

**Elasto-Plastic Analysis Considering the Element
Free Galerkin Method.
Two-Dimensional problems, Plates and Laminates.**

By

Jorge Américo Belinha

Thesis submitted in fulfilment of degree of Master in Civil Engineering Structures of the Faculty of
Engineering of University of Porto under the supervision of

Prof. Lúcia Maria de Jesus Simas Dinis

Abstract

This work extends the Element Free Galerkin Method to the elasto-plastic analysis and presents a computational model for the material non-linear analysis of Two-Dimensional problems and bending applications of Plates and Laminates.

The Element Free Galerkin Method is considered in the analysis of beams, two-dimensional problems, plates and laminates bending problems. In order to define the displacement field and the strain field the following formulations are considered for the various problems. Euler-Bernoulli formulation and Timoshenko formulation for the Beam problem. Plane Stress formulation and Plane Strain formulation are considered for the Two-Dimensional problems. The Mindlin Plate theory is considered for bending problems of Plates and Laminates.

The approximation functions in the Element Free Galerkin Method are calculated considering a moving least squares approximants. In order to enforce essential boundary conditions two methods are analysed, the Penalty Method and the Lagrange Multiplier Method. Two integration methods are considered, a numerical integration by the Gauss quadrature integration points and a direct nodal numerical integration. Technical procedures are presented and applied to eliminate the shear-locking phenomenon on beams, plates and laminates. A method for domains with irregular boundaries is proposed.

The solution of the non-linear equations set is obtained resorting to the incremental/iterative Newton-Rapson method or to the simplified forms of it, as the Modified Newton-Rapson Method. The material non-linear behaviour is dealt considering for the elasto-plastic model the Von Mises yield function, an associative law for the plastic flow and material isotropic hardening effects.

Finally, the developed model is applied to the elasto-plastic analysis of Two-Dimensional problems (Plane Stress and Plane Strain), Plate and Laminate problems considering material and hardening anisotropy. The elasto-plastic behaviour is modelled using the Hill's yield function, which is a generalization of the Huber-Mises criterion for anisotropic materials, where the stress components are modified by introducing adequate anisotropic parameters.

**Análise Elasto-Plástica Considerando o Método
Livre de Elementos de Galerkin.
Problemas Bidimensionais, Placas e Laminados.**

por

Jorge Américo Belinha

Tese submetida para satisfação dos requisitos do grau de Mestre em Estruturas de Engenharia Civil da
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto e realizada sob a supervisão da

Prof. Lúcia Maria de Jesus Simas Dinis

Abstracto

O presente trabalho tem como objectivos fundamentais o estudo do Método Livre de Elementos de Galerkin de modo a estendê-lo à análise não-linear material e o desenvolvimento de um modelo computacional para a análise linear e não-linear material de problemas Bidimensionais, Placas e Laminados.

O Método Livre de Elementos de Galerkin é considerado na análise de vigas planas, problemas bidimensionais, placas e laminados. Para efeitos de definição dos campos de deslocamento e deformações são consideradas as seguintes formulações para os vários problemas. Formulação de Euler-Bernoulli e formulação de Timoshenko para os problemas de Vigas Planas. Consideração do Estado Plano de Tensão e do Estado Plano de Deformação para os problemas Bidimensionais. Formulação de Mindlin para os problemas de placas e laminados sujeitos à flexão.

No que respeita à construção das funções de forma no Método Livre de Elementos de Galerkin considerou-se o Método dos Mínimos Quadrados. Para efeitos de imposição das condições de fronteira essenciais são analisados dois métodos, o Método da Penalidade e o Método dos Multiplicadores de Lagrange. Consideraram-se dois tipos de integração numérica para efeitos de integração do sistema de equações diferenciais. A integração numérica por pontos de quadratura de Gauss e a integração numérica nodal directa. Apresentam-se e aplicam-se técnicas, nos problemas de vigas espessas, placas e laminados, de eliminação do fenómeno da retenção ao corte. É proposto um método de resolução do problema das descontinuidades físicas do problema.

A solução do sistema de equações não linear é obtida recorrendo ao método incremental/iterativo de Newton-Rapson ou às formas simplificadas deste, com é o caso do Método de Newton Rapson Modificado. O comportamento não-linear do material é tratado considerando para o modelo elasto-plástico a função de cedência de Von Mises, uma lei associativa para o escoamento plástico e os efeitos de encruamento isotrópico do material.

Por fim, o modelo desenvolvido é aplicado à análise elasto-plástica de problemas Bidimensionais, Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação, Placas e Laminados considerando anisotropia material e de encruamento. Para modelar o comportamento elasto-plástico é adoptada a função de cedência de Hill, a qual constitui uma generalização do critério de Huber-Mises para materiais anisotrópicos, onde as componentes da tensão são modificadas utilizando parâmetros de anisotropia adequados.