MARIA DE LURDES DE OLIVEIRA SIMÕES

Definição de uma estratégia optimizada de controlo de tráfego em cruzamentos usando simulação estocástica

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para obtenção do grau de Doutor em Ciências de Engenharia

prodep III
Mais Educação

Março 2005

Ao meu pai, que tanta falta me faz.

A

A realização de uma tese de doutoramento nunca é obra de uma pessoa só, o contributo de outras pessoas para além de inevitável é salutar. Esta Tese não foge à regra e por isso quero agradecer merecidamente a todos aqueles que de uma forma directa ou indirecta contribuíram para este trabalho.

À Professora Doutora Paula Milheiro Oliveira, minha orientadora científica, pelo rigor da crítica, pelas oportunidades que me proporcionou e pelo estímulo encorajador com que generosamente sustentou este trabalho, o qual contribuiu para a qualidade do trabalho desenvolvido e ainda pelo empenhamento colocado na melhoria deste documento.

Ao Professor Doutor Américo Pires da Costa, meu co-orientador, pela amizade, incentivo e aconselhamento transmitidos ao longo das diversas fases deste trabalho, relativamente à área específica de tráfego.

Aos Engenheiros Joaquim Macedo, Paulo Ribeiro e Jorge Seabra, agradeço a preciosa ajuda na recolha de informação de tráfego em campo.

À Direcção da empresa Carlos Oliveira pelo interesse demonstrado na elaboração deste trabalho e em particular à Engª Catarina Alves, todo o apoio e disponibilidade prestada na recolha de informação e dados de tráfego.

Quero também transmitir um especial agradecimento aos meus colegas da Secção de Matemática, Departamento de Engenharia Civil, pela solidariedade e incentivo que sempre me demonstraram.

Por fim agradeço à minha família e aos meus amigos a tolerância perante as muitas solicitações do trabalho e o apoio muito especial que sempre me concederam nos dias bons e menos bons destes últimos anos.

R

Esta Dissertação versa o problema de optimização do desempenho de cruzamentos regulados por sinais luminosos de comando semi-actuado. Na procura de uma metodologia que leve à definição de estratégias de optimização, diferentes abordagens são postas em prática. Um primeiro avanço é dado pela construção de um programa de simulação que, embora baseado em teorias de tráfego existentes na literatura, traz a vantagem de ter sido concebido de modo a permitir descrever de forma realista o movimento de aproximação dos veículos ao cruzamento, tendo em conta a interacção entre veículos e a informação transmitida pelo sinal luminoso, bem como a reacção dos condutores no momento que o sinal passa a amarelo. A complexidade própria do controlo actuado é tratada com detalhe neste programa, permitindo facilmente a alteração de qualquer parâmetro respeitante ao plano de regulação. O programa foi sujeito a verificação e validação empírica. No sentido de investigar a possibilidade de determinar o atraso médio dos veículos, numa situação de controlo semi-actuado, o problema foi também abordado do ponto de vista da teoria das filas de espera, resultando num procedimento de cálculo do atraso médio baseado nesta teoria, considerando pausas do servidor e serviço não retido com tempo limitado. Este procedimento conduz, em certos casos, a melhores resultados do que o Modelo de Atraso Generalizado, já testado, proposto pelo *Highway Capacity Manual*. A análise longitudinal dos dados relativos ao atraso permitiu-nos mostrar que o parâmetro relativo à extensão do tempo de verde em controlo semi-actuado influencia consideravelmente o desempenho do cruzamento. Um caso de estudo envolvendo um cruzamento localizado na Área Metropolitana do Porto foi usado para levar à prática e testar as metodologias apresentadas, donde foi possível estabelecer recomendações sobre a regulação da extensão de tempo de verde respeitante à via secundária e confirmar a importância do controlo actuado em vias com acentuada variabilidade de tráfego para obtenção de uma eficiente regulação semafórica.

Trata-se de uma Dissertação multidisciplinar que conjuga métodos, conceitos e problemas no domínio da Matemática Aplicada, com métodos, conceitos e problemas próprios da Engenharia de Tráfego.

A

This Dissertation concerns the problem of optimisation of the performance of a semi-actuated urban traffic intersection. In the research of a methodology that leads to the definition of optimised strategies, different approaches are put into practice. A first step forward consists on the construction of a simulation program that, although based in traffic theories existing in the literature, has the advantage of being designed in a way that enables a realistic description of the movement of the vehicles in the proximity of the intersection, taking into account with the interaction between vehicles and the information transmitted by the traffic signal, as weel as the reaction of drivers in view of the risk of crossing the intersection when a yellow sign is on. The complexity inherent to the actuated control is treated with detail in this program, easily enabling the possibility of changing any of the parameters regarding the regulation. The program was subject to verification and empirical validation. With the aim of investigating the possibility of obtaining formulae that characterise the mean delay of vehicles, in a semi-actuated control scenario, the problem has been approached from the point of view of the queuing theory, resulting in a new procedure for computing the mean delay based upon this theory, considering server vacations and non-gated time-limited service. This procedure leads, in some cases, to better results than the Generalised Delay Model, already tested, proposed in the *Highway Capacity Manual*. A longitudinal analysis of the data on the delays enabled us to show that the parameter describing the extension of the period of green, in the scope of semi-actuated control, has a considerable effect on the performance of the intersection. A case study involving an intersection located in the Oporto Metropolitan Area is used to put into practice and to test the methodologies presented herein, from what we were able to establish recommendations on the regulation of the extension of green time in the secondary street and to confirm the relevance of implementing an actuated control in those streets which have a large traffic variability, in view of an efficient signals regulation.

This is a multidisciplinary Dissertation that conjugates methods, concepts and problems in the domain of the Applied Mathematics with methods, concepts and problems belonging to the domain of the Traffic Engineering.

R´ ´

Cette Dissertation concerne le problème d'optimisation de la performance d'un croisement dans le trafic urbain semi-actué. Dans la recherche d'une méthodologie qui aboutisse a la définition d'une stratégie d'optimisation, différentes approches sont mises en pratique. Un premier pas consiste dans la construction d'un programme de simulation qui, bien que ce soit basé sur les théories de trafic existant dans la littérature, apporte l'avantage d'avoir été conçu de façon a permettre une description réaliste du mouvement d'approximation des véhicules au croisement, tenant en compte l'interaction entre les véhicules et l'information transmise par le feu, aussi bien que la réaction des conducteurs devant le risque de passer avec un signal jaune. La complexité inhérente au contrôle actué est traité en détail dans ce programme, permettant aisément l'altération de n'importe quel paramètre lié à la régulation. Le programme a été soumis à une vérification et à une validation empirique. Dans le bût d'investiguer la possibilité de determiner le retard moyen des véhicules, dans une situation de control semi-actuaté, le problème a aussi bien été abordé du point de vue de la théorie des files d'attente, résultant en une procédure de calcul du retard moyen basée sur cette théorie, en considérant des pauses du serveur et un service non retenu a temps limité. Cette procédure conduit, dans certains cas, a des meilleurs résultats que le Modèle du Retard Généralisé, déjà testé, proposé par le *Highway Capacity Manual*. L'analyse longitudinale des données du retard nous a permit de montrer que le paramètre relatif à l'extension du temps de vert, dans le contrôle semi-actué, a une influence considérable sur la performance du croisement. Un cas d'étude concernant un croisement localisé dans la région métropolitaine de Porto a été utilisé pour mettre en pratique et tester les méthodologies ici présentées, d'où il nous a été possible d'établir des recommandations sur la régulation de l'extension du temps de vert relative à la voie secondaire e de confirmer l'importance du contrôle actué pour des voies ayant une grande variabilité dans le trafic, dans le bût d'obtenir une régulation éficace des sémaphores.

Il s'agit d'une Dissertation multidisciplinaire qui conjugue des méthodes, des concepts et des problèmes du domaine des mathématiques appliquées avec des méthodes, des concepts et des problèmes propres à l'ingénierie du trafic.

Índice

I ¸˜ 1

1 C T ´ U 5

1.1 Modelação de tráfego urbano 5

1.2 Modelo de *car-following* 7

1.3 Tipos de regulação semafórica 16

1.4 Modelação do atraso dos veículos 22

1.4.1 Conceito de atraso 22

1.4.2 Modelos analíticos para o atraso dos condutores 26

2 S ¸˜ F T ´ C S - 37

2.1 Simulação de tráfego rodoviário 38

2.2 Alguns pressupostos para o movimento dos veículos 42

2.3 Formulação do problema de tráfego 43

2.4 Modelo de simulação de tráfego 44

2.4.1 Processador de fluxo 45

2.4.2 Processador de sinal 49

2.4.3 Saídas do programa de simulação 56

2.5 Apresentação e análise dos resultados 57

2.5.1 Controlo fixo 59

2.5.2 Controlo semi-actuado 60

2.6 Considerações Finais 64

3 F E P S **69**

3.1 Tipos de pausa e de serviço 70

3.2 Filas de espera em sistemas de tráfego urbano 72

3.3 Modelação através de cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ 74

3.4 Modelação da fila de espera em cruzamentos regulados por ciclo fixo 81

3.4.1 Formulação da cadeia de *Markov* 82

3.4.2 Comprimento da fila e tempo de espera 88

3.4.3 Aplicação num caso concreto e comparação com os resultados obtidos na simulação de tráfego 94

3.5 Filas do tipo M/G/1 com serviço não retido e tempo limitado 98

3.5.1 Caracterização da quantidade de trabalho no sistema 99

3.5.2 Determinação analítica do tempo médio de espera 104

3.5.3 Escolha dos parâmetros T e N 107

3.6 Modelação da fila de espera em cruzamentos semi-actuados 110

3.6.1 Parâmetros de funcionamento do cruzamento 110

3.6.2 Parâmetros computacionais e validação numérica 113

3.6.3 Análise dos resultados e comparação com a simulação de tráfego . 115

4 A´ L D T´ **119**

4.1 Princípios básicos da análise longitudinal 120

4.2 Modelos de efeitos mistos 122

4.3 Modelação do atraso dos veículos 128

4.3.1 Apresentação do problema e dos dados 128

4.3.2 Ajustamento de um modelo aos dados 129

4.3.2.1 Modelo de base 130

4.3.2.2 Modelação dos grupos separadamente 131

4.3.2.3 Modelação explícita dos efeitos mistos e dos efeitos aleatórios 133

4.3.2.4 Modelação da heterocedasticidade 136

4.3.2.5 Modelação dos efeitos fixos por grupo com heterocedasticidade 139
4.4 Comentários finais 143

5 C **145**
5.1 Apresentação do caso de estudo 145
5.1.1 Descrição do cruzamento 146
5.1.2 O controlador de tráfego STC 4012 151
5.1.3 Dados recolhidos 155
5.2 Comparação dos dados recolhidos com os dados simulados 159
5.3 Análise do desempenho do cruzamento 163
5.4 Proposta de optimização 167

C ˜ **171**

B **175**

A Alguns Resultados Básicos Fundamentais **187**
A.1 Polinómios de *Laguerre* 187
A.2 Processos de renovamento 188
A.2.1 Teoremas de renovamento 189
A.2.2 Processos semi-regenerativos 190
A.3 Propriedades da matriz G introduzida no Capítulo 3 192

B Códigos de Programas **193**
B.1 Lista de rotinas escritas em C 193
B.1.1 Rotinas específicas do problema 193
B.1.2 Rotinas acessórias de manipulação algébrica 194
B.1.3 Rotinas acessórias de entrada ou saída de informação e de gestão da memória 196
B.2 Componente em C do programa de simulação 196

C Gráficos Suplementares **205**

C.1 Dados longitudinais 205

C.2 Resultados detalhados obtidos por simulação 206

Lista de Tabelas

1.1 Caracterização do tipo de chegadas em função de R_p. 30

1.2 Valores recomendados para o parâmetro k_{min}, em controlo actuado, quando $x_{sat} \leq 0,5$. 31

2.1 Principais componentes do modelo de tráfego. 44

2.2 Tempos médios do período de verde (g) e do comprimento do ciclo (C), para diferentes débitos de chegadas, obtidos por simulação. 65

3.1 Tempos atribuídos à regulação dos semáforos. 111

3.2 Resultados da aplicação do modelo analítico descrito na Secção 3.5 para determinação do tempo médio de espera, $E[W]$. 117

4.1 Resultados da aplicação do modelo (4.3) 130

4.2 Resultados da aplicação do modelo (4.4). 132

4.3 Resultados do ajuste do modelo (4.4) para cada grupo. 134

4.4 Resultados da aplicação do modelo (4.5). 136

4.5 Resultados da aplicação do modelo (4.6). 139

4.6 Resultados da aplicação do teste ANOVA aos modelos (4.5) e (4.6). 139

4.7 Resultados da aplicação do modelo (4.8). 142

4.8 Resultados da aplicação do teste ANOVA ao modelo (4.8). 142

4.9 Resultados da aplicação do teste ANOVA aos modelos (4.6) e (4.8). 142

4.10 Resultados da aplicação do modelo (4.8), com eliminação de alguns efeitos (não significativos). 143

5.1 Tempos atribuídos à regulação dos semáforos. 150

5.2 Períodos de duração do sinal verde e de duração dos ciclos registados em campo no dia 16 de Janeiro de 2004 entre as 12h50m e as 13h35m. 159
5.3 Informação acerca de cada um dos períodos de tempo em análise. 162

Lista de Figuras

1.1 Notação do modelo *car-following*. 9

1.2 Curvas de atraso dadas pelos 3 termos da fórmula de *Webster*, para ciclo fixo ($C = 70$ e $g = 30$ segundos). 27

2.1 Esquema de um cruzamento com regulação semafórica semi-actuada. . . . 43

2.2 Curvas de velocidade dos veículos ao atravessarem um cruzamento semaforizado. 46

2.3 Curvas de posição dos veículos ao atravessarem um cruzamento semaforizado. 47

2.4 Ilustração do percurso/paragem dos veículos ao se aproximarem da linha de paragem dum cruzamento semaforizado. 48

2.5 Diagrama de caracterização do percurso de um veículo. 50

2.6 Esquema de regulação dos semáforos. 51

2.7 Sequência das extensões de verde em controlo actuado. 52

2.8 Rede de acontecimentos e actividades usada no *software Awesim*, para descrever o percurso dos veículos na via actuada. 55

2.9 Rede de acontecimentos e actividades usada no *software Awesim*, para descrever o percurso dos veículos na via não-actuada. 56

2.10 Aspecto da animação do programa de simulação. 58

2.11 Atraso médio dos condutores num semáforo regulado com ciclo fixo ($g = 40$ e $C = 70$ segundos). 60

2.12 Atraso médio sofrido pelos condutores no semáforo semi-actuado para o plano de tempos especificado. 61

2.13 Atraso médio sofrido pelos condutores que circulam na via actuada, para unidades de extensão do tempo de verde iguais a 4 e 5 segundos. 63
2.14 Comparação entre diferentes unidades de extensão do tempo de verde ($e = 3, 4, 5$ segundos) na via actuada (resultados obtidos por simulação). 64

3.1 Representação gráfica dos atrasos médios de um condutor obtidos por simulação (curva *Simulado*) e por aplicação da teoria de filas de espera com (curva *Server*) e sem (curva *Webster*) pausas do servidor, numa via regulada com tempo de verde fixo igual a 40 segundos num ciclo de 60 segundos. . . 95
3.2 Representação gráfica dos atrasos médios obtidos por simulação (curva *Simulado*) e por aplicação da teoria de filas de espera com (curva *Server*) e sem (curva *Webster*) pausas do servidor, numa via regulada com tempo de verde fixo igual a 20 segundos num ciclo de 60 segundos. 96
3.3 Esquema de um cruzamento com controlo semi-actuado. 111
3.4 Esquema de regulação dos semáforos. 112
3.5 Comparação entre o atraso médio calculado pelo modelo analítico ($\cdots$), o atraso médio obtido na simulação (——) e o atraso médio obtido pelo modelo GDM ($- \cdot \cdot - \cdot\cdot$), para diferentes graus de saturação ($E[V] = 27$, $E[X] = 2$ e $T_m = 43$ segundos). 116

4.1 Esquematização da forma como a estrutura média e a estrutura de covariância influenciam os resultados da inferência. 125
4.2 Atraso médio dos veículos *versus* número médio de veículos na via principal, para unidades de extensão do tempo de verde iguais, respectivamente, a 3, 4 e 5 segundos. 129
4.3 Diagramas dos resíduos por grupo, ignorando a dependência entre grupos. . 131
4.4 Diagramas dos resíduos por grupo, onde cada grupo foi modelado separadamente. 133
4.5 Diagrama de dispersão dos resíduos normalizados *versus* valores ajustados pelo modelo (4.5). 137
4.6 Gráfico de quantis normais dos resíduos estandardizados para o modelo (4.5). 138

4.7 Diagrama de dispersão dos resíduos estandardizados *versus* valores do atraso ajustados pelo modelo (4.6). 140

4.8 Gráfico de quantis normais dos resíduos estandardizados para o modelo (4.6). 141

4.9 Previsões para a população respeitando a previsões dentro dos grupos e atrasos observados *versus* número de veículos por hora. 144

5.1 Extracto da planta da cidade de Matosinhos. 146

5.2 Esquema do cruzamento semaforizado entre a Avª de D. Afonso Henriques (Matosinhos) e a Estrada da Circunvalação (Porto), com indicação das correntes de tráfego especificadas no diagrama de fases. 148

5.3 Esquema de fases com indicação dos movimentos relativos a cada corrente de tráfego. 149

5.4 Diagrama de fases e tempos atribuídos às correntes de tráfego especificadas na regulação do cruzamento semaforizado entre a Avª de D. Afonso Henriques (Matosinhos) e a Estrada da Circunvalação (Porto). 150

5.5 Fotografia do cruzamento em estudo. 151

5.6 Controlador de tráfego STC 4012 152

5.7 Painel de controlo móvel do controlador STC 4012. 154

5.8 Painel de controlo remoto do controlador STC 4012. 155

5.9 Volumes horários de tráfego registados pelo controlador nas duas vias com detector de presenças, durante a semana de 9 a 16 de Março de 2004. 156

5.10 Volumes de tráfego (em períodos de 1/2 hora) registados pelo controlador para a corrente de tráfego 4, durante a semana de 9 a 16 de Março de 2004, distinguidos por dia da semana. 157

5.11 Volumes de tráfego registados em campo na corrente de tráfego 4, no dia 20 de Abril de 2004, das 10h30m às 12h30m e das 15h30m às 18h30m. 158

5.12 Tempos de duração do sinal verde e dos ciclos registados na corrente de tráfego 4, no dia 12 de Fevereiro de 2004, entre as 16h40m e as 18h20m, através de ligação GSM ao controlador. 160

5.13 Tempos de duração do sinal verde e dos ciclos registados na corrente de tráfego 4, no dia 1 de Março de 2004, entre as 10h30m e as 11h20m, através de ligação GSM ao controlador. 160

5.14 Curvas de frequências acumuladas das durações do sinal verde registadas na corrente de tráfego 4 (obtidos através de contagens em campo, no dia 16 de Janeiro de 2004, entre as 12h50m e as 13h35m) e das durações do sinal verde obtidas por simulação. 163

5.15 Curvas do atraso médio calculado por simulação para o plano de tempos que actualmente é usado, no global e separadamente para as vias actuada e não actuada, quando o débito médio de chegadas na via principal é igual a 700 veíc/hora. 164

5.16 Curvas do atraso médio calculado por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos, quando o débito médio de chegadas na via principal é igual a *700* veíc/hora. 165

5.17 Curvas do atraso médio calculado por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos, quando o débito médio de chegadas na via principal é igual a 900 veíc/hora. 166

5.18 Duração média dos períodos de verde obtidos por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos. . . . 167

5.19 Duração média dos ciclos obtidos por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos. 168

C.1 Atraso médio dos veículos *versus* número médio de veículos na via principal, para unidades de extensão do tempo de verde iguais, respectivamente, a 3, 4 e 5 segundos, quando o número médio de veículos na via secundária é igual a 200 veíc/hora. 205

C.2 Atraso médio dos veículos *versus* número médio de veículos na via principal, para unidades de extensão do tempo de verde iguais, respectivamente, a 3, 4 e 5 segundos, quando o número médio de veículos na via secundária é igual a 400 veíc/hora. 206

C.3 Duração dos períodos de verde, na via secundária, para uma extensão de verde de 3 seg (com uma taxa média de chegadas de 700 veíc/hora, na via secundária, e de 700 veíc/hora, na via principal). 206

I ,˜

O congestionamento de tráfego em áreas urbanas é um problema que ocorre essencialmente durante as horas de ponta, mas verifica-se durante vários períodos do dia, afectando a mobilidade, a segurança e a qualidade do ar. É responsável por perdas directas na Economia, devido aos atrasos e acidentes, e por perdas económicas indirectas, devido ao impacte ambiental. Na maior parte dos casos, a capacidade dos sistemas rodoviários existentes não pode ser aumentada por adição de vias de circulação, devido à limitação de espaço, a restrições ambientais e também ao esforço financeiro que seria necessário mobilizar para crescer ao mesmo ritmo que a procura. Uma das formas mais apropriadas para gerir o problema do congestionamento reside no melhoramento dos sistemas existentes, através de uma boa gestão do tráfego, envolvendo, por exemplo, a regulação dos semáforos.

A simulação de operações de tráfego permite, de modo rápido, reproduzir directamente as condições de circulação, e indirectamente o custo efectivo de uma determinada estratégia de controlo. Esta técnica, em franca expansão, permite uma avaliação em tempo real de diferentes estratégias de controlo alternativas que, de outra forma, não seria possível.

A avaliação do desempenho de cruzamentos semaforizados no que diz respeito à regulação de tempos e introdução de melhoramentos do *design* geométrico é um importante empreendimento em engenharia de tráfego. A avaliação do desempenho de cruzamentos semaforizados pode ser efectuada de vários modos. Para cruzamentos já existentes, estudos reais podem produzir informação mais fiável no que diz respeito às relações entre movimentos de tráfego, regulação de semáforos e geometria, embora estes estudos consumam muito tempo, sejam dispendiosos e nem sempre são possíveis de efectuar, pois sujeitam as pessoas ao eventual incómodo de soluções menos apropriadas. A simulação em computador torna-se uma alternativa atractiva, na medida em que permite obter resultados mais rápidos

a custos reduzidos, sem alterar a circulação rodoviária.

Os modelos de tráfego têm um papel importante tanto em investigação como em diversas aplicações no terreno, como é o caso da previsão de fluxos de tráfego, detecção de incidentes e controlo de tráfego. Estes modelos permitem a simulação de diversas densidades de tráfego e velocidades, o que se torna numa preciosa ajuda para os operadores de tráfego na hora de decidir quais os parâmetros de controlo a estabelecer ou quais os valores a atribuir a esses parâmetros.

Do ponto de vista técnico do controlador de tráfego, as metodologias analíticas para a representação operacional da regulação dos semáforos são potencialmente mais simples de usar do que as técnicas de simulação. No entanto, não existe um modelo analítico capaz de permitir uma avaliação eficiente das diversas alternativas de regulação de semáforos actuados. O primeiro objectivo deste trabalho é a implementação de um procedimento de simulação para esse efeito. Um segundo objectivo é a pesquisa de expressões analíticas que possam ser usadas para medir o desempenho de cruzamentos com regulação semafórica que sejam mais adequadas do que as fórmulas existentes na literatura, substituindo com sucesso os programas de simulação. Um terceiro objectivo, que é também o objectivo final, consiste em desenvolver uma estratégia de controlo de tráfego que possa operar mais eficientemente num cruzamento isolado com regulação semi-actuada em tempo real, relativamente às condições de tráfego presentes no cruzamento.

Para atingir estes objectivos propomo-nos desenvolver um programa de simulação de tráfego rodoviário urbano que permita simular o fluxo de tráfego num cruzamento semaforizado com controlo semi-actuado. Este programa será então usado para caracterizar as medidas de desempenho de qualquer cruzamento deste tipo e testar várias alternativas de planos de regulação semafórica, em termos de tempos de sinal a definir, com o intuito de estabelecer um plano de regulação óptimo, isto é, em que o atraso médio sofrido pelos veículos que atravessam o referido cruzamento (tempo médio de espera) seja mínimo.

O programa de simulação desenvolvido por nós constitui uma inovação relativamente aos estudos existentes na literatura, pois trata em detalhe a actuação do tráfego, permitindo facilmente alterar os vários parâmetros que interferem na regulação de semáforos com controlo semi-actuado. É ainda considerada a reacção tomada pelos condutores no momento

em que o sinal amarelo surge, em função da distância que os separa da linha de paragem do ramo de estrada do cruzamento. Isto é, se nalguns casos é clara a decisão que o condutor tomará quando o sinal muda para amarelo, porque está muito próximo ou muito afastado da linha de paragem, noutros casos o mesmo não se passa, havendo o risco do condutor optar por parar ou decidir avançar. O movimento de aproximação dos veículos à linha de paragem é modelado de forma rigorosa. Este programa permite uma boa aproximação à realidade, pois procurou-se simplificar o menos possível, considerando quase sempre a aleatoriedade das acções e entidades envolvidas.

Esta tese encontra-se dividida em 5 capítulos. O primeiro capítulo é dedicado à caracterização do trabalho realizado em termos de controlo de tráfego e estabelece a sua ligação com o estado da arte na área científica em que se enquadra, ou seja, é efectuada uma descrição dos métodos de simulação e dos tipos de regulação que actualmente são implementados na prática. São também brevemente referidas as contribuições científicas existentes na literatura que permitem caracterizar o tempo de espera despendido pelos veículos ao atravessarem um cruzamento semaforizado.

No segundo capítulo, apresenta-se a informação necessária à implementação do programa de simulação de tráfego, ou seja, é descrita a evolução científica dos modelos matemáticos que permitem descrever, de forma realista, o percurso dos veículos e a sua interacção com a via e os semáforos numa rede de tráfego. Após a formulação matemática do modelo é então descrito o processo de implementação em *software* adequado e é efectuada a análise dos resultados obtidos por esta via.

No Capítulo 3, investiga-se e discute-se a aplicabilidade da teoria de filas de espera com pausas do servidor para caracterizar o tempo de espera que os veículos sofrem quando atravessam cruzamentos semaforizados e assim obter uma expressão analítica capaz de fornecer estimativas fiáveis das principais medidas de desempenho em sistemas de espera deste tipo, a saber, o tempo médio de espera e o comprimento médio da fila. O recurso a filas de espera com pausas do servidor para a modelação da espera em cruzamentos semi-actuados é também original.

No Capítulo 4, a análise longitudinal é aplicada no contexto dos dados de tráfego, com o intuito de modelar analiticamente os tempos de espera despendidos pelos veículos (atrasos)

ao atravessarem um cruzamento semaforizado. Com os tempos de espera obtidos por simulação, conforme exposto no Capítulo 2, pretendemos encontrar um modelo analítico que nos permita identificar factores relevantes na regulação dos semáforos, que nos permitam posteriormente estabelecer planos de regulação que conduzam a um desempenho óptimo do cruzamento. Embora ocorra frequentemente noutras áreas, a utilização de métodos estatísticos longitudinais com o propósito de estabelecer modelos de tráfego é original.

No Capítulo 5, com o intuito de validar o modelo de simulação desenvolvido, usamos um cruzamento pertencente à rede metropolitana do Porto, que se encontra actualmente regulado com controlo semi-actuado. Para a recolha de dados reais recorremos ao controlador semafórico instalado no local e também a contagens no terreno. São apresentados os dados recolhidos e é efectuada a análise e comparação com os valores obtidos por simulação, para o mesmo plano de regulação dos semáforos. A partir dessa análise tecemos algumas considerações sobre a regulação deste cruzamento em particular.

Finalmente, são apresentadas as conclusões sobre o trabalho realizado, com realce para os seus contributos inovadores e o trabalho a desenvolver futuramente, sob a forma de estudos não concretizados ou de melhoramentos a efectuar à metodologia de simulação aqui proposta.

Os programas escritos no decurso desta tese, em linguagem C, são incluídos em anexo (Apêndice B), sob a forma de uma lista das rotinas utilizadas ou do próprio código fonte. São também incluídos em anexo alguns conceitos e resultados teóricos úteis (Apêndice A) e algumas representações gráficas suplementares (Apêndice C).

Capítulo 1

C T ´ U

Sumário

Neste capítulo faz-se uma breve revisão do actual estado da arte no que respeita a este problema, é apresentada uma breve descrição dos modelos de fluxo de tráfego urbano, do ponto de vista do controlo, é efectuada a caracterização das operações para os vários tipos de regulação semafórica com especial ênfase na regulação semi-actuada e são apresentados os diferentes métodos analíticos existentes para estimar o atraso médio sofrido pelos veículos ao atravessarem um cruzamento semaforizado, explicitando as suas fórmulas e referindo as respectivas capacidades.

Índice

1.1 Modelação de tráfego urbano 5
1.2 Modelo de *car-following* 7
1.3 Tipos de regulação semafórica 16
1.4 Modelação do atraso dos veículos 22

1.1 Modelação de tráfego urbano

Dependendo do nível de detalhe, os modelos de simulação de tráfego urbano são distinguidos em dois tipos:

Microscópicos: Estes modelos de tráfego são caracterizados pelo facto de todos os veículos no sistemas serem descritos individualmente. É definido um modelo para o comportamento de cada veículo. Este modelo inclui a caracterização e interacção

entre veículos. Durante a simulação todos os veículos e as suas interacções são simuladas. Cada veículo na rede rodoviária é caracterizado por um conjunto de parâmetros que descrevem a sua origem, o seu destino, a sua velocidade desejada, as suas capacidades de aceleração e travagem, o tipo de veículo, comportamento do condutor, etc. Alguns parâmetros dos veículos são caracterizados por funções de distribuição probabilísticas, as quais são determinadas com base em medições de tráfego real. O mais importante modelo de simulação microscópica é o modelo de *car-following*, que descreveremos na secção seguinte.

Macroscópicos: Estes modelos de tráfego usam variáveis que sumariam informação acerca de vários veículos, por exemplo a velocidade média de todos os veículos presentes numa dada secção da via, de forma a descrever a situação do tráfego. Habitualmente, um modelo macroscópico define a relação entre a densidade de tráfego, a velocidade média e o fluxo de tráfego.

Uma vez que os modelos de tráfego macroscópico só usam variáveis agregadas e não descrevem a situação do tráfego ao nível de cada veículo individualmente, tornam-se computacionalmente menos pesados do que os modelos microscópicos. Este facto permite, naturalmente, uma simulação mais rápida. No entanto, a qualidade dos resultados obtidos por esta via é inferior à obtida nos modelos de nível microscópico.

Os modelos de simulação de tráfego podem ainda ser distinguidos entre determinísticos ou estocásticos. Num modelo de tráfego determinístico existe uma relação determinística entre os dados de entrada, os estados a as saídas do modelo. Se simularmos um sistema de tráfego duas vezes, com as mesmas condições iniciais e os mesmos dados de entrada, as saídas do modelo serão as mesmas em ambas as simulações. Um modelo de tráfego estocástico tem pelo menos uma variável aleatória ou uma variável estocástica. Este facto implica que duas simulações do mesmo sistema, com as mesmas condições iniciais, poderão conduzir a resultados diferentes, dependendo do valor que a(s) variável(is) aleatória(s) tomam em cada simulação. Para caracterizar as variáveis aleatórias dispõe-se, consoante os casos, de

funções de distribuição ou de histogramas para as correspondentes variáveis estatísticas.

Os programas de simulação de tráfego apresentam características únicas por causa da interacção entre condutores, veículos e via. Os efeitos da interacção entre condutores no fluxo de tráfego podem e devem ser tidos em conta na verificação e validação dos modelos. Se estas duas tarefas não forem devidamente efectuadas, um programa de simulação de tráfego pode não fornecer dados correctos. A fase da verificação consiste em garantir que o modelo se comporta como o experimentador assume e a fase de validação destina-se a testar se o modelo de simulação aproxima razoavelmente o sistema real em estudo. Benekohal (1991) evidencia a importância de que se revestem as tarefas de verificação e validação de um modelo aquando do desenvolvimento de um programa de simulação de tráfego.

Neste trabalho, foi implementado um modelo de simulação de nível microscópico, onde é aplicada a teoria de *car-following* para descrever os veículos e as suas interacções no sistema de tráfego. Neste modelo figuram algumas variáveis de caracterização das entidades intervenientes no sistema e das suas actividades que foram definidas aleatoriamente, de modo a permitir que o modelo seja, o mais possível, uma fiel réplica da realidade.

1.2 Modelo de *car-following*

Um dos contributos fundamentais para a evolução da teoria de controlo de tráfego tem sido o desenvolvimento de modelos baseados na teoria designada por *car-following*. Esta teoria foi desenvolvida como resultado de investigação efectuada para analisar e descrever o percurso e comportamento dos veículos ao interagirem uns com os outros e com a via de tráfego.

O conceito base na teoria de *car-following* é que as acções de um veículo na estrada são governadas pelas acções do veículo que o precede imediatamente. Algumas características de fluxo, tais como separação de veículos, velocidade e aceleração para um veículo seguidor são o resultado de acções do veículo líder. Estes factores também afectam as características de reacção ou sensibilidade dos condutores seguintes.

Os modelos baseados na teoria de *car-following* consistem em equações diferenciais que determinam a aceleração que cada veículo emprega em cada intervalo de tempo, com base nas acções dos veículos precedentes. O modelo *car-following* tem o intuito de descrever a forma como cada veículo segue os veículos precedentes, por exemplo, qual a distância que um condutor preserva entre si e o veículo precedente, como é que o condutor reage à aceleração ou travagem do veículo que segue à sua frente, etc.

A investigação pioneira na análise de *car-following* foi efectuada nos anos 50. Esta teoria surgiu aplicada aos modelos microscópicos de tráfego, a fim de descrever o comportamento dos condutores inseridos numa corrente de tráfego, onde se considera que as tarefas de condução resultam da resposta do condutor ao estímulo a que está sujeito. O primeiro trabalho baseado no princípio de que a separação entre veículos é governada por condições de segurança, resultando em que a distância entre veículos é proporcional à velocidade deve-se a Pipes (1953). Pouco tempo depois, a investigação passa a focar-se no desenvolvimento de modelos matemáticos de comportamento *car-following* mais descritivos, incorporando factores como a separação entre veículos, a diferença de velocidades e elementos comportamentais como a sensibilidade do condutor.

Alguns dos estudos mais detalhados de comportamento *car-following* foram desenvolvidos por investigadores da *General Motors Corporation*. Estes investigadores usaram parâmetros de posição, velocidade e aceleração de grupos de dois veículos para estimar o comportamento da resposta do condutor. Nesse estudo, foram recolhidos dados em estrada que foram usados para calcular um coeficiente de sensibilidade do condutor e um intervalo de tempo de reacção, para o qual foram usados procedimentos desenvolvidos nas experiências da *General Motors Corporation*. O uso desta nova técnica marcou um passo significativo na evolução da investigação da teoria de *car-following*, onde se assume que o comportamento dos veículos é um processo descrito pela relação estímulo-resposta. Nesta relação, o estímulo consiste na diferença entre a velocidade do líder e a velocidade dos veículos seguintes. A resposta manifesta-se como uma aceleração ou travagem dos

veículos seguintes. O factor de sensibilidade é usado na expressão do modelo *car-following* para contabilizar as diferenças ao nível da resposta observada para vários condutores sob diferentes distâncias entre veículos e diferentes velocidades da corrente de tráfego.

A equação geral do modelo *car-following* assume a seguinte forma:

$$\textit{resposta}\ (t + T) = \textit{sensibilidade} \times \textit{estímulo}\ (t),$$

onde t é o instante de observação e T é o tempo de percepção/reacção do condutor. Apesar de uma descrição exacta da reacção estímulo/resposta poder ser bastante complicada, constata--se que uma simples equação diferencial contínua pode oferecer boas aproximações do fenómeno. Nos vários tipos de variantes propostas para o modelo *car-following* admite-se que a resposta do condutor do veículo n, a_n, dada no instante $t+T$, é representada pela aceleração (ou travagem) e o estímulo é, na maior parte dos casos, proporcional à diferença (positiva ou negativa) entre as velocidades dos veículos n e $n-1$, v_n e v_{n-1}, respectivamente. Ou seja, o modelo é matematicamente expresso por:

$$a_n(t + T) = \alpha[v_{n-1}(t) - v_n(t)], \tag{1.1}$$

onde $n-1$ é o número do veículo líder e n é o número do veículo que o segue. Na Figura 1.1 é ilustrada a notação usada nos modelos que seguem a teoria de *car-following*, onde $x_n(t)$ e $x_{n-1}(t)$ representam, respectivamente, a posição dos veículos n e $n-1$ no instante t.

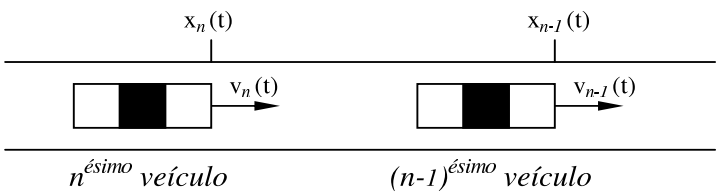


Figura 1.1: Notação do modelo *car-following*.

Obtém-se assim uma expressão, aparentemente simples, para descrever um fenómeno reconhecidamente complexo, como é o da progressão dos veículos ao longo de uma via

de circulação. Esta aparente facilidade é contrariada pela calibração do parâmetro α, cujo valor representa a sensibilidade da resposta ao estímulo (por segundo). Após vários estudos realizados, constatou-se que este parâmetro α dependeria de vários factores, sendo os mais importantes a velocidade do veículo seguidor e a distância entre este veículo e o veículo líder.

Por razões de estabilidade, este modelo não se mostra satisfatório, uma vez que uma alteração na velocidade do veículo líder não é amplificada pelos outros veículos a circular na mesma corrente de tráfego. Por outro lado, na equação (1.1), α é uma constante, o que significa que a resposta dada à diferença entre as velocidades de dois veículos é independente do espaçamento entre eles, o que não corresponde à realidade. Assim, Gazis et al. (1959) desenvolveram o seguinte modelo:

$$\mathrm{a}_n(t+T) = \frac{\alpha}{\mathrm{x}_{n-1}(t) - \mathrm{x}_n(t)} \left[\mathrm{v}_{n-1}(t) - \mathrm{v}_n(t)\right] \tag{1.2}$$

onde

$\mathrm{x}_{n-1}(t) =$ posição do veículo líder no instante t (m),

$\mathrm{x}_n(t) =$ posição do veículo seguinte no instante t (m),

$\mathrm{v}_{n-1}(t) =$ velocidade do veículo líder no instante t (m/seg),

$\mathrm{v}_n(t) =$ velocidade do veículo seguinte no instante t (m/seg),

$\mathrm{a}_n(t+T) =$ aceleração do veículo seguinte no instante $t+T$ (m/seg^2),

o qual assume que a resposta e/ou sensibilidade são inversamente proporcionais ao espaçamento entre os veículos. O coeficiente de sensibilidade, α, é agora expresso em metros por segundo.

Em análises posteriores do comportamento do condutor, constata-se que na avaliação da resposta do condutor, para além desta depender das diferenças em velocidade e em espaçamento, ela é também influenciada pela velocidade de circulação do veículo seguidor. Desta

forma, o processo estímulo/resposta passa a ser modelado através de uma nova expressão, na qual se admite que tanto o factor velocidade como a distância entre veículos afectam a relação estímulo-resposta (May, 1990):

$$\mathrm{a}_n(t+T) = \frac{\alpha\,[\mathrm{v}_n(t+T)]}{\mathrm{x}_{n-1}(t) - \mathrm{x}_n(t)}\,[\mathrm{v}_{n-1}(t) - \mathrm{v}_n(t)]\,. \tag{1.3}$$

Neste modelo, o termo de sensibilidade é composto por 3 partes: constante α (adimensional), velocidade do veículo seguidor e distância entre veículos.

O desenvolvimento do modelo da *General Motors* segue uma progressão de crescente complexidade, visando descrever e estimar a sensibilidade em cada intervalo de tempo. O processo culmina com o modelo generalizado, representado pela expressão não linear (1.4), onde uma potência l da distância entre veículos e uma potência m da velocidade corrente do veículo seguidor é usada para incluir todos os modelos atrás descritos:

$$\mathrm{a}_n(t+T) = \frac{\alpha\,[\mathrm{v}_n(t+T)]^m}{[\mathrm{x}_{n-1}(t) - \mathrm{x}_n(t)]^l}\,[\mathrm{v}_{n-1}(t) - \mathrm{v}_n(t)]\,. \tag{1.4}$$

As experiências da *General Motors* também incluíram a estimação de uma velocidade característica usando os factores de sensibilidade. Os valores de distância média entre veículos foram calculados usando uma linha recta, ajustada através do método dos mínimos quadrados, a partir da origem. A inclinação da recta foi usada para estimar a velocidade característica.

Um grande número de estudos tem sido focado na calibração dos parâmetros α, m e l do modelo representado pela expressão (1.4), conhecido como o 5º modelo da *General Motors*, desenvolvido por Gazis et al. (1961), e suas variantes. Entre as variantes mais conhecidas destaca-se a variante recentemente desenvolvida em Wolshon e Hatipkarasulu (2000).

Um número considerável de suposições inerentes a estes modelos, nomeadamente respeitantes a restrições e preferências humanas, tem dificultado a sua aplicabilidade na concepção e avaliação de diferentes tecnologias de controlo ou em sistemas de segurança ro-

doviária. O modelo de *car-following* baseia-se num modelo de aceleração constante ou por passos, o que não é suficientemente extensivo, havendo necessidade de criar algoritmos que não apresentem restrições tão fortes.

Ainda acerca dos modelos de *car-following*, Gipps (1981) refere que a habilidade para prever a resposta de um veículo, numa corrente de tráfego, relativamente ao comportamento do seu líder é importante na estimação dos efeitos que, alterando o ambiente de condução, afectam o fluxo de tráfego. Os vários modelos propostos para explicar este comportamento têm diferentes capacidades e fraquezas. Em Gipps (1981) é construído um modelo para a resposta do veículo seguidor baseado na suposição de que cada condutor estabelece limites para as suas taxas de aceleração e travagem desejadas. Os parâmetros deste modelo correspondem directamente a características óbvias do comportamento do condutor e é descrito o procedimento seguido para que valores realistas sejam afectados aos parâmetros na simulação. O modelo parece reproduzir as características do fluxo de tráfego real.

Nos últimos 50 anos, diferentes equações de *car-following* para modelar interacções entre veículos têm sido desenvolvidas. Aplicações práticas desta teoria podem ser encontradas em programas de simulação de tráfego a nível microscópico, onde as equações de *car--following* são usadas para simular o movimento individual dos veículos na estrada. Um dos programas de simulação mais conhecidos é o CORSIM, que usa modelos de *car-following* para simular o fluxo de tráfego e prever características operacionais de desempenho em vias secundárias. Recentemente, investigadores da *Louisiana State University* desenvolveram uma técnica que usa o Sistema de Posicionamento Global (GPS) para recolher e analisar o comportamento dos veículos. O GPS foi usado para recolher informação acerca dos movimentos dos veículos e comparar aspectos reais do comportamento dos condutores com os previstos pelos modelos de *car-following* da *General Motors*. Estas comparações foram também usadas para determinar valores numéricos que caracterizam a sensibilidade dos condutores. Benekohal e Treiterer (1988) apresentam o programa de simulação *car--following* CARSIM, para simular não só o fluxo de tráfego normal mas também condições

de pára/arranca em autoestradas. As principais características do CARSIM residem na inclusão de:

- Um espaçamento marginal de segurança entre veículos;
- Tempos de reacção dos condutores;
- Atrasos de arranque dos veículos;
- Tempos de reacção pequenos afectados a altas densidades de tráfego;
- Comportamento do tráfego em condições de congestionamento.

A validação do programa de simulação CARSIM foi efectuada quer a nível macroscópico quer a nível microscópico. A nível microscópico, as amostras de mudança de velocidade e de trajectória foram comparadas com dados de campo. A nível macroscópico, a velocidade média, a densidade e o volume calculados através do programa CARSIM foram comparados com valores recolhidos também em condições de tráfego real.

Recentemente, Aycin e Benekohal (1998) introduzem a aceleração linear no modelo *car-following* aplicado a sistemas de transportes inteligentes, para um maior realismo na simulação do fluxo de tráfego. Este novo modelo oferece perfis de aceleração contínua no lugar de perfis em passos discretos como é correntemente usado. Contrariamente aos programas de simulação propostos anteriormente, os tempos de reacção dos condutores à paragem são simulados efectivamente e são independentes do instante de simulação. Cadeias de tempos de reacção dos condutores são também simuladas e limites de percepção são incorporados no modelo. Os intervalos de tempo de passagem desejados entre veículos são utilizados para determinar a separação dos veículos simulados no decorrer do *car-following*. As características do modelo e a simulação do comportamento do veículo em condições de *car-following* e em pára/arranca tornam este modelo desejável para sistemas de transporte inteligente, mas não necessariamente no nosso caso. A comparação das trajectórias simuladas versus trajectórias observadas e a aplicação de testes estatísticos mostram

existir uma semelhança muito forte entre resultados da simulação e dados reais.

Na realidade, um veículo que vai parar, começa com aceleração zero e aumenta o grau de desaceleração gradualmente até atingir um máximo de desaceleração antes de parar. O correspondente perfil de velocidade é uma curva, logo quando se modela a aceleração através de uma constante, não se está a ser realista. Em contrapartida, se usarmos um modelo de aceleração linear, teremos naturalmente um melhor ajuste à realidade. Portanto, o modelo de aceleração linear usado no algoritmo de *car-following* oferece um número importante de benefícios, entre os quais o facto de o perfil de aceleração dos veículos ser modelado continuamente, isto é, a aceleração num instante de tempo é conectada com outra de um instante prévio.

Hidas (1998) descreve um modelo de *car-following* especialmente desenvolvido para situações de tráfego urbano interrompido, através de modelos de simulação microscópicos com actualizações de segundo a segundo. O modelo é baseado num critério de espaçamento desejado entre veículos, espaçamento esse que é assumido ser uma função linear da velocidade. A análise dos dados obtidos por vídeo mostrou que o espaçamento desejado é uma característica individual do condutor e que condutores têm diferentes espaçamentos desejados na aceleração e travagem. O modelo proposto elimina os problemas associados com o tempo de reacção aparentemente inerente aos modelos anteriores, enquanto que o uso de espaçamentos desejados diferentes para aceleração e travagem reproduz melhor o comportamento dos veículos que foram analisados minuciosamente. O modelo assegura uma transição suave da situação em que o veículo seguidor gradualmente se aproxima do veículo líder. O modelo tem vindo a ser validado para condições de fluxo de tráfego interrompido, com velocidades a variar entre 0 e cerca de 60 km/h. Os parâmetros de espaçamento desejados foram recolhidos só no que respeita a veículos de passageiros.

Aycin e Benekohal (1999) apresentam os métodos e algoritmos dos modelos de *car-following* NETSIM, INTRAS, FRESIM, CARSIM e INTELSIM. Segundo estes programas de simulação, em primeiro lugar move-se o veículo líder e depois o veículo seguinte é

actualizado em cada instante de tempo da simulação. Note-se que, de acordo com este procedimento, os tempos de reacção à paragem são limitados pelo passo da simulação, usado para actualização dos veículos. No desenvolvimento do programa INTELSIM procurou-se superar estas deficiências, movendo os veículos simultaneamente e produzindo soluções em tempo contínuo, sendo, por isso, este programa o que conduz ao melhor ajuste em relação aos dados de campo e aquele que requer o menor esforço de calibração. Aycin e Benekohal (2001) referem, no entanto, que os primeiros quatro modelos (expressões (1.1) a (1.4)) de *car-following* citados têm sido extensivamente usados para simulação de condições de tráfego, incluindo em condições de congestionamento. Os algoritmos de *car-following* destes modelos são bem conhecidos e encontram-se disponíveis na literatura. Porém, a estabilidade, o desempenho e as características de comportamento em regime de *car-following* destes modelos não tem sido investigada. As saídas destes programas de simulação têm sido usadas como dados reais em muitas circunstâncias, tornando-se importante conhecer o comportamento dos veículos individualmente e a estabilidade do regime de *car-following* destes modelos. Em Aycin e Benekohal (2001), os algoritmos de *car-following* dos programas atrás mencionados e de um outro recentemente introduzido, o INTELSIM, são examinados em termos da sua estabilidade e adequação na simulação de tráfego congestionado. O desempenho dos modelos de *car-following* e o comportamento individual dos veículos são avaliados pela sua exactidão, estabilidade, área de aplicação a que se destinam e comportamento do modelo em condições de congestionamento. Verificou-se que, nos programas NETSIM e CARSIM, os veículos seguem com intervalos de separação aproximadamente iguais aos tempos de reacção. Os programas INTRAS e FRESIM apresentam flutuações de aceleração não realistas e um grande número máximo de travagens. O programa INTELSIM, esse sim, apresenta velocidades e perfis de espaçamento semelhantes aos dos condutores.

Uma das componentes essenciais num programa de simulação de tráfego é sem dúvida o processo que descreve o comportamento dos veículos em circulação na via e a sua aproxi-

mação à linha de paragem. No entanto, para complementar a caracterização do sistema de tráfego rodoviário urbano, é também necessário descrever as operações de controlo relativas aos semáforos. Com essa finalidade, explicitamos, na secção seguinte, os vários tipos de regulação semafórica existentes e a sua aplicabilidade, mencionando vantagens e limitações.

1.3 Tipos de regulação semafórica

Os semáforos são utilizados com o intuito de proporcionar maior segurança e eficiência nos cruzamentos. A segurança pode ser atingida seguindo regras consistentemente estabelecidas, baseadas na expectativa do condutor da segregação temporal entre veículos e peões com movimentos incompatíveis, na distância de paragem necessária aos veículos e nos tempos de atravessamento dos peões. Uma vez atingida a operação mais eficiente de um semáforo, esta pode ser mais tarde alterada quando as condições de tráfego variarem significativamente no tempo.

O controlo de tráfego usa semáforos para, alternadamente, atribuir passagem aos movimentos incompatíveis. As suas principais vantagens residem em permitir:

- estabelecer movimentos ordenados de tráfego;
- aumentar a capacidade do cruzamento;
- reduzir a frequência de certos tipos de colisões;

Existem várias formas de controlo semaforizado, que se podem classificar essencialmente em controlo fixo e controlo actuado. Em semáforos com controlo fixo, a sequência de sinais apresentada é pré-determinada e tem um ciclo de duração fixa, assim como o tempo atribuído a cada sinal. Em controlo actuado, a aproximação dos veículos ao cruzamento é detectada por sensores existentes na via, normalmente colocadas próximo da linha de paragem, e a duração do período de sinal verde é ajustada à procura de tráfego. Mais especificamente, podemos considerar que existem de facto três formas de controlo semaforizado,

como se descreve a seguir:

Tempos fixos: Em controlo pré-definido ou com ciclo fixo, todos os parâmetros de sinal operacionais estão definidos no controlador, o qual repetidamente executa os tempos fixados. Pode existir um único plano, que será executado continuamente durante todo o dia, ou vários planos que serão executados em diferentes períodos do dia, dependendo do fluxo de tráfego. Estes planos são estabelecidos com base em dados históricos e na experiência do engenheiro de tráfego.

Semi-actuado: Em controlo semi-actuado, a via secundária (com menor volume de tráfego) recebe sinal verde apenas quando é detectada a presença de tráfego. Um sistema de detecção determina quando é que existem veículos na via secundária que se aproximam do cruzamento, o que permite a abertura do sinal verde. Sempre que o intervalo de tempo entre a activação de veículos for superior ao valor da extensão do tempo de verde ou o tempo máximo de serviço expire, o sinal verde passa a ser executado na via principal (com maior volume de tráfego).

Totalmente actuado: Em controlo totalmente actuado, todas as fases são controladas através do uso de detecção. O conjunto de parâmetros de controlo deve incluir um tempo de verde mínimo e um tempo de verde máximo para cada fase. Esta forma de controlo é mais eficiente do que as outras formas, nos casos em que a procura de tráfego varia com o tempo. Para além disso, uma fase pode ser saltada se, num determinado ciclo, não houver a procura respectiva.

Historicamente, os semáforos operavam inicialmente apenas com ciclo pré-definido, no qual era dado sinal verde para os movimentos de acordo com um plano de tempos fixado pelo engenheiro de tráfego ou por um técnico. Este plano era desenvolvido com base num historial de volumes de tráfego e tendo em atenção que a duração do ciclo deveria ser tal que permitisse, por um lado escoar a totalidade da procura e que, por outro lado, produzisse o atraso médio por veículo mais baixo. Apesar de existirem vários planos para

diferentes períodos do dia, o semáforo executaria cegamente os tempos pré-definidos no plano sem ter em conta a presença ou ausência de tráfego num determinado ciclo. De modo a atribuir mais eficientemente o tempo de verde disponível num cruzamento semaforizado, os semáforos actuados vieram, mais tarde, substituir os semáforos regulados com tempos fixos. O controlo pré-definido, ou seja com tempos fixos, apenas é eficiente quando ocorrem os volumes de tráfego para o qual o plano de tempos foi determinado (habitualmente para as horas de ponta). Se este tipo de controlo for usado com diferentes planos de tempos para diferentes períodos do dia, apenas será capaz de responder às variações previsíveis de tráfego ao longo do dia, enquanto que o controlo actuado responde às variações imprevisíveis.

O controlo de tráfego actuado tem sido usado desde 1930. Os semáforos actuados usam detectores para determinar se existem veículos em espera e servem os movimentos nos quais existe procura (chamada), de acordo com uma determinada estratégia pré-definida. O desempenho operacional de cruzamentos isolados controlados por semáforos actuados ou de um conjunto de cruzamentos coordenados por semáforos actuados depende muito das amostras de tráfego disponíveis e dos parâmetros de controlo adoptados. Um bom plano de controlo actuado, que responda apropriadamente à procura de tráfego, pode reduzir significativamente o atraso e o consumo de combustível. Isso motivou o estudo da influência das características das chegadas e das partidas de tráfego aos cruzamentos semaforizados com controlo actuado e a pesquisa dirigida para a optimização dos parâmetros da regulação, da localização do detector e da relação entre eles (Bullen, 1989, Lin, 1991a). Formas avançadas de estratégias de controlo de tráfego adaptativo foram introduzidas recentemente (Stewart et al., 1999).

De entre os vários parâmetros de controlo fundamentais que podem alterar a operação de um semáforo actuado destacam-se o tempo de verde mínimo, o tempo de verde máximo e a extensão do período de verde. Os tempos de verde mínimo e máximo não são suficientemente flexíveis para permitir variações de ciclo para ciclo, pois são limitads por factores exteriores. O tempo de verde mínimo é habitualmente restrito devido às condições

de comportamento associadas à reacção dos condutores e o tempo de passagem para peões e os tempos de verde máximos são baseados na tolerância dada ao tempo de espera que possa ser sofrido pelos condutores. A unidade de extensão do período de verde é o parâmetro que é usado para estender uma fase desde o seu tempo de verde mínimo até, eventualmente, ao seu tempo de verde máximo. Deste modo, a unidade de extensão de verde é a variável que habitualmente se prefere ajustar, se possível, de modo a alterar as operações do semáforo actuado e consequentemente a regulação semafórica do cruzamento.

Os semáforos semi-actuados, por sua vez, são frequentemente usados em cruzamentos entre uma via principal e uma via secundária. O recurso a este tipo de sinalização é mais justificado em locais onde uma via principal, com elevado volume de tráfego, é intersectada por uma via com relativamente baixo volume de tráfego e o volume na via principal é tal que os veículos vindos da via secundária terão dificuldade em encontrar intervalos de tempo aceitáveis para atravessar o cruzamento em segurança. A regulação de semáforos semi--actuados contém normalmente uma fase não actuada e uma ou duas fases actuadas. A fase não actuada serve vários ou todos os movimentos de veículos na via principal. As fases actuadas servem, tanto o tráfego na via secundária como vários movimentos na via principal. Para uma dada amostra de fluxo de tráfego, uma regulação de semáforos semi-actuada é governada pela configuração do detector e pelo plano de tempos atribuídos aos semáforos. A detecção de veículos nas fases actuadas pode contar quer com detectores de passagem quer com detectores de presença. Um dos principais parâmetros de regulação para a fase não actuada é o tempo de verde mínimo. Como foi atrás explicitado, para as fases actuadas, as principais variáveis de regulação incluem o tempo de verde mínimo, a unidade de extensão do tempo de verde e o tempo de verde máximo. Quando existem fases relacionadas com os peões, os intervalos de passagem e não passagem de peões também fazem parte das variáveis de regulação. A unidade de extensão do tempo de verde na fase actuada estabelece um mecanismo para os veículos estenderem o intervalo de verde através da actuação dos detectores. Naturalmente, o tempo de verde máximo limita a duração do

intervalo de verde das fases actuadas. Se existirem veículos a actuar os detectores durante o período de verde mínimo da fase não actuada e estas actuações resultarem numa chamada de serviço, o intervalo de verde da fase não actuada será terminado no fim do período de verde mínimo. Caso contrário, o intervalo de verde será estendido automaticamente até ao instante em que um veículo actue um dos detectores. Os intervalos de verde da fase actuada também dependem da configuração do detector e do modo como os veículos que chegam actuam os detectores. Se forem usados detectores de presença, o intervalo de verde de uma fase actuada pode ser estendido para além do período de verde mínimo por tanto tempo quanto aquele em que a área de detecção associada com esta fase estiver ocupada por veículos. O intervalo de tempo resultante não pode, porém, exceder o tempo de verde máximo especificado. Assim que as áreas de detecção são deixadas livres, o intervalo de verde é estendido automaticamente por uma duração igual à de uma unidade de extensão de verde. Para que o intervalo de verde se prolongue por mais tempo, será necessário que um outro veículo entre numa das áreas de detecção antes que a unidade de extensão de verde expire. Se um detector de passagem for usado numa fase actuada, a chegada de veículos deve activar o detector em intervalos nunca maiores do que a unidade de extensão do tempo de verde, para permitir a extensão da duração do tempo de verde para além do tempo de verde mínimo escolhido para esta fase. Cada uma das actuações do detector provocará uma extensão do tempo de verde desde o instante da respectiva actuação. Mais uma vez, o intervalo de verde resultante não pode exceder o tempo de verde máximo desta fase.

Portanto, os principais factores de controlo que governam a eficiência duma operação semi-actuada dizem respeito ao plano de regulação dos semáforos e à configuração do sensor (detector) e a dificuldade de aplicação do controlo semi-actuado está em seleccionar uma combinação óptima destas operações. Como já tivemos ocasião de referir, na ausência de chamada de serviço (não activação do sensor), o sinal verde é sempre atribuído à fase não actuada. Assim que se verifica uma activação de sensor, uma mudança de sinal será efectuada. No entanto, essa mudança de sinal não é imediata, existe um intervalo de

mudança de sinal que inclui um tempo de amarelo seguido por um intervalo de “tudo vermelho” (tempo de limpeza). Os intervalos típicos de amarelo duram cerca de 3 segundos e os intervalos de “tudo vermelho” são normalmente de 2 a 4 segundos.

As medidas de desempenho fundamentais em controlo e concepção de cruzamentos semaforizados são o comprimento das filas de espera e os tempos de espera ou atrasos (Heidemann, 1994). Estas medidas não avaliam apenas o nível de serviço que é oferecido aos condutores, mas também permitem estimar o consumo de combustível, o ruído e a poluição do ar. Vários autores têm-se ocupado com o estudo destas medidas de desempenho. Uma importante contribuição é devida a Webster (1958), que publicou um artigo fundamental sobre as questões da regulação de semáforos, onde apresenta a simulação do fluxo de tráfego rodoviário duma via na aproximação ao cruzamento semaforizado. Webster ajustou uma curva aos resultados da simulação, a qual descreve o atraso médio por veículo devido ao semáforo. A expressão que descreve esta curva tem-se mostrado fundamental para a regulação de semáforos com ciclo fixo. Em controlo semi-actuado, o estudo das medidas de desempenho e dos processos de chegadas de veículos conduzem a métodos e fórmulas matemáticas mais complexas do que no controlo de ciclo fixo, podendo mesmo acontecer que o problema de modelação do atraso não admita uma solução analítica.

Bullen (1989) descreve o uso de um modelo de simulação para analisar semáforos semi-actuados. As variáveis estudadas são o tipo e localização do detector e a regulação do semáforo (tempo de verde mínimo e unidade de extensão do tempo de verde). O indicador de avaliação de desempenho que considerou respeita ao atraso médio sofrido pelos veículos. O estudo mostra que, efectivamente, a regulação torna-se crítica apenas para grandes volumes de tráfego. Em baixos fluxos, o atraso dos veículos é pouco afectado pelos parâmetros de regulação estudados.

Na regulação semi-actuada, a localização do detector de presença é habitualmente tomada como função da velocidade de aproximação e dos limites da zona de dilema, onde o condutor poderá avançar correndo o risco de lhe aparecer o sinal vermelho no momento

em que passa a linha de paragem ou parar em condições de segurança. O tempo de verde mínimo corresponde geralmente ao intervalo de tempo necessário para evacuar os veículos em espera na região que vai desde o detector à linha de paragem. Obviamente este parâmetro será então uma função da localização do detector.

É geralmente aceite que o controlo actuado é quase sempre a forma mais eficiente de regulação de semáforos para cruzamentos isolados. Não esqueçamos porém, que o sucesso da regulação de um semáforo actuado requer a especificação de vários parâmetros críticos, incluindo o tipo e a localização do detector e os tempos atribuídos aos parâmetros de controlo. Ora, os valores a atribuir a estes parâmetros derivam de considerações sobre o comportamento do condutor, as características do veículo e a segurança.

Descrições detalhadas sobre a prática da regulação semi-actuada estão disponíveis em *Traffic Control Systems Handbook* (Gordon et al., 1996) ou *Manual of Traffic Signal Design* (Kell e Fullerton, 1991).

1.4 Modelação do atraso dos veículos

A tendência geral, nas cidades mais desenvolvidas, onde os volumes de tráfego são cada vez mais intensos é a colocação de semáforos para efectuar a regulação do tráfego nos cruzamentos. A estimação do atraso ao longo das redes semaforizadas é importante como base para um critério a usar na selecção de uma estratégia óptima de controlo de tráfego, de modo a responder às variações dos volumes e condições de tráfego.

1.4.1 Conceito de atraso

Uma das mais importantes consequências resultantes da instalação de semáforos é o atraso e as paragens sofridas pelos veículos, o que justifica a frequente utilização do atraso na definição de critérios de optimização. O atraso total de um veículo, d (seg), corresponde à diferença entre o tempo efectivo que ele demora a atravessar o cruzamento e o tempo

que demoraria se mantivesse sempre a mesma velocidade (velocidade de cruzeiro), ou seja, em condições ideais, na ausência tanto de incidentes como de controlo de tráfego e sem interacção com veículos a circular na via. Portanto, o atraso sofrido pelo condutor deve-se, principalmente, a factores relacionados com o controlo, mas também à presença de outros veículos e aos eventuais acidentes.

O nível de serviço em cruzamentos semaforizados é definido em termos de atraso, sendo portanto uma medida que quantifica a qualidade do serviço oferecido ao condutor avaliado pelo seu desconforto, a sua frustração, o consumo de combustível, a liberdade de manobra, o potencial perigo de acidente, etc.

As variáveis independentes que intervêm na definição do atraso podem agrupar-se em 3 conjuntos, englobando parâmetros relativos

a) às chegadas: débito de chegadas, q (veíc/seg);

b) às partidas: débito de saturação, s (veíc/seg);

c) ao sinal luminoso:

C **(***seg***):** duração do ciclo,

g **(***seg***):** tempo útil de verde,

A **(***seg***):** tempo de amarelo,

r **(***seg***):** tempo de limpeza.

O grau de saturação, x_{sat}, dado pela expressão:

$$x_{sat} = \frac{q.C}{s.g}, \tag{1.5}$$

é um parâmetro que representa o quociente entre o número médio de veículos que chegam durante um ciclo e o número máximo de veículos que podem passar durante esse período.

Este conceito corresponde, na terminologia da teoria das filas de espera, ao conceito de intensidade de tráfego (ou índice de congestionamento) que relaciona, para um certo intervalo de tempo, o número de chegadas de clientes com a capacidade de atendimento do servidor. Para que todos os clientes que chegam ao sistema possam ser atendidos é necessário que a intensidade de tráfego (grau de saturação) seja inferior à unidade. Note-se que, devido ao carácter aleatório das chegadas, mesmo que o grau de saturação (x_{sat}) seja inferior à unidade, existem ciclos saturados (ciclos em que o tempo de verde não é suficiente para escoar todos os veículos), pelo que a fila de espera não chega a anular-se no fim do tempo de passagem dos veículos. Sustentáveis valores de x_{sat} vão de zero (onde a taxa de fluxo é nula) até 1 (onde a taxa de fluxo é igual à designada capacidade), exclusivé.

A capacidade, Q (veíc/seg), é o número máximo de veículos que podem passar, por unidade de tempo, na linha de paragem, atendendo às condições existentes relativas ao tráfego, à geometria da via e à regulação do semáforo. É portanto expressa por:

$$Q = \frac{s.g}{C}.$$

As expressões analíticas existentes na literatura para o cálculo do atraso são muito restritivas, no sentido em que não são válidas para valores extremos do parâmetro habitualmente usado pelos profissionais de tráfego na caracterização do grau de congestionamento, a saber o grau de saturação (Pires da Costa, 1987).

O valor do atraso sofrido pelos veículos num cruzamento semaforizado é uma função de vários parâmetros, incluindo a distribuição de chegadas de veículos ao cruzamento. A distribuição de chegadas de veículos pode variar desde aleatória, quando o cruzamento em causa está suficientemente afastado dos cruzamentos vizinhos, tal que não sofra influência deles, até uma situação na qual os veículos estão a circular em grupo e não aleatoriamente. Esta última situação refere-se a chegadas em pelotão e geralmente ocorre quando o cruzamento semaforizado está localizado a menos de um quilómetro de um outro. A existência

de um cruzamento próximo é uma das principais razões que influenciam a distribuição das chegadas ao cruzamento. Outra razão prende-se com a impossibilidade de se ultrapassar um veículo lento.

O efeito do tipo de distribuição para as chegadas é mínimo para graus de saturação baixos, mas torna-se significativo quando o fluxo de chegadas se aproxima da capacidade. Neste caso, o atraso real é muito maior do que o atraso previsto para uma situação de chegadas uniformes, por causa dos efeitos aleatórios de grandes volumes de tráfego. Engelbrecht et al. (1997) referem que, com o aumento de tráfego, cada vez mais cruzamentos semaforizados estão congestionados durante longos períodos de tempo. Para melhor quantificar condições sobre-saturadas, é necessário corrigir as estimativas do atraso em condições de sobre-saturação.

O termo atraso de paragem designa o tempo que um veículo gasta parado numa fila enquanto espera para entrar num cruzamento. Em termos de engenharia de tráfego, calcula-se uma estimativa do atraso médio de paragem, com sendo o atraso total de paragem despendido por todos os veículos que chegam durante um dado período dividido pelo volume total de veículos que chegam durante o mesmo período.

O atraso total de espera em semáforos é usualmente modelado como a soma de três componentes de atraso: o atraso uniforme, o atraso aleatório e o atraso de sobre-saturação. O atraso uniforme é obtido supondo que os veículos chegam uniformemente a um fluxo constante em cada ciclo. O atraso aleatório contabiliza o atraso adicional devido à aleatoriedade das chegadas. O atraso de sobre-saturação contabiliza o atraso quando a procura excede a capacidade durante um certo intervalo de tempo. As primeiras investigações realizadas sobre esta questão levaram à conclusão de que a componente de atraso uniforme era fortemente influenciada pelo plano de regulação dos semáforos, enquanto que o mesmo não acontecia relativamente à componente de atraso referente ao excesso de fluxo. Hoje, constata-se que esta conclusão não é completamente verdade.

Tsay et al. (1991) apresentaram um algoritmo para estimar comprimentos de fila e

atrasos de paragem em cruzamentos semaforizados com controlo actuado, em que várias variáveis relacionadas com a espera são discutidas. Estes investigadores desenvolveram um programa de simulação, baseado neste algoritmo, para calcular os tempos de espera, considerando o estado dos semáforos, o número de veículos deixados em espera e a localização e tipo de detector usado. Medições realizadas em campo e através de vídeo foram usadas para testar as capacidades preditivas do modelo e levaram aos primeiros resultados de comparação entre comprimentos de fila e atrasos de paragem estimados e observados , resultados esses considerados encorajadores e interessantes.

1.4.2 Modelos analíticos para o atraso dos condutores

De acordo com estudos comparativos (Pires da Costa, 1987), para controlo de tempos fixos, um modelo de atraso baseado simplesmente em intervalos regulares entre chegadas fornece resultados aceitáveis sempre que o débito de chegadas seja inferior a cerca de 50% da capacidade do sistema. Por outro lado, admitindo que as chegadas dos veículos têm carácter aleatório, a análise do modo como se processa o escoamento dos veículos poderia ser também feita a partir de modelos baseados na teoria de filas de espera. No entanto, na fila do tipo $M/D/1$, considera-se irrealisticamente que, durante o ciclo, as partidas se efectuam a intervalos constantes e iguais a $\frac{C}{s.g}$ (considerado o tempo médio de atendimento), o que conduz a admitir partidas durante o período de vermelho, resultando assim em atrasos inferiores aos verdadeiros. Note-se também que, se não houver chegadas não há partidas. Perante isto, surgiu a necessidade de estudos nesta área que levariam a outros modelos para o atraso dos veículos. Uma expressão mais ajustada para o cálculo do atraso é devida a Webster (1958). Trata-se da seguinte expressão semi-empírica, obtida por simulação em computador:

$$d = \frac{C(1-\frac{g}{C})^2}{2(1-x_{sat}\frac{g}{C})} + \frac{x_{sat}^2}{2q(1-x_{sat})} - 0,65\sqrt[3]{\frac{C}{q^2}}x_{sat}^{(2+5\frac{g}{C})} \tag{1.6}$$

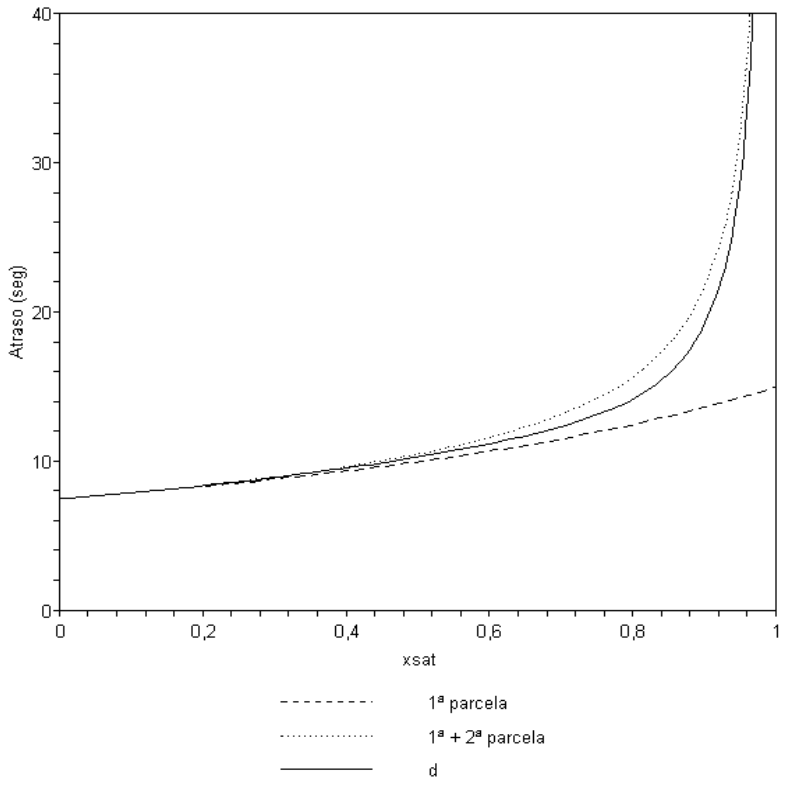


Figura 1.2: Curvas de atraso dadas pelos 3 termos da fórmula de *Webster*, para ciclo fixo ($C = 70$ e $g = 30$ segundos).

e é habitualmente denominada Fórmula de *Webster*. A sua obtenção pressupõe que os veículos chegam segundo uma lei de *Poisson*. A primeira parcela da expressão pode ser interpretada como representando o atraso referente a um modelo contínuo em que os veículos chegam de forma determinística, em intervalos constantes. A segunda parcela atende ao carácter aleatório das chegadas dos veículos, sendo análoga à expressão que se obtém para uma fila de espera $M/D/1$ no caso do tempo de atendimento igual a $\frac{C}{s.g}$. A terceira parcela é obtida pelo método de regressão. O seu sinal negativo justifica-se na medida em que o atraso dado pela soma das outras parcelas é excessivo para alguns veículos, cujas chegadas se podem considerar regulares, e que portanto não teriam necessidade de ocupar a fila de espera. Note-se que esta expressão só se aplica a controlo de tempos fixos. Na Figura 1.2 estão representadas as curvas que caracterizam cada uma das componentes de atraso consideradas na expressão.

Como é do conhecimento geral, o controlo de semáforos actuados tem muito mais parâmetros para os engenheiros fixarem do que o controlo de tempos fixos. Lin e Mazdeyasna (1983) referem que a crescente sofisticação na lógica do controlo oferece mais flexibilidade na regulação de semáforos, mas também torna a avaliação do seu desempenho mais difícil. O principal problema é que os atrasos não podem ser facilmente relacionados com os parâmetros de controlo (tempo mínimo e máximo de verde, extensão do tempo de verde ou localização do sensor) em semáforos actuados. Para proporcionar uma melhoria na capacidade de avaliar alternativas no planeamento dos tempos, modelos de atraso são desenvolvidos, no estudo acima referido, para semáforos semi-actuados e integralmente actuados que usam detectores de passagem e faseamento sequencial. Esses modelos são baseados numa versão modificada da Fórmula de *Webster*.

O *Highway Capacity Manual*[1] (TRB, 1998) propõe uma metodologia diferente da apresentada por *Webster*, denominada Modelo Generalizado de Atraso (GDM[2]), que considera o facto de, em controlo actuado, a duração do ciclo ser aleatória, contrariamente ao controlo com tempos fixos. Neste modelo intervêm a duração média do ciclo, a duração média do tempo de verde e dois coeficientes de sensibilidade, reflectindo as condições de tráfego e o tipo de controlo semafórico. É notório que, em semáforos actuados, a eficiência do modelo de estimação do atraso dependerá da qualidade das estimativas dos tempos do semáforo.

Segundo o HCM (TRB, 1998), o atraso médio por veículo, d (seg/veíc), pode ser calculado pela expressão:

$$d = d_1 PF + d_2 + d_3, \tag{1.7}$$

[1]designado, abreviadamente, por HCM
[2]em inglês *Generalized Delay Model*

sendo:

$$d_1 = \frac{0,5C\,(1-g/C)^2}{1-\min(1,x_{sat})g/C}, \tag{1.8}$$

$$PF = \frac{(1-P)f_p}{1-g/C}, \tag{1.9}$$

$$d_2 = 900T\left[(x_{sat}-1)+\sqrt{(x_{sat}-1)^2+\frac{8kIx_{sat}}{QT_p}}\right], \tag{1.10}$$

$$d_3 = \frac{1800Q_b(1+u)t}{QT_p}, \tag{1.11}$$

onde P representa a proporção de veículos em movimento que chegam ao cruzamento durante o intervalo de verde e T_p é a duração do período de tempo em análise. Em controlo actuado, o factor C corresponde à duração média do ciclo e g corresponde à duração média do intervalo de verde. A utilização da expressão (1.7) requer, portanto, a determinação da duração média do ciclo e da duração média do período de verde, que podem ser estimadas através das fórmulas apresentadas em Akcelik (1994). A maneira de obter o valor dos parâmetros f_p, k, I, Q_b, u e t é exposta no HCM (TRB, 1998, Cap. 9, pp. 1-34).

Neste modelo é estabelecido um limite para o atraso, considerando diferentes níveis de serviço, distinguindo o tipo de chegadas através de um parâmetro para o caracterizar, R_p, definido por:

$$R_p = P\frac{C}{g}. \tag{1.12}$$

O valor de P deve ser estimado ou observado em campo. Com o valor deste parâmetro, calcula-se R_p através da expressão anterior, a partir do qual são estabelecidos tipos de chegadas, conforme se descreve na Tabela 1.1. Note-se que, se as chegadas dos veículos fossem regulares, teríamos $P = g/C$ e então $R_p = 1$. Portanto, R_p dado pela expressão (1.12), traduz a chegada de veículos em pelotões.

A parcela d_1 oferece uma estimativa do atraso, assumindo que as chegadas são perfeitamente uniformes e o fluxo está em equilíbrio. Esta parcela é análoga ao primeiro termo

Tipo de Chegadas	Variação de R_p
1	$\leq 0,5$
2	$> 0,5$ e $\leq 0,85$
3	$> 0,85$ e $\leq 1,15$
4	$> 1,15$ e $\leq 1,50$
5	$> 1,50$ e $\leq 2,0$
6	$> 2,0$

Tabela 1.1: Caracterização do tipo de chegadas em função de R_p.

da Fórmula de *Webster* (1.6). Um factor de ajuste do atraso devido à progressão do pelotão, PF, é aplicado a d_1, uma vez que é a componente de atraso uniforme que é essencialmente afectada. O factor f_p, que intervém em (1.9), é um factor suplementar destinado a ter em conta o efeito da chegada de um pelotão durante o intervalo de verde. Por defeito, os valores de f_p são: *0,93* para chegadas do tipo 2; *1,15* para chegadas do tipo 4; *1,0* para os restantes tipos de chegadas (ver Tabela 1.1, para classificação do tipo de chegadas). Quanto à parcela d_2, ela incorpora o efeito do tipo de regulação do semáforo. Por essa razão é calculada como função de um parâmetro, k, que descreve as distribuições das chegadas e do serviço no cruzamento e de um factor de ajuste do atraso incremental, I, que descreve a variação das chegadas devido ao congestionamento do cruzamento. Para semáforos de ciclo fixo, o valor do parâmetro de controlo, k, é baseado no processo de espera com chegadas aleatórias e tempo de serviço determinístico, tendo-se portanto k=*0,5*. A parcela d_2 é sensível ao grau de saturação da via, à duração do período em análise (T_p), à capacidade da via (Q) e ao tipo de controlo dos semáforos. Note-se que esta componente é proposta para todos os valores de x_{sat}, incluindo situações com vias fortemente saturadas. Os semáforos actuados, por outro lado, têm a capacidade de dimensionar o tempo de verde para a procura cíclica, assim reduzindo a componente de atraso incremental.

Investigações recentes (por exemplo, Rouphail et al., 1997) indicam que pequenas unidades de extensão de verde resultam em menores valores de d_2 e consequentemente menores valores devem ser atribuídos a k. Porém, quando x_{sat} se aproxima de 1, um semáforo actuado poderá ter um comportamento semelhante ao de um semáforo de ciclo fixo. É natural

Extensão de verde (seg)	k_{min}
≤ 2	$0,04$
$2,5$	$0,08$
$3,0$	$0,11$
$3,5$	$0,13$
$4,0$	$0,15$
$4,5$	$0,19$
$5,0$	$0,23$

Tabela 1.2: Valores recomendados para o parâmetro k_{min}, em controlo actuado, quando $x_{sat} \leq 0,5$.

presumir que k convergirá para um valor fixo igual a $0,5$ quando $x_{sat} \geq 1$. O parâmetro k é uma função da unidade de extensão do tempo de verde e do grau de saturação e varia entre $0,04$ e $0,5$. Pode ser calculado pela expressão:

$$k = (1 - 2k_{min})(x_{sat} - 0,5) + k_{min}, \quad k \geq k_{min} \text{ e } k \leq 0,5$$

onde k_{min} toma um valor recomendado, conforme é dado pela Tabela 1.2. O factor de ajuste do atraso incremental engloba o efeito da variância do número de chegadas por ciclo, na corrente de tráfego.

Na parcela d_3, Q_b representa a procura não servida no início do período de duração T_p, t a duração da procura não servida nesse período e u é um parâmetro de atraso. A parcela d_3 não será descrita em pormenor nesta Dissertação, uma vez que o seu cálculo é complexo e sobretudo porque não é intenção deste trabalho estudar a situação de sobre-saturação. Para caracterização pormenorizada desta parcela de atraso, remetemos o leitor para o HCM (TRB, 1998, Cap. 9, Apêndice VI).

Resumindo, as diferentes parcelas da expressão (1.7) podem ser interpretadas do seguinte modo:

d_1 - componente de atraso uniforme, assumindo chegadas uniformes (*seg/veíc*);

PF - factor de ajuste do atraso uniforme que considera os efeitos da variação

do tempo de verde;

d_2 - componente incremental do atraso que quantifica o efeito aleatório das chegadas e a saturação do tempo de verde, ajustada à duração do período em análise e ao tipo de regulação do semáforo (*seg/veíc*);

d_3 - contribuição da procura residual respeitante às filas saturadas que poderiam ter existido antes do período em análise (*seg/veíc*).

O modelo (1.7) resultou de alguns aperfeiçoamentos elaborados ao longo dos últimos anos, que surgiram do reconhecimento de algumas limitações do modelo inicialmente proposto. Segundo Rouphail et al. (1997), uma limitação do modelo descrito na edição anterior do HCM (TRB, 1994) para a estimação do atraso em cruzamentos semaforizados é a desadequação no tratamento de semáforos actuados, uma vez que esse modelo de atraso usa um simples ajustamento para todo o tipo de controlo actuado e não é sensível às mudanças de afinação do controlador actuado. No sentido de melhor avaliar esta limitação, o programa de simulação NETSIM foi usado para estimar o atraso num cruzamento isolado com controlo actuado e os valores de atraso assim obtidos foram comparados com os valores estimados pelo Modelo de Atraso Generalizado (1.7). Dados reais foram recolhidos na Carolina do Norte e os atrasos observados em campo foram comparados com os estimados por este último modelo. A comparação dos resultados revelou-se satisfatória para graus de saturação menores do que *0,8*. Porém, para elevados graus de saturação, verifica-se que o Modelo de Atraso Generalizado produz atrasos maiores do que o NETSIM.

Em 1985, o HCM (TRB, 1985) propunha um método para estimar o comprimento médio do ciclo e o intervalo médio de verde para cada tipo de regulação de semáforos, que apresentava sérios defeitos. Uma fraqueza crítica desse método, segundo Lin (1990), consiste em não estabelecer o impacto da regulação dos semáforos e da configuração do detector, pois assume que o comprimento médio do ciclo é apenas função do volume de tráfego associado, tanto com a fase actuada como com a fase não actuada. O uso de volumes de tráfego associados com a fase não actuada para estimar o comprimento médio do ciclo é

especialmente perturbador. A razão é que, uma vez que o verde mínimo da fase não actuada é escolhido pelo técnico de tráfego, o volume de tráfego da fase não actuada não teria efeito na regulação do semáforo. Mais tarde, em 1997, o HCM apresenta um novo procedimento para estimação do tempo médio de verde bastante mais complexo, que não é aqui exposto (ver HCM, TRB, 1998, Cap. 9, Apêndice II).

De modo a colmatar as deficiências do método recomendado pelo HCM de 1985 (TRB, 1985) para a estimação do tempo médio de verde e do comprimento médio do ciclo em controlo actuado, Lin (1990) apresenta um método alternativo para o efeito, limitado a operações de semáforos semi-actuados, que obriga a conhecer previamente estimativas das percentagens de veículos que chegam durante o intervalo de vermelho e de um factor para contabilizar a aleatoriedade das chegadas durante o período de verde que depende do tempo decorrido desde o início desse período até às chegadas. Nesse método é usada uma expressão para estimar o tempo médio durante o qual o sinal verde é estendido em cada ciclo, com base na suposição de que os intervalos entre chegadas seguem uma distribuição exponencial. O método foi desenvolvido com base na modelação analítica e na simulação em computador e parece ser relativamente fiável.

Akcelik (1994) apresenta um modelo analítico para estimar o tempo médio de verde e o comprimento de ciclo em semáforos actuados. O estudo é limitado à operação de um controlador actuado básico que usa detectores de passagem e uma unidade de extensão de verde fixa. Tanto o controlo integralmente actuado como o semi-actuado são discutidos. A discussão da distribuição dos intervalos entre chegadas é apresentada detalhadamente, uma vez que Akcelik considera que a estimação dos intervalos entre chegadas é fundamental para modelar os tempos de semáforos actuados. O método apresentado fornece informação essencial para prever as características do desempenho (capacidade, grau de saturação, atraso, comprimento de fila e taxa de paragem) de cruzamentos controlados por semáforos actuados e para investigar a optimização das características do controlador actuado. No entanto, as fórmulas apresentadas nesse trabalho não foram validadas nem calibradas.

Daniel et al. (1996) preocupam-se especialmente com o efeito de chegadas não aleatórias ou em pelotão e o seu efeito na estimativa do atraso em cruzamentos semaforizados. Estes investigadores pretenderam avaliar a qualidade do modelo de atraso apresentado em 1994 no HCM, que considera o efeito das chegadas não aleatórias através do factor kI usado no termo de atraso incremental, onde k descreve as distribuições de chegadas e do serviço no cruzamento e I descreve a variação nas chegadas devido ao congestionamento do cruzamento. A investigação realizada permitiu obter uma expressão analítica para estimar kI como função do grau de saturação, em alguns tipos de controlo. Os resultados da investigação mostram que os valores de kI propostos fornecem estimativas de atraso mais ajustadas ao atraso observado, quando comparadas com as estimativas de atraso usando os valores de kI apresentados no HCM (TRB, 1994).

Mais tarde, Fambro e Rouphail (1997) referem que o atraso médio por veículo, para além de ser a principal medida do desempenho na determinação do nível de serviço, é também a componente de maior contribuição que intervém no cálculo da velocidade média usada para determinar o nível de serviço nas vias secundárias. Uma revisão da literatura, em termos de modelos para a estimação do atraso em cruzamentos semaforizados, com o intuito de identificar limitações e de criar novos modelos contornando essas limitações, é incluída nesse trabalho. Dessa forma surgiu um novo modelo que foi validado com dados reais e simulados. Esse novo modelo é sensível aos parâmetros de controlo actuado, aos parâmetros de sobre-saturação e às condições de procura variável, entre outros factores.

Existem autores (por exemplo, Engelbrecht et al., 1997) que consideram que alguns modelos que usam algoritmos iterativos e técnicas de simulação estocástica são mais correctos do que o modelo de atraso proposto no HCM para análise de condições complexas ou sobre-saturadas. Como é extremamente difícil medir em campo o atraso em situações de sobre-saturação ($x_{sat} > 1$), Engelbrecht et al. (1997) usaram um modelo de simulação microscópico, designado por TRAF-NETSIM, para validar o Modelo de Atraso Generalizado proposto na versão actualizada do HCM (TRB, 1998) que difere do modelo da edição de

1994 na medida em que é mais sensível à duração do período em análise e não é restrito a graus de saturação inferiores a $1,2$. De notar que vários trabalhos têm sido apresentados para estimar a componente do atraso devido às condições de sobre-saturação em controlo de tráfego actuado (ver, por exemplo, Li et al. (1994, 1996)). Li et al. (1996) referem que, numa rede rodoviária urbana, o desempenho do tráfego em cruzamentos consecutivos está altamente correlacionado entre si e que os modelos de atraso desenvolvidos para cruzamentos isolados, onde se supõe que as chegadas são aleatórias, não são muito apropriados para a estimação do atraso numa via secundária. Uma expressão analítica é desenvolvida nesse estudo para o cálculo do atraso em condições de excesso de fluxo, que efectivamente incorpora o efeito da quantidade de tráfego para redes congestionadas.

Resumindo, os técnicos de tráfego usam habitualmente a Fórmula de *Webster* para estimar o atraso médio sofrido pelos veículos em cruzamentos semaforizados regulados com tempos fixos, o que se revela adequado para graus de saturação inferiores a 70%. Para o caso de controlo actuado, o modelo GDM, proposto no HCM (TRB, 1998), apresenta a grande desvantagem de necessitar de estimativas de vários parâmetros que só poderão ser obtidas através de medições em campo ou por simulação. Para além disso, não apresenta vantagens consideráveis na qualidade do ajuste, pelo que a sua utilização deve ser considerada pouco eficiente.

Capítulo 2

S ¸˜ F T ´ C S -

Sumário

Neste capítulo é efectuada uma descrição das características do programa de simulação de tráfego num cruzamento semi-actuado por nós desenvolvido, e são explicitados os passos seguidos para a sua implementação. São ainda apresentados alguns resultados da aplicação a diferentes planos de regulação e a respectiva análise é efectuada, com vista à avaliação das capacidades do programa e confirmação de que as suas potencialidades correspondem às que foram especificadas inicialmente.

Índice

2.1 Simulação de tráfego rodoviário 38
2.3 Formulação do problema de tráfego 43
2.2 Alguns pressupostos para o movimento dos veículos 42
2.4 Modelo de simulação de tráfego 44
2.5 Apresentação e análise de resultados 57
2.6 Considerações finais 64

Modelos de simulação de tráfego microscópicos têm-se tornado uma ferramenta importante para análise e desenvolvimento de sistemas de tráfego, pois permitem ao engenheiro de tráfego estudar e avaliar o desempenho de sistemas de redes de transporte ao nível

operacional, sob várias alternativas de gestão. Com esta metodologia, novas técnicas podem ser experimentadas, novas teorias podem ser testadas sem qualquer distúrbio no tráfego da rede real. A componente fundamental de um modelo de simulação microscópico é um modelo de *car-following*, o qual descreve o movimento individual dos veículos. Como vimos detalhadamente no Capítulo 1, Secção 1.2, os modelos matemáticos de *car-following* desenvolvidos nos anos 60 são baseados na hipótese de que o condutor seguidor ajusta a velocidade de acordo com a percepção de estímulo do veículo líder. A partir dos anos 80, vários investigadores têm desenvolvido modelos de *car-following* mais realistas para simulação microscópica. Gipps (1981), Benekohal e Treiterer (1988) sugerem modelos baseados em condições para evitar a colisão. Muitos dos modelos que encontramos na literatura foram desenvolvidos para autoestradas e não são directamente apropriados para a simulação de situações mais complexas de fluxo urbano. Nesta Dissertação, recorremos a um *software* de simulação denominado *Awesim* (Pritsker e O'Reilly, 1999) para implementar um programa de simulação de tráfego que, embora baseado no regime de *car-following*, como alguns dos anteriormente citados, foi concebido especificamente para simular situações de conflito comuns em tráfego urbano, incluindo as variações de tráfego ao longo do dia e sobretudo as mudanças de sinal em resultado da activação de um sensor e a formação de filas ao longo da via.

2.1 Simulação de tráfego rodoviário

A simulação de tráfego surge muitas vezes como um substituto da recolha de certo tipo de dados em campo mas, de facto, existem dois objectivos para o uso de simulação neste contexto:

- gerar dados como uma alternativa à recolha de dados em campo, dados esses destinados ao desenvolvimento de relações empíricas,
- validar modelos analíticos ou, pelo menos, aperfeiçoar a sua credibilidade, pela de-

monstração da sua concordância com os resultados da simulação.

Estas aplicações envolvem uma grande necessidade de credibilidade, porque requerem garantias de que o programa de simulação é capaz de reproduzir o tráfego real. Neste trabalho, a simulação é usada com os dois propósitos, isto é, para comparação dos resultados obtidos por simulação com os modelos analíticos desenvolvidos e também para testar diferentes alternativas à regulação de controlo semi-actuado e portanto gerar informação acerca das actuais e de novas estratégias possíveis de implementar em campo. Como as características de estado de sistemas de espera (como o tempo médio de espera) só podem ser determinadas explicitamente em alguns poucos casos especiais, a simulação tem-se tornado uma ferramenta em larga expansão, na prática, sobretudo em situações muito complexas onde alternativas como aproximações ou outros algoritmos numéricos são difíceis de implementar (Asmussen, 1992).

Numa outra abordagem, os métodos numéricos explícitos para resolver modelos de fluxo de tráfego macroscópico têm sido estudados e eficientemente implementados para simulação de tráfego. Chronopoulos et al. (1992) estudaram e implementaram métodos numéricos implícitos para resolver o modelo de conservação de fluxo de tráfego. Estes autores escreveram um código experimental em C, simulando o fluxo de tráfego numa via e numa entrada/saída de autoestrada, o qual submeteram a um teste com dados reais recolhidos em campo. Este teste revelou que os métodos implícitos são mais eficientes que alguns métodos explícitos e que oferecem melhores resultados.

Em Yang e Kousopoulos (1996) é apresentado um programa de simulação de tráfego microscópico, MITSIM, desenvolvido para modelar redes de tráfego com controlo de tráfego avançado, orientação de rotas e sistemas de vigilância. O programa MITSIM tem a capacidade de representar redes em detalhe e de simular movimentos individuais de veículos usando o modelo de *car-following*, incluindo a mudança de via e a reposta lógica de semáforos. Um modelo de escolha probabilística foi usado para representar as decisões de escolha de rota dos condutores, na presença, em tempo real, de informação de tráfego

recolhida pelos sistemas de vigilância de rotas. O programa de simulação é uma componente de um sistema mais vasto para avaliação da gestão de sistemas de tráfego e interage com um modelo de vigilância que pode representar uma grande variedade de sensores e um módulo de gestão de tráfego que engloba semáforos e sinais, recomendações de rota, etc.

No que respeita à regulação dos semáforos, a semi-actuação tem sido usada isoladamente ou como parte de um sistema de semáforos coordenados e pode ou não incluir a regulação do tempo para peões. Pouco depois do controlo de semáforos actuados ter sido pela primeira vez utilizado, começou-se a estudar a influência das características das chegadas e das partidas do tráfego em cruzamentos sinalizados com este tipo de controlo e surgiu a necessidade de proceder à optimização dos parâmetros do controlador e da localização do detector e de investigar a relação entre estes factores. O programa de simulação e optimização EVIPAS (Bullen, 1989) foi criado para analisar semáforos actuados. As variáveis estudadas foram o tipo e localização do detector, os tempos de verde mínimo e a unidade de extensão de verde. O critério de avaliação baseou-se no atraso médio do veículo. Como já tivemos ocasião de referir no Capítulo 1, Bullen (1989) concluiu que um plano óptimo dum semáforo actuado é largamente afectado por algumas variáveis mas é relativamente pouco afectado por outras e é crítico apenas para grandes volumes de tráfego. No seu estudo, Bullen concluiu que a unidade de extensão do tempo de verde é a variável mais crítica, particularmente para detectores de passagem, onde deve valer pelo menos 4 segundos, dependendo da localização do detector e da velocidade de aproximação dos veículos. Para o detector de presença, uma pequena extensão de verde é recomendada desde que o detector tenha pelo menos 60 pés ($\cong$ 18 metros) de comprimento.

Convém aqui referir que os detectores de passagem transmitem um pequeno impulso ao controlador, coincidente com a chegada de cada veículo. Os detectores de presença transmitem um sinal contínuo ao controlador, tão longo quanto o tempo que o veículo permanece na zona de detecção. Do ponto de vista da simulação, estas diferenças resultam, naturalmente, em alterações no programa de simulação. Como já tivemos ocasião de referir, as operações

de tráfego em troços de vias congestionadas são muito complexas, especialmente porque diferentes condutores empregam diferentes técnicas para conduzir, enquanto interagem com outros condutores. Torna-se, portanto, essencial efectuar uma análise compreensiva das interacções entre os veículos. Isto requer o desenvolvimento de modelos de tráfego que expliquem o comportamento do condutor e do veículo a um nível microscópico. Vimos no Capítulo 1 que uma das teorias mais intensivamente estudadas consiste no chamado modelo de *car-following* (Brackstone e McDonald, 1999). Neste modelo, assume-se que os condutores seguem os seus líderes, com repercussão sobre o valor de aceleração aplicado por cada condutor. Porém, vimos também que a validação e a calibração de tais modelos, usando dados microscópicos, não têm recebido muita atenção, contribuindo para isso o facto de as velocidades do veículo seguidor e do veículo líder, a duração do atraso e a aceleração aplicada pelo veículo seguidor constituírem variáveis sobre as quais se torna difícil recolher dados num cenário de tráfego real.

Habitualmente, considera-se que as principais fases de qualquer estudo de simulação são:

1. Formulação do problema
2. Desenvolvimento do modelo
3. Recolha e análise de dados relevantes
4. Implementação do modelo numa linguagem adequada
5. Verificação computacional do modelo
6. Calibração do modelo
7. Validação do modelo
8. Análise de resultados

Seguindo estas fases no processo de desenvolvimento e implementação do modelo a que nos propomos, foram estabelecidos alguns pressupostos que a seguir se descrevem (Secção 2.2). O modelo foi implementado através de um *software* específico de simulação, designado *Awesim*, o qual engloba três componentes:

- uma rede que descreve o percurso das entidades (veículos) com respectivas actividades e acontecimentos no sistema;
- uma componente de controlo, onde se estabelecem os parâmetros essenciais à modelação do tráfego, como as taxas de chegadas e os parâmetros de controlo semafórico;
- um ficheiro de código em linguagem C, onde são implementadas algumas rotinas que caracterizam as actividades e acontecimentos mais complexos, como é o caso do percurso dos veículos e da regulação dos semáforos.

2.2 Alguns pressupostos para o movimento dos veículos

Nas condições de tráfego que estamos a considerar, o processo de partidas de veículos assenta sobre as seguintes hipóteses:

- Quando um veículo está parado na fila, após o instante em que parte, o veículo que o sucede na fila de espera só arrancará depois de decorrido um tempo de segurança de 2 segundos, idêntico para todos os condutores;
- O espaçamento entre veículos consecutivos parados na fila de espera é medido entre os pára-choques dianteiros e é caracterizado por uma variável gaussiana com média $\mu = 5{,}5$ metros e desvio padrão $\sigma = 0{,}3$ metros;
- O primeiro veículo parado na fila de espera dista da linha de paragem uma distância igual ao espaço livre médio entre veículos na fila de espera, considerado igual a *1,5* metros.

Em relação ao processo de chegadas, para cada via, é considerada uma fonte a *200* metros do cruzamento onde são gerados os veículos aleatoriamente, de acordo com um processo de *Poisson*, cujo parâmetro λ representa o número médio de chegadas por hora ao sistema.

O avanço dos veículos é efectuado de acordo com o modelo de *car-following* descrito no Capítulo 1, o que influencia as chegadas ao cruzamento.

2.3 Formulação do problema de tráfego

Na presente dissertação, consideramos um cruzamento entre uma via secundária, munida de um semáforo actuado, e uma via principal, munida de um semáforo não actuado (Figura 2.1). Admitimos que existe um sensor na via secundária, localizado a 5 metros da linha de paragem, apenas como exemplo. Relativamente à regulação, são consideradas duas fases, uma para os veículos que atravessam a via principal e outra para os veículos que circulam na via secundária.

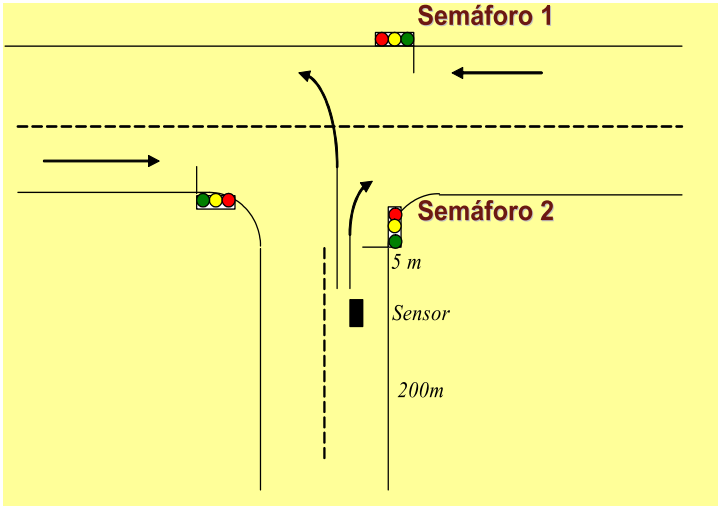


Figura 2.1: Esquema de um cruzamento com regulação semafórica semi-actuada.

O presente trabalho foi realizado com o propósito último de permitir uma análise com-

parativa entre as alternativas de regulação dos semáforos num cruzamento urbano do tipo descrito acima. Wolshon e Hatipkarasulu (2000) referem, que apesar dos esforços feitos nesse sentido, ainda não existe uma metodologia analítica suficientemente credível para ser aplicada na regulação deste tipo de semáforos. Para atingir esse objectivo recorrer-se-á à simulação. Pretende-se que o procedimento de simulação a implementar constitua uma ferramenta fiável e de fácil utilização na caracterização dos atrasos sofridos pelos condutores, perante diversos tipos de regulação de semáforos e diferentes distribuições de chegadas e de serviço.

É desejável que este procedimento de simulação se constitua como uma base de conhecimento acessível aos técnicos de Tráfego no uso de controlo semi-actuado.

2.4 Modelo de simulação de tráfego

O modelo de tráfego em estudo fica basicamente caracterizado, do ponto de vista da simulação, por um sistema com 5 tipos de componentes, conforme consta da Tabela 2.1.

SISTEMA	ENTIDADES	ATRIBUTOS	ACONTECIMENTOS	ACTIVIDADES
		Destino	Chegada	
		Comprimento	Partida	Paragem
Tráfego	Veículos	Velocidade	Activação do sensor	Movimento
		Aceleração	Alteração do sinal do semáforo	

Tabela 2.1: Principais componentes do modelo de tráfego.

Como recursos de apoio ao sistema de tráfego, são consideradas a configuração do cruzamento e as respectivas vias e os semáforos.

As regulações actuadas são governadas por interacções complexas entre o controlo semafórico e a chegada de veículos. A metodologia desenvolvida nesta Dissertação consiste na simulação microscópica do percurso de cada veículo, recorrendo à teoria exposta no Capítulo 1 e das operações de regulação de semáforos. Do ponto de vista da implementação,

o modelo consta de duas componentes fundamentais, ambas contendo um determinado conjunto de subrotinas. Uma componente consiste num processador de fluxo que gera veículos e que os move integrando a corrente de tráfego até ao cruzamento, de acordo com as condições de fluxo previstas e o sinal dos semáforos. A outra componente consiste num processador de sinal que, essencialmente, estabelece a regulação lógica do plano de tempos especificado para os semáforos.

Descrevemos a seguir estas duas componentes, de forma detalhada.

2.4.1 Processador de fluxo

Na construção do processador de fluxo, devemos ter em mente que se pretende implementar um modelo de *car-following* com as seguintes características:

1. ser capaz de "imitar" o comportamento de tráfego real;
2. os parâmetros corresponderem a características dos condutores/veículos;
3. ser "bem comportado[1]", tendo em conta que decorrerá um dado intervalo de tempo entre sucessivos cálculos da velocidade e da posição.

Para uma boa aproximação à realidade, é desejável que o intervalo entre sucessivas actualizações da aceleração, velocidade e localização seja uma fracção do tempo de reacção.

No processador de fluxo que construímos, o tempo de actualização será de *0,1* segundos.

O uso deste tipo de soluções requer um volume significativo de recursos. A título de exemplo, nas Figuras 2.2 e 2.3 estão representadas curvas de velocidade e trajectórias empreendidas por 13 veículos ao percorrerem uma via de 400 metros. A paragem dos veículos aos 200 metros representa a fila no cruzamento devida ao sinal vermelho. Estes valores foram obtidos por simulação, com as especificações que a seguir se descrevem. A cada veículo é afectado um conjunto de atributos probabilísticos, relacionados com o veículo:

[1] no sentido em que deverá descrever, em cada instante, a trajectória de cada veículo.

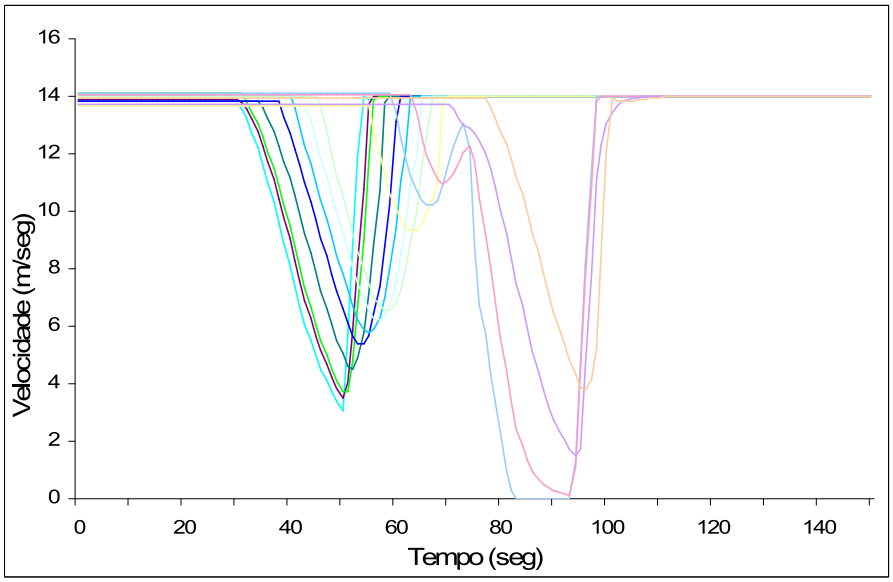


Figura 2.2: Curvas de velocidade dos veículos ao atravessarem um cruzamento semaforizado.

- comprimento,
- velocidade máxima,
- espaço desejado entre veículos numa fila estacionária,
- aceleração máxima, em regime livre,
- tempo de reacção do condutor em regime de *car-following*.

O tempo de reacção inclui o tempo de percepção (tempo desde o instante em que é apresentado o estímulo até o pé começar a mover-se) e o tempo de movimento do pé.

O modelo de aceleração adoptado neste trabalho é o modelo de *car-following* que calcula a aceleração em cada instante através da expressão (1.4), introduzida no Capítulo 1, e conhecido por 5º *Modelo General Motors*. Os valores que os parâmetros do modelo devem tomar resultarão, na prática, da calibração e dependerão especificamente do cruzamento considerado em concreto. No nosso caso, à semelhança de Moon e Coleman III (1996), usaremos $\alpha = m = l = 1$. De entre as sucessivas implementações que foram surgindo

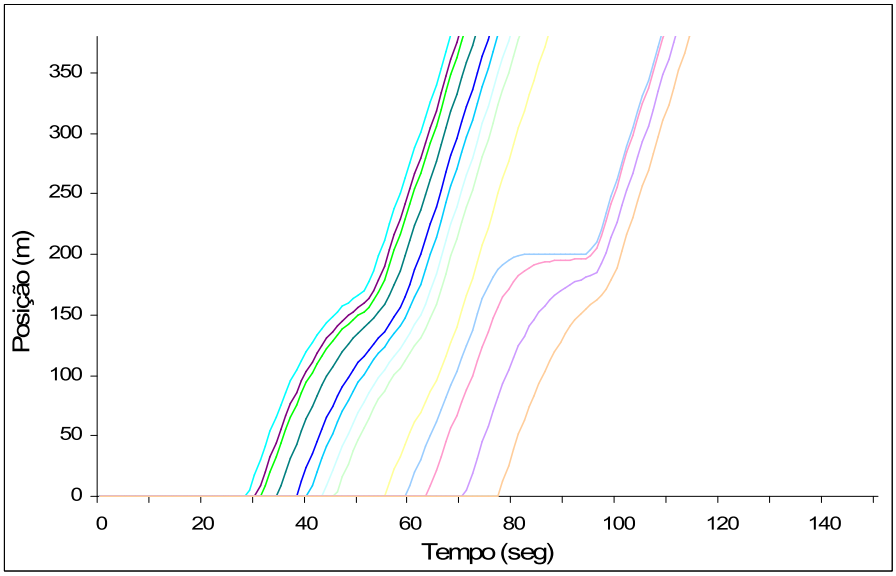


Figura 2.3: Curvas de posição dos veículos ao atravessarem um cruzamento semaforizado.

na literatura (Aycin e Benekohal, 2001), este modelo constitui o modelo de *car-following* não linear mais geral, incluindo um conjunto de interacções e reacções que permitem a descrição mais ajustada do comportamento real dos veículos e seus condutores. De acordo com este modelo, um condutor responde ao estímulo no instante t, acelerando no instante $t+T$. Os mesmos termos de sensibilidade são usados tanto em situação de aceleração como de travagem. Em situações de emergência (aproximação do semáforo com sinal vermelho) é usado um coeficiente de travagem que é função da classe do veículo e da sua velocidade corrente. Também em regime livre, isto é, quando um veículo circula a uma grande distância do veículo da frente, a aceleração aplicada depende das características do veículo e do condutor. Admite-se ainda que os condutores nem sempre respondem a acções do veículo líder, em cada instante. De facto, intuitivamente, se o intervalo entre veículos for grande, o condutor do veículo tentará atingir a velocidade desejada. Portanto, se a velocidade do veículo for inferior à velocidade máxima, imposta pela sinalização, este acelera ao máximo para atingir a velocidade máxima tão rapidamente quanto possível. Se a sua velocidade for superior à velocidade máxima, então o condutor trava com um grau de desaceleração ajustado à sua percepção da situação.

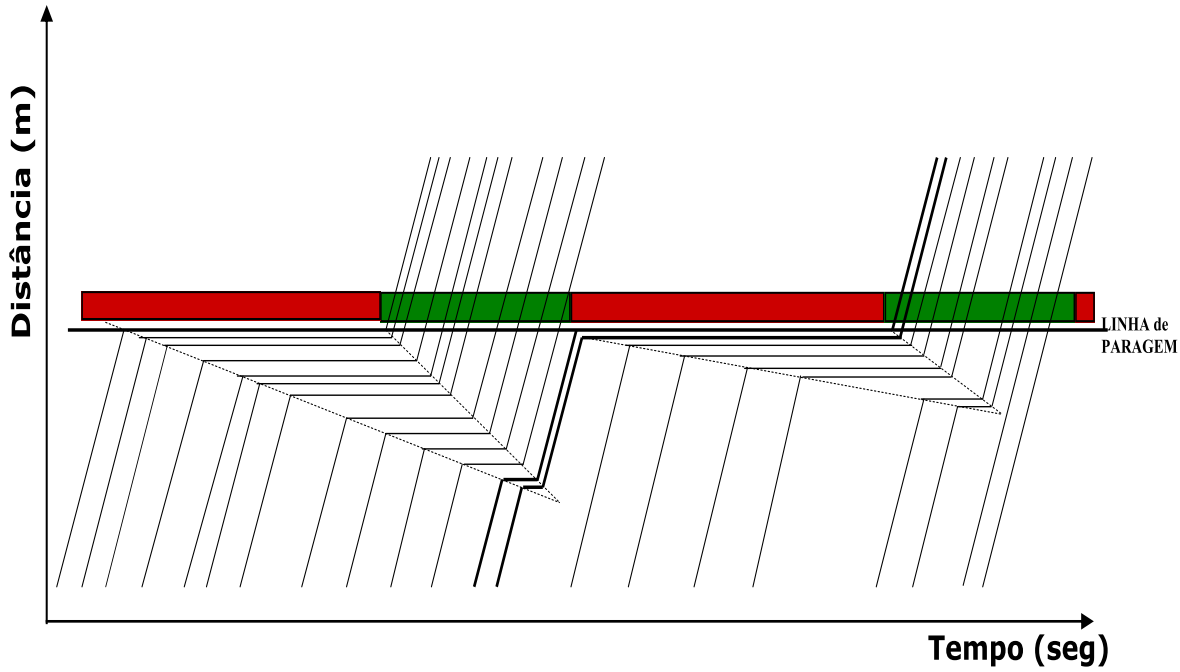


Figura 2.4: Ilustração do percurso/paragem dos veículos ao se aproximarem da linha de paragem dum cruzamento semaforizado.

Em regime de *car-following* é necessário conhecer, em cada instante, a posição e a velocidade de cada veículo. Em termos esquemáticos, a trajectória de cada veículo, ao aproximar-se da linha de paragem num cruzamento semaforizado, pode ser descrita como é esquematicamente apresentado na Figura 2.4, a título exemplificativo. Nesta figura podem-se observar dois ciclos, o primeiro com fluxo saturado, uma vez que o tempo de verde não é suficiente para escoar a fila de espera, tendo dois veículos que esperar até ao próximo sinal verde. No segundo ciclo, o mesmo já não acontece, existindo dois veículos que não chegam a parar. Na mesma figura também se pode observar o facto de, como seria de esperar, os veículos pararem, ao se aproximarem da linha de paragem, se o semáforo está com sinal vermelho, e também ao colocarem-se em fila, seguindo os respectivos veículos líderes e portanto estreitando a distância entre eles. Assim que passam o semáforo voltam a acelerar, mas sempre em função da velocidade do veículo que segue à frente. Por razões de simplicidade, neste exemplo, foi considerado que a duração do ciclo se distribui apenas pelos

tempos de verde (permissão de avançar) e vermelho (impedido de avançar). Como se supõe apenas a existência de uma via numa dada direcção e sentido, não existem ultrapassagens nem mudanças de via. O percurso de cada veículo, desde o instante em que chega ao sistema até à sua saída, passando pelo semáforo, está descrito no diagrama de actividades e acontecimentos apresentado na Figura 2.5.

Para complementar a implementação da componente de processamento de fluxo, foram construídas algumas rotinas em linguagem C que descrevem o comportamento e o percurso de cada veículo segundo o regime de *car-following*. Para testar as potencialidades deste programa de simulação e com base em informação recolhida acerca das operações reais de tráfego, executámos as simulações tomando para valores dos parâmetros de cada veículo realizações de variáveis aleatórias seguindo as seguintes distribuições probabilísticas:

Velocidade: Normal($13{,}9\ m/seg$, $0{,}2\ m/seg$)

Aceleração: Normal($1{,}7\ m/seg^2$, $0{,}3\ m/seg^2$)

Comprimento: Normal($4{,}0\ m$, $0{,}3\ m$)

2.4.2 Processador de sinal

O processador de sinal determina quando é que o sinal dos semáforos deve mudar, de acordo com o plano de tempos especificado e a sequência lógica do controlo. Existem vários parâmetros de controlo que governam a eficiência duma operação semi-actuada. Estes parâmetros podem ser classificados em 3 categorias:

- Regulação dos semáforos (dimensionamento dos tempos a atribuir a cada sinal);
- Configuração do detector (definição de localização e tipo);
- Planeamento da fase (decisão acerca do número de fases e sua sequência).

O maior problema no uso de controlo semi-actuado está na dificuldade subjacente à selecção de uma combinação óptima dentro destas três categorias. Os parâmetros de regulação dos

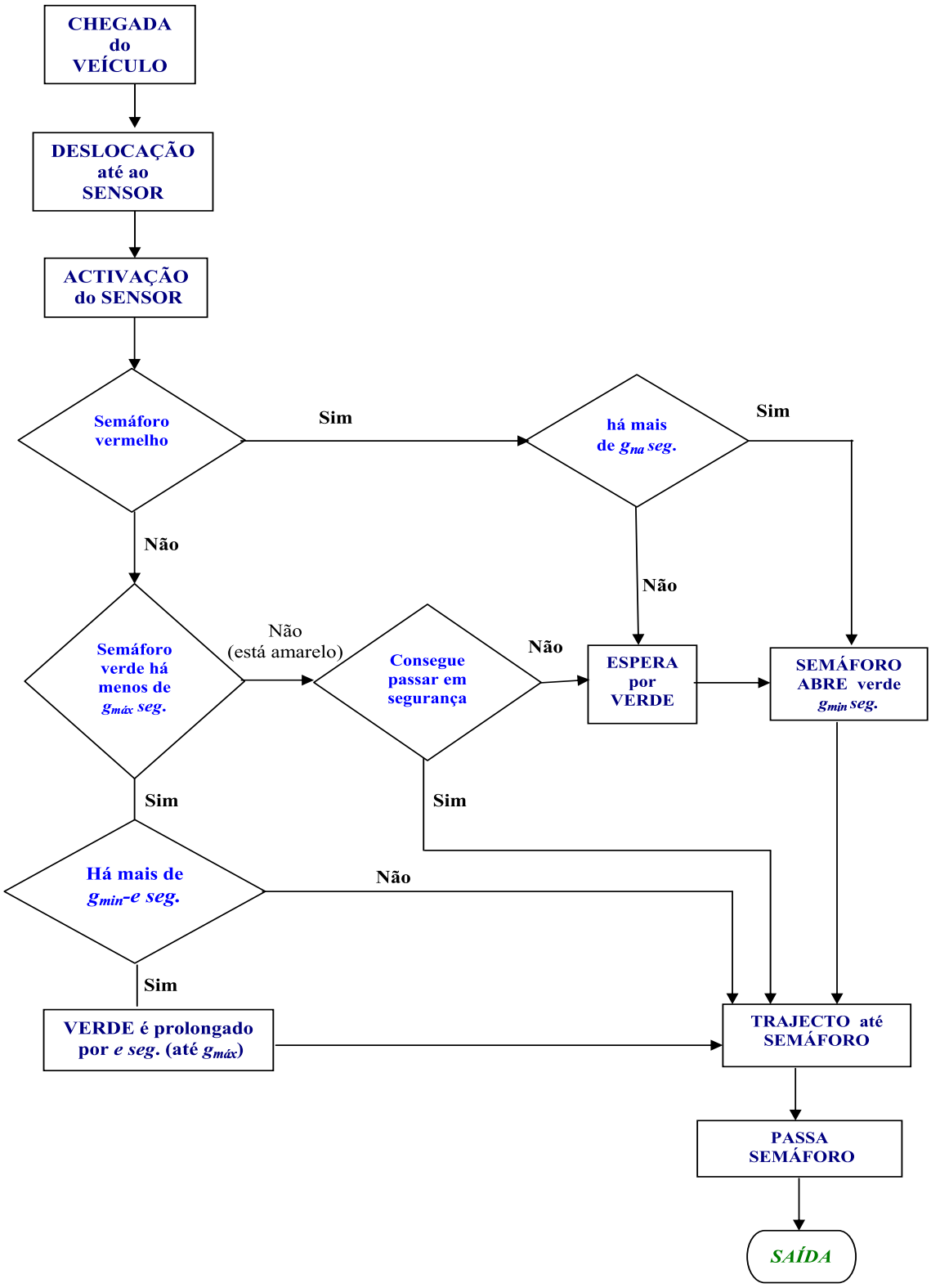


Figura 2.5: Diagrama de caracterização do percurso de um veículo.

semáforos semi-actuados, são:

Unidade de extensão do tempo de verde (e): permite que, sempre que o sensor for activado em intervalos consecutivos de duração inferior ou igual a e, o período de verde seja estendido.

Verde mínimo (g_{min}): permite que os veículos em fila, assim que o sinal passa a verde, possam ultrapassar a linha de paragem em segurança, ou seja, antes do sinal mudar para amarelo.

Verde máximo (g_{max}): valor máximo até ao qual o tempo de verde pode ser estendido.

No processador de sinal, a regulação do semáforo é efectuada com base nas restrições de funcionamento do ciclo, fixadas no início de cada simulação, e atendendo à caracterização do controlo semi-actuado. Como já tivemos ocasião de referir, o tempo perdido no arranque de um veículo é habitualmente cerca de 2 segundos e o intervalo de tempo entre a passagem dos veículos é superior a 2 segundos, por isso a unidade de extensão do tempo de verde também não deve ser inferior a 2 segundos, caso contrário, o sensor não seria activado, o que implicaria uma frequente mudança do estado do sinal. Neste estudo consideramos valores da unidade de extensão do tempo de verde entre 3 e 5 segundos. Note-se que valores elevados para as extensões de verde podem facilmente degradar o desempenho do controlo actuado, pois mesmo sem a presença de qualquer veículo teria de se deixar esgotar os e segundos. Para além disso, a configuração geométrica do detector é essencial para o sucesso do controlo actuado.

Figura 2.6: Esquema de regulação dos semáforos.

Na operação semi-actuada, a fase não-actuada recebe um tempo de verde mínimo, que corresponde ao tempo de vermelho mínimo da fase actuada, de g_{na} segundos. Se o sensor for activado na fase actuada durante este intervalo de tempo, o sinal verde na fase não actuada mantém-se até atingir o tempo de verde máximo, não se prolongando para além deste valor. Se não existir activação do sensor (chamada de serviço), quando g_{na} expira, o período de verde na fase não actuada é prolongado até que um veículo active o sensor. Depois do intervalo de verde terminar na fase não-actuada, é efectuada uma mudança de sinal. O intervalo de mudança de sinal inclui um tempo de amarelo de A segundos que será seguido de um intervalo de "tudo vermelho" (tempo de limpeza) de r segundos. Os intervalos típicos de amarelo são de cerca de 3 segundos e o tempo de limpeza raramente excede 2 segundos. Após a mudança de sinal da fase não-actuada, o sinal verde é dado à fase actuada. O tempo de verde na fase actuada será no mínimo de g_{min} segundos, que pode ser prolongado por incrementos sucessivos de e segundos (unidade de extensão do tempo de verde), sempre que um veículo active o sensor, até um máximo de g_{max} segundos. Caso contrário, isto é, não havendo chamada de serviço, o verde termina. Esta sequência de mudanças de sinal em cada semáforo está ilustrada na Figura 2.6.

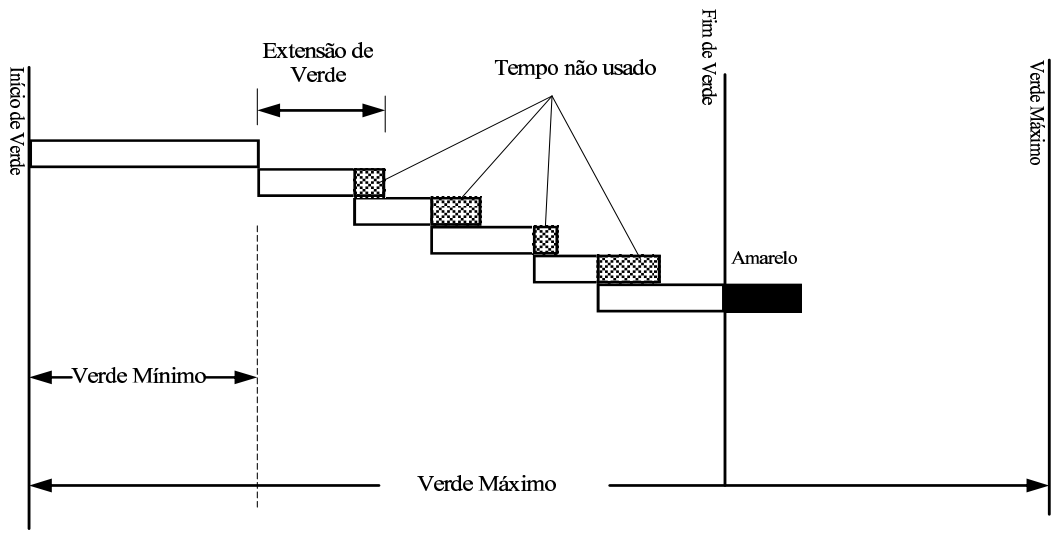


Figura 2.7: Sequência das extensões de verde em controlo actuado.

Na Figura 2.7 é representado um esquema da sequência obtida nas sucessivas extensões do tempo de verde na fase actuada, sempre que o sensor é activado, desde o verde inicial (g_{min}) até ao verde máximo (g_{max}), por sucessivos acréscimos de e segundos.

Quando um semáforo está com sinal vermelho formam-se filas, como resultado de movimentos de viragem de veículos vindos do cruzamento anterior, antes de aparecer o sinal verde. No entanto, estas filas incluem não só os veículos que vêm dum cruzamento anterior mas também os veículos que não passaram no fim do último intervalo de verde. Em simulação, um aspecto que pouco reflecte a realidade é o facto dos modelos de espera habitualmente utilizados assumirem erradamente que todos os veículos percorrem toda a via antes de se juntarem a uma fila estacionária, formando assim filas verticais na linha de paragem. O "comprimento" da fila fica então definido como sendo o número de veículos desde a linha de paragem num cruzamento semaforizado até ao último veículo estacionário na fila. Os veículos em espera representam o número de veículos que estão actualmente parados e, na estimação do atraso de paragem, não é tida em conta a porção de percurso ainda por realizar. Neste trabalho, contornámos este problema usando o modelo de *car-following*, impondo assim que os veículos que têm de parar o façam antes de chegarem à linha de paragem uns atrás dos outros e que, quando o sinal verde abre, comecem a acelerar de acordo com o mesmo regime até atingirem então a linha de paragem e para além desta.

Quando o sinal do semáforo está amarelo é calculada a probabilidade do veículo parar/passar em segurança, recorrendo a um modelo *probit*, que considera a distância a que o veículo está da linha de paragem no momento em que o sinal muda para amarelo, assim como a velocidade a que circula (ver Pires da Costa (1987, Cap. 3)). Consideramos que, na prática, o veículo pára se a sua probabilidade de parar, calculada usando o modelo *probit*, for superior ou igual a *0,8*, caso contrário avança e passa o cruzamento, saindo posteriormente do sistema. Tal como é sobejamente conhecido, um modelo *probit* permite estabelecer uma relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes. A variável dependente apenas pode tomar dois valores que correspondem às respostas possíveis dadas

por um indivíduo sujeito a um certo estímulo, ficando esse estímulo definido pelo conjunto das variáveis independentes. O estímulo, neste caso, é caracterizado pela distância a que o veículo se encontra da linha de paragem, quando surge o sinal amarelo, e da velocidade de que vem animado. O valor crítico do estímulo é dado pelo risco que cada condutor assume ao transgredir, por não ter parado quando tinha condições para o fazer. A relação entre a proporção de veículos que param e o estímulo a que estão sujeitos é dada pela expressão (Pires da Costa, 1987, Cap. 3):

$$y = 12,5log_{10}dt - 0,4754v - 7,55, \tag{2.1}$$

sendo

Y = "Variável Probit": P(Y ≤ y)= p;

p: probabilidade do veículo parar;

dt (m): distância do veículo à linha de paragem no momento em que o sinal muda para amarelo;

v (m/seg): velocidade a que circula o veículo.

O valor crítico respeitante aos condutores que, naturalmente, condiciona o seu comportamento é considerado como sendo uma variável aleatória, chamamos-lhe T_c, e assim a resposta ao estímulo é dada com base no seguinte critério de decisão:

- O veículo pára se o tempo necessário para percorrer a distância dt for superior ou igual a T_c;
- O veículo avança se o tempo necessário para percorrer a distância dt for inferior a T_c.

Portanto $p = P(T_c \leq$ "tempo necessário para percorrer a distância dt"). Admite-se que T_c é uma variável aleatória *gaussiana*.

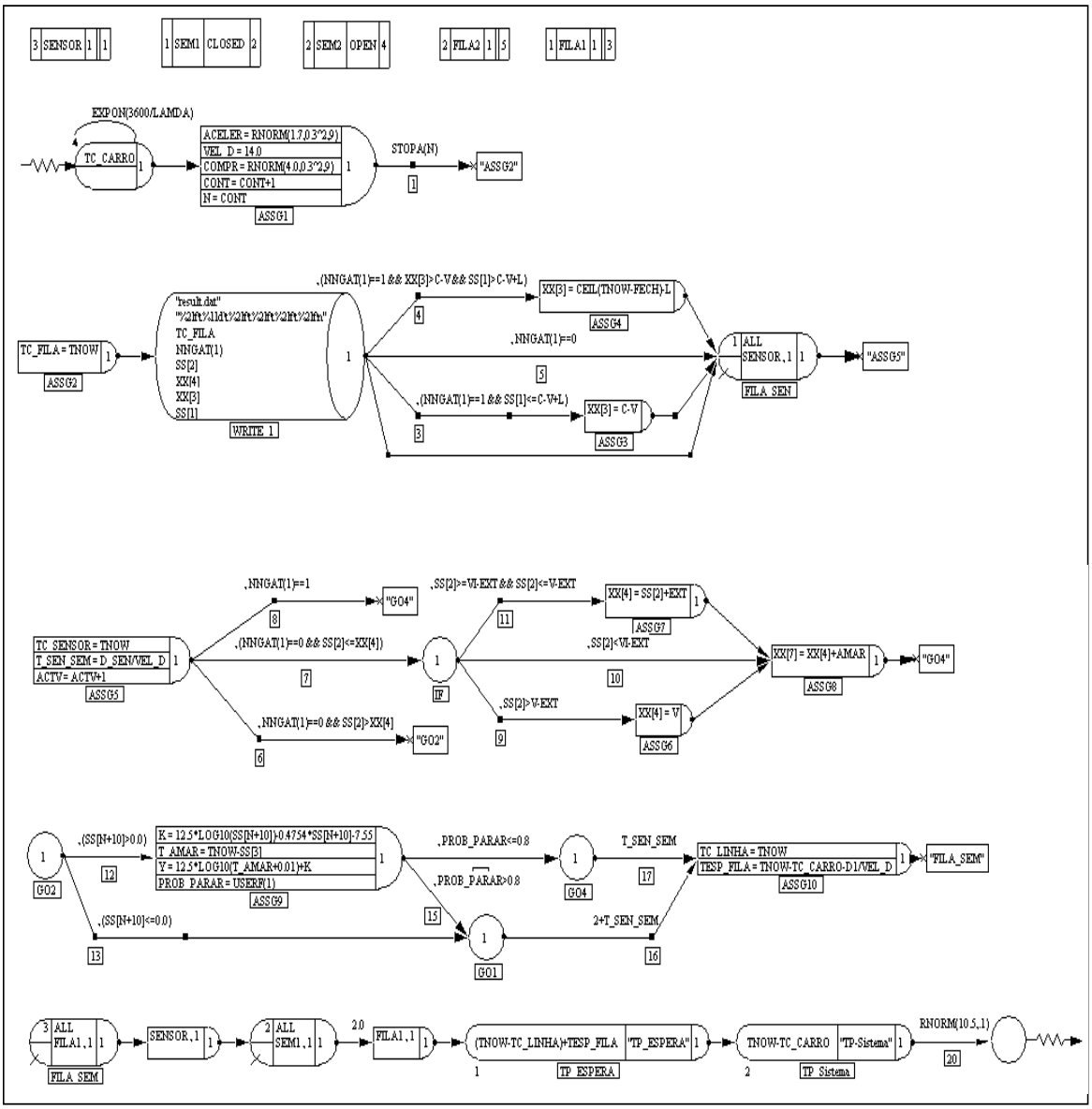


Figura 2.8: Rede de acontecimentos e actividades usada no *software Awesim*, para descrever o percurso dos veículos na via actuada.

Para possibilitar a implementação da sequência lógica incutida no controlo semi-actuado foram construídas algumas rotinas em linguagem C. Estas rotinas destinam-se a complementar a rede de actividades e acontecimentos entre entidades e recursos, relativos ao percurso e interacção dos veículos na via actuada, concebidas recorrendo ao *software Awesim*, conforme representado na Figura 2.8. Para descrever a sequência de actividades e acon-

tecimentos entre entidades e recursos relativos à via não-actuada, foi acrescentada a rede apresentada na Figura 2.9, onde é ilustrado o percurso ao qual estão sujeitos os veículos que circulam na via não-actuada.

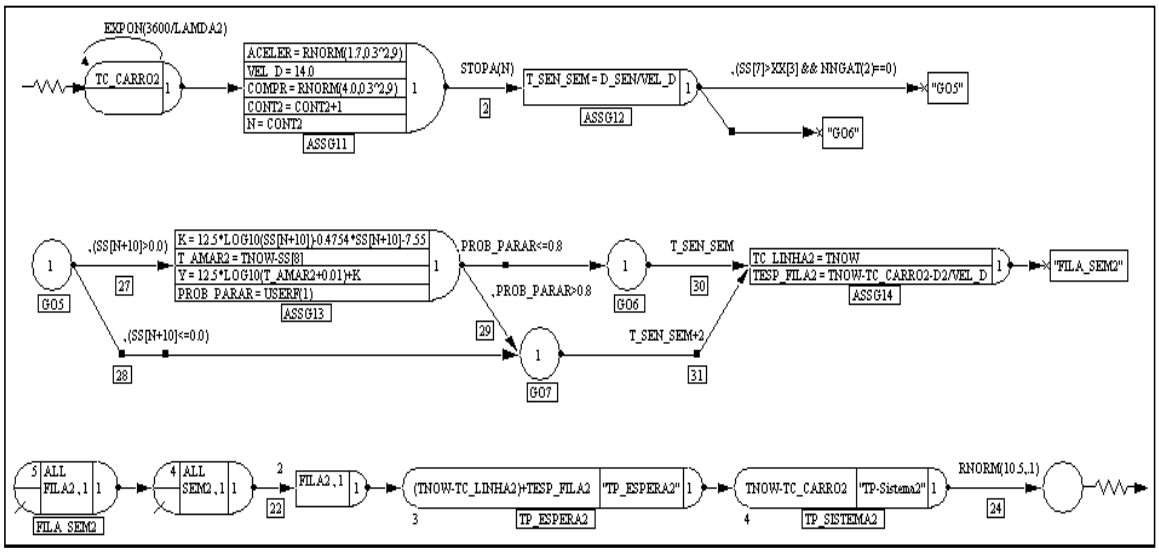


Figura 2.9: Rede de acontecimentos e actividades usada no *software Awesim*, para descrever o percurso dos veículos na via não-actuada.

Com todos estes utensílios estamos agora em condições de proceder à simulação do fluxo de tráfego no cruzamento semi-actuado anteriormente representado na Figura 2.1.

2.4.3 Saídas do programa de simulação

As principais saídas do programa de simulação desenvolvido são:

Informação específica do veículo

- Distância percorrida
- Tempo total de viagem
- Tempo de espera

- Velocidade média

Leituras do sensor

- Contagens (número de veículos por hora)

Medidas de desempenho

- Comprimento médio da fila de espera
- Tempo médio de espera
- Tempo médio de permanência no sistema
- Percentagem de verde saturado
- Percentagem de veículos que param
- Comprimento médio do ciclo
- Tempo médio de verde

Gráficos

- Trajectórias dos veículos

O programa permite uma animação do sistema de tráfego atrás caracterizado, a qual é ilustrada na Figura 2.10.

2.5 Apresentação e análise dos resultados

Os resultados obtidos por simulação são comparados com os que resultam da aplicação das expressões propostas por Webster (1958) e pelo *Highway Capacity Manual* (TRB, 1998), respectivamente expressões (1.6) e (1.7) apresentadas no Capítulo 1. Optámos por apresentar inicialmente resultados relativos a um cruzamento regulado com tempos fixos,

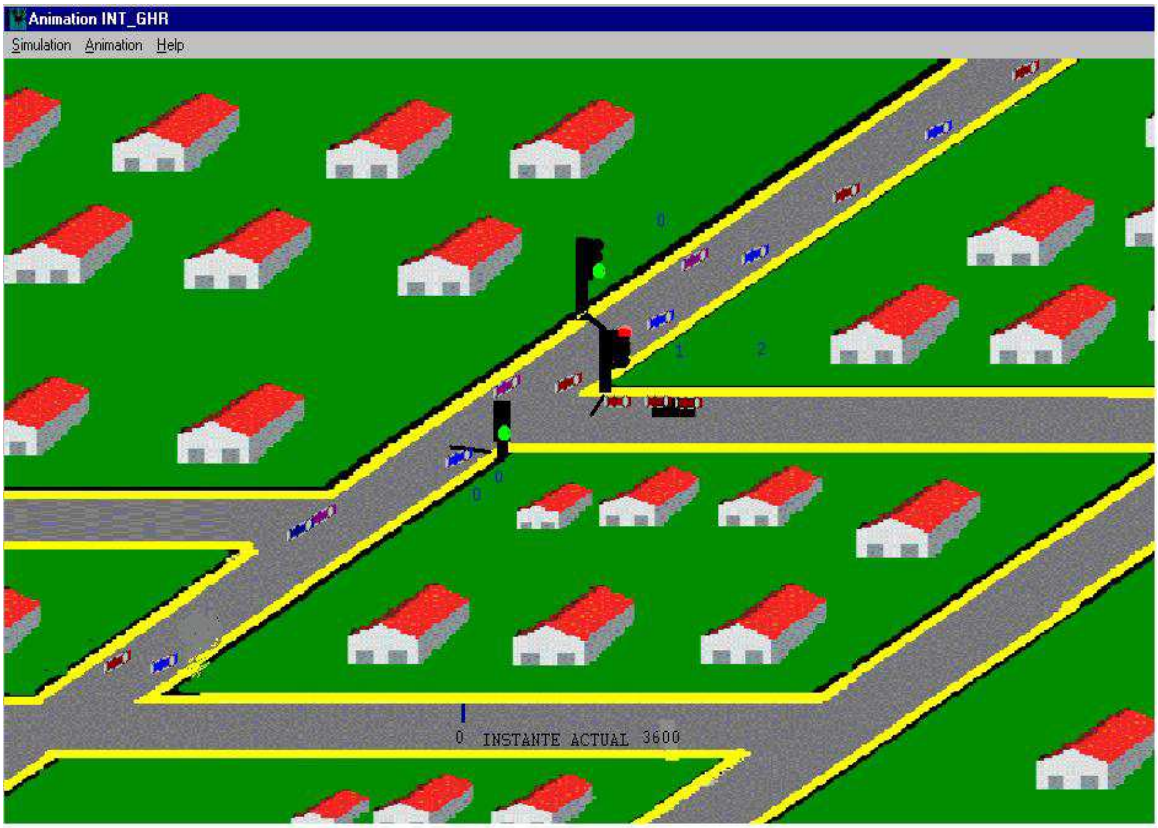


Figura 2.10: Aspecto da animação do programa de simulação.

que são comparados com os valores obtidos pela Fórmula de *Webster* e pelo Modelo Generalizado de Atraso (GDM) desenvolvido no HCM. Seguidamente, passamos a considerar um cruzamento semi-actuado e os resultados obtidos, relativamente aos atrasos, são comparados apenas com os valores obtidos pelo Modelo de Atraso Generalizado, uma vez que a Fórmula de *Webster* não considera os parâmetros de actuação. Na literatura é referido que estas expressões (Fórmula de Webster e Modelo de Atraso Generalizado) não são válidas para cruzamentos saturados (Cohen, 1990), isto é, quando o grau de saturação é superior a 70%. Os resultados apresentados neste capítulo, referem-se apenas ao tráfego da via secundária.

2.5.1 Controlo fixo

Com a finalidade de avaliar a qualidade dos resultados por nós obtidos recorrendo ao modelo de simulação implementado de acordo com as especificações descritas na Secção 2.4, por comparação com as expressões analíticas atrás referidas no Capítulo 1, considerámos inicialmente um cruzamento regulado com tempos fixos com o seguinte plano de tempos para os semáforos:

Tempo (seg)	**Semáforo 1**	**Semáforo2**
ciclo	70	70
vermelho	40	20
verde	20	40
amarelo	3	3
limpeza	2	2

Na Figura 2.11 está representado o atraso médio por veículo em função do grau de saturação da via, x_{sat}.

Podemos verificar que os atrasos médios obtidos na simulação são ligeiramente superiores aos obtidos recorrendo à Fórmula de *Webster* e ao modelo *GDM*, o que se deve ao facto de estas expressões não englobarem os atrasos provocados pela interacção entre veículos. Para $x_{sat} \leq 0{,}7$, os valores do atraso médio obtidos por simulação podem, ainda assim, ser considerados próximos dos valores calculados pelas expressões analíticas. Para $x_{sat} > 0{,}7$, pelo contrário, as diferenças atingem valores elevados, o que vem confirmar a desadequação destas expressões à estimação do atraso em cruzamentos saturados referida por Cohen (1990). Estas diferenças elevadas devem-se sobretudo ao facto de a Fórmula de *Webster* e o modelo GDM assumirem irrealisticamente que o tempo de atendimento é constante e regular ao longo do ciclo.

O facto dos valores do atraso obtidos por simulação, para $x_{sat} < 0{,}7$, serem muito próximos dos valores determinados pela expressão de *Webster* e pelo modelo GDM vem reforçar

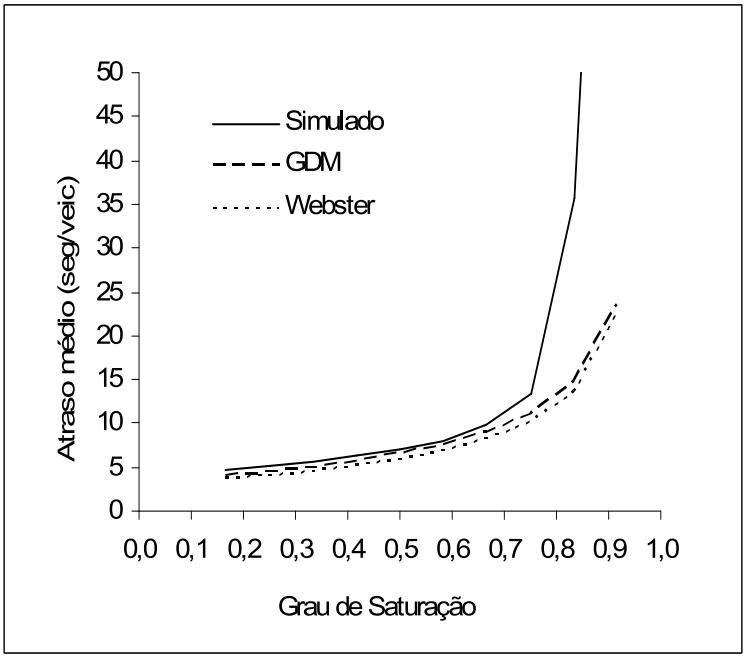


Figura 2.11: Atraso médio dos condutores num semáforo regulado com ciclo fixo (g = 40 e C = 70 segundos).

a validade do programa de simulação. Note-se que, apesar da Fórmula de *Webster* ser muito antiga (data de 1958), é ainda hoje utilizada como referência, principalmente para tráfego fluído (x_{sat} <*0,7*).

2.5.2 Controlo semi-actuado

Consideremos agora um cenário semi-actuado, que é o verdadeiro objecto do nosso trabalho. De forma a validar o programa de simulação, para este tipo de controlo, recorremos ao modelo GDM já testado pelo HCM para o efeito. Quanto à Fórmula de *Webster* (1.6), ela não é sensível à variação do tempo de verde que ocorre em semáforos actuados, pelo que a sua utilidade no nosso problema é reduzida. Assim sendo, para semáforos actuados, apenas será efectuada a comparação entre os atrasos estimados pela simulação e os atrasos estimados pelo modelo GDM.

Estabelecemos um plano de tempos para a regulação dos semáforos implantados nas vias principal e secundária, inicialmente com as especificações seguintes para o semáforo 2

(via secundária):

Vermelho mínimo: 20 seg

Verde
- mínimo: 7 seg (por razões de segurança)
- extensão: 3 seg (sempre que for identificada a presença de um veículo pelo sensor)
- máximo: 40 seg

Amarelo: 3 seg

Limpeza: 2 seg

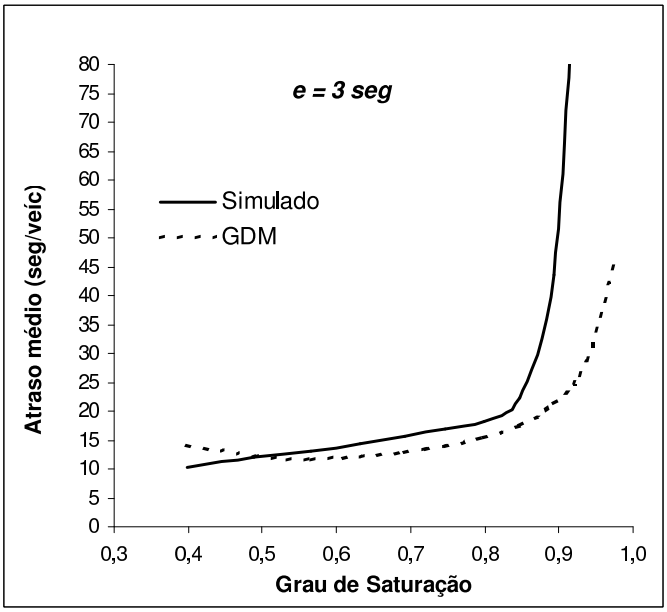


Figura 2.12: Atraso médio sofrido pelos condutores no semáforo semi-actuado para o plano de tempos especificado.

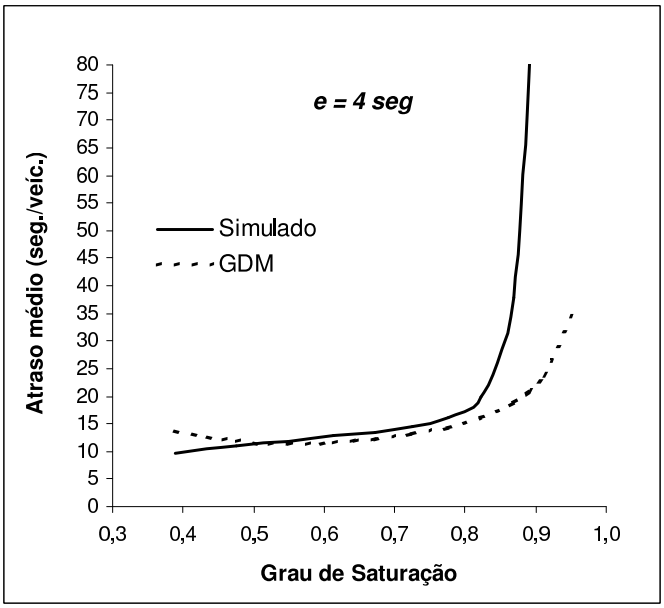
A Figura 2.12 mostra-nos o atraso médio (seg/veíc) sofrido pelos condutores ao percorrerem uma via com fase actuada que integra um cruzamento com controlo semi-actuado, para o plano de tempos atrás especificado.

De modo a analisar melhor a influência da unidade de extensão do tempo de verde no atraso, fizemos variar este parâmetro. Assim, considerámos o mesmo plano de tempos, onde

alterámos o valor de e para 4 e 5 segundos. De modo idêntico ao que tinha sido efectuado para $e = 3$ segundos, os resultados foram, comparados com os valores obtidos através do modelo GDM, para os correspondentes valores de extensão do tempo de verde. Na Figura 2.13 estão representadas as curvas de atraso médio, quando a unidade de extensão do tempo de verde é igual a 4 e 5 segundos.

Analisando os atrasos médios sofridos pelos veículos para os 3 diferentes valores de unidades de extensão do tempo de verde, verificamos que, para um grau de saturação entre *0,5* e *0,8*, aproximadamente, a simulação fornece estimativas próximas às fornecidas pelo modelo GDM. Como já tivemos ocasião de referir, este último modelo é sensível à variação do volume de tráfego e à regulação do semáforo actuado, no entanto não contabiliza o atraso devido à interacção entre os veículos na via. Assim se justifica o facto de termos obtido valores de atraso inferiores aos obtidos pela simulação. Para $x_{sat} < 0{,}5$ (isto é, débitos de chegadas muito baixos) o modelo GDM fornece valores que não parecem estar de acordo com a realidade, pois, como estamos apenas a quantificar o atraso médio na via actuada, espera-se que quanto menor for o número de veículos, menores deverão ser os atrasos. Esta desadequação deve-se ao facto de, para débitos de chegadas baixos, o comprimento do ciclo aumentar, não por aumento do tempo de verde, mas porque o tempo de vermelho é superior (isto é, não há activação do sensor durante períodos mais longos). Este efeito pode ser analisado recorrendo à Tabela 2.2, construída com os resultados da simulação, onde se verifica que, para fluxos baixos, a duração de verde é menor, mas, no entanto, a duração do ciclo aumentou. Note-se que, quando se considera o atraso englobando todos os veículos que atravessam o cruzamento, aí sim, os atrasos poderiam ser relativamente grandes para fluxos baixos, uma vez que o critério de segurança (imposição do tempo de verde mínimo) poder-se-á sobrepor ao da eficiência.

Analisando o atraso médio por veículo em função do débito de chegadas, com diferentes unidades de extensão do período de verde, verificamos que o comprimento da extensão do período de verde influencia acentuadamente o atraso (Figura 2.14). Às extensões mais



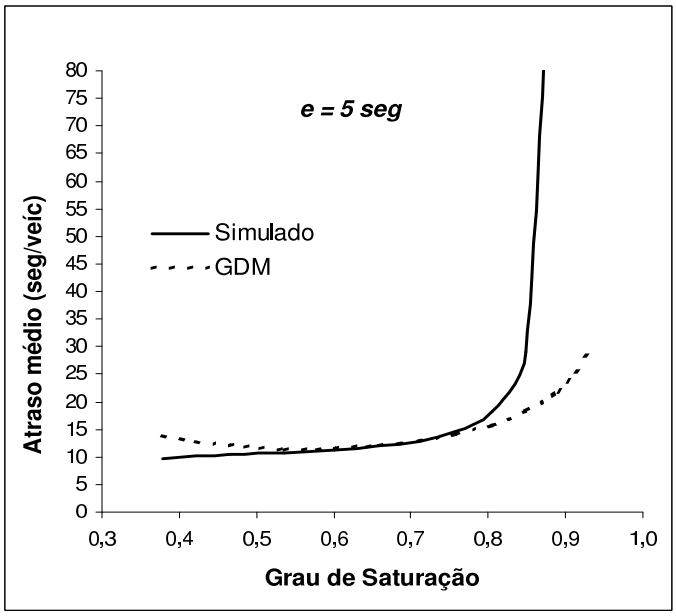


Figura 2.13: Atraso médio sofrido pelos condutores que circulam na via actuada, para unidades de extensão do tempo de verde iguais a 4 e 5 segundos.

longas correspondem menores atrasos médios, o que se justifica pelo facto de se estar apenas a considerar o fluxo da via actuada, pois quanto maior for a unidade de extensão maiores serão os tempos de verde em cada ciclo, o que conduz a menores tempos de espera. Quando

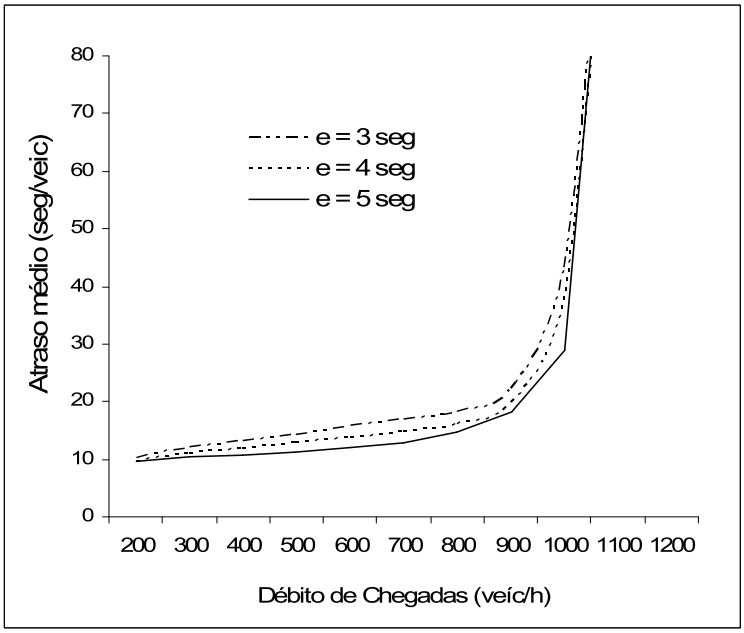


Figura 2.14: Comparação entre diferentes unidades de extensão do tempo de verde ($e = 3, 4, 5$ segundos) na via actuada (resultados obtidos por simulação).

o grau de saturação converge para 1, os atrasos resultantes da aplicação das diferentes regulações convergem para o mesmo valor. Como seria de esperar, para graus de saturação próximos de zero, o valor da extensão do tempo de verde torna-se irrelevante.

2.6 Considerações Finais

Os resultados obtidos por simulação foram comparados com os que resultam da aplicação das expressões propostas por Webster (1958) e pelo *Highway Capacity Manual* (TRB, 1998). Podemos confirmar que estas expressões analíticas não são válidas para cruzamentos saturados, conforme referido por (Cohen, 1990). Constata-se ainda a superioridade do modelo de simulação aqui desenvolvido, relativamente ao modelo GDM (TRB, 1998), que se torna relevante sobretudo para intensidades de tráfego baixas na via secundária, sendo que é precisamente nestas situações que se justifica a utilização de um sensor. O modelo de simulação concebido por nós revelou-se uma ferramenta de fácil utilização e que oferece

q	g	C	g/C	P
200	7.775	38.403	0.202	0.30
300	8.762	34.804	0.252	0.34
400	10.174	34.298	0.297	0.37
500	11.896	35.415	0.336	0.42
600	14.532	37.746	0.385	0.47
700	17.791	40.929	0.435	0.51
800	21.055	44.112	0.477	0.54
900	26.025	49.040	0.531	0.60
1000	32.907	55.936	0.588	0.64
1100	38.715	61.715	0.627	0.67
1200	39.151	62.151	0.630	0.69

Tabela 2.2: Tempos médios do período de verde (g) e do comprimento do ciclo (C), para diferentes débitos de chegadas, obtidos por simulação.

bons resultados para a análise do fluxo de tráfego semi-actuado, ao permitir que facilmente se alterem os vários parâmetros e variáveis que interferem neste tipo de regulação e a consequente análise dos resultados.

Este estudo permitiu concluir que, para débitos de chegadas baixos na via actuada (em que o ciclo aumenta, não por aumento do tempo de verde, mas pelo aumento do tempo de vermelho), o modelo GDM fornece valores de atraso irrealistas, enquanto que a simulação do tráfego permite avaliar o atraso correctamente. Para $x_{sat} > 0{,}7$, os modelos analíticos não devem ser usados para estimar os atrasos, pois fornecem valores muito inferiores aos valores reais. Podemos concluir ainda que a unidade de extensão de verde é uma variável relevante a incluir no procedimento de optimização do funcionamento do semáforo. Note-se que, quando os períodos de verde são usados ao máximo por causa de uma grande procura de tráfego (o que acontece durante períodos de ponta), o desempenho dos semáforos actuados passa a ser semelhante ao dos semáforos regulados com tempos fixos.

Como referimos no início deste capítulo, a análise efectuada neste estudo de simulação destina-se a identificar estratégias óptimas do uso do controlo semi-actuado para diferentes valores de fluxo horário. No entanto, dada a natureza probabilística das chegadas e das partidas dos veículos, assim como das operações de regulação, a estratégia óptima para um dado cruzamento pode nunca vir a ser implementada, uma vez que as condições de

tráfego para o qual foi obtida essa estratégia podem entretanto já ter sido alteradas. O programa de simulação que desenvolvemos está apto a determinar aproximações realistas e razoáveis de estratégias de controlo óptimo. O procedimento de simulação aqui proposto para avaliação do desempenho de semáforos semi-actuados, oferece uma ferramenta que considera as características estocásticas do tráfego presentes em sistemas de controlo de tráfego. É um método capaz de produzir uma informação quantitativa do desempenho de um determinado cruzamento para diferentes alternativas de regulação.

Para o programa de simulação desenvolvido foi efectuada a sua verificação e validação empírica, a partir do que se confirmou que este programa é capaz de reproduzir o tráfego real para o tipo de cruzamento caracterizado.

Interessa ainda referir que o estudo que acabámos de apresentar neste capítulo foi alargado no sentido de englobar a interacção com a via principal, uma vez que os resultados apresentados até agora respeitam apenas à via munida de sensor. No Capítulo 4 utilizaremos resultados de simulação que incluem a interacção entre as duas vias, actuada e não-actuada. Portanto os valores de atraso médio que apresentaremos nesse capítulo englobam todos os veículos que atravessam o cruzamento. No Capítulo 5, onde será considerado um caso de estudo relativo a um cruzamento real, também utilizaremos resultados da simulação apresentando os atrasos médios quer em separado para cada uma das vias, quer englobando todos os veículos que circulam no referido cruzamento, de modo a permitir analisar o desempenho do cruzamento.

O programa desenvolvido também permite a alteração do parâmetro respeitante à localização do sensor, tornando-se útil na investigação da influência desse factor no desempenho do cruzamento.

Embora não seja sugerida na literatura de análise de tráfego, uma alternativa à abordagem via simulação desenvolvida neste capítulo consiste em explorar a teoria das filas-de-espera com pausas do servidor[2], com as dificuldades que essa abordagem acarreta,

[2]habitualmente designadas por *queues with server vacations*

atendendo a que a utilização de um sensor, com a variedade de parâmetros que daí advêm para o modelo, requer um utensílio matemático que, para além de ser de fácil uso e com grande flexibilidade na alteração de parâmetros essenciais na regulação de semáforos semi-actuados, nos garanta boas estimativas do atraso médio sofrido pelos condutores. Essa abordagem é explorada no Capítulo 3.

Capítulo 3

F E P S

Sumário

Neste capítulo, recorrendo à teoria de filas de espera com pausas do servidor, procede-se à modelação do sistema de espera composto pelo fluxo de tráfego num cruzamento semaforizado duma rede urbana. Consideram-se dois tipos de regulação semafórica: regulação semi-actuada e com tempos fixos. Os resultados obtidos através dos modelos analíticos desenvolvidos para a determinação do tempo médio de espera de cada veículo são comparados com os resultados obtidos através do modelo de simulação de tráfego descrito no Capítulo 2, para ambos os tipos de regulação semafórica atrás referidos e para diferentes níveis de fluxo de tráfego no cruzamento.

Índice

3.1 Tipos de pausa e de serviço 70
3.2 Filas de espera em sistemas de tráfego urbano 72
3.3 Modelação através de cadeias de *Markov* do tipo *M/G/1* 74
3.4 Modelação da fila de espera em cruzamentos regulados por ciclo fixo 81
3.5 Filas do tipo *M/G/1* com serviço não retido e tempo limitado 98
3.6 Modelação da fila de espera em cruzamentos semi-actuados 110

Os sistemas de espera com pausas de servidor[1] são caracterizados pelo facto de admitirem períodos inactivos do servidor que podem ser ou não utilizados para uma outra tarefa, por exemplo para servir clientes de um outro sistema, sendo que, durante estes períodos de

[1] Em inglês "*Server Vacations*"

tempo, o sistema não está disponível/operacional para as posteriores chegadas ao sistema. Entre outras aplicações, estes sistemas de espera aparecem na literatura como modelos de diversos sistemas de telecomunicações, de computadores, de produção e de controlo de qualidade, etc.. Por exemplo, em Akar et al. (1998) é apresentada uma aplicação a redes de telecomunicações.

3.1 Tipos de pausa e de serviço

Modelos com pausas do servidor têm sido analisados para vários sistemas de espera, desde o tipo $M/GI/1$ até ao tipo $GI/GI/1$ para filas com um único servidor, com processo de chegada e tempo de serviço sem restrições de distribuição, desde que seja estacionário. Por sua vez, o tipo de pausa do modelo pode assumir diferentes modos. Diferindo em termos da situação em que uma pausa deve começar ou, equivalentemente, diferindo na estratégia de serviço, quando o servidor volta de uma pausa e recomeça o serviço, consideram-se os seguintes tipos de serviço (ver Doshi (1990), para uma caracterização sistemática):

Serviço Exaustivo: O servidor faz uma pausa somente quando a fila de clientes se esvazia.

Serviço Exaustivo com Retenção: Caracteriza-se pelo facto de, quando o servidor volta de uma pausa e encontra clientes à espera, serve unicamente todos os clientes em espera no início deste ciclo de serviço, mas não os que chegam durante este ciclo de serviço, antes de fazer outra pausa.

Serviço Limitado: O servidor serve no máximo l clientes em cada ciclo de serviço, ditos clientes ilegíveis. Se l clientes são servidos ou se nenhum cliente está à espera, o servidor recomeça outra pausa. O serviço limitado pode ser exaustivo (significando que todos os clientes na fila são ilegíveis) ou com retenção (i.e., só os clientes presentes no início do ciclo de serviço são ilegíveis).

Pausas não Sincronizadas: A pausa pode começar em qualquer instante durante o ciclo de

serviço. Geralmente, sucessivos instantes entre o fim de uma pausa e o início de outra pausa formam uma sucessão estacionária independente do estado da fila no instante inicial. Estas pausas são usadas frequentemente para modelar interrupções de serviço devidas à falha do servidor ou devidas às chegadas de clientes prioritários.

Serviço Geral não Exaustivo: Este tipo de serviço refere-se a todos os casos onde o servidor pode fazer uma pausa mesmo que haja clientes em espera. As pausas podem ser adiadas ou não[2]. No primeiro caso, o servidor só pode efectuar uma pausa após um período de serviço completo, i.e. não pode interromper o atendimento de um cliente.

Tomando como base a regra que governa o recomeço do serviço após uma pausa do servidor, encontramos também vários tipos de pausa caracterizados na literatura (Doshi, 1990):

Pausas Múltiplas: Se, após uma interrupção do serviço, o servidor encontra a fila vazia, este faz uma nova pausa e assim sucessivamente, até encontrar pelo menos um cliente à espera quando volta de uma pausa. Nessa altura começa a servir os clientes em espera, assim recomeçando um novo ciclo de serviço (período activo).

Pausa Simples: O servidor faz exactamente uma pausa após cada período de serviço activo. Se pelo menos um cliente está em espera no fim desta pausa, então o próximo período activo recomeça. De outra forma, o servidor espera (entra em período livre) até à primeira chegada à fila.

Pausa Geral: Considera-se todas as regras de pausa, de que são exemplos:

- No máximo, verifica-se uma pausa após cada período activo.
- Verifica-se um número aleatório de pausas após cada período activo.
- A pausa prolonga-se até que o comprimento da fila ou o tempo de serviço atinja ou exceda um limite especificado.

[2]Na literatura em língua inglesa, referidas por : *"vacations preemptive or nonpreemptive"*

Algumas classes de sistemas de espera com um só servidor com interrupções ou pausas de serviço têm sido estudadas em detalhe e expressões para as mais importantes medidas de desempenho podem ser encontradas na literatura. As técnicas e resultados desenvolvidos têm sido usados em várias aplicações concretas (ver Doshi (1986) para detalhes de algumas aplicações). Um resultado fundamental, comum a vários modelos que consideram pausas do servidor, é a relação entre uma medida de desempenho, que pode ser a distribuição do comprimento da fila, a distribuição do tempo de espera, a distribuição do tempo de atendimento ou outra, para o sistema de espera com pausas, e a mesma medida de desempenho para um sistema de espera idêntico mas sem pausas.

No contexto desta dissertação estamos interessados em mostrar como é que os modelos das filas de espera com pausas do servidor podem ser usados para tratar problemas de tráfego urbano, nomeadamente no que se refere à espera em cruzamentos semi-actuados, que são os que nos propomos estudar.

3.2 Filas de espera em sistemas de tráfego urbano

Com a finalidade de analisar a espera em cruzamentos semaforizados com controlo semi-actuado, expomos de seguida uma visão da aplicação da teoria de filas de espera ao controlo de tráfego urbano e explicitamos as principais dificuldades encontradas na modelação destes sistemas, que daí advêm.

A modelação do comprimento da fila de espera e do tempo de espera (atraso) dos veículos em cruzamentos tem, naturalmente, um papel importante para o estudo do desempenho de um cruzamento semaforizado (Hu et al., 1997), e este assunto tem recebido uma atenção considerável na literatura da especialidade nas últimas três décadas. Geralmente, o problema de modelação é formulado usando teoria de filas de espera com um grande número de factores aleatórios e outros não aleatórios, afectos às chegadas e às partidas de tráfego. As maiores dificuldades envolvidas na análise dos cruzamentos via teoria das filas de espera

são:

1. Uma caracterização apropriada dos veículos circulando na via;

2. Grupos de veículos, mais do que unidades individuais, podem ser servidos simultaneamente num mesmo intervalo de tempo, quando existe mais do que uma via, durante o período de sinal verde (período em que o servidor está activo);

3. O servidor fica desactivado (sinal vermelho) durante um período de tempo ocasional.

Devido a estas três características, principalmente, e ainda a outras mais difíceis de evidenciar numa descrição geral, os modelos de filas de espera clássicos tais como as filas $M/M/1$, $M/G/1$ e $G/M/1$, etc. não serão os mais apropriados ao estudo do desempenho dos cruzamentos.

No caso da regulação de semáforos com ciclo fixo, diversos investigadores, dos quais se destaca Webster (1958), contribuíram para o seu estudo com uma variedade de trabalhos neste campo. Este investigador assumiu que o fluxo de tráfego para um cruzamento segue uma distribuição de *Poisson* e que vários parâmetros do modelo são traduzidos por valores médios obtidos com base nos resultados dos modelos $M/D/1$ ou $M/D^X/1$. Porém, através destes modelos, a regular desactivação do servidor não fica bem caracterizada. De facto, como o sinal do semáforo alterna entre vermelho e verde, a modelação do desempenho do cruzamento semaforizado cai na categoria dos sistemas de espera com pausas do servidor (Doshi, 1990), onde o servidor fica desactivado em intervalos de tempo ocasionais. Heidemann (1994) propõe um modelo analítico em que considera pausas do servidor, mas ainda em condições restritivas em termos da regulação do semáforo. As suas condições de partida são que o processo de chegadas seja um processo de *Poisson*, o cruzamento seja regulado com ciclo fixo, o intervalo entre as partidas dos veículos seja constante e a capacidade de tráfego seja de uma só via. Baseado nestas suposições, as funções geradoras de probabilidade para as duas medidas de desempenho que considerou, comprimento da fila e atraso do veículo, foram deduzidas por investigação das cadeias de *Markov* associadas.

Mais recentemente, Alfa e Neuts (1995) sugeriram a utilização dos processos de chegadas de *Markov* em tempo discreto (MAP) para descrever a natureza do pelotão no processo do fluxo de tráfego rodoviário. Esta técnica permitiu aos citados investigadores confirmar que a correlação existente no processo de chegada dos veículos não deve ser ignorada, pois conduz a estimações deficientes das medidas de desempenho, especialmente em grandes intensidades de tráfego. A caracterização via processos de chegadas de *Markov* é combinada com o método que utiliza métodos analítico-matriciais descrito em Neuts (1989, 1994), conduzindo ao estudo do comprimento da fila de espera em semáforos com ciclo fixo, mas não ainda nos semáforos com ciclo variável, como é o caso dos semáforos semi-actuados, devido à sua complexidade. Nesse primeiro cenário, a condição de equilíbrio da fila, assim como o procedimento para determinar o comprimento da fila em situação estacionária, nos períodos de tempo com serviço completo, são também apresentadas nesse trabalho.

Começaremos portanto por apresentar as cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ e a sua utilização no contexto do tráfego semaforizado regulado por ciclos de comprimento fixo, passando posteriormente ao tratamento das situações de regulação semi-actuada, que nos interessam especialmente, uma vez que constituem o objectivo desta Tese. A modelação dos cruzamentos semi-actuados apoiar-se-á em modelos de filas do tipo $M/G/1$ com serviço não retido e com tempo limitado, que apresentaremos também neste capítulo.

3.3 Modelação através de cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$

Segue-se uma breve exposição da teoria subjacente à modelação por cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$, com particular incidência nos algoritmos subjacentes ao cálculo numérico do vector de probabilidade invariante. Para mais detalhes remetemos o leitor para Neuts (1989).

Um grande número de sistemas de espera podem ser modelados como cadeias de *Markov* nas quais a matriz de transição tem uma estrutura repetitiva. A determinação da distribuição estacionária destas cadeias, quando existe, passa pela determinação de uma solução parti-

cular de uma equação matricial não linear, recorrendo habitualmente a métodos numéricos. Por outro lado, vários sistemas de espera podem ser modelados por cadeias de *Markov* num espaço de estados bidimensional $S = \{(i, j), i \geq 0, 1 \leq j \leq m\}$. Neste grupo, incluem-se as cadeias de *Markov* em tempo discreto do tipo $M/G/1$, as quais são definidas por uma matriz de probabilidades de transição da forma:

$$P = \begin{bmatrix} B_0 & B_1 & B_2 & \cdots \\ A_0 & A_1 & A_2 & \cdots \\ \bigcirc & A_0 & A_1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \tag{3.1}$$

onde $A_i, B_i, i \geq 0$, são matrizes $m \times m$ não negativas tais que $\sum_{i=0}^{+\infty} A_i$ e $\sum_{i=0}^{+\infty} B_i$ são matrizes estocásticas por linhas. Este tipo de cadeias de *Markov*, investigado por Neuts (1989), modela uma grande variedade de fenómenos de espera de que se destaca a aplicação a redes de telecomunicações (Akar et al., 1998). É bem sabido que, devido à forte estrutura da matriz P, é possível obter uma representação elegante do vector de probabilidade invariante e de outras importantes medidas de desempenho, apesar da dimensão infinita da matriz. Uma característica específica das cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ é a forma em bloco de *Hessenberg*[3] da matriz P e a estrutura em bloco de *Toeplitz*[4] da submatriz obtida pela remoção da primeira linha de blocos de P (para esclarecimentos acerca deste tipo de matrizes, ver por exemplo (Meyer, 2000)). Esta particularidade pode e é aproveitada na determinação do vector de probabilidade invariante da cadeia, simplificando-a consideravelmente.

Meini (1998) apresenta uma revisão, em termos de métodos numéricos, do procedimento a seguir para estudar cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$, baseado no cálculo de matrizes de *Toeplitz*. Neste trabalho, Meini mostra como a estrutura em bloco de *Toeplitz*, quando tida

[3]Uma matriz tem estrutura de *Hessenberg* superior por blocos se é formada por blocos nulos abaixo da sub-diagonal.

[4]Uma matriz por blocos tem estrutura *Toeplitz* por blocos se os seus blocos são constantes ao longo de cada bloco da diagonal.

em consideração na manipulação das matrizes de transição associadas às cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$, pode ser explorada como uma base para desenvolver algoritmos rápidos e numericamente estáveis para resolução da equação matricial não linear $X = \sum_{i=0}^{\infty} A_i X^i$, cuja solução é necessária para o cálculo do vector de probabilidade invariante, π.

As cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ mais generalizadas (ditas *non-skip-free*) são definidas por matrizes de transição da forma:

$$P = \begin{bmatrix} B_{0,0} & B_{0,1} & B_{0,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{r-1,0} & B_{r-1,1} & B_{r-1,2} & \cdots \\ A_0 & A_1 & A_2 & \cdots \\ \bigcirc & A_0 & A_1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

onde A_i, $B_{i,j}$, $i = 0, \ldots, r-1$, $j \geq 0$, são matrizes não negativas tais que $\sum_{i=0}^{+\infty} A_i$ e $\sum_{j=0}^{+\infty} B_{i,j}$, com $i = 0, \ldots, r-1$, são matrizes estocásticas (por linhas). De notar que esta classe de matrizes associadas às cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ pode ser reduzida à classe de matrizes da forma de *Hessenberg* por blocos (3.1), particionando a matriz P em blocos $\tilde{A}_i$ e $\tilde{B}_i$ de dimensão $m \times r$, onde

$$\tilde{A}_0 = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & \cdots & A_{r-1} \\ \bigcirc & A_0 & \cdots & A_{r-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bigcirc & \bigcirc & \cdots & A_0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_{ir} & A_{ir+1} & \cdots & A_{ir+r-1} \\ A_{ir-1} & A_{ir} & \cdots & A_{ir+r-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{ir-r+1} & A_{ir-r} & \cdots & A_{ir} \end{bmatrix}, \quad i \geq 1$$

$$\tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_{0,ir} & B_{0,ir+1} & \cdots & B_{0,ir+r-1} \\ B_{1,ir} & B_{1,ir+1} & \cdots & B_{1,ir+r-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{r-1,ir} & B_{r-1,ir+1} & \cdots & B_{r-1,ir+r-1} \end{bmatrix}, \quad i \geq 0.$$

Na análise das filas de espera, o problema que se reveste de maior importância consiste na determinação do vector de probabilidade invariante π, quando existe, i.e., da solução única do sistema linear

$$\begin{cases} \pi(P - I) = 0 \\ \pi\mathbb{1} = 1 \end{cases},$$

com $\mathbb{1} = [1, 1, \ldots]^T$. Assim sendo, um passo fundamental no manuseamento de cadeias de *Markov* deste tipo é o cálculo da matriz estocástica G que é solução não negativa minimal[5] da equação matricial não linear seguinte (ver detalhes em Latouche (1994, Teorema 2.1)):

$$X = \sum_{i=0}^{+\infty} A_i X^i, \tag{3.3}$$

onde X é uma matriz $m \times m$, tornando-se essencial para a determinação do vector de probabilidade invariante, $\pi = \left[\pi^0, \pi^1, \ldots\right]^T$. Uma vez calculada a matriz G, podemos obter os vectores π^k, com $k \geq 1$, através da Fórmula Recursiva de *Ramaswami* (Ramaswami, 1988):

$$\pi^k = \left[\pi^0 \overline{B}_i + \sum_{j=1}^{i-1} \pi^j \overline{A}_{i+1-j}\right]\left(I - \overline{A}_1\right)^{-1}, \quad k \geq 1, \tag{3.4}$$

onde

$$\overline{A}_n = \sum_{i=n}^{+\infty} A_i G^{i-n} \quad e \quad \overline{B}_n = \sum_{i=n}^{+\infty} B_i G^{i-n}, \quad n \geq 0 \tag{3.5}$$

[5]A equação $X = \sum_{i=0}^{+\infty} A_i X^i$ tem pelo menos uma solução, X, no conjunto das matrizes não negativas tal que $X\mathbb{1} \leq \mathbb{1}$. A matriz G é a solução não negativa tal que $\|X\mathbb{1} - \mathbb{1}\|$ é mínima.

e π^0 é solução do sistema:

$$\begin{cases} \pi^0 &= \pi^0 K \\ \pi^0 \kappa &= 1 \end{cases}, \tag{3.6}$$

com

$$\begin{aligned} K &= \sum_{h=0}^{+\infty} B_h G^h, \\ \kappa &= \mathbb{1} + \sum_{i=0}^{+\infty} B_i \sum_{k=0}^{i-1} G^k \mu, \\ \mu &= \left[I - \sum_{i=1}^{+\infty} A_i \sum_{k=0}^{i-1} G^k \right]^{-1} \mathbb{1}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Em diversas aplicações, a dimensão dos blocos A_i pode ser bastante elevada. Daí que seja importante desenvolver algoritmos eficientes para a resolução da equação matricial não linear (3.3) que, na prática, precede a aplicação da Fórmula Recursiva de *Ramaswami* (3.4) e o cálculo das matrizes $\overline{A}_i$ e $\overline{B}_i$, $i \geq 0$. A técnica geralmente usada para obter a matriz G consiste na aplicação do seguinte algoritmo recursivo (ver Neuts (1989)):

$$\begin{aligned} G &= lim_{n \to +\infty} G_n \quad , \\ \text{onde} \quad G_n &= \begin{cases} A_0, & n = 0 \\ \sum_{j=0}^{n} A_j G_{n-j}^j, & n > 0 \end{cases} . \end{aligned} \tag{3.8}$$

A aplicação deste algoritmo pressupõe que todas as matrizes G_n, com $n \geq 0$, são matrizes estocásticas. Ora, como veremos, na nossa aplicação (ver Secção 3.4), a matriz A_0 não é estocástica, uma vez que apresenta algumas linhas nulas, o que implica que não seja possível renormalizar G_0 (matriz sub-estocástica) de modo a obter uma matriz estocástica. No entanto, este inconveniente pode ser contornado sem grandes dificuldades. De facto, a investigação dos métodos de álgebra linear numérica e optimização conduziu ao aparecimento, na literatura, de algoritmos capazes de resolver adequadamente o problema (3.3), mesmo neste caso. Nesta fase propômo-nos usar o esquema recursivo, adaptado do método de *Newton*, descrito em Latouche (1994), o qual fornece o mesmo resultado que o algoritmo

de *Neuts*, com a vantagem de ser caracterizado por uma ordem de convergência superior à deste último, sob condições muito fracas, extremamente fáceis de verificar e que têm uma interpretação probabilística fundamental. Este novo algoritmo pode ser descrito da seguinte maneira:

$$G = lim_{n\to+\infty} G_n, \tag{3.9}$$

$$G_1 = (I - A_1)^{-1} A_0, \tag{3.10}$$

$$G_{n+1} = \left(I - \sum_{i=1}^{+\infty} A_i G_n^{i-1} \right)^{-1} A_0, \quad n > 1. \tag{3.11}$$

A sucessão de matrizes assim definida é monótona não decrescente e converge para G. A matriz inversa necessária ao cálculo de G_{n+1}, com $n \geq 0$, existe sempre que $G_n \leq G$.

Existem variantes do esquema de cálculo (3.11), como o que se segue. Consideremos $\rho = \pi\beta$, onde $\beta = \sum_{i=1}^{+\infty} iA_i\mathbb{1}$ e π, um vector de componentes positivas solução de

$$\begin{cases} \pi(A - I) = 0, \quad \text{com} \quad A = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \\ \pi\mathbb{1} = 1 \end{cases}.$$

Quando $\rho \leq 1$, uma outra sucessão é definida por

$$G_1^* = \left(I - \sum_{i=1}^{\infty} A_i \right)^{-1} A_0$$

e a expressão (3.11) escrita para G_n^*. Esta sequência é não monótona, mas as matrizes G_n^* têm a vantagem de ser estocásticas e convergirem mais rapidamente para a matriz limite G do que as matrizes G_n. Neste algoritmo usa-se o critério de paragem $||G_n\mathbb{1} - \mathbb{1}|| \leq Erro$. Note-se que, com este algoritmo, a dificuldade referida anteriormente não se coloca, uma vez que G_1^* é, à partida, uma matriz estocástica. Como A_0 é multiplicada à direita nas expressões, as suas linhas nulas não interferem na propriedade estocástica (por linhas) da matriz G.

A implementação em computador do cálculo das matrizes (3.5) pode ser efectuada eficientemente, notando que, quando $i \to \infty$, se tem $\overline{B}_i, \overline{A}_i \to 0$. Daí resulta que, se fixarmos o valor do índice i suficientemente grande, se terá aproximadamente $\overline{B}_i \cong \overline{A}_i \cong 0$. Partindo desta condição inicial, calcula-se as outras matrizes implementando a fórmula recursiva para trás, i.e., usando $\overline{B}_k = B_k + \overline{B}_{k+1}G$ e $\overline{A}_k = A_k + \overline{A}_{k+1}G$ podemos obter todas as matrizes necessárias.

Naturalmente, o valor a atribuir ao índice i deve ser escolhido de modo a que as componentes $\sum_{k=i+1}^{\infty} B_k \mathbb{1}$ e $\sum_{k=i+1}^{\infty} A_k \mathbb{1}$ sejam significativamente próximas de zero. Claro que, nos problemas onde existe um número finito de matrizes A_v e B_v não nulas, a escolha do índice i torna-se natural e será igual ao índice da última matriz não nula. As equações $G = A_0 + \overline{A}_1 G$ e $K = B_0 + \overline{B}_1 G$ podem ser usadas para confirmar que a truncatura do índice i foi escolhida suficientemente grande. Note-se também que o esquema (3.5) envolverá sempre matrizes não negativas.

Akar e Sohraby (1997) propuseram ainda outros métodos para determinar a solução da equação matricial não linear que surge nas Cadeias de *Markov* quer do tipo $M/G/1$ quer do tipo $G/M/1$. Num dos métodos, a solução pode ser obtida simplesmente pelo cálculo do subespaço invariante à esquerda de uma matriz real quando a matriz geradora de probabilidade subjacente, $A(z)$, é racional. Este método abrange um grande número de modelos estocásticos, podendo o subespaço invariante ser efectivamente determinado usando uma ampla variedade de técnicas. Um dos outros métodos proposto por Akar e Sohraby (1997), para o cálculo de G, é um método iterativo baseado no algoritmo de *Neuts*, dado por:

$$\begin{aligned} G_0 &= 0, \\ G_{n+1} &= (I - A_1)^{-1} \left(\sum_{k=0, k\neq 1}^{+\infty} A_k G_n^k \right), \quad n \geq 0. \end{aligned}$$

Nas aplicações tratadas nesta dissertação, tal como já tivemos ocasião de referir anteriormente para outros algoritmos, não é aconselhável o uso deste último procedimento, devido à estrutura de A_0, que apresenta linhas de zeros.

Uma vez implementados os algoritmos para o cálculo da matriz G e do vector π, torna-se possível estudar as propriedades probabilísticas da cadeia de *Markov* do tipo $M/G/1$, nomeadamente o tempo de permanência no sistema, o tempo de espera e o comprimento da fila. Para que a utilização desta teoria no contexto do tráfego em cruzamentos semaforizados se torne clara, expomos de seguida a forma de se chegar a um modelo analítico do tráfego em cruzamentos regulados por ciclo fixo, em particular, e o procedimento a seguir para o estudo de características como o comprimento da fila de espera e o tempo de espera.

3.4 Modelação da fila de espera em cruzamentos regulados por ciclo fixo

Nesta secção, a teoria anterior é aplicada no contexto do tráfego semaforizado com ciclo fixo, incluindo a apresentação de alguns resultados numéricos. Dado que se conclui que estes modelos não são adequados ao tratamento dos semáforos semi-actuados, uma nova abordagem de filas de espera versando filas de espera com pausa do servidor será apresentada na Secção 3.5.

Um cruzamento semaforizado regulado com ciclo fixo, em que tanto o período de verde como o período de vermelho são fixados, é um sistema de espera em que cada veículo, quando chega ao cruzamento, tem de esperar, se existirem veículos à sua frente e chegar durante o período de verde, ou se chegar ao cruzamento durante o período de vermelho. Suponhamos que o período de tempo de verde e o período de tempo de vermelho têm duração $M.T_a$ e $N.T_a$, respectivamente. A constante T_a representa a quantidade de tempo necessária para que um veículo atravesse o cruzamento. Na terminologia dos sistemas de espera, estamos perante um sistema que consiste num servidor (semáforo) que está activo em períodos de duração $M.T_a$ e inactivo por períodos de duração $N.T_a$, sendo o tempo de atendimento igual a T_a segundos, e que apresenta as seguintes especificações:

1. Os veículos chegam ao cruzamento de acordo com um processo de *Poisson* de taxa λ;

2. O servidor está apto a servir um grupo de quando muito r (número de vias) veículos em cada período de serviço (período de verde);

3. O tempo de atendimento, para cada grupo, é constante e igual a T_a segundos;

4. O serviço só começa e termina nos instantes de tempo $0, T_a, 2T_a, \ldots, nT_a, \ldots$;

5. O ciclo do semáforo consiste num intervalo de verde, de duração $M.T_a$ segundos, seguido de um intervalo de vermelho de duração $N.T_a$ segundos.

Considerar que o tempo de atendimento é constante é pouco realista na aplicação a sistemas de espera de tráfego, em cruzamentos semaforizados, uma vez que apenas os veículos que estão parados em fila de espera, quando o semáforo abre, despendem algum tempo no arranque, o mesmo não se passando com os veículos que não param (porque o sinal está verde e a fila já foi esvaziada), pois passam a linha de paragem à velocidade desejada.

No caso que trataremos nesta dissertação considerámos $r = 1$, uma vez que, na maior parte dos cruzamentos semi-actuados, que são os que de facto nos interessa estudar, só existe uma via na aproximação ao semáforo, por esta ser considerada uma via secundária. Para $r \geq 1$, o procedimento de cálculo das matrizes necessárias à análise da fila de espera segue os mesmos princípios, embora se torne um pouco mais longo, e encontra-se descrito em Hu et al. (1997).

3.4.1 Formulação da cadeia de *Markov*

Tomando como referência uma via de acesso ao cruzamento, designemos por $\{L(t), \xi(t)\}$, com $t \geq 0$, um sistema de estados ao longo do instante t, onde $L(t)$ é o comprimento da fila no instante t e $\xi(t)$ o número de intervalos de duração T_a decorridos até ao instante t, desde a última abertura do sinal verde. O espaço de estados de $L(t)$ é $\mathbb{N}$ e o de $\xi(t)$ é $\{0, 1, 2, \ldots, M + N\}$. O processo $\{\xi(t)\}$ é também referido como o estado do sinal do sistema.

Define-se também, no instante t, o sistema $\{X, T_a\} = \{X_n, t_n; n \in \mathbb{N}\}$, onde $X_n = \{L(t_n), \xi(t_n)\}$ e $t_n = nT_a$. A ligação entre este último sistema e o inicial é dada pelo seguinte resultado:

O processo $\{L(t), \xi(t)\}$, com $t \geq 0$, é um processo semi-regenerativo e o processo markoviano de renovamento associado é $\{X, T_a\}$ (Hu et al., 1997).

A matriz de probabilidades de transição de X_n é uma matriz por blocos, cuja estrutura algo particular fica definida pela seguinte proposição (Hu et al., 1997):

Proposição 3.4.1 *A matriz de probabilidades de transição, Q, de X_n é dada por*

$$Q = \begin{bmatrix} B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & \cdots \\ A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & \cdots \\ 0 & A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & \cdots \\ 0 & 0 & A_0 & A_1 & A_2 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & A_0 & A_1 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

onde A_i e B_i, com $i \geq 0$, são matrizes $(M+N) \times (M+N)$.

O elemento $b^i_{p,q}$ de B_i pode ser avaliado conjugando as expressões:

$$\begin{cases} b^{(i)}_{p,p+1} &= a_i, \quad p = 1, 2, \ldots M+N-1; \\ b^{(i)}_{M+N,1} &= a_i \\ b^{(i)}_{p,q} &= 0, \text{ nos outros casos.} \end{cases} \tag{3.13}$$

Do mesmo modo, o elemento $a_{p,q}^{(i)}$ de A_i pode ser identificado através de:

$$\begin{cases} a_{p,p+1}^{(i)} &= a_i, \quad p = 1, 2, \ldots, M-1; \\ a_{p,p+1}^{(i)} &= a_{i-1}, \quad p = M, M+1, \ldots, M+N-1; \\ a_{M+N,1}^{(i)} &= a_i \\ a_{p,q}^{(i)} &= 0, \text{ nos outros casos.} \end{cases} \tag{3.14}$$

Uma vez que sassumiu que as chegadas são *poissonianas* com taxa λ, $a_i = e^{-\lambda T_a}\dfrac{(\lambda T_a)^i}{i!}$ $(i = 0, 1, 2, \ldots)$ é a probabilidade de ocorrerem i chegadas no decorrer dum intervalo de tempo de duração T_a e, quando os elementos das matrizes são avaliados, ficará convencionado que $a_i = 0$ para todo $i < 0$. Claramente, a matriz Q apresentada na Proposição 3.4.1 é do tipo $M/G/1$, tal como foi apresentado na secção anterior (expressão (3.1)). Assim a teoria desenvolvida em Neuts (1989) e anteriormente exposta pode ser aplicada para obter a condição de ergodicidade para a cadeia de *Markov* X_n. Para isso, seguindo o exposto na Secção 3.3, determinamos a matriz A e os vectores π e β, da forma que se segue.

A matriz estocástica A e o vector de probabilidade invariante, π, a ela associado, são dados por:

$$\begin{cases} \pi A &= \pi, \text{ com } A = \displaystyle\sum_{i=0}^{\infty} A_i \\ \pi \mathbb{1} &= 1 \end{cases},$$

onde π é um vector único e de componentes positivas, desde que a matriz A seja irredutível. De facto, os elementos de π que resultam da aplicação da teoria das cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ aos cruzamentos semaforizados regulados por ciclo fixo, são todos iguais entre si e iguais a $\dfrac{1}{M+N}$, uma vez que se tem, no pressuposto das chegadas serem *Poissonianas*,

$$A = e^{-\lambda T_a}\begin{bmatrix} 0 & \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \\ \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= e^{-\lambda T_a}\begin{bmatrix} 0 & e^{\lambda T_a} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda T_a} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & e^{\lambda T_a} \\ e^{\lambda T_a} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Seguindo os passos expostos na Secção anterior, definindo o vector $\beta = \sum_{i=1}^{\infty} iA_i\mathbb{1}$, recorremos à seguinte proposição que nos fornece uma condição necessária e suficiente para a ergodicidade da cadeia X_n (Hu et al., 1997).

Proposição 3.4.2 *A cadeia de Markov $X_n = \{L(nT_a), \xi(nT_a)\}$, $n \in \mathbb{N}$, é ergódica se e só se*

$$M - (M + N)\lambda T_a > 0 \tag{3.15}$$

Prova: Consideremos $\rho = \pi\beta$, onde π e β são os vectores definidos anteriormente. Aten-

dendo à forma das matrizes A_i, vem que β é dado por:

$$= e^{-\lambda T_a} \begin{bmatrix} 0 & \sum_{i=1}^{\infty} i\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{\infty} i\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \\ \sum_{i=1}^{\infty} i\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \mathbb{1}$$

$$= e^{-\lambda T_a} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{\infty} i\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{\infty} i\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \\ \sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \\ \sum_{i=1}^{\infty} i\frac{(\lambda T_a)^i}{i!} \end{bmatrix} = e^{-\lambda T_a} \begin{bmatrix} \lambda T_a e^{\lambda T_a} \\ \vdots \\ \lambda T_a e^{\lambda T_a} \\ (\lambda T_a + 1)e^{\lambda T_a} \\ \vdots \\ (\lambda T_a + 1)e^{\lambda T_a} \\ \lambda T_a e^{\lambda T_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda T_a & \longleftarrow & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ \lambda T_a & \longleftarrow & M-1 \\ \lambda T_a + 1 & \longleftarrow & M \\ \vdots & & \vdots \\ \lambda T_a + 1 & \longleftarrow & M+N-1 \\ \lambda T_a & \longleftarrow & M+N \end{bmatrix}.$$

Logo,

$$\rho = \begin{bmatrix} \frac{1}{M+N} & \cdots & \frac{1}{M+N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda T_a \\ \vdots \\ \lambda T_a \\ \lambda T_a + 1 \\ \vdots \\ \lambda T_a + 1 \\ \lambda T_a \end{bmatrix} = \frac{\lambda T_a(M+N)+N}{M+N},$$

onde λT_a representa o número médio de chegadas de *Poisson* num intervalo de tempo de duração T_a. Como a matriz A é irredutível e a matriz G é estocástica, recorrendo ao Teorema A.3.1 apresentado em Neuts (1989) e transcrito para o Apêndice A, Secção A.3, fica garantido que $\rho \leq 1$, isto é, $\frac{\lambda T_a(M+N)+N}{M+N} \leq 1$, o que equivale a (3.15). ■

Sob a condição (3.15), o procedimento numérico desenvolvido em Neuts (1989), assim como o procedimento descrito em (3.11) podem ser usados para obter o vector de probabilidade invariante u_i^k (com $i = 1, 2, \ldots, M+N$ e $k \geq 0$) da matriz estocástica Q, matriz de probabilidades de transição de X_n, dada por (3.12). A quantidade u_i^k representa a probabilidade estacionária de que, no fim de um qualquer intervalo de tempo de duração T_a, existam k clientes na fila e o sistema esteja no estado de sinal i. Assim, a distribuição estacionária do comprimento da fila de espera no fim de qualquer intervalo de tempo de duração T_a pode ser dada por $u^k = \sum_{i=1}^{M+N} u_i^k$. Os vectores u_i^k, na qualidade de vectores de probabilidade invariante, são calculados usando o algoritmo descrito pelas expressões (3.4) a (3.7).

Com vista a uma utilização posterior (ver parágrafo seguinte), designaremos por $U_i(z)$ a função geradora de probabilidade de u_i^k.

Neste parágrafo, optámos por apresentar os resultados mais importantes, necessários para justificar a existência de uma distribuição estacionária para o comprimento da fila no

fim de qualquer intervalo de tempo de duração T_a, compostos por um conjunto de proposições e teoremas. No entanto, limitámo-nos a incluir a demonstração da Proposição 3.4.2, porque o seu resultado é importante para estabelecer a condição de equilíbrio do sistema. Estas proposições e teoremas, acompanhadas das respectivas demonstrações podem ser consultadas em Hu et al. (1997).

De forma a determinar analiticamente as principais medidas de desempenho que caracterizam o sistema de espera em estudo (o comprimento médio da fila de espera e o tempo médio de espera de cada cliente), usando o método analítico-matricial introduzido por *Neuts* para estudo de cadeias de *Markov* do tipo M/G/1, apresentamos no parágrafo seguinte os cálculos efectuados com esse objectivo em mente e o algoritmo que construímos para esse fim.

3.4.2 Comprimento da fila e tempo de espera

Relembremos que pretendemos modelar um sistema de espera composto por um cruzamento semaforizado isolado numa rede de tráfego urbano, com uma única faixa de rodagem em cada sentido do tráfego. Para o modelo que estamos aqui a considerar, a estacionaridade da distribuição de probabilidade do comprimento da fila num instante de tempo arbitrariamente escolhido não coincide com a estacionaridade da distribuição da cadeia de *Markov*, a qual está definida nos instantes $0, T_a, 2T_a, \ldots, nT_a, \ldots$. Usando a propriedade semi-regenerativa do processo de estado (ver Apêndice A, Secção A.2) relacionamos a distribuição estacionária do comprimento da fila de espera com o tempo de espera dos clientes num instante aleatoriamente escolhido. O resultado essencial deste parágrafo consiste no Teorema 3.4.3.

Designemos por $L_i(t, j)$ a probabilidade de que, no instante t, existam j clientes no sistema e o servidor esteja no estado i, i.e.,

$$L_i(t, j) = Pr\{L(t) = j, \xi(t) = i)\}. \tag{3.16}$$

A probabilidade p_i^j designará a versão limite de $L_i(t, j)$ quando $t \to +\infty$ e a sua função geradora será portanto $P_i(z) = \sum_{j=0}^{\infty} p_i^j z^j$. Denotemos por $M_i(k, t)$ o número esperado de visitas da cadeia $\{X, T_a\}$ ao estado (k, i), para $k \geq 0$, $1 \leq i \leq M + N$, no intervalo $[0, t)$. Então as funções geradoras de probabilidade $P_i(z)$ e $U_i(z)$, esta última definida anteriormente na secção 3.4.1, estão relacionadas do seguinte modo (Hu et al., 1997):

Teorema 3.4.1 *A função geradora de probabilidade $P_i(z)$ está relacionada com a função geradora de probabilidade $U_i(z)$ pela expressão:*

$$P_i(z) = U_i(z)\frac{1 - e^{-\lambda T_a(1-z)}}{\lambda T_a(1 - z)} \tag{3.17}$$

Prova: Dado que, na hipótese das chegadas serem *poissonianas*,

$$L_i(t, j) = \sum_{k=0}^{j} \int_0^t e^{-\lambda(t-u)} \frac{[\lambda(t - u)]^{j-k}}{(j - k)!} F(T_a - t + u) dM_i(k, u), \tag{3.18}$$

onde

$$F(y) = \begin{cases} 1 & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}, \tag{3.19}$$

aplicando o Teorema Fundamental do Renovamento para processos markovianos de renovamento (Apêndice A, Teorema A.2.2 ou Kulkarni (1995)) na expressão (3.18), obtemos os seguintes limites:

$$\begin{aligned} p_i^j &= \lim_{t\to\infty} Pr\{L(t) = j, \xi(t) = i\} \\ &= \sum_{k=0}^{j} \frac{1}{m_i^k} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j - k)!} F(T_a - u) du \end{aligned} \tag{3.20}$$

onde m_i^k é o tempo esperado de recorrências para o estado (k, i), com $k \geq 0$, $1 \leq i \leq M + N$, para o processo *Markoviano* de renovamento $\{X, T_a\}$. Se definirmos n_i^k como sendo o tempo esperado de retorno ao estado (k, i), $k \geq 0$ e $1 \leq i \leq M + N$, na cadeia de *Markov* fixada X_n,

é claro que, pela teoria das cadeias de *Markov*, se tem $u_i^k = \dfrac{1}{n_i^k}$. Uma vez que $m_i^k = n_i^k T_a$, decorre de (3.20) que:

$$\begin{aligned} p_i^j &= \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{T_a} \int_0^{\infty} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} F(T_a - u) du \\ &= \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{T_a} \int_0^{T_a} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} du. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Multiplicando por z^j e somando ambos os lados de (3.21), obtem-se facilmente que:

$$\sum_{j=0}^{+\infty} p_i^j z^j = \sum_{j=0}^{+\infty} z^j \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{T_a} \int_0^{T_a} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} du.$$

Logo

$$\begin{aligned} P_i(z) &= \sum_{j=0}^{+\infty} z^j \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{\lambda T_a} \left(1 - e^{-\lambda T_a} \sum_{p=0}^{j-k} \frac{(\lambda T_a)^p}{p!} \right) \\ &= \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{k=0}^{j} \frac{z^j u_i^k}{\lambda T_a} - \frac{e^{-\lambda T_a}}{\lambda T_a} \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{k=0}^{j} z^j u_i^k \sum_{p=0}^{j-k} \frac{(\lambda T_a)^p}{p!}. \end{aligned}$$

Assim, a expressão (3.17) pode ser simplesmente obtida através de algum cálculo algébrico:

$$\begin{aligned} P_i(z) &= \frac{U_i(z)}{\lambda T_a (1-z)} - U_i(z) \frac{e^{-\lambda T_a (1-z)}}{\lambda T_a (1-z)} \\ &= U_i(z) \frac{1 - e^{-\lambda T_a (1-z)}}{\lambda T_a (1-z)}. \end{aligned}$$

■

De facto, $H(z) = \dfrac{1 - e^{-\lambda T_a (1-z)}}{\lambda T_a (1-z)}$ é a função geradora de probabilidade da distribuição do número de clientes que chegam durante o tempo de de vida residual limite (ou a idade limite de um processo de renovamento) num intervalo de tempo de duração T_a. Por este motivo, a relação (3.17) pode ser interpretada como se o sistema tendesse para a estacionaridade. O

número de clientes na fila, num instante arbitrário, pode ser visto como o número de clientes na fila no fim de cada intervalo de duração T_a mais o número de clientes que chegaram durante um intervalo de tempo com distribuíção igual à idade limite de um processo de renovamento com tempos entre renovamentos sucessivos constantes e iguais a T_a.

A seguir, estudaremos a distribuição de probabilidade conjunta do tempo de espera virtual e do estado do sinal do sistema, correspondendo a um cliente que chega no instante t.

Para simplificar a exposição, definem-se as quantidades:

$w_i(t, x)$**:** probabilidade de um cliente virtual, que chega no instante t, encontrar o sistema no estado de sinal i e esperar quando muito x unidades de tempo, com $x \geq 0$ e $1 \leq i \leq M + N$.

$c(i, j, k)$**:** número mínimo de intervalos de tempo de duração T_a que um cliente deve esperar, quando encontra o sistema no estado de sinal i, com j clientes na fila e com k clientes no sistema no fim do intervalo anterior de tempo de duração T_a, com $i \geq 1$, $k \geq 0$, $j \geq k$.

$w_i(x)$**:** versão limite de $w_i(t, x)$, $x \geq 0$, quando $t \to +\infty$, para $1 \leq i \leq M + N$.

A quantidade $c(i, j, k)$, com $i \geq 1$, $k \geq 0$, $j \geq k$, é dada por:

$$c(i, j, k) = \begin{cases} M + N - i + \left[\frac{R(j,k)-(M-i)^+}{M}\right](M + N) \\ + \{R(j, k) - (M - i)^+\} \mod M & , \quad se \quad R(j, k) > (M - i)^+ \\ \\ R(j, k), & se \quad R(j, k) \leq (M - i)^+ \end{cases} \tag{3.22}$$

onde

$$R(j, k) = \begin{cases} \left[\frac{j-k}{1}\right], & se \quad i \leq M, k < 1 \\ \left[\frac{j-r}{1}\right], & se \quad i \leq M, k \geq 1 \\ \left[\frac{j}{1}\right], & se \quad i > M \end{cases} , \tag{3.23}$$

$(x)^+ = \max(0, x)$ e $[\bullet]$ representa a parte inteira. Esta quantidade intervém no Teorema seguinte (Hu et al., 1997), que nos dá a transformada de *Laplace* do tempo de espera de um cliente que encontra o sistema no estado de sinal i.

Teorema 3.4.2 *A transformação de* Laplace *de* $w_i(x)$ *é expressa por:*

$$W_i(s) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{T_a} \int_0^{T_a} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} e^{-[T_a + T_a c(i,j,k) - u]s} du. \tag{3.24}$$

Prova: De modo similar ao procedimento seguido no Teorema anterior, para a derivação de $L_i(t, j)$, podemos escrever a expressão de $w_i(t, x)$ em termos de $M_i(k, t)$ e $c(i, j, k)$:

$$\begin{aligned} w_i(t, x) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{j} \int_0^t & e^{-\lambda(t-u)} \frac{[\lambda(t-u)]^{j-k}}{(j-k)!} F(T_a - t + u) \\ & F\left[t + x - T_a - u - tc(i, j, k)\right] dM_i(k, u), \end{aligned}$$

onde $F(y)$ é a função definida em (3.19). Fazendo $t \to \infty$ e aplicando o Teorema Fundamental do Renovamento (ver Apêndice A, Teorema A.2.2 ou Kulkarni (1995)), podemos obter $w_i(x)$, para $x \geq 0$, $1 \leq i \leq M + N$, como sendo:

$$\begin{aligned} w_i(x) &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{j} \frac{1}{m_i^k} \int_0^{\infty} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} F(T_a - u) F\left[u + x - T_a - T_a c(i, j, k)\right] du \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{T_a} \int_0^{T_a} e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} F\left[u + x - T_a - T_a c(i, j, k)\right] du. \end{aligned}$$

Aplicando a transformada de *Laplace* em ambos os membros desta igualdade, o resultado (3.24) é facilmente obtido. ■

Os Teoremas 3.4.1 e 3.4.2 permitem-nos obter a função geradora de probabilidade da distribuição de probabilidade estacionária do comprimento da fila de espera, dada por $P(z) =$

$\sum_{i=1}^{M+N} P_i(z)$, e a transformação de *Laplace* aplicada à distribuição de probabilidade estacionária do tempo de espera, dada por $W(s) = \sum_{i=1}^{M+N} W_i(s)$.

Estamos agora em condições de chamar a atenção para o facto dos valores médios do comprimento da fila de espera e do tempo de espera poderem ser facilmente avaliados com base em $P(z)$ e $W(s)$, levando-nos ao resultado expresso no seguinte teorema (Hu et al., 1997):

Teorema 3.4.3 *O comprimento médio da fila de espera, $E[L]$, e o tempo médio de espera, $E[W]$, são dados por:*

$$E[L] = \frac{\lambda T_a}{2} + \sum_{i=1}^{M+N} \sum_{k=0}^{\infty} k u_i^k \tag{3.25}$$

e

$$E[W] = \frac{T_a}{2} + \sum_{i=1}^{M+N} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{j} \frac{u_i^k}{T_a} \int_0^{T_a} c(i,j,k) e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{j-k}}{(j-k)!} du. \tag{3.26}$$

Prova: Este teorema pode ser facilmente demonstrado tomando como ponto de partida o cálculo das derivadas de $P(z)$ e de $W(s)$ em $z = 1$ e $s = 0$, respectivamente, dadas por (3.17) e (3.24), após soma em i. ■

Note-se que calcular $E[W]$ através da expressão (3.26) torna-se desencorajador, dado que é muito difícil avaliar $c(i, j, k)$ em grande parte dos casos. Uma alternativa ao cálculo directo através da igualdade (3.26) consiste em aplicar a fórmula de *Little* e calcular $E[W]$ através da relação $E[W] = E[L]/\lambda$. De facto, o segundo termo de (3.25) é a média do comprimento da fila no fim de cada intervalo de tempo de duração T_a, pelo que pode ser determinado ao longo do cálculo das quantidades u_i^k, com $k \geq 0$, $i = 1, 2, \ldots, M + N$, sem dificuldade.

Na forma algorítmica, o procedimento a seguir para determinar o comprimento médio da fila de espera, dado pela expressão (3.25), é o seguinte:

1. Determinar a matriz Q:
   - Calcular as matrizes A_i não nulas, para $i \geq 0$, e fixar o índice i da última matriz A_i não nula.
   - Calcular as matrizes B_i não nulas, para $i \geq 0$, e fixar o índice i da última matriz B_i não nula.
2. Calcular a matriz G, usando o procedimento descrito de (3.9) a (3.11).
3. Calcular a matriz K e os vectores μ e κ, usando as expressões (3.7).
4. Resolver o sistema (3.6).
5. Calcular as matrizes $\overline{A}_n$ e $\overline{B}_n$, para $n \geq 0$, seguindo as respectivas expressões apresentadas em (3.5).
6. Determinar os vectores u^k de dimensão $M + N$ a partir da expressão (3.4) com u^k no lugar de π^k, para $k \geq 1$.
7. Calcular o valor de $E[L]$ usando a expressão (3.25) e, seguidamente, o valor de $E[W]$ através da fórmula de *Little*.

Uma vez descrito o procedimento a seguir para calcular o comprimento médio da fila de espera e o tempo médio de espera, estamos em condições de o aplicar num caso concreto, o que será feito no parágrafo seguinte.

3.4.3 Aplicação num caso concreto e comparação com os resultados obtidos na simulação de tráfego

Na modelação via filas de espera com pausas do servidor são assumidas chegadas de *Poisson* de modo a garantir a propriedade de *Markov* do modelo. Todavia, este modelo não se

torna adequado a uma situação de tráfego real, onde as chegadas de veículos são geralmente influenciadas pela regulação dos semáforos nos cruzamentos a montante, sendo a chegada de pelotões um fenómeno correntemente observado. Assim sendo, este tipo de modelos só deveria de facto ser aplicado ao estudo de cruzamentos isolados. Apesar de tais limitações, a modelação através de cadeias de *Markov* do tipo $M/G/1$ é usada em semáforos regulados com ciclo fixo.

Vimos no parágrafo anterior que o método analítico'-matricial constitui uma poderosa ferramenta para a modelação da espera em cruzamentos semaforizados e que, recorrendo a este método, é possível analisar as medidas de desempenho que caracterizam este sistema de espera, para os fluxos de chegadas mais ajustados à realidade do dia-a-dia.

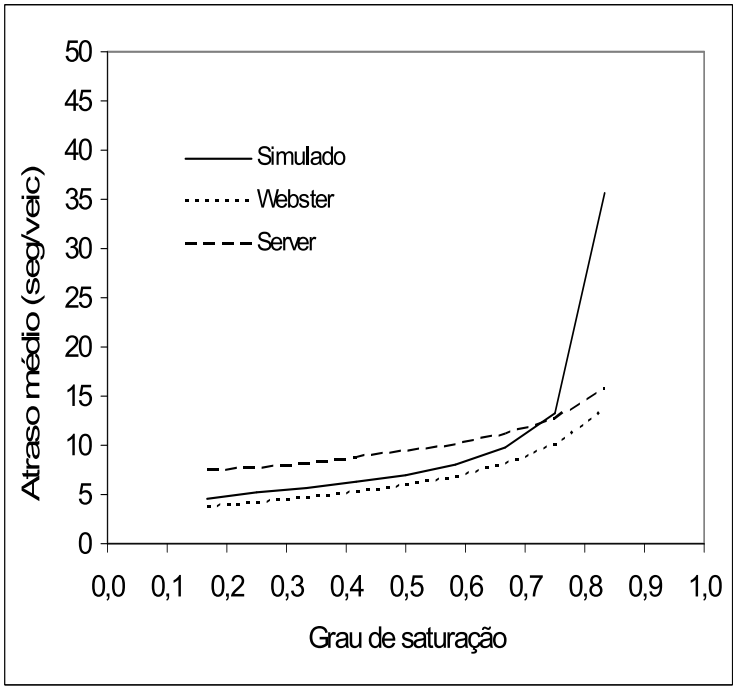


Figura 3.1: Representação gráfica dos atrasos médios de um condutor obtidos por simulação (curva *Simulado*) e por aplicação da teoria de filas de espera com (curva *Server*) e sem (curva *Webster*) pausas do servidor, numa via regulada com tempo de verde fixo igual a 40 segundos num ciclo de 60 segundos.

Neste parágrafo consideramos um cruzamento semaforizado regulado com ciclo fixo com uma duração de *60* segundos e com um tempo de verde igual a *40* segundos, num

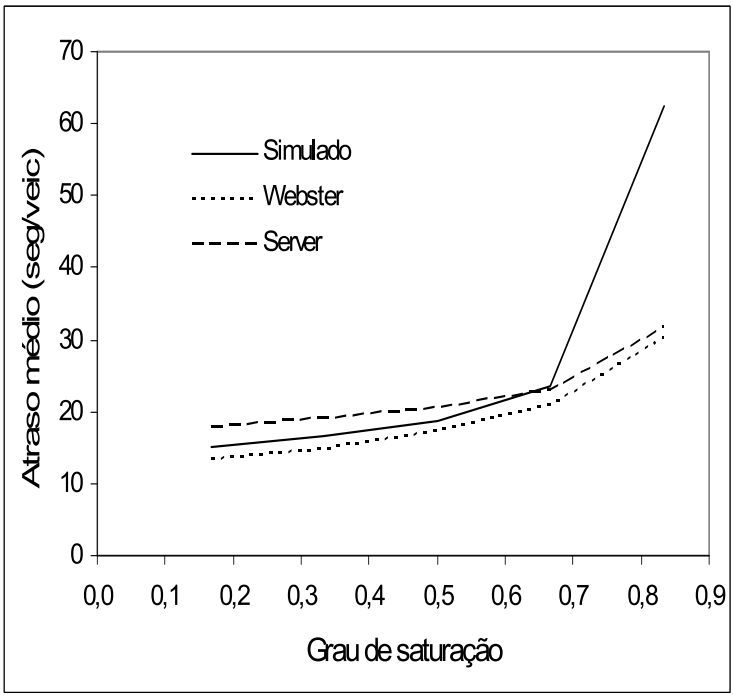


Figura 3.2: Representação gráfica dos atrasos médios obtidos por simulação (curva *Simulado*) e por aplicação da teoria de filas de espera com (curva *Server*) e sem (curva *Webster*) pausas do servidor, numa via regulada com tempo de verde fixo igual a 20 segundos num ciclo de 60 segundos.

primeiro caso e *20* segundos, num segundo caso. Consideramos graus de saturação que variam entre *0* e *1*, calculados pela expressão (1.5). O débito de saturação considerou-se igual a *0,5* (veíc/seg), o que corresponde a 1800 (veíc/hora) e o débito de chegadas, q, varia entre *200* (veíc/hora) e valores para os quais resultem graus de saturação inferiores à unidade, portanto dependendo do comprimento do ciclo e do tempo de verde fixados em cada situação.

Nas Figuras 3.1 e 3.2 estão apresentadas as curvas que descrevem o atraso médio dos veículos (tempo de espera dos clientes) no primeiro e no segundo caso, respectivamente. Estão representadas as curvas obtidas recorrendo à expressão (3.25) conjugada com a relação $E[W] = E[L]/\lambda$, além das curvas obtidas por aplicação da Fórmula de *Webster* (1.6) e por aplicação dos métodos de simulação numérica (ver Capítulos 1 e 2, respectivamente). Comparando os resultados obtidos recorrendo às filas de espera com pausas do servidor com

os obtidos pela Fórmula de *Webster*, pode-se constatar que as curvas de atraso obtidas por ambos os métodos são semelhantes para qualquer grau de saturação. No entanto, quando confrontados com os resultados provenientes da simulação, debatemos-nos com o problema anteriormente referido no Capítulo 2: para um grau de saturação superior a *0,7*, a expressão desenvolvida por recurso à teoria de filas de espera com pausas do servidor fornece valores de tempo de espera muito àquem dos valores reais, o que, aliás, acontece também com a Fórmula de *Webster*. Para graus de saturação menores, os três métodos dão soluções muito semelhantes, com o método desenvolvido neste capítulo a fornecer sempre estimações por valores mais altos do que os outros métodos.

Visto que não encontramos vantagens no uso da teoria de filas de espera com pausas do servidor, conforme descritas na Secção3.3, para fluxos de tráfego elevado (no qual reside grande parte do nosso interesse nesta tese), quando consideramos cruzamentos regulados com ciclo fixo, que são mais simples de tratar analiticamente, não nos pareceu justificável investigar a aplicação dos métodos apresentados nesta Secção a semáforos com regulação semi-actuada. De facto, na regulação semi-actuada é difícil estimar o intervalo de tempo de verde (servidor activo), assim como o intervalo de tempo de vermelho (pausa do servidor), o que se traduz depois numa dificuldade acrescida na manipulação de modelos que, já nos cenários mais simples, como acabámos de constatar, revelam deficiências.

Uma vez investigada a aplicação das filas de espera com pausas do servidor no caso dos semáforos regulados por ciclo fixo, interessa-nos investigar a possibilidade de ajustar um modelo ainda da classe das filas de espera com pausas do servidor, eventualmente mais complexo do que o anterior, ao caso dos semáforos semi-actuados. Torna-se fundamental começar por identificar o tipo de fila de espera com pausas do servidor que se adapta às condições de regulação dos semáforos semi-actuados, sabendo à partida, que o tipo de filas de espera tratadas na Secção 3.3 não se ajustarão, pelo menos para graus de saturação elevados. Neste sentido começamos por introduzir as filas de espera $M/G/1$ com serviço não retido e tempo limitado (Secção 3.5), passando em seguida à sua especificação no contexto

do tráfego semi-actuado (Secção 3.6).

3.5 Filas do tipo M/G/1 com serviço não retido e tempo limitado

Nesta secção, analisamos uma fila de espera $M/G/1$ em que, ocasionalmente, o servidor faz uma pausa e a disciplina de serviço segue uma política de não retenção e tempo limitado[6]. O termo *tempo limitado* refere-se ao facto de que o servidor serve a fila de espera até um limite fixo de tempo durante cada visita. Este tempo é referido como o tempo máximo de atendimento do servidor, T_m. Trata-se de uma constante fixa. O termo *sem retenção ou não retido* refere-se ao facto de os clientes que chegam durante o período de atendimento do servidor serem candidatos a serem atendidos durante esta visita do servidor, enquanto o tempo máximo de atendimento não expirar. Por oposição, o termo com retenção refere-se às filas em que o servidor apenas atende os clientes em espera no início de um período de serviço; os clientes que entretanto chegarem terão que esperar até à próxima visita do servidor. Os clientes são servidos no regime FIFO (*first-in-first-out*). O servidor faz uma pausa assim que todos os clientes presentes no sistema forem atendidos ou assim que T_m expire, o que ocorrer primeiro. Se a fila estiver vazia quando o servidor volta de uma pausa, este inicia imediatamente uma nova pausa.

Como a política de serviço é sem retenção, é necessário descrever o comportamento do sistema desde o instante em que o servidor começa a servir os clientes em fila, de modo a caracterizar a quantidade de trabalho deixada na fila quando o servidor inicia uma nova pausa. Então define-se o estado do sistema no instante t como sendo a quantidade de trabalho na fila nesse instante. Assim urge caracterizar a distribuição da quantidade de trabalho no início de um período de serviço (Leung e Eisenberg, 1991), para seguidamente se poder determinar as expressões que caracterizam a quantidade média de trabalho e o comprimento

[6]Em inglês, *"non-gated time-limited policy"*.

médio da fila num qualquer instante de tempo e finalmente determinar o tempo médio de espera de cada cliente. É exposto na subsecção seguinte o procedimento efectuado para atingir tal fim.

Um *período de serviço* é definido como sendo o intervalo de tempo que vai desde que o serviço começa a atender os clientes em fila até ao instante em que inicia uma pausa. Definimos *ciclo* como sendo o intervalo de tempo entre dois instantes de início de períodos de serviço consecutivos.

3.5.1 Caracterização da quantidade de trabalho no sistema

A obtenção da função densidade de probabilidade da quantidade de trabalho num instante arbitrário durante uma pausa do servidor, neste modelo, passa pela dedução de uma equação funcional que caracterize a quantidade de trabalho no instante em que o servidor inicia um período de serviço. Como veremos mais à frente, esta equação é bastante complexa, sendo necessário recorrer a métodos numéricos para a sua resolução. Na sua resolução é empregue uma técnica numérica semelhante à usada por Weeks (1966) na inversão de transformadas de *Laplace*. Resumidamente, podemos dizer que o complementar da função de distribuição do comprimento de um período de serviço (tempo desde o início de um período de serviço até que a fila se esvazie, assumindo que o tempo máximo de atendimento nunca é atingido) é aproximado por uma soma de funções de *Laguerre*. Com base na relação entre a quantidade de trabalho num instante de início de um período de serviço e o comprimento deste período de ocupação do servidor, a equação funcional é transformada num conjunto de equações lineares, cujas soluções são os coeficientes das funções de *Laguerre*. Assim, a quantidade de trabalho na fila, num instante arbitrário durante uma pausa, pode ser obtida a partir do conhecimento da equação da quantidade de trabalho nos instantes de início do serviço. A partir da decomposição da quantidade de trabalho (Boxma e Groenendijk, 1987) e da propriedade PASTA[7] (Wolff, 1982), o tempo médio de espera pode ser facilmente obtido,

[7] *Poisson Arrivals See Time Averages*

como veremos adiante neste parágrafo. A propriedade PASTA consiste no seguinte:

> Assumindo que as chegadas a uma fila formam um processo de *Poisson*, cada chegada "vê" a distribuição do comprimento da fila como sendo a distribuição limite do comprimento da fila em estado estacionário.

Em vários modelos estocásticos, particularmente nos que respeitam aos fenómenos de espera, as chegadas de *Poisson* observam um processo estocástico e interagem com ele. A propriedade PASTA reflecte-se no facto de a fracção de chegadas que observa o processo num determinado estado ser igual à fracção de tempo em que o processo está nesse estado.

Introduz-se a seguinte notação:

$X^*(.)$: transformada de *Laplace* do tempo de atendimento (variável aleatória X).

$f_v(.)$, $V^*(.)$: função densidade de probabilidade e transformada de Laplace do comprimento de uma pausa (variável aleatória V).

$f_p(.)$, $U_p^*(.)$: função densidade de probabilidade e transformada de *Laplace* da quantidade de trabalho no início de um período de serviço (variável aleatória U_p).

$U^*(.)$: transformada de *Laplace* da quantidade de trabalho num qualquer instante de tempo (variável aleatória U).

$P_0(t)$: probabilidade da fila estar vazia no instante t.

Supõe-se que:

1. Os clientes chegam à fila de acordo com um processo de *Poisson* de taxa λ e o tempo de serviço é geral com os primeiros dois momentos finitos;
2. O sistema tem uma sala de espera infinita;
3. O sistema está em equilíbrio se $\rho < \dfrac{T_m}{T_m + E[V]}$, onde $\rho = \lambda E[X]$;
4. O comprimento da pausa (variável aleatória V) é estatisticamente independente da quantidade de trabalho na fila quando uma pausa se inicia.

O resultado teórico essencial no estudo de filas de espera com pausas do servidor é a propriedade de decomposição estocástica, segundo a qual, o sistema pode ser analisado considerando separadamente o comportamento do sistema quando não existem pausas do servidor e o comportamento do sistema quando o servidor está a efectuar uma pausa. Boxma e Groenendijk (1987) mostram que a quantidade de trabalho, presente num instante arbitrário, dum modelo $M/G/1$ com pausas é distribuída como a soma da quantidade de trabalho, num instante arbitrário, numa fila $M/G/1$ sem pausas e a quantidade de trabalho num instante arbitrário durante uma pausa. Partindo desta propriedade, a principal dificuldade na análise destes modelos com tempo de serviço limitado reside na caracterização da quantidade de trabalho num instante arbitrário durante uma pausa do servidor. Para ultrapassar esta dificuldade, adopta-se um procedimento composto pelas seguintes etapas (Leung e Eisenberg, 1990):

1. Define-se a equação funcional que caracteriza a quantidade de trabalho no início de um período de serviço. Se a fila estiver em equilíbrio, a transformada de *Laplace* da quantidade de trabalho na fila no início de um período de serviço é o produto da transformada de *Laplace* da quantidade de trabalho no fim de um período de serviço, $U^*(s, T_m)$, pela transformada de *Laplace* da quantidade de trabalho que chega durante uma pausa, $U_v^*(s)$, atendendo a que estas variáveis são assumidas independentes:

$$U_p^*(s) = U_v^*(s)\, U^*(s, T_m). \tag{3.27}$$

Por outro lado, dado que $V^*(s)$ é a transformada de *Laplace* do comprimento da pausa, tem-se que $U_v^*(s) = V^*(\lambda - \lambda X^*(s))$, e considerando as situações em que a pausa se inicia devido à fila se ter esvaziado e em que o tempo máximo de atendimento fixado, T_m, expirou,

$$U^*(s, T_m) = e^{\hat{s}T_m}\left\{U_p^*(s) - \hat{s}\int_{y=0}^{T_m} e^{-\hat{s}y}P_0(y)dy\right\}, \tag{3.28}$$

onde $\hat{s} = s - \lambda + \lambda X^*(s)$, com $s \in \mathbb{C}$ e $Re(s) \geq 0$.

2. A equação (3.28) é resolvida numericamente, atendendo a que a probabilidade $P_0^c(t) = 1 - P_0(t)$ é aproximada por uma soma pesada de funções de *Laguerre*:

$$P_0^c(t) \cong \sum_{n=0}^{N} a_n e^{-\frac{t}{2T}} L_n\left(\frac{t}{T}\right) = \sum_{n=0}^{N} a_n \Phi_n(t), \tag{3.29}$$

onde $T > 0$ é um factor de escala do tempo, $N \in \mathbb{N}$, os coeficiente a_n, com $n = 0, 1, \ldots, N$, são desconhecidos e $L_n(.)$ é o polinómio de *Laguerre* de ordem n. $\Phi_n(.)$ é chamada a função de *Laguerre*.

Relembrando as propriedades das funções de *Laguerre* (ver Apêndice A), dado que $P_0(t) = P_0(0) + \int_{y=0}^{t} p(0, y)dy$, sendo $p(0, t) = \dfrac{dP_0(t)}{dt}$, derivando (3.29), tem-se:

$$p(0, t) \cong \sum_{n=0}^{N} a_n e^{-t/2T}\left[\frac{1}{2T}L_n(\frac{t}{T}) - \frac{1}{T}L_n'(\frac{t}{T})\right].$$

A partir da propriedade de integração da transformada de *Laplace* e usando alguns resultados envolvendo polinómios de *Laguerre*, obtém-se uma aproximação da transformada de *Laplace* de $P_0(t)$, $P_0^*(.)$:

$$P_0^*(s) \cong 1 - \sum_{n=0}^{N} a_n \frac{s\left(s - \frac{1}{2T}\right)^n}{\left(s + \frac{1}{2T}\right)^{n+1}}.$$

Existe uma relação entre $P_0^*(.)$ e a função $U_p^*(.)$, definida em Leung e Eisenberg (1990):

$$P_0^*(s) = \int_{\tau=0}^{\infty} e^{-s\tau} dP_0(\tau) = U_p^*(s + \lambda - \lambda B^*(s)),$$

onde $B^*(s) = X^*(s + \lambda - \lambda B^*(s))$. Assim, a transformada $U_p^*(.)$ é também obtida aproximadamente em termos de funções de *Laguerre*:

$$U_p^*(s) \cong 1 - \sum_{n=0}^{N} a_n \frac{\hat{s}\left(\hat{s} - \frac{1}{2T}\right)^n}{\left(\hat{s} + \frac{1}{2T}\right)^{n+1}}. \tag{3.30}$$

As aproximações (3.29) e (3.30) são agora substituídas na igualdade (3.28), donde se obtém, recorrendo à igualdade (3.27):

$$\begin{aligned} U_p^*(s) \cong \quad & U_v^*(s).e^{\hat{s}T_m} \Big\{ e^{-\hat{s}T_m} + U_p^*(s) - \textstyle\sum_{n=0}^{N} a_n e^{-(\hat{s}+\frac{1}{2T})T_m} L_n\left(\frac{T_m}{T}\right) \\ & - \int_{y=0}^{T_m} e^{-\hat{s}y} \textstyle\sum_{n=0}^{N} a_n e^{-y/2T} \left[\frac{1}{2T} L_n\left(\frac{y}{T}\right) - \frac{1}{T} L_n'\left(\frac{y}{T}\right)\right] dy \Big\}. \end{aligned} \tag{3.31}$$

Note-se que, se a função $L_n(.)$ e a sua derivada $L_n'(.)$, para $n = 0, 2, ..., N$, forem expressas como polinómios com coeficientes conhecidos (os quais são retirados das fórmulas de recorrência para polinómios de *Laguerre*), então a integração no segundo membro de (3.31) pode ser feita analiticamente. A expressão resultante de (3.31) traduz-se por uma equação linear nas incógnitas a_n, para um dado s com $Re(s) \geq 0$. Com o intuito de determinar $U_p^*(s)$, resolve-se em primeiro lugar a equação (3.31) pelo processo que a seguir se expõe.

3. A equação funcional (3.31), expressa em diferentes valores de s, é transformada num sistema de equações lineares nas incógnitas a_n, $n = 0, 1, \ldots, N$.

   De facto, considerando $s = i\omega$ e usando $N+1$ valores de ω apropriadamente escolhidos na equação (3.31), obtém-se um conjunto de $N + 1$ equações lineares (Weeks, 1966). Se ambos os lados da equação (3.31) forem funções analíticas, a equação resultante em $\mathbb{C}$ pode ser reduzida a uma única equação em $\mathbb{R}$ que iguala apenas a parte real

de cada lado da equação. Como, no nosso problema, estão envolvidos $N+1$ coeficientes desconhecidos, substituindo ω por $N+1$ valores escolhidos apropriadamente, obtêm-se $N+1$ equações lineares reais. De modo a tirar vantagem das propriedades trigonométricas, tomamos $\omega = (1/2T)\cot(\theta/2)$ e escolhemos $\theta_j = \frac{2j+1}{N+1}\frac{\pi}{2}$ para $j = 0, 1, \ldots, N$, gerando assim uma equação linear para cada j. Em conclusão, resta-nos determinar os coeficientes a_n resolvendo o sistema de $N+1$ equações lineares resultante. Os valores a atribuir a T e N resultam de algumas considerações de ordem numérica e são discutidos no parágrafo 3.5.3.

Acabámos de ver como obter a distribuição da quantidade de trabalho no início de um qualquer período de serviço, através da sua transformada de Laplace, $U_p^*(s)$, dada em (3.30). Esta distribuição permitir-nos-á deduzir a forma de cálculo do tempo médio de espera, como passamos a expor.

3.5.2 Determinação analítica do tempo médio de espera

Após o cálculo dos coeficientes a_n, para $n = 0, 1, \ldots, N$, pelo processo descrito no parágrafo anterior, $U_p^*(s)$ torna-se então conhecido e é dado pela expressão (3.30). Derivando a equação (3.30) em $s = 0$, obtém-se naturalmente a quantidade média de trabalho no início de um período de serviço:

$$E[U_p] = \sum_{n=0}^{N} (-1)^n (2T)(1-\rho) a_n \tag{3.32}$$

onde ρ representa a oferta de trabalho e é dado por $\rho = \lambda E[X]$.

Usando $U_p^*(s)$ e a propriedade de decomposição estocástica da quantidade de trabalho (Boxma e Groenendijk, 1987), a transformada de *Laplace* da quantidade de trabalho no sistema no limite é dada por:

$$U^*(s) = \frac{(1-\rho)s}{s-\lambda+\lambda X^*(s)} \, \frac{U_p^*(s)}{V^*(\lambda-\lambda X^*(s))} \, \frac{1-V^*(\lambda-\lambda X^*(s))}{(\lambda-\lambda X^*(s))E[V]}. \tag{3.33}$$

O primeiro termo do lado direito desta igualdade caracteriza a quantidade de trabalho numa fila regular $M/G/1$ sem pausas do servidor. O segundo termo caracteriza a quantidade de trabalho no sistema no início de uma pausa. Como se supôs que o comprimento de uma pausa é independente da quantidade de trabalho na fila quando se inicia uma pausa, também a quantidade de trabalho que chega durante uma pausa é independente do estado do sistema. Assim, o terceiro termo caracteriza a quantidade de trabalho que chega ao sistema desde o início de uma pausa até um instante arbitrário durante esta pausa.

Derivando a equação (3.33) em $s = 0$, obtém-se agora a quantidade média de trabalho num qualquer instante de tempo:

$$E[U] = \frac{\lambda E[X^2]}{2(1-\rho)} + E[U_p] - \rho E[V] + \rho \frac{E[V^2]}{2E[V]}. \tag{3.34}$$

Substituindo a expressão (3.32) na equação (3.34) e recorrendo à propriedade PASTA (ver pág. 100 deste capítulo ou Wolff (1982)), deduz-se que a média da quantidade de trabalho no sistema visto por uma chegada de *Poisson* é dada por:

$$E[U] = \frac{\lambda E[X^2]}{2(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{N} (-1)^n (2T)(1-\rho) a_n - \rho E[V] + \rho \frac{E[V^2]}{2E[V]}. \tag{3.35}$$

Sejam agora as variáveis aleatórias em regime estacionário:

L, L_q**:** número de clientes no sistema e na fila, respectivamente;

W**:** tempo de espera de um cliente;

P_e**:** probabilidade de que uma chegada encontre um cliente para o qual o atendimento foi interrompido por uma pausa.

x_e**:** tempo médio de serviço residual do cliente;

$P_0^c(T_m)$**:** probabilidade de que um período de serviço termine porque expirou o tempo máximo de atendimento (i.e., probabilidade do comprimento de um período activo exceder T_m).

A quantidade média de trabalho vista pelas chegadas de *Poisson* é a soma de $E[L_q]$ com o tempo médio de serviço residual para o cliente em atendimento ou para o qual o serviço foi interrompido por uma pausa num instante de chegada. Isto é

$$E[U] = E[L_q]E[X] + \rho\frac{E[X]^2}{2E[X]} + P_e x_e. \tag{3.36}$$

Se um período de serviço termina porque expirou o tempo máximo de atendimento, as chegadas que ocorrem durante a pausa subsequente podem encontram um cliente para o qual o serviço foi interrompido pela pausa do servidor. Claro que a probabilidade de um cliente que chegue encontrar o servidor ocupado é ρ e então a probabilidade de um cliente chegar durante uma pausa é $1 - \rho$. Como se supõe que o comprimento da pausa é independente da quantidade de trabalho no sistema no início de uma pausa, tem-se que $P_e = (1 - \rho)P_0^c(T_m)$. Usando o facto do número de clientes no sistema ser igual à soma do número de clientes na fila com a oferta de trabalho e a propriedade PASTA, tem-se que

$$E[L] = E[L_q] + \rho + P_e. \tag{3.37}$$

Note-se que, se o tempo de atendimento tem uma distribuição geral, torna-se difícil caracterizar x_e em (3.36), por causa do tempo máximo de atendimento. Porém esta quantidade pode ser aproximada por $E[X^2]/2E[X]$, conforme é sugerido em Leung e Eisenberg (1991).

Para obter $E[L]$ começa-se por calcular $E[L_q]$, aplicando depois a expressão (3.37). O valor de $E[L_q]$ é obtido de (3.36), substituindo $E[U]$ pelo seu valor aproximado dado pela expressão (3.35). Uma vez obtido $E[L]$, aplicando a fórmula de *Little*, $E[L] = \lambda E[W]$, obtém-se a expressão para o cálculo do tempo médio de espera de cada cliente, $E[W]$, que dependerá naturalmente da distribuição do tempo de atendimento, X.

3.5.3 Escolha dos parâmetros T e N

A determinação dos coeficientes a_n, conforme a abordagem feita no parágrafo 3.5.1, faz-se à custa de dois parâmetros, T e N, cujos valores é necessário fixar, após algumas tentativas, com base num procedimento heurístico, conforme descreveremos neste parágrafo.

Suponhamos que $P_0^c(t)$ decresce para um valor menor do que ϵ quando $t > t_\epsilon$. Para um dado valor de t_ϵ, se ϵ for suficientemente pequeno, a menos que a cauda da probabilidade seja relevante, não é importante se para $t > t_\epsilon$, $P_0^c(t)$ pode ou não ser devidamente aproximado pela expressão (3.29). Isto é particularmente verdadeiro se tanto $P_0^c(t)$ como as funções de *Laguerre* forem monótonas decrescentes e convergirem para zero, quando $t \longrightarrow +\infty$. Assim, a ideia é escolher um valor de T de modo a que $P_o^c(t)$ seja bem aproximado por (3.29) para $t \in [0, t_\epsilon]$. O uso do factor de escala T tem como função permitir que $\Phi_n(t/T)$ possa aproximar uma qualquer função de t. A função $\Phi_n(t/T)$ oscila no intervalo $0 < t < 4n$ e decresce para zero quando $t > 4n$. Uma combinação linear de funções $\Phi_n(t/T)$ que seja usada para aproximar $P_0^c(t)$ dependerá fortemente do seu comportamento oscilatório, portanto não se pode esperar que a aproximação obtida pela expressão (3.29) seja boa, a menos que se imponha que $t_\epsilon/T < 4N$, onde N, recorde-se, é o maior grau do polinómio de *Laguerre*. Na prática, uma escolha satisfatória do factor de escala (ver Leung e Eisenberg (1990)) é obtida considerando

$$T = \frac{t_\epsilon}{N},$$

onde t_ϵ é o extremo superior do intervalo onde uma boa aproximação da função $P_0^c(t)$ é obtida pela expressão (3.29).

Isto significa que, dados os valores de ϵ e N, a escolha do valor a atribuir a T requer uma estimativa de t_ϵ. Consideremos então que

$$t_\epsilon = \alpha E[U_p],$$

em que α é um número real positivo. Para estimar t_ϵ, uma maneira de proceder consiste

em determinar primeiro uma estimativa de $E[U_p]$, assumindo que $f_p(t)$ é exponencialmente distribuída, e depois escolher o valor de α mediante o comportamento de $f_p(t)$, conforme veremos a seguir em mais detalhe. Este procedimento é sugerido em Leung e Eisenberg (1990). Geralmente é difícil determinar uma boa estimativa de $E[U_p]$. Porém, neste tipo de situações, é apenas necessária uma estimativa grosseira de $E[U_p]$, que pode ser complementada com a escolha de α, apenas com o propósito de estimar t_ϵ. Ora, se se assumir que $f_p(t)$ segue uma distribuição exponencial com média $E[U_p]$, resolvendo uma simples equação não linear, obtemos uma aproximação para a quantidade média de trabalho na fila nos instantes de início de um período de serviço. Trata-se da equação seguinte:

$$E[U_p] = \rho\left[E[V] + E[U_p](1 - e^{-T_m/E[U_p]})\right] + E[U_p]e^{-T_m/E[U_p]}, \tag{3.38}$$

onde $E[V]$ é assumido conhecido, representando o comprimento médio da pausa.

Denote-se a estimativa de $E[U_p]$ por $E[U_p]^e$. Seguindo o procedimento descrito, tomaremos $t_\epsilon = \alpha E[U_p]^e$, uma vez escolhido um valor adequado de α. Ora, para a determinação do valor de α a aplicar de modo a garantir uma boa estimativa da função de distribuição da variável U_p em t, para $t > t_\epsilon$, Leung e Eisenberg (1990) propõem que se proceda da seguinte forma. Considera-se a distribuição $f_p(t)$ e, consoante o tipo de distribuição, resulta heuristicamente um intervalo onde α deverá situar-se:

$$\text{se } f_p(t) \text{ segue uma distribuição} \begin{cases} \text{determinística} & \rightarrow \quad \alpha \in [0.5, 3] \\ \text{exponencial} & \rightarrow \quad \alpha \in [3, 8] \\ \text{hiperexponencial} & \rightarrow \quad \alpha \in [6, 12] \end{cases}$$

Na prática, um bom indicador para saber se a distribuição $f_p(t)$ se assemelha a uma distribuição determinística, exponencial ou hiperexponencial é dado através do valor do coeficiente de variação da quantidade de trabalho que chega durante uma pausa. Este coeficiente pode ser obtido derivando $V^*(\lambda - \lambda X^*(s))$ em $s = 0$. Mais concretamente,

tomando

$$\delta_1 = \left.\frac{dV^*(\lambda - \lambda X^*(s))}{ds}\right|_{s=0}$$

e

$$\delta_2 = \left.\frac{d^2V^*(\lambda - \lambda X^*(s))}{ds^2}\right|_{s=0},$$

se $C_v = \dfrac{\sqrt{\delta_2 - \delta_1^2}}{-\delta_1} \cong 1$ então a distribuição $f_p(t)$ será semelhante a uma exponencial; se $C_v < 1$ a distribuição $f_p(t)$ será semelhante a uma distribuição determinística e, se $C_v > 1$, a distribuição será semelhante a uma distribuição hiperexponencial.

No caso de não se obter resultados satisfatórios por este procedimento heurístico, deve-se repetir os cálculos com um valor de T revisto de acordo com $E[U_p]$ e com o comportamento de $f_p(t)$ (ou de t_ϵ) encontrados nos cálculos anteriores. Neste procedimento, a escolha do maior grau do polinómio de *Laguerre*, N, assim como a elevada precisão requerida nos cálculos numéricos são factores de extrema importância, pois os seus efeitos estão relacionados: o método numérico é sensível aos erros de precisão nos cálculos quando N é grande. Devemos portanto estar preparados para trabalhar com um elevado número de algarismos significativos. Do ponto de vista computacional, N não deve ser muito grande (> 50), caso contrário as equações lineares geradas poderão ser mal condicionadas ou serem difíceis de resolver devido à sua elevada extensão. A menos que a função de distribuição da variável U_p tenha saltos ou descontinuidades, o que pode ocorrer se o tempo de atendimento e/ou o comprimento da pausa seguirem distribuições determinísticas, constatou-se, tal como previsto em Leung e Eisenberg (1990), que valores de N entre 30 e 50 são suficientes para obter estimativas muito próximas do valor exacto da função de distribuição da variável U_p.

Apesar da complexidade do algoritmo exposto e das dificuldades numéricas inerentes, ele permite obter com sucesso o tempo médio de permanência de um cliente no sistema.

3.6 Modelação da fila de espera em cruzamentos semi-actuados

Vejamos agora como aplicar a teoria que acabámos de expor ao contexto do tráfego em cruzamentos com regulação semi-actuada.

3.6.1 Parâmetros de funcionamento do cruzamento

Como já tivemos ocasião de referir, semáforos com regulação semi-actuada são frequentemente usados em cruzamentos entre uma via principal e uma via secundária. A fase actuada serve os movimentos de veículos na via secundária. Os factores de controlo que governam a eficiência duma operação semi-actuada são o plano de regulação do semáforo e a configuração do sensor. A dificuldade de aplicação do controlo semi-actuado está em seleccionar uma combinação óptima destas operações. Na ausência de chamada de serviço (não activação do sensor), a luz verde é sempre atribuída à fase não actuada. Assim que se verifica uma activação do sensor, uma mudança de sinal será efectuada, se tiver sido ultrapassado o tempo de verde mínimo especificado. O intervalo de mudança de sinal inclui um tempo de amarelo seguido por um intervalo de "tudo vermelho" (tempo de limpeza). Durante a activação do sensor, a chegada de um veículo na via actuada prolonga o intervalo de verde desta fase para além do tempo de verde mínimo até um tempo de verde máximo, o que significa que o intervalo de verde da fase actuada é prolongado por uma unidade de extensão, desde o início de cada activação do sensor.

Para melhor enquadrar o nosso estudo, considerámos o cruzamento semi-actuado representado na Figura 3.3, admitindo que o sensor na via secundária está localizado a $5m$ da linha de paragem. Na Tabela 3.1 são indicados os tempos atribuídos à regulação dos dois semáforos.

Relembramos que, em engenharia de tráfego, o grau de saturação é um parâmetro que

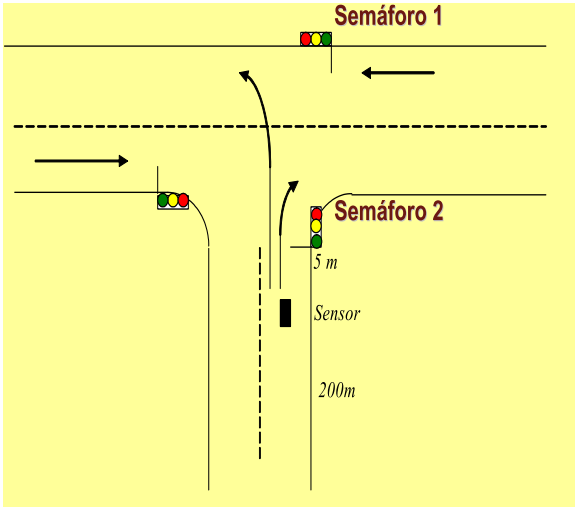


Figura 3.3: Esquema de um cruzamento com controlo semi-actuado.

Tempo(seg)	**Semáforo 1**	**Semáforo 2**
Verde	20 a ∞	7 a 40
Vermelho	7 a 40	20 a ∞
Amarelo	3	3
Extensão	-	4
Limpeza	2	2

Tabela 3.1: Tempos atribuídos à regulação dos semáforos.

representa o quociente entre o número médio de veículos que chegam durante um ciclo e o número máximo de veículos que podem passar durante esse período (ver Capítulo 1, expressão (1.5)). Usando a notação deste capítulo para filas de espera, o grau de saturação é expresso por $x_{sat} = \rho \frac{T_m + E[V]}{T_m}$, onde $T_m + E[V]$ representa a duração do ciclo (C), T_m representa o tempo de verde (g) e ρ representa o quociente $\frac{q}{s}$, o qual traduz a relação entre a taxa de chegadas e a taxa máxima da atendimento, ou seja o débito de saturação. Este conceito corresponde, na terminologia da teoria das filas de espera, ao conceito de intensidade de tráfego (ou índice de congestionamento). O grau de saturação varia desde 0 (ausência de chegadas) e não deve ultrapassar 1, de modo a garantir a condição de equilíbrio. Na prática, considerámos débitos de chegadas entre 300 e 1100 veículos/hora, que correspondem a

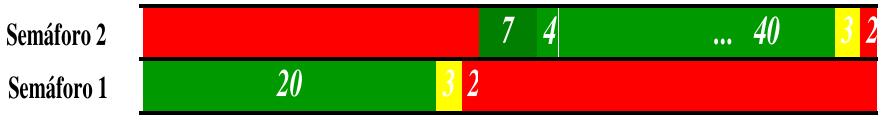


Figura 3.4: Esquema de regulação dos semáforos.

graus de saturação aproximadamente entre *0,27* e *0,99*, ou seja $\frac{300}{1800} \times \frac{70}{43}$ e $\frac{1100}{1800} \times \frac{70}{43}$, respectivamente.

Para estimar o atraso médio sofrido por um veículo que percorre a via actuada, ao atravessar o cruzamento caracterizado acima (Figura 3.3), aplicaremos o método numérico atrás descrito para estimação do tempo médio de espera de um cliente numa fila de espera com pausa do servidor, sendo o serviço não retido e o tempo limitado (Secção 3.5). Para tal, dadas as características da regulação do semáforo 2, consideraremos que o tempo máximo de atendimento T_m é igual a 43 segundos, o que corresponde ao tempo máximo de verde acrescido do tempo de amarelo, uma vez que, na prática, este período de tempo é aproveitado pelos condutores praticamente na íntegra. Relativamente ao comprimento da pausa (tempo de vermelho), este considera-se constante e igual a 27 segundos em cada ciclo, o que corresponde a 20 segundos de vermelho acrescidos de 3 segundos de amarelo da via principal mais 4 segundos de limpeza para as duas vias (ver Figura 3.4). Portanto a função densidade de probabilidade do comprimento da pausa é dada por:

$$f_v(t) = Dirac(t - 27).$$

Na prática, é razoável considerar-se que o tempo que cada veículo gasta a atravessar a linha de paragem (em filas de espera, o tempo de atendimento de um cliente) é constante e igual a 2 segundos. No entanto, para evitar dificuldades de convergência do método numérico, considera-se que o tempo de atendimento de um cliente segue uma distribuição Normal de média 2 e desvio padrão $0,02$ segundos, o que se ajusta à realidade, uma vez que

o tempo de atravessamento de cada veículo é influenciado pelo tempo de reacção de cada condutor, assim como pelas características operacionais dos veículos e é portanto aleatório. Note-se ainda que o tempo de atendimento corresponde ao intervalo entre partidas sempre que existe fila de espera, tempo esse que se considera constante. No entanto, quando não existe fila de espera, o tempo de atendimento, na realidade, é praticamente nulo, pois os veículos não param, facto que esta metodologia não considera.

3.6.2 Parâmetros computacionais e validação numérica

Para se proceder aos cálculos computacionais, como na Secção anterior foi exposto, é necessário determinar o factor de escala de tempo, T, assim como o maior grau do polinómio de *Laguerre* a considerar, N. Ora, como vimos, o factor T depende de uma estimativa da quantidade média de trabalho no início de um período de serviço, $E[U_p]$, assim como de um outro factor designado por α. Para o cálculos destes dois factores torna-se necessário caracterizar primeiro a distribuição da quantidade de trabalho no início de um período de serviço, como é sugerido por Leung e Eisenberg (1990), sendo que um bom indicador do tipo de distribuição $f_p(t)$ é o coeficiente de variação da quantidade de trabalho que chega durante uma pausa, C_v. Este coeficiente pode ser obtido derivando $V^*(\lambda - \lambda X^*(s))$ em $s = 0$, tal como foi descrito na Secção 3.5.3. Tem-se que:

$$\frac{dV^*(\lambda - \lambda X^*(s))}{ds} = \int_0^\infty \lambda t \frac{dX^*(s)}{ds} e^{-(\lambda - \lambda X^*(s))t} f_v(t) dt.$$

Como $X^*(0) = 1$ e $\left.\frac{dX^*(s)}{ds}\right|_{s=0} = -E[X]$, vem que:

$$\delta_1 = \left.\frac{dV^*(\lambda - \lambda X^*(s))}{ds}\right|_{s=0} = \int_0^\infty \lambda t(-E[X]) f_v(t) dt = -\lambda E[X]E[V].$$

Do mesmo modo,

$$\frac{d^2V^*(\lambda-\lambda X^*(s))}{ds^2} = \int_0^\infty \lambda t\left(\frac{d^2X^*(s)}{ds^2}e^{-(\lambda-\lambda X^*(s))t} + \frac{dX^*(s)}{ds}\lambda t\frac{dX^*(s)}{ds}e^{-(\lambda-\lambda X^*(s))t}\right) f_v(t)dt.$$

Como $\left.\frac{d^2X^*(s)}{ds^2}\right|_{s=0} = E[X^2]$ vem que:

$$\begin{aligned}\delta_2 &= \left.\tfrac{d^2V^*(\lambda-\lambda X^*(s))}{ds^2}\right|_{s=0} = \int_0^\infty \lambda t(E[X^2] + (-E[X])^2\lambda t)\, f_v(t)dt \\ &= \lambda E[X^2]E[V] + \lambda^2 E[X]^2 E[V^2].\end{aligned}$$

Tem-se assim

$$C_v = \frac{\sqrt{\lambda E[X^2]E[V] + \lambda^2 E[X]^2 Var[V]}}{\lambda E[X]E[V]}.$$

Com o valor deste coeficiente estabelece-se o tipo de distribuição da quantidade de trabalho no início de um período de serviço, conforme foi exposto na subsecção 3.5.3 e, consequentemente, determina-se o intervalo para os valores de α que deverão oferecer melhores resultados. Admitindo que a duração da pausa do servidor e o tempo de atendimento de um cliente seguem as distribuições de *Dirac* e de *Gauss*, respectivamente, com os parâmetros atrás referidos (pág. 112), obteve-se os seguintes valores de C_v:

λ	0.08	0.11	0.14	0.16	0.19	0.22	0.25	0.28
C_v	0.67	0.58	0.52	0.47	0.44	0.41	0.38	0.37

Como referimos, os resultados obtidos na aplicação do método numérico descrito na secção anterior deverão ser sujeitos a uma validação antes de serem aceites. Para obter garantias acerca da validade dos resultados obtidos, podem ser utilizados dois processos: observando a magnitude dos coeficientes a_n ou por simples teste à consistência entre estes mesmos coeficientes. Mais concretamente, um processo rápido de verificar a adequação do método consiste em examinar se as magnitudes da sucessão de termos a_n, $n = 0, 1, \ldots N$ ("quase monótona") tendem para números muito pequenos, inferiores a 10^{-8}, quando n se

aproxima de N. Geralmente a magnitude dos últimos coeficientes é um bom indicador do erro cometido nos resultados. Para testar a consistência dos coeficientes a_n, calculamos $P_0(0)$, que representa a probabilidade de não existirem clientes na fila no início de um período de serviço. De facto, fazendo $t = 0$ em (3.29), tem-se que

$$P_0(0) \cong 1 - \sum_{n=0}^{N} a_n. \tag{3.39}$$

Por outro lado, a probabilidade $P_0(0)$ também pode ser determinada a partir de uma outra abordagem, pois como se supôs que o comprimento de uma pausa é estatisticamente independente da quantidade de trabalho na fila quando se inicia uma pausa, a probabilidade de não existirem clientes em fila no próximo instante de início de um período de serviço é dada pelo produto da probabilidade de não existir trabalho deixado na fila quando o período de serviço corrente terminou (isto é, o período activo terminou antes ou no instante T_m) e a probabilidade de não ocorrerem novas chegadas durante a pausa. Isto é

$$P_0(0) = P_0(T_m).V^*(\lambda) = P_0(T_m)e^{-\lambda E[V]}, \tag{3.40}$$

em que $P_0(T_m)$ pode ser calculado a partir da expressão (3.29). Se os coeficientes de *Lagrange* a_n tiverem sido calculados correctamente, os valores de $P_0(0)$ dados por (3.39) e por (3.40) deverão ser idênticos.

3.6.3 Análise dos resultados e comparação com a simulação de tráfego

Os valores do tempo de espera estimados através do modelo analítico apresentado na Secção 3.5 são representados na Figura 3.5 conjuntamente com os valores do atraso médio sofrido por cada veículo obtidos por simulação (ver Capítulo 2) e por aplicação do modelo GDM (ver Capítulo 1), para diferentes graus de saturação. Os valores atribuídos às várias quantidades necessárias ao cálculo do tempo médio de espera (atraso) através do modelo analítico (C_v, α, $E[U_p]^e$), assim como os indicadores para validação dos resultados (a_N e $P_0(0)$) são

apresentados na Tabela 3.2.

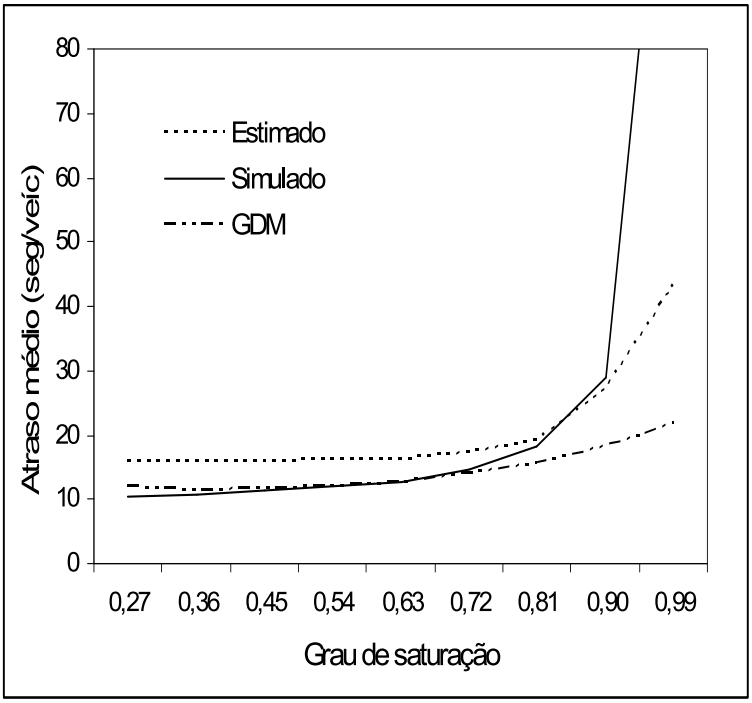


Figura 3.5: Comparação entre o atraso médio calculado pelo modelo analítico (····), o atraso médio obtido na simulação (——) e o atraso médio obtido pelo modelo GDM (– · · – ··), para diferentes graus de saturação ($E[V] = 27$, $E[X] = 2$ e $T_m = 43$ segundos).

É possível constatar que, para graus de saturação elevados, isto é, para $x_{sat} > 0,8$, o modelo analítico oferece melhores estimativas do atraso médio que o modelo GDM. No entanto, para $x_{sat} > 0,9$, estas estimativas são inferiores aos valores obtidos por simulação. Para $x_{sat} < 0,8$, as estimativas dadas por este modelo analítico são, no entanto, superiores aos valores obtidos por simulação. Este facto poder-se-á justificar pelas diferentes reacções dos condutores e pela variedade de interacções entre os veículos, havendo a acrescentar o facto do comprimento da pausa (tempo de vermelho) na realidade não ter um máximo. De facto, o tempo de vermelho prolonga-se até à activação do sensor, portanto tem um valor mínimo, mas não tem um máximo.

Não esqueçamos que, na abordagem através do modelo analítico, deve-se ter em atenção a importância da escolha adequada do valor de N e a elevada precisão necessária nos

x_{sat}	C_v	$E[U_p]^e$	N	a_N	$P_0(0)^*$	$P_0(0)^{**}$	$E[U_p]$
0.27	0.67	4.5	30	–	–	–	–
0.36	0.58	6.02	30	10^{-6}	0.07	0.05	6.02
0.45	0.52	7.63	30	10^{-6}	0.07	0.024	7.5
0.54	0.47	9.46	30	10^{-8}	0.006	0.011	9.01
0.63	0.44	11.76	30	10^{-8}	0.014	0.005	10.57
0.72	0.41	15.11	30	10^{-11}	0.00005	0.0023	12.33
0.81	0.38	21.16	30	10^{-9}	0.0002	0.001	14.78
0.90	0.37	37.79	30	10^{-6}	–	–	–

Tabela 3.2: Resultados da aplicação do modelo analítico descrito na Secção 3.5 para determinação do tempo médio de espera, $E[W]$.

cálculos, pois o método de aproximação é muito sensível aos erros numéricos. No caso em estudo realizámos os cálculos considerando 30 algarismos significativos. Também estão documentadas na literatura (Leung e Eisenberg, 1991) dificuldades de convergência do algoritmo no caso de funções densidade de probabilidade com saltos ou descontinuidades (caso do tempo de atendimento ou comprimento da pausa determinísticos). Torna-se necessário, na prática, verificar a validade dos resultados, garantindo que as amplitudes dos a_n sejam inferiores a um erro de precisão, digamos 10^{-8}. Da análise da Tabela 3.2 podemos verificar que nem sempre se obteve $a_N \leq 10^{-8}$. De facto, nos casos em que o grau de saturação é inferior a $0,5$ ou superior a $0,9$, aumentando o valor de N e procedendo a diversas tentativas de atribuição de valores a α não nos foi possível reduzir os valores do coeficiente a_N para níveis mais seguros. Uma investigação futura deveria incidir sobre meios mais adequados de atribuição de valores a α.

Concluindo, foi possível apresentar um procedimento analítico para o cálculo do atraso médio sofrido por cada veículo em controlo de tráfego semi-actuado, o que até ao momento não existia. A abordagem aqui utilizada oferece bons resultados para débitos de chegadas elevados, ao contrário do que se verificava quando procurávamos adaptar outros modelos analíticos desenvolvidos em engenharia de tráfego para controlo fixo, ao caso da regulação semi-actuada. Essas expressões, como por exemplo a expressão de *Webster* (ver Capítulo 1), oferecem boas aproximações do atraso médio apenas quando o grau de saturação é inferior

a 70% e, para débitos de tráfego elevados (situações em que se verifica congestionamento), oferecem estimativas muito inferiores aos valores reais.

De modo a permitir melhorar a fiabilidade dos resultados apresentados, interessa explorar as propriedades numéricas das relações entre N e T, para que seja possível estabelecer, para diferentes distribuições de tempo de atendimento, quais os valores a adoptar para estes dois parâmetros, valores esses que deverão garantir resultados válidos.

Nos modelos de filas de espera, considera-se que o tempo de atendimento (intervalo de tempo entre as partidas de veículos) é constante, o que se revela, à partida, pouco realista na aplicação a sistemas de espera de tráfego, em cruzamentos semaforizados, uma vez que apenas os veículos que estão parados em fila de espera, quando o semáforo abre, despendem algum tempo no arranque, mas o mesmo não se passa com os veículos que não param (porque o sinal está verde e já não há formação de fila). Neste último caso o tempo de atendimento pode ser considerado quase nulo.

Também, nestes modelos analíticos, não são considerados factores como a unidade de extensão do período de verde ou o tempo de verde mínimo. Para além disso, na prática, a fila de espera construída na aproximação dos veículos à linha de paragem estende-se horizontalmente e não verticalmente, como é intuitivamente considerado em análise teórica de sistemas.

Por fim, os procedimentos analíticos apresentados foram desenvolvidos na suposição de que as chegadas dos veículos ao sistema seguem uma distribuição de *Poisson*, o que nem sempre é verdade pois, em redes de tráfego urbano, muitas vezes os cruzamentos estão muito próximos uns dos outros e portanto observa-se um fenómeno de chegadas de veículos em grupos. Assim sendo, este estudo apenas se deveria aplicar a cruzamentos isolados.

Capítulo 4

A ´ L D T ´

Sumário

Neste capítulo, com a finalidade de verificar se a unidade de extensão do tempo de verde, em cruzamentos semaforizados regulados por controlo semi-actuado, é susceptível de provocar alterações significativas no atraso médio sofrido pelos condutores, revelando-se como um factor determinante na optimização do desempenho do cruzamento, procede-se à análise longitudinal de dados obtidos na simulação de tráfego urbano. Consideram-se 3 cenários, correspondendo a diferentes valores da unidade de extensão do tempo de verde. Estabelece-se um modelo entre a resposta, ou seja, o atraso médio, e as covariáveis, que são relações funcionais da variável que representa o débito de veículos por hora na via principal. Trata-se de um modelo linear de efeitos mistos. Concluímos que modelos que resultam de uma combinação entre um polinómio de 2° grau e um termo exponencial se ajustam bastante bem aos dados de tráfego no cruzamento semi-actuado em estudo. Constatámos que a extensão de verde tem um efeito significativo na variável resposta, quer para fluxos menos elevados, quer quando os fluxos se aproximam da capacidade do cruzamento.

Índice

4.1 Princípios básicos da análise longitudinal 120
4.2 Modelos de efeitos mistos 122
4.3 Modelação do atraso dos veículos 128
4.4 Comentários finais 143

4.1 Princípios básicos da análise longitudinal

Os dados longitudinais (ou em painel) distinguem-se dos dados de séries temporais por apresentarem várias réplicas de uma série de dados, respeitando cada indivíduo. Num estudo longitudinal, os indivíduos são observados ao longo de períodos de tempo, o que faz que um conjunto de dados longitudinais geralmente contenha centenas de observações para cada indivíduo e diversos indivíduos, uma das dificuldades na análise longitudinal começando por ser representar estes dados num único gráfico legível. Em vez de se eliminar repetições das respostas com a finalidade de resumir as estatísticas, numa abordagem extremamente clássica, pode-se modelar a resposta em função de covariáveis que podem estar relacionadas com o tempo. Com uma observação de cada unidade experimental ou de cada indivíduo, somos confinados a modelar a média da população para a variável resposta Y, dita resposta média marginal, sem que exista outra alternativa. Perante a repetição de dados, que caracteriza os estudos longitudinais, existem diferentes abordagens que podem ser adoptadas.

O objectivo da análise longitudinal é modelar as respostas no tempo como uma função de várias covariáveis medidas nos indivíduos. Os instantes de medição podem ser esparsos e não coincidentes para todos os indivíduos. Naturalmente, quando os valores das covariáveis não são extensivamente replicados, torna-se difícil propor um modelo paramétrico ligando a resposta às covariáveis. Para além de permitir modelar a dependência entre a resposta e as variáveis explicativas, a análise longitudinal permite ainda estudar a correlação entre as respostas. Uma das grandes vantagens dum estudo longitudinal é a sua eficácia em estudos que envolvem mudanças ao longo do tempo. Um outro mérito dos estudos longitudinais é a sua capacidade de diferenciar o grau de variação da resposta, ao longo do tempo, para um indivíduo, da variação da resposta entre indivíduos.

Consideremos então a seguinte notação:

Y_{ij} - resposta do indivíduo i, com $i = 1, \ldots, m$, no instante de tempo t_{ij} (variável aleatória).

x_{ij} - um vector de dimensão p de variáveis explicativas observadas no instante de tempo t_{ij} para a observação $j = 1, \ldots, n_i$ do indivíduo $i = 1, \ldots, m$.

A média e a variância de Y_{ij} são representados por $E(Y_{ij}) = \mu_{ij}$ e $Var(Y_{ij}) = v_{ij}$. O conjunto de respostas para cada indivíduo i é representado num vector de dimensão n_i, $Y_i = (Y_{i1}, \ldots, Y_{in_i})$, com média $E(Y_i) = \mu_i$ e matriz de covariância $Var(Y_i) = V_i$, esta última de dimensão $n_i \times n_i$.

Grande parte dos estudos longitudinais são baseados em modelos de regressão, como por exemplo o modelo linear:

$$Y_{ij} = \beta_1 x_{ij_1} + \beta_2 x_{ij_2} + \ldots + \beta_p x_{ij_p} + \epsilon_{ij},$$

onde $\beta = \left(\beta_1, \ldots, \beta_p\right)$ é o vector dos coeficientes de regressão e ϵ_{ij} é uma variável aleatória de média zero, representando o desvio entre a verdadeira resposta e a resposta dada pelo modelo ajustado. Usualmente $x_{ij_1} = 1$, para todo o i e para todo o j, e β_1 constitui o termo independente no modelo linear. Em notação matricial, a equação de regressão do i-ésimo indivíduo toma a forma:

$$Y_i = X_i\beta + \epsilon_i.$$

Normalmente, o modelo poderá conter parâmetros suplementares que se revelam sem grande interesse, mas os seus valores afectarão a inferência efectuada sobre os parâmetros de interesse directo.

Naturalmente que o modelo ajustado pode ser usado para prever, em tempo contínuo, o perfil da resposta associada a um indivíduo, o que acontece em muitas aplicações.

O procedimento de ajuste do modelo divide-se essencialmente em 4 etapas:

Formulação: leva o analista à escolha da forma geral do modelo

Estimação: consiste essencialmente na atribuição de valores aos parâmetros por métodos estatísticos

Diagnóstico: teste do grau de ajuste do modelo aos dados

Inferência: determinação de intervalos de confiança e/ou aplicação de testes de hipóteses acerca dos parâmetros de interesse directo para o problema em estudo

A primeira etapa surge como uma continuação natural da análise exploratória de dados.

Para um estudo dos métodos utilizados na análise longitudinal aconselhamos a consulta de obras como Diggle et al. (1994), Pinheiro e Bates (2000) ou Verbeke e Molenberghs (2000), este último para modelos lineares, ou de outras obras que existem sobre este assunto.

Com a finalidade de verificar se o comprimento da extensão do tempo de verde é um factor relevante na optimização do tráfego, ou seja, se provoca alterações significativas no atraso médio sofrido pelos condutores num cruzamento urbano semi-actuado, neste trabalho, consideramos a aplicação das técnicas de análise longitudinal a um conjunto de dados disponibilizados pelo programa de simulação por nós construído, especificamente para estudar este problema (ver Capítulo 2). Veremos de seguida que, para modelar estes dados longitudinais, recorremos aos modelos lineares de efeitos mistos. Na secção seguinte descrevemos os principais fundamentos desta metodologia.

No que respeita a software comercial, existem no mercado vários programas que apoiam a realização de uma análise longitudinal. Neste trabalho recorremos ao *software S-Plus* (MathSoft, 1999).

4.2 Modelos de efeitos mistos

Modelos que incorporam tanto efeitos fixos (parâmetros associados a toda uma população ou associados a certos níveis repetíveis de factores experimentais) como efeitos aleatórios (parâmetros associados a unidades experimentais individuais escolhidas aleatoriamente a partir de uma população) dizem-se modelos de efeitos mistos. Os modelos lineares de efei-

tos mistos, habitualmente designados na literatura por *LME*[1], são modelos nos quais, tanto os efeitos fixos como os efeitos aleatórios, são expressos linearmente na equação do modelo. Tais modelos podem ser entendidos como uma extensão de modelos de regressão linear para dados independentes, na qual os efeitos aleatórios são incorporados nos coeficientes para permitir a variação por grupo, assim induzindo a correlação dentro dos grupos.

A aplicação mais comum de modelos *LME* encontra-se na análise de dados repetidos, e em particular, de dados longitudinais (Diggle et al., 1994). Estes modelos podem ser interpretados como modelos hierárquicos. De modo geral, com um único factor de grupo, a j-ésima observação no i-ésimo grupo é modelada por (Laird e Ware, 1982):

$$Y_{ij} = X_i\beta + Z_i b_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, n_i \tag{4.1}$$
$$b_i \sim \mathcal{N}(0, \Psi), \quad \epsilon_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma I)$$

onde

M**:** número de grupos,

n_i**:** número de observações do i-ésimo indivíduo,

β**:** vector p-dimensional de efeitos fixos,

b_i**:** vector q-dimensional de efeitos aleatórios associado com o i-ésimo grupo (não variando com j),

X_i**:** matriz de dados dos efeitos fixos conhecidos, de dimensão $n_i \times p$,

Z_i**:** matriz de dados dos efeitos aleatórios, de dimensão $n_i \times q$,

ϵ_{ij}**:** vector n_i-dimensional de erros que exprime a variabilidade dentro dos grupos,

Ψ**:** matriz de covariância, de dimensão $q \times q$, dos efeitos aleatórios,

σ**:** desvio padrão de ϵ_{ij}.

[1]Em inglês: *linear mixed-effects models.*

As matrizes X_i e Z_i dependem do grupo e possivelmente dos valores de algumas covariáveis na j-ésima observação. Este modelo permite a incorporação de covariáveis, variando no tempo os efeitos fixos ou os efeitos aleatórios do modelo. Assume-se que as observações para os diferentes grupos são independentes e que os erros entre grupos são independentes, seguem uma distribuição $\mathcal{N}(0, \sigma)$ e são independentes dos b_i.

O ajuste de modelos lineares de efeitos mistos é usualmente feito recorrendo a procedimentos automáticos baseados no método de *Newton-Raphson* para resolução numérica de equações não lineares. Partindo de valores iniciais para os parâmetros, a fornecer pelo utilizador, estes procedimentos actualizam iterativamente as estimativas até que a convergência desejada ou suficiente tenha sido atingida. Quando procede ao ajuste de modelos lineares mistos complexos, o analista depara muitas vezes com procedimentos iterativos não convergentes, no sentido em que o procedimento iterativo não converge para todos os parâmetros em estudo, ou converge para valores de parâmetros fora do limite do espaço de parâmetros. Em alguns casos, isto pode ser resolvido através da especificação de melhores estimativas iniciais ou usando outros procedimentos numéricos. A experiência de alguns investigadores (Davidian e Giltinan, 1995) alerta para que estes problemas numéricos aparecem frequentemente na estimação das componentes de variância no modelo e não na estimação dos efeitos fixos propriamente ditos. Isto pode ser facilmente explicado pelo facto de o estimador de mínimos quadrados ordinário clássico ser enviesado, embora consistente, fornecendo assim bons valores iniciais para os parâmetros que respeitam aos efeitos fixos. Pelo contrário, para as componentes de variância, bons valores iniciais são muitas vezes difíceis de obter, especialmente em modelos complexos com várias componentes de variância.

Na prática, como se sabe, o ajuste de um modelo é raramente a última meta de uma análise estatística. Usualmente, o principal interesse do analista está na realização de inferências nos parâmetros do modelo, de modo a generalizar resultados obtidos sobre uma amostra específica para a população em geral, da qual a amostra foi retirada. Podemos também adiantar que, em diversas situações práticas, a estrutura média, mais do que o modelo de

covariância, constitui o principal interesse do problema. Porém, modelar de modo adequado a covariância torna-se útil para a interpretação da variação aleatória sugerida pelos dados e é essencial para obter inferências válidas, baseadas no modelo, para os parâmetros de estrutura média no modelo. Por um lado, a sobre-parameterização da estrutura de covariância conduz a uma estimação ineficiente e potencialmente a um débil conhecimento dos erros padrão (desvios padrão) para as estimativas dos perfis de resposta média (efeitos fixos). Por outro lado, uma especificação restritiva da estrutura da covariância invalida inferências acerca do perfil de resposta média quando a estrutura de covariância assumida não é garantida. Na Figura 4.1 está representada a forma como a estrutura média e a estrutura de covariância de um modelo interagem e influenciam a inferência dos resultados no processo de modelação de dados longitudinais.

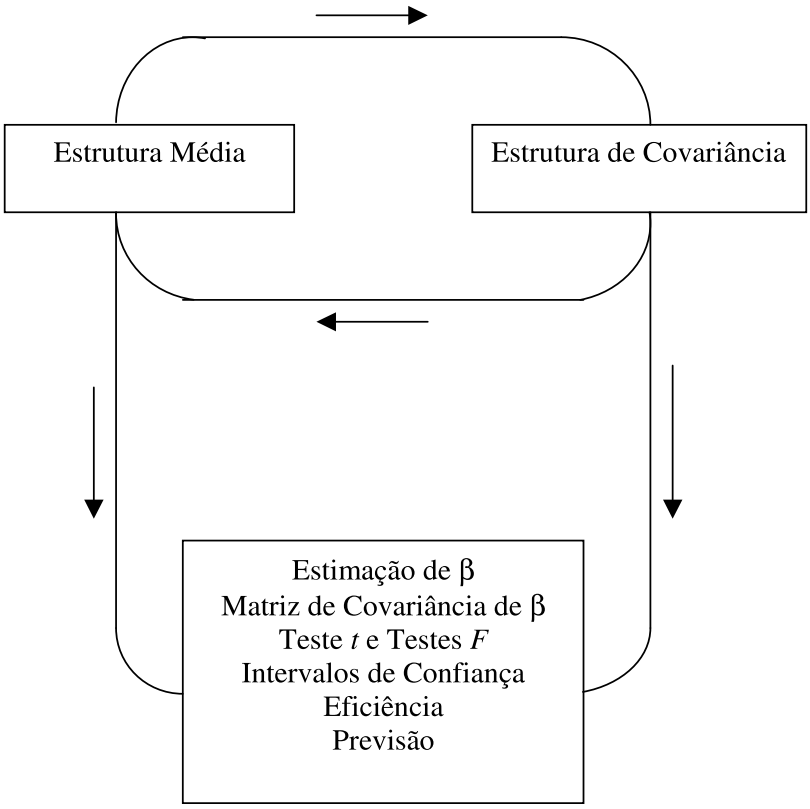


Figura 4.1: Esquematização da forma como a estrutura média e a estrutura de covariância influenciam os resultados da inferência.

Apesar de, na prática, estarmos principalmente interessados na estimativa dos parâmetros no modelo marginal de efeitos mistos, é muitas vezes também útil calcular estimativas para os efeitos aleatórios b_i, desde que estes reflictam a forma como os perfis específicos dos indivíduos se desviam do perfil médio. Estas estimativas podem então ser interpretadas como resíduos que podem ajudar na detecção de perfis especiais (isto é, pontos extremos) ou de grupos de indivíduos evoluindo de forma diferente no tempo. Estimativas para os efeitos aleatórios também são necessárias sempre que o interesse do analista esteja na previsão da evolução dos indivíduos ao longo do tempo. Desde que os efeitos aleatórios representem uma heterogeneidade natural entre indivíduos, a adopção da suposição de que existe heterocedasticidade será muitas vezes justificada para os dados onde a variabilidade entre grupos é grande em comparação com a variabilidade dentro dos grupos.

O modelo linear básico de efeitos mistos a um só nível (4.1) assume que os erros dentro dos grupos, ϵ_i, são vectores aleatórios independentes com distribuição $\mathcal{N}(0, \sigma I)$. Este modelo pode ser estendido, relaxando esta suposição e permitindo erros heterocedásticos e correlação dentro dos grupos, sendo então estabelecido pela expressão:

$$Y_i = X_i\beta + Z_i b_i + \epsilon_i, \tag{4.2}$$

$$b_i \sim N(0, \Psi), \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma\Lambda_i)$$

$$\text{para } i = 1, \ldots, M$$

onde

$$Y_i = \begin{bmatrix} Y_{i1} \\ \vdots \\ Y_{in_i} \end{bmatrix}, \quad \epsilon_i = \begin{bmatrix} \epsilon_{i1} \\ \vdots \\ \epsilon_{in_i} \end{bmatrix}, \quad X_i = \begin{bmatrix} X_{i1} \\ \vdots \\ X_{in_i} \end{bmatrix}, \quad Z_i = \begin{bmatrix} Z_{i1} \\ \vdots \\ Z_{in_i} \end{bmatrix}.$$

As matrizes Λ_i são definidas positivas e são parametrizadas por um conjunto de parâmetros fixos. Tal como no modelo LME básico (4.1), os erros nos grupos, ϵ_i, são supostos

independentes para os diferentes valores de i e independentes dos efeitos aleatórios b_i [2]. A estrutura de variância-covariância dos erros dentro dos grupos pode ser decomposta em duas componentes independentes: a estrutura de variância e a estrutura de correlação.

Note-se que as matrizes Λ_i do modelo (4.2) podem ser decompostas no produto de matrizes simples, $\Lambda_i = V_i C_i V_i$, onde V_i é uma matriz diagonal e C_i é uma matriz de correlação, isto é, uma matriz definida positiva com os elementos da diagonal iguais a 1. É fácil verificar que $Var(\epsilon_{ij}) = \sigma^2 [V_i]_j^2$ e $Cor(\epsilon_{ij}, \epsilon_{jk}) = [C_i]_{jk}$. Então V_i descreve a variância e C_i descreve a correlação dentro dos grupos e assim se decompõe Λ_i numa componente da estrutura de variância e numa componente da estrutura de correlação, o que é conveniente tanto teoricamente como computacionalmente (Pinheiro e Bates, 2000). Davidian e Giltinan (1995) estabelecem um modelo geral da função de variância para os erros dentro dos grupos:

$$Var(\epsilon_{ij}) = \sigma^2 g^2(\mu_{ij}, \nu_{ij}, \delta), \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, n_i$$

onde

$\mu_{ij} = E\left[Y_{ij}|b_i\right]$,

ν_{ij} é o vector de variâncias das covariáveis,

δ é um vector de parâmetros da variância,

$g(.)$ é uma função de variância que se assume ser contínua em δ.

Este modelo de variância pode depois ser concretizado perante uma aplicação concreta, fixando uma forma para a função g.

Com base na teoria subjacente à modelação de dados longitudinais com efeitos mistos e recorrendo ao *software* de análise estatística *S-Plus*, iremos seguidamente descrever em pormenor todo o procedimento de modelação dos atrasos médios sofridos pelos condutores de veículos ao percorrerem um trajecto rodoviário urbano composto por um cruzamento semaforizado regulado com controlo semi-actuado.

[2] O valor de σ é factorizado fora de Λ_i por razões computacionais.

4.3 Modelação do atraso dos veículos

4.3.1 Apresentação do problema e dos dados

O nosso objectivo é agora o de modelar o atraso médio sofrido pelos condutores ao atravessarem um cruzamento semaforizado regulado por controlo semi-actuado. Torna-se especialmente interessante investigar uma possível relação entre o atraso médio sofrido pelos veículos e a unidade de extensão do sinal verde previamente regulada sobre o semáforo. Também a representação das estimativas dos efeitos aleatórios pode ser usada para explorar se estes efeitos traduzirão parte da variação do atraso em função dos factores experimentais usados na regulação dos semáforos, devendo nesse caso, ser incluídos no modelo.

Os dados utilizados neste estudo provêm da simulação de tráfego rodoviário num cruzamento urbano, entre uma via secundária e uma via principal, em que a via secundária é controlada por um detector de veículos, como ficou ilustrado na Figura 2.1. Em controlo semi-actuado, como já no decurso desta tese foi referido (ver Capítulo 1), espera-se que os volumes de tráfego da via secundária (via actuada) sejam pequenos. Assim, consideramos o caso em que a via actuada apresenta um fluxo horário de 300 veíc/hora. A Figura 4.2 mostra-nos as curvas de atraso, quando o débito de chegadas na via principal varia entre 300 e 1200 veíc/hora, para diferentes valores de extensão de verde. Um estudo mais completo, do qual algumas das representações gráficas podem ser consultados no Apêndice C inclui diferentes valores para os débitos horários de chegadas na via secundária. Condições de funcionamento de cruzamentos urbanos semi-actuados semelhantes a estas são frequentemente encontradas em situações reais.

A representação dos dados (Figura 4.2) permite constatar a existência de comportamentos semelhantes entre os diferentes grupos analisados, que correspondem a diferentes unidades de extensão do tempo de sinal verde, isto é, as curvas de atraso têm uma forma similar para as diferentes unidades de extensão do tempo de verde, mas diferem entre

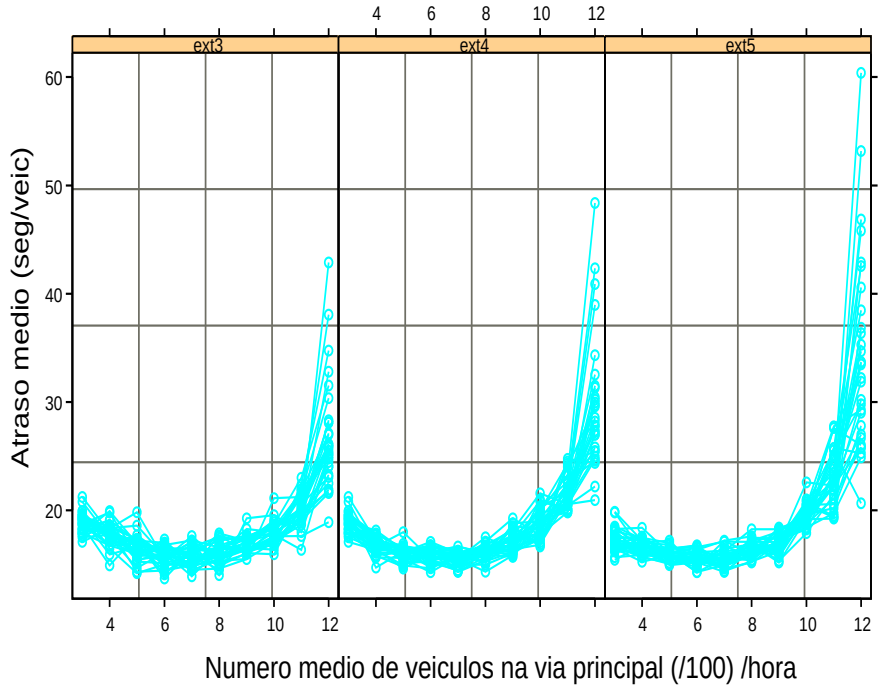


Figura 4.2: Atraso médio dos veículos *versus* número médio de veículos na via principal, para unidades de extensão do tempo de verde iguais, respectivamente, a 3, 4 e 5 segundos.

indivíduos (simulações). Os dados em estudo são equilibrados[3], isto é, os atrasos médios dos veículos são medidos para a mesma sequência de fluxos efectivos (ou os mesmos débitos de chegada de veículos) para todas as 90 simulações de 1 hora (indivíduos) analisadas. A sequência de débitos de chegadas (por hora) ao cruzamento pela via principal é composta por 10 valores igualmente espaçados no intervalo $[300, 1200]$.

4.3.2 Ajustamento de um modelo aos dados

Um dos modelos sugeridos pelas curvas de atraso (Figura 4.2) para modelar estes dados consiste numa combinação entre um polinómio de 2° grau e um termo exponencial, cuja expressão é a seguinte:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 e^t,$$

[3]do inglês “balanced data”.

onde Y_t representa o atraso médio sofrido pelos veículos quando o débito horário de veículos na via principal é igual a t.

4.3.2.1 Modelo de base

Se ignorarmos o agrupamento dos atrasos médios calculados para cada uma das unidades de extensão do sinal verde, de acordo com cada simulação, e ajustarmos um único modelo a todos os dados, o atraso médio é expresso por Y_{ij}, para cada indivíduo i no "instante" (ou melhor, no fluxo) t_j, e será dado por:

$$Y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 t_j + \beta_2 t_j^2 + \beta_3 e^{t_j} + \epsilon_{ij}, \tag{4.3}$$

onde se assume que os termos de erro, ϵ_{ij}, são independentemente distribuídos com distribuição $\mathcal{N}(0, \sigma)$.

Parameters:

	Value	Std. Error	t-value
β_0	23.4419	8.45047e-1	27.74030
β_1	-2.22189	2.82803e-1	-7.85667
β_2	0.158392	2.17658e-2	7.27711
β_3	6.46137e-5	4.62985e-6	13.95590

Residual standard error: 2.63288 on 896 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

	β_0	β_1	β_2
β_1	-0.976		
β_2	0.936	-0.988	
β_3	-0.667	0.760	-0.832

Tabela 4.1: Resultados da aplicação do modelo (4.3)

Os modelos de regressão linear com erros independentes, identicamente distribuídos e Gaussianos podem ser ajustados pelo método dos *Mínimos Quadrados Lineares*, que se encontra implementado em **S** na função *lm*. Do ajuste do modelo (4.3), tomando como estimativas iniciais dos parâmetros, no processo iterativo, $\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = 1$, obteve-se

os resultados apresentados na Tabela 4.1. No diagrama dos resíduos (para os diferentes indivíduos) representados na Figura 4.3, é visível uma tendência dos resíduos para formarem uma cauda à esquerda, no grupo correspondente à extensão de verde de 3 segundos, comparativamente aos resíduos correspondentes a uma extensão de verde de 5 segundos.

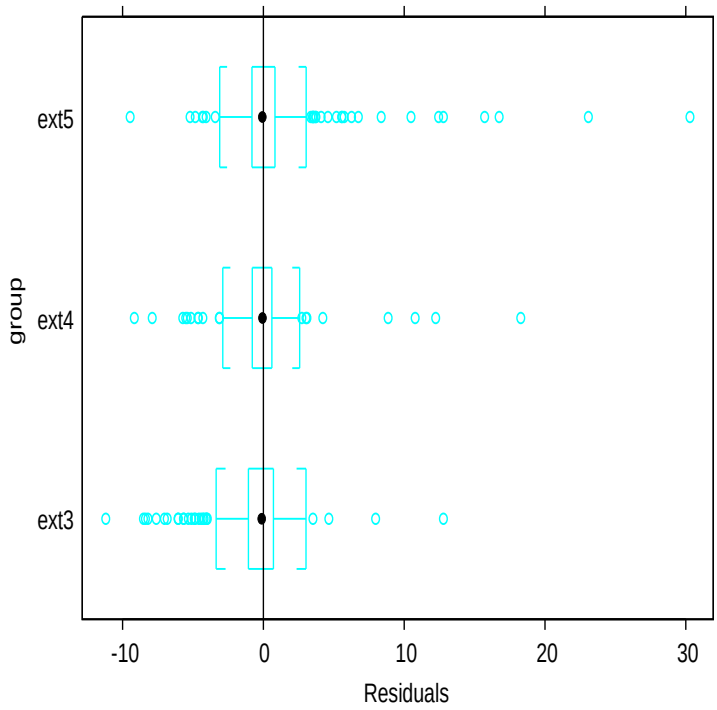


Figura 4.3: Diagramas dos resíduos por grupo, ignorando a dependência entre grupos.

Como no modelo (4.3) é usada uma única curva para os 3 grupos, as diferenças entre grupos constatadas na Figura 4.3 são incorporadas nos resíduos, inflacionando assim o erro padrão residual (ver Tabela 4.1). Para além disso, as estimativas dos parâmetros revelam-se altamente correlacionadas, o que, como se sabe, indica falta de qualidade no ajuste.

4.3.2.2 Modelação dos grupos separadamente

Um inconveniente relevante no uso dos modelos de regressão lineares com dados agrupados reside no impedimento de compreender a verdadeira estrutura dos dados e de considerar diferentes fontes de variabilidade que lhes sejam inerentes. Assim, ajustou-se o modelo (4.3) a

cada grupo, separadamente, permitindo assim que os efeitos individuais sejam incorporados nas estimativas dos parâmetros, o que equivale a adoptar o modelo:

$$Y_{ij} = \beta_{0i} + \beta_{1i}t_j + \beta_{2i}t_j^2 + \beta_{3i}e^{t_j} + \epsilon_{ij}, \tag{4.4}$$

do qual se obteve os resultados apresentados na Tabela 4.2, tomando como estimativas iniciais $\hat{\beta}_0 = 23, \hat{\beta}_1 = -2, \hat{\beta}_2 = 0,1, \hat{\beta}_3 = 0,1$.

Coefficients:

	β_0	β_1	β_2	β_3
ext3	24.35951	-2.304353	0.1538126	0.0000479656
ext4	24.82428	-2.687426	0.1943840	0.0000550748
ext5	21.14184	-1.673871	0.1269773	0.0000908058

Degrees of freedom: 900 total; 888 residual
Residual standard error: 2.400504

Correlation of Parameter Estimates for ext3, ext4, ext5:

	β_0	β_1	β_2
β_1	-0.976		
β_2	0.936	-0.988	
β_3	-0.667	0.760	-0.832

Tabela 4.2: Resultados da aplicação do modelo (4.4).

Podemos constatar alguma variação nas estimativas dos parâmetros segundo o grupo e uma diminuição do erro padrão residual. Os diagramas dos resíduos por grupo (Figura 4.4) apontam para uma clara melhoria da assimetria dos resíduos. A correlação entre as estimativas dos parâmetros mantém-se elevada. Naturalmente, o modelo (4.4) mostra-se mais flexível quando comparado com o modelo (4.3), recorrendo a 12 coeficientes para representar os perfis do atraso médio em cada grupo, mas não tem em consideração as semelhanças óbvias entre as curvas referentes aos diferentes grupos. Um modelo do tipo (4.4) mostra-se de grande utilidade quando o interesse é modelar o comportamento dum particular conjunto fixo de indivíduos, mas não é adequado quando os indivíduos observados são tratados como uma amostra de uma população de indivíduos com algo semelhante, o

que constitui a maioria das aplicações envolvendo dados agrupados. Neste último caso, o interesse está na obtenção de uma estimativa do comportamento médio de um grupo de indivíduos na população e da variabilidade entre e dentro dos grupos, que é precisamente a razão pela qual os modelos ditos de efeitos mistos foram desenvolvidos.

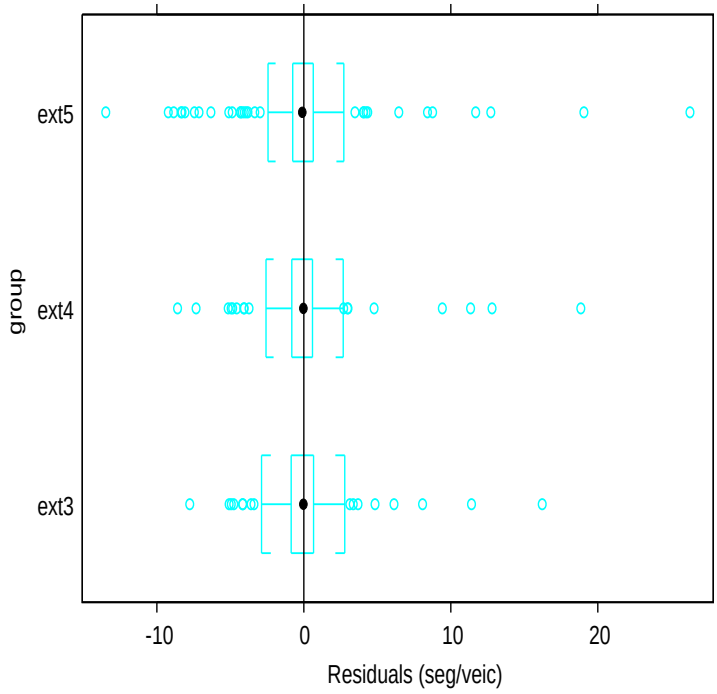


Figura 4.4: Diagramas dos resíduos por grupo, onde cada grupo foi modelado separadamente.

Os resultados individuais do modelo (4.4), para cada grupo de dados, constam da Tabela 4.3.

4.3.2.3 Modelação explícita dos efeitos mistos e dos efeitos aleatórios

De modo a introduzir explicitamente o conceito de efeitos fixos e efeitos aleatórios num modelo linear do tipo efeitos mistos, é usual reescrever o modelo (4.3) na forma:

$$Y_{ij} = (\beta_0 + b_{0i}) + (\beta_1 + b_{1i})t_j + (\beta_2 + b_{2i})t_j^2 + (\beta_3 + b_{3i})e^{t_j} + \epsilon_{ij} \tag{4.5}$$

Em S-Plus, na chamada da função *lme*, os argumentos $fixed$ e *random* são usados para

*** Linear Regression Model for **ext3***

Parameters:

	Value	Std. Error	t-value
β_0	24.3595e	1.05234e	23.14800
β_1	-2.30435	3.52174e-1	-6.54322
β_2	0.153813	2.71049e-2	5.67471
β_3	4.79656e-5	5.76554e-6	8.31937

Residual standard error: 1.89297 on 296 degrees of freedom

*** Linear Regression Model for **ext4***

Parameters:

	Value	Std. Error	t-value
β_0	24.8243	1.18178	21.00580
β_1	-2.68743	3.95495e-1	-6.79509
β_2	0.194384	3.04391e-2	6.38600
β_3	5.50748e-5	6.47475e-6	8.50608

Residual standard error: 2.12582 on 296 degrees of freedom

*** Linear Regression Model for **ext5***

Parameters:

	Value	Std. Error	t-value
β_0	21.1418	1.68479	12.54870
β_1	-1.67387	5.63831e-1	-2.96875
β_2	1.26977e-001	4.33950e-2	2.92608
β_3	9.08058e-005	9.23063e-6	9.83744

Residual standard error: 3.03064 on 296 degrees of freedom

Tabela 4.3: Resultados do ajuste do modelo (4.4) para cada grupo.

especificar as matrizes X_i e Z_i, respectivamente, introduzidas na expressão geral do modelo linear de efeitos mistos (4.1).

Os efeitos fixos β_0, β_1, β_2 e β_3 representam os valores médios dos parâmetros na população. Os desvios individuais são representados pelos efeitos aleatórios b_{0i}, b_{1i}, b_{2i} e b_{3i}, os quais se assume serem normalmente distribuídos com média 0 e matriz de variância-covariância Ψ. Assume-se também que os efeitos aleatórios correspondentes a diferentes

grupos são independentes. Os erros dentro dos grupos, ϵ_{ij}, são independentemente distribuídos com distribuição $\mathcal{N}(0,\sigma)$ e independentes dos efeitos aleatórios.

O modelo linear de efeitos mistos (4.5) estabelece um compromisso entre o modelo (4.3) e o modelo sobre-parametrizado (4.4). Este novo modelo harmoniza as variações individuais através dos efeitos aleatórios, mas fixa os diferentes indivíduos sempre através dos efeitos fixos e da matriz de variância-covariância Ψ.

Um passo crucial na construção dos modelos de tipo efeitos mistos é o de decidir quais os coeficientes no modelo que precisam de efeitos aleatórios para contabilizar a variação entre indivíduos e quais os que devem ser tratados puramente como efeitos fixos. A representação dos intervalos de confiança dos coeficientes obtidos é muitas vezes usada com este propósito. Uma das várias estratégias habitualmente utilizadas na construção de um modelo de efeitos mistos consiste em começar com um modelo que inclua efeitos aleatórios para todos os parâmetros e então examinar o resultado do ajustamento, para decidir, se necessário, quais os efeitos aleatórios que podem ser eliminados do modelo. O único problema com esta abordagem é que, quando se assume uma estrutura geral definida positiva para a matriz de variância-covariância Ψ dos efeitos aleatórios, o número de parâmetros a estimar aumenta com o quadrado do número de efeitos aleatórios. Nos casos em que o número de efeitos aleatórios é grande relativamente ao número de grupos, como é o nosso caso, é recomendável que se use inicialmente uma matriz Ψ diagonal, de modo a evitar problemas de convergência com um modelo demasiado parametrizado. Aplicando esta abordagem aos dados disponíveis no caso em estudo obtivemos os resultados apresentados na Tabela 4.4. Perante estes resultados, parece-nos importante considerar na modelação da variável resposta, tanto os efeitos fixos como os efeitos aleatórios associados a cada um dos parâmetros do modelo.

No sentido de explorar a estrutura de variância-covariância dos efeitos aleatórios presentes no modelo (4.5), tentámos reajustar o modelo usando uma matriz geral Ψ, definida positiva, mas não se obteve convergência no procedimento de cálculo usando a linguagem

S.

Random effects:

	b_0	b_1	b_2	b_3	Residual
StdDev:	0.016197	3.349413e-4	2.108821e-4	1.901495e-5	2.407192

Fixed effects:

	Value	Std.Error	DF	t-value	p-value
β_0	23.44182	0.7743903	2	30.27132	0.0011
β_1	-2.22186	0.2591384	895	-8.57403	<.0001
β_2	0.15839	0.0199445	895	7.94152	<.0001
β_3	0.00006	0.0000118	895	5.47956	<.0001

Correlation:

	β_0	β_1	β_2
β_1	-0.976		
β_2	0.936	-0.988	
β_3	-0.240	0.273	-0.299

Standardized Within-Group Residuals:

Min	Q1	Med	Q3	Max
-5.576765	-0.3384226	-0.03665277	0.2782739	10.93421

Number of Observations: 900
Number of Groups: 3

Tabela 4.4: Resultados da aplicação do modelo (4.5).

4.3.2.4 Modelação da heterocedasticidade

A representação dos resíduos normalizados *versus* valores ajustados (Figura 4.5) dá-nos alguma indicação de que a variabilidade dentro dos grupos aumenta com o débito de veículos. Também, pela Figura 4.6 se pode constatar que é violada a suposição de normalidade dos erros entre grupos. Perante esta constatação faz sentido procurar modelar a heterocedasticidade dentro dos grupos (Davidian e Gallant, 1993) usando a função de variância *Exp* (representada em S pela classe *VarExp*), a qual permite modelar casos em que a variância da resposta aumenta com a variância de uma covariável (Pinheiro e Bates, 2000). O modelo (4.5) foi portanto modificado, com a introdução de uma componente de heterocedasticidade,

dando origem ao seguinte modelo:

$$y_{ij} = (\beta_0 + b_{0i}) + (\beta_1 + b_{1i})t_j + (\beta_2 + b_{2i})t_j^2 + (\beta_3 + b_{3i})e^{t_j} + \epsilon_{ij}, \quad \text{com } Var(\epsilon_{ij}) = \sigma^2 e^{2\delta \upsilon_{ij}}. \tag{4.6}$$

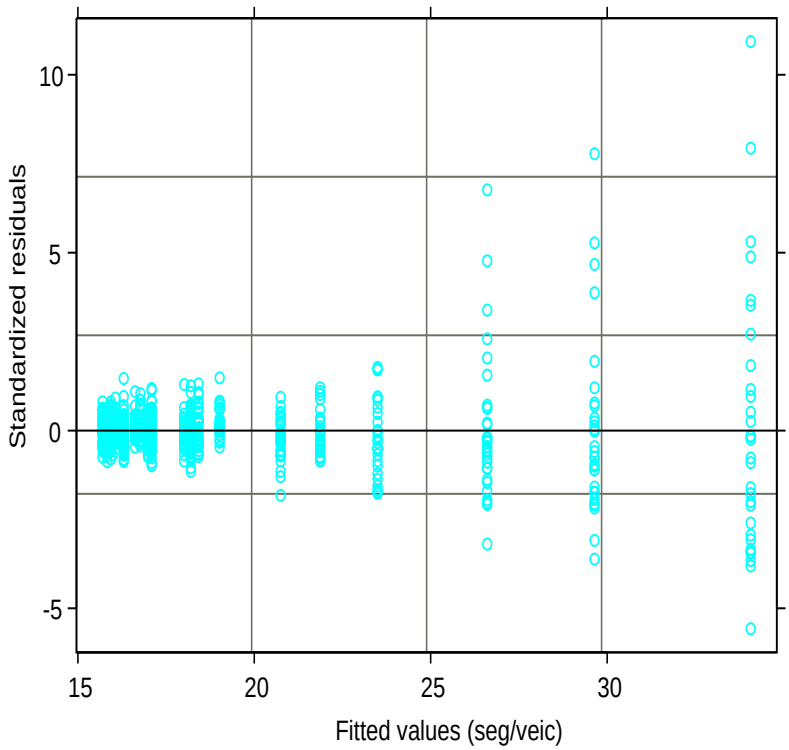


Figura 4.5: Diagrama de dispersão dos resíduos normalizados *versus* valores ajustados pelo modelo (4.5).

O modelo de variância representado é agora:

$$Var(\epsilon_{ij}) = \sigma^2 e^{2\delta \upsilon_{ij}}, \tag{4.7}$$

correspondendo à função de variância[4] $g(\upsilon_{ij}, \delta) = e^{2\delta \upsilon_{ij}}$, a qual tem a particularidade de ser

[4]Uma variável de estratificação opcional ou diferentes variáveis de estratificação podem também ser especificadas, correspondendo à seguinte generalização de (4.7):

$$Var(\epsilon_{ij}) = \sigma^2 e^{2\delta_{s_{ij}} \upsilon_{ij}}, \qquad g(\upsilon_{ij}, s_{ij}, \delta) = e^{\delta_{s_{ij}} \upsilon_{ij}}.$$

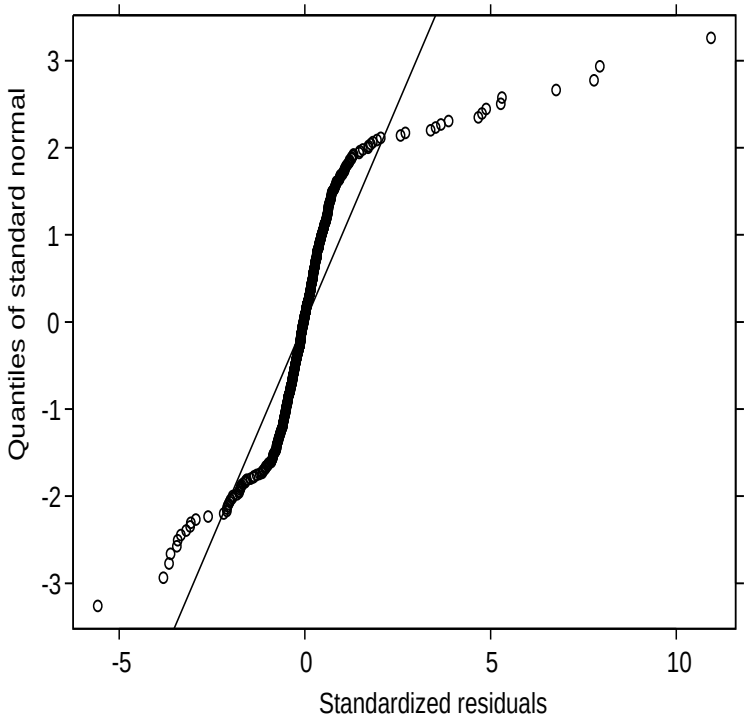


Figura 4.6: Gráfico de quantis normais dos resíduos estandardizados para o modelo (4.5).

uma função exponencial da variância da covariável. No que respeita ao parâmetro δ tem-se que, $\delta \in \mathbb{R}$, de modo a que (4.7) possa modelar os casos em que a variância da resposta cresce ou decresce com a variância, v_{ij}, da covariável e $\sigma \in \mathbb{R}_0^+$.

Podemos averiguar da apropriação desta função de variância usando, de novo, a representação dos resíduos estandardizados e dos valores ajustados. A Figura 4.7 mostra-nos resíduos com distribuição aproximadamente simétrica em torno de zero e variância aproximadamente constante. Não há indícios de violação das suposições estabelecidas para os erros entre grupos. Igualmente, o gráfico de quantis dos resíduos estandardizados (Figura 4.8) não sugere violação da suposição de normalidade para os erros dentro dos grupos.

Efectuando um teste ANOVA para comparar os modelos (4.5) e (4.6), pode-se confirmar a importância de modelar a componente de heterocedasticidade presente nos dados (ver Tabela 4.6). A proximidade de zero da estimativa do desvio padrão do efeito aleatório

Random effects:

	b_0	b_1	b_2	b_3	Residual
StdDev:	5.03995e-4	1.01464e-5	6.42280e-7	1.92428e-5	0.07361906

Variance function:
Structure: Exponential of variance covariate
Parameter estimates: 0.1516587

Fixed effects: list($\beta_0 \sim 1, \beta_1 \sim 1, \beta_2 \sim 1, \beta_3 \sim 1$)

	Value	Std.Error	DF	t-value	p-value
β_0	24.10015	0.377212	894	63.89022	<.0001
β_1	-2.49687	0.128275	894	-19.46506	<.0001
β_2	0.18368	0.010395	894	17.66987	<.0001
β_3	0.00005	0.000012	894	4.39788	<.0001

Tabela 4.5: Resultados da aplicação do modelo (4.6).

Model	**df**	*AIC*[a]	*BIC*[b]	**logLik**	**Test**	**L.Ratio**	***p*-value**
(4.5)	9	4165.551	4208.773	-2073.776			
(4.6)	10	2962.973	3010.997	-1471.487	(4.5) *vs* (4.6)	1204.578	<.0001

[a]*Akaike Information Criterion* [b]*Bayesian Information Criterion*

Tabela 4.6: Resultados da aplicação do teste ANOVA aos modelos (4.5) e (4.6).

associado a β_2 (ver Tabela 4.5) sugere que este parâmetro possa ser eliminado do modelo (4.6). As estimativas dos desvios padrão dos outros parâmetros (ver Tabela 4.5) indicam que os efeitos aleatórios destes devem ser incluídos no modelo (4.6). No sentido de testar se o efeito aleatório associado a β_2 pode ou não ser removido do modelo recorremos de novo a um teste *ANOVA*. Os dois ajustes, o modelo (4.6) com inclusão do efeito aleatório de β_2 e sem inclusão deste efeito, têm aproximadamente a mesma log-verosimilhança (*logLik*= -1471,487 e *logLik*= -1466,533, respectivamente), confirmando que o termo envolvendo β_2 pode ser tratado como efeito fixo puro.

4.3.2.5 Modelação dos efeitos fixos por grupo com heterocedasticidade

Relembramos que estamos especialmente interessados na investigação de uma possível relação entre o atraso médio sofrido por cada veículo e a unidade de extensão do tempo de

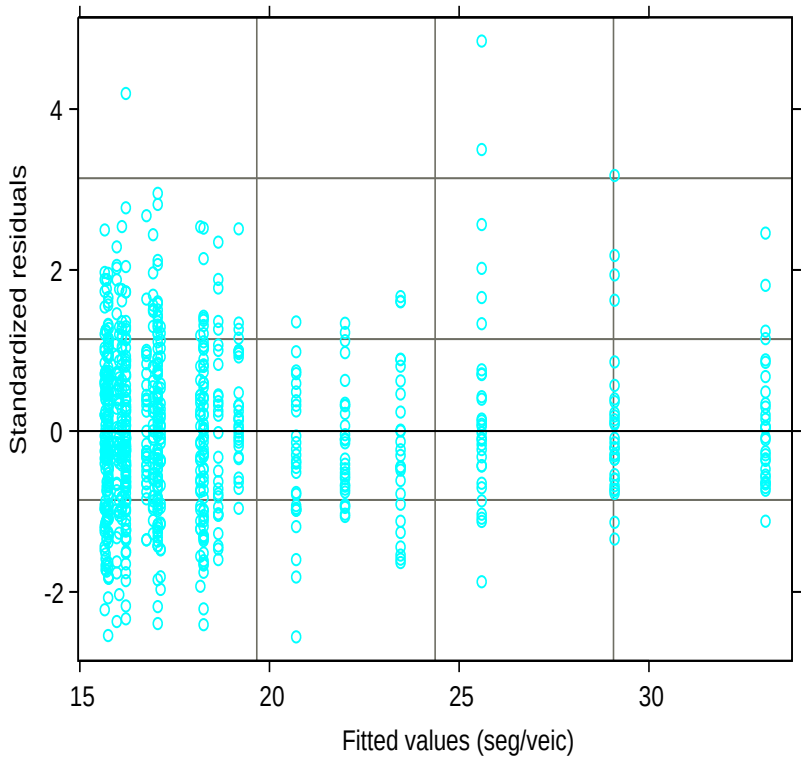


Figura 4.7: Diagrama de dispersão dos resíduos estandardizados *versus* valores do atraso ajustados pelo modelo (4.6).

verde previamente regulada sobre o semáforo, pelo que deveremos procurar, acima de tudo, um modelo que caracterize o atraso médio em função da unidade de extensão da duração do sinal verde.

Ora, o argumento *fixed* na função **S** designada *lme* permite modelar os parâmetros relativos às covariáveis. Por isso, podemos modelar a dependência dos quatro parâmetros (β_0, β_1, β_2 e β_3) no grupo, de modo a quantificar a relação entre o atraso médio e a unidade de extensão do tempo de verde. A este novo modelo chamaremos modelo (4.8), que fica descrito da seguinte forma:

$$\begin{gathered} Y_{ij} = (\beta_{0i} + b_{0i}) + (\beta_{1i} + b_{1i})t_j + (\beta_{2i} + b_{2i})t_j^2 + (\beta_{3i} + b_{3i})e^{t_j} + \epsilon_{ij}, \\ \text{com } Var(\epsilon_{ij}) = \sigma^2 e^{2\delta v_{ij}}. \end{gathered} \tag{4.8}$$

Os resultados obtidos no seu ajuste aos dados constam da Tabela 4.7.

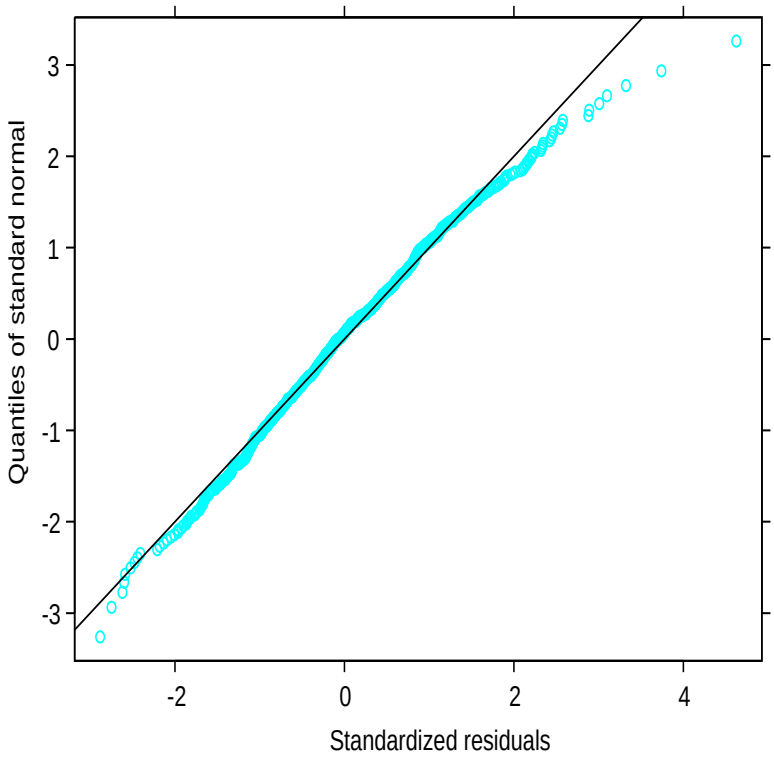


Figura 4.8: Gráfico de quantis normais dos resíduos estandardizados para o modelo (4.6).

Podemos verificar a significância do grupo no modelo de efeitos fixos (4.8), usando o teste *ANOVA* com um só factor (ver Tabela 4.8), assim como comparando os valores dos critérios AIC, BIC e *log-Likelihood* obtidos para os modelos (4.6) e (4.8) (ver Tabela 4.9). A estimativa do desvio padrão associado ao efeito aleatório do parâmetro β_3.(*Intercept*) é muito pequena (ver Tabela 4.7), o que sugere a possibilidade deste termo dever ser tratado apenas como efeito fixo. Esta hipótese foi portanto testada, tendo-se obtido um valor p de $0,1333$ no teste de razão de verosimilhança. Isto faz com que seja possível criar um melhor ajuste para os efeitos fixos incluindo apenas as suas dependências nas covariáveis e reduzindo a necessidade dos termos de efeitos aleatórios, a alguns deles.

Procedemos sequencialmente no processo de construção do modelo, recorrendo à análise das estimativas dos efeitos aleatórios pelos factores experimentais e testando a inclusão de covariáveis e a eliminação de efeitos aleatórios. A Tabela 4.10 permite analisar a

Fixed: $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \sim group$

$\beta_0.(Int)$	$\beta_0.grext4$	$\beta_0.grext5$	$\beta_1.(Int)$	$\beta_1.grext4$	$\beta_1.grext5$
25.1637	25.2734	21.9111	-2.63522	-2.90671	-1.97962

$\beta_2.(Int)$	$\beta_2.grext4$	$\beta_2.grext5$	$\beta_3.(Int)$	$\beta_3.grext4$	$\beta_3.grext5$
0.183817	0.216624	0.154294	3.5787e-5	4.24909e-5	7.8096e-5

Random effects:

	$b_0.(Intercept)$	$b_1.(Intercept)$	$b_3.(Intercept)$	Residual
StdDev:	7.81351e-4	9.50112e-5	1.375801e-8	0.0654312

Variance function:
Structure: Exponential of variance covariate
Parameter estimates (expon): 0.155648

Tabela 4.7: Resultados da aplicação do modelo (4.8).

Parameters	**numDF**	**denDF**	**F-value**	**p-value**
$\beta_0.(Intercept)$	1	886	265448.0	<.0001
$\beta_0.group$	2	886	8.7	0.0002
$\beta_1.(Intercept)$	1	886	114.0	<.0001
$\beta_1.group$	2	886	7.2	0.0008
$\beta_2.(Intercept)$	1	886	1586.0	<.0001
$\beta_2.group$	2	886	2.6	0.0739
$\beta_3.(Intercept)$	1	886	104.2	<.0001
$\beta_3.group$	2	886	5.7	0.0036

Tabela 4.8: Resultados da aplicação do teste ANOVA ao modelo (4.8).

Model	**df**	**AIC**	**BIC**	**logLik**	**Test**	**L.Ratio**	***p*-value**
(4.6)	9	2951.066	2994.288	-1466.533			
(4.8)	17	2885.713	2967.353	-1425.856	(4.6) *vs* (4.8)	81.35327	<.0001

Tabela 4.9: Resultados da aplicação do teste ANOVA aos modelos (4.6) e (4.8).

significância das estimativas dos parâmetros do modelo a reter, assim como os resultados da aplicação de vários critérios de análise de erro dos resíduos. A adequação do modelo ajustado fica mais evidente se observarmos a representação da curva ajustada e dos valores observados, para cada extensão do tempo de verde (grupo), sobrepostos no mesmo gráfico (Figura 4.9).

AIC	BIC	logLik
2883.743	2950.977	-1427.872

Random effects:

	$\beta_0.(Int)$	$\beta_1.(Int)$	Residual
StdDev:	0.00080698	0.0001004808	0.06349224

Variance function:
Structure: Exponential of variance covariate
Parameter estimates(expon): 0.1575504

Fixed effects:

Parameters	Value	Std.Error	DF	t-value	p-value
$\beta_0.(Int)$	25.2550	0.4272117	889	59.11591	<.0001
$\beta_0.grext4$	24.2441	0.3081833	889	-3.28021	0.0817
$\beta_0.grext5$	22.942	0.3054235	889	-7.57313	<.0001
$\beta_1.(Int)$	-2.66741	0.1312517	889	-20.32289	<.0001
$\beta_1.grext4$	-2.53859	0.0471801	889	2.73048	0.0064
$\beta_1.grext5$	-2.97562	0.0478446	889	6.44184	<.0001
$\beta_3.(Int)$	0.00004	0.0000048	889	7.27547	<.0001
$\beta_3.grext4$	0.00006	0.0000068	889	2.50702	0.0124
$\beta_3.grext5$	0.00007	0.0000083	889	3.60160	0.0003
β_2	0.18642	0.0101323	889	18.39863	<.0001

Tabela 4.10: Resultados da aplicação do modelo (4.8), com eliminação de alguns efeitos (não significativos).

4.4 Comentários finais

Como vimos, o atraso médio sofrido pelos condutores pode ser descrito por um modelo linear de efeitos mistos, que resulta da combinação de um polinómio de 2° grau com um termo exponencial. O incremento unitário do tempo de verde tem um efeito significativo na variável resposta, quer para fluxos menos elevados quer quando os fluxos se aproximam da capacidade do ramo de entrada do cruzamento. Isto leva-nos a pensar que será possível optimizar a regulação do cruzamento estudado especificando a unidade de extensão da duração do sinal verde em função do débito de chegadas esperado para a via principal, bastando para isso procurar, nas curvas da Figura 4.9, qual a que nos fornece o valor mínimo, para

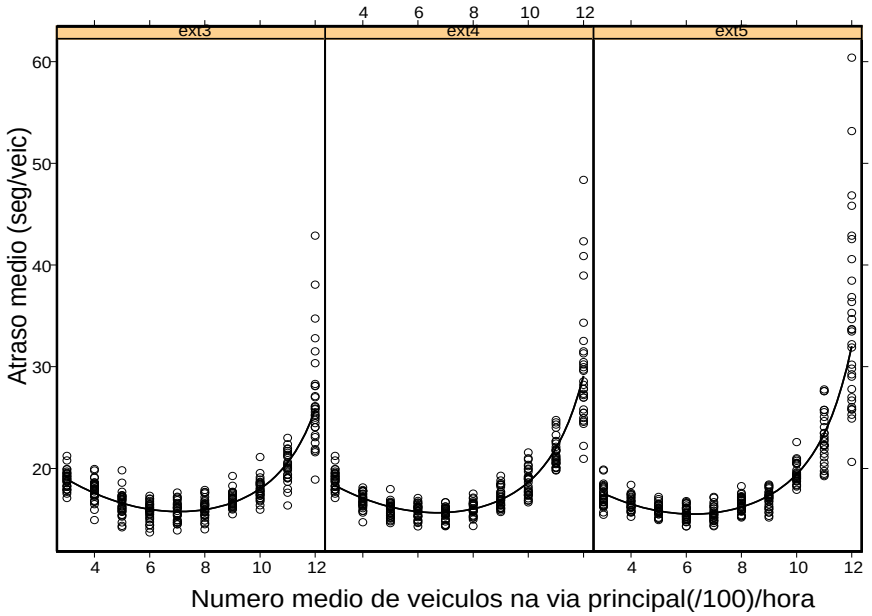


Figura 4.9: Previsões para a população respeitando a previsões dentro dos grupos e atrasos observados *versus* número de veículos por hora.

um intervalo de débitos na via principal considerado adequado. Este estudo longitudinal, também nos permitiu associar curvas típicas de atraso de acordo com a extensão de tempo de verde considerado.

A mesma metodologia poderia ser utilizada para averiguar acerca da relação entre a localização do sensor relativamente à linha de paragem e o atraso médio sofrido pelos condutores ao atravessarem um cruzamento semi-actuado.

Capítulo 5

C

Sumário

Neste capítulo, propomo-nos analisar o desempenho de um cruzamento localizado entre a Estrada da Circunvalação (Porto) e a Av^a de D. Afonso Henriques (Matosinhos). Este cruzamento é regulado com controlo semi-actuado, o que nos permitirá testar a validade dos resultados obtidos através do programa de simulação implementado para este tipo de cruzamentos. Foi recolhida informação acerca dos volumes de tráfego em campo e também por recurso às contagens de um controlador instalado no referido cruzamento. Através de uma ligação GSM, foi possível recolher informação acerca dos tempos de verde registados na via actuada, os quais foram comparados com os simulados. Esta análise permitiu acentuar a validade do programa de simulação e avaliar o desempenho do cruzamento em estudo, assim como algumas alternativas referentes à extensão do tempo de verde.

Índice

5.1 Apresentação do caso de estudo 145
5.2 Comparação dos dados recolhidos com os dados simulados 159
5.3 Análise do desempenho do cruzamento 163
5.4 Proposta de optimização 167

5.1 Apresentação do caso de estudo

De modo a permitir uma melhor verificação da qualidade dos resultados obtidos através do programa de simulação desenvolvido, cujas características e capacidades foram apre-

sentadas no Capítulo 2, foi efectuada uma recolha de dados relativos a um cruzamento semaforizado regulado por controlo semi-actuado, situado na Área Metropolitana do Porto. Na secção seguinte descrevem-se as características geométricas e de regulação do referido cruzamento.

A utilização de controladores de tráfego actuado destina-se a adaptar "permanentemente" a regulação dos sinais luminosos aos volumes de tráfego medidos, em tempo real, no cruzamento, de modo a manter o mais elevado nível de eficiência sob condições de variação dos volumes de tráfego.

5.1.1 Descrição do cruzamento

O cruzamento objecto de estudo nesta Dissertação corresponde à intersecção entre a Estrada da Circunvalação (Porto) e a Avª de D. Afonso Henriques (Matosinhos), conforme assinalado no mapa da Figura 5.1.

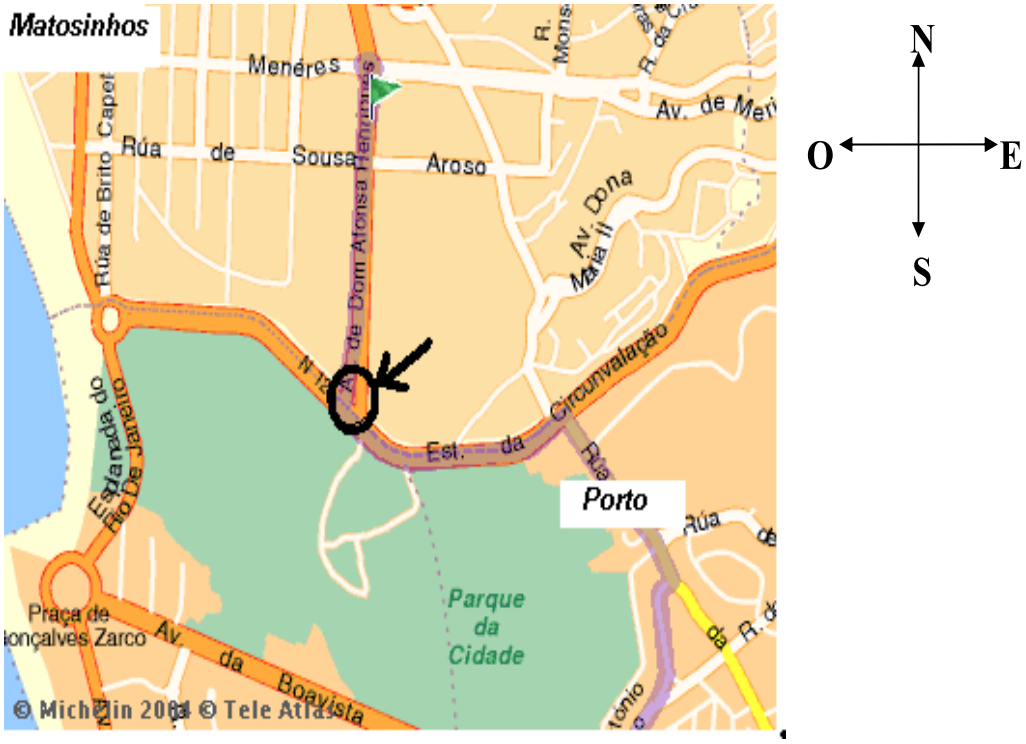


Figura 5.1: Extracto da planta da cidade de Matosinhos.

Este cruzamento é controlado por semáforos, funcionando em duas fases, com 5 grupos de correntes de tráfego e 3 grupos de peões. As correntes de tráfego para esta intersecção encontram-se assinaladas no esquema de implantação do equipamento semafórico apresentado na Figura 5.2 e estão numeradas de *1* a *8*. A sua regulação é efectuada através de um plano de tempos que passamos a expor:

Fase 1: Esta é considerada a fase principal da intersecção e está sempre presente no ciclo, sendo executada com um tempo de verde mínimo. Nestes ramos do cruzamento (Estrada da Circunvalação), não foram colocados detectores electromagnéticos de presença/impulso, pelo que a fase é sempre executada com um tempo mínimo de verde igual a *38* segundos (correspondendo a *30* segundos mais 8 segundos destinados a permitir o escoamento de veículos entre os dois semáforos localizados na Estrada da Circunvalação no sentido descendente em direcção à Rotunda da Circunvalação). A duração do período de verde não tem máximo, podendo ser prolongada desde o tempo mínimo de verde até à activação de um dos sensores nas vias actuadas. Caso não haja activação de nenhum dos sensores o sinal manter-se-á infinitamente verde.

Fase 2: Esta fase apenas está presente no ciclo se existir uma chamada de serviço, realizada através de um detector de presenças, e é executada com um tempo mínimo de verde (igual a *10* segundos) que pode ser prolongado por uma unidade de extensão até um tempo de verde máximo (igual a *30* segundos). Para isso, existem duas espiras electromagnéticas (sensores), uma para cada sentido (Avª de D. Afonso Henriques–Estrada da Circunvalação e vice-versa), posicionadas a cerca de *2* a *3* metros da linha de paragem. A unidade de extensão do tempo de verde, se existir alguma chamada de serviço (detecção de algum veículo), está actualmente fixada em *4* segundos.

Na Figura 5.3 estão representados esquemas que ilustram os diferentes movimentos permitidos a cada corrente de tráfego, em cada uma das fases. Na Figura 5.4 é ilustrado o diagrama de fases atrás descritas e a indicação dos respectivos tempos atribuídos para

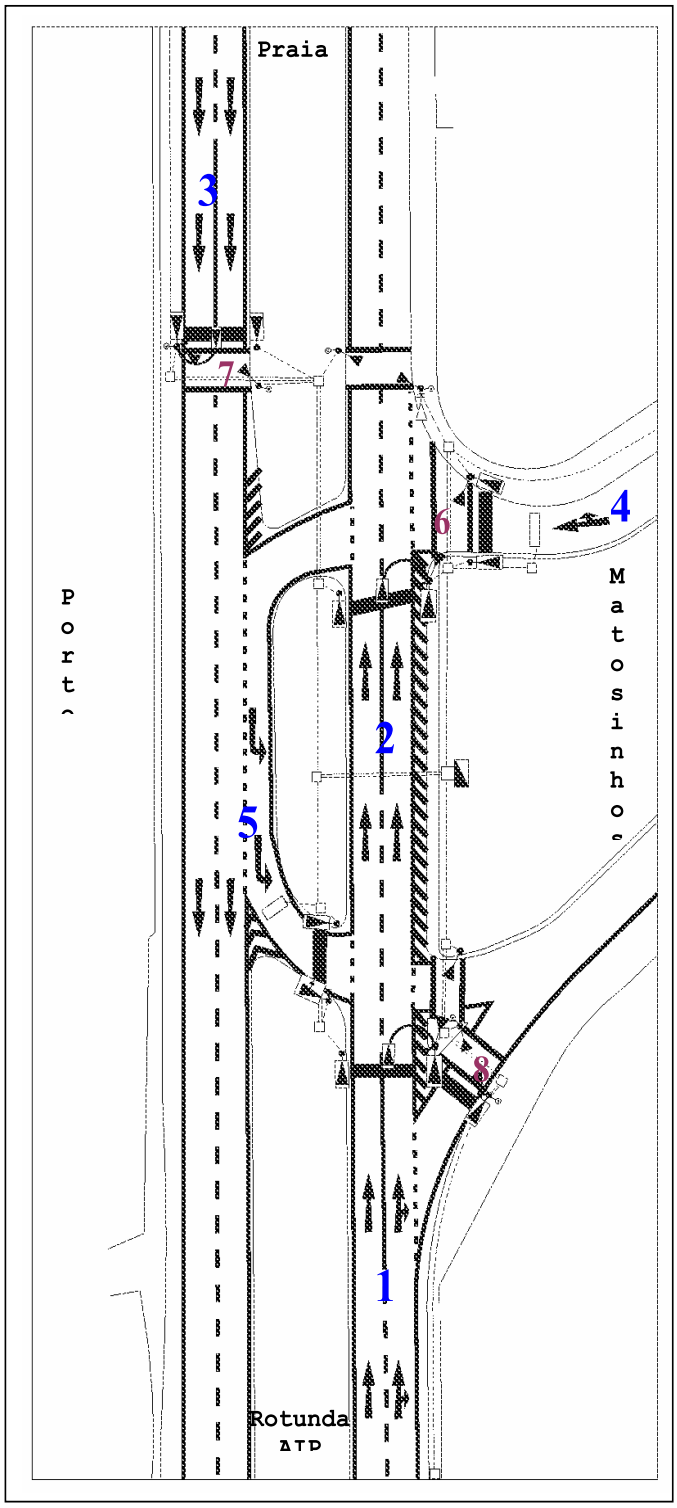


Figura 5.2: Esquema do cruzamento semaforizado entre a Avª de D. Afonso Henriques (Matosinhos) e a Estrada da Circunvalação (Porto), com indicação das correntes de tráfego especificadas no diagrama de fases.

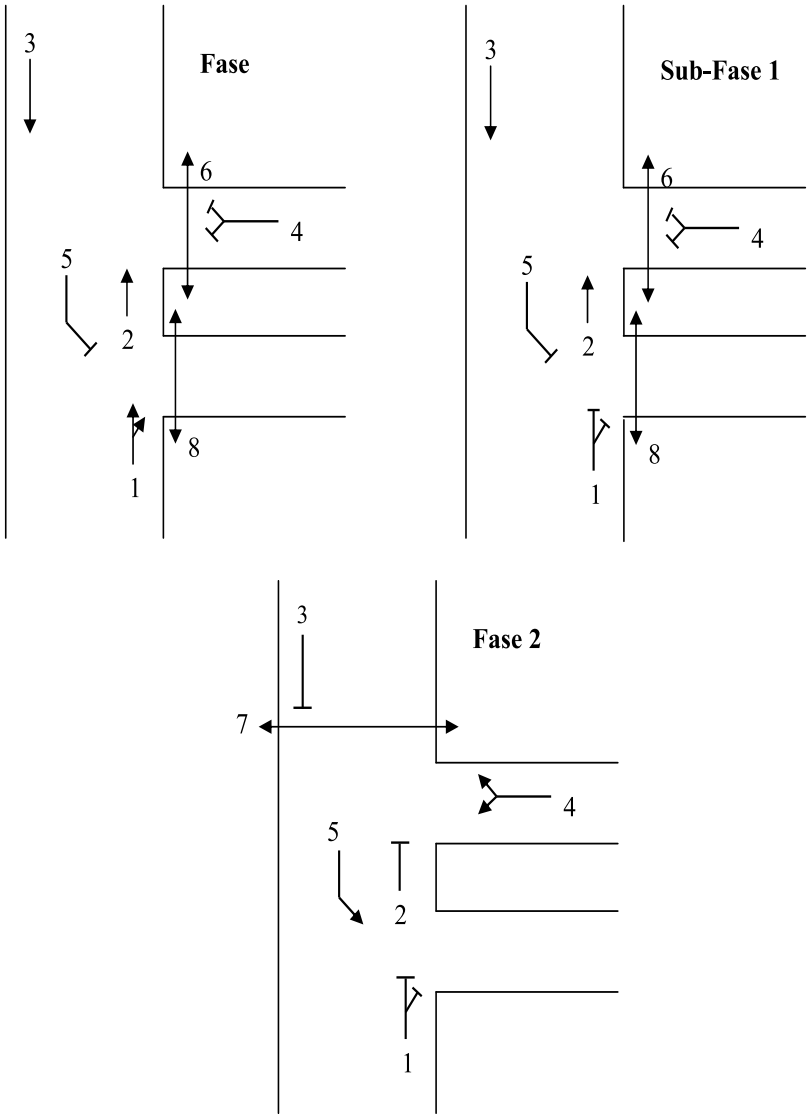


Figura 5.3: Esquema de fases com indicação dos movimentos relativos a cada corrente de tráfego.

cada uma das correntes de tráfego é efectuada na Tabela 5.1. O esquema da Figura 5.2 também mostra a localização dos sensores, um localizado na Avª de D. Afonso Henriques (corrente de tráfego 4), que inclui os movimentos direccionais Avª de D. Afonso Henriques–Rotunda da Circunvalação e Avª de D. Afonso Henriques–Rotunda AIP e outro na Estrada da Circunvalação (corrente de tráfego 5), que inclui apenas o movimento de viragem à esquerda no sentido ascendente (Rotunda da Circunvalação–Avª de D. Afonso Henriques). A Figura 5.5 mostra-nos o ramo do cruzamento servido pela fase actuada. Estes sensores permitem

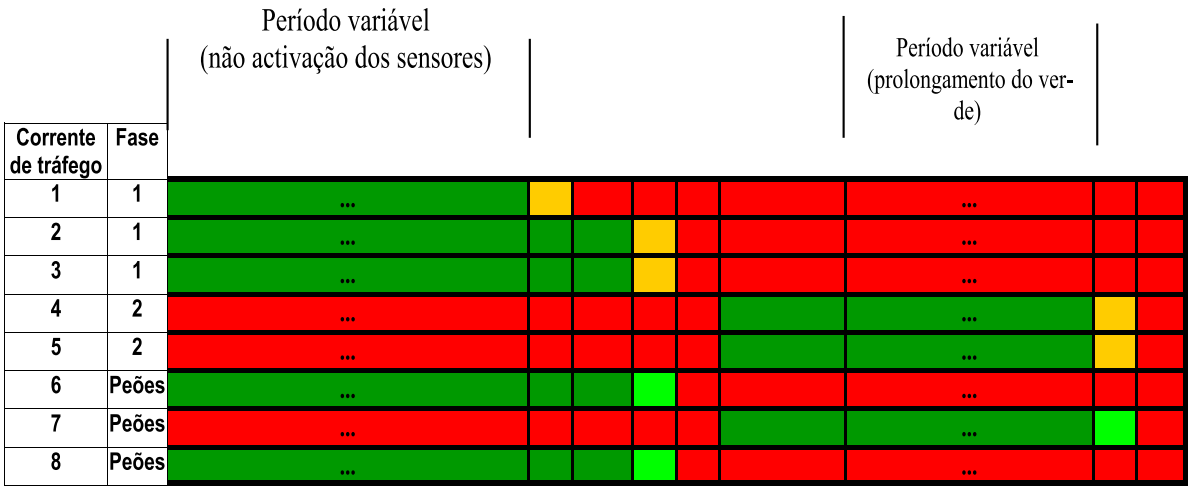


Figura 5.4: Diagrama de fases e tempos atribuídos às correntes de tráfego especificadas na regulação do cruzamento semaforizado entre a Avª de D. Afonso Henriques (Matosinhos) e a Estrada da Circunvalação (Porto).

que o semáforo seja regulado em função do número de veículos detectados e também obter informação acerca de volumes de tráfego em qualquer período do dia, assim como dos tempos de ocupação dos detectores. A cada actuação dos sensores, o período de verde é como já referimos estendido de 4 segundos.

Tempo	**Correntes de Tráfego (veículos)**				
(seg)	1	2	3	4	5
Verde	30 a ∞	38 a ∞	38 a ∞	10 a 30	10 a 30
Vermelho	10 a 30	10 a 30	10 a 30	30 a ∞	30 a ∞
Amarelo	3	3	3	3	3
Extensão	–	–	–	4	4
Limpeza	3	3	3	3	3

Tabela 5.1: Tempos atribuídos à regulação dos semáforos.

Para efectuar a regulação dos semáforos é usado um controlador de tráfego STC 4012, que foi instalado no cruzamento por uma empresa do ramo e está a ser gerido pela mesma. A seguir efectuaremos uma breve descrição das características de funcionamento e capacidades deste controlador.

Figura 5.5: Fotografia do cruzamento em estudo.

5.1.2 O controlador de tráfego STC 4012

O controlador de tráfego STC 4012, apresentado na Figura 5.6, é um equipamento desenvolvido para o controlo de cruzamentos semaforizados, com capacidade de gestão (Fontana, 2002). A tecnologia aplicada, baseada numa distribuição inteligente de uma rede de microprocessadores, permite que o controlador esteja apto para qualquer tipo de aplicação no contexto de tráfego, com a garantia de um bom desempenho. De facto, este controlador é capaz de ser, tanto um periférico de um sistema centralizado, como uma unidade independente capaz de executar a monitorização do tráfego que atravessa o cruzamento que está a controlar, compreendendo as seguintes capacidades:

- Criação de arquivos estatísticos (por exemplo, volumes de tráfego, emergência e

actividades, etc);

- Envio de mensagens automáticas via GSM, ligação por linha telefónica ou outra;
- Configuração remota, com acesso à informação de diagnóstico e de todos os arquivos residentes na memória;
- Possibilidade de sincronismo via GPS.

Figura 5.6: Controlador de tráfego STC 4012

O controlador de tráfego STC 4012 foi projectado para agir como unidade de controlo de tráfego em cruzamentos com necessidade de decisões autónomas determinadas pelas variações de fluxo de tráfego. Este controlador permite todos os tipos de regulação de tráfego: tempos fixos, controlo semi-actuado ou controlo totalmente actuado. Também permite o controlo da informação a reter, a monitorização, a transmissão e efectua a própria recolha

de informação. Mais concretamente, em termos de *software*, este controlador engloba as seguintes funções:

- Gestão de um cruzamento semafórico ou de um conjunto de cruzamentos, por meio de um algoritmo de controlo programável, que gera os tempos de verde em tempo real, de acordo com os volumes de tráfego.
- Monotorização das lâmpadas dos semáforos, de forma a verificar a correcta funcionalidade e a assinalar uma anomalia (lâmpada fundida).
- Gestão de dados de tráfego, por volume ou classe de veículos, através de sensores com espiras tradicionais ou sensores não invasivos, como os baseados em infravermelhos ou micro-ondas.
- Arquivo de dados de tráfego, alarmes e ocorrências.
- Envio automático de mensagens de alarme, por meio de um telefone celular munido de GSM ou ligando um modem à linha telefónica.
- Ajuste automático do relógio de tempo real do CPU, através de um interface GPS.
- Elevada precisão para efectuar "Onda Verde" com tecnologia *wireless* (sem fios).

Software de diagnóstico *on-line* e *off-line* facilita a identificação dos componentes em falha no controlador ou no cruzamento, tais como:

- Memórias
- Portas de comunicação
- Saídas
- Entradas
- Detectores

O módulo de diagnóstico permite também aceder aos registos permitindo examinar, em detalhe, as condições de funcionamento do sistema.

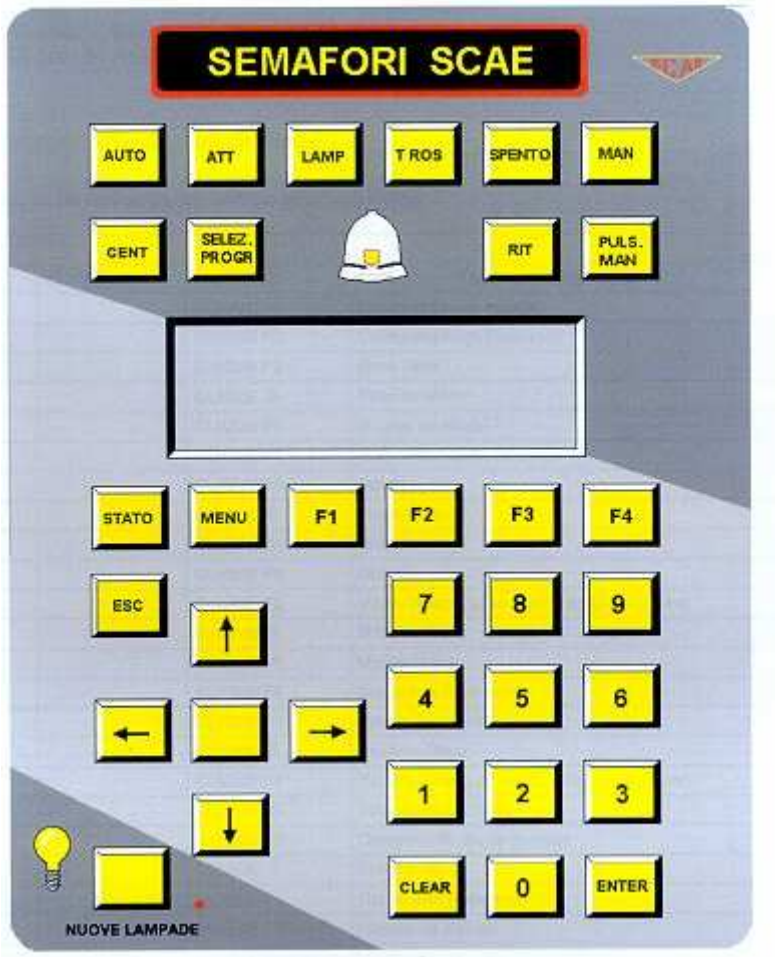


Figura 5.7: Painel de controlo móvel do controlador STC 4012.

O controlador STC 4012 pode ser equipado com um painel de controlo móvel (cujo *layout* é apresentado na Figura 5.7), que faz a gestão do controlador. Através deste painel podem ser seleccionadas as seguintes funções do controlador:

- Automática
- Manual
- Intermitente

- Tudo Vermelho

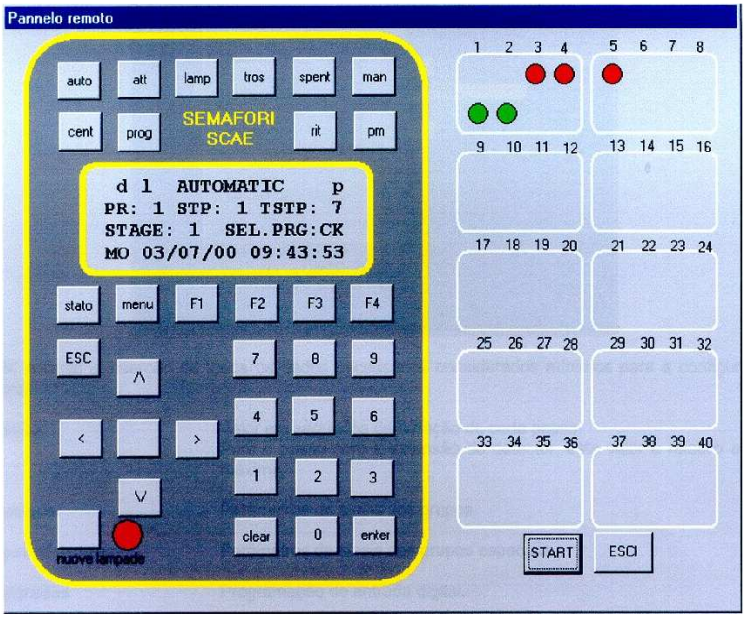


Figura 5.8: Painel de controlo remoto do controlador STC 4012.

A programação de todo o *software* de configuração e diagnóstico poderá ser feita através de um PC, sendo possível estabelecer ligação com o controlador por controlo remoto, através da janela apresentada na Figura 5.8, na qual se pode visualizar o estado semafórico das correntes de tráfego, ou através de *hardware* externo (painel opcional ilustrado na Figura 5.7). Este painel é composto por um écran LCD com 80 caracteres para apresentação do estado funcional, dos alarmes e mensagens de diagnóstico e por um teclado para gestão e programação. Neste painel são claramente apresentadas todas as mensagens indicando o estado funcional do controlador, as condições de alarme, os resultados dos testes de diagnóstico e os dados de programação.

5.1.3 Dados recolhidos

O controlador está programado para registar o número de veículos que pisam cada uma das espiras (sensores) agregado em períodos de 5 minutos e essa informação é armazenada

num ficheiro durante duas semanas. Usando esta capacidade do controlador, seleccionámos os volumes de tráfego registados durante a semana de 9 a 16 de Março de 2004, nos dois sensores, que correspondem às correntes de tráfego 4 e 5 (ver Figura 5.2). A partir desses dados foram calculados os volumes horários de tráfego registados pelo controlador nas duas vias com detector de presenças, correntes de tráfego 4 e 5, os quais são apresentados na Figura 5.9. Estes dados referem-se ao período de tempo que decorre desde as 19 horas do dia 9 (terça-feira) até às 17 horas do dia 16 (terça-feira).

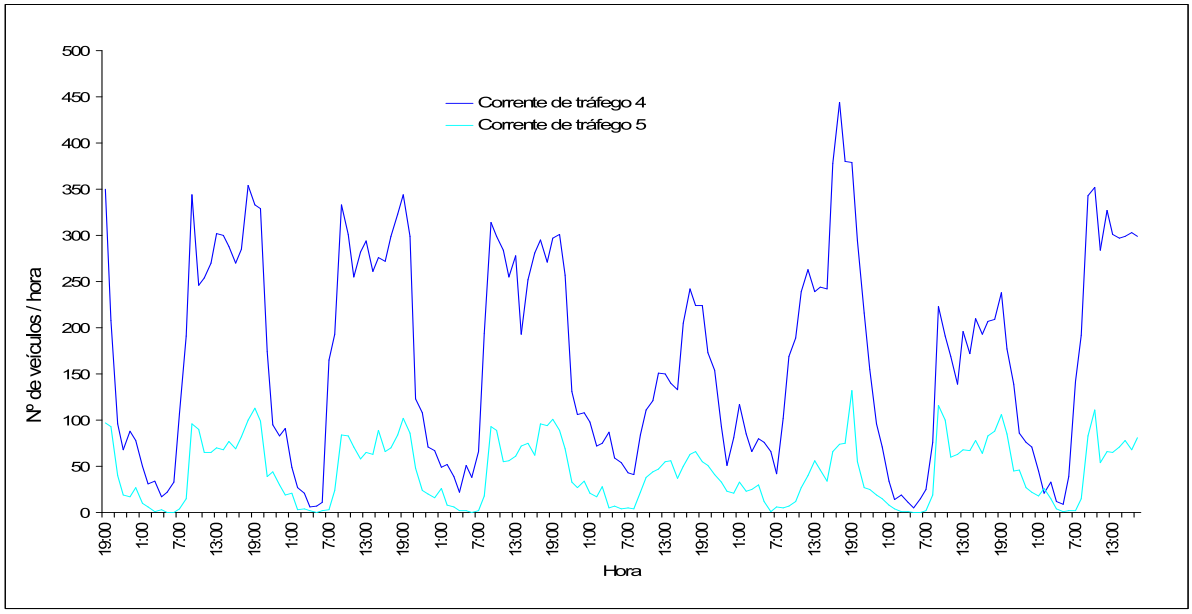


Figura 5.9: Volumes horários de tráfego registados pelo controlador nas duas vias com detector de presenças, durante a semana de 9 a 16 de Março de 2004.

As curvas dos volumes registados em períodos de 1/2 hora para cada um dos dias da semana, separadamente, são representados no gráfico da Figura 5.10 para ilustrar a distribuição do fluxo ao longo do dia e ao longo da semana. Nesta Figura são evidentes os picos de fluxo relativos às horas de ponta, tanto da manhã como da tarde, assim como a diferença estrutural das curvas de volumes de tráfego relativas aos dias úteis e ao fim de semana.

De referir que este cruzamento está localizado nas proximidades de zonas de lazer muito

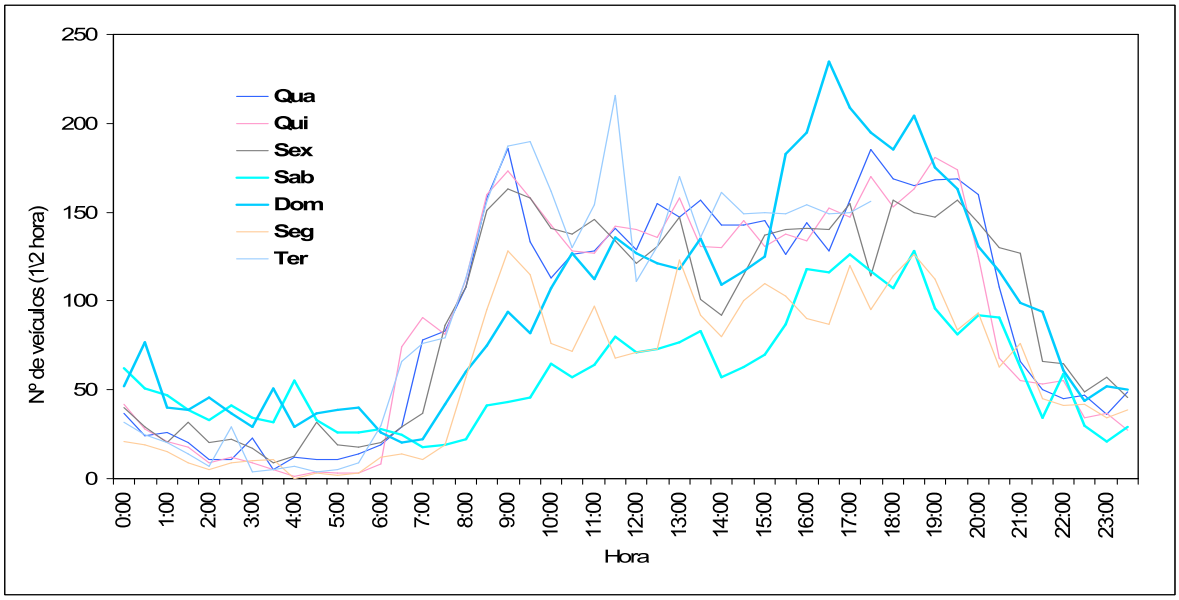


Figura 5.10: Volumes de tráfego (em períodos de 1/2 hora) registados pelo controlador para a corrente de tráfego 4, durante a semana de 9 a 16 de Março de 2004, distinguidos por dia da semana.

frequentadas, como é o caso do Parque da cidade do Porto e as marginais da Foz e de Matosinhos, pelo que se justifica facilmente o pico de fluxo que ocorre ao Domingo durante a tarde. Note-se que, nesta figura, são apenas apresentadas as contagens relativas à corrente de tráfego 4 (da Avª de D. Afonso Henriques para a Estrada da Circunvalação), uma vez que será apenas esta corrente que será objecto da análise detalhada que a seguir será efectuada.

Apesar da grande vantagem trazida pela capacidade do controlador em registar os volumes de tráfego, constatámos que os mesmos não correspondem aos volumes reais, estando abaixo dos efectivos volumes de tráfego que ocorrem naquelas vias. Ao que nos foi possível confirmar os sensores, ao serem activados, enviam a correcta informação para o controlador e, consequentemente, o tempo de verde é estendido, no entanto, algumas dessas activações não são contabilizadas no ficheiro onde são registados os volumes de tráfego. Para confirmação desta incorrecção e para conhecermos os volumes de tráfego efectivamente verificados na corrente de tráfego 4, foram efectuadas contagens em campo. Estas contagens foram efectuadas em períodos de 5 minutos, e os volumes horários de tráfego registados

são apresentados graficamente na Figura 5.11. Estes dados foram recolhidos no dia 20 de Abril de 2004, em dois períodos distintos do dia: das 10h30m às 12h30m e das 15h30m às 18h30m. Não tendo sido possível à empresa que gere a semaforização do cruzamento em estudo corrigir a anomalia, será a partir destes dados de volumes de tráfego que faremos a posterior análise ao desempenho do cruzamento.

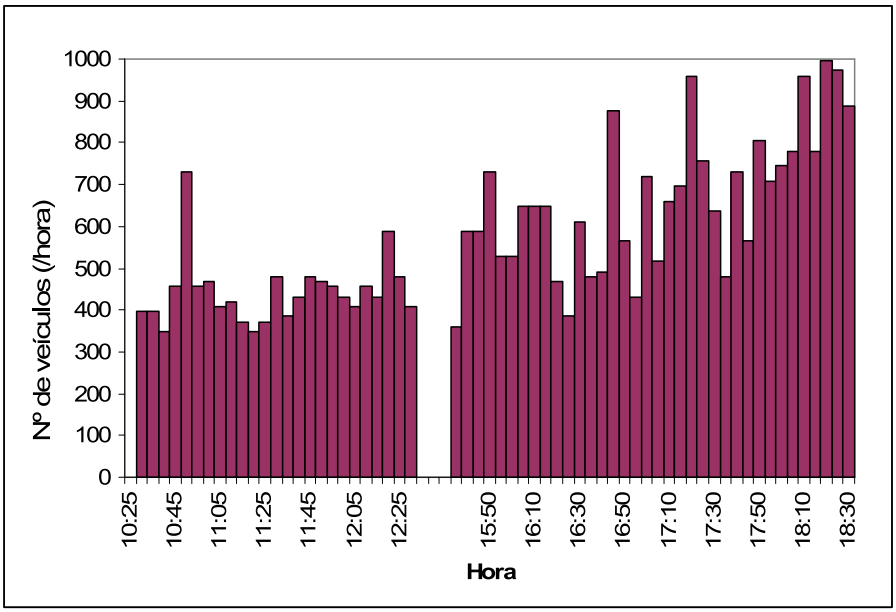


Figura 5.11: Volumes de tráfego registados em campo na corrente de tráfego 4, no dia 20 de Abril de 2004, das 10h30m às 12h30m e das 15h30m às 18h30m.

No dia 16 de Janeiro de 2004, foram também efectuadas contagens em campo, durante 3 períodos quase consecutivos de 15 minutos, nos quais se registou, para além da informação relativa aos volumes de tráfego na corrente de tráfego 4, os instantes de início e fim dos períodos de verde. Assim, com base na informação recolhida, são apresentados na Tabela 5.2 os intervalos de duração dos períodos de verde, assim como os intervalos de duração dos ciclos que foram registados. Estas contagens foram efectuadas entre as 12h50m e as 13h35m.

Nas instalações da empresa que gere os semáforos do cruzamento em estudo e através da ligação GSM ao controlador de tráfego afecto a este cruzamento, recorrendo a um painel

Hora	12:50 — 13:05		13:05 — 13:20		13:20 — 13:35	
Volume (veíc)	127		130		146	
Duração (seg)	Verde	Ciclo	Verde	Ciclo	Verde	Ciclo
	30	81	20	73	11	61
	24	75	27	77	23	73
	11	61	26	77	13	65
	25	76	11	62	29	81
	26	77	15	65	15	67
	25	76	31	83	28	80
	27	80	26	78	26	78
	19	71	15	67	18	69
	14	64	12	64	16	67
	25	76	23	74	25	77
	15	65	19	71	18	70
	30	80	13	64	30	81
Duração média (seg)	22,57	73,52	19,82	71,17	21,01	72,39

Tabela 5.2: Períodos de duração do sinal verde e de duração dos ciclos registados em campo no dia 16 de Janeiro de 2004 entre as 12h50m e as 13h35m.

de controlo remoto idêntico ao ilustrado na Figura 5.8, foram registados os intervalos de duração dos períodos de verde e de duração dos ciclos, nos dias 12 de Fevereiro e 1 de Março de 2004. No que respeita ao dia 12 de Fevereiro, a informação recolhida refere-se ao período das 16h42m às 18h11m e está representada na Figura 5.12. No dia 1 de Março, o período do dia em análise foi o período compreendido entre as 10h36m e as 11h20m (Figura 5.13). Observa-se, nestes gráficos, a omissão de dados em pequenos intervalos de tempo. Este facto deve-se a cortes não intencionais das ligações celulares que estabeleciam a comunicação entre o controlador localizado no cruzamento e o painel de controlo remoto.

5.2 Comparação dos dados recolhidos com os dados simulados

Com o intuito principal de verificar a adequação do programa de simulação desenvolvido ao tratamento deste caso de estudo, efectuaremos de seguida a comparação entre os períodos

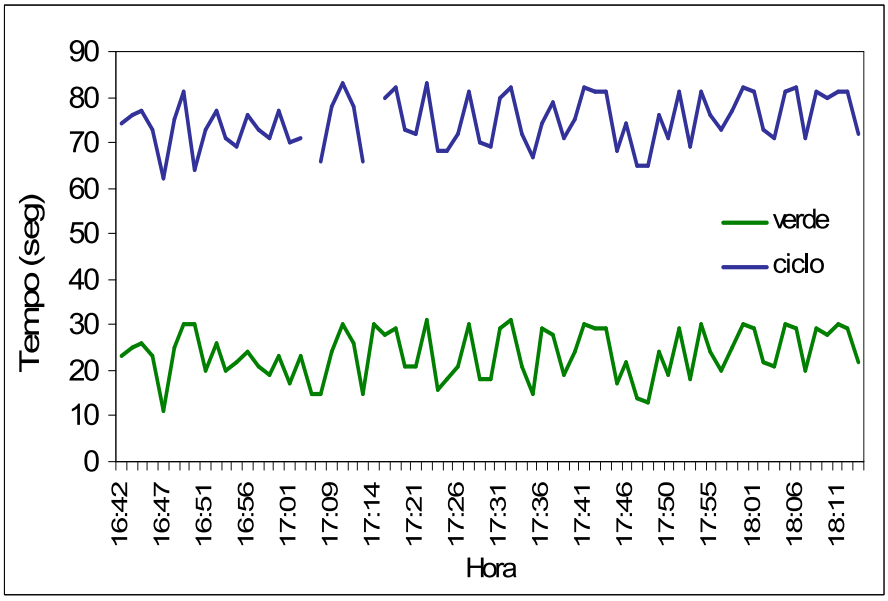


Figura 5.12: Tempos de duração do sinal verde e dos ciclos registados na corrente de tráfego 4, no dia 12 de Fevereiro de 2004, entre as 16h40m e as 18h20m, através de ligação GSM ao controlador.

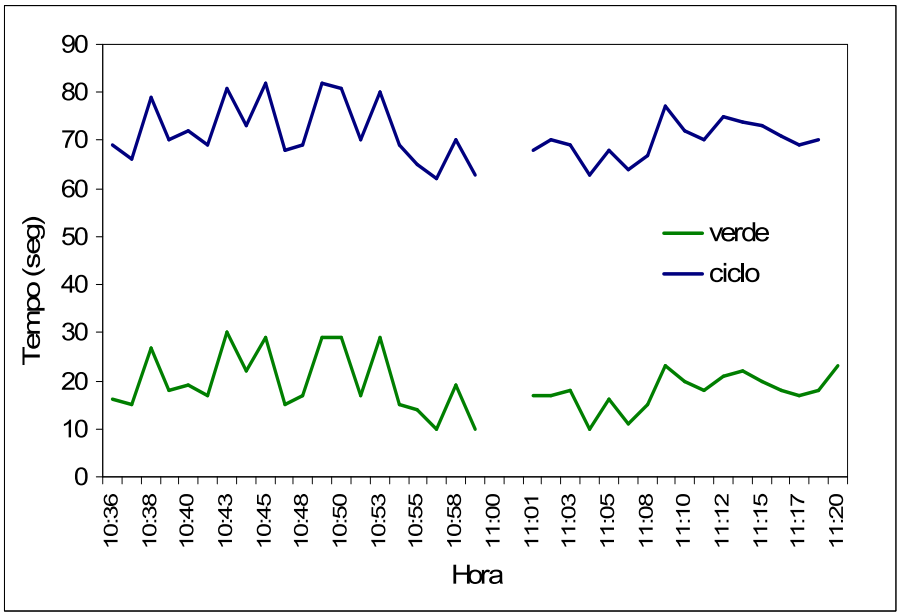


Figura 5.13: Tempos de duração do sinal verde e dos ciclos registados na corrente de tráfego 4, no dia 1 de Março de 2004, entre as 10h30m e as 11h20m, através de ligação GSM ao controlador.

de verde registados em campo e os períodos de verde obtidos por simulação, para o plano de tempos actualmente usado no cruzamento e atrás descrito (ver Tabela 5.1 e Figura 5.4). Para o efeito, seleccionamos três períodos do dia, para os quais dispomos de registos das durações do períodos de verde e respectivos volumes de tráfego:

Período 1: 10h35m – 11h20m

Período 2: 12h50m – 13h35m

Período 3: 17h00m – 18h00m

Atendendo às contagens efectuadas nestes períodos, o número médio de veículos que chegam ao cruzamento por hora, provenientes da Avª de D. Afonso Henriques é:

Período 1: 440 veíc/hora

Período 2: 540 veíc/hora

Período 3: 690 veíc/hora

Assim, executando o programa de simulação para estes débitos horários de chegadas, extraímos a informação acerca dos períodos de verde que foram obtidos pelo programa de simulação para cada um dos intervalos de tempo atrás especificados, e comparámo-los com os períodos de verde registados. Na Tabela 5.3 está resumida a informação acercas das durações médias dos tempos de verde simulados e recolhidos em campo. Como se pode facilmente constatar, são bastante próximas as durações médias do tempo de verde para o Período 2 (*20,79* segundos obtidos na simulação e *21,08* segundos obtidos em campo), mas não são aparentemente próximas as médias nos restantes períodos, em particular o Período 3. Esta conclusão era esperada, uma vez que apenas para este período do dia os volumes de tráfego considerados correspondem aos tempos de verde efectivamente registados.

Para os Períodos 1 e 3, os tempos de verde, embora registados à mesma hora, não foram registados no mesmo dia em que foram efectuadas as contagens de tráfego e, portanto,

	Período do dia		
Médias	Período 1	Período 2	Período 3
Nº de chegadas/hora	440	540	690
Duração de verde recolhido (seg)	18,95	21,08	23,07
Duração de verde simulado (seg)	17,56	20,79	28,11
Atraso simulado (seg/veíc)	21,54	22,35	107,45

Tabela 5.3: Informação acerca de cada um dos períodos de tempo em análise.

embora as curvas dos volumes apresentem picos de fluxo sensivelmente às mesmas horas para os diferentes dias da semana, temos de ter em conta que existe uma grande variabilidade nas chegadas. Esta variabilidade vem reforçar a importância da utilização de controlo semi-actuado neste tipo de cruzamentos. Para melhor se poder tirar conclusões acerca do ajuste entre valores observados e simulados, representamos graficamente as frequências acumuladas das durações do tempo de verde, para o Período 2, na Figura 5.14. Aparentemente, as durações de tempo de verde obtidas pelos dois processos são muito semelhantes em termos de distribuição. A aplicação de testes não paramétricos a estes dados (*Mann-Whitney*, *Kolmogorov-Smirnov* e *Kruskal-Wallis*) não evidenciou diferenças significativas entre os dois tipos de dados (*p-value = 0,92*, *0,09* e *0,94*, respectivamente) o mesmo acontecendo com o teste paramétrico de igualdade de médias (*p-value = 0,85*) o que nos permite afirmar que o programa de simulação desenvolvido fornece estimativas muito próximas dos valores reais, constituindo portanto uma boa ferramenta de análise do desempenho do tráfego para o tipo de cruzamento e para o tipo de controlo especificados, e apresentando a vantagem de poder ser facilmente adaptado a qualquer tipo de cruzamento.

Note-se que os tempos de verde relativos aos períodos 2 e 3 foram inicialmente registados na expectativa de que se poderia dispor dos volumes de tráfegos relativos aos mesmos dias e horas, através dos registos do controlador, mas infelizmente tal não foi viável. Assim sendo, ficamos limitados apenas à utilização dos dados respeitantes ao período do dia 16 de Janeiro entre as 12h50m e as 13h35m.

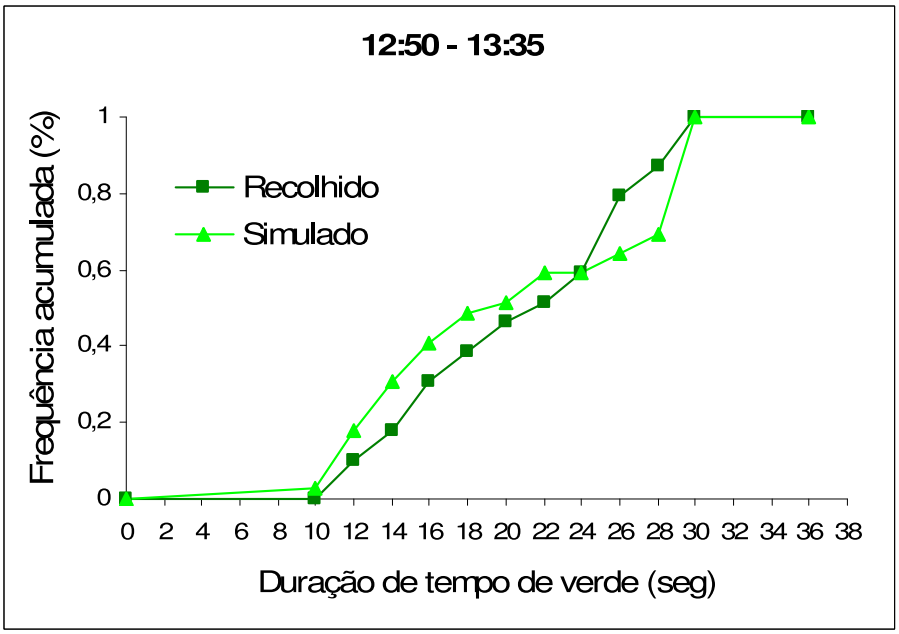


Figura 5.14: Curvas de frequências acumuladas das durações do sinal verde registadas na corrente de tráfego 4 (obtidos através de contagens em campo, no dia 16 de Janeiro de 2004, entre as 12h50m e as 13h35m) e das durações do sinal verde obtidas por simulação.

5.3 Análise do desempenho do cruzamento

Podemos desde já evidenciar que, pelo atrás exposto, o controlo semi-actuado revela-se ainda mais vantajoso quando o fluxo de tráfego varia consideravelmente ao longo do dia, pois permite que o tempo de sinal verde seja ajustado à procura verificada em cada instante, assim minorando os atrasos. A sua utilização está portanto plenamente justificada no caso em estudo.

De forma a analisar o desempenho do cruzamento, no que se refere ao atraso médio sofrido pelos veículos que atravessam este cruzamento, efectuámos *100* simulações de *1* hora cada, recorrendo ao programa desenvolvido (ver Capítulo 2), para o plano de fases actualmente em vigor e descrito anteriormente na Tabela 5.1 e na Figura 5.4. Fazendo variar a taxa média de chegadas por hora ao cruzamento pela entrada da Avª de D. Afonso Henriques, obtivemos as curvas de atrasos médios ilustrada na Figura 5.15, que se referem ao atraso médio global sofrido pelos veículos que atravessam o cruzamento e à respectiva contribuição de cada uma das correntes de tráfego (via actuada e não actuada). Estas

simulações foram realizadas considerando uma taxa média de chegadas pela via principal (Estrada da Circunvalação) de 700 veículos por hora.

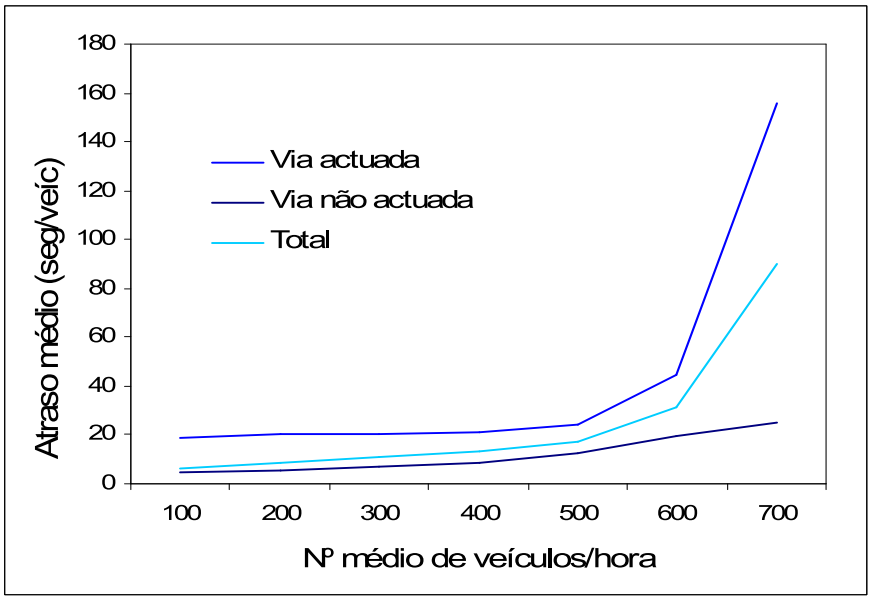


Figura 5.15: Curvas do atraso médio calculado por simulação para o plano de tempos que actualmente é usado, no global e separadamente para as vias actuada e não actuada, quando o débito médio de chegadas na via principal é igual a 700 veíc/hora.

Na Figura 5.16, para além da curva de atraso médio relativa ao plano de tempos actualmente a ser usado, estão representadas outras três curvas de atraso médio para o mesmo plano de tempos, com uma única alteração na unidade de extensão do tempo de verde. Essas curvas correspondem a extensões de verde iguais a *3*, *5* e *6* segundos e permitem-nos avaliar acerca da adequação do valor de 4 segundos para o parâmetro extensão do tempo de verde, que é o valor actualmente em utilização no cruzamento. É de notar que da análise dos resultados detalhados obtidos na simulação (ver extracto no Apêndice C) podemos constatar que, mesmo para fluxos na via secundária elevados, se a extensão do tempo de verde fosse de apenas três segundos, as durações dos períodos de verde nunca atingiriam o tempo máximo permitido (igual a 30 segundos). Este facto permite afirmar que um tal valor para o parâmetro de extensão do tempo de verde não é suficientemente elevado para prolongar o tempo de verde de acordo com a procura, o que se repercute no

atraso dos veículos. Este aspecto pode ser provavelmente justificado pelo facto do intervalo médio entre chegadas dos veículos à zona do sensor ser superior a *3* segundos, mesmo quando se considera uma taxa média de chegadas na via secundária igual a *700* veículos por hora. Assim sendo, o sinal verde "cai" mais rapidamente do que seria desejável. Desta análise, pode-se concluir, tal como se tinha verificado através da análise longitudinal, que o parâmetro "extensão do tempo de verde" é um parâmetro fundamental na optimização do desempenho deste tipo de cruzamento e fará necessariamente parte de qualquer estratégia de optimização.

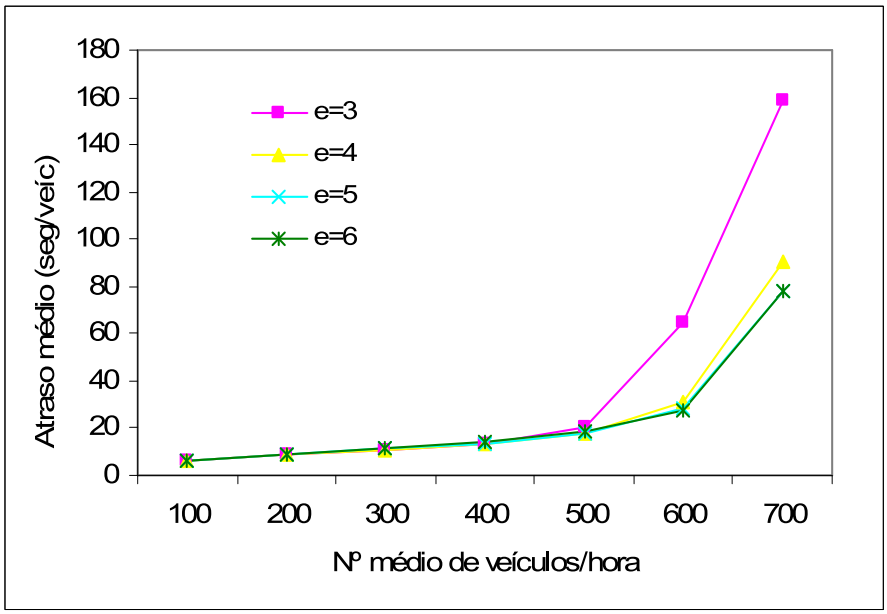


Figura 5.16: Curvas do atraso médio calculado por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos, quando o débito médio de chegadas na via principal é igual a *700* veíc/hora.

Também nos é permitido concluir que, para um débito médio de chegadas na via principal de 700 veíc/hora, quanto maior for a extensão do tempo de verde (no que diz respeito aos valores estudados, que são os sugeridos na prática da Engenharia de tráfego), menor será o atraso médio sofrido pelos veículos que atravessam o cruzamento. Conclusão contrária é retirada se o débito médio de chegadas na via principal for de *900* veíc/hora (ver Figura

5.17). Nestas condições, a extensão do período de verde aconselhada seria de 3 segundos. Esta constatação permite-nos delinear recomendações para o técnico de tráfego responsável pelo controlo do cruzamento.

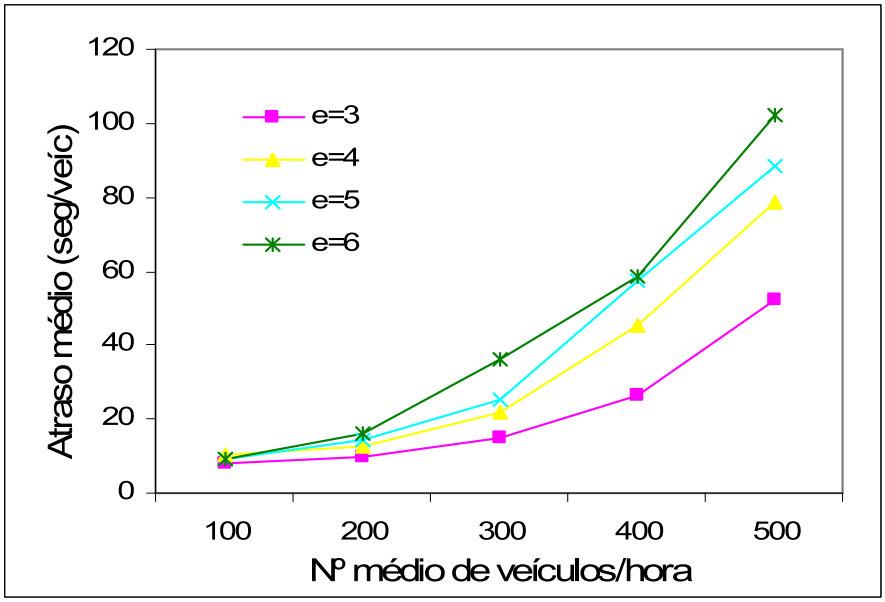


Figura 5.17: Curvas do atraso médio calculado por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos, quando o débito médio de chegadas na via principal é igual a 900 veíc/hora.

Voltando a uma situação em que o débito médio de chegadas na via principal é de *700* veíc/hora, passamos agora a analisar a duração média do período de verde na via actuada, para as diferentes extensões de verde consideradas na simulação. Pela Figura 5.18 pode-se constatar que, como seria de esperar, quanto maior for a unidade de extensão do tempo de verde, maior será a duração média do tempo de verde, mas esse aumento não é linear. Quando os volumes de tráfego se aproximam da capacidade da via, as durações médias dos tempos de verde atingem o valor máximo, neste estudo fixado em *30* segundos. Este facto apenas não se verifica para uma unidade de extensão igual a *3* segundos, o que já anteriormente foi referido.

A duração média do ciclo é tanto maior quanto maior for a duração média do período

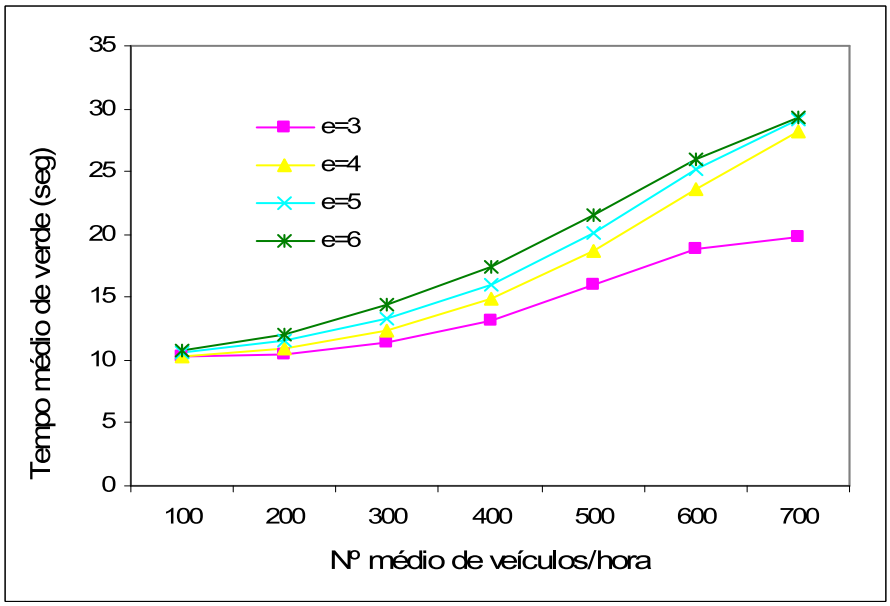


Figura 5.18: Duração média dos períodos de verde obtidos por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos.

de verde, para fluxos consideráveis, em que existe frequentemente actuação do sensor antes de decorrido o tempo de vermelho mínimo na fase actuada. A Figura 5.19 mostra-nos que, para fluxos baixos na via secundária (inferiores a *200* veíc/hora), a duração média do ciclo também aumenta, independentemente da unidade de extensão do tempo de verde, por causa do prolongamento do tempo de vermelho, para além do valor mínimo fixado, devido à ausência de veículos na via actuada durante grandes intervalos de tempo, ou seja, o que se passa nestas situações é que o tempo de verde na via principal é frequentemente superior a *38* segundos.

5.4 Proposta de optimização

Da análise que acabámos de fazer podemos constatar que, de facto, a extensão do tempo de verde que está a ser aplicada neste cruzamento é adequada e pode-se até afirmar que permite

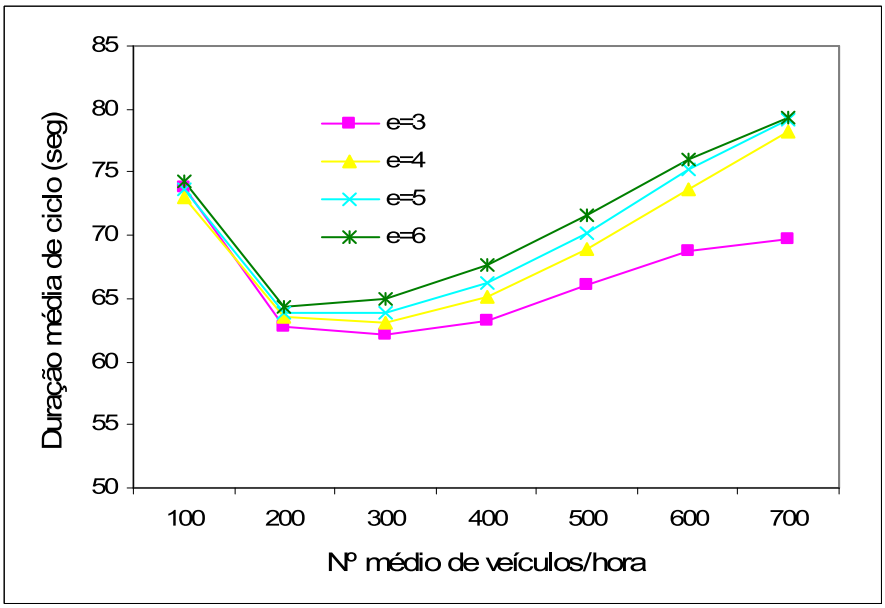


Figura 5.19: Duração média dos ciclos obtidos por simulação em função do número médio de veículos por hora na via secundária, para valores de unidade de extensão do período de verde iguais a *3*, *4*, *5* e *6* segundos.

a optimização do desempenho global do cruzamento, quando o fluxo na via principal não for demasiado elevado. Se isso se verificar, a unidade de extensão do tempo de verde deveria ser reduzida para 3 segundos. Portanto, propomos que se estude a variação dos volumes de tráfego ao longo do dia na via principal, recolhendo amostras, e se programe o controlador com diferentes unidades de extensão do tempo de verde, de acordo com os volumes esperados para diferentes períodos do dia na via principal. Deste modo seria possível um plano de tempos óptimo que atendesse às variações de fluxo na via principal.

No que respeita à influência que a localização do sensor relativamente à linha de paragem pode ter no desempenho do cruzamento, alguns estudos prévios que realizámos sugerem que, quanto mais afastado estiver o sensor da linha de paragem, maior será o atraso médio sofrido pela totalidade dos veículos que atravessam o cruzamento. No entanto, esta questão não foi ainda suficientemente aprofundada para que possamos apresentar resultados fidedignos. Em termos metodológicos, o caminho a seguir para abordar esta questão consiste em analisar várias alternativa, no que respeita ao parâmetro “distância do sensor à linha de para-

gem”, usando o programa de simulação que desenvolvemos nesta dissertação (ver Capítulo 2), e depois, mediante os resultados proceder de modo idêntico ao que foi efectuado para a unidade de extensão do tempo de verde, considerando agora as diferentes combinações de extensões de tempos de verde e localizações do sensor, de modo a retirar conclusões.

C ~

A avaliação do desempenho de cruzamentos regulados por sinais luminosos com comando semi-actuado é realizada geralmente por modelos desenvolvidos para sinais luminosos de tempos fixos com adaptações (simplistas), para atender à variação dos tempos de verde e de ciclo ocorridos com controlo semi-actuado. Esta falha pode ser suprida através da utilização de simulação, desde que se garanta que esta reproduz com suficiente rigor a realidade. Neste sentido, o programa de simulação desenvolvido nesta Dissertação procurou aproximar-se das condições reais, incorporando, em particular, os seguintes aspectos relativos ao comportamento do condutor, que normalmente não são considerados em trabalhos deste tipo:

- Mecanismo das chegadas de veículos descrito por um modelo do tipo "car-following", em que o comportamento do condutor é definido pelas condições de circulação do veículo que o precede.

- Conceito de fila horizontal com ocupação de espaço, ao contrário do que acontece em certos modelos, onde é considerada a fila vertical.

- Reacção do condutor perante o aparecimento do sinal amarelo, dependendo da distância que o separa da linha de paragem.

O modelo de simulação por nós desenvolvido apresenta ainda algumas insuficiências. De facto, considerar, como acontece neste modelo, que o tempo de atendimento (intervalo de tempo entre as partidas de veículos durante o tempo de verde do sinal) é constante torna-se pouco realista na aplicação a cruzamentos semaforizados, uma vez que apenas os veículos

que estão parados em fila de espera, quando o semáforo abre, despendem algum tempo no arranque, o mesmo não se passando com os veículos que não param (porque o sinal está verde e a fila já foi esvaziada), pois passam a linha de paragem à velocidade desejada.

Apesar disso, do ponto de vista prático, os modelos de simulação estocásticos para sistemas de tráfego urbano mostram-se úteis e relevantes quando se pretende analisar o desempenho de redes de tráfego, no sentido em que são capazes de estimar algumas medidas de desempenho do sistema com bastante precisão. No que respeita ao controlo actuado, os modelos de estimação do atraso existentes na literatura, como o Modelo Generalizado de Atraso, apresentado no HCM (TRB, 1998), não têm em conta alguns aspectos importantes na caracterização do comportamento dos condutores no sistema de tráfego.

Uma abordagem ao cálculo do atraso médio dos veículos torna-se possível por via da aplicação da teoria de filas de espera, recorrendo para isso à classe de modelos designados por filas de espera com pausas do servidor com serviço não retido e tempo limitado. Esta abordagem permitiu-nos obter um procedimento de cálculo adequado à estimação do atraso médio sofrido pelos veículos, essencialmente quando os graus de saturação variam entre 80% e 90%, o que não era possível através das expressões baseadas no Modelo Generalizado de Atraso , que apenas oferece boas estimativas do atraso quando o grau de saturação é inferior a 70%. No entanto, neste procedimento analítico, não foi possível considerar parâmetros de controlo actuado, como a unidade de extensão do período de verde ou o tempo de verde mínimo. Para além disso, uma suposição destes modelos é que a fila de espera construída na aproximação dos veículos à linha de paragem é vertical e não horizontal, como na realidade se verifica, ignorando assim o atraso devido à interacção entre os veículos. No programa de simulação por nós desenvolvido, pelo contrário, quase todos os aspectos importantes na caracterização do sistema de tráfego são considerados com bastante pormenor. Na simulação é considerada a aleatoriedade de grande parte das características e actividades inerentes ao tráfego rodoviário, como é o caso da separação entre veículos em fila de espera ou a percepção dos condutores do risco que correm quando decidem passar

com sinal amarelo. Não deve ser ignorado também o facto de, nos modelos de filas de espera estudados, se considerar que as chegadas dos veículos ao sistema seguem uma distribuição de *Poisson*, o que nem sempre acontece pois, em redes de tráfego urbano, muitas vezes os cruzamentos estão muito próximos uns dos outros e portanto os veículos podem chegar em grupos. Nestes casos, a metodologia apresentada nesta Dissertação relativa à teoria de filas de espera não poderá ser aplicada, mas é possível, sem grande esforço, estender o programa de simulação a esses casos. Mais uma vez se constata a superioridade da abordagem via simulação, em termos de ajuste à realidade, uma vez que permite considerar qualquer distribuição para as chegadas dos veículos ao cruzamento e de um modo bastante acessível.

Uma análise longitudinal dos dados obtidos por simulação permitiu-nos mostrar que a unidade de extensão do tempo de verde tem um efeito significativo na principal medida de desempenho de tráfego rodoviário, que é o atraso sofrido pelos veículos.

A metodologia exposta permitiu-nos caracterizar o desempenho de um cruzamento semi-actuado localizado na área Metropolitana do Porto e fazer recomendações acerca da obtenção de estratégias de desempenho óptimo para este cruzamento em particular. Tornou-se claro que a mesma metodologia poderá aplicar-se a outros cruzamentos regulados com controlo semi-actuado.

Para trabalho futuro, a experiência que fica deste trabalho sugere-nos que a metodologia utilizada para averiguar acerca da importância da extensão do tempo de verde no atraso, pode ser aplicada para averiguar acerca da importância da localização do sensor relativamente à linha de paragem e do tempo de verde mínimo, uma vez que se pensa que estes factores também influenciam substancialmente a eficiência do controlo actuado. Em termos de simulação, o programa implementado pode ser estendido de forma a englobar outros cruzamentos a jusante ou a montante e assim permitir uma correcta caracterização da distribuição das chegadas dos veículos ao cruzamento, incluindo a formação de pelotões. Seria também interessante incluir, num trabalho futuro, a aleatoriedade dos intervalos de

tempo entre partidas dos veículos após a paragem em fila, imposta pelo sinal vermelho.

B

Akar N., Oguz N.C. e Sohraby K. (1998). Matrix-geometric solutions of M/G/1 type Markov chains: A unifying generalized state-space approach. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16(5):626–639.

Akar N. e Sohraby K. (1997). An invariant subspace approach in M/G/1 and G/M/1 type Markov chains. *Stochastic Models*, 13(3):381–416.

Akcelik R. (1958). *Traffic Signals: Capacity and Timing Analysis*. Technical Report ARR 123, Australian Road Research Board, Australia.

Akcelik R. (1994). Estimation of green times and cycle time for vehicle-actuated signals. *Transportation Research Record*, 1457:63–72.

Alfa A.S. e Neuts M.F. (1995). Modelling vehicular traffic using the discrete time Markovian arrival process. *Transportation Science*, 29(2):109–117.

Altman E. e Nain P. (1993). Optimal control of the M/G/1 queue with repeated vacations of the server. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(12):1766–1775.

Artalejo J.R. (1997). Analysis of an M/G/1 queue with constant repeated attempts and server vacations. *Computers Operations Research*, 24(6):493–504.

Asmussen S. (1987). Applied probability and queues. In *Probability and Mathematical Statistics*. Jonh Wiley, New York.

Asmussen S. (1992). Queueing simulation in heavy traffic. *Mathematics of Operations Research*, 17(1):84–111.

Aycin M.F. e Benekohal R.F. (1998). Linear acceleration car-following model development and validation. *Transportation Research Record*, 1644:10–19.

Aycin M.F. e Benekohal R.F. (1999). Comparison of car-following models for simulation. *Transportation Research Record*, 1678:116–127.

Aycin M.F. e Benekohal R.F. (2001). Stability and performance of car-following models in congested traffic. *Journal of Transportation Engineering*, 127(1):2–12.

Bacot J.B. e Dshalalow J.H. (2001). A bulk input queueing system with batch gated service and multiple vacation policy. *Mathematical and Computer Modelling*, 34:873–886.

Bell M. (1977). *Queues at junctions controlled by traffic signals*. Research Report 26, Transport Operations Research Group, University of Newcastle.

Bell M. (1980). *Measures of queueing performance for traffic network*. Research Report 33, Transport Operations Research Group, University of Newcastle.

Benekohal R. (1991). Procedure for validation of microscopic traffic flow simulation models. *Transportation Research Record*, 1320:190–202.

Benekohal R. e Treiterer J. (1988). Carsim: Car-following model for simulation of traffic in normal and stop-and-go conditions. *Transportation Research Record*, 1194:99–111.

Bolduc D. (1999). A practical technique to estimate multinomial probit models in transportation. *Transportation Research-B*, 33:63–79.

Boxma O.J. e Groenendijk W.P. (1987). Pseudo-conservation laws in cyclic-service systems. *Journal of Applied Probability*, 24:949–964.

Brackstone M. e McDonald M. (1999). Car-following: a historical review. *Transportation Research - F*, 2:181–196.

Brill P.H. e Harris C.M. (1992). Waiting times for M/G/1 queues with service-time or delay-dependent server vacations. *Naval Research Logistics*, 39:775–787.

Brill P.H. e Harris C.M. (1997). M/G/1 queues with Markov-generated server vacations. *Commun. Statist. - Stochastic Models*, 13(3):491–521.

Bullen A. (1989). Effects of actuated signal settings and detector placement on vehicle delay. *Transportation Research Record*, 1244:32–38.

Chao X. e Zhao Y. (1998). Analysis of multi-server queues with station and server vacations. *European Journal of Operational Research*, 110:392–406.

Chatterjee U. e Mukherjee S.P. (1990). GI/M/1 queue with server vacations. *Journal of the Operational Research Society*, 41(1):83–87.

Chen H. e Shanthikumar G. (1994). Fluid limits and diffusion approximations for networks of multi-server queues in heavy traffic. *Discrete Event Dynamic Systems*, (4):269–291.

Chien C.C., Zhang Y. e Ioannou P.A. (1997). Traffic density control for automated highway systems. *Automatica*, 33(7):1273–1285.

Choi B.D. e Chang Y. (1999). Single server retrial queues with priority calls. *Mathematical and Computer Modelling*, 30:7–32.

Choudhury G. (1998). On a batch arrival poisson queue with a random setup time and vacation period. *Computers Operations Research*, 25(12):1013–1026.

Chronopoulos A., Lyrintzis A., Michalopoulos P., Rhee C. e Yi P. (1993). Traffic flow simulation through high order traffic modelling. *Mathl. Comput. Modelling*, 17(8):11–22.

Chronopoulos A., Michalopoulos P. e Donohoe J. (1992). Efficient traffic flow simulation computations. *Mathl. Comput. Modelling*, 16(5):107–120.

Cohen S. (1990). *Ingenierie du Trafic Routier*. École Nationale des Ponts et Chaussés.

Coleman III F. e Moon Y.J. (1997). System simulation of dual-gate at grade railroad-highway crossings. *Transportation Research Record*, 1605:88–95.

Daniel J., Fambro D. e Rouphail N. (1996). Accounting for nonrandom arrivals in estimate of delay at signalized intersections. *Transportation Research Record*, 1555:9–16.

Davidian M. e Gallant A. (1993). The nonlinear mixed effects model with a smooth random effects density. *Biometrika*, 80(3):475–488.

Davidian M. e Giltinan D.M. (1995). *Nonlinear Models for repeated measurement data*. Chapman & Hall, New York.

Diggle P., Liang K.Y. e Zeger S. (1994). Analysis of longitudinal data. In *Oxford Statistical Science Series: 13*. Clarendon, Oxford.

Doshi B. (1986). Queueing systems with vacations - a survey. *Queueing Systems*, 1(1):29–66.

Doshi B. (1990). Single server queues with vacations. In *Stochastic Analysis of Computer and Communication Systems* (Takagi H., ed.), 217–265. Elsevier Science Publishers B. V. (North-Holland), Amsterdam.

Eberlein X.J., Wilson N., Barnhart C. e Bernstein D. (1998). The real-time deadheading problem in transit operations control. *Transportation Research - B*, 32(2):77–100.

Engelbrecht R., Fambro D., Rouphail N. e Barkawi A. (1997). Validation of generalized delay model for oversaturated conditions. *Transportation Research Record*, 1572:122–130.

Fambro D. e Rouphail N. (1997). Generalized delay model for signalized intersections and arterial streets. *Transportation Research Record*, 1572:112–121.

Federgruen A. e So K.C. (1991). Optimallity of threshold policies in single-server queueing systems with server vacations. *Adv. Appl. Prob.*, 23:388–405.

Fontana D. (2002). *Controlador semafórico STC04012 - SCAE, Manual de utilização e manutenção*. Rel. Téc., Carlos Oliveira, Matosinhos.

Frey A. e Takahashi Y. (1997). A note on an M/GI/1/N queue with vacation time and exhaustive service discipline. *Operations Research Letters*, 21:95–100.

Frigui I. e Alfa A.S. (1998). Analysis of a time-limited polling system. *Computer Communications*, 21:558–571.

Gabard J. (1991). Car-following models. In *Concise Enciclopedia of traffic and Transportation Systems* (Papageorgiou M., ed.), 65–68. Pergamon Press.

Gazis D.C., Herman R. e Potts R.B. (1959). Car-following theory of steady state flow. *Operations Research*, 7(4):499–505.

Gazis D.C., Herman R. e Rothery R.W. (1961). Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow. *Operations Research*, 4(9):545–567.

Gipps P.G. (1981). A behavioural car-following model for computer simulation. *Transportation Research-B*, 15:105–111.

Gordon R., Reiss R., Harnel H., Case E., French R., Mohaddes A. e Wolcott R. (1996). *Traffic Control Systems Handbook*. Federal Highway Administration, Washington, D.C. Report FHWA-SA-95-032.

Gryco E. e Moeschlin O. (1998a). A concept of optimal control at a bottleneck with symmetric volume of traffic. *Communication Statististics - Stochastic Models*, 14(3):585–600.

Gryco E. e Moeschlin O. (1998b). A criterion for the occurrence or non-occurrence of a traffic collapse at a bottleneck. *Communication Statististics - Stochastic Models*, 14(3):571–584.

Hagring O. (1996). The use of the Cowan M3 distribution for modelling roundabout flow. *Traffic Engineering + Control*, 328–332.

Heidemann D. (1994). Queue length and delay distributions at traffic signals. *Transportation Research-B*, 28(5):377–389.

Helbing D., Hennecke A., Shvetsov V. e Treiber M. (2001). Master: macroscopic traffic simulation based on a gas-kinetic, non-local traffic model. *Transportation Research - B*, 35:183–211.

Hidas P. (1998). A car-following model for urban traffic simulation. *Traffic Engineering + Control*, 300–305.

Hu X.N., Tang L.C. e Ong H.L. (1997). A M/D^X/1 vacation queue model for a signalized intersection. *Computers Industrial Engineering*, 33(3 e 4):801–804.

Karaesmen F. e Gupta S. (1996). The finite capacity GI/M/1 queue with server vacations. *Journal of the Operational Research Society*, 47:817–828.

Karlin S. e Taylor H.M. (1975). *A First Course in Stochastic Processes*. Academic Press.

Kell J.H. e Fullerton I.J. (1991). *Manual of Traffic Signal Design*. Institute of Transportation Engineers, Prentice-Hall, N. J., 2 ed.

Knessl C. e Tier C. (1998). Heavy traffic analysis of a Markov-modulated queue with finite capacity and general service times. *Siam J. Appl. Math.*, 58(1):257–323.

Kulkarni V.G. (1995). *Modeling and analysis of stochastic systems*. Chapman & Hall.

Kumar B.K. e Arivudainambi D. (2002). The M/G/1 retrial queue with Bernoulli schedules and general retrial times. *Computers and Mathematics with Applications*, 43:15–30.

Laird N. e Ware J. (1982). Random-effects models for longitudinal data. *Biometrics*, 38:963–974.

Latouche G. (1994). Newton's iteration for non-linear equations in Markov chains. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 14:583–598.

Lee H.W., Seo W.J. e Yoon S.H. (2001). An analysis of multiple-class vacation queues with individual thresholds. *Operations Research Letters*, 28:35–49.

Leung K.K. e Eisenberg M. (1990). A single-server queue with vacations and gated time-limited service. *Performance Evaluation*, 12:115–125.

Leung K.K. e Eisenberg M. (1991). A single-server queue with vacations and non-gated time-limited service. *Performance Evaluation*, 12:115–125.

Li J., Rouphail N. e Akcelik R. (1994). Overflow delay estimation for a simple intersection with fully actuated signal control. *Transportation Research Record*, 1457:73–81.

Li J., Rouphail N., Tarko A. e Velichansky L. (1996). Overflow delay model for signalized arterials. *Transportation Research Record*, 1555:1–8.

Li W., Shi D. e Chao X. (1997). Reliability analysis of M/G/1 queueing systems with server breakdowns and vacations. *J. Appl. Prob.*, 34:546–555.

Lin F.B. (1990). Estimating average cycle lengths and green intervals of semiactuated signal operations for level-of-service analysis. *Transportation Research Record*, 1287:119–128.

Lin F.B. (1991a). Knowledge base on semi-actuated traffic-signal control. *Journal of Transportation Engineering*, 117(4):398–417.

Lin F.B. (1991b). Left-turn signal phasing for full-actuated signal control. *Transportation Research Record*, 1324:53–58.

Lin F.B. e Mazdeyasna F. (1983). Delay models of traffic-actuated signal controls. *Transportation Research Record*, 905:33–39.

Little J. (1961). A proof of the queueing formula: $L = \lambda W$. *Operations Research*, 9:383–387.

Madan K. (2001). On a single server queue with two-stage heterogeneous service and deterministic server vacations. *International Journal of Systems Science*, 32(7):837–844.

Madan K. e Saleh M. (2001). On M/D/1 queue with general server vacations. *Information and Management Sciences*, 12(2):25–37.

Mantendo S. (1993). A single-server queue with server vacations and a batch Markovian arrival process. *Cahiers du CERO*, 35:88–114.

Martin P. (1997). Turning movement estimation in real time. *Journal of Transportation Engineering*, 123(4):252–260.

MathSoft (1999). *S-Plus 2000 Guide to Statistics*. Rel. Téc., Data Analysis Products Division, MathSoft, Seattle, Washington.

May A.D. (1990). *Traffic Flow Fundamentals*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersy.

Meini B. (1998). Solving M/G/1 type Markov chains: recent advances and applications. *Communications Statistics - Stochastic Models*, 14(1&2):479–496.

Meyer C.D. (2000). *Matrix Analysis and Applied linear algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Misener J., Tsao H.S., Song B. e Steinfeld A. (2000). Emergence of a cognitive car-following driver model. *Transportation Research Record*, 1724:29–38.

Moon Y. e Coleman III F. (1996). Car following and dynamic dilemma zone based on driver behavior at railroad-highway grade crossings. In *On Railroad-Highway Grade Crossing Research and Safety*, 261–278.

Muller H.G. (1987). Nonparametric regression analysis of longitudinal data. In *Lecture Notes in Statistics* (Berger J., Fienberg S., Gani J., Krickeberg K. e Singer B., eds.). Springer-Verlag, New York.

Mung G., Poon A. e IP W.C. (1998). Distribution of the maximum number of opposed turns in a signal cycle fixed time traffic signals. *Transportation Research-B*, 32(6):373–386.

Neuts M.F. (1989). *Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications*. Marcel Dekker, Inc., New York.

Neuts M.F. (1994). *Matrix-geometric solutions in stochastic models — An Algorithmic approach*. Dover Publications, Inc., New York.

Newell G.F. (2002). A simplified car-following theory: a lower order model. *Transportation Research-B*, 36:195–205.

Papageorgiou M. (1983). *Applications of automatic control concepts to traffic flow modeling and control*, cap. 2, 4–41. Springer-Verlag.

Pinheiro J.C. e Bates D.M. (2000). Mixed-effects models in S and S-plus. In *Satistics and Computing*. Springer-Verlag, New York.

Pipes L.A. (1953). An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of Applied. Physics.*, 24:274–281.

Pires da Costa A. (1987). *Cruzamentos Regulados por Sinais Luminosos*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Poppinga C. (1999). Estimating the maximum of queue lengths at a bottleneck controlled by traffic lights. In *Applied Stochastic Models and Data Analysis* (Bacelar-Nicolau H., Nicolau F.C. e Janssen J., eds.), 165–170. Instituto Nacional de Estatística.

Prevedouros P. e Jovanis P. (1988). Validation of saturation flows and progression factors for traffic-saturated signals. *Transportation Research Record*, 1194:147–159.

Pritsker A. e O'Reilly J. (1999). *Simulation with Visual SLAM and AWESIM*. John Wiley & Sons Eds., New York, 2 ed.

Qiao F., Yang H. e Lam W. (2001). Intelligent simulation and prediction of traffic flow dispersion. *Transportation Research-B*, 35:843–863.

Quiroga C. e Bullock D. (1999). Measuring control delay at signalized intersections. *Journal of Transportation Engineering*, 125(4):271–280.

Ramalhoto M.F., Amaral J.A. e Cochito M.T. (1983). A survey of J. little's formula. *International Statistical Review*, 51:255–278.

Ramaswami V. (1988). A stable recursion for the steady state vector in Markov chains of M/G/1 type. *Communications Statistics - Stochastic Models*, 4(1):183–188.

Reddy G.V. e Anitha R. (1998). Markovian bulk service queue with delayed vacations. *Computers Operations Research*, 25(12):1159–1166.

Reddy G.V., Nadarajan R. e Arumuganathan R. (1998). Analysis of a bulk queue with N-policy multiple vacations and setup times. *Computers Operations Research*, 25(11):957–967.

Rouphail N., Anwar M., Fambro D., Sloup P. e Perez C. (1997). Validation of generalized delay model for vehicle-actuated traffic signals. *Transportation Research Record*, 1572:105–111.

Simões M.L., Oliveira P.M. e Costa A.P. (2002). Análise probabilística do fluxo de tráfego num cruzamento semi-actuado. In *Novos Rumos em Estatística* (Carvalho L., Brilhante F. e Rosado F., eds.), 111–124. Sociedade Portuguesa de Estatística.

Sohn S.Y. (1996). Empirical Bayesian analysis for traffic intensity: M/M/1 queues with covariates. *Queueing Systems*, 22:383–401.

Stewart J.A., Lepik K. e Aerde M.V. (1999). Benefit sensitivities of adaptive traffic control strategies at isolated traffic signals. *Transportation Research Record*, 1692:173–182.

Takagi H. (1994). M/G/1//N queues with server vacations and exhaustive service. *Operations Research*, 42(5):926–939.

Taylor H.M. e Karlin S. (1998). *An Introduction to Stochastic Modeling*. Academic Press, 3 ed.

Tebaldi C. e West M. (1998). Bayesian inference on network traffic using link count data. *Journal of the American Statistical Association*, 93(442):557–576.

TRB (1985). *Highway Capacity Manual - Special Report 209*. Nacional Research Council, Washington, D.C.

TRB (1994). *Highway Capacity Manual - Special Report 209*. Nacional Research Council, Washington, D.C.

TRB (1998). *Highway Capacity Manual - Special Report 209*. Nacional Research Council, Washington, D.C., 3 ed. 1997– update.

Treiber M. e Helbing D. (1999). Macroscopic simulation of widely scattered synchronized traffic states. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 32:L17–L23.

Tsay H.S., Kang J.F. e Hsiao C.H. (1991). Algorithm for estimating queue lengths and stop delays at signalized intersections. *Transportation Research Record*, 1324:123–129.

Verbeke G. e Molenberghs G. (2000). Linear mixed models for longitudinal data. In *Springer Series in Statistics*. Springer – Verlag, New York.

Vinod B. (1986). Exponential queues with server vacations. *Journal of the Operational Research Society*, 37(10):1007–1014.

Webster F.V. (1958). *Traffic Signal Settings*. Technical Paper 39, Road Research Laboratory.

Weeks W.T. (1966). Numerical inversion of Laplace transforms using Laguerre functions. *J. ACM*, 13:419–426.

Wolff R.W. (1982). Poisson arrivals see time averages. *Operations Research*, 30:223–231.

Wolshon B. e Hatipkarasulu Y. (2000). Results of car following analysis using global positioning system. *Journal of Transportation Engineering*, 126(4):324–331.

Wolshon B. e Taylor W. (1999). Analysis of intersection delay under real-time adaptive signal control. *Transportation Research - C*, 7:53–72.

Yamada K. (1995). Diffusion approximation for open state-dependent queueing networks in the heavy traffic situation. *The Annals of Applied Probability*, 5(4):958–982.

Yang Q. e Kousopoulos H. (1996). A microscopic traffic simulator for evaluation of dynamic traffic management systems. *Transportation Research - C*, 4(3):113–129.

Zhang Z.G., Vickson R.G. e van Eenige M. (1997). Optimal two-threshold policies in an M/G/1 queue with two vacation types. *Performance Evaluation*, 29:63–80.

Apêndice A

Alguns Resultados Básicos Fundamentais

A.1 Polinómios de *Laguerre*

As funções de *Laguerre* são dadas por:

$$\Phi_n(t) = e^{-t/2} L_n(t),$$

onde $L_n(t)$ é o polinómio de *Laguerre* de grau $n = 0, 1, 2, \ldots$. Estes polinómios satisfazem a seguinte relação de recorrência:

$$\begin{aligned} L_0(t) &= 1 \\ L_1(t) &= 1 - t \\ nL_n(t) &= (2n - 1 - t)L_{n-1}(t) - (n-1)L_{n-2}(t), \text{para} \quad n > 1\,. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Para cada $n = 0, 1, 2, \ldots$, tem-se:

$$L_n(t) = \sum_{i=1}^{n} c_{n,i} t^i,$$

onde os coeficientes $c_{n,i}$ podem ser gerados a partir de (A.1), num procedimento recursivo.

Por sua vez, as funções de *Laguerre* são ortonormais relativamente à integração no intervalo $[0, \infty)$, isto é,

$$\int_0^\infty \Phi_n(t)\Phi_m(t)dt = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad n \neq m \\ 1, & \text{se} \quad n = m \end{cases} .$$

Uma exposição detalhada sobre estas funções e a sua utilização no contexto da inversão numérica de transformadas de *Laplace* pode ser encontrada em Weeks (1966).

A.2 Processos de renovamento

Um processo de renovamento $\{N(t), \quad t \geq 0\}$ é um processo estocástico com valores em $\mathbb{N}$ em que $N(t)$ denota o número de ocorrências dos eventos durante o intervalo de tempo $(0, t]$, onde os intervalos de tempo entre ocorrências consecutivas de intervalos de tempo são variáveis aleatórias não-negativas, independentes e identicamente distribuídas.

Seja $\{X_k\}_{k=1}^\infty$ o processo estocástico dos intervalos de tempo entre eventos sucessivos (muitas vezes representando os tempos de vida de algumas unidades sucessivamente colocadas em serviço), isto é, X_i é o tempo que decorre desde a ocorrência do (i-1)-ésimo evento até à ocorrência do i-ésimo evento.

A função de renovamento $M(t)$ caracteriza o processo de renovamento e representa o número esperado de renovamentos no intervalo de tempo $(0, t]$:

$$M(t) = E\left[N(t)\right].$$

A equação de renovamento é definida por

$$M(t) = G(t) + \int_0^t M(t-x)dG(x),$$

em que $G(t) = P(X_k \leq t)$.

A.2.1 Teoremas de renovamento

O teorema seguinte permite descrever o comportamento assimptótico, para grandes valores de t, dos processos de renovamento e é muitas vezes invocado quando há necessidade de calcular funções que descrevem o comportamento a longo termo de modelos associados a essa classe de processos.

Teorema A.2.1 (Teorema Elementar do Renovamento) *Todas as taxas esperadas de renovamento são assimptoticamente lineares, no sentido em que:*

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M(t)}{t} = \lim_{t\to\infty} \frac{E[N(t)]}{t} = \frac{1}{\mu}, \tag{A.2}$$

onde $\mu = E[X_k]$ é o tempo médio entre ocorrências de sucessivos eventos.

O processo de Poisson *é o único processo de renovamento (em tempo contínuo) cuja função de renovamento $M(t) = E[N(t)]$ é exactamente linear.*

Este limite corresponde ao número médio de renovamentos ou de "substituições por unidade de tempo", numa longa execução. Note-se que, a taxa $\frac{1}{\mu}$ é naturalmente interpretada como o recíproco do tempo médio de vida de uma componente. O lado esquerdo da igualdade, $\lim_{t\to\infty} \frac{M(t)}{t}$, descreve, naturalmente, o número médio de renovamentos por unidade de tempo a longo termo.

O teorema seguinte, dito Teorema Chave do Renovamento ou Teorema Fundamental do Renovamento, estabelece o comportamento assimptótico das soluções de equações que caracterizam o renovamento.

Teorema A.2.2 *[Teorema Fundamental do Renovamento] Seja $H(t)$ uma solução da seguinte equação de tipo renovamento*

$$H(t) = D(t) + \int_0^t H(t-x)dG(x) \tag{A.3}$$

e suponha-se que a função $D(.)$ pode ser escrita como a diferença de duas funções monótonas limitadas não negativas e é tal que

$$\int_0^\infty |D(t)| < \infty. \tag{A.4}$$

Então

(i) *Se $G(.)$ é aperiódica com média μ tem-se que* $\lim_{t\to\infty} H(t) = \frac{1}{\mu}\int_0^\infty D(t)dt.$

(ii) *Se $G(.)$ é periódica com média μ e período d tem-se que* $\lim_{k\to\infty} H(kd+x) = \frac{d}{\mu}\sum_{k=0}^{\infty} D(kd+x).$

Este teorema diz-nos que, se em situações envolvendo a teoria de renovamento, estivermos interessados em calcular $\lim_{t\to\infty} H(t)$, uma maneira de proceder consistirá em começar por escrever a equação de renovamento para H, resolvê-la e depois aplicar o Teorema Fundamental do Renovamento.

Para um estudo detalhado dos processos de renovamento remetemos o leitor para Kulkarni (1995), por exemplo.

A.2.2 Processos semi-regenerativos

Os processos semi-regenerativos constituem uma classe mais geral de processos estocásticos do que os tradicionais processos de *Markov*. Estes processos são uma generalização dos processos semi-markovianos, em que é considerado o comportamento local durante os intervalos entre sucessivos pontos regenerativos. A análise destes processos tem aplicação

prática, por exemplo, no desempenho e avaliação de sistemas de computadores e nas telecomunicações.

Definição A.2.1 *Um processo estocástico* $(X, T) = \{X_n, T_n; n \in \mathbb{N}\}$ *é dito um processo markoviano de renovamento com espaço de estados* E *quando:*

$$\begin{aligned} &P\{X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq x | X_0, \ldots, X_n; T_0, \ldots, T_n\} \\ &= P\{X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq x | X_n\} \end{aligned}$$

para todo $n \in \mathbb{N}$, $j \in E$ *e* $x \in \mathbb{R}_+$ *e tal que* $X_n = T_n - T_{n-1}, n \geq 1$, *onde* T_n *representa o instante em que o n-ésimo evento ocorre.*

Antes de definirmos processos semi-markovianos e processos semi-regenartivos, começamos por introduzir os processos markovianos de renovamento e as sucessões markovianas de renovamento.

Definição A.2.2 *A sucessão bivariada de variáveis aleatórias* $\{(X_n, T_n), n \geq 0\}$ *diz-se uma sucessão markoviana de renovamento quando:*

(i) $T_0 = 0, T_{n+1} \geq T_n; X_n \subset I = 0, 1, 2, \ldots,$ *e*

(ii) *para todo* $n \geq 0$,

$$\begin{aligned} &P\{X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq x | X_n = i, T_n, X_{n-1}, T_{n-1}, \ldots, X_0, T_0\} \\ &= P\{X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq x | X_n = i\} \\ &= P\{X_1 = j, T_1 \leq x | X_0 = i\} \end{aligned}$$

Denotando $G_{ij} = P\{X_1 = j, T_1 \leq x | X_0 = i\}$, a matriz $G(x) = \left[G_{ij}(x)\right]$ diz-se o núcleo da sucessão markoviana de renovamento.

Definição A.2.3 *Seja* $\{(Y_n, T_n), \geq 0\}$ *uma sucessão markoviana de renovamento e* $N(t) = sup\{n \geq 0 : T_n \leq t\}$. *Seja*

$$X(t) = Y_{N(t)}, \quad t \geq 0.$$

O processo estocástico $\{X(t), t \geq 0\}$ *é chamado um processo semi-markoviano.*

Definição A.2.4 *Um processo estocástico* $\{X(t), t > 0\}$ *é chamado um processo semi-regenerativo (também conhecido como processo markoviano regenerativo se existir uma sucessão markoviana de renovamento* $\{(Y_n, T_n), n \geq 0\}$ *de variáveis aleatórias tal que a distribuição de* $\{X(T_n + t), t \geq 0\}$ *dado* $\{X(u), 0 \leq u \leq T_n, Y_n = i\}$ *é igual à distribuição de* $\{X(t), t \geq 0\}$ *dado* $Y_0 = i$ *e* $X(T_n + t), t \geq 0$ *dado* $Y_n = i$ *é independente de* $\{X(u), 0 \leq u \leq T_n\}$.

Como a definição estabelece, um processo semi-regenerativo é construído a partir de um processo markoviano de renovamento.

Para um estudo detalhado dos processos semi-regenerativos remetemos o leitor para Asmussen (1987), por exemplo.

A.3 Propriedades da matriz G introduzida no Capítulo 3

Um estudo detalhado sobre as propriedades da matriz G definida em (3.3) permite estabelecer, entre outros resultados, o seguinte teorema (Neuts, 1989):

Teorema A.3.1 *Se a matriz A é irredutível, a matriz G é estocástica se e só se a desigualdade* $\pi\beta \leq 1$ *se verifica. Esta desigualdade é uma condição necessária para a recorrência do processo de renovamento Markoviano , Q.*

Apêndice B

Códigos de Programas

B.1 Lista de rotinas escritas em C

Estas rotinas destinam-se ao cálculo do vector invariante, conforme descrito na Secção 3.3. Os ficheiros com os códigos encontram-se disponíveis no endereço da internet
http://paginas.fe.up.pt/ ˜maires/.

B.1.1 Rotinas específicas do problema

****GLAT**

Determinação da matriz G de acordo com o algoritmo recursivo descrito em 3.11.

****GNEUT**

Determinação da matriz G de acordo com o algoritmo recursivo descrito em 3.8.

****KLAT**

Determinação da matriz K dada em (3.7).

****matrizA**

Determinação das matrizes A_i dadas por (3.14).

****matrizB**

Determinação das matrizes B_i dadas por (3.13).

***FKAP**

Determinação do vector κ dado em (3.7).

***FNIU**

Determinação do do vector μ dado em (3.7).

matrizAT

Determinação das matrizes $\bar{A}_i$, conforme explicitado em (3.5).

matrizBT

Determinação das matrizes $\bar{B}_i$, conforme explicitado em (3.5).

VIgual

Verificar se dois vectores são iguais, usando o critério da norma da diferença igual zero.

B.1.2 Rotinas acessórias de manipulação algébrica

****Dife**

Cálculo da diferença de duas matrizes.

****Id**

Definição da matriz Identidade.

****Inversa, lubksb, ludcmp**

Determinação da inversa de uma matriz.

****Nula**

Definição da matriz Nula.

****Produto**

Cálculo do produto de duas matrizes.

****Soma**

Cálculo da soma de duas matrizes.

****Transp**

Cálculo da transposta duma matriz.

***one**

Definição do vector $[1, 1, 1, \cdots, 1, 1]$.

***ProdMV**

Cálculo do produto duma matriz por um vector.

***ProdMVL**

Cálculo do produto dum vector por uma matriz.

***SomaV**

Cálculo da soma de dois vectores.

***zero**

Definição do vector Nulo.

AXb

Resolução do sistema $AX = b$.

pythag, svbksb, svdcmp

Subrotinas de apoio à resolução do sistema de equações lineares.

Det

Determinação do determinante de uma matriz.

factorial

Cálculo do factorial de um número.

Igual

Aplicação do critério de igualdade numérica entre matrizes baseado na distância entre elas.

Norma

Determinação da norma de uma matriz (norma do supremo).

***Matriz Potencia**

Cálculo da potência de uma matriz.

B.1.3 Rotinas acessórias de entrada ou saída de informação e de gestão da memória

****matrix**

Alocação de memória para uma matriz com indicação da dimensão dessa matriz.

***ivector**

Alocação de memória para um vector de inteiros com indicação da dimensão desse vector.

***vector**

Alocação de memória para um vector longo.

esc_Matriz

Escrita de uma matriz em ficheiro.

esc_Vector

Escrita de um vector em ficheiro.

free_matrix

Limpeza de memória para uma matriz.

free_vector

Limpeza de memória para um vector.

nrerror

Responsável pela emissão de mensagens de erro para o utilizador, quando não existe convergência na resolução do sistema.

B.2 Componente em C do programa de simulação

Esta componente destina-se a completar a rede programada à custa do *software AweSim* (ver esquema 2.8), introduzindo condições sob as quais se realiza a simulação.

```
#include "vslam.h"
#include "math.h"
#include "stdio.h"

/* limits */
#define TOL                100
#define LIM1               LL[1]+TOL
#define LIM2               LL[3]+TOL
#define TVERM              SS[1]
#define TVERDE             SS[2]
#define TVERM2             SS[6]
#define TVERDE2            SS[7]
#define VER_AMAR           SS[3]
#define VER_AMAR2          SS[8]
#define TLVERM             XX[3]
#define TLVERDE            XX[4]
#define T_ALT              XX[2]
#define FECH               XX[5]
#define ABR                XX[6]
#define FECH2              XX[11]
#define ABR2               XX[12]
#define T_ABERTO           XX[7]
#define N_CICLO            SS[4]
#define N_CIC_SAT          SS[5]

FILE *fp, *fcores;
BOOL REG, REG2;
int NV1, NV2, N_VEIC1, N_VEIC2;
double DT, DT2;

BOOL SWFUNC INTLC(UINT uiRun)
{
  BOOL bContinue=TRUE;
  int i;

  SS[2]= 0.0;
  SS[4]= 0;
  SS[5]= 0;
  SS[6]= 0.0;
  SS[7]= 0.0;
  SS[8]= 0.0;
  XX[3]= 3600.0;
  XX[4]= LL[9];
  XX[7]= XX[4]+XX[1];
  FECH = -XX[10];
  SS[1]= TNOW-FECH;
  ABR2 = 0.0;
```

```
  SS[3]= 0.0;
  REG  = FALSE;
  REG2 = FALSE;
  NV1  = 0;
  NV2  = LL[5];
  N_VEIC1= 0;
  N_VEIC2= 0;
  DT   = TNOW;
  DT2  = TNOW;
  su_colnew(5,"verde1",0,0.0,0.0);
  su_colnew(6,"ciclo1",0,0.0,0.0);
  su_colnew(7,"n_verde1",0,0.0,0.0);
  su_colnew(8,"n_verm1",0,0.0,0.0);
  su_colnew(9,"verde2",0,0.0,0.0);
  su_colnew(10,"ciclo2",0,0.0,0.0);
  su_colnew(11,"n_verde2",0,0.0,0.0);
  su_colnew(12,"n_verm2",0,0.0,0.0);
  for (i=1; i<=LIM1; ++i)
   {
     SS[i+10]      = RNORM(13.9,0.2,9);
     SS[LIM1+i+10] = 0.0;
   }
  for (i=2*LIM1+1; i<=2*LIM1+LIM2; ++i)
   {
     SS[i+10]      = RNORM(13.9,0.2,9);
     SS[LIM2+i+10] = 0.0;
   }
  fcores=fopen("cores.dat","w");
 return(bContinue);
}

BOOL SWFUNC OTPUT(UINT uiRun)
{
BOOL bContinue=TRUE;

   fp=fopen("verdes.dat","a");
   fprintf(fp,"%2ld\t%3lf\t%3lf\n",NNRUN,SS[4],SS[5]);

return(bContinue);
}

double NORCDF(double x)
{
 double b1,b2,b3,b4,b5,p;
 double z,t,cdf;

 b1= 0.319381530;
```

```
 b2= -0.356563782;
 b3= 1.781477937;
 b4= -1.8212515978;
 b5= 1.330274429;
 p= 0.2316419;

 z=x;
 if (x<=0.0)
  z=-z;
 t=1.0/(1.0+p*z);
 cdf=1.0-((0.39894228040143)*exp(-0.5*z*z))*(b1*t
     +b2*pow(t,2)+b3*pow(t,3)+b4*pow(t,4)+b5*pow(t,5));
 if (x<=0.0)
  cdf=1.0-cdf;
 return cdf;
}

double MAX(double x, double y)
{
 double m;

 if (x<=y)
   m = y;
 else
   m = x;

 return m;
}

double MIN(double x, double y)
{
 double m;

 if (x<=y)
   m = x;
 else
   m = y;

 return m;
}

double A1(double v)
{
 double a;

 if (v<=6.7056)
   a = 2.6823;
```

```
 else
   if (v<=13.4112)
     a = 1.6764;
   else
     if (v<=17.8816)
       a = 1.5758;
 else
   if (v<=22.352)
          a = 1.2710;
   else
    a = 0.9388;
 return a;
}

double AC(double v)
{
 double a;

 if (v<=6.7056)
   a = -2.3683;
 else
   if (v<=13.4112)
     a = -2.0544;
   else
 a = -1.4752;
 return a;
}


double USERF(int IFN, ENTITY *peCar)
{
 double dreturn,y;

 switch (IFN)
  {
    case 1: y=(peCar->ATRIB[11])-5.0;
            dreturn=NORCDF(y);
            break;
    case 2:
            break;
  }
 return dreturn;
}

void V_GHR(int n_act,int n_fic,int n_sem,int D,int L1,int L2)
{
 double  an,vn,vn_1,xn,xn_1,sn_1,kd,ln,vd,s;
```

```
ENTITY  *peCar, *peLider;
int     i,n,e_act;
SN_ACT  *paAct;

paAct = su_actfind(n_act);
kd    = 1.7;
s     = 1.5;
e_act = NNACT(n_act);

for (i=1; i<=e_act; ++i)
{
  peCar = su_actentity(paAct,i-1);
  n     = peCar->LTRIB[1];
  vn    = SSL[L1+n+10];
  xn    = SSL[L2+n+10];
  vd    = peCar->ATRIB[16];
  if (i>=2)
  {
   peLider=su_actentity(paAct,i-2);
   sn_1   = peLider->ATRIB[17];
   vn_1   = SS[L1+(n-1)+10];
   xn_1   = SS[L2+(n-1)+10];
   an     = vn*(vn_1-vn)/(xn_1-xn);
  }
  else
    if (NNQ(n_fic)==0)
    {
     ln = (2*pow(vn,2))/(3*kd);
     if (!NNGAT(n_sem))
      if (xn+vn*DTNOW>=D-ln)
        an = -2*kd;
      else
        an = 0;
     else
        an = 2*kd;
    }
    else
    {
      peLider= su_sfnentity(MMLE(n_fic));
      sn_1   = peLider->ATRIB[17];
      vn_1   = 0.0;
      xn_1   = SS[L2+(n-1)+10];
      an     = vn*(vn_1-vn)/(xn_1-xn);
    }
  vn  = SSL[L1+n+10] + an*DTNOW;
  if (vn>=0.0 && vn<=vd)
  {
```

```
    SS[L1+n+10] = vn;
    SS[L2+n+10] = SSL[L2+n+10] + SS[L1+n+10]*DTNOW + 0.5*an*pow(DTNOW,2);
   }
   else
   {
     if (vn<0.0)
        SS[L1+n+10] = 0.0;
     else
        SS[L1+n+10] = vd;
     SS[L2+n+10] = SSL[L2+n+10] + SS[L1+n+10]*DTNOW;
   }
   if (SS[L2+n+10]>=D-LL[12])
     STOPA(n);
  }/* for*/
 return;
}

void REG_SEM(int n_sem1,int n_sem2)
{
  if (!NNGAT(n_sem1))
  {
    SS[1] = TNOW-FECH;
    if (SS[1]>=XX[3]+XX[1]+2*XX[10])
     {
      OPEN(n_sem1);
      N_VEIC1= LL[4]-NV1;
      XX[14] = N_VEIC1;
      XX[19] = SS[1];
      COLCT(XX[14],8);
      NV1   = LL[4];
      ABR   = TNOW;
      SS[2] = TNOW-ABR;
      SS[1] = 0.0;
      XX[4] = LL[9];
      XX[7] = XX[4]+XX[1];
    }
  }
  if (NNGAT(n_sem1))
  {
    SS[2] = TNOW-ABR;
    if (SS[2]>=XX[4] && !REG)
    {
      SS[3] = TNOW;
      REG   = TRUE;
    }
    if (SS[2]>=XX[7])
    {
```

```
      CLOSX(n_sem1);
      N_VEIC1 = LL[4]-NV1;
      NV1     = LL[4];
      XX[13]  = N_VEIC1;
      XX[20]  = SS[2];
      COLCT(XX[13],7);
      COLCT(XX[20],5);
      COLCT(XX[19]+XX[20],6);
      REG     = FALSE;
      N_CICLO = N_CICLO+1;
      FECH    = TNOW;
      SS[1]   = TNOW-FECH;
      SS[2]   = 0.0;
      if (NNQ(2)>=1 || NNQ(1)>=1)
        XX[3] = LL[7]-LL[6];
      else
        XX[3] = 3600;
    }
  }
  if (NNGAT(n_sem2))
  {
     SS[7] = TNOW-ABR2;
     if (SS[7]>=XX[3] && !REG2)
     {
      SS[8] = TNOW;
      REG2  = TRUE;
     }
     if (SS[7]>=XX[3]+XX[1] && REG2)
     {
      CLOSX(n_sem2);
      XX[17]  = SS[7];
      N_VEIC2 = LL[5]-NV2;
      NV2     = LL[5];
      XX[15]  = N_VEIC2;
      COLCT(XX[15],11);
      COLCT(XX[17],9);
      FECH2 = TNOW;
      REG2  = FALSE;
      SS[6] = TNOW-FECH2;
      SS[7] = 0.0;
     }
   }
  if (!NNGAT(n_sem2))
  {
   SS[6]   = TNOW-FECH2;
   if (!NNGAT(n_sem1) && SS[6]>=XX[7]+2*XX[10])
    {
```

```
      OPEN(n_sem2);
      XX[18] = SS[6];
      N_VEIC2= LL[5]-NV2;
      XX[16] = N_VEIC2;
      COLCT(XX[17]+XX[18],10);
      COLCT(XX[16],12);
      NV2   = LL[5];
      ABR2   = TNOW;
      SS[7]  = TNOW-ABR2;
      SS[6]  = 0.0;
     }
   }
}

void SWFUNC STATE (void)
{
 if (TNOW>=DT+0.1)
 {
  REG_SEM(1,2);
  V_GHR(1,1,1,LL[10],0,LIM1);
  V_GHR(2,5,2,LL[11],LIM1,LIM1+LIM2);
  DT = TNOW;
 }
 return;
}
```

Apêndice C

Gráficos Suplementares

C.1 Dados longitudinais

As Figuras C.1 e C.2 mostram-nos as curvas de atraso quando o débito de chegadas na via principal varia entre 300 e 1200 veíc/hora e os débitos na via secundária são, respectivamente, de 200 e 300 veíc/hora, para diferentes valores de extensão do tempo de verde.

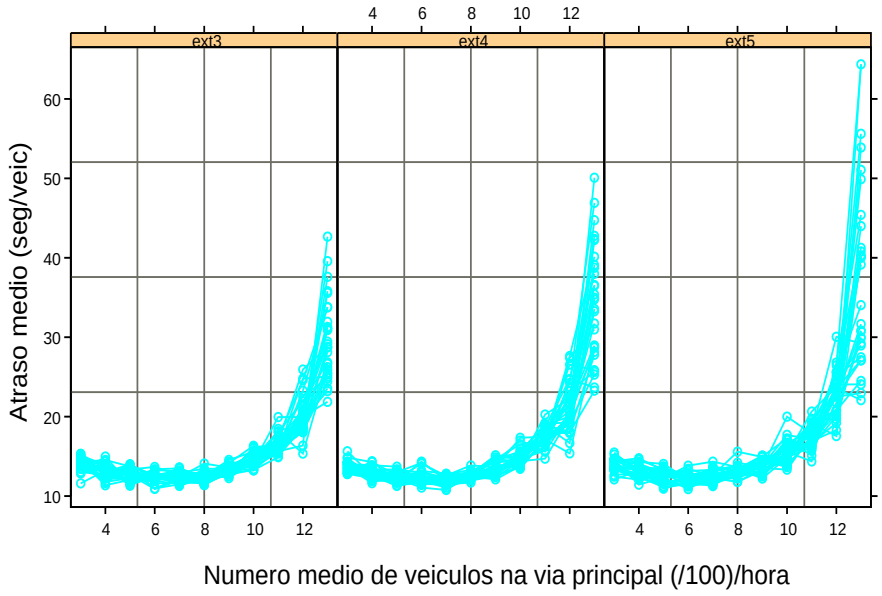


Figura C.1: Atraso médio dos veículos *versus* número médio de veículos na via principal, para unidades de extensão do tempo de verde iguais, respectivamente, a 3, 4 e 5 segundos, quando o número médio de veículos na via secundária é igual a 200 veíc/hora.

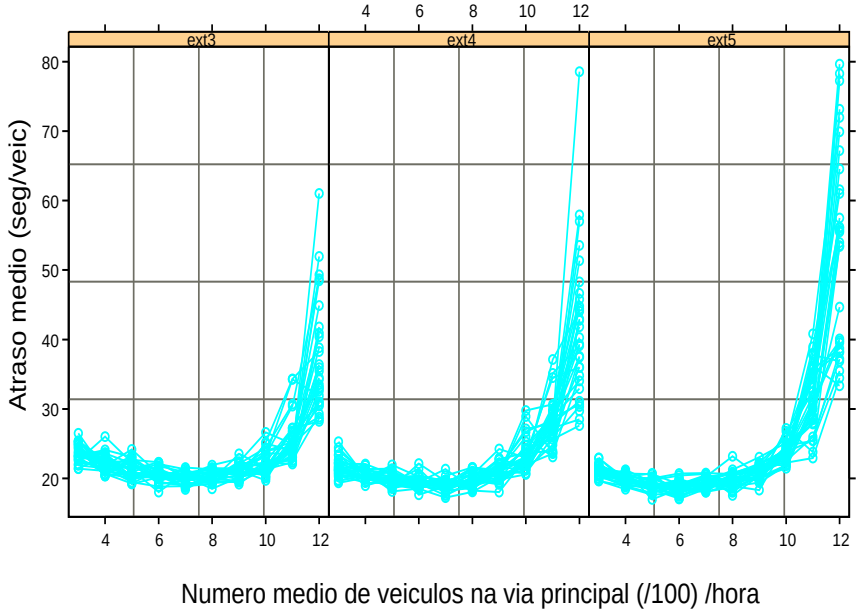


Figura C.2: Atraso médio dos veículos *versus* número médio de veículos na via principal, para unidades de extensão do tempo de verde iguais, respectivamente, a 3, 4 e 5 segundos, quando o número médio de veículos na via secundária é igual a 400 veíc/hora.

C.2 Resultados detalhados obtidos por simulação

Na figura seguinte apresentamos alguns detalhes sobre os resultados obtidos na simulação e que se tornam úteis na interpretação da influência da unidade de extensão do tempo de verde no atraso médio dos veículos. Estes resultados dizem respeito a simulações com duração de 1 hora.

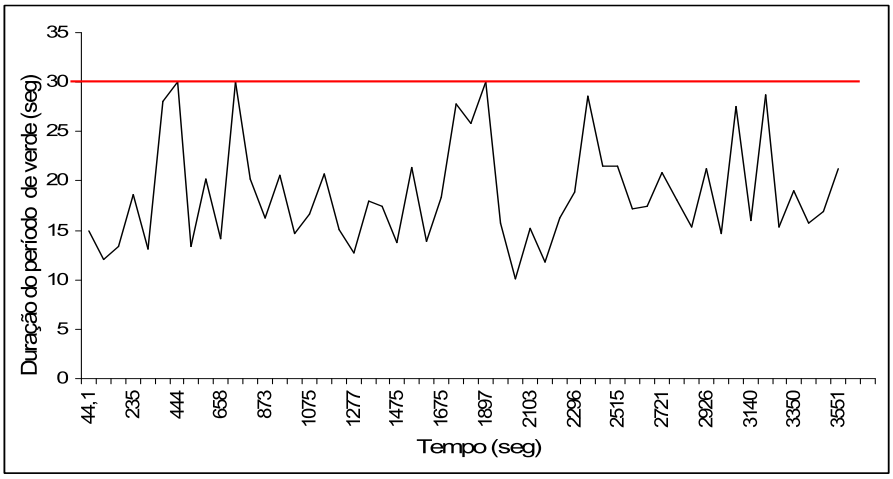


Figura C.3: Duração dos períodos de verde, na via secundária, para uma extensão de verde de 3 seg (com uma taxa média de chegadas de 700 veíc/hora, na via secundária, e de 700 veíc/hora, na via principal).