MARCELO FRANCISCO DE SOUSA FERREIRA DE MOURA

MODELOS DE PREVISÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS COMPÓSITOS DE CARBONO-EPÓXIDO SUJEITOS A IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE E DA SUA RESISTÊNCIA RESIDUAL À COMPRESSÃO APÓS IMPACTO

DEMEGI-FEUP
062234
15.10.98

Dissertação para Doutoramento apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

621(043)/NÓum/NOD
UNIVERSIDADE
Faculdade de E
BIBLIOTECA
N.º 31941
CDU 621(043)
Data 01/02/1999

FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO
DEMEGI
1995

AGRADECIMENTOS

A realização do presente trabalho não teria sido possível sem a colaboração de algumas pessoas, que de algum modo contribuíram para a sua consecução, e às quais quero manifestar o meu agradecimento.

Ao Professor António Torres Marques pelo apoio solidário, disponibilidade e interesse que sempre manifestou na minha orientação.

Ao Professor Claude Bathias pelo excelente acolhimento, apoio e disponibilização dos meios laboratoriais que promoveu nos estágios de carácter experimental, realizados no Conservatoire National des Arts et Métiers (C. N. A. M.) em Paris. Aqui deixo também uma breve referência ao técnico de laboratório Christophe Le Niniven pelo interesse e colaboração prestadas.

Ao Professor Jean-Luc Lataillade e à colega Valérie Martin pelo acolhimento e intercâmbio promovidos durante o meu estágio na École National Supérieure des Arts et Métiers (ENSAM) de Bordéus.

Aos meus colegas de gabinete Engenheiros José Duarte Marafona e José Pedro Reina pelos conselhos e interesse manifestados na discussão dos vários temas abordados na tese.

Aos meus colegas Engenheiros António Gonçalves de Magalhães e Alfredo Balacó de Morais pela colaboração prestada ao nível dos ensaios experimentais.

Ao meu colega Engenheiro João Paulo Moreira Gonçalves pelo excelente espírito de trabalho e colaboração evidenciado no desenvolvimento conjunto de trabalho numérico.

Finalmente à Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica pelo suporte financeiro concedido que permitiu a realização dos estágios, já referidos, em França.

SIMBOLOGIA

G_{Ic}, G_{IIc}, G_{IIIc} - Taxas críticas de libertação de energia de deformação em modo I, II e III respectivamente

G_I, G_{II}, G_{III} - Taxas de libertação de energia de deformação em modo I, II e III respectivamente

x, y, z - Coordenadas globais

1, 2, 3 - Coordenadas locais associadas à camada

σ_i (i = 1,2,3 ou $i = x, y, z$) - Tensões normais

τ_{ij} (i, j = 1,2,3 ou $i, j = x, y, z$ e $i \neq j$) - Tensões de corte

ε_i (i = 1,2,3 ou $i = x, y, z$) - Deformações

γ_{ij} (i = 1,2,3 ou $i = x, y, z$ e $i \neq j$) - Distorções

S_i - Resistência ao corte interlaminar

$Y_{T,C}$ - Resistência à tracção (índice T) ou compressão (índice C) na direcção perpendicular às fibras

E_{ii} (i = 1,2,3 ou $i = x, y, z$) - Módulos de elasticidade

ν_{ij} (i = 1,2,3 ou $i = x, y, z$ e $i \neq j$) - Coeficientes de Poisson

G_{ij} (i = 1,2,3 ou $i = x, y, z$ e $i \neq j$) - Módulos de corte

P - Força aplicada

A - Área da secção recta do provete

ε_T - Vector das deformações de origem térmica

α - Vector dos coeficientes de expansão térmica

ΔT - Diferença de temperatura entre a temperatura livre de tensões e a temperatura ambiente

D - Matriz de elasticidade

σ_T - Vector das tensões de origem térmica

F - Vector das forças nodais exteriores aplicadas

U - Vector dos deslocamentos nodais

K - Matriz de rigidez do sistema

N - Matriz das funções de forma

M - Matriz de massa do sistema

H - Matriz de deformabilidade

$N_{ij}\,(i, j = x, y)$ - Esforços generalizados

$M_{ij}\,(i, j = x, y)$ - Momentos generalizados

V_x - Força de corte transversal

$k_{ij}\,(i, j = x, y)$ - Curvaturas

$\mathbf{F^s}$ - Flexibilidade ao corte da secção do laminado

$\mathbf{F^i}$ - Flexibilidade ao corte da camada

F_i, $F_{ij}\,(i, j = 1, 2,...6)$ - Tensores dos coeficientes relacionados com a resistência do material utilizados no critério de Tsai-Wu

$X_{T,C}$, $Y_{T,C}$, $Z_{T,C}$	- Resistências à tracção e compressão nas direcções 1,2 e 3, respectivamente
S, R, T	- Resistências ao corte nos planos 1-2, 1-3, e 2-3, respectivamente
V	- Energia de deformação
W	- Energia potencial das forças aplicadas
ε	- Função penalidade
$\mathbf{U}_i^2$, $\mathbf{U}_j^1$	- Campo de deslocamentos de dois pontos homólogos (i, j) de dois sólidos em contacto (1, 2)
$\mathbf{n}$	- Vector unitário normal à superficie de contacto
γ_k	- Afastamento inicial de dois pontos homólogos (i, j) de dois sólidos na direcção $\mathbf{n}$
$\mathbf{V}_{1'}$, $\mathbf{V}_{2'}$, $\mathbf{V}_{3'}$	- Versores das direcções locais
Expoente T	- Indicação da transposta da matriz ou do vector em questão

SUMÁRIO

Este trabalho está dividido em duas partes fundamentais:

- na primeira, faz-se um estudo do comportamento mecânico dos materiais compósitos de carbono-epóxido, sujeitos a solicitações de impacto de baixa velocidade;

- na segunda parte analisa-se o comportamento dos mesmos materiais, danificados por uma solicitação de impacto de baixa velocidade, quando submetidos a solicitações de compressão.

Em ambos os casos se desenvolvem modelos analítico-numéricos apoiados nos resultados experimentais, que permitem não só prever o comportamento dum dado material como também promover a escolha do material mais adequado numa situação de projecto. O interesse destes modelos é inerente ao facto dos ensaios experimentais nestes materiais serem fastidiosos e de difícil execução devido à "infinidade" de combinações possíveis na "construção" dum material.

Como perspectivas de desenvolvimentos futuros são apontadas eventuais evoluções dos modelos que permitam melhorar o seu comportamento nos aspectos onde tal é necessário.

SOMMAIRE

Ce travail se divise en deux parties fondamentales:

- dans la première se fait un étude du comportement mécanique des matériaux composites de carbone-epoxyde, submis à des solicitations de choc de faible vitesse;

- dans la deuxième partie s`analise le comportement de ces matériaux, endommagés par une solicitation de choc à faible vitesse, quand ils sont submis à des solicitations de compression.

Pour les deux situations se developpent des modèles analytiques-numériques supportés par les résultats experimentaux qui permettent prévoir le comportement d`un certain matériau et déclancher la choix du matériau plus adéquat dans une situation de project. L´interêt de ces modèles est lié à la difficulté de realization des essays experimentaux dû à l´"infinité" de combinaisons possibles dans la "constuction" d´un materiau.

Comme perspectives des futurs developments s`envisage des evolutions des modèles qui permetrent améliorer ses comportements dans les aspects oú tel est nécessaire.

ABSTRACT

This work is divided in two fundamental parts:

- the first one is based on the study of the mechanical behaviour of carbon-epoxy laminated composite materials under low velocity impact conditions;

- on the second part, the behaviour of these materials, damaged by low velocity impact, under compression loadings is studied.

In both cases analitycal-numerical models were developped, supported on the experimental results. These models permit to predict not only the behaviour of one material, but also to promote the choice of the best material for one project situation. The interest of these models is related with the natural difficulty of doing the experimental tests due to "infinite" possible combinations in the "construction" of a composite material.

The future perspectives of models evolution are directed towards the improvement of its behaviour on the fields where it`s necessary.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 1

1) *INTRODUÇÃO* 2

1.1) RAZÕES JUSTIFICATIVAS DO ESTUDO DO IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE E RESISTÊNCIA RESIDUAL À COMPRESSÃO 3

1.2) OBJECTIVOS 4

1.3) DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO 5

Referências 7

I PARTE - IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE 8

CAPÍTULO 2 9

2) *REVISÃO BIBLIOGRÁFICA* 10

2.1) ANÁLISE EXPERIMENTAL 10

2.1.1) Dispositivos experimentais 11

2.1.1.1) Pêndulo Charpy 11
2.1.1.2) Ensaio Izod 12
2.1.1.3) Queda de peso 13
2.1.1.4) Dispositivos especiais 14

2.1.2) Métodos de detecção e avaliação do dano 17

2.1.2.1) Métodos destrutivos 18

2.1.2.2) Métodos não destrutivos 18

2.1.3) Caracterização do dano 22

2.1.4) Conclusões sobre a análise experimental 27

2.2) ANÁLISE NUMÉRICA 29

2.2.1) Análise estática ou dinâmica 29

2.2.2) Resistência dos materiais e mecânica da fractura 31

2.2.3) Tensões consideradas 32

2.2.4) Continuidade das tensões interlaminares 33

2.2.5) Critérios de rotura 36

2.2.6) Conclusões sobre a aproximação numérica 39

Referências 41

CAPÍTULO 3 47

3) *EXPERIMENTAÇÃO* 48

3.1) FABRICO DO MATERIAL 48

3.2) CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL 51

3.2.1) Resistência à tracção na direcção transversal 52

3.2.2) Resistência ao corte interlaminar 52

3.2.3) Módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson 54

3.2.4) Módulo de elasticidade transversal 57

3.2.5) Módulo de corte 58

3.2.6) Conclusões 65

3.3) ENSAIOS DE IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE 66

3.3.1) Equipamento 66

3.3.2) Placas ensaiadas 68

3.3.2) Ensaios realizados 69

3.4) ANÁLISE DO DANO 73

3.4.1) Radiografia industrial por raios X 73
3.4.1.1) Raios X 73
3.4.1.2) Procedimentos na execução da radiografia industrial 77
3.4.1.2.1) Factores geométricos 77
3.4.1.2.2) Factores de controlo 78
3.4.1.2.3) Caracteristicas do filme e procedimento de revelação 79
3.4.1.2.4) Tipos de filme 80
3.4.1.3) Radiografias executadas 80
3.4.1.4) Conclusões 81

3.4.2) Técnica do desempilhamento 82

3.4.3) Conclusão 83

3.5) CONCLUSÕES SOBRE AS OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS 83

Referências 86

CAPÍTULO 4 87

4) *MODELAÇÃO DE IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE* 88

4.1) MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS 89

4.1.1) Principais aspectos na resolução dum problema 89

4.1.2) Aplicações dos elementos finitos ao cálculo de estruturas em compósitos 92

4.2) CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O TIPO DE PROBLEMA ESTUDADO 93

4.3) TENSÕES CONSIDERADAS 95

4.4) ANÁLISE ESTÁTICA OU DINÂMICA 96

4.5) CONTINUIDADE DAS TENSÕES DE CORTE 100

4.6) ELEMENTO FINITO UTILIZADO 102

4.6.1) Formulação do elemento de casca 102

4.7) CRITÉRIO DE ROTURA 107

4.7.1) Constatações experimentais 108
4.7.1.1) Delaminagem entre camadas diferentemente orientadas 108
4.7.1.2) Relação entre rotura da matriz e delaminagem 108
4.7.1.3) Forma das delaminagens 109
4.7.1.4) Modelo de Clark 111
4.7.1.5) Dimensão das delaminagens 111

4.7.2) Critérios de base 112
4.7.2.1) Critério de Tsai-Wu 112
4.7.2.2) Critério de Z. Hashin 115

4.7.2.3) Critério de Chang 116
4.7.2.4) Critério de Becker 117

4.7.3) Apresentação do critério 120

Referências 126

CAPÍTULO 5 129

5) *DISCUSSÃO DE RESULTADOS* 130

5.1) PLACAS DE $(0_4, 90_4)_S$ 131

5.2) PLACAS DE $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_S$ 135

5.3) CONCLUSÃO 145

II PARTE - COMPRESSÃO APÓS IMPACTO 146

CAPÍTULO 6 147

6) *COMPRESSÃO APÓS IMPACTO* 148

6.1) INTRODUÇÃO 148

6.2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 149

6.3) CONCLUSÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 162

Referências 164

CAPÍTULO 7 166

7) *EXPERIMENTAÇÃO SOBRE CAI* 167

7.1) EQUIPAMENTO UTILIZADO 167

7.2) PLACAS ENSAIADAS 171

Referências 177

CAPÍTULO 8 178

8) *MODELAÇÃO NUMÉRICA DE CAI* 179

8.1) ELEMENTO FINITO DE INTERFACE DE 18 NÓS 180

8.1.1) Características do elemento de interface 181
8.1.1.1) Utilização do método da função penalidade 181
8.1.1.2) Formulação isoparamétrica 182
8.1.1.3) Interligação com elementos sólidos tridimensionais de 27 nós 182
8.1.1.4) Espessura nula 183

8.1.2) Formulação teórica 183
8.1.2.1) Métodos para a obtenção das equações de equilíbrio 183
8.1.2.1.1) Método diferencial 183
8.1.2.1.2) Método variacional 184
8.1.2.1.3) Função penalidade 185
8.1.2.2) Formulação do elemento 189
8.1.2.3) Implementação do critério de propagação 196

8.1.3) Implementação do elemento 197
8.1.3.1) Interface com o ABAQUS 197
8.1.3.2) Escolha da função penalidade 198
8.1.3.2.1) Análise do erro no método da função penalidade 198
8.1.3.2.2) Exemplo de aplicação 203

8.2) TESTES E EXEMPLOS 204

8.2.1) Análise tensorial 204

8.2.1.1) Prisma paralelepipédico 205
8.2.1.2) Viga encastrada 207
8.2.1.3) Punção em fundação elástica 212

8.2.2) Avaliação do critério de propagação 214

8.2.3) Compressão em placa de carbono-epóxido 216
8.2.3.1) Placa com delaminagem a toda a largura 216
8.2.3.2) Placa com delaminagem embebida 220

8.3) CONCLUSÕES 221

Referências 223

CAPÍTULO 9 226

9) *DISCUSSÃO DE RESULTADOS* 227

9.1) PLACAS $(0_4, 90_4)_S$ 230

9.2) PLACAS DE $(90_4, 0_4)_S$ 234

9.3) CONCLUSÕES SOBRE O DESEMPENHO DO MODELO 238

Referências 239

CAPÍTULO 10 240

10) *CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS* 241

10.1) IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE 241

10.2) COMPRESSÃO APÓS IMPACTO 243

APÊNDICES 246

I) *FACTORES DE CONTROLO RADIOGRÁFICO* 248

II) *ELEMENTO FINITO TRIDIMENSIONAL PARALELEPIPÉDICO DE 20 NÓS* 250

III) *ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA* 252

IV) *MATRIZ DE ELASTICIDADE* 257

Referências 261

CAPÍTULO 1

1) *INTRODUÇÃO*

1.1) Razões justificativas do estudo do impacto de baixa velocidade e resistência residual à compressão

1.2) Objectivos

1.3) Desenvolvimento do trabalho

Referências

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Um compósito resulta da associação de dois materiais de natureza diferente, fibras e resina, cujas qualidades se completam, originando um material heterogéneo onde as características globais são superiores às dos constituintes.

A introdução dos materiais compósitos de matriz polimérica nas mais diversas aplicações industriais tem conhecido um crescimento apreciável. O recurso a estes materiais generalizou-se e são comuns aplicações nos domínios do desporto, bem como nas indústrias da construção, aeronáutica e transportes. Este facto justifica-se por uma série de factores que se reflectem numa baixa densidade, elevadas resistência específica à rotura e rigidez e uma boa resistência à corrosão. Uma segunda série de vantagens advém dos materiais compósitos serem heterogéneos, o que significa que a escolha e a disposição dos constituintes (fibras e resina), permitem conferir a uma determinada estrutura as qualidades pretendidas que, eventualmente, seriam de difícil ou impossível conciliação nos materiais homogéneos.

No que concerne a desvantagens realce-se a sua fraca resistência ao calor, os problemas de reciclagem e o seu custo. Por outro lado, devido ao facto das

ferramentas de cálculo não se encontrarem suficientemente desenvolvidas, os coeficientes de segurança são, por vezes, exagerados.

1.1) RAZÕES JUSTIFICATIVAS DO ESTUDO DO IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE E RESISTÊNCIA RESIDUAL À COMPRESSÃO

As vantagens que os compósitos avançados (como é o caso do carbono-epóxido), possuem relativamente aos metais em aplicações que requerem alta resistência, alta rigidez e baixo peso esbatem-se, quando o impacto é um dos parâmetros de concepção. Tal justifica-se pelo facto do dano causado pelo impacto ser responsável pela diminuição da capacidade de carga da estrutura, alteração da distribuição interna de forças e introdução de defeitos no material que podem provocar a rotura por efeito local de alteração do campo de tensões. O facto do material ser frágil, ter uma fraca resistência ao longo da espessura e uma baixa deformação limite contribui para este tipo de comportamento mecânico.

Segundo a generalidade dos autores [1.1, 1.2 e 1.3], as solicitações de impacto podem-se dividir em três categorias diferentes consoante o valor da velocidade. Assim, consideram-se três tipos de solicitações:

- o impacto de alta velocidade, caracterizado por uma solicitação transitória que provoca dano localizado, como é o caso da perfuração;

- o impacto de média velocidade, onde o dano deixa de ter um carácter localizado embora a resposta da estrutura ainda seja transitória;

- o impacto de baixa velocidade, caracterizado por uma extensa zona danificada e por uma resposta estrutural do componente.

Saliente-se que não existe uma fronteira definida entre cada um dos três tipos de impacto citados, uma vez que as características do material bem como a geometria quer do impactor quer da estrutura solicitada influenciam o comportamento mecânico desta.

O impacto de baixa velocidade é, sem dúvida, a solicitação mais perigosa por duas razões. A primeira relaciona-se com as extensas zonas danificadas e com o tipo

de dano que provoca, que se caracteriza por delaminagens entre camadas diferentemente orientadas e por rotura da matriz. A segunda está ligada ao facto do dano não ser visivel a olho nu e ao mesmo tempo ser de dificil detecção. A inexistência de indentação ou fissuração superficial implica a ausência de qualquer evidência exterior da presença de defeitos internos. Finalmente, refira-se que este tipo de solicitação é talvez o mais comum. A queda de ferramentas durante o fabrico ou manutenção de estruturas, o manuseamento descuidado e a queda de granizo são algumas situações típicas.

O dano provocado pelo impacto altera o comportamento mecânico global do laminado e a resistência residual da estrutura fica afectada. Dos diversos tipos de solicitações a que as estruturas podem estar submetidas (tracção, flexão, compressão, fadiga, etc.), a que sofre reduções mais significativas é a resistência à compressão. A resistência a este tipo de solicitação pode reduzir-se até 60% [1.4] do seu valor inicial quando existem delaminagens na estrutura provocadas por impacto de baixa velocidade. Esta redução reflecte-se de dois modos diferentes. O primeiro é a alteração da distribuição interna de forças, o que origina uma sobrecarga e consequente rotura das zonas não danificadas. O segundo aspecto relaciona-se com a alteração da resistência residual das estruturas, o que leva ao aparecimento prematuro de instabilidades. Do atrás exposto se infere a extrema importância do desenvolvimento de modelos analitico-numéricos que permitam, não só estudar o comportamento ao impacto de baixa velocidade dos materiais compósitos bem como a sua resistência residual à compressão após impacto (CAI).

1.2) OBJECTIVOS

Pelo que ficou dito, a resistência ao impacto de baixa velocidade pode ser, em muitos casos, um parâmetro fundamental no dimensionamento. É então necessário optimizar os materiais e geometrias no sentido de se melhorar a resposta dos materiais compósitos a este tipo de solicitação. É com este objectivo que neste trabalho se desenvolve uma ferramenta numérica, no sentido de prever o dano causado por uma solicitação de impacto de baixa velocidade. Tal permitirá o estudo da influência dos parâmetros materiais e geométricos no dano causado, sem o demorado e fastidioso recurso aos ensaios experimentais.

No que respeita às solicitações de compressão após impacto, o objectivo é similar. Assim, pretende-se com a modelação numérica, prever qual o comportamento

à compressão de materiais previamente danificados por uma solicitação de impacto. Também aqui a modelação numérica permitirá avaliar a influência de diversos parâmetros susceptíveis de alterar a resposta das estruturas, sem recorrer à execução de ensaios experimentais que neste caso possuem a particularidade de não serem de fácil execução.

1.3) DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Como consequência dos objectivos expostos, a dissertação divide-se em duas partes fundamentais:

- previsão numérica do dano causado por uma solicitação de impacto de baixa velocidade;

- previsão numérica da resistência residual à compressão após impacto.

A primeira parte, que engloba os capítulos 2 a 5 inclusivé, está estruturada da seguinte forma:

- no capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre solicitações de impacto de baixa velocidade, com particular incidência sobre aspectos mais importantes relacionados com a análise experimental e a modelação numérica;

- no capítulo 3 faz-se uma descrição detalhada do estudo experimental realizado onde são abordadas, cronologicamente, o fabrico e a caracterização do material, a realização dos ensaios e finalmente a avaliação do dano;

- no capítulo 4 descreve-se o modelo numérico usado bem como as etapas fundamentais percorridas para a sua formulação;

- no capítulo 5 é feita uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais que resultam numa série de constatações importantes.

A segunda parte, constituída pelos capítulos 6 a 9 inclusivé, apresenta uma estrutura similar:

- no capítulo 6, após uma breve introdução, é realizada uma revisão bibliográfica sobre solicitações de compressão em estruturas danificadas por um impacto de baixa velocidade, com o objectivo de evidenciar o estado dos conhecimentos sobre o assunto, quer a nível experimental quer a nível teórico-numérico;

- no capítulo 7 descreve-se o procedimento experimental realizado, com especial ênfase na execução dos ensaios;

- no capítulo 8 descreve-se a modelação numérica do fenómeno, com particular incidência na formulação dum elemento finito de interface para problemas tridimensionais;

- no capítulo 9 realiza-se a comparação de resultados e consequente discussão dos mesmos.

No capítulo 10 tiram-se as conclusões globais respeitantes ao comportamento dos modelos desenvolvidos. As virtudes e as limitações dos mesmos apontam no sentido de algumas alterações e evoluções que se sintetizam neste capítulo, como perspectivas de trabalho futuro.

Referências

[1.1] - Wang, C. Y. and Yew, C. H., "*Impact Damage in Composite Laminates*", Computers & Structures, vol. 37, No. 6, pp. 976-982, 1990.

[1.2] - Sjöblom, P. O. and Hartness, J. T., "*On Low-Velocity Impact Testing of Composite Materials*", Journal of Composite Materials, Vol. 22, pp. 30-52, January 1988.

[1.3] - Abrate, S., "*Impact on Laminated Composite Materials*", Applied Mechanics Review, vol. 44, No. 4, pp. 155-190, April 1991.

[1.4] - Demuts, E. and Horton R. E., "*Damage Tolerant Composite Design Development*", Composite Structures 3, Ed. by I. H. Marshall, pp. 427-439, September 1985.

PRIMEIRA PARTE

IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE

CAPÍTULO 2

2) *REVISÃO BIBLIOGRÁFICA*

2.1) ANÁLISE EXPERIMENTAL

2.1.1) Dispositivos experimentais

2.1.1.1) Pêndulo Charpy
2.1.1.2) Ensaio Izod
2.1.1.3) Queda de peso
2.1.1.4) Dispositivos especiais

2.1.2) Métodos de detecção e avaliação do dano

2.1.2.1) Métodos destrutivos
2.1.2.2) Métodos não destrutivos

2.1.3) Caracterização do dano

2.1.4) Conclusões sobre a análise experimental

2.2) ANÁLISE NUMÉRICA

2.2.1) Análise estática ou dinâmica

2.2.2) Resistência dos materiais e mecânica da fractura

2.2.3) Tensões consideradas

2.2.4) Continuidade das tensões interlaminares

2.2.5) Critérios de rotura

2.2.6) Conclusões sobre a aproximação numérica

Referências

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O impacto de baixa velocidade em materiais compósitos começou a despertar o interesse dos investigadores a partir do meio da década de 70. Tal justificou-se pelo crescente interesse de aplicação dos materiais compósitos de alta resistência e rigidez em componentes estruturais. Como é usual, o estudo do fenómeno teve duas vertentes fulcrais: a análise experimental e o estabelecimento de modelos analítico-numéricos. Nos subcapítulos que se seguem são passados em revista as principais publicações sobre o tema, com o intuito de evidenciar o estado actual dos conhecimentos sobre o mesmo.

2.1) ANÁLISE EXPERIMENTAL

A nível experimental considera-se uma divisão dos principais trabalhos publicados em três tópicos fundamentais:

- dispositivos experimentais e tipos de ensaio;

- métodos de detecção e avaliação do dano;

- caracterização do dano.

2.1.1) Dispositivos experimentais

Os dispositivos de ensaios de impacto caracterizam-se pela projecção dum objecto (impactor) contra um alvo, geralmente uma viga ou uma placa.

As máquinas geralmente usadas no impacto de baixa velocidade incluem os pêndulos Charpy e Izod, os dispositivos de queda de peso e os dispositivos especiais.

2.1.1.1) Pêndulo Charpy

Muitos dos primeiros estudos de impacto em materiais compósitos, foram feitos usando o pêndulo Charpy, originalmente concebido para os metais [2.1 e 2.2]. A razão desta escolha relaciona-se com a facilidade de uso e instrumentação, o que permite obter informação sobre o processo de absorção e dissipação de energia nos compósitos. O provete, em forma de viga espessa com um entalhe no seu ponto médio, é simplesmente apoiado num plano horizontal e solicitado pelo pêndulo na face oposta ao entalhe (ver figura 2.1). A energia dissipada durante o impacto é registada na própria máquina. No entanto, mais informação pode ser obtida, bastando para tal instrumentar o impactor com um acelerómetro o que permite a obtenção da evolução da força de impacto com o tempo. Neste caso a energia absorvida pode ser obtida por uma integração da curva força-tempo. Este tipo de dispositivo caracteriza-se por uma série de desvantagens das quais se destacam:

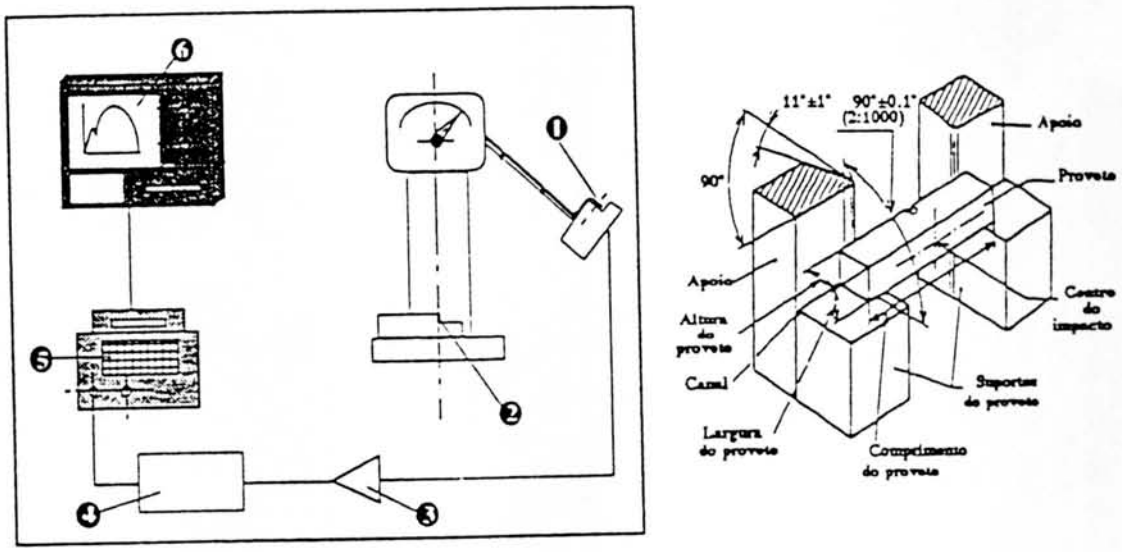
- a curva força-tempo contém frequentemente oscilações de alta frequência resultantes da frequência natural do impactor;

- a geometria do provete não reflecte o tipo de estruturas geralmente utilizadas;

- o teste é destrutivo, induzindo modos de rotura que não são necessariamente observados na generalidade das situações reais de impacto de baixa velocidade em estruturas operacionais;

- Bader e Ellis [2.3] mostraram que os resultados obtidos para o carbono-epóxido variavam com a geometria do provete.

Tendo em conta os aspectos referidos, este tipo de ensaio é hoje usado, unicamente para comparação do comportamento ao impacto de compósitos diferentes, bem como para a determinação da sua tenacidade quando solicitados dinamicamente.



1 - Acelerómetro
2 - Provete
3 - Amplificador
4 - Filtro
5 - Osciloscópio
6 - Computador

Figura 2.1 - Pêndulo Charpy e pormenor de fixação do provete nestes ensaios [2.4].

2.1.1.2) Ensaio Izod [2.5]

A única diferença relativamente ao caso anterior tem a ver com o modo de fixação do provete que, neste caso, é encastrado numa posição vertical e solicitado na zona não encastrada (ver figura 2.2). As considerações feitas sobre o ensaio Charpy mantêm-se no ensaio Izod.

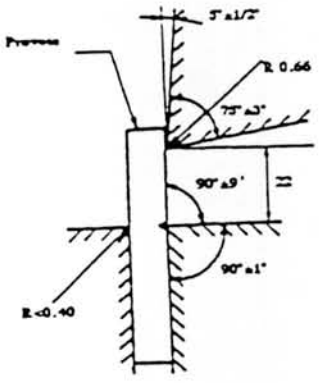


Figura 2.2 - Pormenor de fixação do provete no ensaio Izod [2.4].

2.1.1.3) Queda de peso

O dispositivo de queda de peso constitui actualmente o sistema mais universal de ensaios de impacto de baixa velocidade. Consiste na queda duma massa bem conhecida, a partir duma altura predeterminada, que solicita o provete (geralmente uma placa), colocado num plano horizontal (ver figura 2.3). De um modo geral, este tipo de ensaio não provoca a destruição do provete, o que origina o ressalto do impactor. Como consequência, existe a necessidade de munir o equipamento com um sistema anti-ressalto que impeça o impactor de solicitar o provete mais de uma vez. A velocidade do impactor, geralmente hemisférico, é medida através do uso de sensores ópticos colocados imediatamente acima do provete. A instrumentação do impactor permite o registo da curva força-tempo.

As vantagens deste sistema relativamente aos sistemas Charpy e Izod são várias:

- possibilidade de se ensaiar uma larga gama de diferentes geometrias de provetes;

- possibilidade de se variar a massa e a geometria do impactor;

- o facto do ensaio ser não destrutivo reflecte melhor as situações reais decorrentes do impacto de baixa velocidade.

Como já foi dito, a generalidade dos investigadores utiliza sistemas similares ao descrito. A título de curiosidade saliente-se as referências [2.6 e 2.7].

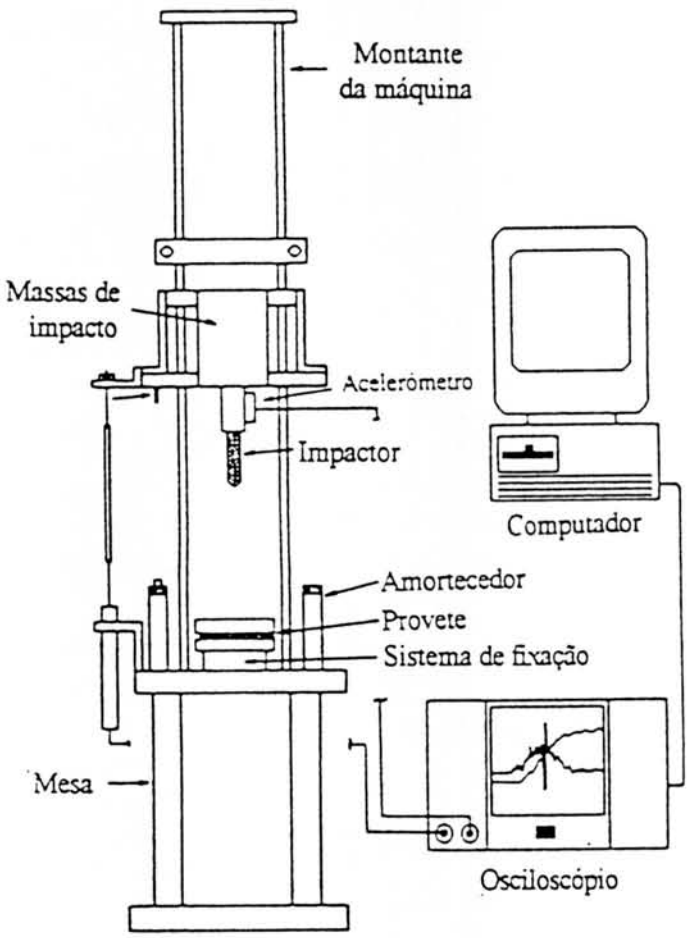


Figura 2.3 - Dispositivo de ensaio por queda de peso [2.6].

2.1.1.4) Dispositivos especiais

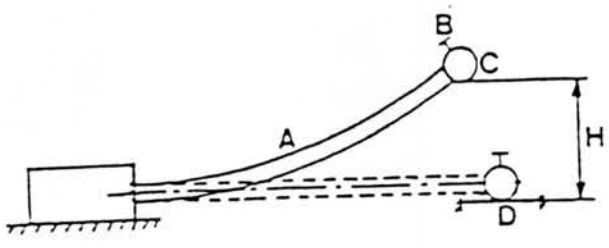
Neste grupo incluem-se os dispositivos que diferem dos anteriores no modo como o impactor é accionado. Entre os mais conhecidos destacam-se:

- os dispositivos de viga;

- os dispositivos pendulares;

- os dispositivos accionados pneumaticamente.

Nos dispositivos de viga [2.8 e 2.9] o sistema é constituído por uma viga de poliester com fibra de vidro, de secção circular e com um alto módulo de elasticidade. Uma das suas extremidades está solidarizada a uma esfera (impactor), com um acelerómetro posicionado na zona oposta ao ponto de impacto (ver figura 2.4), que permite obter a curva força-tempo. Este dispositivo apresenta como vantagem o facto da energia disponível no instante do impacto, resultar da soma de duas componentes: a energia gravítica e a energia de deformação elástica da viga que é facilmente variável, bastando para tal alterar o comprimento da viga em balanço. Pode-se assim obter valores de energia semelhante ao das máquinas de queda de peso com atravancamentos muito menores. A desvantagem inerente a este sistema prende-se com o facto de não ser fácil contabilizar o efeito da propagação da onda de flexão ao longo da viga, que pode influenciar o resultado. De facto, no instante do contacto entre a esfera e a placa gera-se uma onda de flexão que se propaga ao longo da viga de poliester, com uma velocidade que é função das suas características geométricas e materiais. Se a duração do tempo de contacto for inferior ao tempo necessário para que a onda se propague a toda a viga, estamos em presença duma situação transitória com influência no sinal obtido.



A - Viga
B - Acelerómetro
C - Esfera
D - Placa a ensaiar
H - Altura do ensaio

Figura 2.4 - Dispositivo de viga [2.9].

A principal razão que justifica o recurso aos dispositivos pendulares [2.10], tem a ver com a dificuldade do uso das máquinas de queda de peso para níveis mais baixos de energia. Estas dificuldades relacionam-se com o funcionamento do

mecanismo que impede que o impactor solicite o provete mais de uma vez. Por outro lado, é mais fácil obter uma boa precisão na velocidade com este tipo de dispositivo, uma vez que a aceleração da massa pode ser considerada perpendicular ao movimento entre o ponto de medida e o de impacto, o que não provoca variação de velocidade (ver figura 2.5).

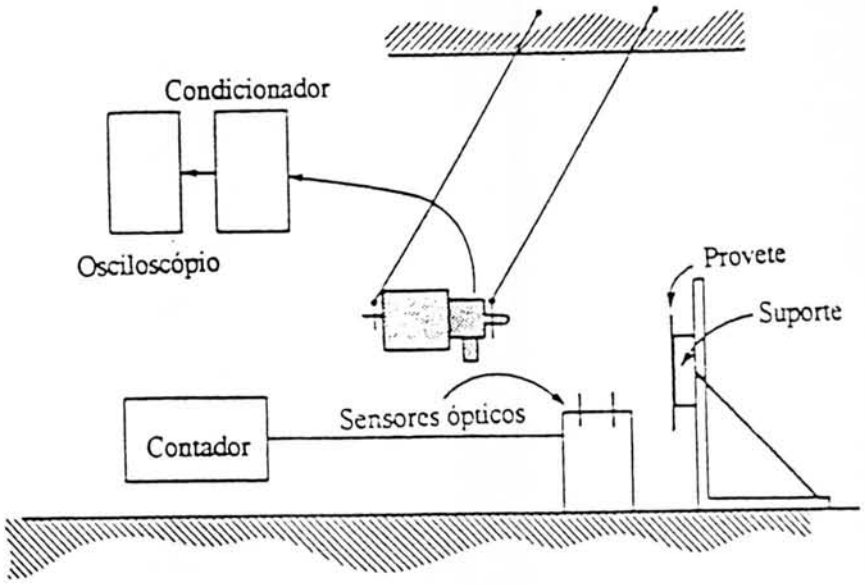


Figura 2.5 - Dispositivo pendular [2.10].

Os dispositivos accionados pneumaticamente são frequentemente usados para impactos de média ou alta velocidade. No entanto, alguns autores também os utilizam para solicitações de impacto de baixa velocidade [2.11 e 2.12]. Este sistema é, basicamente, constituído por um reservatório de pressão, um canhão de ar comprimido, um projéctil e um sistema de foto-díodos para leitura da velocidade (ver figura 2.6-A). O dispositivo utilizado por F. K. Chang [2.11] evidencia algumas características interessantes. Assim, o canhão apresenta uma secção rectangular e os impactores são constituídos por duas partes distintas: uma base paralelepipédica comum no qual são montadas diferentes extremidades, o que permite variar a geometria do impactor (ver figura 2.6-B). O outro aspecto relevante prende-se com o facto do sistema estar concebido de modo a que o impactor, após ter solicitado o provete, recue dentro do canhão o que permite avaliar o coeficiente de restituição do material.

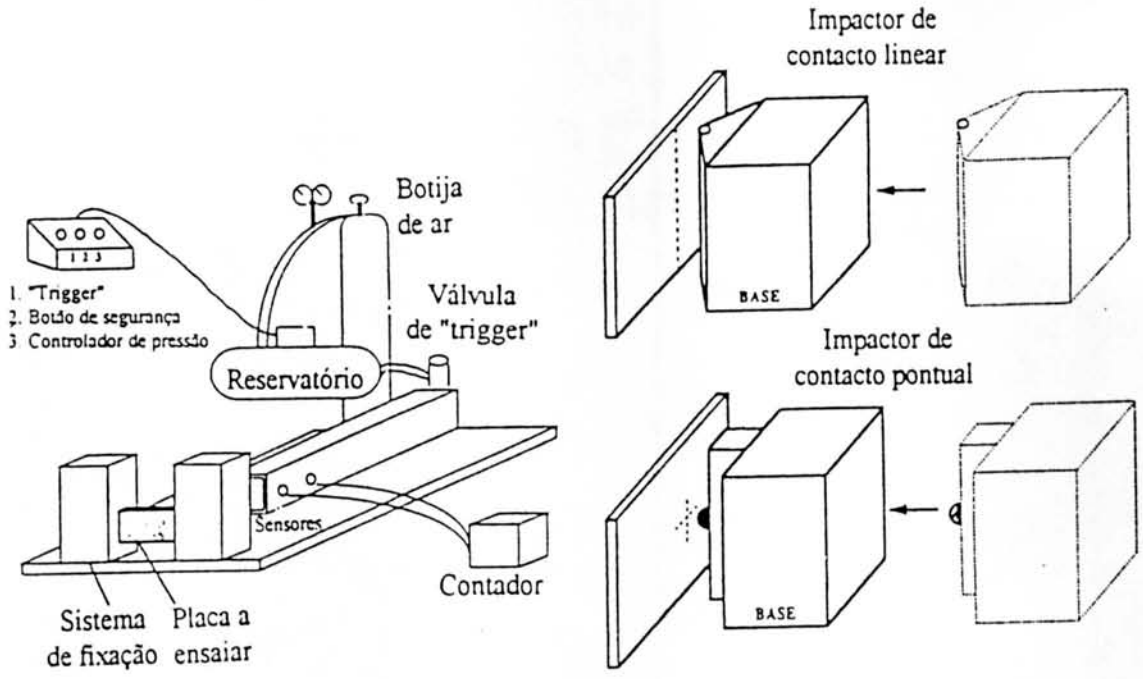


Figura 2.6 - (A) - Dispositivo accionado pneumaticamente desenvolvido por Chang [2.11]. Em (B) mostram-se os diferentes tipos de impactores possíveis de utilizar com este sistema.

2.1.2) Métodos de detecção e avaliação do dano

Ao contrário do que acontece nos materiais translúcidos, como é o caso do vidro-epóxido, em que o dano interno é visivel a olho nu, nos compósitos de carbono-epóxido é necessário recorrer a métodos específicos que permitam a detecção e visualização do dano. Os métodos mais usados dividem-se em dois grupos: os destrutivos e os não destrutivos. Vamos, de seguida, apresentar alguns trabalhos sobre os métodos mais comuns na detecção de dano interno não visivel, nos materiais compósitos.

2.1.2.1) Métodos destrutivos

Existem dois métodos destrutivos que permitem a visualização do tipo e dimensão do dano provocado por um dado ensaio: corte de tiras finas e a técnica de desempilhamento. O corte de tiras finas [2.13] consiste, como o próprio nome indica, na execução de sucessivos cortes de tiras de material segundo a orientações predefinidas na zona danificada (ver figura 2.7). Após preparação cuidada, realizam-se observações microscópicas das superficies das secções obtidas, o que permite determinar a distribuição das delaminagens e roturas da matriz através da espessura do laminado. O método do desempilhamento ("deply technique"), é um processo termoquímico que consiste na remoção das camadas mantendo a sua integridade, após a aplicação duma solução de cloreto de ouro na zona danificada [2.14 e 2.15]. O processo de remoção das camadas faz-se após a queima da resina a uma temperatura de 418° C, permitindo assim visualizar o dano interno devido à precipitação do cloreto de ouro nas superficies delaminadas.

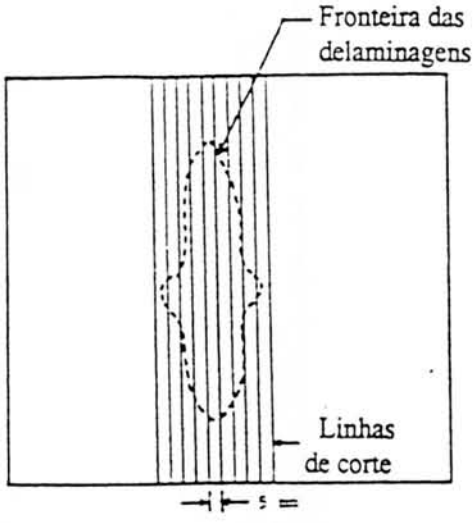


Figura 2.7 - Método de corte de tiras finas [2.13].

2.1.2.2) Métodos não destrutivos

Os métodos não destrutivos de detecção do dano interno não visível têm sido, recentemente, objecto de atenção de muitos investigadores. Os mais importantes são:

- radiografia por raios X;

- ultrasons;

- termografia;

- vibrotermografia;

- shearography;

- tomografia por raios X.

A radiografia por raios X é uma técnica muito usada [2.16 e 2.17], pois permite a visualização do dano interno sem necessidade de destruição do material. Assim, no caso do impacto, as fissuras superficiais permitem a penetração do líquido opaco aos raios X (tetrabromoetano por exemplo), que impregna os defeitos internos existentes. O problema associado a esta técnica tem a ver com a impossibilidade de localizar as delaminagens ao longo da espessura da placa, uma vez que a imagem obtida corresponde à sobreposição destas.

A utilização dos sistemas convencionais de ultrasons é condicionada pelo mesmo tipo de restrição revelada pelo método anterior, ou seja não é possível a reconstituição do dano a três dimensões [2.18]. No entanto, vários investigadores [2.19 e 2.20] recorreram a procedimentos mais elaborados, capazes de evidenciar a distribuição e o tamanho das delaminagens através da espessura da placa. Assim em [2.19] Wavers et al. usaram um sistema de alta frequência com elevado grau de resolução associado a "software" de processamento, o que permitiu obter informação detalhada sobre o tamanho e distribuição do dano. Em [2.20] C. F. Buynak et al., recorrendo a capacidades de digitalização de "software" especificamente desenvolvido, obtiveram imagens individuais das delaminagens presentes nas diversas interfaces. O método mostrou capacidades de evidenciar delaminagens separadas por 0.13 milímetros na espessura, o que é manifestamente inviável através do uso dos sistemas de ultrasons de baixa frequência.

Em [2.21] Kaczmarek et al. recorreram a dois métodos com ultrasons para detectar o dano: o método clássico da transmissão e um método de reflexão. O primeiro é baseado na atenuação do sinal, causada pela existência de dano e só permite a obtenção da imagem projectada deste. O segundo, também conhecido por "Análise por segmentos de espessura", é caracterizado pela análise de reflexão do sinal num segmento de espessura predefinido. Este método permite a detecção e a localização de

cada delaminagem. No entanto, o método apresenta algumas limitações relacionadas com a duração do sinal e a resolução do equipamento.

A termografia é uma técnica recente. O princípio básico consiste na criação dum fluxo térmico ao longo da espessura da placa. A presença de delaminagens altera a conductividade térmica da zona, o que obriga ao aparecimento dum gradiente na temperatura. No entanto, as imagens obtidas (termogramas) através de equipamento adequado, não fornecem informação precisa sobre o tamanho e a forma das delaminagens, uma vez que os fenómenos de condução de calor não permitem uma variação evidente da temperatura na fronteira da delaminagem [2.22].

Uma outra técnica recente denominada por vibrotermografia foi usada por Potet et al. [2.23]. A aplicação de vibrações de alta frequência (18 kHz) e baixa amplitude induzem o aquecimento do material. As delaminagens actuam como fontes de calor por dissipação de energia mecânica. A carta de temperaturas, obtida através duma câmara de infravermelhos não pode ser directamente usada para obtenção da área danificada devido à difusão do calor. O recurso às equações bidimensionais de transferência de calor permite a determinação da carta de geração de calor por unidade de área, que pode ser usada para detectar a área danificada.

J. F. Silva et al. [2.24] recorreram a uma técnica óptica denominada por Shearography para a detecção de dano interno em placas de carbono-epóxido. Esta técnica baseia-se na detecção do defeito através da correlação do granitado *Laser* (Light amplification by the stimulated emission of radiation) de duas imagens da superficie do objecto quando este é iluminado com um *Laser* (ver figura 2.8).

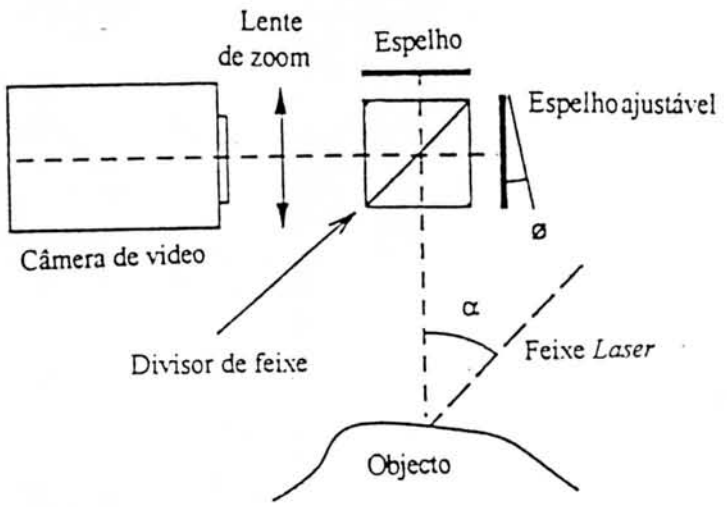


Figura 2.8 - Shearography - esquema da montagem adoptada pelos autores [2.24].

A primeira imagem corresponde ao estado inicial da superficie e a segunda ao estado desta quando o objecto é solicitado por um processo adequado, como é o caso das cargas mecânicas, térmicas, pressão, vácuo ou vibrações. O padrão de franjas interferométricas obtido, corresponde à subtracção entre a imagem original (não deformada) e a sua forma deformada. Finalmente recorre-se a "software" de tratamento de imagem que permite a obtenção de diversas medidas. Este método apresenta como desvantagens o facto de não permitir obter a forma e a localização do defeito na espessura da placa, bem como alguma dificuldade de detecção de defeitos mais distantes da superficie, mas como técnica complementar é de grande utilidade.

C. Bathias [2.25] recorreu à tomografia industrial por raios X para a detecção de dano interno em compósitos de carbono-epóxido. Esta técnica baseia-se no princípio de absorção de radiação por uma quantidade de matéria sobre a qual ela incide, ou seja, quando um feixe de raios X atravessa um objecto, a sua intensidade residual é função das atenuações acumuladas ao longo do percurso. O princípio do exame tomográfico dum objecto, consiste em submetê-lo, segundo o plano de observação escolhido, a uma série de varrimentos em translação separados por uma rotação, de modo a reticulá-lo finamente (ver figura 2.9).

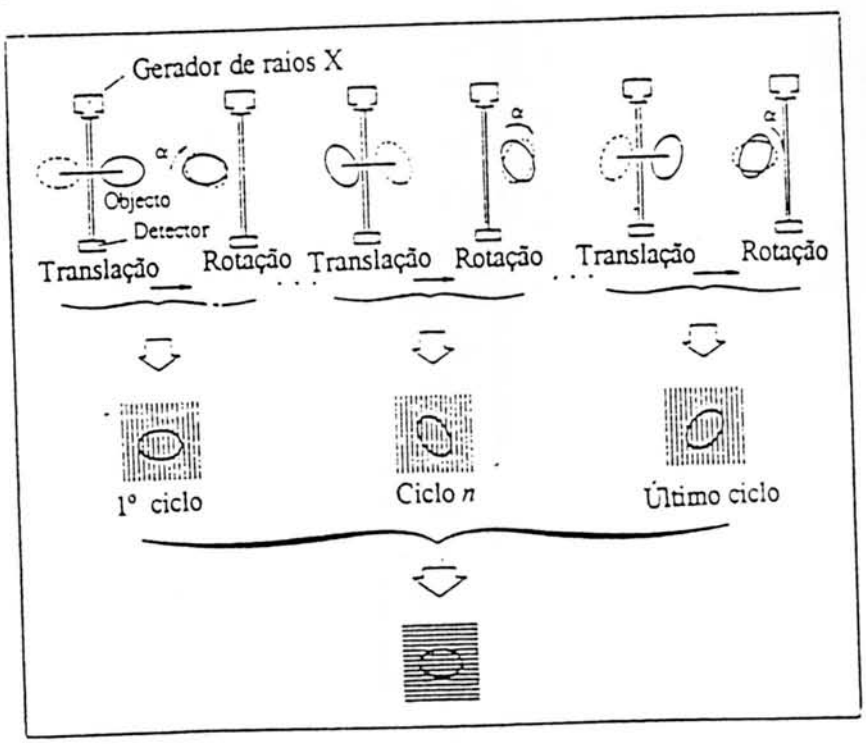


Figura 2.9 - O objecto a examinar é submetido a uma série de varrimentos em translação separados por uma rotação elementar. Este ciclo repete-se até que o objecto rode 360° com o objectivo de obter um reticulado fino da observação escolhida [2.26].

A partir desta análise multidireccional elabora-se uma matriz de malha quadrada (matriz de reconstrução) com a ajuda de "software" de tratamento de sinal. A imagem tomográfica visualiza-se num ecrã, por codificação em níveis de cinzento ou de cores, de cada ponto da matriz. Saliente-se a necessidade prévia de aferição do sistema com o objectivo de cada ponto da matriz ser representativo da densidade do material [2.26].

A aplicação desta técnica, pelo autor, na detecção de zonas danificadas em compósitos baseou-se na diferença de densidade que tal dano provoca no material. Assim, o autor obteve imagens tridimensionais, bem como imagens tomodensitométricas dos provetes que revelavam a presença do dano. Como conclusões o autor evidencia as grandes potencialidades do método na avaliação não destrutiva do dano em materiais compósitos. Embora o dispositivo utilizado só permita reconstruções tridimensionais com uma espessura mínima de 3 milímetros, o que é mau em termos de resolução pois tal dimensão é muito superior à espessura duma camada, os autores conseguiram detectar as microfissuras que precedem a delaminagem.

2.1.3) Caracterização do dano

Numerosos estudos sobre a natureza exacta do dano, bem como a sua origem e sequência cronológica durante o impacto, têm sido desenvolvidos nos últimos anos.

Takeda et al. [2.27] num trabalho pioneiro recorreram à observação, através de microscópio electrónico, de secções de tiras previamente cortadas dos provetes de vidro-epóxido (0_5, 90_5, 0_5) ensaiados. Destas observações constataram o seguinte:

- as fissuras transversais são perpendiculares às interfaces quando não existem delaminagens; na presença destas, as fissuras desenvolvem-se obliquamente, o que levou os autores a concluir da interactividade entre fissuração e delaminagem;

- as fissuras transversais têm tendência a propagar-se em regiões de alta densidade de concentração de fibras;

- quer as fissuras quer as delaminagens propagam-se nas interfaces entre fibra e resina;

- nalguns casos foi observada a formação de delaminagens associadas a fissuras na matriz localizadas na camada exterior.

Os autores evidenciaram a interactividade entre a fissuração da matriz e a delaminagem, embora nada tenham concluído acerca da sequência dos fenómenos, tendo suposto a sua simultaneidade.

Joshi e Sun [2.28] foram dos primeiros investigadores a dedicarem a sua atenção a este aspecto, averiguando o dano causado em laminados (0_5, 90_5, 0_5) de carbono-epóxido. Os provetes foram cortados longitudinal e transversalmente em tiras, cujas secções foram observadas ao microscópio. Os autores constataram o seguinte (ver figura 2.10):

- a existência de duas fissuras devidas às tensões de corte que se geram no grupo superior de camadas a 0°;

- estas fissuras ao atingirem a interface com as camadas a 90° originam uma delaminagem, pois não têm possibilidade de se propagarem para o interior do laminado, devido à diferença de orientação de camadas;

- esta delaminagem está delimitada por duas fissuras transversais nas camadas a 90°, o que, segundo os autores, pode ter duas explicações distintas; ou apareceram primeiro e servem de paragem à propagação da delaminagem ou a própria delaminagem degenera nelas;

- a delaminagem existente na outra interface é estreita na zona do impacto, expandindo-se nas zonas vizinhas para se voltar a contrair em zonas mais afastadas; estas, expansão e contracção, parecem estar relacionadas com a dispersão das fissuras nas camadas intermédias;

- uma fissura longitudinal existente no último grupo de camadas, aparentemente originada por fenómenos de flexão.

Estas considerações levaram os autores a concluir que o aparecimento e a propagação das delaminagens estão intrinsecamente associadas à fissuração transversa devido ao corte e/ou flexão.

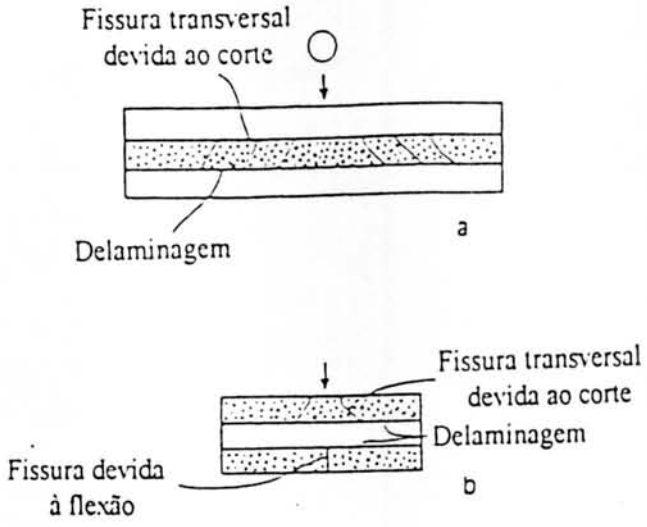


Figura 2.10 - Modo de rotura observado nas secções longitudinal (a) e transversal (b) [2.28].

Um segundo trabalho destes autores [2.29] abordou, de modo similar ao anterior, o estudo do dano num laminado quase-isotrópico $(45_2, -45_2, 0_2, 90_2)_s$ de carbono-epóxido. Aqui evidenciou-se o facto de, as fissuras nas camadas localizadas perto da face oposta à superficie solicitada apresentarem uma forma vertical, o que indicia serem geradas por fenómenos de flexão. Pelo contrário as fissuras situadas no plano intermédio, apresentavam-se inclinadas a 45°, o que evidencia a predominância das tensões de corte. Mais uma vez os autores realçaram a interligação entre fissuração e delaminagem.

Liu e Malvern [2.30] estudaram o dano em placas de vidro-epóxido $(0_5, 90_5, 0_5)$, causado por impacto duma massa de 14.3 gramas a velocidades compreendidas entre os 20 e os 100 m/s. As observações feitas permitiram chegar às seguintes conclusões:

- as fissuras na matriz são causadas por tensões de tracção;

- a área coberta por fissuras matriciais na superficie solicitada coincide com a área delaminada na segunda interface (contada a partir da superficie solicitada), o que é uma evidência da associação entre a rotura da matriz e delaminagem;

- na superficie não solicitada, as fissuras matriciais na zona central estendem-se segundo a direcção das fibras duma fronteira à outra; todavia se existe uma delaminagem na interface adjacente, as fissuras interrompem-se, formando-se uma zona livre de fissuras coincidente com a delaminagem, o que, segundo os autores, constitui a segunda evidência da interacção entre a rotura da matriz e a delaminagem;

- a terceira evidência desta associação é o facto das fissuras matriciais nas camadas intermédias (90°) coincidirem com a área projectada da delaminagem; se as fissuras ligam as delaminagens existentes nas duas interfaces adjacentes a este grupo de camadas, elas apresentam uma orientação de 45° relativamente à espessura; se só estiverem ligadas à delaminagem, que é bastante maior, presente na segunda interface a sua orientação é de 90°; acreditam os autores que as primeiras são geradas por tensões de corte, ao passo que as segundas o são por tensões de flexão;

- as delaminagens em ambas as interfaces apresentam uma forma de amendoim orientado segundo a direcção das fibras da camada inferior à interface em questão; a delaminagem na interface situada mais perto da superficie solicitada é muito menor, o que indicia um fenómeno de crescimento das delaminagens consoante nos afastamos, ao longo da espessura, dessa superficie.

Um segundo trabalho de Liu [2.31] permitiu ao autor reforçar a ideia de que as delaminagens apresentam uma forma de amendoim com o seu eixo principal orientado segundo a direcção das fibras da camada abaixo da interface. As delaminagens só existem em interfaces entre camadas diferentemente orientadas e, embora o autor reconheça o papel preponderante das tensões interlaminares, propõe um coeficiente de diferença de rigidez à flexão entre essas camadas como um indicador da propensão da interface em questão, à delaminagem.

Choi et al. [2.11] investigaram o dano causado em placas por impacto com contacto linear. Um contacto deste tipo origina uma distribuição bidimensional do dano, que constitui uma situação de mais fácil análise relativamente aos contactos pontuais que implicam uma distribuição tridimensional. A partir de observações feitas através de radiografias por raios X, os autores chegaram às seguintes conclusões:

- as fissuras da matriz, resultantes de tensões de corte e/ou flexão, constituem o dano inicial;

- estas propagam-se até às interfaces entre camadas diferentemente orientadas originando o aparecimento de delaminagens;

- uma quantidade assinalável de microfissuras é gerada durante a propagação da delaminagem durante o impacto;

- uma fissura de corte localizada no grupo de camadas intermédio gera uma delaminagem substancial na interface inferior e uma pequena e confinada delaminagem na interface superior (ver figura 2.11);

- uma fissura de flexão localizada no grupo exterior de camadas contribuirá para a delaminagem da interface que lhe está adjacente.

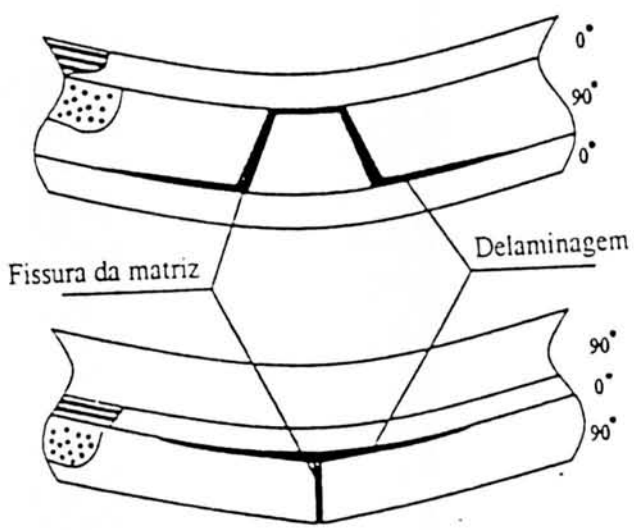


Figura 2.11 - Constatações experimentais observadas por Choi [2.11].

Num trabalho posterior dos mesmos autores [2.32] é referido que, embora os contacto pontuais sejam mais complicados que os lineares, as considerações anteriores se mantêm válidas e é sugerida uma cronologia para os mecanismos do dano:

"O impacto transverso é responsável pelo aparecimento de fissuras na matriz numa camada interior do laminado. Tais fissuras geram delaminagens nas interfaces adjacentes entre camadas diferentemente orientadas, cujo tamanho

depende da posição da camada no laminado. Em seguida, outras fissuras na matriz podem ocorrer noutras camadas produzindo delaminagens adicionais ao longo das outras interfaces."

G. Clark [2.33] recorreu a observações microscópicas em provetes seccionados, depois de solicitados ao impacto, com o objectivo de estudar a distribuição tridimensional das diversas delaminagens presentes num laminado de carbono-epóxido $(\pm 45,0_2)_{7s}$. O autor constatou que o dano estava confinado a uma região cónica cuja base era a superfície não solicitada. Para além desta tendência de crescimento do dano ao longo da espessura consoante nos afastamos da superfície solicitada (ver figura 2.12), o autor observou também que o aumento da diferença de orientação entre camadas adjacentes, provoca um aumento do tamanho da delaminagem presente na interface que as separa.

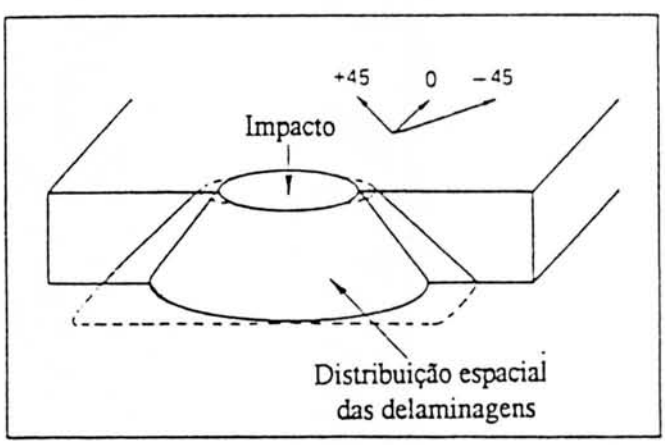


Figura 2.12 - Distribuição das delaminagens ao longo da espessura [2.33].

2.1.4) Conclusões sobre a análise experimental

Passados que estão em revista alguns dos trabalhos mais importantes sobre a análise experimental de solicitações de impacto de baixa velocidade, convém realçar os aspectos mais importantes a reter em cada um dos tópicos abordados.

DISPOSITIVOS EXPERIMENTAIS E TIPOS DE ENSAIO

De todos os dispositivos analisados, o dispositivo de queda de peso é o mais universal e um dos que apresenta maior fiabilidade de resultados.

MÉTODOS DE DETECÇÃO E AVALIAÇÃO DO DANO

Dos métodos de detecção abordados sobressaem os ultra-sons que permitem uma visualização tridimensional do dano. No entanto, o método ainda carece de alguma evolução ao nível da resolução e ainda não está universalizado. Como alternativas válidas apresentam-se a radiografia por raios X e a técnica do desempilhamento ("deply technique") como método destrutivo.

CARACTERIZAÇÃO DO DANO

Os diversos trabalhos citados realçam as seguintes constatações:

- o dano devido ao impacto de baixa velocidade é, essencialmente constituído por rotura da matriz e delaminagem; a rotura de fibras, ou não existe ou dá-se em muita pequena escala;

- a rotura da matriz nas camadas e a delaminagem nas interfaces estão intrinsecamente associadas;

- a delaminagem só ocorre entre camadas diferentemente orientadas e é tanto maior quanto maior for essa diferença de orientação;

- as áreas delaminadas apresentam uma forma de amendoim com orientação paralela à das fibras da camada situada abaixo dessa interface;

- o tamanho das delaminagens aumenta das interfaces situadas junto à superficie solicitada para as interfaces mais distantes dessa mesma superficie.

2.2) ANÁLISE NUMÉRICA

A revisão bibliográfica sobre a previsão numérica do dano causado por impacto de baixa velocidade passa, obrigatoriamente, por uma revisão das principais aproximações numéricas na avaliação do estado de tensão e dos critérios de rotura usados. Assim, seguir-se-á uma apresentação onde se evidenciam os principais trabalhos que mostram e traduzem, de algum modo, o estado actual da arte.

As publicações apresentadas em seguida vão ser agrupadas pelos seguintes tópicos:

- análise estática ou dinâmica;

- resistência de materiais ou mecânica da fractura;

- tensões consideradas;

- continuidade das tensões de corte;

- critérios de rotura.

2.2.1) Análise estática ou dinâmica

O impacto é, por natureza, um fenómeno dinâmico. No entanto, uma análise estática pode, por ser mais simples, ser preferível, desde que os resultados sejam satisfatórios.

Kaczmarek [2.21] realizou ensaios de indentação estática e de impacto de baixa velocidade em placas de carbono-epóxido com duas sequências de empilhamento: $(45_2, 0_2, -45_2, 90_2)_s$ e $(0_2, 90_2)_{2s}$. Após comparação, por observação com ultra-sons, do dano obtido estática e dinamicamente, o autor concluiu que as áreas delaminadas são similares, o que permite a realização de ensaios estáticos em vez de solicitações de impacto.

Hong et al. [2.34] estudaram o efeito da orientação das fibras, espessura e sequência de empilhamento na resistência à delaminagem de compósitos de carbono-epóxido. Os autores concluíram que:

- existe uma relação linear entre a energia de impacto e a área delaminada;

- a diferença de rigidez à flexão de camadas adjacentes pode ser relacionada com a área delaminada nessa interface;

- o comportamento duma placa fina submetida a impacto de baixa velocidade é similar ao obtido por flexão estática.

Sjöblom et al. [2.10] estabeleceram que o impacto é de baixa velocidade quando esta é suficientemente baixa para justificar uma solução estática. O autor não quantifica, mas adverte que esta situação é susceptível de ser influenciada pelo material, geometria e massa quer do impactor quer do provete.

Jih et al. [2.35] propuseram um método de previsão da delaminagem induzida por impacto de baixa velocidade. Consideraram a presença de tensões residuais de origem térmica em laminados de carbono-epóxido (0_5, 90_5, 0_5). Concluíram que o uso da tenacidade estática dada pela taxa crítica de libertação de energia (G_c = 300 J/m^2), associada ao valor da força de contacto produzia bons resultados, o que os levou a afirmar que o processo de propagação da delaminagem é quase-estático.

Wang et al. [2.36] distingue três tipos de impacto. O de baixa velocidade, que é caracterizado pelo facto do dano causado poder ser analisado como se se tratasse duma solicitação estática. Na gama do impacto de média velocidade, a resposta dinâmica da estrutura deve ser considerada para a análise do dano. No impacto de alta velocidade o dano está directamente relacionado com a propagação de ondas de tensão produzidas pelo impacto.

Swanson [2.37] estabeleceu regras simples, que permitem determinar o limite da aplicabilidade das soluções quase-estáticas. A regra desenvolvida baseia-se numa relação entre a massa do impactor e a massa do provete. Concluiu o autor que se a massa do impactor for superior a nove vezes a massa da placa, uma solução quase-estática é viável.

2.2.2) Resistência dos materiais e mecânica da fractura

A mecânica da fractura é uma área de conhecimento interdisciplinar, que visa caracterizar o comportamento dos materiais à fractura e, com base nessa caracterização, avaliar a integridade das estruturas.

Inicialmente, a sua aplicação restringiu-se ao estudo da fractura de construções aeroespaciais realizadas em ligas metálicas de alta resistência, dando origem à mecânica da fractura linear elástica. Posteriormente, desenvolveu-se a aplicação a construções soldadas de aço, originando a mecânica da fractura elasto-plástica. Mais recentemente, com a generalização do uso dos materiais compósitos em diversas construções de responsabilidade, tem vindo a aumentar o interesse da aplicabilidade da mecânica da fractura a estes materiais. Assim, os procedimentos de caracterização à fractura destes materiais têm sido objecto de interesse, particularmente no tocante à fractura interlaminar. Porém, a complexidade do problema - por exemplo, modos mistos de carregamento ou orientação das fibras relativamente à frente da fenda - origina a inexistência de procedimentos universalmente aceites para inúmeros casos de interesse. Genericamente, a aplicação da mecânica da fractura aos materiais compósitos, baseia-se no recurso a um critério de comparação dos valores da taxa de libertação de energia de deformação (G_I, G_{II} e G_{III}) com os seus valores críticos (G_{Ic}, G_{IIc} e G_{IIIc}).

Em resumo, existem duas abordagens analítico-numéricas possíveis para a avaliação do dano causado por impacto. Uma delas, baseada na teoria da mecânica da fractura, calcula a taxa de libertação de energia devida à propagação do dano (G), que é comparada com um valor crítico G_c. A outra, baseia-se na teoria da resistência de materiais e consiste no cálculo das tensões geradas e no uso dum critério adequado. A resistência de materiais assume que o laminado está intacto e isento de defeitos, calculando as tensões numérica ou analiticamente. A mecânica da fractura assume a presença dum defeito inerente ao material. O termo, "início da delaminagem" não significa, neste caso, o início da formação dum defeito, mas sim a propagação dum pequeno defeito já existente.

Sun et al. [2.38] usaram a tenacidade estática para prever o tamanho da delaminagem produzida por impacto de baixa velocidade. Todavia constataram que esta dependia fortemente da sequência do empilhamento, e nalguns casos, do tamanho da delaminagem.

Lagace et al. [2.39] fizeram um estudo comparativo entre os dois métodos ao nível da sua performance e aplicabilidade. Consideraram que, embora a mecânica da fractura tenha recebido grande atenção nos últimos anos, a maioria dos casos já estudados relacionam-se com geometrias muito simples. Por outro lado, a taxa crítica de libertação de energia (G_c), é dependente da espessura das camadas. A resistência dos materiais é considerada vantajosa do ponto de vista de engenharia, uma vez que permite uma melhor detecção das zonas mais susceptíveis à delaminagem bem como o seu início. Todavia, numa base científica, a mecânica da fractura apresenta mais argumentos mas requer evolução. Como comentário final, os autores evidenciam as dificuldades inerentes aos dois processos no cálculo das propriedades relacionadas com a terceira dimensão (ao longo da espessura).

2.2.3) Tensões consideradas

No complicado processo de previsão do dano causado por impacto, são inúmeros os factores intervenientes. Com o objectivo de simplificação da análise, diversos estudos têm sido realizados com o intuito de discernir quais os aspectos fundamentais e os de somenos importância, numa tentativa de obtenção de modelos eficazes e simples.

Joshi et al. [2.28 e 2.29] realizaram um estudo dinâmico e admitiram a existência dum estado plano de deformação, para o qual usaram um elemento finito isoparamétrico de nove nós. Concluíram que as tensões normais devidas à flexão e as tensões de corte transversais desempenhavam um papel importante na iniciação e propagação das delaminagens. Por outro lado, verificaram que as tensões normais segundo a espessura (σ_z), são essencialmente compressivas e confinadas à zona da solicitação, caindo rapidamente a zero quando nos afastamos dessa zona. Isto levou os autores à não consideração de σ_z na sua análise.

Num trabalho posterior, Joshi [2.40] incorporou as leis da indentação estática no estudo dinâmico, ou seja a distribuição temporal da força de contacto foi obtida combinando os elementos finitos com os resultados obtidos pelas leis da indentação estática. O autor argumenta que a duração do contacto é uma ordem de grandeza

superior ao tempo consumido pelas ondas de tensão longitudinais ao atravessar a espessura da placa - uma onda longitudinal na direcção da espessura numa placa de carbono-epóxido requer $4x10^{-7}$ segundos para percorrer um milimetro, o que significa que num impacto de 100 microsegundos num laminado de 40 camadas a onda atravessará cerca de 50 vezes a placa. Isto, associado ao facto das tensões normais σ_z terem de satisfazer as condições de compressão na superficie solicitada e serem nulas na superficie livre, impede segundo o autor, que as tensões σ_z se tornem tractivas. Esta constatação, coadjuvada pelo facto destas tensões serem desprezáveis fora da zona de contacto reforça a ideia da sua não consideração, uma vez que não promovem as delaminagens.

H. Wang et al. [2.41] estudaram o dano em compósitos de carbono-PEEK. Realce na sua análise para a não consideração de σ_z, uma vez que esta rapidamente se anula fora da zona de contacto, e para a consideração da existência de tensões residuais de origem térmica. Assim, o estado de tensão durante o impacto corresponde à soma das componentes mecânica e residual. Os autores concluíram que estas tensões tinham efeitos significativos na fissuração transversa da matriz e que deviam ser incluídas na previsão do dano.

2.2.4) Continuidade das tensões interlaminares

Uma vez estabelecida a importância das tensões de corte interlaminares, no dano devido ao impacto, torna-se fundamental o seu cálculo com rigor. Considerando a interface como perfeita (isenta de defeitos), o campo de deslocamentos é contínuo através dela (continuidade geométrica), o mesmo acontecendo ao vector das tensões transversas (equilíbrio da interface). A formulação clássica dos elementos finitos assegura a continuidade dos deslocamentos, mas as tensões na interface não estão definidas. Apenas o estão separadamente, em cada um dos elementos contíguos à interface, sem continuidade nesta. Como consequência deste problema, vários métodos têm sido propostos para se garantir a continuidade destas tensões nas interfaces.

Na figura 2.13 apresenta-se o sistema de eixos usado pela generalidade dos autores citados.

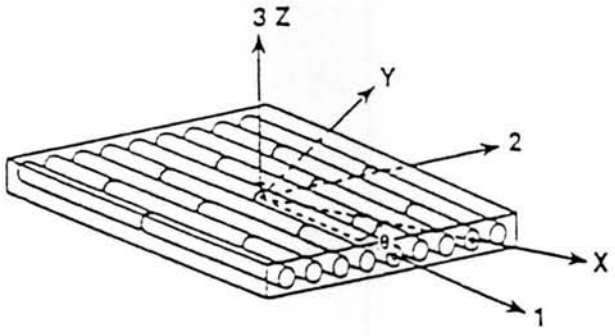


Figura 2.13 - Sistema de eixos local (1, 2, 3) e global (X, Y, Z).

Wang et al. [2.42] investigaram os mecanismos de delaminagem em laminados de carbono-PEEK. No modelo numérico usado, recorreram a elementos de placa que lhes permitiram o cálculo das tensões normais (σ_x e σ_y) e de corte (τ_{xy}) no plano. Para a obtenção das tensões interlaminares de corte (τ_{xz} e τ_{yz}) os autores recorreram à integração das equações de equilíbrio da elasticidade, o que garante a continuidade de τ_{xz} e τ_{yz},

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = -\left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) \qquad (2.2)$$

Este cálculo foi realizado num programa de pós-processamento e a distribuição de tensões obtida apresentou semelhanças com o dano obtido.

Um outro método usado por alguns autores, na determinação das tensões interlaminares, é o uso de elementos de interface. Realce para o trabalho de Barsoum

et al. [2.43], que desenvolveram elementos interlaminares de corte que permitem a obtenção de τ_{xz} e τ_{yz}. Para o cálculo de σ_z os autores recorreram à integração da terceira das equações de equilíbrio da elasticidade,

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0. \qquad (2.3)$$

Com esta aproximação os autores conseguem uma redução de tempo de CPU e do espaço de memória, relativamente aos problemas tridimensionais.

R. L. Spilker [2.44] foi um dos percussores dos métodos híbridos no cálculo das tensões. Em termos gerais, o método consiste em escrever as tensões no plano (σ_x, σ_y e τ_{xy}) em função de parâmetros de tensões β_k e obter as tensões interlaminares por integração das equações de equilíbrio da elasticidade. O autor propôs polinómios cúbicos em x e y, e uma variação linear com ξ, coordenada adimensional segundo a espessura, para as tensões no plano , σ_x^i , σ_y^i e τ_{xy}^i, em cada camada i,

$$\begin{aligned}\sigma_x^i = &(\beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^3 + \beta_8 x^2 y + \\ &\beta_9 xy^2 + \beta_{10} y^3)^i + \xi(\beta_{31} + \beta_{32} x + \beta_{33} y + \beta_{34} x^2 + \beta_{35} xy + \\ &\beta_{36} y^2 + \beta_{37} x^3 + \beta_{38} x^2 y + \beta_{39} xy^2 + \beta_{40} y^3)^i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_y^i = &(\beta_{11} + \beta_{12} x + \beta_{13} y + \beta_{14} x^2 + \beta_{15} xy + \beta_{16} y^2 + \beta_{17} x^3 + \beta_{18} x^2 y + \\ &\beta_{19} xy^2 + \beta_{20} y^3)^i + \xi(\beta_{41} + \beta_{42} x + \beta_{43} y + \beta_{44} x^2 + \beta_{45} xy + \\ &\beta_{46} y^2 + \beta_{47} x^3 + \beta_{48} x^2 y + \beta_{49} xy^2 + \beta_{40} y^3)^i\end{aligned} \qquad (2.4)$$

$$\tau_{xy}^{i} = (\beta_{21} + \beta_{22}\, x + \beta_{23}\, y + \beta_{24}\, x^2 + \beta_{25}\, xy + \beta_{26}\, y^2 + \beta_{27}\, x^3 + \beta_{28}\, x^2 y + \beta_{29}\, xy^2 + \beta_{30}\, y^3)^{i} + \xi(\beta_{51} + \beta_{52}\, x + \beta_{53}\, y + \beta_{54}\, x^2 + \beta_{55}\, xy + \beta_{56}\, y^2 + \beta_{57}\, x^3 + \beta_{58}\, x^2 y + \beta_{59}\, xy^2 + \beta_{60}\, y^3)^{i}.$$

Recorrendo à integração das equações de equilíbrio,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}^{i} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}^{i} + \frac{1}{t_i}\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial \xi}^{i} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}^{i} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y}^{i} + \frac{1}{t_i}\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial \xi}^{i} = 0 \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}^{i} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}^{i} + \frac{1}{t_i}\frac{\partial \sigma_z}{\partial \xi}^{i} = 0,$$

obtêm-se polinómios para as tensões interlaminares em função dos parâmetros β_k. A imposição das condições fronteira (por exemplo, tensões σ_z , τ_{xz} e τ_{yz} nulas nas superfícies exteriores do laminado), associada à imposição da continuidade das tensões interlaminares entre camadas contíguas, permite a determinação dos parâmetros β_k.

2.2.5) Critérios de rotura

Após o cálculo do estado de tensão, a aplicação dum critério de rotura adequado permite, finalmente, a determinação numérica do dano causado por impacto.

Brewer et al. [2.45] desenvolveram o "Critério Quadrático de Delaminagem", baseado na constatação de que a delaminagem é consequência das tensões interlaminares,

$$\left(\frac{\tau_{13}}{S_i}\right)^2+\left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)^2+\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_3^{\lim}}\right)^2=1 \qquad (2.6)$$

onde σ_3^{lim} é considerado igual à tensão limite na direcção perpendicular às fibras (Y_T) e S_i representa a resistência ao corte interlaminar.

O início da delaminagem em laminados de carbono-epóxido com sequências de empilhamento de $(\pm\ 15n)_s$, $(\pm 15n,\ 0n)_s$ e $(0,\ \pm\ 15n)_s$ foi experimentalmente determinado por observação da secção e por registo da pequena descontinuidade ocorrida na curva de tracção. A comparação com os resultados experimentais, permitiu concluir que o critério prevê com rigor o início da delaminagem em solicitações de tracção e que é uma ferramenta útil para determinar a propensão, dos laminados em geral, para a delaminagem.

Choi et al. [2.32] partiram do princípio da interactividade entre a fissuração transversa da matriz e a delaminagem desenvolvendo dois critérios de rotura. Assim, para a rotura da matriz consideraram,

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)^2_{n+1}+\left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)^2_{n+1}=1 \qquad (2.7)$$

onde,

$Y_{T,C}$ - resistência à tracção ou compressão, consoante o sinal de σ_2, na direcção perpendicular às fibras (direcção 2),

S_i - resistência ao corte interlaminar,

n+1 - número da camada situada acima da interface a ser analisada.

Na previsão da delaminagem entre camadas diferentemente orientadas, os autores propõem um critério que considera algumas componentes de tensões de ambas as camadas adjacentes à interface em questão,

$$D_a\left[\left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)^2_{n+1}+\left(\frac{\tau_{13}}{S_i}\right)^2_{n+1}+\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)^2_{n}\right]=1 \qquad (2.8)$$

onde,

n - camada inferior à interface,

n+1 - camada superior à interface,

D_a - constante empírica determinada a partir dos ensaios experimentais.

O valor obtido para D_a foi de 1.8. Este critério é conhecido por critério de Chang.

W. Becker [2.46] constatando que a generalidade dos critérios existentes, incluindo o de Chang, subestimavam o dano em compósitos de carbono-epóxido de alto módulo de elasticidade, desenvolveu um novo critério baseado nos de Tsai-Wu, Hashin e Chang. De Tsai-Wu reteve a formulação polinomial desprezando as tensões na direcção das fibras, de Hashin o conceito de diferentes critérios para diferentes modos de rotura e, finalmente, de Chang o conceito de que o estado de tensão das camadas contíguas à interface deve ser considerado. Becker propõe então:

$$\left(\frac{|\tau_{23}|}{S_i}\right)_{n+1}+\left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)^2_{n+1}+\left(\frac{|\tau_{13}|}{S_i}\right)_{n}+\left(\frac{\tau_{13}}{S_i}\right)^2_{n}+\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)_{n}+\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)^2_{n}+\left(\frac{\sigma_3}{Y_{T,C}}\right)_{n}+\left(\frac{\sigma_3}{Y_{T,C}}\right)^2_{n}+\left(\frac{\sigma_2\sigma_3}{Y_{T,C}\,Y_{T,C}}\right)_{n}=1 \qquad (2.9)$$

Com este critério o autor obteve uma boa concordância com os resultados experimentais ao nível da previsão do dano.

2.2.6) Conclusões sobre a aproximação numérica

De seguida faz-se uma breve referência às principais constatações e conclusões que se podem tirar de cada um dos tópicos referidos.

ANÁLISE ESTÁTICA OU DINÂMICA

A análise estática pode, no impacto de baixa velocidade, substituir a análise dinâmica uma vez que, sendo muito mais simples produz, em determinadas circunstâncias, resultados similares. No entanto, o limiar que distingue estes dois tipos de análise em termos de resultados obtidos é susceptível de ser alterado por uma série de condicionamentos como a geometria, o material e a massa, quer do impactor quer do provete. Significa isto, que convém em qualquer dos casos, fazer um estudo prévio para se aquilatar da possibilidade da análise estática substituir com êxito a análise dinâmica.

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS E MECÂNICA DA FRACTURA

As dificuldades inerentes à determinação dos valores de G_c quer em modo I, II ou III, associadas ao facto destes dependerem de diversos factores, como a sequência de empilhamento ou a espessura das camadas torna a resistência dos materiais como o método mais vantajoso do ponto de vista da engenharia. No entanto, a previsível evolução da mecânica da fractura aplicada a materiais anisotrópicos poderá inverter a situação.

TENSÕES CONSIDERADAS

O estudos realizados evidenciaram a necessidade de contabilização das tensões residuais de origem térmica uma vez que interferem no estado de tensão criado pelo impacto de baixa velocidade. Por outro lado, devido ao seu carácter compressivo e confinado, as tensões normais interlaminares σ_z são susceptíveis de não serem consideradas, uma vez que não promovem a delaminagem do material.

CONTINUIDADE DAS TENSÕES INTERLAMINARES

Dos métodos referidos, quer o dos elementos de interface quer o método híbrido apresentam a desvantagem de serem métodos pesados em termos computacionais. Assim, os métodos afins de Wang et al. [2.42] associados ao facto de não ser necessária a consideração de σ_z, parecem ser os de maior performance.

CRITÉRIOS DE ROTURA

Hoje em dia, é universalmente aceite que a fissuração da matriz e a delaminagem estão intrinsecamente associadas, o que é um dado a favor do duplo critério de Chang. O critério de Becker permite, segundo o autor, prever o tamanho das delaminagens sem o recurso a factores empíricos, embora se baseie nalguns pressupostos não totalmente comprovados.

Referências

[2.1] - Beaumont, P. W. R., Riewald, P. G. and Zweben, C., "*Methods for Improving the Impact Resistance of Composite Materials*", Foreign Object Impact Damage to Composites, ASTM STP 568, pp. 134-158, 1975.

[2.2] - Novak, R. C. and De Crescente, M. A., "*Impact Behavior of Unidireccional Resin Matrix Composites Tested in Fiber Direction*", in Composite Materials: Testing and Design, ASME, ASTM STP 497, pp. 311-323, February 1972.

[2.3] - Bader, M. G. and Ellis, R. M., "*The Effect of Notches and Specimen Geometry on the Pendulum Impact Strenght of Uniaxial CFRP*", Composites 5, pp. 253-258, 1974.

[2.4] - Davim, J. P., e Magalhães, A. G., "*Ensaios Mecânicos e Tecnológicos*", Estante Editora, 1992.

[2.5] - Chamis, C. C., Hanson, M. P. and Serafini, T. T., "*Impact Resistance of Unidireccional Fiber Composites*", Composite Materials: Testing and Design, ASTM STP 497, pp. 324-349, 1972.

[2.6] - Lee, S. M. and Zahuta, P., "*Instrumented Impact and Static Indentation of Composites*", Journal of Composite Materials, vol. 25, pp. 204-222, January 1991.

[2.7] - Doucet, A. B. and Qin, J., "*Microstructural Analysis of Impact Damage in Two Glass/Epoxy Composite Laminates*", Composites Engineering, vol. 3, No. 1, pp. 55-68, 1993.

[2.8] - Lal, K. M., "*Low Velocity Transverse Impact Behavior of 8-ply, Graphite-Epoxy Laminates*", Journal of Reinforced Plastics and Composites, vol. 2, pp. 216-225, October 1983.

[2.9] - Moura, M. F. S., "*Estudo do Comportamento Mecânico dos Materiais Compósitos Sujeitos a Solicitações de Impacto a Baixa Velocidade*", Provas de Capacidade Científica, DEMEGI-FEUP, Porto-1989.

[2.10] - Sjöblom, P. O., Hartness, J. H. and Cordell T. M., "*On Low-Velocity Impact Testing of Composite Materials*", Journal of Composite Materials, vol. 22, pp. 30-52, January 1988.

[2.11] - Choi, H. Y., Downs, R. J. and Chang, F. K., "*A New Approach Toward Understanding Damage Mechanisms and Mechanics and Mechanics of Laminated Composites Due to Low-Velocity Impact: Part I - Experiments*", Journal of Composites Materials, vol. 25, pp. 992-1011, August 1991.

[2.12] - Sun, C. T. and Rechak, S., "*Effect of Adhesive Layers on Impact Damage in Composite Laminates*", Composite Materials: Testing and Design (Eight Conference), ASTM STP 972, J. D. Whitcomb, Ed., ASTM, Philadelphia, pp. 97-123,1988.

[2.13] - Liu, D., Lillycrop, L. S., Malvern, L. E. and Sun, C. T., "*The Evaluation of Delamination - An Edge Replication Study*", Experimental Techniques, vol. 11, No. 5, pp. 20-25, May 1987.

[2.14] - Freeman, S. M., "*Characterization of Lamina and Interlaminar Damage in Graphite/Epoxy Composites by the Deply Technique*", Composite Materials: Testing and Design (Sixth Conference), ASTM STP 787, I. M. Daniel, Ed., pp. 50-62, 1982.

[2.15] - Palazotto, A., Maddux, G. E. and Horban, B., "*The use of Stereo X-Ray and Deply Techniques for Evaluating Instability of Composite Cylindrical Panels with Delaminations*", Experimental Mechanics, pp. 144-151, June 1989.

[2.16] - Malvern, L. E., Sun, C. T. and Liu, D., "*Damage in Composite Laminates from Central Impacts at Subperforation Speeds*", in Recent Trends in Aeroelasticity Structures and Structural Dynamics, Proc. Symp. Mem. Prof. Bisplinghoff, P. Hajela (ed.), Univ. Florida Press, Gainsville FL, pp. 298-312, 1987.

[2.17] - Lai, D., "*Étude de l'Endommagement du Matériau Composite Carbone Epoxy*", Memoire de D. E. A., Univ. Tech. de Compiégne, Automne 1984.

[2.18] - Wu, H. Y. T. and Springer, G. S., "*Measurements of Matrix Cracking and Delamination Caused by Impact on Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 22, pp. 518-532, June 1988.

[2.19] - Wevers, M. and De Mester, P, "*Delamination Deffects in CFRP Composites: High Frequency Ultrasonics to Visualise the Third Dimension*", ICCM/9 - COMPOSITES - Properties and Applications - vol. VI, Ed. by A. Miravete, Madrid, 12-16 July, 1993.

[2.20] - Buynak, C. F., Moran, T. J. and Martin, R. W., "*Delamination and Crack Imaging in Graphite-Epoxy Composites*", Materials Evaluation 47, pp. 438-447, April 1989.

[2.21] - Kaczmarek, H. and Maison, S., "*Comparative Ultrasonic Analysis of Damage in CFRP Under Static Indentation and Low-Velocity Impact*", Composites Science and Technology, 51, pp. 11-26, 1994

[2.22] - Hillman, D. J. and Hillman, R. L., "*Thermographic Inspection of Carbon Epoxy Structures*", ASTM STP 876, pp. 481-493, 1985.

[2.23] - Potet, P., Jeaunin, P. and Bathias, C., "*The Use of Digital Image Processing in Vibrothermographic Detection of Impact Damage in Composite Materials*", Materials and Evaluation 45, pp. 466-470, 1987.

[2.24] - Silva, J. F., Justo, J. M., Chousal, J. A., Vaz, M. A., Marques, A. T. and Gomes, J. F. S., "*Non-Destructive Testing of Composite Structures Using Shearography*", Recent Advances in Experimental Mechanics, Silva Gomes et al. (eds.), vol. I, pp. 373-378, Proceedings of the 10th International Conference on Experimental Mechanics/ Lisbon/ Portugal/ 18-22 July 1994.

[2.25] - Bathias, C., "*The Damaging of Composite Materials: Mechanisms and Detection*", Advances in Fatigue Science and Technology, pp. 627-657, C. Moura Branco and L. Guerra Rosa (eds.), 1989.

[2.26] - Pauton, M., Thomas, G., et Morisseau, P., "*La Tomographie Industrielle à Rayons X*", La Technique Moderne - Nº 4-5, pp. 13-16, 1992.

[2.27] - Takeda, N., Sierakowski, R. L. and Malvern, L. E., "*Microscopic Observations of Cross Sections of Impacted Composite Laminates*", Composites Technology Review, vol. 4, No. 2, pp. 40-44, Summer 1982.

[2.28] - Joshi, S. P. and Sun, C. T., "*Impact Induced Fracture in a Laminated Composite*", Journal of Composite Materials, vol.19, pp. 51-66, January 1985.

[2.29] - Joshi, S. P. and Sun, C. T., "*Impact-Induced Fracture in a Quasi-Isotropic Laminate*", Journal of Composites Technology & Research, vol. 9, No. 2, pp. 40-46, Summer 1987.

[2.30] - Liu, D. and Malvern, L. E., "*Matrix Cracking in Impacted Glass/Epoxy Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 21, pp. 594-609, July 1987.

[2.31] - Liu, D., "*Impacted-Induced Delamination - A View of Bending Stiffness Mismatching*", Journal of Composite Materials, vol. 22, pp. 674-691, July 1988.

[2.32] - Choi, H. Y. and Chang, F. K., "*A Model for Predicting Damage in Graphite/Epoxy Laminated Composites Resulting from Low-Velocity Point Impact*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 4, pp. 2134-2169, 1992.

[2.33] - Clark, G., "*Modelling of Impact Damage in Composite Laminates*", Composites, vol. 20, No.3, pp. 209-214, May 1989.

[2.34] - Hong, S. and Liu, D., "*On the Relationship Between Impact Energy and Delamination Area*", Experimental Mechanics, vol. 2, pp. 115-120, June 1989.

[2.35] - Jih, C. T. and Sun, C. T., "*Prediction of Delamination in Composite Laminates Subjected to Low Velocity Impact*", Journal of Composite Materials, vol. 27, No. 7, pp. 684-701, 1993.

[2.36] - Wang, C. Y. and Yew, C. H., "*Impact Damage in Composite Laminates*", Computers & Structures, vol. 37, No. 6, pp. 967-982, 1990.

[2.37] - Swanson, S. R., "*Dynamic and Scalling Effects in Impact of Composite Structures*", Composites Behaviour, Proceedings of the Ninth International Conference on Composite Materials (ICCM/9), vol. V, pp. 291-298, Ed. by A. Miravete, Madrid, 12-16 July, 1993.

[2.38] - Sun, C. T. and Jih, C. J., "*Mechanics of Delamination in Composite Laminates Subjected to Low Velocity Impact*", in Impact Response and Elastodynamics of Composites, A. K. Mal and Y. D. S. Rajapakse, eds., ASME ADM, 116, pp. 1-90, 1990.

[2.39] - Lagace, P. A. and Bhat, N. V., "*On the Prediction of Delamination Initiation*", Advanced Composites 93, International Conference of Advanced Composite Materials, Ed. by T. Chandra and A. K. Dhingra, The Minerals, Metals &Materials Society, 1993.

[2.40] - Joshi, S. P., "*Impactor Dynamics and Contact Modelling In Impact Problems*", Computer Aided Design in Composite Material Technology IV, Ed. by W. R. Blain and W. P. De Wilde, Computational Mechanics Publications, pp. 157-164, June 1994.

[2.41] - Wang, H. and Vu-Khanh, T., "*Low Velocity Impact Damage of Carbon/PEEK Crossply Laminates*", Composites Design, Manufacture and Application, Proceedings of the Eight International Conference on Composite Materials (ICCM/8), Honolulu, Ed. by S. W. Tsai and G. s. Springer, Published by SAMPE, July 15-19, 1991.

[2.42] - Wang, H. and Vu-Khanh, T., "*Impact-Induced Delamination in (0_5, 90_5, 0_5) Carbon Fiber Polyetheretherketone Composite Laminates*", Polymer Engineering and Science, vol. 31, No. 18, pp. 1301-1309, September 1991.

[2.43] - Barsoum, R. S. and Freese, C. E., "*An Iterative Approach for the Evaluation of Delamination Stresses in Laminated Composites*", International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 20, 1415-1431, 1984.

[2.44] - Spilker, R. L., "*Hybrid-Stress Eight-Node Elements for Thin and Thick Multilayer Laminated Plates*", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, pp. 801-828, 1982.

[2.45] - Brewer, J. C. and Lagace, P. A., "*Quadratic Stress Criterion for Initiation of Delamination*", Journal of Composite Materials, vol. 22, pp. 1141-1153, December 1988.

[2.46] - Becker, W., "*Mathematical Simulation of External and Internal Damage Due to Low Velocity Impact*", Computer Aided Design in Composite Material - Technology IV, Ed. W. R. Blain and W. P. De Wilde, Computational Mechanics Publications, pp. 149-156, June 1994.

CAPÍTULO 3

3) *EXPERIMENTAÇÃO*

3.1) FABRICO DO MATERIAL

3.2) CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL

3.2.1) Resistência à tracção na direcção transversal

3.2.2) Resistência ao corte interlaminar

3.2.3) Módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson

3.2.4) Módulo de elasticidade transversal

3.2.5) Módulo de corte

3.2.6) Conclusões

3.3) ENSAIOS DE IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE

3.3.1) Equipamento

3.3.2) Placas ensaiadas

3.3.2) Ensaios realizados

3.4) ANÁLISE DO DANO

3.4.1) Radiografia industrial por raios X

3.4.1.1) Raios X

3.4.1.2) Procedimentos na execução da radiografia industrial

3.4.1.2.1) Factores geométricos

3.4.1.2.2) Factores de controlo

3.4.1.2.3) Caracteristicas do filme e procedimento de revelação

3.4.1.2.4) Tipos de filme

3.4.1.3) Radiografias executadas

3.4.1.4) Conclusões

3.4.2) Técnica do desempilhamento

3.4.3) Conclusão

3.5) CONCLUSÕES SOBRE AS OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS

Referências

CAPÍTULO 3

EXPERIMENTAÇÃO

O objectivo fundamental deste capítulo sobre a análise experimental, prende-se com a realização de ensaios de impacto de baixa velocidade num material compósito de carbono-epóxido e observação do respectivo dano produzido. Assim, o trabalho experimental realizado divide-se em três componentes fundamentais:

- fabrico e caracterização do material;

- ensaios de impacto de baixa velocidade;

- análise do dano.

3.1) FABRICO DO MATERIAL

O material usado é um compósito de carbono-epóxido da ICI com especificação "Fib 150/42". As placas, de 30 cm x 30 cm foram fabricadas a partir dum

rolo de pré-impregnado unidireccional, recorrendo para tal a um autoclave. Depois de cortadas, as camadas são empilhadas segundo uma sequência predefinida.

A polimerização em autoclave requer determinadas condições de temperatura e pressão, o que implica uma montagem específica como se pode ver na figura 3.1.

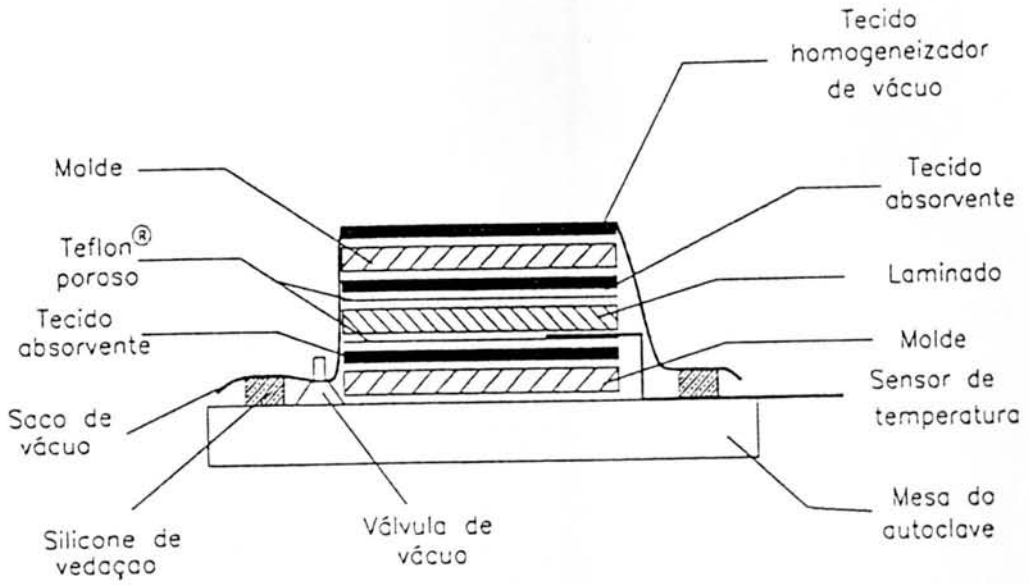


Figura 3.1 - Representação esquemática da montagem para cura em autoclave.

Nesta figura constata-se que o laminado está inserido entre duas películas de Teflon® poroso, que permitem o escoamento do excesso de resina ao mesmo tempo que facilitam a desmoldagem. O excesso de resina é retido no tecido absorvente, colocado imediatamente antes das placas de moldação. Finalmente temos o tecido homogeneizador de vácuo para promover a uniformização deste a toda a placa, evitando a "colagem" do saco de vácuo. Todo este conjunto está coberto por uma película de Nylon®, saco de vácuo, cuja vedação é garantida por tiras de silicone (ver figura 3.2).

O ciclo de cura usado tem o aspecto mostrado na figura 3.3. Assinale-se o facto de se ter exercido uma pressão exterior de 1×10^5 Pascal para além do vácuo de 0.8×10^5 Pascal.

As placas obtidas apresentaram, para empilhamentos de 16 camadas ($(0_4, 90_4)_s$ e $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$), espessuras de 2.4 ± 0.1 milímetros e uma percentagem de fibras de 50% em volume.

O corte das placas foi executado recorrendo a uma serra fina de "32 dentes por polegada". Por fim, procedeu-se ao polimento das secções de corte com o intuito de eliminar qualquer defeito e melhorar o acabamento superficial.

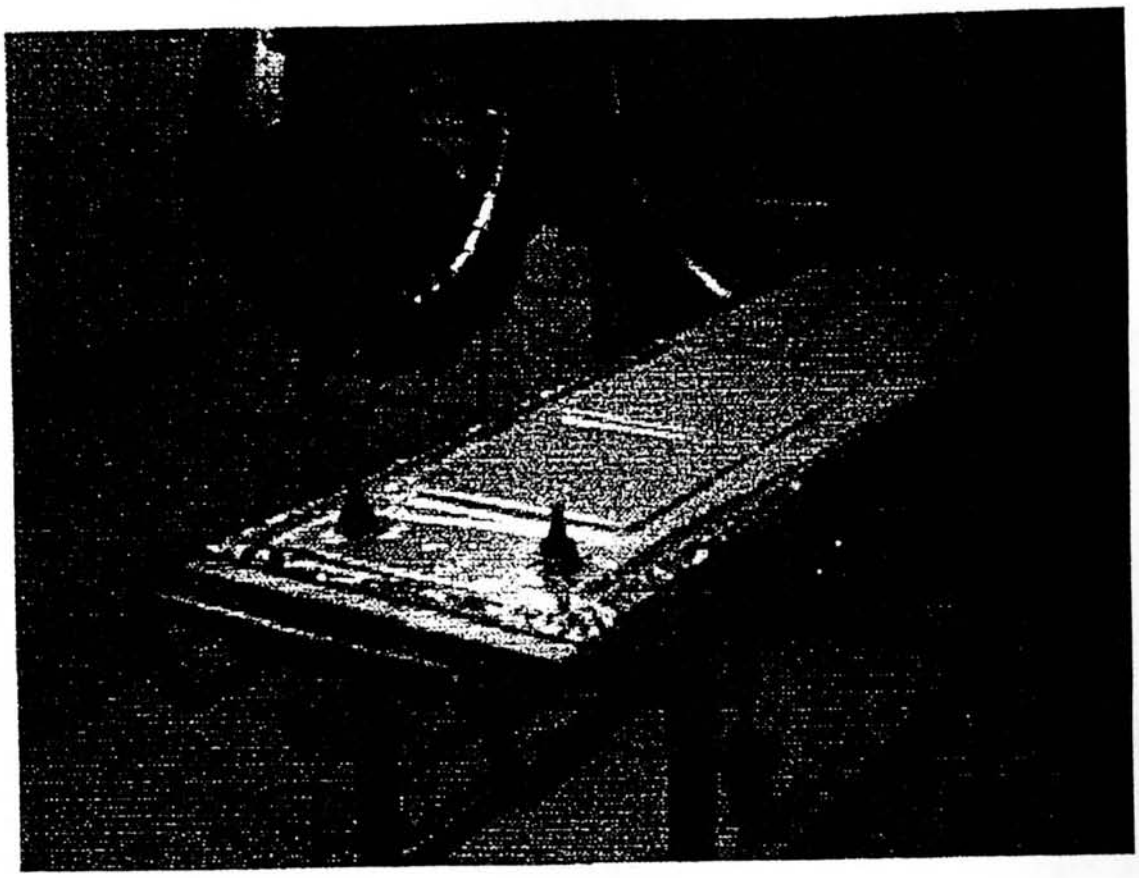


Figura 3.2 - Montagem para o fabrico de duas placas de carbono-epóxido

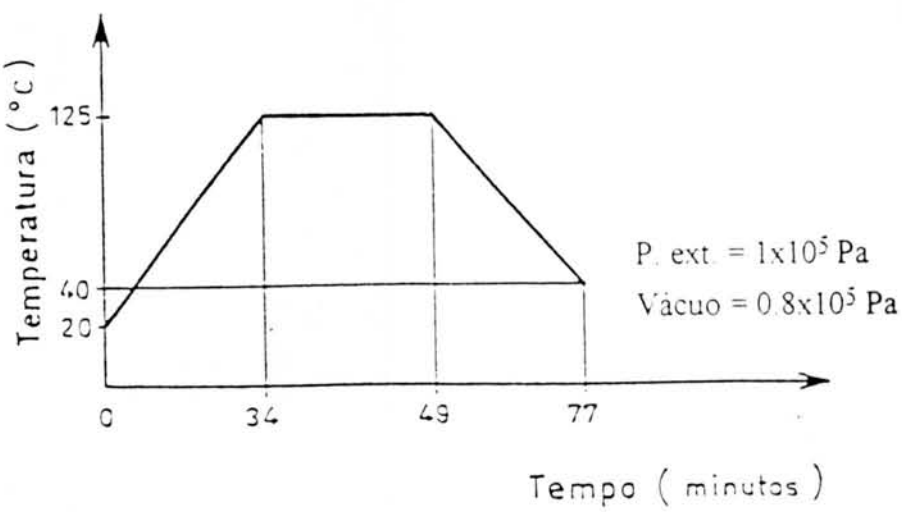


Figura 3.3 - Aspecto do ciclo de cura usado no fabrico das placas de carbono-epóxido.

3.2) CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL

Com o objectivo de determinar as propriedades mecânicas necessárias aos modelos numéricos realizaram-se alguns ensaios experimentais que a seguir se descrevem. Como se pode ver na figura 3.4 utilizaram-se cinco tipos de provetes diferentes que permitiram obter:

A - Y_T - resistência à tracção na direcção perpendicular às fibras (direcção 2);

B - E_{11} e ν_{12} - módulo de elasticidade na direcção das fibras (direcção 1) e coeficiente de Poisson maior;

C - E_{22} - módulo de elasticidade na direcção perpendicular às fibras;

D - G_{12} - módulo de corte;

E - S_i - resistência ao corte interlaminar.

Refira-se que o valor final determinado para cada grandeza corresponde à média de três ensaios realizados em cada tipo de provete.

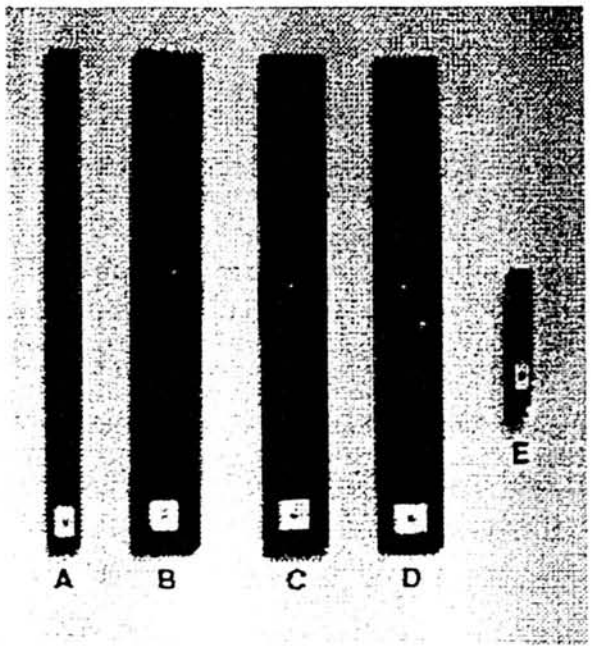


Figura 3.4 - Provetes usados na caracterização do material.

3.2.1) Resistência à tracção na direcção transversal (Y_T)

Para a obtenção de Y_T recorreu-se a provetes de 16 camadas orientadas perpendicularmente à direcção da solicitação com dimensões de 150 mm x 10 mm. O ensaio realizado consistiu num ensaio de tracção, onde se registaram os valores da força máxima ocorrida no instante da rotura do provete conforme a norma EN 61.

Tabela 3.1 - Resultados obtidos para Y_T.

Número do ensaio	Y_T (daN/mm^2)	Desvio em relação à média (%)
1	5.4	8.9
2	6.0	1.2
3	6.4	7.9
Média	5.9	-

O valor da resistência à compressão na direcção transversal (Y_C) foi retirado da referência [3.1] e vale 23.5 daN/mm^2. Este parâmetro, embora utilizado na modelação numérica, apresenta um grau de importância menor uma vez que as roturas em delaminagem acontecem sobretudo por acção de tensões de tracção.

3.2.2) Resistência ao corte interlaminar (S_i)

Para a determinação deste parâmetro recorreu-se a um ensaio de flexão em três pontos, em provetes de 48 camadas unidireccionais com secção 6 mm x 6 mm (ver figura 3.5).

A distância entre apoios é de 24 milímetros, igual a quatro vezes a espessura do provete como recomenda a norma EN 63, para garantir uma rotura interlaminar. O diâmetro dos três cilindros utilizados quer para a aplicação da solicitação (cilindro central) quer como apoios (cilindros extremos), é de 5 milímetros. O ensaio consistiu na aplicação dum deslocamento vertical ao cilindro central com uma velocidade de 0.1 milímetros por minuto, até que a rotura interlaminar se verificasse (ver figura 3.6), tendo-se registado nesse instante o valor da força P.

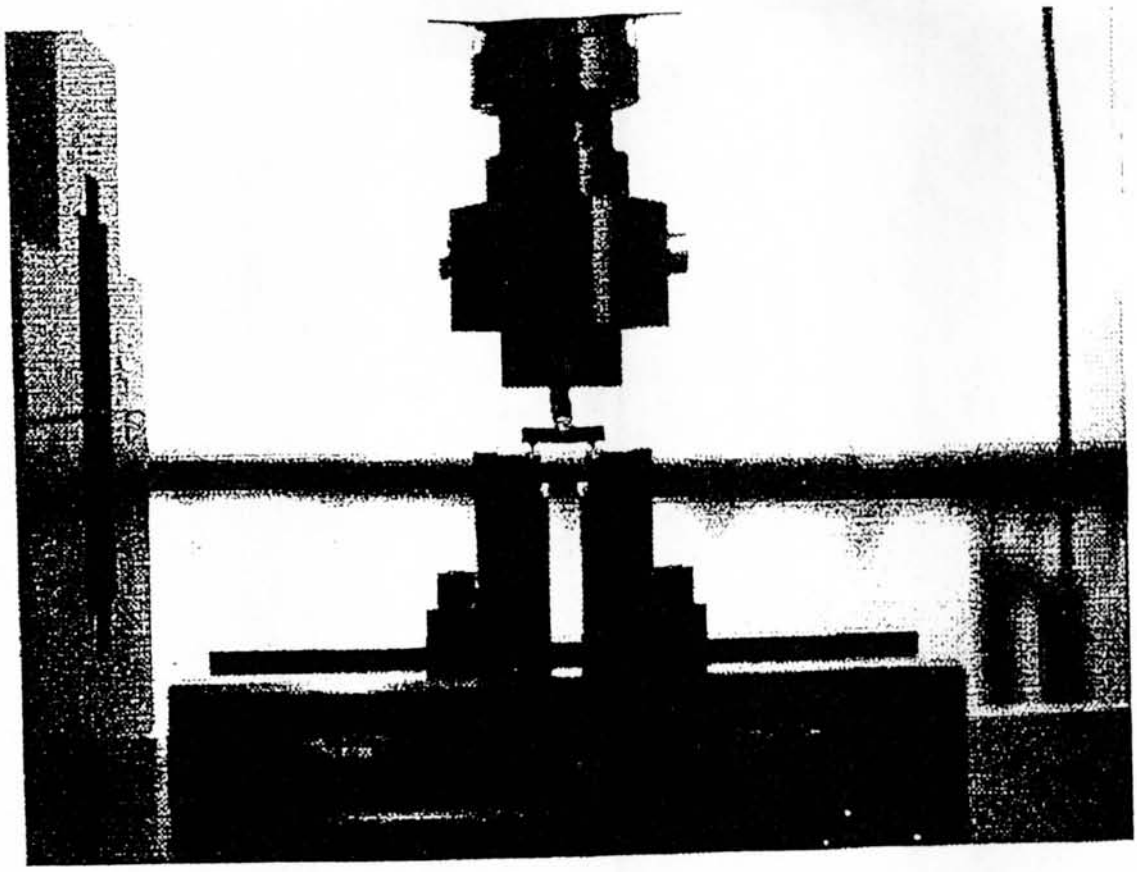


Figura 3.5 - Ensaio de flexão em três pontos para a determinação de S_l.

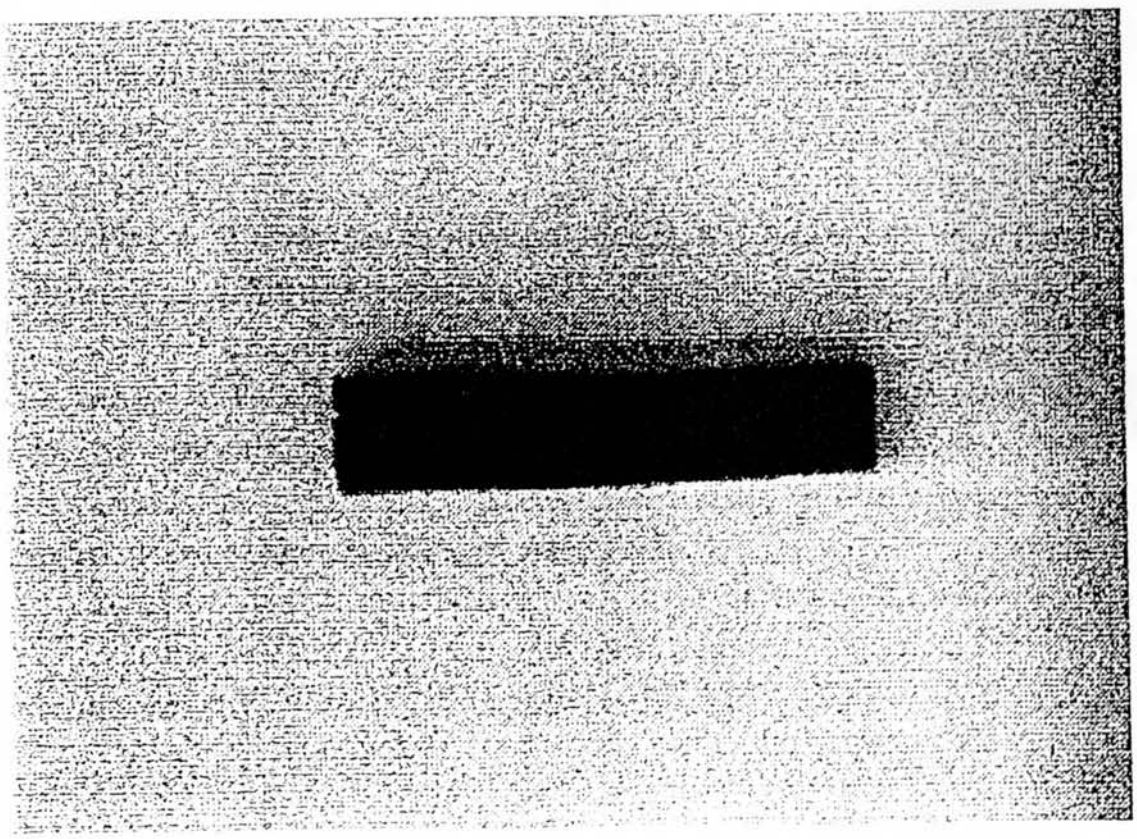


Figura 3.6 - Rotura interlaminar ocorrida no ensaio de flexão em três pontos.

O valor de S_i é então calculado, pela teoria da resistência de materiais, a partir da equação,

$$S_i = \frac{3}{4}\frac{P}{bh} \qquad (3.1)$$

onde b e h representam os valores reais da secção no provete. A tabela 3.2 mostra os resultados obtidos.

Tabela 3.2 - Resultados obtidos para S_i.

Número do ensaio	S_i (daN/mm^2)	Desvio em relação à média (%)
1	5.3	1.9
2	5.9	9.3
3	5.1	5.5
Média	5.4	-

3.2.3) Módulo de elasticidade longitudinal (E_{11}) e coeficiente de Poisson (ν_{12})

Para a determinação experimental destes dois parâmetros, recorreu-se a provetes de 16 camadas orientadas segundo a direcção da solicitação, com dimensões de 150 mm x 20 mm. A maior largura destes provetes, relativamente aos utilizados na determinação de Y_T, advém do facto de terem sido utilizados extensómetros para a leitura das deformações. Assim, foram colados dois extensómetros de 350 Ω (referência CEA-00-125UW-350 da Micro-Measurements), no centro geométrico dos provetes, dispostos perpendicularmente entre si:

- um na direcção da solicitação que permite medir a deformação ε_{11};

- outro na direcção perpendicular à solicitação e que mede a deformação ε_{22}.

Os valores das deformações (ε_{11} e ε_{22}) e força correspondente P, foram registados de forma discreta na região da curva correspondente a comportamento

linear elástico. As figuras 3.7 e 3.8 ilustram os resultados obtidos num dos três ensaios realizados. A expressão que permite o cálculo de ε_{11} surge da bem conhecida relação,

$$\frac{P}{A} = E_{11}\,\varepsilon_{11}. \qquad (3.2)$$

Tendo em conta as unidades utilizadas,

P - força aplicada pela máquina (kN),

A - área da secção recta do provete (mm^2),

ε_{11} - deformação longitudinal (μS),

E_{11} - módulo de elasticidade longitudinal (daN/mm^2),

a relação para a obtenção de E_{11} vem,

$$E_{11} = \frac{1x10^9}{10}\frac{P}{A\varepsilon_{11}}. \qquad (3.3)$$

Por outro lado para a obtenção de ν_{12} temos,

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} \qquad (3.4)$$

As tabelas 3.3 e 3.4 sintetizam os resultados obtidos para E_{11} e ν_{12}. São ainda fornecidas a correlação obtida para uma regressão linear, os valores da área da secção recta e o desvio em relação à média.

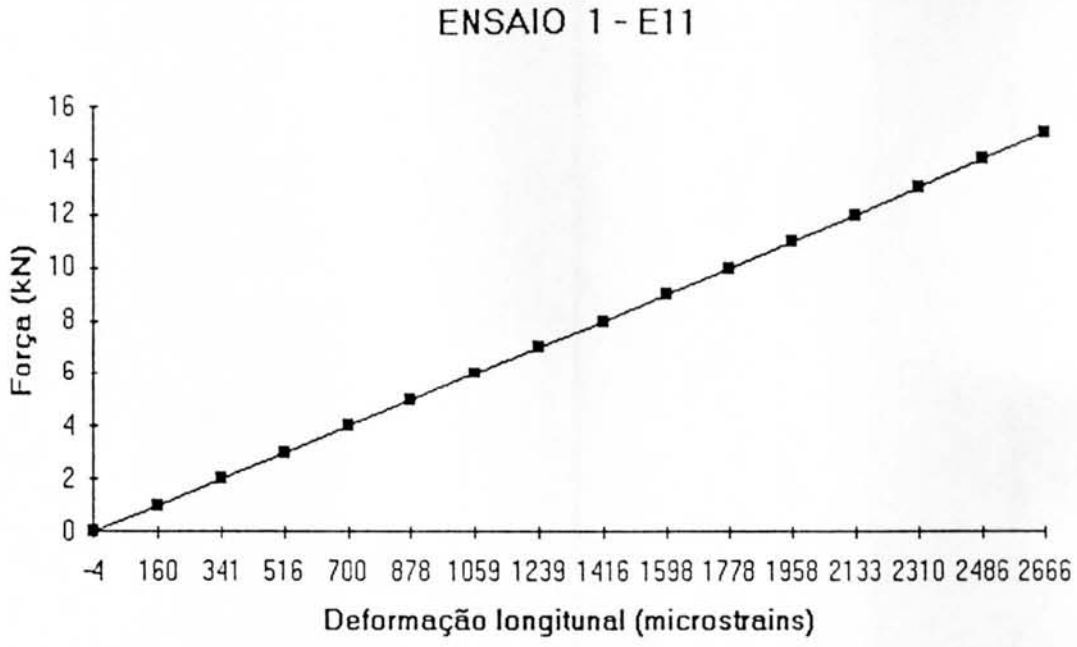


Figura 3.7 - Curva força - deformação longitudinal que permite a obtenção de E_{11}.

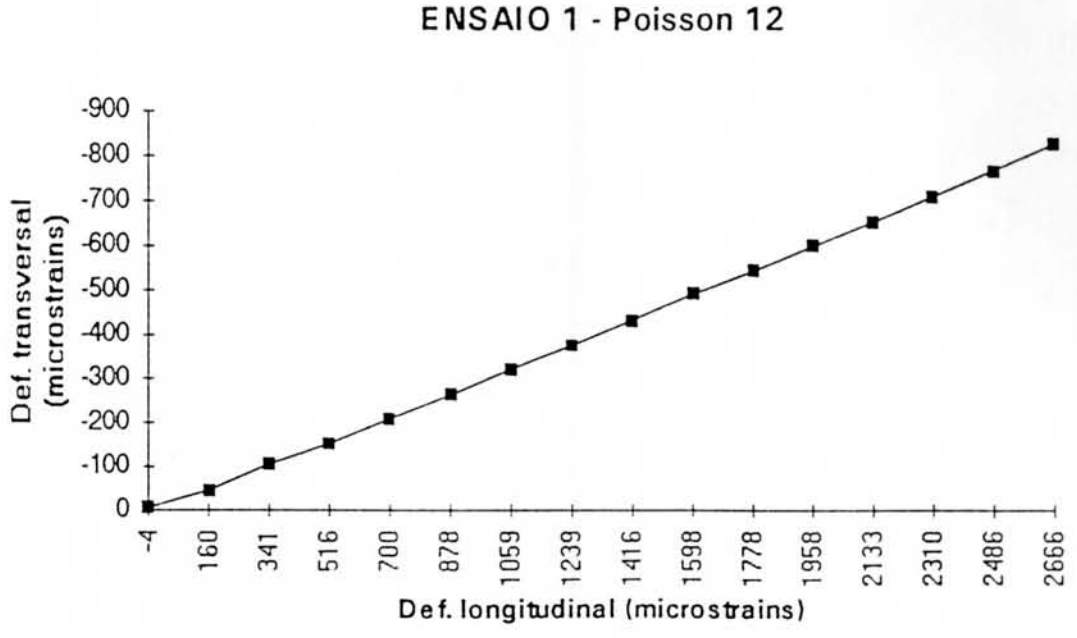


Figura 3.8 - Curva deformação transversal - deformação longitudinal que permite a obtenção de ν_{12}.

Tabela 3.3 - Resultados obtidos para E_{11}.

Número do ensaio	P/ε_{11} (kN/μS)	Correlação	A (mm^2)	E_{11} (daN/mm^2)	Desvio em relação á média (%)
1	0.005584	0.999995	50.96	11181.3	2.3
2	0.006079	0.99996	58.8	10549.4	3.1
3	0.006357	0.99993	58.6	11071.4	1.3
Média	-	-	-	10934.0	-

Tabela 3.4 - Resultados obtidos para ν_{12}.

Número do ensaio	ν_{12}	Correlação	Desvio em relação à média (%)
1	0.309	0.999885	9.6
2	0.368	0.999847	7.6
3	0.348	0.999799	1.8
Média	0.342	-	-

3.2.4) Módulo de elasticidade transversal (E_{22})

Os provetes utilizados para E_{22} são de dimensões idênticas ao caso anterior (150 mm x 20 mm) e são constituídos por 16 camadas orientadas perpendicularmente à direcção da solicitação. Foi ainda colocado um extensómetro na direcção da solicitação para a medição da deformação ε_{22}. O registo de resultados e a equação para a determinação de E_{22} foram obtidos de modo idêntico ao caso anterior. A figura 3.9 mostra o resultado de um dos ensaios e a tabela 3.5 evidencia os valores obtidos nos três ensaios.

Tabela 3.5 - Resultados obtidos para E_{22}.

Número do ensaio	P/ε_{22} (kN/μS)	Correlação	A (mm^2)	E_{22} (daN/mm^2)	Desvio em relação à média (%)
1	0.000361	0.999926	40.53	908.9	3.2
2	0.00049	0.999939	57.78	865.4	1.9
3	0.000492	0.999928	57.68	870.4	1.3
Média	-	-	-	881.9	-

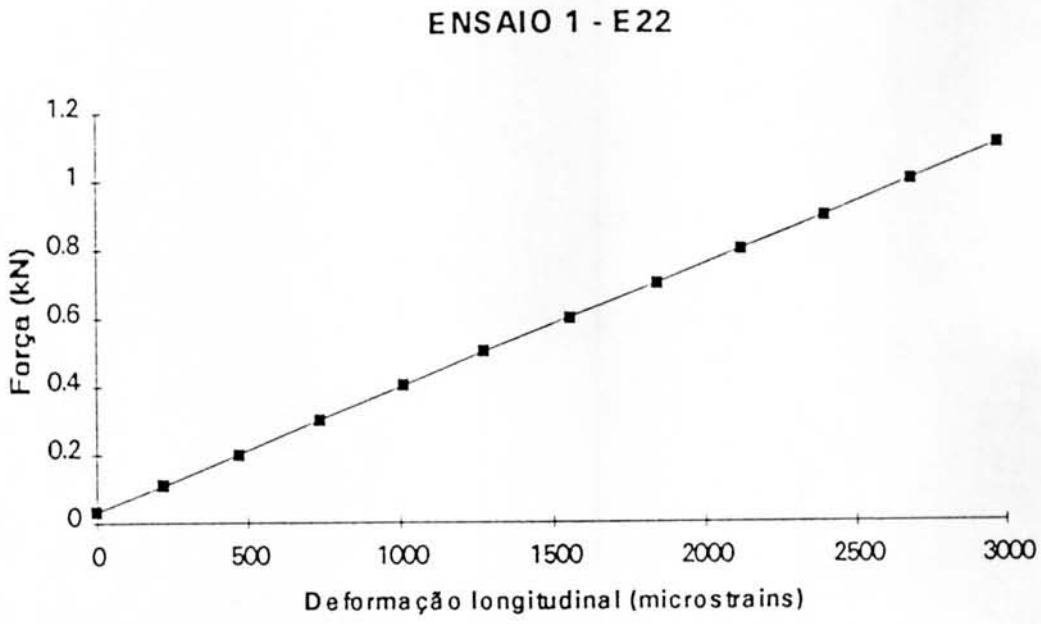


Figura 3.9 - Curva força - deformação longitudinal que permite a obtenção de E_{22}.

3.2.5) Módulo de corte (G_{12}), [3.2]

Neste caso foram também utilizados provetes de dimensões 150 mm x 20 mm com uma sequência de empilhamento de $(\pm 45°)_{4s}$. Foram colados dois extensómetros no centro geométrico dos provetes:

- um na direcção da solicitação,

- o outro na perpendicular a esta.

Com o objectivo de explicar, como é que este tipo de laminado nos pode fornecer o G_{12}, vai ser feita uma abordagem teórica recorrendo à teoria dos laminados.

Consideremos então a matriz das relações constitutivas para uma placa laminada de N camadas [3.3]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ B_{11} & B_{12} & B_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

onde,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz, \tag{3.6}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z\,dz, \tag{3.7}$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} (C_{ij})_k (z_k - z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} (C_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \tag{3.8}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N} (C_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

sendo,

N - número de camadas,

z_{k-1}, z_k - coordenadas inferior e superior da camada k,

C_{ij} - coeficientes de rigidez expressos no sistema de eixos global (x, y, z) (ver apêndice IV),

ε_x^0, ε_y^0 e γ_{xy}^0 - deformações no plano médio do laminado,

k_x, k_y e k_{xy} - curvaturas do laminado.

Como a nossa solicitação consiste numa tensão uniaxial,

$$\bar{\sigma}_x = \frac{N_x}{h} \tag{3.9}$$

sendo h a espessura do laminado. Isto implica que $\gamma_{xy}^0 = k_x = k_y = k_{xy} = 0$. Temos então,

$$\begin{bmatrix} N_x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

ou,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

com

$$H_{11} = \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}$$

$$H_{12} = -\frac{A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \tag{3.12}$$

$$H_{22} = \frac{A_{11}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}.$$

Podemos então escrever o estado de tensão em cada camada, em função destas deformações [3.3],

$$\sigma_x = C_{11}\,\varepsilon_x^0 + C_{12}\,\varepsilon_y^0 = h\bar{\sigma}_x(H_{11}\,C_{11} + H_{12}\,C_{12})$$

$$\sigma_y = C_{12}\,\varepsilon_x^0 + C_{22}\,\varepsilon_y^0 = h\bar{\sigma}_x(H_{11}\,C_{11} + H_{12}\,C_{22}) \qquad (3.13)$$

$$\tau_{xy} = C_{16}\,\varepsilon_x^0 + C_{26}\,\varepsilon_y^0 = h\bar{\sigma}_x(H_{11}\,C_{16} + H_{12}\,C_{26}).$$

Por outro lado para laminados do tipo +α/-α verifica-se que os coeficientes $\overline{Q}_{ij}$ apresentam as seguintes particularidades [3.3],

$$C_{11}(\alpha) = C_{11}(-\alpha)$$

$$C_{12}(\alpha) = C_{12}(-\alpha)$$

$$C_{22}(\alpha) = C_{22}(-\alpha) \qquad (3.14)$$

$$C_{16}(\alpha) = -C_{16}(-\alpha)$$

$$C_{26}(\alpha) = -C_{26}(-\alpha).$$

Das equações (3.14) e (3.13) constata-se que as tensões de corte τ_{xy} nas camadas a +45° e -45° são iguais e de sinal contrário. Para este tipo de laminados verifica-se ainda que,

$$A_{11} = t\,C_{11}$$

$$A_{12} = t\,C_{12} \qquad (3.15)$$

$$A_{22} = t C_{22},$$

sendo t a espessura da camada. Dado que as camadas têm todas a mesma espessura, e tendo em conta as igualdades (3.15), (3.14) e (3.12), podemos escrever as duas primeiras equações de (3.13) do seguinte modo:

$$\sigma_x = h\bar{\sigma}_x \left(\frac{h C_{22} C_{11}}{h^2 C_{11} C_{22} - h^2 C_{12}^2} - \frac{h C_{12}^2}{h^2 C_{11} C_{22} - h^2 C_{12}^2} \right) = \bar{\sigma}_x$$

(3.16)

$$\sigma_y = h\bar{\sigma}_x \left(\frac{h C_{22} C_{12}}{h^2 C_{11} C_{22} - h^2 C_{12}^2} - \frac{h C_{12} C_{22}}{h^2 C_{11} C_{22} - h^2 C_{12}^2} \right) = 0.$$

Podemos então dizer que o estado de tensão em cada uma das camadas é biaxial e tem como componentes σ_x e $\pm\tau_{xy}$ (consoante a orientação da camada seja +45° ou -45°). Para a obtenção do estado de tensão no referencial local aplicam-se as respectivas equações de transformação [3.3],

$$\sigma_1 = m^2 \sigma_x + 2 mn \tau_{xy}$$

$$\sigma_2 = n^2 \sigma_x - 2 mn \tau_{xy} \qquad (3.17)$$

$$\tau_{12} = -mn \sigma_x + (m^2 - n^2)\tau_{xy}$$

sendo,

$$\begin{aligned} m &= \cos\theta \\ n &= \text{sen}\,\theta \\ \theta &= \pm 45°. \end{aligned} \qquad (3.18)$$

Temos então,

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + 2\tau_{xy}}{2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x - 2\tau_{xy}}{2} \qquad (3.19)$$

$$\tau_{12} = \pm\frac{\sigma_x}{2} = \pm\frac{\overline{\sigma}_x}{2}.$$

A importância deste resultado reside no facto de, enquanto σ_1 e σ_2 dependem da tensão aplicada $\overline{\sigma}_x$ e da tensão induzida τ_{xy}, τ_{12} é simplesmente função de $\overline{\sigma}_x$. A relevância desta constatação advém do facto de τ_{xy} ser indeterminável, ou seja, para comportamento ao corte não linear (típico em muitos compósitos), o valor das tensões de corte induzidas não pode ser determinado. Isto leva a que, em regiões de comportamento não linear, não seja possível determinar os valores de σ_1 e σ_2 simplesmente em função da tensão aplicada $\overline{\sigma}_x$.

Consideremos agora a transformação do estado de deformação do laminado $(\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0)$ para o sistema local [3.3],

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^0}{2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^0}{2} \qquad (3.20)$$

$$\gamma_{12} = \varepsilon_y^0 - \varepsilon_x^0.$$

Se combinarmos a terceira das equações de (3.20) com a terceira das equações de (3.19) e tivermos em conta a relação,

$$\tau_{12} = G_{12}\,\gamma_{12} \qquad (3.21)$$

obtemos para uma camada a 45°,

$$-\frac{\bar{\sigma}_x}{2} = G_{12}(\varepsilon_y^0 - \varepsilon_x^0). \qquad (3.22)$$

O módulo de elasticidade efectivo do laminado, E_x, e o coeficiente de Poisson, ν_{xy}, são dados por,

$$E_x = \frac{\bar{\sigma}_x}{\varepsilon_x^0} \qquad (3.23)$$

$$\upsilon_{xy} = -\frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_x^0}.$$

A partir das relações (3.22) e (3.23) obtemos finalmente,

$$G_{12} = \frac{E_x}{2(1+\nu_{xy})}. \qquad (3.24)$$

Tendo em conta as unidades utilizadas, a equação (3.24) adquire a seguinte forma,

$$G_{12} = \frac{1x10^9 \frac{P}{\varepsilon_x^0}}{19.6xA(1-\frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_x^0})} \qquad (3.25)$$

sendo,

P - força aplicada (kN),

A - área da secção recta do provete (mm^2),

G_{12} - módulo de corte (daN/mm^2).

Na execução destes ensaios verificou-se o aparecimento de comportamento não linear para valores relativamente baixos da força (ver figura 3.10). No sentido de ultrapassar este problema foram só considerados os quatro valores iniciais nos três ensaios realizados, o que permite a obtenção de bons coeficientes de correlação na regressão considerada. Na tabela 3.6 sintetizam-se os resultados obtidos.

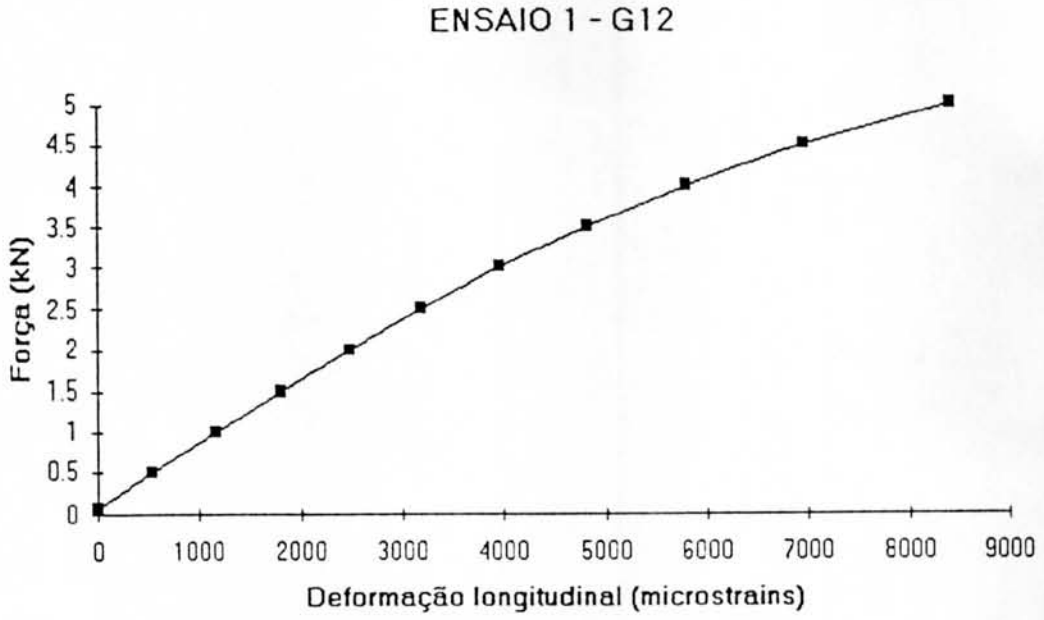


Figura 3.10 - Curva força - deformação longitudinal que permite a obtenção de G_{12}.

Tabela 3.6 - Resultados obtidos para G_{12}.

Número do ensaio	P/ε_{xx} (kN/μS)	Correlação	A (mm^2)	ν_{xy}	Correlação	G_{12} (daN/mm^2)	Desvio rel. à média (%)
1	.000787	0.999999	57.6	0.786	0.999995	396.5	8.0
2	.00088	0.999956	54.3	0.702	0.999948	486.3	12.7
3	.000794	0.999944	55.6	0.769	0.999982	411.8	4.6
Média	-	-	-	-	-	431.5	-

3.2.6) Conclusões

Como conclusões apresentam-se na tabela 3.7, os valores das características mecânicas determinadas experimentalmente e utilizados na modelação numérica.

Tabela 3.7 - Resultados globais das características mecânicas.

E_{11} (daN/mm^2)	E_{22} (daN/mm^2)	ν_{xy}	G_{12} (daN/mm^2)	Y_t (daN/mm^2)	S_i (daN/mm^2)
10934	881.9	0.342	431.5	5.9	5.4

Saliente-se, como comentário final, a pouca dispersão observada nos resultados obtidos para a generalidade dos ensaios realizados.

Nas modelações numéricas realizadas nos capítulos subsequentes foram ainda usadas duas propriedades mecânicas (G_{23} e ν_{23}), que não foram determinadas experimentalmente devido às dificuldades inerentes a tal tarefa. No entanto, é de salientar que estas grandezas praticamente não variam entre diferentes tipos de carbono-epóxido e que os resultados numéricos pouco variam com o seu valor. Tais constatações levaram à consideração dos valores contidos na referência [3.4] para um carbono-epóxido com características semelhantes ao utilizado, e que são:

$$\nu_{23} = 0.52$$

$$G_{23} = 320 \text{ daN/mm}^2.$$

3.3) ENSAIOS DE IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE

3.3.1) Equipamento

Para a realização dos ensaios de impacto de baixa velocidade, recorreu-se a uma máquina de ensaios de impacto por queda de peso ROSAND IFW5HV (ver figura 3.11) cujas caracteristicas fundamentais são as seguintes:

- possibilidade de variação da massa do impactor hemisférico de 2.428 a 28.698 kg;

- possibilidade de variação da energia de impacto de 2 a 1400 Joules;

- possibilidade de variação da velocidade de 1 a 21.5 m/s;

- altura máxima de queda de 1.1 metros;

- leitura óptica da velocidade no instante do impacto;

- existência dum sistema electro-mecânico que impede que o impactor solicite a placa mais de uma vez;

- sistema de encastramento accionado pneumaticamente;

- possibilidade de obtenção, por integração no "software" disponível, de várias curvas, como por exemplo velocidade-tempo, energia-deslocamento, etc., para além da curva real força-tempo.

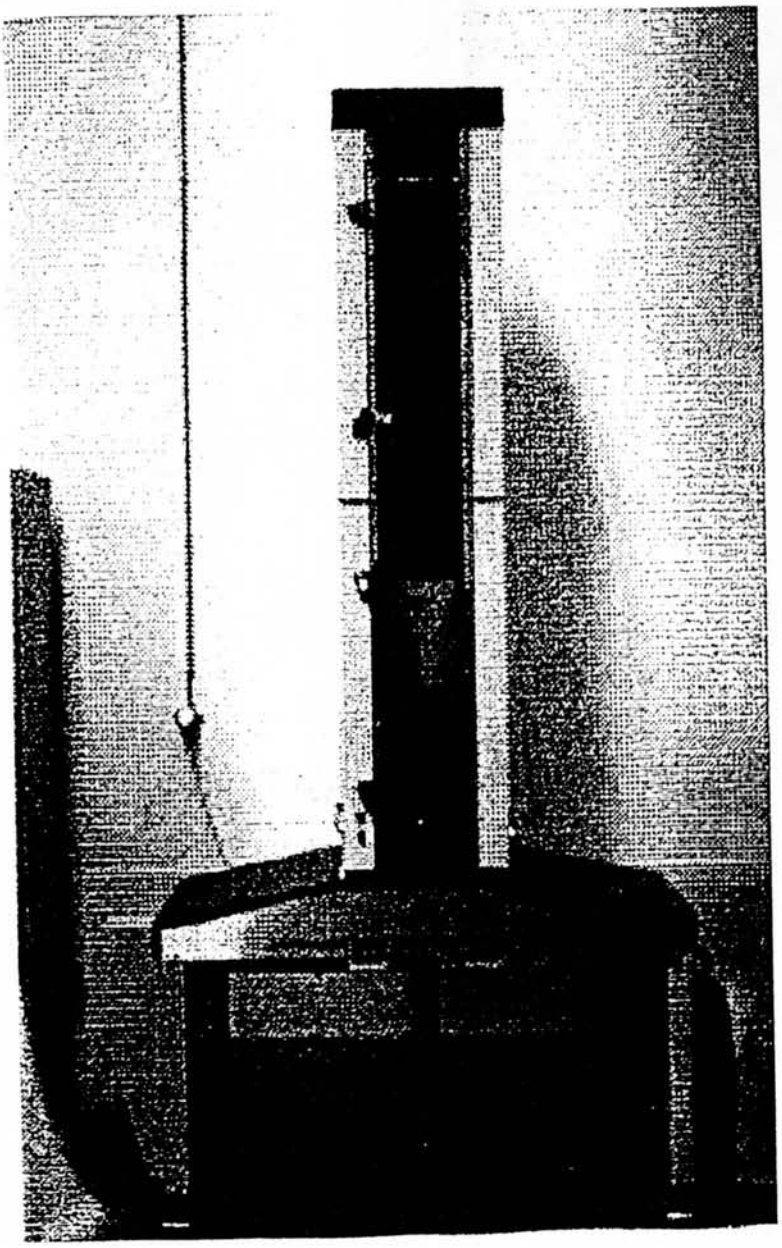


Figura 3.11 - Máquina de impacto ROSAND IFW5HV usada na realização dos ensaios.

3.3.2) Placas ensaiadas

As placas ensaiadas possuem, no plano, a forma dum quadrado de 60 milímetros de lado. Foi projectada e construída uma peça específica que, adaptada ao sistema de fixação accionado pneumaticamente, permite um encastramento circular de 50 milímetros de diâmetro (ver figuras 3.12 e 3.13).

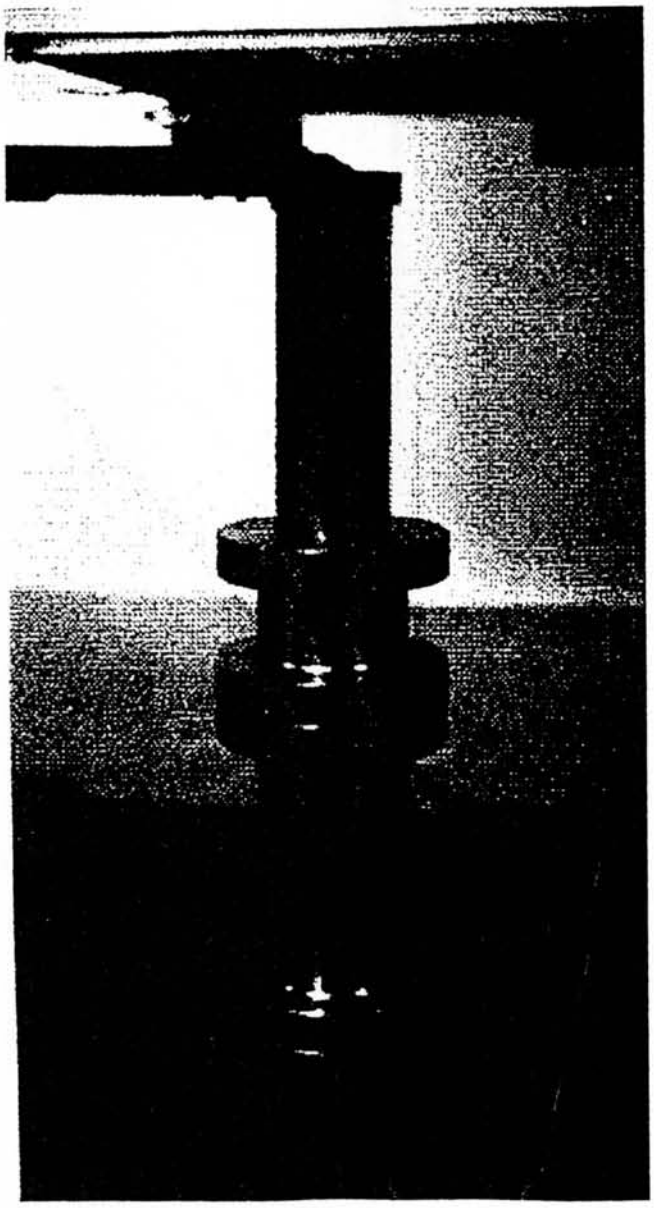


Figura 3.12 - Sistema de fixação accionado pneumaticamente que permite encastramentos circulares.

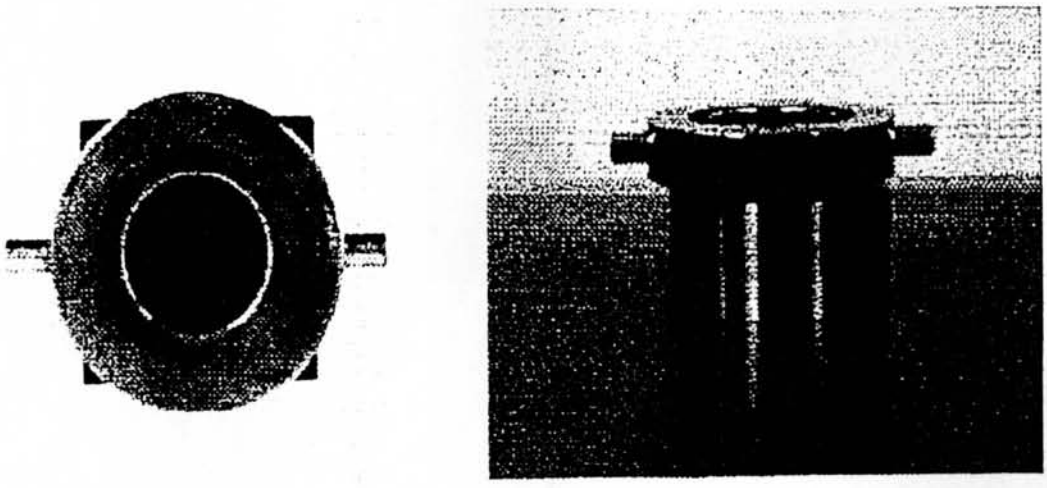


Figura 3.13 - Duas vistas de pormenor do sistema que permite encastramentos com diâmetro de 50 milímetros.

3.3.3) Ensaios realizados

Os ensaios foram realizados por selecção prévia dos valores da velocidade de impacto no "software" de comando da máquina. O impactor posiciona-se automaticamente e, após selecção da opção que acciona o sistema electro-mecânico que evita que o impactor contacte a placa por mais de uma vez, procede-se à realização do ensaio. A curva real força-tempo é obtida através do uso dum transdutor de forças "Kistler 9031A" e é registada automaticamente em "diskette". A eventual obtenção de outras curvas de interesse (velocidade-tempo, deslocamento-tempo, etc.) é feita por recurso a integração numérica a partir da curva real, e recorrendo ao "software" disponível na máquina.

Nas figuras 3.14 a 3.16 mostra-se o aspecto duma curva real força-tempo e das correspondentes curvas velocidade-tempo e deslocamento-tempo.

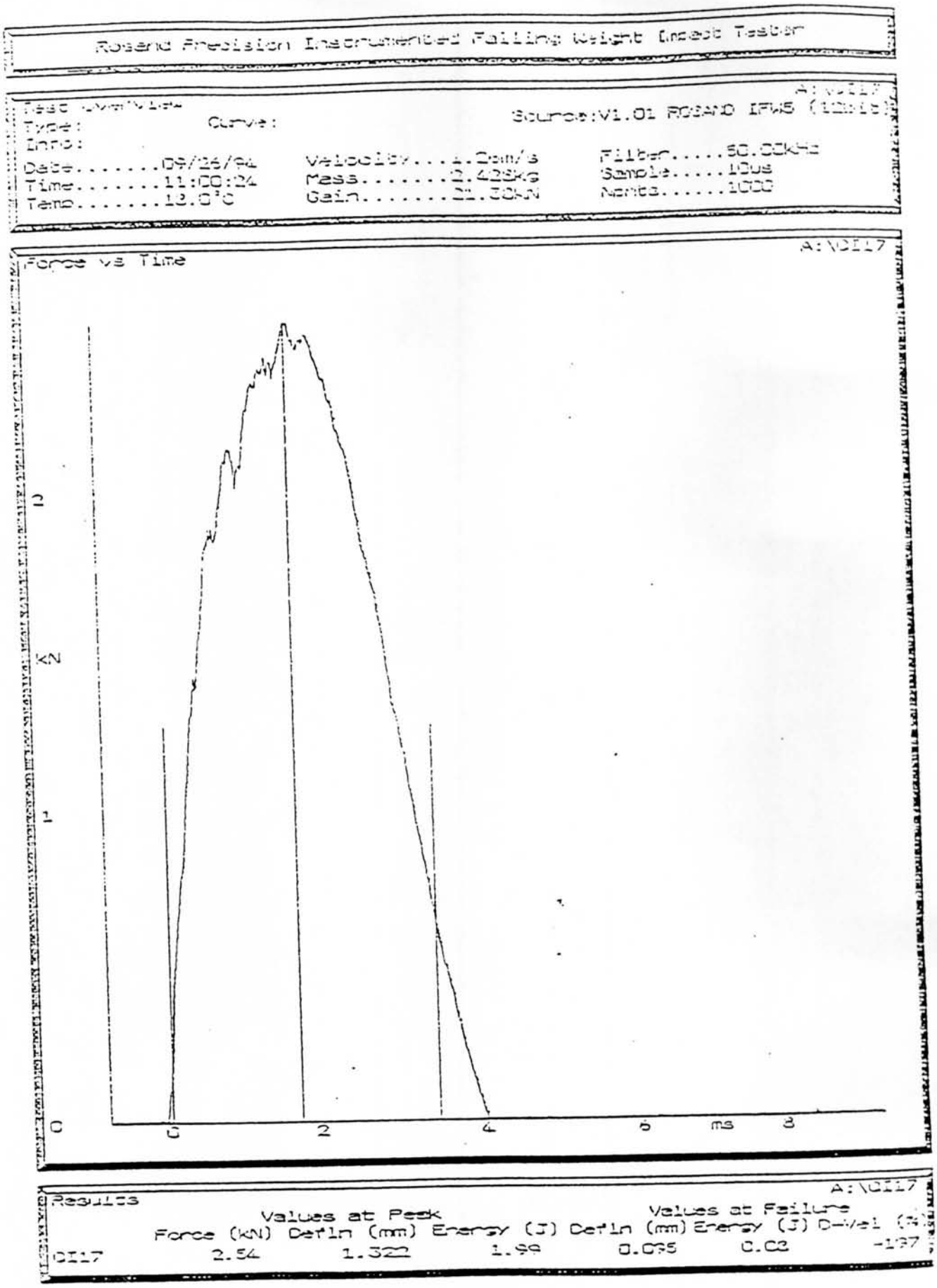


Figura 3.14 - Curva real força - tempo.

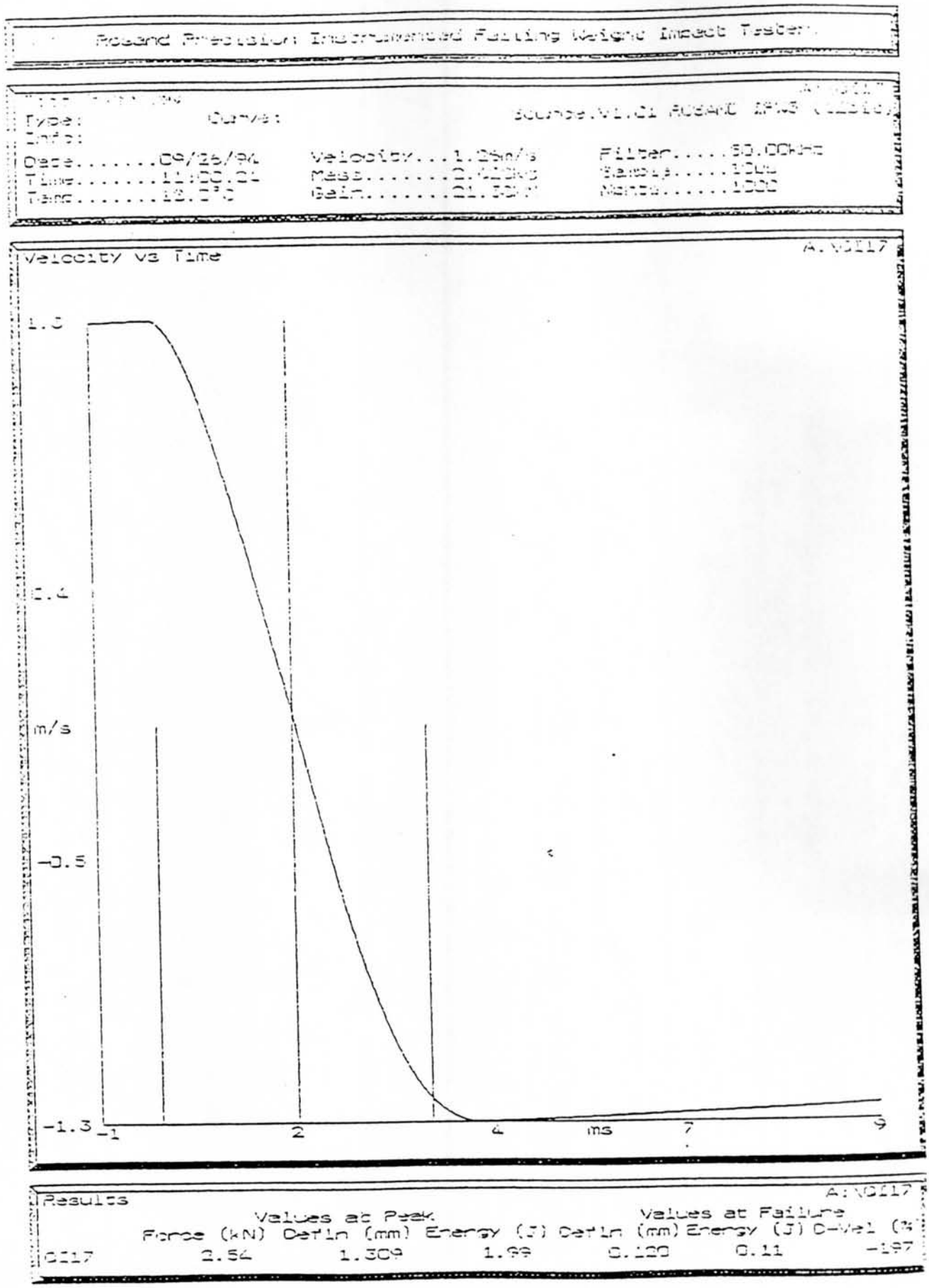


Figura 3.15 - Curva velocidade - tempo obtido por integração a partir da curva real.

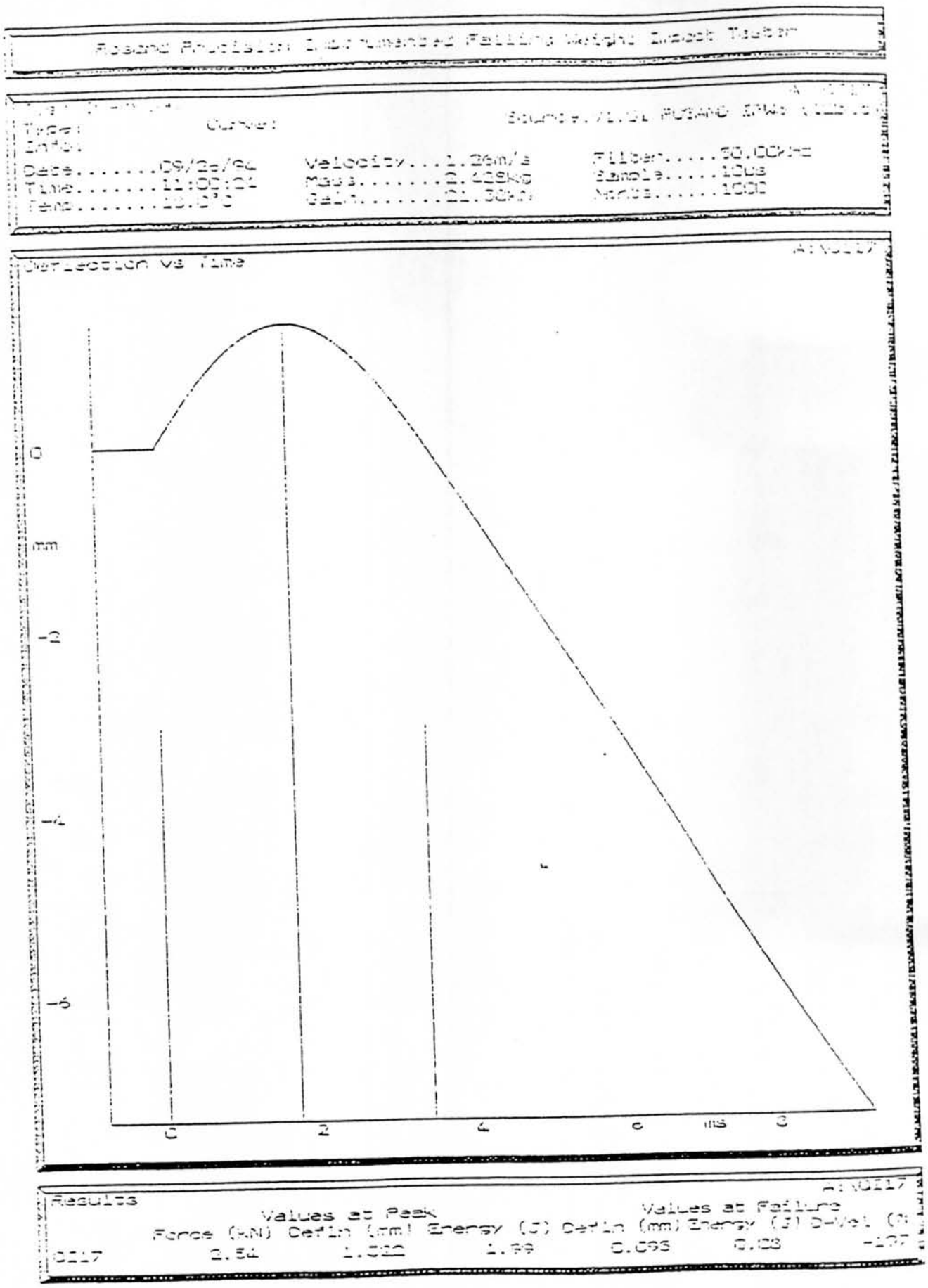


Figura 3.16 - Curva deslocamento - tempo obtida por dupla integração da curva real força - tempo.

3.4) ANÁLISE DO DANO

A análise do dano provocado pelas solicitações de impacto de baixa velocidade foi feita por dois métodos diferentes:

- radiografia por raios X como método não destrutivo;

- técnica de desempilhamento (deply technique), como método destrutivo.

A conjunção destas duas técnicas permite a avaliação das áreas delaminadas em cada uma das interfaces entre camadas diferentemente orientadas. Embora o dano causado por este tipo de solicitação também inclua a fissuração da matriz, este tipo de dano não foi quantitativamente avaliado, uma vez que, como veremos mais à frente, a sua influência na resistência residual à compressão é desprezável.

3.4.1) Radiografia industrial por raios X

A radiografia é um método de ensaio não destrutivo que utiliza os raios X ou os raios gama. É utilizada desde 1920 e é um dos ensaios não destrutivos mais usados actualmente. O princípio é simples como se pode ver na figura 3.17. Consiste na existência duma fonte emissora de raios X, cuja intensidade da radiação penetrante é modificada durante a sua passagem pelo material e pelos defeitos deste. Este fenómeno de diferente absorção é a base da utilização da radiografia como ensaio não destrutivo. A diferença de densidade ou contraste sobre um filme (após revelação), entre a imagem dum dominio contendo um defeito e a imagem dum domínio isento de defeito, permite ao observador distinguir a imperfeição. Realce ainda para o facto de as regiões mais escuras corresponderem a zonas de mais fácil penetração pelos raios X e as regiões mais claras a zonas mais opacas (ver figura 3.17).

3.4.1.1) Raios X [3.5]

Os raios X são radiações electromagnéticas cujo comprimento de onda varia entre os 0.05 e os 100 Å (1 angstron = 10^{-10} m). As suas características fundamentais resumem-se a :

- são invisíveis;

- podem penetrar na matéria;

- são diferencialmente absorvidos pela matéria, consoante as alterações existentes;

- propagam-se em linha recta;

- produzem efeitos fotoquímicos sobre emulsões fotográficas;

- ionizam os gazes que atravessam;

- não são afectados pelos campos magnéticos e eléctricos;

- a sua velocidade de propagação é de 3×10^8 m/s;

- são capazes de libertar fotoelectrões;

- provocam a fluorescência de certas substâncias.

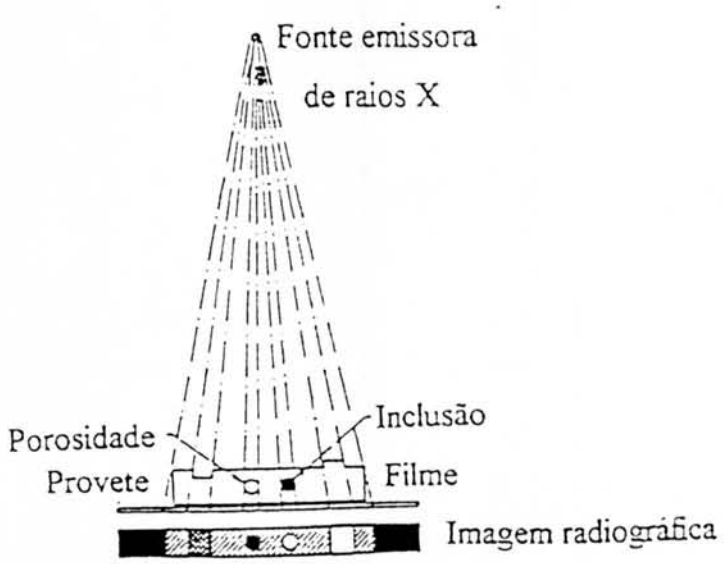


Figura 3.17 - Princípios fundamentais da radiografia.

Os raios X são produzidos por transferência de energia quando electrões acelerados por uma diferença de potencial (no mínimo algumas dezenas de kV), denominados por raios catódicos, encontram um bloco sólido conhecido por anticátodo ou ânodo. Os electrões não podem penetrar mais do que 1 micrometro ; nesta distância a sua velocidade é reduzida de 100 000 Km/s a 1000 Km/s, que corresponde à velocidade dos electrões livres no metal. Eles são então, submetidos a uma forte desaceleração e emitem aquilo a que se designa como radiação de travagem, que é constituída por um conjunto de fotões de várias frequências, entre as quais as correspondentes aos raios X, que podem sair do metal devido à sua fraca absorção.

Assim, o equipamento de base para produzir raios X é essencialmente constituído por :

- uma fonte de electrões;

- um meio de acelerar estes electrões até altas velocidades;

- um ânodo metálico.

Nos tubos de raios X, os electrões são acelerados por uma diferença de potencial entre a fonte de electrões (cátodo) e o ânodo. Esta diferença de potencial é a tensão no tubo. Os electrões em movimento produzem uma corrente eléctrica (corrente no tubo), cuja intensidade é determinada pelo número de electrões.

A utilização dos raios X em radiografia baseia-se na diferente absorção deste tipo de radiação pela matéria consoante as alterações existentes. Assim, um feixe homogéneo de raios X de intensidade I sofre uma diminuição de intensidade ΔI ao atravessar uma espessura Δx dum material (ver figura 3.18).

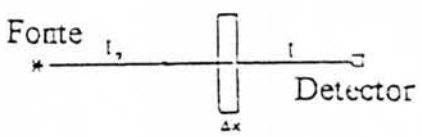


Figura 3.18 - Montagem experimental para estudar a absorção.

Esta diminuição ΔI é proporcional à intensidade do feixe incidente e à espessura do corpo absorvente, ou seja :

$$\Delta I = -\mu I \Delta x \tag{3.26}$$

onde μ é um coeficiente de proporcionalidade e onde o sinal negativo indica uma diminuição de intensidade. Esta equação pode ser escrita sob a forma duma equação diferencial e depois integrada, o que dá :

$$dI = -\mu I dx \tag{3.27}$$

$$I = I_0 e^{-\mu x} \tag{3.28}$$

sendo,

I_0 - intensidade da radiação incidente (mA),
I - intensidade da radiação transmitida (mA),
x - espessura do provete (m),
μ - coeficiente de absorção linear do material (m).

A equação (3.28) é a lei fundamental que governa a absorção dum feixe homogéneo de raios X ou de raios gama que, em coordenadas logaritmicas se apresenta sob a forma duma recta (ver figura 3.19).

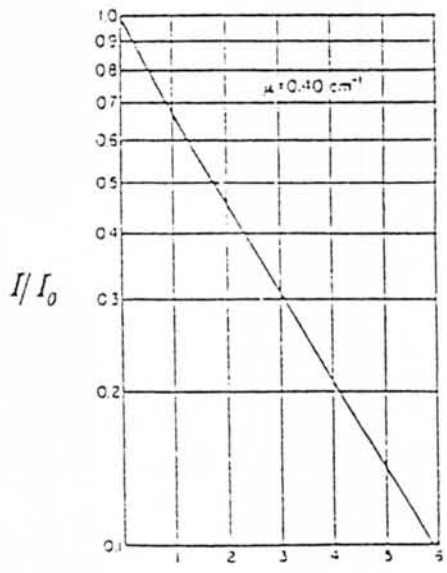


Figura 3.19 - Curva da lei de absorção em coordenadas semi-logaritmicas.

3.4.1.2) Procedimentos na execução da radiografia industrial [3.6]

Existem quatro tipos de factores sobre os quais se pode actuar para que os resultados duma radiografia sejam satisfatórios :

- factores geométricos;

- factores de controlo;

- características do filme e procedimento de revelação;

- tipos de filme.

3.4.1.2.1) Factores geométricos

A figura 3.20 esquematiza os princípios geométricos a ter em conta para que se obtenha uma imagem de boa qualidade. Temos então :

- a fonte emissora de raios X deve ser o mais pequena possível, ou seja, ela deve-se aproximar, tanto quanto possível, dum ponto (comparar as figuras 3.20a e 3.20c);

- a distância entre a fonte emissora e o objecto deve ser a máxima permitida pela máquina (comparar as figuras 3.20b e 3.20c);

- o filme deve ser colocado o mais perto possível do objecto; quando possível, aconselha-se que estejam ambos em contacto (comparar as figuras 3.20b e 3.20d);

- a posição da fonte emissora relativa ao par objecto/filme deve ser tal, que o "raio central" seja perpendicular ao filme para que as relações de tamanho se mantenham (comparar as figuras 3.20a e 3.20e);

- o plano do objecto e o plano do filme devem ser paralelos (comparar figuras 3.20a e 3.20f).

Todos estes procedimentos foram seguidos nas radiografias executadas.

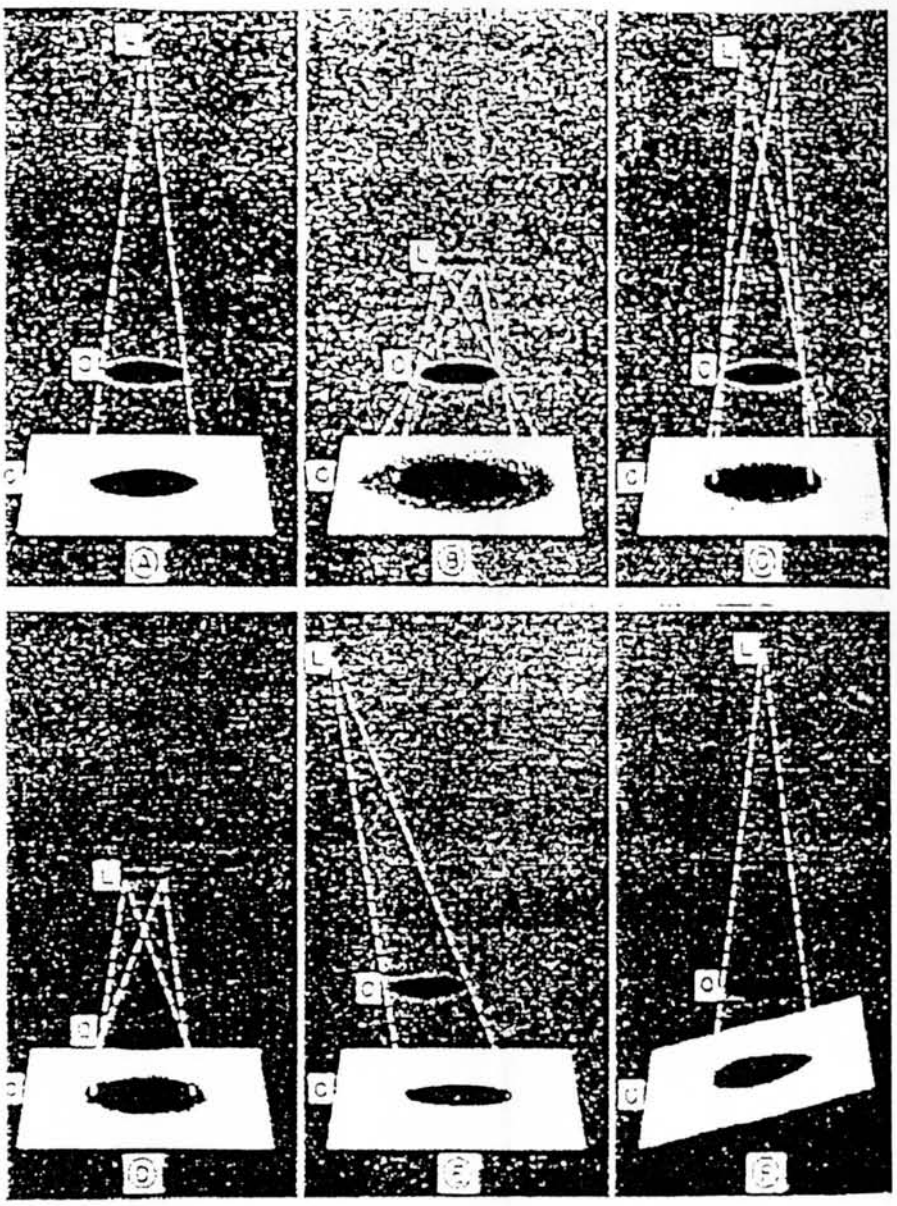


Figura 3.20 - Factores geométricos que afectam a qualidade da radiografia.

3.4.1.2.2) Factores de controlo

Os dois principais factores sobre os quais o operador pode actuar com o objectivo de obter bons resultados, são a tensão no tubo e o tempo de exposição.

A tensão no tubo governa a capacidade de penetração dos raios X, ou seja, a intensidade com que a radiação atravessa o provete. Este parâmetro está directamente ligado ao contraste radiográfico que é uma característica importante na qualidade da imagem. O contraste é a medida da diferença de densidade (ver apêndice I), entre uma imagem e a sua vizinhança, ou seja, é o resultado de diferentes intensidades numa

imagem de raios X. Quanto mais baixa for a tensão utilizada, maior será o contraste radiográfico. Isto conduz à regra geral, que consiste em escolher a tensão mais fraca que fornecerá a densidade de filme desejada, num tempo de exposição razoável.

O tempo de exposição varia linearmente com a espessura do provete numa escala logarítmica. É ainda, inversamente proporcional à intensidade da corrente no tubo. Isto implica que esta variável (corrente no tubo), seja mantida num valor razoável (entre 1 e 3 mA) e se obtenham diferentes contrastes alterando o tempo de exposição.

3.4.1.2.3) Características do filme e procedimento de revelação [3.7]

Um filme de raios X consiste num material transparente constituído por acetato de celulose uniformemente revestido, geralmente dos dois lados, por uma emulsão de brometo de prata com uma espessura de 0.025 milímetros. Este encontra-se sob a forma de pequenos cristais uniformemente repartidos na gelatina. Quando os raios X encontram a emulsão, dá-se uma reacção química nos cristais de brometo de prata. A intensidade desta reacção é proporcional à intensidade da radiação e ao tempo de exposição. Para que esta alteração química seja visível, o filme deve ser tratado com uma solução química denominada por revelador. Este tem uma acção redutora sobre o brometo de prata ; retira o brómio do cristal exposto e deposita prata negra na gelatina. A concentração desta prata metálica negra por unidade de superfície de emulsão depende do tempo de exposição e determina a densidade do filme. Os reveladores contêm geralmente hidroquinona que produz todos os graus de cinzento e negro. Contudo, nenhum destes produtos actua só por si. É necessária uma solução alcalina para produzir a opacidade do filme; a solução permite aos agentes reveladores penetrar nos poros da emulsão.

Para parar a revelação, o filme deve ser colocado num banho ácido ou lavada em água. O banho de paragem consiste numa solução ligeira de ácido acético que neutraliza o alcalino do revelador. Caso não se utilize um banho de paragem, os filmes devem ser metidos em água corrente durante 1 ou 2 minutos.

Após a revelação, a emulsão contém todos os grãos de brometo de prata que não foram expostos e revelados. Estes devem ser retirados da emulsão para que a imagem seja permanente. Para tal, utiliza-se um fixador constituído por hiposulfite de sódio ou de amoníaco. Pode-se juntar ácido acético ou sulfúrico (em fraca concentração), ao fixador, para neutralizar o revelador alcalino aderente ao filme.

Finalmente, os filmes são lavados em água para retirar todo o produto químico presente na emulsão. A etapa final do tratamento do filme é a secagem. Ela deve ser feita suspendendo os filmes para melhor permitir o efeito da convecção natural.

3.4.1.2.4) Tipos de filme [3.6]

Diferentes tipos de filme de raios X são utilizados. Eles diferem pela sua velocidade no que concerne ao tempo de exposição, o seu contraste e o tamanho dos grãos. Os filmes tendo grãos de grande tamanho têm velocidades mais elevadas. Por outro lado, os filmes de contraste elevado têm grãos geralmente mais finos e são mais lentos que os filmes de fraco contraste. Um filme de grãos finos fornece mais detalhes que um de grãos grandes. Existem essencialmente dois tipos gerais de filme:

- os que utilizam ecrãs fluorescentes reforçadores (ecrãs de chumbo ou tungsténio de cálcio);

- os "sem ecrã".

Os primeiros possuem globalmente maior performance (menor tempo de exposição e maior qualidade), mas também são mais caros.

3.4.1.3) Radiografias executadas

O facto do carbono-epóxido ser invisível aos raios X, implica a necessidade de utilização dum líquido penetrante (bastante fluido), que seja opaco a estas mesmas radiações. O produto utilizado foi o tetrabromoetano. Para que o produto se infiltrasse bem nas fissuras e nas delaminagens, as placas foram mergulhadas nele durante pelo menos uma hora. Após este período as superfícies foram bem limpas para evitar que qualquer nódoa superficial pudesse adulterar os resultados.

As radiografias foram feitas com a placa em contacto directo com o filme (Kodak® Industrex M de forte contraste) e à máxima distância possível da fonte emissora. Foi utilizada uma tensão de 50 kV (aconselhada na referência [3.5] para pequenas espessuras), uma intensidade de 2 mA e um tempo de exposição de 1 minuto. Saliente-se que o tempo de exposição foi a variável predominante na obtenção de imagens com bom contraste e só foi fixado após algumas tentativas.

A revelação foi feita segundo os procedimentos atrás descritos. Assim, os filmes foram mergulhados no revelador a 16 °C durante 8 minutos, foram lavados em

água durante 1 minuto para parar a revelação e foram mergulhados no fixador durante cerca de 15 minutos. De seguida foram lavados em água corrente durante meia hora e, finalmente postos a secar.

Foram também realizadas algumas fotografias a partir das radiografias. O processo de revelação utilizado foi em tudo idêntico ao das radiografias tendo-se utilizado um revelador e um fixador adequados.

3.4.1.4) Conclusões

Como se pode constatar da observação das figuras 3.21 e 3.22 a radiografia mostra-se eficaz na satisfação dos objectivos pretendidos.

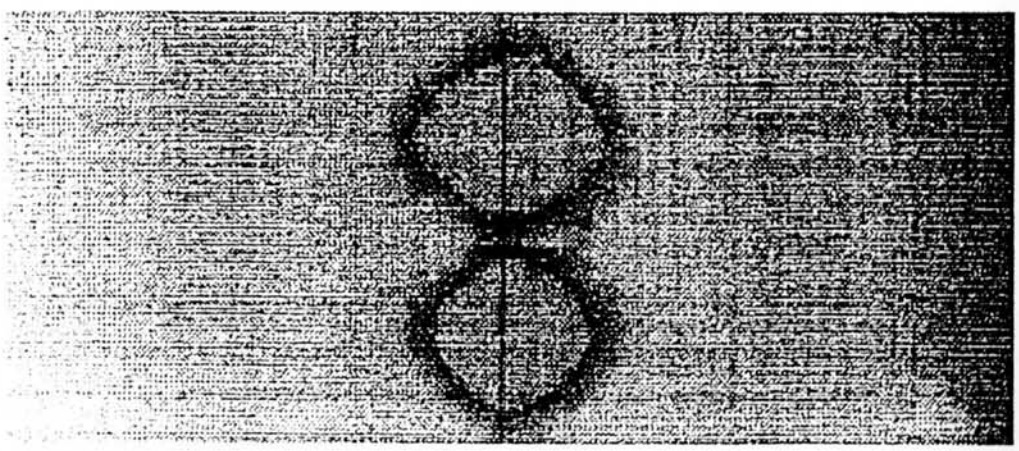


Figura 3.21 - Delaminagem numa placa $(90_4, 0_4)_s$

O único problema a resolver é o facto de as delaminagens não estarem localizadas na direcção da espessura das placas. Assim, se estivermos em presença duma placa com uma sequência de empilhamento quasi-isotrópica $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$, a existência de múltiplas delaminagens perante uma solicitação de impacto, é um dado adquirido. Isso significa que, a delaminagem presente na figura 3.22 corresponde na verdade, a múltiplas delaminagens em planos diferentes. Para colmatar esta situação recorre-se à técnica do desempilhamento ou "deply technique" que se baseia na remoção das camadas por um processo termo-quimico. Caso este processo se revele eficaz, pode-se considerar a radiografia por raios X como uma excelente ferramenta na observação do dano interno nos materiais compósitos.

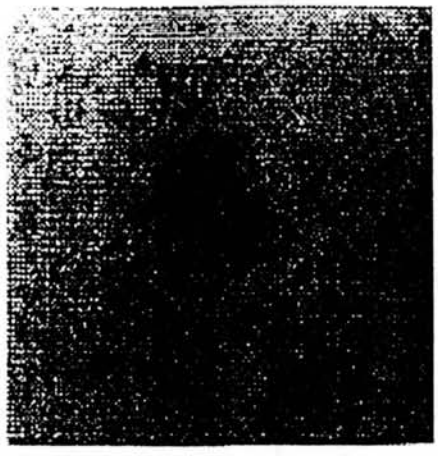


Figura 3.22 - Delaminagem numa placa quasi-isotrópica $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

3.4.2) Técnica do desempilhamento ("deply technique") [3.8 e 3.9]

O desempilhamento é uma técnica destrutiva que consiste na remoção das camadas mantendo a sua integridade por um processo termo-químico.

Para começar deve-se aplicar uma solução de cloreto de ouro sobre a superfície oposta à solicitada onde, geralmente por efeito de flexão, existem fissuras ou microfissuras, durante 30 minutos. Esta solução, que consiste na dissolução (com uma percentagem de 10% em termos de peso), de cloreto de ouro em éter dietílico, penetra pelas fissuras e preenche as delaminagens internas. Em seguida, é necessário secar as placas, recorrendo-se a um forno regulado para uma temperatura de 66° C durante 30 minutos. Tal permite que o éter se evapore, o que origina a precipitação do cloreto de ouro nas superfícies delaminadas. Finalmente, faz-se uma pirólise parcial da resina de epóxido, o que permite separar facilmente as camadas. Para tal, colocam-se as placas num forno a uma temperatura de 418° C durante uma hora. A remoção das camadas faz-se sem grandes dificuldades, com a ajuda duma fita adesiva e duma faca. A observação das interfaces entre camadas de diferente orientação, permite-nos conhecer a forma, orientação e tamanho de cada uma das delaminagens existentes ao longo da espessura (ver figura 3.23).



Figura 3.23 - Visualização duma delaminagem numa interface entre (-45, 45) num laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

3.4.3) Conclusão

Assinale-se que estas duas técnicas foram utilizadas em complemento uma da outra. Assim, após a confirmação de que a justaposição das diversas delaminagens visíveis pela técnica de desempilhamento correspondia à imagem obtida pelos raios X, utilizou-se esta última técnica como avaliação não destrutiva das placas ensaiadas ao impacto e que iriam ser, posteriormente ensaiadas à compressão, o que impedia o recurso a técnicas destrutivas.

3.5) CONCLUSÕES SOBRE AS OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS

A utilização conjugada dos dois métodos referidos, associada à inspecção visual e microscópica, permite o estabelecimento de uma série de regras e constatações, a propósito do dano causado por impacto de baixa velocidade:

- é caracterizado por rotura da matriz nas camadas e por delaminagens entre camadas (ver figura 3.24);

- estes dois tipos de dano estão intrinsecamente associados (ver figura 3.25);

- as delaminagens só ocorrem entre camadas diferentemente orientadas e apresentam uma forma de amendoim com orientação paralela à das fibras da camada situada abaixo dessa interface (ver figura 3.26);

- o tamanho das delaminagens aumenta rapidamente das interfaces situadas junto à superfície solicitada, para as interfaces situadas mais longe dessa mesma superfície (ver figura 3.27).

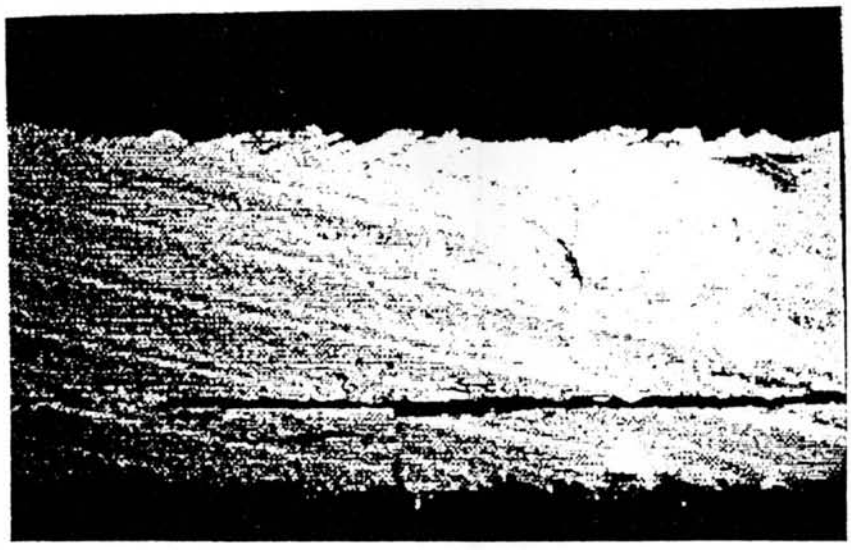


Figura 3.24 - Visualização da delaminagem entre duas camadas diferentemente orientadas associada à fissuração devida à flexão das camadas exteriores.

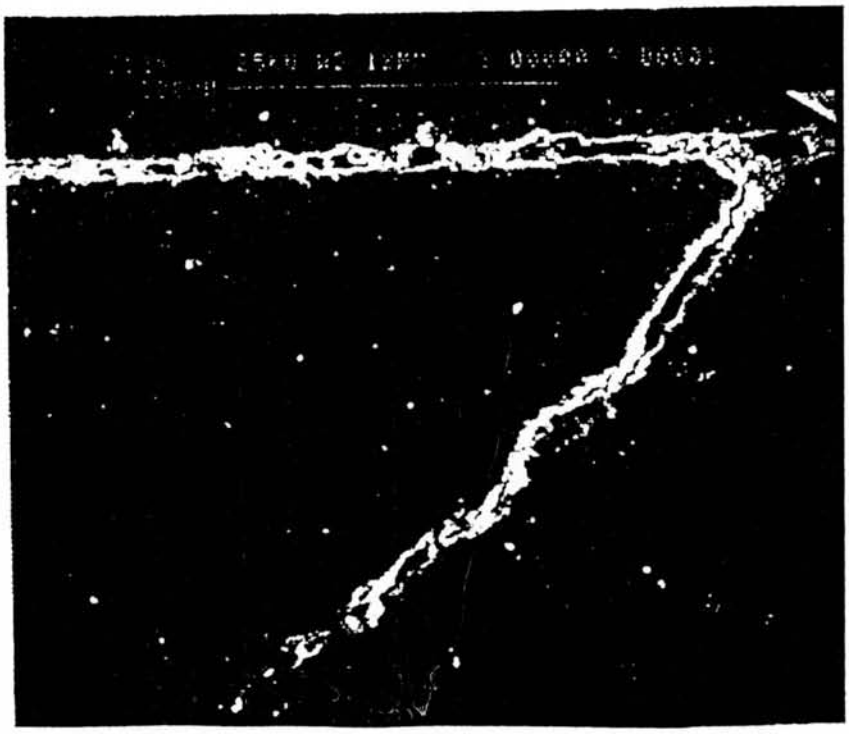


Figura 3.25 - Delaminagem associada à fissuração originada por corte duma camada intermédia.

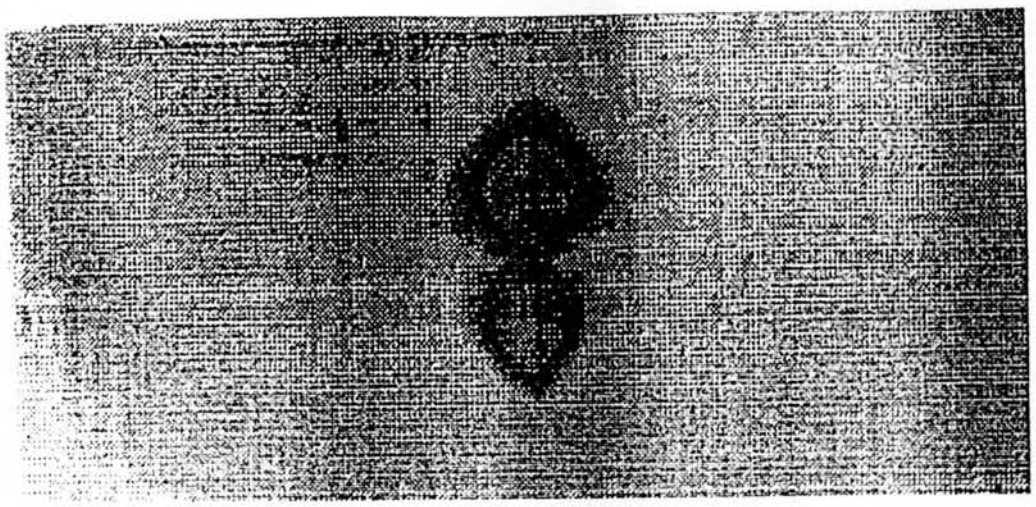


Figura 3.26 - Radiografia por raios X duma placa $(90_4, 0_4)_s$ que evidencia a forma de amendoim da delaminagem presente.



Figura 3.27 - Delaminagens numa placa $(0_4, 90_4)_s$. Nota-se a existência duma pequena e confinada delaminagem na interface situada mais perto da superfície solicitada e duma extensa delaminagem na interface situada junto da superfície não solicitada.

Referências

[3.1] - Whitney, J. M., "*Compression Loading of Laminates: In Situ Failure of 0° Unidireccional Plies*", Journal of Composite Materials, vol. 29, No. 6, pp. 820-832, 1995.

[3.2] - Kedword, K. T. and Whitney, J. M., "*Delaware Composites Design Enciclopedia - vol. 5/Design Studies*", Technomic Publishing Company, 1990.

[3.3] - Jones, R. M., "*Mechanics of Composite Materials*", Mc Graw-Hill Kogakusha, Lta., 1975.

[3.4] - Kim, C. G. and Jun, E. J., "*Impact Resistance of Composite Laminated Sandwich Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 15, pp. 2247-2261, 1992.

[3.5] - Guinier, A., "*Les Raions X*", Que sais je ?, Presses Universitaires de France, vol. 70, Février 1982.

[3.6] - Mc Master, R. C., "*Nondestructive Testing Handbook*", Ed. Society for Nondestructive Testing, The Ronald Press Company, 1959.

[3.7] - Mc Gonnagle, "*Essays Non Destructifs*", Métaux et Matériaux Divers, Éditions Eyrolles, 1967.

[3.8] - Freeman, S. M., "*Characterization of Lamina and Interlaminar Damage in Graphite-Epoxy Composites by the Deply Technique*", Composite Materials: Testing and Design (Sixth Conference), ASTM STP 787, I. M. Daniel Ed., ASTM , pp. 50-62, 1982.

[3.9] - Palazotto, A., Maddux, G. E. and Horban, B., "*The Use of Stereo X-Ray and Deply Techniques for Evaluating Instability of Composite Cylindrical Panels with Delaminations*", Experimental Mechanics, pp. 144-151, June 1989.

CAPÍTULO 4

4) *MODELAÇÃO DE IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE*

4.1) MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4.1.1) Principais aspectos na resolução dum problema

4.1.2) Aplicações dos elementos finitos ao cálculo de estruturas em compósitos

4.2) CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O TIPO DE PROBLEMA ESTUDADO

4.3) TENSÕES CONSIDERADAS

4.4) ANÁLISE ESTÁTICA OU DINÂMICA

4.5) CONTINUIDADE DAS TENSÕES DE CORTE

4.6) ELEMENTO FINITO UTILIZADO

4.6.1) Formulação do elemento de casca

4.7) CRITÉRIO DE ROTURA

4.7.1) Constatações experimentais

4.7.1.1) Delaminagem entre camadas diferentemente orientadas

4.7.1.2) Relação entre rotura da matriz e delaminagem

4.7.1.3) Forma das delaminagens

4.7.1.4) Modelo de Clark

4.7.1.5) Dimensão das delaminagens

4.7.2) Critérios de base

4.7.2.1) Critério de Tsai-Wu

4.7.2.2) Critério de Z. Hashin

4.7.2.3) Critério de Chang

4.7.2.4) Critério de Becker

4.7.3) Apresentação do critério

Referências

CAPÍTULO 4

MODELAÇÃO DE IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE

Devido à extrema complexidade do fenómeno em estudo, o recurso a métodos analíticos para o cálculo das tensões não é viável, o que torna a análise numérica, nomeadamente os elementos finitos, no método eleito. Os fundamentos que nortearam a escolha do tipo de abordagem basearam-se sempre em dois pressupostos: a simplicidade do modelo e a sua eficácia. Assim, neste capítulo começa-se por se fazer uma breve abordagem ao método dos elementos finitos seguida duma série de considerações que justificam a escolha do modelo seleccionado.

4.1) MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos tem tido nos últimos anos, uma utilização crescente em diversos ramos de engenharia. Destes salienta-se, em primeiro lugar, a engenharia de estruturas, onde este método tem tido um enorme impacto e divulgação.

Pode considerar-se que a formulação de um problema pelo método dos elementos finitos tem duas componentes:

- a primeira tem a ver com a filosofia de base de resolução, que consiste na divisão do meio contínuo em partes (elementos) e na descrição do comportamento do meio contínuo como resultado da "soma" do comportamento dos elementos;

- a segunda componente tem a ver com a formulação do comportamento de cada elemento como parte do meio contínuo em que se integra.

4.1.1) Principais aspectos na resolução dum problema

A resolução dum problema estrutural típico recorrendo a este método, baseia-se no cálculo duma série de parâmetros que a seguir se sintetizam:

i) Deslocamentos

Os deslocamentos num ponto arbitrário no interior do elemento ($\mathbf{U}^e$), são obtidos a partir dos deslocamentos nodais ($\mathbf{U}$) através de funções polinomiais de interpolação, também conhecidas por funções de forma ($\mathbf{N}$).

$$\mathbf{U}^e = \mathbf{N}\,\mathbf{U} \qquad (4.1)$$

sendo,

$\mathbf{U}^e$ - vector dos deslocamentos, num ponto arbitrário, no interior do elemento,
$\mathbf{N}$ - matriz das funções de forma do elemento,
$\mathbf{U}$ - vector dos deslocamentos nodais do elemento.

ii) Deformações

As deformações, definidas como derivadas parciais dos deslocamentos, podem ser escritas em função dos parâmetros nodais, como sendo,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\,\mathbf{U} \tag{4.2}$$

onde,

$\boldsymbol{\varepsilon}$ - vector das deformações,

B - matriz das derivadas das funções de forma também conhecida como matriz das deformações.

iii) Tensões

As tensões são definidas em função das deformações através da lei de Hooke generalizada,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\,\boldsymbol{\varepsilon} \tag{4.3}$$

ou

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\,\mathbf{B}\,\mathbf{U} \tag{4.4}$$

onde,

$\boldsymbol{\sigma}$ - vector das tensões,

D - matriz de elasticidade.

iv) Matriz de rigidez do elemento

A matriz de rigidez do elemento é obtida, recorrendo ao Princípio dos Trabalhos Virtuais:

"Durante qualquer deslocamento virtual imposto ao elemento, o trabalho externo total das forças nodais é igual ao trabalho interno total realizado pelas tensões."

Considerando então o deslocamento virtual dos nós $\delta\mathbf{U}$ temos,

$$\delta\varepsilon = \mathbf{B}\,\delta\mathbf{U}. \tag{4.5}$$

O trabalho interno por unidade de volume realizado pelas tensões será dado por,

$$\delta\varepsilon^{\mathrm{T}}\,\sigma = \delta\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\sigma. \tag{4.6}$$

O trabalho realizado pelas forças nodais é dado por $\delta\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{F}$. Igualando o trabalho externo ao trabalho interno, correspondente ao volume do elemento, obtemos,

$$\delta\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{F} = \delta\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\int_{v}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\sigma\;\mathrm{d}\,V. \tag{4.7}$$

Como esta igualdade se verifica para qualquer deslocamento virtual e considerando a equação 4.4 temos,

$$\mathbf{F} = \left(\int_{v}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{D}\,\mathbf{B}\,\mathrm{d}\,V\right)\mathbf{U} \tag{4.8}$$

ou seja,

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\,\mathbf{U} \tag{4.9}$$

sendo $\mathbf{K}$ a matriz de rigidez do elemento,

$$\mathbf{K} = \int_{v}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{D}\,\mathbf{B}\,\mathrm{d}\,V. \tag{4.10}$$

A matriz de rigidez de cada elemento é inserida numa matriz de rigidez global, em geral de grandes dimensões, que tem de ser invertida.

Concluindo, o cálculo da matriz de rigidez é um dos aspectos fundamentais neste método. Uma vez conhecidas a solicitação exterior (vector **F**), as características do material (matriz D) e as características do elemento (matriz **B**), o problema começa pelo cálculo dos deslocamentos nodais fazendo $\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1}\,\mathbf{F}$ e, em seguida, das tensões σ.

4.1.2) Aplicações dos elementos finitos ao cálculo de estruturas em compósitos [4.1]

Apresentam-se, em seguida, os modelos numéricos mais utilizados na análise de estruturas em materiais compósitos:

i) Modelos tridimensionais [4.2]

Estes modelos consideram a estrutura como um meio contínuo tridimensional, o qual é discretizada em elementos finitos tridimensionais. O facto de ser uma abordagem "pesada" em termos computacionais, associada ao facto de não se manter a continuidade das tensões interlaminares, constituem as duas principais desvantagens deste tipo de abordagem.

ii) Modelos híbridos [4.3, 4.4]

Neste tipo de modelos as tensões no plano (σ_x, σ_y e τ_{xy}) são obtidas do modo habitual, ao passo que as restantes se obtêm a partir da integração das equações de equilíbrio da elasticidade, o que garante a continuidade das tensões interlaminares. O problema inerente a este tipo de modelos relaciona-se com o grande número de incógnitas que advêm da integração.

iii) Modelos bidimensionais homogeneizados

O grande número de incógnitas associado aos métodos anteriores originou o recurso a modelos mais simples, dos quais se destacam os modelos da família Kirchhoff e da família Mindlin.

O modelo de Kirchhoff [4.5] para placas, supõe que não existe deformação do plano médio da placa, ou seja, que os pontos inicialmente pertencentes à normal do plano médio da placa permanecem na normal à superficie média após deformação, e que as tensões nessa mesma direcção são desprezáveis. Estas suposições implicam a inexistência de deformação de corte transverso, o que não permite modelar correctamente as tensões interlaminares de corte.

No modelo de Mindlin, as incógnitas são os deslocamentos do plano médio da estrutura (deslocamentos plano e transversal) e as rotações (independentes dos deslocamentos) da normal à secção média da placa. Como consequência os deslocamentos e as deformações são contínuas através da espessura do laminado, o que implica um campo de tensões descontínuo. O número de incógnitas é independente do número de camadas, sendo o laminado representado por uma camada equivalente [4.6].

Estes dois modelos citados apresentam um número apreciável de variantes relacionadas, por exemplo, com a introdução de termos de ordem superior na formulação do campo de deslocamentos [4.7] ou a possibilidade de deslocamentos diferenciados de camada para camada [4.8]. No entanto estas abordagens apresentam os mesmos princípios básicos.

4.2) CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O TIPO DE PROBLEMA ESTUDADO

Considerou-se uma placa circular plana de 50 milímetros de diâmetro, encastrada no seu bordo exterior e solicitada por um impacto normal à sua superficie centrado no centro geométrico da mesma (ver figura 4.1). Foi admitida a existência duma distribuição de carga do tipo Hertz ($P(t)$) e o raio da área de contacto (a_c) foi calculado, tendo em conta a teoria de Hertz e a existência de anisotropia da placa [4.9],

$$a_c = \left(\frac{3\pi}{4} P(t) \left(k_I + k_p \right) R_I \right)^{\frac{1}{3}} \qquad (4.11)$$

onde,

R_I - raio do impactor,

k_I e k_p - parâmetros dependentes das propriedades do impactor e da placa, respectivamente [4.9].

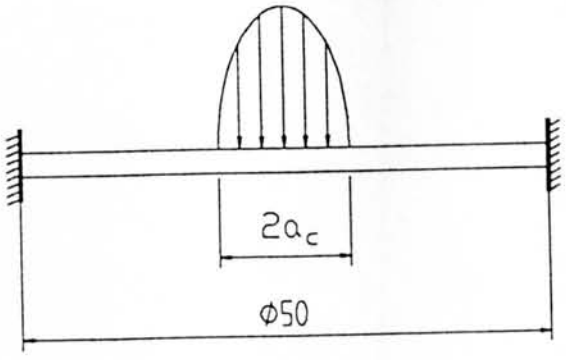


Figura 4.1 - Representação esquemática da solicitação do tipo Hertz.

Segundo alguns investigadores [4.10 e 4.11], as tensões residuais de origem térmica, provenientes do processo de fabrico, influenciam o estado de tensão gerado pelo impacto. Assim, foi considerada a existência destas tensões de origem térmica, devidas à anisotropia do coeficiente de expansão térmica (α_{ij}) associada às diferentes orientações de cada camada. Algumas hipóteses simplificativas foram assumidas [4.12]:

- os coeficientes de expansão térmica não variam com a temperatura;

- a temperatura de cura (125°) corresponde à temperatura livre de tensões (stress free temperature - SFT);

- a temperatura ambiente é de 20° C.

As deformações de origem térmica ε_T foram então calculadas como sendo o produto do vector dos coeficientes de expansão térmica α, pela diferença de temperatura (ΔT) entre a SFT e a temperatura ambiente,

$$\varepsilon_T = \alpha \ \Delta T. \qquad (4.12)$$

As tensões residuais obtêm-se a partir das deformações térmicas fazendo,

$$\sigma_T = \mathbf{D} \ \varepsilon_T \qquad (4.13)$$

sendo **D** a matriz de elasticidade. Os valores obtidos para σ_T foram introduzidos como condições iniciais no estudo do problema do impacto.

A última consideração de âmbito geral comum a todos os problemas estudados, relaciona-se com a obrigatoriedade de recorrer à análise não linear geométrica por aplicação do método de Newton-Raphson (ver apêndice III). Tal necessidade, justifica-se pelo facto do deslocamento transversal (na direcção do eixo dos z da figura 4.2) não ser desprezável face à espessura da placa, sendo mesmo superior em muitos casos.

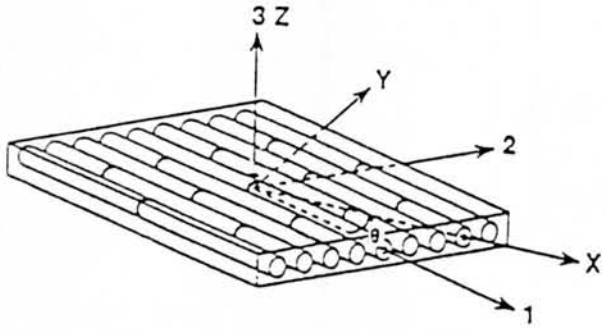


Figura 4.2 - Sistema de eixos local (1, 2, 3) e global (X, Y, Z).

4.3) TENSÕES CONSIDERADAS

Reconhecendo-se a existência dum estado triaxial de tensões, a escolha inicial recaiu sobre um elemento tridimensional isoparamétrico de 20 nós (ver apêndice II), disponível no software ABAQUS [4.13]. Com o intuito de diminuir o número de elementos, cada conjunto de camadas igualmente orientadas foi agrupada numa só camada de elementos. Assim, no exemplo estudado $(0_2, 45_2, -45_2, 90_2)_s$, foram utilizados 448 elementos tridimensionais de 20 nós correspondentes a 64 elementos por cada grupo de camadas igualmente orientadas. Foi simulado um impacto de velocidade superior (7 m/s), aos realmente realizados com o intuito de averiguar o espectro das tensões σ_z.

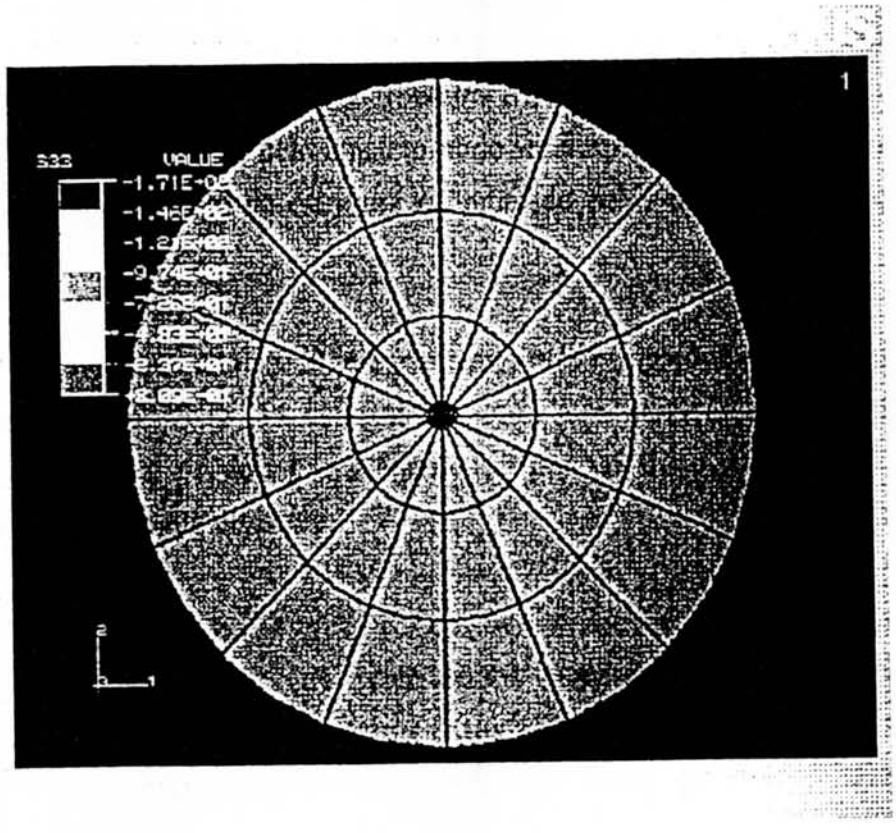


Figura 4.3 - Tensões σ_z na face superior para uma solicitação de impacto de 7 m/s.

Observando a figura 4.3, constata-se que os valores significativos desta componente de tensão se resumem a uma zona central restrita e são compressivos, o que mostra a sua pouca influência no aparecimento das extensas áreas delaminadas. Como consequência, a tensão σ_z não vai ser considerada na nossa análise.

4.4) ANÁLISE ESTÁTICA OU DINÂMICA

Segundo a maioria dos autores [4.14 e 4.15], as solicitações de impacto podem-se dividir em três categorias diferentes, consoante o valor da velocidade. Assim, diferentes modelos têm sido desenvolvidos, baseados unicamente na gama de velocidades de impacto. Temos então:

- impacto de baixa velocidade, em que a velocidade do projéctil é tal, que o dano pode ser analisado assumindo-se que a estrutura está sob uma solicitação estática; a duração do contacto é grande, o que implica que as ondas de tensão se propagam até à fronteira e se reflectem várias vezes durante a solicitação;

- impacto de média velocidade, onde a resposta dinâmica da estrutura deve ser considerada na análise do dano, devido ao facto das forças de inércia não serem desprezáveis; a duração do contacto é ainda superior ao tempo necessário para que as ondas de tensão se propaguem até à fronteira e retornem, o que significa que a propagação das ondas geradas pelo impacto pode ser desprezada na análise do dano; assume-se que o movimento da estrutura é dominado pelos modos de vibração da mesma;

- impacto de alta velocidade, caracterizado pela obrigatória consideração das ondas de choque; o efeito da solicitação possui um carácter mais localizado, contrastando bem com os dois casos anteriores; por via disso, o tipo de dano é também consideravelmente diferente.

O tipo de solicitação que pretendemos estudar insere-se na gama de velocidades pertencente aos dois primeiros casos atrás citados. Como já foi referido no capítulo 2.2.6, o limiar do valor da velocidade para o qual começa a haver uma diferença não desprezável entre as duas abordagens, depende de inúmeros factores, o que obrigou a um estudo comparativo entre a análise estática e dinâmica no caso presente. Mais uma vez se recorreu à simulação numérica dum impacto de velocidade superior aos realmente executados. A diferença fundamental entre os dois tipos de análise resume-se à importância da consideração das forças de inércia. Assim, na análise dinâmica a questão restringe-se à resolução numérica da seguinte equação matricial,

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{U} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} \qquad (4.14)$$

onde,

F - vector das forças nodais exteriores aplicadas,

U - vector dos deslocamentos nodais,

K - matriz de rigidez do sistema,

M - matriz de massa do sistema.

Caso a componente inercial (**MÜ**) seja desprezável (o que nos ensaios de impacto corresponde ao facto da massa da placa ser desprezável em relação à massa do impactor), a equação anterior resume-se a,

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\,\mathbf{U}, \qquad (4.15)$$

que caracteriza uma solicitação estática.

As figuras 4.4 e 4.5 mostram os valores das tensões de corte τ_{13} e τ_{23} obtidas na simulação já referida, para os casos estático e dinâmico, respectivamente. O laminado possui 16 camadas $(0_2, 45_2, -45_2, 90_2)_s$ e as tensões referem-se à face superior das camadas orientadas a zero graus (interface 1 na figura 4.6). Como se constata, para uma dada solicitação, as diferenças entre os valores destas tensões nos dois modelos são desprezáveis, o mesmo se verificando para as restantes componentes do tensor das tensões. Tendo em conta que a análise dinâmica tem um consumo, em termos de tempo de CPU, superior em 40% relativamente à análise estática, rapidamente concluímos ser esta última, o tipo de análise mais adequado ao problema em questão. Note-se que, neste caso, a consideração dos tempos de CPU se reverte de grande importância uma vez que, a necessidade de se recorrer a uma análise não linear geométrica, implica consumos de tempo apreciáveis.

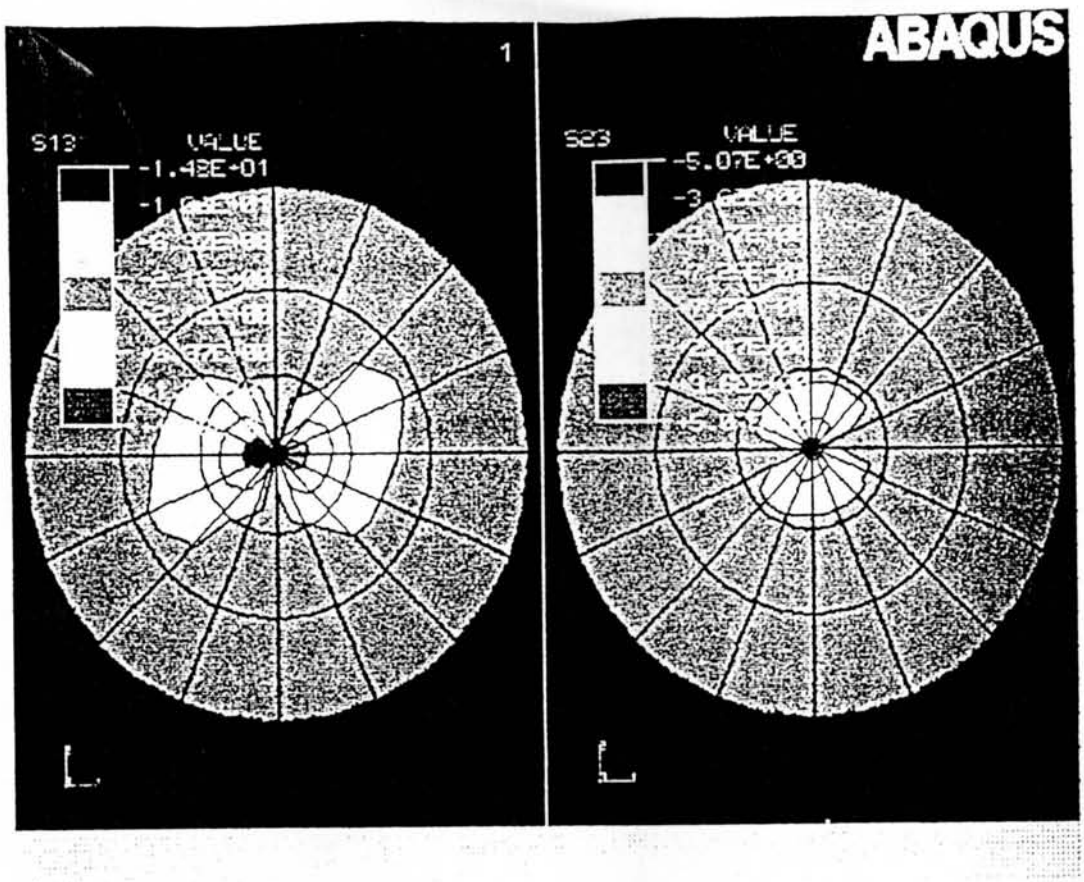


Figura 4.4 - Tensões de corte τ_{13} e τ_{23} obtidas estaticamente na interface 1 do laminado $(0_2,45_2,-45_2,90_2)_s$.

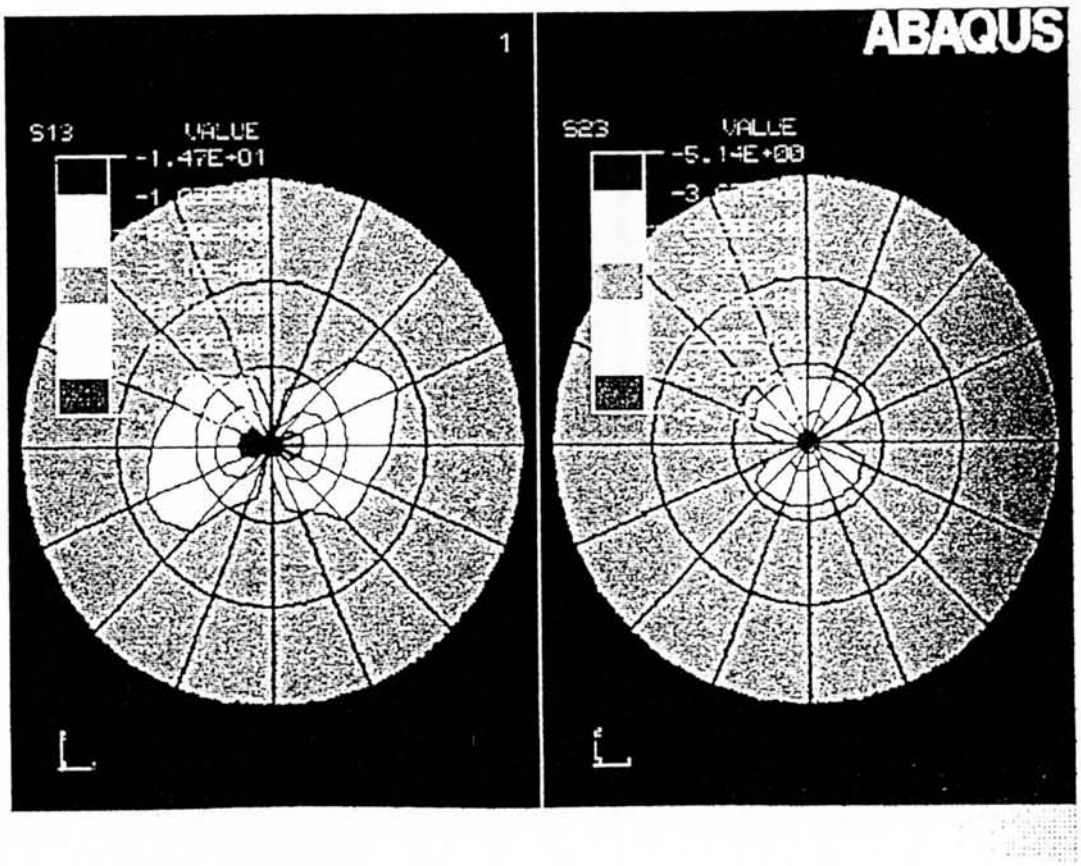


Figura 4.5 - Tensões de corte τ_{13} e τ_{23} obtidas dinamicamente na interface 1 do laminado $(0_2,45_2,-45_2,90_2)_s$.

4.5) CONTINUIDADE DAS TENSÕES DE CORTE

Um aspecto de capital importância é o cálculo preciso das tensões τ_{xz} e τ_{yz}, uma vez que estas são fundamentais na avaliação do dano causado pelo impacto, como veremos a seguir. Uma das especificidades inerentes ao cálculo correcto destas tensões relaciona-se com a sua continuidade ao longo da espessura, nomeadamente nas interfaces entre camadas diferentemente orientadas. Analisando as equações de equilíbrio da elasticidade,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \qquad (4.16)$$

constata-se que uma condição necessária à sua satisfação é a continuidade das tensões σ_z, τ_{xz} e τ_{yz} segundo a coordenada z. Logo, pode-se afirmar que as condições a satisfazer pelo modelo eleito são (ver figura 4.6):

- condições de continuidade geométrica,

$$\begin{aligned} u(z_k^-) &= u(z_k^+) \\ v(z_k^-) &= v(z_k^+) \\ w(z_k^-) &= w(z_k^+) \end{aligned} \qquad (4.17)$$

- condições de continuidade de tensões,

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(z_k^-) &= \tau_{xz}(z_k^+) \\ \tau_{yz}(z_k^-) &= \tau_{yz}(z_k^+) \\ \sigma_z(z_k^-) &= \sigma_z(z_k^+) . \end{aligned} \qquad (4.18)$$

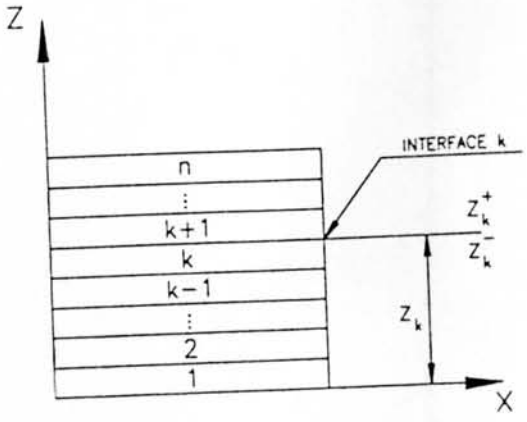


Figura 4.6 - Definição dos parâmetros geométricos duma interface.

Nas equações 4.17 u, v e w são as componentes dos deslocamentos nas direcções x, y e z respectivamente, e z_k é o valor da coordenada z da interface k, entre as camadas k e $k+1$. Os símbolos + e - referem-se aos valores da grandeza em questão na interface k, considerados a partir das camadas $k+1$ e k adjacentes a essa interface (ver figura 4.6).

A partir das equações 4.17 e das relações entre deformações e deslocamentos, obtêm-se as seguintes equações de continuidade de deformação,

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(z_k^-) &= \varepsilon_x(z_k^+) \\ \varepsilon_y(z_k^-) &= \varepsilon_y(z_k^+) \\ \gamma_{xy}(z_k^-) &= \gamma_{xy}(z_k^+). \end{aligned} \qquad (4.19)$$

Nas restantes tensões e deformações não podem ser impostas condições de continuidade nas interfaces entre camadas. Caso se assumisse tal continuidade, por exemplo nas deformações de corte e transversais, facilmente se constataria que as equações 4.18 não poderiam ser satisfeitas entre camadas com diferentes orientações.

4.6) ELEMENTO FINITO UTILIZADO

Do que ficou dito pode-se concluir, a propósito do modelo numérico a utilizar, que existe a possibilidade de se desprezar as tensões σ_z e, ao mesmo tempo, a obrigatoriedade do cálculo preciso das tensões de corte interlaminares, τ_{xz} e τ_{yz}, para o qual é necessário garantir a sua continuidade nas interfaces entre as camadas adjacentes diferentemente orientadas. Recorrendo mais uma vez ao "software" ABAQUS [4.13], a escolha recai sobre um elemento de casca com integração por camadas, caracterizado por:

- possuir oito nós com seis graus de liberdade por nó (três deslocamentos e três rotações);

- utilizar integração reduzida (quatro pontos de Gauss);

- possibilidade de avaliação dos resultados em três ou cinco pontos, segundo a espessura, em cada camada;

- "output" de cinco componentes do tensor das tensões (σ_x, σ_y, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}); a não consideração de σ_z, está de acordo com uma das hipóteses simplificativas já referida;

- manter a continuidade das tensões de corte transversais τ_{xz}, τ_{yz} ao longo da espessura, por formulação especifica.

Vejamos então os aspectos fundamentais deste tipo de elemento.

4.6.1) Formulação do elemento de casca [4.16]

Esta formulação é baseada na teoria de corte transverso de 1ª ordem, onde se assume que a deformação de corte transverso é constante ao longo da espessura. Tal consideração requer o uso de factores de correcção ao corte, cujo desenvolvimento engloba o cálculo das tensões interlaminares de corte. Estes factores de corte transverso tomam o valor de 5/6 para placas isotrópicas. Pretende-se aqui calcular os factores equivalentes aplicados às placas laminadas. Com este objectivo,

calcula-se a distribuição das tensões de corte transversas através da espessura da placa para o caso de flexão unidireccional e comportamento linear elástico. De seguida, igualam-se os valores da energia elástica de distorção associada à direcção transversa calculados de dois modos diferentes:

- obtenção, pela via habitual, de σ_x , σ_y , τ_{xy} e determinação de τ_{xz} e τ_{yz} através das equações de equilíbrio de tensões, o que permite a avaliação por integração, da energia de deformação ao longo da espessura;

- obtenção da energia de deformação a partir da relação constitutiva do laminado associada aos esforços transversos resultantes.

Este método vai permitir calcular as tensões de corte transversas garantindo a sua continuidade ao longo da espessura do laminado.

Consideremos então uma placa no plano (x,y) sujeita a flexão e corte na direcção x, sem gradientes na direcção y. Assim, as forças de membrana na placa são nulas:

$$N_{xx} = N_{yy} = N_{xy} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0 .$$

Neste caso, a equação de equilíbrio na direcção x fica:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 . \qquad (4.20)$$

O equilíbrio de momentos segundo o eixo dos y obtém-se:

$$V_x + \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} = 0 , \qquad (4.21)$$

onde V_x e M_{xx} são, respectivamente, a força de corte transversa e o momento de flexão segundo o eixo dos y por unidade de comprimento. Assumindo uma variação linear das deformações ao longo da espessura temos:

$$\varepsilon_{ij} = \overline{\varepsilon_{ij}} - (z - z_R)\overline{k_{ij}} \tag{4.22}$$

sendo $i, j = (x, y)$, $\overline{\varepsilon_{ij}}$ a deformação de membrana na superfície de referência $z = z_R$ e k_{ij} a curvatura dessa superfície. Como se admite um comportamento linear elástico do material, qualquer componente de tensão plana num ponto fica:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\,(\overline{\varepsilon_{kl}} - (z - z_R)\overline{k_{kl}}) \tag{4.23}$$

sendo $i,j,k,l = x, y$ e D_{ijkl} a matriz de elasticidade. Integrando ao longo da espessura e invertendo a matriz de elasticidade resultante obtemos a matriz de flexibilidade [H]:

$$\begin{Bmatrix} \overline{\varepsilon_{ij}} \\ \overline{k_{ij}} \end{Bmatrix} = [\mathbf{H}] \begin{Bmatrix} N_{ij} \\ M_{ij} \end{Bmatrix}. \tag{4.24}$$

Já assumimos que $N_{xx} = N_{yy} = N_{xy} = 0$. Vamos agora admitir que $M_{yy} = M_{xy} = 0$ ou seja, que é possível não haver flexão na direcção y sem a existência de momentos de restrição associados a esta direcção. Esta consideração utilizada para obter os factores de correcção ao corte só se verifica no caso de compósitos simétricos. Temos então:

$$\begin{Bmatrix} \overline{\varepsilon_{ij}} \\ \overline{k_{ij}} \end{Bmatrix} = \{\mathbf{H}_{m4}\} M_{xx} \tag{4.25}$$

sendo $\{\mathbf{H}_{m4}\}$ a quarta coluna de [H]. Combinando este resultado com a equação (4.23) obtemos as componentes da tensão no plano em função de M_{xx} como por exemplo,

$$\sigma_x = \left(B_{x_1} - (z - z_R) B_{x_2}\right) M_{xx} \tag{4.26}$$

onde,

$$\begin{aligned} B_{x_1} &= D_{xxxx} H_{14} + D_{xxyy} H_{24} + D_{xxxy} H_{34} \\ B_{x_2} &= D_{xxxx} H_{44} + D_{xxyy} H_{54} + D_{xxxy} H_{64} \end{aligned} \tag{4.27}$$

Combinando o gradiente desta equação na direcção x com as equações de equilíbrio (4.20) e (4.21) obtém-se a variação da tensão transversal de corte através da espessura da placa,

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \left(B_{x_1} - (z - z_R) B_{x_2}\right) V_x. \tag{4.28}$$

Uma placa compósita é constituída por N camadas com diferentes valores de ($B^1_{x_1}$, $B^1_{x_2}$) na camada 1, ($B^2_{x_1}$, $B^2_{x_2}$) na camada 2, ...($B^N_{x_1}$, $B^N_{x_2}$) na camada N. A camada i vai de z_{i-1} até z_i e a sua espessura é $t_i = z_i - z_{i-1}$. Integrando a equação (4.28) ao longo da espessura e utilizando como condições fronteira,

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= 0 \text{ para } z = 0 \\ \tau_{xz} &= 0 \text{ para } z = z_N \\ \tau_{xz}^{\,i} &= \tau_{xz}^{\,i+1} \text{ para } z = z_i , \end{aligned}$$

a expressão para a tensão transversal de corte na camada i vem:

$$\tau^i_{xz} = \left[B^i_{x_1}(z - z_i) - \left(\frac{1}{2}\left(z^2 - z_i^2\right) - z_{x_R}(z - z_i)\right) B^i_{x_2} + B^i_{x_R} \right] V_x \tag{4.29}$$

onde,

$$B^i_{x_R} = \sum_{j=1}^{i-1} t_j \left[B^j_{x_1} - \left(\frac{1}{2}\left(z_{j+1} + z_j \right) - z_{x_R} \right) B^j_{x_2} \right] \qquad (4.30)$$

e

$$z_{x_R} = \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i \left[\frac{1}{2}\left(z_i + z_{i-1} \right) B^i_{x_2} - B^i_{x_1} \right]}{\sum_{i=1}^{N} t_i B^i_{x_2}} \qquad (4.31)$$

Neste caso usa-se z_{x_R} em vez de z_R pois o resultado está associado à flexão pura na direcção x. A variação de τ_{yz} através da espessura é obtida de modo idêntico, ou seja, considerando a existência de flexão pura na direcção y. Estes resultados permitem a obtenção das tensões interlaminares de corte.

Com o objectivo de avaliar a rigidez corrigida ao corte transverso da secção do compósito, iguala-se a energia de distorção do laminado, obtida em função dos esforços transversos resultantes, à energia obtida a partir da distribuição das tensões calculadas acima:

$$\tfrac{1}{2}\begin{bmatrix} V_x & V_y \end{bmatrix}\left[\mathbf{F}^s\right]\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\int_{z_{i-1}}^{z_i}\begin{bmatrix} \tau_{xz} & \tau_{yz} \end{bmatrix}\left[\mathbf{F}^i\right]\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz \qquad (4.32)$$

onde $[\mathbf{F}^s]$ representa a flexibilidade ao corte da secção e $[\mathbf{F}^i]$ é a flexibilidade ao corte transverso da camada i. Substituindo as relações para τ^i_{xz} e τ^i_{yz} na equação anterior e integrando obtém-se a flexibilidade ao corte da secção como sendo,

$$F_{xx}^{s}=\sum_{i=1}^{N}F_{xx}^{i}t_i\Big[\left(B_{x_R}^{i}\right)^2+t_iB_{x_R}^{i}\left(B_{x_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{x_R}\right)B_{x_2}^{i}\right)+\frac{1}{3}t_i^2\left(B_{x_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{x_R}\right)B_{x_2}^{i}\right)^2-$$

$$\frac{1}{4}t_i^3B_{x_2}^{i}\left(B_{x_1}-\left(z_{i-1}-z_{x_R}\right)B_{x_2}^{i}\right)^2+\frac{1}{20}t_i^4\left(B_{x_2}^{i}\right)^2\Big] \qquad (4.33)$$

$$F_{yy}^{s}=\sum_{i=1}^{N}F_{yy}^{i}t_i\Big[\left(B_{y_R}^{i}\right)^2+t_iB_{y_R}^{i}\left(B_{y_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{y_R}\right)B_{y_2}^{i}\right)+\frac{1}{3}t_i^2\left(B_{y_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{y_R}\right)B_{y_2}^{i}\right)^2-$$

$$\frac{1}{4}t_i^3B_{y_2}^{i}\left(B_{y_1}-\left(z_i-z_{x_0}\right)B_{y_2}^{i}\right)^2+\frac{1}{20}t_i^4\left(B_{y_2}^{i}\right)^2\Big] \qquad (4.34)$$

$$F_{xy}^{s}=\sum_{i=1}^{N}F_{xy}^{i}t_i\Big[B_{x_R}^{i}B_{y_R}^{i}+\frac{1}{2}t_i\Big[B_{x_R}^{i}\left(B_{y_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{y_R}\right)B_{y_2}^{i}\right)+B_{y_R}^{i}\left(B_{x_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{y_R}\right)B_{x_2}^{i}\right)\Big]+$$

$$\frac{1}{3}t_i^2\left(B_{x_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{x_R}\right)B_{x_2}^{i}\right)\left(B_{y_1}^{i}-\left(z_{i-1}-z_{y_R}\right)B_{y_2}^{i}\right)-$$

$$\frac{1}{8}t_i^3\Big[B_{x_2}^{i}\left(B_{y_1}^{i}-\left(z_R-z_{y_R}\right)B_{y_2}^{i}\right)+B_{y_2}^{i}\left(B_{x_1}^{i}-\left(z_R-z_{x_R}\right)B_{x_2}^{i}\right)\Big]+\frac{1}{20}t_i^4B_{x_2}^{i}B_{y_2}^{i}\Big] \qquad (4.35)$$

A rigidez ao corte transverso pode agora ser calculada como $\left[\mathbf{F}_{ij}^{s}\right]^{-1}$ com $i, j = (x, y)$.

4.7) CRITÉRIO DE ROTURA

Conhecidas as tensões devidas ao impacto, é de primordial importância a escolha dum critério de rotura adequado ao fenómeno em questão. As conclusões referidas em 3.5 servem de base ao estabelecimento do critério. Uma análise explicativa, a propósito destas constatações, é apresentada em seguida. Por outro

lado, também são abordados os critérios mais importantes que, de algum modo, contribuiram para a formulação escolhida.

4.7.1) Constatações experimentais

As constatações experimentais referidas no capítulo 3.5 vão ser objecto de explicações mais detalhadas, com o intuito de evidenciar a sua importância no critério usado.

4.7.1.1) Delaminagem entre camadas diferentemente orientadas

Devido à anisotropia, as propriedades dos compósitos são dependentes da orientação das fibras. Assim, quando temos duas camadas adjacentes com diferentes orientações de fibras, quer a rigidez de membrana quer a rigidez em flexão serão diferentes para essas camadas. Estas diferenças associadas à baixa resistência da matriz, tornam estes materiais extremamente sensíveis à delaminagem. Por outro lado, quanto maior for a diferença de orientação entre as camadas adjacentes, maior será a sua diferença de comportamento em termos de rigidez, o que justifica uma área delaminada maior. Estas considerações justificam o aparecimento das delaminagens unicamente para interfaces entre camadas diferentemente orientadas e, consequentemente, restringem a aplicação do critério de rotura a este tipo de interfaces.

4.7.1.2) Relação entre rotura da matriz e delaminagem

Desde o final da década de oitenta que diversos autores [4.17 a 4.19], sustentam a interligação entre as roturas da matriz nas camadas e as delaminagens. Assim, é unanimemente aceite que o dano inicial devido ao impacto é constituído por fissuras provocadas por flexão e/ou corte, que induzem o aparecimento de delaminagens nas interfaces adjacentes à camada em questão (ver figura 4.7). Esta figura retirada da referência [4.20] evidencia algumas constatações experimentais dos autores:

- as fissuras da matriz nas camadas (originadas por corte ou flexão) constituem o dano inicial,

- as delaminagens iniciam-se a partir destas fissuras que se propagam até às interfaces adjacentes (entre camadas diferentemente orientadas),

- uma fissura devida ao corte localizada nas camadas interiores é responsável por uma substancial delaminagem ao longo da interface abaixo dessa camada e por uma pequena e confinada delaminagem na interface superior,

- uma fissura devida à flexão, localizada na camada inferior do laminado, originará uma delaminagem ao longo da primeira interface.

Logo, o critério proposto deverá analisar camada a camada, a possibilidade de existência de roturas na matriz para, de seguida fazer uma análise das delaminagens.

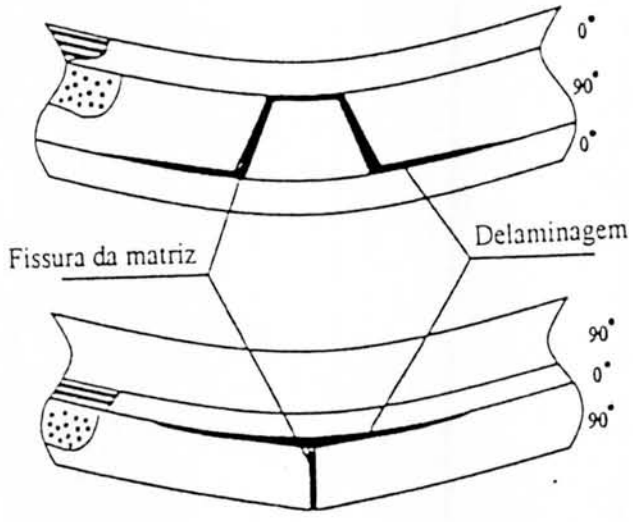


Figura 4.7 - Roturas da matriz e consequentes delaminagens [4.20].

4.7.1.3) Forma das delaminagens

Como já foi referido, as delaminagens apresentam uma forma de amendoim ("peanut like shape"), cujo eixo principal está orientado segundo a direcção das fibras da camada abaixo dessa interface (ver figura 4.8). Se a forma das delaminagens pode ser facilmente explicada pelo gradiente das tensões de corte (ver figura 4.9), que originam um tipo de rotura em modo II, já a sua orientação requer uma análise mais cuidada. G. Clark [4.21] desenvolveu um modelo micromecânico onde se procura explicar a razão deste fenómeno.

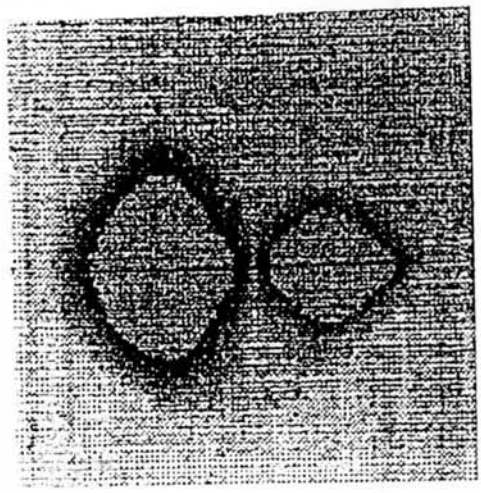


Figura 4.8 - Delaminagem num laminado $(0_4, 90_4)_S$ na interface situada mais distante da superficie impactada (interface 1). Constata-se que a orientação da delaminagem é segundo a direcção da camada inferior (0°).

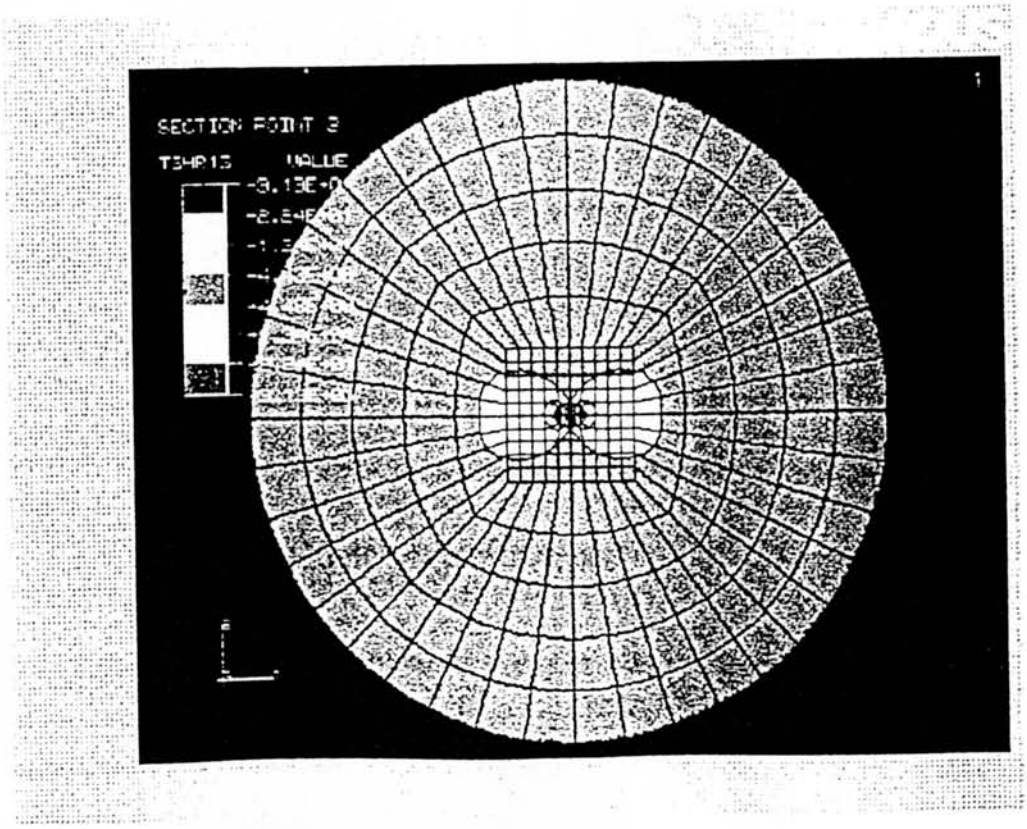


Figura 4.9 - Aspecto das tensões de corte referentes à situação da figura 4.8.

4.7.1.4) Modelo de Clark

Consideremos duas camadas adjacentes, diferentemente orientadas (ver figura 4.10) e sujeitas a impacto. As camadas estão remotamente solidarizadas e são solicitadas por um impactor que produz dano na zona de contacto e na zona anelar entre o impactor e o suporte. Considerem-se as forças locais que se geram nas duas camadas em duas regiões denominadas por A e B (ver figura 4.10). Em A os deslocamentos induzem forças de tracção nas fibras em ambas as camadas; na camada superior a força de tracção tem uma componente vertical dirigida para cima; na camada inferior a sua própria curvatura origina uma componente dirigida para baixo. Resumindo, na região A existem forças de tracção que promovem o aparecimento de delaminagens. Contrariamente, em B as curvaturas e as forças de tracção produzem uma acção que tende a manter as camadas ligadas e, consequentemente, a delaminagem não é favorecida. Então, o modelo sugere que a delaminagem possui maior facilidade de propagação na região A, ou seja na direcção das fibras da camada abaixo da interface delaminada.

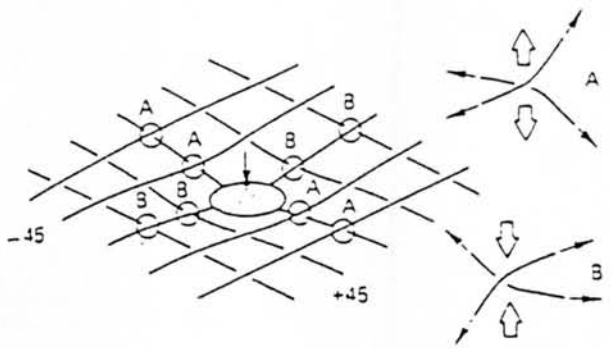


Figura 4.10 - Modelo de Clark.

4.7.1.5) Dimensão das delaminagens

Constata-se experimentalmente que a dimensão das delaminagens cresce quanto mais nos afastamos da superficie solicitada. No entanto, as tensões de corte interlaminares apresentam uma distribuição ao longo da espessura com o ponto máximo na vizinhança do plano médio do laminado e valores nulos nas superficies livres. Isto significa que, só as tensões de corte interlaminares não podem ser as

únicas responsáveis pelas delaminagens, pois sendo o nível das tensões de corte mais alto, junto ao plano médio do laminado, tal não corresponde a áreas delaminadas de maior dimensão. Por outro lado verifica-se que as tensões normais devidas à flexão são mínimas no plano médio e máximas em módulo, junto à superficie livre do laminado. Daí a sua inclusão no critério de rotura desenvolvido no capítulo 4.7.3.

4.7.2) Critérios de base

A elaboração do critério teve por base algumas considerações inerentes a um grupo de critérios já existentes:

- Tsai-Wu,

- Z. Hashin,

- Chang,

- Becker.

4.7.2.1) Critério de Tsai-Wu [4.22]

É talvez o critério mais usado no âmbito dos compósitos. Baseia-se no pressuposto de que a superficie de rotura no espaço tensorial pode ser apresentado por uma função escalar polinomial com o seguinte aspecto,

$$f(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (i,j = 1,2,...6) \qquad (4.36)$$

onde F_i e F_{ij} representam os tensores dos coeficientes relacionados com a resistência do material, sendo obtidos a partir de ensaios experimentais e σ_i representa o tensor das tensões em notação contraída,

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

Através de ensaios de tracção e compressão obtêm-se alguns dos valores dos parâmetros F_i e F_{ij},

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \quad ; \quad F_{11} = \frac{1}{X_T X_C} \\ F_2 &= \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \quad ; \quad F_{22} = \frac{1}{Y_T Y_C} \\ F_3 &= \frac{1}{Z_T} - \frac{1}{Z_C} \quad ; \quad F_{33} = \frac{1}{Z_T Z_C} \end{aligned} \tag{4.38}$$

onde X_T, Y_T e Z_T e X_C, Y_C e Z_C representam as resistências à tracção e compressão nas direcções 1, 2 e 3 respectivamente. Impondo solicitações de corte puro nos três planos ortogonais obtém-se,

$$\begin{aligned} F_4 &= \frac{1}{S^+} - \frac{1}{S^-} \quad ; \quad F_{44} = \frac{1}{S^+ S^-} \\ F_5 &= \frac{1}{R^+} - \frac{1}{R^-} \quad ; \quad F_{55} = \frac{1}{R^+ R^-} \\ F_6 &= \frac{1}{T^+} - \frac{1}{T^-} \quad ; \quad F_{66} = \frac{1}{T^+ T^-} \end{aligned} \tag{4.39}$$

onde,

S^+, S^- - resistência ao corte positiva e negativa no plano 1-2,

R^+, R^- - resistência ao corte positiva e negativa no plano 1-3,

T^+, T^- - resistência ao corte positiva e negativa no plano 2-3.

A obtenção dos termos F_{ij} implica o recurso a testes bidimensionais. Para F_{12}, por exemplo, impõe-se uma tracção biaxial do tipo,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = P \tag{4.40}$$

que, substituindo na equação 4.36 permite obter,

$$F_{12} = \frac{1}{2P^2}\left[1 - P\left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} + \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}\right) - P^2\left(\frac{1}{X_T X_C} + \frac{1}{Y_T Y_C}\right)\right]. \tag{4.41}$$

Recorrendo às condições de simetria inerentes à ortotropia do material os termos F_{ij} fora da diagonal cujo um dos índices seja 4, 5 ou 6 anulam-se. Por outro lado e devido ao facto de não haver qualquer distinção entre a resistência ao corte positiva e negativa temos $F_4 = F_5 = F_6 = 0$. Podemos então escrever a equação 4.36 do seguinte modo,

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_3\sigma_3 + F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3 + F_{33}\sigma_3^2 + F_{44}\sigma_4^2 + F_{55}\sigma_5^2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1. \tag{4.42}$$

Este critério apresenta como desvantagens o facto de não prever o modo de rotura, bem como, por exemplo, de fazer depender uma rotura em tracção biaxial, de valores da resistência à compressão, o que fisicamente é inaceitável.

4.7.2.2) Critério de Z. Hashin [4.23]

Constatando os problemas existentes no critério de Tsai-Wu, Hashin desenvolveu um critério que distingue entre rotura da matriz e rotura de fibras. Considerando cinco invariantes de tensões, obtidos a partir da constatação de que os compósitos unidireccionais possuem isotropia no plano 2-3 (perpendicular à direcção das fibras), Hashin propõe:

ROTURA DAS FIBRAS À TRACÇÃO ($\sigma_1 > 0$)

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \frac{1}{S^2}\left(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2\right) = 1 \qquad (4.43)$$

ROTURA DAS FIBRAS À COMPRESSÃO ($\sigma_1 < 0$)

$$\sigma_1 = -X_C \qquad (4.44)$$

ROTURA DA MATRIZ À TRACÇÃO ($\sigma_2+\sigma_3 > 0$)

$$\frac{1}{Y_T^2}(\sigma_2 + \sigma_3)^2 + \frac{1}{T^2}\left(\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3\right) + \frac{1}{S^2}\left(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2\right) = 1 \qquad (4.45)$$

ROTURA DA MATRIZ À COMPRESSÃO ($\sigma_2+\sigma_3 < 0$)

$$\frac{1}{Y_C}\left[\left(\frac{Y_C}{2T}\right)^2 - 1\right](\sigma_2+\sigma_3) + \frac{1}{4T^2}(\sigma_2+\sigma_3)^2 + \frac{1}{T^2}\left(\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3\right) + \frac{1}{S^2}\left(\tau_{12}^2+\tau_{13}^2\right) = 1 \qquad (4.46)$$

4.7.2.3) Critério de Chang [4.20]

Os critérios apresentados, embora sejam objecto de uso geral, não são adequados às solicitações de impacto. De facto, a especificidade e complexidade dos fenómenos em jogo requerem o uso de critérios específicos como o desenvolvido por Chang e Choi. Estes autores , partindo do princípio da interactividade entre a rotura da matriz e a delaminagem, desenvolveram um duplo critério. O primeiro destina-se a prever a fissuração na matriz e o segundo a forma e a extensão das delaminagens. Os autores consideraram que a rotura duma camada podia ser motivada por tensões de corte transversas τ_{23} e/ou tensões normais transversas σ_2,

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)_{n+1}^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)_{n+1}^2 = 1 \qquad (4.47)$$

onde,

$Y_{T,C}$ - resistência à tracção ou compressão (consoante o sinal de σ_2) na direcção perpendicular às fibras (direcção 2),

S_i - resistência ao corte interlaminar,

n+1- número da camada situada acima da interface a ser analisada.

No que respeita à delaminagem, os autores, após algumas considerações de mecânica da fractura relacionadas com os modos de propagação de fissuras, constataram que:

- a propagação das delaminagens induzidas por fissuras de corte é governada pelas tensões τ_{13} da camada abaixo da interface e pelas tensões τ_{23} da camada acima;

- a propagação das delaminagens induzidas por fissuras de flexão é governada pelas tensões τ_{13} e σ_2 da camada abaixo dessa delaminagem.

Temos então,

$$Da\left[\left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)^2_{n+1}+\left(\frac{\tau_{13}}{S_i}\right)^2_{n}+\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)^2_{n}\right]=1 \qquad (4.48)$$

onde,

n - camada inferior à interface,

n+1 - camada superior à interface,

Da - constante empírica determinada a partir dos ensaios experimentais.

Em [4.20] a constante Da foi determinada a partir de ensaios em laminados de $(0_3, 90_3, 0_3, 90_3, 0_3)$ e foi obtido o valor de 1.8. Uma análise do erro levou à constatação de que Da é insensível à sequência de empilhamento e espessura mas depende do material.

4.7.2.4) Critério de Becker [4.24]

Becker, constatando que os critérios existentes subestimavam a área delaminada, propõe um novo critério cujo ponto de partida são os polinómios tensoriais de segunda ordem de Tsai-Wu aplicados às camadas contíguas à interface em análise,

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix}_n^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_n + \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_n^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_n +$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix}_{n+1}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_{n+1} + \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_{n+1}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}_{n+1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_{n+1} = 1 \tag{4.49}$$

Algumas hipóteses simplificativas foram consideradas:

a) O início e propagação das delaminagens não são influenciadas pelas tensões na direcção das fibras ($\sigma_1^n = \sigma_1^{n+1} = 0$).

b) Da camada superior à delaminagem (n + 1) somente as tensões de corte interlaminares perpendiculares à direcção das fibras (τ_{23}^{n+1}) são consideradas.

c) Da camada inferior à delaminagem (n) consideram-se as tensões normais perpendiculares às fibras (σ_2^n), as tensões de corte interlaminares (τ_{13}^n) e as tensões normais interlaminares (σ_3^n).

Daqui resulta,

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix}_n^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ \tau_{13} \\ 0 \end{bmatrix}_n + \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ \tau_{13} \\ 0 \end{bmatrix}_n^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ \tau_{13} \\ 0 \end{bmatrix}_n +$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix}_{n+1}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_{n+1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_{n+1}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}_{n+1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{23} \end{bmatrix}_{n+1} = 1. \tag{4.50}$$

Contrariamente ao que acontece no critério de Tsai-Wu, os termos F_i e F_{ij} não são usados como parâmetros de resistência à compressão e tracção. Aqui, tal como acontece no critério de Hashin, as componentes são comparadas directamente com os valores das tensões limite. Isto é fisicamente correcto, uma vez que este critério descreve só um tipo de rotura (delaminagem), correspondente a um estado de tensão localizado. O mesmo não acontece no critério de Tsai-Wu onde existe uma avaliação globalizada de quatro tipos de roturas diferentes (rotura de fibras e matriz à tracção ou compressão). Assim a equação 4.50 pode ser escrita do seguinte modo,

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)_n + \left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)_n^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Y_{T,C}}\right)_n + \left(\frac{\sigma_3}{Y_{T,C}}\right)_n^2 + \left(\frac{\sigma_2 \sigma_3}{Y_{T,C}^2}\right)_n +$$
$$\left(\frac{|\tau_{13}|}{S_i}\right)_n + \left(\frac{\tau_{13}}{S_i}\right)_n^2 + \left(\frac{|\tau_{23}|}{S_i}\right)_{n+1} + \left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)_{n+1}^2 = 1 . \tag{4.51}$$

Note-se que os termos lineares das tensões de corte são considerados em módulo. Os valores limite das tensões normais tanto podem ser Y_T como Y_C, dependendo do sinal da tensão correspondente.

Como conclusão pode-se afirmar que os critérios especificamente desenvolvidos para o impacto (Chang e Becker) apresentam um comportamento globalmente positivo. No entanto, a falta de generalidade do critério de Chang devido ao uso dum factor empírico característico do material e à dificuldade do critério de Becker em prever o crescimento das delaminagens ao longo da espessura levou à adopção dum critério alternativo que se apresenta em seguida.

4.7.3) Apresentação do critério desenvolvido

Tal como Chang, utiliza-se um duplo critério para a detecção da rotura da matriz nas camadas e para a consequente avaliação das delaminagens nas interfaces contíguas. Assim, em primeiro lugar verifica-se se houve rotura das camadas por corte e/ou flexão fazendo:

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_{T,C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_i}\right)^2 = 1 \qquad (4.52)$$

sendo,

$Y_{T,C}$ - resistência na direcção transversal à tracção (índice T) ou compressão (índice C) consoante o sinal de σ_2,

S_i - resistência ao corte interlaminar.

Caso a aplicação do critério indique a existência de rotura da matriz numa determinada camada, duas situações se colocam relativamente à posição da camada no laminado:

- numa camada interior estaremos em presença duma rotura por corte e, consequentemente, a análise da delaminagem far-se-á na interface abaixo dessa camada, uma vez que na interface superior, a delaminagem apresenta uma dimensão desprezável (ver figura 4.7);

- na camada inferior do laminado teremos uma rotura por flexão (as tensões σ_2 apresentam valores altos) e, consequentemente, analisar-se-á a existência de delaminagem na interface superior.

A delaminagem nas interfaces é provocada, como já foi referido, por tensões de corte interlaminares e por tensões normais devidas à flexão.

TENSÕES DE CORTE INTERLAMINARES

O modelo micromecânico de Clark mostra o porquê das delaminagens se propagarem na direcção das fibras da camada abaixo da interface em questão. Tendo em conta este facto, considera-se que as tensões interlaminares na direcção das fibras da camada abaixo da interface $(\tau_{13})_n$ são as principais responsáveis pelo dano, uma vez que existem forças de tracção nas fibras que promovem a separação das camadas.

TENSÕES DE TRACÇÃO DEVIDAS À FLEXÃO

Como já vimos, a dimensão das delaminagens não poderia ser só determinada pelas tensões de corte, pois a áreas delaminadas de maior extensão correspondiam menores tensões de corte e vice-versa. Isto levou à constatação de que as tensões devidas à flexão teriam também um papel importante neste tipo de dano. No entanto, este tipo de tensões é descontínuo entre camadas adjacentes e diferentemente orientadas, o que à partida constitui um problema. Por outro lado, as deformações ε_x, ε_y e γ_{xy} são contínuas, o que associado à consideração de que as interfaces são constituídas por uma camada de resina de espessura (h_r) desprezável (alguns autores admitem um valor de h_r entre 0.05 e 0.1 vezes a espessura da camada do laminado), originou o cálculo das tensões nas interfaces fazendo:

$$\sigma = \mathbf{D}_r \, \varepsilon \qquad (4.53)$$

onde $\mathbf{D}_r$ é a matriz de elasticidade da resina, considerada isotrópica. A equação 4.53 pode então escrever-se do seguinte modo,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (4.54)$$

sendo,

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E}{\left(1-\upsilon^2\right)} \\ Q_{12} &= \frac{\upsilon E}{\left(1-\upsilon^2\right)} \\ Q_{11} &= \frac{E}{2(1+\upsilon)} . \end{aligned} \qquad (4.55)$$

As propriedades da resina foram retiradas da referência [4.25] e valem:

$E = 408$ daN/mm^2,

$\upsilon = 0.4$.

Uma vez que estamos a tratar a interface como um meio de características isotrópicas, optamos por trabalhar com as tensões principais equivalentes, o que simplifica a aplicação do critério,

$$\sigma_1^*, \sigma_2^* = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad . \qquad (4.56)$$

Seguindo a metodologia de Becker podemos agora escrever,

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_1^* \\ \sigma_2^* \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{13_*} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1^* \\ \sigma_2^* \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{13_*} \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^* \\ \sigma_2^* \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{13_*} \\ 0 \end{bmatrix} = 1 \qquad (4.57)$$

ou,

$$F_1 \sigma_1^* + F_2 \sigma_2^* + F_{11} \sigma_1^{*2} + F_{22} \sigma_2^{*2} + 2 F_{12} \sigma_1^* \sigma_2^* + F_5 \tau_{13_*} + F_5 \tau_{13_*}^2 = 1. \qquad (4.58)$$

Tal como fez Becker, os termos das tensões são comparados directamente com o correspondente valor limite, uma vez que estamos a analisar um único tipo de dano - a delaminagem. Assim temos,

$$\left(\frac{\left|\sigma_1^*\right|}{Y_{T,C}}\right)+\left(\frac{\sigma_1^*}{Y_{T,C}}\right)^2+\left(\frac{\left|\sigma_2^*\right|}{Y_{T,C}}\right)+\left(\frac{\sigma_2^*}{Y_{T,C}}\right)^2+\left(\frac{2\left|\sigma_1^*\,\sigma_2^*\right|}{Y_{T,C}\,Y_{T,C}}\right)+$$
$$\left(\frac{\left|\tau_{13}\right|_n}{S_i}\right)+\left(\frac{\tau_{13_n}}{S_i}\right)^2=1\,. \tag{4.59}$$

Os termos lineares são considerados em módulo e o valor da tensão limite usado no caso das tensões normais, será Y_T ou Y_C consoante o sinal da tensão correspondente seja positivo ou negativo, respectivamente.

Como conclusão pode-se afirmar que o desenvolvimento dum novo critério de rotura, específico para as solicitações de impacto de baixa velocidade, se processou tendo por base algumas constatações experimentais e alguns critérios já existentes. Assim, o presente critério apresenta como características fundamentais os seguintes aspectos:

- as delaminagens só existem entre camadas diferentemente orientadas e, só aí o critério será aplicado;

- o aparecimento duma delaminagem numa dada interface, está associado à rotura (por corte e/ou flexão) das camadas adjacentes à interface em questão;

- a forma das delaminagens é, sobretudo governada pelas tensões de corte interlaminares na direcção das fibras da camada abaixo, o que é justificado pelo modelo de Clark (ver subcapítulo 4.7.1.4);

- o tamanho das delaminagens é influenciado pelas tensões normais devidas à flexão, devido ao facto da dimensão destas aumentar com a distância à superfície solicitada;

- formulação polinomial, onde, tal como no critério de Hashin e Becker, as componentes tensoriais são comparadas directamente com os valores das tensões limite.

Os resultados obtidos por aplicação do critério em questão serão analisados no capítulo seguinte.

Referências

[4.1] - Ferreira, A. J. M., "*Análise por Elementos Finitos de Estruturas Tipo Casca em Materiais Compósitos*", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 1990.

[4.2] - Carlson, L., "*Interlaminar Stresses at a Hole in a Composite Member Subjected to In-Plane Loading*", Journal of Composite Materials, vol. 17, pp. 238-249, 1983.

[4.3] - Mau, S. T., Tong, P. and Pian, T. H. H., "*Finite Element Solutions for Laminated Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 6, pp. 304-311, 1972.

[4.4] - Spilker, R. L., Chou, S. C., Orringer, O., "*Alternate Hybrid-Stress Elements for Analysis of Multilayer Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 11, pp. 51-70, 1977.

[4.5] - Chang, T. Y. and Sawamiphakdi, K., "*Large Deformation Analysis of Laminated Shells by Finite Element Method*", Computers and Structures, vol.13, pp. 331-340, 1981.

[4.6] - Mindlin, R. D., "*Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates*", Journal of Applied Mechanics, vol.18 (1), Trans. ASME, pp. 31-38, 1951.

[4.7] - Reddy, J. N., "*A Refined Nonlinear Theory of Plates with Transverse Shear Deformation*", International Journal of Solids and Structures, vol. 20, pp. 881-896, 1987.

[4.8] - Mawenya, A. S. and Davies, J. D., "*Finite Element Analysis of Multilayer Plates*", International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 8, pp. 215-225, 1974.

[4.9] - Moura, M. F. S., "*Estudo do Comportamento Mecânico dos Materiais Compósitos Sujeitos a Solicitações de Impacto a Baixa Velocidade*", Provas de Capacidade Cientifica, DEMEGI - FEUP, Porto - 1989.

[4.10] - Chapin, C. M. and Joshi, S. P., "*Variation of Residual Thermal Stresses in Graphite/Epoxy Laminates*", Composites Design, Manufacture and Application, Proceedings of the Eight International Conference on Composite Materials (ICCM/8), Honolulu, Ed. by S. W. Tsai and G. S. Springer, Published by SAMPE, July 15-19, 1991.

[4.11] - Wang, H. and Vu-Khanh, T., "*Low Velocity Impact Damage of Carbon/PEEK Crossply Laminates*", Composites Design, Manufacture and Application, Proceedings of the Eight International Conference on Composite Materials (ICCM/8), Honolulu, Ed. by S. W. Tsai and G. s. Springer, Published by SAMPE, July 15-19, 1991.

[4.12] - Moura, M. F. S., Marques, A. T. and Morais, J. J. L., "*Numerical and Experimental Determination of Residual Stresses in CFRP Laminates*", 10 th International Conference on Experimental Mechanics, Lisbon, Portugal, vol. 2, pp. 783-786, 18-22 July, 1994.

[4.13] - ABAQUS, "*User's Manual*", - version 5.4, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., 1995.

[4.14] - Sjöblom, P. O., Hartness, J. H. and Cordell T. M., "*On Low-Velocity Impact Testing of Composite Materials*", Journal of Composite Materials, vol. 22, pp. 30-52, January 1988.

[4.15] - Wang, C. Y. and Yew, C. H., "*Impact Damage in Composite Laminates*", Computers & Structures, vol. 37, No. 6, pp. 967-982, 1990.

[4.16] - ABAQUS, "*Theory Manual*", - version 5.4, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., 1995.

[4.17] - Liu, D. and Malvern, L. E., "*Matrix Cracking in Impacted Glass/Epoxy Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 21, pp. 594-609, July 1987.

[4.18] - Wu, H. Y. T. and Springer, G. S., "*Measurements of Matrix Cracking and Delamination Caused by Impact on Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 22, pp. 518-532, June 1988.

[4.19] - Choi, H. Y., Downs, R. J. and Chang, F. K., "*A New Approach Toward Understanding Damage Mechanisms and Mechanics and Mechanics of Laminated Composites Due to Low-Velocity Impact: Part I - Experiments*", Journal of Composites Materials, vol. 25, pp. 992-1011, August 1991.

[4.20] - Choi, H. Y. and Chang, F. K., "*A Model for Predicting Damage in Graphite/Epoxy Laminated Composites Resulting from Low-Velocity Point Impact*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 4, pp. 2134-2169, 1992.

[4.21] - Clark, G., "*Modelling of Impact Damage in Composite Laminates*", Composites, vol. 20, No.3, pp. 209-214, May 1989.

[4.22] - Tsai, S. W. and Wu E. M., "*A General Theory for Anisotropic Materials*", Journal of Composite Materials, vol. 5, pp. 58-80, January 1971.

[4.23] - Hashin, Z., "*Failure Criteria for Unidireccional Fiber Composites*", Journal of Applied Mechanics, Vol. 47, pp. 329- 334, June 1980.

[4.24] - Becker, W., "*Experimentelle und Mathematische Untersuchung von Stoßbelastungen auf Beliebige Faserverbundbauteile*", Univ. Kaiserslautern, Diss. 1994.

[4.25] - Wu, C. M. L., "*Nonlinear Analysis of Edge Effects in Angle-Ply Laminates*", Computers & Structures, vol. 25, No. 5, pp. 787-798, 1987.

CAPÍTULO 5

5) *DISCUSSÃO DE RESULTADOS*

5.1) PLACAS DE $(0_4, 90_4)_S$

5.2) PLACAS DE $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_S$

5.3) CONCLUSÃO

CAPÍTULO 5

DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo faz-se uma análise comparativa entre os resultados numéricos e os experimentais, com o intuito de avaliar o modelo desenvolvido. Na figura 5.1 é visível a malha de 300 elementos finitos usada, onde para além do natural refinamento na zona central, se realça a forma geométrica específica dos quatro elementos centrais com o intuito de modelar um contacto de Hertz de raio a_c (ver capítulo 4.1). A avaliação do dano foi feita para duas sequências de empilhamento:

- $(0_4, 90_4)_s$,

- $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

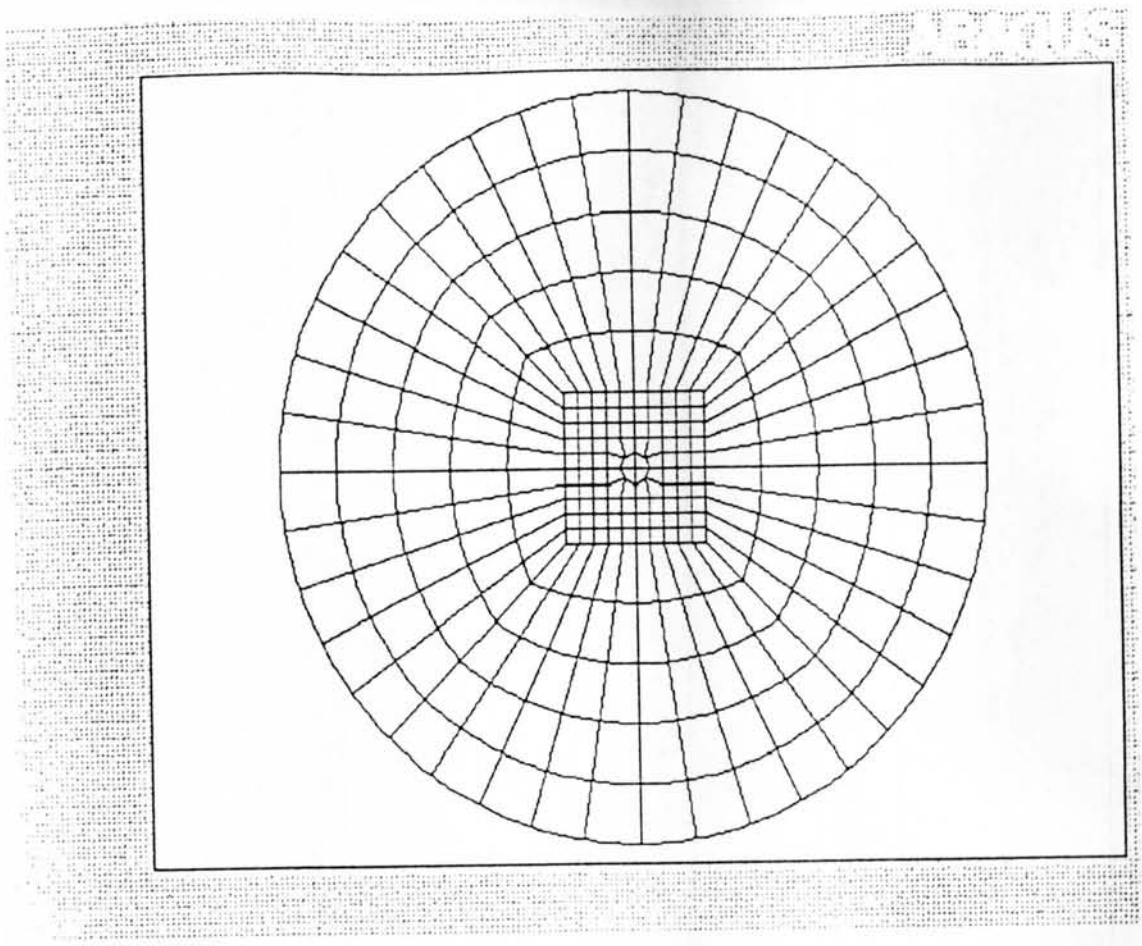


Figura 5.1 - Malha utilizada na modelação do impacto.

O estudo do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$ impediu o uso de simplificações de simetria em virtude da inexistência de direcções de simetria material comuns às diferentes orientações.

5.1) PLACAS DE $(0_4, 90_4)_s$

Nas figuras 5.2 a 5.6 é possível observar, numa escala 2:1, o dano causado numa simulação correspondente a uma força de impacto de 198.6 daN. Saliente-se que a avaliação da delaminagem numa dada interface é feita após a constatação da existência de rotura da matriz nas camadas adjacentes, segundo a metodologia apresentada em 4.6.3. Constata-se que as caracteristicas fundamentais inerentes às delaminagens, provocadas por impacto, são obtidas pelo critério em questão. Assim, a sua forma de amendoim, a sua orientação e o seu maior tamanho nas interfaces localizadas junto da superficie não solicitada são bem evidentes. Na figura 5.7 mostra-se a radiografia correspondente à simulação feita, onde não é claramente visível a existência da pequena delaminagem na segunda interface prevista pelo modelo.

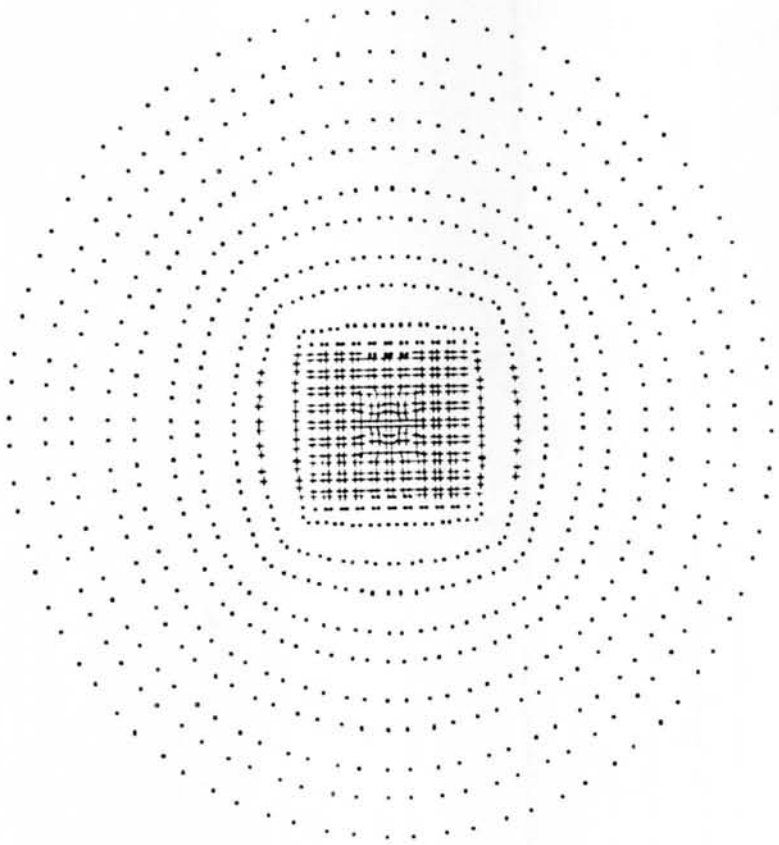


Figura 5.2 - Rotura da camada 1 (z = 0.25) do laminado $(0_4, 90_4)_s$.

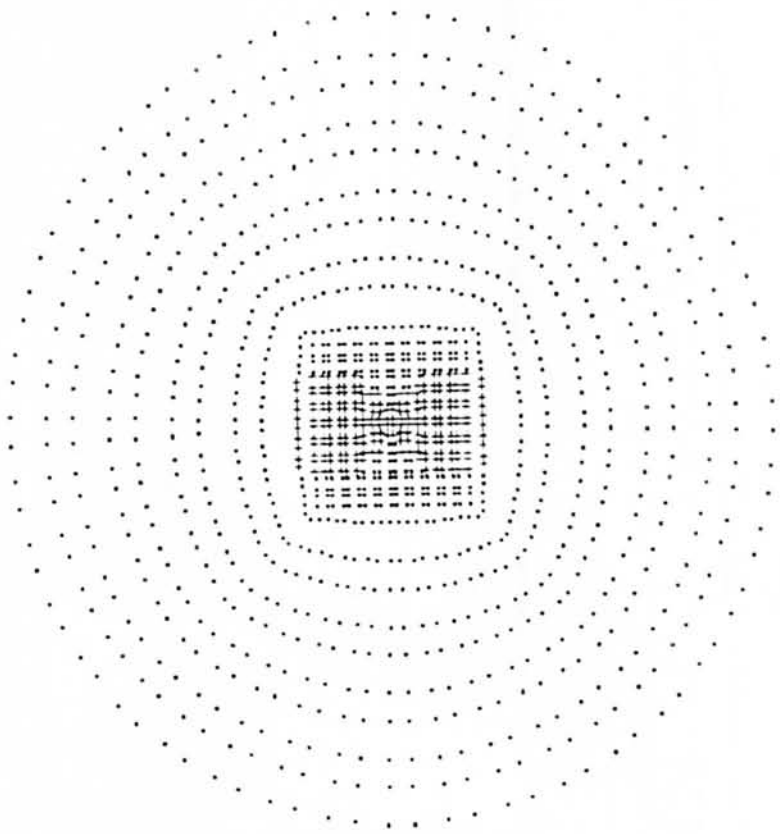


Figura 5.3 - Rotura da camada 2 (z = 1) do laminado $(0_4, 90_4)_s$.

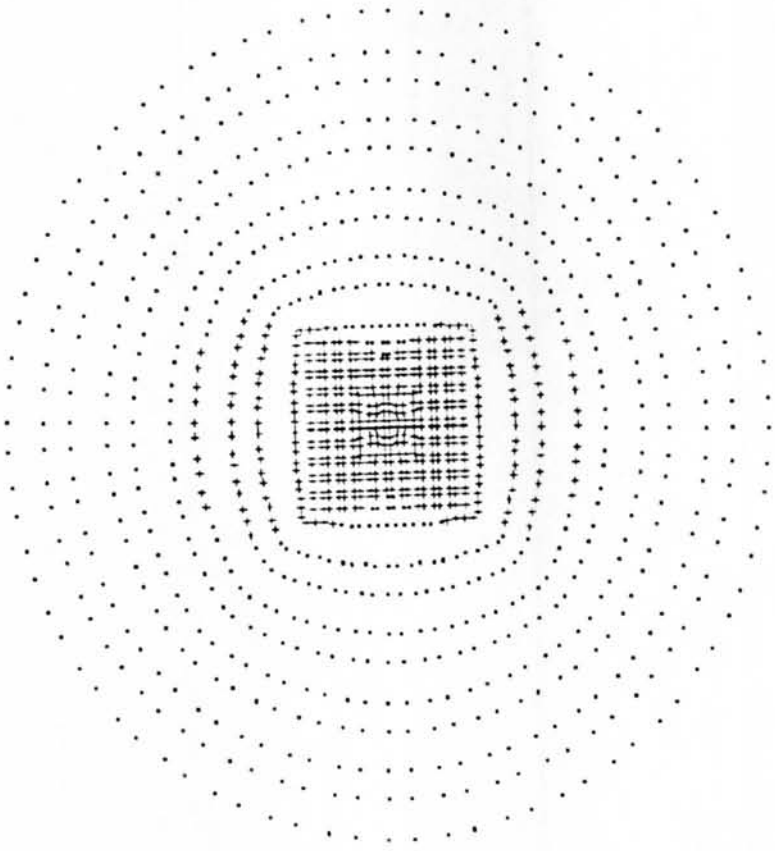


Figura 5.4 - Rotura da interface 1 (z = 0.5) do laminado $(0_4, 90_4)_s$.

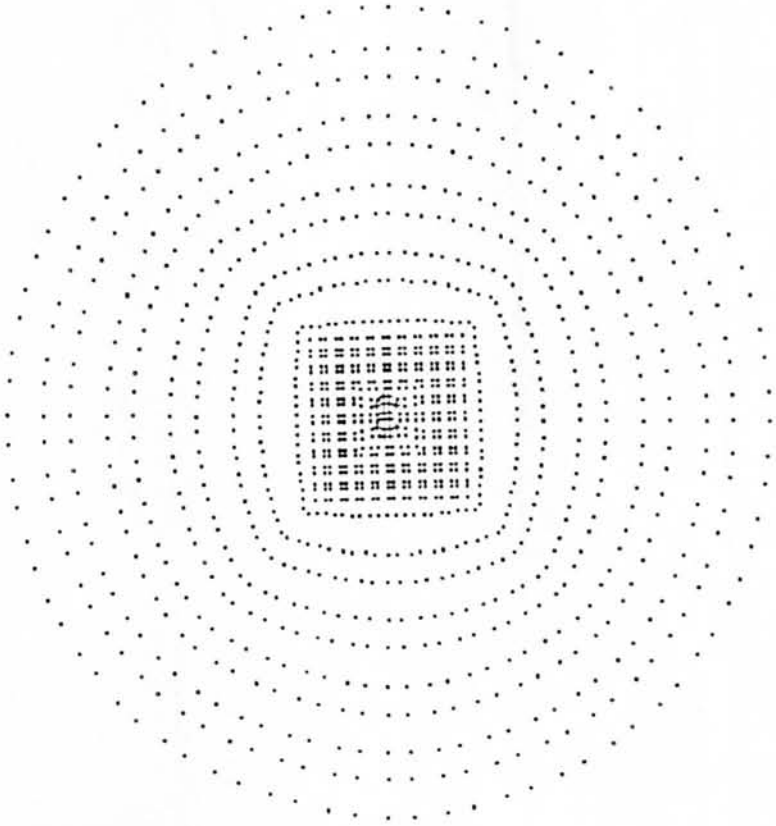


Figura 5.5 - Rotura da camada 3 (z = 1.75) do laminado $(0_4, 90_4)_s$.

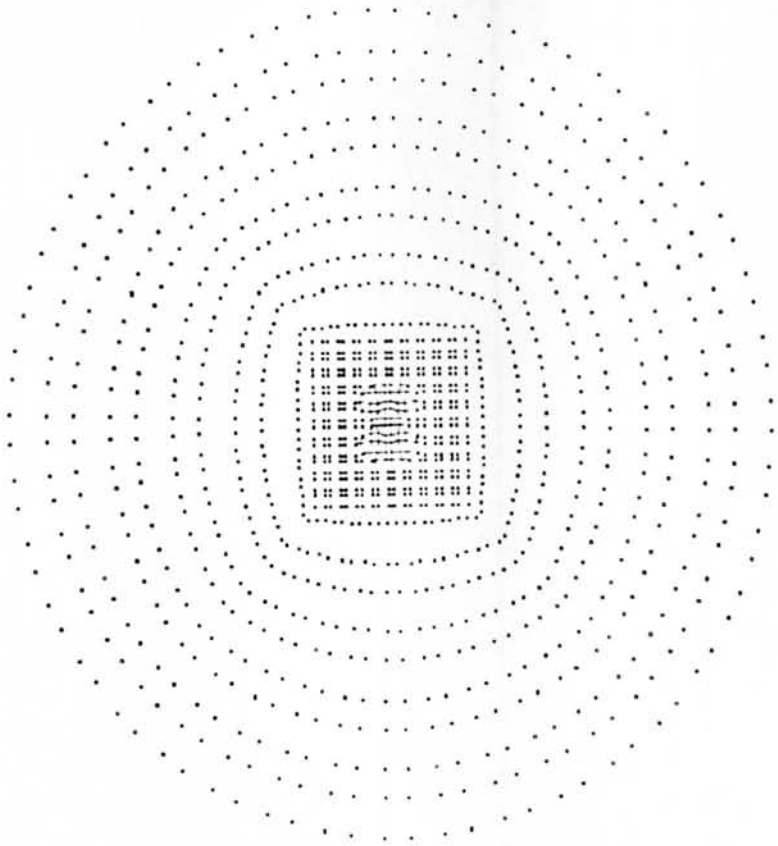


Figura 5.6 - Rotura da interface 2 (z = 1.5) do laminado $(0_4, 90_4)_s$.



Figura 5.7 - Dano correspondente à simulação evidenciada nas figuras 5.2 a 5.6 em escala 1:1.

Na tabela 5.1 faz-se uma comparação entre as áreas delaminadas obtidas pelo modelo, com as obtidas experimentalmente na interface 1. Os valores apresentados correspondem a uma média de três ensaios. A justificação para a análise ser feita

somente na interface 1 prende-se com a obrigatoriedade, relacionada com a subsequente realização de ensaios de compressão, do uso da radiografia por raios X como método de avaliação do dano. Como já foi dito, este método apenas fornece a área projectada das delaminagens, o que pode levar à não detecção da delaminagem eventualmente existente na interface 2, uma vez que esta será sempre menor relativamente à da interface 1 ficando assim encoberta. Os valores apresentados foram obtidos por aproximação das áreas reais a rectângulos cujas dimensões correspondem ao maior comprimento e maior largura da forma de amendoim. Os resultados obtidos evidenciam que o modelo subdimensiona, entre 10 a 20 %, a área delaminada nesta interface. A justificação destes resultados é apresentada em 5.3.

Tabela 5.1 - Valores das áreas delaminadas reais e previstas pelo modelo numérico.

Vel. impacto (V-m/s)	Força máx. (Fmáx-daN)	Área del. real (Ar-mm^2)	Área del. prev. (Ap-mm^2)	Erro (%)
1.13	160.8	209	180	-13.9*
1.17	184	276	220	-20.3
1.2	198.6	392	325	-17.1
1.24	224.7	741	612	-17.4
1.29	250.1	1008	777	-22.9

* O sinal negativo indica subdimensionamento por parte do modelo.

5.2) PLACAS DE $(0_2, \pm 45, 90_2)_S$

As figuras 5.8 a 5.19 mostram, numa escala 2:1, o dano previsto num laminado quasi-isotrópico, para uma força de impacto de 295.8 daN. Mais uma vez se verifica o bom comportamento do modelo no que respeita à distribuição, forma e orientação das delaminagens. Nas figuras 5.20 a 5.25 é possível ver a situação real correspondente, obtida pela técnica do desempilhamento. Na tabela 5.2 faz-se a comparação entre os resultados numéricos e os experimentais interface a interface. Mais uma vez os resultados numéricos correspondem a uma média de três ensaios de impacto.

Constata-se que as delaminagens localizadas nas interfaces mais próximas da superfície solicitada se encontram, de um modo geral, sobredimensionadas, ao passo que as situadas junto da outra superfície são subdimensionadas. Em 5.3 apresenta-se a explicação para tal comportamento.

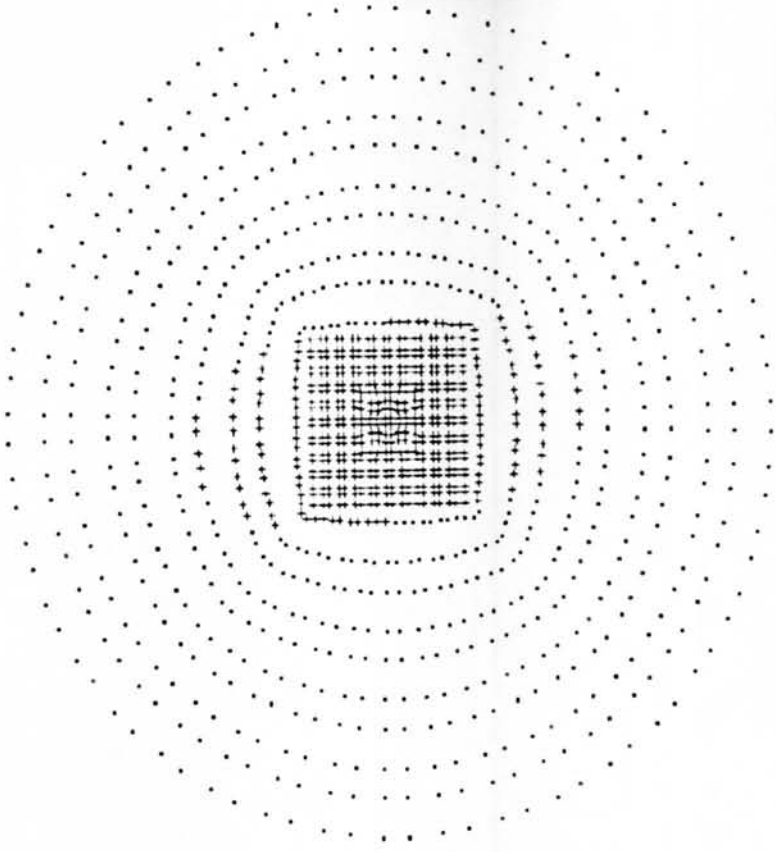


Figura 5.8 - Rotura da camada 1 (z = 0.125) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

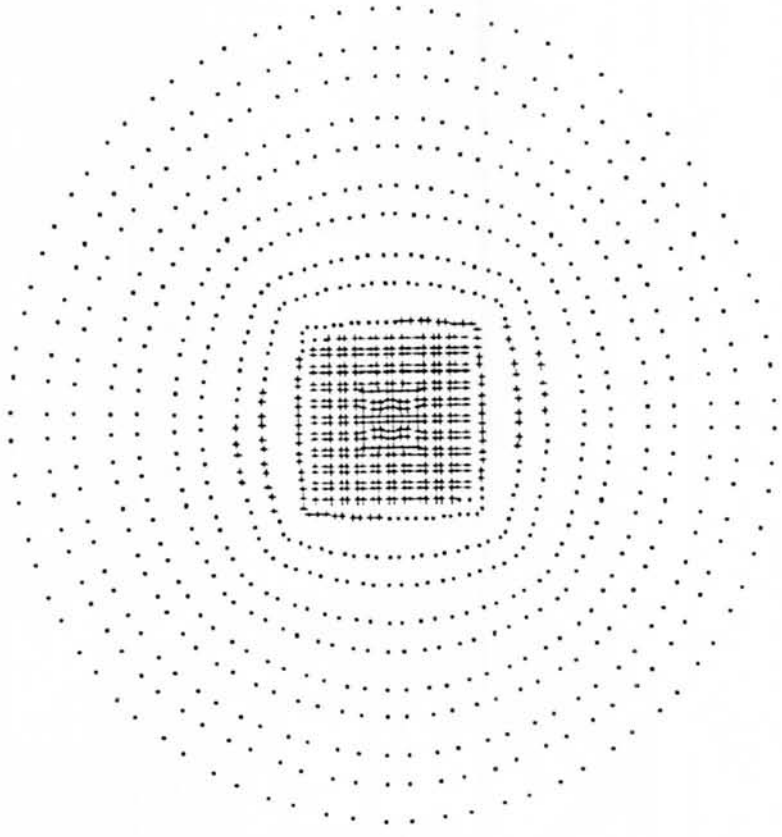


Figura 5.9 - Rotura da camada 2 (z = 0.375) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

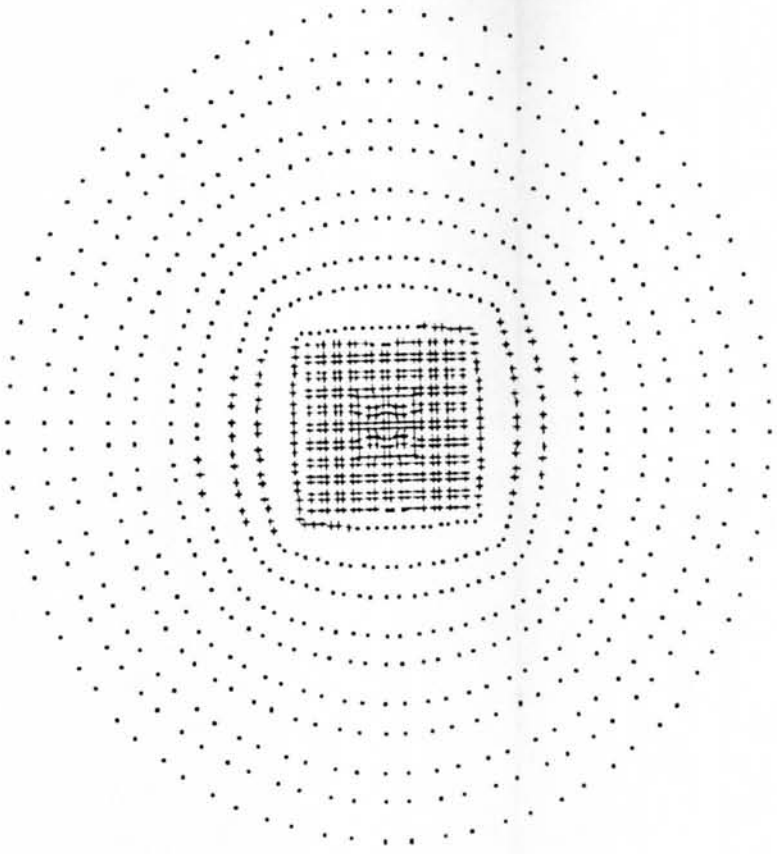


Figura 5.10 - Rotura da interface 1 (z = 0.25) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

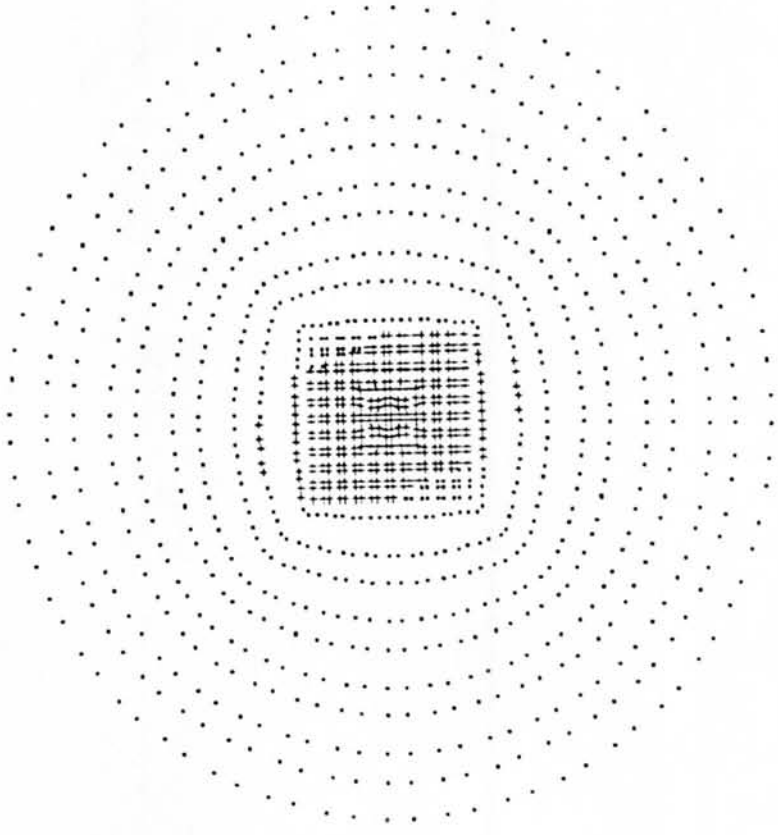


Figura 5.11 - Rotura da camada 3 (z = 0.625) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

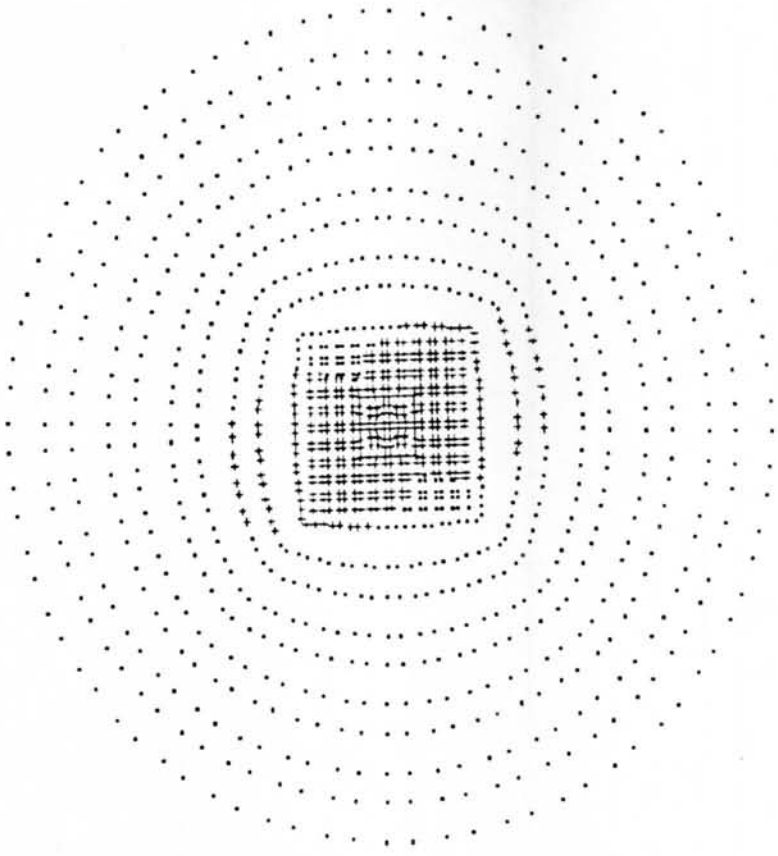


Figura 5.12 - Rotura da interface 2 (z = 0.5) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

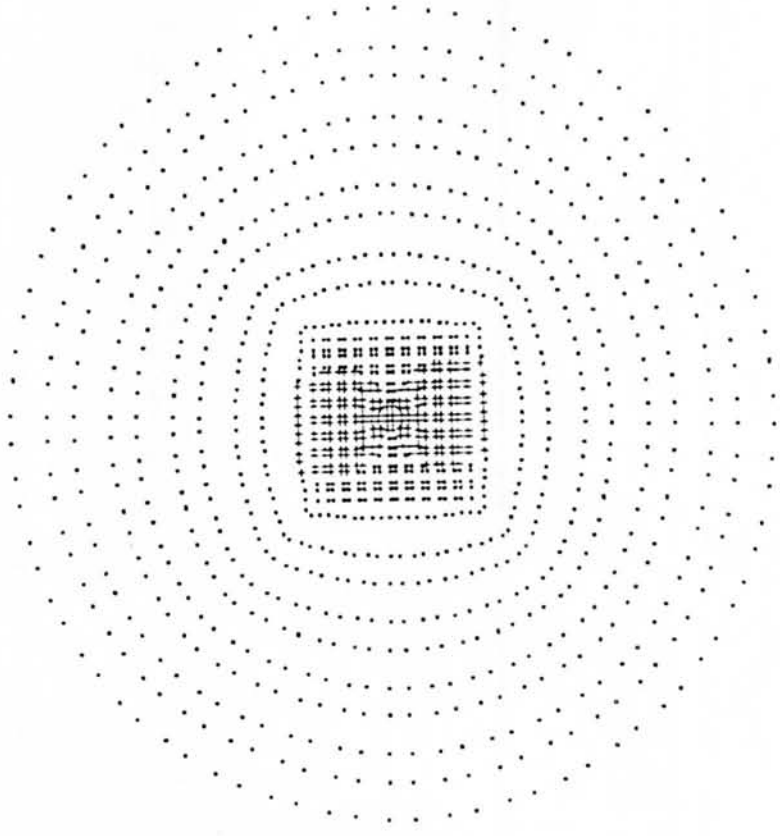


Figura 5.13 - Rotura da camada 4 (z = 1.0) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

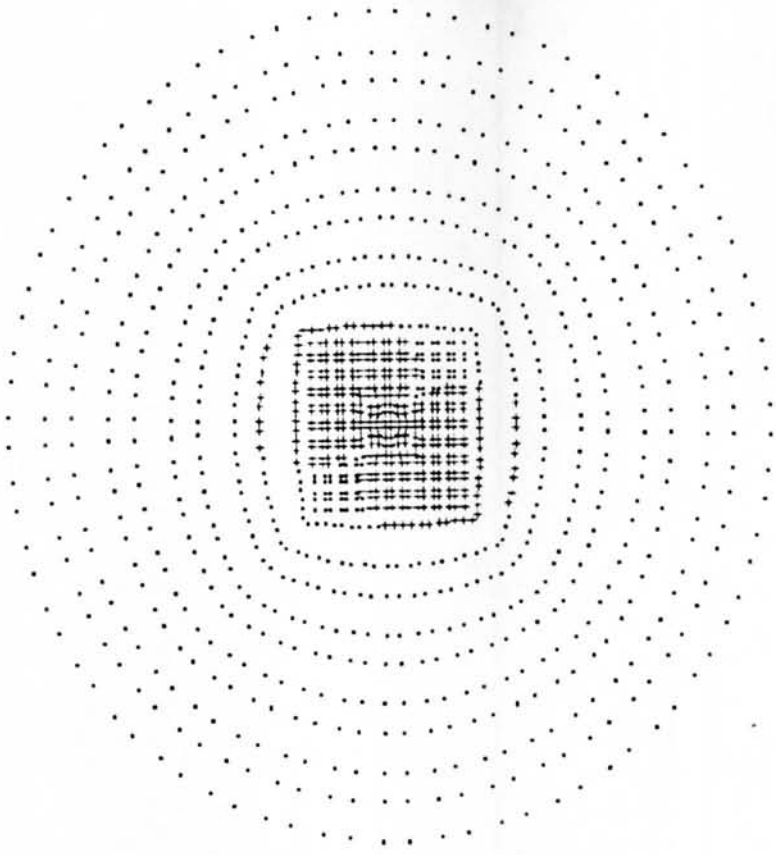


Figura 5.14 - Rotura da interface 3 (z = 0.75) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

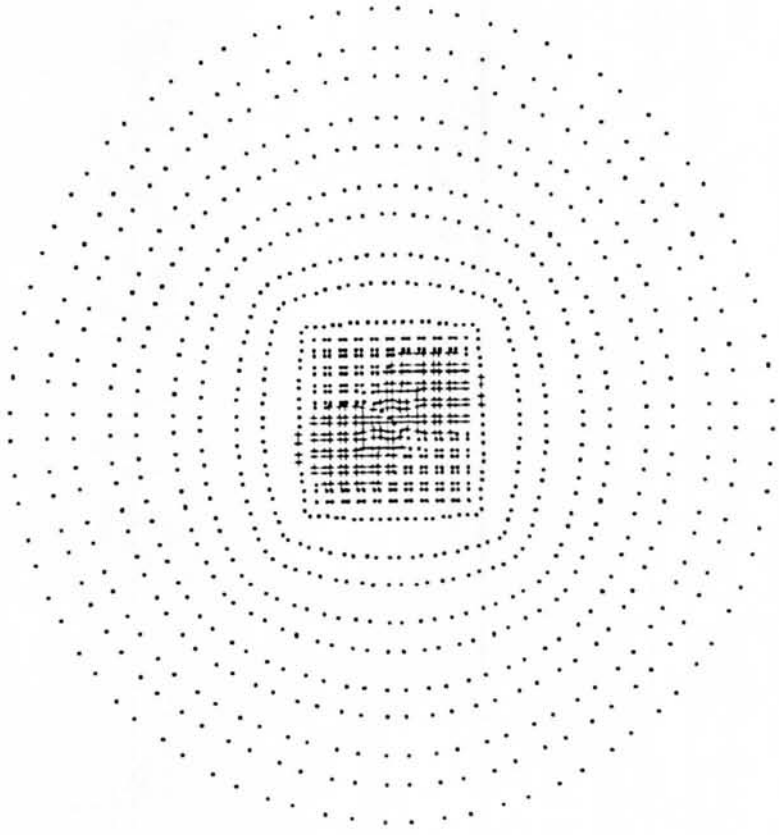


Figura 5.15 - Rotura da camada 5 (z = 1.375) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

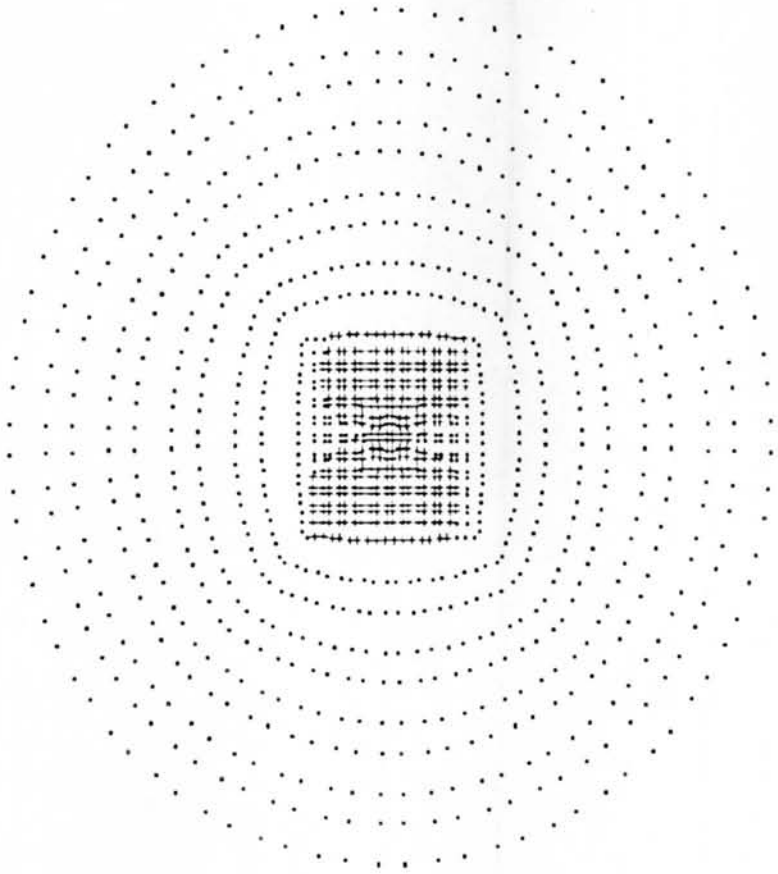


Figura 5.16 - Rotura da interface 4 (z = 1.25) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

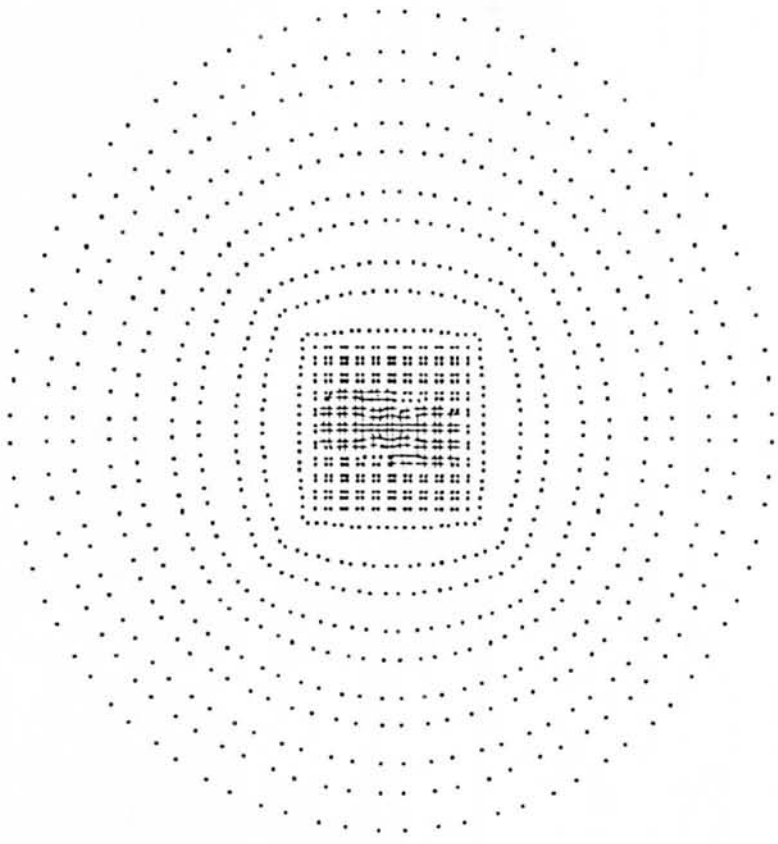


Figura 5.17 - Rotura da camada 6 (z = 1.625) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

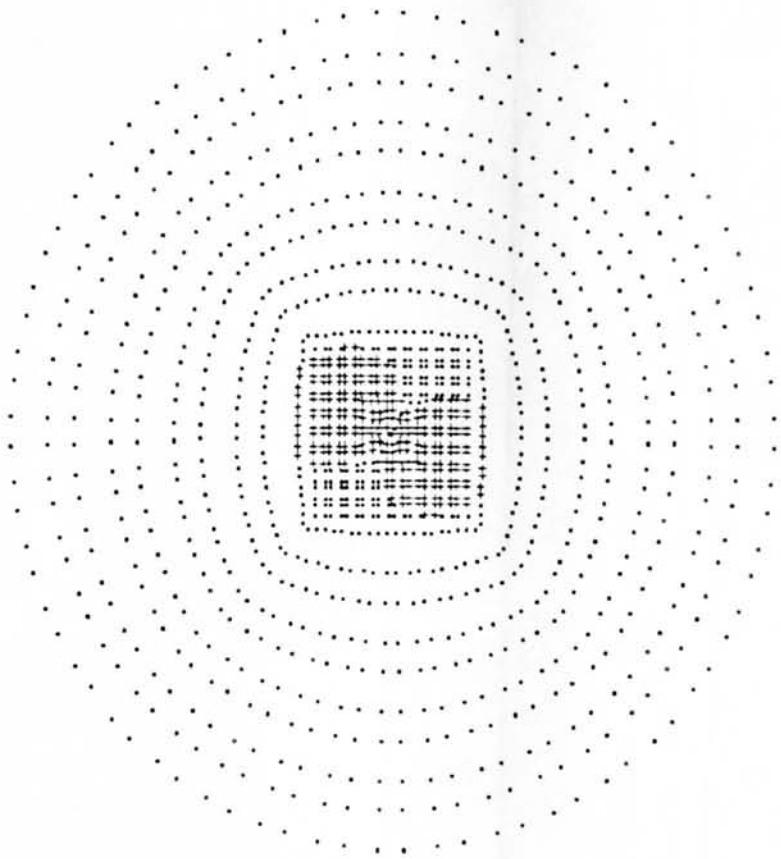


Figura 5.18 - Rotura da interface 5 (z = 1.5) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

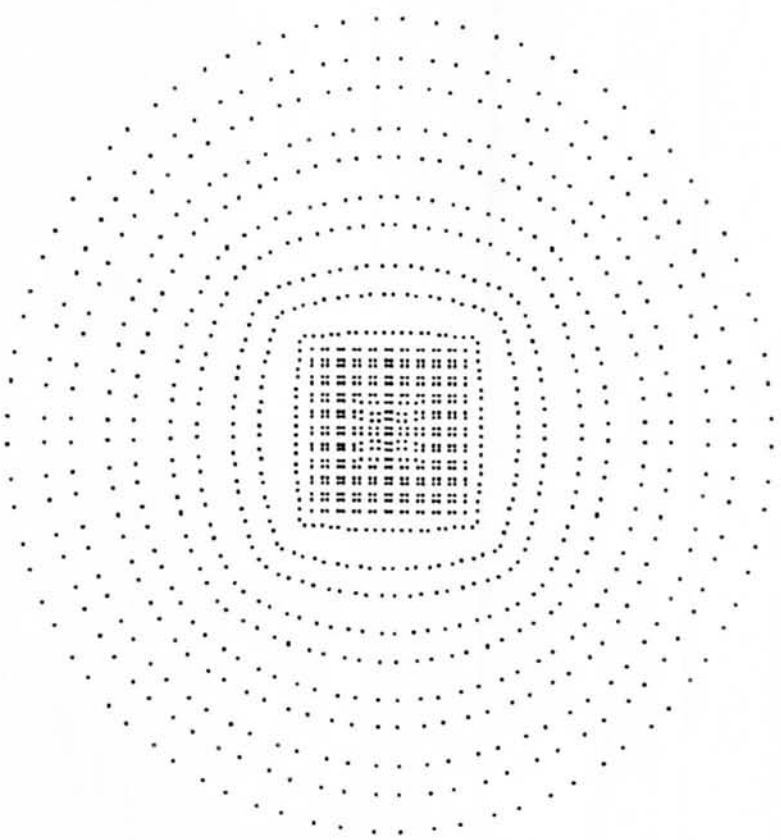


Figura 5.19 - Inexistência de rotura da camada 7 (z = 1.875) do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

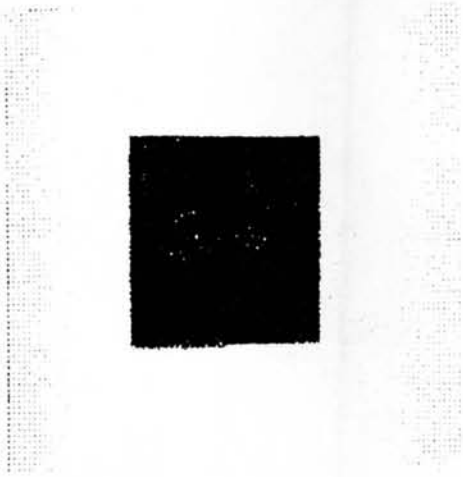


Figura 5.20 - Delaminagem na interface 1 do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.



Figura 5.21 - Delaminagem na interface 2 do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.



Figura 5.22 - Delaminagem na interface 3 do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

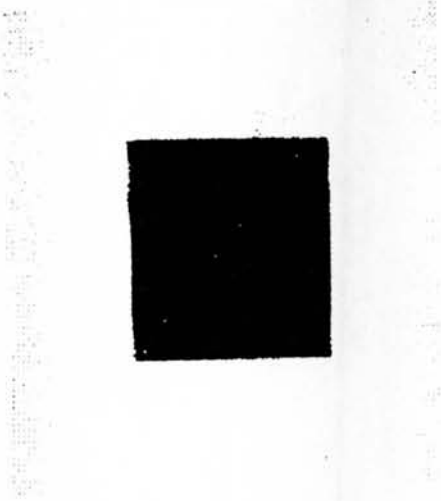


Figura 5.23 - Delaminagem na interface 4 do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.



Figura 5.24 - Delaminagem na interface 5 do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.



Figura 5.25 - Inexistência de delaminagem na interface 6 do laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

Tabela 5.2 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais relativamente às áreas delaminadas nas diversas interfaces dum laminado $(0_2, \pm 45_2, 90_2)_s$.

		INTERFACE 1			INTERFACE 2			INTERFACE 3			INTERFACE 4			INTERFACE 5			INTERFACE 6		
V (m/s)	Fmáx (daN)	Ar (mm^2)	Ap (mm^2)	Erro (%)	Ar (mm^2)	Ap (mm^2)	Erro (%)	Ar (mm^2)	Ap (mm^2)	Erro (%)	Ar (mm^2)	Ap (mm^2)	Erro (%)	Ar (mm^2)	Ap (mm^2)	Erro (%)	Ar (mm^2)	Ap (mm^2)	Erro (%)
1.09	163.0	192	168	-12.5	168	133	-20.8	60	66	10.0	30	40	33.3	0	0	0	0	0	0
1.17	245.5	300	260	-13.3	225	180	-20.0	85	102	20.0	60	70	16.7	30	33	10.0	0	0	0
1.21	295.8	420	377	-10.2	384	319	-16.9	168	180	7.1	90	108	20	78	88	12.8	0	0	0
1.26	389.3	832	675	-18.9	810	624	-23.0	624	592	-5.1	315	350	11.1	200	228	14.0	64	75	17.2

5.3) CONCLUSÃO

Para finalizar pode-se concluir que o modelo reflecte a realidade experimental em todos os aspectos relacionados com as delaminagens provocadas por impacto, à excepção do seu tamanho. Neste último aspecto verifica-se um subdimensionamento nas interfaces localizadas junto à superficie não solicitada e um sobredimensionamento nas outras. Existe no entanto, uma explicação para tal comportamento. Durante a solicitação de impacto ocorre, prematuramente (para valores da força de impacto ainda reduzidos), dano nas camadas e interfaces exteriores devido á flexão. Isto origina uma alteração da resistência localizada destas zonas, o que implica que, conforme a força de impacto vai aumentando ao longo da solicitação, haja uma evolução do dano em função da resistência residual localizada. Por outro lado, este processo de dano progressivo consome energia adicional, o que justifica o menor valor real das delaminagens nas interfaces mais próximas da superficie solicitada, relativamente ao modelo. O modelo usado, ao considerar que o material se encontra virgem até ao ponto da curva força-tempo correspondente à força máxima, não contabiliza estes efeitos e, consequentemente, apresenta as diferenças já referidas. O problema poderá ser ultrapassado com a utilização dum modelo de dano progressivo que, para pequenos incrementos de carga, calcule a zona danificada e, consequentemente reduza a resistência residual da estrutura. Isto permitirá a natural sobrecarga das zonas limítrofes com a consequente rotura para valores de carga mais baixos, relativamente ao modelo actual. Esta evolução, que será mais pesada em termos computacionais, encontra-se ainda em fase de estudo e não faz parte deste trabalho.

SEGUNDA PARTE

COMPRESSÃO APÓS IMPACTO (CAI)

CAPÍTULO 6

6) *COMPRESSÃO APÓS IMPACTO*

6.1) INTRODUÇÃO

6.2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

6.3) CONCLUSÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Referências

CAPÍTULO 6

COMPRESSÃO APÓS IMPACTO (CAI)

6.1) INTRODUÇÃO

As propriedades mecânicas dum material compósito de carbono-epóxido podem ser significativamente reduzidas por uma solicitação de impacto de baixa velocidade. Estudos realizados [6.1], mostraram que este tipo de solicitação pode reduzir a resistência do material à compressão em cerca de 60%, devido fundamentalmente às delaminagens que provoca. Este tipo de dano, que consiste na rotura da fina camada de resina (com uma espessura da ordem do diâmetro da fibra no caso do carbono-epóxido), existente entre duas camadas, manifesta a sua nefasta influência na resistência à compressão por duas vias:

- alteração da resistência residual das estruturas, o que leva ao aparecimento prematuro de instabilidades;

- alteração da distribuição de forças na estrutura, o que origina uma sobrecarga e consequente rotura de zonas não danificadas.

Qualquer destes efeitos se tornam significativamente mais importantes com o aumento do tamanho da zona danificada.

Concluindo, pode-se afirmar que o impacto de baixa velocidade é responsável pela destruição parcial da capacidade de carga da estrutura, altera a distribuição de forças internas e introduz dano no material, que eventualmente levará ao colapso prematuro através duma redistribuição local do estado de tensão. Consequentemente, a avaliação da resistência residual à compressão duma estrutura, danificada por uma solicitação de impacto de baixa velocidade, é de extrema importância, reforçada ainda pelo facto do dano ser interno e de difícil detecção.

De seguida apresenta-se uma breve revisão bibliográfica sobre o assunto com o objectivo de mostrar a situação actual da investigação sobre este tema.

6.2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As primeiras publicações sobre o estudo do comportamento dos materiais compósitos sujeitos a solicitações de compressão após impacto, datam do início da década de 80. No entanto, só no final dos anos 80, é que se deu o aparecimento dum número significativo de publicações sobre o assunto, o que demonstra o despertar do interesse dos investigadores pelo mesmo. No entanto, pode-se afirmar que o estado evolutivo se encontra ainda numa fase embrionária o que leva à existência duma multiplicidade de abordagens cuja síntese se apresenta em seguida.

Guynn et al. [6.2] recorreram a um sistema de fixação com guias anti-encurvadura para a realização de ensaios de compressão após impacto (ver figura 6.1).

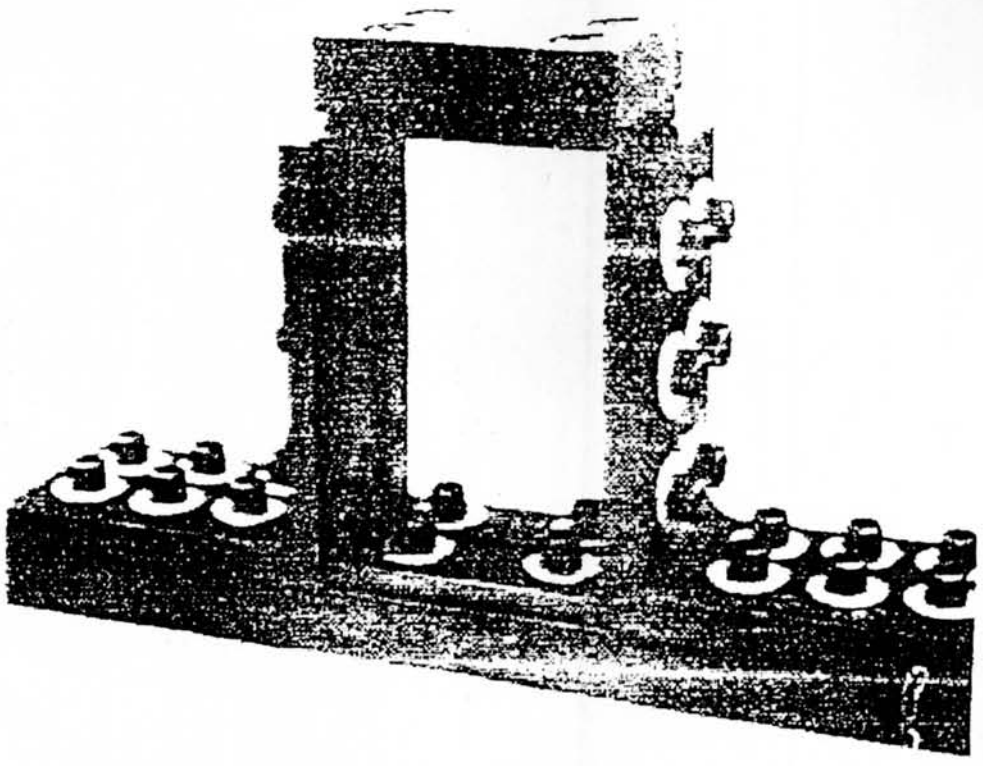


Figura 6.1 - Sistema de fixação para ensaios de compressão com dispositivo anti-encurvadura [6.2].

Os ensaios foram realizados em laminados de 16, 32 e 64 camadas, não tendo sido detectados efeitos de flexão nos dois últimos. As principais constatações destes ensaios experimentais foram as seguintes:

- as variações na deformação correspondente à rotura devido a diferentes sequências de empilhamento são pequenas;

- os laminados mais espessos têm maiores deformações à rotura relativamente aos menos espessos quando solicitados por impactos de igual energia por unidade de espessura; isto resulta do facto de, nos laminados mais finos, se formarem maiores delaminagens nas interfaces localizadas mais próximo da superficie não solicitada.

Russel e Street [6.3], estudaram várias leis de propagação de fissuras e demonstraram que a propagação de delaminagens em modo misto (I e II), é melhor representada pelo critério de Tsai-Wu. Os autores modificaram o critério original de Tsai-Wu desenvolvido para condições de estado plano de tensão, para estado plano de

deformação, o que é mais apropriado à delaminagem. Este modelo de estado plano de deformação mostrou-se eficaz no estudo da propagação da delaminagem.

Vizzini e Lagace [6.4] usaram um modelo unidimensional de viga em fundação elástica (ver figura 6.2), para estudar a estabilidade dum sublaminado delaminado de carbono-epóxido. Para modelar a propagação da delaminagem recorreram à resistência dos materiais. As tensões interlaminares foram calculadas na fronteira da delaminagem e a sua propagação dá-se quando as tensões excederem a resistência da interface. Foi usado o Critério Quadrático de Delaminagem que prevê a rotura quando,

$$\frac{\sigma_z^2}{\sigma_{zlim}^2} + \frac{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2}{\tau_{lim}^2} = 1. \qquad (6.1)$$

Os valores negativos de σ_z foram ignorados, uma vez que não contribuem para o processo de delaminagem. Foi obtida boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais.

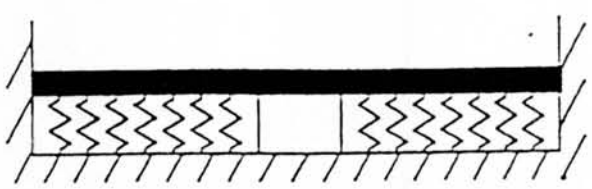


Figura 6.2 - Representação esquemática do modelo de viga em fundação elástica, onde a zona central representa a delaminagem [6.4].

G. Steinmetz et al [6.5] estudaram o comportamento de placas compósitas, na presença de solicitações de compressão e contendo delaminagens, por dois processos diferentes: o método de Rayleigh-Ritz e o método dos elementos finitos. O método de Rayleigh-Ritz, usado para a resolução do problema da encurvadura, baseia-se no cálculo da energia potencial total do sublaminado delaminado assumindo uma função

deslocamento de coeficientes desconhecidos. O critério de instabilidade considerado assume a ocorrência de instabilidade quando a segunda derivada da energia potencial total se anula. Isto origina uma série de equações lineares algébricas que permitem a determinação dos coeficientes. Nos elementos finitos, os autores recorreram a elementos de placa rectangulares de 4 nós e triangulares de 3 nós (ver figura 6.3). Os nós dos elementos pertencentes a camadas diferentes estão ligados por restrições nas zonas não delaminadas.

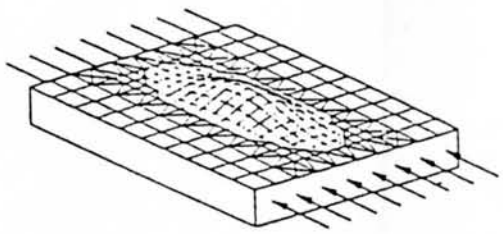


Figura 6.3 - Modelo utilizado por G. Steinmetz [6.5].

Vários laminados foram estudados pelos dois métodos, tendo os autores chegado às seguintes conclusões:

- a carga de encurvadura das placas laminadas contendo delaminagens é muito sensível ao tamanho e localização do dano;

- podem-se distinguir três modos de colapso; o local, o global e o misto (ver figura 6.4);

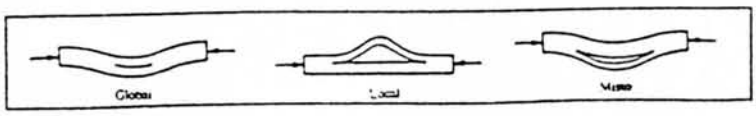


Figura 6.4 - Modos de rotura identificados pelos autores [6.5].

- o método dos elementos finitos é mais geral que o método de Rayleigh-Ritz; no entanto, nos casos em que este último é aplicável (delaminagens de forma rectangular, por exemplo) torna-se preferível, uma vez que é mais económico em termos computacionais;

- nada se pode concluir sobre a resistência à compressão das placas analisadas, uma vez que não foi considerada a possibilidade de propagação do dano, nomeadamente a delaminagem.

Um segundo trabalho deste autores [6.6] versou um estudo numérico-experimental da encurvadura local provocada pela delaminagem. Os laminados continham uma só delaminagem ao longo da largura (ver figura 6.5), obtida artificialmente por inserção dum filme de poliamida de 0.0125 milímetros de espessura.

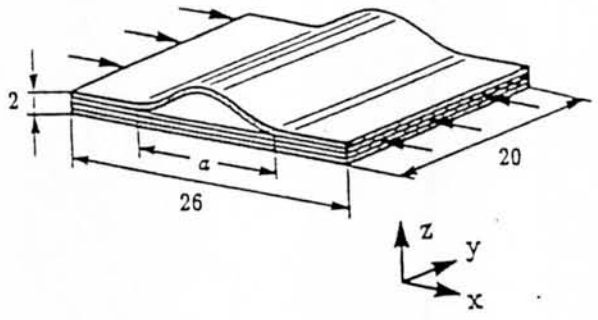


Figura 6.5 - Modelo considerado por Steinmetz et al. [6.6].

Os ensaios foram realizados com um dispositivo de fixação similar ao sugerido pela norma ASTM 3410-75 (ver figura 6.6). A modelação numérica foi feita bidimensionalmente através de elementos finitos quadriláteros de 8 nós e triangulares de 6 nós. As imperfeições da estrutura, provocadas pala inserção do filme, foram modeladas como mostra a figura 6.7, tendo sido considerados três valores para ω_0. Os autores recorreram a um critério de comparação dos valores das taxas de libertação de energia de deformação (G_I e G_{II}) com os seus valores críticos (G_{Ic} e G_{IIc}),

$$\frac{G_I}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}}{G_{IIc}} = 1 \qquad (6.2)$$

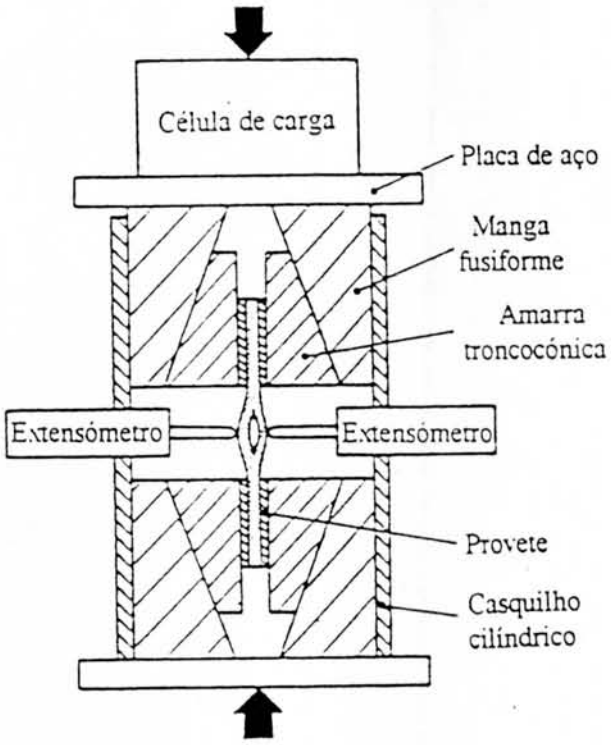


Figura 6.6 - Dispositivo de fixação usado pelos autores [6.6].

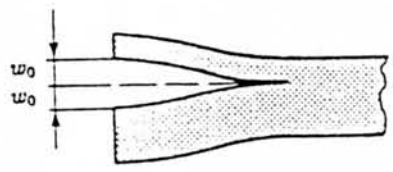


Figura 6.7 - Esquema representativo da modelação da imperfeição inicial [6.6].

As conclusões retiradas foram as seguintes:

- os valores obtidos para a carga de colapso apresentaram erros inferiores a 10% relativamente aos medidos;

- a existência de interpenetração das superfícies delaminadas altera o comportamento em termos de propagação;

- a compressão, na presença de delaminagens a toda a largura do provete, tem um comportamento diferente relativamente ao caso das delaminagens embebidas (ver figura 6.8), que, representando uma situação mais realista e complicada, obrigam ao recurso a uma análise tridimensional.

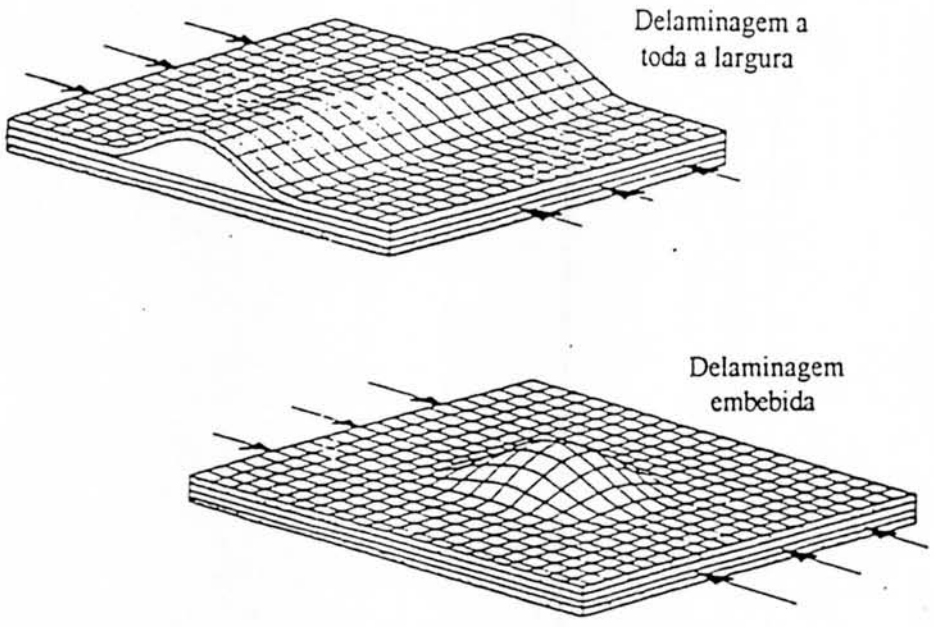


Figura 6.8 - Diferenças de comportamento entre uma delaminagem a toda a largura e uma delaminagem embebida [6.6].

Um terceiro trabalho de Weinman et al. [6.7], visou o estudo do mesmo problema através duma análise tridimensional. Assim, os autores recorreram a uma análise não linear geométrica com elementos finitos tridimensionais de 15 e 20 nós, assumindo uma imperfeição inicial assimétrica, com uma amplitude de 0.012 milímetros, do sublaminado delaminado - as duas primeiras camadas de $(0_2, 45_2, 0_2, -45, 0, 90)_s$. Recorrendo ao mesmo critério da referência anterior concluíram:

- o estado de tensão calculado, referente ao início da propagação da delaminagem, é superior ao medido;

- o comportamento global do provete evidenciou diferenças importantes entre a análise numérica e a experimental; como exemplo, cita-se o facto dos ensaios experimentais mostrarem que a delaminagem se inicia junto aos bordos livres do provete, ao passo que nos elementos finitos se constatou uma tendência para o encosto das duas superficies nessas zonas;

- a razão para tais diferenças relaciona-se com a interpenetração dos bordos livres logo a partir do início da simulação numérica;

- o comportamento global do laminado é alterado pelo facto de não se considerarem as restrições de contacto que influenciam fortemente o movimento tridimensional do laminado e sublaminado delaminado;

- para melhorar a concordância entre os resultados numéricos e experimentais, a interpenetração deve ser evitada.

John D. Whitcomb [6.8] investigou a propagação da delaminagem provocada por encurvadura local de um grupo de camadas delaminado. O autor recorreu a uma análise não linear geométrica com elementos finitos tridimensionais de 20 nós para calcular as três componentes da taxa de libertação de energia de deformação (G_I , G_{II} e G_{III}). Um estudo do comportamento pós-encurvadura na presença de delaminagens elípticas em laminados quasi-isotrópicos levou às seguintes conclusões:

- trata-se de um problema de modo misto; nalguns casos G_I é maior do que G_{II}; noutros o contrário acontece;

- em geral existe um grande gradiente na taxa de libertação de energia ao longo da extremidade da delaminagem;

- a localização do máximo de G_I e G_{II} depende da forma da delaminagem e da deformação aplicada;

- a componente do modo III é desprezável em todos os casos considerados;

- a análise não evita a interpenetração das superficies delaminadas, uma vez que não são impostas restrições de contacto; o autor concluiu que era necessário mais investigação para avaliar o efeito da interpenetração.

Num trabalho posterior [6.9], Whitcomb recorreu a uma análise com elementos finitos tridimensionais hexaédricos de 20 nós para estudar o efeito conjugado da rotura da matriz com as delaminagens. O modelo foi desenvolvido para laminados $(0,90)_s$, $(90,0)_s$ e $[(0,90)_s]_\infty$ com delaminagens circulares e elípticas. Devido às simetrias existentes só foi considerada 1/8 da placa com as seguintes condições fronteira (ver figura 6.9):

$u = 0$ na zona não fissurada do plano $x = 0$,

$v = 0$ na zona não fissurada do plano $y = 0$,

$w = 0$ no plano $z = 0$,

u = constante no plano $x = w$,

v = constante no plano $y = w$.

Com este modelo o autor calculou as taxas de libertação de energia de deformação G_I , G_{II} e G_{III} e concluiu o seguinte:

- o modo de rotura é sensivel à sequência de empilhamento, varia consoante a forma, o tamanho e posição do ponto em análise na extremidade da delaminagem; o modo III é geralmente a componente mais importante;

- as taxas de libertação de energia de deformação para $(0,90)_s$, e $[(0,90)_s]_\infty$ são similares;

- para carregamentos na direcção x existem fortes gradientes de G_I e G_{III} junto ao plano, onde a fronteira da delaminagem intersecta a rotura da matriz; estes gradientes implicam que G ($G = G_I + G_{II} + G_{III}$), atinja valores altos em curtas distâncias o que é inconsistente com as hipóteses de continuidade; a compreensão física de tal fenómeno requer mais trabalho sobre o assunto;

- após o início da delaminagem, a importância da configuração da rotura da matriz não é evidente.

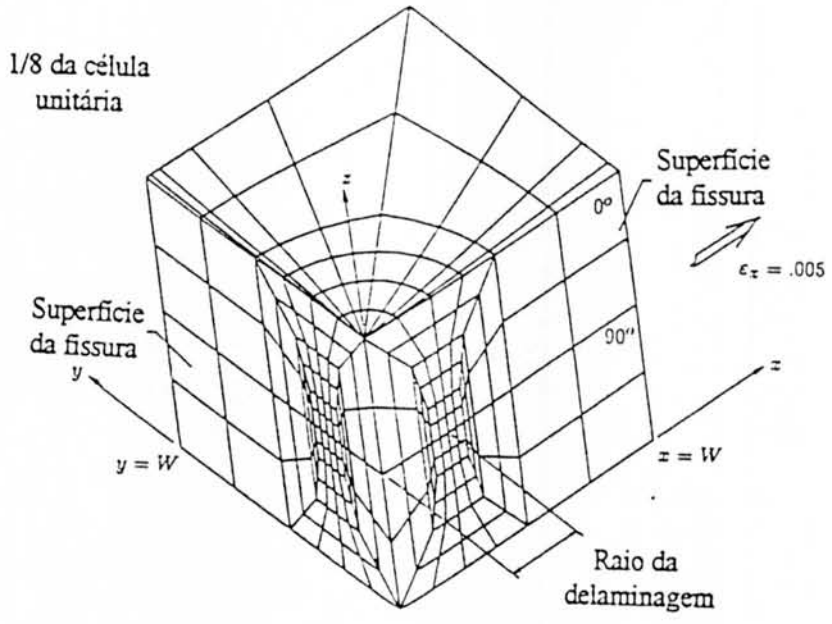


Figura 6.9 - Modelo utilizado por Whitcomb [6.9].

Z. Kutlu et al [6.10] modelaram numericamente o fenómeno da compressão em placas com múltiplas delaminagens que se estendem a toda a largura da placa (ver figura 6.10). Basicamente, o modelo divide-se em três etapas:

- uma análise tensorial baseada na condição da existência dum estado plano de deformação; foram ainda calculadas as tensões residuais de origem térmica e não foram considerados os efeitos de bordo;

- uma análise de contacto, para evitar a interpenetração das superficies delaminadas, baseada na teoria dos multiplicadores de Lagrange;

- o mesmo critério de rotura representado na equação 6.2.

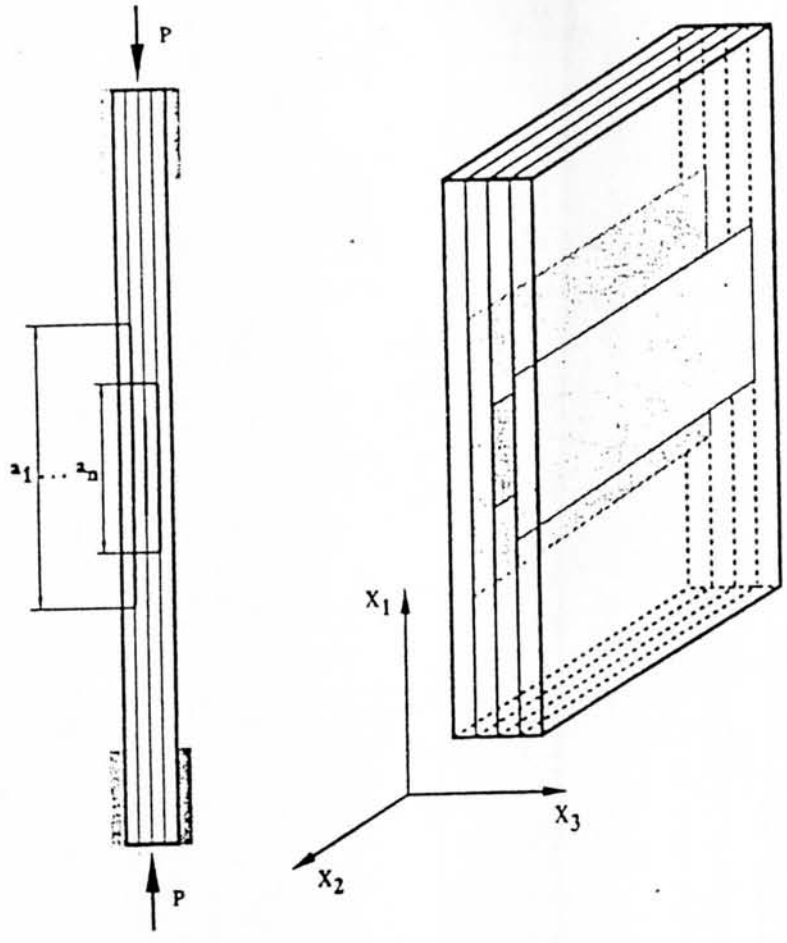


Figura 6.10 - Modelo de Kutlu [6.10].

As principais conclusões referidas pelos autores foram:

- a encurvadura e a subsequente pós-encurvadura dos sublaminados origina o crescimento da delaminagem;

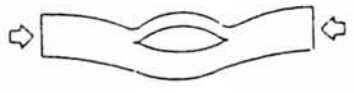
- a propagação da delaminagem afecta significativamente a resposta pós-encurvadura das estruturas;

- a resposta dos compósitos com múltiplas delaminagens é consideravelmente diferente relativamente aos com uma simples delaminagem;

- o efeito da presença de múltiplas delaminagens traduz-se num aumento da redução da resistência à compressão relativamente a placas com uma só delaminagem;

- a presença de tensões residuais de origem térmica afecta significativamente a resposta pós-encurvadura.

M. K. Yeh et al [6.11] investigaram a encurvadura de placas laminadas com delaminagens elípticas, submetidas a solicitações de compressão. A nível experimental usaram uma máquina de ensaios de tracção convencional para obter o comportamento carga-deslocamento e a respectiva resistência à encurvadura. Numericamente recorreram a uma análise não linear geométrica (método de Newton-Raphson) com elementos finitos de casca sem consideração de propagação. Foram examinados dois modos de colapso (o misto e o global), bem como a influência de parâmetros sobre o modo de colapso, tais como o tamanho e orientação da forma elíptica da delaminagem, a sua localização na espessura e a orientação das fibras (ver figura 6.11).



(b) Modo misto



(c) Modo global

Figura 6.11 - Modos de colapso estudados por Yeh et al. [6.11].

Os autores obtiveram boa concordância com os resultados experimentais e concluíram o seguinte:

- a carga de encurvadura diminui com o aumento do tamanho da delaminagem e o modo de colapso passa de global a misto;

- no caso da sequência de empilhamento ser $(\theta, -\theta)_{2s}$ a carga de encurvadura diminui com o aumento de θ e o modo de colapso passa de misto a global;

- a resistência à encurvadura diminui ligeiramente consoante aumente a distância, segundo a espessura, da delaminagem ao centro do laminado;

- a carga de encurvadura dos laminados diminui ligeiramente com o aumento do ângulo entre o maior eixo da delaminagem elíptica e o eixo do carregamento.

Y. K. Mukherjee et al [6.12] desenvolveram um programa de elementos finitos tridimensionais de 20 nós para a determinação do campo de tensões e das taxas de libertação de energia provocadas pela propagação duma delaminagem embebida num compósito delaminado. A característica fundamental deste trabalho, relaciona-se com o facto dos autores terem desenvolvido uma teoria que impede a interpenetração das superfícies delaminadas. Este objectivo é atingido através da adição, no funcional (π) correspondente à energia potencial total, duma componente que considera o efeito das forças interlaminares $\{ \mathbf{f}_i^x, \mathbf{f}_i^y, \mathbf{f}_i^z \}$, ou seja,

$$\pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \int \{\varepsilon\}_i^{\mathrm{T}} [\mathbf{D}]_i \{\varepsilon\}_i \, dz_i \, dx \, dy \; - \sum_{i=1}^{n-1} \{\mathbf{f}_i\}^{\mathrm{T}} \left(\left\{ \mathbf{U}_i^l \right\} - \left\{ \mathbf{U}_i^u \right\} \right) - \{\mathbf{F}\}^{\mathrm{T}} \{\mathbf{U}\} \tag{6.3}$$

onde,

$\{\varepsilon\}$ é o vector das deformações,

$\left\{ \mathbf{U}_i^l \right\}, \left\{ \mathbf{U}_i^u \right\}$ representam os deslocamentos de pontos homólogos pertencentes à camada inferior e superior , respectivamente,

$[\mathbf{D}]$ é a matriz de elasticidade para um material ortotrópico,

$\{\mathbf{F}\}$ é o vector das forças exteriormente aplicadas.

Tendo em conta que os índices *u* e *l* referenciam, respectivamente a camada superior e inferior à delaminagem, as condições a impôr nesta são:

- $\mathbf{u}_i^l, \mathbf{v}_i^l$ e $\mathbf{u}_i^u, \mathbf{v}_i^u$ são independentes,

- $\mathbf{f}_i^x = \mathbf{f}_i^y = 0$ pois não foram consideradas as forças de atrito,

- $\mathbf{f}_i^z \leq 0$ uma vez que só são transmitidas forças compressivas,

- $\mathbf{w}_i^u - \mathbf{w}_i^l > 0$ na ausência de contacto,

- $\mathbf{w}_i^u - \mathbf{w}_i^l = 0$ na presença de contacto.

A consideração destas restrições de contacto que evitam a interpenetração permitiram aos autores o estabelecimento das seguintes conclusões:

- a interpenetração, permitida pela generalidade das análises numéricas realizadas, origina erros grosseiros na previsão do comportamento à encurvadura;

- a taxa de libertação de energia de deformação varia consideravelmente ao longo da frente da delaminagem, paralela à largura da placa, o que evidencia as fortes limitações dos modelos de viga e bidimensionais.

6.3) CONCLUSÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apesar da diversidade dos métodos de abordagem ao problema, algumas conclusões se podem inferir da revisão bibliográfica realizada e que servirão de génese ao modelo numérico desenvolvido no capítulo 8. Temos então:

1) Os métodos analíticos só são viáveis para situações muito simples com ínfimas possibilidades de ocorrência real.

2) Os modelos numéricos bidimensionais só permitem o estudo, com algum rigor, de placas com delaminagens a toda a largura. Para o caso de delaminagens

embebidas, como acontece no impacto de baixa velocidade, existe a necessidade de recurso a uma análise tridimensional.

3) Para se poder aquilatar da resistência à compressão das placas analisadas, o modelo deve prever a possibilidade de propagação das delaminagens, uma vez que é um facto comprovado a grande influência deste aspecto no fenómeno em estudo.

4) A maioria dos modelos existentes não contempla a impossibilidade física da interpenetração das superfícies delaminadas. Isto origina erros de cálculo muito grosseiros, dado que a alteração do movimento tridimensional de ambas as superfícies influencia dum modo marcante o resultado final.

5) A grande maioria dos autores utiliza como critério de propagação de delaminagem o cálculo das taxas de libertação de energias de deformação (G_I , G_{II} e G_{III}) e respectiva comparação directa com um valor crítico. No entanto, não existe unanimidade quanto à importância ou não de G_{III} , e referem a grande dificuldade e pouca precisão na determinação dos respectivos valores críticos. A maioria recorre a valores determinados por outros autores.

Referências

[6.1] - Rhodes, M. B., "*Damage Tolerance Research on Composite Panels*", in Selected NASA Research in Composite Material and Structures, NASA CP-2142, August 1980.

[6.2] - Guynn, E. G. and O`Brien, "*The Influence of Lay-up and Thickness on Composite Impact Damage and Compression Strenght*", AIAA/ASME/ASCE/AHS, 26 th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, April 15-17, 1985/Orlando, Florida.

[6.3] - Russel, A. J. and Street, K. N., "*Moisture and Temperature Effects on the Mixed-Mode Delamination Fracture of Unidireccional Graphite/Epoxy*", Delamination and Debonding Materials, ASTM STP 876, W. S. Johnson, Ed., ASTM, Philadelphia, pp. 349-370, 1985.

[6.4] - Vizzini, A. J. and Lagace, P. A., "*An Elastic Foundation Model to Predict the Growth of Delaminations*", in 28 th AIAA Structures Dynamic Materials Conference, Monterey CA, pt. 1, pp. 776-782, 1987.

[6.5] - Steinmetz, G., Arendts, F. Z. and Nething, R., "*Delamination Buckling of Laminated Plates*", Developments in the Science and Technology of Composite Materials, Fourth European Conference on Composite Materials, ECCM 4, Stutgart, F.R.G., Ed. by J. Füller et al., pp. 495-502, September 25-28, 1990.

[6.6] - Steinmetz, G., Arendts, F. Z., "*Compression Failure Behaviour of CFRP Strips Containing Delaminations*", Advanced Composites 93, International Conference on Advanced Composite Materials, Ed. by T. Chandra and A. K. Dhingra, The Minerals, Metals & Materials Society, 1993.

[6.7] - Weinman, M. S., Steinmetz G. and Arendts, F. J., "*Numerical and Experimental 3-D Delamination Behaviour of an Anisotropic Layered Plate Under Compression Loading*", Proceedings of the Ninth International Conference on Composite Materials (ICCM/9), Madrid, Ed. by António Miravete, Pub. by Univ. of Zaragoza, 12-16 July, 1993.

[6.8] - Whitcomb, J. D., "*Three-Dimensional Analysis of a Postbuckled Embedded Delamination*", Journal of Composite Materials, vol. 23, pp. 862- 889, September 1989.

[6.9] - Whitcomb, J. D., "*Analysis of Delamintion Growth near Intersecting Ply Cracks*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 12, pp. 1844-1858, 1992.

[6.10] - Kutlu, Z. and Chang, F. K., "*Modeling Compression Failure of Laminated Composites Containing Multiple Through-the-Width Delaminations*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 3, pp. 350-387, 1992.

[6.11] - Yeh, M. K. and Tan C. M., "*Buckling of Elliptically Delaminated Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 28, No. 1, pp. 36-52, 1994.

[6.12] - Mukherjee, Y. X., Gulrajani, S. N., Mukherjee, S. and Netravali, A. N., "*A Numerical and Experimental Study of Delaminated Layered Composites*", Journal of Composite Materials, vol. 28, No. 9, pp. 837-870, 1994.

CAPÍTULO 7

7) *EXPERIMENTAÇÃO SOBRE CAI*

7.1) EQUIPAMENTO UTILIZADO

7.2) PLACAS ENSAIADAS

Referências

CAPÍTULO 7

EXPERIMENTAÇÃO SOBRE CAI

O objectivo fundamental deste capítulo é a descrição da realização de ensaios de compressão em placas de carbono-epóxido, previamente solicitadas ao impacto de baixa velocidade. Pretende-se determinar, em termos de resistência residual, qual a resistência à compressão, ou seja o valor da carga máxima que uma placa com um dano conhecido admite.

7.1) EQUIPAMENTO UTILIZADO

A avaliação da resistência à compressão da generalidade dos materiais é talvez, uma das tarefas de mais difícil realização no que respeita a ensaios mecânicos. Tal deve-se ao facto de pequenas variações geométricas no provete, implicarem excentricidades na aplicação da carga e, consequentemente, roturas por instabilidade geométrica. Com o objectivo de evitar este problema têm sido desenvolvidos diversos sistemas de fixação dos provetes, dos quais se destacam o Celanese e o IITRI. Ambos se caracterizam pela aplicação da carga por corte (ver figura 7.1), uma vez que a

aplicação directa da carga nos compósitos de alta resistência implica o esmagamento das extremidades, devido à baixa resistência transversal e interlaminar destes materiais.

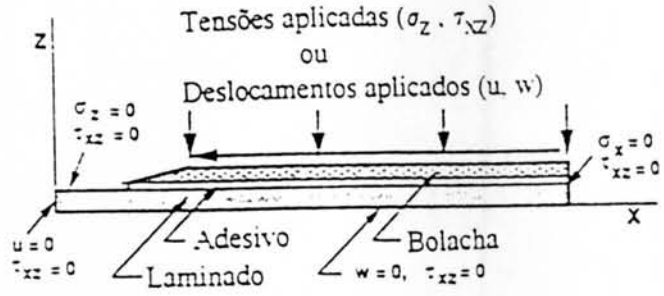


Figura 7.1 - Modo de aplicação da solicitação nos sistemas Celanese e IITRI [7.1].

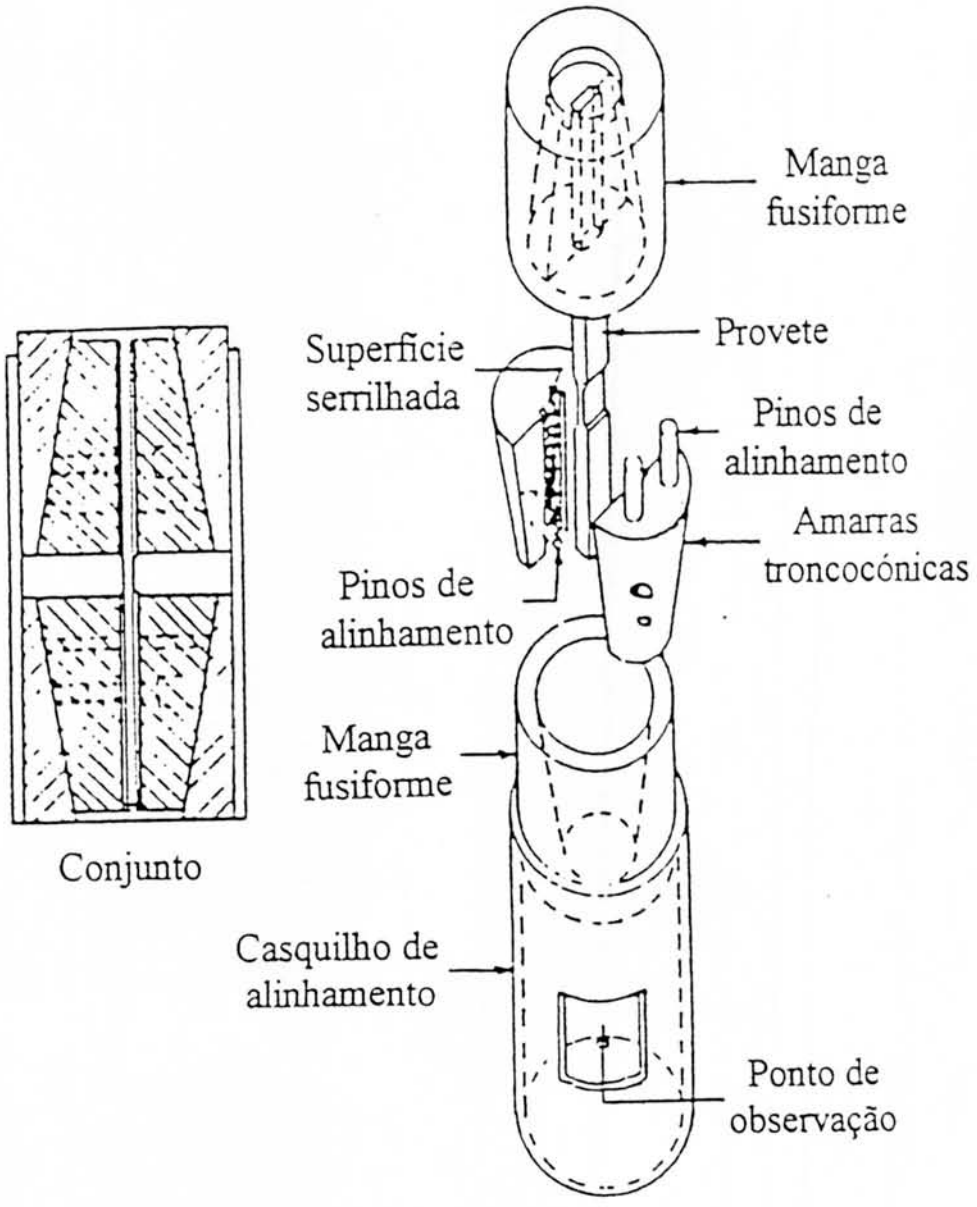


Figura 7.2 - Sistema de fixação Celanese [7.2].

A fixação Celanese (desenvolvida pelo Celanese Research Center e mais tarde adaptada como ASTM D-3410-75), é caracterizada pelo deslizamento relativo entre amarras troncocónicas inseridas em mangas fusiformes. O alinhamento é garantido por um casquilho cilíndrico que envolve exteriormente o conjunto (ver figura 7.2).

O sistema IITRI (desenvolvido pelo Illinois Institute of Technology Research Institute) baseia-se numa evolução do sistema anterior. Neste sistema a forma troncocónica das amarras das mangas é substituída por uma forma prismática. As mangas estão instaladas em dois blocos maciços cujo alinhamento é assegurado por dois guiamentos de forma cilíndrica (ver figura 7.3).

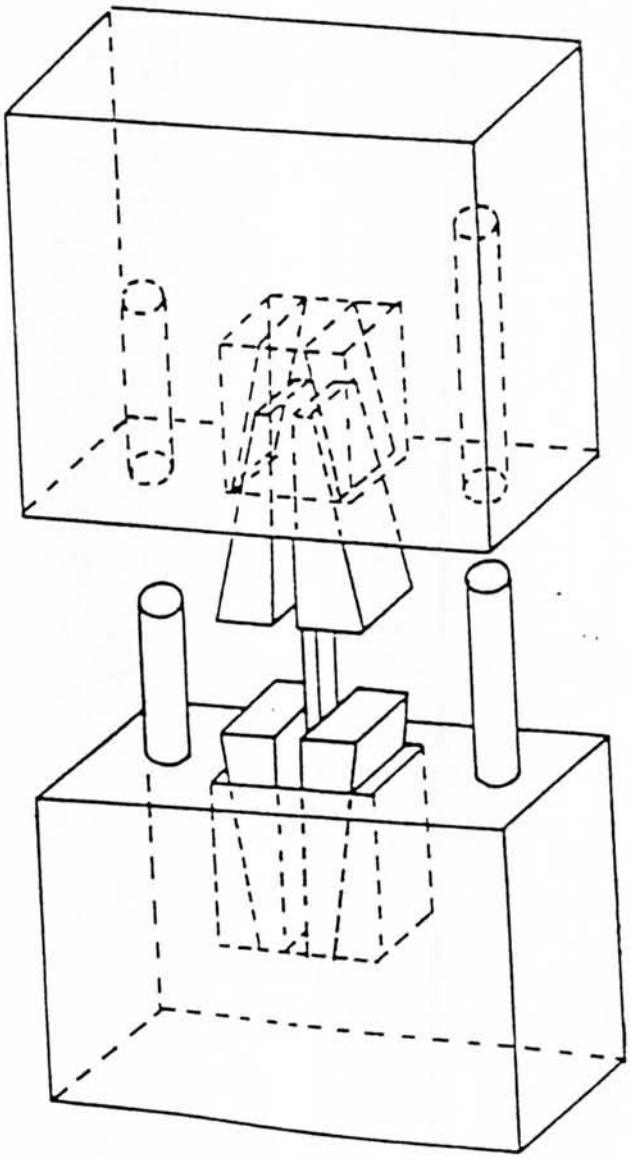


Figura 7.3 - Sistema de fixação IITRI [7.2].

Segundo estudos comparativos efectuados por Berg e Adams [7.1] o sistema de IITRI revelou melhor performance no que concerne à dispersão de resultados experimentais. Verificou-se também [7.2] que os valores obtidos pelo sistema de IITRI são, de um modo geral, superiores relativamente ao sistema Celanese. Estes factos atribuem-se à superior rigidez e consequente melhor alinhamento do sistema IITRI. Por outro lado, este sistema é de utilização mais fácil e possui maior flexibilidade à variação da espessura dos provetes.

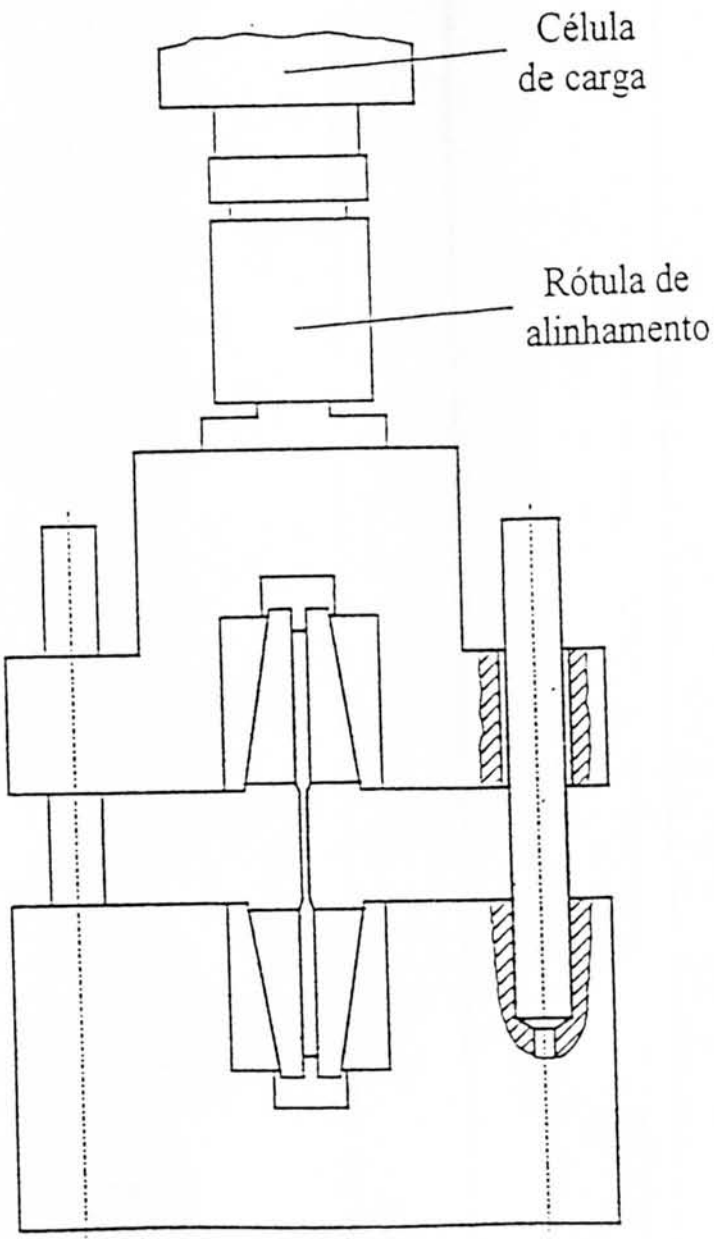


Figura 7.4 - Sistema utilizado nos ensaios realizados [7.3].

O sistema utilizado nos ensaios realizados é baseado no IITRI (ver figura 7.4) e foi desenvolvido pelo colega Alfredo Balacó de Morais [7.3]. Este sistema está equipado por uma rótula que compensa eventuais desalinhamentos de origem geométrica.

Os ensaios realizaram-se a uma velocidade de 0.2 milímetros por minuto numa máquina universal INSTRON 4208. Devido à própria natureza do ensaio e do sistema utilizado, a curva força-deslocamento registada na consola não tem qualquer significado, pois existem sempre pequenos escorregamentos inevitáveis, quer entre cunhas, quer entre estas e o provete. No entanto, o parâmetro fundamental na avaliação da resistência à compressão (carga de colapso) é facilmente obtido na consola.

7.2) PLACAS ENSAIADAS

Os provetes, de carbono-epóxido com sequência de empilhamento de $(0_4,90_4)_s$ e $(90_4,0_4)_s$, tinham sido previamente ensaiados a um impacto de baixa velocidade com encastramento circular de diâmetro igual a 50 milímetros, e têm como dimensões nominais 140 mm x 60 mm (ver figura 7.5). O vão, após encastramento nas cunhas é de 60 milímetros (ver figura 7.6).

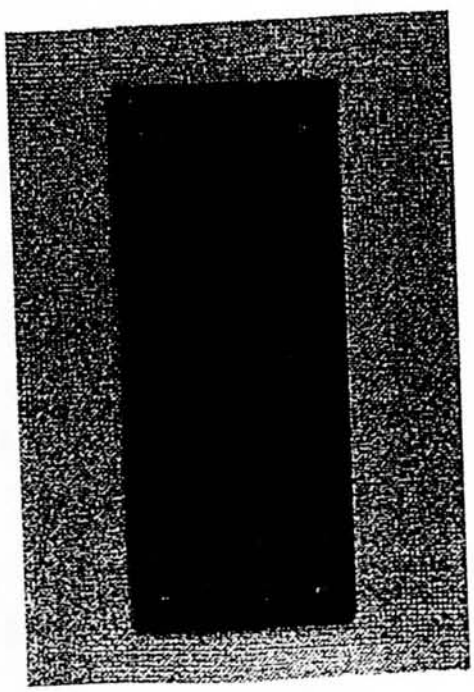


Figura 7.5 - Forma das placas ensaiadas à compressão.

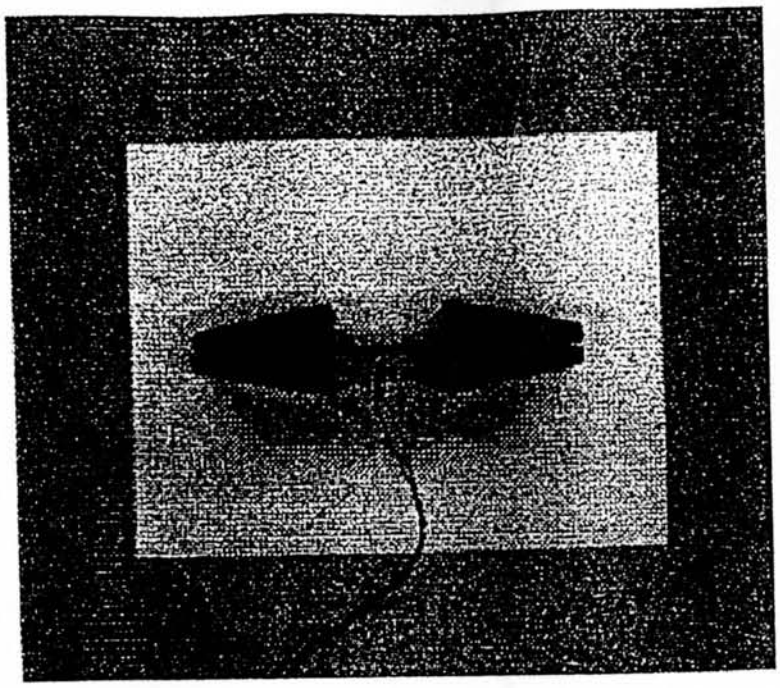


Figura 7.6 - Placa para ensaio de compressão encastrada nas cunhas do sistema usado.

Na análise de dano realizada através de radiografia por raios X, só foi detectada a existência duma única delaminagem nas placas ensaiadas à compressão (ver figura 7.7). Isto resulta em dois laminados assimétricos, localizados acima e abaixo da delaminagem. Consequentemente, quando são aplicadas cargas no plano da placa (plano xy), ocorrem automaticamente deslocamentos para fora desse plano (direcção z). Esta flexão provoca tensões interlaminares ao longo da extremidade da delaminagem, o que origina a sua propagação. Assim, a placa colapsa prematuramente devido à encurvadura e crescimento da delaminagem, que pode ser estável ou instável.

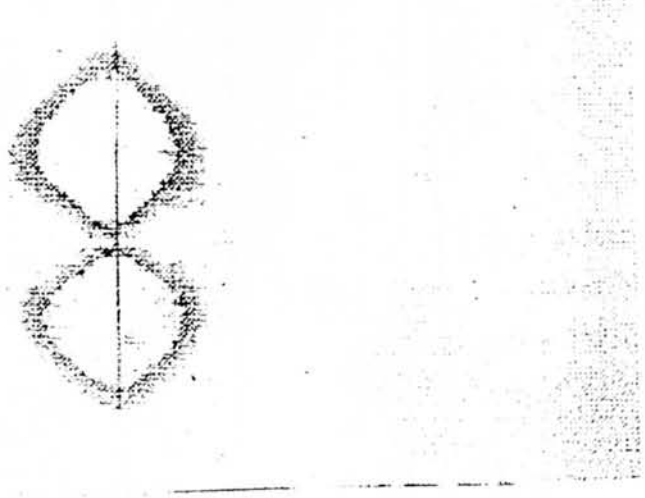


Figura 7.7 - Visualização duma delaminagem tipo nas placas ensaiadas.

Segundo alguns autores [7.4 e 7.5], os modos de colapso duma estrutura compósita podem-se distinguir em três tipos diferentes (ver figura 7.8), dependendo do tamanho e localização da área delaminada, bem como das características do material. Consideram-se os seguintes modos:

- local, que corresponde à encurvadura do sublaminado delaminado,

- global, quando a instabilidade se estende a toda a estrutura,

- misto, quando ambas as situações acontecem em simultâneo.

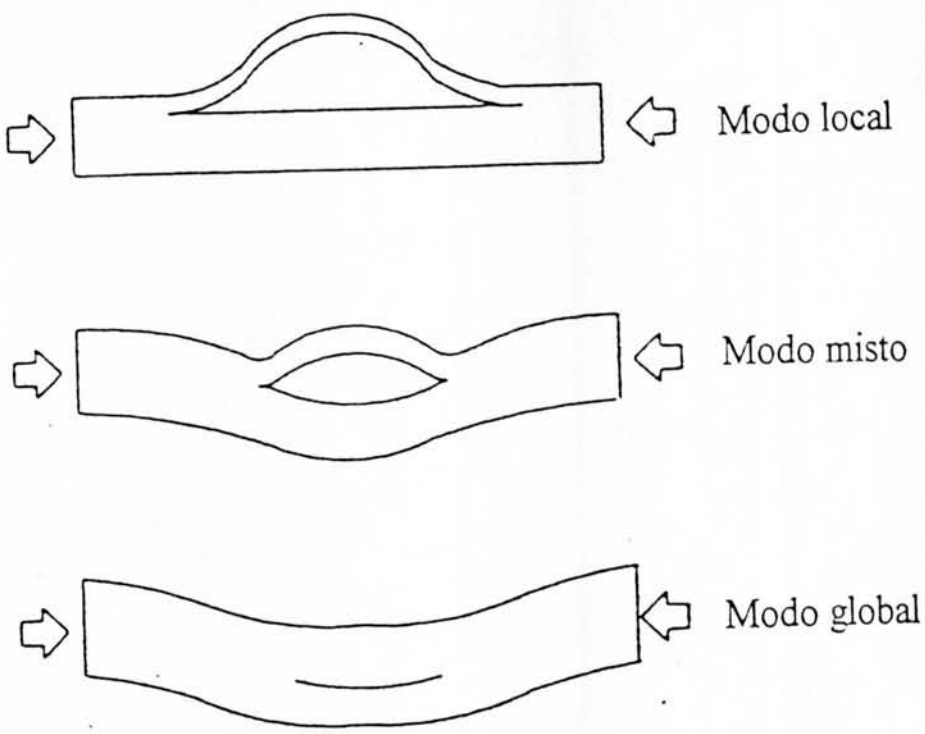


Figura 7.8 - Modos de colapso possíveis num compósito com delaminagem.

Nas figuras 7.9 e 7.10 vêm-se duas situações correspondentes, respectivamente, ao modo global e modo local verificadas nos ensaios realizados. Nas figuras 7.11 e 7.12 apresentam-se as curvas força-deformação obtidas por simulação numérica das situações representadas nas figuras 7.9 e 7.10, respectivamente.

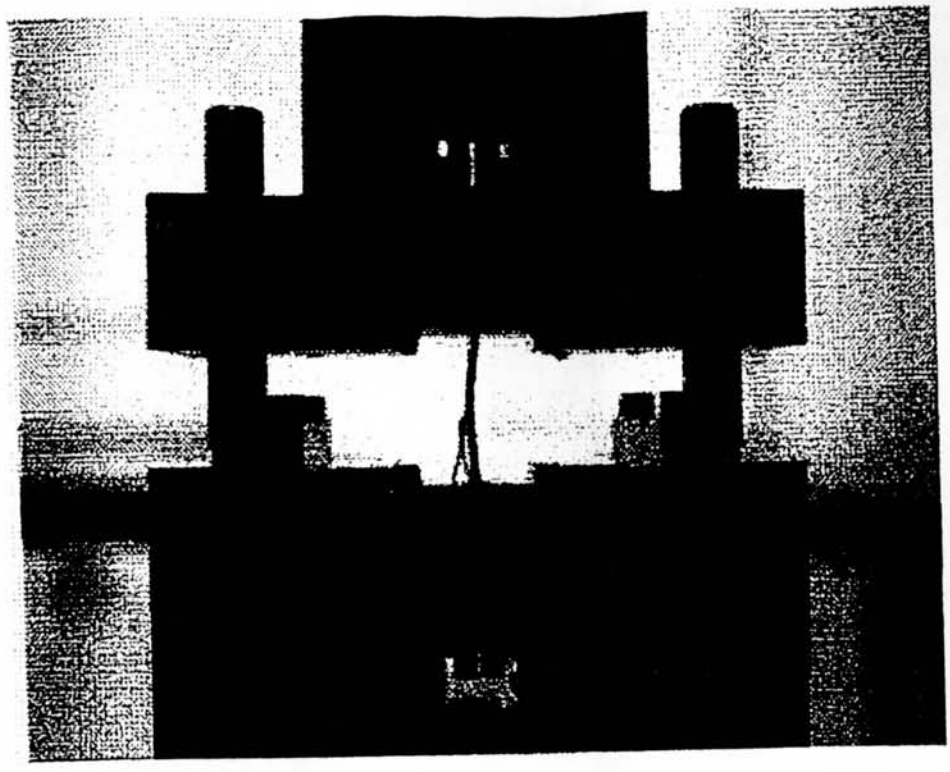


Figura 7.9 - Modo global.

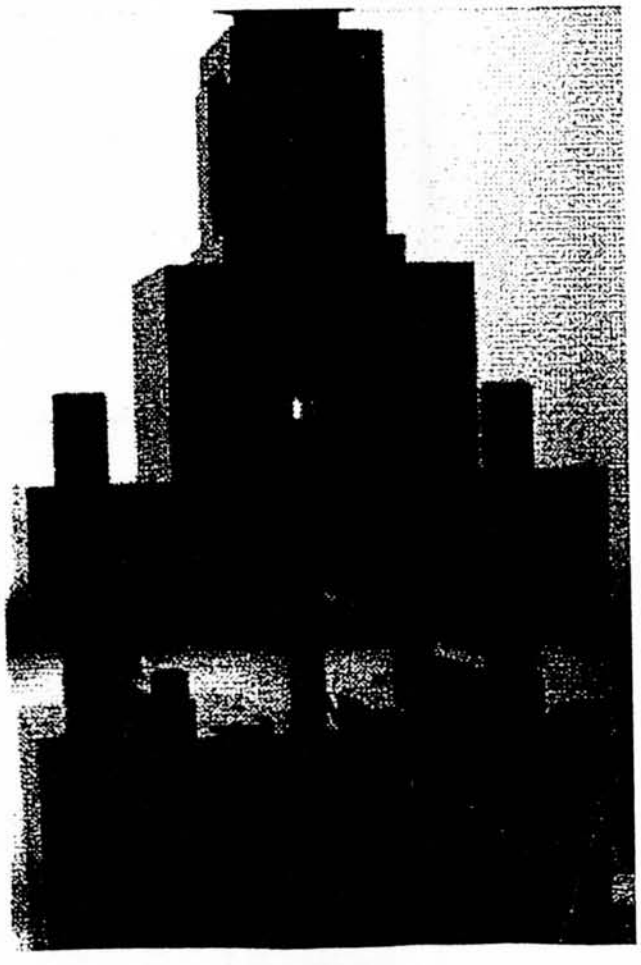


Figura 7.10 - Modo local.

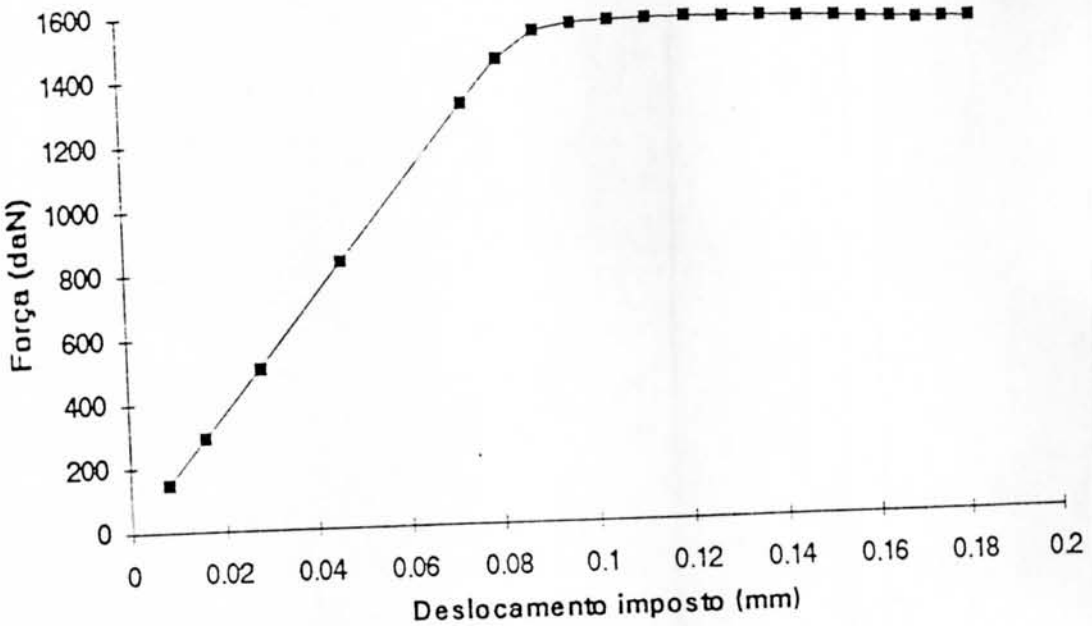


Figura 7.11 - Curva força-deslocamento obtida numericamente para o caso duma placa $(90_4,0_4)_s$ com uma delaminagem de 13 mm x 30 mm (modo global).

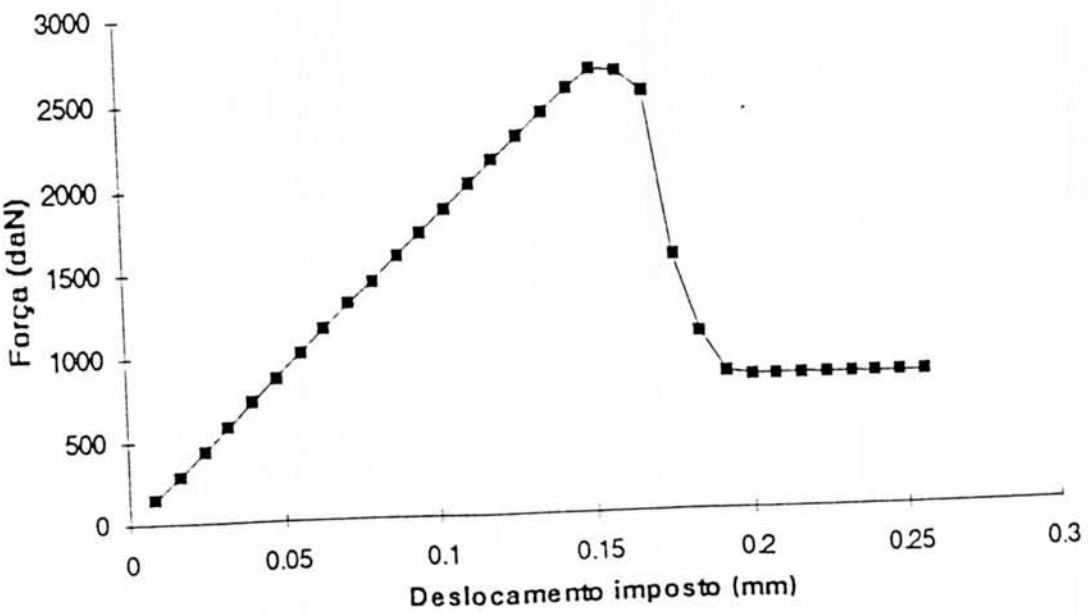


Figura 7.12 - Curva força-deslocamento obtida numericamente para o caso duma placa $(0_4,90_4)_s$ com uma delaminagem de 36 mm x 20 mm (modo local).

A observação das figuras 7.11 e 7.12 permite-nos constatar uma diferença de comportamento, retratada nas curvas força-deslocamento, dos dois modos de colapso observados. Assim, no modo global (ver figura 7.11) verifica-se que, após a carga de colapso, o valor da força se mantém praticamente constante, ao passo que no caso do modo local se observa uma queda abrupta desta (ver figura 7.12). Esta diferença justifica-se pelo facto de, no modo local, o sublaminado delaminado, ao separar-se da estrutura inicial, perder a sua capacidade de sustentação de carga, o que reduz a secção resistente. Tal não acontece no modo global, onde a área da secção resistente se mantém inalterável até à rotura, o que origina a manutenção da capacidade de sustentação de carga a um nível elevado.

Esta diferença de comportamento entre os dois modos de colapso demostra que o modo local é mais crítico para a estrutura uma vez que esta perde, abruptamente, uma considerável capacidade de sustentação de carga, o que eventualmente, se pode reflectir numa situação perigosa.

Referências

[7.1] - Berg, J. S. and Adams, D. F., "*An Evaluation of Composite Material Compression Test Methods*", Rep. UW-CMRG-R-88-106, Composite Materials Research Group, University of Wyoming, Laramie, WY., 1988.

[7.2] - Wung, E. C. J., and Chatterjee, S. N., "*On the Failure Mechanisms in Laminate Compression Specimens and the Measurements of Srenghts*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 13, pp. 1885-1914, 1992.

[7.3] - Morais, A. B., Relatório NT-1401-U/1, Projecto Brite/Euram, Contrato No. BRE2-CT92/0314, 1995.

[7.4] - Steinmetz, G., Arendts, F. Z. and Nething, R., "*Delamination Buckling of Laminated Plates*", Developments in the Science and Technology of Composite Materials, Fourth European Conference on Composite Materials, ECCM 4, Stutgart, F.R.G., Ed. by J. Füller et al., pp. 495-502, September 25-28, 1990.

[7.5] - Yeh, M. K. and Tan C. M., "*Buckling of Elliptically Delaminated Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 28, No. 1, pp. 36-52, 1994.

CAPÍTULO 8

8) *MODELAÇÃO NUMÉRICA DE CAI*

8.1) ELEMENTO FINITO DE INTERFACE DE 18 NÓS

8.1.1) Características do elemento de interface

8.1.1.1) Utilização do método da função penalidade

8.1.1.2) Formulação isoparamétrica

8.1.1.3) Interligação com elementos sólidos tridimensionais de 27 nós

8.1.1.4) Espessura nula

8.1.2) Formulação teórica

8.1.2.1) Métodos para a obtenção das equações de equilíbrio

8.1.2.1.1) Método diferencial

8.1.2.1.2) Método variacional

8.1.2.1.3) Função penalidade

8.1.2.2) Formulação do elemento

8.1.2.3) Implementação do critério de propagação

8.1.3) Implementação do elemento

8.1.3.1) Interface com o ABAQUS

8.1.3.2) Escolha da função penalidade

8.1.3.2.1) Análise do erro no método da função penalidade

8.1.3.2.2) Exemplo de aplicação

8.2) TESTES E EXEMPLOS

8.2.1) Análise tensorial

8.2.1.1) Prisma paralelepipédico

8.2.1.2) Viga encastrada

8.2.1.3) Punção em fundação elástica

8.2.2) Avaliação do critério de propagação

8.2.3) Compressão em placa de carbono-epóxido

8.2.3.1) Placa com delaminagem a toda a largura

8.2.3.2) Placa com delaminagem embebida

8.3) CONCLUSÕES

Referências

CAPÍTULO 8

MODELAÇÃO NUMÉRICA DE CAI

Como já foi referido, as delaminagens que ocorrem nas interfaces entre camadas diferentemente orientadas, revelam-se críticas no comportamento de estruturas de materiais compósitos sujeitos a solicitações de compressão. Isto acontece devido à alteração da resistência residual do material e por uma alteração de distribuição de forças na estrutura, o que origina o aparecimento de tensões interlaminares com consequente propagação da delaminagem até ao colapso da mesma. Tal significa que estamos perante um estado triaxial de tensões onde as tensões interlaminares σ_z, τ_{xz} e τ_{yz} possuem um papel preponderante na propagação do defeito. A importância da associação destes dois fenómenos (tensões interlaminares e propagação de delaminagem) no colapso, é referida por diversos investigadores (ver capítulo 6) e foi constatada experimentalmente.

Com o intuito de prever o comportamento do material em compressão após uma solicitação de impacto, sem recorrer a complicados e onerosos ensaios de compressão, foi desenvolvido um modelo numérico. Este modelo, pelo que ficou dito, teria necessariamente que englobar o cálculo das tensões interlaminares, a possibilidade de propagação da delaminagem e impedir a interpenetração entre as faces delaminadas.

Estes requisitos foram satisfeitos recorrendo à formulação dum elemento finito de interface compatível com elementos finitos isoparamétricos e tridimensionais, uma vez que o complexo estado de tensão gerado durante a propagação de delaminagens não se compatibiliza com análises bidimensionais.

8.1) ELEMENTO FINITO DE INTERFACE DE 18 NÓS

Este elemento foi desenvolvido em colaboração com o colega João Paulo Moreira Gonçalves, doutorando na área dos adesivos estruturais. A necessidade conjunta de formulação dum elemento finito de interface, adveio do interesse comum em estudar o comportamento de interfaces entre superficies de sólidos com propriedades mecânicas diferentes. Estas zonas de descontinuidade implicam o aparecimento de tensões normais e de corte, cujo cálculo rigoroso é de primordial importância na obtenção de bons resultados em alguns problemas específicos como é o caso de:

- estudo da propagação de delaminagens embebidas, entre camadas com diferentes propriedades mecânicas, provocadas por uma solicitação de impacto de baixa velocidade em placas compósitas sujeitas à compressão,

- cálculo de juntas adesivas com o intuito de modelar correctamente os fenómenos de adesão e coesão nas interfaces entre o adesivo e o substracto.

Por outro lado, por via da utilização de um critério de rotura previamente definido, é possível estudar o aparecimento e propagação de defeitos nestas zonas de descontinuidade. Tal possibilidade é de grande importância no estudo de problemas em que o crescimento gradual de defeitos conduz ao colapso da estrutura. Em geral, este tipo de situação acontece quando o defeito atinge uma dimensão crítica que origina uma redistribuição das forças na estrutura incomportável com a resistência residual da mesma.

8.1.1) Características do elemento de interface

As características fundamentais do elemento implementado baseiam-se em:

- utilização do método da função penalidade;

- formulação isoparamétrica;

- interligação com elementos sólidos tridimensionais de 27 nós;

- espessura nula.

Estes quatro aspectos, detalhados em seguida, condicionam a formulação teórica apresentada em 8.1.2.

8.1.1.1) Utilização do método da função penalidade

Os métodos mais divulgados na formulação deste tipo de elementos são basicamente dois [8.1 e 8.2]:

- multiplicadores de Lagrange;

- função penalidade.

O primeiro apresenta a vantagem de, através da utilização de multiplicadores de Lagrange, impôr condições de contacto exactas, como é o caso da impenetrabilidade. Em contrapartida, obriga ao recurso a parâmetros adicionais que provocam o avolumar do problema devido ao aumento do número de equações. O recurso a este método para a resolução de problemas tridimensionais é, por via disso, bastante restringido.

O método da função penalidade apresenta como vantagens, a simplicidade e a não necessidade de recorrer a variáveis adicionais. Contudo, existe uma grande sensibilidade à escolha do parâmetro de penalidade (ε). Assim, este valor deve ser tanto maior quanto possível, uma vez que para valores de $\varepsilon \to \infty$, o problema tende

para a exactidão. No entanto, quanto maior for o valor de ε maiores são os problemas de mau condicionamento das matrizes que levam ao aparecimento de problemas de convergência. Assim, o compromisso reside na escolha do maior valor possível que leva à convergência da solução.

8.1.1.2) Formulação isoparamétrica

Como é sabido, a modelação de estruturas reais implica o recurso a elementos destorcidos e indiferentemente orientados em relação ao sistema global de referência. Tal consegue-se recorrendo à formulação isoparamétrica, em que as funções interpoladoras usadas para a função ou funções desconhecidas são também usadas para interpolar as coordenadas.

8.1.1.3) Interligação com elementos sólidos tridimensionais de 27 nós

O elemento tridimensional de 27 nós (C3D27R - segundo a notação do ABAQUS [8.3]) é um elemento paralelepipédico que permite um número variável de nós, entre 21 e 27. A distribuição dos nós no elemento faz-se do seguinte modo:

- os primeiros oito situam-se nos vértices do paralelepípedo;

- do 9º ao 20º a meio das arestas;

- o 21º no centro geométrico do paralelepípedo;

- do 22º ao 27º no centro das faces do mesmo.

Os dezoito nós do elemento de interface são os mesmos dos elementos tridimensionais adjacentes (os primeiros nove são coincidentes com os da face superior do elemento tridimensional inferior e os restantes com os da face inferior do elemento tridimensional superior).

O C3D27R, quando associado a elementos de interface de 9 nós por face, é particularmente adequado para análises tridimensionais de contacto, sobretudo nos casos em que o contacto parcial entre as superficies dos elementos possa ocorrer. Tal deve-se ao facto da formulação dos elementos de 20 nós (os mais comuns na família dos paralelepipédicos), implicar uma interpolação na superficie, baseada nos quatro

nós dos vértices e nos quatro do meio das arestas. Esta formulação é de carácter incompleto e só dá resultados aceitáveis quando existe contacto em toda a superfície dos elementos tridimensionais. A solução para este problema surge recorrendo aos elementos C3D27R em que as funções interpoladoras resultam do produto de funções de Lagrange [8.4].

8.1.1.4) Espessura nula

No caso de modelação de certo tipo de interfaces (duas camadas diferentemente orientadas dum compósito ou interface substracto-adesivo numa junta colada), o objectivo concentra-se no estudo do comportamento relativo entre os dois materiais interactuantes, o que implica o recurso a elementos de espessura nula.

8.1.2) Formulação teórica

Na formulação teórica a seguir apresentada, começa-se por se fazer a apresentação dos métodos que levam à obtenção das equações de equilíbrio que governam um dado fenómeno. Em seguida introduz-se o método da função penalidade e evidencia-se a sua aplicação à formulação deste elemento de interface. Finalmente, no subcapítulo 8.1.2.3 faz-se uma abordagem ao método de propagação usado.

8.1.2.1) Métodos para obtenção das equações de equilíbrio [8.1, 8.2]

Na análise de estruturas podem ser seguidas duas aproximações distintas para a obtenção das equações diferenciais de equilíbrio: o método diferencial e o método variacional.

8.1.2.1.1) Método diferencial

Na formulação diferencial dum problema estabelecem-se o equilíbrio e os requisitos de compatibilidade em termos de variáveis de estado. As considerações de equilíbrio originam um sistema de equações diferenciais que podem eventualmente conter as equações de compatibilidade. No entanto, de um modo geral tal não acontece. Isto implica a necessidade de adicionar equações diferenciais que impõem

restrições adequadas às variáveis de estado de modo a satisfazer essas condições. A formulação do problema termina com a adição das condições fronteira e das condições iniciais na análise dinâmica. Este método apresenta como desvantagem, o facto de cada condição fronteira e/ou compatibilidade exigir uma equação adicional.

8.1.2.1.2) Método variacional

Este método caracteriza-se pelo facto de permitir a obtenção das equações diferenciais de equilíbrio através da determinação dum ponto extremo dum funcional (função de funções). Isto corresponde a determinar o conjunto de valores (variáveis de estado) U_i, $i = 1,...,n$ para os quais o funcional $\pi(U_1,...U_n)$ apresenta um máximo, mínimo ou ponto de sela. As condições que levam à obtenção das equações de equilíbrio para as variáveis de estado são:

$$\delta\pi = 0 \text{ ou } \frac{\delta\pi}{\delta U_i} = 0 \quad i=1,...n \tag{8.1}$$

onde δ representa uma variação arbitrária das variáveis de estado U_i, satisfazendo as condições fronteira. As segundas derivadas de π relativamente às variáveis de estado mostram se o ponto em questão corresponde a um máximo, mínimo ou ponto de sela.

Na análise de problemas estruturais onde os deslocamentos (U) são usados como variáveis de estado, o funcional π corresponde à energia potencial total,

$$\pi(\mathbf{U}) = V - W \tag{8.2}$$

onde V é a energia de deformação e W a energia potencial das forças aplicadas. Neste caso, a solução do problema corresponde a uma minimização de π.

Este método apresenta uma série de vantagens e particularidades que a seguir se sintetizam:

- propicia um modo relativamente simples de obter as equações de equilíbrio, pois lida com quantidades escalares (energias, potenciais, etc.), que são mais facilmente manipuláveis que as vectoriais (forças, deslocamentos, etc.); por outro lado, uma vez obtido o funcional para um determinado tipo de problemas, ele é aplicável na obtenção das equações de equilíbrio para todos os problemas desse tipo, funcionando então como uma ferramenta global; por exemplo, o princípio da minimização da energia potencial é aplicável a todos os problemas da teoria linear elástica;

- nalguns casos leva à obtenção mais imediata das equações de equilíbrio e condições fronteira, nomeadamente num sistema complexo onde se torna vantajoso a não consideração de algumas variáveis (por exemplo, forças internas que não realizam trabalho), que seriam obrigatoriamente incluídas na formulação diferencial;

- as condições fronteira naturais[1] estão implicitamente incluídas em π e resultam da análise da estacionaridade de π ($\delta\pi = 0$); tal não se verifica no método diferencial, onde este tipo de condições fronteira implica equações adicionais.

8.1.2.1.3) Função penalidade

Consideremos o método variacional na obtenção das equações de equilíbrio dum problema estrutural sem restrições. Para isso considere-se o funcional,

$$\pi(\mathbf{U}) = \frac{1}{2}\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\mathbf{U} - \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} \qquad (8.3)$$

sendo,

U - vector do campo de deslocamentos nodais,
K - matriz de rigidez do sistema,
F - vector de forças nodais aplicadas.

Minimizando, ou seja fazendo $\delta\pi(\mathbf{U}) = 0$, obtemos,

[1] Existem dois tipos de condições fronteira: essenciais e naturais. As essenciais correspondem, em problemas estruturais, a rotações e deslocamentos prescritos ao passo que as naturais correspondem a forças e momentos prescritos.

$$\delta \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\mathbf{U} - \delta \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} = 0 \qquad (8.4)$$

ou,

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{U} \qquad (8.5)$$

que representa o sistema de equações algébricas, habitual num problema de elementos finitos em análise estática.

Se pretendermos introduzir uma condição de restrição ao problema anterior recorrendo ao método da função penalidade, teremos [8.5]:

$$\bar{\pi}(\mathbf{U}) = \pi(\mathbf{U}) + \frac{\varepsilon}{2}\left[G(\mathbf{U})\right]^2 \qquad (8.6)$$

sendo $G(\mathbf{U})=0$ a condição restritiva e ε o parâmetro de penalidade. Mostra-se que, quando ε tende para infinito a minimização do funcional $\bar{\pi}(U)$ traduz com crescente aproximação a condição $G(U) = 0$.

No nosso caso, a condição restritiva para um par de pontos (k) em contacto, escreve-se [8.6, 8.7]:

$$\left(\mathbf{U}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{2}} - \mathbf{U}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{1}}\right).\mathbf{n} + \gamma_k = 0 \qquad (8.7)$$

com,

$\mathbf{U}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{2}}$, $\mathbf{U}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{1}}$ - campo de deslocamentos de dois pontos homólogos (i e j), de dois sólidos em contacto (1 e 2),

n - vector unitário normal à superficie de contacto,

γ_k - afastamento inicial de dois pontos homólogos (i e j), dos dois sólidos na direcção **n**.

Os vectores $\mathbf{U}_i^2$ e $\mathbf{U}_j^1$ podem-se escrever como,

$$\mathbf{U}_i^2 = \mathbf{e}_i^T \mathbf{U} \tag{8.8}$$

$$\mathbf{U}_j^1 = \mathbf{e}_j^T \mathbf{U} \tag{8.9}$$

onde $\mathbf{e}_i$ e $\mathbf{e}_j$ representam as três colunas da matriz de identidade respeitantes ao nó i e as três colunas relativas ao nó j, respectivamente. A equação (8.7) pode ser escrita como,

$$\left(\mathbf{C}_k^T \mathbf{U}\right).\mathbf{n} + \gamma_k = 0 \tag{8.10}$$

sendo,

$$\mathbf{C}_k^T = \mathbf{e}_i^T - \mathbf{e}_j^T. \tag{8.11}$$

Considerando a matriz $\mathbf{C}=[\mathbf{C}_1,\mathbf{C}_2,...\mathbf{C}_k,...,\mathbf{C}_d]$, onde d representa o número total de restrições, obtemos finalmente o funcional relativo ao nosso problema,

$$\overline{\pi}(\mathbf{U}) = \pi(\mathbf{U}) + \frac{\varepsilon}{2}\left[(\mathbf{C}^T\mathbf{U} + \gamma)^T(\mathbf{C}^T\mathbf{U} + \gamma)\right]. \tag{8.12}$$

Fisicamente, $\varepsilon/2$ representa a rigidez duma mola fictícia, existente entre quaisquer dois pontos em contacto. Minimizando, ou seja fazendo $\delta\bar{\pi}(\mathbf{U})= 0$ temos,

$$\delta\pi(\mathbf{U}) + \varepsilon\left[\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{T}} + \gamma^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\right]\delta\mathbf{U} = 0 \qquad (8.13)$$

ou,

$$\left[\mathbf{K} + \varepsilon\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\right]\mathbf{U} = \mathbf{F} - \varepsilon\mathbf{C}\gamma. \qquad (8.14)$$

Podemos então dizer, através da análise da equação (8.14) que, quer a matriz de rigidez, quer o vector de forças nodais vêm acrescentados de parcelas relativamente à expressão (8.5). Estas traduzem o contributo da restrição imposta ao problema. Constate-se que o uso desta técnica se reflecte na adição de um valor muito grande a alguns elementos da diagonal da matriz de rigidez e uma força correspondente no segundo membro da equação (8.14), que traduz a condição de restrição (8.7). Teremos então:

$$\left[\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\mathrm{p}}\right]\mathbf{U} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\mathrm{p}} \qquad (8.15)$$

sendo,

$$\mathbf{K}_{\mathrm{p}} = \varepsilon\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{T}} \qquad (8.16)$$

e

$$\mathbf{F}_{\mathrm{p}} = -\varepsilon\mathbf{C}\gamma \qquad (8.17)$$

8.1.2.2) Formulação do elemento [8.8, 8.9 e 8.10]

A formulação do elemento finito de interface consiste na determinação da contribuição deste ($\mathbf{K}_p$ e $\mathbf{F}_p$), nas matrizes globais do problema em estudo.

Assim, e tendo em conta uma análise tridimensional, consideremos o campo de deslocamentos associado a cada uma das faces, superior e inferior do elemento (ver figura 8.1),

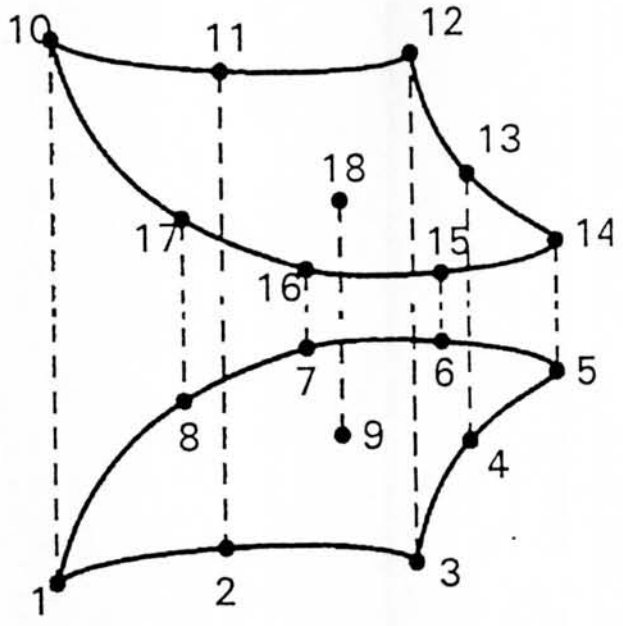


Figura 8.1 - Sequência nodal nas faces.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_{sup} = \mathbf{N}_{sup}\,\mathbf{U}_{sup} \qquad (8.18)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_{inf} = \mathbf{N}_{inf}\,\mathbf{U}_{inf} \tag{8.19}$$

onde **U** representa o vector de deslocamentos nodais,

$$\mathbf{U}_{sup,inf} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ . \\ . \\ . \\ \mathbf{u}_9 \end{Bmatrix}_{sup,inf} \tag{8.20}$$

$$\mathbf{u}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \tag{8.21}$$

e **N** a matriz das funções de forma,

$$\mathbf{N}_{sup,inf} = [\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \ldots, \mathbf{N}_9]_{sup,inf} \tag{8.22}$$

em que,

$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}. \qquad (8.23)$$

As funções de forma deste elemento são as mesmas do elemento rectangular isoparamétrico Lagrangeano quadrático de 9 nós (ver tabela 8.1), tendo-se considerado a integração de Gauss com nove pontos [8.11].

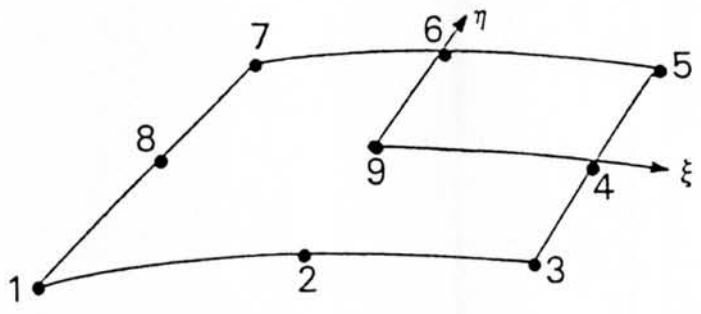


Figura 8.2 - Referencial local.

Tabela 8.1 - Funções de forma utilizadas no elemento de interface [8.6].

Nós	Funções de forma
1,3,5,7	$N_i = \frac{1}{4}\left(\xi^2 + \xi\xi_i\right)\left(\eta^2 + \eta\eta_i\right)$
2,4,6,8	$N_i = \frac{1}{2}\xi_i^2\left(\xi^2 + \xi\xi_i\right)\left(1-\eta^2\right) + \frac{1}{2}\eta_i^2\left(\eta^2 + \eta\eta_i\right)\left(1-\xi^2\right)$
9	$N_i = \left(1-\eta^2\right)\left(1-\xi^2\right)$

ξ e η são conhecidas como coordenadas locais e variam entre -1 e 1.

As expressões (8.18) e (8.19) representam os deslocamentos em coordenadas globais, de um ponto genérico, em função dos deslocamentos nodais. Os deslocamentos nas direcções normal e tangencial à superficie de contacto são obtidos por,

$$\begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} = \theta^{T} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \tag{8.24}$$

sendo,

$$\theta = [\mathbf{V}_{1'}, \mathbf{V}_{2'}, \mathbf{V}_{3'}] \tag{8.25}$$

onde $\mathbf{V}_{1'}, \mathbf{V}_{2'}$ e $\mathbf{V}_{3'}$ representam os versores das direcções locais e são obtidos a partir de,

$$\mathbf{V}_{\xi} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} \end{Bmatrix} \tag{8.26}$$

$$\mathbf{V}_{\eta} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \tag{8.27}$$

da seguinte forma,

$$\mathbf{V}_{1'} = \frac{\mathbf{V}_{\xi}}{\left|\mathbf{V}_{\xi}\right|} \tag{8.28}$$

$$\mathbf{V}_{3'} = \frac{\mathbf{V}_{\xi} \times \mathbf{V}_{\eta}}{\left|\mathbf{V}_{\xi}\right|\left|\mathbf{V}_{\eta}\right|} \tag{8.29}$$

$$\mathbf{V}_{2'} = \mathbf{V}_{3'} \times \mathbf{V}_{1'}. \tag{8.30}$$

Os deslocamentos relativos na interface são então constituídos por:

- escorregamento nas direcções 1' e 2' [2];

- aproximação/separação na direcção 3';

$$\begin{Bmatrix} \delta_{1'} \\ \delta_{2'} \\ \delta_{3'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix}_{sup} - \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix}_{inf} . \tag{8.31}$$

Combinando as expressões (8.18), (8.19), (8.24) e (8.31) temos,

$$\begin{Bmatrix} \delta_{1'} \\ \delta_{2'} \\ \delta_{3'} \end{Bmatrix} = \theta^{T} \mathbf{N}_{sup} \mathbf{U}_{sup} - \theta^{T} \mathbf{N}_{inf} \mathbf{U}_{inf} \tag{8.32}$$

[2] As direcções 1', 2' e 3' definem o referencial local associado ao ponto de contacto.

ou, de um modo mais simples,

$$\delta = \mathbf{B}\mathbf{U}^{e} \tag{8.33}$$

onde,

$$\mathbf{B} = \theta^{T}\left[\mathbf{N}_{sup}, -\mathbf{N}_{inf}\right] \tag{8.34}$$

e,

$$\mathbf{U}^{e} = \begin{Bmatrix}\mathbf{U}_{sup}\\ \mathbf{U}_{inf}\end{Bmatrix}. \tag{8.35}$$

As tensões resultantes dos deslocamentos relativos definidos em (8.31) são dadas por:

$$\begin{aligned}\tau_{1'3'} &= d_{1'}\,\delta_{1'}\\ \tau_{2'3'} &= d_{2'}\,\delta_{2'}.\\ \sigma_{3'} &= d_{3'}\,\delta_{3'}\end{aligned} \tag{8.36}$$

ou, em notação matricial,

$$\sigma = \mathbf{D}'\,\delta \tag{8.37}$$

sendo,

$$\mathbf{D'} = \begin{bmatrix} d_{1'} & 0 & 0 \\ 0 & d_{2'} & 0 \\ 0 & 0 & d_{3'} \end{bmatrix}. \qquad (8.38)$$

Note-se que, os valores de $d_{i'}$ representam a penalidade introduzida no problema pelo utilizador. A relação entre $d_{i'}$ e o parâmetro de penalidade ε pode obter-se das equações 8.41, 8.42 e 8.16. Devido à natureza das matrizes **B** e **C** envolvidas, (ver equações 8.34 e 8.11) conclui-se que o valor de ε é, aproximadamente, uma ordem de grandeza inferior a $d_{i'}$.

A matriz de rigidez ($\mathbf{K_p}$) é obtida recorrendo, mais uma vez, ao processo de minimização da energia potencial total. Recordando a expressão (8.2), podemos escrever o seguinte funcional correspondente à energia potencial total,

$$\pi\left(\mathbf{U^e}\right) = \frac{1}{2}\int_A \delta^{\mathrm{T}}\sigma \, dA - \mathbf{U^{eT}}\,\mathbf{F_p}\,. \qquad (8.39)$$

Minimizando, ou seja fazendo $\delta\pi\left(\mathbf{U^e}\right) = 0$, temos,

$$\delta\,\mathbf{U^{eT}}\left(\int_A \mathbf{B^T D'\,B}\,dA\right)\mathbf{U^e} - \delta\,\mathbf{U^{eT}}\,\mathbf{F_p} = 0. \qquad (8.40)$$

ou,

$$\mathbf{F_p} = \left(\int_A \mathbf{B^T D'\,B}\,dA\right)\mathbf{U^e} \qquad (8.41)$$

ou,

$$F_p = K_p U^e. \qquad (8.42)$$

8.1.2.3) Implementação do critério de propagação

Tendo em conta as conclusões referidas em 6.3, a escolha do critério recaiu sobre o Critério Quadrático de Delaminagem baseado no critério de Hill [8.12], que considera como principais responsáveis pela propagação da delaminagem as tensões normais ($\sigma_{3'}$) e as tensões de corte existentes na interface ($\tau_{1'3'}$ e $\tau_{2'3'}$). Temos então, para cada ponto e tendo em conta um referencial local do contacto,

$$\frac{\sigma_{3'}^2}{\sigma_{3'\,lim}^2} + \frac{\tau_{1'3'}^2 + \tau_{2'3'}^2}{\tau_{lim}^2} \geq 1 \qquad (8.43)$$

sendo,

$\sigma_{3'}$ - tensão normal,
$\sigma_{3'\,lim}$ - tensão normal limite,
$\tau_{1'3'}$, $\tau_{2'3'}$ - tensões de corte,
τ_{lim} - tensão de corte limite.

A rotura dum determinado ponto dá-se, quando as tensões de corte e a tensão normal atingem, durante o processo incremental, valores susceptíveis de satisfazer a inequação (8.43). Quando tal acontece, o processo de descoesão do ponto em questão faz-se duma forma gradual, uma vez que a passagem abrupta a zero das tensões transmitidas na interface implica o aparecimento de problemas numéricos relacionados com dificuldades de convergência. Os aspectos fundamentais deste processo são:

- possibilidade de existência de quatro mudanças de estado num ponto:

  i) descoesão em tracção, o que implica a anulação das tensões de corte, e da tensão normal;

ii) descoesão em compressão, o que implica a anulação das tensões de corte, sendo mantida a tensão normal, que neste caso é compressiva;

iii) passagem de uma situação de abertura sem contacto para uma de contacto, o que implica o aparecimento da tensão normal compressiva;

iv) situação inversa da anterior com a consequente necessidade de anular a tensão normal compressiva;

- sempre que surja um ponto em rotura, o tamanho do incremento é reduzido a um valor muito pequeno, que se mantém constante desde que exista pelo menos um ponto nessas condições;

- o tamanho muito pequeno do incremento nesta fase de abertura deve-se ao facto de se pretender que ela seja o mais instantânea possível, de modo a reflectir com maior precisão a realidade física;

- descoesão em quatro incrementos sendo a carga reduzida linearmente a zero, o que serve para amortecer o efeito nefasto, em termos numéricos, causado por uma anulação abrupta.

8.1.3) Implementação do elemento

Os aspectos fundamentais da implementação do elemento em questão, resumem-se a:

- conectividade com o "software" ABAQUS, o que permite tirar partido das grandes potencialidades deste programa, nomeadamente ao nível da análise não linear;

- escolha adequada do parâmetro de penalidade que constitui um dado importante na qualidade dos resultados obtidos.

8.1.3.1) Interface com o ABAQUS

A inserção do elemento no cálculo dum componente estrutural tridimensional, modelado com o elemento de 27 nós (C3D27R), faz-se através duma ferramenta

disponibilizada pelo ABAQUS, que se denomina de *USER SUBROUTINES [8.3]. Tal permite ao utilizador implementar um elemento e compatibilizá-lo com os elementos do ABAQUS, recorrendo a uma série de instruções especificas.

O funcionamento em análise não linear implica que em cada iteração o ABAQUS execute os seguintes passos:

1°- Chamada da *USER SUBROUTINES para o cálculo da matriz de rigidez ($\mathbf{K_p}$) do elemento de interface;

2°- Retorno ao ABAQUS para o acoplamento da matriz $\mathbf{K_p}$ com a matriz de rigidez global e cálculo dos deslocamentos;

3°- Segundo acesso à *USER SUBROUTINES com o objectivo de calcular as tensões, subsequente aplicação do critério de rotura e cálculo das forças nodais equivalentes;

4°- Regresso ao ABAQUS para análise da convergência do método de análise não linear considerado (Newton-Raphson ou Riks).

8.1.3.2) Escolha da função penalidade

A escolha adequada do parâmetro de penalidade (ε) é um factor importante neste método. Assim, quando este parâmetro é muito grande surgem problemas numéricos na resolução do sistema de equações. Por outro lado, um valor pequeno resulta em interpenetrações, fisicamente inaceitáveis, entre os dois corpos em contacto. Com o intuito de escolher um valor optimizado recorre-se a uma análise de erro que se apresenta em seguida.

8.1.3.2.1) Análise do erro no método da função penalidade [8.13]

Existem duas fontes de erro que afectam a precisão dos resultados numa análise baseada no método da função penalidade. Ambas dependem fortemente do parâmetro de penalidade. O primeiro erro fornece-nos o limite inferior do valor de ε e pode ser encontrado da forma que a seguir se descreve:

1) Invertendo a equação (8.14), recorrendo à fórmula de Sherman-Morrison [8.14], obtém-se uma relação entre a solução aproximada U e o parâmetro ε.

$$\mathbf{U} = \left[\mathbf{K}^{-1} - \varepsilon \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \left(\mathbf{I} + \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \varepsilon \, \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \right] \mathbf{F} \qquad (8.44)$$

sendo **I** a matriz de identidade.

2) Fazendo $\varepsilon \to \infty$ e calculando o respectivo limite determina-se a solução exacta, ou seja $\mathbf{U}_e = \lim_{\varepsilon \to \infty} \mathbf{U}$.

$$\mathbf{U}_e = \lim_{\varepsilon \to \infty} \left[\mathbf{K}^{-1} - \varepsilon \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \left(\mathbf{I} + \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \varepsilon \, \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \right] \mathbf{F} \qquad (8.45)$$

$$\mathbf{U}_e = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F} - \lim_{\varepsilon \to \infty} \left[\mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \left(\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{I} + \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \right] \mathbf{F} \qquad (8.46)$$

$$\mathbf{U}_e = \left[\mathbf{K}^{-1} - \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \left(\mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \right] \mathbf{F} \qquad (8.47)$$

3) Cálculo do erro

$$\mathbf{U} - \mathbf{U}_e = \left[\mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \left(\mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} - \varepsilon \, \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \left(\mathbf{I} + \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \varepsilon \, \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{C}^{T} \mathbf{K}^{-1} \right] \mathbf{F} \qquad (8.48)$$

$$U - U_e = \left[K^{-1}C\left(C^T K^{-1} C\right)^{-1}\left(I + C^T K^{-1}\varepsilon\, C\right)C^T K^{-1} - \varepsilon\, K^{-1} C C^T K^{-1} \right] \left(I + C^T K^{-1}\varepsilon\, C\right)^{-1} F \tag{8.49}$$

Simplificando temos,

$$U - U_e = \left[\frac{1}{\varepsilon} K^{-1} C\left(C^T K^{-1} C\right)^{-1} C^T K^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon} I + C^T K^{-1} C\right)^{-1} \right] F . \tag{8.50}$$

Desprezando o termo $\frac{1}{\varepsilon} I$ obtemos,

$$U - U_e \cong \left[\frac{1}{\varepsilon} K^{-1} C\left(C^T K^{-1} C\right)^{-2} C^T K^{-1} \right] F. \tag{8.51}$$

4) Norma do erro

$$\left\| U - U_e \right\| \cong \frac{1}{\varepsilon} \left\| \left[K^{-1} C\left(C^T K^{-1} C\right)^{-2} C^T K^{-1} \right] F \right\| \tag{8.52}$$

$$\left\|U-U_e\right\| \le \frac{\left\|\left(C^T K^{-1} C\right)^{-1}\right\|}{\varepsilon}\left\|\left[K^{-1}C\left(C^T K^{-1} C\right)^{-1} C^T K^{-1}\right]F\right\|. \tag{8.53}$$

5) Erro relativo

O termo entre parêntesis recto na expressão anterior representa a contribuição das forças de contacto na expressão (8.44). Assume-se como sendo igual a $c\|U_e\|$, sendo c uma constante que, na maioria dos casos (para valores finitos de ε), se aproxima de 1. Temos então,

$$\frac{\left\|U-U_e\right\|}{\left\|U_e\right\|} \le c\frac{\left\|\left(C^T K^{-1} C\right)^{-1}\right\|}{\varepsilon}. \tag{8.54}$$

A segunda fonte de erro dá-nos o limite superior de ε e é devida à perda de informação que se verifica sempre que uma grande quantidade é adicionada a uma pequena, num computador. Considere-se, por exemplo, uma máquina com uma precisão de 8 dígitos ($e_c=10^{-8}$). Neste caso um coeficiente da matriz de rigidez k=1/3 é representado por 0.33333333. Se adicionarmos um $\varepsilon=10^3$ o resultado vem 0.10003333×10^3, sendo perdidos metade dos dígitos de k. Assim, o erro relativo devido a esta situação é,

$$\frac{\left\|U-U_e\right\|}{\left\|U_e\right\|} \le ne_c\frac{\varepsilon}{k_{mín}} \tag{8.55}$$

sendo,

n - número total de variáveis,

e_c - número mínimo que no computador satisfaz a inequação $1+e_c>1$ (no VAX 4200 é 10^{-16} em dupla precisão),

k_{min} - menor termo da matriz de rigidez dos elementos em contacto e que vai ser modificado por ε.

Adicionando as contribuições de (8.54) e (8.55) obtém-se,

$$\rho = ne_c \frac{\varepsilon}{k_{min}} + \frac{c\left\|\left(\mathbf{C}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{C}\right)^{-1}\right\|}{\varepsilon} \qquad (8.56)$$

onde ρ representa o majorante do erro relativo para a solução $\mathbf{U}$, e representa a precisão que pode ser obtida para um dado ε. Minimizando ρ temos,

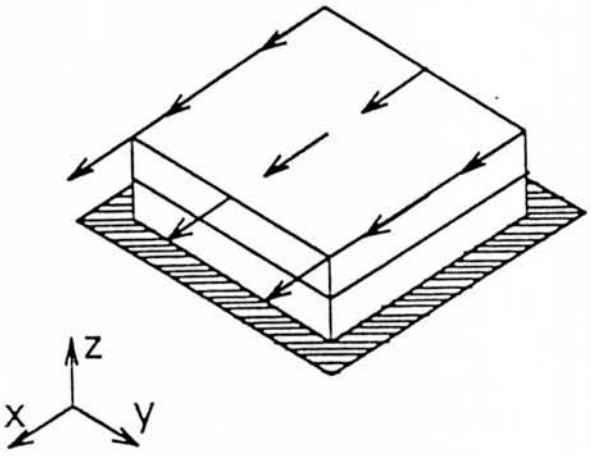
$$\varepsilon_{op} = \sqrt{\frac{ck_{min}\left\|\left(\mathbf{C}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{C}\right)^{-1}\right\|}{ne_c}} \qquad (8.57)$$

onde $\left\|\mathbf{C}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{C}\right\|$ é uma medida da flexibilidade dos corpos na superficie de contacto e pode ser aproximada a $1/k_{min}$. Assumindo $c = 1$ temos finalmente a equação que nos permite obter um parâmetro de penalidade adequado,

$$\varepsilon_{op} \cong \frac{k_{min}}{\sqrt{ne_c}}. \qquad (8.58)$$

8.1.3.2.2) Exemplo de aplicação

A escolha do exemplo que se segue baseia-se na sua simplicidade geométrica e na aplicação duma solicitação que promova a existência combinada de corte e flexão. Pretende-se assim mostrar a variação das tensões $\sigma_{3'}$ e $\tau_{1'3'}$, e do deslocamento relativo $\delta_{3'}$ de um par de pontos em contacto, em função do valor da penalidade escolhida. Saliente-se que, no nosso caso, a penalidade intervém via matriz **D'** (ver expressão 8.38), o que significa que o valor obtido para ε, através da equação 8.58, corresponderá, grosso modo, a um $d_{l'}$ superior numa ordem de grandeza.



Dimensões (mm) = 20 x 20 x 20
E (daN/mm^2) = 2.1 x 10^4
υ = 0.3
Força aplicada (daN) = 9 x 300

Figura 8.3 - Solicitação aplicada.

Tabela 8.2 - Valores de tensões e deslocamento relativo no ponto de Gauss nº 6, situado nas proximidades do nó 4 (ver figura 8.2).

Penalidade (daN/mm^3)	$\tau_{1'3'}$ (daN/mm^2)	$\sigma_{3'}$ (daN/mm^2)	$\delta_{3'}$ (mm)
10^4	0.53E+01	-0.16E+02	-0.161E-02
10^5	0.51E+01	-0.16E+02	-0.162E-03
10^6	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-04
10^9	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-07
10^{12}	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-10
10^{14}	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-12
10^{15}	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-13
10^{16}	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-14
10^{17}	0.5E+01	-0.16E+02	-0.162E-16

Várias conclusões se podem tirar da observação da tabela 8.2:

1) O deslocamento relativo decresce com o aumento do valor da penalidade, verificando-se que para valores baixos desta, a interpenetração (δ_3) apresenta valores assinaláveis.

2) Existe uma banda de valores da penalidade (10^5 a 10^{17} daN/mm^3) que não altera os resultados ao nível das tensões.

3) O limiar superior da penalidade é, neste caso, 10^{17} daN/mm^3 que corresponde ao valor que fornece resultados correctos com um mínimo de interpenetração.

4) Os valores iguais ou superiores a 10^{15} daN/mm^3 correspondem a situações onde, apesar dos bons resultados, se evidenciaram alguns problemas numéricos relacionados com dificuldades de convergência.

5) O valor obtido pela equação (8.58) é de 7.1E−11 daN/mm^3. Isto implica um valor de d_i da ordem de 1E+13 daN/mm^3, o que corresponde a um valor próximo do máximo admissível (sem problemas numéricos), que é de 1E+14 daN/mm^3. Daqui se conclui que o método descrito em 8.1.3.2.1. é um excelente indicador na escolha dum valor adequado para a penalidade a utilizar.

8.2) TESTES E EXEMPLOS

Com o intuito de testar os resultados obtidos com este elemento foram analisados alguns exemplos simples, onde para além de uma verificação tensorial, se procedeu também à avaliação do bom funcionamento do critério de propagação. Refira-se que os valores usados para a função penalidade foram escolhidos tendo em conta o método referido no subcapítulo 8.1.3.2 e que os deslocamentos apresentados nas figuras correspondentes às deformadas, se encontram multiplicados por um factor de ampliação (FA), o que permite uma melhor visualização.

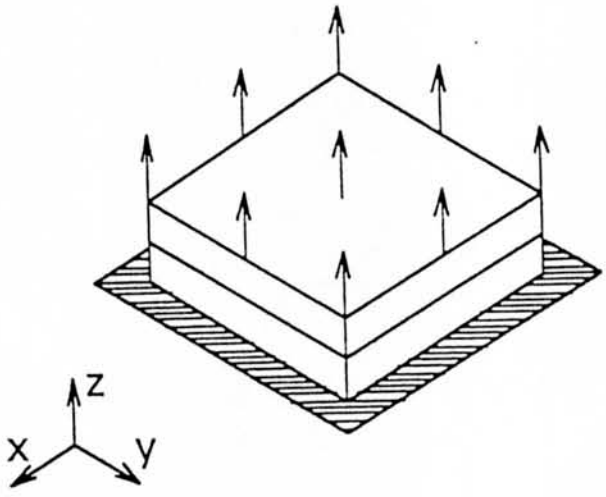
8.2.1) Análise tensorial

Com o objectivo de mostrar que o elemento transmite as tensões de um modo correcto, foram estudados três casos simples. A escolha dos exemplos baseou-se na sua simplicidade geométrica, e a solicitação aplicada relaciona-se com o tipo de tensão pretendida.

8.2.1.1) Prisma paralelepipédico

Neste exemplo consideram-se dois elementos tridimensionais separados por um elemento de interface (elemento 1). A face inferior do elemento tridimensional inferior (elemento 2) está encastrada e a face superior do elemento tridimensional superior (elemento 3), é solicitada em tracção na direcção z, caso 1, e em corte nas direcções x e y, caso 2, (ver figuras 8.4 e 8.5, e tabelas 8.3, 8.4 e 8.5).

Caso 1 - Solicitação de tracção (aplicação dum deslocamento)



Dimensões (mm) = 200 x 200 x 10
E (daN/mm^2) = 2.1 x 10^4
υ = 0.3
Desl. aplicado (mm) = 1.25 x 10^{-2}

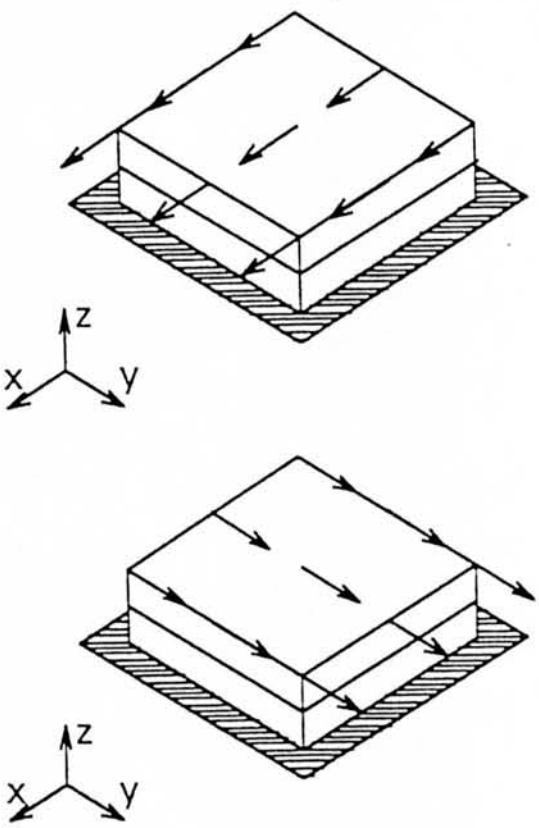
Figura 8.4 - Representação esquemática da solicitação de tracção.

Tabela 8.3 - Tensões σ_3' (daN/mm^2) nos três elementos.

PONTO DE GAUSS	σ_3' EL. 1	PONTO DE GAUSS	σ_3' EL. 2	σ_3' EL. 3
1	3.5E+01	1	3.5E+01	3.5E+01
2	3.5E+01	2	3.5E+01	3.5E+01
3	3.5E+01	3	3.5E+01	3.5E+01
4	3.5E+01	4	3.5E+01	3.5E+01
5	3.5E+01	5	3.5E+01	3.5E+01
6	3.5E+01	6	3.5E+01	3.5E+01
7	3.5E+01	7	3.5E+01	3.5E+01
8	3.5E+01	8	3.5E+01	3.5E+01
9	3.5E+01	9	3.5E+01	3.5E+01
		10	3.5E+01	3.5E+01
		11	3.5E+01	3.5E+01
		12	3.5E+01	3.5E+01
		13	3.5E+01	3.5E+01
		14	3.5E+01	3.5E+01

Constata-se que o elemento de interface (elemento 1), apresenta em todos os seus pontos tensões semelhantes às existentes no seio dos elementos tridimensionais (elementos 2 e 3). Note-se que, enquanto o elemento de interface apresenta 9 pontos de Gauss, os elementos tridimensionais com integração reduzida apresentam 14. O valor da penalidade usada foi de $d_{i'} = 1E+15$ daN/mm^3.

Caso 2 - Solicitações de corte (aplicação dum deslocamento)



Dimensões (mm) = 200 x 200 x 10

E (daN/mm^2) = 2.1 x 10^4

$\upsilon = 0.3$

Desl. aplicado (mm) = 1.25 x 10^{-2}

Figura 8.5 - Representação esquemática das solicitações de corte.

Tabela 8.4 - Tensões $\tau_{1'3'}$ (daN/mm^2) nos três elementos.

PONTO DE GAUSS	$\tau_{1'3'}$ EL. 1	PONTO DE GAUSS	$\tau_{1'3'}$ EL. 2	EL. 3
1	1.01E+01	1	1.01E+01	1.01E+01
2	1.01E+01	2	1.01E+01	1.01E+01
3	1.01E+01	3	1.01E+01	1.01E+01
4	1.01E+01	4	1.01E+01	1.01E+01
5	1.01E+01	5	1.01E+01	1.01E+01
6	1.01E+01	6	1.01E+01	1.01E+01
7	1.01E+01	7	1.01E+01	1.01E+01
8	1.01E+01	8	1.01E+01	1.01E+01
9	1.01E+01	9	1.01E+01	1.01E+01
		10	1.01E+01	1.01E+01
		11	1.01E+01	1.01E+01
		12	1.01E+01	1.01E+01
		13	1.01E+01	1.01E+01
		14	1.01E+01	1.01E+01

Tabela 8.5 - Tensões $\tau_{2'3'}$ (daN/mm^2) nos três elementos.

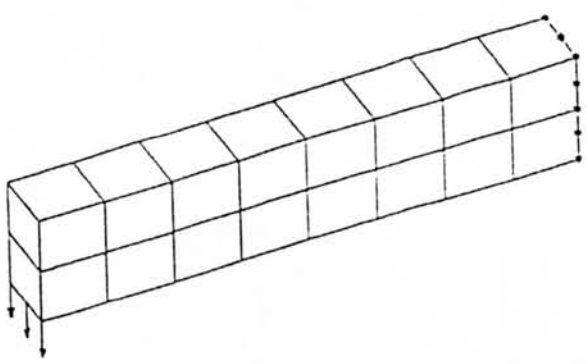
PONTO DE GAUSS	$\tau_{2'3'}$ EL. 1	PONTO DE GAUSS	$\tau_{2'3'}$ EL. 2	EL. 3
1	1.01E+01	1	1.01E+01	1.01E+01
2	1.01E+01	2	1.01E+01	1.01E+01
3	1.01E+01	3	1.01E+01	1.01E+01
4	1.01E+01	4	1.01E+01	1.01E+01
5	1.01E+01	5	1.01E+01	1.01E+01
6	1.01E+01	6	1.01E+01	1.01E+01
7	1.01E+01	7	1.01E+01	1.01E+01
8	1.01E+01	8	1.01E+01	1.01E+01
9	1.01E+01	9	1.01E+01	1.01E+01
		10	1.01E+01	1.01E+01
		11	1.01E+01	1.01E+01
		12	1.01E+01	1.01E+01
		13	1.01E+01	1.01E+01
		14	1.01E+01	1.01E+01

Verifica-se que as tensões de corte se mantêm constantes para os três elementos em qualquer das solicitações. A penalidade utilizada foi de $d_{i'} = 1E+15$ daN/mm^3.

8.2.1.2) Viga encastrada

Neste caso considera-se uma viga encastrada, sujeita a três tipos de solicitações. Os gráficos que a seguir se apresentam, pretendem ilustrar o andamento de componentes de tensões na presença de elementos de interface, e comparar os resultados com situações idênticas, mas na ausência de elementos de interface. O sistema de eixos usado é o mesmo do exemplo anterior.

Caso 1



Dimensões (mm) = 200 x 25 x 40
E (daN/mm^2) = 2.1 x 10^4
$\upsilon = 0.3$
Força aplicada (daN) = 3 x 200

Figura 8.6 - Representação esquemática da solicitação imposta.

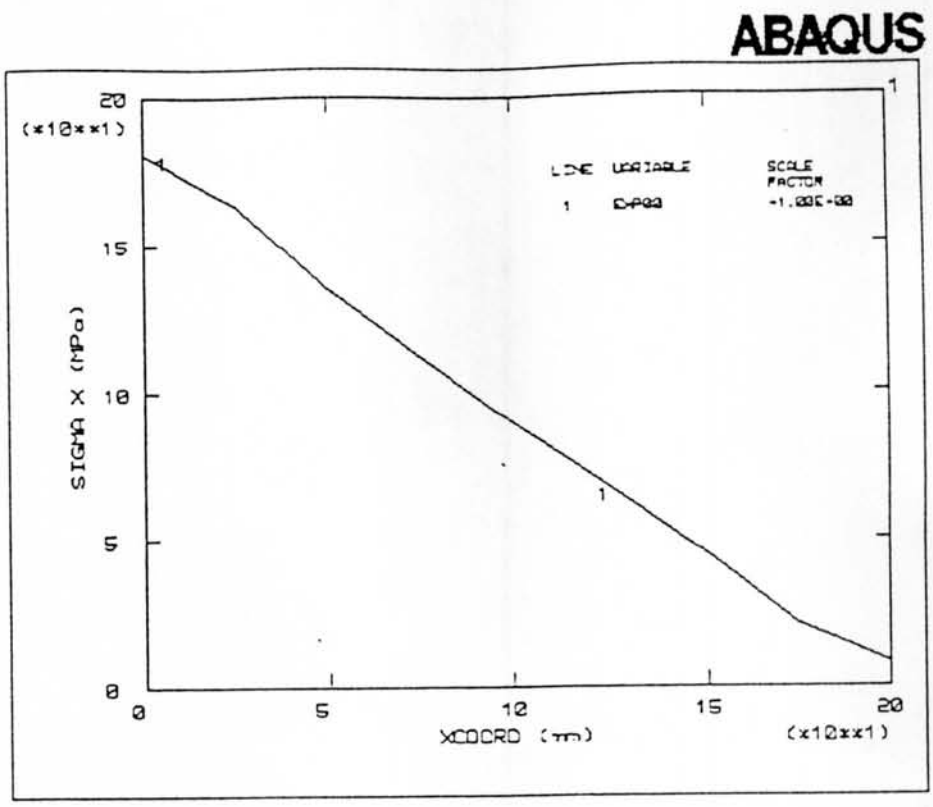


Figura 8.7 - Tensões normais σ_x ao longo da mediana da face superior da viga, na ausência de elementos de interface.

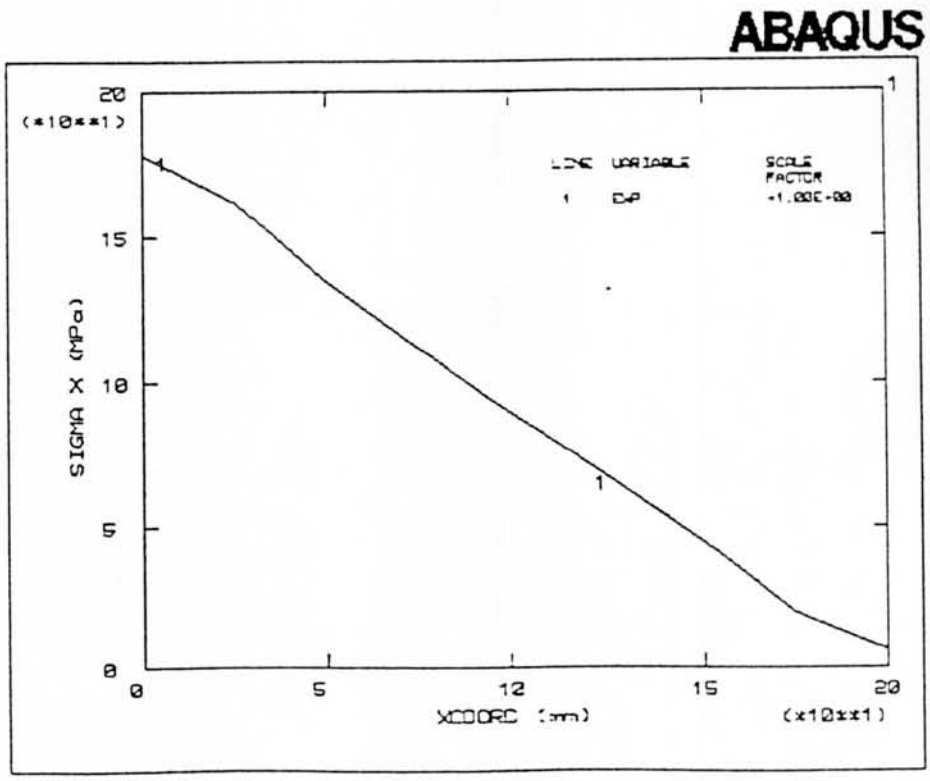
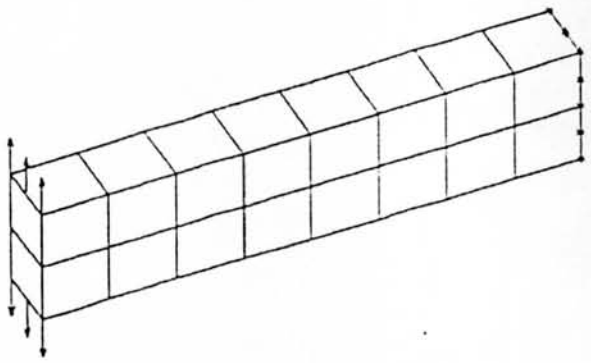


Figura 8.8 - Tensões normais σ_x ao longo da mediana da face superior da viga, na presença de oito elementos de interface na junção das duas camadas de elementos tridimensionais.

Caso 2



Dimensões (mm) = 200 x 25 x 40

E (daN/mm^2) = 2.1 x 10^4

υ = 0.3

Força aplicada (daN) = 6 x 100

Figura 8.9 - Representação esquemática da solicitação imposta.

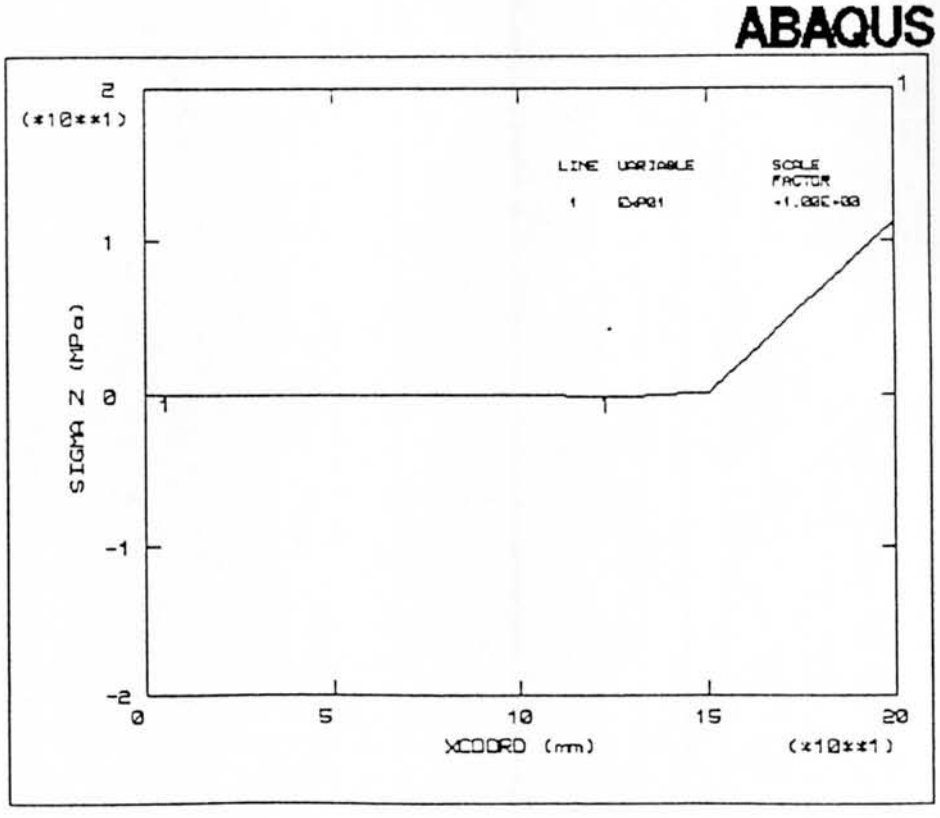


Figura 8.10 - Tensões normais σ_z ao longo da mediana da interface entre as duas camadas de elementos tridimensionais, na ausência de elementos de interface.

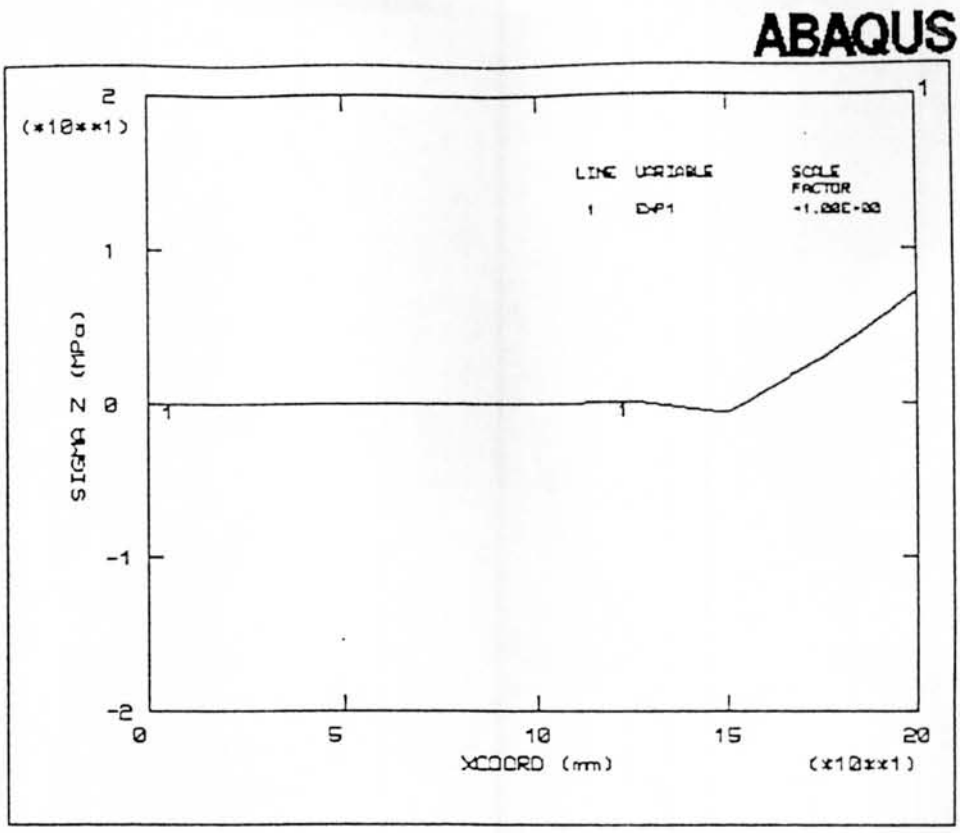
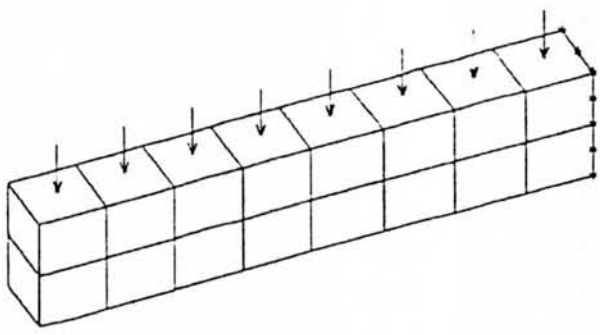


Figura 8.11 - Tensões normais σ_z ao longo da mediana da interface entre as duas camadas de elementos tridimensionais, na presença de elementos de interface entre essas camadas.

Caso 3



Dimensões (mm) = 200 x 25 x 40

E (daN/mm^2) = 2.1 x 10^4

υ = 0.3

Tensão aplicada (daN/mm^2) = 0.1

Figura 8.12 - Representação esquemática da solicitação imposta.

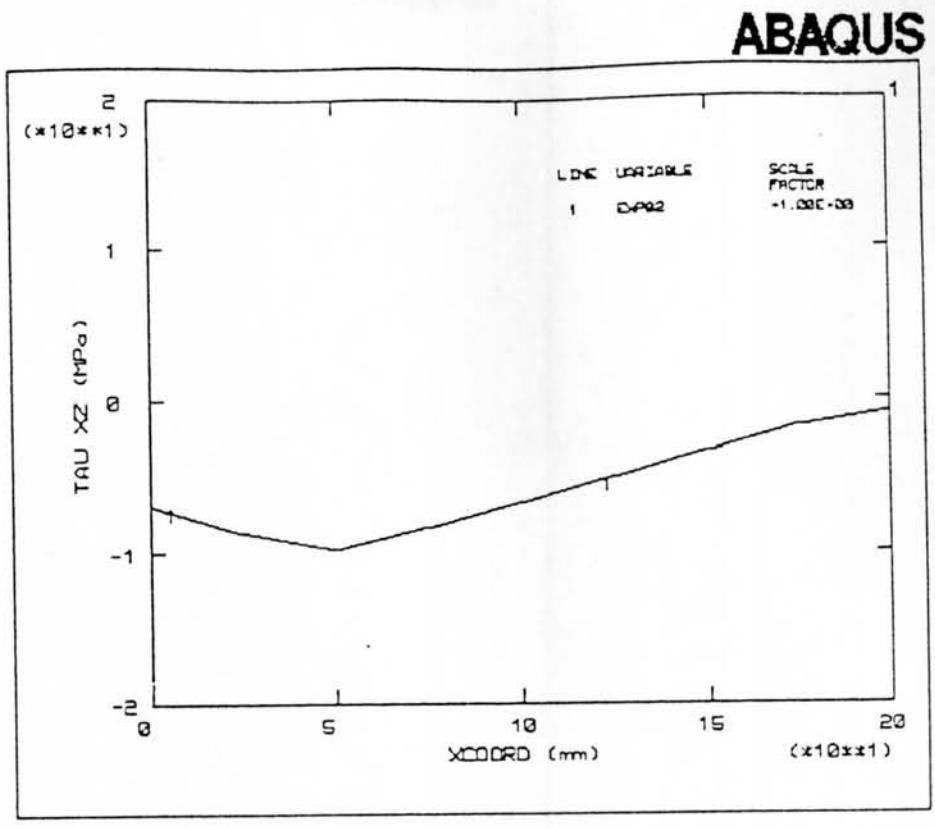


Figura 8.13 - Tensões de corte τ_{xz} ao longo da mediana da interface entre as duas camadas de elementos tridimensionais, na ausência de elementos de interface.

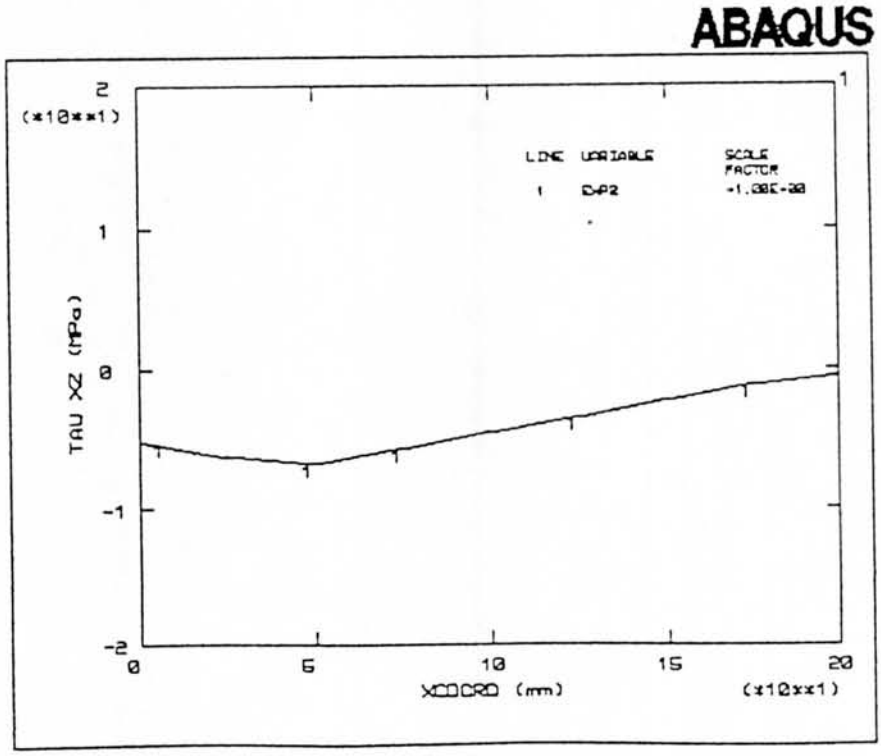


Figura 8.14 - Tensões de corte τ_{xz} ao longo da mediana da interface entre as duas camadas de elementos tridimensionais, na presença de elementos de interface entre essas camadas.

Constata-se pela análise comparativa destes três casos que a introdução de elementos de interface não altera significativamente o andamento das tensões, reflectindo-se em ligeiras alterações nos seus valores, nomeadamente quando se averigua o seu valor nas interfaces. Tal pode ser explicado pela incapacidade dos elementos tridimensionais avaliarem correctamente as tensões nestas zonas de descontinuidade. De facto, os elementos finitos tridimensionais calculam as tensões nos pontos de Gauss, situados no interior do elemento. O pós-processamento do ABAQUS utiliza um algoritmo de extrapolação (baseado nas funções de forma utilizadas pelo próprio elemento tridimensional), dos valores calculados nos pontos de Gauss, para os nós pretendidos. Este processo é uma aproximação que, nos casos de fortes gradientes de tensões, pode originar erros grosseiros. Assim, as pequenas diferenças constatadas atribuem-se a erro dos elementos tridimensionais na ausência dos elementos de interface e não aos exemplos onde se incluíram elementos de interface.

8.2.1.3) Punção em fundação elástica

Este exemplo evidencia duma forma clara a transmissão de tensões normais, quer à tracção quer à compressão e demonstra a grande diversidade de aplicações dos elementos de interface, nomeadamente em problemas onde o contacto entre dois corpos de natureza diferente constitua objecto de interesse. As figuras 8.15 e 8.16 mostram a deformação progressiva (em quatro estágios) da fundação elástica quando solicitada por um punção com um módulo de elasticidade muito superior (ver tabela 8.6). Em 8.15 evidencia -se a capacidade do elemento em evitar a interpenetração e, em 8.16 constata-se o seu bom comportamento na transmissão de tensões de tracção.

Tabela 8.6 - Características gerais do problema.

	Punção	Fundação elástica
Dimensões (mm)	100 x 50 x 100	500 x 300 x 100
E (daN/mm^2)	1 x 10^6	0.1
υ	0.3	0.3

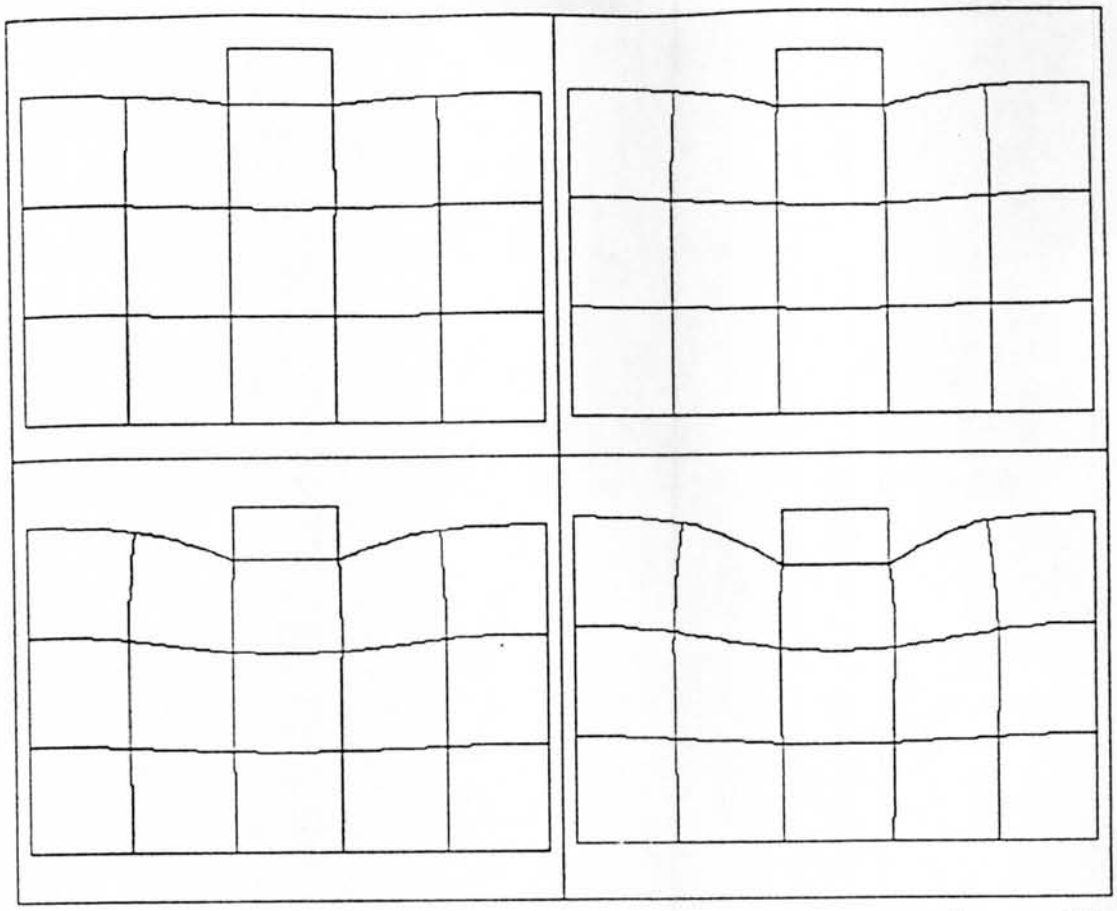


Figura 8.15 - Quatro estágios da solicitação de compressão correspondentes a 25%, 50%, 75% e 100% do deslocamento imposto ao punção (0.25 mm). FA = 30.

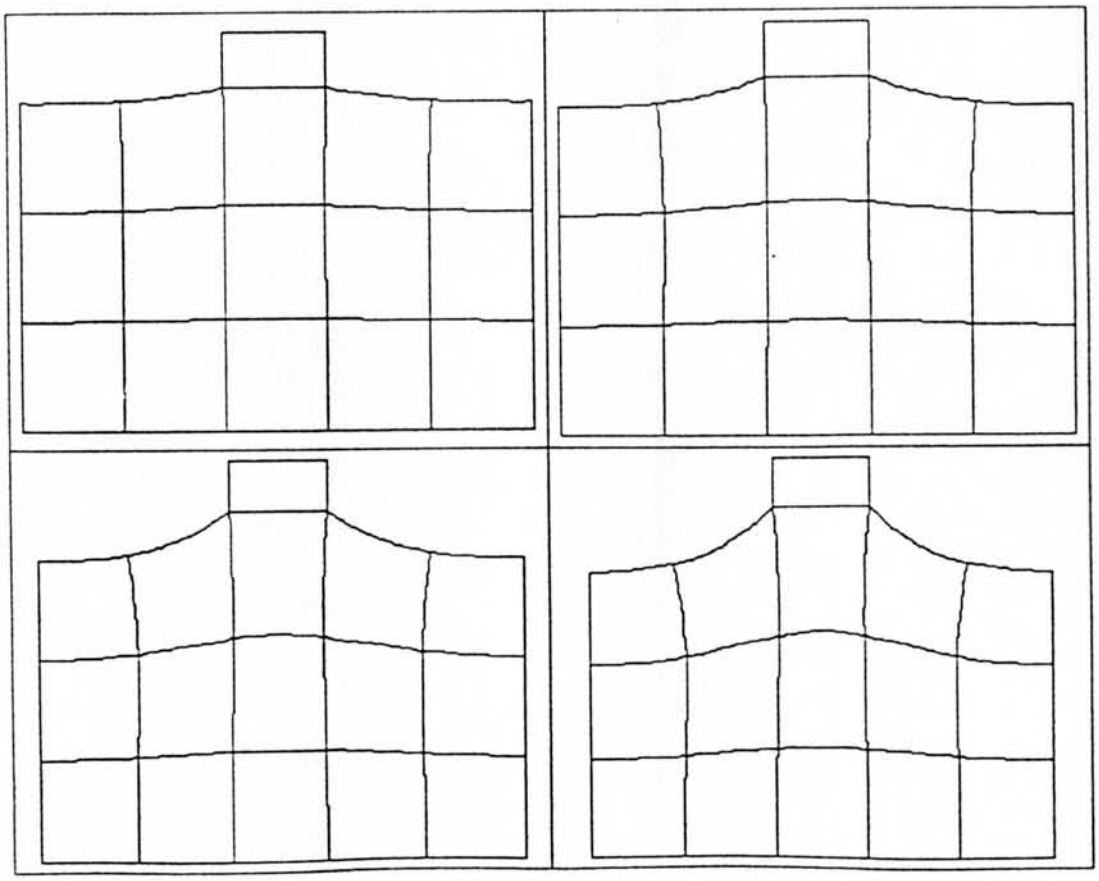


Figura 8.16 - Quatro estágios da solicitação de tracção correspondentes a 25%, 50%, 75% e 100% do deslocamento imposto ao punção (0.25 mm). FA = 30.

8.2.2) Avaliação do critério de propagação

Para mostrar o bom comportamento em propagação do critério implementado, foram analisados os três casos considerados em 8.2.1.2, mas com a introdução de valores das tensões limite ($\sigma_{z' lim}$ = 2.0 daN/mm^2 e τ_{lim} = 4.0 daN/mm^2), que permitem uma rotura progressiva na junção entre as camadas de elementos tridimensionais unidas por elementos de interface.

Caso 1

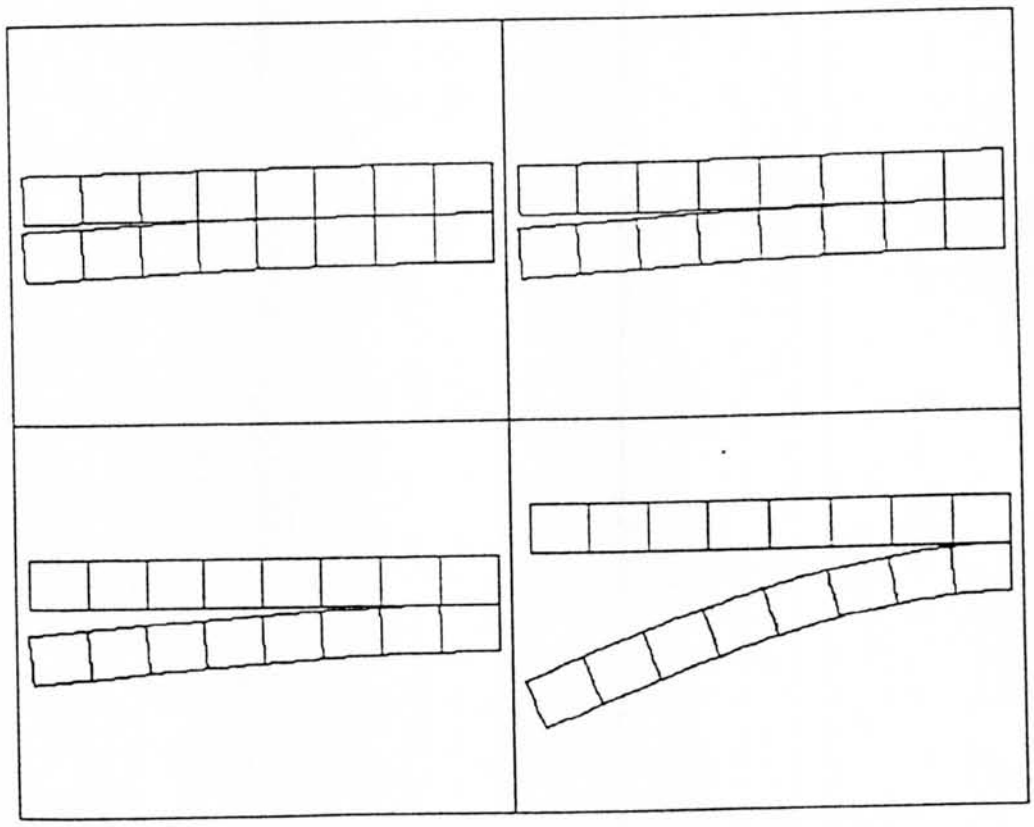


Figura 8.17 - Fases de propagação do dano até à separação final em duas vigas (rotura por tracção). FA = 30.

Caso 2

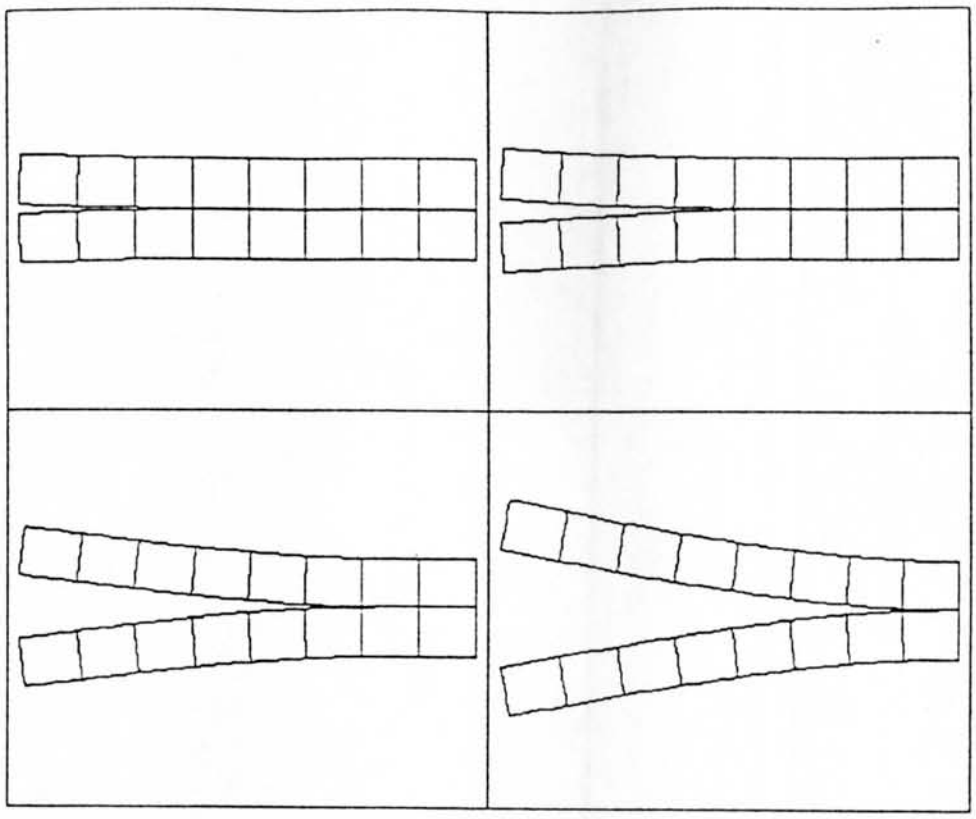


Figura 8.18 - Fases de propagação do dano até à separação final em duas vigas (rotura por tracção). FA = 30.

Caso 3

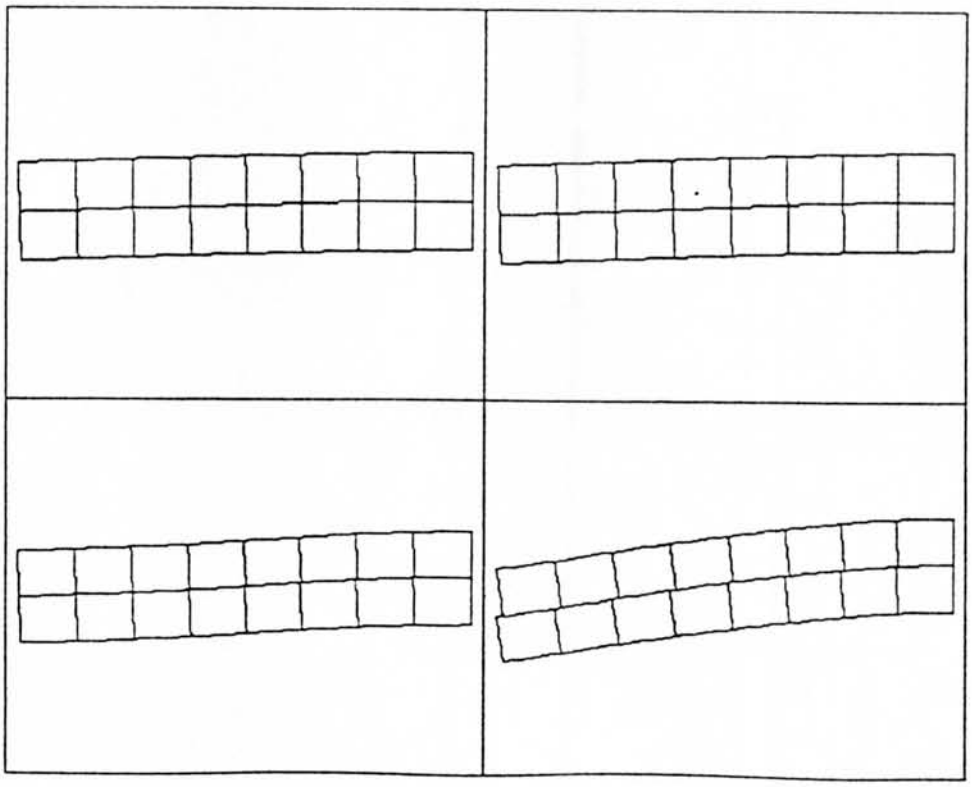


Figura 8.19 - Fases de propagação do dano até à separação final em duas vigas (rotura por corte). FA = 30.

8.2.3) Compressão em placa de carbono-epóxido

Com o intuito de avaliar a capacidade do modelo na resolução do problema da compressão em placas laminadas, foram feitas três simulações puramente teóricas com o objectivo de observar o comportamento obtido.

Assim, o problema consiste numa placa de carbono-epóxido $(0_4,90_4)_s$ com uma delaminagem existente numa das interfaces entre camadas diferentemente orientadas. Utilizaram-se elementos tridimensionais (C3D27R) na modelação de cada grupo de camadas igualmente orientadas e uma camada de elementos de interface na zona do defeito. Devido às condições de simetria do problema, só foi considerado um quarto de placa, de dimensões 30 mm x 30 mm x 2 mm, sujeita às condições de simetria habituais. A compressão é feita por imposição dum deslocamento segundo a direcção 1 (ver figura 8.20), tendo havido a necessidade de se recorrer ao método de análise não linear geométrica de Newton. As figuras 8.20 e 8.21 mostram, respectivamente, a deformada e a curva força-deslocamento obtida num nó, pertencente à fronteira solicitada, numa placa sem defeito. As propriedades mecânicas usadas são as consideradas no capítulo 3.2.6.

8.2.3.1) Placa com delaminagem a toda a largura

Nesta simulação foi considerada a existência duma delaminagem (3x10 elementos delaminados) a toda a largura da placa. O defeito é simulado considerando que os elementos de interface dessa zona estavam "desligados", ou seja, as suas superficies podem ter qualquer movimento relativo, exceptuando os movimentos susceptíveis de gerar interpenetração uma vez que tal é impedido por formulação.

Por observação das figuras 8.22 a 8.24 constata-se a existência de encurvadura local do sublaminado delaminado com propagação do defeito e consequente influência na carga de colapso (ver figura 8.25), mais uma vez obtida para um nó fronteira. O comportamento verificado coaduna-se com as observações feitas por diversos autores [8.15, 8.16 e 8.17], o que evidencia uma boa performance em termos qualitativos do modelo.

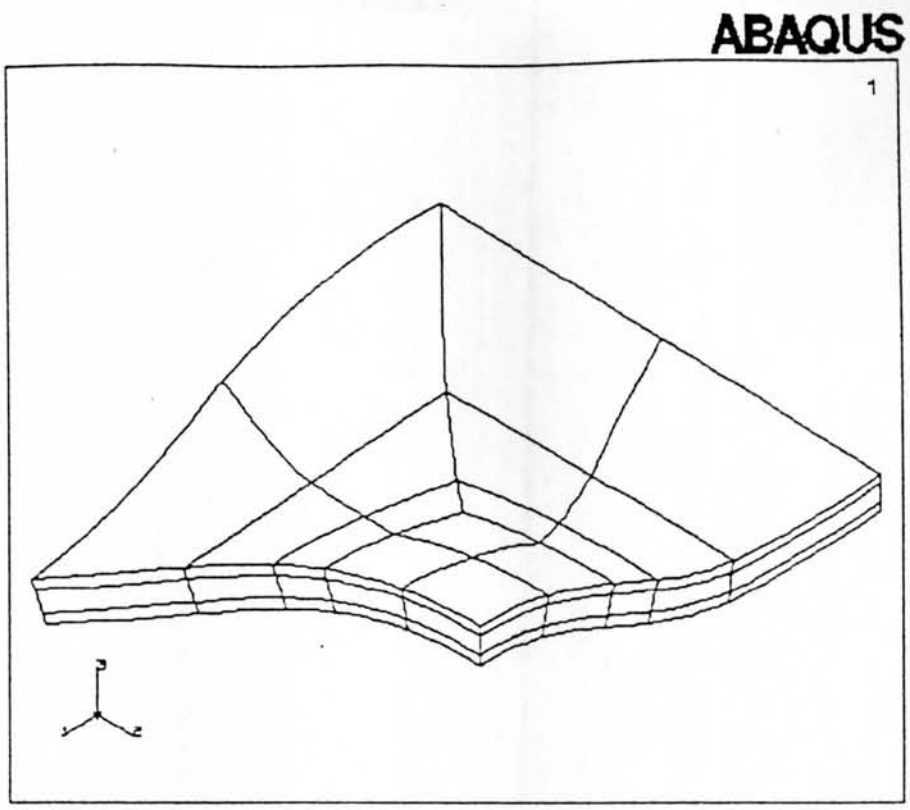


Figura 8.20 - Visualização da deformada num quarto de placa de carbono-epóxido sem defeito. FA = 20.

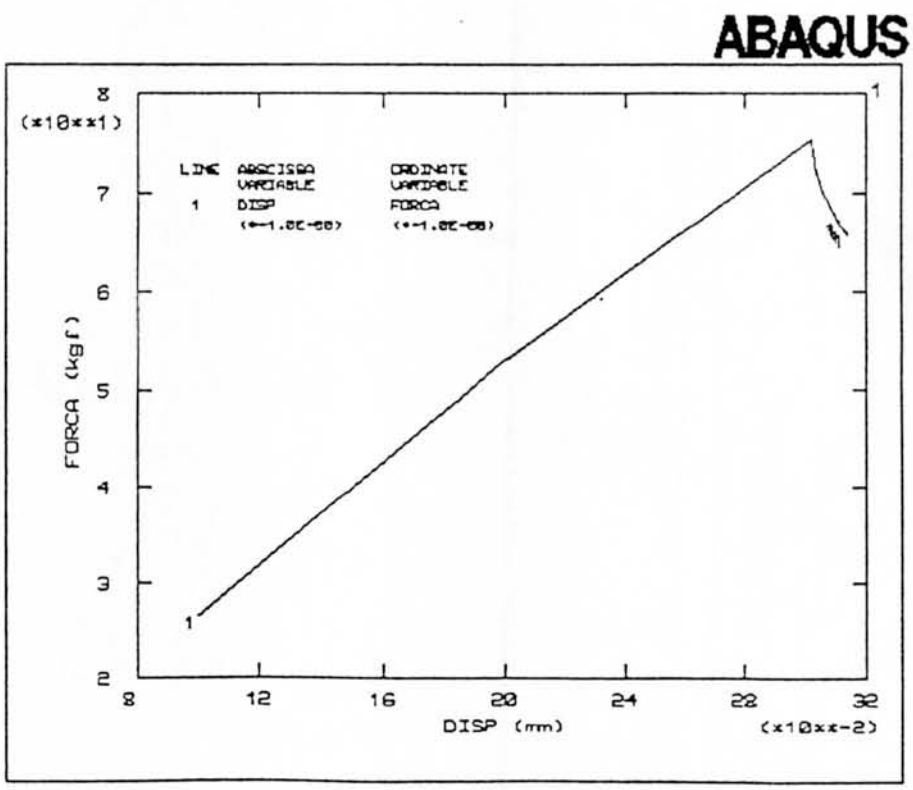


Figura 8.21 - Curva força (daN) - deslocamento (mm) correspondente à situação da figura 8.20.

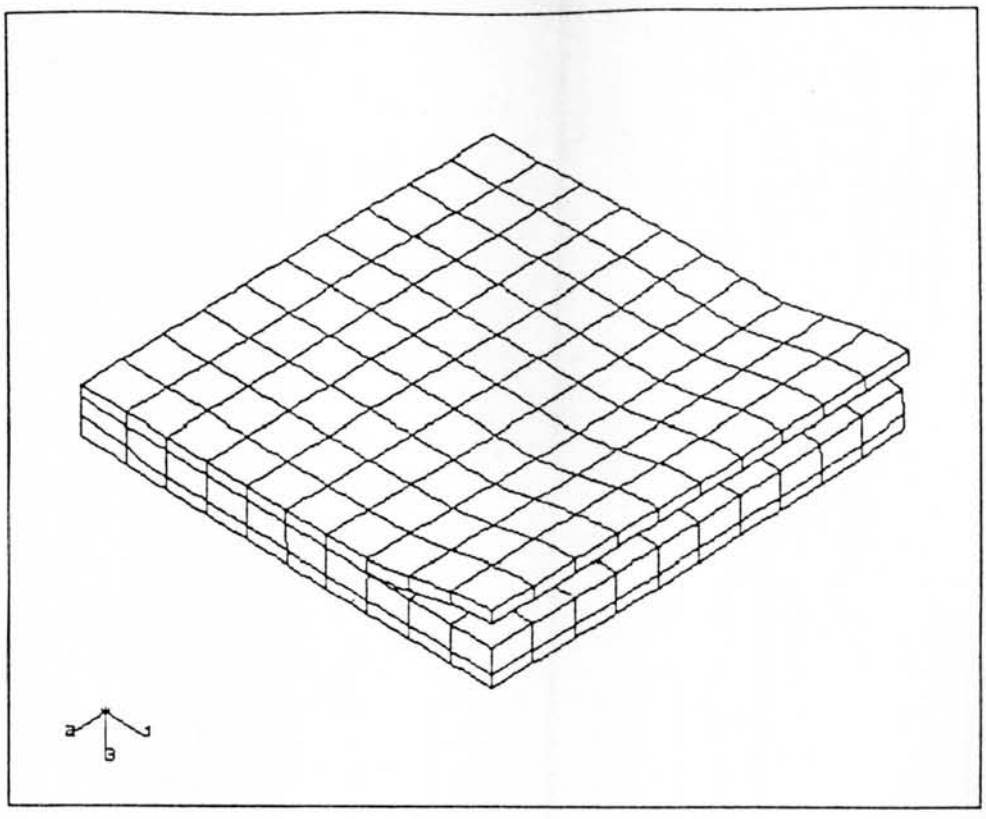


Figura 8.22 - Deformada de delaminagem a toda a largura. Encurvadura do sublaminado delaminado ainda sem propagação. FA = 25.

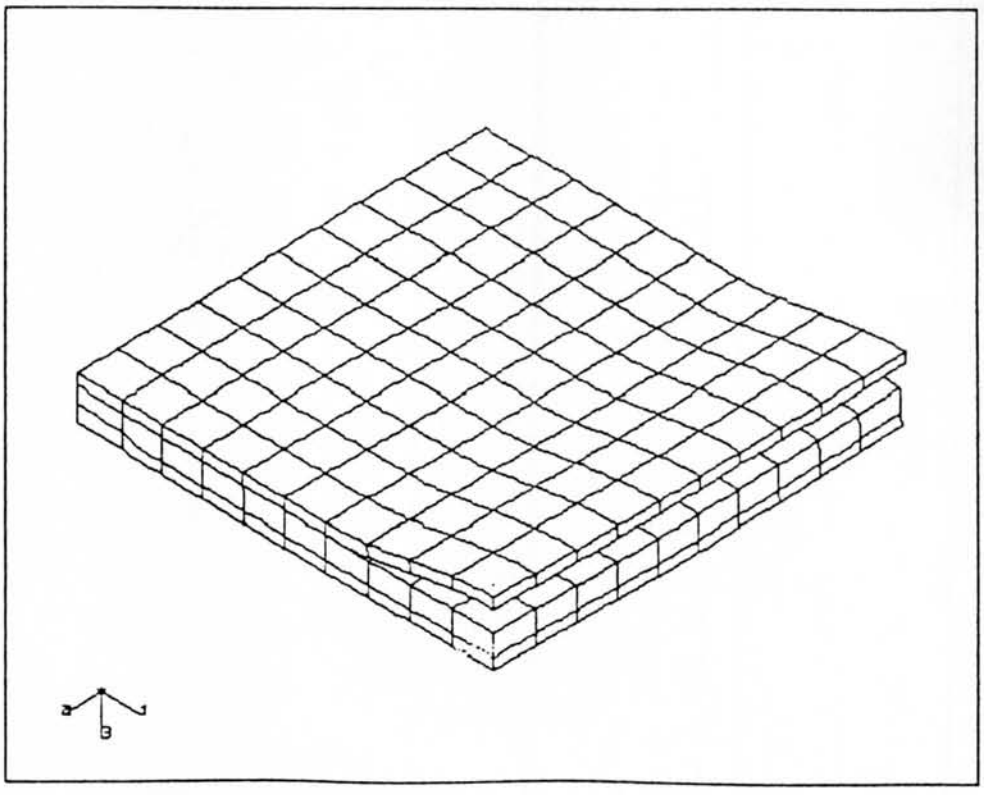


Figura 8.23 - Deformada de delaminagem a toda a largura. Início da propagação. FA=25.

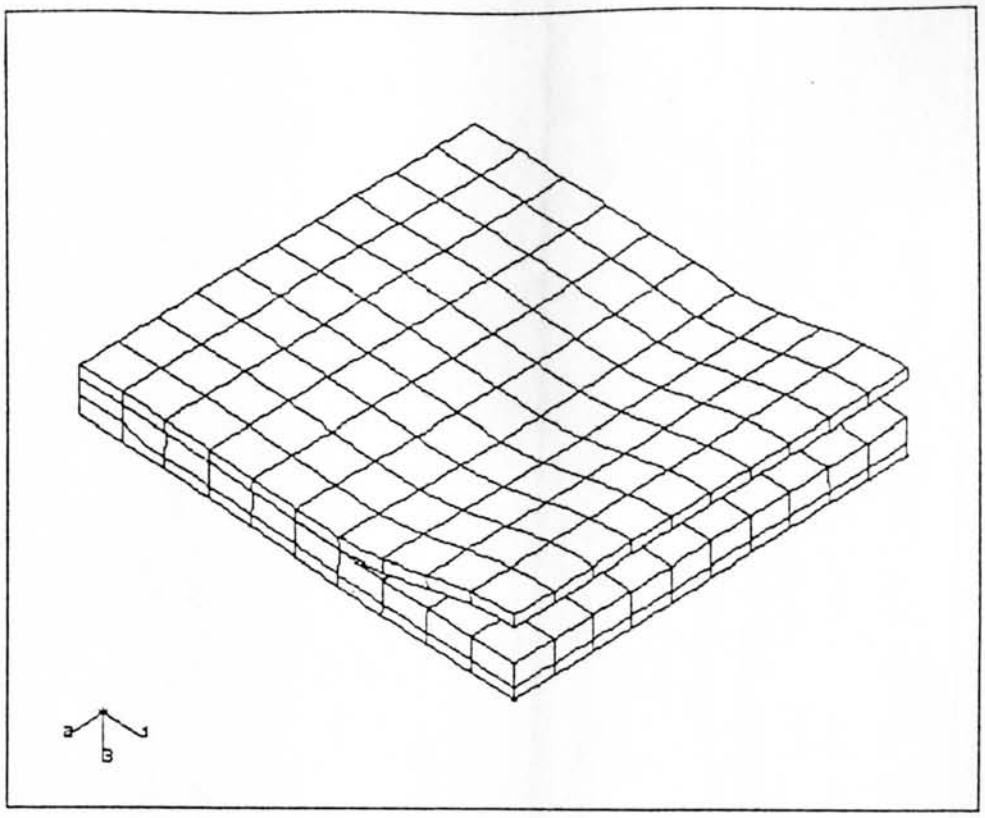


Figura 8.24 - Deformada de delaminagem a toda a largura. Situação correspondente à carga de colapso. FA = 25.

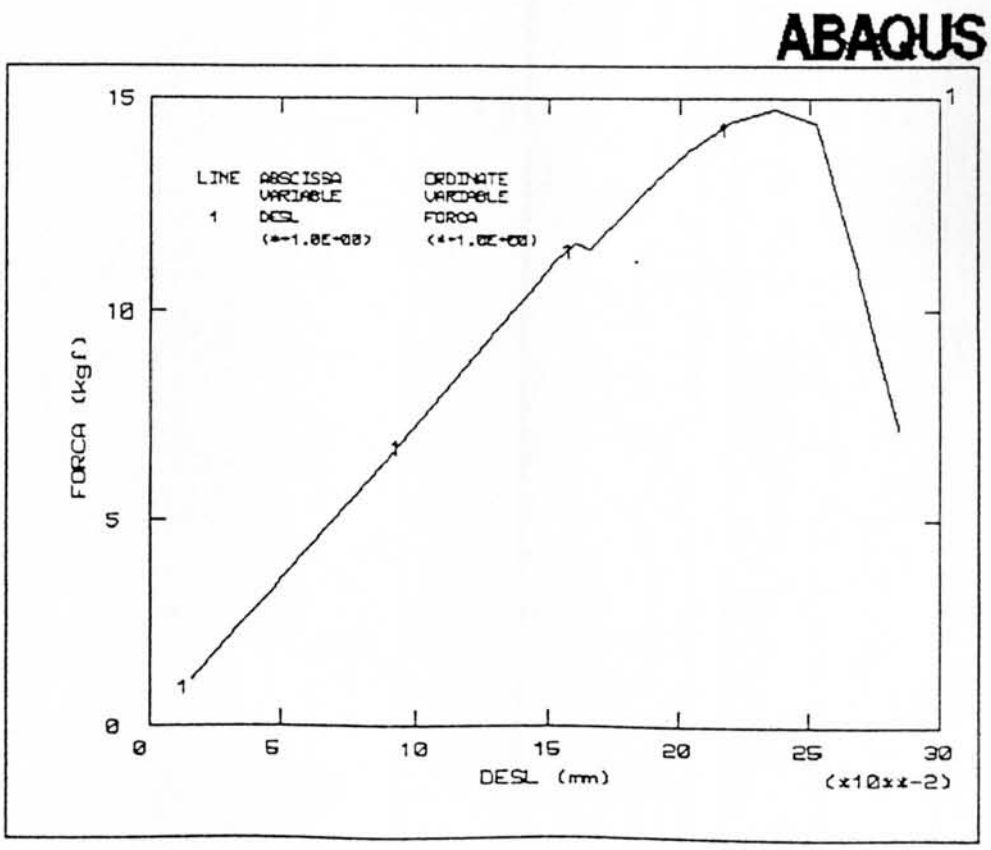


Figura 8.25 - Curva força (daN) -deslocamento (mm) para delaminagem a toda a largura.

8.2.3.2) Placa com delaminagem embebida

O defeito introduzido pretende simular o efeito duma solicitação de impacto de baixa velocidade. Assim, foi considerado que dois dos elementos de interface estavam desligados, nomeadamente os dois elementos quadrangulares centrais localizados junto ao eixo de simetria paralelo a 2. Como se constata da observação da figura 8.26 existe propagação do dano para os elementos não danificados, resultando no aparecimento de uma situação de modo misto - encurvadura global da placa e encurvadura local do sublaminado delaminado. Na figura 8.27 é possível observar que a carga de colapso, medida num nó fronteira, é muito inferior relativamente à placa virgem. Mais uma vez o comportamento qualitativo obtido pelo modelo, está de acordo com a generalidade dos estudos efectuados pelos investigadores [8.18, 8.19 e 8.20].

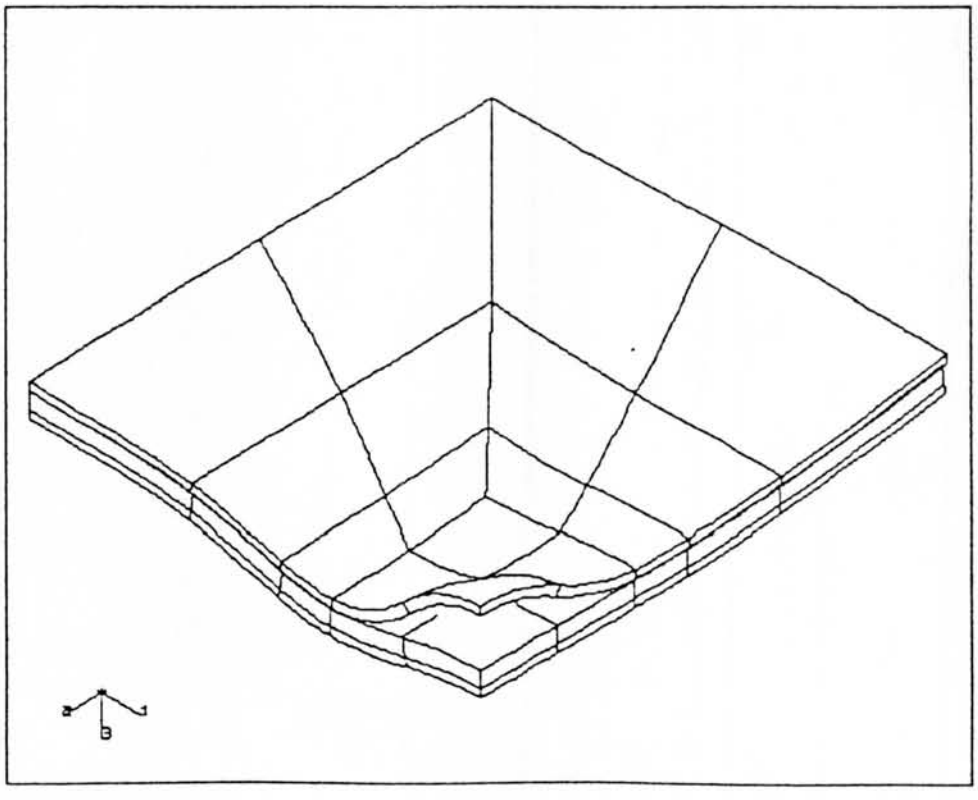


Figura 8.26 - Visualização da deformada num quarto de placa de carbono-epóxido com delaminagem embebida. FA = 30.

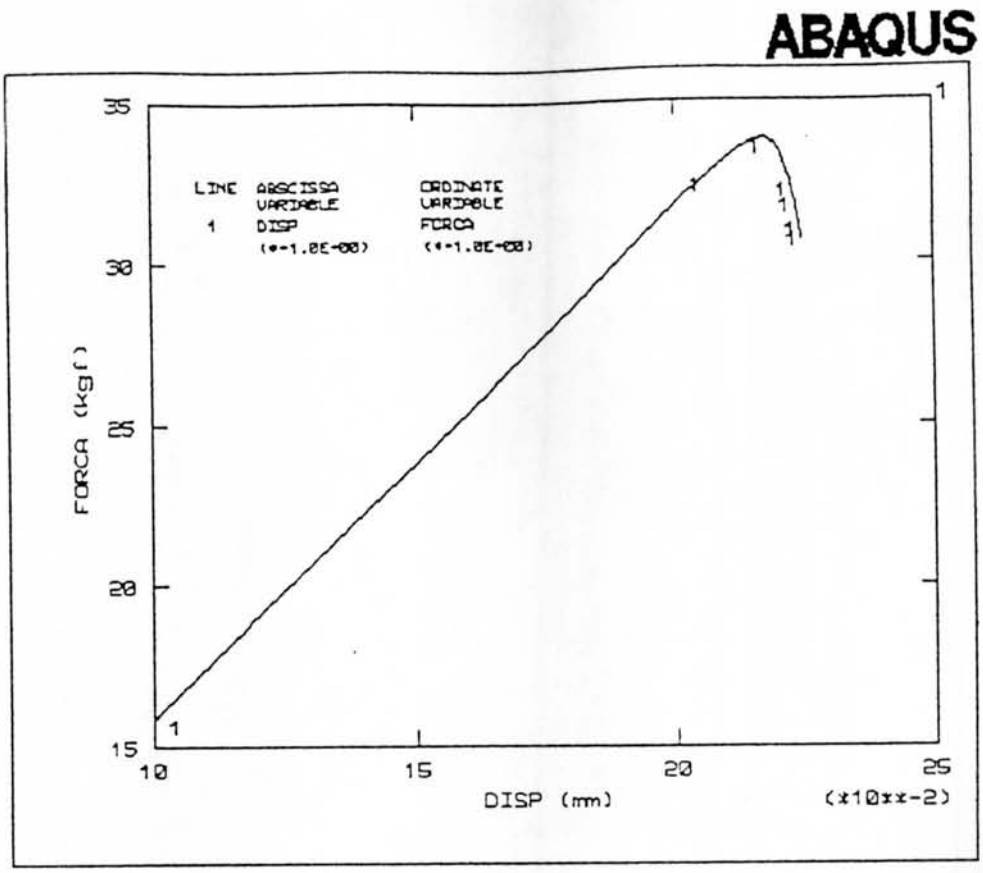


Figura 8.27 - Curva força (daN) - deslocamento (mm) correspondente à situação da figura 8.26.

8.3) CONCLUSÕES

Os aspectos fulcrais no comportamento mecânico dos materiais compósitos submetidos a solicitações de compressão após impacto de baixa velocidade, são:

1) A existência dum estado triaxial de tensões nas interfaces entre camadas diferentemente orientadas. Este facto implica a existência dum modelo onde sejam consideradas as três componentes de tensão interlaminares (σ_z, τ_{xz} e τ_{yz}) que actuam nestas interfaces.

2) O estado de tensão gerado provoca a propagação da delaminagem preexistente antes do colapso da estrutura, o que afecta dum modo marcante o valor da carga de colapso.

3) O modelo deve prever a impossibilidade de interpenetração entre as faces delaminadas, uma vez que este aspecto é fundamental, dado que a sua não

consideração implica a alteração do movimento tridimensional das superficies delaminadas, influenciando o resultado.

Tendo em conta o primeiro aspecto, procedeu-se ao desenvolvimento, baseado no método da função penalidade, dum elemento finito de interface de dezoito nós compatível com elementos finitos tridimensionais, uma vez que a necessidade da consideração das três componentes das tensões interlaminares a isso obriga. Como consequência do segundo aspecto, o modelo desenvolvido contempla a possibilidade de propagação do dano, tendo em conta um critério predefinido. Finalmente, e tendo por base o terceiro aspecto citado, foi considerada uma restrição ponto a ponto à interpenetração entre as superficies interactuantes. O modelo foi ainda munido dum método para a escolha do melhor valor da função penalidade baseado numa análise de erro.

Com o objectivo de testar o modelo, foram analisados diversos exemplos simples onde, se demonstra o bom funcionamento do mesmo nos aspectos de cálculo e transmissão correcta de tensões, o seu bom comportamento em problemas de propagação e o seu excelente desempenho, em termos de qualitativos, nos problemas de compressão em placas compósitas. No próximo capítulo faz-se a aplicação do modelo, em termos quantitativos, na determinação da resistência residual à compressão de placas $(0_4,90_4)_s$ e $(90_4,0_4)_s$ previamente submetidas a impacto de baixa velocidade.

Referências

[8.1] - Bathe, K., "*Finite Element Procedures in Engineering Analysis*", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982.

[8.2] - Zienkiewicz, O. C., "*The Finite Element Method*", Third Edition, McGraw-Hill, London, 1977.

[8.3] - ABAQUS, "*User's Manual - version 5.3*", Hibbitt, Karlsson, & Sorensen, Inc., 1993.

[8.4] - ABAQUS, "*Example Problems Manual - version 5.3*", Hibbitt, Karlsson, & Sorensen, Inc., 1993.

[8.5] - Reddy, J. N., "*Applied Functional Anaysis and Variational Methods in Engineering*", McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1986.

[8.6] - Nour-Omid, B. and Wriggers, P., "*A Two-level Iteration Method for Solution of Contact Problems*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 54, pp. 131-144, North-Holland, 1986.

[8.7] - Papadopoulos, P. and Taylor, R. L., "*A Mixed Formulation for the Finite Element Solution of Contact Problems*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 94, pp. 373-389, North-Holland, 1992.

[8.8] - Beer, G., "*An Isoparametric Joint/Interface Element for Finite Element Analysis*", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 21, pp. 585-600, 1985.

[8.9] - Schellekens, J. C. J. and De Borst, R., "*On the Numerical Integration of Interface Elements*", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 36, pp. 43-66, 1993.

[8.10] - Buragohain, D. N. and Shah, V. L., "*Curved Isoparametric Interface Surface Element*", Journal of the Structural Division, Vol. 104, Nº ST1, pp. 205-209, January 1978.

[8.11] - Oñate, E., "*Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos - Análisis Estático Lineal*", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, 1992.

[8.12] - Lagace, P. A. and Bhat, N. V., "*On the Prediction of Delamination Initiation*", Advanced Composites '93, International Conference on Advanced Composite Materials, Ed. by T. Chandra and A. K. Dhingra, The Minerals Metals & Materials Society, 1993.

[8.13] - Wriggers, P. and Nour-Omid, B., "*Solution Methods for Contact Problems*", Report nº UCB/SESM-84/09, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1984

[8.14] - Strang, G., "*Introduction to Applied Mathematics*", Wellesley-Cambridge Press, Cambridge, 1986.

[8.15] - Steinmetz, G., Arendts, F. Z., "*Compression Failure Behaviour of CFRP Strips Containing Delaminations*", Advanced Composites 93, International Conference on Advanced Composite Materials, Ed. by T. Chandra and A. K. Dhingra, The Minerals, Metals & Materials Society, 1993.

[8.16] - Weinman, M. S., Steinmetz G. and Arendts, F. J., "*Numerical and Experimental 3-D Delamination Behaviour of an Anisotropic Layered Plate Under Compression Loading*", Proceedings of the Ninth International Conference on Composite Materials (ICCM/9), Madrid, Ed. by António Miravete, Pub. by Univ. of Zaragoza, 12-16 July, 1993.

[8.17] - Kutlu, Z. and Chang, F. K., "*Modeling Compression Failure of Laminated Composites Containing Multiple Through-the-Width Delaminations*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 3, pp. 350-387, 1992.

[8.18] - Whitcomb, J. D., "*Three-Dimensional Analysis of a Postbuckled Embedded Delamination*", Journal of Composite Materials, vol. 23, pp. 862- 889, September 1989.

[8.19] - Whitcomb, J. D., "*Analysis of Delamintion Growth near Intersecting Ply Cracks*", Journal of Composite Materials, vol. 26, No. 12, pp. 1844-1858, 1992.

[8.20] - Yeh, M. K. and Tan C. M., "*Buckling of Elliptically Delaminated Composite Plates*", Journal of Composite Materials, vol. 28, No. 1, pp. 36-52, 1994.

CAPÍTULO 9

9) *DISCUSSÃO DE RESULTADOS*

9.1) PLACAS $(0_4, 90_4)_S$

9.2) PLACAS DE $(90_4, 0_4)_S$

9.3) CONCLUSÕES SOBRE O DESEMPENHO DO MODELO

Referências

CAPÍTULO 9

DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Conforme evidenciado nas duas últimas simulações realizadas no capítulo precedente, o modelo desenvolvido apresenta um bom desempenho, em termos qualitativos, na previsão do comportamento de placas compósitas com defeito (delaminagem). Para se poder aquilatar das capacidades do modelo, em termos de previsão quantitativa da resistência residual à compressão das placas de carbono-epóxido na presença duma delaminagem devida a impacto de baixa velocidade, vai ser feita uma análise comparativa entre os resultados experimentais e os numéricos.

Como já foi referido as placas analisadas são do tipo $(0_4, 90_4)_s$ e $(90_4, 0_4)_s$, e possuíam uma delaminagem embebida devida a impacto de baixa velocidade (ver figuras 9.1 e 9.2).

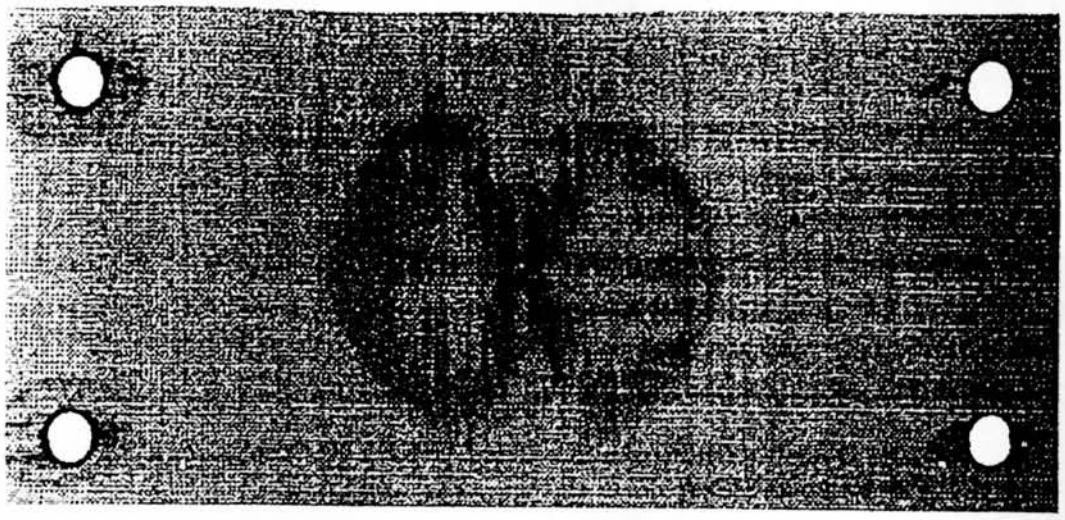


Figura 9.1 - Delaminagem característica duma placa $(0_4, 90_4)_S$.

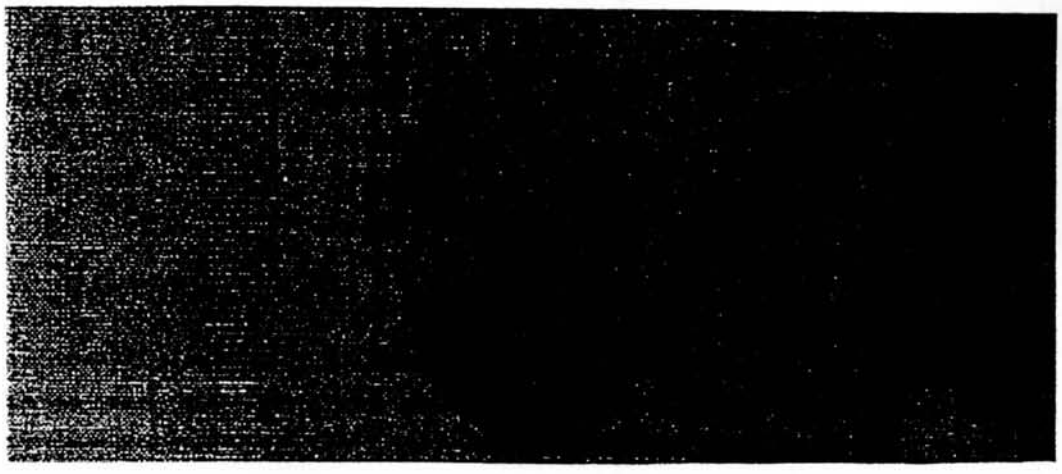


Figura 9.2 - Delaminagem característica duma placa $(90_4, 0_4)_S$.

Foram utilizados 100 elementos paralelepipédicos de 27 nós (C3D27R) com integração reduzida (14 pontos de Gauss), para simular cada grupo de camadas igualmente orientadas, ou seja, um total de 300 elementos tridimensionais (ver figura 9.3). Na interface onde se localiza a delaminagem, a fronteira entre as duas camadas de elementos tridimensionais de propriedades mecânicas diferentes, é modelada por 100

elementos de interface e de espessura nula. Estes elementos apresentam-se em dois estados diferentes, consoante estejam localizados na zona delaminada ou na zona sã. Assim, no primeiro caso os elementos estão desligados permitindo o movimento do sublaminado delaminado relativamente ao resto da placa, tendo em conta as restrições de interpenetração. Neste caso as únicas tensões que podem ser transmitidas entre as superfícies, são tensões normais de contacto compressivas uma vez que não foi considerada a existência de atrito. Na zona sã da placa os elementos de interface impedem qualquer movimento relativo dos elementos tridimensionais contíguos, o que implica a transmissão de tensões normais σ_z (compressivas ou tractivas) e tensões de corte τ_{xz} e τ_{yz}. O processo de propagação da delaminagem faz-se do modo descrito no capítulo 8.1.2.3, ou seja, duma forma gradual, o que evita os problemas numéricos. Saliente-se ainda o facto de as delaminagens terem sido modeladas por rectângulos envolventes (os comprimentos dos lados do rectângulo correspondem ao maior comprimento e maior largura da delaminagem), por uma questão de simplificação. Todos os exemplos foram estudados recorrendo à análise não linear geométrica pelo método de Newton-Raphson modificado (ver apêndice III). Devido à simetria geométrica e material do problema em estudo, só um quarto da placa foi considerado.

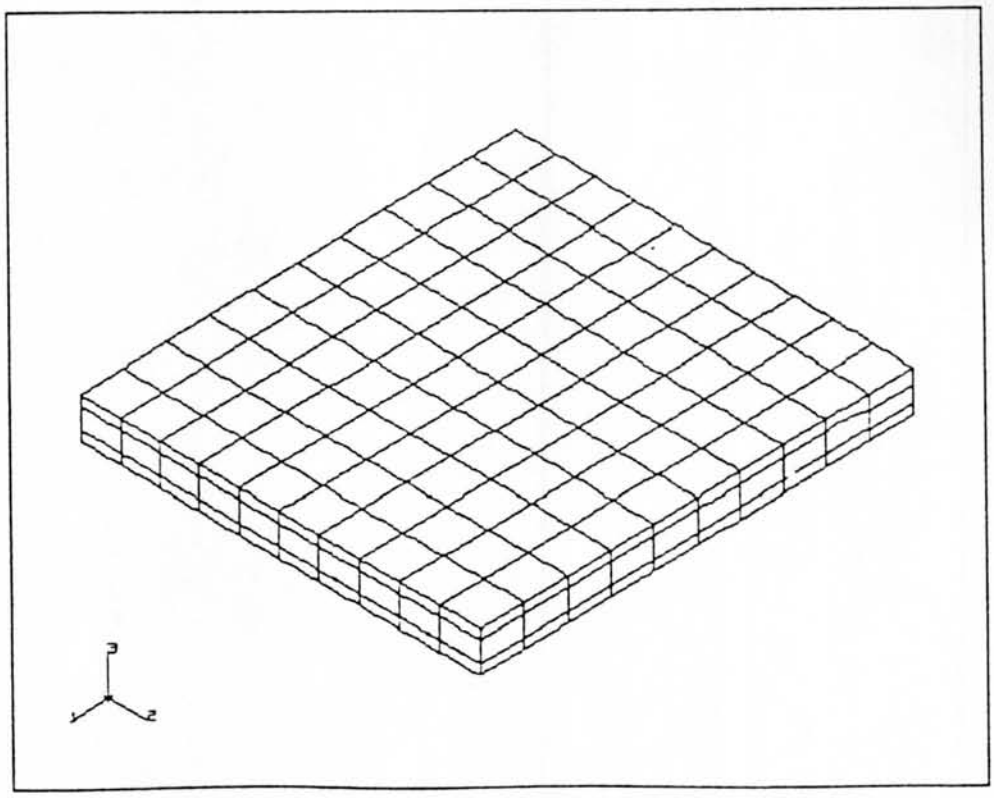


Figura 9.3 - Malha utilizada.

9.1) PLACAS $(0_4, 90_4)_S$

Para esta sequência de empilhamento, foi determinada experimentalmente a resistência à compressão de placas sem defeito e a resistência residual à compressão de placas contendo um defeito causado por impacto (delaminagem).

Nas figuras 9.4 e 9.5 pode observar-se o comportamento obtido por uma placa virgem e para uma placa com delaminagem. Verificou-se a existência duma rotura por compressão pura sem encurvadura no primeiro caso e encurvadura local no segundo.

As figuras 9.6 e 9.7 ilustram a deformada e a curva força-deslocamento obtidas numericamente para o caso da placa sã. Constata-se a inexistência de encurvadura e, ao mesmo tempo, o crescimento da força com o deslocamento dum modo linear, até que as tensões compressivas nas camadas ultrapassem o respectivo valor limite (σ_{1c}^{lim} =133 daN/mm^2 e σ_{2c}^{lim} = 27 daN/mm^2 retirados de [9.1]).

Nas figuras 9.8 e 9.9 mostram-se a deformada e a curva força-deslocamento para uma placa com uma delaminagem rectangular de 50 mm x 36 mm. Mais uma vez se verifica que o modelo contempla qualitativamente os resultados experimentais. Na tabela 9.1 apresentam-se os resultados numéricos e experimentais obtidos, assim como o erro relativo.

Tabela 9.1 - Carga de colapso (daN) em placas $(0_4, 90_4)_S$.

	Placa virgem	Placa delaminada (50 mm x 36 mm)	Placa delaminada (48 mm x 32 mm)
Experimental	3656.5	2787	2932
Numérico	3960	2491	2610
Erro (%)	8.3	-10.6	-11

A primeira constatação relaciona-se com a boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais. O facto de, na placa virgem, o modelo sobredimensionar os resultados experimentais pode ser facilmente explicado pela presença de defeitos de fabrico não contabilizados numericamente. Nas placas com defeito há a salientar o facto de as delaminagens modeladas possuírem uma área superior às reais, uma vez que a sua forma de amendoim foi aproximada a um rectângulo envolvente, o que explica o subdimensionamento da força de colapso pelo modelo.



Figura 9.4 - Rotura por compressão observada numa placa $(0_4, 90_4)_s$ sem delaminagem.

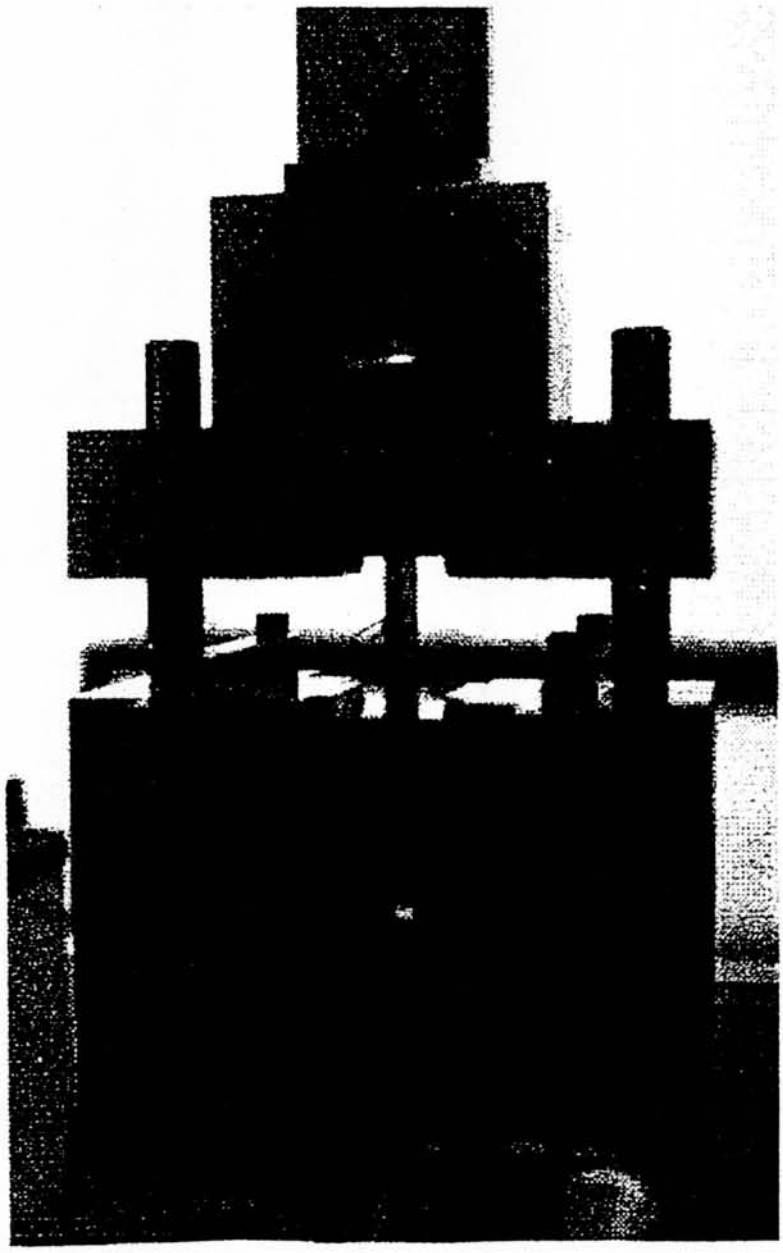


Figura 9.5 - Visualização de encurvadura local numa placa $(0_4, 90_4)_s$.

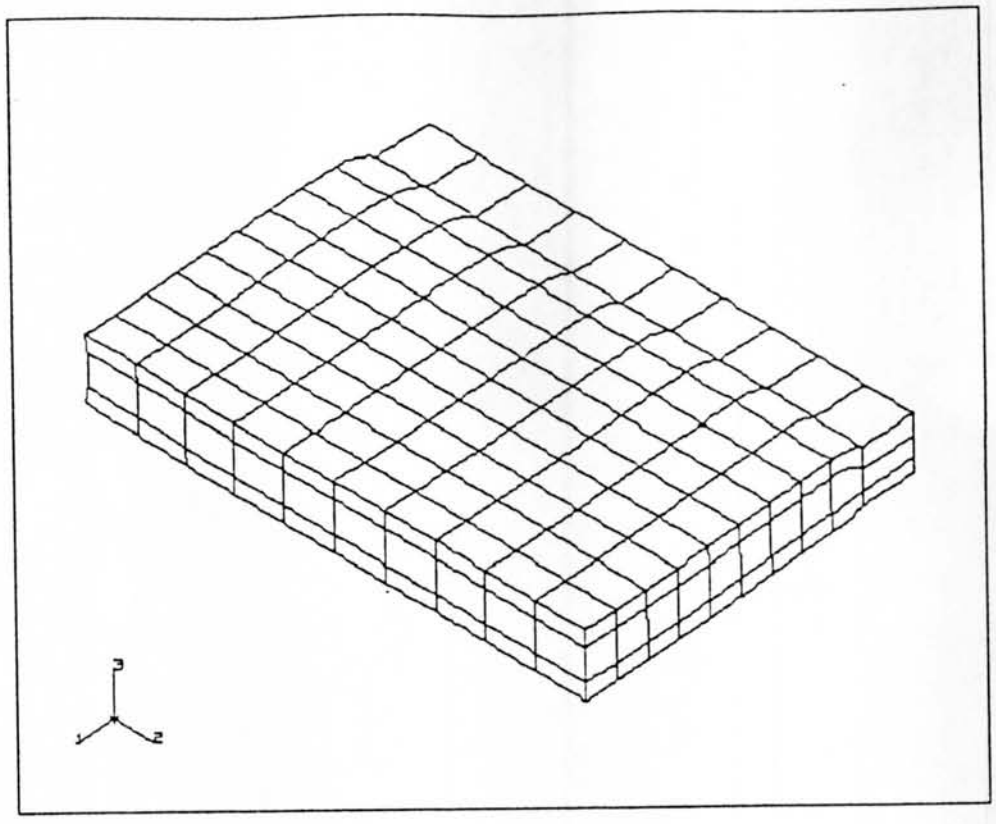


Figura 9.6 - Deformada de placa $(0_4, 90_4)_s$ virgem. FA = 30.

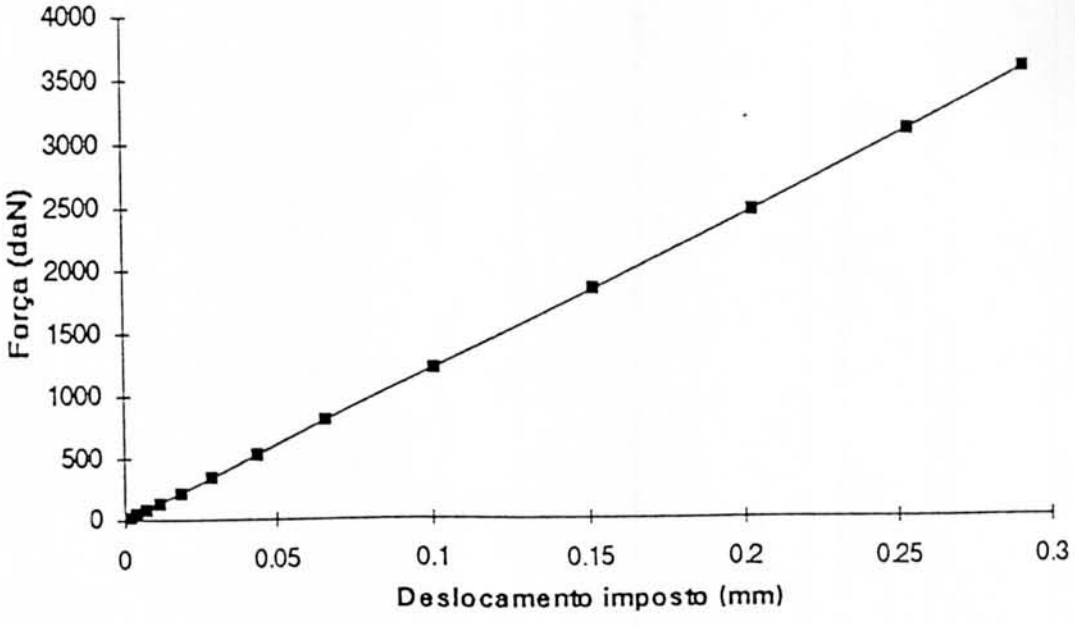


Figura 9.7 - Curva força-deslocamento obtida numericamente para o caso duma placa $(0_4, 90_4)_s$ virgem. Constata-se a inexistência duma carga de colapso, tendo-se avaliado a carga limite pela análise das tensões instaladas nas camadas.

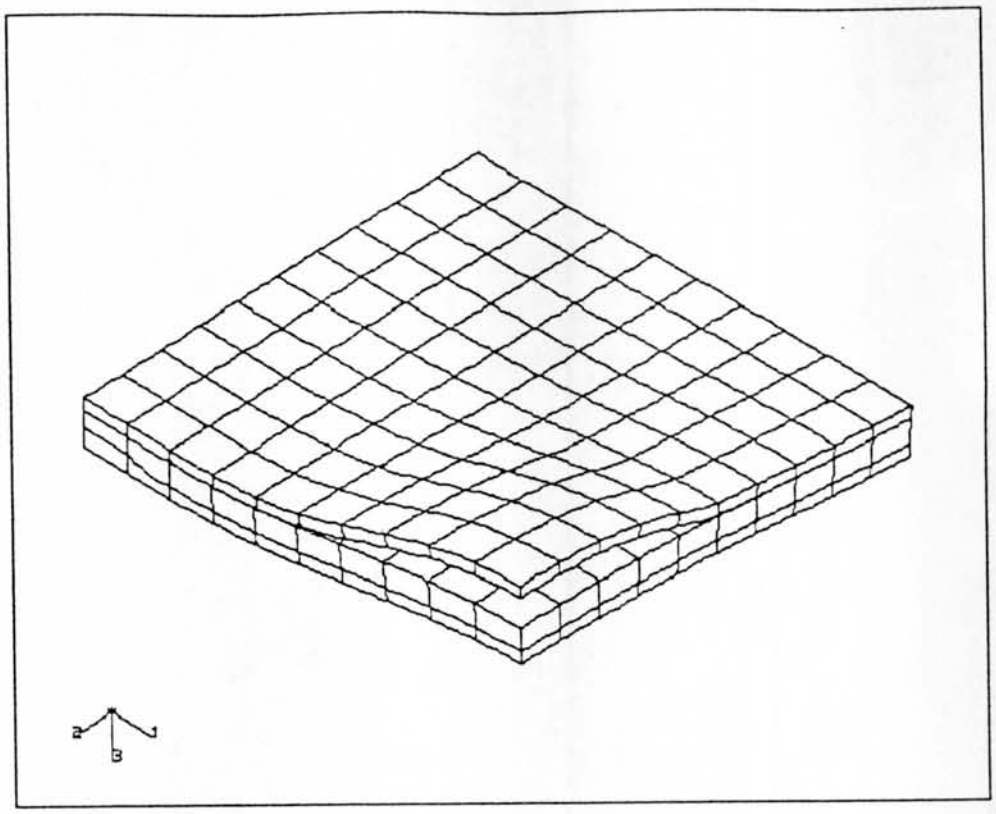


Figura 9.8 - Deformada no caso de $(0_4, 90_4)_s$. FA = 30.

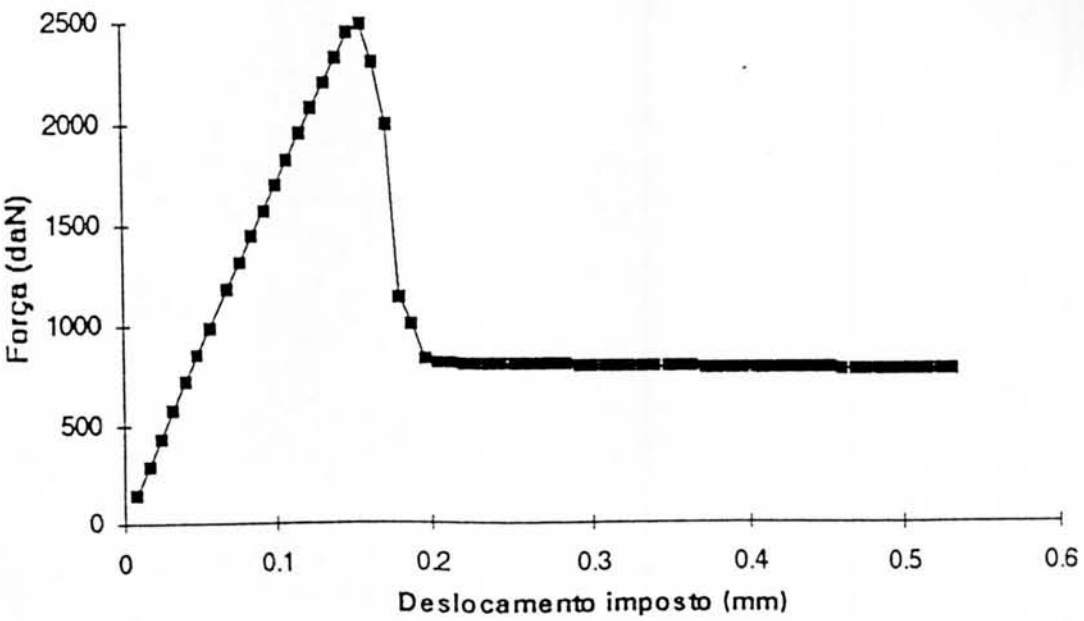


Figura 9.9 - Curva força-deslocamento obtida numericamente para o caso duma placa $(0_4, 90_4)_s$ com uma delaminagem de 50 mm x 36 mm.

9.2) PLACAS $(90_4, 0_4)_S$

Neste tipo de placas foi estudada a variação da carga de colapso com o tamanho do defeito. Assim, realizaram-se vários ensaios de impacto a velocidades diferentes que, obviamente, originaram delaminagens de tamanho diferente.

Nas figuras 9.10 e 9.11 mostram-se as deformadas obtidas para uma placa sã e para uma placa com uma delaminagem de 40 mm x 54 mm. As figuras 9.12 a 9.14 ilustram, respectivamente, as deformadas e as curvas força-deslocamento nos casos retratados nas figuras 9.10 e 9.11.

Relativamente às placas $(0_4, 90_4)_S$ constata-se a existência de duas diferenças fundamentais:

- a menor carga de colapso associada,

- um comportamento diferente da placa delaminada que, neste caso, apresenta encurvadura global em vez de local.

Estas diferenças estão associadas ao facto do produto do módulo de elasticidade na direcção da compressão (E_{xx}) pelo momento de inércia (I) da secção, ser superior no caso da placa $(0_4, 90_4)_S$, relativamente â placa de $(90_4, 0_4)_S$. No primeiro caso, as camadas exteriores (que contribuem com um momento de inércia maior), estão orientadas segundo a direcção da solicitação e, consequentemente apresentam um módulo de elasticidade superior nessa direcção, o que origina um produto de $E_{xx}I$ global, superior.

Embora a deformada da placa com defeito seja semelhante à da placa sã, constatou-se, experimental e numericamente, a existência de propagação da delaminagem e consequente redução da resistência residual, embora dum modo menos evidente do que no caso das placas $(0_4, 90_4)_S$. Na tabela 9.2 apresentam-se os resultados numéricos e experimentais obtidos para delaminagens de diversos tamanhos.

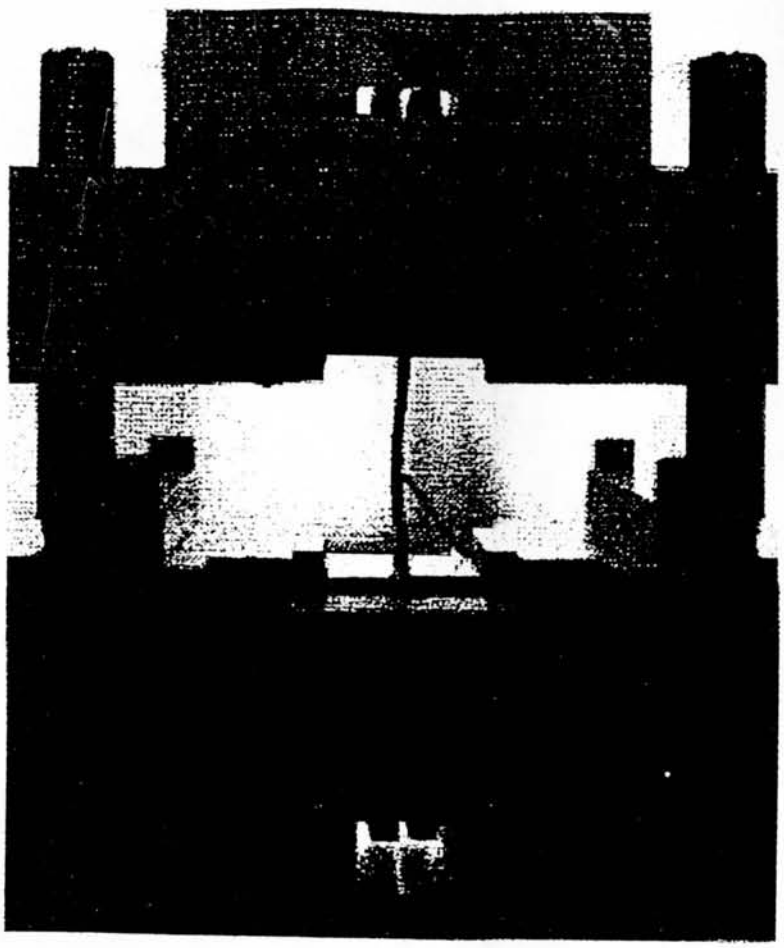


Figura 9.10 - Deformada obtida para uma placa $(90_4, 0_4)_s$ virgem.

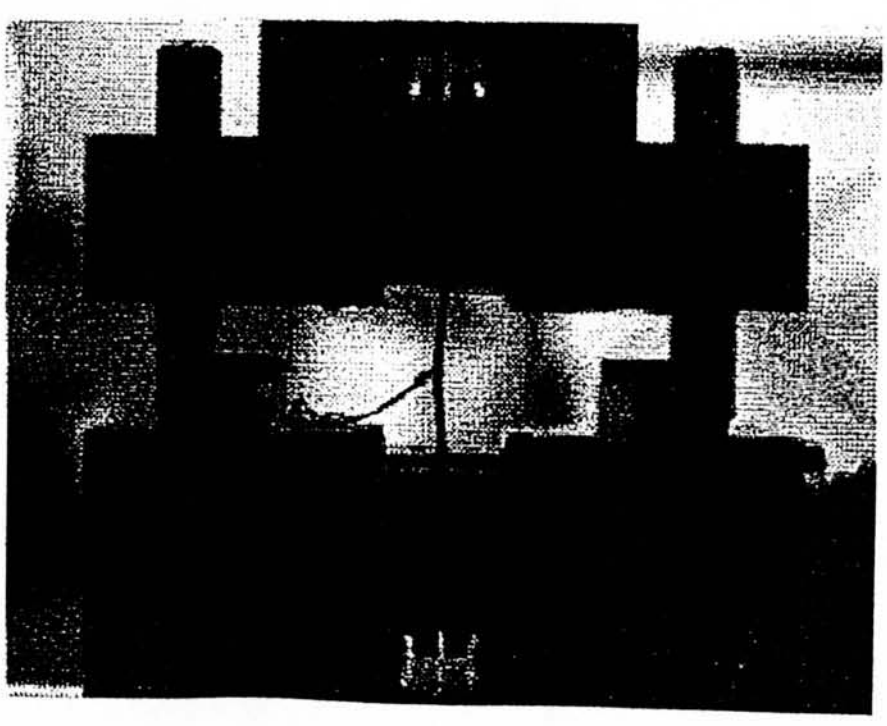


Figura 9.11 - Deformada obtida para uma placa $(90_4, 0_4)_s$ com uma delaminagem de 40 mm x 54 mm.

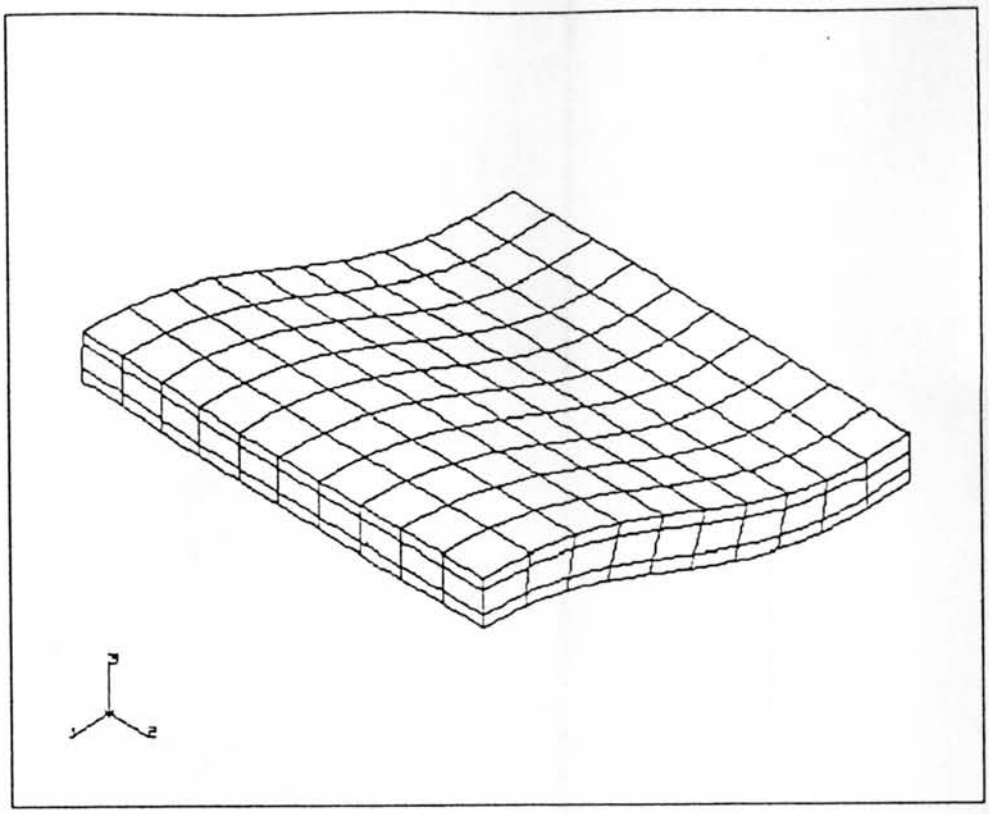


Figura 9.12 - Deformada da placa $(90_4, 0_4)_s$ sem defeito. FA = 30.

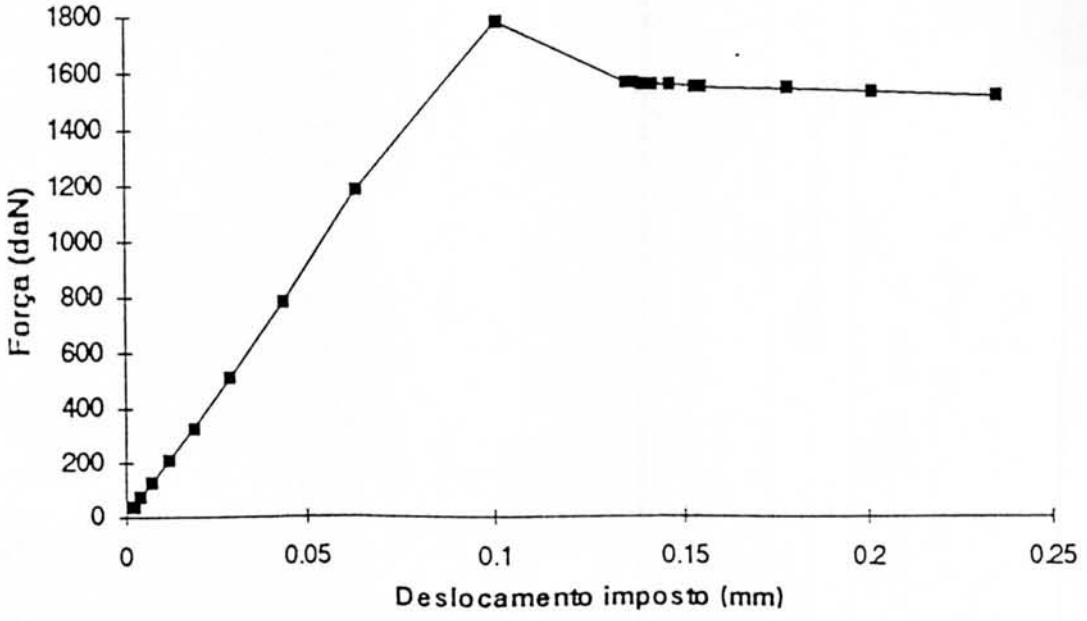


Figura 9.13 - Curva força-deslocamento obtida numericamente para o caso duma placa $(90_4, 0_4)_s$ virgem.

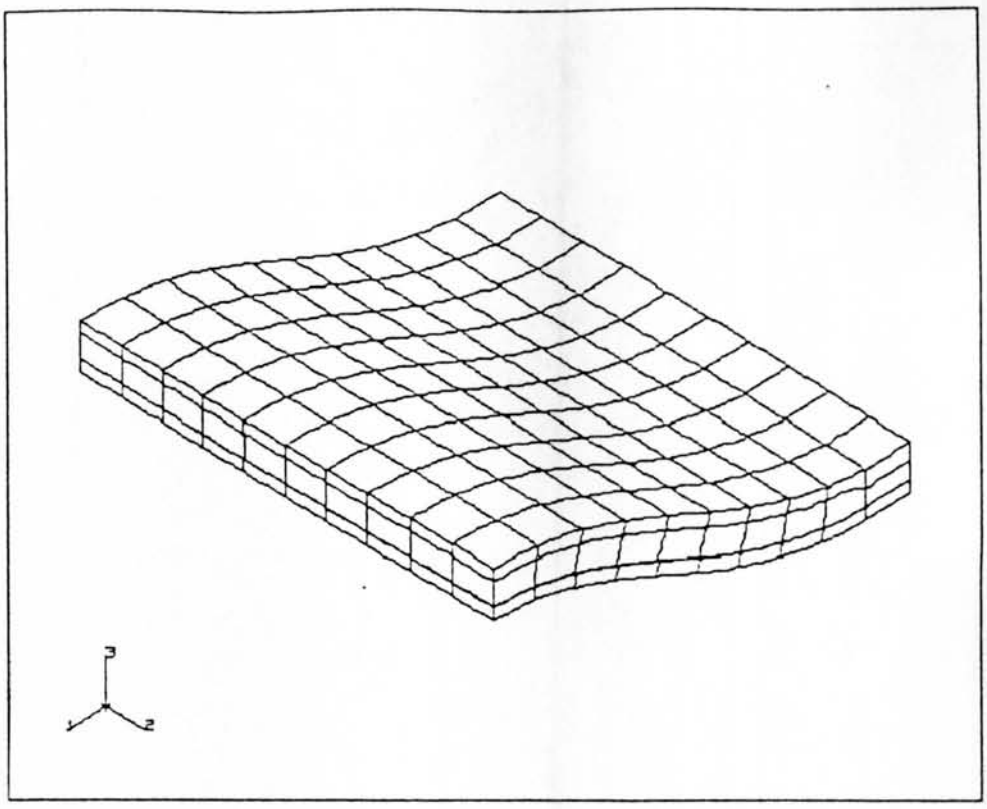


Figura 9.14 - Deformada duma placa $(90_4, 0_4)_s$ com uma delaminagem de 40 mm x 54 mm. FA = 30.

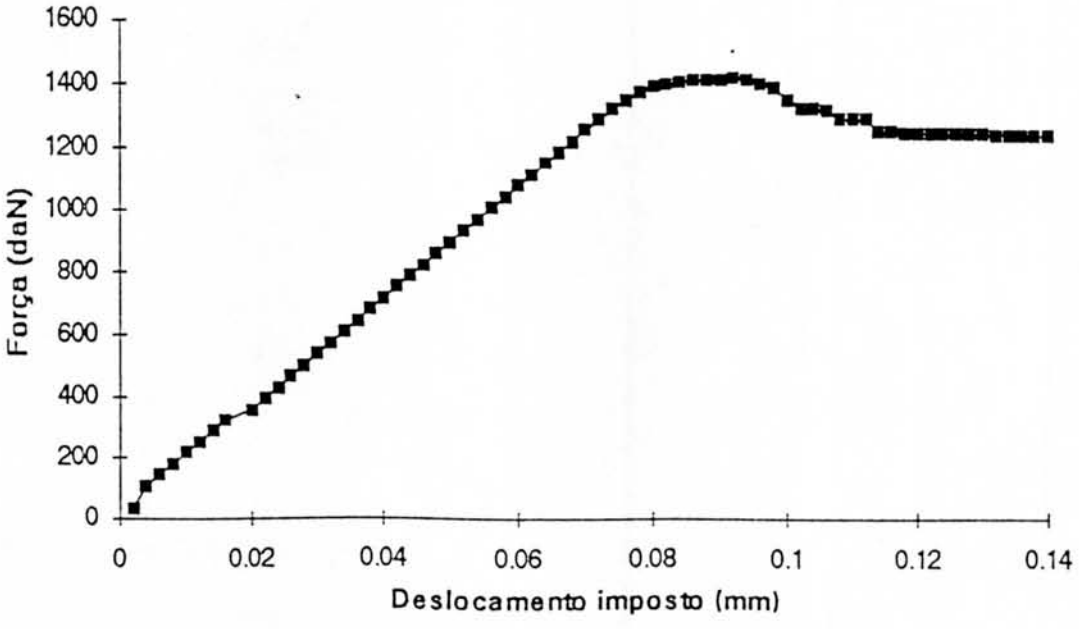


Figura 9.15 - Curva força-deslocamento obtida numericamente para o caso duma placa $(90_4, 0_4)_s$ com uma delaminagem de 40 mm x 54 mm.

Tabela 9.2 - Carga de colapso (daN) em placas $(90_4, 0_4)_s$.

	Placa virgem	Placas delaminadas (mm)					
		13x30	18x39	26x42	33x48	38x50	40x54
Experimental	1782	1660	1650	1591	1536	1564	1524
Numérico	1937	1551	1529	1489	1445	1430	1417
Erro (%)	8.7	-6.6	-7.3	-6.4	-5.9	-8.6	-7.0

Mais uma vez se constata a boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais, assim como as diferenças (já referidas para a sequência de empilhamento $(0_4, 90_4)_s$), para as placas virgens e as previamente danificadas. No que respeita à variação da carga de colapso com o tamanho do defeito, o principal realce vai para a pouca influência que este parâmetro tem na carga de colapso. Verifica-se que a presença do defeito, por si só, se repercute dum modo marcante na redução da carga da colapso, sendo menos importante o seu tamanho.

9.3) CONCLUSÕES SOBRE O DESEMPENHO DO MODELO

De um modo geral, pode-se afirmar que o modelo numérico apresenta um bom desempenho na previsão do comportamento mecânico de compósitos de carbono-epóxido, submetidos a solicitações de compressão após impacto de baixa velocidade. Assim, notou-se um ligeiro sobredimensionamento do modelo relativamente às placas virgens, que pode ser atribuído à presença de defeitos de fabrico não contabilizados numericamente. Por outro lado, verificou-se um subdimensionamento na previsão do comportamento de placas com defeito, atribuído à aproximação feita na forma do defeito, ou seja a sua habitual forma de amendoim foi substituída por um rectângulo envolvente, por questões de simplificação na geração da malha. A possibilidade, a curto prazo, da utilização dum gerador automático de malha poderá colmatar a dificuldade de modelar os defeitos na sua forma original e assim melhorar a performance do modelo.

Referências

[9.1] - Chang, F. K., Perez, J. L. and Chang, K. Y., "*Analysis of Thick Laminated Composites*", Journal of Composite Materials, vol. 24, pp. 801-822, August 1990.

CAPÍTULO 10

10) *CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS*

10.1) IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE

10.2) COMPRESSÃO APÓS IMPACTO

CAPÍTULO 10

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O crescente interesse de utilização dos materiais compósitos em aplicações estruturais, consequência das suas excelentes características de elevadas rigidez e resistência específicas, originou o despertar das atenções de inúmeros investigadores pelos aspectos negativos do seu comportamento mecânico, com o objectivo primordial de atenuar a sua nefasta influência na aplicabilidade deste tipo de materiais. Entre estes aspectos salientam-se o impacto de baixa velocidade e as suas repercussões gravosas na resistência à compressão da estrutura.

10.1) IMPACTO DE BAIXA VELOCIDADE

O impacto de baixa velocidade em estruturas sujeitas a solicitações de compressão revelou-se como uma das solicitações mais inibidoras das aplicações estruturais dos materiais compósitos. Dada a complexidade de fenómenos em jogo durante uma solicitação deste tipo, logo se conclui do interesse da formulação de modelos teórico-numéricos. Estes permitem estudar o comportamento de materiais já

existentes, bem como promover a selecção e optimização dos parâmetros que influenciem a resposta a este tipo de solicitação com o objectivo de se "construir" um material melhor. Assim, na primeira parte deste trabalho desenvolveu-se um modelo numérico e um critério, tendo por base as observações experimentais, cujas características principais são:

1) Modelo numérico

- a não consideração de σ_z, o que permitiu recorrer a um elemento finito de casca com integração por camadas;

- o recurso a uma análise estática, que torna o problema menos "pesado" em termos computacionais;

- a imposição da continuidade das tensões de corte interlaminares (τ_{xz} e τ_{yz}) por formulação específica, uma vez que estas desempenham um papel fundamental no problema em estudo;

2) Critério de rotura

- a existência de delaminagens entre camadas diferentemente orientadas e, consequentemente, só aí o critério é aplicado;

- a interligação entre a fissuração da matriz e as delaminagens com a primeira a originar as segundas;

- a importância das tensões de corte segundo a direcção das fibras da camada inferior à interface em questão, evidenciada pela forma de amendoim, das delaminagens, orientado nessa direcção, o que é justificado pelo modelo de Clark;

- o tamanho das delaminagens ser influenciado pelas tensões normais devidas à flexão, devido ao facto da dimensão destas aumentar com a distância à superfície solicitada;

- a formulação polinomial, onde, tal como no critério de Hashin e Becker, as componentes tensoriais são comparadas directamente com os valores das tensões limite.

Os resultados obtidos evidenciaram bons desempenhos qualitativas na previsão do dano causado em compósitos de carbono-epóxido por solicitações de impacto de baixa velocidade. No aspecto quantitativo o modelo requer evolução. De facto, verificou-se um subdimensionamento na previsão das delaminagens nas interfaces localizadas junto à superficie não solicitada e um sobredimensionamento nas outras. Este facto poderá ser ultrapassado recorrendo a um modelo de dano progressivo que permite a degradação contínua das propriedades mecânicas durante o contacto entre o impactor e a placa. Por outro lado, a utilização de critérios de mecânica da fractura associados a uma cuidada determinação das taxas críticas de libertação de energia de deformação, constitui outro polo de interesse.

Em síntese pode afirmar-se que foi dado um passo importante no sentido da obtenção dum modelo fiável e simples que viabilize a introdução do impacto de baixa velocidade como parâmetro de projecto nos compósitos de carbono-epóxido. Foram também identificados os factores e parâmetros, relacionados com as características do material, mais importantes na definição do comportamento mecânico dos compósitos quando submetidos a impacto de baixa velocidade, o que poderá permitir o fabrico de materiais com melhor desempenho.

10.2) COMPRESSÃO APÓS IMPACTO

Na segunda parte o objectivo fundamental centrou-se no desenvolvimento dum modelo numérico, que permita a previsão da resistência residual dum compósito danificado por uma solicitação de impacto de baixa velocidade. Tendo em conta que este tipo de dano, sobretudo delaminagens, pode afectar a resistência dum compósito à compressão até 60% do seu valor inicial, facilmente se compreende o interesse deste estudo. As delaminagens afectam a resistência à compressão por duas vias:

- alteração da distribuição de forças na estrutura, o que origina uma sobrecarga e consequente rotura das zonas não danificadas, ou seja propagam-se;

- alteração da resistência residual das estruturas, o que leva ao aparecimento prematuro de instabilidades ou seja, em geral altera-se o modo de rotura relativamente ao material são.

Numericamente, com a evolução dos meios informáticos à disposição dos investigadores, as ferramentas disponíveis têm-se tornado cada vez mais sofisticadas. A análise de problemas do tipo "propagação de defeitos em zonas de descontinuidade", tem evoluído no sentido da utilização de elementos finitos tridimensionais. A associação deste tipo de elementos aos elementos de interface, que pretendem modelar com acuidade o comportamento mecânico destas zonas de importância vital no colapso duma estrutura, traz novas perspectivas ao estudo destes problemas. Esta abordagem permite não só estudar a iniciação, mas também a propagação de defeitos preexistentes. Com o objectivo de modelar com rigor os fenómenos interlaminares nas interfaces onde existam delaminagens, foi especificamente desenvolvido, tendo por base o método da função penalidade, um elemento finito de interface de 18 nós compatível com elementos finitos paralelepipédicos de 27 nós. As principais características deste elemento de interface resumem-se a:

- permitir o cálculo rigoroso das três componentes de tensão interlaminares nas interfaces (σ_z, τ_{xz} e τ_{yz}), uma vez que garante a sua continuidade; este aspecto é extremamente importante, uma vez que o complexo estado de tensão gerado, no caso das delaminagens embebidas, não se compadece com análises bidimensionais com aproximações grosseiras no cálculo das referidas tensões;

- considerar a possibilidade de propagação do dano segundo um critério de rotura predefinido; tendo-se constatado, a nível experimental, que as delaminagens embebidas apresentam uma grande tendência para se propagarem, antes de se atingir a carga de colapso, imediatamente se conclui da importância da inclusão no modelo destes fenómenos de propagação, pois a sua influência no valor da carga de colapso não pode ser desprezado;

- restrição à interpenetração entre as faces delaminadas; a não consideração deste aspecto, para além de não respeitar a realidade física altera o movimento tridimensional das duas superfícies interactuantes, o que se reflecte de modo evidente no resultado; por isso, foi implementada uma restrição ponto a ponto, que se revelou imprecisa para problemas de grandes deformações, estando assim prevista uma

evolução do modelo no sentido de ser implementada uma restrição ponto-superficie que permita ultrapassar este problema.

Os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios ao nível da previsão da carga de colapso. No entanto, convém salientar que, na maior parte dos casos, as estruturas continuam com capacidade de sustentação de carga, ou seja, o estudo do comportamento pós-encurvadura constitui uma perspectiva com interesse. Para tal torna-se fundamental o registo da curva força-deslocamento, cuja obtenção rigorosa poderá ser realizada através da colagem, numa zona afastada do defeito, de dois extensómetros alinhados nas faces opostas da placa, com o objectivo de ultrapassar os problemas de flexão criados pela encurvadura. Por outro lado, e como já foi referido, o elemento de interface desenvolvido é também susceptível de evolução. Assim, a sua reformulação com o objectivo de impor uma restrição ponto-superficie em vez duma restrição ponto-ponto (ver equação 8.7), permitirá analisar com maior precisão problemas sujeitos a grandes deformações. Outra possibilidade a considerar, relaciona-se com a contabilização de tensões de corte devidas ao atrito entre as duas superficies delaminadas, embora a caracterização experimental destas constitua uma tarefa de dificil execução.

Saliente-se também o interesse do previsível acesso, a curto prazo, a "software" de geração automática de malha compatível com o ABAQUS, o que permitirá modelar, facilmente e com acuidade, a forma das delaminagens realmente obtidas na realização dos ensaios de impacto.

Em resumo, pode-se afirmar que o modelo numérico desenvolvido traduz um importante contributo no estudo do comportamento mecânico de materiais compósitos de carbono-epóxido sujeitos a solicitações de compressão após impacto de baixa velocidade. Assim, o desenvolvimento dum elemento finito de interface compatível com elementos finitos tridimensionais, permitiu uma simulação correcta do comportamento mecânico das interfaces entre camadas com delaminagens embebidas que, como já foi referido, determinam o comportamento global da estrutura. Realce, mais uma vez, para a importância do modelo numérico na compreensão dos fenómenos envolvidos e, consequentemente, a sua relevância em situações de projecto envolvendo solicitações deste tipo.

APÊNDICES

APÊNDICES

I) *FACTORES DE CONTROLO RADIOGRÁFICO*

II) *ELEMENTO FINITO TRIDIMENSIONAL PARALELEPIPÉDICO DE 20 NÓS*

III) *ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA*

IV) *MATRIZ DE ELASTICIDADE*

Bibliografia

APÊNDICE I

FACTORES DE CONTROLO RADIOGRÁFICO

A densidade do filme é determinada pela quantidade da luz branca transmitida pelo filme. A transmitância T é definida por :

$$T = \frac{I_t}{I_0} \qquad \text{(I.1)}$$

sendo,

I_t - intensidade da luz transmitida pelo filme,

I_0 - intensidade da luz incidente sobre o filme.

A densidade do filme D é definida como o logaritmo decimal do inverso da transmitância T do filme:

$$D = \log \frac{1}{T} = \log \frac{I_0}{I_t} . \qquad \text{(I.2)}$$

A densidade do filme depende da intensidade I da radiação e do período de tempo t, durante o qual a exposição é feita. Ao produto destes dois factores chama-se exposição :

$$E = kIt \qquad \text{(I.3)}$$

onde,

E - exposição (mA.min),
k - factor de proporcionalidade,
t - tempo de exposição (min),
I - intensidade da radiação (mA).

A exposição radiográfica, dada pela equação (I.3), pode ser escrita em função da corrente M do tubo,

$$E = kIt = CMt \qquad \text{(I.4)}$$

sendo,

C - constante,
M - corrente no tubo (mA).

APÊNDICE II

ELEMENTO FINITO TRIDIMENSIONAL PARALELEPIPÉDICO DE 20 NÓS

Para este tipo de elemento [A.1], as funções de forma elementares $N_i^{(e)}$ em função das coordenadas locais, têm o seguinte aspecto:

- nós do canto

$$N_i^{(e)}(\xi,\eta,\zeta) = \frac{1}{8}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta)(\zeta_i\zeta+\eta_i\eta+\xi_i\xi-2) \quad i = 1,2,...8 \tag{II.1}$$

- nós do meio

$$N_i^{(e)}(\xi,\eta,\zeta) = \frac{1}{4}(1-\xi^2)(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta) \quad i = 9,11,17,18 \tag{II.2}$$

$$N_i^{(e)}(\xi,\eta,\zeta) = \frac{1}{4}(1-\eta^2)(1+\xi_i\xi)(1+\zeta_i\zeta) \quad i = 10,12,18,20 \tag{II.3}$$

$$N_i^{(e)}(\xi,\eta,\zeta) = \frac{1}{4}(1-\zeta^2)(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta) \quad i=13,14,15,16 \tag{II.4}$$

A escolha deste elemento deveu-se ao facto de a espessura das camadas ser muito pequena face às dimensões no plano. Quando tal acontece, o elemento alternativo mais simples (tridimensional paralelepipédico de 8 nós com funções de forma trilineares acrescidas dos termos *xy*, *yz*, e *xz*), requer a utilização dum número elevado de elementos de modo que, a razão entre as suas dimensões não seja muito elevada para se evitar o fenómeno do "shear-lock" [A.1]. O elemento de 20 nós, devido ao facto de possuir funções de forma quadráticas completas adicionadas de mais alguns termos (x^2y, x^2z, y^2x, z^2x, xyz, x^2yz, y^2zx, z^2xy), torna-se muito mais flexível neste aspecto (admite uma razão de 100 entre os comprimentos das arestas do elemento), o que permite a obtenção de bons resultados com um número muito menor de elementos.

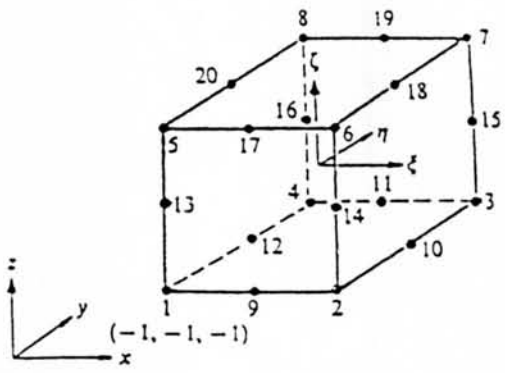


Figura II.1 - Elemento finito tridimensional de 20 nós.

APÊNDICE III

ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

A existência de grandes deslocamentos leva ao aparecimento de um comportamento não linear específico, a *NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA* [A.2]. Torna-se então necessária a consideração de componentes de 2ª ordem no Tensor das Deformações que, para deslocamentos pequenos relativamente às dimensões da estrutura seriam desprezáveis.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] \qquad \text{(III.1)}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON MODIFICADO

Se estivermos em presença dum problema linear relativamente aos deslocamentos, o sistema de equações de equilíbrio a considerar pelo Método dos Elementos Finitos escreve-se:

$$\mathbf{F} = \mathbf{KU} \qquad \text{(III.2)}$$

onde,

F - vector das forças nodais aplicadas,

U - vector dos deslocamentos nodais,

K - matriz de rigidez global da estrutura.

A resolução desta equação é imediata, podendo ser obtida pelo produto matricial $\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}$, sendo $\mathbf{K}^{-1}$ a inversa de $\mathbf{K}$. Contudo, se o problema é não linear, a matriz de rigidez $\mathbf{K}$ torna-se dependente de $\mathbf{U}$, pelo que é impossível resolver (III.2) recorrendo a métodos de solução directa. De forma a ultrapassar esta situação, são adoptados métodos incrementais e iterativos, dos quais o Método de Newton-Raphson é o mais universal devido à sua simplicidade. Neste método, o sistema de equações não linear, para o incremento de carga de ordem n, pode ser escrito como:

$$\psi\left(\mathbf{U}^n\right) = \mathbf{R}\left(\mathbf{U}^n\right) - \mathbf{F}^n = 0 \qquad \text{(III.3)}$$

onde,

$\mathbf{F}^n$ - vector das forças nodais exteriormente aplicadas, associado ao incremento de carga n,

$\mathbf{U}^n$ - vector dos deslocamentos nodais,

$\mathbf{R}(\mathbf{U}^n)$ - vector das forças nodais equivalentes à distribuição de tensões, encontrada no final do incremento de carga n, e cujo valor é definido por,

$$\mathbf{R}\left(\mathbf{U}^n\right) = \int_V \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \sigma^n \, dV \qquad \text{(III.4)}$$

$\psi(\mathbf{U}^n)$ - vector das forças residuais associado ao incremento de carga n.

Se designarmos por $\mathbf{U}_i^n$ o vector dos deslocamentos para a iteração i, à qual corresponde um vector de forças residuais $\psi\left(\mathbf{U}_i^n\right)$, um valor melhorado dos deslocamentos $\mathbf{U}_{i+1}^n$, pode ser obtido recorrendo a um desenvolvimento em série de Taylor limitada de $\psi\left(\mathbf{U}_{i+1}^n\right)$ na vizinhança de $\mathbf{U}_i^n$, ou seja,

$$\psi\left(\mathbf{U}_{i+1}^n\right) \cong \psi\left(\mathbf{U}_i^n\right) + \frac{\partial \psi(\mathbf{U})^n}{\partial \mathbf{U}}_i \delta \mathbf{U}_i^n = 0. \qquad \text{(III.5)}$$

Esta equação pode ainda ser escrita da seguinte forma,

$$\psi\left(\mathbf{U}_i^n\right) + \mathbf{K}_{Ti}^n \delta\, \mathbf{U}_i^n = 0 \qquad \text{(III.6)}$$

a partir da qual o vector da variação dos deslocamentos, $\delta \mathbf{U}_i^n$ pode ser obtido recorrendo à expressão,

$$\delta\, \mathbf{U}_i^n = -\mathbf{K}_{Ti}^{n\,-1} \psi\left(\mathbf{U}_i^n\right) \qquad \text{(III.7)}$$

onde a matriz $\mathbf{K}_{Ti}^n$, definida por

$$\mathbf{K}_{Ti}^n = \frac{\partial\, \psi(\mathbf{U})^n}{\partial\, \mathbf{U}_i}, \qquad \text{(III.8)}$$

representa a matriz de rigidez tangencial da estrutura em análise. Uma solução melhorada para o vector dos deslocamentos pode então ser calculada,

$$\mathbf{U}_{i+1}^n = \mathbf{U}_i^n + \delta\, \mathbf{U}_i^n. \qquad \text{(III.9)}$$

O processo iterativo será concluído, obtendo-se a solução convergida para o incremento de carga *n* (ver figura III.1), quando for satisfeito o critério de convergência que, no ABAQUS consiste em considerar que o valor máximo do vector das forças residuais não pode ultrapassar 0.005 daN.

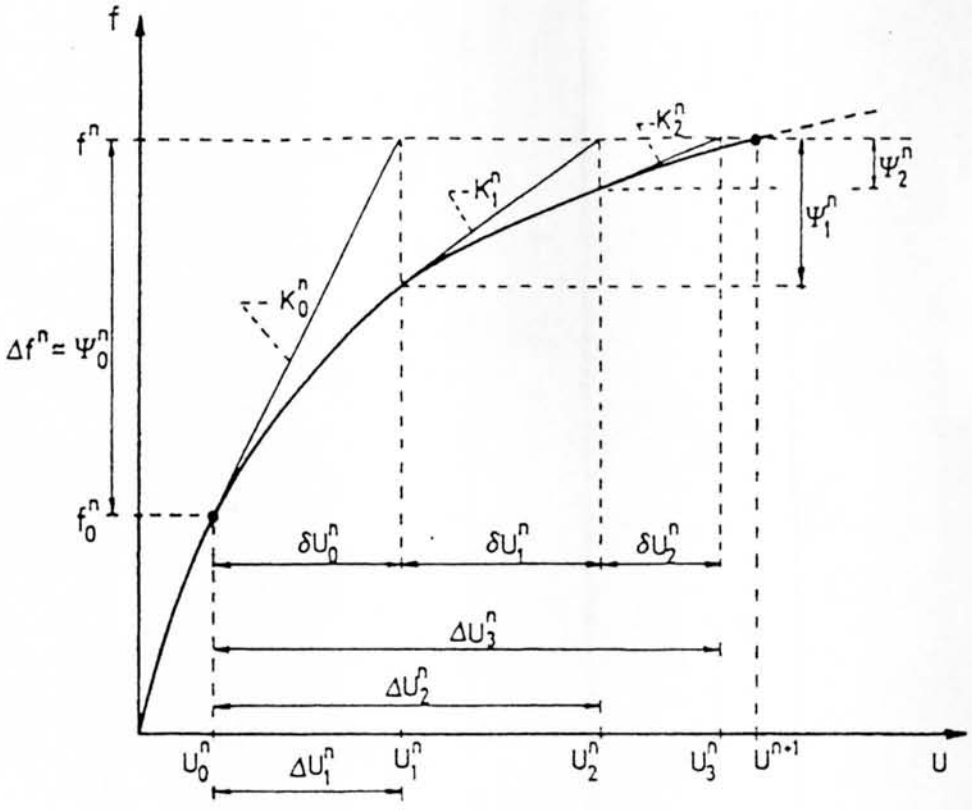


Figura III.1 - Método de Newton-Raphson Modificado.

APÊNDICE IV

MATRIZ DE ELASTICIDADE

Uma camada ortotrópica pode ser disposta no laminado com uma orientação em que os seus eixos de simetria fazem um ângulo θ com o referencial do laminado. Torna-se então importante conhecer a relação constitutiva da camada no referencial global. Assim, a lei de Hooke nos eixos de simetria para uma camada ortotrópica (ver figura 4.2), escreve-se,

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.1)}$$

ou,

$$\sigma = \mathbf{D}\varepsilon \qquad \text{(IV.2)}$$

sendo **D** a matriz de elasticidade diagonal no referencial associado à camada (referencial local). Os coeficientes elásticos Q_{ij} relacionam-se com as propriedades mecânicas do seguinte modo:

$$Q_{11} = \frac{(1 - \nu_{23}\nu_{32})}{E_2 E_3 \Delta}$$

$$Q_{12} = \frac{(\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13})}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$Q_{13} = \frac{(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})}{E_1 E_2 \Delta}$$

$$Q_{22} = \frac{(1 - \nu_{31}\nu_{13})}{E_1 E_3 \Delta} \qquad \text{(IV.3)}$$

$$Q_{33} = \frac{(1 - \nu_{21}\nu_{12})}{E_1 E_2 \Delta}$$

$$Q_{44} = G_{12}$$

$$Q_{55} = G_{13}$$

$$Q_{66} = G_{23}$$

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{13}\nu_{32}}{E_1 E_2 E_3}$$

sendo,

E_i - módulos de elasticidade longitudinal,

v_{ij} - coeficientes de Poisson,

G_{ij} - módulos de elasticidade transversal.

A relação (IV.2) num sistema global resulta:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & C_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} \end{bmatrix} \tag{IV.4}$$

onde,

$$C_{11} = m^4 Q_{11} + n^4 Q_{22} + 2(mn)^2 (Q_{12} + 2Q_{44})$$

$$C_{12} = (m^4 + n^4) Q_{12} + (mn)^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{44})$$

$$C_{13} = m^2 Q_{13} + n^2 Q_{23}$$

$$C_{14} = m^3 n (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{44}) + mn^3 (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{44})$$

$$C_{22} = n^4 Q_{11} + m^4 Q_{22} + 2(mn)^2 (Q_{12} + 2Q_{44})$$

$$C_{23} = n^2 Q_{13} + m^2 Q_{23}$$

$$C_{24} = mn^3 (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{44}) + m^3 n (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{44})$$

$$C_{33} = Q_{33}$$

$$C_{34} = mn(Q_{13} - Q_{23}) \qquad \text{(IV.5)}$$

$$C_{44} = (mn)^2(Q_{11} - 2Q_{12} + Q_{22}) + (m^2 - n^2)Q_{44}$$

$$C_{55} = m^2 Q_{55} + n^2 Q_{66}$$

$$C_{56} = mn(Q_{55} - Q_{66})$$

$$C_{66} = n^2 Q_{55} + m^2 Q_{66}$$

onde $m=cos\theta$ e $n=sen\theta$.

A matriz dos coeficientes é uma matriz simétrica.

Bibliografia

[A.1] - Hinton, E., Owen, D. R. J., "*An Introduction to Finite Element Computations*", Pineridge Press Limited, 1989.

[A.2] - Barbosa, J. A. T., "*Análise Não Linear por Elementos Finitos de Placas e Cascas Reforçadas - Aplicação a Laminados Anisotrópicos*", Tese de Doutoramento, FEUP - Porto 1993.

