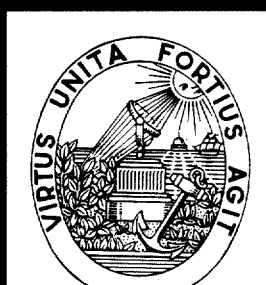


UNIVERSIDADE DO PORTO
FACULDADE DE ENGENHARIA

Estudos de Fluxo de Potências Impreciso
Considerando Dependências
Entre Injecções Nodais

Ana Maria Rosas de Oliveira da Rocha

Porto, Setembro de 1998



FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

**Estudos de Fluxo de Potências Impreciso
Considerando Dependências
entre Injecções Nodais**

Ana Maria Rosas de Oliveira da Rocha

Licenciada em Matemática pela Universidade Portucalense
Infante D. Henrique

Dissertação submetida para satisfação parcial dos
Requisitos do grau de mestre

em

Engenharia Electrotécnica e de Computadores
(Área de especialização de Sistemas de Energia)

Dissertação realizada sob a supervisão do
Professor Doutor João Paulo Tomé Saraiva
do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

621.3(043)Roca/ES

UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA 7
N.º 43715
CDU _____
Data ____/____/19____

Porto, Setembro de 1998

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor João Paulo Tomé Saraiva pela superior orientação científica e suprema orientação intelectual, que propôs e orientou este trabalho, e por todo o seu apoio e estima.

Ao Professor Doutor Raul Fernando Moreira Vidal pela motivação e apoio demonstrado.

À minha família pela compreensão, encorajamento e ajuda, que sempre me dispensaram.

Agradeço, também, de um modo geral, a todos aqueles que, através das suas sugestões, dúvidas e críticas me ajudaram na elaboração deste trabalho.

A autora

RESUMO

Os estudos de fluxo de potências sempre assumiram uma importância muito particular no planeamento e exploração de sistemas eléctricos. Os modelos iniciais possuíam uma natureza determinística tendo-se chegado posteriormente à conclusão de que era importante reflectir incertezas normalmente associadas ao planeamento de redes eléctricas neste tipo de estudos. Surgiram, desta forma, diversos modelos de índole probabilística. Em anos mais recentes o advento de pequenos aproveitamentos privados geralmente ligados a redes de média tensão, a liberalização da propriedade de centrais eléctricas com maior valor de potência instalada e o ambiente tendente à reestruturação do sector eléctrico - já implementado em diversos países - têm originado novos tipos de incertezas que se torna importante integrar também em estudos de fluxo de potências. Por outro lado, em diversas situações é importante modelizar matematicamente conhecimentos de ordem qualitativa expressos através de proposições da linguagem natural ou representar de forma adequada fenómenos muito complexos ou em relação aos quais não existe informação que os permita caracterizar de forma completa. Os conjuntos imprecisos surgem assim como a ferramenta natural para lidar com este tipo de situações.

Neste trabalho, os conjuntos imprecisos e, mais em particular, os números imprecisos são utilizados de forma intensa para modelizar potências activas ou reactivas especificadas apresentando-se a formulação DC e AC do problema de fluxo de potências. Estas formulações permitem reflectir nos resultados estas imprecisões. Como se pode verificar no texto, estes modelos estão associados a problemas de programação linear.

Por forma a tornar estes modelos mais próximos da realidade foram desenvolvidos modelos matemáticos que permitem integrar limites de potência activa ou reactiva produzida em diversos barramentos. A integração desta informação pode ser interpretada como estando associada à incorporação de novas restrições nos modelos lineares anteriores. Assim, a integração destes limites origina uma fase correctiva final na resolução do problema de fluxo de cargas que, em geral, reduz a amplitude dos números imprecisos que representam os resultados.

Por outro lado, o utilizador dispõe ainda da possibilidade de integrar informação acerca de dependências entre potências activas ou entre reactivas. De novo, esta informação é tratada na fase correctiva final, originando novas reduções da amplitude dos resultados.

A finalizar, o trabalho apresenta os resultados de um conjunto de simulações realizadas utilizando a rede teste de 24 barramentos / 38 ramos do IEEE por forma a ilustrar a aplicação das formulações desenvolvidas.

ABSTRACT

The studies on power flow have always been of utmost importance for the planning and operation of electrical systems. The initial models were of a deterministic nature, the conclusion having been lately reached that it was important to reflect uncertainties commonly associated with the planning of electrical networks in this kind of studies. As a result, several models of probabilistic nature appeared. In more recent years, the appearance of small private projects usually related to networks of medium voltage, as well as the liberalisation of the property of power stations with a higher amount of installed power and the tend to restructure the electricity sector – already in performed several countries – have given rise to new types of uncertainties, which must also be integrated in the studies on power flow. On the other hand, in multiple situations it is essential to create mathematical models which integrate knowledge of a qualitative kind expressed through propositions of the natural language, or to represent adequately very complex phenomena in relation to which there is no information available for them to be characterised in a complete way. Thus, fuzzy sets appear to be a natural tool to deal with this kind of situations.

Throughout this work, fuzzy sets, and more particularly fuzzy numbers, will be used intensively to model specified active or reactive powers, the DC and AC formulations of the problem of power flow being thus presented. These formulations allow us to reflect this uncertainty in the results. As one can apprehend from the text, such models are associated with linear programming problems.

In order to make these models closer to reality, some mathematical models were developed which allow the integration of limits of active or reactive power generated in several buses. The integration of this information may be interpreted as being associated with the introduction of new constraints relating to the previous linear models. Thus, the integration of these limits gives birth to a final corrective phase in the solution of the problem of power flow which, in general, reduces the range of fuzzy numbers representing the results.

On the other hand, the user has the possibility to integrate information about dependencies between active or between reactive powers. Once more, this information is dealt with in the final corrective phase, allowing for further reductions in the range of the results.

Lastly, this work will present the results of a set of simulations performed using IEEE's test network of 24 buses/38 branches, in order to illustrate the application of the developed formulations.

SOMMAIRE

Les études concernant le flux de puissances ont toujours eu une importance très particulière dans le planning et l'exploitation des systèmes électriques. Les premiers modèles avaient une nature déterministique, et l'on a vite conclu qu'il était essentiel de refléter, dans ce type d'étude, les incertitudes normalement associées au planning des réseaux électriques. Ainsi, plusieurs modèles de caractère probabilistique sont nés. Plus récemment, l'apparition de petits projets privés dont l'activité est normalement liée à des réseaux de moyenne tension, aussi bien que la libéralisation de la propriété des centrales électriques ayant une puissance installée supérieure et la tendance toujours croissante pour la restructuration du secteur de l'électricité – déjà en marche dans plusieurs pays – ont donné naissance à des types nouveaux d'incertitudes, qu'il est important d'intégrer aussi dans les études de flux de puissances. D'un autre côté, il est souvent convenable de modéliser en termes mathématiques les connaissances d'ordre quantitative exprimées à travers les propositions du langage naturel, ou bien de représenter d'une façon convenable des phénomènes assez complexes ou par rapport auxquels l'on n'a aucune information nous permettant de les caractériser de façon complète. Les sous ensembles flous se présentent, donc, comme l'outil naturel pour traiter ce type de situations.

Tout au long de ce travail, les sous ensembles flous, et plus particulièrement les numéros flous, seront employés d'une façon intense afin de modéliser les puissances actives ou réactives spécifiées, et l'on présentera la formulation DC et AC du problème du flux de puissances. Ces formulations permettent de refléter ces imprécisions dans les résultats. Ces modèles sont associés à des problèmes de programmation linéaire, comme l'on pourra d'ailleurs lire dans le texte.

Afin de rendre ces modèles plus proches de la réalité, des modèles mathématiques ont été développés, qui permettent d'intégrer les limites des puissances actives ou réactives produites dans plusieurs bus. L'intégration de cette information peut être interprétée comme étant associée à l'incorporation de nouvelles restrictions aux modèles linéaires précédents. Ainsi, l'intégration de ces limites donne lieu à une phase corrective finale dans la résolution du problème du flux de puissances, qui, en général, réduit l'amplitude des numéros flous représentant les résultats.

D'un autre côté, l'utilisateur a encore la possibilité d'intégrer de l'information concernant des dépendances entre les puissances actives ou réactives. Une fois de plus, cette information est traitée dans la phase corrective finale, engageant encore des réductions dans l'amplitude des résultats.

Finalement, le travail montre les résultats d'un ensemble de simulations réalisées en employant le réseau test de 24 bus/38 branchements du IEEE, de façon à illustrer l'emploi des formulations développées.

INDICE

1. INTRODUÇÃO E POSICIONAMENTO DO PROBLEMA	1
1.1. POSICIONAMENTO DO PROBLEMA.....	1
1.2. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	2
2. ASPECTOS RELATIVOS À TEORIA DOS CONJUNTOS IMPRECISOS	3
2.1. ASPECTOS GERAIS.....	3
2.2. TEORIA DOS CONJUNTOS IMPRECISOS	3
2.3. OPERAÇÕES BÁSICAS	5
2.4. PRINCÍPIO DA EXTENSÃO.....	10
2.5. NÚMEROS IMPRECISOS	11
2.5.1. Definições.....	11
2.5.2. Operações Aritméticas com Números Imprecisos.....	13
2.6. OPERAÇÕES ARITMÉTICAS SOBRE NÚMEROS IMPRECISOS TRAPEZOIDAIS	18
2.7. EQUAÇÕES LINEARES COM COEFICIENTES IMPRECISOS.....	24
2.8. BREVE DESCRIÇÃO DE ALGUMAS APLICAÇÕES COM CONJUNTOS IMPRECISOS.....	25
2.8.1. Aplicação a Problemas de Agrupamento.....	26
2.8.2. Programação Linear Imprecisa	30
3. MODELOS DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIAS	33
3.1. ASPECTOS GERAIS.....	33
3.2. MODELOS DETERMINÍSTICOS	33
3.2.1. Formulação do Problema.....	33
3.2.2. Método Gauss-Seidel.....	35
3.2.3. Método Newton-Raphson.....	36
3.2.3.1. Descrição Geral.....	36
3.2.3.2. Aplicação ao Problema de Fluxo de Potências.....	38
3.2.4. Método de Desacoplamento.....	43
3.2.5. Modelo DC.....	45
3.3. MODELOS PROBABILÍSTICOS	48
3.3.1. Aspectos Gerais.....	48
3.3.2. Modelo DC Utilizando Convolução.....	48
3.3.3. Modelo AC Linearizado.....	50
3.4. MODELOS IMPRECISOS	52
3.4.1. Aspectos Gerais.....	52
3.4.2. Modelo DC Impreciso.....	52
3.4.3. Modelo DC Incremental.....	54
3.4.4. Modelo AC Incremental.....	55
3.4.5. Erros Inerentes ao Modelo AC e sua Correção.....	63
4. MODELOS DE TRÂNSITOS POTÊNCIAS IMPRECISO INTEGRANDO CORRELAÇÃO ENTRE INJECCÕES NODAIS	66
4.1. ASPECTOS GERAIS.....	66
4.2. NOVAS VERSÕES DO MODELO DC IMPRECISO	66
4.3. NOVO MODELO AC IMPRECISO.....	72
4.4. INTEGRAÇÃO DE DEPENDÊNCIAS NODAIS	74
5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	77
5.1. DESCRIÇÃO GERAL DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS.....	77
5.2. DADOS DO SISTEMA.....	77
5.2.1. Dados Gerais.....	77
5.2.2. Limites Especificados.....	81

5.3. RESULTADOS PARA O CASO BASE	84
5.4. RESULTADOS PARA OS LIMITES PG E QG MAIS ALARGADOS	90
5.4.1. <i>Sem correlação</i>	90
5.4.2. <i>Com correlação</i>	94
5.5. RESULTADOS PARA OS LIMITES PG E QG INTERMÉDIOS	98
5.5.1. <i>Sem correlação</i>	98
5.5.2. <i>Com correlação</i>	102
5.6. RESULTADOS PARA OS LIMITES PG E QG MAIS ESTREITOS	106
5.6.1. <i>Sem correlação</i>	106
5.6.2. <i>Com correlação</i>	110
5.7. COMPARAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	114
BIBLIOGRAFIA	121

ÍNDICE DE FIGURAS

Pág	Fig	Legenda
12	2.1	- Função de pertença de um número impreciso trapezoidal
12	2.2	- Função de pertença de um número impreciso triangular
13	2.3	- Função de pertença de um número impreciso rectangular
79	5.1	- Esquema unifilar da rede teste de 24 barramentos do IEEE
115	5.2	- Correção do trânsito de potências activas para os limites mais alargados sem correlação
115	5.3	- Correção do trânsito de potências activas para os limites mais alargados com correlação
116	5.4	- Correção do trânsito de potências activas para os limites mais estreitos sem correlação
116	5.5	- Correção do trânsito de potências activas para os limites mais estreitos com correlação
117	5.6	- Correção do trânsito de potências reactivas para os limites mais estreitos sem correlação
117	5.7	- Correção do trânsito de potências reactivas para os limites mais estreitos com correlação

INDICES DE TABELAS

TABELA 2.1 - OPERADORES DE YAGER.....	9
TABELA 5.1 – CARACTERÍSTICAS DOS BARRAMENTOS.....	78
TABELA 5.2 – CARACTERÍSTICAS DOS BARRAMENTOS.....	80
TABELA 5.3 – CARACTERÍSTICAS DOS RAMOS.....	81
TABELA 5.4 – LIMITES DA POTÊNCIA ACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA.....	81
TABELA 5.5 - LIMITES DA POTÊNCIA REACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA E DO TIPO PV.....	82
TABELA 5.6 - LIMITES DA POTÊNCIA ACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA.....	82
TABELA 5.7 - LIMITES DA POTÊNCIA REACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA E DO TIPO PV.....	82
TABELA 5.8 - LIMITES DA POTÊNCIA ACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA.....	83
TABELA 5.9 - LIMITES DA POTÊNCIA REACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA E DO TIPO PV.....	83
TABELA 5.10 – CORRELAÇÃO ENTRE AS POTÊNCIAS ACTIVAS.....	83
TABELA 5.11 - CORRELAÇÃO ENTRE AS POTÊNCIAS REACTIVAS.....	84
TABELA 5.12 – RESULTADO DO MÓDULO DAS TENSÕES.....	85
TABELA 5.13 – RESULTADO DA FASE DAS TENSÕES.....	85
TABELA 5.14 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIA ACTIVA.....	87
TABELA 5.15 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIA REACTIVA.....	89
TABELA 5.16 - RESULTADO DA POTÊNCIA ACTIVA PRODUZIDA NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA E COMPENSAÇÃO.....	90
TABELA 5.17 – RESULTADOS DAS POTÊNCIAS REACTIVAS PRODUZIDAS NO BARRAMENTO DE REFERÊNCIA E COMPENSAÇÃO E DO TIPO PV.....	90
TABELA 5.18 – RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS ACTIVAS CORRIGIDOS (SEM CORRELAÇÃO).....	92
TABELA 5.19 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS REACTIVAS CORRIGIDOS (SEM CORRELAÇÃO).....	94
TABELA 5.20 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS ACTIVAS CORRIGIDOS (COM CORRELAÇÃO).....	96
TABELA 5.21 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS REACTIVAS CORRIGIDOS (COM CORRELAÇÃO).....	98
TABELA 5.22 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS ACTIVAS CORRIGIDOS (SEM CORRELAÇÃO).....	100
TABELA 5.23 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS REACTIVAS CORRIGIDOS (SEM CORRELAÇÃO).....	102
TABELA 5.24 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS ACTIVAS CORRIGIDOS (COM CORRELAÇÃO).....	104
TABELA 5.25 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS REACTIVAS CORRIGIDOS (COM CORRELAÇÃO).....	106
TABELA 5.26 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS ACTIVAS CORRIGIDOS (SEM CORRELAÇÃO).....	108
TABELA 5.27 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS REACTIVAS CORRIGIDOS (SEM CORRELAÇÃO).....	110
TABELA 5.28 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS ACTIVAS CORRIGIDOS (COM CORRELAÇÃO).....	112

TABELA 5.29 - RESULTADOS DOS TRÂNSITOS DE POTÊNCIAS REACTIVAS CORRIGIDOS (COM CORRELAÇÃO).....	114
---	-----

SIMBOLOGIA

V_i	- módulo da tensão no nó i
θ_i	- fase da tensão no nó i
$[Y]$	- matriz das admitâncias
$Y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$	- elemento da linha i coluna j da matriz das admitâncias
$[J]$	- matriz Jacobiano
$J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}$	- submatrizes do Jacobiano
P_i	- potência activa injectada no nó i
Q_i	- potência reactiva injectada no nó i
P_{ik}	- trânsito de potência activa de i para k
Q_{ik}	- trânsito de potência reactiva de i para k
B	- matriz do modelo DC
A	- matriz dos coeficientes de sensibilidade do modelo DC
N	- número de nós de um sistema; índice do barramento de referência e compensação
npq	- Número de barramentos do tipo PQ
npv	- Número de barramentos do tipo PV
I_i	- Intensidade da corrente injectada no nó i
ΔP_i	- Desvio da potência activa injectada no nó i
ΔQ_i	- Desvio da potência reactiva injectada no nó i
$x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$	- Valores iniciais do método de Newton – Raphson
x_1^* e x_2^*	- Valores actuais do método de Newton – Raphson

$x_1^{(1)}$ e $x_2^{(1)}$	- Valores das variáveis após primeira correcção
$\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$	- Desvios dos valores iniciais
$\Delta g_1^{(0)}$ e $\Delta g_2^{(0)}$	- Desvios das funções correctoras iniciais
g_1 e g_2	- Funções correctoras
$\Delta\theta$	- Desvio da fase tensão
ΔV	- Desvio do módulo tensão
\underline{S}_i	- Potência aparente injectada no nó i
$[P]$	- Vector das potências activas injectadas
$[\theta]$	- Vector das fases de tensões
$a_{ik,j}$	- Coeficiente de sensibilidade do trânsito de potências activas
X, Y e Z	- Conjuntos de dados probabilísticos
$f_1(x), f_2(y), f_3(z)$	- Funções de densidade dos conjuntos de dados probabilísticos
μ_i	- Valores esperados do fluxo de potência da linha i
σ_i^2	- Variância do fluxo de potência activa da linha i
S_{ej} e S_{li}	- Coeficientes de sensibilidade
g_i e h_i	- Curvas de densidade de probabilidade
$[\Delta\tilde{P}_{ik}]$	- Desvio do trânsito de potências activas impreciso
$[\Delta\tilde{\theta}]$	- Desvio da fase de tensão impreciso
$[\Delta\tilde{P}]$	- Desvio da potência activa imprecisa
$[\tilde{\theta}]$	- Fase de tensão impreciso
$[\tilde{P}_{ik}]$	- Trânsito de potência activa impreciso
$\Delta\tilde{P}_c$	- Desvio da potência de carga

$\Delta \tilde{P}_N$	- Desvio da potência produzida no barramento referência
$\Delta \tilde{P}_g$	- Desvio da potência produzida
\tilde{P}_g	- Potência activa produzida
\tilde{Q}_g	- Potência reactiva produzida
$[\Delta z]$	- Desvio do valor central das potências activas e reactivas
Sp_i e Sq_i	- Coeficientes de sensibilidade
Qr_i	- Potência reactiva produzida em bancos de reactância
br_i	- Valor de susceptância do barramento i
ΔQr_i	- Desvio da potência reactiva produzida em bancos de reactância
f	- Função não linear Qr_i
ysh_{ik}	- Admitância shunt
ΔP_{ik}	- Desvio dos trânsitos de potência activa de i para k
ΔQ_{ik}	- Desvio dos trânsitos de potência reactiva de i para k
Sp_{ik} e Sq_{ik}	- Coeficientes de sensibilidade
$Pper_{ik}$	- Potência activa de perdas no ramo dos barramentos i para k
$Qper_{ik}$	- Potência reactiva de perdas no ramo dos barramentos i para k
$SPper$ e $SQper$	- Coeficiente de sensibilidade
$ I_{ik} ^2$	- Quadrado do módulo da intensidade da corrente dos barramentos de i para k
$[\tilde{z}]$	- Potências injectadas especificadas
$[\Delta \tilde{z}]$	- Desvios das potências injectadas especificadas

*	- Operação binária em \mathfrak{R}
\otimes	- Multiplicação de números imprecisos
\oplus	- Adição de números imprecisos
$\mu_{\tilde{A},comp}$	- Operador compensatório de Zimmermann e Zysno
$P(x)$	- Conjunto de todos os conjuntos imprecisos
\tilde{A}, \tilde{B} e \tilde{C}	- Conjuntos imprecisos
$\mu_{\tilde{A}}(x)$	- Função de pertença de \tilde{A}
A_{α}	- Conjunto impreciso dos elementos que não tem grau de pertença inferior ao corte de nível α
α	- Corte de nível
$ \tilde{A} $	- Cardinalidade do conjunto impreciso \tilde{A}
$\ \tilde{A}\ $	- Cardinalidade relativa do conjunto impreciso \tilde{A}
U	- Matriz da partição estrita
V_{cn}	- Conjunto das matrizes reais
u_{ik}	- Elemento da matriz U
\tilde{U}	- Matriz de partição imprecisa
V	- Centroide
V_i	- Elemento do centroide
G	- Matriz simétrica do algoritmo Fuzzy Isodata
$F(\tilde{U}, c)$	- Indicador de validade – Coeficiente de partição
$H(\tilde{U}, c)$	- Indicador de validade – Entropia
$P(\tilde{U}, c)$	- Indicador de validade – Expoente proporcional
\tilde{w}	- Número impreciso da grandeza a calcular

S_k	- Coeficiente de sensibilidade
w	- Valor determinístico de \tilde{w}
$[S]$	- Vector dos coeficientes de sensibilidade
Δw_α	- Valor extremo para o corte de nível α
$[Z_\alpha]$	- Vector dos valores determinísticos das potências injectadas para o corte de nível α
\tilde{P}_c	- Potência de carga imprecisa
ΔP_c	- Desvio da potência de carga
ΔP_g	- Desvio da potência produzida

1. INTRODUÇÃO E POSICIONAMENTO DO PROBLEMA

1.1. Posicionamento do Problema

Os estudos dos fluxos de potências ocupam um lugar muito especial na resolução de tarefas relacionadas com o planeamento e exploração de sistemas eléctricos de energia. Esta importância deriva da necessidade de conhecer, pelas mais variadas razões, as condições de funcionamento em regime estático dos sistemas eléctricos e da possibilidade de, com grande eficiência computacional, ser possível caracterizar esses pontos de funcionamento executando estudos de fluxo de potências.

Estes estudos possuíam, tradicionalmente, natureza determinística no sentido em que se considerava que os valores especificados para as potências produzidas e de carga não eram afectadas por qualquer tipo de incerteza. Desta forma, os resultados obtidos – módulo e fase das tensões, potências activas e reactivas produzidas e de perdas, trânsitos de potência activa e reactiva, e intensidade de corrente reflectiam os valores especificados e tinham, também, natureza determinística.

Verificou-se, contudo, que em diversas situações se tornava importante admitir que os valores de potências especificadas fossem afectados por incertezas de natureza probabilística. Neste caso, considerava-se que diversas variáveis, por exemplo potência de carga, possuíam um comportamento aleatório e repetitivo que permitia a sua modelização por distribuições probabilísticas. Os primeiros modelos desta nova classe de estudos de fluxo de potência recorriam a complexos e morosos algoritmos que utilizavam a convolução de distribuições de probabilidade como ferramenta básica para construir as distribuições dos resultados. Posteriormente, foram desenvolvidos modelos linearizados que permitiram reduzir, de forma substancial, o peso computacional associado.

Entretanto, a partir da década de oitenta tomou-se consciência de que os modelos probabilísticos não esgotavam as formas de representação de incerteza e que, além disso, diversas situações não se enquadravam de um modo adequado nos paradigmas probabilísticos. Com efeito, em diversas situações associadas a fenómenos com baixa frequência de ocorrência ou possuindo uma grande complexidade tornava-se necessário dispor de novas metodologias de cálculo. Surgiram, assim, os modelos imprecisos que utilizavam de forma intensa conceitos da Teoria dos Conjuntos Imprecisos para representar este novo tipo de incerteza. De entre os modelos já disponíveis na literatura devem referir-se o modelo DC, o modelo DC incremental e o modelo AC. Estes modelos permitem reflectir de uma forma rápida as incertezas especificadas para os dados - sob a forma de números imprecisos - nos resultados usuais dos estudos de fluxo de potências.

No final da década de oitenta e início da de noventa, teve lugar, em alguns países, e iniciou-se, noutros, um processo de reestruturação do sector eléctrico por forma a aumentar a competição. Este processo caracteriza-se, em geral, por uma desverticalização do sector, por uma privatização de diversas das suas áreas de negócios, e por uma reestruturação horizontal por forma a criar condições de competição mais avançadas, devido ao aumento do número de agentes. Uma das

consequências deste movimento em relação ao mercado é, sem dúvida, o aumento das incertezas em que o sector eléctrico vive originando, desde logo, a necessidade de aperfeiçoar diversos modelos, de entre os quais os de fluxo de potências imprecisos.

Foi com este enquadramento que se iniciou este trabalho, Com ele pretendeu-se desenvolver módulos a integrar nos algoritmos de fluxo de potências por forma a permitir a especificação de limites para as potências activas e reactivas produzidas e, também, permitir a integração de informação disponível relativamente a correlação entre potências activas ou potências reactivas. Desta forma, espera-se contribuir para tornar mais realistas e, portanto, potencialmente mais utilizáveis os modelos de fluxo de potências impreciso.

1.2. Estrutura do Trabalho

A dissertação inicia-se com a apresentação de um resumo, com as respectivas traduções em Inglês e Francês, onde é realizada uma síntese do trabalho desenvolvido. Em seguida são apresentados os índices (geral, figuras e tabelas) e simbologia utilizada.

O trabalho encontra-se estruturado em seis capítulos, que se indicam a seguir.

No capítulo 1 é salientado o interesse e o posicionamento deste trabalho.

No capítulo 2 são apresentados os conceitos que permitem realizar uma análise dos modelos de resolução do problema de fluxos de potências, com base na teoria dos conjuntos imprecisos , tendo como objectivo obter informações para formular o modelo de trânsito de potências impreciso com correlação entre injeções nodais.

No capítulo 3 descrevem-se diversos modelos de resolução do problema de fluxo de potências. Em primeiro lugar descrevem-se os modelos de natureza determinística tradicionais: método de Gauss Seidel, de Newton – Raphson, do desacoplamento e método DC. Em seguida, descrevem-se de forma breve, alguns modelos de índole probabilística. Por último, estudam-se de forma detalhada diversos modelos de natureza imprecisa: modelo DC, modelo DC incremental e modelo AC.

O capítulo 4 inicia-se com a apresentação das novas versões dos modelos imprecisos, assim como se modeliza matematicamente o modelo AC impreciso. Na parte final é formulado o problema de programação linear utilizando integração de dependências nodais.

No capítulo 5 apresentam-se alguns exemplos de aplicação do programa computacional desenvolvido, assim como é realizada uma análise comparativa dos resultados obtidos sem correlação e com relação entre as injeções nodais.

Por último, no capítulo 6, apresentam-se as principais conclusões deste trabalho.

2. ASPECTOS RELATIVOS À TEORIA DOS CONJUNTOS IMPRECISOS

2.1. Aspectos Gerais

O ser humano é fonte de muitas incertezas, estando muitas destas associadas ao processo de comunicação. Para que as incertezas do processo de comunicação possam ser identificadas é necessário classificar os tipos de informação. Segundo diversos autores, a informação estrutura-se em três níveis: sintáctico, semântico e pragmático. A incerteza a nível sintáctico pode surgir, por exemplo, quando se recebe uma mensagem numa língua não dominada. Nesta situação ocorre, ainda, incerteza a nível semântico e pragmático visto que o utilizador não conhece o significado dos signos linguísticos e as suas utilidades. A redução de incerteza pode ser conseguida através da eliminação de incertezas em cada um dos sub-tipos de informação.

Mas, para além de todas as incertezas, uma das principais características dos seres humanos consiste em construir e formular modelos, que podem ser puramente axiomáticos e formais, que incluem hipóteses sobre o sistema em análise e são factuais ou, então, postulam regras de acordo com as quais certos processos deverão decorrer e apresentam índole prescritiva. Com frequência, a análise de diversos fenómenos exige a incorporação de incertezas devido, por exemplo, à elevada complexidade dos fenómenos observados.

L. A. Zadeh [25] sistematizou a relação existente entre o grau de complexidade dos fenómenos e a imprecisão de informação. À medida que o grau de complexidade de um sistema aumenta, a capacidade para formular juízos significativos e precisos diminui. Atingindo um determinado nível de complexidade estes aspectos tornam-se mutuamente exclusivos. Este princípio é designado como Princípio da Incompatibilidade.

2.2. Teoria dos Conjuntos Imprecisos

A teoria dos conjuntos imprecisos pode ser encarada como uma generalização da teoria dos conjuntos clássicos ou rígidos, associada à Álgebra de Boole. A teoria dos conjuntos imprecisos baseia-se na existência de um intervalo contínuo de graus de pertença de um elemento a um conjunto, variando entre as situações extremas de pertença e não pertença totais. A aplicação desta teoria faz-se em áreas em que existe uma avaliação subjectiva das características ou propriedades de um sistema ou quando, em relação a um dado fenómeno, existe informação incompleta.

A teoria dos conjuntos imprecisos pode ser aplicada na análise de fenómenos que possuem baixa frequência de ocorrência, ou então, se se pretender estudar sistemas possuindo elevada complexidade, no tratamento de proposições da linguagem humana, ou em situações reais que apresentam um carácter não determinístico e não probabilístico.

Um conjunto impreciso pode ser interpretado como um conjunto de intervalos cada um deles associado a um grau de credibilidade, ou seja, a um corte nível α . Assim sendo, a teoria dos conjuntos imprecisos pode ser, também, considerada como uma generalização da Análise Intervalar.

Na teoria dos conjuntos imprecisos os elementos do conjunto impreciso \tilde{A} correspondem a pares ordenados da forma:

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)), x \in X \} \quad (2.1)$$

Nesta expressão $\mu_{\tilde{A}}(x)$ representa a função de pertença de x em \tilde{A} .

O domínio da função de pertença é um subconjunto não negativo de números reais cujo supremo é finito. Assim, um número impreciso é representado por um conjunto de pares ordenados, em que o primeiro elemento de cada par representa um elemento do universo de discurso e o segundo o grau de pertença respectivo.

Se a função de pertença for limitada para valores entre 0 e 1, isto é, se o $\sup_x \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$, diz-se que o conjunto impreciso é normalizado. Um conjunto impreciso qualquer pode ser normalizado se $\mu_{\tilde{A}}(x)$ for dividido pelo $\sup_x \mu_{\tilde{A}}(x)$. Em geral, é conveniente que um conjunto impreciso seja normalizado.

Depois de definir conjunto impreciso torna-se possível estabelecer um conjunto de definições importantes. Em primeiro lugar, o conjunto suporte de um conjunto impreciso \tilde{A} é o conjunto rígido $S(\tilde{A})$ dado por:

$$S(\tilde{A}) = \{ x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \} \quad (2.2)$$

O conjunto de elementos x que pertencem ao conjunto impreciso e que apresentam um grau de pertença não inferior a α , integram o corte de nível α que se representa por:

$$A_{\alpha} = \{ x \in X: \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \} \quad (2.3)$$

Se o mesmo conjunto estiver associado a valores de x com níveis superiores a α , diz-se então que o corte de nível α é forte representando-se por:

$$A_{\alpha} = \{ x \in X: \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha \} \quad (2.4)$$

A condição de convexidade é definida a partir da função de pertença do conjunto impreciso dizendo-se que um conjunto impreciso \tilde{A} é convexo se:

$$\forall x_1, x_2 \in X \forall \lambda \in [0,1] \quad \mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad (2.5)$$

Por outro lado, pode demonstrar-se que um conjunto impreciso é convexo se e só se todos os seus cortes de nível α forem convexos.

A cardinalidade do conjunto impreciso $\tilde{A}, |\tilde{A}|$, representa-se por:

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.6)$$

ou

$$|\tilde{A}| = \int_X \mu_{\tilde{A}}(x) dx \quad (2.7)$$

A cardinalidade relativa é dada por:

$$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|} \quad (2.8)$$

em que $|X|$ é a cardinalidade do universo.

2.3. Operações Básicas

A função de pertença é, sem qualquer dúvida, a componente crucial dos conjuntos imprecisos e assim, não é de admirar que as operações com conjuntos imprecisos sejam definidas utilizando as funções de pertença.

Consideremos dois conjuntos imprecisos \tilde{A} e \tilde{B} , definidos por:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)), x \in X\} \quad (2.9)$$

$$\tilde{B} = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x)), x \in X\} \quad (2.10)$$

As operações básicas que se podem realizar com base nestes dois conjuntos são as seguintes:

- a) A reunião dos dois conjuntos imprecisos anteriores tem como resultado um conjunto impreciso \tilde{C} , cuja função de pertença é dada por:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B} \Rightarrow \mu_{\tilde{C}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, x \in X \quad (2.11)$$

- b) A intersecção dos dois conjuntos imprecisos anteriores tem como resultado o conjunto impreciso \tilde{C} , cuja função de pertença é dada por:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B} \Rightarrow \mu_{\tilde{C}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, x \in X \quad (2.12)$$

- c) A função de pertença do complementar do conjunto impreciso \tilde{A} é dada por:

$$\complement \tilde{A} \Rightarrow \mu_{\complement \tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x), x \in X \quad (2.13)$$

A partir destas três definições é possível estabelecer as propriedades das operações, que são em tudo idênticas às propriedades das operações sobre conjuntos rígidos, exceptuando a “Lei da Contradição” e a “Lei do Terceiro Excluído”. Assim, considerando $P(x)$ como o conjunto de todos os conjuntos imprecisos e as três operações básicas \cup , \cap e \complement , as propriedades dos conjuntos imprecisos são enumeradas em seguida:

1) Comutatividade

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A} \quad (2.14)$$

e

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A} \quad (2.15)$$

II) Associatividade

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap \tilde{C} \quad (2.16)$$

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup \tilde{C} \quad (2.17)$$

III) Idempotência

$$\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A} \quad (2.18)$$

e

$$\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A} \quad (2.19)$$

IV) Distributividade

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C}) \quad (2.20)$$

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C}) \quad (2.21)$$

V) Leis de DeMorgan

$$C(\tilde{A} \cup \tilde{B}) = (C\tilde{A} \cap C\tilde{B}) \quad (2.22)$$

$$C(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = (C\tilde{A} \cup C\tilde{B}) \quad (2.23)$$

Diversos investigadores têm apresentado vários outros operadores sobre conjuntos imprecisos, tais como:

- Produto Cartesiano

Considerando os conjuntos imprecisos $\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n$ em X_1, \dots, X_n , o produto cartesiano dos conjuntos imprecisos é definido sobre $X_1 \times \dots \times X_n$ e possui a seguinte função de pertença:

$$\mu_{(\tilde{A}_1 \times \dots \times \tilde{A}_n)}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)\} / x = (x_1, \dots, x_n), x_1 \in X_1, \dots, x_n \in X_n \quad (2.24)$$

- Soma Algébrica

A soma algébrica de dois números imprecisos, $\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B}$ é definida por:

$$\tilde{C} = \{ \{x, \mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x)\}, x \in X \} \quad (2.25)$$

e com a função de pertença dada por:

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (2.26)$$

- Operadores de Giles

A Reunião é definida por:

$$\tilde{C} = \{ \{x, \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x)\}: x \in X \} \quad (2.27)$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \min(1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.28)$$

A Intersecção é definida por:

$$\tilde{C} = \{ \{x, \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x)\}: x \in X \} \quad (2.29)$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \max(0, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - 1) \quad (2.30)$$

- Produto Algébrico

O produto algébrico de dois conjuntos imprecisos, $\tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B}$, é definido por:

$$\tilde{C} = \{ \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x)\}: x \in X \} \quad (2.31)$$

- Operadores de Yager

A reunião de dois conjuntos imprecisos \tilde{A} e \tilde{B} é assim definida:

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{ (x, \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x)) : x \in X \} \quad (2.32)$$

onde,

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}} = \min \left\{ 1, \left(\mu_{\tilde{A}}(x)^p + \mu_{\tilde{B}}(x)^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \geq 1 \right\} \quad (2.33)$$

A Intersecção de dois conjuntos imprecisos \tilde{A} e \tilde{B} é assim definida:

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{ (x, \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x)) : x \in X \} \quad (2.34)$$

onde,

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = 1 - \min \left\{ 1, \left((1 - \mu_{\tilde{A}}(x))^p + (1 - \mu_{\tilde{B}}(x))^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \geq 1 \right\} \quad (2.35)$$

Atendendo às expressões (2.33) e (2.35) pode concluir-se que, nos casos extremos em que $p=1$ ou $p=\infty$, os operadores de Yager tendem para os operadores de Giles ou de Zadeh.

	$p=1$	$p=\infty$
$\tilde{A} \cup \tilde{B}$	Op. Giles	Op. Max
$\tilde{A} \cap \tilde{B}$	Op. Giles	Op. Min

Tabela 2.1 - Operadores de Yager

- Operador Compensatório de Zimmermann e Zysno.

Este operador é mais geral e integra as operações de reunião e intersecção:

$$\mu_{\tilde{A}_{i.comp}}(x) = \left(\prod_{i=1}^m \mu_i(x) \right)^{(1-\gamma)} \left(1 - \prod_{i=1}^m (1 - \mu_i(x))^\gamma \right), x \in X, 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.36)$$

Dada a variedade de operadores disponíveis, torna-se importante estabelecer alguns critérios que nos permitam seleccionar qual o operador que devemos utilizar. Entre eles contam-se :

- Força axiomática - um operador é tanto melhor quanto mais elevado for o número e mais significativos forem os axiomas que satisfazer ;
- Adequação empírica - um operador deve estar também apropriado ao sistema real, e este só pode ser provado empiricamente;
- Grau de adaptação - operadores como o de Yager podem ser facilmente adaptados porque são parametrizados;
- Eficiência numérica - o tempo de cálculo é notoriamente importante, especialmente em problemas de dimensão elevada;
- Compensação – um operador pode ter diferentes graus de compensação de acordo com a necessidade;
- Gama de valores que a função pertença pode assumir - quanto maior for a gama de valores mais perfeito é o operador;
- Comportamento de agregação - considerando um conjunto impreciso normalizado o grau de pertença agregado depende frequentemente do número de conjuntos combinados.

2.4. Princípio da Extensão

Seja x o produto Cartesiano do universo x_1, \dots, x_r e sejam $\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_r$ conjuntos imprecisos definidos em X_1, \dots, X_r . O produto cartesiano de $\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_r$ é definido por:

$$\tilde{A} = \tilde{A}_1 \times \dots \times \tilde{A}_r \quad (2.37)$$

Tal que:

$$\mu_{\tilde{A}}(x_1, \dots, x_r) = \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_r}(x_r)) \quad (2.38)$$

Consideremos a função f definida de x sobre y , tal que:

$$y = f(x_1, \dots, x_r) \quad (2.39)$$

O Princípio da Extensão permite definir o conjunto impreciso \tilde{B} em y obtido a partir dos r conjuntos imprecisos iniciais:

$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) : y = f(x_1, \dots, x_r), (x_1, \dots, x_r) \in X\} \quad (2.40)$$

A função de pertinência do conjunto \tilde{B} , é definida do seguinte modo:

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{\substack{x_1, \dots, x_r \\ y=f(x_1, \dots, x_r)}} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_r}(x_r)) & \text{se } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{se } f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (2.41)$$

Desta expressão podemos concluir que o grau de pertinência de y em \tilde{B} corresponde ao maior valor de pertinência $\mu_{\tilde{A}_i}(x_i) = \mu_{\tilde{A}_1 \times \dots \times \tilde{A}_r}(x_1, \dots, x_r)$ para todos os elementos (x_1, \dots, x_r) de X que, por f , que permitam obter o valor y .

O Princípio da Extensão pode ser analisado e estudado com mais detalhe na referência [26].

2.5. Números Imprecisos

2.5.1. Definições

Um número impreciso \tilde{M} é um conjunto impreciso convexo e normalizado definido em \mathfrak{R} em que existe pelo menos um $x_0 \in \mathfrak{R}$ tal que $\mu_{\tilde{M}}(x_0) = 1$ em que $\mu_{\tilde{M}}(x)$ é contínuo por segmentos.

Existem diferentes tipos de números imprecisos. Um número impreciso trapezoidal tem uma função de pertinência dada por (2.42) a que corresponde a representação gráfica apresentada na figura 2.1.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x - a_1)/(a_2 - a_1), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1.0, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ (a_4 - x)/(a_4 - a_3), & a_3 \leq x \leq a_4 \end{cases} \quad (2.42)$$

Um número deste tipo pode ser representado de forma condensada por (a_1, a_2, a_3, a_4) .

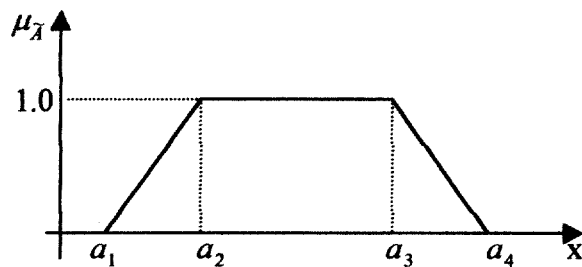


Figura 2.1 - Função de pertinência de um número impreciso trapezoidal

Mas se, no mesmo número, o valor a_2 coincidir com a_3 o número impreciso passa a ser um número triangular, cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} (x-a_1)/(a_2-a_1), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1.0, & x = a_2 = a_3 \\ (a_4-x)/(a_4-a_2), & a_2 \leq x \leq a_4 \end{cases} \quad (2.43)$$

A representação gráfica de um número impreciso triangular é apresentada na figura 2.2.

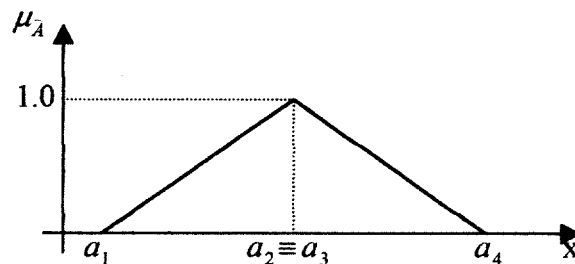


Figura 2.2 - Função de pertinência de um número impreciso triangular

E ainda no mesmo número trapezoidal se a_1 coincide com a_2 e se a_3 coincide com a_4 temos um número retangular, cuja função de pertinência é dada por (2.44) e cuja representação gráfica é apresentada na figura 2.3.

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} 1.0, & a_1 \leq x \leq a_4 \\ 0.0, & x < a_1 \wedge x > a_4 \end{cases} \quad (2.44)$$

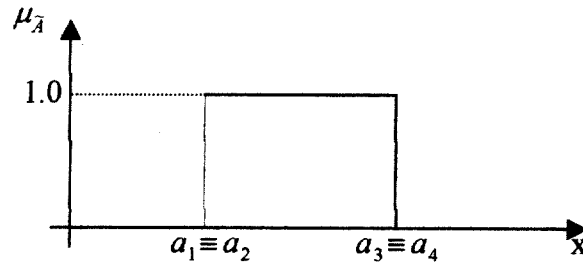


Figura 2.3 - Função de pertinência de um número impreciso rectangular

Existe ainda um outro tipo de números imprecisos que apresentam também uma elevada eficiência computacional na realização de algumas operações, que são os números na representação LR. Estes números são caracterizados por terem duas funções de referência, L à esquerda e a R à direita, um valor central m e ainda margens de variação α e β respectivamente.

2.5.2. Operações Aritméticas com Números Imprecisos

Considerando a operação $*$ binária em \mathfrak{R} esta é crescente se e só se:

$$x_1 > y_1 \wedge x_2 > y_2 \Rightarrow x_1 * x_2 > y_1 * y_2 \quad (2.45)$$

E do mesmo modo, é decrescente se e só se:

$$x_1 > y_1 \wedge x_2 > y_2 \Rightarrow x_1 * x_2 < y_1 * y_2 \quad (2.46)$$

As operações aritméticas de adição, subtração, produto e divisão usuais poderão ser estendidas para operações entre números imprecisos.

Atendendo às considerações anteriores foi elaborado o Teorema que diz se \tilde{A} e \tilde{B} são dois números imprecisos cujas funções de pertinência são contínuas e sobrejectivas de \mathfrak{R} para $[0,1]$ e ainda se a operação binária é contínua e crescente, então $\tilde{A} * \tilde{B}$ é um número impreciso cuja função de pertinência é contínua e sobrejectiva de \mathfrak{R} para $[0,1]$.

Para além deste teorema foi ainda elaborado um outro, também atendendo às considerações anteriores que afirma que se \tilde{A} e \tilde{B} são números imprecisos pertencentes a $P(\mathfrak{R})$ com $\mu_{\tilde{A}}(x)$ e $\mu_{\tilde{B}}(x)$ contínuas, então aplicando o Princípio de Extensão a esta operação binária pode concluir-se que:

$*$: $\mathfrak{R} \bullet \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que,

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(C) = \sup_{C=\tilde{A}*\tilde{B}} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.47)$$

A partir dos Teoremas anteriores, conclui-se que, para a operação estendida $*$, são verificadas as propriedades comutativa e associativa. É verificada ainda a propriedade distributiva da operação $*$ em relação à operação \cup .

$$\tilde{A} * (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} * \tilde{B}) \cup (\tilde{A} * \tilde{C}) \quad (2.48)$$

Existe ainda o caso particular das operações unárias, que se resumem à redução:

$$\mu_{f(\tilde{A})}(Z) = \sup_{x=f^{-1}(Z)} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.49)$$

Tendo em consideração as definições e os teoremas até agora apresentados sobre as operações estendidas, apresenta-se, em seguida, um pequeno resumo das operações, adição, subtracção, produto e divisão estendidas e recordando que as propriedades que se verificam para as operações básicas também se verificam para estas novas operações, denotando apenas as excepções.

ADIÇÃO

A operação de adição é crescente e sabendo que, $f(\tilde{A}, \tilde{B}) = \tilde{A} \oplus \tilde{B}$, em que $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$ é um novo número impreciso, a função de pertença de $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$ é dada por:

$$\mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}} = \sup_{Z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (2.50)$$

Tal como já foi referido, esta operação respeita todas as propriedades da operação adição, exceptuando a existência de elemento inverso, visto que:

$$\forall \tilde{A} \in P(\mathfrak{R}) \setminus \mathfrak{R}: \tilde{A} \oplus -\tilde{A} \neq 0 \quad (2.51)$$

A ausência desta propriedade revela-se muito importante em diversas áreas dificultando, por exemplo, a resolução de equações algébricas simples.

SUBTRACÇÃO

A operação de subtracção não é crescente, nem decrescente. No entanto, a operação de subtracção pode ser traduzida na forma de uma adição, através da seguinte expressão:

$$\tilde{A} - \tilde{B} = \tilde{A} \oplus (-\tilde{B}) \quad (2.52)$$

Aplicando o Princípio da Extensão, temos:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}-\tilde{B}}(Z) &= \sup_{Z=x-y} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \\ &= \sup_{Z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(-y)) \\ &= \sup_{Z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{-\tilde{B}}(y)) \end{aligned} \quad (2.53)$$

Como a subtracção foi transformada numa adição, todas as propriedades da adição se verificam.

PRODUTO

Relativamente ao produto, o primeiro aspecto que deve ser referido é que é uma operação crescente para \mathfrak{R}^+ . Por outro lado, o produto entre dois números imprecisos, ambos positivos ou ambos negativos, é um novo número impreciso positivo e o produto entre dois números imprecisos um positivo e um negativo é um número impreciso negativo. Assim temos:

$$\mu_{\tilde{A}.B} = \sup_{Z=x.y} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (2.54)$$

As propriedades do produto entre reais mantêm-se para o produto estendido devendo salientar-se como excepção o facto de não existir elemento inverso.

$$\forall \tilde{A} \in P(\mathfrak{R}) \setminus \mathfrak{R}: \tilde{A} \cdot \tilde{A}^{-1} \neq 1 \quad (2.55)$$

DIVISÃO

A operação de divisão não é uma operação crescente nem decrescente. Assim, se \tilde{A} e \tilde{B} forem dois números positivos, a divisão pode ser transformada num produto, considerando as expressões seguintes:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}:\tilde{B}}(z) &= \sup_{z=\frac{x}{y}} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) = \\ &= \sup_{z=x'} \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}\left(\frac{1}{y}\right)\right) = \\ &= \sup_{z=x'} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}^{-1}}(y)) \end{aligned} \quad (2.56)$$

PRODUTO POR UM ESCALAR REAL

O produto de um número impreciso por um escalar real é crescente se o escalar e o número impreciso tem o mesmo sinal. Se tem sinais diferentes a operação é decrescente. Assim temos:

$$\begin{aligned} \mu_{r\tilde{A}}(z) &= \sup_{z=r\tilde{x}} \mu_{\tilde{A}}(x) \\ &= \sup_{z=r\tilde{x}} \mu_{\tilde{A}}\left(\frac{z}{r}\right) \end{aligned} \quad (2.57)$$

Nesta operação, é verificada a propriedade (2.58).

$$r(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) = r \cdot \tilde{A} \oplus r \cdot \tilde{B} \quad (2.58)$$

Com efeito, sendo,

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)), x \in X \} \quad (2.59)$$

e

$$\tilde{B} = \{ (y, \mu_{\tilde{B}}(y)), y \in Y \} \quad (2.60)$$

temos,

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} \Rightarrow \mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(z) = \sup_{Z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (2.61)$$

e

$$r(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) \Rightarrow \mu_{r(\tilde{A} \oplus \tilde{B})}(z) = \sup_{Z=r(x+y)} \min\left(\mu_{\tilde{A}}\left(\frac{z}{r}\right), \mu_{\tilde{B}}\left(\frac{z}{r}\right)\right) \quad (2.62)$$

Por outro lado,

$$r\tilde{A} \Rightarrow \mu_{r\tilde{A}}(z) = \sup_{Z=r\tilde{A}} \mu_{\tilde{A}}(x) = \sup_{Z=r\tilde{A}} \mu_{\tilde{A}}\left(\frac{z}{r}\right) \quad (2.63)$$

e

$$r\tilde{B} \Rightarrow \mu_{r\tilde{B}}(z) = \sup_{Z=r\tilde{B}} \mu_{\tilde{B}}(x) = \sup_{Z=r\tilde{B}} \mu_{\tilde{B}}\left(\frac{z}{r}\right) \quad (2.64)$$

A distributividade em relação à adição de dois escalares reais não se verifica, em geral.

$$\tilde{A} \cdot (r_1 + r_2) \neq \tilde{A}r_1 \oplus \tilde{A}r_2 \quad (2.65)$$

Esta propriedade só se verifica se r_1 e r_2 tiverem o mesmo sinal.

2.6. Operações Aritméticas Sobre Números Imprecisos Trapezoidais

Um número impreciso trapezoidal $(a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14})$ é constituído por três partes distintas:

a) uma parte crescente, que é dada pela expressão:

$$x = a_{11} + \alpha(a_{12} - a_{11}) \quad \alpha \in [0,1] \quad (2.66)$$

b) uma parte decrescente, que é dada pela expressão:

$$x = a_{14} - \alpha(a_{14} - a_{13}) \quad \alpha \in [0,1] \quad (2.67)$$

c) uma parte constante, compreendida no intervalo:

$$x \in [a_{12}, a_{13}] \quad (2.68)$$

A partir daqui, as operações aritméticas que podem ser efectuadas entre dois números imprecisos são:

ADIÇÃO

Considerando dois números imprecisos trapezoidais \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 , possuindo funções de pertença $\mu_{A_1}(x) = \mu_{A_2}(y)$ e $\alpha \in [0,1]$, a adição destes números é:

a) Para as partes crescentes:

$$x = a_{11} + \alpha(a_{12} - a_{11}) \quad (2.69)$$

$$y = a_{21} + \alpha(a_{22} - a_{21}) \quad (2.70)$$

$$z = x + y = (a_{11} + a_{21}) + \alpha[(a_{12} + a_{22}) - (a_{11} + a_{21})] \quad (2.71)$$

b) Para as partes decrescentes:

$$x = a_{14} - \alpha(a_{14} - a_{13}) \quad (2.72)$$

$$y = a_{24} - \alpha(a_{24} - a_{23}) \quad (2.73)$$

$$z = x + y = (a_{14} + a_{24}) + \alpha[(a_{14} + a_{24}) - (a_{13} + a_{23})] \quad (2.74)$$

c) Para as partes constantes, ou seja, para $\alpha=1$,

$$x \in [a_{12}, a_{23}] \quad (2.75)$$

$$y \in [a_{22}, a_{23}] \quad (2.76)$$

$$z = x + y \in [a_{12} + a_{22}, a_{13} + a_{23}] \quad (2.77)$$

E, assim, a função de pertinência da adição é dada pela expressão:

$$\mu_{\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2}(z) = \begin{cases} \frac{(z - (a_{11} - a_{21})) / ((a_{12} + a_{22}) - (a_{11} + a_{21}))}{1.0} & z \in [a_{11} + a_{21}, a_{12} + a_{22}] \\ 1.0 & z \in [a_{12} + a_{22}, a_{13} + a_{23}] \\ \frac{((a_{14} + a_{24}) - z) / ((a_{14} + a_{24}) - (a_{13} + a_{23}))}{1.0} & z \in [a_{13} + a_{23}, a_{14} + a_{24}] \end{cases} \quad (2.78)$$

Deste modo, o resultado é ainda um número impreciso trapezoidal caracterizado por:

$$\tilde{z} = (a_{11} + a_{21}, a_{12} + a_{22}, a_{13} + a_{23}, a_{14} + a_{24}) \quad (2.79)$$

PRODUTO

Sendo \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 dois números imprecisos positivos possuindo funções de pertinência $\mu_{\tilde{A}_1}(x)$ e $\mu_{\tilde{A}_2}(y)$ e $\alpha \in [0, 1]$, o produto é :

a) Para as partes crescentes

$$x = a_{11} + \alpha(a_{12} - a_{11}) \quad (2.80)$$

$$y = a_{21} + \alpha(a_{22} - a_{21}) \quad (2.81)$$

$$z = x \cdot y = (a_{11} \cdot a_{21}) + \alpha(a_{11} \cdot a_{22} + a_{21} \cdot a_{12} - 2a_{11} \cdot a_{21}) + \alpha^2(a_{12} - a_{11})(a_{22} - a_{21}) \quad (2.82)$$

b) Para as partes decrescentes

$$x = a_{14} - \alpha(a_{14} - a_{13}) \quad (2.83)$$

$$y = a_{24} - \alpha(a_{24} - a_{23}) \quad (2.84)$$

$$z = x \cdot y = a_{14} \cdot a_{24} - \alpha(2a_{14} \cdot a_{24} - a_{24} \cdot a_{13} - a_{14} \cdot a_{23}) + \alpha^2(a_{14} - a_{13})(a_{24} - a_{23}) \quad (2.85)$$

c) Para as partes constantes, em que $\alpha=1$

$$x \in [a_{12}; a_{13}] \quad y \in [a_{22}; a_{23}] \quad (2.86)$$

$$x \cdot y \in [a_{12} \cdot a_{22}; a_{13} \cdot a_{23}] \quad (2.87)$$

A função de pertinência do produto de dois números imprecisos é dada pela expressão (2.88) após terem sido desprezados entre outros os termos quadráticos:

$$\mu_{\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2}(z) = \begin{cases} (z - (a_{11} \cdot a_{21})) / (a_{12} \cdot a_{22} - a_{11} \cdot a_{21}), & z \in [a_{11} \cdot a_{21}; a_{12} \cdot a_{22}] \\ 1.0 & z \in [a_{12} \cdot a_{22}; a_{13} \cdot a_{23}] \\ (a_{14} \cdot a_{24} - z) / (a_{14} \cdot a_{24} - a_{13} \cdot a_{23}), & z \in [a_{13} \cdot a_{23}; a_{14} \cdot a_{24}] \end{cases} \quad (2.88)$$

E, deste modo:

$$\tilde{Z} = (a_{11} \cdot a_{21}, a_{12} \cdot a_{22}, a_{13} \cdot a_{23}, a_{14} \cdot a_{24}) \quad (2.89)$$

Consideremos que Δ é a diferença entre o valor exacto e o valor aproximado de um valor extremo do corte de nível α de \tilde{Z} , resultante do produto de dois números imprecisos trapezoidais positivos.

I) Valor mínimo do corte de nível α de \tilde{Z} :

$$\Delta = [a_{11} \cdot a_{21} + (a_{11} \cdot a_{22} - a_{11} \cdot a_{21} + a_{21} \cdot a_{12} - a_{21} \cdot a_{11})\alpha + (a_{12} - a_{11})(a_{22} - a_{21})\alpha^2] - [a_{11} \cdot a_{21} + \alpha(a_{12} \cdot a_{22} - a_{11} \cdot a_{21})] \quad (2.90)$$

$$\Delta = (a_{11} - a_{12})(a_{22} - a_{21})(\alpha - \alpha^2) \quad (2.91)$$

Dado que:

$$a_{11} - a_{12} < 0; a_{22} - a_{21} > 0; \alpha - \alpha^2 > 0 \quad (2.92)$$

Conclui-se que $\Delta < 0$ pelo que o ramo esquerdo do número impreciso \tilde{Z} apresenta uma concavidade.

II) Valor máximo do corte de nível α de \tilde{Z} :

$$\Delta = [a_{14} \cdot a_{24} - (a_{14} \cdot a_{24} - a_{14} \cdot a_{23} + a_{14} \cdot a_{24} - a_{13} \cdot a_{24})\alpha + (a_{24} - a_{23})(a_{14} - a_{13})\alpha^2] - [a_{14} \cdot a_{24} + \alpha(a_{13} \cdot a_{23} + a_{14} \cdot a_{24})] \quad (2.93)$$

$$\Delta = (a_{24} - a_{23})(a_{14} - a_{13})(\alpha^2 - \alpha) \quad (2.94)$$

Dado que,

$$a_{24} - a_{23} > 0; a_{14} - a_{13} > 0; \alpha^2 - \alpha < 0 \quad (2.95)$$

Conclui-se, assim, que $\Delta < 0$ pelo que o ramo direito apresenta uma convexidade.

Podemos então concluir o seguinte:

Se \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 são números negativos, temos $\Delta < 0$

Sejam \tilde{A}_1 número negativo e \tilde{A}_2 número positivo, temos $\Delta > 0$

As operações de subtração e divisão são casos particulares da adição e do produto respectivamente, pelo que não serão aqui descritas. Existe, no entanto, uma operação que deve ser analisada devido à sua importância - o produto por um escalar real.

PRODUTO POR UM ESCALAR REAL

Consideremos, de novo, a função de pertença do número impreciso \tilde{A}_1 :

$$\mu_{\tilde{A}_1}(x) = \begin{cases} (x - a_{11}) / (a_{12} - a_{11}), & a_{11} \leq x \leq a_{12} \\ 1.0, & a_{12} \leq x \leq a_{13} \\ (a_{14} - x) / (a_{14} - a_{13}), & a_{13} \leq x \leq a_{14} \end{cases} \quad (2.96)$$

Ao multiplicarmos um número impreciso por um escalar positivo temos, $z = \lambda x$ ou seja,

$$\mu_{\lambda\tilde{A}_1}(z) = \begin{cases} (z - \lambda a_{11}) / (\lambda a_{12} - \lambda a_{11}), & \lambda a_{11} \leq z \leq \lambda a_{12} \\ 1.0, & \lambda a_{12} \leq z \leq \lambda a_{13} \\ (\lambda a_{14} - z) / (\lambda a_{14} - \lambda a_{13}), & \lambda a_{13} \leq z \leq \lambda a_{14} \end{cases} \quad (2.97)$$

Mas se multiplicarmos o mesmo número impreciso por um escalar negativo, temos: $z = \lambda x$, e fica:

$$\mu_{\lambda\tilde{A}_1}(z) = \begin{cases} (z - \lambda a_{11}) / (\lambda a_{13} - \lambda a_{14}), & \lambda a_{14} \leq z \leq \lambda a_{13} \\ 1.0, & \lambda a_{13} \leq z \leq \lambda a_{12} \\ (\lambda a_{11} - z) / (\lambda a_{11} - \lambda a_{12}), & \lambda a_{12} \leq z \leq \lambda a_{11} \end{cases} \quad (2.98)$$

Uma aplicação do produto de um número impreciso por um escalar, é o cálculo de uma combinação linear de números imprecisos. Seja \tilde{F} uma combinação linear de n números imprecisos $\tilde{0}_i = (0_{i1}, 0_{i2}, 0_{i3}, 0_{i4})$.

$$\tilde{F} = \sum_{i=1}^n a_i \tilde{0}_i \quad (2.99)$$

\tilde{F} pode ser reescrita agrupando em \tilde{F}_1 as parcelas associadas a um coeficiente a_i não negativo e em \tilde{F}_2 as parcelas associadas a um coeficiente a_i não positivo.

Por outro lado, o número \tilde{O}_i pode ser representado pelo seu corte de nível α dado por:

$$\tilde{O}_{i\alpha} = [0_{i\alpha}^{\min}; 0_{i\alpha}^{\max}] \quad (2.100)$$

em que

$$0_{i\alpha}^{\min} = 0_{i1} + \alpha(0_{i2} - 0_{i1}) \quad (2.101)$$

e

$$0_{i\alpha}^{\max} = 0_{i4} + \alpha(0_{i3} - 0_{i4}) \quad (2.102)$$

Utilizando estas equações para obter o corte de nível α de \tilde{F} , obtém-se:

$$f_{1\alpha} = \left[\sum_{i=1}^m a_i 0_{i\alpha}^{\min}, \sum_{i=1}^m a_i 0_{i\alpha}^{\max} \right] \quad (2.103)$$

e

$$f_{2\alpha} = \left[\sum_{i=m+1}^n a_i 0_{i\alpha}^{\max}, \sum_{i=m+1}^n a_i 0_{i\alpha}^{\min} \right] \quad (2.104)$$

Assim, o intervalo de maior amplitude que podemos obter é:

$$f_{\alpha} = \left[\sum_{i=1}^m a_i 0_{i\alpha}^{\min} + \sum_{i=m+1}^n a_i 0_{i\alpha}^{\max}, \sum_{i=1}^m a_i 0_{i\alpha}^{\max} + \sum_{i=m+1}^n a_i 0_{i\alpha}^{\min} \right] \quad (2.105)$$

Em [26] podem ser encontradas definições e operações com números imprecisos mais aprofundadas e completas do que aquelas que são referidas nos pontos 2.5. e 2.6. deste capítulo.

2.7. Equações Lineares com Coeficientes Imprecisos

Como já foi referido anteriormente, a resolução de equações lineares com coeficientes imprecisos não pode ser feita pelos métodos clássicos. Atendendo a que nas operações aritméticas estendidas a operação \oplus não tem simétrico, assim como a operação \otimes não tem inverso, podemos concluir que o conjunto de todos os números imprecisos associado às operações referidas não forma uma álgebra. Estes factos são importantes visto que colocam algumas dificuldades na resolução de equações lineares com coeficientes imprecisos. Para resolver estas equações poderemos recorrer à operação desconvolução.

Consideremos, então a título de exemplo, a seguinte equação:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{X} = \tilde{O} \quad (2.106)$$

Sendo,

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4) \quad (2.107)$$

$$\tilde{O} = (o_1, o_2, o_3, o_4) \quad (2.108)$$

Utilizando as regras da aritmética dos números imprecisos obtém-se:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (o_1 - a_4, o_2 - a_3, o_3 - a_2, o_4 - a_1) \quad (2.109)$$

Se substituirmos este resultado na equação inicial obtém-se:

$$\begin{aligned} & (a_1, a_2, a_3, a_4) + (o_1 - a_4, o_2 - a_3, o_3 - a_2, o_4 - a_1) = \\ & = (o_1 + a_1 - a_4, o_2 + a_2 - a_3, o_3 + a_3 - a_2, o_4 + a_4 - a_1) \end{aligned} \quad (2.110)$$

De acordo com (2.110), a expressão (2.109) é solução da equação (2.106) se e só se $a_1 \equiv a_4 \wedge a_2 \equiv a_3$, isto é, se e só se \tilde{A} for um número determinístico.

A equação (2.106) pode ser resolvida usando a operação de Desconvolução. Esta operação efectua-se começando por substituir (2.107) e (2.108) na equação (2.106).

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) + (x_1, x_2, x_3, x_4) = (o_1, o_2, o_3, o_4) \quad (2.111)$$

E, desta forma se fizermos:

$$\begin{cases} a_1 + x_1 = o_1 \\ a_2 + x_2 = o_2 \\ a_3 + x_3 = o_3 \\ a_4 + x_4 = o_4 \end{cases} \quad (2.112)$$

obtém-se o número impreciso \tilde{X} dado por ,

$$\tilde{X} = (o_1 - a_1, o_2 - a_2, o_3 - a_3, o_4 - a_4) \quad (2.113)$$

Esta expressão corresponde a um número impreciso se se verificar:

$$o_1 - a_1 \leq o_2 - a_2 \leq o_3 - a_3 \leq o_4 - a_4 \quad (2.114)$$

Se esta condição não se verificar conclui-se que a equação (2.106) não tem solução.

2.8. Breve Descrição de Algumas Aplicações Com Conjuntos Imprecisos

Os conjuntos imprecisos têm sido aplicados a diversas áreas do conhecimento. De entre elas, serão analisadas aplicações de dois tipos distintos: o reconhecimento de agrupamentos e um modelo de decisão.

Em [10] podem ser encontradas aplicações de conjuntos imprecisos a diversos problemas.

2.8.1. Aplicação a Problemas de Agrupamento

O reconhecimento de formas é uma das maiores áreas de aplicação da teoria de conjuntos imprecisos. Estas aplicações estão incluídas em investigações ligadas à inteligência artificial, reconhecimento de formas linguísticas e estruturais, entre muitas outras.

Em [6] é possível encontrar descrições mais pormenorizadas de aplicações a problemas de agrupamento.

Seja o conjunto finito $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ e seja V_{cn} o conjunto de todas as matrizes reais de dimensão $c \times n$ e sendo $z \leq c \leq n$ e inteiro. A matriz $U = [\mu_{ik}] \in V_{cn}$ é designada como Partição Estrita desde que satisfaça as seguintes condições:

- Os elementos da matriz U são 0 ou 1;

$$\mu_{ik} \in \{0,1\}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (2.115)$$

- A soma de todos os elementos de cada coluna é igual a 1;

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, 1 \leq k \leq n \quad (2.116)$$

- A soma de todos os elementos de cada linha está compreendida entre 0 e n ;

$$0 < \sum_{k=1}^n \mu_{ik} < n, 1 \leq i \leq c \quad (2.117)$$

Consideremos de novo que X, V_{cn} e c obedecem às condições apresentadas no ponto anterior.

$\tilde{U} = [\mu_{ik}] \in V_{cn}$ é denominada uma matriz de Partição Imprecisa se obedecer às seguintes condições:

- Os elementos da matriz \tilde{U} estão entre 0 e 1;

- $\mu_{ik} \in [0,1], 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (2.118)$

- A soma de todos os elementos de cada coluna é igual a 1;

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, 1 \leq k \leq n \quad (2.119)$$

- A soma de todos os elementos de cada linha está compreendida entre 0 e n;

$$0 < \sum_{k=1}^n \mu_{ik} < n, 1 \leq i \leq c \quad (2.120)$$

A localização de um agrupamento é representado pelo centroíde:

$$V_i = (V_{i1}, \dots, V_{ic}) \in \mathfrak{R}^p, i = 1, \dots, c \quad (2.121)$$

Um dos critérios que usualmente é utilizado para promover a identificação de agrupamentos consiste em minimizar a função seguinte:

$$\text{Min } Z(\tilde{U}, v) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \|x_k - v_i\|^2 \quad (2.122)$$

e

$$v_i = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \mu_{ik}} \sum_{k=1}^n (\mu_{ik}) x_k \quad (2.123)$$

Para a partição imprecisa as coordenadas dos centroídes são dadas por:

$$v_i = \frac{1}{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m} \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m x_k \quad i = 1, \dots, c \quad (2.124)$$

e os graus de pertença de cada ponto a cada agrupamento são dados por:

$$\mu_{ik} = \frac{\left(\frac{1}{\|x_k - v_i\|_G^2} \right)^{\frac{1}{(m-1)}}}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{1}{\|x_k - v_j\|_G^2} \right)^{\frac{1}{(m-1)}}} \quad i = 1, \dots, c; \quad k = 1, \dots, m \quad (2.125)$$

A minimização da função (2.122) é normalmente realizada recorrendo a algoritmos iterativos que partem de uma solução dada inicialmente. Um dos melhores algoritmos conhecidos é o Algoritmo Fuzzy Isodata. A literatura da especialidade inclui, em todo o caso, diversos outros algoritmos.

ALGORITMO FUZZY ISODATA

Este algoritmo pode ser descrito pelos seguintes passos:

- I) Escolher c , m e a matriz G , sendo G uma matriz simétrica e positiva;
- II) Calcular as coordenadas dos centroides $\{v_i^{(p)}\}$ usando $\tilde{U}^{(l)}$ pela expressão (2.124);
- III) Calcular a nova matriz pertença $\tilde{U}^{(p+1)}$ usando $\{v_i^{(p)}\}$ pela expressão (2.125) se $x_k \neq v_i$

Senão,

$$\mu_{jk} = \begin{cases} 1 \Rightarrow j = i \\ 0 \Rightarrow j \neq i \end{cases} \quad (2.126)$$

- IV) Verificar a convergência calculando:

$$\Delta = \|\tilde{U}^{(l+1)} - \tilde{U}^{(l)}\|_G \quad (2.127)$$

Se $\Delta \leq \varepsilon$ fazer $l = l + 1$ e regressar ao passo II)

Se $\Delta \leq \varepsilon$ o processo convergiu.

No caso da Partição Imprecisa tem que ser escolhidos diversos parâmetros:

- Número de agrupamentos;
- O valor do parâmetro m ;
- A matriz G , indutora de normas;
- A inicialização da matriz de pertença $\tilde{U}^{(0)}$;
- Tolerância ε para avaliação da convergência.

Para saber qual das partições será mais eficiente, usam-se indicadores de validade tais como os seguintes:

- O Coeficiente de partição $F(\tilde{U}, c)$;
- Entropia $H(\tilde{U}, c)$;
- Expoente proporcional $P(\tilde{U}, c)$.

COEFICIENTE DE PARTIÇÃO

Seja $\tilde{U} \in M_{fc}$ uma Partição Imprecisa n em um ponto dado. O coeficiente de partição de \tilde{U} é um escalar tal que:

$$F(\tilde{U}, c) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (\mu_{ik})^2 / n \quad (2.128)$$

ENTROPIA

A entropia de cada Partição Imprecisa $\tilde{U} \in M_{fc}$ de x , é dada por:

$$H(\tilde{U}, c) = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c \mu_{ik} \log_e(\mu_{ik}) \quad (2.129)$$

EXPOENTE PROPORCIONAL

Seja $\tilde{U} \in (M_{fc} \setminus M_{co})$ uma Partição Imprecisa de x , onde $|x|=n$ e $2 \leq c \leq n$.

Para a coluna k de \tilde{U} com $1 \leq k \leq ns$ seja:

$$\mu_k = \max_{1 \leq i \leq c} \{ \mu_{ik} \} \quad (2.130)$$

$$[\mu_k^{-1}] \leq \left(\frac{1}{\mu_k} \right) \quad (2.131)$$

E, assim, o expoente proporcional de U é o escalar, dado por:

$$P(\tilde{U}, c) = -\log_c \left\{ \prod_{k=1}^n \left[\sum_{j=1}^{[U_k^{-1}]} (-1)^{j+1} \binom{c}{j} (1 - j\mu_k)^{(c-1)} \right] \right\} \quad (2.132)$$

2.8.2. Programação Linear Imprecisa

Relativamente às aplicações de conjuntos imprecisos ligadas aos modelos de decisão iremos analisar apenas uma mas de grande importância, que é a programação linear imprecisa.

Na programação linear imprecisa, o que se pretende encontrar é a decisão óptima x , associada ao problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c' \cdot x \\ \text{sujeito a} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (2.133)$$

Em muitos problemas reais as restrições do problema podem não assumir um carácter estrito. Podem, pelo contrário, ser admitidas pequenas violações dando origem ao carácter vago associado a algumas delas. Isto significa que em muitas situações a violação do valor b do termo independente de alguma restrição do problema (2.133) poderá não ser sinónimo de não admissibilidade.

Consideremos, por outro lado, que em relação à função objectivo se conhece aquilo que é com frequência designado como um nível de aspiração z , isto é, um valor da função objectivo que, pelo menos, se pretende atingir. Nestas condições o problema (2.133) é equivalente a (2.134).

Encontrar x tal que:

$$Bx \leq d$$

$$x \geq 0 \tag{2.134}$$

Neste problema B tem $m+1$ linhas, em que m é o número de restrições do problema inicial. A primeira linha de B conjuntamente com o primeiro valor do vector d representam, afinal a imposição do nível de aspiração da função objectivo.

Cada $(m+1)$ linha deste problema é agora representada por um conjunto impreciso com a seguinte função de pertença:

$$\mu(x) = \min_i \mu_i(x) \tag{2.135}$$

Consideremos, agora que se pretende identificar um valor determinístico para representar a decisão óptima. Para isso maximiza-se a solução de (2.134) e obtemos:

$$\max_{x \geq 0} \min_i \mu_i(x) = \mu_m(x) \tag{2.136}$$

Agora, terão de ser seleccionadas as funções de pertença $\mu_i(x)$. O grau de pertença deverá ser 0 se as restrições forem severamente violadas e 1 se forem satisfatórias. Esta situação origina a função de pertença (2.137) em que p_i representa a tolerância admitida para a restrição i .

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } (B \cdot x)_i \leq d_i \\ 1 - \frac{(Bx)_i - d_i}{p_i} & \text{se } d_i < (B \cdot x)_i < d_i + p_i \quad i = 1, \dots, m+1 \\ 0 & \text{se } (B \cdot x)_i > d_i + p_i \end{cases} \tag{2.137}$$

Substituindo esta função de pertinência na expressão (2.135), obtemos:

$$\max_{x \geq 0} \min_i 1 - \frac{(Bx)_i - d_i}{p_i} \quad (2.138)$$

Introduzindo uma nova variável, temos:

$$\begin{aligned} \lambda p_i + (Bx)_i &\leq d_i + p_i \quad i = 1, \dots, m+1 \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.139)$$

A solução óptima é encontrada maximizando λ sujeito às restrições (2.139). A solução identificada (λ, x_0) , é a solução óptima de (2.136) adoptando a função de pertinência (2.137).

3. MODELOS DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIAS

3.1. Aspectos Gerais

Os estudos do fluxo de potência assumem grande importância no planeamento e expansão dos sistemas eléctricos, tal como na determinação da melhor forma de operar os sistemas existentes. Por esta razão, estes estudos são os mais frequentemente realizados no âmbito do planeamento e exploração de sistemas eléctricos.

Neste capítulo serão apresentados três conjuntos de modelos do problema de fluxo de potências: modelos determinísticos, probabilísticos e imprecisos. Para além de outros aspectos particulares que serão evidenciados ao longo do capítulo, estes modelos distinguem-se tendo em conta a natureza dos dados e dos resultados que utilizam e que permitem obter.

Assim, os modelos determinísticos utilizam dados em relação aos quais não temos qualquer tipo de incerteza permitindo obter resultados do mesmo tipo. Os modelos probabilísticos permitem a introdução de dados afectados por comportamentos de natureza aleatória modelizados por distribuições probabilísticas. Finalmente, os modelos imprecisos consideram que pelo menos uma potência especificada é representada por um conjunto impreciso ou, mais em particular, por um número impreciso. Estes modelos imprecisos permitem, assim, reflectir nos resultados as imprecisões existentes nos dados.

3.2 Modelos Determinísticos

3.2.1. Formulação do Problema

Diversos modelos de índole determinística requerem a formulação e construção da matriz das admitâncias do sistema em análise, \underline{Y} . Sendo N o número de barramentos do sistema, a matriz \underline{Y} tem dimensão $N \times N$ e o elemento da linha i coluna j é dado por:

$$\underline{Y}_{ij} = g_{ij} + jb_{ij} \quad (3.1)$$

A tensão de um barramento i é representada pela expressão:

$$\underline{V}_i = V_i \angle \theta_i = V_i (\cos \theta_i + j \sin \theta_i) \quad (3.2)$$

A corrente injectada num barramento i atendendo aos elementos da matriz das admitâncias é dada pela expressão:

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{iN}V_N = \sum_{j=1}^N Y_{ij}V_j \quad (3.3)$$

Se considerarmos P_i e Q_i como sendo a potência activa e reactiva injectadas no barramento i , estas são expressas na forma de um número complexo:

$$P_i + jQ_i = V_i \cdot I_i^* = V_i \cdot \sum_{j=1}^N Y_{ij}^* V_j^* \quad (3.4)$$

Separando a parte real da parte imaginária, obtemos:

$$P_i = \sum_{j=1}^N V_i V_j \cdot (g_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} + b_{ij} \cdot \sen \theta_{ij}) \quad (3.5)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^N V_i V_j \cdot (g_{ij} \cdot \sen \theta_{ij} - b_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) \quad (3.6)$$

Os desvios correspondentes às equações do trânsito de potências são determinados pela diferença entre os valores especificados e os valores calculados para cada nó, como podemos verificar nas expressões:

$$\Delta P_i = P_i(\text{esp.}) - P_i(\text{calc.}) \quad (3.7)$$

$$\Delta Q_i = Q_i(\text{esp.}) - Q_i(\text{calc.}) \quad (3.8)$$

Daqui facilmente se pode concluir que, quando os valores especificados coincidirem com os valores calculados, os desvios são iguais a zero.

Para cada barramento i existem quatro grandezas fundamentais: P_i, Q_i, θ_i e V_i . Duas destas quantidades podem ser especificadas e as outras serão calculadas através da resolução do problema de trânsito de potências, ou seja, as equações (3.5) e (3.6) são não lineares em função das variáveis θ_i e V_i .

A resolução do problema de trânsito de potências faz-se, usualmente, de forma iterativa, como podemos verificar nos pontos seguintes.

3.2.2. Método Gauss-Seidel

O método Gauss-Seidel consiste no cálculo de novos valores para a tensão em cada barramento, recorrendo a um processo iterativo.

A primeira observação a ser feita é que, o barramento que se encontra na posição N , é o barramento de referência, pelo que o processo iterativo se inicia no barramento 1 até ao barramento $N - 1$.

A equação geral para determinar a tensão num barramento i num sistema de N barramentos, sendo P^{esp} e Q^{esp} valores especificados das potências activas e reactivas, é:

$$V_i^{(k)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i^{esp} - jQ_i^{esp}}{V_i^{(k-1)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^N Y_{ij} V_j^{(k-1)} \right] \quad (3.9)$$

Nesta expressão k representa a iteração corrente, donde podemos concluir que existem termos que utilizam os valores já corrigidos.

Para garantir uma convergência mais rápida usualmente recorre-se à inicialização das tensões desconhecidas, pelo valor $1,0 \angle 0^\circ$ por unidade.

Mesmo que garantida a convergência, torna-se conveniente reduzir o número de iterações. Para isso, na correcção da tensão, poderá ser utilizada uma constante multiplicativa, que provocaria um aumento de correcção. A esta constante multiplicativa que acelera a convergência dá-se o nome de Factor Acelerador.

Assim, a expressão da tensão com o factor acelerador α é dada por:

$$\begin{aligned} V_{i,ac}^{(k)} &= (1 - \alpha)V_{i,ac}^{(k-1)} + \alpha V_i^{(k)} \\ &= V_{i,ac}^{(k-1)} + \alpha (V_i^{(k)} - V_{i,ac}^{(k-1)}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Para que a convergência ocorra, a prática indica que o factor acelerador deve assumir um valor em torno de 1,6 e nunca deve exceder 2.

3.2.3. Método Newton-Raphson

3.2.3.1. Descrição Geral

O método Newton-Raphson consiste na resolução do sistema de equações do trânsito de potências que se encontram na forma polar até que os desvios ΔP_i e ΔQ_i estejam dentro das tolerâncias admitidas.

A resolução destas equações consiste essencialmente na aplicação da série de Taylor. Considerando um sistema de duas equações a duas incógnitas, temos:

$$g_1(x_1, x_2, \mu) = 0 \quad (3.11)$$

$$g_2(x_1, x_2, \mu) = 0 \quad (3.12)$$

em que μ é uma constante.

Estimando a solução das equações para os valores iniciais $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ estas devem estar associados aos respectivos desvios, $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$ que exercem uma função correctora para a obtenção do valor actual x_1^* e x_2^* . Assim,

$$g_1(x_1^*, x_2^*, \mu) = g_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \mu) = 0 \quad (3.13)$$

$$g_2(x_1^*, x_2^*, \mu) = g_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \mu) = 0 \quad (3.14)$$

O objectivo é encontrar os valores x_1^* e x_2^* . Para este efeito aplica-se a série de Taylor às equações anteriores.

$$g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \mu) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right|^{(0)} + \dots = 0 \quad (3.15)$$

$$g_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \mu) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right|^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right|^{(0)} + \dots = 0 \quad (3.16)$$

Desprezando os termos de ordem superior à primeira, as expressões anteriores podem escrever-se na forma matricial de acordo com:

$$\begin{bmatrix} \partial g_1 / \partial x_1 & \partial g_1 / \partial x_2 \\ \partial g_2 / \partial x_1 & \partial g_2 / \partial x_2 \end{bmatrix}^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \mu) \\ 0 - g_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \mu) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A matriz da expressão (3.17), que integra as derivadas parciais, denomina-se Jacobiano e representa-se por J.

Obtém-se assim a equação linear dos desvios:

$$J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta g_1^{(0)} \\ \Delta g_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Como os termos de ordem superior à primeira foram desprezados, os valores calculados para os desvios não serão ainda os correctos. Por esta razão, o processo correctivo deverá prosseguir estimando os valores $x_1^{(1)}$ e $x_2^{(1)}$, e assim temos:

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \quad (3.19)$$

$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \quad (3.20)$$

O processo iterativo prossegue estimando novamente as soluções até que a correcção seja menor que uma tolerância ε estipulada.

Uma forma mais correcta de avaliar a convergência consiste em calcular os valores das potências injectadas utilizando os valores mais actuais dos módulos e fases das tensões. Os valores assim calculados serão comparados com os especificados verificando-se a convergência do processo iterativo por comparação com uma tolerância especificada.

Em [22] pode ser encontrada uma aplicação do método de Newton-Raphson aos fluxos de potência, tal como se pode verificar em seguida.

3.2.3.2. Aplicação ao Problema de Fluxo de Potências

Consideremos as equações do fluxo de potências dadas por (3.21) e (3.22).

$$P_i = V_i^2 g_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij}) \quad (3.21)$$

$$Q_i = -V_i^2 b_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.22)$$

Diferenciando as equações em ordem a θ_i e a V_i , obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= \frac{\partial P_i}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_{N-1}} \Delta \theta_{N-1} + \\ &+ \frac{\partial P_i}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial P_i}{\partial V_2} \Delta V_2 + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial V_{N-1}} \Delta V_{N-1} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_i &= \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_{N-1}} \Delta \theta_{N-1} + \\ &+ \frac{\partial Q_i}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial Q_i}{\partial V_2} \Delta V_2 + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial V_{N-1}} \Delta V_{N-1} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Multiplicando e dividindo pelo módulo da tensão os últimos N-1 termos, temos:

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= \frac{\partial P_i}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_{N-1}} \Delta \theta_{N-1} + \\ &+ V_1 \frac{\partial P_i}{\partial V_1} \frac{\Delta V_1}{V_1} + V_2 \frac{\partial P_i}{\partial V_2} \frac{\Delta V_2}{V_2} + \dots + V_{N-1} \frac{\partial P_i}{\partial V_{N-1}} \frac{\Delta V_{N-1}}{V_{N-1}} \end{aligned} \quad (3.25)$$

E do mesmo modo,

$$\begin{aligned} \Delta Q_i &= \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_{N-1}} \Delta \theta_{N-1} + \\ &+ V_1 \frac{\partial Q_i}{\partial V_1} \frac{\Delta V_1}{V_1} + V_2 \frac{\partial Q_i}{\partial V_2} \frac{\Delta V_2}{V_2} + \dots + V_{N-1} \frac{\partial Q_i}{\partial V_{N-1}} \frac{\Delta V_{N-1}}{V_{N-1}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Atendendo aos dados normalmente especificados os barramentos de um sistema de energia podem ser classificados em:

- Barramento PQ - são especificados os valores das potências activas e reactivas injectadas. As incógnitas são o módulo e a fase da tensão;
- Barramento PV - são especificados os valores da potência activa e do módulo da tensão. As incógnitas são a potência reactiva injectada e a fase da tensão;

Por outro lado, torna-se necessário fixar uma referência para a fase das tensões, o que conduz ao barramento de referência. Finalmente, os valores das potências activa e reactiva de perdas não são conhecidas à priori, pelo que se torna necessário prever a existência de um barramento de compensação. Normalmente, os barramentos de referência e compensação coincidem sendo seleccionado para desempenhar estas tarefas um nó do tipo PV.

Assim, num sistema possuindo N barramentos existem npq barramentos de tipo PQ, npv de tipo PV e um barramento de referência e compensação.

Desta forma, atendendo aos valores especificados referidos o método de Newton Raphson exige a resolução de um sistema de $2xnpq + npv$ equações. A sua forma matricial está representada em (3.27) atendendo a que os primeiros npq barramentos são do tipo PQ, os barramentos com índice $i = npq + 1$ até $npq + npv$ são do tipo PV e o barramento N é o de referência e compensação.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_{N-1}} & V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & V_{npq} \frac{\partial P_1}{\partial V_{npq}} \\ \dots & J_{11} & \dots & \dots & J_{12} & \dots \\ \frac{\partial P_{N-1}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_{N-1}}{\partial \theta_{N-1}} & V_1 \frac{\partial P_{N-1}}{\partial V_1} & \dots & V_{npq} \frac{\partial P_{N-1}}{\partial V_{npq}} \\ \dots & J_{21} & \dots & \dots & J_{22} & \dots \\ \frac{\partial Q_{npq}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_{npq}}{\partial \theta_{N-1}} & V_1 \frac{\partial Q_{npq}}{\partial V_1} & \dots & V_{npq} \frac{\partial Q_{npq}}{\partial V_{npq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \dots \\ \Delta \theta_{N-1} \\ \frac{\Delta V_1}{V_1} \\ \dots \\ \frac{\Delta V_{npq}}{V_{npq}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \dots \\ \Delta P_{N-1} \\ \Delta Q_1 \\ \dots \\ \Delta Q_{npq} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Analisando o modelo matemático do método conclui-se que o processo iterativo segue os seguintes passos:

- Estimar os valores $\theta_i^{(0)}$ e $V_i^{(0)}$;
- Calcular $P_i^{(0)}, Q_i^{(0)}, \Delta P_i^{(0)}, \Delta Q_i^{(0)}$ e as derivadas parciais a partir dos valores correntes das incógnitas;
- Determinar $\Delta\theta_i^{(0)}$ e $\Delta V_i^{(0)} / V_i^{(0)}$ a partir da equação matricial (3.27);
- Adicionar os desvios calculados aos valores estimados iniciais:

$$\theta_i^{(1)} = \theta_i^{(0)} + \Delta\theta_i^{(0)} \quad (3.28)$$

$$V_i^{(1)} = V_i^{(0)} + \Delta V_i^{(0)} = V_i^{(0)} \left(1 + \frac{\Delta V_i^{(0)}}{V_i^{(0)}} \right) \quad (3.29)$$

- Usar os valores $\theta_i^{(0)}$ e $V_i^{(0)}$ para a segunda iteração.

Atendendo à equação (3.21) e diferenciando em ordem a θ_j , obtemos os elementos fora da diagonal da submatriz J_{11} :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (g_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - b_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) \quad (3.30)$$

Diferenciando a mesma equação em ordem a θ_i , obtemos os elementos da diagonal:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (-g_{ij} \text{sen } \theta_{ij} + b_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \quad (3.31)$$

Comparando esta expressão com a expressão (3.22) conclui-se que:

$$\frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - V_i^2 b_{ii} \quad (3.32)$$

Procedendo de modo análogo relativamente à equação (3.22), conclui-se que os elementos da submatriz J_{21} são:

- Os elementos fora da diagonal:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (-g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij}) \quad (3.33)$$

- Os elementos da diagonal:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N V_i V_n (g_{in} \cos \theta_{in} + b_{in} \operatorname{sen} \theta_{in}) = - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_n} \quad (3.34)$$

Comparando esta expressão com a expressão (3.21), temos:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i - V_i^2 g_{ii} \quad (3.35)$$

Derivando a equação (3.21) em ordem a V_j , obtemos os elementos da submatriz J_{12} , definidos pela expressão:

$$V_j \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial V_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij}) \quad (3.36)$$

Comparando esta expressão com a expressão (3.21) podemos concluir que:

$$V_j \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial V_j} = - \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \quad (3.37)$$

Derivando a equação (3.21) em ordem a V_i , obtemos os elementos da diagonal da submatriz J_{12} :

$$V_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i^2 g_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.38)$$

Comparando a expressão (3.34) com a expressão (3.35) podemos concluir que:

$$V_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = P_i + V_i^2 g_{ii} \quad (3.39)$$

Procedendo de modo análogo relativamente à equação (3.22), conclui-se que:

- Os elementos da submatriz J_{22} , fora da diagonal são dados pela expressão:

$$V_j \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.40)$$

- E os elementos da diagonal:

$$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2V_i^2 B_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) = Q_i - V_i^2 b_{ii} \quad (3.41)$$

O método de Newton-Raphson é hoje utilizado de forma generalizada dada a convergência quadrática que apresenta e o facto de ser bastante fiável, isto é, as suas características de convergência mantêm-se de uma forma geral independentemente da dimensão e tipo do sistema a analisar.

3.2.4. Método de Desacoplamento

Como foi possível concluir no método anterior, o tempo de computação é ainda relativamente extenso, visto que o Jacobiano é uma matriz cheia que tem dimensão $2 \times npq + npv$ por $2 \times npq + npv$.

O método de desacoplamento [24] baseia-se no método Newton-Raphson, mas apresenta uma economia de tempo considerável, visto que os cálculos da fase da tensão apenas interferem com a potência activa deixando inalterável a potência reativa. Por outro lado, os cálculos do módulo da tensão são realizados relativamente à potência reactiva, deixando inalterável a potência activa.

Daqui podemos concluir imediatamente que, das derivadas em ordem a θ_j e a V_j , só serão consideradas $\partial P_i / \partial \theta_j$ e $\partial Q_i / V_j$. As restantes assumem o valor zero.

O Jacobiano passa a ter duas submatrizes apenas constituídas por zeros. E a partir das submatrizes J_{11} e J_{22} podemos construir as seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_{N-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{N-1}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_{N-1}}{\partial \theta_{N-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \theta_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_{N-1} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

e

$$\begin{bmatrix} V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & V_{npq} \frac{\partial Q_1}{\partial V_{npq}} \\ \dots & \dots & \dots \\ V_1 \frac{\partial Q_{npq}}{\partial V_1} & \dots & V_{npq} \frac{\partial Q_{npq}}{\partial V_{npq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_1}{V_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta V_{npq}}{V_{npq}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Q_{npq} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

O cálculo da fase da tensão realiza-se usando apenas ΔP e o cálculo do módulo da tensão faz-se utilizando ΔQ .

Este conjunto de equações pode ser resolvido alternadamente, utilizando numa o conjunto de soluções mais recentes da outra.

O método de desacoplamento pode ser ainda alvo de algumas simplificações por forma a conseguir que as submatrizes J_{11} e J_{22} utilizadas em (3.42) e (3.43) se mantenham inalteradas ao longo do processo iterativo. Para este efeito consideremos (3.42) e (3.43) sob a forma (3.44).

$$\begin{cases} \Delta P = J_{11} \cdot \Delta \theta \\ \Delta Q = J_{22} \cdot \Delta V/V \end{cases} \quad (3.44)$$

Os elementos de J_{11} e J_{22} são dados por:

$$J_{11_{ii}} = -b_{ii} \cdot V_i^2 - Q_i \quad (3.45)$$

$$J_{22_{ii}} = -b_{ii} \cdot V_i^2 - Q_i \quad (3.46)$$

$$J_{11_{ij}} = J_{22_{ij}} = V_i \cdot V_j \cdot (g_{ij} \text{ sen } \theta_{ij} - b_{ij} \text{ cos } \theta_{ij}) \quad (3.47)$$

Considerando que:

$$\text{cos } \theta_{ij} \cong 1 \quad (3.48)$$

$$g_{ij} \text{ sen } \theta_{ij} \ll b_{ij} \quad (3.49)$$

$$Q_i \ll b_{ii} \cdot V_i^2 \quad (3.50)$$

obtém-se as expressões (3.51) e (3.52):

$$[\Delta P] = [V \cdot B \cdot V] \cdot [\Delta \theta] \quad (3.51)$$

$$[\Delta Q] = [V \cdot B \cdot V] \cdot [\Delta V/V] \quad (3.52)$$

A matriz B'' corresponde ao simétrico da parte imaginária da matriz das admitâncias e os elementos da matriz B' são dados por:

$$B'_{ij} = -\frac{1}{x_{ij}} \quad (3.53)$$

$$B'_{ii} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{1}{x_{ik}} \quad (3.54)$$

O processo de resolução deverá desenvolver-se de acordo com os seguintes aspectos:

- Calcular os desvios iniciais ΔP ;
- Resolver a equação (3.51) para $\Delta \theta$;
- Substituir os novos valores θ e calcular os desvios ΔQ ;
- Resolver a equação (3.52) para ΔV e substituir os novos V ;
- Regressar à equação (3.51) e repetir a iteração.

Uma descrição detalhada deste método e de algumas aplicações podem ser encontradas nas referências [22] e [23].

3.2.5. Modelo DC

Consideremos que a potência aparente injectada no nó i é dada por:

$$\underline{S}_i = \underline{V}_i \cdot \underline{I}_i^* \quad i=1, \dots, N \quad (3.55)$$

$$\underline{S}_i = \underline{V}_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \underline{I}_{ik}^* = \underline{V}_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \underline{y}_{ik}^* \cdot (\underline{V}_i^* - \underline{V}_k^*) \quad (3.56)$$

Considerando que o módulo da tensão é 1,0 p.u. obtém-se:

$$\underline{S}_i = P_i + jQ_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \underline{y}_{ik} \cdot (\underline{V}_i \cdot \underline{V}_i^* - \underline{V}_i \cdot \underline{V}_k^*) \quad (3.57)$$

$$\underline{S}_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \underline{y}_{ik}^* \cdot (1 - e^{j(\theta_i - \theta_k)}) \quad (3.58)$$

$$\underline{S}_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \underline{y}_{ik}^* \cdot (1 - \cos \theta_{ik} - j \operatorname{sen} \theta_{ik}) \quad (3.59)$$

Consideremos, agora, as aproximações seguintes:

- As admitâncias shunt dos ramos são desprezáveis;
- $r_{ik} \ll x_{ik}$;
- $\cos \theta_{ik} \cong 1,0$;
- $\operatorname{sen} \theta_{ik} \cong \theta_{ik}$;
- $Q_i \cong 0$.

Então obtém-se:

$$P_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{\theta_{ik}}{x_{ik}} \quad (3.60)$$

isto é,

$$P_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{\theta_i}{x_{ik}} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{\theta_k}{x_{ik}} \quad (3.61)$$

Em notação matricial,

$$[P] = [B] \cdot [\theta] \quad (3.62)$$

Considerando que o barramento N é o barramento de referência, e sendo B uma matriz com dimensão $N - 1 \times N - 1$ obtém-se:

$$[\theta] = [B]^{-1} \cdot [P] \quad (3.63)$$

O fluxo de potência activa entre os nós i e k é, de acordo com este modelo, dado por:

$$P_{ik} = \frac{\theta_i - \theta_k}{x_{ik}} \quad (3.64)$$

Sendo,

$$\theta_i = \sum_{j=1}^{N-1} B_{ij}^{-1} \cdot P_j \quad (3.65)$$

$$\theta_k = \sum_{j=1}^{N-1} B_{kj}^{-1} \cdot P_j \quad (3.66)$$

obtém-se:

$$P_{ik} = \frac{1}{x_{ik}} \cdot \sum_{j=1}^{N-1} (B_{ij}^{-1} - B_{kj}^{-1}) \cdot P_j \quad (3.67)$$

Se se designar por $a_{ik,j}$ o coeficiente de sensibilidade da trânsito de potência activa no ramo ik em relação à potência injectada no nó j , obtém-se finalmente:

$$P_{ik} = \sum_{j=1}^{N-1} a_{ik,j} \cdot P_j \quad (3.68)$$

em que,

$$a_{ik,j} = \frac{B_{ij}^{-1} - B_{kj}^{-1}}{x_{ik}} \quad (3.69)$$

A matriz A que integra os coeficientes $a_{ik,j}$ designa-se por matriz dos coeficientes de sensibilidade.

3.3. Modelos Probabilísticos

3.3.1. Aspectos Gerais

Nos modelos que se seguem mostra-se como o problema de fluxo de potências pode ser modelizado e resolvido considerando dados possuindo natureza probabilística.

No primeiro método estudado, através de variáveis aleatórias e do fluxo de potência em cada linha, é possível definir uma função densidade de probabilidade. Podem ser calculados os valores esperados, assim como os desvios estabelecidos para cada fluxo de potência, através da função de densidade, é ainda possível determinar o equilíbrio da potência do sistema. De realçar que o equilíbrio da potência não é uma quantidade calculável mas sim uma quantidade estabelecida, visto que sabemos que a quantidade de potência produzida tem que ser igual à quantidade de potência de carga.

O segundo método é uma extensão do primeiro, onde os ângulos, as tensões, os fluxos de potência reactiva e a potência reactiva injectada são calculados usando quantidades nodais, quantidades essas que são especificadas por várias distribuições.

3.3.2. Modelo DC Utilizando Convolução

Uma das principais características deste modelo é que todas as cargas são definidas como variáveis aleatórias e os cálculos dos fluxos de potência em cada linha são realizados através de uma função densidade de probabilidade.

A resolução do problema de fluxo de potências envolve cálculos computacionalmente muito demorados. Para ultrapassar este problema apenas se efectuam os cálculos que envolvem valores esperados e variâncias.

Se X e Y forem dois conjuntos de dados probabilísticos e $f_1(x)$ e $f_2(y)$ as respectivas funções de densidade, e se Z for dado por:

$$Z = X + Y \quad (3.70)$$

então, a função de densidade de probabilidade de z é dada por:

$$f_3(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2(z-x) dx \quad (3.71)$$

Esta expressão representa a convolução, ou seja, é o método para determinar a soma de qualquer variável independente.

A análise do fluxo de potência na linha reduz-se ao conjunto dos coeficientes de sensibilidade que permitiriam obter a função densidade para cada linha.

Como a convolução está relacionada com cálculos complexos, serão realizadas algumas suposições iniciais:

- Os ramos estão linearmente relacionados do mesmo modo para a potência e para a tensão nodal;
- As potências activa e reactiva são independentes;
- O equilíbrio da potência é específico para uma rede e as perdas do sistema são desprezados;
- Na resolução do problema de fluxo de potência, a topologia da rede é sempre constante.

Este método calcula a função de densidade de probabilidade da potência em cada linha e para um dado conjunto de nós, isto é, é possível avaliar o equilíbrio da potência na rede, se é excessivo ou deficiente. Os cálculos a serem efectuados serão muito complexos.

Este método pode igualmente ser utilizado para a análise de partes importantes do calculo do problema:

- **Análise Sensibilidade do Fluxo de Potência**

O cálculo dos coeficientes de sensibilidade é um cálculo intermédio, que para ser efectuado necessita apenas dos dados da rede, e determinará qual o impacto em cada trânsito de potência de alterações em valores de potências injectadas.

- **Análise do Equilíbrio Potência**

O método calculará, pela função densidade da probabilidade, o equilíbrio da potência. Neste calculo poderá determinar-se a capacidade do sistema, ou ainda conhecer e deduzir a capacidade que deve estar em reserva.

- **Análise do Fluxo de Potência Esperado**

A caracterização do fluxo de potência é um passo importante. Assim, utilizando os coeficientes de sensibilidade, podemos calcular os valores esperados e os desvios padrão do fluxo, visto que se considera que as variáveis são independentes.

Como os valores para os nós são variáveis independentes, e como conhecemos os coeficientes sensibilidade, podemos então calcular os valores esperados e variância do fluxo de potência em cada linha, através de:

$$\mu_i = \sum_{j=1}^b S_{ij} \mu_j \quad (3.72)$$

e

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^b S_{ij}^2 \sigma_j^2 \quad (3.73)$$

3.3.3. Modelo AC Linearizado

Iniciando o estudo deste modelo pela formulação do problema fluxo potências, poderemos considerar as seguintes expressões:

$$P_i = g_i(\theta_1, \dots, \theta_n, V_1, \dots, V_n) \quad (3.74)$$

$$Q_i = h_i(\theta_1, \dots, \theta_n, V_1, \dots, V_n) \quad (3.75)$$

O estudo pode utilizar um modelo probabilístico que considera que P_i e Q_i são definidas por curvas de densidade probabilidade.

As principais dificuldades relacionam-se com:

- Cada uma das variáveis θ e V não estão disponíveis a partir de P_i e Q_i ;
- As funções g e h não são lineares;
- As variáveis P, Q, θ e V não são necessariamente independentes.

Assim, para ultrapassar estas dificuldades realiza-se a linearização do problema e considera-se que as variáveis P e Q são independentes.

A dedução da função de densidade das quantidades desconhecidas pode ser executada pelo método de convolução.

Partindo das equações do fluxo de potência, iremos estabelecer métodos e/ou formulações para deduzir as grandezas como fase e potência activa, tensão e potência reactiva e potência activa e reactiva produzida. E, assim, o cálculo da fase e da potência activa será realizada pelo modelo DC.

Para calcular a tensão e a potência reactiva realiza-se a linearização do problema de fluxo de potência, admitindo ainda que quer a potência activa quer a potência reactiva são consideradas independentes.

Assim, para obter a tensão e a potência reactiva existem duas formulações possíveis:

- A primeira assume que $V_i = 1,0$ p.u., realizando-se a linearização posteriormente;
- A segunda parte do conhecimento de que a tensão se encontra próximo da unidade, ou seja,

$$V_i = 1 + \delta V_i \quad (3.76)$$

$$V_k = 1 + \delta V_k \quad (3.77)$$

onde δV_i e δV_k são pequenos desvios em relação à unidade.

O cálculo da potência activa e reactiva produzidas faz-se também por convolução.

Para realizar a linearização das equações do fluxo de potências temos duas formulações:

- A primeira considera a potência activa e reactiva desacoplada e, conseqüentemente, assume que o problema de fluxo de potências se subdivide em dois problemas independentes. Num deles, estabelecem-se relações entre potências activas e fases das tensões e, no outro, entre potências reactivas e módulos das tensões;
- A segunda tem como principal diferença que a potência activa e reactiva não se assumem como independentes.

Nestas quatro formulações, os erros devido às simplificações efectuadas são compensados pela simplicidade e menor tempo de cálculo.

Em seguida serão referidas duas publicações associadas à resolução do problema de fluxo de potências probabilístico pelo método AC linearizado.

Silva e Arienti et al (1990) apresentam uma modelização para a resolução do problema do fluxo de potência sem usar a equação não linear do fluxo de potência. Para esse efeito consideram um outro ponto de linearização.

No algoritmo para cada ponto de linearização obtém-se valores das perdas para cada ponto, e assim, a equação do equilíbrio de potências é reavaliado para os novos pontos. Este processo é repetido até que as perdas convirjam para um determinado valor.

Este novo modelo combina as técnicas de simulação de Monte Carlo e as equações do fluxo de potência multilinearizado.

Silva, Arienti e Allan et al (1984) apresentam uma metodologia para a resolução do problema de fluxo de potências que contempla a existência de dependência entre cargas. Este modelo baseia-se numa combinação entre o método de convolução, a técnica de simulação de Monte Carlo e as equações linearizadas do fluxo de potência.

O processo permite realizar uma linearização das equações do fluxo de potências na região do valor esperado. Obtém-se, assim, um ponto na região dos valores esperados, a partir do qual é possível obter os coeficientes de sensibilidade a utilizar nas fases seguintes.

3.4. Modelos Imprecisos

3.4.1. Aspectos Gerais

Quando se realiza um estudo de fluxo de potências em que existem potências produzidas ou de carga representadas por números imprecisos, então o estudo a realizar designa-se por fluxo de potências impreciso.

Em [20] podem ser encontradas diversas aplicações de conjuntos imprecisos a sistemas de energia eléctrica entre as quais ao problema de fluxo de potências.

No modelo DC a apresentar, as grandezas a calcular são a potência activa produzida no barramento de referência, o trânsito de potência activa nos ramos e a fase da tensão nos barramentos do sistema.

No modelo AC, as grandezas a calcular estão relacionadas com a potência activa produzida no barramento de referência, a potência reactiva produzida nos barramentos do tipo PV e de referência, o módulo e fase de tensões, os trânsitos de potência, potências de perdas e o módulo e quadrado do módulo da intensidade da corrente nos ramos do sistema.

Ao realizar um estudo do fluxo de potência impreciso, têm-se como objectivo conhecer o comportamento das grandezas nos modelos DC e AC, sendo conhecidas as imprecisões que afectam os dados.

3.4.2. Modelo DC Impreciso

As grandezas que podem ser determinadas pelo modelo DC Impreciso são a fase das tensões, o trânsito de potência activa nos ramos do sistema e a potência produzida no barramento de referência.

Inicialmente calcula-se a fase das tensões e a potência activa através de um estudo DC determinístico do trânsito de potências.

Para calcular a fase das tensões e os trânsito de potência activa imprecisos, devem-se seguir os seguintes passos:

- Calcular os desvios das potências injectadas $\tilde{\Delta P}$, que são determinados em relação ao valor central da função de pertença, isto é, em relação ao valor médio do corte de nível 1,0 respectivo;
- Calcular a fase da tensão e trânsito potência activa imprecisa, recorrendo aos respectivos desvios, sendo estes dados por:

$$[\Delta\tilde{\theta}] = [B]^{-1}[\Delta\tilde{P}] \quad (3.78)$$

$$[\Delta\tilde{P}_{ik}] = [A][\Delta\tilde{P}] \quad (3.79)$$

Adicionando à fase de tensão e ao trânsito de potência activa os respectivos desvios, obtemos:

$$[\tilde{\theta}] = [\theta] \oplus [\Delta\tilde{\theta}] \quad (3.80)$$

$$[\tilde{P}_{ik}] = [P_{ik}] \oplus [\Delta\tilde{P}_{ik}] \quad (3.81)$$

- Calcular a potência activa produzida no barramento referência, determinando primeiro o desvio da potência produzida. Assim:

$$\Delta\tilde{P}_{nb} = \sum_{k=1}^{nb} \Delta\tilde{P}_{c_k} - \sum_{k=1}^{nb-1} \Delta\tilde{P}_{g_k} \quad (3.82)$$

Logo,

$$\tilde{P}_{g_{nb}} = P_{g_{nb}} \oplus \Delta\tilde{P}_{g_{nb}} \quad (3.83)$$

3.4.3. Modelo DC Incremental

A utilização do modelo AC determinístico num estudo impreciso incremental dará origem a um novo modelo, modelo esse que utilizará uma estimativa da potência activa de perdas nos ramos do sistema que é obtida através do estudo AC.

Para efectuar o estudo determinístico é necessário conhecer diversas grandezas, entre as quais a potência activa e reactiva e o módulo da tensão em diversos barramentos.

Iniciaremos o estudo fazendo a determinação dos valores imprecisos da fase das tensões, potência activa produzida no barramento de referência e do trânsito de potência activa nos ramos do sistema. Para isso o estudo determinístico AC é realizado considerando o valor central dos números imprecisos especificados para as potências activas e reactivas. Poderemos assim obter os valores determinísticos da fase das tensões, da potência activa produzida no barramento de referência e do trânsito de potência activa do sistema. Em seguida, utilizando estes valores determinísticos, poderemos obter o desvio da potência activa injectada:

$$[\Delta\tilde{P}] = [\tilde{P}] - [P] \quad (3.84)$$

A partir daqui poderemos obter os desvios da fase tensão nos barramentos e do trânsito de potência activa nos ramos.

$$[\Delta\tilde{\theta}] = [B]^{-1} [\Delta\tilde{P}] \quad (3.85)$$

$$[\Delta\tilde{P}_{ik}] = [A] [\Delta\tilde{P}] \quad (3.86)$$

Daqui obtém-se os valores imprecisos da fase e do trânsito de potência activa nos ramos.

$$[\tilde{\theta}] = [\theta] \oplus [\Delta\tilde{\theta}] \quad (3.87)$$

$$[\tilde{P}_{ik}] = [P_{ik}] \oplus [\Delta\tilde{P}_{ik}] \quad (3.88)$$

E do mesmo modo, pode-se obter os valores imprecisos do desvio e da potência activa produzida no barramento de referência:

$$\Delta \tilde{P}g_{nb} = \sum_{k=1}^{nb} \Delta \tilde{P}c_k - \sum_{k=1}^{nb-1} \Delta \tilde{P}g_k \quad (3.89)$$

$$\tilde{P}g_{nb} = Pg_{nb} \oplus \Delta \tilde{P}g_{nb} \quad (3.90)$$

3.4.4. Modelo AC Incremental

A resolução do problema de fluxo de potências pelo método AC determinístico tem natureza não linear e a sua resolução faz-se de forma iterativa. No caso de haver dados representados por números imprecisos uma resolução iterativa revela-se complexa e pouco eficiente.

Assim sendo, torna-se necessário implementar técnicas de resolução não iterativas, através do método incremental com expressões linearizadas, sendo estas calculadas através do método AC impreciso.

De início, é realizado um estudo determinístico de fluxo de potências para os valores centrais das potências activas e reactivas especificadas e determinando os desvios das grandezas a calcular pelas expressões linearizadas, ou seja, os desvios do módulo e fase das tensões, das potências activa e reactiva produzidas, potências reactivas produzidas ou consumidas em bancos de capacidades ou de indutâncias, trânsitos potências activa e reactiva de perdas e do módulo e quadrado módulo da intensidade corrente.

Os desvios imprecisos assim calculados são finalmente adicionados aos valores centrais obtidos com o estudo determinístico inicial.

Ao resolvermos o problema determinístico pelo método Newton-Raphson obtemos para cada iteração um valor que pode ser representado da seguinte forma:

$$[\Delta x] = [J]^{-1}[\Delta Z] \quad (3.91)$$

De acordo com o referido em 3.2.3.2. os primeiros N-1 elementos correspondem à fase das tensões nos barramentos de tipo PQ e de tipo PV e os últimos npq correspondem ao módulo da tensão nos barramentos de tipo PQ.

O vector $[\Delta Z]$ corresponde aos desvios do valor central das potências reactivas e activas injectadas nos barramentos PQ, e do valor central das potências activas injectadas nos barramentos PV. A matriz $[J]$ é o Jacobiano construído em cada iteração.

Quando o processo interactivo tiver convergido obtêm-se os novos desvios $[\Delta X]$ e a matriz $[J]$ é o Jacobiano da iteração em que se verificou convergência.

As expressões seguintes representam, respectivamente, a potência activa injectada em todos os barramentos, incluindo o de referência e a potência reactiva injectada no barramento de referência e nos barramentos do tipo PV.

$$P_i = \sum_{k=1}^N V_i V_k (g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sen \theta_{ik}) \quad (3.92)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^N V_i V_k (g_{ik} \sen \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.93)$$

Sendo g e h as funções não lineares que representam as potências activas e reactivas injectadas nos barramentos do sistema, podem determinar-se os desvios de g e h que se obtêm pelo desenvolvimento em série de Taylor:

$$\Delta P_i \cong \sum_{k=1}^N \frac{\partial g}{\partial V_k} \Delta V_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial g}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad (3.94)$$

$$\Delta Q_i \cong \sum_{k=1}^N \frac{\partial h}{\partial V_k} \Delta V_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial h}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad (3.95)$$

Nestas expressões V_k é igual ao valor central obtido no estudo determinístico e do mesmo modo θ_k é o valor central obtido com o estudo determinístico.

As derivadas parciais das expressões anteriores são representadas pelas seguintes expressões:

$$\frac{\partial g}{\partial V_k} = V_i (g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sen \theta_{ik}) \quad \text{se } i \neq k \quad (3.96)$$

$$\frac{\partial g}{\partial V_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sen \theta_{ij}) + 2V_i g_{ii} \quad \text{se } i = k \quad (3.97)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_k} = V_i V_k (g_{ik} \sen \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad \text{se } i \neq k \quad (3.98)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (-g_{ij} \text{sen } \theta_{ij} + b_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) \text{ se } i = k \quad (3.99)$$

$$\frac{\partial h}{\partial V_k} = V_i (g_{ik} \text{sen } \theta_{ik} - b_{ik} \text{cos } \theta_{ik}) \text{ se } i \neq k \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial g}{\partial V_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_j (g_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - b_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) - 2V_i b_{ii} \text{ se } i = k \quad (3.101)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \theta_k} = V_i V_k (-g_{ik} \text{cos } \theta_{ik} - b_{ik} \text{sen } \theta_{ik}) \text{ se } i \neq k \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j (g_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \text{ se } i = k \quad (3.103)$$

Podemos ainda obter expressões aproximadas para ΔP_i e ΔQ_i a partir de $[\Delta Z]$, em que os coeficientes destas expressões são os coeficientes de sensibilidade. Estes coeficientes podem ainda ser obtidos pela inversão da matriz do Jacobiano. Assim,

$$\Delta P_i = [Sp_i][\Delta Z] \quad (3.104)$$

$$\Delta Q_i = [Sq_i][\Delta Z] \quad (3.105)$$

Obtemos a potência activa produzida no barramento de referência e reactiva nos barramentos de referência e PV utilizando:

$$\tilde{P}g_i = P_i \oplus \Delta \tilde{P}_i + \tilde{P}c_i \quad (3.106)$$

$$\tilde{Q}g_i = Q_i \oplus \Delta \tilde{Q}_i + \tilde{Q}c_i \quad (3.107)$$

em que P_i e o Q_i são os valores centrais obtidos no estudo determinístico inicial.

O valor determinístico da potência reactiva produzida ou consumida em bancos de rectâncias, é dada pela expressão :

$$Qr_i = V_i^2 br_i \quad (3.108)$$

Nesta expressão b_{r_i} representa o valor da susceptância associado à capacidade ou indutância ligada ao barramento i .

Considerando a função não linear f associada a Q_{r_i} , temos:

$$\Delta Q_{r_i} = \frac{\partial f}{\partial V_i} \Delta V_i \quad (3.109)$$

em que,

$$\frac{\partial f}{\partial V_i} = 2V_i b_{r_i} \quad (3.110)$$

Esta derivada representa o coeficiente de sensibilidade associado à potência reactiva produzida ou consumida no barramento em relação ao módulo da tensão no barramento i .

No cálculo do trânsito de potência activa iremos considerar g_{ik} e b_{ik} representadas pelas expressões:

$$g_{ik} = -r_{ik} / (r_{ik}^2 + x_{ik}^2) \quad (3.111)$$

$$b_{ik} = x_{ik} / (r_{ik}^2 + x_{ik}^2) \quad (3.112)$$

E assim as expressões do trânsito de potência activa e reactiva nos ramos do sistema do barramento i para k são dadas por:

$$P_{ik} = -g_{ik} V_i^2 + V_i V_k (g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (3.113)$$

$$Q_{ik} = (b_{ik} - ysh_{ik}) V_i^2 + V_i V_k (g_{ik} \sin \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.114)$$

Nas expressões anteriores, o valor ysh_{ik} refere-se apenas ao ramo em análise, e está associado à admitância shunt respectiva.

Sejam r e s as funções não lineares que representam os trânsitos de potência activa e reactiva em relação ao módulo e a fase tensão nos barramentos.

As expressões seguintes são as derivadas parciais das expressões (3.113) e (3.114) em relação a V_i, V_k, θ_i , e θ_k .

$$\frac{\partial r}{\partial V_i} = -2g_{ik}V_i + V_k(g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \text{sen} \theta_{ik}) \quad (3.115)$$

$$\frac{\partial r}{\partial V_k} = V_i(g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \text{sen} \theta_{ik}) \quad (3.116)$$

$$\frac{\partial r}{\partial \theta_i} = V_i + V_k(-g_{ik} \text{sen} \theta_{ik} + b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.117)$$

$$\frac{\partial r}{\partial \theta_k} = -\frac{\partial r}{\partial \theta_i} \quad (3.118)$$

$$\frac{\partial s}{\partial V_i} = 2V_i(b_{ik} - \gamma sh_{ik}) + V_k(g_{ik} \text{sen} \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.119)$$

$$\frac{\partial s}{\partial \theta_k} = -\frac{\partial s}{\partial \theta_i} \quad (3.120)$$

Assim, os desvios associados a estas expressões são:

$$\Delta P_{ik} \cong \frac{\partial r}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial r}{\partial V_k} \Delta V_k + \frac{\partial r}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial r}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad (3.121)$$

$$\Delta Q_{ik} \cong \frac{\partial s}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial s}{\partial V_k} \Delta V_k + \frac{\partial s}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial s}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k \quad (3.122)$$

V_i, V_k, θ_i , e θ_k estão associados aos valores determinísticos do estudo inicial.

As expressões de V_i, V_k, θ_i , e θ_k podem ser obtidas pela matriz inversa do Jacobiano, e assim, pode-se obter os vectores $[Sp_{ik}]$ e $[Pq_{ik}]$ dos coeficientes de sensibilidade e os trânsitos de potência activa e reactiva ficam representados em relação a variações das potências injectadas especificadas.

Estas expressões poderão ser mais simplificadas, visto que, algumas destas derivadas parciais são nulas para alguns barramentos:

- As derivadas parciais de P_{ik} e Q_{ik} em relação ao módulo e fase da tensão no barramento de referência;
- A derivada parcial de P_{ik} e Q_{ik} em relação ao módulo da tensão nos barramentos do tipo PV.

As expressões seguintes representam as potências activa e reactiva de perdas no ramo dos barramentos de i para k , em que, g_{ik} e b_{ik} são análogos aos utilizados nos trânsitos de potência activa e reactiva.

$$P_{per_{ik}} = -g_{ik}V_i^2 - g_{ik}V_k^2 + 2V_iV_kg_{ik} \cos \theta_{ik} \quad (3.123)$$

$$Q_{per_{ik}} = (b_{ik} - ysh_{ik})V_k^2 + (b_{ik} - ysh_{ik})V_i^2 - 2V_iV_kb_{ik} \cos \theta_{ik} \quad (3.124)$$

Considerando as funções não lineares t e μ , que representam $P_{per_{ik}}$ e $Q_{per_{ik}}$ em relação ao módulo e fase das tensões dos barramentos, as suas derivadas parciais serão:

$$\frac{\partial}{\partial V_i} = 2g_{ik}(V_k \cos \theta_{ik} - V_i) \quad (3.125)$$

$$\frac{\partial}{\partial V_k} = 2g_{ik}(V_i \cos \theta_{ik} - V_k) \quad (3.126)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} = -2V_iV_kg_{ik} \sin \theta_{ik} \quad (3.127)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_k} = -\frac{\partial}{\partial \theta_i} \quad (3.128)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial V_i} = 2V_i(b_{ik} - ysh_{ik}) - 2V_kb_{ik} \cos \theta_{ik} \quad (3.129)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial V_k} = 2V_k(b_{ik} - ysh_{ik}) - 2V_ib_{ik} \cos \theta_{ik} \quad (3.130)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \theta_i} = 2V_i V_k b_{ik} \text{sen} \theta_{ik} \quad (3.131)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \theta_k} = - \frac{\partial \mu}{\partial \theta_i} \quad (3.132)$$

A partir destas expressões, e seguindo um processo idêntico ao realizado anteriormente, podemos determinar os valores aproximados dos desvios das potências activa e reactiva de perdas em relação à variação do módulo e fase da tensão nos barramentos, e assim poderemos ainda determinar os coeficientes de sensibilidade $[S_{pper_{ik}}]$ e $[S_{qper_{ik}}]$.

Algumas das derivadas parciais podem ser nulas. Isto acontece quando os barramentos em causa são do tipo referência ou PV.

A seguinte expressão representa o quadrado do módulo da intensidade de corrente no ramo do sistema dos barramentos de i para k :

$$\begin{aligned} |I|_{ik}^2 = & (g_{ik}^2 + b_{ik}^2)(V_i^2 + V_k^2) - 2V_i V_k (g_{ik}^2 + b_{ik}^2) \cos \theta_{ik} + V_i^2 ysh_{ik}^2 - \\ & - 2b_{ik} ysh_{ik} V_i^2 + 2b_{ik} ysh_{ik} V_i V_k \cos \theta_{ik} - 2g_{ik} ysh_{ik} V_i V_k \text{sen} \theta_{ik} \end{aligned} \quad (3.133)$$

Sendo v e w as funções não lineares que representam o quadrado do módulo e o módulo da intensidade de corrente, podemos determinar as derivadas parciais:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial V_i} = & 2(g_{ik}^2 + b_{ik}^2)V_i - 2V_k (g_{ik}^2 + b_{ik}^2) \cos \theta_{ik} + 2V_i ysh_{ik} (ysh_{ik} - 2b_{ik}) - \\ & - 2ysh_{ik} V_k (g_{ik} \text{sen} \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \end{aligned} \quad (3.134)$$

$$\frac{\partial v}{\partial V_k} = 2(g_{ik}^2 + b_{ik}^2)V_k - 2V_i (g_{ik}^2 + b_{ik}^2) \cos \theta_{ik} - 2ysh_{ik} V_i (g_{ik} \text{sen} \theta_{ik} - b_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.135)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta_i} = 2V_i V_k (g_{ik}^2 + b_{ik}^2) \text{sen} \theta_{ik} - 2ysh_{ik} V_i V_k (g_{ik} \cos \theta_{ik} + b_{ik} \text{sen} \theta_{ik}) \quad (3.136)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta_k} = - \frac{\partial v}{\partial \theta_i} \quad (3.137)$$

$$\frac{\partial w}{\partial V_i} = \frac{\partial v}{\partial V_i} / (2 \cdot |I|_{ik}) \quad (3.138)$$

$$\frac{\partial w}{\partial V_k} = \frac{\partial v}{\partial V_k} / (2 \cdot |I|_{ik}) \quad (3.139)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \theta_i} = \frac{\partial v}{\partial \theta_i} / (2 \cdot |I|_{ik}) \quad (3.140)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \theta_k} = \frac{\partial v}{\partial \theta_k} / (2 \cdot |I|_{ik}) \quad (3.141)$$

Tal como nos casos anteriores, algumas destas derivadas serão nulas.

A partir destas derivadas podemos ainda calcular os desvios do módulo e do quadrado do módulo da intensidade da corrente e daqui podemos determinar os vectores dos coeficientes de sensibilidade respectivos.

A resolução do problema de fluxo de potências impreciso, atendendo a que já foram determinados os coeficientes de sensibilidade, segue os seguintes passos:

- Construir o vector $[\tilde{Z}]$ das potências injectadas especificadas;
- Realização do estudo determinístico do fluxo de potências usando o método Newton-Raphson, onde pode ser calculado:
 - A matriz inversa do Jacobiano;
 - Módulo da tensão nos barramentos tipo PQ;
 - Fase tensão nos barramentos tipo PV e PQ;
 - Potência activa produzida no barramento de referência;
 - Potência reactiva produzida nos geradores para os barramentos de índice $j = npq + 1, \dots, N$;
 - Potência reactiva produzida ou consumida nos bancos das reactâncias;
 - Trânsito potência activa e reactiva nos ramos do sistema;
 - Potência perdas nos ramos do sistema;
 - Módulo e quadrado do módulo da intensidade da corrente nos ramos do sistema.

De seguida, podemos determinar os desvios das potências injectadas especificadas:

$$[\Delta \tilde{Z}] = [\tilde{Z}] - [Z] \quad (3.142)$$

Considerando \tilde{w} como o número impreciso das grandezas a calcular e S_k como o coeficiente de sensibilidade respectivo, podemos determinar:

$$\Delta\tilde{w} = \sum_{k=1}^{2npg+npv} S_k \Delta\tilde{Z}_k \quad (3.143)$$

Adicionando a esta quantidade o valor determinístico w , obtemos:

$$\tilde{w} = w \oplus \Delta\tilde{w} \quad (3.144)$$

Se pretendermos calcular a potência activa produzida no barramento de referência ou reactiva produzida no barramento de referência ou do tipo PV, devemos ainda adicionar a potência activa ou reactiva de carga correspondente.

$$P\tilde{g}_k = P_k \oplus \Delta\tilde{P}_k \oplus P\tilde{c}_k \quad (3.145)$$

Podemos encontrar mais pormenores dos modelos DC e AC incremental nas referências [13], [14] e [15].

3.4.5 Erros Inerentes ao Modelo AC e sua Correção

De acordo com a descrição anterior é possível verificar que na resolução do problema de fluxo de potência impreciso, através de um modelo AC, realiza-se uma linearização. Ao adoptar um processo deste tipo surgem erros [15] associados:

- À imprecisão especificada para as potências produzidas e de carga;
- Ao facto de o modelo linearizado adoptado pode ser inadequado se o sistema funcionar próximo de um ponto de colapso de tensão;
- Ao facto de o cálculo no modelo linearizado de grandezas muito próximo de zero, poder levar a valores negativos, valores que são impossíveis para grandezas como potência activa de perdas e como modelo e quadrado do módulo da intensidade da corrente nos ramos do sistema.

A correcção deste último tipo de erro pode ser feita, por exemplo, utilizando os coeficientes de sensibilidade da grandeza em estudo, de modo a encontrar potências injectadas que permitam reconstruir a função de pertença dessa grandeza através da resolução de estudos determinísticos de fluxos de potência, visto que os coeficientes de sensibilidade da expressão (3.146) expressam a influência que as variações de $[\Delta \tilde{Z}_{ak}]$ originam nas potências injectadas.

Assim, por exemplo, se considerarmos a grandeza w , que possui um erro do tipo que foi descrito anteriormente, e considerando o vector $[S]$ dos coeficientes de sensibilidade dessa grandeza, podemos determinar os desvios das potências injectadas, que originam o valor extremo de um corte de nível α de \tilde{w} , e assim:

$$\Delta w_\alpha = \sum_{k=1}^{2npq+npv} S_k \Delta Z_{ak} \quad \text{com} \quad \Delta Z_{ak} \in [\Delta Z_{ak}^{min}, \Delta Z_{ak}^{max}] \quad (3.146)$$

Atendendo ao sinal de S_k :

- Se se pretender calcular Δw_α^{max} :

- Se $S_k > 0$ utilizar ΔZ_{ak}^{max} ;
- Se $S_k < 0$ utilizar ΔZ_{ak}^{min}

- Se se pretender calcular Δw_α^{min} :

- Se $S_k > 0$ utilizar ΔZ_{ak}^{min} ;
- Se $S_k < 0$ utilizar ΔZ_{ak}^{max} .

Após a identificação dos desvios ΔZ_{ak} associados ao valor extremo de Δw_α pode-se calcular um novo vector de valores determinísticos de potências injectadas:

$$[Z_\alpha] = [Z] + [\Delta Z_\alpha] \quad (3.147)$$

Onde $[Z]$ é o vector incluindo os valores centrais das potências especificadas.

Com estes novos dados podemos realizar um novo estudo determinístico, para obter um valor extremo de w_α , mais correcto.

4. MODELOS DE TRÂNSITOS POTÊNCIAS IMPRECISO INTEGRANDO CORRELAÇÃO ENTRE INJECCÕES NODAIS

4.1. Aspectos Gerais

Nos modelos até agora estudados não existem condições que relacionem as imprecisões das potências produzidas ou de carga ou até mesmo a existência de limites máximos e mínimos para as potências produzidas. Neste capítulo serão apresentados dois modelos do problema de fluxo de potências, Modelos DC e AC, que admitem a integração de dependências entre injeções nodais.

4.2. Novas Versões do Modelo DC Impreciso

Especificando a potência produzida e de carga e os valores extremos da imprecisão na potência produzida no barramento de referência, podemos obter as expressões dos desvios dos trânsitos de potência e das fase das tensões a partir das equações:

$$[\Delta\tilde{\theta}] = [B]^{-1} [\Delta\tilde{P}] \quad (4.1)$$

$$[\Delta\tilde{P}_{ik}] = [A] [\Delta\tilde{P}] \quad (4.2)$$

Poder-se-á considerar a potência de carga representada por um número impreciso trapezoidal:

$$\tilde{P}_c = (P_{c_1}; P_{c_2}; P_{c_3} P_{c_4}) \quad (4.3)$$

Considerando ainda, por exemplo, que a potência produzida está associada a dois geradores, esta pode ser representada pela adição de dois números imprecisos trapezoidais correspondentes cada um deles a um gerador. Assim:

$$\tilde{P}_g = (P_{g_{i1}}, P_{g_{i2}}, P_{g_{i3}}, P_{g_{i54}}) \oplus (P_{g_{k1}}, P_{g_{k2}}, P_{g_{k3}}, P_{g_{k4}}) \quad (4.4)$$

Então a potência de carga pode ser representada por:

$$Pc_j = Pg_{ij} + Pg_{kj} \quad (4.5)$$

Para um determinado corte de nível α e para cada cenário de potência de carga correspondente aos valores extremos existe um cenário da potência produzida e para os valores intermédios o número de cenários da potência produzida é infinito.

Pode ainda concluir-se que a imprecisão da potência produzida total deverá ser não inferior à da potência de carga total do sistema.

Considerando as diversas especificações possíveis, poderão ser formulados quatro modelos para a resolução do problema do modelo DC do fluxo de potência impreciso.

- Modelo A

De acordo com as representações imprecisas das potências produzidas nos diversos barramentos, excepto no barramento de referência, obtemos o modelo DC do fluxo de potência impreciso, modelo este que já foi apresentado no capítulo anterior.

- Modelo B

Neste modelo podem ser especificadas as representações imprecisas da potência de carga e as potências produzidas nos diversos barramentos, excepto no de referência. Assim, a imprecisão total associada à potência produzida, é igual à imprecisão total associada à potência de carga.

Assim, a potência produzida no barramento de referência deverá ser calculada por desconvolução, ou seja:

$$\Delta P\tilde{g}_N = \sum_{k=1}^N \Delta P\tilde{c}_k - \sum_{k=1}^{N-1} \Delta P\tilde{g}_k \quad (4.6)$$

Se se admitir que o sistema produtor se encontra subdividido em fontes controladas e não controladas, pode-se pormenorizar as imprecisões associadas às funções de pertença da potência produzida nas fontes controladas, adicionada à das não controladas, e esta deverá ser igual à imprecisão ligada às funções de pertença das potências carga, ou seja:

$$\sum_{i=1}^N P\tilde{g}_i^{ct} = \sum_{i=1}^N P\tilde{c}_i - \sum_{i=1}^N P\tilde{g}_i^{nct} \quad (4.7)$$

- Modelo C

Neste modelo são especificadas as imprecisões da potência de carga e das potências produzidas em todos os barramentos, excepto no de referência, e ainda os limites dos valores extremos da potência produzida no barramento de referência, sabendo que estes limites devem satisfazer o Princípio Entrópico. Este princípio refere que a imprecisão associada à adição das representações imprecisas das potências produzidas num sistema eléctrico de energia não deverá ser inferior à imprecisão associada à adição das representações imprecisas das potências de carga.

- Modelo D

Especificando todas as imprecisões da potência de carga e produzidas, estas especificações devem satisfazer ainda o Princípio Entrópico.

Para a resolução do problema deve-se estabelecer uma formulação matemática. Como já foi referenciado para o modelo A recorre-se ao modelo DC impreciso, descrito no capítulo anterior. Para os três restantes vamos estabelecer uma formulação matemática.

O problema da determinação do valor mínimo do corte nível α de uma grandeza \tilde{w} pode-se expressar, de forma linear, em função das potências injectadas em $N-1$ barramentos do sistema.

Recorrendo ao modelo incremental, e após determinação do valor determinístico inicial, o problema resume-se à determinação do valor mínimo de Δw_α , e assim,

$$\min \Delta w_\alpha = \sum_{j=1}^{N-1} S_j (\Delta P_{g_{aj}} - \Delta P_{c_{aj}}) \quad (4.8)$$

$$S_j \Delta P_{g_{aj}}^{\min} \leq \Delta P_{g_{aj}} \leq \Delta P_{g_{aj}}^{\max} \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (4.9)$$

$$\Delta P_{c_{aj}}^{\min} \leq \Delta P_{c_{aj}} \leq \Delta P_{c_{aj}}^{\max} \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (4.10)$$

ou seja, é um problema de programação linear com o qual se pretende o valor mínimo de Δw_α .

Os coeficientes S_j são elementos de $[B]^{-1}$ se w for a fase de tensão num barramento ou são elementos de $[A]$ se w for o trânsito de potência activa num ramo do sistema.

Consideremos as especificações:

$$\Delta P_{g_{\alpha N}}^{\min} \leq \Delta P_{g_{\alpha N}} \leq \Delta P_{g_{\alpha N}}^{\max} \quad (4.11)$$

Esta especificação representa a gama de variação da potência produzida no barramento de índice N , isto é, no barramento de referência.

Ao resolver a equação (4.6) pelo processo de desconvolução, obtemos, para cada corte de nível α , valores extremos $\Delta P_{g_{\alpha N}}^{\min}$ e $\Delta P_{g_{\alpha N}}^{\max}$, valores esses que representam os limites da gama de variação e são constantes e independentes de α .

Ao analisar a restrição,

$$\Delta P_{c_{\alpha N}}^{\min} \leq \Delta P_{c_{\alpha N}} \leq \Delta P_{c_{\alpha N}}^{\max} \quad (4.12)$$

conclui-se que está relacionada com a gama de variação da potência de carga no barramento de índice N .

As diversas potências produzidas e de carga estão relacionadas pela equação de equilíbrio de potências activas:

$$\sum_{j=1}^N \Delta P_{g_{\alpha j}} = \sum_{j=1}^N \Delta P_{c_{\alpha j}} \quad (4.13)$$

Atendendo que $\Delta P_{g_{\alpha}}$ e $\Delta P_{c_{\alpha}}$ são os desvios da potência produzida e de carga em relação ao valor central, estes podem assumir valores não positivos.

Podemos assim rescrever a formulação do problema de programação linear:

$$\min \Delta w \alpha = \sum_{j=1}^N S_j (\Delta P g_{\alpha j}^+ - \Delta P g_{\alpha j}^- - \Delta P c_{\alpha j}^+ + \Delta P c_{\alpha j}^-) \quad (4.14)$$

$$S_j - \Delta P g_{\alpha j}^+ + \Delta P g_{\alpha j}^- + V f g_{j1} = -\Delta P g_{\alpha j}^{\min} \quad (4.15)$$

$$\Delta P g_{\alpha j}^+ - \Delta P g_{\alpha j}^- + V f g_{j2} = -\Delta P g_{\alpha j}^{\max} \quad (4.16)$$

$$-\Delta P c_{\alpha j}^+ + \Delta P c_{\alpha j}^- + V f c_{j1} = -\Delta P c_{\alpha j}^{\min} \quad (4.17)$$

$$\Delta P c_{\alpha j}^+ - \Delta P c_{\alpha j}^- + V f c_{j2} = -\Delta P c_{\alpha j}^{\max} \quad (4.18)$$

$$\sum_{j=1}^N (\Delta P g_{\alpha j}^+ - \Delta P g_{\alpha j}^-) = \sum_{j=1}^N (\Delta P c_{\alpha j}^+ - \Delta P c_{\alpha j}^-) \quad (4.19)$$

Nesta formulação $V f g_{j1}$ e $V f g_{j2}$ são variáveis de folga das restrições para o limite máximo e mínimo da potência produzida.

$V f c_{j1}$ e $V f c_{j2}$ são as variáveis de folga para as restrições de limite máximo e mínimo da potência carga.

A decomposição das variáveis $\Delta P g_{\alpha j}$ e $\Delta P c_{\alpha j}$ na diferença das duas variáveis permite a implementação de um algoritmo que corrige a solução corrente se se verificar que, face aos limites especificados para o barramento de referência, a solução referida for ótima mas não admissível.

No problema da programação linear (4.8) a (4.10) o conjunto de soluções admissíveis está associado a um hiperparalelepípedo. Ao incluir a restrição de equilíbrio de potências e os limites em $\Delta P g_{nb}$ eliminam-se algumas das soluções que correspondem a vértices e a solução ótima pode deixar de ser admissível. O carácter ótimo mas não admissível desta solução permite utilizar a forma Dual do método Simplex na resolução do problema.

Para resolver este problema implementou-se um algoritmo que permite corrigir a solução ótima mas não admissível.

Sem perda de generalização analisaremos o algoritmo de correcção do valor mínimo de Δw_α . O algoritmo inclui as fases seguintes:

- Seleccionar os valores extremos dos desvios $\Delta P_{g_{aj}}$ e $\Delta P_{c_{aj}}$ que estão associados ao valor mínimo de Δw_α , atendendo ao sinal dos coeficientes S_j ;
- Atribuir $p=N$ ao índice do primeiro barramento cuja potência produzida ou de carga vai ser corrigida;
- Calcular o valor do desvio $\Delta P_{g_{aN}}$ utilizando a equação:

$$\Delta P_{g_{ap}} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^N \Delta P_{g_{aj}} + \sum_{j=1}^N \Delta P_{c_{aj}} \quad (4.20)$$

- Se o valor obtido $\Delta P_{g_{ap}}$ não violar o seu limite mínimo nem o seu limite máximo o processo de correcção terminou;
- Se um dos limites tiver sido violado, o valor da variável deve ser fixado no limite violado e passa-se a corrigir o valor $\Delta P_{c_{ap}}$, pela equação:

$$\Delta P_{c_{ap}} = \sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{g_{aj}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^{nb} \Delta P_{c_{aj}} \quad (4.21)$$

- Se o valor obtido de $\Delta P_{c_{ap}}$ não violar o seu limite mínimo nem o seu limite máximo o processo de correcção terminou;
- Se um dos limites foi violado, o valor da variável deve ser fixado no limite violado e a seguir passa-se para um novo barramento. A potência a corrigir será seleccionada da seguinte forma:

- Se foi violado o limite mínimo da potência produzida ou máximo da potência de carga, então a potência produzida ou de carga a corrigir será aquela que ainda não foi corrigida e que está relacionada com o maior coeficiente S_p não positivo;

- Se foi violado o limite máximo da potência produzida ou mínimo da potência de carga, então a potência produzida ou de carga a corrigir será aquela que ainda não foi corrigida e que está relacionada com o menor coeficiente S_p não negativo;

- Se não houver nenhuma potência nas condições anteriores o problema não tem solução admissível. Caso contrário volta-se ao ponto do cálculo de $\Delta P_{g_{ap}}$;
- Quando o processo correcção tiver terminado calcula-se Δw_α pela equação:

$$\Delta w_\alpha = \sum_{j=1}^{N-1} S_j (\Delta P_{g_{aj}} - \Delta P_{c_{aj}}) \quad (4.22)$$

utilizando os valores correntes de ΔP_{g_α} e ΔP_{c_α} .

Nesta formulação efectuou-se a correcção do valor mínimo de Δw_α . A correcção do valor máximo do corte de nível α de Δw pode realizar-se utilizando o mesmo algoritmo desde que os valores da função objectivo - coeficientes S_j - sejam multiplicados por -1 .

4.3. Novo Modelo AC Impreciso

Neste modelo a gama de variação poderá abranger as potências activas ou reactivas, e assim teremos de integrar a equação de equilíbrio das potências reactivas.

$$\Delta Q_{g_{N+pv}} = \sum_{k=1}^N \Delta Q_{c_k} - \sum_{k=1}^{npq} \Delta Q_{g_k} \quad (4.23)$$

Nesta expressão $\Delta Q_{g_{N+pv}}$ é a imprecisão das potências reactivas produzidas nos barramentos do tipo PV e de referência.

O barramento de índice N é o barramento de referência e compensação.

A resolução do problema do modelo AC do fluxo de potências impreciso é análogo ao do modelo DC, só que neste caso, o valor da grandeza w depende também da potência reactiva injectada nos barramentos do tipo PQ.

Tal como foi realizado para o modelo DC apresenta-se em seguida a formulação do problema de programação linear, para determinar o valor mínimo de Δw_α .

$$\min \Delta w_\alpha = \sum_{j=1}^{npq+npv} Sp(\Delta Pg_{\alpha_j} - \Delta Pc_{\alpha_j}) + \sum_{j=1}^{npq} Sq(\Delta Qg_{\alpha_j} - \Delta Qc_{\alpha_j}) \quad (4.24)$$

$$Suj \ \Delta Pg_{\alpha_j}^{\min} \leq \Delta Pg_{\alpha_j} \leq \Delta Pg_{\alpha_j}^{\max} \quad j = 1, \dots, N \quad (4.25)$$

$$\Delta Pc_{\alpha_j}^{\min} \leq \Delta Pc_{\alpha_j} \leq \Delta Pc_{\alpha_j}^{\max} \quad j = 1, \dots, N \quad (4.26)$$

$$\Delta Qg_{\alpha_j}^{\min} \leq \Delta Qg_{\alpha_j} \leq \Delta Qg_{\alpha_j}^{\max} \quad j = 1, \dots, npq \quad (4.27)$$

$$\Delta Qc_{\alpha_j}^{\min} \leq \Delta Qc_{\alpha_j} \leq \Delta Qc_{\alpha_j}^{\max} \quad j = 1, \dots, N \quad (4.28)$$

$$\Delta Qg_{\alpha^{N+Pv}}^{\min} \leq \Delta Qg_{\alpha^{N+Pv}} \leq \Delta Qg_{\alpha^{N+Pv}}^{\max} \quad j = 1, \dots, npq \quad (4.29)$$

$$\sum_{j=1}^N \Delta Pg_{\alpha_j} = \sum_{j=1}^N \Delta Pc_{\alpha_j} \quad (4.30)$$

$$\Delta Qg_{\alpha^{N+Pv}} + \sum_{j=1}^{npq} \Delta Qg_{\alpha_j} = \sum_{j=1}^N \Delta Qc_{\alpha_j} \quad (4.31)$$

Neste problema de programação linear não estão incluídas todas as imprecisões, ou seja, não estão incluídas as imprecisões relativas às potências activas e reactivas de perdas, mas este facto não é muito significativo, visto que estas imprecisões são, em geral, desprezáveis.

Este problema de programação linear pode ser decomposto em dois subproblemas independentes. O primeiro integra informação relativa às potências activas, isto é, as restrições (4.25), (4.26) e (4.30), sendo a função objectivo constituída pela primeira parcela de (4.24). O segundo subproblema integra (4.27), (4.28), (4.29) e (4.31) e a função objectivo é constituída pela segunda parcela de (4.24).

Cada um destes subproblemas pode ser resolvido de forma independente utilizando o algoritmo detalhado em 4.2.

4.4. Integração de Dependências Nodais

No caso do modelo AC, o valor da grandeza w não depende apenas da potência activa injectada nos barramentos do tipo PQ e PV, mas também da potência reactiva injectada nos barramentos do tipo PQ.

Consideremos o problema de programação linear relativo à determinação do valor mínimo de Δw_α :

$$\min \Delta w_\alpha = \sum_{i=1}^{N-1} Sp_i \Delta P_{\alpha i} + \sum_{i=1}^{npq} Sq_i \Delta Q_{\alpha i} \quad (4.32)$$

$$\text{Suj } \Delta P_{\alpha i}^{\min} \leq \Delta P_{\alpha i} \leq \Delta P_{\alpha i}^{\max} \quad (4.33)$$

$$\Delta Q_{\alpha i}^{\min} \leq \Delta Q_{\alpha i} \leq \Delta Q_{\alpha i}^{\max} \quad (4.34)$$

A função objectivo (4.32) é linear e Sp e Sq são os coeficientes de sensibilidade da grandeza w relativos às potências activas e reactivas respectivamente.

As restrições (4.33) e (4.34) estão associadas às gamas de variação das potências activas e reactivas injectadas respectivamente, para cada corte de nível α .

A identificação do valor mínimo de Δw_α pode ser facilmente realizado de acordo com os seguintes passos:

- Se Sp_i ou Sq_i forem positivos, então são seleccionados $\Delta P_{\alpha i}^{\min}$ ou $\Delta Q_{\alpha i}^{\min}$;
- Se Sp_i ou Sq_i forem negativos, então são seleccionados $\Delta P_{\alpha i}^{\max}$ ou $\Delta Q_{\alpha i}^{\max}$;

O problema de programação linear (4.32) a (4.34) é dividido em dois subproblemas independentes, envolvendo, um deles, as variáveis associadas às potências activas e o outro relativo às variáveis correspondentes às potências reactivas.

Analisaremos, então, o seguinte problema (4.35) e (4.36) em que z está associado a P ou Q:

$$\min \Delta w_\alpha = \sum S_i \Delta Z_{ci} \quad (4.35)$$

$$\text{Suj } \Delta Z_{ci}^{\min} \leq \Delta Z_{ci} \leq \Delta Z_{ci}^{\max} \quad (4.36)$$

em que $i = 1, \dots, N - 1$ se o problema está associado às potências activas e $i = 1, \dots, npq$ se o problema está associado às potências reactivas.

Através da expressão (4.37) pode-se modelizar a correlação entre injeções nodais activas ou entre injeções nodais reactivas:

$$Z_j = mZ_k \quad (4.37)$$

Ao integrar esta equação no problema de minimização de Δw_α , o resultado é a eliminação de uma variável por cada par correlacionado.

Consideremos que para um dado corte de nível α , os limites para a produção de potência activa no barramento referência ou para a produção de potência reactiva nos barramentos de referência ou PV:

$$\Delta Z_\alpha^{\min} \leq \Delta Z_\alpha \leq \Delta Z_\alpha^{\max} \quad (4.38)$$

Relativamente a estes limites, eles podem ser violados. Isto significa que devemos corrigir o valor Δw_α disponível e o processo correctivo deve terminar logo que a violação seja eliminada, como já foi referido anteriormente.

Este processo correctivo deverá ser realizado para o valor mínimo e máximo de cada corte de nível α em que foi decidido discretizar as funções de pertença das potências

produzidas e de carga especificadas. Em todo o caso, torna-se importante salientar que a correcção do valor extremo de um corte de nível α de uma grandeza não exige a resolução explícita do problema de programação linear recorrendo ao método do Simplex e à sua forma Dual.

Na verdade, a estrutura do problema permite a utilização do algoritmo detalhado em 4.2 para ultrapassar o carácter não admissível de uma solução. A utilização desse algoritmo requer apenas a análise dos coeficientes de sensibilidade relativos à grandeza em análise e à ordenação dos barramentos. Desta forma, a aplicação deste algoritmo revela-se muito rápida e eficiente do ponto de vista computacional.

5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

5.1. Descrição Geral das Simulações Realizadas

Neste capítulo será apresentado um exemplo de aplicação do programa computacional desenvolvido para corrigir os resultados obtidos através do modelo AC de trânsito de potências impreciso tendo em conta:

- A especificação de limites para a potência activa produzida no barramento de referência e de compensação;
- A especificação de limites para a potência reactiva no conjunto dos barramentos PV e de referência e compensação;
- A especificação de correlações entre potências activas ou reactivas em diversos barramentos.

Para realizar a correcção dos trânsitos de potências serão consideradas várias situações distintas para que se possa verificar quando são realizadas correcções e qual o reflexo dos limites especificados e correlações nos resultados.

Numa primeira fase são considerados limites para as potências activas e reactivas nos diversos barramentos mais largos do que os valores das potências activas e reactivas iniciais. Ainda nesta fase vamos atender a duas situações diferentes, uma em que não é considerada qualquer correlação entre nós, e uma outra em que é conhecida correlação entre nós alguns do sistema.

A fase seguinte é análoga à anterior considerando-se agora que são especificados limites para a potência activa produzida no barramento de referência e compensação e para a potência reactiva no conjunto de barramentos de tipo PV e de referência e compensação mais estreitos do que no caso anterior.

Para finalizar será feita uma última experiência, idêntica às anteriores, mas considerando que os limites das potências activas e reactivas formam intervalos ainda mais estreitos.

5.2. Dados do sistema

5.2.1. Dados Gerais

Os resultados a apresentar referem-se ao sistema Teste do IEEE, constituído por 24 barramentos e 38 linhas cujo esquema unifilar se apresenta na figura 5.1.

Nas tabelas 5.1 e 5.2 apresentam-se as características dos barramentos e na tabela 5.3 as características dos ramos do sistema.

Nas tabelas 5.1 e 5.2 as potências activa e reactiva produzidas e de carga são representadas por números imprecisos trapezoidais. Cada um destes números é representado pelos valores extremos do seu corte de nível 0,0 (valores a_1 e a_4) e do seu corte de nível 1,0 (valores a_2 e a_3). Nos estudos realizados foi considerada a potência de base de 500 MVA.

Num.	Tipo	Vsp (pu)	Fase	Pp (MW)				Pc (MW)			
				a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4
1	REF	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	184.68	191.97	196.83	204.12
2	PV	1.08	0.0	285.0	296.3	303.8	315.0	165.87	172.42	176.78	183.33
3	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	307.80	319.95	328.05	340.20
4	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	127.11	132.13	135.47	140.49
5	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	121.41	126.20	129.40	134.19
6	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	232.56	241.74	281.27	257.04
7	PV	1.08	0.0	380.0	395.0	405.0	420.0	213.75	222.19	227.81	236.25
8	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	292.41	303.95	311.65	323.19
9	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	299.25	311.06	318.94	330.75
10	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	333.45	346.61	355.39	330.75
11	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	PV	1.03	0.0	665.0	691.3	708.8	735.0	453.15	471.04	482.96	500.85
14	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	331.74	344.84	353.57	366.66
15	PV	1.03	0.0	285.0	296.3	303.8	315.0	542.07	563.47	577.73	599.13
16	PV	1.03	0.0	256.5	266.6	273.4	283.5	171.0	177.75	182.25	189.0
17	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	PV	1.03	0.0	285.0	296.3	303.8	315.0	569.43	591.91	606.89	629.37
19	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	309.51	321.73	329.87	342.09
20	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	218.88	227.52	233.28	241.92
21	PV	1.03	0.0	665.0	691.3	708.8	735.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	PQ	1.0	0.0	380.0	395.0	405.0	420.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	PV	1.03	0.0	1140.0	1185.0	1215.0	1260.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	PQ	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Tabela 5.1 – Características dos barramentos.

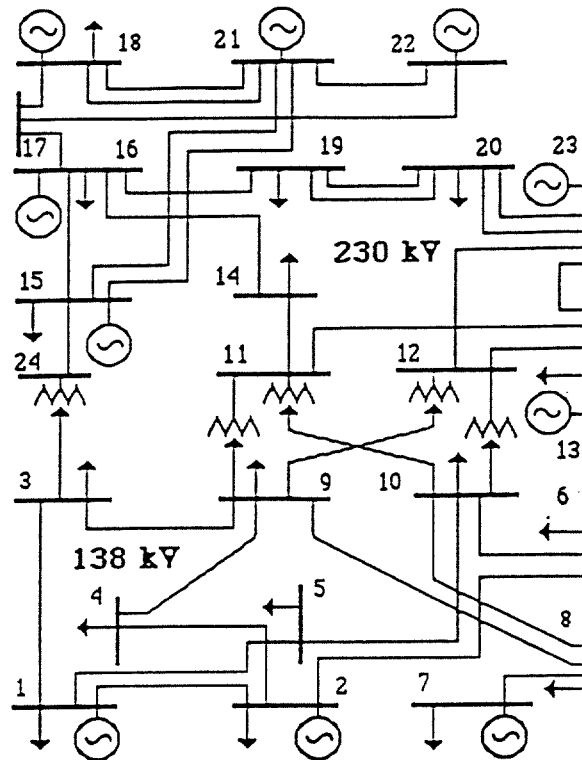


Figura 5.1 – Esquema unifilar da rede teste de 24 barramentos do IEEE.

Num.	Tipo	Qp (MVar)				Qc (MVar)				Ysh
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	
1	REF	0.0	0.0	0.0	0.0	37.62	39.11	40.010	41.58	0.0
2	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	34.20	35.55	36.45	37.80	0.0
3	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	63.27	65.77	67.43	69.33	0.0
4	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	25.65	26.66	27.34	28.35	0.0
5	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	23.94	24.89	25.52	26.46	0.0
6	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	51.30	53.33	54.68	56.70	0.0
7	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	42.75	44.44	45.56	47.25	0.0
8	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	59.85	62.2125	63.79	66.15	0.0
9	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	62.56	63.99	65.61	68.04	0.0
10	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	68.40	71.10	72.90	75.60	0.0
11	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Num.	Tipo	Qp (MVar)				Qc (MVar)				Ysh
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	
12	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	92.34	95.99	98.42	102.06	0.0
14	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	68.40	71.10	72.90	75.60	0.0
15	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	109.44	113.76	116.64	120.96	0.0
16	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	34.20	35.55	36.45	37.80	0.0
17	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	116.28	120.87	123.93	128.52	0.0
19	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	63.27	65.77	67.43	69.33	0.0
20	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	44.46	46.22	47.39	49.14	0.0
21	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	PV	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	PQ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Tabela 5.2 – Características dos barramentos.

Num.	Nm	Nj	R (pu)	X (pu)	Yshl (pu)
1	1	2	0.70	0.07	0.005
2	1	3	0.27	1.06	0.006
3	1	5	0.11	0.42	0.002
4	2	4	0.16	0.63	0.003
5	2	6	0.25	0.96	0.005
6	3	9	0.15	0.60	0.003
7	3	24	0.0	0.42	0.0
8	4	9	0.13	0.52	0.003
9	5	10	0.11	0.44	0.002
10	6	10	0.07	0.30	0.250
11	7	8	0.08	0.31	0.002
12	8	9	0.21	0.83	0.004
13	8	10	0.21	0.83	0.004
14	9	11	0.0	0.42	0.0
15	9	12	0.0	0.42	0.0
16	10	11	0.0	0.42	0.0
17	10	12	0.0	0.42	0.0
18	11	13	0.03	0.24	0.010
19	11	14	0.03	0.21	0.009

Num.	Nm	Nj	R (pu)	X (pu)	Yshl (pu)
20	12	13	0.030	0.24	0.010
21	12	23	0.06	0.48	0.020
22	13	23	0.04	0.43	0.018
23	14	16	0.03	0.19	0.008
24	15	16	0.01	0.09	0.004
25	15	21	0.03	0.25	0.010
26	15	21	0.03	0.25	0.010
27	15	24	0.03	0.26	0.011
28	16	17	0.02	0.13	0.005
29	16	19	0.02	0.12	0.005
30	17	18	0.01	0.07	0.003
31	17	22	0.07	0.53	0.022
32	18	21	0.02	0.13	0.005
33	18	21	0.02	0.13	0.005
34	19	20	0.03	0.20	0.008
35	19	20	0.03	0.20	0.008
36	20	23	0.01	0.11	0.005
37	20	23	0.01	0.11	0.005
38	21	22	0.04	0.34	0.014

Tabela 5.3 – Características dos ramos.

5.2.2. Limites Especificados

Nas tabelas 5.4 e 5.5 são apresentados os limites da potência activa produzida no barramento de referência e os limites da potência reactiva produzida nos barramentos de referência e do tipo PV, numa situação em que os limites considerados são os mais alargados. Estes valores foram utilizados no primeiro conjunto de simulações realizadas.

Limites de Pg na referência (MW)			
a_1	a_2	a_3	a_4
68.013	395.172	786.544	1108.613

Tabela 5.4 – Limites da potência activa produzida no barramento de referência.

Limites de Qg na referência e nos PV (MVA _r)			
a_1	a_2	a_3	a_4
897.237	932.65	1168.7693	1210.737

Tabela 5.5 - Limites da potência reactiva produzida no barramento de referência e do tipo PV.

Em relação ao segundo conjunto de simulações, as tabelas 5.6 e 5.7 apresentam os limites para a potência activa produzida no barramento de referência e para a potência reactiva produzida no barramento de referência e do tipo PV.

Limites de Pg na referência (MW)			
a_1	a_2	a_3	a_4
76.325	443.471	707.890	997.752

Tabela 5.6 - Limites da potência activa produzida no barramento de referência.

Limites de Qg na referência e nos PV (MVA _r)			
a_1	a_2	a_3	a_4
1006.899	1046.645	1051.892	1089.663

Tabela 5.7 - Limites da potência reactiva produzida no barramento de referência e do tipo PV

Nas tabelas 5.8 e 5.9 são apresentados os limites da potência activa produzida nos barramentos de referência e os limites da potência reactiva produzida nos barramentos de referência e do tipo PV utilizados no terceiro conjunto de simulações. Estes limites são os mais estreitos dos limites até agora apresentados.

Limites de Pg na referência (MW)			
a_1	a_2	a_3	a_4
77.830	439.080	715.040	977.595

Tabela 5.8 - Limites da potência activa produzida no barramento de referência

Limites de Qg na referência e nos PV (MVA _r)			
a_1	a_2	a_3	a_4
1026.838	1036.283	1062.518	1067.650

Tabela 5.9 - Limites da potência reactiva produzida no barramento de referência e do tipo PV

De forma análoga aos valores especificados nas tabelas 5.1 e 5.2, os limites anteriores correspondem a números imprecisos trapezoidais em que a_1 e a_4 correspondem aos valores extremos do seu corte de nível 0,0 e a_2 e a_3 aos valores extremos do corte de nível 1,0.

Para além dos dados gerais e dos dados dos limites das potências activas e reactivas produzidas, temos ainda os dados referentes às correlações, já que serão realizadas duas experiências distintas, uma sem incluir dados de correlação e outra com correlação.

Assim, nas tabelas 5.10 e 5.11 são especificadas as correlações existentes entre potências activas e reactivas respectivamente.

Nó i	Nó j	Coefficiente c_{ij}
4	6	2.0
10	14	1.0

Tabela 5.10 – Correlação entre as potências activas.

Nó i	Nó j	Coefficiente c_{ij}
4	6	2.0
10	14	1.0

Tabela 5.11 - Correlação entre as potências reactivas.

Nos pontos seguintes iremos apresentar parte dos resultados obtidos atendendo aos intervalos dos limites de potência activa e reactiva utilizados e à existência ou não de correlação entre potências activas e reactivas.

5.3. Resultados para o Caso Base

A partir dos dados do sistema e do algoritmo computacional apresentado no ponto 3.4.4. do capítulo 3, é possível obter resultados relativos ao módulo e fase das tensões, que se encontram apresentados nas tabelas 5.12 e 5.13 respectivamente.

Estes resultados foram obtidos não considerando correlação entre potências activas ou reactivas e não considerando qualquer dos limites para as potências activas ou reactivas indicados no ponto anterior.

Tal como em tabelas anteriores, o módulo e a fase das tensões são representados por números imprecisos trapezoidais em que a_1, a_2, a_3 e a_4 têm o significado já indicado anteriormente.

Num.	Módulo da Tensão (pu)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
3	0.886	0.897	0.909	0.924
4	0.936	0.948	0.962	0.979
5	0.928	0.940	0.961	0.983
6	0.964	0.969	1.000	1.026
8	0.958	0.962	0.970	0.979
9	0.922	0.929	0.938	0.950
10	0.959	0.962	0.979	0.994
11	0.953	0.961	0.971	0.984

Num.	Módulo da Tensão (pu)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
12	0.950	0.960	0.971	0.984
14	0.955	0.963	0.971	0.980
17	1.025	1.025	1.026	1.026
19	1.003	1.005	1.006	1.008
20	1.009	1.011	1.012	1.014
22	1.040	1.041	1.041	1.041
24	0.941	0.953	0.962	0.974

Tabela 5.12 – Resultado do módulo das tensões.

Num.	Fase da Tensão (graus)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
2	-3.978	-2.889	-1.775	-0.365
3	-27.783	-17.001	-7988	4.463
4	-21.533	-15.037	-9.302	-1.539
5	-17.026	-12.583	-8.023	-2.117
6	-29.494	-23.228	-14.783	-5.122
7	-35.858	-23.069	-11.467	4.117
8	-39.274	-27.364	-16.396	-1732
9	-28.807	-17.738	-8.050	5.127
10	-28.038	-19.231	-10.086	1.719
11	-22.287	-9.762	1.134	15.994
12	-18.790	-6.531	4.191	18.789
13	-15.658	-2.241	9.233	24.968
14	-22.707	-8.460	3.495	19.991
15	-15.077	0.570	13.318	31.081
16	-15.032	0.480	13.189	30.864
17	-11.872	4.139	17.162	35.320
18	-11.523	4.705	17.864	36.229
19	-13.900	1.477	14.129	31.703
20	-9173	5.947	18.458	35.803
21	-8.732	7.450	20.572	38.885
22	-1.574	14.883	28.193	46.786
23	-5.223	9.706	22.106	39.277
24	-19.282	-5.374	6.023	21.870

Tabela 5.13 – Resultado da fase das tensões.

Nas tabelas 5.14 e 5.15 são apresentados os resultados relativos aos trânsitos de potências activas e reactivas, na forma de números imprecisos trapezoidais.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potência Activa (MW)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
1	2	-74.177	127.828	287.534	446.064
2	1	-436.044	-277.769	-118.336	83.110
1	3	-25.302	66.950	133.683	213.941
3	1	-195.392	-123.991	-64.655	17.383
1	5	42.584	161.441	252.940	343.617
5	1	-321.777	-239.277	-156.150	-48.117
2	4	37.216	125.567	189.116	265.148
4	2	-246.770	-177.670	-119.929	-39.662
2	6	55.227	132.352	199.929	249.573
6	2	-225.073	-182.579	-125.146	-59.433
3	9	-33.240	-9.962	7.860	25.963
9	3	-25.761	-7.660	10.162	33.432
3	24	-317.801	-251.804	-205.397	-145.127
24	3	145.127	205.397	251.804	317.801
4	9	-92.959	-13.825	43.809	111.049
9	4	-110.341	-43.493	13.789	92.450
5	10	-70.183	30.777	109.021	184.333
10	5	-178.124	-105.901	-30.760	66.148
6	10	-187.786	-139.490	-75.787	-18.375
10	6	17.225	76.749	142.642	192.829
7	8	143.728	167.178	182.827	206.232
8	7	-198.366	-175.390	-159.948	-137.224
8	9	-103.068	-82.970	-64.427	-39.707
9	8	40.264	67.050	87.164	108.885
8	10	-102.685	-76.233	-56.586	-34.656
10	8	34.610	58.137	79.055	107.300
9	11	-217.984	-175.649	-145.072	-108.472
11	9	108.472	145.072	175.649	217.984
9	12	-267.523	-231.450	-204.792	-175.079
12	9	175.079	204.792	231.449	267.523
10	11	-282.685	-224.841	-176.442	-109.360
11	10	109.360	176.442	224.841	282.685
10	12	-334.684	-282.002	-238.560	-177.964
12	10	177.964	238.560	282.002	334.684
11	13	-334.698	-301.888	-279.637	-246.449
13	11	250.183	284.885	308.209	342.404
11	14	-160.202	-94.075	-46.423	23.051
14	11	-23.534	46.516	94.562	161.239

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potência Activa (MW)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
12	13	-236.323	-195.058	-166.502	-124.217
13	12	125.236	168.753	198.198	240.544
12	23	-353.339	-311.843	-283.422	-241.125
23	12	248.045	294.034	324.976	370.015
13	23	-318.430	-272.972	-240.969	-193.944
23	13	196.254	245.009	278.189	325.319
14	16	-506.627	-442.808	-396.676	-329.483
15	16	-75.088	-10.927	33.777	93.031
16	15	-92.989	-33.764	10.919	75.048
15	21	-289.781	-265.711	-249.195	-225.889
21	15	228.972	253.049	270.099	294.958
15	21	-289.781	-265.711	-249.195	-225.889
21	15	228.972	253.049	270.099	294.958
15	24	146.102	208.860	257.006	325.564
24	15	-318.159	-251.888	-205.332	-144.706
16	17	-324.585	-280.190	-249.380	-203.783
17	16	204.987	251.371	282.712	327.873
16	19	-168.149	-89.741	-36.536	39.374
19	16	-39.475	36.784	90.234	169.003
17	18	-128.474	-91.863	-66.464	-28.906
18	17	28.879	66.539	92.007	128.718
17	22	-199.549	-190.857	-184.900	-176.052
22	17	180.078	189.377	195.638	204.773
18	21	-213.508	-195.472	-183.151	-164.935
21	18	165.792	184.230	196.696	214.949
18	21	-213.508	-195.472	-183.151	-164.935
21	18	165.792	184.230	196.696	214.949
19	20	-246.575	-207.811	-181.499	-143.989
20	19	144.898	183.162	210.003	249.546
19	20	-246.575	-207.811	-181.499	-143.989
20	19	144.898	183.162	210.003	249.546
20	23	-365.370	-325.359	-298.206	-259.474
23	20	261.242	300.639	328.258	368.957
20	23	-365.370	-325.359	-298.206	-259.474
23	20	261.242	300.639	328.258	368.957
21	22	-219.719	-207.971	-200.077	-188.492
22	21	191.424	203.410	211.575	223.728

Tabela 5.14 - Resultados dos trânsitos de potência activa

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas (MVA _r)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
1	2	-761.420	-626.987	-521.649	-393.272
2	1	411.512	560.807	680.838	834.551
1	3	7.954	22.296	32.430	45.761
3	1	-55.666	-21.620	2.879	32.663
1	5	-31.071	7.024	37.320	66.944
5	1	-32.266	1.011	23.752	55.219
2	4	45.121	64.166	78.033	96.732
4	2	-79.938	-52.100	-31.194	-7.490
2	6	-2415	17.667	37.792	47.334
6	2	-28.654	2.288	26.060	50.963
3	6	-33.759	-26.780	-21.796	-14.374
9	3	11.692	19.672	25.016	32.508
3	24	-74.413	-45.156	-20.689	13.144
24	3	74.925	84.191	91.475	98.073
4	9	-20.176	5.014	24.305	51.911
9	4	-56.106	-26.880	-6.361	20.103
5	10	72.502	-46.747	-28.383	-1.186
10	5	-16.448	26.411	56.463	94.092
6	10	-105.382	-79.446	-56.856	-26.201
10	6	-204.975	-175.438	-146.261	-130.347
7	8	121.656	141.251	157.984	170.479
8	7	-146.321	-131.495	-114.571	-93.796
8	9	26.932	383.500	47.233	56.311
9	8	-39.187	-35.366	-32.078	-27.516
8	10	-2.675	11.439	22.897	33.555
10	8	-20.058	-16.592	-9.217	-1.613
9	11	-46.072	-30.265	-18.320	-1.107
11	9	37.749	46.582	52.661	61.528
9	12	-37.270	-19.283	-5706	13.872
12	9	45.378	54.901	62.012	72.091
10	11	-12.974	10.417	35.818	67.073
11	10	-2.968	6.859	19.596	17.633
10	12	-4.402	23.387	51.061	86.113
12	10	8.322	18.005	30.738	28.366
11	13	-88.094	-76.219	-59.078	-39.361
13	11	65.432	91.825	113.930	131.435
11	14	-14.466	-1.776	11.382	27.983
14	11	-29.781	-16.345	-5.1967	4.075
12	13	-115.834	-104.932	-88.251	-69.359
13	12	68.382	96.146	119.311	137.911
12	23	-6.051	7.230	20.321	37.137
23	12	27.486	49.928	67.274	84.949
13	23	20.531	35.000	44.847	58.834
23	13	-11.497	-4.890	-0.393	5.994

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas (MVar)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
14	16	-76.670	-66.961	-55.494	-41.596
16	14	89.391	117.109	138.539	160.327
15	16	-13.573	-6.153	-0.555	7.480
16	15	-11.613	-3.333	2.436	10.083
15	21	29.103	39.950	48.012	57.973
21	15	-29.835	-25.116	-20.387	-14.645
15	21	29.103	39.950	48.012	57.973
21	15	-29.835	-25.116	-20.387	-14.645
15	24	78.702	102.442	118.733	141.347
24	15	-97.301	-91.141	-84.520	-76.034
16	17	24.248	35.022	42.301	52.798
17	16	-32.717	-28.233	-25.127	-20.529
16	19	68.008	86.019	98.636	116.880
19	16	-115.571	-99.900	-89.044	-73.526
17	18	2.876	8.906	12.949	18.029
18	17	-19.369	-15.003	-11.460	-6.168
17	22	11.877	14.777	16.729	19.580
22	17	-4.107	-3.466	-3.034	-2.406
18	21	9.093	20.942	30.759	41.062
21	18	-36.227	-27.055	-18.021	-7.349
18	21	9.093	20.942	30.759	41.062
21	18	-36.227	-27.055	-18.021	-7.349
19	20	3.797	11.273	16.599	24.451
20	19	-10.561	-8.228	-6.654	-4.501
19	20	3.797	11.273	16.599	24.451
20	19	-10.561	-8.228	-6.654	-4.501
20	23	-19.698	-16.946	-14.972	-12.039
23	20	24.902	30.038	33.584	38.707
20	23	-19.698	-16.946	-14.972	-12.039
23	20	24.902	30.038	33.584	38.707
21	22	-0.059	5.979	11.197	18.016
22	21	-2.762	1.495	5.005	8.505

Tabela 5.15 - Resultados dos trânsitos de potência reactiva

Os resultados apresentados nas tabelas 5.16 e 5.17 são relativos às potências activas e reactivas produzidas ainda sob a forma de números imprecisos trapezoidais.

Potências Activas Produzidas (MW)			
a_1	a_2	a_3	a_4
127.847	548.204	870.970	1207.679

Tabela 5.16 - Resultado da potência activa produzida no barramento de referência e compensação.

Num.	Potências Reactivas Produzidas (MVar)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
1	-716.957	-549.986	-420.375	-268.948
2	659.437	726.272	785.031	827.993
7	185.687	185.687	203.547	217.740
13	253.368	320.626	374.832	423.555
15	260.777	297.903	322.887	359.746
16	240.572	279.764	308.965	341.548
18	144.435	156.740	164.998	177.177
21	-89.651	-83.947	-80.034	-74.227
23	83.945	109.777	129.386	150.204

Tabela 5.17 – Resultados das potências reactivas produzidas no barramento de referência e compensação e do tipo PV.

Todos os resultados apresentados nas tabelas 5.10 a 5.15 são relativos ao caso base em que não foram considerados limites para a potência activa produzida no barramento de referência e compensação nem para a potência reactiva nos barramentos de tipo PV e de referência e compensação.

5.4. Resultados para os limites Pg e Qg mais alargados

Em seguida foi realizada uma nova simulação considerando os limites das potências activas e reactivas indicados nas tabelas 5.4 e 5.5. Assim, os resultados apresentados no ponto anterior foram corrigidos pelo algoritmo apresentado em 4.3.

5.4.1. Sem correlação

Nas tabelas 5.18 e 5.19 são apresentados os resultados obtidos para os trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos, mas sem qualquer correlação entre as potências activas ou entre as reactivas.

Os valores constantes destas tabelas devem ser lidos considerando que cada trânsito de potência activa ou reactiva, é representado por um número impreciso. Tendo em vista obter uma melhor representação destes números imprecisos foram utilizados cinco cortes de nível α para discretizar a informação disponível: 0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 e 1,0. Assim, a cada trânsito de potência constante das tabelas 5.18 e 5.19 correspondem duas linhas de valores. Na primeira são apresentados os valores mínimos dos cortes de nível 0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 e 1,0. Na segunda são apresentados os valores máximos dos cortes de nível 1,0; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0,0.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	2	-74.177	-33.776	6.625	47.026	87.427	127.828
		287.534	319.240	350.946	382.652	414.358	446.064
1	3	-25.302	-6.852	11.599	30.049	48.500	66.950
		133.683	149.735	165.786	181.838	197.890	213.941
1	5	42.584	66.355	90.127	113.898	137.669	161.441
		252.939	271.075	289.210	307.346	325.481	343.617
2	4	37.216	54.886	72.556	90.227	107.897	125.567
		189.116	204.323	219.529	234.735	249.942	265.148
2	6	55.227	70.652	86.077	101.502	116.927	132.352
		199.929	209.857	219.786	229.715	239.644	249.573
3	9	-33.240	-28.584	-23.929	-19.273	-14.618	-9.962
		7.860	11.481	15.101	18.722	22.343	25.963
3	24	-317.801	-304.602	-291.402	-278.203	-265.003	-251.804
		-205.397	-193.343	-181.289	-169.235	-157.181	-145.127
4	9	-92.959	-77.132	-61.305	-45.478	-29.651	-13.825
		43.809	57.257	70.705	84.153	97.601	111.049
5	10	-70.183	-49.991	-29.799	-9.607	10.585	30.777
		109.021	124.083	139.146	154.208	169.271	184.333
6	10	-187.786	-178.126	-168.467	-158.808	-149.149	-139.490
		-75.787	-64.304	-52.822	-41.340	-29.857	-18.375
7	8	143.728	148.418	153.108	157.798	162.488	167.177
		182.827	187.508	192.189	196.870	201.551	206.232
8	9	-103.068	-99.048	-95.029	-91.009	-86.990	-82.970
		-64.427	-59.483	-54.539	-49.595	-44.651	-39.707
8	10	-102.685	-97.395	-92.104	-86.814	-81.523	-76.233
		-56.586	-52.200	-47.814	-43.428	-39.042	-34.656
9	11	-217.984	-209.517	-201.050	-192.583	-184.116	-175.649
		-145.072	-137.752	-130.432	-123.112	-115.792	-108.472
9	12	-267.523	-260.308	-253.093	-245.879	-238.664	-231.449
		-204.792	-198.850	-192.907	-186.965	-181.022	-175.079
10	11	-282.685	-271.116	-259.547	-247.978	-236.409	-224.841
		-176.442	-163.026	-149.609	-136.193	-122.776	-109.360
10	12	-334.684	-324.147	-313.611	-303.075	-292.538	-282.002
		-238.560	-226.441	-214.322	-202.203	-190.084	-177.964

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
11	13	-334.698	-328.136	-321.574	-315.012	-308.450	-301.888
		-279.637	-272.999	-266.362	-259.724	-253.087	-246.449
11	14	-160.202	-146.976	-133.751	-120.526	-107.301	-94.075
		-46.423	-32.528	-18.634	-4.739	9.156	23.051
12	13	-236.323	-228.070	-219.817	-211.564	-203.311	-195.058
		-166.502	-158.044	-149.586	-141.128	-123.670	-124.212
12	23	-353.339	-345.040	-336.740	-328.441	-320.142	-311.843
		-283.422	-274.963	-266.503	-258.044	-249.584	-241.125
13	23	-318.430	-309.339	-300.247	-291.155	-282.064	-272.972
		-240.969	-231.564	-222.159	-212.754	-203.349	-193.944
14	16	-506.627	-493.863	-481.099	-468.335	-455.571	-442.808
		-396.676	-383.237	-369.799	-356.360	-342.922	-329.483
15	16	-75.088	-62.255	-49.423	-36.591	-23.759	-10.927
		33.777	45.628	57.479	69.330	81.180	93.031
15	21	-289.781	-284.967	-280.153	-275.339	-270.525	-265.711
		-249.195	-244.534	-239.873	-235.212	-230.551	-225.889
15	21	-289.781	-284.967	-280.153	-275.339	-270.525	-265.711
		-249.195	-244.534	-239.873	-235.212	-230.551	-225.889
15	24	146.102	158.654	171.205	183.757	196.308	208.860
		257.006	270.718	284.429	298.141	311.853	325.564
16	17	-324.585	-315.706	-306.827	-297.948	-289.069	-280.190
		-249.380	-240.261	-231.141	-222.022	-212.903	-203.783
16	19	-168.149	-152.468	-136.786	-121.104	-105.423	-89.741
		-36.536	-21.354	-6.172	9.010	24.192	39.374
17	18	-128.474	-121.151	-113.829	-106.507	-99.185	-91.863
		-66.464	-58.952	-51.441	-43.929	-36.418	-28.906
17	22	-199.549	-197.810	-196.072	-194.334	-192.595	-190.857
		-184.900	-183.131	-181.361	-179.591	-177.822	-176.052
18	21	-213.508	-209.901	-206.294	-202.687	-199.079	-195.472
		-183.151	-179.508	-175.864	-172.221	-168.578	-164.935
18	21	-213.508	-209.901	-206.294	-202.687	-199.079	-195.472
		-183.151	-179.508	-175.864	-172.221	-168.578	-164.935
19	20	-246.575	-238.822	-231.069	-223.316	-215.563	-207.811
		-181.499	-173.998	-166.495	-158.993	-151.491	-143.989
19	20	-246.575	-238.822	-231.069	-223.316	-215.563	-207.811
		-181.499	-173.998	-166.495	-158.993	-151.491	-143.989
20	23	-365.370	-357.368	-349.366	-341.363	-333.361	-325.359
		-298.206	-290.459	-282.713	-274.966	-267.220	-259.474
20	23	-365.370	-357.368	-349.366	-341.363	-333.361	-325.359
		-298.206	-290.459	-282.713	-274.966	-267.220	-259.474
21	22	-219.719	-217.370	-215.020	-212.670	-210.321	-207.971
		-200.077	-197.760	-195.443	-193.126	-190.809	-188.492

Tabela 5.18 – Resultados dos trânsitos de potências activas corrigidos (sem correlação).

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVAr)					
1	2	-761.420	-734.534	-707.647	-680.760	-653.873	-626.987
		-521.645	-495.970	-470.296	-444.621	-418.947	-393.272
1	3	7.954	10.823	13.691	16.559	19.427	22.296
		32.430	35.096	37.762	40.429	43.095	45.761
1	5	-31.071	-23.452	-15.833	-8.214	-0.595	7.024
		37.320	43.245	49.170	55.094	61.019	66.944
2	4	45.121	48.930	52.739	56.548	60.357	64.166
		78.033	81.773	85.513	89.253	92.993	96.732
2	6	-2.415	1.602	5.618	9.634	13.651	17.667
		37.792	39.700	41.609	43.517	45.426	47.334
3	9	-33.759	-32.363	-30.966	-29.570	-28.174	-26.778
		-21.796	-20.311	-18.827	-17.343	-15.858	-14.374
3	24	-74.413	-68.562	-62.710	-56.859	-51.007	-45.156
		-20.689	-13.922	-7.156	-0.389	6.377	13.144
4	9	-20.176	-15.138	-10.100	-5.062	-0.024	5.014
		24.305	29.827	35.348	40.869	46.390	51.911
5	10	-72.502	-67.351	-62.200	-57.049	-51.898	-46.747
		-28.383	-22.944	-17.504	-12.065	-6.626	-1.186
6	10	-105.382	-100.195	-95.008	-89.820	-84.633	-79.446
		-56.857	-50.725	-44.594	-38.463	-32.332	-26.201
7	8	121.656	125.575	129.494	133.413	137.332	141.251
		157.984	160.483	162.982	165.481	167.980	170.479
8	9	26.932	29.245	31.559	33.873	36.187	38.500
		47.233	49.048	50.864	52.680	54.495	56.311
8	10	-2.675	0.148	2.971	5.793	8.616	11.439
		22.897	25.029	27.160	29.292	31.424	33.555
9	11	-46.072	-42.911	-39.749	-36.588	-33.426	-30.265
		-18.320	-14.877	-11.435	-7.992	-4.550	-1.107
9	12	-37.270	-33.673	-30.075	-26.478	-22.881	-19.283
		-5.706	-1.791	2.125	6.041	9.957	13.872
10	11	-12.974	-8.296	-3.618	1.060	5.738	10.417
		35.818	42.069	48.320	54.571	60.822	67.073
10	12	-4.402	1.156	6.714	12.272	17.829	23.387
		51.061	58.072	65.082	72.092	79.103	86.113
11	13	-88.094	-85.719	-83.344	-80.969	-78.594	-76.219
		-59.078	-55.134	-51.191	-47.248	-43.304	-39.361
11	14	-14.466	-11.928	-9.390	-6.852	-4.314	-1.776
		11.382	14.702	18.022	21.342	24.663	27.983
12	13	-115.834	-113.654	-111.473	-109.293	-107.113	-104.932
		-88.251	-84.473	-80.695	-76.916	-73.138	-69.359
12	23	-6.051	-3.395	-0.739	1.918	4.574	7.230
		20.321	23.684	27.047	30.411	33.774	37.137
13	23	20.531	23.424	26.318	29.212	32.106	35.000
		44.847	47.644	50.442	53.239	56.036	58.834
14	16	-76.670	-74.728	-72.787	-70.845	-68.903	-66.961

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVA _r)					
		-55.494	-52.715	-49.935	-47.155	-44.376	-41.596
15	16	-13.573	-12.089	-10.605	-9.121	-7.637	-6.153
		-0.555	1.052	2.659	4.266	5.873	7.480
15	21	29.103	31.272	33.441	35.611	37.780	39.950
		48.012	50.004	51.997	53.989	55.981	57.973
15	21	29.103	31.272	33.441	35.611	37.780	39.950
		48.012	50.004	51.997	53.989	55.981	57.973
15	24	78.702	83.450	88.198	92.946	97.694	102.442
		118.733	123.256	127.779	132.302	136.825	141.347
16	17	24.248	26.402	28.557	30.712	32.867	35.022
		42.301	44.400	46.500	48.599	50.698	52.798
16	19	68.008	71.610	75.212	78.815	82.417	86.019
		98.636	102.285	105.933	109.582	113.231	116.880
17	18	2.876	4.082	5.288	6.494	7.700	8.906
		12.949	13.965	14.981	15.997	17.013	18.029
17	22	11.877	12.457	13.037	13.617	14.197	14.777
		16.729	17.299	17.870	18.440	19.010	19.580
18	21	9.093	11.463	13.833	16.202	18.572	20.942
		30.759	32.819	34.880	36.941	39.001	41.062
18	21	9.093	11.463	13.833	16.202	18.572	20.942
		30.759	32.819	34.880	36.941	39.001	41.062
19	20	3.797	5.292	6.787	8.282	9.778	11.273
		16.599	18.170	19.740	21.310	22.881	24.451
19	20	3.797	5.292	6.787	8.282	9.778	11.273
		16.599	18.170	19.740	21.310	22.881	24.451
20	23	-19.698	-19.147	-18.597	-18.047	-17.497	-16.946
		-14.972	-14.385	-13.798	-13.212	-12.625	-12.039
20	23	-19.698	-19.147	-18.597	-18.047	-17.497	-16.946
		-14.972	-14.385	-13.798	-13.212	-12.625	-12.039
21	22	-0.059	1.149	2.356	3.564	4.771	5.979
		11.197	12.561	13.925	15.289	16.652	18.016

Tabela 5.19 - Resultados dos trânsitos de potências reactivas corrigidos (sem correlação).

5.4.2. Com correlação

Os resultados apresentados nas tabelas 5.20 e 5.21 são os valores obtidos para os trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos mas com correlação. Existe correlação entre dois pares de nós, quer para as potências activas quer para as potências reactivas. Os valores que integram estas tabelas devem ser lidos de forma análoga à indicada para as tabelas 5.18 e 5.19.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	2	-62.464	-21.960	18.544	59.048	99.553	140.059
		275.305	308.130	340.956	373.782	406.608	439.433
1	3	-22.873	-4.399	14.074	32.547	51.021	69.494
		131.140	146.143	161.147	176.151	191.155	206.159
1	5	48.211	72.049	95.887	119.726	143.564	167.402
		246.978	264.961	282.945	300.928	318.912	336.895
2	4	39.357	57.051	74.746	92.440	110.135	127.829
		186.854	200.956	215.057	229.159	243.260	257.362
2	6	62.714	78.225	93.736	109.247	124.757	140.268
		192.012	203.482	214.952	226.422	237.892	249.362
3	9	-32.186	-27.519	-22.851	-18.184	-13.516	-8.849
		6.747	10.585	14.423	18.261	22.100	25.938
3	24	-316.718	-303.504	-290.290	-277.076	-263.862	-250.647
		-206.553	-195.622	-184.691	-173.760	-162.829	-151.898
4	9	-86.804	-71.538	-56.272	-41.005	-25.739	-10.473
		40.458	52.470	64.481	76.493	88.505	100.516
5	10	-65.140	-44.888	-24.636	-4.385	15.867	36.119
		103.679	118.626	133.574	148.521	163.469	178.417
6	10	-196.742	-183.379	-170.015	-156.652	-143.288	-129.925
		-85.351	-75.437	-65.522	-55.608	-45.693	-35.779
7	8	143.739	148.429	153.119	157.809	162.499	167.189
		182.816	187.500	192.185	196.870	201.555	206.240
8	9	-103.438	-99.072	-94.706	-90.340	-85.973	-81.607
		-65.790	-61.047	-56.304	-51.562	-46.819	-42.076
8	10	-100.332	-95.244	-90.156	-85.069	-79.981	-74.893
		-57.925	-53.203	-48.481	-43.759	-39.037	-34.315
9	11	-215.346	-207.101	-198.856	-190.611	-182.366	-174.121
		-146.599	-140.634	-134.668	-128.702	-122.736	-116.770
9	12	-264.928	-257.909	-250.890	-243.870	-236.851	-229.832
		-206.410	-200.784	-195.157	-189.531	-183.905	-178.279
10	11	-283.810	-271.338	-258.867	-246.395	-233.924	-221.452
		-179.830	-168.585	-157.340	-146.095	-134.851	-123.606
10	12	-335.354	-334.096	-312.838	-301.580	-290.322	-279.064
		-241.498	-230.609	-219.720	-208.830	-197.941	-187.052
11	13	-331.531	-325.588	-319.646	-313.704	-307.762	-301.819
		-279.706	-273.066	-266.427	-259.787	-253.148	-246.509
11	14	-161.105	-147.482	-133.859	-120.236	-106.614	-92.991
		-47.508	-38.078	-28.648	-19.217	-9.787	-0.357
12	13	-236.567	-228.202	-219.836	-211.470	-203.105	-194.739
		-166.820	-159.446	-152.072	-144.698	-137.323	-129.949
12	23	-353.488	-345.112	-336.736	-328.360	-319.984	-311.608
		-283.657	-276.032	-268.406	-260.781	-253.156	-245.530
13	23	-318.848	-309.568	-300.288	-291.009	-281.729	-272.449
		-241.492	-232.506	-223.520	-214.534	-205.548	-196.562
14	16	-492.833	-482.697	-472.561	-462.425	-452.289	-442.153

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
		-397.330	-383.880	-370.430	-356.980	-343.530	-330.080
15	16	-74.193	-61.349	-48.505	-35.661	-22.816	-9.972
		32.822	43.713	54.605	65.496	76.387	87.279
15	21	-289.568	-284.752	-279.936	-527.120	-270.304	-265.488
		-249.419	-244.816	-240.213	-235.610	-231.007	-226.404
15	21	-289.568	-284.752	-279.936	-527.120	-270.304	-265.488
		-249.419	-244.816	-240.213	-235.610	-231.007	-226.404
15	24	153.159	164.533	175.908	187.282	198.657	210.031
		255.835	269.562	283.288	297.015	310.741	324.468
16	17	-323.269	-314.609	-305.950	-297.291	-288.631	-279.972
		-249.599	-240.477	-231.354	-222.232	-213.110	-203.988
16	19	-160.852	-146.466	-132.080	-117.694	-103.307	-88.921
		-37.356	-21.904	-6.452	9.000	24.452	39.904
17	18	-127.229	-120.117	-113.005	-105.894	-98.782	-91.670
		-66.656	-59.142	-51.628	-44.114	-36.600	-29.086
17	22	-199.371	-197.662	-195.953	-194.245	-192.536	-190.827
		184.930	-183.160	-181.390	-179.620	-177.850	-176.080
18	21	-212.688	-209.231	-205.773	-202.316	-198.858	-195.401
		-183.222	-179.569	-175.915	-172.262	-168.609	-164.955
18	21	-212.688	-209.231	-205.773	-202.316	-198.858	-195.401
		-183.222	-179.569	-175.915	-172.262	-168.609	-164.955
19	20	-242.908	-235.806	-228.704	-221.602	-214.500	-207.399
		-181.911	-174.273	-166.636	-158.998	-151.360	-143.723
19	20	-242.908	-235.806	-228.704	-221.602	-214.500	-207.399
		-181.911	-174.273	-166.636	-158.998	-151.360	-143.723
20	23	-361.631	-354.292	-346.954	-339.615	-332.277	-324.938
		-298.626	-290.741	-282.856	-274.972	-267.087	-259.202
20	23	-361.631	-354.292	-346.954	-339.615	-332.277	-324.938
		-298.626	-290.741	-282.856	-274.972	-267.087	-259.202
21	22	-219.689	-217.339	-214.989	-212.640	-210.290	-207.940
		-200.109	-197.821	-195.533	-193.245	-190.958	-188.670

Tabela 5.20 - Resultados dos trânsitos de potências activas corrigidos (com correlação).

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
1	2	-750.580	-724.515	-698.450	-672.385	-646.320	-620.255
		-528.376	-500.805	-473.235	-445.664	-418.093	-390.522
1	3	8.218	11.089	13.961	16.832	19.703	22.574
		32.151	34.876	37.601	40.326	43.050	45.775
1	5	-28.849	-21.205	-13.560	-5.916	1.728	9.373
		34.972	41.458	47.945	54.432	60.918	67.405

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
2	4	45.307	49.176	53.044	56.913	60.782	64.651
		77.548	81.082	84.615	88.149	91.682	95.216
2	6	0.762	4.806	8.851	12.895	16.940	20.984
		34.475	37.429	40.384	43.338	46.292	49.247
3	9	-33.141	-31.866	-30.591	-29.315	-28.040	-26.765
		-21.809	-20.323	-18.836	-17.350	-15.864	-14.378
3	24	-71.526	-66.066	-60.607	-55.148	-49.688	-44.229
		-21.616	-14.839	-8.061	-1.284	5.494	12.271
4	9	-17.315	-12.759	-8.202	-3.645	0.912	5.468
		23.851	29.354	34.856	40.358	45.861	51.363
5	10	-69.235	-64.721	-60.206	-55.692	-51.178	-46.663
		-28.467	-23.016	-17.565	-12.114	-6.663	-1.212
6	10	-103.043	-98.112	-93.182	-88.251	-83.321	-78.390
		-57.913	-51.777	-45.642	-39.506	-33.370	-27.234
7	8	123.363	127.301	131.239	135.177	139.115	143.053
		156.181	159.296	162.410	165.525	168.640	171.755
8	9	27.586	29.878	32.170	34.462	36.755	39.047
		46.686	48.723	50.760	52.797	54.834	56.871
8	10	-1.723	1.111	3.944	6.777	9.611	12.444
		21.891	24.289	26.687	29.085	31.483	33.881
9	11	-44.224	-41.382	-38.540	-35.699	-32.857	-30.015
		-18.570	-15.139	-11.709	-8.278	-4.848	-1.417
9	12	-35.180	-31.934	-28.688	-25.442	-22.197	-18.951
		-6.039	-2.168	1.703	5.574	9.444	13.315
10	11	-11.174	-6.383	-1.592	3.200	7.991	12.782
		33.453	39.648	45.843	52.039	58.234	64.429
10	12	-2.887	2.790	8.466	14.143	19.820	25.497
		48.952	55.981	63.011	70.040	77.070	84.099
11	13	-90.317	-87.049	-83.780	-80.512	-77.244	-73.975
		-61.321	-57.524	-53.728	-49.932	-46.135	-42.339
11	14	-14.562	-11.755	-8.948	-6.140	-3.333	-0.526
		10.132	13.327	16.523	19.718	22.913	26.108
12	13	-118.027	-115.000	-111.973	-108.946	-105.919	-102.893
		-90.291	-86.510	-82.729	-78.948	-75.167	-71.386
12	23	-5.722	-2.947	-0.173	2.602	5.376	8.150
		19.401	22.774	26.147	29.520	32.893	36.266
13	23	21.336	24.101	26.866	29.631	32.396	35.161
		44.686	47.541	50.397	53.252	56.107	58.962
14	16	-77.926	-75.465	-73.005	-70.544	-68.084	-65.624
		-56.832	-54.196	-51.559	-48.923	-46.286	-43.650
15	16	-12.853	-11.489	-10.125	-8.761	-7.397	-6.033
		-0.675	0.934	2.542	4.151	5.759	7.368
15	21	29.925	32.020	34.115	36.210	38.305	40.400
		47.562	49.706	51.850	53.995	56.139	58.284
15	21	29.925	32.020	34.115	36.210	38.305	40.400
		47.562	49.706	51.850	53.995	56.139	58.284

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
15	24	80.761	85.157	89.554	93.951	98.347	102.744
		118.431	123.070	127.708	132.347	136.986	141.625
16	17	24.295	26.451	28.606	30.762	32.917	35.073
		42.250	44.299	46.347	48.396	50.444	52.492
16	19	67.884	71.549	75.215	78.880	82.546	86.212
		98.443	101.788	105.133	108.478	111.822	115.167
17	18	3.380	4.512	5.644	6.777	7.909	9.041
		12.813	13.867	14.921	15.974	17.028	18.082
17	22	11.886	12.466	13.046	13.626	14.206	14.787
		16.720	17.281	17.841	18.402	18.963	19.524
18	21	10.134	12.492	14.849	17.207	19.564	21.922
		29.779	32.122	34.464	36.807	39.150	41.493
18	21	10.134	12.492	14.849	17.207	19.564	21.922
		29.779	32.122	34.464	36.807	39.150	41.493
19	20	3.745	5.266	6.788	8.310	9.832	11.354
		16.518	17.961	19.404	20.846	22.289	23.731
19	20	3.745	5.266	6.788	8.310	9.832	11.354
		16.518	17.961	19.404	20.846	22.289	23.731
20	23	-19.709	-19.153	-18.597	-18.041	-17.485	-16.929
		-14.989	-14.429	-13.869	-13.310	-12.750	-12.191
20	23	-19.709	-19.153	-18.597	-18.041	-17.485	-16.929
		-14.989	-14.429	-13.869	-13.310	-12.750	-12.191
21	22	-0.328	1.006	2.340	3.673	5.007	6.340
		10.836	12.185	13.534	14.882	16.231	17.580

Tabela 5.21 - Resultados dos trânsitos de potências reactivas corrigidos (com correlação).

5.5. Resultados para os limites Pg e Qg intermédios

De acordo com os dados das tabelas 5.6 e 5.7, relativos aos limites das potências activas e reactivas, sendo estes limites intermédios em relação aos limites iniciais e por aplicação do algoritmo de correcção referido no capítulo 4, obtemos os seguintes resultados dos trânsitos de potência activa e reactiva corrigidos.

5.5.1. Sem correlação

Os resultados apresentados nas tabelas 5.22 e 5.23 são os valores obtidos para os trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos, sem correlação, quer entre as potências activas quer entre as potências reactivas. De novo, os valores destas tabelas devem ser interpretados de acordo com o indicado em 5.4.1.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	2	-74.177	-33.776	6.625	47.026	87.427	127.828
		287.534	319.240	350.946	382.652	414.358	446.064
1	3	-25.302	-6.852	11.599	30.049	48.500	66.950
		133.683	149.735	165.786	181.838	197.890	213.941
1	5	42.584	66.355	90.127	113.898	137.669	161.441
		252.939	271.075	289.210	307.346	325.481	343.617
2	4	37.216	54.886	72.556	90.227	107.897	125.567
		189.116	204.323	219.529	234.735	249.942	265.148
2	6	55.227	70.652	86.077	101.502	116.927	132.352
		199.929	209.857	219.786	229.715	239.644	249.573
3	9	-33.240	-28.584	-23.929	-19.273	-14.618	-9.962
		7.860	11.481	15.101	18.722	22.343	25.963
3	24	-317.801	-304.602	-291.402	-278.203	-265.003	-251.804
		-205.397	-193.343	-181.289	-169.235	-157.181	-145.127
4	9	-92.959	-77.132	-61.305	-45.478	-29.651	-13.825
		43.809	57.257	70.705	84.153	97.601	111.049
5	10	-70.183	-49.991	-29.799	-9.607	10.585	30.777
		109.021	124.083	139.146	154.208	169.271	184.333
6	10	-187.786	-178.126	-168.467	-158.808	-149.149	-139.490
		-75.787	-64.304	-52.822	-41.340	-29.857	-18.375
7	8	143.728	148.418	153.108	157.798	162.488	167.177
		182.827	187.508	192.189	196.870	201.551	206.232
8	9	-103.068	-99.048	-95.029	-91.009	-86.990	-82.970
		-64.427	-59.483	-54.539	-49.595	-44.651	-39.707
8	10	-102.685	-97.395	-92.104	-86.814	-81.523	-76.233
		-56.586	-52.200	-47.814	-43.428	-39.042	-34.656
9	11	-217.984	-209.517	-201.050	-192.583	-184.116	-175.649
		-145.072	-137.752	-130.432	-123.112	-115.792	-108.472
9	12	-267.523	-260.308	-253.093	-245.879	-238.664	-231.449
		-204.792	-198.850	-192.907	-186.965	-181.022	-175.079
10	11	-282.685	-271.116	-259.547	-247.978	-236.409	-224.841
		-176.442	-163.026	-149.609	-136.193	-122.776	-109.360
10	12	-334.684	-324.147	-313.611	-303.075	-292.538	-282.002
		-238.560	-226.441	-214.322	-202.203	-190.084	-177.964
11	13	-334.698	-328.136	-321.574	-315.012	-308.450	-301.888
		-279.637	-272.999	-266.362	-259.724	-253.087	-246.449
11	14	-160.202	-146.976	-133.751	-120.526	-107.301	-94.075
		-46.423	-32.528	-18.634	-4.739	9.156	23.051
12	13	-236.323	-228.070	-219.817	-211.564	-203.311	-195.058
		-166.502	-158.044	-149.586	-141.128	-123.670	-124.212
12	23	-353.339	-345.040	-336.740	-328.441	-320.142	-311.843
		-283.422	-274.963	-266.503	-258.044	-249.584	-241.125
13	23	-318.430	-309.339	-300.247	-291.155	-282.064	-272.972
		-240.969	-231.564	-222.159	-212.754	-203.349	-193.944
14	16	-506.627	-493.863	-481.099	-468.335	-455.571	-442.808
		-396.676	-383.237	-369.799	-356.360	-342.922	-329.483

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
15	16	-75.088	-62.255	-49.423	-36.591	-23.759	-10.927
		33.777	45.628	57.479	69.330	81.180	93.031
15	21	-289.781	-284.967	-280.153	-275.339	-270.525	-265.711
		-249.195	-244.534	-239.873	-235.212	-230.551	-225.889
15	21	-289.781	-284.967	-280.153	-275.339	-270.525	-265.711
		-249.195	-244.534	-239.873	-235.212	-230.551	-225.889
15	24	146.102	158.654	171.205	183.757	196.308	208.860
		257.006	270.718	284.429	298.141	311.853	325.564
16	17	-324.585	-315.706	-306.827	-297.948	-289.069	-280.190
		-249.380	-240.261	-231.141	-222.022	-212.903	-203.783
16	19	-168.149	-152.468	-136.786	-121.104	-105.423	-89.741
		-36.536	-21.354	-6.172	9.010	24.192	39.374
17	18	-128.474	-121.151	-113.829	-106.507	-99.185	-91.863
		-66.464	-58.952	-51.441	-43.929	-36.418	-28.906
17	22	-199.549	-197.810	-196.072	-194.334	-192.595	-190.857
		-184.900	-183.131	-181.361	-179.591	-177.822	-176.052
18	21	-213.508	-209.901	-206.294	-202.687	-199.079	-195.472
		-183.151	-179.508	-175.864	-172.221	-168.578	-164.935
18	21	-213.508	-209.901	-206.294	-202.687	-199.079	-195.472
		-183.151	-179.508	-175.864	-172.221	-168.578	-164.935
19	20	-246.575	-238.822	-231.069	-223.316	-215.563	-207.811
		-181.499	-173.998	-166.495	-158.993	-151.491	-143.989
19	20	-246.575	-238.822	-231.069	-223.316	-215.563	-207.811
		-181.499	-173.998	-166.495	-158.993	-151.491	-143.989
20	23	-365.370	-357.368	-349.366	-341.363	-333.361	-325.359
		-298.206	-290.459	-282.713	-274.966	-267.220	-259.474
20	23	-365.370	-357.368	-349.366	-341.363	-333.361	-325.359
		-298.206	-290.459	-282.713	-274.966	-267.220	-259.474
21	22	-219.719	-217.370	-215.020	-212.670	-210.321	-207.971
		-200.077	-197.760	-195.443	-193.126	-190.809	-188.492

Tabela 5.22 - Resultados dos trânsitos de potências activas corrigidos (sem correlação).

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
1	2	-761.420	-734.534	-707.647	-680.760	-653.873	-626.987
		-521.645	-495.970	-470.296	-444.621	-418.947	-393.272
1	3	7.954	10.823	13.691	16.559	19.427	22.296
		32.430	35.096	37.762	40.429	43.095	45.761
1	5	-31.071	-23.452	-15.833	-8.214	-0.595	7.024
		37.320	43.245	49.170	55.094	61.019	66.944
2	4	45.121	48.930	52.739	56.548	60.357	64.166

Nó i	Nó j	Trânsito de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
		78.033	81.773	85.513	89.253	92.993	96.732
2	6	-2.415	1.602	5.618	9.634	13.651	17.667
		37.792	39.700	41.609	43.517	45.426	47.334
3	9	-33.759	-32.363	-30.966	-29.570	-28.174	-26.778
		-21.796	-20.311	-18.827	-17.343	-15.858	-14.374
3	24	-74.413	-68.562	-62.710	-56.859	-51.007	-45.156
		-20.689	-13.922	-7.156	-0.389	6.377	13.144
4	9	-20.176	-15.138	-10.100	-5.062	-0.024	5.014
		24.305	29.827	35.348	40.869	46.390	51.911
5	10	-72.502	-67.351	-62.200	-57.049	-51.898	-46.747
		-28.383	-22.944	-17.504	-12.065	-6.626	-1.186
6	10	-105.382	-100.195	-95.008	-89.820	-84.633	-79.446
		-56.857	-50.725	-44.594	-38.463	-32.332	-26.201
7	8	121.656	125.575	129.494	133.413	137.332	141.251
		157.984	160.483	162.982	165.481	167.980	170.479
8	9	26.932	29.245	31.559	33.873	36.187	38.500
		47.233	49.048	50.864	52.680	54.495	56.311
8	10	-2.675	0.148	2.971	5.793	8.616	11.439
		22.897	25.029	27.160	29.292	31.424	33.555
9	11	-46.072	-42.911	-39.749	-36.588	-33.426	-30.265
		-18.320	-14.877	-11.435	-7.992	-4.550	-1.107
9	12	-37.270	-33.673	-30.075	-26.478	-22.881	-19.283
		-5.706	-1.791	2.125	6.041	9.957	13.872
10	11	-12.974	-8.296	-3.618	1.060	5.738	10.417
		35.818	42.069	48.320	54.571	60.822	67.073
10	12	-4.402	1.156	6.714	12.272	17.829	23.387
		51.061	58.072	65.082	72.092	79.103	86.113
11	13	-88.094	-85.719	-83.344	-80.969	-78.594	-76.219
		-59.078	-55.134	-51.191	-47.248	-43.304	-39.361
11	14	-14.466	-11.928	-9.390	-6.852	-4.314	-1.776
		11.382	14.702	18.022	21.342	24.663	27.983
12	13	-115.834	-113.654	-111.473	-109.293	-107.113	-104.932
		-88.251	-84.473	-80.695	-76.916	-73.138	-69.359
12	23	-6.051	-3.395	-0.739	1.918	4.574	7.230
		20.321	23.684	27.047	30.411	33.774	37.137
13	23	20.531	23.424	26.318	29.212	32.106	35.000
		44.847	47.644	50.442	53.239	56.036	58.834
14	16	-76.670	-74.728	-72.787	-70.845	-68.903	-66.961
		-55.494	-52.715	-49.935	-47.155	-44.376	-41.596
15	16	-13.573	-12.089	-10.605	-9.121	-7.637	-6.153
		-0.555	1.052	2.659	4.266	5.873	7.480
15	21	29.103	31.272	33.441	35.611	37.780	39.950
		48.012	50.004	51.997	53.989	55.981	57.973
15	21	29.103	31.272	33.441	35.611	37.780	39.950
		48.012	50.004	51.997	53.989	55.981	57.973
15	24	78.702	83.450	88.198	92.946	97.694	102.442

		118.733	123.256	127.779	132.302	136.825	141.347
16	17	24.248	26.402	28.557	30.712	32.867	35.022
		42.301	44.400	46.500	48.599	50.698	52.798
16	19	68.008	71.610	75.212	78.815	82.417	86.019
		98.636	102.285	105.933	109.582	113.231	116.880
17	18	2.876	4.082	5.288	6.494	7.700	8.906
		12.949	13.965	14.981	15.997	17.013	18.029
17	22	11.877	12.457	13.037	13.617	14.197	14.777
		16.729	17.299	17.870	18.440	19.010	19.580
18	21	9.093	11.463	13.833	16.202	18.572	20.942
		30.759	32.819	34.880	36.941	39.001	41.062
18	21	9.093	11.463	13.833	16.202	18.572	20.942
		30.759	32.819	34.880	36.941	39.001	41.062
19	20	3.797	5.292	6.787	8.282	9.778	11.273
		16.599	18.170	19.740	21.310	22.881	24.451
19	20	3.797	5.292	6.787	8.282	9.778	11.273
		16.599	18.170	19.740	21.310	22.881	24.451
20	23	-19.698	-19.147	-18.597	-18.047	-17.497	-16.946
		-14.972	-14.385	-13.798	-13.212	-12.625	-12.039
20	23	-19.698	-19.147	-18.597	-18.047	-17.497	-16.946
		-14.972	-14.385	-13.798	-13.212	-12.625	-12.039
21	22	-0.059	1.149	2.356	3.564	4.771	5.979
		11.197	12.561	13.925	15.289	16.652	18.016

Tabela 5.23 - Resultados dos trânsitos de potências reactivas corrigidos (sem correlação).

5.5.2. Com correlação

Nas tabelas 5.24 e 5.25 são apresentados os resultados obtidos para os trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos, com correlação. A correlação existente, quer para as potências activas quer para as reactivas é entre dois pares de nós.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	2	-62.464	-21.960	18.544	59.048	99.553	140.059
		275.305	308.130	340.956	373.782	406.608	439.433
1	3	-22.873	-4.399	14.074	32.547	51.021	69.494
		131.140	146.143	161.147	176.151	191.155	206.159
1	5	48.211	72.049	95.887	119.726	143.564	167.402
		246.978	264.961	282.945	300.928	318.912	336.895
2	4	39.357	57.051	74.746	92.440	110.135	127.829
		186.854	200.956	215.057	229.159	243.260	257.362

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
2	6	62.714	78.225	93.736	109.247	124.757	140.268
		192.012	203.482	214.952	226.422	237.892	249.362
3	9	-32.186	-27.519	-22.851	-18.184	-13.516	-8.849
		6.747	10.585	14.423	18.261	22.100	25.938
3	24	-316.718	-303.504	-290.290	-277.076	-263.862	-250.647
		-206.553	-195.622	-184.691	-173.760	-162.829	-151.898
4	9	-86.804	-71.538	-56.272	-41.005	-25.739	-10.473
		40.458	52.470	64.481	76.493	88.505	100.516
5	10	-65.140	-44.888	-24.636	-4.385	15.867	36.119
		103.679	118.626	133.574	148.521	163.469	178.417
6	10	-196.742	-183.379	-170.015	-156.652	-143.288	-129.925
		-85.351	-75.437	-65.522	-55.608	-45.693	-35.779
7	8	143.739	148.429	153.119	157.809	162.499	167.189
		182.816	187.500	192.185	196.870	201.555	206.240
8	9	-103.438	-99.072	-94.706	-90.340	-85.973	-81.607
		-65.790	-61.047	-56.304	-51.562	-46.819	-42.076
8	10	-100.332	-95.244	-90.156	-85.069	-79.981	-74.893
		-57.925	-53.203	-48.481	-43.759	-39.037	-34.315
9	11	-215.346	-207.101	-198.856	-190.611	-182.366	-174.121
		-146.599	-140.634	-134.668	-128.702	-122.736	-116.770
9	12	-264.928	-257.909	-250.890	-243.870	-236.851	-229.832
		-206.410	-200.784	-195.157	-189.531	-183.905	-178.279
10	11	-283.810	-271.338	-258.867	-246.395	-233.924	-221.452
		-179.830	-168.585	-157.340	-146.095	-134.851	-123.606
10	12	-335.354	-334.096	-312.838	-301.580	-290.322	-279.064
		-241.498	-230.609	-219.720	-208.830	-197.941	-187.052
11	13	-331.531	-325.588	-319.646	-313.704	-307.762	-301.819
		-279.706	-273.066	-266.427	-259.787	-253.148	-246.509
11	14	-161.105	-147.482	-133.859	-120.236	-106.614	-92.991
		-47.508	-38.078	-28.648	-19.217	-9.787	-0.357
12	13	-236.567	-228.202	-219.836	-211.470	-203.105	-194.739
		-166.820	-159.446	-152.072	-144.698	-137.323	-129.949
12	23	-353.488	-345.112	-336.736	-328.360	-319.984	-311.608
		-283.657	-276.032	-268.406	-260.781	-253.156	-245.530
13	23	-318.848	-309.568	-300.288	-291.009	-281.729	-272.449
		-241.492	-232.506	-223.520	-214.534	-205.548	-196.562
14	16	-492.833	-482.697	-472.561	-462.425	-452.289	-442.153
		-397.330	-383.880	-370.430	-356.980	-343.530	-330.080
15	16	-74.193	-61.349	-48.505	-35.661	-22.816	-9.972
		32.822	43.713	54.605	65.496	76.387	87.279
15	21	-289.568	-284.752	-279.936	-527.120	-270.304	-265.488
		-249.419	-244.816	-240.213	-235.610	-231.007	-226.404
15	21	-289.568	-284.752	-279.936	-527.120	-270.304	-265.488
		-249.419	-244.816	-240.213	-235.610	-231.007	-226.404
15	24	153.159	164.533	175.908	187.282	198.657	210.031
		255.835	269.562	283.288	297.015	310.741	324.468

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
16	17	-323.269	-314.609	-305.950	-297.291	-288.631	-279.972
		-249.599	-240.477	-231.354	-222.232	-213.110	-203.988
16	19	-160.852	-146.466	-132.080	-117.694	-103.307	-88.921
		-37.356	-21.904	-6.452	9.000	24.452	39.904
17	18	-127.229	-120.117	-113.005	-105.894	-98.782	-91.670
		-66.656	-59.142	-51.628	-44.114	-36.600	-29.086
17	22	-199.371	-197.662	-195.953	-194.245	-192.536	-190.827
		184.930	-183.160	-181.390	-179.620	-177.850	-176.080
18	21	-212.688	-209.231	-205.773	-202.316	-198.858	-195.401
		-183.222	-179.569	-175.915	-172.262	-168.609	-164.955
18	21	-212.688	-209.231	-205.773	-202.316	-198.858	-195.401
		-183.222	-179.569	-175.915	-172.262	-168.609	-164.955
19	20	-242.908	-235.806	-228.704	-221.602	-214.500	-207.399
		-181.911	-174.273	-166.636	-158.998	-151.360	-143.723
19	20	-242.908	-235.806	-228.704	-221.602	-214.500	-207.399
		-181.911	-174.273	-166.636	-158.998	-151.360	-143.723
20	23	-361.631	-354.292	-346.954	-339.615	-332.277	-324.938
		-298.626	-290.741	-282.856	-274.972	-267.087	-259.202
20	23	-361.631	-354.292	-346.954	-339.615	-332.277	-324.938
		-298.626	-290.741	-282.856	-274.972	-267.087	-259.202
21	22	-219.689	-217.339	-214.989	-212.640	-210.290	-207.940
		-200.109	-197.821	-195.533	-193.245	-190.958	-188.670

Tabela 5.24 - Resultados dos trânsitos de potências activas corrigidos (com correlação).

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potência Reactivas Corrigidos (MVar)					
1	2	-750.580	-724.515	-698.450	-672.385	-646.320	-620.255
		-528.376	-500.805	-473.235	-445.664	-418.093	-390.522
1	3	8.218	11.089	13.961	16.832	19.703	22.574
		32.151	34.876	37.601	40.326	43.050	45.775
1	5	-28.849	-21.205	-13.560	-5.916	1.728	9.373
		34.972	41.458	47.945	54.432	60.918	67.405
2	4	45.307	49.176	53.044	56.913	60.782	64.651
		77.548	81.082	84.615	88.149	91.682	95.216
2	6	0.762	4.806	8.851	12.895	16.940	20.984
		34.475	37.429	40.384	43.338	46.292	49.247
3	9	-33.141	-31.866	-30.591	-29.315	-28.040	-26.765
		-21.809	-20.323	-18.836	-17.350	-15.864	-14.378
3	24	-71.526	-66.066	-60.607	-55.148	-49.688	-44.229
		-21.616	-14.839	-8.061	-1.284	5.494	12.271
4	9	-17.315	-12.759	-8.202	-3.645	0.912	5.468

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potência Reactivas Corrigidos (MVAr)					
		23.851	29.354	34.856	40.358	45.861	51.363
5	10	-69.235	-64.721	-60.206	-55.692	-51.178	-46.663
		-28.467	-23.016	-17.565	-12.114	-6.663	-1.212
6	10	-103.043	-98.112	-93.182	-88.251	-83.321	-78.390
		-57.913	-51.777	-45.642	-39.506	-33.370	-27.234
7	8	123.363	127.301	131.239	135.177	139.115	143.053
		156.181	159.296	162.410	165.525	168.640	171.755
8	9	27.586	29.878	32.170	34.462	36.755	39.047
		46.686	48.723	50.760	52.797	54.834	56.871
8	10	-1.723	1.111	3.944	6.777	9.611	12.444
		21.891	24.289	26.687	29.085	31.483	33.881
9	11	-44.224	-41.382	-38.540	-35.699	-32.857	-30.015
		-18.570	-15.139	-11.709	-8.278	-4.848	-1.417
9	12	-35.180	-31.934	-28.688	-25.442	-22.197	-18.951
		-6.039	-2.168	1.703	5.574	9.444	13.315
10	11	-11.174	-6.383	-1.592	3.200	7.991	12.782
		33.453	39.648	45.843	52.039	58.234	64.429
10	12	-2.887	2.790	8.466	14.143	19.820	25.497
		48.952	55.981	63.011	70.040	77.070	84.099
11	13	-90.317	-87.049	-83.780	-80.512	-77.244	-73.975
		-61.321	-57.524	-53.728	-49.932	-46.135	-42.339
11	14	-14.562	-11.755	-8.948	-6.140	-3.333	-0.526
		10.132	13.327	16.523	19.718	22.913	26.108
12	13	-118.027	-115.000	-111.973	-108.946	-105.919	-102.893
		-90.291	-86.510	-82.729	-78.948	-75.167	-71.386
12	23	-5.722	-2.947	-0.173	2.602	5.376	8.150
		19.401	22.774	26.147	29.520	32.893	36.266
13	23	21.336	24.101	26.866	29.631	32.396	35.161
		44.686	47.541	50.397	53.252	56.107	58.962
14	16	-77.926	-75.465	-73.005	-70.544	-68.084	-65.624
		-56.832	-54.196	-51.559	-48.923	-46.286	-43.650
15	16	-12.853	-11.489	-10.125	-8.761	-7.397	-6.033
		-0.675	0.934	2.542	4.151	5.759	7.368
15	21	29.925	32.020	34.115	36.210	38.305	40.400
		47.562	49.706	51.850	53.995	56.139	58.284
15	21	29.925	32.020	34.115	36.210	38.305	40.400
		47.562	49.706	51.850	53.995	56.139	58.284
15	24	80.761	85.157	89.554	93.951	98.347	102.744
		118.431	123.070	127.708	132.347	136.986	141.625
16	17	24.295	26.451	28.606	30.762	32.917	35.073
		42.250	44.299	46.347	48.396	50.444	52.492
16	19	67.884	71.549	75.215	78.880	82.546	86.212
		98.443	101.788	105.133	108.478	111.822	115.167
17	18	3.380	4.512	5.644	6.777	7.909	9.041
		12.813	13.867	14.921	15.974	17.028	18.082
17	22	11.886	12.466	13.046	13.626	14.206	14.787

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potência Reactivas Corrigidos (MVA _r)					
		16.720	17.281	17.841	18.402	18.963	19.524
18	21	10.134	12.492	14.849	17.207	19.564	21.922
		29.779	32.122	34.464	36.807	39.150	41.493
18	21	10.134	12.492	14.849	17.207	19.564	21.922
		29.779	32.122	34.464	36.807	39.150	41.493
19	20	3.745	5.266	6.788	8.310	9.832	11.354
		16.518	17.961	19.404	20.846	22.289	23.731
19	20	3.745	5.266	6.788	8.310	9.832	11.354
		16.518	17.961	19.404	20.846	22.289	23.731
20	23	-19.709	-19.153	-18.597	-18.041	-17.485	-16.929
		-14.989	-14.429	-13.869	-13.310	-12.750	-12.191
20	23	-19.709	-19.153	-18.597	-18.041	-17.485	-16.929
		-14.989	-14.429	-13.869	-13.310	-12.750	-12.191
21	22	-0.328	1.006	2.340	3.673	5.007	6.340
		10.836	12.185	13.534	14.882	16.231	17.580

Tabela 5.25 - Resultados dos trânsitos de potências reactivas corrigidos (com correlação).

5.6. Resultados para os limites Pg e Qg mais estreitos

Atendendo aos dados das tabelas 5.8 e 5.9, relativos aos limites das potências activas e reactivas, sendo estes mais estreitos do que os limites iniciais e por aplicação do algoritmo de correcção descrito no capítulo 4, obtemos os resultados dos trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos.

5.6.1. Sem correlação

Nas tabelas 5.26 e 5.27 estão apresentados os resultados obtidos para os trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos, sem correlação, quer entre as potências activas, quer entre as potências reactivas. Os resultados apresentados para cada trânsito de potência forma um número impreciso de acordo com as indicações fornecidas em 5.4.1.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	2	-74.177	-33.776	6.625	47.026	87.427	127.828
		287.534	319.240	350.551	381.375	412.199	443.023
1	3	-25.302	-6.852	11.599	30.049	48.500	66.950
		133.683	149.735	165.776	181.805	197.833	213.862
1	5	42.584	66.355	90.127	113.898	137.669	161.441
		252.939	271.075	289.206	307.331	325.456	343.581
2	4	37.216	54.886	72.556	90.227	107.897	125.567
		189.116	204.323	219.529	234.735	249.942	265.148
2	6	55.227	70.652	86.077	101.502	116.927	132.352
		199.929	209.857	219.786	229.715	239.644	249.573
3	9	-33.240	-28.584	-23.929	-19.273	-14.618	-9.962
		7.860	11.481	15.101	18.722	22.343	25.963
3	24	-317.801	-304.602	-291.402	-278.203	-265.003	-251.804
		-205.397	-193.343	-181.289	-169.235	-157.181	-145.127
4	9	-92.959	-77.132	-61.305	-45.478	-29.651	-13.825
		43.809	57.257	70.705	84.153	97.601	111.049
5	10	-70.183	-49.991	-29.799	-9.607	10.585	30.777
		109.021	124.083	139.146	154.208	169.271	184.333
6	10	-187.786	-178.126	-168.467	-158.808	-149.149	-139.490
		-75.787	-64.304	-52.822	-41.340	-29.857	-18.375
7	8	143.728	148.418	153.108	157.798	162.488	167.177
		182.827	187.508	192.189	196.870	201.551	206.232
8	9	-103.068	-99.048	-95.029	-91.009	-86.990	-82.970
		-64.427	-59.483	-54.539	-49.595	-44.651	-39.707
8	10	-102.685	-97.395	-92.104	-86.814	-81.523	-76.233
		-56.586	-52.200	-47.814	-43.428	-39.042	-34.656
9	11	-217.984	-209.517	-201.050	-192.583	-184.116	-175.649
		-145.072	-137.752	-130.432	-123.112	-115.792	-108.472
9	12	-267.523	-260.308	-253.093	-245.879	-238.664	-231.449
		-204.792	-198.850	-192.907	-186.965	-181.022	-175.079
10	11	-282.685	-271.116	-259.547	-247.978	-236.409	-224.841
		-176.442	-163.026	-149.609	-136.193	-122.776	-109.360
10	12	-334.684	-324.147	-313.611	-303.075	-292.538	-282.002
		-238.560	-226.441	-214.322	-202.203	-190.084	-177.964
11	13	-334.698	-328.136	-321.574	-315.012	-308.450	-301.888
		-279.637	-272.999	-266.362	-259.724	-253.087	-246.449
11	14	-160.202	-146.976	-133.751	-120.526	-107.301	-94.075
		-46.423	-32.528	-18.634	-4.739	9.156	23.051
12	13	-236.323	-228.070	-219.817	-211.564	-203.311	-195.058
		-166.502	-158.044	-149.586	-141.128	-123.670	-124.212
12	23	-353.339	-345.040	-336.740	-328.441	-320.142	-311.843
		-283.422	-274.963	-266.503	-258.044	-249.584	-241.125
13	23	-318.430	-309.339	-300.247	-291.155	-282.064	-272.972
		-240.969	-231.564	-222.159	-212.754	-203.349	-193.944
14	16	-506.627	-493.863	-481.099	-468.335	-455.571	-442.808
		-396.676	-383.237	-369.799	-356.360	-342.922	-329.483

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
15	16	-75.088	-62.255	-49.423	-36.591	-23.759	-10.927
		33.777	45.628	57.479	69.330	81.180	93.031
15	21	-289.781	-284.967	-280.153	-275.339	-270.525	-265.711
		-249.195	-244.534	-239.873	-235.212	-230.551	-225.889
15	21	-289.781	-284.967	-280.153	-275.339	-270.525	-265.711
		-249.195	-244.534	-239.873	-235.212	-230.551	-225.889
15	24	146.102	158.654	171.205	183.757	196.308	208.860
		257.006	270.718	284.429	298.141	311.853	325.564
16	17	-324.585	-315.706	-306.827	-297.948	-289.069	-280.190
		-249.380	-240.261	-231.141	-222.022	-212.903	-203.783
16	19	-168.149	-152.468	-136.786	-121.104	-105.423	-89.741
		-36.536	-21.354	-6.172	9.010	24.192	39.374
17	18	-128.474	-121.151	-113.829	-106.507	-99.185	-91.863
		-66.464	-58.952	-51.441	-43.929	-36.418	-28.906
17	22	-199.549	-197.810	-196.072	-194.334	-192.595	-190.857
		-184.900	-183.131	-181.361	-179.591	-177.822	-176.052
18	21	-213.508	-209.901	-206.294	-202.687	-199.079	-195.472
		-183.151	-179.508	-175.864	-172.221	-168.578	-164.935
18	21	-213.508	-209.901	-206.294	-202.687	-199.079	-195.472
		-183.151	-179.508	-175.864	-172.221	-168.578	-164.935
19	20	-246.575	-238.822	-231.069	-223.316	-215.563	-207.811
		-181.499	-173.998	-166.495	-158.993	-151.491	-143.989
19	20	-246.575	-238.822	-231.069	-223.316	-215.563	-207.811
		-181.499	-173.998	-166.495	-158.993	-151.491	-143.989
20	23	-365.370	-357.368	-349.366	-341.363	-333.361	-325.359
		-298.206	-290.459	-282.713	-274.966	-267.220	-259.474
20	23	-365.370	-357.368	-349.366	-341.363	-333.361	-325.359
		-298.206	-290.459	-282.713	-274.966	-267.220	-259.474
21	22	-219.719	-217.370	-215.020	-212.670	-210.321	-207.971
		-200.077	-197.760	-195.443	-193.126	-190.809	-188.492

Tabela 5.26 - Resultados dos trânsitos de potências activas corrigidos (sem correlação).

Nó i	Nó j	Trânsito de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
1	2	-761.420	-734.534	-707.647	-680.760	-653.873	-626.987
		-521.645	-495.970	-470.296	-444.621	-418.947	-393.272
1	3	7.954	10.823	13.691	16.559	19.427	22.296
		32.430	35.096	37.762	40.429	43.095	45.761
1	5	-31.071	-23.452	-15.833	-8.214	-0.595	7.024
		37.320	43.245	49.170	55.094	61.019	66.944

Nó i	Nó j	Trânsito de Potências Reativas Corrigidos (MVar)					
2	4	45.121	48.930	52.739	56.548	60.357	64.166
		78.033	81.773	85.513	89.253	92.993	96.732
2	6	-2.415	1.602	5.618	9.634	13.651	17.667
		37.792	39.700	41.609	43.517	45.426	47.334
3	9	-33.759	-32.363	-30.966	-29.570	-28.174	-26.778
		-21.796	-20.311	-18.827	-17.343	-15.858	-14.374
3	24	-74.413	-68.562	-62.710	-56.859	-51.007	-45.156
		-20.689	-13.922	-7.156	-0.389	6.377	13.144
4	9	-20.176	-15.138	-10.100	-5.062	-0.024	5.014
		24.305	29.827	35.348	40.869	46.390	51.911
5	10	-72.502	-67.351	-62.200	-57.049	-51.898	-46.747
		-28.383	-22.944	-17.504	-12.065	-6.626	-1.186
6	10	-105.382	-100.195	-95.008	-89.820	-84.633	-79.446
		-56.857	-50.725	-44.594	-38.463	-32.332	-26.201
7	8	121.656	125.575	129.494	133.413	137.332	141.251
		157.984	160.483	162.982	165.481	167.980	170.479
8	9	26.932	29.245	31.559	33.873	36.187	38.500
		47.233	49.048	50.864	52.680	54.495	56.311
8	10	-2.675	0.148	2.971	5.793	8.616	11.439
		22.897	25.029	27.159	29.286	31.413	33.541
9	11	-46.072	-42.911	-39.749	-36.588	-33.426	-30.265
		-18.320	-14.877	-11.435	-7.992	-4.550	-1.107
9	12	-37.270	-33.673	-30.075	-26.478	-22.881	-19.283
		-5.706	-1.791	2.125	6.041	9.957	13.872
10	11	-12.957	-8.284	-3.611	1.063	5.738	10.417
		35.818	42.069	48.320	54.571	60.822	67.073
10	12	-4.384	1.169	6.721	12.274	17.829	23.387
		51.061	58.072	65.082	72.092	79.103	86.113
11	13	-88.094	-85.719	-83.344	-80.969	-78.594	-76.219
		-59.078	-55.134	-51.191	-47.248	-43.304	-39.361
11	14	-14.466	-11.928	-9.390	-6.852	-4.314	-1.776
		11.382	14.702	18.022	21.342	24.663	27.983
12	13	-115.834	-113.654	-111.473	-109.293	-107.113	-104.932
		-88.251	-84.473	-80.695	-76.916	-73.138	-69.359
12	23	-6.051	-3.395	-0.739	1.918	4.574	7.230
		20.321	23.684	27.047	30.411	33.774	37.137
13	23	20.531	23.424	26.318	29.212	32.106	35.000
		44.847	47.644	50.442	53.239	56.036	58.834
14	16	-76.670	-74.728	-72.787	-70.845	-68.903	-66.961
		-55.494	-52.715	-49.935	-47.155	-44.376	-41.596
15	16	-13.573	-12.089	-10.605	-9.121	-7.637	-6.153
		-0.555	1.052	2.659	4.266	5.873	7.480
15	21	29.103	31.272	33.441	35.611	37.780	39.950
		48.012	50.004	51.997	53.989	55.981	57.973
15	21	29.103	31.272	33.441	35.611	37.780	39.950
		48.012	50.004	51.997	53.989	55.981	57.973

Nó i	Nó j	Trânsito de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
15	24	78.702	83.450	88.198	92.946	97.694	102.442
		118.733	123.256	127.779	132.302	136.825	141.347
16	17	24.248	26.402	28.557	30.712	32.867	35.022
		42.301	44.400	46.500	48.599	50.698	52.798
16	19	68.008	71.610	75.212	78.815	82.417	86.019
		98.636	102.285	105.933	109.582	113.231	116.880
17	18	2.876	4.082	5.288	6.494	7.700	8.906
		12.949	13.965	14.981	15.997	17.013	18.029
17	22	11.877	12.457	13.037	13.617	14.197	14.777
		16.729	17.299	17.870	18.440	19.010	19.580
18	21	9.093	11.463	13.833	16.202	18.572	20.942
		30.759	32.819	34.880	36.941	39.001	41.062
18	21	9.093	11.463	13.833	16.202	18.572	20.942
		30.759	32.819	34.880	36.941	39.001	41.062
19	20	3.797	5.292	6.787	8.282	9.778	11.273
		16.599	18.170	19.740	21.310	22.881	24.451
19	20	3.797	5.292	6.787	8.282	9.778	11.273
		16.599	18.170	19.740	21.310	22.881	24.451
20	23	-19.698	-19.147	-18.597	-18.047	-17.497	-16.946
		-14.972	-14.385	-13.798	-13.212	-12.625	-12.039
20	23	-19.698	-19.147	-18.597	-18.047	-17.497	-16.946
		-14.972	-14.385	-13.798	-13.212	-12.625	-12.039
21	22	-0.059	1.149	2.356	3.564	4.771	5.979
		11.197	12.561	13.925	15.289	16.652	18.016

Tabela 5.27 - Resultados dos trânsitos de potências reactivas corrigidos (sem correlação).

5.6.2. Com correlação

Os resultados apresentados nas tabelas 5.28 e 5.29 são os valores obtidos para os trânsitos de potências activas e reactivas corrigidos, com correlação. A correlação existente é entre dois pares de nós, quer para a potência activa, quer para a potência reactiva.

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	2	-62.464	-21.960	18.544	59.048	99.553	140.057
		275.305	308.130	340.561	372.505	404.449	436.393

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
1	3	-22.873	-4.399	14.074	32.547	51.021	69.494
		131.140	146.143	161.137	176.118	191.099	206.080
1	5	48.211	72.049	95.887	119.726	143.564	167.402
		246.978	264.961	282.940	300.913	318.889	336.859
2	4	39.357	57.051	74.746	92.440	110.135	127.829
		186.854	200.956	215.057	229.159	243.260	257.362
2	6	62.714	78.225	93.736	109.247	124.757	140.268
		192.012	203.482	214.952	226.422	237.892	249.362
3	9	-32.186	-27.519	-22.851	-18.184	-13.516	-8.849
		6.747	10.585	14.423	18.261	22.100	25.938
3	24	-316.718	-303.504	-290.290	-277.076	-263.862	-250.647
		-206.553	-195.622	-184.691	-173.760	-162.829	-151.898
4	9	-86.804	-71.538	-56.272	-41.005	-25.739	-10.473
		40.458	52.470	64.481	76.493	88.505	100.516
5	10	-65.140	-44.888	-24.636	-4.385	15.867	36.119
		103.679	118.626	133.574	148.521	163.469	178.417
6	10	-196.742	-183.379	-170.015	-156.652	-143.288	-129.925
		-85.351	-75.437	-65.522	-55.608	-45.693	-35.779
7	8	143.739	148.429	153.119	157.809	162.499	167.189
		182.816	187.500	192.185	196.870	201.555	206.240
8	9	-103.438	-99.072	-94.706	-90.340	-85.973	-81.607
		-65.790	-61.047	-56.304	-51.562	-46.819	-42.076
8	10	-100.332	-95.244	-90.156	-85.069	-79.981	-74.893
		-57.925	-53.203	-48.481	-43.759	-39.037	-34.315
9	11	-215.346	-207.101	-198.856	-190.611	-182.366	-174.121
		-146.599	-140.634	-134.668	-128.702	-122.736	-116.770
9	12	-264.928	-257.909	-250.890	-243.870	-236.851	-229.832
		-206.410	-200.784	-195.157	-189.531	-183.905	-178.279
10	11	-283.810	-271.338	-258.867	-246.395	-233.924	-221.452
		-179.830	-168.585	-157.340	-146.095	-134.851	-123.606
10	12	-335.354	-334.096	-312.838	-301.580	-290.322	-279.064
		-241.498	-230.609	-219.720	-208.830	-197.941	-187.052
11	13	-331.531	-325.588	-319.646	-313.704	-307.762	-301.819
		-279.706	-273.066	-266.427	-259.787	-253.148	-246.509
11	14	-161.105	-147.482	-133.859	-120.236	-106.614	-92.991
		-47.508	-38.078	-28.648	-19.217	-9.787	-0.357
12	13	-236.567	-228.202	-219.836	-211.470	-203.105	-194.739
		-166.820	-159.446	-152.072	-144.698	-137.323	-129.949
12	23	-353.488	-345.112	-336.736	-328.360	-319.984	-311.608
		-283.657	-276.032	-268.406	-260.781	-253.156	-245.530
13	23	-318.848	-309.568	-300.288	-291.009	-281.729	-272.449
		-241.492	-232.506	-223.520	-214.534	-205.548	-196.562
14	16	-492.833	-482.697	-472.561	-462.425	-452.289	-442.153
		-397.330	-383.880	-370.430	-356.980	-343.530	-330.080
15	16	-74.193	-61.349	-48.505	-35.661	-22.816	-9.972
		32.822	43.713	54.605	65.496	76.387	87.279

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Activas Corrigidos (MW)					
15	21	-289.568	-284.752	-279.936	-527.120	-270.304	-265.488
		-249.419	-244.816	-240.213	-235.610	-231.007	-226.404
15	21	-289.568	-284.752	-279.936	-527.120	-270.304	-265.488
		-249.419	-244.816	-240.213	-235.610	-231.007	-226.404
15	24	153.159	164.533	175.908	187.282	198.657	210.031
		255.835	269.562	283.288	297.015	310.741	324.468
16	17	-323.269	-314.609	-305.950	-297.291	-288.631	-279.972
		-249.599	-240.477	-231.354	-222.232	-213.110	-203.988
16	19	-160.852	-146.466	-132.080	-117.694	-103.307	-88.921
		-37.356	-21.904	-6.452	9.000	24.452	39.904
17	18	-127.229	-120.117	-113.005	-105.894	-98.782	-91.670
		-66.656	-59.142	-51.628	-44.114	-36.600	-29.086
17	22	-199.371	-197.662	-195.953	-194.245	-192.536	-190.827
		184.930	-183.160	-181.390	-179.620	-177.850	-176.080
18	21	-212.688	-209.231	-205.773	-202.316	-198.858	-195.401
		-183.222	-179.569	-175.915	-172.262	-168.609	-164.955
18	21	-212.688	-209.231	-205.773	-202.316	-198.858	-195.401
		-183.222	-179.569	-175.915	-172.262	-168.609	-164.955
19	20	-242.908	-235.806	-228.704	-221.602	-214.500	-207.399
		-181.911	-174.273	-166.636	-158.998	-151.360	-143.723
19	20	-242.908	-235.806	-228.704	-221.602	-214.500	-207.399
		-181.911	-174.273	-166.636	-158.998	-151.360	-143.723
20	23	-361.631	-354.292	-346.954	-339.615	-332.277	-324.938
		-298.626	-290.741	-282.856	-274.972	-267.087	-259.202
20	23	-361.631	-354.292	-346.954	-339.615	-332.277	-324.938
		-298.626	-290.741	-282.856	-274.972	-267.087	-259.202
21	22	-219.689	-217.339	-214.989	-212.640	-210.290	-207.940
		-200.109	-197.821	-195.533	-193.245	-190.958	-188.670

Tabela 5.28 - Resultados dos trânsitos de potências activas corrigidos (com correlação).

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
1	2	-750.580	-724.515	-698.450	-672.385	-646.320	-620.255
		-528.376	-500.805	-473.235	-445.664	-418.093	-390.522
1	3	8.218	11.089	13.961	16.832	19.703	22.574
		32.151	34.876	37.601	40.326	43.050	45.775
1	5	-28.849	-21.205	-13.560	-5.916	1.728	9.373
		34.972	41.458	47.945	54.432	60.918	67.405
2	4	45.307	49.176	53.044	56.913	60.782	64.651
		77.548	81.082	84.615	88.149	91.682	95.216
2	6	0.762	4.806	8.851	12.895	16.940	20.984

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVAr)					
		34.475	37.429	40.384	43.338	46.292	49.247
3	9	-33.141	-31.866	-30.591	-29.315	-28.040	-26.765
		-21.809	-20.323	-18.836	-17.350	-15.864	-14.378
3	24	-71.483	-66.036	-60.589	-55.142	-49.688	-44.229
		-21.616	-14.839	-8.061	-1.284	5.494	12.271
4	9	-17.315	-12.759	-8.202	-3.645	0.912	5.468
		23.851	29.354	34.856	40.358	45.861	51.363
5	10	-69.235	-64.721	-60.206	-55.692	-51.178	-46.663
		-28.467	-23.016	-17.565	-12.114	-6.663	-1.212
6	10	-103.043	-98.112	-93.182	-88.251	-83.321	-78.390
		-57.913	-51.777	-45.642	-39.506	-33.370	-27.234
7	8	123.363	127.301	131.239	135.177	139.115	143.053
		156.181	159.296	162.410	165.525	168.640	171.755
8	9	27.586	29.878	32.170	34.462	36.755	39.047
		46.686	48.723	50.760	52.797	54.834	56.871
8	10	-1.723	1.111	3.944	6.777	9.611	12.444
		21.891	24.289	26.685	29.079	31.473	33.866
9	11	-44.224	-41.382	-38.540	-35.699	-32.857	-30.015
		-18.570	-15.139	-11.709	-8.278	-4.848	-1.417
9	12	-35.180	-31.934	-28.688	-25.442	-22.197	-18.951
		-6.039	-2.168	1.703	5.574	9.444	13.315
10	11	-11.157	-6.371	-1.585	3.202	7.991	12.782
		33.453	39.648	45.843	52.039	58.234	64.429
10	12	-2.869	2.803	8.474	14.146	19.820	25.497
		48.952	55.981	63.011	70.040	77.070	84.099
11	13	-90.317	-87.049	-83.780	-80.512	-77.244	-73.975
		-61.321	-57.524	-53.728	-49.932	-46.135	-42.339
11	14	-14.562	-11.755	-8.948	-6.140	-3.333	-0.526
		10.132	13.327	16.523	19.718	22.913	26.108
12	13	-118.027	-115.000	-111.973	-108.946	-105.919	-102.893
		-90.291	-86.510	-82.729	-78.948	-75.167	-71.386
12	23	-5.722	-2.947	-0.173	2.602	5.376	8.150
		19.401	22.774	26.147	29.520	32.893	36.266
13	23	21.336	24.101	26.866	29.631	32.396	35.161
		44.686	47.541	50.397	53.252	56.107	58.962
14	16	-77.926	-75.465	-73.005	-70.544	-68.084	-65.624
		-56.832	-54.196	-51.559	-48.923	-46.286	-43.650
15	16	-12.853	-11.489	-10.125	-8.761	-7.397	-6.033
		-0.675	0.934	2.542	4.151	5.759	7.368
15	21	29.925	32.020	34.115	36.210	38.305	40.400
		47.562	49.706	51.850	53.995	56.139	58.284
15	21	29.925	32.020	34.115	36.210	38.305	40.400
		47.562	49.706	51.850	53.995	56.139	58.284
15	24	80.761	85.157	89.554	93.951	98.347	102.744
		118.431	123.070	127.708	132.347	136.986	141.625
16	17	24.295	26.451	28.606	30.762	32.917	35.073

Nó i	Nó j	Trânsitos de Potências Reactivas Corrigidos (MVar)					
		42.250	44.299	46.347	48.396	50.444	52.492
16	19	67.884	71.549	75.215	78.880	82.546	86.212
		98.443	101.788	105.133	108.478	111.822	115.167
17	18	3.380	4.512	5.644	6.777	7.909	9.041
		12.813	13.867	14.921	15.974	17.028	18.082
17	22	11.886	12.466	13.046	13.626	14.206	14.787
		16.720	17.281	17.841	18.402	18.963	19.524
18	21	10.134	12.492	14.849	17.207	19.564	21.922
		29.779	32.122	34.464	36.807	39.150	41.493
18	21	10.134	12.492	14.849	17.207	19.564	21.922
		29.779	32.122	34.464	36.807	39.150	41.493
19	20	3.745	5.266	6.788	8.310	9.832	11.354
		16.518	17.961	19.404	20.846	22.289	23.731
19	20	3.745	5.266	6.788	8.310	9.832	11.354
		16.518	17.961	19.404	20.846	22.289	23.731
20	23	-19.709	-19.153	-18.597	-18.041	-17.485	-16.929
		-14.989	-14.429	-13.869	-13.310	-12.750	-12.191
20	23	-19.709	-19.153	-18.597	-18.041	-17.485	-16.929
		-14.989	-14.429	-13.869	-13.310	-12.750	-12.191
21	22	-0.328	1.006	2.340	3.673	5.007	6.340
		10.836	12.185	13.534	14.882	16.231	17.580

Tabela 5.29 - Resultados dos trânsitos de potências reactivas corrigidos (com correlação).

5.7. Comparação e Discussão dos Resultados

Neste ponto iremos realizar uma comparação e discussão dos resultados obtidos nos pontos anteriores deste capítulo.

Comparando os resultados obtidos no ponto 5.4 com os do caso base, concluímos o seguinte: No primeiro caso não houve qualquer tipo de correcção, visto que os limites propostos são mais largos do que os resultados obtidos e também porque não havia correlação. Na segunda situação, embora os limites fossem os mesmos, já existia correlação. Assim houve uma pequena correcção, quer à esquerda, quer à direita, como se pode verificar na representação geométrica, por exemplo, do trânsito de potências activa e reactiva entre os nós 1 e 2.

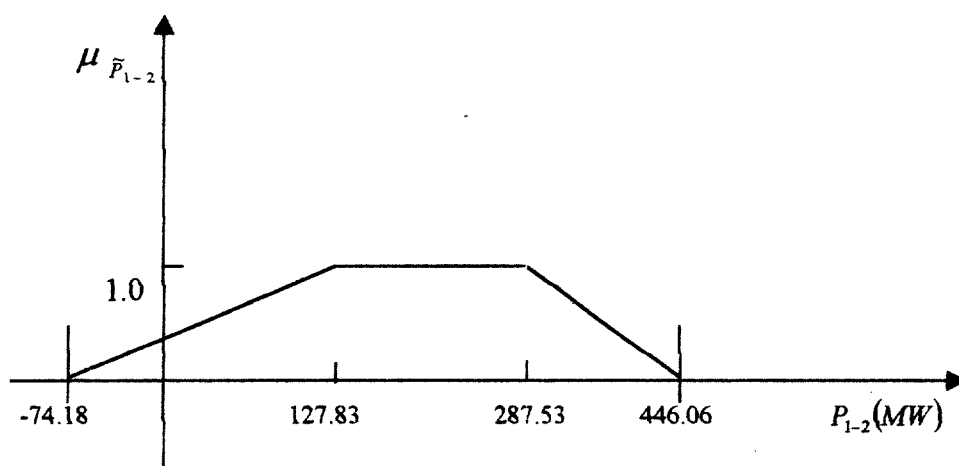


Figura 5.2 – Correção do trânsito de potências activas para os limites mais alargados sem correlação

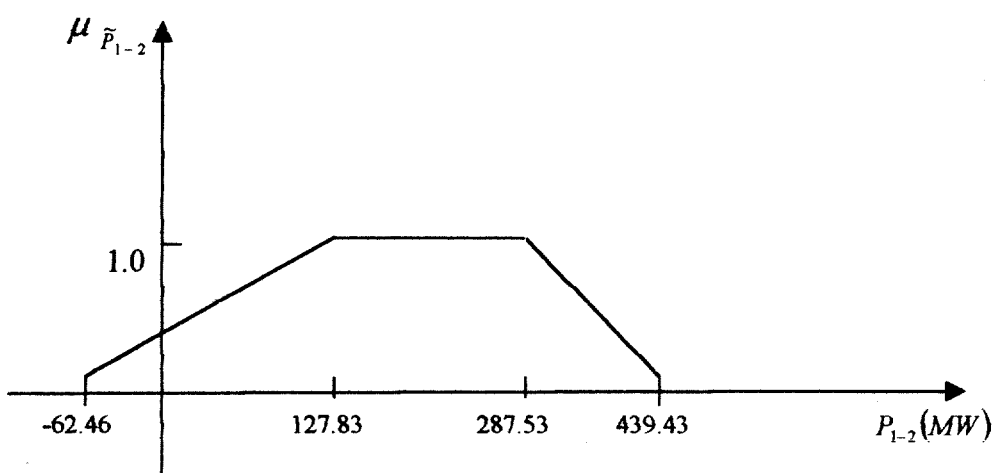


Figura 5.3 – Correção do trânsito de potências activas para os limites mais alargados com correlação

Comparando os resultados obtidos no ponto 5.5 com os resultados do caso base, obtemos novamente duas situações distintas. Apesar de os limites serem ligeiramente mais estreitos, não se efectua qualquer correção quando não há correlação, quer para as potências activas quer para as reactivas. Quando é introduzida a correlação entre os nós, obtemos uma correção à direita e à esquerda para as potências activas e reactivas idêntica à correção realizada para os trânsitos de potências activas e reactivas dos limites mais alargados com correlação.

Atendendo aos resultados obtidos no ponto 5.6 e comparando estes com os resultados obtidos do caso base, temos duas situações distintas: Relativamente ao trânsito de potências activas sem correlação, temos correcção apenas em alguns pares de nós e à direita.

Quando há correlação verifica-se correcção em todos os pares de nós, sendo mais acentuado à direita, isto é, nos que já tinham correcção sem correlação, como podemos verificar geometricamente nas figuras 5.4 e 5.5.

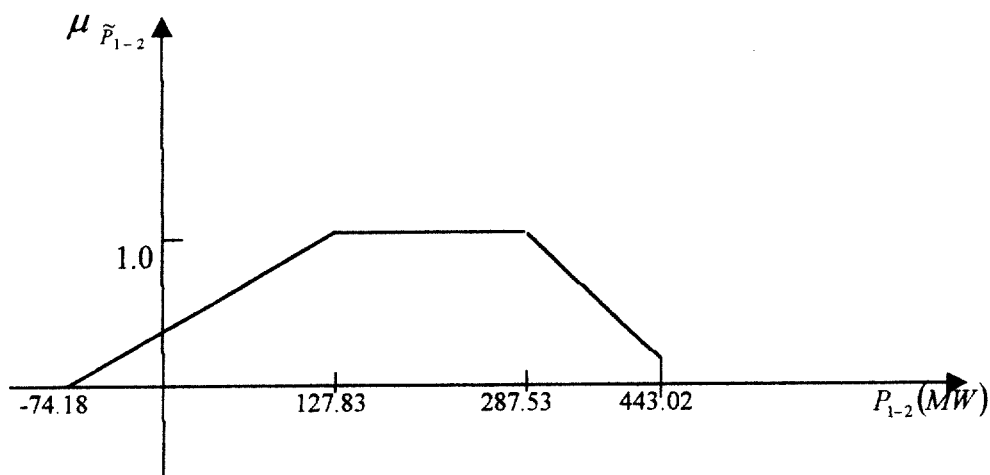


Figura 5.4 – Correcção do trânsito de potências activas para os limites mais estreitos sem correlação.

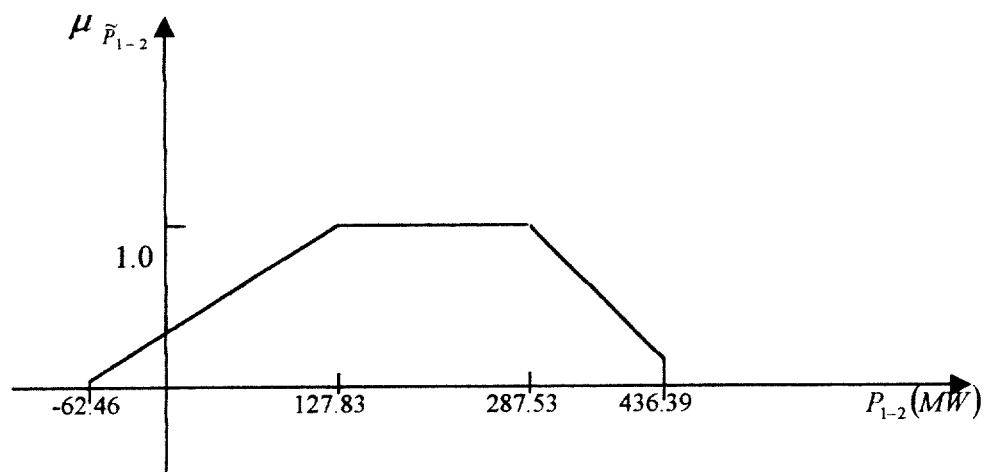


Figura 5.5 – Correcção do trânsito de potências activas para os limites mais estreitos com correlação.

Quanto ao trânsito de potências reactivas sem correlação, temos correlação em alguns pares de nós à direita e à esquerda, mas é sempre pequena.

Quando se introduz correlação passamos a ter correcção em todos os pares de nós, sendo mais acentuado naqueles que já faziam correcção mesmo sem correlação, como se pode verificar nas figuras 5.6 e 5.7.



Figura 5.6 – Correcção do trânsito de potências reactivas para os limites mais estreitos sem correlação.

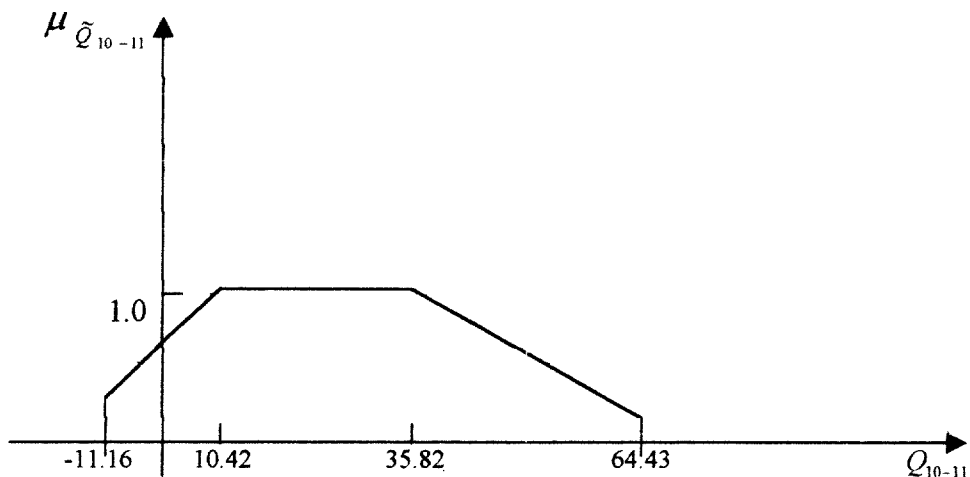


Figura 5.7 – Correcção do trânsito de potências reactivas para os limites mais estreitos com correlação.

Podemos concluir, que quando não há correlação, a correcção dos trânsitos de potências activas e reactivas só se efectua quando os limites são mais estreitos. Mas quando há correlação, as correcções dos trânsitos de potências activas e reactivas fazem-se mesmo com os intervalos dos limites das potências mais alargadas. Assim, verifica-se que a introdução da possibilidade de especificar correlação entre potências activas ou

reactivas afecta os resultados do fluxo de potências impreciso permitindo tornar mais realista este tipo de estudo.

6. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho foram apresentados diversos modelos do problema de fluxo de potências considerando a possibilidade de integrar dados de natureza determinística – modelos tradicionais do problema, a possibilidade de incorporar dados de índole probabilística e modelos DC e AC de tipo impreciso. Em relação a estes últimos modelos o utilizador tem a possibilidade de especificar potências activas ou reactivas sob a forma de números imprecisos trapezoidais pretendendo-se reflectir nos resultados as incertezas especificadas. Isto significa que os resultados – módulo e fase das tensões, trânsitos de potência activa e reactiva, potências produzidas e de perdas e intensidades de corrente – não serão representadas por números determinísticos mas, ao contrário, são modelizados por números imprecisos. Deve salientar-se que a tradução das incertezas especificadas nos resultados não implica a realização de qualquer tipo de sorteio que, como se sabe, é bastante frequente em diversos problemas de tipo probabilístico. Pelo contrário, os dados são tratados de forma holística, isto é, o algoritmo de fluxo de potências impreciso, quer DC quer AC, permite obter as funções de pertença dos resultados de forma directa e muito eficiente do ponto de vista computacional.

Os modelos DC e AC de fluxo de potências já descritos na literatura foram enriquecidos com a integração de módulos que permitem a integração de limites de potências activas e reactivas produzidas, e ainda, com a possibilidade de especificar correlações entre potências activas ou entre potências reactivas. Para tanto, os modelos de fluxo de potências impreciso foram representados sob a forma de problemas de programação linear de tal modo que a incorporação de informação relativa aos limites referidos poderá corresponder a tornar não admissível a solução óptima disponível. A integração destes limites é realizada executando uma fase correctiva final que, por inspecção dos valores de coeficientes de sensibilidade, permite retornar a uma situação de admissibilidade. Deve referir-se que, do ponto de vista formal, esta fase correctiva corresponde a executar iterações do algoritmo do Simplex Dual. Em todo o caso, tirando partido da estrutura do problema de optimização, não é necessário resolver, de forma explícita, este problema. Como foi referido, a inspecção dos valores dos coeficientes de sensibilidade permite ordenar, para uma dada grandeza a corrigir, os barramentos do sistema em análise utilizando em seguida, e de forma iterada até ultrapassar a não admissibilidade, a equação de equilíbrio de potências activas e reactivas para efectuar as correções nas potências produzidas ou de carga. Nesta fase correctiva pode ser incluída com facilidade informação relativa a correlações entre potências activas ou entre potências reactivas já que isto apenas corresponde a reduzir o número de variáveis do problema por substituição de algumas e por expressões lineares de outras. Em qualquer dos casos, o conhecimento de limites das potências activas ou produzidas e de correlações entre potências activas ou entre potências reactivas, tem como consequência geral a redução dos intervalos correspondentes aos cortes de nível α das grandezas em análise.

Os modelos referidos apresentam ainda algumas simplificações que se torna importante ultrapassar no futuro. Assim, por um lado, as equações de equilíbrio de potências activas e reactivas não incluem qualquer ajuste para compensar as variações de potências activas ou reactivas de perdas. Este facto revela-se vantajoso pois permite preservar o carácter linear do problema de optimização correspondente. Em contrapartida contribui para introduzir erros no processo de correcção descrito. Por

outro lado, os modelos apresentados permitem apenas a especificação de correlações entre potências activas ou entre potências reactivas. Como se compreende esta situação não é também a mais realista dado que se sabe existirem correlações entre potências activas e reactivas. Este é, sem dúvida, um aspecto importante em relação ao qual se torna importante desenvolver novos trabalhos de investigação.

A finalizar refira-se que se pensa ter contribuído para tornar mais adaptados à realidade os modelos de fluxo de potências impreciso tornando-os, portanto, mais facilmente utilizáveis. Este é um objectivo genérico que deve ser referido numa altura em que este tipo de modelos poderão vir a ganhar uma maior relevância dado o ambiente mais afectado por incertezas – por exemplo, associadas ao processo de reestruturação do sector eléctrico de diversos países – que afecta os sistemas eléctricos neste final de milénio.

BIBLIOGRAFIA

[1] ALLAN, R. N., BORKOWSKA, B., GRIGG, C. H., "Probabilistic Analysis of Power Flows", Proc. IEE, Vol. 121, N° 12, December 1974, pp. 1551-1556.

[2] ALLAN, R. N., AL-SHAKARCHI, M. R. G., "Probabilistic A. C. Load Flow", Proc. IEE, Vol. 123, N° 6, June 1976, pp. 531-536.

[3] ALLAN, R. N., GRIGG, C. H., AL-SHAKARCHI, M. R. G., "Numerical Techniques in Probabilistic Load Flow Problems", Int. Jour Numerical Meth. Eng., Vol. 10, 1976, pp. 853-860.

[4] ALLAN, R. N., AL-SHAKARCHI, M. R. G., "Probabilistic Techniques in A. C. Load-Flow Analysis", Proc. IEE, Vol. 124, N° 2, February 1977, pp. 154-160.

[5] ALLAN, R. N., LEITE DA SILVA, A. M., "Probabilistic Load Flow Using Multilinearisations", Proc. IEE, Vol. 128, Pt. C., N° 5, September 1981, pp. 280-287.

[6] BEZDEK, James, "Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms", Plenumpress, New York, 1981.

[7] BORKOWSKA, B., "Probabilistic Load Flow", IEEE Trans. PAS, Vol. 93, N° 3, 1974, pp. 752-759.

[8] ELGERD, Olle I., "Electric Energy Systems Theory", International Student Edition, Second Edition, 1982.

[9] GOLKAR, M. A., "A New Method for Load Flow Study in Radial Distribution Systems", Stockholm Power Tech Conference, Stockholm, Sweden, June 1995, pp. 773-737.

[10] KAUFMANN, A., GUPTA, M., "Fuzzy Mathematical Modelo in Engineering and Management Science", North Holland, Amsterdam, 1988.

[11] LEITE DA SILVA, A., ARIENTI, V., ALLAN, R., "Probabilistic Load Flow Considering Dependence Between Input Nodal Powers", IEEE Trans. PAS, Vol. 103, N° 6, June 1984, pp. 1524-1530.

[12] LEITE DA SILVA, A., ARIENTI, V., "Probabilistic Load Flow by a Multilinear Simulation Algorithm", Proc. IEE, Vol. 137, Pt. C, N° 4, July 1990, pp. 256-262.

[13] MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J. P. T., “Fuzzy Load Flow New Algorithms Incorporating Uncertain Generation and Load Representation”, 10th PSCC, Graz, Austria, 1990.

[14] MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J. P. T., “Incertezas na Geração e Cargas Incorporadas em Estudos de Fluxo de Cargas”, 1^{as} Jornadas Hispano Lusas de Ingenieria Electrica, Vigo, 1990.

[15] MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J. P. T., “Generation and Load Uncertainties Incorporated in load Flow Studies”, Melecon’ 91, Ljubljana, Jugoslávia, 1991.

[16] MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J. P. T., “Fuzzy Flows in Linear Networks with Correction for Some Dependencies in Nodal Uncertainties”, *Investigação Operacional*, Vol. 12, Nº 2, 1992.

[17] MURTAGH, Bruce A., “Advanced Linear Programming: Computation and Practice”, McGraw – Hill, U. S. A., 1981.

[18] SARAIVA, J. P. T., MIRANDA, V., “Representação de Fontes Aditivas em Redes de Distribuição de Energia Utilizando Conjuntos Imprecisos”, 1^o ELAB, Porto, 1991.

[19] SARAIVA, J. P. T., MIRANDA, V., “Estudo do Desempenho de um Modelo de Fluxo de Cargas Impreciso”, 2as Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, Coimbra, 1991.

[20] SARAIVA, J. P. T., “Aplicação de Conjuntos Imprecisos Na Modelização E Planeamento de Sistemas Eléctricos – Tese de Doutoramento”, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1992.

[21] SARAIVA, J. P. T., DUARTE, F. O., “Enhanced Fuzzy Power Flow Models Integrating Correlation Between Nodal Injections”, Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores, Porto, 1996.

[22] STEVENSON, W. D., GRAINGER, J. J., “Power System Analysis”, McGraw-Hill International Editions, New York, 1994.

[23] STOTT, Brian, “Review of Load Flow Calculation Methods”, Proc. IEEE, Vol. 62, 1974.

[24] STOTT, Brian, ALSAC, O., "Fast Decoupled Load Flow - IEEE Trans. on Power Apparatus and System", N° 3, Vol. 93, 1974.

[25] ZADEH, L. A., "Fuzzy Sets as Basis for a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems", Vol 1, 1978.

[26] ZIMMERMANN, HANS J., "Fuzzy set Theory – and its Applications, Kluwer Nijhoff Publishing, Boston, 1995.

