

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS DA PONTE INFANTE D. HENRIQUE RECORRENDO A UM SISTEMA DE MEDIÇÃO DESENVOLVIDO NA FEUP

SOFIA MARQUES CARDOSO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Carlos Moutinho

Coorientador: Professor Doutor Filipe Magalhães

JUNHO DE 2019

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2018/2019

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446



miiec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440



feup@fe.up.pt



<http://www.fe.up.pt>

Às pessoas que me fazem feliz,

“O que importa é acreditar.”

Sofia Cardoso

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas que me rodeiam e me fazem felizes todos os dias.

Em particular os meus pais e irmão que me apoiam.

Aos meus amigos que me deram os abraços e as gargalhas nas alturas certas.

Ao professor Carlos Moutinho pela paciência que teve diariamente comigo e pelo conhecimento que me transmitiu.

E professor Filipe Magalhães pela ajuda que me ofereceu.

Resumo

A monitorização dinâmica de estruturas é uma área com crescente interesse em grandes obras de Engenharia Civil, na medida em que permite a obtenção de informação revelante associada à condição estrutural das mesmas.

No caso das pontes, existe uma tendência atual em haver um acompanhamento do seu comportamento dinâmico, o que se justifica devido a por vezes terem complexas características geométricas.

A ponte Infante D. Henrique tem uma peculiar geometria, tendo obrigando por isso a uma monitorização dinâmica durante os primeiros anos do seu funcionamento. Neste contexto, o presente trabalho teve como objetivo identificar os parâmetros modais da ponte Infante D. Henrique, a partir dos dados recolhidos por um sistema de medição desenvolvido na FEUP, e desta forma comprovar se os sensores que o constituem têm um desempenho satisfatório.

Nesse sentido, foram analisados os dados do estudo dinâmico anteriormente desenvolvido, com o intuito de os comparar com as frequências naturais, coeficiente de amortecimento e modos de vibração identificados neste trabalho.

Tendo como objetivo a verificação das sub-rotinas em Matlab desenvolvidas para este efeito, numa primeira fase foram definidas as propriedades geométricas e mecânicas de um pórtico e aplicados os métodos necessários à caracterização dinâmica deste sistema estrutural.

Depois de haver confiança no software desenvolvido, foi possível usar os sinais dos acelerómetros instalados na ponte para identificar os parâmetros modais da estrutura recorrendo a métodos como o Peak-Picking e o da Meia Potência.

Após comparar estes resultados com os do estudo já publicado anteriormente, foi possível verificar se os sensores utilizados são ou não adequados para a monitorização de estruturas como esta, a qual é caracterizada por ser relativamente rígida. Nestes casos, o nível de ruído dos sensores pode sobrepor-se à resposta dinâmica efetiva que interessa caracterizar.

Abstract

The monitoring of structural dynamics is a field that is showing a greater interest in big civil engineering projects, in the way that it allows the possibility of obtaining important information regarding structural behavior.

Due to the complexity of the geometrical features involving many bridges, a dynamic analysis usually follows the study of such constructions.

The Infante D. Henrique bridge is one of such examples of high complexity geometry buildings, thus demanding a dynamic monitorization in its first years of exploration. The objective of the present thesis is the identification of the modal parameters of this bridge, made possible from collected data by a FEUP developed measuring system, to ensure that its sensors performance is satisfactory.

The collected information from the anteriorly referred system was analyzed, comparing them to the natural frequencies, damping coefficient and vibrations modes identified in this work.

In order to verify the developed Matlab sub-routines for this purpose, geometry and mechanical properties were defined for a frame and the dynamics characterization methods for this structural system were then applied.

The Modal parameters of the bridge were identified with the signals emitted from the installed accelerometers with the use of methods like the Peak-Picking method and the Half Power method.

After the comparison between these results and the ones from a previous study, it turned out to be possible to determine if these sensors were able to properly monitor structures like this bridge, that is considered relatively stiff. In these analysis the sensors noise may overlap the effective dynamic response which is fundamental to characterize.

Índice Geral

<i>Agradecimentos</i>	<i>i</i>
<i>Resumo.....</i>	<i>iii</i>
<i>Abstract.....</i>	<i>v</i>
1. Introdução	1
1.1. Motivação	1
1.2. Objetivos.....	1
1.3. Organização do Trabalho.....	2
2. Descrição da Ponte Infante D. Henrique	3
2.1. Enquadramento histórico.....	3
2.2. Características geométricas.....	3
2.3. Caracterização dinâmica através do ensaio de vibração ambiental	4
2.4. Descrição do sistema de monitorização contínuo.....	7
2.5. RESULTADOS DA MONITORIZAÇÃO CONTINUA	9
3. Sistemas de Monitorização Desenvolvidos na FEUP	13
3.1. Monitorização de resultados.....	13
4. Identificação de Parâmetros Modais em Estruturas.....	21
4.1. Introdução	21
4.2. Identificação das Frequências naturais.....	25
4.3. Modos de vibração.....	30
4.4. Coeficiente de amortecimento	32
5. Identificação dos parâmetros modais na Ponte Infante D. Henrique.....	37
5.1. Introdução	37
5.2. Frequências Naturais.....	38
5.3. Modos de Vibração	41
5.4. Coeficiente de amortecimento	44
6. Conclusões	47
6.1. Análise de resultado.....	47
6.2. Estudos futuros	48

7. ANEXOS 51

Índice figuras

Figura 2.1 - dimensões gerais da ponte (Fonseca e Bastos).....	4
Figura 2.2 - Seções transversais onde foram colocados sensores (Fonseca e Bastos).....	4
Figura 2.3- Média normalizada dos espectros em todas as seções (Magalhães 2010)	5
Figura 2.4 - vista lateral dos modelos de vibração verticais (Magalhães 2010)	6
Figura 2.5 - vista lateral dos modos de torção (Magalhães 2010)	6
Figura 2.6 - vista em planta dos modos laterais (Magalhães 2010).....	7
Figura 2.7 - valores das acelerações durante uma semana em máximos e RMS (Magalhães 2010).....	9
Figura 2.8 - Sistema de monitorização na ponte em 2010 (Magalhães 2010)	8
Figura 2.9 - Mapa de cores com a variação dos sinais de frequência de 13/09/2007 a 13/10/2007(Magalhães 2010)	10
Figura 2.10 - Identificação das frequências naturais pelo método FDD(Magalhães 2010).....	11
Figura 2.11 - Comparação entre as formas dos modos de vibração e as formas dos modos de referência pelo método FDD (Magalhães 2010).....	11
Figura 2.12 - Evolução dos coeficientes de amortecimento modais dos 12 primeiros modos de vibração com o método de p-LSCF durante a semana de outubro de 2007 (segundo modo a verde) (Magalhães 2010)	12
Figura 3.1 - Sensores baterias “Portátil 1” (Moutinho e Cunha 2019).....	14
Figura 3.2- sensores baterias “Portátil 2” (Moutinho e Cunha 2019).....	15
Figura 3.3 - sensores com 15 dias de autonomia "Portátil 3"(Moutinho e Cunha 2019)	15
Figura 3.4 - sensores com 6 meses de autonomia "Portátil 3"(Moutinho e Cunha 2019).....	16
Figura 3.5 - sensores solares "Solar 1"(Moutinho e Cunha 2019)	16
Figura 3.6 - sensores a energia solar "Solar 2"(Moutinho e Cunha 2019)	17
Figura 3.7 - Ponte pedonal monitorizada por sensores alimentados a energia solar (Moutinho e Cunha 2019).....	17
Figura 3.8 - sensor "Solar 1" na Ponte pedonal do Edifício Transparente (Moutinho e Cunha 2019)..	18
Figura 3.9 - - Microcontrolo na Ponte pedonal do Edifício Transparente (Moutinho e Cunha 2019) ..	18
Figura 3.10 - - mapa de análise do sistema de aquisição da Ponte pedonal do Edifício Transparente (Moutinho e Cunha 2019)	19
Figura 3.11 - localização dos sensores S2 e S4 na ponte Infante D. Henrique	19
Figura 4.1 - Funções de resposta em frequência (Magalhães 2006)	23
Figura 4.2- simulação de um pórtico (Magalhães, 2007).....	27
Figura 4.3 -- idealização plana do modelo (Magalhães,2007)	27
Figura 4.4 - resposta do pórtico a forças estáticas aplicadas em casa piso	29
Figura 4.5 - Relação de magnitude do 1º para o 2º piso.....	31
Figura 4.6 - Relação de magnitude do 1º para o 2º piso.....	31
Figura 4.7 - Formas dos três primeiros modos de vibração do pórtico(Magalhães 2010).....	31
Figura 4.8 - Espectros dos pisos não normalizados	32
Figura 4.9 - Espectros dos pisos normalizados	32
Figura 4.10 - - Espectro médio normalizado.....	33
Figura 5.1 - Evolução temporal dos valores máximos de aceleração	38
Figura 5.2 - Evolução temporal dos valores RMS de aceleração	38
Figura 5.3 - Variação da frequência entre os dias 4 e 11 de outubro no período diurno	39
Figura 5.4- espectro normalizado das acelerações verticais noturnas em S2.....	40
Figura 5.5- espectro normalizado das acelerações verticais noturnas em S4.....	40

Figura 5.6 - espectro normalizado das acelerações verticais diurnas em S2	40
Figura 5.7- espectro normalizado das acelerações verticais diurnas em S4	40
Figura 5.8 - acelerações verticais de S2 e S4 calibrados	41
Figura 5.9- magnitude entre S2 e S4	42
Figura 5.10- fase entre S2 e S4	42
Figura 5.11- forma do 2º modo de vibração	44
Figura 5.12- forma do 3º modo de vibração	44
Figura 5.13-- forma do 6º modo de vibração	44
Figura 5.14- evolução amortecimento modal dos primeiros 12 modos no método p-LSCF durante uma semana em outubro (2º modo está a verde) (Magalhães 2010).....	45
Figura 5.15 - amortecimento modal do 2º modo vertical vs valores RMS da aceleração vertical em S3 (Magalhães 2010)	45

Índice de tabelas

Tabela 2.1 – identificação das frequências e do tipo de modo	5
Tabela 2.2 - Frequência naturais do Pórtico.....	30
Tabela 3 - resultados do coeficiente de amortecimento do pórtico	34
Tabela 4 - coeficientes de amortecimento associados aos modos em S2 e S4	Erro! Marcador não definido.

1.

Introdução

1.1. MOTIVAÇÃO

As grandes obras em Engenharia Civil são normalmente analisadas, de forma a mantê-las em condições de segurança, nas fases iniciais de projeto, durante a construção e nas fases posteriores de exploração, reabilitação e reforço, usando em modelações numéricas de análise estática e dinâmica em formulações de elementos finitos.

No entanto, estas análises podem ter uma considerável incerteza devido à caracterização geométrica, características dos materiais, e condições de apoio. Estes tipos de erros agravam-se em estruturas com elevado tempo de vida porque a degradação das estruturas ao longo do tempo é difícil de determinar.

Através dos ensaios de vibração ambiental, onde é medida a resposta da estrutura quando sujeita a ações ambientais, ou seja, com base nas ações naturais a que a estrutura está sujeita (vento, pequenas vibrações do solo, maquinaria instalada na estrutura ou tráfego) é possível caracterizar experimentalmente o comportamento dinâmico da estrutura.

Assim, usando ensaios dinâmicos ou monitorização dinâmica em contínuo são identificados os parâmetros modais da estrutura (frequências naturais, configurações dos modos de vibração e coeficientes de amortecimentos modais) que validam a performance da estrutura e permitem a correlação entre os parâmetros identificados experimentalmente e calculados através de modelos numéricos.

Nesta tese estuda-se a ponte Infante D. Henriques, a qual tem sido continuamente monitorizada, com base na sua resposta às ações ambientais.

Assim, a partir da grande quantidade de informação recolhida, é possível caracterizar os parâmetros modais da estrutura a todo o momento, através de procedimentos de identificação das características dinâmicas da estrutura.

1.2. OBJETIVOS

Tendo em conta a subsecção anterior, este trabalho tem como objetivo desenvolver e aplicar um conjunto de ferramentas destinadas à análise e processamento de dados decorrentes de ensaios de vibração ambiental ou monitorização dinâmica contínua, captados por dois sensores desenvolvidos na FEUP no Laboratório de Vibrações e Monitorização de estruturas (ViBest), e que estão instaladas na estrutura da ponte Infante D. Henrique, de forma a comparar a performance deste novo sistema com sistema comercial anteriormente instalado na mesma estrutura.

Para alcançar estes objetivos foram realizadas as seguintes tarefas:

- Implementação em Matlab de ferramentas para realizar identificação modal de estruturas, nomeadamente, usando o método de seleção de picos;
- Validação das implementações desenvolvidas numa estrutura simples
- Estudo do funcionamento dos novos sensores, desenvolvidos pelo professor Carlos Moutinho
- Análise da capacidade dos sensores desenvolvidos na FEUP através da identificação dos parâmetros modais da ponte, tendo como base os estudos (Magalhães 2010).

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em seis capítulos.

Este, onde é explicado o que levou a desenvolver o trabalho e o seu propósito.

No segundo capítulo é caracterizada a ponte Infante D. Henrique de forma a conhecer melhor as propriedades da estrutura, facilitando a compreensão do comportamento dinâmico. A caracterização dos parâmetros modais é realizada recorrendo a resultados de ensaio de vibração ambiente e de sistema de monitorização continua.

No capítulo três é descrito o sistema de monitorização desenvolvido na FEUP visto que é a partir deste que são captadas as acelerações da estrutura, que posteriormente serão estudadas.

Para ter confiança nos programas desenvolvidos em MATLAB e métodos utilizados para a identificação dos parâmetros modais, como pelo o Método de Peak-Picking, no capítulo quatro, foram aplicados numa estrutura simples, um pórtico já estudado em trabalhos anteriores.

No quinto capítulo é mostrado como as acelerações captadas pelos sensores são validadas. Com base nos métodos descritos no capítulo anterior, a Ponte Infante D. Henrique é dinamicamente analisada e são caracterizados os parâmetros modais.

É na conclusão que é discutida a viabilidade dos novos sensores desenvolvidos, quando comparados com os anteriormente instalados.

2.

Descrição da Ponte Infante D. Henrique

2.1. ENQUADRAMENTO HISTÓRICO

Com a finalidade de ligar as margens superiores do Porto e Gaia, sobre o rio Douro, foi a concurso a Ponte Infante D. Henrique com as condições de que a conceção deveria ter qualidades técnicas e estéticas compatíveis com a ponte Luiz I e ponte Maria Pia, visto que a construção seria feita entre estas duas (Fonseca e Bastos).

O Engenheiro António Adão da Fonseca (AFA-Consultores), José António Gernández Ordóñez e Francisco Millanes Mato (IDEAM, AS) foram os autores do projeto.

A ponte não se apoia propositadamente no leito do rio, fazendo desta forma uma analogia com um pássaro a voar sobre as águas do rio Douro. É reconhecida pela sua geometria especial, sem elementos curvos e pelo elegante vão que une as duas cidades (Fonseca e Bastos).

Foi dada à estrutura o nome de Ponte Infante D. Henrique, o qual nascido no Porto e impulsionador da época dos descobrimentos por via marítima.

2.2. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

Os dois elementos principais da Ponte Infante D. Henrique são a viga caixão muito rígida, em betão armado pré-esforçado, com 4,5m de atura, suportada por um arco flexível em betão armado com 1,5 m de espessura, tal como se indica na figura 2.1.

A distância do vão entre os arranques do arco é de 280 m e a flecha entre o fecho e os arranques é 25 m, sendo esta uma relação bastante considerável, com um abatimento superior a 11.

O tabuleiro une-se ao arco, formando uma seção em caixão com 6m de altura, mantendo-se assim os volumes correspondentes ao tabuleiro e ao arco. Devido à sua peculiar geometria, a ponte trabalha maioritariamente à compressão (Fonseca e Bastos).

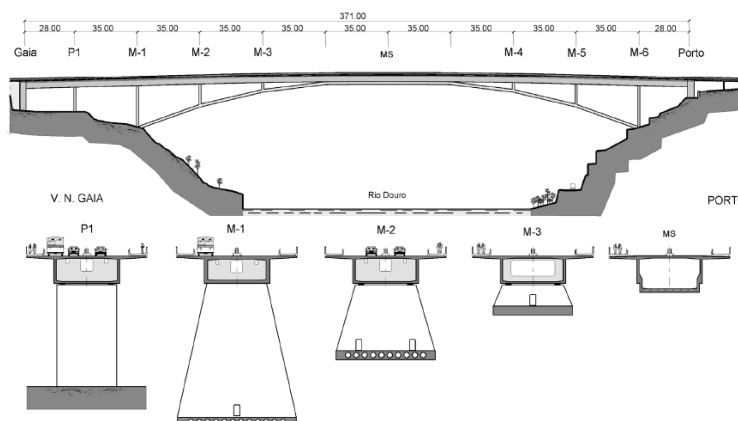


Figura 2.1 - Dimensões gerais da ponte (Fonseca e Bastos)

As relações recomendáveis para o abatimento são normalmente entre 5 e 10. No entanto, a ponte Infante D. Henrique tem um valor superior, como já foi mencionado. O que leva à existência de incrementos de esforços axiais no arco e flexões geradas por cargas móveis, induzindo possíveis assentamentos diferenciais, efeitos térmicos e reológicos que podem originar diminuições importantes da flecha do arco e de efeitos de hiperestaticidade por deformações de segunda ordem não desprezáveis.

De forma a compensar o incremento de esforços axiais do fecho até aos arranques, há um aumento linear da largura do arco, com espessura constante, desde os 10 m no tramo central até aos 20 m junto aos encontros.

2.3. CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA ATRAVÉS DO ENSAIO DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL

Esta seção tem a função de caracterizar o comportamento dinâmico da Ponte Infante D. Henriques, tendo como base o ensaio de vibração ambiental descrito em (Magalhães 2010).

No ensaio foram utilizadas as vibrações ambientais, tais como as ações do vento ou induzidas pelo tráfego.

Durante o ensaio, dois sensores ficaram permanentemente localizados em ambos os lados do tabuleiro da seção transversal 8, outros dois mediram de forma sucessiva as acelerações na direção vertical e horizontal das restantes, 15 seções, definidas na figura 2.2.

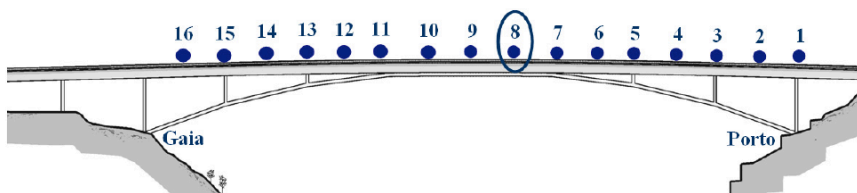


Figura 2.2 - Seções transversais onde foram colocados sensores (Fonseca e Bastos)

Cada sensor registou séries temporais com 16 minutos, usando frequências de amostragem de 100Hz. Posteriormente foi realizada uma redução da frequência de amostragem de 100Hz para 20Hz.

A identificação dos parâmetros modais, no teste de vibração ambiental, foi feita a partir de dois métodos de identificação: Método da Decomposição Domínio de Frequência e Métodos de Identificação baseados em Modelos de Estado de Espaço.

Utilizando o FDD, é construída uma matriz de espectro com base nas respostas ambientais. Para tal, foram tidas em conta quatro séries temporais em cada seção instrumentada: as acelerações verticais a montante e a jusante, valores médios das duas acelerações longitudinais e valores médios das duas acelerações laterais.

E, conseqüentemente, foram criadas matrizes de espectros com 8 linhas e 4 colunas para cada seção. Sendo os elementos estimados a partir do método de Welch, ou seja, foram divididas as séries temporais em 102,4 segundos (2048 pontos), considerando sobreposições de 66% entre segmentos.

Através deste processamento foram identificadas as frequências de ressonância (linhas a tracejado na figura 2.3), dentro da faixa de frequência a analisar (0 a 5 Hz), em todas as direções, a partir do gráfico dos espectros médios normalizados.

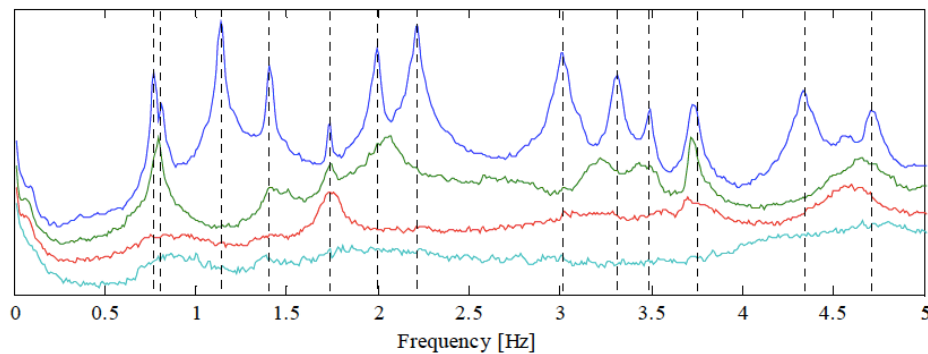


Figura 2.3- Média normalizada dos espectros em todas as seções (Magalhães 2010)

As frequências naturais que foram identificadas através da figura 2.3 estão listadas na tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Identificação das frequências e do tipo de modo

Nº de ordem do modo	Frequência (Hz)	Tipo de modo
1	0.770	Lateral
2	0.810	Vertical
3	1.135	Vertical
4	1.405	vertical
5	1.734	Lateral
6	1.993	Vertical
7	2.212	Torção
8	3.013	vertical
9	3.309	Lateral
10	3.734	Torção

Com a ajuda do software Artemis, foram desenhados alguns modos de vibração, e comparados com os resultados do modelo numérico. Este último foi realizado no software ANSYS.

A conexão entre o tabuleiro e as colunas mais altas é monolítica, enquanto que a ligação com restantes colunas depende da excitação da estrutura, sendo por isso estudada a mais correta ligação com o objetivo de confirmar os modos de vibração. As semelhanças são notáveis, figura 2.4, 2.5 e 2.6.

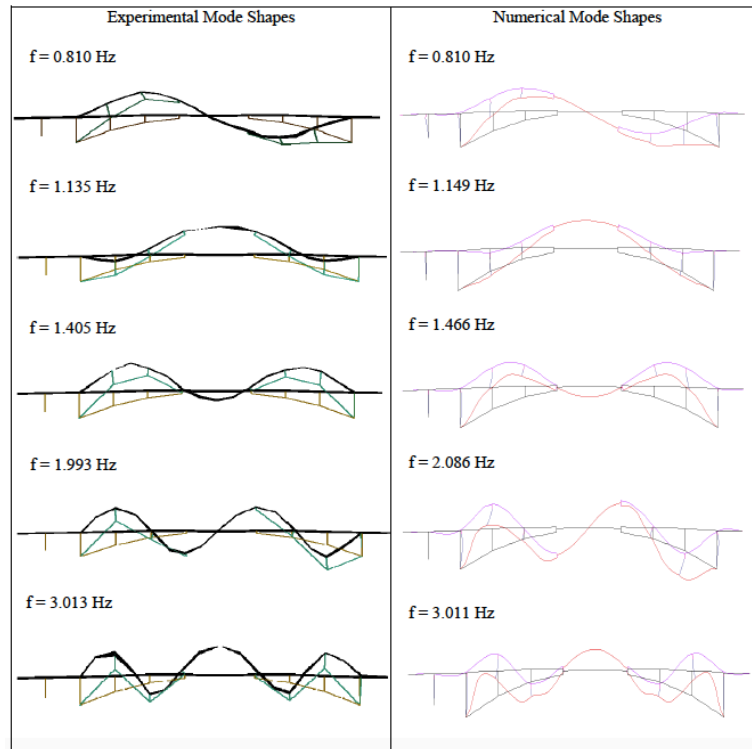


Figura 2.4 - Vista lateral dos modelos de vibração verticais (Magalhães 2010)

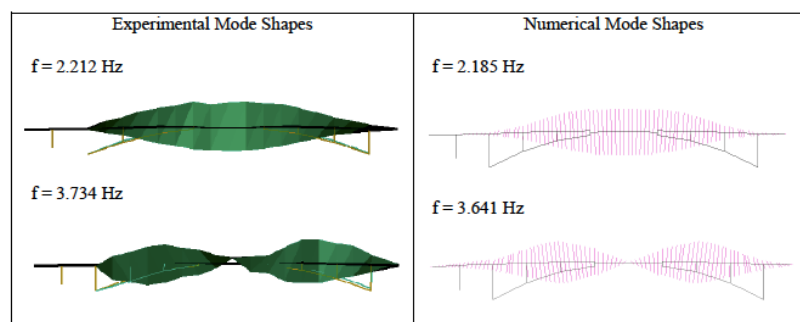


Figura 2.5 - Vista lateral dos modos de torção (Magalhães 2010)

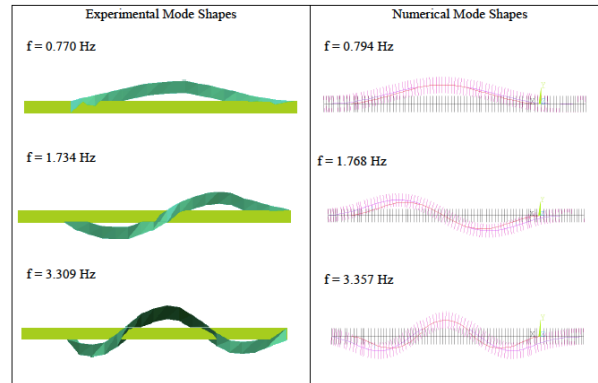


Figura 2.6 - Vista em planta dos modos laterais (Magalhães 2010)

2.4. DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE MONITORIZAÇÃO CONTINUO

Nesta seção será descrito o sistema de monitorização dinâmica e explicadas as suas funcionalidades.

Com objetivo de avaliar em contínuo a performance estrutural usando as respostas das estruturas às ações nelas aplicadas, foram desenvolvidos sistemas de monitorização que transformam as acelerações impostas na estrutura em informação online, que permitem avaliar o desempenho estrutural dos elementos instrumentados.

Mais especificamente, estes sistemas podem permitir controlar os estados limite de serviço e alertar quando limites pré-definidos são ultrapassados; avaliar as condições da estrutura e detetar possíveis danos num estágio inicial; analisar a segurança após eventos extremos; obter informação que irá influenciar inspeções e operações de reabilitação ou monitorização mais detalhada, e posteriormente avaliar essas atividades; adquirir grande quantidade de informação in situ de forma a melhorar a análise da resposta às cargas aplicadas e consequentemente melhorar futuros dimensionamentos estruturais.

Os três sistemas mais comuns são o de monitorização estática, de durabilidade e dinâmica.

Este último, adequado ao estudo, é responsável pela caracterização da resposta da estrutura a cargas dinâmicas, como o vento e tráfego, pela qualificação dos níveis de vibração e pela caracterização da evolução temporal dos parâmetros modais da estrutura.

O sistema de monitorização descrito é tradicional, ou seja, os sensores estão conectados por cabos a digitalizadores.

No entanto, os digitalizadores distribuídos pela estrutura são mais eficazes e úteis em grandes estruturas, ótica para reduzir o comprimento do cabo dos sensores, pois estes são sensíveis a interferências elétricas que podem prejudicar os sinais produzidos pelos sensores. Além de que, após a digitalização, é possível transmitir toda a informação vindas dos sensores através de um cabo ethernet ou usado dispositivos sem fios.

Uma das preocupações na análise do sinal é a sincronização dos relógios nos digitalizadores, que é bem resolvida nos sistemas de monitorização tradicionais. Como solução pode-se adotar um cabo conectado aos digitalizadores distribuídos ou uma antena GPS e um recetor em cada digitalizador, de forma a sincronizar os seus relógios internos a partir dos satélites.

Com objetivo de caracterizar as respostas da estrutura durante eventos extremos, calmos e com níveis muito baixos de aceleração, são usados sensores com alta gama dinâmica, definido pela relação do maior e menor valor que pode ser medido.

Para permitir uma boa caracterização de frequências naturais baixas da estrutura e medir a resposta DC, ou seja, a gravidade, os sensores devem ter a capacidade de cobrir baixas frequências, preferencialmente a partir de 0Hz. Sendo assim mais fáceis de calibrar e validar, reduzindo erros de configuração.

Com recurso a este sistema de monitorização continuo na estrutura instalada foram utilizados métodos de identificação automática dos parâmetros modais, captando, desta forma, dados sem interrupções, de dia 13/09/2007 a 30/11/2008.

Este sistema descentralizado é constituído por 12 acelerómetros e 2 digitalizadores, sendo possível observar na figura 2.8.

Como a estrutura é quase simétrica, apenas metade da ponte foi instrumentada pois o número de acelerómetros era limitado. Estes foram distribuídos por 4 secções, sendo que cada uma delas contém três sensores: um para medir as acelerações laterais e os outros dois, um a montante e outro a jusante da secção, para medir as acelerações verticais. Desta forma é possível caracterizar os deslocamentos verticais, laterais e a torção.

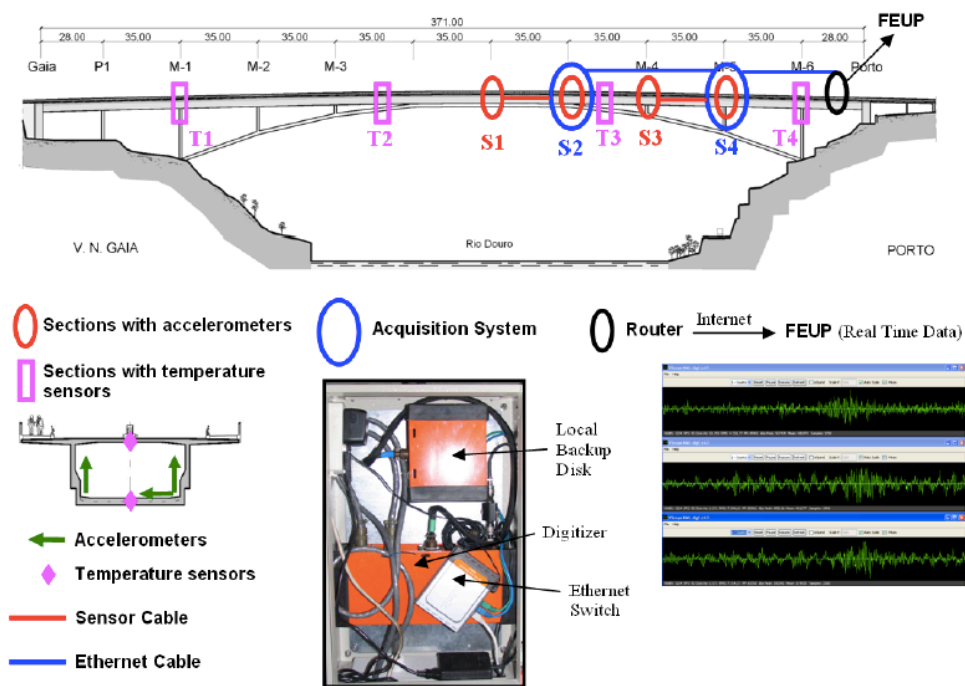


Figura 2.7 - Sistema de monitorização na ponte em 2010 (Magalhães 2010)

Os digitalizadores foram conectados a um router e às unidades de gravação locais. Desta forma, os dados gerados foram gravados nas unidades de backup e enviados pela internet para a Faculdade Engenharia da Universidade do Porto.

Na FEUP, com o auxílio de um software, foram coletados os dados vindos dos dois sensores e criados arquivos de texto com as 12 séries temporais de acelerações medidas.

Os valores das acelerações captados a partir dos acelerómetros, em séries temporais de 30 minutos e frequência de amostragem 50 Hz, são filtradas com filtros passa-baixo com frequência de corte nos 5Hz e reamostragem para 12,5Hz.

2.5. RESULTADOS DA MONITORIZAÇÃO CONTINUA

Nesta subsecção é caracterizada a dinâmica da ponte Infante D. Henriques tendo por base os resultados da monitorização dinâmica efetuada anteriormente no estudo feito pelo (Magalhães 2010).

De modo a analisar os níveis de vibração durante uma semana, foram plotado os valores máximos e os valores RMS, raiz do valor quadrático médio, de todas as acelerações medidas (figura 2.7). É possível verificar que a intensidade do tráfego é maior das 7 da manhã às 8 da noite, e durante o fim de semana bastante menor. Como seria previsto, pois o comportamento dinâmico é coerente com as rotinas da cidade, havendo mais atividade durante a semana no período diurno.

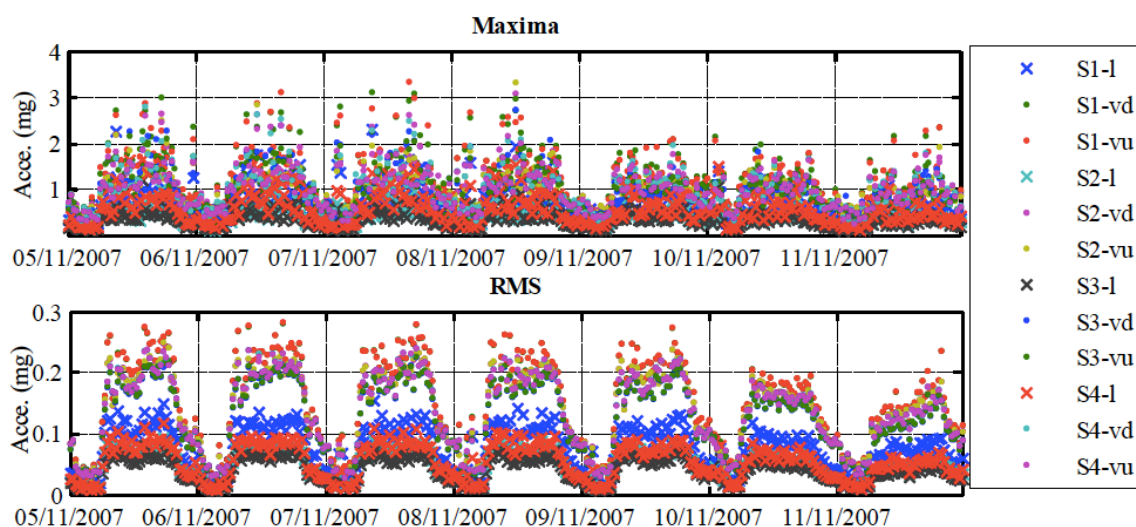


Figura 2.8 - Valores das acelerações durante uma semana em máximos e RMS (Magalhães 2010)

Analisando a figura 2.7, também é possível concluir que os valores acelerações verticais são aproximadamente metade das acelerações laterais.

Foram utilizados três algoritmos: FDD, SSI-COV e p-LSCF, com ajuda do software Dynamo, para caracterizar automaticamente os parâmetros modais. Neste trabalho, a título de exemplo, apenas serão representados os resultados obtidos com o método FDD.

A partir do método FDD, foi apresentado um mapa de cores resultado dos espectros obtidos para a banda de frequências entre 0,5 Hz e 4,5 Hz a partir de 12 séries temporais de acelerações.

Os espectros utilizados pelo método FDD foram calculadas com uma resolução em frequência 0,0061 Hz, usando séries temporais de 30 minutos com sobreposição de 50%. Há, desta forma, uma melhoria nas estimativas das frequências naturais.

Decomposição do Domínio de Frequência

Os valores das frequências naturais identificados a partir do ensaio de vibração ambiental foram confirmados a partir das médias das frequências naturais retiradas dos mapas de cores, baseados no sistema de monitorização contínuo, como é possível comprovar na figura 2.9.

Estes mapas de cores representam a visão superior dos espectros das acelerações verticais, ou seja, as cores mais quentes traduzem elevadas energias, portanto às faixas a vermelho correspondem as frequências naturais.

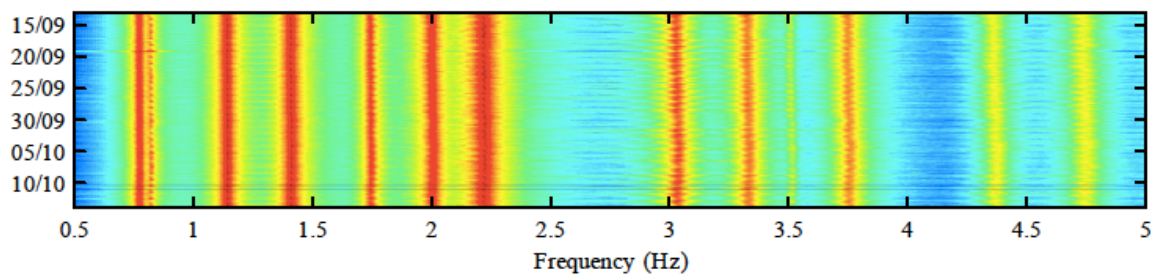


Figura 2.9 - Mapa de cores com a variação dos sinais de frequência de 13/09/2007 a 13/10/2007(Magalhães 2010)

Modos de vibração

Os parâmetros modais fornecidos pelo método FDD, devido a falhas na identificação de modos ou equívocos proporcionados pelo ruído, têm de ser selecionados, para eliminar falsas estimativas.

Dessa forma, as estimativas para cada modo de referência são escolhidas, usando o índice MAC como critério de seleção. Apenas as estimativas de modos com um índice de MAC superior a 0,8 em relação aos modos de referência são aceites. A eficiência deste método é mostrada na figura 2.10, pois os modos de vibração coincidem com os modos previamente identificados no ensaio de vibração ambiental.

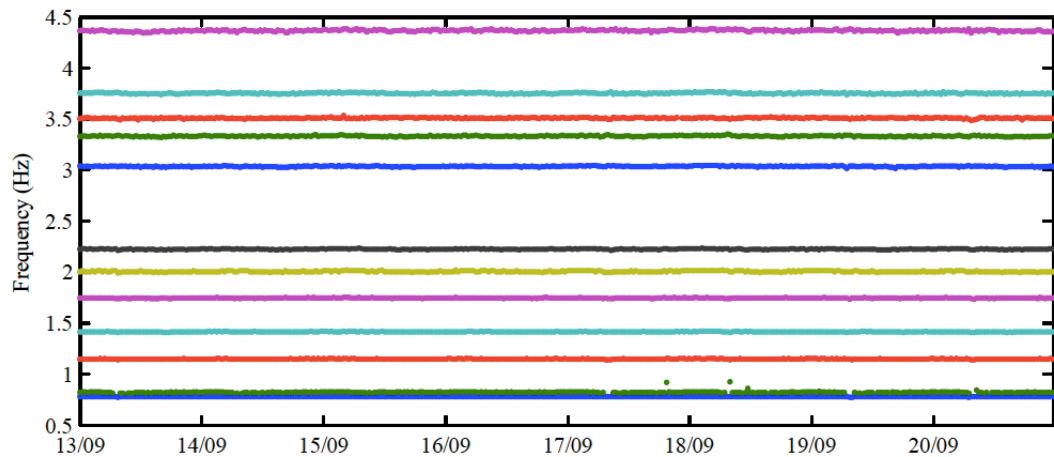


Figura 2.10 - Identificação das frequências naturais pelo método FDD(Magalhães 2010)

A comparação direta entre as formas dos modos de vibração obtidas através do ensaio de vibração ambiental e as estimadas pela monitorização não podem ser feitas porque os graus de liberdade medidos não são exatamente os mesmos. No entanto, a sobreposição de ambas as estimativas mostram que são muito semelhantes, como é observável na figura 2.11.

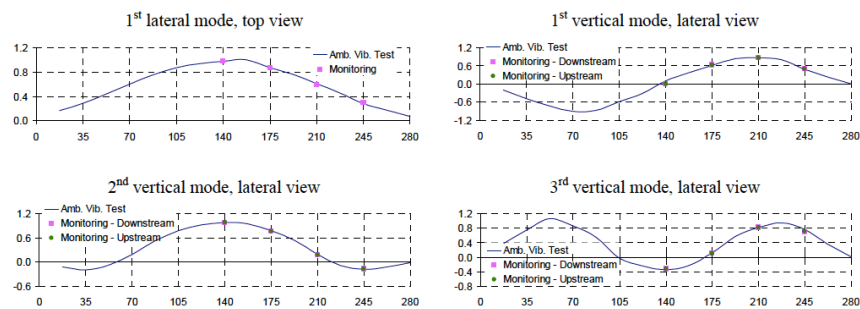


Figura 2.11 - Comparação entre as formas dos modos de vibração e as formas dos modos de referência pelo método FDD (Magalhães 2010)

Coefficientes de amortecimento

O método p-LSCF, aplicado a matrizes de correlação das séries temporais de acelerações captadas, apresenta uma boa estimativa dos coeficientes de amortecimento, como se pode ser na figura 2.12.

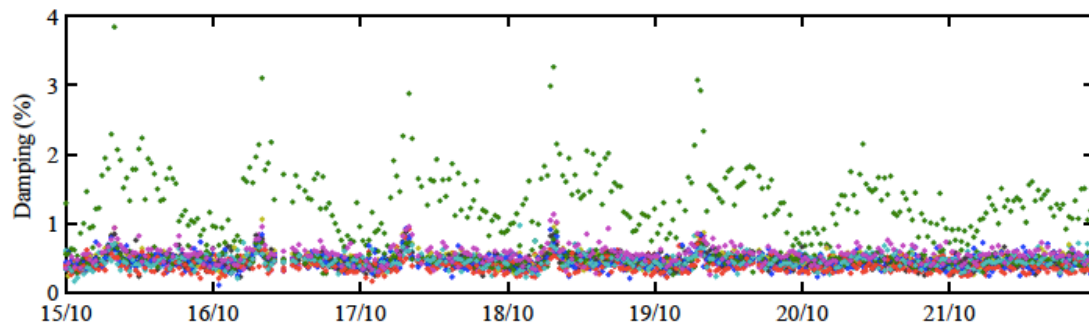


Figura 2.12 - Evolução dos coeficientes de amortecimento modais dos 12 primeiros modos de vibração com o método de p-LSCF durante a semana de outubro de 2007 (segundo modo a verde) (Magalhães 2010)

3.

Sistemas de Monitorização Desenvolvidos na FEUP

3.1. MONITORIZAÇÃO DE RESULTADOS

A monitorização dinâmica continua de uma estrutura visa identificar os seus parâmetros modais em operação a partir das vibrações ambientais medidas.

O laboratório de Vibrações e Monitorização Estrutural da FEUP (ViBest) desenvolveu novos dispositivos de medição de vibrações da estrutura com a finalidade de melhorar os sistemas tradicionais tais como os custos elevados, a dependência da fonte de energia, as falhas na aquisição de dados, o espaço ocupado na estrutura, a complexidade do sistema de aquisição que limita o número de sensores, entre outras.

Os sistemas de aquisição de dados baseados em microcontroladores e os sensores MEM são mais económicos, não têm fios são fáceis de integrar na estrutura, é possível instalar vários sensores, têm baixo consumo energético (baterias ou painéis solares) e têm funcionamento simples e com pouca manutenção.

A ViBest desenvolveu assim soluções de monitorizações para garantir longos períodos de medição, tendo como principais desafios as falhas dos sistemas em grandes períodos, falhas de energia devido às condições climáticas adversas, a complexa captação de dados que envolve muitos cabos e conexões, o elevado custo dos sistemas de medição.

Portanto, o objetivo era apresentar um sistema sem fios e de pequenas dimensões, de forma a facilitar a integração e a instalação na estrutura, com nível suficiente de robustez e autonomia, de forma a que o sistema funcione por longos períodos sem quebras, que tenha flexibilidade nos variáveis esquemas de montagens dos sensores e que seja económico.

Importante referir que estes novos sistemas não têm como objetivo substituir os sistemas tradicionais. No entanto é possível que tenham aplicações com a mesma eficiência, e até vantagens. Visto que, com estes novos dispositivos é possível simplificar os processos de instalação, usar sensores 3D, facilitar a manutenção e substituição e são mais económicos.

Estes novos sistemas têm como desafio o fornecimento energético, a transmissão de dados, o baixo consumo de energia, pequenas dimensões do sistema e a confiança nele.

Ou seja, se o objetivo é o sistema ser totalmente sem fios, é necessária uma fonte de alimentação e, como em Engenharia Civil não é preciso uma observação on-line continua, portanto, a transmissão sem fios não é fundamental, desta forma o sistema torna-se mais económico e autónomo.

Assim, surge a ideia de aceder aos dados fisicamente, a cada 3 ou 4 meses, e desta forma verificar as condições do sistema de monitorização.

Os dados também podem ser transmitidos sem fios, mas neste caso teria de ser selecionado um período do dia para o fazer. Neste caso, a conexão sem fios é estabelecida, os dados são transmitidos e a conexão sem fios é desconetada, ou seja, a ligação só funciona alguns minutos por dia, economizando assim muita energia.

Outra hipótese seria guardar os dados localmente, mas o programa teria que enviar diariamente mensagem com os parâmetros de modo a conferir o funcionamento do sistema de aquisição.

O grupo de investigadores CONSTRUCT (ViBest) da FEUP, desenvolveu alguns instrumentos para monitorização dinâmica das estruturas. Existem dois tipos de sensores, os que são alimentados a bateria e a energia solar.

Os primeiros foram baseados em dispositivos portáteis alimentados a bateria. Na figura 3.1 está o sistema “Portátil 1”, pequeno dispositivo, sendo por isso possível adapta-lo às estruturas. São constituídos por acelerómetros MEM unidireccionais, filtros de antialiasing, um ADC de 16 bits e um cartão micro-SD de forma a guardar todos os dados. O hardware é controlado por um microcontrolador de 5V que é alimentado por uma bateria de 9 V que dura aproximadamente 6 horas.

De forma a aperfeiçoar a autonomia do sistema, o sistema “Portátil 2”, foi usado para medir vibrações horizontais e verticais, simultaneamente e na mesma seção. Tem dimensões inferiores ao anterior, é constituído por um acelerómetro MEM de três eixos, filtros antialiasing, ADCs de 16-BIT independentes e um cartão micro-SD para guardar todos os dados. O microcontrolador tem nível lógico de 3,3 V e é alimentado por três baterias AA, trabalhando assim durante quase um mês.

O sistema de “Portátil 2” é escolhido quando são necessários períodos de medições mais longos, comparativamente com o “Portátil 1”.



Figura 3.1 - Sensores baterias “Portátil 1” (Moutinho e Cunha 2019)



Figura 3.2- Sensores baterias "Portátil 2" (Moutinho e Cunha 2019)

Estes dispositivos alimentados a baterias foram melhorados para um sistema de consumo de energia mais reduzido, "Portátil 3". Sendo constituídos por um acelerómetro MEM tri-axial muito melhor, utilizam impressão 3D para aprimorar a forma e o espaço ocupado pelo dispositivo.

Podemos observar na figura 3.3 um modelo capaz de ser manter autónomo durante 15 dias, utilizando uma bateria de 2500 miliamperes. Ao adicionar baterias, é possível aumentar a independência do sistema. Como é o caso na figura 3.4, onde são utilizadas 9 baterias de 3400 miliamperes de capacidade.



Figura 3.3 - Sensores com 15 dias de autonomia "Portátil 3"(Moutinho e Cunha 2019)



Figura 3.4 - Sensores com 6 meses de autonomia "Portátil 3"(Moutinho e Cunha 2019)

Com o objetivo de monitorizarem dinamicamente a longo prazo as estruturas, foram elaboradas e concretizadas duas soluções a energia solar.

O “Solar 1” é composto por um painel solar de 10 W com 40 x 28 cm, o qual desempenha também funções que protegem o sistema contra as condições climáticas, como é exemplificado na figura 3.5. Este sistema consome 5 V de energia, carrega 3 baterias de 12 V de forma a manter o sistema operacional durante a noite e em dias nublados. Os dados são adquiridos por um acelerómetro MEM de três eixos e é trabalha com igual software que os sistemas a cima descritos.

O “Solar 1” demonstrou algumas adversidades, tais como: a dificuldade em ser incorporado na estrutura, devido às grandes dimensões, ao ineficiente consumo energético visto que é alimentado por baterias de 12 V enquanto gasta apenas 5 V, só com acesso físico é que é possível saber se o sistema funciona corretamente.

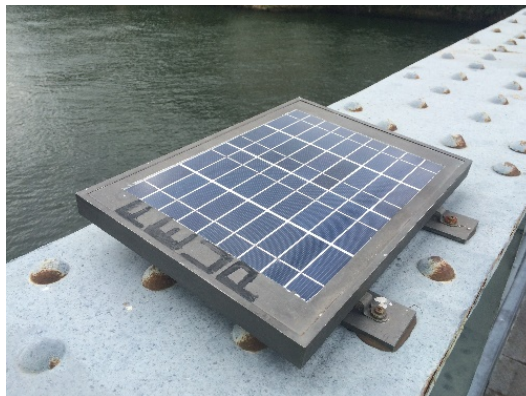


Figura 3.5 - Sensores solares "Solar 1"(Moutinho e Cunha 2019)

Por estas razões, foi desenvolvida uma nova versão de um sensor alimentado a energia solar “Solar 2” figura 3.6. Com menores dimensões que o anterior (vista em planta de 11 x 14 cm) e funciona a 3.3 V alimentado por um painel de potência de 2 W.

Este sensor é capaz de carregar uma bateria de polímero de lítio que pode trabalhar com uma única carga, no máximo uma semana. O sensor é composto por um acelerómetro digital de três eixos MEM filtros de antialiasing capazes de ser programados, taxas de aquisição igualmente programáveis e um cartão micro-SD para guardar os dados.

De forma a monitorizar o funcionamento do sistema de aquisição, são enviados relatórios para um recetor RF com o ID do dispositivo, data e hora atuais, nome do arquivo atual, número total de arquivos, temperatura dentro da caixa e voltagem da bateria. Estas informações podem ser recolhidas através de um smartphone e desta forma verificar se o sistema está a funcionar bem.

Os dados só podem ser recolhidos usando uma conexão física.

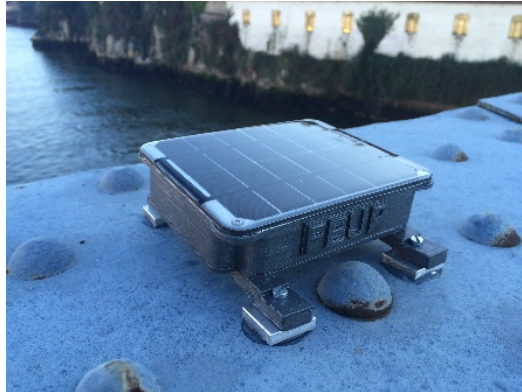


Figura 3.6 - Sensores a energia solar "Solar 2"(Moutinho e Cunha 2019)

É relevante mencionar que os dispositivos descritos tem sido usados em estruturas reais,.

É o caso da ponte pedonal no Porto que liga o parque da cidade ao Edifício Transparente, figura 3.7. Esta estrutura é constituída por dois vãos de 30 m cada, simplesmente apoiada nas extremidades com apoios simples e no meio com um pilar de betão. O tabuleiro tem uma largura de 3,5 m e 6% de inclinação.

Para caracterizar o comportamento dinâmico da estrutura, durante longos períodos de tempo, quando submetida a cargas pedestres, foi instalada um sistema de monitorização. O sensor foi colocado no meio do vão que fica próximo do parque verde, no lado sudeste porque, desta forma é possível instalar um sistema de aquisição alimentado a energia solar, semelhante ao Solar 1, na parte externa da viga lateral, como se pode ser na figura 3.8. As componentes de hardware estão dentro de uma caixa de forma a ser acessível, figura 3.9.



Figura 3.7 - Ponte pedonal monitorizada por sensores alimentados a energia solar (Moutinho e Cunha 2019)



Figura 3.8 - Sensor "Solar 1" na Ponte pedonal do Edifício Transparente (Moutinho e Cunha 2019)



Figura 3.9 - - Microcontrolo na Ponte pedonal do Edifício Transparente (Moutinho e Cunha 2019)

O sistema arquiva dados com duração de 10 minutos, gerando 144 ficheiros, considerando uma frequência de amostragem de 40 Hz.

A partir da análise da figura 3.10, onde o eixo das abcissas representa o período total em análise (178 dias) e o das coordenadas traduz um dia, dividido em 144 intervalos de 10 minutos, é possível detetar algumas falhas, traduzidas pelas manchas escuras, devido a problemas de energia, em particular durante a noite ou dias mais nebulados. No entanto, não foram detetados problemas no sistema de aquisição de dados, visto que funcionou 90,5% do tempo, credibilizando assim o hardware.

Portanto, os dados captados conseguiram caracterizar os níveis de vibração, assegurando assim a validade do sistema de monitorização.

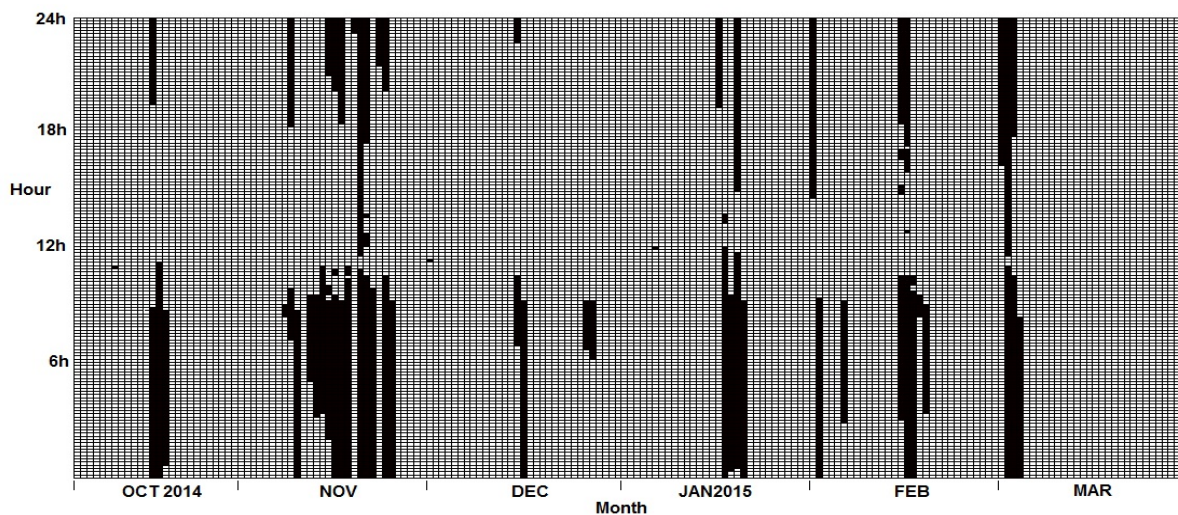


Figura 3.10 - Mapa de análise do sistema de aquisição da Ponte pedonal do Edifício Transparente (Moutinho e Cunha 2019)

Os sensores atualmente usados na Ponte Infante D. Henriques são dois do tipo “Portátil 3” e estão posicionados como está indicado na figura 3.11.

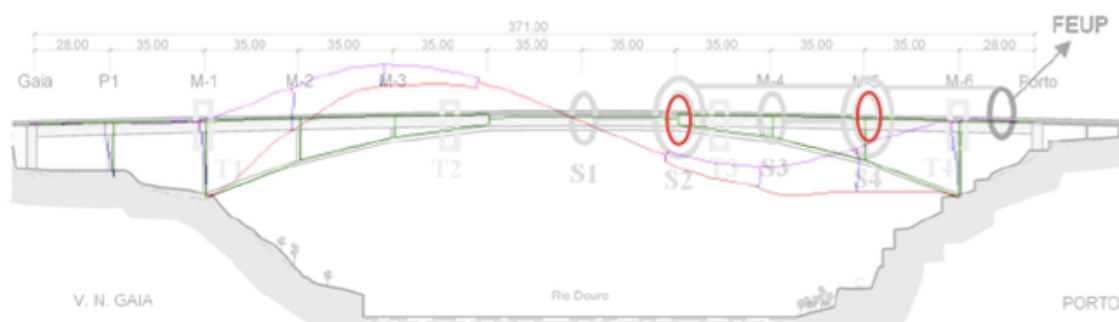


Figura 3.11 - Localização dos sensores S2 e S4 na ponte Infante D. Henrique

4.

Identificação de Parâmetros Modais em Estruturas

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado um método de identificação dos parâmetros modais a partir da análise da resposta da estrutura submetida a uma excitação ambiental.

O método utilizado é classificado como estocástico porque a excitação ambiental resulta da contribuição das forças com carácter aleatório que existem na natureza como a do vento, e das ações do tráfego sobre a estrutura. Estas ações são interpretadas como ruído branco, ou seja, a energia é distribuída uniformemente por uma banda de frequências (Cerqueira, Poppi e Kubota 2000).

O método de identificação utilizado é o Peak Picking, método de um grau de liberdade visto que assume que para frequências próximas das frequências naturais da estrutura, a resposta dinâmica é condicionada pela contribuição do modo ressonante. Isto é equivalente a simular o comportamento da estrutura através de um oscilador de um grau de liberdade com a mesma frequência e amortecimento do modo de ressonância. Esta aproximação apenas é válida quando as frequências dos diferentes modos de vibração da estrutura se encontram bem afastadas. Caso tal não se verifique, o método não tem competência suficiente para separar as contribuições dos modos com as frequências próximas para a resposta da estrutura (Pinto 2015).

Assim, numa primeira fase será estudado um oscilador com um grau de liberdade. A equação seguinte representa o equilíbrio de forças num oscilador com massa, amortecimento e rigidez representados por m , c e k respetivamente.

$$m \ddot{q}(t) + c \dot{q}(t) + k q(t) = p(t) \quad (4.1)$$

As funções $\ddot{q}(t)$, $\dot{q}(t)$ e $q(t)$ representam a aceleração, velocidade e o deslocamento e $p(t)$ as forças aplicadas.

A resolução da equação diferencial de segunda ordem (4.1) pode ser feita através do integral de Duhamel ou a partir da transformada de Fourier.

Para as condições iniciais nulas $\dot{q}(0) = q(0) = 0$, dentro do domínio de tempo, a solução a partir do integral de Duhamel é dada por:

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau, t > 0 \quad (4.2)$$

Sendo $h(t - \tau)$ a resposta do sistema no instante $(t - \tau)$ a um impulso unitário aplicado no instante τ , e definida por:

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m \cdot w_{1a}} \cdot e^{w_1 \cdot \zeta \cdot (t - \tau)} \cdot \sin(w_{1a} \cdot (t - \tau)), t > \tau \quad (4.3)$$

Onde as grandezas ζ , w_{1a} e w_1 são o coeficiente de amortecimento, a frequência amortecida e a frequência natural do sistema, respetivamente. E relacionam-se entre si da seguinte forma:

$$\begin{cases} w_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ w_{1a} = w_1 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \end{cases} \quad (4.4)$$

A resolução alternativa da equação diferencial, consiste em transpô-la para o domínio da frequência por aplicação, a cada um dos seus membros, da Transformação de Fourier, definida do seguinte modo para a função genérica $f(t)$:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot \partial t \quad (4.5)$$

A derivação no domínio do tempo tem como correspondência, no domínio da frequência, a multiplicação por $i \cdot w$, sendo $i = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária.

Representado por $Q(w)$ e $P(w)$ as transformadas de Fourier de $q(t)$ e $p(t)$ respetivamente, a equação (4.1) transforma-se em:

$$-m \cdot w^2 \cdot Q(w) + i \cdot w \cdot c \cdot Q(w) + k \cdot Q(w) = P(w) \quad (4.6)$$

Desta forma, a resposta do sistema é obtida a partir da excitação a que este se encontra sujeito.

$$Q(w) = \frac{1}{-m \cdot w^2 + i \cdot m \cdot c + k} \cdot P(w) = H(w) * P(w) \quad (4.7)$$

A equação (4.2) corresponde, no novo domínio, ao produto das duas transformadas das funções apresentadas. Por isso, a função representada por $H(w)$ da equação (4.7) corresponde à transformada de Fourier da função de resposta a um impulso unitário, definida na equação (4.3).

Desta forma, é reescrita a função $H(w)$, denominada de função de resposta em frequência (FRF), baseada nos conhecimentos da Dinâmica de Estruturas:

$$\begin{cases} w_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ c = 2 \cdot \zeta \cdot m \cdot w_1 \end{cases} \quad \text{onde resulta } H(w) = \frac{1/m}{w_1^2 - w^2 + 2 \cdot i \cdot \zeta \cdot w \cdot w_1} \quad (4.8)$$

Havendo assim conservação, dentro do domínio da frequência, da excitação atuante sobre um oscilador de um grau de liberdade para a respetiva resposta.

A equação (4.8) tem elementos complexos, ou seja, o termo genérico em correspondência com a frequência w_j pode ser reescrito como:

$$H(w_j) = (a + i \cdot b) \in \mathbb{C}, \quad (a, b) \in \mathbb{R} \quad (4.9)$$

Para a representação gráfica é útil que o valor de amplitude da função ($|H(w_j)| = \sqrt{a^2 + b^2}$) e a sua retrato de fase ($\tan^{-1}(\frac{b}{a})$) estejam separados, como se pode observar na figura (4.1), em função da frequência w , para um oscilador com massa e rigidez unitária e coeficiente de amortecimento a variar entre 1% e 25%.

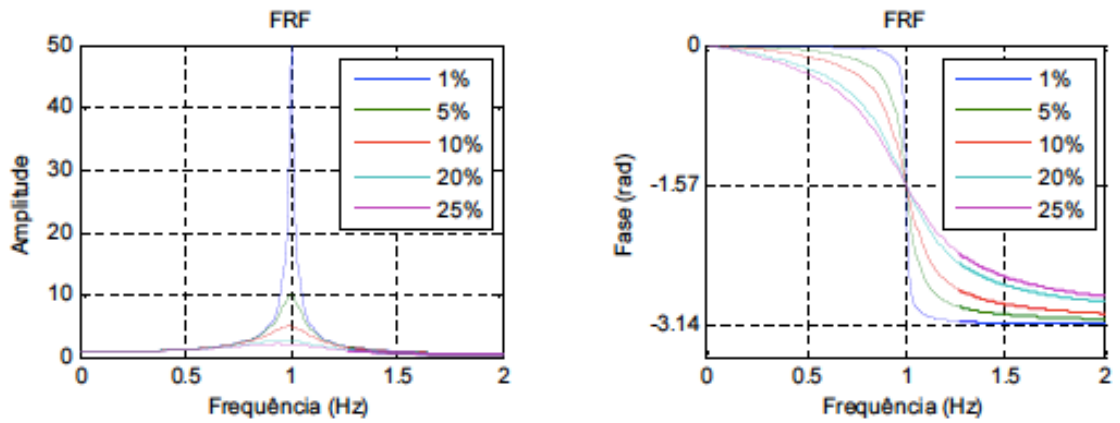


Figura 4.1 - Funções de resposta em frequência (Magalhães 2006)

A amplitude da FRF é caracterizada com um máximo na abcissa $w \cong w_1 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$, mas os valores de amortecimento usados são tão insignificantes, que $w \cong w_1$, onde se verifica uma mudança de fase de π radianos.

Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade

Estas expressões podem ser generalizadas para um problema de dimensão n , onde os elementos $\underline{M}$, $\underline{C}$ e $\underline{K}$ tem o mesmo significado em cima dito mas em formato matricial, ou seja, matriz de massa, amortecimento e rigidez do sistema, sendo cada elemento m_{ij} , c_{ij} e k_{ij} corresponde à força generalizada na coordenada i , quando na coordenada j é introduzido uma aceleração, uma velocidade ou deslocamento unitário:

$$\underline{M} \cdot \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{C} \cdot \dot{\underline{q}}(t) + \underline{K} \cdot \underline{q}(t) = \underline{p}(t) \quad (4.10)$$

A resolução do sistema pode ser resolvida a partir do somatório de n funções de reposta a um impulso unitário (equação 4.3), para cada grau de liberdade.

Se o amortecimento for proporcional, a resolução pode ser concebida com n equações diferenciais linearmente independentes através da formulação modal.

Formulação Modal

De forma a facilitar o cálculo, recorreu-se a esta formulação, caracterizando o vetor dos deslocamentos da estrutura no espaço geométrico, a partir dos n modos de vibração da estrutura linearmente independentes.

Para vibração livre de um sistema:

$$\underline{u}(t) = \underline{\phi}_k \cdot e^{\lambda_k t} \quad (4.11)$$

Onde $\underline{\phi}_k$ representa o k -ésimo modo de vibração. Desta forma, a equação do movimento não amortecido é representada por um problema de valores e vetores próprios:

$$\underline{M} \cdot \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{K} \cdot \underline{q}(t) = \underline{0} \text{ de onde resulta } (\underline{M}^{-1} \cdot \underline{K}) \cdot \underline{\phi}_k = -\lambda_k^2 \cdot \underline{\phi}_k \quad (4.12)$$

A solução desta equação (4.12) é caracterizada por n valores e vetores próprios que correspondem às frequências e modos de vibração da estrutura, respetivamente.

Ao organizar os resultados na matriz modal, ou seja, colocar os modos numa matriz, onde cada coluna k corresponde ao modo $\underline{\phi}_k$, é possível utilizar as condições de ortogonalidade (Pimenta 2014):

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_k = i \cdot \omega_k \\ \underline{\phi}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{\phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_K & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \\ \underline{\phi}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{\phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_K & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Onde k_K e m_K representam a rigidez e massa modal no modo k e desta forma, é possível demonstrar que a equação em 4.10 pode ser desagregada em n equações diferenciais linearmente independentes.

A distribuição do amortecimento pode ser considerada proporcional à distribuição de massa da estrutura e consequentemente a ortogonalidade dos vários modos pode também ser alargada à matriz de amortecimento (Pimenta 2014).

Isto significa que a matriz de amortecimento pode ser caracterizada através de uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez, onde é usual aplicar a formulação de Rayleigh:

$$\underline{C} = \underline{M} \cdot \sum_{j=0}^{b \leq n} a_j \cdot [\underline{M}^{-1} \cdot \underline{K}]^j \text{ aplicando o amortecimento de Rayleigh } \underline{C} = \alpha \cdot \underline{M} + \beta \cdot \underline{K} \quad (4.14)$$

Se esta condição (4.14) se verificar, então a matriz de amortecimento respeita as condições de ortogonalidade em relação aos modos de vibração da estrutura. Desta forma, a solução genérica em (4.11) é possível se escrever a resposta em vibração livre em cada modo:

$$m_k \cdot \ddot{q}_{km}(t) + c_k \cdot \dot{q}_{km}(t) + k_k \cdot q_{km}(t) = 0 \text{ aplicando estas condições}$$

$$m_k \cdot \lambda_k^2 + c_k \cdot \lambda_k + k_k = 0 \quad (4.15)$$

Com base na equação (4.8), surge:

$$\lambda_k, \lambda_k^* = -\xi_k \cdot w_k \pm i \cdot \sqrt{1 - \zeta_k^2} \cdot w_k \quad (4.16)$$

Desta forma, o sistema de n equações diferenciais de segunda ordem é reescrito no espaço modal a partir do mesmo número de equações linearmente independentes.

Sendo assim possível resolver n problemas independentes:

$$m_k \cdot \ddot{q}_{km}(t) + c_k \cdot \dot{q}_{km}(t) + k_k \cdot q_{km}(t) = \underline{\phi}_k^T \cdot \underline{p}(t) = p_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.17)$$

Considerando a representação matricial:

$$\underline{M}_m \cdot \ddot{\underline{q}}_m(t) + \underline{C}_m \cdot \dot{\underline{q}}_m(t) + \underline{K}_m \cdot \underline{q}_m(t) = \underline{\phi}^T \cdot \underline{p}(t) \quad (4.18)$$

Com o índice m são os elementos das matrizes diagonais com termos não nulos coincidentes com as massas, amortecimentos e rigidez modais, respetivamente.

A resposta da estrutura é dada pelo somatório das respostas em cada modo multiplicadas pela respectiva configuração modal:

$$\underline{u}(t) = \sum_{k=1}^n \underline{\phi}_k \cdot u_{km}(t) \quad (4.19)$$

4.2. IDENTIFICAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

Esta secção tem como finalidade mostrar como se realiza a identificação das frequências naturais com base no Peak-Picking. Onde se defende que na vizinhança das frequências natural ressonâncias resposta é condicionada apenas pelo modo ressonante (Magalhães, 2010).

Desta forma, assumido que na vizinhança das frequências naturais a estrutura se comporta um oscilador de um grau de liberdade com a mesma frequência w_k e com o mesmo coeficiente de amortecimentos ζ_k do modo de ressonância, caracteriza-se os métodos como sendo de um grau de liberdade.

No entanto isto apenas é válido se a distância entre frequências naturais for relativamente grande. Caso esta premissa não seja for verdadeira, o método não tem a capacidade de separar a contribuição dos modos com frequências próximas.

No caso do sistema ter múltiplos graus de liberdade, a matriz dos espectros de resposta $S_q(w)$ é dada pela relação entre a matriz das funções de resposta em frequência $H(w)$, a matriz dos espectros de excitação $S_p(w)$ e o índice de H significa a transposição da matriz e obtenção dos complexos conjugados dos seus elementos:

$$S_q(w) = H(w)_H * S_p(w) * H(w) \quad (4.4)$$

Os elementos da matriz de resposta em frequência apresentam picos que correspondem ao valor $w_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}$, como é possível deduzir a partir da figura 4.1. Como nas estruturas de Engenharia Civil o amortecimento é muito pequeno, estes valores aproximam-se da frequência natural.

Para identificar todos os modos de ressonância da estrutura tem de se analisar mais do que um dos termos da diagonal principal da matriz dos espectros de potência. Pois pode correr o risco do único grau de liberdade estar sobre um nodo de um ou mais modos de vibração, e tornar-se invisível (Pinto 2015).

Esta determinação é feita analisando os picos do espectro de potência de todas as acelerações registadas a partir do cálculo do espectro médio normalizado ANSPD (w):

$$ANSPD(w) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l NSPD_i(w) \quad (4.5)$$

Onde l é o número de graus de liberdade onde a resposta é medida e $NSPD_i$ são os espectros normalizados, obtidos a partir da divisão de um determinado espectro pela soma das suas N ordenas:

$$NSPD_i(k) = \frac{PSD_i(w)}{\sum_{i=1}^N PSD_i(w_k)} \quad (4.6)$$

A normalização dos espectros é necessária quando no ensaio são feitos vários “setpus”, pois, como as séries temporais associadas a cada grau de liberdade não são todas captadas em simultâneo, podendo existem diferentes intensidade de excitação ao longo do ensaio, que levam a espectros com diferentes valores energéticos.

Portanto, são analisados os “picos” do espectro de potência médio normalizados com objetivo de identificar todas as frequências naturais da estrutura.

Exemplo:

Ao longo deste capítulo vão sendo exemplificados alguns conceitos tendo como base um pórtico, com as mesmas dimensões de um estudo previamente feito, com três pisos ligados entre si por quatro pilares

de alumínio, com um módulo de elasticidade de 75GPa, sendo este calculado de forma a gerar os mesmo resultados como se pode verificar no anexo 1. Cada piso é uma chapa de aço de 1cm de espessura e os pilares, tem 17 cm de altura. A figura 4.2 é a representação cotada do pórtico.

Para facilitar a análise do modelo, é considerado a direção mais flexível do pórtico, sendo por isso representadas pelas figuras 4.2 e 4.3.

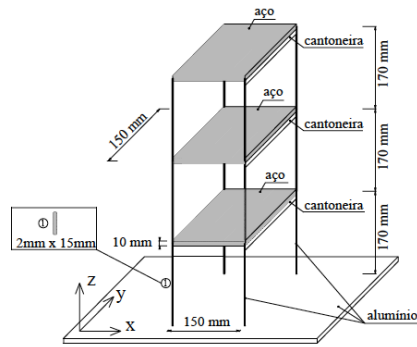


Figura 4.2- Simulação de um pórtico (Magalhães, 2007)

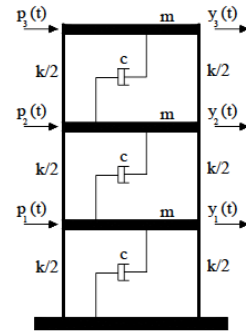


Figura 4.3 - Idealização plana do modelo (Magalhães, 2007)

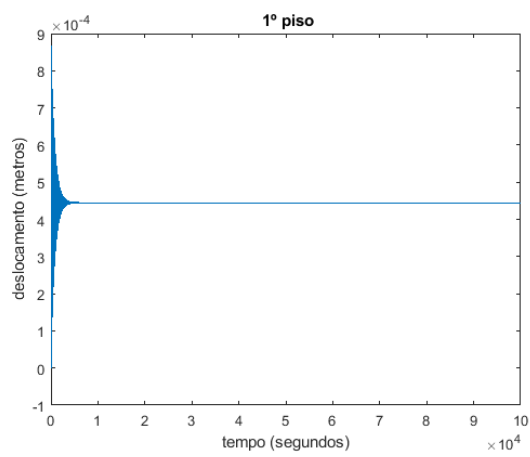
De forma a ter confiança no código em MATLAB (anexo 13) desenvolvido para análise desta estrutura, foram geradas forças estáticas de 1N aplicadas a cada piso e calculados os deslocamentos através do programa e analiticamente.

O estudo analítico é feito a partir da matriz de rigidez e do vetor que representa as forças aplicadas , sendo calculados os vetores de deslocamento: $\underline{K} * \underline{f} = \underline{d}$

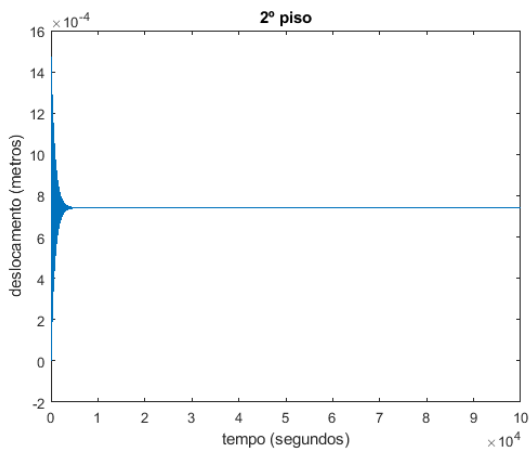
Considerando $k = 4 * 12 EI / L^3$, onde EI é a rigidez à flexão dos pilares com L de altura. Portanto:

$$\begin{bmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ij} \\ d_{ij} \\ d_{ij} \end{bmatrix}, \text{ onde o vetor } d \text{ é igual a } \begin{bmatrix} 0.000445018683 \\ 0.00074169580 \\ 0.000890037367 \end{bmatrix}.$$

Estes valores são semelhantes aos resultados obtidos pelo programa. No entanto, como a análise é dinâmica, inicialmente existe um deslocamento maior que tende para os calculados analiticamente, porque as forças aplicadas criam uma dinâmica inicial no sistema, que é amortizada ao fim de um determinado tempo, tal como indica na figura 4.4.



$d_{\text{primeiro piso}} = 4.4502 \times 10^{-4}$



$d_{\text{segundo piso}} = 7.4170 \times 10^{-4}$

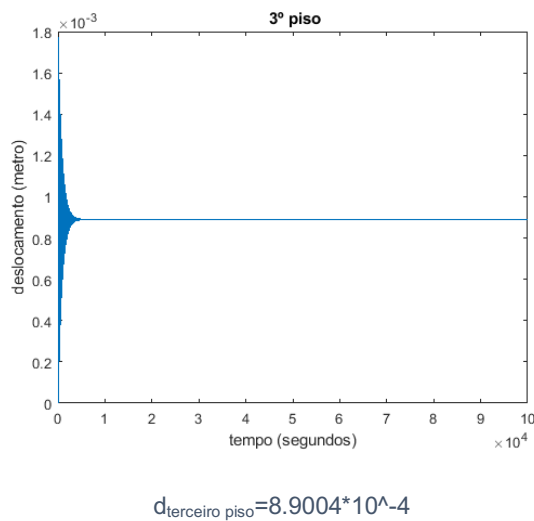


Figura 4.4 - resposta do pórtico a forças estáticas aplicadas em casa piso

Depois de ter confiança no programa, o pórtico foi totalmente caracterizado pela matriz de massa e amortecimento, considerando $m=1,7663$ kg, um coeficiente de amortecimento de 1% e amortecimento critico $c=2,18$ ($c = 0,01 * 2m\sqrt{\frac{k}{m}}$) de acordo com as seguintes características, como se pode analisar no anexo 12.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 2c & -c & 0 \\ -c & 2c & -c \\ 0 & -c & c \end{bmatrix}$$

O pórtico foi submetido a um ruído branco basal, com uma frequência que abrangia todas as gamas traduzindo-se numa aceleração aleatória aplicada a cada piso do pórtico.

Com a finalidade de identificar as frequências naturais, a resposta do pórtico foi obtida usando a formulação do Espaço de Estado, visto que esta representação de sistemas dinâmicos transforma o sistema de equações de movimento inicial num sistema com mais equações, mas de inferior grau, sendo assim mais fácil a sua resolução (Moutinho 2007).

Espaço de Estado

O Espaço de Estado relaciona três variáveis: variáveis de estado, variáveis de entrada e de saída.

De forma a caracterizar o sistema, é criado o vetor de estado independente, variável de estado, com a informação dos deslocamentos e velocidade. A partir deste vetor, sabendo os valores no instante inicial, variável de entrada, é possível determinar a resposta do sistema em qualquer outro instante, variável de saída.

O sistema em estado de espaço é constituído por $2n$ equações diferenciais de 1ª ordem, onde as $2n$ variáveis são constituídas por n variáveis de estado constituídas n deslocamentos e n velocidades associados aos graus de liberdade.

As matrizes de estado e entrada podem ser representadas em espaço de estado relacionando as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

Onde 0 é uma matriz nula, I matriz identidade, M matriz de massa, C matriz amortecimento e K a matriz rigidez, todas com dimensões 3×3 neste caso.

Os valores próprios, obtidos a partir do determinante da matriz A , correspondem às frequências naturais, como se pode verificar no anexo 12. A partir da função $EIG()$ de MATLAB resultam os valores próprios e o vetores próprios.

$$\det(A) = 0$$

Tabela 2.2 - Frequência naturais do Pórtico

modo	Frequência Natural (rad/s)	Frequência Natural (Hz)
1	27.49	4.56
2	77.02	12.78
3	111.3	18.47

4.3. MODOS DE VIBRAÇÃO

O sistema de n equações diferenciais do movimento é transformado num conjunto de n equações diferenciais independentes através da formulação modal, expressando os modos de vibração do sistema ϕ_k , a partir das coordenadas modais q_{mk} de n vetores independentes, como já foi referido.

Para terminar as equações de (4.18) no domínio do tempo é usada a transformada para o domínio de frequência:

$$Q_{mk}(w) = H_{mk}(w) * P_k(w) \quad (4.13)$$

Onde cada função de resposta em frequência no espaço modal H_{mk} é definida a partir dos parâmetros modais:

$$H_{mk}(w) = \frac{1}{w_k^2 - w^2 + 2 * i * \zeta_k * w * w_k} \quad (4.14)$$

Resultando assim a resposta da estrutura, no domínio da frequência:

$$Q(w) = \sum_{k=1}^{n_2} \phi_k * H_{mk}(w) * P_k(w) \quad (4.15)$$

Exemplo:

No exemplo usado, a matriz de amortecimento da estrutura é proporcional, por isso os modos de vibração podem ser calculados a partir do problema usual dos valores e vetores próprios.

Foi possível relacionar os deslocamentos entre o primeiro e o segundo piso, figura 4.5 e entre o primeiro e terceiro piso, figura 4.6.

Usando o comando *tfestimate*, em Matlab, foram relacionados os deslocamentos do primeiro piso com o do segundo, tal como do primeiro com o do terceiro. Resultando frequência amplitude o fase das funções de resposta em frequência.

A partir da fase das funções de resposta em frequência é possível identificar se os pisos relacionados se deslocam na mesma direção ou direções oposta.

Com a razão entre os deslocamentos, é arbitrado um valor para o deslocamento do primeiro piso e tendo em conta a relação de amplitude entre os pisos foi possível obter valores coerentes dos modos de vibração. Como é possível analisar no anexo 4.

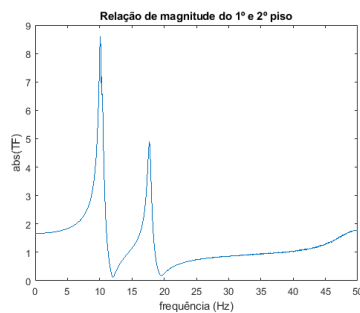


Figura 4.5 - Relação de magnitude do 1º para o 2º piso

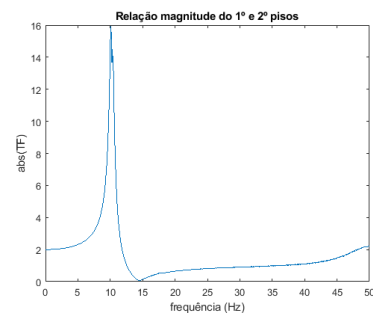


Figura 4.6 - Relação de magnitude do 1º para o 2º piso

A seguinte matriz (4.16) representa a relação por coluna dos três primeiros modos, cada linha corresponde a um piso. A forma dos modos de vibração é caracterizada em (4.7).

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.3278 & -0.7369 & -0.591 \\ 0.5906 & -0.3250 & 0.7369 \\ 0.7365 & 0.5910 & -0.328 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

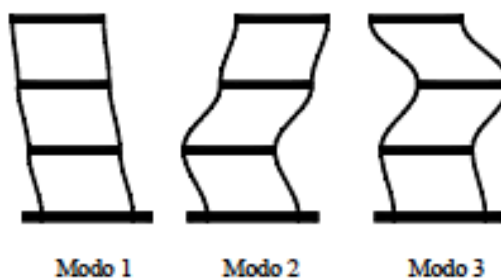


Figura 4.7 - Formas dos três primeiros modos de vibração do pórtico(Magalhães 2010)

4.4. COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO

Com o objetivo de identificar os coeficientes de amortecimento, os espectros de potência em cada piso foram normalizados, de forma a diminuir a amplitude dos valores entre os auto-espectros e facilitando a aplicação do método da Meia-Potência, figura 4.9.

No Matlab, usando o comando *pwelch* foram caracterizados os auto-espectros não normalizados para cada piso, figura 4.8.

Cada um deles foi dividido pelo somatório dos mesmos. Sendo desta forma normalizados, equação (4.6).

É no espectro médio normalizado figura 4.10, que é aplicado o Método da Meia Potência.

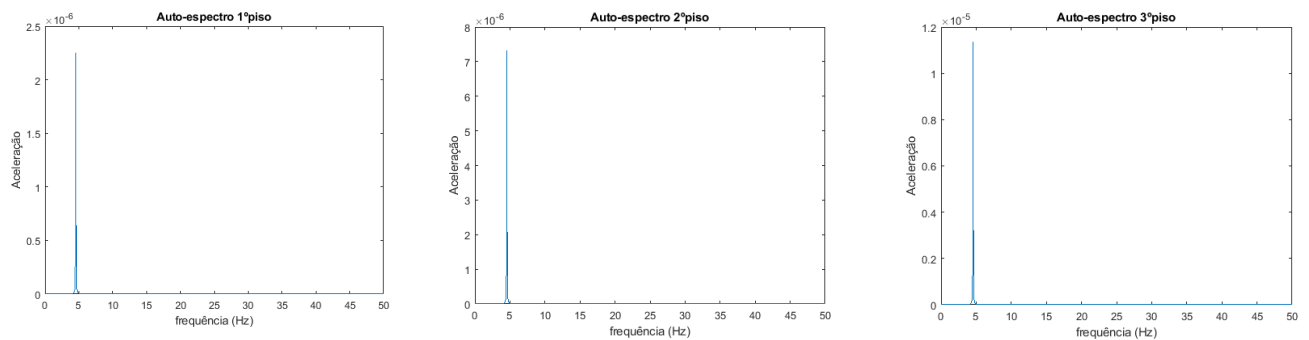


Figura 4.8 - Espectros dos pisos não normalizados

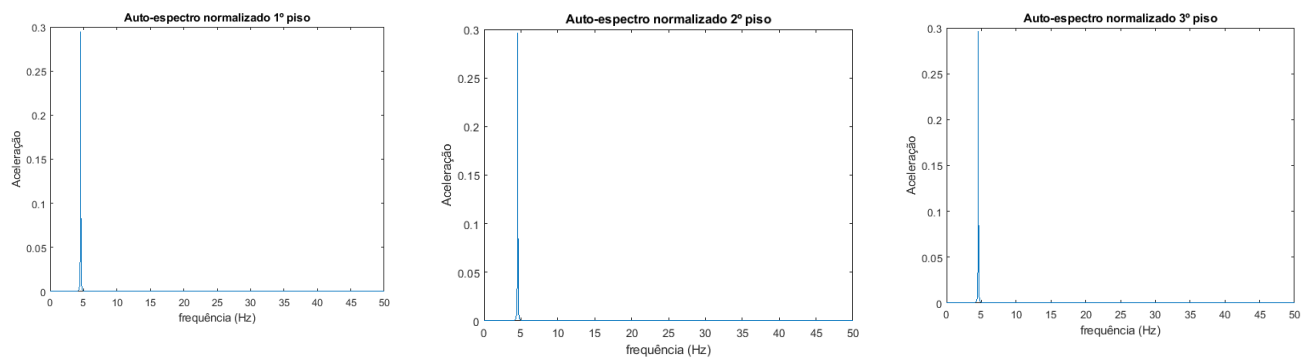


Figura 4.9 - Espectros dos pisos normalizados

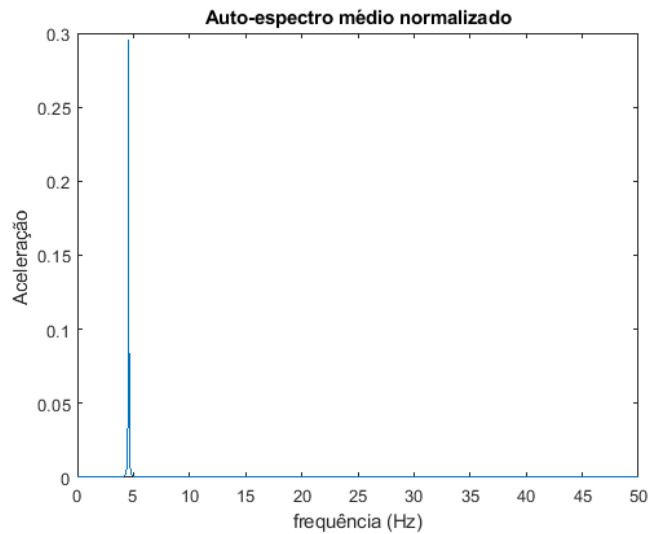


Figura 4.10 - Espectro médio normalizado

Este método considera que a estrutura de um grau de liberdade é excitada por uma força harmónica, de onde resulta a Resposta da Função Transferência de Frequência (George A. Papagiannopoulos, 2011):

$$X(w) = \frac{1}{1 - (w/w_n)^2 + 2\zeta(w/w_n)i} \quad (4.16)$$

Amplitude da resposta na ressonância corresponde o módulo do valor máximo, é obtido por

$$|X(w)| = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4.17)$$

Em estruturas de Engenharia Civil, o coeficiente de amortecimento é muito baixo. Consequentemente a frequência natural torna-se aproximadamente igual à frequência de ressonância, obtendo assim

$$|X_n(w)| = \frac{1}{2\zeta} \quad (4.18)$$

No entanto, em vez de usar a resposta da estrutura na frequência natural ou quando em ressonância para calcular os coeficientes de amortecimento, são estimadas duas frequências w_2 e w_1 , denominadas de pontos de meia potência onde $w_2 > w_1$, a partir da resposta $|H(w_1)| = |H(w_2)|$. O anexo 2 mostra este raciocínio.

$$|H(w_1)| = |H(w_2)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |H(w_n)| \quad (4.19)$$

É assim possível calcular aproximadamente o coeficiente de amortecimento através da seguinte expressão:

$$\zeta = \frac{w_2 - w_1}{2w_n} \quad (4.20)$$

Tendo por base o auto-espectro médio normalizado, este método foi ampliado aos três primeiros modos, no Matlab, e estimando a resposta da meia potência com base na equação (4.19), foram determinados os pontos de meia potência. E, através da equação (4.20), foi estimado o coeficiente de amortecimento, ζ . Com uma atenção especial ao terceiro pois este tem um pico suave, o que implica uma suposição do valor da resposta de ressonância.

Tabela 3 - Resultados do coeficiente de amortecimento do pórtico

$W_1= 4,544$ e $W_2=4,585$	$W_1= 12,66125$ e $W_2=12,92$	$W_1= 18,330952$ e $W_2=18,7119055$
$\zeta = 0,00448$	$\zeta = 0,010115$	$\zeta = 0,013$

De forma a ter confiança nos pontos de meia potência obtidos pelo método gráfico, estes foram calculadas inversamente, a partir do coeficiente de amortecimento já estimado. Considerando que:

$$|H(w)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\zeta} \quad (4.21)$$

E relacionando a equação (4.4) com a (4.7) resulta a (4.8) caso $\zeta^2 > 1/8$ ou $\zeta < 1/2\sqrt{2}$.

Assim validar as frequências antes estimadas, w_1 e w_2 , visto que w_n e ζ são valores característicos:

$$\left(\frac{w_1}{w_n}\right)^2 = (1 - 2\zeta^2) - 2\zeta \sqrt{1 + \zeta^2} \text{ e } \left(\frac{w_2}{w_n}\right)^2 = (1 - 2\zeta^2) + 2\zeta \sqrt{1 + \zeta^2} \quad (4.22)$$

Como podemos observar no anexo 3.

5.

Identificação dos parâmetros modais na Ponte Infante D.

Henrique

5.1. INTRODUÇÃO

Os conceitos na secção precedente, são usados para identificar os parâmetros modais na Ponte Infante D. Henrique.

No entanto, no exemplo utilizado anteriormente, os deslocamentos $\tilde{d}$ no pórtico foram simulados numericamente. Já na ponte são usadas as acelerações $\tilde{a}$ medidas pelos dois sensores desenvolvidos em FEUP.

Como estas duas grandezas são correlacionáveis através da velocidade angular ao quadrado w^2 , é possível analisar os parâmetros modais a partir dos mesmo métodos.

$$\tilde{d} = \frac{\tilde{a}}{w^2} \quad (5.1)$$

Com o objetivo de ter confiança nos resultados obtidos pelos novos sensores, foram identificados os valores máximos registados nos dois acelerómetros colocados no interior do tabuleiro no lado montante.

Neste trabalho são analisados os dados recolhidos durante o mês de outubro de 2018, entre os dias 1 e 15. No dia 3 aquisição foi interrompida para trocar as pilhas. Na caracterização dos dados presente no anexo 8 é possível verificar apenas existiu esta falha de dados.

Após reamostragem das frequências de amostragem de 62,5 Hz para 60 Hz e construiu-se um gráfico que relacionada as acelerações verticais e horizontais máximas, como se pode ser na figura 5.1.

No entanto, de forma a suavizar a grande amplitude entre os valores diurnos e noturnos, foi aplicado o método de RMS, usando o código do Matlab apresentado no anexo 7.

Desta forma é mais eficaz comparar os diferentes períodos (figura 5.2).

Analisando a figura 5.2 é intuitivo afirmar que existem 5 dias onde as acelerações apresentam valores mais elevados e 3 dias mais baixos. Os primeiros correspondem aos dias durante a semana e os segundos ao dia 5 outubro, feriado nacional em Portugal, e ao fim de semana. Este resultado explica-se pelo facto de nestes três dias existir menos tráfego rodoviário.

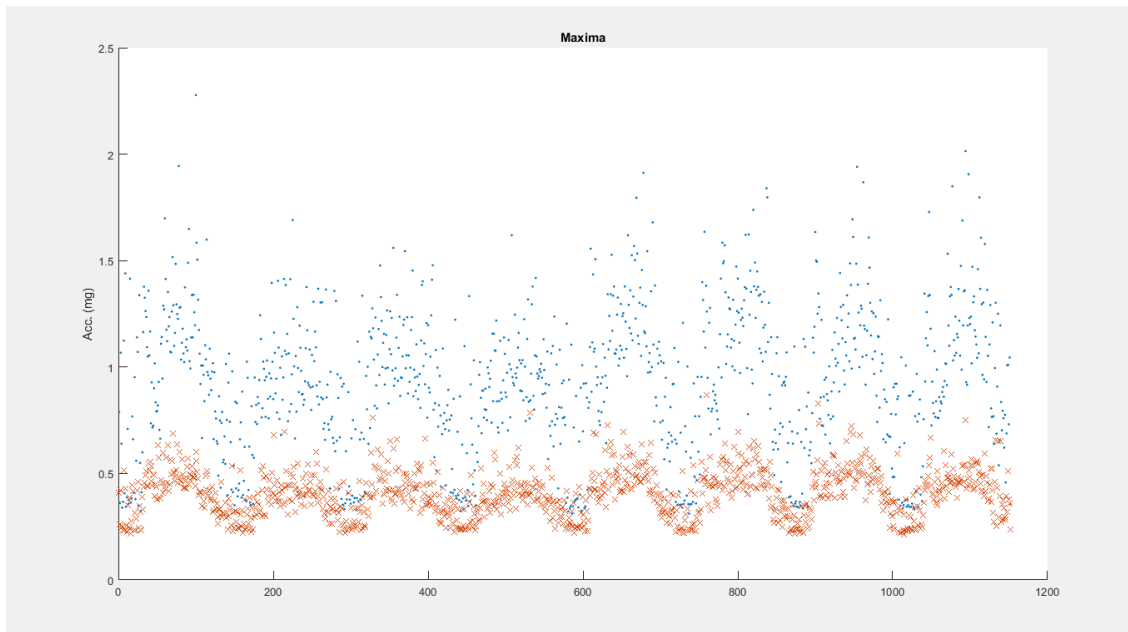


Figura 5.1 - Evolução temporal dos valores máximos de aceleração

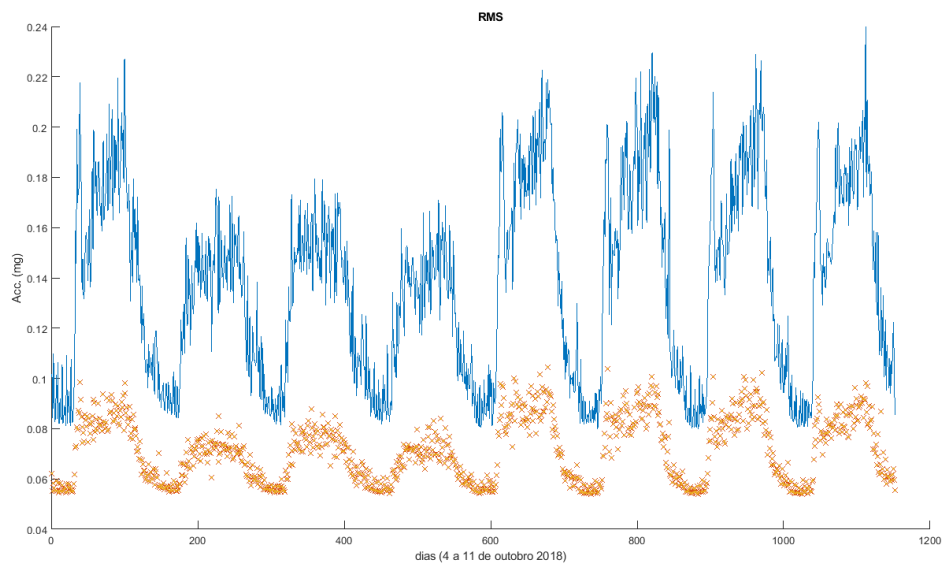


Figura 5.2 - Evolução temporal dos valores RMS de aceleração

5.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS

As frequências naturais que caracterizam as estruturas também foram identificadas através do comando de Matlab *pwelch* foram divididos cada ficheiro de 10 minutos em 1024 pontos com um “overlapping” de 50% , explicitando que a frequência de Nyquist é 30 Hz, visto que segundo o Teorema de Nyquist, é

necessário uma taxa de amostragem de no mínimo duas vezes o valor da frequência máxima que se pretende caracterização, que neste caso é 60 Hz.

Usando a escala logarítmica, de forma a diminuir a variação entre os valores extremos e limitando a análise até aos 5 Hz, foi caracterizada a variação das frequências no mapa de cor, como se pode ver na figura 5.3 e acompanhar no anexo 9.

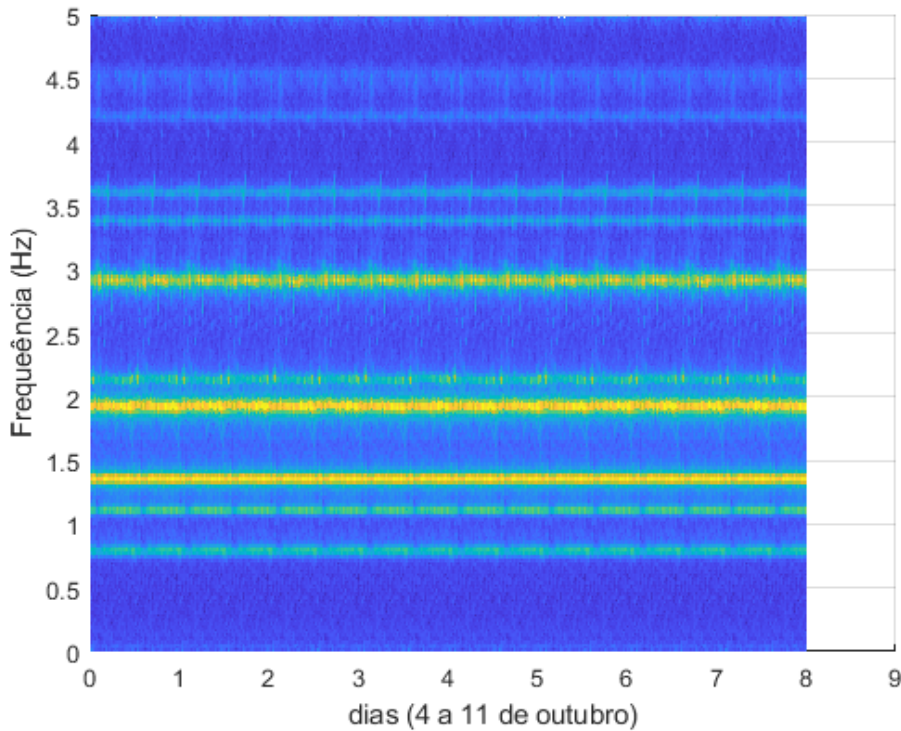


Figura 5.3 - Variação da frequência entre os dias 4 e 11 de outubro no período diurno

Seguidamente, o objetivo foi estimar para cada sensor, as frequências naturais da ponte a partir do espectro médio normalizado diurno, visto que é durante este período que os sensores captam mais energia, o que dá mais credibilidade aos resultados.

No entanto foi também analisado o espectro médio normalizado noturno, da meia noite às 6 da madrugada do dia 4 de outubro, de forma a avaliar o desempenho dos sensores em termos de ruído.

Usando o *MATLAB*, foram seleccionadas as primeiras e últimas 36 colunas da matriz com espectros das acelerações captadas pelos sensores, que representam o período noturno, da meia noite às 6 da manhã e das 18 horas à meia noite, respetivamente. De forma a diminuir a amplitude dos valores entre os resultados, cada espectro associado a ficheiros de 10 minutos foi normalizado, ou seja, cada coluna foi dividida pelo somatório de todos os seus elementos. Procedeu-se à média dos espectros ficheiros, somando as colunas por linha e dividindo pelo número de colunas.

Com a ferramenta *pwelch* foi relacionada a potência com a frequência, surgindo desta forma o auto-espectro normalizado noturno. Desta forma, é possível caracterizar as frequências naturais, os “picos” dos espectros.

Durante o período noturno, a atividade rodoviária diminui bastante, no entanto os sensores continuam a captar informação suficiente para a identificação das frequências naturais, figuras 5.4 e 5.5.

Porém, a análise das frequências naturais é feita ao longo do dia porque a obtenção é mais precisa, figuras 5.6 e 5.7. Para tal, o processo no Matlab foi reformulado, pois os ficheiros selecionados foram os correspondentes aos períodos diurnos, ou seja, das 6 da manhã às 18 h, o que corresponde ao intervalo da coluna 36 à 144. Sendo esta matriz também normalizada e feita a sua média, a fim de caracterizar o auto-espectro médio normalizado diurno para os dois sensores.

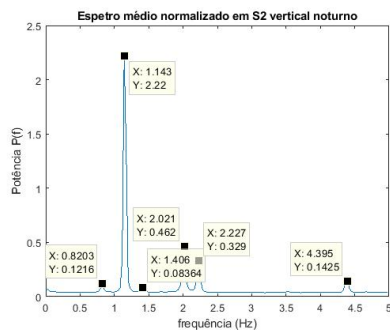


Figura 5.4- Espectro normalizado das acelerações verticais noturnas em S2

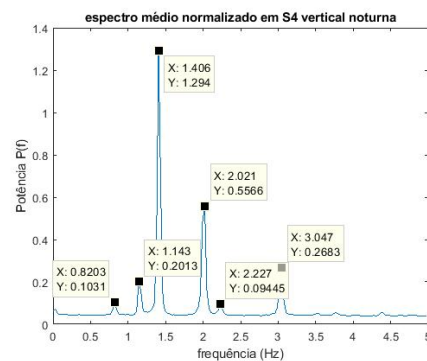


Figura 5.5- Espectro normalizado das acelerações verticais noturnas em S4

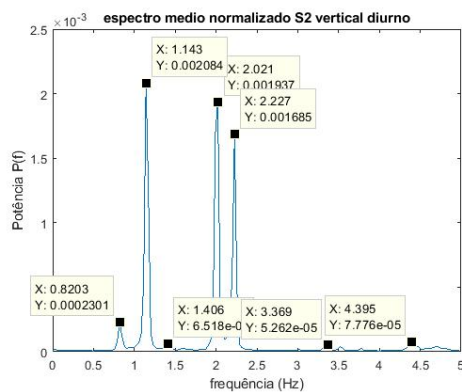


Figura 5.6 - Espectro normalizado das acelerações verticais diurnas em S2

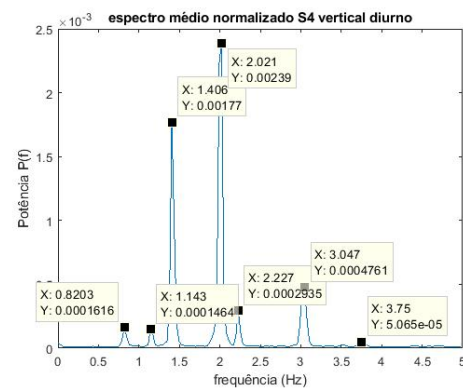


Figura 5.7- Espectro normalizado das acelerações verticais diurnas em S4

Comparando os espectros normalizados das acelerações verticais noturnas com as diurnas em cada sensor, é possível identificar 6 das 7 frequências naturais, respetivamente. No entanto, era de esperar que os períodos noturnos a caracterização não seria tão evidente porque, como já foi referido, há menor energia nos sinais.

5.3. MODOS DE VIBRAÇÃO

Nesta subsecção irão ser identificados os modos de vibração.

Foram analisados os primeiros 30 minutos das 9 horas da manhã em cada sensor, do dia 4 de outubro, de forma a ter melhores resultados, visto que neste período o tráfego é elevado.

Selecionando-se desta forma 3 ficheiros, ou seja, as colunas na posição 54, 55 e 56 da matriz que representa as acelerações captadas pelos dois sensores. No entanto, como cada ficheiro é constituído por 10 minutos, foram aglomeradas as 3 colunas num vetor (1×108000), para cada sensor.

A partir da relação entre as acelerações verticais nos dois sensores foram determinados os modos de vibração, usando a função *tfestimate* no Matlab.

Com a correlação entre a magnitude e a frequência, figura 5.9, é possível extrair os valores que relacionam o sensor S2 com o S4.

E entre a fase e a frequência, figura 5.10, é possível analisar se o modo de vibração está em fase ou não, ou seja, caso o ângulo entre a posição dos dois sensores é 0° ou se o ângulo é 180° .

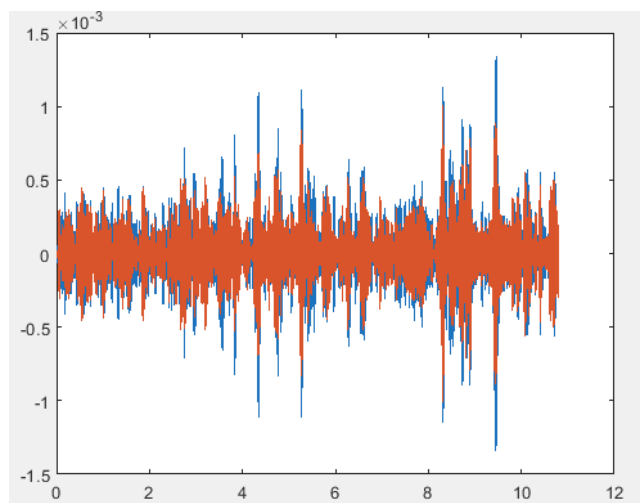


Figura 5.8 - Acelerações verticais de S2 e S4 calibrados

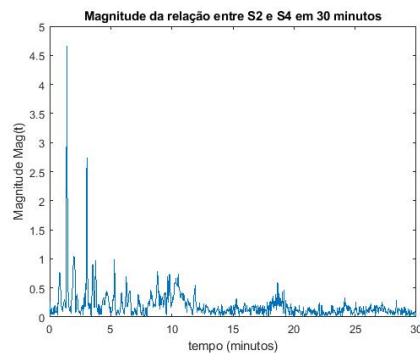


Figura 5.9- Magnitude entre S2 e S4

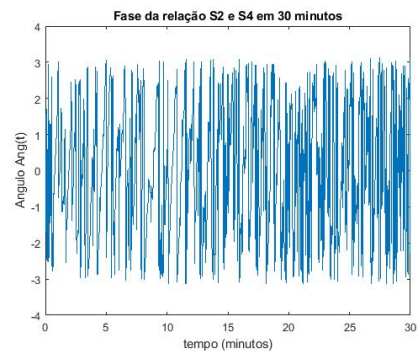


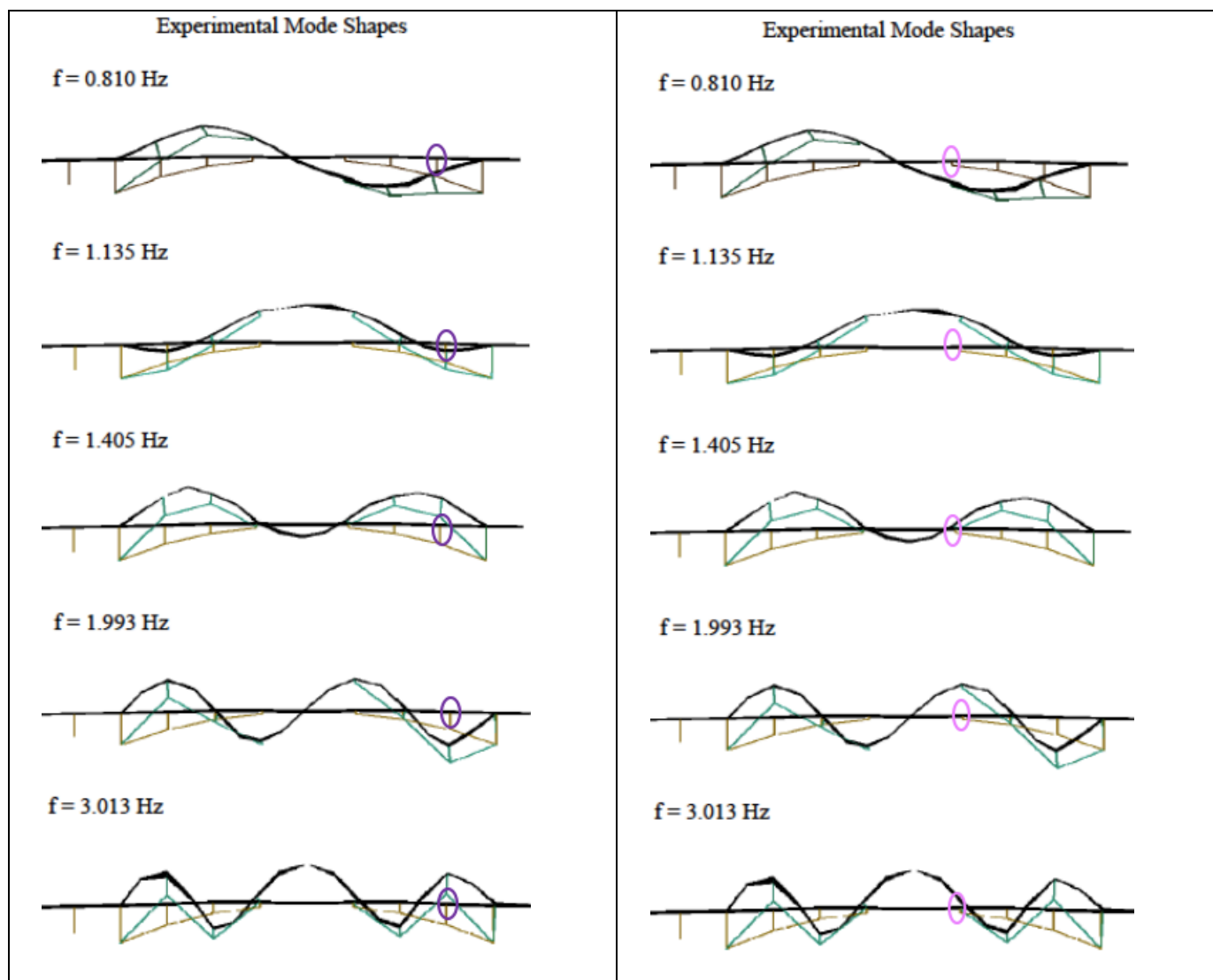
Figura 5.10- Fase entre S2 e S4

É importante referir que nas relações correspondentes aos modos, onde um dos sensores tenha pouca ou nenhuma informação, esses modos são desprezados porque um dos sensores está em cima de um nó de um modo.

A tabela (5.1) estão representadas as formas de alguns modos de vibração experimentais do estudo do professor Filipe (Magalhães 2010) e marcadas com um círculo a rosa a posição do sensor S2 e a roxo do sensor S4. Podendo assim verificar que, apenas os modos de frequência natural 0.810Hz, 1.135Hz e 1.993 Hz têm informação relevante nos dois sensores.

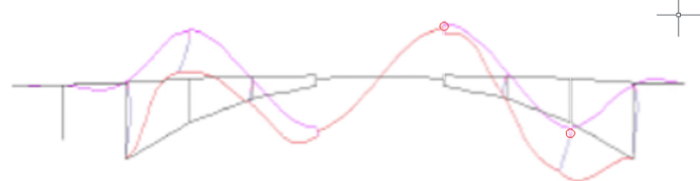
É por esta razão que apenas foi possível identificar o 2º, 3º e 6º modo, como é possível verificar no anexo 5.

Tabela 5.1 - Modos de vibração com marcas dos sensores S2 e S4



Sabendo a frequência natural dos modos, é possível conhecer, por correspondência a relação entre as acelerações no sensor S2 e S4.

O valor das acelerações nos sensores foi calculado, e representados com uma marca vermelha nas figuras 5.11, 5.12 e 5.13, arbitrando as acelerações em S2 e usando a relação entre os sensores. De tal forma, a ser possível sobrepor estes resultados com as formas dos modos de vibração caracterizadas por métodos numéricos no estudo feito por Filipe (Magalhães 2010).

$f = 0.810 \text{ Hz}$ 	<i>Figura 5.11-forma do 2º modo de vibração</i>
$f = 1.149 \text{ Hz}$ 	<i>Figura 5.12-forma do 3º modo de vibração</i>
$f = 2.086 \text{ Hz}$ 	<i>Figura 5.13-- forma do 6º modo de vibração</i>

5.4. COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO

Esta seção tem como finalidade identificar os coeficientes de amortecimento associados a cada modo.

Como já foi referido na seção 2, este parâmetro varia com longo do tempo porque é influenciado pelas vibrações exteriores aplicadas na estrutura. Por esta razão não há precisão nesta determinação.

Tal afirmação pode ser provada ao interpretar a relação entre o amortecimento modal do 2º modo, figura 5.14, visto que é o modo com maior influencia devido à relevante componente longitudinal deste modo que mobiliza as forças de atrito nos rolamentos do pilar, com os valores de RMS das acelerações do acelerómetro vertical na seção em que a forma do modo tem a sua maior amplitude, figura 5.15. Conclui-se assim que existe uma proporcionalidade linear.

Esta pode ser explicada, analisando a figura 5.1, onde no início da manhã há um aumento do coeficiente de amortecimento resultante da interação entre os carros e a ponte, porque no fim da ponte existem semáforos, mais ativos neste período, que obrigam o tráfego rodoviário parar e ter marcha lenta. Sendo esta evidencia melhor notada pelo método p-LSCF do que pelo SSI-COV.

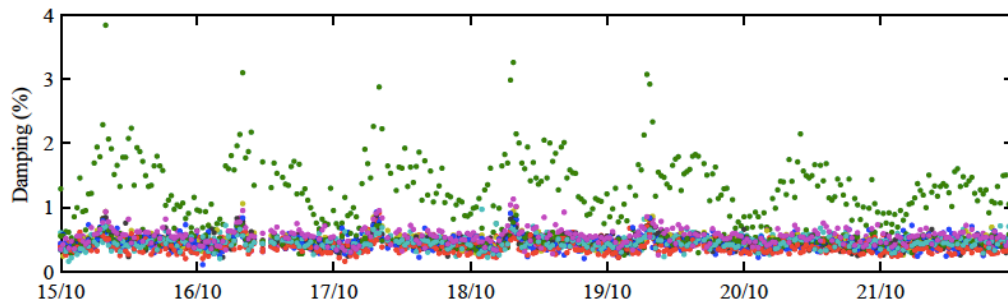


Figura 5.14- Evolução amortecimento modal dos primeiros 12 modos no método p-LSCF durante uma semana em outubro (2º modo está a verde) (Magalhães 2010)

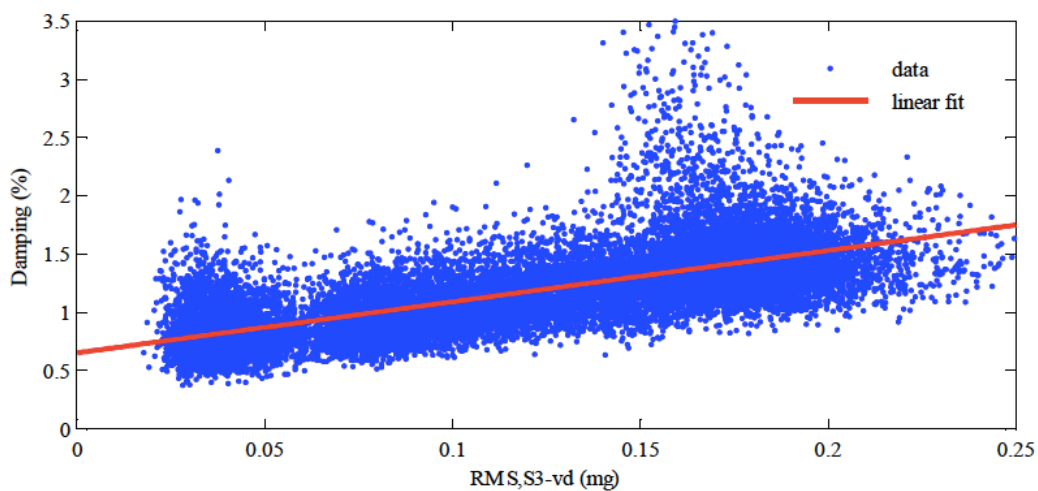


Figura 5.15 - Amortecimento modal do 2º modo vertical vs valores RMS da aceleração vertical em S3 (Magalhães 2010)

A partir do Método da Meia Potência explicado no capítulo 4, e com a análise dos espectros médios normalizados das acelerações verticais diurnas e noturnas em cada sensor, os coeficientes associados aos modos foram identificados, como é possível verificar no anexo 6 e o código em Matlab no anexo 10.

Este critério é medido com base nos dois períodos com diferente atividade rodoviária para validar a funcionalidade dos sensores.

Para cada frequência natural de cada modo, possível de ser analisado, foi calculado a amplitude que caracteriza as duas meias potências, equação (4.18), e manualmente, foram encontradas as frequências denominadas de meias potências. (anexo 11)

Os coeficientes de amortecimentos associados ao modo analisado foram caracterizados de acordo com a equação (4.19).

Os modos têm de ter informação suficiente para ser analisados. Se o sensor não captar claramente um determinado modo, significa que o estudo do mesmo é desadequado.

Com base na tabela 5.2, e tendo em conta que os métodos utilizados para identificar os coeficientes de amortecimento não são muito rigorosos, é possível constatar que estes, no período noturno e diurno, são aproximadamente idênticos para cada modo.

No entanto, entre os dois sensores, o parâmetro analisado tem valores idênticos no segundo e terceiro modo.

M o d o	ζ em S2 diurno	ζ em S2 noturno	% entre 2 período s em S2	ζ em S4 diurno	ζ em S4 noturno	% entre 2 período s em S4	% entre o ζ diurno em S2 e S4
2	0,0207	0,021699	95	0,02031	0,03180	63	102
3	0,01516	0,0140289	107	0,0134	0,01606	83	113
4				0,01016	0,01023	99	
6	0,00828	0,007975	103				
7	0,00577			0,0060	0,01129	53	77
8				0,0059	0,00698	85	
9	0,00626						
11				0,0052			
12	0,00707	0,0051347	138				

Tabela 5.2 - Coeficientes de amortecimento associados aos modos em S2 e S4

6.

Conclusões

6.1. ANÁLISE DE RESULTADOS

No seguimento dos capítulos anteriores é possível tirar algumas conclusões.

A importância de caracterizar a Ponte Infante D. Henrique, enunciadas no capítulo 2, a partir da análise feita anteriormente no estudo em 2004 e 2010, é feita porque dessa forma, é possível compreender a especial geometria da estrutura e, como tal, a necessidade de controlar o comportamento dinâmico da mesma.

A análise do desempenho dinâmico da estrutura depende do sistema utilizado. Por isso, foi relevante apresentar os tipos de sistemas que existem, as suas qualidades e limitações. Tendo como ideia base que o rigoroso sistema contínuo de manutenção, poderia ser demasiado para as estruturas, como esta em causa. E dessa forma, suscitado interesse para encontrar um sistema que pudesse ser suficientemente preciso para a utilidade pedida.

Por isso, no terceiro capítulo, foram enunciados cinco possíveis sensores, três alimentados a bateria e outros dois a energia solar, com menor rigor. Mas, apenas o sensor a 3D, mantido a energia solar, “Portátil 3” foi estudado.

Sendo o objetivo deste estudo compreender se o sistema de monitorização dinâmico com os sensores “Portátil 3” é suficientemente viável para caracterizar dinamicamente estruturas como a Ponte Infante D. Henriques. Esta investigação terá de ser comparada com a feita anteriormente, com o sistema contínuo de monitorização e se as características forem semelhantes, então o novo sistema é aprovado.

Portanto, procedeu-se à identificação dos parâmetros modais. Mas, primordialmente, esta análise foi aplicada a um exemplo de um pórtico com as mesmas características do estudo já feito, de forma a comparar os resultados e deste modo validar os métodos utilizados na caracterização dinâmica da estrutura.

Existe conformidade entre os resultados de ambos e desta forma, os métodos utilizados para identificação dos modos de vibração no pórtico são aprovados para ser aplicados na estrutura.

No entanto, enquanto que no exemplo, a estrutura é caracterizada e por isso é possível identificar os modos analiticamente, na ponte apenas existem os resultados dos acelerómetros, por isso é necessário usar ferramentas do Matlab e métodos, como o Peak-Picking e o da Meia Potencia.

A partir da caracterização das frequências naturais, tanto no período noturno como diurno, conclui-se que os sensores utilizados são aceitáveis pois é possível identificar as mesmas frequências naturais nestas duas fases apesar destas serem mais evidentes durante o dia, visto que há maior agitação, do que durante a noite e porque os resultados coincidiam com os valores do estudo feito por (Magalhães 2010).

Para a determinação dos modos de vibração é necessários pelo menos dois sensores visto que são precisos pelo menos dois deslocamentos para criar o rácio que será o indicador da forma do modo de vibração.

Por isso, a partir da razão retirada da relação frequência e magnitude, e da direção dos deslocamentos retirados da relação frequência e ângulo, são demonstradas os modos de vibração para a mesma escala do estudo anteriormente feito.

Os modos que são possíveis utilizar, visto que tem informação suficiente para tal, coincidem com as formas modais do estudo anteriormente feito. Comprovando mais uma vez a veracidade destes sensores.

Os coeficientes de amortecimento, como já foram referidos, são influenciados por vários efeitos exteriores. No entanto é possível verificar uma boa correlação entre o segundo e terceiro modo de vibração nos diferentes sensores no período diurno, o que já é positivo.

Mas, não é de esperar similaridade entre os valores do estudo anterior e do agora feito.

Com base na correspondência dos resultados obtidos a partir dos novos sensores em comparação com o sistema anterior, é possível confirmar a validade dos sensores desenvolvidos pelo laboratório ViBest.

6.2. ESTUDOS FUTUROS

Neste trabalho foram identificados os modos de vibração da ponte Infante D. Henrique a partir dos novos sensores alimentados a baterias e comparados com os resultados do sistema de monitorização contínua.

Os valores das frequências naturais estavam em conformidade.

No entanto, apenas foram identificados três modos de vibração porque não havia informação suficiente. Por isso, num estudo futuro, seria vantajoso repetir esta análise, mas com pelo menos mais dois sensores, colocados em determinadas seções do tabuleiro da ponte favoráveis às medições, de forma a reunir elementos suficientes para caracterizar mais modos de vibração.

Poderia ser interessante investir num método mais desenvolvido para avaliação dos coeficientes de amortecimento, visto que no procedimento aplicado, a identificação não coincide completamente com os resultados no estudo anterior.

Referências

Cerqueira, Eduardo O., Ronei J. Poppi e Lauro T. Kubota. 2000. "Utilização de filtro de transformada de Fourier para a minimização de ruídos em sinais analíticos".

Fonseca, António Adão da e Renato Bastos. "Ponte Infante D. Henrique, Uma ponte inovadora". *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*.

Magalhães, Filipe Manuel Rodrigues Leite. 2010. "Operational modal analysis for testing and monitoring of bridges and special structures". PHD, Departamento Engenharia Civil, FEUP.

Magalhães, Filipe Manuel Rodrigues Leite de. 2006. "Identificação modal estocástica para validação experimental de modelos numéricos". MSC, Departamento de Engenharia Civil, FEUP.

Moutinho, Carlos e Álvaro Cunha. 2019. "Contribution to New Solutions of Instrumentation of Civil Structures for Continuous Dynamic Monitoring".

Moutinho, Carlos Manuel Ramos. 2007. "Controlo de Vibrações em estruturas de Engenharia Civil". PHD, Departamento Engenharia Civil, FEUP.

Pimenta, Francisco Carvalho Neto de Queirós. 2014. "Caracterização experimental do comportamento dinâmico de estruturas". MSC, Departamento de Engenharia Civil, FEUP.

Pinto, Dânia Alexandra Barros. 2015. "Análise das vibrações medidas na ponte pedonal do edifício transparente do Porto". MSC, Departamento Engenharia Civil, FEUP.

ANEXOS

Anexo 1

m	1,7663	(A)		
Ealuminio	75000000000	E	69	
h	0,002	modo	frequencia	frequencia
b	0,015	1	27,49	4,37516939
l	1E-11	2	77,03	12,2597053
K	7327,498473	3	111,3	17,7139452
l	0,17	(B)		
2K	14654,99695	E	70	
C	2,2753075	modo	frequencia	frequencia
2C	4,550615001	1	27,69	4,40700037
		2	77,59	12,348832
		3	112,11	17,8428607
		(C)		
		E	75	
		modo	frequencia	frequencia
		1	28,66	4,56138067
		2	80,31	12,7817335
		3	116,04	18,4683396
		(D)		
		E	76	
		modo	frequencia	frequencia
		1	28,85	4,59162011
		2	80,84	12,8660856
		3	116,81	18,5908889
		(E)		
		E	75,5	
		modo	frequencia	frequencia
		1	28,76	4,57729616
		2	80,58	12,8247053
		3	116,43	18,53041

Anexo 2

1 modo		2 modo		3 modo		3 modo	
wr	4,56138067	wr	12,79	wr	18,46	wr	18,514286
Xr(wr)	0,3466	Xr(wr)	4,3310E-04	Xr(wr)	7,5370E-06	Xr(wr)	4,1375E-06
Xr(w1)	0,24508321	Xr(w1)	3,0625E-04	Xr(w1)	5,3295E-06	Xr(w1)	2,9257E-06

Anexo 3

1º modo		2º modo		3º modo	
amortecimento	0,00448	amortecime	0,0125	amortecime	0,018
Kn	7327,49847	Kn	7327,49847	Kn	7327,49847
mn	1,7663	mn	1,7663	mn	1,7663
wn	4,565 rad/s	wn	12,79 rad/s	wn	18,46 rad/s
(w1/wn)^2	0,99099977	(w1/wn)^2	0,97468555	(w1/wn)^2	0,96334617
w1	4,54441054 rad/s	w1	12,6270764 rad/s	w1	18,1185268 rad/s
(w2/wn)^2	1,00891995	(w2/wn)^2	1,02468945	(w2/wn)^2	1,03535783
w2	4,58531458	w2	12,9469264	w2	18,7835179

Anexo 4

1º modo		2º modo		3º modo	
wn	4,5622	wn	12,7833	wn	18,514286
abs(TF)	1,8021	abs(TF)	0,453492	abs(TF)	1,20855
fi1	-0,328	fi1	0,737	fi1	-0,591
fi2	-0,5910888	fi2	0,3342236	fi2	0,71425305
angle(TF)	-0,0008315	angle(TF)	-0,1593	angle(TF)	-2,405022
abs(TF)	2,24732065	abs(TF)	0,796777	abs(TF)	0,55642
fi1	-0,328	fi1	0,737	fi1	-0,591
fi3	-0,7371212	fi3	-0,5872246	fi3	-0,3288442
angle(TF)	-0,0012326	angle(TF)	-2,98547	angle(TF)	-0,0399069

Anexo 5

S2	175m																
S4	245m																
2º modo		3º modo		4º modo		6º modo		7º modo		8º modo		9º modo		11º modo		12º modo	
wn	0,8203	wn	1,143	wn	1,406	wn	2,021	wn	2,227	wn	3,047	wn	3,369	wn	3,779	wn	4,395
f4/f2	0,77128407	f4/f2	0,24579485	f4/f2	4,6555267	f2/f1	1,03736745	f2/f1	0,39394708	f2/f1	2,74475135	f2/f1	0,02777428	f2/f1	0,96774808	f2/f1	0,32413034
angle	0,38297174	angle	-0,1815939	angle	-1,0411875	angle	0,62671009	angle	-0,8585164	angle	-0,1650678	angle	-0,836133	angle	-0,6438452	angle	-1,9492638
AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD		AUTOCAD	
f2	1521,7025	f2	482,55	f2		f2	376,24	f2		f2		f2		f2		f2	
f4	1200,1459	f4	116,33	f4		f4	363,26	f4		f4		f4		f4		f4	
f4/f2	0,78868629	f4/f2	0,24107346	f4/f2		f4/f2	0,96550074	f4/f2		f4/f2		f4/f2		f4/f2		f4/f2	
não tem informação modal																	
não há forma modal vertical																	

Anexo 6

[illegible]

Anexo 7

```
clear
locfiles='Z:\Sofia\Dados\S2\';%Localização dos ficheiros a processar
ano='18';    %Ano
mesini=10;   %Mês inicial
mesfim=10;   %Mês final
diaini=4;    %Dia inicial
diafim=11;   %Dia final

for m=mesini:mesfim
    mes=num2str(m);
    if m<10
        mes=strcat('0',mes);
    end
for d=diaini:diafim
    clear data temper
    dia=num2str(d);
    dia %Indica qual o dia que está a processar
    if d<10
        dia=strcat('0',dia);
    end
    dirpath=strcat(locfiles,ano,mes,dia);
    existe=exist(dirpath,'dir');
    if existe>0 %Verifica se o directorio existe
        conteudo=dir(dirpath);
        nf=size(conteudo,1)-2;
        if nf>0 %Só carrega ficheiros se eles existirem
            for i=1:nf
                i %Indica o n° do ficheiro que está a processar
                clear leituras leituras1
                fich=getfield(conteudo,{i+2}, 'name');
                fichpath=strcat(dirpath,'\ ',fich);
                leituras=load(fichpath);
                leituras(1,:)=[]; %Retirar a 1ª linha com infos
                [n11,n12]=size(leituras);
                leituras1(:,1)=resample(leituras(2:n11,1),60*600,n11)/2^20*4*9.81;
                leituras1(:,2)=resample(leituras(2:n11,2),60*600,n11)/2^20*4*9.81;

                %%% Processar dados a partir daqui %%%

                max_lat=max(abs(leituras1(:,1)));
                max_ver=max(abs(leituras1(:,2)));

                rms_lat=rms(leituras1(:,1));
                rms_ver=rms(leituras1(:,2));

                rms_lat_mg=rms_lat/9.81*1000;
                rms_ver_mg=rms_ver/9.81*1000;

                rms_lat_mg_mat(i,d)=rms_lat_mg;
                rms_ver_mg_mat(i,d)=rms_ver_mg
                %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                y=reshape(rms_lat_mg_mat,[],1)
                x=linspace(0,144,144)
            end
        end
    end
end
end
end
```

Anexo 8

Dias	144 ficheiros?
1	144
2	142
3	144
4	144
5	144
6	144
7	144
8	144
9	144
10	144
11	144
12	144
13	144
14	144
15	144

Anexo 9

```
clear
locfiles='Z:\Sofia\Dados\S4\';%Localização dos ficheiros a processar
ano='18';    %Ano
mesini=10;   %Mês inicial
mesfim=10;   %Mês final
diaini=4;    %Dia inicial
diafim=7;    %Dia final
j=0;
matriz3=[];
matriz4=[];
dia3=[];
dia4=[];
matriz1new=[];
matriz2new=[];
matriz3new=[];
matriz4new=[];

for m=mesini:mesfim
    mes=num2str(m);
    if m<10
        mes=strcat('0',mes);
    end
    for d=diaini:diafim
        clear data temper
        dia=num2str(d);
        dia %Indica qual o dia que está a processar
        if d<10
            dia=strcat('0',dia);
        end
        dirpath=strcat(locfiles,ano,mes,dia);
        existe=exist(dirpath,'dir');
        if existe>0 %Verifica se o diretorio existe
            conteudo=dir(dirpath);
            nf=size(conteudo,1)-2;
            if nf>0 %Só carrega ficheiros se eles existirem
                for i=1:nf;
                    i %Indica o nº do ficheiro que está a processar
                    clear leituras leituras1
                    fich=getfield(conteudo,{i+2}, 'name');
                    fichpath=strcat(dirpath,'\ ',fich);
                    leituras=load(fichpath);
                    leituras(1,:)=[]; %Retirar a 1ª linha com infos
                    [n11,nc1]=size(leituras);
                    leituras1(:,1)=resample(leituras(2:n11,1),60*600,n11) ✓
                    leituras1(:,2)=resample(leituras(2:n11,2),60*600,n11) ✓

                /2^20*4*9.81;

                /2^20*4*9.81;

                %%% Processar dados a partir daqui %%%
                j=j+1/144; %coluna
                s3=leituras(2:n11,1);
                s4=leituras(2:n11,2);
                % [Pxx3,F3]=pwelch(s3,2048,1024,2048,60);
                % [Pxx4,F4]=pwelch(s4,2048*4,1024*4,2048*4,60);
                %matriz3=[matriz3,Pxx3];
                %dia3=[dia3,j];
                %matriz4=[matriz4,Pxx4];
                dia4=[dia4,j];
            end
        end
    end
end
```

Anexo 10

```

clear
locfiles='Z:\Sofia\Dados\S4\';%Localização dos ficheiros a processar
ano='18'; %Ano
mesini=10; %Mês inicial
mesfim=10; %Mês final
diaini=4; %Dia inicial
diafim=4; %Dia final
j=0;
matriz3=[];
matriz4=[];
dia3=[];
dia4=[];
for m=mesini:mesfim
    mes=num2str(m);
    if m<10
        mes=strcat('0',mes);
    end
    for d=diaini:diafim
        clear data temper
        dia=num2str(d);
        dia %Indica qual o dia que está a processar
        if d<10
            dia=strcat('0',dia);
        end
        dirpath=strcat(locfiles,ano,mes,dia);
        existe=exist(dirpath,'dir');
        if existe>0 %Verifica se o directorio existe
            conteudo=dir(dirpath);
            nf=size(conteudo,1)-2;
            if nf>0 %Só carrega ficheiros se eles existirem
                for i=1:nf;
                    i %Indica o n° do ficheiro que está a processar
                    clear leituras leituras1
                    fich=getfield(conteudo,{i+2}, 'name');
                    fichpath=strcat(dirpath,'\ ',fich);
                    leituras=load(fichpath);
                    leituras(1,:)=[]; %Retirar a 1ª linha com infos
                    [n11,ncl]=size(leituras);
                    leituras1(:,1)=resample(leituras(2:n11,1),60*600,n11) ✓
                    leituras1(:,2)=resample(leituras(2:n11,2),60*600,n11) ✓

                    /2^20*4*9.81;

                    /2^20*4*9.81;

                    %%% Processar dados a partir daqui %%%
                    j=j+1/144; %coluna
                    s3=leituras1(:,1);
                    s4=leituras1(:,2);
                    [Pxx3,F3]=pwelch(s3,2048,1024,2048,60);
                    [Pxx4,F4]=pwelch(s4,2048,1024,2048,60);

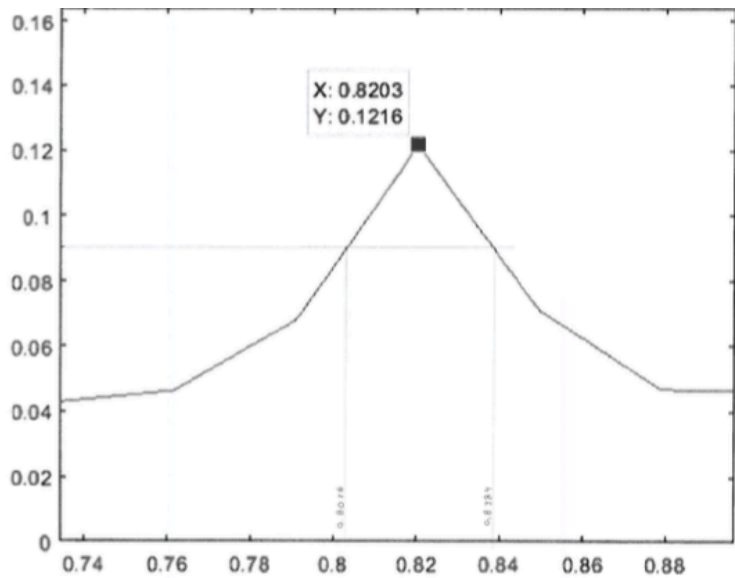
                    matriz3=[matriz3,Pxx3];
                    dia3=[dia3,j];
                    matriz4=[matriz4,Pxx4];
                    dia4=[dia4,j];

                end
            end
        end
    end
end

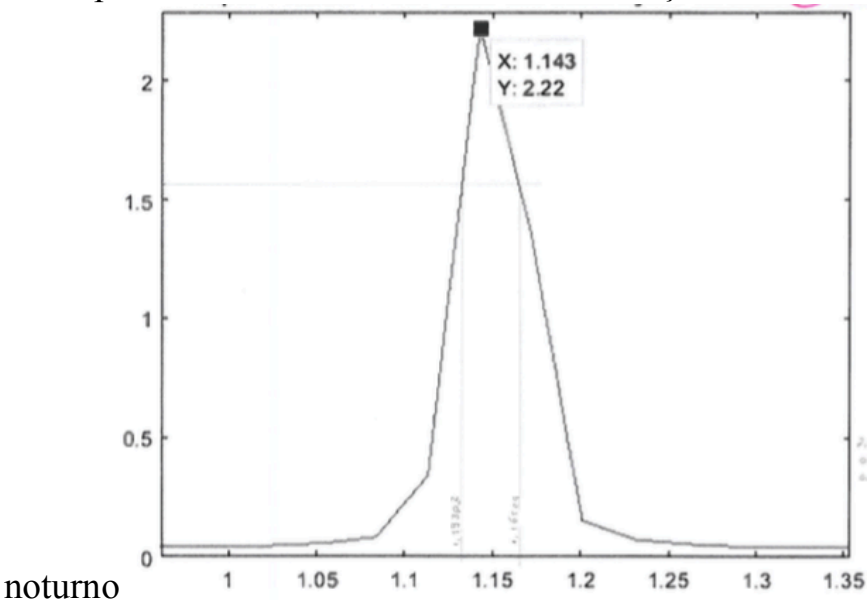
```

Anexo 11

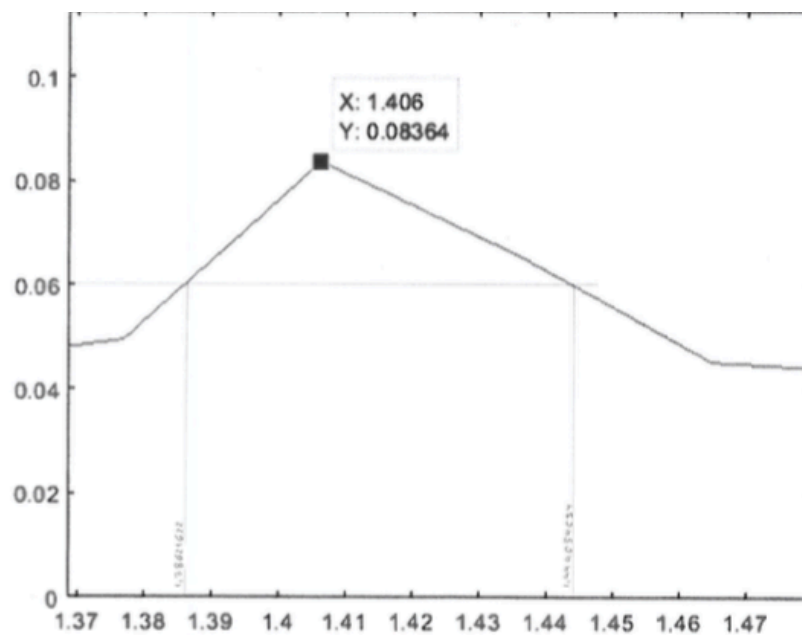
2º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 noturno



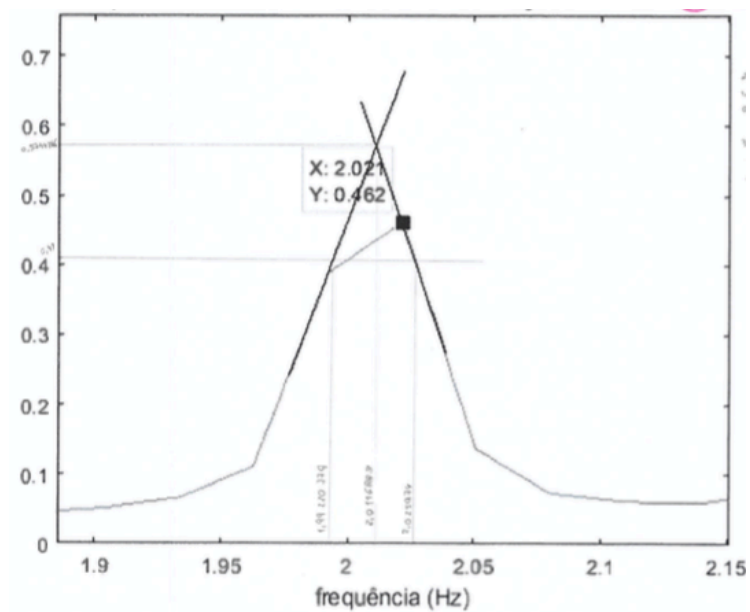
3º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2



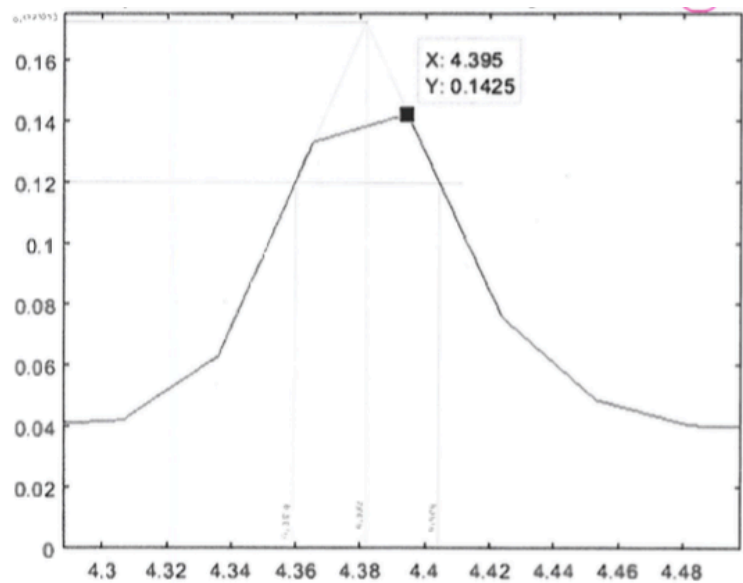
4º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 noturno



6º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 noturno

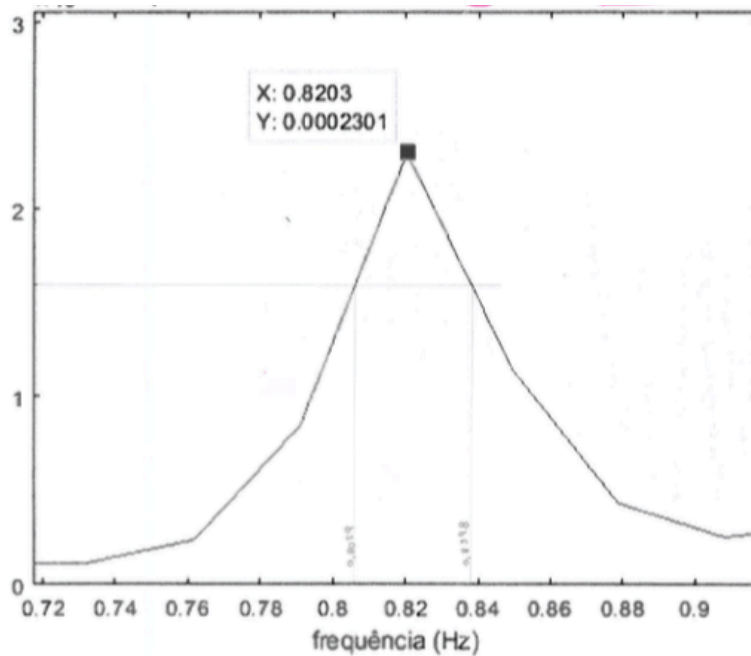


12º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 noturno

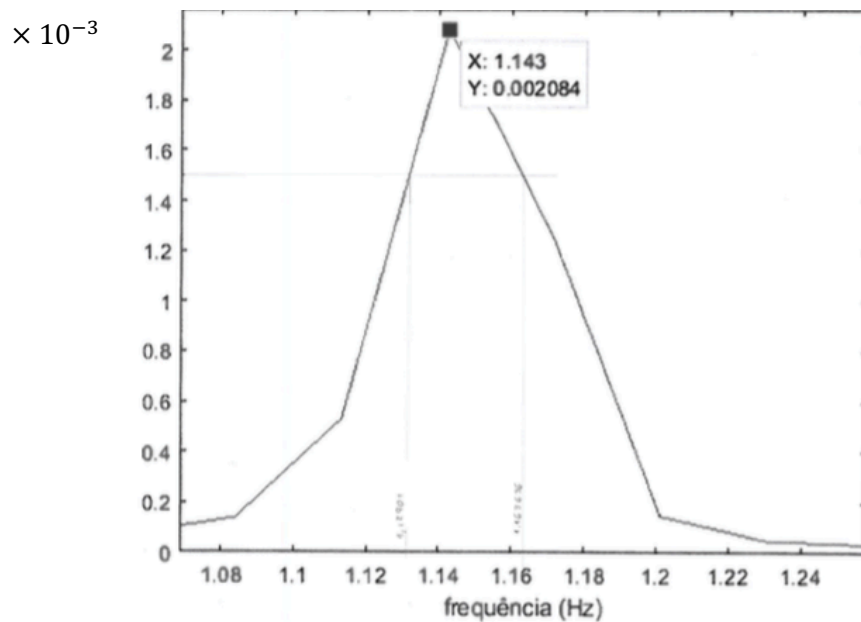


2º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno

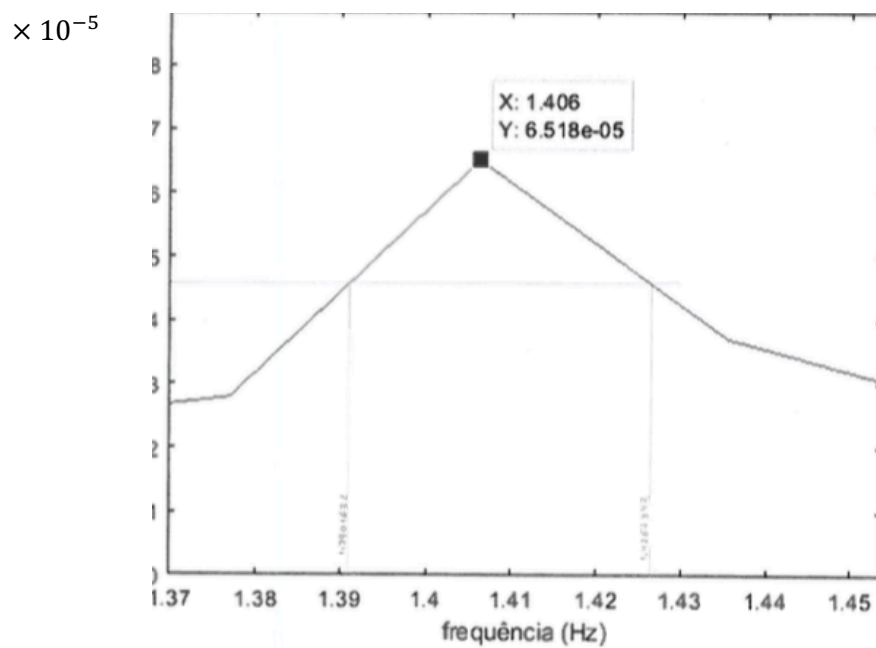
$\times 10^{-4}$



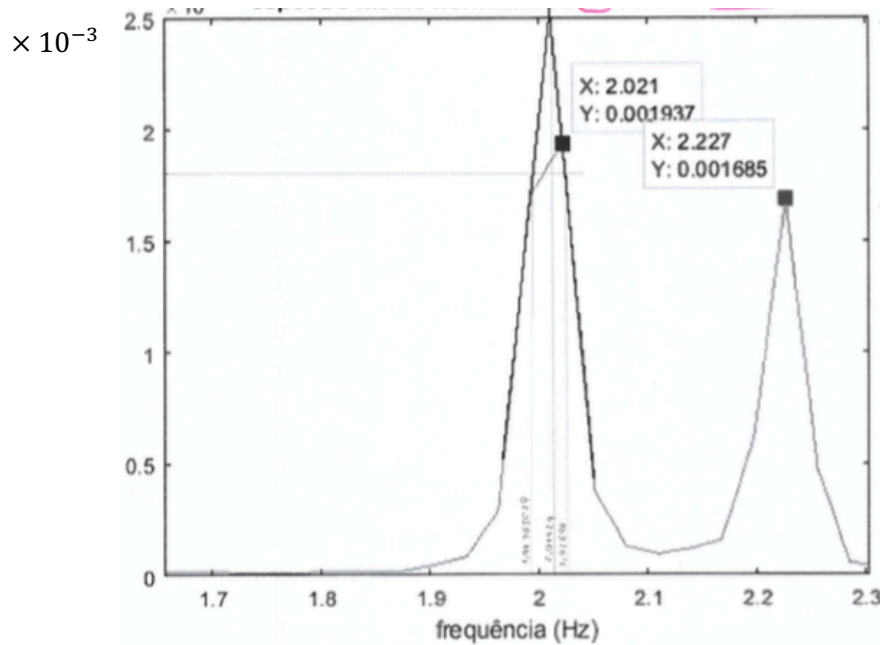
3º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno



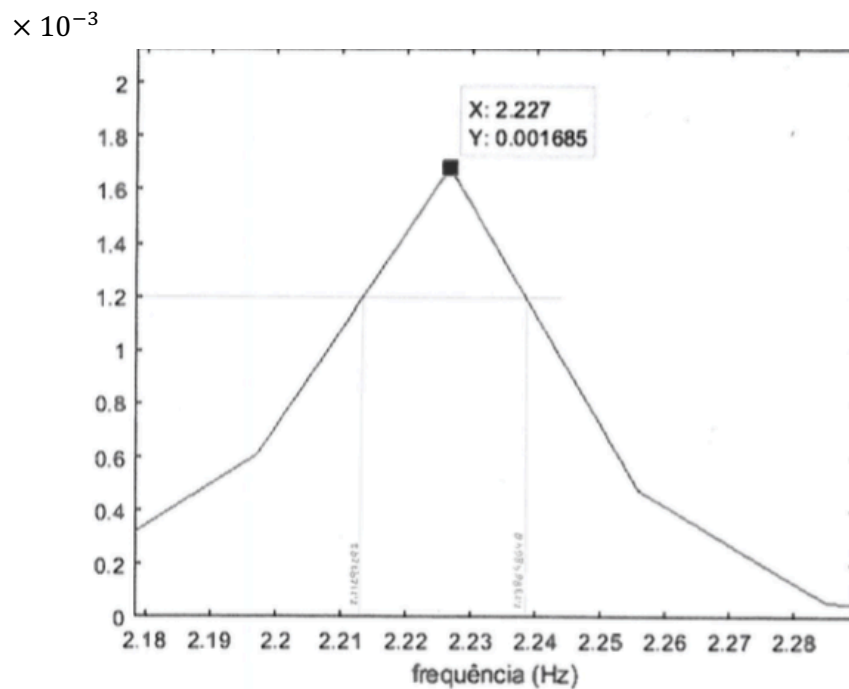
4º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno



6º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno

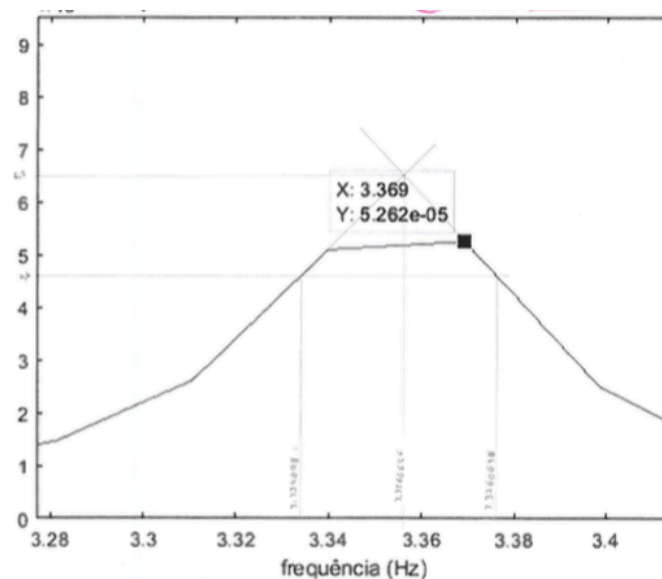


7º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno



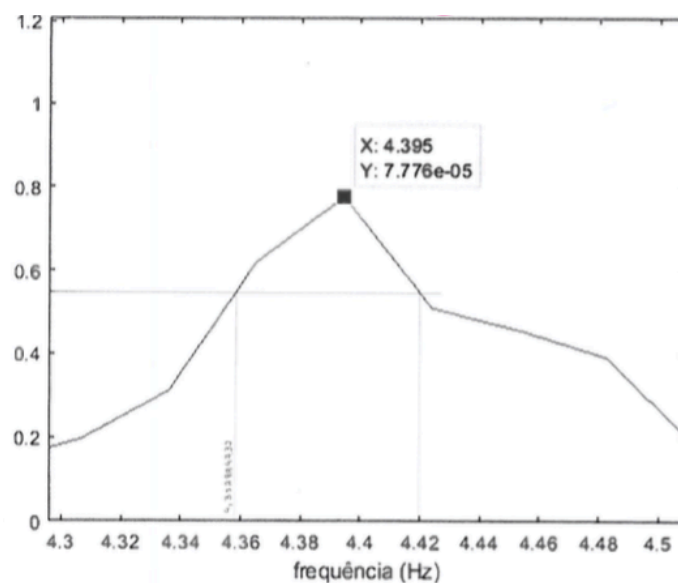
8º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno

$\times 10^{-5}$

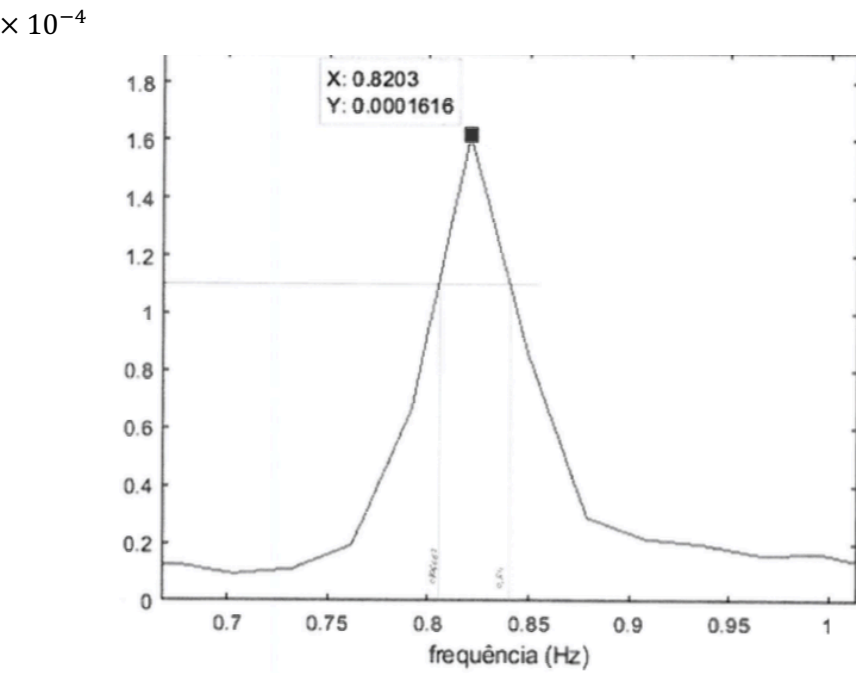


12º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S2 diurno

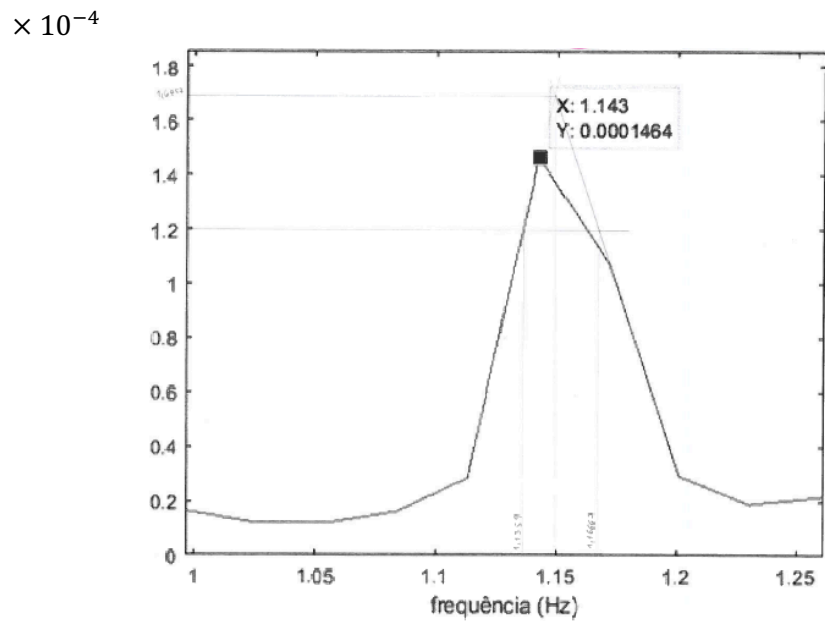
$\times 10^{-4}$



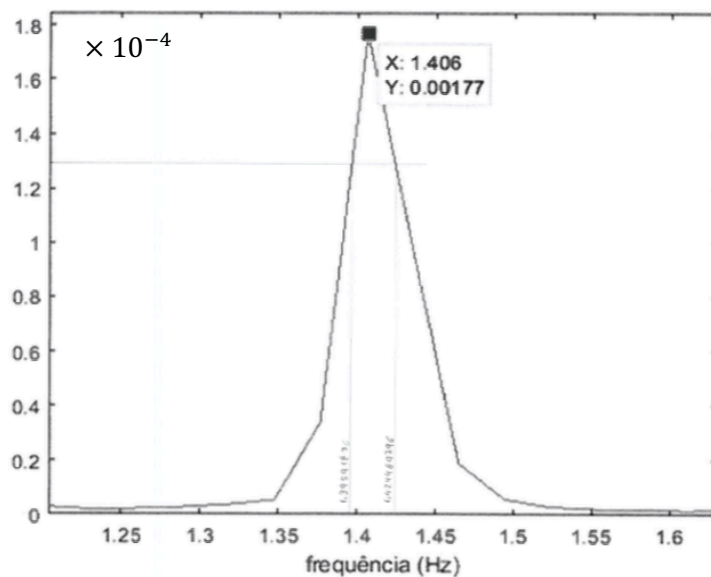
2º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



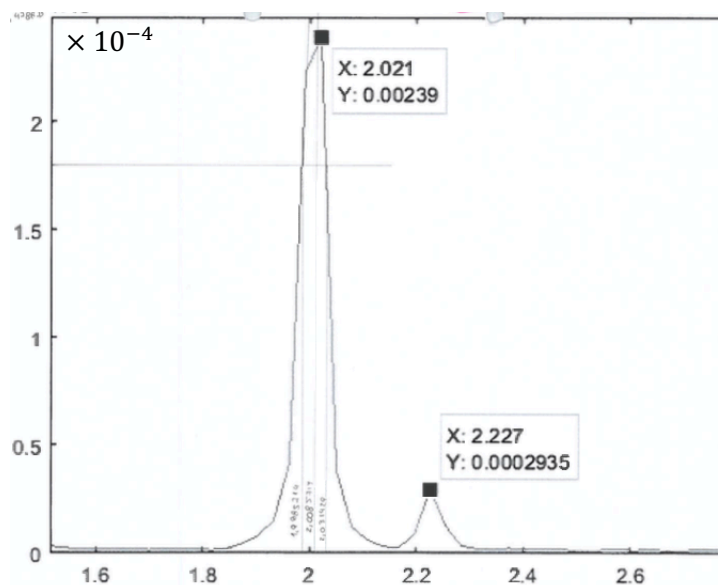
3º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



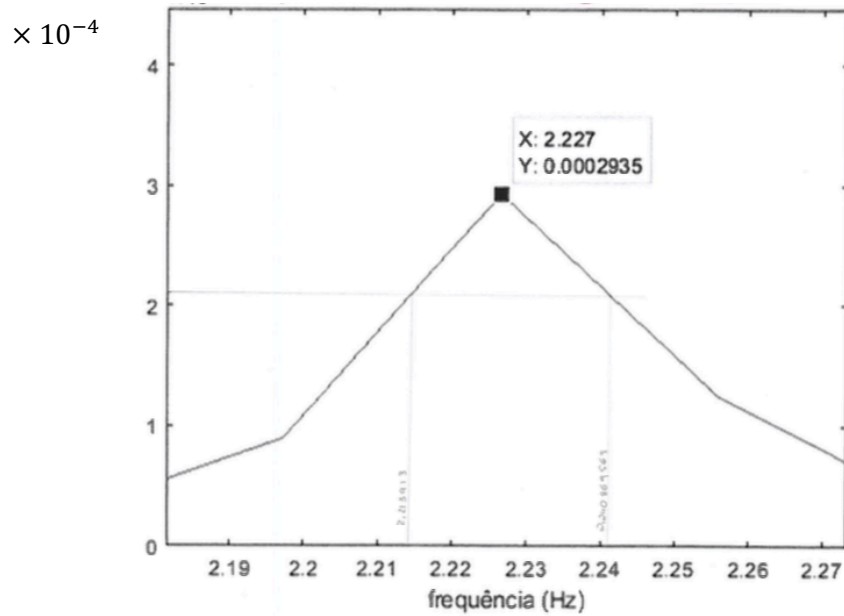
4º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



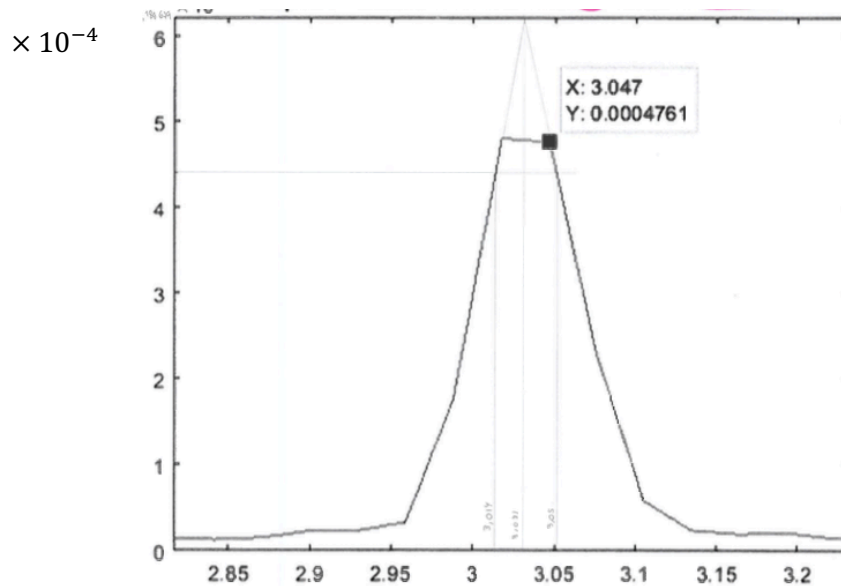
6º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



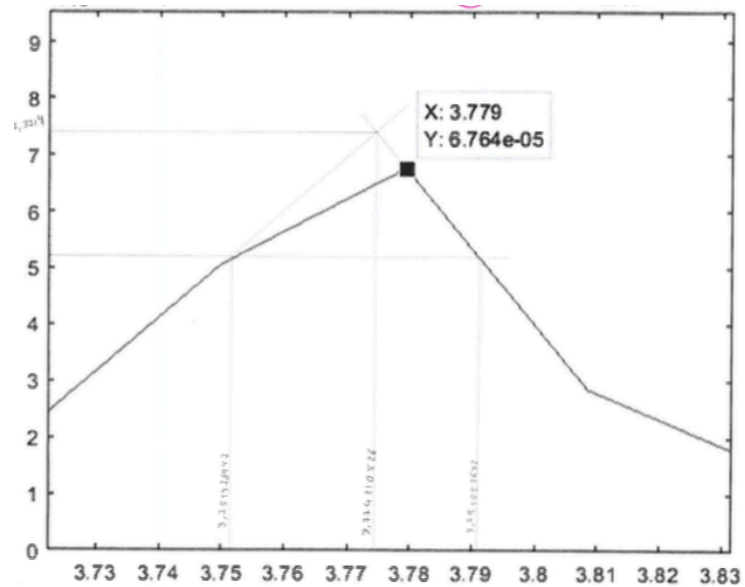
7º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



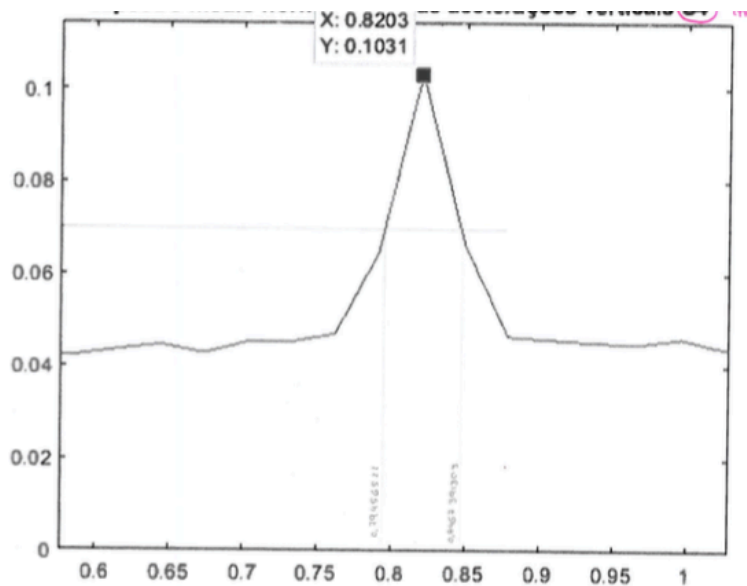
8º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



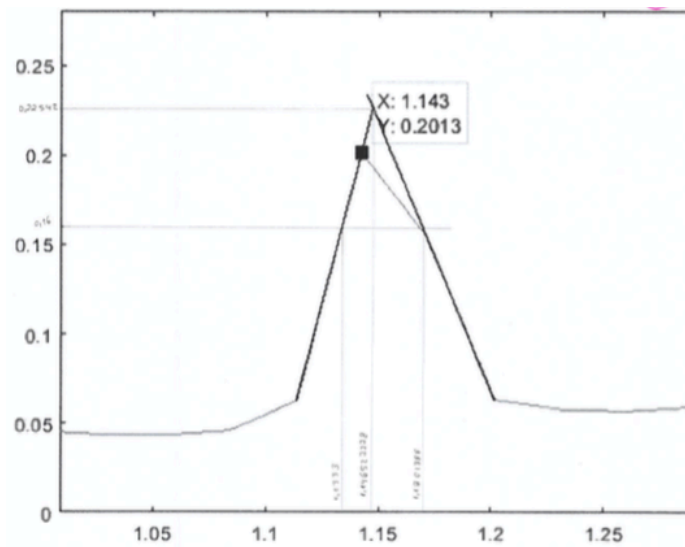
11º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 diurno



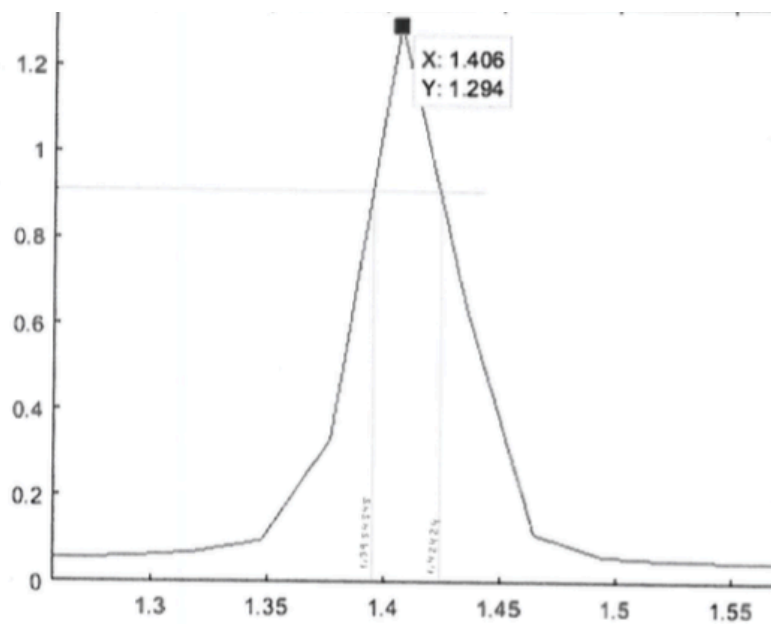
2º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 noturno



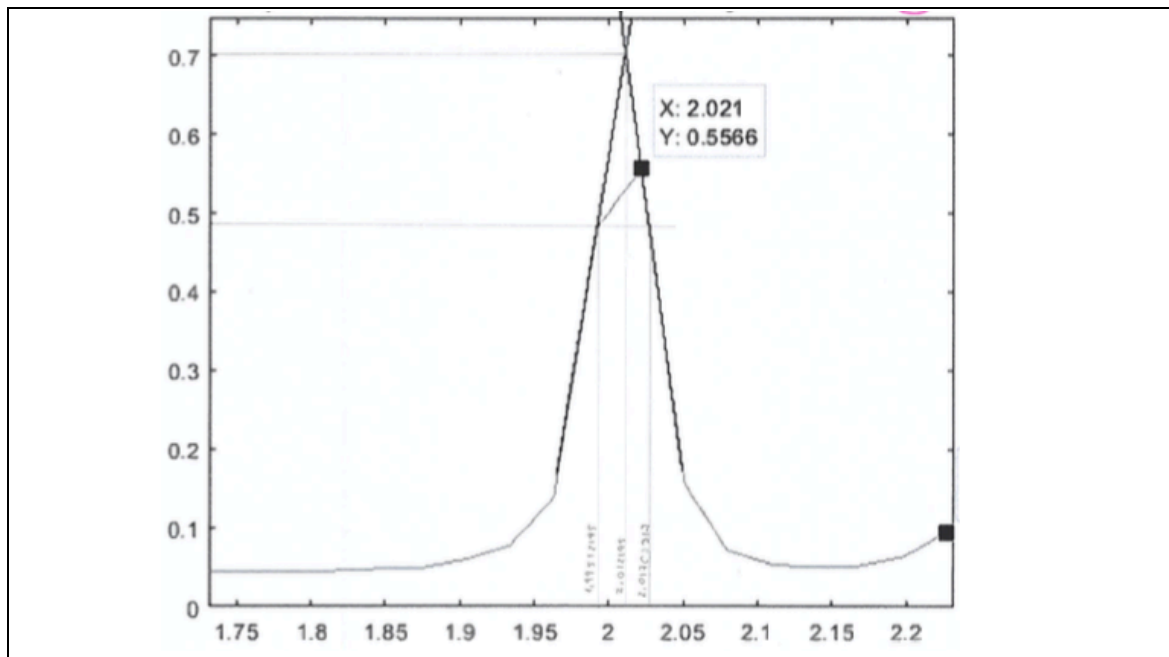
3º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 noturno



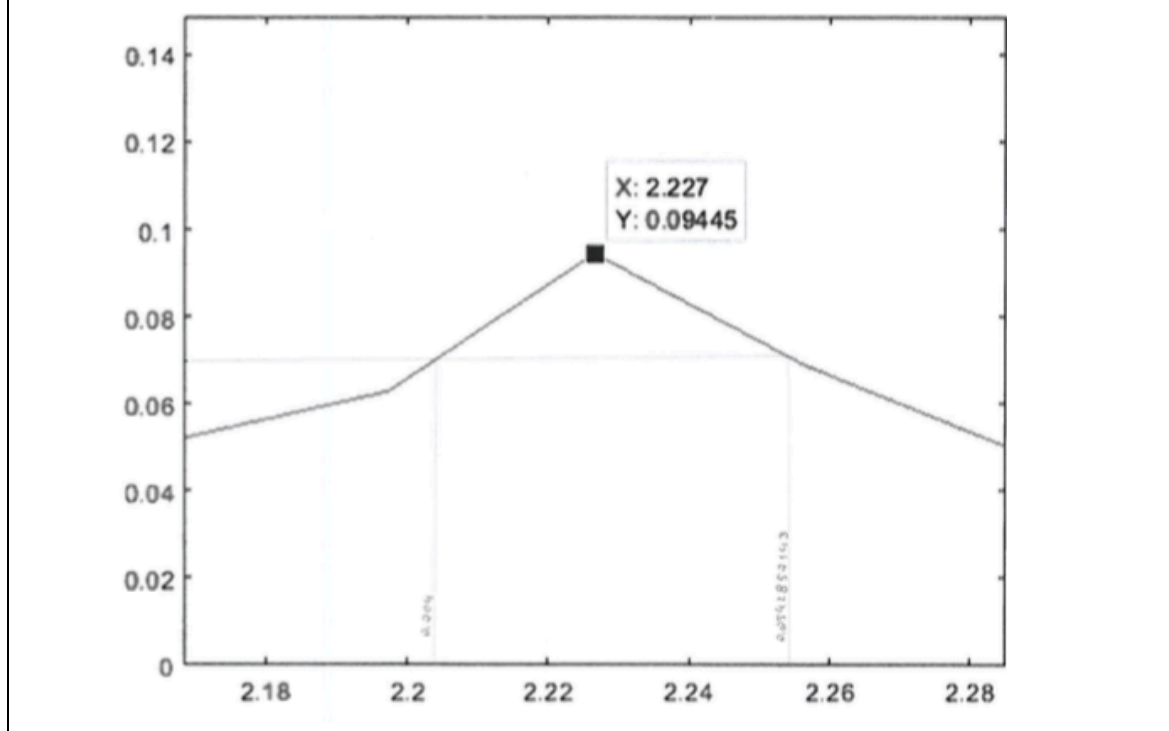
4º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 noturno



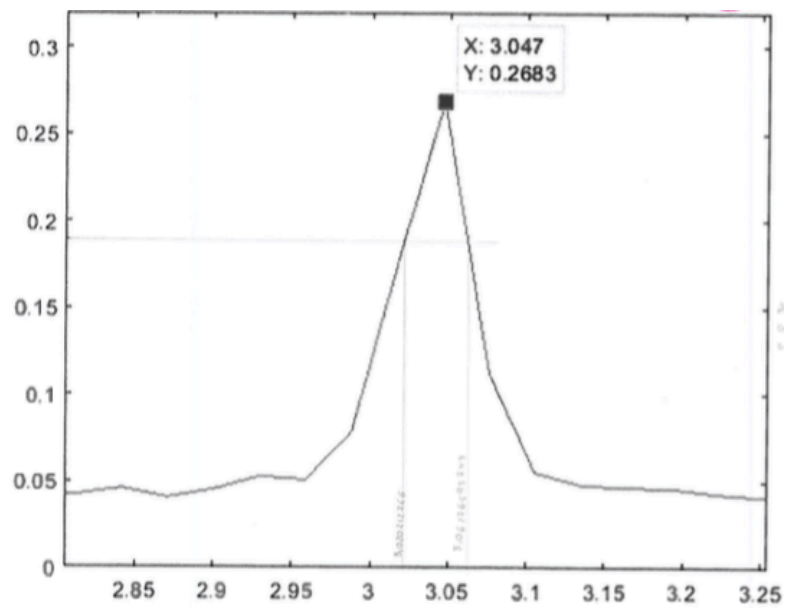
6º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 noturno



7º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 noturno



8º modo - Espectro médio normalizado das acelerações verticais em S4 noturno



Anexo 12

```

M=[1.7663 0 0 ; 0 1.7663 0; 0 0 1.7663]; %massa
C=[4.550615001 -2.2753075 0; -2.2753075 4.550615001 -2.2753075; 0 -2.2753075
2.2753075]; %amortecimento
K=[14654.99695 -7327.498473 0;-7327.498473 14654.99695 -7327.498473;0 -7327.498473
7327.498473]; %rigidez
I=[1 0 0;0 1 0;0 0 1]; %unitária
J=[1 0 0 ;0 1 0; 0 0 1 ];
nula=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
A=[nula I; -M^-1*K -M^-1*C];
B=[nula; M^-1*J];
C=[1 0 0 0 0 0; 0 1 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 1 0 0 ;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 1];
D=0;
sys=ss(A,B,C,D);

ran=rand(1000000,1); %aço aleatoria varia entre 0 e 1
v(1:1000000,1)=0.5;

a=ran-v;
u=[a a a]';
t=(0:0.01:9999.99);
Y = lsim(sys,u,t);

%frequência natural
det=eig(A);

%modos de vibração
[TF,freq]=tfestimate(Y(:,1),Y(:,2),4096,2048,4096,100);
n=abs(TF);
a=angle(TF);

%auto-espectro
[Pxx1,freq]=pwelch(Y(:,1),4096,2048,4096,100);
[Pxx2,freq]=pwelch(Y(:,2),4096,2048,4096,100);
[Pxx3,freq]=pwelch(Y(:,3),4096,2048,4096,100);
s1=sum(Pxx1,1);
s2=sum(Pxx2,1);
s3=sum(Pxx3,1);
NPSD1=Pxx1/s1;
NPSD2=Pxx2/s2;
NPSD3=Pxx3/s3;
matrizNPSD=[NPSD1, NPSD2, NPSD3];
sumNPSD=sum(matrizNPSD,2);
normNPSD=sumNPSD/3;

```

Anexo 13

```
M=[1.7663 0 0 ; 0 1.7663 0; 0 0 1.7663]; %massa
C=[4.360 -2.1820 0; -2.1820 4.360 -2.1820; 0 -2.1820 2.1820]; %amortecimento
K=[13482.598 -6741.299 0;-6741.299 13482.598 -6741.299;0 -6741.299 6741.299]; %
rigidez
I=[1 0 0;0 1 0;0 0 1]; %unitária
J=[1 0 0 ;0 1 0; 0 0 1 ];
nula=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
A=[nula I; -M^-1*K -M^-1*C];
B=[nula; M^-1*J];
C=[1 0 0 0 0 0; 0 1 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 1 0 0 ;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 1];
D=0;
sys=ss(A,B,C,D);

%ran=rand(100000,1); %aço aleatoria varia entre 0 e 1
%v(1:100000,1)=0.5;
%a=ran-v;
%u=[a a a]';
U(1:100000, 1:3)=1;
F=U';
t=(0:0.01:999.99);
Y=lsim(sys,F,t);

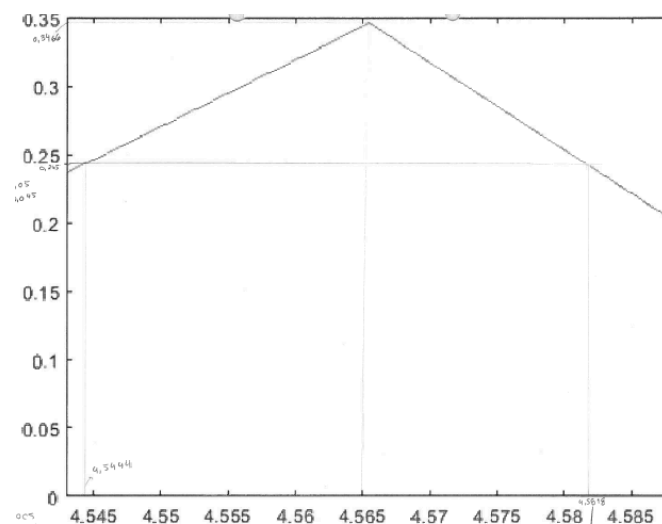
%deslocamento 1º piso
%plot(Y(:,1))

%deslocamento 2º piso
%plot(Y(:,2))

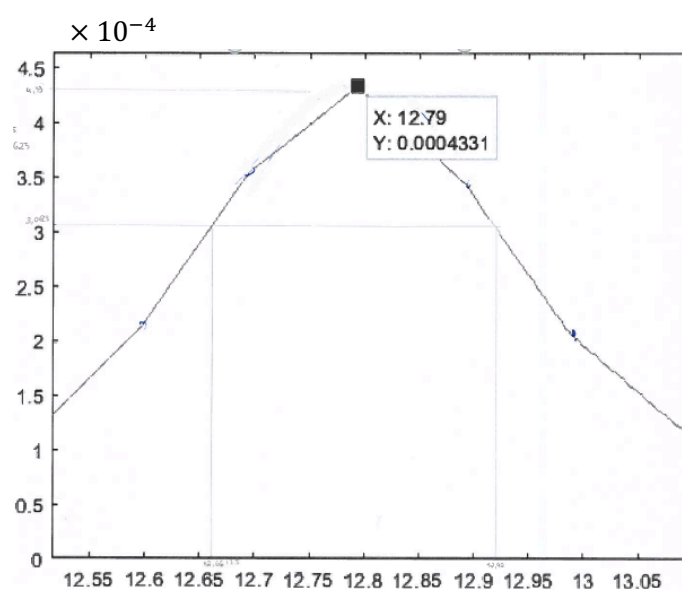
%deslocamento 3º piso
%plot(Y(:,3))
```

Anexo 14

1º modo - Espectro médio normalizado do Pórtico



2º modo - Espectro médio normalizado do Pórtico



3º modo - Espectro médio normalizado do Pórtico

