_0 = 0,0644 \text{ m}\ell \cdot \text{m}^{-1} (= 6,44 \text{ }\ell/100 \text{ Km}) \quad (4.162)$$

Substituindo os valores de $\underline{f_0}$ e $\underline{v_0}$ encontrados em (4.121) e (4.132) vem:

$$C_4 = \frac{C_1}{2 v_0^3} = \frac{0,389}{2 \cdot 12,9^3} = 9,06 \times 10^{-5} \text{ m}\ell \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3} \quad (4.163)$$

$$C_2 = f_0 - \frac{3}{2} \frac{C_1}{v_0} = 0,0644 - \frac{3}{2} \frac{0,389}{12,9} = 0,019 \text{ m}\ell \cdot \text{m}^{-1} \quad (4.164)$$

Deste modo resulta para a expressão (4.120)

$$f_c = \frac{0,389}{v_c} + 0,019 + 9,06 \times 10^{-5} v_c^2 \quad (4.165)$$

Com

$f_c [\text{m}\ell \cdot \text{m}^{-1}]$ - consumo de combustível a velocidade
constante por unidade de distância

$v_c [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

Na figura 4.12 apresentam-se graficamente quer a curva apresentada em [4.20], quer a curva agora proposta relativas ao

consumo de combustível a velocidade constante por unidade de distância. Da sua análise pode concluir-se que, para as velocidades mais comuns em zona urbana, geralmente compreendidas entre os $8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ e $16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, a diferença entre as duas curvas é pequena.

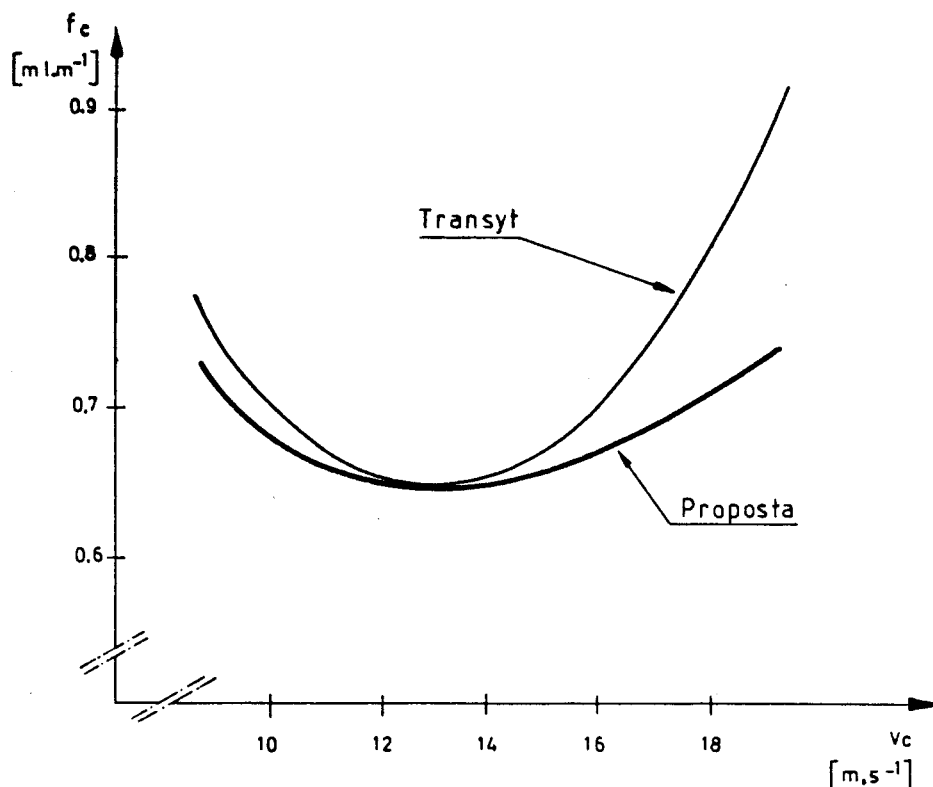


Fig. 4.12 - Consumo de combustível a velocidade constante por unidade de distância

Comparando estes valores com os obtidos nos ensaios levados a efeito no TRRL verifica-se que estes são mais elevados variando desde $1,07 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$ até $0,94 \text{ ml} \cdot \text{m}^{-1}$ para velocidades de $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ e $14,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, respectivamente.

c) Consumo adicional por paragem: f_3

Segundo estudos realizados recorrendo a modelos de simulação em computador digital Richardson [4.18] conclui que para velocidades de cruzeiro inferiores a $16,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($60 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$), quer

o valor de aceleração, quer a respectiva lei de variação têm uma influência pequena no valor do consumo adicional por paragem $\underline{f}_3$. Deste modo poder-se-á admitir que, para velocidades inferiores a este limite, o coeficiente $\underline{f}_3$ irá depender principalmente da velocidade de cruzeiro.

Esta conclusão pode ser confirmada nos estudos referidos em [4.6], em que se adoptou um modelo de aceleração constante durante a manobra de paragem/arranque. Neste caso o valor de $\underline{f}_3$ é dado por:

$$f_3 = 0,7 \frac{v_c}{K} + 0,0494 v_c^2 + 0,0207 K \cdot v_c^2 - 8,958 \times 10^{-5} \frac{v_c}{K} \quad (4.166)$$

onde

$f_3 [\text{m} \cdot \text{paragem}^{-1}]$ - consumo adicional por paragem

$K [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$ - aceleração média durante a manobra paragem/
/arranque

$v_c [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

Na expressão (4.166) a 3ª e 4ª parcelas têm uma influência pequena no resultado final. Isto mesmo pode ser observado na figura 4.13 onde se representam graficamente para valores de $K = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $K = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ e $K = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ as curvas relativas à expressão (4.166), bem como as que resultam de se tomar apenas as duas primeiras parcelas da referida expressão.

Da análise das curvas da figura 4.13 verifica-se que para além de se poder determinar com razoável aproximação o valor de $\underline{f}_3$ recorrendo apenas às duas primeiras parcelas de (4.166) o efeito do valor de aceleração em $\underline{f}_3$ é pequeno, como aliás já tinha sido referido.

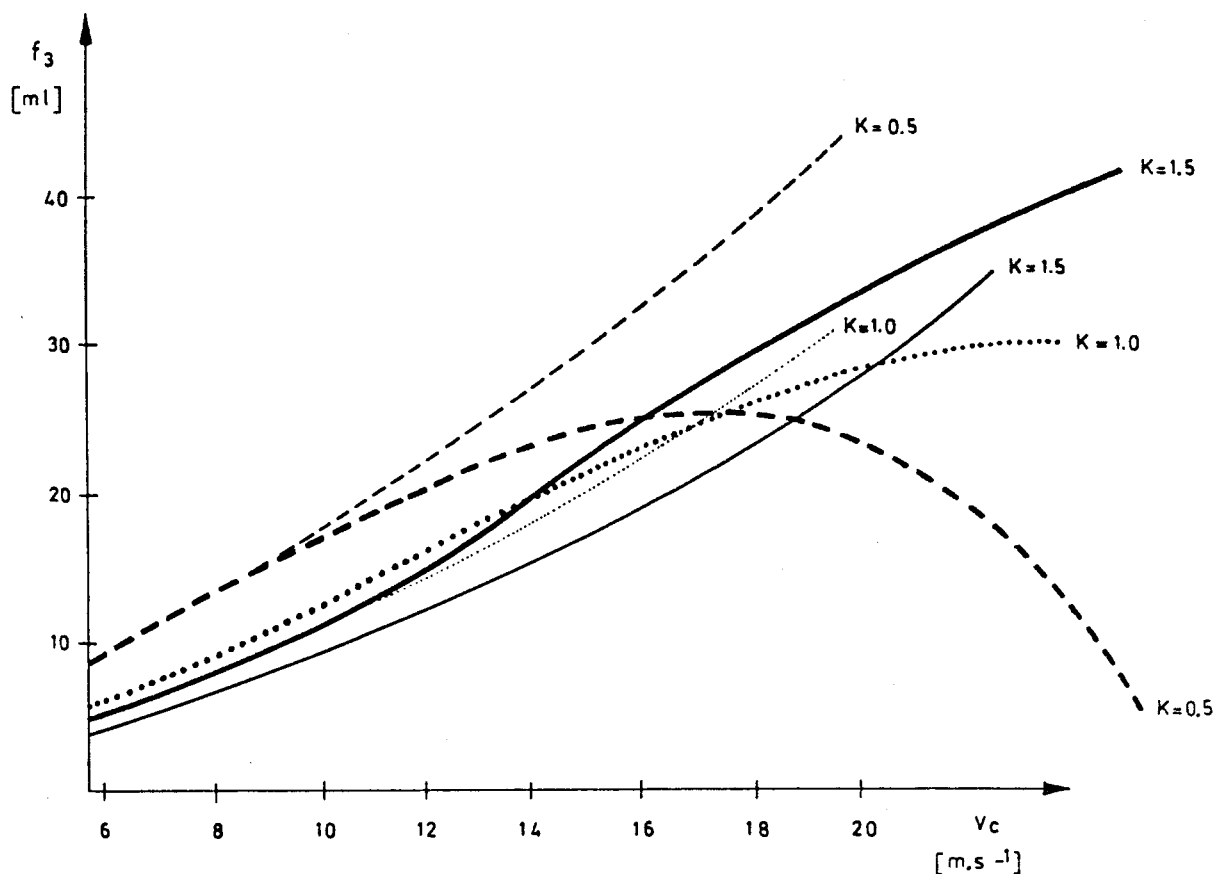


Fig. 4.13 - Consumo adicional por paragem admitindo um modelo de aceleração constante

Se igualmente, a lei da variação da aceleração tem pouca influência no consumo adicional por paragem, então, poder-se-á admitir que nos modelos de aceleração linear aquelas conclusões continuam válidas.

Na falta de elementos disponíveis mais precisos, utilizar-se-á para f_3 a seguinte aproximação obtida a partir da ex-

pressão apresentada em [4.6].

$$f_3 = \frac{2}{3} C_1 \frac{v_C}{K} + 0,0998 v_C^2 \quad (4.167)$$

ou tendo em conta (4.154)

$$f_3' = 0,0998 v_C^2 \quad (4.168)$$

sendo

f_3' [ml · paragem⁻¹] - consumo corrigido por paragem

v_C [m · s⁻¹] - velocidade de cruzeiro

Em conclusão, os coeficientes $\underline{f}_1$, $\underline{f}_2$ e $\underline{f}_3$ podem ser calculados a partir das seguintes expressões:

$$f_1 = \frac{0,389}{v_C} + 0,019 + 9,06 \times 10^{-5} v_C \text{ ml} \cdot \text{m}^{-1} \quad (4.165)$$

$$f_2 = 0,389 \text{ ml} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f_3' = 0,0998 v_C^2 \text{ ml} \cdot \text{paragem}^{-1} \quad (4.168)$$

É, agora, possível determinar o combustível total $\underline{F}$ gasto por uma corrente de tráfego com um débito $\underline{q}$ veículos por hora, a percorrer um itinerário de comprimento $\underline{\ell}$, através de:

$$F = f_\ell \cdot \ell \cdot q \quad (4.169)$$

Atendendo a (4.117) vem:

$$F = (f_1 + f_2 \bar{d} + f_3' \bar{h}) \ell \cdot q \quad (4.170)$$

Sabendo que

$$\bar{d} \cdot \ell = d \quad (4.171)$$

$$\bar{h} \cdot \ell = h \quad (4.172)$$

resulta

$$F = f_1 \ell \cdot q + f_2 d \cdot q + f_3' h \cdot q$$

ou

$$F = f_1 L + f_2 D + f_3' H \quad (4.173)$$

sendo

$F[\text{ml}]$ - consumo de combustível total

$f_1[\text{ml} \cdot \text{m}^{-1}]$ - consumo em movimento por unidade de
distância

$f_2[\text{ml} \cdot \text{s}^{-1}]$ - consumo em vazio por unidade de tempo

$f_3'[\text{ml} \cdot \text{paragem}^{-1}]$ - consumo corrigido por paragem

$L[\text{veic} \cdot \text{s}^{-1}] = \ell \cdot q$ - comprimento total percorrido

$D[\text{veic} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^{-1}] = d \cdot q$ - atraso total

$H[\text{paragem} \cdot \text{s}^{-1}] = h \cdot q$ - número de paragens total

4.9 - Índice de funcionamento

Para definir a regulação óptima dos sinais luminosos é algumas vezes utilizado como critério de optimização a minimização de uma função linear dos atrasos e do número de paragens dos veículos devidamente ponderados. Esta função designada por índice de funcionamento IF é obtida a partir da seguinte expressão:

$$IF = D + K H \quad (4.174)$$

sendo

$D[\text{veic} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^{-1}]$ - atraso total

$H[\text{paragem} \cdot \text{s}^{-1}]$ - número de paragens total

K - coeficiente de ponderação

Ao incluir quer os atrasos quer as paragens na definição do índice de funcionamento pretende-se ter em conta, não só o grau de incomodidade que as paragens produzem, mas também o consumo de combustível, o desgaste do veículo e até o perigo potencial do acidente. O valor de K a adoptar permite estabelecer um equilíbrio entre a inconveniência dos atrasos em relação às paragens.

Assim, fazendo na equação (4.174) $K = 0$ apenas se atende ao efeito do atraso. Inversamente com $K \rightarrow \infty$ pretende-se salientar as paragens. Dum modo geral, à medida que K aumenta, a importância das paragens em relação ao atraso é maior.

Admitindo que a regulação dos sinais luminosos não afecta a componente do consumo em movimento dada pela 1ª parcela da expressão (4.173), então esta expressão passa a ser do tipo da que define o índice de funcionamento.

Sendo assim, para que o índice de funcionamento seja proporcional ao consumo de combustível, é necessário que:

$$K = \frac{f_3'}{f_2} \quad (4.175)$$

Sabendo que $f_2 = 0,389$ e $f_3 = 0,0998 v_c^2$ é possível organizar o quadro 4.II que fornece os valores de K em função da velocidade a utilizar no caso de se pretender que o índice de funcionamento descreva o consumo de combustível.

Quadro 4.II - Valores de $\underline{K}$ a utilizar na expressão
do índice de funcionamento representando o consumo
de combustível

v_c	10	11	12	13	14	15	16
K	25,7	31,0	36,9	43,4	50,3	57,7	65,7

O valor de $\underline{K}$ representa em termos de consumo quantos segundos de atraso equivale uma paragem. Isto é, atendendo ao quadro 4.II verifica-se que a uma velocidade de cruzeiro igual a $11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($\cong 40 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$) uma paragem gasta tanto combustível como 31 s de atraso.

CAPÍTULO 5

Modelo de Simulação

5.1 - Introdução

Com o aparecimento de computadores cada vez mais rápidos e potentes há uma tendência crescente da utilização de simulação em computador digital no estudo de problemas de tráfego.

Dum modo geral as principais razões que levam à escolha da simulação são as seguintes:

a) Sendo demasiado oneroso o estudo de um determinado sistema e/ou as experiências sobre ele envolverem perigo potencial de acidentes, é necessário que, antes da entrada em serviço do novo sistema, seja conhecido o seu comportamento.

b) Impossibilidade de descrever o sistema real através de um modelo matemático.

c) Dificuldade ou impossibilidade de tratamento analítico de um modelo matemático.

d) Facilidade com que podem ser estudadas e comparadas hipóteses alternativas.

O sistema real vai ser estudado a partir de um modelo onde são conduzidas uma série de experiências. Deste modo, há necessidade de desenvolver um modelo matemático naturalmente simplificado, mas que traduza com suficiente rigor as relações existentes no sistema real.

Um caso frequente de aplicação da simulação em computador digital é na análise das filas de espera.

A fim de obter uma melhor compreensão acerca do funcionamento de uma via de tráfego comandada por sinais luminosos foi elaborado um programa de simulação escrito em BASIC para o micro-computador SAGE-STRIDE.

5.2 - Formulação do modelo

O modelo matemático é uma abstracção do sistema real que será utilizado para a realização de experiências tendo em vista o estudo de um determinado fenómeno. Deste modo os modelos devem apresentar simultâneamente duas importantes propriedades: simplicidade e realismo. Estas duas características são antagónicas pois que, geralmente, a simplificação do modelo afasta-o da realidade, enquanto que um modelo mais realista o torna mais complexo. Uma solução de compromisso tem de ser adoptada a fim de que os resultados obtidos nas experiências levadas a efeito sejam válidos e fáceis de obter.

As variáveis a utilizar são apenas as consideradas importantes para o estudo das características do sistema. Se em relação às variáveis endógenas (resultados) é difícil reduzir o seu número, pois que elas tem a ver com os objectivos da simulação, já para as variáveis exógenas (variáveis independentes que actuam sobre os modelos) é possível seleccionar criteriosamente as que exercem maior influência no comportamento do sistema.

Por outro lado, a partir do modelo matemático é necessário elaborar um programa para o computador, pelo que a utilização deste impõe limitações que condicionam a complexidade do modelo, tais como:

- Memória do computador disponível
- Tempo e esforço na elaboração do programa
- Tempo de execução do programa

As hipótese de funcionamento para a via de tráfego comandada por sinais luminosos que foram consideradas para a formulação do modelo matemático são as seguintes:

a) A repartição do ciclo é feita em tempos reais, sendo, no entanto, o tempo de amarelo integrado no tempo de verde. Isto conduz a que o tempo adicional de passagem corresponde integralmente ao tempo de amarelo.

b) As chegadas dos veículos à linha de paragem podem ser com intervalos de tempo constante ou variável. Neste caso o intervalo entre veículos sucessivos é regido por uma das seguintes leis de distribuição de probabilidade:

- i) - Uniforme
- ii) - Dupla exponencial
- iii) - Erlang
- iv) - Lognormal

Escolhendo devidamente o parâmetro α (proporção de veículos constrangidos) é fácil transformar a lei dupla exponencial em exponencial simples ($\alpha = 0$) ou exponencial composta ($\alpha = 1$).

c) Aplica-se o conceito de 'fila vertical'. Isto é, os veículos param instantaneamente na linha de paragem e no instante da partida adquirem imediatamente a velocidade de cruzeiro, admitindo-se, portanto, acelerações (negativa e positiva) infinitas.

d) Estando o sinal verde e havendo fila de espera o ritmo de partidas é determinístico adoptando-se os valores obtidos por Greenshields [5.1], apresentados no quadro 5.I:

Quadro 5.I - Intervalo de tempo entre partidas em entradas comandadas por sinais luminosos

Nº de ordem do veículo na fila de espera (n)	Instante de partidas após o início do tempo de verde real (s)
1	3,8
2	6,9
3	9,6
4	12,0
5	14,2
≥ 6	$14,2 + 2,1(n-5)$

Pela análise do quadro 5.I conclui-se que o débito de saturação é dado por:

$$s = \frac{1}{2,1} \text{ veic.s}^{-1} (\approx 1715 \text{ veic.h}^{-1}) \quad (5.1)$$

Por outro lado o tempo perdido no arranque é igual a:

$$t_{pa} = 14,2 - 5 \cdot 2,1 = 3,7 \text{ s} \quad (5.2)$$

e) Durante o tempo de verde em que não há fila de espera os veículos partem sem pararem, sendo o débito de partidas igual ao débito de chegadas durante este período.

f) É estabelecido um intervalo de tempo mínimo entre partidas de veículos sucessivos, de modo que, enquanto não decorrer este intervalo de tempo contado desde a última partida não poderá ocorrer mais nenhuma, mesmo que haja veículos prontos para o fazer.

Esta condição refere-se às partidas durante o tempo de verde não saturado, porque para as que se verificam enquanto há fila de espera, o intervalo mínimo entre partidas sucessivas é fixado pelo inverso do débito de saturação, isto é, igual a 2,1 s.

g) O atraso de um veículo é igual à diferença entre o instante em que o veículo chega à linha de paragem e o instante em que ele parte.

h) Os veículos chegados integram-se numa fila de espera sempre que a indicação do sinal seja vermelho ou se o sinal se apresente verde e exista uma fila de espera.

i) O comportamento do sistema é analisado em instantes com intervalos de tempo constantes.

No modelo matemático são consideradas as seguintes variáveis exógenas:

- débito de chegadas
- tempo de verde + amarelo
- intervalo mínimo entre partidas de veículos

Para além destas variáveis é necessário caracterizar o processo de chegadas através de respectiva lei de distribuição de probabilidades.

O comportamento do sistema é analisado através do cálculo das seguintes variáveis endógenas:

- atraso total
- comprimento máximo da fila
- número de veículos atrasados e não atrasados
- número de fases de verde não saturadas

5.3 - Programa de simulação

Para descrever o comportamento do fenómeno que se pretende analisar, o estado do sistema é calculado numa série de passos. O conjunto de valores que as variáveis endógenas vão tomando consecutivamente em cada um dos passos representa o funcionamento do sistema.

A evolução do sistema no tempo é feita em tempo discreto, isto é, todas as actividades do sistema são analisadas em intervalos de tempo fixos. O tempo total é, assim, dividido em intervalos iguais, podendo ocorrer ou não um ou vários acontecimentos nesses intervalos conforme mostra a figura 5.1. É como que se os acontecimentos ocorressem no instante final (ou no instante inicial) do intervalo respectivo.

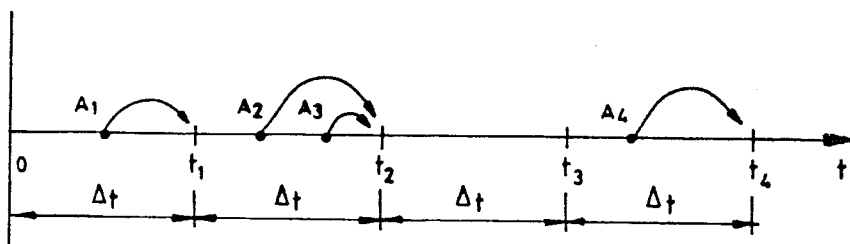


Fig. 5.1 - Simulação em tempo discreto

5.3.1 - Estrutura do programa de simulação

Após ter sido definido o modelo matemático há que elaborar o respectivo programa de simulação devendo este ser estruturado de modo a manter, tanto quanto possível, um paralelismo entre a simulação propriamente dita e o sistema real.

Adoptou-se uma estrutura modular para o programa podendo identificar-se fundamentalmente três módulos distintos que representam as principais componentes da situação que se pretende simular. A cada um destes módulos é associada uma variável cujo valor indica o instante em que ocorre o acontecimento relativo a esse módulo. A respectiva activação depende da comparação que for feita entre o valor desses instantes e o valor do instante de observação D_1 (onde o sistema é avaliado).

Os módulos considerados foram os seguintes:

- a) Módulo A referente ao sinal luminoso cuja variável C₂

representa o instante em que há uma próxima mudança do estado de sinal, isto é, indica o fim da indicação do sinal (verde ou vermelho) que está a ser transmitido.

Por sua vez o estado do sinal é caracterizado por uma variável binária G_1 que, conforme o seu valor seja 0 ou 1, assim o sinal é vermelho ou verde, respectivamente.

b) Módulo B referente ao processo de chegadas em que o instante de chegada do veículo à linha de paragem é definido pela variável G . O seu valor resulta de se adicionar ao valor anterior o valor gerado do intervalo de tempo entre veículos sucessivos que segue uma determinada lei de distribuição de probabilidade previamente fixada.

c) Módulo C referente ao processo de partidas cujo variável D_3 representa o instante em que a próxima partida poderá ocorrer se, entretanto, o sinal luminoso for verde ($G_1 = 1$).

A figura 5.2 contém um diagrama de sequência simplificado relativo a este programa de simulação.

Apresenta-se, de seguida, uma descrição mais detalhada da forma de proceder em cada um dos módulos.

Assim, no módulo A vão ser actualizadas as variáveis tendo em conta a nova situação criada resultante da mudança do estado do sinal. Em particular, é preciso atribuir um novo valor a C_2 , somando ao valor anterior o tempo de vermelho ou o tempo de verde conforme a passagem é do verde para o vermelho ou do vermelho para o verde, respectivamente. Igualmente é preciso fixar o respectivo valor de variável binária G_1 indicadora do estado do sinal. No caso da mudança ter sido para o sinal vermelho

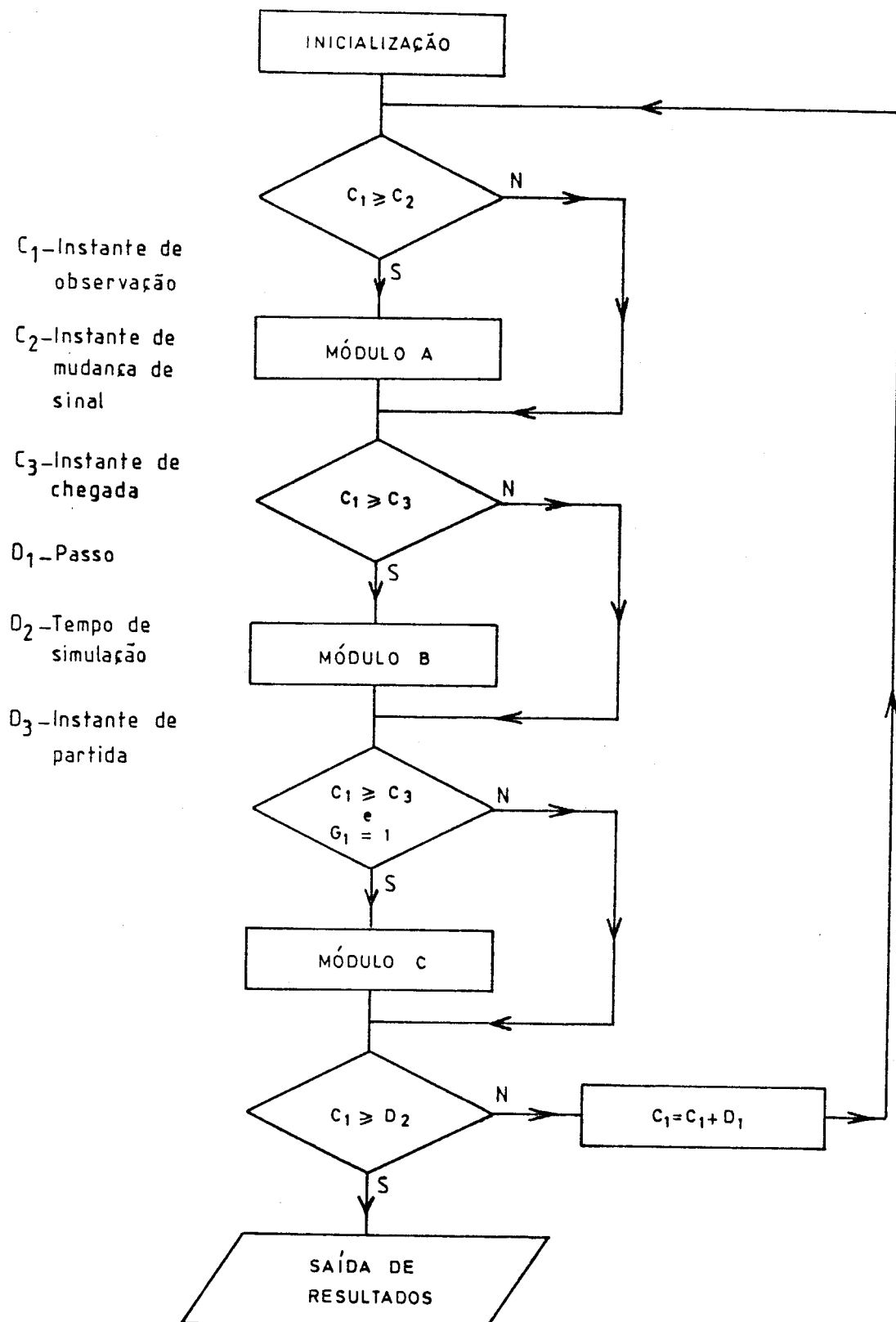


Fig. 5.2 - Diagrama de sequência simplificado relativo ao programa de simulação

é necessário atender que as chegadas que ocorram neste período integrar-se-ão numa fila de espera, cuja existência é definida igualando a zero o valor atribuído a uma nova variável X_1 .

No módulo B faz-se o tratamento da chegada do veículo, para o que é importante conhecer se o veículo é incorporado numa fila de espera ou não. No primeiro caso, que ocorre quando $X_1=0$, regista-se o instante da chegada do veículo e actualiza-se o número de elementos presentes na fila de espera, retendo-se o respectivo valor máximo.

Se não houver fila de espera fixa-se o valor de D_3 igual ao instante de chegada C_3 . Pode, no entanto, acontecer que este instante ocorra sem que se tenha esgotado um intervalo de tempo mínimo, previamente fixado, contado a partir do instante referente à última partida. Neste caso o veículo será encaminhado para uma fila de espera que passa a existir ($X_1 = 0$), registando-se o respectivo instante de chegada.

Qualquer que seja a situação verificada, após ter sido assinalada a chegada do veículo é necessário gerar um novo valor do intervalo de tempo entre veículos sucessivos, recorrendo-se à respectiva sub-rotina, de acordo com a lei de distribuição de probabilidades que tiver sido seleccionada. Os métodos utilizados nas gerações destes valores aleatórios são analisados mais adiante.

O módulo C corresponde à partida dos veículos podendo, tal como anteriormente, considerar-se duas situações distintas. No caso de não haver fila de espera ($X_1 = 1$) procede-se à partida do veículo, fazendo-se a contagem dos veículos observados nes-

tas condições. O instante em que a partida ocorre tem de ser conservado, a fim de assegurar que a próxima partida só poderá acontecer depois de ter decorrido um intervalo mínimo de tempo, conforme já foi referido atrás.

Se houver fila de espera é calculado o atraso imposto ao veículo que deixa a fila de espera, através da diferença entre os instantes de partida e de chegada. O veículo parte da posição dianteira da fila de espera, sendo as partidas feitas pela ordem das chegadas. Sempre que haja uma partida, todos os veículos avançam um lugar na fila de espera. Deste modo o instante de chegada do veículo de ordem i na fila de espera após ter ocorrido a partida, corresponde ao instante de chegada do veículo de ordem $i+1$ antes da partida. O número de veículos existente na fila de espera é diminuído de uma unidade, sendo contados os veículos que partem nestas condições. É feito um teste a fim de assinalar quando a fila de espera se esgote, o que a acontecer é necessário actualizar o valor de variável que identifica a presença da fila de espera, fazendo $X_1 = 1$, bem como providenciar no sentido de que a próxima partida só poderá ocorrer se entretanto houver chegada.

De acordo com uma das hipóteses do modelo os instantes de partidas dos veículos integrados numa fila de espera são dados pelos valores obtidos por Greenshields que constam no quadro 5.I.

5.3.2 - Geração de números aleatórios

Como se referiu admite-se que as chegadas são caracterizadas por uma variável aleatória com uma determinada lei de dis-

tribuição de probabilidade, pelo que é necessário gerar números aleatórios que obedeçam a essa distribuição.

Por não serem conhecidos métodos que permitam gerar directamente uma sequência regida por uma lei de distribuição não uniforme, o processo para se obterem estas sequências aleatórias compreende duas fases:

a) Geração de números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $[0,1]$.

b) Transformação desta sequência numa outra que obedeça à lei de distribuição desejada.

Para a geração da sequência com distribuição uniforme utilizou-se a instrução da linguagem BASIC destinada para este efeito. Como se sabe, esta geração é obtida por processos determinísticos, calculando-se cada um dos seus valores à custa dos anteriores, pelo que, por vezes, as sequências assim geradas são designadas por pseudo-aleatórias. No entanto, aplicando testes estatísticos a estas sequências, prova-se que os seus valores se comportam como se tratassem de números puramente aleatórios, podendo-se, pois, utilizá-los sem receio de falsear os resultados.

A transformação desta sequência na que se pretende obter é feita recorrendo-se, quer a métodos gerais, quer a métodos específicos baseados nas propriedades das respectivas leis de distribuição de probabilidade.

Em seguida, apresenta-se uma breve descrição de um dos métodos gerais, que foi utilizado no programa de simulação para gerar sequências regidas pela lei exponencial negativa e pela lei uniforme.

5.3.2.1 - Método da inversão

Este método consiste em, para cada valor gerado $\underline{u}_i$ com distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$, fazer:

$$u_i = F(x_i) \quad (5.3)$$

Usando $F(x_i)$ a função de probabilidade acumulada da variável aleatória $\underline{X}$ para a qual se pretende gerar uma sequência de valores.

O valor de $\underline{x}_i$ obtém-se a partir da inversão da função $F(x)$, isto é:

$$x_i = F^{-1}(u_i) \quad (5.4)$$

Este processo está esquematicamente representado na figura 5.3.

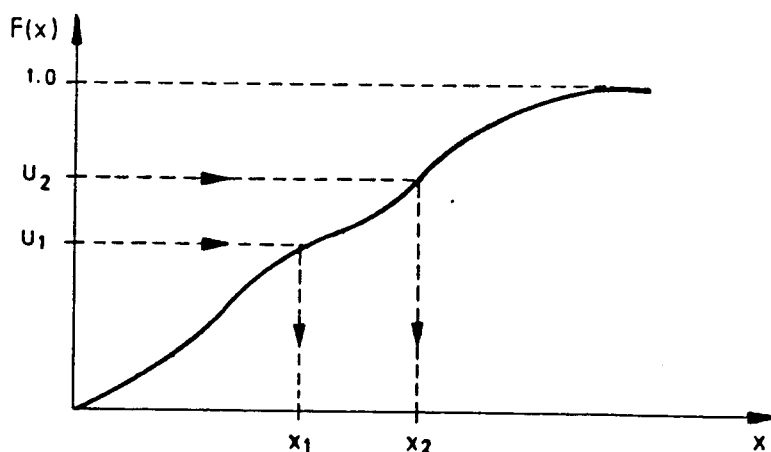


Fig. 5.3 - Geração de sequências aleatórias pelo método da inversão

Para que a sequência obtida $\{u_i\}$ siga a distribuição com frequência de probabilidade acumulada $F(x)$ é necessário que para a variável aleatória X obtida a partir de $F^{-1}(u)$, se verifique a seguinte igualdade:

$$P(X \leq x) = F(x) \quad (5.5)$$

Atendendo a que a função $F(x)$ é, por definição, uma função monótona não decrescente é válida a seguinte relação:

$$P(X \leq x) = P(F^{-1}(u) \leq x) = P(F(F^{-1}(u)) \leq F(x)) \quad (5.6)$$

Por outro lado,

$$F(F^{-1}(u)) \leq u \quad (5.7)$$

e

$$P(u \leq F(x)) = F(x) \quad (5.8)$$

Substituindo as expressões (5.7) e (5.8) em (5.6) vem:

$$P(X \leq x) = P(u \leq F(x)) = F(x) \quad (5.5)$$

As principais dificuldades na utilização deste método são a necessidade da obtenção da função de probabilidade acumulada $F(x)$ e a possibilidade da sua inversão, o que em muitos casos é um problema bastante complexo ou até mesmo de resolução impossível, como acontece, por exemplo, na distribuição normal.

Seguidamente descrevem-se os processos de geração de sequências aleatórias regidas pelas leis de distribuição atrás referidas, sendo os respectivos parâmetros estimados conforme se apresentou no Capítulo 2.

5.3.2.2 - Distribuição exponencial negativa

A geração de sequências regidas pela distribuição exponencial negativa é utilizada, como adiante se verá, na obtenção de sequências obedecendo, quer a lei exponencial dupla, quer a lei de Erlang, pois que estas duas distribuições constituem generalizações daquela.

Uma variável aleatória X segue uma distribuição exponencial negativa quando a função densidade de probabilidade $f(x)$ é definida por:

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \quad (5.9)$$

e a distribuição de probabilidade acumulada $F(x)$ é:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x} \quad (5.10)$$

ou

$$1 - F(x) = e^{-\lambda \cdot x} \quad (5.11)$$

Neste caso está especialmente indicado a utilização do método de inversão atrás referido, uma vez que estão satisfeitas as condições para a sua aplicação.

Assim, fazendo $F(x) = u$ e sendo simétrica a distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$, podendo, pois, substituir-se $(1-u)$ por u , resulta:

$$u = e^{-\lambda x} \quad (5.12)$$

Invertendo (5.12) obtém-se:

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln u \quad (5.13)$$

A cada valor u gerado vai corresponder, tendo em atenção a expressão 5.13, um valor x da sequência que se pretende obter.

No programa de cálculo automático é necessário evitar que u tome o valor nulo.

5.3.2.3 - Distribuição uniforme

A distribuição uniforme num intervalo $[a, b]$ de uma variável aleatória é caracterizada pelas seguintes equações:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{nos restantes casos} \end{cases} \quad (5.14)$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} \quad (5.15)$$

sendo $f(x)$ e $F(x)$ tal como anteriormente a função densidade de probabilidade e a função de probabilidade acumulada.

Para a geração de sequências uniformemente distribuídas no intervalo $[a, b]$ é utilizado, também, o método da inversão.

Então, fazendo

$$F(x) = u = \frac{x-a}{b-a} \quad (5.16)$$

Resulta

$$x = a + (b-a) u \quad (5.17)$$

A estimação dos parâmetros a e b pode ser obtida pelo método dos momentos através das seguintes expressões:

$$a = E(X) - \sqrt{3 V(X)} \quad (5.18)$$

$$b = 2 E(X) - a \quad (5.19)$$

em que

$E(X)$ - valor médio de $\underline{X}$

$V(X)$ - variância de $\underline{X}$

5.3.2.4 - Distribuição exponencial dupla

A distribuição exponencial dupla apresentada atrás no Capítulo 2 compõe-se de duas distribuições exponenciais negativas simples, sendo uma delas com atraso.

A respectiva função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \alpha \lambda_1 e^{-\lambda_1 (x-\tau_1)} + (1 - \alpha) \lambda_2 e^{-\lambda_2 x} \quad (5.20)$$

sendo

α - proporção de veículos constrangidos

A correspondente função de probabilidade acumulada é:

$$F(x) = \alpha(1 - e^{-\lambda_1 (x-\tau_1)}) + (1 - \alpha)(1 - e^{-\lambda_2 x}) \quad (5.21)$$

Cada uma das leis exponenciais em que se decompõe (5.20) representa, ou o conjunto dos veículos livres, ou o conjunto dos veículos constrangidos.

Assim, gerando um valor uniformemente distribuído no in-

intervalo $[0,1]$ é possível por comparação com α seleccionar a qual dos conjuntos pertence o próximo valor da sequência que se pretende obter.

A geração deste valor faz-se recorrendo ao processo descrito anteriormente em 5.3.1.2 tendo em atenção que no caso de pertencer ao conjunto dos veículos constrangidos é necessário substituir x por $(x - \tau_1)$ já que se trata de uma lei exponencial negativa com atraso.

Na figura 5.4 representa-se um diagrama de sequência para a geração de sequências aleatórias obedecendo a este tipo de distribuição.

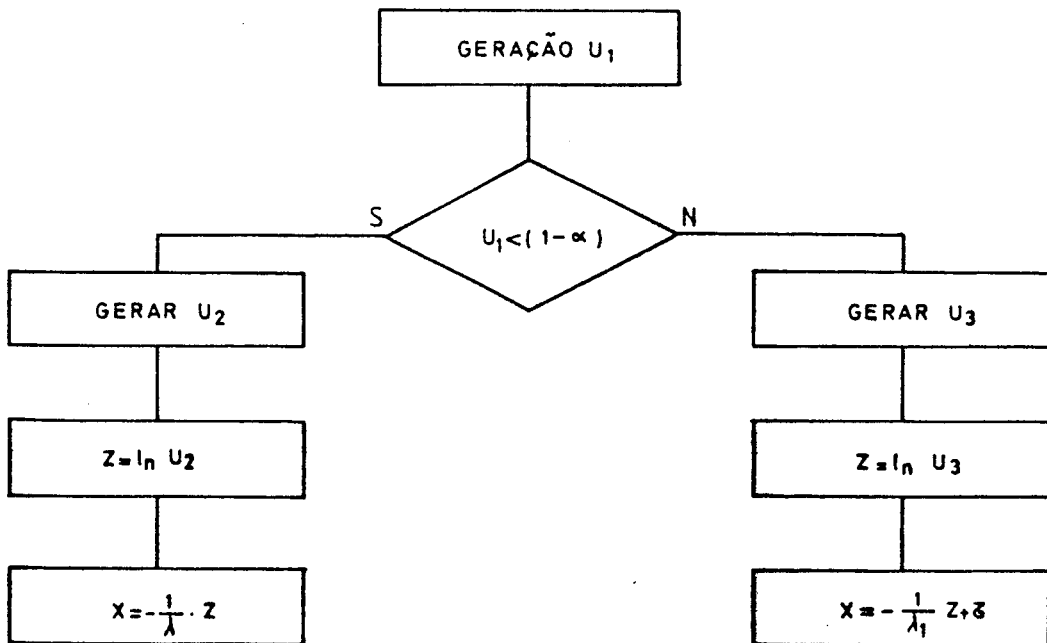


Fig. 5.4 - Diagrama de sequência para a geração de uma sequência obedecendo à lei exponencial dupla

5.3.2.5 - Distribuição de Erlang

A distribuição de Erlang de ordem $\underline{K}$ é um caso particular da distribuição gama que ocorre quando o parâmetro $\underline{K}$ é um número inteiro positivo. Neste caso a função densidade de probabilidade $f(x)$ é dada por:

$$f(x) = \frac{\lambda}{(K-1)!} (x \lambda)^{K-1} e^{-\lambda x} \quad \begin{array}{l} x > 0 \\ \lambda > 0 \\ K > 0 \end{array} \quad (5.22)$$

Como se referiu no Capítulo 2, uma propriedade importante desta distribuição consiste em que se a variável aleatória $\underline{X}$ for a soma de $\underline{K}$ variáveis aleatórias independentes, cada uma das quais tendo uma distribuição exponencial negativa com o mesmo parâmetro $\underline{\lambda}$, então $\underline{X}$ segue uma distribuição Erlang com parâmetros $\underline{\lambda}$ e $\underline{K}$.

No caso de $K=1$ a distribuição de Erlang transforma-se na distribuição exponencial negativa, como facilmente se verifica a partir da expressão (5.22).

Com base na propriedade acima referida a geração de valores aleatórios com a distribuição de Erlang de ordem $\underline{K}$ pode ser obtida pela soma de $\underline{K}$ valores com distribuição exponencial de idêntico parâmetro λ .

Assim, atendendo a (5.13) cada um dos valores $\underline{x}$ da sequência pretendida pode ser calculado através de:

$$x = \sum_{i=1}^K x_i = -\frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^K \ln u_i \quad (5.23)$$

No entanto, atendendo a que:

$$\sum_{i=1}^K \ln u_i = \ln(u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_K) = \ln \prod_{i=1}^K u_i \quad (5.24)$$

É mais conveniente utilizar a seguinte expressão:

$$x = - \frac{1}{\lambda} \ln \prod_{i=1}^K u_i \quad (5.25)$$

Note-se que com a expressão (5.25) apenas uma vez é calculado um logarítmo, enquanto que em (5.23) há necessidade de calcular K vezes um logarítmo, o que conduz a um tempo de execução maior.

5.3.2.6 - Distribuição lognormal

Se a variável aleatória X segue uma distribuição lognormal, então o seu logarítmo tem uma distribuição normal.

Designando por μ e σ a média e a variância, respectivamente da distribuição normal associada à variável $y = \ln x$, então a variável reduzida Z definida por:

$$z = \frac{\ln x - \mu}{\sigma} \quad (5.26)$$

segue uma distribuição normal reduzida.

Deste modo, a determinação da sequência $\{u_i\}$ obedecendo a uma lei lognormal obtém-se a partir da geração do valor z com distribuição normal reduzida.

Para a geração de sequências com distribuição normal foi adoptado um método específico baseado no Teorema do Limite Central. Este teorema estabelece que a soma de n variáveis aleatórias independentes X_i com valores médios μ_i e variâncias σ_i^2 , quando n tende para infinito, tem uma distribuição normal de parâmetros definidos por:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i \quad (5.27)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (5.28)$$

A respectiva variável normal reduzida z é dada por:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \quad (5.29)$$

No caso particular das variáveis aleatórias X_i serem uniformemente distribuídas no intervalo $[0,1]$, obtém-se:

$$\begin{aligned} x_i &= u_i \\ \mu_i &= \frac{1}{2} \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \sigma_i^2 &= \frac{1}{12} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Substituindo as expressões (5.30) em (5.29) resulta:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n u_i - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{12}}} \quad (5.31)$$

Por outro lado a partir da equação (5.26) vem:

$$x = e^{\mu + \sigma \cdot z} \quad (5.31)$$

Assim, para cada um dos valores da sequência pretendida que obedece à lei lognormal, necessita-se de gerar n valores equiprováveis u_i no intervalo $[0,1]$ a fim de obter o valor z a partir de (5.31). Este valor é depois substituído em (5.32) para se determinar x .

O valor mínimo que pode tomar n de forma a produzir uma sequência aceitável é, $n=10$. No entanto, atendendo à expressão (5.31), é mais vantajoso utilizar $K=12$ tornando os cálculos mais simples.

Convém notar que para valores de $\ln x > 3\sigma$ os resultados deixam de merecer confiança, podendo, então, a fim de aumentar a precisão usar-se valores maiores para n , como por exemplo, $n=24$, perdendo, contudo, eficiência na aplicação deste método.

5.3.3 - Descrição do programa de simulação SIMULENT

Para a simulação de uma entrada dum cruzamento comandada por sinais luminosos, tendo em conta o modelo descrito, foi elaborado um programa de cálculo automático, designado por SIMULENT, escrito em BASIC para um computador SAGE-STRITE com 512 kbytes de memória, ocupando o respectivo código cerca de 8,7 kbytes.

A forma de especificar os dados é através de um processo in-

teractivo, onde estes são introduzidos através de respostas feitas a questionários.

O utilizador começará por escolher, a partir de uma lista de leis de distribuição, aquela que vai adoptar para descrever o intervalo de tempo entre veículos sucessivos. De acordo com a lei de distribuição seleccionada, segue-se a introdução dos valores dos parâmetros que permitam a sua definição completa. Assim, uma vez que o intervalo médio entre veículos é definido pelo inverso do débito de chegadas, cujo valor é dado num próximo bloco de dados, não é necessário fornecer qualquer outro elemento para a lei regular. Já para a lei dupla exponencial têm de ser atribuídos valores para os seus quatro parâmetros: intervalos de tempo médios entre veículos livres e veículos constrangidos, intervalo de tempo mínimo entre os veículos constrangidos e proporção de veículos constrangidos. Para as leis uniforme, Lognormal e Erlang é apenas necessário indicar o valor da variância.

O outro bloco de dados refere-se aos seguintes elementos:

- Débito de chegadas
- Duração do tempo de vermelho
- Duração do tempo de verde (mais amarelo)
- Duração da simulação
- Duração do passo
- Intervalo de tempo mínimo entre partidas

As variáveis de saída permitem uma análise completa da experiência de simulação realizada, podendo a saída dos resultados finais ser pelo visor ou pela impressora. Neste último caso

é dada a possibilidade de acrescentar um comentário com um máximo de 256 caracteres.

São os seguintes os resultados obtidos:

- Número de veículos atrasados
- Número de veículos não atrasados
- Débito de chegadas
- Comprimento máximo da fila de espera
- Atraso total
- Número de tempos de sinal verde
- Número de tempos de sinal verde não saturado

Todas estas variáveis são medidas durante o tempo de simulação, com excepção do débito de chegadas que é expresso em veic.h^{-1} .

Para além destes resultados é igualmente registado o conjunto dos dados referentes ao exemplo.

Durante a execução do programa é mostrado no visor o tempo real de simulação em segundos.

Na página seguinte são apresentados os resultados de um ensaio de simulação realizado.

5.4 - Verificação do programa de simulação

A verificação do programa de simulação consiste em assegurar que ele se comporta de acordo com os objectivos propostos.

SECCAO DE VIAS DE COMUNICACAO
F.E.U.P.

ENTRADA COMANDADA POR SINAIS LUMINOSOS

(S I M U L A C A O)

OS:

to	(veic./hora) =	600
co de vermelho	(s) =	35
co de verde + amarelo	(s) =	45
acao do ensaio	(h) =	2
remento de tempo	(s) =	.5
ervalo interveicular minimo	(s) =	2

LTADOS: (Lei teorica: Gama (Erlang))

de veiculos que param	=	970
veiculos que passam sem parar	=	215
veiculos que avancam (por hora)	=	592.5
rimento maximo da fila	=	11
so total durante o ensaio (s)	=	19173
ro de tempos de verde	=	90
de temp. verde nao saturados	=	73

Variancia igual a 18 segundos.

Trata-se de uma operação importante que geralmente envolve mais tempo e esforço do que a simples elaboração do próprio programa.

Foram conduzidas experiências a fim de comprovar que o programa procedia correctamente nas mais diversas situações. Neste sentido foram incorporadas instruções em pontos estratégicos do programa para assinalar a execução de determinado bloco de instruções.

Devido ao comportamento aleatório das chegadas, especial atenção foi dedicada à verificação do funcionamento das sub-rotinas de geração de sequências que obedeçam a cada uma das leis de distribuição. As frequências teóricas calculadas a partir da respectiva lei de distribuição foram comparadas com as frequências obtidas por simulação, através da aplicação do teste de χ^2 . A concordância entre os valores observados e os teóricos é boa, o que permite utilizar aquelas sub-rotinas com um elevado grau de confiança, o que é fundamental no processo de simulação. Contudo em alguns exemplos de aplicação da lei lognormal e pelos motivos apresentados atrás, pode acontecer que o valor da estatística para aplicar o teste do χ^2 exceda o respectivo valor crítico do χ^2 para 95% de nível de confiança, o que indica terem causas não aleatórias os desvios das frequências observadas em relação às frequências teóricas.

Na figura 5.5 são comparadas as frequências obtidas por simulação com as frequências teóricas relativas a um dos exemplos realizados em que se admitiu uma lei dupla exponencial com os seguintes parâmetros:

Intervalo de tempo médio entre veículos constangidos = 2,87 s

Intervalo de tempo médio entre veículos livres = 4,76 s

Intervalo de tempo mínimo entre veículos constangidos = 1,5 s

Proporção de veículos constangidos = 0,294

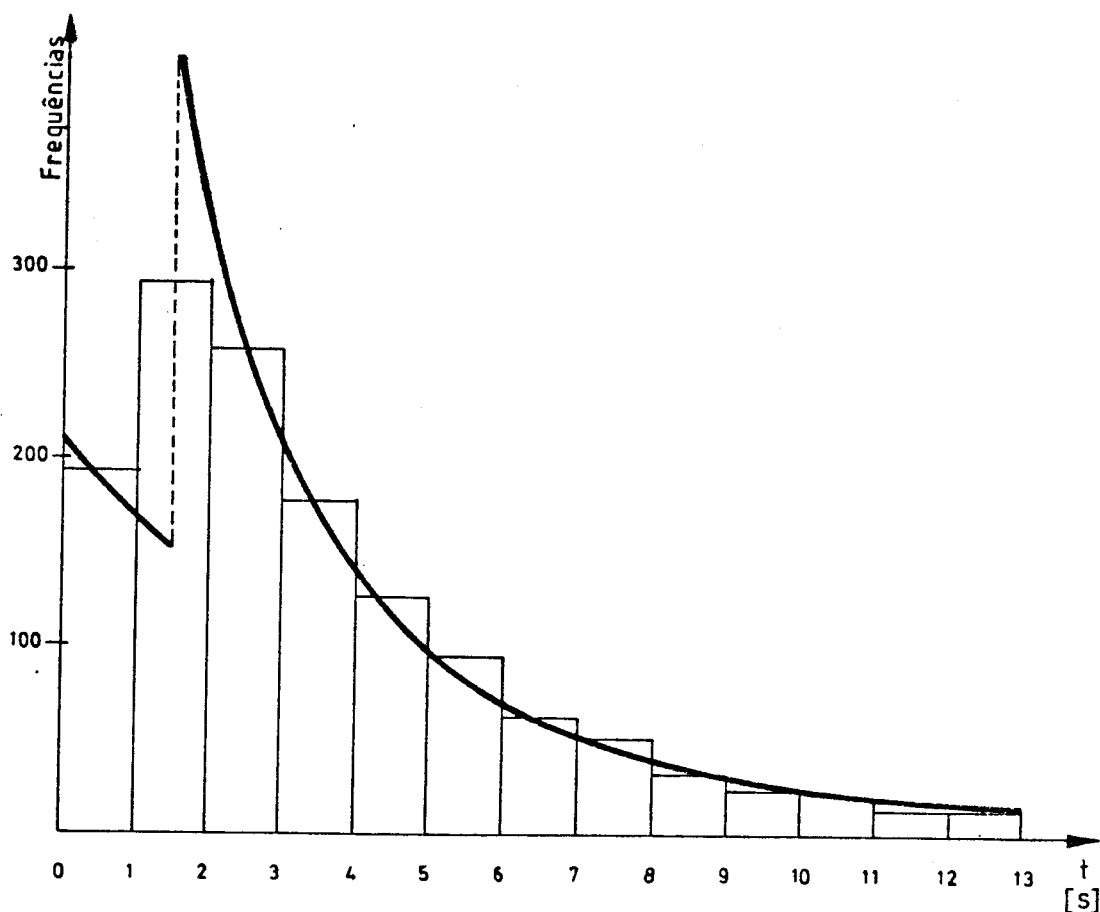


Fig. 5.5 - Comparação entre frequências obtidas por simulação e frequências teóricas para uma distribuição exponencial dupla

Para definir o tempo de simulação foram realizados vários ensaios no sentido de determinar a duração que conduzisse a uma certa estabilidade de resultados, sem comprometer a veloci-

dade de simulação, uma vez que a experiência tem por objectivo observar condições estacionárias. Pretende-se assegurar que por um lado a sequência gerada seja estatisticamente não rejeitada e por outro lado que a influência dos resultados relativos ao período inicial de transição se possa considerar desprezável. Dum modo geral, estas condições são satisfeitas, quando o tempo total real de simulação permite obter uma amostra constituída por aproximadamente 1200 veículos, cujas chegadas são geradas segundo a lei de distribuição de probabilidades adoptada.

Assim, por exemplo, o tempo de simulação que deve ser adoptado para um débito de 200 veic.h^{-1} é de 6 horas, enquanto que para um débito de 600 veic.h^{-1} passa a ser de 2 horas.

Em relação ao passo utilizou-se um valor semelhante ao apresentado em estudos semelhantes que é de 0,5 segundos.

O programa demora cerca de 3 minutos para simular 1 hora de tempo real.

5.5 - Validação do programa de simulação

Com a validação do programa pretende-se garantir que o modelo representa satisfatoriamente a realidade, apesar das hipóteses e simplificações que foram consideradas.

Foram utilizados dois critérios para validar o modelo:

- Comparação com resultados teóricos e de outros programas de simulação
- Comparação relativa para diferentes valores das variáveis exógenas.

No primeiro caso os ensaios foram conduzidos admitindo uma lei de chegadas regular (determinística), sendo os resultados comparados com as conclusões das análises teóricas feitas para um modelo contínuo, em que o tráfego se comporta como um fluido, conforme se apresentou no Capítulo 4. Nas figuras 5.6 e 5.7 apresentam-se os resultados destes estudos comparativos, realizados quer para o atraso médio por veículo, quer para o número de veículos atrasados, podendo observar-se que a concordância é boa.

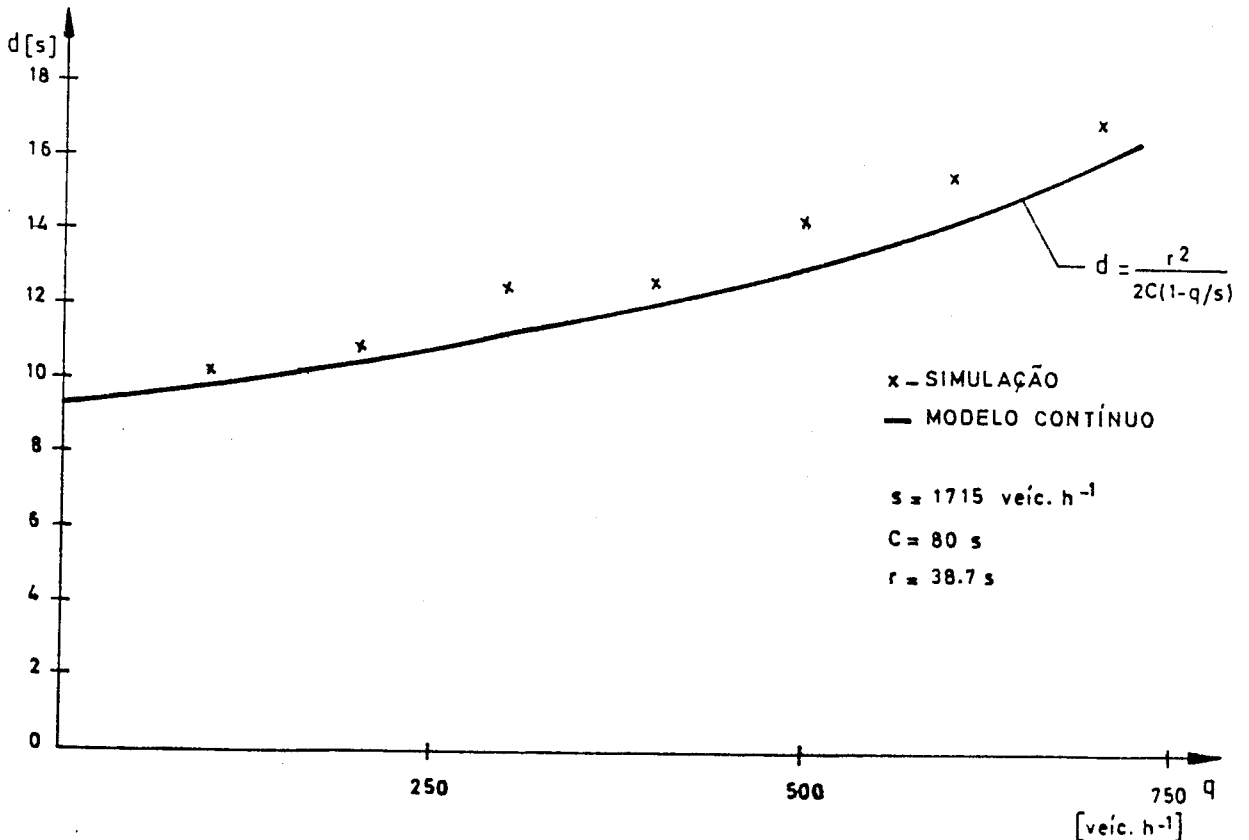


Fig. 5.6 - Comparação entre atrasos calculados e obtidos por simulação para um modelo contínuo de chegadas

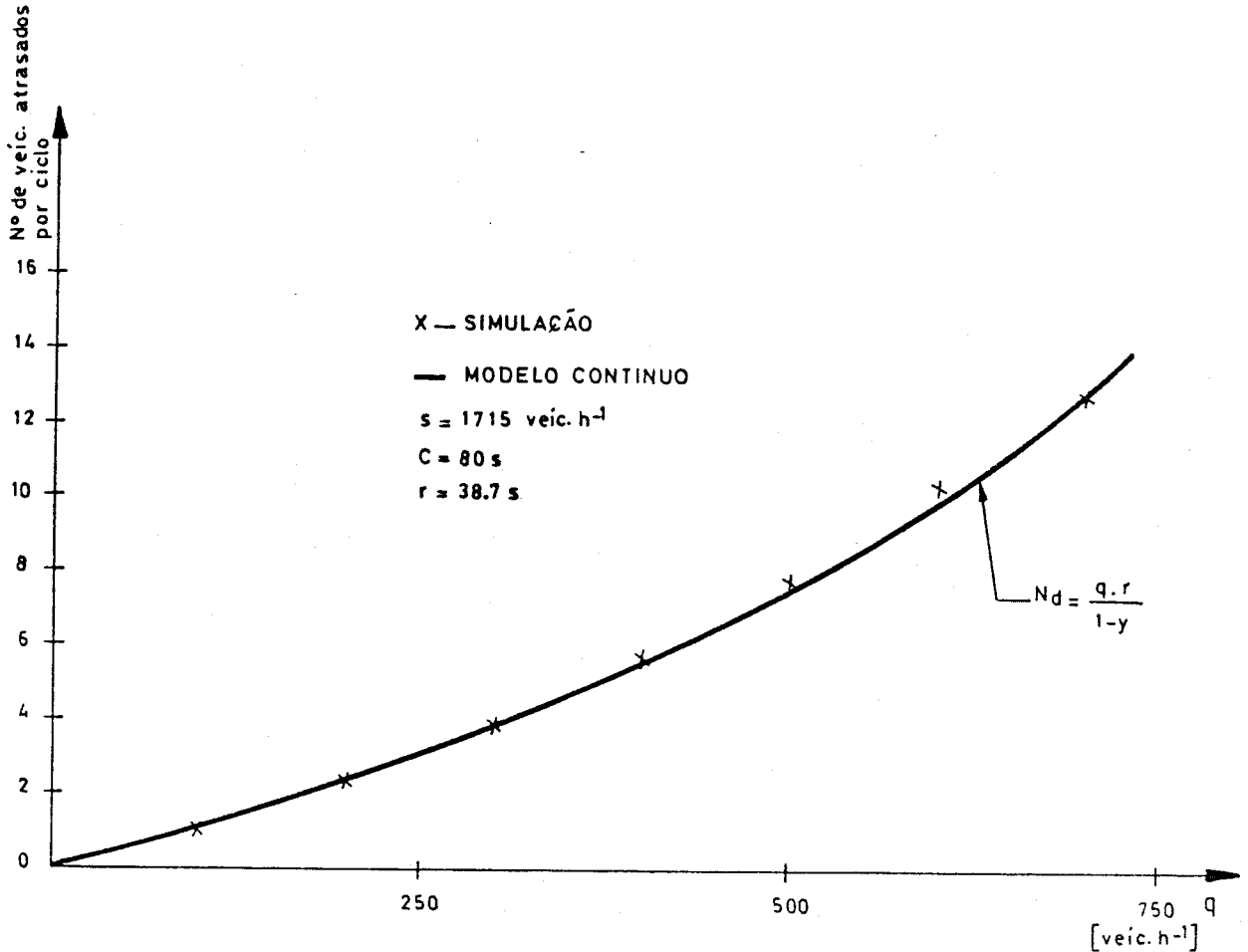


Fig. 5.7 - Comparação entre o número de veículos atrasados calculados e obtidos por simulação para um modelo contínuo de chegadas

Também foram feitas comparações do atraso médio por veículo entre os valores obtidos por simulação e os calculados pela fórmula de Webster. Como se referiu no Capítulo anterior, Webster na formulação do modelo admitiu que os intervalos de tempo entre veículos sucessivos obedeciam a uma lei exponencial negativa pelo que foi igualmente considerada esta hipótese de distribuição para as chegadas dos veículos. Na figura 5.8, apresentam-se os resultados obtidos podendo constatar-se que o ajuste continua a ser bom.

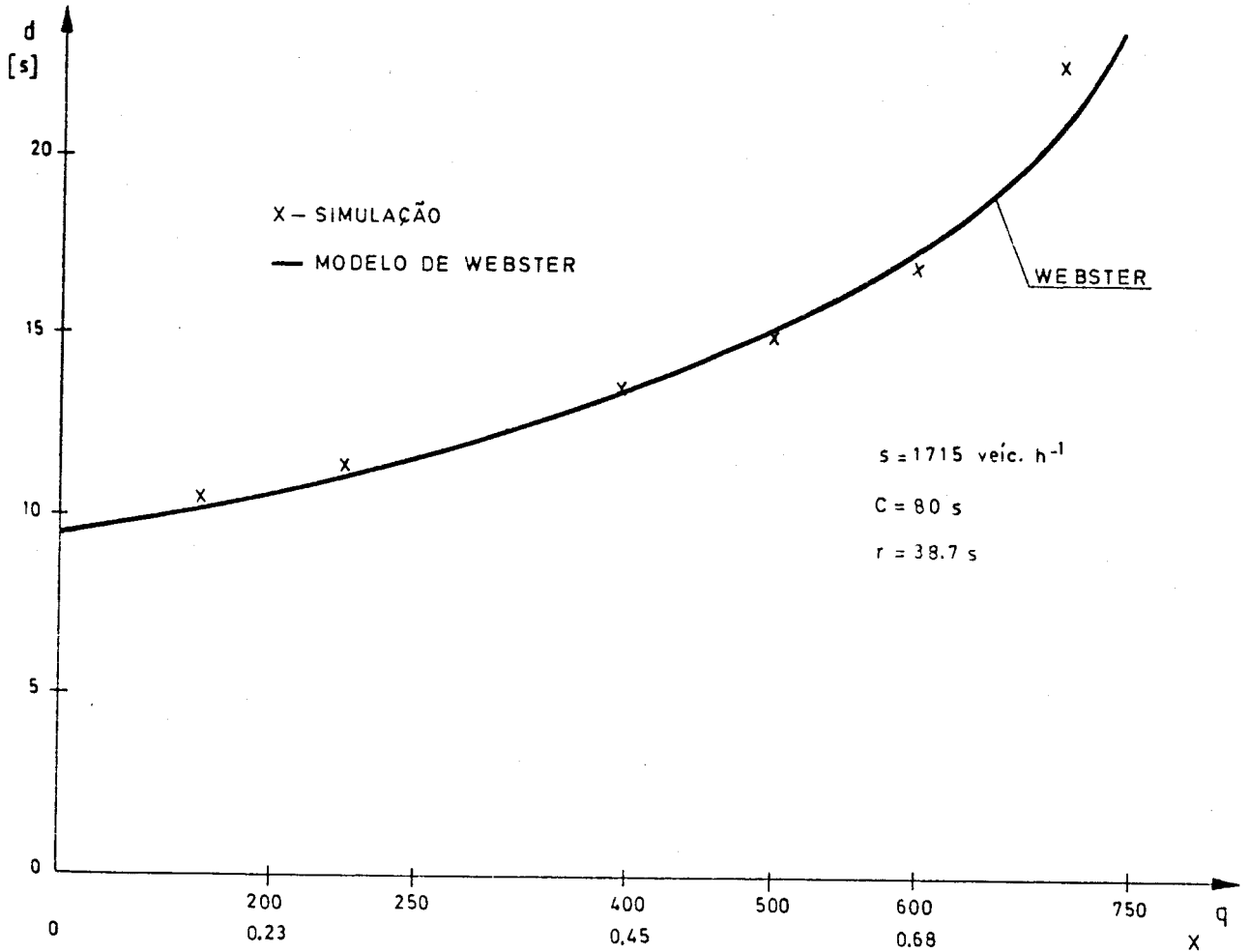


Fig. 5.8 - Comparação entre atrasos calculados pela fórmula de Webster e obtidos por simulação

Para efectuar a comparação relativa entre diferentes valores das variáveis exógenas, foram consideradas três hipóteses de repartição de um ciclo com duração igual a 80 segundos. Pela análise da figura 5.9 pode concluir-se que o modelo de comporta de acordo com o sistema real, atribuindo atrasos mais elevados quando a proporção de tempo de verde é menor.

Em conclusão, atendendo aos resultados obtidos nos ensaios de validação efectuados, é possível afirmar que o modelo formulado reproduz convenientemente o sistema real.

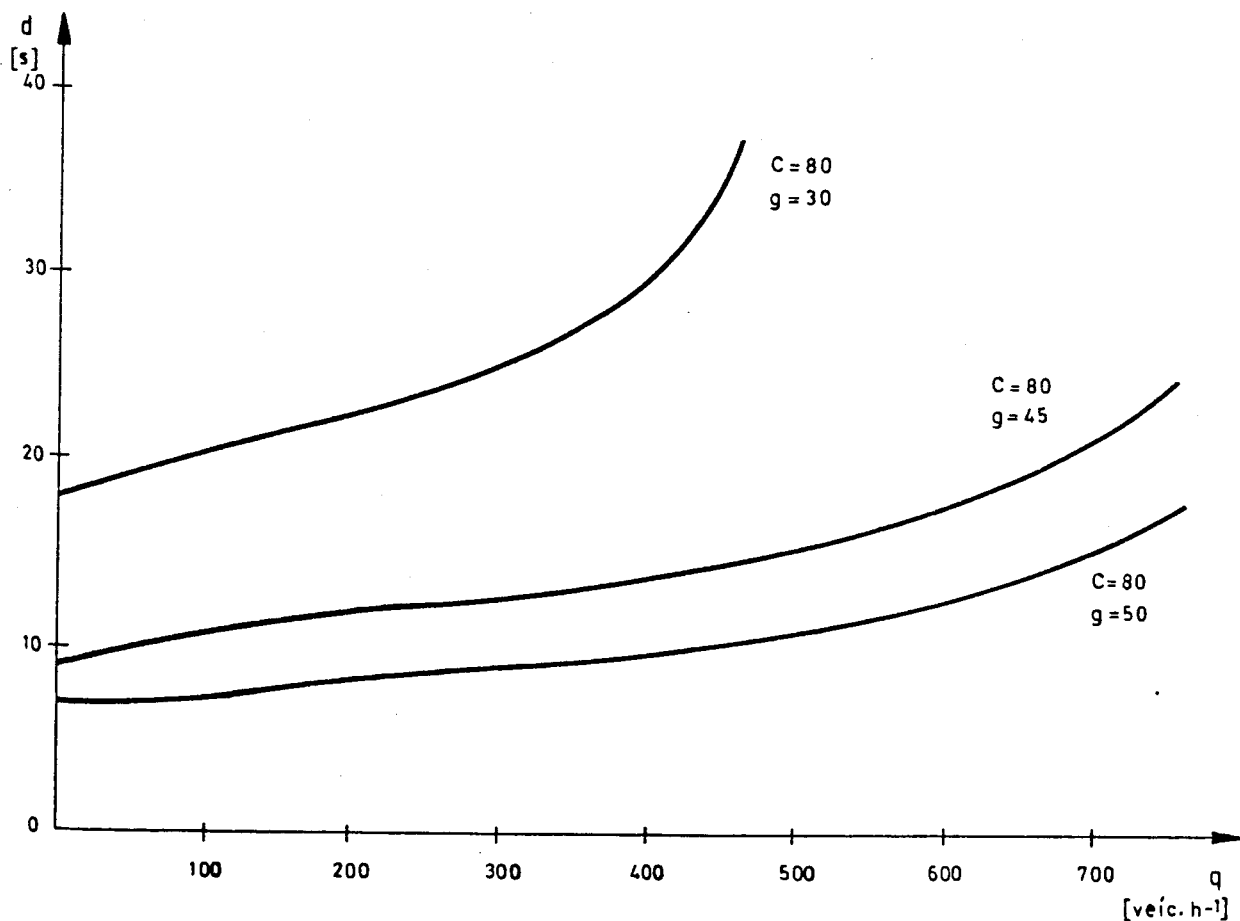


Fig. 5.9 - Atraso médio por veículo em função do débito de chegadas para diferentes repartições do ciclo

5.6 - Ensaaios de simulação

Uma vez aceite o modelo foram realizados ensaios com o objectivo de se conhecer a influência das diferentes leis de distribuição no valor do atraso médio por veículo.

Dos ensaios realizados é possível concluir que o valor médio do atraso por veículo é pouco sensível ao tipo de distribuição utilizada para as chegadas dos veículos, principalmente quando o grau de saturação é pequeno ($x < 0,5$).

Foram ensaiadas diversas situações caracterizadas pelo valor atribuído a um parâmetro K definido pelo quociente entre o quadrado do valor médio do intervalo de tempo entre veículos sucessivos e a respectiva variância.

Para cada um dos débitos de chegadas foram considerados os seguintes casos:

$K = 1$ (exponencial negativa)

$K = 2$

$K = 4$

$K = \infty$ (regular)

Já quando se descreveu no Capítulo 2 a lei de Erlang, foi referido que o parâmetro K traduz a aleatoriedade das chegadas dos veículos.

Um resumo dos resultados obtidos consta no quadro 5.II.

Quadro 5.II - Comparação do atraso médio por veículo para diferentes hipóteses de chegadas de veículos

Débito de chegadas $q[\text{veic.h}^{-1}]$	Int. tempo médio entre veículos[s] $E(T) = 3600/q$	Atraso médio por veículo [s]					
		K = 1	K = 2		K = 4		K = ∞
		Exponencial	Erlang	Lognormal	Erlang	Lognormal	Regular
300	12	13,6	12,5	11,9	12,1	11,8	12,5
400	9	13,7	13,0	13,2	13,1	12,8	12,7
500	7,2	15,0	15,7	14,7	14,5	14,0	14,4
600	6	16,8	16,7	15,8	15,9	15,5	15,6
700	5,1	21,7	20,6	17,6	18,8	17,2	17,1

Valores comuns a todos os ensaios:

- Tempo de verde + amarelo = 45 s
- Tempo de vermelho = 35 s
- Intervalo mínimo entre partidas = 2 s
- Variância: $V(T) = \frac{E(T)^2}{K}$

CAPÍTULO 6

REGULAÇÃO DO SINAL LUMINOSO

6.1 - Introdução

Os sinais luminosos têm por função possibilitar que correntes de tráfego incompatíveis atravessem o cruzamento em intervalos de tempo distintos. Alguns dos veículos chegados ao cruzamento sofrem atrasos e páram, para depois avançarem com uma intensidade de tráfego máximo definida pelo débito de saturação, quando recebem indicação de direito de passagem dada pelo sinal verde.

Os atrasos e as paragens são, assim, as consequências directas resultantes do recurso à sinalização luminosa, o que justifica a sua utilização para estabelecer os critérios de optimização referentes ao cálculo da respectiva regulação. Acresce ainda o facto de que outros indicadores da eficácia dos sinais luminosos, tais como o consumo de combustível, a poluição, os custos de operação, a segurança, etc., estão relacionados com aqueles dois parâmetros.

O objectivo da regulação é determinar os tempos de verde real de cada uma das fases que constitui o ciclo, sendo fixado os períodos de transição entre fases sucessivas. Porém, as expressões que permitem o cálculo quer do atraso, quer das paragens, dependem do tempo de verde útil destinado às correntes de

tráfego, pelo que é necessário relacionar estes tempos com os tempos de verde real das fases que lhes dizem respeito.

Tendo em conta que se entendeu por preferível, pelas razões apresentadas no Capítulo 3, associar o tempo perdido a cada corrente de tráfego, aqueles dois tempos de verde podem ser relacionados através da seguinte expressão:

$$g_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} (V_i + I_i) - (\ell_j + I_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.1)$$

sendo

$g_j[s]$ - tempo de verde útil da corrente de tráfego j

$V_i[s]$ - tempo de verde real da fase i

$I_j[s]$ - tempo de interverde da fase em que se inicia o avanço da corrente de tráfego j

$\ell_j[s]$ - tempo perdido da corrente de tráfego j

a_{ij} - elemento da matriz $|A|$ fase/corrente de tráfego

m - número de fases

n - número de corrente de tráfego

A matriz $|A|$ de dimensão $m \times n$ é definida do seguinte modo:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{- se a corrente de tráfego } j \text{ não avança na fase } i \\ 1 & \text{- se a corrente de tráfego } j \text{ avança na fase } i \end{cases}$$

O tempo perdido da corrente de tráfego j é dado por:

$$\ell_j = t_{pa} - t_{ap} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.2)$$

com

$t_{pa} [s]$ - tempo perdido no arranque

$t_{ap} [s]$ - tempo adicional de passagem

Por sua vez o diagrama da repartição do ciclo é fácil de obter uma vez conhecidos os tempos de verde de cada fase e os respectivos tempos de interverde, através da seguinte relação entre os instantes F de mudança de fase:

$$F_B = F_A + V_A + I_A \quad (6.3)$$

com

$F_B (F_A)$ - instantes da mudança para a fase B(A)

$V_A [s]$ - tempo de verde real da fase A

$I_A [s]$ - tempo de interverde da fase A

Considera-se, apenas por uma questão de convenção, que o período de tempo inicial de uma fase corresponde ao tempo de interverde, dado pela soma do tempo de amarelo com o tempo de tudo vermelho conforme se indica na figura 6.1.

A duração do ciclo é obtida através de:

$$C = \sum_{i=1}^m (V_i + I_i) \quad (6.4)$$

em que,

$C [s]$ - duração do ciclo

$V_i [s]$ - tempo de verde real da fase i

I_i [s] - tempo de interverde da fase i

m - número de fases

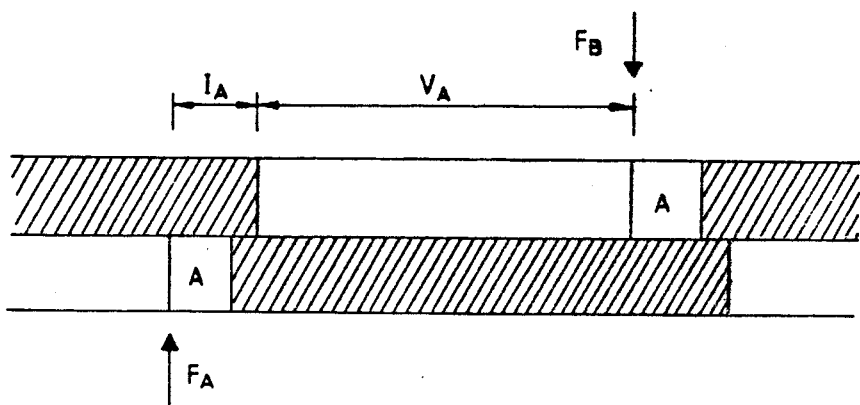


Fig. 6.1 - Definição do tempo de verde de uma fase

6.2 - Critério de otimização

O método tradicional para calcular a regulação ótima dos sinais luminosos num cruzamento isolado utiliza o atraso imposto aos veículos para definir o critério de otimização. Contudo, o parâmetro adoptado não é o atraso médio por veículo, pois isso correspondia a beneficiar as correntes de tráfego com débitos mais fracos. Em seu lugar é utilizado o atraso total sofrido pelos veículos obtido pelo produto entre o atraso médio por veículo e o respectivo débito da corrente de tráfego. Este parâmetro, também, designado por índice de atraso é expresso em unidades de veículos e apresenta o comprimento médio da fila de espera, durante um certo período do tempo.

Os métodos de cálculo mais recentes fazem intervir igualmente o número de paragens devido à importância destas na determinação dos custos de operação dos veículos que inclui para além de outros elementos o custo do consumo de combustível e o desgaste do próprio veículo. Do mesmo modo o número de paragens está relacionado com outros factores que caracterizam o serviço que o cruzamento proporciona aos condutores, tais como a comodidade e a segurança.

É o que acontece quando se adopta para critério de optimização a minimização do índice de funcionamento dado por uma função linear do atraso total e do número de paragens no cruzamento.

A maximização da capacidade dum cruzamento é também utilizada para definir a regulação dos sinais luminosos. Tem a vantagem de, como se verá adiante, o problema ser resolvido por aplicação dos métodos da Programação Linear. Note-se que sendo a regulação determinada para garantir que se escoe um número máximo de veículos, isto só se reflete no futuro, não se fazendo intervir explicitamente qualquer critério em relação aos débitos existentes.

Em princípio, os condutores preferem ver reduzida a incomodidade pouco se importando que a regulação adoptada permita que a capacidade do cruzamento seja maximizada.

Existem ainda processos de obter a regulação dos sinais luminosos, tal como o apresentado em [6.10] que utiliza o critério da minimização do grau de saturação.

6.3 - Restrições

Para manter condições aceitáveis é necessário que a regulação óptima obtida satisfaça um conjunto de restrições que a seguir se apresentam.

6.3.1 - Duração do ciclo

Por razões de operacionalidade o valor da duração do ciclo deve estar compreendido entre um limite inferior e um limite superior, geralmente fixados em 30 e 120 segundos.

Em certos casos, como por exemplo, a inclusão do cruzamento num sistema coordenado, esta restrição é mais forte havendo necessidade de adoptar um ciclo comum a todo o sistema, pelo que a sua duração passa a ser imposta.

6.3.2 - Soma dos tempos de verde das fases

Sendo o ciclo constituído por fases, naturalmente que a soma dos tempos de verde das fases e dos respectivos tempos de interverde tem de ser igual à duração do ciclo.

6.3.3 - Tempo de verde da fase

Nenhuma fase pode ser omitida e o valor atribuído ao seu tempo de verde deve ser superior a um valor mínimo, em geral 10 segundos, fixado por razões de operacionalidade.

6.3.4 - Capacidade das entradas afectas às correntes de tráfego

O débito de chegadas relativo a cada corrente de tráfego não deve ultrapassar o valor da capacidade. Geralmente utiliza-se o conceito de capacidade prática que representa o limite superior relativo ao débito de chegadas para que se mantenham condições de circulação aceitáveis. Como atrás se referiu, a capacidade prática de uma entrada depende da proporção de tempo de verde que lhe for atribuída.

6.3.5 - Comprimento máximo da fila de espera

Principalmente quando existem cruzamentos próximos o valor do comprimento máximo da fila de espera não deve ultrapassar o espaço disponível para os veículos formarem a fila de espera.

6.3.6 - Tempo de vermelho duma corrente de tráfego

Em certos casos a trajectória dos veículos provenientes de uma certa entrada tem um ponto de conflito com um movimento de peões. Para que estes possam avançar sem perigo é necessário que o tempo de vermelho útil relativo à corrente de tráfego com o ponto de conflito comum seja superior a um determinado limite.

Para efeito de cálculo deste limite, admite-se que o movimento de peões precisa de um tempo t_p dado por:

$$t_p = 6 + \frac{w_p}{1,2} \quad (6.5)$$

sendo

t_p [s] - tempo destinado aos peões para atravessarem o ramo de entrada

w_p [m] - largura do ramo de entrada

O valor de w_p é medido entre lancis dos passeios e $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ representa a velocidade dos peões ao atravessarem.

6.3.7 - Tempo de verde duma corrente de tráfego

A fim de evitar que os peões atravessem o ramo de entrada de forma precipitada e com risco de acidente, devido ao facto de considerarem ser excessivo o tempo de espera em que estão impedidos de o fazer, é limitado superiormente os tempos de verde das correntes de tráfego com pontos de conflito com esse movimento de peões. O seu valor pode ser fixado em 60 segundos.

6.4 - Breve descrição de alguns métodos clássicos de regulação dos sinais luminosos

Um dos métodos de cálculo mais simples para a regulação dos sinais luminosos foi apresentado por Webster [6.13] que utiliza como critério de optimização a minimização do atraso total. Porém, este método baseia-se em certas aproximações que conduzem a resultados insatisfatórios em algumas situações e de difícil, se não mesmo impossível, aplicação noutras.

Particularmente o atraso total é calculado considerando apenas as correntes de tráfego representativas de cada uma das fases que constituem o ciclo.

Posteriormente, Allsop [6.6] desenvolveu um programa de computador designado por SIGSET, que determina a regulação dos sinais luminosos de modo a minimizar o atraso total sofrido por todos os veículos, que pretendem atravessar o cruzamento.

Ainda mais recentemente, Akcelik [6.1] apresentou um método baseado em algumas simplificações que permitem o cálculo da regulação minimizando o índice de funcionamento do cruzamento.

Existem ainda outros métodos de cálculo, cujas diferenças em relação a estes são pequenas.

Em todos estes métodos a função objectivo nem é linear, nem é facilmente derivável o que dificulta o processo de optimização. Têm sido feitas tentativas [6.15] no sentido de linearizar por troços a função correspondente ao atraso, o que permitiria recorrer aos métodos de Programação Linear, se, entretanto, também fossem lineares as restrições, o que sucede na sua maioria. Contudo, os resultados alcançados não mostram claramente a utilidade destes processos.

A função objectivo é linear se for adoptado como critério de optimização a maximização da capacidade. Com base neste princípio foi elaborado um outro programa por Allsop [6.5], designado por SIGCAP.

Segue-se uma descrição em relação a cada um destes métodos.

6.4.1 - Método de Webster

Para aplicar este método é necessário definir a corrente de tráfego representativa de cada uma das fases. No caso mais simples das correntes de tráfego receberem indicações de sinal verde apenas numa única fase, a corrente de tráfego representativa dessa fase corresponde à que apresenta um valor mais elevado para os índices de carga y_j das correntes de tráfego j que recebem permissão de avançarem nessa fase.

O índice de carga é definido por:

$$y_j = \frac{q_j}{s_j} \quad (6.6)$$

sendo

$q_j [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas da corrente de tráfego j

$s_j [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de saturação da corrente de tráfego j

Assim, tendo em conta a expressão (6.1) são iguais os tempos de verde das correntes de tráfego e da fase em que elas têm direito de avançarem.

A identificação das correntes de tráfego representativas das fases é praticamente impossível no caso de ocorrerem correntes de tráfego multifases adoptados em esquemas de sinalização luminosa mais complexos, o que impede a utilização deste método.

Para a determinação do ciclo óptimo recorre-se à minimi-

zação do atraso total por unidade de tempo sofrido pelos veículos, considerando apenas as correntes de tráfego representativas.

O atraso total por unidade de tempo $\underline{D}$, designado por índice de atraso, é dado por:

$$D = \sum_{i=1}^m q_i d_i \quad (6.7)$$

com,

$D[\text{veic.s} \cdot \text{s}^{-1}]$ - índice de atraso

$q_i [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas da corrente de tráfego representativa da fase $\underline{i}$

$d_i [s]$ - atraso médio por veículo da corrente de tráfego representativa da fase $\underline{i}$

m - número de fases

Para calcular o valor do atraso médio por veículo recorre-se à expressão semi-empírica de Webster (versão simplificada) obtida por simulação em computador digital e que foi já apresentada no Capítulo 4.

$$d_i = \frac{9}{10} \left[\frac{C(1 - \lambda_i)^2}{2(1 - \lambda_i x_i)} + \frac{x_i^2}{2 q_i (1 - x_i)^2} \right] \quad (6.8)$$

em que as variáveis dizem respeito à corrente de tráfego representativa da fase $\underline{i}$, sendo

$d_i [s]$ - atraso médio por veículo

$C [s]$ - duração do ciclo

$$\lambda_i = \frac{g_i}{C} - \text{proporção do tempo útil de verde}$$

g_i [s] - tempo de verde útil

$$x_i = \frac{q_i \cdot C}{s_i \cdot g_i} - \text{grau de saturação}$$

q_i [veic.s⁻¹] - débito de chegadas

s_i [veic.s⁻¹] - débito de saturação

Deste modo a função objectivo é uma função não linear cujas variáveis independentes são os tempos de verde útil das fases $\underline{g_i}$ e a duração do ciclo $\underline{C}$.

Admitindo que a repartição óptima do ciclo é obtida quando os tempos de verde úteis das fases são aproximadamente proporcionais aos índices de carga das correntes de tráfego representativas das fases $\underline{i}$, designadas por índice de carga $\underline{y_i}$ da fase $\underline{i}$, resultam as seguintes expressões:

$$\frac{g_1}{Y_1} = \frac{g_2}{Y_2} = \dots = \frac{g_m}{Y_m} = \frac{\sum_{i=1}^m g_i}{\sum_{i=1}^m Y_i} = \frac{C - L}{Y} \quad (6.9)$$

em que $Y = \sum_{i=1}^m y_i$ é o índice de carga do cruzamento e $\underline{L}$ o tempo perdido no ciclo dado por:

$$L = \sum_{i=1}^m \ell_i + \sum_{i=1}^m r_i \quad (6.10)$$

onde

L [s] - tempo perdido por ciclo

$\ell_i [s]$ - tempo perdido por fase i

$r_i [s]$ - tempo de tudo-vermelho após a fase i

Considera-se que todas as correntes de tráfego que recebem direito de passar numa dada fase i têm igual tempo perdido que, somado ao tempo de amarelo vai corresponder ao tempo perdido por fase.

Tendo em atenção a expressão (6.9) e (6.6) vem:

$$\lambda_i = \frac{g_i}{C} = y_i \frac{C - L}{C \cdot Y} \quad (6.11)$$

e

$$x_i = \frac{q_i \cdot C}{s_i \cdot g_i} = \frac{y_i}{\lambda_i} = \frac{C \cdot Y}{C - L} \quad (6.12)$$

Com a introdução desta hipótese, quer λ_i , quer x_i ficam a depender apenas da duração do ciclo C, uma vez que L e Y são conhecidos. Assim, o problema da minimização da expressão (6.7) passa a ser mais simples pois que a função objectivo passa a ter apenas uma variável independente que é a duração do ciclo C.

Para obter a duração óptima do ciclo, Webster anulou a derivada da função $D = f(C)$ em ordem à variável C e após algumas simplificações obteve a seguinte expressão aproximada:

$$C_0 = \frac{1,5 L + 5}{1 - Y} \quad (6.13)$$

em que,

$C_0 [s]$ - duração óptima do ciclo

$L[s]$ - tempo perdido por ciclo

Y - índice de carga do cruzamento

Comparando o valor da duração do ciclo dado pela expressão (6.13) com o valor calculado a partir da aplicação de um método numérico na minimização da função $D = f(C)$ verifica-se que, em geral, quanto mais desequilibrados forem os índices de carga das fases, mais se afasta do verdadeiro valor ótimo a duração do ciclo obtida através de (6.13).

Note-se que com a expressão (6.13) obtém-se sempre o mesmo valor para C_0 uma vez fixado L e Y , enquanto que a duração ótima do ciclo por minimização de $D = f(C)$ depende dos valores que forem atribuídos aos índices das fases y_i e dos débitos de saturação das correntes de tráfego representativas s_i .

Na figura 6.2 representa-se o resultado de um dos casos em que se estudou a validade da expressão aproximada de Webster para a duração ótima do ciclo, considerando um ciclo com duas fases e um tempo perdido por ciclo $L = 10$ s. A curva a cheio representa o valor da duração do ciclo calculado através da equação (6.13), enquanto que as curvas a tracejado correspondem aos valores máximos e mínimos da duração do ciclo obtidos por minimização da função $D = f(C)$, fixado o valor do índice de carga do cruzamento Y .

A duração mínima do ciclo C_m deve ser tal que o débito de chegadas das correntes de tráfego representativas de cada fase seja inferior à respectiva capacidade prática. Considerando, por exemplo, que esta é 90% da capacidade possível, vem:

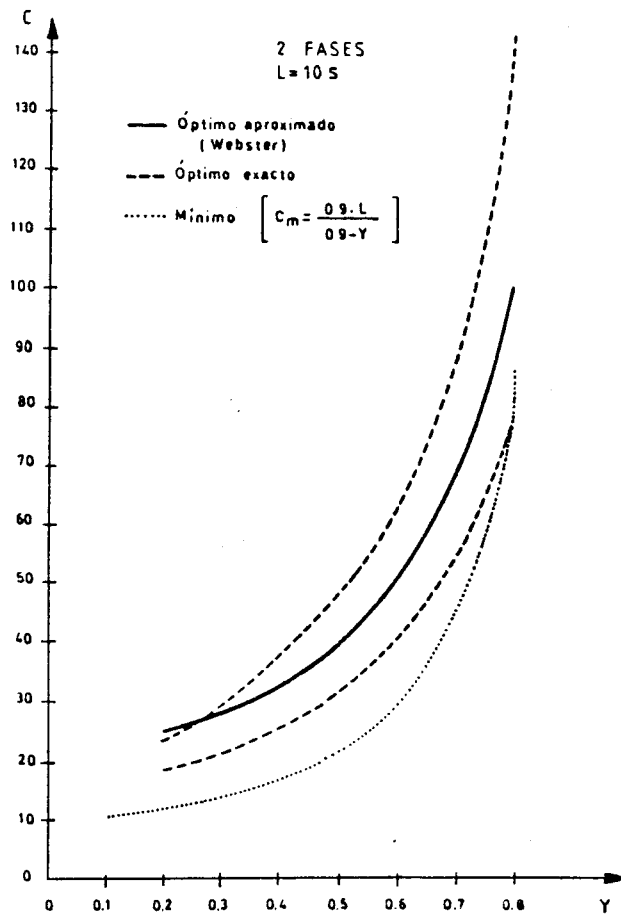


Fig. 6.2 - Estudo da validade da fórmula de Webster para a duração ótima do ciclo

$$q_i \leq 0,9 \quad Q_i \quad (6.14)$$

ou, atendendo à definição da capacidade

$$q_i \leq 0,9 \quad \frac{s_i \, g_i}{C} \quad (6.15)$$

Isto é, o tempo de verde útil da fase i deve ser tal que:

$$g_i \geq \frac{1}{0,9} \cdot \frac{q_i \, C}{s_i} = \frac{1}{0,9} \, y_i \, C \quad (6.16)$$

Somando as desigualdades (6.16) para todas as fases vem:

$$\sum_{i=1}^m g_i \geq \frac{1}{0,9} \, C \sum_{i=1}^m y_i = \frac{1}{0,9} \, C \cdot Y \quad (6.17)$$

Por outro lado, tendo em atenção (6.9) resulta:

$$C \geq \frac{0,9 L}{0,9 - Y} \quad (6.18)$$

Então a duração mínima do ciclo é:

$$C_m = \frac{0,9 L}{0,9 - Y} \quad (6.19)$$

em que,

$C_m [s]$ - duração mínimo do ciclo

$L [s]$ - tempo perdido por ciclo

Y - índice de carga do cruzamento

A curva que representa o valor de C_m em função de Y fixado L está, também, representada na figura 6.2.

Atendendo à hipótese formulada anteriormente, a repartição do ciclo é determinada calculando os tempos de verde útil atribuídos a cada fase a partir da expressão (6.9).

Como se verifica o método de Webster é de concepção muito simples envolvendo apenas a minimização de uma função com uma única variável independente e sem restrições. Particularmente a restrição de que a soma dos tempos de verde úteis das fases tem de ser igual à duração do ciclo subtraída do tempo perdido no ciclo não necessita de ser considerada no processo de minimização, porque é desde logo garantida a partir da hipótese formulada quanto à repartição do ciclo.

No caso de se pretender atender à restrição imposta por

razões de operacionalidade e segurança, de ter um tempo de verde de cada fase superior a um determinado limite, é necessário recalcular a duração do ciclo, quando esta restrição não estiver a ser cumprida. O critério utilizado para aumentar a duração do ciclo é o de fazer corresponder este aumento à quantidade mínima necessária para satisfazer a restrição, com a condição de não penalizar as condições de escoamento das restantes correntes de tráfego, caracterizadas pelo grau de saturação.

Designando por $\underline{K}$ a fase com um tempo de verde inferior a um determinado limite previamente fixado, pode desde logo fixar-se o novo valor do tempo de verde útil dessa fase, $\underline{g_K}^*$, de forma a garantir a restrição.

As restantes fases passam a dispor de um tempo total de verde útil para ser repartido por elas igual a:

$$\sum_{i \neq K} g_i^* = C^* - L - g_K^* \quad (6.20)$$

sendo

$C^* [s]$ - duração do ciclo actualizada

$L [s]$ - tempo perdido por ciclo

$\underline{g_K}^* [s]$ - tempo de verde útil actualizado da fase $\underline{K}$

Para garantir o mesmo grau de saturação das correntes de tráfego representativas das fases $i \neq K$, a proporção do tempo de verde útil deve manter-se constante, isto é:

$$\frac{g_i^*}{C^*} = \frac{g_i}{C} \quad i \neq K \quad (6.21)$$

Somando ordenadamente para todas as fases $i \neq K$ a igualdade (6.21), obtém-se:

$$\sum_{i \neq K} g_i^* = \frac{C^*}{C} \sum_{i \neq K} g_i \quad (6.22)$$

ou, atendo à expressão (6.20) vem:

$$C^* - L - g_K^* = \frac{C^*}{C} \sum_{i \neq K} g_i \quad (6.23)$$

Fazendo $L^* = L + g_K^*$ resulta:

$$C^* - L^* = \frac{C^*}{C} \sum_{i \neq K} g_i$$

Vindo, finalmente, para a duração do ciclo actualizada:

$$C^* = \frac{C \cdot L^*}{C - \sum_{i \neq K} g_i} \quad (6.24)$$

Os novos valores dos tempos úteis de verde são obtidos a partir de (6.21).

Uma vantagem do método de Webster é, devido à sua simplicidade, dispensar o recurso do computador.

O campo de aplicação deste método limita-se, na prática, aos casos em que cada conjunto de correntes de tráfego compatíveis têm sinal verde numa única fase.

6.4.2 - Programa SIGSET

Allsop desenvolveu um programa de cálculo automático designado por SIGSET, destinado a obter a regulação dos sinais luminosos de um cruzamento isolado de forma a minimizar o atraso total por unidade de tempo (índice de atraso).

Para estimar o atraso médio por veículo Allsop usou a expressão simplificada de Webster, obtendo o índice de atraso correspondente ao cruzamento pela soma dos produtos dos débitos de chegadas pelos respectivos atrasos médios por veículo, considerando todas as correntes de tráfego, isto é:

$$D = \sum_{j=1}^n q_j d_j \quad (6.25)$$

com,

$D[\text{veic.s} \cdot \text{s}^{-1}]$ - índice de atraso

$q_j[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas da corrente de tráfego j

$d_j[\text{s}]$ - atraso médio por veículo para a corrente de tráfego j

n - número de corrente de tráfego

Nas versões mais recentes do programa é possível, no cálculo do índice de atraso, afectar as correntes de tráfego com um coeficiente de ponderação, de modo a privilegiar determinadas correntes de tráfego em prejuízo doutras. Uma utilização crite-

riosa destes coeficientes de ponderação pode conduzir à minimização do atraso referente aos utentes, em vez do atraso relativo aos veículos, atribuindo valores proporcionais ao valor médio da ocupação por veículo de cada corrente de tráfego.

Uma vez que a fórmula utilizada para o atraso médio por veículo é a de Webster, cada corrente de tráfego deve receber o sinal verde num único período de tempo dum ciclo, podendo este período incluir uma ou mais fases consecutivas. Esta condição tem de ser satisfeita, porque conforme se referiu no Capítulo 4, a fórmula de Webster não é convexa se a corrente de tráfego tem direito de passagem em dois períodos não consecutivos dum ciclo.

Designando por:

$$\lambda_0 = \frac{L}{C} \quad (6.26)$$

e, atendendo a que

$$\lambda_i = \frac{g_i}{C}$$

a regulação óptima dos sinais luminosa consiste em determinar $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$ que, verificando certas restrições, minimize o atraso total $D(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m)$.

É necessário adaptar a fórmula aproximada de Webster do atraso médio por veículo, de forma a ter apenas como variáveis independentes $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$, resultando para a função objectivo a minimizar:

$$D(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = \sum_{j=1}^m \left[\frac{1}{\lambda_0} f_j(\lambda_j) + g_i(\lambda_j) \right] \quad (6.27)$$

em que,

$$f_j(\Lambda_j) = \frac{L \cdot q_j (1 - \Lambda_j)^2}{2(1 - y_j)} \quad (6.28)$$

e

$$g_j(\Lambda_j) = \frac{y_j^2}{2 \Lambda_j (\Lambda_j - y_j)} \quad (6.29)$$

O parâmetro Λ_j representa a proporção de tempo de verde da corrente de tráfego j , sendo dado por:

$$\Lambda_j = \sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.30)$$

em que a_{ij} é o elemento da matriz fase/corrente de tráfego já anteriormente definido.

O factor $\frac{9}{10}$ desaparece da função objectivo porque sendo o mesmo para todas as correntes de tráfego não tem influência no processo de minimização.

As restrições a que devem obedecer as incógnitas $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$ são as seguintes:

a) A soma dos tempos verdes úteis das fases é igual à diferença entre a duração do ciclo C e o tempo perdido por ciclo L , isto é, atendendo a (6.9):

$$\sum_{i=1}^m g_i = C - L$$

Dividindo ambos os membros por C resulta:

$$\frac{L}{C} + \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$$

Tendo em conta a expressão (6.26) vem:

$$\sum_{i=0}^m \lambda_i = 1 \quad (6.31)$$

b) Para cada corrente de tráfego o débito de chegadas tem de ser inferior à capacidade, isto é, o grau de saturação da corrente de tráfego tem de ser menor do que um. Para isso é necessário que:

$$x_j < 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

ou seja,

$$\frac{q_j}{\lambda_j s_j} < 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

donde

$$\lambda_j > y_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Substituindo λ_j pelo valor dado por (6.30) vem:

$$\sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i > y_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.32)$$

Por precaução é utilizado o conceito de capacidade prática que representa uma proporção p_j da capacidade possível, a fim de dispor de uma margem de segurança que permita evitar condições de circulação degradadas. Este valor p_j representa o grau de saturação máximo aceitável. Nestas condições as equações anteriores são substituídas por:

$$x_j < p_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{q_j}{\lambda_j s_j} < p_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\lambda_j > \frac{y_j}{p_j} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

e finalmente

$$\sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i > \frac{y_j}{p_j} \quad (6.32)'$$

c) A duração do ciclo é limitada superiormente por C_M , ou é previamente fixada igual a C_S .

Esta restrição é definida por:

$$C \leq C_M \quad \text{ou} \quad C = C_S$$

Fazendo $C = \frac{L}{\lambda_0}$ vem:

$$\lambda_0 \geq \frac{L}{C_M} \quad \text{ou} \quad \lambda_0 = \frac{L}{C_S} \quad (6.33)$$

d) É imposto um limite inferior, dado por $g_i^{\min}$ para o tempo de verde útil de cada fase, isto é:

$$g_i \geq g_i^{\min} \quad 1, 2, \dots, m$$

donde

$$\lambda_i \geq \frac{g_i^{\min}}{C}$$

ou

$$\lambda_i \geq g_i^{\min} \frac{\lambda_0}{L} \quad (6.34)$$

Em resumo, o problema do cálculo da regulação dos sinais luminosos, consiste em:

$$\text{Minimizar } D(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m) \quad (6.27)$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$\sum_{i=0}^m \lambda_i = 1 \quad (6.31)$$

$$\sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i > \frac{y_j}{p_j} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.32)$$

$$\lambda_0 \geq \frac{L}{C_M} \quad \text{ou} \quad \lambda_0 = \frac{L}{C_S} \quad (6.33)$$

$$\lambda_0 > g_i^{\min} \frac{\lambda_0}{L} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.34)$$

Na resolução deste problema, Allsop apresenta um processo iterativo em que usa para solução inicial uma solução possível, isto é, que satisfaz as restrições, provando que o processo converge para uma solução ótima que existe e é única.

Em geral os valores obtidos para a duração ótima do ciclo são inferiores aos calculados pelo método de Webster, o que é vantajoso, quer para o tráfego, quer para os peões. Note-se que em alguns casos há vantagem em usar ciclos com duração pequena, devido principalmente aos seguintes factores que não intervêm no processo de optimização:

- a) Redução do atraso de peões e ciclistas.
- b) Redução dos atrasos dos veículos de transporte público quando dispõe de vias exclusivas.

c) Maior número de oportunidades para serem executados os movimentos de viragem à esquerda com oposição.

d) Facilidade em manter constante o valor do débito de saturação.

Em conclusão, o programa SIGSET introduz uma sensível melhoria em relação ao método anterior, devido a considerar todos os veículos que pretendem atravessar o cruzamento, minimizando através de um processo exacto o respectivo atraso total, sendo possível utilizá-lo em esquemas de fases mais flexíveis mas também mais complexos.

6.4.3 - Programa SIDRA

O programa de cálculo automático designado por SIDRA destina-se a determinar a regulação dos sinais luminosos segundo um método desenvolvido por Akcelik que adopta como elemento base as correntes de tráfego relacionando os parâmetros com elas, em vez de considerar as fases como acontece nos métodos anteriores.

Assim, a duração do ciclo é dada pela soma dos tempos de verde útil com os tempos perdidos em relação às correntes de tráfego críticas.

Para identificar as correntes de tráfego críticas Akcelik fez uso do conceito do tempo necessário para uma corrente de tráfego, calculado a partir de:

$$t_j = u_j \cdot C + l_j \quad (6.35)$$

em que

$t_j[s]$ - tempo necessário para a corrente de tráfego j

$C[s]$ - duração do ciclo

$\ell_j[s]$ - tempo perdido para a corrente de tráfego j

u_j - proporção de tempo verde necessário para a corrente de tráfego j

Numa primeira tentativa pode tomar-se $C = 100$ s, verificando-se depois de obtida a duração do ciclo, se esta conduz à identificação de outros movimentos críticos, o que poucas vezes acontece.

A proporção de tempo de verde u_j necessária para uma corrente de tráfego, representa o valor de Λ_j atrás definido, de forma a garantir um determinado grau de saturação previamente atribuído à corrente de tráfego j , isto é:

$$u_j = \frac{y_j}{p_j} \quad (6.36)$$

sendo p_j o valor do grau de saturação máximo aceitável para a corrente de tráfego j , podendo tomar-se, no caso geral, igual a 0,9.

Este procedimento permite adoptar diferentes valores para p_j de acordo com a importância a dar à corrente de tráfego.

A cada corrente de tráfego é associado um tempo t_j , baseando-se a selecção das correntes de tráfego críticas na comparação destes valores.

No caso das correntes de tráfego receberem indicação de sinal verde numa única fase, a corrente de tráfego crítica numa fase é a que apresenta o maior valor de t_j para todas as correntes de tráfego compatíveis que avançam nessa fase. Atendendo às expressões (6.35) e (6.36) isto corresponde, igualmente, a ter o maior valor para y_j se os tempos perdidos forem iguais para todas essas correntes de tráfego. Coincide, assim, neste caso com o anterior conceito apresentado no método de Webster de corrente de tráfego representativa da fase.

Quando há correntes de tráfego multifases o processo de identificação das correntes de tráfego críticas é mais complexa pois é necessário comparar os tempos t_j relativos às correntes de tráfego multifases com a soma dos tempo t_j das correntes de tráfego que no seu conjunto recebem idêntico tempo de sinal verde. Para este efeito Akcelik apresenta um método que consiste na determinação do circuito mais longo numa rede em que os nós representam os instantes de mudança de fase e os arcos as correntes de tráfego. A cada arco é associado o respectivo tempo t_j .

O tempo perdido por ciclo L e o índice de carga do cruzamento são obtidos pela soma dos respectivos parâmetros em relação às correntes de tráfego críticas, isto é:

$$L = \sum l_j \quad (6.37)$$

$$Y = \sum y_j \quad (6.38)$$

sendo os somatórios estendidos às correntes de tráfego críticas.

Observa-se, tal como foi referido anteriormente, uma cor-

responidência entre estes conceitos e os apresentados no método de Webster.

A regulação dos sinais luminosos obtém-se minimizando o índice de funcionamento IF dado por:

$$IF = D + K H \quad (6.39)$$

em que

$D[\text{veic.s} \cdot \text{s}^{-1}]$ - atraso total por unidade de tempo

H - número total de paragens por unidade de tempo

K - coeficiente de ponderação das paragens

Para calcular D e H apenas se consideram as correntes de tráfego críticas, isto é:

$$D = \sum_{j=1}^c q_j d_j \quad (6.40)$$

e

$$H = \sum_{j=1}^c q_j h_j \quad (6.41)$$

sendo para a corrente de tráfego crítica j:

$q_j[\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$d_j[s]$ - atraso médio por veículo

h_j - número de paragens por veículo

c - número de correntes de tráfego críticas

Para o cálculo do atraso Akcelik apresenta uma expressão que pode ser aplicada também nos casos em que o grau de saturação excede a unidade.

Adoptando um procedimento análogo ao referido no método de Webster, a função objectivo definida por (6.39) apenas integra como variável independente a duração do ciclo. O seu valor óptimo pode ser calculado a partir da seguinte expressão aproximada:

$$C_0 = \frac{(1,4 + 0,01 K) L + 6}{1 - Y} \quad (6.42)$$

em que

$C_0 [s]$ - duração óptima do ciclo

$L [s]$ - tempo perdido por ciclo

Y - índice de carga do cruzamento

K - coeficiente de ponderação das paragens

O valor de K depende do critério de optimização utilizado, sendo apresentados em [6.1] os seguintes valores:

minimização do consumo de combustível: $K = 40$

minimização do custo de operação: $K = 20$

minimização do atraso: $K = 0$

Os tempos de verde úteis atribuídos às correntes de tráfego críticas são proporcionais aos valores de u_j definidos por (6.36), isto é:

$$g_j = \frac{C - L}{\sum u_j} \cdot u_j \quad (6.43)$$

onde o somatório refere-se apenas ao conjunto das correntes de tráfego críticas.

Os tempos de verde das fases são calculados a partir da relação existente entre estes e os tempos de verde das correntes de tráfego.

6.4.4 - Programa SIGCAP

O programa SIGCAP desenvolvido por Allsop determina a capacidade prática dum cruzamento, calculando a regulação dos sinais luminosos que maximiza essa capacidade.

A capacidade de uma corrente de tráfego depende da proporção do tempo de verde útil que lhe é atribuída e do débito de saturação, sendo dada por:

$$Q_j = \Lambda_j s_j \quad (6.44)$$

com

Q_j [veic.s⁻¹] - capacidade da corrente de tráfego j

Λ_j - proporção de tempo de verde útil da corrente de tráfego j

s_j [veic.s⁻¹] - débito de saturação da corrente de tráfego j

Tal como anteriormente o valor de Λ_j é obtido através de:

$$\Lambda_j = \sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i \quad (6.30)$$

O débito de chegadas q_j deve ser inferior ao valor da capacidade, recomendando-se a utilização do conceito de capacidade

prática tomada por precaução a fim de evitar condições de circulação medíocres. A capacidade prática Q'_j é representada por uma proporção p_j da capacidade possível, habitualmente designada por grau de saturação aceitável para a corrente de tráfego j .

Se o débito de chegadas for multiplicado por um factor μ_j , as condições de circulação continuam a ser aceitáveis se:

$$Q'_j \geq \mu_j q_j \quad (6.45)$$

sendo para a corrente de tráfego j

$Q'_j [\text{veic.s}^{-1}]$ - capacidade prática

$q_j [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

Atendendo à definição da capacidade prática a expressão (6.45) equivale a:

$$\Lambda_j \geq \mu_j \frac{q_j}{s_j p_j} \quad (6.46)$$

Designando por μ_j^* o valor máximo que μ_j pode tomar, isto é:

$$\mu_j^* = \frac{Q'_j}{q_j} \quad (6.47)$$

resulta,

$$\mu_j^* = \frac{\Lambda_j s_j p_j}{q_j} \quad (6.48)$$

Se $\mu_j^* > 1$ a corrente de tráfego j tem uma capacidade de reserva definida por:

$$Q_{r_j} = \frac{Q'_j - q_j}{q_j} = \frac{q_j \mu_j^* - q_j}{q_j} = \mu_j^* - 1 \quad (6.49)$$

Neste caso a capacidade de reserva é $100(\mu_j^* - 1)$ por cento do débito de chegadas.

Se $\mu_j < 1$ a corrente de tráfego j está sobressaturada, sendo o débito excedente dado, analogamente, em termos percentuais do débito de chegadas, por $100(\mu_j^* - 1)$

Considerando o cruzamento no seu conjunto, a respectiva capacidade depende da regulação que for adoptada para os sinais luminosos, de forma a proporcionar o maior aumento possível do volume de tráfego em todas as correntes de tráfego.

Deste modo, enquanto que a capacidade de uma corrente de tráfego depende da regulação dos sinais luminosos anteriormente estabelecida, a capacidade dum cruzamento determina a regulação que maximize a variação dos débitos de chegada relativos a todas as correntes de tráfego.

Admite-se que os volumes de tráfego aumentam proporcionalmente através da aplicação de um factor comum μ a todas as correntes de tráfego. As condições de circulação continuam aceitáveis se for verificada, para todas as correntes de tráfego, a seguinte relação obtida a partir de (6.46):

$$\sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i \geq \mu \frac{q_j}{s_j p_j} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.50)$$

A capacidade prática do cruzamento atinge-se escolhendo a regulação dos sinais luminosos que torne máximo o factor comum μ .

As anteriores definições de capacidade de reserva e débito excedente aplicados a uma corrente de tráfego continuam váli-

das, apenas com a diferença de μ_j ser substituído por μ .

No programa SIGCAP Allsop usou, para além da restrição referente à capacidade prática das correntes de tráfego traduzida pela expressão (6.50), todas as outras restrições já descritas para o programa SIGSET.

Deste modo, a regulação dos sinais luminosos consiste em determinar valores não negativos para as variáveis $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m, \mu$, sendo m o número de fases, de modo que satisfazendo um conjunto de restrições, maximizem μ .

Em termos algébricos, o problema corresponde a:

$$\text{Maximizar } Z = \mu + 0 \cdot \lambda_0 + 0 \cdot \lambda_1 + \dots + 0 \cdot \lambda_m \quad (6.51)$$

Com as seguintes restrições:

$$\sum_{i=0}^m \lambda_i = 1 \quad (6.31)$$

$$\sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i > \mu \frac{q_j}{s_j p_j} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.50)$$

$$\lambda_0 \geq \frac{L}{C_M} \quad \text{ou} \quad \lambda_0 = \frac{L}{C_S} \quad (6.33)$$

$$\lambda_i \geq g_i \min \frac{\lambda_0}{L} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.34)$$

Uma vez que todas as expressões são lineares, é possível resolver este problema através da aplicação dos métodos de Programação Linear. A vantagem da sua utilização reside no facto de, para além da determinação da solução óptima através do Método de Simplex, ser possível obter a partir da análise de pós-otimização, informação adicional importante. É o caso de se determinar o impacto na capacidade da reserva resultante de se

verificarem as seguintes alterações:

- a) Aumento do débito de saturação
- b) Aumento do grau de saturação máximo aceitável
- c) Redução do tempo de verde útil mínimo
- d) Aumento da duração do ciclo

No anexo D é analisada em pormenor a aplicação da Programação Linear nestes casos.

Este método aplica-se a qualquer regime de chegadas, não sendo feita qualquer hipótese sobre a respectiva lei de distribuição, pois que não se utiliza, como acontece nos casos anteriores, qualquer expressão tal como a do atraso, que em princípio, tem um campo de aplicação limitada.

A regulação dos sinais luminosos é determinado de forma a garantir que se escoe o número máximo de veículos, sem considerar explicitamente qualquer outro parâmetro de funcionamento.

No entanto, recorrendo-se ao conceito de capacidade prática através da inclusão de p_j equivale a adoptar um limite superior para o valor de atraso.

6.5 - Aplicação de métodos numéricos no processo de optimização

Foram elaborados dois programas para o cálculo da regulação de sinais luminosos tendo-se utilizado em ambos, métodos

numéricos no processo de optimização.

O primeiro deles, designado por RESINA, baseia-se no método de Webster, sendo a duração óptima do ciclo obtida por minimização do atraso, através de um método directo de optimização de funções com uma única variável independente.

No segundo programa, designado por OCRES, utiliza-se um método de optimização de funções com restrições aplicado a uma formulação do problema de regulação distinta da que geralmente é apresentada nos outros métodos.

Uma descrição de cada um destes programas é feita em seguida.

6.5.1 - Programa RESINA

No programa RESINA a função objectivo é definida pelo atraso total referente apenas às entradas representativas de cada uma das fases que constituem o ciclo. Para calcular o atraso médio por veículo recorre-se à expressão completa de Webster dada no Capítulo 4. Admitindo, tal como no método de Webster, que os tempos de verde útil das fases são proporcionais aos respectivos índices de carga, a expressão completa de Webster passa a depender apenas de uma única variável que é a duração do ciclo, conforme se pode verificar a partir das expressões seguintes:

Função objectivo:

$$D = \sum_{i=1}^m q_i d_i = \sum_{i=1}^m \frac{q_i (1 - \lambda_i)^2}{2(1 - y_i)} + \frac{x_i^2}{2(1 - x_i)} - 0,65 (C \cdot q_i)^{1/3} \frac{(2 + 5 \lambda_i)}{x_i} \quad (6.52)$$

sendo

$D[\text{veic.s} \cdot \text{s}^{-1}]$ - atraso total por unidade de tempo

$d_i[\text{s}]$ - atraso médio por veículo

λ_i - proporção de tempo de verde útil

y_i - índice de carga

$C[\text{s}]$ - duração do ciclo

x_i - grau de saturação

em que os parâmetros com o índice i referem-se à corrente de tráfego representativa da fase i .

Tendo em conta a hipótese quanto à repartição dos tempos de verde úteis das fases, são válidas as seguintes expressões, deduzidas anteriormente:

$$\lambda_i = \frac{C - L}{C \cdot Y} y_i \quad (6.51)$$

$$x_i = \frac{Y C}{C - L} \quad (6.52)$$

Substituindo estas expressões em (6.52) verifica-se que D fica a depender apenas da duração do ciclo C , uma vez que m , q_i , s_i e L são dados do problema.

Na minimização da função objectivo recorreu-se ao método de Davies, Swann & Campey, descrito no Apêndice E. Como valor inicial foi adoptado o valor mínimo da duração do ciclo, cuja expressão foi atrás apresentada em (6.19).

O programa RESINA compreende dois programas de cálculo

automático, com funções complementares, que vão desde a organização e eventual correcção dos dados até ao cálculo da duração óptima do ciclo e respectiva repartição.

Na sua versão actual designam-se por RESINA AQ1 e RESINA V1.2. O primeiro destes programas destina-se ao tratamento dos dados permitindo um registo ordenado dos dados necessários ao cálculo, bem como alterações parciais desses dados ou, ainda, a leitura em termos facilmente legíveis de registos já existentes. O segundo efectua os cálculos propriamente ditos, com várias opções, a partir dos valores ordenados pelo programa RESINA AQ1. Definido o ciclo óptimo e respectiva regulação, o programa calcula os principais parâmetros de funcionamento do cruzamento.

Ambos os programas foram escritos em BASIC, para um microcomputador APPLE II com 64 kbytes de memória, dispondo de pelo menos uma unidade de diskettes, ocupando 28 e 10 kbytes, respectivamente, para RESINA AQ1 e RESINA V1.2. O tempo de execução deste programa é de alguns segundos.

Uma descrição pormenorizada destes programas consta do guia de utilização [6.7] recentemente publicado.

Mais adiante é apresentado um exemplo de aplicação.

6.5.2 - Programa OCRES

O programa OCRES determina a regulação dos sinais luminosos que minimiza o índice de funcionamento do cruzamento calculado a partir de uma combinação linear entre o atraso total e

o número de paragens no cruzamento. A regulação obtida deve satisfazer, ainda, um conjunto de restrições.

Neste método optou-se por utilizar como variáveis independentes os tempos reais de verde de cada uma das fases em vez dos tempos úteis de verde, como acontece em todos os outros métodos.

No processo de optimização da função objectivo com restrições aplica-se o método de Hooke e Jeeves associado ao método das penalidades, que será descrito em pormenor no Apêndice F. De modo geral este método utiliza-se para resolver um problema em que se pretende

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{Sujeito a} \quad & g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \\ & g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \\ & \vdots \\ & g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \end{aligned}$$

Note-se que as restrições são desigualdades do tipo $\leq$.

Os conceitos e as expressões utilizadas são as apresentadas em capítulos anteriores, com as necessárias adaptações para o fim em vista.

6.5.2.1 - Formulação do problema

O índice de funcionamento do cruzamento é calculado considerando todas as correntes de tráfego j , sendo dado por:

$$IF = \sum_{j=1}^n (q_j d_j + K q_j h_j) \quad (6.53)$$

sendo

IF - índice de funcionamento do cruzamento

$q_j [\text{veic.s}^{-1}]$ - débito de chegadas

$d_j [s]$ - atraso médio por veículo

h_j - número médio de paragens por veículo

K - coeficiente de ponderação das paragens

n - número de correntes de tráfego

Para calcular d_j usou-se a expressão completa de Webster, adaptando-a de modo a fazê-la depender apenas dos tempos de verde real das fases, que constituem as incógnitas.

Assim, tendo em atenção a expressão (6.1) o tempo de verde útil de cada corrente de tráfego apenas depende do tempo de verde real das fases em que recebe direito de passagem, pois que os tempos de interverde e o tempo perdido da corrente de tráfego são previamente conhecidos.

Por outro lado a duração do ciclo C é dada pela soma estendida a todas as fases dos tempos de verde real com os tempos de interverde.

O atraso médio por veículo calculado pela expressão completa de Webster é, assim, igual a:

$$d_j = d'_j + d''_j - d'''_j \quad (6.56)$$

em que

$$d_j' = \frac{(C - g_j)^2}{2 C (1 - y_j)} \quad (6.57)$$

$$d_j'' = \frac{y_j^2 \cdot C^2}{2 q_j g_j (g_j - C \cdot y_j)} \quad (6.58)$$

$$d_j''' = 0,65 \left(\frac{C}{q_j}\right)^{1/3} \left(\frac{y_j \cdot C}{g_j}\right)^{(2 + 5 \frac{g_j}{C})} \quad (6.59)$$

Verificando-se que d_j apenas passa a depender dos tempos de verde real das fases, $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \dots, \underline{V}_m$, com m igual ao número de fases.

O número médio de paragens por veículo é atendendo ao deduzido no Capítulo 4, dado por:

$$h_j = \frac{N_j}{q_j C (1 - y_j)} \quad \text{se} \quad \frac{N_j}{s_j - q_j} \leq g_j \quad (6.60)$$

ou

$$h_j = \frac{N_j}{q_j C} + \frac{g_j}{C} \quad \text{se} \quad \frac{N_j}{s_j - q_j} > g_j \quad (6.61)$$

onde N_j é o número médio de veículos na fila de espera correspondente à corrente de tráfego j no início do tempo de verde, calculado, segundo o apresentado no Capítulo 4, a partir de:

$$N_j = \max\left[-\frac{1}{2} q_j (C - g_j) + q_j d_j ; q_j (C - g_j)\right] \quad (6.62)$$

Igualmente como para d_j o parâmetro h_j é função apenas de $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \dots, \underline{V}_m$.

Deste modo a função objectivo definida por (6.53) é dependente das variáveis $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \dots, \underline{V}_m$, que devem satisfazer as seguintes restrições:

a) Duração máxima do ciclo: C_M

$$\sum_{i=1}^m (V_i + I_i) \leq C_M \quad (6.63)$$

em que $\underline{I}_i$ é o tempo de interverde da fase $\underline{i}$

b) Duração mínima do ciclo: C_m

$$\sum_{i=1}^m (V_i + I_i) \geq C_m \quad (6.64)$$

c) Tempo de verde mínimo da cada fase: $V_i^{\min}$

$$V_i \geq V_i^{\min} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.65)$$

d) Grau de saturação máximo de cada corrente de tráfego: p_j

$$\frac{y_j}{g_j} C \leq p_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.66)$$

e) Comprimento máximo da fila de espera para cada corrente de tráfego: $N_j^{\max}$

O valor de $\underline{N}_j$ calculado por (6.60) é corrigido, de acordo com o deduzido no Capítulo 4, a fim de ter em conta a dimensão da fila de espera que se desenvolve para trás da linha de paragem.

Por outro lado o valor de $\underline{N}_j$ corrigido representa o valor médio do comprimento máximo da fila de espera, sendo neste caso

mais útil comparar o $N_j^{\max}$ disponível com o comprimento máximo da fila de espera crítico N_{c_j} de modo que a probabilidade de vir a ser excedido é pequena.

Admitiu-se que este valor é duplo de N_j corrigido.

A restrição tem o seguinte aspecto:

$$N_{c_j} \leq N_j^{\max} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.67)$$

sendo

$$N_{c_j} = 2 \left(1 + \frac{q_j \cdot e}{n_{v_j} \cdot v_{c_j}} \right) \cdot N_j \quad (6.68)$$

em que

$e[m]$ - espaçamento dos veículos na fila de espera

$v_c[m \cdot s^{-1}]$ - velocidade de cruzeiro

n_v - número de vias

O valor de N_j é calculado a partir de (6.60).

f) Tempo de vermelho mínimo para cada corrente

de tráfego: $r_j^{\min}$

$$C - g_j \geq r_j^{\min} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.69)$$

g) Tempo de verde máximo para cada corrente

de tráfego: $g_j^{\max}$

$$g_j \leq g_j^{\max} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6.70)$$

6.5.2.2 - Processo de otimização

A solução do problema anterior é obtida através da aplicação do método de Hooke e Jeeves associado ao método das penalidades.

Para isso considere-se o problema de regulação dos sinais luminosos formulado, em termos algébricos, do seguinte modo:

$$\text{Minimizar } IF(V_1, V_2, \dots, V_m) = \sum_{i=1}^n (q_j d_j + K \cdot q_j h_j) \quad (6.71)$$

com as seguintes restrições

$$f_1(V_1, V_2, \dots, V_m) = \sum_{i=1}^m (V_i + I_i) - C_m \leq 0 \quad (6.72)$$

$$f_2(V_1, V_2, \dots, V_m) = C_m - \sum_{i=1}^m (V_i + I_i) \leq 0 \quad (6.73)$$

$$f_3(V_1, V_2, \dots, V_m) = V_i - V_i^{(1)} \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \quad (6.74)$$

$$f_4(V_1, V_2, \dots, V_m) = \frac{\sum_{i=1}^m (V_i + I_i)}{g_j} - \frac{p_j}{y_j} \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n \quad (6.75)$$

$$f_5(V_1, V_2, \dots, V_m) = N_{c_j} - N_j^{\max} \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n \quad (6.76)$$

$$f_6(V_1, V_2, \dots, V_m) = g_j - \sum_{i=1}^m (V_i + I_i) + r_j^{\min} \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n \quad (6.77)$$

$$f_7(V_1, V_2, \dots, V_m) = g_j - g_j^{\max} \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n \quad (6.78)$$

Este problema tem, assim, m variáveis independentes e $(m + 4n + 2)$ restrições, sendo m e n o número de fases e cor-

(1) Estas restrições estão automaticamente respeitadas no momento em que se define o intervalo de variação de cada variável V_i, como adiante se apresenta.

rentes de tráfego, respectivamente.

No método das penalidades transforma-se o problema de otimização com restrições num problema sem restrições, através da adopção de uma função auxiliar $Z(V_1, V_2, \dots, V_m, \bar{K})$ que incorpora a função objectivo e as restrições, de modo que a solução óptima desta função e a do problema original coincidam.

Neste caso a função auxiliar utilizada foi a seguinte:

$$Z(V_1, V_2, \dots, V_m, K) = IF(V_1, V_2, \dots, V_m) + \bar{K} P(V_1, V_2, \dots, V_m) \quad (6.79)$$

em que a função de penalidade $P(V_1, V_2, \dots, V_m)$ é dada por:

$$P(V_1, V_2, \dots, V_m) = \sum_{r=1}^{m+4n+2} \left\{ \max[0, f_r(V_1, V_2, \dots, V_m)] \right\}^2 \quad (6.80)$$

sendo $f_r(V_1, V_2, \dots, V_m)$ as restrições dadas pelas equações de (6.72) a (6.78).

Qualquer solução fora da região viável definida pelo conjunto das restrições, implica que $P(V_1, V_2, \dots, V_m) > 0$. Caso contrário, isto é, quando a solução satisfazer todas as restrições vem $P(V_1, V_2, \dots, V_m) = 0$.

Prova-se que à medida que $\bar{K}$ cresce o mínimo da função $Z(V_1, V_2, \dots, V_m)$ também aumenta convergindo para o mínimo da função $IF(V_1, V_2, \dots, V_m)$. No processo de optimização utilizou-se a seguinte sequência crescente de números positivos para os valores de $\bar{K}$:

$$\bar{K} = \{ 1, 5, 10, 50, 100 \dots \}$$

O intervalo de variação de cada variável $\underline{V}_i$ vai desde o seu valor mínimo $\underline{V}_i^{\min}$ até à duração máxima do ciclo $\underline{C}_M$, tornan-

do-se como valores iniciais o quociente $\frac{C_M}{m}$, em que m é o número de fases.

Para cada um destes valores de $\bar{K}$ é determinado o mínimo da função $Z(V_1, V_2, \dots, V_m)$ aplicando-se o método de Hooke e Jeeves até que a diferença entre todos os valores das variáveis independentes $V_1, V_2, \dots, V_m$ obtidos em duas iterações consecutivas seja inferior a 0,5% do intervalo da variação dessas variáveis.

A fim de reduzir o risco de obter uma solução ótima "local" afastada do ponto ótimo global, o programa utiliza uma sequência de incrementos iniciais para cada variável independente expressos em percentagem do respectivo intervalo de variação. A sequência adoptada é a seguinte:

{ 15; 40; 15; 40; 10; 1; 0,4 }

Os valores pequenos do incremento permitem determinar o ponto ótimo local e os valores grandes evitam que o processo de busca seja feito sempre na mesma zona.

6.5.2.3 - Descrição do programa

O programa de cálculo automático OCRES é escrito em BASIC para um microcomputador SAGE-STRIDE com 512 kbytes de memória, ocupando 18 kbytes.

A especificação dos dados é feita por um processo inter-activo, através de respostas a questionários formulados.

Os dados são agrupados em blocos, havendo a possibilidade

de no fim da cada questionário correspondente a um dado bloco voltar ao seu início para efectuar qualquer correcção.

Na folha de resultados apresentada para o exemplo de aplicação dado a seguir consta o conjunto de dados necessários para executar o programa OCRES.

O programa calcula, para além da duração óptima do ciclo e respectiva repartição, um conjunto de parâmetros de funcionamento para cada corrente de tráfego que se obtém para a regulação dos sinais luminosos adoptada.

No caso da solução óptima não ser atingida ao fim de 500 iterações, o utilizador é informado deste facto, podendo optar em reinicializar todo o processo ou parar a execução do programa.

Se a solução óptima encontrada não cumprir alguma das restrições impostas é fornecida essa informação ao utilizador a fim de poder actuar em conformidade.

O tempo de execução do programa depende naturalmente da dimensão do problema, podendo considerar-se que no exemplo apresentado a seguir é de cerca de um minuto para um cruzamento com duas fases e quatro correntes de tráfego.

6.5.2.4 - Conclusões

A metodologia descrita que serviu de base à elaboração do programa OCRES apresenta, quando comparado com os outros métodos de regulação, as seguintes características principais:

a) Pode ser aplicada a esquemas de fases complexas incluindo correntes de tráfego multifases, o que não acontece com o método de Webster.

b) A utilização do conceito de tempo perdido por corrente de tráfego evita a necessidade de incluir o tempo de verde efectivo extra como sucede no programa SIGSET.

c) A adopção dos tempos de verde real das fases como variáveis independentes, facilita a obtenção das expressões relativas às restrições.

d) O número de variáveis independentes é igual ao número de fases e, portanto, inferior em uma unidade ao número de variáveis consideradas no programa SIGSET. Uma vez que, em geral, o número de fases é pequeno esta característica corresponde a uma redução significativa.

e) A função objectivo é calculada para todas as correntes de tráfego, tal como no programa SIGSET, e não apenas para as correntes de tráfego representativas do método de Webster ou para as correntes de tráfego críticas no programa SIDRA.

f) A função objectivo inclui o efeito das paragens que não são consideradas nos métodos de Webster e SIGSET.

g) O número de restrições envolvidas é superior a qualquer outro método.

h) O processo de optimização é praticamente exacto o que não acontece nos métodos aproximados de Webster.

i) Requer o uso do cálculo automático do mesmo modo que o programa SIGSET.

6.5.3 - Exemplo de aplicação

A fim de comparar os resultados obtidos com os programas RESINA e OCRES com o método aproximado de Webster e a fórmula aproximada do programa SIDRA, considere-se o seguinte exemplo referente à figura 6.3.

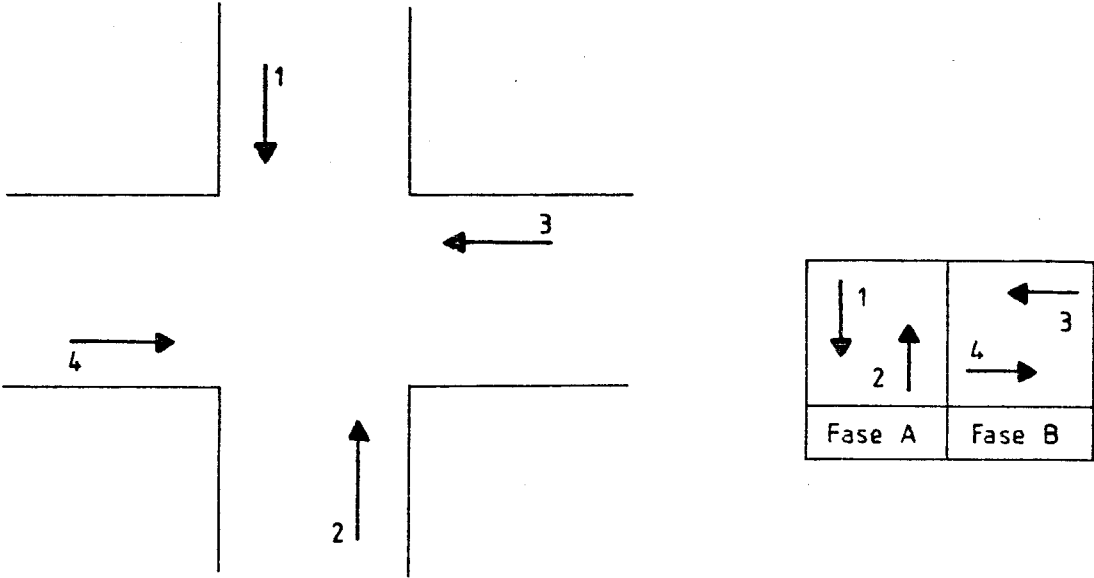


Fig. 6.3 - Exemplo de aplicação

Dados:

	CORRENTES DE TRÁFEGO			
	1	2	3	4
$q[\text{veic.h}^{-1}]$	400	100	600	400
$s[\text{veic.h}^{-1}]$	1800	1800	1800	1800
$r^{\text{min}} [s]$	12	12	12	12
$g^{\text{max}} [s]$	80	80	80	80
p	0,9	0,9	0,9	0,9
$N^{\text{max}} [m]$	100	100	100	100
n_v	1	1	1	1
$v_c [Km/h]$	43	43	43	43

	FASES	
	A	B
min V [s]	10	10
I [s]	5	5

Duração mínima do ciclo $C_m = 30 \text{ s}$

Duração máxima do ciclo $C_M = 180 \text{ s}$

Espaçamento médio dos veículo = 5,5 m

Solução

a) Método de Webster

Para uma velocidade de cruzeiro de 43 Km/h, o tempo de amarelo e o tempo perdido por corrente de tráfego, segundo os quadros 3.IV e 3.III, é 3 e 2 segundos, respectivamente.

Considerando que o tempo perdido por fase é igual à soma do tempo de amarelo com o tempo perdido da corrente de tráfego com direito de avançar nessa fase e fixando o tempo de tudo vermelho em 2 segundos, o tempo perdido por ciclo é, de acordo com (6.10), dado por:

$$L = \sum_{i=1}^m \ell_i + \sum_{i=1}^m I_i = 14 \text{ s}$$

- Índice de carga das fases:

$$y_A = \max \left(\frac{q_1}{s_1}, \frac{q_2}{s_2} \right) = 0,222$$

$$y_B = \max \left(\frac{q_3}{s_3}, \frac{q_4}{s_4} \right) = 0,333$$

- Índice de carga do cruzamento: $Y = \sum_{i=1}^m y_i = 0,556$

- Duração óptima do ciclo

$$C_0 = \frac{1,5 L + 5}{1 - L} = 59 \text{ s}$$

- Repartição do ciclo

$$g_A = \frac{C_0 - L}{Y} \cdot y_A = 18 \text{ s}$$

$$g_B = \frac{C_0 - L}{Y} \cdot y_B = 27 \text{ s}$$

$$v_A = g_A + \ell_A = 20 \text{ s}$$

$$v_B = g_B + \ell_B = 29 \text{ s}$$

b) Método aproximado do programa SIDRA

Neste caso simples as correntes de tráfego críticas coincidem com as correntes de tráfego representativas, pelo que:

- $Y = 0,556$

- $L = \sum \ell_j + \sum I = 14 \text{ s}$

- Proporção de tempo de verde necessária

$$u_1 = \frac{y_1}{p_1} = \frac{0,222}{0,9} = 0,247$$

$$u_3 = \frac{y_3}{p_3} = \frac{0,333}{0,9} = 0,370$$

- Duração óptima do ciclo (com minimização do atraso $K=0$)

$$C_0 = \frac{1,4 L + 6}{1 - Y} = 58 \text{ s}$$

- Repartição do ciclo ($C_0 = 64 \text{ s}$)

$$g_1 = \frac{C_0 - L}{\sum u} \cdot u_1 = 18 \text{ s}$$

$$g_3 = \frac{C_0 - L}{\sum u} \cdot u_2 = 26 \text{ s}$$

$$V_A = g_1 + \ell_1 = 20 \text{ s}$$

$$V_B = g_3 + \ell_3 = 28 \text{ s}$$

- Duração óptima do ciclo (com minimização do consumo de combustível $K^{(1)} = 37$)

$$C_0 = \frac{(1,4 + 0,01 \cdot K) L + 6}{1 - Y} = 69 \text{ s}$$

- Repartição do ciclo ($C_0 = 69 \text{ s}$)

$$g_1 = \frac{C_0 - L}{\sum u} \cdot u_1 = 22 \text{ s}$$

$$g_3 = \frac{C_0 - L}{\sum u} \cdot u_2 = 33 \text{ s}$$

$$V_A = g_1 + \ell_1 = 24 \text{ s}$$

(1) Segundo o quadro 4.IIa minimização do consumo de combustível para uma velocidade de cruzeiro igual a $43 \text{ Km/h}^{-1} (12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ obtém-se quando $K = 37$.

$$V_B = g_3 + l_3 = 35 \text{ s}$$

c) Programa RESINA

(ver folha de resultados)

d) Programa OCRES

(ver folha de resultados)

No quadro 6.1 são apresentados os resultados obtidos por cada um destes métodos.

Quadro 6.1 - Comparação dos resultados da regulação de sinais luminosos aplicando diferentes métodos de cálculo

		WEBSTER	SIDRA		RESINA	OCRES	
		K = 0	K = 0	K = 37	K = 0	K = 0	K = 37
CICLO		59	58	69	57	56	77
VERDE	1a FASE	20	20	24	19	19	26
	2a FASE	29	28	35	28	27	41

ESTUDO DE UM CRUZAMENTO COMANDADO POR SINAIS LUMINOSOS

*** METODO DE WEBSTER ***

(PROGRAMA 'RESINA' V1.2)

1- CRUZAMENTO:

EXEMPLO

2- DADOS / CORRENTE DE TRAFEGO:

TRAJ. DEB.CHEG. / DEB.SAT. / VEL/D.P

1	/	400	/	1800	/	43/5
2	/	100	/	1800	/	43/5
3	/	600	/	1800	/	43/5
4	/	400	/	1800	/	43/5

3- MATRIZ COR. TRAF. / FASE:

! FASES !

! A ! B !

! + ! - !

! + ! - !

! - ! + !

! - ! + !

PERIODO:

C = 57

TEMPOS	FASES		
	A	B	A
VERDE	19	28	19
VERMELHO	35	26	35
AMARELO	3	3	
TUDO VERM.	2	2	
INTERVERDE	5	5	

1.3 - LIMITES TEMPORAIS DAS FASES

	VERDE	AMARELO	VERMELHO
FASE A	1-19	20-22	23-57
FASE B	25-52	53-55	56-24

1.1 - PARAMETROS DE FUNCIONAMENTO

BT. / X / RC / D / IA / N / P / R /

1 / 74 / 36 / 24.41 / 2.7 / 4.9 / 1 / 90 /
 2 / 18 / 443 / 13.91 / .4 / 1.1 / .7 / 74 /
 3 / 74 / 36 / 17.08 / 2.8 / 5.4 / .9 / 82 /
 4 / 49 / 104 / 11.8 / 1.3 / 3.5 / .7 / 70 /

LEGENDA:

X (Z) - GRAU DE SATURACAO
 RC (Z) - RESERVA DE CAPACIDADE
 D (S/V) - ATRASO MEDIO POR VEICULO
 IA (S/S) - 1º ATRASO (C. MEDIO FILA)
 N (VEIC) - COMPRIMENTO MAXIMO DA FILA
 P - NUM. PARAGENS / VEICULO
 R (Z) - VEICULOS QUE PARAM >= 1 VEZ

Programa OCRESI

! CIRC !

S I N A I S L U M I N O S O S

OPTIMIZACAO C/ RESTRICOES - MET. HOOKE & JEEVES

(ASSOCIADO AO METODO DAS PENALIDADES)

A.1 - CRUZAMENTO:

Exemplo 1.A

A.2 - DADOS DAS FASES:

		Tempo de verde minimo	Tempo interverde anterior
Fase	1	10	5
Fase	2	10	5

A.3 - DADOS DOS MOVIMENTOS:

Mov.	Debito	Debito	Verm.	Verde	Tempo	G.Sat.	Fila	No.	Vel
no.	cheg.	satur.	min.	max.	perd.	admit.	maxim.	vias	cir
	(veic/h)	(veic/h)	(s)	(s)	(s)	(%)	(m)		(Km/h)
1	400	1800	12	80	2	90	100	1	43
2	100	1800	12	80	2	90	100	1	43
3	600	1800	12	80	2	90	100	1	43
4	400	1800	12	80	2	90	100	1	43

A.4 - MATRIZ MOVIMENTOS / FASES

		Fase 1	Fase 2
Mov.	1	1	0
Mov.	2	1	0
Mov.	3	0	1
Mov.	4	0	1

A.5 - OUTROS DADOS:

Duracao minima do ciclo (s) 30
 Duracao maxima do ciclo (s) 180
 Coeficiente de ponderacao das paragens 0
 Espacamento medio dos veiculos (m) 5.5

B.1 - DURACAO DO CICLO:

56 seg

B.2 - REPARTICAO DO CICLO:

	Fase 1	Fase 2
Verde	19	27
Verm.+Amarelo	37	29
Interverde	5	5

B.3 - PARAMETROS DE FUNCIONAMENTO:

Mov.	Verde	Gr.	Cap.	Atra./	Fila	Fila	Num.	Veic	Indice
no.	util	sat.		veic.	media	max.	par.	par.	func.
	(s)	(%)	(v/h)	(s)	(vei)	(vei)		(%)	
1	17	73	546	22.9	2.54	4.9	1.0	90	2.54
2	17	18	546	15.0	0.42	1.1	0.7	74	0.42
3	25	75	804	17.1	2.85	5.8	0.9	83	2.85
4	25	50	804	12.7	1.41	3.6	0.7	71	1.41

Programa OCRESI

I CIRC I

S I N A I S L U M I N O S O S

OPTIMIZACAO C/ RESTRICOES - MET. HOOKE & JEEVES

(ASSOCIADO AO METODO DAS PENALIDADES)

- CRUZAMENTO:

Exemplo 1.8

- DADOS DAS FASES:

		Tempo de verde minimo	Tempo interverde anterior
Fase	1	10	5
Fase	2	10	5

- DADOS DOS MOVIMENTOS:

Mov.	Debito	Debito	Verm.	Verde	Tempo	G.Sat.	Fila	No.	Vel.
no.	cheg.	satur.	min.	max.	perd.	admit.	maxim.	vias	cir.
	(veic/h)	(veic/h)	(s)	(s)	(s)	(%)	(m)		(Km/h)
1	400	1800	12	80	2	90	100	1	43
2	100	1800	12	80	2	90	100	1	43
3	600	1800	12	80	2	90	100	1	43
4	400	1800	12	80	2	90	100	1	43

- MATRIZ MOVIMENTOS / FASES

		Fase 1	Fase 2
Mov.	1	1	0
Mov.	2	1	0
Mov.	3	0	1
Mov.	4	0	1

5- OUTROS DADOS:

Duracao minima do ciclo (s) 30
 Duracao maxima do ciclo (s) 180
 Coeficiente de ponderacao das paragens 37
 Espacamento medio dos veiculos (m) 5.5

1- DURACAO DO CICLO:

77 seg

2- REPARTICAO DO CICLO:

	Fase 1	Fase 2
Verde	26	41
Verm.+Amarelo	51	36
Interverde	5	5

3- PARAMETROS DE FUNCIONAMENTO:

Mov.	Verde	Gr.	Cap.	Atra./	Fila	Fila	Num.	Veic	Indice
no.	util	sat.		veic.	media	max.	par.	par.	func.
	(s)	(%)	(v/h)	(s)	(vei)	(vei)		(%)	
1	24	71	561	27.8	3.09	6.3	1.0	88	7.01
2	24	18	561	19.9	0.55	1.5	0.7	73	1.31
3	39	66	912	16.5	2.75	6.8	0.8	74	7.66
4	39	44	912	13.3	1.48	4.4	0.7	63	4.22

CAPÍTULO 7

COORDENAÇÃO DE SINAIS LUMINOSOS

7.1 - Introdução

A utilização de sinalização luminosa em cruzamentos próximos uns dos outros só é eficaz se for estabelecida uma interligação entre os diferentes sinais, de forma a proporcionar um escoamento mais fácil para um grupo de veículos.

O objectivo é, assim, relacionar as indicações transmitidas por sinais luminosos consecutivos desfasando os respectivos inícios do tempo de verde.

Este problema apresenta níveis de dificuldade crescente, conforme se trata de percursos de sentido único, duplo sentido ou redes variáveis, sendo, em geral, indispensável recorrer ao cálculo automático.

Os métodos de cálculo dependem, por um lado, do tipo de simplificações utilizadas no modelo de tráfego destinado a prever o comportamento dos veículos, e, por outro, do processo de optimização adoptado. Este, normalmente, depende da complexidade do modelo de tráfego, pois que a utilização de modelos complexos torna impraticável dispor de métodos de optimização que conduzam garantidamente à solução óptima. Pelo contrário, em modelos de tráfego simplistas é possível atingir-se a solução óptima com esforço relativamente pequeno. No entanto, pode acontecer que o

resultado prático da otimização seja nulo devido ao modelo não ser realista.

Há vários métodos para definir a coordenação entre um conjunto de sinais luminosos, entre os quais vão ser descritos os seguintes:

- a) Método da maximização das durações de passagem - Programa MAXONDA.
- b) Método da minimização dos atrasos - Programa MINDEMO.
- c) Programa TRANSYT

Em qualquer caso é necessário que a duração do ciclo seja igual para todos os sinais luminosos a coordenar. No entanto, no Programa TRANSYT é possível reduzir a duração do ciclo para metade nos cruzamentos em que os volumes de tráfego são pequenos.

Os programas referidos em a) e b) são apresentados em pormenor em [7.3] e [7.4] sendo aplicados apenas quando a coordenação se refere a itinerários de duplo sentido. Baseiam-se em modelos de tráfego simplistas sendo útil conhecer-se em que medida tais modelos continuam a produzir resultados satisfatórios, quando comparados com outros mais realistas.

Quanto ao programa TRANSYT, pode ser utilizado na regulação de um qualquer conjunto de sinais luminosos, apenas com a limitação da capacidade do computador. Para além dos cruzamentos com sinalização luminosa, a rede pode, ainda, conter outro tipo de cruzamentos em que o avanço dos veículos é definido apenas pelas regras de prioridade de passagem.

A aplicação do programa TRANSYT torna-se tanto mais vantajosa quanto mais densa for a rede viária. Isto não invalida, no entanto, a sua utilização em redes de pequena dimensão até ao limite de se dispor apenas um único cruzamento regulado por sinais luminosos. Contudo, neste caso, para além de haver um desperdício das potencialidades do programa dado que, por exemplo, não é possível relacionar as indicações transmitidas por sinais luminosos consecutivos, existem, como se referiu nos capítulos anteriores, modelos cuja concepção está especialmente orientada para a regulação de sinais luminosos em cruzamentos isolados.

7.2 - Método da maximização das durações de passagem. Programa Maxonda

7.2.1 - Princípios gerais

O movimento dos veículos ao longo de um itinerário pode ser representado num diagrama tempo-distância (figura 7.1), onde se marca no eixo das abcissas o tempo e no eixo das ordenadas as posições relativas dos diferentes cruzamentos. A cada um deles faz-se corresponder a respectiva sequência das indicações transmitidas pelo sinal luminoso para o percurso que se pretende coordenar, pelo que se admite que a repartição do ciclo comum ao itinerário é conhecida para cada cruzamento.

Considera-se que o ciclo é constituído pelo tempo de verde útil e pelo tempo de vermelho útil.

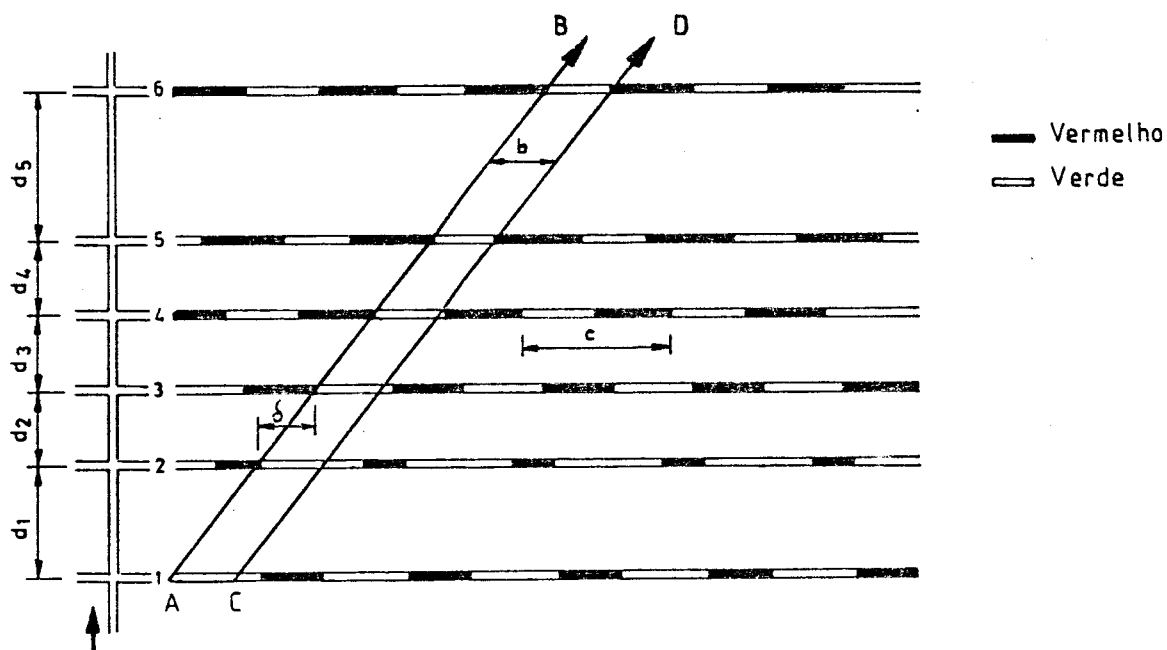


Fig. 7.1 - Diagrama tempo-distância

A banda de passagem limitada na figura 7.1 pelas trajetórias dos veículos definidas pelas rectas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ corresponde, segundo o Vocabulário de Estradas e Aeródromos (1962), "ao troço do diagrama tempo-distância que representa, em função do tempo e da distância, os movimentos dum grupo ideal de veículos que se deslocam à velocidade teórica de um sistema progressivo de sinalização".

O intervalo do tempo definido na figura 7.1 por b referente a uma banda de passagem é a duração de passagem.

Como é evidente, as bandas de passagem repetem-se com periodicidade igual à duração do ciclo.

Admitindo que o comportamento do tráfego ao longo de um percurso pode ser representado pelas bandas de passagem, a maxi-

mização das durações de passagem correspondentes a cada um dos sentidos de circulação pode constituir um objectivo na definição da coordenação dos sinais luminosos dispostos neste itinerário. Deste modo, quanto mais largas forem as bandas de passagem, a um maior número de veículos será proporcionada a possibilidade de poder avançar sem parar de uma extremidade a outra do itinerário.

A partir de um conjunto de teoremas cuja demonstração se pode encontrar em [7.3] é possível concluir que a coordenação que maximiza a soma $(b + b^*)$ das durações de passagem referente a cada sentido (ascendente e descendente) ⁽¹⁾ é uma coordenação semi-inteira com $b = b^*$.

Designa-se por coordenação semi-inteira aquela cujos desfasamentos entre sinais consecutivos são dados por:

$$\theta_{ij} = \text{man}\left(\frac{t_{ij} - t_{ji}^*}{2} + \delta_{ij}\right) \quad (7.1)$$

com $\delta_{ij} = 0$ ou $0,5$

sendo

θ_{ij} - desfasamento entre os sinais i e j medido entre os meios dos respectivos tempos de vermelho

t_{ij} - tempo de percurso entre os sinais i e j (sentido ascendente)

t_{ji}^* - tempo de percurso entre os sinais j e i (sentido descendente)

(1) O símbolo * é reservado para todos os parâmetros relativos ao sentido descendente.

A utilização do conceito de mantissa nestas expressões deve-se a que, por convenção, tomar-se-á como unidade de tempo a duração do ciclo.

Deste modo, o valor do desfasamento deve estar compreendido entre:

$$0 \leq \theta_{ij} < 1 \quad (7.2)$$

Para calcular os tempos de percurso entre cruzamentos utilizam-se as seguintes expressões:

$$t_{ij} = \frac{x_j - x_i}{v_{ij} \cdot C} \quad (7.3)$$

$$t_{ji}^* = \frac{x_i^* - x_j^*}{v_{ji}^* \cdot C} \quad (7.4)$$

sendo

t_{ij} - tempo de percurso entre os cruzamentos $\underline{i}$ e $\underline{j}$
(sentido ascendente)

t_{ji}^* - tempo de percurso entre os cruzamentos $\underline{j}$ e $\underline{i}$
(sentido descendente)

$v_{ij} [m.s^{-1}]$ - velocidade entre os cruzamentos $\underline{i}$ e $\underline{j}$
(sentido ascendente)

$v_{ji}^* [m.s^{-1}]$ - velocidade entre os cruzamentos $\underline{j}$ e $\underline{i}$
(sentido descendente)

$x_i [m]$ - abcissa do cruzamento $\underline{i}$

$C [s]$ - duração do ciclo

Se as velocidades nos dois sentidos forem iguais, então $t_{ij} = t_{ji}^*$, donde tendo em atenção a expressão (7.1) vem para o desfaseamento:

$$\theta_{ij} = 0 \text{ ou } 0,5 \quad \text{se} \quad t_{ij} = t_{ji}^* \quad (7.5)$$

dizendo-se que os sinais luminosos i e j estão, respectivamente, em fase ou em oposição de fase.

Ao longo de um itinerário para o qual a soma das durações de passagem ($b + b^*$) é máxima existem cruzamentos cujos tempos de vermelho dos respectivos sinais luminosos limitam ambas as bandas de passagem. Se tal não acontecesse, isto é, se o tempo de vermelho apenas limitasse uma das bandas, então seria possível deslocar as fases do sinal de forma a aumentar a duração de passagem de um dos sentidos sem diminuir a outra e portanto a soma ($b + b^*$) deixaria de ser máxima. Os sinais com esta propriedade são designados por sinais luminosos críticos podendo distinguir-se dois tipos conforme se representa na figura 7.2.

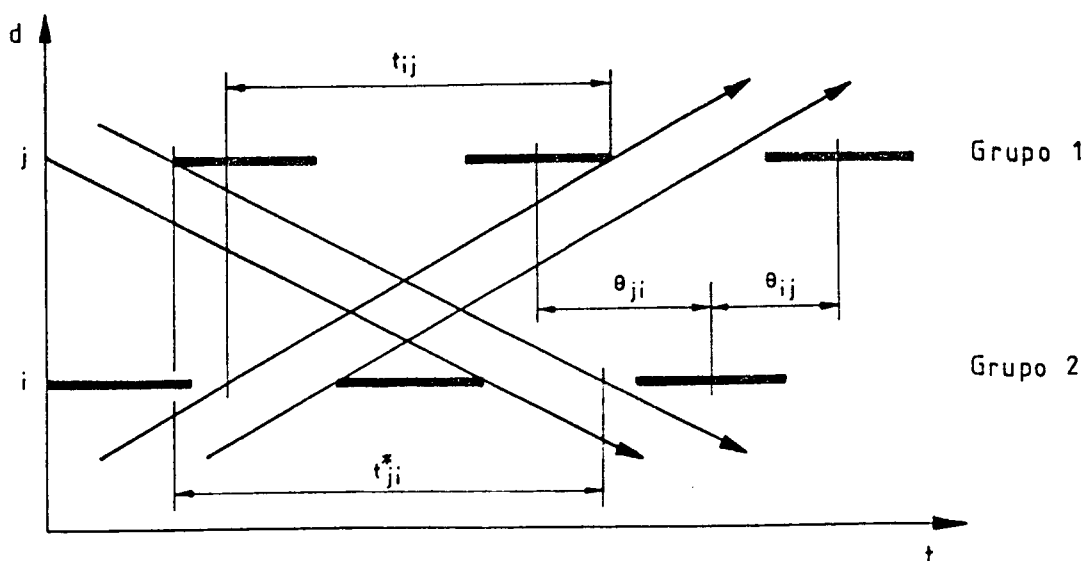


Fig. 7.2 - Identificação dos sinais luminosos críticos num diagrama tempo-distância

Percorrendo as bandas de passagem no sentido por elas determinado, os sinais luminosos críticos do grupo 1 são aqueles cujo tempo de vermelho limita à esquerda ambas as bandas de passagem, enquanto que nos do grupo 2 o respectivo tempo de vermelho vai limitar à direita.

Qualquer coordenação que maximize a soma $(b + b^*)$ tem de ter no mínimo um sinal luminoso crítico do grupo 1 e outro do grupo 2.

Atendendo ao referido anteriormente, a aplicação deste método resume-se a considerar apenas coordenações semi-inteiras sendo suficiente analisar um único sentido.

7.2.2 - Determinação da duração de passagem igual em ambos os sentidos

Para determinar a duração de passagem $b = b^* = B$ que maximiza a soma $(b + b^*)$ é necessário considerar uma variável auxiliar U_{ij} que representa para o cruzamento i , o tempo que decorre entre o início do tempo de verde nesse cruzamento e o instante em que um veículo partiria desse cruzamento para chegar ao cruzamento j no início do respectivo tempo de verde, cuja trajectória é assinalada na figura 7.3 a traço-ponto. Nesta mesma figura está representado um sinal crítico do grupo 1 (sinal i) e um qualquer outro sinal j pertencente ao itinerário.

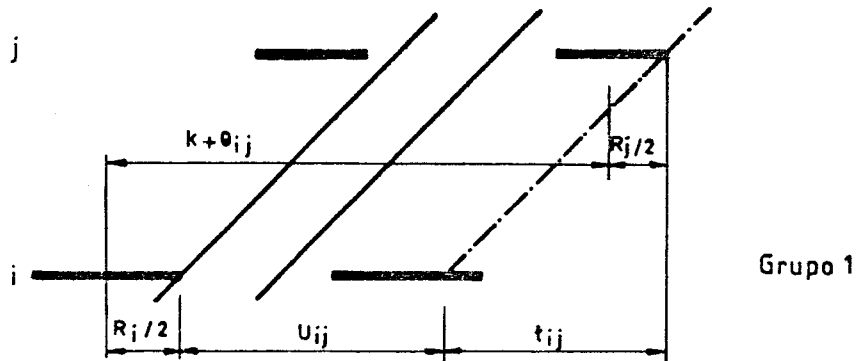


Fig.7.3 - Definição da variável auxiliar $\underline{U}_{ij}$

A partir da figura 7.3 obtém-se facilmente a seguinte relação:

$$\underline{U}_{ij} = \theta_{ij} + K + \frac{r_j}{2} - \frac{r_i}{2} - t_{ij} \quad (7.6)$$

em que,

θ_{ij} - desfasamento entre os sinais luminosos $\underline{i}$ e $\underline{j}$

r_j, r_i - duração do tempo de vermelho útil para os sinais luminosos $\underline{j}, \underline{i}$

t_{ij} - tempo de percurso entre os sinais $\underline{i}$ e $\underline{j}$

A constante $\underline{K}$ é um número inteiro escolhido de forma a que o valor da variável $\underline{U}_{ij}$ esteja compreendido no intervalo $] 0,1]$.

Substituindo na expressão (7.6) o valor de $\underline{\theta}_{ij}$ dado por

(7.1) resulta:

$$U_{ij} = \min \left(- \frac{t_{ij} + t_{ji}^*}{2} + \frac{r_j - r_i}{2} + \delta_{ij} \right) \quad (7.7)$$

em que δ_{ij} tem o mesmo significado que o apresentado anteriormente ($\delta_{ij} = 0$ ou $0,5$).

Tal como para θ_{ij} , existem dois valores possíveis para U_{ij} dependentes do valor atribuído a δ_{ij} .

O tempo dado pela diferença ($U_{ij} - r_j$) representa a parte do tempo de verde do sinal i , durante o qual se garante que todo o veículo que parte de i chegará a j ainda com sinal verde.

Deste modo, dos dois valores que U_{ij} pode tomar deverá ser escolhido aquele que conduza ao maior valor para o tempo ($U_{ij} - r_j$) sem, contudo, ultrapassar o tempo de verde g_i . Isto é, a duração de passagem b_{ij} mais larga entre os sinais luminosos i e j é dada por:

$$b_{ij} = \max_{\delta} (U_{ij}(\delta) - r_j) \quad (7.8)$$

Mantendo o sinal i como crítico do grupo 1 e considerando todos os outros sinais j do itinerário, procede-se de modo idêntico, determinando-se para cada par de sinais i e j o maior valor de ($U_{ij} - r_j$) que representa a duração de passagem b_{ij} entre o sinal i e os restantes. O menor deste conjunto de valores representa a duração de passagem b_i obtida para todo o itinerário, admitindo que o sinal i é crítico do grupo 1, isto é,

$$b_i = \min_j b_{ij} \quad (7.9)$$

Finalmente, considerando todos os sinais como críticos do grupo 1 e aplicando os mesmos princípios, obtém-se a partir de (7.9) um conjunto de valores para b_i , o maior dos quais é a duração de passagem máxima em cada um dos sentidos, isto é,

$$B = \max_i b_i \quad (7.10)$$

7.2.3 - Determinação dos desfaseamentos

Os desfaseamentos θ_{ij} são marcados a partir do meio do tempo de vermelho do sinal c que determinou $B = \max_i b_i$. Os respectivos valores são calculados a partir da expressão (7.1), substituindo δ_{ij} pelos valores anteriormente obtidos na maximização de $(U_{cj} - r_j)$.

Fica, assim, conhecida a coordenação a estabelecer entre os sinais luminosos de modo a conseguir-se que a soma das durações de passagem seja máxima.

7.2.4 - Determinação das durações de passagem proporcionais aos volumes de tráfego

A coordenação definida anteriormente pode ser melhorada, adaptando-a às condições reais do tráfego, proporcionando bandas de passagem mais largas para o sentido onde o volume de tráfego é mais elevado.

Ao manter constante a soma $(b + b^*)$ que é máxima, o aumento de uma das durações de passagem corresponde à diminuição de exactamente da mesma quantidade da referente ao sentido oposto.

Designando por T_d o tempo que se adiciona à duração de passagem descendente e admitindo proporcionalidade entre os volumes de tráfego e as durações de passagem resulta:

$$T_d = B \frac{q_d - q_a}{q_d + q_a} \quad (7.11)$$

em que q_d , q_a são os débitos de tráfego relativos ao sentido ascendente e descendente, respectivamente.

A quantidade T_d será positiva se $q_d > q_a$ e negativa se $q_d < q_a$, obtendo-se as novas durações, b_1 e b_1^* , através de:

$$b_1 = B - T_d \quad (7.12)$$

$$b_1^* = B + T_d \quad (7.13)$$

7.2.5 - Determinação dos novos desfasamentos

Sendo alteradas as durações de passagem, conforme foi indicado anteriormente, é possível que os tempos de vermelho de alguns sinais "invadam" as bandas de passagem, pelo que haverá necessidade de proceder a ajustamentos nos desfasamentos, deixando a coordenação de ser semi-inteira.

O modo como os novos desfasamentos θ'_{ij} são obtidos é descrito em [7.3], apresentando-se no quadro 7.1 as expressões que permitem o respectivo cálculo.

Quadro 7.1 - Determinação dos desfasamentos para durações de passagens proporcionais aos volumes de tráfego

	$\beta_j = B + T_a r_j - U_{ij}$	
	$\beta_j \leq 0$	$\beta_j > 0$
$q_A > q_d$ $b_1 > b_1^*$	$\theta'_{ij} = \theta_{ij}$	$\theta'_{ij} = \text{man}(\theta_{ij} + \beta_j)$
$q_A < q_d$ $b_1 < b_1^*$	$\theta'_{ij} = \theta_{ij}$	$\theta'_{ij} = \text{man}(\theta_{ij} - \beta_j)$

7.2.6 - Bandas de passagem interrompidas

A utilização deste método em itinerários com numerosos cruzamentos poderá conduzir a durações de passagem demasiado pequenas, tornando a coordenação praticamente ineficaz. O número de veículos que, admitindo como válidas as hipóteses do modelo, poderiam nestes casos aproveitar integralmente a 'onda verde' percorrendo de um extremo ao outro o itinerário sem parar, seria muito reduzido. É mais vantajoso considerar o itinerário dividido em dois troços e aplicar o método a cada um deles separadamente.

A fim de determinar o local onde é interrompida a banda de passagem são analisadas todas as possibilidades em que tal

possa ser realizado, desde o segundo cruzamento até ao penúltimo. Em cada um deles determinam-se as durações de passagem B_1 e B_2 correspondentes aos dois itinerários resultantes, sendo escolhida a solução que conduza ao maior valor da média das durações de passagem ponderada pelos comprimentos dos respectivos troços.

7.2.7 - Breve descrição do programa MAXONDA

Embora a grande vantagem deste método seja a possibilidade prática de calcular a coordenação sem necessidade de recurso ao cálculo automático, a sua utilização passa a justificar-se se o número de cruzamentos é elevado.

Com base neste método foi elaborado um programa de cálculo automático em BASIC para um microcomputador APPLE II (64K), cuja descrição pormenorizada consta da publicação referida em [7.3]. o seu tempo de execução depende do número de cruzamentos do itinerário, podendo ir de 1 a 6 minutos para itinerários com 10 e 20 cruzamentos, respectivamente.

Nas páginas seguintes apresenta-se um exemplo de aplicação do programa MAXONDA.

7.2.8 - Influência dos cruzamentos sem sinais luminosos

O método acabado de descrever, tal como outros, não atende ao efeito das perturbações que ocorrem devido à existência de vias laterais que não dispõem de sinais luminosos.

FAACULDADE DE ENGENHARIA - U.P.
VIAS DE COMUNICACAO

=====

M A X O N D A

=====

EXEMPLO I

1. CRUZ. = 5

DURACAO DO CICLO = 80 SEG.

R(1) = 0	R(1) = 32
R(2) = 100	R(2) = 36
R(3) = 250	R(3) = 30
R(4) = 330	R(4) = 40
R(5) = 450	R(5) = 36

VD(1) = 40	VD(1) = 40
VD(2) = 40	VD(2) = 40
VD(3) = 40	VD(3) = 40
VD(4) = 40	VD(4) = 40

=====

CRUZAMENTO CRITICO --> 3

DURACAO DE PASSAGEM -> 20.5

ESFAZ. ENTRE 1 E 2 -> 0

ESFAZ. ENTRE 2 E 3 -> 40

ESFAZ. ENTRE 3 E 4 -> 0

ESFAZ. ENTRE 4 E 5 -> 0

=====

QM -> 750 QD -> 500
DUR. PASS. ASCENDENTE -> 24.6
DUR. PASS. DESCENDENTE -> 16.4

DESF. ENTRE 1 E 2 -> 0
DESF. ENTRE 2 E 3 -> 35.9
DESF. ENTRE 3 E 4 -> 2.2
DESF. ENTRE 4 E 5 -> 1.9

=====

ITINERARIO PARTIDO EM 3

CRUZAMENTO CRITICO --> 1

DURACAO DE PASSAGEM -> 26.5

QM -> 750 QD -> 500
DUR. PASS. ASCENDENTE -> 31.8
DUR. PASS. DESCENDENTE -> 21.2

DESF. ENTRE 1 E 2 -> 5.3
DESF. ENTRE 2 E 3 -> 0

CRUZAMENTO CRITICO --> 3

DURACAO DE PASSAGEM -> 29

QM -> 750 QD -> 500
DUR. PASS. ASCENDENTE -> 34.8
DUR. PASS. DESCENDENTE -> 23.2

DESF. ENTRE 3 E 4 -> 2.2
DESF. ENTRE 4 E 5 -> 3.6

Atendendo à figura 7.4 os pontos de conflito resultam, quer dos movimentos de viragem à esquerda da corrente de tráfego principal (caso a)), quer dos veículos provenientes da via secundária e que pretendem entrar no itinerário principal (caso b)).

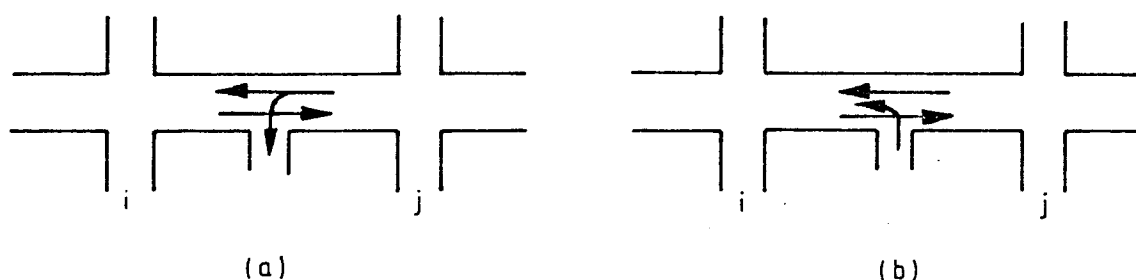


Fig. 7.4 - Efeito das vias secundárias

Estas vias laterais podem corresponder, por exemplo, aos acessos a parques de estacionamento.

Situação análoga é a que decorre da existência de passagens para peões atravessando as vias principais, originando pontos de conflito entre os peões e os veículos do itinerário principal.

O efeito destas perturbações depende da acção conjunta da localização da via lateral e do desfasamento adoptado entre os sinais luminosos dos cruzamentos a montante e a juzante. É possível, com base em relações geométricas obtidas a partir dum diagrama tempo-distância, determinar o desfasamento que minimize esse efeito, ou, fixado o desfasamento, definir a localização óptima da via lateral.

No caso de $g_i + g_j \leq C$, representado na figura 7.5, o valor de d_1 pode ser calculado a partir das seguintes expressões:

$$d_1 = \begin{cases} \delta + C + \frac{L - \ell}{v^*} - \frac{\ell}{v} = \delta + C + \frac{L}{v^*} - \ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) & \ell_2 \leq \ell \leq \ell_1 \\ g_i & \ell_3 \leq \ell \leq \ell_2 \\ g_i + \frac{\ell}{v} - \delta - g_j - \frac{(L - \ell)}{v^*} = g_i - g_j - \delta - \frac{L}{v^*} + \ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) & \ell_4 \leq \ell \leq \ell_3 \\ 0 & \ell_1' \leq \ell \leq \ell_4 \end{cases} \quad (7.17)$$

sendo

ℓ - distância entre o cruzamento i e a via lateral

L - distância entre os cruzamentos i e j

$\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ e ℓ_1' - distâncias entre o cruzamento i e os respectivos pontos assinalados na figura 7.5

C - duração do ciclo

g_i, g_j - duração dos tempos de verde útil dos sinais i e j

δ - defasamento entre os sinais i e j medido entre os inícios dos respectivos tempos de verde

v, v^* - velocidade de cruzeiro no sentido ascendente e descendente

Se $C - g_i < g_j$, o que implica ser $\ell_2 < \ell_3$, obtêm-se dum modo análogo as seguintes expressões:

$$d_1 = \begin{cases} \delta + C + \frac{L}{v^*} - l \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) & l_3 \leq l \leq l_1 \\ C - g_j & l_2 \leq l \leq l_3 \\ g_i - g_j - \delta - \frac{L}{v^*} + l \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) & l_4 \leq l \leq l_2 \\ 0 & l_1 \leq l \leq l_4 \end{cases} \quad (7.18)$$

Tendo em atenção a figura 7.5, os valores, de l_1 , l_2 , l_3 , l_4 e l_1' podem ser calculados a partir de:

$$\frac{l_1}{v} = \delta + C + \frac{L - l_1}{v^*}$$

donde,

$$l_1 = \frac{\delta + C + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.19)$$

$$\frac{l_2}{v} + g_i = \delta + C + \frac{L - l_2}{v^*}$$

donde,

$$l_2 = \frac{\delta + C - g_i + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.20)$$

$$\frac{l_3}{v} = \delta + g_j + \frac{L - l_3}{v^*}$$

donde,

$$l_3 = \frac{\delta + g_i + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.21)$$

$$\frac{l_4}{v} + g_i = \delta + g_j + \frac{L - l_4}{v^*}$$

donde,

$$l_4 = \frac{\delta + g_j - g_i + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.22)$$

Devido à periodicidade já referida anteriormente, os vértices ao longo de uma trajectória repetem-se afastados de um intervalo constante cujo valor medido na direcção do intervalo principal é igual a $C/(1/v + 1/v^*)$, resultando:

$$\ell_1' = \frac{\delta + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.23)$$

Deste modo, o parâmetro $\underline{d}_1$ é uma função linear do desfasamento $\underline{\delta}$ e atendendo às equações (7.14) a (7.16) o mesmo acontece com os parâmetros $\underline{d}_2$, $\underline{d}_{12}$ e $\underline{d}_2$. A relação entre estes parâmetros está esquematicamente representada na figura 7.6.

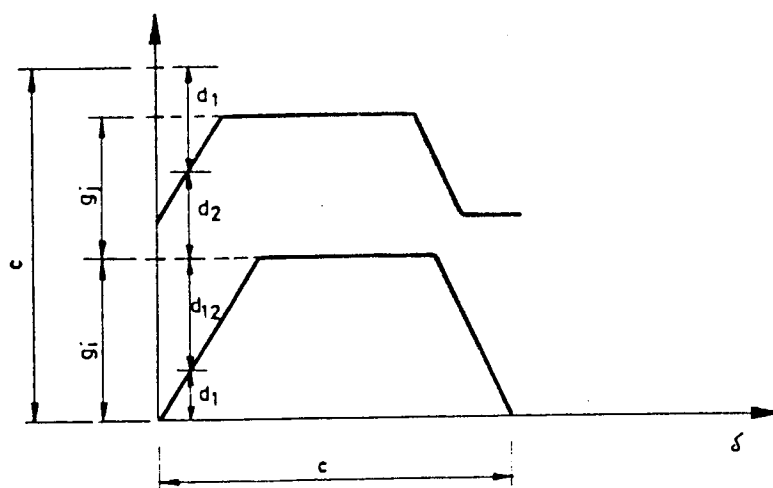


Fig. 7.6 - Variação de d_0 , d_1 , d_2 e d_{12} com o desfasamento $\underline{\delta}$

7.2.8.1 - Determinação do desfasamento óptimo

Considere-se a figura 7.4 caso a) em que os movimentos de viragem à esquerda em direcção à via lateral são não prioritários em relação à corrente de tráfego do itinerário principal que circula no sentido oposto. Nestas condições a perturbação será mínima quando o tempo $\underline{d}_{12}$, durante o qual ambos os movimentos podem passar no local do conflito, for mínimo. Atendendo à equação (7.14) $\underline{d}_{12}$ é mínimo quando $\underline{d}_1$ é máximo, o que acontece quando:

$$d_1 = g_i \quad \text{com} \quad \ell_3 \leq \ell \leq \ell_2 \quad \text{se} \quad g_i + g_j \leq C$$

ou

$$d_1 = C - g_j \quad \text{com} \quad \ell_2 \leq \ell \leq \ell_3 \quad \text{se} \quad g_i + g_j \geq C$$

No primeiro caso ($g_i + g_j \leq C$), substituindo $\underline{\ell}_2$ e $\underline{\ell}_3$ pelas expressões (7.20) e (7.21) respectivamente, o valor de $\underline{\ell}$ pertence ao intervalo $[\ell_3, \ell_2]$ se:

$$\frac{\delta + g_j + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \leq \ell \leq \frac{\delta + C - g_i + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.24)$$

Resultando para o valor do desfasamento

$$\ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) - C + g_i - \frac{L}{v^*} \leq \delta \leq \ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) - g_j - \frac{L}{v^*} \quad (7.25)$$

Para o segundo caso ($g_i + g_j \geq C$) obtém-se o intervalo óptimo para $\underline{\delta}$ trocando os sentidos das desigualdades (7.25),

isto é:

$$\ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) - g_j - \frac{L}{v^*} \leq \delta \leq \ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) - C + g_i - \frac{L}{v^*} \quad (7.26)$$

Em relação ao caso b) da figura 7.4, a perturbação devida aos movimentos de viragem à esquerda provenientes da via secundária será mínima quando a respectiva capacidade for máxima. Esta pode ser obtida a partir de:

$$Q = Q_1 d_1 + Q_2 d_2 + Q_{12} d_{12} + Q_0 d_0 \quad (7.27)$$

onde

$Q[\text{veic.s}^{-1}]$ - capacidade do movimento de viragem à esquerda

$Q_1, Q_2, Q_{12}, Q_0[\text{veic.s}^{-1}]$ - capacidades verificadas durante os intervalos de tempo $\underline{d_1}, \underline{d_2}, \underline{d_{12}}$ e $\underline{d_0}$

Tendo em conta as expressões (7.14) e (7.16) obtêm-se:

$$d_{12} = g_i - d_1 \quad (7.28)$$

$$d_2 = g_j - g_i + d_1 \quad (7.29)$$

$$d_0 = C - g_j - d_1 \quad (7.30)$$

Substituindo estas expressões em (7.27) vem:

$$Q = Q_1 d_1 + Q_2 (g_j - g_i + d_1) + Q_{12} (g_i - d_1) + Q_0 (C - g_j - d_1) \quad (7.31)$$

Verificando-se que $\underline{Q}$ varia linearmente com $\underline{d_1}$.

Fazendo

$$Q = a + b \cdot d_1 \quad (7.32)$$

em que,

$$a = Q_2 (g_j - g_i) + Q_{12} g_i + Q(C - g_j) \quad (7.33)$$

e

$$b = Q_1 + Q_2 - Q_{12} - Q_0 \quad (7.33)$$

conclui-se que o valor de Q é máximo quando, para $b > 0$, d_1 também é máximo. Se for $b < 0$, Q atinge o valor máximo para o menor valor de d_1 .

Note-se, no entanto, que $b > 0$ corresponde a ter $Q_1 + Q_2 > Q_{12} + Q_0$, o que equivale em termos práticos a ter pequenos volumes de tráfego no itinerário principal e portanto o seu interesse é reduzido para o problema em estudo.

Resta a hipótese de $b < 0$, onde a mínima perturbação corresponde a ter d_1 mínimo. Para que isso aconteça é necessário que:

$$\ell'_1 \leq \ell \leq \ell_4$$

ou, atendendo às expressões (7.22) e (7.23)

$$\frac{\delta + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \leq \ell \leq \frac{\delta + g_j - g_i + L/v^*}{1/v + 1/v^*} \quad (7.35)$$

Resultando para o desfasamento $\underline{\delta}$:

$$\ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) - g_j + g_i - \frac{L}{v^*} \leq \delta \leq \ell \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v^*} \right) - \frac{L}{v^*} \quad (7.36)$$

No caso da via lateral ter sentido duplo podendo existir os dois problemas simultaneamente, o desfaseamento terá de pertencer ao intervalo que resulta da adequada combinação dos intervalos anteriores.

7.2.8.2 - Determinação da localização óptima da via lateral

As passagens para peões no itinerário principal ou os acessos de um parque de estacionamento devem estar localizados, sempre que possível, onde causem a menor perturbação para o escoamento do tráfego.

Continuando a admitir como válidas as hipótese deste modelo, a localização óptima da passadeira para peões ou duma entrada para o parque de estacionamento deve estar compreendida no seguinte intervalo:

$$\ell_1' \leq \ell \leq \ell_4 \quad (7.37)$$

Analogamente para o caso da saída do itinerário principal deve ser:

$$\ell_3 \leq \ell \leq \ell_2 \quad \text{se} \quad g_i + g_j \leq C \quad (7.38)$$

$$\ell_2 \leq \ell \leq \ell_3 \quad \text{se} \quad g_i + g_j > C \quad (7.39)$$

7.3 - Método da minimização dos atrasos

7.3.1 - Princípios gerais

O método da minimização dos atrasos tem por objectivo definir a coordenação entre sinais luminosos de forma a tornar mínimo o tempo total gasto pelos veículos a percorrer o itinerário.

O valor do atraso sofrido pelos veículos em cada cruzamento, depende do número de veículos que chegam a esse cruzamento durante um certo intervalo de tempo e da possibilidade de partirem ou não.

É, assim, indispensável conhecer o débito de chegadas $q(t)$ e o débito de partidas $s(t)$, em cada instante, a partir dos quais se pode determinar a evolução da fila de espera.

O atraso sofrido pelos veículos corresponde ao tempo em que estes estão presentes na fila de espera. Alterando o desfaseamento entre sinais luminosos consecutivos modifica-se o ritmo de chegadas dos veículos à linha de paragem do cruzamento seguinte, dispondo-se de uma evolução diferente para a fila de espera, e consequentemente um novo valor para o atraso. O desfaseamento óptimo entre os dois sinais luminosos será o que conduz a um atraso mínimo.

7.3.2 - Descrição do modelo

O modelo de tráfego adoptado para descrever o processo das chegadas e partidas dos veículos em cada cruzamento baseia-

-se nas seguintes hipóteses:

a) O débito das chegadas dos veículos à linha de paragem depende do estado do sinal luminoso do cruzamento anterior, podendo ser q_1 ou q_2 , conforme os veículos provêm do itinerário principal ou das vias secundárias.

Para determinar o tempo durante o qual aqueles débitos ocorrem, considera-se o ciclo dividido em duas partes, a cada uma das quais se atribui o débito correspondente. Neste caso, não se recorre ao conceito de tempo de verde útil, porque isso conduz à necessidade de ter, para além de q_1 e q_2 , um débito nulo ($q_3 = 0$) associado ao período de tempo que se situa entre os dois tempos de verde útil de cada uma das fases.

Dispondo-se dos débitos de tráfego relativos às correntes de tráfego $\underline{E}$, $\underline{F}$, $\underline{D}$ e $\underline{L}$ representadas na figura 7.7, os valores

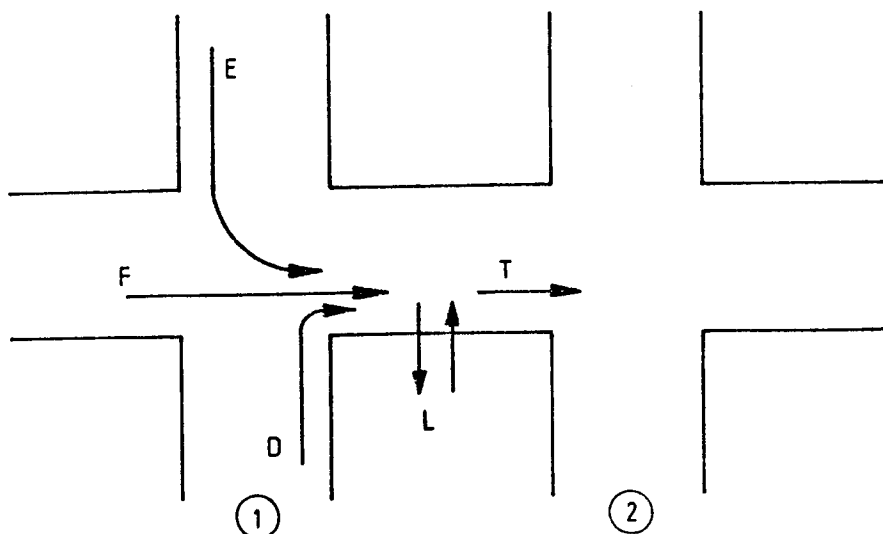


Fig. 7.7 - Tipos de correntes de tráfego entre dois cruzamentos consecutivos

de q_1 e q_2 correspondentes ao cruzamento 2 podem ser calculados a partir de:

$$q_1 = \frac{F \cdot C}{V + A} + L \quad (7.40)$$

$$q_2 = \frac{(E + D) C}{C - (V + A)} + L \quad (7.41)$$

$C[s]$ - duração do ciclo comum

$V[s]$ - tempo de verde real do sinal luminoso 1
atribuído ao itinerário principal

$A[s]$ - tempo de amarelo do sinal luminoso 1 atri-
buido ao itinerário principal

O valor L representa o débito proveniente das vias secundárias não sujeitos à coordenação, situadas entre os cruzamentos 1 e 2. O seu valor pode ser calculado através de:

$$L = T - (F + E + D)$$

em que T refere-se ao cruzamento 2 e F , E e D referem-se ao cruzamento 1.

b) Só podem ocorrer partidas durante o tempo de verde útil, sendo o débito de partidas igual ao débito de saturação enquanto houver fila de espera e igual ao débito de chegadas quando esta deixar de existir.

Note-se que para as partidas adopta-se como habitualmente, o conceito de verde útil, o que não sucede, pelas razões expostas atrás, para as chegadas dos veículos.

c) A fila de espera anula-se sempre antes do fim do tempo de verde útil.

Deste modo o débito de chegadas a um cruzamento depende do estado do sinal luminoso do cruzamento anterior, enquanto que o débito de partidas depende do estado do sinal luminoso do próprio cruzamento.

Atendendo aos débitos de chegadas (q_1 ou q_2) e ao débito de partidas (0 ou s), a duração do ciclo pode ser dividida em quatro partes, correspondendo cada uma delas às hipóteses de combinação dos débitos de chegadas e de partidas conforme se indica no quadro 7.2.

Quadro 7.2 - Divisão do ciclo

Int. de tempo	Sinal luminoso		Débito de tráfego		
	Cruzamento 1	Cruzamento 2	Chegadas (q)	Partidas (s)	Diferença $\Delta q = q - s$
t_1	Verde	Vermelho	q_1	0	q_1
t_2	Vermelho	Vermelho	q_2	0	q_2
t_3	Vermelho	Verde	q_2	s	$q_2 - s$
t_4	Verde	Verde	q_1	s	$q_1 - s$

A partir do quadro 7.2 é possível obter a figura 7.8 que representa a evolução da extensão da fila de espera no cruzamento 2.

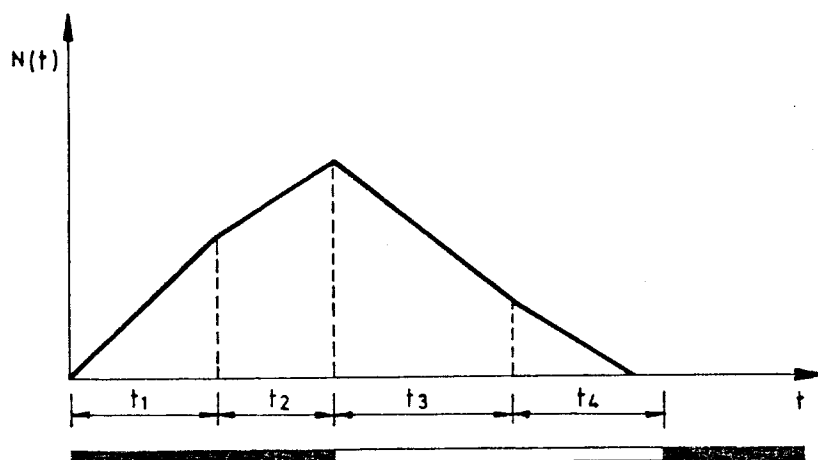


Fig. 7.8 - Evolução da fila de espera

A fila de espera cresce durante o tempo de vermelho útil ($t_1 + t_2$), a ritmos distintos conforme o débito de chegadas (q_1 ou q_2), atingindo o valor máximo no fim do tempo de vermelho.

Durante o tempo de verde útil a fila de espera diminuirá, também, a ritmos distintos ($q_1 - s$ ou $q_2 - s$), anulando-se antes do início de um novo tempo de vermelho útil.

O atraso total sofrido pelos veículos durante um ciclo é dado pela área da figura 7.8. A forma desta figura depende do desfasamento entre os sinais luminosos consecutivos, constituindo o objectivo do método em escolher o desfasamento de modo que aquela área seja mínima. Note-se que fazendo variar o desfasamento, isso reflecte-se no processo de formação da sequência dos intervalos

de tempo t_1 , t_2 , t_3 e t_4 definidos no quadro 7.2, conduzindo, naturalmente, a figuras diferentes. Em [7.4] é apresentado em pormenor um método para a identificação do tipo de figura a considerar em cada caso.

7.3.3 - Processo de optimização

O processo de optimização consiste em experimentar sucessivamente os desfasamentos, desde zero até à duração do ciclo, calculando para cada um deles a área A referente à evolução da fila de espera. O sentido oposto é considerado na medida em que a cada valor δ do desfasamento referente a um sentido, corresponde, no outro sentido, a um desfasamento $\delta^* = C - \delta$, podendo da mesma forma determinar-se o valor da área A^* que lhe está associada.

Ao menor valor da soma $(A + A^*)$ que se obteve, vai corresponder o desfasamento óptimo entre dois cruzamentos consecutivos.

A coordenação que minimiza o atraso total ao longo do itinerário é aquela que se obtém repetindo este conjunto de operações para todos os troços do itinerário principal compreendidos entre dois cruzamentos consecutivos, sendo o atraso total igual à soma dos atrasos verificados em cada um dos troços.

Devido ao grande volume de cálculos é praticamente impossível aplicar este método sem recurso ao cálculo automático. Note-se que para cada desfasamento ensaiado é necessário conhecer a forma das figuras relativas à evolução da fila de espera, quer

para um sentido, quer para o outro e calcular as respectivas áreas. Se o ciclo comum tiver uma duração de, por exemplo, 60 segundos e admitindo que se analisavam os desfasamentos de segundo a segundo, o número de áreas que é necessário calcular, para cada troço entre dois cruzamentos consecutivos, é de 120.

7.3.4 - Breve descrição do programa MINDEMO

Com base no método acabado de descrever foi elaborado um programa de cálculo automático para um microcomputador APPLE II com 64 kbytes de memória.

O número máximo de cruzamentos do itinerário que o programa aceita é bastante elevado (ultrapassa as duas centenas), o que significa na prática a possibilidade da sua utilização em todos os casos.

Para determinar cada uma das áreas A (ou A^*) relativas à evolução da fila de espera, recorreu-se ao Método de Gauss. Este método permite calcular a área de uma figura com contorno poligonal mediante a aplicação de uma fórmula, que apenas exige o conhecimento das coordenadas dos vértices da linha poligonal referidos a um qualquer sistema de eixos ortogonal. Neste caso as coordenadas são determinadas pelos tempos t_1 , t_2 , t_3 e t_4 referidos anteriormente e pelas inclinações dos segmentos de recta que compõem a linha poligonal definidas pelos débitos de chegadas e de partidas.

O tempo de cálculo é, em segundos, aproximadamente igual a $(n - 1) C$, sendo n o número de cruzamentos do itinerário e C a duração do ciclo, em segundos.

Com este programa é, ainda, possível calcular o atraso verificado num troço entre dois cruzamentos consecutivos, para um desfasamento previamente fixado.

Nas páginas seguintes apresentam-se os resultados de uma aplicação do programa MINDEMO.

7.4 - O programa TRANSYT

O programa de cálculo automático TRANSYT desenvolvido no TRRL desde 1966 é dos programas de coordenação em tempos fixos mais utilizados. A versão mais recente do programa é o TRANSYT/8 [7.10], que a partir de 1984 passou a, também, estar disponível em alguns microcomputadores.

Esta última versão foi adaptada para ser utilizada no microcomputador SAGE-STRIDE dispondo do sistema operativo CP/M.

O programa TRANSYT consiste fundamentalmente em duas partes:

a) Um modelo determinístico de tráfego que prevê o comportamento de tráfego numa rede viária, calculando os atrasos e as paragens dos veículos.

b) Um processo de optimização que determina a coordenação dos sinais luminosos minimizando o índice de funcionamento

ACULDADE DE ENGENHARIA - U.P.
VIAS DE COMUNICACAO

I N D E X

EXEMPLE

INTERVALO DE CALCULO -> 1 SEG.)

IRACAO DO CICLO -> 80 SEG

***** VOLUMES (U.V.L./H) *****									
CR.	DIST	SENT.	TVER	SAT.	DIR.	VESQ.	VDIR.	TOT.	
	(M)		(SEG)						
1	0	ASC	41	0	905	124	252	0	
		DES	41	3200	0	0	0	918	
2	167	ASC	57	3200	1207	35	33	1281	
		DES	57	3200	791	48	79	927	
3	381	ASC	45	3200	1025	80	156	1265	
		DES	45	3200	554	180	193	934	
4	716	ASC	42	3200	1022	131	96	1261	
		DES	42	3200	492	223	219	922	
5	929	ASC	41	3200	907	216	134	1249	
		DES	41	3200	721	51	150	931	
6	1172	ASC	40	3200	1062	153	61	1257	
		DES	40	3200	701	22	208	945	
7	1370	ASC	40	3200	817	160	284	1276	
		DES	40	3200	700	103	142	934	
8	1492	ASC	42	3200	1074	97	83	1261	
		DES	42	3200	601	195	138	952	
9	1705	ASC	41	3200	776	220	234	1254	
		DES	41	3200	498	153	84	942	
10	1842	ASC	40	3200	0	0	0	1230	
		DES	40	0	691	127	124	0	


```

*****
*          VELOCIDADES          *
*          *          *          *
SECCAO ***** DESFAS. * ATRASO NA SEC. *
* ASCENDENTE * DESCENDENTE*          *
*****
NTRE 1 E 2 * 50 KM/H * 50 KM/H * 76 SEG * 447 SEG/CICLO *
NTRE 2 E 3 * 50 KM/H * 50 KM/H * 27 SEG * 370 SEG/CICLO *
NTRE 3 E 4 * 50 KM/H * 50 KM/H * 27 SEG * 558 SEG/CICLO *
NTRE 4 E 5 * 50 KM/H * 50 KM/H * 16 SEG * 693 SEG/CICLO *
NTRE 5 E 6 * 50 KM/H * 50 KM/H * 18 SEG * 863 SEG/CICLO *
NTRE 6 E 7 * 50 KM/H * 50 KM/H * 14 SEG * 705 SEG/CICLO *
NTRE 7 E 8 * 50 KM/H * 50 KM/H * 7 SEG * 739 SEG/CICLO *
NTRE 8 E 9 * 50 KM/H * 50 KM/H * 16 SEG * 608 SEG/CICLO *
NTRE 9 E 10 * 50 KM/H * 50 KM/H * 71 SEG * 747 SEG/CICLO *
*****
*
*          5735 SEG/CICLO *
* ATRASO TOTAL:          *
*          258091 SEG/HORA *
*
*****

```

da rede calculado, como anteriormente, por uma combinação linear entre os atrasos e as paragens.

7.4.1 - O modelo de tráfego

Todos os cruzamentos da rede comandados por sinais luminosos dispõem de um ciclo de igual duração, ou, no caso dos volumes de tráfego serem pequenos, de um ciclo cuja duração é igual a metade daquele valor.

A rede é representada por um grafo em que os cruzamentos são os nós e a(s) via(s) afecta(s) a cada corrente de tráfego corresponde um arco.

A duração do ciclo é dividida em intervalos iguais de 1 a 3 segundos a fixar pelo utilizador. Em cada um destes passos o programa calcula os débitos médios e os comprimentos das filas de espera em todas as linhas de paragem.

Para uma determinada regulação dos sinais luminosos (repartição do ciclo e desfasamento fixados) o programa TRANSYT analisa o escoamento do tráfego com base em histogramas que representam em função do tempo e para cada arco certas grandezas tais como o débito de chegadas à linha de paragem, a extensão da fila de espera, o débito de partidas e o débito de saturação. Estes histogramas repetem-se com uma periodicidade igual à duração do ciclo. As características aleatórias do escoamento são tidas em conta através de uma correcção a somar ao valor do atraso, que representa o facto de que devido às flutuações no débito, a sa-

turação ocorre em alguns períodos de tempo, mesmo que em média o débito seja inferior à capacidade.

O modo como os veículos evoluem ao longo dos arcos é um dos aspectos mais importantes na formulação do modelo de tráfego. O seu conhecimento permite definir o histograma das chegadas dos veículos à linha de paragem do cruzamento a juzante, que constitui um elemento essencial na previsão das filas de espera.

Nos métodos anteriores considerou-se que todos os veículos circulam com a mesma velocidade, sendo, portanto, constante o tempo de percurso entre duas linhas de paragem consecutivas. Contudo, esta hipótese é pouco realista, pelo que no programa TRANSYT admite-se que os veículos ao partirem de um cruzamento têm velocidades diferentes. Deste modo um grupo de veículos que parte compacto segundo o débito de saturação, dispersa-se ao longo do arco tanto mais, quanto maior for a distância percorrida.

Existem vários métodos para a previsão da dispersão de um grupo de veículos. No programa TRANSYT é adoptado a seguinte fórmula de recorrência:

$$q_2(i+t) = F q_1(i) + (1-F) q_2(i+t-1) \quad (7.42)$$

em que os índices 1 e 2 correspondem a duas secções do arco sendo 1 a montante de 2, e com

$q_2(i+t)$ - débito de tráfego na secção 2 durante o
($i+t$) - ésimo intervalo de tempo

$q_1(i)$ - débito de tráfego na secção 1 durante o
 i -ésimo intervalo de tempo

t - número de intervalos de tempo durante os quais nenhum veículo chega à secção 2.

F - constante

A aplicação da expressão (7.42) requer que se conheçamos valores a atribuir a $\underline{F}$ e a $\underline{t}$, o que em rigor deveria depender dos factores que influenciam o escoamento dos veículos, tais como os referentes às características geométricas das vias (largura, inclinação, etc.) e ao tráfego (composição). Por não se dispor de estudos suficientes que permitam a determinação do efeito destes factores, os valores de $\underline{F}$ e $\underline{t}$ podem ser calculados a partir das seguintes expressões:

$$t = 0,8 \bar{t} \quad (7.43)$$

$$F = \frac{1}{1 + 0,35 t} \quad (7.44)$$

sendo

$\bar{t}$ = tempo médio do percurso para o qual a dispersão está a ser calculada.

O valor de $\underline{t}$ representa, assim, o tempo de percurso para o veículo da frente.

A regulação dos sinais luminosos que comandam o tráfego nos cruzamentos é definida pelos instantes de mudança de fase que, tal como nos capítulos anteriores, coincidem com o fim do tempo de verde real de cada fase. A transformação dos tempos reais do sinal luminoso em tempos úteis é feita de igual modo ao que foi

considerado para cruzamentos isolados. Os desfasamentos de cada sinal luminoso são medidos em relação a uma origem de tempos comum. O estado do sinal luminoso determina o débito de partidas, que vai dar origem, numa percentagem fixada, ao débito de tráfego referente ao arco a juzante.

O modelo de fila de espera utilizado, adopta o conceito de 'fila vertical' que se tem mostrado suficientemente preciso na estimação dos atrasos e das paragens. A evolução da fila de espera em cada linha de paragem, representada pelo respectivo histograma, permite determinar o atraso sofrido pelos veículos enfileirados. Exprimindo o atraso total $\underline{D}$ em veic.s.s^{-1} , também, designado por índice de atraso, o seu valor é numericamente igual ao comprimento médio da fila de espera. O atraso definido deste modo refere-se apenas ao observado para as condições médias de escoamento, considerando que o tráfego se comportava deterministicamente. Para além desta componente uniforme do atraso, existe uma outra que procura traduzir o atraso suplementar devido às variações do débito de tráfego de ciclo para ciclo.

Estas flutuações do débito conduzem a que em alguns ciclos exista fila de espera no fim do tempo de verde, mesmo para valores do grau de saturação inferiores à unidade. O seu efeito pode considerar-se desprezável para valores baixos do grau de saturação, aumentando à medida que os débitos de tráfego se aproximam da capacidade.

Se o grau de saturação for superior a um, há um aumento contínuo do comprimento de fila de espera durante o período de

tempo em que tal ocorre, dando origem a uma outra componente do atraso.

No programa TRANSYT a parcela do índice de atraso referente ao efeito conjunto das componentes aleatória e de saturação é dada pela seguinte expressão:

$$D_r = \frac{t}{4} \left\{ (q - Q) + [(q - Q)^2 + \frac{4q}{t}]^{1/2} \right\} \quad (7.45)$$

sendo

$D_r[\text{veic.h.h}^{-1}]$ - índice de atraso correspondente às componentes aleatória e saturação

$q[\text{veic.h}^{-1}]$ - débito de chegadas

$Q[\text{veic.h}^{-1}]$ - capacidade

$t[h]$ - tempo durante o qual se observam estas condições de tráfego

Em relação às paragens considera-se, tal como para os atrasos, que se podem decompor numa parcela uniforme e noutra aleatória e de saturação.

As paragens são expressas pelo índice de paragem que resulta do produto dos débitos pelo número médio de paragens por veículo.

A parcela correspondente ao índice de paragens uniforme é igualmente obtida a partir do histograma da fila de espera. No entanto, na prática nem todos os veículos que sofrem atraso são obrigados a parar, pelo que se dispõe de um factor correctivo a fim de ter em conta as chamadas paragens incompletas. Segundo es-

tudos desenvolvidos pelo TRRL, análogos aos apresentados no Capítulo 4, é possível definir uma relação entre o atraso e uma paragem incompleta expressa em percentagem duma paragem completa. Dada a importância do conceito de paragem incompleta na estimação do consumo de combustível, a percentagem referida atrás corresponde à fracção de combustível que é gasta numa paragem incompleta relativamente a uma paragem completa.

Em relação à componente "aleatória + saturação" das paragens considera-se que o número de veículos parados durante um ciclo é igual à soma dos veículos que param enquanto há fila de espera, o que acontece durante o tempo de vermelho e o tempo de verde saturado, com os veículos que ficam retidos na fila de espera no fim do tempo de verde. Estes são, tal como no caso dos atrasos, os que contribuem para a existência da parcela do índice de paragens devido à aleatoriedade e à saturação. O número médio de paragens nestas condições pode, assim, ser obtido pelo quociente entre o número de veículos existentes no início do tempo de vermelho e o número médio de veículos que partem durante o verde. Este quociente só toma valores significativos quando o grau de saturação é superior a 0,8. No entanto, pode acontecer que os valores obtidos sejam exagerados, quando os débitos de chegadas são próximos ou chegam mesmo a ultrapassar a capacidade. Neste caso, os condutores apercebendo-se da necessidade de efectuar várias paragens, circulam a velocidades mais lentas, diminuindo, portanto, o número de paragens múltiplas. Para atender este facto, no programa TRANSYT/8 o número de paragens múltiplas por veículo x , é corrigido através da aplicação da seguinte expressão:

$$y = 2(1 - e^{-\frac{x}{2}}) \quad (7.46)$$

em que y é o valor corrigido das paragens múltiplas. Desta forma, admite-se que, em média, o número máximo de paragens múltiplas é igual a dois.

Conhecidas as paragens e os atrasos, o consumo de combustível é estimado a partir de um modelo análogo ao descrito no Capítulo 4.

O modelo de tráfego apresenta outras características adicionais, como seja, por exemplo, a possibilidade de considerar separadamente os transportes públicos conhecendo os tempo de percurso e os tempos gastos nas paragens.

7.4.2 - O modelo de optimização

O processo de optimização consiste em determinar a coordenação dos sinais luminosos que minimize o índice de funcionamento calculado para toda a rede.

Como já anteriormente se referiu o índice de funcionamento é dado por uma combinação linear entre os atrasos e as paragens, dando-se ao utilizador a possibilidade de fixar o valor do coeficiente de ponderação das paragens conforme o objectivo que se pretenda atingir.

Além disso é possível ponderar os atrasos e as paragens de cada um dos arcos de acordo com a importância que se lhes entender atribuir.

A expressão que permite calcular o índice de funciona-

mento para toda a rede é dada por:

$$IF = \sum_{i=1}^n (W \cdot W_i \cdot D_i + K \cdot K_i \cdot H_i) \quad (7.47)$$

em que

n - número de arcos

W - valor monetário do atraso

K - valor monetário de cada paragem

W_i - peso para o atraso no arco i

K_i - peso para as paragens no arco i

D_i - atraso no arco i

H_i - número de paragens no arco i

Fixada uma regulação inicial para os sinais luminosos, o programa TRANSYT começa por calcular o índice de funcionamento da rede. Pode-se utilizar qualquer regulação como inicial, com a condição de satisfazer as restrições do tempo de verde mínimo das fases. Em seguida o programa altera o desfasamento de um dos sinais luminosos e recalcula o valor do índice de funcionamento da rede. Se o índice diminui, o desfasamento é de novo modificado na mesma direcção, e assim sucessivamente até que o valor mínimo do índice seja atingido. Se a modificação inicial conduziu a um aumento do índice, o desfasamento é alterado no sentido oposto ao da modificação inicial até que o valor mínimo seja obtido.

Este processo repete-se para cada um dos sinais luminosos que compõe a rede, segundo a ordem que foi especificada nos dados.

Este conjunto de operações é realizado um certo número de vezes, para obter a regulação definitiva, utilizando uma sequência pré-determinada de passos para alterar os desfasamentos.

Até agora admitiu-se que a duração do sinal verde atribuído a cada corrente de tráfego mantinha-se constante durante o processo de optimização. No entanto, o programa TRANSYT pode igualmente optimizar a repartição do ciclo, respeitando, naturalmente, as restrições relativas ao tempo de verde mínimo das fases.

O óptimo encontrado por este método não é necessariamente o melhor. A fim de reduzir os riscos de obtenção de um óptimo local afastado do óptimo global, é utilizada uma sucessão de grandes e pequenos passos de modificação dos desfasamentos para cada sinal luminoso. Embora o utilizador possa escolher a sequência dos passos a adoptar, recomenda-se a utilização da seguinte sequência:

{ 15, 40, 15, 40, 15, 1, 1 }

Os valores 15 e 40 referem-se a percentagens da duração do ciclo, enquanto que 1 representa os incrementos unitários de um segundo usados na determinação da regulação final.

Existem outras características do programa TRANSYT, como seja a possibilidade de seleccionar conjuntos de cruzamentos de forma a que os seus desfasamentos só possam ser modificados em bloco e não individualmente. Esta opção pode ser utilizada quando se dispõe de uma zona que já foi optimizada e pretende-se optimizar uma zona adjacente, sem modificar os desfasamentos relativos aos sinais luminosos situados na fronteira das duas zonas. A

duração das fases dos cruzamentos agrupados não podem ser otimizada.

Apesar do programa TRANSYT não incluir a duração do ciclo no processo de otimização, a sua última versão fornece indicações de uma gama de durações de ciclo possível para cada sinal luminoso, o que facilita a escolha do ciclo comum, bem como os cruzamentos que devem funcionar com um ciclo cuja duração seja metade daquele.

7.5 - Comparação entre os programas MAXONDA, MINDEMO e TRANSYT

Os programas MAXONDA e MINDEMO baseiam-se em modelos simplistas pelo que será importante conhecer até que ponto os resultados obtidos com estes programas continuam a ser válidos. Como termo de comparação foi utilizado o programa TRANSYT que apresenta um modelo de tráfego mais realista e cujos resultados já foram suficientemente comprovados em experiências conduzidas localmente.

Os ensaios foram realizados no sentido de, por um lado avaliar a qualidade das estimativas do atraso obtidas pelo programa MINDEMO, e por outro lado comparar as soluções de coordenação dos sinais luminosos calculadas por cada um dos métodos. Note-se que em relação ao modelo de tráfego as principais diferenças resultam de se considerar o fenómeno da dispersão dos veículos ao longo dos arcos apenas no programa TRANSYT. Igualmente no cálculo do índice de funcionamento é incluída neste

programa uma componente que traduz o efeito das características aleatórias do escoamento dos veículos.

Os primeiros ensaios dizem respeito a dois cruzamentos ligados por um arco de sentido duplo, tendo-se aplicado os programas TRANSYT e MINDEMO repetidas vezes para cada caso, a fim de se obter as curvas que relacionam o atraso com o desfasamento, conforme se mostra, a título de exemplo, na figura 7.9.

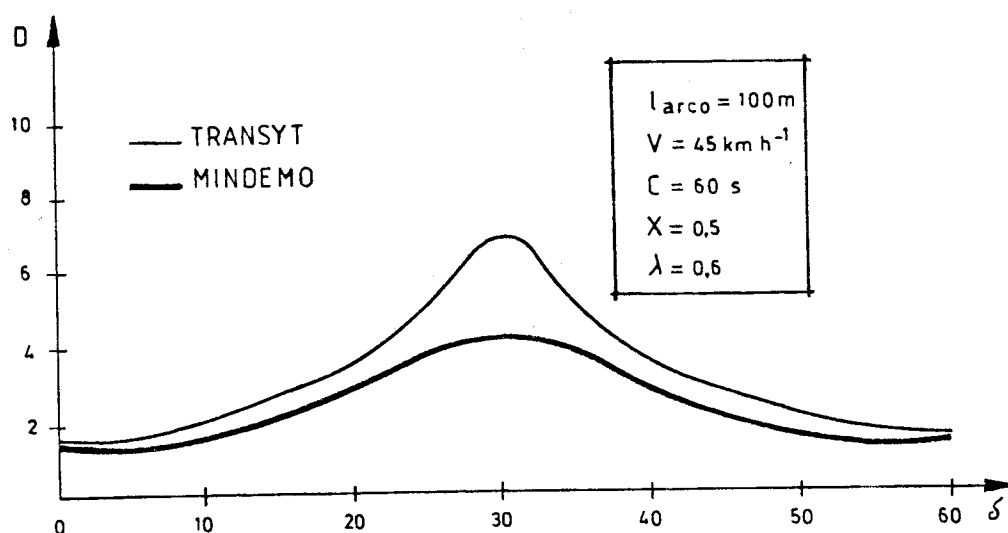


Fig. 7.9 - Variação do atraso com o desfasamento

As principais conclusões obtidas foram as seguintes:

a) A dispersão é tanto maior quanto maior for o comprimento do arco. O seu efeito tende a diminuir a variação dos atrasos em relação aos desfasamentos. Isto deve-se a que a dispersão dos veículos impede que estes cheguem em grupos compactos e, portanto, a influência dos desfasamentos reduz-se. No caso limite seria indiferente adoptar-se este ou aquele desfasamento, uma vez que os veículos não chegam em grupos.

b) Os atrasos são mais sensíveis para ciclos grandes, pelo que nestes a importância dos desfasamentos é maior.

A adopção de desfasamentos afastados do valor óptimo obriga a que nos ciclos longos as oportunidades de passagem sejam menores e, portanto, as filas de espera são mais extensas.

c) A forma das curvas do atraso em função do desfasamento não depende do grau de saturação, apresentando apenas valores mais elevados para o atraso as que correspondem a um grau de saturação maior. Isto equivale a obter um mesmo valor para o desfasamento óptimo independentemente do grau de saturação.

d) Se os débitos de tráfego nos dois sentidos forem equivalentes, o desfasamento óptimo obtido, quer pelo TRANSYT, quer pelo MINDEMO verifica-se para $\delta = 0$ ou $\delta = \frac{C}{2}$, que está de acordo com os princípios básicos do método da maximização das durações de passagem.

Deste modo, os três programas praticamente conduzem ao mesmo desfasamento óptimo, e quando tal não acontece é porque a variação do atraso em relação ao desfasamento é pequena.

e) As estimativas do valor do atraso obtidas pelo MINDEMO são inferiores às que resultam da aplicação do programa TRANSYT, já que estas, como se referiu, incluem a componente aleatória e de saturação, que tem tanto mais influência, quanto maior for o grau de saturação.

Fizeram-se, ainda, outros tipos de ensaios, considerando um itinerário de sentido duplo com seis cruzamentos, para o qual

se comparavam para cada caso as soluções resultantes da aplicação dos seguintes métodos:

- Programa MAXONDA
- Programa MINDEMO
- Programa TRANSYT com solução inicial dada pelo MAXONDA
- Programa TRANSYT com solução inicial dada pelo MINDEMO
- Programa TRANSYT com solução inicial em que os desfasamentos eram todos nulos

A comparação dos resultados conduziu às seguintes principais conclusões:

a) Em itinerários compostos de arcos curtos (50 metros) as soluções relativas aos programas MAXONDA, MINDEMO e TRANSYT praticamente coincidem, quaisquer que sejam os débitos, duração de ciclo e repartição do tráfego nos dois sentidos. Este facto pode ser observado na figura 7.10 em que os vértices de cada triângulo representam as soluções obtidas pelos três métodos para um dado caso. No eixo das abcissas está marcado o atraso e nas ordenadas as paragens. Os pontos 1, 2, 9 e 10 dizem respeito aos casos em que os arcos são curtos, coincidindo num único ponto os três vértices dos respectivos triângulos.

b) Adoptando como solução inicial no processo de optimização do programa TRANSYT, as soluções dadas pelos progra-

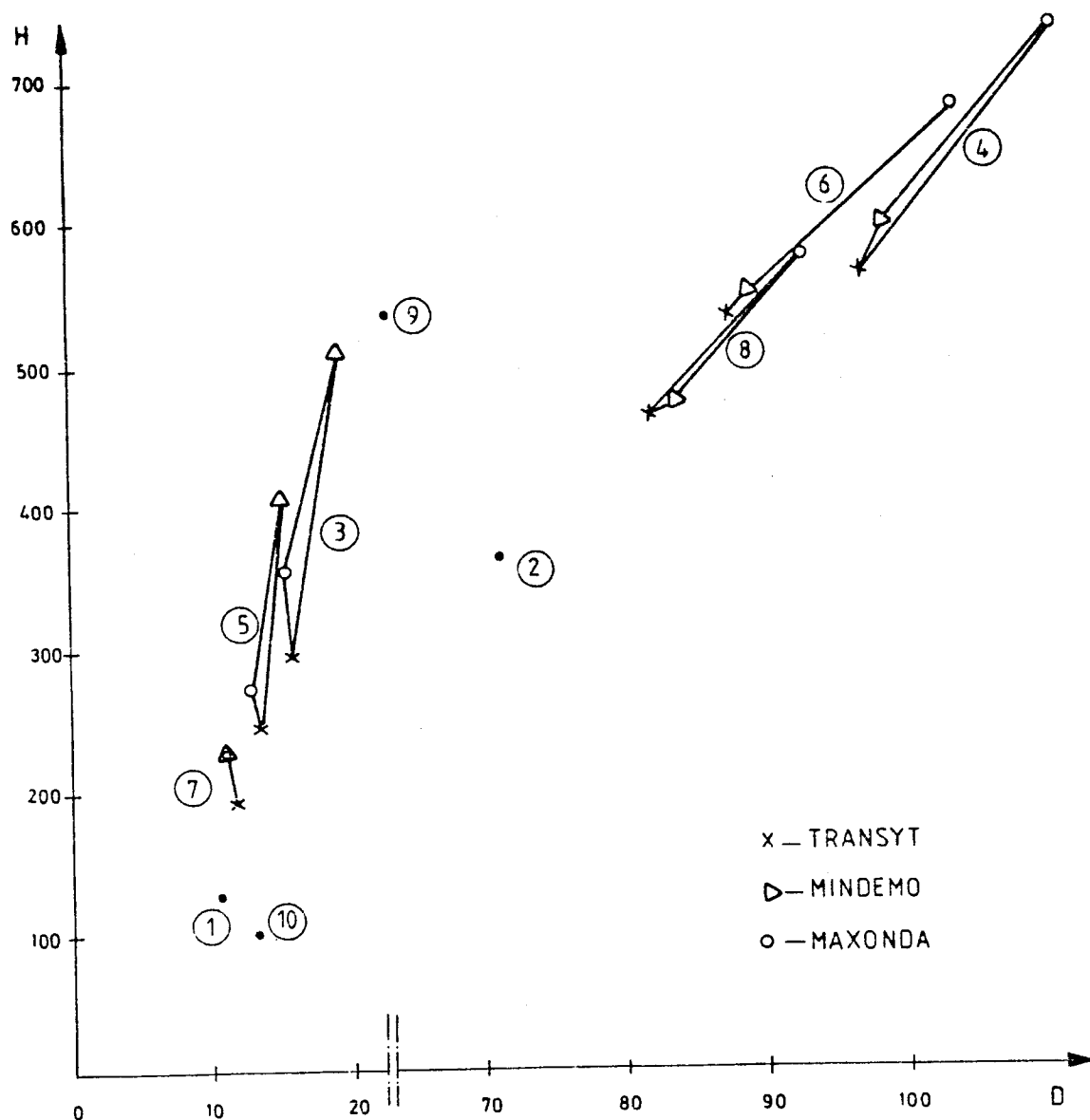


Fig. 7.10 - Comparação entre as soluções MAXONDA, MINDEMO e TRANSYT para um itinerário de sentido duplo

mas MAXONDA e MINDEMO, verificou-se que a solução ótima encontrada nunca foi pior do que se tivesse utilizado como solução inicial a que resulta de ter desfasamentos todos nulos.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

Os sinais luminosos constituem uma das medidas mais simples de gestão do tráfego em cruzamentos, os quais representam os pontos críticos da rede viária. No entanto, se a sua regulação não for convenientemente determinada, os resultados não serão os que se pretendem.

Destinados, fundamentalmente, a facilitar o escoamento dos veículos é natural que se necessite de conhecer com algum rigor o comportamento dos veículos nos cruzamentos, designadamente no que diz respeito ao modo como os veículos chegam e partem da linha de paragem.

As chegadas dos veículos processam-se de forma irregular, tendo sido propostas várias leis de distribuição de probabilidades para representar as suas características aleatórias. Comparando com um modelo determinístico, em que se admitem intervalos de tempo constantes entre chegadas consecutivas, verifica-se que o efeito da irregularidade, no valor do atraso imposto aos veículos, apenas se começa a fazer sentir quando os débitos ultrapassam cerca de 50% da respectiva capacidade.

Igualmente o tipo de distribuição teórica de probabilidades tem pequena influência nas demoras impostas aos veículos pelos sinais luminosos.

As partidas dos veículos só podem ocorrer durante o tem-

po de verde útil, com um ritmo máximo correspondente ao débito de saturação do respectivo ramo de entrada, pelo que a determinação do seu valor é um elemento importante.

De preferência, o débito de saturação deve ser medido localmente, e apenas quando tal não for possível se deve recorrer a métodos de estimação. Nestes métodos o débito de saturação é determinado com base nas características geométricas do ramo de entrada (largura, inclinação, etc.), da localização (do cruzamento e da via), do tráfego (composição) e do tipo de movimento (viragem com ou sem oposição, etc.).

O método apresentado aplica-se aos tipos mais frequentes de movimentos em cruzamentos. Considera-se a metodologia proposta mais importante que os valores sugeridos, que necessitam de vir a ser confirmadas na prática. Porém, na ausência de outros valores disponíveis que ofereçam maiores garantias de realismo, poder-se-ão utilizar aqueles, com a reserva que estes casos impõem.

Os condutores apenas podem tomar duas atitudes, avançar ou parar, perante as informações transmitidas pelo sinal luminoso. Isto determina, para efeito de cálculo da respectiva regulação e por razões de simplicidade, que o ciclo seja dividido em duas partes, correspondendo cada uma delas às atitudes anteriormente referidas. Assim, os veículos podem avançar durante o tempo de verde útil, não o podendo fazer durante o tempo de vermelho útil.

No entanto, para estabelecer a regulação dos sinais luminosos é necessário conhecer a relação existente entre os tempos

úteis e os respectivos tempos reais que são mostrados aos condutores. Se por um lado os veículos, no início do tempo de verde real, perdem tempo devido ao arranque até alcançaram a velocidade de cruzeiro, por outro continuam a avançar após o fim do tempo de verde, aproveitando parte do tempo de amarelo.

Os modelos propostos, quer para o tempo perdido no arranque, quer para o tempo adicional de passagem são uma tentativa de justificar teoricamente alguns dos valores geralmente utilizados na prática.

Entre fases consecutivas há necessidade de dispor de um período de tempo de transição, devido ao facto dos veículos não poderem parar instantâneamente no fim do tempo de verde, e simultâneamente para possibilitar que os veículos tendo, entretanto, avançado para o interior do cruzamento, possam de lá sair, antes de ser dada permissão de avançar à outra corrente de tráfego que seja incompatível com a primeira. Este tempo de transição é constituído pelo tempo de amarelo e pelo tempo de tudo-vermelho. A atribuição de valores a estes períodos de tempo sem qualquer critério pode ser potencialmente perigosa, já que é exactamente nos períodos de transição que acontece a grande maioria dos acidentes em cruzamentos comandados por sinais luminosos. Aliás, dificilmente se justificará a utilização de processos de optimização rigorosos na determinação das restantes partes de um ciclo, se o tempo de amarelo e o tempo de tudo vermelho continuarem a ser fixados de forma arbitrária. Com os métodos apresentados para estes casos procura-se resolver este tipo de problemas.

A eficácia da sinalização luminosa é medida por certos

parâmetros de funcionamento. Destes assumem particular importância o atraso e as paragens, não só pelo que representam cada um isoladamente, mas também porque da sua combinação resultam outros importantes parâmetros (consumo de combustível, custo, poluição, etc.).

As expressões utilizadas, quer para o atraso, quer para as paragens são as que resultam dos estudos desenvolvidos por Webster. Estas fórmulas são simultaneamente simples e realistas conforme tem sido largamente comprovado em experiências conduzidas em vários países.

Um modelo de estimação do consumo de combustível é importante, não só para estabelecer a regulação dos sinais luminosos que adopta para função objectivo a respectiva função de consumo, como também na previsão do consumo em outro tipo de estudos, tais como os de rentabilidade de investimentos rodoviários.

O modelo de consumo de combustível agora proposto necessita, do mesmo modo que nos casos anteriores, de ser comprovado com resultados experimentais.

No Capítulo 5 foi apresentado um modelo simples de simulação em computador digital. Os ensaios realizados confirmam os resultados já obtidos noutros estudos semelhantes. Este modelo poderá servir, em parte ou no todo, para outro tipo de aplicações futuras. Em especial a experiência e conhecimentos adquiridos neste domínio, podem ser úteis na elaboração de modelos de simulação mais complicados, designadamente num simulador de tráfego para uma rede viária.

A aplicação de métodos numéricos na optimização da regu-

lação não tem sido muito utilizada, apesar das características das expressões habituais para a função objectivo poderem recomendar a sua utilização. Acresce ainda o facto de que, em geral, estes problemas incluem restrições que têm de ser satisfeitas, não envolvendo, quer o seu número, quer a não linearidade de algumas delas, grandes dificuldades adicionais quando se aplicam métodos numéricos.

Por outro lado a formulação diferente utilizada, quer em relação aos conceitos relacionados com as correntes de tráfego e não com as fases, quer considerando como variáveis de decisão (ou controle) os tempos de verde reais das fases em vez dos tempos de verde úteis, apresenta algumas vantagens que são descritas no Capítulo 7.

Um aproveitamento mais completo das possibilidades da sinalização luminosa é obtido sempre que se coordenam os sinais luminosos de cruzamentos próximos, de forma a proporcionar um fácil escoamento para os veículos.

Esta coordenação pode ser definida através de modelos de tráfego simplistas, um dos quais permite que a solução seja encontrada sem necessidade de recorrer ao cálculo automático. Comparando os resultados obtidos com estes modelos com os do programa TRANSYT, pode concluir-se que aqueles modelos determinam satisfatoriamente a coordenação óptima sempre que o efeito da dispersão dos veículos seja pequeno, o que acontece quando os arcos que compõem o itinerário são curtos.

No entanto, as estimativas dos atrasos feitas pelo programa MINDEMO são, em geral, deficientes, já que, neste programa,

se admite que os veículos chegam deterministicamente. Tem-se mostrado vantajosa a adopção da solução obtida pelos programas MAXONDA e MINDEMO para solução inicial do TRANSYT.

Finalmente saliente-se que o sucesso da sinalização luminosa depende em grande parte do comportamento das pessoas, ele próprio algumas das vezes incorrecto por se terem adoptado soluções não adequadas. Desta forma, a falta de civismo, em geral, atribuída aos condutores não pode justificar que se ignore a necessidade do estudo permenorizado dos cruzamentos regulados por sinais luminosos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAPÍTULO 2

- 2.1 - ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. - 'HandBook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables'. 9a ed. New York, Dover Publications, 1970.
- 2.2 - AKCELIK, R. - 'Traffic Signals: Capacity and Timing Analyses'. Research Report ARR Nº 123. Australian Road Research Board, Victoria, Out. 1983.
- 2.3 - AKCELIK, R.; RICHARDSON, A. J.; WATSON, H. C. - 'Relation Between Two Fuel Consumption Models'. Second Conference on Traffic, Energy and Emission. SAE - A/ARRB, Melbourne, Maio 1982.
- 2.4 - BANG, K.L. - 'Swedish Capacity Manual, Part 3: Capacity of Signalised Intersections'. Transpn. Res. Rec., 667, p.11-28.
- 2.5 - ALLSOP, R. E. - 'Delay at a Fixed Time Traffic Signal - I: Theoretical Analysis'. Transpn. Sci., Vol. 6, Nº 3, Ago. 1972, p. 260-285.
- 2.6 - BELL, M. C. - 'Queues at Junctions Controlled by Traffic Signals'. Research Report Nº 26. Transport Operations Research Group, University of Newcastle upon Tyne, Ago. 1977.

- 2.7 - BRANSTON, D.; ZUYLEN, H. - 'The Estimation of Saturation Flow, Effective Green Time and Passenger Car Equivalents at Traffic Signals by Multiple Linear Regression'. Transpn. Res., Vol. 12, Nº 1, Fev. 1978, p. 47-53.
- 2.8 - BRANSTON, D. - 'Some Factors Affecting the Capacity of Signalised Intersections'. Traff. Engng. & Control, Vol. 20, Nº 8/9, Ago./Set. 1979, p. 390-396.
- 2.9 - BRANSTON, D.; GIPPS, P. - 'Some Experience with a Multiple Linear Regression Method of Estimating Parameters of the Traffic Signal Departure Process'. Transpn. Res., Vol. 15 A, Nº 6, Nov. 1981, p. 445-458.
- 2.10 - BUCKLEY, D. J. - 'A Semi- Poisson Model of Traffic Flow'. Transpn. Sci., Vol. 2, Nº 2, Maio 1968, p. 107-133.
- 2.11 - BURROW, I. J. - 'The Effect of Darkness on the Capacity of Road Junctions'. Traff. Engng. & Control, Vol. 27, Nº 12, Dez. 1986, p. 596-599.
- 2.12 - COSTA, A.H.P.; VASCONCELOS, A.J.A. - 'Regulação de Sinais Luminosos de Tempos Fixos em Cruzamentos Isolados - Programa RESINA - Guia do Utilizador'. Secção de Vias de Comunicações, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1986.
- 2.13 - GERLOUGH, D. L. - 'Use of Poisson Distribution in Highway Traffic'. Poisson and Traffic, Eno Foundation for Highway Traffic Control, Saugatuck, Connecticut, 1955, p. 1-58.

- 2.14 - GERLOUGH, D. L.; HUBER, M. J. - 'Traffic Flow Theory - A Monograph'. Special Report 165, Transportation Research Board, Washington, D. C., 1975.
- 2.15 - HEYDECKER, B. G. - 'Vehicles, PCUs and TCUs in Traffic Signal Calculations'. Traff. Engng. & Control, Vol. 24, Nº 3, Mar. 1983, p. 111-114.
- 2.16 - KIMBER, R.M.; SEMMENS, M.C. - 'An Experiment of Investigate Saturation Flows at Traffic Signal Junction'. Traff. Engng. & Control, Vol. 23, Nº 3, Mar. 1982, p. 110-117.
- 2.17 - KIMBER, R.M.; SEMMENS, M.C.; SHEWEY, P. J. H. - 'Saturation Flows at Traffic Signal Junctions: Studies on Test Track and Public Roads'. Institute of Electrical Engineers Conference on Road Traffic Signalling, Conference Publication Nº 207, Mar./Abr. 1982.
- 2.18 - KIMBER, R.M.; McDONALD, M.; HOUNSELL, N.B. - 'The Prediction of Saturation Flows for Road Junctions Controlled by Traffic Signals'. TRRL Research Report 67, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, 1986.
- 2.19 - LABORATÓRIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA - 'Manual de Capacidade das Estradas'. LUANDA, 1971.
- 2.20 - MELO, A.H.P.S. - 'Estudo das Intersecções Prioritárias'. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1973.

- 2.21 - MEYER, P.L. - 'Probabilidade. Aplicações à Estatística'.
Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.,
1977.
- 2.22 - SALTER, R.J. - 'Capacity of Priority Intersections'. -
Traff. Engng. & Control, Vol. 10, Nº 3, Jul. 1968, p. 134-
-136,140.
- 2.23 - SCHULL, A. - 'The Probability Theory Applied to Distribution
of Vehicles on Two-Lane Highways'. - Poisson and Traffic,
Eno Foundation for Highway Traffic Control, Saugatuck,
Connecticut, 1955, p. 59-75.
- 2.24 - TRANSPORTATION RESEARCH BOARD - 'Highway Capacity Manual'.
Special Report 209, Washington, D. C., 1985.
- 2.25 - TOLLE, J. E. - 'The Lognormal Headway Distribution Model'.
- Traff. Engng. & Control, Vol. 13,, Nº 1, Maio 1971, p.22-
- 24.
- 2.26 - WEBSTER, F. V.; COBBE, B. M. - 'Traffic Signals'. Road
Research Technical Paper Nº 56, London, HMSO, 1966.
- 2.27 - SOSIN, J. - 'Delays at Intersections Controlled by Fixed-
- Cycle Traffic Signals'. Traff. Engng. & Control, Vol. 21,
Nº 8/9, Ago./Set., 1980, p. 407-413.

CAPÍTULO 3

- 3.1 - ALLSOP, R. E. - 'Delay-minimizing Settings for Fixed-time Traffic Signals at a Single Road Junction'. J. Inst. Maths. Applics., Vol. 8, 1971, p. 164-185.
- 3.2 - BRANSTON, D.; ZUYLEN, H. - 'The Estimation of Saturation Flow, Effective Green Time and Passenger Car Equivalents at Traffic Signals by Multiple Linear Regression'. Transpn. Res., Vol. 12, Nº 1, Fev. 1978, p. 47-53.
- 3.3 - BRIGGS, T. - 'Time Headways on Crossing the Stop-Line After Queueing at Traffic Lights'. Traff. Engng. & Control, Vol. 18, Nº 5, Maio 1977, p. 264-265.
- 3.4 - HORST, R.; WILMINK, A. - 'Drivers' Decision - making at at Signalised Intersections: an Optimisation of the Yellow Timing'. Traff. Engng. & Control, Vol. 27, Nº 12, Dez. 1986, p. 615-622.
- 3.5 - HULSCHER, F.R. - 'The Problem of Stopping Drivers After the Termination of the Green Signal at Traffic Lights'. Traff. Engng. & Control, Vol. 25, Nº 3, Mar. 1984, p. 110-116.
- 3.6 - JOURDAIN, S. - 'Intergreen Timings'. Traff. Engng. & Control, Vol. 27, Nº 4, Abr. 1986, p. 179-182.

- 3.7 - MAHALEL, D.; ZAIDEL, D.M. - 'Safety Evaluation of a Flashing-green Light in a Traffic Signal'. Traff. Engng. & Control, Vol. 26, Nº 2, Fev. 1985, p. 79-81
- 3.8 - MELO, A.H.P.S. - 'Estudo de Intersecções Prioritárias'. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1973.
- 3.9 - MILLER, A.J. - 'The Capacity of Signalised Intersections in Australia'. Australian Road Research Board, Bulletin Nº 3, Março, 1968.
- 3.10 - OLIVEIRA, R.G.; MATEUS, A.M. - 'Técnicas de Engenharia de Trânsito'. Estudos 2. Gabinete de Estudos e Planeamento de Transportes Terrestres, Lisboa, 1970.
- 3.11 - PIGNATARO, L.J. - 'Traffic Engineering: Theory and Practice'. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1973.
- 3.12 - WEBSTER, F. V. - 'Traffic Signal Settings'. Road Research Technical Paper Nº 39, HMSO, 1958.

CAPÍTULO 4

- 4.1 - AKCELIK, R. - 'Traffic Signal Design'. Proc. Seminar H, PTRC Summer Annual Meeting, University of Warwick, Jul. 1978, p. 176-197.
- 4.2 - AKCELIK, R. - 'Traffic Signals: Capacity and Timing Analysis'. Research Report ARR Nº 123. Australian Road Research Board, Victoria, Oct. 1983.
- 4.3 - AKCELIK, R. - 'Fuel Efficiency and Other Objectives in Traffic System Management'. Traff. Engng. & Control, Vol. 22, Nº 2, Feb. 1981, p. 54-65.
- 4.4 - AKCELIK, R. - 'Relation Between Two Fuel Consumption Models'. Second Conference on Traffic, Energy and Emissions. SAE - A/ARRB, Melbourne, Maio 1982.
- 4.5 - AKCELIK, R. - 'Derivation of Fuel Consumption Models'. Second Conference on Traffic, Energy and Emissions. SAE - A/ARRB, Melbourne, Maio 1982.
- 4.6 - AKCELIK, R. - 'Derivation and Calibration of Fuel Consumption Models'. Internal Report AIR 367-3, Australian Road Research Board, Jul. 1982.
- 4.7 - AKCELIK, R. - 'Formulae for Predicting Fuel Consumption of Cars'. Traff. Engng. & Control, Vol. 24, Nº 3, Mar. 1983, p. 115-118.

- 4.8 - AKCELIK, R.; BAYLEY, C.; BOWYER, D.P.; BIGGS, D.C. - 'A Hierarchy of Vehicle Fuel Consumption Models'. Traff. Engng. & Control, Vol. 24, Nº 10, Out. 1983, p. 491-495.
- 4.9 - ALLSOP, R.E. - 'Delay at a Fixed Time Traffic Signal - I: Theoretical Analysis'. Transpn. Scie., Vol.6, Nº 3, Ago. 1972, p. 260-285.
- 4.10 - GALLIVAN, S. - 'A Delay Formula for a Traffic Stream Receiving Two Greens in a Signal Cycle'. Transport Studies Group Note, University College London, Ago. 1972 (não publicado).
- 4.11 - HEYDECKER, B.G. - 'An Extension of the Pollaczek-Khintchine Delay Formula'. Transport Studies Group Note, University College London, Set. 1982 (não publicado).
- 4.12 - HUTCHINSON, T.P. - 'Delay at a Fixed Time Traffic Signal - II: Numerical Comparisons of Some Theoretical Expressions'. Transpn. Scie., Vol. 6, Nº 3, Ago. 1972, p. 285-305.
- 4.13 - MELO, A.H.P.S. - 'Teoria das Filas de Espera. Noções Gerais. Aplicação a Problemas de Tráfego Rodoviário'. Faculdade de Engenharia do Porto, 1974.
- 4.14 - MILLER, A.J. - 'The Capacity of Signalised Intersections in Australia'. Australian Road Research Board Bulletin Nº 3, Mar. 1968.
- 4.15 - MILLER, A.J. - 'Settings for Fixed - Cycle Traffic Signals'. Opnl. Res. Quart., Vol. 14, Nº 4, 1963, p. 373-386.

- 4.16 - NEWELL, G.F. - 'Approximation Methods for Queues with Application to the Fixed-Cycle Traffic Light'. SIAM Review, Vol. 7, Nº 2, Abr. 1965, p. 223-240.
- 4.17 - NOVAES, A.G. - 'Pesquisa Operacional e Transportes'. São Paulo, McGraw - Hill do Brasil, Editora da Universidade de São Paulo, 1975.
- 4.18 - RICHARDSON, A.J. - 'The Use of Vehicle Maps in the Derivation of Stop-Start Fuel Consumption Rates'. Second Conference on Traffic, Energy and Emissions. SAE-A/ARRB, Melbourne, Maio 1982.
- 4.19 - ROBERTSON, D.I.; LUCAS, C.F.; BAKER, R.T. - 'Coordinating Traffic Signals to Reduce Fuel Consumption'. TRRL Laboratory Report 934, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, 1980.
- 4.20 - VINCENT, R.A.; MITCHELL, A.I.; ROBERTSON, D.I. - 'User Guide to TRANSYT Version 8'. TRRL Laboratory Report 888, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, 1980.
- 4.21 - WATSOW, H.C.; MILKINS, E.E.; MARSHALL, G.A. - 'A Simplified Method for Quantifying Fuel Consumption of Vehicles in Urban Traffic'. SAE - Aust., Vol. 40, Nº 1, Jan./Fev. 1980, p. 6-13.
- 4.22 - WEBSTER, F.V. - 'Traffic Signal Settings'. Road Research Technical Paper Nº 39, HMSO, 1958.
- 4.23 - YAGAR, S. - 'Minimizing Delay at a Signalized Intersection for Time-Invariant Demand Rates'. Transpn. Res. Vol. 9, 1975, p. 129-141.

CAPÍTULO 5

- 5.1 - GERLOUGH, D.L; HUBER, M.J. - 'Traffic Flow Theory - A Monograph'. Special Report 165, Transportation Research Board, Washington, D.C., 1975.
- 5.2 - KNUTH, D.E. - 'The Art of Computer Programming' - Vol. 2 - - Seminumerical Algorithms, Addison - Wesley, 1969.
- 5.3 - MELO, A.H.P.S. - 'Estudo das Intersecções Prioritárias, Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1973.
- 5.4 - MENDES, M.T.S. - 'The implementation and Validation of Road Traffic Models'. Ph. D. Thesis, UMIST, Manchester, 1980.
- 5.5 - MENDES, M.T.S. - 'Simulação Digital: uma Introdução'. Coimbra, 1981.
- 5.6 - NAYLOR, T.H.; BALINTFY, J.L.; BURDICK, D.S.; CHU, K.-'Técnicas de Simulação em Computadores. 'Editora Vozes Lda.' Universidade de S. Paulo, 1971.
- 5.7 - TOCHER, K.D. - 'The Art of Simulation'. Electrical Engineering Series, The English Universities Press Ltd, London, 1963.
- 5.8 - WEBSTER, F.V. - 'Traffic Signal Settings'. Road Research Technical Paper Nº 39, HMSO, 1958.

CAPÍTULO 6

- 6.1 - AKCELIK, R. - 'Traffic Signals: Capacity and Timing Analysis'. Research Report ARR Nº 123. Australian Road Research Board, Victoria, Out. 1983.
- 6.2 - AKCELIK, R. - 'SIDRA-2 for Traffic Signal Design'. Traff. Engng. & Control, Vol. 26, Nº 5, Maio 1985, p. 256-261.
- 6.3 - ALLSOP, R.E. - 'Delay minimizing Settings for Fixed-time Traffic Signals at a Single Road Junction'. J. Inst. Maths Applics, Vol. 8, Nº 2, 1971, p. 164-185.
- 6.4 - ALLSOP, R.E. - 'Estimating the Traffic Capacity of a Signalized Road Junction'. Transpn. Res., Vol. 6, Nº 3, 1972, p. 245-255.
- 6.5 - ALLSOP, R.E. - 'Computer Program SIGCAP for Assessing the Traffic Capacity of Signal-Controlled Road Junctions - Description and Manual for Users'. Research Report Nº 11. Transport Operations Research Group, University of Newcastle upon Tyne, Jun. 1975.
- 6.6 - ALLSOP, R.E. - 'Computer Program SIGSET for Calculating Delay-minimising Traffic Signal Timmings - Description and Manual for Users'. Research Report. Transport Studies Group, University College London, Set. 1981.

- 6.7 - COSTA, A.H.P.; VASCONCELOS, A.J.A. - 'Regulação de Sinais Luminosos de Tempos Fixos em Cruzamentos Isolados - Programa RESINA - Guia do Utilizador'. Secção de Vias de Comunicação, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1986.
- 6.8 - GALLIVAN, S. - 'A new treatment of dual variables in Traffic Signal Calculation'. Transport Studies Group, University College London, Abr. 1984.
- 6.9 - NOVAES, A.G. - 'Métodos de Optimização - Aplicações aos Transportes'. São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1978.
- 6.10 - OHNO, K; MINE H. - 'Optimal Traffic Signal Settings - I: Criterion for Undersaturation of a Signalized Intersection and Optimal Signal Setting'. Transpn. Res., Vol. 7, 1973, p. 243-267.
- 6.11 - PRETTY, R.L. - 'Requirements for Improved Traffic Signal Calculation in Relation to Junction Layout, Capacity and Delay'. Research Report Nº ECE6. Transport Studies Group, University College London, Out. 1979.
- 6.12 - RELJIĆ, S. - 'Delay and Number of Stops - Minimizing Setting at an Isolated Intersection with Sequential Unconstrained Minimization Technique'. Mihaylo Pupin Institute, Belgrade. (Submitted to Transportation Sciences).
- 6.13 - WEBSTER, F.V. - 'Traffic Signal Settings'. Road Research Technical Paper Nº 39, London, HMSO, 1958.

- 6.14 - WEBSTER, F.V.; COB E, B.M. - 'Traffic Signals'. Road Research Technical Paper No 56, London, HMSO, 1966.
- 6.15 - YAGAR, S. - 'Minimizing Delay at a Signalized Intersection for Time - Invariant Demand Rates'. Transpn. Res., Vol.9, 1975, p. 129-141.

CAPÍTULO 7

- 7.1 - COCQ, J.P. 1e - 'Coordination des feux sur un itinéraire. Programme ICARE II'. Paris, Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA), 1971.
- 7.2 - COCQ, J.P. 1e - 'Coordination des feux sur un itinéraire. Programme ACHILLE III'. Paris, Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA), 1972.
- 7.3 - COSTA, A.H.P.; VASCONCELOS, A.J.A. - 'Coordenação de Sinais Luminosos ao Longo de Um Itinerário. Método da Maximização das Durações de Passagem'. Memória nº 13 da Linha de Acção nº 6 - Vias de Comunicação do Centro de Engenharia Civil da Universidade do Porto, 1983.
- 7.4 - COSTA, A.H.P.; VASCONCELOS, A.J.A. - 'Coordenação de Sinais Luminosos ao Longo de Um Itinerário. Método da Minimização dos Atrasos'. Memória nº 15 da Linha de Acção nº 6 - Vias de Comunicação do Centro de Engenharia Civil da Universidade do Porto, 1984.
- 7.5 - HAVER, E. - 'Location and Capacity of Unsignalized Exits and Crossings Inbetween Coordinated Signalized Intersections'. Transportation and Traffic Theory Proc. 6th Int. Symp. on Transportation and Traffic Theory. University of New South Wales, Sydney, Austrália.

- 7.6 - HILLIER, J.A.; ROTHERY, R. - 'The Synchronization of Traffic Signals for Minimum Delay'. Transpn. Sci., Vol. 1, No 2, Maio 1967, p. 81-94.
- 7.7 - MORGAN, J.T.; LITTLE, J.D.C. - 'Synchronizing Traffic Signals for Maximal Bandwidth'. Opns. Res, Vol. 7, 1964, p. 896-912.
- 7.8 - PIGNATARO, L.J. - 'Traffic Engineering - Theory and Practice'. Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- 7.9 - SEDDON, P.A. - 'Another look at platoon dispersion: 3. The Recurrence Relationship'. Traff. Engng. Control, Vol. 13, No 10, 1972, p. 442-444.
- 7.10 - VINCENT, R.A.; MITCHELL, A.I.; ROBERTSON, D.I. - 'User Guide to Transyt Version 8, TRRL Laboratory Report 888, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, 1980.

APÊNDICE A

MODELO DE ACELERAÇÃO LINEAR

No modelo de aceleração linear a variação de velocidade resulta da variação linear da aceleração com o tempo. Considere-se que o veículo circula a uma velocidade $\underline{v}_c$, atingindo, durante a manobra de paragem/arranque, uma velocidade mínima $\underline{v}_m$ que será nula no caso de paragem completa.

As expressões relativas a este modelo serão deduzidas separadamente para as fases de travagem e aceleração admitindo-se que o valor máximo da aceleração é em valor absoluto igual em ambos os casos, o que conduz a $k_d = k_a = k$.

Por se tratar de um movimento rectilíneo apenas se vão considerar as derivadas algébricas já que estas coincidem com as derivadas vectoriais.

TRAVAGEM

A lei de variação da aceleração é dada por:

$$j_d = - \frac{2 k^2}{v_c} \cdot t \quad (A.1)$$

tendo em atenção que,

$$dv = j \cdot dt$$

vem

$$v = - \frac{k^2}{v_c} \cdot t^2 + C_1$$

Como para $t = 0$ é $v = v_c$ resulta $C_1 = v_c$,

donde

$$v = v_c - \frac{k^2}{v_c} \cdot t^2 \quad (\text{A.2})$$

Por outro lado, sabendo que,

$$d\ell = v \cdot dt$$

vem, atendendo à equação (A.2)

$$\ell = v_c \cdot t - \frac{k^2}{v_c} \cdot \frac{t^3}{3} + C_2$$

Para $t = 0$ é $\ell = 0$ donde $C_2 = 0$

$$\ell = v_c \cdot t - \frac{k^2}{v_c} \cdot \frac{t^3}{3} \quad (\text{A.3})$$

Designando por t_d o tempo que demora a reduzir a velocidade de $\underline{v_c}$ até $\underline{v_m}$, resulta a partir da equação (A.2)

$$t_d = \frac{1}{k} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \quad (\text{A.4})$$

Das equações (A.3) e (A.4) pode-se obter a distância $\underline{\ell_d}$ percorrida durante o tempo $\underline{t_d}$.

Assim,

$$\begin{aligned} \ell_d &= - \frac{k^2}{v_c} \cdot \frac{1}{3 k^3} (v_c - v_m)^{3/2} \cdot v_c^{3/2} + \frac{v_c}{k} \cdot (v_c - v_m)^{1/2} \cdot v_c^{1/2} \\ \ell_d &= \frac{2 v_c + v_m}{3 k} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

ACELERAÇÃO

Como anteriormente foi referido o valor máximo da aceleração no início do arranque é igual, em valor absoluto, à aceleração obtida na travagem quando se atinge a velocidade mínima v_m . O seu valor pode ser calculado substituindo na equação (A.1) t por t_d dado pela equação (A.4):

$$j_M = - \frac{2k}{v_c} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \quad (A.6)$$

Deste modo a lei de variação da aceleração durante o arranque é dada por:

$$j_a = \frac{2k}{v_c} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} - \frac{2k^2}{v_c} \cdot t \quad (A.7)$$

Voltando a utilizar as equações fundamentais do movimento rectilíneo e atendendo a que para $t = 0$ é $\ell = 0$ e $v = v_m$, resulta

$$v = v_m + \frac{2k}{v_c} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \cdot t - \frac{k^2}{v_c} \cdot t^2 \quad (A.8)$$

e

$$\ell = v_m \cdot t + \frac{k}{v_c} \cdot \sqrt{(v_c - v_m) \cdot v_c} \cdot t^2 - \frac{k^2}{v_c} \cdot \frac{t^3}{3} \quad (A.9)$$

Atendendo às hipóteses anteriores o tempo t_a durante o arranque e o respectivo comprimento ℓ_a são iguais aos obtidos no caso da travagem.

Estas equações são representadas graficamente (figura A.1 e A.2) para uma paragem completa ($v_m = 0$) e para uma paragem incompleta ($v_m \neq 0$).

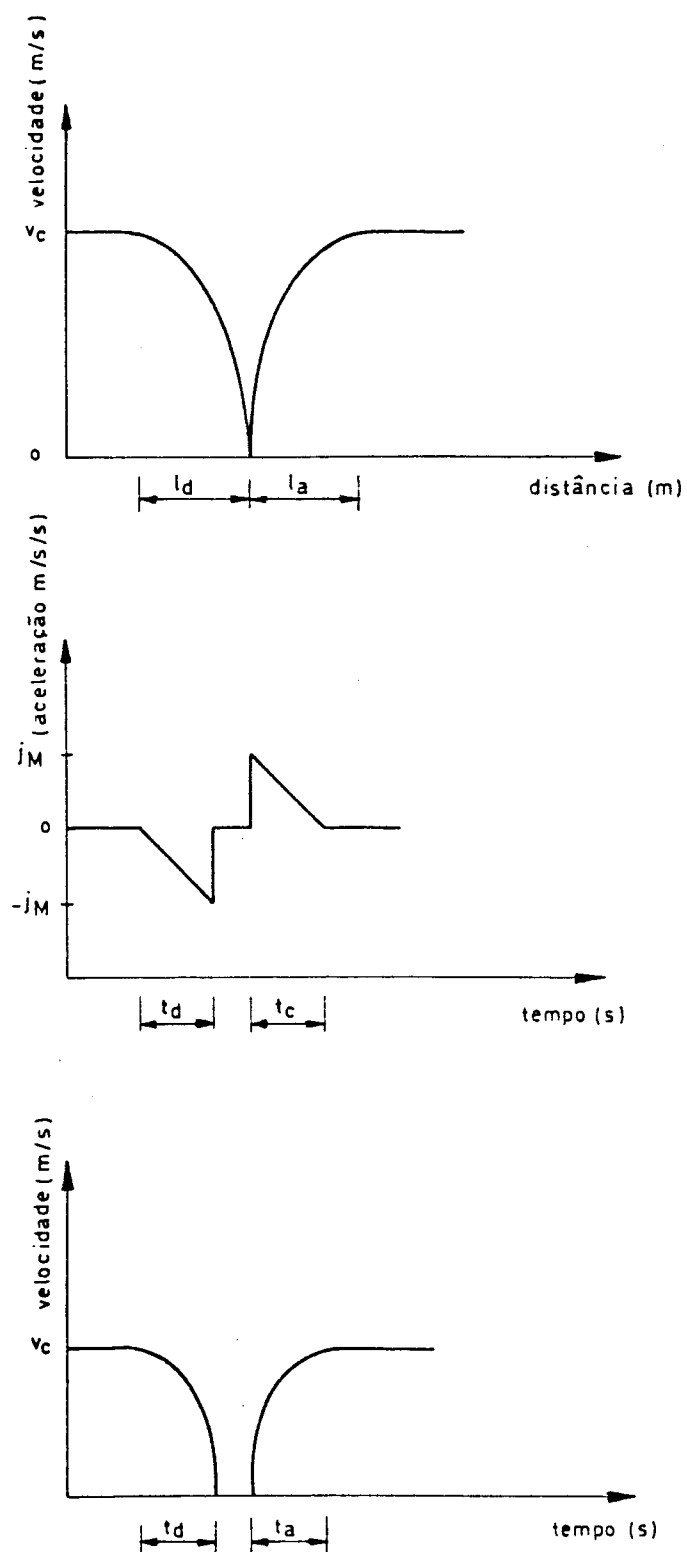


Fig. A.1 - Modelo de aceleração linear. Paragem completa

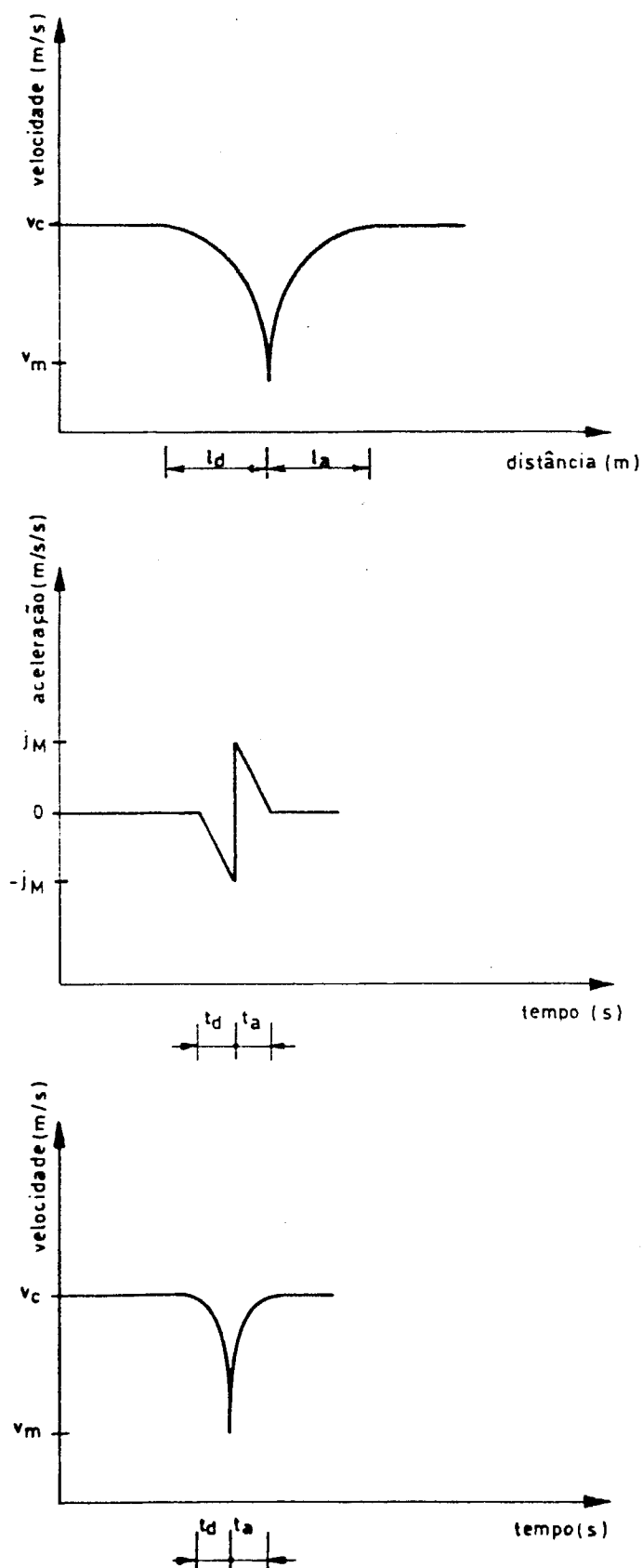


Fig. A.2 - Modelo de aceleração linear. Paragem incompleta

APÊNDICE B

DETERMINAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DOS COEFICIENTES DA EXPRESSÃO $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ APLICANDO O PRINCÍPIO DA MÁXIMA VEROSIMILHANÇA

O princípio da máxima verosimilhança consiste em, a partir de um conjunto de valores observados, determinar as estimativas dos coeficientes (parâmetros) referentes à população onde essa amostra foi recolhida, de forma a ser máxima a probabilidade de aqueles valores observados terem ocorrido.

Para isso define-se em função da amostra e dos coeficientes a função de verosimilhança, que representa a função densidade de probabilidade correspondente à amostra. Esta função é dada pelo produto das funções densidade de probabilidade associadas a cada valor da amostra, pois que se pretende determinar a probabilidade de ocorrência simultânea de cada um dos valores, sendo eles independentes.

No caso geral, designando por $L(x_1, x_2, \dots, x_n; a_0, a_1, \dots, a_m)$ a função de verosimilhança correspondente à amostra $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de tamanho n retirada de uma população caracterizada pelos parâmetros $a_0, a_1, \dots, a_m$ (isto é, a variável aleatória X tem uma função densidade de probabilidade dependente destes parâmetros), as estimativas de máxima verosimilhança dos parâmetros são os valores $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m$ que conduzem a:

$$\max L(x_1, x_2, \dots, x_n; a_0, a_1, \dots, a_m)$$

Frequentemente é preferível maximizar a função $\log L$, cujo máximo se atinge para os mesmos valores dos coeficientes que cor-

respondem à maximização de L , pois que a função logarítmica é monótona crescente.

Deste modo, as estimativas de máxima verosimilhança obtêm-se pela resolução do seguinte sistema:

$$\frac{\partial \text{Log } L(x_1, x_2, \dots, x_n; a_0, a_1, \dots, a_m)}{\partial a_i} = 0 \quad (\text{B.1})$$

No caso em estudo, pretende-se determinar as estimativas dos coeficientes duma função do tipo:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (\text{B.2})$$

em que a variável dependente y tem uma distribuição normal, sendo por definição

$$y = \text{Probit } (P) \quad (\text{B.3})$$

onde P representa a probabilidade da resposta ao estímulo ser do tipo $R=1$, e, portanto, $(1-P)$ é a probabilidade da resposta ser $R=0$.

O estímulo depende do valor das variáveis X_1 e X_2 , estando associado a cada indivíduo um determinado valor crítico do estímulo que vai condicionar a resposta.

Admitindo que se dispunha de uma amostra de tamanho N relativa às variáveis X_1 e X_2 , os respectivos pares de valores observados serão ordenados, a fim de facilitar os cálculos, de forma a que os primeiros N_1 pares de valores dizem respeito a respostas do estímulo do tipo $R=1$ e os restantes $(N-N_1)$ referem-se a $R=0$.

A função de verosimilhança é definida por:

$$L = \prod_{i=1}^{N_1} P_i \cdot \prod_{i=N_1+1}^N (1 - P_i) \quad (\text{B.4})$$

onde P_i representa a probabilidade de ocorrer $R=1$, para o indivíduo i , quando sujeito a um estímulo caracterizado pelo par de valores $(x_1)_i$ e $(x_2)_i$.

Por definição P_i é dado por:

$$P_i = \int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (\text{B.5})$$

onde

$$z_i = \frac{y_i - 5}{1} \quad (\text{B.6})$$

e

$$y_i = a_0 + a_1 (x_1)_i + a_2 (x_2)_i \quad (\text{B.7})$$

sendo $(x_1)_i$ e $(x_2)_i$ os pares de valores observados.

Substituindo (B.5) em (B.4) vem:

$$L = \prod_{i=1}^{N_1} \int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \cdot \prod_{i=N_1+1}^N \int_{z_i}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (\text{B.8})$$

Como a maximização de L dado por (B.8) envolve cálculos algébricos complexos, procede-se à logaritmização de L , resultando:

$$\log L = \sum_{i=1}^{N_1} \log \int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sum_{i=N_1+1}^N \log \int_{z_i}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (\text{B.9})$$

O máximo de $\log L$ obtém-se anulando as primeiras derivadas em relação aos parâmetros a estimar:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L}{\partial a_j} = & \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\left(\int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \right)'}{\int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz} + \\ & + \sum_{i=N_1+1}^N \frac{\left(\int_{z_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \right)'}{\int_{z_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz} = 0 \quad j = 0, 1, 2 \quad (\text{B.10}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L}{\partial a_j} = & \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z_i^2}{2}} \cdot \frac{\partial z_i}{\partial a_j}}{\int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz} - \\ & - \sum_{i=N_1+1}^N \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z_i^2}{2}} \cdot \frac{\partial z_i}{\partial a_j}}{\int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz} = 0 \quad j = 0, 1, 2 \quad (\text{B.11}) \end{aligned}$$

Obtém-se um sistema de 3 equações não lineares a 3 incógnitas. Para o resolver pode recorrer-se ao método iterativo de Newton-Raphson cuja expressão geral correspondente a uma das

iterações é:

$$A_j(a) + \sum_{\ell=0}^2 \Delta a_\ell \cdot \frac{\partial A_j}{\partial a_\ell}(a) = 0 \quad (\text{B.12})$$

sendo,

$$A_j = \frac{\partial \log L}{\partial a_j}$$

$a = (a_0, a_1, a_2)$ - vector relativo aos valores de partida da iteração

$A_j(a)$ - valor de A_j em a

$$\Delta a_\ell = a_\ell^* - a_\ell \quad \ell = 0, 1, 2$$

a_ℓ^* = novo valor para o coeficiente a_ℓ $\ell = 0, 1, 2$

$$\frac{\partial A_j}{\partial a_\ell}(a) - \text{valor de } \frac{\partial A_j}{\partial a_\ell} \text{ em } \underline{a}$$

O processo repete-se a partir dos novos valores $a^* = (a_0^*, a_1^*, a_2^*)$ encontrados até que as diferenças Δa_ℓ sejam desprezáveis.

Como valores iniciais poder-se-ão adoptar, por exemplo, $a_0 = a_1 = a_2 = 0$.

APÊNDICE C

DETERMINAÇÃO DA DISTÂNCIA DE PARAGEM

Segundo o Vocabulário de Estradas e Aeródromos a distância de paragem é a "distância percorrida por um veículo que se pretende parar o mais rapidamente possível, medida entre o ponto em que o condutor tem possibilidade de tomar consciência da necessidade de parar e o ponto de paragem".

A distância de paragem inclui, portanto, a distância percorrida durante o tempo de percepção-reacção e a distância percorrida durante o tempo de travagem.

Quanto ao tempo de percepção-reacção T_r corresponde ao tempo necessário para um condutor apreender e interpretar o estímulo exterior (neste caso trata-se do aparecimento do sinal amarelo) e ao tempo gasto em tomar a decisão e começar a actuar.

Para calcular a distância de travagem recorre-se ao Teorema das forças vivas que consiste em igualar a variação de força viva durante a fase de travagem, com o trabalho das forças exteriores aplicadas ao sistema durante o mesmo período.

Deste modo, desprezando a resistência ao movimento e a resistência ao ar, a distância de travagem numa rampa de inclinação i é dada por:

$$\frac{1}{2} \frac{P}{G} v^2 = P f d_t + P i d_t \quad (C.1)$$

onde,

$P[N]$ - peso do veículo

$G[m \cdot s^{-2}]$ - aceleração da gravidade

$d_t[m]$ - distância de travagem

$v[m \cdot s^{-1}]$ - velocidade do veículo

f - coeficiente de aderência longitudinal

i - inclinação da rampa (positiva a subir,
negativa a descer)

Neste caso é mais conveniente exprimir a equação (C.1) em função da aceleração (negativa) sofrida pelo veículo na fase de travagem. Para isso, considere-se ser j o valor da aceleração que permita que a travagem se faça em condições de comodidade para os ocupantes do veículo. Este valor corresponde a não se mobilizar integralmente a aderência.

Para um veículo de peso P , a aceleração j resultante de se aplicar um esforço frenante ($P \cdot f$) e a resistência devido à rampa ($P \cdot i$), pode ser obtida através de:

$$P \cdot f + P \cdot i = \frac{P}{G} j$$

ou

$$j = (f + i) G \quad (C.2)$$

Substituindo esta expressão em (C.1) resulta:

$$d_t = \frac{v^2}{2j} \quad (C.3)$$

Por vezes esta expressão tem o seguinte aspecto:

$$d_t = \frac{v^2}{2(j + G \cdot i)} \quad (C.4)$$

Esta última expressão resulta de se considerar que a aceleração diz respeito apenas ao esforço frenante.

É, no entanto, mais correcto calcular a distância de travagem utilizando a expressão (C.3), pois que quando se estabelecem limites para a aceleração de forma a obter-se uma travagem sem incomodidade, o que realmente deverá intervir é a aceleração global. Esta inclui não só a componente relativa ao esforço frenante, mas também a que resulta da inclinação da rampa.

A distância de paragem é dada por:

$$d_p = T_r \cdot v + \frac{v^2}{2j} \quad (C.5)$$

onde,

d_p [m] - distância de paragem

T_r [s] - tempo de percepção-reacção

v [m · s⁻¹] - velocidade do veículo

j [m · s⁻²] - aceleração média durante a travagem

APÊNDICE D

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR NA
REGULAÇÃO DOS SINAIS LUMINOSOS QUE
MAXIMIZAM A CAPACIDADE DUM CRUZAMENTO

Um dos métodos estudados no Capítulo 6 para a regulação dos sinais luminosos consiste no seguinte problema:

$$\text{Maximizar } Z = \mu + 0 \cdot \lambda_0 + 0 \cdot \lambda_1 + \dots + 0 \cdot \lambda_m \quad (\text{D.1})$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i > \mu \frac{q_j}{s_j p_j} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{D.2})$$

$$\lambda_i \geq g_i \min \frac{\lambda_0}{L} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{D.3})$$

$$\lambda_0 \geq \frac{L}{C_M} \text{ (ou } \lambda_0 = \frac{L}{C_S} \text{)} \quad (\text{D.4})$$

$$\sum_{i=0}^m \lambda_i = 1 \quad (\text{D.5})$$

Sendo todas as equações de (D.1) a (D.5) lineares é especialmente indicado aplicar o método da programação linear para resolver este problema.

Para tal, começa-se por transformar as restrições funcionais de desigualdade em restrições equivalentes de igualdade através da introdução de variáveis de desvio, reduzindo o problema à seguinte forma estandardizada:

$$\text{Maximizar } Z = \mu + 0 \cdot \lambda_0 + 0 \cdot \lambda_1 + \dots + 0 \cdot \lambda_m \quad (\text{D.6})$$

$$\text{Sujeito a } \frac{q_j}{s_j p_j} \mu - \sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i + \alpha_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{D.7})$$

$$g_i \min \frac{\lambda_0}{L} - \lambda_i + \beta_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{D.8})$$

$$\frac{L}{C_M} - \lambda_0 + \gamma = 0 \quad (\text{ou} \quad \frac{L}{C_S} - \lambda_0 = 0) \quad (D.9)$$

$$\sum_{i=0}^m \lambda_i - 1 = 0 \quad (D.10)$$

em que α_j , γ , β_i são as variáveis de desvio.

Deste modo o problema de Programação Linear apresenta as seguintes características:

número de restrições - $m + 2$

número de variáveis de decisão - $m + 2$

número de variáveis de desvio - $m + n + 1$

número de variáveis total - $2m + n + 3$

Qualquer solução básica admissível não degenerada será constituída por $(m+n+2)$ variáveis básicas positivas e $(n+1)$ variáveis não básicas nulas.

Para uma interpretação mais completa dos resultados obtidos, recorre-se à formulação do respectivo problema dual definido do seguinte modo:

$$\text{Min } W = - \frac{L}{C_M} u_{m+n+1} + u_{m+n+2} \quad (D.11)$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^n \frac{g_j}{s_j p_j} u_j \geq 1 \quad (D.12)$$

$$- \sum_{j=1}^n a_{0j} u_j + \sum_{i=1}^m \frac{g_i^{\min}}{L} u_{n+1} - u_{m+n+1} + u_{m+n+2} \geq 0 \quad (D.13)$$

$$- \sum_{j=1}^n a_{ij} u_j - u_{n+i} + u_{m+n+2} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (D.14)$$

onde $u_1, u_2, \dots, u_{m+n+2}$ são as variáveis duais correspondentes a cada uma das restrições. Estas variáveis são importantes para a interpretação dos resultados, pois representam o impacto na função objectivo devido à variação marginal dos recursos disponíveis, que neste caso são o débito de chegadas q_j , o débito de saturação s_j , o tempo de verde útil mínimo g_i e a duração máxima do ciclo C_M .

Uma propriedade importante que permite relacionar as soluções óptimas de qualquer par de problemas duais é designada por propriedade dos Desvios Complementares, que pode ser enunciada do seguinte modo:

"Se uma variável do primal (problema original) é positiva, então a correspondente variável desvio do dual é nula; se uma variável do dual é positiva, então a correspondente variável desvio do primal é nula".

Se ambas as variáveis forem nulas o problema tem duas soluções óptimas alternativas.

A propriedade dos Desvios Complementares aplicado a este caso concreto conduz ao seguinte:

a) Sendo as variáveis principais do primal, em geral, positivas, então as variáveis desvio do dual são nulas e, portanto, as restrições do dual são igualdades.

$$b) \quad u_j \cdot \alpha_j = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (D.15)$$

$$u_{n+i} \cdot \beta_i = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (D.16)$$

$$u_{n+m+1} \cdot \gamma = 0 \quad (D.17)$$

Em que α_j , β_i e γ são as variáveis desvio do primal e u_j , u_{n+i} , u_{n+m+1} , são as correspondentes variáveis do dual.

Resolvido o problema de programação linear através da aplicação do método de SIMPLEX, a interpretação da propriedade dos Desvios Complementares conduz às seguintes conclusões:

$$a) \alpha_j = 0; u_j > 0 \quad j = 1, \dots, n$$

A capacidade prática do cruzamento é determinada pela capacidade prática da entrada afecta à corrente de tráfego j .

O aumento desta capacidade é possível se for aumentado o débito de saturação s_j e/ou o grau de saturação máximo aceitável p_j .

A variável dual u_j pode ser utilizada para quantificar o aumento que é possível obter por alterações operadas naqueles parâmetros. Assim, demonstra-se que um aumento de δ_j no produto $p_j \cdot s_j$, origina para o valor máximo obtido μ^* , um aumento de Δu dado por:

$$\Delta u = \frac{\mu^* u_j \cdot \delta_j q_j}{p_j s_j (\delta_j + p_j s_j) - q_j \delta_j u_j} \quad (D.18)$$

$$b) \alpha_j > 0; u_j = 0 \quad j = 1, \dots, n$$

Neste caso a capacidade prática do cruzamento é atingida antes da capacidade prática da entrada j .

Definida a solução óptima $(\mu^*, \lambda_0^*, \lambda_1^*, \dots, \lambda_m^*)$ a restrição de ordem j referente à capacidade é dada por:

$$\frac{q_j}{s_j p_j} \mu^* - \sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i^* + \alpha_j = 0 \quad (D.19)$$

isto é

$$\left(\mu^* + \frac{\alpha_j s_j p_j}{q_j} \right) \frac{q_j}{s_j p_j} - \sum_{i=0}^m a_{ij} \lambda_i^* = 0 \quad (D.20)$$

o que significa que a entrada j ainda poderia escoar, em condições aceitáveis, um débito de $\alpha_j s_j p_j$ para além da capacidade prática do cruzamento.

$$c) \quad \beta_i = 0 ; \quad u_{n+i} > 0 \quad i = 1, \dots, m$$

O tempo de verde útil da fase i coincide com o tempo de verde mínimo dessa fase.

A variável dual u_{n+i} pode ser utilizada para determinar o aumento Δu em μ^* verificado por uma redução δ_i da duração mínima de verde útil da fase i :

$$\Delta u = \frac{u_{n+i} \cdot \delta_i \cdot \lambda_i^*}{\min_{g_i}} \quad (D.21)$$

$$d) \quad \beta_i > 0 ; \quad u_{n+i} = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

Atendendo ao significado da variável desvio β_i , o produto $\beta_i \cdot C$, sendo C a duração do ciclo, corresponde ao tempo de verde útil destinado à fase i na solução óptima, que excede o respectivo tempo de verde mínimo.

$$e) \quad \gamma = 0 ; \quad u_{m+n+1} > 0$$

Na grande maioria dos problemas práticos a solução ótima atinge-se para uma duração do ciclo igual ao valor máximo admitido.

A variável dual u_{m+n+1} permite determinar o aumento de μ^* por um aumento δ no valor da duração do ciclo.

$$\Delta u = \frac{L \delta u_{m+n+1}}{C_M (C_M + \delta)} \quad (D.22)$$

$$f) \quad \gamma > 0 ; u_{m+n+1} = 0$$

Como se referiu é raro acontecer este caso, em que a duração do ciclo correspondente à solução ótima é superior ao valor máximo fixado.

Para fixar um novo valor $\underline{C}'$ para o limite da duração do ciclo que iguale a duração do ciclo determinado pela solução ótima é necessário que:

$$\frac{L}{C'} - \lambda_0^* = 0$$

E atendendo à restrição (D.9), dado por:

$$\frac{L}{C_M} - \lambda_0^* + \gamma = 0$$

resulta

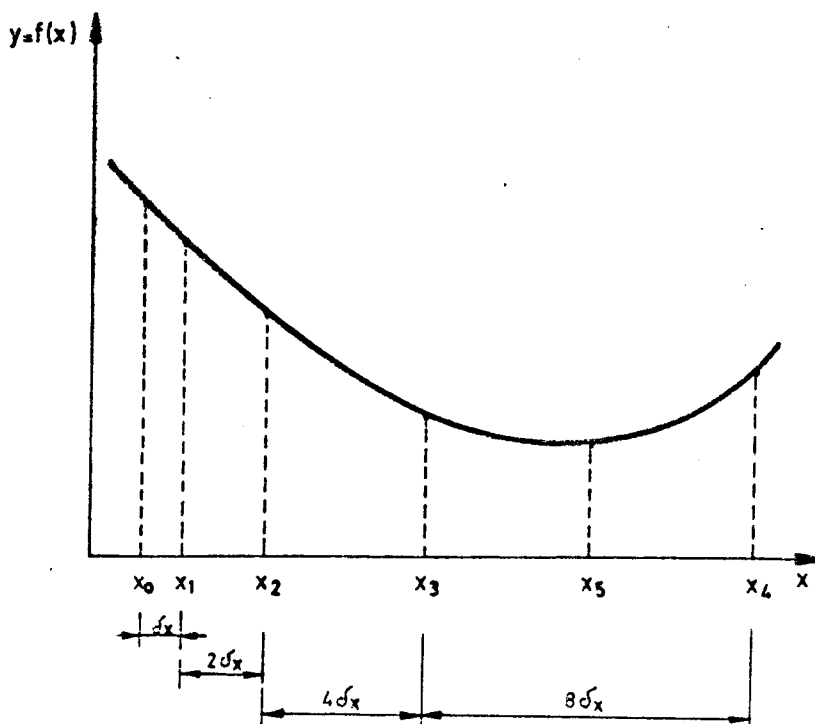
$$C' = \frac{C_M \cdot L}{\gamma \cdot C_M + L} \quad (D.23)$$

APÊNDICE E

OPTIMIZAÇÃO DE UM PROBLEMA SEM RESTRIÇÕES
PELO MÉTODO DE DAVIES, SWANN E CAMPEY

Este algoritmo é basicamente um método directo de optimização (maximização ou minimização) aplicável a funções de uma só variável, cujos valores calcula em diversos pontos e compara, mas também recorre a uma aproximação analítica da função objectivo. Deve aplicar-se a um domínio em que a referida função a otimizar seja unimodal, isto é, não apresente pontos de máximo ou de mínimo relativo para além do ponto extremo procurado.

Em cada uma das iterações necessárias ao estabelecimento do valor da variável independente que conduz ao máximo ou mínimo da função são escolhidos, por tentativas, três pontos igualmente espaçados e que enquadram seguramente esse ponto. Em seguida, considera-se uma função quadrática que aproxima a função em estudo,



tomando valores idênticos aos desta nos três pontos anteriormente escolhidos. Determina-se então analiticamente o ponto de máximo ou mínimo da função quadrática, o qual representará o ponto pretendido no fim desta iteração.

Para maior comodidade, na exposição detalhada do método, que se segue, considera-se apenas o caso da minimização de uma função.

No caso de se pretender antes maximizar a função, há que fazer pequenas modificações nas expressões a utilizar, mas o raciocínio seguido deve ser análogo ao apresentado.

A inicialização do método faz-se calculando o valor da função $f(x)$ no ponto x_0 e num ponto x_1 que dista deste uma pequena quantidade δx .

Comparando os dois valores obtidos pode saber-se em que sentido deve procurar-se o mínimo. No caso da figura, como $f(x) > f(x + \delta x)$, o mínimo ficará situado para a direita de x_0 .

Calcula-se então o valor da função em pontos que distam do anterior quantidades sucessivamente duplas da anterior ($x_2, x_3, x_4, \dots$), parando este processo logo que a função tome um valor maior que aquele que tinha no ponto anterior. Nessa altura o mínimo da função estará contido entre os três últimos pontos avaliados, uma vez que a função é, por hipótese, unimodal. No caso da figura teremos que

$$x_0 + 3\delta < x_{\min} < x_0 + 15\delta$$

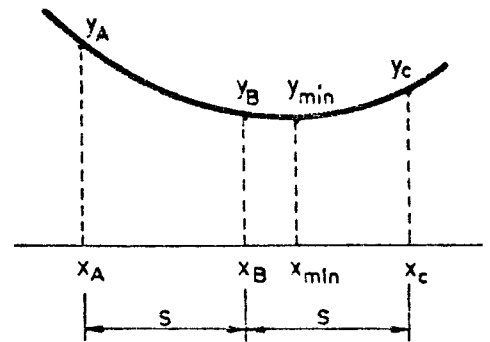
É então introduzido um novo ponto (x_5) que vai dividir em duas partes iguais o último intervalo, passando portanto a existir quatro pontos igualmente espaçados em torno do mínimo procurado.

A fase seguinte consiste em substituir a função objectivo

por uma função quadrática, de tipo $ax^2 + bx + c = y$, que a aproxime. Como bastam três pontos para determinar os coeficientes da função quadrática, será desprezado um dos pontos extremos de entre os quatro disponíveis em torno do mínimo. Deve desprezar-se o extremo que está mais afastado do ponto em que a função apresenta o valor mais baixo. No caso que serve de exemplo seriam reitados os pontos x_3 , x_4 e x_5 .

Se se tratasse realmente de uma função quadrática, a abscissa do ponto de mínimo seria dada pela seguinte expressão, que em relação à verdadeira função a minimizar tem apenas um carácter aproximado:

$$x_{\min} = x_B + \frac{S \cdot (y_A - y_C)}{2 \cdot (y_C - 2 y_B + y_A)} \quad (*)$$



(*) NOTA: Para se obter esta expressão partindo da função de tipo $y = ax^2 + bx + c$ deriva-se esta e iguala-se a zero a função derivada obtida o que conduz a

$$x_{\min} = -\frac{b}{2a}$$

Os coeficientes a , b e c são determinados pela resolução de um sistema de três equações em que aqueles coeficientes constituem as incógnitas:

$$\begin{cases} f(x_A) = y_A = ax_A^2 + bx_A + c \\ f(x_B) = y_B = ax_B^2 + bx_B + c \\ f(x_C) = y_C = ax_C^2 + bx_C + c \end{cases}$$

Como resultado da resolução deste sistema podem-se escrever as expressões:

$$a = \frac{y_C - 2 y_B + y_A}{2 \cdot S^2}$$

$$b = \frac{y_C - y_A}{2 \cdot S} - 2 \cdot x_B \cdot a$$

pelo que, substituindo na expressão de $x_{\min}$, teremos:

$$x_{\min} = x_B + \frac{S \cdot (y_A - y_C)}{2 \cdot (y_C - 2 y_B + y_A)}$$

onde y_A , y_B e y_C são os valores tomados pela função em três pontos separados por uma diferença de abcissas igual a $\underline{S}$.

O valor de $x_{\min}$ encontrado, resultado da iteração anterior, é tomado agora como valor inicial (x'_0) da iteração que se vai seguir, repetindo-se então todo o procedimento exposto, mas com um intervalo de busca ($\delta'x$) reduzido de um factor apropriado.

O processo iterativo terminará quando o intervalo definido pelos três pontos que enquadram o mínimo descer abaixo de um valor imposto como limite e que traduz a precisão requerida para o valor final a obter.

APÊNDICE F

OPTIMIZAÇÃO DE UM PROBLEMA COM RESTRIÇÕES
PELO MÉTODO DE HOOKE E JEEVES
ASSOCIADO AO MÉTODO DAS PENALIDADES

Em geral a otimização de um problema com restrições obtém-se transformando este num problema sem restrições de forma a que as respectivas soluções óptimas sejam coincidentes.

Considere-se o seguinte problema

$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{F.1})$$

$$\text{Sujeito a } g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (\text{F.2})$$

No método das penalidades é definida uma função auxiliar $H(x_1, x_2, \dots, x_n, r)$ que reúne a função objectivo e as restrições, do seguinte modo:

$$H(x_1, x_2, \dots, x_n, r) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + r \cdot P(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{F.3})$$

em que $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é designada por função penalidade, sendo dada, normalmente, por:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^m \left\{ \max[0, g_j(x_1, x_2, \dots, x_n)] \right\}^2 \quad (\text{F.4})$$

Analisando a expressão (F.4) e tendo em conta o sentido das restrições (F.2), a função penalidade é nula sempre que se estiver em presença de uma solução possível, isto é, que satisfaça as restrições (F.2).

Um valor mínimo para a função auxiliar $H(x_1, x_2, \dots, x_n, r)$ determina-se fixando um valor para $\underline{r}$.

Se a solução for possível é ótima, uma vez que atendendo ao referido anteriormente as funções $\underline{f}$ e $\underline{H}$ coincidem.

Se a solução não for possível, então, pode-se provar que adoptando uma sequência $\{ r_K \}$ crescente de números positivos para $\underline{r}$, os sucessivos mínimos que forem encontrados da função $\underline{H}$, são crescentes convergindo para a solução ótima.

Designando por $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ o vector das variáveis independentes, o valor mínimo da função auxiliar $H(\vec{X}, r_K)$, correspondente à iteração da ordem $\underline{K}$ é representado por $\vec{X}_K^*$.

Atendendo à definição da função auxiliar dada em (F.3) vem:

$$H(\vec{X}_{K+1}^*, r_{K+1}) = f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_{K+1} \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \quad (F.5)$$

Por outro lado uma vez que a sequência $\{ r_K \}$ é crescente, tem-se:

$$f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_{K+1} \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \geq f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_K \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \quad (F.6)$$

Relacionando (F.5) e (F.6) resulta:

$$H(\vec{X}_{K+1}^*, r_{K+1}) \geq f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_K \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \quad (F.7)$$

Se $\vec{X}_K^*$ é o número de $H(\vec{X}, r_K)$ da K -ésima iteração então:

$$H(\vec{X}_{K+1}^*, r_K) \geq H(\vec{X}_K^*, r_K) \quad (F.8)$$

Recorrendo à definição de $H(\vec{X}, r_K)$ é:

$$H(\vec{X}_{K+1}^*, r_K) = f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_K \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \quad (F.9)$$

Combinando os resultados dados por (F.7), (7.8) e (7.9) vem:

$$H(\vec{X}_{K+1}^*, r_{K+1}) \geq H(\vec{X}_K^*, r_K) \quad (F.10)$$

A igualdade (F.10) prova que os valores óptimos da função auxiliar crescem à medida que r_K tende para infinito.

Por outro lado, se $\vec{X}_{K+1}^*$ for o número de $H(\vec{X}, r_{K+1})$ vem:

$$H(\vec{X}_{K+1}^*, r_{K+1}) \leq H(\vec{X}_K^*, r_{K+1}) \quad (F.11)$$

Aplicando a definição da função auxiliar a (F.11) e (F.8) obtém-se:

$$f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_{K+1} \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \leq f(\vec{X}_K^*) + r_{K+1} \cdot P(\vec{X}_K^*) \quad (F.12)$$

$$f(\vec{X}_K^*) + r_K \cdot P(\vec{X}_K^*) \leq f(\vec{X}_{K+1}^*) + r_K \cdot P(\vec{X}_{K+1}^*) \quad (F.13)$$

Somando membro a membro as igualdades (F.12) e (F.13) resulta:

$$(r_{K+1} - r_K) P(\vec{X}_{K+1}^*) \leq (r_{K+1} - r_K) P(\vec{X}_K^*) \quad (F.14)$$

Sendo $r_{K+1} - r_K \geq 0$, vem

$$P(\vec{X}_{K+1}^*) \leq P(\vec{X}_K^*) \quad (F.15)$$

Isto é, o valor da função penalidade no ponto ótimo provisório vai decrescendo, tendendo para zero à medida que r_K tende para infinito, o que demonstra a convergência do processo.

Multiplicando por r_K ambos os membros da expressão (F.15) vem:

$$r_K P(\vec{X}_{K+1}^*) \leq r_K P(\vec{X}_K^*) \quad (F.16)$$

Subtraindo membro a membro a expressão (F.16) da expressão (F.13) resulta:

$$f(\vec{X}_K^*) \leq f(\vec{X}_{K+1}^*) \quad (F.17)$$

A desigualdade (F.17) prova que a busca da solução ótima processa-se externamente à região viável, pois que se $\vec{X}_K^*$ e $\vec{X}_{K+1}^*$ estivessem localizados dentro da região viável, as soluções ótimas provisórias cresceriam, conduzindo a resultados sempre piores.

Em particular se for $\vec{X}^*$ a solução ótima final, que ocorre quando $r_K \rightarrow \infty$ e $P(\vec{X}^*) \rightarrow 0$, então:

$$f(\vec{X}^*) = H(\vec{X}^*, r_K) = f(\vec{X}^*) + r_K P(\vec{X}^*) \quad (F.18)$$

Se for $\vec{X}_K^*$ o mínimo de $H(\vec{X}, r_K)$ vem:

$$H(\vec{X}_K^*, r_K) \leq H(\vec{X}^*, r_K) \quad (F.19)$$

donde, combinando (F.18) com (F.19):

$$f(\vec{X}^*) \geq H(\vec{X}_K^*, r_K) \quad (F.20)$$

Por outro lado, por definição

$$H(\vec{X}_K^*, r_K) \geq f(\vec{X}_K^*) \quad (F.21)$$

resultando

$$f(\vec{X}^*) \geq H(\vec{X}_K^*, r_K) \geq f(\vec{X}_K^*) \quad (F.22)$$

O que prova que os sucessivos óptimos em cada iteração vão crescendo convergindo para a solução óptima final.

Para determinar o valor mínimo da função auxiliar $H(\vec{X})$ recorreu-se ao método de Hooke e Jeeves. Trata-se de um método de busca directa em que a escolha da direcção de busca mais vantajosa é simples.

Começa-se por definir um passo h_i para cada variável independente que, em geral, é proporcional ao intervalo de variação da variável, isto é:

$$h_i = \frac{\max_{X_i} - \min_{X_i}}{D_0} \quad (F.23)$$

sendo $\max_{X_i}$ e $\min_{X_i}$ os limites superior e inferior da variável independente X_i e D_0 é o passo inicial expresso como uma fracção do intervalo de busca das variáveis independentes.

O método compreende uma sequência de movimentos exploratórios em torno de um ponto e movimentos direccionais. Se um movimento exploratório tiver conduzido a um decréscimo da função objectivo é um sucesso; caso contrário é um insucesso. Nos movimentos direccionais não é testado se há sucesso ou insucesso.

Seja $\vec{X}_0$ o ponto inicial e $\vec{e}_i$ os vectores unitários dos eixos. O objectivo da busca exploratória é obter informação acerca do comportamento da função objectivo na vizinhança deste ponto, para que se adopta o seguinte procedimento:

a) Calcular o valor da função no ponto provisório $f(\vec{X}_0 + h_1 \vec{e}_1)$ e comparar com $f(\vec{X}_0)$. Se o movimento de $\vec{X}_0$ para $\vec{X}_0 + h_1 \vec{e}_1$ constitui um sucesso o ponto $\vec{X}_0$ passa a ser substituído por $\vec{X}_0 + h_1 \vec{e}_1$. Se for insucesso, actua-se no sentido inverso, isto é, calcula-se $f(\vec{X}_0 - h_1 \vec{e}_1)$. Se este movimento constituir um sucesso substitui-se $\vec{X}_0$ por $\vec{X}_0 - h_1 \vec{e}_1$. Se resultar outro insucesso, então, mantém-se o ponto $\vec{X}_0$.

b) O procedimento referido em a) é repetido para todas as variáveis independentes, utilizando incrementos iguais a $h_1 \vec{e}_i$, até se alcançar um novo ponto $\vec{X}_1$ depois de se ter obtido, no máximo, $(2n + 1)$ valores da função objectivo, incluindo o próprio $f(\vec{X}_0)$.

c) Se tiver sido alcançado um novo ponto diferente do anterior, passa-se à movimentação direccional. Caso contrário ($\vec{X}_1 \equiv \vec{X}_0$), isto é, a busca exploratória foi esgotada sem se ter encontrado um ponto melhor, procede-se à redução do passo relativo a cada variável, através da seguinte relação, que constitui uma generalização de (F.23):

$$h_i = \left(\begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} (X_i - X_i) \right) \frac{D_{K-1}}{\alpha} \quad (\text{F.24})$$

em que α é uma constante positiva, maior do que a unidade. Fazendo $\alpha = 2$, o incremento passa a ser metade do anterior.

Reduzido o passo, repete-se o conjunto de operações anteriores até se obter um novo ponto ou, então, o processo termina por não ser possível continuar a reduzir o passo, porque se atingiu um determinado limite previamente fixado.

A movimentação direccional consiste em definir um novo ponto, tentando acelerar o processo de busca ao escolher a direcção mais favorável a partir da informação disponível acerca do comportamento da função objectivo. Neste sentido, parece aconselhável efectuar-se a partir de $\vec{X}_1$ na direcção definida por $\vec{X}_1$ e $\vec{X}_0$, uma vez que foi observado que nesta direcção há uma diminuição da função objectivo. Obtém-se, assim, um novo ponto $\vec{Y}_1$ definido por:

$$\vec{Y}_1 = \vec{X}_0 + 2(\vec{X}_1 - \vec{X}_0) = 2 \vec{X}_1 - \vec{X}_0 \quad (\text{F.25})$$

O novo ponto para se reiniciar todo o processo desde a busca exploratória, é $\vec{Y}_1$ ou $\vec{X}_1$ conforme for o menor valor da função objectivo calculada nesses pontos.

Esta sequência de movimentos exploratórios e direccionais termina quando se atingir um valor para $\frac{D_{K-1}}{\alpha}$ inferior à precisão desejada e a busca exploratória não haver conduzido a uma redução da função objectivo.

Neste método os movimentos exploratórios fazem-se segundo os eixos e os movimentos direccionais na direcção definida pelos pontos $\vec{X}_1$ e $\vec{X}_0$.

Se durante o processo acontecer que um ponto fique localizado fora do intervalo de variação das variáveis independentes,

deve adoptar-se o seguinte procedimento:

a) No movimento exploratório o passo referente à variável cujo intervalo de variação não foi respeitado será sucessivamente reduzido até o ponto estar contido nesse intervalo.

b) No movimento direccional, quando $\vec{Y}_1$ se situar fora da região faz-se:

$$\vec{Y}_1^{(j)} = \vec{X}_0 + \left(1 + \frac{1}{\beta_j}\right) (\vec{X}_1 - \vec{X}_0) \quad (\text{F.26})$$

com $\beta_j = 2 \beta_{j-1}$, até que $\vec{Y}_1^{(j)}$ se encontra na região viável.





FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000005822

