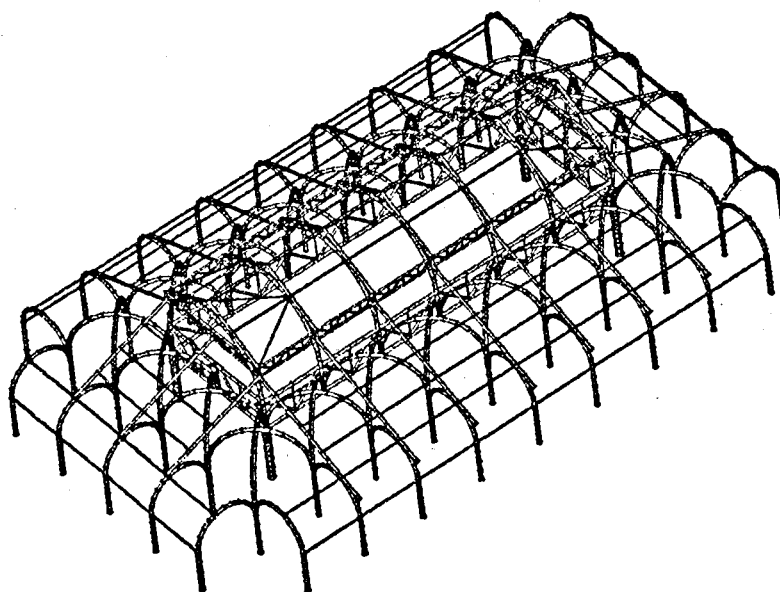




FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE DO PORTO

# ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DE ESTRUTURAS METÁLICAS INCLUINDO OS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM



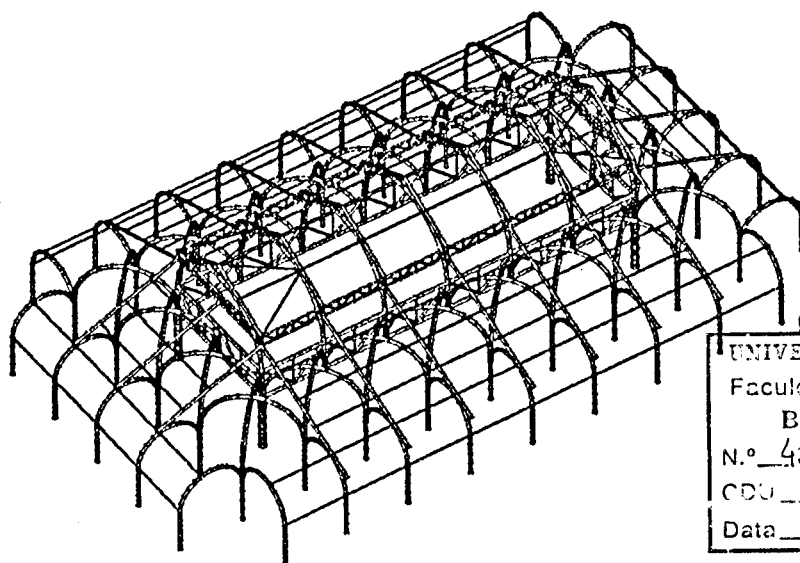
Aires Fernando Fernandes Leite Camões de Azevedo

*Junho 1993*



FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE DO PORTO

## ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DE ESTRUTURAS METÁLICAS INCLUINDO OS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM



624(043) A260/ANA

|                         |
|-------------------------|
| UNIVERSIDADE DO PORTO   |
| Faculdade de Engenharia |
| BIBLIOTECA M            |
| N.º 43774               |
| CDU                     |
| Data ____/____/19__     |

*Dissertação apresentada à Faculdade de  
Engenharia da Universidade do Porto para a  
obtenção do grau de Mestre em Estruturas de  
Engenharia Civil*

*Cal*

Aires Fernando Fernandes Leite Camões de Azevedo (\*)

Junho 1993

(\*) Bolseiro da Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica

**Aos meus Pais**

## AGRADECIMENTOS

A apresentação deste trabalho não estaria completa se não expressasse aqui os meus mais sinceros agradecimentos a todos aqueles que através da sua colaboração contribuíram para a sua concretização.

De uma forma muito particular ao Professor Raimundo Delgado cujo interesse, disponibilidade e incansável apoio, sempre manifestados de uma forma amigável, excederam em muito o exigível a um orientador de uma Tese de Mestrado.

Ao Professor Matos Fernandes pela competência, interesse e empenho que sempre demonstrou na qualidade de coordenador do Curso de Mestrado.

Aos Engenheiros Álvaro Azevedo e Joaquim Barros pelo apoio, esclarecimentos e sugestões prestados ao longo deste trabalho.

À Engenheira Fernanda Proença pelo interesse e apoio demonstrados sempre de uma forma extremamente solícita.

Aos Engenheiros Joaquim Figueiras e José Carlos Lino pela confiança e facilidades concedidas.

A todos os colegas de mestrado com especial incidência para os Engenheiros Jorge Delgado, Manuel Trigo e Carlos Quinaz por toda a ajuda, amizade e encorajamento, o que permitiu uma preciosa troca de impressões e desenvolveu um valioso espírito solidário.

A todos os colegas, nomeadamente, os Engenheiros David Pinto, Paulo Cachim e Sara Cruz, cujo convívio diário estabelecido, possibilitou uma salutar troca de ideias.

Ao Sr. Manuel Carvalho pelo profissionalismo, competência e disponibilidade com que realizou os trabalhos de processamento e arranjo gráfico desta tese.

Aos meus Pais pelas oportunidades proporcionadas e pelo incondicional apoio dispendido.

Ao meu irmão e aos meus primos pelo encorajamento e inextinguível amizade sempre manifestados.

À Paula, minha mulher, pelo carinho, paciência e ajuda prestada, sempre caracterizada pelo muito dar e pouco receber.

## SUMÁRIO

Uma correcta avaliação e consideração dos efeitos de segunda ordem numa estrutura metálica, onde é corrente a utilização de perfis com acentuada esbelteza, motivada pelas suas características geométricas, é um factor essencial a ter em atenção no processo de dimensionamento de um edifício metálico, assegurando a sua estabilidade.

Neste contexto, foi desenvolvido um programa de cálculo automático de análise elástica de segunda ordem que permite o estudo de estruturas tridimensionais, nomeadamente, a determinação de modos de instabilidade, correspondentes parâmetros de carga crítica elástica e esforços instalados, incluindo os efeitos de segunda ordem.

Outras metodologias de cálculo dos efeitos de segunda ordem, correspondentes a modelos simplificados preconizados pela regulamentação de estruturas metálicas são apresentados neste trabalho, tendo-se comparado o resultado da sua aplicação a estruturas planas e tridimensionais com o proveniente de uma análise elástica global de segunda ordem, sendo possível identificar situações em que os modelos de análise simplificada não traduzem correctamente o comportamento das estruturas.

A aplicação da metodologia desenvolvida a casos concretos, cuja complexidade inviabiliza uma análise plana, evidencia as suas potencialidades, acrescidas do facto de os modelos simplificados apresentados nos regulamentos serem essencialmente baseados em estruturas planas, não sendo considerados os modos de encurvadura tridimensionais.

## ABSTRACT

A proper evaluation as well as the considering of the second order effects on a steel structure - where the use of current slenderness elements caused by its geometric features - is an essential factor to take into account in the process of designing steel buildings assuring its stability.

Moreover, it was developed a second order elastic frame program so as to allow the study of tridimensional structures, namely, the defining of buckling modes, its elastic critical load parameters and stresses including the second order effects.

There are other methods mentioned in this work such as: the analysis of second order effects corresponding to simplified models established by the steel structures design codes; the comparison of its use in plane and tridimensional structures to the result of a global second order elastic analysis, making it possible to identify situations in which the models of a simplified analysis do not correctly translate the structures behaviour.

The application of the developed methodology to real situations, which complexity makes it difficult to reach in plane analysis, distinguishes its potentialities enforced by the fact that the simplified models presented in the design codes are mainly based on plane structures, not considering the tridimensional buckling modes.

# ÍNDICE GERAL

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

|                                           |     |
|-------------------------------------------|-----|
| 1.1 - INTRODUÇÃO                          | 1.1 |
| 1.2 - DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS | 1.3 |
| 1.3 - REFERÊNCIAS                         | 1.4 |

## CAPÍTULO 2 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS METÁLICAS

|                                                                                                                 |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2.1 - INTRODUÇÃO                                                                                                | 2.1  |
| 2.2 - CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ACORDO COM O REGULAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO PARA EDIFÍCIOS | 2.2  |
| 2.3 - CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 3                                    | 2.6  |
| 2.3.1 - Grau de mobilidade de uma estrutura metálica                                                            | 2.8  |
| 2.3.2 - Análise local barra a barra                                                                             | 2.10 |
| 2.3.3 - Análise global simplificada - ampliação dos momentos de primeira ordem                                  | 2.20 |
| 2.3.4 - Análise global elástica de segunda ordem                                                                | 2.24 |

|                                                        |      |
|--------------------------------------------------------|------|
| 2.4 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM. ANÁLISE TRIDIMENSIONAL | 2.24 |
| 2.5 - REFERÊNCIAS                                      | 2.25 |

### **CAPÍTULO 3 - MÉTODOS DE ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM**

|                                                                                                |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 3.1 - INTRODUÇÃO                                                                               | 3.1  |
| 3.2 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA ANÁLISE ELÁSTICA DE ESTRUTURAS                               | 3.1  |
| 3.3 - MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA                                                             | 3.4  |
| 3.4 - MÉTODO ITERATIVO PARA DETERMINAÇÃO DE CARGAS CRÍTICAS E RESPECTIVOS MODOS DE ENCURVADURA | 3.6  |
| 3.5 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ESTRUTURAIS INCLUINDO EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM                    | 3.11 |
| 3.6 - REFERÊNCIAS                                                                              | 3.12 |

### **CAPÍTULO 4 - CALIBRAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE**

|                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1 - INTRODUÇÃO                                                  | 4.1 |
| 4.2 - O PROGRAMA EIGENF                                           | 4.1 |
| 4.3 - AFERIÇÃO DE RESULTADOS DE EIGENF                            | 4.3 |
| 4.4 - DISCRETIZAÇÃO ESTRUTURAL E TOLERÂNCIA DO PROCESSO ITERATIVO | 4.9 |

|                   |      |
|-------------------|------|
| 4.5 - CONCLUSÕES  | 4.18 |
| 4.6 - REFERÊNCIAS | 4.19 |

## **CAPÍTULO 5 - COMPARAÇÃO COM OS REGULAMENTOS**

|                                                            |      |
|------------------------------------------------------------|------|
| 5.1 - INTRODUÇÃO                                           | 5.1  |
| 5.2 - SIMETRIA ESTRUTURAL E SIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL     | 5.1  |
| 5.2.1 - Pórtico de um tramo e três pisos - PORT3S          | 5.1  |
| 5.2.2 - Pórtico de dois tramos e oito pisos - PORT8S       | 5.8  |
| 5.3 - SIMETRIA ESTRUTURAL E ASSIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL   | 5.14 |
| 5.4 - ASSIMETRIA ESTRUTURAL E SIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL   | 5.16 |
| 5.5 - ASSIMETRIA ESTRUTURAL E ASSIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL | 5.19 |
| 5.6 - CONSOLA VERTICAL                                     | 5.22 |
| 5.7 - ANÁLISE TRIDIMENSIONAL                               | 5.24 |
| 5.7.1 - Simetria estrutural                                | 5.25 |
| 5.7.2 - Assimetria estrutural                              | 5.28 |
| 5.8 - CONCLUSÕES                                           | 5.31 |
| 5.9 - REFERÊNCIAS                                          | 5.32 |

**CAPÍTULO 6 - APLICAÇÕES**

|                                                       |      |
|-------------------------------------------------------|------|
| 6.1 - INTRODUÇÃO                                      | 6.1  |
| 6.2 - NAVE INDUSTRIAL                                 | 6.2  |
| 6.2.1 - Descrição geral da estrutura                  | 6.2  |
| 6.2.2 - Modelação estrutural                          | 6.5  |
| 6.2.3 - Acções actuates                               | 6.6  |
| 6.2.4 - Resultados                                    | 6.7  |
| 6.3 - PAVILHÃO DE 40.0x24.0m <sup>2</sup> - SHOPGAL   | 6.14 |
| 6.3.1 - Descrição geral da estrutura                  | 6.14 |
| 6.3.2 - Modelação estrutural                          | 6.18 |
| 6.3.3 - Acções actuates                               | 6.19 |
| 6.3.4 - Resultados                                    | 6.21 |
| 6.4 - PAVILHÃO DE 11.62x11.62m <sup>2</sup> - SHOPENT | 6.29 |
| 6.4.1 - Descrição geral da estrutura                  | 6.29 |
| 6.4.2 - Modelação estrutural                          | 6.30 |
| 6.4.3 - Acções actuates                               | 6.33 |
| 6.4.4 - Resultados                                    | 6.34 |

**CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES**

# ÍNDICE DE FIGURAS

## CAPÍTULO 2 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS METÁLICAS

|                                                                                                                                                    |      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 2.1 - Acção lateral e modo de encurvadura de nós móveis num andar de uma estrutura que apresenta uma deformação do tipo da causada por corte. | 2.9  |
| Fig. 2.2 - Pilar simplesmente apoiado com flecha inicial.                                                                                          | 2.11 |
| Fig. 2.3 - Pilar simplesmente apoiado com carga axial aplicada excentricamente.                                                                    | 2.12 |
| Fig. 2.4 - Curvas europeias de encurvadura.                                                                                                        | 2.15 |
| Fig. 2.5 - Comprimento de encurvadura do pilar AB.                                                                                                 | 2.17 |
| Fig. 2.6 - Factores de distribuição para pilares contínuos.                                                                                        | 2.19 |
| Fig. 2.7 - Forças horizontais equivalentes.                                                                                                        | 2.21 |
| Fig. 2.8 - Ampliação das forças horizontais. Utilização do coeficiente $\beta$ .                                                                   | 2.22 |
| Fig. 2.9 - Ampliação das forças horizontais. Utilização dos coeficientes $\beta_i$ .                                                               | 2.23 |

## CAPÍTULO 3 - MÉTODOS DE ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM

|                                                                                                    |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Fig. 3.1 - Relações forças-deslocamentos em coordenadas locais para o elemento bidimensional $i$ . | 3.4 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Fig. 3.2 - Relações forças-deslocamentos em coordenadas locais para o elemento tridimensional i. | 3.5 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

## CAPÍTULO 4 - CALIBRAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

|                                                                                                        |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 4.1 - Variação do parâmetro de carga crítica com o esforço axial instalado.                       | 4.2  |
| Fig. 4.2 - Estrutura PIL1.                                                                             | 4.3  |
| Fig. 4.3 - Estrutura PIL2.                                                                             | 4.3  |
| Fig. 4.4 - Estrutura PORT1.                                                                            | 4.3  |
| Fig. 4.5 - Estrutura PORT2.                                                                            | 4.4  |
| Fig. 4.6 - Pilar simplesmente apoiado.                                                                 | 4.5  |
| Fig. 4.7 - Modos de encurvadura de um pilar simplesmente apoiado.                                      | 4.6  |
| Fig. 4.8 - Tensão crítica. Comparação de resultados.                                                   | 4.7  |
| Fig. 4.9 - Viga-coluna: IPE 200.                                                                       | 4.8  |
| Fig. 4.10 - Pórtico de 1 piso.                                                                         | 4.9  |
| Fig. 4.11 - Variação de $\delta$ no cálculo de $\lambda_{crit}$ . Dois nós por barra.                  | 4.10 |
| Fig. 4.12 - Variação de $\delta$ no cálculo de $\lambda_{crit}$ . Três nós por barra.                  | 4.10 |
| Fig. 4.13 - Variação de $\delta$ no cálculo de $\lambda_{crit}$ . Sete nós por barra.                  | 4.11 |
| Fig. 4.14 - Variação do número de nós por barra no cálculo de $\lambda_{crit}$ . $\delta = 1.0e - 1$ . | 4.12 |
| Fig. 4.15 - Variação do número de nós por barra no cálculo de $\lambda_{crit}$ . $\delta = 1.0e - 2$ . | 4.12 |
| Fig. 4.16 - Variação do número de nós por barra no cálculo de $\lambda_{crit}$ . $\delta = 1.0e - 4$ . | 4.13 |
| Fig. 4.17 - Configuração dos modos de instabilidade.                                                   | 4.14 |

|                                                                                       |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 4.18 - Estrutura espacial.                                                       | 4.15 |
| Fig. 4.19 - Estrutura espacial. Planta e alçado.                                      | 4.16 |
| Fig. 4.20 - Variação de $\delta$ no cálculo de $\lambda_{crit}$ . Estrutura espacial. | 4.17 |
| Fig. 4.21 - Variação de $\delta$ no cálculo de $\lambda_{crit}$ . Pórtico plano.      | 4.17 |

## CAPÍTULO 5 - COMPARAÇÃO COM OS REGULAMENTOS

|                                                                                      |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 5.1 - Pórtico PORT3S (kN,m).                                                    | 5.2  |
| Fig. 5.2 - Influência do parâmetro de carga crítica nas tensões da barra 2.          | 5.5  |
| Fig. 5.3 - Variação das tensões totais em relação às tensões de primeira ordem.      | 5.5  |
| Fig. 5.4 - Erro das tensões totais em relação a EIGENF.                              | 5.6  |
| Fig. 5.5 - Erro das tensões de segunda ordem.                                        | 5.6  |
| Fig. 5.6 - Erro na avaliação das tensões de segunda ordem em altura.                 | 5.8  |
| Fig. 5.7 - Pórtico PORT8S (kN,m).                                                    | 5.9  |
| Fig. 5.8 - Influência do parâmetro de carga crítica nas tensões da barra 3.          | 5.11 |
| Fig. 5.9 - Variação das tensões totais em relação às tensões de primeira ordem.      | 5.11 |
| Fig. 5.10 - Erro das tensões totais em relação a EIGENF.                             | 5.12 |
| Fig. 5.11 - Erro das tensões de segunda ordem.                                       | 5.12 |
| Fig. 5.12 - EC3 - cálculo global simplificado incluindo os efeitos de segunda ordem. | 5.13 |
| Fig. 5.13 - Erro na avaliação das tensões de segunda ordem em altura.                | 5.13 |
| Fig. 5.14 - Assimetria da acção vertical. PORT3A1 (kN,m).                            | 5.14 |

|                                                                             |      |
|-----------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 5.15 - Assimetria estrutural. Pórtico PORT3A2 (kN,m).                  | 5.17 |
| Fig. 5.16 - Pórtico PORT3A3 (kN,m).                                         | 5.20 |
| Fig. 5.17 - Consola vertical (kN,m).                                        | 5.22 |
| Fig. 5.18 - Edifício espacial. Planta.                                      | 5.24 |
| Fig. 5.19- Imperfeições geométricas, $\phi$ .                               | 5.26 |
| Fig. 5.20- Análise tridimensional. Configuração dos modos de instabilidade. | 5.27 |
| Fig. 5.21- Imperfeições geométricas, $\phi$ .                               | 5.28 |
| Fig. 5.22 Análise tridimensional. Configuração dos modos de instabilidade.  | 5.29 |

## CAPÍTULO 6 - APLICAÇÕES

|                                                                         |      |
|-------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 6.1 - Nave industrial. Perspectiva.                                | 6.2  |
| Fig. 6.2 - Nave industrial. Alçado transversal.                         | 6.3  |
| Fig. 6.3 - Nave industrial. Planta.                                     | 6.4  |
| Fig. 6.4 - Nave industrial. Modelação estrutural: planta.               | 6.5  |
| Fig. 6.5 - Nave industrial. Modelação industrial: alçado transversal.   | 6.5  |
| Fig. 6.6 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 1.              | 6.8  |
| Fig. 6.7 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 9: planta.      | 6.8  |
| Fig. 6.8 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 9: perspectiva. | 6.9  |
| Fig. 6.9 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 10.             | 6.9  |
| Fig. 6.10 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 1.             | 6.10 |
| Fig. 6.11 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 4.             | 6.10 |

|                                                                          |      |
|--------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 6.12 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 5.              | 6.11 |
| Fig. 6.13 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 7.              | 6.11 |
| Fig. 6.14 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 8.              | 6.12 |
| Fig. 6.15 - Shopgal. Perspectiva.                                        | 6.15 |
| Fig. 6.16 - Shopgal. Planta.                                             | 6.16 |
| Fig. 6.17 - Shopgal. Alçado transversal.                                 | 6.16 |
| Fig. 6.18 - Shopgal. Alçado longitudinal.                                | 6.16 |
| Fig. 6.19 - Shopgal. Módulo transversal.                                 | 6.17 |
| Fig. 6.20 - Shopgal. Implantação dos pilares.                            | 6.17 |
| Fig. 6.21 - Shopgal. Modelação estrutural: planta.                       | 6.18 |
| Fig. 6.22 - Shopgal. Modelação estrutural: alçado transversal.           | 6.18 |
| Fig. 6.23 - Shopgal. Condições de apoio.                                 | 6.19 |
| Fig. 6.24 - Shopgal. Vento de topo. Coeficientes de pressão.             | 6.20 |
| Fig. 6.25 - Shopgal. Vento lateral. Coeficientes de pressão.             | 6.21 |
| Fig. 6.26 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Perspectiva.               | 6.23 |
| Fig. 6.27 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Planta.                    | 6.23 |
| Fig. 6.28 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Alçado transversal.        | 6.24 |
| Fig. 6.29 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Alçado longitudinal.       | 6.24 |
| Fig. 6.30 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Pormenor da zona crítica.. | 6.25 |
| Fig. 6.31 - Shopgal. Modo de instabilidade 2. Planta.                    | 6.25 |
| Fig. 6.32 - Shopgal. Modo de instabilidade 2. Alçado transversal..       | 6.26 |
| Fig. 6.33 - Shopgal. Modo de instabilidade 2. Alçado longitudinal.       | 6.26 |

|                                                                         |      |
|-------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 6.34 - Shopgal. Modo de instabilidade 3. Planta.                   | 6.27 |
| Fig. 6.35 - Shopgal. Modo de instabilidade 4. Planta.                   | 6.27 |
| Fig. 6.36 - Shopgal. Modo de instabilidade 5. Planta.                   | 6.28 |
| Fig. 6.37 - Shopgal. Modo de instabilidade 6. Planta..                  | 6.28 |
| Fig. 6.38 - Shopent. Perspectiva.                                       | 6.30 |
| Fig. 6.39 - Shopent. Planta.                                            | 6.31 |
| Fig. 6.40 - Shopent. Alçado transversal.                                | 6.31 |
| Fig. 6.41 - Shopent. Alçado longitudinal.                               | 6.31 |
| Fig. 6.42 - Shopent. Modelação estrutural: planta.                      | 6.32 |
| Fig. 6.43 - Shopent. Modelação estrutural: alçado longitudinal.         | 6.32 |
| Fig. 6.44 - Shopent. Condições de apoio.                                | 6.33 |
| Fig. 6.45 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 1. Perspectiva.  | 6.35 |
| Fig. 6.46 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 1. Planta..      | 6.35 |
| Fig. 6.47 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 2. Perspectiva.  | 6.36 |
| Fig. 6.48 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 2. Planta.       | 6.36 |
| Fig. 6.49 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 3. Perspectiva.  | 6.37 |
| Fig. 6.50 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 3. Pormenor.     | 6.37 |
| Fig. 6.51 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 1. Perspectiva. | 6.38 |
| Fig. 6.52 - Shopent. 1.0G + 1.5 W: modo de instabilidade 1. Planta..    | 6.38 |
| Fig. 6.53 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 2. Perspectiva. | 6.39 |
| Fig. 6.54 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 2. Pormenor.    | 6.39 |
| Fig. 6.55 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 3. Perspectiva. | 6.40 |

|                                                                               |      |
|-------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 6.56 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 3. Pormenor..         | 6.40 |
| Fig. 6.57 - Shopent. Sistema de contraventamento.                             | 6.41 |
| Fig. 6.58 - Shopent com sistema de contraventamento. Modo de instabilidade 1. | 6.42 |
| Fig. 6.59 - Shopent com sistema de contraventamento. Modo de instabilidade 2. | 6.43 |

# ÍNDICE DE QUADROS

## CAPÍTULO 2 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS METÁLICAS

|                                                                                  |      |
|----------------------------------------------------------------------------------|------|
| Quadro 2.1 - Rigidez efectiva de vigas em regime elástico.                       | 2.18 |
| Quadro 2.2 - Rigidez efectiva de vigas sujeitas a esforços axiais de compressão. | 2.18 |

## CAPÍTULO 4 - CALIBRAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

|                                                                                                             |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Quadro 4.1 - Características dos elementos.                                                                 | 4.4  |
| Quadro 4.2 - Parâmetro de carga crítica elástica. Comparação de resultados.                                 | 4.5  |
| Quadro 4.3 - Carga crítica associada ao respectivo modo de instabilidade.<br>Comparação de resultados       | 4.6  |
| Quadro 4.4 - Viga-coluna IPE 200. Comparação de resultados.                                                 | 4.8  |
| Quadro 4.5 - Características dos elementos.                                                                 | 4.9  |
| Quadro 4.6 - Parâmetros de carga associados a diferentes modos de<br>encurvadura. Comparação de resultados. | 4.14 |

## CAPÍTULO 5 - COMPARAÇÃO COM OS REGULAMENTOS

|                                                                                                      |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Quadro 5.1 - Características dos elementos do pórtico PORT3S.                                        | 5.2  |
| Quadro 5.2 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3S. Comparação de resultados.                | 5.3  |
| Quadro 5.3 - Tensões em PORT3S. Comparação de resultados.                                            | 5.4  |
| Quadro 5.4 - Características dos elementos do pórtico PORT8S.                                        | 5.8  |
| Quadro 5.5 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT8S. Comparação de resultados.                | 5.10 |
| Quadro 5.6 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3A1. Comparação de resultados.               | 5.15 |
| Quadro 5.7 - Tensões em PORT3A1. Comparação de resultados.                                           | 5.15 |
| Quadro 5.8 - Tensões em PORT3A2. Análise local.                                                      | 5.16 |
| Quadro 5.9 - Características dos elementos do pórtico PORT3A2.                                       | 5.17 |
| Quadro 5.10 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3A2. Comparação de resultados.              | 5.18 |
| Quadro 5.11 - Tensões em PORT3A2. Comparação de resultados.                                          | 5.18 |
| Quadro 5.12 - Tensões em PORT3A2. Análise local.                                                     | 5.19 |
| Quadro 5.13 - Características dos elementos do pórtico PORT3A3.                                      | 5.19 |
| Quadro 5.14 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3A3. Comparação de resultados.              | 5.20 |
| Quadro 5.15 - Tensões em PORT3A3. Comparação de resultados.                                          | 5.21 |
| Quadro 5.16 - Tensões em PORT3A3. Análise local.                                                     | 5.22 |
| Quadro 5.17 - Parâmetro de carga crítica elástica de uma consola vertical. Comparação de resultados. | 5.23 |

|                                                                             |      |
|-----------------------------------------------------------------------------|------|
| Quadro 5.18 - Consola vertical: tensões e comparação de resultados.         | 5.24 |
| Quadro 5.19 - Análise tridimensional. Parâmetros de carga crítica elástica. | 5.26 |
| Quadro 5.20 - Análise tridimensional. Tensões e comparação de resultados.   | 5.28 |
| Quadro 5.21 - Análise tridimensional. Parâmetros de carga crítica elástica. | 5.29 |
| Quadro 5.22 - Análise tridimensional. Tensões e comparação de resultados.   | 5.30 |

## CAPÍTULO 6 - APLICAÇÕES

|                                                                                             |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Quadro 6.1 - Nave industrial. Parâmetros de carga crítica elástica.                         | 6.7  |
| Quadro 6.2 - Shopgal: parâmetros de carga crítica elástica.                                 | 6.22 |
| Quadro 6.3 - Shopent: parâmetros de carga crítica elástica.                                 | 6.34 |
| Quadro 6.4 - Shopent com sistema de contraventamento. Parâmetros de carga crítica elástica. | 6.42 |

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 - INTRODUÇÃO

A estrutura de um edifício deve ser concebida de forma a ser dotada de capacidade suficiente para resistir às acções a que se encontra solicitada e deve possuir rigidez capaz de lhe assegurar funcionalidade sob condições normais, sofrendo deformações inferiores às permitidas. Assim, a obtenção dos esforços instalados na estrutura - resultantes das acções actuantes - pode ser efectuada considerando o sistema indeformado, correspondendo esta análise ao que se designa por teoria de primeira ordem. No entanto, verifica-se que para grande parte das concepções estruturais os deslocamentos, obtidos por uma análise de primeira ordem, assumem tal importância que implicam mudanças significativas na geometria da estrutura, de tal forma que as condições de equilíbrio da mesma devem ser formuladas em relação à sua configuração deformada, correspondendo esta metodologia a uma análise de segunda ordem. Este efeito assume particular relevância nos elementos estruturais sujeitos a esforços axiais de compressão diminuindo a sua rigidez e aumentando a deformação do sistema, sendo a sua inclusão fundamental para a avaliação da estabilidade interna da estrutura.

A redução do peso dos sistemas estruturais, garantindo uma segurança suficiente, surge como uma necessidade na construção moderna, assegurando um menor custo total das construções através da utilização de elementos de elevada esbelteza, tornada possível pela disponibilidade de materiais de alta resistência. A análise de sistemas estruturais deste tipo, particularmente sensíveis a efeitos de segunda ordem, deve ser efectuada através de modelos que permitam a inclusão destes efeitos.

Neste contexto destacam-se as estruturas metálicas em que as características geométricas das secções transversais dos perfis correntemente utilizados tornam este tipo de edifícios particularmente sensíveis a fenómenos de instabilidade, sendo de primordial importância a sua consideração na verificação de segurança.

Segundo o Regulamento de Estruturas de Aço para Edifícios [1] - REAE - a análise de estruturas metálicas é realizada em duas fases distintas: em primeiro lugar determinam-se os esforços devidos às combinações de acções considerando-se a estrutura de uma forma global e desprezando os efeitos de segunda ordem; em segundo lugar os esforços em cada pilar são

corrigidos individualmente de forma a efectivar-se a verificação de segurança relativamente à encurvadura, cuja parcela mais importante diz respeito, em muitos casos, precisamente aos efeitos de segunda ordem.

De forma semelhante ao REAE, também o Eurocódigo 3 [2] - EC3 - e outros regulamentos de estruturas metálicas, nomeadamente a Norma Espanhola MV103 [3], propõe a determinação dos efeitos de segunda ordem numa estrutura adoptando um critério de análise local. No entanto, a norma europeia aponta outras metodologias, que correspondem a uma análise global do sistema estrutural, estudando-o como um todo.

A norma europeia, contrariamente à restante regulamentação referida, classifica as estruturas quanto ao seu grau de mobilidade em estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis, em função do seu parâmetro de carga crítica, podendo os efeitos de segunda ordem - provocados por deslocamentos horizontais relativos entre pisos - ser desprezados em estruturas de nós fixos. Assim, e conforme preconizado no EC3, os esforços numa estrutura de nós fixos podem ser determinados através de uma análise de primeira ordem, utilizando a configuração indeformada da estrutura, enquanto que para estruturas de nós móveis, estes devem ser obtidos recorrendo a uma análise de segunda ordem tendo em conta a influência da deformação da estrutura ou através de uma análise de primeira ordem considerando, de forma implícita, os efeitos de segunda ordem.

O EC3 propõe uma metodologia para a consideração de forma implícita dos efeitos de segunda ordem numa estrutura, analisada globalmente através de uma teoria elástica de primeira ordem, adoptando uma análise global simplificada correspondente a uma ampliação dos momentos flectores associados à translação horizontal relativa entre pisos adjacentes.

Contudo, o procedimento de análise local, estudando cada peça comprimida isoladamente, conduz a um conjunto de resultados que em muitos casos são pouco realistas e a aplicação da análise global simplificada não se torna possível, segundo o EC3, para estruturas cujo parâmetro de carga crítica seja inferior a 4.0. Assim, torna-se fundamental a avaliação dos efeitos de segunda ordem recorrendo a outros métodos de cálculo.

Por outro lado, toda a filosofia regulamentar é desenvolvida para edifícios cujo comportamento é passível de ser modelado através da sua divisão em sub-estruturas planas, analisando-as isoladamente. Assim, a consideração dos efeitos de segunda ordem conforme o preconizado pela regulamentação existente, referente a estruturas metálicas, baseia-se essencialmente numa análise plana, não indicando metodologias que permitam avaliar os modos de instabilidade tridimensionais, nomeadamente através de uma modelação tridimensional do sistema estrutural.

Casos há em que a modelação da estrutura por pórticos planos não traduz o real comportamento da mesma, sendo este marcadamente tridimensional. A análise deste tipo de estruturas, cujo grau de complexidade é por vezes elevado, deverá ser elaborada por intermédio de modelos tridimensionais.

Assim, constituiu objectivo deste trabalho o desenvolvimento de um programa de cálculo automático que permita analisar em regime elástico estruturas tridimensionais, possibilitando a obtenção de esforços instalados devido às solicitações a que se encontram sujeitas, incluindo os efeitos de segunda ordem e permitindo a determinação dos parâmetros de carga crítica elástica e correspondentes modos de encurvadura.

Pretendeu-se através da aplicação desta metodologia avaliar o modo como os efeitos de segunda ordem são considerados através de análises simplificadas, na regulamentação de estruturas metálicas, efectuando a análise de estruturas planas e estruturas tridimensionais, tendo-se detectado situações em que o modelo de análise global simplificado do EC3 conduz a resultados aceitáveis e identificando outras em que um modelo mais elaborado deve ser utilizado.

No sentido de avaliar as potencialidades deste modelo de cálculo, realizaram-se aplicações a casos concretos cuja complexidade inviabilizava o seu estudo recorrendo a uma análise plana.

## 1.2 - DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS

Este trabalho divide-se ainda em mais seis capítulos, organizados e distribuídos do seguinte modo:

No capítulo 2 são descritas as formas de consideração e quantificação dos efeitos de segunda ordem em estruturas metálicas preconizadas pela regulamentação nacional e pelo EC3. É feita referência aos diferentes critérios apontados pela norma europeia para o estudo de uma estrutura utilizando uma análise global elástica: análise local, estudando cada peça comprimida isoladamente - metodologia adoptada pelo REAE; análise global simplificada através de uma ampliação dos momentos de primeira ordem; análise elástica de segunda ordem. São, também, tecidas considerações acerca da determinação dos efeitos de segunda ordem recorrendo a uma análise tridimensional.

É apresentada, no 3º Capítulo, uma metodologia para a análise de estruturas tridimensionais, baseada na teoria de segunda ordem, elaborada a partir da aplicação do método dos deslocamentos considerando que o comportamento dos materiais constituintes do sistema é perfeitamente elástico. É ainda referido um método iterativo para a determinação do parâmetro de carga crítica elástica e dos correspondentes modos de encurvadura indicando-se a forma de determinação dos esforços, incluindo os efeitos de segunda ordem, numa estrutura espacial.

O Capítulo 4 é dedicado à calibração do método de análise descrito no capítulo anterior, método este que foi desenvolvido num programa de cálculo automático tridimensional elástico, denominado EIGENF. É ainda ensaiada e comprovada a fiabilidade do programa e são referidos aspectos relativos à utilização da metodologia adoptada.

No Capítulo 5 comparam-se os resultados obtidos para variadas concepções estruturais - definidos em termos de tensões normais - determinados através da aplicação do programa EIGENF com os resultantes da aplicação de métodos simplificados, propostos na regulamentação referida.

O Capítulo 6 dedica-se à aplicação do método desenvolvido a vários tipos de estruturas. É avaliado o comportamento de sistemas estruturais correntemente utilizados em edifícios industriais e são, também, analisadas estruturas cujo comportamento é marcadamente tridimensional e cujo comportamento em relação às acções actuantes é de difícil percepção. É, assim, salientada a importância da aplicação da metodologia desenvolvida neste trabalho para a análise de estruturas passíveis de realização prática.

No Capítulo 7 são reunidas as conclusões mais significativas extraídas ao longo da realização deste trabalho.

### 1.3 - REFERÊNCIAS

- [1] Regulamento de Estruturas de Aço para Edifícios, Ministério do Equipamento Social, Conselho Superior de Obras Públicas e Transportes, Lisboa, Abril de 1985.
- [2] Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings, European Committee for Standardisation, February, 1992.

- [3] Norma Basica de la Edificacion NBE-MV103-1972, Calculo de las Estruturas de Acero Laminado en Edificacion, Direccion General de Arquitectura y Vivienda, Ministerio de Obras Publicas y Urbanismo, Madrid, 1980.

## 2. EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS METÁLICAS

### 2.1 - INTRODUÇÃO

No cálculo de uma estrutura o projectista deve satisfazer dois princípios básicos: a estrutura deve ter capacidade para resistir às acções impostas e deve, também, ter rigidez suficiente para não sofrer deformações superiores às permitidas. Normalmente o cálculo do efeito das cargas aplicadas a uma estrutura - deslocamentos e esforços - é efectuado recorrendo a um modelo linear elástico de primeira ordem, não sendo contabilizados, de forma explícita, os efeitos de segunda ordem, que provocam um aumento das deformações associadas às acções a que a estrutura se encontra sujeita e uma redução da capacidade de carga da mesma. Estes efeitos são particularmente relevantes em estruturas constituídas por elementos esbeltos sujeitos a esforços axiais de compressão, como sucede nas estruturas metálicas correntes, cujas barras têm, geralmente, secções em forma de I, H, U, etc, apresentando, portanto, elevada sensibilidade a fenómenos de instabilidade.

A consideração dos efeitos de segunda ordem na análise de um problema estrutural é, pois, de elevada importância devendo estes ser convenientemente avaliados e tidos em conta na verificação da segurança das estruturas metálicas. A regulamentação portuguesa de estruturas de aço para edifícios [1] estabelece que a verificação da segurança das estruturas relativamente ao estado limite último de encurvadura pode ser feita, de forma aproximada, em relação à encurvadura das peças comprimidas analisadas isoladamente. Outras metodologias são apontadas no Eurocódigo nº 3 [2] podendo a verificação da segurança em relação ao estado limite último de encurvadura ser efectuada tendo em consideração a estrutura como um todo ou, e de modo semelhante ao REAE - regulamento de estruturas de aço para edifícios -, analisando isoladamente os elementos sujeitos a esforços axiais de compressão.

## 2.2 - CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ACORDO COM O REGULAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO PARA EDIFÍCIOS

A verificação da segurança em relação ao estado limite último de encurvadura por varejamento é preconizada pelo REAE de forma extremamente simplista, analisando isoladamente os diferentes elementos constituintes da estrutura, não encarando a possibilidade de uma análise global da mesma.

O artigo 42º refere que a verificação em relação ao referido estado limite último consiste em satisfazer a condição:

$$\sigma_{sd} \leq \sigma_{Rd} \quad (2.1)$$

em que  $\sigma_{Rd}$  é o valor de cálculo da tensão resistente, que é função do tipo de aço e  $\sigma_{sd}$  é o valor de cálculo da tensão actuante determinado da seguinte forma:

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{sd}}{A\varphi} \quad (2.2)$$

em que  $N_{sd}$  é o valor de cálculo do esforço axial actuante, determinado de acordo com o estabelecido no regulamento de segurança e acções para estruturas de edificios e pontes [3];  $A$  é o valor da área da secção transversal da barra em análise e  $\varphi$  é um coeficiente - coeficiente de encurvadura - que traduz os efeitos de segunda ordem. O valor do coeficiente de encurvadura é dependente do coeficiente de esbelteza da barra,  $\lambda$ , e do tipo de aço (Fe360, Fe430 ou Fe510) constituinte do elemento em análise.

O coeficiente de esbelteza da barra,  $\lambda$ , é dado por:

$$\lambda = \frac{L_o}{i} \quad (2.3)$$

em que  $L_o$  é o comprimento de encurvadura da barra, e corresponde à distância entre dois pontos de momento nulo do elemento em análise, e  $i$  é o raio de giração da secção transversal da barra em relação ao eixo correspondente ao plano de encurvadura considerado.

O REAE indica, para casos frequentes, alguns valores de  $L_o$ , sendo estes para casos muito simples e atribuindo valores para o comprimento de encurvadura de barras de estruturas planas de um modo extremamente simplista não tendo em conta as condições de ligação das mesmas.

O REAE não considera a possibilidade de instabilidade global da estrutura e, para o caso frequente de barras sujeitas simultaneamente a esforços de compressão e flexão, apresenta, em comentário, que a verificação da segurança deve ser efectuada de acordo com regulamentação estrangeira, ou trabalhos científicos de nível reconhecido.

Daqui se constata que a regulamentação nacional é extremamente omissa relativamente aos efeitos de segunda ordem que podem assumir, em elementos esbeltos, importância acentuada.

A determinação do coeficiente de encurvadura  $\phi$  é obtida, para barras longas ( $\lambda > 105$ ,  $\lambda > 96$ ,  $\lambda > 85$ , respectivamente para os aços Fe360, Fe430 e Fe510), a partir da fórmula de Euler com um coeficiente de segurança de 1.8. Para barras curtas ( $\lambda \leq 20$ ) o REAE considera desprezáveis os efeitos de segunda ordem sendo  $\phi$  igual à unidade. Para as barras de esbelteza média admite-se que os valores de  $\phi$  variam linearmente entre os anteriormente referidos.

A carga crítica de Euler,  $P_{cr}$ , pode ser determinada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_0^2} \quad (2.4)$$

em que  $E$  é o módulo de elasticidade e  $I$  é o momento de inércia da secção do elemento em análise relativamente ao eixo de encurvadura considerado.

Dividindo (2.4) pela área da secção transversal,  $A$ , da barra obtém-se a tensão crítica,  $\sigma_{cr}$ , da mesma:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{A \cdot L_0^2} \quad (2.5)$$

Da geometria de massas é sabido que  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ .

Substituindo em (2.5) obtém-se

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 Ei^2}{L_0^2} \quad (2.6)$$

sendo  $\lambda = \frac{L_0}{i}$  resulta que:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.7)$$

Dividindo (2.7) pelo coeficiente de segurança 1.8:

$$\sigma'_{Rd} = \frac{\pi^2 E}{1.8 \lambda^2} \quad (2.8)$$

em que  $\sigma'_{Rd}$  é o valor de cálculo da tensão resistente à compressão para barras longas tendo em conta os efeitos de segunda ordem.

Seguindo a filosofia preconizada pelo REAE onde os efeitos de segunda ordem se consideram através de uma minoração da área da secção transversal, em vez de uma diminuição do valor de cálculo da tensão resistente, o coeficiente de encurvadura para barras longas é:

$$\varphi = \frac{\pi^2 E}{1.8 \sigma_{Rd} \lambda^2} \quad (2.9)$$

Substituindo em (2.9)  $\sigma_{Rd}$  pelo valor correspondente a cada tipo de aço resulta que:

| Aço   | $\varphi$          |
|-------|--------------------|
| Fc360 | $4806 / \lambda^2$ |
| Fc430 | $4107 / \lambda^2$ |
| Fc510 | $3182 / \lambda^2$ |

(2.10)

Para as barras de esbelteza média o coeficiente de encurvadura  $\varphi$ , é dado por:

| Aço   | $\varphi$                  |
|-------|----------------------------|
| Fc360 | $1.1307 - 0.00654 \lambda$ |
| Fc430 | $1.1462 - 0.00731 \lambda$ |
| Fc510 | $1.1709 - 0.00855 \lambda$ |

(2.11)

Os valores de  $\varphi$  obtidos através de (2.10) e (2.11) diferem ligeiramente dos apresentados no REAE, sendo essa diferença praticamente insignificante, com o valor máximo de cerca de 0.1%.

Para o caso de barras sujeitas, simultaneamente, a esforços de compressão e flexão, de secção constante, não sujeitas a forças ou momentos directamente aplicados ao longo do seu eixo, o REAE sugere a adopção do critério especificado na Norma Belga NBN B51001 de 1977 para a determinação das tensões actantes de cálculo. Admitindo que não há risco de bambeamento:

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{sd}}{A\varphi} + C_x \frac{M_{sd,x}^{máx}}{W_x} + C_y \frac{M_{sd,y}^{máx}}{W_y} \quad (2.12)$$

em que  $C_x$  e  $C_y$  são coeficientes de ampliação dos momentos flectores actantes relativamente aos eixos centrais principais de inércia da secção,  $x$  e  $y$ , e traduzem o efeito da excentricidade da carga;  $M_{sd,x}^{máx}$  e  $M_{sd,y}^{máx}$  são os valores de cálculo dos momentos flectores actantes máximos relativamente aos eixos  $x$  e  $y$  e  $W_x$  e  $W_y$  são os módulos de flexão relativamente aos eixos considerados. A determinação de  $C_x$  e  $C_y$  é possível recorrendo a:

$$C_x = \frac{c_x}{\left(1 - 1.8 \frac{N_{sd}}{P_{crx}}\right)} \quad (2.13)$$

e

$$C_y = \frac{c_y}{\left(1 - 1.8 \frac{N_{sd}}{P_{cry}}\right)} \quad (2.14)$$

sendo  $P_{crx}$  e  $P_{cry}$  as cargas críticas de Euler, segundo  $x$  e  $y$ . Os coeficientes de equivalência  $c_x$  e  $c_y$  podem ser obtidos de forma aproximada, pela expressão proposta por Massonnet para barras de estruturas de nós fixos:

$$c = \sqrt{0.3(1 + M_2^2 / M_1^2) + 0.4 M_2 / M_1} \quad (2.15)$$

em que  $M_1$  e  $M_2$  são os momentos nas extremidades das barras correspondendo o maior, em valor absoluto, a  $M_1$ . Para o caso de estruturas de nós móveis o REAE considera para valor de ambos os coeficientes de equivalência 0.85.

Apesar de fazer uma referência ao grau de mobilidade das estruturas - de nós fixos caso os deslocamentos horizontais relativos sejam desprezáveis e, caso contrário, de nós móveis - o REAE é omissivo em relação a este aspecto e não aponta qualquer metodologia para a sua obtenção, ao contrário das regulamentações mais actuais em que se define claramente um critério de classificação das estruturas e, em função desta se estabelecem diferentes metodologias para a determinação das tensões actuantes de cálculo.

### 2.3 - CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 3

O Eurocódigo 3 - EC3 [2] - referente ao cálculo de estruturas metálicas, indica várias metodologias para a obtenção dos esforços instalados numa estrutura sujeita a determinada acção actuante. Estes esforços podem ser determinados através de uma análise elástica global da estrutura ou, desde que quer o material quer a geometria da secção dos vários elementos constituintes da mesma satisfaçam determinados requisitos, através de uma análise plástica global.

Atendendo a que a redistribuição de esforços numa estrutura metálica apenas se torna efectiva desde que esteja garantida a não ocorrência prematura de fenómenos de instabilidade local nas secções transversais dos seus elementos - provocando uma imediata diminuição de resistência -, o EC3 propõe a classificação dos diversos tipos de secções transversais em quatro classes:

*Classe 1* - secções plásticas: aquelas em que é possível o desenvolvimento de rótulas plásticas com suficiente capacidade de rotação, permitindo a redistribuição dos momentos flectores.

*Classe 2* - secções compactas: aquelas onde é possível mobilizar os seus momentos resistentes plásticos, mas que apresentam uma capacidade de rotação limitada provocada pelo aparecimento de fenómenos de instabilidade local.

*Classe 3* - secções semi-compactas: aquelas em que apenas as tensões nas fibras extremas podem atingir o valor da tensão de cedência do material devido ao risco de ocorrência de instabilidade local da secção, impedindo assim o desenvolvimento de rótulas plásticas.

*Classe 4* - secções esbeltas: aquelas em que as suas fibras extremas não atingem o valor da tensão de cedência devido a estarem sujeitas ao aparecimento prematuro de fenómenos de instabilidade local.

De modo a garantir suficiente capacidade de rotação, as fibras extremas de uma secção transversal devem ser capazes de suportar elevadas tensões sem que surja qualquer quebra de resistência. Em tracção os perfis metálicos correntes estão dotados de suficiente ductilidade de modo a receber tais tensões, permitindo a mobilização da sua capacidade última. No entanto, caso as secções estejam sujeitas a esforços de compressão, o problema não se resume, somente, a uma questão de ductilidade mas, também, à capacidade das secções resistirem às tensões instaladas sem que ocorram prematuros fenómenos de instabilidade local.

Dependendo do facto de poderem, ou não, ser desprezados os efeitos de segunda ordem, provocados por deslocamentos horizontais relativos entre pisos - estrutura de nós fixos ou estrutura de nós móveis, respectivamente -, a avaliação dos esforços instalados numa estrutura pode ser efectuada recorrendo a duas diferentes metodologias :

- análise de primeira ordem, utilizando a configuração indeformada da estrutura;
- análise de segunda ordem tendo em conta a influência da deformação da estrutura ou análise de primeira ordem considerando, de forma implícita, os efeitos de segunda ordem.

Assim, e para o caso de estruturas de nós móveis, a obtenção dos efeitos de segunda ordem pode ser efectuada através de uma análise elástica global de primeira ordem adoptando um dos seguintes critérios:

- *análise local* através da verificação, isoladamente, de cada barra sujeita a esforços de compressão, utilizando para tal comprimentos de encurvadura correspondentes a modos de nós móveis;
- *análise global simplificada* através da ampliação dos momentos associados à translação horizontal relativa entre pisos adjacentes.

O Eurocódigo 3 não apresenta qualquer limitação à aplicação de métodos de análise de segunda ordem.

Contudo, independentemente do grau de mobilidade, qualquer estrutura metálica tem que assegurar uma resistência adequada a modos de encurvadura de nós fixos. Torna-se então necessário analisar cada elemento de per si através dos comprimentos de encurvadura de nós fixos ou, recorrendo a uma análise de segunda ordem, impondo uma flecha inicial no elemento de modo a traduzir os efeitos das imperfeições geométricas e mecânicas.

Numa análise linear de primeira ordem os deslocamentos variam linearmente com a carga aplicada. Atendendo a tal facto o princípio da sobreposição dos efeitos pode ser utilizado para a determinação dos esforços induzidos por um conjunto de acções actuantes a que se encontra sujeita uma estrutura. Este princípio não é aplicável caso a lei de comportamento do material seja não linear - não linearidade material - ou, caso o comportamento da estrutura não seja linear devido a mudanças na geometria da mesma provocadas pelas acções aplicadas - não linearidade geométrica. No entanto, o EC3 e outros códigos permitem que a determinação dos esforços seja efectuada através de uma teoria de primeira ordem e, quando os efeitos da não linearidade geométrica atingem importância significativa, sugerem a ampliação dos referidos esforços, tornando-se esta metodologia, devido ao facto de o princípio da sobreposição dos efeitos não ser aplicável, inconsistente com os métodos correctos de determinação dos efeitos de segunda ordem. Apesar de tal facto, esta metodologia aproximada permite ao projectista a utilização de programas de cálculo lineares de primeira ordem correntes para o cálculo de um variado leque de estruturas metálicas.

### 2.3.1 - Grau de mobilidade de uma estrutura metálica

O grau de mobilidade de uma estrutura é, segundo o EC3, determinado em função do seu parâmetro de carga crítica elástica,  $\lambda_{crit}$ .

Uma estrutura é classificada como sendo de nós fixos caso seja satisfeita a condição:

$$\lambda_{crit} \geq 10 \quad (2.16)$$

em que:

$$\lambda_{crit} = \frac{V_{cr}}{V_{Sd}} \quad (2.17)$$

em que  $V_{cr}$  é a carga crítica elástica da estrutura determinada para um modo de encurvadura de nós móveis e  $V_{sd}$  é o valor de cálculo da acção vertical total.

O EC3 propõe uma forma aproximada para a determinação do parâmetro de carga crítica elástica de uma estrutura porticada corrente, admitindo que a sua deformação é equivalente à deformação causada por corte de uma consola vertical, sujeita a uma acção de corte  $H$  no andar em análise de altura  $h$  e, cuja translação horizontal do topo do andar relativamente à sua base seja  $\delta$ . A carga crítica do andar em análise da consola equivalente é dada por [4]:

$$V_{cr} = \frac{Hh}{\delta} \quad (2.18)$$

Substituindo a expressão (2.18) em (2.17), resulta:

$$\frac{h}{\delta} \frac{H}{V} \geq 10 \quad (2.19)$$

em que  $V$  e  $H$  são, respectivamente, as reacções vertical e horizontal na base do piso em análise.

Nesta metodologia aproximada o valor de  $V_{cr}$  estimado não é o correspondente à carga crítica global da estrutura, sendo igual ao valor da carga vertical que provoca um modo de encurvadura de nós móveis do andar em estudo - ver Figura 2.1.

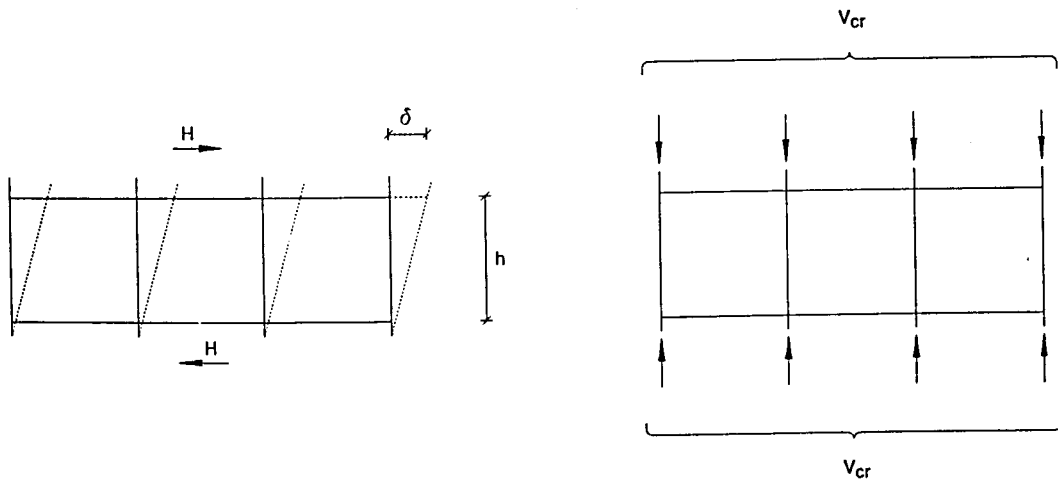


Fig. 2.1 - Acção lateral e modo de encurvadura de nós móveis num andar de uma estrutura que apresenta uma deformação do tipo da causada por corte.

### 2.3.2 - Análise local barra a barra

Conforme referido anteriormente a verificação da segurança de uma estrutura pode ser avaliada, de modo semelhante ao proposto pelo REAE, analisando cada barra individualmente, recorrendo para tal à determinação de um factor de redução de resistência,  $\chi$ , do elemento em análise.

Para uma barra sujeita a um esforço axial de compressão a verificação da segurança consiste em garantir:

$$\frac{\gamma_{m1} N_{sd}}{\beta_A A} \leq \chi f_y \quad (2.20)$$

em que:

$\gamma_{m1} = 1.1$  é um factor de segurança;

$\beta_A = 1$  para secções transversais da classe 1, 2 e 3 ;

$\beta_A = A_{ef} / A$  para secções transversais da classe 4 cuja área efectiva é  $A_{ef}$ .

A expressão apresentada no EC3 para o cálculo do factor de redução de resistência de pilares metálicos,  $\chi$ , resulta de estudos realizadas pelo ECCS [5], [6] - European Convention for Constructional Steelwork - que, desde 1960, desenvolveu um programa experimental de estudo do comportamento de pilares correntes. Mais de mil testes foram realizados para diferentes tipos de elementos (I, H, T, U e secções tubulares circulares e quadradas) com variados valores de esbelteza (entre 55 e 160). Fazendo uso de uma aproximação probabilística dos resultados obtidos experimentalmente, associados a resultados teóricos, foram obtidas relações entre a capacidade resistente dos pilares e a sua esbelteza: as curvas europeias de encurvadura que têm como base a fórmula de Ayrton-Perry [6].

Considerando que a deformação inicial de um pilar simplesmente apoiado de comprimento  $L$  é uma sinusóide - ver Figura 2.2:

$$y_0 = e_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2.21)$$

A equação diferencial que traduz o efeito da força axial de compressão  $N$  é:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{N(y + y_0)}{EI} = 0 \quad (2.22)$$

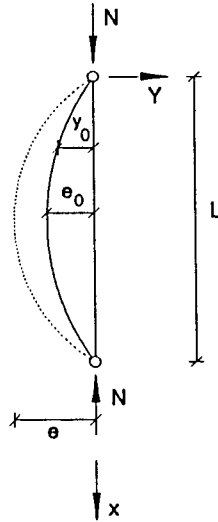


Fig. 2.2 - Pilar simplesmente apoiado com flecha inicial.

Tendo em conta as condições fronteira e o valor de  $y_0$  dado por (2.21) a solução da equação (2.22) toma a forma:

$$y = \frac{e_0}{(N_{cr}/N - 1)} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} \quad (2.23)$$

A deformação máxima do pilar,  $e$ , é então:

$$e = e_0 + \frac{e_0}{(N_{cr}/N - 1)} = \frac{e_0}{1 - N/N_{cr}} \quad (2.24)$$

E a razão  $1/(1 - N/N_{cr})$  é, geralmente, chamada de *factor de ampliação*.

O momento máximo,  $Ne$ , que o pilar pode suportar de modo a manter o equilíbrio implica que:

$$\frac{N}{A} + \frac{Ne}{W} = f_y \quad (2.25)$$

onde  $f_y$  é a tensão de cedência do aço.

Considerando  $\sigma_b = \frac{N}{A}$ , a expressão (2.25) toma a forma:

$$\sigma_b + \sigma_b \frac{eA}{W} = f_y \quad (2.26)$$

Introduzindo em (2.26) a tensão crítica de Euler,  $\sigma_{cr} = \pi^2 E / \lambda^2$  e o valor de  $e$  calculado pela expressão (2.24) resulta:

$$\sigma_b + \sigma_b \frac{e_0}{1 - \sigma_b / \sigma_{cr}} \frac{A}{W} = f_y \quad (2.27)$$

ou, de outra forma:

$$(\sigma_{cr} - \sigma_b)(f_y - \sigma_b) = \sigma_b \sigma_{cr} e_0 \frac{A}{W} \quad (2.28)$$

Sendo esta expressão a forma básica da fórmula de Ayrton-Perry.

Se a compressão axial é aplicada com uma excentricidade  $e_c$  num pilar simplesmente apoiado e indeformado - ver Figura 2.3 - o momento flector ( $Ne_c$ ) aumenta o efeito de segunda ordem anteriormente considerado.

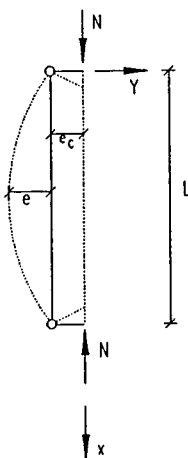


Fig. 2.3 - Pilar simplesmente apoiado com carga axial aplicada excentricamente.

É possível demonstrar que o deslocamento máximo provocado pela excentricidade da carga aplicada é:

$$e = e_c - \frac{e_c}{\cos \left[ L / 2 \sqrt{N / EI} \right]} \quad (2.29)$$

O efeito conjunto da deformada inicial e da excentricidade da carga aplicada é traduzido, de forma aproximada, através de:

$$\sigma_b + \sigma_b \frac{e_0 + e_c + 0.23e_c \sigma_b / \sigma_{cr}}{1 - \sigma_b / \sigma_{cr}} \frac{A}{W} = f_y \quad (2.30)$$

Reescrevendo a equação (2.30) obtêm-se a forma clássica da fórmula de Ayrton-Perry :

$$(\sigma_{cr} - \sigma_b)(f_y - \sigma_b) = \eta \sigma_{cr} \sigma_b \quad (2.31)$$

em que  $\eta = (e_0 + e_c + 0.23e_c \sigma_b / \sigma_{cr}) A / W$ , e que é igual à expressão (2.28) se  $\eta = (e_0 A) / W$ .

O coeficiente  $\eta$  traduz o efeito da falta de verticalidade do pilar mas pode incluir outras imperfeições como as devidas às tensões residuais. Nesse caso  $\eta$  é denominado *factor de imperfeição generalizada*.

A expressão (2.31) pode tomar outra forma:

$$(\sigma_{cr} / f_y - \bar{N})(1 - \bar{N}) = \eta \bar{N} \sigma_{cr} / f_y \quad (2.32)$$

em que  $\bar{N} = \sigma_b / f_y$ .

Fazendo  $\bar{\lambda}^2 = f_y / \sigma_{cr}$  e dividindo (2.32) por  $\sigma_{cr} / f_y$  resulta que:

$$(1 - \bar{N} \bar{\lambda}^2)(1 - \bar{N}) = \eta \bar{N} \quad (2.33)$$

ou:

$$\bar{\lambda}^2 \bar{N}^2 - \bar{N}(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1) + 1 = 0 \quad (2.34)$$

As curvas europeias de encurvadura são obtidas através da expressão (2.34) em que  $\bar{\lambda}$  é o coeficiente de esbelteza de referência da barra em estudo:

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} \quad (2.35)$$

O factor de imperfeição generalizada,  $\eta$ , que tem em conta as imperfeições relevantes numa peça comprimida para a avaliação dos efeitos de encurvadura (imperfeições geométricas, excentricidade das cargas aplicadas e tensões residuais) pode ser expresso por:

$$\eta = \frac{LA}{\gamma W} \quad (2.36)$$

em que  $\gamma = L/e_0$  representa uma imperfeição geométrica equivalente.

Sabendo que  $L_0 = L = \lambda \times i$ ,  $W = I/V$  e  $i^2 = I/A$  a expressão (2.36) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$\eta = \frac{\lambda}{\gamma(i/\nu)} \quad (2.37)$$

Designando por  $\bar{\lambda}_0$  o valor do coeficiente de esbelteza de referência a partir do qual a rotura da secção é provocada por fenómenos de encurvadura,  $\bar{N} = 1$  para  $\bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_0$  e, como  $\lambda = \bar{\lambda}\pi\sqrt{E/f_y}$ , a expressão anterior toma a forma:

$$\eta = \frac{90.15(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)}{\gamma(i/\nu)} \quad (2.38)$$

devido ao facto de ter sido estabelecido para a determinação das curvas europeias de encurvadura o valor de 255MPa para  $f_y$ , pois o valor real da tensão de cedência do aço tem uma influência pequena na caracterização dos efeitos da encurvadura.

Expressando  $\eta$  por:

$$\eta = \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) \quad (2.39)$$

o valor mínimo da solução da equação (2.34) é:

$$\bar{N} = \frac{1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{[1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2]^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} \quad (2.40)$$

ou, de outra forma:

$$\bar{N} = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2} \quad (2.41)$$

em que:

$$\phi = 0.5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.42)$$

Multiplicando (2.41) pelo termo conjugado, adoptando  $\bar{\lambda}_0 = 0.2$  e designando  $\bar{N}$  por  $\chi$  obtemos a formulação das curvas europeias:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1 \quad (2.43)$$

em que  $\chi$  é o factor de redução de resistência adoptado no EC3.

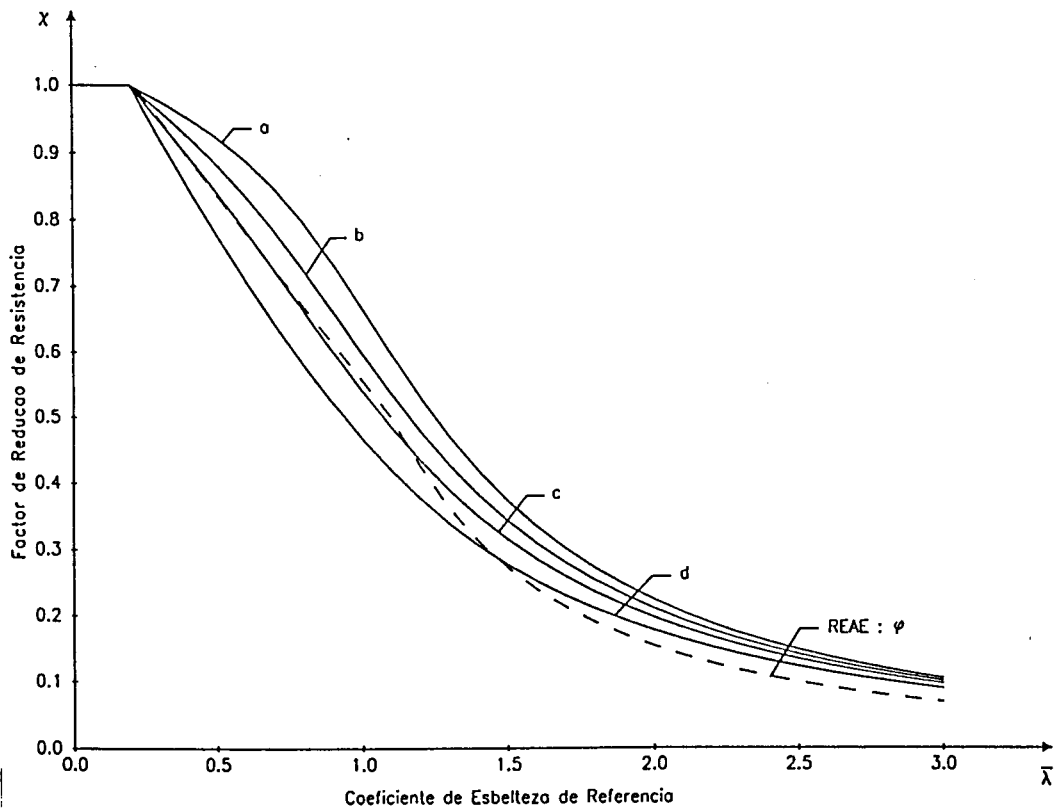


Fig. 2.4 - Curvas europeias de encurvadura.

As diferentes formas de secção transversal utilizadas em pilares de estruturas metálicas implicam valores do coeficiente  $\alpha$ , que traduz os efeitos das imperfeições geométricas e mecânicas, variando de 0.21 até 0.76, sendo possível representar o comportamento real dos pilares metálicos correntes através de quatro curvas (a, b, c e d) ilustradas na Figura 2.4 em que o valor de  $\alpha$  cresce com o aumento das imperfeições associadas às diferentes formas da secção transversal dos pilares.

Para barras sujeitas, simultaneamente, a esforços de compressão e flexão admitindo que a secção transversal da barra é da classe 1 ou 2 e apenas sofre fenómenos de instabilidade por varejamento, o EC3 considera satisfeita a segurança se:

$$\frac{\gamma_{m1} N_{sd}}{\chi A} + \frac{\gamma_{m1} k_x M_{sd,x}}{W_{pl,x}} + \frac{\gamma_{m1} k_y M_{sd,y}}{W_{pl,y}} \leq f_y \quad (2.44)$$

em que:

- $M_{sd,x}$  e  $M_{sd,y}$  são os valores de cálculo dos momentos flectores actuates máximos relativamente aos eixos centrais principais de inércia da secção,  $x$  e  $y$ .
- $W_{pl,x}$  e  $W_{pl,y}$  são os módulos de flexão plásticos relativamente aos eixos considerados.
- $k_x$  e  $k_y$  são coeficientes que traduzem o efeito da variação dos momentos ao longo da barra relativamente aos eixos  $x$  e  $y$  e, cujo valor máximo é 1.5.

Caso a secção transversal da barra em análise seja da classe 3 ou 4 deverão ser considerados os módulos de flexão elásticos -  $W_{el}$  - e, se a secção for da classe 4, as características geométricas da barra deverão ser obtidas através da sua secção efectiva.

Os valores dos coeficientes  $k_x$  e  $k_y$  dependem, de uma forma complexa, do nível de carga axial, medido pelo coeficiente  $N_{sd}/(\chi A)$ , do coeficiente de esbelteza da barra relativamente aos eixos considerados, da margem entre os módulos de flexão plásticos e elásticos da secção - caso esta seja da classe 1 ou 2 - e da distribuição dos momentos flectores ao longo do elemento.

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem de uma barra constituinte de uma estrutura metálica é, conforme constatado anteriormente, necessário efectuar o cálculo do coeficiente de esbelteza,  $\lambda$ , sendo, portanto, necessário avaliar qual o comprimento de

encurvadura da mesma. Para tal o EC3 preconiza, em anexo, um modo aproximado de determinação do comprimento de encurvadura de uma barra tendo em conta as condições de ligação da mesma à estrutura através das fórmulas aproximadas apresentadas por Wood [6].

Para a determinação do comprimento de encurvadura,  $L_0$ , do pilar AB do pórtico de nós fixos representado na Figura 2.5(a), Wood considera a sub-estrutura ilustrada na Figura 2.5(b).

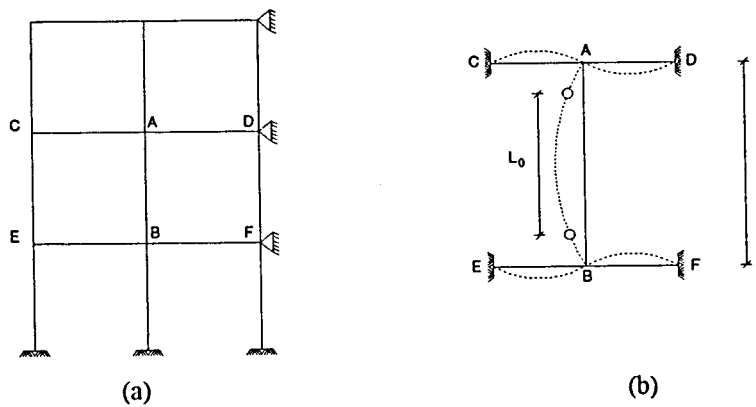


Fig. 2.5 - Comprimento de encurvadura do pilar AB.

As condições de ligação do pilar são tidas em conta através dos factores de distribuição  $\eta_t$  e  $\eta_b$  (análogos aos coeficientes de distribuição de Cross para as extremidades do pilar), em que:

$$\eta_t = \frac{K_c}{K_c + \sum K_{b,t}} \quad (2.45)$$

$$\eta_b = \frac{K_c}{K_c + \sum K_{b,b}} \quad (2.46)$$

sendo:

$K_c$  - rigidez do pilar,  $I/L$ ;

$K_b$  - somatório da rigidez efectiva das vigas concorrentes na extremidade em estudo:  $b$  ou  $t$  conforme se trate da base ou do topo do pilar.

Quando as vigas não estão sujeitas a forças axiais, desde que o seu comportamento permaneça elástico para as acções actuantes, a rigidez efectiva pode ser determinada recorrendo ao Quadro 2.1.

Quadro 2.1 - Rigidez efectiva de vigas em regime elástico.

| Condições de ligação da viga na extremidade mais afastada                                | Rigidez efectiva da viga            |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| Encastramento                                                                            | $1.0 I/L$                           |
| Rótula                                                                                   | $0.75 I/L$                          |
| Rotação igual nas duas extremidades (dupla curvatura)                                    | $1.5 I/L$                           |
| Rotação igual e oposta nas duas extremidades (curvatura simples)                         | $0.5 I/L$                           |
| Caso geral: rotação $\theta_A$ na extremidade mais próxima e $\theta_B$ na mais afastada | $(1 + 0.5 \theta_B / \theta_A) I/L$ |

Se, para o mesmo caso de carga, o momento actuante, em qualquer das vigas, exceder o momento resistente elástico -  $W_{el} f_y / \gamma_{m0}$ , em que  $\gamma_{m0}$  é um factor de segurança -, a viga no ponto, ou pontos, em que tal sucede deve ser considerada sem capacidade de transmissão de momentos flectores.

Quadro 2.2 - Rigidez efectiva de vigas sujeitas a esforços axiais de compressão.

| Condições de ligação da viga na extremidade mais afastada | Rigidez efectiva da viga     |
|-----------------------------------------------------------|------------------------------|
| Encastramento                                             | $1.0 I/L (1 - 0.4N/N_{cr})$  |
| Rótula                                                    | $0.75 I/L (1 - 1.0N/N_{cr})$ |
| Dupla curvatura                                           | $1.5 I/L (1 - 0.2N/N_{cr})$  |
| Curvatura simples                                         | $0.5 I/L (1 - 1.0N/N_{cr})$  |
| Em que: $N_{cr} = \pi^2 EI / L^2$                         |                              |

Quando as vigas se encontram sujeitas a esforços axiais,  $N$ , a rigidez efectiva das mesmas deve ser convenientemente ajustada. Em alternativa à utilização de funções de estabilidade pode, de forma aproximada, ser desprezado o acréscimo de rigidez provocado por um esforço axial de tracção e os efeitos da compressão axial podem ser incluídos, de forma conservadora, utilizando o Quadro 2.2.

O modelo aqui apresentado pode ser adaptado para pilares contínuos, admitindo que cada tramo no pilar está sujeito a um mesmo valor de  $N/N_{cr}$ . No caso geral, em que  $N/N_{cr}$  varia de tramo para tramo, a avaliação dos comprimentos de encurvadura é feita, geralmente, de uma forma conservadora. Assim, para cada tramo do pilar em análise a determinação dos factores de distribuição  $\eta_i$  e  $\eta_b$  deve ser efectuada conforme ilustrado na Figura 2.6.

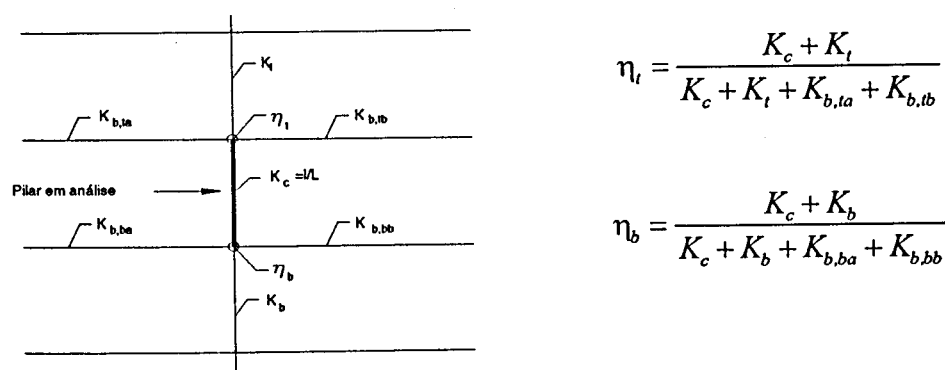


Fig. 2.6 - Factores de distribuição para pilares contínuos.

Para o cálculo do comprimento de encurvadura,  $L_0$ , de um pilar de uma estrutura porticada para um modo de encurvadura de nós fixos, Wood propõe:

$$L_0 / L = \frac{1 + 0.145(\eta_b + \eta_i) - 0.265\eta_b \cdot \eta_i}{2 - 0.364(\eta_b + \eta_i) - 0.247\eta_b \cdot \eta_i} \quad (2.47)$$

O comprimento de encurvadura para um modo de encurvadura de nós móveis pode ser obtido através da expressão proposta por Wood:

$$L_0 / L = \sqrt{\frac{1 - 0.2(\eta_i + \eta_b) - 0.12\eta_i \cdot \eta_b}{1 - 0.8(\eta_i + \eta_b) + 0.6\eta_i \cdot \eta_b}} \quad (2.48)$$

A determinação dos factores de distribuição é feita de modo análogo ao descrito para modos de encurvadura de nós fixos.

A utilização do método de Wood para o cálculo dos comprimentos de encurvadura de pilares de estruturas de nós móveis corresponde a um maior afastamento da realidade do que a aplicação do mesmo método para pilares de nós fixos, sendo a sua utilização aceitável desde que os pórticos sejam regulares, isto é, desde que alturas, momentos de inércia e esforços axiais dos pilares não variem consideravelmente.

O dimensionamento de uma estrutura de nós móveis, através da sua análise global considerando de forma aproximada os efeitos de segunda ordem, é reconhecidamente mais realista e deve, preferencialmente, ser utilizada.

### 2.3.3 - Análise global simplificada - ampliação dos momentos de primeira ordem

A utilização do método de ampliação dos momentos associados ao deslocamento horizontal relativo entre pisos adjacentes pressupõe o aumento dos referidos momentos, calculados através de uma análise elástica de primeira ordem, multiplicando-os pelo factor:

$$\frac{1}{1 - 1/\lambda_{crit}} \quad (2.49)$$

obtido anteriormente para um pilar simplesmente apoiado sujeito a um esforço de compressão uniforme cuja deformada inicial corresponde a uma sinusóide (ver 2.24).

A aplicação do método de ampliação dos momentos, segundo Timoshenko e Gere [7], induz um erro inferior a 2% para valores de  $1/\lambda_{crit}$  inferiores a 0.6, na determinação do momento flector máximo de uma barra simplesmente apoiada, comprimida axialmente, e sujeita a um dos três seguintes casos de carga: acção uniformemente distribuída, carga concentrada a meio vão ou, par de momentos iguais aplicados nas extremidades.

O EC3 sugere a aplicação desta metodologia para o cálculo de estruturas de nós móveis, limitando a sua aplicação a estruturas cujo parâmetro de carga crítica,  $\lambda_{crit}$ , associado a um modo de encurvadura de nós móveis seja superior a quatro.

A quantificação dos efeitos de segunda ordem recorrendo ao método de ampliação dos momentos tem a particularidade de ser de simples utilização por parte do projectista,

permitindo-lhe a utilização de programas de cálculo automático correntes, de análise elástica de primeira ordem.

Em seguida, apresentam-se os passos a efectuar para o cálculo de estruturas de nós móveis fazendo uso desta metodologia.

- Quantificação das acções actuantes de cálculo segundo o estipulado no R.S.A..
- Determinação das imperfeições geométricas equivalentes,  $\phi$  - *initial sway imperfections*, na literatura inglesa - e sua substituição por um sistema de forças horizontais equivalentes - ver Figura 2.7.

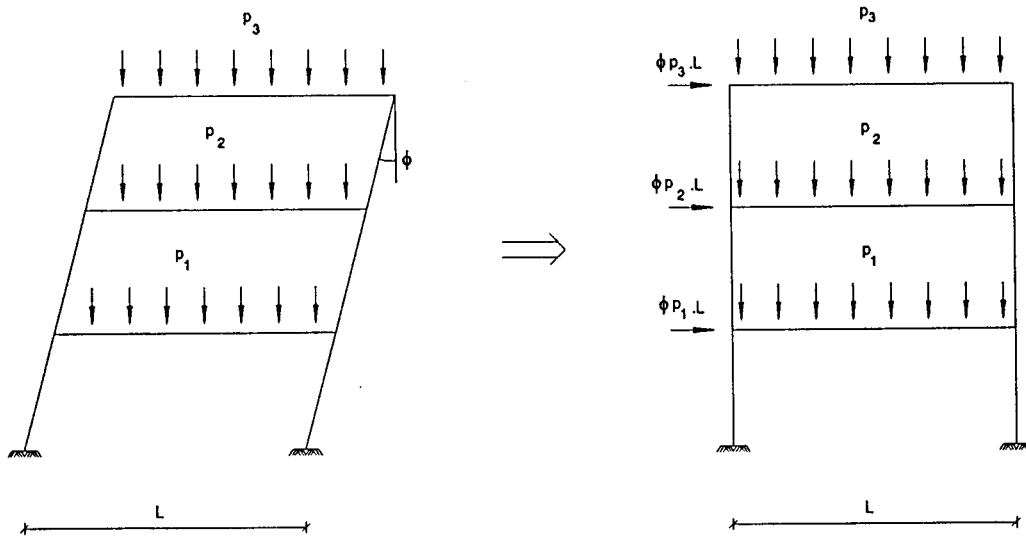


Fig. 2.7 - Forças horizontais equivalentes.

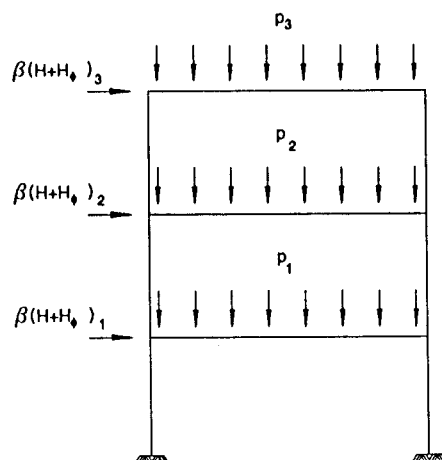
- Cálculo dos parâmetros de carga crítica associados a cada andar,  $\lambda_{crit_i}$ , recorrendo à expressão aproximada  $\frac{h}{\delta} \frac{H}{V}$  (ver 2.3.1).
- determinação dos factores de ampliação dos momentos associados à translação relativa entre pisos, para o andar  $i$

$$\beta_i = \frac{1}{1 - 1/\lambda_{crit_i}} \quad (2.50)$$

- Ampliação dos momentos. Dois procedimentos podem ser tomados:

- i) multiplicação das acções actuantes que provocam deslocamentos horizontais pelo coeficiente  $\beta$ , em que

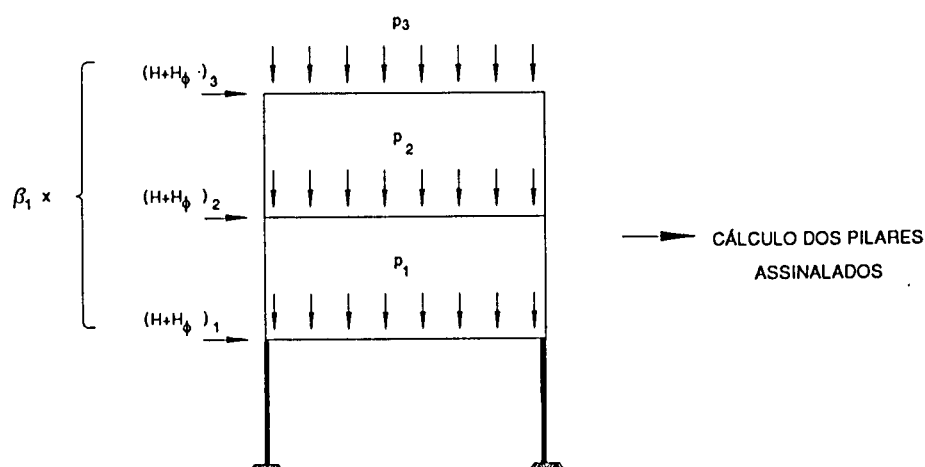
$$\beta = \max(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \quad (2.51)$$



$(H+H_\phi)_i \rightarrow$  acções actuantes mais acções equivalentes às imperfeições geométricas que provocam, no andar  $i$ , um deslocamento horizontal relativo.

Fig. 2.8 - Ampliação das forças horizontais. Utilização do coeficiente  $\beta$ .

ou de forma mais correcta:



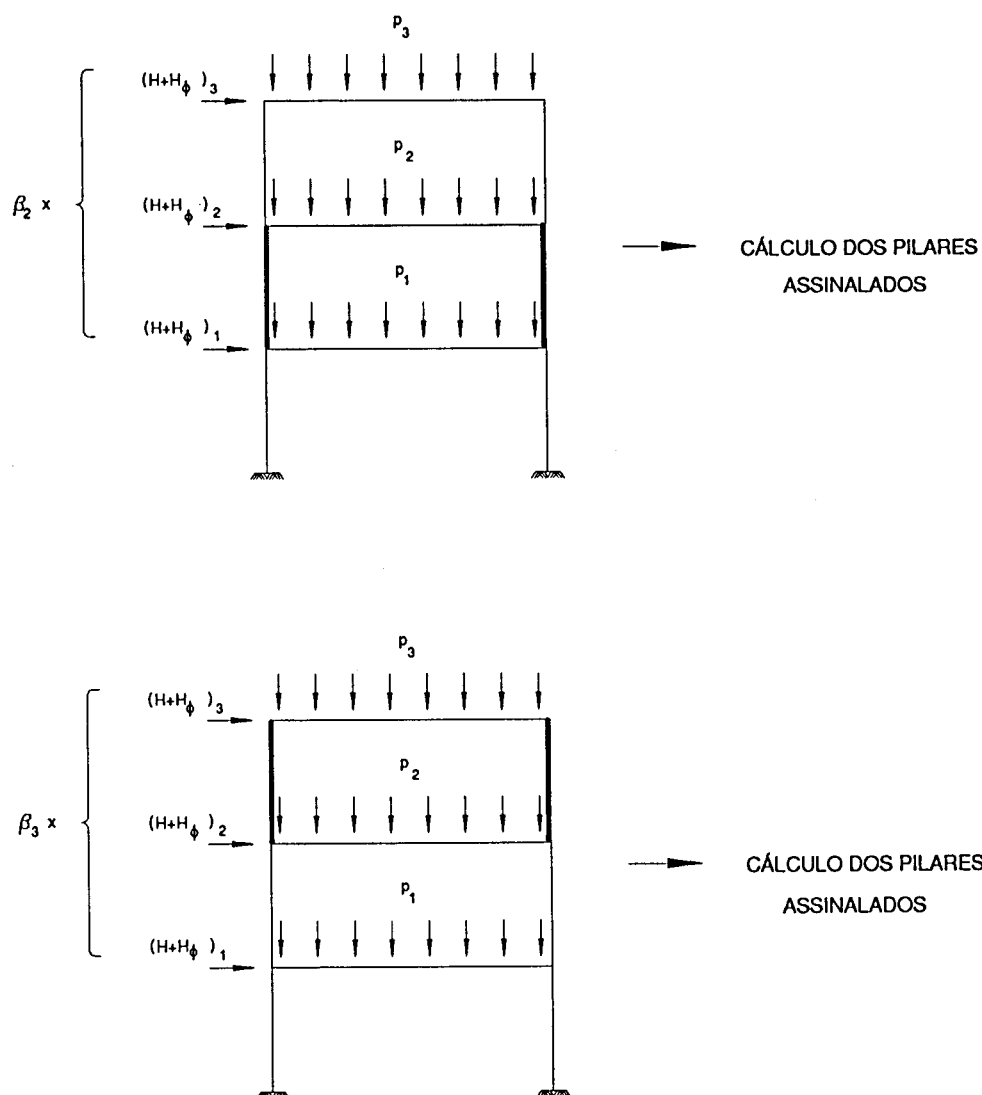


Fig. 2.9 - Ampliação das forças horizontais. Utilização dos coeficientes  $\beta_i$ .

- f) Verificação da segurança dos elementos constituintes da estrutura sujeitos aos esforços de cálculo obtidos no ponto anterior.
- g) Verificação complementar barra a barra, dos elementos sujeitos a compressão axial como se a estrutura fosse de nós fixos.

A consideração dos efeitos de segunda ordem pelo método da ampliação dos momentos conforme preconizado pelo EC3 implica, apenas, a ampliação dos momentos

flectores provocados por deslocamentos horizontais relativos entre pisos adjacentes. A aplicação do procedimento aqui proposto resulta não somente na ampliação dos referidos momentos mas, também, na ampliação dos esforços axiais e de corte associados aos ditos deslocamentos. Tais esforços, no entanto, não são afectados de forma significativa em estruturas correntes, para as quais o EC3 propõe a aplicação desta metodologia.

### 2.3.4 - Análise global elástica de segunda ordem

O Eurocódigo 3 não estabelece qualquer limitação à utilização deste método podendo os esforços instalados numa estrutura, atendendo aos efeitos de segunda ordem, ser obtidos de forma explícita. No entanto, e conforme referido anteriormente, o processo de dimensionamento de uma estrutura metálica, qualquer que seja o seu grau de mobilidade, implica a análise barra a barra da mesma para modos de encurvadura de nós fixos.

## 2.4 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM. ANÁLISE TRIDIMENSIONAL

A análise de uma estrutura metálica recorrendo à regulamentação abordada nos pontos anteriores implica a divisão da mesma em sub-estruturas planas - pórticos - devendo estas ser analisadas isoladamente. Daí advém que os modos de instabilidade tridimensional não são tidos em consideração.

Em estruturas de edifícios correntes onde as lajes de piso podem ser consideradas como diafragmas rígidos no seu plano, associando em comboio para cada direcção ortogonal os vários pórticos constituintes da estrutura, é possível obter os modos de instabilidade correspondentes a uma translação pura do edifício, em cada uma das direcções consideradas.

Utilizando esta metodologia, podemos obter valores da carga crítica por piso utilizando a expressão (2.18), que traduz de uma forma aproximada os modos de instabilidade de translação da estrutura tridimensional.

Para a determinação dos modos de instabilidade por torção da estrutura a regulamentação referida não aponta nenhuma forma de os obter nem de incluir os seus efeitos.

Naeim, F. [4] propõe uma forma aproximada para a determinação da carga crítica de torção, por piso, de um edifício considerando que este está sujeito a deformações do tipo das provocadas por corte numa consola vertical:

$$P_{cr} = \frac{Th}{r^2\theta} \quad (2.52)$$

em que  $T$  é o momento tissor aplicado no piso em análise,  $\theta$  é a rotação do piso provocada por  $T$ ,  $h$  é a distância entre pisos,  $P_{cr}$  é a carga crítica de torção do piso e  $r$  é o raio de giração polar da carga vertical relativamente ao eixo vertical de rotação do edifício. Para uma estrutura duplamente simétrica, cuja planta seja rectangular de dimensões  $a$  e  $b$ , sujeita a acções uniformemente distribuídas aplicadas nas lajes de piso:

$$r^2 = \frac{a^2 + b^2}{12} \quad (2.53)$$

O Eurocódigo 3 classifica os pórticos como sendo contraventados ou não em função do deslocamento horizontal. Se, com a introdução de um sistema de contraventamento numa estrutura os deslocamentos horizontais desta sofrerem um decréscimo de 80%, a mesma pode ser considerada como sendo contraventada, recebendo o sistema de contraventamento todas as acções horizontais a que a estrutura estava sujeita. Assim, a estrutura contraventada é analisada como sendo de nós fixos, podendo o sistema de contraventamento ser de nós fixos ou móveis. A análise destas sub-estruturas é feita isoladamente. No entanto, a eficácia do sistema de contraventamento só pode ser avaliada correctamente recorrendo a uma análise tridimensional, sendo assim, de modo mais realista, considerada a interacção entre as duas sub-estruturas.

Casos há em que a modelação da estrutura por pórticos planos não pode ser efectuada, sendo o comportamento desta marcadamente tridimensional. A análise destas estruturas cujo grau de complexidade é, por vezes, elevado deverá ser levada a cabo por intermédio de modelos tridimensionais.

## 2.5 - REFERÊNCIAS

- [1] - Regulamento de Estruturas de Aço para Edifícios, Ministério do Equipamento Social, Conselho Superior de Obras Públicas e Transportes, Lisboa, Abril de 1985.

- [2] - Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings, European Committee for Standardisation, February, 1992.
- [3] - Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, E.P., Lisboa, 1986.
- [4] - Naeim, F., Design for Drift and Lateral Stability, The Seismic Design Handbook, Structural Engineering Series, Van Nostrand Reinhold, New York, 1989.
- [5] - European Convention for Constructional Steelwork, Manual on Stability of Steel Structures, June, 1976.
- [6] - European Steel Design Education Programme, The Steel Construction Institute, Working Group 7.
- [7] - Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, Second Ed., McGraw-Hill, New York, N.Y. 1961.

## 3. MÉTODOS DE ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM

### 3.1 - INTRODUÇÃO

Nos problemas estruturais admite-se, geralmente, comportamento linear dos materiais constituintes do sistema e determinam-se os esforços resultantes das acções actantes considerando o sistema indeformado, correspondendo esta análise ao que se designa por teoria de primeira ordem. No entanto, dois tipos de não linearidade ocorrem em problemas estruturais: não linearidade material e não linearidade geométrica. Os efeitos da não linearidade geométrica - efeitos de segunda ordem - devem ser tidos em conta quando os deslocamentos de primeira ordem são tais que implicam mudanças significativas na geometria da estrutura, de tal forma que as equações de equilíbrio devem ser formuladas em relação à configuração deformada da mesma.

Os métodos matriciais de análise estrutural, desenvolvidos para a resolução de problemas lineares, podem ser adaptados de forma a incluir os efeitos de segunda ordem. Devido à presença de termos não lineares, a solução do problema matricial não pode ser obtida, em geral, de forma explícita recorrendo-se, conseqüentemente, a processos iterativos.

Como consequência da análise matricial de segunda ordem de uma estrutura as cargas críticas da mesma e correspondentes modos de encurvadura podem ser obtidos através da resolução de um problema de valores e vectores próprios.

Neste capítulo é apresentada uma metodologia para a determinação das cargas críticas elásticas, correspondentes modos de encurvadura e, também, para a obtenção dos esforços nos vários elementos constituintes de uma estrutura incluindo o agravamento correspondente aos efeitos não lineares geométricos.

### 3.2 - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA ANÁLISE ELÁSTICA DE ESTRUTURAS

Para a inclusão dos efeitos não lineares geométricos, as equações de equilíbrio deverão ser formuladas para a configuração deformada da estrutura. Sendo assim, a relação linear



$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (3.1)$$

onde  $[K]$  representa a matriz de rigidez global da estrutura,  $\{u\}$  o vector dos deslocamentos nodais e  $\{f\}$  o vector das forças nodais associadas, deixa de poder ser utilizada. No entanto, os efeitos de segunda ordem podem ser incluídos na análise desde que, no estabelecimento das equações de equilíbrio (3.1), sejam considerados os esforços desenvolvidos em cada elemento da estrutura quando este é sujeito a um conjunto de deslocamentos nodais e a um esforço axial. A relação entre deslocamentos e forças nodais deverá, então, ser traduzida por

$$[K_e]\{u\} = \{f\} \quad (3.2)$$

sendo  $[K_e]$  a matriz de rigidez completa da estrutura.

Admitindo um comportamento perfeitamente elástico dos materiais constituintes dos vários elementos da estrutura, a matriz de rigidez completa do sistema pode ser obtida de [1]:

$$[K_e] = [K] - [K_G] \quad (3.3)$$

sendo :

$[K]$  - matriz de rigidez elástica de primeira ordem da estrutura;

$[K_G]$  - matriz de rigidez geométrica da estrutura (ou matriz de rigidez de segunda ordem da estrutura).

Em que a matriz de rigidez geométrica da estrutura,  $[K_G]$ , é dependente dos esforços axiais instalados em cada elemento do sistema.

O problema da determinação da carga crítica de uma estrutura consiste na aferição do parâmetro  $\lambda_G$  - parâmetro de carga - pelo qual se devem multiplicar as acções aplicadas no sistema em análise, de forma a não ser possível encontrar uma solução única de equilíbrio. Como a matriz de rigidez geométrica é proporcional às forças internas instaladas na estrutura [1], [2]:

$$([K] - \lambda_G [K_G])\{u\} = \lambda_G \{f\} \quad (3.4)$$

os deslocamentos nodais  $\{u\}$  podem ser obtidos por:

$$\{u\} = ([K] - \lambda_G [K_G])^{-1} \lambda_G \{f\} \quad (3.5)$$

Pela definição de matriz inversa como sendo o quociente entre a matriz adjunta e o determinante dos seus coeficientes, constata-se que os deslocamentos  $\{u\}$  tendem para infinito quando:

$$\det([K] - \lambda_g [K_G]) = 0 \quad (3.6)$$

Sendo assim, o problema da determinação da carga crítica elástica reduz-se à obtenção de valores e vectores próprios associados às matrizes de rigidez  $[K]$  e  $[K_G]$ .

A equação (3.6) terá um número de raízes igual ao número de graus de liberdade do sistema, ou seja, igual à dimensão das matrizes  $[K]$  e  $[K_G]$ . O valor mais baixo de  $\lambda_g$  obtido de (3.6) será a carga crítica da estrutura, sendo o vector próprio correspondente o modo de encurvadura associado:

$$\{P_{crit}\} = \lambda_{crit} \{f\} \quad (3.7)$$

em que:

$\{P_{crit}\}$  - é a carga crítica total da estrutura, e

$\lambda_{crit}$  - é o parâmetro de carga crítica.

Como já foi referido a solução do sistema de equações (3.2), que nos permite obter a configuração de equilíbrio do sistema, não pode ser obtida, como acontecia numa análise de primeira ordem, de forma directa, visto a matriz de rigidez geométrica depender dos esforços axiais a que a estrutura se encontra sujeita. O problema pode ser interpretado [3] como se a estrutura sofresse uma perda de rigidez progressiva à medida que os esforços axiais e as deformações vão aumentando até se atingir uma situação de equilíbrio. Uma solução aproximada pode ser obtida recorrendo a um método iterativo.

Numa primeira iteração consideram-se nulos os esforços axiais sendo a solução do sistema (3.2) igual à obtida por uma análise de primeira ordem, uma vez que a matriz de rigidez geométrica da estrutura é uma matriz nula. O processo iterativo está, então, em condições de ser efectuado:

- i) cálculo dos esforços axiais a partir dos deslocamentos obtidos na iteração anterior;
- ii) determinação da matriz de rigidez completa a partir de (3.9) e (3.3) considerando os esforços axiais calculados no passo anterior;

iii) cálculo dos novos deslocamentos, resolvendo o sistema definido por (3.2).

O processo iterativo será interrompido quando a diferença entre os deslocamentos obtidos numa iteração em relação à anterior for menor que uma tolerância previamente imposta.

Em casos correntes o esforço axial é praticamente independente dos efeitos de segunda ordem, convergindo o processo rapidamente, sendo necessárias apenas duas iterações para se obterem os deslocamentos com suficiente aproximação.

A validade deste método é demonstrada nos estudos realizados por K.Aas-Jakobsen [4]. Em estruturas cujos nós apresentam a possibilidade de importantes deslocamentos horizontais relativos (estruturas de nós móveis, "sway frames" na literatura inglesa) os momentos obtidos com os pilares discretizados com apenas um elemento são equivalentes aos resultados teóricos. Contudo, para estruturas que apresentam deslocamentos horizontais relativos desprezáveis (estruturas de nós fixos, "non-sway frames" na literatura inglesa) os momentos coincidem praticamente com os teóricos desde que os pilares sejam discretizados com dois elementos.

### 3.3 - MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA

A obtenção da matriz de rigidez geométrica do sistema pode ser conseguida agrupando convenientemente as matrizes de rigidez geométrica de cada elemento no referencial geral.

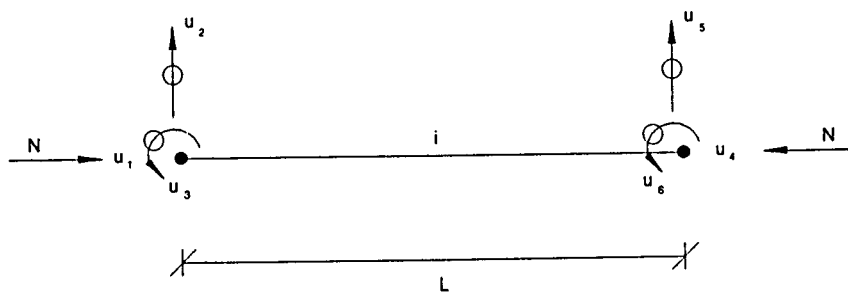


Fig. 3.1 - Relações forças-deslocamentos em coordenadas locais para o elemento bidimensional  $i$ .

Para o elemento representado na Figura 3.1, elemento linear de dois nós no espaço bidimensional, a matriz de rigidez geométrica referida ao referencial local,  $[K_G^L]_i$ , será dada por [1]:

$$[K_G^L]_i = N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2/L & 0.10 & 0 & -1.2/L & 0.10 \\ 0 & 0.10 & 0.4L/3 & 0 & -0.10 & -0.10L/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.2/L & -0.10 & 0 & 1.2/L & -0.10 \\ 0 & 0.10 & -0.10L/3 & 0 & -0.10 & 0.4L/3 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Conhecida a matriz de transformação entre o referencial global e o referencial local,  $[T]$ , é possível obter a matriz de rigidez geométrica no referencial geral:

$$[K_G]_i = [T]_i^T [K_G^L]_i [T]_i \quad (3.9)$$

A matriz de rigidez geométrica em relação ao referencial local de um elemento genérico tridimensional pode ser obtida por generalização de (3.8), apresentada para o caso bidimensional.

Assim, e em consonância com a Figura 3.2 obtemos a matriz  $[K_G^L]_i$  para um elemento tridimensional:

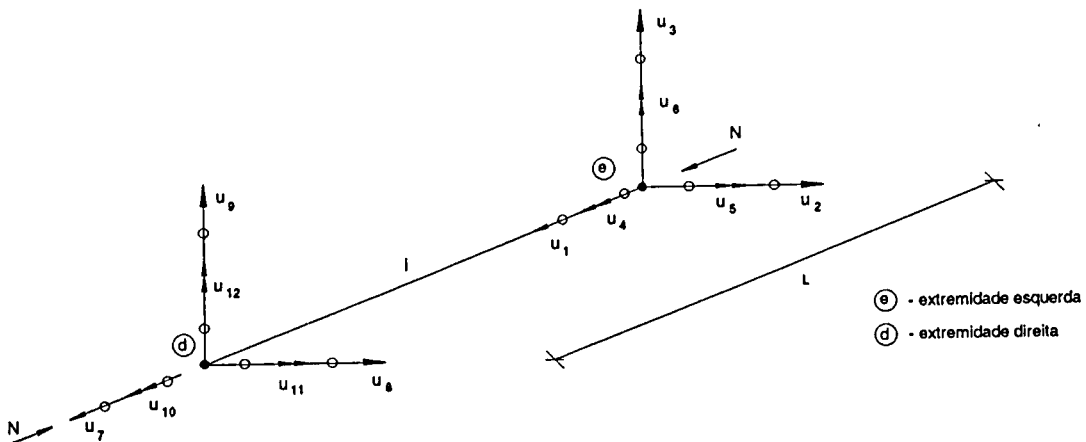


Fig. 3.2 - Relações forças-deslocamentos em coordenadas locais para o elemento tridimensional i.

$$[K_G^L] = N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2/L & 0 & 0 & 0 & 0.10 & 0 & -1.2/L & 0 & 0 & 0 & 0.10 \\ 0 & 0 & 1.2/L & 0 & -0.10 & 0 & 0 & 0 & -1.2/L & 0 & 0.10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.10 & 0 & 0.4L/3 & 0 & 0 & 0 & 0.10 & 0 & -0.10L/3 & 0 \\ 0 & 0.10 & 0 & 0 & 0 & 0.4L/3 & 0 & -0.10 & 0 & 0 & 0 & -0.10L/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.2/L & 0 & 0 & 0 & -0.10 & 0 & 1.2/L & 0 & 0 & 0 & -0.10 \\ 0 & 0 & -1.2/L & 0 & 0.10 & 0 & 0 & 0 & 1.2/L & 0 & 0.10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.10 & 0 & -0.10L/3 & 0 & 0 & 0 & 0.10 & 0 & 0.4L/3 & 0 \\ 0 & 0.10 & 0 & 0 & 0 & -0.10L/3 & 0 & -0.10 & 0 & 0 & 0 & 0.4L/3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

### 3.4 - MÉTODO ITERATIVO PARA DETERMINAÇÃO DE CARGAS CRÍTICAS E RESPECTIVOS MODOS DE ENCURVADURA

Conforme referido em 3.2 a determinação das cargas críticas e respectivos modos de encurvadura de uma estrutura consiste na resolução de um problema de valores e vectores próprios. Para tal existe um leque variado de métodos para a obtenção quer de todos, quer apenas de alguns valores e vectores próprios.

É de salientar que a resolução da equação (3.6) terá que ser feita, em geral, por métodos iterativos pois consiste na obtenção das raízes de um polinómio de grau igual à dimensão das matrizes  $[K]$  e  $[K_G]$ . Como só se conhecem métodos explícitos para o cálculo das raízes de um polinómio se o grau deste for igual ou inferior a quatro, a solução do problema citado terá que ser obtida recorrendo a processos iterativos.

Tendo em vista a inclusão num programa de cálculo automático de pórticos tridimensionais, o factor condicionante para a escolha de um método para a resolução da equação (3.6) foi o respectivo custo computacional.

O método utilizado encontra-se descrito por K.J. Bathe e E.L. Wilson [5] sendo designado por método da iteração inversa ou método da iteração matricial de Stodola [2], [3].

Este método permite trabalhar com as matrizes de rigidez armazenadas em semi-banda, sendo o custo computacional avaliado por, em cada iteração, ser necessário resolver um sistema de equações de dimensão igual à dimensão das matrizes  $[K]$  e  $[K_G]$ .

No método da iteração inversa a relação básica considerada é:

$$[K]\{\phi_i\} = \lambda_{Gi}[K_G]\{\phi_i\} \quad (3.11)$$

sendo:

$\{\phi_i\}$  - vector próprio correspondente ao modo  $i$ ;

$\lambda_{Gi}$  - valor próprio associado ao vector próprio  $\{\phi_i\}$ .

Para a obtenção do primeiro valor próprio e correspondente vector próprio, obtém-se de (3.11):

$$[K]\{\phi_1\} = \lambda_{G1}[K_G]\{\phi_1\} \quad (3.12)$$

Arbitrando uma configuração inicial da deformada,  $\{u\}_0$ , que traduz uma primeira aproximação para a situação de instabilidade, resulta:

$$[K]\{\phi_1\}_1 = (\lambda_{G1})_1[K_G]\{u\}_0 \quad (3.13)$$

ou, de outra forma

$$[K]\frac{1}{(\lambda_{G1})_1}\{\phi_1\}_1 = [K_G]\{u\}_0 \quad (3.14)$$

Considerando o segundo membro como um vector solicitação  $\{f_G\}_1$ , a expressão (3.14) pode ser escrita como:

$$[K]\frac{1}{(\lambda_{G1})_1}\{\phi_1\}_1 = \{f_G\}_1 \quad (3.15)$$

Resolvendo o sistema de equações obtemos

$$\{\bar{u}\}_1 = \frac{1}{(\lambda_{G1})_1}\{\phi_1\}_1 \quad (3.16)$$

Se a configuração inicial traduzisse exactamente o modo de instabilidade  $\{\phi_1\}$  da estrutura, as relações entre as componentes do vector  $\{u\}_0$  e as do vector  $\{\bar{u}\}_1$  seriam constantes e o parâmetro de carga da estrutura,  $\lambda_{G1}$ , atendendo a (3.16) seria obtido por:

$$\lambda_{G1} = \frac{(u_j)_0}{(\bar{u}_j)_1} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.17)$$

Em princípio não se verificará esta situação não sendo, portanto, válida a utilização de (3.17) para a obtenção de  $\lambda_{G1}$ .

No entanto, uma primeira aproximação de  $\lambda_{G1}$  pode ser obtida recorrendo ao quociente de Rayleigh:

$$\{\lambda_{G1}\}_1 = \frac{\{\bar{u}\}_1^T [K_G] \{u\}_0}{\{\bar{u}\}_1^T [K_G] \{\bar{u}\}_1} \quad (3.18)$$

De modo a obter uma segunda aproximação de  $\lambda_{G1}$  deve ser adoptado para configuração da deformada o vector:

$$\{u\}_1 = \frac{\{\bar{u}\}_1}{\sqrt{\{\bar{u}\}_1^T [K_G] \{\bar{u}\}_1}} \quad (3.19)$$

Utilizando (3.19) asseguramos a ortogonalização em relação à matriz de rigidez geométrica da estrutura, ou seja:

$$\{u\}^T [K_G] \{u\}_1 = 1 \quad (3.20)$$

Sendo assim, os passos a efectuar para a obtenção do valor da carga crítica de uma estrutura são os seguintes:

- 1 - Determinação de uma configuração inicial de instabilidade,  $\{u\}_0$  ;
- 2 - Procedimento a efectuar para a iteração  $k$ 
  - 2.1 - Cálculo do vector solicitação  $\{f_G\}_k$

$$\{f_G\}_k = [K_G] \{u\}_{k-1}$$

- 2.2 - Obtenção do vector  $\{\bar{u}\}_k$  por resolução do sistema

$$[K] \{\bar{u}\}_k = \{f_G\}_k$$

2.3 - Determinação do vector  $\{u\}_k$ 

$$\{u\}_k = \frac{\{\bar{u}\}_k}{\sqrt{\{\bar{u}\}_k^T [K_G] \{\bar{u}\}_k}}$$

2.4 - Cálculo do parâmetro  $(\lambda_{crit})_k$ 

$$(\lambda_{crit})_k = \{u\}_k^T [K_G] \{u\}_{k-1}$$

## 2.5 - Verificação da precisão conseguida.

## 2.6 - Repetição dos passos 2.1 a 2.5 até se atingir a precisão previamente definida.

3 - Determinação da carga crítica elástica  $\{P_{cr}\}$ 

$$\{P_{cr}\} = \lambda_{crit} \{f\}$$

sendo  $\{f\}$  o vector das acções actuates na estrutura.

O processo iterativo descrito convergirá para o valor do parâmetro de carga crítico, o valor próprio mais baixo, a menos que durante os passos descritos se obtenham configurações da deformada,  $\{u\}_k$ , ortogonais ao primeiro modo de encurvadura da estrutura. Caso tal suceda a convergência far-se-á - caso não surja o mesmo problema - para o modo de encurvadura imediatamente a seguir.

Para a obtenção da precisão referida no passo 2.5, e fixando previamente uma tolerância,  $\delta$ , é necessário que

$$\frac{(\lambda_{G1})_k - (\lambda_{G1})_{k-1}}{(\lambda_{G1})_k} \leq \delta \quad (3.21)$$

O valor escolhido para  $\delta$  [6] deve ser menor ou igual a  $10^{-2n}$  quando é pretendido que o valor próprio obtido tenha uma precisão de  $2n$  dígitos. O vector próprio associado terá uma precisão de pelo menos  $n$  dígitos.

O processo de convergência para  $\lambda_{Gm}$  [6] é linear de razão  $(\lambda_{Gm}/\lambda_{G(m+1)})^2$  em que  $\lambda_{G(m+1)}$  é o próximo valor próprio distinto de  $\lambda_{Gm}$  e o processo de convergência para  $\phi_1$  é, também, linear de razão  $\lambda_{Gm}/\lambda_{G(m+1)}$ .

A determinação aproximada do parâmetro de carga crítica pelo método da iteração inversa pressupõe a existência de um erro. Se esse erro for  $\epsilon$ , o erro na determinação do modo de encurvadura será de  $\sqrt{\epsilon}$  [6].

Como se referiu, o método apresentado converge, em princípio, para o valor próprio mais baixo (parâmetro de carga crítico) e correspondente modo de encurvadura.

Os outros modos de encurvadura podem ser obtidos recorrendo à ortogonalização de Gram-Schmidt [6] que permite obter, para configurações aproximadas da deformada a utilizar no processo iterativo, vectores ortogonais aos vectores próprios já calculados.

Conhecidos  $\phi_i$  modos de instabilidade da estrutura o vector  $\{u\}_k$  determinado no passo 2.3 do método da iteração inversa terá que ser corrigido.

$$\{u^*\}_k = \{u\}_k - \sum_{i=1}^m \alpha_i \{\phi_i\} \quad (3.22)$$

onde os coeficientes  $\alpha_i$  serão obtidos utilizando as condições:

$$\begin{aligned} \{\phi_i\}^T [K_G] \{u^*\}_k &= 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \{\phi_i\}^T [K_G] \{\phi_j\} &= \delta_{ij} \quad ; \quad \delta_{ij} = 1 \quad , \quad i = j \\ \delta_{ij} &= 0 \quad , \quad i \neq j \end{aligned}$$

Pré multiplicando ambos os membros de (3.22) por  $\{\phi_i\}^T [K_G]$  obtemos

$$\alpha_i = \{\phi_i\}^T [K_G] \{u\}_k \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.23)$$

Substituindo (3.23) em (3.22) determina-se o vector  $\{u^*\}_k$

$$\{u^*\}_k = ([I] - \{\phi_1\}\{\phi_1\}^T [K_G] - \dots - \{\phi_m\}\{\phi_m\}^T [K_G]) \{u_k\} \quad (3.24)$$

em que  $[I]$  é a matriz unitária.

Utilizando o método da iteração inversa para o cálculo do modo de instabilidade  $m+1$ , conhecidos os  $m$  primeiros modos, o processo iterativo anteriormente descrito sofre uma alteração com a introdução de mais um passo:

### 2.3.1 - Ortogonalização de Gram-Schmidt

$$\{u^*\}_k = \left( [I] - \sum_{i=1}^m \{\phi_i\} \{\phi_i\}^T [K_G] \right) \{u_k\} \quad (3.25)$$

Nos passos seguintes, 2.4 e 2.1, a aproximação ao modo de encurvadura pretendido deve ser feita utilizando para tal o vector  $\{u^*\}_k$  em lugar de  $\{u_k\}$ .

## 3.5 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ESTRUTURAIS INCLUINDO EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

A resolução de problemas estruturais implica a determinação dos deslocamentos e esforços instalados numa estrutura induzidos pela acção actuante a que o sistema se encontra sujeito.

A determinação dos deslocamentos nodais pode ser efectuada através da resolução do sistema de equações (3.2), encontrando-se nessa solução já traduzidos os efeitos de segunda ordem devido ao facto de a matriz de rigidez completa da estrutura,  $[K_c]$ , ser obtida através da diferença entre a matriz de rigidez elástica de primeira ordem e a matriz de rigidez geométrica do sistema (3.3).

Os esforços resultantes das cargas aplicadas são obtidos de modo análogo aos obtidos através de uma análise de primeira ordem, aplicando a expressão (3.2) a cada elemento da estrutura:

$$[K_c^L]_i \{u^L\}_i = \{f^L\}_i \quad (3.26)$$

sendo:

$[K_c^L]_i$  - matriz de rigidez completa do elemento  $i$  no referencial local;

$\{u^L\}$  - vector deslocamentos nodais do elemento  $i$  no referencial local;

$\{f^L\}_i$  - vector das forças nodais aplicadas no elemento  $i$  no referencial local;

Resolvendo, para cada um dos elementos constituintes da estrutura, a equação (3.26) obtemos, visto serem já conhecidos os  $\{u^L\}_i$ , as forças nodais aplicadas a cada elemento  $i$ ,  $\{f^L\}_i$ . Descontando em  $\{f^L\}_i$  as forças exteriores a que o elemento se encontra sujeito, determinam-se os esforços instalados na barra em análise da estrutura em estudo.

Os efeitos de segunda ordem traduzem-se, fundamentalmente, numa variação dos momentos de primeira ordem, com o acréscimo dos momentos flectores associados ao deslocamento horizontal relativo dos nós constituintes da estrutura.

A consideração dos efeitos de segunda ordem origina uma diminuição de rigidez em elementos sujeitos a esforços axiais de compressão e um aumento de rigidez dos mesmos quando traccionados. Este efeito é tido em conta no método proposto através da matriz de rigidez geométrica - ver (3.8) - que ora aumenta, ora diminui os coeficientes da matriz de rigidez completa do sistema, em função do sinal do esforço axial,  $N$ .

O método aqui descrito foi desenvolvido num programa de pórticos tridimensionais, apresentando-se no próximo capítulo os principais aspectos referentes ao referido programa de cálculo e calibração do método.

### 3.6 - REFERÊNCIAS

- [1] Przemieniecki, J.S., Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, U.S.A., 1968
- [2] Delgado, R.M. e Caetano, E., A encurvadura em Pórticos de Betão Armado. Jornadas sobre a Aplicação da Nova Regulamentação de Estruturas, gabinete de Estruturas, FEUP, Porto, 1988.
- [3] Vila Pouca, N.S., Mobilidade das Estruturas de Betão Armado na Análise à Encurvadura. Dissertação apresentada à FEUP para a obtenção do grau de Mestre em Estruturas de Engenharia Civil, Janeiro, 1992.

- [4] Clough, Ray W. e Rienzi, Joseph - Dynamics of Structures, McGraw-Hill, International Editions, 1982.
- [5] Aas-Jakobsen, K., Design of Slender Reinforced Concrete Frames, Report n° 48, Institut Für Baustatik ETH Zurich, Switzerland, Nov., 1973.
- [6] Bathe, K.J. e Wilson, E.L., Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.

## 4. CALIBRAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

### 4.1 - INTRODUÇÃO

A metodologia referida no capítulo anterior para a determinação das cargas críticas elásticas, correspondentes modos de encurvadura e inclusão dos efeitos de segunda ordem na análise de uma estrutura foi desenvolvida num programa de cálculo automático, denominado EIGENF. De modo a aferir os resultados obtidos através do referido programa é analisado um conjunto de estruturas, para as quais são conhecidos resultados teóricos ou resultados provenientes da aplicação de outros modelos. São ainda referidos e analisados aspectos gerais da utilização da metodologia, nomeadamente, quanto ao valor a atribuir para a tolerância com que se pretende obter o parâmetro de carga crítica elástica de uma estrutura e, também, quanto à discretização dos vários elementos constituintes da estrutura em análise.

### 4.2 - O PROGRAMA EIGENF

O programa EIGENF resulta da introdução de modificações no programa de cálculo preexistente, de nome genérico FEMIX [1], que permite analisar em regime elástico e linear estruturas constituídas por materiais homogéneos e isotrópicos tendo como base o método dos deslocamentos e a discretização em elementos finitos.

O programa FEMIX permite efectuar a análise de variados tipos de estruturas: estruturas submetidas a um estado plano de tensão, a um estado plano de deformação, a um estado axissimétrico de tensão e deformação, estruturas tridimensionais discretizadas por elementos de volume, lajes, cascas, estruturas reticuladas tridimensionais e estruturas articuladas tridimensionais. No entanto, tendo em vista o estudo de edifícios metálicos, a metodologia referida no capítulo anterior foi desenvolvida apenas para o caso de estruturas reticuladas tridimensionais com continuidade de deslocamentos e rotações, constituídas por barras prismáticas de secção constante, sendo o centro de corte coincidente com o centro de gravidade em cada secção transversal e onde são desprezadas as deformações por corte.

O programa EIGENF, elaborado em linguagem C, mantém a estrutura do programa FEMIX, sendo constituído por três módulos: pré processamento, cálculo e pós processamento. O módulo de pós processamento possibilita a obtenção de ficheiros com os resultados sob a forma numérica e ficheiros específicos para tratamento gráfico com outros programas, tornando-se assim possível visualizar os diferentes modos de encurvadura de uma estrutura.

Como opção, a definir pelo utilizador, o programa EIGENF permite que o cálculo elástico de segunda ordem de uma estrutura inclua, ou não, o aumento de rigidez provocado por eventuais esforços axiais de tracção instalados nos elementos constituintes da mesma.

Sendo o parâmetro de carga crítica de uma estrutura o valor pelo qual as acções aplicadas ao sistema devem ser multiplicadas de modo a obter uma configuração de instabilidade da mesma, caso se pretenda considerar o aumento de rigidez provocado pela presença de esforços axiais de tracção, o valor de  $\lambda_{crit}$  poderá, eventualmente, tomar valores negativos. A Figura 4.1 ilustra este efeito, sendo o resultado da análise de um pilar isolado sujeito a um esforço axial variável, de valor N, positivo quando de compressão.

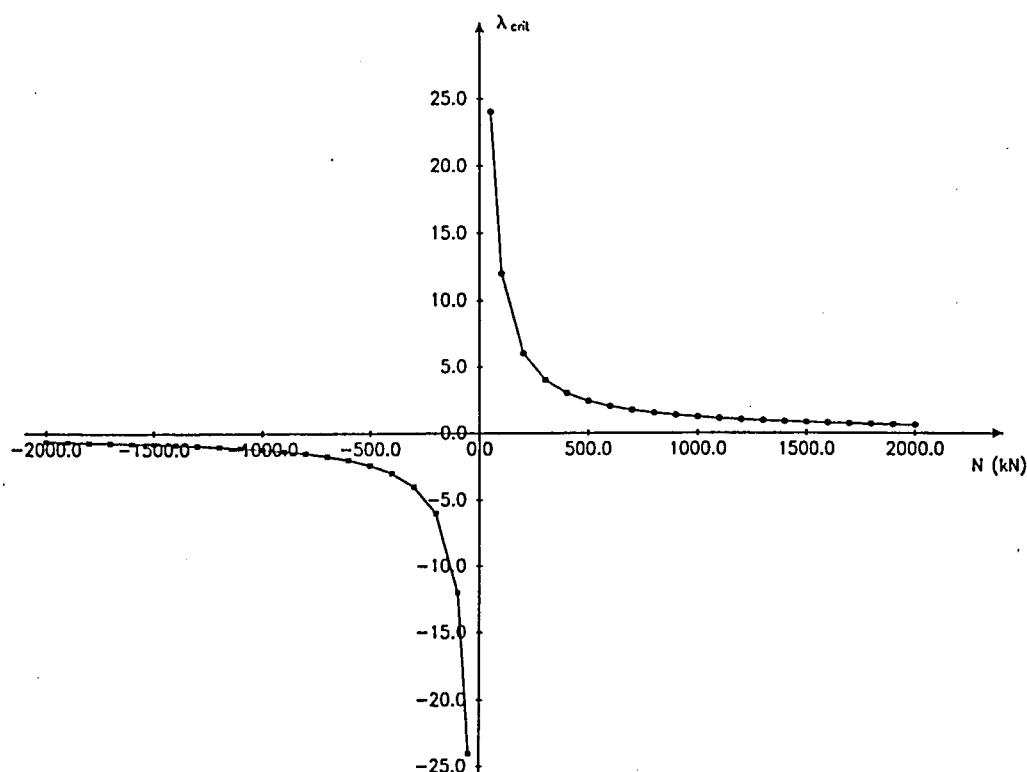


Fig. 4.1 - Variação do parâmetro de carga crítica com o esforço axial instalado.

### 4.3 - AFERIÇÃO DE RESULTADOS DE EIGENF

Com o intuito de efectuar a aferição dos resultados provenientes do programa EIGENF foram consideradas várias estruturas de que se conhecem soluções teóricas ou obtidas por outros autores.

Um primeiro conjunto de estruturas, PIL1, PIL2, PORT1 e PORT2 permitiram comparar os valores do parâmetro de carga crítica elástica determinados através da aplicação do programa EIGENF com os valores teóricos, conhecidos para as duas primeiras estruturas, e, com os valores resultantes de outros modelos, propostos por Awadalla [2] e Horne [3].

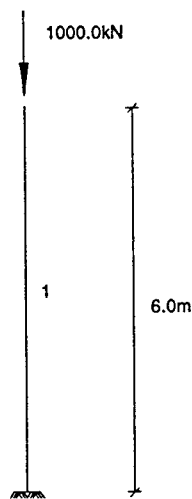


Fig. 4.2 - Estrutura PIL1.

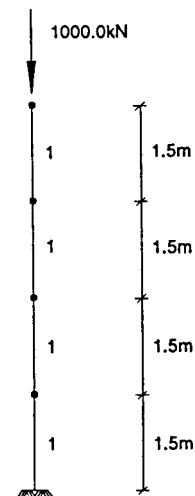


Fig. 4.3 - Estrutura PIL2.

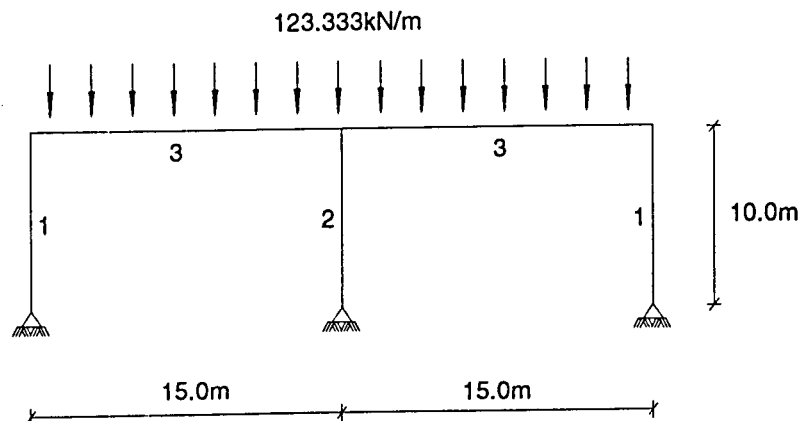


Fig. 4.4 - Estrutura PORT1.

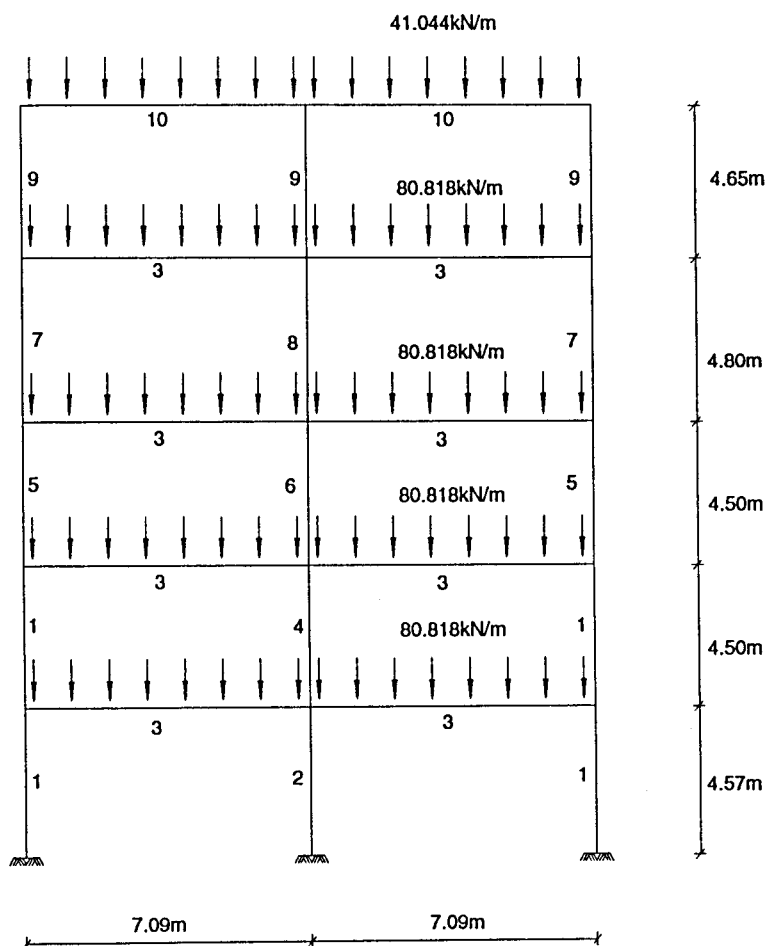


Fig. 4.5 - Estrutura PORT2.

Quadro 4.1 - Características dos elementos.

| Estrutura | Elementos | E<br>(GPa) | I<br>(cm <sup>4</sup> ) | A<br>(cm <sup>2</sup> ) |
|-----------|-----------|------------|-------------------------|-------------------------|
| PIL1      | 1         | 200.0      | 25166.0                 | 149.1                   |
| PIL2      | 1         | 200.0      | 25166.0                 | 149.1                   |
| PORT1     | 1         | 200.0      | 48526.0                 | 195.0                   |
|           | 2         | 200.0      | 99994.0                 | 366.0                   |
|           | 3         | 200.0      | 717325.0                | 494.0                   |
| PORT2     | 1         | 200.0      | 13426.0                 | 134.0                   |
|           | 2         | 200.0      | 25101.0                 | 221.0                   |
|           | 3         | 200.0      | 51037.0                 | 123.0                   |
|           | 4         | 200.0      | 19165.0                 | 183.0                   |
|           | 5         | 200.0      | 11260.0                 | 118.0                   |
|           | 6         | 200.0      | 15713.0                 | 150.0                   |
|           | 7         | 200.0      | 8663.0                  | 95.0                    |
|           | 8         | 200.0      | 9211.0                  | 102.0                   |
|           | 9         | 200.0      | 4789.0                  | 66.0                    |
|           | 10        | 200.0      | 20475.0                 | 85.0                    |

Quadro 4.2 - Parâmetro de carga crítica elástica. Comparação de resultados.

| Estrutura<br>(1) | Parâmetro de carga crítica elástica, $\lambda_{crit}$ |                                   |                 |              |
|------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------|--------------|
|                  | EIGENF<br>(2)                                         | Funções de<br>estabilidade<br>(3) | AWADALLA<br>(4) | HORNE<br>(5) |
| PIL1             | 3.476                                                 | 3.435                             | -               | -            |
| PIL2             | 3.450                                                 | 3.435                             | -               | -            |
| PORT1            | 2.54                                                  | 2.55                              | 2.57            | 2.73         |
| PORT2            | 7.64                                                  | 7.70                              | 7.86            | 7.12         |

Pela análise dos resultados apresentados no Quadro 4.2, é possível constatar que os valores obtidos através do programa EIGENF estão em perfeita concordância - erros inferiores a 1.2% - com os valores indicados na coluna (3), correspondente aos valores "exactos". É, também, de salientar que os valores correspondentes às colunas (4) e (5), obtidos por métodos aproximados [2], [3], apresentam erros superiores.

As cargas críticas do pilar representado na Figura 4.6, associadas aos diferentes modos de encurvadura, são fornecidas pela teoria de Euler. Sendo  $n$  o número do modo considerado:

$$P_{crit} = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

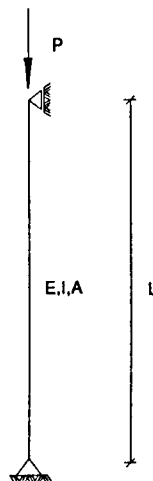


Fig. 4.6 - Pilar simplesmente apoiado

Para o caso concreto de um pilar discretizado com cinco nós - quatro elementos -, em que,  $L=5.0m$ ,  $E=206.0GPa$ ,  $I = 142.0cm^4$  e  $A = 28.5cm^2$ , o Quadro 4.3 traduz os resultados do cálculo teórico e, também, do cálculo através do programa EIGENF, sendo, mais uma vez, possível constatar a boa concordância - erro inferior a 3.3% - entre os valores obtidos.

Quadro 4.3 - Carga crítica associada ao respectivo modo de instabilidade. Comparação de resultados.

| MODO | $P_{cr}$         |          |
|------|------------------|----------|
|      | Tecoria de Euler | EIGENF   |
| 1    | 115.482          | 115.54   |
| 2    | 461.929          | 465.404  |
| 3    | 1039.340         | 1073.954 |

Efectuando com cinquenta elementos a discretização do pilar, os resultados obtidos pelo programa EIGENF coincidem com os teóricos, apresentando-se na Figura 4.7 a configuração dos seus cinco primeiros modos de encurvadura.

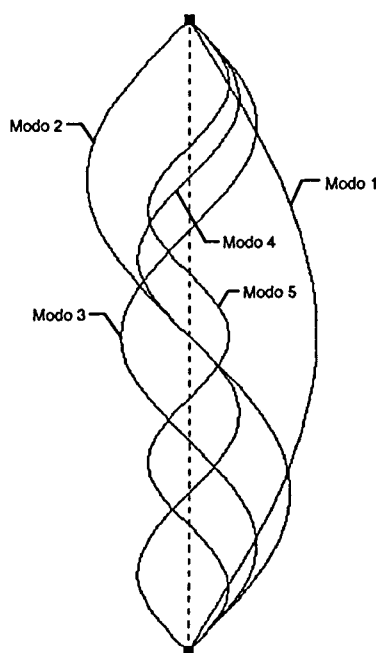


Fig. 4.7 - Modos de encurvadura de um pilar simplesmente apoiado.

Outro exemplo da validade da aplicação do programa EIGENF é demonstrado pelo cálculo de pilares, semelhantes ao ilustrado na Figura 4.6, mas discretizando-os através de uma, duas ou quatro barras. O resultado da aplicação do programa EIGENF é comparado com os valores teóricos, correspondentes à hipérbole de Euler, sob forma gráfica conforme apresentado na Figura 4.8, obtendo-se valores da tensão crítica para o pilar em análise com erros de 21.6%, 0.8% e 0.05% para o caso de dois nós por barra, três nós por barra e cinco nós por barra, respectivamente. É de salientar a boa precisão obtida para o caso de três nós por barra e a excelente aproximação aos valores teóricos, conseguida com cinco nós por barra - entenda-se como elemento de  $n$  nós por barra o elemento estrutural (neste caso o pilar) discretizado através de  $(n-1)$  elementos de barra de dois nós.

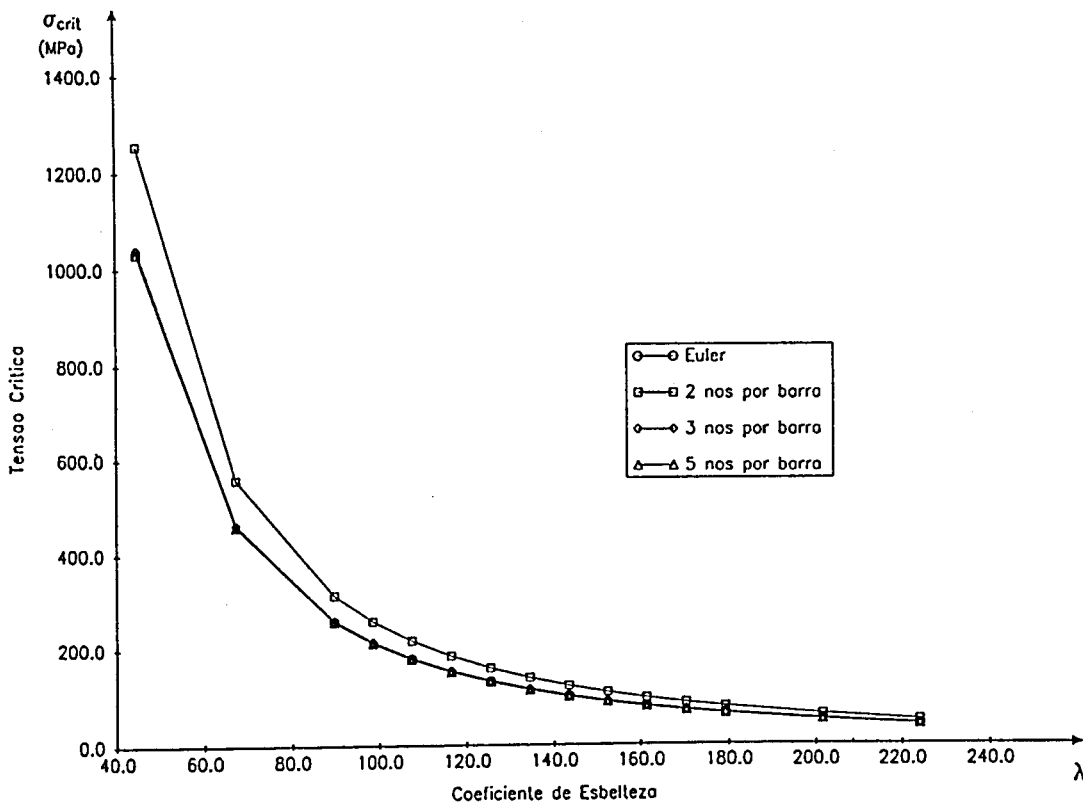


Fig. 4.8 - Tensão crítica. Comparação de resultados.

em que:

$\sigma_{crit}$  é a tensão crítica e,

$\lambda$  é o coeficiente de esbelteza do pilar.

O cálculo da viga-coluna simplesmente apoiada, representada na Figura 4.9, permitiu obter os resultados expressos no Quadro 4.4.

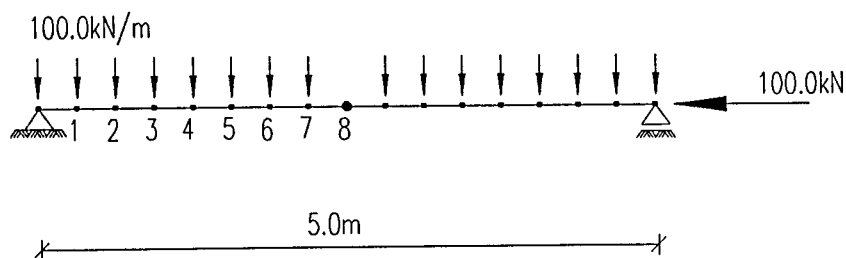


Fig. 4.9 - Viga-coluna: IPE 200.

Quadro 4.4 - Viga-coluna IPE 200. Comparação de resultados.

| PONTO | Momentos flectores (kN.m)                             |              |                                                       |              |
|-------|-------------------------------------------------------|--------------|-------------------------------------------------------|--------------|
|       | Acção vertical perpendicular ao eixo de maior inércia |              | Acção vertical perpendicular ao eixo de menor inércia |              |
|       | EIGENF                                                | Valor exacto | EIGENF                                                | Valor exacto |
| 1     | 73.85                                                 | 73.85        | 480.44                                                | 480.45       |
| 2     | 137.91                                                | 137.91       | 935.15                                                | 935.16       |
| 3     | 192.15                                                | 192.15       | 1348.99                                               | 1349.00      |
| 4     | 236.56                                                | 236.56       | 1708.17                                               | 1708.19      |
| 5     | 271.12                                                | 271.12       | 2000.76                                               | 2000.78      |
| 6     | 295.81                                                | 295.81       | 2216.99                                               | 2217.02      |
| 7     | 310.63                                                | 310.63       | 2349.68                                               | 2349.71      |
| 8     | 315.57                                                | 315.57       | 2394.41                                               | 2394.43      |

Uma vez mais, e por observação do Quadro 4.4, é possível constatar que os resultados obtidos pelo programa EIGENF estão em perfeita consonância com os resultados teóricos - erros inferiores a 0.02% -, determinados da seguinte forma:

$$M_{2^{\text{ordem}}} = M_{1^{\text{ordem}}} + P \cdot y$$

em que  $y$  é o deslocamento vertical proveniente de uma análise de segunda ordem da viga-coluna, no ponto considerado, conforme referido em [4].

Em face destes resultados, e tendo em consideração os vários tipos de estruturas analisadas, podem aceitar-se os resultados do programa EIGENF como valores de referência para comparação com os resultados dos métodos simplificados propostos pela regulamentação nacional e estrangeira.

#### 4.4 - DISCRETIZAÇÃO ESTRUTURAL E TOLERÂNCIA DO PROCESSO ITERATIVO

A determinação do parâmetro de carga crítica de uma estrutura através da utilização do programa EIGENF implica a resolução de um processo iterativo. A conclusão desse processo, ou seja, a tolerância pretendida na obtenção de  $\lambda_{crit}$  terá de ser fornecida pelo utilizador do programa.

Bathe, K. J. e Wilson, E. L. [5] referem que o valor escolhido para a tolerância do método da iteração inversa,  $\delta$ , deve ser menor ou igual a  $10^{-2n}$  quando é pretendido que o valor próprio tenha uma precisão de  $2n$  dígitos, vindo o vector próprio com uma precisão de pelo menos  $n$  dígitos.

Tendo em vista a determinação da influência da tolerância e do modo de discretização dos vários elementos constituintes da estrutura na obtenção do parâmetro de carga crítica elástica foi analisada a estrutura representada na Figura 4.10.

Quadro 4.5 - Características dos elementos.

| Elementos | $E$ (GPa) | $I_x$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> ) | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|-----------|-----------|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| 1         | 200.0     | 30823.0                  | 9239.0                   | 161.3                  |
| 2         | 200.0     | 48200.0                  | 2142.0                   | 116.0                  |

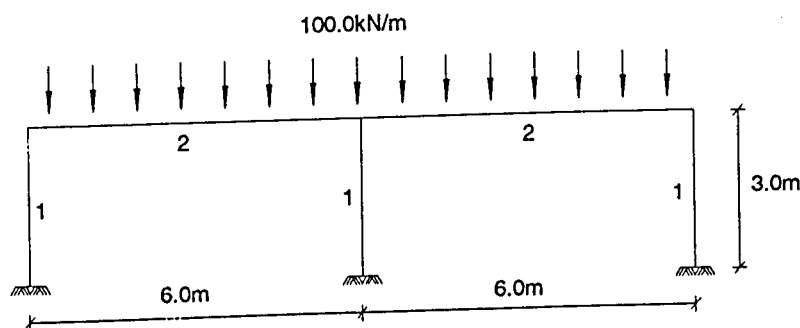
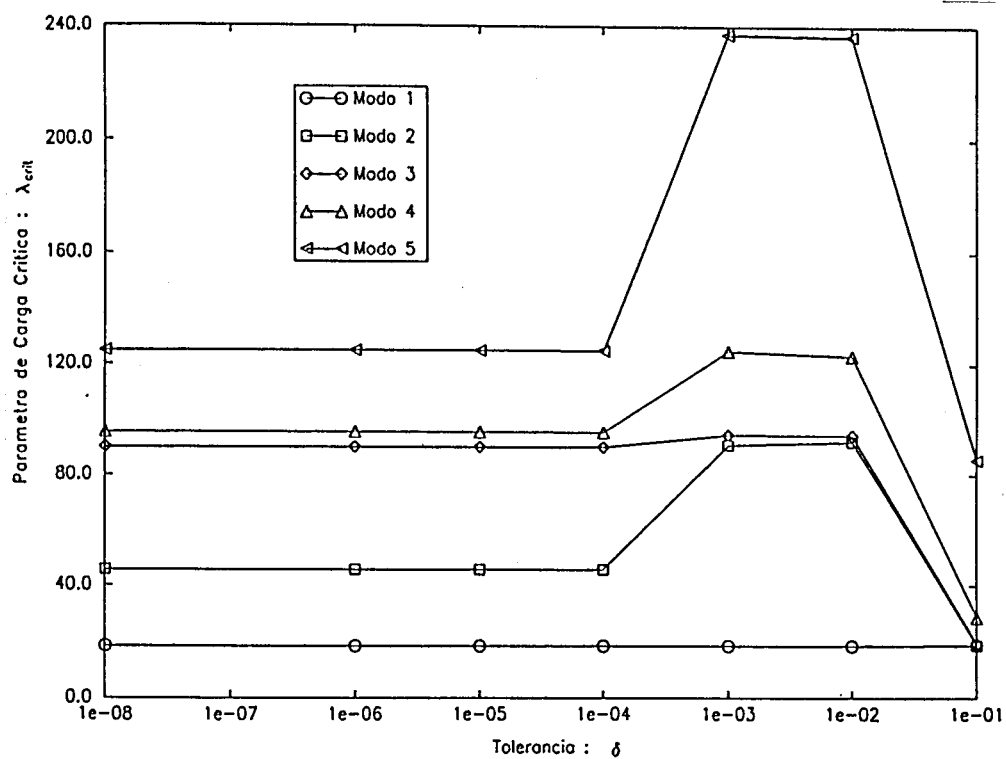
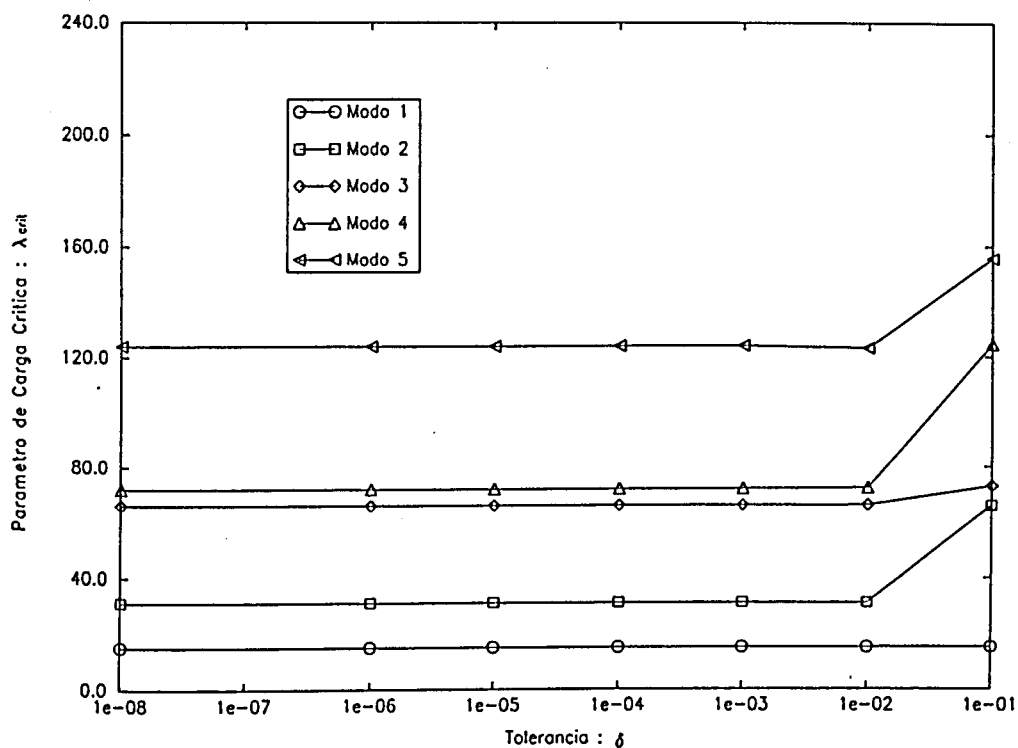


Fig. 4.10 - Pórtico de 1 piso.

Fig. 4.11 - Variação de  $\delta$  no cálculo de  $\lambda_{crit}$ . Dois nós por barra.Fig. 4.12 - Variação de  $\delta$  no cálculo de  $\lambda_{crit}$ . Três nós por barra.

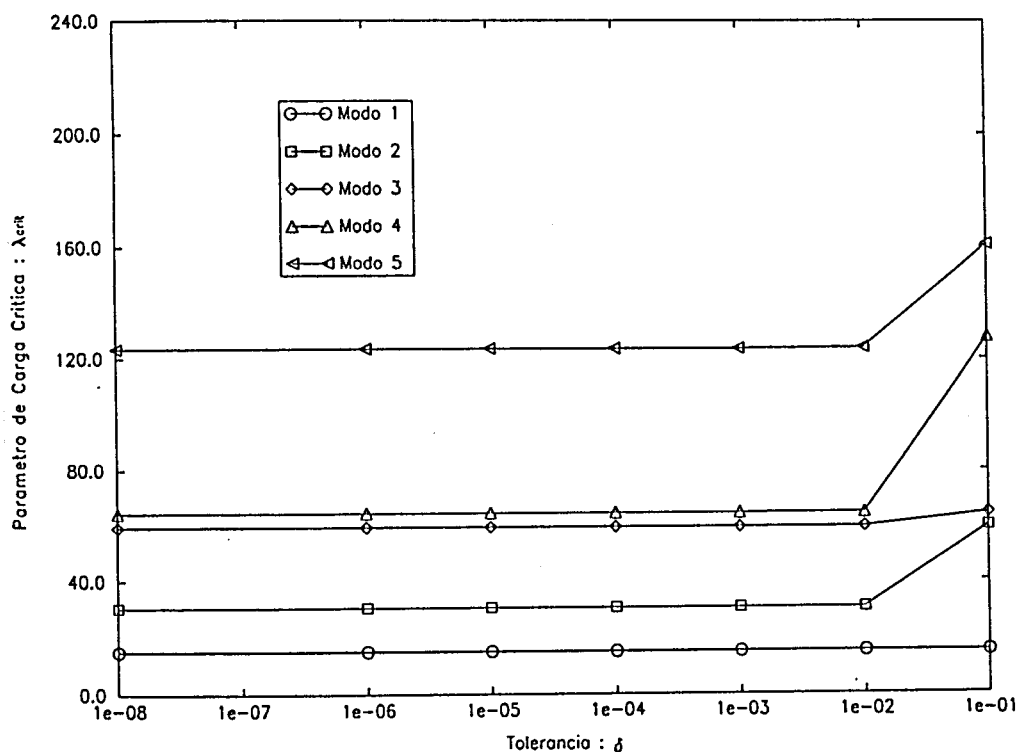
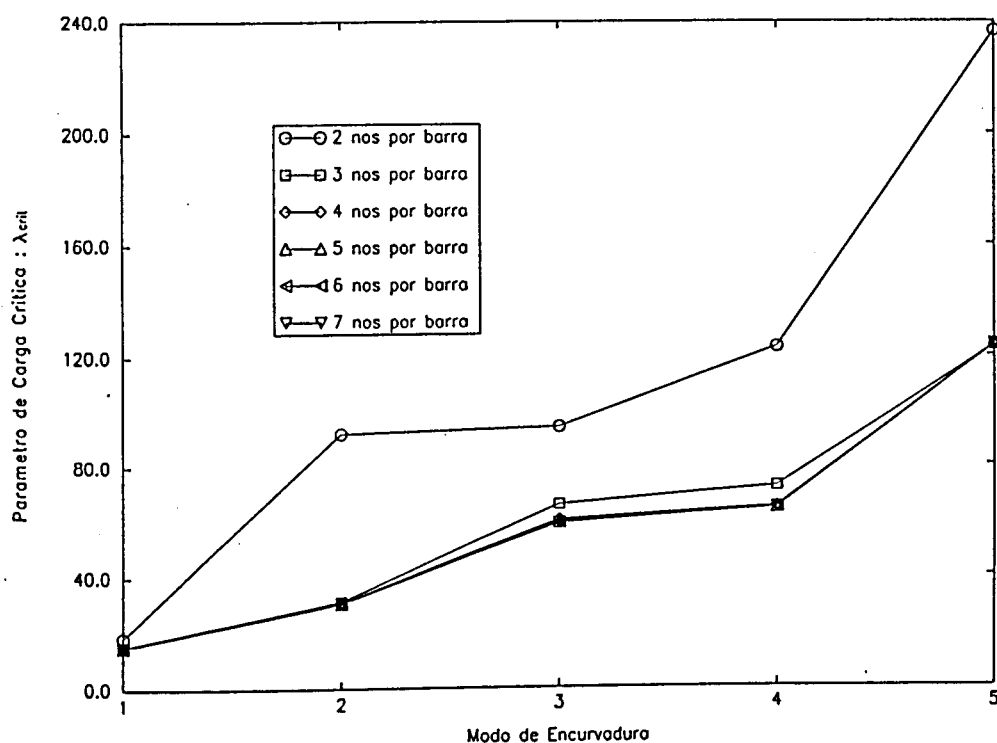
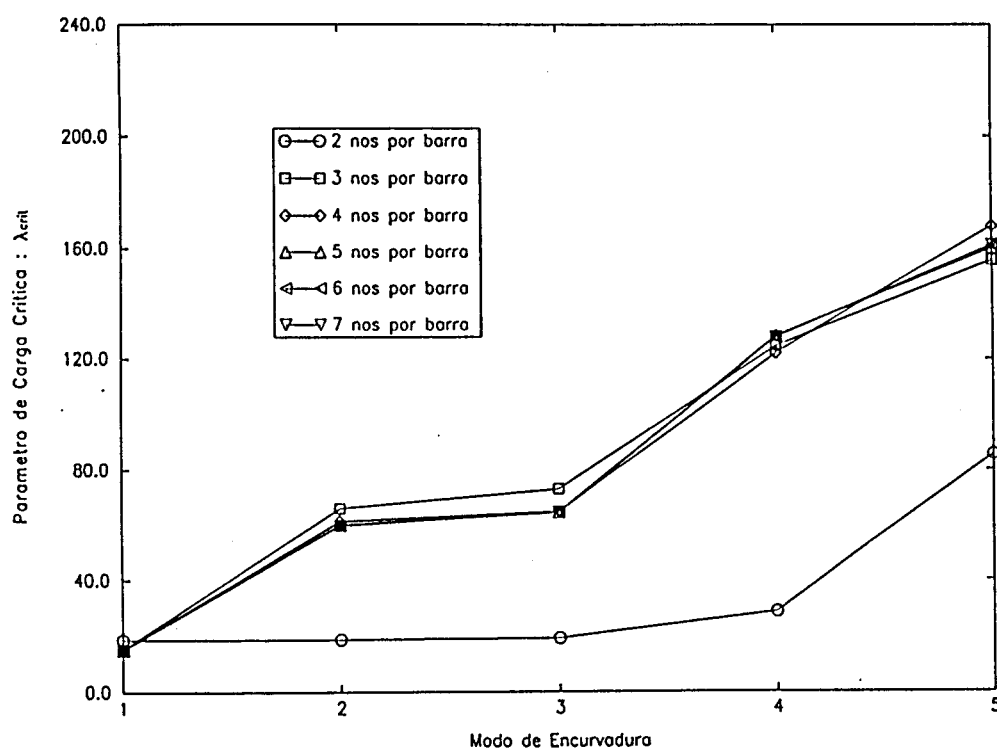


Fig. 4.13 - Variação de  $\delta$  no cálculo de  $\lambda_{crit}$ . Sete nós por barra.

Através da observação das Figuras 4.11, 4.12 e 4.13, que mostram o efeito da variação da tolerância para um número de nós por barra fixo, é possível verificar que a partir de determinado valor, a diminuição da tolerância não acarreta uma melhoria significativa na avaliação do parâmetro de carga crítica da estrutura.

A obtenção do primeiro modo de encurvadura da estrutura analisada, mostrou ser praticamente independente da tolerância utilizada, enquanto que para os outros modos essa independência surgiu a partir do valor  $\delta = 1.0e-4$  para a estrutura discretizada com elementos de dois nós por barra e, para a estrutura modelizada com elementos de três ou mais nós por barra, a partir de  $\delta = 1.0e-2$ .

Através da observação das Figuras 4.11, 4.12 e 4.13 é possível constatar que, a partir de determinado valor de  $\delta$ , a única forma de melhorar a precisão dos resultados obtidos pelo método da iteração inversa é efectuando uma melhor discretização dos elementos constituintes da estrutura. Esse aspecto é realçado através da observação das Figuras 4.14, 4.15 e 4.16, onde é representado o efeito da variação do número de nós por barra de cada elemento da estrutura na obtenção do parâmetro de carga crítica elástica associado ao respectivo modo de encurvadura, para um determinado valor fixo de  $\delta$ .



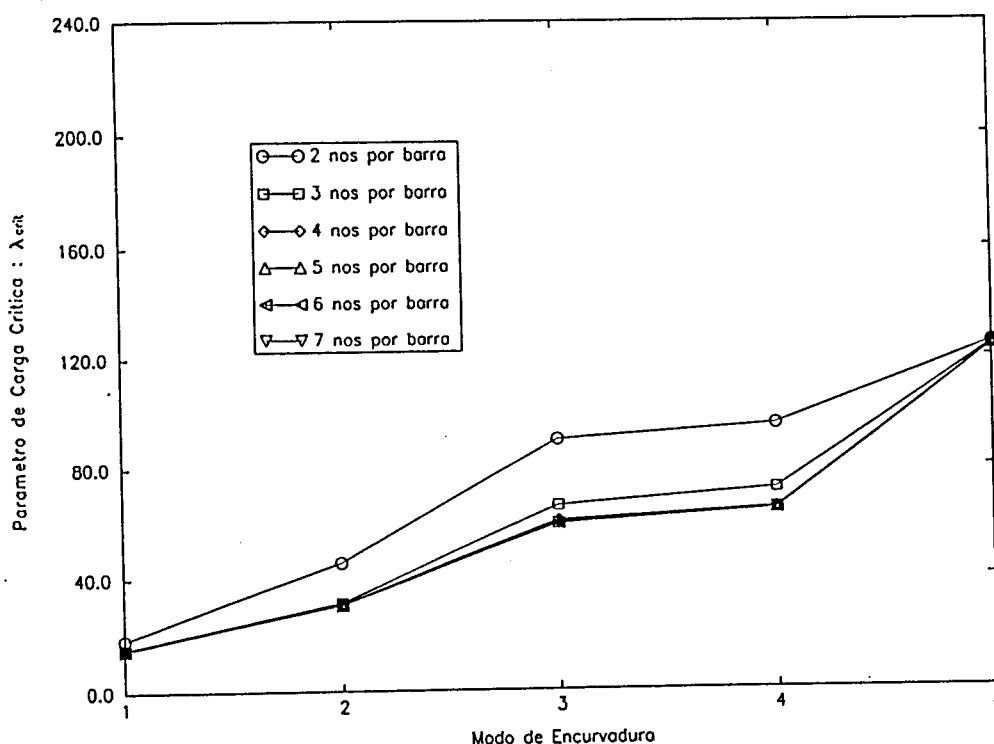


Fig. 4.16 - Variação do número de nós por barra no cálculo de  $\lambda_{crit}$ .  $\delta = 1.0e - 4$ .

A análise das Figuras 4.14, 4.15 e 4.16 permite concluir que a obtenção dos modos de encurvadura da estrutura estudada pode ser efectuada, com boa precisão, adoptando  $\delta = 1.0e - 2$  e discretizando a estrutura com elementos de três nós por barra. É de salientar que mesmo para valores mais altos da tolerância -  $\delta = 1.0e - 1$  - é possível obter o primeiro valor próprio com razoável aproximação, correspondendo, segundo Bathe, K.J. e Wilson, E.L. [5], a uma precisão de um dígito. No entanto, o segundo modo de encurvadura não vem traduzido correctamente quando é utilizado para a tolerância do método da iteração inversa o valor  $\delta = 1.0e - 1$ . Mesmo quando a estrutura é discretizada da forma mais simples possível - dois nós por barra - é possível obter o primeiro modo com aceitável precisão, vindo os outros modos mais afastados da realidade.

Em seguida apresentam-se os resultados da análise da estrutura aqui estudada, discretizando os seus elementos da seguinte forma:

- Pilares: 3 nós por barra
- Vigas : 2 nós por barra



Os vários parâmetros de carga associados aos diferentes modos de encurvadura - cujas configurações são esquematicamente apresentadas na Figura 4.17 - são ilustrados no Quadro 4.6.

Quadro 4.6 - Parâmetros de carga associados a diferentes modos de encurvadura. Comparação de resultados.

| Modo de encurvadura | Tolerância $\delta=1e-2$ |                 |                                | Tolerância $\delta=1e-3$ |                 |                                | Tolerância $\delta=1e-4$ |                 |                                |
|---------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------------|
|                     | 2 nós por barra          | 3 nós por barra | Pilares: 3 nós<br>Vigas: 2 nós | 2 nós por barra          | 3 nós por barra | Pilares: 3 nós<br>Vigas: 2 nós | 2 nós por barra          | 3 nós por barra | Pilares: 3 nós<br>Vigas: 2 nós |
| 1                   | 18.40                    | 15.16           | 18.40                          | 18.40                    | 15.15           | 18.40                          | 18.40                    | 15.15           | 18.40                          |
| 2                   | 92.14                    | 31.16           | 45.53                          | 90.92                    | 31.16           | 45.52                          | 45.51                    | 31.16           | 45.51                          |
| 3                   | 94.39                    | 65.97           | 66.60                          | 94.63                    | 65.89           | 65.94                          | 90.13                    | 65.89           | 65.89                          |
| 4                   | 123.00                   | 72.22           | 87.75                          | 124.66                   | 71.88           | 89.96                          | 95.41                    | 71.86           | 90.06                          |
| 5                   | 236.56                   | 123.17          | 125.77                         | 237.16                   | 123.98          | 124.10                         | 124.97                   | 123.97          | 124.05                         |

Devido ao facto de terem sido impedidos os deslocamentos no sentido perpendicular ao plano do pórtico apenas na base - translação e rotação impedidas - e no topo dos pilares - translação impedida - os quatro primeiros modos de encurvadura correspondem a deslocamentos perpendicular ao plano da estrutura, sendo o quinto modo o primeiro modo de instabilidade no plano.

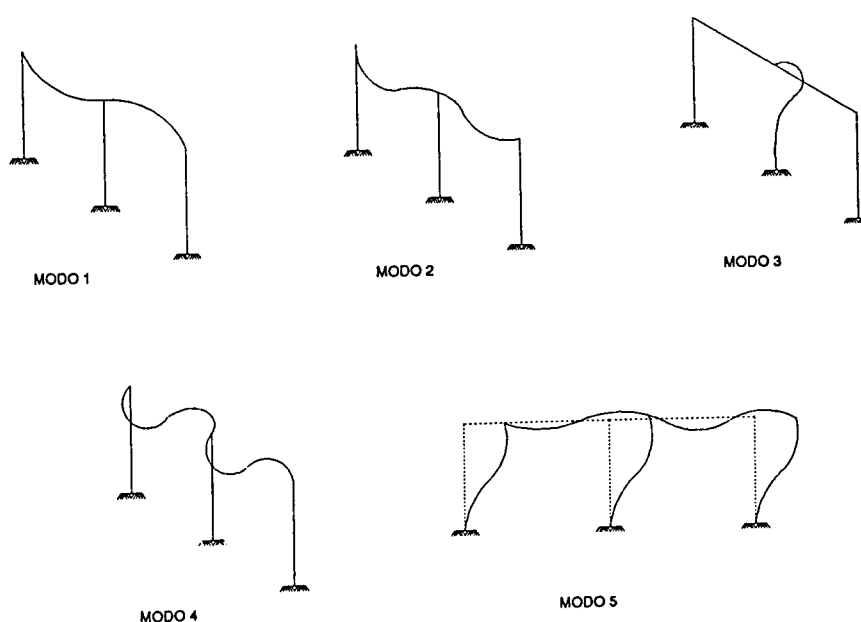


Fig. 4.17 - Configuração dos modos de instabilidade.

Através da análise do Quadro 4.6 é possível constatar que os modos de encurvadura que envolvem a instabilidade dos elementos verticais - modo 3 e modo 5 - estão em perfeita concordância (erro inferior a 2.1%) com os obtidos caso todos os elementos da estrutura sejam discretizados com barras de três nós. De um modo semelhante, conclui-se que os valores que caracterizam os modos de encurvadura provocados pela instabilidade das vigas para fora do plano da estrutura - modos 1, 2 e 4 - são semelhantes aos encontrados na estrutura quando discretizada com dois nós por barra. É ainda possível verificar que a influência da tolerância na obtenção dos parâmetros de carga crítica elástica é pouco relevante (erro inferior a 2.6%).

Esta constatação é importante pois, para a análise de edifícios correntes, onde os efeitos de segunda ordem assumem particular importância nos elementos verticais, torna-se apenas necessário discretizar os pilares com barras de três nós - dois elementos -, podendo adoptar-se para as vigas barras de dois nós - um elemento.

Com o intuito de aquilatar a sensibilidade do método da iteração inversa à tolerância foi, também, analisada a estrutura espacial representada, esquematicamente, nas Figuras 4.18 e 4.19, em que os pilares foram discretizados com três nós e as vigas com dois nós por barra.

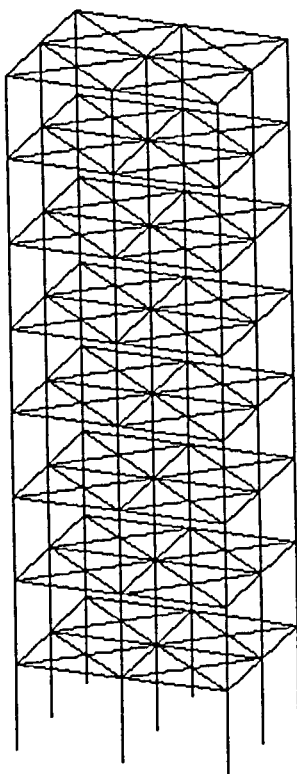


Fig. 4.18 - Estrutura espacial.

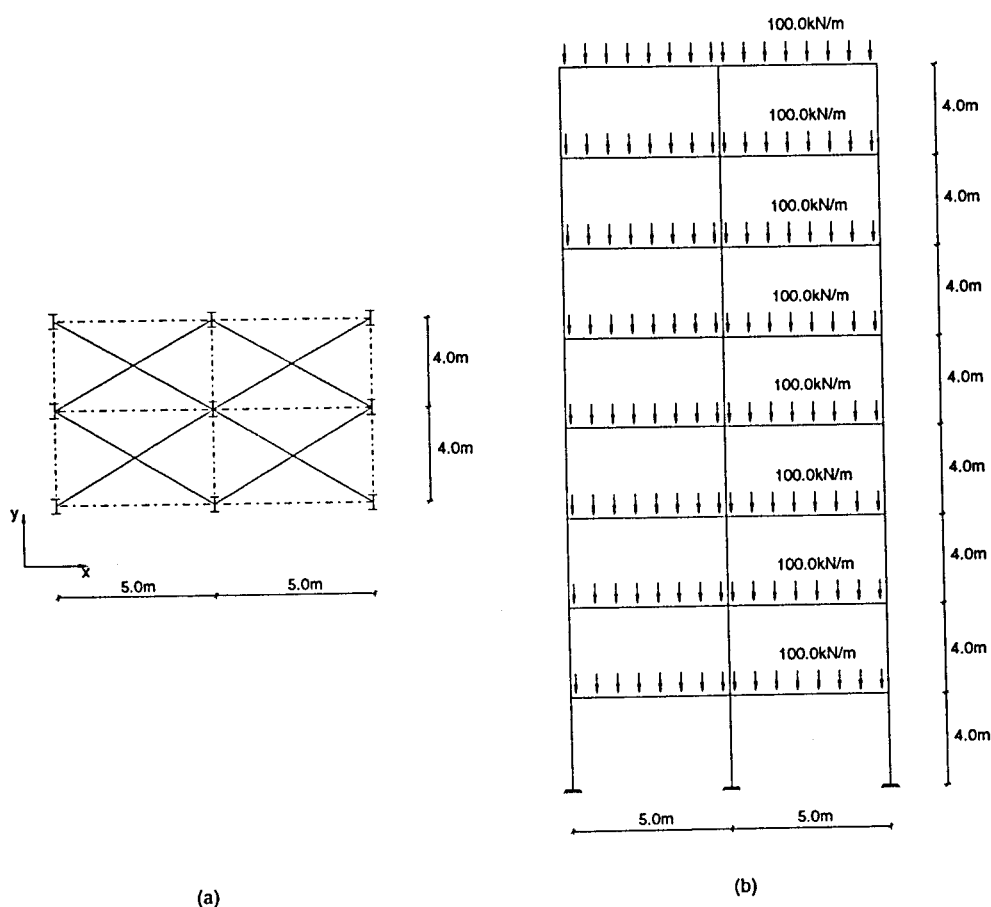
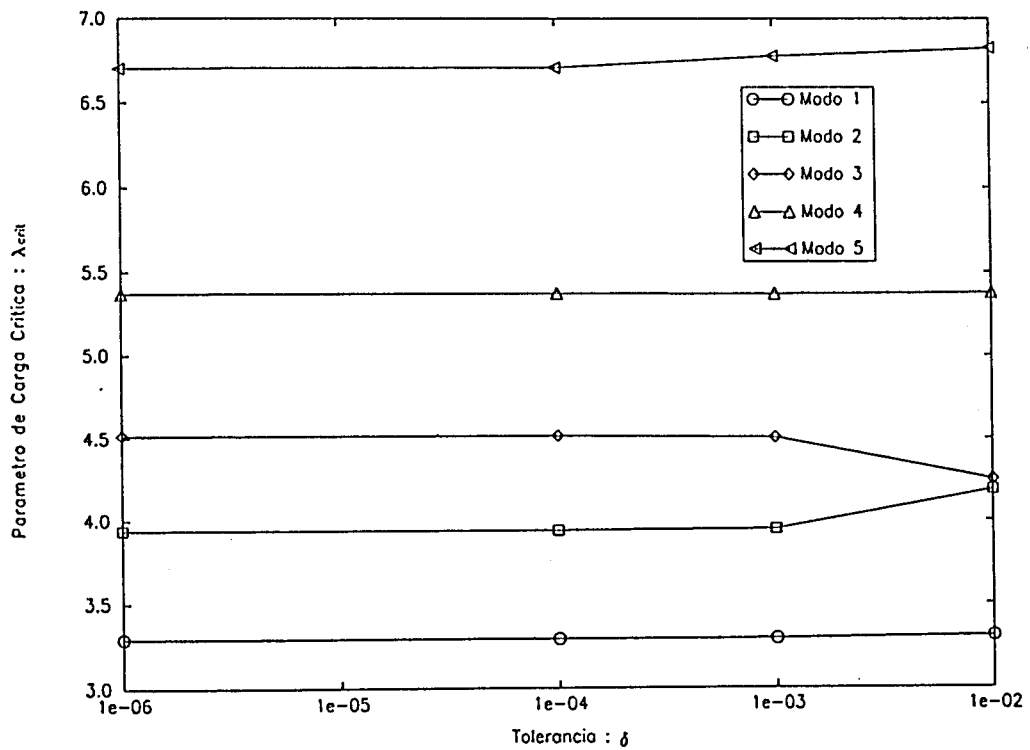
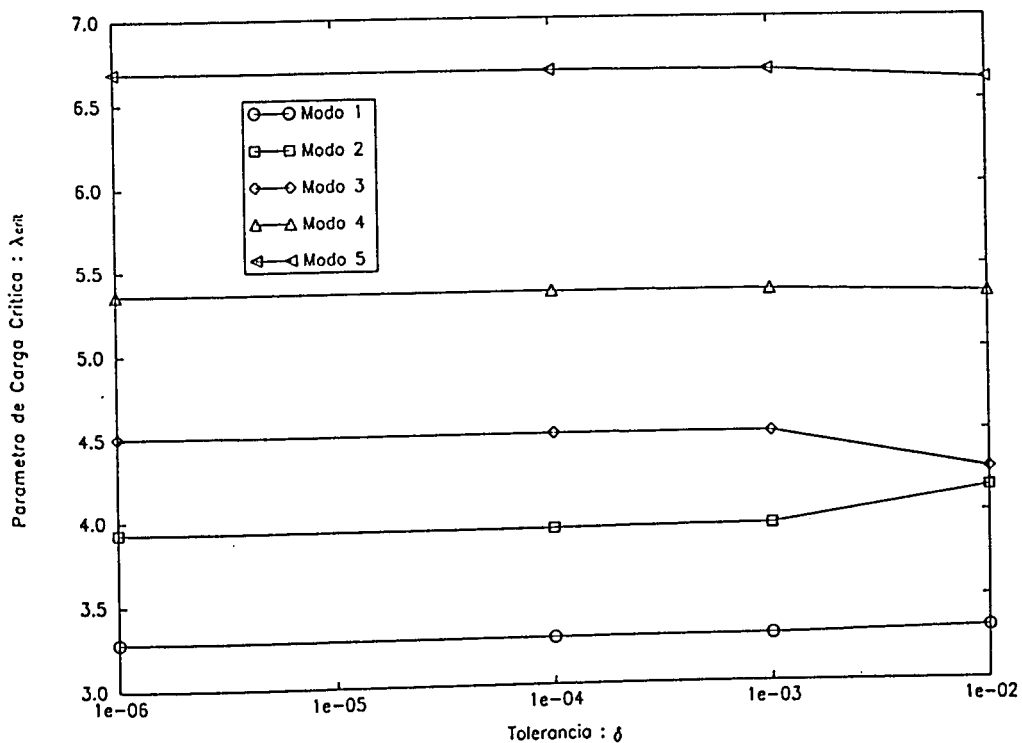


Fig. 4.19 - Estrutura espacial. Planta e alçado.

A estrutura tridimensional analisada encontra-se sujeita a uma acção vertical uniformemente distribuída nas vigas orientadas segundo a direcção  $x$ , conforme ilustrado na Figura 4.19(b). As vigas e pilares da estrutura são constituídas por perfis metálicos HEB 300, orientados, no caso dos pilares, conforme é possível verificar na Figura 4.19(a), estando as vigas orientadas de modo a obter o melhor aproveitamento do perfil metálico. Tendo como objectivo simular cada piso como um diafragma rígido foram introduzidas na estrutura elementos de contraventamento em cruz constituídos por perfis metálicos IPE 300 que, tendo em vista a minoração das perturbações induzidas pela sua consideração, foram orientados de modo a os seus eixos de menor inércia serem complanares com a respectiva laje de piso.

Apresenta-se na Figura 4.20 o efeito da variação da tolerância na obtenção dos parâmetros de carga associados aos cinco primeiros modos de instabilidade da estrutura, sendo possível constatar que a tolerância de  $1.0e-2$  - que implica a precisão de dois algarismos significativos,[5] - é suficiente para a determinação do primeiro modo, enquanto que para o segundo e terceiro modos é aconselhável utilizar uma tolerância mais apertada, obtendo-se bons resultados para  $\delta = 1.0e-3$ .

Fig. 4.20 - Variação de  $\delta$  no cálculo de  $\lambda_{crit}$ . Estrutura espacial.Fig. 4.21 - Variação de  $\delta$  no cálculo de  $\lambda_{crit}$ . Pórtico plano.

Iguais ilações podem ser retiradas através da análise da Figura 4.21 que traduz o efeito da variação da tolerância na obtenção dos parâmetros de carga associados aos cinco primeiros modos de encurvadura do pórtico plano - analisado isoladamente - representado na Figura 4.19(b).

## 4.5 - CONCLUSÕES

A análise dos sistemas estruturais referidos em 4.2 permitiu, através da comparação com soluções exactas ou fornecidas por outros métodos, validar a eficiência do modelo desenvolvido no programa EIGENF, possibilitando a adopção dos seus resultados como valores de referência para comparação com os obtidos através de outras metodologias aproximadas, nomeadamente as preconizadas pela regulamentação Portuguesa e pelo Eurocódigo 3.

Tendo em vista a determinação de resultados de EIGENF com suficiente aproximação, as aplicações numéricas levadas a cabo neste capítulo permitiram concluir:

- Devem ser discretizados com, pelo menos, três nós por barra elementos estruturais susceptíveis de instabilizar - elementos sujeitos a esforços axiais de compressão significativos.
- Caso o pretendido seja apenas avaliar o primeiro modo de instabilidade da estrutura, a tolerância do método da iteração inversa  $\delta = 1.0e-2$  fornece bons resultados, correspondendo à obtenção do primeiro valor próprio associado às matrizes de rigidez elástica e geométrica da estrutura com a precisão de dois dígitos.
- Caso se pretenda avaliar mais do que um modo de encurvadura da estrutura é preferível utilizar tolerâncias  $\delta = 1.0e-3$  ou  $\delta = 1.0e-4$  que implicam a determinação do menor valor próprio com a precisão de, respectivamente, três e quatro algarismos significativos obtendo-se os de ordem mais elevada com, pelo menos, dois algarismos significativos.

A modelação das estruturas analisadas nos capítulos seguintes corresponde, em geral, à utilização de dois nós por barra nas vigas, três nos pilares e à adopção do valor  $\delta = 1.0e-2$  para a tolerância do método da iteração inversa.

#### 4.6 - REFERÊNCIAS

- [1] Azevedo, Álvaro F.M. e Barros, Joaquim, A.O., Manual de Utilização do Programa FEMIX, Versão 2.1, FEUP e UM, Fevereiro, 1992.
- [2] Awadalla, E.S., Elastic Critical Loads on Multistory Rigid Frames, Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers, Vol. 109, Nº 5, May, 1983, pp. 1091-1106.
- [3] Horne, M.R., An Approximate Method for Calculating the Elastic Critical Loads of Multi-Storey Plane Frames, The Structural Engineer, Vol. 53, Nº 6, June 1975, pp. 242-248.
- [4] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, Second Ed., McGraw-Hill, New York, N.Y., 1961.
- [5] Bathe, K.J. e Wilson, E.L., Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.

## 5. COMPARAÇÃO COM OS REGULAMENTOS

### 5.1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo são analisados e comparados os resultados obtidos para várias aplicações do programa de cálculo automático EIGENF com os obtidos através dos métodos descritos no Capítulo 2, referentes à utilização das metodologias propostas pela Regulamentação Nacional [1] e pelo Eurocódigo N°3 [2].

Foram considerados dois conjuntos de pórticos planos simétricos, sujeitos a acções verticais igualmente simétricas, com o intuito de avaliar a variação das tensões - totais e de segunda ordem - em função do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura e, também, em função do piso em relação ao qual são calculadas. O primeiro conjunto de pórticos é constituído por um tramo e três pisos, sendo o segundo de dois tramos e oito pisos.

Devido à semelhança das conclusões extraídas através da análise dos dois conjuntos de estruturas planas de três e oito pisos, o efeito da assimetria estrutural, assim como o efeito da assimetria das cargas verticais, foi avaliado para pórticos planos de três pisos e um tramo.

Foi ainda analisada uma estrutura plana assimétrica sujeita a cargas verticais, também, assimétricas.

Finalmente, salientaram-se os aspectos tridimensionais de uma estrutura recorrendo à comparação dos resultados obtidos para um edifício de três pisos através da sua modelação por pórticos planos com os resultantes de uma análise tridimensional.

### 5.2 - SIMETRIA ESTRUTURAL E SIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL

#### 5.2.1 - Pórtico de um tramo e três pisos - PORT3S

A estrutura, representada na Figura 5.1, cujos elementos têm as características indicadas no Quadro 5.1, foi sujeita a vários casos de carga, sendo estes definidos pelo parâmetro multiplicador da acção actuante,  $\lambda$ .

Encontra-se já incluída na acção horizontal a parcela correspondente à imperfeição geométrica equivalente  $\phi$ , proposta pelo EC3.

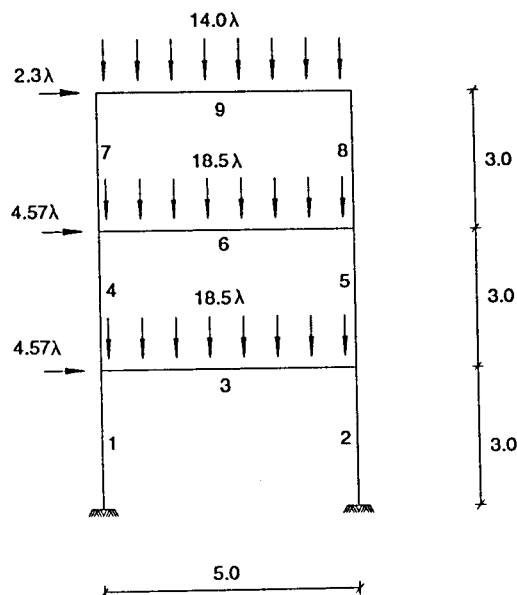


Fig. 5.1 - Pórtico PORT3S (kN,m).

Quadro 5.1 - Características dos elementos do pórtico PORT3S.

| Elemento | Designação | $E$ (GPa) | $I$ (cm <sup>4</sup> ) | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|----------|------------|-----------|------------------------|------------------------|
| 1        | IPE 270    | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 2        | IPE 270    | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 3        | IPE 330    | 210.0     | 11770.0                | 62.6                   |
| 4        | IPE 270    | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 5        | IPE 270    | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 6        | IPE 330    | 210.0     | 11770.0                | 62.6                   |
| 7        | IPE 270    | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 8        | IPE 270    | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 9        | IPE 300    | 210.0     | 8356.0                 | 53.8                   |

Encontra-se representada no Quadro 5.2 a avaliação do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura,  $\lambda_{crit}$ , correspondente aos casos de carga considerados, recorrendo à metodologia proposta no Eurocódigo 3(\*) e à aplicação do programa EIGENF. Assim, é

(\*) foi tomado para valor do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura o menor dos valores obtidos pela aplicação da expressão,  $\frac{hI}{\delta V}$ , correspondente a cada andar - ver 2.3.1.

possível verificar que a aplicação do método proposto pelo EC3 conduziu a um erro constante de 15,2%, relativamente ao valor de referência obtido através da aplicação de EIGENF.

Quadro 5.2 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3S. Comparação de resultados.

| $\lambda$ | $\lambda_{crit}$ |        |
|-----------|------------------|--------|
|           | EIGENF           | EC3    |
| 1.00      | 7.5091           | 8.6505 |
| 1.40      | 5.3636           | 6.1847 |
| 2.15      | 3.4926           | 4.0229 |
| 3.25      | 2.3105           | 2.6630 |
| 4.35      | 1.7262           | 1.9903 |

Em termos de tensões totais as diferenças obtidas pelos processos de cálculo referidos, acentuam-se com o decréscimo do parâmetro  $\lambda_{crit}$  da estrutura, conforme se pode concluir através da análise das colunas (7) e (9) do Quadro 5.3, atingindo os valores máximos de 2.9% e 13.2% para  $\lambda=1.0$  e  $\lambda=4.35$ , respectivamente.

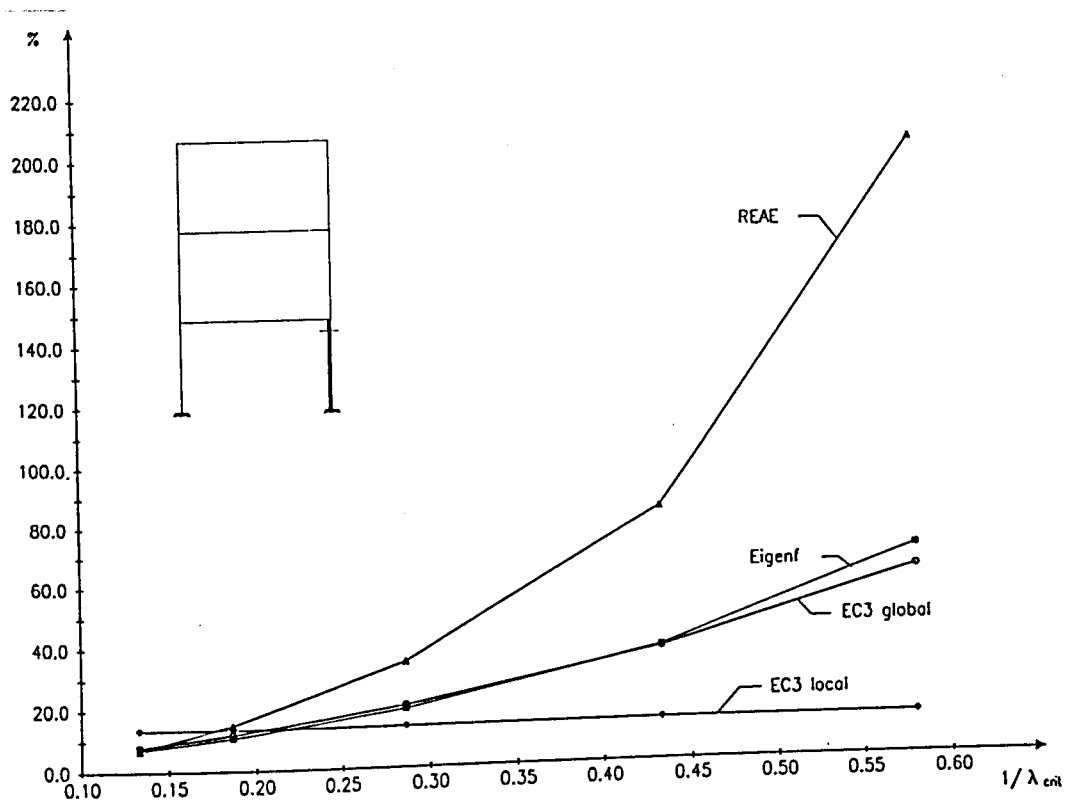
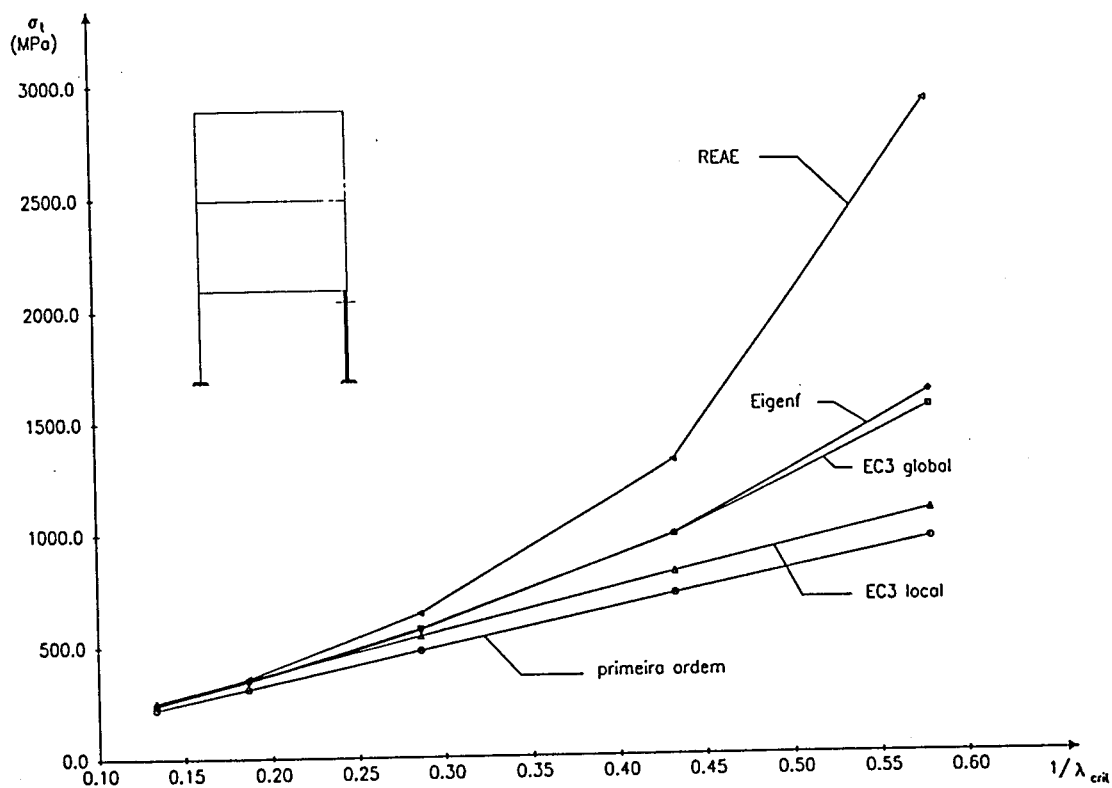
As colunas (5) e (6) correspondem à aplicação da metodologia sugerida em 2.3.3.e)i) - utilização do factor de majoração  $\beta = \max(\beta_1, \dots, \beta_n)$  - enquanto que as colunas (7) e (8) resultam da utilização dos diferentes factores de majoração  $\beta_i$ . A diferença entre os resultados obtidos nas colunas (5) e (6) e, também, nas colunas (7) e (8) é devida ao facto de, nas primeiras - colunas (5) e (7) - apenas os momentos flectores terem sido agravados, enquanto que para as segundas todos os esforços foram agravados pelos respectivos factores  $\beta$  e  $\beta_i$ ; a maior diferença encontrada foi de 0.8% o que atesta, para o caso em análise, a validade da sua utilização.

Os resultados expressos nas colunas (5) e (6) do Quadro 5.3, resultantes de uma aproximação ao método simplificado de análise global de segunda ordem de uma estrutura metálica, proposta pelo EC3, quando comparados com os das colunas (7) e (8), levam a concluir que a aplicação da referida metodologia induz erros que podem atingir valores elevados (70.2% na extremidade esquerda da barra 4 para  $\lambda_{crit}=1.7262$ ) e que estes podem não estar do lado da segurança. Através da comparação das colunas (7) e (9) é possível constatar que a aplicação do método simplificado de análise global do EC3 fornece uma boa aproximação (erro máximo de 13.2% para  $\lambda_{crit}=1.7262$ ) na determinação dos efeitos de segunda ordem apesar da limitação imposta pelo Eurocódigo à sua aplicação para valores de  $\lambda_{crit}$  superiores a quatro (para  $\lambda_{crit}=3.4926$  o erro máximo encontrado é de 5.6%).

Quadro 5.3 - Tensões em PORT3S. Comparação de resultados.

| $\lambda$<br>(1) | Elemento<br>(2) | Extrem.<br>(3) | Tensões (MPa)                 |                     |              |              |              |               |
|------------------|-----------------|----------------|-------------------------------|---------------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
|                  |                 |                | Cálculo de<br>1ª ordem<br>(4) | Cálculo de 2ª ordem |              |              |              |               |
|                  |                 |                |                               | EC3.a<br>(5)        | EC3.b<br>(6) | EC3.c<br>(7) | EC3.d<br>(8) | EIGENF<br>(9) |
| 1.0              | 1               | Esq.           | 137.567                       | 155.875             | 155.622      | 155.875      | 155.622      | 154.955       |
|                  |                 | Dir.           | 104.702                       | 122.435             | 122.182      | 122.435      | 122.182      | 124.293       |
|                  | 2               | Esq.           | 198.314                       | 216.626             | 216.878      | 216.626      | 216.878      | 217.293       |
|                  |                 | Dir.           | 222.349                       | 240.082             | 240.335      | 240.082      | 240.335      | 238.226       |
|                  | 4               | Esq.           | 18.859                        | 25.724              | 25.626       | 22.026       | 21.962       | 22.685        |
|                  |                 | Dir.           | 18.715                        | 29.679              | 29.581       | 25.869       | 25.804       | 26.533        |
|                  | 5               | Esq.           | 184.003                       | 194.695             | 194.793      | 190.981      | 191.045      | 190.299       |
|                  |                 | Dir.           | 184.470                       | 195.434             | 195.533      | 191.640      | 191.705      | 190.935       |
|                  | 7               | Esq.           | 65.928                        | 62.391              | 62.370       | 64.899       | 64.893       | 64.618        |
|                  |                 | Dir.           | 69.529                        | 65.815              | 65.795       | 68.468       | 68.462       | 67.819        |
|                  | 8               | Esq.           | 120.303                       | 123.840             | 123.861      | 121.316      | 121.322      | 120.960       |
|                  |                 | Dir.           | 126.686                       | 130.416             | 130.436      | 127.763      | 127.769      | 127.120       |
| 1.4              | 1               | Esq.           | 192.588                       | 230.441             | 229.918      | 230.441      | 229.918      | 229.029       |
|                  |                 | Dir.           | 146.583                       | 183.238             | 182.716      | 183.238      | 182.716      | 188.436       |
|                  | 2               | Esq.           | 277.640                       | 315.456             | 315.978      | 315.456      | 315.978      | 317.191       |
|                  |                 | Dir.           | 311.289                       | 347.932             | 348.454      | 347.932      | 348.454      | 344.676       |
|                  | 4               | Esq.           | 26.403                        | 43.146              | 42.942       | 35.316       | 35.185       | 36.681        |
|                  |                 | Dir.           | 26.201                        | 48.853              | 48.649       | 40.815       | 40.683       | 42.184        |
|                  | 5               | Esq.           | 257.604                       | 279.698             | 279.902      | 271.869      | 272.000      | 270.479       |
|                  |                 | Dir.           | 258.258                       | 280.904             | 281.108      | 272.881      | 273.013      | 271.483       |
|                  | 7               | Esq.           | 92.299                        | 84.994              | 84.952       | 90.315       | 90.304       | 89.735        |
|                  |                 | Dir.           | 97.341                        | 89.672              | 89.630       | 95.267       | 95.255       | 94.074        |
|                  | 8               | Esq.           | 168.424                       | 175.714             | 175.756      | 170.409      | 170.420      | 169.784       |
|                  |                 | Dir.           | 177.360                       | 185.039             | 185.081      | 179.460      | 179.472      | 178.372       |
| 2.15             | 1               | Esq.           | 295.760                       | 395.466             | 394.090      | 395.466      | 394.090      | 394.315       |
|                  |                 | Dir.           | 225.109                       | 321.656             | 320.280      | 321.656      | 320.280      | 336.727       |
|                  | 2               | Esq.           | 426.375                       | 526.020             | 527.396      | 526.020      | 527.396      | 532.316       |
|                  |                 | Dir.           | 478.050                       | 574.573             | 575.949      | 574.573      | 575.949      | 569.116       |
|                  | 4               | Esq.           | 40.547                        | 90.518              | 89.981       | 68.187       | 67.856       | 72.221        |
|                  |                 | Dir.           | 40.237                        | 99.891              | 99.354       | 76.981       | 76.650       | 81.070        |
|                  | 5               | Esq.           | 395.606                       | 453.798             | 454.335      | 431.451      | 431.782      | 428.778       |
|                  |                 | Dir.           | 396.611                       | 456.274             | 456.811      | 433.364      | 433.695      | 430.724       |
|                  | 7               | Esq.           | 141.745                       | 122.510             | 122.401      | 136.835      | 136.807      | 135.611       |
|                  |                 | Dir.           | 149.487                       | 129.295             | 129.185      | 144.343      | 144.315      | 141.838       |
|                  | 8               | Esq.           | 258.651                       | 277.883             | 277.993      | 263.542      | 263.570      | 262.097       |
|                  |                 | Dir.           | 272.375                       | 292.610             | 292.719      | 277.545      | 277.574      | 275.206       |
| 4.35             | 1               | Esq.           | 598.399                       | 1214.202            | 1205.704     | 1214.202     | 1205.704     | 1297.264      |
|                  |                 | Dir.           | 455.454                       | 1051.855            | 1043.357     | 1051.855     | 1043.357     | 1211.195      |
|                  | 2               | Esq.           | 862.666                       | 1478.124            | 1486.622     | 1478.124     | 1486.622     | 1591.121      |
|                  |                 | Dir.           | 967.218                       | 1563.333            | 1571.831     | 1563.333     | 1571.831     | 1630.823      |
|                  | 4               | Esq.           | 82.037                        | 424.809             | 421.491      | 249.632      | 247.932      | 281.278       |
|                  |                 | Dir.           | 81.410                        | 449.890             | 446.572      | 270.275      | 268.575      | 303.642       |
|                  | 5               | Esq.           | 800.413                       | 1159.821            | 1163.139     | 984.628      | 986.329      | 988.056       |
|                  |                 | Dir.           | 802.445                       | 1170.930            | 1174.248     | 991.316      | 993.017      | 996.544       |
|                  | 7               | Esq.           | 286.787                       | 168.062             | 167.386      | 265.104      | 264.981      | 259.569       |
|                  |                 | Dir.           | 302.451                       | 177.677             | 177.000      | 279.702      | 279.579      | 269.002       |
|                  | 8               | Esq.           | 523.318                       | 642.104             | 642.781      | 544.965      | 545.089      | 540.070       |
|                  |                 | Dir.           | 551.084                       | 676.027             | 676.703      | 573.888      | 574.012      | 566.645       |

Foram ainda calculadas as tensões conforme o indicado pelo REAE e segundo o preconizado pelo EC3, através de uma análise local, barra a barra, na extremidade direita do elemento 2, cuja comparação com as metodologias apresentadas anteriormente é expressa nas figuras a seguir apresentadas:



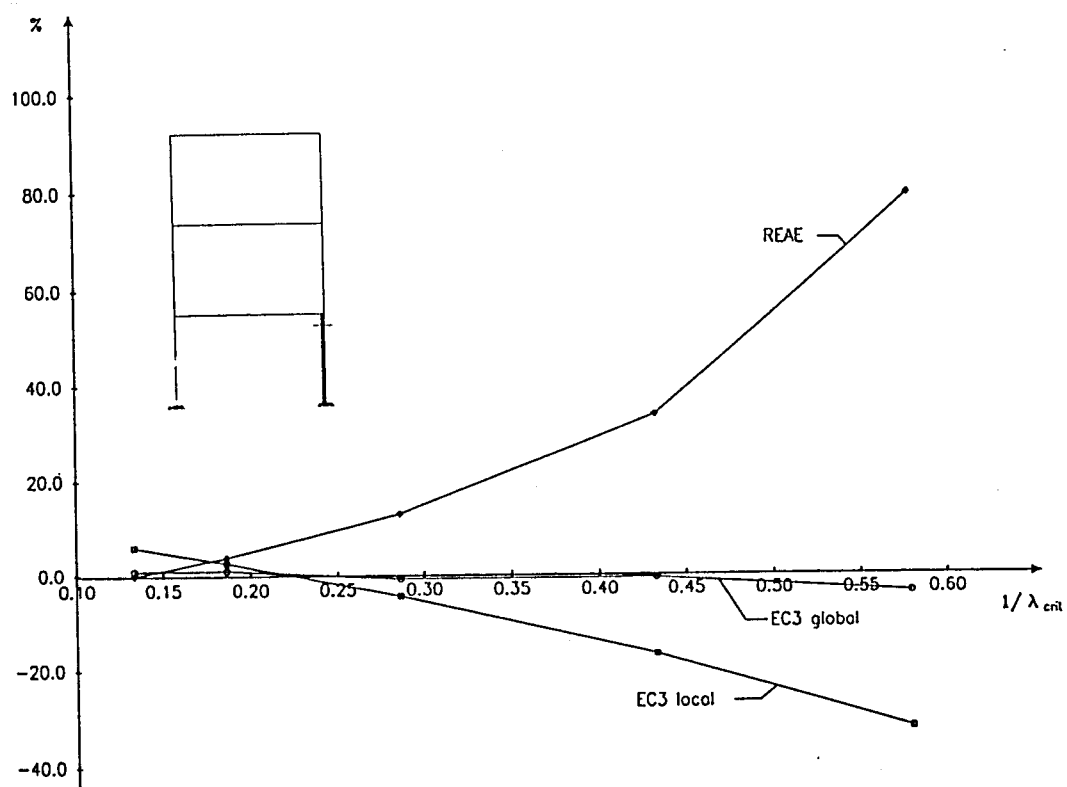


Fig. 5.4 - Erro das tensões totais em relação a EIGENF.

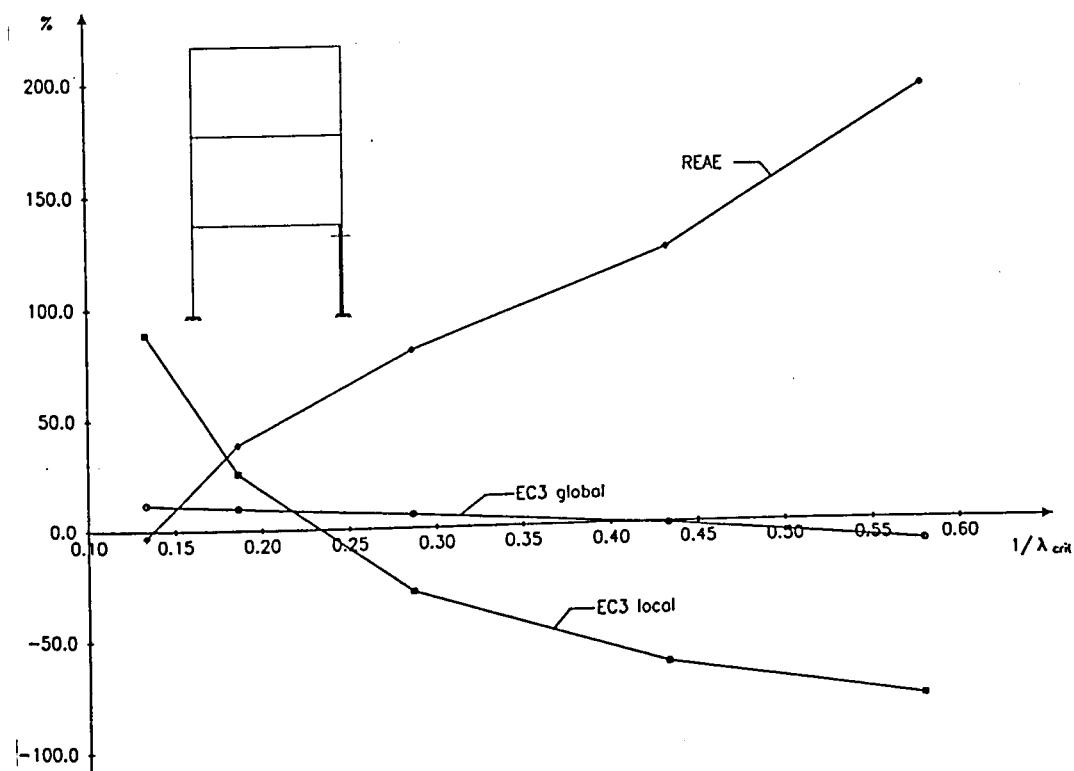


Fig. 5.5 - Erro das tensões de segunda ordem.

A análise das Figuras 5.2 a 5.5 permite constatar que:

- os efeitos de segunda ordem aumentam com o decréscimo do parâmetro de carga crítica elástica, obtendo-se um acréscimo de tensões, em relação às de primeira ordem, de cerca de 15.0% e 30.0% para valores de  $\lambda_{crit}$  iguais a 4.0 e 2.0, respectivamente;
- as tensões totais, incluindo os efeitos de segunda ordem, calculadas através da análise global simplificada proposta no EC3, constituem uma boa aproximação em relação às obtidas por uma análise elástica de segunda ordem mesmo para valores elevados de  $1/\lambda_{crit}$ , para os quais as diferenças se acentuam (erro de 4.1% para  $\lambda_{crit}=1.7262$ ). Contudo, o EC3 limita a aplicação desta metodologia a estruturas cujo  $\lambda_{crit}$  seja superior a 4.0 (erro de 1.0% para  $\lambda_{crit}=3.4926$ );
- a inclusão dos efeitos de segunda ordem no cálculo da estrutura PORT3S, através de uma análise local barra a barra, é feita de forma deficiente. No entanto, para estruturas cujo  $\lambda_{crit}$  seja inferior a 4.0 o EC3 indica apenas esta metodologia para a consideração dos efeitos de segunda ordem a partir dos resultados de uma análise elástica de primeira ordem;
- a análise local barra a barra preconizada pelo EC3 não traduz, para o caso em análise, o acréscimo dos efeitos de segunda ordem provocados pela diminuição do parâmetro  $\lambda_{crit}$ ;
- a adopção do critério proposto pelo REAE implica, de um modo geral, uma avaliação conservadora dos efeitos de segunda ordem (erro máximo de 80.1% no cálculo das tensões totais);
- os erros associados ao cálculo das tensões de segunda ordem são significativamente superiores aos associados ao cálculo das tensões totais.

Foi também efectuada a análise da variação das tensões de segunda ordem ao longo da altura da estrutura. Através da observação da Figura 5.6, onde são comparadas as tensões de segunda ordem calculadas pelo método de análise global proposto pelo EC3 com as obtidas através da utilização do programa EIGENF, é possível verificar que o erro na avaliação das tensões de segunda ordem cresce de forma significativa no último piso e que este decresce com a diminuição do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura PORT3S.



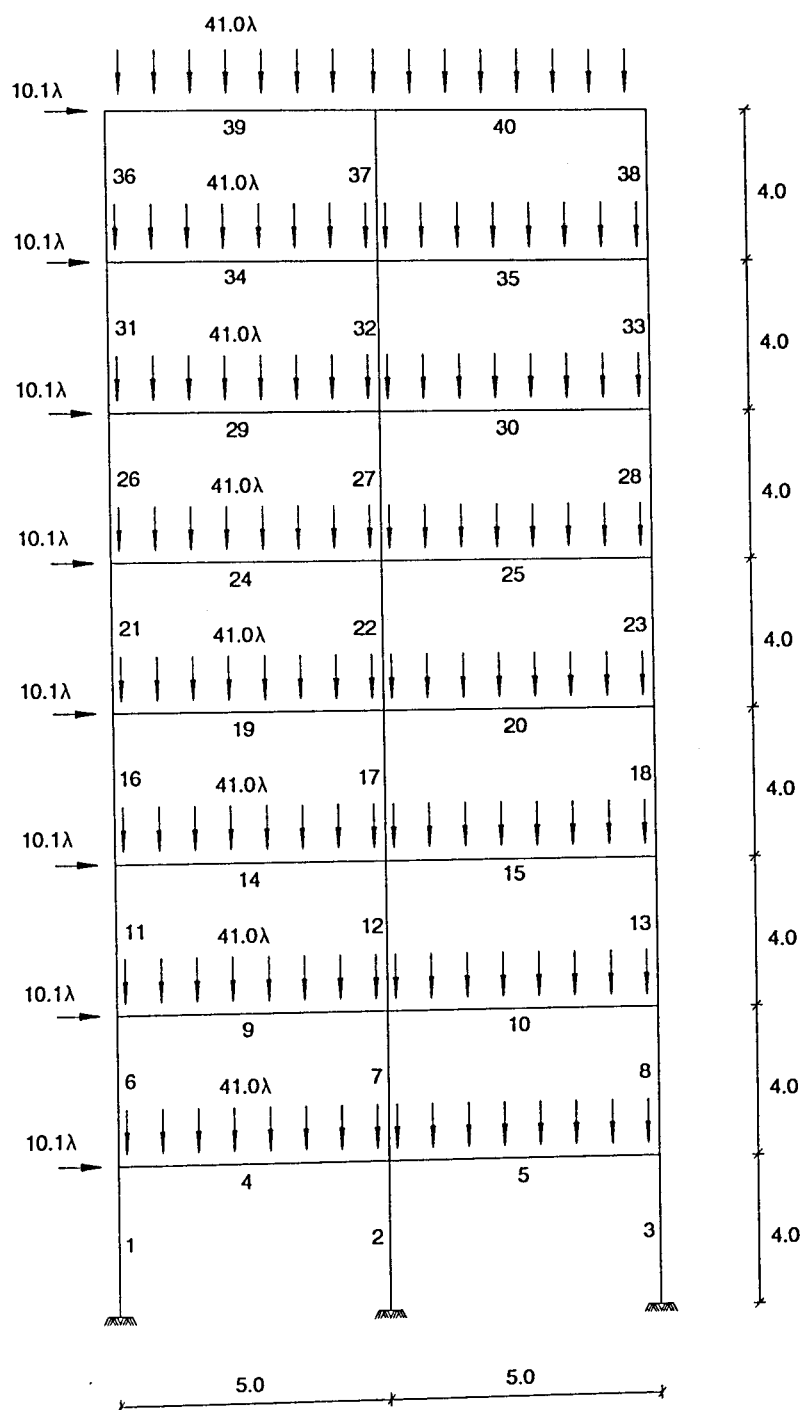


Fig. 5.7 - Pórtico PORT8S (kN,m)

A comparação do valor do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura, obtido através do programa de cálculo EIGENF e pela aplicação da metodologia proposta no EC3, para os casos de carga analisados, é descrita no Quadro 5.5, sendo o erro associado ao cálculo simplificado do EC3 de 1.2%.

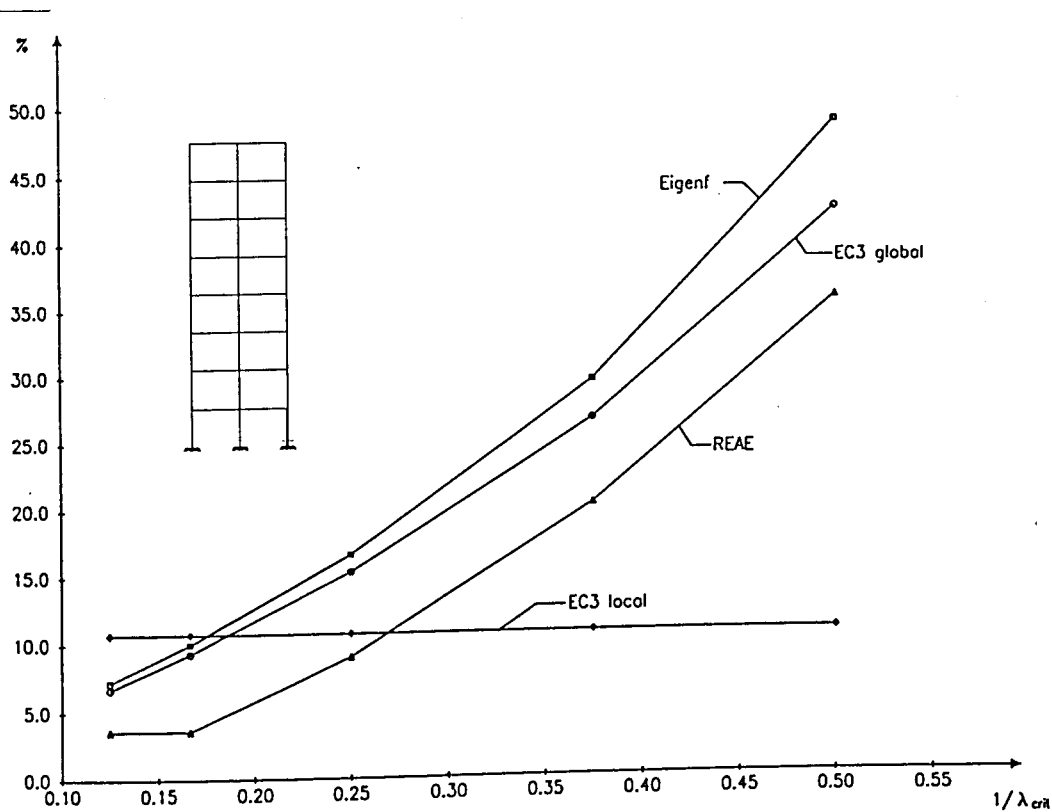
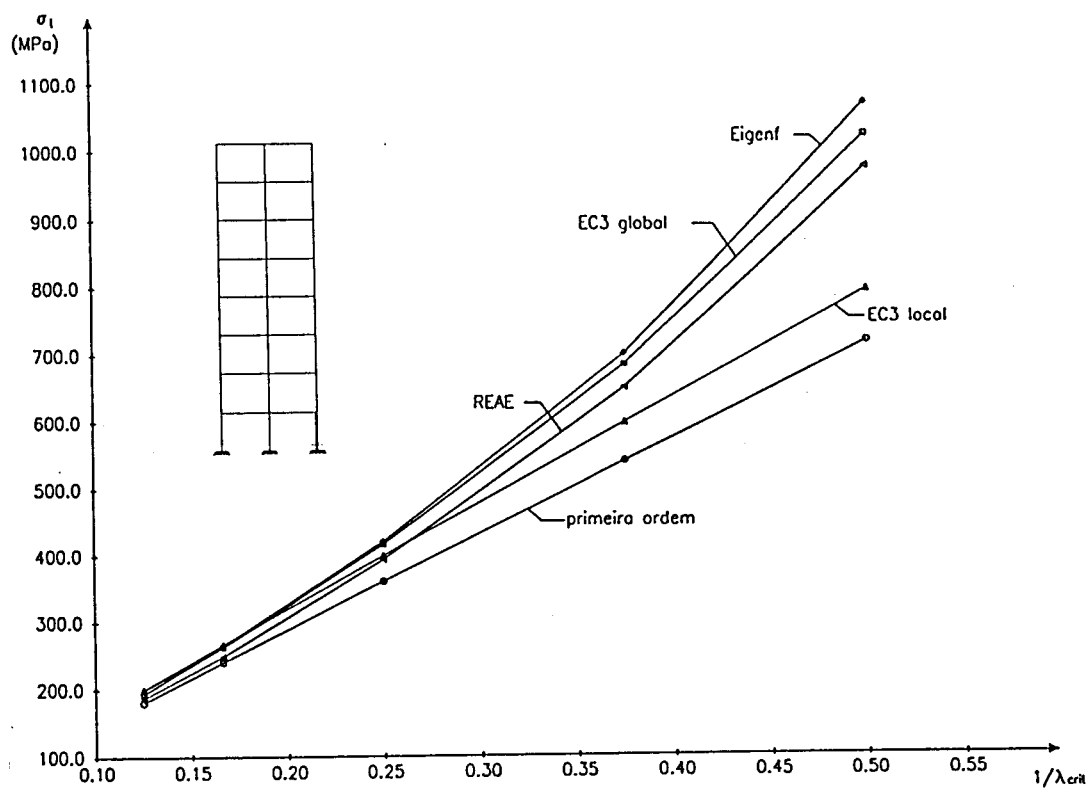
Quadro 5.5 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT8S. Comparação de resultados.

| $\lambda$ | $\lambda_{crit}$ |        |
|-----------|------------------|--------|
|           | EIGENF           | EC3    |
| 1.00      | 7.9985           | 8.0963 |
| 1.33      | 6.0139           | 6.0874 |
| 2.00      | 3.9992           | 4.0482 |
| 3.00      | 2.6662           | 2.6988 |
| 4.00      | 1.9996           | 2.0241 |

A comparação dos efeitos de segunda ordem calculados pelas metodologias referidas nos pontos anteriores encontra-se ilustrada nas Figuras 5.8 a 5.11 sendo o resultado da sua análise similar ao apresentado para o pórtico PORT3S. É de realçar a melhor aproximação conseguida para o pórtico de oito pisos, através da utilização dos métodos simplificados do EC3 e do REAE. A aplicação do critério do REAE conduz, para este caso, a resultados que não se encontram do lado da segurança, mas, de uma maneira geral, com uma melhor aproximação aos valores de referência, obtidos pela aplicação do programa EIGENF desenvolvido no âmbito deste trabalho.

A Figura 5.12 traduz a comparação entre o método de análise global simplificado proposto no EC3 e a aproximação deste através da utilização do factor de majoração  $\beta = \max(\beta_1, \dots, \beta_n)$  na determinação das tensões instaladas na base do pilar da direita. Para este caso a adopção do factor  $\beta$  conduz a valores das tensões do lado da segurança e com pequenos afastamentos dos valores de referência (erro máximo de 3.2%). No entanto, o erro máximo não coincide com o ponto analisado e atinge o valor de 15.9% na extremidade direita da barra nº 28.

A avaliação do erro na determinação das tensões de segunda ordem pelo método global simplificado do EC3, em função da altura, é representada na Figura 5.13, apresentando as curvas um andamento semelhante às do pórtico PORT3S mas, com erros significativamente menores.



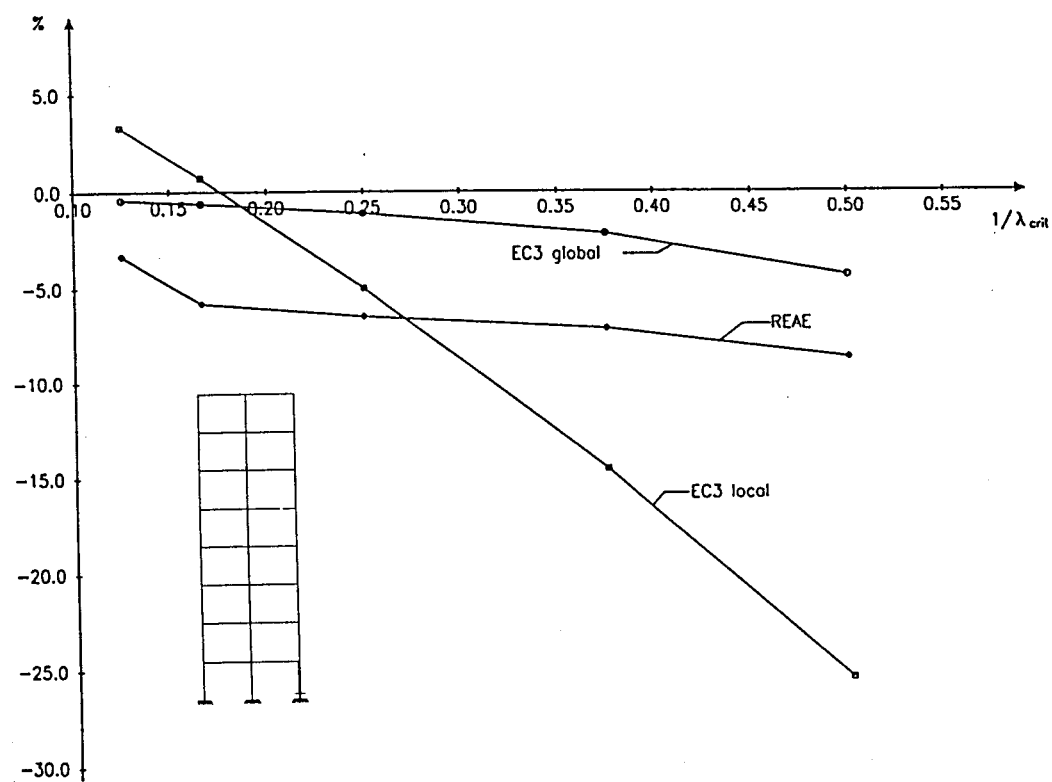


Fig. 5.10 - Erro das tensões totais em relação a EIGENF.

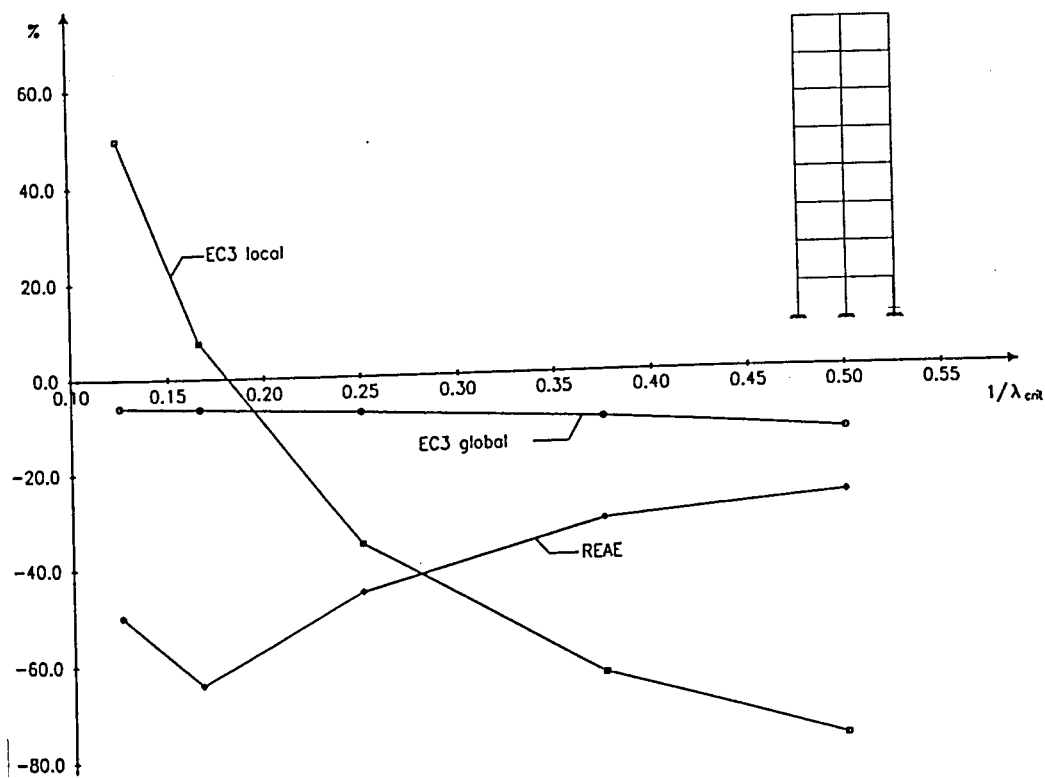


Fig. 5.11 - Erro das tensões de segunda ordem.

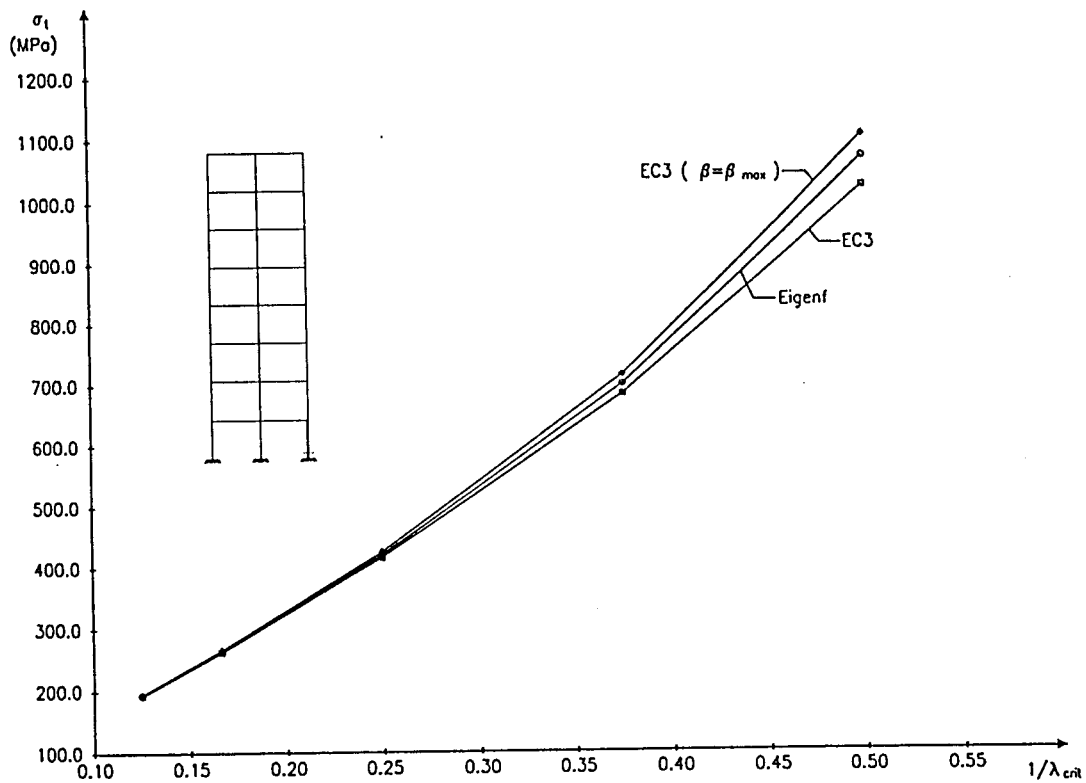


Fig. 5.12 - EC3 - cálculo global simplificado incluindo os efeitos de segunda ordem.

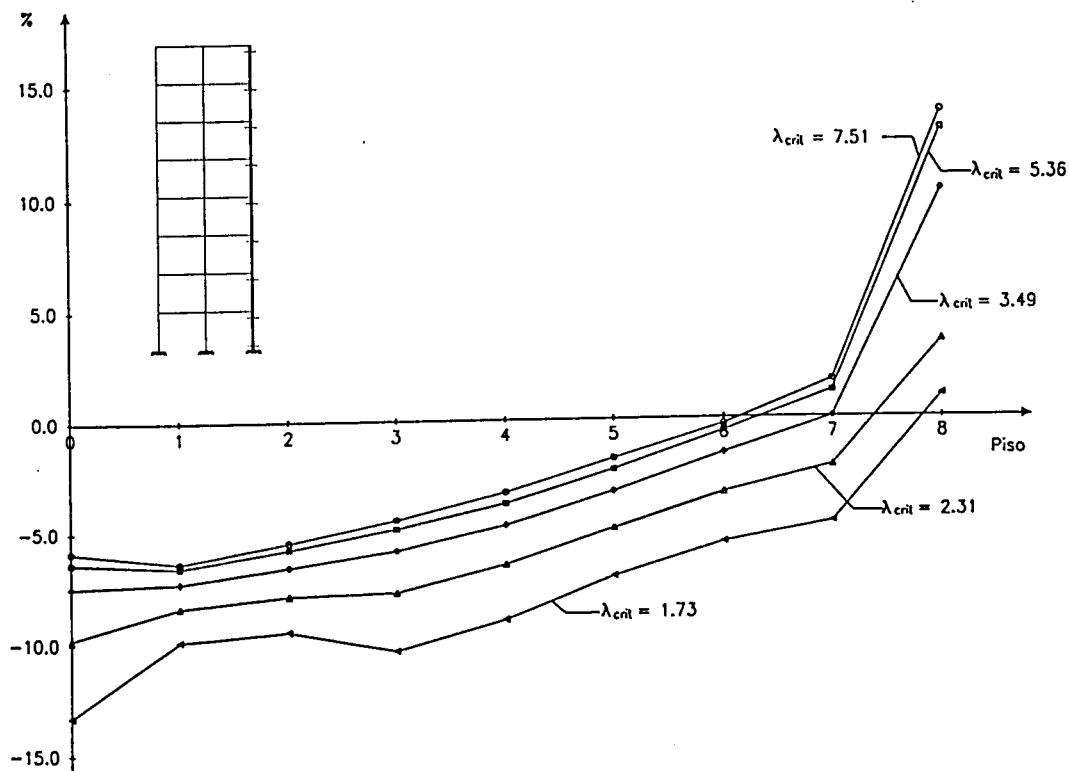


Fig. 5.13 - Erro na avaliação das tensões de segunda ordem em altura.

### 5.3 - SIMETRIA ESTRUTURAL E ASSIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL

Para avaliar a influência da assimetria da acção vertical, analisou-se a estrutura representada na Figura 5.14, sujeita à acção vertical assimétrica aí ilustrada. O sistema de forças equivalentes às imperfeições geométricas  $\phi$ , referidas no EC3, encontra-se já incluído na acção horizontal actuante em PORT3A1.

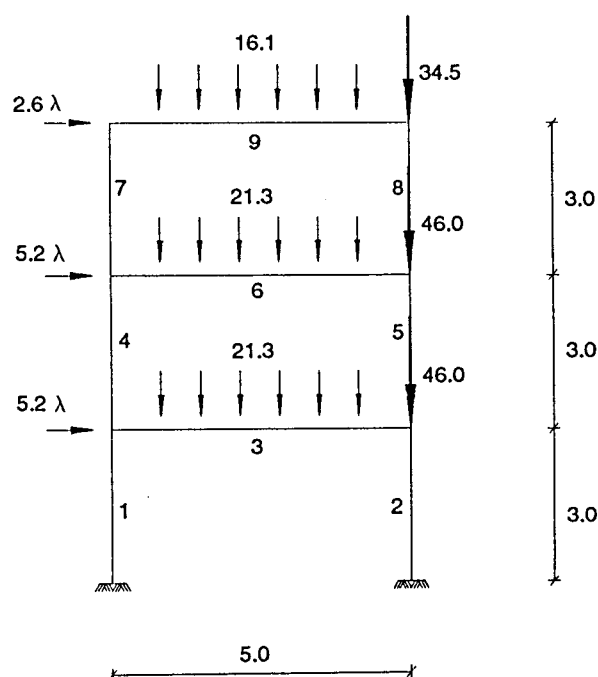


Fig. 5.14 - Assimetria da acção vertical. PORT3A1 (kN,m).

As características das secções transversais dos elementos constituintes da estrutura são iguais às do pórtico PORT3S apresentado em 5.2.1.

Uma estrutura deverá resistir às solicitações horizontais provocadas pela acção do vento e do sismo independentemente do seu sentido. Assim, foram analisados dois casos de carga, correspondendo o primeiro à situação mais desfavorável para o pilar da direita -  $\lambda=1.0$  - e o segundo -  $\lambda = -1.0$  - à situação mais desfavorável para o pilar da esquerda.

Os valores do parâmetro de carga crítica elástica, obtidos através da utilização do programa EIGENF e recorrendo à metodologia proposta no EC3, estão representados no Quadro 5.6 e diferem entre si de 16.5% e 18.0% para os casos de  $\lambda=1.0$  e  $\lambda=-1.0$ , respectivamente. Torna-se assim possível constatar que a avaliação de  $\lambda_{crit}$  pelo método do

EC3 é dependente do sentido da acção horizontal, enquanto que a utilização do programa EIGENF permite obter valores de  $\lambda_{crit}$  praticamente independentes do sentido da referida acção.

A dependência do sentido da acção horizontal do valor de  $\lambda_{crit}$  calculado pelo EC3 é devido ao facto de, para  $\lambda = -1.0$ , o deslocamento provocado pela acção horizontal estar em oposição com o deslocamento horizontal resultante da assimetria da acção vertical. A pequena diferença obtida no valor de  $\lambda_{crit}$ , determinado pelo programa EIGENF, é resultado de, quando  $\lambda=1.0$ , as vigas estarem comprimidas, enquanto que para  $\lambda = -1.0$  estas estão traccionadas, o que implica a obtenção de um  $\lambda_{crit}$  superior.

Quadro 5.6 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3A1. Comparação de resultados.

| $\lambda$ | $\lambda_{crit}$ |        |
|-----------|------------------|--------|
|           | EIGENF           | EC3    |
| 1.00      | 4.5572           | 5.3110 |
| -1.00     | 4.5595           | 5.3826 |

O Quadro 5.7 representa o valor das tensões actuantes nas extremidades direitas dos elementos 1, 4, 7, 2, 5 e 8, calculadas através de uma análise global elástica de segunda ordem e, também, através do método global simplificado do EC3, conforme descrito em 2.3.3 e) ii) utilizando os factores de ampliação  $\beta_i$ , afectando os momentos flectores provocados pela acção horizontal actuante e, também, os momentos induzidos pela ocorrência de deslocamentos horizontais devidos às acções verticais. Para tal considerou-se a estrutura sujeita a cargas horizontais adicionais equivalentes aos deslocamentos com a mesma direcção, originados pela solicitação vertical, afectadas do factor de ampliação  $(\beta_i - 1)$ .

Quadro 5.7 - Tensões em PORT3A1. Comparação de resultados.

| $\lambda$ | Elemento | Tensões (MPa)       |                     |         |
|-----------|----------|---------------------|---------------------|---------|
|           |          | Cálculo de 1ª ordem | Cálculo de 2ª ordem |         |
|           |          |                     | EC3 global          | EIGENF  |
| -1.00     | 1        | 256.213             | 291.624             | 292.377 |
|           | 4        | 212.468             | 225.768             | 225.585 |
|           | 7        | 145.513             | 147.091             | 146.626 |
| 1.00      | 2        | 282.942             | 319.369             | 314.513 |
|           | 5        | 229.531             | 244.479             | 242.494 |
|           | 8        | 152.857             | 155.326             | 154.246 |

Através da análise do Quadro 5.7 é possível constatar, também neste exemplo, uma boa aproximação na obtenção dos valores da tensão recorrendo ao método do EC3 - erros inferiores a 1.5% e 0.3% para  $\lambda = 1.0$  e  $\lambda = -1.0$ , respectivamente.

Foi, também, efectuado o cálculo das tensões, nos pontos referidos, através da análise local preconizada pelo Eurocódigo 3. Os resultados obtidos encontram-se discriminados no Quadro 5.8, obtendo-se erros superiores aos verificados por uma análise global simplificada - diferenças máximas em relação aos valores obtidos através da utilização do programa de cálculo automático EIGENF, de 5.7% para  $\lambda = 1.0$  e 15.0% para  $\lambda = -1.0$ .

Quadro 5.8 - Tensões em PORT3A2. Análise local.

| $\lambda$ | Elemento | Tensões (MPa)       |
|-----------|----------|---------------------|
|           |          | Cálculo de 2ª ordem |
|           |          | EC3 local           |
| -1.00     | 1        | 287.232             |
|           | 4        | 235.506             |
|           | 7        | 154.969             |
| 1.00      | 2        | 346.581             |
|           | 5        | 278.987             |
|           | 8        | 171.373             |

Neste exemplo, apesar de o valor das tensões totais, calculadas pelos diferentes métodos referidos, não serem substancialmente diferentes, o erro na avaliação das tensões de segunda ordem é elevado, atingindo os valores máximos de 41.8% e 749.6% para  $\lambda = -1.0$ , 77.8% e 1233.0% para  $\lambda = 1.0$  correspondentes, respectivamente, à análise global e local da estrutura segundo o estipulado no EC3.

#### 5.4 - ASSIMETRIA ESTRUTURAL E SIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL

Foi efectuado o estudo da estrutura plana representada na Figura 5.15, semelhante ao pórtico PORT3S, sendo a assimetria estrutural traduzida pela diferença de rigidez dos pilares, tendo o da direita uma rigidez tripla da do pilar da esquerda.

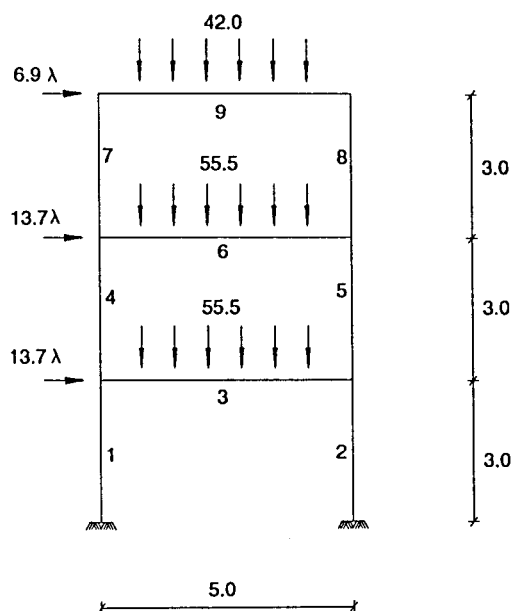


Fig. 5.15 - Assimetria estrutural. Pórtico PORT3A2 (kN,m)

Quadro 5.9 - Características dos elementos do pórtico PORT3A2.

| Elemento | Designação                | $E$ (GPa) | $I$ (cm <sup>4</sup> ) | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|----------|---------------------------|-----------|------------------------|------------------------|
| 1        | IPE 270                   | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 2        | rigidez tripla de IPE 270 | 210.0     | 1260.0                 | 137.7                  |
| 3        | IPE 330                   | 210.0     | 11770.0                | 62.6                   |
| 4        | IPE 270                   | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 5        | rigidez tripla de IPE 270 | 210.0     | 1260.0                 | 137.7                  |
| 6        | IPE 330                   | 210.0     | 11770.0                | 62.6                   |
| 7        | IPE 270                   | 210.0     | 420.0                  | 45.9                   |
| 8        | rigidez tripla de IPE 270 | 210.0     | 1260.0                 | 137.7                  |
| 9        | IPE 300                   | 210.0     | 8356.0                 | 53.8                   |

O Quadro 5.10 ilustra a comparação dos valores do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura obtidos de modo semelhante aos exemplos já tratados neste capítulo.

Quadro 5.10 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3A2. Comparação de resultados.

| $\lambda$ | $\lambda_{crit}$ |        |
|-----------|------------------|--------|
|           | EIGENF           | EC3    |
| 1.00      | 4.7238           | 7.1416 |
| -1.00     | 4.6914           | 4.2252 |

O valor de  $\lambda_{crit}$  obtido pelo método simplificado proposto no EC3, contrariamente ao obtido através da utilização de EIGENF, é dependente do sentido de aplicação das acções horizontais. O erro associado à sua determinação é pequeno para  $\lambda = -1.0$  e atinge o valor de 51.2% para  $\lambda = 1.0$ , pelo que seria razoável adoptar o mais baixo valor de  $\lambda_{crit}$ , a que corresponde um erro inferior, para o parâmetro de carga crítica da estrutura. No entanto, as tensões totais, calculadas recorrendo à análise global simplificada do EC3, diferem, no máximo de 8.5% das calculadas através do programa EIGENF, tendo esse valor sido encontrado para o caso de carga  $\lambda = -1.0$ , enquanto que, para  $\lambda = 1.0$ , o erro máximo é de 2.3%. Contudo, associados a erros relativamente pouco significativos, na determinação das tensões totais, os erros no cálculo das tensões de segunda ordem atingem, para  $\lambda = -1.0$ , o valor de 381.1%, e para  $\lambda = 1.0$  o valor de 60.6% - ver Quadro 5.11 -, não estando do lado da segurança. Adoptando para o caso de carga  $\lambda = 1.0$  o valor de  $\lambda_{crit}$  correspondente ao obtido através de EIGENF -  $\lambda_{crit} = 4.7238$  - obteríamos, possivelmente, erros da mesma ordem de grandeza dos obtidos para  $\lambda = -1.0$ .

Quadro 5.11 - Tensões em PORT3A2. Comparação de resultados.

| $\lambda$ | Elemento | Tensões (MPa)       |                     |         |
|-----------|----------|---------------------|---------------------|---------|
|           |          | Cálculo de 1ª ordem | Cálculo de 2ª ordem |         |
|           |          |                     | EC3 global          | EIGENF  |
| -1.00     | 1        | 535.374             | 624.398             | 576.368 |
|           | 4        | 550.480             | 638.109             | 588.088 |
|           | 7        | 446.894             | 494.386             | 456.766 |
| 1.00      | 2        | 308.727             | 332.581             | 340.446 |
|           | 5        | 243.035             | 244.932             | 247.849 |
|           | 8        | 173.088             | 169.526             | 169.279 |

No Quadro 5.12 são apresentados os valores das tensões totais em PORT3A2, calculados através da análise local, barra a barra, preconizada no EC3; a observação do referido quadro permite constatar que a adopção desta metodologia conduz, para  $\lambda = -1.0$ , a valores mais próximos dos de referência (erro máximo de 8.3%), enquanto que para  $\lambda = 1.0$ , as diferenças acentuam-se (erro máximo de 14.9%).

Quadro 5.12 - Tensões em PORT3A2. Análise local.

| $\lambda$ | Elemento | Tensões (MPa)       |
|-----------|----------|---------------------|
|           |          | Cálculo de 2ª ordem |
|           |          | EC3 local           |
| -1.00     | 1        | 624.453             |
|           | 4        | 619.178             |
|           | 7        | 472.987             |
| 1.00      | 2        | 353.224             |
|           | 5        | 284.710             |
|           | 8        | 186.087             |

## 5.5 - ASSIMETRIA ESTRUTURAL E ASSIMETRIA DA ACÇÃO VERTICAL

O estudo da estrutura representada na Figura 5.16, com acentuada variação de rigidez dos seus elementos constituintes tem como objectivo ilustrar a influência da assimetria estrutural e da carga na determinação dos efeitos de segunda ordem.

Quadro 5.13 - Características dos elementos do pórtico PORT3A3.

| Elemento                | Designação | $E$ (GPa) | $I$ (cm <sup>4</sup> ) | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|-------------------------|------------|-----------|------------------------|------------------------|
| Pilares extremos        | IPE 180    | 210.0     | 101.0                  | 23.9                   |
| Pilar central           | 400x400x10 | 210.0     | 38930.0                | 154.0                  |
| Vigas do tramo esquerdo | IPE 100    | 210.0     | 15.9                   | 10.3                   |
| Vigas do tramo direito  | IPE 330    | 210.0     | 11770.0                | 62.6                   |

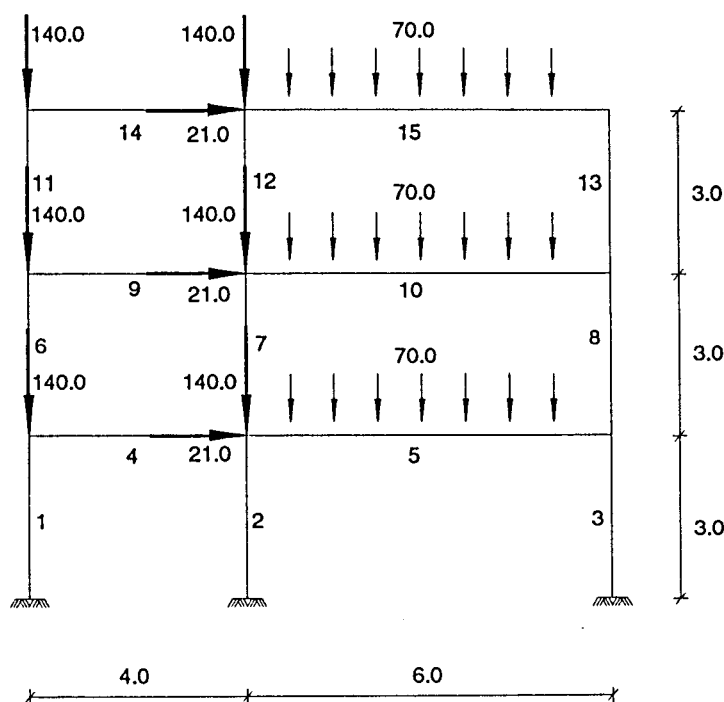


Fig. 5.16 - Pórtico PORT3A3 (kN,m)

Através da comparação do valor do parâmetro de carga crítica elástica obtido pela formulação proposta no EC3 com o determinado utilizando o programa EIGENF - ver Quadro 5.14 - é possível observar uma diferença entre eles de 68.3%. Esta acentuada disparidade entre valores de  $\lambda_{crit}$  é passível de ser atenuada desde que os deslocamentos horizontais relativos entre pisos adjacentes, necessários à quantificação de  $\lambda_{crit}$  pelo EC3, sejam provocados, exclusivamente, pelas acções horizontais, tornando assim o parâmetro de carga crítica da estrutura independente do sentido de aplicação da solicitação horizontal. Utilizando esta metodologia o valor de  $\lambda_{crit}$  é determinado com um erro de 46.4%, não se encontrando, todavia, do lado da segurança - ver Quadro 5.14; coluna designada por *EC3 corrigido*.

Quadro 5.14 - Parâmetro de carga crítica elástica de PORT3A3.  
Comparação de resultados.

| $\lambda_{crit}$ |        |               |
|------------------|--------|---------------|
| EIGENF           | EC3    | EC3 corrigido |
| 4.5042           | 1.4279 | 6.5947        |

Os resultados do cálculo dos pilares central e esquerdo, expressos no Quadro 5.15 - em termos de tensões totais - pelo método simplificado do EC3, apresentam erros significativos em relação aos obtidos pelo programa EIGENF - 482.9% para o pilar central e 167.9% para o pilar esquerdo - sendo um dos motivos a deficiente avaliação do parâmetro de carga crítica elástica da estrutura.

Adoptando uma filosofia semelhante à do EC3 mas utilizando os vários  $\beta_i$  correspondentes à não consideração dos deslocamentos horizontais provocados pela acção vertical e ampliando apenas os momentos flectores associados à acção horizontal, as tensões instaladas na estrutura são aferidas com maior precisão - erro máximo de 15.2% para o pilar central e 26.1% para o pilar esquerdo - não se encontrando, nos casos em que os efeitos de segunda ordem provocam um aumento dos esforços, do lado da segurança. Nesta situação as tensões do pilar esquerdo são avaliadas com razoável precisão - erro máximo de 13.9% - ao contrário das determinadas pela forma proposta no EC3 - erro máximo de 167.9%.

Mais adiante explanar-se-á, de forma mais exaustiva, as vantagens da utilização da metodologia aqui designada por *EC3 corrigido* em relação à preconizada pelo Eurocódigo 3.

Quadro 5.15 - Tensões em PORT3A3. Comparação de resultados.

| Elemento | Extremidade | Tensões (MPa)       |                     |               |         |
|----------|-------------|---------------------|---------------------|---------------|---------|
|          |             | Cálculo de 1ª ordem | Cálculo de 2ª ordem |               |         |
|          |             |                     | EC3 global          | EC3 corrigido | EIGENF  |
| 2        | esquerda    | 319.477             | 419.873             | 328.997       | 371.357 |
| 7        | esquerda    | 145.566             | 406.375             | 151.757       | 178.971 |
| 12       | esquerda    | 51.685              | 341.504             | 52.338        | 58.588  |
| 1        | esquerda    | 277.435             | 314.157             | 280.687       | 222.539 |
|          | direita     | 233.803             | 254.143             | 235.817       | 273.827 |
| 6        | esquerda    | 288.910             | 529.654             | 296.560       | 273.682 |
|          | direita     | 257.903             | 456.451             | 264.889       | 282.097 |
| 11       | esquerda    | 279.470             | 775.769             | 285.714       | 312.151 |
|          | direita     | 324.953             | 912.263             | 332.759       | 340.484 |

A aplicação do critério de cálculo, proposto no EC3, de análise local barra a barra - ver Quadro 5.16 - é mais apropriado para a determinação das tensões no pilar central do que a adopção do critério de cálculo global corrigido baseado no apresentado no EC3 - excepto na base; erro de 13.1% contra 11.4% do *EC3 corrigido*. No entanto, para o cálculo do pilar esquerdo a análise local apresenta erros elevados (erro máximo de 270.5%) decrescendo estes em altura, ao contrário do verificado através da análise global simplificada do EC3, onde o

erro máximo ocorre na extremidade direita do elemento 11, e em consonância com a metodologia baseada no critério do Eurocódigo.

Quadro 5.16 - Tensões em PORT3A3. Análise local.

| Elemento | Extremidade | Tensões (MPa)       |
|----------|-------------|---------------------|
|          |             | Cálculo de 2ª ordem |
|          |             | EC3 local           |
| 2        | esquerda    | 322.594             |
| 7        | esquerda    | 184.686             |
| 12       | esquerda    | 60.726              |
| 1        | esquerda    | 824.584             |
|          | direita     | 780.935             |
| 6        | esquerda    | 822.607             |
|          | direita     | 791.616             |
| 11       | esquerda    | 494.009             |
|          | direita     | 539.460             |

## 5.6 - CONSOLA VERTICAL

A metodologia aproximada indicada no Eurocódigo 3, para a determinação do parâmetro de carga crítica elástica de uma estrutura, torna-se inadequada quando esta se encontra sujeita a importantes deslocamentos horizontais originados por acções verticais.

Este aspecto é salientado através da análise da consola vertical representada na Figura 5.17, fazendo variar a excentricidade,  $e$ , com que a carga vertical de topo é aplicada.

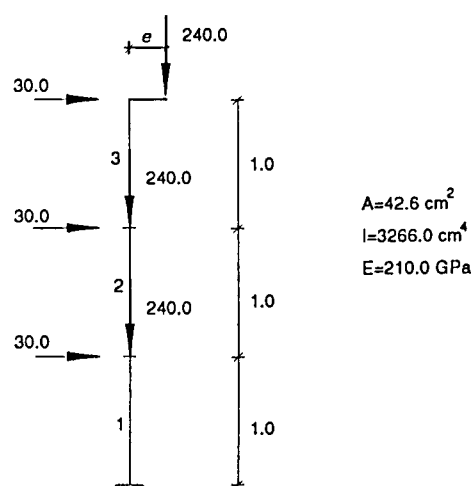


Fig. 5.17 - Consola vertical (kN,m).

Pela análise do Quadro 5.17 constata-se que a aplicação do método preconizado no EC3 induz erros apreciáveis na determinação do parâmetro de carga crítica elástica quando os valores da excentricidade deixam de ser nulos, aumentando o erro com o crescimento de  $e$  - 21.2%, 68.0% e 79.9% para  $e = 0.0$ ,  $e = 0.5$  e  $e = 1.0$ , respectivamente.

Quadro 5.17 - Parâmetro de carga crítica elástica de uma consola vertical.

Comparação de resultados.

| $e$ | $\lambda_{crit}$ |        |               |
|-----|------------------|--------|---------------|
|     | EIGENF           | EC3    | EC3 corrigido |
| 0.0 | 5.3106           | 4.1821 | 4.1821        |
| 0.5 | 5.3106           | 1.6977 | 4.1821        |
| 1.0 | 5.3106           | 1.0650 | 4.1821        |

A variação do parâmetro de carga crítica verificada para o caso analisado - para o qual  $\lambda_{crit}$  não depende da excentricidade da acção vertical - demonstra a inconsistência do método simplificado proposto no EC3 para a determinação do parâmetro  $\lambda_{crit}$  de uma estrutura cuja acção vertical actuante origina significativos deslocamentos horizontais relativos entre pisos adjacentes. A adopção de uma metodologia semelhante à proposta pelo EC3 em que são desprezados os deslocamentos horizontais provocados pelas acções verticais origina a determinação de parâmetros de carga associados aos vários modos de instabilidade da estrutura independentes da excentricidade da carga vertical aplicada, obtendo-se, também, para o caso de uma estrutura mais complexa, e para qualquer sentido de aplicação da acção horizontal, um  $\lambda_{crit}$  constante. O valor de  $\lambda_{crit}$  assim obtido apresenta um erro de 21.2% devido ao facto de a metodologia proposta ser baseada em estruturas cuja deformada é do tipo da provocada por corte.

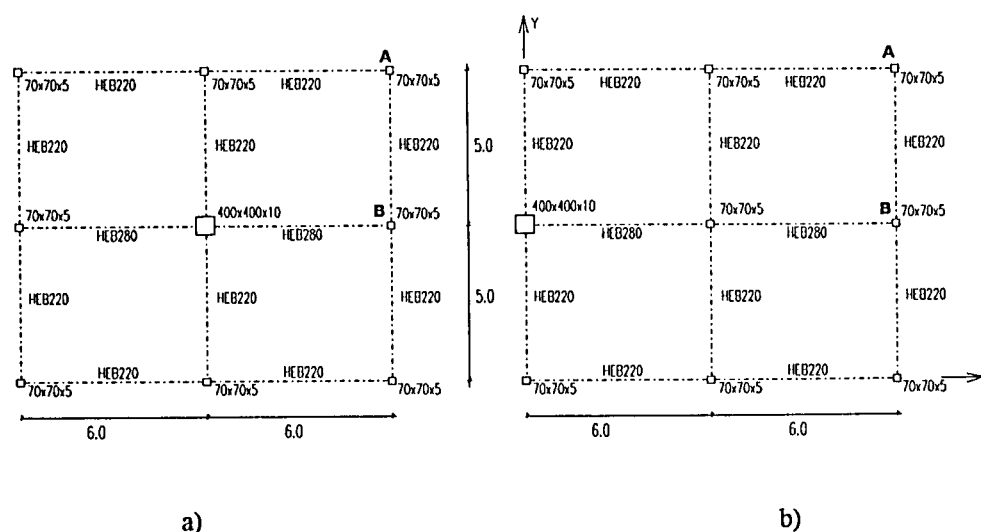
Associados aos erros na determinação de  $\lambda_{crit}$  surgem, também, diferenças significativas nos valores das tensões calculadas pelo EC3 e pelo programa EIGENF, atingindo os valores máximos de 127.4% para  $e = 0.5$  e 1594.1% para  $e = 1.0$  - ver Quadro 5.18. Este Quadro ilustra ainda - em termos de tensões totais - a melhor aproximação aos valores de referência conseguida, em geral, recorrendo ao processo referido - *EC3 corrigido* - em comparação com o preconizado pelo EC3, atingindo a diferença máxima relativamente aos valores de referência de 12.5% para  $e = 0.5m$  e 15.4% para  $e = 1.0m$ , diminuindo o seu valor com a altura, ao contrário do erro associado ao método do EC3 que para o troço inferior do pilar analisado apresenta, até, erros inferiores - 4.6% contra 15.6%.

**Quadro 5.18 - Consola vertical: tensões e comparação de resultados.**

| Elem. | Extr. | Tensões (MPa)       |          |          |                     |                  |         |               |                  |          |               |                  |          |
|-------|-------|---------------------|----------|----------|---------------------|------------------|---------|---------------|------------------|----------|---------------|------------------|----------|
|       |       | Cálculo de 1ª ordem |          |          | Cálculo de 2ª ordem |                  |         |               |                  |          |               |                  |          |
|       |       |                     |          |          | e = 0.0m            |                  |         | e = 0.5m      |                  |          | e = 1.0m      |                  |          |
|       |       | e = 0.0m            | e = 0.5m | e = 1.0m | EC3<br>global       | EC3<br>corrigido | EIGENF  | EC3<br>global | EC3<br>corrigido | EIGENF   | EC3<br>global | EC3<br>corrigido | EIGENF   |
| 1     | Esq.  | 775.075             | 1179.115 | 1583.155 | 833.196             | 833.196          | 886.429 | 1370.807      | 1237.236         | 1413.443 | 2008.629      | 1641.277         | 1940.458 |
|       | Dir.  | 472.044             | 876.085  | 1280.125 | 501.105             | 501.105          | 551.345 | 1002.427      | 905.145          | 1050.939 | 1588.936      | 1309.186         | 1550.533 |
| 2     | Esq.  | 415.706             | 819.747  | 1223.787 | 490.646             | 490.646          | 495.007 | 1286.113      | 894.686          | 994.601  | 2922.249      | 1298.727         | 1494.195 |
|       | Dir.  | 213.686             | 617.727  | 1021.767 | 238.666             | 238.666          | 243.663 | 1041.209      | 642.706          | 690.057  | 2846.040      | 1046.747         | 1136.451 |
| 3     | Esq.  | 157.348             | 561.389  | 965.129  | 189.096             | 189.096          | 187.325 | 1441.192      | 593.136          | 633.719  | 18298.50      | 997.176          | 1080.113 |
|       | Dir.  | 56.338              | 460.378  | 864.419  | 56.338              | 56.338           | 56.338  | 460.378       | 460.378          | 460.378  | 864.419       | 864.419          | 864.419  |

## 5.7 - ANÁLISE TRIDIMENSIONAL

Com o intuito de salientar os aspectos tridimensionais dos efeitos de segunda ordem, em relação aos quais a regulamentação referente a estruturas metálicas é omissa, foram analisadas as estruturas representadas, esquematicamente, em planta na Figura 5.18 cujos pilares - constituídos por perfis tubulares de seção quadrada - têm o comprimento de 4.0m e encontram-se encastrados na base. A única diferença entre os sistemas estruturais estudados diz respeito à localização do pilar mais rígido.



**Fig. 5.18 - Edificio espacial. Planta.**

Ambas as estruturas foram calculadas para a combinação de acções  $1.5(G + Q) + 0.6W$  em que as acções verticais,  $G + Q$ , foram consideradas com o valor  $10.0\text{kN/m}^2$  aplicadas nas várias lajes de piso, armadas segundo o menor vão, e a acção do vento,  $W$ , actuando perpendicularmente à fachada de maior dimensão, foi determinada de modo a satisfazer o estipulado no RSA [3] para um terreno de rugosidade tipo II sito na zona B do território nacional.

Apresentam-se e comparam-se, nos pontos seguintes, os resultados obtidos através de uma análise tridimensional e de uma modelação por pórticos planos das estruturas metálicas referidas.

### 5.7.1 - Simetria estrutural

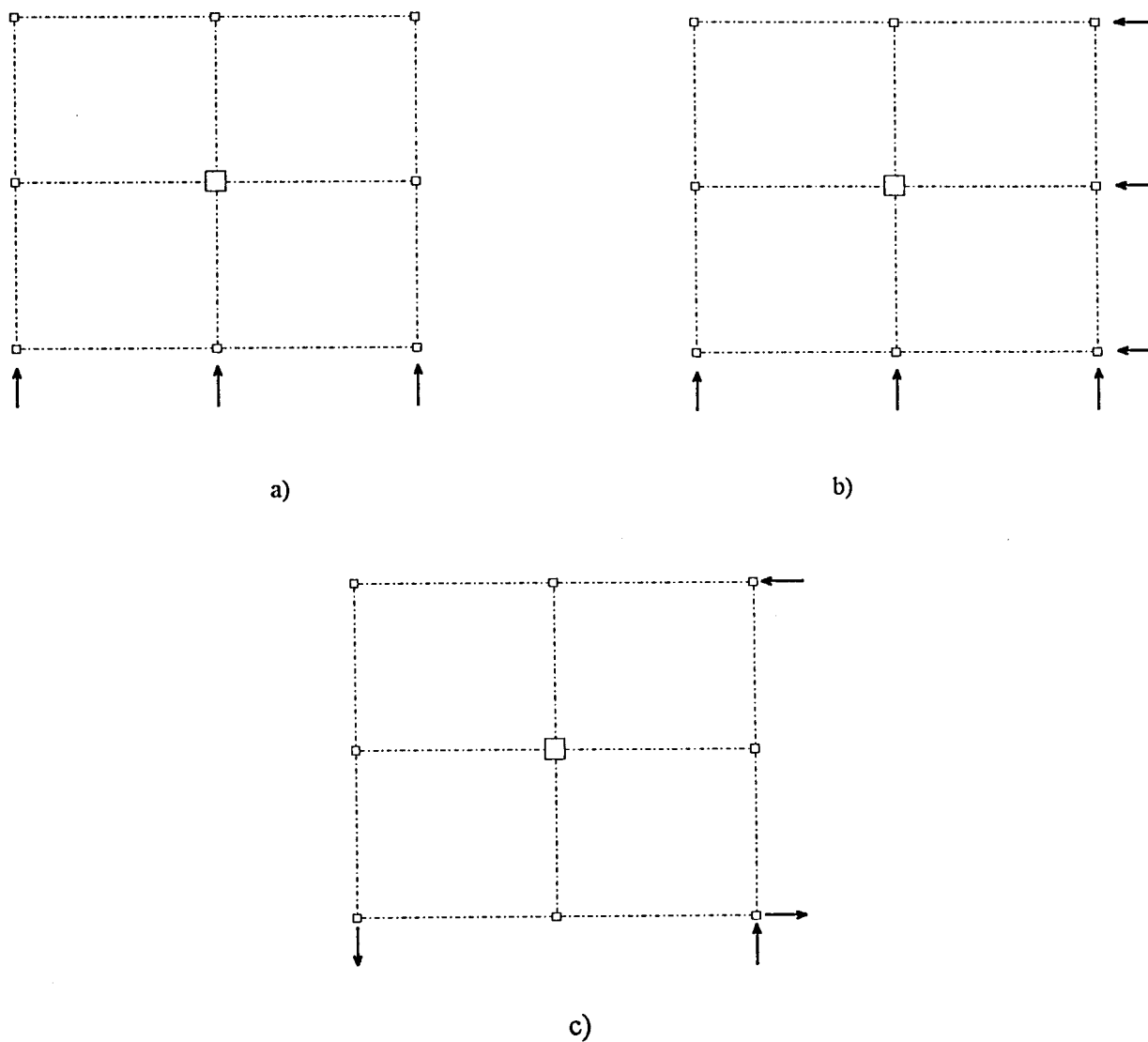
Utilizando a metodologia de análise de estruturas metálicas sugerida no EC3, subdividindo o sistema espacial em pórticos planos e estudando estes para cada direcção ortogonal, determinou-se, associando em comboio os pórticos transversais da estrutura, o valor do parâmetro de carga crítica elástica do sistema, pelo processo aproximado apresentado na regulamentação referida:

$$\lambda_{crit}^{EC3} = 4.1120 \quad (5.1)$$

O parâmetro de carga crítica assim determinado corresponde a um modo de instabilidade global de translação na direcção  $y$ . No entanto, uma análise tridimensional do sistema permite determinar um modo de encurvadura cujo valor do  $\lambda_{crit}$  associado é inferior, correspondendo a uma torção do edifício.

Foram ensaiadas várias hipóteses referentes ao sentido de aplicação das acções horizontais equivalentes às imperfeições geométricas,  $\phi$ , ilustradas na Figura 5.19, não se encontrando, para o caso em análise, diferenças significativas dos respectivos  $\lambda_{crit}$ .

Apresentam-se no Quadro 5.19 os parâmetros de carga associados aos quatro primeiros modos de encurvadura da estrutura, obtidos para o caso a) referente às acções equivalentes às imperfeições geométricas, sendo a configuração dos modos ilustrada na Figura 5.20.

Fig. 5.19 - Imperfeições geométricas,  $\phi$ .

Quadro 5.19 - Análise tridimensional. Parâmetros de carga crítica elástica.

| Modo | $\lambda_{crit}$ |
|------|------------------|
| 1    | 2.4090           |
| 2    | 3.4281           |
| 3    | 4.0258           |
| 4    | 4.5281           |

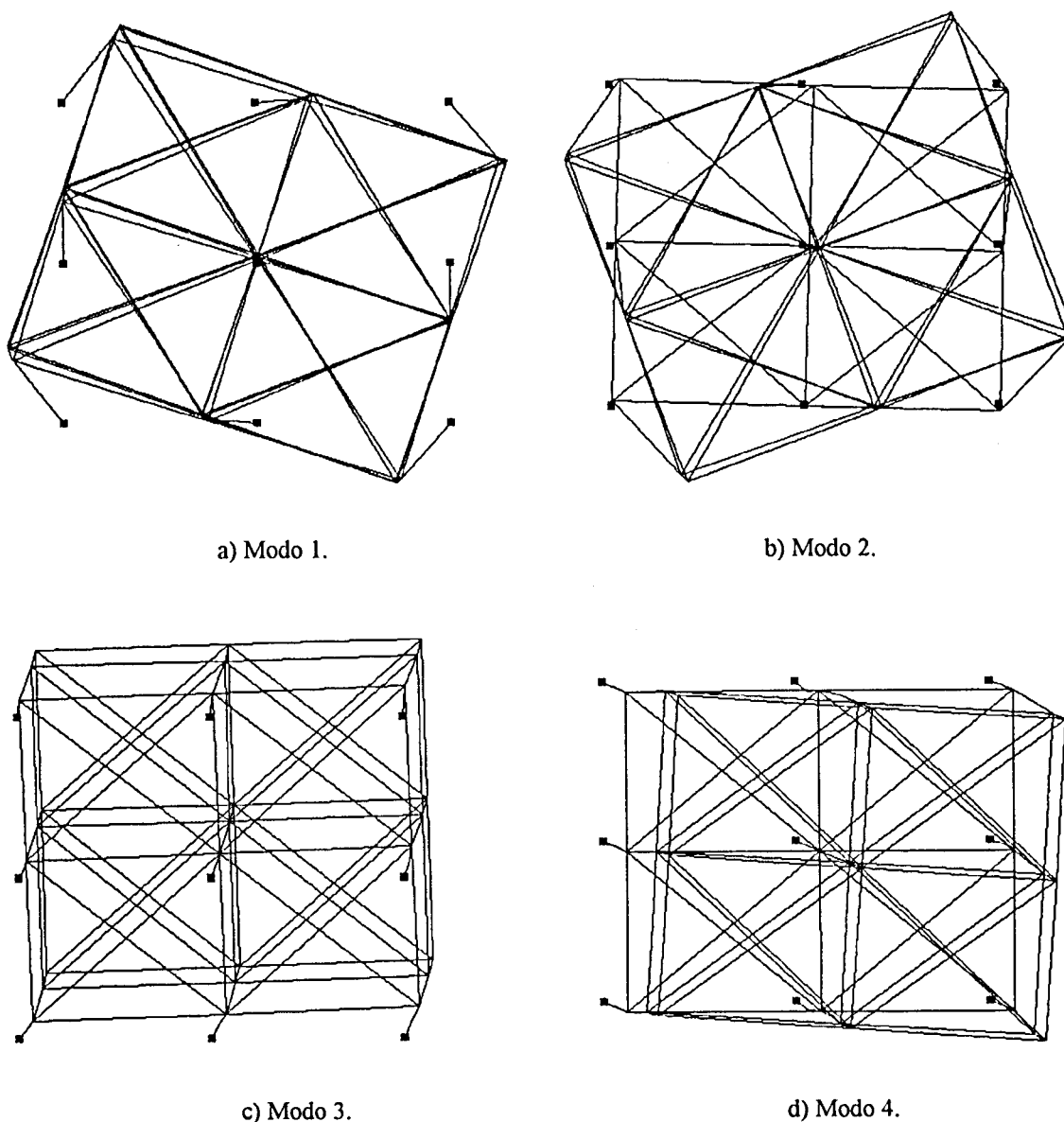


Fig. 5.20 - Análise tridimensional. Configuração dos modos de instabilidade.

É de salientar a boa concordância obtida entre os valores de  $\lambda_{crit}$ , correspondentes ao modo de translação segundo  $y$ , determinados pelo EC3 e por uma análise tridimensional de segunda ordem - diferença de 2.1%.

Apesar da diferença entre os  $\lambda_{crit}$  da estrutura, obtidos através de uma análise plana e tridimensional -  $\lambda_{crit}^{EC3} = 4.1120$  e  $\lambda_{crit}^{EIGENF} = 2.4090$  -, a acção actuante aparentemente não mobiliza os modos de instabilidade por torção, não diferindo significativamente o valor das tensões totais determinadas pelos dois diferentes procedimentos, conforme é possível constatar

através da observação do Quadro 5.20 que traduz as tensões instaladas na base dos pilares assinalados na Figura 5.18.

O método de análise local preconizado pelo EC3 permite aferir os valores das tensões instaladas nas diversas barras constituintes da estrutura de forma conservadora - ver Quadro 5.20 - atingindo a diferença máxima de 36.2% na base do pilar B e 18.8% na base do pilar A.

Quadro 5.20 - Análise tridimensional. Tensões e comparação de resultados.

| $\phi$ | Pilar | Tensões (MPa) |                     |           |         |
|--------|-------|---------------|---------------------|-----------|---------|
|        |       | Cálculo de    | Cálculo de 2ª ordem |           |         |
|        |       | 1ª ordem      | EC3 global          | EC3 local | EIGENF  |
| a)     | A     | 180.534       | 190.477             | 227.090   | 194.377 |
|        | B     | 252.460       | 262.887             | 344.942   | 266.517 |
| b)     | A     | 172.082       | 190.477             | 227.090   | 184.410 |
|        | B     | 241.250       | 262.887             | 344.942   | 253.322 |
| c)     | A     | 180.860       | 190.477             | 227.090   | 195.637 |
|        | B     | 263.428       | 262.887             | 344.942   | 284.114 |

### 5.7.2 - Assimetria estrutural

A estrutura representada na Figura 5.18 b) sujeita à solicitação exterior anteriormente referida foi analisada para a configuração das acções equivalentes às imperfeições geométricas ilustrada na Figura 5.21.

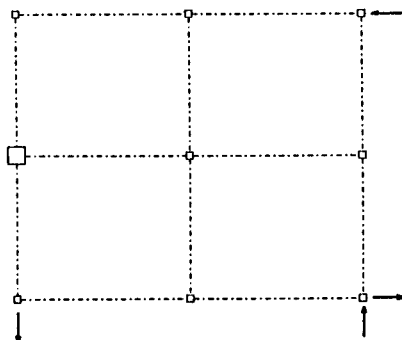


Fig. 5.21 - Imperfeições geométricas,  $\phi$ .

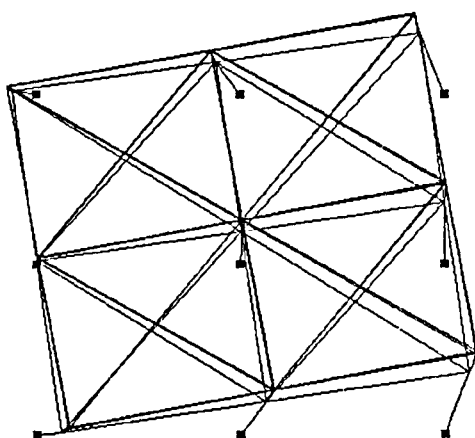
A associação em comboio dos pórticos constituintes da estrutura permite a quantificação do valor do parâmetro de carga crítica associada a um modo de instabilidade global de translação. Desprezando os deslocamentos horizontais provocados pela carga vertical obtêm-se o valor de  $\lambda_{crit}$  igual ao determinado em 5.7.1, ou seja, independente do facto da resultante das acções ser ou não aplicada no centro de rigidez da estrutura. Assim,

$$\lambda_{crit}^{EC3} = 4.1120 \quad (5.2)$$

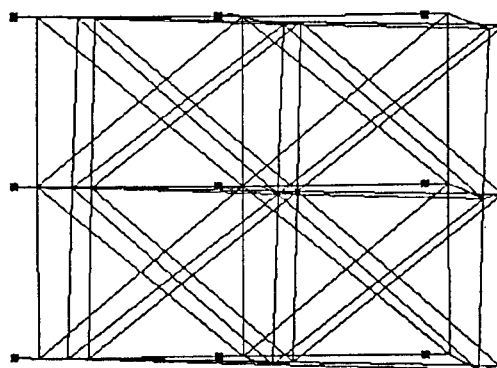
No Quadro 5.21 encontram-se discriminados os valores de  $\lambda_{crit}$  correspondentes aos cinco primeiros modos de encurvadura, sendo os quatro primeiros de torção e o quinto de translação associada a uma ligeira torção da estrutura - ver Figura 5.22.

Quadro 5.21 - Análise tridimensional. Parâmetros de carga crítica clássica.

| Modo | $\lambda_{crit}$ |
|------|------------------|
| 1    | 1.8583           |
| 2    | 2.6133           |
| 3    | 2.6169           |
| 4    | 2.6288           |
| 5    | 3.7025           |



a) Modo 1.



b) Modo 5.

Fig. 5.22 - Análise tridimensional. Configuração dos modos de instabilidade.

A comparação dos valores de  $\lambda_{crit}$ , expressos nos Quadros 5.19 e 5.21, torna visível o efeito da resultante das acções actuantes não coincidir com o centro de rigidez da estrutura, originando um decréscimo da carga crítica da mesma, sendo esta correspondente a um modo de torção. Este efeito não é possível de detectar caso seja adoptado o procedimento aproximado sugerido no EC3 para a quantificação do parâmetro de carga crítica elástica de uma estrutura metálica.

O cálculo das tensões totais instalada na estrutura aqui analisada através da utilização dos factores de ampliação dos momentos,  $\beta_i$ , conforme preconizado no Eurocódigo 3, apesar do erro substancial na determinação de  $\lambda_{crit}$  e da configuração do modo associado não corresponder ao correcto, é feito com um erro máximo de 26.2%, desde que as forças horizontais sejam distribuídas pelos pórticos proporcionalmente à sua rigidez e sejam afectadas dos efeitos da torção proveniente do facto de os seus pontos de aplicação não coincidirem com o centro de rigidez da estrutura. Caso não seja efectuada a correcção de torção aqui sugerida as tensões totais são determinadas com erros superiores, atingindo o valor de 49.5% na base do pilar B - ver Quadro 5.22.

Quadro 5.22 - Análise tridimensional. Tensões e comparação de resultados.

| Pilar | Tensões (MPa)                                   |                                        |                                        |         |
|-------|-------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|---------|
|       | Cálculo de 1ª ordem<br>(c/ correcção de torção) | Cálculo de 2ª ordem                    |                                        |         |
|       |                                                 | EC3 global<br>(s/ correcção de torção) | EC3 global<br>(c/ correcção de torção) | EIGENF  |
| A     | 244.887                                         | 190.477                                | 264.416                                | 358.230 |
| B     | 381.429                                         | 262.887                                | 411.934                                | 520.672 |

É de salientar que para o exemplo aqui tratado os efeitos de segunda ordem são superiores aos obtidos em 5.7.1, originando erros também superiores na quantificação das tensões totais e aumentando significativamente os erros associados ao cálculo das tensões de segunda ordem - 34.9% em 5.7.1 e 82.8% no exemplo estudado neste ponto, no pilar A.

## 5.8 - CONCLUSÕES

Para os exemplos aqui avaliados foi possível obter as seguintes conclusões:

- 1) - A aferição do parâmetro de carga crítica elástica de uma estrutura, apresentando significativa assimetria da acção vertical ou de distribuição de rigidez, recorrendo à metodologia simplificada proposta pelo EC3, é determinada com maior eficiência caso não se considerem os deslocamentos horizontais provocados pela solicitação vertical, obtendo-se assim valores de  $\lambda_{crit}$  independentes do sentido de aplicação das cargas horizontais.
- 2) - Do mesmo modo, a utilização dos factores de ampliação,  $\beta_i$ , aplicados apenas aos momentos flectores induzidos pelas acções horizontais contribui para uma mais correcta quantificação das tensões incluindo os efeitos de segunda ordem.
- 3) - A adopção de um factor de ampliação único, aplicado a toda a estrutura e correspondente ao maior dos  $\beta_i$  determinados, conduz, em algumas situações, a resultados significativamente afastados dos de referência, não sendo, por isso, recomendável a sua utilização.
- 4) - O método de análise global simplificado do EC3, para ter em conta os efeitos de segunda ordem, revelou-se, em geral, mais eficiente que os métodos de análise local barra a barra do REAE e do EC3, mesmo para valores de  $\lambda_{crit}$  inferiores a 4, valor limite de aplicação desta metodologia.
- 5) - A utilização do método de análise global simplificado do EC3 para a análise de uma estrutura metálica torna-se mais eficiente se o parâmetro de carga crítica for avaliado com suficiente aproximação.
- 6) - A análise de uma estrutura pelos métodos de análise local pode afastar-se significativamente dos valores de referência, mesmo para estruturas simétricas solicitadas verticalmente.
- 7) - Os erros associados à quantificação do acréscimo de tensão devido aos efeitos de segunda ordem são, em geral, elevados originando, contudo, erros significativamente menores das tensões totais, mesmo para valores pequenos de  $\lambda_{crit}$ .

- 8) - A metodologia proposta pelo EC3 não permite a consideração de eventuais modos de torção da estrutura, que podem diminuir significativamente o nível de segurança da mesma relativamente a estados limites últimos de encurvadura.
- 9) - A formulação aproximada de cálculo global incluindo os efeitos de segunda ordem preconizada no EC3 conduz a resultados cujos erros podem atingir valores acentuados caso a solicitação actuante mobilize, de forma significativa, um modo de torção da estrutura, nomeadamente, quando esta apresenta uma relevante distribuição assimétrica de rigidez. Do mesmo modo, a metodologia indicada no referido código revela-se deficiente na determinação das tensões totais - agravadas dos efeitos da não linearidade geométrica - em estruturas simétricas caracterizadas por um reduzido valor do parâmetro de carga crítica elástica.

## 5.9 - REFERÊNCIAS

- [1] Regulamento de Estruturas de Aço para Edifícios, Ministério do Equipamento Social, Conselho Superior de Obras Públicas e Transportes, Lisboa, Abril de 1985.
- [2] Eurocode 3: Design of Steel Structures, part 1.1: General Rules and Rules for Buildings, European Committee for Standardisation, February 1992.
- [3] Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, E. P., Lisboa, 1986.

## 6. APLICAÇÕES

### 6.1 - INTRODUÇÃO

No presente Capítulo é efectuada a análise de sistemas estruturais metálicos, estudando o seu comportamento relativamente a fenómenos de instabilidade.

A primeira estrutura analisada diz respeito a um edifício industrial corrente de grande vão, vencido por um sistema reticulado tipo pórtico, comparando-se duas diferentes soluções estruturais aqui propostas.

Em seguida é feita a análise de duas estruturas metálicas - SHOPGAL e SHOPENT -, para as quais a modelação por pórticos planos não pode ser efectuada, tendo ambas um comportamento marcadamente tridimensional, impossibilitando o seu estudo pelas metodologias simplificadas de análise global propostas pelos regulamentos de estruturas metálicas para a consideração dos efeitos de segunda ordem.

A aplicação do programa EIGENF permitiu avaliar a estabilidade das estruturas através da determinação dos parâmetros de carga crítica elástica e correspondentes modos de encurvadura, possibilitando a determinação do seu grau de mobilidade.

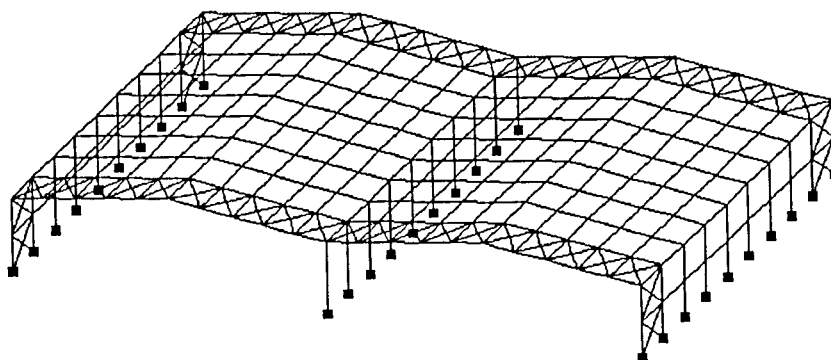
Através da observação da configuração dos modos de instabilidade das estruturas analisadas foi possível detectar zonas críticas - mais sensíveis aos efeitos de segunda ordem - a estudar com mais pormenor e, eventualmente, a rever, reforçando-as ou modificando a sua concepção estrutural.

A possibilidade de análise de estruturas com tal grau de complexidade demonstra as potencialidades da metodologia desenvolvida ao longo deste trabalho.

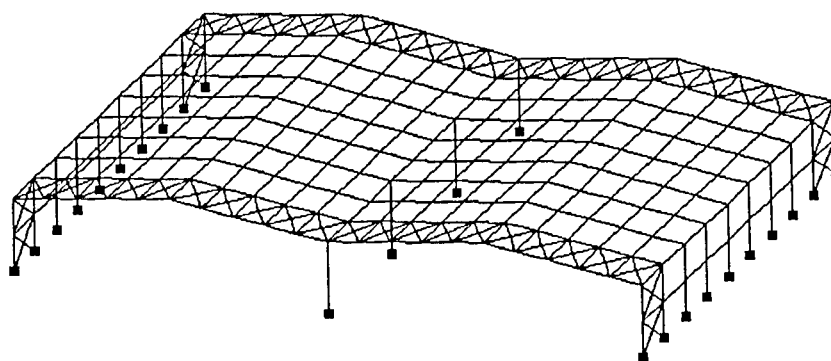
## 6.2 - NAVE INDUSTRIAL

### 6.2.1 - Descrição geral da estrutura

Numa perspectiva de estabelecer a comparação entre o comportamento, relativamente a fenómenos de instabilidade, de duas soluções estruturais correntemente utilizadas em edifícios industriais realizados em construção metálica, foram estudadas as estruturas representadas na Figura 6.1. A principal diferença entre os dois sistemas estruturais propostos - a) e b) - é que o último, devido a exigências de ocupação do espaço, é dotado de um menor número de pilares centrais.



Solução estrutural a).



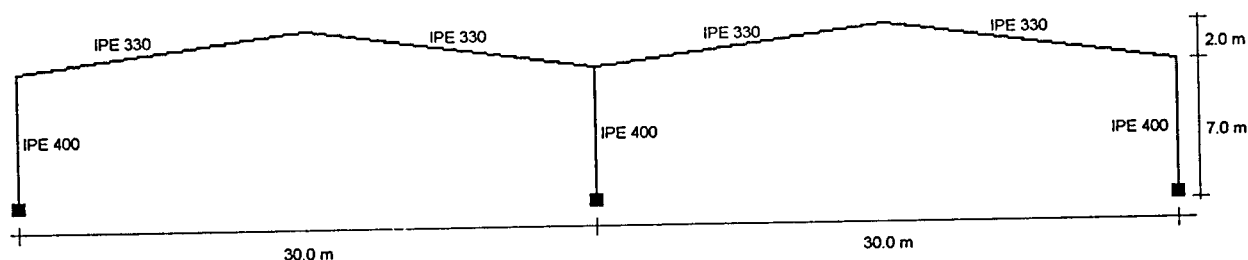
Solução estrutural b).

Fig. 6.1 - Nave industrial. Perspectiva.

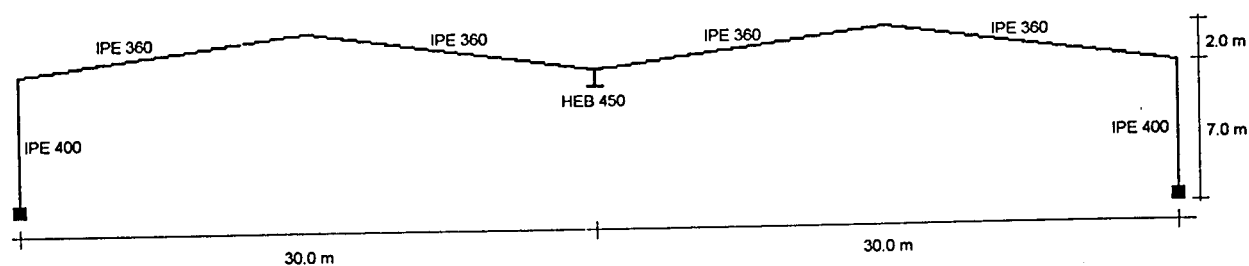
A estrutura é constituída conforme ilustrado nas Figuras 6.2 e 6.3, sendo os pilares centrais extremos concretizados pela composição de dois perfis metálicos - IPE400 e HEB450. Os elementos de contraventamento - vertical e horizontal - são constituídos por cantoneiras L50x50x5, encontrando-se os panos verticais extremos travados longitudinalmente por dois perfis tubulares de secção circular 46.1x3.6.

A solução estrutural b) apresenta os pilares centrais - IPE 450 - mais rígidos do que a solução a) - IPE 400 - devido ao facto de o dimensionamento da estrutura, de modo a satisfazer as condições de segurança regulamentares, assim o exigir, sendo a combinação de acções mais desfavorável aquela em que a solicitação do vento é considerada como acção base, provocando esforços axiais de tracção nos elementos verticais da estrutura.

O reduzido número de pilares da estrutura b) é compensado com a existência de uma viga longitudinal, materializada através de um perfil HEB 450, tornando assim possível a transmissão das cargas para os pilares que a suportam.



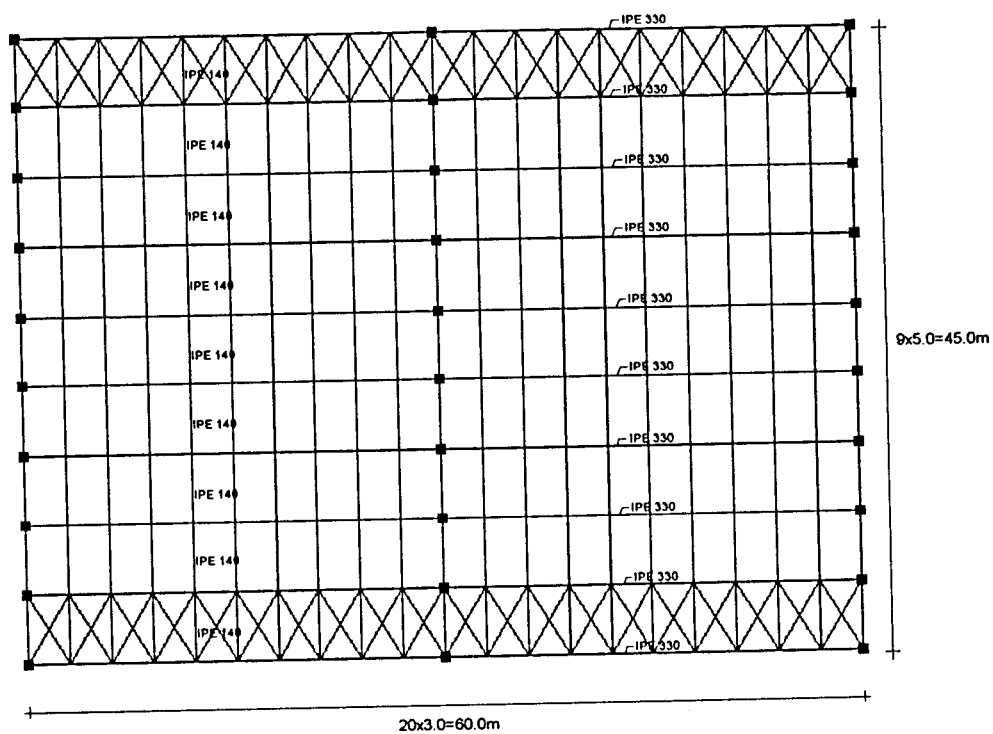
Solução estrutural a).



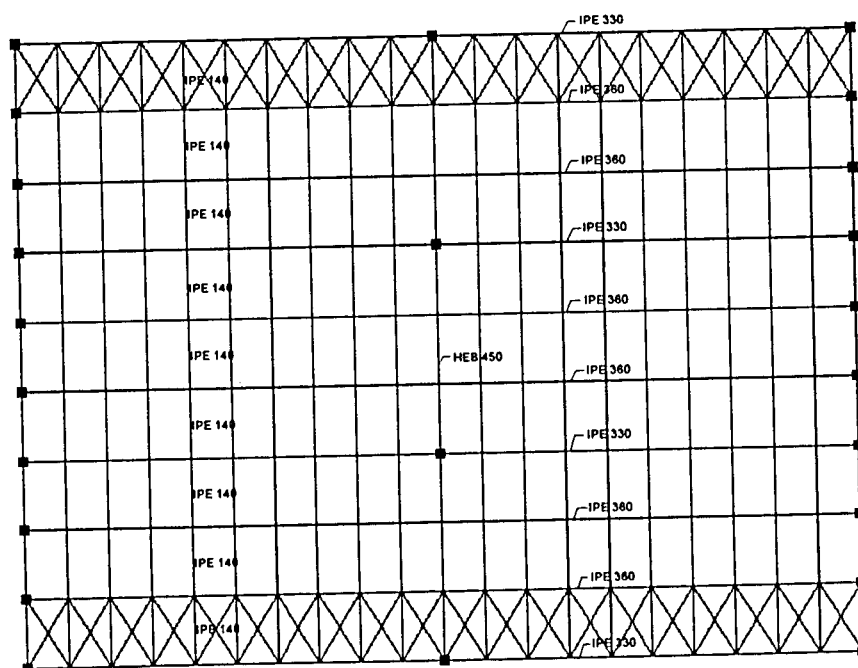
Solução estrutural b).



Fig. 6.2 - Nave industrial. Alçado transversal.



Solução estrutural a).



Solução estrutural b).

Fig. 6.3 - Nave industrial. Planta.

### 6.2.2 - Modelação Estrutural

De modo a ajuizar a sensibilidade dos sistemas estruturais aqui descritos a fenómenos de instabilidade, estes foram discretizados por intermédio de elementos de barra tridimensionais de dois nós, permitindo assim a utilização da metodologia desenvolvida: o programa EIGENF.

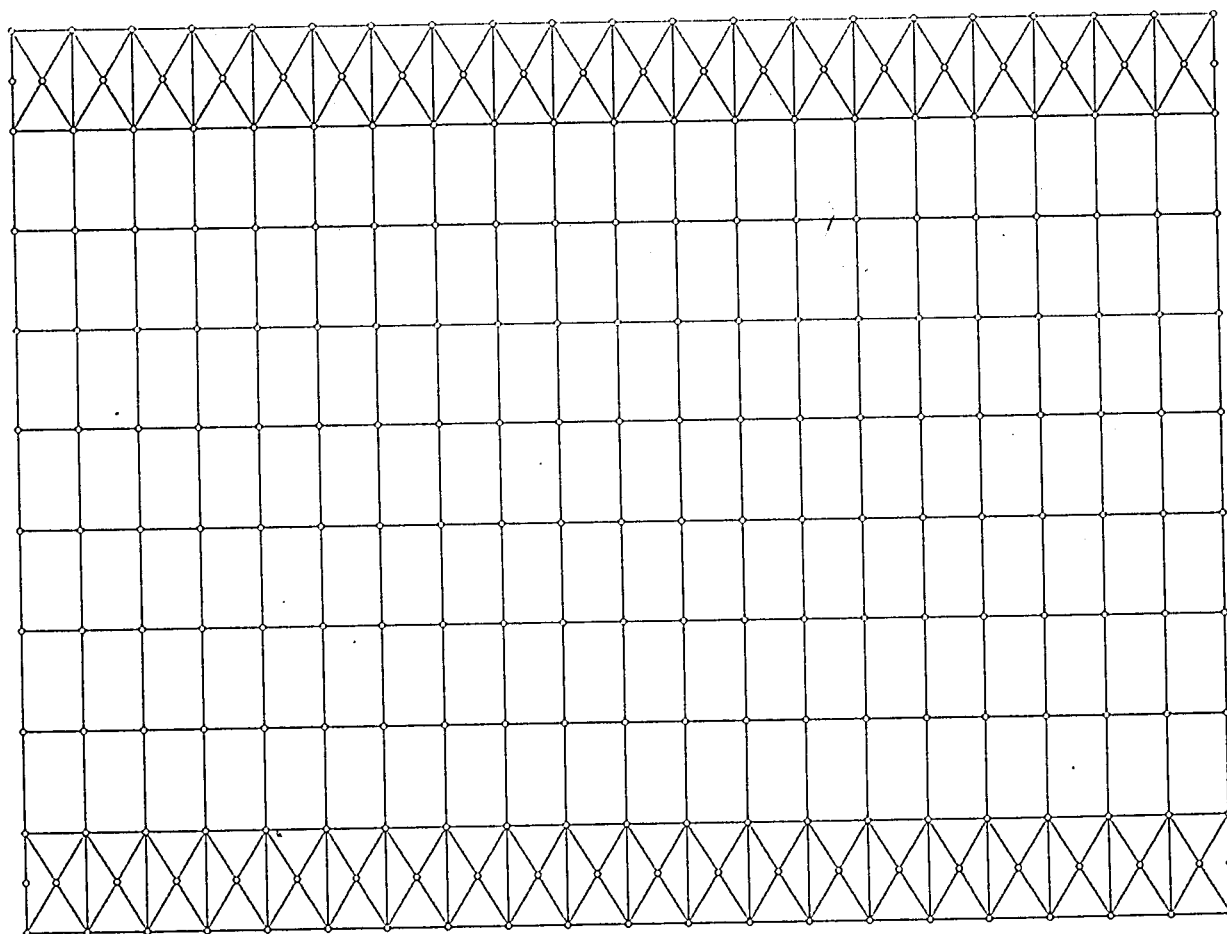


Fig. 6.4 - Nave industrial. Modelação estrutural: planta.

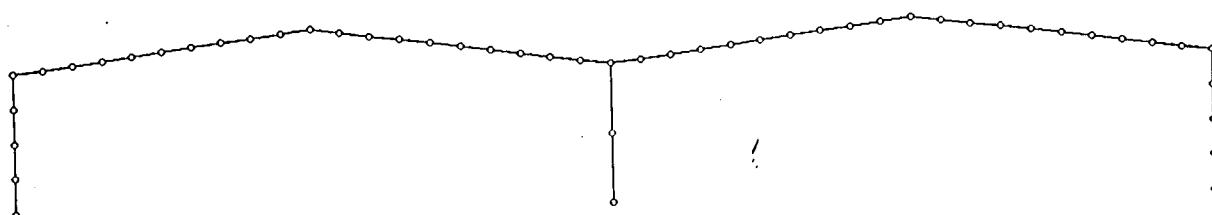


Fig. 6.5 - Nave industrial. Modelação estrutural: alçado transversal.

Por motivos já discutidos neste trabalho - ver Capítulo 4 - adoptou-se um maior refinamento na discretização dos pilares, sendo as restantes barras da estrutura modeladas através de um elemento, conforme se pode constatar através da observação das Figuras 6.4 e 6.5.

As ligações ao exterior são traduzidas por encastramentos na base dos pilares - ver Figura 6.1 -, impedindo todos os graus de liberdade dos nós de apoio.

Considerou-se desprezável a contribuição das barras comprimidas constituintes do sistema de contraventamento, admitindo que apenas as barras traccionadas funcionam. A tradução deste pressuposto foi efectuada através da não consideração de fenómenos de instabilidade nos elementos em causa - a matriz de rigidez destes elementos não é afectada da matriz de rigidez geométrica, coincidindo com a matriz de rigidez de primeira ordem.

### 6.2.3 - Acções actuantes

A quantificação das acções foi efectuada conforme o descrito no Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, considerando-se a estrutura sujeita à acção do peso próprio, sobrecarga, e vento, tendo sido desprezado o efeito da acção dos sismos.

O vento foi considerado como actuando em duas direcções - lateral e de topo -, apresentando o terreno uma rugosidade do tipo II, sendo localizado na zona B do território nacional.

A actuação simultânea das acções referidas foi acautelada através da consideração das seguintes combinações:

$$- 1.5 (G + Q)$$

$$- 1.0G + 1.5W_{\text{topo}}$$

$$- 1.0G + 1.5W_{\text{lateral}}$$

em que G representa as acções permanentes - peso próprio -, Q a acção da sobrecarga e W a acção do vento.

### 6.2.4 - Resultados

O programa EIGENF permitiu a obtenção dos parâmetros de carga associados aos diferentes modos de encurvadura da estrutura apresentados no Quadro 6.1, determinados para a combinação de acções 1.5 (G + Q).

As restantes combinações de acções, referidas no ponto anterior, não originam efeitos de segunda ordem significativos, apresentando elevados valores do parâmetro de carga crítica elástica devido ao facto de provocarem esforços de tracção nos pilares centrais que, como veremos em seguida, são os elementos mais sensíveis a fenómenos de instabilidade.

Quadro 6.1 - Nave industrial. Parâmetros de carga crítica elástica.

| Modo | $\lambda_{crit}$      |                       |
|------|-----------------------|-----------------------|
|      | Solução estrutural a) | Solução estrutural b) |
| 1    | 10.093                | 5.611                 |
| 2    | 10.055                | 5.642                 |
| 3    | 10.321                | 8.249                 |
| 4    | 10.888                | 8.961                 |
| 5    | 11.183                | 11.638                |
| 6    | 11.399                | 12.673                |
| 7    | 12.044                | 14.161                |
| 8    | 12.056                | 14.758                |
| 9    | 12.109                | 14.900                |
| 10   | 14.799                | 15.535                |

A observação do Quadro 6.1 permite constatar que a solução estrutural a) - com maior número de pilares centrais - é dotada de maior segurança relativamente a problemas de encurvadura, apresentando, contudo, a estrutura b) um parâmetro de carga crítica -  $\lambda_{crit} = 5.611$  - que permite considerá-la como suficientemente afastada de uma situação de instabilidade.

Os sete primeiros modos de encurvadura da estrutura a) correspondem a diferentes formas de instabilização dos pilares centrais, bem como os dois primeiros modos do sistema estrutural b).

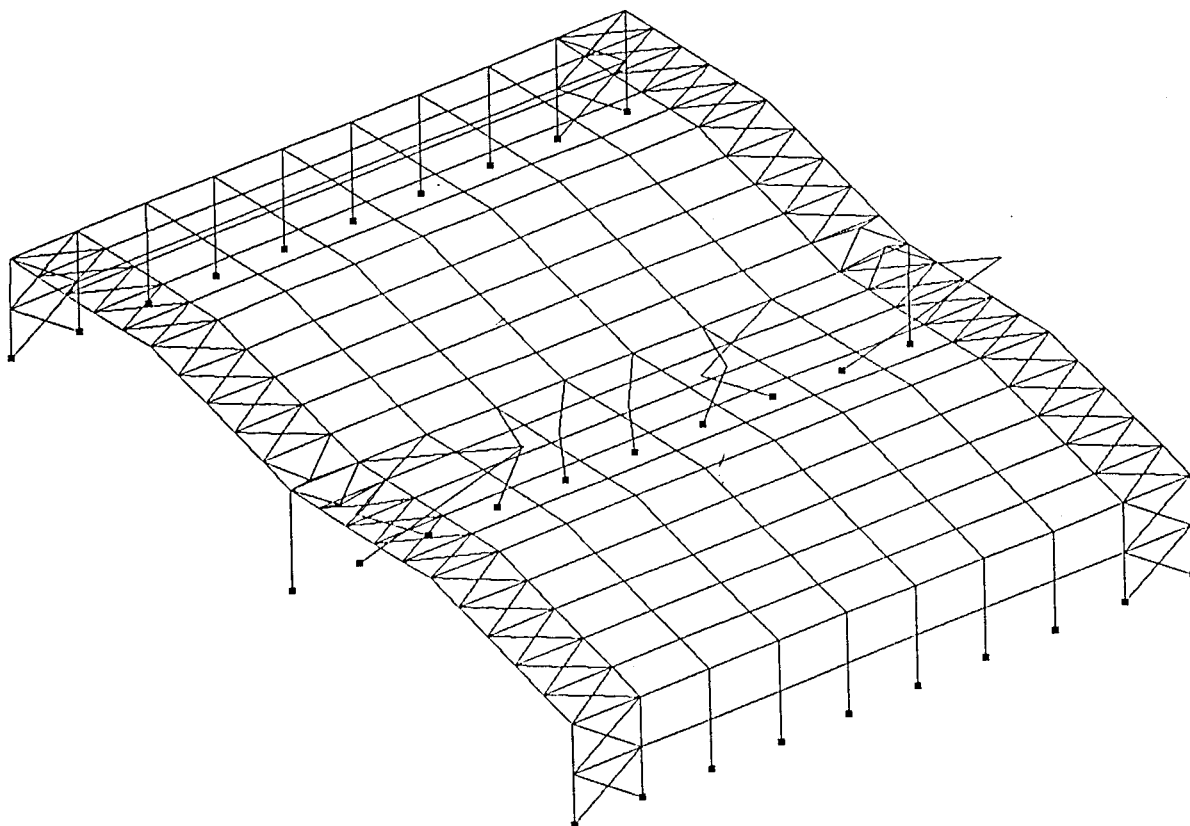


Fig. 6.6 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 1.

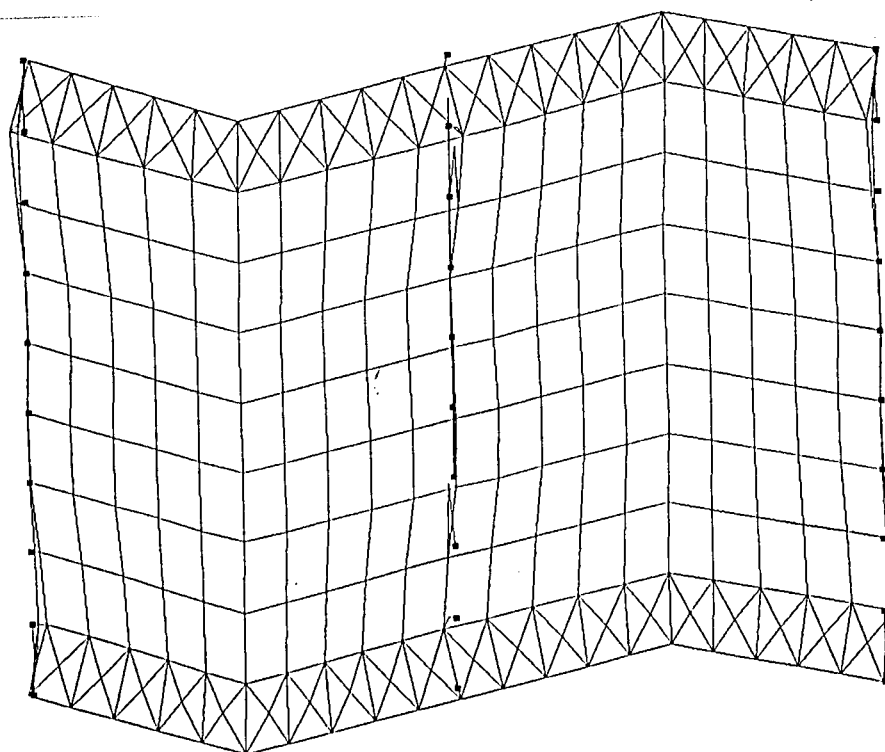


Fig. 6.7 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 9: planta.

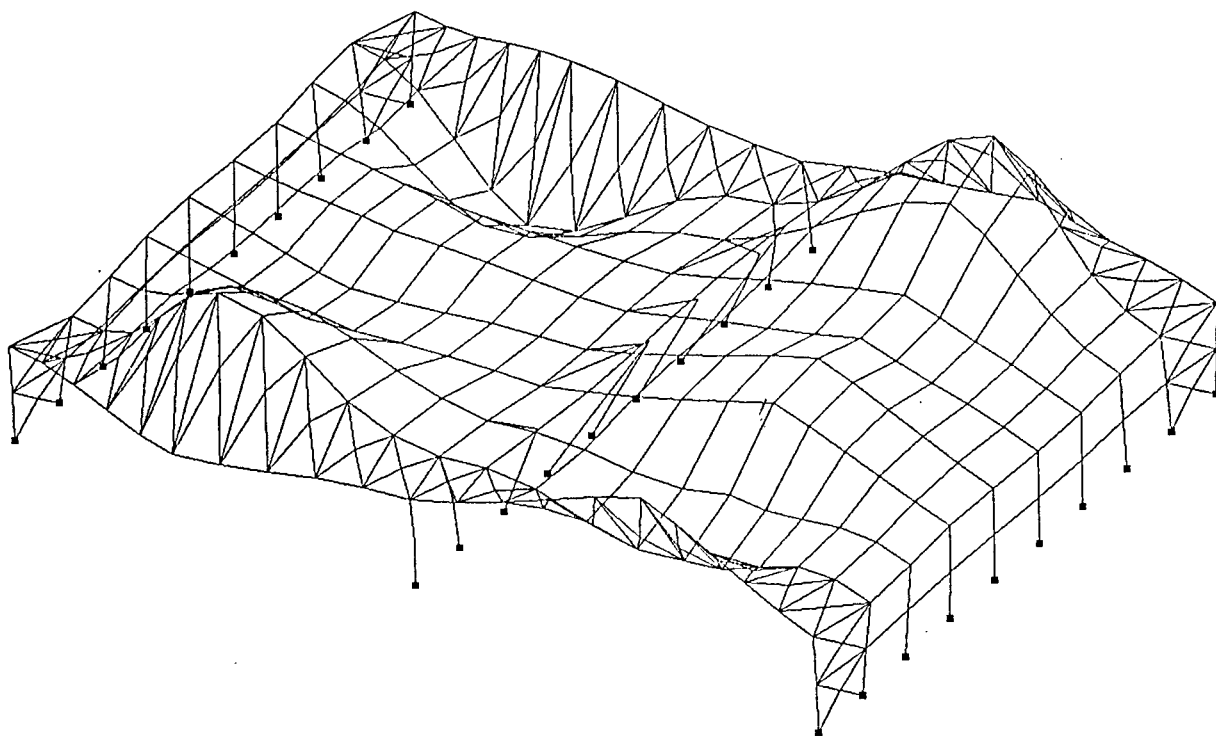


Fig. 6.8 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 9: perspectiva.

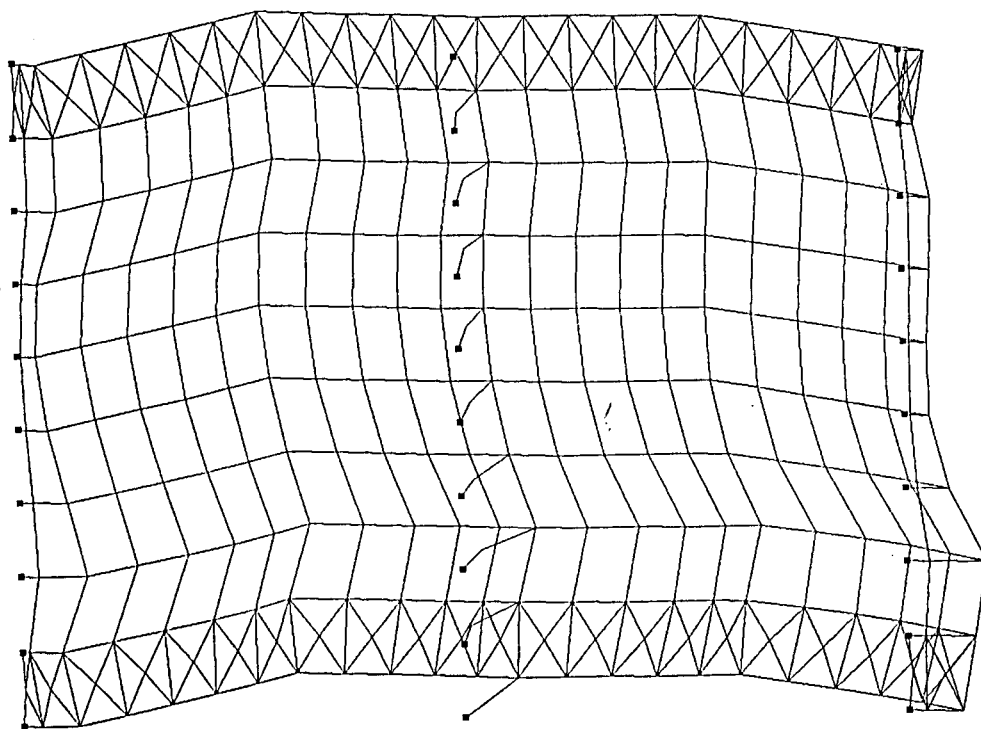


Fig. 6.9 - Solução estrutural a). Modo de instabilidade 10.

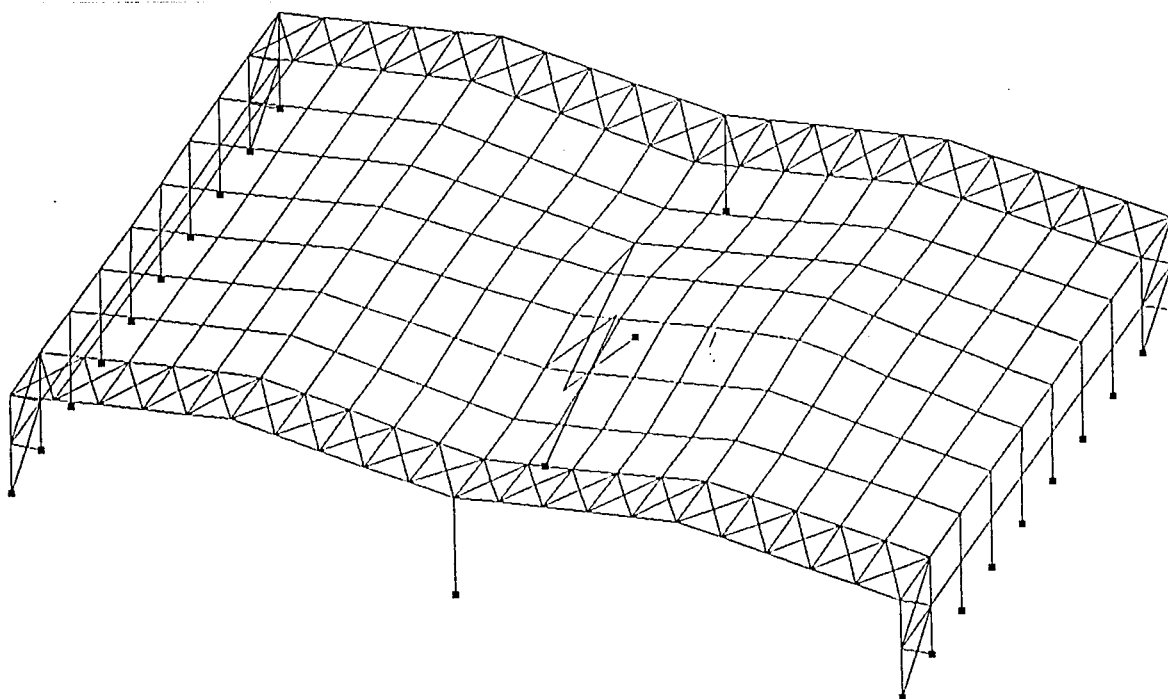


Fig. 6.10 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 1.

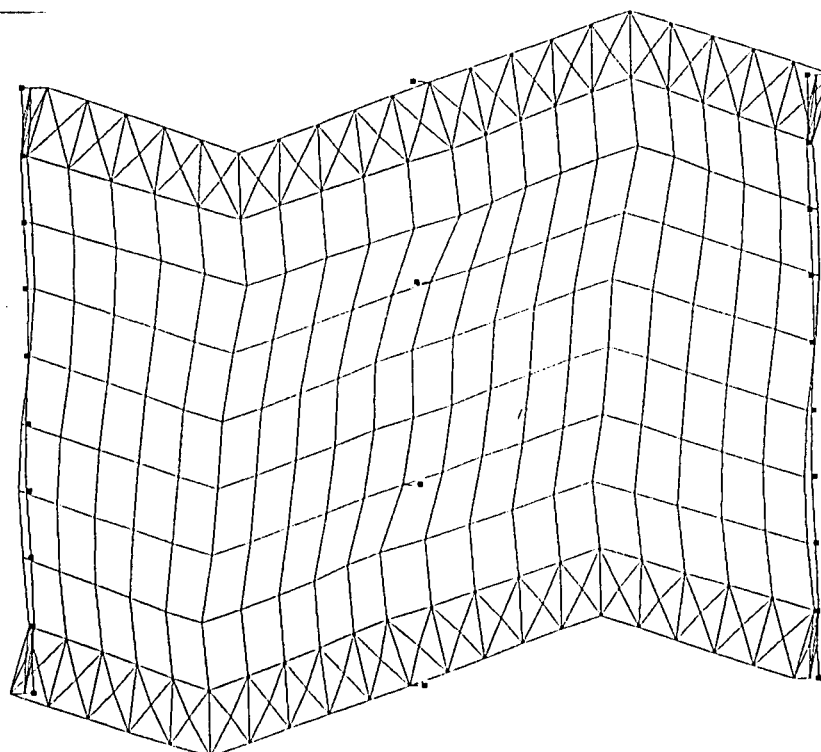


Fig. 6.11 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 4.

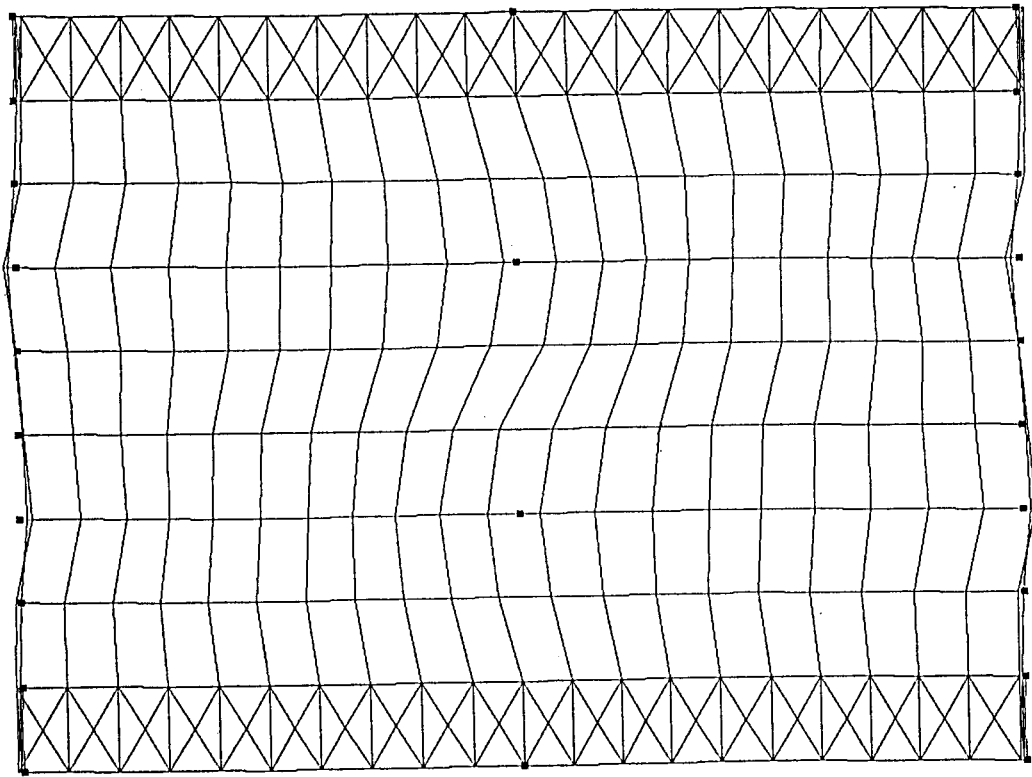


Fig. 6.12 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 5.

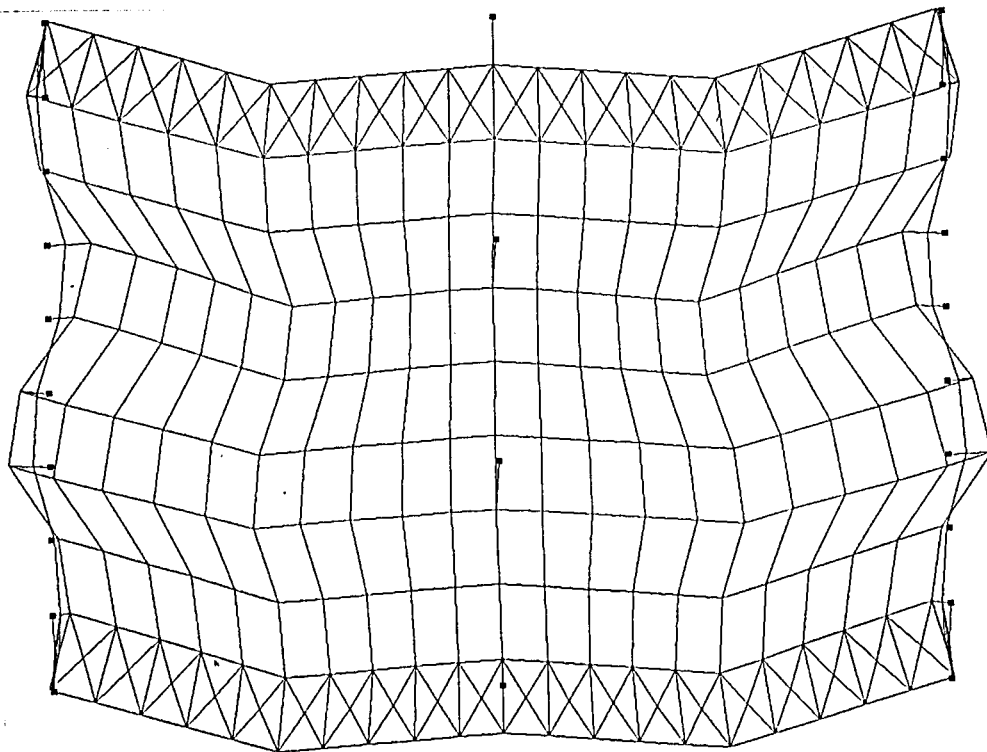


Fig. 6.13 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 7.

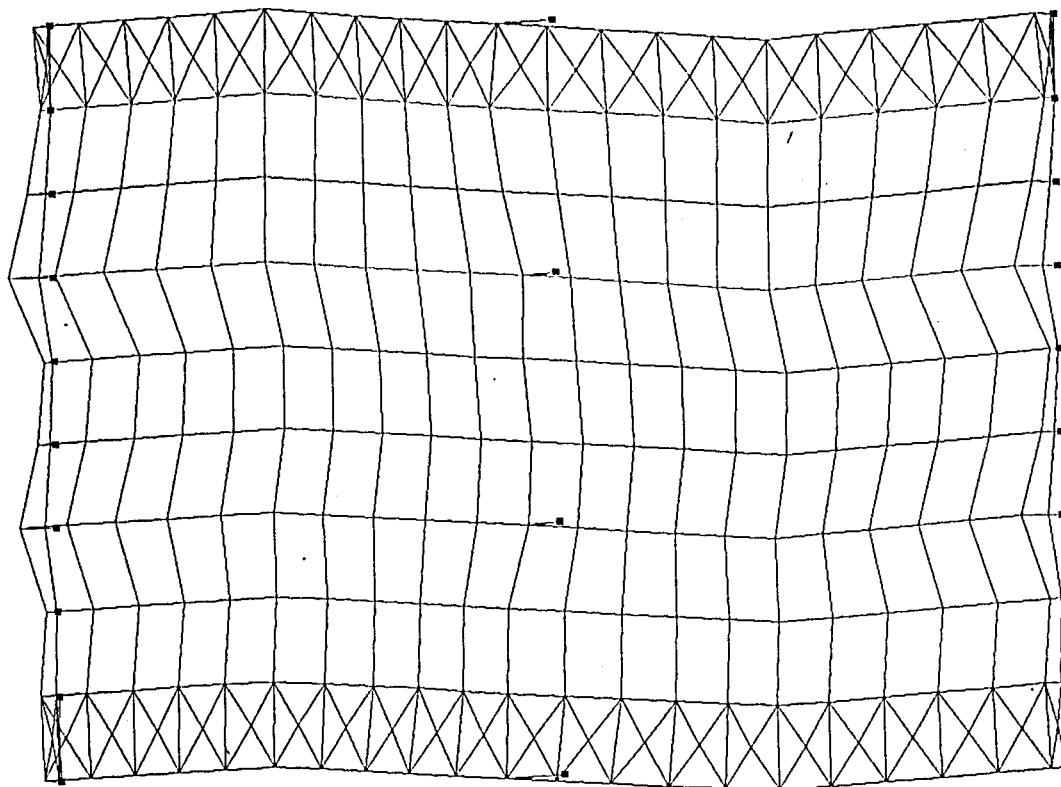


Fig. 6.14 - Solução estrutural b). Modo de instabilidade 8.

As Figuras 6.6 a 6.9 ilustram as diferentes configurações dos modos de encurvadura obtidos para a situação a), sendo o modo 8 semelhante ao modo 9, representado nas Figuras 6.7 e 6.8.

Os diferentes modos de instabilidade referentes à solução b) são apresentados nas Figuras 6.10 a 6.14, sendo os modos 3, 6, 9 e 10 semelhantes, respectivamente, aos modos 4, 5, 8 e 7.

A configuração dos diferentes modos de encurvadura dos dois sistemas estruturais analisados permite concluir que, para a combinação de acções em causa - 1.5 (G + Q) - não é despoletado um modo de instabilidade tridimensional, encontrando-se a estrutura sujeita, fundamentalmente, a fenómenos de encurvadura locais, envolvendo os seus pilares centrais. Assim, é possível concluir que as estruturas referidas são passíveis de ser analisadas através de modelos de cálculo planos, permitindo um correcto dimensionamento das mesmas.

Esta conclusão é realçada pelo facto de os  $\lambda_{crit}$  associados aos modos de instabilidade mais baixos coincidirem, praticamente, com os valores obtidos considerando o pilar central mais carregado isolado do resto da estrutura e sujeito ao esforço axial nele instalado, proveniente de um cálculo de primeira ordem da estrutura.

Considerando, para a situação a), o pilar encastrado numa extremidade e simplesmente apoiado noutra e, para a solução estrutural b), o pilar duplamente encastrado - devido à presença da viga longitudinal de elevada rigidez -, os parâmetros de carga crítica, obtidos recorrendo à expressão da carga crítica de Euler, são os seguintes:

$$\lambda_{crit}^a = 9.859$$

$$\lambda_{crit}^b = 5.579$$

Os valores de  $\lambda_{crit}$  assim obtidos apresentam uma diferença de 2.3% e 0.6% - para a estrutura a) e b), respectivamente - relativamente aos determinados por uma análise global de segunda ordem.

É de salientar a semelhança entre o modo 9 referente à solução a) e o modo 4 relativo à estrutura b), sendo ambos os primeiros modos de instabilidade que envolvem a estrutura como um todo.

Os modos de instabilidade que originam significativas translações da estrutura - modo 10 de a) e modo 7 de b) - permitem classificar as estruturas - à luz do Eurocódigo 3 - como sendo de nós fixos, devido ao facto de os parâmetros de carga crítica elástica associados serem superiores a dez.

Através dos resultados obtidos é possível constatar que ambas as soluções estruturais propostas apresentam um funcionamento adequado, sendo os respectivos sistemas de contraventamento eficientes. Verificou-se ainda que a substituição de alguns pilares centrais por uma viga longitudinal - desde que bem dimensionados - mantém um bom funcionamento estrutural, não perturbando o comportamento global da estrutura.

### 6.3 - PAVILHÃO DE $40.0 \times 24.0 m^2$ - SHOPGAL

#### 6.3.1 - Descrição geral da estrutura

A estrutura metálica, esquematicamente representada na Figura 6.15, é constituída basicamente por uma nave central circunscrita por duas galerias, apresentando-se nas Figuras 6.16 a 6.18 a planta e respectivos alçados da estrutura.

A galeria exterior é formada por arcos de circunferência contidos no plano transversal da estrutura e, materializados através de perfis IPE 220 assentes em pilares tubulares de secção circular.

A galeria interior, contígua à exterior, é delimitada, também, por arcos de circunferência, não se localizando estes no plano transversal da estrutura, interceptando-se dois a dois a meia distância entre os planos transversais que contêm os arcos da galeria exterior - ver Figuras 6.15, 6.16 e 6.19.

Os arcos da galeria interior - constituídos por perfis IPE 240 - são suportados por pilares tubulares e as suas extremidades interiores apoiam-se numa viga em treliça, designada por V1 - ver Figura 6.19.

A nave central, em forma de lanternim, cobre uma área em planta de  $24.0 \times 8.0 m^2$ , tem a forma de um arco de circunferência realizado por intermédio de um perfil IPE 270 e é suportada por duas vigas em treliça, atrás designadas por V1.

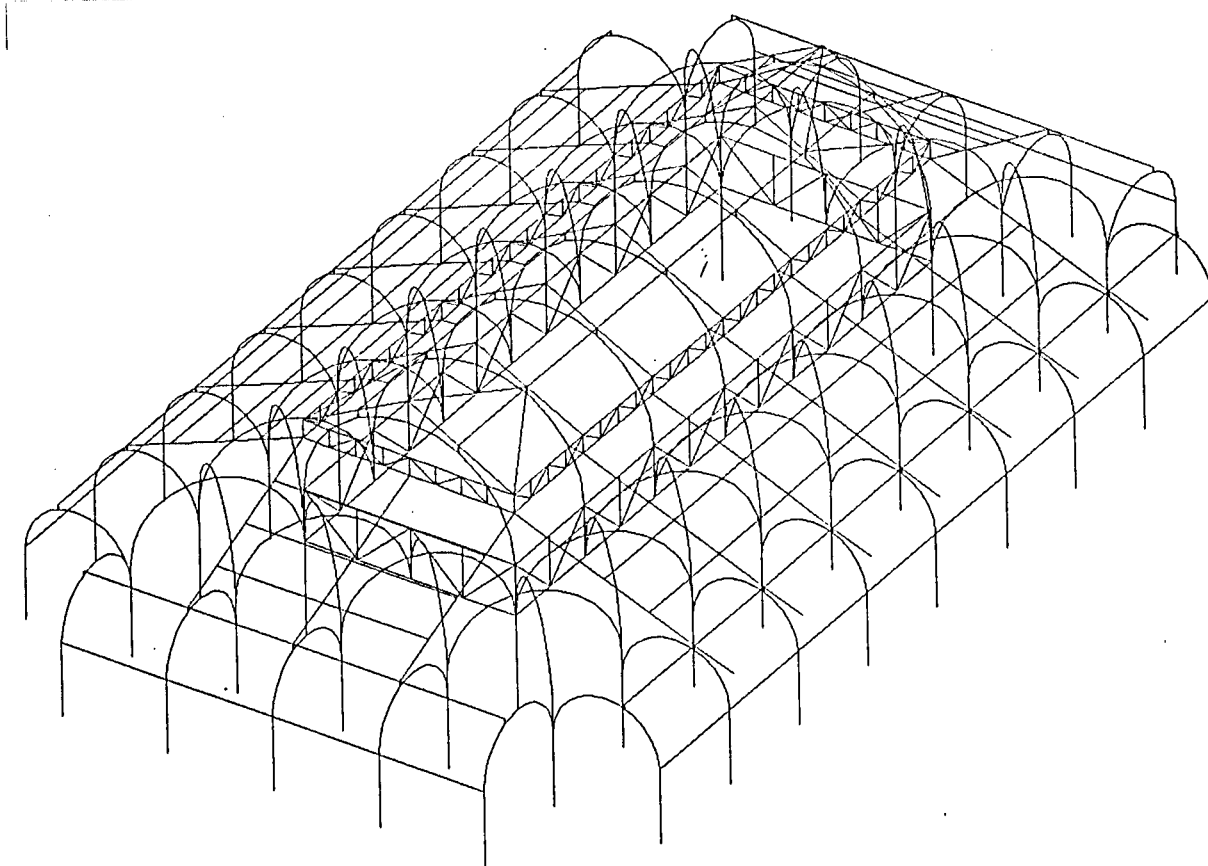


Fig. 6.15 - Shopgal. Perspectiva.

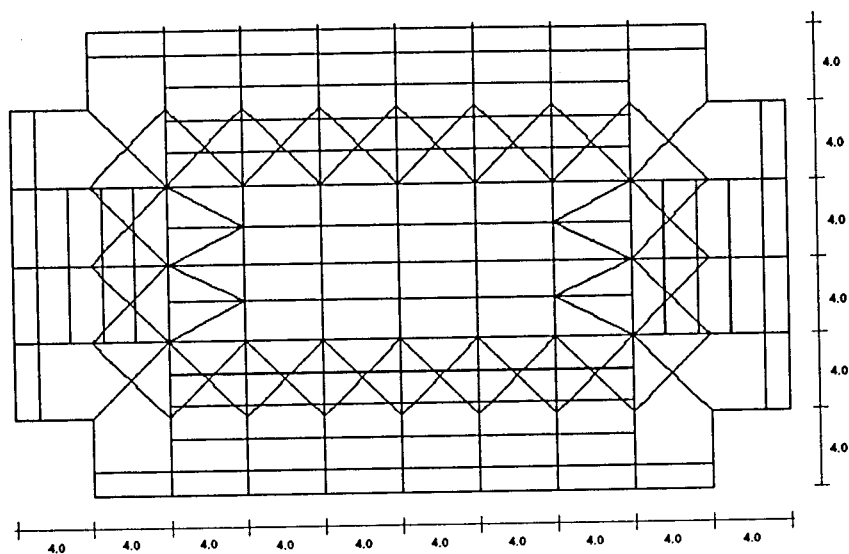


Fig. 6.16 - Shopgal. Planta.

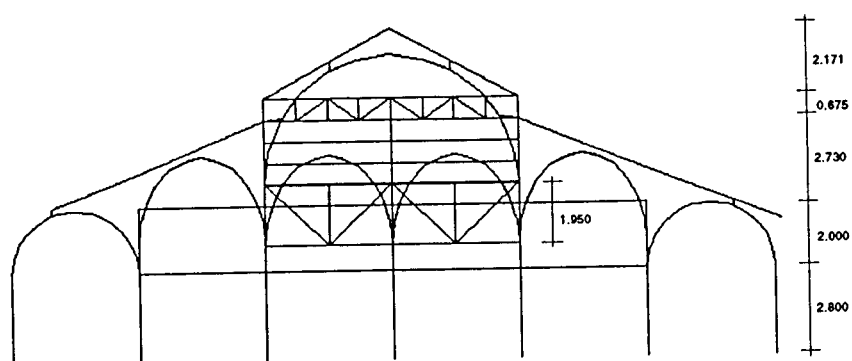


Fig. 6.17 - Shopgal. Alçado transversal.

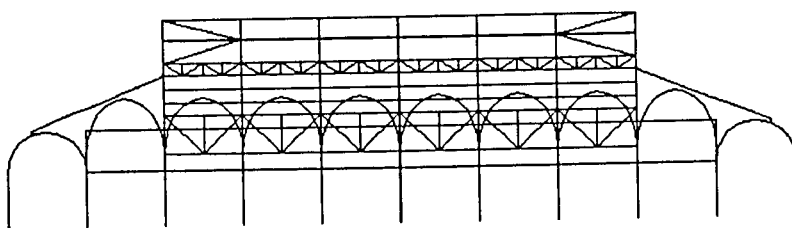


Fig. 6.18 - Shopgal. Alçado longitudinal.

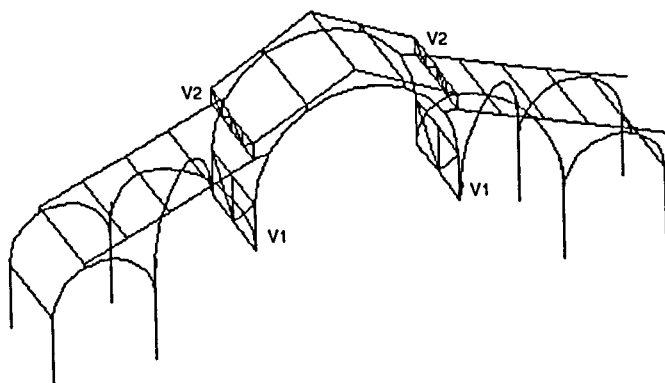


Fig. 6.19 - Shopgal. Módulo transversal.

As vigas V1 e V2 surgem como elementos estruturais fundamentais, assim como os pilares onde descarregam - pilares P1, ver Figura 6.20 -, sendo parte constituinte da zona central da estrutura, a mais crítica da mesma.

O material de cobertura é assente em madres longitudinais apoiadas em vigas transversais inclinadas - IPE 200 -, sendo as duas águas da cobertura da nave central suportadas por vigas em treliça, referenciadas por V2 na Figura 6.19

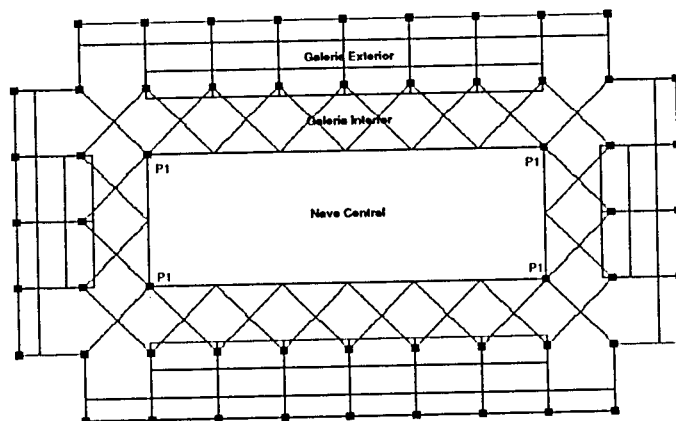


Fig. 6.20 - Shopgal. Implantação dos pilares.

Todos os pilares são constituídos por perfis tubulares de  $219.1\text{mm}$  de diâmetro, com  $6.3\text{mm}$  de espessura excepto os designados por P1, mais fortes, realizados por perfis tubulares de  $355.6\text{mm}$  de diâmetro e  $12.5\text{mm}$  de espessura.

A estrutura cobre uma área total de  $40.0 \times 24.0\text{m}^2$  e a largura de cada galeria é de  $4.0\text{m}$ .

### 6.3.2 - Modelação estrutural

Todos os elementos constituintes da estrutura foram discretizados por elementos rectos de seis graus de liberdade por nó, tornando assim possível efectuar uma análise tridimensional de forma a determinar o comportamento da estrutura, nomeadamente a sua sensibilidade a fenómenos de instabilidade através da determinação dos parâmetros de carga crítica, modos de encurvadura associados e esforços de segunda ordem. As Figuras 6.21 e 6.22 mostram a modelação adoptada, sendo de referir que os arcos de circunferência foram divididos num número adequado de barras rectas de modo a simular correctamente o seu comportamento.

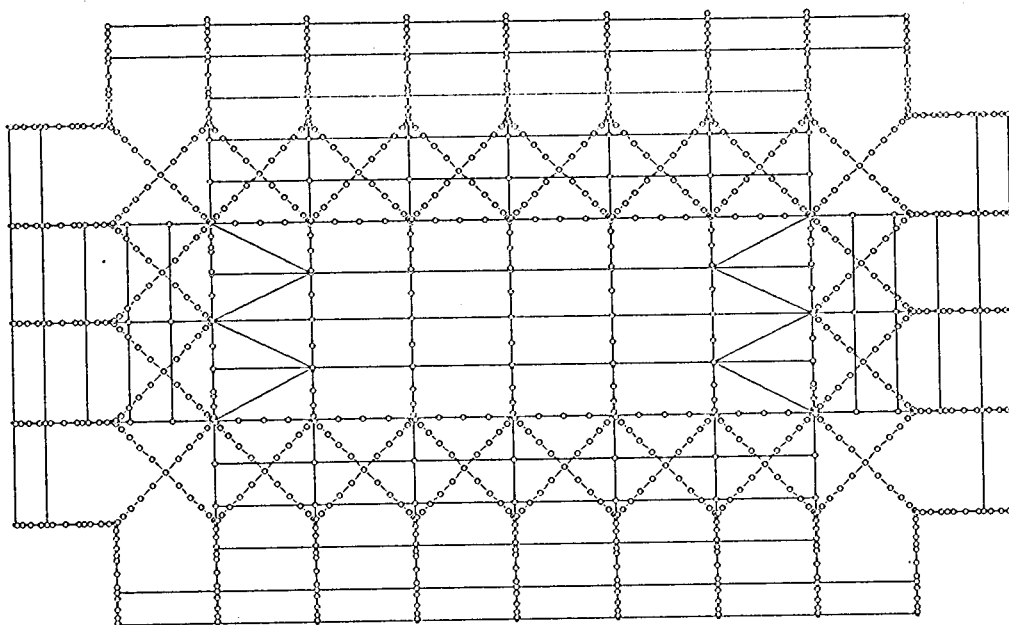


Fig. 6.21 - Shopgal. Modelação estrutural: planta.

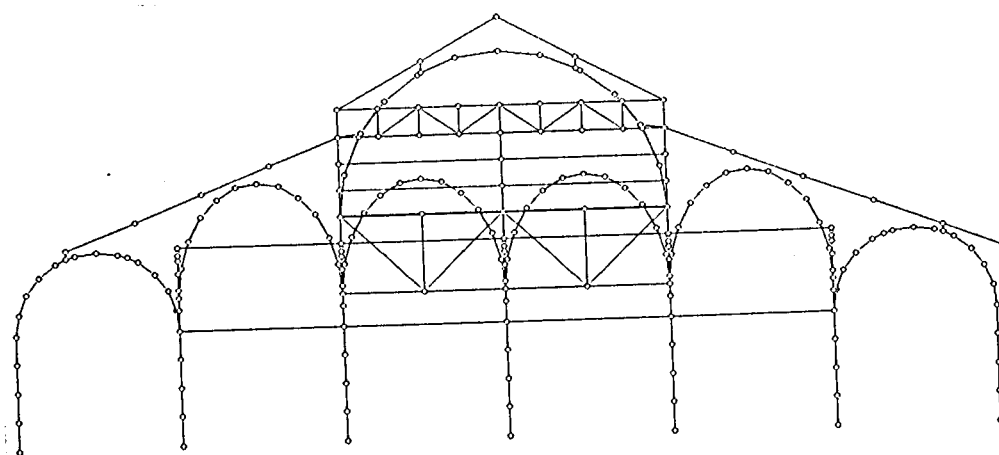


Fig. 6.22 - Shopgal. Modelação estrutural: alçado transversal.

As condições de apoio da estrutura encontram-se descritas na Figura 6.23, sendo a ligação dos pilares ao exterior efectuada por intermédio de encastramentos nas duas direcções enquanto que, numa das suas extremidades, devido à existência de uma parede de travamento, as vigas transversais apenas têm o movimento vertical e a translação longitudinal impedidas.

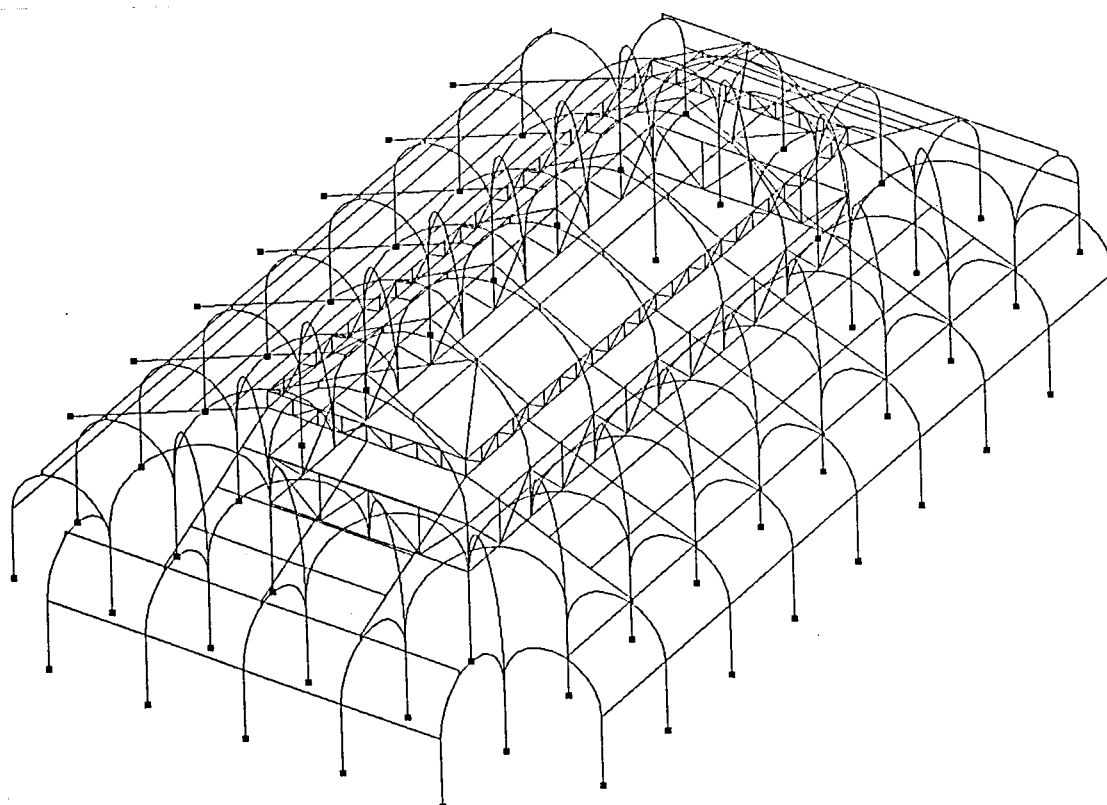


Fig. 6.23 - Shopgal. Condições de apoio.

Na ligação dos arcos às vigas transversais os respectivos perfis metálicos são solidarizados tangencialmente, não havendo intersecção dos seus eixos, provocando assim, uma descontinuidade de momentos flectores. Este efeito foi tido em consideração na modelação da estrutura através da introdução de elementos que fazem a ligação dos arcos às vigas transversais, assegurando assim uma descontinuidade de esforços.

### 6.3.3 - Acções actuantes

As acções actuantes foram determinadas conforme o estabelecido no Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, sendo a estrutura solicitada por:

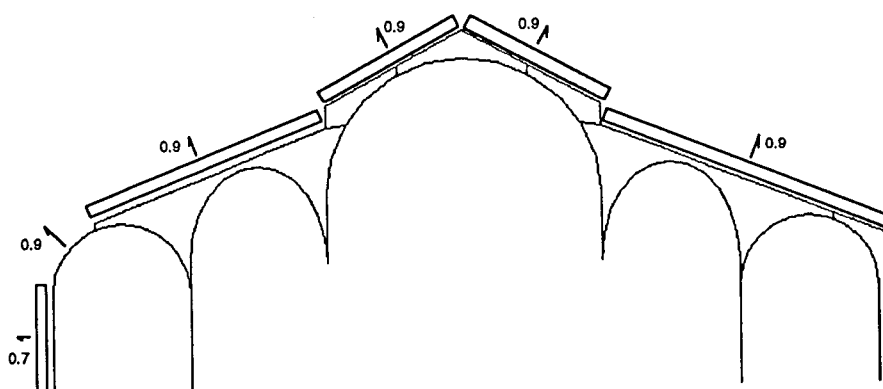
- peso próprio -  $G$ ,
- sobrecarga -  $Q$ ,
- vento -  $W$

e sujeita às seguintes combinações de acções:

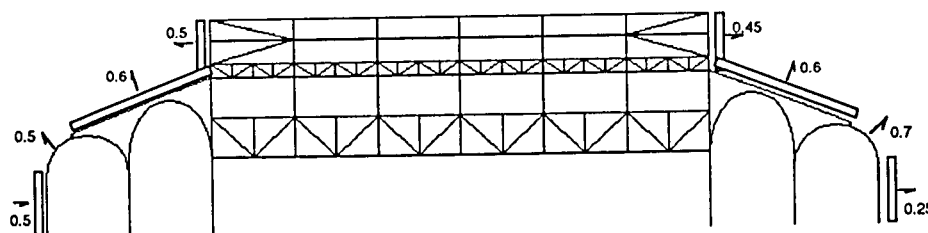
$$- 1.5(G + Q)$$

$$- 1.0G + 1.5W$$

O peso próprio do revestimento da cobertura foi considerado com o valor de  $0.10\text{kN/m}^2$  ou  $0.20\text{kN/m}^2$  conforme situação de combinação de acções mais desfavorável. Para a sobrecarga na cobertura tomou-se o valor  $0.3\text{kN/m}^2$ . Foi considerado o vento nas duas direcções - de topo ou lateral - actuando isoladamente e com uma pressão dinâmica de  $1.1\text{kN/m}^2$ . Nas Figuras 6.24 e 6.25 são apresentados os coeficientes de pressão, necessários à quantificação da acção do vento.

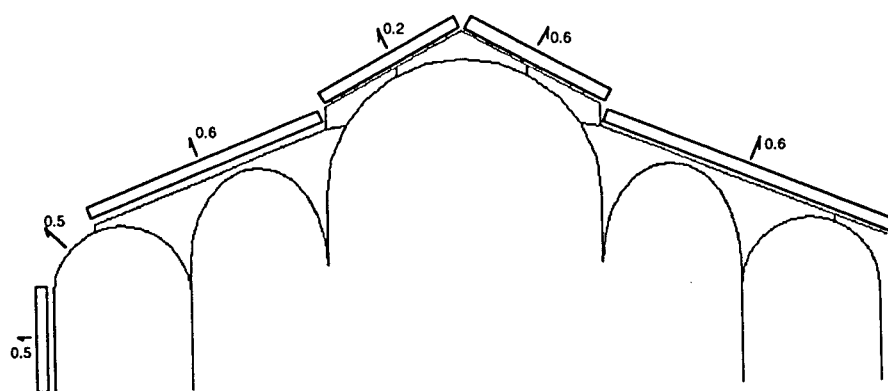


(a) - Alçado transversal.

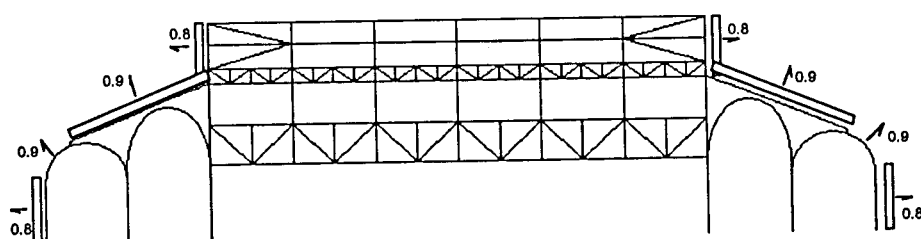


(b) - Alçado longitudinal.

Fig. 6.24 - Shopgal. Vento de topo. Coeficientes de pressão.



(a) - Alçado transversal.



(b) - Alçado longitudinal.

Fig. 6.25 - Shopgal. Vento lateral. Coeficientes de pressão.

### 6.3.4 - Resultados

A consideração da actuação simultânea da acção do vento e das cargas permanentes originou a obtenção de elevados valores dos parâmetros de carga associados aos diferentes modos de encurvadura permitindo concluir que a combinação de acções  $1.5(G + Q)$  é a mais gravosa em relação aos efeitos de segunda ordem, apresentando-se, em seguida, os resultados encontrados para esta combinação.

A utilização do programa EIGENF, adoptando para valor da tolerância  $1.0e-3$ , permitiu obter seis modos de encurvadura da estrutura em análise, representando-se no Quadro 6.2 os respectivos parâmetros de carga crítica.

Quadro 6.2 - Shopgal: Parâmetros de carga crítica elástica.

| Modo | $\lambda_{crit}$ |
|------|------------------|
| 1    | 8.479            |
| 2    | 8.843            |
| 3    | 9.614            |
| 4    | 9.695            |
| 5    | 11.530           |
| 6    | 12.867           |

A observação da configuração dos diferentes modos de encurvadura da estrutura permitiu distinguir determinadas zonas mais sensíveis aos efeitos da não linearidade geométrica, traduzindo-se a instabilidade da estrutura pela instabilidade dessas mesmas zonas, nomeadamente as vigas V1 e V2 e, também, os arcos da galeria exterior mais próximos da parede de travamento.

O primeiro modo de encurvadura da estrutura - ver Figuras 6.26 a 6.30 - é provocado, fundamentalmente, pela instabilidade do banzo superior da viga em treliça V1 mais afastada do muro de travamento, sendo o efeito verificado também, mas de forma mais ténue, na viga V1 oposta à referida. É também possível observar a instabilidade da viga V2 e a instabilidade dos arcos da galeria exterior, traduzida num "deitar" dos mesmos na direcção longitudinal da estrutura. A Figura 6.30 ilustra de forma mais clara a encurvadura do banzo superior de V1, estando os deslocamentos associados à instabilidade da estrutura a uma escala diferente dos apresentados nas restantes figuras.

As Figuras 6.31 a 6.33 mostram que o segundo modo de encurvadura é praticamente simétrico do primeiro no que respeita às vigas V1 e V2 e igual em relação aos arcos da galeria exterior.

Através da análise das Figuras 6.34 a 6.37 é possível verificar que os modos de encurvadura 3 e 4 são provocados, principalmente, pela instabilidade dos arcos da galeria exterior no sentido longitudinal da estrutura, sendo o terceiro modo um modo praticamente simétrico - apesar do efeito ser mais notório nos arcos mais próximos da parede de travamento- enquanto que o quarto pode ser considerado como antissimétrico, apresentando a instabilidade dos arcos da nave central um papel mais importante. Os modos 5 e 6 são modos praticamente simétricos um do outro e são provocados, principalmente, pela instabilidade dos arcos da nave central.

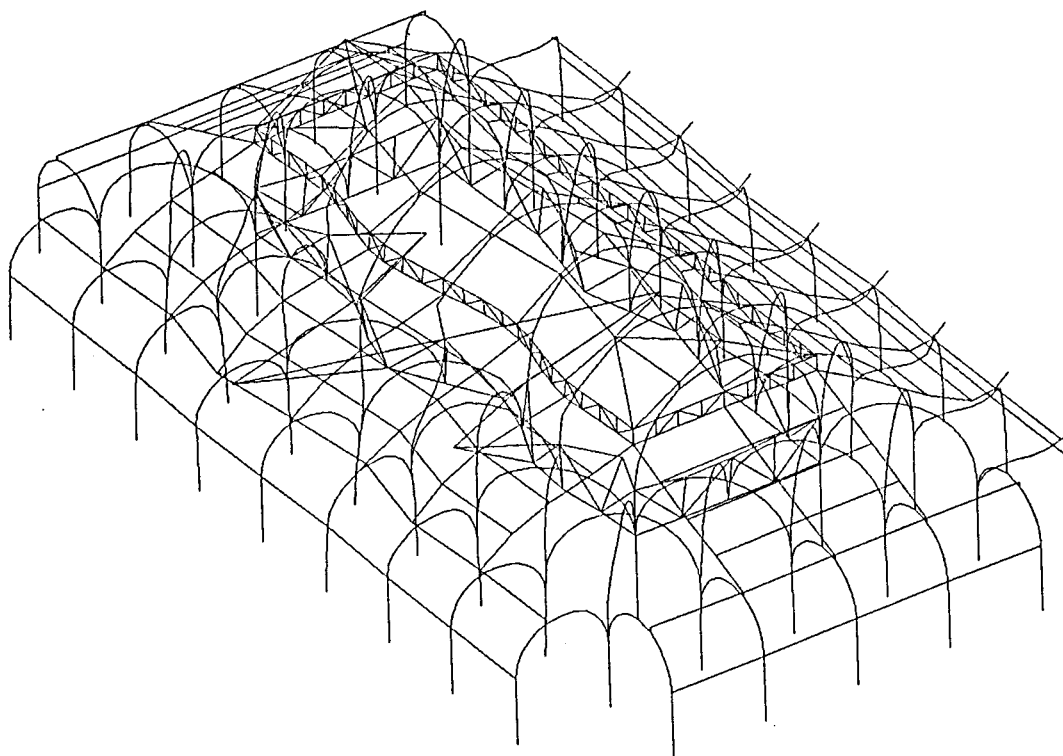


Fig. 6.26 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Perspectiva.

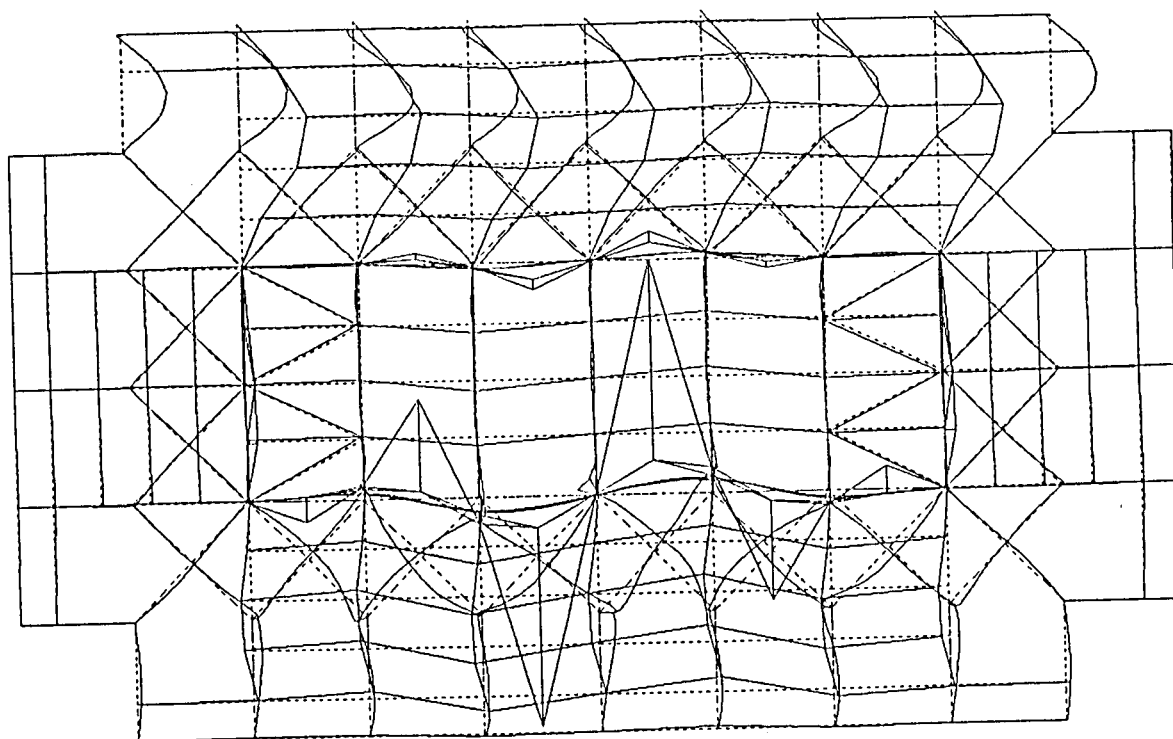


Fig. 6.27 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Planta.

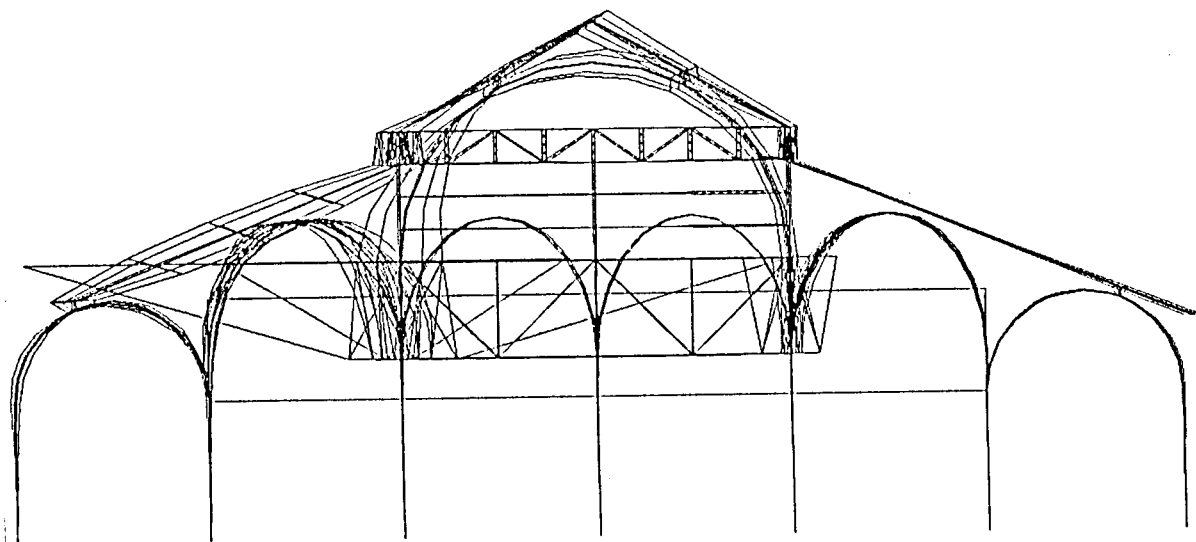


Fig. 6.28 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Alçado transversal.

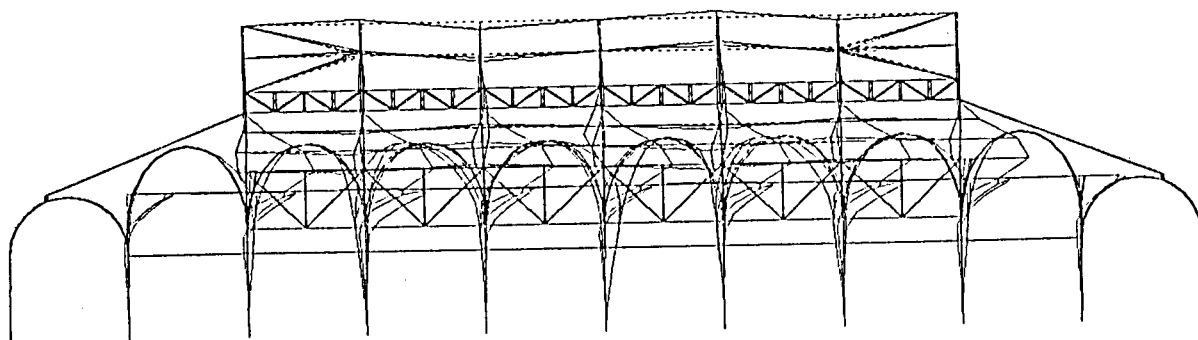


Fig. 6.29 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Alçado longitudinal.

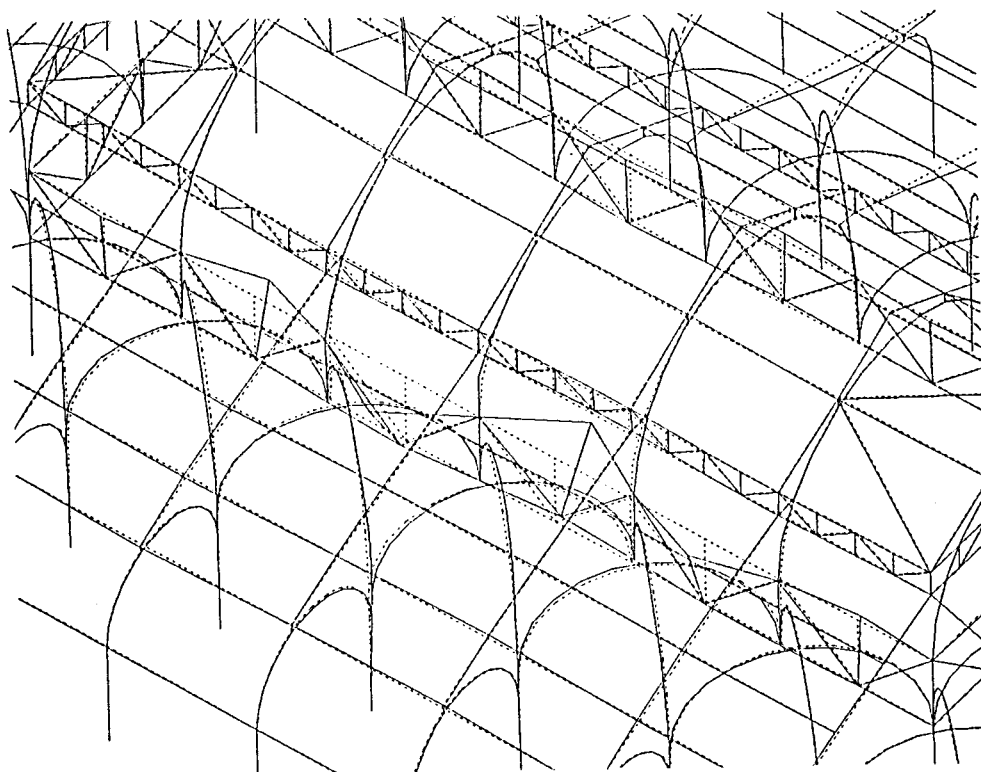


Fig. 6.30 - Shopgal. Modo de instabilidade 1. Pormenor da zona crítica.

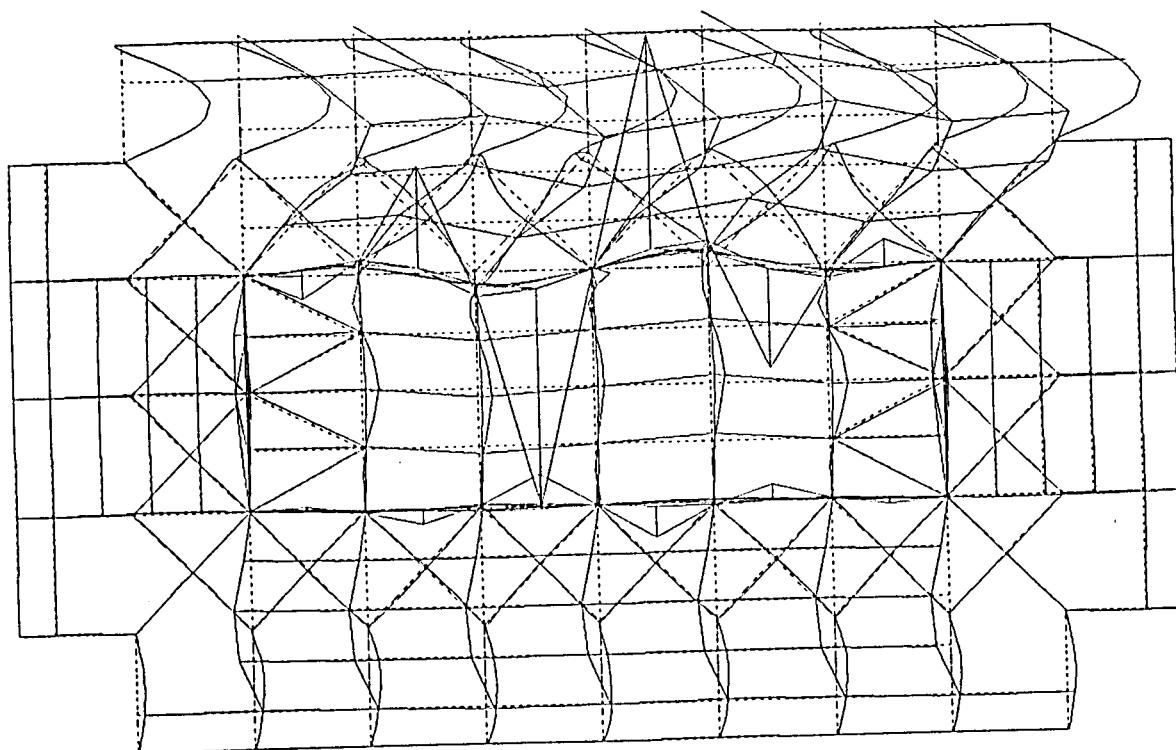


Fig. 6.31 - Shopgal. Modo de instabilidade 2. Planta.

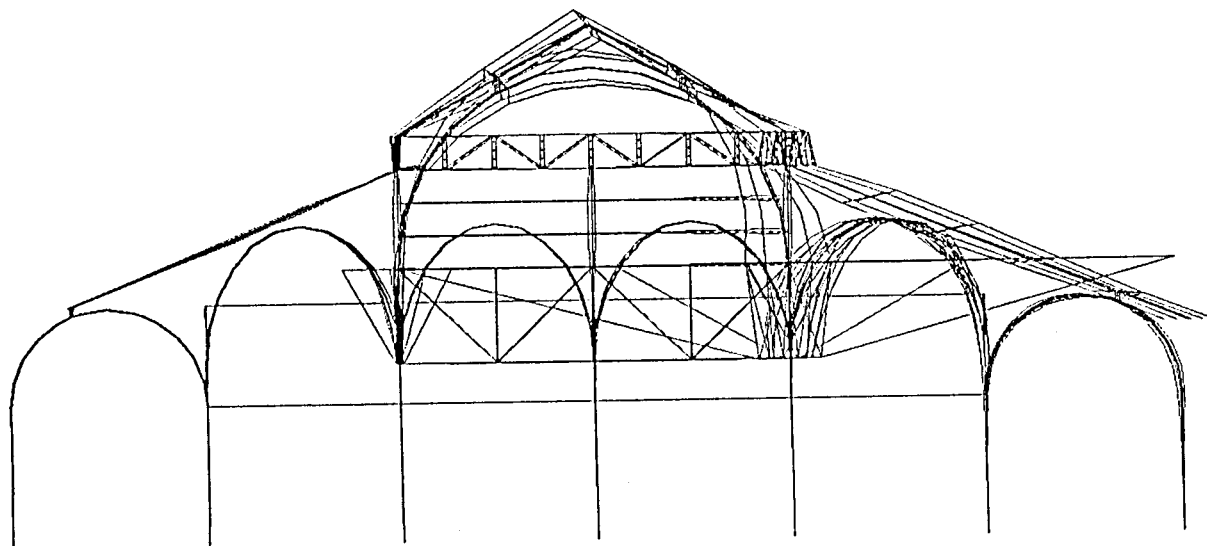


Fig. 6.32 - Shopgal. Modo de instabilidade 2. Alçado transversal.

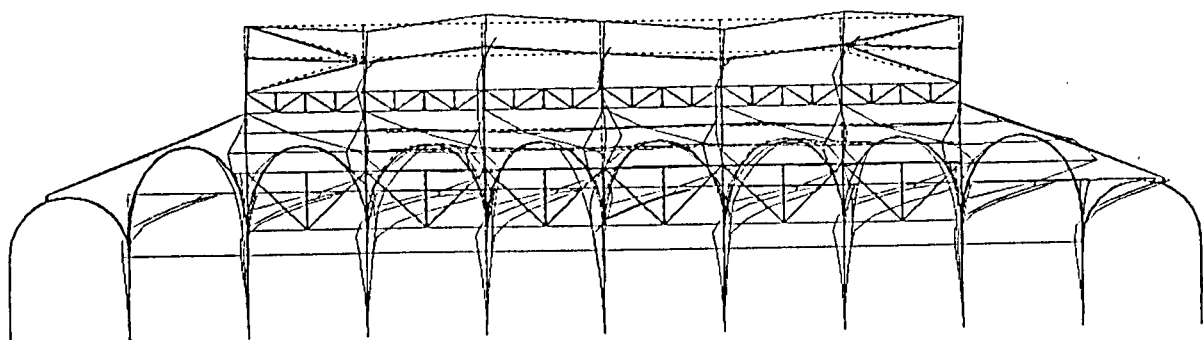


Fig. 6.33 - Shopgal. Modo de instabilidade 2. Alçado longitudinal.

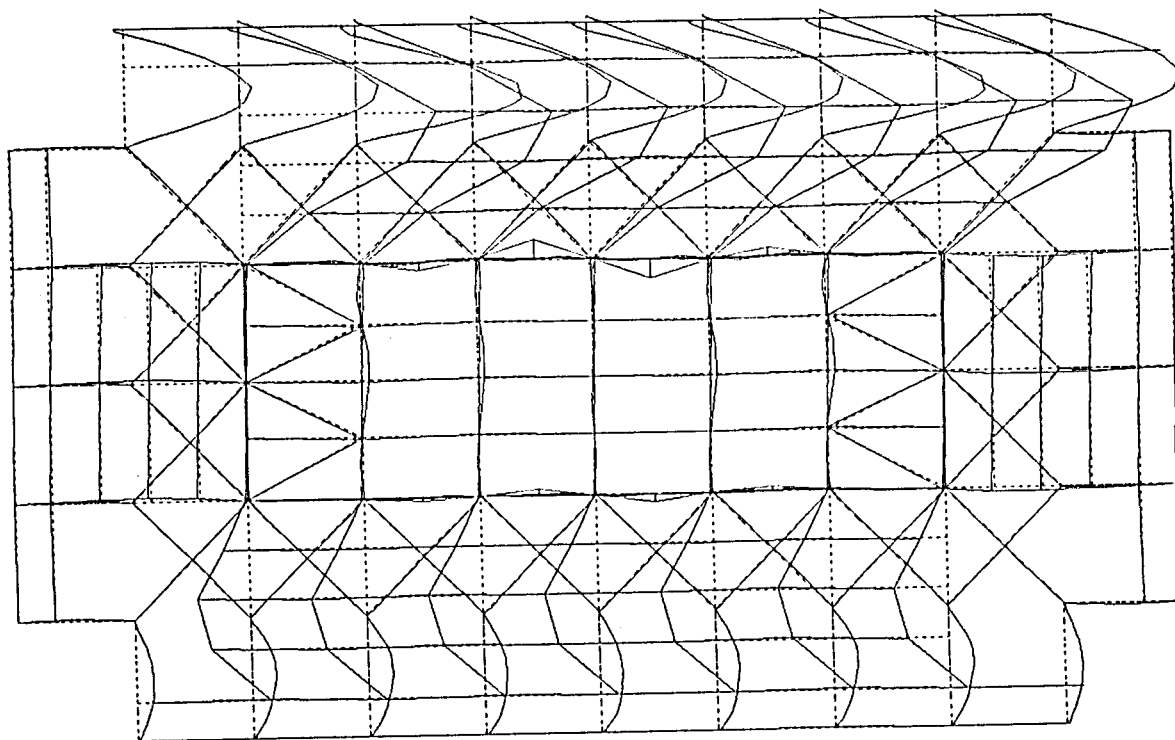


Fig. 6.34 - Shopgal. Modo de instabilidade 3. Planta.

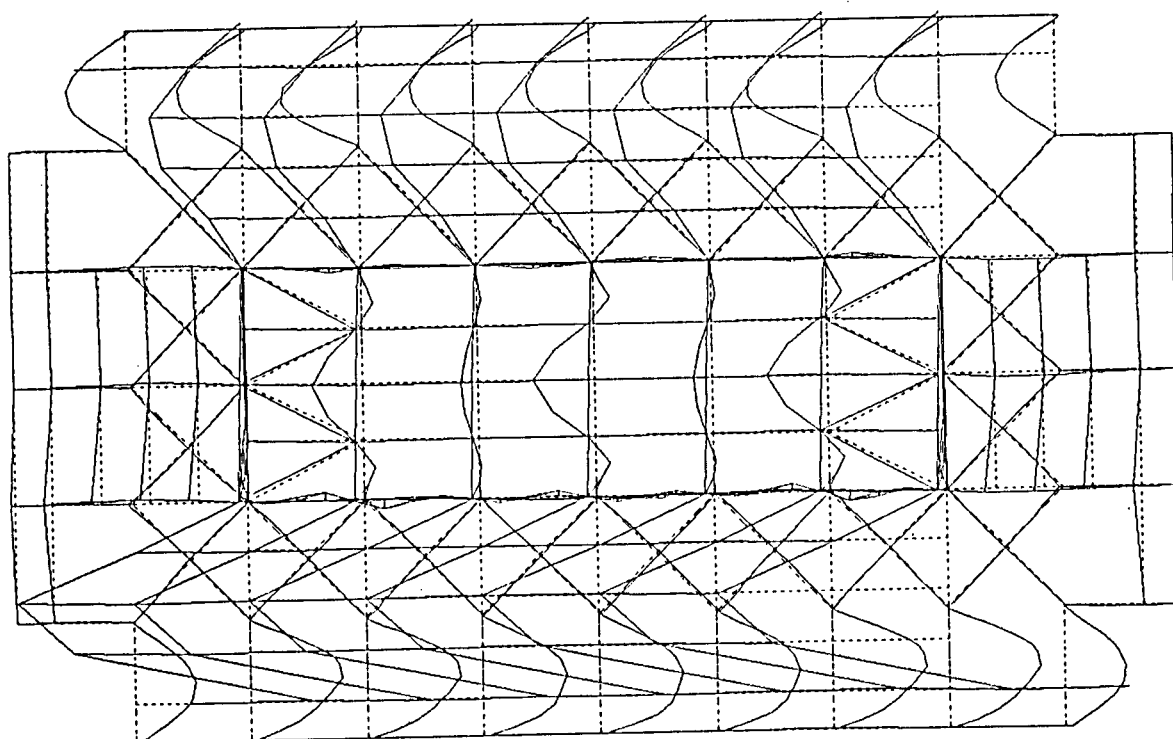


Fig. 6.35 - Shopgal. Modo de instabilidade 4. Planta.

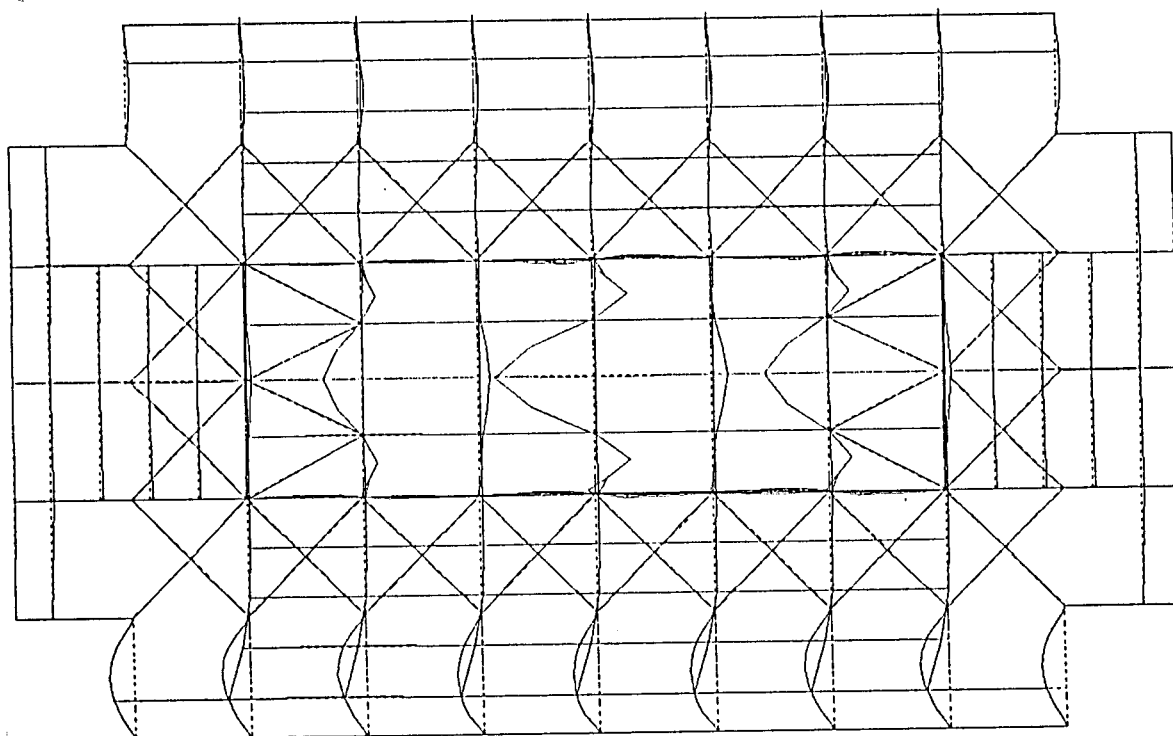


Fig. 6.36 - Shopgal. Modo de instabilidade 5. Planta.

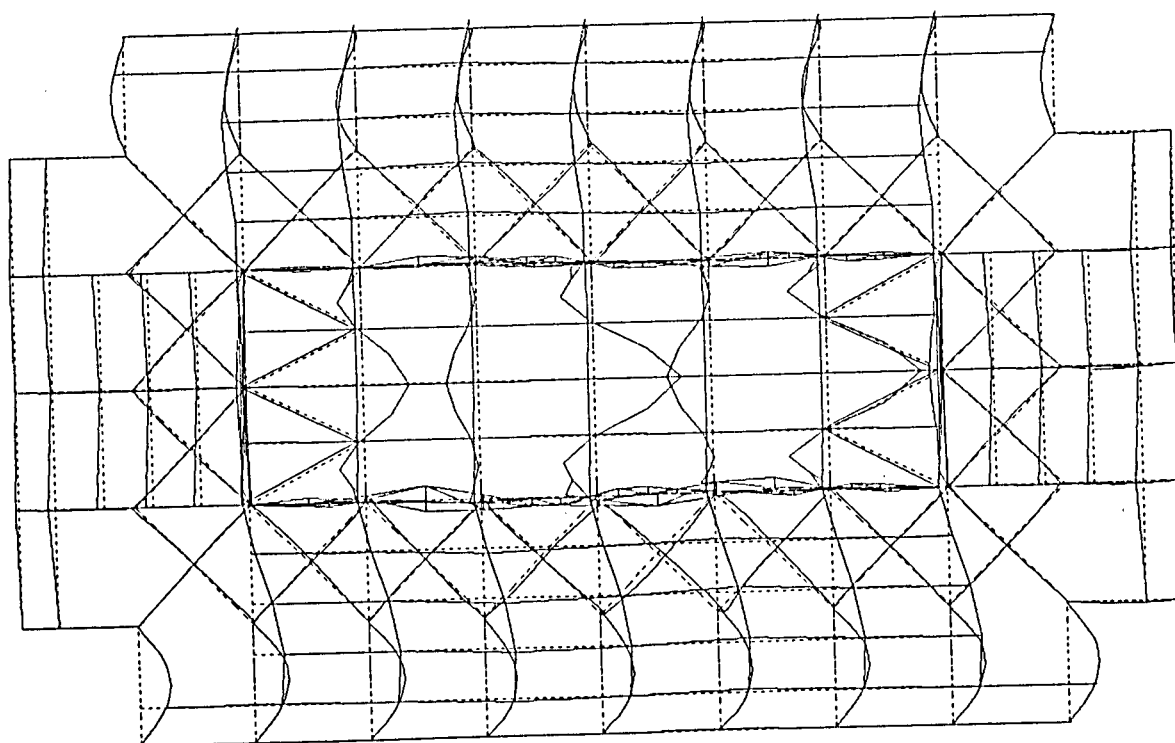


Fig. 6.37 - Shopgal. Modo de instabilidade 6. Planta.

## 6.4 - PAVILHÃO DE $11.62 \times 11.62m^2$ - SHOPENT

### 6.4.1 - Descrição geral da estrutura

Tal como a estrutura analisada no ponto anterior esta insere-se numa obra de grandes dimensões a realizar em betão armado e - em determinadas zonas - construção metálica e destina-se a concretizar o local de entrada para um centro comercial, situado no cruzamento de duas ruas.

A estrutura metálica, denominada SHOPENT, é formada por uma pirâmide regular de base quadrangular apoiada em vigas em treliça que por sua vez se apoiam em vigas metálicas inclinadas IPE 140, formando um tronco de pirâmide. Esta parte da estrutura é assente numa treliça espacial em forma de L, apoiada em meios arcos que descarregam em pilares verticais. A Figura 6.38 ilustra, de um modo esquemático, a configuração da estrutura.

As arestas da pirâmide quadrangular regular são constituídas por perfis metálicos IPE 140 sobre os quais assentam madres IPE 80.

A treliça espacial é constituída por cantoneiras  $60 \times 60 \times 6$  e meios IPE 140 - assim como as asnas planas V1; ver Figura 6.38 - sendo o banzo interior inferior - situado em continuação de arcos - materializado através de perfis IPE 360, assim como todos os arcos e pilares da estrutura.

Os pilares encontram-se travados no topo e a meia altura por perfis IPE 80 e o seu comprimento é de  $12.35m$  sendo a altura total da estrutura de  $21.53m$ .

Apresentam-se nas Figuras 6.39, 6.40 e 6.41 esquemas da planta e alçados da estrutura SHOPENT.

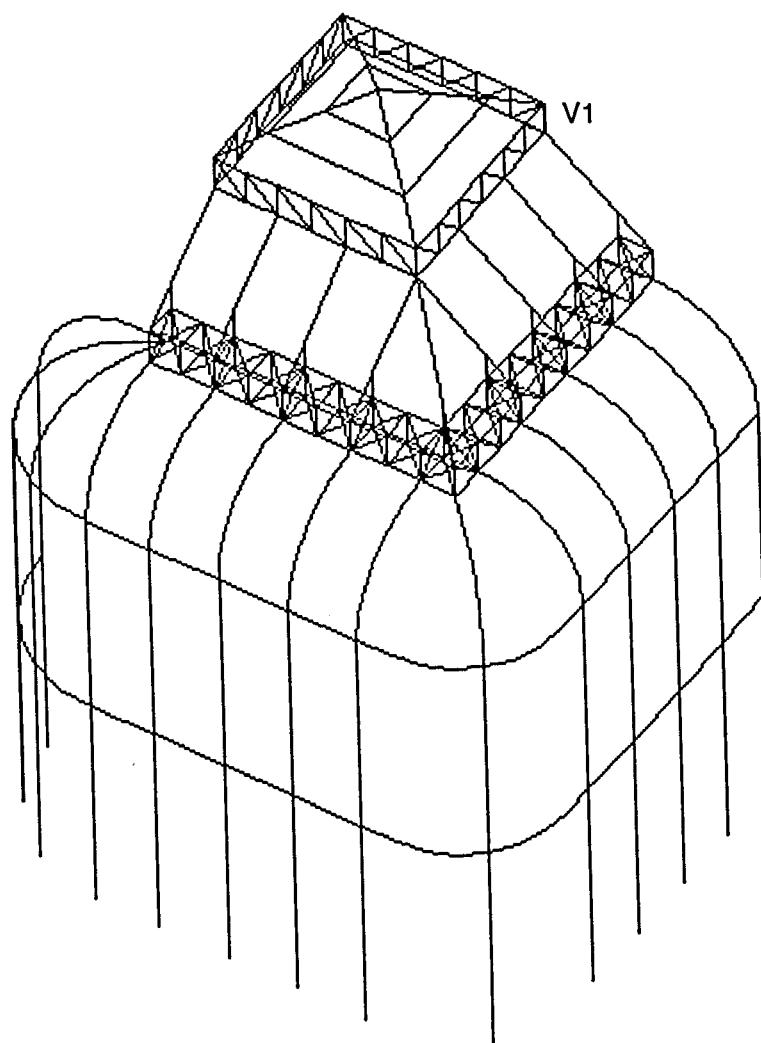


Fig. 6.38 - Shopent. Perspectiva.

#### 6.4.2 - Modelação estrutural

A modelação adoptada de forma a analisar o comportamento tridimensional da estrutura é similar à apresentada aquando do estudo de SHOPGAL, ou seja: discretização dos vários elementos constituintes da estrutura através de elementos de barra rectos de dois nós com seis graus de liberdade por nó. Os elementos curvos da estrutura foram modelados através de um número conveniente de barras rectas de modo a simular o seu comportamento.

As Figuras 6.42 e 6.43 ilustram a discretização estrutural adoptada.

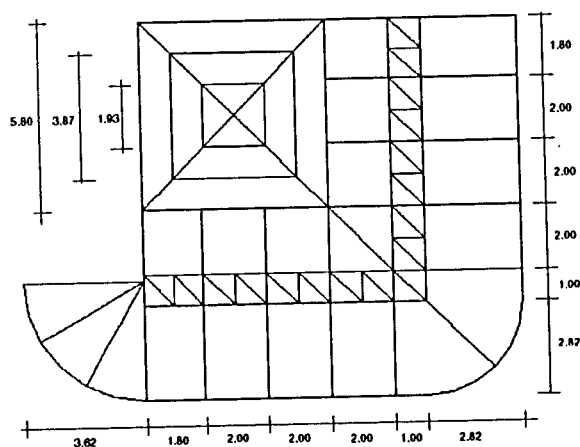


Fig. 6.39 - Shopent. Planta.

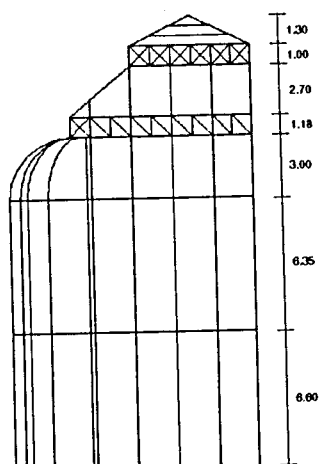


Fig. 6.40 - Shopent. Alçado transversal.

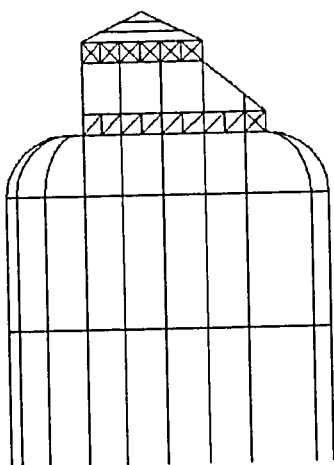


Fig. 6.41 - Shopent. Alçado longitudinal.

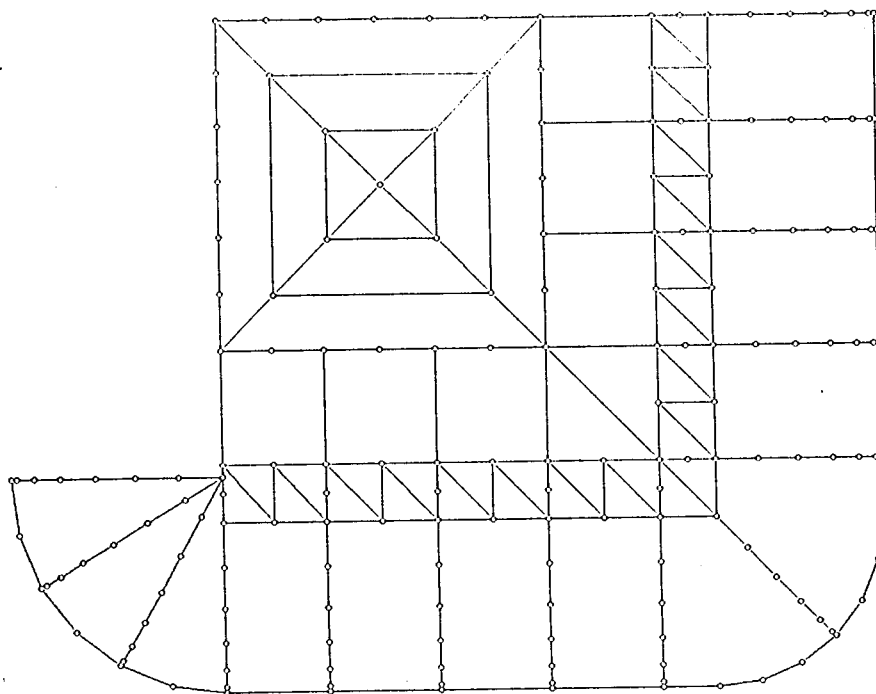


Fig. 6.42 - Shopent. Modelação estrutural: planta.

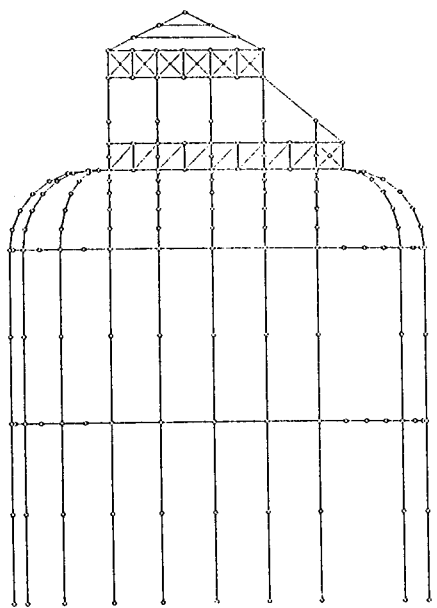


Fig. 6.43 - Shopent. Modelação estrutural: alçado longitudinal.

As condições de ligação ao exterior apresentam-se na Figura 6.44, tendo-se considerado os pilares encastrados na fundação. A presença dos restantes apoios procura simular o travamento proporcionado pela existência de lajes e paredes integradas numa estrutura contígua de betão armado, encontrando-se, nos locais assinalados, impedidas as translações.

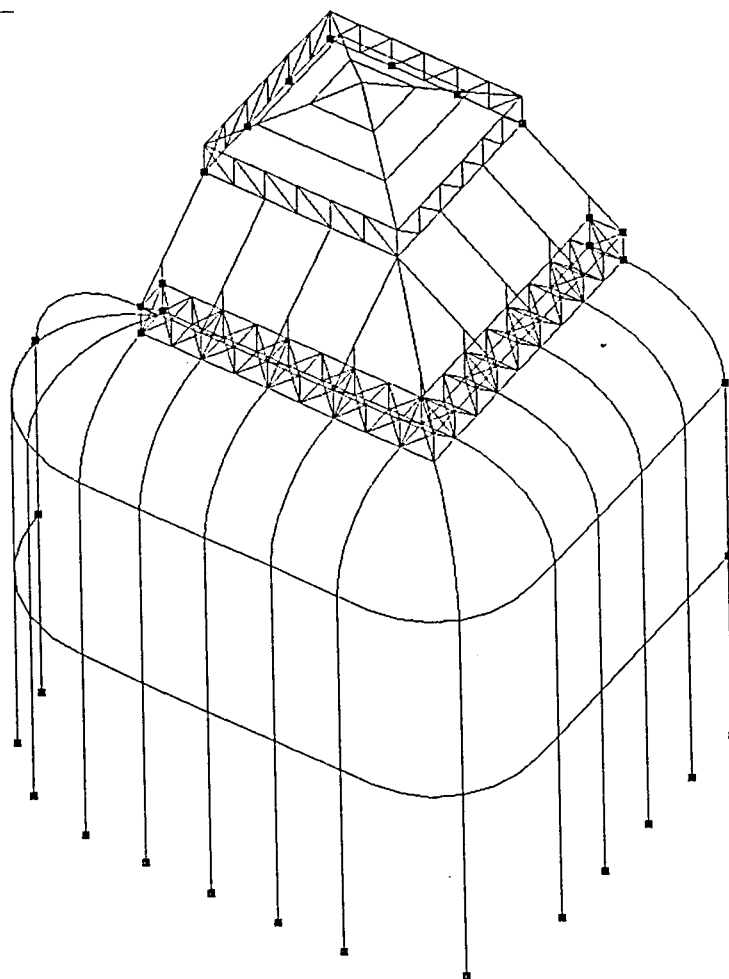


Fig. 6.44 - Shopent. Condições de apoio.

#### 6.4.3 - Acções actuantes

A estrutura aqui analisada encontra-se sujeita às acções estipuladas pelo RSA, desprezando-se o efeito da acção dos sismos:

- peso próprio -  $G$
- sobrecarga -  $Q$
- vento -  $W$

As combinações de acções consideradas são:

$$- 1.5(G+Q)$$

$$- 1.0G+1.5W$$

Tal como para a estrutura SHOPGAL, tomou-se para peso próprio do revestimento da cobertura o valor  $0.10\text{kN/m}^2$  ou  $0.20\text{kN/m}^2$  conforme o seu efeito seja favorável ou prejudicial para a estrutura, em correspondência com as combinações de acções apresentadas. O valor da sobrecarga na cobertura adoptado foi de  $0.3\text{kN/m}^2$  e a acção do vento foi determinada conforme preconizado no RSA.

#### 6.4.4 - Resultados

Através da utilização do programa EIGENF foram determinados três modos de encurvadura, utilizando para tal a tolerância  $\delta = 1.0e-3$ . Os respectivos parâmetros de carga crítica elástica apresentam-se no Quadro 6.3.

Quadro 6.3 - Shopent. Parâmetros de carga crítica elástica.

| Modo | $\lambda_{crit}$ |             |
|------|------------------|-------------|
|      | 1.5(G + Q)       | 1.0G + 1.5W |
| 1    | 4.480            | 7.848       |
| 2    | 14.005           | 9.132       |
| 3    | 89.087           | 9.909       |

A determinação de um valor relativamente baixo do parâmetro de carga crítica da estrutura, obtido para a combinação  $1.5(G + Q)$ , associado à observação da configuração do respectivo modo de encurvadura permite identificar facilmente a zona crítica da estrutura - pirâmide rectangular regular - a rever em estudos posteriores de forma a obter uma maior segurança da mesma relativamente a fenómenos de instabilidade.

Todos os modos de instabilidade determinados - exceptuando o primeiro referente à combinação que tem como acção de base o vento - dizem respeito à zona referida, comprovando a sua fragilidade - ver Figuras 6.45 a 6.56.

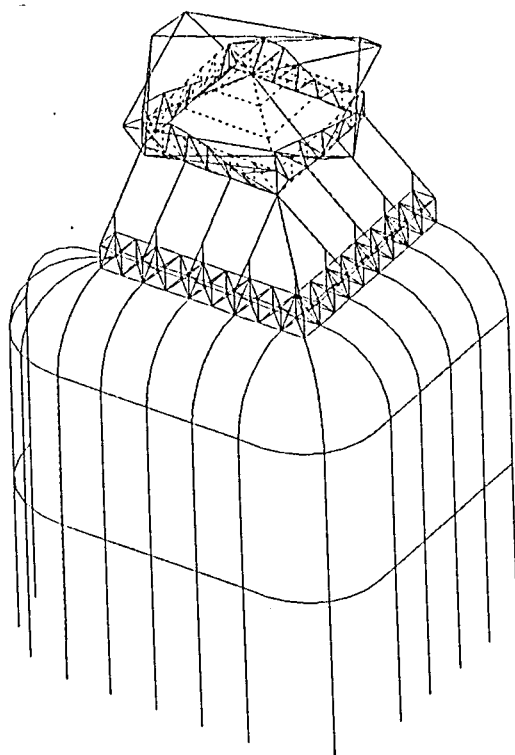


Fig. 6.45 - Shopent. 1.5( G + Q): Modo de instabilidade 1. Perspectiva

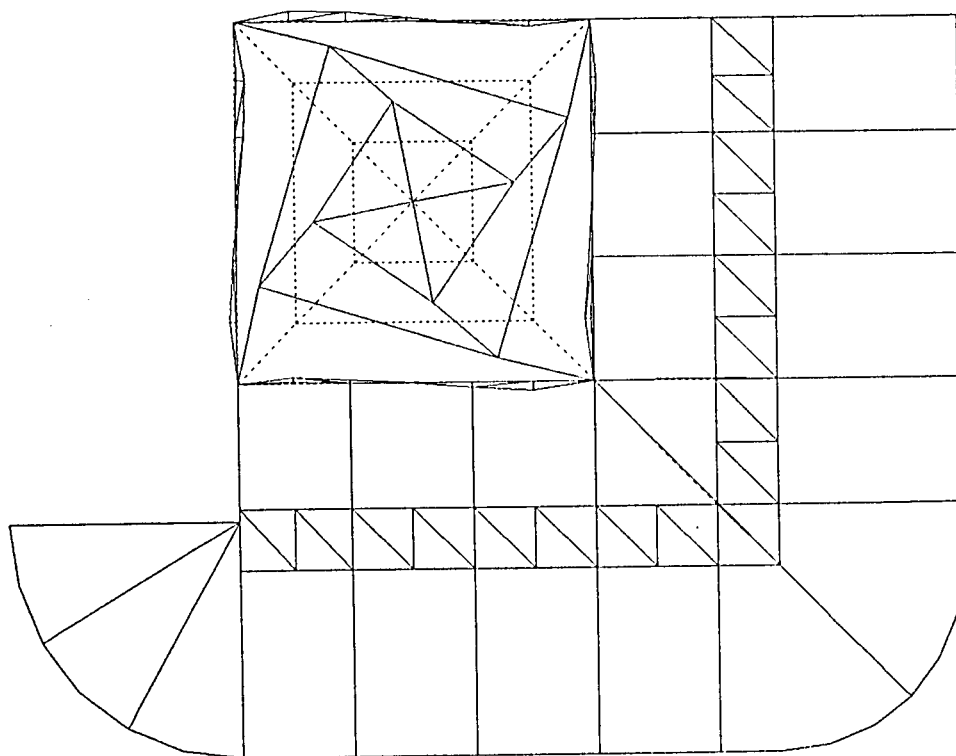


Fig. 6.46 - Shopent. 1.5(G + Q): modo de instabilidade 1. Planta.

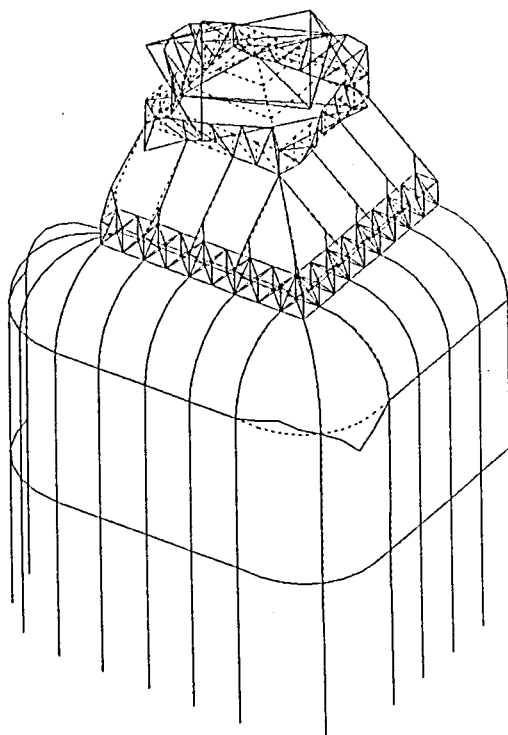


Fig. 6.47 - Shopent.  $1.5(G + Q)$ : modo de instabilidade 2. Perspectiva.

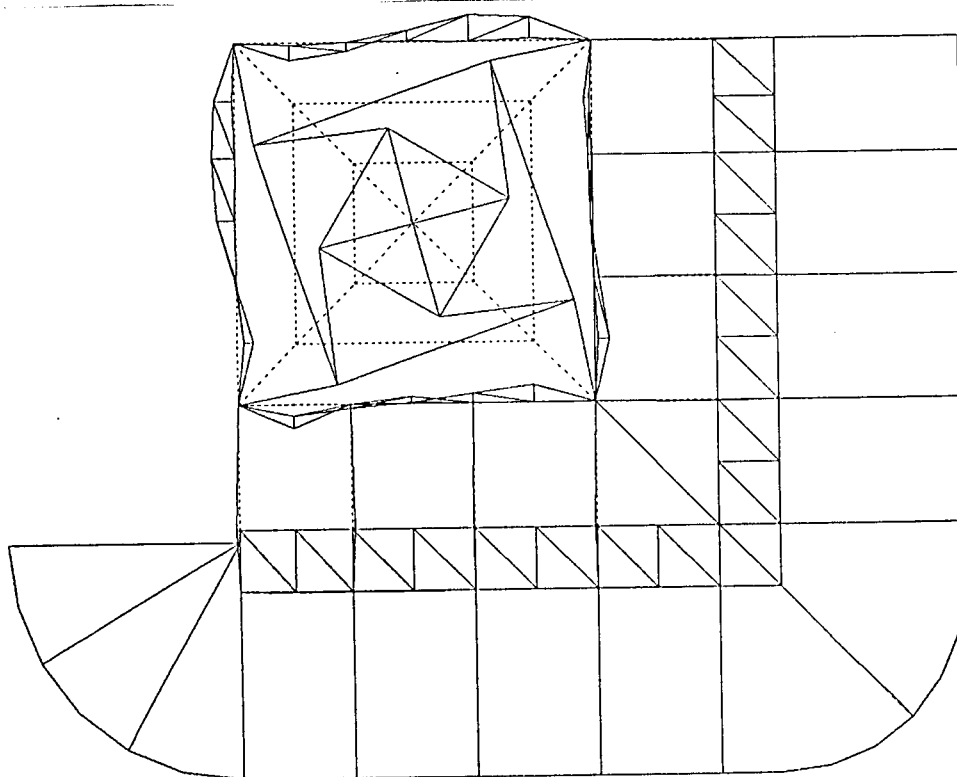


Fig. 6.48 - Shopent.  $1.5(G + Q)$ : modo de instabilidade 2. Planta.

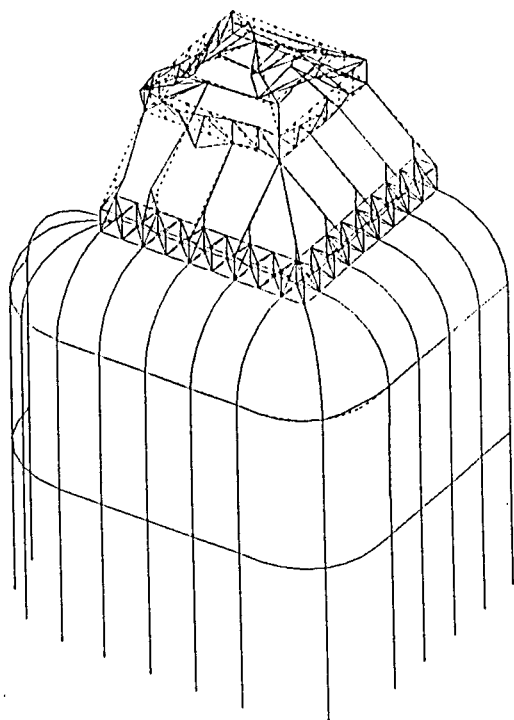


Fig. 6.49 - Shopent.  $1.5(G + Q)$ : modo de instabilidade 3. Perspectiva.

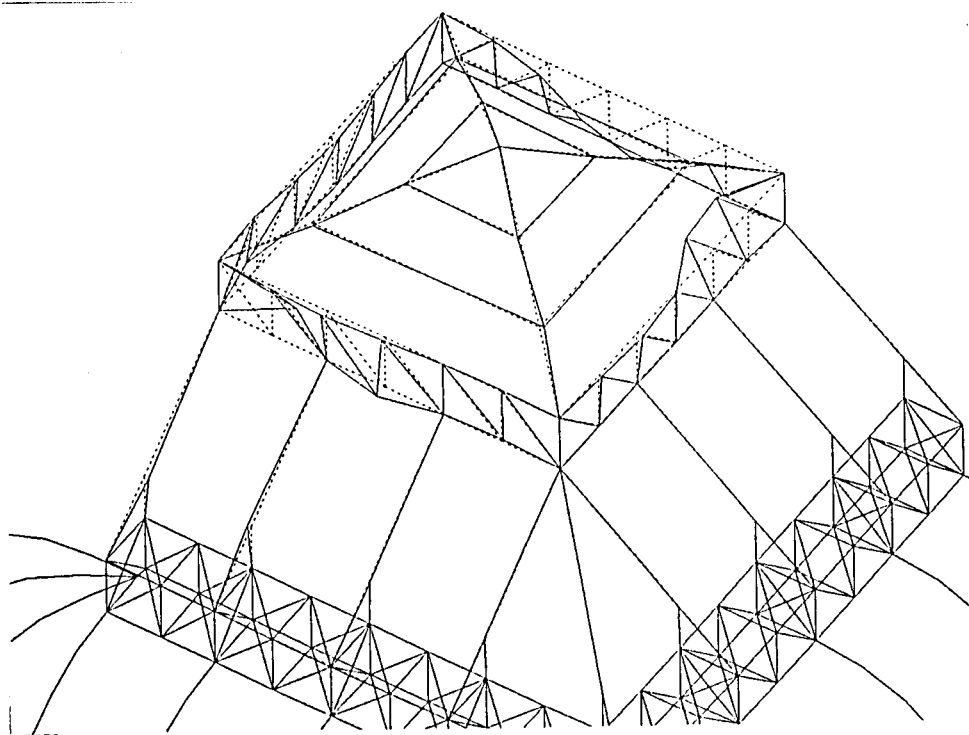


Fig. 6.50 - Shopent.  $1.5(G + Q)$ : modo de instabilidade 3. Pormenor.

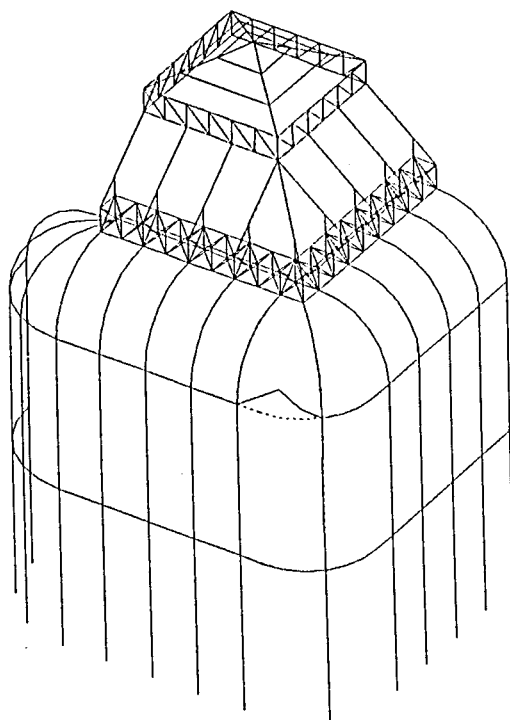


Fig. 6.51 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 1. Perspectiva.

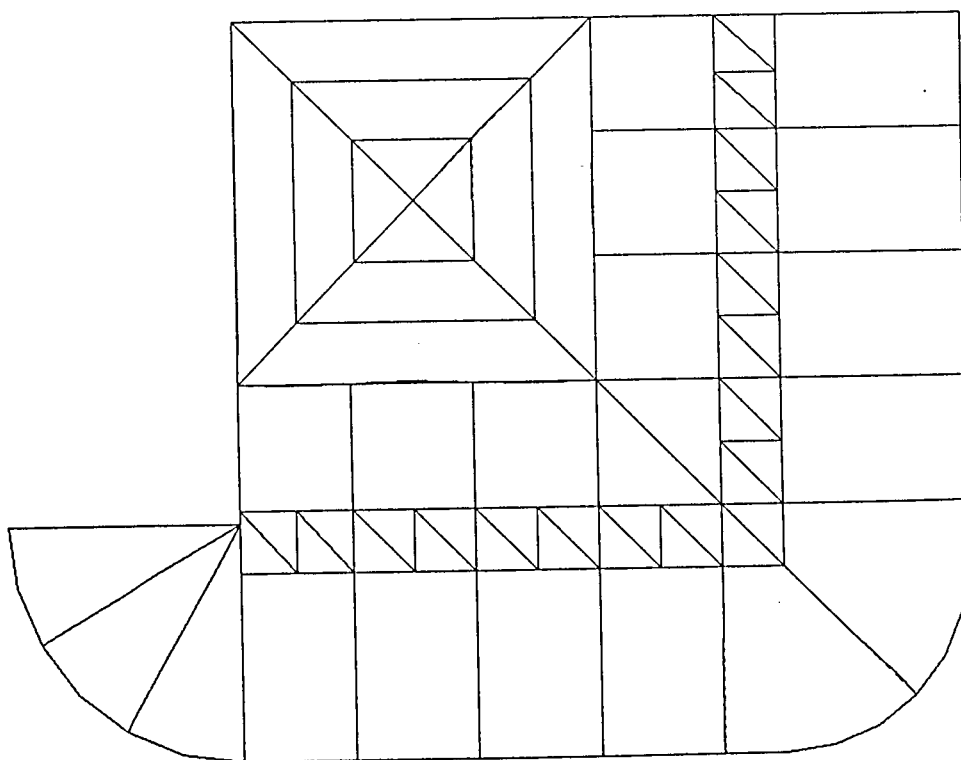


Fig. 6.52 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 1. Planta.

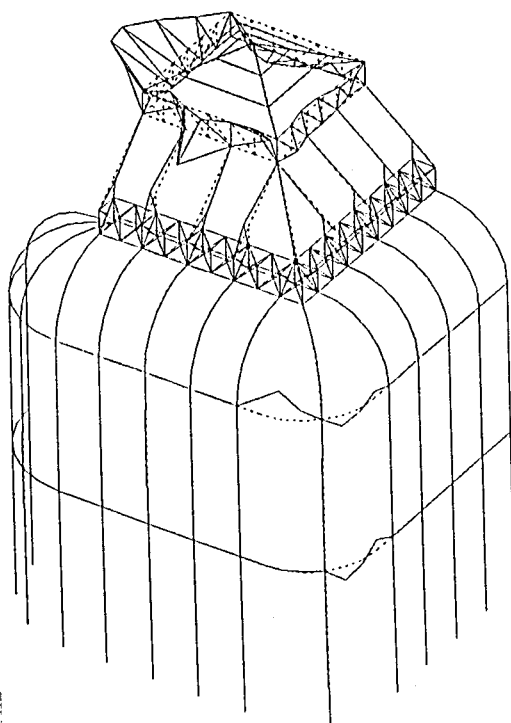


Fig. 6.53 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 2. Perspectiva.

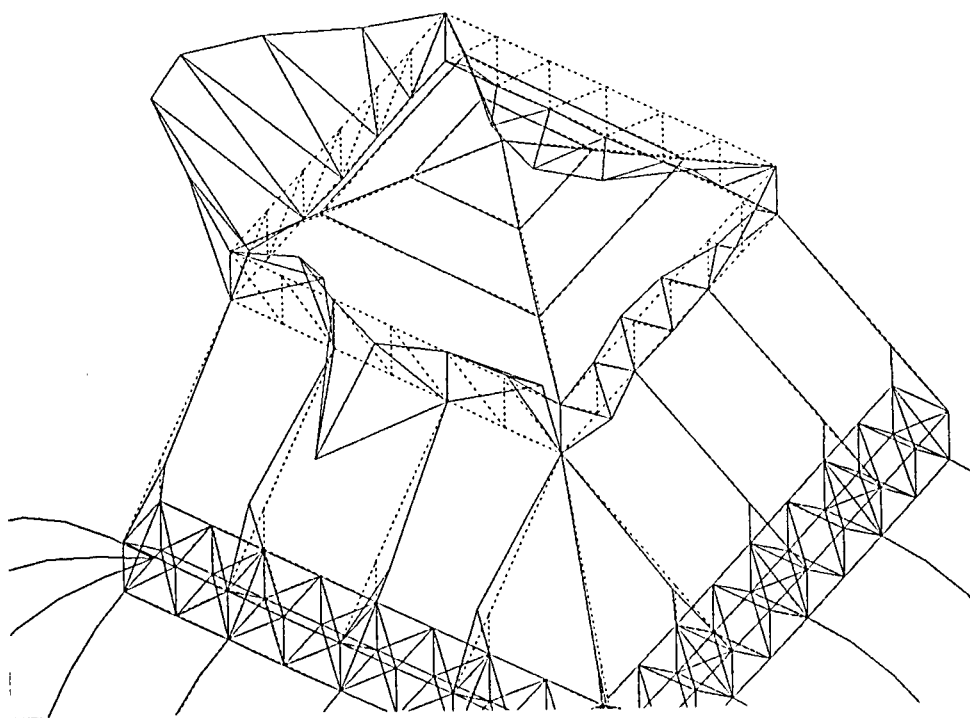


Fig. 6.54 - Shopent. 1.0G + 1.5W: modo de instabilidade 2. Pormenor.

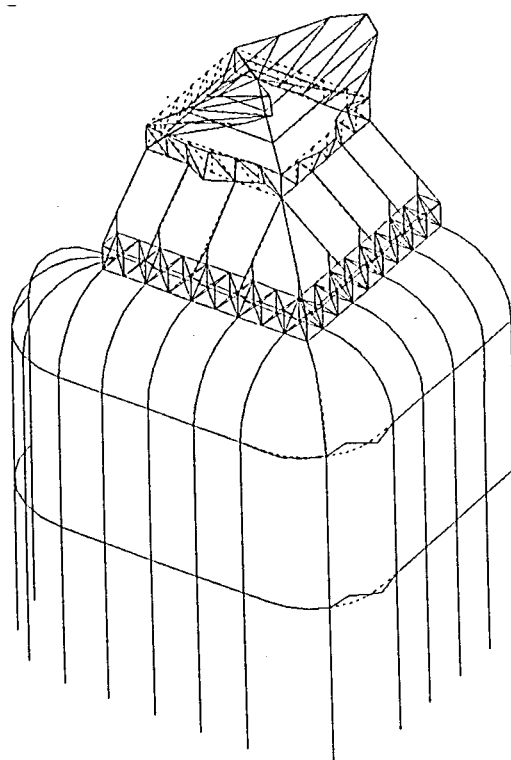


Fig. 6.55 - Shopent. 1.0G + 1.5W; modo de instabilidade 3. Perspectiva.

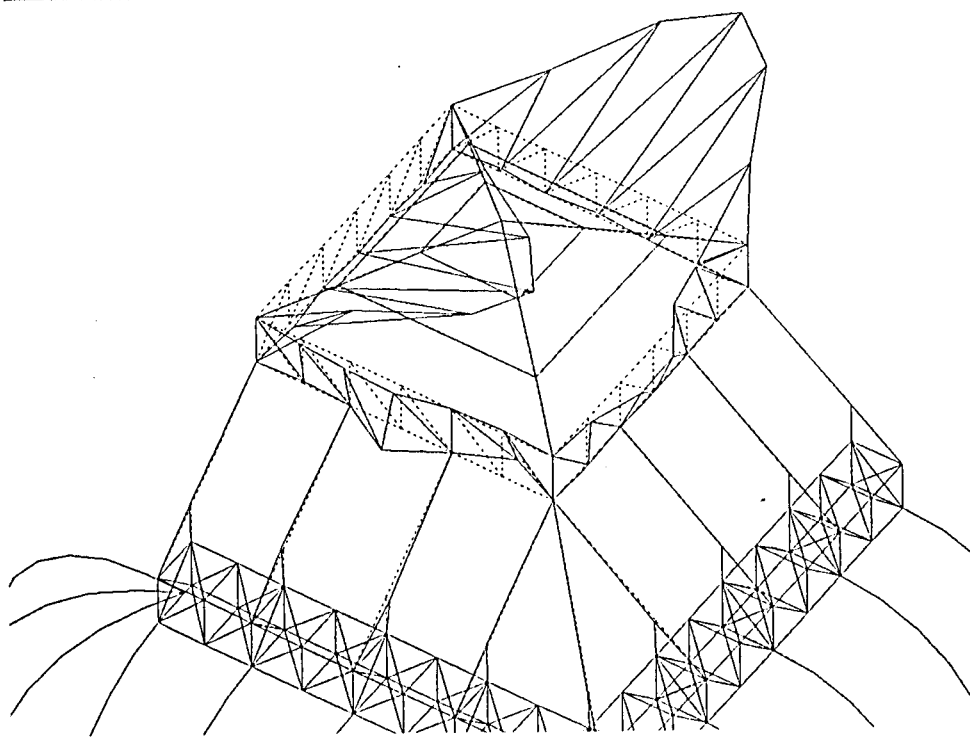


Fig. 6.56 - Shopent. 1.0G + 1.5W; modo de instabilidade 3. Pormenor.

A observação das Figuras 6.40 a 6.43 permite verificar que os dois primeiros modos de instabilidade referentes à combinação de acções  $1.5(G + Q)$  correspondem a diferentes modos de torção da pirâmide quadrangular regular sendo, também, afectadas as treliças onde esta se apoia - vigas V1. O terceiro modo de encurvadura - ver Figuras 6.44 e 6.45 - corresponde à instabilização dos banzos das vigas em treliça V1 e é o primeiro modo detectado que não provoca torções na zona referida

Para a combinação de acções  $1.0G + 1.5W$ , o primeiro modo de instabilidade da estrutura é devido à instabilidade no plano vertical do arco horizontal superior de travamento, permanecendo a parte restante da estrutura praticamente inalterada. Este efeito é, também, visível nos restantes modos determinados, embora nestes o facto mais notório seja a instabilização dos banzos das treliças V1.

Dotando a pirâmide rectangular regular de um adequado sistema de contraventamento é possível aumentar o  $\lambda_{crit}$  da estrutura em relação à actuação simultânea da acção do peso próprio e da sobrecarga, evitando assim o aparecimento de modos de instabilidade que envolvam torções da zona referida, aumentando desta forma o nível de segurança do sistema relativamente a estados limites últimos de encurvadura.

Adoptando o sistema de contraventamento ilustrado na Figura 6.52, realizado através de cantoneiras L50x50x5, obtêm-se os  $\lambda_{crit}$  apresentados no Quadro 6.4, sendo os parâmetros de carga crítica elástica e respectivos modos de encurvadura provocados pela combinação de acções  $1.0G + 1.5W$  semelhantes aos obtidos anteriormente, não envolvendo qualquer torção da zona referida.

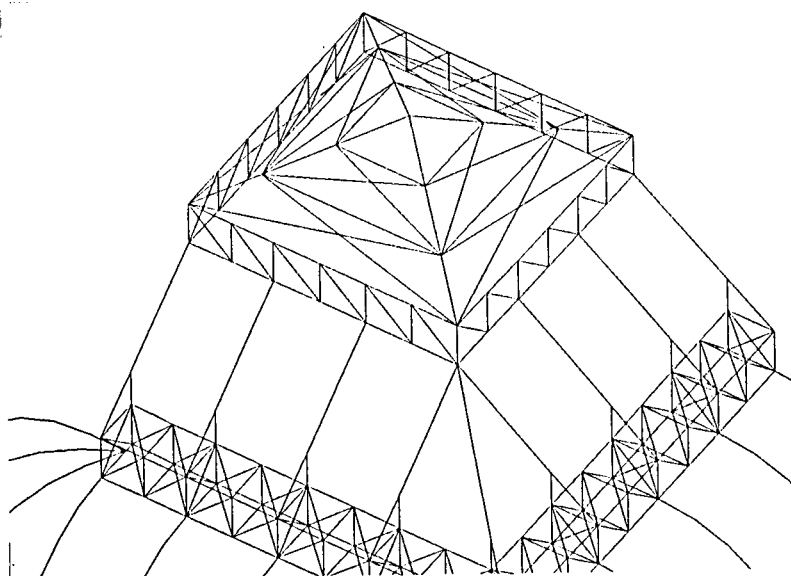


Fig. 6.57 - Shopent. Sistema de contraventamento.

Quadro 6.4 - Shopent com sistema de contraventamento.

Parâmetros de carga crítica clássica.

| Modo | $\lambda_{crit}$ |
|------|------------------|
|      | 1.5(G + Q)       |
| 1    | 14.512           |
| 2    | 16.175           |

Apresenta-se nas Figuras 6.58 e 6.59 a configuração dos modos de instabilidade relativos aos  $\lambda_{crit}$  referidos no Quadro 6.4, sendo possível constatar que a parte mais afectada da estrutura corresponde à instabilização das vigas em treliça, denominadas V1, não sendo visível qualquer torção da estrutura comprovando, assim, o bom funcionamento do sistema de contraventamento.

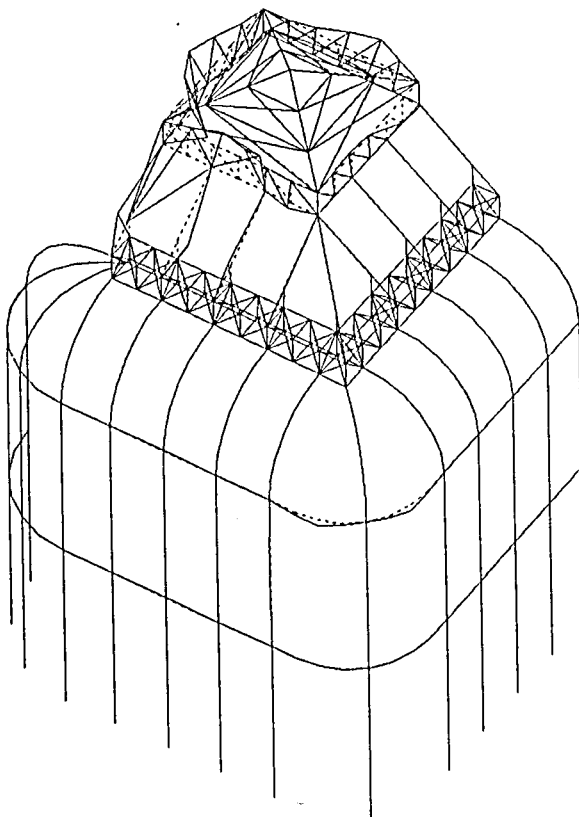


Fig. 6.58 - Shopent com sistema de contraventamento. Modo de instabilidade 1.

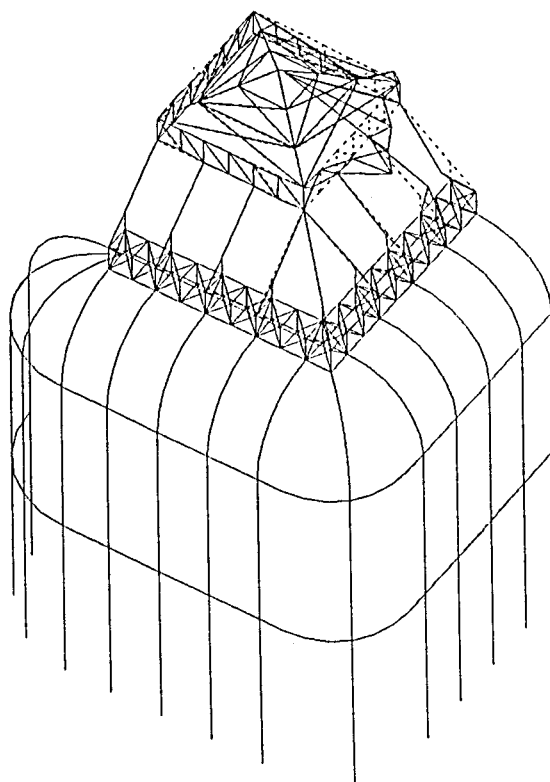


Fig. 6.59 - Shopent com sistema de contraventamento. Modo de instabilidade 2.

Deste modo verifica-se que se da estrutura fizer parte o sistema de contraventamento referido é possível diminuir o respectivo parâmetro de carga crítica, passando a combinação de acções  $1.0G + 1.5W$  a ser a mais desfavorável relativamente a efeitos de segunda ordem.

## 7. CONCLUSÕES

Pretendeu-se, através da realização deste trabalho, realçar a importância da consideração dos efeitos de segunda ordem na análise de estruturas metálicas avaliando a sua estabilidade utilizando uma análise global elástica. Para tal, desenvolveu-se um programa de cálculo automático que permite a quantificação de parâmetros de carga crítica elástica, correspondentes modos de encurvadura e esforços, incluindo os efeitos de segunda ordem, numa estrutura modelada através de elementos de barra rectos com seis graus de liberdade por nó, possibilitando uma análise tridimensional de estruturas reticuladas.

A formulação adoptada para a determinação dos parâmetros de carga crítica e modos de instabilidade associados é baseada na resolução de um problema de valores e vectores próprios através do método da iteração inversa. De modo a tornar possível a obtenção de resultados com suficiente aproximação utilizando a metodologia referida, conclui-se que:

- elementos estruturais particularmente sensíveis a fenómenos de encurvadura - elementos sujeitos a esforços axiais de compressão significativos - devem ser discretizados através de três nós por barra, enquanto que para os restantes elementos é suficiente a adopção de dois nós por barra;
- a obtenção do primeiro modo de instabilidade da estrutura é conseguida com suficiente precisão utilizando para a tolerância do método da iteração inversa o valor  $\delta = 1.0e - 2$ ;
- caso se pretenda avaliar mais do que um modo de encurvadura é preferível utilizar tolerâncias mais apertadas -  $\delta = 1.0e - 3$  ou  $\delta = 1.0e - 4$ .

A aplicação desta metodologia a um variado conjunto de estruturas permitiu, através da comparação com soluções exactas ou fornecidas por outros métodos, validar a sua eficiência, possibilitando a adopção dos seus resultados como valores de referência para comparação com outros modelos, nomeadamente os preconizados nos regulamentos de estruturas metálicas.

A comparação da metodologia desenvolvida com os modelos de cálculo adoptados no REAE e no EC3, que constituiu outro dos objectivos deste trabalho, permitiu concluir que:

- o método de análise global simplificado do EC3 revelou-se, em geral, mais eficiente que os de análise local barra a barra do REAE e do EC3, exigindo, contudo, uma avaliação suficientemente aproximada do valor do parâmetro de carga crítica para modos de instabilidade de nós móveis. A ampliação dos momentos flectores associados aos deslocamentos horizontais relativos entre pisos adjacentes deve ser efectuada recorrendo à utilização dos vários  $\beta_i$  - determinados para cada andar - não sendo recomendável a adopção de um factor de ampliação único, correspondente ao maior dos obtidos para cada andar.
- em estruturas sujeitas a deslocamentos horizontais provocados pelas solicitações verticais a que se encontram sujeitas - estruturas com assimetria estrutural ou assimetria da acção vertical - a determinação dos respectivos parâmetros de carga crítica elástica, utilizando a metodologia proposta no EC3, é efectuada com maior eficiência caso não se considerem os deslocamentos horizontais associados às acções verticais. Do mesmo modo, a utilização do método da ampliação dos momentos flectores conduz a resultados com melhor aproximação caso os momentos flectores induzidos pelos deslocamentos horizontais relativos entre pisos adjacentes provocados pela acção vertical não sejam agravados dos respectivos factores de ampliação  $\beta_i$ .
- a determinação dos efeitos de segunda ordem numa estrutura através de uma análise local, analisando cada elemento isoladamente, pode afastar-se significativamente dos valores de referência mesmo para o caso de estruturas simétricas sujeitas a uma acção vertical simétrica, sendo, todavia, a única metodologia apontada pelo EC3 para a consideração dos efeitos de segunda ordem a partir de uma análise elástica de primeira ordem em estruturas metálicas cujo valor do parâmetro de carga crítica elástica seja inferior a quatro;
- os erros associados à quantificação do acréscimo de tensão devido aos efeitos de segunda ordem pelos métodos de análise simplificada propostos pela regulamentação são, em geral, elevados originando, contudo, erros significativamente menores na avaliação das tensões totais - já agravadas dos efeitos da não linearidade geométrica - mesmo para o caso de estruturas cujo valor do parâmetro de carga crítica elástica seja pequeno.

A metodologia de análise desenvolvida permite a consideração de aspectos tridimensionais, ao contrário das preconizadas pelo REAE e EC3, que não apontam modelos de análise que permitam a determinação de modos de instabilidade tridimensionais,

impossibilitando assim o estudo de edifícios cujo comportamento não pode ser traduzido através da sua divisão em sub-estruturas planas.

A consideração de modos de instabilidade marcadamente tridimensionais, nomeadamente os modos de torção, pode originar a obtenção de parâmetros de carga crítica elástica inferiores aos determinados pela metodologia aproximada sugerida na regulamentação europeia, provocando uma diminuição do nível de segurança da estrutura relativamente a estados limites últimos de encurvadura. Este efeito assume particular relevância quando o sistema estrutural se caracteriza por uma significativa distribuição assimétrica de rigidez ou - mesmo para o caso de estruturas simétricas - quando o respectivo parâmetro de carga crítica apresenta um valor reduzido, devendo ser utilizada uma análise tridimensional de modo a avaliar de uma forma mais correcta o comportamento da estrutura.

A aplicação a casos concretos permitiu evidenciar as possibilidades e potencialidades do modelo de cálculo desenvolvido.

A análise de um edifício industrial corrente, concretizado através de duas soluções estruturais distintas, diferindo no facto de uma delas ser dotada de um menor número de pilares devido a exigências de ocupação do espaço, permitiu constatar que este pode ser calculado adoptando um método de análise plana, mesmo na situação em que determinados pilares são substituídos por uma viga longitudinal, possibilitando um correcto dimensionamento da estrutura. Verificou-se, também, que os sistemas estruturais analisados apresentam um funcionamento adequado, não comprometendo o comportamento global da estrutura a redução do seu número de pilares.

A avaliação do comportamento estrutural de sistemas cuja complexidade inviabilizava uma análise plana, possibilitou a determinação de zonas críticas da estrutura - mais sensíveis aos efeitos de segunda ordem - a analisar de forma mais cautelosa. Num dos casos analisados foi possível detectar, facilmente, através da visualização dos modos de instabilidade uma zona restrita, responsável pelo reduzido valor do parâmetro de carga crítica, sendo possível constatar que os efeitos de segunda ordem praticamente não afectavam a parte restante da estrutura. Assim, de forma a assegurar a conveniente estabilidade do sistema foi possível isolar uma determinada zona a rever, modificando a sua concepção estrutural, nomeadamente, através da introdução de sistemas de contraventamento.





FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000043774