

PROJECTO DE BETÃO ARMADO COM MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES ASSISTIDO POR COMPUTADOR

GUSTAVO FERREIRA MEIRINHOS

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Nome Completo

Co-Orientador: Professor Doutor Nome Completo

FEVEREIRO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

RESUMO

Na sua maioria, as peças de betão armado, são constituídas por zonas B onde a Hipótese de Bernoulli é válida. No entanto existem zonas descontínuas, denominadas zonas D, onde esta hipótese já não é válida pelo que devem ser utilizadas outras técnicas de dimensionamento como a apresentada: modelos de escoras e tirantes.

É desenvolvida uma metodologia que usa a técnica de modelos de escoras e tirantes juntamente com a utilização de ferramentas computacionais, nomeadamente o programa CAST – *Computer Aided Strut-and-Tie*, para o dimensionamento de estruturas de betão armado. Esta metodologia define um possível procedimento adequado e possibilita a utilização correcta deste método com o programa utilizado.

Existem ainda muitas dúvidas sobre este tema por ser muito recente. Percebe-se, pelas diferenças significativas verificadas entre os diversos códigos existentes, que ainda não existe consenso sobre a matéria. Nota-se até, em muitos deles, que são bastante incompletos no assunto não fornecendo indicações precisas sobre como proceder.

PALAVRAS-CHAVE: Modelação, escoras, tirantes, bielas, CAST

ABSTRACT

The majority of concrete pieces are composed by B zones where the Bernoulli hypothesis is valid. Nevertheless there are discontinuous zones, called D zones, where the hypothesis is no longer valid, so other dimension techniques must be used, such as strut and tie models.

A methodology is developed which uses strut and tie models combined with computing tools, CAST program – Computer Aided Strut and Tie, for the dimensioning of concrete structures. This methodology defines a possible procedure and allows the correct use of this method with the program.

There are still many doubts about this subject since it is very recent. It's obvious that there is still no consensus about this matter because of the significant differences among the existing codes. One can even notice that some of them are rather incomplete and don't give precise instructions on how to proceed.

KEYWORDS: Strut, Tie, Models, CAST.

ÍNDICE GERAL

RESUMO	i
ABSTRACT	iii
1. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA DA TESE	1
1.1. RESUMO DE CADA UM DOS CAPÍTULOS	1
1.2. INTRODUÇÃO AO TEMA	1
2. DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS BASEADOS NOS MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES	5
2.1. IDENTIFICAÇÃO DE REGIÕES DE DESCONTINUIDADE	5
2.2. ANÁLISE ESTRUTURAL	7
2.3. ESCOLHA DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES	8
2.3.1. INTRODUÇÃO	8
2.3.2. MODELOS PADRONIZADOS	9
2.3.3. CAMINHOS DE CARGA	9
2.3.4. ANÁLISE ELÁSTICA E ANÁLISE NÃO ELÁSTICA	10
2.3.5. OPTIMIZAÇÃO DO MODELO	11
2.4. SEGURANÇA NOS MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES	11
2.4.1. INTRODUÇÃO	11
2.4.2. ESCORAS DE BETÃO	11
2.4.3. TIRANTES	13
2.4.4. NÓS OU REGIÕES NODAIS	13
2.4.5. ÁREAS SUJEITAS A FORÇAS CONCENTRADAS	16
2.4.6. ARMADURAS A DISPOR JUNTO DE CADA FACE	17
2.4.7. AMARRAÇÃO DE ARMADURAS LONGITUDINAIS	18
3. DESCRIÇÃO DE METODOLOGIA DESENVOLVIDA	23
3.1. DESCRIÇÃO DE METODOLOGIA DESENVOLVIDA	23

3.1.1. INTRODUÇÃO	23
3.1.2. DEFINIÇÃO DAS FASES DECORRENTES DA METODOLOGIA DESENVOLVIDA.....	23
3.1.3. DESCRIÇÃO DE CADA UMA DAS FASES DA METODOLOGIA.....	24
3.2. UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA CAST	26
3.2.1. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA CAST.....	26
3.2.2. DEFINIÇÃO DAS FASES DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA CAST	26
3.2.3. COMO ADAPTAR O PROGRAMA CAST AO EUROCÓDIGO 2	29
4. CASOS DE ESTUDO	35
4.1. INTRODUÇÃO.....	35
4.2. VIGA-PAREDE CARREGADA SIMETRICAMENTE	35
4.2.1. MODELO INICIAL.....	35
4.2.2. MODELO ALTERNATIVO.....	46
4.3. CONSOLA CURTA	53
4.4. VIGA-PAREDE CONTÍNUA.....	62
5. CONCLUSÃO	79
5.1. CONCLUSÃO.....	79
5.2. PROPOSTA PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO	79

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Idealização do fluxo de forças internas.....	2
Figura 2 – Exemplos de zonas de descontinuidades.....	5
Figura 3 – Exemplos de zonas de descontinuidades.....	6
Figura 4 – Exemplos de zonas de descontinuidades.....	6
Figura 5 – Exemplos de zonas de descontinuidades.....	7
Figura 6 – Dois modelos distintos para a mesma zona de descontinuidade.....	8
Figura 7 – Dois modelos distintos para a mesma zona de descontinuidade.....	9
Figura 8 – Modelo de escoras e tirantes construído a partir do caminho de carga formado numa sapata de estacas.	10
Figura 9 – Modelo de escoras e tirantes construído a partir do caminho de carga formado numa viga-parede.	10
Figura 10 – Diferentes tipos de escoras: a) tipo prismática b) tipo leque c) tipo garrafa.....	11
Figura 11 – Escora comprimida transversalmente e escora não comprimida transversalmente.	12
Figura 12 – Escora traccionada transversalmente.....	12
Figura 13 – Tirante.	13
Figura 14 – Largura u do tirante afectando a largura da escora.....	13
Figura 15 – Nó sem tirantes do tipo CCC.	14
Figura 16 – Nó com um tirante do tipo CCT.	15
Figura 17 – Nó com mais de um tirante do tipo CTT.	15
Figura 18 – Distribuição de cálculo para áreas sujeitas a forças concentradas.	16
Figura 19 – Várias forças concentradas aplicadas limitando a área de resistência da peça a cada uma das forças.	17
Figura 20 – Parâmetros para a determinação das forças de tracção transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas: a) Descontinuidade parcial b) Descontinuidade total.....	17
Figura 21 – Comprimento de amarração de referência, l_b	18
Figura 22 – Condições de aderência.	19
Figura 23 – Valores de C_d	20
Figura 24 – Valores de K para vigas e lajes.	21
Figura 25 – Passos 1 e 2 da metodologia de utilização do programa CAST.	27
Figura 26 – Passos 3 e 4 da metodologia de utilização do programa CAST.	28
Figura 27 – Passo 5 da metodologia de utilização do programa CAST.	28
Figura 28 – Quadro retirado do programa CAST para definir o tipo de escoras.	29

Figura 29 – Quadro retirado do programa CAST para definir o tipo de escoras.	30
Figura 30 – Quadro retirado do programa CAST para definir o tipo de escoras.	31
Figura 31 – Quadro retirado do programa CAST para definir os nós tipo.	32
Figura 32 – Quadro retirado do programa CAST para definir um nó tipo.	33
Figura 33 – Viga-Parede proposta para o problema.	36
Figura 34 – Modelo de escoras e tirantes.	38
Figura 35 – Modelo de escoras e tirantes que tira partido da simetria da peça.	39
Figura 36 – Resultado da modelação.	42
Figura 37 – Pormenorização das armaduras da viga-parede.	45
Figura 38 – Corte AA'.	45
Figura 39 – Novo modelo de escoras e tirantes seleccionado.	46
Figura 40 – Novo modelo adoptado tirando partido de simetria.	47
Figura 41 – Modelação da viga-parede com o programa CAST.	50
Figura 42 – Pormenorização das armaduras da viga-parede, modelo alternativo.	52
Figura 43 – Corte BB' da viga-parede, modelo alternativo.	52
Figura 44 – Consola curta proposta para o problema.	53
Figura 45 – Modelo de escoras e tirantes (1ª hipótese).	55
Figura 46 – Modelo de escoras e tirantes (2ª hipótese).	56
Figura 47 – Resultado da modelação da consola curta.	59
Figura 48 – Pormenorização das armaduras da consola curta.	62
Figura 49 – Viga-parede proposta para o problema.	63
Figura 50 – Substituição de forças distribuídas em forças concentradas.	64
Figura 51 – Modelo tipo com escoras e tirantes numerados.	65
Figura 52 – Modelo 1 já com as forças nas escoras e tirantes. Figura retirada do programa CAST.	65
Figura 53 – Modelo 2 já com as forças nas escoras e tirantes. Figura retirada do programa CAST.	66
Figura 54 – Modelo 3 já com as forças nas escoras e tirantes. Figura retirada do programa CAST.	67
Figura 55 – Resultado da modelação.	72
Figura 56 – Pormenorização das armaduras da viga-parede.	76
Figura 57 – Corte CC' da viga-parede contínua.	77

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Valores dos coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 e α_5	21
Tabela 2 – Esforços nas barras, largura de escoras e armaduras.....	40
Tabela 3 – Verificação dos nós.....	41
Tabela 4 – Forças nas barras do modelo de escoras e tirantes seleccionado, largura de escoras e armaduras.....	48
Tabela 5 – Verificação de estabilidade dos Nós.....	49
Tabela 6 – Forças nas Barras do modelo.....	55
Tabela 7 – Esforços nas barras.....	57
Tabela 8 – Forças nas barras do modelo de escoras e tirantes seleccionado, largura de escoras e armaduras.....	58
Tabela 9 – Verificação dos nós do modelo.....	58
Tabela 11 –Valores dos esforços nas escoras e tirantes nos 3 modelos, largura mínima das escoras e área mínima do aço.....	68
Tabela 11 – Verificação dos nós do modelo de escoras e tirantes escolhido.....	69

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

A – Área da secção transversal [cm^2]

A – Linha de Acção [m]

A_c – Área da secção transversal do betão [m^2]

A_{c0} – Área de carregamento [m^2]

A_{c1} – Área de distribuição de cálculo homotética [m^2]

A_s – Área da secção de uma armadura para betão armado [cm^2]

$A_{s,\text{main}}$ – Armadura principal de tracção [cm^2]

E – módulo de elasticidade [GPa]

$A_{s,\text{min}}$ – Área da secção mínima de armaduras [cm^2]

F_{Rdu} – Capacidade resistente do betão ao esmagamento nas zonas de carregamentos concentrados [kN]

G_k – Valor característico de uma acção permanente [kN]

M – Momento flector [kN.m]

N – Esforço Normal (tracção ou compressão) [kN]

P – Carga em estado limite último [kN]

Q_k – Valor característico de uma acção variável

T – Força de tracção [kN]

a – Propriedade geométrica (distância) [m]

b – Propriedade geométrica (distância) [m]

d – Propriedade geométrica (distância) da aderência [m]

f_{bd} – Tensão de rotura da aderência [MPa]

f_c – Tensão de rotura do betão à compressão [MPa]

f_{cd} – Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão [MPa]

f_{ck} – Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade [MPa]

f_{ctd} – Valor de cálculo da tensão de rotura à tracção do betão [MPa]

f_y – Tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado [MPa]

l_{bd} – Comprimento de amarração de cálculo [m]

$l_{b,rqd}$ – Comprimento de amarração de referência [m]

α – Ângulo [°]

β – Ângulo [°]

γ – Coeficiente parcial

γ_G – Coeficiente parcial relativo às acções de acidente

γ_Q – Coeficiente parcial relativo às acções permanentes

θ – Ângulo [°]

σ_{sd} – Valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração [MPa]

v' – Coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado

1

DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA DA TESE

1.1. RESUMO DE CADA UM DOS CAPÍTULOS

A tese apresentada tem uma introdução no primeiro capítulo onde se refere rapidamente o tema e prepara o leitor para o capítulo seguinte onde se descreve já detalhadamente os pontos mais importantes a considerar quando se pretende usar o método de modelos de escoras e tirantes na resolução de elementos estruturais descontínuos.

Passando ao terceiro capítulo é mostrada a metodologia desenvolvida pelo autor onde se descreve como se pode resolver problemas com o método de modelos de escoras e tirantes com o auxílio do programa CAST. É também feita uma descrição do programa CAST, software que é alvo de estudo na presente tese e que vai ser utilizado de maneira a facilitar a utilização do método.

No quarto capítulo são apresentados alguns exemplos simples demonstrativos nomeadamente uma viga-parede e uma consola curta. Por fim as conclusões e propostas de desenvolvimentos futuros.

1.2. INTRODUÇÃO AO TEMA

O modelo de escoras e tirantes teve início na analogia de treliça introduzida por RITTTER[1899] e MÖRSCH[1912]. Foi mais tarde desenvolvido por Jörg Schlaich [13], considerado o criador do modelo. Este sofreu diversas alterações com o correr das décadas onde foi naturalmente aperfeiçoada e expandida por diversos autores que focaram os seus trabalhos nesta temática.

Na concepção de um projecto estrutural de betão armado as regiões da estrutura podem ser divididas em dois tipos de zonas distintas. As zonas B, que são regiões contínuas em que há uma variação linear das extensões ou deformações na secção transversal sendo válidas as hipóteses de Bernoulli e logo podem ser dimensionadas com muito rigor; e as zonas D, onde por modo de descontinuidades estáticas provocadas por forças concentradas e reacções ou por descontinuidades geométricas causadas por mudanças bruscas na geometria, a variação das extensões ou deformações não é linear.

Alguns autores afirmam que muitos dos problemas que surgem em estruturas de betão armado ocorrem em zonas D. Isto acontece porque tais zonas são dimensionadas por meios de aproximações com base em análise experimental ou por considerações consagradas pela prática, ou seja, com base em disposições construtivas sem qualquer fundamento teórico, mesmo as zonas mais comuns como

consolas curtas, vigas-parede ou nós de pórticos. Alguns regulamentos, como o Eurocódigo 2, já recomendam a utilização do método de escoras e tirantes mas, em geral, não fornecem indicações precisas de como utilizar este método. Verifica-se que cada regulamento indica os seus próprios parâmetros não havendo muita coerência entre as diferentes normas.

Os modelos de escoras e tirantes são fundamentados pelo Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade sendo que na utilização deste teorema se diz, por hipótese, que o material exibe um comportamento elasto-plástico perfeito. Assim é dispensada uma análise evolutiva de tensões e de deformações.

O modelo de escoras e tirantes apresenta os campos de tensões nos elementos estruturais de betão armado de uma forma discreta. É como uma representação de um esqueleto da estrutura que vai transferir as forças desde o seu ponto de aplicação até aos apoios. Está-se assim perante uma idealização do fluxo de forças internas.

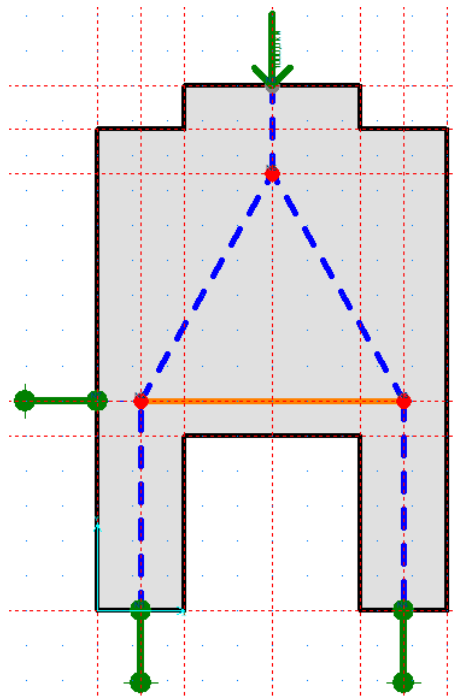


Figura 1 – Idealização do fluxo de forças internas.

Nesta representação utilizam-se normalmente três elementos que estão descritos a seguir: as escoras, que sendo idealizações de campos de tensão à compressão apresentam-se sob a forma de linha tracejada; os tirantes, idealizações de campos de tensão à tracção, sob a forma de linha contínua, e por fim os nós representados por pontos. Os nós são como as articulações de uma treliça, ou seja, são as zonas onde são transferidas as forças entre as escoras e tirantes.

POLLA[1992] [10] apresenta o resultado de investigação experimental no comportamento das regiões nodais em modelos de escoras e tirantes. Testaram-se vários parâmetros como resistência do betão à compressão, o ângulo entre a escora e tirante respectivo entre outros aspectos. YUN[1994] [17] analisa o comportamento de diferentes vigas de betão armado e betão pré-esforçado com modelos de escoras e

tirantes apoiado em software de interface gráfico demonstrando que se conseguem obter soluções simples e apelativas. PARK[2005] [9] usa modelos de escoras e tirantes como ferramenta de análise no estudo de vigas-parede reforçadas com Fiber reinforced polymer (FRP). EL-JORF[2006] [4] estuda o esmagamento no nó na zona de suporte em diferentes vigas-parede partindo de investigação realizada na McGill University. Deu também especial atenção na ancoragem dos tirantes. LI[2004] [6] estudou o comportamento de vigas-parede com modelos à escala real. THOMPSON[2002] [14] realizou testes de nós CCT à escala real para estudar o comportamento das ancoragens apresentando algumas recomendações. SCHLAICH[1989] [12] e outros autores das escolas de Zurique e Stuttgart são responsáveis por algum refinamento e expansão deste método contribuindo também para a sua promoção, sendo a primeira também responsável pela criação de bases para a aplicação do método com a teoria da plasticidade. A construção de modelos a partir de tensões principais com solução elástica linear satisfazem os estados limites últimos e de serviço mas são aproximações, como nos dizem TJHIN e KUCHMA[2002] [15] [16]. COOK[1987] [3] compara resultados obtidos a partir de programas de elementos finitos com resultados de modelos de escoras e tirantes.

2

DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS BASEADOS NOS MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES

2.1. IDENTIFICAÇÃO DE REGIÕES DE DESCONTINUIDADE

Uma estrutura pode ser dividida em regiões contínuas e descontínuas. As regiões contínuas onde é válida a “hipótese de Bernoulli” e logo designadas de regiões B e as restantes, onde já não é válida esta hipótese, são designadas regiões D.

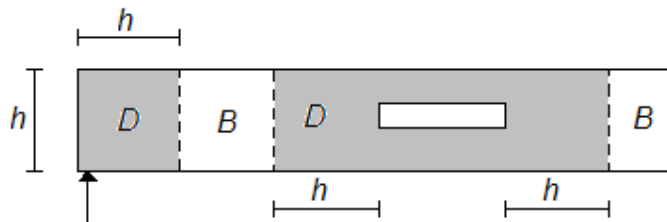


Figura 2 – Exemplos de zonas de descontinuidades.

É nas regiões D onde se torna necessária a utilização de métodos alternativos de dimensionamento e como tal deve-se começar por identificar tais zonas. Nestas regiões a distribuição de deformações na secção transversal não é linear.

As zonas de descontinuidade surgem quando se está perante pontos de carregamento e zonas de geometria irregular, ou seja, quando se está perante descontinuidades estáticas, geométricas ou ambas. Em pontos de aplicação de cargas temos que na zona abaixo desse carregamento existem perturbações onde o esforço de corte apresenta valores significativos. Verificam-se também grandes perturbações em zonas onde a geometria da peça varia bruscamente já que esta variação provoca uma perda de linearidade das deformações.

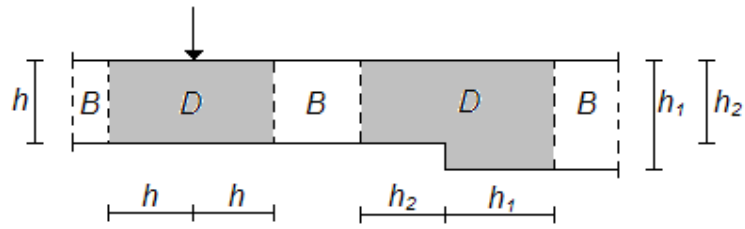


Figura 3 – Exemplos de zonas de descontinuidades.

A determinação de zonas de descontinuidade pode ser feita aplicando-se o Princípio de Saint-Venant em que se admite que a dimensão do comprimento no qual se dá a regularização das tensões se aproxima muito da altura da maior secção transversal do elemento. Essa regularização dá-se para ambos o lados do elemento a partir da força aplicada ou variação de secção.

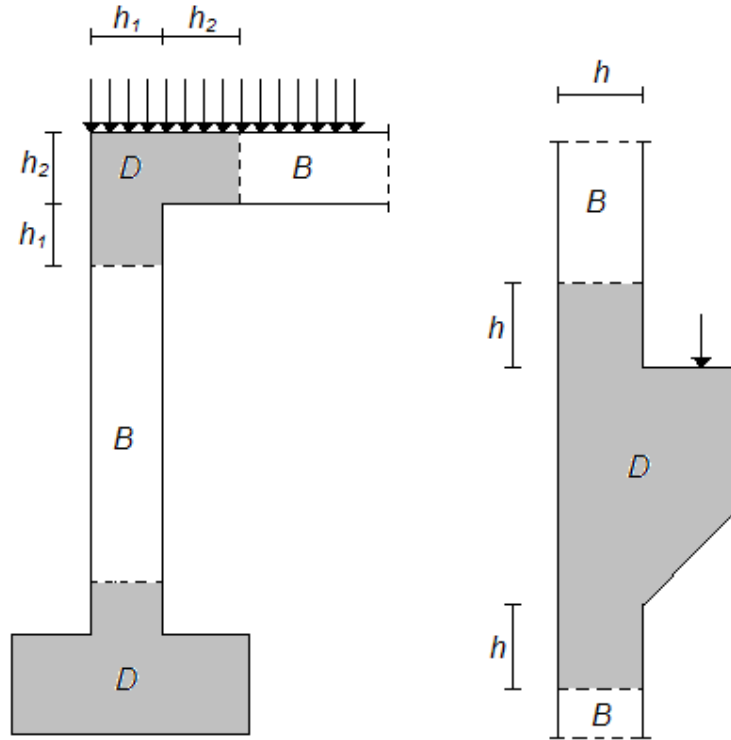


Figura 4 – Exemplos de zonas de descontinuidades.

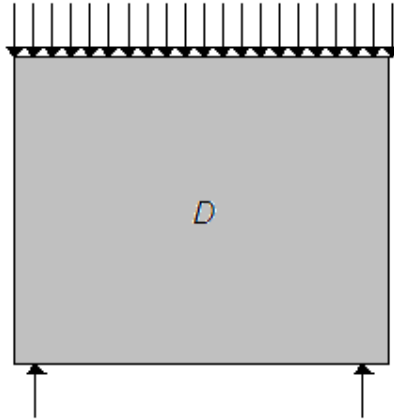


Figura 5 – Exemplo de zona de descontinuidade.

2.2. ANÁLISE ESTRUTURAL

Globalmente uma estrutura é, em geral, maioritariamente constituída por zonas B. Existe uma grande facilidade em calcular estas zonas, já que a “hipótese de Bernoulli” é válida, pelo que não faz sentido utilizar um modelo de escoras e tirantes para tais regiões. Nas restantes zonas em que o esforço de corte é dominante, os métodos correntes de dimensionamento são pouco eficientes e tornam-se inseguros. Havendo uma grande dificuldade no dimensionamento a modelação é recomendada, apesar disso verifica-se que tais zonas têm sido dimensionadas tendo em conta experiências adquiridas com sucesso no passado. Tal facto deve-se normalmente ao aparecimento muito recente de ferramentas computacionais que permitem uma utilização facilitada destes métodos e também à necessidade de um utilizador com grande experiência.

Após uma identificação das regiões deve-se isolar a região D a dimensionar e, para isso, proceder ao conhecimento de todos os esforços solicitantes do contorno da região. Sobre a região D podem actuar acções exteriores propriamente ditas como cargas concentradas, reacções exteriores e esforços provenientes das regiões B circundantes. Obtêm-se esses esforços a partir da análise estrutural e do projecto das regiões B adjacentes.

É necessário adoptar um modelo para a estrutura que se adapte não só às características geométricas da zona mas também às acções actuantes no seu contorno. Estruturas com a mesma geometria mas com diferentes carregamentos são necessariamente modeladas de maneira diferente.

No modelo as escoras e tirantes vão estar representados por linhas rectas respectivamente a traço interrompido e a traço contínuo e representam uma condensação das tensões da peça. A curvatura das tensões é representada pelos nós. Calcula-se as forças interiores, ou seja, as forças presentes nas escoras e tirantes do modelo adoptado que promovam um equilíbrio interior da peça. Este passo pode ser feito automaticamente usando software apropriado, como o CAST que é descrito no Capítulo 3. Com estas pode-se proceder a um dimensionamento das escoras, tirantes e nós.

2.3. ESCOLHA DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

2.3.1. INTRODUÇÃO

É um dos passos fundamentais na aplicação deste método. A escolha do modelo depende, como já foi dito, da geometria da peça e das forças aplicadas, e a questão que se coloca é quais os critérios a seguir que fornecem o melhor modelo possível. Naturalmente existem diversas técnicas que nos permitem definir modelos e é destas que se vai agora falar.

Um dos critérios simples que se deve adoptar na escolha do modelo é que, sendo os tirantes muito mais deformáveis que as escoras, estes devem ser reduzidos ao mínimo, surgindo a equação apresentada de seguida:

$$\sum F_i L_i \varepsilon_m = \text{mínimo} \quad (2.1)$$

O somatório da força vezes o comprimento vezes a sua deformação deve ser reduzido ao mínimo. Segundo isto, na figura seguinte não se teria dificuldade em seleccionar o melhor modelo dos dois apresentados.

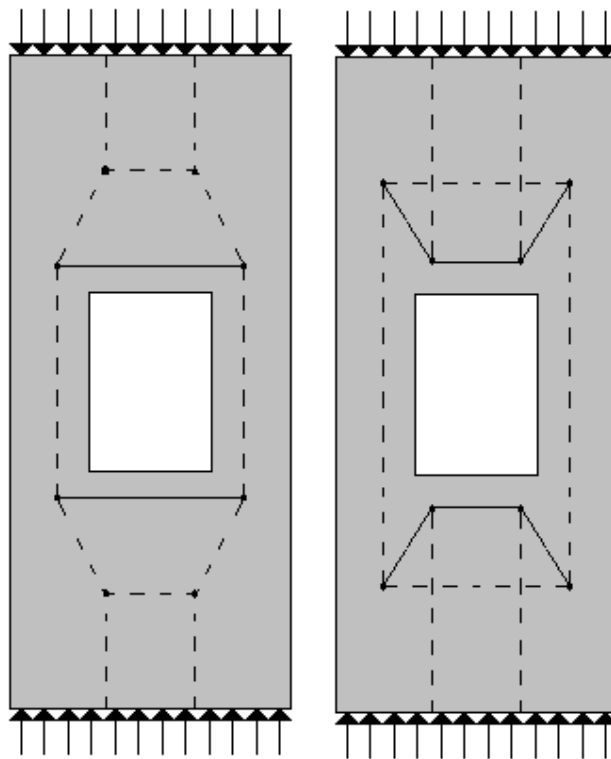


Figura 6 – Dois modelos distintos para a mesma zona de descontinuidade.

Assim, um “bom” modelo terá menos tirantes do que um “mau” modelo já que a energia global é mais afectada pelos tirantes do que pelas escoras. As estruturas tendem a resistir às acções com o menor trabalho possível.

Por vezes um modelo pode ser preferível a um outro por razões de execução prática, ou seja, como é preferível que as armaduras estejam em posições horizontais e verticais é natural que se prefira um modelo que não apresente tirantes diagonais.

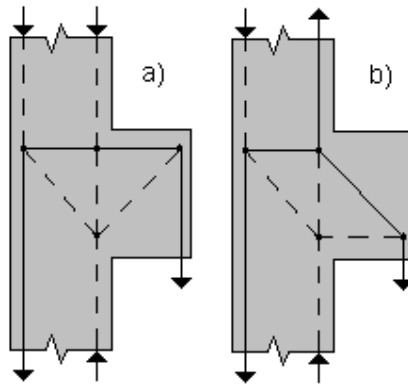


Figura 7 Dois modelos distintos para a mesma zona de descontinuidade.

Na figura apresentada de dois modelos distintos para a mesma situação é de notar que o exemplo b) vai naturalmente requerer uma importante armadura diagonal que não é recomendável. É então preferível optar pelo primeiro modelo.

2.3.2. MODELOS PADRONIZADOS

São modelos previamente definidos por regulamentos para estruturas muito comuns. Estes vêm facilitar muitíssimo a vida do engenheiro já que se ultrapassa uma das fases mais dúbias da utilização deste método na medida em que são o resultado de um estudo prévio e estão prontos a serem utilizados, sem haver necessidade de voltar a resolver o problema. A partir deste modelo facilmente se consegue verificar a segurança da peça. Ainda são, no entanto, raros e estão sempre comprometidos a uma dita geometria que pode não se adaptar ao caso a analisar. Os casos mais comuns de modelos padronizados existentes são as consolas curtas, vigas-parede, vigas com aberturas, blocos de fundação, ou seja, os casos mais correntes.

2.3.3. CAMINHOS DE CARGA

Os campos de tensões principais de compressão e tracção indicam os caminhos principais da carga a partir do ponto de carregamento até a um outro lado da estrutura em que este carregamento é equilibrado. Num modelo de escoras e tirantes, estes campos serão substituídos por escoras e tirantes representativos.

Quer-se sempre o caminho mais curto de um ponto de carregamento a um ponto de apoio e, no caso de haver mais de um caminho de carga, estes não se podem cruzar.

Os caminhos de carga representam as zonas mais carregadas da estrutura, ou seja, as zonas críticas do modelo. Mas, é necessário haver um equilíbrio na estrutura interna de escoras e tirantes pelo que se deve acrescentar escoras e tirantes que garantam esse equilíbrio. Nestas existe já uma grande mobilidade na sua localização já que não são de modo nenhum críticas no funcionamento do modelo.

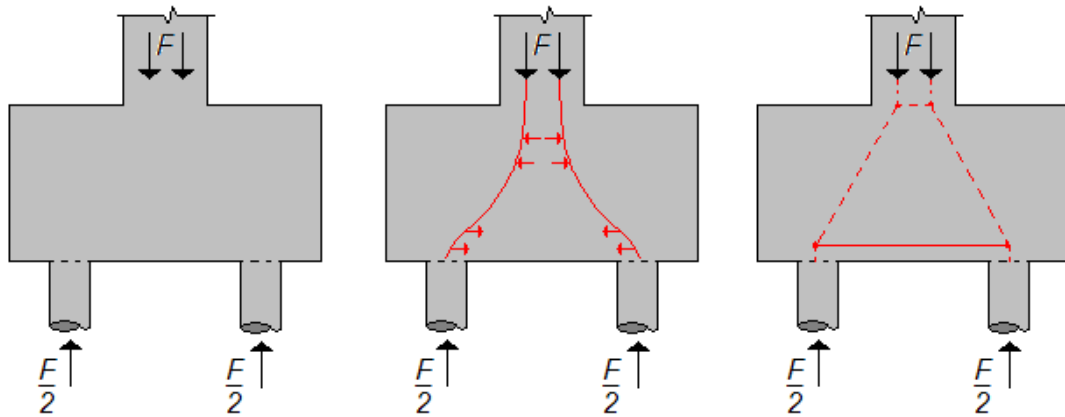


Figura 8 – Modelo de escoras e tirantes construído a partir do caminho de carga formado numa sapata de estacas.

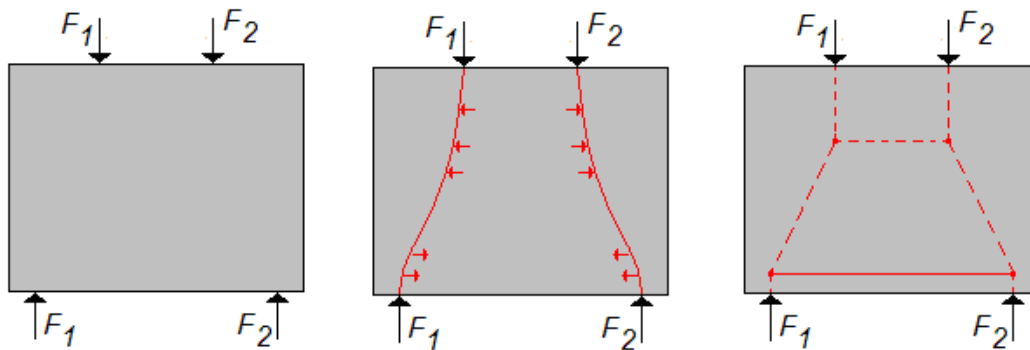


Figura 9 – Modelo de escoras e tirantes construído a partir do caminho de carga formado numa viga-parede.

2.3.4. ANÁLISE ELÁSTICA E ANÁLISE NÃO ELÁSTICA

A análise elástica consiste em obter modelos de escoras e tirantes a partir do fluxo de tensões obtido com modelo de malhas lineares baseado, por exemplo, no método de elementos finitos. Assim, com o suporte de um programa informático que forneça o fluxo de tensões num elemento constrói-se o modelo.

É também possível construir o modelo a partir de uma análise não linear, ou seja, a partir da resposta não linear da peça verificada ou experimentalmente ou a partir de algum programa que tenha a capacidade de ter em conta as relações constitutivas não lineares dos materiais. A partir do padrão de fendilhação é possível definir um modelo de escoras e tirantes adequado uma vez que as fendas indicam o caminho principal da compressão e são perpendiculares à tracção.

2.3.5. OPTIMIZAÇÃO DO MODELO

Na tentativa de determinar a melhor localização das escoras e tirantes é possível criar processos automáticos que seguem critérios pré-definidos e determinam, segundo esses critérios, a melhor localização automaticamente.

Entre alguns dos processos estudados pode fazer-se referência à programação linear e não linear, e também a processos de optimização topológica.

2.4. SEGURANÇA NOS MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES

2.4.1. INTRODUÇÃO

É necessário garantir que os elementos constituintes do modelo de escoras e tirantes não entrem em ruína, ou seja, garantir que, no equilíbrio verificado, as escoras, tirantes e nós não cedam à tensão a que estão sujeitos. Para fazer as verificações necessárias que garantam a segurança do elemento deve-se seguir as indicações do Eurocódigo 2.

2.4.2. ESCORAS DE BETÃO

Admite-se a existência de diferentes tipos de escoras consoante a situação. Apresenta-se na figura seguinte os três tipos de escoras sobre os quais se mostra as principais diferenças e em que caso se deve usar um ou outro tipo.

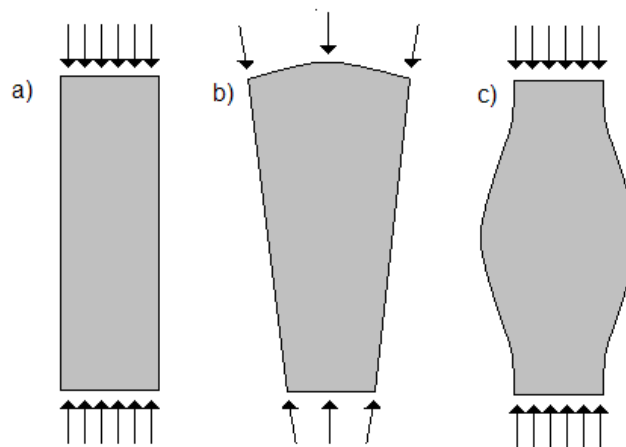


Figura 10 – Diferentes tipos de escoras: a) tipo prismática b) tipo leque c) tipo garrafa.

A escora do tipo prismática, muito comum em zonas B, apresenta uma distribuição uniforme do seu campo de tensões, não existindo tensões de tracção transversal. Aqui, a tensão apresenta sempre o mesmo valor e , numa zona D, este tipo de escora pode ser admitida quando se encontra lado a lado com uma fronteira geométrica da peça ou nas zonas onde se aplicam as forças.

A escora do tipo leque é muito semelhante ao tipo prismático já que também aqui não se verificam tensões de tracção transversal. O aumento de largura e conseqüentemente da área de afectação da

escora vai variar e com ela também varia a tensão. É de admitir o aparecimento de tais escoras também nas zonas de aplicação de forças.

A escora tipo garrafa verifica-se normalmente entre dois nós da peça e quando existe espaço (geométrico) para se poder desenvolver na direcção transversal. Ela pode surgir da necessidade de adaptação da escora aos lados dos nós ou simplesmente pelo facto de que havendo uma diminuição da tensão é natural que esta surja. Este tipo de escoras envolve uma criação de tensões de tracção transversal que vão necessariamente ter que ser consideradas pelo projectista nomeadamente durante o dimensionamento da armadura de recobrimento.

Segundo o Eurocódigo 2 o valor de cálculo de uma escora de betão com ou sem tensões de compressão transversal pode ser calculado segundo a seguinte expressão:

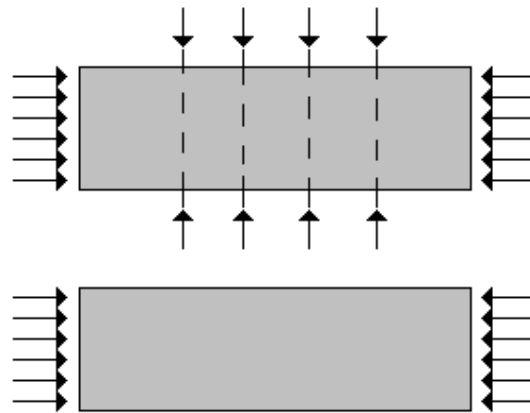


Figura 11 – Escora comprimida transversalmente e escora não comprimida transversalmente.

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.2)$$

O Eurocódigo 2 admite para esta situação que se poderá utilizar um valor maior para a resistência em regiões onde se verifique uma compressão multi-axial.

Para zonas sujeitas a esforço de tracção transversal o valor da resistência deve ser reduzido. Para este caso a expressão a utilizar é dada pela seguinte expressão:

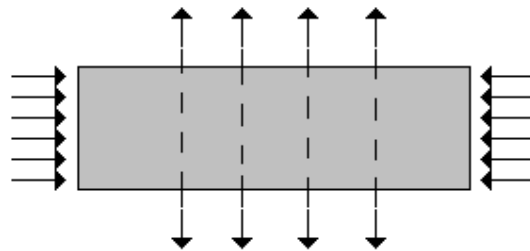


Figura 12 – Escora tracionada transversalmente.

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (2.3)$$

2.4.3. TIRANTES

Todo o esforço de tracção deve ser suportado pelo aço. Deve-se no entanto ter todo o cuidado com a amarração dos varões de aço e também com a área transversal de betão necessária que envolve as armaduras. Assim, na criação do modelo de escoras e tirantes, a existência de espaço para colocar as armaduras deve ser devidamente acautelada.



Figura 13 – Tirante.

As camadas de armadura influenciam directamente a geometria dos nós delimitantes do tirante, e até fazem depender a resistência dos nós do número de camadas de armadura já que com o aumento do número de camadas de armadura aumenta também a dimensão do nó e com ele os lados do nó. Este aumento implica a diminuição da tensão nos lados do nó e conseqüentemente uma maior segurança no nó. Vê-se na figura seguinte como a_2 aumenta com o número de camadas de aço.

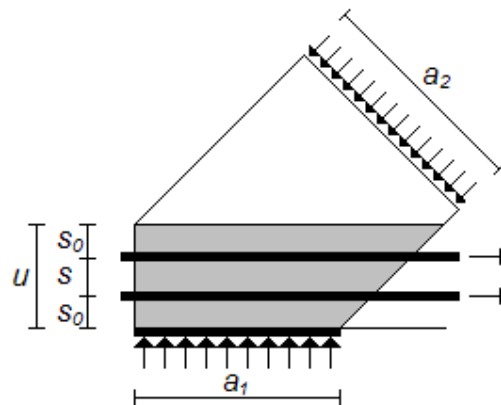


Figura 14 – Largura u do tirante afectando a largura da escora.

2.4.4. NÓS OU REGIÕES NODAIS

É na intercepção das escoras e tirantes que se formam os nós. A verificação de segurança dos nós do modelo é de extrema importância e deve ser feita com todo o cuidado. É nos nós que a mudança de direcção das forças se dá e estes podem estar sujeitos a estados multiaxiais de tensão. Os principais factores que influenciam a resistência de um nó são a presença ou não de tensões de tracção criadas pela existência de tirantes e o betão constituinte do nó. É devida ao primeiro factor, ou seja, a presença de tirantes no nó que no Eurocódigo 2 se divide os três tipos de nós possíveis.

No primeiro nó contemplado não existem tirantes, é um nó comprimido sem tirantes, designado por nó CCC. Na figura seguinte apresenta-se um nó com três escoras.

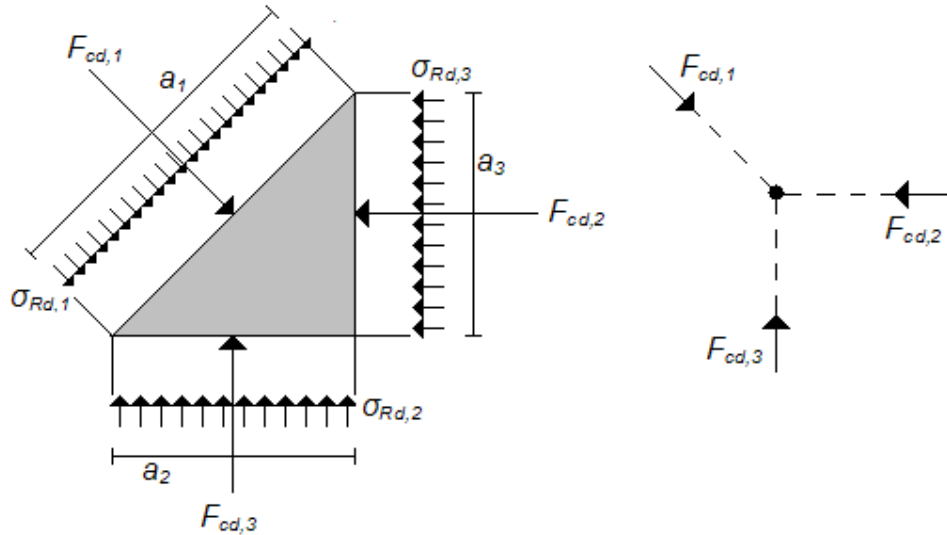


Figura 15 – Nó sem tirantes do tipo CCC.

A tensão resistente nos lados da região nodal é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (2.4)$$

A tensão aplicada em cada lado do nó será tanto maior quanto maior for a força na escora e tanto menor quanto maior for o lado do nó.

O segundo tipo de nó representado é um nó sujeito a compressão e a tracção numa direcção, ou seja com apenas um tirante, é o designado nó CCT. Este tipo de nó já vai estar sujeito a uma tensão de tracção pelo que a resistência vai ser diminuída com a afectação do coeficiente k_2 que toma para este nó um valor de 0,85.

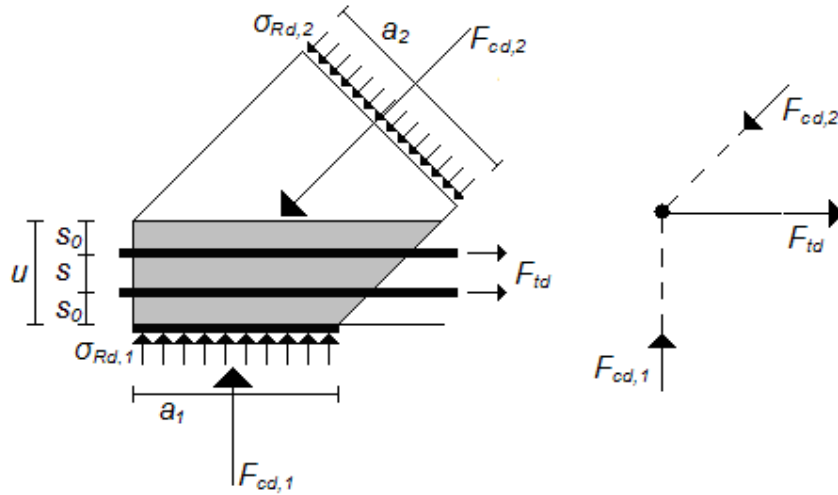


Figura 16 – Nó com um tirante do tipo CCT.

A tensão nos lados da região nodal é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (2.5)$$

O terceiro e último tipo de nó apresenta mais do que um tirante. Este vai estar sujeito a tensões de tracção em mais do que uma direcção e o valor do coeficiente k_3 desce para o valor de 0,75 diminuindo a resistência do nó. Este nó sujeito a esforços de compressão e a esforços de tracção em mais do que uma direcção é designado por CTT e é representado na figura seguinte.

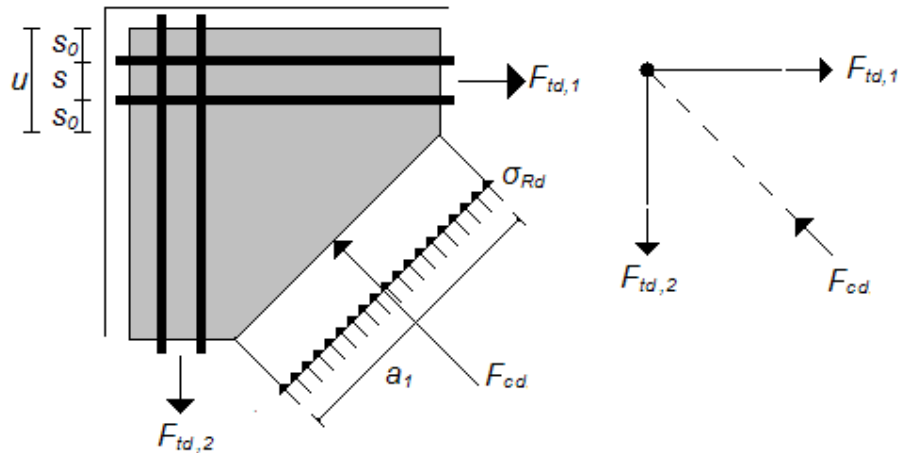


Figura 17 – Nó com mais de um tirante do tipo CTT.

A tensão nos lados da região nodal é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (2.6)$$

Em todos os nós devem ser verificadas as tensões de compressão da região nodal e também a segurança de ancoragem de todos os tirantes. Para a ancoragem dos tirantes, o comprimento de ancoragem pode ser contabilizado a partir do ponto onde tensões de compressão dadas pelas escoras do nó começam a actuar, ou seja, para a maior parte dos casos, a partir do ponto onde o tirante entra na área do nó. Este comprimento se não for satisfeito dentro da largura associada ao nó, pode continuar para fora deste até se garantir a segurança de ancoragem.

2.4.5. ÁREAS SUJEITAS A FORÇAS CONCENTRADAS

Uma das primeiras verificações a efectuar para validar um modelo de escoras e tirantes é verificar as áreas sujeitas a forças concentradas. Esta verificação é importante pois se não for aceite terá que se aumentar a área da placa de carregamento. Se tal não for possível o nó imediatamente abaixo da força concentrada pode descer, aumentando a resistência à força já que esta tem mais área para se dispersar. Esta altura é designada no Eurocódigo 2 por h como se pode ver na figura 16. Aumentando a altura aumenta-se a linha de acção designada por A na mesma figura.

$$h \geq (b_2 - b_1) \quad (2.7)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \quad (2.8)$$

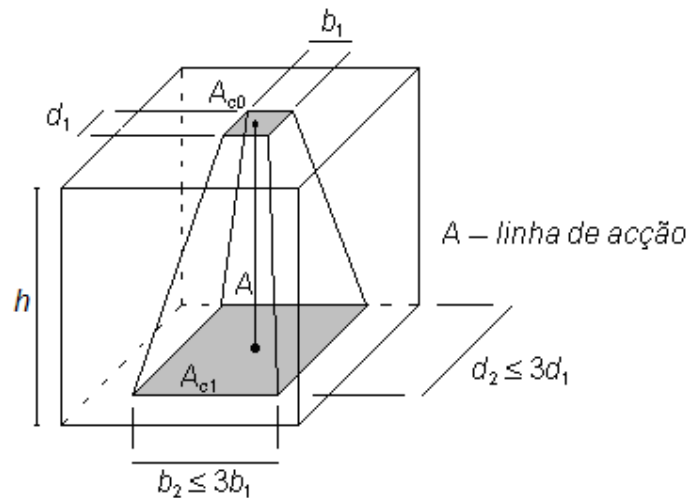


Figura 18 – Distribuição de cálculo para áreas sujeitas a forças concentradas.

A expressão utilizada para a verificação é a seguinte:

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \cdot f_{cd} \cdot A_{c0} \quad (2.9)$$

A_{c0} área carregada

A_{c1} maior área de distribuição de cálculo homotética de A_{c0}

Na figura seguinte apresenta-se um exemplo onde a área em que cada uma das forças concentradas pode exercer o seu efeito é limitada. Aqui deve-se ao facto das escoras não se poderem sobrepor e, então, cada área de influência de cada ancoragem é limitada pelas áreas de influência vizinhas. Um estudo da resistência do betão à força concentrada é aqui, como nos outros casos, essencial.



Figura 19 – Várias forças concentradas aplicadas limitando a área de resistência da peça a cada uma das forças.

2.4.6. ARMADURAS A DISPOR JUNTO DAS FACES

A armadura a dispor junto das faces tem que garantir a armadura mínima correspondente ao elemento a dimensionar. Para saber qual é a armadura mínima a respeitar deve-se consultar o Eurocódigo 2.

A armadura mínima pode não ser suficiente para o bom funcionamento da peça uma vez que esta armadura tem que garantir a resistência à tracção transversal das escoras.

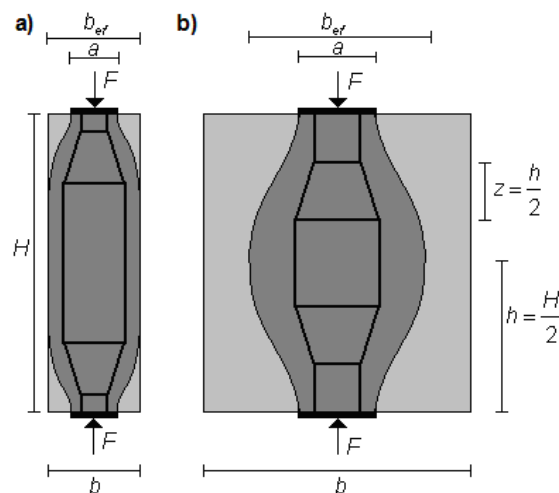


Figura 20 – Parâmetros para a determinação das forças de tracção transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas: a) Descontinuidade parcial b) Descontinuidade total.

No caso de regiões de descontinuidade parcial existe uma limitação geométrica que impede o total desenvolvimento do campo de tensões:

$$b_{ef} = b \quad (2.10)$$

$$b \leq \frac{H}{2} \quad (2.11)$$

$$T = \frac{1}{4} \cdot \frac{b-a}{b} \cdot F \quad (2.12)$$

No caso de regiões de descontinuidade total:

$$b_{ef} = 0,5H + 0,65a; a \leq h \quad (2.13)$$

$$b > \frac{H}{2} \quad (2.14)$$

$$T = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - 0,7 \cdot \frac{a}{h}\right) \cdot F \quad (2.15)$$

2.4.7. AMARRAÇÃO DE ARMADURAS LONGITUDINAIS

A amarração dos tirantes deve estar completamente definida para evitar escorregamentos da armadura e perda de capacidade para mobilizar esforços nos tirantes, o que implicaria o mau funcionamento da peça.

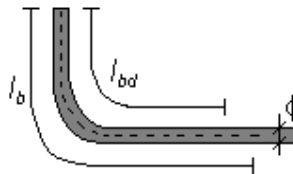


Figura 21- Comprimento de amarração de referência, l_b .

Para que o comprimento de amarração possa ser medido ao longo do seu eixo, o ângulo da curva não pode ser superior a 90° . O comprimento começa a ser contabilizado no momento de entrada dos varões na zona comprimida de um nó e, geralmente, continua depois do nó. Caso seja necessário, o varão poderá mudar de direcção.

Valor de cálculo da tensão de rotura da aderência:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} \quad (2.16)$$

f_{ctd} Valor de cálculo da tensão de rotura à tracção do betão

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_C} \text{ (MPa)} \quad (2.17)$$

η_1 Coeficiente relacionado com as condições de aderência e com a posição do varão durante a betonagem.

$\eta_1 = 1,0$ Condições de “boa” aderência

$\eta_1 = 0,7$ Todos os outros casos

η_2 Coeficiente relacionado com o diâmetro do varão

$\eta_2 = 1$ para $\phi \leq 32 \text{ mm}$

$\eta_2 = \frac{132 - \phi}{100}$ para $\phi > 32 \text{ mm}$

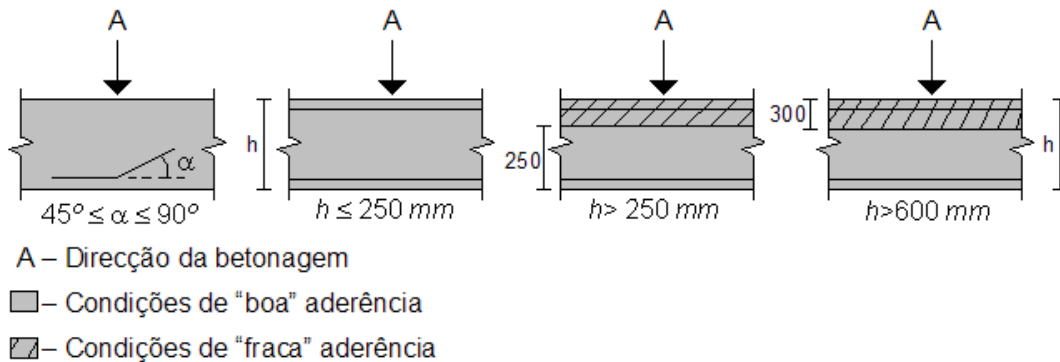


Figura 22 - Condições de aderência.

Comprimento de amarração de referência:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4} \right) \cdot \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \right) \quad (2.18)$$

σ_{sd} Valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração

Comprimento de amarração de cálculo:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (2.19)$$

- α_1 Coeficiente que tem em conta o efeito d forma dos varões
- α_2 Coeficiente que tem em conta o efeito do recobrimento mínimo de betão
- α_3 Coeficiente que tem em conta o efeito de cintagem das armaduras transversais
- α_4 Coeficiente que tem em conta o efeito de um ou mais varões transversais soldados ao longo do comprimento de amarração de cálculo l_{bd}
- α_5 Coeficiente que tem em conta o efeito da pressão ortogonal ao plano de fendimento ao longo do comprimento de amarração de cálculo

$$\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \geq 0,7 \quad (2.20)$$

Se não existir nenhuma outra limitação usa-se o comprimento de amarração mínimo $l_{b,min}$:

Amarrações de varões traccionados: $l_{b,min} > \max \{0,3 \cdot l_{b,rqd} \ 10\phi \ 100mm\}$

Amarrações de varões comprimidos: $l_{b,min} > \max \{0,6 \cdot l_{b,rqd} \ 10\phi \ 100mm\}$

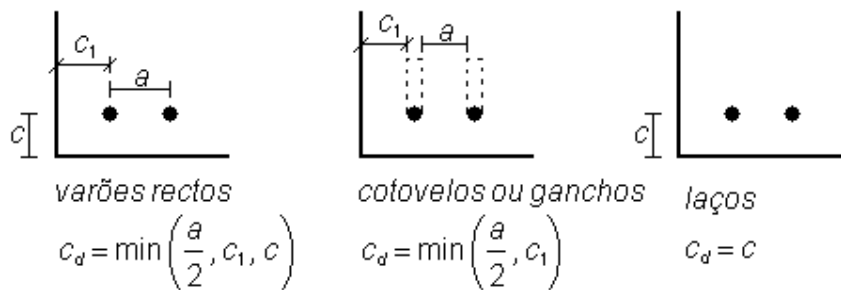


Figura 23 – Valores de C_d .

O quadro seguinte, retirado do Eurocódigo 2, indica qual o valor a utilizar para os coeficientes apresentados anteriormente:

Tabela 1 – Valores dos coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 e α_5 .

Factor de influência	Tipo de amarração	Armadura para betão armado	
		Traccionada	Comprimida
Forma dos varões	Recta	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Outra, não recta	$\alpha_1 = 0,7$ se $c_d > 3\phi$ Caso contrário $\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
Recobrimento das armaduras	Recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15(c_d - \phi)\phi$ $0,7 \leq \alpha_2 \leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Outra, não recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15(c_d - 3\phi)\phi$ $0,7 \leq \alpha_2 \leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais não soldadas à armadura principal	Todos os tipos	$\alpha_3 = 1 - K_\lambda$ $0,7 \leq \alpha_3 \leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais soldadas	Todos os tipos, posições e diâmetros.	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Cintagem por compressão transversal	Todos os tipos	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $0,7 \leq \alpha_5 \leq 1,0$	-

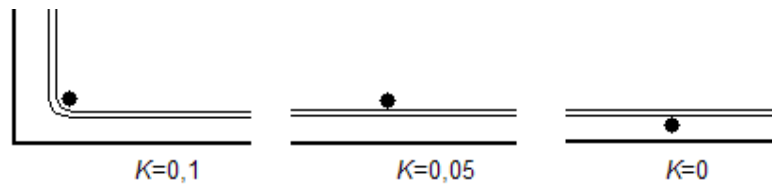


Figura 24 – Valores de K para vigas e lajes.

3

DESCRIÇÃO DE METODOLOGIA DESENVOLVIDA

3.1. DESCRIÇÃO DE METODOLOGIA DESENVOLVIDA

3.1.1. INTRODUÇÃO

A metodologia desenvolvida mostra como se pode resolver um problema de uma zona D utilizando a metodologia dos modelos de escoras e tirantes apoiando-se na utilização do software CAST.

3.1.2. DEFINIÇÃO DAS FASES DECORRENTES DA METODOLOGIA DESENVOLVIDA

1. Identificação da zona D a calcular.
Definição dos materiais utilizados.
2. Verificação da capacidade do betão ao esmagamento nas zonas dos nós concentrados.
3. Selecção do primeiro modelo de escoras e tirantes a adoptar.
Alteração do modelo escolhido caso se verifique ser necessário em alguma das fases seguintes.
4. Cálculo estático das forças actuantes nas escoras e tirantes (utilização do programa CAST).
5. Definição da área das escoras e determinação da quantidade de armadura nos tirantes.
6. Caracterização completa do modelo no programa CAST, nomeadamente, a geometria das escoras e dos tirantes, a definição do tipo de nós.
Verificação de segurança nos nós.

7. Determinação da armadura a dispor junto de cada face.

Definição da amarração dos tirantes.

3.1.3. DESCRIÇÃO DE CADA UMA DAS FASES DA METODOLOGIA

1. Deve ser efectuada a identificação da zona D a calcular, ou seja, a sua geometria e todas as forças exteriores que nela actuam juntamente as suas ligações ao exterior. Não faria sentido, como já foi referido anteriormente, a utilização do método de escoras e tirantes para a totalidade da estrutura. Os esforços são determinados para o estado limite último, sendo os materiais utilizados e as acções aplicadas identificados pelos respectivos valores de cálculo.
2. Após a total definição do ponto anterior torna-se essencial proceder à verificação da segurança ao esmagamento do betão nas zonas dos nós concentrados. Os nós concentrados são aqueles que apresentam escoras resultantes de carregamentos concentrados ou apoios. As dimensões das placas de carregamento devem ser definidas de forma a evitar o esmagamento do betão sendo que este verifica-se segundo a expressão 2.9 do presente trabalho.

O principal motivo que leva a que esta verificação tenha que ser feita antes mesmo da definição do modelo de escoras e tirantes a utilizar é que esta pode influenciar o próprio modelo, já que define a localização dos nós sendo assim conveniente saber em antemão se tal factor vai ser ou não limitativo.

A possibilidade de haver condicionalismos geométricos da peça, de a própria força ser elevada ou mesmo a resistência do betão ser baixa leva a que o nó concentrado, criado imediatamente abaixo do carregamento, seja deslocado o mais possível. Isso acontece porque com o aumento da largura das escoras aumenta também a resistência ao esmagamento localizado.

3. Terminada esta verificação procede-se à selecção do modelo de escoras e tirantes a adoptar. Trata-se de um processo iterativo onde múltiplas soluções podem ser encontradas sendo esta fase do processo sem dúvida a mais importante de todas pelo que se deve ter todo o cuidado possível.

Os métodos existentes de determinação do modelo já foram apresentados no sub-capítulo 2.3 do presente trabalho mas, não constituindo nenhum deles uma solução única, a determinação do modelo vai depender muito do projectista.

A base dos modelos seleccionados na resolução dos exemplos que vão ser apresentados mais à frente é constituído pelos seguintes factores: o primeiro e mais importante será, para as barras mais esforçadas, o ângulo formado entre a escora e o tirante no nó. Recomenda-se que este ângulo esteja entre os 45° e os 60° mas preferencialmente mais perto do limite superior. Geralmente, os tirantes estão orientados segundo a direcção horizontal e vertical de modo a facilitar uma execução prática já que deste modo as armaduras principais da estrutura também serão, sobretudo, horizontais e verticais. A largura de escoras e tirantes terá de estar compreendida dentro da área da peça podendo este factor ser limitativo na sua resistência.

Outros factores vão também influenciar os modelos, mas é importante que se consiga definir um modelo de partida a partir de algumas considerações como as referidas anteriormente e, depois, modificar o modelo conforme se achar necessário e conveniente.

Todas as verificações seguintes poderão levar a uma decisão de alteração do modelo que se considerou devendo-se, nesse caso, voltar de novo a este ponto onde se recomencarão as verificações.

4. Assim, após um modelo estar geometricamente definido procede-se ao cálculo estático das forças que actuam nas escoras e tirantes usando-se para isso o programa CAST. A definição geométrica do modelo de escoras e tirantes é definida de forma expedita no programa e o cálculo automático apresenta os resultados que podem ser muito facilmente exportados. A utilização do programa na realização de um simples cálculo estático como este vai permitir uma celeridade na resolução do problema, o que o torna muito atractivo.
5. Com as forças actuantes em cada escora e em cada tirante segue-se a definição da área necessária para que as escoras resistam ao esforço de compressão e a determinação da quantidade de armadura nos tirantes para resistir à tracção e, conseqüentemente, também a área do próprio tirante. Mais uma vez se refere que se a área, tanto dos tirantes como das escoras, não se encontrar dentro dos limites geométricos da peça, o modelo terá de ser alterado e volta-se ao ponto 3 desta metodologia. A área de uma escora não deve também sobrepor-se com a área de outra escora.

A tensão resistente de cálculo do betão multiplicado pela área da escora deverá ser superior ao esforço associado a essa escora. Para os tirantes, a área de armadura tem que ser suficiente para resistir a todo o esforço de tracção. Uma melhor descrição de como calcular as escoras e tirantes encontra-se no sub-capítulo 2.4.2 e 2.4.3 do presente trabalho.

6. A verificação final do modelo será feita com base na verificação da segurança nos nós. Para isso, e com o recurso ao programa CAST, procede-se à construção final do modelo onde todas as suas características devem ser totalmente definidas. Procede-se ao cálculo automático do mesmo verificando-se os resultados nos nós. Verificando-se a segurança dos nós passa-se à fase seguinte, caso contrário pode-se aumentar a largura das escoras dos nós problemáticos, se tal for possível, fazendo-se nova verificação.
7. Após se concluir este processo de verificação da segurança passa-se à última fase desta metodologia onde se define a armadura a colocar junto de cada face e a amarração das armaduras que materializam os tirantes. Estes dois passos são essenciais ao bom funcionamento do modelo e conseqüentemente da peça.

A armadura a dispor junto de cada face, que aparece descrito no sub-capítulo 2.4.6, tem não só que garantir a armadura mínima como também a resistência à tracção transversal das escoras. A amarração dos tirantes deve estar completamente definida para evitar escorregamentos de armadura e perda de capacidade de mobilizar esforços nos tirantes que implicariam o mau funcionamento da peça.

3.2. UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA CAST

3.2.1. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA CAST

O programa CAST (Computer Aided Strut-and-Tie) é um instrumento de design gráfico desenvolvido que facilita o processo de resolução de modelos de escoras e tirantes tornando o processo mais eficiente e compreensível. O programa tem sido desenvolvido desde Outubro de 1998 por Tjhin e Kuchma [15] [16] com o apoio da Universidade de Illinois, nos Estados Unidos. Mais tarde com o suporte da NSF CAREER que possibilita a continuação do desenvolvimento do programa.

A interface com o programa é bastante simplificada e com apenas algum treino um utilizador consegue manobrar o programa muito facilmente. Assim que isto sucede torna-se extremamente simples a construção de novos modelos de escoras e tirantes ou mesmo a alteração de existentes e também a sua verificação deixando este processo de ser moroso e passando a ser rápido e eficaz.

Foi visto anteriormente que muito do que se faz a nível de modelos de escoras e tirantes, nomeadamente na definição do próprio modelo, vive de iterações que tentam adaptar cada vez mais o modelo à realidade. Assim, é uma ferramenta gráfica muito útil pela sua grande rapidez e simplicidade.

Durante a verificação de modelos de escoras e tirantes realizados no CAST são apresentadas tabelas com os resultados que vão poder ser exportados facilmente para outro software do tipo de folha de cálculo (por exemplo o Excel) e outros programas apropriados assim como os gráficos do modelo que dão uma excelente visão do comportamento do modelo.

3.2.2. DEFINIÇÃO DAS FASES DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA CAST

Para uma boa utilização do programa deve-se seguir as cinco fases seguintes e se possível seguindo esta ordem, apesar de não ser obrigatória.

1- Definir a área de trabalho:

Descrever o projecto

Definir a espessura da Região D e a resistência dos materiais

Definir as linhas de apoio ou a grelha de pontos que permitam a construção da fronteira exterior e o modelo de escoras e tirantes

2- Construir o modelo:

Definir fronteira exterior e, se existirem, fronteiras interiores

Definir modelo de escoras e tirantes

Definir, se existirem, placas de suporte ou carregamento

Definir carregamentos e apoios nas fronteiras da Região D

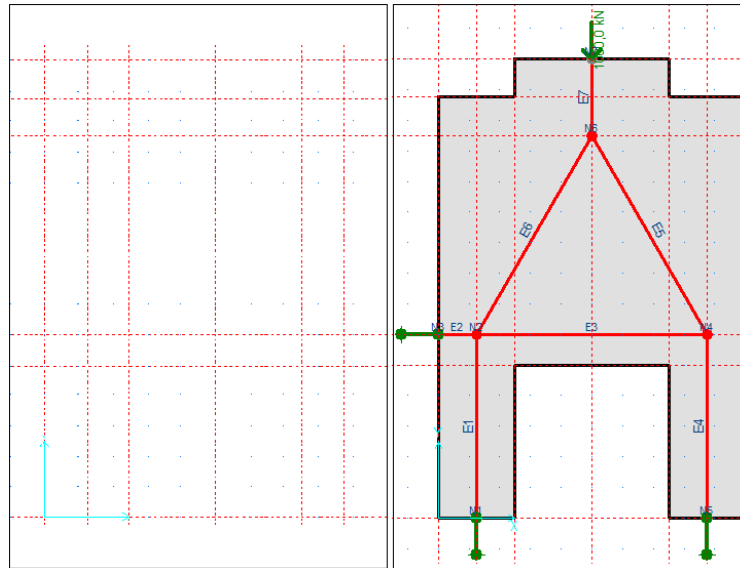


Figura 25 – Passos 1 e 2 da metodologia de utilização do programa CAST.

3- Obter as forças do modelo de escoras e tirantes:

“Correr” o programa

Identificar quais os membros comprimidos e tracionados

4- Definir as propriedades dos materiais:

Definir propriedades de escoras, tirantes e nós

Seleccionar para todas as escoras, tirantes e nós as devidas propriedades

Seleccionar para cada escora e tirante as larguras de afectação

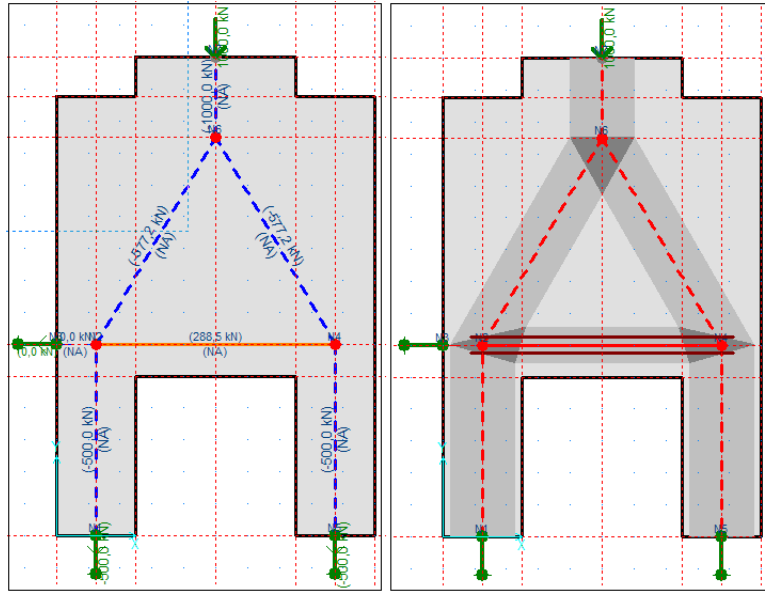
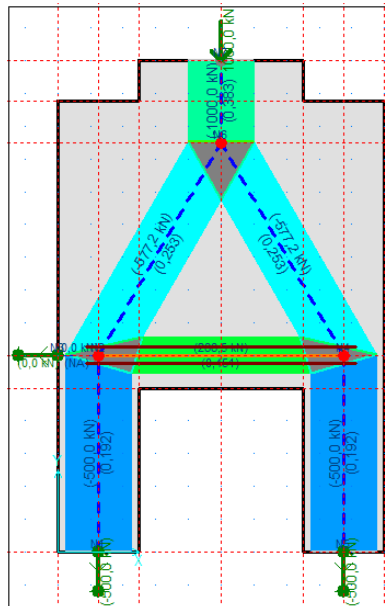


Figura 26 – Passos 3 e 4 da metodologia de utilização do programa CAST.

5- Verificar tensões:

“Correr” de novo o programa

Verificar tensões nas escoras, tirantes e faces dos nós.



Row #	Node ID	Node Side	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio
1	N1	E1	-500,0	NA	NA
2	N2	E1	-500,0	4,17	0,327
3		E2	0,0	NA	NA
4		E3	288,5	4,39	0,344
5		E6	-577,2	5,50	0,431
6	N3	E2	0,0	NA	NA
7	N4	E3	288,5	4,39	0,344
8		E4	-500,0	4,17	0,327
9		E5	-577,2	5,50	0,431
10	N5	E4	-500,0	NA	NA
11	N6	E5	-577,2	5,50	0,366
12		E6	-577,2	5,50	0,366
13		E7	-1000,0	8,33	0,595
14	N7	E7	-1000,0	NA	NA

Figura 27 – Passo 5 da metodologia de utilização do programa CAST.


3.2.3. COMO ADAPTAR O PROGRAMA CAST AO EUROCÓDIGO 2

Para a correcta utilização do programa CAST é necessário ter em conta que existem diferenças substanciais entre os valores predefinidos (valores por defeito) que o programa CAST apresenta e os valores definidos pelo Eurocódigo e que nós pretendemos que sejam utilizados. Isto acontece porque tendo este programa origem nos EUA, mais precisamente na Universidade do Illinois é natural que não se encontre por defeito adaptado ao Eurocódigo mas sim aos códigos usados nos EUA. Precisamos então de adaptar o programa às nossas necessidades, ou seja, aos nossos regulamentos.

Para isso existe uma opção que se encontra disponível no programa no menu opções e se chama “Set Default Values”. Esta opção não é a aconselhada já que apresenta duas grandes dificuldades, sendo elas o facto de quando se desliga o programa, as alterações feitas não ficam gravadas e a segunda baseia-se no facto de que segundo o Eurocódigo alguns destes factores de afectação vão depender directamente do tipo de betão que está a ser utilizado, factor este que simplesmente não é possível contabilizar nesta opção.

Assim, é bastante aconselhável seguir os normais métodos de utilização do programa CAST e quando for a altura de definir o tipo de escora, o tipo de tirante e o tipo de nós a utilizar, fazer as alterações necessárias. Estas alterações vão ser seguidamente ilustradas mas é necessário ter em conta que este processo tem de ser repetido todas as vezes que se constrói um novo modelo e logo, um novo ficheiro. Não é de todo um processo demorado ou mesmo complicado pelo que não constitui qualquer problema quanto à utilização deste programa.

Este processo de adaptação do programa ao Eurocódigo ocorre na fase 4 já anteriormente identificada por “Definir as propriedades dos materiais”.

Neste processo começa-se por definir o tipo de escoras que se vai utilizar, e o menu onde se realiza isto aparece carregando na tecla  (também seguindo os seguintes comandos: Define – Strut types – Concrete Struts)

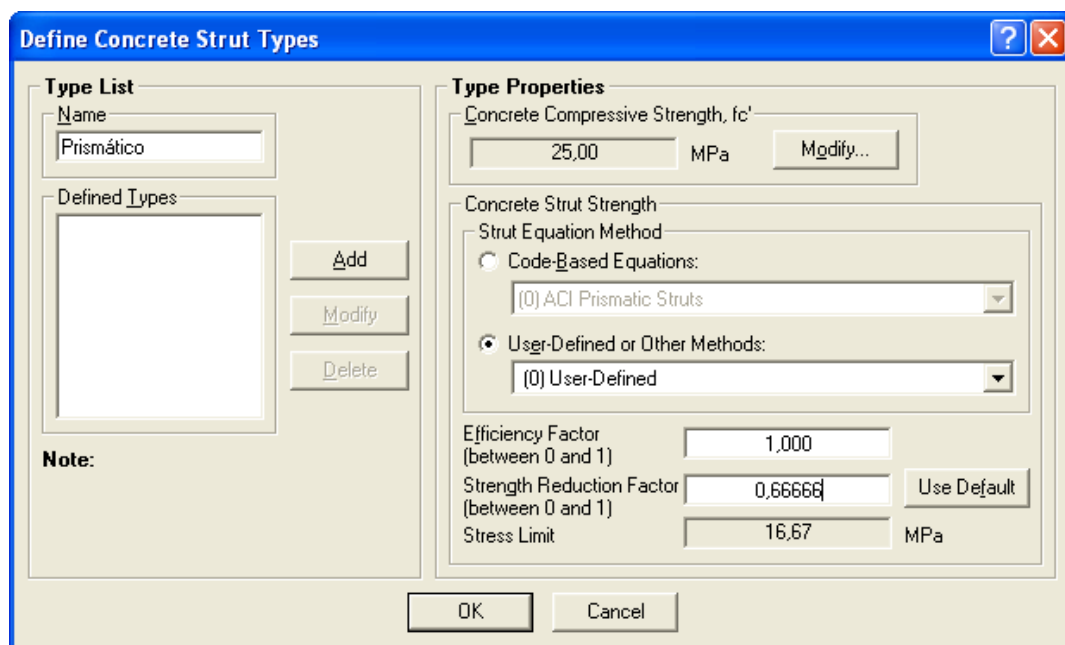


Figura 28 – Quadro retirado do programa CAST para definir o tipo de escoras.

Aqui começa-se por definir um tipo de escora chamada “prismática”. Após escrever o seu nome carrega-se no “Code-Based Equations:” e selecciona-se “(0) ACI Prismatic Struts”, de seguida vai-se para “User-Defined or other Methods” onde se escolhe “(0) User-Defined”. Depois disto torna-se possível alterar os valores em baixo e passa-se o chamado “Efficiency Factor” para 1,000 e o valor de “Strength Reduction Factor” para 0,6666. Este valor foi determinado fazendo:

$$f_{cd} = \frac{f_c}{1,50} \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{1,50} = 0,6666 \quad (3.2)$$

É este o valor que deve afectar, segundo o Eurocódigo 2, a força de compressão do betão.

Feitas as alterações, terá que se carregar na tecla “Add” e este tipo de escora fica definido. Agora terá que se definir um tipo “garrafa”, assim no mesmo menu vai-se alterar de novo os valores e ficar com a figura que se apresenta a seguir:

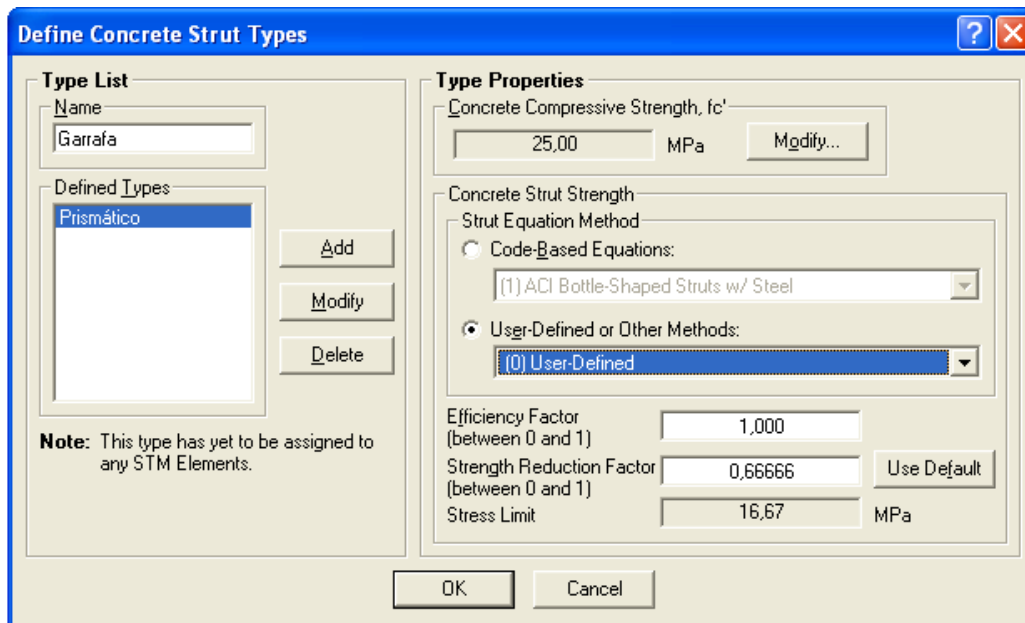



Figura 29 – Quadro retirado do programa CAST para definir o tipo de escoras.

Agora só resta fazer “Add” e aceitar, carregando em “OK”.

Definidos que estão os tipos de escoras vai-se passar aos tirantes. Para chegar ao menu que permite fazer tais alterações carrega-se em  que se encontra também no canto superior esquerdo, logo a seguir à tecla anterior que permitiu aceder ao menu das escoras.

É também possível aceder a este menu seguindo os comandos:

Define – Tie types – Non-Prestressed Reinforcement ties.

Na imagem que se segue pode-se ver que um tirante já foi definido e adicionado, o tirante AB, e agora se está a definir o segundo denominado Tirante DB. Após escolhidas as características deste tirante, nomeadamente as camadas de armadura, o tipo de barras usadas, a quantidade de barras por camada e por fim a distância a que esta camada se encontra do eixo, pode-se analisar o “Summary”.

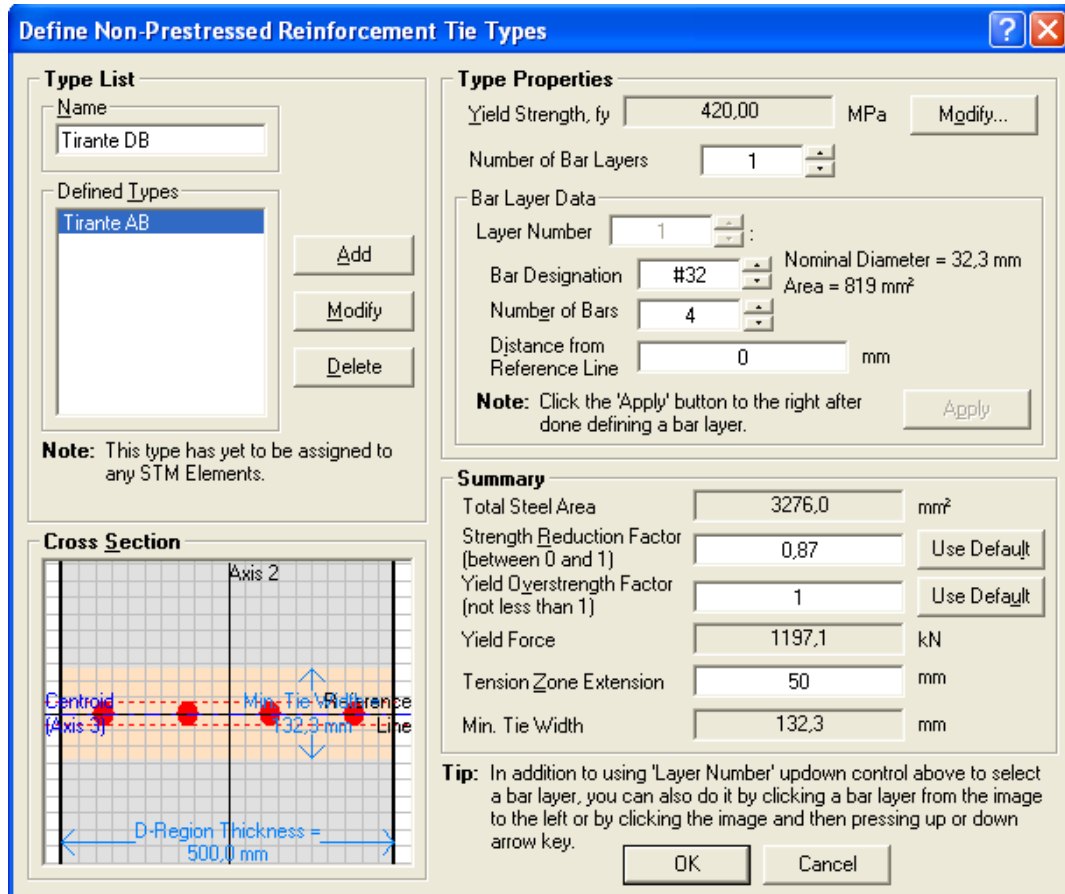


Figura 30 – Quadro retirado do programa CAST para definir os tirantes.


Analisando o “Summary” verifica-se que existem caracteres que podem e devem ser alterados, nomeadamente o “Strength Reduction Factor” que deve ser alterado para 0,87 já que similarmente ao que se viu anteriormente tem-se:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{1,15} \quad (3.3)$$

$$\frac{1}{1,15} = 0,87 \quad (3.4)$$

Assim e depois de alterar também o “Yield Overstrength Factor” para 1,00 (não influenciando assim a conta) fica-se com o valor real da tensão dado por “Yield Force” mas agora segundo as normas do Eurocódigo 2.

Numa última nota sobre este menu pode-se dizer que as barras a escolher não correspondem às habituais, um vez que as áreas são diferentes do normal. Como não foi encontrada solução para alterar esta definição do programa, a solução encontrada foi tentar aproximar ao máximo a área de aço independentemente de se estar ou não a usar as barras definidas. É mais importante que as áreas se aproximem o mais possível.

Por fim terá que se definir os nós, e também aqui se vai ter alterações de adaptação do programa ao Eurocódigo. Para aceder a este menu basta carregar na tecla  que se encontra logo à direita da anterior, no canto superior esquerdo. É também possível fazê-lo seguindo os passos:

Define – Node Types.

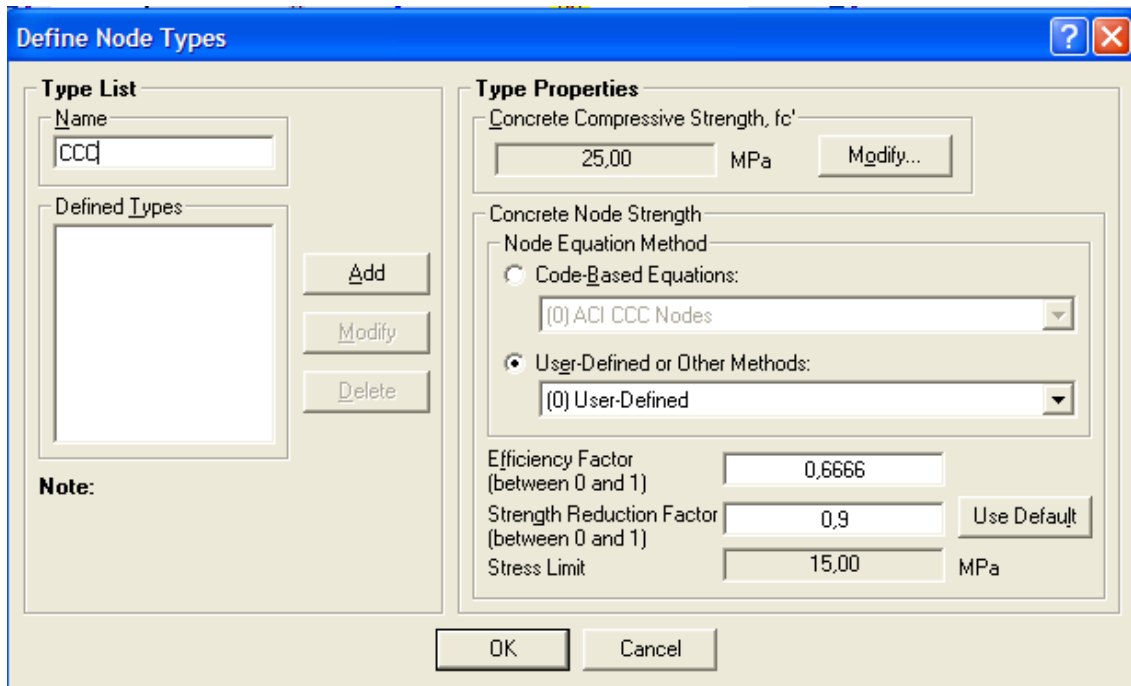


Figura 31 – Quadro retirado do programa CAST para definir os nós tipo.

Segundo o capítulo 2.4.4 tem-se:

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 \cdot v' \cdot \frac{f_c}{1,5} \quad (3.5)$$

$$\frac{k_1}{1,5} = \frac{1,0}{1,5} \text{ para Nó CCC} \quad (3.6)$$

$$v' = 1 - \frac{f_c}{250} \quad (3.7)$$

Pode-se então definir que para um nó tipo CCC se tem que o chamado “Efficiency Factor” será tomado como $k_1/1,5$ e logo tomará o valor 0,6666 enquanto que o valor a admitir para “Strength Reduction Factor”, que se considera ser v' , terá de ser calculado segundo a fórmula anterior já que depende do betão utilizado. No caso demonstrado na figura anterior tem-se um betão com $f_c = 25MPa$, e logo $v' = 0,9$.

Após adicionar o nó tipo CCC vai-se passar à definição do nó tipo CCT.

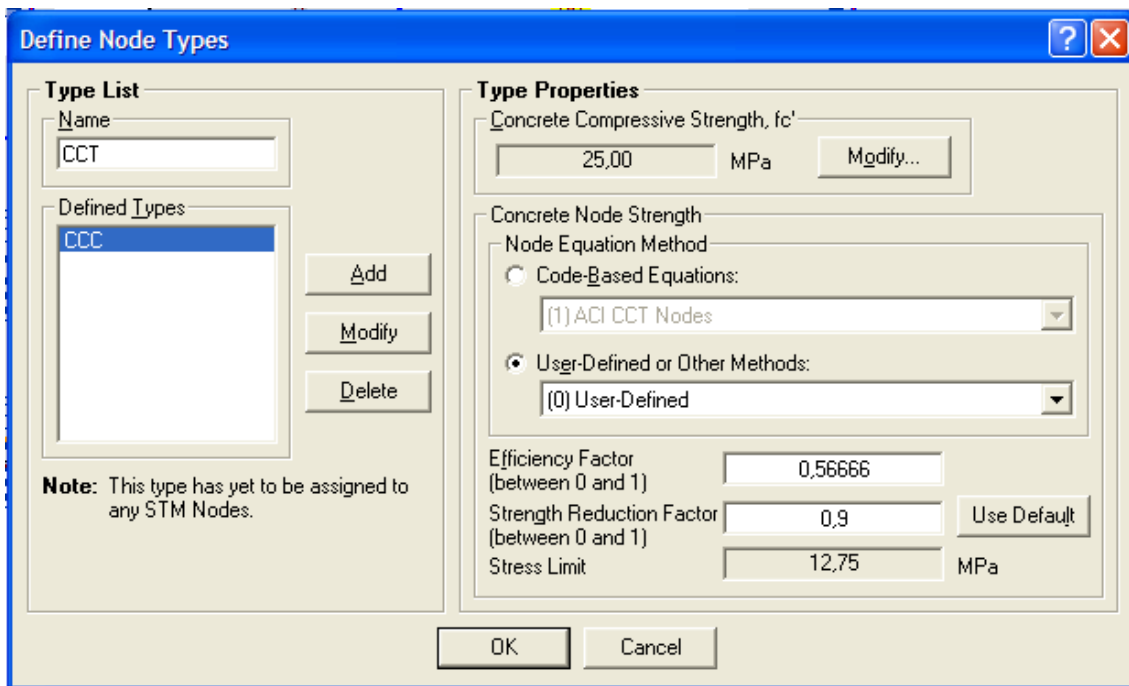


Figura 32 – Quadro retirado do programa CAST para definir um nó tipo.

Neste tipo de nó é necessário mudar onde diz “Code-Based Equations:” para “(1) ACI CCT Nodes” e após feito isto carregar em “User-Defined or other Methods” de modo a ser possível alterar o “Efficiency Factor que neste caso já é 0,56666, valor que se apresenta no Eurocódigo 2 como k_2 . Quanto ao “Strength Reduction Factor” só se altera se for mudada a classe do betão utilizado.

O processo repete-se para o tipo de nó CTT, mas onde se utiliza $k_3 = 0,5$.

Com estas pequenas alterações feitas nestes três quadros consegue-se a melhor adaptação possível, e pode-se dizer bastante razoável, do programa CAST ao Eurocódigo 2.

4

CASOS DE ESTUDO

4.1. INTRODUÇÃO

Apresentam-se alguns exemplos simples onde se aplica a metodologia desenvolvida de uma forma clara, nomeadamente diferentes vigas-paredes e uma consola curta.

4.2. VIGA-PAREDE CARREGADA SIMETRICAMENTE

4.2.1 MODELO INICIAL

A Viga-parede apresentada é, segundo o capítulo 2.1 do presente trabalho, toda ela uma zona D. Com a aplicação a metodologia apresentada pretende-se chegar a um dimensionamento satisfatório para a peça.

A Viga-parede tem uma espessura de $500mm$ e as placas de suporte têm uma área de $500 \times 450mm^2$ com uma espessura de $25mm$. Os esforços apresentados na figura são determinados para o estado limite último e para os materiais utilizados proceder-se à determinação das suas resistências de cálculo.

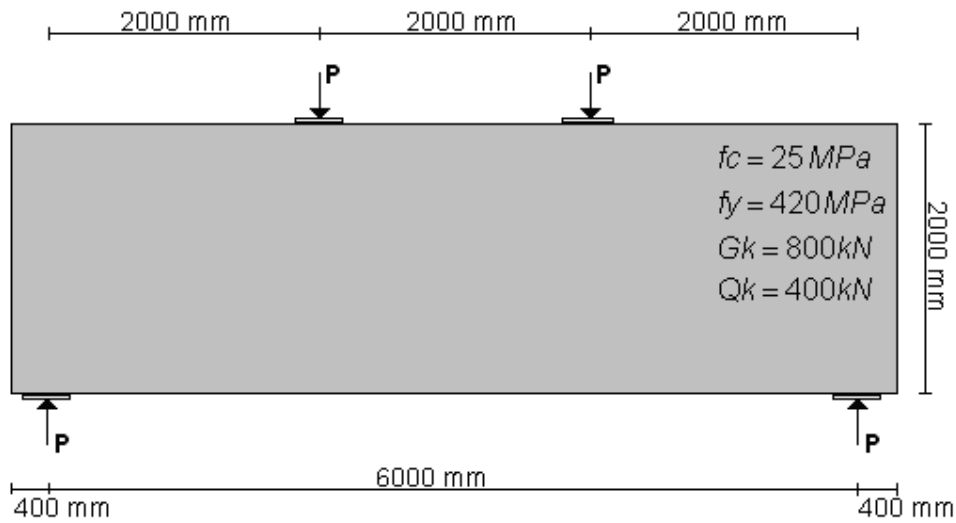


Figura 33 – Viga-Parede proposta para o problema.

Resistências de cálculo do material utilizado:

$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ MPa} \quad (4.1)$$

$$f_{yd} = \frac{420}{1,15} = 365,2 \text{ MPa} \quad (4.2)$$

Determinar carga P em estado limite último:

$$P = \gamma_G \cdot G_K + \gamma_Q \cdot Q_K \text{ (kN)} \quad (4.3)$$

$$P = 1,35 \times 800 + 1,5 \times 400 = 1680 \text{ kN}$$

A primeira fase da metodologia correspondente à identificação da zona D (geometria e forças exteriores actuantes), esforços no estado limite último e determinação de resistências de cálculo dos materiais utilizados está agora completa.

Passa-se então à segunda fase onde se vai verificar capacidade resistente do betão ao esmagamento nas zonas de carregamentos localizados. Utilizando o sub-capítulo 2.4.5 como referência percebe-se que o betão apresenta capacidade resistente ao esmagamento:

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \cdot f_{cd} \cdot A_{c0} \quad (4.4)$$

$$F_{Rdu} = (500 \times 450) \times 10^{-6} \cdot 16,67 \times 10^3 \cdot \sqrt{\frac{500 \times 900}{500 \times 450}}$$

$$= 5304 \gg 1680 \text{ kN}$$

Segundo a expressão 2.7 determina-se que para a capacidade resistente ao esmagamento calculada vem que $h \geq 450 \text{ mm}$.

No exemplo presente tem todo o interesse que o nó criado imediatamente por baixo do carregamento seja o mais para cima possível pois o ângulo formado pela escora e tirante principais aumenta tornando o modelo mais realista. A verificação de segurança apresentada ao esmagamento do betão nas zonas dos nós concentrados mostra que F_{Rdu} é bastante elevado para $h \geq 450 \text{ mm}$. O que se apresenta de seguida é a mesma verificação mas agora para $A_{c1} = A_{c0}$ o que implica que $h \geq 0 \text{ mm}$:

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \quad (4.5)$$

$$F_{Rdu} = (500 \times 450) \times 10^{-6} \cdot 16,67 \times 10^3$$

$$= 3750 \gg 1680 \text{ kN}$$

Chega-se à conclusão de que o nó pode estar a qualquer distância da face da peça. Essa distância vai ser condicionada não pelo esmagamento do betão, mas sim, pelo facto de que as escoras têm de estar contidas na geometria da peça como se verificará numa fase mais avançada deste exemplo.

Na escolha do modelo de escoras e tirantes a usar, terceira fase da metodologia, são usadas as indicações fornecidas como guias na descrição desta fase e também a informação resultante da fase anterior. Não se deve ignorar todos os outros métodos apresentados no sub-capítulo 2.3 como os caminhos de carga e outros.

Neste caso a solução mais imediata encontra-se ilustrada na figura seguinte que corresponde à solução obtida pelo método dos caminhos de carga e provavelmente aquela que menos tirantes apresenta. Será, no entanto, um modelo que apresenta um ângulo baixo entre escora e tirante principais pelo que será mais à frente apresentado um modelo alternativo onde se resolve este problema, não obstante surgirem outros.

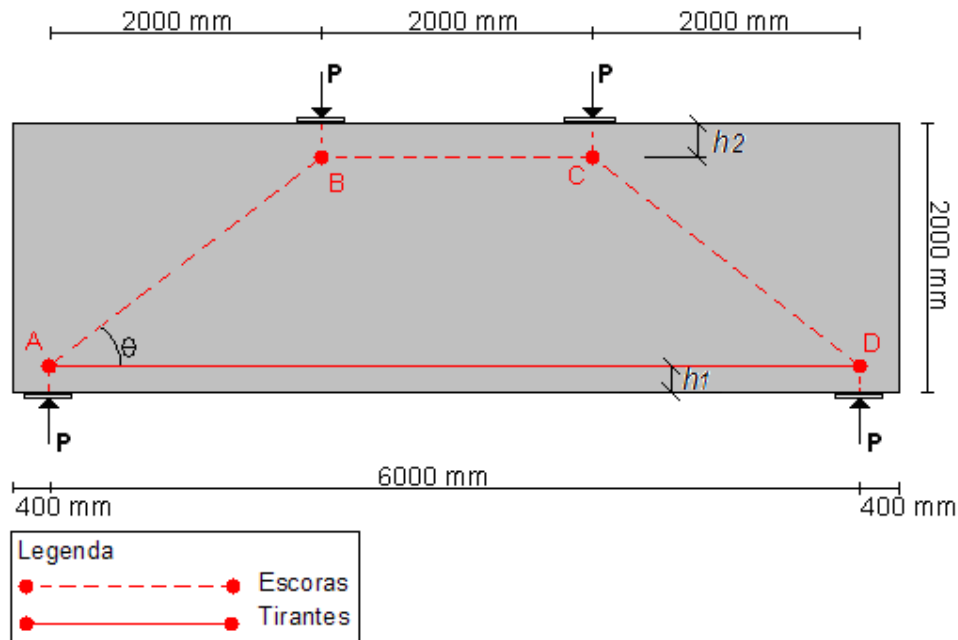


Figura 34 – Modelo de escoras e tirantes.

Dada a necessidade de definir a posição exacta dos nós e observando o modelo apresentado na figura acima, percebe-se que, perante um ângulo θ à partida muito baixo, é necessário chegar a escora BC o mais para cima possível.

Deve garantir-se que a escora BC se encontre afastada o suficiente da face superior ($h2$) para que esta se desenvolva totalmente dentro da peça. Para o tirante AD, a distância a garantir em relação à face inferior ($h1$) tem que permitir que a zona de betão afectada pelas várias camadas de varões se encontre também no interior da peça.

Normalmente devido à complexidade das peças estes valores seriam arbitrados e posteriormente alterados consoante se verificasse necessário. Neste caso, apenas será preciso arbitrar o valor $h1$ pois tirando partido da simetria da peça consegue-se determinar $h2$. Devido às dimensões da peça, à força com que esta é carregada e finalmente à posição onde este tirante se encontra vai-se admitir que os nós A e D se encontram 150mm acima da superfície inferior da peça. Este valor não é definitivo e pode ser alterado.

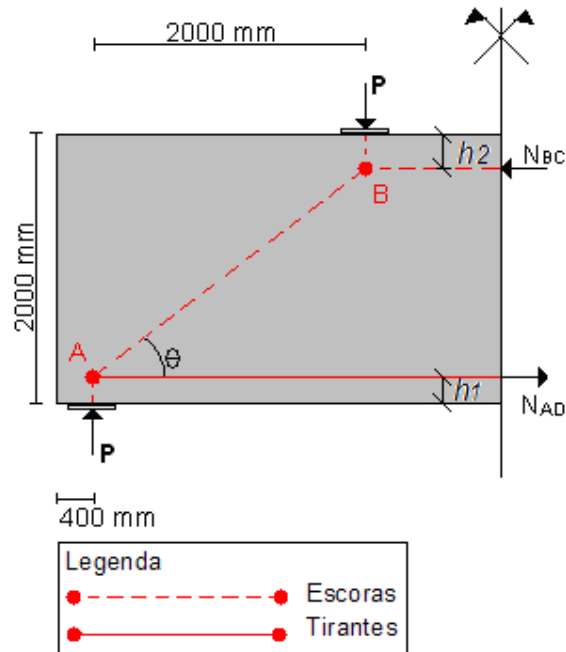


Figura 35 – Modelo de escoras e tirantes que tira partido da simetria da peça.

Tirando partido da equação de equilíbrio dos momentos em relação ao nó A (4.6) e igualando a tensão resistente do nó B à tensão na escora BC (4.7) consegue-se determinar a posição da escora BC e consequentemente a posição do nó B e C ficando o modelo escolhido totalmente definido.

$$\sum M_A = 0 \quad (4.6)$$

$$N_{BC} \cdot \left(2000 - 150 - \frac{h2}{2} \right) = 1680 \times 2000$$

$$\frac{N_{BC}}{A_c} \leq f_{cd} \cdot k_1 \cdot v' \quad (4.7)$$

$$\frac{N_{BC}}{(500 \times h2) \times 10^{-6}} = 16,67 \times 10^3 \cdot 1,0 \cdot 0,9$$

$$h2 = 260,5 \text{ mm} \quad (4.8)$$

É importante determinar ângulo θ para se ter a noção correcta do modelo:

$$\tan^{-1}\left(\frac{2000 - 150 - \frac{260,5}{2}}{2000}\right) = 40,7^\circ \quad (4.9)$$

Agora que o modelo está geometricamente definido procede-se ao cálculo estático dos esforços actuantes nas escoras e tirantes utilizando o programa CAST. Este passo corresponde à quarta fase da metodologia proposta. O resultado está apresentado na tabela seguinte.

Apresentam-se também os resultados da largura das escoras e da área de aço necessário para que o tirante resista à tracção.

$$f_{cd} \cdot A_c \geq N_{AB} \quad (4.10)$$

$$f_{yd} \cdot A_s \geq N_{AD} \quad (4.11)$$

Repare-se que os valores negativos são referentes a compressões e o valor positivo a tracção. Estes resultados são referentes à quinta fase da metodologia proposta.

Tabela 2 – Esforços nas barras, largura de escoras e armaduras.

Elemento	Esforço (kN)	Largura mínima/usada da escora (mm)	Área de aço (cm ²)	Armadura (cm ²)
AB	-2576,7	310/410		
BC	-1954	235/260,5		
CD	-2576,7	310/410		
AD	1953,8		53,48	4 camadas $\phi 25(53,99)$

Apresenta-se na tabela seguinte a verificação de todos os nós do modelo. A figura seguinte é retirada do programa CAST e representa o resultado da modelação.

Com isto termina a sexta fase da metodologia passando-se, de seguida, à última fase onde se determinam a armadura a colocar junto de cada face e a amarração dos tirantes. Se todos os nós verificarem, se as condições de amarração forem respeitadas e se a armadura a dispor junto de cada uma das faces for suficiente, a segurança está garantida.

Tabela 3 – Verificação dos nós.

Nós	Barras	Esforço (kN)	Tensão (MPa)	Verificação
A	AB	-2576,7	12,57	0,986
	AD	1953,8		
B	AB	-2576,7	12,57	0,838
	BC	-1953,8	15,00	1,000
C	BC	-1953,8	15,00	1,000
	CD	-2576,7	12,57	0,838
D	CD	-2576,7	12,57	0,986
	AD	1953,8		

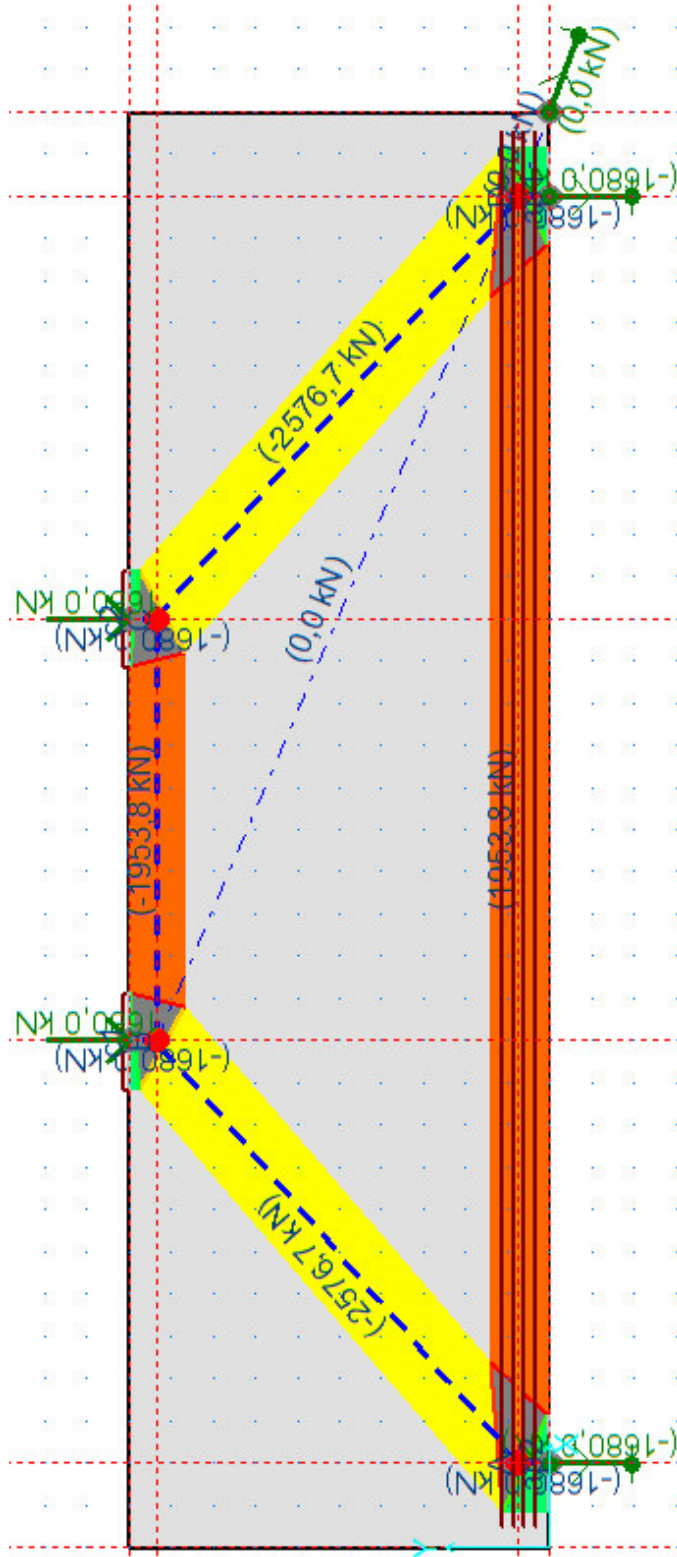


Figura 36 – Resultado da modelação.

A armadura junto de cada fase tem não só que garantir a armadura mínima como também a resistência à tracção transversal das escoras. Segundo o Eurocódigo 2 para este tipo de estruturas, a distância máxima entre varões será de 300mm e a área mínima de aço a colocar em cada face é de $0,1\%$ e com um mínimo de $150\text{mm}^2/\text{m}$ em cada face e direcção.

$$A_{s,\min} = \frac{1 \times 0,5 \times 0,001}{2} = 2,5\text{cm}^2 / \text{m} / \text{face} / \text{direcção} \geq 150\text{mm}^2 / \text{m} \quad (4.12)$$

Consultando o sub-capítulo 2.4.6 verifica-se que neste exemplo está-se perante duas situações: descontinuidade parcial na barra BC e descontinuidade total nas barras AB e CD. É de admitir que a força de tracção T condicionante será a obtida a partir da descontinuidade total uma vez que o esforço de compressão actuante nessas barras é bastante superior. Deve-se também ter em conta que ao aproximar a escora BC ao máximo da face superior da peça esta ficou sem espaço para desenvolver uma descontinuidade total (ver figura 20), ou seja:

$$b_{ef} (=b) = a \quad (4.13)$$

$$T = 0\text{kN} \quad (4.14)$$

Descontinuidade total (barra AB e CD):

$$b_{ef} = 0,5 \cdot 2637,7 + 0,65 \cdot 410 = 1585,34\text{mm} \quad (4.15)$$

$$T = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - 0,7 \cdot \frac{410}{\frac{2637,7}{2}} \right) \cdot 2576,7 = 504\text{kN} \quad (4.16)$$

Força de tracção T rebatida na direcção horizontal e vertical:

$$504 \cdot \sin(40,7) = 328,6\text{kN} / \text{direcção} \quad (4.17)$$

$$504 \cdot \cos(40,7) = 382,1\text{kN} / \text{direcção} \quad (4.18)$$

A diferença entre a força de tracção nas direcções horizontal e vertical não é significativa pelo que se deve adoptar o mesmo valor de tracção, naturalmente o mais gravoso.

$$f_{yd} \cdot A_{sw} \geq 72,4\text{kN} \quad (4.19)$$

$$A_{sw} \geq 1,98cm^2 /m /face /direcção \quad (4.20)$$

A armadura mínima é condicionante pelo que se adopta uma armadura a colocar em ambas as direcções e faces de $\phi 8 (2,51cm^2) // 0,20m$.

Com a armadura a dispor em cada face definida passa-se à amarração do tirante. Mediante a consulta do capítulo 2.4.7 do presente trabalho consegue-se determinar a amarração necessária de modo a evitar escorregamentos de armadura e perda de capacidade de mobilizar esforços nos tirantes. No modelo apresentado existe apenas um tirante que apresenta 4 camadas de $\phi 25(53,99)$. A largura do tirante apresenta-se na equação seguinte:

$$h = 276mm \quad (4.21)$$

O valor de cálculo da tensão de rotura à tracção do betão é dado pela expressão (2.17):

$$f_{ctd} = 1,0 \cdot \frac{1,8}{1,5} = 1,2MPa \quad (4.22)$$

A tensão de rotura da aderência é dada pela expressão (2.16):

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,2 = 2,7MPa \quad (4.23)$$

O comprimento de amarração de referência é dado pela expressão (2.18) do presente trabalho:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{0,025}{4} \right) \cdot \left(\frac{365,2}{2,7} \right) = 0,845 \quad (4.24)$$

Finalmente passa-se à determinação do comprimento de amarração de cálculo dado pela expressão (2.19). Existe espaço suficiente para suportar varões rectos.

$$l_{bd} = 1 \cdot 0,925 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 0,845 = 0,547m \quad (4.25)$$

Admitiu-se que os varões eram rectos e verifica-se que a situação é válida já que o comprimento de amarração determinado é inferior ao disponível. De qualquer modo, por segurança usam-se laços como se representa na figura seguinte.

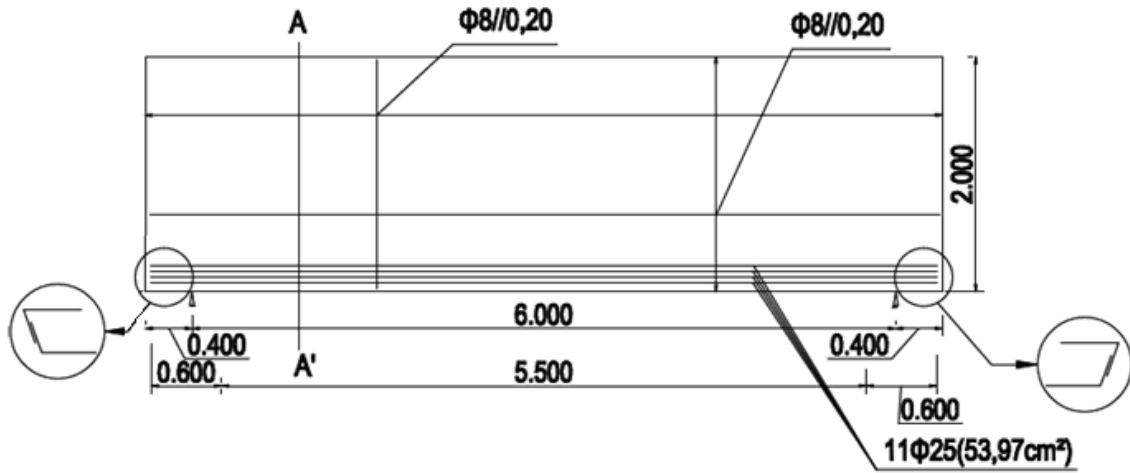


Figura 37 – Pormenorização das armaduras da viga-parede.

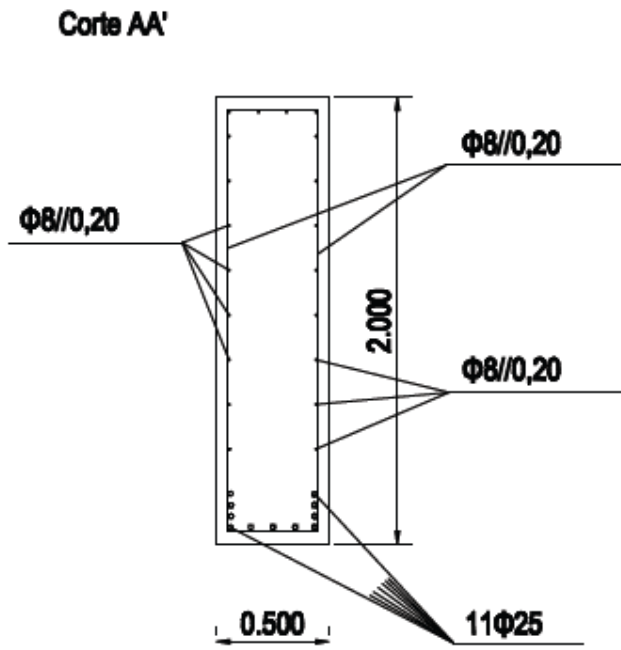


Figura 38 – Corte AA'.

4.2.2. MODELO ALTERNATIVO

No sub-capítulo anterior apresentou-se um modelo e referiu-se algumas das suas vantagens e desvantagens, nomeadamente a sua principal desvantagem que seria o ângulo da escora e tirante principais ser muito baixo. Na definição de um novo modelo vai-se contrariar este ponto. A figura seguinte ilustra o novo modelo escolhido. Refere-se na metodologia que a fase mais complicada é aquela em que se escolhe o modelo pois não existe uma solução única. Neste capítulo analisa-se a possibilidade de alterar o modelo definido para o exemplo em causa.

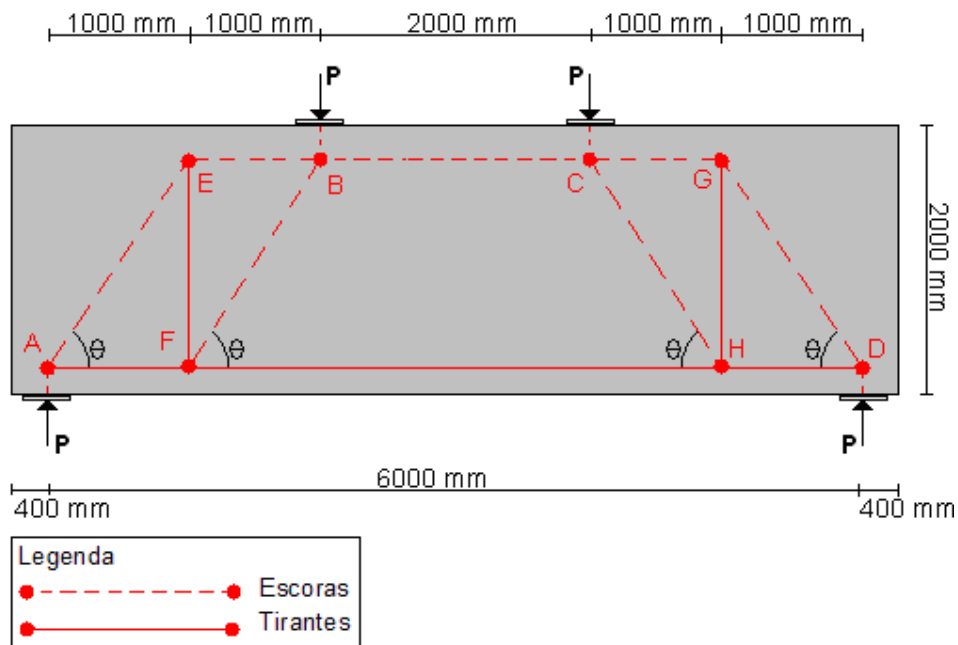


Figura 39 – Novo modelo de escoras e tirantes seleccionado.

Este novo modelo foi construído a partir da consideração de que o ângulo entre escoras e tirantes principais deve aproximar-se de $\theta = 60^\circ$. É de notar que, desta forma, o número de tirantes aumenta e, por consequência, o comprimento total de barras traccionadas.

Partindo de $\theta = 60^\circ$ tem-se que:

$$60 = \tan^{-1}\left(\frac{d}{1000}\right) \quad (4.26)$$

$$d = 1732 \text{ mm} \quad (4.27)$$

A altura do modelo para que o ângulo de 60° seja respeitado seria de 1732mm , no entanto pode não ser possível utilizar este valor.

Mais uma vez tira-se partido da simetria da peça para determinar a posição exacta dos nós. A determinação da posição dos nós pode ser feita empiricamente e posteriormente, duma forma iterativa, proceder à sua alteração até à localização final.

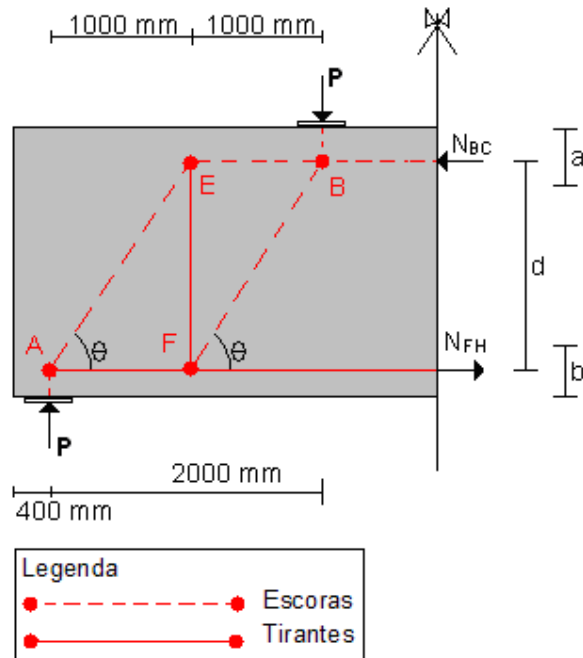


Figura 40 – Novo modelo adoptado tirando partido de simetria

Toma-se o valor de 300mm para os tirantes que aparecem na face inferior do modelo. Tirando partido da equação de equilíbrio dos momentos em relação ao nó A (4.28) e igualando a tensão resistente do nó B à tensão na escora BC (4.29) consegue-se determinar a :

$$\sum M_A = 0 \quad (4.28)$$

$$N_{BC} \cdot \left(2000 - 150 - \frac{a}{2} \right) = 1680 \times 2000$$

$$16,67 \times 10^3 \cdot 0,85 \cdot 0,9 = \frac{N_{BD}}{500 \times a \times 10^{-6}} \quad (4.29)$$

$$a = 312\text{mm} \quad (4.30)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2000 - 150 - \frac{312}{2}}{1000}\right) = 59,5^{\circ} \quad (4.31)$$

Posto isto tem-se a geometria do modelo de escoras e tirantes completamente definido já que se sabe a posição exacta de todos os nós. Aplicando o programa CAST determinam-se todos os valores dos esforços nas escoras e tirantes do modelo. Estes estão apresentados no quadro seguinte:

Tabela 4 – Forças nas barras do modelo de escoras e tirantes seleccionado, largura de escoras e armaduras.

Barras	Esforço (kN)	Largura mínima/utilizada da escora (mm)	Área de aço (cm ²)	Armadura (cm ²)
AE	-1950,9	235/330		
AF	991,7		27,15	6 ϕ 25(29,45)
FE	1680,0		46,00	8 Estribos 4 ϕ 10(50,24)
EB	-991,7	120/175		
FB	-1950,9	235/350		
BC	-1983,5	239/312		
FH	-1983,5		54,31	4 camadas ϕ 25(58,90)
CH	-1950,9	235/350		
CG	-991,7	120/175		
GH	1680,0		46,00	8 Estribos 4 ϕ 10(50,24)
HD	991,7		27,15	6 ϕ 25(29,45)
GD	-1950,9	235/330		

Neste momento já se encontram definidas as localizações de todos os nós, a largura que se deve atribuir a todas as escoras e, por fim, a quantidade de armadura a utilizar nos tirantes. Com o número de camadas e o diâmetro das barras o programa CAST calcula automaticamente a largura mínima necessária para o tirante e assim pode-se confirmar se essa largura se encontra dentro dos limites aceitáveis. Note-se, mais uma vez, que os valores negativos são referentes a compressões e os valores positivos a trações. Com estas observações conclui-se a quinta fase da metodologia.

Considerando-se estes valores obtém-se como resultado a tabela seguinte que indica os esforços a que estão sujeitos os nós do modelo e consegue-se facilmente verificar se estes se encontram dentro dos limites, dando por verificada a segurança da estrutura. A figura apresentada após a tabela seguinte é retirada do programa CAST e representa o resultado da modelação.

Tabela 5 – Verificação de estabilidade dos Nós.

Nós	Barra	Esforço (kN)	Tensão (MPa)	Verificação
A	AE	-1950,9	11,82	0,927
	AF	991,7		
E	AE	-1950,9	11,82	0,927
	FE	1680		
	EB	-991,7	11,33	0,889
F	FE	1680		
	FB	-1950,9	11,15	0,991
	AF	991,7		
	FH	1983,5		
B	FB	-1950,9	11,15	0,743
	BC	-1983,5	12,71	0,848
	EB	-991,7	11,33	0,756
C	BC	-1983,5	12,71	0,848
	CH	-1950,9	11,15	0,743
	CG	-991,7	11,33	0,756
H	CH	-1950,9	11,15	0,991
	GH	1680		
	HD	991,7		
	FH	1983,5		
G	GH	1680		
	GD	-1950,9	11,82	0,927
	CG	-991,7	11,33	0,889
D	GD	-1950,9	11,82	0,927
	HD	991,7		

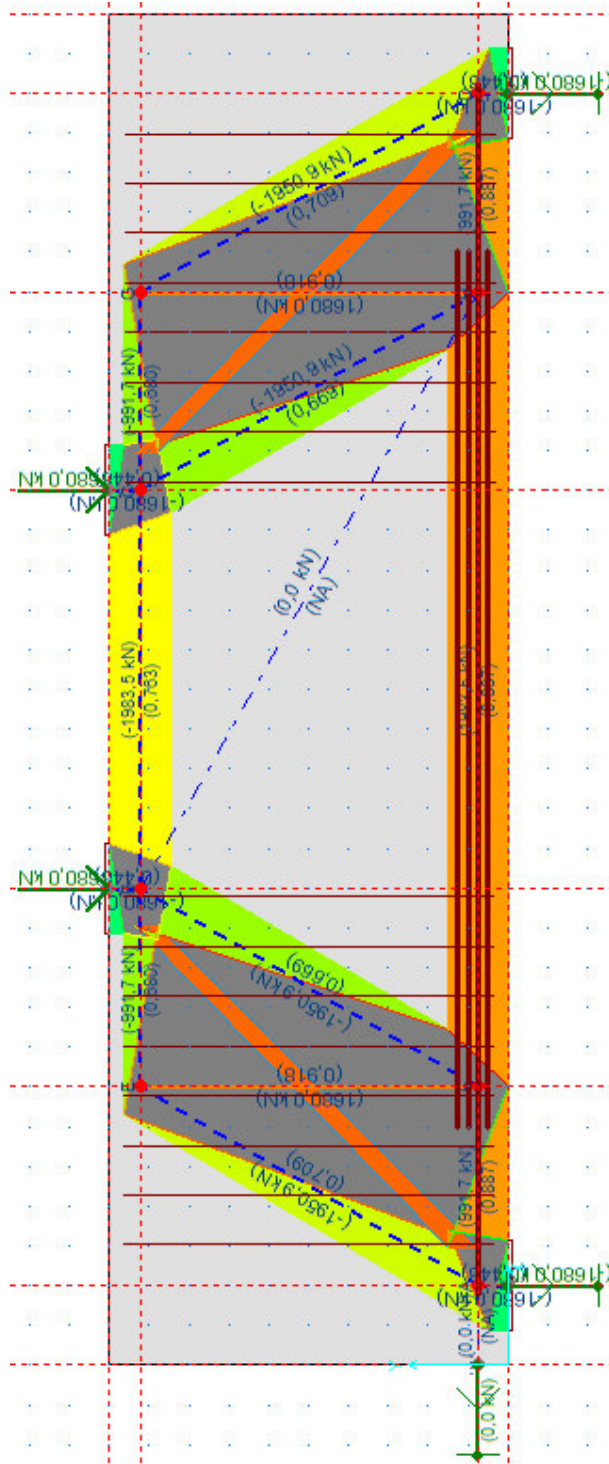


Figura 41 – Modelação da viga-Parede com o programa CAST.

Passa-se para a sétima e última fase onde se determina de novo a armadura junto de cada fase que será menor para este modelo alternativo. O esforço máximo nas escoras é bastante inferior neste modelo quando comparado com o anterior. De qualquer forma este tem não só que garantir a resistência à tracção transversal das escoras como também a armadura mínima que se verificou ser condicionante no modelo anterior. Segundo o Eurocódigo 2 para este tipo de estruturas, a distância máxima entre varões será de $300mm$ e a área mínima de aço a colocar em cada face é de $0,1\%$ e com um mínimo de $150mm^2/m$ em cada face e direcção.

$$A_{s,min} = 2,5cm^2 / m / face / direcção \geq 150mm^2/m \quad (4.32)$$

Consultando o capítulo 2.4.5 calcula-se a força de tracção T resultante da descontinuidade total com o esforço mais elevado e que corresponde à barras AE, FB, CH e GD.

$$b_{ef} = 0,5 \cdot 1967,1 + 0,65 \cdot 350 = 1211,05mm \quad (4.33)$$

$$T = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - 0,7 \cdot \frac{350}{\frac{1967,1}{2}} \right) \cdot 1950,8 = 366,2kN \quad (4.34)$$

Força de tracção T rebatida na direcção horizontal e vertical:

$$366,2 \cdot \sin(59,5) = 315,6kN / direcção \quad (4.35)$$

$$366,2 \cdot \cos(60) = 183,1kN / direcção \quad (4.36)$$

A diferença entre a força de tracção nas direcções horizontal e vertical não é significativa pelo que se adopta o valor mais elevado.

$$f_{yd} \cdot A_{sw} \geq 80,2kN \quad (4.37)$$

$$A_{sw} \geq 2,19cm^2 / m / face / direcção \quad (4.38)$$

Mais uma vez a armadura mínima é condicionante pelo que se adopta uma armadura a colocar em ambas as direcções e faces de $\phi 8 (2,51cm^2) // 0,20m$.

Com a armadura a dispor em cada face definida passa-se à amarração do tirante. Neste caso não é preciso calcular a amarração necessária pois as condições não mudaram. Pode-se adoptar o valor determinado para o modelo anterior:

$$l_{bd} = 0,547m \quad (4.39)$$

As figuras seguintes apresentam uma pormenorização das armaduras da viga-parede.

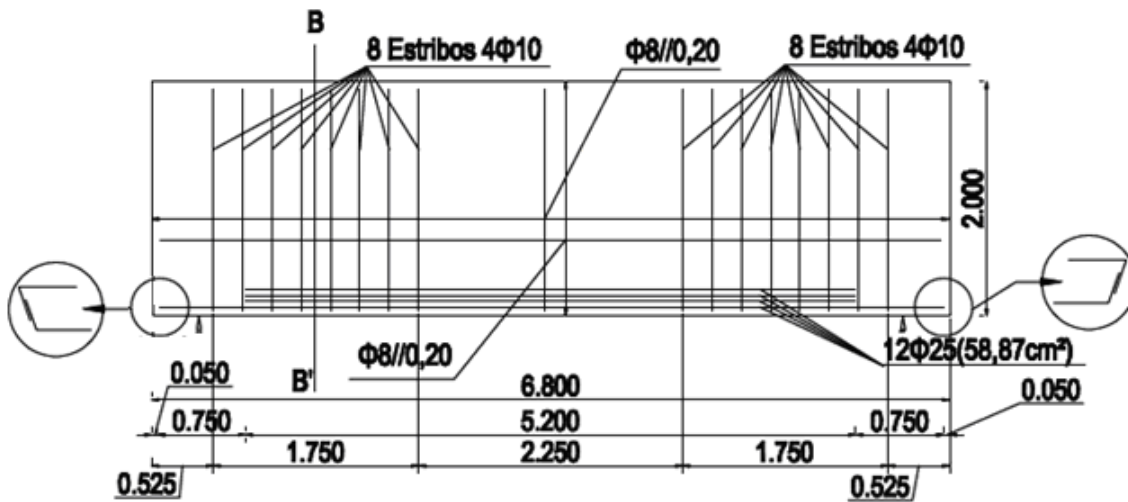


Figura 42 – Pormenorização das armaduras da viga-parede, modelo alternativo.

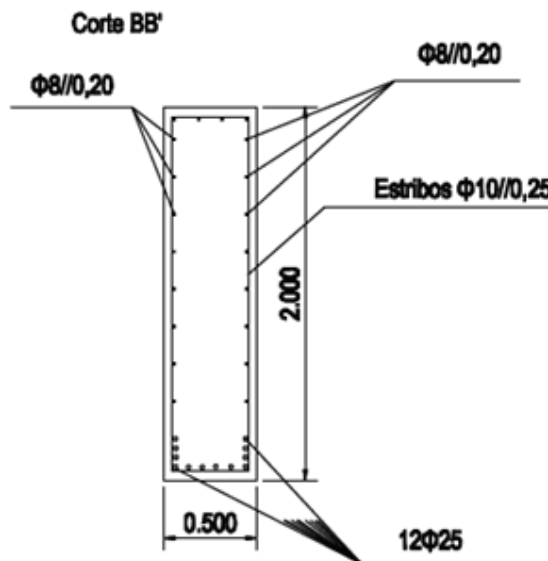


Figura 43 – Corte BB' da viga-parede, modelo alternativo.

4.3. CONSOLA CURTA

A Consola curta apresentada na figura seguinte representa toda ela, segundo o capítulo 2.1 do presente trabalho, uma zona D. Aplica-se, mais uma vez, a metodologia apresentada com o objectivo de obter um dimensionamento satisfatório para a peça.

Os esforços apresentados na figura já representam o estado limite último e para os materiais utilizados vai-se proceder à determinação das suas resistências de cálculo. A consola tem uma espessura de 350mm já que aparece de um pilar com 350X350mm².

Pretende-se que a consola curta, a existir nesse mesmo pilar, suporte forças aplicadas a 100mm de distância da face deste. A placa de suporte apresenta as dimensões de 350X150mm².

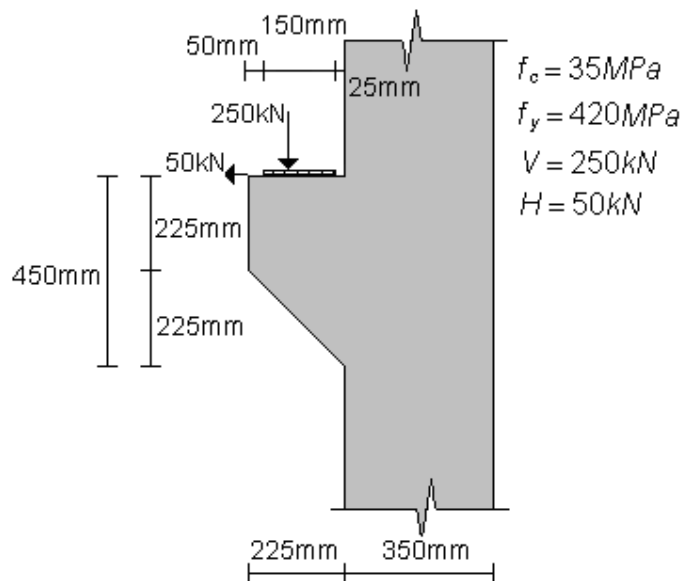


Figura 44 – Consola curta proposta para o problema.

Resistências de cálculo do material utilizado:

$$f_{cd} = \frac{35}{1,5} = 23,3MPa \quad (4.40)$$

$$f_{yd} = \frac{420}{1,15} = 365,2MPa \quad (4.41)$$

É admissível fazer uma verificação inicial, considerando a hipótese mais restritiva possível, ou seja, considerando que não temos área de distribuição. Ficaríamos simplesmente com a seguinte resolução:

$$F_{Rdu} = A_{cd} \cdot f_{cd} \quad (4.42)$$

$$F_{Rdu} = (350 \times 150) \times 10^{-6} \cdot 23,3 \times 10^3 = 1223,25kN$$

Ao contrário do exemplo anterior, a viga-parede, neste caso não é necessário que o nó imediatamente abaixo do carregamento se encontre o mais para cima possível, pelo que não seria preciso fazer uma análise tão restritiva da resistência do betão ao esmagamento. Mas, como mesmo assim esta verifica, dá-se por terminada a análise à resistência do betão ao esmagamento.

Passa-se à terceira fase da metodologia onde se vai seleccionar o primeiro modelo de escoras e tirantes a adoptar.

Começa-se por converter as forças horizontal e vertical numa só, diagonal. Determina-se também o ângulo entre a força e o eixo vertical:

$$F = \sqrt{250^2 + 50^2} = 255kN \quad (4.43)$$

$$\tan\left(\frac{50}{250}\right) = 12,31^\circ \quad (4.44)$$

Na figura seguinte apresenta-se o primeiro modelo escolhido. A escolha do modelo a usar é um processo iterativo onde se tenta definir a melhor posição para os nós. Numa primeira tentativa define-se que o nó C se encontra 200mm abaixo da superfície de carregamento. É agora possível, a partir da equação de equilíbrio de momentos no nó D, da igualdade de tensões na escora DD' e o nó D definir a distância mínima a que este se pode encontrar da superfície lateral do pilar, já que se pretende que esteja o mais próximo possível.

$$\sum M_A = 0 \quad (4.45)$$

$$N_{DD'} \cdot \left(300 - \frac{a}{2}\right) = 250 \times (40 + 125 + 350 - 50) + 50 \times (450 - 200)$$

$$23,3 \times 10^3 \cdot 0,85 \cdot 0,86 = \frac{N_{DD'}}{(350 \times a) \times 10^{-6}} \quad (4.46)$$

$$\frac{a}{2} = 42mm \quad (4.47)$$

Segundo as indicações da metodologia apresentada é importante ter em atenção o ângulo das escoras e tirantes principais do modelo. O ângulo mais importante deste modelo está representado na figura por θ e pretende-se que este se aproxime o mais possível dos 60°.

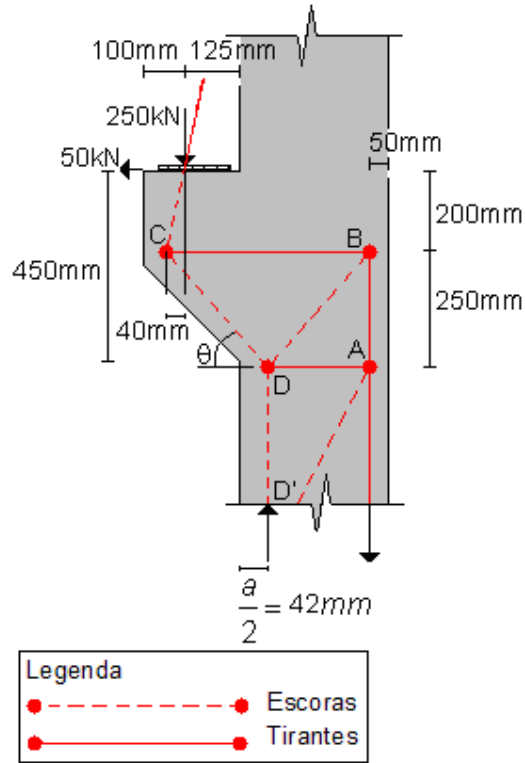


Figura 45 – Modelo de escoras e tirantes (1ª hipótese).

Construindo o modelo com a geometria indicada e usando o programa CAST, determina-se os esforços restantes que se apresentam de seguida. Os esforços positivos representam tracção e os negativos compressão:

Tabela 6 – Forças nas Barras do modelo.

Elemento	Esforço (kN)
CC'	-255,0
DC	-324,6
DB	-357,9
BC	257,0
AB	249,1
DD'	-499,1
DA	50,0

O ângulo θ , dado pela expressão seguinte, é muito importante na medida em que permite saber se é possível melhorar o modelo, já que este se deve aproximar o mais possível dos 60° .

$$\tan^{-1}\left(\frac{250}{125 + 40 + 42}\right) = 50,4^\circ \quad (4.48)$$

Este modelo apresenta um ângulo θ já próximo dos 60° pelo que se pode considerar que se está perante um modelo aceitável. No entanto é possível fazer melhor já que nada impede que o nó C suba um pouco e consequentemente o ângulo θ aumente. Assim considera-se um segundo modelo em que o nó C se encontra a 150mm da superfície de carregamento.

Com uma observação cuidada percebe-se que apesar de o nó C ter mudado de sítio, encontra-se sobre a mesma linha que anteriormente e assim não haverá qualquer alteração na equação de equilíbrio de momentos no nó A. Pode-se então afirmar que a distância do nó D à face lateral do pilar não vai ser alterada mantendo-se verdadeira a expressão apresentada em 4.47.

Apresenta-se o novo modelo na figura seguinte:

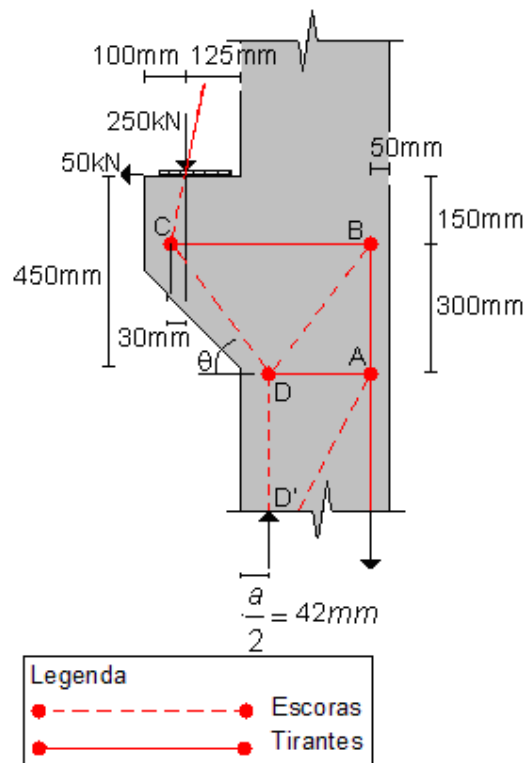


Figura 46 – Modelo de escoras e tirantes (2ª hipótese).

Construindo de novo o modelo com a nova geometria indicada para esta 2ª hipótese determina-se os restantes esforços que se encontram apresentados no quadro seguinte. Este passo corresponde à quarta fase da metodologia proposta.

Tabela 7 – Esforços nas barras.

Elemento	Esforço (kN)
DD'	-499,1
CD	-299,1
CC'	-255,0
BC	214,2
BD	-328,5
AB	249,1
DA	50,0

Calcula-se o novo valor para o ângulo θ . Este irá ser superior ao anterior mas pretende-se que não ultrapasse os 60° .

$$\tan^{-1}\left(\frac{300}{30 + 125 + \frac{84}{2}}\right) = 56,7^\circ \quad (4.49)$$

Finalmente dá-se como correcta esta 2ª hipótese já que o ângulo θ se aproxima muito dos 60° que se pretendiam e o ângulo que a escora BD faz com o tirante DA se encontra dentro do intervalo aceitável, apresentando um ângulo próximo dos 49° .

$$\tan^{-1}\left(\frac{300}{300 - \frac{60}{2}}\right) = 49,3^\circ \quad (4.50)$$

Agora que o modelo está geometricamente definido e os esforços actuantes nas escoras e tirantes calculados com a ajuda do programa CAST passa-se à quinta fase da metodologia proposta onde se define a largura das escoras (expressão 4.10) e da área de aço (expressão 4.11) necessária para que o tirante resista à tracção.

Tabela 8 – Forças nas barras do modelo de escoras e tirantes seleccionado, largura de escoras e armaduras.

Elemento	Esforço (kN)	Largura mínima/utilizada da escora (mm)	Área de aço (cm ²)	Armadura (cm ²)
DD'	-476,9	63/84		
CD	-293,8	37/55		
CC'	-255,0	32/150		
BC	204,2		5,59	2 camadas 4φ10(6,28)
BD	-305,3	41/70		
AB	226,9		6,21	8φ10(6,28)
DA	50,0		1,47	2φ10(1,57)

O tirante AB surge na continuidade do tirante BC. As barras de aço utilizadas para o tirante BC curvam antes de chegar à face do pilar e descem, seguindo o percurso do tirante AB. Como não é possível representar isto no programa CAST, o desenho que se vai apresentar de seguida difere um pouco dos desenhos de pormenor no final deste capítulo.

Passa-se agora à sexta fase da metodologia onde se detalha o modelo no programa CAST e se verifica a resistência dos nós. Para isso apresenta-se a tabela seguinte onde os nós e suas ligações com as barras estão representados.

Tabela 9 – Verificação dos nós do modelo.

Nós	Barra	Esforço (kN)	Tensão (MPa)	Verificação
C	CC'	-255,0	4,86	0,285
	CB	214,2		
	CD	-299,1	15,54	0,911
B	CB	214,2		
	DB	-328,5	13,41	0,891
	E6	249,1		
D	CD	-299,1	15,54	0,911
	DB	-328,5	13,41	0,786
	DA	50,0		
	DD'	-499,1	16,98	0,995

A figura seguinte é retirada do programa CAST e representa o resultado da modelação para a consola curta (2ª hipótese).

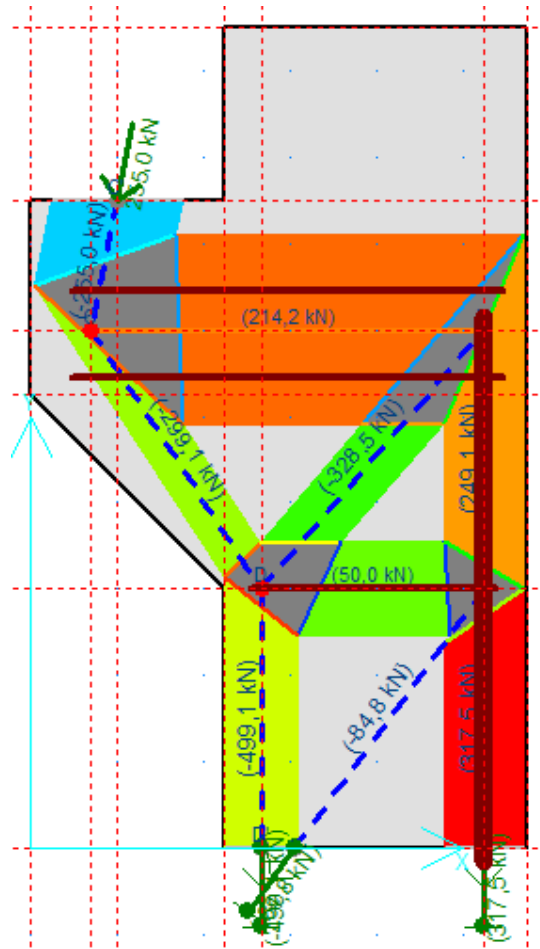


Figura 47 – Resultado da modelação da consola curta.

A armadura junto de cada fase tem não só que garantir a armadura mínima como também a resistência à tracção transversal das escoras. Segundo o Eurocódigo 2 deve determinar-se que tipo de armaduras são necessárias para além das principais e para isso deve começa-se por definir qual o tipo de consola curta presente. Se a distância da face do pilar ao ponto de aplicação da força for menor do que metade da altura da consola usam-se estribos fechados horizontais ou inclinados (expressão 4.51); se a distância da face do pilar ao ponto de aplicação da força for maior que metade da altura da consola usa-se estribos fechados verticais (expressão 4.52).

$$A_{s,lnk} \geq 0,25 \cdot A_{s,main} \quad (4.51)$$

$$A_{s,lnk} \geq 0,5 \cdot \frac{V}{f_{yd}} \quad (4.52)$$

Usa-se a armadura referente ao primeiro caso, estribos fechados horizontais ou inclinados, já que se está perante o caso em que a distância da face do pilar ao ponto de aplicação da força for menor do que metade da altura da consola.

$$A_{s,main} = 6,28cm^2 \quad (4.53)$$

$$A_{s,lnk} \geq 1,57cm^2 \quad (4.54)$$

Opta-se por cinco estribos de dois ramos de $\phi 10$ com área total de $7,85cm^2$, fechados e horizontais já que tem também que se respeitar a condição de que o somatório de todos os estribos fechados horizontais tem que ser superior à armadura principal:

$$\sum A_{s,lnk} \geq A_{s,main} \quad (4.55)$$

Torna-se agora necessário determinar qual o valor da tensão criada pela escora CD já que para a escora DB, como se encontra dentro do pilar, supõe-se que os esforços de tracção criados por esta escora sejam resistidos pela própria armadura do pilar.

Consultando o capítulo 2.4.5 verifica-se que na barra CD está-se perante uma descontinuidade total já que:

$$b_{ef} = 0,5 \times 358,9 + 0,65 \times 55 = 215,2mm \quad (4.56)$$

Para o valor da largura efectiva da escora determinada pode-se afirmar que esta está contida dentro da peça confirmando-se assim que se trata de uma descontinuidade total.

$$T = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - 0,7 \cdot \frac{55}{179,45}\right) \cdot 299,1 = 58,7kN \quad (4.57)$$

A armadura utilizada resistirá a valores bastante superiores aos necessários para garantir a resistência à tracção transversal das escoras pelo que se passa à segunda parte do sétimo passo da metodologia, a amarração dos tirantes.

Para este tipo de estruturas a armadura principal, representada pelo tirante CB, deve estar amarrada em ambas as extremidades. No interior da consola curta o comprimento de amarração mede-se a partir do bordo interior da área carregada e, no interior do pilar, o comprimento de amarração mede-se a partir início das armaduras verticais deste.

Mediante a consulta do capítulo 2.4.7 do presente trabalho consegue-se determinar a amarração necessária de modo a evitar escorregamentos de armadura e perda de capacidade de mobilizar esforços

nos tirantes. O tirante principal apresenta 2 camadas de $4\phi 10(6,28)$. A expressão seguinte indica a largura do tirante:

$$h = 220\text{mm} \quad (4.58)$$

O valor de cálculo da tensão de rotura à tracção do betão é dado pela expressão 2.17:

$$f_{ctd} = 1,0 \cdot \frac{2,2}{1,5} = 1,47\text{MPa} \quad (4.59)$$

A tensão de rotura da aderência é dada pela expressão 2.16:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,47 = 3,3\text{MPa} \quad (4.60)$$

O comprimento de amarração de referência é dado pela expressão 2.18 do presente trabalho:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{0,01}{4}\right) \cdot \left(\frac{365,2}{3,3}\right) = 0,277\text{m} \quad (4.61)$$

Finalmente passa-se à determinação do comprimento de amarração de cálculo dado pela expressão 2.19. Em princípio não existirá espaço para varões rectos.

$$l_{bd} = 0,7 \cdot 0,88 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 0,277 = 0,120\text{m} \quad (4.62)$$

Ao admitir-se que os varões não são rectos o comprimento desceu bastante mas, para garantir a amarração é necessário que eles curvem pelo que se deve levar os varões até ao fim da peça e fazer a curva.

Estão agora definidos todos os elementos para que a segurança esteja garantida e passa-se, nas figuras seguintes, à apresentação de cortes detalhados da peça.

A figura seguinte apresenta um corte detalhado da peça:

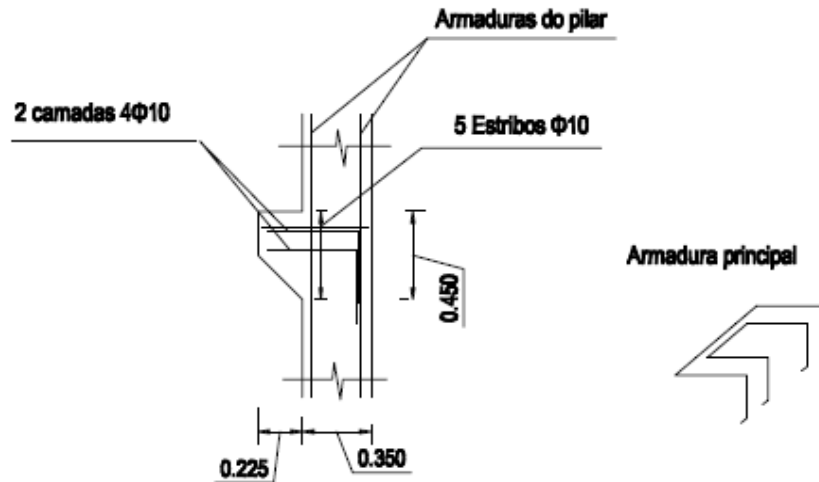


Figura 48 – Pormenorização das armaduras da consola curta.

4.4. VIGA-PAREDE CONTÍNUA

O problema proposto foi retirado do “*fib Bulletin 3: Structural Concrete*” e apresenta uma viga-parede com três apoios e sujeita a forças no cimo e em baixo.

A viga-parede, que apresenta uma espessura 300mm , representa toda ela, segundo o capítulo 2.1, uma região D. É suportada por três paredes, representadas pelos três apoios de 300mm de largura. As forças apresentadas representam já os valores de cálculo pelo que é apenas necessário calcular as forças de cálculo dos materiais utilizados que são, neste caso, betão B20 e aço A500.

Será necessário transformar as forças uniformemente distribuídas, tanto superior como inferior, em forças concentradas para se poder aplicar o método de escoras e tirantes, no entanto não se consideram problemas de resistência do betão ao esmagamento já que na verdade as forças são distribuídas e não concentradas. Terá que se verificar a resistência do betão ao esmagamento apenas nos apoios já que são os únicos lugares onde podem surgir problemas.

A figura seguinte apresenta o problema proposto:

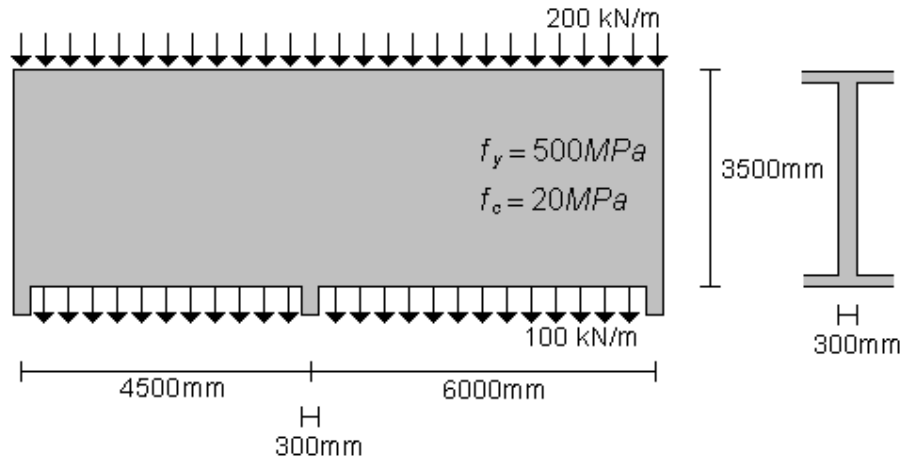


Figura 49 – Viga-parede proposta para o problema.

Determinação das forças de cálculo dos materiais utilizados:

$$f_{cd} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ MPa} \quad (4.63)$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ MPa} \quad (4.64)$$

As placas de suporte serão quadradas com 300mm de lado já que a peça apresenta uma profundidade e largura dos apoios de 300mm.

Como já foi referido na introdução do problema vai-se substituir as forças contínuas em discretas de modo a se poder passar à terceira fase da metodologia e escolher um modelo adequado à situação. A figura seguinte apresenta-se uma possível solução:

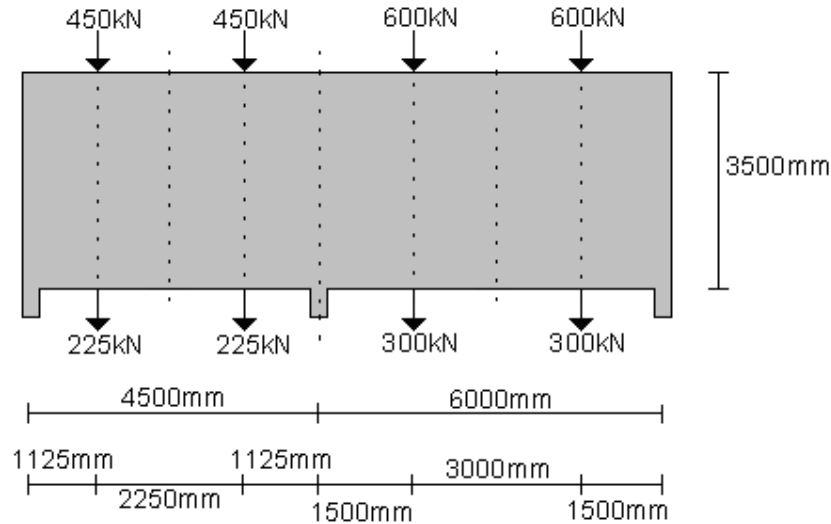


Figura 50—.Substituição de forças distribuídas em forças concentradas.

A substituição das forças distribuídas para forças concentradas foi feita de uma forma simétrica. É necessário ter em conta que esta substituição não é necessariamente definitiva mas sim um primeiro passo na definição de um bom modelo de escoras e tirantes. É sabido que o modelo depende não só da geometria da peça, mas também, das forças a que a peça está sujeita. Assim, uma alteração na localização das forças concentradas altera também o modelo e como neste caso as forças são definidas pelo projectista e são passíveis de ser alteradas, não se deve considerar esta divisão simétrica como definitiva.

Passa-se à definição do primeiro modelo. Repare-se que a altura da viga-parede é significativa e deve-se determinar a que altura é que o modelo se começa a desenvolver. Para isso utiliza-se as indicações da metodologia, nomeadamente a que diz que o ângulo formado entre escoras e tirantes principais deve ser próximo de 60° .

$$\tan(60) \cdot 1500 = 2598mm \quad (4.65)$$

$$\tan(60) \cdot 1125 = 1948mm \quad (4.66)$$

Considera-se uma altura de $1950mm$ para que o maior ângulo seja 60° e o outro um pouco menor, já que não é conveniente que os 60° sejam ultrapassados. Apresenta-se na figura seguinte o modelo proposto (1ª hipótese) onde aparecem numeradas as barras, numeração esta que será válida para todos os modelos propostos.

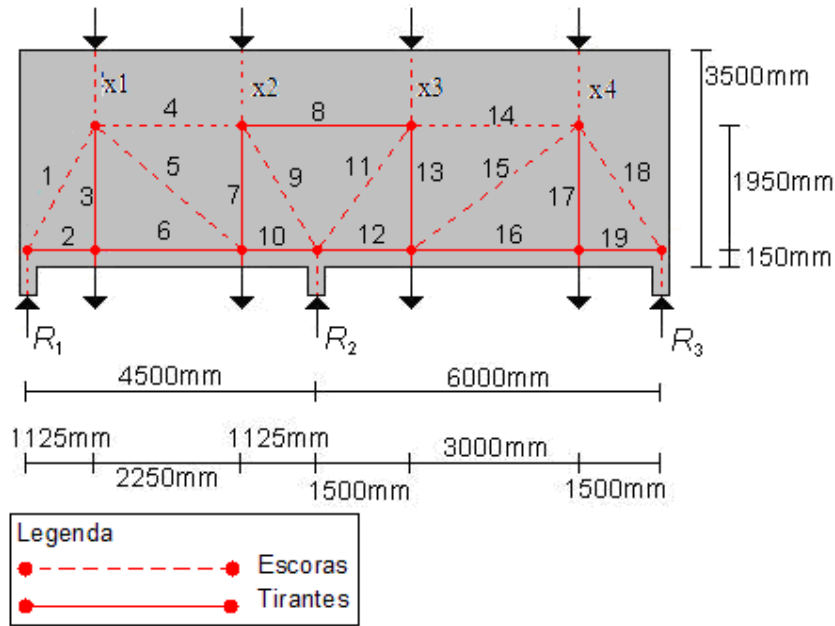


Figura 51 – Modelo tipo com escoras e tirantes numerados.

Com o modelo seleccionado os ângulos principais a ter em conta entre escoras e tirantes serão o ângulo formado pela escora 9 e o tirante 10 e também o formado pela escora 11 e tirante 12. Nos casos referidos tem-se respectivamente os ângulos 60° e 52,4°.

Na figura seguinte retirada do programa CAST pode-se ver o modelo escolhido já com os respectivos esforços calculados. O quadro dos esforços nas barras será mostrado mais à frente juntamente com os resultados de outros modelos apresentados.

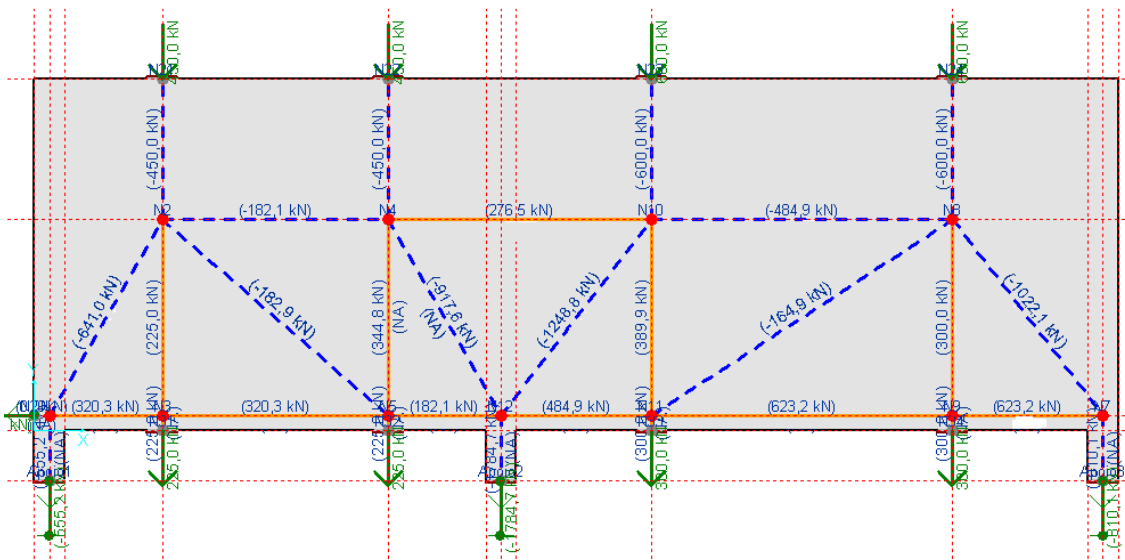


Figura 52 – Modelo 1 já com as forças nas escoras e tirantes. Figura retirada do programa CAST.

Neste modelo verifica-se uma transmissão de esforço pelas escoras 5 e 15 para o apoio central, o que vai forçar os tirantes 7 e 13. Para contrariar esta situação altera-se um pouco a localização das forças concentradas afastando-as do apoio central. Como resultado dessa alteração o valor das forças concentradas exteriores irá diminuir e o valor das forças concentradas interiores irá aumentar. Com o afastamento das forças do centro da peça, os ângulos entre escoras e tirantes principais terão tendência a descer pelo que se pode subir um pouco a altura do modelo, que anteriormente era de 1950mm e neste segundo modelo será de 2165mm.

$$\tan(60) \cdot 1600 = 2771 \text{ mm} \quad (4.67)$$

$$\tan(60) \cdot 1250 = 2165 \text{ mm} \quad (4.68)$$

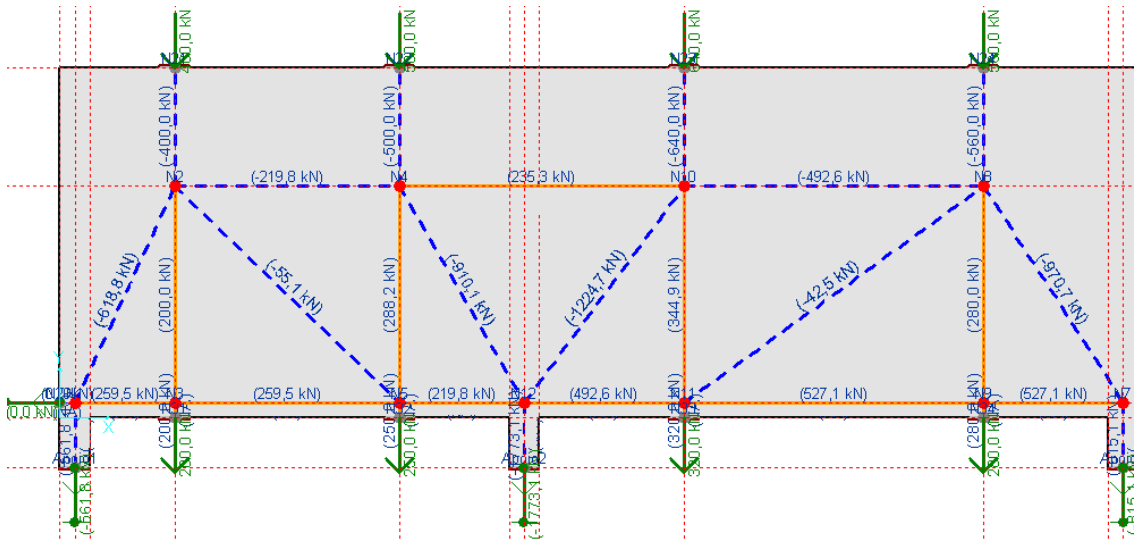


Figura 53 – Modelo 2 já com as forças nas escoras e tirantes. Figura retirada do programa CAST.

Pode observar-se que com a alteração efectuada o esforço nas escoras 5 e 15 e nos tirantes 7 e 13 diminuiu. As equações seguintes indicam quais os ângulos entre as escoras e tirantes principais, sendo que são apresentados por ordem, começando pelo extremo esquerdo e acabando no direito.

$$\tan^{-1}\left(\frac{2165}{1000}\right) = 65,2^\circ \quad (4.69)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2165}{1250}\right) = 60^\circ \quad (4.70)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2165}{1250}\right) = 60^\circ \quad (4.75)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2165}{1600}\right) = 53,5^\circ \quad (4.76)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2165}{1400}\right) = 57,1^\circ \quad (4.77)$$

Compare-se bem as tensões deste novo modelo com o anterior. Verifica-se um ligeiro aumento nos tirantes perto do apoio extremo esquerdo. Esta alteração melhora o modelo de escoras e tirantes pois no modelo anterior o ângulo alterado era maior do que 60° e logo o esforço a que o tirante estaria sujeito seria menor mas menos real do que o novo valor dado pelo modelo 3 onde o comportamento é mais real.

Apresentam-se na tabela seguinte os valores correspondentes aos esforços nas barras nos três modelos apresentados, a largura mínima das escoras de betão e a área mínima de aço necessário para que os tirantes resistam ao esforço de tracção.

Estes valores são correspondentes ao quarto e quinto passo da metodologia proposta.

Tabela 10 – Valores dos esforços nas escoras e tirantes nos 3 modelos, largura mínima das escoras e área mínima do aço.

Elemento	Esforço (kN) Modelo 1	Esforço (kN) Modelo 2	Esforço (kN) Modelo 3	Largura mínima/usada da escora (mm)	Área de aço (cm ²)	Armadura (cm ²)
Apoio1	-555,2	-561,8	-560,8			
Apoio2	-1784,7	-1773,1	-1774,9			
Apoio3	-810,1	-815,1	-814,3			
1	-641,0	-618,8	-647,6	162/210		
2	320,3	259,5	323,8		7,45	2 cam. 2φ 16(8,04)
3	225,0	200,0	200		4,60	6 estrib. φ 10(9,48)
4	-182,1	-219,8	-222,3	56/130		
5	-182,9	-55,1	-133,1	34/100		
6	320,3	259,5	323,8		7,45	2 cam. 2φ 16(8,04)
7	344,8	288,2	331,2		7,62	6 estrib. φ 10(9,48)
8	276,5	235,3	237,4		5,46	2 cam. 2φ 16(8,04)
9	-917,6	-910,1	-911,3	228/350		

10	182,1	219,8	218,3		5,02	2 cam. 2 ϕ 16(8,04)
11	-1248,8	-1224,7	-1225,6	307/450		
12	484,9	492,6	491		11,30	4 cam. 2 ϕ 16(16,08)
13	389,9	344,9	345,7		7,95	6 estrib. ϕ 10(9,48)
14	-484,9	-492,6	-491	123/190		
15	-164,9	-42,5	-43,8	11/20		
16	623,2	527,1	526,6		12,11	4 cam. 2 ϕ 16(16,08)
17	300,0	280,0	280		6,44	6 estrib. ϕ 10(9,48)
18	-1022,1	-970,7	-969,8	243/320		
19	623,2	527,1	526,6		12,11	4 cam. 2 ϕ 16(16,08)

Passa-se agora à sexta fase da metodologia onde se constrói o modelo no programa CAST e se verifica a resistência dos nós. Para isso apresenta-se a tabela seguinte onde os nós e suas ligações com as barras estão representados.

A figura seguinte é retirada do programa CAST e representa o resultado da modelação.

Tabela 11 – Verificação dos nós do modelo de escoras e tirantes escolhido.

Nós	Barra	Esforço (kN)	Tensão (MPa)	Verificação
N2	1	-647,6	10,28	0,986
	3	200,0	2,11	0,202
	x1	-400,0	4,44	0,426
	4	-222,3	5,70	0,547
	5	-133,1	4,44	0,426
N4	4	-222,3	5,70	0,620
	7	331,2	3,49	0,380
	x2	-500,0	5,56	0,604
	8	237,4	4,77	0,518
	9	-911,3	8,68	0,943
N10	8	237,4	4,77	0,518
	11	-1225,6	9,08	0,987
	13	345,7	3,65	0,396
	x3	-640,0	7,11	0,773
	14	-491,0	8,61	0,936

N8	14	-491,0	8,61	0,826
	x4	-560,0	6,22	0,597
	18	-969,8	10,10	0,969
	17	280,0	2,95	0,283
	15	-43,8	7,31	0,701
N1	Apoio1	-560,8	6,23	0,598
	1	-647,6	10,28	0,986
	2	323,8	3,60	0,345
N3	2	323,8	3,60	0,391
	6	323,8	3,60	0,391
	3	200,0	2,11	0,229
N5	6	323,8	3,60	0,391
	7	331,2	3,49	0,380
	10	218,3	2,43	0,264
	5	-133,1	4,44	0,482
N12	10	218,3	2,43	0,264
	9	-911,3	8,68	0,943
	Apoio2	-1774,9	19,72	2,144 (O/S)
	12	491,0	5,46	0,593
	11	-1225,6	9,08	0,987
N11	12	491,0	5,46	0,593
	16	526,6	5,85	0,636
	13	345,7	3,65	0,396
	15	-43,8	7,31	0,794
N9	16	526,6	5,85	0,636
	17	280,0	2,95	0,321
	19	526,6	5,85	0,636
N7	18	-969,8	10,10	0,969
	19	526,6	5,85	0,561
	Apoio3	-814,3	9,05	0,868

Consegue-se ver na tabela que todos os nós verificam à excepção do nó que liga o apoio central, o N12 ligado a Apoio2. Isto acontece porque não estão representados no modelo as barras de aço que farão a sua ligação e permitirão que se verifique segurança nesse ponto.

A resistência do nó em relação ao esforço no apoio central é dada pela equação seguinte:

$$(0,3 \times 0,3) \cdot 0,75 \cdot 0,92 \cdot 20 \times \frac{10^3}{1,5} = 828 \text{ kN} \quad (4.78)$$

O esforço de compressão restante terá de ser resistido por um reforço à compressão. Esse esforço representa uma quantidade de aço de $22,01 \text{ cm}^2$ que vai ser resistido por $8\phi 20 (25,13 \text{ cm}^2)$.

$$1774,9 - 828 = 956,9 \text{ kN} \quad (4.79)$$

$$\frac{956,9}{434,8 \times 10^3} = 22,01 \text{ cm}^2 \quad (4.80)$$

A figura seguinte ilustra o comportamento do modelo de escoras e tirantes escolhido, o modelo 3. É possível perceber melhor o seu comportamento nesta figura e visualizar os nós formados automaticamente pelo programa CAST e até, se se olhar com atenção, reparar nos lados dos nós onde por classificação de cor se consegue distinguir quais os lados mais ou menos esforçados.

Com isto termina a sexta fase da metodologia passando-se, de seguida, à última fase onde se determinam a armadura a colocar junto de cada face e a amarração dos tirantes. Se todos os nós verificarem, se as condições de amarração forem respeitadas e se a armadura a dispor junto de cada uma das faces for suficiente, a segurança está garantida.

A armadura junto de cada fase tem não só que garantir a armadura mínima como também a resistência à tracção transversal das escoras. Segundo o Eurocódigo 2 para este tipo de estruturas, a distância máxima entre varões será de 300mm e a área mínima de aço a colocar em cada face é de 0,1% e com um mínimo de 150mm²/m em cada face e direcção.

$$A_{s,min} = \frac{1 \times 0,5 \times 0,001}{2} = 2,5 \text{cm}^2 / m / \text{face} / \text{direcção} \geq 150 \text{mm}^2 / m \quad (4.81)$$

Consultando o sub-capítulo 2.4.5 verifica-se que neste exemplo está-se perante várias descontinuidades totais pelo que se vai considerar a que maior esforço apresenta, a barra 11.

$$b_{ef} = 0,5 \cdot 2692 + 0,65 \cdot 450 = 1638,5 \text{mm} \quad (4.82)$$

$$T = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - 0,7 \cdot \frac{450}{1346} \right) \cdot 1225,6 = 234,7 \text{kN} \quad (4.83)$$

Força de tracção T rebatida na direcção horizontal e vertical:

$$234,7 \cdot \sin(53,5) = 188,7 \text{kN} / \text{direcção} \quad (4.84)$$

$$\frac{188,7}{\frac{2692}{2}} = 35 \text{kN} / \text{direcção} / \text{face} / \text{m} \quad (4.85)$$

$$234,7 \cdot \cos(53,5) = 140 \text{kN} / \text{direcção} \quad (4.86)$$

$$\frac{140}{\frac{2692}{2}} = 26 \text{kN} / \text{direcção} / \text{face} / \text{m} \quad (4.87)$$

Para esta escora os valores não dão muito gravosos e por isso passa-se para outra, a escora 14, que apesar de ter um esforço baixo todo o esforço de tracção se vai dar no plano vertical já que esta escora desenvolve-se no plano horizontal:

$$b_{ef} = 0,5 \cdot 3000 + 0,65 \cdot 190 = 1623,5mm \quad (4.88)$$

$$T = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - 0,7 \cdot \frac{190}{1500} \right) \cdot 491 = 111,9kN /direcção \quad (4.89)$$

$$\frac{111,9}{\frac{3000}{2}} = 19kN /direcção /face /m \quad (4.90)$$

O esforço de tracção vertical provocado pela escora 14 não é condicionante

$$f_{yd} \cdot A_{sw} \geq 35kN \quad (4.91)$$

$$A_{sw} \geq 0,80cm^2 /m /face /direcção \quad (4.92)$$

A armadura mínima é condicionante pelo que se adopta uma armadura a colocar em ambas as direcções e faces de $\phi 8 (2,51cm^2) \setminus \setminus 0,20m$

Com a armadura a dispor em cada face definida passa-se à amarração do tirante. Mediante a consulta do sub-capítulo 2.4.7 do presente trabalho consegue-se determinar a amarração necessária de modo a evitar escorregamentos de armadura e perda de capacidade de mobilizar esforços nos tirantes. Todos os tirantes apresentam armaduras $\phi 16$.

O valor de cálculo da tensão de rotura à tracção do betão é dado pela expressão (2.17):

$$f_{ctd} = 1,0 \cdot \frac{1,5}{1,5} = 1,0MPa \quad (4.93)$$

A tensão de rotura da aderência é dada pela expressão (2.16):

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,0 = 2,25MPa \quad (4.94)$$

O comprimento de amarração de referência é dado pela expressão (2.18) do presente trabalho:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{0,016}{4} \right) \cdot \left(\frac{434,8}{2,25} \right) = 0,773m \quad (4.95)$$

Finalmente passa-se à determinação do comprimento de amarração de cálculo dado pela expressão (2.19). Para as situações em que existe espaço suficiente para suportar varões rectos:

$$l_{bd} = 1 \cdot 0,925 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 0,773 = 0,500m \quad (4.96)$$

Para as situações em que não existe espaço suficiente para suportar varões rectos:

$$l_{bd} = 0,7 \cdot 0,925 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 0,773 = 0,350m \quad (4.97)$$

As figuras seguintes apresentam cortes detalhados da peça:

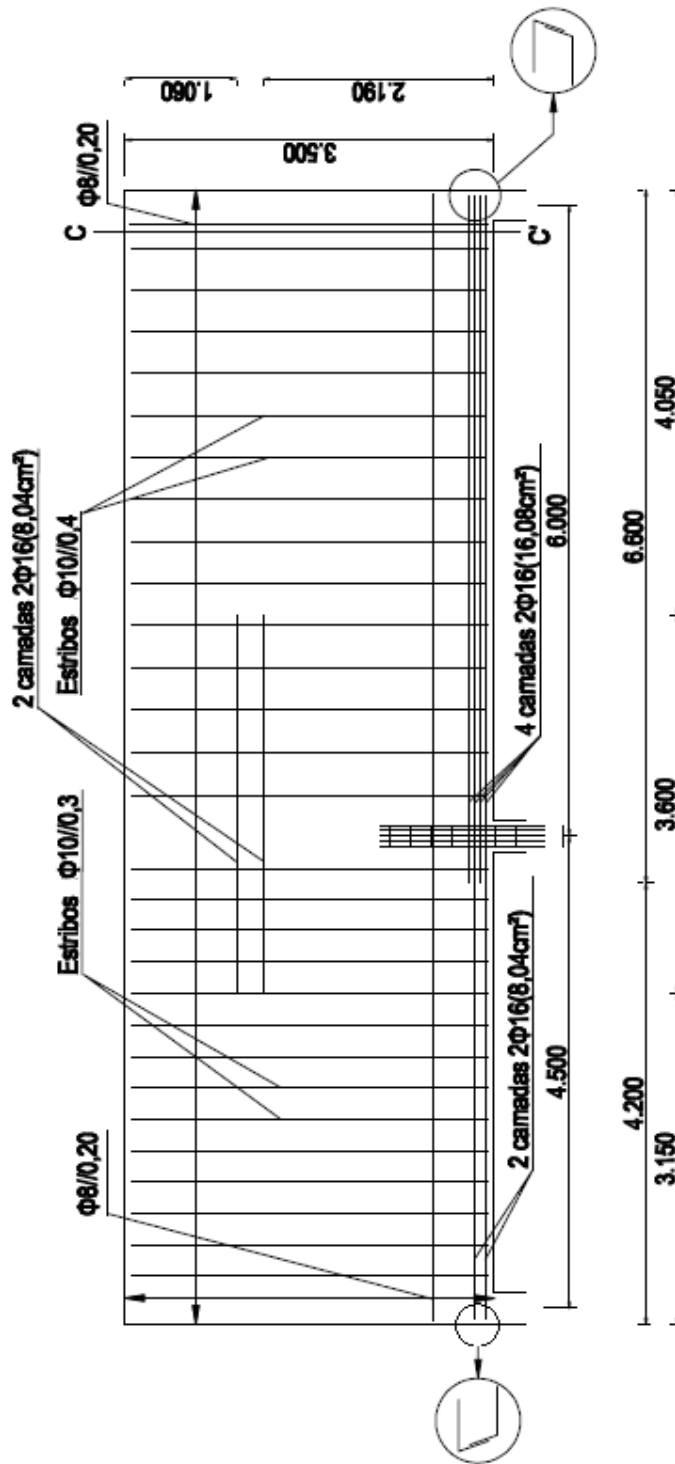


Figura 56 – Pormenorização das armaduras da viga-parede.

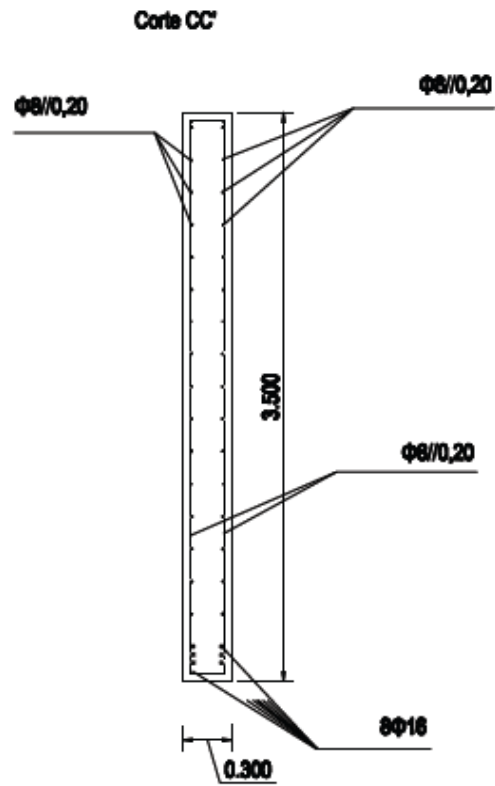


Figura 57 – Corte CC'.

CONCLUSÃO

5.1. CONCLUSÃO

Nos últimos anos o interesse pelo o assunto tem aumentado bastante como se pode verificar pelo número de trabalhos que abordam o tema. Percebe-se também que os modelos de escoras e tirantes são já largamente aceites como uma boa ferramenta para resolver zonas de descontinuidades, as zonas D.

Uma das grandes vantagens deste tipo de modelos é a sua grande adaptabilidade a diferentes geometrias e carregamentos, conseguindo traduzir o seu comportamento de uma forma muito simples e clara. É essa mesma adaptabilidade que torna este tipo de modelação extremamente adaptado às zonas D pois estas apresentam-se sempre diferentes.

O método estudado é ainda controverso na medida em que não existe um consenso generalizado na sua utilização. Assim, cada publicação apresenta o seu próprio conjunto de regras para a utilização do método, nomeadamente o Eurocódigo 2, documento este que está na base da metodologia desenvolvida neste trabalho.

Na proposta de desenvolvimento do presente trabalho sugere-se a utilização do programa CAST como ferramenta na resolução de problemas de modelos de escoras e tirantes. A metodologia desenvolvida apresenta, de uma forma muito simples, como resolver uma zona de descontinuidade com o auxílio ao programa apresentado. Conclui-se que o suporte informático facilita muito a utilização do método dando-lhe uma agilidade e rapidez que o torna muito atractivo.

5.2. PROPOSTA PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO

A não uniformidade na solução cria uma certa frustração nos projectistas que, esperando uma ferramenta de cálculo directo, encontram uma diversidade de possibilidades e liberdades que não são de todo convenientes. Assim, será sempre necessário um utilizador especializado com competências para utilizar correctamente o método impedindo a sua divulgação e utilização a larga escala.

É da opinião do autor que enquanto esta situação se mantiver e for impossível, por exemplo, a determinação de modelos garantidamente correctos automaticamente, a aposta deve ser feita a nível de modelos previamente estudados, modelos padronizados, pois estes possibilitam a utilização do método a qualquer projectista. As zonas de descontinuidade tendem a repetir-se, ou seja, o tipo de descontinuidades que surgem normalmente são muito repetidas e como tal não seria difícil criar modelos padronizados que cobrissem as descontinuidades mais comuns, e assim, ajudar rapidamente a que não fossem cometidos erros no seu dimensionamento já que, em muitos casos, situações destas nem são modelados e simplesmente resolvidos como se de zonas contínuas se tratassem.

Criar-se-ia um leque de soluções para uma variedade de casos, que diferem segundo a geometria e carregamento, sendo que estes poderiam ser utilizados com toda a confiança mesmo que o projectista não esteja familiarizado com o método de escoras e tirantes. A complexidade de resolver um problema deste tipo equipara-se à de resolver uma zona B como uma viga ou um pilar contínuos.

A velocidade com que se conseguiria obter resultados e a grande facilidade de utilização são motivos muito convincentes para que se siga esta direcção num futuro próximo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Almeida, J; Lourenço, M. *Stress Field Models for Structural Concrete*. 2005, <http://www.civil.ist.utl.pt/~cristina/EBAP/2005/SeleccaoEAvaliacao/05-Avaliacao2.pdf>
- [2] Bakir P.G. Boduroglu H.M. *Mechanical behaviour and non-linear analysis of short beams using softened truss and direct strut & tie models*. Engineering Structures (Volume 27, Issue 4), Março/2005, pp. 639-651.
- [3] Cook, W. D. *Studies Of Reinforced Concrete Regions Near Discontinuities*. Dissertação de Mestrado, McGill University (Canada), 1987.
- [4] El-Jorf, R. R. *Study of support bearing details on response of deep beams*. Dissertação de Mestrado, McGill University (Canada), 2006.
- [5] Eurocódigo 2, *Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais para edifícios*, Comité Europeu de Normalização, Abril 2004.
- [6] Li, Z. Y. *Behaviour and modeling of deep beams with low shear span-to-depth ratios*. Dissertação de Mestrado, McGill University (Canada), 2004.
- [7] Lourenço, P. *Novas Metodologias para o dimensionamento de estruturas de betão armado*. Outubro 1992. www.civil.uminho.pt/masonry/Publications/Update_Webpage/1992_Lourenco.pdf
- [8] Lourenço, M; Almeida, J; Nunes, N. *Nonlinear Behaviour of Concrete Discontinuity Regions*. <http://www.civil.ist.utl.pt/~cristina/EBAP/2005/SeleccaoEAvaliacao/05-Avaliacao3.pdf>.
- [9] Park, S. *Analysis of FRP strengthened deep RC members using the STM and the FEM approaches*. Dissertação de Doutoramento, Syracuse University, 2005.
- [10] Polla, M. *A study of nodal regions in strut and tie models*. Dissertação de Mestrado, University of Toronto (Canada), 1992.
- [11] Schaefer, K. *Design Examples for the 1996 FIP Recommendations – Practical Design of Structural Concrete*. FIB – Fédération Internationale du Béton, 2002, pp. 141 - 275.
- [12] Schlaich, M. J. *Computerunterstützte Bemessung von Stahlbetonscheiben mit Fachwerkmodellen*. Dissertação de Mestrado/Doutoramento, Eidgenoessische Technische Hochschule Zuerich (Switzerland), 1989.
- [13] Schlaich, J. *Toward a Consistent Design of Structural concrete*. PCI journal, special report, vol.32, Nº 3, 1987.
- [14] Souza, R. *Concreto estrutural: Análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades*. Doutoramento, Universidade de São Paulo, 2004.
- [15] Thompson, M. K. *The anchorage behavior of headed reinforcement in CCT nodes and lap splices*. Dissertação de Doutoramento, University of Texas at Austin, 2002.
- [16] Tjhin, T. N. *Analysis and design tools for structural concrete using strut-and-tie models*. Dissertação de Doutoramento, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2004.
- [17] Tjhin, T. N.; Kuchma, D. A. *Computer-based tools for design by strut-and-tie method: advances and challenges*. ACI structural journal, pp. 586-594, 2002.

[18] Yun, Y. M. *Design and analysis of two-dimensional structural concrete with strut-tie model*. Dissertação de Mestrado, Purdue University, 1994.

[19]. <http://cee.uiuc.edu/kuchma/strut%5Fand%5Ftie/>. Setembro 2007.