

FACULDADE DE ENGENHARIA
DA UNIVERSIDADE DO PORTO
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA
GABINETE DE FLUIDOS E CALOR

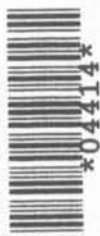
INTERACÇÃO ENTRE UM JACTO CIRCULAR
TURBULENTO E UM DIEDRO RECTANGULAR

João Carlos Antunes Ferreira Mendes

PORTO
1988

INTERACÇÃO ENTRE UM JACTO CIRCULAR TURBULENTO E UM DIEDRO RECTANGULAR

DEMEGI-FEUP



Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia da Universidade do Porto em
cumprimento dos requisitos para
obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Térmica.

532(043)/MENj/INT

UNIVERSIDADE DO PORTO	
Faculdade de Engenharia	
BIBLIOTECA M	
N.º	23232
CDU	532(043)
Data	15 / 6 / 1988

Por

João Carlos Antunes Ferrelra Mendes

FEUP	
DEP ENG MEC	
403	30/12/89
	2007-A
BIBLIOTECA	

91
MEN

COIMBRA

1988

À memória de meus Pais

Agradecimento

Desejo manifestar o meu sincero agradecimento a todos quantos tornaram possível a realização deste trabalho.

Entre muitos, permitam-me que saliente:

O Professor D.Xavier Viegas, a quem devo desde o bom acolhimento e sugestão da tese até á constante orientação e encorajamento. Também pelos seus constantes ensinamentos pela sua amizade e pelo seu exemplo de dedicação que será justo realçar.

O Professor E. Maldonado, pelas facilidades concedidas para que este trabalho pudesse ser realizado em Coimbra.

Os colegas do Centro de Mecânica dos Fluidos, especialmente ao Manuel Carlos pelo apolo prestado no esclarecimento de dúvidas relacionadas com o equipamento e ao Jorge Qultério e Miguel Goulão que comigo colaboraram na execução dos primeiros ensaios de erosão.

O Conselho Científico e os meus colegas do Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, pelo apolo que sempre me concederam.

Os funcionários das oficinas do I.S.E.C. e S.A.E.M., pela colaboração prestada.

O Victor Hugo, pela disponibilidade sempre manifestada e empenhamento colocado na execução da parte gráfica e de dactilografia.

A Luisa, pela compreensão face ás alterações no dia-a dia familiar, que um trabalho desta natureza acaba sempre por provocar, e pelo encorajamento desde a primeira hora. Por fim, uma referência carinhosa á pequena Beatriz.

Índice

1 - Introdução	
Trabalhos anteriores	1
Resumo dos capítulos	3
2 - Jacto livre Turbulento	
2.1 - Caracterização do escoamento	5
2.2 - Equações do escoamento	6
2.3 - Modelo analítico	12
2.3.1 - Campo de velocidades	12
2.3.2 - Campo de tensões tangenciais.....	15
3 - Montagem experimental	
3.1 - Montagem I	16
3.2 - Montagem II	18
3.3 - Sistema pneumático	19
3.4 - Arela - ensaios de erosão	20
3.5 - Medições de pressão	24
3.6 - Medições da velocidade e da Intensidade de turbulência	25
3.7 - Medições da Tensão tangencial	26
3.7.1 - Técnica de erosão	26
3.7.2 - Tubo de Preston	27
3.7.3 - Sonda de filme quente	29
4 - Resultados experimentais	
4.1 - Configurações estudadas	31
4.2 - Campo de velocidades	33
4.2.1 - Perfis da velocidade média	33

4.2.2 - Características da turbulência	39
4.3 - Campo de Tensões tangenciais	41
4.3.1 - Estudo dos eixos OX e CX	41
4.3.2 - Constantes K_0' e K'	50
4.3.3 - Medições directas da tensão tangencial	50
4.3.4 - Variação da pressão estática no eixo CX	56
4.3.5 - Valor máximo da tensão tangencial	57
4.3.6 - Curvas de tensão constante	60
4.3.7 - Flutuações da tensão tangencial	67
5 - Conclusões	69
6 - Bibliografia	71

1 - Introdução

Apresenta-se um estudo de índole experimental acerca da interacção de um jacto circular turbulento com duas superfícies planas ortogonais.

É estudada a influência destas, inibindo o crescimento do jacto, medindo com algum pormenor o campo de tensões tangenciais e, duma forma mais abreviada, o campo de velocidades para diversas posições ocupadas pelo jacto em relação aos planos.

Os resultados experimentais são confrontados com um modelo analítico, baseado na solução de Reichardt para os jactos livres turbulentos, utilizado por D.X. Viegas ([25], cap. 5), no estudo de jactos paralelos a uma superfície plana. Aliás, o presente estudo, surge no seguimento de uma possibilidade deixada em aberto por aquele trabalho.

O Interesse deste estudo residirá por um lado nas várias aplicações práticas que lhe estão subjacentes: sistemas de queima, ventilação, dispersão de poluentes, etc., por outro, fornecer resultados que possam ser utilizados numa abordagem desta temática por via numérica.

Trabalhos anteriores

Não se encontrou na pesquisa bibliográfica efectuada qualquer trabalho, ou referência a trabalho, que aborde concretamente o problema em estudo.

Embora se possa ficar a dever a uma procura insuficiente, não será contudo de estranhar que tal se verifique já que no âmbito dos jactos confinados por superfícies planas a literatura é relativamente escassa, facto que é confirmado por outros autores. O mesmo não acontece, ainda em jactos confinados, mas para o caso de jactos circulares no interior de condutas com a mesma forma, onde as referências bibliográficas, mesmo recentes, são de certa forma abundantes.

A pesquisa levada a cabo, mostrou estar longe de se poder considerar encerrada a investigação relacionada com a problemática dos jactos turbulentos, senão, atente-se na quantidade de trabalhos publicados nos últimos anos apenas sobre o estudo de jactos livres.

Como se disse anteriormente, desconhecem-se trabalhos que abordem o problema em estudo pelo que se passam a referir alguns trabalhos fundamentais e as mais recentes contribuições no caso de jactos confinados por superfícies planas, paralelas ao eixo daqueles.

Abramovich [1], estudou o caso de um jacto plano limitado inferiormente por um plano horizontal e superiormente por um escoamento com velocidade diferente da velocidade de saída do jacto.

Os resultados, em termos do decaimento da velocidade ao longo do eixo e da largura do jacto, são apresentados para as regiões inicial e completamente desenvolvida em função da relação entre as velocidades do jacto e do escoamento secundário.

Conclui ser pequena a influência do plano no "crescimento" do jacto mas que o decaimento da velocidade ao longo do eixo é significativamente mais rápido que no caso do jacto livre.

Rajaratnam [18], apresenta o estudo do escoamento produzido por um jacto assente sobre uma superfície plana.

Cita os trabalhos de Sforza & Herbst (1967), com jactos produzidos por bocais quadrados, Newman & al. (1971), acerca de jactos circulares localizados a pequena distância do plano horizontal e Panl & Rajaratnam (1974) e (1975), que estudaram o jacto assente sobre a superfície horizontal. Os jactos são produzidos por bocais de diferentes formas: circular, quadrada, triangular, elíptica, rectangular, e são apresentados resultados das medições dos campos da tensão tangencial e da velocidade média.

Conclui que as medições da tensão tangencial no plano e da velocidade média ao longo do eixo efectuadas para jactos produzidos por bocais de diferentes formas são bem representados por uma curva única quando a coordenada axial é adimensionalizada com um comprimento característico, no caso, igual à raiz quadrada da secção de saída do bocal.

Viegas [25], estudou a interacção de um jacto simples ou duplo com uma superfície plana. Os jactos eram emitidos por bocais circulares e a distância entre o(s) seu(s) eixo(s) e o plano era variável.

No caso do jacto duplo atribui especial importância ao parâmetro S/H , determinante no comportamento do escoamento e faz a determinação do campo de tensões no plano, utilizando uma técnica de erosão.

Para o jacto simples apresenta medições dos campos da velocidade média e de tensões tangenciais no plano.

Mostra a boa concordância existente entre os resultados experimentais obtidos e um modelo analítico, baseado na teoria de Reichardt, proposto para o caso de dois ou mais jactos paralelos a uma superfície.

Pelfrey [17], estudou a interacção entre um jacto plano, de largura t , e uma superfície horizontal colocada a uma distância de $7t$. A fenda, emissora do jacto, está contida num plano vertical que intersecta a superfície anteriormente referida, designando o Autor este tipo de escoamento por "offset jet".

Com o intuito de estabelecer comparações com o jacto plano não confinado, adoptou um sistema de coordenadas curvilíneo que introduz uma certa complexidade ao estudo, tendo efectuado medições, para um número de Reynolds do jacto constante, $Re_j = 15\,000$, da velocidade média nas direcções axial e transversal, da pressão estática na superfície e da tensão tangencial no plano horizontal utilizando o tubo de Preston.

Resumo dos capítulos

A presente dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos. Para além do presente, que serve de introdução :

- No capítulo seguinte faz-se uma revisão das principais propriedades e equações do jacto livre turbulento. Embora se pretenda uma exposição o mais generalizada possível, não se esconde uma orientação já no sentido do problema em estudo.

Apresentam-se as expressões para os campos de velocidade e da tensão tangencial previstos pelo modelo teórico elaborado com base na solução de Reichardt para este tipo de escoamento.

- No capítulo 3 descrevem-se as montagens experimentais e as principais características da instrumentação utilizada.

Será de referir as facilidades proporcionadas pelo Centro de Mecânica dos Fluidos, que dispõe de equipamento perfeitamente desenvolvido e adaptado a este tipo de estudo, limitando-se a contribuição do autor, neste aspecto, a pequenas adaptações que, aqui e além, se tornaram necessárias.

- No capítulo 4 apresentam-se os resultados experimentais obtidos e é feita a sua comparação com os valores previstos pelo modelo teórico.

- No capítulo 5 expõem-se as principais conclusões a extrair do presente estudo.

2 - Jacto livre turbulento

2.1 - Caracterização do escoamento

Surge um jacto quando um fluido é descarregado com velocidade uniforme através de um orifício ou bocal num ambiente em repouso. Excepto em escoamentos com baixo número de Reynolds, o jacto torna-se completamente turbulento a uma pequena distância da saída.

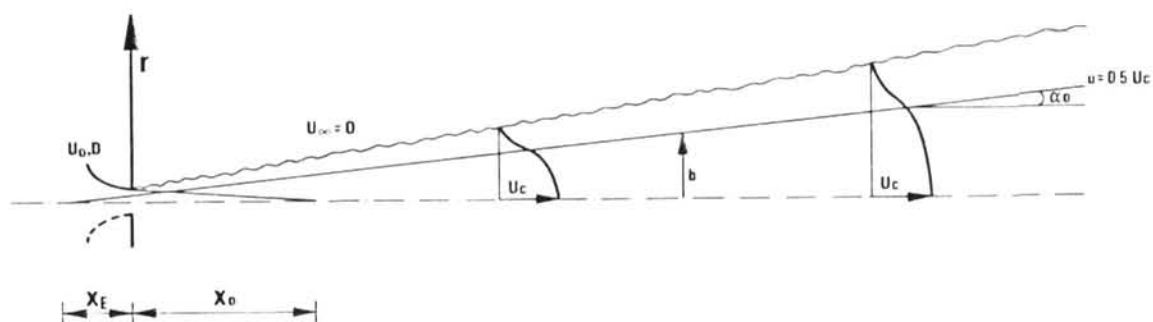


Fig. 2.1 - Representação esquemática do jacto livre.

Na figura 2.1 apresenta-se um esquema simplificado deste tipo de escoamento onde se podem distinguir três zonas:

- Uma região inicial caracterizada por conter no seu interior um cone, cone potencial, no qual a velocidade de descarga U_0 permanece constante.

- Seguidamente uma região de transição que no caso presente se assumirá como tendo comprimento nulo reduzindo-se a uma secção transversal no

vértice do cone potencial.

- Finalmente uma região designada por jacto completamente desenvolvido, onde este continua a sua expansão graças ao arrastamento e mistura com uma massa cada vez maior de fluido vizinho ao mesmo tempo que a velocidade no eixo U_c vai diminuindo.

No entanto uma vez que a pressão estática permanece constante ao longo de todo o escoamento (Abramovich [1]) verifica-se a constância do fluxo da quantidade de movimento segundo o eixo do jacto.

Outra importante propriedade é a da sobreposição dos perfis de velocidade adimensionalizados em diferentes secções transversais do escoamento podendo escrever-se:

$$\frac{u}{U_c} = f\left(\frac{r}{b}\right) \quad (2.1)$$

Sendo o primeiro membro o quociente da velocidade local pela velocidade no eixo do jacto na mesma secção transversal e o segundo membro o quociente entre a distância ao eixo do jacto e a distância deste ao ponto onde a velocidade é igual a $0.5 U_c$.

2.2 - Equações do escoamento

Utilizando o método de Reynolds de separação do escoamento turbulento no movimento médio e nas flutuações ou movimento turbilhonar:

$$\begin{aligned} V_r &= v_r + v_r' \\ V_\theta &= v_\theta + v_\theta' \\ V_z &= v_z + v_z' \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde V_r, V_θ, V_z são os valores instantâneos das componentes da velocidade segundo as direcções radial, azimuthal e axial do jacto. As letras minúsculas e (') designam respectivamente o valor médio e a flutuação da quantidade que afectam.

Introduzindo a decomposição de variáveis (2.2) nas equações de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , calculando a média termo a termo, e considerando as primeiras simplificações:

$$1. \text{ Regime permanente; } \frac{\partial}{\partial t} = 0$$

$$2. \text{ Simetria radial; } \frac{\partial}{\partial \theta} = 0$$

$$3. \text{ Ausência de forças exteriores; } F_r = F_\theta = F_z = 0$$

obtém-se:

$$\begin{aligned} \rho \left(v_r \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) - \\ &- \left(\frac{\partial}{\partial r} v_r'^2 + \frac{\partial}{\partial z} v_r' v_z' + \frac{v_r'^2}{r} - \frac{v_\theta'^2}{r} \right) \\ \rho \left(v_r \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r \cdot v_\theta}{r} \right) &= \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) - \\ &- \left(\frac{\partial}{\partial r} v_r' v_\theta' + \frac{\partial}{\partial z} v_\theta' v_z' + 2 \frac{v_r' \cdot v_\theta'}{r} \right) \end{aligned}$$

$$\rho \left(v_r \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) -$$

$$- \left(\frac{\partial}{\partial r} v'_r v'_z + \frac{\partial}{\partial z} v'^2_z + \frac{v'_r \cdot v'_z}{r} \right)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.3 \text{ a, b, c, d})$$

Neste tipo de escoamento $v_z \gg v_r$ e portanto os gradientes na direcção radial são muito maiores que na direcção axial. Além disso admitimos ausência de forças de rotação, swirl na literatura inglesa, e que as tensões turbulentas são muito maiores que as correspondentes laminares, pelo que estas se podem desprezar. Consideramos também que as tensões normais turbulentas são aproximadamente iguais nas direcções radial e azimutal (Rajaratnam [18]).

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{\partial}{\partial r} v'^2_r$$

$$\rho \left(v_r \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{\partial}{\partial r} v'_r \cdot v'_z + \frac{v'_r \cdot v'_z}{r} + \frac{\partial}{\partial z} v'^2_z \right)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.4 \text{ a, b, c})$$

Integrando 2.4, a:

$$p = p_\infty - \rho v'^2_r \quad (2.5)$$

em que p_∞ é o valor da pressão exterior ao jacto.

Substituindo este valor em (2.4 b) depois de diferenciar e reordenando os termos:

$$v_r \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r v_r' \cdot v_z' \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v_r'^2 - v_z'^2 \right) \quad (2.6)$$

Por facilidade passemos agora a designar a distância axial por x e as componentes axial e radial da velocidade por u e v respectivamente.

O último termo da equação é muito pequeno quando comparado com os restantes e pode ser desprezado. Também podemos fazer $dp/dz = 0$, como se viu anteriormente.

Efectuando estas simplificações as equações do jacto livre turbulento reduzem-se a:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot u' \cdot v' \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (2.7 \text{ a,b})$$

onde $\tau_{xr} = -\rho u' v'$

Para obter a lei de distribuição de velocidade torna-se necessário introduzir uma nova equação.

Com este fim estão disponíveis várias soluções clássicas que diferem entre si pela relação entre u , v e τ proposta.

Nomeadamente nas referências bibliográficas [1] e [18] é feito um estudo comparativo bastante desenvolvido entre as diversas soluções incluindo a aqui descrita.

Apresenta-se seguidamente a solução formulada por Reichardt, já que

está na base do modelo teórico adoptado no presente trabalho.

Utilizando a lei de conservação da massa a equação do escoamento pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u v}{r} = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u' v') \quad (2.8)$$

Como se viu anteriormente $u \gg v$ pelo que podemos desprezar a componente radial da velocidade face à componente axial.

Obtém-se:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u' v') = 0 \quad (2.9)$$

Reichardt propôs a seguinte relação empírica:

$$u' v' = - \Lambda (x) \frac{\partial u^2}{\partial r} \quad (2.10)$$

em que $\Lambda (x)$ é um parâmetro com dimensões dum comprimento e que há que determinar experimentalmente. Com esta relação simples pretende-se transformar a equação do escoamento numa equação do tipo da equação de difusão de calor. Esta última admite como solução a função de Gauss ou o seu integral que Reichardt observou que se ajustavam bem aos perfis de velocidade nos escoamentos livres turbulentos.

Com esta nova relação obtém-se:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{\Lambda(x)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial u^2}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.11)$$

Para o jacto circular:

$$\Lambda(x) = \frac{r_1}{2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{k^2}{2} x \quad (2.12)$$

sendo $r_1 = Kx$ é um comprimento proporcional ao raio do cone de mistura:

$$b = \operatorname{tg} \alpha_o \cdot x = \alpha \cdot x \quad (2.13)$$

A equação pretendida é então:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{k^2 x}{2r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial u^2}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.14)$$

Esta última, admite como solução a função de Gauss:

$$u^2 = \left(\frac{K_o \cdot U_o \cdot D}{x} \right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{r}{K \cdot x} \right)^2} \quad (2.15)$$

em que

$$U_c = \frac{K_o U_o D}{x} \quad (2.16)$$

é a expressão do decaimento da velocidade ao longo do eixo do jacto para valores de $x > x_o$.

2.3 - Modelo Teórico

Apresenta-se em seguida o modelo analítico proposto para simular o escoamento produzido por um jacto circular com eixo paralelo à intersecção de dois planos ortogonais. Como se referiu, este modelo baseia-se na teoria de Reichardt, exposta sucintamente atrás.

2.3.1 - Campo de velocidades

A interacção entre um jacto circular turbulento, com origem em O_1 , e os planos XOY e XOZ pode ser simulada pela interacção entre quatro jactos livres iguais dispostos como se apresenta na figura seguinte:

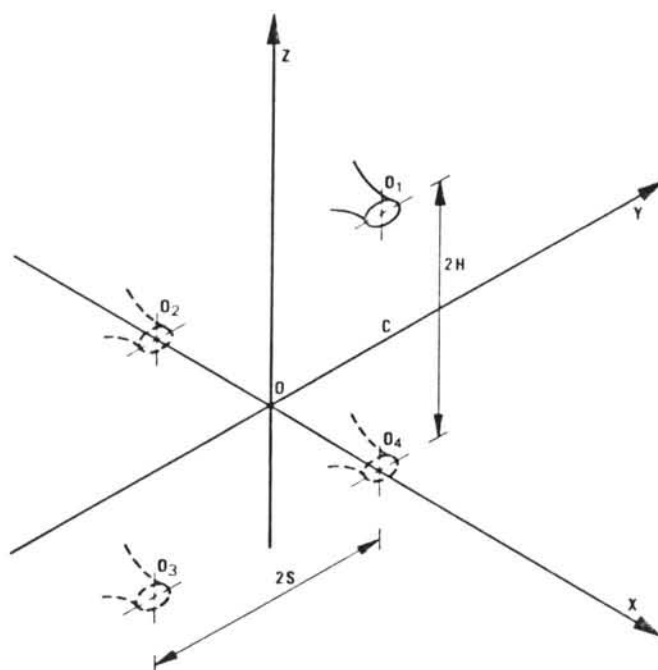


Fig. 2.2 - Geometria do escoamento produzido pelos quatro jactos iguais.

Para cada jacto o campo de velocidades é dado por (2.15):

$$\left[\frac{u_i}{U_o} \right]^2 = \left[\frac{K_o \cdot D}{x} \right]^2 e^{-\frac{r_i^2}{(Kx)^2}} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (2.17)$$

Os quatro jactos têm origem em:

$$O_1 \equiv (0, S, H)$$

$$O_2 \equiv (0, -S, H)$$

$$O_3 \equiv (0, -S, -H)$$

$$O_4 \equiv (0, S, -H) \quad (2.18 \text{ a, b, c, d})$$

pelo que os r_i valem:

$$r_1^2 = (y - S)^2 + (z - H)^2$$

$$r_2^2 = (y + S)^2 + (z - H)^2$$

$$r_3^2 = (y + S)^2 + (z + H)^2$$

$$r_4^2 = (y - S)^2 + (z + H)^2 \quad (2.19 \text{ a, b, c, d})$$

Da sobreposição dos quatro jactos iguais resulta para a expressão do campo de velocidades médio:

$$\left[\frac{u}{U_o} \right]^2 = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{u_i}{U_o} \right]^2 = 4 \cdot \left[\frac{K_o \cdot D}{x} \right]^2 \cdot e^{-\frac{z^2 + y^2 + S^2 + H^2}{(Kx)^2}} \cdot \cosh \frac{2Hz}{(Kx)^2} \cdot \cosh \frac{2Sy}{(Kx)^2} \quad (2.20)$$

Hinze, citado em [25] demonstrou que para poder existir semelhança nos escoamentos entre este caso e para o caso do jacto único é necessário que $U_{\infty} \gg U_{0i}$. No caso presente U_{∞} , velocidade do fluido no qual se dá a expansão do jacto, é igual a zero, o que está de acordo com a condição imposta.

Esta expressão ainda pode ser simplificada introduzindo as seguintes variáveis adimensionais:

$$x' = \frac{x}{H}$$

$$y' = \frac{y}{H}$$

$$z' = \frac{z}{H}$$

$$S' = \frac{S}{H} \quad (2.21 \text{ a, b, c, d})$$

$$\left[\frac{u}{U_0} \right]^2 \cdot \left[\frac{H}{D} \right]^2 = 4 \cdot \left[\frac{K_0}{x'} \right]^2 \cdot e^{-\frac{y'^2 + z'^2 + S'^2 + 1}{(Kx')^2}} \cdot \cosh \frac{2z'}{(Kx')^2} \cdot \cosh \frac{2S'y'}{(Kx')^2} \quad (2.22)$$

A equação (2.22) representa o campo de velocidades médio produzido pelos quatro jactos sobrepostos e simultaneamente o escoamento produzido por um jacto situado em O_1 na vizinhança dos planos XOY e XOZ se tomarmos para as coordenadas apenas valores positivos.

Junto ao plano o campo de velocidades real e previsto pelo modelo serão forçosamente diferentes já que este não "sente" a existência da camada limite.

A validade deste modelo para representar o campo de velocidades do

escoamento foi verificado por D.X.Viegas [25] para o caso da interacção de um jacto circular turbulento com uma superfície plana.

2.3.2 - Campo de tensões tangenciais

O campo de tensões no plano vai ser definido à custa do coeficiente de atrito:

$$\Psi = \frac{2 \tau_w}{\rho U_o^2} \cdot \left[\frac{H}{D} \right]^2 \quad (2.23)$$

Podemos definir como habitualmente uma velocidade de atrito u_τ por:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.24)$$

Obtém-se para (2.23)

$$\Psi = 2 \cdot \frac{u_\tau^2}{U_o^2} \cdot \left[\frac{H}{D} \right]^2 \quad (2.25)$$

Substituindo a velocidade do escoamento u pela velocidade de atrito u_τ , para $z' = 0$ em (2.22), e, passando de K, K_o (jacto livre) para K', K'_o (jacto confinado), vem para o coeficiente de atrito:

$$\Psi = 8 \cdot \left[\frac{K'_o}{x'} \right]^2 \cdot e^{-\frac{y'^2 + S'^2 + 1}{(K' x')^2}} \cdot \cosh \frac{2 S' y'}{(K' x')^2} \quad (2.26)$$

3 - Montagem Experimental

3.1 - Montagem I

A primeira fase do presente estudo centrou-se na realização de ensaios de erosão tendo-se recorrido a uma estrutura já adaptada a esse fim existente no Centro de Mecânica dos Fluidos.

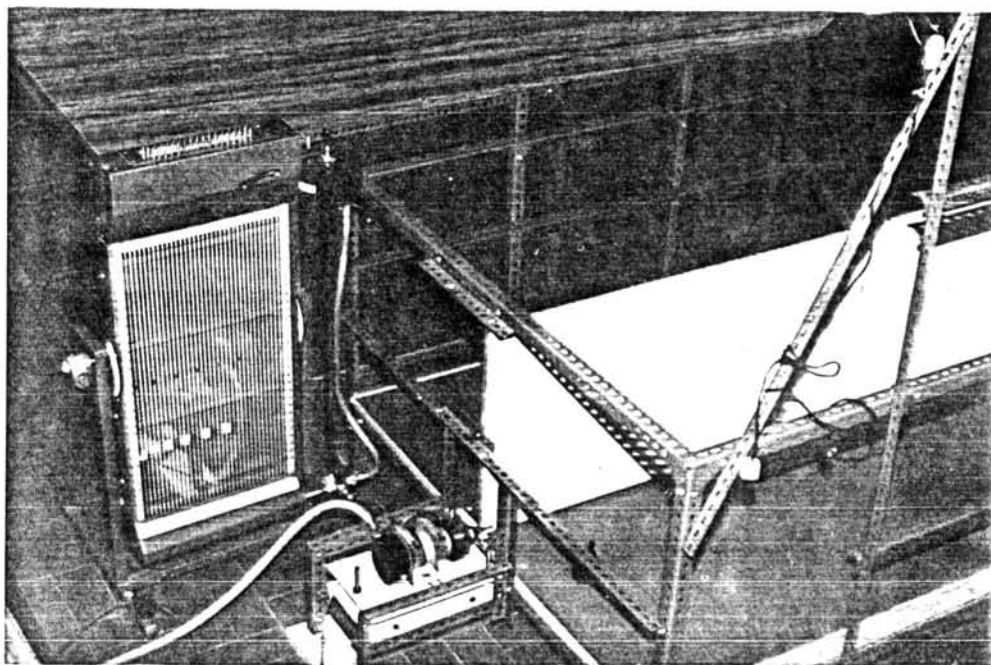


Fig. 3.1 - Montagem I.

Construída a partir de perfis perfurados, possui um tampo de madeira com $1,25 \times 2,5 \text{ m}^2$ assente sobre parafusos ajustáveis que permitem garantir o seu nivelamento.

O plano vertical, materializado numa placa de aglomerado de madeira forrada a fórmica, foi montado na estrutura existente sendo a sua fixação assegurada por perfis perfurados que tornavam fácil o deslocamento do plano quando era alterada a configuração em estudo.

Na zona de contacto dos dois planos recorreu-se à utilização de fita autocolante, normalmente utilizada em calefacção, por forma a garantir a estanqueidade da ligação.

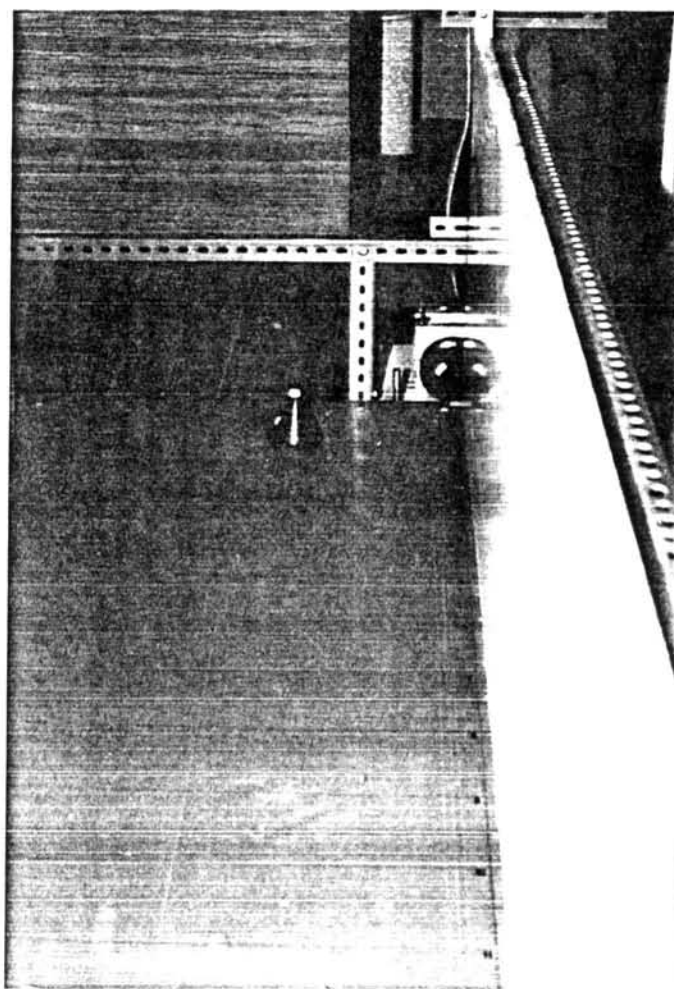


Fig. 3.2 - Pormenor da montagem I.

3.2 - Montagem II

Nesta montagem, de dimensões inferiores, foram efectuados os ensaios envolvendo medições com o tubo de Preston e com anemometria de fio e filme quente.

Era constituída por uma mesa com pés ajustáveis assente sobre uma estrutura metálica.

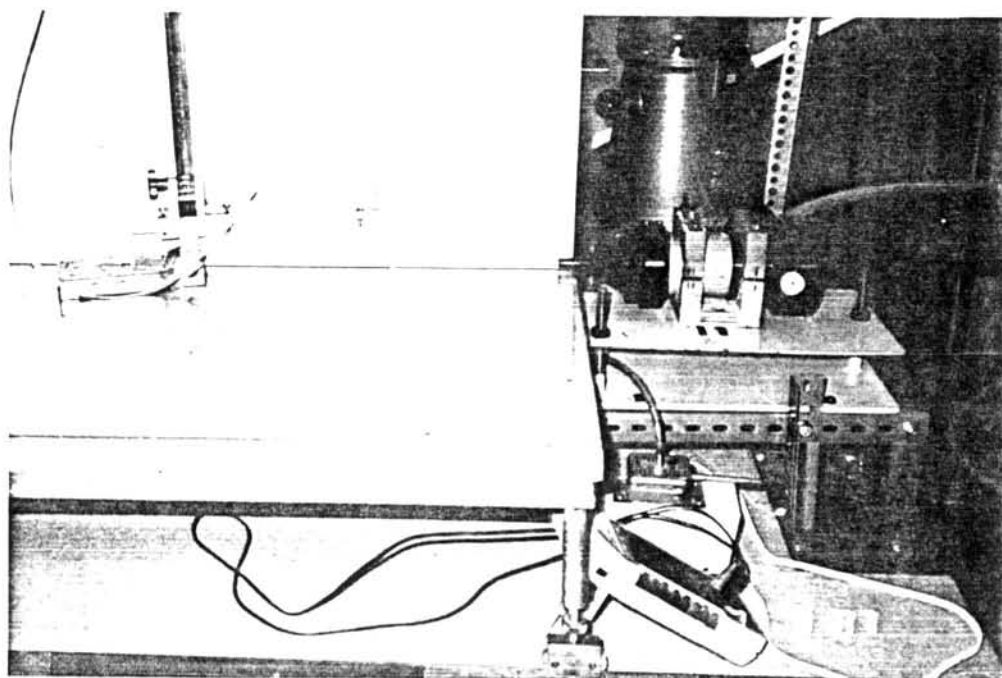


Fig. 3.3 - Montagem II.

A superfície da mesa dispunha de uma placa de perspex assente sobre um tampo de aglomerado de forma a garantir rigidez ao conjunto.

Onde se tornava necessário, o tampo de aglomerado era rasgado de forma a permitir inferiormente o acesso à placa de perspex.

O plano vertical, também constituído por uma placa de perspex, era aparafusado a uma moldura metálica que lhe aumentava a resistência e garantia a ligação ao resto da estrutura.

O ar comprimido era obtido numa das válvulas existentes no laboratório sendo fornecido à pressão de 8 Kg/cm^2 .

Depois de dar entrada na unidade 55 D 44 da Disa era aí tratado e fornecido à unidade geradora do jacto permitindo uma vasta gama de velocidades com excelente estabilidade.

Utilizaram-se dois bocais convergentes designados por Bø e Dø com 8.74 e 3.91 mm de diâmetro de saída, respectivamente.

A pressão de estagnação (P_o) a montante do bocal era mantida constante durante a execução de cada ensaio e medida num micromanómetro Setra ou num manómetro de tubos múltiplos inclináveis contendo mercúrio.

3.4 - Areia

A areia utilizada nos ensaios de erosão, proveniente da Praia de Mira, foi peneirada em crivos, segundo as normas A.S.T.M., de forma a se separarem as várias fracções com igual diâmetro médio.

A amostra mais frequente possuía um diâmetro médio de 0.425 mm tendo-se utilizado nos ensaios a fracção com aquele parâmetro igual a 0.30 mm.

Com vista à utilização em cada ensaio preparava-se uma camada fina e tanto quanto possível homogénea de areia recorrendo à técnica de rasamento:

Espalhava-se a areia em pequenos montículos ao longo do plano horizontal e, em seguida, fazendo uso do esquadro descrito adiante, obtinha-se uma camada fina e uniforme em toda a zona de interacção.

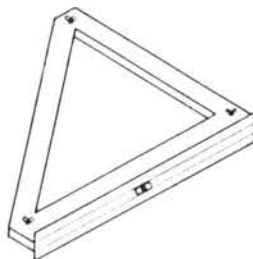


Fig. 3.5 - Esquadro utilizado na técnica de rasamento.

O esquadro de madeira possui uma régua de alumínio responsável pelo rasamento e três pernos ajustáveis que permitem variar a espessura da camada de areia bem como garantir o seu nivelamento que pode ser verificado num nível de bolha acoplado à régua de alumínio. O esquadro desloca-se guiado pelo plano vertical e o seu movimento é facilitado pela inclusão de uma esfera livre na extremidade dos pernos.

Ensaio de erosão

Concluída a preparação da camada de areia o jacto é ligado com velocidade constante e aguarda-se que a figura de erosão se forme e se torne estável.

O jacto é então anulado e são medidos os seguintes valores:

- Abcissa de Intersecção do início da figura de erosão com o eixo OX (X_{o1}).
- Idem para o eixo CX (X_{c1}).
- Abcissa de intersecção do fim da figura de erosão com o eixo OX (X_{o2}).
- Idem para o eixo CX (X_{c2}).
- Largura da figura de erosão a espaços regulares, normalmente entre cada 20 cm no eixo CX.

O jacto é novamente ligado e o ensaio prossegue sendo a velocidade aumentada em cada estágio para valores-tipo que são comuns a todos os ensaios.

No fim de cada ensaio é tirada uma amostra quadrada de areia com 10 cm de lado de uma zona que não tenha sido afectada, isto é, que possa representar com fidelidade a camada de areia inicial.

A amostra é pesada numa balança de precisão e a sua massa M serve para definir a densidade de distribuição utilizada em cada ensaio:

$$\gamma = \frac{M}{M_o}$$

em que M_0 é a massa de uma camada de partículas esféricas de diâmetro igual ao diâmetro médio da areia utilizada dispostas compactamente em quicôncio sobre a superfície. Para a areia utilizada ($d=0,30$ mm), M_0 vem igual a 5,55 gramas.

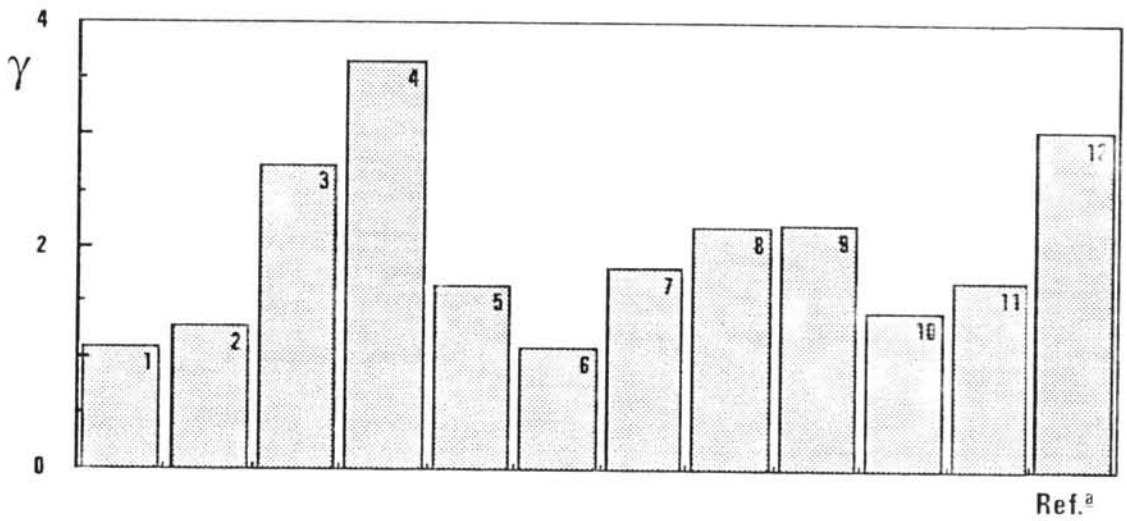


Fig. 3.6 - Densidades de distribuição utilizadas - Bocal Bø.

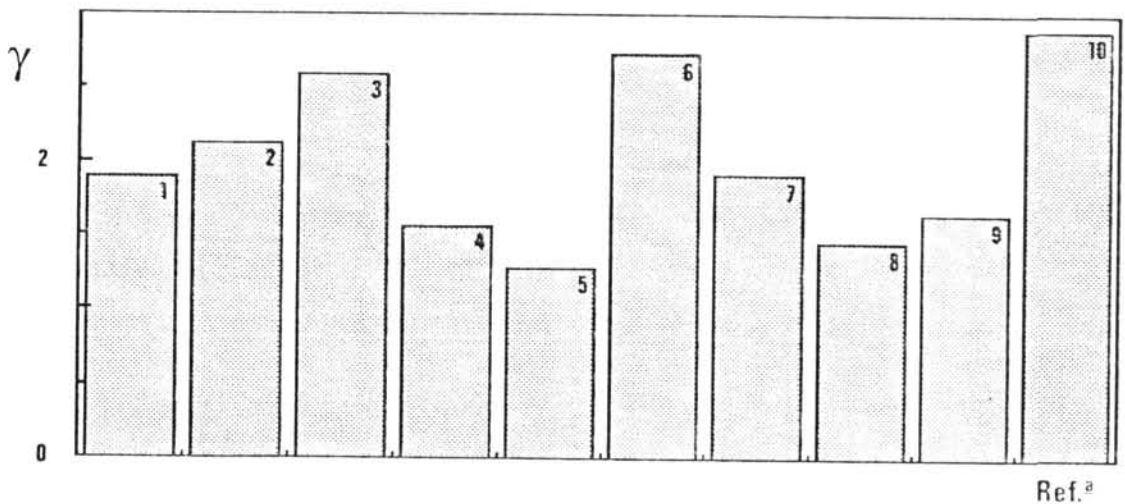


Fig. 3.7 - Densidades de distribuição utilizadas - Bocal Dø.

Nos ensaios presentes γ variou entre 1,09 e 3,64. A escolha de valores desta ordem de grandeza para a densidade de distribuição prendeu-se acima de tudo com a necessidade de obter fotografias das figuras de erosão bem contrastadas.

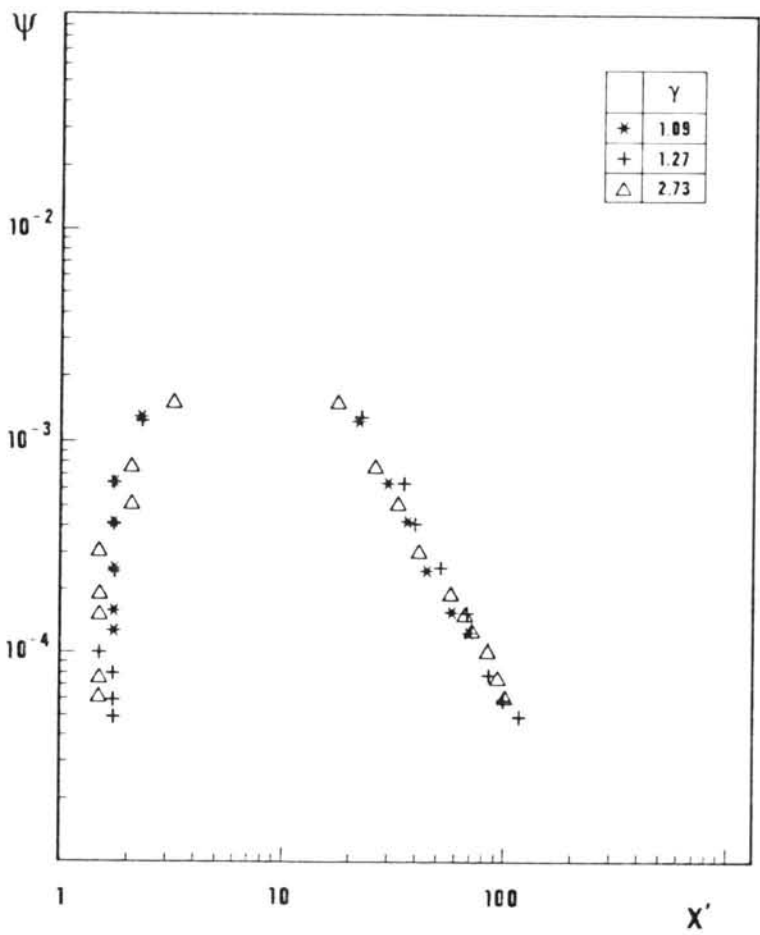


Fig. 3.8 - Repetibilidade dos ensaios de erosão para diferentes valores de γ .

Na figura 3.8 apresentam-se os resultados obtidos na repetição de um mesmo ensaio de erosão para diferentes valores de γ . Pode perceber-se a fraca influência, dentro de certos valores (D.X. Viegas [25], pág. 56), do valor da densidade de distribuição utilizada.

3.5 - Medições de pressão

As medições de pressão foram efectuadas utilizando um transdutor de pressão Setra e um micromanómetro Betz.

Nos ensaios de erosão quando da utilização do bocal D₀ houve que recorrer a um manómetro de tubos múltiplos cheio de mercúrio para controlar a pressão de estagnação. Este manómetro dispõe de escala graduada em centímetros permitindo efectuar medições até 60 cm.c.Hg.

O transdutor diferencial de pressão Setra é do tipo capacitivo em que um diagrama de aço inoxidável e um eléctrodo isolado formam um condensador variável. A pressão altera a capacidade do condensador, sendo este sinal convertido numa voltagem proporcional à pressão que era lida num multímetro de valor médio Fluke. O modelo utilizado permitia efectuar medições de pressão até 250 mm de coluna de água com uma precisão de $\pm 1\%$, e com um tempo de resposta a variações instantâneas de pressão, da ordem dos 50 ms.

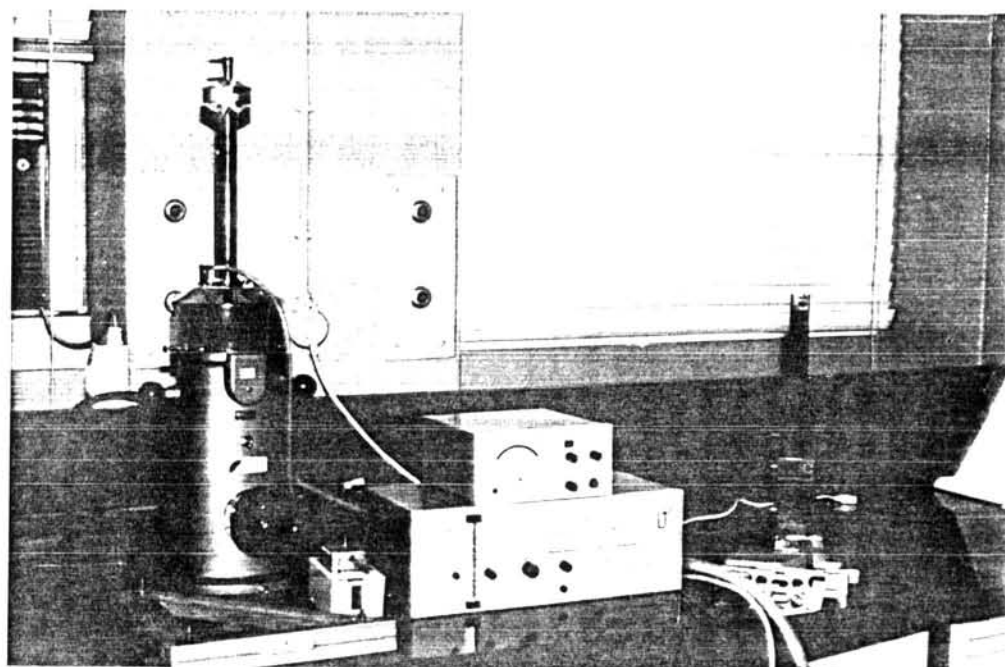


Fig. 3.9 - Algum equipamento de medição de pressão utilizado.

O micromanómetro Betz foi utilizado em algumas medições bem como na calibração do transdutor de pressão. Trata-se de um micromanómetro diferencial de coluna de água com possibilidade de efectuar medições de pressão entre - 30 e + 300 mm. c. a. com erro de leitura inferior a 0,01 mm em toda a escala.

3.6 - Medição da velocidade e da intensidade de turbulência

Os perfis de velocidade e as medidas de intensidade de turbulência foram obtidas recorrendo a anemometria de fio quente.

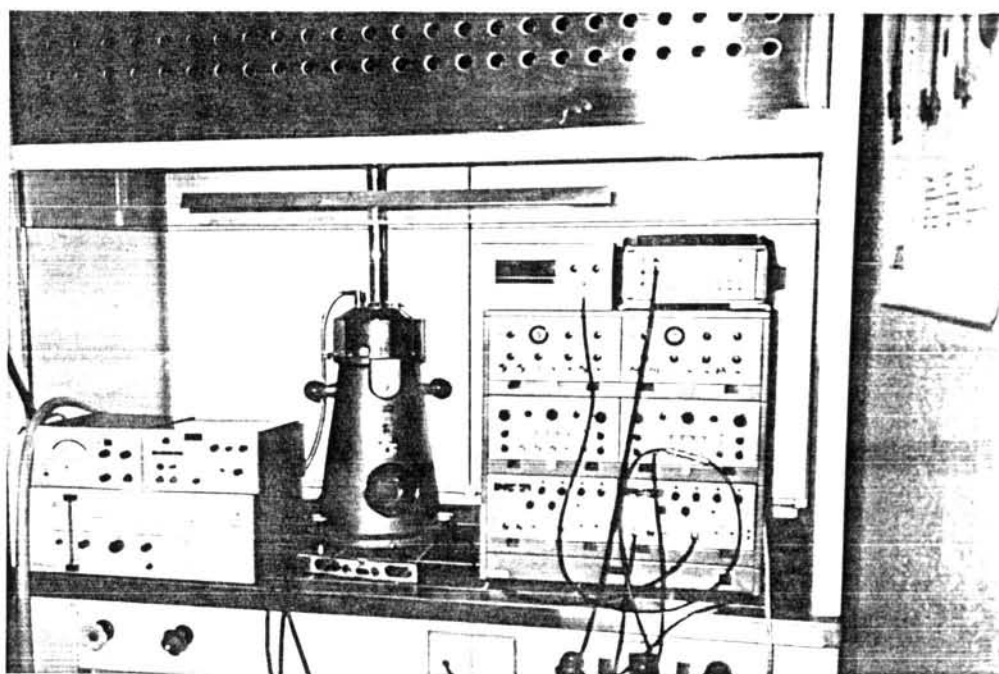


Fig. 3.10 - Equipamento de anemometria de fio e filme quente.

O sistema de anemometria utilizado no trabalho agora presente segue o princípio de anemometria de temperatura constante sendo constituído pela unidade principal 55 D 01 e pelo linearizador 55 D 10. A sonda utilizada era do tipo 55 F 10 constituída por um fio de tungsténio revestido a platina com 5 μ de diâmetro e com um comprimento activo de 1,2 mm.

Na calibração da sonda seguiram-se os procedimentos recomendados

pelo fabricante do equipamento - Disa - tendo sido efectuada na própria instalação evitando assim que houvesse lugar a correcções por alteração da configuração do escoamento.

A sonda era posicionada por meio dum mecanismo de atravessamento accionado por um motor de passo, de controle remoto. Conseguia-se assim medir na vertical velocidades a intervalos de 1 mm desde o plano horizontal até uma zona já de fluido não perturbado (200 mm).

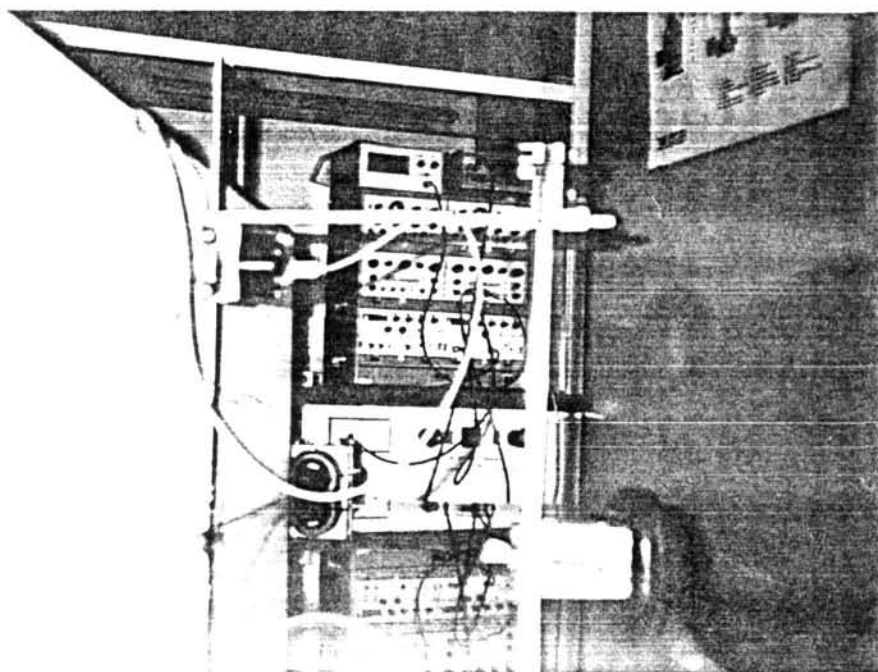


Fig. 3.11 - Posicionamento da sonda de fio quente.

3.7 - Medições da Tensão tangencial

3.7.1 - Técnica de erosão

A técnica de erosão que se encontra bem desenvolvida em [25] permite de uma forma simples determinar linhas de tensão constante em escoamentos, com

erro no valor de τ_w inferior a 10%.

Baseia-se esta técnica na constância da tensão tangencial local necessária para produzir o arrastamento de partículas sólidas uniformes.

Esta tensão, tensão crítica de arrastamento, depende principalmente da densidade de distribuição e do tamanho das partículas.

No trabalho que temos vindo a seguir [25], é proposta a seguinte relação empírica para o cálculo da tensão crítica de arrastamento:

$$\tau_c = 0.234 \gamma^{0.207} d^{0.538} \quad (3.1)$$

com $\gamma \equiv [N / m^2]$ e $d \equiv [mm]$.

Simões [21], confirmou a validade da relação anterior num conjunto de ensaios realizados de forma independente dos originais.

Então, possuindo as medições dos contornos das figuras de erosão em cada ensaio realizado conforme se descreveu anteriormente, com partículas de diâmetro d , dispostas de forma a obter uma densidade de distribuição γ estamos em presença de um conjunto de dados que permitem determinar as linhas de tensão constante do escoamento.

3.7.2 - Tubo de Preston

Efectuaram-se medições directas da tensão tangencial no plano utilizando um tubo de Preston construído a partir de uma agulha hipodérmica de 1,2 mm de diâmetro, dobrada em ângulo recto.

Utilizou-se a calibração sugerida por Head e Ram, fazendo a seguinte aproximação:

$$\Delta p_T < 2.2 \text{ Kg} / m^2$$

$$\tau_w = 0.152 \Delta p_T^{0.70}$$

$$\Delta p_T \geq 2.2 \text{ Kg} / m^2$$

$$\tau_w = 0.135 \Delta p_T^{0.85}$$

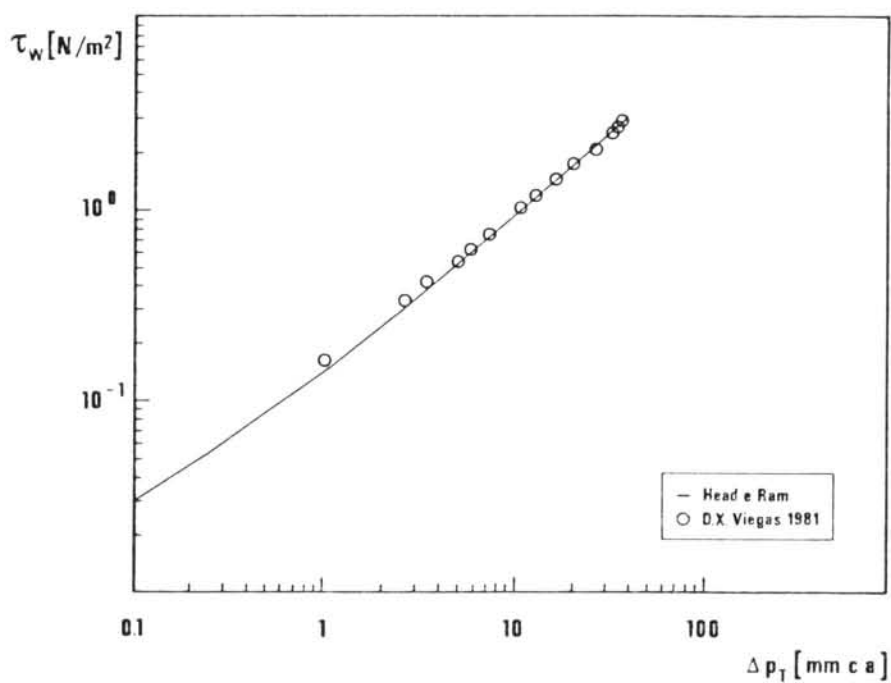


Fig. 3.12 - Calibração do tubo de Preston.

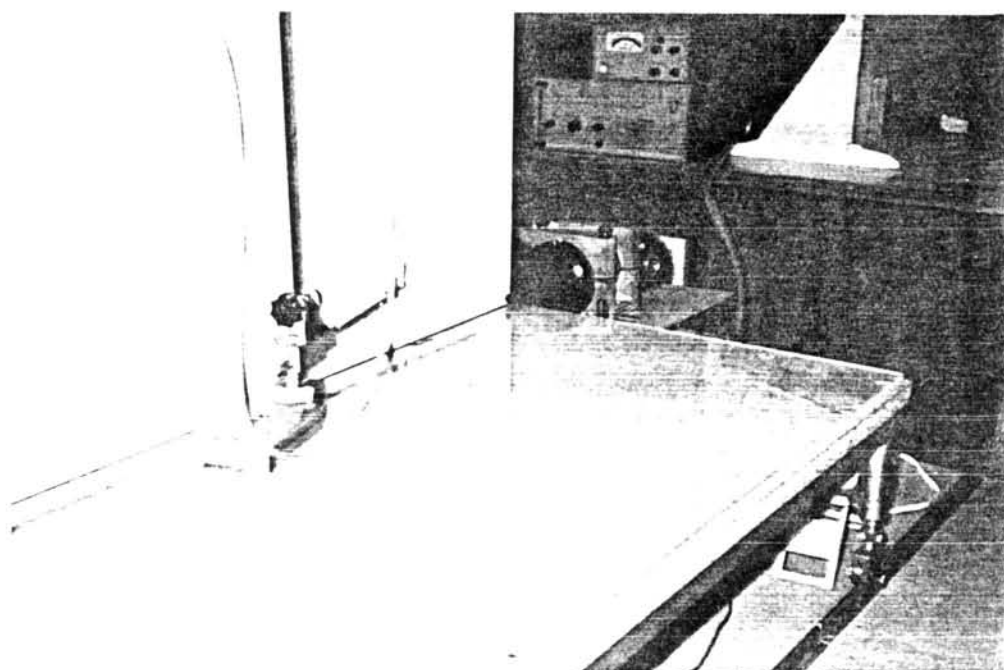


Fig. 3.13 - Posicionamento do tubo de Preston.

3.7.3 - Sonda de filme quente

Na medição da tensão tangencial utilizou-se uma sonda de filme quente (SFQ) do tipo 55 R 45 ligada à cadeia anemométrica já descrita anteriormente.

A SFQ é essencialmente um corpo cilíndrico de quartzo contendo na extremidade o elemento sensível constituído por um filme de níquel devidamente protegido por uma camada de 0,5 μ de quartzo.

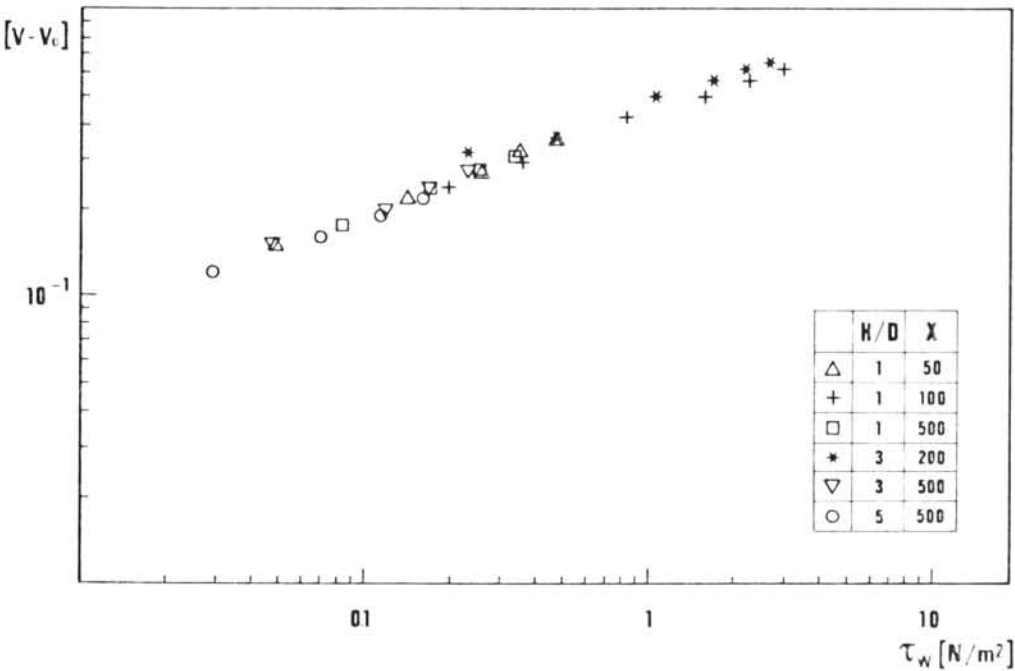


Fig. 3.14 - Calibração da sonda de filme quente.

Para reduzir os problemas levantados pela fragilidade da sonda esta é envolvida por um suporte metálico que entra justo nos furos abertos nos locais da medida na placa de perspex.

A calibração da SFQ foi efectuada na montagem II por comparação com os valores obtidos pelo tubo de Preston. Adoptou-se uma curva de calibração do tipo:

$$\tau_w = a (V - V_0)^b \tag{3.2}$$

em que V é o valor da tensão eléctrica na SFQ e V_0 é o valor da tensão

elétrica na ausência de escoamento. As constantes a e b são determinados para cada sonda através da calibração.

Na figura 3.14 está representada a curva de calibração obtida verificando-se que o expoente b é próximo de 3 o que está de acordo com os valores previstos pela teoria.

O sinal elétrico proveniente da SFQ era lido num multímetro processador Racal Dana 5001 com capacidade para efectuar três leituras por segundo e fornecer a média dos valores armazenados ao fim de um período de tempo seleccionado previamente pelo operador.

Havia a possibilidade de visualizar permanentemente o sinal elétrico proveniente da SFQ num osciloscópio Hewlett Packard 1700 B de dois canais.

4 - Resultados experimentais

4.1 - Configurações estudadas

Apresentam-se na fig. 4.1 as configurações inicialmente escolhidas para serem estudadas com jactos produzidos pelos bocais Bø e Dø, referidos anteriormente.

H / D	H / S
1	1 : 2 : 5
3	
5	
10	

Fig. 4.1 - Matriz das configurações estudadas

Tendo-se verificado que para $H/D = 10$ a interacção entre o jacto e as superfícies planas era pouco sensível na zona em estudo, foi esta configuração abandonada pelo que poucos resultados experimentais a ela referentes são apresentados.

De entre todas as relações entre H/S apresentadas atribui-se especial importância a $H/S = 1$ já que corresponderá à geometria de maior interesse prático.

A fig. 4.2 define os parâmetros geométricos envolvidos, os quais já começaram a ser introduzidos no cap. 2.

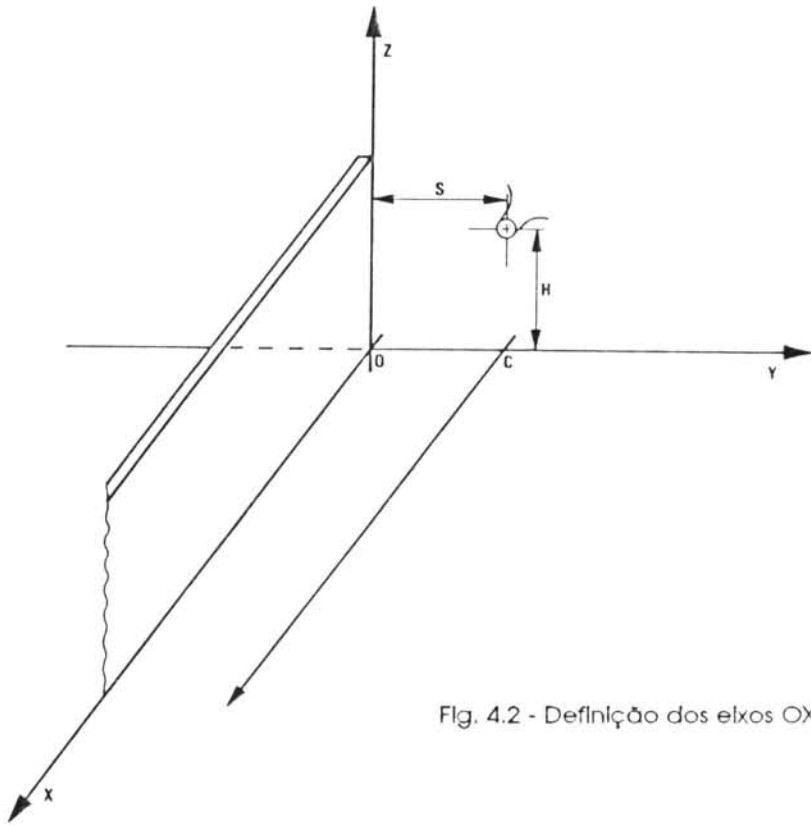


Fig. 4.2 - Definição dos eixos OX e CX

O número de Reynolds do jacto:

$$Re_o = \frac{U_o \cdot D}{\nu} \quad (4.1)$$

variou entre $2.3 \cdot 10^3$ e $3.7 \cdot 10^4$ para o bocal Bø e entre $3.3 \cdot 10^3$ e $4.6 \cdot 10^4$ para o bocal Dø.

Os ensaios passaram posteriormente a ser efectuados apenas para o bocal Bø ($D = 8.74 \text{ mm}$) atendendo às dimensões da montagem II e à constatação de não ser D, só por si, um parâmetro relevante para o escoamento.

4.2 - Campo de velocidades

4.2.1 - Perfis da velocidade

Na montagem II, para $H/D = 3$ e $H/S = 1$, efectuaram-se medições da componente axial da velocidade a diferentes distâncias da saída do jacto.

O jacto era produzido pelo bocal Bø com $Re_o = 3.27 \cdot 10^4$.

Nas figuras 4.4 a 4.6 apresentam-se os valores obtidos por medição através do sistema de anemometria de fio quente em três estações caracterizadas na fig. 4.3, onde também se faz um resumo das medições efectuadas.

Estação	x'	y'	z [mm]
1	5	0.5 ; 1 ; 1.5	0 ; 200
2	10		
3	20		

Fig. 4.3 - Medições com anemometria de fio quente

De 2.22, fazendo $H/D = 3$ e $S' = 1$, obtém-se:

$$\frac{u}{U_o} = \frac{2}{3} \frac{K_o}{x'} \sqrt{e^{\frac{y'^2 + z'^2 + 2}{(Kx')^2}} \cdot \cosh \frac{2z'}{(Kx')^2} \cdot \cosh \frac{2y'}{(Kx')^2}}$$

(4.2)

que permite traçar os perfis de velocidade previstos pelo modelo teórico e que se representam sobrepostos aos valores experimentais.

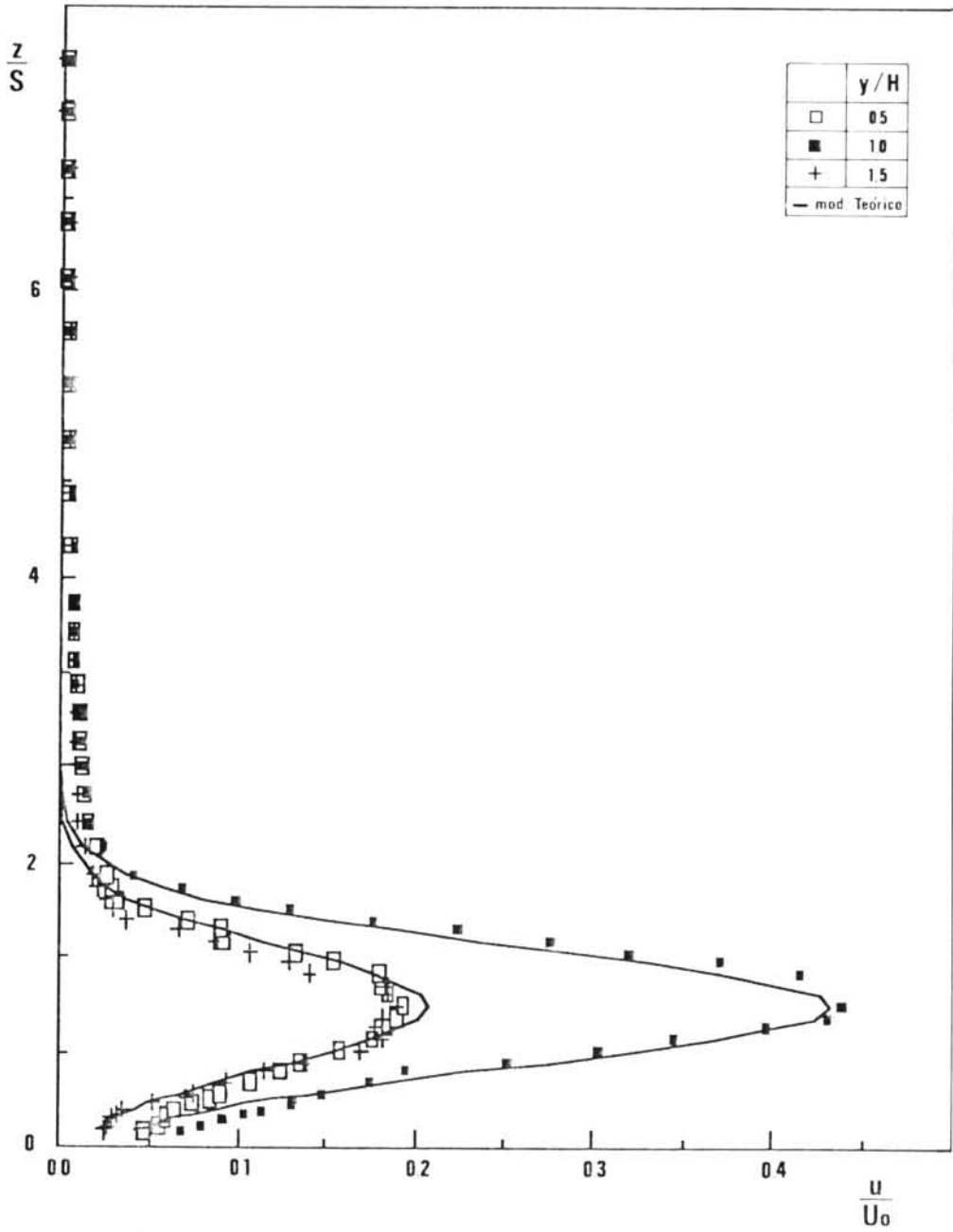


Fig. 4.4 - Perfis da velocidade média - Estação 1

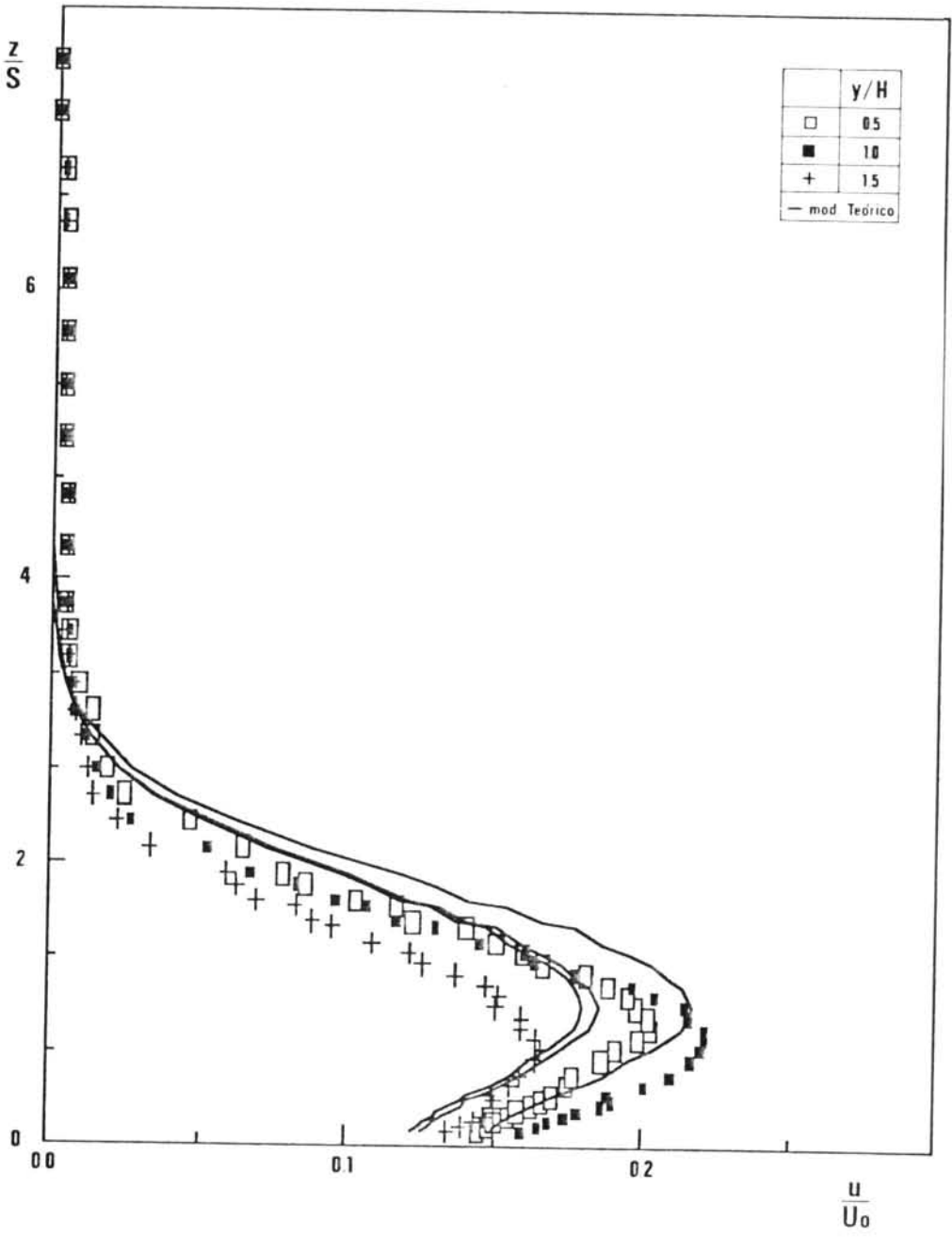


Fig. 4.5 - Perfis da velocidade média - Estação 2

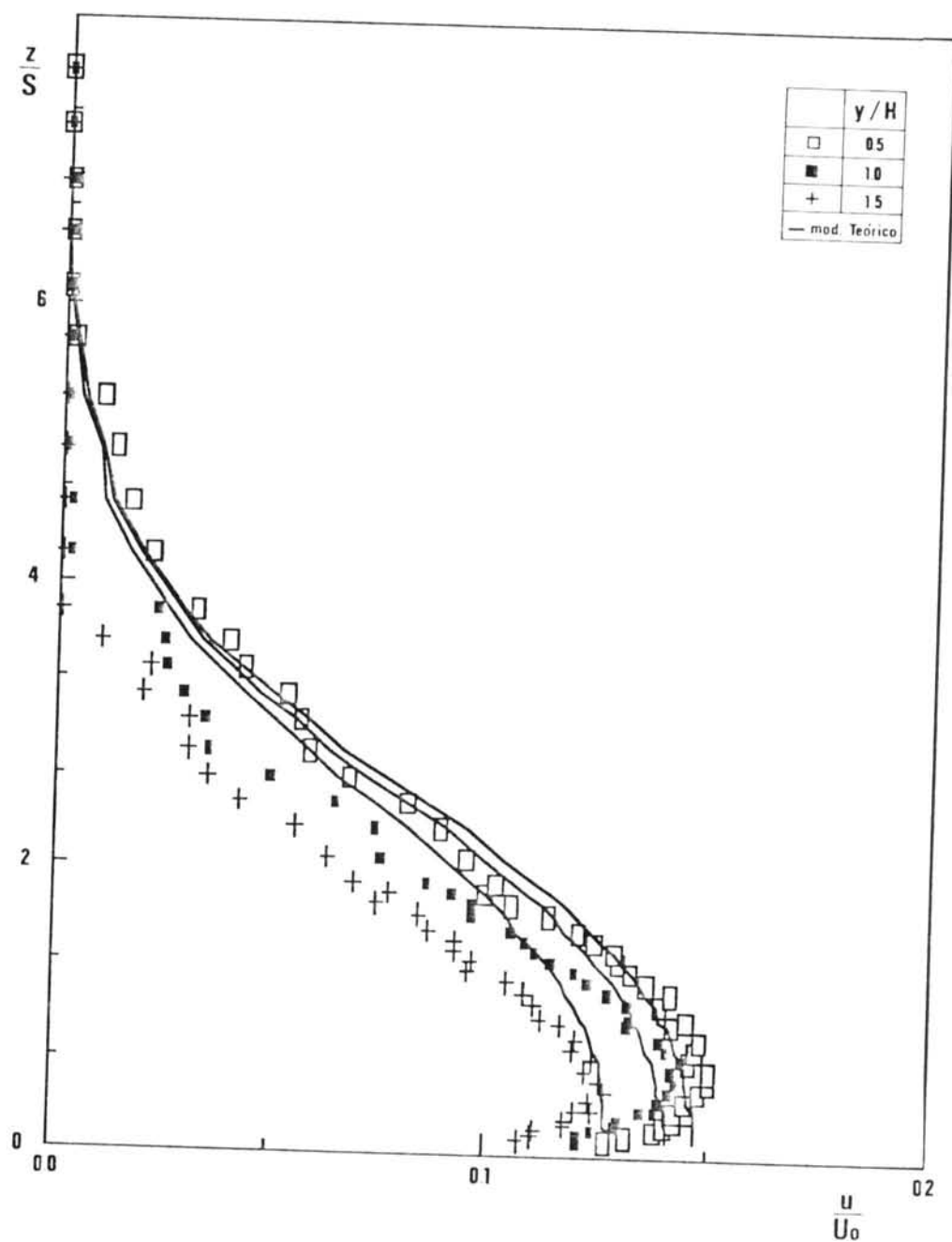


Fig. 4.6 - Perfis da velocidade média - Estação 3

As constantes K_o e K que figuram em 4.2 estão relacionadas respectivamente com o comprimento do cone potencial e com o raio do cone de mistura, conforme se viu no cap. 2.

Teriam de ser determinadas experimentalmente para o caso do jacto não confinado. Os seus valores dependem principalmente das características (intensidade de turbulência e uniformidade do perfil de velocidade) do jacto à saída, estando portanto ligados ao rigor posto na construção dos bocais.

No caso presente a questão apareceu simplificada já que se dispunham dos valores observados por D.X.Viegas [25] em ensaios efectuados com o mesmo bocal:

$$K_o = 6.3$$

$$K = 0.080$$

(4.3)

Naquela referência bibliográfica tem-se acesso a um resumo dos valores adoptados, para aquelas constantes experimentais, por um grande número de autores em diferentes trabalhos.

Os valores mais comuns não se afastam significativamente dos aqui apresentados.

Apesar do atrás exposto, no caso presente, a melhor concordância entre o modelo teórico e os resultados experimentais foi obtida depois de modificar ligeiramente o valor daquelas constantes:

$$K_o = 6.5$$

$$K = 0.082$$

(4.4)

O seu produto vale 0.533 que não se afasta significativamente do valor previsto pela solução de Reichardt, $K.K_o = 0.5$.

Passemos então à análise dos perfis de velocidade obtidos:

Na estação 1 a observação dos perfis de velocidade permite concluir que estamos numa região onde ainda não se faz sentir a influência das superfícies planas. O que temos é ainda um jacto livre facto que o modelo teórico consegue prever bem.

Entre as estações 2 e 3 situa-se a zona onde a interacção do jacto com as

superfícies planas é mais intensa.

A velocidade máxima deixa de ocorrer no eixo do jacto para se aproximar dos planos, aos quais o jacto começa a aderir. Neste fenómeno desempenhará especial importância a relação H/S , determinante do plano, vertical ou horizontal, ao qual se dá primeiro a aproximação.

Na estação 2 o desfasamento entre os perfis experimentais e previstos pela teoria é significativo e parece indicar que o modelo anda ligeiramente atrasado de tal forma que ainda prevê que a velocidade máxima ocorra sobre o eixo do jacto.

Na estação 3 o jacto aparece deformado já que as superfícies planas inibem o seu alargamento. O modelo permite prever onde vai ocorrer a velocidade máxima mas tem dificuldade em representar o escoamento na proximidade do plano ou bastante afastado deste.

Será útil nesta altura observar os perfis de velocidade na direcção transversal, para $z = H$, que se apresentam na fig. 4.7.

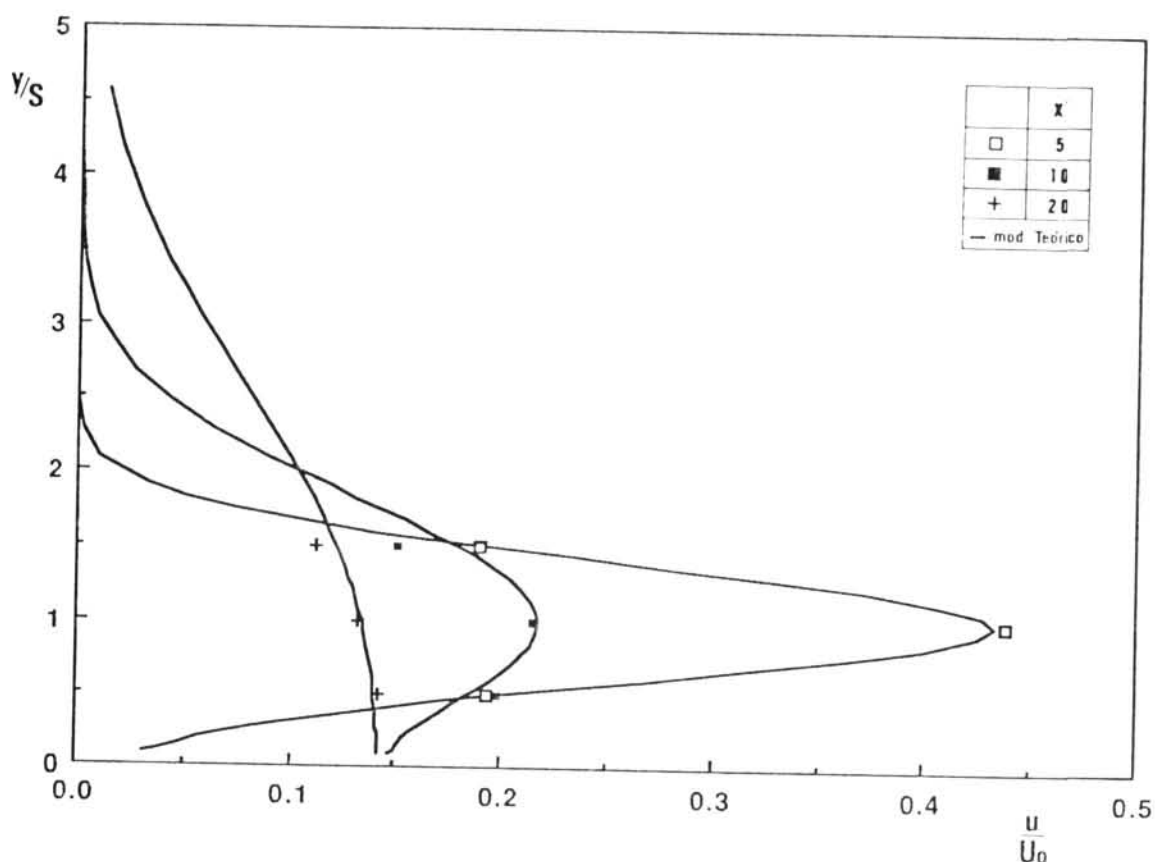


Fig. 4.7. Perfis de velocidade na direcção transversal para $z = H$

Nota-se que a concordância entre o modelo teórico e os valores experimentais podia ser melhorada caso aquele previsse diferentes valores para K conforme está perto da superfície plana ou afastado e portanto junto ao ar circundante em repouso.

Esta será uma Insuficiência do modelo teórico a ter em conta, que poderá ser minorada introduzindo conjuntamente com (4.2) uma nova equação que estabeleça uma lei de variação para K que tenha em conta o que foi dito anteriormente. Tal não foi feito no presente estudo pelo que os perfis teóricos apresentados são referidos à adopção de um valor constante para K .

4.2.2 - Características da turbulência

Utilizando o sistema de anemometria de fio quente associada ao multímetro processador Racal Dana, efectuaram-se algumas medições da intensidade da turbulência simultaneamente com as medições da velocidade média.

O facto das medições apenas se terem estendido à componente axial, constituirá porventura uma explicação para que os resultados apresentados nas figuras 4.8 a 4.10, não serem só por si, suficientes para corroborarem as considerações anteriormente tecidas sobre o coeficiente de mistura K .

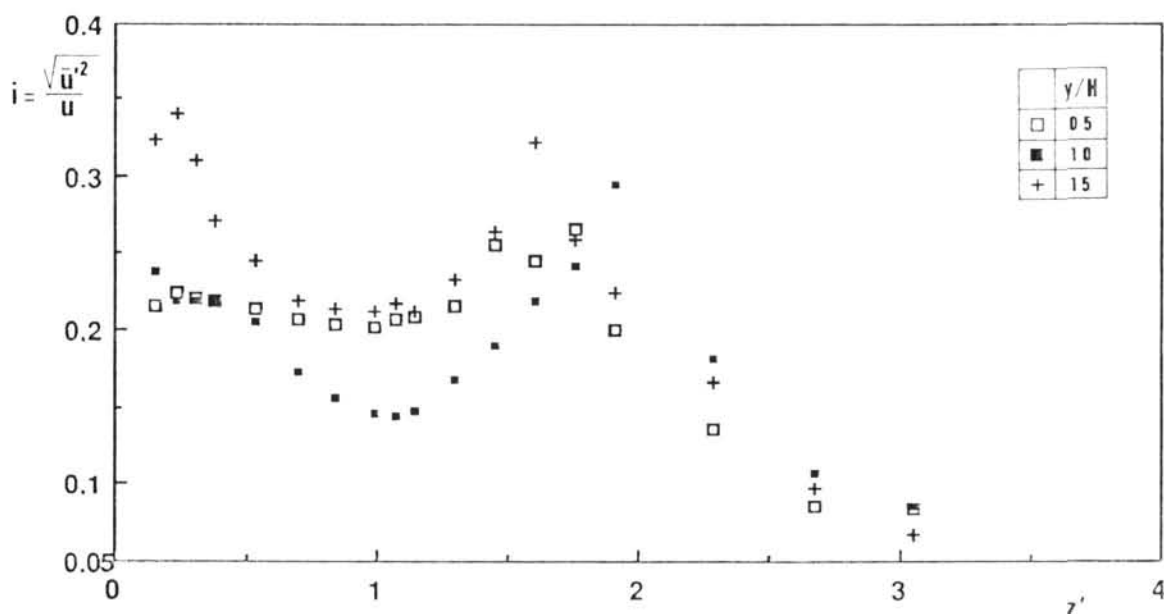


Fig. 4.8 - Intensidade das flutuações de velocidade - Estação 1

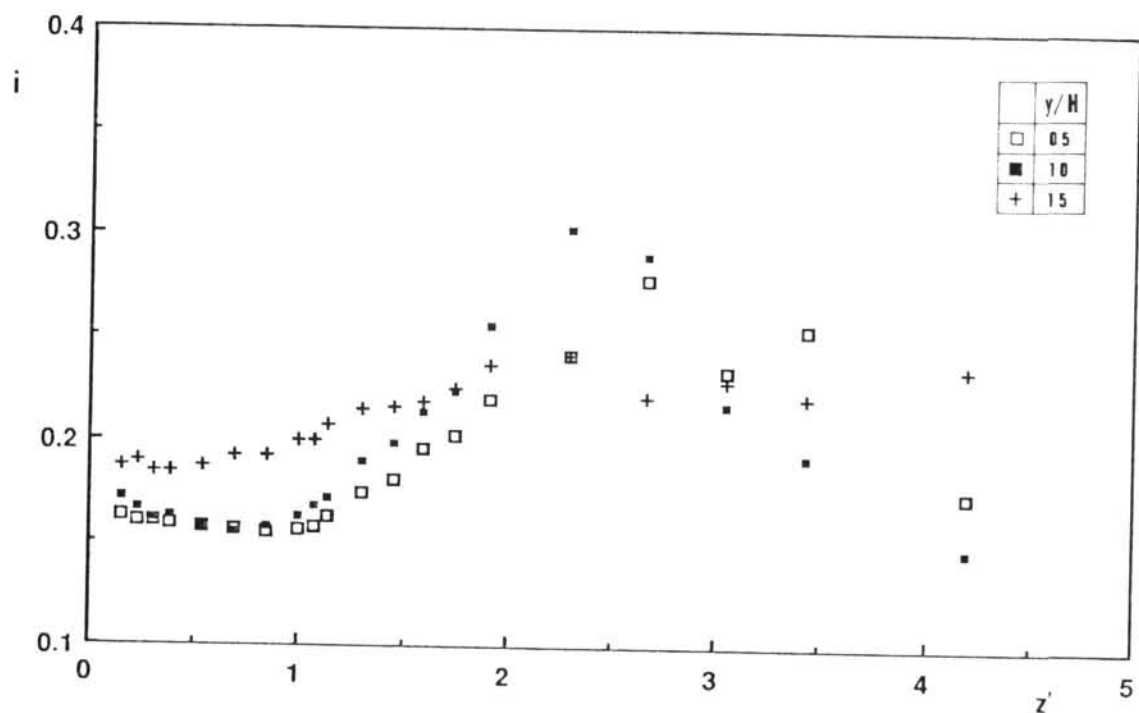


Fig. 4.9 - Intensidade das flutuações de velocidade - Estação 2

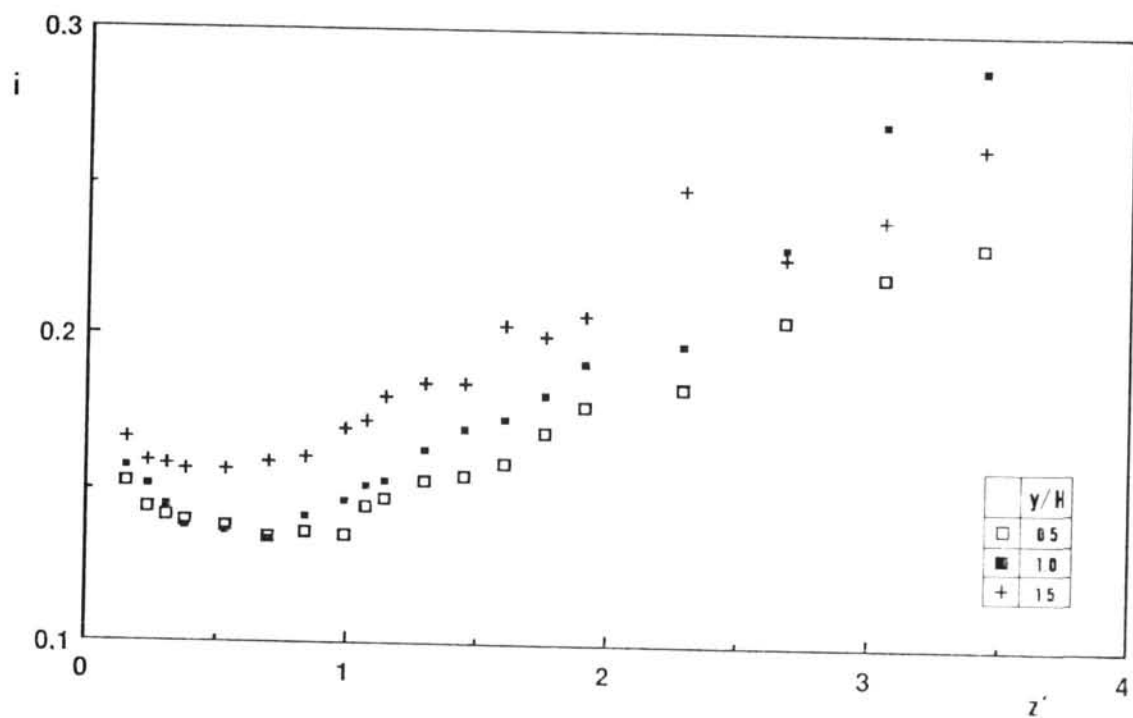


Fig. 4.10 - Intensidade das flutuações de velocidade - Estação 3

4.3 - Campo de Tensões tangenciais

4.3.1 - Estudo dos eixos OX e CX

Na montagem I, para as diversas configurações que se referiram em (4.1), efectuaram-se ensaios de erosão com o intuito de estudar a variação da tensão tangencial ao longo daqueles eixos.

Os resultados experimentais obtidos são apresentados nas figuras 4.11 a 4.26, tendo-se optado por fazer um tratamento separado dos bocais Bø e Dø embora a análise dos resultados permita verificar a boa concordância entre os valores obtidos com os dois bocais.

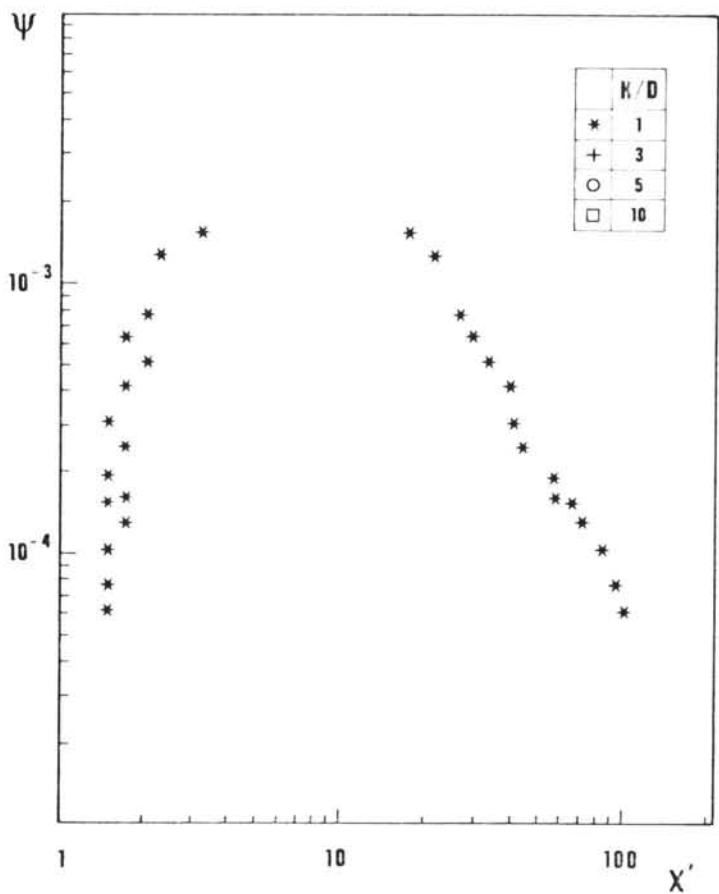


Fig. 4.11 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo OX. $D= 8.74 \text{ mm.}$ $H / S= 0.50$

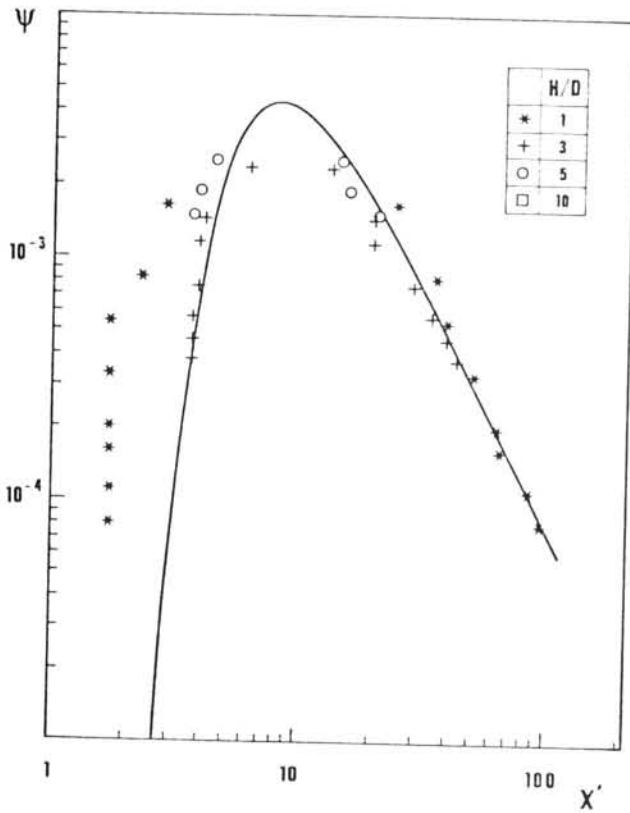


Fig. 4.12 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo OX.
 $D = 8.74 \text{ mm.}$ $H / S = 1.00$

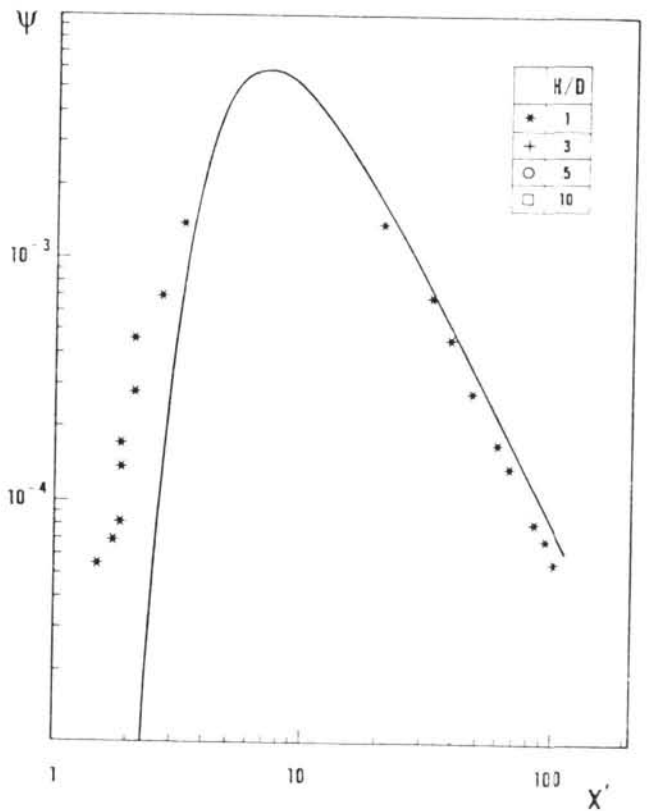


Fig. 4.13 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo OX.
 $D = 8.74 \text{ mm.}$ $H / S = 1.45$

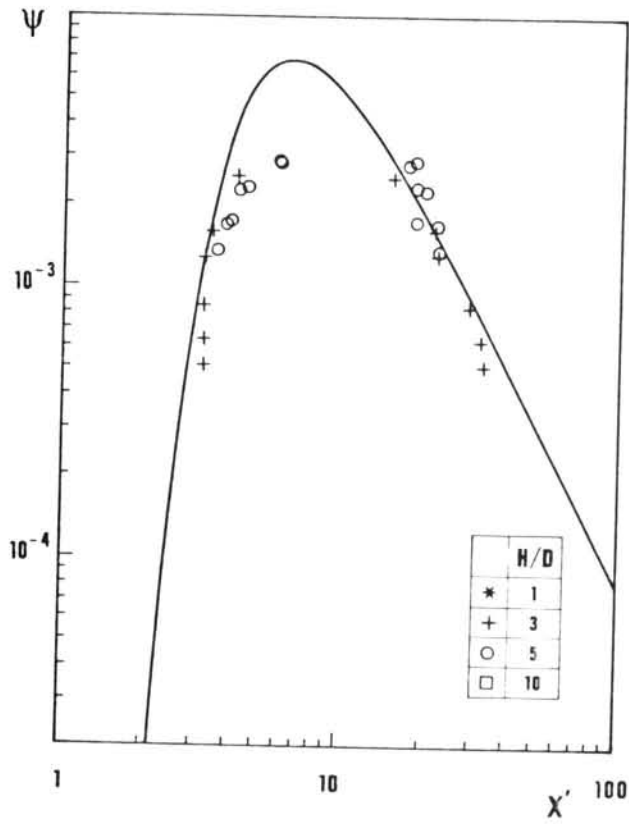
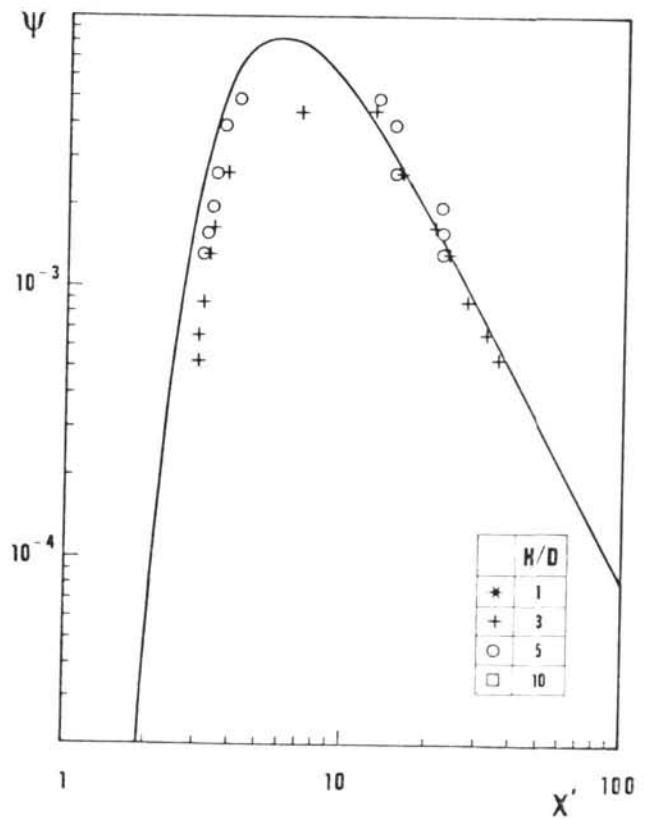


Fig. 4.14 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo OX,
 $D=8.74$ mm. $H/S=2.00$

Fig. 4.15 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo OX,
 $D=8.74$ mm. $H/S=5.00$



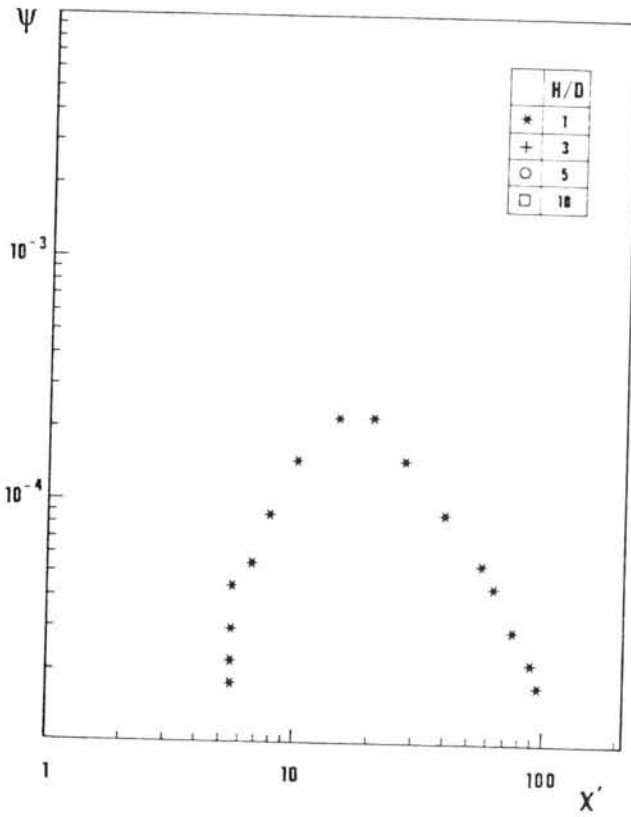


Fig. 4.16 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo CX.

D= 8.74 mm.

H / S= 0.50

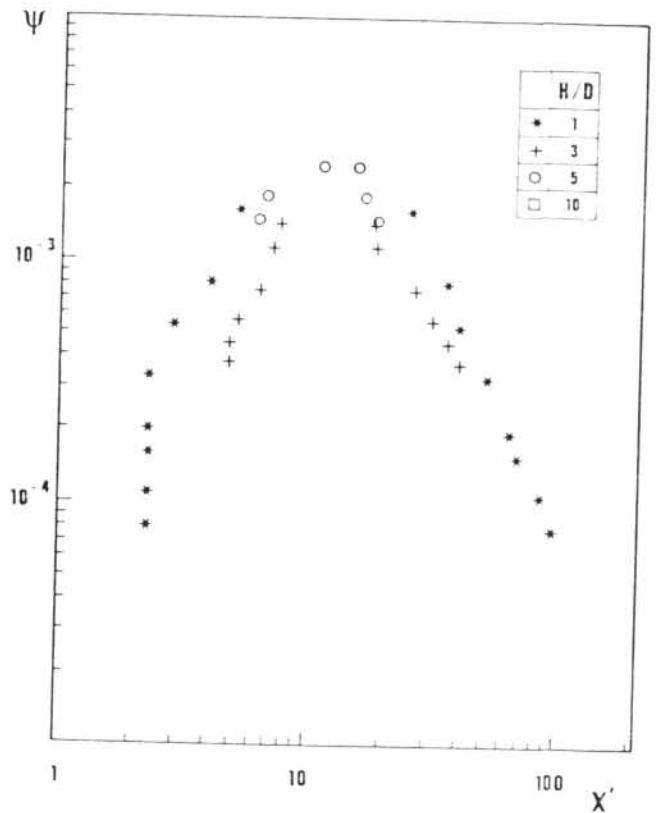


Fig. 4.17 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo CX.

D= 8.74 mm.

H / S= 1.00

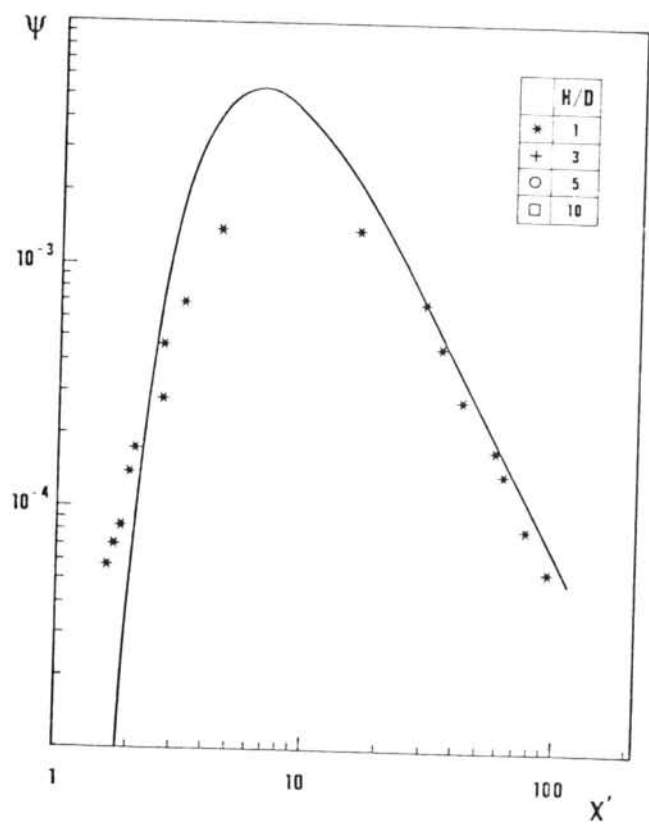


Fig. 4.18 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo CX.
 $D= 8.74$ mm. $H / S= 1.45$

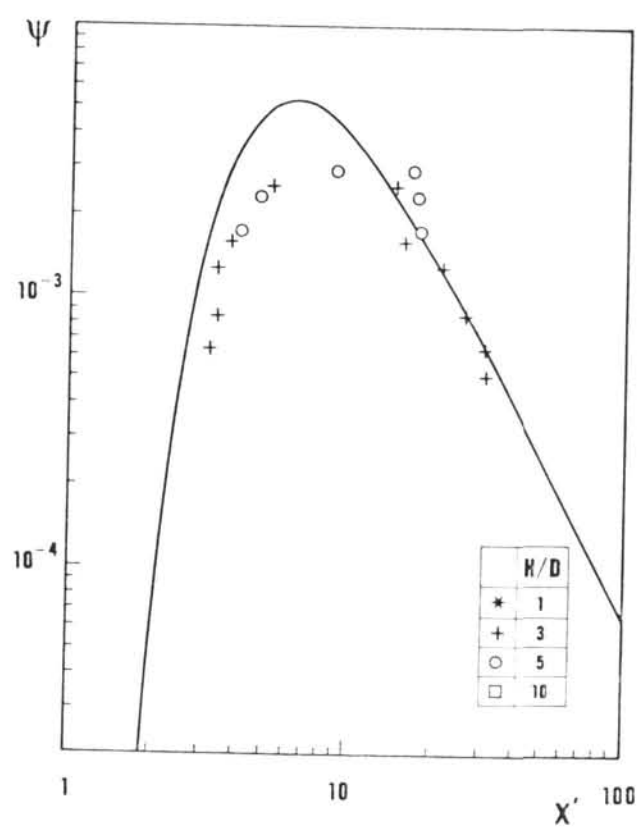


Fig. 4.19 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo CX.
 $D= 8.74$ mm. $H / S= 2.00$

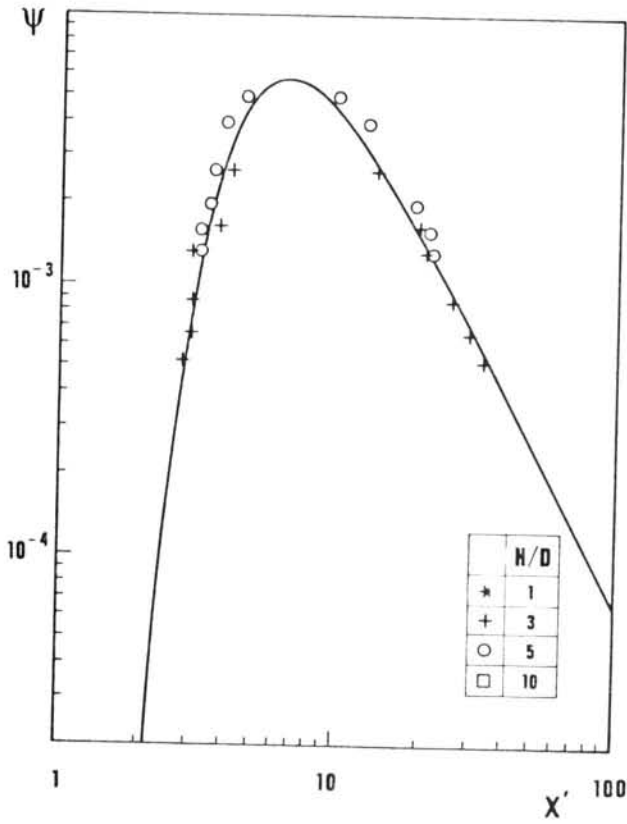


Fig. 4.20 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo CX.
D= 8.74 mm. H / S= 5.00

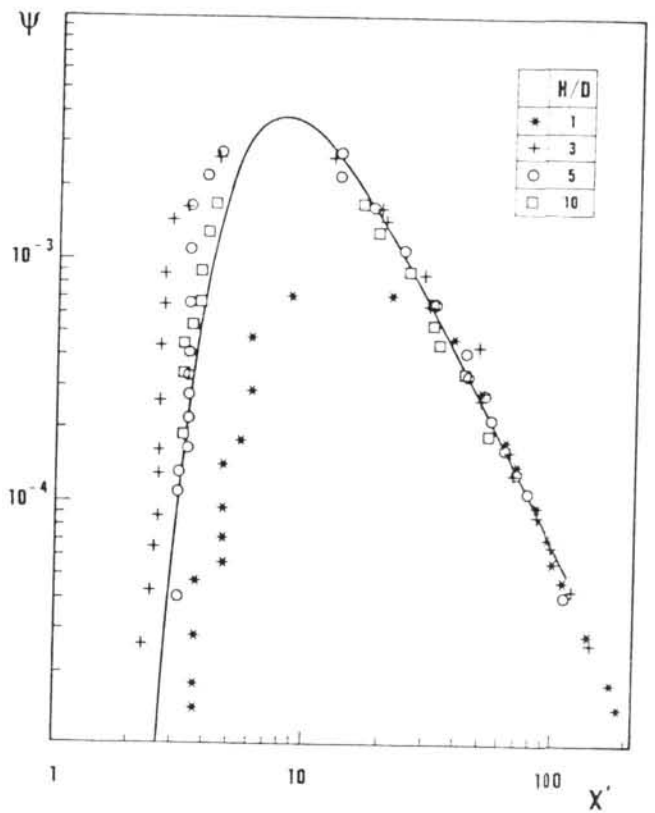


Fig. 4.21 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo OX.
D= 3.91 mm. H / S= 1.00

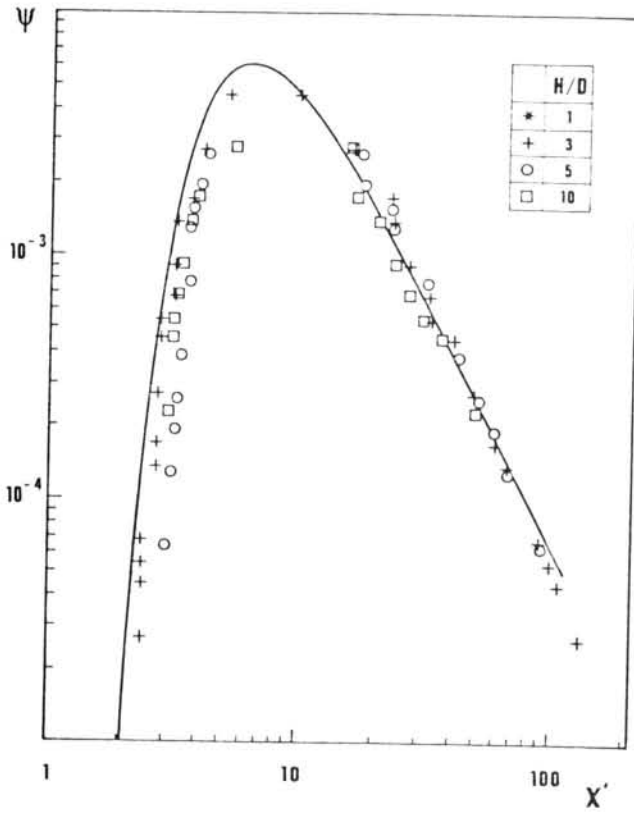


Fig. 4.22 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo OX.
D= 3,91 mm. H / S= 2,00

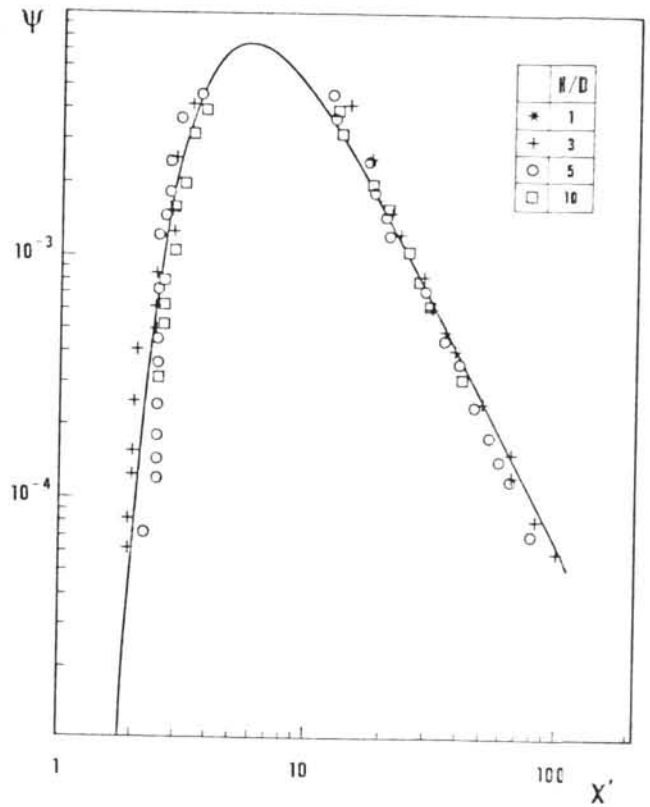


Fig. 4.23 - Variação da tensão tangencial
ao longo do eixo OX.
D= 3,91 mm. H / S= 5,00

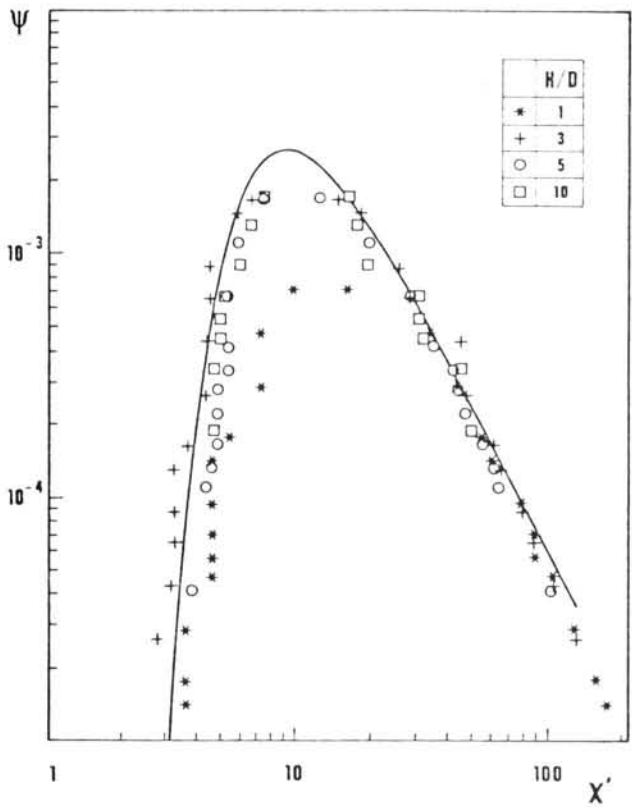


Fig. 4.24 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo CX.
 $D= 3.91$ mm. $H / S= 1.00$

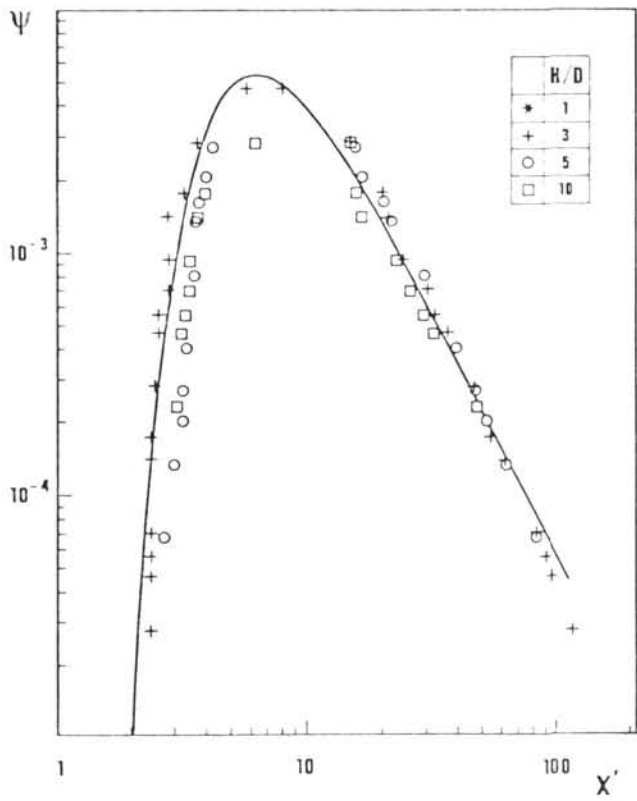


Fig. 4.25- Variação da tensão tangencial ao longo do eixo CX.
 $D= 3.91$ mm. $H / S= 2.00$

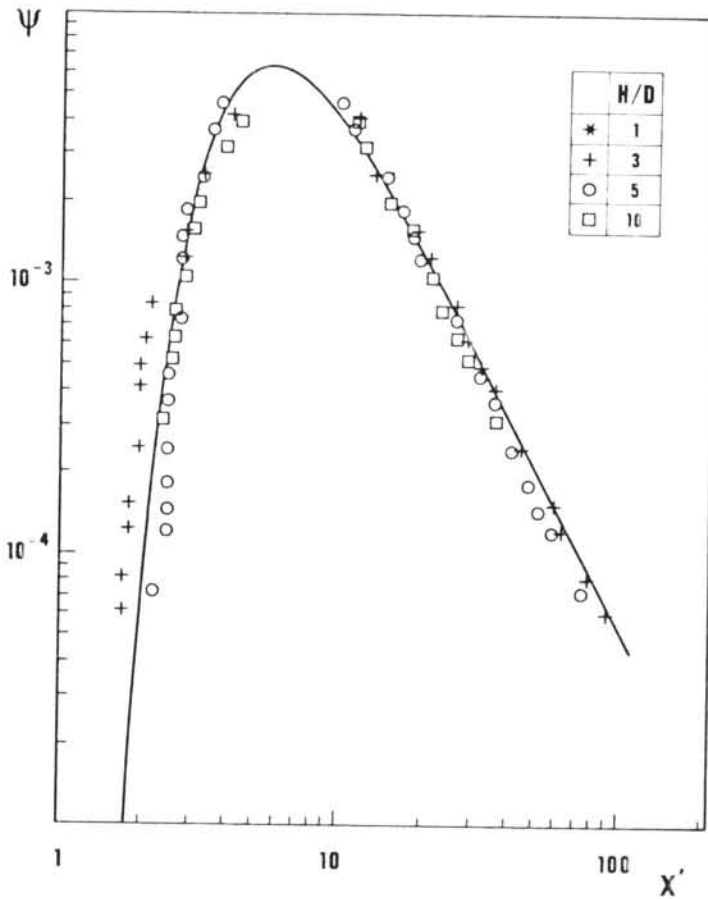


Fig. 4.26 - Variação da tensão tangencial ao longo do eixo CX. $D = 3.91 \text{ mm}$, $H/S = 1.00$

Verifica-se, que os resultados são independentes da relação H/D , especialmente na região assintótica.

Por regressão logarítmica, conclui-se que naquela região a tensão tangencial decai com um expoente que varia entre - 1.95 e - 2.10.

Tomando o conjunto de valores de todos os ensaios será portanto uma boa aproximação fazer o expoente igual a - 2.

Eixo	OX	CX
n	- 2.10	- 1.95

Fig. 4.27 - Decaiemento da tensão tangencial - $\Psi' = K \cdot x'^n$

4.3.2 - Constantes K' e K'_o

A expressão obtida através do modelo teórico, para o coeficiente de atrito (2.26), pode ser particularizada para os dois eixos em estudo:

Fazendo $y' = 0$ e $y' = S'$ obtém-se, respectivamente:

$$\begin{aligned}\Psi_{OX} &= 8 \left(\frac{K'_o}{x'} \right)^2 e^{-\frac{1+S'^2}{(K'x')^2}} \\ \Psi_{CX} &= 8 \left(\frac{K'_o}{x'} \right)^2 e^{-\frac{1+2S'^2}{(K'x')^2}} \cdot \cosh \frac{2S'^2}{(K'x')^2}\end{aligned}\quad (4.5 \text{ a,b})$$

A determinação das constantes experimentais foi conseguida ajustando as curvas teóricas aos valores experimentais obtidos nos ensaios de erosão.

A melhor concordância verificou-se para:

Eixo	OX	CX
K'	0.18	0.175
K'_o	0.32	0.31

(4.6)

Entrando com estes valores em (4.5 a, b), obteve-se a variação da tensão tangencial ao longo dos eixos OX e CX, prevista pelo modelo teórico, cujas curvas surgem sobrepostas aos valores obtidos nos ensaios de erosão.

4.3.3 - Medições directas da tensão tangencial

Na montagem II, para $H/D = 1, 3$ e 5 e o jacto colocado simetricamente em

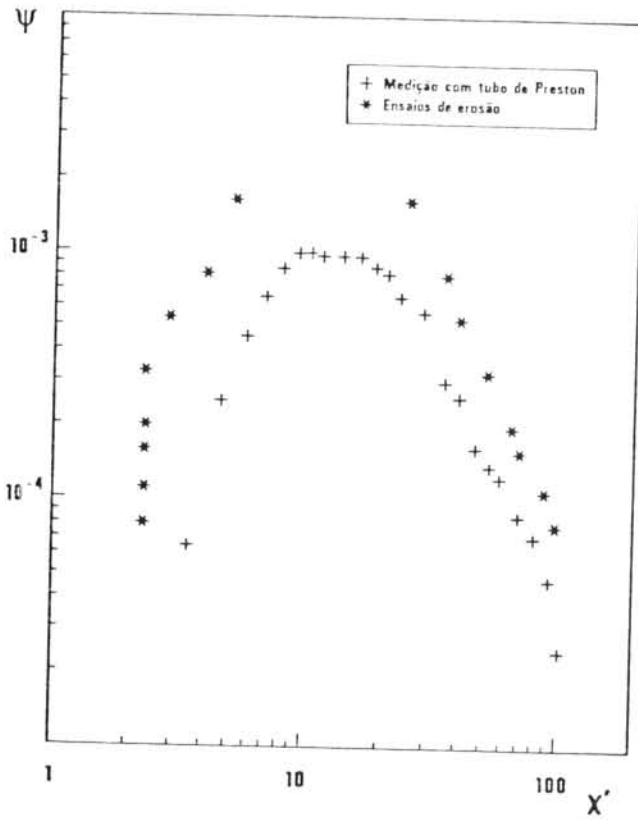


Fig. 4.29 - Comparação das medições efectuadas com o tubo de Preston / ensaios de erosão.
 Exo OX $H/D=3$ $H/S=1$

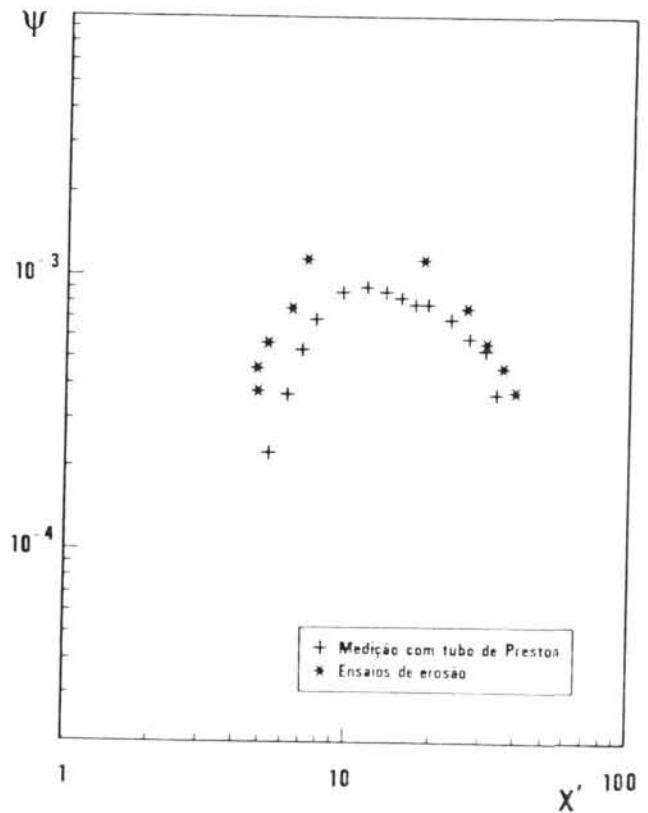


Fig. 4.30 - Comparação das medições efectuadas com o tubo de Preston / ensaios de erosão.
 Exo OX $H/D=5$ $H/S=1$

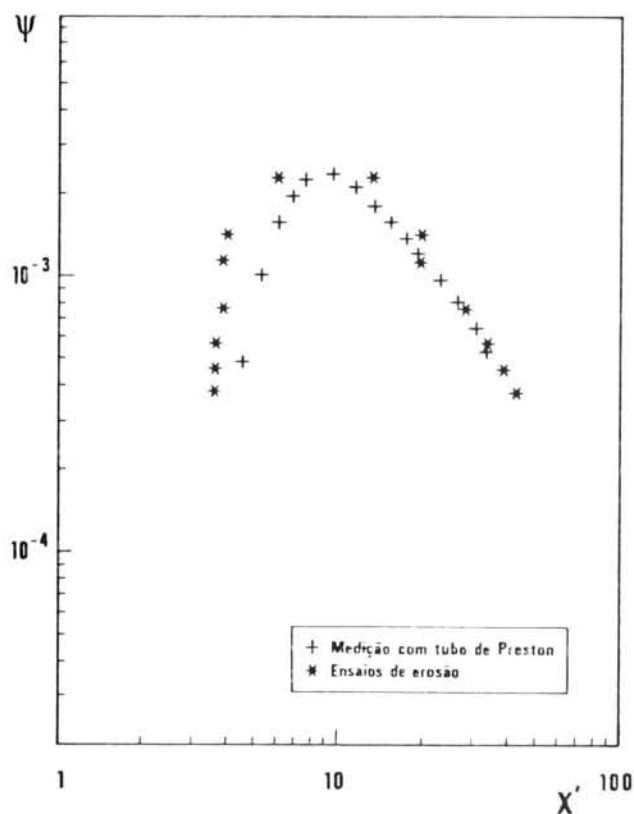
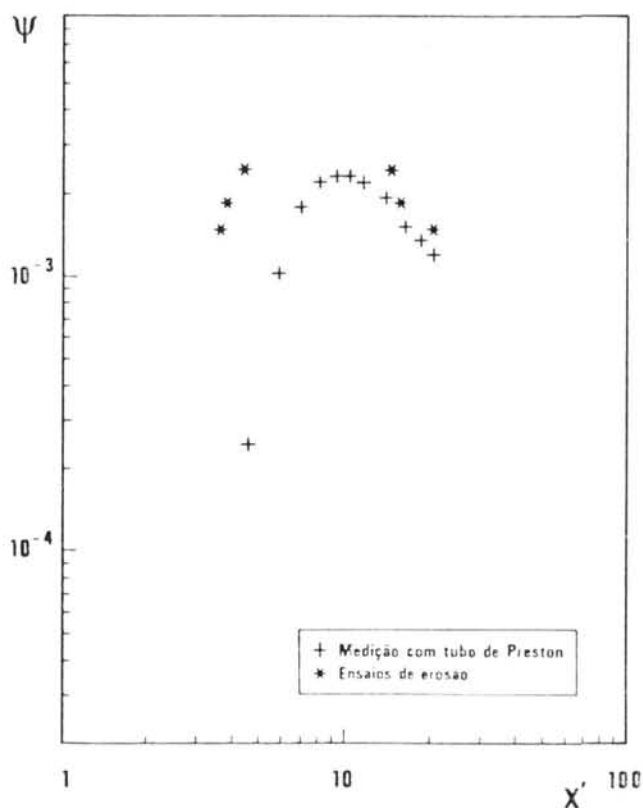


Fig. 4.31- Comparação das medições efectuadas com o tubo de Preston / ensaios de erosão.
Exo CX H/D=1 H/S=1

Fig. 4.32- Comparação das medições efectuadas com o tubo de Preston / ensaios de erosão.
Exo CX H/D=3 H/S=1



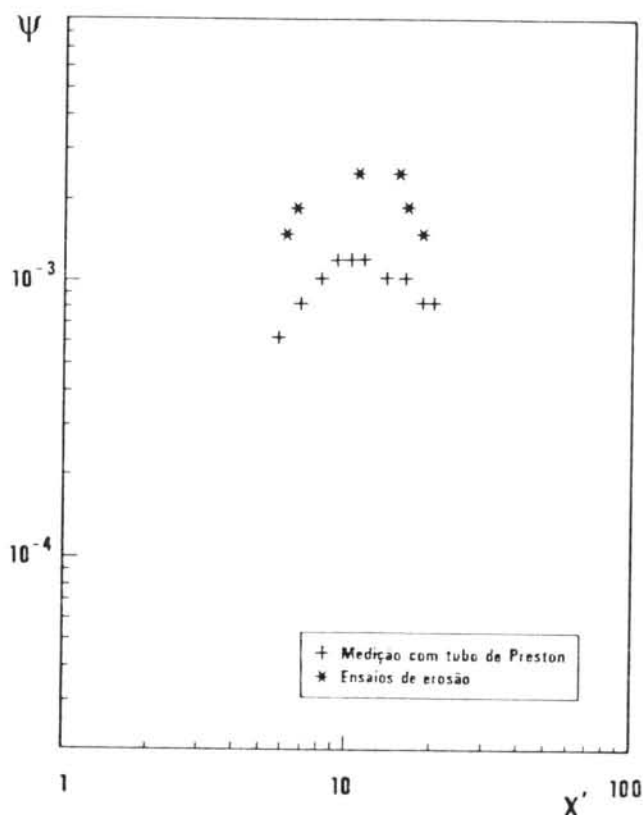


Fig. 4.33 - Comparação das medições efectuadas com o tubo de Preston / ensaios de erosão.

Elxo CX

H/D= 5

H/S= 1

Estes últimos mostram haver uma concordância na generalidade boa na zona descendente da curva, e diferenças, nalguns casos apreciáveis, na parte ascendente, a qual será contudo comparativamente menos importante.

As maiores diferenças observadas parecem estar associadas ao valor da tensão crítica de arrastamento adoptada nos ensaios de erosão.

Tomando como referência os ensaios representados nas figuras 4.28 e 4.29 pode verificar-se (Anexo II), que a variação relativa na densidade de distribuição utilizada foi superior a 3, implicando então, uma diferença de cerca de 28% entre o valor da tensão crítica atribuída a cada ensaio.

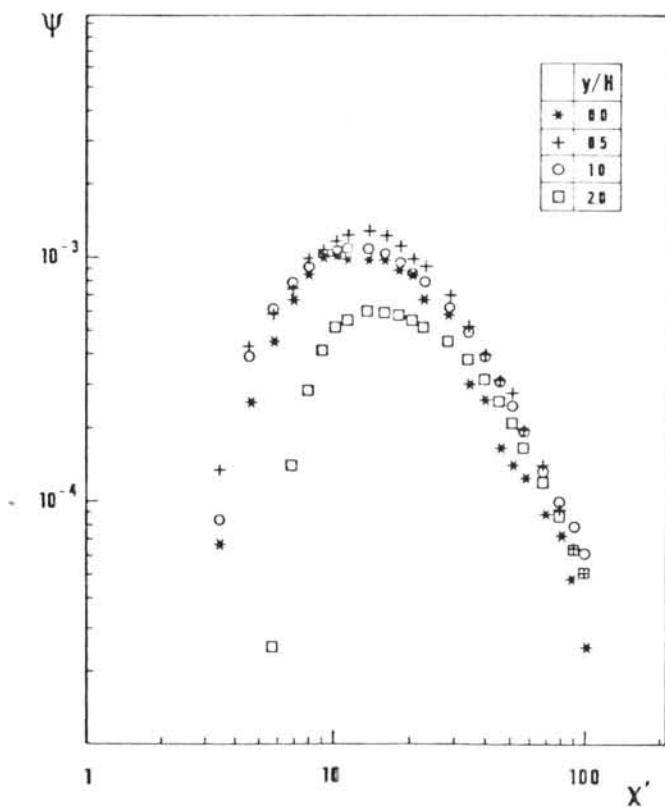


Fig. 4.34 - Medições directas da tensão tangencial com o tubo de Preston. $H/S=1$ $H/D=1$

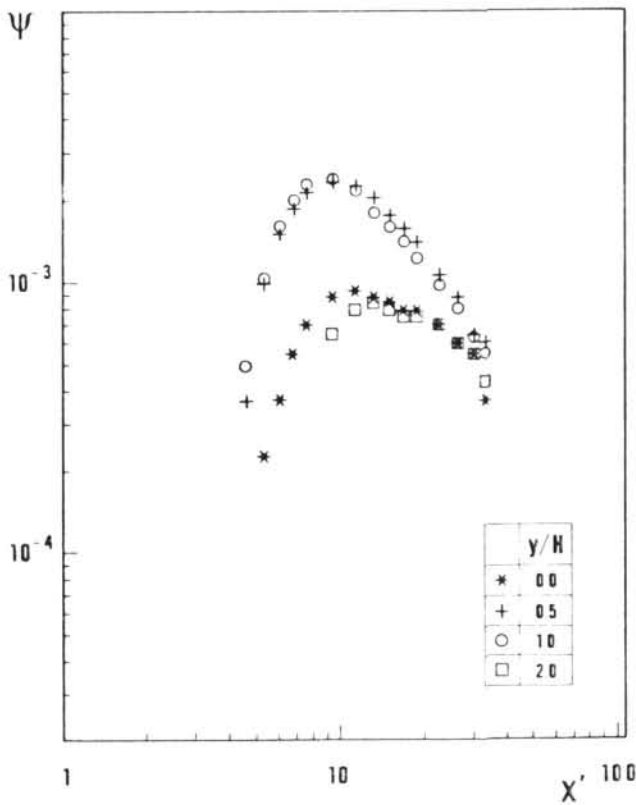


Fig. 4.35- Medições directas da tensão tangencial com o tubo de Preston. $H/S=1$ $H/D=3$

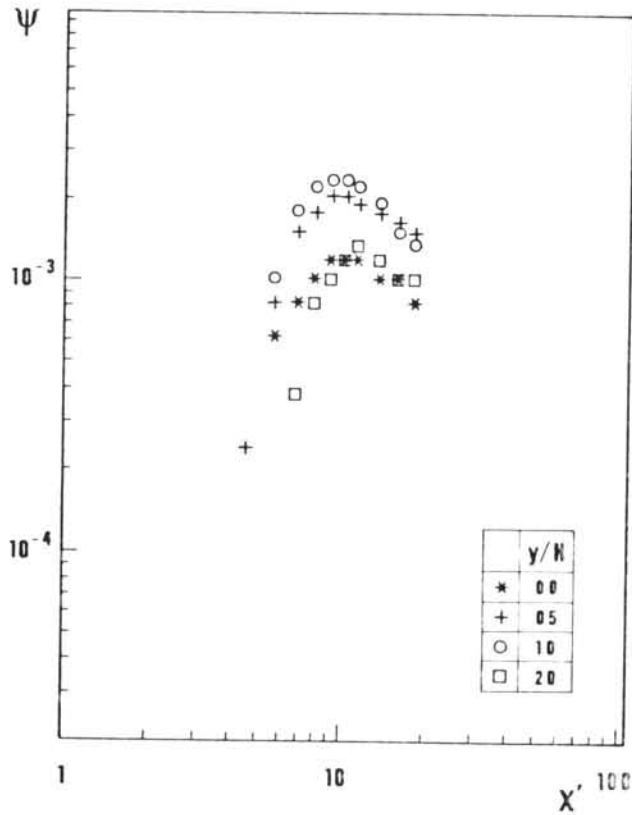


Fig. 4.36 - Medições directas da tensão tangencial com tubo de Preston. $H/S=1$ $H/D=5$

4.3.4 - Variação da pressão estática ao longo do eixo CX

A condição imposta no Cap. 2, de que a pressão estática permanece constante ao longo de todo o escoamento, deixa de se verificar no caso presente devido ao confinamento do jacto.

Houve que conhecer o seu valor de forma a corrigir as medições efectuadas com o tubo de Preston, que, como se sabe, permite determinar a tensão tangencial a partir da diferença entre a pressão total medida pelo tubo e a pressão estática local.

Fizeram-se tomadas de pressão com 1 mm de diâmetro ao longo do eixo CX para diferentes valores de x/H .

Os valores da pressão estática medidos são muito pequenos, em geral inferiores a 1 mm. c. a., não afectando de forma significativa as medições com o tubo de Preston.

O facto de o jacto estar muito próximo, quase assente sobre o plano horizontal, induzirá o aparecimento de um escoamento secundário responsável pelo andamento da curva obtida por interpolação para $H/D = 1$.

Voltaremos a este assunto ao analisar o contorno das figuras de erosão.

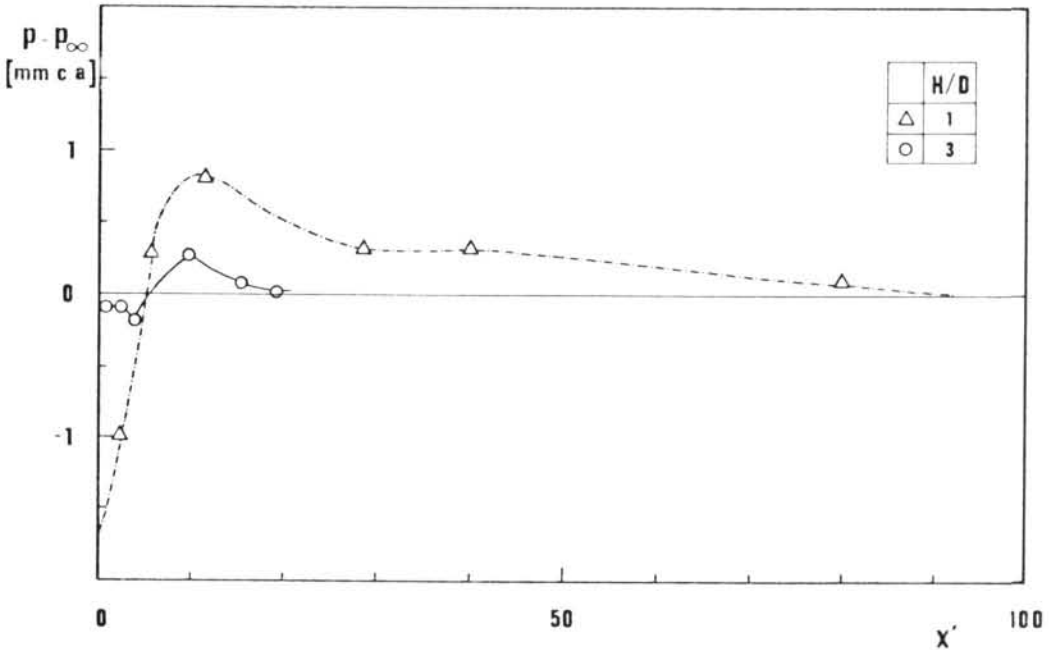


Fig. 4.37 - Variação da pressão estática ao longo do eixo CX

4.3.5 - Valor máximo da tensão tangencial

As medições directas da tensão tangencial bem como os resultados dos ensaios de erosão permitem conhecer a localização do máximo da tensão tangencial.

Em rigor, os ensaios de erosão apenas permitem determinar um intervalo que contém aquele máximo. Contudo, a precisão obtida quando se considera a média daqueles valores extremos parece ser aceitável para a maioria das aplicações.

Quanto ao máximo propriamente dito, no presente estudo ele ocorreu para valores de x/H próximos de 10 e situa-se no eixo OX para $S/H = 1$.

Será de esperar que para maiores valores desta relação o máximo da tensão tangencial passe a ocorrer sobre o eixo CX .

O modelo teórico permite prever esta transição bem como conhecer o valor máximo da tensão tangencial no plano em função daquele parâmetro geométrico, para diferentes valores de y/H .

Restringindo o estudo aos eixos considerados nas medições com o tubo de Preston - $y' = 0, S'/2, S', 2 S'$ - obtém-se através de (2.26):

$$\begin{aligned}\Psi_0 &= 8 \left(\frac{K'_0}{x'} \right)^2 \cdot e^{-\frac{S'^2+1}{(K'x')^2}} \\ \Psi_{0.5} &= 8 \left(\frac{K'_0}{x'} \right)^2 \cdot e^{-\frac{5S'^2+4}{(2K'x')^2}} \cdot \cosh \frac{S^2}{(K'x')^2} \\ \Psi_1 &= 8 \left(\frac{K'_0}{x'} \right)^2 \cdot e^{-\frac{2S'^2+1}{(K'x')^2}} \cdot \cosh \frac{2S^2}{(K'x')^2} \\ \Psi_2 &= 8 \left(\frac{K'_0}{x'} \right)^2 \cdot e^{-\frac{5S'^2+1}{(K'x')^2}} \cdot \cosh \frac{4S^2}{(K'x')^2}\end{aligned}\quad (4.7 \text{ a, b, c, d})$$

Derivando em ordem a x as expressões anteriores, obtém-se para cada eixo a abcissa do valor máximo de Ψ . Excepto para o eixo OX , as equações obtidas resultam implícitas pelo que terão de ser resolvidas numericamente. Utilizou-se um método iterativo simples em:

$$x_{i+1} = \frac{S'}{K'} \cdot \sqrt{w \cdot y' + \frac{1}{S'^2} - 2 \cdot y' \operatorname{tgh} \frac{2 y' S'^2}{(K' x'_i)^2}} \quad (4.8)$$

com $W=2$ para $y'=1$ e $W=2.5$ para y' igual 0.5 e 2.

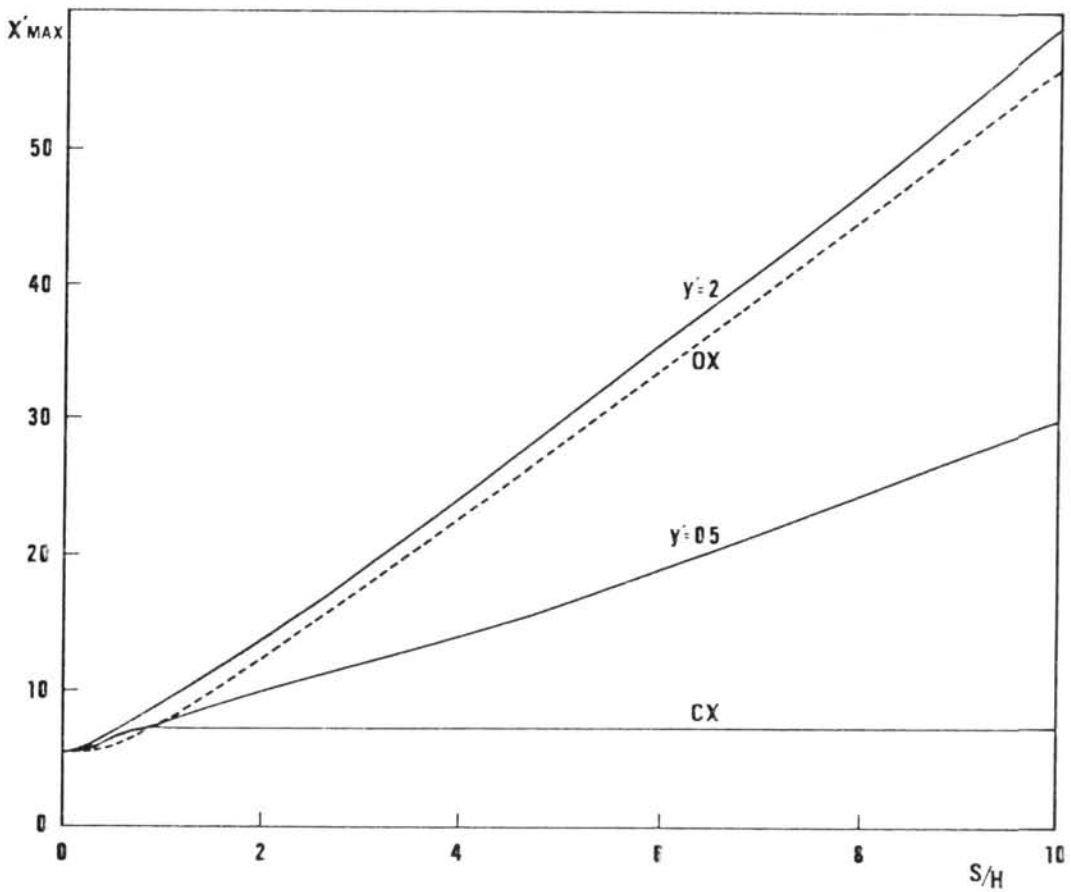


Fig. 4.38 - Abscissa do máximo da tensão tangencial em função de S/H .

Para o eixo OX obtém-se:

$$\Psi_{o \text{ MAX}} = \frac{8 (K'_o \cdot K')^2}{e (S'^2 + 1)} \quad (4.9)$$

Para os restantes eixos as equações $\Psi_{MAX} = f(S/H)$ são obtidas por substituição dos resultados do processo iterativo nas equações (4.7 b, c, d).

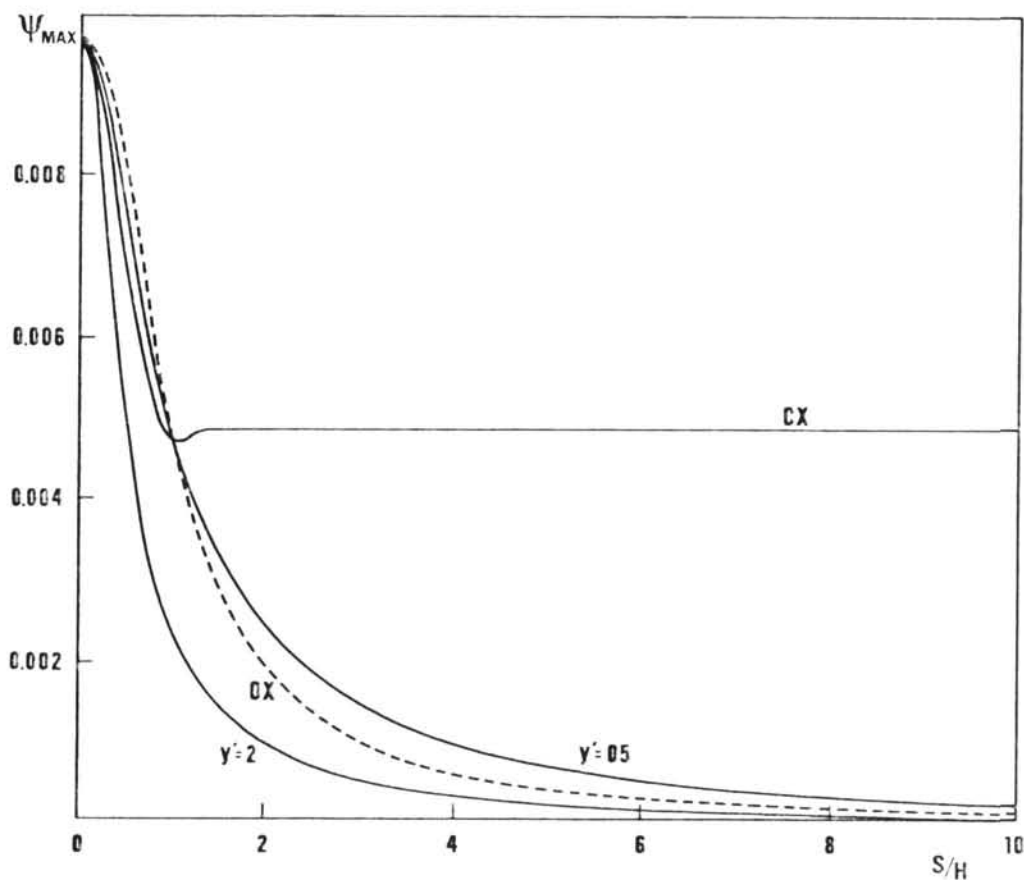


Fig. 4.39 - Valor máximo da tensão tangencial em função de S/H .

Pode notar-se que para valores de S/H muito próximos de 1 o máximo de Ψ passa a verificar-se em eixos compreendidos entre OX e CX, definidos por um valor crescente de y' , até que se dá a transição para o eixo CX.

4.3.6 - Curvas de tensão constante

Foi elaborado um programa que por resolução numérica da

equação (2.26):

$$\Psi = 8 \left(\frac{K'_0}{x'} \right)^2 \cdot e^{-\frac{y'^2 + S'^2 + 1}{(K' x')^2}} \cdot \cosh \frac{2 S' y'}{(K' x')^2} \quad (4.10)$$

permite determinar a família de curvas $y' = f(x', \Psi = c^{te})$, as quais, podem ser comparadas com os contornos das figuras de erosão obtidas para idênticos valores de Ψ .

A sobreposição é feita na figura 4.40, sendo a concordância observada geralmente boa atendendo à indefinição dos contornos das figuras de erosão para grandes valores de x' . Esta indefinição pode ser devida ao facto de a duração do ensaio não ter sido suficiente para que se atingam as condições de estabilidade, com maior probabilidade estar associada às flutuações da tensão tangencial, elevadas nesta zona, ou ainda ao somatório dos dois factores.

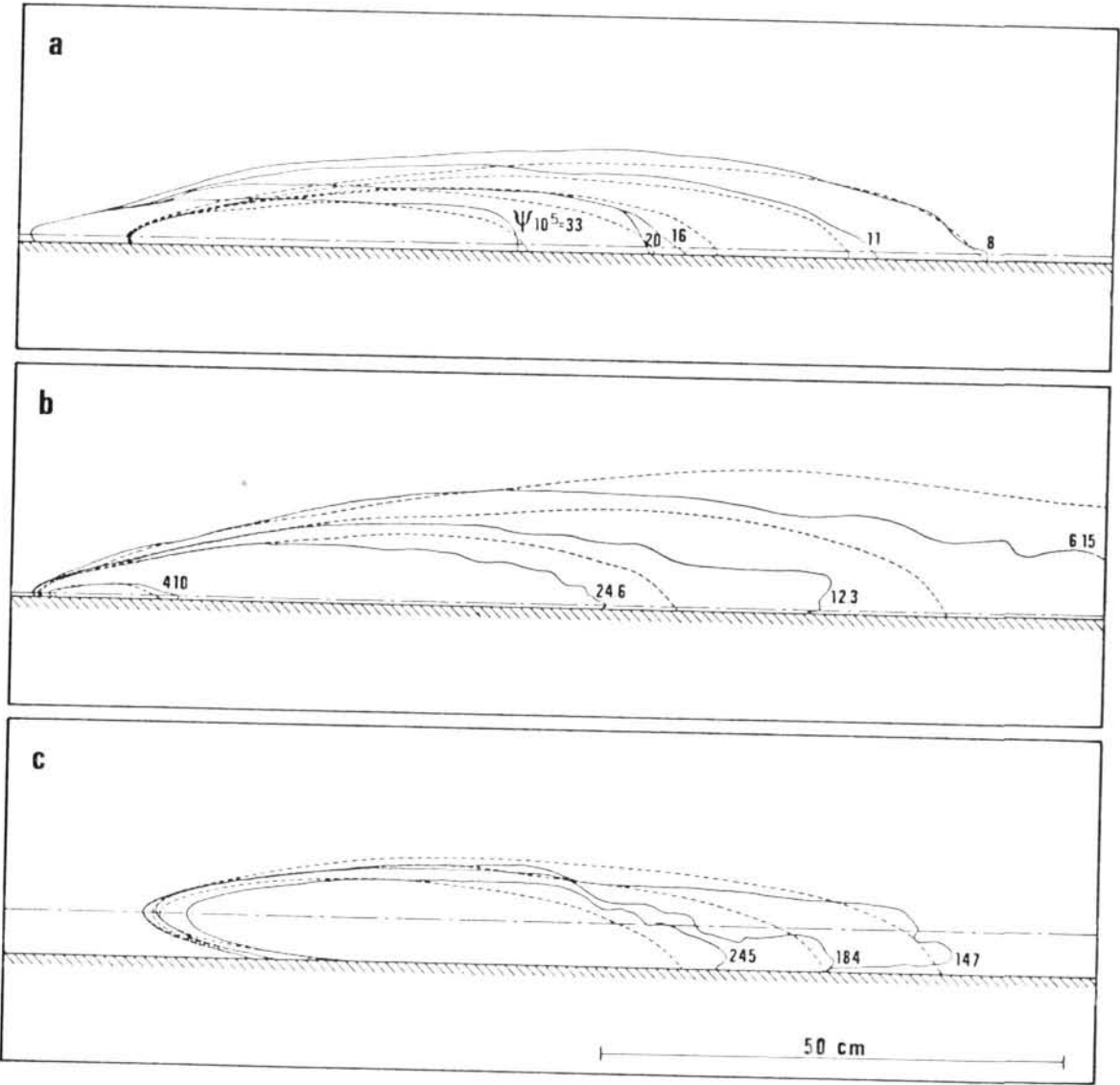
Na configuração reproduzida na figura (4.40 a) as curvas de tensão constante obtidas através do modelo teórico descrevem bem o campo de tensões tangenciais no plano excepto na região inicial. Mais uma vez esta discrepância está relacionada com o valor assumido pelo parametro geométrico H/D e o aparecimento do escoamento secundário, referido anteriormente, que o modelo não permite prever.

Nas figuras 4.41 a 4.43 apresentam-se algumas figuras de erosão obtidas no decorrer dos ensaios. Permitem ter uma percepção rápida do eixo onde ocorre o máximo da tensão tangencial bem como da zona onde a interacção com o(s) plano(s) é mais intensa.

A descontinuidade, bem como uma certa irregularidade na definição do contorno das figuras de erosão, representadas nas figuras 4.42 e 4.43, (nesta, especialmente as duas últimas fotos), para grandes valores de x estarão relacionadas com o valor elevado assumido pelas flutuações da tensão tangencial naquela zona.

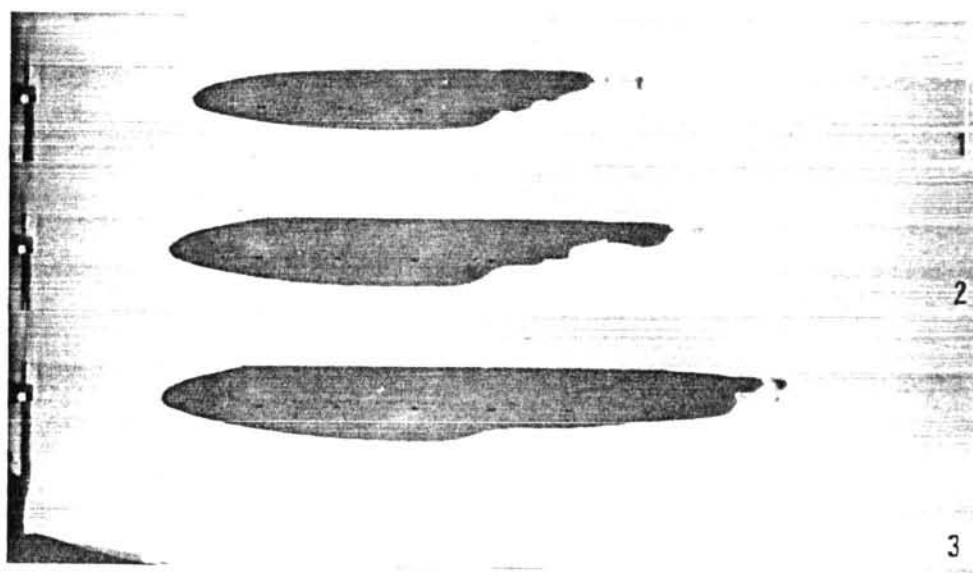
As fotografias das figuras de erosão apresentam duas zonas distintas já caracterizadas e descritas por Viegas [25] que as designa por zonas 'laminar' e 'turbulenta'. Não se consegue detectar, pelo menos de uma forma tão clara como

naquele trabalho, a existência de uma região de transição.



	a	b	c
----- Modelo			
— Ensaios de erosão	H/D-1; S'-1; D-8.74 mm	H/D-3; S'-02; D-391 mm	H/D-5; S'-1; D-8.74 mm

Fig. 4.40 - Curvas de tensão constante.



Fotografia	1	2	3
$P_0 \text{ (Kg/m}^2\text{)}$	150	200	250
$\Psi \cdot 10^4$	245	184	147

$$H/D = 5$$

Fig. 4.41 - Figuras de erosão: $D = 8.74 \text{ mm}$

$$H/S = 1$$

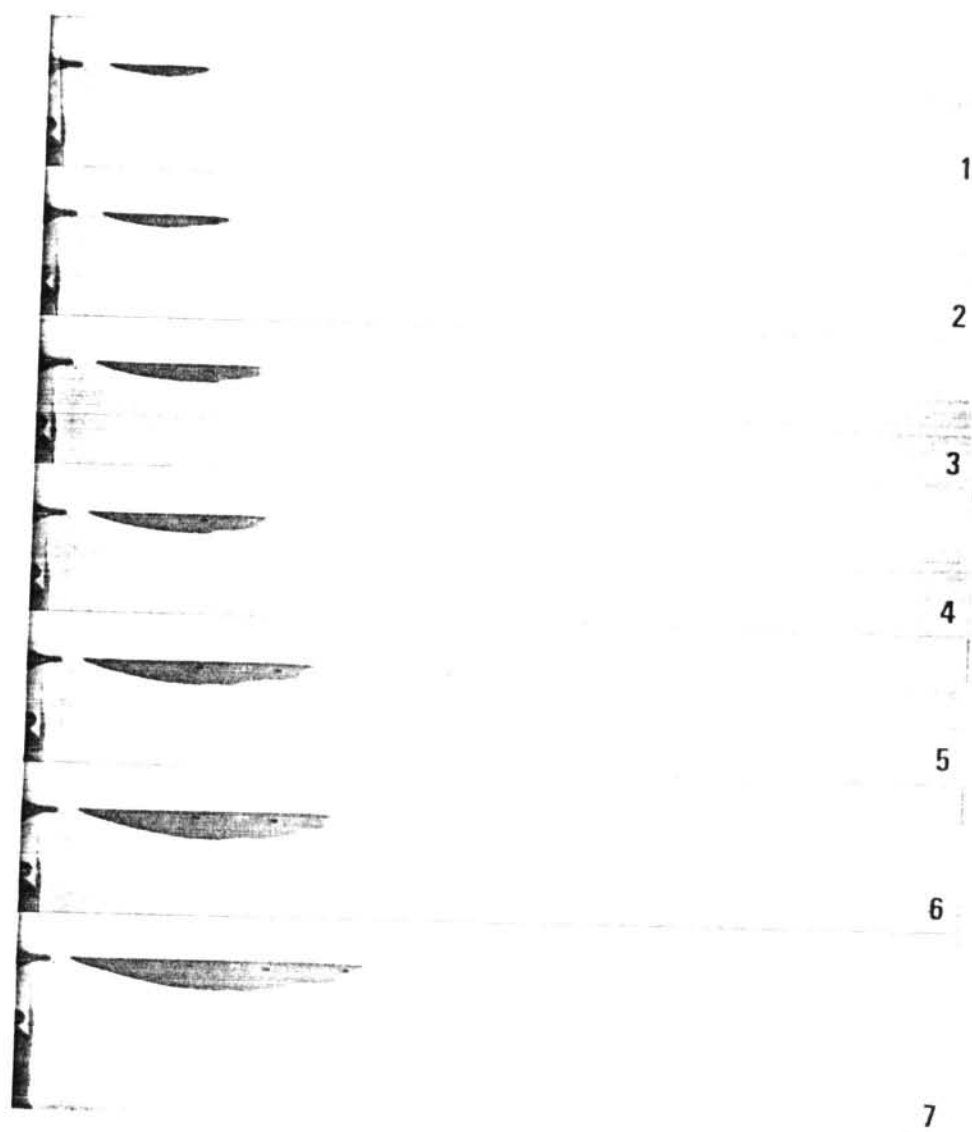


Fotografia	1	2	3	4
$P_o \text{ (Kg/m}^2\text{)}$	120	150	200	250
$\Psi \cdot 10^4$	289	231	173	139

$H/D = 5$

Fig. 4.42 - Figuras de erosão $D = 8.74 \text{ mm}$

$H/S = 2$

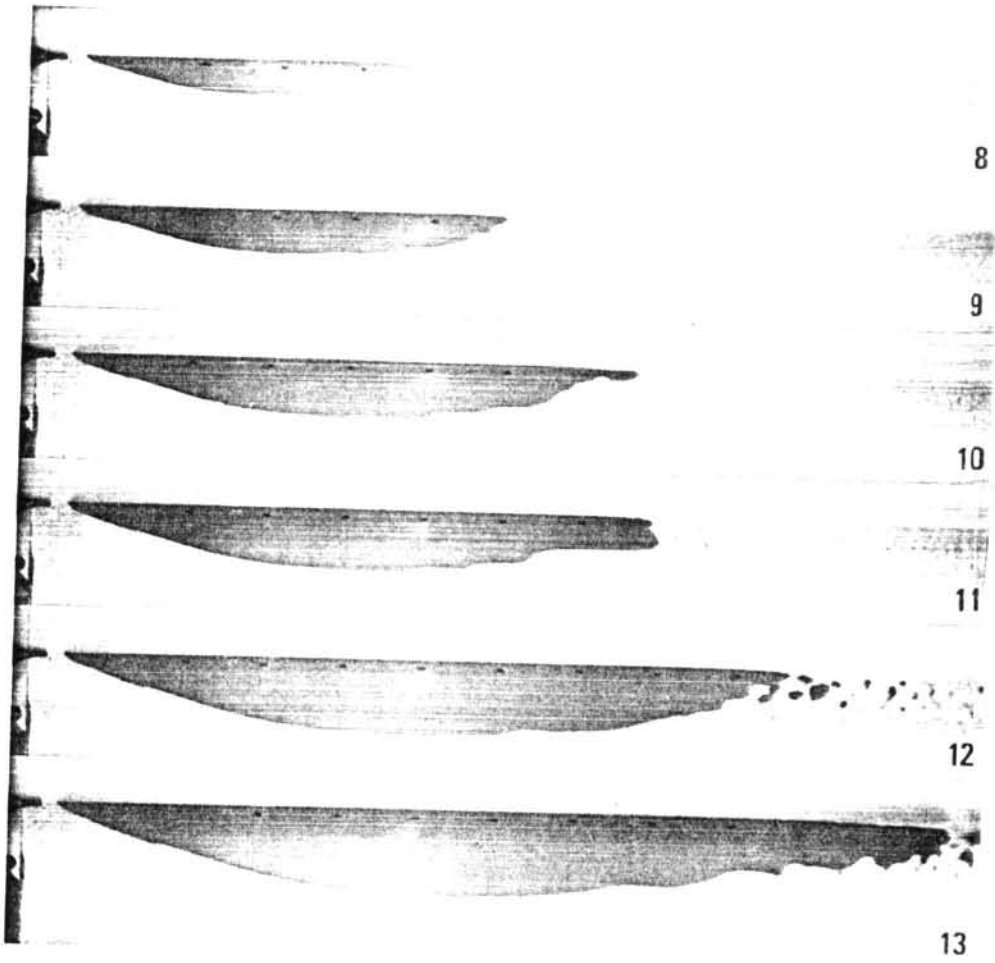


Fotografia	1	2	3	4	5	6	7
$P_0 \text{ (Kg/m}^2\text{)}$	30	50	80	100	150	200	250
$\Psi \cdot 10^4$	114.0	68.4	42.7	34.2	22.8	17.1	13.7

$$H/D = 3$$

Fig. 4.43 - Figuras de erosão $D = 3.91 \text{ mm}$

$$H/S = 5$$



Fotografia	8	9	10	11	12	13
$P_0 \text{ (Kg/m}^2\text{)}$	300	500	800	1000	1500	2000
$\Psi \cdot 10^4$	11.4	6.8	4.3	3.4	2.3	1.7

Fig. 4.43 (cont.) - Figuras de erosão

4.3.7 - Flutuações da tensão tangencial

Recorreu-se à utilização da sonda de filme quente com o propósito de conhecer a importância que poderiam assumir as flutuações da tensão tangencial quando comparadas com o respectivo valor médio.

As medições limitaram-se ao eixo CX às distâncias de 50, 100, 200 e 500 mm e foram efectuadas na montagem II, com o bocal Bø, para números de Reynolds do jacto compreendidos entre 7.3×10^3 e 3.2×10^4 .

A intensidade das flutuações da tensão tangencial (ϵ) definida pelo quociente do valor quadrático médio daquelas pelo valor médio desta variou entre 0.11 e 0.28 como se pode observar na figura 4.44.

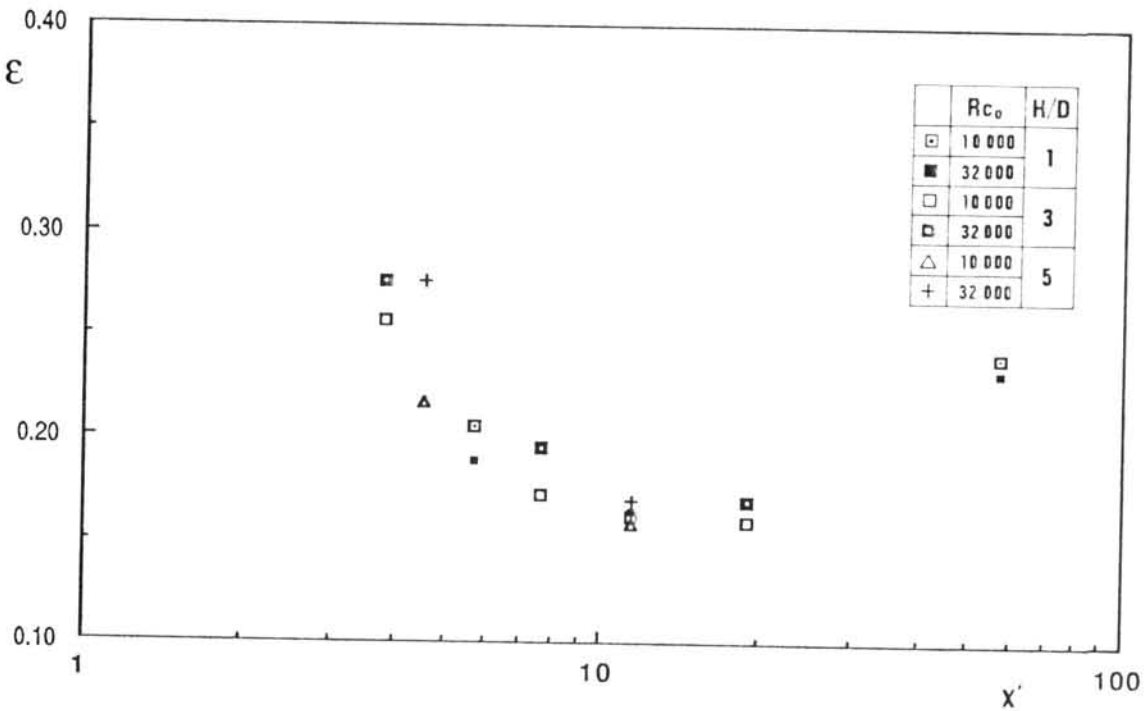


Fig. 4.44 - Intensidade das flutuações da tensão tangencial ao longo do eixo CX.

Os resultados são apresentados apenas para os valores extremos do

número de Reynolds do jacto utilizados, e mais uma vez pode perceber-se a sua independência em relação a H/D . As medições são bem representadas por uma única curva que apresenta um mínimo no intervalo que contém o máximo da tensão tangencial.

5 - Conclusões

O estudo agora concluído permite verificar que a interacção de um jacto circular turbulento com um diedro rectangular apresenta as mesmas três regiões descritas por D.X. Viegas [25], no caso da existência apenas do plano horizontal : jacto livre, região de aproximação e jacto parietal.

O valor assumido pela relação H/S ditará qual dos planos terá a primazia na aproximação, que se observa para valores de x próximos de $10 H$.

O modelo analítico utilizado descreve satisfatoriamente o escoamento, permitindo prever as três regiões citadas. Melhor concordância podia ser obtida adaptando para o coeficiente K não um valor constante mas antes uma lei de variação que permita tomar em linha de conta a existência dos planos.

Apresentam-se os resultados das medições da intensidade da turbulência da componente axial da velocidade. Um estudo mais aprofundado exigiria medições nas direcções de z e y , porventura esclarecedoras do comportamento assumido pelo coeficiente de mistura K .

A técnica de erosão mostrou ser um instrumento bastante útil na caracterização da tensão tangencial no plano. As comparações efectuadas com as medições obtidas através do tubo de Preston são aceitáveis. De referir os bons resultados obtidos até no eixo OX que representa a intersecção dos dois planos.

Algumas discrepâncias observadas nas comparações efectuadas podem não se terem ficado a dever a uma má resposta da técnica de erosão mas tão só a uma deficiente colheita da amostra que serve para caracterizar a densidade de distribuição utilizada, ou erros cometidos na pesagem da mesma. Destaca-se a utilidade do esquadro construído que, quando bem utilizado, permite efectuar ensaios

com densidades muito próximas, e, mais importante, distribuições homogéneas dentro de cada ensaio.

As medições permitem prever não serem de esperar variações à volta do valor médio da tensão tangencial superiores a 30%. Os resultados são independentes da relação H/D e a variação com o número de Reynolds do jacto é pouco sensível.

O modelo analítico permite conhecer a localização e o valor do máximo da tensão tangencial em função do parâmetro S/H , bem como descrever, com aproximação que se considera suficiente, o campo de tensões no plano modificando convenientemente as constantes que nele figuram.

Julga-se ser do maior interesse, do ponto de vista prático, a apresentação no Cap. 4 das figuras que permitem localizar e quantificar o máximo da tensão tangencial em função do valor assumido pela relação S/H .

Para valores daquela relação superiores a dois, o máximo da tensão tangencial ocorre sobre o eixo CX e passa a ser independente daquela relação.

Aquele máximo verifica-se para valores de x/H próximos de 10 e o decalmento da tensão tangencial faz-se com um expoente próximo de -2.

Em todo o estudo foi notória a independência do escoamento em relação ao parâmetro H/D . Exceptua-se o caso de $H/D=1$ o qual devido à pequena distância em relação ao plano introduz perturbações que fazem com que esta configuração tenha de ser considerada quase como um caso particular.

Quando o plano vertical dista do eixo do jacto uma distância superior a $2H$ o escoamento assemelha-se em tudo ao produzido por um jacto paralelo a uma única superfície plana.

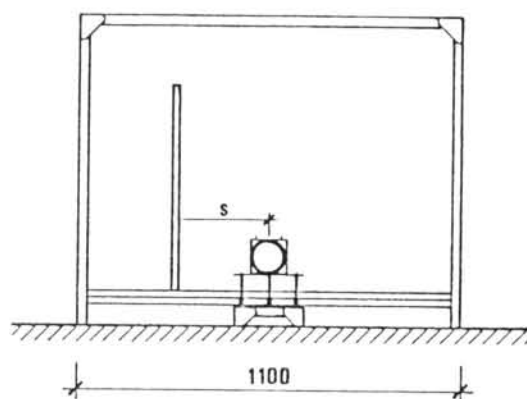
6 - Bibliografia

- [1] - ABRAMOVICH, G.N. - The theory of turbulent jets.
The M.I.T. PRESS (1963).
- [2] - BARATA, J.M.M. - Estudo numérico de jactos incidentes sobre superfícies planas.
Tese de mestrado - I.S.T. (1985).
- [3] - BREUGELMANS, F.A.E. & JUNKHAN, G. - Probes for pressure measurements.
von Karman Institute for Fluid Dynamics, (1973).
- [4] - BROCARD, D.N. - Surface buoyant jets in steady and reversing cross flows.
J. Hydr. Eng. (1985), vol. 111, pp. 793 - 809.
- [5] - CEDERWALL, K. - Buoyant slot jets into stagnant or flowing environments.
C.I.T. (1971).
- [6] - CHOI, D.W.; GESSNER, F.B. & OATES, G.C. - Measurements of confined, coaxial jet
mixing with pressure gradient.
J. Fluid Eng. (1986), vol. 108, pp. 39 - 47.
- [7] - ENGELUND, F. & FREDSOE, J. - Sediment ripples and dunes.
Ann. Rev. Fluid Mech. (1982), vol. 14, pp. 13 - 37.
- [8] - FANG, F.M. & SILL, B.L. - Experimental investigation of unsteady submerged
axisymmetric jets.
J. Hyd. Eng. (1987), vol. 113, pp. 663 - 669.

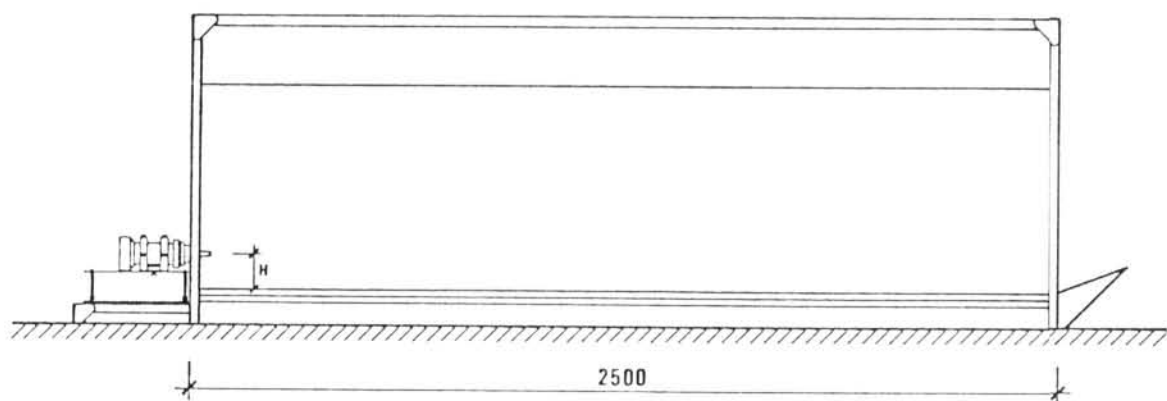
- [9] - HEAD, M.R. & RECHENBERG, I. - The Preston tube as a mean of the measuring skin friction.
J. Fluid Mech. (1962), vol. 14, pp. 1 - 17.
- [10] - HINZE, J.D. - Turbulence.
Mc Graw - Hill (1959).
- [11] - LAUNDER, B.E. & RODI, W. - The turbulent wall jet - measurements and modeling.
Ann. Rev. Fluid Mech. (1983), vol. 15, pp. 424 - 459.
- [12] - LIST, E.J. - Turbulent jets and plumes.
Ann. Rev. Fluid Mech. (1982), vol. 14, pp. 189 - 212.
- [13] - NEVES, M.J.V. - Estudo de jactos turbulentos.
Tese de Doutorado, F.E.U.P., (1985).
- [14] - NINA, M.N.R. - Jactos coaxiais livres em regime turbulento - Estudo da região inicial.
Tese de Doutorado, I.S.T., (1979).
- [15] - OLIVARI, D. - Hot-wire anemometer.
von Karman Institute for Fluid Dynamics, (1976).
- [16] - PATEL, V.C. - Calibration of the Preston tube and limitation on its use in pressure gradients.
J. Fluid Mech. (1965), vol. 23, pp. 185 - 208.
- [17] - PELFREY, J.R.R. & LIBURDY, J.A. - Mean flow characteristics of a turbulent offset jet.
J. Fluid Eng. (1986), vol. 108, pp. 82 - 89.
- [18] - RAJARATNAM, N. - Turbulent jets.
Elsevier S.P. Company (1986).
- [19] - RASMUSSEN, C.G. & MADSEN, B.B. - Hot-wire and hot-film anemometry.
Disa Elektronik - Herlev - Denmark.

- [20] - SCHLICHTING, H. - Boundary layer theory.
Mc Graw - Hill (1979), 7nd edition.
- [21] - SIMÕES, J.M.Q. & VIEGAS, D.X. - Condições críticas de arrastamento de partículas sólidas sobre uma superfície inclinada.
Comunicação ao 4^º Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada, Coimbra (1987).
- [22] - SO, R.M.C.; SAAD, A.A. & YU, M.H. - The near field behavior of turbulent gas jets in a long confinement.
Exp. In Fluids (1987), vol. 5, pp. 2 - 11.
- [23] - THOMAS, F.O. & BREHOB, E.G. - An investigation of large-scale structure in the similarity of a two dimensional turbulent jets.
Rev. Phys. Fluids (1986), vol. 29, pp. 1788 - 1795.
- [24] - TUCKER, H.J. & ISLAM, S.M.N. - Development of axisymmetric laminar to turbulent free jets from initially parabolic profiles.
J. Fluid Eng. (1986), vol. 108, pp. 321 - 325.
- [25] - VIEGAS, D.X. - Uma técnica de erosão aplicada ao estudo da Interacção de jactos turbulentos com uma superfície plana.
Tese de Doutoramento, Coimbra (1981).
- [26] - VIEGAS, D.X. & BORGES, A.R.J. - An erosion technique for the measurement of the shear stress field on a flat plate.
J. Phys. E: Sci. Inst. (1986), pp. 625 - 630.

Anexo I



Alçado Posterior



Alçado Lateral esquerdo

Fig. A 1 - Montagem experimental I

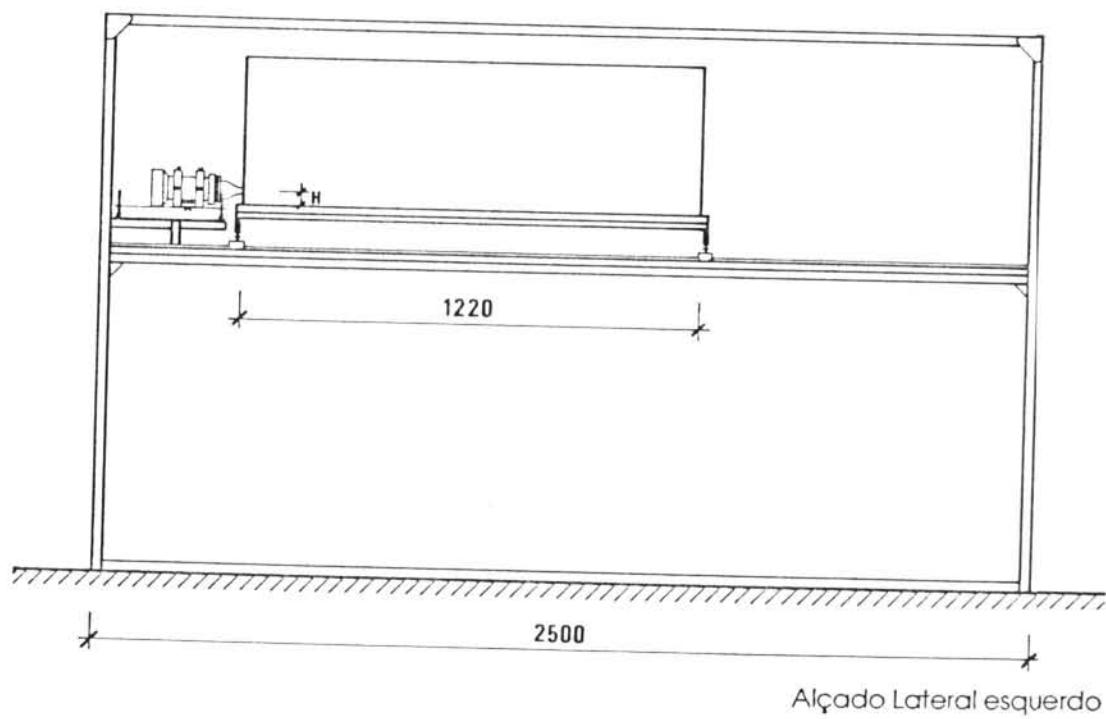
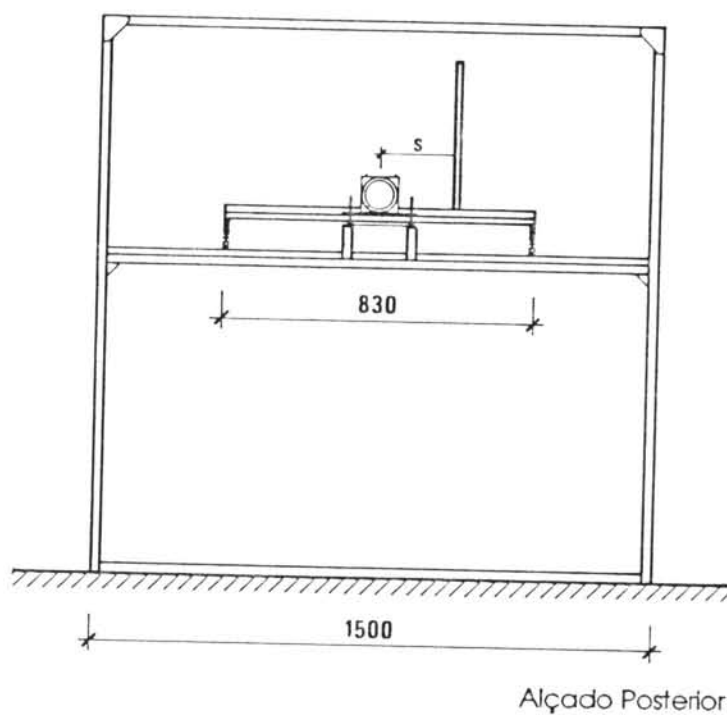


Fig. A 2 - Montagem experimental II

Anexo II

Parâmetros dos ensaios de erosão

D = 8.74 mm

d = 0.30 mm

Ref ^a	H/D	H/S	γ	τ_c
1	1	0.5	1.09	0.125
2	1	0.5	1.27	0.129
3	1	0.5	2.73	0.151
4	1	1	3.64	0.160
5	1	1.45	1.64	0.136
6	1	2	-	-
7	1	5	-	-
8	3	1	1.09	0.125
9	3	2	1.82	0.139
10	3	5	2.18	0.144
11	5	1	2.21	0.144
12	5	2	1.42	0.132
13	5	2	1.69	0.136
14	5	5	3.05	0.154
15	10	1	-	-
16	10	2	-	-
17	10	5	-	-

Parâmetros dos ensaios de erosão

D = 3.91 mm

d = 0.30 mm

Ref ^a	H/D	H/S	γ	τ_c
1	1	1	1.89	0.140
2	1	2	-	-
3	1	5	-	-
4	3	1	2.11	0.143
5	3	2	2.59	0.149
6	3	5	1.56	0.134
7	5	1	1.27	0.129
8	5	2	2.74	0.151
9	5	5	1.91	0.140
10	10	1	1.45	0.132
11	10	2	1.64	0.136
12	10	5	2.89	0.153

Parâmetros dos ensaios com tubo de Preston

$d = 1.2 \text{ mm}$ $Po = 200 \text{ mm. c. a.}$

Ref ^a	H/D	H/S	y/H
1	1	1	0
2	1	1	0.5
3	1	1	1
4	1	1	2
5	3	1	0
6	3	1	0.5
7	3	1	1
8	3	1	2
9	5	1	0
10	5	1	0.5
11	5	1	1
12	5	1	2

Parâmetros nos ensaios com fio quente

$D = 8.74 \text{ mm}$

Ref ^a	H/D	H/S	y/H	x/H
1	3	1	0.5	5
2	3	1	0.5	10
3	3	1	0.5	20
4	3	1	1	5
5	3	1	1	10
6	3	1	1	20
7	3	1	1.5	5
8	3	1	1.5	10
9	3	1	1.5	20

Parâmetros nos ensaios com filme quente

$D = 8.74 \text{ mm}$

Ref [®]	H / S	H / D	x (mm)
1	1	1	50
2	1	1	100
3	1	1	500
4	1	3	50
5	1	3	100
6	1	3	200
7	1	3	500
8	1	5	50
9	1	5	200
10	1	5	500

Anexo III

```
10 REM
20 REM  * LINHAS DE TENSÃO CONSTANTE *
30 REM      MODELO ANALÍTICO
40 REM
94 LET PSI=0.00147
95 LET S=1 : REM VALOR DE S'
96 LET H= 5 * 8.74
97 LET D= 8.74
101 REM
110 LET K= .175
130 LET Ko=.44
140 REM
145 LET S1=H*S
150 LET EP= 0.01
160 LET Z4=0 : LET Z5=0
170 LET Z3=1 : LET Z6=0
175 REM
180 DIM H(200) : DIM S(200)
190 DIM Y(200) : DIM Z(50)
200 DIM Q(200) : DIM P(200)
195 REM
200 FOR I=1 TO 50
202 IF I=1 THEN LET Z(I)=Z3
205 GO SUB 4000
210 LET Z(I+1)= Z(I)- (B6 /C5)
215 LET N = Z (I+1) - Z (I)
220 LET NN = ABS N
230 IF NN <= .01 THEN GO TO 5000
240 NEXT I
250 REM
```

```

270 LET X = Z1
280 LET T=0 : LET A =0.1
300 PLOT 39,167 : DRAW 140,0
302 DRAW 0,-120 : DRAW -140,0
304 DRAW 0,120
310 PRINT AT 3,7 ; * PSI = * : PSI
320 PRINT AT 5,7 ; * K' = * ; K
330 PRINT AT 7,7 ; * K'o = * ; Ko
340 PRINT AT 9,7 ; * H = * ; H
350 PRINT AT 11,7 ; * S' = * ; S
360 PRINT AT 13,7 ; * D = * ; D
380 COPY
400 REM
410 LET T = T+1
420 LET S (T) = X
460 FOR I=1 TO 100
465 IF I=1 THEN LET Y (I) =Z3
470 GO SUB 1000
480 IF A11 < 0 THEN GO SUB 6500
500 LET Y(I+1)=A1*SQR A11
520 LET E=Y(I+1)-Y(I)
540 LET ER= ABS E
560 IF ER <= EP THEN GO TO 2000
580 NEXT I
585 REM
600 REM TRACADO DAS LTC
614 REM ESCALA
616 LET E=150 : LET L1=25
620 CLS : LET D1=0
630 FOR I=1 TO T
640 LET Q(I)=S(I) * H/10
650 LET P(I)=H(I) * H/10
652 LET Q(I)= INT ( Q(I) + 0.5)
654 LET P(I)= INT ( P(I) + 0.5)

```

```
660 LET C=P(I)
670 IF C>D1 THEN LET D1=C
680 IF I=T THEN LET W=Q(I)
690 NEXT I
730 PLOT L1,80
740 LET A=0 : LET B=0
750 FOR I=1 TO T
760 LET F=(Q(I)-A) * E/100
770 LET G=(P(I)-B) * E/100
780 LET A=Q(I) : LET B=P(I)
790 DRAW F,G
800 NEXT I
805 LET B=0 : PLOT L1,80
806 LET A=0
810 FOR I=1 TO T
840 LET F=(Q(I)-A) * E/100
850 LET G=-(P(I)-B) * E/100
860 LET A=Q(I) : LET B=P(I)
870 DRAW F,G : NEXT I
875 PLOT L1,80
876 LET E1=E/100 : LET E2=D1 * E1
880 DRAW -Q(I) * E1,0 : DRAW 0,E2
881 DRAW 2,-2 : DRAW -2,2
882 DRAW -2,2 : DRAW 2,2
884 DRAW 0,-D1 * E1 : PLOT L1,80
886 DRAW W * E1+16,0
888 DRAW -2,2 : DRAW 2,-2
889 DRAW -2,-2
890 PLOT L1,80+(S1/10) * E1
891 DRAW W * E1,0
892 COPY : PRINT AT 21,7
893 PRINT TAB 7 ; "PSI= " ; PSI
894 LPRINT TAB 7 ; "PSI= " ; PSI
895 PRINT TAB 7 ; "
```

```

896 LPRINT TAB 7;';
902 LPRINT TAB 7;'H/D = ';H/D
904 PRINT TAB 7;'H/D = ';H/D
908 PRINT TAB 7;'H/S= ';H/S1
909 LPRINT TAB 7;'H/S= ';H/S1
912 PRINT TAB 7;'Xi = ';O3
913 LPRINT TAB 7;'Xi = ';O3
916 PRINT TAB 7;'Xf = ';O
917 LPRINT TAB 7;'Xf = ';O
920 PRINT TAB 7;'Ymax = ';O2
921 LPRINT TAB 7;'Ymax = ';O2
924 STOP
1000 LET A1=K * X
1100 LET A2=(2 * S * Y(I)
1200 LET A3=(A2/(A1^2)
1210 IF A3 >=88 THEN GO TO 7000
1300 LET A4 = (EXP(A3)+EXP(-A3))
1400 let A5=A4/2
1500 LET A6=LN A5
1600 LET A7=PSI * (X^2)
1700 LET A8= 4 * (Ko^2)
1800 LET A9=LN (A7/A8)
1900 LET A10=((((S^2)+1)/(A1^2))
1920 LET A11=A6-A9-A10
1950 RETURN
2000 REM
2050 IF Z6>0 THEN GO TO 2100
2060 IF Z4=0 THEN GO TO 8500
2100 LET H(T)=Y(I+1)
2110 LET Z3=H(T)
2115 LET Z4=Z4+1
2120 LET A=1
2125 IF X>=10 THEN LET A=5
2130 IF X>=20 THEN LET A=10

```

```

2135 IF Z5>0 THEN LET A=0.1
2200 LET X=X+A
3000 CLS
3040 LET J=19 : LET Q=10
3050 PRINT TAB Q;"X ";TAB J;"Y "
3051 LPRINT TAB Q;"X ";TAB J;"Y "
3060 PRINT " ; LET O2=0
3061 LPRINT " ;
3100 FOR I=1 TO T
3200 LET U=S(I)
3300 LET M3=INT ((U * 1000)+0.5)
3400 LET M4=M3/1000
3410 LET M4=M4 * H/10
3500 LET M1=INT ((H(I) * 100)+0.5)
3600 LET M2=M1/100
3610 LET M2=M2 * H/10
3650 GO SUB 9600
3700 PRINT TAB 7;M4;TAB M8;M2
3701 LPRINT TAB 7;M4;TAB M8;M2
3710 IF I=1 THEN LET O3=M4
3720 IF I=T THEN LET O=M4
3740 LET O1=M2
3750 IF O1 > O2 THEN LET O2=O1
3800 NEXT I
3900 GO TO 600
4000 LET B0=(Z(I)^2)/(4 * (Ko^2))
4050 LET B1=PSI * B0
4100 LET B2=(S^2)+1
4200 LET B3=(K * Z(I))^2
4300 LET B4=B2/B3
4400 LET B5=EXP(-B4)
4500 LET B6=B1-B5
4550 LET C0=2 * (Ko^2)
4600 LET C1=(PSI * Z(I))/C0

```

4700 LET C2=2 * K * B2
4800 LET C3=B3 * (K * Z(I))
4850 LET C4=C2/C3
4860 LET C5=C1-(B5 * C4)
4900 RETURN
5000 LET Z1=Z(I+1)
5100 GO TO 250
6000 LET Z(I+1)=Z(I) * 10
6100 GO TO 240
6500 IF Z4>1 THEN GO TO 9000
6550 LET X=X+A
6700 GO TO 420
7000 LET X=X+A : GO TO 420
8000 LET Y(I)=Z3
8010 GO TO 470
8500 LET X=X-A
8600 LET A=0.01
8700 LET Z6=Z6+1
8750 LET X=X+A
8800 GO TO 420
9000 IF Z5>0 THEN GO TO 3000
9005 LET Z5=Z5+1
9100 LET X=X-A
9200 LET T=T-1
9300 LET A=.1
9400 LET X=X+A
9500 GO TO 410
9600 LET M5= LEN STR\$ INT M4
9700 LET M6= LEN STR\$ INT M2
9800 LET M7=9-M5 : LET M8=19-M6
9900 RETURN





FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000023232

5
M