

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA E GESTÃO INDUSTRIAL

**Desenvolvimento de um sistema de interferometria Holográfica (ESPI)
para análise de estruturas sob solicitações estáticas e dinâmicas**

Jaime Miranda Monteiro

Licenciado em Física

pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

0038027

621(043) Mon/Des Cat

UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA
N.º 43711
CDU
Data ____/____/19____

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Porto, Outubro de 1998

Aos meus Pais

Agradecimentos

Uma tese dificilmente resulta de um trabalho solitário por parte do autor. Assim gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que alguma forma possibilitaram a realização deste trabalho.

Gostaria no entanto de realçar aqueles que mais de perto acompanharam o desenrolar deste trabalho durante este último ano.

Começaria por agradecer ao Professor Mário Vaz, meu orientador desta tese, pela orientação, empenho e sugestões que foi dando ao longo da realização deste trabalho o que muito contribuiu para a sua realização. Por fim, agradece-lho a amizade demonstrada durante todo este tempo de trabalho.

Ao meu amigo e colega Dr. Fernando Santos agradeço o companheirismo, a amizade, a colaboração e disponibilidade bem como os incentivos dados ao longo deste trabalho.

Ao Professor Queirós de Melo agradeço a amizade e apoio dado ao longo de todo este tempo.

Ao Engenheiro Simões agradeço a amizade, as sugestões e o apoio dados na parte relacionada com a biomecânica.

Ao LOME/INEGI agradeço na pessoa do Professor Silva Gomes a oportunidade que me foi dada de frequentar este mestrado enquanto bolseiro desta instituição.

Por fim um agradecimento muito especial à Fernanda pela disponibilidade e pela amizade demonstradas ao longo deste tempo.

Resumo

Este trabalho descreve o desenvolvimento de dois sistemas baseados na interferometria holográfica (ESPI) com o objectivo da sua aplicação ao estudo de estruturas sob solicitação estática e dinâmica.

Descreve-se a implementação de um sistema de ESPI convencional, baseado na tecnologia de fibras ópticas, compacto e portátil, para aplicação ao estudo de fenómenos estáticos e dinâmicos.

Descreve-se também, a implementação de um sistema de ESPI de dupla iluminação, com o objectivo de vir a funcionar como um extensómetro óptico, podendo assim vir a substituir com algumas vantagens os tradicionais extensómetros.

Ambos os sistemas foram testados em aplicações práticas para assim verificar a sua adaptabilidade e precisão.

Por fim utilizam-se técnicas de processamento de imagem para aumentar a resolução da medida e melhorar a apresentação dos resultados.

Abstract

This work describes the development of two systems based on the holographic interferometry (ESPI) with the aim of its application to the study of structures under static and dynamic solicitation.

The implementation of a conventional ESPI system is described, based on the optical fibers technology, compact and portable, for application to the study of static and dynamic phenomenon.

It is also described, the implementation of a ESPI system of double illumination, with the objective of coming to work as an optical strain gauge, becoming like this a substitute with some advantages to the traditional strain gauges.

Both systems were tested in practical applications to verify its adaptability and precision.

Techniques of image processing are finally used to increase the resolution of the measure and to improve the presentation of the results.

Résumé

Ce travail décrit le développement de deux systèmes basés sur l'interférométrie holographique (ESPI) ayant l'objectif de son application à l'étude de la statique et dynamique des ossatures.

On décrit le mis-au-point d'un système d'ESPI conventionnel, basée sur la technologie des fibres optiques, compact et portable, pour l'application de l'étude des phénomènes statiques et dynamiques.

On décrit, aussi, le mis-au-point d'un système d'ESPI ayant double éclairage pour marché comme extensomètre optique, si pouvant à remplacer avec quelques avantages les bandes extensomètres usuels.

Tous les deux systèmes sont essayés en des applications pratiques, où il est possible de vérifier son adaptabilité et précision.

Pour finir les objectifs de ce travail, on utilise les techniques de traitement d'image pour améliorer la résolution et la présentation des résultats.

A	: amplitude do fasor do campo
$ABCD$	: matriz de um sistema óptico arbitrário.
$A(x,t)$	: campo eléctrico de um trem de ondas planas ou linearmente polarizadas (E_x)
A_0	: amplitude máxima da onda
$A^{(r)} A^{(i)}$	: parte real e imaginária da amplitude complexa
A_r e A_I	: feixe de referência e feixe objecto
a	: diâmetro da abertura suposta circular do sistema óptico : amplitude complexa
a_i	: amplitude
$a(v)$	: amplitude do campo eléctrico
AN	: Abertura Numérica
C	: contraste do <i>speckle</i>
C	: velocidade da luz
D	: diâmetro da abertura circular : diâmetro do feixe incidente para um feixe laser Gaussiano
d	: distância : deslocamento
d	: diâmetro do <i>spot</i> do foco
(d_1, d_2, d_3)	: componentes do deslocamento d
d_s	: diâmetro do <i>speckle</i>
$\det$	: determinante
E	: campo eléctrico : módulo de elasticidade
$E_1 E_2$	: níveis de energia de um átomo ou molécula
$E_d(t)$	: campo resultante no detector
$E(r,t)$	: representação complexa de um sinal luminoso
$E_1(t)$ e $E_2(t)$	: campos eléctricos
E_i e E_f	: energias dos dois estados
EQ	: Eficiência quântica
ETC	: Eficiência da transferência de carga
e_x	: vector de polarização
e_j	: vector unitário situado paralelamente a um eixo designado por j
F	: o número F da lente
FTC	: função de transferência de contraste
FTM	: função de transferência de modulação
$ f\rangle$	: energia do fóton no estado final
f	: distância focal
$f(r)$	: função da figura de difracção, no infinito, de uma abertura circular
$f(t)$	: função variável no tempo : transformada de Fourier de $g(\omega)$

$f/\#$	: número f da lente
Δf	: alteração da frequência da fonte de luz coerente
$g(\omega)$	: transformada de Fourier de $f(t)$
$G(\omega)$	: espectro de potência:
GD	: Gama Dinâmica
H	: campo magnético
H e H''	: pontos principais de uma lente
h	: constante de Planck
H	: altura do objecto
h''	: altura da imagem
I_0	: intensidade de luz vinda do laser
I_T	: intensidade de luz transmitida
I_R	: intensidade de luz reflectida
$\langle I_R \rangle$	: intensidade média do feixe de referência no plano da imagem
$ i\rangle$	: energia do fóton do estado inicial
$\ J\ $	: jacobiano
$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$	: função de autocorrelação da intensidade
J_0	: função de Bessel de ordem zero
J_1	: função de Bessel de primeira ordem
K	: número de onda
K_1 e K_2	: parâmetros (propagadores) que descrevem as variações de amplitude e fase dos campos E_1 e E_2 quando estes se propagam do divisor até ao detector
K	: vector propagação de onda.
$\vec{k}$	: vector de propagação
LP_{01} e LP_{11}	: modos guiados de mais baixa ordem numa fibra circular simétrica
l_s	: comprimento do <i>speckle</i>
ΔL	: diferença (geométrica) de caminhos ópticos
Δl	: diferença de caminhos ópticos
Δl_c	: comprimento de coerência
M	: matriz
M	: ampliação da lente ou sistema de lentes.
M	: ampliação
N	: o número de átomos que se encontra num determinado nível energético N_1 ou N_2
N	: número de modos longitudinais
$n!$	: factorial de n
n	: índice de refração
n_1	: índice de refração para o vidro
n_2	: índice de refração para o ar

$n(t)$	: evolução temporal do número de fótons
P	: potência espectral da radiação
	: Carga
$p(z), q(z)$	: funções gerais da propagação do feixe laser
$P_{I,\theta}(I, \theta)$	: função densidade conjunta
$P_I(I)$	: função densidade de probabilidade marginal da intensidade
$P(I)$	: distribuição de intensidade do <i>speckle</i> de um campo perfeitamente desenvolvido na qual $P(I)$ é a probabilidade de um <i>speckle</i> ter uma intensidade compreendida entre I e $(I+dI)$
$P_\theta(\theta)$	: função densidade marginal da fase
$P_{r,i}(A^{(r)}, A^{(i)})$	: função densidade de probabilidade conjunta da parte real e imaginária do campo (função densidade Gaussiana)
q	: factor de Coddington
$\tilde{q}$	: raio complexo de curvatura
$\tilde{q}_2(z)$	: lei de propagação <i>ABCD</i>
R	: responsividade do fotodetector
R	: raio de curvatura
<i>Resp</i>	: Responsividade
$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2)$	: função de autocorrelação da distribuição de intensidade
r	: razão entre as intensidades dos feixes de referência e do objecto no plano da imagem.
r_1 e r_2	: deslocamentos espaciais
$S(\nu)$	: espectro de frequência da radiação
S_i	: posição da imagem
S_o	: posição do objecto
S_{max} e S_{min}	: valores máximos e mínimos da resposta do sinal para uma dada frequência espacial dos padrões de teste
s	: distância do objecto
s''	: distância da imagem
$\bar{s}$	: plano tangencial.
T_k	: forças externas
TM	: taxa de modulação
T	: tempo
$U(x, y, z)$	: variação espacial do campo eléctrico num feixe laser (solução onda plana para a equação de onda)
U_x e U_y	: campos dos padrões de franjas de deslocamento em duas direcções perpendiculares
U_a e U_b	: frentes de onda
$\vec{u} = (x, y, z)$	: vector deslocamento
u_x e u_y	: distribuição dos deslocamentos

V	: visibilidade das franjas de interferência é dada por
V	: tensão eléctrica
$V(t)$	: campo eléctrico variável no tempo
$V_1(t)$ e $V_2(t)$	: sinais analíticos correspondentes aos campos eléctricos de uma fonte
w	: dimensão transversal do feixe (também denominado por tamanho do <i>spot</i> do feixe - <i>spot size</i>)
w_0	: tamanho do <i>spot</i> do feixe na cintura do feixe
x, y, z	: sistema de coordenadas
(ν_1, α_1)	: cota e ângulo de um raio incidente
"*"	: Complexo conjugado
$\frac{\partial u}{\partial x}$	: derivadas parciais
$\langle \rangle$	: Valor médio
α	: ângulo
α e ε	: ângulo numa dimensão transversal
β e γ	: ângulos numa dimensão longitudinal
σ_I^2	: desvio padrão da iluminação local
σ	: diâmetro médio do <i>speckle</i> subjectivo
σ_R	: desvio padrão de I_R .
σ_{ik}	: tensões
θ	: ângulo entre os feixes de iluminação : fase de um campo resultante : semi-ângulo de divergência
θ_1	: ângulo de incidência
θ_2	: ângulo de refração
θ_c	: ângulo crítico
θ_{CL}	: semi-ângulo de divergência no campo longínquo (CL)
ε_{xx} , ε_{yy} e ε_{xy}	: deformações no plano
ε	: é a permitividade eléctrica do meio : ângulo
ε_{ik}	: componente simétrica do vector deslocamento - matriz das deformações
ϕ	: termo de fase aleatório do <i>speckle</i> : diâmetro do sistema óptico
ϕ_k	: fase do fasor elementar k
$\phi(\nu)$	: fase de uma componente campo eléctrico com frequência ν
$\phi_{12}(\tau)$	: fase
ϕ_i	: fase
ψ	: ângulo entre dois vectores eléctricos
$\Delta\phi$	: alteração de fase

λ	: comprimento de onda
$\Delta\lambda$	: gama de comprimentos de onda emitidos pela fonte
λ_0	: comprimento de onda médio
$\bar{\lambda}$	: comprimento de onda médio emitida pela fonte
ν	: frequência da radiação electromagnética
	: coeficiente de Poisson
ν_m	: frequência de ressonância
$\Delta\nu$	: largura de banda
ν_0	: frequência média
$\bar{\nu}$	: frequência média emitida pela fonte
δ	: diferença de fase relativa entre as ondas
	: diferença de percursos
	: função de Dirac
$\delta\nu$	: largura total da linha espectral a metade da intensidade máxima, (FWHM- <i>Full Width Half Maximum</i>), da linha espectral
$\delta x, \delta y$	: tamanho médio dos <i>speckles</i> na imagem
ρ	: raio de uma pupila circular
τ	: tempo
τ_c	: tempo de coerência
$\Delta\tau_c$	: diferença de tempo
	: tempo de coerência da radiação
$\langle\tau_o\rangle$	: tempo médio
ω	: frequência
$\Delta\omega$	: largura de banda da frequência
ω_0	: frequência central
μ_{ik}	: gradiente do vector deslocamento
γ	: resposta linear
$\gamma_{12}(\tau)$	: grau de coerência complexa
Γ_{12}	: função de coerência mútua
∇^2	: operador Laplaciano
Ω, ξ, η	: sistema de coordenadas
Ω_{ik}	: componente antissimétrica do vector deslocamento - matriz das rotações
A/D-D/A	: conversor Analógico/Digital-Digital/Analógico
ADINA	: programa de Elementos Finitos
AEL	: aberração esférica longitudinal
AET	: aberração esférica longitudinal
C-mount	: norma de compatibilidade entre câmaras de CCD e sistema de lentes tipo <i>television lens</i>
CCD	: <i>Charge Coupling Device</i>

COSMOSWorks 2.0	: programa de elementos finitos
ddp	: diferença de potencial
DFE	: Distância Focal Efectiva
DFP	: Divisor de Feixe Polarizador
DPO	: Diferença do Percurso Óptico
DSPI	: <i>Digital Speckle Pattern Interferometry</i>
ESPI	: <i>Electronic Speckle Pattern Interferometry</i>
HeNe	: Laser monomodo de Helium-Neon
INESC	: Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores
ITO	: <i>Indium-Tin-Oxide</i>
LAO019	: lente acromática com distância focal de 25 mm do fabricante Melles Griot
LASER	: <i>Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation</i>
LCR	: <i>Liquid Cristal Retarder</i>
LED	: <i>Light Emitting Diode</i>
LHC	: <i>Large Hadron Collider</i> (novo acelerador de partículas do CERN)
LOME	: Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental
LUTs	: <i>Look up Tables</i>
LVDT	: <i>Low Voltage Displacement Transducer</i> (transdutor de deslocamento)
MASER	: <i>Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation</i>
MEF	: Método de Elementos Finitos
ML	: Microlente
MMLD	: <i>Multimode Laser Diode</i>
MOS	: <i>Metal-Oxide Semiconductor</i>
ND	: técnicas não destrutivas
Nd:YAG	: <i>Neodímio-Yttrium Aluminum Garnet</i>
OPTICALC® 2.0	: programa de simulação de óptica geométrica
PZT	: <i>Piezoelectric transducer</i>
RCL	: <i>Red Cadmium Line</i>
SLD	: <i>Superluminescent Diode</i>
SMLD	: <i>Single Mode Laser Diode</i>
SOLSTIS® 4.5	: programa de simulação e análise de óptica
SPM	: <i>Sinusoidal Phase Modulation</i>
TEM_{mn}	: <i>Transverse Electric and Magnetic</i> . Os índices m e n são inteiros que indicam, para uma secção transversa arbitrária do feixe emergente, o número de linhas nodais que intersectam o eixo dos x e dos y
TL	: Lâmpada de Tungsténio.
USAF	: <i>United States Air Force</i> (alvo de teste de óptica)

Índice

Nomenclatura	XVII
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Introdução	3
1.2 Estrutura da tese	5
Referências	6
Capítulo 2 - Interferometria	8
2.1 Interferência e Interferometria	10
2.2 Interferometria óptica	10
2.3 Interferência e Coerência	14
2.3.1 Interferência	14
2.3.2 Coerência temporal e coerência espacial	15
2.3.2.1 Coerência espacial	18
2.3.2.2 Coerência temporal	18
2.4 Resolução espectral de um trem de onda finito	20
Coerência e largura de banda	20
2.5 Interferómetro de Michelson convencional	23
Referências	29
Capítulo 3 - Radiação laser	31
3.1 A natureza da luz	33
3.2 Fontes ópticas	36
3.2.1 Introdução	36
3.2.2 Tipos de lasers	38
3.3 Radiação laser	38
3.3.1 Lasers e luz Laser	38
3.3.2 O Laser	39
3.3.2.1 Interação radiação/matéria	40
Absorção e emissão de radiação	40
3.3.3 Características do feixe laser	42
3.3.3.1 Equação de onda a três dimensões e ondas electromagnéticas	42
3.3.3.2 Soluções de onda plana para a equação de onda	43

3.3.3.3 Soluções de onda esférica para a equação de onda.....	43
3.3.3.4 Variação de fase das ondas esféricas ao longo de um plano transversal	44
3.3.3.5 Definição das estruturas dos modos dos feixes laser.....	45
3.3.3.6 Cavidades ópticas ressonantes.....	45
3.3.3.7 Solução de feixe Gaussiano para os lasers.....	49
3.3.3.8 Determinação da função $U(x,y,z)$	50
3.3.3.9 Definição do raio de curvatura complexo.....	51
3.3.3.10 Feixe laser Gaussiano esférico.....	52
3.3.3.11 Tamanho do <i>spot</i> e raio de curvatura de um feixe Gaussiano.....	53
3.3.3.12 Propagação laser através de sistemas ópticos arbitrários.....	55
3.3.3.13 Lei geral de propagação laser.....	56
3.3.4 Polarização.....	58
3.3.5 Coerência.....	58
Referências.....	62
 Capítulo 4 - Speckle.....	 63
4.1 O <i>Speckle</i> e a sua origem.....	65
4.2 Estrutura geométrica média do padrão de <i>speckle</i>	68
4.2.1 Contraste do Speckle.....	71
4.3 Estatística de 1ª ordem de um padrão de <i>Speckle</i> polarizado.....	73
4.3.1 Percurso aleatório no plano complexo.....	73
4.3.2 Estatística de amplitude complexa.....	75
4.3.3 Distribuição da intensidade e da fase.....	76
4.4 Algumas propriedades estatísticas de segunda ordem do <i>speckle</i>	78
4.4.1 Função de autocorrelação e densidade de potência espectral.....	78
4.4.1.1 Geometria de propagação livre no espaço.....	78
4.4.1.2 Geometria de formação de imagem.....	80
4.5 Dimensão e distribuição de intensidade num campo único de <i>speckle</i>	81
4.5.1 Tamanho do <i>Speckle</i>	81
4.5.2 Distribuição de intensidade.....	83
4.6 Adição de padrões de <i>speckle</i>	84
Referências.....	85
 Capítulo 5 - ESPI.....	 86
5.1 Interferometria <i>speckle</i>	88
5.2 Sistema de <i>ESPI</i>	89
5.2.1 Introdução.....	89
5.2.2 Sistema de <i>ESPI</i> convencional.....	92
5.2.3 Sistema de <i>ESPI</i> em fibra óptica.....	94

5.2.4 Realização da referência.....	95
5.2.5 Alinhamento do sistema de <i>ESPI</i>	97
5.2.6 Teoria.....	98
5.3 As técnicas holográficas no estudo de vibrações	101
5.3.1 Tempo médio.....	101
5.3.2 Dupla exposição.....	104
5.4 Sistema de <i>ESPI</i> de dupla iluminação	107
5.4.1 Descrição experimental e metodologia.....	110
5.5 Montagem híbrida.....	112
5.6 Mecanismos de modulação de fase <i>Phase Shifting</i>	113
5.7 Técnicas de processamento de imagem.....	116
5.8 Deformações e tensões.....	118
5.8.1 Deformações a partir do <i>ESPI</i>	121
Referências	122

Capítulo 6 - Elementos de óptica.....126

6.1 Fundamentos da óptica	127
6.1.1 Introdução	127
6.1.2 Fórmulas paraxiais	127
6.1.2.1 Número f e abertura numérica	129
6.1.2.2 O invariante óptico	130
6.1.2.3 Formulas de combinação paraxial	132
6.1.2.4 Distância focal efectiva (DFE).....	132
6.1.2.5 Localização do ponto focal da combinação	133
6.1.2.6 Localização do ponto principal secundário da combinação	133
6.1.3 Factores de performance.....	133
6.1.4 Difracção.....	134
6.1.5 Aberrações.....	134
6.1.5.1 Aberrações esféricas	136
6.1.5.2 Astigmatismo.....	137
6.1.5.3 Coma.....	138
6.1.5.4 Curvatura de campo.....	138
6.1.5.5 Distorção	139
6.1.5.6 Aberração cromática	140
6.1.6 Forma da lente	140
6.1.7 Combinação de lentes	141
6.1.7.1 Razão conjugada infinita.....	141
6.1.7.2 Razão conjugada unitária	142
6.1.8 Efeitos da difracção.....	143
6.1.8.1 Abertura circular.....	143

6.1.9 Espelhos.....	144
6.2 Fibras ópticas	146
6.2.1 Fundamentos das fibras	146
6.2.2 Tipos de fibras	146
6.2.2.1 Fibras multimodo.....	147
6.2.2.2 Fibras monomodo	148
6.2.2.3 Fibras monomodo com preservação de polarização.....	148
6.2.3 A fibra como guia de onda dielétrico: Modos da fibra	148
6.2.4 Atenuação	149
6.2.5 Parâmetros úteis da fibra.....	150
6.2.6 Acoplamento da luz nas fibras.....	152
6.2.7 Como escolher uma fibra	153
Referências	154
 Capítulo 7 - Componentes para os sistemas interferométricos.....	156
7.1 Componentes.....	158
7.2 Laser	158
7.3 Elementos Piezoelectricos	158
7.4 Interferómetro em fibra.....	160
7.5 Cabo de fibras ópticas.....	161
7.5.1 Acoplador de fibra	162
7.6 Divisor de feixe	163
7.7 Câmaras CCD	167
7.8 Lentes e espelhos.....	171
Referências	184
 Capítulo 8 - Aplicações	186
8.1 Introdução	188
8.2 Aplicação 1	188
8.3 Aplicação 2	193
8.4 Aplicação 3	199
Referências	208
 Capítulo 9 - Conclusões e desenvolvimentos futuros.....	209
9.1 Conclusões	211
9.2 Desenvolvimentos futuros	211

CAPÍTULO 1

1.1 Introdução

1.2 Estrutura da tese

Referências

1.1 Introdução

Com o aparecimento de ferramentas de análise numérica os métodos experimentais, durante muito tempo único método auxiliar de projecto, sofreram então importante revés. Utilizando mão de obra qualificada e equipamentos sofisticados, são métodos normalmente dispendiosos, pelo que foram progressivamente sendo substituídos pelos cálculos numéricos. Contudo, a utilização em projecto dos resultados obtidos pela via computacional, resultados obtidos por aproximação, exige uma grande confiança no modelo de cálculo utilizado para cada aplicação. Desta forma, sempre que um determinado modelo é utilizado para uma aplicação diferente daquela para que foi concebido deverá ser convenientemente testado contra valores obtidos por via alternativa, normalmente resultantes de medições experimentais.

O aparecimento de novos materiais, de que se destacam os materiais compósitos, veio também alterar significativamente as técnicas de projecto. Tratando-se de materiais normalmente ortotrópicos e com microestruturas heterogéneas permitem novas soluções estruturais embora exijam novos modelos de cálculo na simulação do seu comportamento.

Desta forma renasceu a necessidade da utilização das técnicas experimentais que permitissem aferir os cálculos realizados pela via numérica e fossem técnicas auxiliares no desenvolvimento de novos modelos de cálculo. Por sua vez as técnicas experimentais beneficiaram dos desenvolvimentos verificados nos equipamentos de cálculo com os quais foi possível melhorar os processos de recolha de informação e o seu tratamento e interpretação.

Nas últimas décadas o desenvolvimento da Mecânica Experimental deu-se sobretudo na área dos métodos ópticos. Segundo Hung [1], estes métodos podem classificar-se, de acordo com o tipo de iluminação em dois grupos:

- **Métodos incoerentes:** Técnicas de Moiré.
- **Métodos coerentes:** Interferometria Holográfica e de *speckle*, ESPI, Shear.

Os métodos coerentes são aqueles em que mais inovações têm surgido para tornar possível a sua utilização fora dos ambientes laboratoriais.

O aparecimento das técnicas de interferometria holográfica no início da década de sessenta foi decisivo para o desenvolvimento das técnicas de Mecânica Experimental. As medições são realizadas sem contacto com as superfícies, possibilitam análises de campo, são de elevada resolução, da ordem de grandeza do comprimento de onda da radiação laser que estiver a ser utilizada e tem respostas extremamente rápidas.

As grandes potencialidades reveladas pelas técnicas de interferometria holográfica fez com que muitos grupos de investigação se dedicassem ao seu estudo, desenvolvendo novas montagens ou aplicando-as aos mais variados domínios como são, por exemplo: a biomecânica, a indústrias aeronáutica e aeroespacial, a engenharia de materiais, a análise de fenómenos dinâmicos, etc.. Actualmente estas técnicas encontram-se em franco desenvolvimento com o aparecimento no mercado dos primeiros equipamentos. A crescente utilização de novos materiais na realização das montagens ópticas, o desenvolvimento de novos lasers mais

compactos e potentes, a utilização de fibras ópticas que mantêm a polarização permitindo obter uma iluminação uniforme e estável do objecto em estudo, os constantes melhoramentos da indústria de electrónica que tem permitido o aparecimento de novas câmaras CCD, mais pequenas, mais robustas e de maior resolução, o constante progresso verificado nos computadores permite augurar um futuro bastante promissor para este tipo de técnicas no que respeito a eficiência e qualidade de resultados [2,3].

O ESPI é um método de interferometria de *speckle* que permite a medição de deformações. É uma técnica de campo utilizada sem contacto. A resolução desta técnica, bem como das outras técnicas interferométricas é geralmente aceite como sendo de $\lambda/10$.

Com a gravação dos padrões de interferência através de câmaras CCD, as observações podem ser realizadas em tempo real e podem ser usadas rotinas de processamento de imagem para facilitar a análise de dados experimentais.

Os padrões de interferência obtidos com este sistema podem ser observados pelo sistema óptico desenvolvido e as imagens obtidas podem ser processadas através de rotinas de processamento de imagem. Estas rotinas aumentam a capacidade de análise do sistema e, por isso, da caracterização dos defeitos observados além de permitirem a calibração do sistema de ESPI [4].

Neste trabalho, é apresentado o estudo e desenvolvimento de dois sistemas de ESPI com o objectivo da sua aplicação prática à Engenharia Mecânica, nomeadamente no domínio da mecânica estrutural.

Este estudo visava a implementação de um sistema de ESPI sensível a deslocamentos fora do plano, miniaturizado com o objectivo de o tornar compacto, portátil e fácil de operar. Nesse sentido são apresentadas algumas soluções por forma a atingir esses objectivos. Este sistema devido à sua portabilidade estaria bem adaptado ao estudo de estruturas sujeitas a solicitações estáticas ou dinâmicas.

Visava-se também o desenvolvimento de um protótipo de ESPI de dupla iluminação segundo dois planos perpendiculares, sensível a deslocamentos no plano em duas direcções perpendiculares. Utilizando técnicas de processamento de imagem, pretende-se medir, sem contacto, o campo de deslocamentos na superfície de objectos difusos. Utilizando combinações de montagens ópticas com controlo por computador e registo em vídeo dos padrões de interferência será possível, recorrendo a rotinas de processamento de imagem, obter o campo das deformações ocorridas na superfície de objectos e resultantes da acção de carregamentos. Deve referir-se que se prevê com este sistema vir a substituir com vantagem as convencionais rosetas de extensómetros. As técnicas de interferometria holográfica sendo técnicas de campo permitem obter de uma só vez a distribuição dos deslocamentos u_x e u_y com os quais é possível calcular as deformações ε_{xx} , ε_{yy} e γ_{xy} . Contudo neste caso a medição das deformações faz-se com uma resolução superior em pelo menos uma ordem de grandeza e sem necessidade de montar qualquer transdutor sobre a superfície do objecto.

Os sistemas desenvolvidos no LOME, no âmbito desta tese, foram testados a fim de verificar a fiabilidade e eficiência dos sistemas. São apresentados resultados experimentais e quando possível a sua comparação com a simulação numérica.

1.2 Estrutura da tese

A tese está estruturada em 9 capítulos, os quais são apresentados resumidamente de seguida.

Capítulo 2: Neste capítulo começa-se por apresentar os conceitos de interferência e interferometria óptica, dado serem estes conceitos fundamentais para a compreensão dos fenómenos inerentes a este trabalho. Apresentam-se também os conceitos de coerência temporal e espacial. Por fim apresenta-se de forma detalhada um estudo sobre o interferómetro de Michelson, dado ser este o interferómetro base das montagens experimentais a desenvolver no capítulo 5.

Capítulo 3: Neste capítulo apresentam-se alguns conceitos básicos fundamentais para a caracterização e compreensão do fenómeno laser. Começa-se por definir o que é a luz. Depois de apresentar algumas características das fontes de luz, particulariza-se para o caso do laser, apresentando as características inerentes à formação da luz laser, da sua propagação bem como as principais características Físicas deste tipo de luz.

Capítulo 4: Neste capítulo faz-se um estudo sobre o fenómeno de *speckle*, uma vez que este é um fenómeno inerente a existência da luz laser e a sua compreensão é fundamental para este trabalho. Começa-se por fazer uma descrição simples do fenómeno de *speckle* passando-se depois a uma descrição detalhada recorrendo à estatística, apresentando-se as principais características do *speckle* quando visto por um sistema de formação de imagem.

Capítulo 5: Neste capítulo descrevem-se as montagens práticas desenvolvidas no âmbito deste trabalho. Começa-se por referir a aplicação do *speckle* à interferometria. Passa-se de seguida à descrição de uma técnica de medição baseada na interferometria holográfica denominada por ESPI (*Electronic Speckle Pattern Interferometry*). Descreve-se a implementação de uma montagem de ESPI sensível a deslocamentos fora do plano, sendo apresentadas várias soluções e um protótipo final. É também apresentado um protótipo de um sistema de ESPI sensível a deslocamentos no plano segundo duas direcções perpendiculares e que se pretende venha a substituir com grandes vantagens os extensómetros. São apresentadas algumas técnicas de processamento de imagem associadas, com vista à melhoria da medição e apresentação dos resultados. Por fim faz-se uma referência às deformações e tensões e á sua determinação a partir dos resultados obtidos com o ESPI.

Capítulo 6: Neste capítulo faz-se um estudo sobre os principais componentes de óptica, que normalmente entram nas montagens ópticas, fazendo-se referências às principais

características desses elementos nomeadamente às suas capacidades e limitações. Este estudo justifica-se uma vez que no capítulo 7 vai ser necessário seleccionar alguns componentes ópticos.

Capítulo 7: Neste capítulo são apresentados os principais componentes utilizados nas montagens referidas no capítulo 5. Apresentam-se as características desses elementos e a justificação para a sua escolha. No caso da escolha de espelhos e lentes para o sistema de iluminação e formação de imagem apresentam-se cálculos necessários à sua implementação, recorrendo à formulação feita no capítulo 6 e à simulação através de *software* especializado.

Capítulo 8: Neste capítulo são apresentadas três aplicações práticas dos sistemas de ESPI desenvolvidos no âmbito desta tese. A primeira aplicação visou o estudo do campo de deslocamentos de uma prótese da anca solicitada em consola, estudo esse feito com o ESPI sensível a deslocamentos fora do plano. A segunda aplicação visou a caracterização do campo de deslocamentos no plano de uma estrutura reticular em material compósito para o LHC. Neste caso utilizou-se o ESPI de dupla iluminação com sensibilidade numa única direcção. A terceira aplicação visou o estudo das condições de interface osso/implante utilizando para isso o ESPI de dupla iluminação para a medição de deslocamentos no plano segundo duas direcções perpendiculares.

Capítulo 9: Neste capítulo são apresentadas as conclusões tiradas desta tese e são apresentadas algumas soluções futuras para desenvolver os sistemas implementados.

De salientar por fim que as técnicas em questão apesar de algumas serem bastante recentes algumas outras já tem alguns anos. Nota-se no entanto, uma grande falta de literatura técnica (livros, publicações, etc.) em Português, que permita com uma maior segurança o uso de alguns termos não habituais na língua portuguesa, dado serem alguns termos recentes e com carácter técnico. Defrontando-se assim por vezes os autores com o problema de fazer traduções “à letra” de alguns dos termos, o que por vezes não só não é fácil como também não se afigura tal tradução totalmente correcta, dado que se perde algum do significado inerente ao termo na língua mãe. Daí que por vezes se tenha optado por manter alguns dos termos na língua original, não arriscando assim uma tradução, por nos parecer ser essa a opção mais correcta nessas situações.

Referências

- [1] Y.Y. Hung, “Shearography: a New Optical Method for Strain Measurement and Non Destructive Testing”, Optical Eng., Vol.21, pág.391-395, 1982.
- [2] A.Leite, “Optical Fiber Illuminators for Holography”, Optics Communications, Vol. 28, pág. 303-308, 1979.

- [3] R.Spooren, "Pulsed Video Speckle Interferometry", Tese de doutoramento, NTH Univ. Trondheim, 1992.
- [4] J. Chouzal, "Técnicas de processamento de imagens obtidas por métodos ópticos em análise experimental de tensões", Tese de doutoramento em Engenharia Mecânica (a publicar), FEUP.

CAPÍTULO 2

2.1 Interferência e Interferometria

2.2 Interferometria óptica

2.3 Interferência e Coerência

2.3.1 Interferência

2.3.2 Coerência temporal e coerência espacial

2.3.2.1 Coerência espacial

2.3.2.2 Coerência temporal

2.4 Resolução espectral de um trem de onda finito

Coerência e largura de banda.

2.5 Interferômetro de Michelson convencional

Referências

2.1 Interferência e Interferometria

De acordo com o dicionário de Webster [1], a interferência é definida como:

“um fenómeno ondulatório que resulta do efeito mútuo da passagem, ao mesmo tempo de duas ou mais ondas por uma determinada região, produzindo reforço em alguns pontos e neutralização em outros pontos. O deslocamento em qualquer ponto resultante de intersecção de duas ou mais ondas é determinado pelo princípio de sobreposição”.

A Interferência como fenómeno foi observada pela primeira vez no século XVII, de forma independente por Robert Boyle (1627-1691) e Robert Hooke (1635-1703). Quando iluminaram filmes finos, observaram o aparecimento de anéis de diferentes cores; esses anéis são agora conhecidos como os anéis de Newton. A observação da interferência foi um evento importante para a descrição da natureza da luz e levou Hooke a defender a ideia de que a luz consistia em vibrações e não em partículas. Porém, esta convicção seria abandonada depois de Newton (1642-1727), no mesmo período de tempo, ter publicado uma teoria em que defendia a natureza corpuscular de luz. A sua teoria foi construída após ter observado que a luz branca ao passar por um prisma era dividida em várias componentes de diferentes cores. Devido ao reconhecimento científico de Newton, as ideias sob a natureza ondulatória de Hooke não foram bem aceites. Uma nova vida surgiu para a teoria ondulatória da luz devido a Thomas Young (1773-1829), graças à sua famosa experiência de interferência com fendas, que conduziu finalmente à aceitação geral da teoria ondulatória da luz.

A Interferência como fenómeno encontrou várias aplicações desde então, sendo usada para medir quantidades tais como deslocamentos de objectos, espessuras, comprimentos de onda e índices de refração.

2.2 Interferometria óptica

No laboratório, os interferómetros ópticos tem sido essencialmente utilizados para [2]:

- i) Determinar parâmetros fundamentais de uma fonte de luz, tais como o seu comprimento de onda ou comprimento de coerência.
- ii) Medição da diferença de um percurso óptico (DPO) com elevada precisão. A alteração na DPO pode ocorrer devido a um deslocamento físico, ou a uma alteração nas constantes ópticas do meio de propagação da luz (i.e. índice de refração) num braço do interferómetro.

Um sistema de medição interferométrico consiste numa fonte de luz, num sistema óptico (interferómetro) e num detector que converte variações de intensidade luminosa num sinal mensurável (figura 1).

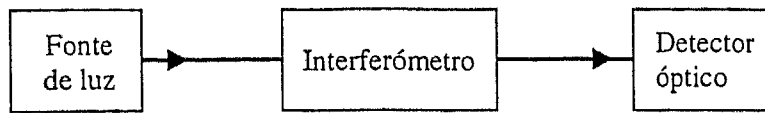


Figura1. Configuração de um sistema de medição interferométrico.

No entanto a frequência da radiação electromagnética é muito elevada, cerca de 10^{14} Hz no visível e próximo do infravermelho, para poder ser observada. A técnica de processamento óptico que transforma a informação de fase em informação de intensidade é chamada interferometria.

Existe uma grande variedade de interferómetros ópticos que podem ser agrupados em quatro categorias [3]:

- i) Duas ondas, ex.: Michelson, Mach-Zender.
- ii) Múltiplas ondas, ex.: Fabri-Perot.
- iii) Diferencial, ex.: Polarimétrico.
- iv) Trajectória recíproca, ex.: Sagnac.

Estas configurações interferométricas tem uma particularidade importante, pois além de poderem ser implementadas usando componentes clássicos (espelhos, divisores de feixe, etc.), podem também ser implementadas em fibra óptica, o que como iremos ver mais adiante introduz algumas vantagens.

Um interferómetro é simplesmente um sistema óptico para observar interferência entre duas ou mais ondas. Por interferência óptica designa-se interacção ou sobreposição de feixes de luz, da qual resulta uma intensidade que não é simplesmente igual à soma das intensidades componentes. No caso da interferência de duas ondas iguais, esta depende da interferência ser construtiva (em fase) em que a amplitude da onda resultante será o dobro da inicial, ou destrutiva (desfasada de π radianos) em que a amplitude da onda resultante será nula, ver figura 2.

A amplitude define o máximo valor da onda e a fase representa a posição desse máximo (pico) relativamente à origem.

Para se poder observar interferência os feixes recombinados tem de ser coerentes. Em geral, feixes de diferentes fontes não são, em geral coerentes e como tal para a maioria das aplicações os feixes são obtidos da mesma fonte. Existem dois métodos geralmente usados para produzir interferómetros [4]:

- 1) Divisão de frente de onda, de que é exemplo a experiência das fendas de Young,
- 2) Divisão de amplitude, em que o feixe é dividido por uma superfície parcialmente reflectora, de que é exemplo a montagem designada por interferómetro de Michelson.

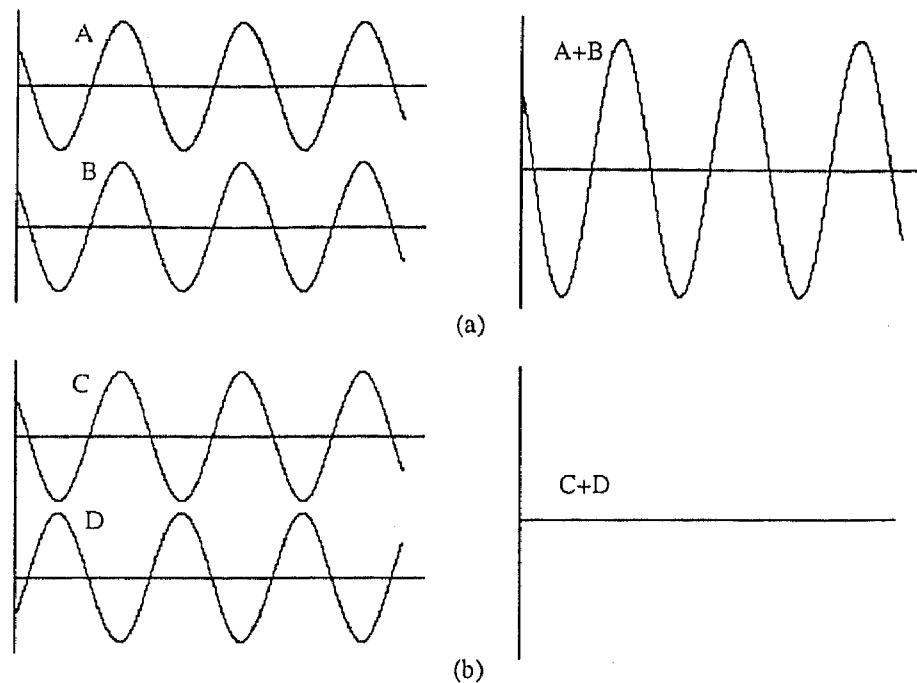


Figura 2. Interferência entre duas (a) construtiva, (b) destrutiva.

Os interferómetros podem assim ser representados esquematicamente sob o ponto de vista funcional, como se ilustra na figura 3 [4],

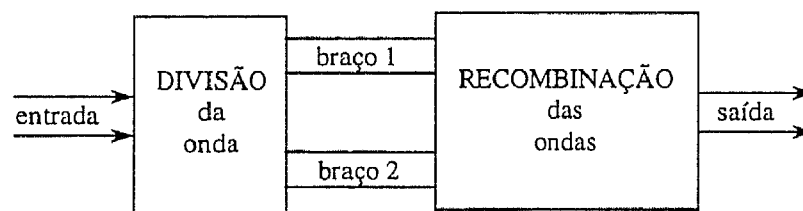


Figura 3. Esquema de blocos de um interferómetro. A fonte de entrada é em geral uma fonte monocromática, sendo a sua frente de onda dividida no bloco de entrada.

Uma frente de onda separada em duas partes percorre dentro do interferómetro caminhos ópticos distintos, os braços do interferómetro; à saída, as duas ondas são recombinadas dando origem a figuras de interferência. Visto que a observação das figuras de interferência só é possível com ondas mutuamente coerentes, a luz utilizada no interferómetro é proveniente de uma única fonte.

Os braços do interferómetro podem ser obtidos da frente de onda de entrada por divisão espacial da frente de onda ou por divisão da sua amplitude. No primeiro caso, duas ou mais parcelas de uma frente de onda constituem os braços do interferómetro; no segundo caso estes são obtidos por reflexão/transmissão parcial da onda de entrada [4].

Um dispositivo bem conhecido que usa a interferência para efectuar medições de fase é o interferómetro de Michelson [5], tal dispositivo é apresentado na figura 4. O interferómetro de Michelson está agrupado dentro da categoria dos interferómetros de duas ondas, obtidas por divisão de amplitude.

Tal como se pode ver pela figura 4, a luz vinda de uma fonte de luz, é dividida em amplitude no divisor de feixe. Desta forma são obtidos um feixe de referência e outro de sinal, com caminhos ópticos separados espacialmente. Estes feixes, são então reflectidos nos espelhos e recombinaos no divisor de feixe, após percorrerem dentro do interferómetro caminhos ópticos distintos. Estes caminhos constituem os braços do interferómetro. No plano da imagem, as duas ondas parciais recombinaas dão origem a figuras de interferência, permitindo medir a diferença de fase entre ambos os braços.

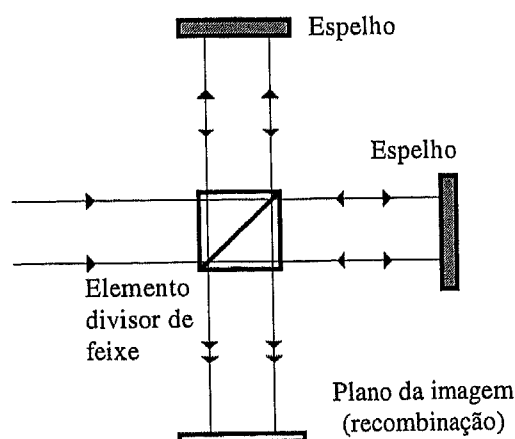


Figura 4. Interferómetro de Michelson.

A primeira aplicação deste interferómetro foi à medição de comprimentos de onda, especialmente da estrutura de linhas espectrais. Na figura 5 representa-se o padrão de interferência típico, ou interferograma, de duas ondas planas ligeiramente inclinadas segundo a horizontal.

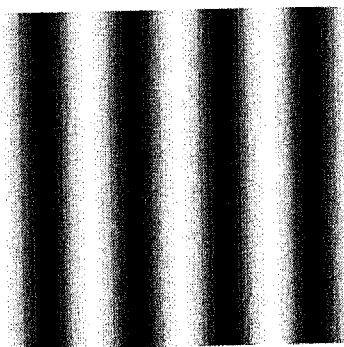


Figura 5. Interferência de duas ondas planas

Devido às características deste trabalho, posteriormente justificadas, será dada especial atenção aos interferómetros de duas ondas, mais particularmente ao interferómetro de Michelson.

No entanto antes de fazer um estudo em detalhe é necessário compreender os conceitos de interferência e coerência.

2.3.1 Interferência

O campo eléctrico de uma onda de luz linearmente polarizada varia no tempo e pode ser representado pela expressão [6]:

$$V(t) = \int_0^{\infty} \alpha(\nu) \cdot e^{[-i\phi(\nu)]} \cdot e^{(i2\pi\nu t)} d\nu \quad (2.1)$$

onde $\alpha(\nu)$ é a amplitude e $\phi(\nu)$ é a fase de uma componente com frequência ν . Para ondas de luz de uma única frequência, monocromáticas, a equação (2.1) reduz-se a:

$$V(t) = |\alpha| \cdot e^{(-i\phi)} \cdot e^{(i2\pi\nu t)} \quad (2.2)$$

Nesta equação o factor $\alpha = |\alpha| \cdot e^{(-i\phi)}$, que não varia com o tempo, é denominado por amplitude complexa.

A intensidade luminosa I num dado ponto, é definida como a média temporal da quantidade de energia que atravessa, na unidade de tempo, uma área unitária perpendicular ao fluxo de energia, e pode ser calculada multiplicando a amplitude complexa nesse ponto pelo seu complexo conjugado, assim

$$I = |\alpha|^2 = \alpha\alpha^* \quad (2.3)$$

A amplitude complexa em qualquer ponto devido a várias ondas com a mesma frequência é obtida somando as amplitudes complexas das ondas individuais. Assim,

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \dots \quad (2.4)$$

Consequentemente, a intensidade em qualquer ponto devido à interferência de duas ondas é dada pela expressão:

$$\begin{aligned} I &= |\alpha_1 + \alpha_2|^2 = |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \alpha_1\alpha_2^* + \alpha_1^*\alpha_2 \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Esta equação descreve um padrão de franjas em que a distribuição espacial da intensidade é modulada pela diferença de fase ($\phi_1 - \phi_2$).

A visibilidade das franjas de interferência pode ser obtida a partir de;

$$V = \frac{(I_{\max} - I_{\min})}{(I_{\max} + I_{\min})} = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)} \quad (2.6)$$

Deve-se notar que as equações (2.4) e (2.5) envolvem a suposição de que as ondas são polarizadas e com os vectores eléctricos paralelos. Se os dois vectores eléctricos fizerem entre si um ângulo ψ , a intensidade resultante no padrão de interferência vem:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \psi \cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (2.7)$$

Obviamente, a visibilidade das franjas diminui à medida que ψ aumenta, e decai para zero quando $\psi = \pi/2$.

2.3.2 Coerência temporal e coerência espacial

O conceito de coerência é fundamental para a operação de dispositivos interferométricos [4]. No entanto, o conceito de fonte pontual monocromática é uma idealização matemática. Mesmo a melhor fonte emite numa banda de frequências limitada.

Um átomo ou molécula podem gerar um fóton quando decaem de um nível de energia E_1 para outro de mais baixo nível E_2 . Como o tempo de decaimento é da ordem de 10^{-8} s, é esta a duração do impulso envolvente da onda electromagnética associada com o fóton. A energia do fóton é $E_1 - E_2 = h\nu$ em que $\nu = 2\pi\omega$ é a frequência da radiação electromagnética e h é a constante de Planck.

Devido à duração do decaimento e ao carácter estatístico do valor das energias E_1 e E_2 , o espectro da luz emitida por um conjunto de átomos isolados em repouso tem a forma de uma função Laurentziana, cuja largura se denomina largura espectral natural (intrínseca). Como os átomos se encontram em constante movimento, o efeito de Doppler provoca um aumento da largura da curva espectral que torna assim agora a forma de uma curva Gaussiana.

Choques entre átomos, devido à agitação térmica, provocam mudanças bruscas nas características de emissão, alterando nomeadamente a fase a qual se torna dependente do tempo. Os intervalos típicos entre colisões são da ordem de 10^{-11} s, limitando consequentemente a duração do impulso emitido por cada átomo ou molécula. Fisicamente, não é pois possível gerar luz perfeitamente monocromática, isto é, em que $\Delta\omega = 0$ ($\Delta\omega$ - largura de banda). A onda total resultante da soma de todas as ondas emitidas por cada um dos átomos apresenta uma amplitude com pequenas variações aleatórias e uma frequência central ω_0 . Para que a luz possa ser considerada monocromática é necessário que $\Delta\omega \ll \omega_0$ [4].

Uma fonte de luz "puramente" monocromática, com a luz dividida em dois caminhos e posteriormente recombinados, origina sempre interferência. Mas, como se demonstrou as fontes reais não são puramente monocromáticas e a amplitude e fase do feixe de luz sofrem flutuações irregulares (10^{14} a 10^{15} Hz). Estas flutuações são demasiado rápidas para serem detectadas directamente quer pelo olho humano, quer por um fotodetector. Se os feixes forem derivados da

mesma fonte existirá, em geral, alguma correlação nas flutuações dos feixes recombinados; o grau de correlação é chamado coerência. O grau de coerência depende de muitos factores, no entanto não existe nem coerência total nem coerência nula, geralmente os feixes são parcialmente coerentes [7].

A emissão pode ser vista como sendo composta por um número finito de trens de onda em vez de uma sinusóide infinitamente longa como a representada na figura 6, nesta figura representa-se uma onda ideal monocromática bem como o seu espectro de potência (distribuição espectral de energia). Na figura 7 representa-se o campo de uma onda real [7].

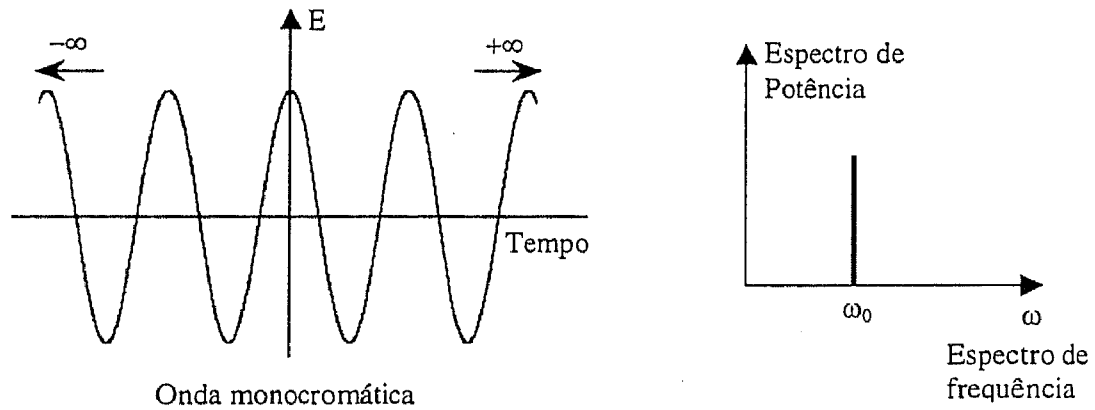


Figura 6. Onda monocromática.

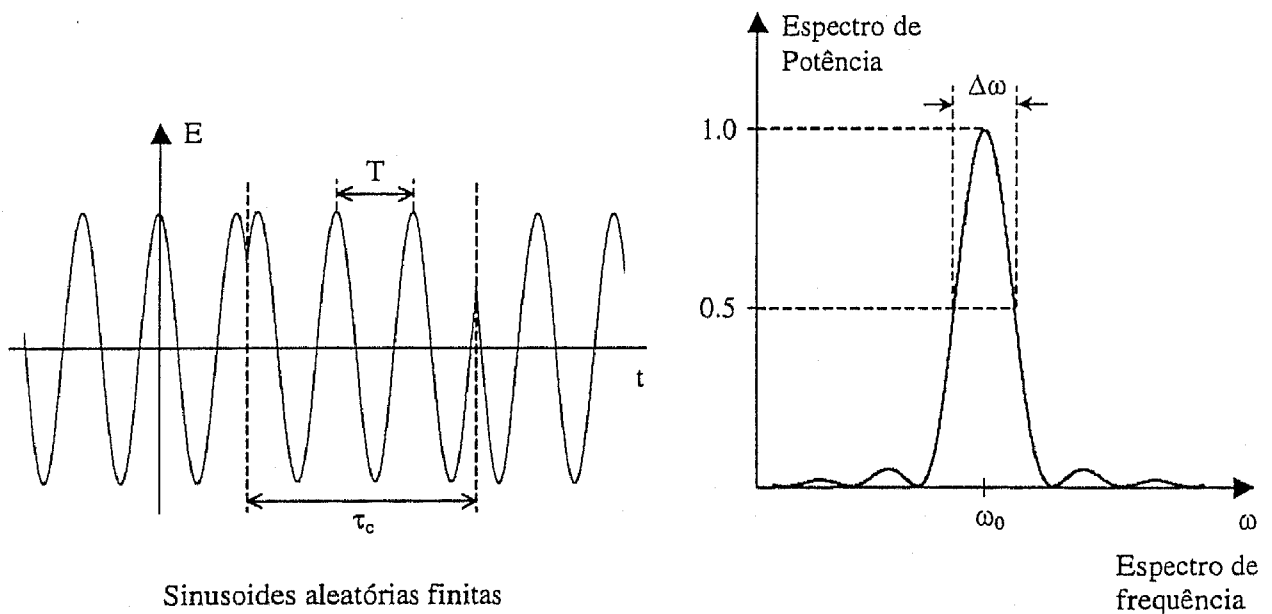


Figura 7. Onda real.

Uma outra suposição implícita nas equações (2.4) e (2.5) é a de que as ondas de luz são perfeitamente coerentes; este seria o caso se todas elas procedessem de uma única fonte pontual que emitisse um trem de ondas monocromático infinitamente longo e contínuo. No entanto, todos os campos de onda reais tem um grau de coerência finito.

Para a fonte S, ver figura 8, se $V_1(t)$ e $V_2(t)$ são os sinais analíticos correspondentes aos campos eléctricos em P_1 e P_2 , o grau de coerência complexa $\gamma_{12}(\tau)$ para um atraso temporal τ é definido como a correlação normalizada de $V_1(t)$ e $V_2(t)$, e pode ser escrito como [8]:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle V_1(t+\tau)V_2^*(t) \rangle}{\sqrt{\langle V_1(t)V_1^*(t) \rangle \langle V_2(t)V_2^*(t) \rangle}} \quad (2.8)$$

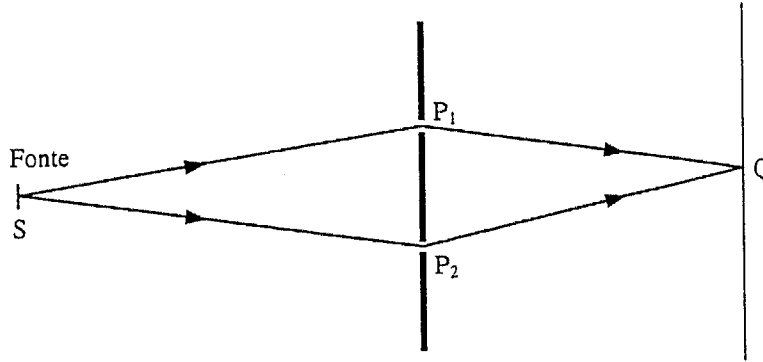


Figura 8. Avaliação do grau de coerência.

O significado físico da equação (2.8) pode ser compreendido se permitirmos que as ondas de luz saiam através de pequenos orifícios (*pinholes* – funcionam como filtros espaciais) situadas em P_1 e P_2 de forma que originem a formação de um padrão de interferência no alvo.

P_1 e P_2 podem agora ser consideradas como duas fontes secundárias assim, da equação (2.5), obtém-se a intensidade em Q dada por:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \langle V_1(t+\tau)V_2^*(t) + V_1^*(t+\tau)V_2(t) \rangle \\ &= I_1 + I_2 + 2\text{Re}[\langle V_1(t+\tau)V_2^*(t) \rangle] \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde I_1 e I_2 são as intensidades em Q devido às fontes P_1 e P_2 actuando separadamente, e τ é a diferença de tempo correspondente à diferença entre os caminhos P_1Q e P_2Q .

A partir da equação (2.8), verifica-se que a equação (2.9) pode ser rescrita como:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{Re}[\gamma_{12}(\tau)] \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}(\tau)| \cos \phi_{12}(\tau) \end{aligned} \quad (10)$$

onde $\phi_{12}(\tau)$ é a fase de $\gamma_{12}(\tau)$. As franjas de interferência são produzidas pelas variações de $\cos \phi_{12}(\tau)$ através do alvo. Se $I_1 = I_2$, a visibilidade dessas franjas é obtida a partir da equação (2.6), ou seja

$$V = |\gamma_{12}(\tau)| \quad (2.11)$$

A coerência do campo devido a qualquer fonte de luz actual pode ser estudada em termos de coerência espacial e temporal.

2.3.2.1 Coerência espacial

Quando a diferença nos caminhos ópticos para P_1 e P_2 é pequena (≈ 0), estamos em presença de uma situação envolvendo a coerência espacial do campo. Para uma fonte quase monocromática, constituída por vários osciladores não correlacionados (uma *pinhole* em frente de uma fonte térmica), a iluminar dois pontos num plano e a uma distância relativamente grande da fonte, o grau de coerência complexa entre os campos eléctricos nesses dois pontos é dado pela expressão [8]:

$$\gamma(x) = \frac{\langle V_1(t) V_2^*(t) \rangle}{\sqrt{\langle V_1(t) V_1^*(t) \rangle \langle V_2(t) V_2^*(t) \rangle}} \quad (2.12)$$

O grau de coerência da fonte é então dada pelo teorema da Van Cittert-Zernike como a transformada de Fourier normalizada da distribuição de intensidade sobre a fonte [9].

2.3.2.2 Coerência temporal

Se a fonte for de dimensões muito pequenas (uma fonte pontual de forma efectiva) mas irradiar uma gama de comprimentos de onda finita, levará a referir-se à coerência temporal do campo. Neste caso, o grau de coerência complexa depende só de τ , a diferença de tempos desde a fonte até P_1 e P_2 , e é dada pela expressão [8]:

$$\gamma(\tau) = \frac{\langle V(t) V^*(t + \tau) \rangle}{\langle V(t) V^*(t) \rangle} \quad (2.13)$$

Isto pode ser transformado e rescrito como;

$$\gamma(\tau) = \frac{F \{S(\nu)\}}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) d\nu} \quad (2.14)$$

onde $S(\nu)$ é o espectro de frequência da radiação.

Das equações (2.10) e (2.11) verifica-se que o grau de coerência temporal é dado pela visibilidade das franjas de interferência uma vez que a diferença dos caminhos ópticos é alterada. Isto conduz aos conceitos de tempo de coerência e comprimento de coerência.

Para uma fonte de frequência média ν_0 com uma largura de banda $\Delta\nu$, pode mostrar-se que a visibilidade das franjas decai para zero para uma diferença de tempo $\Delta\tau_c$ dada pela relação de incerteza

$$\Delta\tau_c \Delta\nu \approx 1 \quad (2.15)$$

Este tempo $\Delta\tau_c$ é denominado por tempo de coerência da radiação; o comprimento de coerência é definido como

$$\Delta l_c \approx c \Delta\tau_c \approx \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \quad (2.16)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, λ_0 é o comprimento de onda médio e $\Delta\lambda$ é a gama de comprimentos de onda emitidos pela fonte. Para se obterem franjas de interferência de boa visibilidade, a diferença de caminhos tem de ser pequena comparada com o comprimento de coerência.

De uma forma simples e resumida pode dizer-se que a coerência de uma fonte de luz é uma medida do modo como as relações de fase são mantidas na direcção perpendicular ao feixe emitido **coerência espacial**, bem como ao longo do feixe, **coerência temporal** [4].

Olhando para a figura 7 o intervalo de tempo durante o qual a fase é praticamente constante (coerência temporal) é τ_c , ou seja o tempo durante o qual o trem de onda permanece simplesmente harmónico [10], a distância correspondente (comprimento de coerência) é $l_c = c\tau_c$. Estas quantidades determinam a possibilidade de obter ou não interferência. De notar que para uma onda monocromática τ_c é infinito mas $\Delta\omega$ é igual a zero. Enquanto τ_c diminui a largura de banda da frequência $\Delta\omega$ aumenta, e pode assim escrever-se a relação [7]:

$$\Delta\omega \cong \frac{1}{\tau_c} \quad (2.17)$$

Quando o espectro de frequência alarga, o comprimento do trem de onda em espaço diminui, tal como o tempo de coerência, a isto chama-se diminuição da coerência espacial ou temporal. Se existir coerência temporal e espacial, formam-se franjas de interferência de alta visibilidade no campo longínquo.

2.4 Resolução espectral de um trem de onda finito.

Coerência e largura de banda.

Como se viu o conceito de monocromaticidade de uma fonte pontual é uma idealização matemática. De facto, mesmo a melhor fonte emite uma banda finita de comprimentos de onda [7]. Uma forma de avaliar a coerência temporal de uma fonte é utilizando o interferómetro de Michelson. O dispositivo compara, efectivamente, a fase óptica das duas frentes de onda que emanaram da fonte em tempos diferentes, separados de τ . Se a fase relativa entre duas dessas frentes de onda se mantém constante, então serão formadas franjas de interferência de alta visibilidade. Variações aleatórias na fase da onda emitida ao longo do tempo τ resultam na degradação da visibilidade das franjas.

Como também já foi descrito o comprimento de coerência pode ser visto como o comprimento de um trem de ondas ininterrupto. Deste modo, não pode falar-se de coerência de uma fonte sem falar no balanceamento do interferómetro, na medida em que qualquer fonte será coerente (pelo menos o suficiente para se observarem franjas) desde que o comprimento de coerência da fonte seja menor que o não balanceamento do interferómetro.

Existe uma relação simples entre o comprimento de coerência (ou tempo de coerência) e a largura espectral de uma fonte de luz [11]. Para se obter esta relação recorre-se ao teorema do integral de Fourier. De acordo com este teorema, uma função $f(t)$ pode ser expressa como um integral sobre a variável ω da seguinte forma [11]:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2.18)$$

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (2.19)$$

A função $g(\omega)$ é a transformada de Fourier de $f(t)$, e $f(t)$ a transformada de Fourier de $g(\omega)$ constituindo aquilo que se designa por par de transformadas de Fourier. As variáveis t e ω representam, como é habitual, o tempo e a frequência respectivamente. A função $g(\omega)$ constitui assim a resolução, em frequência, da função dependente do tempo $f(t)$ ou dito de outra forma, $g(\omega)$ representa a função no domínio da frequência.

Como já foi descrito, a emissão de uma fonte pode ser tratada como sendo constituída por um conjunto de trens de onda, cada um dos quais de comprimento l_c com uma descontinuidade de fase entre cada um. Considerando então o caso em que a função $f(t)$ representa um único trem de onda de duração finita τ_0 , a variação temporal deste trem de onda é dada pela função:

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{-i\omega t} \quad \text{para } -\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2} \\ f(t) &= 0 \quad \text{para os restantes valores de } t \end{aligned} \quad (2.20)$$

Tomando a transformada de Fourier, obtém-se

$$\begin{aligned}
 g(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\tau_0/2}^{+\tau_0/2} e^{i(\omega - \omega_0)t} dt \\
 &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\text{sen}\left[(\omega - \omega_0)\tau_0/2\right]}{\omega - \omega_0}
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

Na figura 9 mostra-se a representação gráfica da parte real da função $f(t)$.

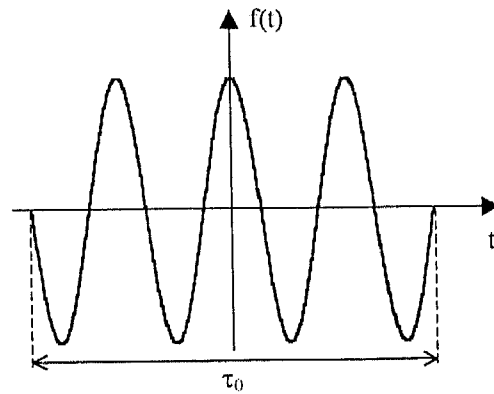


Figura 9. Parte real da função $f(t)$.

Na figura 10 faz-se a representação gráfica da transformada de Fourier de $f(t)$, $g(\omega)$, e o espectral gráfico do espectro de potência:

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 \tag{2.22}$$

Esta função, no caso de um trem de onda finito, é dada por:

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 = \frac{2\text{sen}^2\left[(\omega - \omega_0)\tau_0/2\right]}{\pi(\omega - \omega_0)^2} \tag{2.23}$$

Da análise dos gráficos das figuras 9 e 10 pode verificar-se a existência de uma relação entre coerência temporal e largura espectral.

Analisando o gráfico da figura 10 verificamos que a distribuição espectral é mínima para $\omega = \omega_0 \pm 2\pi/\tau_0$. A maior parte da energia está contida na região entre os dois primeiros mínimos em ambos os lados do máximo central ω_0 . A "largura" $\Delta\omega$ da distribuição de frequência é então dada por:

em ambos os lados do máximo central ω_0 . A "largura" $\Delta\omega$ da distribuição de frequência é então dada por:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0} \quad (2.24)$$

ou

$$\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} \quad (2.25)$$

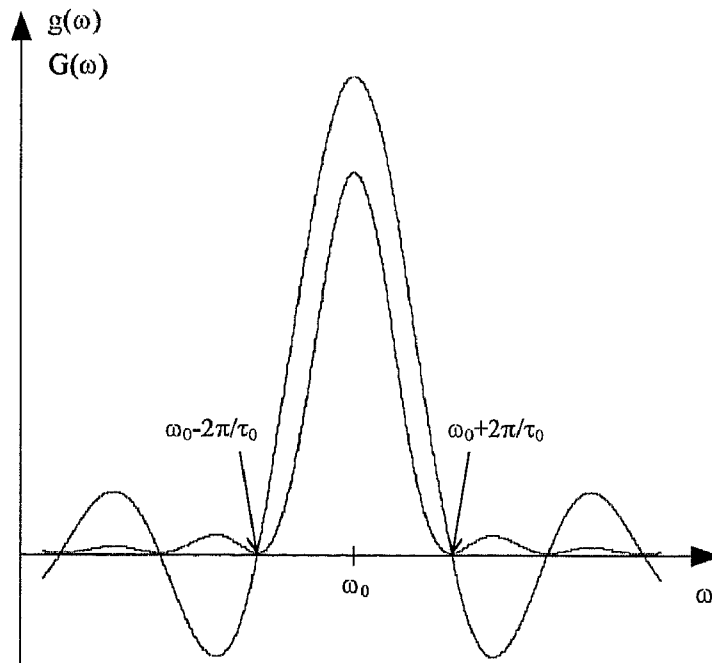


Figura 10. Largura espectral.

Uma sequência de trens de onda, cada um durando um tempo τ_0 , mas ocorrendo em tempos aleatórios, terá um espectro de potência exactamente igual ao obtido anteriormente para um único trem de onda. Por outro lado, se os trens de onda não tem todos a mesma duração, ou seja, se τ_0 varia de trem para trem, então deverá considerar-se o tempo médio $\langle\tau_0\rangle$. A forma precisa da distribuição espectral é diferente da de um simples trem, mas a largura do espectro de frequência correspondente é aproximadamente $\langle\tau_0\rangle^{-1}$. Se for feita uma análise de forma inversa, ou seja, se uma fonte espectral tiver uma curva de largura $\Delta\nu$, então o correspondente tempo de coerência $\langle\tau_0\rangle$ é dado por:

$$\langle\tau_0\rangle = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (2.26)$$

$$l_c = c \langle \tau_0 \rangle = \frac{c}{\Delta \nu} \quad (2.27)$$

O comprimento de coerência pode também ser expresso em termos do comprimento de onda, usando o facto de que $\Delta \nu / \nu = |\Delta \lambda| / \lambda$, obtém-se:

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \quad (2.28)$$

sendo $\Delta \lambda$ a largura da curva do espectro na escala de comprimentos de onda [11].

2.5 Interferómetro de Michelson convencional

Como se viu, o interferómetro de Michelson é um interferómetro de duas ondas, cuja configuração é apresentada na figura 11.

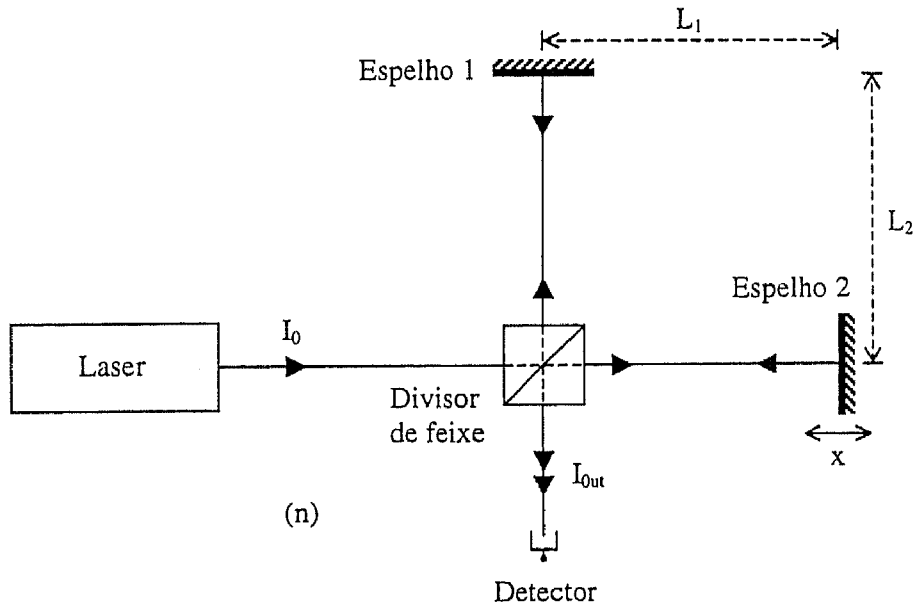


Figura 11. Configuração convencional do interferómetro de Michelson.

A luz vinda de uma fonte óptica, tipicamente um laser, é dividida em amplitude no divisor de feixe a fim de produzir um feixe de referência e outro de sinal, com caminhos ópticos separados espacialmente. Estes feixes são reflectidos nos espelhos e recombinados no divisor de feixe. O campo eléctrico resultante é então o detectado por um fotodetector.

Seja $E(r, t)$ a representação complexa de um sinal luminoso proveniente da fonte e incidente no divisor de feixe, dando origem a dois campos $E_1(r_{div}, t)$ e $E_2(r_{div}, t)$, ou simplesmente $E_1(t)$ e $E_2(t)$ [12]. Nesta análise considera-se que a polarização é linear e constante em todo o sistema, donde um tratamento escalar do problema é suficiente. Assim o campo resultante no detector é obtido de;

$$E_d(t) = K_1 E_1(t - t_1) + K_2 E_2(t - t_2) \quad (2.29)$$

onde

$$t_1 = \frac{2L_1}{v} = \frac{2L_1}{c/n} = \frac{2L_1 n}{c} \quad (2.30)$$

e

$$t_2 = \frac{2L_2 n}{c} \quad (2.31)$$

sendo v a velocidade da luz (c) no meio de índice de refração n .

A consideração dos tempos de propagação no cubo divisor de feixe pode ser feita introduzindo nestas expressões as parcelas correspondentes. A expressão (2.29) indica que o campo no detector e no instante t é determinado pelos campos $E_1(t)$ e $E_2(t)$ que existiam no divisor nos instantes $t-t_1$ e $t-t_2$, respectivamente. K_1 e K_2 são parâmetros (propagadores) que descrevem as variações de amplitude e fase dos campos E_1 e E_2 quando estes se propagam do divisor até ao detector. A intensidade no plano do detector pode escrever-se como:

$$\begin{aligned} I_d &= \varepsilon c \langle E_d(t) E_d^*(t) \rangle \\ &= \varepsilon c \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E_d(t) E_d^*(t) dt \\ &= \varepsilon c \left[K_1 K_1^* \langle E_1(t-t_1) E_1^*(t-t_1) \rangle + K_2 K_2^* \langle E_2(t-t_2) E_2^*(t-t_2) \rangle + \right. \\ &\quad \left. + K_1 K_2^* \langle E_1(t-t_1) E_2^*(t-t_2) \rangle + K_2 K_1^* \langle E_1^*(t-t_1) E_2(t-t_2) \rangle \right] \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde ε é a permissividade eléctrica do meio. Admitindo que os campos são estacionários, as médias temporais são independentes do valor que se toma para a origem dos tempos, donde se pode escrever:

$$\varepsilon c \langle E_1(t-t_1) E_1^*(t-t_1) \rangle = \varepsilon c \langle E_1(t) E_1^*(t) \rangle = I_{S1} \quad (2.33)$$

e

$$\varepsilon c \langle E_2(t-t_2) E_2^*(t-t_2) \rangle = \varepsilon c \langle E_2(t) E_2^*(t) \rangle = I_{S2} \quad (2.34)$$

sendo I_{S1} e I_{S2} a intensidade de cada um dos campos no divisor. Por outro lado pode escrever-se;

$$\begin{aligned}
& K_1 K_2^* \langle E_1(t-t_1) E_2^*(t-t_2) \rangle + K_2 K_1^* \langle E_1^*(t-t_1) E_2(t-t_2) \rangle = \\
& = K_1 K_2^* \langle E_1(t+\tau) E_2^*(t) \rangle + K_2 K_1^* \langle E_1^*(t+\tau) E_2(t) \rangle = \\
& = 2 \operatorname{Re} [K_1 K_2^* \langle E_1(t+\tau) E_2^*(t) \rangle]
\end{aligned} \tag{2.35}$$

onde $\tau=t_2-t_1$ é a diferença de tempos de propagação dos dois feixes. A correlação dos campos $E_1(t)$ e $E_2(t)$ designa-se por **Função de Coerência Mútua** e define-se como:

$$\Gamma_{12}(\tau) \equiv \langle E_1(t+\tau) E_2^*(t) \rangle \tag{2.36}$$

De uma forma geral, a função de coerência mútua depende das regiões da frente de onda (definidas por r_1 e r_2), de onde são originários os feixes que interferem e da diferença $\tau=t_2-t_1$ do tempo de percurso dessas regiões até ao local de interferência. Mais precisamente, Γ_{12} é a correlação dos campos $E_1(r_1, t-t_1)$ e $E_2(r_2, t-t_2)$. Na análise anterior a dependência espacial não foi considerada pois $r_1=r_2$, donde Γ_{12} é a autocorrelação temporal da radiação que atinge o divisor de feixe [12].

A teoria da difracção impõe que os parâmetros K_1 e K_2 sejam imaginários puros com ângulos de fase de $-\pi/2$, donde:

$$K_1 K_2^* = K_2 K_1^* = |K_1| |K_2| \tag{2.37}$$

Assim:

$$I_d = |K_1|^2 I_{s1} + |K_2|^2 I_{s2} + 2 \operatorname{Re} [K_1 |K_2| \Gamma_{12}(\tau)] \tag{2.38}$$

em que $|K_1|^2 I_{s1}$ e $|K_2|^2 I_{s2}$ são as intensidades no detector quando somente um dos campos está presente no sistema. Representando-as por $I_d^{(1)}$ e $I_d^{(2)}$, respectivamente, a expressão (2.38) fica;

$$I_d = I_d^{(1)} + I_d^{(2)} + 2 \operatorname{Re} [K_1 |K_2| \Gamma_{12}(\tau)] \tag{2.39}$$

Da definição (2.34), pode escrever-se;

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle E_1(t+\tau) E_1^*(t) \rangle \tag{2.40}$$

$$\Gamma_{22}(\tau) = \langle E_2(t+\tau) E_2^*(t) \rangle \tag{2.41}$$

Das expressões (2.33) e (2.34) tira-se;

$$\Gamma_{11}(0) = \frac{I_{s1}}{\varepsilon c} \quad (2.42)$$

$$\Gamma_{22}(0) = \frac{I_{s2}}{\varepsilon c} \quad (2.43)$$

Deste modo:

$$I_d^{(1)} = |K_1|^2 I_{s1} = \varepsilon c |K_1|^2 \Gamma_{11}(0) \quad (2.44)$$

$$I_d^{(2)} = |K_2|^2 I_{s2} = \varepsilon c |K_2|^2 \Gamma_{22}(0) \quad (2.45)$$

Resolvendo para $|K_1|$ $|K_2|$ e substituindo na expressão (2.39), obtém-se:

$$I_d = I_d^{(1)} + I_d^{(2)} + 2\sqrt{\frac{I_d^{(1)} I_d^{(2)}}{\Gamma_{11}(0) \Gamma_{22}(0)}} \operatorname{Re} \Gamma_{12}(\tau) \quad (2.46)$$

Definindo a forma generalizada da Função de Coerência Mútua, a que se chama **Grau de Coerência**, como sendo:

$$\gamma_{12}(\tau) \equiv \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0) \Gamma_{22}(0)}} \quad (2.47)$$

vem:

$$I_d = I_d^{(1)} + I_d^{(2)} + 2\sqrt{I_d^{(1)} I_d^{(2)}} \operatorname{Re} \gamma_{12}(\tau) \quad (2.48)$$

A diferença de fase associada à diferença de caminhos ópticos dos dois feixes é dada por

$$\begin{aligned} \phi &= K 2\Delta L = \frac{2\pi}{\bar{\lambda}} 2\Delta L = 4\pi \frac{\Delta L}{\nu/\bar{\nu}} = \\ &= 4\pi \frac{\Delta L \bar{\nu}}{c/n} = \frac{4\pi n \bar{\nu} \Delta L}{c} \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde $\Delta L = L_2 - L_1$, K é o número de onda, $\bar{\lambda}$ e $\bar{\nu}$ são respectivamente o comprimento de onda e a frequência média emitida pela fonte. A função $\gamma_{12}(\tau)$ pode escrever-se da forma:

$$\gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)| e^{i\beta_{12}} \quad (2.50)$$

Definindo $\alpha_{12}(\tau)$ como

$$\alpha_{12}(\tau) \equiv \beta_{12}(\tau) + \phi \quad (2.51)$$

obtem-se

$$\text{Re } \gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)| \cos[\alpha_{12}(\tau) - \phi] \quad (2.52)$$

Como a diferença de caminhos é nula até ao ponto de separação (a diferença de fase entre os dois feixes no detector reduz-se à introduzida pela diferença de caminho geométrico, ΔL , dado que cada um dos feixes tem o mesmo número de transmissões e reflexões no cubo divisor), tem-se $\alpha_{12}(\tau) = 0$, donde;

$$I_d = I_d^{(1)} + I_d^{(2)} + 2\sqrt{I_d^{(1)}I_d^{(2)}}|\gamma_{12}(\tau)|\cos\phi \quad (2.53)$$

Definindo

$$V = 2\frac{\sqrt{I_d^{(1)}I_d^{(2)}}}{I_d^{(1)} + I_d^{(2)}}|\gamma_{12}(\tau)| \quad (2.54)$$

obtem-se

$$I_d = [I_d^{(1)} + I_d^{(2)}](1 + V\cos\phi) \quad (2.55)$$

Admitindo que os diversos elementos do interferómetro não introduzem perdas, e se I_0 for a intensidade do feixe incidente, então a potência óptica no detector será;

$$I_d = \frac{I_0}{2}[1 + V\cos\phi] \quad (2.56)$$

que é a função de transferência do interferómetro de Michelson [3,10].

Da expressão (2.56) deduz-se que:

$$V = \frac{I_{dmáx.} - I_{dmín.}}{I_{dmáx.} + I_{dmín.}} \quad (2.57)$$

ou seja, o parâmetro V definido pela expressão (2.54) é a visibilidade das franjas.

A função $\gamma_{12}(\tau)$ é, em geral, uma função complexa periódica em τ , pelo que se obtém uma figura de interferência se $|\gamma_{12}(\tau)|$ tiver um valor diferente de zero. Em termos de $|\gamma_{12}(\tau)|$ existem os seguintes tipos de coerência [11,13]:

$$\begin{aligned} |\gamma_{12}(\tau)| &= 1 && \text{(coerência completa)} \\ 0 < |\gamma_{12}(\tau)| &< 1 && \text{(coerência parcial)} \\ |\gamma_{12}(\tau)| &= 0 && \text{(incoerência)} \end{aligned}$$

Convém dizer que se este tratamento não fosse escalar, isto é, considerando que a polarização varia ao longo de todo o sistema, (o que é plausível, como por exemplo no caso das fibras ópticas), a expressão (2.54) surgiria modificada. O facto da polarização não se manter constante ao longo de todo o sistema, afecta a visibilidade. Este factor acaba por ser mais influente que um possível desequilíbrio entre as intensidades dos dois feixes ($I_d^{(1)}$ e $I_d^{(2)}$).

No interferómetro, se um dos espelhos se deslocar de uma forma contínua, então I_d variará de uma forma periódica, como se pode ver pela equação da função de transferência do interferómetro (2.56), esta função é representada na figura 12.

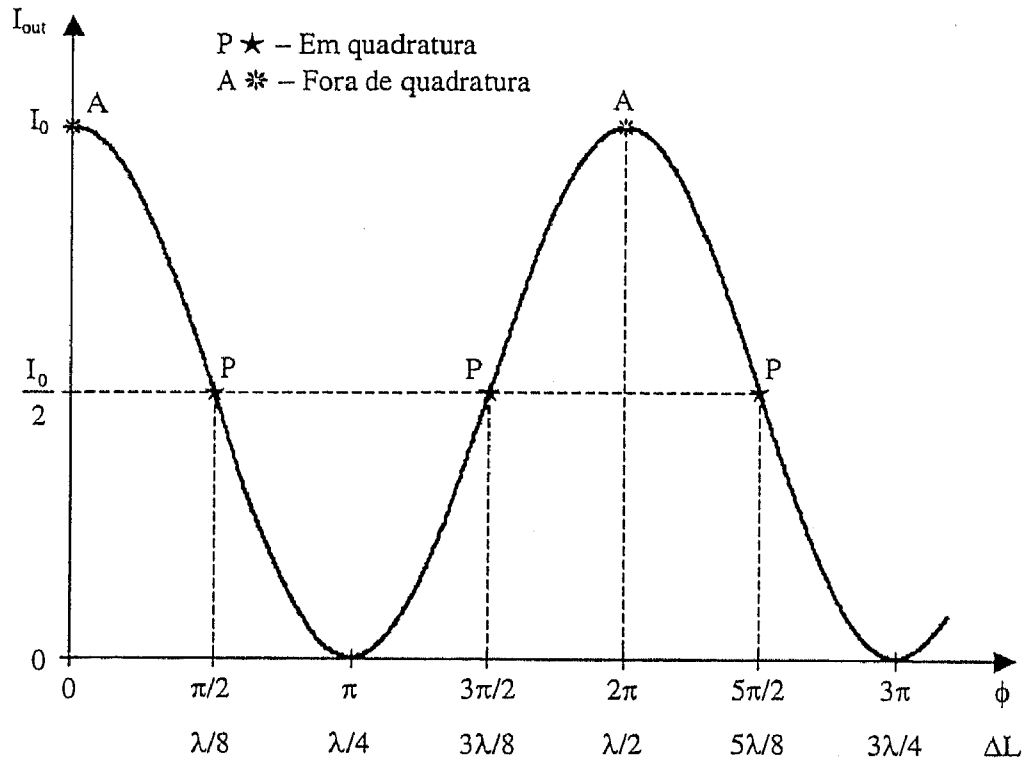


Figura 12. Função de transferência do interferómetro de Michelson.

No desenho da função de transferência do interferómetro traçado em função de ϕ , assume-se que este está a operar com as seguintes restrições [2]:

- i) $I_d^{(1)} = I_d^{(2)}$, isto é os feixes tem a mesma intensidade e estado de polarização;
- ii) a largura de banda da fonte óptica é extremamente apertada;
- iii) a frequência óptica absoluta da fonte é constante;
- iv) o alinhamento óptico é "perfeito" e constante.

Nestas condições de funcionamento é possível detectar alterações extremamente pequenas na diferença de percurso óptico (DPO). Moss (1971) determinou deslocamentos de amplitude periódicos da ordem dos 10^{-14} m. O derradeiro limite de detecção é o chamado limite "shot-noise" e é imposto pelo fotodetector [2].

Pela figura 12 constata-se que a saída do interferómetro de Michelson (tal como acontece com todos os interferómetros) varia com uma periodicidade de 2π radianos. Esta variação equivale a uma alteração na separação relativa dos espelhos, ΔL , de $\lambda/2$ (note-se que a luz no braço correspondente passa a percorrer um caminho mais longo). Uma variação de $2\Delta L = \lambda$ corresponde à introdução de uma diferença de fase de $K\lambda = 2\pi$. Quando é utilizado o sistema de processamento mais simples, ou seja se for usado como sensor e impondo que a sua saída é função unicamente do deslocamento do espelho, então o sensor tem de ser operado no modo de DPO igual a zero com uma gama dinâmica não ambígua do interferómetro limitada a $\lambda/4$.

De novo, pela figura 12, verifica-se que a sensibilidade do interferómetro, definida por $\left| \frac{dI_d}{d\phi} \right| = \left| \frac{I_0}{2} V \sin \phi \right|$, também varia periodicamente, estando num máximo quando $\phi = \pm n\pi \pm \pi/2$ e em zero quando $\phi = \pm n\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$). O ponto de máxima sensibilidade corresponde a uma DPO de $\Delta L = (2n+1)\lambda/8$; chamada "posição de quadratura" (pontos P na figura 12) [2,13]. Os pontos A, na figura 12, correspondem a máximos da transmissão de intensidade, resultando numa sensibilidade mínima (declive nulo), o que não é desejável em muitas aplicações tais como sensores. Em aplicações de sensores é importante que o interferómetro funcione efectivamente numa sensibilidade linear constante [13].

Se R for a responsividade do fotodetector utilizado, obter-se-á então uma corrente de sinal dada por;

$$i_{out} = RI(1 + V \cos \phi) \quad (2.58)$$

onde $I = I_0/2$ no caso de um interferómetro sem perdas.

Referências

- [1] The New Lexicon Webster's dictionary of the English Language, Lexicon Publications, New York, 1991.
- [2] D.A. Jackson, "Monomode Optical Fibre Interferometers for precision measurement", J. Physics E. Sci. Instruments, vol. 8, 1985.
- [3] José Luis Campos, "Multiplexagem e Processamento de Sinais de Sensores de Fibra Óptica", FCUP, 1992.
- [4] Luis Miguel Bernardo, "Fundamentos do Processamento Óptico", FCUP, 1981.
- [5] A.A. Michelson, Amer. J. Sci. (3), 22 (1881), 120.
- [6] M. Born and E. Wolf, Principle of optics, Pergamon, 1964.
- [7] Eugene Hecht, "Theory and Problems of Optics", McGraw-Hill, 1975.
- [8] P. Hariharan, "Optical holography", Cambridge Studies in Modern Optics, 1984.

- [9] F.T.S. Yu, I.C. Khoo; "Principles of Optical Engineering"; John Wiley & Sons; 1990.
- [10] W.T. Welford, "Optics", Oxford University Press, 1981.
- [11] Grant R. Fowles; "Introduction to Modern Optics"; Holt, Rinehart and Winston; 1975.
- [12] José Luis C. O. Santos; "Medição de Microdeslocamentos com o Interferómetro de Michelson", 1989.
- [13] Behzad Moslehi, "Noise Power Spectra of Optical Two Beam Interferometers Induced by the Laser Phase Noise", Journal of Lightwave Tech., vol. 4, 1986.

CAPÍTULO 3

3.1 A natureza da luz

3.2 Fontes ópticas

3.2.1 Introdução

3.2.2 Tipos de lasers

3.3 Radiação laser

3.3.1 Lasers e luz Laser

3.3.2 O Laser

3.3.2.1 Interação radiação/matéria: absorção e emissão de radiação

3.3.3 Características do feixe laser

3.3.3.1 Equação de onda a três dimensões e ondas electromagnéticas

3.3.3.2 Soluções de onda plana para a equação de onda

3.3.3.3 Soluções de onda esférica para a equação de onda

3.3.3.4 Variação de fase das ondas esféricas ao longo de um plano transversal

3.3.3.5 Definição das estruturas dos modos dos feixes laser

3.3.3.6 Cavidades ressonantes ópticas

3.3.3.7 Solução de feixe Gaussiano para os lasers

3.3.3.8 Determinação da função $U(x,y,z)$

3.3.3.9 Definição do raio de curvatura complexo

3.3.3.10 Feixe laser Gaussiano esférico

3.3.3.11 Tamanho da *spot* e raio de curvatura de um feixe Gaussiano

3.3.3.12 Propagação laser através de sistemas ópticos arbitrários

3.3.3.13 Lei geral de propagação laser

3.3.4 Polarização

3.3.5 Coerência

Referências

3.1 A natureza da luz

Os conceitos sob a natureza da luz sofreram várias variações ao longo da história da Física. Até meados do século XVII era aceite a teoria de que a luz consistia num fluxo de partículas emitidas pelas fontes de luz. Essas partículas, ao serem emitidas, descreviam linhas rectas e, supunha-se, podiam penetrar materiais transparentes sendo reflectidas pelos opacos. Esta teoria descrevia de forma adequada um grande número de efeitos ópticos de grande escala, tais como a reflexão e a refacção, mas falhava ao tentar explicar fenómenos de escala mais fina tais como a interferência e a difracção.

Uma explicação para a difracção foi apresentada por Fresnel em 1815. Fresnel demonstrou que o carácter de propagação aproximadamente rectilíneo da luz podia ser interpretado no pressuposto de que a luz era um movimento de ondas, sendo assim possível explicar o surgimento das franjas de difracção. Mais tarde Maxwell, em 1864, apresentou a teoria de que as ondas de luz tinham um carácter electromagnético. Além disso, a observação dos efeitos de polarização indicaram que as ondas de luz são transversais, isto é: o movimento de onda é perpendicular à direcção de propagação. Segundo este ponto de vista físico as ondas electromagnéticas emitidas por uma fonte óptica pontual podem ser representadas por um trem de frentes de onda esféricas com a fonte no centro, tal como se ilustra na figura 1. Uma frente de onda é definida como o lugar geométrico de todos os pontos, no trem de ondas, que têm a mesma fase. Geralmente desenham-se as frentes de onda a passar, quer pelo máximo, quer pelo mínimo da onda, tal como uma onda seno. Assim, as frentes de onda, também denominadas frentes de fase, estão separadas por um comprimento de onda.

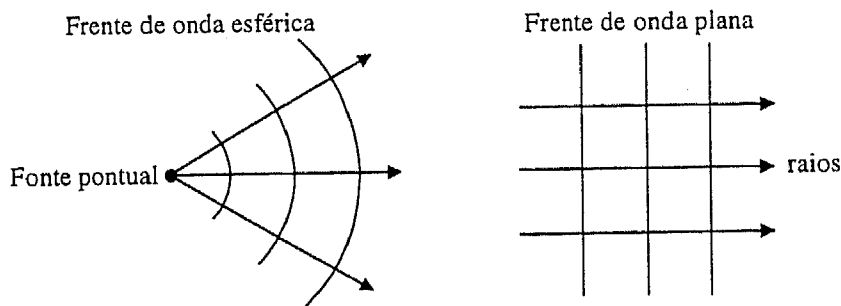


Figura 1. Representação de frentes de onda esféricas e planas e os respectivos raios associados.

Quando o comprimento de onda da luz é muito mais pequeno que o objecto (ou abertura) com o qual choca, as frentes de onda surgem no objecto ou abertura como linhas rectas. Neste caso a onda de luz pode ser representada como uma onda plana, ver figura 1, e a sua direcção de propagação pode ser indicada por um raio de luz que é traçado perpendicularmente à frente de fase. Efeitos ópticos de grande escala tais como: a reflexão e refacção, podem ser analisados pelo simples processo geométrico de traçado de raios, o qual é conhecido por óptica geométrica. O conceito de raio de luz é muito útil uma vez que os raios indicam a direcção do fluxo de energia do feixe de luz.

Um trem de ondas planas, linearmente polarizadas propagando-se na direcção k pode ser representado na forma geral [1]:

$$A(x, t) = e_j A_0 e^{j(\omega t - k \cdot x)} \quad (3.1)$$

em que x representa o vector de posição e k representa o vector propagação de onda, A_0 é a amplitude máxima da onda, $\omega = 2\pi\nu$, em que ν é a frequência da luz. A magnitude do vector de onda é $k = 2\pi/\lambda$, sendo este conhecido como a constante de propagação de onda, λ é o comprimento de onda da luz, e e_j é um vector unitário situado paralelamente a um eixo designado por j .

De notar que as componentes mensuráveis do campo electromagnético representadas pela equação (3.1) são obtidas tomando a parte real desta equação. Por exemplo, se $k = ke_z$ e se A representa o campo eléctrico E , com o eixo das coordenadas escolhido de forma que $e_j = e_x$, então o campo eléctrico realmente mensurável varia harmónicamente na direcção x e é dado por:

$$E_x(z, t) = \text{Re}(E) = e_x E_0 \cos(\omega t - kz) \quad (3.2)$$

Esta expressão representa uma onda plana a deslocar-se na direcção z .

Na figura 2 mostra-se a distribuição dos campos eléctrico (E) e magnético (H) para um trem de ondas electromagnéticas planas num dado instante. As ondas deslocam-se na direcção indicada pelo vector k . Utilizando as equações de Maxwell é fácil demonstrar que E e H são ambos perpendiculares à direcção de propagação, pelo que a onda é denominada por onda transversal. Além disso, E e H são perpendiculares entre si, assim E , H e k formam um conjunto de vectores ortogonais.

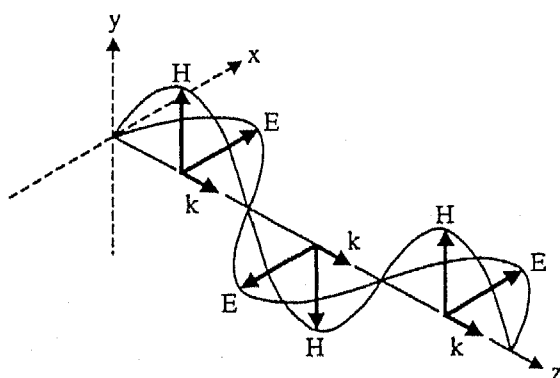


Figura 2. Distribuição de campo num trem de ondas planas electromagnéticas num dado instante.

A onda plana dada pela equação (3.2) tem o vector campo eléctrico sempre apontado na direcção e_x , pelo que é uma onda linearmente polarizada com vector de polarização e_x . A situação geral de polarização é descrita considerando uma outra onda linearmente polarizada

cuja polarização é independente da primeira e perpendicular a esta. Esta onda pode ser descrita por;

$$E_y(z,t) = e_y E_{0y} \cos(\omega t - kz + \delta) \quad (3.3)$$

em que δ é a diferença de fase relativa entre as ondas. A onda resultante é dada por;

$$E(z,t) = E_x(z,t) + E_y(z,t) \quad (3.4)$$

Se δ for zero ou um múltiplo de inteiro de 2π , as ondas estão em fase. A equação (3.4) é então também uma onda linearmente polarizada com um vector de polarização que faz um ângulo em relação a e_x de;

$$\theta = \arctg \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \quad (3.5)$$

e tem uma magnitude

$$E = (E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^{1/2} \quad (3.6)$$

Esta situação é demonstrada esquematicamente na figura 3.

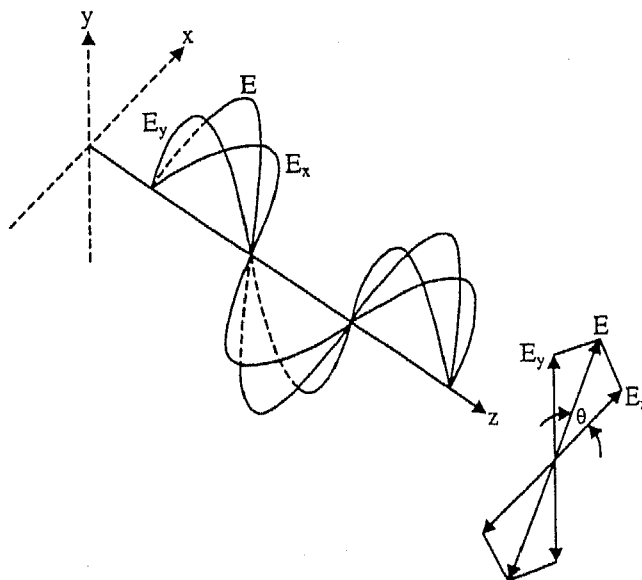


Figura 3. Adição de duas ondas linearmente polarizadas tendo entre elas uma fase relativa nula.

Reciprocamente, tal como qualquer duas ondas planas ortogonais, podem ser combinadas numa onda linearmente polarizada, uma onda linearmente polarizada arbitrária pode ser decomposta em duas ondas planas ortogonais independentes que estão em fase.

Para valores gerais de δ a onda dada pela equação (3.4) é polarizada elipticamente. O vector de campo E resultante vai variar uma vez que as duas ondas planas ortogonais vão ambas rodar e alterar a sua magnitude em função da frequência angular ω . Tal como se mostra na figura 4, a extremidade de E vai traçar uma elipse no espaço com o eixo da elipse relacionado com o eixo dos x por um ângulo dado por:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \quad (3.7)$$

Quando $E_{0x}=E_{0y}$ a onda resultante é polarizada circularmente.

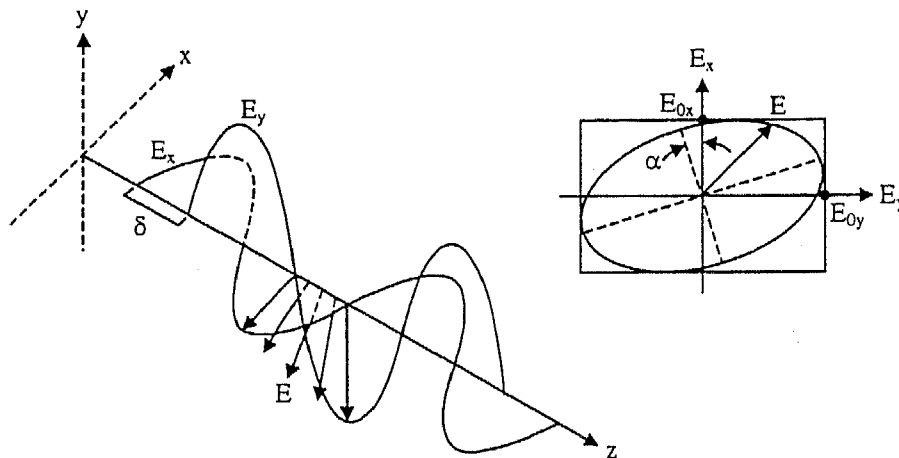


Figura 4. Luz polarizada elipticamente, resultante da adição de duas ondas de amplitude diferente polarizadas linearmente tendo entre elas uma diferença de fase não nula.

3.2 Fontes ópticas

3.2.1 Introdução [2,3,4,5]

Como já foi referido, os lasers são fundamentais na interferometria porque a radiação que emitem tem características especiais: é monocromática (isto é, tem uma só cor, um comprimento de onda) e coerente. Desta forma todos os "quanta" de luz emitidos (fotões) estão sincronizados uns com os outros, isto é, têm a mesma fase. Esta característica é ilustrada esquematicamente na figura 5.

Em interferometria a coerência é um requisito essencial, na figura 6 mostram-se os comprimentos de coerência típicos das várias fontes ópticas mais utilizadas [6].

As fontes de iluminação convencionais, ou térmicas, não são espacialmente nem temporalmente coerentes. Por exemplo, a luz emitida por uma descarga de um tubo de gás compreende fotões emitidos por átomos independentes, não existindo relação fixa entre as fases

das diversas emissões. O comprimento de coerência de uma fonte de luz branca é de apenas três ou quatro comprimentos de onda.

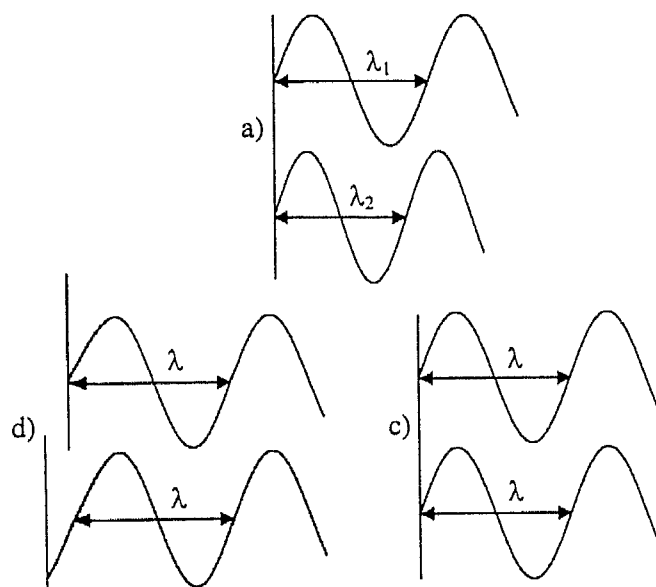


Figura 5. Representação esquemática de ondas com diferentes comprimentos de onda e diferentes defasamentos. a) Diferentes comprimentos de onda, λ_1 e λ_2 , mas em fase; b) Mesmo comprimento de onda, λ , mas defasadas; c) Mesmo comprimento de onda, λ , em fase - radiação monocromática e coerente.

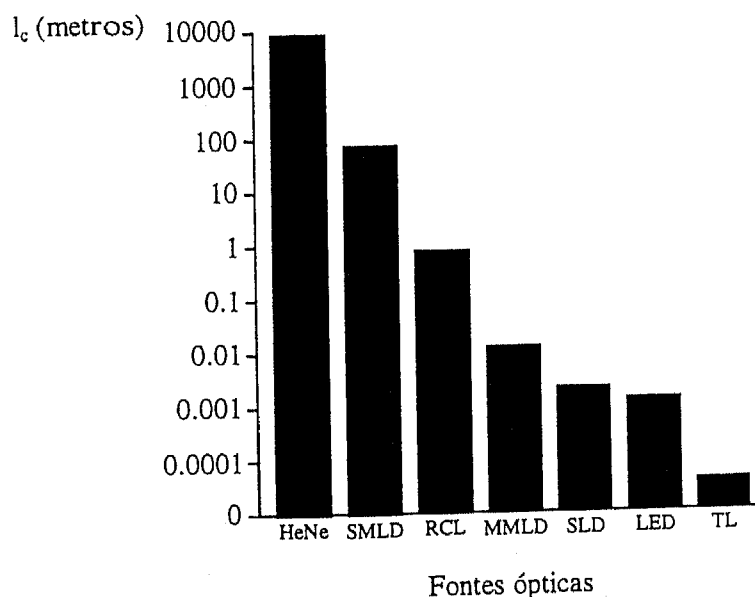


Figura 6. Comprimentos de coerência típicos de algumas fontes ópticas. HeNe - Laser monomodo de Helium-Neon; SMLD - Díodo laser monomodo; RCL - Linha vermelha do Cádmio; MMLD - Díodo laser multimodo; SLD - Díodo superluminescente; LED - Díodo emissor de luz; TL - lâmpada de Tungstênio.

Sobre os LED (*Light Emitting Diode*), convém referir que são fontes de luz de emissão espontânea e têm normalmente comprimentos de coerência muito curtos, bem como uma baixa coerência espacial. São, por isso, incompatíveis com a maior parte dos sensores interferométricos. As únicas excepções provêm dos chamados díodos superluminescentes nos quais a coerência espacial é substancialmente superior, de modo que é possível obter a franja de ordem zero nos interferómetros balanceados. Os LED são invariavelmente usados como fontes ópticas em sensores incoerentes. Como estes sensores usam, geralmente, fibras multimodo, os problemas de acoplamento de luz na fibra são menores que com fibras monomodo. A maior vantagem dos LED é serem muito mais baratos e mais simples de operar que os lasers.

3.2.2 Tipos de lasers

Existe actualmente um grande número de diferentes tipos de lasers disponíveis. A sua construção e modo de operação varia de forma significativa, como resultado das características da cavidade do laser e do seu modo de bombagem. No entanto, de uma forma genérica, os lasers podem ser classificados em quatro categorias [2]:

- i) Lasers do estado sólido
- ii) Lasers do estado líquido
- iii) Lasers gasosos
- iv) Lasers semicondutores

3.3 Radiação laser

3.3.1 Lasers e luz Laser

No início dos anos cinquenta surgiu um sistema notável, conhecido por Maser. O Maser acrónimo de *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (Amplificação de Microondas por Emissão Estimulada de Radiação) é, tal como o nome indica, um amplificador de microondas caracterizado por um nível de ruído extremamente reduzido. O Maser funciona de um modo pouco convencional e depende directamente das características da interacção quântica entre a matéria e a energia radiante. Depois da sua divulgação especulou-se sobre a possibilidade de estender o mesmo princípio ao domínio óptico do espectro. Em Julho de 1960 Theodore H. Maiman anunciou o funcionamento bem sucedido de um Maser óptico ou Laser [7]. Os lasers, um acrónimo de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, são dispositivos que emitem, ou amplificam, radiação electromagnética coerente em frequências que, hoje em dia, se estendem desde o infravermelho longínquo até ao ultravioleta, incluindo o espectro visível. Deve referir-se que o mecanismo da emissão estimulada, subjacente à geração e amplificação de campos electromagnéticos em materiais, foi apresentado por Einstein em 1917.

3.3.2 O Laser

Na figura 7 apresenta-se, de uma forma genérica, os elementos essenciais de um laser, na configuração de oscilador, ou fonte de radiação coerente.

Considerando cada elemento em mais detalhe pode considerar-se [8]:

- (1) Um meio ou material laser, que é um conjunto de átomos ou iões (podendo assumir formas diversas desde um gás até um cristal semiconductor) apropriadamente preparado para garantir acção laser. Por simplicidade, utiliza-se o termo “átomos” para representar qualquer tipo de átomos, moléculas, iões (ou mesmo electrões num cristal semiconductor) que constituam o meio laser;
- (2) Um processo de excitação ou bombagem de energia capaz de excitar átomos para níveis energéticos superiores;
- (3) Elementos ópticos apropriados, como espelhos ou lentes, que permitam que um feixe de radiação passe pelo menos uma vez pelo meio laser (ou um número muito reduzido de vezes), se o laser operar como amplificador, ou passe um número elevado de vezes pelo mesmo meio, num esquema dito de realimentação óptica (*feed-back*), se o laser operar como oscilador ou fonte. O termo laser aplica-se, quer a um amplificador, quer a um oscilador (fonte) de luz coerente.

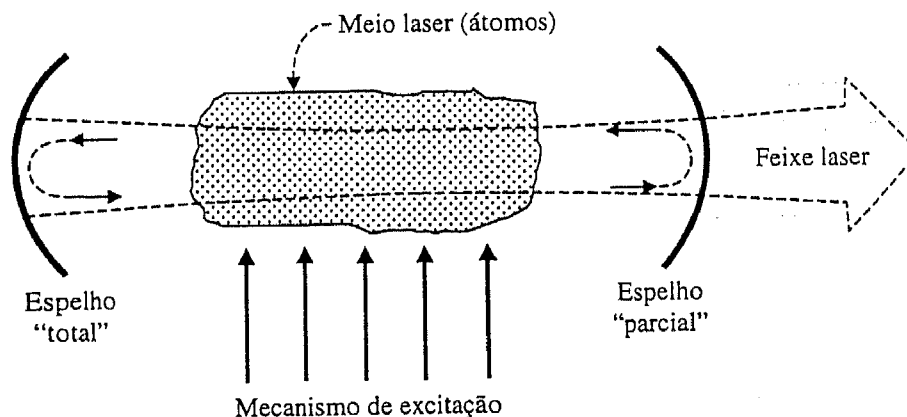


Figura 7. Elementos essenciais de um laser. De salientar que o espelho à saída é parcialmente transmissor. O outro espelho é, em geral, de reflectividade total.

Considerando um átomo, de um gás, de um líquido ou de um sólido (considerado como um sistema composto por um núcleo rodeado de uma nuvem electrónica) que possui uma certa quantidade de energia interna, este tende a manter-se numa configuração que minimize a sua energia total. Esta configuração é referida como o estado fundamental do átomo. Cada átomo pode ainda apresentar-se noutras configurações, a que correspondem energias superiores à do estado fundamental, e constituem os estados excitados.

Numa fonte de luz convencional, a energia é transferida para os átomos reactivos, que por exemplo no caso de uma lâmpada são os do próprio filamento, e como consequência estes

transitam para estados excitados. Cada um dos átomos acaba por regressar espontaneamente (i.e., sem qualquer influência externa) ao estado fundamental, emitindo durante o processo um fóton com a energia em excesso, que se propaga segundo uma direcção arbitrária. Os átomos radiam independentemente uns dos outros; neste tipo de fonte os fótons não têm entre si qualquer relação de fase estável e constituem um feixe de luz incoerente: a fase varia de ponto para ponto e de instante para instante.

3.3.2.1 Interacção radiação/matéria

Absorção e emissão de radiação

Os átomos são caracterizados por uma estrutura energética discreta, isto é, a sua energia interna apenas pode assumir certos valores discretos bem determinados segundo regras físicas precisas, esta quantificação ocorreu a Planck em 1900. As alterações da energia interna que poderão ocorrer, apenas se forem discretas, são devidas a interacções com campos electromagnéticos (exteriores ou interiores ao meio laser), quer através da emissão, quer através da absorção de fótons.

Considerando agora um feixe luminoso que incide num sistema óptico arbitrário quando a energia do fóton incidente é suficiente, o fóton pode ser absorvido por um átomo fazendo-o passar para um estado excitado. Einstein demonstrou que um átomo num estado excitado pode transitar para um estado de menor energia (que não é necessariamente o estado fundamental) através de dois mecanismos diferentes, envolvendo ambos a emissão de um fóton. Num caso, a emissão de energia pode fazer-se espontaneamente, **emissão espontânea**, noutro, ser desencadeada pela presença de radiação electromagnética com a frequência apropriada. Este último mecanismo é conhecido como **emissão estimulada**, e é fundamental para o funcionamento do laser. Em ambas as situações, a energia do fóton emitido ($h\nu_{if}$) é igual à diferença entre a energia do estado quântico inicial, mais elevada, $|i\rangle$, e a do estado quântico final, mais reduzida $|f\rangle$, isto é:

$$E_i - E_f = h\nu_{if} \quad (3.8)$$

em que E_i e E_f representam as energias dos dois estados, h é a constante de Planck e ν_{if} a frequência da energia emitida. Na figura 8 faz-se uma representação esquemática dos diferentes mecanismos de transição entre níveis energéticos.

A frequência da onda electromagnética necessária para induzir a emissão estimulada de radiação para um átomo deve ser exactamente igual a ν_{if} . Os fótons emitidos por emissão estimulada têm a mesma fase, polarização e direcção de propagação da radiação estimulante, o que constitui uma característica notável deste tipo de emissão. Deste modo, o fóton emitido participa para o mesmo modo de radiação da onda incidente, e aumenta a sua densidade de fluxo.

A maioria dos átomos encontra-se normalmente no estado fundamental e a absorção de fótons é bem mais provável que a emissão estimulada; este facto levanta um problema

interessante; o que é que acontece quando uma percentagem significativa de átomos se encontra num estado excitado, deixando virtualmente despovoado o estado fundamental? Uma tal situação é conhecida por **inversão de populações**.

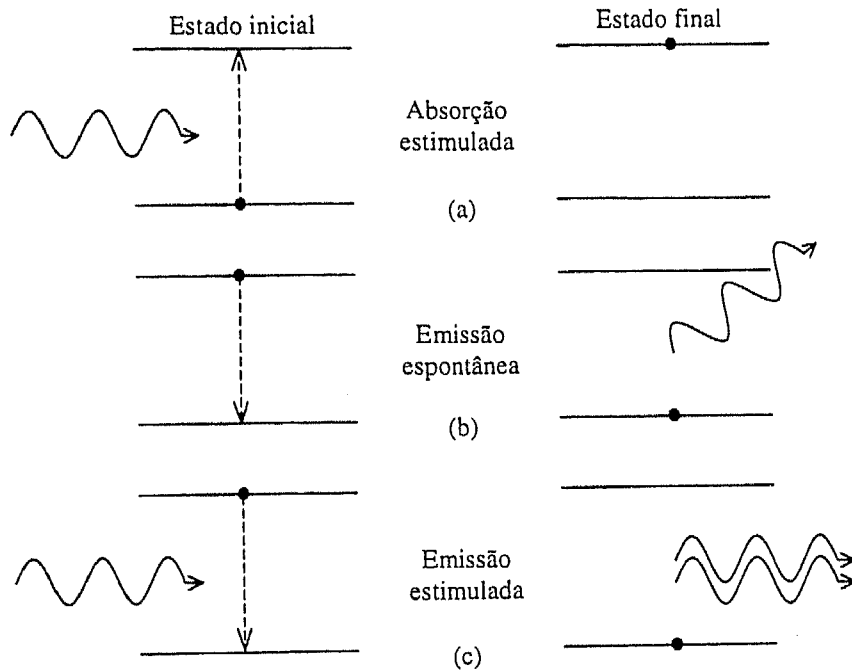


Figura 8. Diagrama dos níveis de energia ilustrando: (a) absorção, (b) emissão espontânea e (c) emissão estimulada. O ponto negro indica o estado do átomo antes e depois da transição.

Para permitir a acção laser num material a situação de distribuição de Boltzman dos electrões pelos diferentes níveis quânticos terá de ser alterada, criando-se uma “inversão de população”, isto é, a população do nível energético superior será maior que a do nível inferior. É esta situação de “inversão de população”, que permite que da transição entre dois níveis, resulte a emissão estimulada [9]. Um único fóton, de frequência apropriada, que interaccione com o sistema dá origem a uma avalanche de fótons, emitidos por emissão estimulada, todos em fase. O reforço da onda inicial continua enquanto os processos concorrentes (a dispersão por exemplo) não se tornem dominantes e desde que a inversão de populações se mantenha estável no tempo. Será pois necessário fornecer energia (química, eléctrica, óptica, etc.) ao meio activo para manter a inversão, obtendo-se um feixe luminoso depois de algumas oscilações através do meio activo.

Contrariamente às emissões espontâneas (que ocorrem apenas de “cima” para “baixo”), as transições estimuladas ocorrem em ambos os sentidos. Estas surgem quando aplicamos ao átomo a radiação cuja frequência se encontra em sincronismo com a frequência de uma determinada transição energética. Nesta situação um dos dois resultados ocorre necessariamente:

- O campo total é mais intenso que o campo aplicado, ocorreu amplificação,
- O campo total é menos intenso que o campo aplicado, ocorreu atenuação.

O resultado final depende apenas do valor da diferença de populações entre os dois níveis energéticos em jogo.

Conjugando todos os processos de alteração da energia interna dos átomos (absorção, emissão espontânea e emissão estimulada) e considerando um átomo idealmente simples, com apenas dois níveis quânticos, pode escrever-se uma equação que descreva a evolução temporal do número de fotões $n(t)$, que será:

$$\frac{dn}{dt} = -K[N_1(t) - N_2(t)]n(t) \quad (3.9)$$

onde N é o número de átomos que se encontra num determinado nível energético N_1 ou N_2 [10]. Desta equação pode concluir-se que existirá crescimento do número de fotões se, por qualquer mecanismo, se conseguir assegurar que a população instantânea do nível energético superior é maior que a do nível inferior.

A manutenção da inversão de população entre os dois níveis de transição só se verificará se o tempo de relaxação do nível superior for maior que o tempo de relaxação do nível inferior. Para a obtenção de um laser como oscilador ou fonte de radiação coerente deve assegurar-se o reforço progressivo do campo amplificado através de sucessivas passagens no meio amplificador. Para isso, como se representou na figura 7, coloca-se o meio amplificador entre dois espelhos, criando uma cavidade óptica ressonante.

3.3.3 Características do feixe laser

3.3.3.1 Equação de onda a três dimensões e ondas electromagnéticas

A equação de onda diferencial que descreve a propagação de ondas transversais num meio homogéneo pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (3.10)$$

aqui y descreve o deslocamento da onda transversal, z indica a coordenada ao longo da direcção de propagação da onda, t representa o tempo e v representa a velocidade de onda no meio de propagação homogéneo.

Quando a equação de onda a uma dimensão (3.10) é generalizada a três dimensões para deslocamentos do campo eléctrico $E(x,y,z,t)$ num meio homogéneo isento de cargas livres ou correntes, a equação de onda diferencial toma a seguinte forma:

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (3.11)$$

aqui, ∇^2 é o operador Laplaciano, n é o índice de refração do meio de propagação, e c é a velocidade de propagação no vácuo.

3.3.3.2 Soluções de onda plana para a equação de onda

As chamadas soluções de onda plana para a equação de onda a três dimensões podem ser expressas, na forma complexa, como sendo;

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)} = E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (3.12)$$

onde os vectores de propagação e posição são dados respectivamente por

$$\vec{k} = \hat{i}k_x + \hat{j}k_y + \hat{k}k_z \quad e \quad \vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z \quad (3.13)$$

com $\omega = |k|c/n$. As soluções de onda plana são úteis, como funções de base, na análise de Fourier de formas de onda arbitrárias e como descrição legítima de campos electromagnéticos que atingem um detector vindas de uma fonte pontual distante. São referidas como ondas planas porque as superfícies de fase constante ($\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$) são planos geométricos perpendiculares ao vector de onda $\mathbf{k}$. As características essenciais da propagação das ondas planas são demonstradas na figura 9.

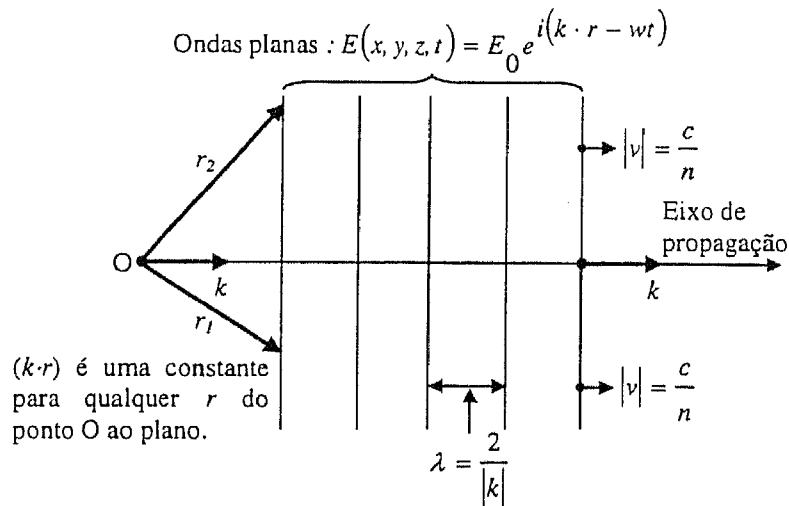


Figura 9. As superfícies de fase constante $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$, para ondas planas, são planos geométricos orientados numa direcção perpendicular ao vector de onda $\mathbf{k}$, movendo-se com uma velocidade $v=c/n$ através do meio homogéneo de índice de refração n .

3.3.3.3 Soluções de onda esférica para a equação de onda

As soluções esféricas que satisfazem a equação de onda podem ser escritas como:

$$\tilde{E}(r, \theta, \phi, t) = \frac{E_0(\theta, \phi)}{r} e^{i(kr - \omega t)} \quad (3.14)$$

Na figura 10 faz-se uma representação geométrica apropriada e mostram-se os parâmetros fundamentais de uma onda esférica. As soluções de onda esférica são úteis na formulação da teoria da difracção de acordo com Huygens, Fresnel e Kirchhoff. Neste caso representam as fórmulas matemáticas usadas para as ondas secundárias de Huygens que irradiam a partir da abertura de difracção. Representam ainda uma descrição válida da energia electromagnética que se propaga a partir da fonte pontual. Quando a distância da fonte pontual é muito grande, as ondas esféricas podem ser tratadas como ondas planas, com a equação (3.12) a substituir a equação (3.14) como descrição matemática.

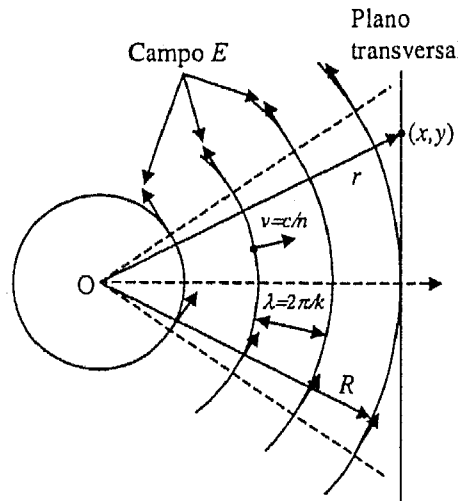


Figura 10. As superfícies de fase constante para ondas esféricas são esferas geométricas que irradiam para o exterior a partir de uma fonte pontual O.

3.3.3.4 Variação de fase das ondas esféricas ao longo de um plano transversal

Para compreender melhor a natureza do feixe laser, é útil determinar a distribuição de fase do campo eléctrico E , associado às ondas esféricas, ao longo de um plano, para uma dada direcção de propagação. Na figura 10, este plano é representado pelo plano x - y , sendo a propagação ao longo da direcção z . Em qualquer ponto (x, y) , do plano transversal $z=R$, a parte espacial do campo eléctrico é dada por;

$$\tilde{E}(x, y)_{z=R} = (\text{constante}) e^{ikr} \quad (3.15)$$

em que $r = (R^2 + x^2 + y^2)^{1/2}$ e R é a distância perpendicular desde a fonte ao plano transversal. Da 10 constata-se que R é o raio de curvatura da onda esférica que é tangente ao plano em $(x, y) = (0, 0)$. Rescrevendo r como sendo;

$$r = R \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{R^2} \right)^{1/2} \quad (3.16)$$

e restringindo os pontos (x,y) no plano transversal a posições perto do eixo de propagação, de tal forma que $(x^2+y^2) \ll R^2$, pode aproximar-se a equação (3.16) por:

$$r \cong R + \frac{x^2 + y^2}{2R} \quad (3.17)$$

Por seu lado, a equação (3.6), para a parte espacial do campo eléctrico E no ponto (x,y) e no plano transversal $z=R$, toma a forma explícita:

$$\tilde{E}(x,y)_{z=R} \cong (\text{constante}) e^{ikR} e^{i(k/2)[(x^2+y^2)/R]} \quad (3.18)$$

3.3.3.5 Definição das estruturas dos modos dos feixes laser

Outro parâmetro importante na caracterização do feixe laser é a variação do campo eléctrico num plano transversal ao feixe, especificamente como esta variação é usada para caracterizar a estrutura modal do feixe. O modo fundamental para um feixe laser existe quando o campo eléctrico tem o seu valor máximo no centro do feixe e decai para a periferia de acordo com um perfil Gaussiano. Na figura 11 representa-se um perfil de uma função Gaussiana.

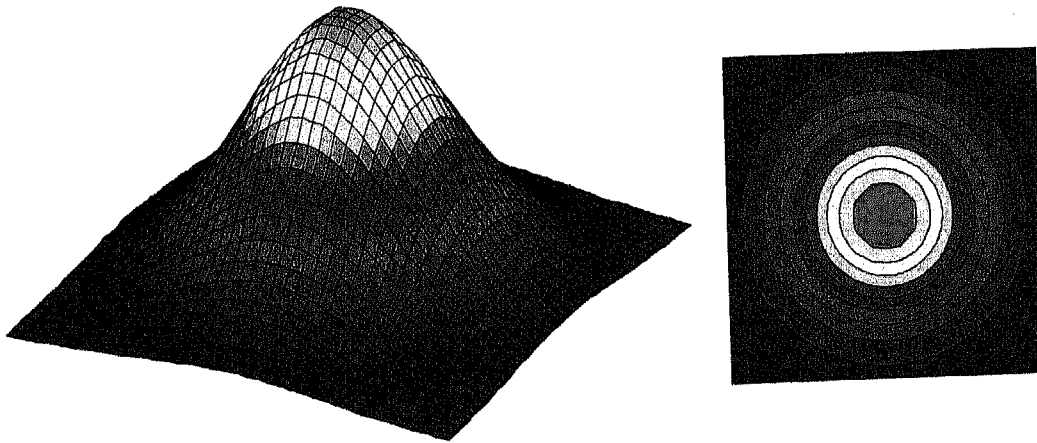


Figura 11. Perfil Gaussiano. Perspectiva tridimensional e respectivas curvas de nível.

3.3.3.6 Cavidades ópticas ressonantes

A cavidade ressonante – que é basicamente um “*étalon*” de Fabry-Perot – desempenha um papel fundamental no funcionamento de um Laser. Nos primeiros momentos do processo, os fótons são emitidos espontaneamente em todas as direcções, em sincronia com os fótons que estimulam a emissão. Todos eles, com excepção dos que se propagam ao longo do eixo da

cavidade, rapidamente a abandonam e escapando-se em todas as direcções. O feixe axial mantém-se todavia e reforça-se mesmo à medida que oscila através do meio activo. É este processo que explica o extraordinário grau de colimação do feixe laser emergente, que se comporta no essencial como uma onda plana coerente. Se bem que o meio activo funcione como amplificador, a realimentação óptica proporcionada pela cavidade transforma o sistema num oscilador e portanto numa fonte de luz.

A onda electromagnética que se propaga no interior da cavidade assume uma configuração de onda estacionária em que a posição dos nodos é função da distância (L) entre os espelhos. A cavidade diz-se ressonante (i.e., permite a manutenção de um padrão de ondas estacionárias no seu interior) quando a distância entre os espelhos for um múltiplo inteiro (m) de meios comprimentos de onda da radiação. A ideia subjacente é que devem existir nodos sobre cada espelho, o que só acontece quando L for igual a um múltiplo inteiro de $\lambda/2$, assim:

$$m = \frac{L}{\lambda/2} \quad (3.19)$$

e a frequência de ressonância é dada por [11]:

$$\nu_m = \frac{mc}{2L} \quad (3.20)$$

em que c é a velocidade da luz no vazio.

Existe assim um número infinito de **modos de oscilação longitudinais**, cada um com a sua frequência própria, ν_m . A diferença entre as frequências de modos consecutivos é constante e igual a:

$$\nu_{m+1} - \nu_m = \Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (3.21)$$

que define a banda espectral livre do “*étalon*” e que é numericamente igual ao inverso do tempo de um percurso completo de ida e volta. No entanto, tal como se pode ver pela figura 12, a largura dos modos de ressonância de uma cavidade é consideravelmente inferior à largura das riscas associadas a transições atómicas espontâneas (banda larga).

São estes os únicos modos estáveis (e possíveis no interior da cavidade) e a frequência da onda emergente é sempre muito próxima de uma das frequências de ressonância [12]. O laser só pode oscilar para as frequências dentro da curva de ganho do meio activo para as quais o ganho é suficiente para ultrapassar as perdas da cavidade. Deste modo, da gama de frequências disponíveis associadas à transição radiactiva, a cavidade selecciona e amplifica unicamente algumas riscas estreitas, quando não uma única. É esta a origem da extrema quase-monocromaticidade de um feixe laser.

Conclui-se portanto que a pureza espectral da radiação laser vem, em geral, determinada pela cavidade e não pela transição atómica responsável pela emissão estimulada. A inclusão de

um *etalon* (interferómetro de Fabry-Perot) no interior da cavidade, operando como filtro passa-banda permite seleccionar o modo de oscilação desejado [13].

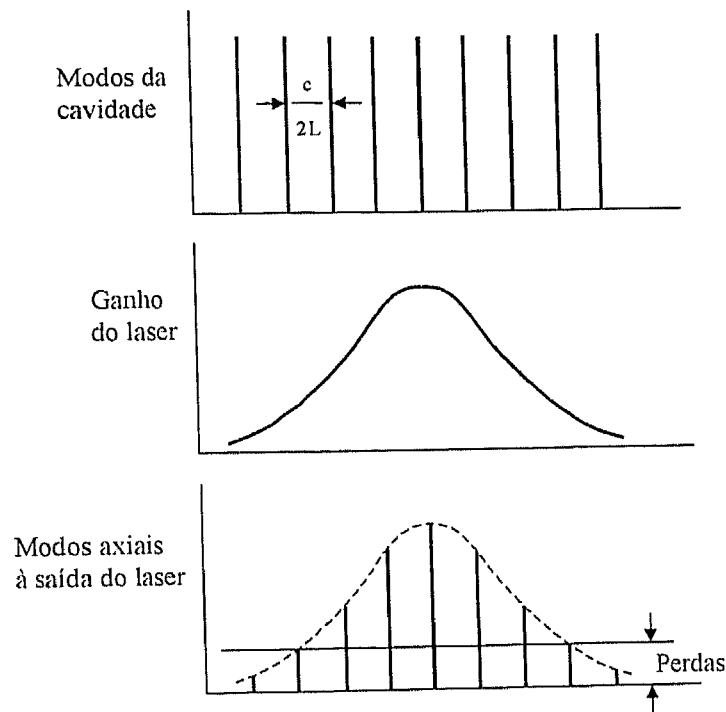


Figura 12. Comparação entre a transição atómica (banda larga) com os modos muito estreitos da cavidade e os resultantes modos longitudinais à saída do laser.

É possível gerar um único modo ressonante na cavidade fazendo com que a separação entre modos, dada pela equação (3.21), seja superior à largura de banda da transição radiactiva, desta forma apenas um modo oscilará.

Para além dos modos axiais ou longitudinais de oscilação, que correspondem a ondas estacionárias ao longo da cavidade (ou eixo dos z), esta sustenta igualmente no seu interior **modos transversos**, isto é, configurações do campo aproximadamente perpendiculares ao eixo, e que se designam geralmente por TEM_{mn} (*Transverse Electric and Magnetic*). Os índices m e n são inteiros que indicam, para uma secção transversa arbitrária do feixe emergente, o número de linhas nodais que intersectam o eixo dos x e dos y . Ou, por outras palavras, indicam o número de vezes que o campo eléctrico vai a zero, respectivamente ao longo dos eixos de coordenadas x e y sobrepostos no plano transversal do feixe. Assim, por exemplo, o modo TEM_{00} representa o perfil de um único pico sem zeros ao longo, quer de x , quer de y (ou ao longo de qualquer outro diâmetro transversal do feixe).

A notação utilizada para descrever o modo fundamental do feixe laser é TEM_{00} , que é um caso especial da notação mais geral TEM_{mn} . O modo TEM_{00} , é o mais utilizado em interferometria, pelas seguintes razões:

- a densidade de fluxo numa secção transversa é teoricamente Gaussiana, ver figura 11;

- a fase do campo eléctrico não tem descontinuidades, como acontece com outros modos, garantindo-se deste modo a coerência espacial;
- a divergência angular do feixe é mínima; quando focado, o diâmetro transverso do volume focal é mínimo.

De notar no entanto que a amplitude deste modo não é constante sobre a frente de onda, tratando-se pois de uma onda não homogénea.

As variações do campo eléctrico e os correspondentes padrões dos modos distintos (*burn patterns*) para TEM_{00} , TEM_{10} , TEM_{01} e TEM_{11} em qualquer secção transversal do feixe manifestam-se tal como se ilustram na figura 13.

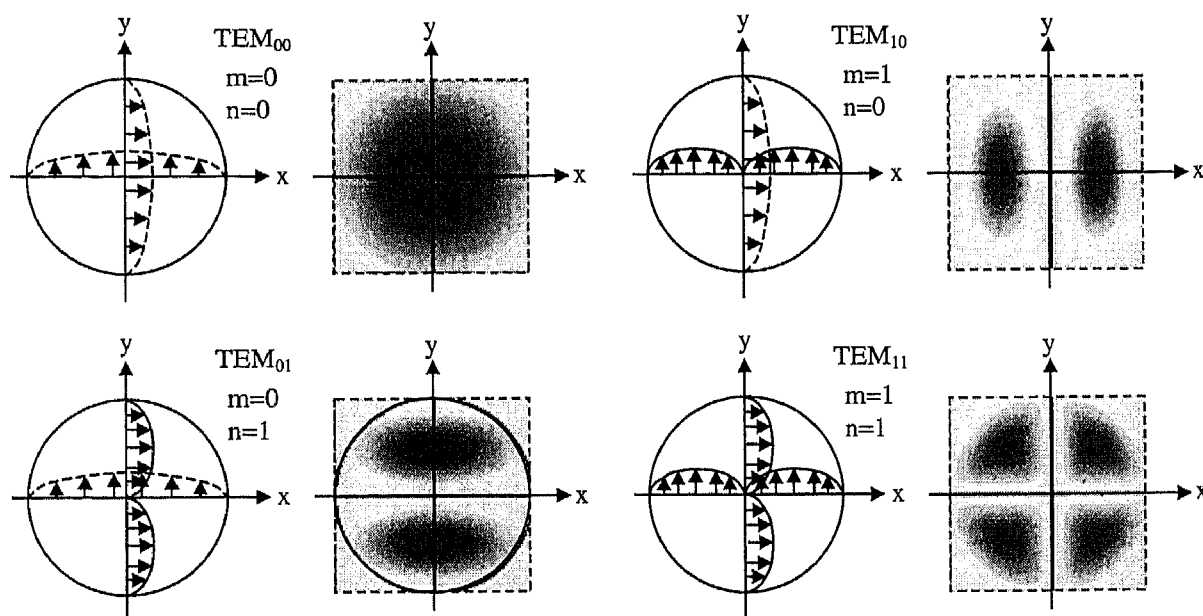


Figura 13. Variações do campo eléctrico através do diâmetro transversal do feixe - configuração do padrão dos modos (simetria rectangular) para modos TEM_{mn} diferentes. Os modos com simetria circular são igualmente observáveis mas qualquer quebra de simetria (as janelas de Brewster por exemplo) destrói-os.

Na figura 14(a) apresenta-se uma imagem do feixe laser de Argon TEM_{00} , utilizado no LOME. Trata-se de uma imagem de *speckle* uma vez que foi captada por reflexão do feixe laser sobre a superfície de um objecto. Na figura 14(b) apresenta-se um levantamento tridimensional da figura 14(a). Obtém-se uma imagem mal definida devido ao ruído já que se trata de uma imagem de *speckle*. Este ruído de *speckle*, é de elevada frequência pelo que pode ser eliminado aplicando um filtro passa baixo na figura 14 (a), obtém-se assim a figura 14(c). Tal como se pode ver pelo levantamento tridimensional da figura 14(c), a qual é representada pela figura 14(d), trata-se claramente de uma figura com o perfil de uma função Gaussiana.

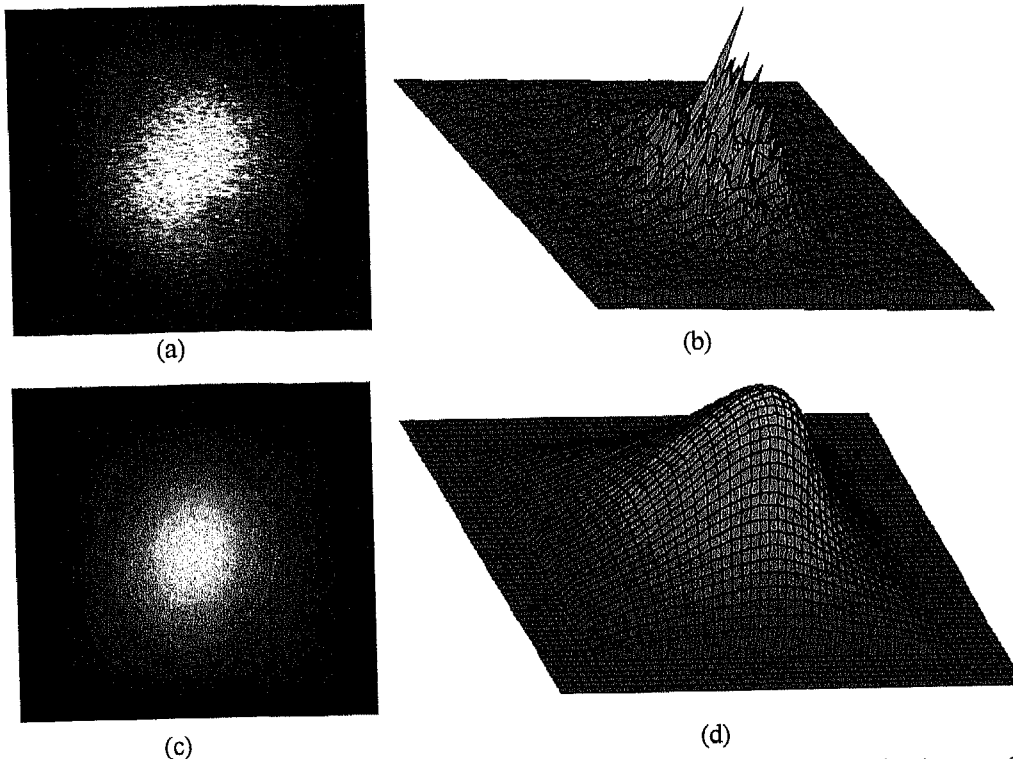


Figura 4. Feixe Gaussiano. (a) Modo fundamental TEM_{00} de um laser de Argon; (b) Levantamento tridimensional de (a); (c) Filtragem passa baixo de (a); (d) Levantamento tridimensional de (c).

3.3.3.7 Solução de feixe Gaussiano para os lasers

O carácter electromagnético de um feixe laser TEM_{00} tem como característica principal o facto da suas frentes de onda serem essencialmente superfícies esféricas com grandes raios de curvatura que aumentam à medida que o feixe avança ao longo do eixo de propagação. A combinação da frente de onda e a variação de irradiação de um laser TEM_{00} a atravessar uma lente convergente surge tal como se ilustra na figura 15.

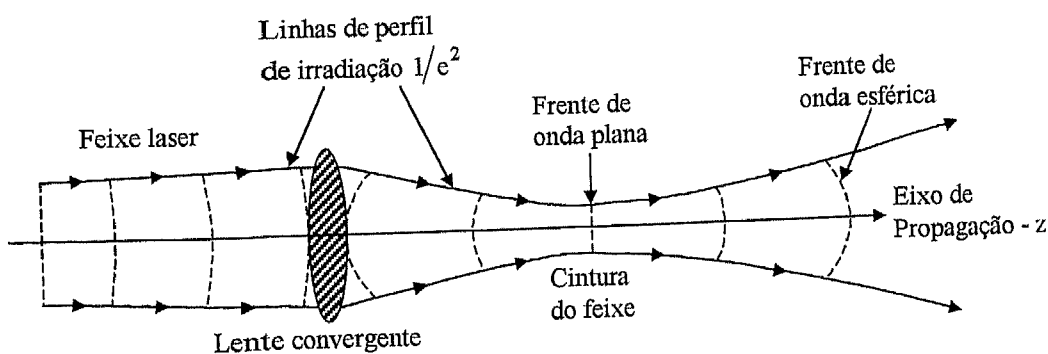


Figura 15. Feixe laser externo, confinado essencialmente a regiões dentro das linhas guia de irradiação $1/e^2$, o qual é focado por uma lente convergente. O feixe laser antes da lente convergente é altamente colimado de tal forma que as suas frentes de onda são praticamente planas. A lente convergente altera as frentes de onda e foca o feixe (formando uma cintura do feixe) à direita da lente. O feixe diverge fortemente à medida que se propaga depois de passar a cintura do feixe.

As linhas guia a cheio, por cima e por baixo do eixo z , representam a localização dos pontos para o qual a irradiação do campo eléctrico do feixe numa direcção transversal é igual a $1/e^2$ do seu valor no eixo. Assim, estas linhas são usadas para definir uma alteração contínua da largura do feixe. Os arcos a tracejado transversais ao eixo z indicam as frentes de onda do feixe. Dado que a forma geométrica de frentes de fase comuns para um feixe laser altamente colimado são mais ou menos planas, podemos escolher uma solução para o campo eléctrico $E(r,t)$ do feixe do tipo [14]:

$$E(r,t) = U(x,y,z)e^{i(kz - \omega t)} \quad (3.22)$$

O termo $U(x,y,z)$ quando determinado, vai fornecer os elementos que especificam com precisão a irradiação e as variações de fase da onda, principalmente nas direcções x - y . O termo exponencial na equação (3.22), reflecte unicamente a natureza mais ou menos plana da solução. Determinando a função $U(x,y,z)$ teremos então uma solução útil que descreve o feixe laser.

3.3.3.8 Determinação da função $U(x,y,z)$

A equação (3.22) tem de satisfazer a equação de onda, pelo que:

$$e^{i(kz - \omega t)} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial U}{\partial z} - \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) U \right] = 0 \quad (3.23)$$

Ignora-se a variação de segunda ordem de U em relação a z dado que a atenuação de $E(x,y,z,t)$ com a distância de propagação axial é pequena. No entanto mantém-se a variação de primeira ordem de U em relação a z , bem como a variação de U com x e y . O último termo na equação (3.23) desaparece imediatamente, dado que $\omega = kc$. Assim a equação (3.23) pode ser simplificada tomando a forma:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (3.24)$$

A equação (3.24) é uma equação diferencial de derivadas parciais não trivial com termos complexos. Para a resolver, vamos experimentar uma solução, que é em parte indicada pela simetria cilíndrica que se espera que tenha a amplitude do campo eléctrico do feixe na direcção transversal, e em parte devido à natureza complexa que a solução $U(x,y,z)$ deve ter. Assim suponhamos a forma da solução como sendo:

$$\tilde{U}(x,y,z) = E_0 e^{i\{p(z) + [k(x^2+y^2)/2q(z)]\}} \quad (3.25)$$

em que $p(z)$ e $q(z)$ são funções gerais, ainda indeterminadas e sujeitas a restrições impostas pela equação (3.24). Após substituirmos a equação (3.25) na equação (3.24), obtemos

em que $p(z)$ e $q(z)$ são funções gerais, ainda indeterminadas e sujeitas a restrições impostas pela equação (3.24). Após substituirmos a equação (3.25) na equação (3.24), obtemos

$$\frac{2ik\tilde{U}}{q} - \frac{k^2}{q^2}(x^2 + y^2)\tilde{U} - 2k\tilde{U}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{k^2}{q^2}(x^2 + y^2)\tilde{U}\frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (3.26)$$

a qual pode ser apresentada em termos de potências de $(x^2 + y^2)$:

$$\left[\left(\frac{2ik}{q} - 2k\frac{\partial p}{\partial z} \right) (x^2 + y^2)^0 + \left(\frac{k^2}{q^2}\frac{\partial q}{\partial z} - \frac{k^2}{q^2} \right) (x^2 + y^2)^1 \right] \tilde{U} = 0 \quad (3.27)$$

Se a equação (3.25) é a solução para todo o x e para todo o y , então cada termo que multiplique uma potência de $(x^2 + y^2)$ tem de ser separadamente igual a zero. Assim os “coeficientes” de $(x^2 + y^2)^0$ e $(x^2 + y^2)^1$, quando igualados a zero originam [14]:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{i}{q} \quad (3.28)$$

e

$$\frac{\partial q}{\partial z} = 1 \quad (3.29)$$

É preciso agora explorar o significado das restrições expressas pelas equações (3.28) e (3.29) nas funções $q(z)$ e $p(z)$.

3.3.3.9 Definição do raio de curvatura complexo

Verifica-se a partir da equação (3.28) que, em geral, p e q podem ser complexos. Verifica-se também, comparando o segundo termo no expoente da equação (3.25) com o segundo termo da equação (3.18), que $q(z)$ de alguma forma se assemelha, em parte, ao raio de curvatura da frente de onda, isto supondo que de facto as frentes de onda para o feixe laser são por natureza esféricas. Assim podemos escrever q como um termo complexo $\tilde{q}$, denominando-o por raio complexo de curvatura e escrevendo-o da forma [14]:

$$\frac{1}{\tilde{q}} = \frac{1}{R} + i\frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (3.30)$$

em que R é o raio de curvatura da frente de onda e w é a dimensão transversal do feixe.

Verifica-se pela equação (3.30) que $1/\tilde{q}$ é de facto complexo, que a sua parte real $1/R$ está relacionada com a curvatura real R da frente onda, e que a sua parte imaginária $(\lambda/\pi w^2)$ está relacionada com a dimensão transversal w do feixe. De facto w (também denominado por

posição fora do eixo em que a irradiação do feixe decresce para $1/e^2$ do seu valor no eixo. Assim, substituindo a equação (3.30) na equação (3.25) obtemos:

$$\tilde{U}(x, y, z) = E_0 e^{ip(z)} e^{ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)/w^2} \quad (3.31)$$

Com a excepção de $p(z)$, temos agora uma expressão explícita para $\tilde{U}(x, y, z)$, e assim conjuntamente com a equação (3.22), uma fórmula funcional para a variação espacial e temporal do campo eléctrico num feixe laser.

3.3.3.10 Feixe laser Gaussiano esférico

Tendo obtido a representação matemática de um feixe laser podemos agora substituir essa expressão, equação (3.31), na solução inicialmente escolhida (3.22), obtendo assim a representação do feixe Gaussiano para o campo E ,

$$\tilde{E}(x, y, z, t) = E_0 e^{ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)/w^2} e^{i[kz+p(z)-\omega t]} \quad (3.32)$$

O primeiro termo exponencial na equação (3.32), idêntico ao segundo termo exponencial da equação (3.18) estabelece a geometria da frente de onda para o feixe laser como sendo uma superfície esférica. O segundo termo exponencial indica que o campo eléctrico em qualquer plano transversal (para um z fixo) toma a forma de uma função Gaussiana, com o valor máximo no eixo. O último termo exponencial contém a informação de fase que depende de z .

A equação (3.32) é conhecida como feixe esférico Gaussiano. Ao longo do eixo de propagação do feixe (direcção z), o campo eléctrico é por natureza harmónico, mas com um comprimento de onda dado por $\lambda = 2\pi/k$, devido à presença do termo $p(z)$ no último expoente. Em qualquer plano transversal (z fixo), o campo eléctrico decai de uma forma Gaussiana com a distância desde o eixo. Estas conclusões são ilustradas na figura 16.

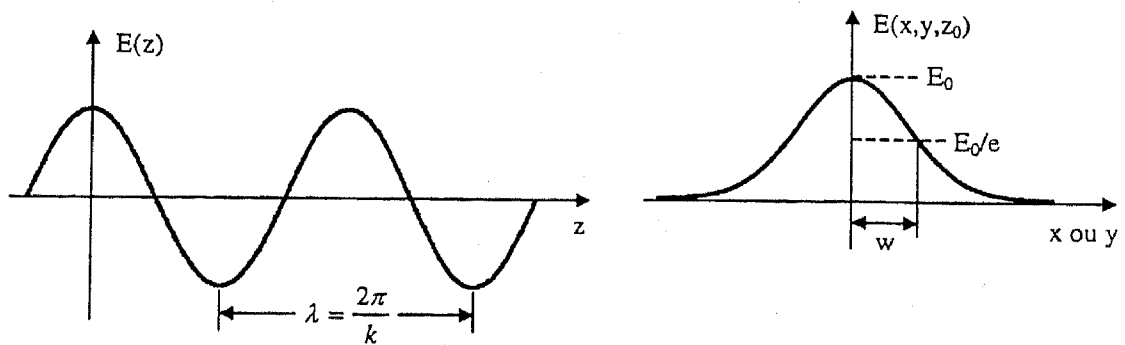


Figura 16. Variação axial aproximada e variação transversal da amplitude do campo eléctrico $E(x, y, z)$ no feixe laser. Aqui w é a largura do feixe em E_0/e .

3.3.3.11 Tamanho do *Spot* e raio de curvatura de um feixe Gaussiano

Suponhamos que num dado plano transversal, $z=0$, o feixe Gaussiano tem uma frente de onda plana, ou seja, $R(z=0) \rightarrow \infty$. Assim da equação (3.30) obtemos:

$$\frac{1}{\tilde{q}_0} = \frac{i\lambda}{\pi w_0^2} \quad \text{ou} \quad \tilde{q}_0 = -i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3.33)$$

em que $\tilde{q}_0$ e w_0 são definidos como $\tilde{q}(z=0)$ e $w(z=0)$ respectivamente. O plano $z=0$ estabelece a cintura do feixe. O parâmetro w_0 é, por conseguinte, o tamanho do *spot* do feixe na cintura do feixe, tal como se ilustra na figura 17.

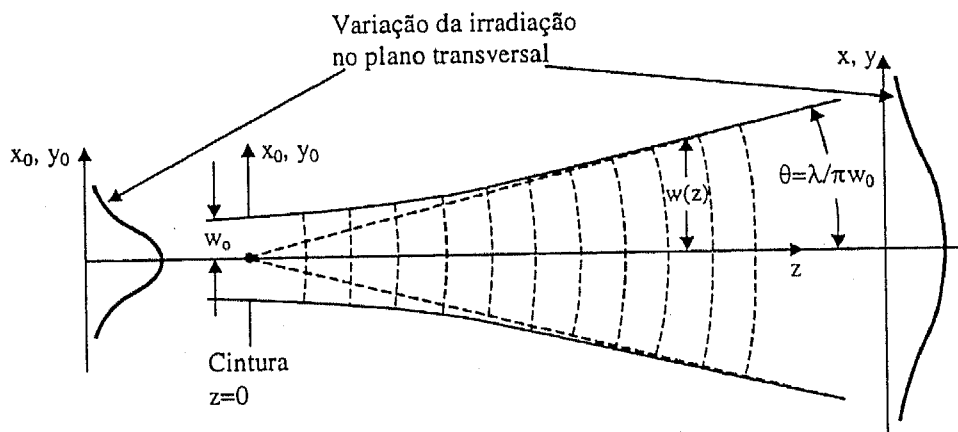


Figura 17. Propagação do feixe esférico Gaussiano na direcção z . O tamanho do *spot* do feixe $w(z)$ na cintura (frente de onda plana) é definida como w_0 . O semi-ângulo de divergência $\theta = \lambda / (\pi w_0)$ só é válido para o campo longínquo. Denotar a alteração na irradiação transversal à medida que o feixe se propaga para a direita.

Para qualquer outro plano transversal $z \neq 0$, retira-se da equação (3.29) que:

$$\tilde{q}(z) = \tilde{q}(0) + z \quad (3.34)$$

em que z é a distância axial medida a partir da cintura do feixe. Esta é a lei básica de propagação para o feixe laser. Combinando a equação (3.34) com a equação (3.33), obtemos:

$$\tilde{q}(z) = z - i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3.35)$$

Escrevendo a equação (3.35) de forma recíproca, obtemos, depois de racionalizar o denominador,

$$\frac{1}{\tilde{q}(z)} = \frac{z}{\left(z^2 + \frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda^2}\right)} + i \frac{\pi w_0^2 / \lambda}{\left(z^2 + \frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda^2}\right)} \quad (3.36)$$

Igualando as partes real e imaginária da equação (3.36) com as correspondentes da equação (3.30), a equação que define $1/\tilde{q}(z)$, vamos obter expressões úteis para $R(z)$ e $w(z)$, em termos de tamanho do *spot* do feixe na cintura do feixe e da distância z da cintura do feixe ao plano transversal em questão. Ou seja,

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

e

$$w(z)^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (3.38)$$

A equação (3.37) demonstra que o raio de curvatura da frente de onda do feixe laser é função da distância z desde o plano de referência, ou seja, desde a cintura do feixe em $z=0$. De notar que, se as frentes de onda fossem concêntricas em relação a $z=0$, então a igualdade $R(z)=z$ seria verdadeira. A equação (3.37) demonstra no entanto que este não é o caso; o centro para a frente de onda esférica não está situada em $z=0$ para todas as frentes de onda. No entanto, quando a distância $z \gg \pi w_0^2 / \lambda$, então $R(z) \cong z$, e temos assim frentes de onda praticamente esféricas concêntricas em relação a $z=0$.

A região especificada por

$$z \gg \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3.39)$$

é conhecida por campo longínquo. É nesta região que podemos tratar a difracção da cintura do feixe (abertura) como puramente difracção de Fraunhofer. No limite da equação (3.39), as equações (3.37) e (3.38) tomam no campo longínquo a forma:

$$R(z) = z \quad (3.40)$$

e

$$w(z) = \frac{\lambda}{\pi w_0^2} \quad (3.41)$$

assim um alvo ou detector diz-se estar no campo longínquo relativamente ao laser, quando a distância da cintura do feixe ao alvo é muito maior que $\pi w_0^2 / \lambda$. É claro da equação (3.41) que

no campo longínquo $w(z)$ cresce linearmente com z . Dado que o semi-ângulo de abertura do feixe θ , especificado na figura 17, é pequeno na maioria das aplicações (um miliradiano ou menos), então $\tan \theta \cong \theta$. Assim a divergência do semi-ângulo no campo longínquo (CL) para o laser é definido por:

$$\theta_{CL} \cong \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.42)$$

3.3.3.12 Propagação laser através de sistemas ópticos arbitrários

Com as leis básicas de propagação para o raio de curvatura complexo $\tilde{q}$ da equação (3.34) e as equações que definem o raio real da curvatura $R(z)$ e a largura do feixe $w(z)$ dados pelas equações (3.37) e (3.38), podemos agora caracterizar os parâmetros do feixe para a propagação laser em qualquer meio de índice de refração n . Convém saber assim como é que o feixe se altera quando é modificado por um sistema óptico arbitrário, um que contenha lentes, espelhos, prismas, etc..

É útil verificar a semelhança entre o comportamento das vulgares ondas esféricas presentes na óptica geométrica e as ondas esféricas Gaussianas presentes aqui. Na figura 18 ilustram-se as leis básicas de propagação para cada tipo de onda e o efeito de uma lente na propagação da frente de onda.

Verifica-se que existe uma correspondência entre $R(z)$ para vulgares ondas esféricas e $\tilde{q}(z)$ para ondas esféricas Gaussianas nas equações de definição. Por exemplo, a lei de propagação das vulgares ondas esféricas é dada por:

$$R_2 = R_1 + (z_2 - z_1) \quad (3.43)$$

Então de acordo com o resultado obtido na equação (3.34), a lei básica de propagação para o feixe laser é dada por:

$$\tilde{q}_2 = \tilde{q}_1 + (z_2 - z_1) \quad (3.44)$$

trata-se de uma equação idêntica à equação (3.43) com a exceção de que R foi substituído por $\tilde{q}$. Estendendo esta correspondência a outras leis básicas, por exemplo, a lei das lentes simples. Para vulgares ondas esféricas, uma forma conhecida da lei é:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (3.45)$$

em que R_1 e R_2 são os raios de curvatura de incidência e refração respectivamente, e f é a distância focal, ver figura 18. Se $\tilde{q}$ substituir R no caso do feixe laser, vamos obter:

$$\frac{1}{\tilde{q}_2} = \frac{1}{\tilde{q}_1} - \frac{1}{f} \quad (3.46)$$

Esta relação prevê com precisão a alteração do feixe laser incidente depois da refração originada por uma lente simples.

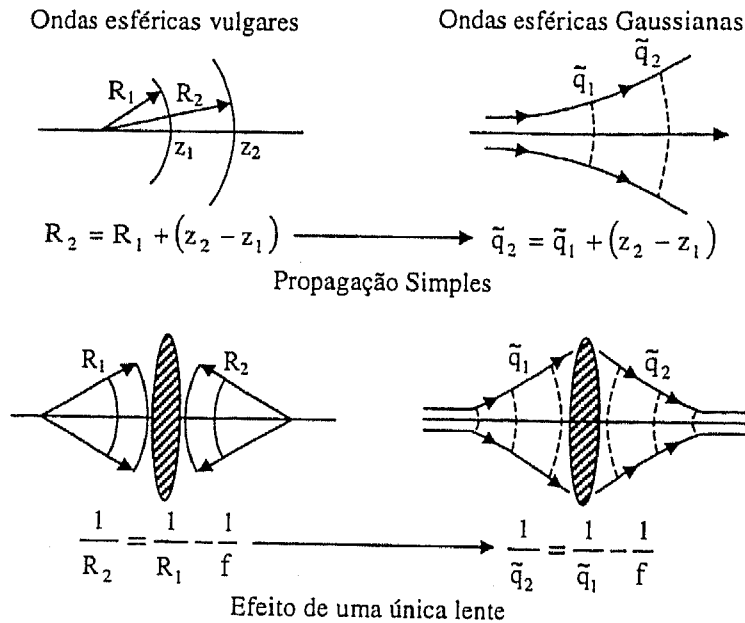


Figura 18. Correspondência entre vulgares ondas esféricas e ondas esféricas Gaussianas. Se conhecermos a lei para vulgares ondas esféricas, podemos inferir uma lei semelhante para ondas esféricas Gaussianas substituindo simplesmente $R(z)$ por $\tilde{q}(z)$.

3.3.3.13 Lei geral de propagação laser

Estabelecida a relação de correspondência entre $R(z)$ e $\tilde{q}$, podemos com a ajuda de métodos matriciais desenvolver uma receita para a propagação do feixe laser através de um sistema óptico arbitrário.

Considerando a figura 19, um raio incidente com parâmetros (y_1, α_1) incide sobre o plano de entrada de um sistema óptico arbitrário descrito por uma matriz $ABCD$.

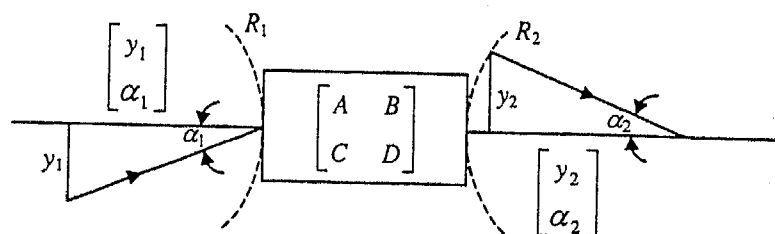


Figura 19. Propagação de vulgares ondas esféricas através de um sistema óptico arbitrário por formulação matricial.

À saída do sistema, o mesmo raio tem agora os parâmetros (y_2, α_2) . O raio de curvatura R de uma vulgar onda esférica pode ser relacionado com os parâmetros paraxiais do raio y e α através da relação:

$$R = \frac{y}{\alpha} \quad (3.47)$$

Sabemos da óptica matricial que quando o raio 1 é alterado para o raio 2 por um sistema óptico, a alteração pode ser representada pelo sistema matricial $ABCD$ da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Então é verdade que:

$$y_2 = Ay_1 + B\alpha_1 \quad e \quad \alpha_2 = Cy_1 + D\alpha_1 \quad (3.49)$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, e usando a equação (3.47), obtemos

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D} \quad (3.50)$$

Generalizando o resultado básico da equação (3.50) para uma onda esférica Gaussiana, substituindo simplesmente $R(z)$ por $\tilde{q}(z)$, obtemos

$$\tilde{q}_2 = \frac{A\tilde{q}_1 + B}{C\tilde{q}_1 + D} \quad \text{Lei de propagação } ABCD \quad (3.51)$$

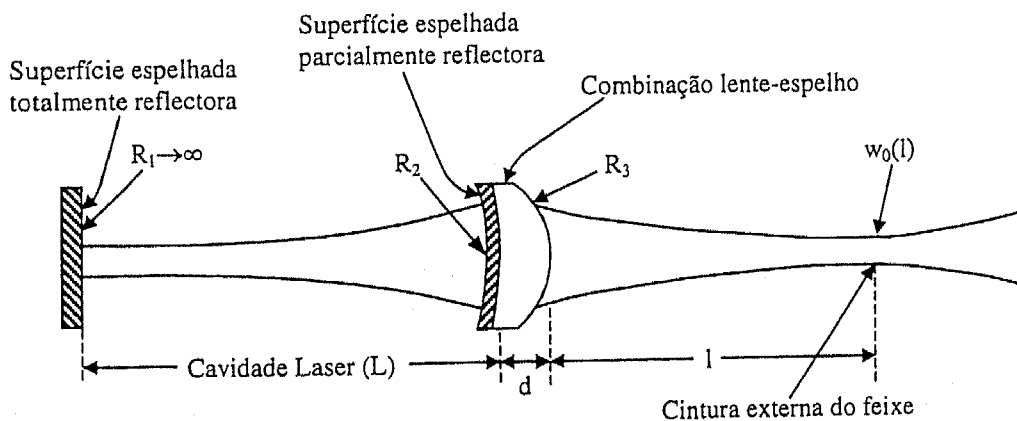


Figura 20. Geometria de um sistema de He-Ne. Com os parâmetros do sistema laser especificados, podemos usar a lei de propagação $ABCD$ para determinar o local l e o tamanho da cintura do feixe $w_0(l)$ fora do laser.

A relação entre $\tilde{q}_2$ e $\tilde{q}_1$ na equação (3.51) permite-nos determinar a alteração provocada no feixe laser depois de passar por um sistema óptico arbitrário. Só precisamos de saber o parâmetro incidente do feixe ($\tilde{q}_1$) tal como entra no sistema e a matriz 2×2 que caracteriza o sistema óptico. A equação (3.51) é por vezes referida como a lei de propagação *ABCD* para feixes laser esféricos Gaussianos. Na figura 20 ilustra-se um sistema de laser típico ao qual a lei de propagação *ABCD* pode ser aplicada.

3.3.4 Polarização

A polarização é o alinhamento do campo eléctrico e magnético que formam as ondas luminosas. Existem vários tipos de polarização da luz mas, porventura, a mais simples de entender e importante para o estudo subsequente é a polarização linear. Qualquer tipo de polarização pode sempre ser decomposta numa soma de componentes com polarizações lineares, mesmo a luz despolarizada. As ondas luminosas que estão polarizadas linearmente têm o seu campo eléctrico alinhado na mesma direcção ao longo do eixo de propagação. Geralmente, a maior parte dos lasers emite luz despolarizada. Contudo, acrescentando um elemento óptico designado por “janela de Brewster” podemos seleccionar entre os dois estados de polarização perpendiculares que representam qualquer estado e gerar uma onda luminosa polarizada linearmente [15].

Refira-se que, o facto de se optar por uma polarização não implica a perda de potência óptica no feixe de saída, pois a utilização da janela de Brewster na cavidade do laser apenas impede a oscilação na cavidade da luz com a polarização não desejada.

3.3.5 Coerência

Uma das características mais importantes da emissão laser é a de que a onda estimulada está em fase com a onda que provoca a estimulação; isto é, as variações temporais e espaciais do campo eléctrico das duas ondas são as mesmas. Desta forma, a radiação electromagnética gerada por emissão estimulada é coerente, quer espacialmente quer temporalmente e monocromática. Isto deve-se ao facto de ao fazer incidir no átomo excitado uma onda electromagnética, supostamente monocromática, em sincronismo com uma dada transição, se evita qualquer carácter de incerteza, ou aleatoriedade, do processo. Esta situação contrasta marcadamente com a da emissão espontânea, que é caracterizada por uma total ausência de coerência, dado que o processo se origina espontaneamente e de forma aleatória.

A coerência espacial está associada ao facto de os campos electromagnéticos radiados pelos átomos terem as mesmas características de propagação no espaço que o campo incidente. Assim, num laser perfeito esperamos que o campo eléctrico varie, num instante, de uma maneira semelhante de ponto para ponto. Tal feixe tem uma coerência espacial perfeita.

Quando se fala de coerência temporal está-se a referir o facto dos campos emitidos pelos átomos terem a mesma frequência que o campo incidente. A coerência temporal, usualmente expressa em unidades de comprimento, é uma medida do intervalo de tempo em que as relações

de fase se mantêm durante a propagação da frente de onda. O comprimento é aquele sobre o qual sucessivas frente de onda têm relações de fase consistentes entre elas.

O comprimento de coerência temporal ou, simplesmente, o comprimento de coerência de uma fonte de luz, é inteiramente dependente do número de diferentes frequências luminosas emitidas pela fonte. Mais precisamente, a coerência temporal é inversamente proporcional à largura de banda de frequências emitidas pela fonte. Sendo assim, uma fonte emitindo numa frequência única tem um comprimento de coerência infinito enquanto que uma que emita em todo o espectro visível tem um comprimento de coerência de apenas alguns micrómetros.

A coerência temporal de uma qualquer fonte espectral é definida como a diferença de caminhos sobre a qual a radiação ainda interfere consigo mesma. As técnicas interferométricas comuns para medir a largura espectral ou o comprimento de coerência de lasers baseia-se em interferómetros de Fabry-Perot ou de Michelson [16].

Considerando, por exemplo, o interferómetro de Michelson ajustado por forma a que ambos os braços tenham exactamente o mesmo comprimento, o fenómeno de interferência será observado nos feixes recombinados. Se agora o percurso de um dos braços for alterado até que as franjas de interferência desapareçam na combinação dos dois feixes, então a diferença total de caminhos será o comprimento de coerência da fonte de luz ou a sua coerência temporal.

A visibilidade das franjas de um interferómetro é definida por [17]:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.52)$$

Como a intensidade no sistema detector é dada por:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \gamma(\tau) \cos \varphi \quad (3.53)$$

em que $\gamma(\tau)$ é o grau de coerência e φ é a soma da diferença de fase inicial com as flutuações de fase aleatórias.

Podemos então descrever a visibilidade pela seguinte equação:

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \gamma(\tau) \quad (3.54)$$

Se $I_1 = I_2$ então $V = \gamma(\tau)$ ou seja, a visibilidade é igual ao grau de coerência.

Numa cavidade óptica a *reflectividade vs comprimento de onda* em torno dos pontos de ressonância pode ser expressa por uma distribuição gaussiana. Sendo assim, na ausência de desvios ou saltos em frequência, causados pelo material activo durante a emissão laser, a potência espectral da radiação tem uma expressão aproximadamente gaussiana [17]:

$$P=P_0 \cdot \exp \left[- \left(\frac{2\sqrt{\ln 2} \cdot (\nu - \nu_0)^2}{\delta \nu} \right) \right] \quad (3.55)$$

onde $\delta \nu$ é a largura total da linha espectral a metade da intensidade máxima, (FWHM-*Full Width Half Maximum*), da linha espectral [16].

Quando um destes impulsos interage com outro idêntico, atrasado de τ , a visibilidade das franjas é dada por:

$$V = \exp \left(- \frac{(\pi \tau \cdot \delta \nu)^2}{4 \ln 2} \right) \quad (3.56)$$

Se exprimirmos a diferença de tempo de percursos, τ , em termos da diferença de caminhos ópticos Δl , então $\Delta l = c \tau$, onde c é a velocidade da luz. Podemos escrever a seguinte igualdade:

$$\tau \cdot \delta \nu = \Delta l \cdot \frac{\delta \lambda}{\lambda^2} \quad (3.57)$$

Dado que, no domínio das frequências, a largura dos modos individuais é muito menor que a sua separação, a potência espectral de um laser a oscilar em N modos longitudinais pode ser representada por N funções δ de Dirac igualmente espaçadas. Se supusermos que a potência total é igualmente dividida por entre os N modos e que as funções δ são todas de igual intensidade, o espectro de potência pode ser escrito como [11]:

$$S(\nu) = \sum_n^{n+N-1} \delta(\nu - \nu_m) \quad (3.58)$$

A visibilidade (ou grau de coerência temporal) para uma diferença de caminhos ópticos Δl , é dada por [11]:

$$V = \frac{|\text{sen}(N\pi \cdot \Delta l / 2L)|}{|N \text{sen}(\pi \cdot \Delta l / 2L)|} \quad (3.59)$$

A coerência temporal é também designada por coerência longitudinal. Se usarmos este conceito, o tempo de coerência é substituído pelo equivalente comprimento de coerência pela seguinte relação:

$$l_c = c \cdot \tau_c = \frac{c}{\Delta \nu} \quad (3.60)$$

Num interferómetro de Michelson, l_c é igual a duas vezes a diferença dos caminhos ópticos entre os dois braços do interferómetro, medido na posição onde a visibilidade é nula. Na figura 21 está representada a variação da visibilidade com o comprimento de coerência para emissões laser com diferentes números de modos.

A expressão (3.59) é uma função periódica cujo primeiro zero ocorre quando $\Delta l = 2L/N$, correspondendo ao comprimento de coerência efectivo, ver figura 21. Poderemos então concluir que:

$$l_c = \frac{2L}{N}, \quad N > 1 \quad (3.61)$$

Normalmente podem-se obter franjas com visibilidade aceitável para diferenças de caminhos ópticos inferiores a metade do comprimento de coerência.

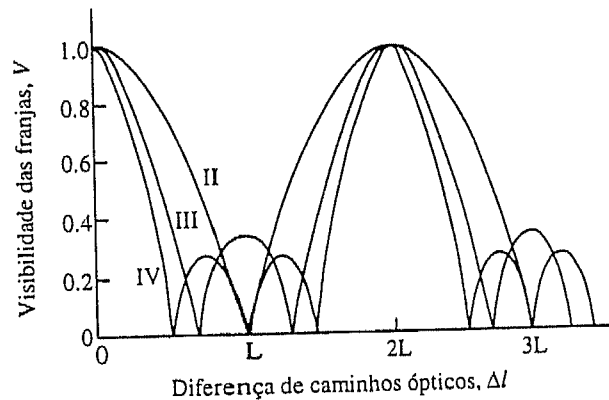


Figura 21. Visibilidade das franjas em função da diferença de caminhos ópticos para lasers a operar em dois (II) três (III) e quatro (IV) modos longitudinais. L é o comprimento da cavidade ressonante [16].

É aparente pela equação (3.61) que a existência de mais do que um modo longitudinal num laser reduz severamente o comprimento de coerência.

Por exemplo, para dois modos axiais podemos calcular a visibilidade da seguinte forma:

$$V = \frac{\sin(N\pi \cdot \Delta l / 2L)}{N \sin(\pi \cdot \Delta l / 2L)} = \frac{\sin(2\pi \cdot \Delta l / 2L)}{2 \sin(\pi \cdot \Delta l / 2L)} = 0, \text{ considerando } x = \pi \frac{\Delta l}{2L}$$

$$\frac{\sin 2x}{2 \sin x} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\pi \frac{\Delta l}{2L}\right) = 0 \quad (3.62)$$

$$\pi \frac{\Delta l}{2L} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \Delta l = L, \text{ ou seja } l_c = L|_{V=0}$$

Um comprimento de coerência pequeno é problemático, uma vez que obriga a igualar os percursos ópticos dos feixes objecto e referência e restringe a profundidade máxima do campo do objecto que pode ser registada.

A forma mais simples para obrigar um laser a operar num único modo longitudinal é usar uma cavidade muito pequena de forma a que o espaçamento dos modos longitudinais seja maior que a largura do perfil de ganho sobre o qual é possível a oscilação. Isto ocorre quando:

$$\frac{c}{2L} \geq \Delta\nu, \quad (3.63)$$

em que $\Delta\nu$ é a largura do perfil de ganho. No entanto, a potência disponível a partir de uma cavidade tão pequena é extremamente limitada.

Daqui se pode inferir a importância da escolha do laser para a sua inclusão em sistemas interferométricos em geral. Para se obter um padrão de interferência com uma elevada profundidade de modulação, os campos de interferência devem ser coerentes, ou seja, a diferença de fase entre os dois deve ser temporalmente constante. Para se alcançar isto, o comprimento de coerência do laser deve ser maior que a diferença de caminhos ópticos desde o laser até ao detector entre os dois pontos objecto.

A coerência causa também o aparecimento de um fenómeno que se designa por *speckle* ou granitado quando a luz laser incide numa superfície difusa.

Referências

- [1] Gerd Keiser, "Optical Fiber Communications", McGraw-Hill, 1983.
- [2] SIRA, "Optical Fibre Sensor Technology, Monomode/Multimode", University of Kent.
- [3] SIRA, "Workshop on Single Mode Optical Fibre Sensor Technology", University of Kent.
- [4] Joseph T. Verdeyen, "Laser Electronics", Prentice-Hall, 1989.
- [5] Elector Electrónica, Março, 1985.
- [6] A.L. Ribeiro, "White Light Interferometry: Applications to Fibre Optic Sensors for AC and DC Measurands", M.S.C. Thesis; 1992.
- [7] Eugene Hecht, "Óptica", Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
- [8] J. Salcedo, "Os Lasers", INESC-N, 1992.
- [9] A.Siegman, "Introduction to Masers and Lasers", McGraw-Hill, 1971.
- [10] A.Yariv, "Quantum electronics", 2nd Ed., John Willey, 1975.
- [11] P. Hariharan, "Optical Holography", Cambridge Studies in Modern Optics, 1984.
- [12] Francis T.S. Yu; I.C. Khoo; "Principles of Optical Engineering"; John Wiley & Sons; 1990.
- [13] E.Hecht and A. Zajac, "Óptica", Fundação Calouste Gulbenkian, 1992.
- [14] Frank L. Pedrotti, S.J. Leno S. Pedrotti, "Introduction to Optics"; Prentice Hall; 1993.
- [15] J.Hecht, "Understanding Lasers, An Entry Level Guide", IEEE Press, 1993.
- [16] W.Koechner, "Solid State Laser Engineering", Springer-Verlag , 1988.
- [17] M. Born and E.Wolf, "Principle of Optics", Pergamon, 1964.

CAPÍTULO 4

4.1 O *Speckle* e a sua origem

4.2 Estrutura geométrica média do padrão de *speckle*

4.2.1 Contraste do Speckle

4.3 Estatística de 1ª ordem de um padrão de *Speckle* polarizado

4.3.1 Percurso aleatório no plano complexo

4.3.2 Estatística de amplitude complexa

4.3.3 Distribuição da intensidade e da fase

4.4 Algumas propriedades estatísticas de segunda ordem do *speckle*

4.4.1 Função de autocorrelação e densidade de potência espectral

4.4.1.1 Geometria de propagação livre no espaço

4.4.1.2 Geometria de formação de imagem

4.5 Dimensão e distribuição de intensidade num campo único de *speckle*

4.5.1 Tamanho do *Speckle*

4.5.2 Distribuição de intensidade

4.6 Adição de padrões de *speckle*

Referências:

4.1 O *Speckle* e a sua origem

Os complicados padrões granulares de difracção que viriam a ser conhecidos por *speckle* tem uma história curiosa em óptica [1]. Antes da invenção do laser, o *speckle* era visto essencialmente como uma curiosidade científica a qual suportava a teoria ondulatória da luz. O fenómeno não era um problema mas também não era muito útil.

O aparecimento do primeiro laser de HeNe em 1960 revelou um fenómeno inesperado: objectos com superfícies rugosas ou superfícies reflectoras difusas quando iluminados por uma fonte de luz de elevada coerência adquiriam uma estranha aparência granular. Desta forma a iluminação coerente para obtenção de imagens e especialmente para a holografia tornou-se um problema.

Devido ao *speckle*, as imagens obtidas sobre iluminação coerente tem uma aparência granular geralmente menos atractiva para o observador. Na figura 1 apresenta-se uma imagem comparativa do mesmo objecto visto sob iluminação de luz branca e luz laser, onde é perfeitamente visível o aspecto granular da imagem obtida com iluminação laser. Se a fonte óptica não for coerente, há uma integração temporal que origina uma imagem uniforme e sem granitado.

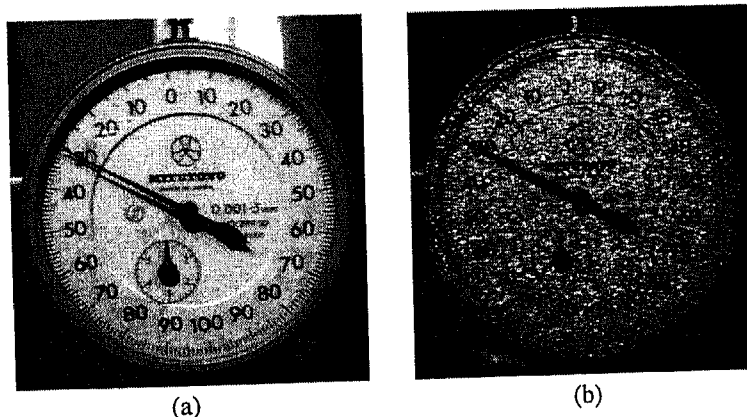


Figura 1 . Imagem de um objecto sob iluminação: (a) luz branca, (b) luz laser.

Um observador ao olhar para uma superfície rugosa iluminada por luz laser vê um padrão de pequenas áreas claras e escuras, que se move à medida que o observador se move, mas que parece estar sempre focado, independentemente da acomodação do olho do observador.

Cada um dos elementos microscópicos que constitui a superfície dá origem a uma onda difractada coerente. No entanto, os caminhos ópticos de elementos vizinhos exibem diferenças aleatórias as quais podem chegar a vários comprimentos de onda. Assim, quando as ondas difractadas desses elementos interferem uns com os outros, forma-se um padrão granular estacionário, denominado padrão de *speckle* sendo cada granulo um *speckle*. A sua ocorrência é baseada no fenómeno da interferência registada no plano de detecção do observador, neste caso a retina. Na figura 2 apresenta-se um padrão típico de *speckle*.

A aparência destes padrões de *speckle* é praticamente independente do carácter da superfície, mas a escala da granulosidade aumenta com a distância de observação e com o número F do sistema de observação.

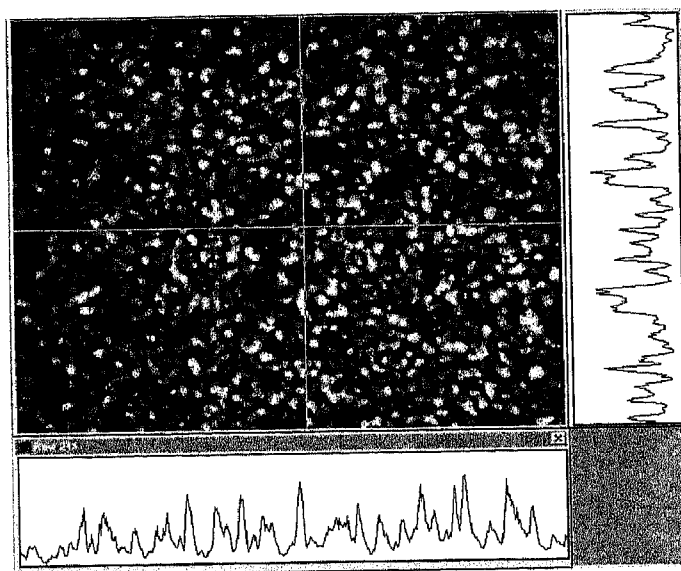


Figura 2. Imagem de *speckle* de uma superfície rugosa obtida com luz coerente.

Tal como se ilustra na figura 2, a estrutura detalhada desta granulosidade não apresenta uma relação evidente com as propriedades macroscópicas do objecto iluminado, aparecendo antes de forma caótica e desordenada, com um padrão irregular que é melhor descrito pelos métodos da teoria de probabilidades e estatística. A este tipo de granulosidade dá-se o nome de granitado laser (do inglês “*laser speckle*”) [2].

É de notar que, como se observa pela figura 3, a diferença na dimensão dos grãos de *speckle* não depende da rugosidade da superfície, que é a mesma, mas sim da resolução do sistema óptico formador da imagem, ou seja, no caso de uma lente, da sua abertura numérica.

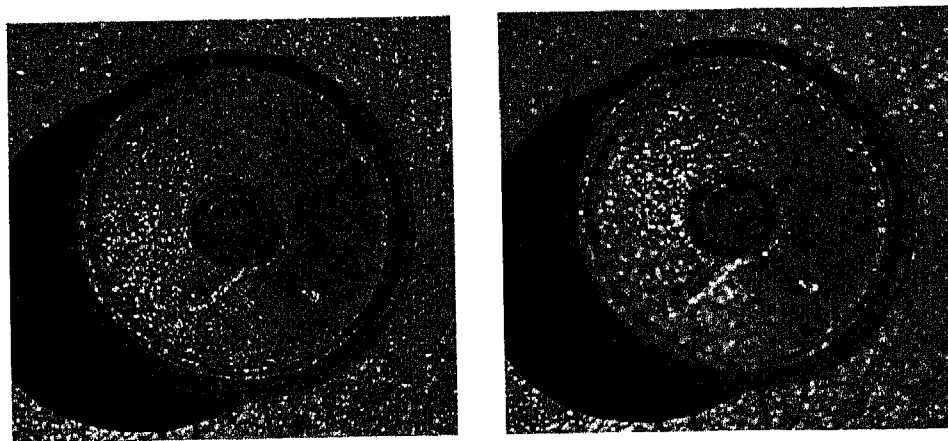


Figura 3. Fotografia de um objecto iluminado com um laser através de um sistema óptico de abertura $f/8$ e $f/16$.

A superfície reflectora especular pode ser considerada como uma combinação de fontes de dispersão de luz. Devido à elevada coerência da fonte de luz, ocorre no plano de detecção a amplificação ou neutralização da luz dispersada. Isto pode ser resumidamente explicado, usando a figura 4 vamos considerar a luz como sendo dispersada do ponto A. Seguindo os percursos ópticos ABD e ACD, vemos que eles diferem em comprimento e como tal em fase. Se a luz tiver um elevado comprimento de coerência, a luz no ponto D da imagem será amplificada ou neutralizada, dependendo da diferença de fase entre ABD e ACD. Dado que a rugosidade da superfície tem um carácter aleatório, a imagem vai também consistir em áreas distribuídas aleatoriamente nas quais a luz é amplificada ou neutralizada. O conjunto total dos *speckles* dá origem à imagem com o aspecto de ruído da figura 2.

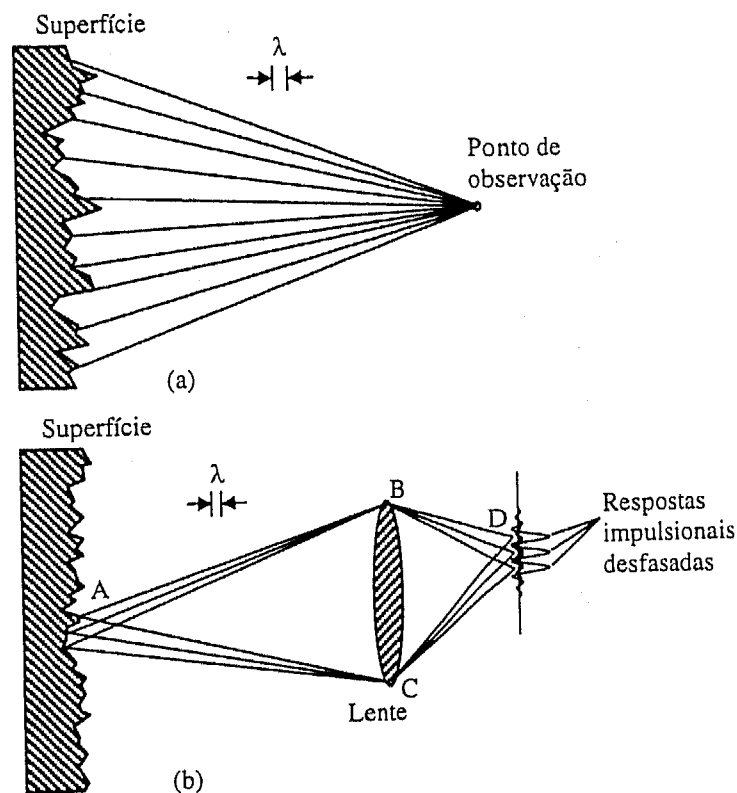


Figura 4. Origem física do *speckle* para: (a) propagação no espaço livre, (b) um sistema de formação de imagem.

Para o aparecimento de *speckles*, duas condições tem de ser satisfeitas [2]. Tal como já foi mencionado, o objecto tem de ser iluminado com uma fonte de luz de elevada coerência. Em segundo lugar, o comprimento de correlação da rugosidade da superfície dos objectos tem de estar dentro da mesma ordem do comprimento de onda da luz usada. As superfícies da maioria dos materiais são extremamente rugosas na escala do comprimento de onda óptico ($\lambda = 5 \times 10^{-7} m$). Quando luz monocromática é reflectida por uma superfície deste tipo, a onda óptica resultante em qualquer ponto moderadamente distante consiste em várias componentes coerentes ou pequenas ondas, cada uma surgindo de um elemento microscópico diferente da superfície. Com referência à figura 4(a), as distâncias percorridas por essas várias pequenas

ondas podem diferir em vários comprimentos de onda se a superfície for verdadeiramente rugosa. A interferência das pequenas ondas desfasadas mas coerentes resultam, como já vimos, num padrão granuloso de intensidade a que chamamos *speckle*.

Quando a geometria é a de um sistema de formação de imagem como a da figura 4(b), em vez da propagação no espaço livre da figura 4(a), a explicação deve incorporar a difracção bem como a interferência. Como se vê pela figura 4(b), mesmo para um sistema de formação de imagem perfeitamente corrigido (sem aberrações), a intensidade num dado ponto da imagem pode resultar da adição coerente de contribuições de várias áreas da superfície independentes. É necessário somente, que a função resposta impulsional (*point spread function*) de difracção limitada (amplitude) do sistema de formação de imagem, seja larga em comparação com as variações da superfície microscópica, para assegurar que várias contribuições coerentes desfasadas se somem em cada ponto da imagem. Assim, o *speckle* tanto pode resultar da propagação no espaço livre ou de uma operação de formação de imagem.

4.2 Estrutura geométrica média do padrão de *speckle*

Vamos começar por uma análise simples dos padrões de *speckle*; mais adiante faremos uma análise mais detalhada das características do *speckle* baseada nas propriedades estatísticas. Na figura 5, uma fonte pontual monocromática ilumina uma superfície uniformemente difusora (E). Um observador ao olhar directamente para esta superfície verifica a existência de uma imagem de *speckle* da superfície a qual também é denominada por "*speckle* subjectivo" porque depende das características ópticas (abertura, aberrações) do olho de observação.

Da mesma forma, o padrão de luz difractado directamente pela superfície reflectora, sem qualquer interferência óptica, flutua muito rapidamente de um ponto para outro no espaço. Este padrão é o "*speckle* difractado", também designado por "*speckle* objectivo" dado que a sua distribuição espacial não depende do sistema de análise da luz.

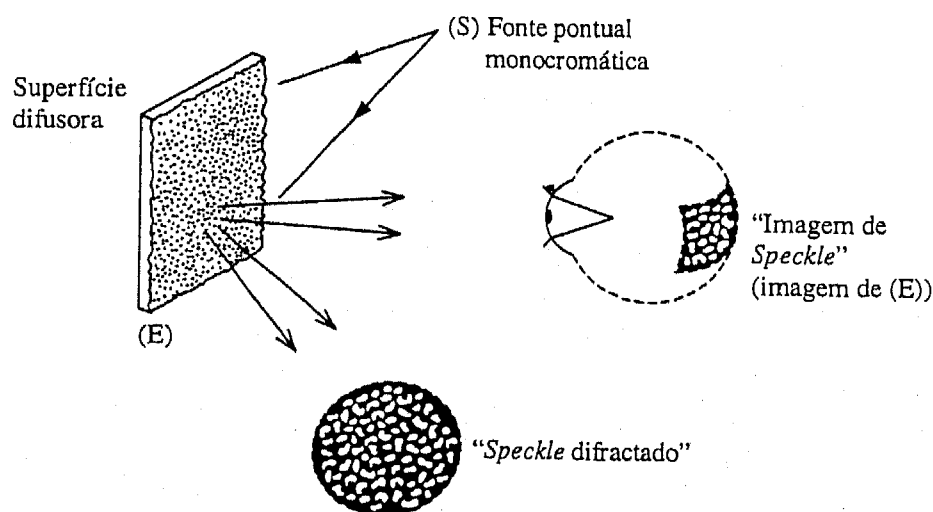


Figura 5. Experiências para a observação de *Speckle*.

O fenómeno de *speckle* pode ser visto como um campo de interferência entre feixes emitidos a partir de várias fontes de luz distribuídas aleatoriamente sobre uma superfície ou num volume, ver figura 6.

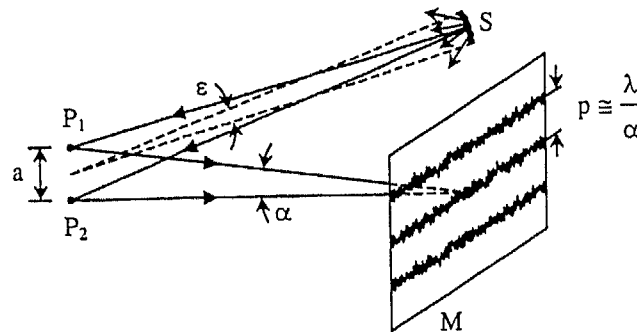


Figura 6. Interferência de dois feixes (experiência de Young).

Pressupõe-se como é óbvio que as vibrações emitidas pelas fontes de luz podem interferir, por outras palavras o feixe possui propriedades de coerência suficientes.

Na experiência clássica de interferência envolvendo duas ondas, devida a Young, dois pontos P_1 e P_2 são iluminados pela mesma fonte de luz S de comprimento de onda λ ; num plano M paralelo à linha P_1P_2 são projectadas franjas de interferência se forem satisfeitas as seguintes condições:

- a luz é quase monocromática
- a fonte de luz é suficientemente estreita

A uma distância grande do par (P_1P_2) as franjas são notavelmente rectilíneas, periódicas, de período λ/α , sendo α o ângulo com o qual o par (P_1P_2) é observado a partir do alvo M .

Se P_1 e P_2 forem substituídas por N pontos numa linha $P_1 \dots P_i \dots P_N$, o fenómeno registado pelo alvo M pode ser considerado como a sobreposição de padrões de franjas de Young emitidas a partir de todas as combinações possíveis de pares de pontos P_iP_j ($i \neq j$; $i, j = 1 \dots N$), ver figura 7.

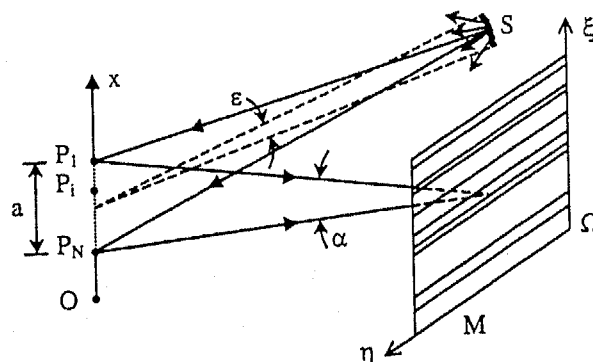


Figura 7. Interferência de N feixes.

Quando as fontes $P_1 \dots P_N$ estão uniformemente espaçadas ao longo do eixo Ox , a sobreposição origina franjas periódicas de maior contraste, característica da interferometria de N ondas. Para se obter interferência de N feixes é necessário que:

$$(1) \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \ll \frac{\lambda}{\delta}, \quad (\delta = (SP_N M) - (SP_1 M)) \quad (4.1)$$

$$(2) \varepsilon \ll \frac{\lambda}{a}$$

A distribuição de luz nesses padrões de franjas é apresentada na figura 8(a). No entanto, se tal como se ilustra na figura 8(b) a distribuição das fontes não estiver de acordo com uma lei periódica ao longo de Ox , os padrões de franjas como é óbvio perdem a sua periodicidade mas mantêm uma estrutura fina que caracteriza as franjas das N ondas; as flutuações mais apertadas em intensidade (I) ocorrem num comprimento λ/α correspondendo ao período de maior interferência que pode ser observada no plano de observação. Essas interferências são naturalmente as que ocorrem entre as fontes que estão mais distanciadas entre si, ou seja P_1 e P_N .

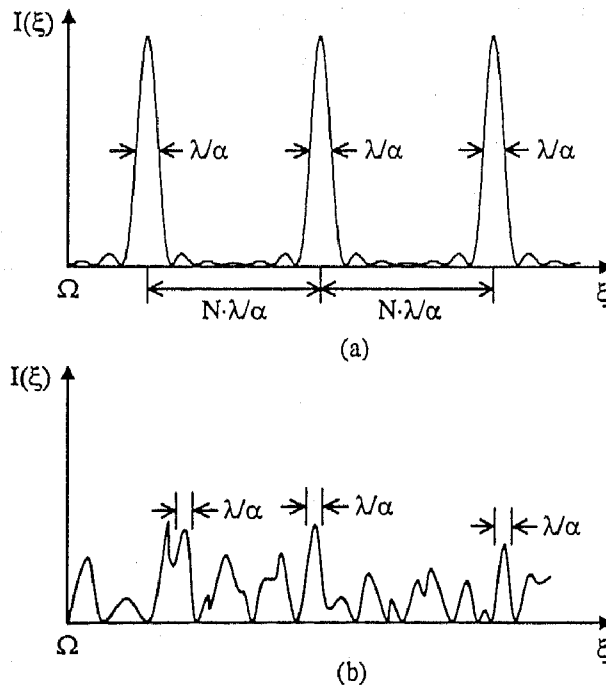


Figura 8. (a) N fontes $P_1 \dots P_N$ igualmente espaçadas. Franjas periódicas de elevado contraste; (b) N fontes distribuídas aleatoriamente ao longo de Ox . *Speckle* ao longo de $\Omega\xi$.

Este padrão de franjas aleatório é um campo de *speckle* a uma dimensão. Na figura 9 ilustra-se a generalização óbvia para duas dimensões partindo do seguinte ponto de vista: o campo de *speckle* surge então como um conjunto aleatório de manchas luminosas a menor das

quais tem uma dimensão transversal λ/α ao longo da direcção ξ e uma dimensão longitudinal λ/β ao longo do eixo η .

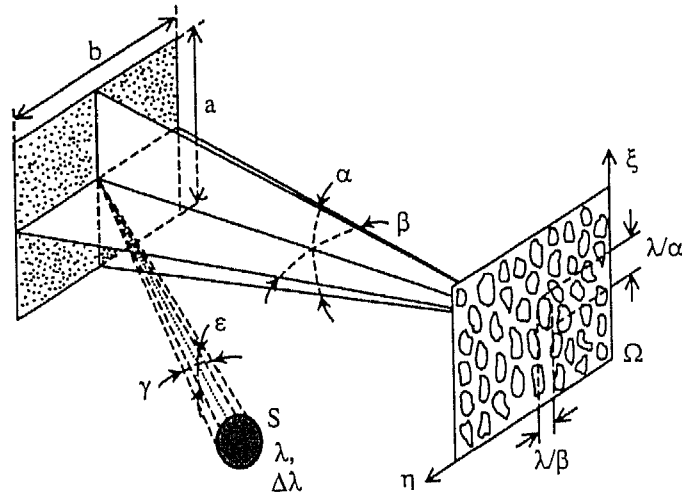


Figura 9. *Speckle* bidimensional.

Nisto tudo assumimos sempre que a fonte de luz era suficientemente apertada e monocromática, considerações a ser levadas em conta para as diferenças de caminho óptico envolvidas e as dimensões transversais da área difusora. Pretende-se assim obter *speckle* em fase no plano de observação, para isso é necessário garantir que:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \ll \frac{\lambda}{\delta} \quad (\text{monocromaticidade}) \\
 (2) \quad & \left. \begin{aligned} \varepsilon &\ll \frac{\lambda}{a} \\ \gamma &\ll \frac{\lambda}{b} \end{aligned} \right\} \quad (\text{coerência espacial})
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

4.2.1 Contraste do Speckle

O grão médio de *speckle* não caracteriza completamente um campo de *speckle*, ver figura 10.

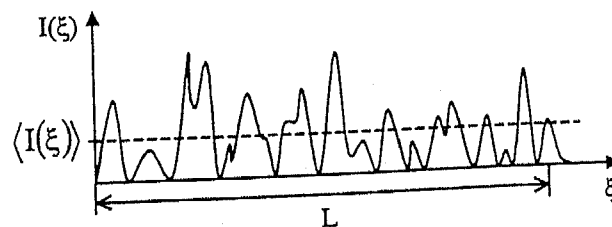


Figura 10. Campo de *Speckle* e respectivo valor médio.

Outros valores estatísticos permitem refinar esta descrição tais como:

- Iluminação média:

$$\langle I(\xi) \rangle = \frac{1}{L} \int_L I(\xi) d\xi \quad (4.3)$$

- Desvio padrão da iluminação local:

$$\sigma_I^2 = \langle I^2(\xi) \rangle - \langle I(\xi) \rangle^2 \quad (4.4)$$

Se o *speckle* surgir uniformemente polarizado, então:

$$\sigma_I^2 = \langle I(\xi) \rangle^2 \quad (4.5)$$

- Neste caso o contraste do *speckle* vem:

$$C = \frac{\sigma}{\langle I(\xi) \rangle} = 1 \quad (4.6)$$

As expressões anteriores realçam uma propriedade importante: os campos de *speckle* uniformemente polarizados – que consequentemente podem ser considerados como campos escalares – tem um contraste unitário, ou seja a flutuação média da iluminação é igual à iluminação média – tal como a função seno por exemplo.

A sobreposição de dois campos de *speckle* tanto pode ser coerente ou incoerente. Assim, para o caso da sobreposição incoerente de N *speckles* sem interferência temos:

$$\square \begin{cases} \text{iluminação média de cada um deles : } \langle I_i \rangle \\ \text{flutuação média de cada um deles : } \sigma_i^2 \\ \text{contraste de cada um deles : } \frac{\sigma_i}{\langle I_i \rangle} = 1 \end{cases}$$

□ Propriedades da sobreposição:

$$\text{iluminação média : } \sum_i \langle I_i \rangle = \langle I \rangle$$

$$\text{flutuação média : } \sum_i \sigma_i^2 = \sigma^2$$

$$\text{contraste: } \frac{\sigma}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{\sum_i \sigma_i^2}}{\sum_i I_i} < 1 \quad (4.7)$$

Para o caso particular: $I_i = I_j; \forall_{i,j}$

$$\text{Então: } \frac{\sigma}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{N\sigma_i^2}}{N\langle I_i \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sigma_i}{\langle I_i \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

A sobreposição coerente, com interferência, dá origem a um novo padrão de *speckle* com maior brilho médio e cujo contraste continua a ser igual a 1.

A sobreposição incoerente, sem interferência, é uma simples soma das energias o que reduz o nível de flutuação do *speckle* resultante: a sobreposição incoerente de N padrões de *speckle* de igual energia e contraste unitário dá origem a um padrão de *speckle* com energia N vezes maior e com um contraste $\sqrt{N}$ vezes menor.

4.3 Estatística de 1ª ordem de um padrão de *Speckle* polarizado

Como se pode observar pela figura 2 a estrutura detalhada do granitado de *speckle* apresenta-se caótica e desordenada, com um padrão irregular que é melhor descrito pelos métodos da Estatística.

A estatística de 1ª ordem está limitada às propriedades estatísticas de um só ponto no espaço.

Vamos assumir que as ondas são perfeitamente monocromáticas. Vamos também considerar o caso do padrão de *speckle* ser perfeitamente polarizado.

4.3.1 Percurso aleatório no plano complexo

Supondo que $u(x,y,z,t)$ é a componente do campo eléctrico de uma onda luminosa no ponto (x,y,z) e no instante t com polarização linear. Assim, para uma onda monocromática, a equação de onda toma a seguinte forma:

$$u(x,y,z,t) = A(x,y,z) \cdot \exp[i2\pi\nu t] \quad (4.8)$$

em que ν é a frequência óptica e A é a amplitude do fasor do campo, que é uma função complexa,

$$A(x,y,z) = |A(x,y,z)| \exp[i\theta(x,y,z)] \quad (4.9)$$

A intensidade (irradiação) da onda é dada por:

$$I(x,y,z) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |u(x,y,z)|^2 dt = |A(x,y,z)|^2 \quad (4.10)$$

Quer o padrão de *speckle* seja formado por propagação livre no espaço ou por um sistema formador de imagem a amplitude do campo eléctrico num dado ponto de observação (x,y) consiste numa multitude de contribuições desfasadas de diferentes regiões de dispersão da superfície rugosa. Assim a amplitude do fasor $A(x,y,z)$ é representada como uma soma de várias contribuições elementares de fasores $(\sqrt{N})^{-1} \times a_k(x,y,z)$, $k=1,2,\dots,N$ [2]:

$$A(x,y,z) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} a_k(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| e^{i\phi_k} \quad (4.11)$$

A figura 11 ilustra a adição complexa das várias contribuições dos fasores elementares para produzirem a resultante A .

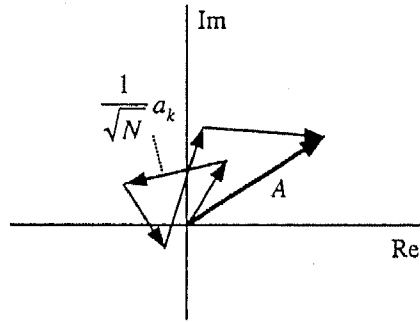


Figura 11. Percurso aleatório no plano complexo.

Pretende-se saber a estatística (i.e., funções densidade de probabilidade) do campo complexo, a intensidade e a fase do padrão de *speckle* no ponto (x,y,z) . Com referência à figura 11, o problema é idêntico ao da estatística clássica do percurso aleatório no plano.

Suponhamos que os fasores elementares tem as seguintes propriedades estatísticas:

- (i) A amplitude $a_k/\sqrt{N}$ e a fase ϕ_k do fasor elementar k são estatisticamente independentes entre si e das amplitudes e fases de todos os outros fasores elementares (i.e., as áreas de dispersão não estão relacionadas e a intensidade de uma dada componente não apresenta qualquer relação com a sua fase)
- (ii) As fases ϕ_k estão uniformemente distribuídas no primeiro intervalo $(-\pi, \pi)$ (i.e., a superfície é rugosa comparada com o comprimento de onda, com o resultado tal que desvios de fase de várias vezes 2π radianos produzem uma distribuição uniforme no intervalo principal)

Partindo destas hipóteses vamos estudar as propriedades estatísticas do campo complexo resultante.

4.3.2 Estatística de amplitude complexa

Na determinação da função densidade de probabilidade do campo complexo vamos focar a atenção nas suas partes real e imaginária,

$$A(r) = \text{Re}\{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \cos \phi_k \quad (4.12a)$$

$$A(i) = \text{Im}\{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \sin \phi_k \quad (4.12b)$$

Calculando as médias dos valores $A^{(r)}$ e $A^{(i)}$ para amostras macroscopicamente similares mas de superfícies rugosas diferentes ao nível microscópico obtém-se:

$$\langle A^{(r)} \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \cos \phi_k \rangle = \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \cos \phi_k \rangle = 0 \quad (4.13a)$$

$$\langle A^{(i)} \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \sin \phi_k \rangle = \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \sin \phi_k \rangle = 0 \quad (4.13b)$$

em que a hipótese (i) é usada para obter a média sobre $|a_k|$ e ϕ_k separadamente, e a hipótese (ii) assegura o valor zero para $\langle \cos \phi_k \rangle$ e $\langle \sin \phi_k \rangle$. Procedendo da mesma forma, vemos que:

$$\langle [A^{(r)}]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos \phi_k \cos \phi_m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (4.14a)$$

$$\langle [A^{(i)}]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \sin \phi_k \sin \phi_m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (4.14b)$$

$$\langle A^{(r)} A^{(i)} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos \phi_k \sin \phi_m \rangle = 0 \quad (4.14c)$$

Em que se usou o facto de que para distribuições de fase uniformes e independentes, como é o caso desta situação de *speckle*, se verifica que [2]:

$$\langle \cos \phi_k \cos \phi_m \rangle = \langle \sin \phi_k \sin \phi_m \rangle = \begin{cases} 1/2 & \text{se } k = m \\ 0 & \text{se } k \neq m \end{cases}$$

$$\langle \cos \phi_k \sin \phi_m \rangle = 0$$

Assim verifica-se que as partes real e imaginária do campo complexo têm médias nulas, variâncias iguais, e não estão correlacionadas.

Supondo que o número N de contribuições das fasores elementares é extremamente grande, as partes real e imaginária do campo são expressas pelas equações (4.12) como somas de um grande número de variáveis aleatórias independentes. Resulta do teorema do limite central que, à medida que $N \rightarrow \infty$, $A^{(r)}$ e $A^{(i)}$ são assintoticamente Gaussianas. Conjugando este facto com os resultados das equações (4.13) e (4.14) a função densidade de probabilidade conjunta da parte real e imaginária do campo aproxima-se assintoticamente de [2]:

$$P_{r,i}(A^{(r)}, A^{(i)}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left\{-\frac{[A^{(r)}]^2 + [A^{(i)}]^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4.15)$$

em que

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (4.16)$$

Esta função densidade de probabilidade é denominada função densidade Gaussiana, pois contornos de densidade de probabilidade constante correspondem a círculos no plano complexo. De acordo com isto, a amplitude A do fasor é referida como sendo uma variável aleatória Gaussiana complexa.

4.3.3 Distribuição da intensidade e da fase

Na maior parte das experiências ópticas é a intensidade da radiação que é medida. De acordo com a estatística conhecida da amplitude complexa, pretende-se encontrar as propriedades estatísticas correspondentes da intensidade num padrão de *speckle* polarizado. Em acréscimo, as propriedades estatísticas da fase serão estabelecidas como um subproduto desta análise.

A intensidade I e a fase θ de um campo resultante estão relacionadas com a parte real e imaginária da amplitude complexa pela transformação:

$$\begin{aligned} A^{(r)} &= \text{Re}\{A\} = \sqrt{I} \cdot \cos\theta \\ A^{(i)} &= \text{Im}\{A\} = \sqrt{I} \cdot \sin\theta \end{aligned} \quad (4.17)$$

ou equivalentemente por:

$$I = [A^{(r)}]^2 + [A^{(i)}]^2$$

$$\theta = \arctg \frac{A^{(i)}}{A^{(r)}}$$
(4.18)

Para obtermos a função densidade de probabilidade conjunta de I e θ , aplica-se a técnica usual para transformações de variáveis aleatórias. A função densidade conjunta pretendida é expressa em termos da função densidade conjunta para $A^{(r)}$ e $A^{(i)}$ como [2]:

$$P_{I,\theta}(I, \theta) = P_{r,i}(\sqrt{I} \cos \theta, \sqrt{I} \sin \theta) \|J\|$$
(4.19)

em que $\|J\|$ é o jacobiano da transformação:

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial A^{(r)}}{\partial I} & \frac{\partial A^{(r)}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial A^{(i)}}{\partial I} & \frac{\partial A^{(i)}}{\partial \theta} \end{array} \right\| = \frac{1}{2}$$
(4.20)

e $\|...\|$ simboliza o módulo do determinante. Substituindo a equação (4.15) em (4.19), obtemos

$$P_{I,\theta}(I, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right) & \text{Se } I \geq 0 \text{ e } -\pi \leq \theta \leq \pi \\ 0 & \text{Para os restantes casos} \end{cases}$$
(4.21)

A função densidade de probabilidade marginal só da intensidade é obtida de:

$$P_I(I) = \int_{-\pi}^{\pi} P_{I,\theta}(I, \theta) d\theta = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right) & \text{Se } I \geq 0 \\ 0 & \text{Para os restantes casos} \end{cases}$$
(4.22)

De forma similar, a função densidade marginal da fase é dada por:

$$P_\theta(\theta) = \int_{-\pi}^{\pi} P_{I,\theta}(I, \theta) dI = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{Se } -\pi \leq \theta \leq \pi \\ 0 & \text{Para os restantes casos} \end{cases}$$
(4.23)

Conclui-se que a intensidade num dado ponto P de um padrão de *speckle* polarizado obedece a uma estatística exponencial negativa, enquanto que a fase obedece a uma estatística uniforme. Deve-se ainda salientar que

$$P_{I,\theta}(I,\theta) = P_I(I)P_\theta(\theta) \quad (4.24)$$

e como tal a intensidade e a fase são estatisticamente independentes em qualquer ponto.

Dado que a intensidade é a grandeza de principal interesse nas propriedades estatísticas do padrão de *speckle*, vamos estudar as suas propriedades estatísticas em maior detalhe. O n ésimo termo médio da intensidade $\langle I^n \rangle$ demonstra-se ser:

$$\langle I^n \rangle = n! (2\sigma^2)^n = n! \langle I \rangle^n \quad (4.25)$$

aonde vamos usar o caso especial de $n=1$ para verificar que o valor médio de $\langle I \rangle$ é $2\sigma^2$. De importância especial são o segundo termo médio da intensidade e a variância. então,

$$\begin{aligned} \langle I^2 \rangle &= 2\langle I \rangle^2 \\ \sigma_I^2 &= \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = \langle I \rangle^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Assim o desvio padrão σ_I de um padrão de *speckle* polarizado é igual à intensidade média. Uma medida razoável do contraste de um padrão de *speckle* é dada pela razão $C = \sigma_I / \langle I \rangle$. Usando esta definição, vemos que o contraste de um padrão de *speckle* polarizado é sempre igual à unidade

4.4 Algumas propriedades estatísticas de segunda ordem do *speckle*

Até aqui limitamos a nossa atenção às propriedades estatísticas do *speckle* medido num único ponto. Tais considerações são suficientes para descrever as flutuações de brilho, mas insuficientes para descrever uma outra propriedade fundamental do *speckle*: a grandeza ou dimensão da sua estrutura espacial. Daí que agora nos iremos concentrar na estatística de segunda ordem do *speckle*

4.4.1 Função de autocorrelação e densidade de potência espectral

4.4.1.1 Geometria de propagação livre no espaço

Consideremos a geometria de propagação livre no espaço. Uma fonte de luz monocromática incide sobre uma superfície rugosa, situada num plano de eixos (ξ, η) , e a luz dispersada é observada a alguma distância, no plano de eixos (x, y) , sem a intervenção de qualquer elemento óptico. Os campos reflectidos são descritos pela função de valores complexos $\alpha(\xi, \eta)$, representando uma componente da polarização linear do campo eléctrico.

O campo complexo $A(x,y)$, observado através do plano paralelo (x,y) a uma distância deste representa o campo de *speckle* de interesse. Pretendemos calcular a função de autocorrelação da distribuição de intensidade $I(x,y) = |A(x,y)|^2$ no plano (x,y) [2],

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) \cdot I(x_2, y_2) \rangle \quad (4.27)$$

em que a média é feita sobre um conjunto de superfícies rugosas. A largura desta função de autocorrelação fornece uma medida razoável das dimensões médias do *speckle*.

Para o cálculo da função de autocorrelação anterior considera-se que quando a superfície é rugosa quando comparada com o comprimento de onda, o campo $A(x,y)$ é uma variável aleatória Gaussiana complexa circular em cada ponto (x,y) . Para tais campos, a função de autocorrelação da intensidade pode ser expressa em termos da função de autocorrelação dos campos [2]:

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1) \cdot A^*(x_2, y_2) \rangle \quad (4.28)$$

e que se designa como intensidade mútua do campo. Para campos Gaussianos complexos circulares, a relação entre R_I e J_A é dada por

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle + |J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \quad (4.29)$$

em que usamos o facto de que $J_A(x, y; x, y) = \langle I(x, y) \rangle$. O problema de calcular R_I é assim reduzido ao cálculo da intensidade mútua J_A .

Considerando que se tem uma mancha de dispersão uniforme de dimensões $L \times L$ metros, uma microestrutura da superfície difusora suficientemente fina que não é resolvida por uma lente do tamanho da região observada (x,y) e onde apenas interessa o módulo de J_A , então a função de autocorrelação da intensidade é dada por [2]:

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 \left[1 + \sin^2 c^2 \frac{L \Delta x}{\lambda z} \sin^2 c^2 \frac{L \Delta y}{\lambda z} \right] \quad (4.30)$$

A largura média do *speckle* pode ser considerada como sendo o valor de Δx para o qual, $\sin^2(L \Delta x / \lambda z)$ decai para o primeiro zero. Designando esta distância por δx então:

$$\delta x = \frac{\lambda z}{L} \quad (4.31)$$

4.4.1.2 Geometria de formação de imagem

Se o padrão de *speckle* surgir numa geometria com um sistema de formação de imagem (lente), em vez da geometria de propagação no espaço livre considerado anteriormente, então algumas modificações tem de ser feitas nos resultados anteriores.

Supondo que o objecto de interesse é uniformemente reflectivo (ou transmissivo) e que a extensão da região iluminado é grande quando comparada com a resolução da célula associada á lente. Então, contando que a iluminação do objecto é uniforme, o tamanho dos *speckles* incidentes na pupila da lente é extremamente pequeno comparado com o diâmetro dessa pupila.

De notar que a função de autocorrelação é independente de qualquer aberrações que possam estar associadas com o sistema de formação de imagem, pois tais aberrações só afectam a fase.

Formando a imagem do campo de *speckle* através de um sistema óptico obtém-se um padrão de *speckle* subjectivo, cujo tamanho médio dos grãos depende da abertura do sistema utilizado [3]. Assim, o efeito de *speckle* é uma consequência de dois mecanismos, difracção na abertura e interferência, sendo o tamanho dos *speckles* determinado pelo diâmetro da abertura, ver figura 12.

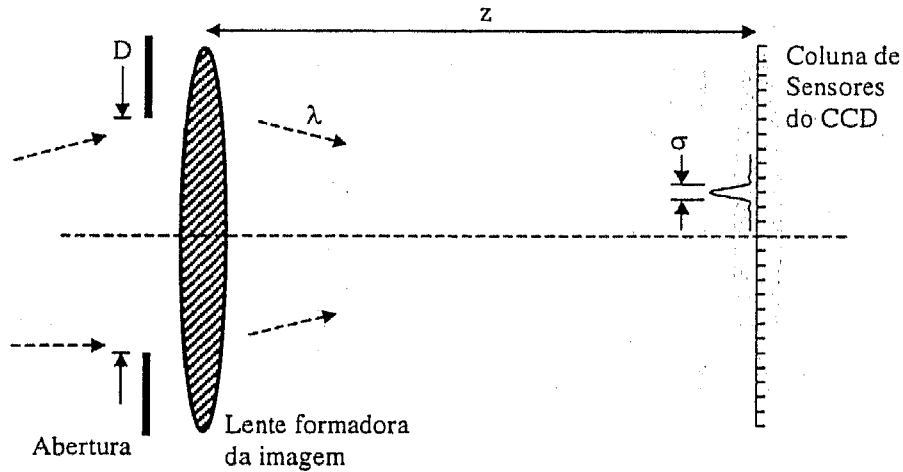


Figura 12. Formação de *speckle* objectivo com uma abertura circular.

Admitindo uma abertura circular e uma lente esférica ideal, cuja resolução é apenas limitada pela difracção, a função de autocorrelação espacial $R_I(r)$ de um campo de *speckle* nestas condições, pode ser descrita pela equação [2]:

$$R_I(r) = \langle I \rangle^2 \left[1 + 2 \frac{\left| J_1 \left(\frac{\pi D r}{\lambda z} \right) \right|^2}{\frac{\pi D r}{\lambda z}} \right], \quad (4.32)$$

na qual r é a distância entre dois pontos no detector, $\langle I \rangle$ a intensidade média, λ o comprimento de onda, z a distância entre a lente e o plano de detecção, D o diâmetro da abertura circular e J_1 a função de Bessel de primeira ordem. Na figura 13, faz-se uma representação gráfica das funções $J_1(x)/x$ e $[J_1(x)/x]^2$.

Neste caso, para uma pupila circular de raio ρ , o tamanho médio dos *speckles* na imagem é dado por [4]:

$$\delta x = \delta y = 0.61 \frac{\lambda f}{\rho} \quad (4.33)$$

em que f é a distância focal do sistema óptico.

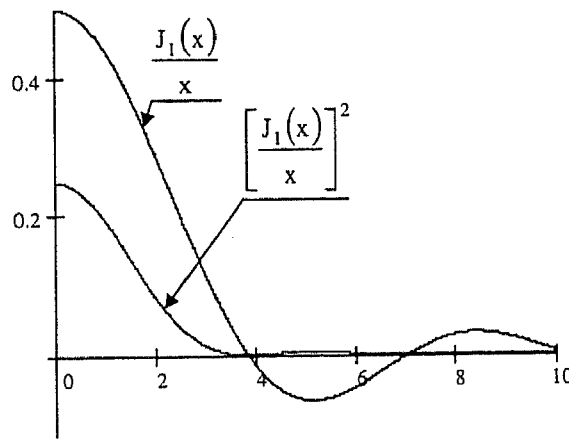


Figura 13. Função de Bessel de primeira ordem.

4.5 Dimensão e distribuição de intensidade num campo único de *speckle*

Apesar do fenómeno de *speckle* ser um efeito de interferência tridimensional, para a maior parte das aplicações, as características mais importantes são o tamanho e brilho do padrão de *speckle* sobre um plano.

4.5.1 Tamanho do *Speckle*

O tamanho do *speckle* laser, uma média estatística da distância entre regiões adjacentes de intensidade máxima e mínima, está sempre relacionado com o ângulo de abertura que a radiação dá origem no plano que define o campo de *speckle* [2].

A formação dos padrões de *speckle*, objectivo e subjectivo, está descrito na figura 4, para o caso do granulado ser formado directamente num plano ou no caso de ser observado através de um sistema óptico.

Se o campo é formado através de uma lente que recolhe a radiação difundida e a foca no ecrã, forma-se um *speckle* subjectivo. Neste caso, a distância mínima entre dois pontos da

superfície para os quais as figuras de difracção não interferem corresponde, no plano da imagem, a dois pontos afastados de uma distância d , calculada por [4]:

$$d = \frac{2.4\lambda x}{a} \quad (4.34)$$

em que a é o diâmetro da abertura suposta circular do sistema óptico e x a distância da lente ao plano imagem. Este resultado foi obtido com base na figura de difracção, no infinito, de uma abertura circular, a qual pode ser obtida por:

$$f(r) = \frac{2J_1(z)}{z}, \text{ com } z = \frac{2\pi}{\lambda} ax, \quad (4.35)$$

sendo $J_1(z)$ a função de Bessel de primeira espécie e de primeira ordem da variável z [5].

Tendo em conta a figura 4, a cada ponto da superfície do objecto vai corresponder no plano de imagem uma figura de difracção. Ao ponto A_i , vizinho de A , vai corresponder outra figura de difracção centrada em D_i mas coincidente em parte com a obtida de A , a menos da fase que depende da rugosidade da superfície. A amplitude em D resulta assim da soma das amplitudes complexas das várias figuras de difracção de pontos vizinhos de A , sendo a sua intensidade devida à contribuição de uma área do objecto centrada em A , a qual varia entre zero e um valor máximo.

Para um ponto vizinho de D , D_i , apesar das amplitudes das componentes individuais poderem variar lentamente, a sua fase relativa altera-se rapidamente provocando na resultante variações bruscas e tornando possível distinguir os vários grãos de *speckle* apesar das suas reduzidas dimensões.

O primeiro mínimo da função de Bessel na equação (4.32) dá-nos o diâmetro médio do *speckle* subjectivo σ , que terá no plano da imagem um tamanho aproximadamente igual ao diâmetro do disco de Airy para a lente, ver figura 12, e pode ser calculado por

$$\sigma = 1.22 \frac{\lambda z}{D} \quad (4.36)$$

pelo que, só depende da abertura da lente formadora da imagem. Justifica-se assim o facto de na figura 3 surgirem *speckles* de dimensões diferentes dado que as imagens foram obtidas com aberturas diferentes.

Quando a distância da lente ao objecto é muito maior que a distância desta ao plano da imagem, pode considerar-se que a imagem se forma no plano focal da lente e substituir a expressão (4.36) por:

$$\sigma = 1.22 \frac{\lambda}{AN_{lente}}, \quad (4.37)$$

na qual $AN_{lente}=D/z$ é a abertura numérica da lente.

Da adição coerente de um feixe especular alinhado com o eixo do sistema óptico, com o padrão de *speckle* inicial, resulta um padrão de *speckle* cujo tamanho do grão é o dobro do obtido no padrão inicial. A intensidade resultante em cada ponto depende da diferença de fase entre os feixes [3].

É útil relacionar o tamanho do *speckle* com o número F da lente, e a ampliação M da lente ou sistema de lentes.

$$\sigma \approx 1.22(1+M)\lambda F \quad (4.38)$$

Na referência [6] foi estudada a forma tridimensional do *speckle*. Parece que o *speckle* tem uma forma alongada, tal como se representa na figura 14. O comprimento e diâmetro do *speckle* são denotadas por l_s e d_s .

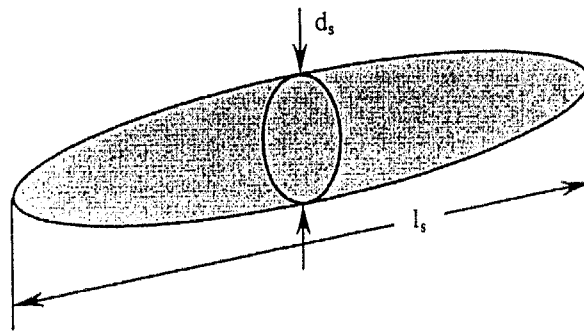


Figura 14. Forma do *speckle*.

Para $AN=0.01$ os valores típicos para as dimensões do *speckle* são $l_s=13$ mm e $d_s=40$ μ m, o que corresponde a uma razão comprimento:diâmetro de 1:325. Para aberturas numéricas maiores esta razão diminui para cerca de 50 ($AN=0.08$).

4.5.2 Distribuição de intensidade

Na maioria das medições com *speckle*, forma-se a imagem do objecto no plano de detecção usando um sistema formador de imagem. Como resultado, todo o ponto no plano de detecção pode ser directamente relacionado com um ponto no objecto. Por exemplo, se medirmos a fase sobre um objecto, é possível localizar o valor da fase num ponto do objecto. De notar no entanto que a formação de imagem não é pré-condição para o aparecimento de *speckle*.

O campo de *speckle* é igualmente polarizado sempre que a radiação laser ilumina superfícies onde a luz polarizada sofre uma única difusão, (metais, vidros, compósitos). Uma superfície baça e branca, onde a luz penetra e sofre múltiplas difusões, despolariza a luz e não gera um campo de *speckle* perfeitamente desenvolvido

Num campo de *speckle*, a fase é uniformemente distribuída ao passo que a intensidade obedece a uma curva estatística exponencial negativa. A distribuição de intensidade do *speckle* de um campo perfeitamente desenvolvido é dada por [2]:

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right), \quad (4.39)$$

na qual $P(I)$ é a probabilidade de um *speckle* ter uma intensidade compreendida entre I e $(I+dI)$, e $\langle I \rangle$ é a intensidade média. Da equação (4.39) conclui-se que a intensidade mais provável para um *speckle* é zero, ou seja uma imagem de *speckle* contém mais *speckles* escuros que *speckles* com qualquer outra intensidade. Na figura 15 através da curva (1) representa-se esta relação e mostra-se que o brilho mais provável para um *speckle* é zero, i.e. que existem mais *speckles* escuros do que claros. É esta função que permite distinguir entre os padrões de *speckle* que são perfeitamente desenvolvidos e os que o não são.

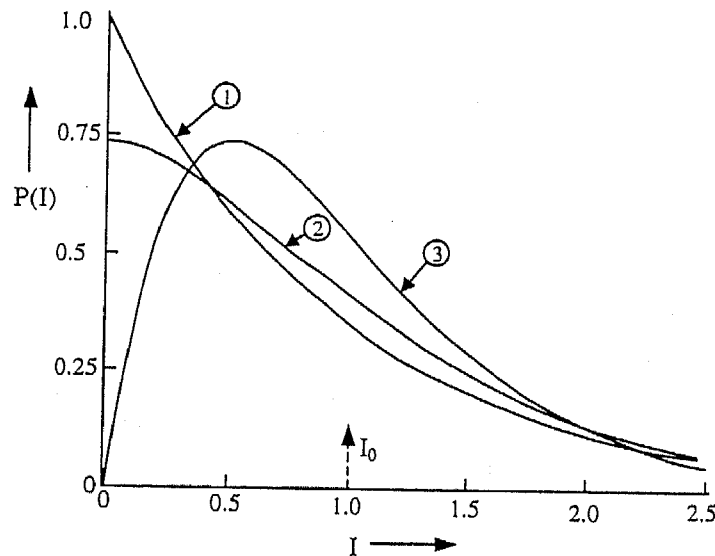


Figura 15. Função densidade de probabilidade da distribuição de Intensidade dos campos de *speckle*. 1) Um único campo de *speckle* com $\langle I \rangle = 1$, 2) adição coerente de um campo de *speckle* e um campo uniforme, 3) soma incoerente de dois campos de *speckle* $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = 0.5$.

4.6 Adição de padrões de *speckle*

Os padrões de *speckle* podem em princípio, ser adicionados tanto em termos de amplitude ou intensidade. Na prática a última é de maior interesse.

São possíveis dois casos limitativos quando dois ou mais padrões de *speckle* são sobrepostos. O primeiro surge quando os campos de luz são coerentes e as amplitudes se adicionam. Pode-se demonstrar que nestes casos a estatística de 1ª ordem se mantém inalterada.

O outro caso surge quando os campos de luz são incoerentes e as intensidades se adicionam. Se dois padrões de *speckle* com intensidades médias iguais $\langle I/2 \rangle$ são sobrepostos desta forma, pode-se demonstrar que a função densidade de probabilidade da intensidade do padrão resultante é [4]

$$P(I) = \left(\frac{4I}{\langle I \rangle^2} \right) \cdot \exp\left(-\frac{2I}{\langle I \rangle} \right) \quad (4.40)$$

Tal como se pode ver pela figura 15, esta difere da função densidade de probabilidade para um padrão único de *speckle* com a mesma intensidade média, nomeadamente na eliminação da maioria das áreas escuras. Como resultado o seu contraste é somente $2^{-1/2}$. Se sobrepuermos N padrões de *speckle* com a mesma intensidade média, o contraste do padrão de *speckle* resultante decai para $N^{-1/2}$.

Podemos considerar os padrões de *speckle* como um conjunto de redes aleatórias com frequência espacial variável, sendo a máxima frequência imposta pelo sistema óptico. Este funciona como um filtro passa-baixo relativamente às frequências espaciais da frente de onda difundida pela superfície [3].

Apesar de inicialmente ter sido encarado como ruído óptico, o granitado laser, ou *speckle*, pelo facto de conter informação da superfície e resultar de um processo interferométrico levou-o a ser aplicado na análise e comportamento de superfícies.

Referências:

- [1] William H. Carter, "Applications of *Speckle* Phenomena", SPIE, Vol. 243, 1980.
- [2] J.C.Dainty, "Laser speckle and related phenomena", Springer-Verlag, 1984.
- [3] M.Vaz, "Interferometria Laser e Métodos Híbridos em Mecânica Experimental", Tese de Doutoramento, FEUP, 1995.
- [4] A.Lage, "Granitado laser", Laser Portugal, pág. 66-69, 1986.
- [5] M.Françon, "La Granularité Laser (*Speckle*) et Ses Applications en Optique", Masson, 1978.
- [6] L.V. Dooren, "*Speckle* Decorrelation in a Multichannel *Speckle* Interferometer", Graduate Report DUT, April 1994.

CAPÍTULO 5

- 5.1 Interferometria *speckle***
- 5.2 Sistema de *ESPI***
 - 5.2.1 Introdução**
 - 5.2.2 Sistema de *ESPI* convencional**
 - 5.2.3 Sistema de *ESPI* em fibra óptica**
 - 5.2.4 Realização da referência**
 - 5.2.5 Alinhamento do sistema de *ESPI***
 - 5.2.6 Teoria**
- 5.3 As técnicas holográficas no estudo de vibrações**
 - 5.3.1 Tempo médio**
 - 5.3.2 Dupla exposição**
- 5.4 Sistema de *ESPI* de dupla iluminação**
 - 5.4.1 Descrição experimental e metodologia**
- 5.5 Montagem híbrida**
- 5.6 Mecanismos de modulação de fase *Phase Shifting***
- 5.7 Técnicas de processamento de imagem**
- 5.8 Deformações e tensões**
 - 5.8.1 Deformações a partir do *ESPI***
- Referências**

5.1 Interferometria de *speckle*

Com já foi referido, um dos efeitos colaterais da utilização de luz laser é a ocorrência de *speckles*, o que no início foi visto como um efeito perturbador. Porém, mal se percebeu que cada *speckle* era completamente coerente e poderia ser usada para fins de interferometria, foram criadas várias aplicações. O primeiro interferómetro a usar campos de *speckle* era a combinação de um feixe *speckle* com um feixe de referência plano, tal como se descreve na figura 1 [1]. Mais tarde Leendertz [2] demonstrou que a diferença de dois campos de *speckle* gera um terceiro campo de *speckle*, com uma distribuição de fase igual à diferença das duas fases dos campos de *speckle* originais.

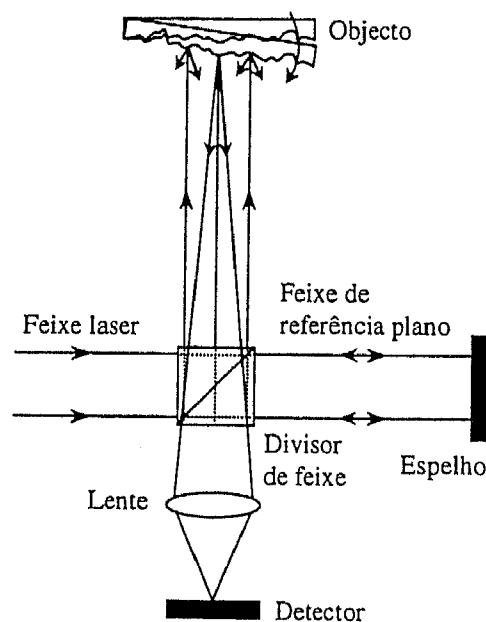


Figura 1. Interferómetro de *speckle* baseado no dispositivo de Michelson.

Desde então, os campos de *speckle* tem sido aplicados em interferometria, por exemplo em medições de som, medições de deformações térmicas e análise de vibrações, [3,4,5].

No início dos anos setenta foi introduzido, por vários grupos e mais ou menos em simultâneo, o registo electrónico dos padrões de interferência usando câmaras de vídeo para registrar os interferogramas [2]. O nome desta técnica varia de acordo com os grupos de investigação que participaram no seu desenvolvimento e pode ser ESPI (*Electronic Speckle Pattern Interferometry*) (Butters, 1971) [6], DSPI (*Digital Speckle Pattern Interferometry*) (Creath, 1985) [7], Holografia-TV (Løkberg 1987) [8], como uma referência à interferometria holográfica, entre outros.

Muitos sistemas de ESPI são baseados na medição de interferogramas que são produzidos por subtracção directa de dois padrões de campo de *speckle* previamente registados.

No entanto, a análise dos interferogramas resultantes não é ambígua. Dar um valor de fase a uma determinada franja pode criar problemas, uma vez que todos os tipos de ruído irão “borrar” as franjas. Outra dificuldade tem a ver com o sinal da diferença de fase, que não é

directamente obtido de um interferograma. Além disso, a resolução da medida está limitada dado que são precisas pelo menos duas franjas no interferograma. Para ultrapassar estes problemas, pode-se utilizar a fase em vez da intensidade.

Porém, é impossível medir a fase directamente com os actuais detectores, dado que são detectores quadráticos e como tal só registam intensidades. A distribuição de fase de uma imagem pode no entanto ser medida usando um método conhecido por *phase stepping*, através do qual são registados vários interferogramas sendo a partir daí possível calcular a distribuição de fase. Aplicando este método num interferómetro de *speckle* consegue-se superar os problemas de sinal que surgem quando se analisa os interferogramas gerados por subtracção directa de dois campos de padrões de *speckle*. Os métodos de *phase stepping* serão descritos em detalhe mais adiante.

5.2 Sistema de ESPI

5.2.1 Introdução

A interferometria por correlação de *speckle* já provou ser uma alternativa válida à holografia convencional para a medição do deslocamento e deformação de objectos [9].

Interferometria holográfica é o nome que designa a técnica que usa dois ou mais registos interferométricos para obter informação sobre a superfície do objecto.

A correlação dos padrões interferométricos pode ser feita através de uma das seguintes técnicas:

- Tempo real
- Tempo médio (*Time Average*)
- Dupla exposição

A tradução de *Time Average* por tempo médio embora não sendo a mais correcta é talvez a mais utilizada [9].

Na correlação em tempo real, um sinal de vídeo é subtraído em tempo real a uma imagem previamente registada da superfície do objecto. Esta técnica, envolve o registo do padrão de *speckle* obtido por interferência entre o campo de *speckle*, resultante da imagem do objecto quando iluminado por uma fonte de luz coerente, e um campo de referência uniforme. Isto é capturado por uma câmara de CCD e a imagem obtida é depois transferida para uma placa de processamento de imagem num computador aonde é guardada em memória e exibida num monitor. Qualquer alteração na superfície pode ser detectada pois originará um padrão de franjas que se sobrepõem ao objecto. Estas franjas representam pontos de igual deslocamento na direcção do vector de sensibilidade [10].

Depois do objecto sob estudo ter sido deformado, um segundo padrão de intensidade é transferido para o computador e depois subtraído, ou adicionado, ao padrão previamente guardado. O interferograma resultante é então exibido no monitor como um padrão de franjas

alternadamente pretas e claras, chamadas franjas de correlação. As franjas obtidas são devidas a variações locais do grau de correlação entre os dois padrões de *speckle*. Na Figura 2 apresenta-se um exemplo de dois desses padrões e respectiva subtracção.

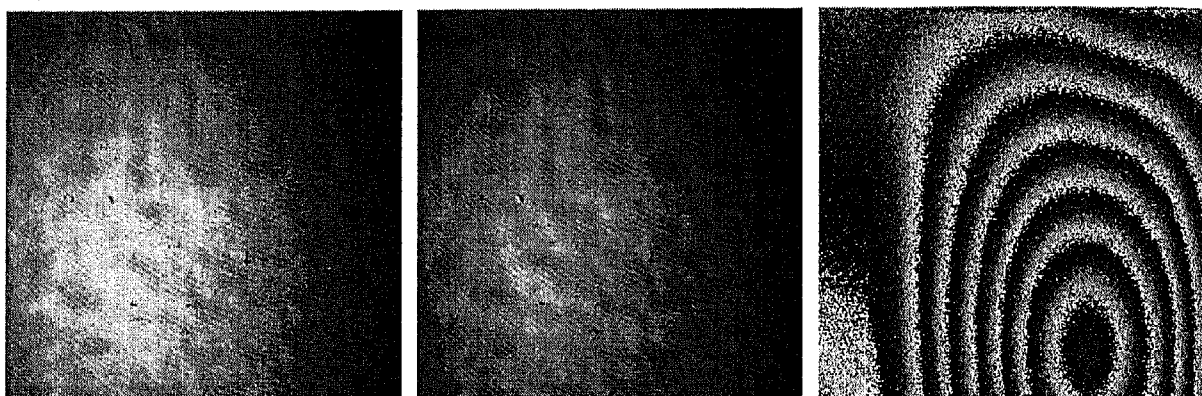


Figura 2. Correlação por subtracção. As duas primeiras imagens correspondem a dois padrões de *speckle* antes e depois do objecto ser deformado (uma placa rectangular de material compósito a ser carregada). A imagem com franjas corresponde à subtracção das duas primeiras.

Uma característica interessante do sistema é a possibilidade de adquirir imagens em continuo do objecto enquanto decorre a deformação e subtraí-las em sucessão à referência. Desta forma é possível observar a formação em tempo real das franjas e as mudanças progressivas do padrão de franjas relacionadas com a deformação da superfície sob investigação.

O método foi inicialmente investigado pela Universidade de Loughborough [11] e desde então várias configurações diferentes tem sido desenvolvidas e aplicadas numa variedade de diferentes aplicações. A principal vantagem do ESPI em relação à interferometria holográfica tem a ver com o facto de permitir que as franjas de correlação em tempo real possam ser exibidas directamente num monitor de televisão sem qualquer tipo de processamento fotográfico ou recolocação de placas. Esta facilidade comparativa de operação permite que a técnica possa ser estendida a problemas consideravelmente mais complexos de análise de deformações.

Além disso o ESPI não requer meios de registo de elevada resolução e impõe condições menos estritas no que diz respeito a isolamento de vibrações e luz ambiente.

Dependendo da configuração óptica do sistema de ESPI este pode ser sensível a deslocamentos fora do plano [12], i.e. paralelo à direcção de observação, ou a deslocamentos no plano [13], i.e. perpendicular à linha de visão (direcção de observação).

Para um sistema ser sensível a deslocamentos fora do plano o objecto é iluminado por um feixe, o feixe objecto, e o feixe de referência é alinhado com a luz vinda de cada parte particular da superfície sob estudo.

Para um sistema ser sensível a deslocamentos no plano o objecto é iluminado por dois feixes os quais geram os seus próprios padrões de *speckle*. Esta técnica mede somente os deslocamentos ao longo de uma direcção vectorial particular que se situa na direcção normal à

linha de observação do sistema e que está no plano das duas iluminações ou feixes de observação. Para medir tensões precisamos somente de medir os deslocamentos no plano da superfície e encontrar a sua variação como função das dimensões do objecto na direcção desejada. A interferometria de *speckle* pode fazer isto independentemente de qualquer deslocamento que esteja a ocorrer na direcção normal à superfície, ao passo que a interferometria holográfica não pode.

Um sistema de ESPI (*Electronic Speckle Pattern Interferometer*) é basicamente um interferómetro óptico de Michelson, com registo dos padrões de interferência em vídeo. As franjas presentes nos registos obtidos, provêm de alterações verificadas nos padrões de *speckle* devidas a fenómenos que podem ser estáticos ou dinâmicos e provocam alterações numa ou ambas as frentes de onda do interferómetro. As variações na distribuição espacial das franjas de interferência, devidas a alterações de fase entre as duas frentes de onda do interferómetro permitem as medições interferométricas [14].

O sistema de ESPI pode ser descrito como sendo uma montagem holográfica, na qual a emulsão fotográfica é substituída por um meio de registo electrónico. O uso de vídeo é atractivo pois permite usar o alvo de uma câmara de vídeo para registar os padrões de interferência com a vantagem de registar 25 hologramas por segundo (frequência de vídeo Europeia) com reconstrução electrónica dos hologramas. Permitido observar as franjas de correlação em tempo real, tornando a técnica bem adaptada para aplicações em que seja necessário ajustar parâmetros e rapidamente observar o efeito desses ajustamentos. Os sistemas de vídeo, tem sido usados com interferómetros de *speckle* para a análise em tempo real de vibrações mecânicas usando técnicas de tempo médio (*time average*), e deslocamento de estruturas ou análise de deformações usando subtracção em tempo real.

Métodos interferométricos de *speckle* baseados em vídeo, tais como o ESPI, permitem a medição de todo o campo da superfície de deformação de objectos difusos. Estas técnicas, são hoje em dia amplamente usadas e muitas variações sobre o princípio básico foram desenvolvidas para se adaptarem a diferentes problemas. Tais técnicas de *speckle* electrónicas, tem vindo a ser vistas de forma crescente como ferramentas potencialmente valiosas para avaliações não destrutivas (ND) de estruturas, particularmente na indústria aeroespacial dado o aumento do uso de materiais compósitos [15]. Na figura 3 apresenta-se a análise de uma placa de material compósito contendo uma delaminação no seu interior, sendo esse defeito posto em evidência.

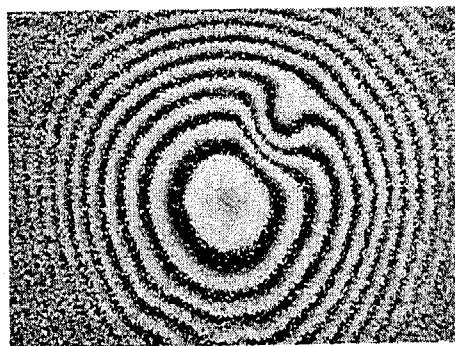


Figura 3. Defeito numa placa de material compósito

O interesse destas técnicas ópticas para a comunidade ND resulta em grande parte na sua natureza de não-contacto, na velocidade relativa do processo de inspecção e na capacidade de usar técnicas digitais de processamento de imagem. Uma outra área na qual o ESPI se implantou como uma técnica óptica importante, numa gama de aplicações de engenharia é a análise de vibrações. No entanto, a técnica exige um dispositivo óptico relativamente complexo, ver figura 4, com um grande número de componentes ópticos que devem ser mantidos num alinhamento bastante preciso durante a experiência. Além de que, são necessários consideráveis rearranjos quando se muda o objecto de teste. É comum nestas experiências instalar os dispositivos experimentais numa mesa óptica, isolada das vibrações exteriores, na qual o objecto de teste é rigidamente montado a fim de que sejam reunidas as condições necessárias de estabilidade. Estes requisitos tem tendência a restringir a versatilidade da técnica; assim, antes destes métodos de interferometria óptica poderem ser usados mais extensamente pela indústria, os dispositivos experimentais tem de se tornar suficientemente robustos para poderem ser operados em ambientes ruidosos, como os que tipicamente se encontram na maioria das instalações fabris. O ruído ambiental resultante das vibrações dos edifícios e as correntes térmicas, podem levar à des correlação do *speckle* reduzindo o contraste e a estabilidade das franjas, podendo eventualmente levar à perda total das franjas se a extensão da des correlação for maior que o tamanho do *speckle*.

Neste trabalho apresenta-se o de desenvolvimento de dois sistemas de ESPI, um sensível a deslocamentos fora do plano, no qual muitos dos componentes ópticos convencionais são substituídos por fibras ópticas e componentes afins, ver figuras 5 e 6. A inclusão de fibras reduz de forma drástica o número de componentes que necessitam de ajustamento e isola o interferómetro do ruído exterior [16]. O outro sistema de ESPI é um sistema de dupla iluminação sensível a deslocamentos no plano, ver figura 16, em duas direcções perpendiculares permitindo caracterizar desta forma toda a superfície.

5.2.2 Sistema de ESPI convencional

O princípio básico de funcionamento do sistema de ESPI convencional é aqui descrito e para melhor compreensão apresenta-se um esquema do dispositivo na figura 4. Um feixe laser coerente é dividido por meio de um divisor de feixe variável em dois braços, cada um dos quais é expandido por intermédio de objectivas microscópicas. Um dos feixes separados é filtrado por uma “*pinhole*” (filtro espacial) e usado como referência sendo por isso designado como feixe de referência, enquanto que o outro ilumina o objecto de teste designado-se por isso como feixe do objecto.

A luz reflectida na superfície do objecto é captada pelas lentes do sistema óptico e combinada com o feixe de referência. O padrão de *speckle* que resulta da interferência dos dois feixes é captado por uma câmara de CCD e armazenado num sistema computadorizado de processamento de imagem digital. Este padrão de *speckle* gravado transporta a informação correspondente à topografia da superfície do objecto de teste. Se um segundo padrão de *speckle* é depois gravado com uma forma da superfície do objecto ligeiramente diferente (tipicamente

do tipo da causada por uma tensão no objecto), é possível comparar o par de padrões de *speckle* gravados para extrair a informação relacionada com a deformação do objecto.

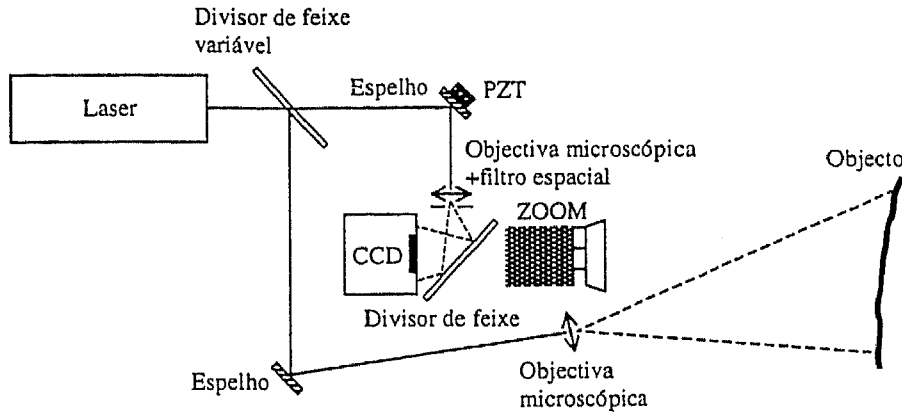


Figura 4. Diagrama esquemático de um sistema de ESPI convencional.

É evidente da descrição anterior, que o ESPI pode ser bastante susceptível a ruídos de origem externa. Em particular, esta técnica é afectada por qualquer ruído que seja induzido por correntes térmicas ou flutuações do objecto, as quais podem introduzir alterações indesejadas no comprimento dos caminhos ópticos que ocorrem durante o tempo de gravação de cada padrão de *speckle* e, mais importante, entre o tempo de gravação do par de padrões de *speckle* que irão ser comparados para obter informação do deslocamento relativo. Isto torna necessário o uso de sistemas de isolamento às vibrações e de estabilização, restringindo o uso destas técnicas ao ambiente laboratorial. Uma outra desvantagem, é a de que o ESPI convencional é também vulnerável ao pó e riscos nos componentes ópticos, e a de que sobrepondo o campo de referência para cima do campo do objecto, por meio de um divisor de feixe origina perdas de luz e falsas interferências devido a múltiplas reflexões no interior do divisor de feixe.

A informação desejada sobre a deformação relativa do objecto, pode ser extraída do par de padrões de *speckle* gravados através de uma variedade de métodos de processamento, incluindo técnicas de processamento de sinal digitais e analógicas. Uma técnica bastante usada para extrair os dados da deformação é a subtracção de um padrão de *speckle* pelo outro.

O sistema de ESPI convencional, tem de resolver totalmente o padrão de *speckle* por forma a dar origem a franjas de elevado contraste. A abertura limite, neste caso a abertura do zoom, determina o tamanho do *speckle* no alvo do CCD. A abertura do sistema de lentes de formação de imagem tem de ser reduzida de forma a que a maioria do espectro de frequências do *speckle*, que é o portador da informação, esteja dentro da resolução do sensor de CCD.

Existe também uma regulação óptima para a razão r entre as intensidades dos feixes de referência e do objecto no plano da imagem. Para a correlação de subtracção o valor óptimo de r é 2, apesar de valores de r até 20 não degradarem a visibilidade das franjas gravemente. Para a técnica de tempo médio ou ESPI de adição de franjas, o valor óptimo de r é dado por [17]:

$$r = \frac{\langle I_R \rangle}{\sigma_R}, \quad (5.1)$$

em que $\langle I_R \rangle$ é a intensidade média do feixe de referência no plano da imagem, e σ_R é o desvio padrão de I_R . Um requisito complementar na optimização da modelação em amplitude do *speckle*, é a de que a soma das intensidades dos feixes do objecto e da referência seja tal que a câmara de vídeo opere próximo do seu nível de saturação. No ESPI convencional isto é feito com o divisor de feixe variável, o qual permite controlar a razão entre as intensidades dos feixes de referência e do objecto. Quando estas condições são satisfeitas, a razão entre o sinal e o ruído das franjas de *speckle* é optimizada.

O processamento de sinal é facilitado nos sistemas de ESPI se for possível controlar a fase do feixe. No sistema de ESPI convencional isto é obtido montando um espelho num modulador de fase, que é constituído por um transdutor piezoeléctrico (PZT), sendo normalmente colocado no feixe de referência.

5.2.3 Sistema de ESPI em fibra óptica

Num sistema de ESPI todo em fibra óptica muitos dos componentes convencionais são substituídos por fibras ópticas e outros componentes afins, tal como se mostra na figura 6. Um dispositivo intermédio para o ESPI, entre o dispositivo convencional da figura 4 e o dispositivo da figura 5, é apresentado na figura 6 na qual o feixe de referência é introduzido por intermédio de uma fibra óptica monomodo com preservação da polarização.

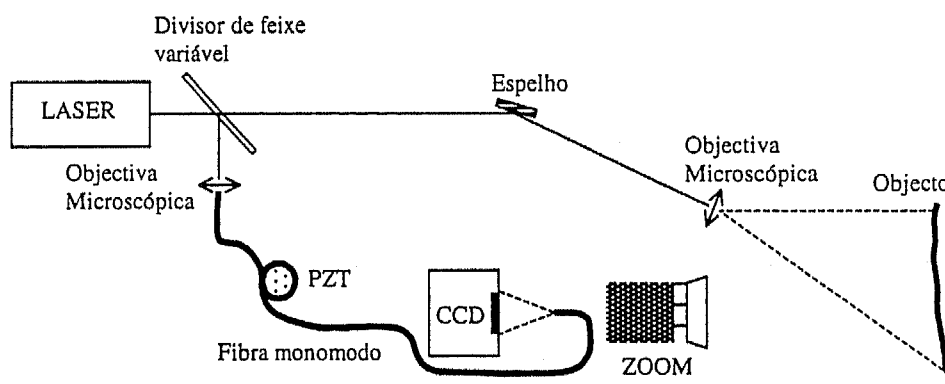


Figura 5. Diagrama esquemático de um sistema de ESPI com a referência em fibra óptica.

As fibras ópticas podem guiar luz com muito pequena atenuação e, no sistema de ESPI, elas devem ser capazes de guiar o feixe laser de entrada eficientemente e sem degradação das suas propriedades de coerência, modulação, ou estado de polarização [18].

Tal como se pode ver pelo diagrama esquemático da figura 6, um componente vital é o acoplador direccionado, que é o equivalente em fibra ao divisor de feixe. O acoplador direccionado consiste em dois núcleos de fibra, que são colocados suficientemente perto um do outro por meio de fusão ou polimento de modo a que se forme uma estrutura composta de guia de onda, na qual a potência é transferida de um núcleo para o outro. No nosso sistema, usamos um acoplador direccionado (SIFAM-Fiber optics division) com fibra monomodo e com uma relação

fixa de 90/10 na separação de potência entre os dois braços. De salientar que também existem acopladores direccionais com uma relação variável na separação da potência.

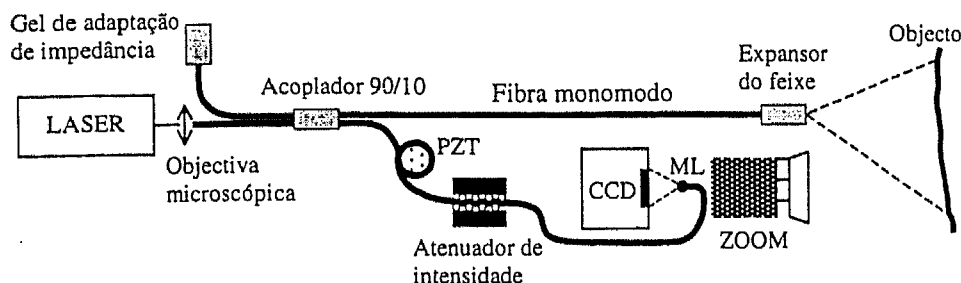


Figura 6. Diagrama esquemático de um sistema de ESPI em fibra óptica.

5.2.4 Realização da referência

No sistema de ESPI convencional, o feixe de referência deve iluminar uniformemente o detector vídeo, e deve ser encaminhado por forma a garantir que as frequências espaciais obtidas na interferência, se situem dentro da largura de banda espacial disponível. Com as restrições na largura de banda espacial, impostas pela baixa resolução do meio de registo, demonstra-se que a configuração que otimiza a razão sinal/ruído, é aquela em que o feixe de referência diverge do ponto conjugado do sistema óptico, situado no centro geométrico da abertura do sistema que forma a imagem do feixe objecto [14].

Com o propósito de garantir um bom contraste nos padrões de interferência e aumentar a flexibilidade das montagens ópticas, foram propostas várias soluções para a realização da referência. Na maioria delas, o feixe de referência é alinhado com o eixo do sistema óptico formador de imagem, diferindo nos elementos ópticos utilizados no seu encaminhamento. Na referência [14], são apresentadas algumas das soluções mais divulgadas entre as quais se destaca: o divisor de feixe de faces inclinadas, normalmente designado por cunha, o espelho plano com um orifício central, a fibra óptica e as aberturas múltiplas.

Quando um CCD é usado no registo dos hologramas, é preciso ter um cuidado especial no ajuste da montagem óptica. A resolução máxima do CCD é cerca de duas ordens de grandeza inferior à das emulsões holográficas. Assim, os dois feixes que formam o interferómetro deverão ser alinhados por forma a obter um padrão de interferência primário compatível com a resolução espacial do fotodetector. O ângulo entre os dois feixes não deverá exceder 1° [19].

Neste dispositivo, ao contrário da holografia convencional, é necessária uma lente formadora de imagem. Esta lente é usada para manter a frequência espacial do padrão interferométrico dentro da largura de banda do fotodetector, sendo a sua abertura usada para controlar o tamanho do *speckle*. Este deverá ter um tamanho compatível com a resolução do CCD por forma a obter o máximo de modulação.

O centro das lentes de formação de imagem, nunca é necessária para a formação da imagem e como tal pode ser removido [20]. Assim, podemos colocar uma fonte de referência física no ponto desejado do eixo óptico. Esta forma de combinar os feixes, ver figuras 4 e 5, usa a luz de forma mais eficiente, dado que o feixe de referência não passa por nenhum

componente óptico antes do sensor de CCD. Comparado com o ESPI convencional, estas montagens evitam reflexões secundárias e a degradação da frente de onda causada pelo pó depositado numa superfície entre o filtro espacial e o CCD. Por outro lado, a fibra monomodo produz uma frente de onda esférica limpa e não bloqueia o feixe do objecto.

Quando se usa uma fibra monomodo, a divergência do feixe à saída da fibra é determinada pela abertura numérica (AN) da fibra [21]. No entanto as fibras monomodo estão limitadas a um valor pequeno para a AN, o que implica um percurso algo longo entre a extremidade da fibra e o sensor de CCD, diminuindo assim a eficiência do sistema, dado que todo o sensor de CCD deve ser uniformemente iluminado. É possível no entanto aumentar a divergência do feixe de saída, criando uma microlente (ML) na extremidade da fibra, ver figura 5. Existem algumas técnicas para criar microlentes na extremidade das fibras [22,23]. Numa dessas técnicas, a extremidade da fibra é preparada através do corte controlado e depois forma-se uma microlente através do aquecimento da extremidade da fibra por arco eléctrico, que ao derreter a extremidade da fibra faz com que aí se deposite uma microlente. O inconveniente desta técnica é que é difícil controlar a formação da microlente. No entanto no nosso caso foi possível obter bons resultados com este método, dado que a microlente assim obtida permitiu reduzir a distância entre a extremidade da fibra e o sensor de CCD. Isto porque a microlente aumentou a divergência do feixe de referência, aumentando assim a eficiência do sistema quando comparado com os sistemas convencionais, permitindo além disso a sua miniaturização. Esta operação foi levada a cabo no INESC o qual possui equipamento adequado para este tipo de operação.

A razão entre os feixes de referência e do objecto deve ser optimizada e a sua soma mantida perto da saturação da câmara de CCD. Para fazer isto, podemos usar um atenuador de intensidade montado no braço de referência, ver figura 5. Este atenuador baseado no princípio da microcurvatura da fibra óptica, provoca atenuação do feixe de referência [24]. Com este dispositivo, é possível ter um controlo preciso sobre a intensidade do feixe de referência, permitindo uma escolha ideal para a razão r entre as intensidades dos feixes de referência e do objecto no plano do CCD. O expensor do feixe, colocado no extremo da fibra que ilumina o objecto é usado para controlar a divergência do feixe de saída, por forma a poder ajustar o tamanho da área de iluminação. Desta forma, o ajuste da abertura e da intensidade podem ser feitos independentemente e em simultâneo, verificando-se visualmente o contraste dos padrões de franjas obtidos após cada alteração da abertura e ajuste da intensidade, para repor a intensidade total em valores próximos da saturação do detector. Após cada ajuste da abertura, aumenta-se ou diminui-se a intensidade da referência tentando utilizar o máximo da gama dinâmica da câmara. A observação dos padrões de correlação permite verificar a qualidade do ajuste. Embora o ajuste assim efectuado seja subjectivo, na proximidade do ponto de funcionamento óptimo o contraste varia lentamente com a abertura, pelo que os resultados assim obtidos são normalmente satisfatórios [14].

Sempre que se altere a superfície a analisar, quer por substituição do objecto, quer por alteração das suas características de reflectividade, quer ainda por variação da área observada, altera-se a intensidade do feixe do objecto e consequentemente a razão entre os feixes, pelo que o sistema de ESPI deverá ser novamente ajustado nestes parâmetros.

Utiliza-se um gel de adaptação de impedância para evitar as reflectes posteriores de Fresnel, devido à interface vidro/ar nos extremos das fibras, que poderiam degradar o sinal do interferómetro.

Um microposicionador de elevada precisão, com uma objectiva microscópica e um suporte para a fibra óptica, são usados a fim de garantir um acoplamento eficaz entre o feixe laser e a fibra óptica.

O protótipo do sistema de ESPI em fibra óptica foi desenvolvido no LOME com equipamento comercial, que inclui: uma câmara [CCD-Micam VHR 752(h)x582(v) C-mount]; uma lente *zoom*; um acoplador direccionado 90/10 em fibra monomodo; um cilindro piezoeléctrico (Unilator); um laser de HeNe com um comprimento de onda de 632nm e uma potência de saída de 30 mw; um atenuador de intensidade desenvolvido no LOME; um microposicionador de elevada precisão com lente microscópica e suporte para a fibra óptica; um computador PC 486 com uma placa de aquisição e processamento de imagem DATA TRANSLATION DT 2861, que permite subtracção de 8 bits com rectificação em tempo real por *hardware* e tem a capacidade de armazenar 16 imagens. O computador que opera o sistema possui também um conversor A/D-D/A que é usado para controlar o modulador de fase. Este sistema pode ser utilizado com correlação em tempo real ou em dupla exposição sendo possível, obter também registos em tempo médio. O sistema também inclui *software* específico desenvolvido no LOME com várias rotinas tais como desvios de fase, transformadas de Fourier rápidas e filtros de convolução que podem ser usados para obter o mapa de fase, o que permite aumentar as capacidades do sistema e ajudar na análise dos dados experimentais

5.2.5 Alinhamento do sistema de ESPI

A consideração mais importante a ter em conta no alinhamento do sistema de ESPI, é a necessidade de garantir iguais comprimentos para os percursos dos feixes do objecto e da referência [7]. Basta para isso restringir a separação do objecto ao interferómetro a posições, em que a diferença de percursos entre os feixes do objecto e da referência seja ou zero ou múltiplo do comprimento da cavidade do laser. O posicionamento do objecto tem de ser feito tendo em consideração o comprimento de coerência do laser, caso contrário não se observarão franjas de interferência. Outra consideração a ter em conta, é a de garantir que ambos os feixes tem o mesmo plano de polarização na superfície do detector, isto pode ser assegurado usando fibras com elevada birefringência que mantém a polarização.

Um dos aspectos mais difíceis no alinhamento deste sistema, é satisfazer o requisito de que o feixe de referência deve divergir do centro da lente formadora de imagem e iluminar uniformemente o sensor de CCD. De uma forma prática isto é geralmente feito olhando directamente para a lente formadora de imagem ajustando-se a extremidade da fibra óptica, até que esta apareça no centro da lente formadora de imagem e simultaneamente ilumine uniformemente o sensor de CCD.

5.2.6 Teoria

No ESPI ou Holografia-TV Para registar um holograma é necessário gerar dois feixes a partir de uma fonte de luz coerente. Um deles, chamado feixe objecto, é usado para iluminar a superfície do objecto a ser registado e o outro, o feixe de referência, é dirigido directamente para o plano do holograma. Na holografia TV o meio de registo é o alvo de uma câmara de CCD. Da sobreposição dos dois feixes na superfície do fotodetector resulta um padrão de interferência em que a fase do feixe objecto é convertida numa distribuição de amplitude. Desta forma é possível registar a distribuição de fase do feixe objecto com detectores quadráticos convencionais. Na figura 6 apresenta-se esquematicamente um dispositivo típico de interferometria holográfica com registo electrónico de hologramas [14].

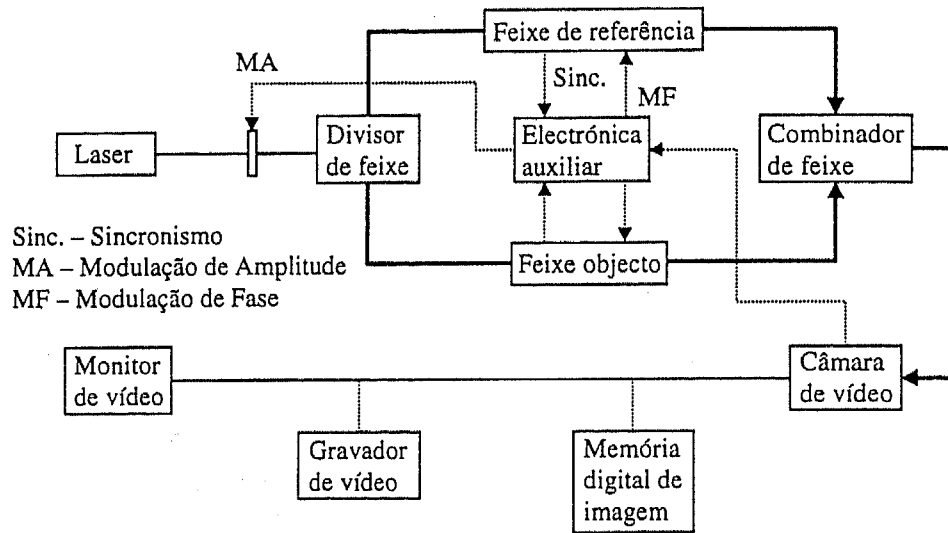


Figura 6. Representação esquemática de um dispositivo de holografia TV.

Os feixes referência e objecto são descritos pelas seguintes equações:

$$A_r = a_r \exp(i\phi_r) \quad (5.2)$$

e

$$A_o = a_o \exp(i\phi_o) \quad (5.3)$$

em que a_i é a amplitude ϕ_i é a fase e os índices r e o representam respectivamente a referência e o objecto. Da combinação de ambos os feixes no plano do fotodetector, obtemos uma distribuição de intensidade, proporcional ao quadrado da amplitude, e que pode ser descrita pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |A_o + A_r|^2 \\ &= a_o^2 + a_r^2 + A_o A_r^* + A_r A_o^* \end{aligned} \quad (5.4)$$

Na equação anterior, os dois primeiros termos representam a autocorrelação de ambos os feixes, enquanto que os dois últimos são os termos de correlação cruzada e contêm informação sobre a superfície do objecto.

O termo $A_o A_r^*$, onde o símbolo "*" representa o complexo conjugado, contêm toda a informação sobre o feixe objecto e permite a sua posterior reconstrução.

A distribuição de intensidade descrita pela equação (5.3) é registada pelo fotodetector e convertida num sinal eléctrico que é enviado para uma placa de processamento de imagem. Este sinal é amostrado pelo *hardware* de aquisição de imagem, convertido em níveis de cinzento pelas LUTs (*Look up Tables*) e armazenado na memória do computador. Cada imagem é representada por uma matriz de *pixels* de acordo com a resolução do sistema de imagem (no LOME/INEGI é normalmente de 512x512 *pixels* com um nível de cinzento a variar no intervalo 0 a 255).

A introdução de uma onda de referência provoca uma mudança significativa no comportamento do padrão de *speckle* quando o objecto é deformado. Dado que o padrão de *speckle* que se observa resulta da interferência de dois campos coerentes, a intensidade do campo resultante depende da distribuição relativa da fase dos campos adicionados. Se o objecto for deformado a fase relativa dos dois campos vai alterar-se originando uma variação em intensidade do padrão resultante. O padrão de *speckle* deformado coincidirá com padrão inicial (correlacionado) se a variação da diferença de caminhos for um múltiplo inteiro de λ , comprimento de onda da luz, e ocorrerá uma alteração total do contraste (descorrelacionados) para uma variação múltipla ímpar de $\lambda/2$. A interferometria de padrão de *speckle* baseia-se na medição das alterações num padrão de *speckle*, obtido através da sobreposição coerente de dois campos independentes, como função da diferença de fase entre os dois campos. As franjas na interferometria de *speckle* surgem da correlação das duas distribuições de intensidade dos dois padrões de *speckle* obtidas antes e depois da deformação do objecto. As regiões de correlação são obtidas como sendo as localizações dos pontos que sofreram uma alteração de fase de 2π , ou seu múltiplo, entre os dois padrões de *speckle* resultantes.

A interferência resultante é capturada por uma câmara de CCD e exibida num monitor. Assemelha-se a um padrão de *speckle* de elevada definição. Os *speckles* parecem mover-se aleatoriamente à medida que o objecto é perturbado originando uma alteração de fase entre os dois feixes. A formação de franjas em ESPI depende do tipo de deformação que é imposta ao objecto.

Para uma situação estática em que os padrões de *speckle* são registados antes e depois da deformação, são usadas técnicas de correlação para produzir franjas, i.e. adição e subtracção de padrões de *speckle*.

À medida que o objecto se vai deformando as imagens são continuamente capturadas e subtraídas, ou adicionadas, *pixel a pixel* ao feixe de referência, i.e. a imagem de *speckle* capturada antes da deformação ter início. Desta forma é possível observar a forma das franjas e as alterações à medida que a deformação continua. Se em qualquer altura existirem muitas franjas na imagem por forma a serem efectivamente resolvidas, pode-se gravar uma nova referência.

Quando o objecto estiver a vibrar, e o período de oscilação do objecto for inferior ao tempo de imagem da câmara de vídeo, podem-se ver as franjas em tempo real no monitor. Isto é chamado formação de franjas em tempo médio (*time average*).

Os padrões de franjas representam o movimento da superfície durante a deformação. Para analisar estes padrões, utiliza-se no ESPI uma técnica designada por *phase-shifting* (alteração de fase) para obter o mapa de fase e consequentemente o mapa de deformações a partir do padrão de interferência. A intensidade do feixe resultante I_1 antes da deformação pode ser dado pela seguinte expressão:

$$I_1 = I_0 + I_r + 2\sqrt{I_0 I_r} \cos \phi \quad (5.5)$$

em que $I_0 = U_0 U_0^*$ e $I_r = U_r U_r^*$ são as intensidades médias do feixe objecto e do feixe de referência respectivamente e ϕ é uma fase composta entre eles e que incorpora um termo de fase do *speckle* que varia aleatoriamente ao longo da imagem (termo de interferência cruzada). A fase vai mudando aleatoriamente ao longo do objecto e como tal nenhuma informação útil se pode obter daqui. Se o objecto for então deformado, de uma quantidade d , irá resultar daqui uma alteração de fase $\Delta\phi$:

$$I_2 = I_0 + I_r + 2\sqrt{I_0 I_r} \cos(\phi + \Delta\phi) \quad (5.6)$$

com:

ϕ : Diferença de percurso óptico devido ao comprimento geométrico dos braços e devido à rugosidade do objecto $\phi = \phi_o - \phi_r$.

$\Delta\phi$: Causado pela deformação do objecto.

Após subtracção:

$$I = |I_2 - I_1| = 2\sqrt{I_0 I_r} [\cos(\phi + \Delta\phi) - \cos(\phi)] \quad (5.7)$$

Quando $\Delta\phi = 2n\pi$, em que n é um número inteiro, I_1 e I_2 tem máxima correlação e assim a intensidade resultante é zero, correspondendo às franjas escuras. A correlação mínima ocorre quando $\Delta\phi = (2n+1)\pi$ e a intensidade resultante será máxima, correspondendo às franjas claras. Assim a equação (5.7) representa um padrão de franjas no qual as franjas representam áreas onde ocorreu uma alteração de fase de $2n\pi$ entre os campos antes e depois da deformação.

O contraste das franjas é significativamente mais pobre na adição, dado que a intensidade de fundo permanece.

O maior problema inerente a todos os sistemas de ESPI é incapacidade de distinguir entre franjas de deformação e franjas causadas pelo movimento de corpo rígido. Se um objecto for

sujeito a uma compressão ou lhe for aplicada uma tensão, existe sempre um elemento de movimento de corpo rígido quando todo o objecto se move como um bloco. Este movimento não tem de ser grande para produzir franjas num sistema de ESPI as quais são exactamente iguais às franjas de deformação. Isto tem levado a resultados incorrectos na medição de deformações com ESPI e ainda não existe nenhuma forma eficiente para superar este efeito.

Outros problemas associados ao ESPI, incluindo o sistema de contorno (*contouring*), tem a ver com o facto da superfície ter de ser relativamente rugosa comparada com o comprimento de onda da fonte, e a superfície tem de ser contínua dado que os sistemas de ESPI não podem medir variações bruscas de cota. Assim o ESPI não é indicado para superfícies lisas ou descontínuas. Outro problema comum aos sistemas de ESPI é o fraco contraste das franjas. Para analisar eficientemente as franjas estas devem ter um contraste relativamente elevado. Os factores que conduzem a um contraste pobre incluem baixa intensidade dos feixes, diferença de intensidades entre os dois feixes, instabilidade térmica e mecânica.

Assim, a técnica de ESPI está principalmente baseada na técnica de correlação de *speckle* o que origina por isso um sinal mais ruidoso. De qualquer forma podem-se obter padrões de franjas em tempo real de muito boa qualidade e com elevado contraste, dando após alguns passos de processamento de imagem, informações muito interessantes sobre as características mecânicas do objecto estudado.

5.3 As técnicas holográficas no estudo de vibrações

5.3.1 Tempo médio

A interferometria holográfica tem provado estar bem adaptada à Mecânica Experimental, permitindo medições de deslocamentos estruturais em condições de carga estática ou dinâmica. Sendo técnicas de campo, sem contacto, estão particularmente bem adaptadas ao estudo de fenómenos dinâmicos.

Para registar hologramas em tempo médio o objecto é posto a vibrar harmónicamente num dos seus modos próprios durante a exposição do holograma. Desta forma a frente de onda do objecto é modulada pela vibração deste e pode ser descrita pela expressão:

$$A_o = a_o \exp(ikyz \cos \omega t) \quad (5.8)$$

nesta expressão ω é a frequência de vibração do objecto, z é a amplitude de vibração e y depende da direcção de iluminação e observação.

Se o período de vibração for muito menor que o tempo de exposição, vários ciclos de vibração serão registados em cada holograma.

Desta forma, integrando ao longo do período de vibração, vamos obter, para a distribuição de intensidade, a seguinte equação:

$$I(x, y) \propto |a_o|^2 J_0^2[kyz] \quad (5.9)$$



Nesta equação J_0 representa a função de Bessel de ordem zero e resulta da modulação de frequência durante o processo de registo. Na figura 7 representa-se a função de Bessel de ordem zero e o seu quadrado. Em registos de tempo médio cada franja representa pontos de igual amplitude de vibração. Dado que vários ciclos de vibração são integrados em cada holograma não fica registada a fase do movimento.

Os hologramas de tempo médio têm um aspecto peculiar devido à modulação de intensidade da função de Bessel. A primeira franja é cerca de cinco vezes mais intensa que a segunda, tal facto pode ser observado na figura 8, aonde as franjas claras representam os nodos (pontos estacionários) da vibração, e as franjas escuras correspondem a pontos que sofreram a mesma amplitude de deslocamento.

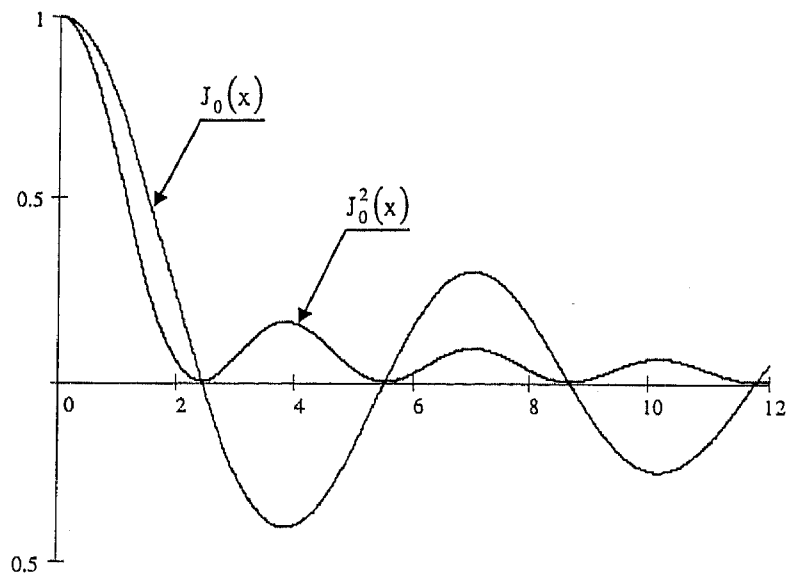


Figura 7. Representação gráfica da função de Bessel de ordem zero e do seu quadrado.

Com esta técnica de correlação é possível aceder às formas próprias de vibração de uma estrutura fazendo um varrimento da frequência de excitação e registando os padrões correspondentes a cada frequência própria. Estas frequências são facilmente detectadas pelo aumento da amplitude de vibração quando são atingidas pela excitação.

Quando comparadas com as técnicas convencionais de análise modal, as técnicas de interferometria holográfica têm a vantagem de serem técnicas de campo e não necessitarem de qualquer contacto.

A análise modal pode ser feita facilmente recorrendo à Holografia TV com correlação em tempo médio. Neste caso pode aceder-se aos modos próprios dos objectos, contendo a informação sobre toda a parte visível do objecto, sem necessidade de usar qualquer transdutor montado na superfície deste. Esta característica é muito importante quando se estudam objectos de pequena massa os quais qualquer ligeira alteração da sua massa alterará de forma drástica o seu comportamento.

Uma aplicação importante da interferometria holográfica em tempo médio é na redução da emissão acústica. Esta técnica foi aplicada ao estudo da tampa de um motor de um automóvel [25]. Na figura 8 mostra-se uma das imagens obtidas para a análise modal da referida tampa.

Como se pode ver pela figura, quando este elemento é excitado por esta frequência, só uma parte da tampa vibra. Esta informação pode ser muito útil para estudar a melhor forma de obter o amortecimento mais conveniente eliminando assim frequências de vibração indesejáveis.

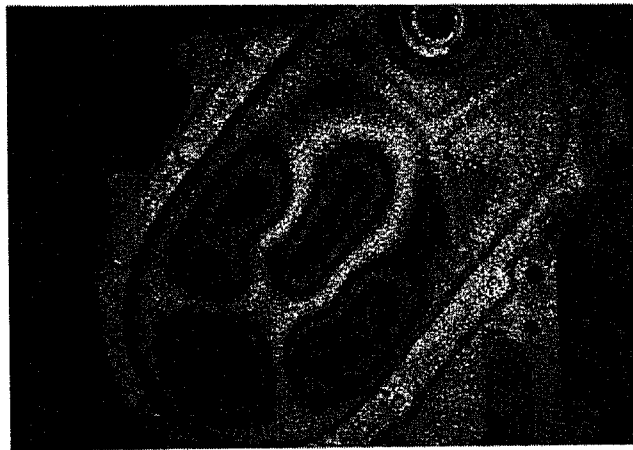


Figura 8. Registro em tempo médio da tampa de um motor a vibrar numa das suas frequências próprias [25].

Sendo possível obter directamente o modo de vibração, esta técnica pode ser muito útil na detecção das características estruturais que influenciam o comportamento dinâmico dos objectos. Na figura 9 mostra-se um modo próprio obtido a partir de uma placa rectangular de material compósito que foi excitada acusticamente com um altifalante. Pode detectar-se uma diferença de espessura entre os dois lados livres da placa devido à perda de simetria do modo próprio. Este efeito continuava a verificar-se para modos de ordem superior.

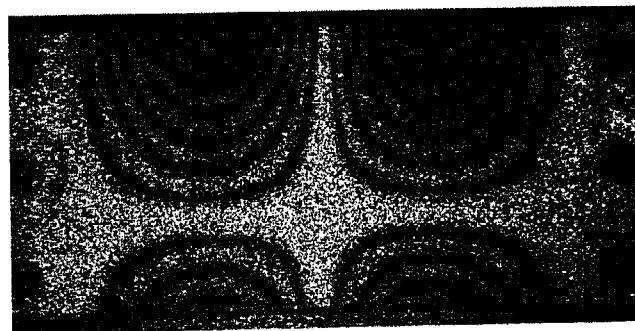


Figura 9. Gravação em tempo médio do padrão de interferência correspondente a um dos modos próprios de uma placa rectangular de material compósito.

As direcções de ortotropia podem também ser detectadas por estes meios, tal como foi demonstrado [26,27]. Na figura 10 mostram-se os 2º, 4º e 6º modos de duas placas de material compósito excitadas acusticamente. Estas placas foram construídas de forma a que exibissem uma forte ortotropia. Assim a placa correspondente às três primeiras imagens da figura 10 era constituída por oito camadas de fibra de carbono numa matriz de epóxico, em que as fibras estavam todas orientadas com um ângulo de 90º em relação ao eixo horizontal. As restantes três

imagens eram de uma placa também constituída por oito camadas de fibras mas agora as fibras estavam todas orientadas segundo um ângulo de 45° em relação ao eixo horizontal. Como se pode ver pelas figuras, a orientação dos modos próprios acompanha as direcções principais de ortotropia, tal efeito é perfeitamente visível no caso da placa da figura 6 em que as fibras faziam um ângulo de 45° [26].

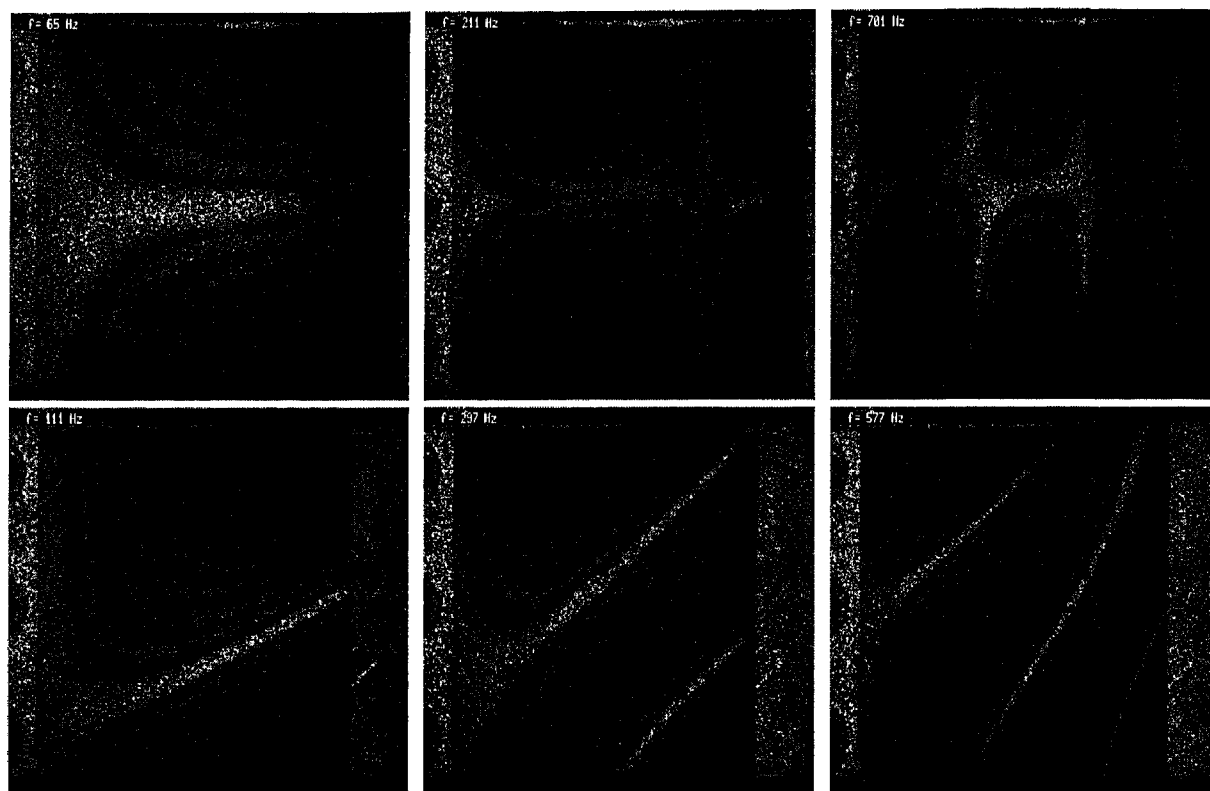


Figura 10. Placas de material compósito, a vibrar no 2º, 4º e 6º modo próprio. As três primeiras imagens correspondem a uma placa constituída por 8 camadas de fibra todas orientadas a 90° em relação ao eixo horizontal. As restantes três imagens correspondem a uma placa constituída por 8 camadas de fibra todas orientadas a 45° .

5.3.2 Dupla exposição

No que diz respeito à correlação por dupla exposição, esta técnica está bem adaptada ao estudo de fenómenos transitórios. Usada com lasers pulsados é possível ter acesso à distribuição de deslocamentos entre dois instantes conhecidos. A figura 11 é um exemplo desta técnica aplicada à medição de uma onda de flexão numa placa de aço. Nesta situação só estão disponíveis dois registos da superfície o que exige rotinas de cálculo de fase especiais. Neste caso foi utilizada uma rotina baseada no ajuste sinusoidal de uma portadora espacial para calcular a diferença de fase entre dois hologramas. Esta portadora é gerada no padrão de franjas primárias através da colocação da referência ligeiramente deslocada do eixo óptico da lente.

Em todas as aplicações das técnicas de interferometria holográfica a resolução é da ordem do comprimento de onda da luz. Quando se aplicam técnicas de processamento de imagem é

possível aumentar a resolução de uma ordem de grandeza, o que significa que deslocamentos da ordem de décimas do micrómetro, ou até menores, podem ser facilmente medidos.

Na técnica de correlação por dupla exposição são registados dois instantes diferentes da superfície do objecto. A subtracção dos dois interferogramas é feita posteriormente, resultando num padrão interferométrico que descreve a distribuição de deslocamentos que o objecto sofreu entre as duas exposições. Representando os dois interferogramas registados por A_{01} e A_{02} , tal como nas equações (5.2) e (5.3), depois da sua correlação vamos obter para a distribuição de intensidades, a seguinte expressão [28]:

$$I \propto K \{1 + \cos[k(\phi_{02} - \phi_{01})]\} \quad (5.10)$$

em que K é um termo constante e k é o vector de onda que é igual a $2\pi/\lambda$. O argumento em coseno representa a diferença de fase entre os dois interferogramas. Na figura 11 está representado um holograma de dupla exposição obtido para um fenómeno transitório devido ao impacto de uma esfera de aço na superfície de uma placa de aço com 10 mm de espessura [29].

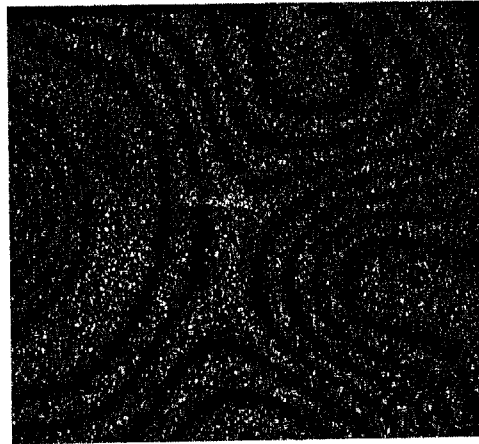


Figura 11. Holograma de dupla exposição obtido para a propagação de uma onda devida ao impacto de uma esfera de aço contra a superfície de uma placa de aço.

Em oposição aos padrões de franjas de tempo médio, os obtidos por dupla exposição tem franjas cuja fase é linearmente proporcional aos deslocamentos.

Usando o dispositivo representado esquematicamente na figura 6, operando em modulação de amplitude, é possível amostrar fenómenos transitórios e obter padrões de franjas interferométricos que representam os deslocamentos ocorridos entre as duas exposições. No entanto, esta técnica tem uma eficiência luminosa muito baixa. Esta técnica requer no entanto um tipo de laser especial, os lasers pulsados, que podem emitir feixes de elevada energia em períodos de tempo muito curtos. Com estas fontes de luz é possível iluminar fenómenos rápidos de tal forma que podem ser considerados como estando “parados” durante o tempo de exposição. Entre estes lasers temos os lasers de Ruby que podem emitir energias até alguns Joules por impulso com uma frequência máxima de cerca de 4 pares de impulsos por segundo. Estes lasers são bastante utilizados em holografia e quando usados com detectores de CCD, apresentam como maior inconveniente a sua baixa taxa de repetição, não permitindo a

visualização de franjas em tempo real. No entanto, o laser de Ruby é fácil de sincronizar pelo fenómeno a ser estudado, sendo esta a maior razão pela qual foi largamente usado. Outro tipo de laser que tem vindo a ser desenvolvido e pode ser usado nesta aplicação é o laser de Nd:YAG. Hoje em dia estes lasers podem ser operados com taxas de repetição até 300 Hz e energias por impulso que podem chegar aos 100 Joules. Progressos recentes na industria laser permitiram construir lasers de Nd:YAG bombeados por díodos laser. Desta forma é hoje possível construir sistemas laser de Nd:YAG muito compactos com elevada energia por impulso. Este tipo de laser está hoje em dia a ser investigado a fim de ser integrado em sistemas de interferometria holográfica com registo em CCD. O LOME dispõe actualmente de um laser de ND:YAG estando a ser alvo de estudo a sua aplicação nestes sistemas. Alguns resultados de holografia TV com um laser deste tipo foram já publicados [30].

Quando se estudam fenómenos transitórios, se estes forem não destrutivos, podem ser repetidos e, ajustando o tempo entre impulsos, varridos ao longo do seu período.

Quando se usa a correlação em tempo médio, a modulação de fase é utilizada para aumentar as capacidades de medida do sistema. Tal como foi demonstrado por [31] a modulação de fase sinusoidal (SPM) do feixe de referência pode ser aplicada para obter mapas de fase da vibração. Trabalhos posteriores demonstraram que a SPM pode também aumentar a gama de medições [32] ou a resolução da medição [33].

Usando um dispositivo de Holografia TV com correlação em tempo médio e detecção *lock-in*, Høgmoen afirma ser possível medir amplitudes de vibração de alguns Å. Para obter esta resolução a montagem deverá ser operada na zona linear da função de Bessel de ordem zero, representada na figura 12. Nesta figura o eixo horizontal representa a amplitude de vibração medida com um laser de Argon.

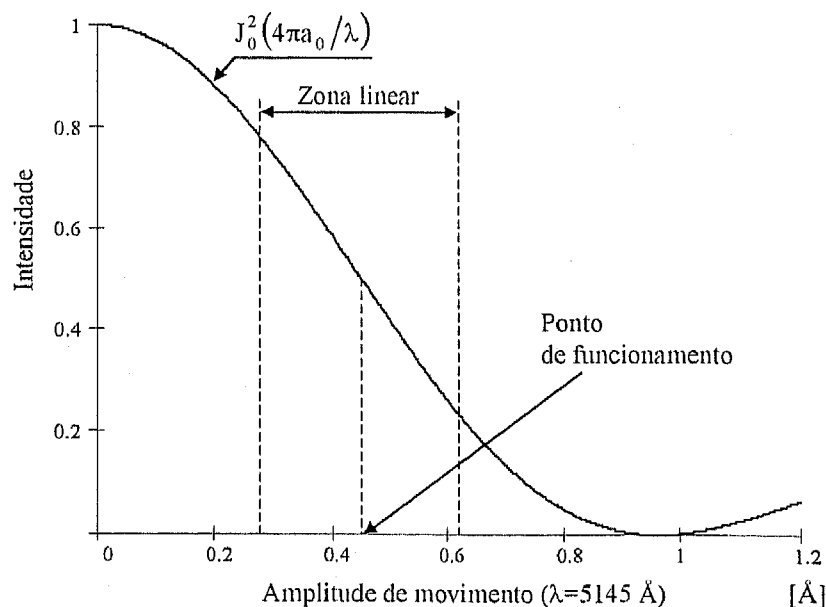


Figura 12. Medições em tempo médio na parte linear da função de Bessel de ordem zero. O ponto de funcionamento é determinado por modulação de fase sinusoidal.

5.4 Sistema de ESPI de dupla iluminação

A montagem de ESPI sensível a deslocamentos no plano é uma montagem que tem tido aplicações específicas nomeadamente na medição de deslocamentos no plano dos pontos na superfície. Foi assim desenvolvido um dispositivo de ESPI produzindo imagens de *speckle* sensível a deslocamentos no plano. Os *specklegrams* transformam-se em interferogramas pela técnica de correlação por subtração de *speckle*.

Um sistema sensível a deslocamentos no plano utiliza dois padrões de *speckle* independentes, tal como se ilustra na figura 13. Cada feixe de iluminação gera o seu próprio padrão de *speckle*, o qual combina coerentemente com o padrão de *speckle* gerado pelo feixe complementar dispersado (segundo braço do interferómetro).

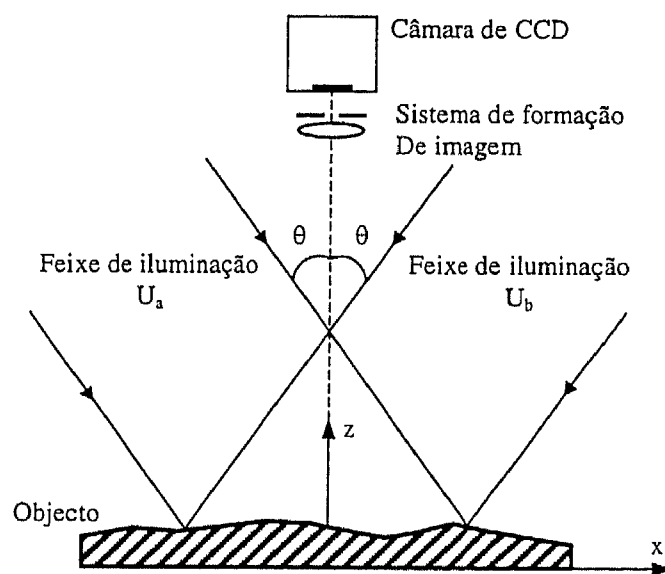


Figura 13. Sistema de ESPI sensível a deslocamentos no plano.

Se uma parte elementar da superfície for deslocada por uma pequena distância d , o comprimento de um dos caminhos ópticos será aumentado de $d \sin \theta$, ver figura 14, em que θ é o ângulo entre os feixes de iluminação e anormal à superfície, enquanto o outro caminho óptico será diminuído da mesma quantidade.

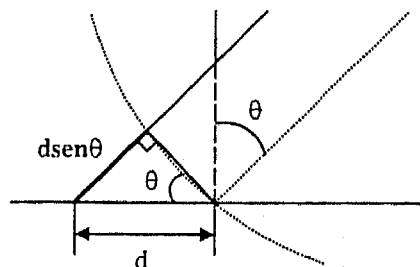


Figura 14. Feixe deslocado (*shifted*) de quantidade d .

A análise deste tipo de montagem é semelhante à feita para a montagem sensível a deslocamentos fora do plano. Assim seguindo o esquema da figura 13, o objecto é iluminado por duas frentes de onda U_a e U_b ambas inclinadas de um ângulo θ em relação à normal à superfície z . A intensidade resultante vista pela câmara é dada pela equação (5.5) [34]:

$$I_1(x, y) = I_a + I_b + 2\sqrt{I_a I_b} \cos \phi \quad (5.11)$$

onde $I_a = U_a U_a^*$, $I_b = U_b U_b^*$ são as intensidades dispersadas dos dois feixes incidentes e ϕ é uma fase composta entre eles que incorpora um termo de fase do *speckle* que varia aleatoriamente pela imagem [35].

Quando o objecto sofre um deslocamento d com componentes (d_1, d_2, d_3) , na direcção x , a alteração relativa de fase dos dois feixes dispersados pela superfície é representada pela equação

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{4\pi}{\lambda} d_1 \sin \theta \quad (5.12)$$

e a distribuição de intensidade na câmara é expressa por:

$$I_2(x, y) = I_a + I_b + 2\sqrt{I_a I_b} \cos(\phi + \Delta\phi) \quad (5.13)$$

Se efectuarmos uma subtracção das intensidades adquiridas pelo CCD antes e depois da deformação, obtêm-se a seguinte distribuição de intensidade:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |I_2 - I_1| = \left| 2\sqrt{I_a I_b} [\cos(\phi + \Delta\phi) - \cos(\phi)] \right| \\ &= 4\sqrt{I_a I_b} \left| \sin\left(\phi + \frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \end{aligned} \quad (5.14)$$

Esta distribuição de intensidade é representativa de um interferograma aonde todas as franjas ligam pontos sujeitos à mesma deformação. Se determinarmos $\Delta\phi$ (são possíveis várias técnicas), através da equação (5.12) é possível recuperar resultados quantitativos do deslocamento local d_1 .

Na equação (5.13) ϕ é um termo de fase do *speckle* aleatório, $\Delta\phi$ é uma alteração de fase devido à deformação do objecto. Numa situação prática ϕ varia lentamente relativamente a $\Delta\phi$. A equação (5.14) descreve duas funções moduladas por cada uma: a primeira com uma frequência espacial superior à segunda. A primeira expressa o *speckle* e a segunda expressa as franjas de *speckle*. Quando [35]:

$$\text{sen} \frac{\Delta\phi(x, y)}{2} = 0 \Rightarrow \Delta\phi(x, y) = 2k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (5.15)$$

formam-se as franjas escuras. Quando

$$\text{sen} \frac{\Delta\phi(x, y)}{2} = 1 \Rightarrow \Delta\phi(x, y) = (2k + 1)\pi; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (5.16)$$

formam-se as franjas claras com *speckles*.

Para uma análise no plano completa do objecto a ser inspeccionado este tem de ser iluminado de quatro direcções, situadas em dois planos perpendiculares. Assim para uma geometria de iluminação equivalente no plano yz obtém-se uma alteração de fase relativa dada pela expressão:

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} d_2 \text{sen} \theta \quad (5.17)$$

podendo assim calcular-se a componente de deformação d_2 .

Como vimos anteriormente, a alteração relativa de fase entre os dois caminhos ópticos é dada por:

$$\Delta\phi = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \text{sen} \theta = \frac{(4\pi d \text{sen} \theta)}{\lambda} \quad (5.18)$$

A correlação entre os dois campos de *speckle* antes e depois ocorre quando $2d \text{sen} \theta = n\lambda$. O espaçamento entre franjas corresponde a um deslocamento incremental d , aonde $\Delta\phi = 2\pi$, logo substituindo na equação (5.18) vem:

$$d = \frac{\lambda}{2} \cdot \text{sen} \theta \quad (5.19)$$

A sensibilidade do interferómetro pode ser modificada alterando o ângulo de incidência dos feixes de iluminação. Esta técnica mede só os deslocamento ao longo de uma direcção vectorial, vector sensibilidade, que se situa no plano dos dois feixes de iluminação ou observação na normal à linha de observação do sistema. Esta técnica pode ser usada para medir tensões superficiais, dado que temos acesso a deslocamentos sendo a partir daí possível obter as deformações e partir da diferenciação numérica das deformações obter as tensões.

Para simplificar a interpretação, as ondas de iluminação devem ser planas e simétricas em relação à normal à superfície. As franjas produzidas no ESPI sensível a deslocamentos no plano são de pior qualidade quando comparadas com as obtidas com o ESPI sensível a deslocamentos fora do plano dado que o uso de dois feixes de *speckle* vai aumentar o ruído de *speckle*. A

visibilidade máxima das franjas é obtida quando os dois feixes de iluminação tiverem a mesma intensidade e quando o objecto for sujeito a uma iluminação uniforme sobre toda a sua superfície.

Descrição experimental e metodologia

O dispositivo experimental implementado é sensível a deslocamentos no plano tanto horizontais como verticais. Para uma análise completa de deslocamentos no plano, o objecto sob estudo tem de ser alternadamente iluminado na direcção vertical e horizontal (dois planos perpendiculares). Dado que os campos de *speckle* produzidos pelos dois pares de feixes tem de ser distinguíveis, o interferómetro está restringido ao registo sequencial das duas séries de interferogramas. Os correspondentes interferogramas ambos se relacionam, *pixel a pixel*, ao mesmo ponto da superfície do objecto.

Espelhos, essencialmente, bem como qualquer outro tipo de componente do dispositivo óptico podem apresentar instabilidade mecânica durante o teste, esta instabilidade pode levar a ruído mecânico o qual origina fraco contraste das franjas. O sistema deve por isso ser montado de forma segura com a finalidade de tornar o sistema compacto e robusto.

Na figura 15 mostra-se esquematicamente o sistema de ESPI sensível a deslocamentos no plano desenvolvido no LOME, no âmbito desta tese.

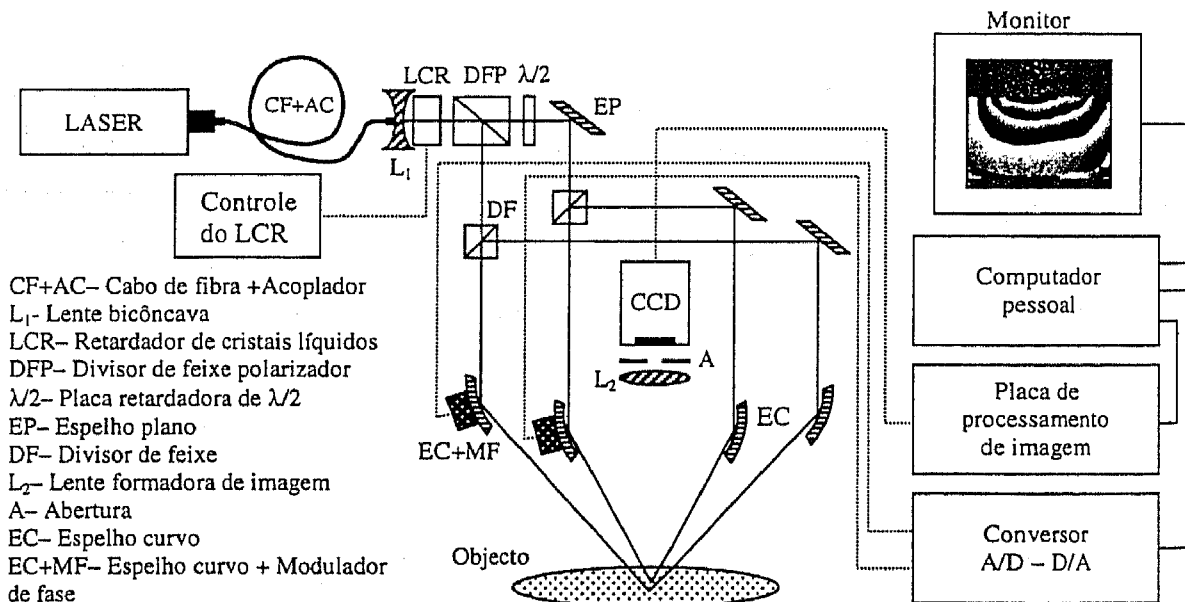


Figura 15. Dispositivo de ESPI sensível a deslocamentos no plano

Como se pode ver pela figura o sistema é sensível segundo dois planos perpendiculares. A câmara de CCD responsável pela captura das imagens dos padrões de *speckle* está ligada a uma placa de aquisição de imagem controlada pelo computador.

Uma imagem de referência é adquirida antes de ser imposta qualquer deformação ao objecto. Durante a deformação, as imagens são continuamente adquiridas e subtraídas à imagem de referência e as franjas são exibidas em tempo real no monitor. Desta forma é possível observar a forma das franjas e as alterações.

Existe um mecanismo no sistema que permite o *phase-shifting* nas duas direcções horizontal e vertical e que consiste num transdutor piezoeléctrico, controlado por uma placa A/D-D/A instalada no computador, o qual controlava um dos espelhos côncavos responsáveis pela iluminação, permitindo-nos desta forma aceder aos mapas de fase. Para que o sistema tivesse alguma portabilidade e dado que o laser de Argon que o LOME possui é de dimensões razoáveis utilizou-se um cabo de fibras ópticas para transportar o feixe laser desde o laser até à cabeça óptica responsável pelas medições.

No sentido de diminuir o número de componentes ópticos susceptíveis de introduzir ruído na montagem, utilizou-se um retardador de cristais líquidos para alternar a iluminação entre os dois planos. Este dispositivo dispõe de um controlo digital o qual permite um perfeito controlo sem introduzir qualquer ruído na montagem.

Colocando o sistema mais próximo da superfície aumentamos o ângulo entre os feixes de iluminação e a normal à superfície aumentando assim a sensibilidade do sistema.

O laser utilizado para iluminação emite no verde com um comprimento de onda de 514 nm. Conhecendo o ângulo de iluminação, o qual pode ser calculado tal como se mostra na figura 16, é possível saber com precisão o deslocamento horizontal ou vertical correspondente à distância entre pares consecutivos de franjas escuras e claras. A geometria usada para o dispositivo sensível a deslocamentos no plano determina com exactidão o deslocamento equivalente a um par de franjas preto e branco (fase de 2π). Da figura 16 tira-se que:

$$\theta = \arctg \frac{b}{a} \quad (5.20)$$

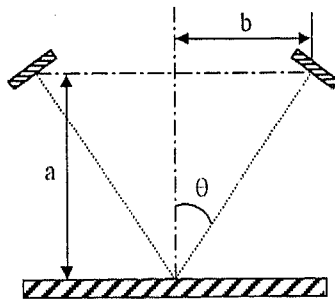


Figura 16. Características geométricas do dispositivo sensível a deslocamentos no plano.

Da expressão (5.19) sabemos que:

$$d = \frac{\lambda}{2} \cdot \sin \theta \quad (5.21)$$

$$d = \frac{514 \times 10^{-9}}{2} \cdot \sin \theta$$

Ou seja cada par de franjas escura e clara, ver figura 17, corresponde a uma diferença de fase de 2π e a um deslocamento real no plano de d .

À medida que a deformação no objecto em estudo decorre o interferograma degrada-se, i.e. a visibilidade das franjas diminui, devido à limitada resolução do sistema formador de imagem e por vezes devido à des correlação do *speckle*.

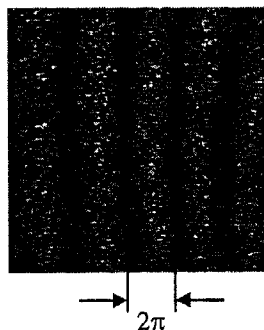


Figura 17. Fase de 2π .

5.5 Montagem híbrida

Surgem por vezes situações em que são necessárias as duas montagens de ESPI em simultâneo [36]. É possível a construção de um dispositivo que contemple esta dupla capacidade, ou seja a capacidade de medir deslocamentos fora do plano e no plano, sem haver a necessidade de andar a mudar de dispositivo. No entanto esta montagem é relativamente complicada devido ao elevado número de componentes. Na figura 18, mostram-se duas imagens de padrões de franjas na vizinhança de uma fenda. O objectivo deste trabalho foi o de utilizar um procedimento experimental baseado na interferometria holográfica associado a técnicas de processamento de imagem com o objectivo de avaliar o factor intensidade de tensão ao longo de uma fenda existente numa placa. Aplicou-se uma carga uniformemente em tracção o que conduziu a uma abertura e rotação da extremidade ao longo da linha de fenda. Depois de efectuados cálculos para interpretação numérica do padrão de franjas, levou à avaliação do factor de intensidade de tensão ao longo da linha da fenda, seguindo a base teórica do modelo conhecido por *Line-Spring*.

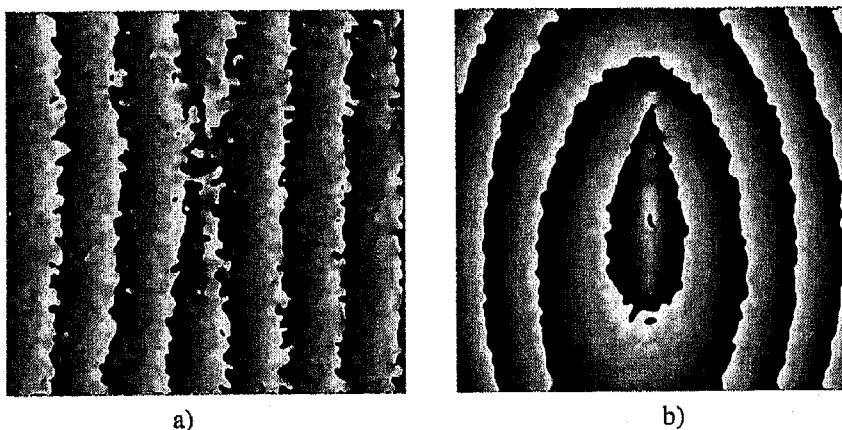


Figura 18. Interferogramas da zona da fenda: a) deslocamento no plano, b) deslocamento fora do plano. A linha da fenda é perfeitamente visível no centro da figura devido á concentração do padrão de franjas.

5.6 Mecanismos de modulação de fase *Phase Shifting*

Os interferogramas obtidos com o ESPI contêm informação relativa à deformação ocorrida. Os padrões de franjas tem de ser analisados para se obterem dados quantitativos. A inspecção visual pode ser útil para resultados qualitativos, dado que os deslocamentos podem ser medidos contando o número de franjas através da superfície de um objecto de dimensões conhecidas. O deslocamento entre cada franja é determinado pelo dispositivo óptico, assim pode-se medir o deslocamento total. No entanto este é um método imperfeito e os erros podem ser bastante grandes. Para se obterem resultados exactos deve ser levada a cabo uma rigorosa análise.

Usando uma outra técnica conhecida por *phase shifting* ou *phase stepping*, pode-se obter uma análise quantitativa e automática dos interferogramas.

O *phase shifting* é baseado na introdução de uma quantidade conhecida de deslocamento lateral, chamado *phase-step*, no padrão interferométrico e o efeito resultante é um movimento dos picos de intensidade através do padrão. O *phase-step* é introduzido quer como passos de fase (*phase steps*) calibrados ou como modulação de fase periódica contínua.

Os deslocamentos de fase (*phase shifts*) podem ser introduzidos de várias formas:

- através do movimento micrométrico de um espelho acoplado a um transdutor piezoeléctrico, alongamento de uma fibra óptica, dupla refacção em modulação electro-óptica ou uma mudança do índice de refacção (o caminho óptico de um dos feixes é modificado),
- outra forma consiste em alterar ligeiramente a frequência (Δf) da luz emitida pela fonte coerente o que resulta no deslocamento da fase em ambos os braços do interferómetro [37].

A modulação de fase é obtida por desvios de fase conhecidos, introduzidos através da alteração da diferença de caminhos ópticos entre os dois feixes do interferómetro. Na figura 3, para o sistema de ESPI convencional e na figura 15 para o sistema de ESPI sensível a deslocamentos no plano, este desvio de fase é obtido através do movimento de um espelho acoplado a um transdutor piezoeléctrico. Este está colocado no feixe de referência, que ao originar pequenos deslocamentos do espelho provoca alteração no comprimento do percurso óptico do feixe de referência.

Nas Figuras 4 e 5, para sistemas de ESPI com a referência em fibra óptica, o desvio de fase pode ser obtido enrolando um bocado de fibra óptica do braço do feixe de referência, em torno de um cilindro piezoeléctrico sujeitando a fibra a alguma tensão, esticando-a um pouco à medida que se vai enrolando [38]. Quando uma tensão é aplicada ao cilindro piezoeléctrico, as suas dimensões alteram-se e modificam o estado de tensão da fibra enrolada no PZT. Esta alteração modifica o comprimento da fibra óptica, alterando assim o comprimento do percurso óptico do feixe de referência.

Para que possamos introduzir desvios de fase conhecidos é necessário calibrar o PZT, para isso temos de saber a relação entre a tensão aplicada e a modulação de fase, neste sistema isso é levado a cabo pelo computador, que possui uma rotina para esse efeito permitindo assim controlar de forma automática e eficaz a modulação de fase.

A distribuição de fase através de uma imagem pode ser determinada usando interferometria *phase stepped*. Aqui, vamos explicar os fundamentos da interferometria *phase stepped*, usando a figura 19.

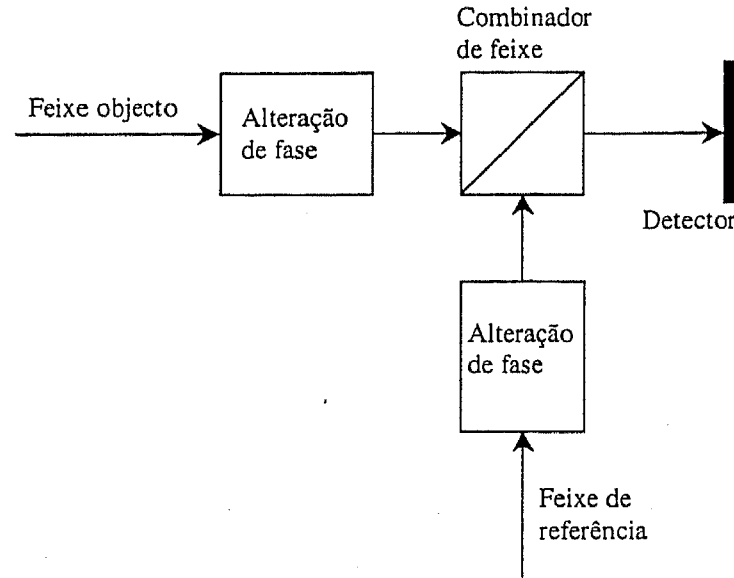


Figura 19. Princípios do método *phase stepping*.

Num interferómetro, como o descrito na figura 3, a luz vinda da fonte é dividida em dois feixes por um divisor de feixe. Um dos feixes é usado para iluminar um objecto, o outro é usado como feixe de referência. Ambos os feixes objecto e referência depois de reflectidos respectivamente pelo objecto e por espelho são recombinaos no mesmo elemento divisor de feixe, que agora funciona como combinador de feixe. Ambos os feixes são dirigidos para um detector que regista o padrão de interferência gerado.

Ao introduzir uma mudança de fase no feixe de referência ou feixe objecto, a diferença de fase entre o feixe objecto e de referência é alterada. Como já vimos a intensidade do padrão de *speckle* depois da deformação é dado pela equação (5.6):

$$I_2 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi + \Delta\phi) \quad (5.22)$$

em que ϕ é o termo da fase do *speckle* que indica a fase relativa entre as ondas objecto e referência ($\phi_o - \phi_r$). Depois do deslocamento vai haver uma alteração de $\Delta\phi$ em ϕ . Precisamos de saber esta alteração de fase óptica, $\Delta\phi$, entre as duas imagens e quantificar o correspondente deslocamento. Medindo $\Delta\phi$ podemos obter informação útil sobre as características mecânicas do objecto em estudo.

O *phase shifting* pode ser aplicado às franjas de ESPI de uma forma simples e efectiva. A técnica de *phase shifting* mais comum é uma em que a fase num dos braços do interferómetro é dividida e introduzida em N passos iguais de tal forma que o *phase shift* total seja igual a 2π . Combinando as N+1 equações podemos eliminar as incógnitas triviais na equação de interferência resolvendo-a em ordem a $\Delta\phi$. Se N=3, capturam-se 4 imagens separadas de $\pi/2$ e $\Delta\phi$ pode ser calculada para todos os *pixels*.

Inicialmente são adquiridas, antes da deformação, quatro imagens de referência do padrão de interferência entre os feixes objecto e referência apropriadamente deslocadas em fase. A imagem de *speckle* correspondente à deformação é então subtraída de cada uma das quatro imagens de referência inicialmente deslocadas em fase. Ao fazer isto podem-se obter quatro interferogramas deslocados em fase de $\pi/2$ e depois usados como entradas para o algoritmo de quatro imagens.

Com as técnicas de processamento de imagem, após digitalização, convertamos a intensidade de cada *pixel* do padrão de franjas em fase. Isto é conhecido por *Phase Extraction*.

Depois o desenvolvimento bidimensional xy acumulado da fase das franjas ($2k\pi$) será então por sua vez convertido em diferenças de distâncias métricas, permitindo-nos extrair informação mais facilmente do interferograma, o terceiro parâmetro z o qual juntamente com as coordenadas xy produz imagens tridimensionais. Todo este processo é conhecido por *Phase Unwrapping* ou *Contouring*.

O efeito visual resultante é um deslocamento dos picos de intensidade através do padrão de franjas:

$$\Delta\phi(x, y) = \arctg \left[\frac{(I_3(x, y) - I_1(x, y))}{(I_0(x, y) - I_2(x, y))} \right] \quad (5.23)$$

em que I_0 , I_1 , I_2 e I_3 são as intensidades respectivamente da primeira, segunda, terceira e quarta imagens. Isto garantindo que o passo de fase entre cada imagem seja de $\pi/2$. Repetindo este procedimento após a deformação pode-se calcular a alteração fase relativa $\Delta\phi$. Isto conduz ao cálculo de fase no domínio de $-\pi$ a π .

Uma equação que determina a fase usando três imagens com passo de fase de $2\pi/3$ é:

$$\Delta\phi(x, y) = \arctg \left(\frac{\sqrt{3}(I_3(x, y) - I_2(x, y))}{2I_1(x, y) - I_2(x, y) - I_3(x, y)} \right), \quad (5.24)$$

Dado que o campo de *speckle* varia espacialmente de forma acentuada em termos de intensidade, a modulação de intensidade diferirá consideravelmente de elemento de quadro para elemento de quadro. A modulação de intensidade é definida por:

$$I_M(x, y) = 2\sqrt{I_R(x, y)I_0(x, y)}, \quad (5.25)$$

na qual $I_R(x,y)$ é a intensidade do feixe de referência, e $I_o(x,y)$ o feixe vindo do objecto. Para obter uma óptima precisão de medida, é necessária uma grande modulação de intensidade. Isto requer uma relação óptima entre as potências dos feixes de referência e objecto [39], tal como pode ser deduzido da Equação (5.25).

Um procedimento denominado por desembrulhar da fase (*phase-unwrapping*) tem de ser levado a cabo para restaurar os múltiplos desconhecidos de 2π para cada *pixel*. Em princípio este procedimento pode ser alcançado comparando a diferença de fase entre *pixels* adjacentes. Quando a diferença de fase é superior a π (*thresholding*), adiciona-se ou subtrai-se 2π aos restantes *pixels* nas linhas e o processo é repetido ao longo das colunas. A presença de ruído ou descontinuidades geométricas torna este processo complexo e os erros são por vezes difíceis de evitar. Porém tem sido desenvolvidos novos algoritmos melhorados para o cálculo de *phase-shifting* e *phase unwrapping* [40], por forma a superar estas ineficiências. Pode ser utilizado o cálculo da média das imagens para melhorar a qualidade das franjas o que por seu lado vai melhorar as performances dos algoritmos de *phase-shifting*.

No caso da interferometria de padrão de *speckle*, a precisão da medida será fortemente afectada pelo elevado conteúdo de ruído de *speckle*. Jones e Wykes [41] demonstraram que as técnicas de deslocamento de fase podem alcançar uma resolução da ordem dos $2\pi/5$ radianos, o que é vinte vezes menor que o valor obtido para imagens holográficas ou interferométricas. Estudos posteriores [42] sobre a qualidade das franjas de ESPI demonstraram que é possível alcançar melhorias notáveis filtrando e aumentando o contraste dos interferogramas de *speckle* antes de se aplicar qualquer algoritmo de extracção de fase. De um ponto de vista quantitativo [43], a pré filtragem espacial das imagens de ESPI pode aumentar a precisão até valores que são típicos em interferometria ($2\pi/100$).

5.7 Técnicas de processamento de imagem

Quer se utilize correlação em tempo médio, quer em dupla exposição a informação respeitante à amplitude/deslocamento do objecto é codificada na distribuição de fase dos interferogramas. Assim, aplicando uma rotina de cálculo de fase é possível isolar a informação correspondente à distribuição de amplitude/deslocamento.

Nas rotinas de cálculo de fase está envolvida uma função arco tangente para calcular a fase de cada ponto [44], isto conduz a mapas de fase modulo 2π , normalmente chamados mapas de fase embrulhados. Estão disponíveis vários algoritmos para desembrulhar a fase eliminando as descontinuidades e obter assim uma distribuição contínua de amplitude/deslocamento.

Na figura 20(a) apresenta-se uma imagem da fase embrulhada, obtida a partir do padrão de franjas representado na figura 2 e após um processo de filtragem no sentido de eliminar ruído – neste caso *speckle* que não continha informação (modulação), aonde é possível ver as descontinuidades ou saltos de 2π . Como já referimos anteriormente a passagem da figura 2 aonde só tínhamos *speckles* brancos e pretos para uma imagem como a da figura 20(a) aonde passamos a ter níveis de cinzento de branco a preto, resulta num aumento de uma ordem de grandeza na medição. É possível ainda dar um outro aspecto a esta imagem efectuando o

desembrulhar da fase (*unwrapping*), ver figura 20(b), aonde é possível ver agora a eliminação das descontinuidades passando a ter uma distribuição contínua.

As técnicas de processamento de imagem podem também ser utilizadas para melhorar a apresentação dos resultados, reduzindo o tempo de medição e facilitando a interpretação dos resultados. Na figura 21 dão-se alguns exemplos, ainda em relação à imagem da figura 2.

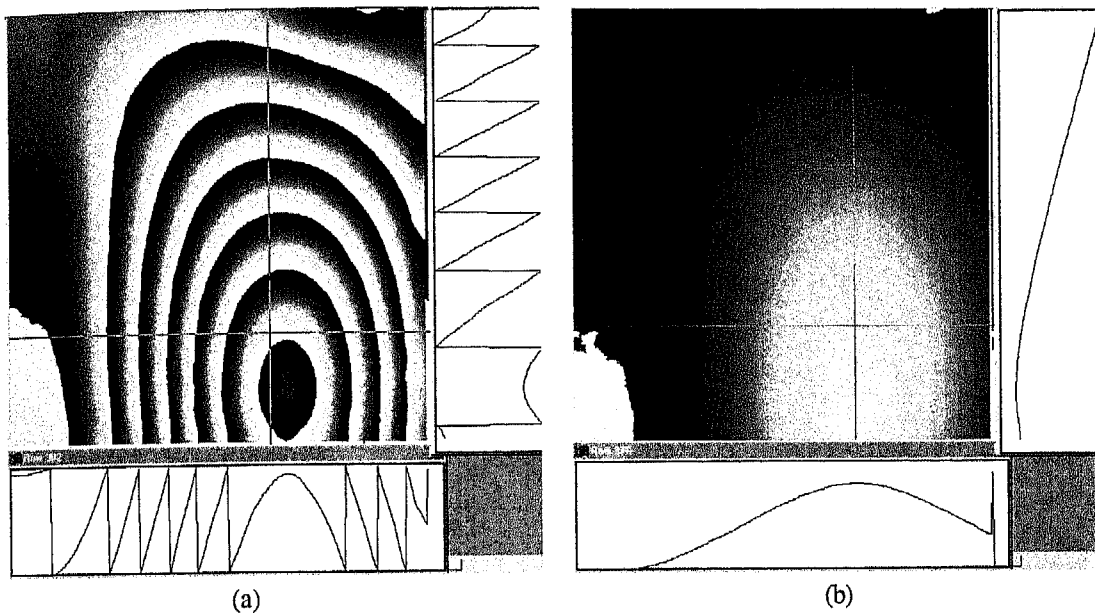


Figura 20. Mapas de fase. (a) Fase embrulhada, (b) fase desembrulhada.

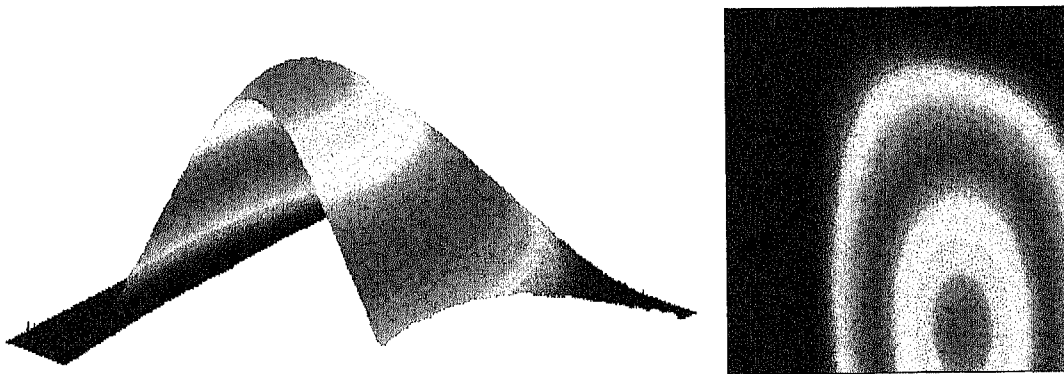


Figura 21. Levantamento tridimensional e respectivas curvas de nível

Em alguns casos depois do processamento de imagem é possível apresentar os resultados de uma forma mais compreensível, tal como se mostra na figura 22. Nesta representação pseudo-tridimensional, é perfeitamente visível a forma como a placa da figura 9 vibra.

Embora algumas rotinas sejam de utilização geral outras são especialmente desenvolvidas para determinada aplicação. Por exemplo, o cálculo de fase pode ser obtido por outros algoritmos dependendo da forma como o interferograma é registado [45]. O mesmo se aplica para os algoritmos para desembrulhar a fase, os quais deverão ser escolhidos de acordo com a quantidade de ruído presente no mapa de fase.

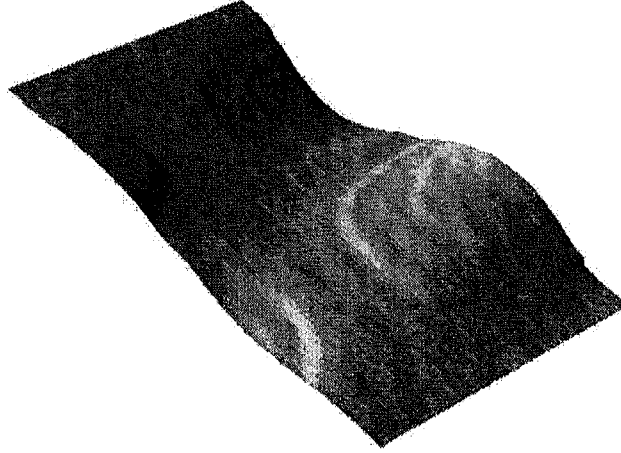


Figura 22. Apresentação pseudo tridimensional de uma das posições ocupadas pela placa e obtida a partir da imagem anterior.

5.8 Deformações e Tensões

O deslocamento da superfície de um objecto é completamente descrita por um vector $\vec{u} = (x, y, z)$, em que as coordenadas x , y e z estão restritas à superfície do objecto, definido pela função [46]:

$$z = f(x, y) \text{ ou } F(x, y, z) = z - f(x, y) = 0 \quad (5.26)$$

O gradiente do vector, $\mu_{ik} = \nabla \vec{u}$, pode ser separado aditivamente numa parte simétrica ε_{ik} e numa antissimétrica Ω_{ik} [47].

$$\begin{cases} \mu_{ik} = \nabla \vec{u} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = \varepsilon_{ik} + \Omega_{ik}; \\ \varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki} = \frac{1}{2}(\mu_{ik} + \mu_{ki}); \\ \Omega_{ik} = -\Omega_{ki} = \frac{1}{2}(\mu_{ik} - \mu_{ki}) \end{cases} \quad (5.27)$$

Se os componentes μ_{ik} são pequenos quando comparados com a unidade, então ε_{ik} é a matriz das deformações e Ω_{ik} é a matriz das rotações do elemento de volume.

Para deformações elásticas de um material isotrópico, as relações entre tensões σ_{ik} e deformações ε_{ik} são dadas pela lei de Hooke

$$\sigma_{ik} = \frac{E}{1 + \nu} \left[\varepsilon_{ik} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \delta_{ik} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \right] \quad (5.28)$$

em que E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson ($\delta_{ik}=1$ para $i=k$ e $\delta_{ik}=0$ para $i \neq k$). Para a discussão das relações entre deslocamento superficial e tensão superficial, é apropriado seleccionar o sistema de coordenadas x, y, z para um ponto P do objecto de forma que o eixo z seja paralelo à normal à superfície e os eixos x e y sejam paralelos ao plano tangencial, ver figura 23.

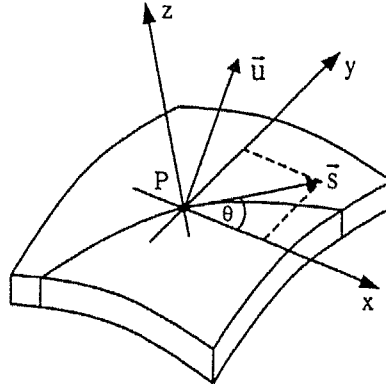


Figura 23. Coordenadas do objecto (x, y, z) num ponto da superfície P : z tem a direcção da normal à superfície, $\vec{u}$ é o deslocamento da superfície, $\vec{s}$ é o plano tangencial.

Do deslocamento observado na superfície, não é possível determinar completamente $\nabla \vec{u} = \partial u_i / \partial x_k$, uma vez que só temos acesso às variações de $\vec{u}(x, y, z)$ ao longo da superfície $z=f(x, y)$. Isto significa que só podemos obter as seis componentes:

$$\mu_{i\alpha} = \frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha} \quad (5.29)$$

O índice α é usado para as componentes no plano (u_x, u_y) e para as coordenadas no plano (x, y). As três restantes componentes:

$$\mu_{iz} = \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (5.30)$$

tem de ser determinadas a partir de relações adicionais. Essas relações são obtidas a partir das condições de fronteira conhecidas na superfície do objecto. Sendo dadas por:

$$T_k = n_i \sigma_{ik} \quad (5.31)$$

o que significa que as forças externas T_k estão em equilíbrio com as componentes da tensão normal à superfície. Na maioria dos casos práticos, a superfície sob observação está livre de forças externas ($T_k=0$). Isto implica que $\sigma_{zi}=0$, i.e., todas as componentes normais da tensão são nulas, levando juntamente com as equações (5.27) e (5.28) às três relações adicionais:

$$\begin{cases} \mu_{xx} = -\mu_{xx} \\ \mu_{yz} = -\mu_{zy} \\ \mu_{zz} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\mu_{xx} + \mu_{yy}) \end{cases} \quad (5.32)$$

Com as equações (5.27) e (5.32), o gradiente do vector deslocamento da superfície μ_{ik} pode ser completamente determinado a partir da observação do vector deslocamento $\bar{u}$ na superfície.

As expressões para as componentes da deformação podem ser calculadas a partir dos campos de deslocamento de acordo com as equações (modelo plano de tensão):

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \\ \varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right); \\ \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right); \\ \varepsilon_{xz} = 0; \\ \varepsilon_{yz} = 0 \end{cases} \quad (5.33)$$

As componentes do vector rotação $\bar{\Omega}$ são dadas por

$$\begin{cases} \Omega_x = \Omega_{xy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \Omega_y = \Omega_{xz} = -\frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \Omega_z = \Omega_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (5.34)$$

As componentes do tensor das tensões pode ser determinado utilizando a lei de Hooke dada pela equação (5.28).

5.8.1 Deformações a partir do ESPI

A informação realmente relevante para a Engenharia Mecânica são as tensões. Podemos a partir dos interferogramas obtidos com o ESPI obter as deformações e, sendo conhecidas as propriedades mecânicas dos materiais que constituem os elementos estruturais, é possível, pelo menos em materiais homogêneos e isotrópicos, obter as distribuições de tensões ao longo da área em estudo

Assim por exemplo pode-se a partir da montagem de ESPI sensível a deslocamentos no plano, obter as componentes u_x e u_y , as quais são suficientes para se obter o estado de tensão em pontos da superfície a qual está neste caso submetida a um estado plano de tensão. Esta é já a situação com que se depara sempre que se pretende medir o estado de tensão num ponto recorrendo a extensometria eléctrica, de longe a técnica mais vulgarizada para este tipo de aplicação. Pode-se assim desenvolver um sistema que pode substituir com vantagens as convencionais rosetas de extensómetros.

Como vimos esta técnica de campo permite obter de uma só vez a distribuição dos deslocamentos em duas direcções perpendiculares u_x e u_y . Teoricamente o conjunto de dois padrões de franjas de deslocamento, campos U_x e U_y , é suficiente para determinar qualquer deformação no plano, ε_{xx} , ε_{yy} e ε_{xy} de acordo com as equações (5.33). Para isso é necessário derivar as imagens dos interferogramas obtidos, algo que não é trivial uma vez que nestas imagens a presença de ruído é inevitável e a derivação amplifica grandemente esse ruído, como tal para se obterem bons resultados as imagens devem estar isentas de ruído o que pode ser feito recorrendo a rotinas de amaciamento, com as quais é possível reduzir a influência deste elemento indesejável nos resultados finais.

As derivadas cruzadas, são críticas em termos de sensibilidade a rotações de corpo rígido. Felizmente, esta rotação de corpo rígido não provoca uma influência significativa na derivação directa. Como consequência os valores das deformações normais não são afectadas [48].

Derivar uma imagem exige bastante em termos de cálculo. Vários autores apresentam algumas soluções. Nas figuras 24 e 25 apresenta-se uma sequência de uma solução para derivação de uma imagem obtida com uma montagem de ESPI sensível a deslocamentos no plano [49].

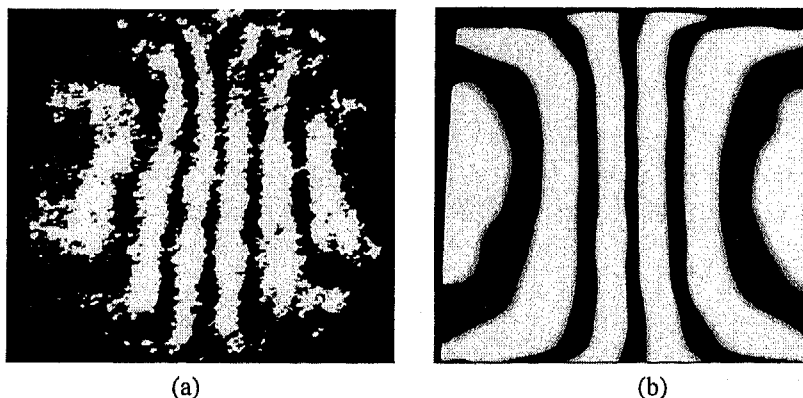


Figura 24. (a) Interferograma com franjas, (b) franjas isentas de ruído de uma imagem do tipo (a).

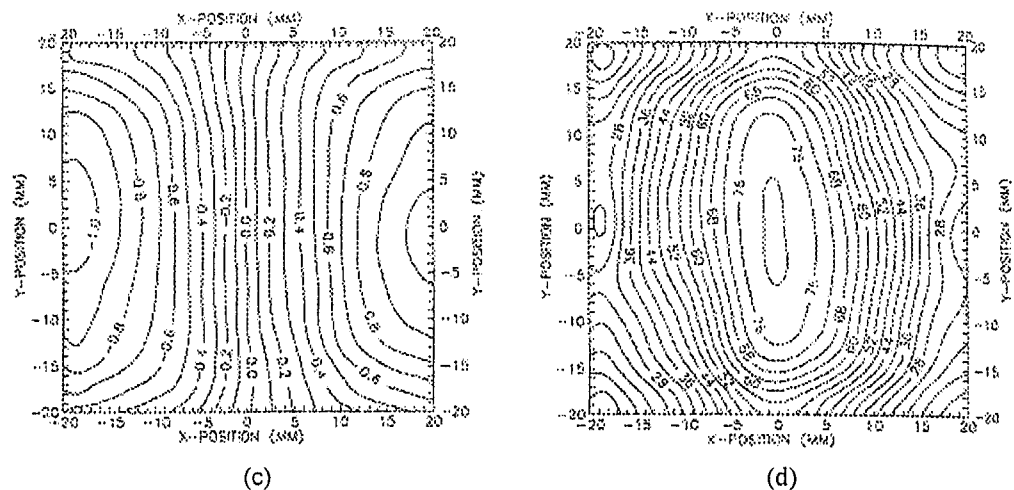


Figura 25. (a) campo de deslocamentos (microns) da imagem da figura 24(b), (b) campo de tensões (microtensões) da mesma imagem.

No entanto o método descrito nas figuras 24 e 25 não nos parece ser o mais correcto uma vez que a passagem directa da figura do tipo da 24(a) para a figura 24(b), sem a modulação de fase implica perda de informação e uma diminuição na resolução da medida.

Uma outra forma possível de derivar uma imagem do tipo das obtidas com ESPI, consiste em partir da imagem depois de desembrulhada a fase e obter a matriz da imagem em níveis de cinzento (0 a 255 níveis). Assim por exemplo para calcular a derivada segundo a horizontal, depois de obtida a matriz, os dados de cada linha horizontal da matriz são aproximados a uma função polinomial de ordem elevada (quanto mais elevada melhor). Depois de obtidos os polinómios basta derivá-los para assim obtermos as deformações [50].

Referências:

- [1] J.A. Leendertz, J. Phys.E (Sci. Instr.) 3, p 214 (1970).
- [2] J.N. Butters, J.A. Leendertz, Proc. Electro-Optics '74 Intern. Conf (Brighton, England 1971) p 189.
- [3] O.J. Lokberg, "Sound in Flight: measurement of sound fields by use of TV holography", Applied Optics, 33, pp 2574-84 (1994).
- [4] P. Aswendt, R. Hofling, "Speckle interferometry for analysing anisotropic thermal expansion-application to specimens and components", Composites, 24, pp 611-617(1993).
- [5] J.N. Butters, J.A. Leendertz, Proc. Electro-Optics '74 Intern. Conf. (Brighton, England 1972) p 43.
- [6] Butters, J. N.; Leendertz, J. A.; "Speckle Pattern and Holographic Techniques in Engineering Metrology", Optics and Lasers Technology, pp.26-30, 1971.
- [7] K. Creath and G. A. Slettemoen, "Vibration-observation techniques for digital speckle-pattern interferometry", Journal of the Optical Society of America, Vol.2, N°10, pg. 1629-1636, 1985.

- [8] Løkberg, O. J.; Malmo, J. T.; Strand, A.; "TV-holography - a Tool for Vibration Measurements", Noise & Vibration Control Worldwide, pp.286-289, 1987.
- [9] Lage, A.L.V.S.; "Técnicas Ópticas na Análise de Fenómenos Dinâmicos"; Tese de doutoramento, Faculdade de Engenharia do Porto, 1987.
- [10] Ennos, A. E.; "Measurement of in-plane Surface Strain by Hologram Interferometry", Journal of Sci. Instruments, Jour. Of Physics E, Serie 2, Vol. 1; pp.731-734, 1968.
- [11] J. N. Butters and J. A. Leendertz, "Holographic and Video Techniques Applied to Engineering Measurement", Transaction of the Institute of Measurement and Control, 1971.
- [12] C. Joenathon and M. Khorana, "Phase-Measuring Fiber Optic Electronic *Speckle* Pattern Interferometer: Phase step Calibration and Phase drift Minimization", Opt. Eng., Vol 31, p 315, 1992.
- [13] A. A. M. Maas, H. A. Vrooman, "In-Plane Strain Measurement by Digital Phase Shifting Interferometry", SPIE Laser Interferometry, Vol. 1162, 1989.
- [14] M. A. P. Vaz, "Interferometria Laser e Métodos Híbridos em Mecânica Experimental", Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1995.
- [15] B. F. Pouet, and S. Krishnaswamy, "Additive/subtractive decorrelated electronic *speckle* pattern interferometry", Optical Engineering, Vol.32, N°6, pg. 1360-1369, 1993.
- [16] Monteiro, J. A.; et al;"A Miniaturized Electronic *Speckle* Pattern Interferometer", Mechanics in Design Symposium 96, Hamilton, Ontario, Canada, 1996.
- [17] C. Wykes, J. N. Butters and R. Jones, "Fringe contrast in electronic *speckle* pattern interferometry system", Applied Optics, Vol.20, N°5, pg. 720-722, 1981.
- [18] J. C. Davies, C. H. Buckberry, J. D. C. Jones and C. N. Panell, "Development communications of a fibre optic electronic *speckle* pattern interferometer (ESPI)", SPIE Vol.863 Industrial Optoelectronic Measurement Systems Using Coherent Light, pg. 194-207, 1987.
- [19] Jones, R.; Wykes, C.; "General Parameters for the Design and Optimisation of Electronic *Speckle* Pattern Interferometry"; Optica Ata, Vol. 28, n°7, pp.949-972, 1981.
- [20] K. Biederman, and L. Ek, "A recording and display system for hologram interferometry with low resolution image devices", Journal of Physics E: Scientific Instruments, Vol.8, pg. 571-576, 1975.
- [21] A. M. P. P. Leite, "Optical fibre illuminators for holography", Optics Communications, Vol.28, N°3, pg. 303-308, 1979.
- [22] G. Eisenstein and D. Vitello, "Chemically etched conical microlens for coupling single-mode lasers into single-mode fibers", Applied Optics, Vol.21, N°19, pg. 3470-3474, 1982.
- [23] H. Honmou, and M. Itoh, "Optical coupling of laser diode array to single mode fiber array with heat-treated hemispherical microlens", Electronics Letters, Vol.31, N°10, pg. 793-794, 1995.
- [24] F. M. F. Santos, "Implementação de um transdutor de força por microcurvatura de uma fibra óptica", Relatório de progresso do módulo I&D, FEUP, 1993.

- [25] Vaz, M. A.; Melo, F. Q.; Rodrigues, J. F.; Gomes, J. F.; "Noise and Vibration Analysis of an Automobile Engine Component"; Machine Vibration, 5, pp.63-70, Springer-Verlag, London, 1996.
- [26] T.L.R.C. Martins, "Caracterização de Ortotropia em Placas Epóxico Carbono Utilizando Técnicas Interferométricas", Tese de Mestrado submetida à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1996.
- [27] Martins, T. L.; Melo, F. Q.; Monteiro, J.," Characterisation of the Directions of Material Orthotropy in Carbon-Epoxy Plates Using Modal Analysis"; ADINA , 11th ADINA CONFERENCE, 18-22 Jun, Cambridge, MASS, 1997.
- [28] Ostrovsky, T.I.; Bustosov, M.M.; Ostrovskaya,G.V.; "Interferometry by Holography", (Ed. MacAdam, D.L.), Springer-Verlag, Berlim, 1980.
- [29] Pedrini, et al; "Transient Vibration Measurements by Using Multi-pulse Digital Holography"; (a ser publicado).
- [30] Smigielski, P."Cineholography in non-destructive testing"; Critical review paper, SPIE Int.; Congress Proc. , Boston, USA, 1992.
- [31] Aleksoff, C.C.; "Temporally Modulated Holography", Applied Optics, Vol. 10, nº 6, pp. 1329 - 1341, 1971.
- [32] Løkberg, O.J.; Høgmoen, K.;"Use of Modulated Reference Wave in Electronic *Speckle* Pattern Interferometry", Journal of Physics E, 9, pág. 847- 851, 1976.
- [33] Høgmoen, K.;Løkberg, O.J.; "Detection and Measurement of Small Vibrations Using Electronic *Speckle* Pattern Interferometry", Applied Optics, Vol. 16, nº 7, pág. 1869 - 1875, 1977.
- [34] M. Facchini, P. Zanetta; "Estimation of Masonry Mechanical Characteristics by ESPI Fringe Interpretation"; Optics and Lasers in Engineering, 23, 277-290, 1995
- [35] H. Fan, J. Wang, Y. Tan; "Simultaneous Measurement of Whole In-Plane Displacement Using Phase-Shifting ESPI"; Optics and Lasers in Engineering, 28, 249-257, 1997
- [36] J.M. Monteiro, M.A.P. Vaz, F.Q. Melo, F.F.S. Gomes; "Use of Interferometric Techniques for Measuring the Displacement Field in the Plane of a Part-Through Crack Existing in a Plate"; 15th Symposium "Danubia - Adria"on Experimental Methods in Solid Mechanics; September 30 - October 3; Bertinoro; Forli; Italy; 1998.
- [37] Albrecht, D.; Langhoff, A., "Development of an E.S.P.I. Portable Measurement Head", Technical Note - March 98 – J. R. C. - Ispra - Italy - E. E. C.
- [38] C. Joenathan and B. Khorana, "Phase-measuring fiber optic electronic *speckle* pattern interferometer : phase step calibration and phase drift minimization", Optical Engineering, Vol.31, Nº2, pg. 315-321, 1992.
- [39] A.A.M. Maas, "Phase shifting *speckle* interferometry", Thesis DUT, january 1991.
- [40] D. C. Ghiglia and L. A. Romero, "Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transform and iterative method", J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 11, Jan 1994.
- [41] R. Jones, C. Wykes, "Holographic and *Speckle* Interferometry", Cambridge University Press, 1993.

- [42] D. W. Robinson, Reid G. T., "Interferogram Analysis: Digital Fringe Pattern Measurement Techniques", Iop Publishing Ltd., 1993.
- [43] Oppenheim A. V., Shafer R. W., "Digital Signal Processing", Prentice Hall, 1975.
- [44] Creath, K.; "Phase-Measurement Interferometry Techniques ", in Progress in Optics, Ed. E. Wolf, Vol. XXVI, Cap. 5, pp. 351-391, 1988.
- [45] Chousal, J. A.; "Técnicas de Processamento de Imagens Obtidas por Métodos Ópticos em Análise Experimental de Tensões", Tese de Douturamento a ser apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [46] R. Dändliker, B. Eliasson; "Accuracy of Heterodyne Holographic Strain and Stress determination"; Experimental Mechanics; Vol. 19; Nº 3; 93-101; March 1979.
- [47] J.F.S. Gomes, "Teoria da Elasticidade. Fundamentos e Aplicações", FEUP.
- [48] M. Tu, P.J. Gielisse, W. Xu; "Whole Field Displacement and Strain Rosets by Grating Objective *Speckle* Method"; SPIE; Vol. 1554 A; 593-601; 1991.
- [49] <http://www.asnt.org/techInfo/solution/jan98solutions/jan98sol.htm#Strainoptic>
- [50] S. Nakadate, H. Saito; "Fringe Scanning *Speckle*-Pattern Interferometry"; Applied Optics; Vol. 24; Nº 14; July; 1985.

CAPÍTULO 6

6.1 Fundamentos da óptica

6.1.1 Introdução

6.1.2 Fórmulas paraxiais

6.1.2.1 Número f e abertura numérica

6.1.2.2 O invariante óptico

6.1.2.3 Formulas de combinação paraxial

6.1.2.4 Distância focal efectiva (DFE)

6.1.2.5 Localização do ponto focal da combinação

6.1.2.6 Localização do ponto principal secundário da combinação

6.1.3 Factores de performance

6.1.4 Difracção

6.1.5 aberrações

6.1.5.1 Aberrações esféricas

6.1.5.2 Astigmatismo

6.1.5.3 Coma

6.1.5.4 Curvatura de campo

6.1.5.5 Distorção

6.1.5.6 Aberração cromática

6.1.6 Forma da lente

6.1.7 Combinação de lentes

6.1.7.1 Razão conjugada infinita

6.1.7.2 Razão conjugada unitária

6.1.8 Efeitos da difracção

6.1.8.1 Abertura circular

6.1.9 Espelhos

6.2 Fibras ópticas

6.2.1 Fundamentos das fibras

6.2.2 Tipos de fibras

6.2.2.1 Fibras multimodo

6.2.2.2 Fibras monomodo

6.2.2.3 Fibras monomodo com preservação de polarização

6.2.3 A fibra como guia de onda dielétrico: Modos da fibra

6.2.4 Atenuação

6.2.5 Parâmetros úteis da fibra

6.2.6 Acoplamento da luz nas fibras

6.2.7 Como escolher uma fibra

Referências

6.1 Fundamentos de óptica [1,2,3,4,]

6.1.1 Introdução

A tarefa de escolher o elemento correcto para um sistema óptico pode ser uma tarefa árdua. No entanto, para muitas aplicações, alguns cálculos simples permitem seleccionar a óptica apropriada, ou em última análise, reduzir a escolha a uma pequena lista.

O processo para resolver virtualmente qualquer problema de engenharia óptica consiste em dividir o problema em dois passos. O primeiro passo consiste em utilizar o cálculo paraxial (primeira ordem), no sentido de determinar as quantidades críticas tais como a ampliação, distâncias focais, diâmetro da abertura, e a posição do objecto e da imagem.

O passo seguinte na resolução do problema envolve a escolha de componentes baseados em valores paraxiais anteriormente obtidos, e depois avaliar a sua real performance, particularmente os efeitos das aberrações. Uma análise realmente rigorosa para todos os sistemas ópticos com excepção dos mais simples requer o traçado de raios por computador, mas mais uma vez, podem ser utilizadas simples generalizações, especialmente quando o processo de selecção está limitado a um certo número de tipos de componentes.

Na prática, a fase da avaliação da performance pode revelar conflitos com constrangimentos do desenho, tais como tamanho dos componentes, custo, disponibilidade do produto. Neste caso, pode haver a necessidade de alterar os parâmetros do sistema.

Deve-se frisar que esta análise inicial relaciona-se a sistemas com iluminação uniforme. Os sistemas ópticos para o caso particular de feixes Gaussianos serão analisados à parte.

6.1.2 Fórmulas paraxiais

Tipicamente, o primeiro passo na resolução de problemas ópticos é seleccionar a distância focal baseada em constrangimentos tais como ampliação ou distâncias conjugadas (distância entre objecto e imagem). A relação entre distância focal, posição do objecto, e posição da imagem é dada, ver figura 1, por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s''} \quad (6.1)$$

Por definição, a ampliação é a razão entre o tamanho da imagem e o tamanho do objecto:

$$m = \frac{s''}{s} = \frac{h''}{h} \quad (6.2)$$

Usando esta relação, podemos reformular a equação (6.1):

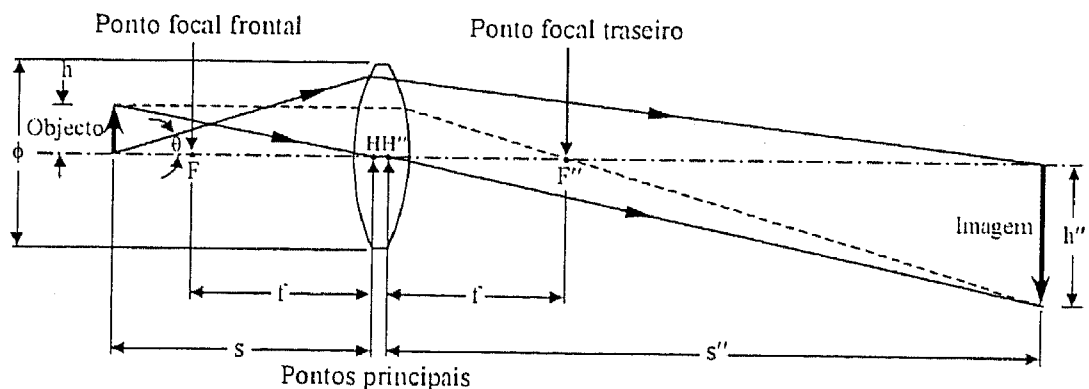
$$f = m \cdot \frac{(s + s'')}{(m + 1)^2} \quad (6.3)$$

em que $(s + s'')$ é aproximadamente a distância entre o objecto e a imagem.

$$f = \frac{sm}{m + 1} \quad (6.4)$$

$$f = \frac{s + s''}{m + 2 + \frac{1}{m}} \quad (6.5)$$

$$s(m + 1) = s + s'' \quad (6.6)$$



SIMBOLOGIA:

ϕ = diâmetro da lente

$m = s''/s = h''/h$ = ampliação, dita infinita se quer s'' ou s forem infinitos.

$\theta = \text{Arcsen}(\phi/2s)$

h = altura do objecto

h'' = altura da imagem

s = distância do objecto, positiva (quer seja real ou virtual) se situada à esquerda do ponto principal H

s'' = distância da imagem (s e s'' são denominadas distâncias conjugadas, com o objecto e a imagem em planos conjugados), positiva se a imagem (quer seja real ou virtual) estiver situada à direita do ponto principal H' .

f = distância focal efectiva (EFL), pode ser positiva (como se mostra na figura) ou negativa, f representa tanto FH como $H'F'$, supondo que as lentes estão envoltas por um meio de índice 1.0.

Figura 1. Convenção de sinais.

De notar que numa lente de espessura finita, a distância à imagem, a distância ao objecto e a distância focal são todas referenciadas aos pontos principais (H e H' - ver figura 1), e não ao centro físico da lente. Desprezando a distância entre os pontos principais da lente, conhecidos por hiatos, $s + s''$ torna-se a distância entre o objecto e a imagem. Esta simplificação, denominada por aproximação de lentes finas, pode tornar o cálculo mais rápido quando lidamos com sistemas ópticos simples.

Pode-se também utilizar um método gráfico mais simples para determinar a posição paraxial da imagem e a ampliação. Esta aproximação gráfica baseia-se em duas propriedades

simples dos sistemas ópticos. A primeira tem a ver com o facto de que qualquer raio que entre no sistema paralelo ao eixo óptico atravessa o eixo óptico no ponto focal. A segunda propriedade diz-nos que um raio que entre no primeiro ponto principal do sistema sai do sistema do segundo ponto principal paralelo à sua direcção original (ou seja, o ângulo de saída com o eixo óptico é o mesmo que o ângulo de entrada). Este método está exemplificado nas figuras 2, 3 e 4. De notar que usando a aproximação das lentes finas, esta segunda propriedade reduz-se a afirmar que um raio que passe pelo centro da lente não é desviado.

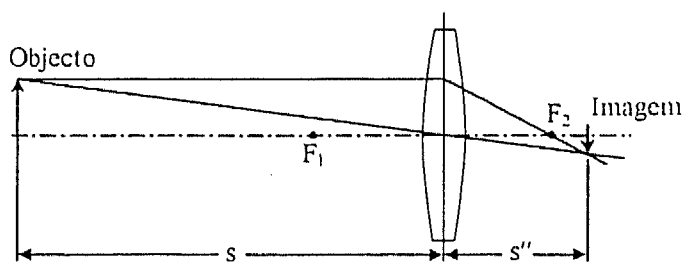


Figura 2. Lente biconvexa – imagem real.

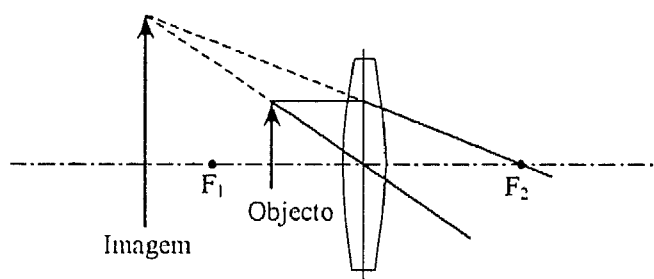


Figura 3. Lente biconvexa – imagem virtual.

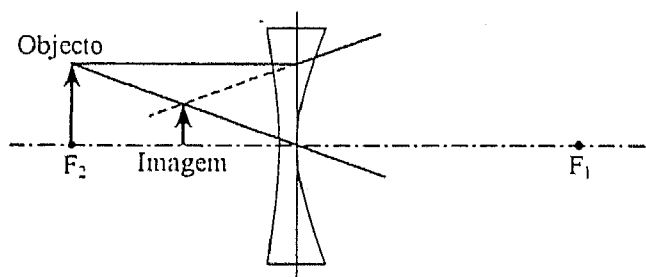


Figura 4. Lente bicôncava – imagem virtual.

6.1.2.1 Número f e abertura numérica

Os cálculos paraxiais utilizados para determinar os elementos de diâmetro necessários são baseados nos conceitos da razão focal (número f ou $f/\#$) e abertura numérica (AN). O número f é a razão entre a distância focal e a abertura luminosa do sistema (diâmetro efectivo do sistema).

$$\text{Número } f = \frac{f}{\phi} \quad (6.7)$$

Para visualizarmos o número f , vamos considerar uma lente com distância focal positiva iluminada uniformemente com luz colimada. O número f define o ângulo do cone da luz que sai da lente e que vai formar a imagem. Isto é um conceito importante quando a capacidade de processamento ou de acumulação de potência luminosa por parte do sistema óptico é crítica, tal como nos casos de focagem de luz num monocromador ou óptica de projecção de elevada potência.

Um outro termo usualmente utilizado para definir este ângulo de cone é a abertura numérica (AN). A abertura numérica é o seno do ângulo que os ângulos marginais fazem em relação ao eixo óptico. Assim e tendo em conta a figura 5, e usando trigonometria básica, podemos ver que:

$$AN = \sin \theta = \frac{\phi}{2f} \quad (6.8)$$

ou

$$AN = \frac{I}{2 \times (\text{número } F)} \quad (6.9)$$

O número f dos raios pode também ser definido para qualquer raio arbitrário, conhecendo a sua distância conjugada e o diâmetro para o qual intersecta a superfície principal do sistema óptico.

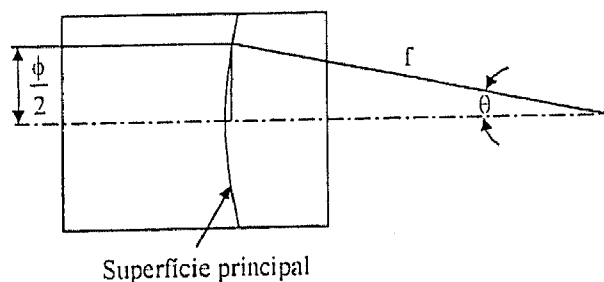


Figura 5. Número f e abertura numérica.

6.1.2.2 O invariante óptico

Para compreender a importância da AN vamos ver como se relaciona a ampliação. De acordo com a figura 6:

$$AN(\text{lado do objecto}) = \sin \theta = \frac{\phi}{2s} \quad (6.10)$$

$$AN''(\text{lado da imagem}) = \sin \theta'' = \frac{\phi}{2s''} \quad (6.11)$$

Escritas de outra forma

$$\phi = 2s \cdot \sin \theta \quad (6.12)$$

$$\phi = 2s'' \cdot \sin \theta'' \quad (6.13)$$

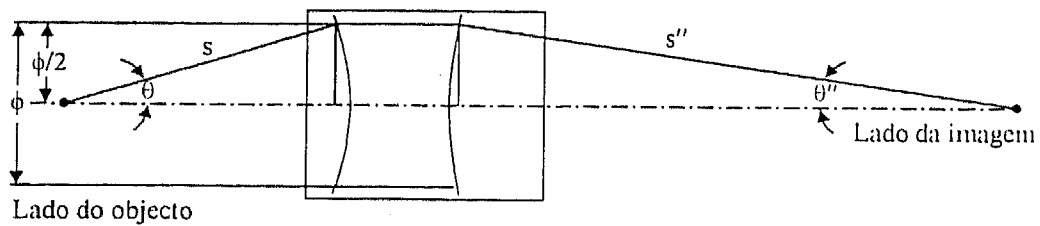


Figura 6. Abertura numérica e ampliação.

Combinando as equações (6.12) e (6.13) obtemos:

$$\frac{s''}{s} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{AN}{AN''} \quad (6.14)$$

Dado que $\frac{s''}{s}$ é a ampliação do sistema podemos escrever:

$$m = \frac{AN}{AN''} \quad (6.15)$$

Ou seja a ampliação do sistema é igual à razão das aberturas numéricas do sistema no lado do objecto e da imagem. Isto é um resultado muito importante sendo completamente geral; é independente das especificações do sistema óptico

Sendo assim como é que podemos usar esta relação para escolher o diâmetro das lentes? Quando se utiliza uma lente ou um sistema óptico para criar uma imagem de um objecto, é natural assumir que o facto de aumentarmos o diâmetro (ϕ) da lente nos vai permitir colher mais luz e assim obter imagens mais brilhantes. No entanto devido à relação entre a ampliação e a abertura numérica, existe por vezes um limite para isto. Aumentar a AN para além de um certo valor em algumas situações não tem qualquer efeito adicional na eficiência de captação de luz; existe um máximo de brilho para as imagens.

Dado que a AN de um raio é dada por $\phi/2s$, uma vez seleccionadas a distância focal e a ampliação, o valor da AN estabelece o valor de ϕ . Assim, se estivermos a lidar com um sistema

no qual a AN é constrangida tanto do lado do objecto como da imagem, aumentar o diâmetro das lentes para além deste valor vai aumentar o tamanho do sistema e os custos sem qualquer ganho em termos de performance (processamento ou brilho da imagem). Este conceito é por vezes referido como sendo o invariante óptico.

6.1.2.1 Formulas de combinação paraxial

No sentido de completar a discussão dos cálculos paraxiais, é necessário considerar a combinação de lentes. Isto porque muitos dos sistemas ópticos reais requerem várias lentes para atingir um nível de performance aceitável.

Uma aproximação aceitável para a combinação de lentes é considerar cada imagem formada por cada lente como sendo o objecto para a próxima lente e assim sucessivamente. Isto vai levar a resultados exactos mas é um cálculo demorado e por vezes desnecessário.

Em vez de optar por esta aproximação, é muito mais simples calcular a distância focal do conjunto (combinação de lentes) e a localização dos pontos principais, e depois usar estes resultados para qualquer cálculo paraxial subsequente. Podem inclusive ser usados nos cálculos do invariante óptico descrito anteriormente.

6.1.2.4 Distância focal efectiva (DFE)

As fórmulas seguintes mostram como calcular a distância focal resultante e a localização dos pontos principais para uma combinação de dois quaisquer componentes arbitrários. A aproximação para mais do que duas lentes é muito simples: basta calcular esses valores para os dois primeiros elementos, depois realiza-se o mesmo cálculo para esta combinação com a próxima lente. Continua-se este cálculo até todas as lentes do sistema terem sido incorporadas no cálculo.

A expressão para a combinação de distâncias focais é a mesma quer a distância de separação entre lentes seja grande ou pequena, e quer f_1 ou f_2 sejam positivas ou negativas:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (6.16)$$

Esta equação pode ser apresentada de outra forma mais familiar

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (6.17)$$

De notar que a fórmula é simétrica em relação ao intercâmbio das lentes (rotação extremidade para extremidade da combinação) para d constante. As duas próximas fórmulas já não são.

6.1.2.5 Localização do ponto focal da combinação

Para todos os casos,

$$s_2'' = \frac{f_2(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d} \quad (6.18)$$

6.1.2.6 Localização do ponto principal secundário da combinação

Dado que a aproximação das lentes finas é obviamente inválida para a maioria das combinações, a capacidade para determinar a localização do ponto principal secundário é vital para a determinação exacta de d' quando um novo elemento é adicionado. A fórmula mais simples para isto calcula qual a distância de que é movido o ponto principal secundário em relação ao elemento final (segundo) como sendo parte da combinação:

$$z = s_2'' - f \quad (6.19)$$

SIMBOLOGIA:

f = combinação de distâncias focais (DFE), que será positiva se o ponto focal final da combinação ficar situado à direita do ponto principal secundário da combinação, caso contrário será negativa.

f_1 = distância focal (DFE) do primeiro elemento.

f_2 = distância focal (DFE) do segundo elemento.

d = distância do ponto principal secundário do primeiro elemento ao ponto principal primário do segundo elemento (será positiva se o ponto principal primário ficar situado à direita do ponto principal secundário, caso contrário será negativo).

s_2'' = distância do ponto principal secundário do segundo elemento ao ponto focal final da combinação (localização da imagem final para o objecto à esquerda para infinito), que será positiva se o ponto focal ficar situado à direita do ponto principal secundário do segundo elemento.

z = distância ao ponto principal secundário da combinação medida a partir do ponto principal secundário do segundo elemento, que será positiva se o ponto principal secundário da combinação ficar situado à direita do ponto principal secundário do segundo elemento.

Nota: As fórmulas anteriores são paraxiais e aplicam-se a combinações tanto de lentes espessas como de lentes finas imersas em qualquer fluido com índice de refração independente da posição. Assume-se que a luz se propaga da esquerda para a direita através do sistema óptico.

6.1.3 Factores de performance

Uma vez utilizadas as formulas paraxiais para escolher os valores das distâncias focais e diâmetros dos componentes, o passo final consiste em seleccionar as lentes num catálogo comercial. Tal como em qualquer problema de engenharia, este processo de selecção envolve um certo número de variáveis, que incluem performance, custos, peso e factores ambientais.

A performance de um sistema óptico real é limitado por vários factores. Dois dos mais importantes factores que limitam a performance são as aberrações das lentes e a difracção da luz. A magnitude desses efeitos pode ser calculada com relativa facilidade.

Como é óbvio existem muitos outros factores sob os quais não nos debruçaremos e que também influenciam em menor escala a performance de um sistema óptico, tais como as tolerâncias de fabrico das lentes e alinhamento dos componentes. Deve-se ter em conta no entanto que se os cálculos indicarem um sistema de lentes este apenas cumpre o critério de performance desejado, na prática este critério pode não ser totalmente atingido devido a outros factores. Se a performance for um factor crítico, é melhor em geral seleccionar uma lente cujos cálculos apresentem resultados significativamente melhores que os desejados.

6.14 Difracção

A difracção é uma propriedade natural da luz e que resulta da própria natureza ondulatória da luz, colocando uma limitação fundamental em qualquer sistema óptico. A difracção está sempre presente, apesar dos seus efeitos poderem ser mascarados se o sistema tiver aberrações significativas. Quando um sistema óptico é suficientemente corrigido para se poder dizer que está livre de aberrações, a sua performance está só limitada pela difracção (*diffraction limited*).

No cálculo da difracção, não precisamos de considerar os factores relativos às lentes tais como forma ou índice de refração, basta-nos saber as distâncias focais e o diâmetro das aberturas.

Dado que a difracção aumenta com o aumento do número f , a determinação da performance óptima do sistema obriga por vezes a encontrar um ponto aonde a combinação desses factores tem um efeito mínimo.

6.1.5 Aberrações

Para determinar a performance exacta de um sistema de lentes, podemos traçar o caminho dos raios de luz através dele, usando a lei de Snell em cada interface óptica para determinar a direcção dos raios subsequentes. Tal processo é o chamado traçar de raios, e é normalmente feito com recurso a um computador. Quando este processo fica completo, verifica-se que nem todos os raios passam através dos pontos ou posições previstos pela teoria paraxial previamente discutida. Estes desvios da formação de imagem ideal são chamados aberrações das lentes.

A direcção de um raio de luz após a refração na interface entre dois meios homogéneos e isotrópicos de índices de refração diferentes é dado pela lei de Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (6.20)$$

Aqui θ_1 é o ângulo de incidência, θ_2 é o ângulo de refração, e ambos os ângulos são medidos em relação à normal à superfície tal como se mostra na figura 7.

Apesar de as ferramentas para a análise precisa de sistemas ópticos se tenham tornado mais fáceis de utilizar e cada vez mais disponíveis, é ainda útil dispor um método para rapidamente estimar a performance das lentes. Isto não só poupa tempo nas fases iniciais de especificação

do sistema, mas também ajuda a atingir um melhor ponto de partida para qualquer futura otimização por computador.

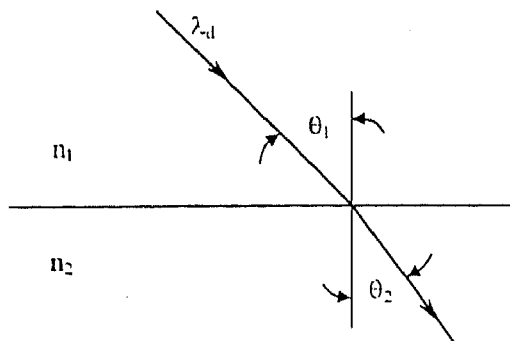


Figura 7. Refracção da luz numa interface dielétrica

O primeiro passo no desenvolvimento dessas difíceis linhas de orientação consiste em verificar que as funções seno na lei de Snell podem ser expandidas numa serie infinita de Taylor, i.e.,

$$\text{sen } \theta_1 = \theta_1 - \frac{\theta_1^3}{3!} + \frac{\theta_1^5}{5!} - \frac{\theta_1^7}{7!} + \frac{\theta_1^9}{9!} - \dots \quad (6.21)$$

a primeira aproximação que se pode fazer é simplesmente substituir todas as funções seno pelos seus argumentos, i.e., substituir $\text{sen } \theta_1$ por θ_1 e assim sucessivamente. Isto é a chamada teoria de primeira ordem ou teoria paraxial, porque só usamos os primeiros termos da expansão seno. O desenho de qualquer sistema óptico geralmente começa com esta aproximação usando as fórmulas paraxiais.

Supondo que a relação $\text{sen } \theta \approx \theta$ é razoavelmente válida para θ perto de zero, i.e., lentes com elevado número f . Com superfícies de maior curvatura (e particularmente raios marginais) a teoria paraxial apresenta um maior desvio das performances reais, porque $\text{sen } \theta \neq \theta$. Estes desvios são conhecidos por aberrações. Um sistema óptico perfeito, sem aberrações, formaria a imagem no ponto e com o tamanho indicado pela teoria paraxial, assim as aberrações são na realidade uma medida de como a imagem difere da previsão obtida com a simples teoria paraxial.

Como já foi dito, o traçado exacto de raios é a única forma rigorosa para analisar superfícies de lentes reais. Antes da invenção dos computadores esta era uma tarefa fastidiosa e morosa. Seidel circunscreveu este assunto ao desenvolver um método de cálculo das aberrações devido ao termo $\theta_1^3/3!$. Assim as aberrações resultantes de terceira ordem são chamadas aberrações de Seidel.

Para simplificar os cálculos, Seidel colocou as aberrações de um sistema óptico em várias classificações diferentes. No caso de luz monocromática são classificadas em aberrações esféricas, astigmatismo, curvatura de campo, coma e distorção. Para luz policromática também existe aberração cromática e cor lateral. Seidel desenvolveu aproximações para cada uma

dessas aberrações sem na realidade traçar um grande número de raios com todos os termos nas expansões seno.

6.1.5.1 Aberrações esféricas

Na figura 8 mostra-se como uma lente livre de aberrações foca um feixe de luz colimado. Todos os raios passam pelo ponto focal F'' . A segunda figura mostra a situação que é mais vezes encontrada nas lentes simples. Quanto mais longe do eixo óptico da lente entrar o raio, mais próximo da lente vai ser focado. A distância ao longo do eixo óptico entre a intercepção dos raios que estão próximos do eixo óptico (raios paraxiais) e os raios que entraram pela extremidade da lente (raios marginais) denomina-se aberração esférica longitudinal (AEL). A altura a que esses interceptam o plano focal paraxial é denominada por aberração esférica longitudinal (AET). Estas quantidades estão relacionadas da forma:

$$AET = AEL \times \tan u'' \quad (6.22)$$

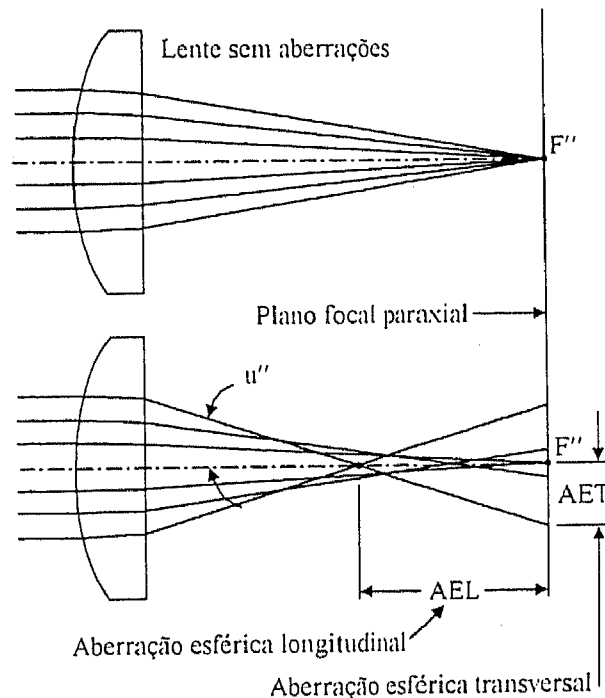


Figura 8. Aberração esférica de uma lente plano-convexa

A aberração esférica é dependente da forma da lente, orientação, e da razão conjugada aonde está a ser usado, bem como do índice de refração dos materiais presentes. A aberração esférica monocromática de terceira ordem de uma lente plano-convexa usada na razão conjugada infinita pode ser estimada por:

$$\text{Tamanho do foco devido à aberração esférica} = \frac{0.067 \times f}{f \#^3} \quad (6.23)$$

Teoricamente a melhor forma de eliminar ou reduzir a aberração esférica é fazer as superfícies da lente com o raio de curvatura variável, i.e., uma superfície asférica. Isto é feito exactamente para compensar o facto de $\sin\theta \neq \theta$ para grandes ângulos. Felizmente, a aberração pode ser virtualmente eliminada, combinando os efeitos de duas ou mais superfícies esféricas (ou cilíndricas).

Em geral, as lentes simples positivas tem uma "baixa correcção" das aberrações esféricas, as lentes negativas geralmente tem as aberrações esféricas "demasiadamente corrigidas". Combinando uma lente positiva feita de um vidro de baixo índice com uma lente negativa de elevado índice, é possível produzir uma combinação na qual as aberrações esféricas se cancelam. O exemplo mais simples disto são o par de lentes coladas (dupletos) que produzem um mínimo de aberrações esféricas.

6.1.5.2 Astigmatismo

Quando se foca um objecto fora do eixo com uma lente esférica a assimetria natural leva ao astigmatismo. O sistema parece ter duas distâncias focais diferentes.

Tal como se mostra na figura 9, o plano que contém tanto o eixo óptico como o objecto pontual é denominado por plano tangencial. Os raios situados neste plano são chamados raios tangenciais. Os raios que se encontram fora deste plano são chamados raios oblíquos. O raio principal vai do objecto pontual e atravessa o centro da abertura do sistema de lentes. O plano perpendicular ao plano tangencial que contém o raio principal é denominado por plano sagital ou radial.

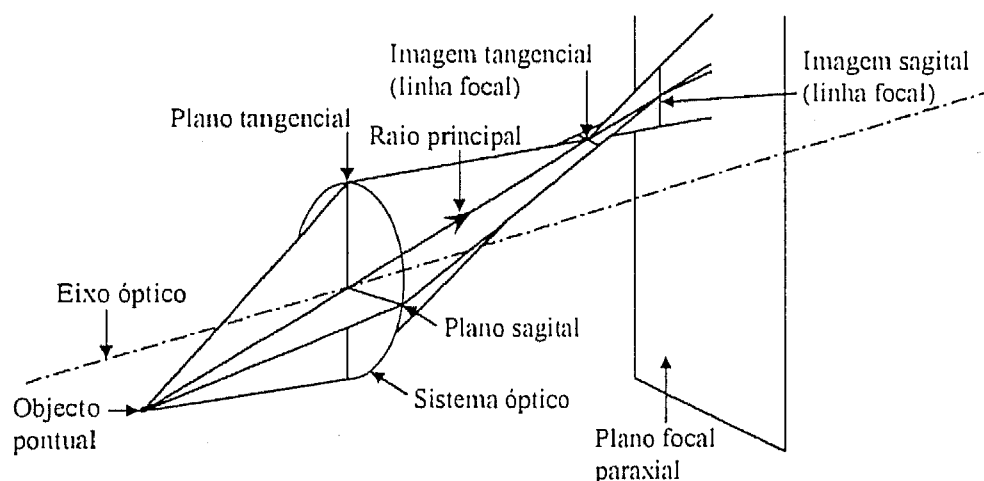


Figura 9. Representação esquemática do Astigmatismo.

Na figura vemos que os raios tangenciais vindos do objecto são focados mais perto da lente que os raios no plano sagital. Quando analisamos a imagem no conjugado tangencial, vemos uma linha na direcção sagital. Forma-se uma linha na direcção tangencial no conjugado sagital. Entre estes conjugados, a imagem é uma mancha circular ou elíptica. O astigmatismo é definido como a separação desses conjugados.

A quantidade de astigmatismo numa lente depende da forma da lente só quando existe uma abertura no sistema que não está em contacto com a própria lente. O astigmatismo depende fortemente das razões conjugadas.

6.1.5.3 Coma

Nas lentes esféricas, existem partes da superfície da lente que apresentam graus diferentes de ampliação. Isto dá origem a uma aberração conhecida por coma. Tal como se mostra na figura 10, cada zona concêntrica da lente forma uma imagem em forma de anel chamada círculo *comatic*. Isto origina um esborratar no plano da imagem de objectos pontuais situados fora do eixo. Mesmo que as aberrações esféricas sejam corrigidas e a lente leve todos os raios para um foco no eixo, as lentes podem mesmo assim apresentar coma fora do eixo, ver figura 11.

Tal como acontece com as aberrações esféricas, pode-se conseguir correcção usando superfícies múltiplas. Alternativamente, podem-se obter imagens de maior contraste colocando uma abertura no sistema óptico para eliminar os raios mais marginais.

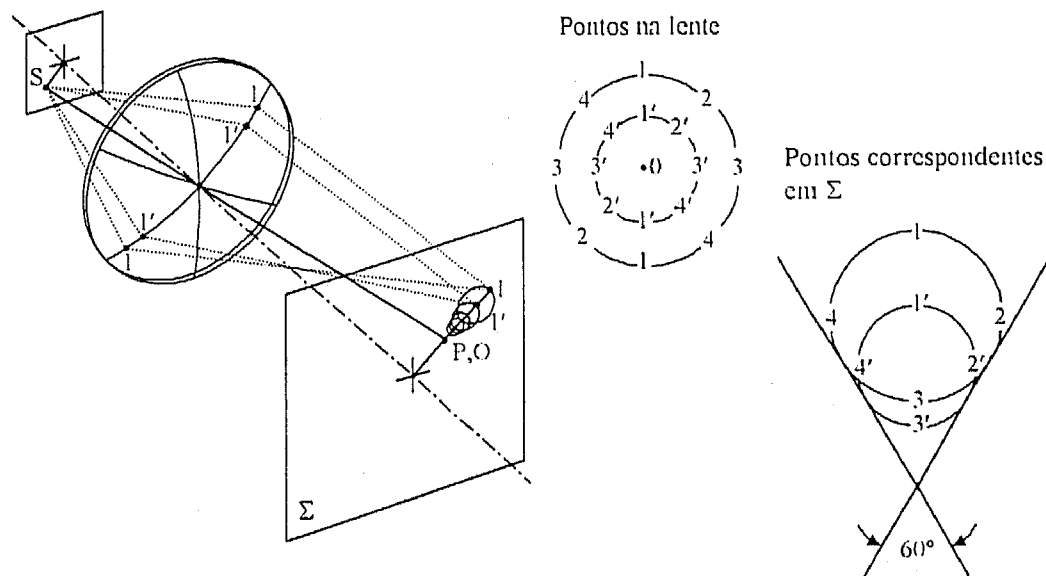


Figura 10. Formação da imagem de uma fonte pontual situada fora do eixo através de uma lente com coma transversal positivo.

6.1.5.4 Curvatura de campo

Mesmo na ausência de astigmatismo, existe uma tendência dos sistemas ópticos para melhor formar as imagens em superfícies curvas em vez de planas. Este efeito é conhecido por curvatura de campo, ver figura 12. Na presença de astigmatismo, este é um problema composto dado que existem duas superfícies focais astigmáticas separadas correspondendo aos conjugados tangencial e sagital.

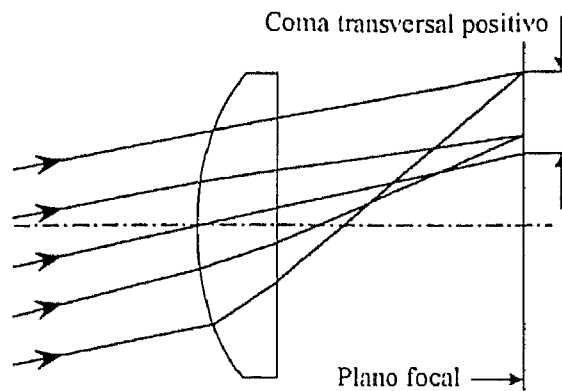


Figura 11. Coma transversal positivo.

As lentes positivas tem geralmente curvaturas de campo para dentro enquanto as lentes negativas tem curvaturas de campo para fora.

A curvatura de campo pode assim ser significativamente corrigida combinando lentes positivas e negativas.

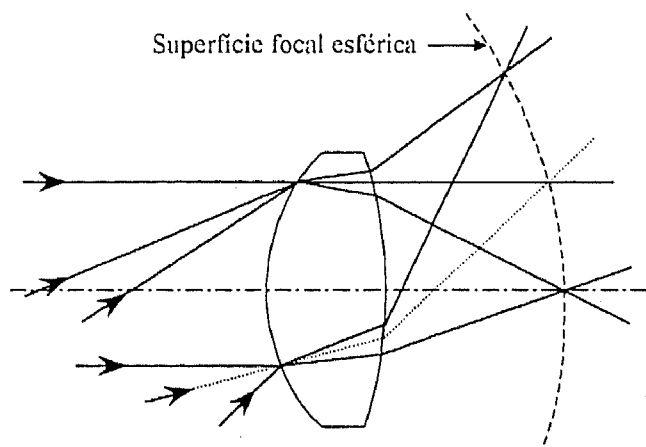


Figura 12. Curvatura de campo.

6.1.5.5 Distorção

O campo da imagem pode ter não só curvatura mas também pode estar distorcido. A imagem de um ponto fora do eixo pode ser formada num local nesta superfície diferente da prevista pelas equações paraxiais. Esta distorção é diferente da coma.

Distorção significa que mesmo que se forme a imagem perfeita de um ponto situado no eixo, a sua localização no plano da imagem não é correcta. Além disso a quantidade de distorção geralmente aumenta à medida que aumenta a altura da imagem.

Este efeito pode ser visto como dois tipos diferentes de distorção: em forma de almofada (*pin cushion*) e em forma de barril (*barrel*), ver figura 13.

A distorção não baixa a resolução do sistema, significa simplesmente que a forma da imagem não corresponde exactamente à forma do objecto.

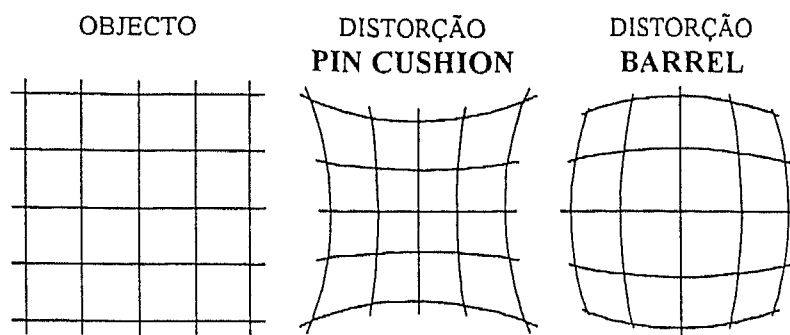


Figura 13. Distorção ilustrada por dois tipos de imagem.

6.1.5.6 Aberração cromática

As aberrações descritas anteriormente são função da forma da superfície da lente e como tal podem manifestar-se mesmo com luz monocromática. Existem no entanto outras aberrações que surgem quando a óptica é utilizada para transformar luz que contém múltiplos comprimentos de onda.

Dado que no nosso caso iremos trabalhar só com luz monocromática não nos debruçaremos sobre este tipo de aberração.

6.1.6 Forma da lente

As aberrações anteriormente descritas dependem da sua aplicação na forma da lente e material da lente (ou mais precisamente no seu índice de refração). A forma singlete (uma única lente) a qual minimiza a aberração esférica para uma dada razão conjugada é chamada de *best-form*. O critério para *best-form* para qualquer razão conjugada é a de que os raios marginais são igualmente refractados em cada uma das interfaces lente/ar. Isto minimiza o efeito $\sin\theta \neq \theta$. É também o critério para o mínimo de perdas por reflexão na superfície. Outra vantagem é a de que a coma absoluta é praticamente minimizada para a forma de *best-form* tanto para as razões de conjugado infinita como unitária.

Para compreender melhor a dependência das aberrações em relação à forma das lentes, é útil usar o factor q de Coddington, definido como:

$$q = \frac{(r_2 + r_1)}{(r_2 - r_1)} \quad (6.24)$$

Para o conjugado no infinito com um singlete típico de vidro, a forma plano-convexa ($q=1$), com a forma convexa virada para o infinito conjugado, comporta-se quase como uma lente *best-form*.

Para aplicações de campo largo, a *best-form* não é definitivamente a forma singlete, especialmente para a razão conjugada infinita, dado que contém curvatura de campo máxima. A forma ideal é determinada pela situação e pode requerer a análise rigorosa do traçado de raios.

6.1.7 Combinação de lentes

Podemos atingir uma melhor correcção num sistema óptico usando mais do que um elemento.

6.1.7.1 Razão conjugada infinita

Como já vimos a *best-form* de lente singlete para usar em razões de conjugado infinito é aproximadamente plano-convexa. A figura 14, mostra uma lente plano-convexa. O raio marginal (raio de número $f/1.5$) atinge o plano focal paraxial significativamente fora do eixo óptico.

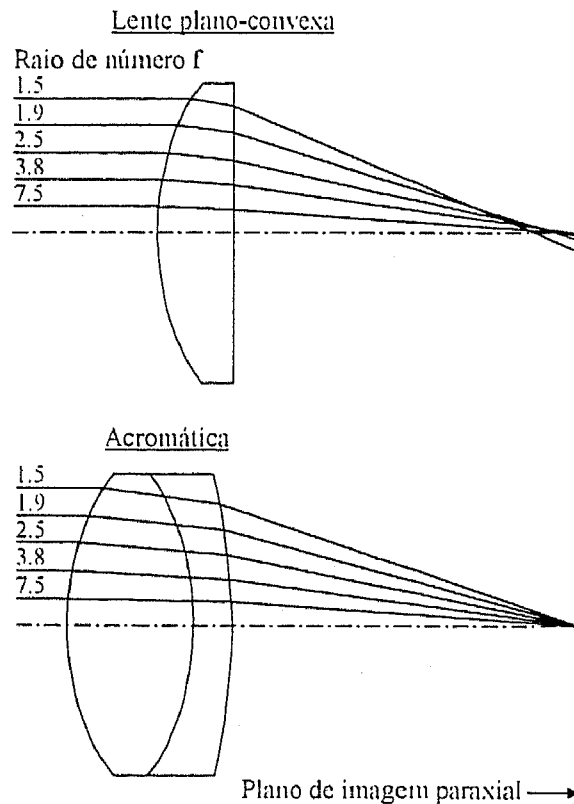


Figura 14. Comparação entre um elemento simples, lente plano-convexa, com uma acromática de dois elementos.

Para melhorar esta situação, utiliza-se um sistema de dois elementos. A segunda representação da figura 14 mostra uma acromática da precisão, que consiste num elemento positivo de baixo índice colado a um elemento negativo de elevado índice. Não se verifica qualquer aberração neste conjunto. Como é obvio nem todos passam exactamente pelo ponto

focal paraxial, mas neste caso a diferença mede-se em microns, em vez de milímetros, como era o caso da lente plano-convexa.

6.1.7.2 Razão conjugada unitária

A figura 15 mostra três sistemas possíveis para utilizar numa razão conjugada unitária.

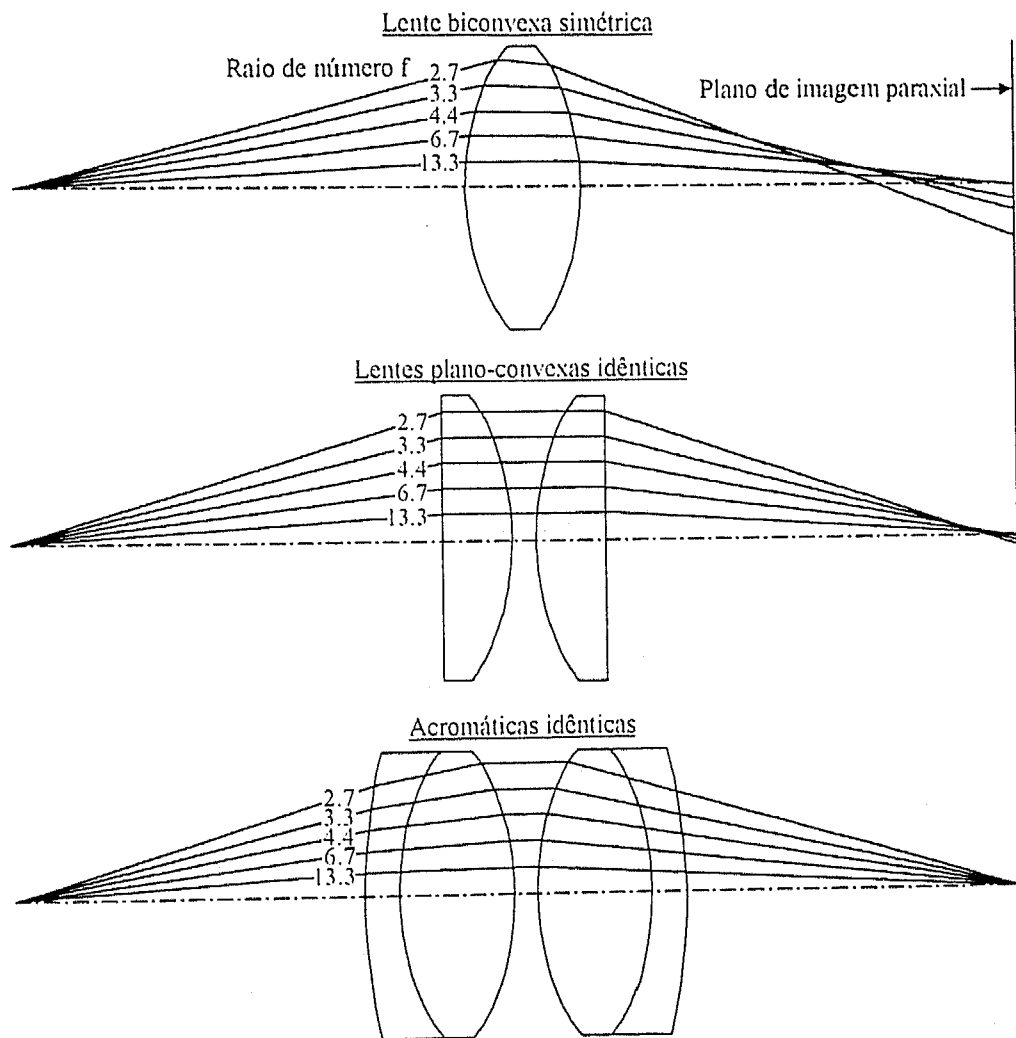


Figura 15. Três sistemas possíveis para utilizar numa razão conjugada unitária

O primeiro sistema é constituído por uma lente biconvexa simétrica. Como se pode ver esta lente apresenta uma significativa aberração esférica para $f/2.7$. Só a partir de $f/3.3$ é que o raio se aproxima do foco paraxial.

Consegue-se uma melhoria dramática usando duas lentes plano-convexas idênticas com as superfícies convexas viradas uma para a outra e quase em contacto.

O terceiro sistema da figura 15 composto por duas lentes acromáticas idênticas. Como se pode ver a aberração esférica não é evidente, mesmo para o raio $f/2.7$.

6.1.8 Efeitos da difracção

Em todos os feixes de luz, alguma da energia é expandida para fora da região que seria de esperar de considerações de propagação rectilínea. Este efeito é conhecido por difracção e é um fenómeno físico fundamental e inevitável.

Pode-se entender o fenómeno da difracção considerando a natureza ondulatória da luz. O princípio de Huygen's, representado na figura 16, diz-nos que cada ponto numa frente de onda a propagar-se é um emissor de ondas secundárias. O foco combinado destas ondas em expansão dá origem à onda de propagação. A interferência entre as ondas secundárias dá origem a um padrão que decresce rapidamente em intensidade com o aumento do ângulo a partir da direcção inicial de propagação.

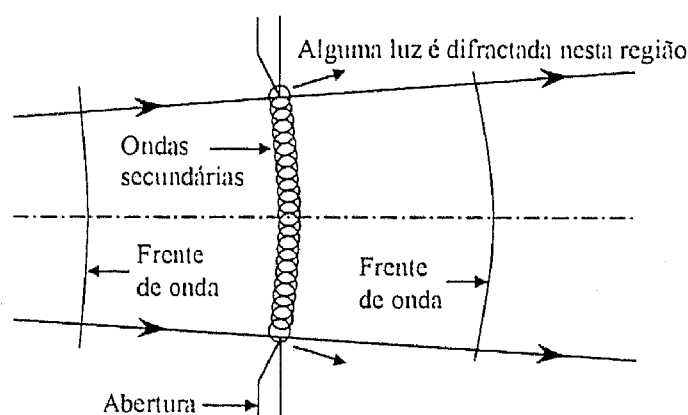


Figura 16. Princípio de Huygen's.

Os efeitos da difracção estão classificados em difracção de Fresnel ou Fraunhofer. A difracção de Fresnel tem a ver com o que se passa com a luz na vizinhança do objecto ou abertura que provocam a difracção. Só é uma preocupação quando a fonte de iluminação está próxima deste objecto ou abertura.

A difracção de Fraunhofer tem a ver com o efeito de expansão da luz numa abertura quando a abertura (ou objecto) é iluminada com uma fonte infinita (iluminação com onda plana) e a observação se faz a uma distância infinita da abertura.

É a difracção Fraunhofer que determina as performances que limitam um sistema óptico

6.1.8.1 Abertura circular

A difracção de Fraunhofer numa abertura circular impõe os limites fundamentais de performance para lentes circulares. O tamanho do *spot do foco*, devido à difracção, de uma lente circular é:

$$d = 2.44 \cdot \lambda \cdot f / \# \quad (6.25)$$

em que d é o diâmetro da mancha do foco produzida a partir de iluminação plana e λ é o comprimento de onda da luz a ser focada.

O padrão resultante de uma abertura circular uniformemente iluminada consiste numa região central brilhante, conhecida por disco de Airy, ver figura 17, envolta por vários anéis cada vez menos brilhantes. Cada anel é separado por um círculo de intensidade zero. A distribuição espacial de intensidade é dada por [5]:

$$I_x = I_0 \left[\frac{2J_1(x)}{x} \right]^2 \quad (6.26)$$

em que I_0 =Intensidade máxima na imagem. $J_1(x)$ =Função de Bessel de primeira ordem:

$$J_1(x) = x \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-2}}{(n-1)! n! 2^{2n-1}} \quad (6.27)$$

$$x = \frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin \theta$$

em que λ =comprimento de onda, D = diâmetro da abertura, θ = raio angular a partir do máximo do padrão.

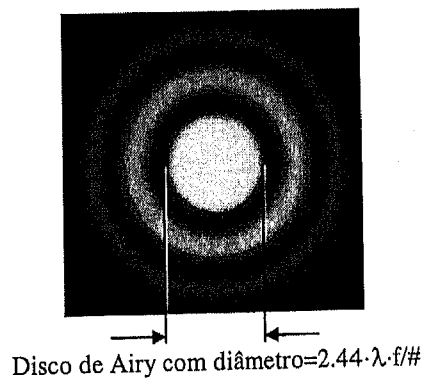


Figura 17. Disco de Ayri.

6.1.9 Espelhos

Uma superfície esférica reflectora tem propriedades de formação de imagem semelhantes às de uma lente fina ou de uma única superfície refractora. A superfície de um espelho pode ser plana, esférica ou asférica.

Nas montagens ópticas usam-se essencialmente os espelhos planos e esféricos. A imagem de um espelho esférico é em alguns aspectos superior à das lentes, nomeadamente pela ausência de efeitos cromáticos devido à dispersão que sempre acompanha a luz branca. Mas a sua aplicação não é tão abrangente como a das lentes já que não oferecem as mesmas possibilidades de correcção das outras aberrações da imagem [6].

A equação dos espelhos esféricos é dada pela expressão [3]:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \quad (6.28)$$

em que S_o é a posição do objecto, S_i é a posição da imagem, f é o foco e R é o raio de curvatura do espelho, ver figura 18(a).

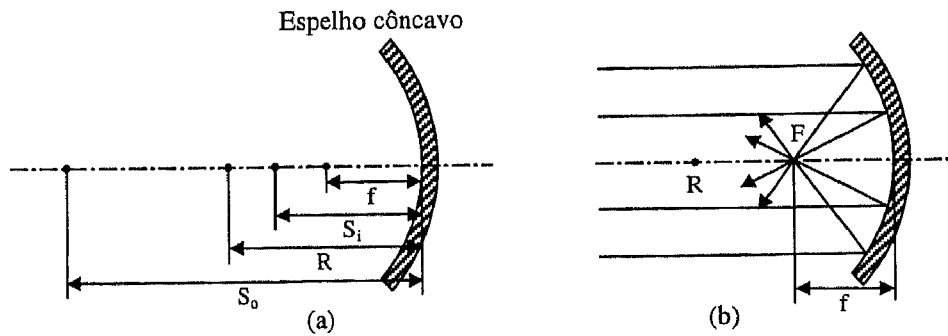


Figura 18. (a) Espelho esférico côncavo. (b) Ponto focal de um espelho esférico

Um espelho plano é um caso particular em que $R=\infty$.

As propriedades dos espelhos são no essencial semelhantes às das lentes. Dentro da aproximação paraxial, qualquer feixe de raios paralelos não axial é focalizado num ponto do plano focal, plano que passa por F e é perpendicular ao eixo óptico, ver figura 18(b).

No caso dos espelhos utilizados em óptica é normalmente utilizada a superfície exterior para colocar o revestimento reflector desta forma evitam-se múltiplas reflexões na interface ar/vidro/superfície reflectora. Nesta situação apenas se verificam aberrações que dependem de distorções verificadas na geometria e devidas à fabricação.

Além da geometria global da superfície reflectora, é também importante conhecer a tolerância de fabrico que, em sistemas ópticos, é normalmente melhor que $\lambda/4$.

Para além de serem usados em sistemas de formação de imagem, devido às suas características os espelhos esféricos são também usados em sistemas de iluminação pois como se pode ver pela figura 18(b) permitem aumentar por exemplo a divergência de um feixe laser que sobre ele incida. No caso de um feixe colimado a abertura do feixe será mais pequena do que no caso de um feixe que já tenha uma divergência inicial. Este é um aspecto importante pois por vezes é necessário em curtas distâncias dispor de uma área de iluminação razoável, a qual pode ser conseguida com a ajuda destes elementos ópticos. É obvio que quanto menor for o raio de curvatura dos espelho maior será a divergência dos raios.

Os espelhos planos são normalmente usados só para orientar os feixes, permitindo alterar percursos sem alterar de forma significativa as suas características.

6.2 Fibras ópticas

6.2.1 Fundamentos das fibras

As fibras ópticas são guias de onda circulares de características dieléctricas que operam nas frequências ópticas e podem transportar energia óptica e informação. Confinam a energia electromagnética sob a forma de luz dentro da sua superfície e guiam a luz numa direcção paralela ao seu eixo.

As propriedades de transmissão de guia de onda óptico dependem das suas características estruturais [7]. As fibras ópticas tem a particularidade de poder transportar a luz através de longas distâncias com elevada flexibilidade e baixa atenuação e sem componentes ópticos adicionais para guiar o feixe. O tipo de fibra utilizada depende das propriedades da luz tais como o comprimento de onda desejado, intensidade, polarização, divergência e coerência.

As fibras ópticas tem normalmente um núcleo central, que é o que na realidade transporta a luz, este é tipicamente feito de sílica com dopantes tal como o GeO_2 para alterar o índice de refração. O núcleo está envolvido por uma bainha concêntrica com um índice de refração ligeiramente mais baixo (cerca de $\pm 1\%$), a qual fornece a interface necessária para ocorrer a reflexão total interna, mantendo a luz dentro do núcleo, ver figura 19. Uma cobertura exterior (normalmente de plástico) cobre a bainha, normalmente designada por cobertura primária ou manto.

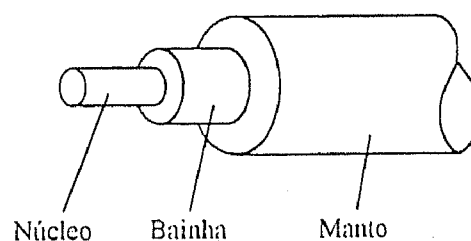


Figura 19. Constituição de um cabo de fibra óptica.

Para uma maior protecção ambiental, as fibras são frequentemente introduzidas em cabos. Os cabos típicos tem uma capa protectora envolvente de uma ou duas camadas de polietileno que encaixa a fibra dentro de um cabo de aço flexível ou Kevlar com o objectivo de lhe fornecer maior rigidez e assim reduzir as perdas devido a microcurvaturas que ocorrem quando as fibras são pressionadas contra superfícies rugosas.

6.2.2 Tipos de fibras

Algumas variações na composição do material do núcleo dão origem aos dois tipos de fibra mais utilizados, tal como se mostra na figura 20. No primeiro caso o índice de refração é uniforme ao longo de todo o núcleo sofrendo uma alteração brusca (em forma de degrau) na fronteira da bainha. Daí se designar este tipo de fibra por *step-index*. No segundo caso o índice

de refração do núcleo varia em função da distância radial desde o centro da fibra. Este tipo de fibra é designado por *graded-index* [7].

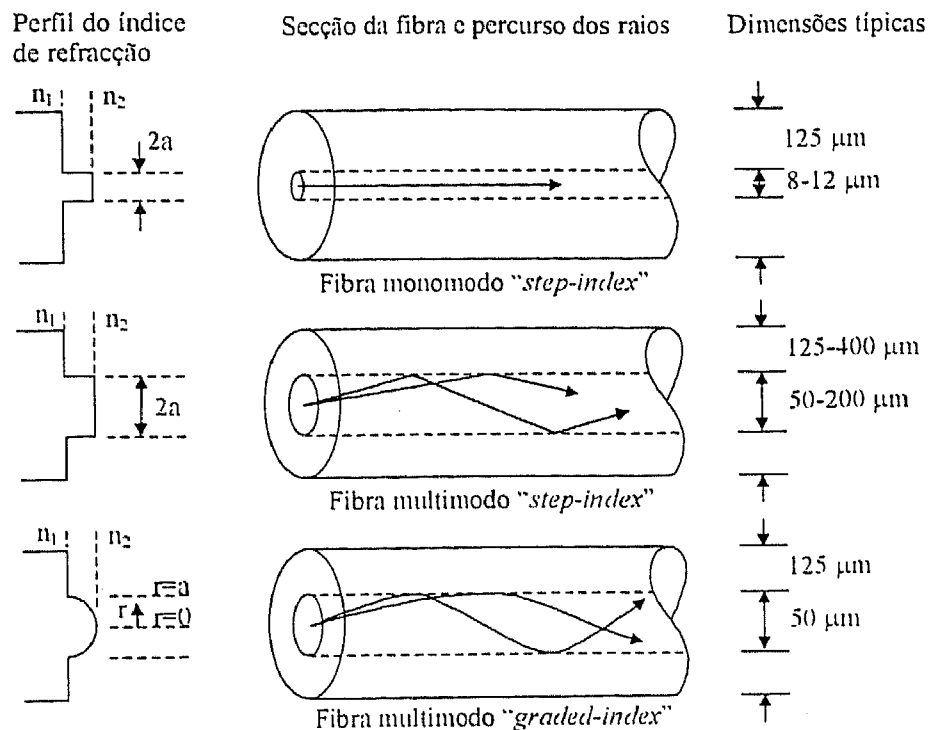


Figura 20. Comparação entre fibras monomodo e multimodo *step-index* e *graded-index*.

Ambas as fibras *step-index* e *graded-index* podem ainda ser divididas em fibras monomodo e multimodo. Tal como o nome indica as fibras monomodo sustentam um único modo de propagação, enquanto que as fibras multimodo contêm centenas de modos.

Na figura 20 mostram-se as dimensões típicas das fibras monomodo e multimodo. As fibras multimodo oferecem várias vantagens quando comparadas com as fibras monomodo, nomeadamente devido ao facto de terem um núcleo de maior raio torna-se mais fácil o acoplamento da luz laser.

As fibras multimodo são desenhadas principalmente para transportar energia luminosa de qualquer tipo enquanto que as fibras monomodo de diâmetro muito menor são usadas para manter a coerência (e a polarização se necessário) da luz laser possuindo também um limite de potência inferior.

6.2.2.1 Fibras multimodo

As fibras multimodo, tal como o seu nome implica, permitem que se propaguem vários modos no seu núcleo. Devido ao diâmetro relativamente grande do seu núcleo a densidade de potência máxima permitida é elevada e como tal pode ser transmitida luz laser de elevada potência. O feixe de saída de uma fibra multimodo é um padrão de *speckle* circular tal como se mostra na figura 21(a), significando isto uma perda de coerência.

6.2.2.2 Fibras monomodo

Para manter a coerência da luz laser só é permitida a propagação de um único modo. Este é o caso das fibras monomodo. O diâmetro do núcleo das fibras monomodo muito pequeno o que impõe exigências rígidas sobre os sistemas de acoplamento (*lauching*). A fibra monomodo actua adicionalmente como filtro espacial e preserva o perfil Gaussiano de intensidade do feixe laser tal como se mostra na figura 21(b).

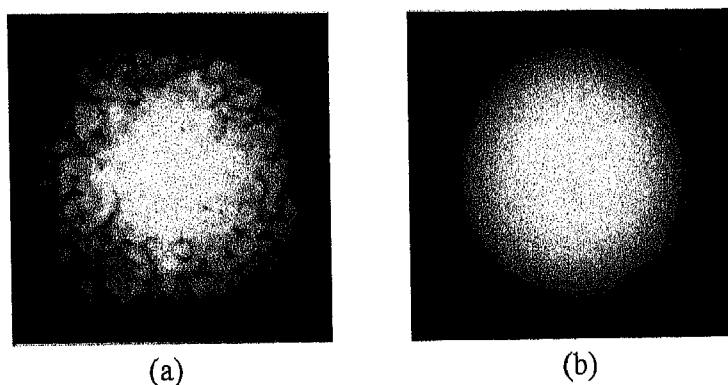


Figura 21. (a) Padrão de speckle de um laser de Argon à saída de uma fibra multimodo. (b) Perfil de intensidade Gaussiano à saída de uma fibra monomodo.

6.2.2.3 Fibras monomodo com preservação de polarização

A preservação da polarização é o resultado de dopagem ou birefringência induzida por tensão ao longo de todo o comprimento da fibra, dando-lhe um índice de refração com perfil elíptico em vez de circular. Quando o vector de polarização de um feixe laser injectado na fibra permanece ao longo de um dos dois feixes da secção cruzada elíptica a polarização e o modo TEM₀₀ mantêm-se. Estas fibras monomodo com preservação de polarização são muito importantes para interferometria, holografia e em situações aonde todas as propriedades do feixe laser tem de estar presentes.

6.2.3 A fibra como um guia de onda dieléctrico: Modos da fibra

A desvantagem das fibras multimodo tem a ver com o facto de sofrerem de dispersão intermodal. Quando um impulso óptico é introduzido numa fibra, a potência óptica no impulso é distribuída por todos os modos da fibra. Cada um dos modos que se podem propagar numa fibra multimodo viajam a velocidades ligeiramente diferentes. Isto significa que os modos de um dado impulso óptico chegam ao fim da fibra em tempos ligeiramente diferentes, originando assim que o impulso se espalhe no tempo à medida que viaja ao longo da fibra. Este efeito, conhecido por dispersão intermodal, pode ser reduzido usando um perfil no núcleo da fibra do tipo *graded-index*. Nas fibras monomodo o efeito de dispersão intermodal não existe.

Dado que o núcleo tem um índice de refração superior ao da bainha, a luz será confinada ao núcleo desde que a condição angular para reflexão total interna seja atingida. A geometria da fibra e composição determinam o conjunto discreto de campos electromagnéticos que podem propagar-se na fibra. Estes campos são os modos da fibra. Estes modos guiados são designados como os modos “presos” do guia de onda. Cada modo guiado é um padrão das linhas de campo eléctrico e magnético que se repete ao longo da fibra em intervalos iguais ao comprimento de onda. Só um certo número discreto de modos se propaga ao longo do guia de onda, esses modos são as ondas electromagnéticas que satisfazem a equação de onda homogênea na fibra e as condições fronteira na superfície do guia de onda.

Existem dois tipos de modos: **modos de radiação** e **modos guiados**. Os modos de radiação transportam a energia para fora do núcleo; a energia é rapidamente dissipada. Os modos guiados são confinados ao núcleo, e propagam a energia ao longo da fibra, transportando informação e potência. Se o núcleo da fibra for suficientemente largo, pode suportar muitos modos guiados simultaneamente. Cada modo guiado tem a sua própria velocidade distinta e pode ainda ser decomposto em componentes polarizadas lineares ortogonais. Qualquer distribuição de campo dentro da fibra pode ser expressa como uma combinação dos modos. Na figura 22 são ilustrados os dois modos guiados de mais baixa ordem numa fibra circular simétrica, designados por LP_{01} e LP_{11} .

Quando a luz é introduzida dentro da fibra, os modos são excitados a vários graus dependendo das condições de acoplamento – ângulo do cone de entrada, tamanho da mancha do feixe e centragem axial. A distribuição de energia entre os modos evolui com a distância à medida que a energia é trocada entre eles. Em particular, a energia pode passar dos modos guiados para os modos de radiação por perturbações tais como microcurvaturas e torção da fibra – aumentando a atenuação.

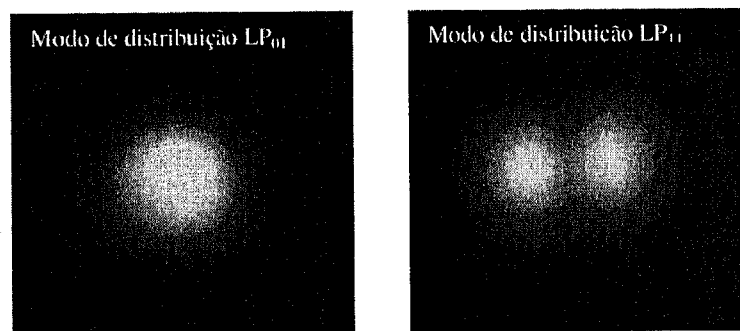


Figura 22. Modos guiados numa fibra, LP_{01} e LP_{11} .

6.2.4 Atenuação

A potência luminosa que se propaga numa fibra decai exponencialmente com o comprimento devido a perdas por absorção e dispersão.

Nas regiões próximo do infravermelho e visível, as pequenas perdas por absorção da sílica pura são devidos a extremidades de bandas de absorção no distante infravermelho e

ultravioleta. As impurezas, tais como a água sob a forma de iões hidróxilo, são causas muito mais dominantes de absorção em fibras comerciais. Desenvolvimentos recentes na pureza das fibras diminuíram as perdas por atenuação. Hoje em dia é possível ter sistemas com atenuações da ordem de 0.1 dB/km. Na figura 23 apresenta-se um gráfico da atenuação das fibras de sílica em função do comprimento de onda [8].

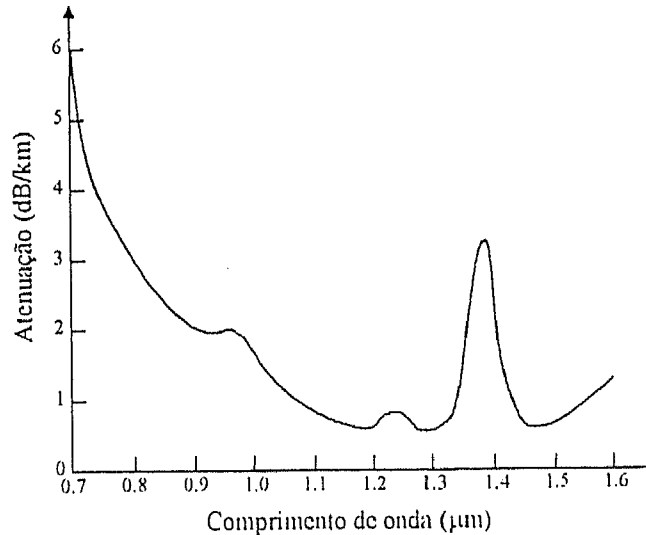


Figura 23. Atenuação espectral típica na Sílica.

A dispersão pode transferir energia dos modos guiados para os modos de radiação originando perdas de energia na fibra. Existem perdas inevitáveis por dispersão de Rayleigh devido flutuações do índice de refração de pequena escala congeladas na fibra no processo de solidificação. Isto origina uma atenuação proporcional a λ^{-4} . As irregularidades no diâmetro do núcleo e alterações de geometria da direcção dos eixos da fibra também causam dispersão. Qualquer processo que imponha irregularidades dimensionais, tais como microcurvatura, aumentam a dispersão e como tal a atenuação, no entanto este efeito é por vezes útil sendo aproveitado em várias aplicações.

6.2.5 Parâmetros úteis da fibra

Todas as fibras ópticas operam por reflexão total interna. Um raio de luz propagando-se num meio de índice de refração n_1 ao atingir a interface com outro meio de índice de refração n_2 ($n_2 < n_1$), fazendo um ângulo θ , sendo θ maior que θ_c , então o raio é totalmente reflectido para o primeiro meio

O ângulo θ_c , ver figura 24, é denominado por ângulo crítico [9]:

$$\theta_c = \arcsen \frac{n_2}{n_1} \quad (6.29)$$

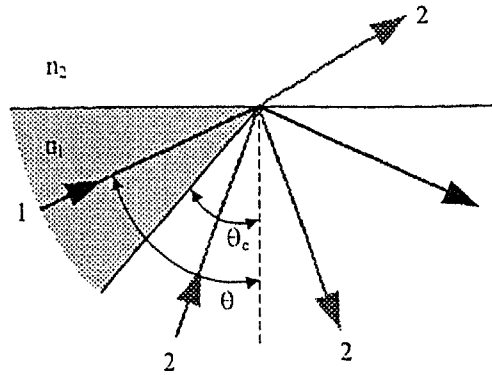


Figura 1. Raios incidindo na interface de dois materiais de índices de refração n_1 e n_2 . n_1 é maior que n_2 . O raio 1 incide com um ângulo $>\theta_c$ e é totalmente reflectido. O raio 2 incide com um ângulo $<\theta_c$, sendo a maior parte refractada para o material com índice de refração mais baixo e a outra parte é reflectida. Para o vidro $n_1 \cong 1.5$, e para o ar convencionou-se $n_2=1$. Desta forma $\theta_c=41.8^\circ$.

Uma fibra óptica explora a reflexão total interna pelo facto de ter uma região interna de índice de refração elevado e uma bainha de índice mais baixo. A luz é confinada ao núcleo por reflexões repetidas. Simples cabos de material transparente tais como vidro ou sílica fundida podem transportar luz por longas distâncias com perdas muito baixas.

As figuras 25 e 26 mostram o tipo de fibra mais simples, um núcleo cilíndrico de material transparente com uma camada exterior de material de índice de refração mais baixo. Pode-se obter o mesmo efeito variando o índice de refração partindo de um valor mais elevado no centro para um valor mais baixo na periferia.

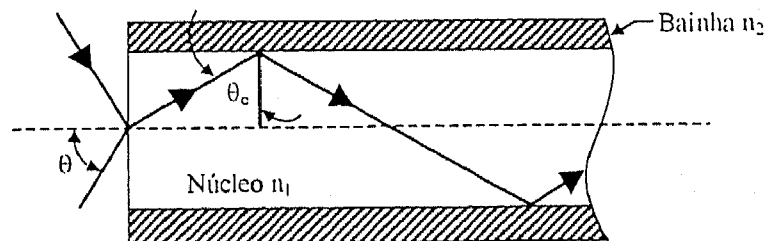


Figura 25. A luz que entra na fibra dentro do cone de aceitação é totalmente reflectida na interface núcleo/bainha.

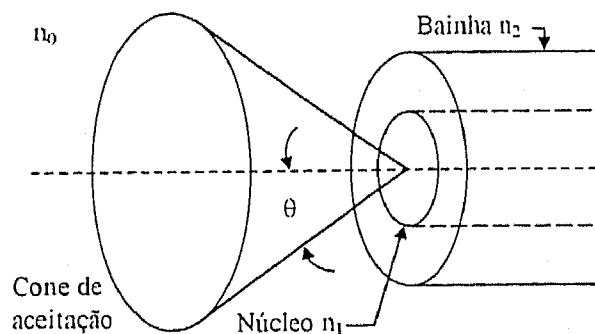


Figura 26. Uma única fibra aceita luz incidente dentro de um cone de aceitação.

A luz que entra na fibra dentro do cone de aceitação é totalmente reflectida na interface núcleo/bainha.

O angulo de aceitação, θ , depende dos índices de refração do núcleo e da bainha [9].

$$\sin \theta = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (6.30)$$

De notar que o ângulo do cone de aceitação é 2θ e n_0 é normalmente igual a 1.

A abertura numérica (AN) de uma fibra é definida como o seno do maior ângulo que um raio incidente pode ter para total reflexão interna no núcleo. Os raios introduzidos fora do ângulo especificado pela AN da fibra vão excitar os modos de radiação da fibra. Um maior índice de refração da fibra em relação à bainha significa uma maior AN.

Qualitativamente, a AN é uma medida da capacidade de acumulação de luz por parte da fibra. Além disso também indica qual a facilidade de acoplamento da luz na fibra.

O comportamento à entrada e à saída da fibra é normalmente descrito em termos da abertura numérica [9]. Se $n_0=1$ então:

$$AN = \sin \theta = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (6.31)$$

A AN relaciona-se com o número F através da relação:

$$F\# = \frac{1}{2 \cdot \sin \theta} = \frac{1}{2 \cdot AN} \quad (6.32)$$

(Isto por vezes é escrito como: $1/(2 \cdot \tan \theta)$. Aqui usamos $\sin \theta$ porque para valores elevados de θ , $\sin \theta$ é mais apropriado. Para valores mais baixos de θ , $\sin \theta \cong \tan \theta \cong \theta$).

6.2.6 Acoplamento da luz nas fibras

Um acoplamento eficiente requer um posicionamento preciso da fibra para centrar o núcleo no foco do feixe laser. Para fibras multimodo, com núcleos largos, os posicionadores normais podem atingir uma boa eficiência de acoplamento. As fibras monomodo requerem acopladores mais elaborados com posicionadores de resolução ao submicron.

As características do foco do feixe devem condizer com os parâmetros da fibra para uma boa eficiência de acoplamento. Para as fibras multimodo as directrizes gerais são:

- O tamanho do foco deve ser comparável ao tamanho do núcleo
- O cone do ângulo de incidência não deve exceder o arcsen da AN da fibra.

Na figura 27 mostram-se as condições de acoplamento para uma fibra multimodo.

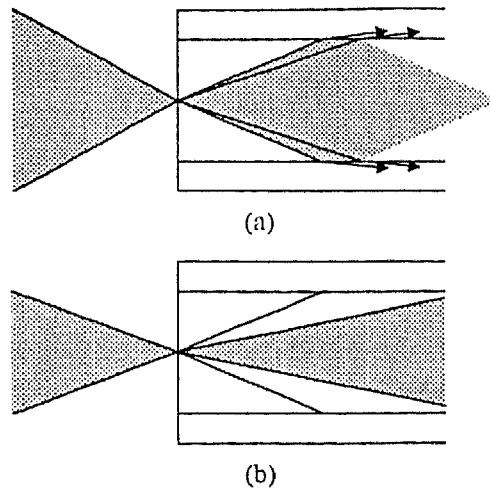


Figura 27. Condições de acoplamento numa fibra óptica multimodo. (a) Cone demasiado aberto, (b) cone pouco aberto.

Para maximizar o acoplamento numa fibra monomodo, a distribuição do campo incidente tem de condizer com a do modo da fibra.

Para um feixe laser Gaussiano, o diâmetro do feixe D incidente sobre uma lente de focagem de distância focal f necessário para introduzir um feixe focado de diâmetro w , ver figura 28, é:

$$D = \frac{4\lambda f}{\pi w} \quad (6.33)$$

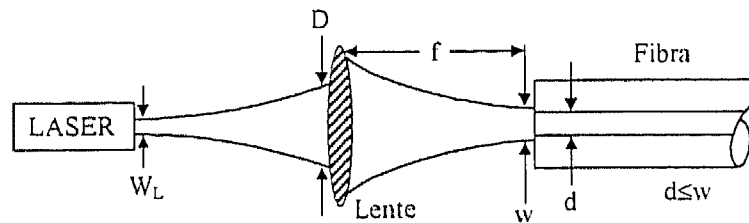


Figura 4. Parâmetros envolvidos no acoplamento a uma fibra.

Conhecidos o diâmetro do feixe laser, W_L , e a divergência, é fácil determinar a distância necessária entre a lente de focagem e o laser para expandir o feixe para o diâmetro necessário.

No caso de um laser díodo a divergência do feixe à saída deve ser colimada por uma lente de abertura numérica elevada antes da focagem.

6.2.7 Como escolher uma fibra

As considerações mais importantes incluem:

- Distribuição espectral da luz a ser transmitida

- Tamanho da fonte e distribuição angular da fonte de radiação, tamanho e ângulo de aceitação do alvo de saída
- Ser necessária uma fibra com características especiais para uma aplicação particular (ex: interferometria)
- Custo

Referências

- [1] M.V. Klein, T.E. Furtak; "Optics"; John Willey & Sons; 1986.
- [2] F.L. Pedrotti, L.S. Pedrotti; "Introduction to Optics"; Prentice-Hall; 1993.
- [3] E. Hecht, A. Zajac; "Óptica"; Fundação Caloust Gulbenkian, 1992.
- [4] Melles-Griot Catalog, 1997-98
- [5] R. Guenther, "Modern Optics", John Willey & Sons, 1990.
- [6] F.A. Jenkins; H.E. White; "Fundamentals of Optics"; McGraw-Hill; 1981
- [7] G. Keiser, "Optical Fiber Communications", McGraw-Hill, 1983.
- [8] Newport Catalog 1997/98
- [9] O. S. Heavens, R. W. Ditchburn, "Insight into Optics", John Wiley & Sons, 1991.

CAPÍTULO 7

7.1 Componentes

7.2 Laser

7.3 Elementos Piezoelectricos

7.4 Interferómetro em fibra

7.5 Cabo de fibras ópticas

7.5.1 Acoplador de fibra

7.6 Divisor de feixe

7.7 Câmaras CCD

7.8 Lentes e espelhos

Referências

7.1 Componentes

Neste capítulo serão abordadas as características mais importantes dos componentes utilizados nas montagens experimentais, justificando a sua escolha, tais como: lasers, fibras ópticas, transdutores piezoeléctricos, câmaras CCD, lentes e espelhos para a construção de um sistema de ESPI.

7.2 Laser

Foram essencialmente utilizados dois tipos de lasers. Assim no caso do sistema de ESPI em fibra óptica sensível a deslocamentos fora do plano utilizou-se um laser de He-Ne no caso de pequenos objectos e laser de Argon no caso de objectos maiores. No caso da montagem sensível a deslocamentos no plano utilizamos só o laser de Argon. A utilização de um ou de outro tem a ver com o facto de precisarmos de mais ou menos potência luminosa devido essencialmente a dois factores

- dimensões e reflectividade do objecto
- eficiência luminosa do tipo de montagem ESPI

Como vimos a montagem de ESPI em fibra óptica é mais eficiente dado que tem menos perdas daí em alguns casos podermos utilizar um laser menos potente.

O laser de He-Ne emite no modo TEM_{00} com um comprimento de onda $\lambda=632$ nm, portanto no vermelho, e com uma potência de 32 mW.

O laser de Argon emite também no modo TEM_{00} com um comprimento de onda $\lambda=514$ nm, no verde, com uma potência que pode chegar ao 1 W. Trata-se de um laser mais sofisticado que o de He-Ne, dado que para além de possuir características que o tornam adequado para a interferometria como é o facto de possuir um maior comprimento de coerência, possui também muito mais potência luminosa. Sendo possível seleccionar a potência desejada. Como único inconveniente tem o facto de ser um laser de grandes dimensões, logo não portátil.

7.3 Elementos Piezoelectricos

Como vimos, num interferómetro *phase stepping*, o método mais comum para introduzir uma diferença de fase entre os feixes objecto e referência é por meio de um elemento piezoeléctrico que move um espelho. O componente chave de tal elemento é um pedaço de material que gera uma tensão mecânica quando sujeito à presença de um campo eléctrico – o chamado efeito piezoeléctrico. Este efeito consiste na capacidade que certos materiais cristalinos possuem de gerar uma diferença de potencial proporcional a uma força externa aplicada. Nos transdutores piezoeléctricos é o efeito inverso que se aplica, isto é, um campo eléctrico, paralelo à direcção de polarização, causa uma expansão do material cerâmico na mesma direcção. O campo eléctrico exerce um momento no alinhamento dos dipólos

provocando uma variação do comprimento das regiões monocristalinas. Os Elementos Piezoelétricos são aplicados de variadas formas, aonde sejam necessários pequenos deslocamentos (amplitude de funcionamento típico: $100\ \mu\text{m} - 1\ \text{nm}$).

Uma mudança de fase pode ser introduzida no feixe de referência montando um espelho no braço de referência num elemento piezoelétrico. Assim, pode ser dado um deslocamento muito pequeno. Isto corresponde a um passo de fase entre os feixes objecto e referência, dado que o comprimento do braço de referência é alterado. A situação é esquemática descrita na figura 1 onde o deslocamento do espelho é denotado por dr . No caso de um método de quatro imagens, são necessários três deslocamentos do piezoelétrico determinados com grande precisão.

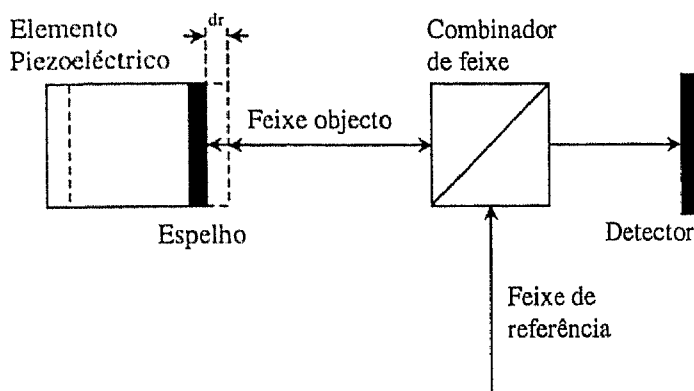


Figura 1. *Phase stepping* com um elemento piezoelétrico.

A forma mais simples de moduladores de fase para fibras ópticas, de uso laboratorial, é um cilindro piezoelétrico em torno do qual é enrolada fibra sob alguma tensão, conforme se ilustra na figura 2. Na figura 3 pode-se ver este componente em pormenor incorporado no sistema de ESPI em fibra óptica.

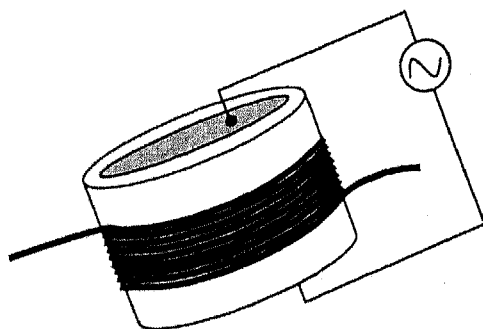


Figura 2. Cilindro piezoelétrico.

Quando uma diferença de potencial é aplicado às paredes do cilindro, as suas dimensões são alteradas e é alterado o caminho óptico na fibra enrolada em torno do PZT. Este tipo de modulador de fase está isento de perdas de inserção pois a luz é sempre mantida no interior da

fibra, e se muitas voltas forem enroladas em torno do cilindro pequenas diferenças de potencial (ddp) são necessárias para originar a modulação de fase pretendida [1].

Numa fibra monomodo típica, com $\lambda=633$ nm temos que a alteração de fase induzida pode é dada por:

$$\Delta\phi = 0.78 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n\Delta l \quad (7.1)$$

Se, por exemplo, um cilindro cerâmico PZT-5H “Unilator”, a operar a frequências bem abaixo da menor frequência de ressonância, for usado num sistema, uma alteração de fase de 2π pode ser conseguida se o produto ddp $\times$ nº de voltas=70 V por volta. Ou seja podemos alterar a fase quer alterando a tensão aplicada às paredes do PZT, quer variando a quantidade de fibra enrolada em torno do cilindro. Estes valores dependem do material piezoeléctrico utilizado, da espessura e diâmetro do cilindro e da configuração dos eléctrodos [2].

A relação entre a fase introduzida e o campo eléctrico aplicado pode ser obtida de uma calibração efectuada num interferómetro. No presente caso é obtida através de uma rotina de programação criada para o efeito que aplica uma onda quadrada de amplitude variável ajustada por forma a criar saltos de fase de 2π [3].

7.4 Interferómetro em fibra

No sistema de ESPI em fibra óptica utilizou-se um interferómetro de Michelson em fibra, com um acoplador de 90/10 (SIFAM® - com perdas de 0.34 dB), ver figura 3. O conjunto continha ainda um modulador de fase constituído por um cilindro piezoeléctrico (UNILATOR®).

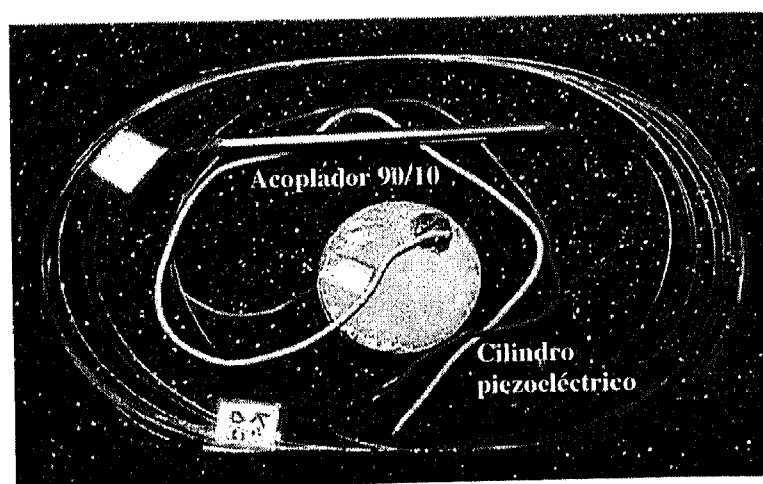


Figura 3. Interferómetro de Michelson em fibra óptica, incorporando um acoplador 90/10 e um cilindro piezoeléctrico para modulação de fase.

7.5 Cabo de fibras ópticas [4]

Os cabos de fibra óptica tem como principais aplicações:

□ **Transporte flexível da luz laser**

As ligações de fibra óptica fornecem uma solução mais fácil e elegante para o problema de transporte de luz laser de um ponto para outro local. Dado que as ligações de fibra eliminam a necessidade de componentes ópticos para guiar o feixe, é o ideal para guiar a luz através de longas distâncias.

□ **Simplificação de sistemas holográficos e outros sistemas interferométricos**

Considerando que os feixes objecto e de referência são normalmente dirigidos para os seus objectivos por meio de óptica volumosa, o uso de ligações de fibra, que preservam a coerência e a polarização, aceleram grandemente o alinhamento ao mesmo tempo que reduzem o número de elementos ópticos.

□ **Extracção de mais de um feixe do laser**

Podemos ter várias experiências a decorrer em diferentes laboratórios ao mesmo tempo com o mesmo laser usando ligações de fibra.

□ **Isolamento por qualquer razão da fonte laser**

O laser pode ser posicionado em qualquer sítio enquanto a extremidade do conector com saída colimada é pequeno, portátil e fácil de posicionar.

As ligações por fibra óptica permitem que lasers volumosos estejam por exemplo separados do resto do sistema óptico de medição. Para manter a saída do cabo de fibra semelhante à saída original do laser, a extremidade do conector da fibra está equipada com um sistema óptico de colimação. Este conector pode assim ser convenientemente montado num sistema em lugar do laser volumoso. Na figura 4 faz-se uma representação esquemática do cabo de fibra utilizado.

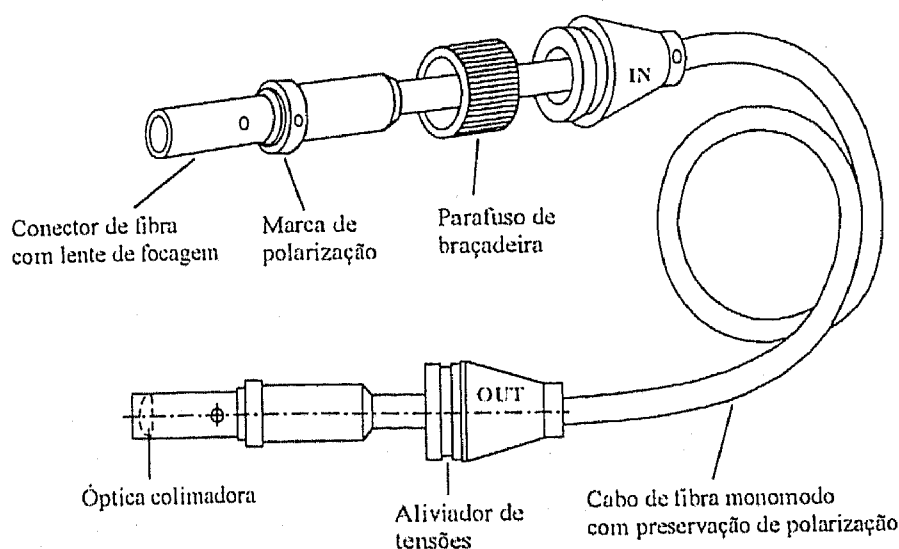


Figura 4. Componentes do cabo de fibra óptica.

Introduzir a luz do laser na fibra, processo também conhecido por *coupling* ou *launching*, é um desafio, particularmente para as fibras monomodo, porque o diâmetro das fibras é da ordem de alguns microns. Isto implica exigências rígidas sobre os componentes mecânicos que controlam as lentes, cuja finalidade é introduzir a luz laser na fibra. Os sistemas de acoplamento disponíveis até agora, consistiam normalmente numa mesa de translação micrométrica, uma objectiva microscópica e um suporte para a fibra, não tendo sido capazes de resistir aos rigores do uso industrial. Os ambientes industriais requerem ligações de fibra que transportem a luz entre dois pontos de forma contínua e segura sem a necessidade de alinhamentos periódicos.

O sistema de acoplador da POLYTEC® tem dois eixos angulares e dois eixos lineares de ajustamento. A sua construção monolítica de elevada rigidez garante um acoplamento estável e isento de perturbações entre o laser e a fibra. No cabo de fibra óptica, a delicada fibra está envolvida por uma fina folha de aço inoxidável impregnada de Silicon a qual é extremamente resistente às pressões normalmente aplicadas bem como à maioria dos químicos.

As delicadas fibras ópticas são protegidas por uma manga flexível de aço inoxidável. Os conectores das extremidades contendo a óptica de focagem estão selados protegendo assim as extremidades da fibra da poeira e possíveis danos (riscos). A posição das lente de focagem é ajustável relativamente à fibra permitindo a compensação para as várias divergências de diferentes lasers.

As fibras ópticas monomodo com preservação de polarização com reflexões nas extremidades das fibras extremamente baixas são utilizadas em aplicações interferométricas, minimizando a instabilidade laser e a saturação dos detectores causada por reflexões que entram na cavidade laser.

7.5.1 Acoplador de fibra

Para garantir uma injeção apropriada e eficiente da luz na fibra o ajustamento do conector da fibra relativamente ao feixe laser é feito pelo acoplador de fibra. São colocadas grandes exigências aos acopladores no que diz respeito à sua precisão mecânica e estabilidade. O ponto focal da lente tem de coincidir com o núcleo da fibra, além disso feixe deve estar dentro do cone de aceitação da fibra. O cone é definido pelo seno do ângulo que subtende, conhecido por abertura numérica(AN). A AN das fibras ópticas é tipicamente da ordem da ordem dos 0.1 a 0.3.

Dado que a fibra e a óptica de focagem estão ambos fixados dentro do conector, toda a unidade tem de ser ajustada relativamente ao feixe laser. Os quatro parafusos do acoplador de fibra cobrem quatro eixos de alinhamento: dois eixos de inclinação (α e β) e dois eixos lineares ortogonais à fibra (X e Y), ver figura 5. Os dois mecanismos de inclinação são extremamente precisos porque a inclinação do conector produz uma maior translação do foco na fibra que a translação do conector.

Características do conjunto fibra/acoplador:

- Fibra monomodo com preservação de polarização

- Comprimento de onda 514 nm, configurável para 633 nm
- Potência máxima: 2 W
- Eficiência: >60% para lasers de Argon
>70% para lasers de He-Ne
- Comprimento: 5 m
- Acoplador de precisão com quatro eixos de alinhamento

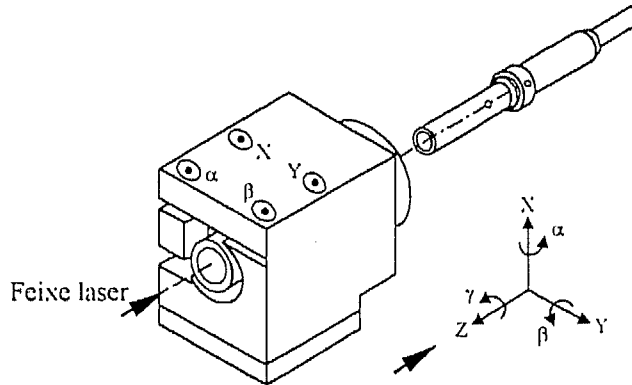


Figura 5. Acoplador de fibra.

7.6 Divisor de feixe [5,6]

Desenvolveu-se um dispositivo baseado num sistema de controlo de luz de cristais líquidos, Newport 932C para funcionar ou como divisor de feixe variável ou então como interruptor óptico. Usando o retardador de cristais líquidos (LCR) com um divisor de feixe polarizador (DFP), temos uma configuração que nos permite obter dois feixes com a mesma polarização. A intensidade relativa de ambos os feixes pode ser controlada alterando a tensão eléctrica aplicada ao LCR. Na figura 6 apresenta-se uma representação esquemática do dispositivo usado para gerar os dois feixes.

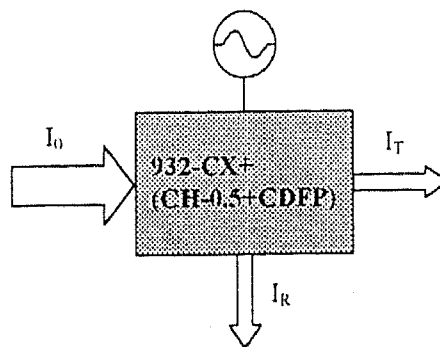


Figure 6. Representação esquemática do dispositivo utilizado para gerar dois feixes.

No qual I_0 é a intensidade de luz vinda do laser, I_T é a intensidade de luz transmitida e I_R é a intensidade de luz reflectida. Verificando-se a relação de intensidades

$$I_0 \cong I_T + I_R \quad (6.2)$$

O símbolo $\cong$ tem a ver com o facto de existirem perdas naturais por reflexão, de facto a intensidade transmitida é $\cong 92\%$.

A estabilidade das franjas é a chave para obter hologramas de elevado contraste. Se o divisor de feixe apresentar perdas, por exemplo o aquecimento local vai originar alteração de fase entre os dois feixes emergentes resultando daqui movimento das franjas no plano da imagem. Pequenos desvios angulares do feixe são também críticos, evitando a necessidade de ajustamentos adicionais para eliminar franjas espúrias que podem surgir no processo de optimização do contraste das franjas de interferência em tempo real. Baixas perdas e baixo desvio do feixe tornam estes atenuadores/divisores de feixe ideais para aplicações holográficas.

O modelo 932 de controlo de luz permite o controlo das características da luz laser em tempo real sem óptica móvel. O componente chave do sistema é uma cabeça óptica que contém um retardador variável de cristais líquidos, excitado por um controlador de baixa tensão. A birefringência do retardador é proporcional ao campo eléctrico aplicado, permitindo, através do controlo da tensão aplicada, o ajuste da atenuação do feixe, controlo de fase, ou divisão do feixe com acessórios ópticos. A sua adaptação a qualquer comprimento de onda arbitrário ou valor de retardamento torna-o numa ferramenta apropriada a uma grande variedade de sistemas ópticos activos.

Como características chave do sistema temos:

- ☐ Controlo electrónico da atenuação, razão de divisão do feixe e alteração de fase
- ☐ Operação em tempo real
- ☐ Ausência de óptica móvel

Como vimos este conjunto pode ser usado de formas diferentes mas aqui é usado como controlo variável da divisão de feixe permitindo-nos obter:

- ☐ Máximo contraste de franjas num sistema de gravação holográfica
- ☐ Interruptor electro-óptico direccionado
- ☐ Controlo por tensão de sistemas de espelhos

Se em frente do LCR colocarmos um Divisor de Feixe Polarizador (DFP) podemos criar dois feixes ópticos com polarizações ortogonais tal como se ilustra na figura 7. A saída deste dispositivo depende da tensão aplicada ao LCR. A tensão aplicada ao LCR altera a sua birefringência, alterando assim a polarização que chega ao DFP. Assim o DFP pode criar dois caminhos diferentes para o feixe de iluminação. Além disso a razão de luz transmitida e reflectida pelo DFP pode ser controlada através da tensão aplicada à cabeça óptica. Esta configuração permite assim o controlo electrónico da razão de divisão do feixe. A polarização que sai do laser é uma polarização vertical tal como se indica na figura 7 pelo número 1. Esta polarização não sofre qualquer alteração no seu percurso, com excepção do feixe reflectido o

qual é rodado de $\pi/2$, indicado na figura pelo número 2. Para voltarmos a ter os dois feixes com a mesma polarização, por forma a obter um melhor contraste de franjas quando os dois feixes interferirem, é necessário rodar novamente de $\pi/2$ a polarização do feixe reflectido, o que se faz recorrendo a uma placa retardadora de $\lambda/2$. Assim os dois feixes passam a ter ambos polarização vertical tal como o feixe inicial, tal situação é indicada na figura pelos números 1, 3 e 4.

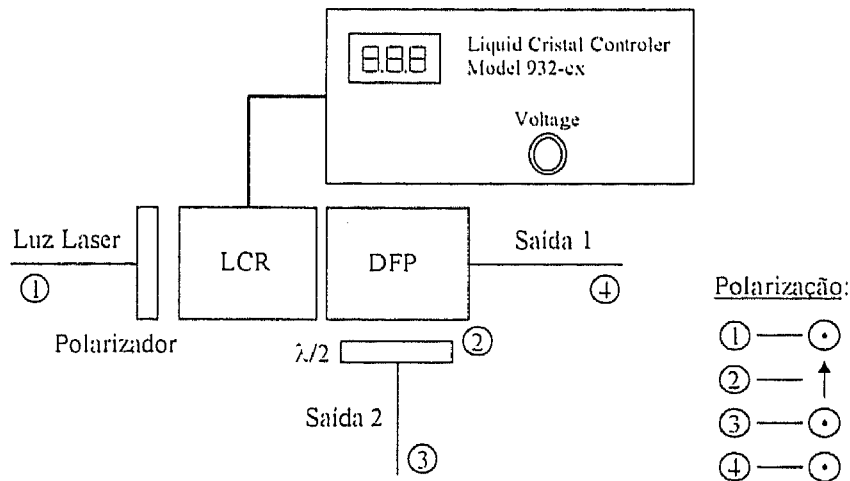


Figura 7. Sistema completo de controlo com indicação das polarizações.

O LCR é colocado de forma a que o seu eixo óptico faça um ângulo de 45° com o eixo de polarização do laser. Com esta orientação mostra-se que existe uma potência máxima transmitida do feixe de saída para uma tensão de 2 V, tal como se ilustra no gráfico da figura 8.

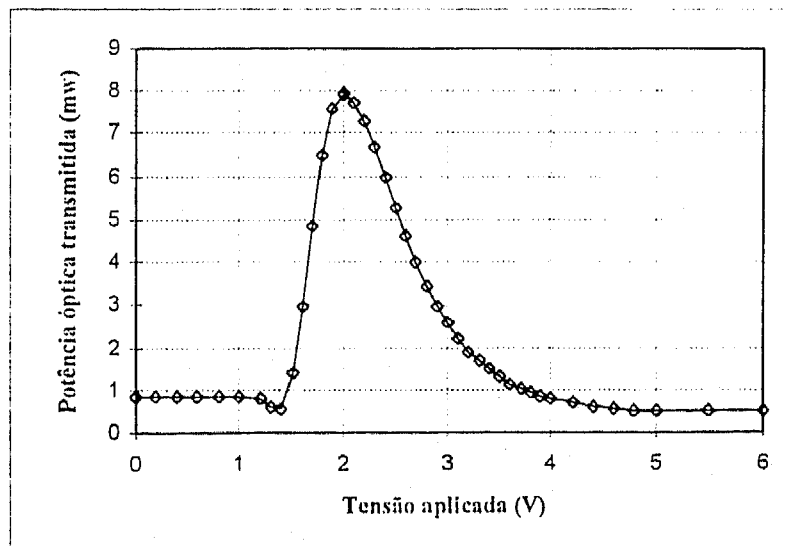


Figura 8. Potência óptica transmitida em função da tensão aplicada.

Como já vimos podemos com este dispositivo criar dois feixes ópticos com a mesma polarização à saída, em que as potências de saída são função da tensão aplicada tal como se mostra na figura 9. Pode-se ver uma completa simetria de potências ópticas entre as duas

polarizações criadas pelo conjunto LCR+DFP. Podemos desta forma, através de um ajuste cuidadoso da tensão aplicada, ter a mesma intensidade em ambos os feixes e assim obter franjas com melhor contraste. É também possível utilizar este dispositivo como interruptor electro-óptico direccional uma vez que através do controlo da cabeça óptica podemos ter a potência de entrada toda reflectida ou toda transmitida.

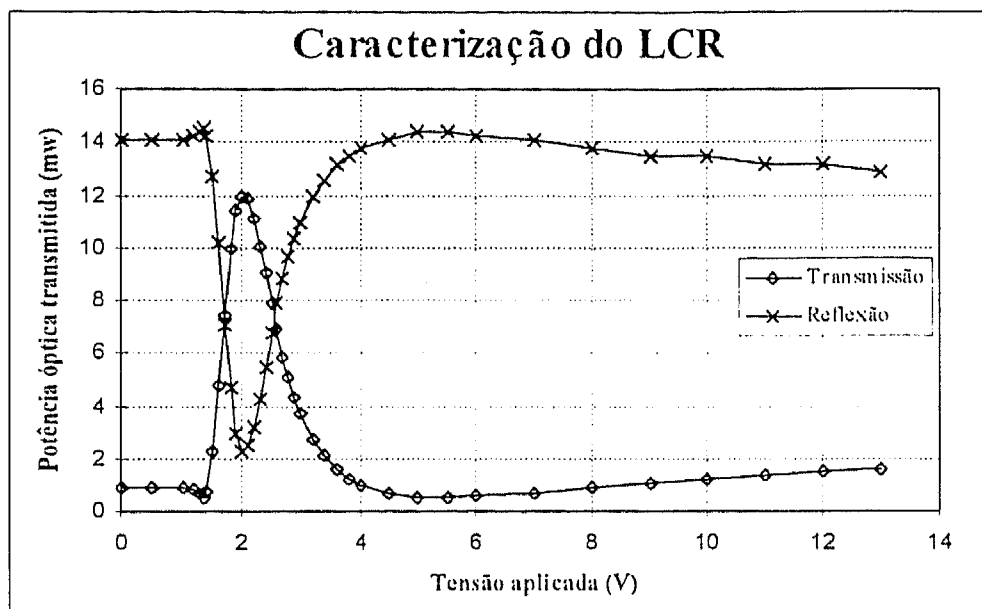


Figura 9. Intensidade em função da Tensão para os dois feixes emitidos pelo conjunto LCR+DFP.

A cabeça óptica, ver figura 10, é constituída por uma fina camada de material cristal líquido presa entre duas placas de sílica fundida. As faces interiores das placas estão cobertas com uma camada condutora de ITO (*Indium-Tin-Oxide*), à qual estão ligados contactos eléctricos. As características birefringentes do material cristal líquido mudam à medida que é aplicada tensão às superfícies cobertas de ITO.

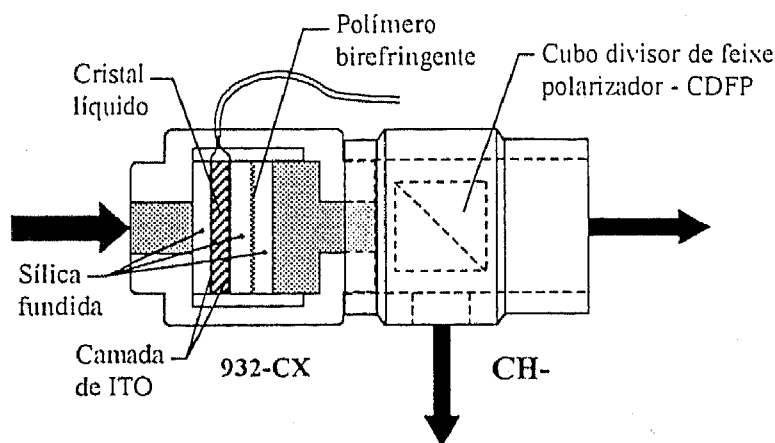


Figura 10. Representação esquemática da cabeça óptica.

O material óptico activo é um cristal líquido tendo como particularidade o facto das suas moléculas serem uniaxiais e exibirem uma birefringência óptica similar à do quartzo cristalino ou da calcite.

A montagem precisa das placas assegura uma óptima qualidade da frente de onda e estabilidade térmica. As superfícies exteriores da célula são cobertas com um material antireflector para aumentar a transmissão de todo o sistema. Um polímero birefringente é intercalado por uma terceira placa de sílica para compensar birefringência residual na célula do cristal líquido, proporcionando uma amplitude de retardação de 0 a $\lambda/2$ sobre a largura de banda do dispositivo.

O controlador 932 produz uma onda quadrada de 2 kHz com uma tensão ajustável desde 0 a 13 Volts. A onda quadrada interna de 2 kHz está sempre presente e é necessária para manter a orientação molecular apropriada no cristal líquido para a birefringência desejada. O sinal de 2 kHz excede o tempo de resposta molecular do cristal líquido e não pode ser detectada opticamente. A birefringência é controlada pela tensão pico a pico.

7.7 Câmaras CCD

As câmaras CCD (*Charge Coupling Device*) surgiram com os avanços da microelectrónica e o desenvolvimento de elementos fotossensíveis, vindo a substituir as câmaras de vídeo convencionais baseadas em tubos *Vidicon*.

A substituição dos tubos de imagem dos detectores vídeo por elementos detectores de estado sólido deve-se às múltiplas vantagens da utilização dos CCD's:

- em relação aos tubos, os CCD's utilizam uma tensão muito mais baixa e não consomem praticamente energia;
- Os dispositivos de estado sólido não são sensíveis a campos electromagnéticos externos;
- As características mecânicas dos CCD's são mais atractivas que as dos tubos pois são mais leves e menos volumosos, mais compactos e resistentes

A qualidade destes sistemas de imagem é superior em praticamente todos os aspectos aos sistemas de tubos convencionais com excepção de dois aspectos, a corrente de escuridão e a dificuldade de detecção de radiações com comprimentos de onda superior a 900 nm.

Os CCD's baseiam-se no princípio da conversão de fotões (luz) em quantidades eléctricas mensuráveis (tensão, corrente). Os electrões são os elementos de ligação entre os fotões de entrada e as tensões de saída. As partículas que atingem e penetram o substrato semiconductor transferem parte da sua energia para este. Esta transferência de energia ocorre através da geração de pares electrão/lacuna.

Os CCD's consistem numa matriz de condensadores MOS (*"Metal-Oxide Semiconductor"*) de Silício. Um substrato semiconductor do tipo-P é coberto por uma camada isolante de óxido de silício com a finalidade de isolar electronicamente o substrato semiconductor dos eléctrodos. Quando uma tensão positiva é aplicada entre um eléctrodo e o

substrato de silício, a maioria dos portadores (lacunas em substratos tipo-P no silício) serão repelidos da interface entre o semiconductor e o isolador, criando uma zona livre de portadores móveis rigorosamente debaixo do eléctrodo. Esta zona é conhecida como zona de depleção e tem uma espessura típica de alguns μm [7].

Se um fóton incidente tiver uma energia suficientemente elevada ($h\nu >$ banda de energia do silício) pode criar um par electrão/lacuna no semiconductor. Quando isto acontece na zona de depleção ou nas proximidades, o electrão gerado fonicamente será atraído para o poço de potencial que se forma debaixo do eléctrodo positivo. Desta forma um conjunto de cargas é formado, constituído por fótons/electrões que se criam na vizinhança do eléctrodo especificado.

O funcionamento de um CCD pode ser sumariamente descrito da seguinte forma: os elementos fotossensíveis são separados do *shift register*, protegido da luz, pela *transfer gate*, como se indica na figura 11. Esta, por sua vez, tem inicialmente um potencial inferior ao dos elementos fotossensíveis, o que evita que os electrões gerados fonicamente passem para o *shift register*. Depois de algum tempo (tempo de integração) o potencial da *transfer gate* é aumentado e os electrões são forçados a mover-se para o shift register onde se mantêm separados como pacotes de carga. Através do correcto controlo dos potenciais dos eléctrodos do *shift register*, estes pacotes de carga podem ser lidos dando informação sobre a quantidade de energia que incidiu em cada detector [7].

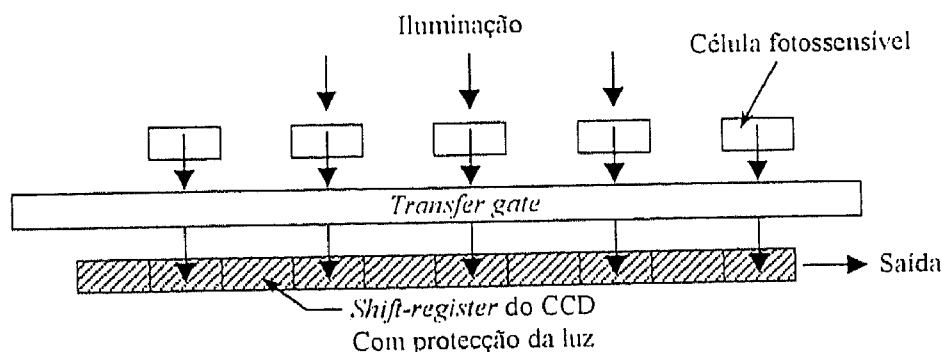


Figura 11. Diagrama esquemático de um sensor CCD linear [8].

A combinação de sensores lineares numa matriz 2D permite criar um sensor de imagens. Parâmetros importantes para as câmaras CCD em sistemas de ESPI são [9]:

- (i) Eficiência quântica (EQ), que é definida pela seguinte expressão:

$$EQ = \frac{\text{numero médio de fótons detectados/pixel/segundo}}{\text{numero médio de fótons incidentes/pixel/segundo}} \quad (6.3)$$

e é uma função do comprimento de onda.

- (ii) Responsividade (Resp), esta quantidade é muitas vezes preferível à eficiência quântica porque fornece a resposta efectiva do CCD ao nível de iluminação e pode ser definida por:

$$Re\ sp = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1} \left[\frac{V}{\mu J / cm^2} \right] \quad (6.4)$$

onde I_1 e I_2 são diferentes intensidades de luz que produzem diferenças de potencial e V_1 e V_2 são as tensões correspondentes medidas a partir do nível da corrente de escuridão. A responsividade é função da eficiência quântica e por isso do comprimento de onda.

Alguns fabricantes fornecem os valores da responsividade através de outros parâmetros, como por exemplo em Amp/W. Estes valores podem ser relacionados com os valores em V/mJ.cm² através do conhecimento do tempo de integração e do valor do ganho do detector.

- (iii) Corrente de escuridão. É o grande inimigo dos utilizadores de CCD's. pois com o dispositivo colocado na escuridão total, um sinal é detectável à saída do detector. Este sinal é resultado de cargas criadas no silício por excitação térmica da rede cristalina. Geralmente, é dada em mV ou em e⁻/pixel e é exponencialmente dependente da temperatura, crescendo com esta.
- (iv) Gama dinâmica, a sua definição varia de fabricante para fabricante. A gama dinâmica é a razão entre os níveis de tensão em que a curva $V=f(I)$ é linear, onde I é a intensidade incidente:

$$GD = \frac{V_{sat}}{V_{dc}} \quad (6.5)$$

As tensões são geralmente expressas em Volts, mas em CCD's de elevada detectividade utiliza-se também e⁻/pixels. A gama dinâmica de uma câmara é basicamente ditada pelo número máximo de electrões que um *pixel* pode conter, o que depende do tamanho da zona de depleção.

Para os sistemas interferométricos com referência especular, ao contrário dos sistemas com referência de *speckle*, a gama dinâmica é mais importante que a sensibilidade pois o termo de interferência pode ser ajustado usando uma referência de maior intensidade. Desta forma a maioria das câmaras podem trabalhar perto do limite do ruído de escuridão.

- (v) Eficiência da transferência de carga. Durante a transferência de carga de um nível para outro do registo, um certo número de cargas fica para trás. Se $N1$ for o número de cargas num nível e $N2$ for o número no nível seguinte à transferência, a eficiência de transferência de carga (ETC) pode ser calculada por:

$$ETC = 1 - \frac{N1 - N2}{N1} \quad (6.6)$$

Os valores típicos de ETC são de cerca de 0.99999.

- (vi) Resposta linear. Especialmente quando se pretendem resultados de grande precisão deverá utilizar-se uma câmara com resposta linear. Geralmente o grau de linearidade da câmara é especificado pelo parâmetro γ , que é um parâmetro que pode ser ajustado. Este parâmetro é definido como sendo o declive do sinal em

tensão em função da exposição num gráfico logarítmico, $\gamma=1$ para uma resposta linear.

(vii) Resolução espacial e resposta em frequência. A resolução espacial para um dado sistema formador de imagem é função dos seguintes factores:

- a) Dimensão do *pixel*, quanto maior for a dimensão do *pixel* pior é a resolução.
- b) Ineficiência de transferência. Lentamente a carga de um *pixel* é diluída para os seguintes à medida que se processa a transferência. A resolução é por isso uma função da posição do objecto na matriz fotossensora.

A resposta espacial é geralmente dada em termos da taxa de modulação (TM) para padrões de teste. Se estes padrões forem rectangulares a taxa de modulação é designada por função de transferência de contraste (FTC), se são sinusoidais por função de transferência de modulação (FTM):

$$FTM = \frac{S_{max} - S_{min}}{S_{max} + S_{min}} \quad (6.7)$$

onde S_{max} e S_{min} são os valores máximos e mínimos da resposta do sinal para uma dada frequência espacial dos padrões de teste. A relação entre FTC e FTM é dada por:

$$FTC = \frac{4}{\pi} FTM \quad (6.8)$$

Os fabricantes por vezes fornecem valores de FTC até à frequência de Nyquist.

As técnicas de interferometria de *speckle* com CCD's põem diferentes necessidades de resolução quando comparadas com os sistemas de formação de imagem convencionais. A resolução espacial da câmara deve ser suficientemente grande para poder, pelo menos em parte, resolver o *speckle*, o que põe restrições ao tamanho de cada elemento fotossensível. A frequência espacial do padrão de *speckle* é ditado pelo tamanho da abertura do sistema óptico. Aumentando a abertura aumenta-se a largura de banda espectral, ou por outras palavras, diminui-se o tamanho médio do *speckle*. Isto é válido enquanto for a câmara CCD a impor o limite da resolução espacial do sistema de aquisição de imagem. No entanto, a necessidade de obtenção de resultados mais precisos fez com que se utilizassem meios de digitalização das imagens. Assim, geralmente são utilizadas *frame-grabbers* para esse propósito e para diminuir o tempo de computação, pelo que é a sua resolução espacial que define a resolução espacial do sistema.

Com métodos temporais, as franjas de correlação são formadas antes da informação da imagem ser digitalizada por um *frame-grabber*. Neste caso, franjas de boa visibilidade podem ainda ser obtidas mesmo quando o tamanho do *speckle* é menor que o tamanho efectivo do *pixel*. As franjas resultantes são obtidas por filtragem, o que reduz a resolução dos detalhes do objecto.

Com métodos de subtracção, as imagens de *speckle* são digitalizadas antes da subtracção das imagens. O tamanho do *speckle* e a abertura do sistema são então determinadas pela

resolução do *frame-grabber*. Um tamanho excessivo da abertura forma imagens de *speckle* antes da subtracção ocorrer, o que deteriora a visibilidade das franjas de subtracção.

As câmaras CCD convencionais não são recomendadas para $\lambda > 900$ nm. A sua resolução espacial diminui para comprimentos de onda elevados, pois existe informação óptica cruzada entre os *pixels* devido à relativa profundidade de penetração da região onde ocorre a conversão fóton/electrão [7]

A câmara de CCD utilizada nos sistemas de ESPI era uma CCD-Micam VHR 752(h)×582(v) (752 linhas na vertical e 582 linhas na horizontal), com montagem *C-mount*.

7.8 Lentes e espelhos

As leis da reflexão e da refacção descrevem como a luz se propaga durante o seu percurso numa qualquer sistema óptico. Os sistemas ópticos onde as reflexões e as refacções existem apenas entre superfícies planas podem ser úteis mas são limitados. Para evitar essas limitações recorre-se a superfícies curva, esféricas e cilíndricas no encaminhamento da luz. A utilização destas superfícies deverá revestir-se de alguns cuidados no sentido de minimizar as alterações indesejáveis - aberrações - que estes componentes introduzem nas frentes de onda que se propagam através deles.

No caso dos espelhos utilizados em óptica é normalmente utilizada a superfície exterior para colocar o revestimento reflector. Nesta situação apenas se verificam aberrações que dependam de distorções verificadas na geometria e devidas à fabricação. Além da geometria global da superfície reflectora, que pode ser plana, cilíndrica ou esférica entre outras menos comuns, é também importante conhecer a tolerância de fabrico que, em sistemas ópticos, é normalmente melhor que $\lambda/4$.

No sistema de ESPI sensível a deslocamentos no plano utilizamos um *zoom* como elemento formador da imagem. Isto deveu-se ao facto de ser mais versátil permitindo captar imagens de objectos maiores ou menores sem mudar de lente. Tanto o *zoom* como o sensor CCD tem montagem *C-mount*. Isto significa que ambos obedecem a uma norma, o que para além de os tornar compatíveis um com o outro, faz com que possam ser usados independentemente com outros equipamentos que obedecem à mesma norma. Por outro lado, como ambos são *C-mount* isto significa que quando acoplados um ao outro, ver figura 12(a), o conjunto de lentes do *zoom* vai focar a imagem sempre no plano do sensor de CCD independentemente do campo de visão do *zoom*.

No entanto, como já vimos no sistema de ESPI é necessário introduzir a referência entre o CCD e a lente formadora de imagem, pelo que é necessário separar o *zoom* do sensor de CCD. Ao serem separados o *zoom* deixa de focar a imagem no CCD, como consequência disso torna-se necessário implementar um sistema óptico que permita focar a imagem no CCD, sem grandes perdas em termos de eficiência em relação à montagem da figura 12(a). O sistema implementado, ver figura 12(b), é constituído pelo *zoom* e duas lentes. A lente L1 é uma lente de campo e a lente L2 é a lente que vai focar a imagem no plano do sensor de CCD.

A lente L1, que como dissemos é uma lente de campo é colocada no plano de focagem do *zoom*. A sua colocação neste ponto tem como objectivos por um lado evitar que raios marginais se percam (*vigneting*), por outro lado fazer com que a abertura do sistema não seja alterada, continuando a ser a abertura do *zoom* e por fim garantir que L2 foque sempre a imagem no plano do CCD independentemente do campo de visão do *zoom*.

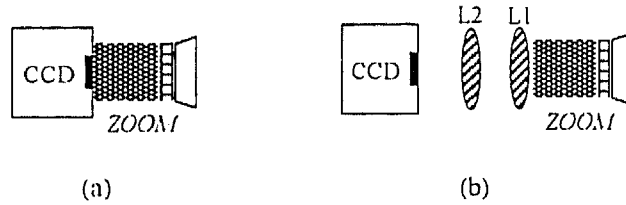


Figura 12. Sistema de formação da imagem. (a) sistema normal, (b) para o sistema de ESPI

A distância da extremidade da fibra que transporta o feixe de referência ao sensor de CCD, é imposta pela AN da fibra no caso da figura 5 (capítulo 5), ou pela microlente no caso da figura 6 (capítulo 5), já que todo o sensor de CCD tem de ser iluminado uniformemente. Esta distância, tem de ser imposta à partida e em função deste valor podem-se calcular os valores para L1 e L2 por forma a garantir este requisito.

O traçado de raios constitui a principal ferramenta para o projecto de sistemas ópticos. Existe um método para utilizar as equações de traçado de raios, a linearidade das equações e a sua utilização repetitiva sugerem o uso de matrizes. A refração e a transferência são realizados matematicamente através de operadores matriciais [10].

Um sistema óptico completo pode ser representado por uma matriz do tipo [11]

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad (6.9)$$

em que o determinante da matriz

$$\det = (AD - BC) = 1. \quad (6.10)$$

Num sistema óptico formador de imagem para que a relação objecto/imagem se mantenha, ou seja para que os planos do objecto e da imagem sejam planos conjugados, é necessário que o elemento B da matriz M seja [11]

$$B = 0. \quad (6.11)$$

No caso do sistema óptico em questão, ver figura 12(b), os planos do objecto e da imagem coincidem respectivamente com a lente L1 e o sensor de CCD. A matriz do sistema óptico é dada pelo produto das matrizes individuais. Designando por M_1 a matriz da lente L1, M_2 a

matriz do espaço livre entre as lentes L1 e L2, M_3 a matriz da lente L2 e M_4 a matriz do espaço livre entre L2 e o sensor de CCD obtemos [10]

$$M = M_4 M_3 M_2 M_1. \quad (6.12)$$

Assim substituindo pelas respectivas matrizes obtemos

$$M = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 - \frac{l+d}{f_1} - \frac{d}{f_2} + \frac{ld}{f_1 f_2} & l - \frac{ld}{f_2} + d \\ -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} + \frac{l}{f_1 f_2} & 1 - \frac{l}{f_2} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Em que f_1 e f_2 são respectivamente as distâncias focais das lentes L1 e L2, l é a distância entre as lentes L1 e L2 e d é a distância entre a lente L2 e o sensor de CCD. Verifica-se que a matriz está correcta uma vez que $\det[M] = 1$. Impondo a condição (6.11) obtemos

$$l - \frac{ld}{f_2} + d = 0. \quad (6.15)$$

A partir da expressão (6.15) podemos por exemplo calcular a distância entre as duas lentes. Verificamos experimentalmente no caso da montagem da figura 6 (capítulo 5), que a distância mínima para que a fibra ilumine uniformemente todo o CCD é $d \approx 4$ cm. Decidimos optar por lentes com diâmetro $\phi = 2.5$ cm para evitar problemas com a abertura do *zoom*, o que fez com que ficássemos limitados pelos valores comercialmente disponíveis em termos de distância focal para lentes com este diâmetro. O valor mínimo disponível para $f_2 = 2.5$ cm, pelo que a distância entre as duas lentes é $l = 6.6$ cm. De notar que ao nos referirmos nos sistemas de ESPI (figuras 4, 5 e 6 do capítulo 5) ao sistema formador de imagem, denotando-o por *zoom*, este já incluía todo o sistema óptico: *zoom*+lentes.

Como já vimos a qualidade do sistema óptico, nomeadamente o responsável pela formação da imagem tem um papel fundamental nos sistemas de ESPI, daí que se tenha empenhado algum esforço no sentido de melhorar os sistemas disponíveis no laboratório do LOME.

Tal como vimos no capítulo 6 a análise de um sistema óptico pode ser mais ou menos complicada, dependendo da abordagem que é feita do problema. No caso de um sistema com relativamente poucos elementos, uma única lente por exemplo, torna-se fácil a sua caracterização. À medida que o numero de elementos vai aumentando a complexidade também aumenta, nomeadamente no que diz respeito à quantidade de cálculos, tal como se pode ver pela análise anteriormente feita para o sistema *zoom*+lentes.

Os passos envolvidos no desenho de um sistema óptico são numerosos e complexos. O aparecimento de computadores pessoais cada vez mais poderosos, juntamente com *software* de desenho óptico sofisticado tornou esta tarefa muito mais fácil.

A optimização é uma das etapas mais importantes no processo de desenho, e os computadores reduziram de forma acentuada o tempo e o esforço necessário para produzir desenhos ópticos de boa qualidade [12].

Um laboratório de óptica por muito bem equipado que esteja, dificilmente possui todos os elementos necessários para realizações mais exigentes. Ou porque não se possui determinados elementos com determinados valores ou são exigidos vários elementos com o mesmo valor, ou então quando são valores que não fazem parte dos catálogos dos fabricantes.

Uma das grandes vantagens do *software* de simulação é o facto de podermos avaliar o desempenho de determinadas montagens, envolvendo uma variedade de elementos ópticos sem realmente os possuímos, e a partir dessa avaliação verificar quais as melhores soluções para a resolução do problema.

No LOME dispomos actualmente de dois programas de simulação óptica, o OPTICALC® 2.0 e o SOLSTIS® 4.5. Podemos dizer que um é o complemento do outro. Assim o OPTICALC® 2.0 é um programa de desenho óptico paraxial, que nos permite em tempo real alterar as características dos elementos e ver imediatamente quais as modificações que isso origina. O SOLSTIS® 4.5 é um programa de desenho e análise muito mais evoluído, completo e sofisticado que o OPTICALC® 2.0. Embora sendo um programa fácil de operar não é tão trivial como o OPTICALC® 2.0, uma vez que requer uma completa definição de todos os elementos. No entanto devido às suas potencialidades é um programa de grande ajuda [13,14].

Referindo-nos à montagem de ESPI sensível a deslocamentos no plano, os elementos ópticos foram calculados usando estes dois programas. Como já tínhamos visto, o feixe que sai do cabo de fibras ópticas e que é utilizado para iluminar o objecto é um feixe colimado, logo sem divergência. No entanto usando um espelho côncavo o feixe pode ser aberto, permitindo-nos assim obter uma iluminação o mais uniforme possível, algo que é muito importante nestes sistemas.

Usando o OPTICALC® podemos simular a situação anteriormente descrita. Assim supondo um feixe laser com uma espessura aproximada de 4 mm e um espelho côncavo (elevada concavidade) fazendo um ângulo de 30°, podemos ver, tal como se mostra na figura 13, que a abertura do feixe não é suficiente para iluminar a área pretendida. Os elementos ópticos estão assinalados a castanho e o feixe a azul [13].

Nas tabelas 1 e 2 apresentam-se os dados fornecidos pelo programa, referentes às características do sistema e à simulação efectuada.

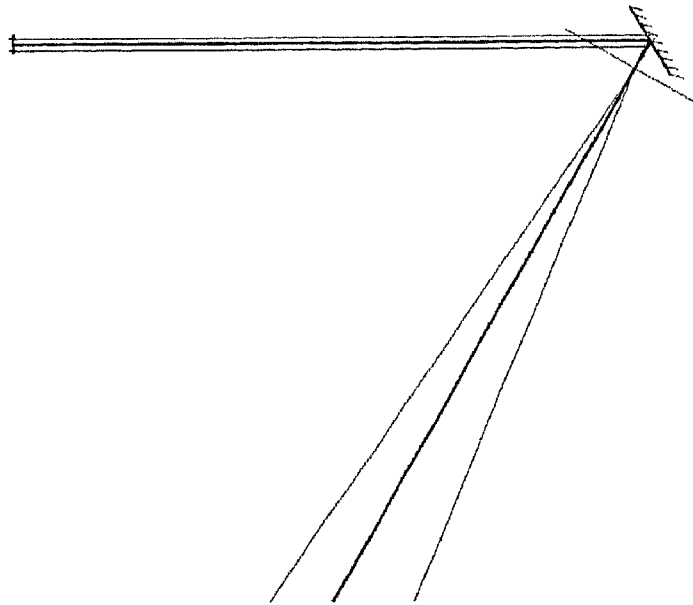


Figura 12. Divergência de um feixe colimado provocada por um espelho côncavo.

Gaussian beam source:

Position: Z=0 mm; dZ=0 mm

Concav Mirror:

Position: Z=200 mm; dZ=200 mm; Offset=0 mm

Tilt= 30.00 °; Axis Tilt=-120.00 °; CenterX=0 mm; CenterY=0 mm

Diameter: 25 mm

Focal length: 10 mm

Obturation: 0 mm

Tabela 1. Componentes do sistema da figura 8.

Wavelength	514.000 nm
Object Waist...	
Position :	0.00 mm
Diameter :	5.000 mm
Rayleigh distance :	38200.30 mm
Half Diverging angle :	0.004 °
Front focal length :	200.00 mm
Image Waist...	
Position :	210.00 mm
Diameter :	0.001 mm
Rayleigh distance :	0.00 mm
Half Diverging angle :	14.324 °
Back focal length :	10.00 mm
Waists magnification :	0.00
Entry Pupil	
Position :	0.00 mm
Diameter :	0.00 mm
Exit Pupil	
Position :	0.00 mm
Diameter :	0.00 mm
Size...	
1st to last component :	-NAN mm
Object to image :	-NAN mm

Tabela 2. Elementos que caracterizam o sistema.

Dado que a montagem da figura 12 não respondia às nossas necessidades partimos para uma outra montagem complementar, agora com a introdução de uma lente bicôncava ou lente negativa (a sua distância focal é negativa). Como se pode ver pela figura 13, uma lente bicôncava tem um efeito divergente [8].

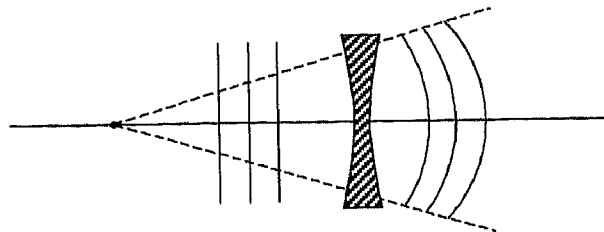


Figura 13. Efeito divergente numa lente negativa. Uma lente positiva tem um efeito convergente.

Assim introduzindo uma lente negativa de 25mm de diâmetro com uma distância focal de -25 mm, e um espelho côncavo de 25 mm de diâmetro e uma distância focal de 10 mm, obtivemos o resultado ilustrado na figura 14 e expresso nas tabelas 3 e 4. Como se pode ver pela figura, a introdução da lente negativa em conjunto com o espelho faz com que agora o feixe divirja muito mais, permitindo-nos assim iluminar a área desejada.

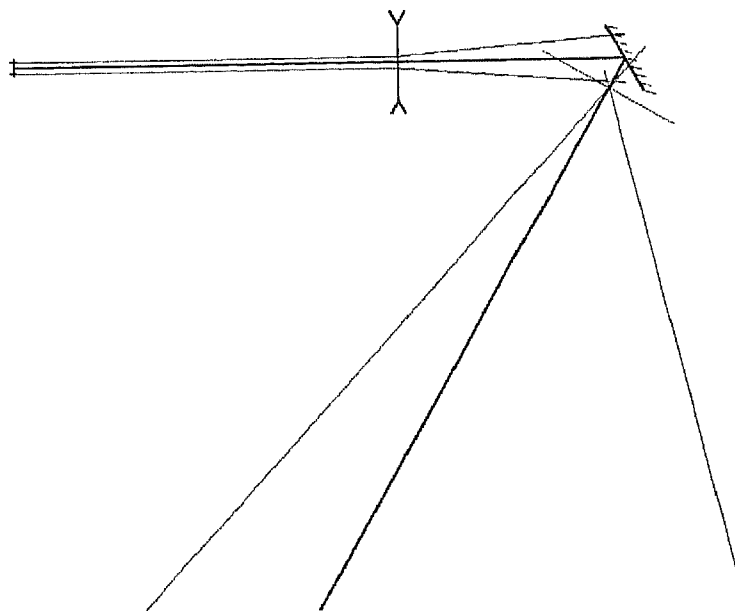


Figura 14. Divergência de um feixe colimado provocada por uma lente negativa e um espelho côncavo.

Gaussian beam source:

Position: Z=0 mm; dZ=4 mm

Diverging lens:

Position: Z=105.426 mm; dZ=105.426 mm; Offset=0 mm

Tilt=0.00°; Axis Tilt=0.00°; CenterX=0 mm; CenterY=0 mm

Diameter: 25 mm

Focal length: -25 mm

Glass: Schott: BK7; Index=1.5205; Dispersion=64.17

Concav Mirror:

Position: Z=200 mm; dZ=94.5743 mm; Offset=0 mm

Tilt=30.00°; Axis Tilt=120.00°; CenterX=0 mm; CenterY=0 mm

Diameter: 25 mm

Focal length: 10 mm

Obturation: 0 mm

Tabela 3. Elementos do sistema da figura 10.

Wavelength	514.000 nm
Object Waist...	
Position :	0.00 mm
Diameter :	4.000 mm
Rayleigh distance :	24448.20 mm
Half Diverging angle :	0.005 °
Front focal length :	125.00 mm
Image Waist...	
Position :	100.00 mm
Diameter :	0.004 mm
Rayleigh distance :	0.03 mm
Half Diverging angle :	4.584 °
Back focal length :	-25.00 mm
Waists magnification :	0.00
Entry Pupil	
Position :	0.00 mm
Diameter :	0.00 mm
Exit Pupil	
Position :	0.00 mm
Diameter :	0.00 mm
Size...	
1st to last component :	-NAN mm
Object to image :	-NAN mm

Tabela 4. Elementos que caracterizam o sistema.

Depois de analisado o sistema de iluminação passemos ao sistema formador da imagem. Tal como vimos no capítulo 6 um sistema formador de imagem constituído por uma única lente não é o melhor sistema já que apresenta diversas aberrações que não é possível corrigir com uma única lente. Os sistemas que normalmente acompanham as câmaras de CCD, do tipo *television lens* acabam por não melhorar muito a qualidade da imagem. Para avaliar a qualidade da imagem utiliza-se normalmente um alvo do tipo da figura 15, desenvolvido pela USAF (*United States Air Force*). Consistindo esta avaliação em verificar qual a capacidade em discernir o conjunto de números e rectângulos cada vez mais pequenos. Um sistema será tanto melhor, quanto maior for a capacidade do sistema em formar uma imagem nítida dos rectângulos cada vez mais pequenos. Uma outra análise consiste em verificar qual a resposta do sistema a uma grelha de rectângulos.

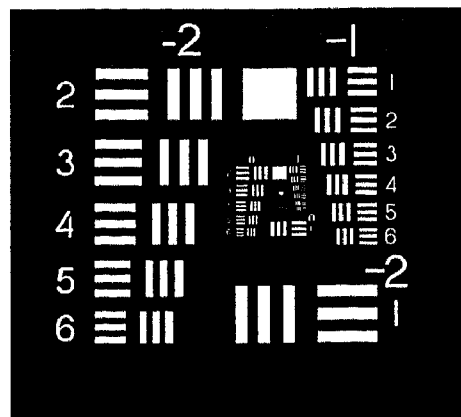


Figura 15. Alvo tipo da USAF.

Na figura 16 mostra-se a avaliação de uma única lente.

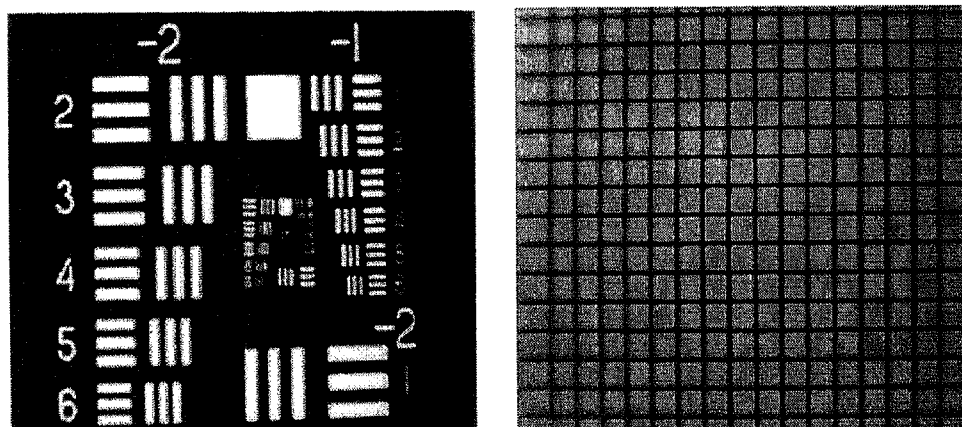


Figura 16. Lente biconvexa simétrica com 25 mm de distância focal.

Como se pode ver pela figura 16 ambas as imagens apresentam defeitos visíveis. Sendo evidente uma certa nebulosidade e de forma mais marcada a distorção tipo *barrel* (barril), a qual é bem evidente. Na figura 17 apresenta-se a avaliação de um sistema de lentes tipo *television lens* que normalmente acompanham as câmaras de CCD.

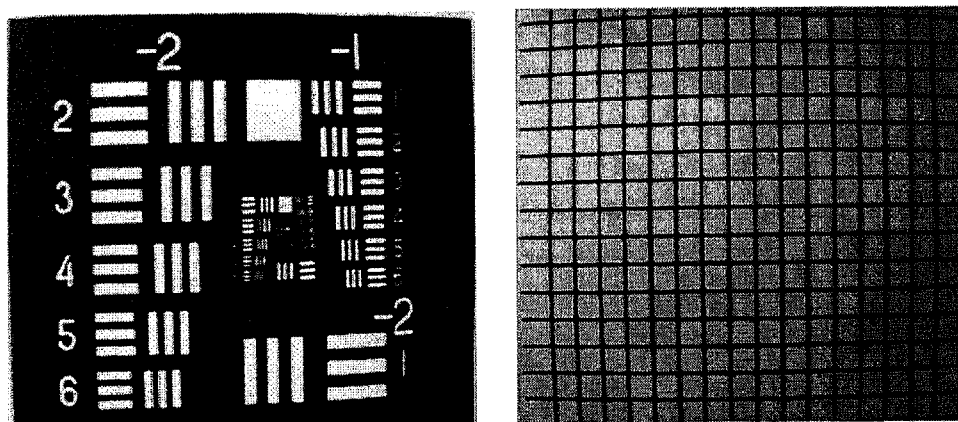


Figura 17. Sistema tipo *television lens*.

Comparando com as imagens da figura 16, nota-se um melhor contraste na imagem mas em contrapartida o efeito de distorção tipo *barrel* é muito mais acentuado. Daí que este tipo de lentes não traga grande melhoria.

No capítulo 6 verificamos que a qualidade de uma imagem poderia ser bastante melhorada com a utilização de lentes acromáticas. Estas são constituídas por dois tipos de lentes, uma biconvexa e uma côncava/convexa coladas uma à outra. As lentes separadamente tem distâncias focais atrás e à frente diferentes uma vez que os raios de curvatura são diferentes, além disso são normalmente constituídas por materiais diferentes. Isto tudo em conjunto permite obter uma lente de melhor qualidade em que as aberrações são menos evidentes.

Na figura 18 apresenta-se a avaliação de uma lente acromática.

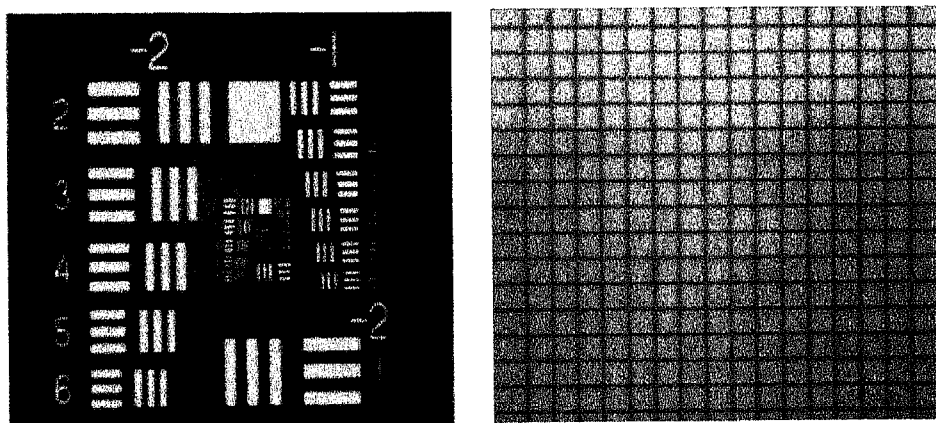


Figura 18. Lente acromática.

Como se pode ver pela figura 18 a qualidade da imagem está ao nível da figura 17 com a vantagem da distorção tipo *barrel* ser quase desprezável.

Tal como vimos na figura 15 do capítulo 6, a utilização de duas acromáticas idênticas melhora a qualidade da imagem uma vez que diminui ainda mais as aberrações existentes. Assim no sistema de ESPI sensível a deslocamentos no plano decidimos optar por um sistema formador de imagem constituído por duas lentes acromáticas idênticas e com a abertura situada entre elas. Começamos por fazer uma análise no OPTICALC® para um conjunto de duas lentes idênticas, os resultados desta análise são apresentados na figura 19 e nas tabelas 5 e 6.

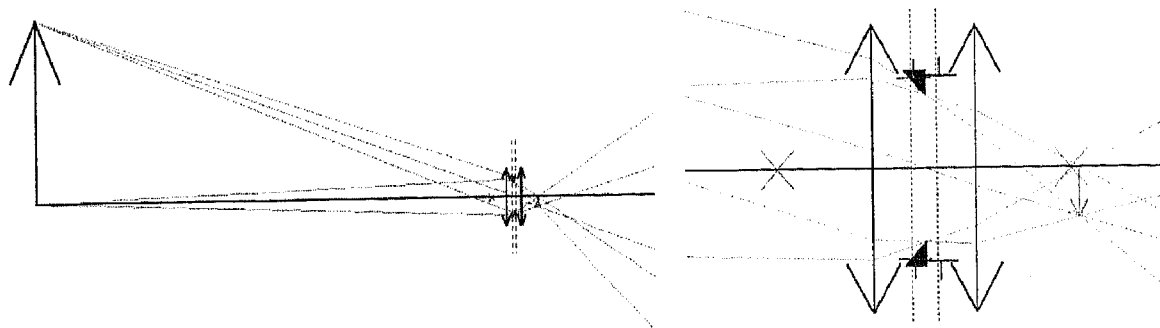


Figura 19. Sistema de duas lentes, com pormenor.

Referindo-nos à figura 19, a seta azul representa o objecto, a seta cinzenta representa a imagem e as setas castanhas representam as lentes estando entre elas representada a abertura. A linha vermelha vertical a tracejado representa o plano principal da imagem e a azul o plano principal do objecto.

Source:
At finite length
Height: 80 mm
Converging lens:
Position: Z=300 mm; dZ=300 mm; Offset=0 mm
Tilt=0.00°; Axis Tilt=0.00°; CenterX=0 mm; CenterY=0 mm
Diameter: 25 mm
Focal length: 25 mm
Glass: Schott: BK7; Index=1.5168; Dispersion=64.17
Aperture:
Position: Z=305.18 mm; dZ=5.17979 mm; Offset=0 mm
Tilt=0.00°; Axis Tilt=0.00°; CenterX=0 mm; CenterY=0 mm
Diameter: 12.776 mm
Converging lens:
Position: Z=310 mm; dZ=4.8202 mm; Offset=0 mm
Tilt=0.00°; Axis Tilt=0.00°; CenterX=0 mm; CenterY=0 mm
Diameter: 25 mm
Focal length: 25 mm
Glass: Schott: BK7; Index=1.5168; Dispersion=64.17

Tabela 5. Elementos do sistema da figura 15.

Wavelength	514.000 nm
Object...	
Numerical aperture	
a :	1.51 °
n.sin(a) :	0.026
Field angle :	14.63 °
Height :	80.00 mm
Front focal length :	300.00 mm
Image...	
Numerical aperture	
a :	26.16 °
n.sin(a) :	0.441
Field angle :	14.91 °
Height :	-4.29 mm
Back focal length :	10.14 mm
Entry Pupil	
Position :	306.55 mm
Diameter :	16.15 mm
Exit Pupil	
Position :	304.03 mm
Diameter :	15.83 mm
Size...	
1st to last component :	10.00 mm
Object to image :	320.14 mm
Paraxial...	
Magnification :	-0.05
Principal plane H :	306.23 mm
Principal plane H' :	303.72 mm
System's focal length :	15.58 mm
Aperture ratio number N :	0.97

Tabela 6. Elementos que caracterizam o sistema.

Para se poder fazer uma análise mais detalhada e completa do sistema temos de utilizar o SOLSTIS®, o qual nos permite de uma forma mais realista simular o sistema. Assim, decidimos analisar duas lentes acromáticas com distância focal de 25 mm do fabricante Melles Griot, com a referência LAO019 [15]. Na tabela 7 mostra-se a discriminação, por superfícies, de todo o conjunto. Na figura 20 apresenta-se uma representação esquemática do conjunto.

Title : 2 x LAO019 Melles Griot					Lambda = 514.000000			
n°	Surface	Radius	Parameter	Aperture	Glass	Index	Dispersion	Thickness
QB	SPHERE	Infinite	c=0.0000	6.000	AIR	1.000000	Infinite	300.000
1	SPHERE	33.100	c=0.0000	12.000	SF15	1.709776	30.07	2.000
2	SPHERE	12.480	c=0.0000	12.000	BALKN3	1.522471	60.25	3.760
3	SPHERE	-15.040	c=0.0000	12.000	AIR	1.000000	Infinite	2.000
4	DIAPHRAG	Infinite		10.000	AIR	1.000000	Infinite	1.000
5	SPHERE	15.040	c=0.0000	12.000	BALKN3	1.522471	60.25	3.760
6	SPHERE	-12.480	c=0.0000	12.000	SF15	1.709776	30.07	2.000
7	SPHERE	-33.100	c=0.0000	12.000	AIR	1.000000	Infinite	20.000
IM	SPHERE	Infinite	c=0.0000	2.000	IMAGE			

Tabela 7. Discriminação do conjunto de duas acromáticas.

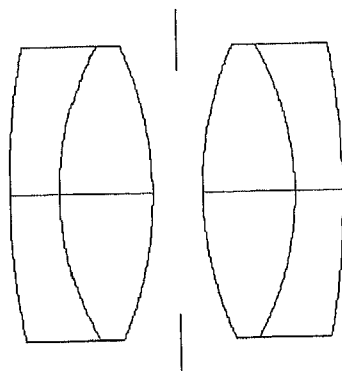


Figura 20. Representação esquemática das duas lentes acromáticas, estando a abertura circular entre elas e alvo situado a 20 mm.

Na figura 2, representam-se os raios que são captados a partir do objecto situado a cerca de 300 mm e depois de atravessarem o sistema óptico são focados num dado ponto.

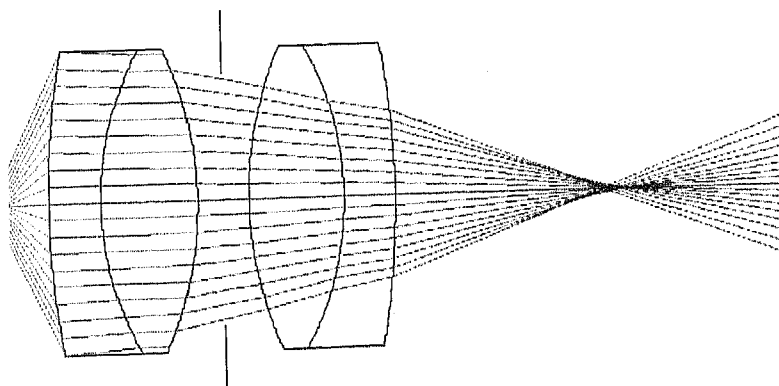


Figura 21. Desenho dos raios.

Na figura 22, faz-se uma representação tridimensional da figura 21.

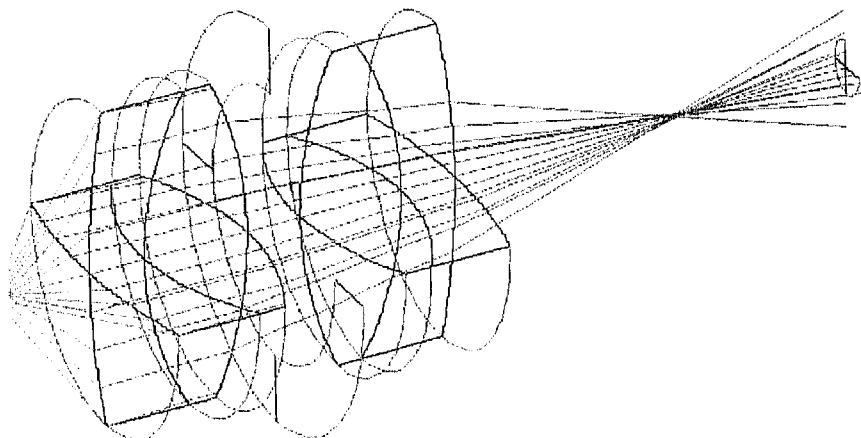


Figura 22. Representação tridimensional.

É possível a partir daqui, depois de definido o sistema óptico, obter vários resultados de análise ao sistema. Entre eles temos:

Dados paraxiais

Lambda = 514.000 nm							
n°	Focal length	HeightA	HeightF	BFL	AngleA	AngleF	BFL P
OB		0.00	-3.00		1.02324	0.56360	4.98
1	79.73	5.36	-0.05	94.41	-3.25147	0.36484	7.69
2	223.52	5.24	-0.04	435.79	-0.68948	0.38925	5.34
3	24.94	5.20	-0.01	26.14	-11.39756	0.61394	1.00
4	24.94	5.00	0.00	25.14	-11.39756	0.61394	0.00
5	21.57	4.80	0.01	19.99	-13.76285	0.38925	-1.58
6	28.48	3.90	0.04	21.69	-10.29472	0.36484	-5.69
7	13.58	3.54	0.05	9.24	-21.94917	0.56360	-4.98
IM		-2.21	0.20				

Foco Ideal

Supusemos inicialmente o alvo a uma distância de 20 mm, no entanto como se pode ver este não coincide com o foco do conjunto o qual está a 8,184943 mm do último elemento

Analysis Plane

Spot surface up

Increment down

☒ Auto-Scaling ☐ Scale Selection

Wavelength Selection

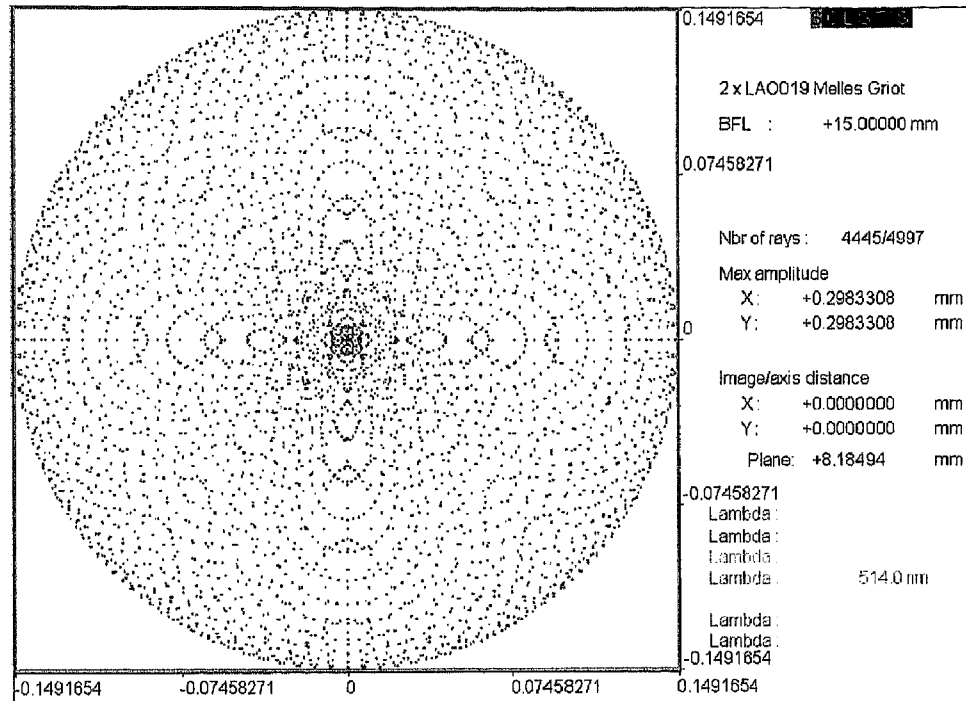
☐ 400.0 ☐ 450.0 ☐ 500.0

☒ 514.0 ☐ 600.0 ☐ 650.0

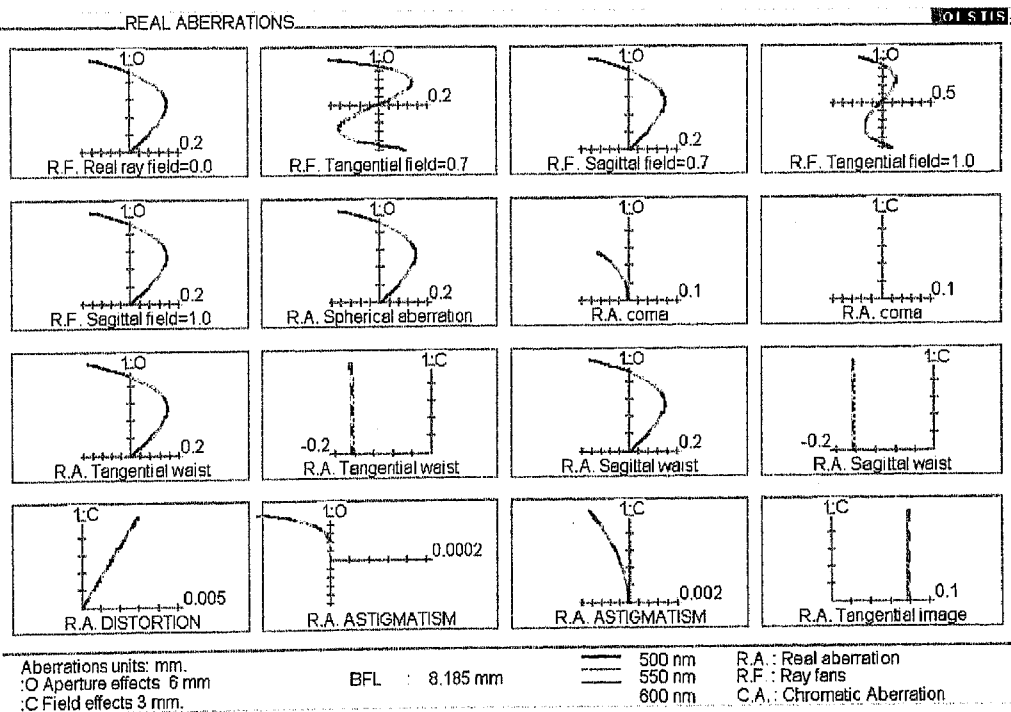
☐ 700.0

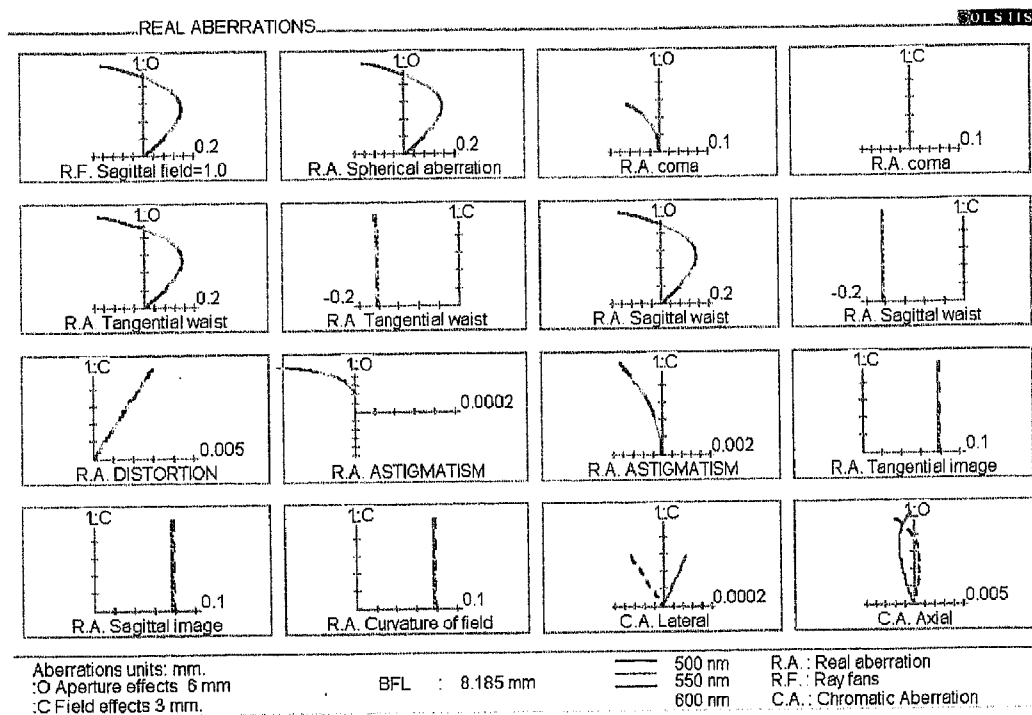
Diagrama do spot

É possível ver o que se passa em termos de *spot* em qualquer plano perpendicular ao eixo óptico, no entanto estamos interessados no diagrama do *spot* no foco ideal. Assim para cerca de 5000 raios



Aberrações





Apesar das boas características do sistema este não é perfeito. Isso pode ser constatado pela análise do diagrama do *spot* e das aberrações. A partir dos dados paraxiais podemos ter uma ideia sobre as características finais do conjunto em análise. No entanto este sistema, apresenta melhores características que os sistemas comerciais normalmente disponíveis, dado que os elementos ópticos são normalmente de qualidade inferior. É possível obter sistemas mais performantes uma vez que o SOLSTIS[®] permite fazer a optimização dos elementos, em função quer da qualidade da imagem pretendida ou da dimensão do objecto a observar, no entanto isso é feito normalmente à custa de elementos não disponíveis comercialmente em catálogo. Não sendo por isso prático, uma vez que estamos sempre condicionados por elementos disponíveis comercialmente pelos diversos fabricantes, embora todos eles fabriquem elementos por encomenda com as características desejadas, mas com custos elevados.

Referências

- [1] D. Jackson, "Monomode optical fiber interferometers for precision measurements", Instrument Science and Technology, Vol. 6, pág. 981-1001, 1985.
- [2] J. Dakin, B. Culshaw; "Optical Fiber Sensors, Principals and Components"; Artech House Ed.; 1988.
- [3] J. Augusto Chouzal, "Processamento de imagem na interpretação de franjas interferométricas em análise experimental de tensões", Tese de doutoramento a publicar, FEUP.
- [4] Manual "Fiberlink – the flexible link to your laser", Polytec, 1998.
- [5] Catálogo da Newport, "Optics", 1997/98
- [6] Newport 932 Series Attenuator Manual.

- [7] R.Spooren, "Pulsed video speckle interferometry", Tese de doutoramento, NTH Univ. Trondheim, 1992.
- [8] F.T.S. Yu, I.C. Khoo; "Principles of Optical Engineering"; John Wiley & Sons; 1990.
- [9] Relatório EUCLID - CEPA3 RTP3.1, WP2000 Damage detection methods, CSL, 1996.
- [10] E. Hecht, "Óptica", Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
- [11] A. Gerrard, J. M. Burch, "Introduction to Matrix Methods in Optics", John Wiley & Sons, 1975.
- [12] M. Nicholson, "PC Software Reduces Optical Design Costs", Scientific Computing World, February, 1996.
- [13] Manual do OPTICALC®
- [14] Manual do SOLSTIS®
- [15] Melles-Griot, 1997-98.

CAPÍTULO 8

8.1 Introdução

8.2 Aplicação 1

8.3 Aplicação 2

8.4 Aplicação 3

Referências

8.1 Introdução

Neste capítulo vamos apresentar algumas aplicações práticas, para as quais os sistemas desenvolvidos demonstraram a sua aplicabilidade.

Foram escolhidas três aplicações, uma para a aplicação do ESPI sensível a deslocamentos fora do plano, e outras duas para a aplicação do ESPI sensível a deslocamentos no plano.

8.2 Aplicação 1

Assim começamos com o Exemplo da aplicação do sistema de ESPI sensível a deslocamentos fora do plano.

O principal objectivo deste estudo visou o estudo da aplicabilidade da interferometria holográfica na determinação do campo dos deslocamentos de uma prótese da anca solicitada em consola, com a finalidade de poder determinar a rigidez equivalente de próteses de anca. Foram estudadas três próteses de igual geometria, semelhantes às de Freeman, e de diferentes materiais (aço, alumínio e um compósito de vidro/epóxico). Foi calculada numericamente a distribuição dos deslocamentos da prótese com o método dos elementos finitos (COSMOSWorks 2.0), comparando os resultados com os medidos experimentalmente. Um modelo matemático foi desenvolvido para determinar o módulo de elasticidade de próteses híbridas, partindo da medição do seu campo de deslocamentos e do conhecimento do módulo de elasticidade e comportamento de uma prótese de igual geometria.

A artroplastia da anca, que consiste essencialmente na restauração funcional da articulação, tem sido nos últimos anos objecto de estudos interdisciplinares aprofundados. Tal situação advém do elevado número de artroplastias realizadas anualmente, cerca de 800,000 [1], e dos problemas daí resultantes. É de salientar que destas, 8 a 10% são reoperações devidas ao insucesso das primeiras intervenções [2]. As próteses convencionais da anca são fabricadas em ligas de crómio-cobalto (Cr-Co), de aço inoxidável ou de titânio. Estes materiais apresentam uma rigidez material superior à dos tecidos ósseos e são um factor determinante no sucesso da artroplastia. Uma prótese de elevada rigidez provoca efeitos de *stress shielding*, resultantes do facto da prótese suportar a maior parte da transferência dos esforços sobre a articulação, protegendo o osso desta tarefa. O osso, como estrutura viva, reage a este efeito sob a forma de reabsorção óssea, estimulando a sua reabsorção, nomeadamente na região calcar do fémur. Este processo pode, numa fase mais tardia, provocar a laxação (separação) da prótese. A reabsorção óssea na região calcar do fémur permite a mobilidade da prótese, que pode originar a fractura do osso circundante ou mesmo da prótese. Este problema é ainda mais preocupante quando se realizam artroplastias em pacientes jovens ou fisicamente mais activos.

Para o estudo apresentado nesta comunicação, foi maquinada uma prótese num compósito laminado constituído por mantas e tecidos de vidro impregnados com resina de poliéster, e do qual se desconhecia à partida a sua rigidez. Para determinar o módulo de elasticidade global da prótese, foi desenvolvida uma metodologia que se descreve neste trabalho.

Para realizar o estudo numérico da prótese, foi gerada uma malha de elementos finitos no programa *COSMOSWorks 2.0* (figura 1). A malha analisada era composta por 2139 elementos tetraédricos (4 nós de canto) e 702 nós. Foi simulado numericamente um encastramento da haste em 30 mm da sua parte distal, solicitada, no plano frontal com uma carga de 0.5 N na zona proximal da prótese (direcção lateral-medial).

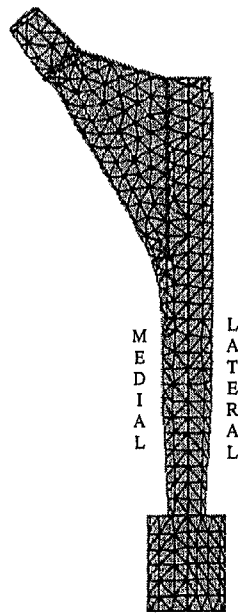


Figura 1. Malha de elementos finitos utilizada na simulação.

Para a obtenção dos resultados experimentais foi utilizado o ESPI sensível a deslocamentos fora do plano, o qual permitiu a obtenção do campo de deslocamentos na superfície exterior da prótese.

Foram efectuadas medições do campo de deslocamentos em 3 próteses de diferentes materiais: aço ($E=210$ GPa), alumínio ($E=70$ GPa) e um compósito de fibra de vidro/epóxico (módulo de elasticidade desconhecido), ver figura 2.

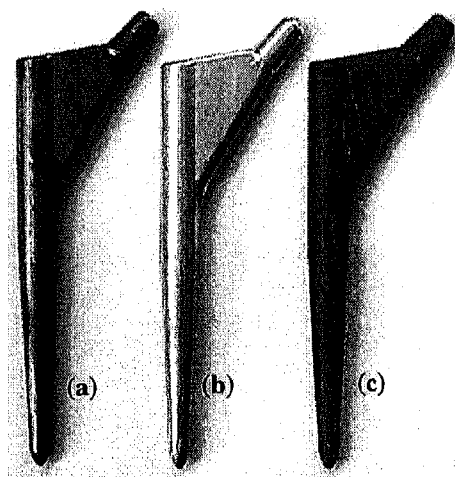


Figura 2. Próteses ensaiadas: (a) aço, (b) alumínio e (c) compósito.

A prótese compósita foi maquinada a partir de um estratificado constituído por tecido e manta de vidro impregnados em resina de epóxico. Todas as próteses foram encastradas num suporte construído para o efeito e foram sujeitas a uma solicitação como se ilustra na figura 3. O carregamento foi efectuado por gravidade utilizando uma massa de 50g. Dada a menor rigidez da prótese compósita, no seu carregamento apenas foi utilizada uma massa de 8g. Com a massa de 50g obtinha-se um número de franjas excessivo o que não permitia a sua resolução pela câmara.

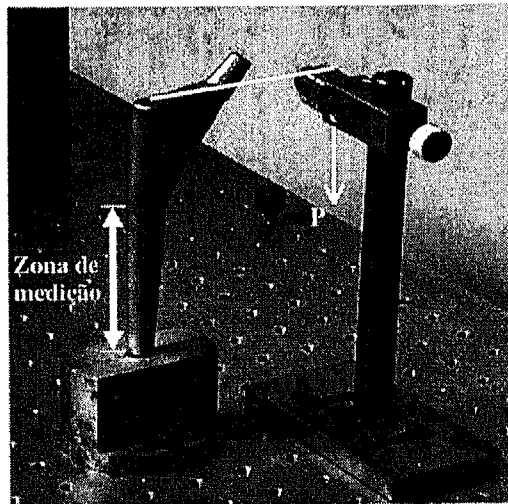


Figura 3. Forma como as próteses eram solicitadas em carga.

Os resultados dos campos de deslocamentos que resultaram dos cálculos de fase efectuados sobre os padrões de franjas obtidos, são apresentados nas figuras 4, 5 e 6. Sabendo que a uma diferença de fase de 2π corresponde um deslocamento de $\lambda/2$, em que $\lambda=632$ nm é o comprimento de onda do laser, calculou-se em determinados pontos o deslocamento sofrido pela prótese ao longo da região medida. Assim, para um determinado ponto da prótese, o seu deslocamento é obtido pela expressão:

$$\text{Deslocamento} \cong \text{Número de franjas} \times \frac{\lambda}{2} \quad (8.1)$$

dados que, devido à geometria da montagem, se tinha o vector sensibilidade orientado perpendicularmente a superfície do objecto.

Do campo de deslocamentos obtido pela interferometria holográfica foram retirados conjuntos de deslocamentos em vários pontos ao longo da parte lateral da prótese, desde a parte distal encastrada até sensivelmente a meio da prótese.

Os deslocamentos obtidos através do *ESPI* foram corrigidos tendo em consideração a componente de rotação de corpo rígido da prótese. O conjunto dos deslocamentos, obtidos com o *ESPI* e com o *MEF*, foi aproximado por funções do segundo grau do tipo $y(x)=k_1+k_2x+k_3x^2$. Como os resultados do *MEF* não incluem qualquer deslocamento de corpo rígido, determinou-se o valor da constante k_2 , e subtraiu-se a rotação de corpo rígido na função de aproximação.

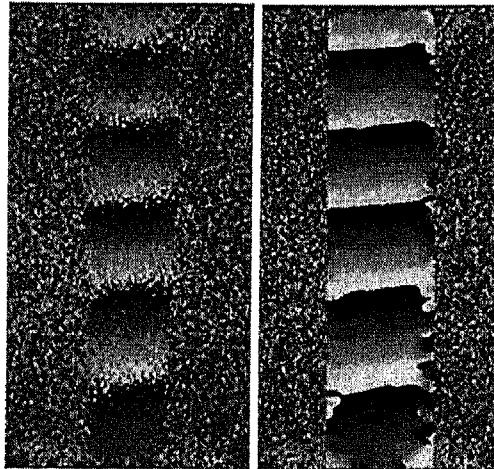


Figura 4. Mapa de fase antes e após filtragem para a prótese de aço.

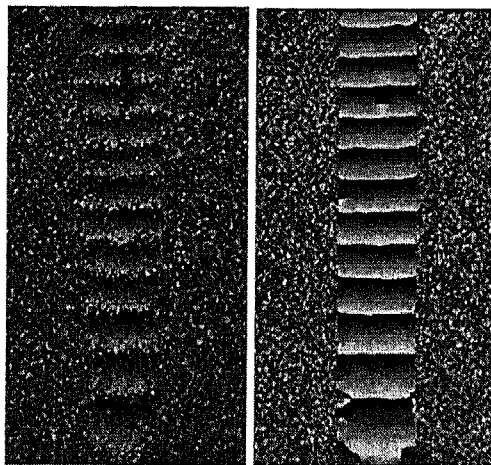


Figura 5. Mapa de fase e mapa de fase após filtragem para a prótese de alumínio.

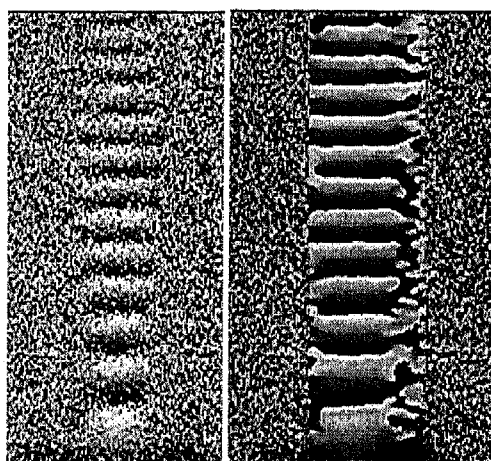


Figura 6. Mapa de fase e mapa de fase após filtragem para a prótese compósita (8g).

Na figura 7 ilustra-se a distribuição dos deslocamentos obtidos com o *ESPI* e com o *MEF* para as próteses de aço e alumínio.

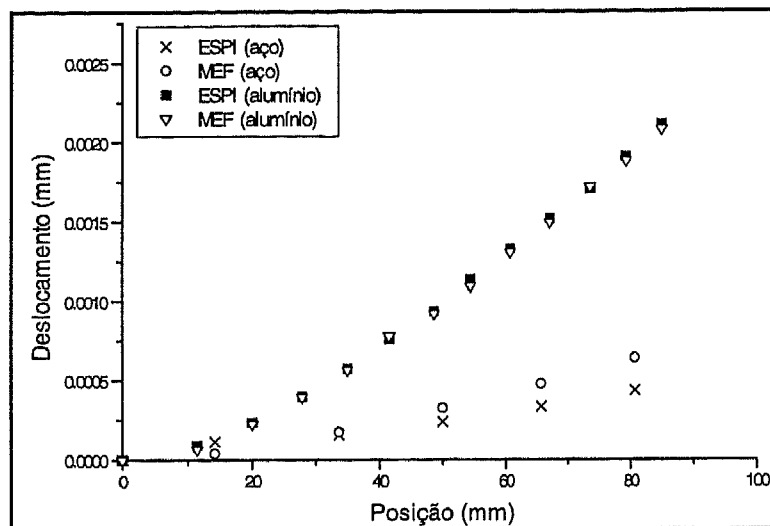


Figura 7. Gráfico da distribuição dos deslocamentos obtidos com o *ESPI* e com o *MEF*.

Ignorando o deslocamento medido junto ao encastramento, verificou-se que o erro máximo entre os resultados obtidos para a prótese de alumínio foi de 4%. O erro médio cometido para a prótese de aço e compósita foi de 30% e 20% respectivamente. Tal disparidade de resultados nestas duas últimas próteses resulta do efeito das condições de fronteira. No caso da prótese de aço, como a peça de fixação tinha um módulo de rigidez idêntico ao da prótese, o deslocamento final continha uma forte componente de rotação de corpo rígido. Neste caso, a componente de deformação tem menor peso o que dificulta a separação da rotação de corpo rígido e aumenta o peso relativo dos possíveis erros cometidos na medição. No caso da prótese de material compósito, além das condições de fronteira, é de referir ainda o efeito da reduzida intensidade do carregamento. De salientar o facto do cálculo numérico do campo de deslocamentos ter sido efectuado admitindo comportamento linear elástico. Por último, foi verificado que na amarração da prótese existia alguma deformação plástica localizada. Este facto deveu-se à menor resistência superficial desta prótese e decerto contribuiu para alterar o seu comportamento.

A determinação do módulo de elasticidade da prótese compósita foi efectuada recorrendo a um método matemático desenvolvido para o efeito. Este método, desenvolvido para o estudo de próteses híbridas, baseia-se numa comparação entre a distribuição de deslocamentos obtidos com a prótese compósita e com uma prótese de igual geometria construída num material de módulo de Young conhecido. Este método foi testado primeiramente comparando o comportamento da prótese de alumínio com a de aço. Obteve-se um módulo de elasticidade de 70 GPa para a prótese de alumínio (valor normal para o módulo de elasticidade deste material) e cerca de 15 GPa para a prótese compósita. O módulo de elasticidade obtido para o alumínio permite concluir que este método pode ser utilizado com rigor em materiais isotrópicos. O

módulo de elasticidade de 15 GPa para a prótese compósita, embora com um diferente comportamento mecânico, poderá ser uma boa aproximação.

Este estudo ilustrou a aplicabilidade do ESPI na determinação do campo de deslocamentos em prótese da anca. A simulação das condições fronteira e de carregamento foram as operações mais delicadas dada a sua forte influência nos resultados finais. Este trabalho deverá ser continuado no sentido de avaliar a validade deste método com próteses híbridas. Dado o elevado número de próteses da anca existentes e a possibilidade de futuramente grande parte delas serem obtidas por combinação de diferentes materiais, justifica-se a continuação deste trabalho.

8.3 Aplicação 2

A segunda aplicação é um exemplo de medição de deslocamentos no plano numa direcção utilizando para o efeito o ESPI sensível a deslocamentos no plano.

Este trabalho visava o estudo dos deslocamentos no plano de uma estrutura reticular em material compósito para o LHC (*Large Hadron Collider*).

A construção do novo acelerador de partículas do CERN, designado por LHC, exige a procura de novas soluções de engenharia estrutural e de materiais para a construção dos novos elementos destinados à detecção de partículas. Dadas as elevadas velocidades atingidas pelas partículas produzidas durante as colisões, fracções da velocidade da luz, é exigida uma grande estabilidade dimensional no posicionamento dos detectores (que poderá ser de alguns microns em comprimentos de vários metros). Para reduzir o peso dos componentes, mantendo elevada rigidez, são seleccionados materiais compósitos de grande estabilidade dimensional e com elevadas propriedades mecânicas aliadas a baixas massas específicas. Para esse efeito são desenvolvidos novos materiais compósitos fortemente ortotrópicos cujas características mecânicas são orientadas de acordo com as solicitações a aplicar aos componentes. Sendo assim, o recurso a técnicas que permitam avaliar o comportamento da estrutura sob solicitação é de importância crucial.

Os métodos experimentais clássicos de medição de tensões e deslocamentos superficiais ou recorrem à análise de modelos, como é o caso da fotoelasticidade, ou fazem uso de transdutores, como é o caso da extensometria. Tratando-se de materiais ortotrópicos o recurso à fotoelasticidade fica fortemente condicionado pela existência de materiais fotoelásticos com as características desejadas, pelo que, não é adequado para esta aplicação. Os métodos discretos, como é o caso da extensometria, embora de grande sensibilidade só fornecem informação em regiões limitadas da estrutura, pelo que apresentam limitações sempre que se está na presença de gradientes localizados de tensões.

Quando se pretende obter uma distribuição global de tensões ou de deformações é necessário usar técnicas de campo, como o Moiré ou as técnicas de interferometria holográfica. As primeiras apresentam a distribuição de deslocamentos no plano de uma forma contínua sobre toda a superfície sendo a sua resolução dependente do passo da rede. Embora seja uma

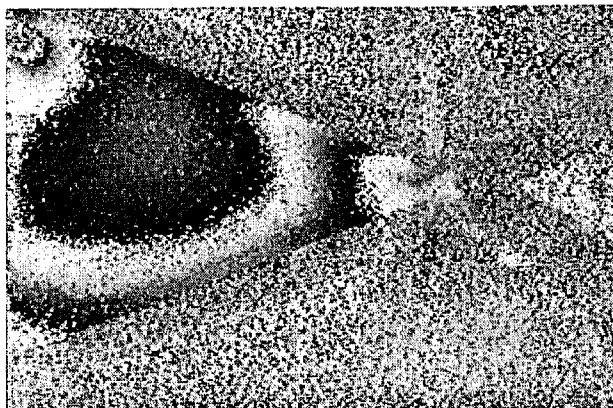


Figura 10. padrão de franjas que revela que a membrana foi colada indevidamente, revela-se um descolamento no canto superior esquerdo.

Na figura 11 é apresentado o sistema interferométrico descrito anteriormente. Sendo visível a colocação de LVDT's como forma de determinar os movimentos de corpo rígido fora da direcção de sensibilidade da montagem.

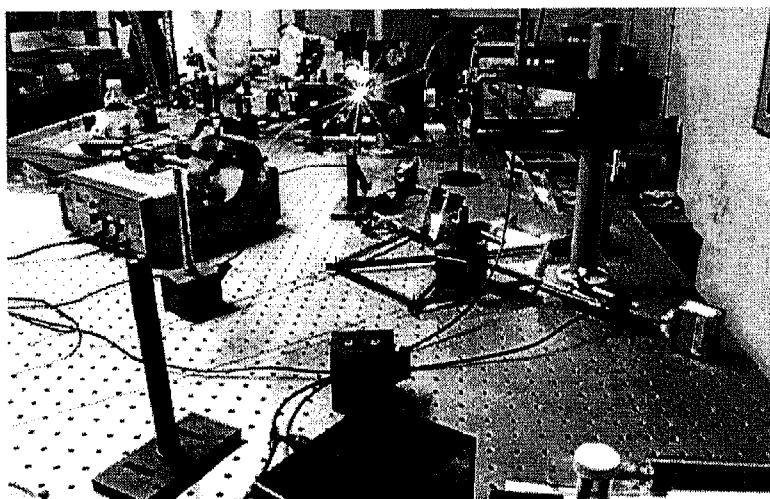


Figura 11. Montagem experimental em que se utilizou LVDT's para controlar a direcção de carregamento da estrutura.

Os primeiros resultados obtidos são apresentados na figura 12. A presença de franjas paralelas e curvas igualmente espaçadas revela que a estrutura sofreu uma rotação de corpo rígido durante o carregamento. Esta rotação foi igualmente detectada pelos LVDT's colocados simetricamente em cada um dos lados da estrutura.

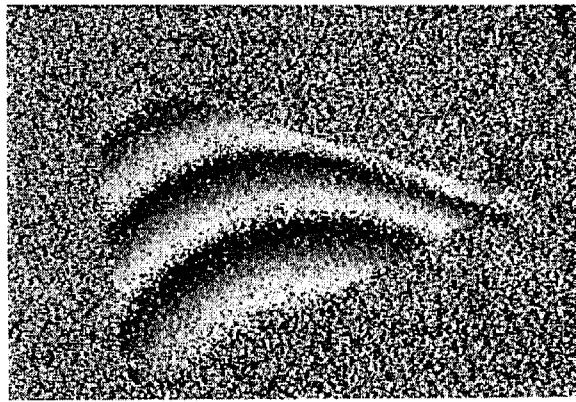


Figura 12. Padrão de franjas que revela uma rotação de corpo rígido da estrutura.

Após um alinhamento cuidadoso ao longo da direcção de carregamento e com uma membrana colada devidamente a uma das células da estrutura foi possível medir um campo de deslocamentos simétrico na direcção do eixo de simetria da estrutura.

O sistema mecânico desenvolvido para o carregamento da estrutura está representado na figura 13 e os resultados apresentados mostram que a estrutura sofreu uma deformação simétrica.

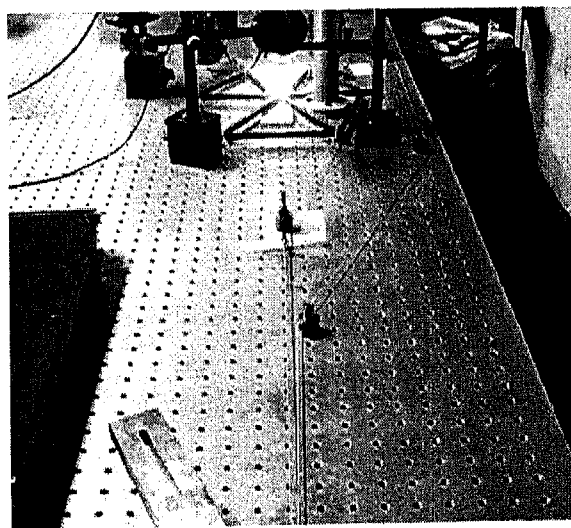


Figura 13. Carregamento simétrico da estrutura.

A fonte luz coerente foi um laser de Argon a emitir num comprimento de onda de 514 nm. O deslocamento correspondente a uma franja é de:

$$y = \frac{\lambda}{2} \cdot \sin \theta$$

ou seja

$$y = \frac{514 \times 10^{-9}}{2} \cdot \sin 29^\circ = 124,6 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Assim variando a carga teremos diferentes deslocamentos. Os resultados, obtêm-se da observação do padrão interferométrico que resulta para diferentes carregamentos. Na figura 14 está representada a situação de carregamento de 5.8 N.



Figura 14. Padrão interferométrico para uma situação de carregamento de 5.8 N.

Se dispusermos de meios de modulação de fase os resultados obtidos fornecem a distribuição de fase devida aos deslocamentos impostos à estrutura. Para além disso, a passagem de padrões de franjas interferométricas para distribuições de fase permite aumentar a resolução da medida de uma ordem de grandeza. A melhoria dos resultados é evidente nas imagens da figura 15 onde são apresentados mapas de fase para dois carregamentos distintos.

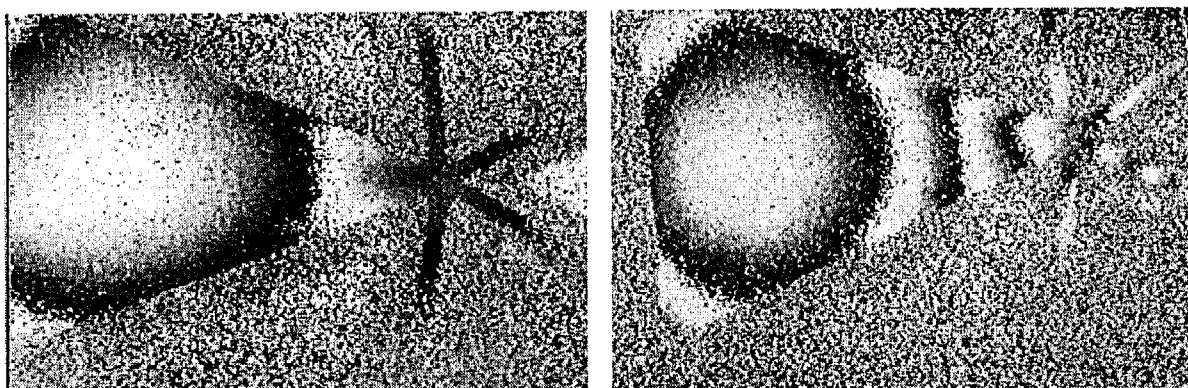


Figura 15. Mapa de fase para dois carregamentos distintos.

Foi feita uma análise numérica da estrutura para determinação dos deslocamentos por simulação numérica utilizando o código de elementos finitos ADINA. É também apresentada uma comparação dos resultados obtidos com o código ADINA. [3]. Após a eliminação dos movimentos de corpo rígido, que permitiram uma receptibilidade elevada dos resultados, verificou-se que os deslocamentos medidos para o nó central continuaram afastados dos valores

numéricos. Os resultados obtidos experimentalmente são mais elevados que os obtidos numericamente com o código de elementos finitos ADINA. Os resultados numéricos são menos correctos devido às dificuldades de modelização das condições fronteira que foram impostas experimentalmente e devido a falta de todos os valores das propriedades mecânicas do material. Estes resultados numéricos poderiam aproximar-se mais dos valores experimentais se as características mecânicas do material compósito, ao longo das três direcções fossem estudadas separadamente. Outro factor importante que deverá estar na base de resultados diferentes é a modelização das juntas coladas. Na verdade estas juntas coladas actuam como descontinuidades nos valores do módulo de Young ao longo do eixo das barras. Claramente a rigidez diminui e deslocamentos de corte são introduzidos devido à forma da ligação colada.

Em relação à técnica interferométrica utilizada ela revelou-se extremamente bem adaptada a este tipo de ensaio tanto pela capacidade de observar carregamentos indevidos na estrutura que provoquem rotações de corpo rígido no plano como pela ordem de grandeza dos deslocamentos envolvidos nestes ensaios.

Aplicação 3

A terceira aplicação é um exemplo de medição de deslocamentos no plano segundo duas direcções perpendiculares utilizando para o efeito o ESPI sensível a deslocamentos no plano.

Este trabalho visou o estudo do campo de deslocamentos na interface osso/implante.

A medição de deformações no interior do osso esponjoso é extremamente difícil usando técnicas de medida convencionais por contacto devido à estrutura altamente porosa e de propriedades mecânicas pobres. Foi desenvolvida e demonstrada a adaptabilidade de uma técnica experimental com base na interferometria de *speckle* para medir padrões de deslocamento num substituto de osso esponjoso (conhecido comercialmente por polyurethane HEREX[®] C 70) [4]. O objectivo deste trabalho consistiu no estudo da influência das condições de interface (implante colado/ajustado por interferência) usando interferometria de *speckle*. Nas experiências levadas a cabo usou-se osso esponjoso bovino com uma barra de metal com forma em cunha por forma a simular o implante, o qual foi inserido centralmente no osso esponjoso. O modelo foi seccionado longitudinalmente para expor a interface osso/implante e assim ter acesso à distribuição dos deslocamentos para o caso do implante estar colado ou ajustado por interferência.

A migração e subsequente laxação asséptica de próteses femorais são a forma mais comum de insucesso das substituições de anca. A consequente cirurgia de revisão é traumatizante para o paciente, tecnicamente difícil para o cirurgião e onerosa para o Serviço Nacional de Saúde. O mecanismo pelo qual ocorre a laxação asséptica não é claramente conhecido.

As técnicas, baseadas em estudos clínicos, de análise de desempenho de implantes podem levar 10 anos para eventualmente identificar o seu mau desempenho. Num mercado cada vez mais competitivo, tal informação torna-se redundante à data da sua publicação. Estudos de migração do implante no interior do osso, mostram que a componente vertical de migração pode ser usada para prever a incidência da laxação asséptica após um período pós operatório de

dois anos [5,6]. Isto sugere que o mecanismo de migração, e a consequente laxação asséptica, é um processo mecânico em vez de um processo biológico, ou é pelo menos activado por um estímulo mecânico. Assim, é possível prever antecipadamente a migração de uma dada prótese usando técnicas experimentais *in vitro*.

A incapacidade do osso esponjoso em suportar o implante pode ser um dos factores que contribui para a migração e laxação. A distribuição de tensões no fémur intacto e com implante tem sido estudada usando a análise pelo método dos elementos finitos (MEF) e, várias configurações de implantes foram analisadas [7,8]. Em comparação com dados de estudos clínicos, os resultados do MEF mostraram uma boa correlação entre as tensões principais mínimas no osso esponjoso e o deslocamento médio medido dois anos pós-operação [7]. As próteses que geraram as mais baixas tensões no osso esponjoso, foram as que menos migraram, enquanto que as próteses que geraram as tensões mais elevadas no osso esponjoso, foram as que mais migraram. Baseados nestes resultados, as tensões iniciais no osso esponjoso podem ser usadas para prever antecipadamente a migração e consequentemente a incidência de laxação de uma prótese [7]. De forma a ter uma maior confiança nas previsões, os modelos de elemento finitos precisam de ser validados através de comparação com resultados experimentais obtidos *in vitro*.

Foi desenvolvida uma técnica experimental para medir o campo de deslocamentos em torno de uma réplica de interface osso/implante [4]. Neste estudo, foi utilizada uma espuma de poliuretano (com a denominação comercial HEREX® C 70) como substituto do osso devido à semelhança de algumas das características mecânicas com as do osso esponjoso. No entanto, existem diferenças ao nível macroscópico e microscópico entre as duas estruturas.

Os resultados publicados por estes autores demonstraram que o padrão de deslocamentos para as situações da prótese colada e ajustada por interferência eram diferentes, o que sugere que a carga aplicada ao implante é transferida ao material circundante de forma diferente. Foi observada uma correlação qualitativa próxima entre os resultados experimentais e numéricos.

O único objectivo deste estudo foi o de avaliar se a técnica de interferometria de *speckle* era adequada à medição de deslocamentos, e por conseguinte deformações, dentro de uma estrutura com características semelhante à do osso esponjoso. Neste estudo, foi avaliada a influência das condições da interface na caracterização do campo de deslocamentos na região da interface osso/implante.

Na aplicação aqui descrita foram usados dois fémures bovinos frescos. Os fémures foram seccionados segundo um plano frontal e o osso esponjoso do fémur foi fixado com uma resina de epoxy a uma estrutura.

A figura 16 mostra o osso esponjoso e o implante usado. A estrutura de ensaio usada foi aperfeiçoada de forma a medir correctamente as forças aplicadas e evitar efeitos de bordo nas medições de deslocamentos [4]. A estrutura, projectada para prender o osso, apresentava rigidez suficiente para evitar deslocamentos de corpo rígido devido a carga aplicada ao implante. Para a situação do implante colado, este foi colado com uma camada muito fina de cola do tipo cianocrilato ao osso. Verificou-se que a cola não penetrou no osso esponjoso e, como tal, não o reforçou na área de contacto. A força aplicada ao implante foi exercida por imposição de um deslocamento constante no implante.

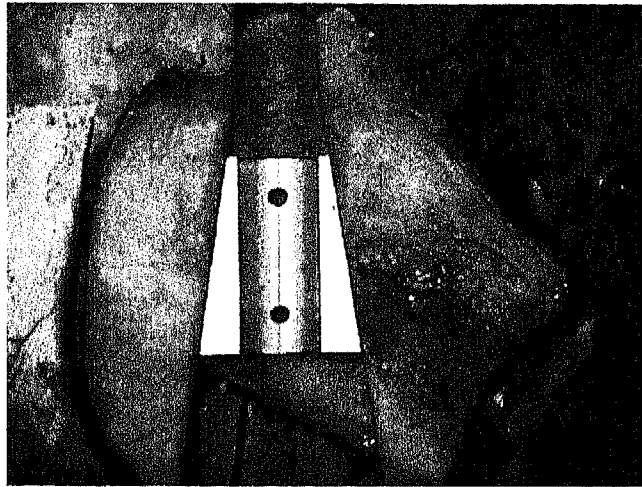


Figura 16. Osso e implante usados para estudar a influência de diferentes condições de interface.

Foi utilizado um dispositivo com quatro direcções de iluminação para medir o campo de deslocamentos no plano no osso que circunda o implante devido ao movimento axial do implante, ver figura 17.

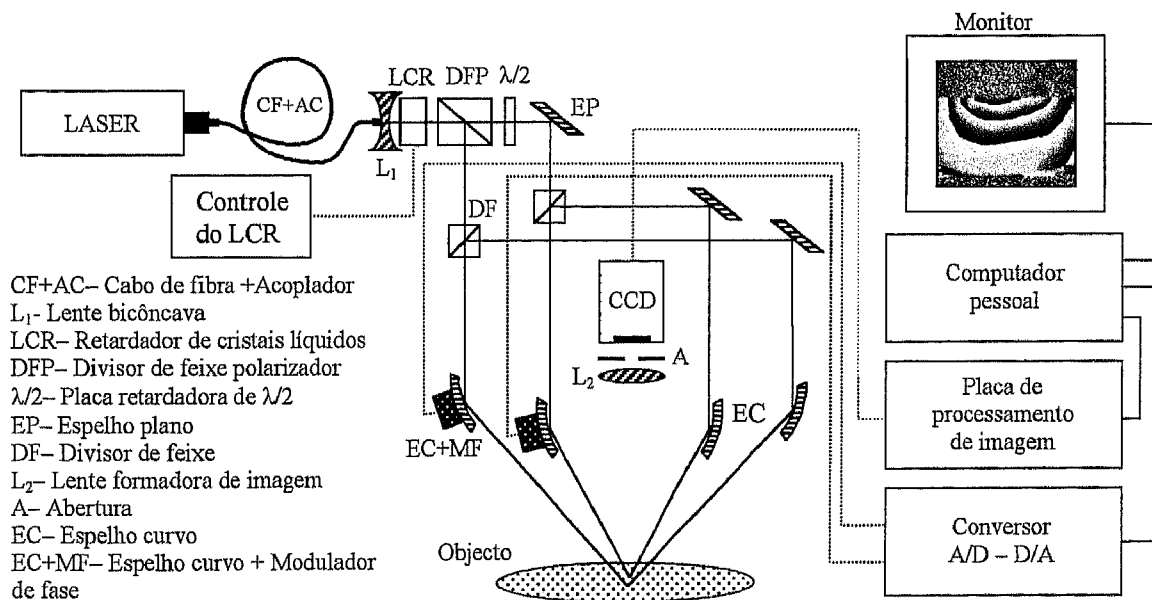


Figura 17. Dispositivo experimental utilizado para medir os deslocamentos no plano no meio circundante do implante.

Nos padrões de franjas obtidos cada franja representa pontos de igual deslocamento na direcção de vector de sensibilidade. Foi utilizado um sistema de processamento de imagem para calcular a fase. A figura 18 mostra a região do osso esponjoso, adjacente ao implante, que foi usada para estudar a influência das condições da interface no campo de deslocamentos induzido pelo implante.

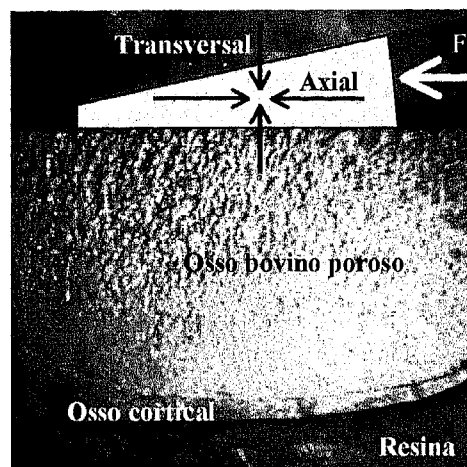


Figura 18. Região do osso esponjoso adjacente ao implante onde se avaliaram as franjas.

Na figura 19 ilustra-se a montagem utilizada.

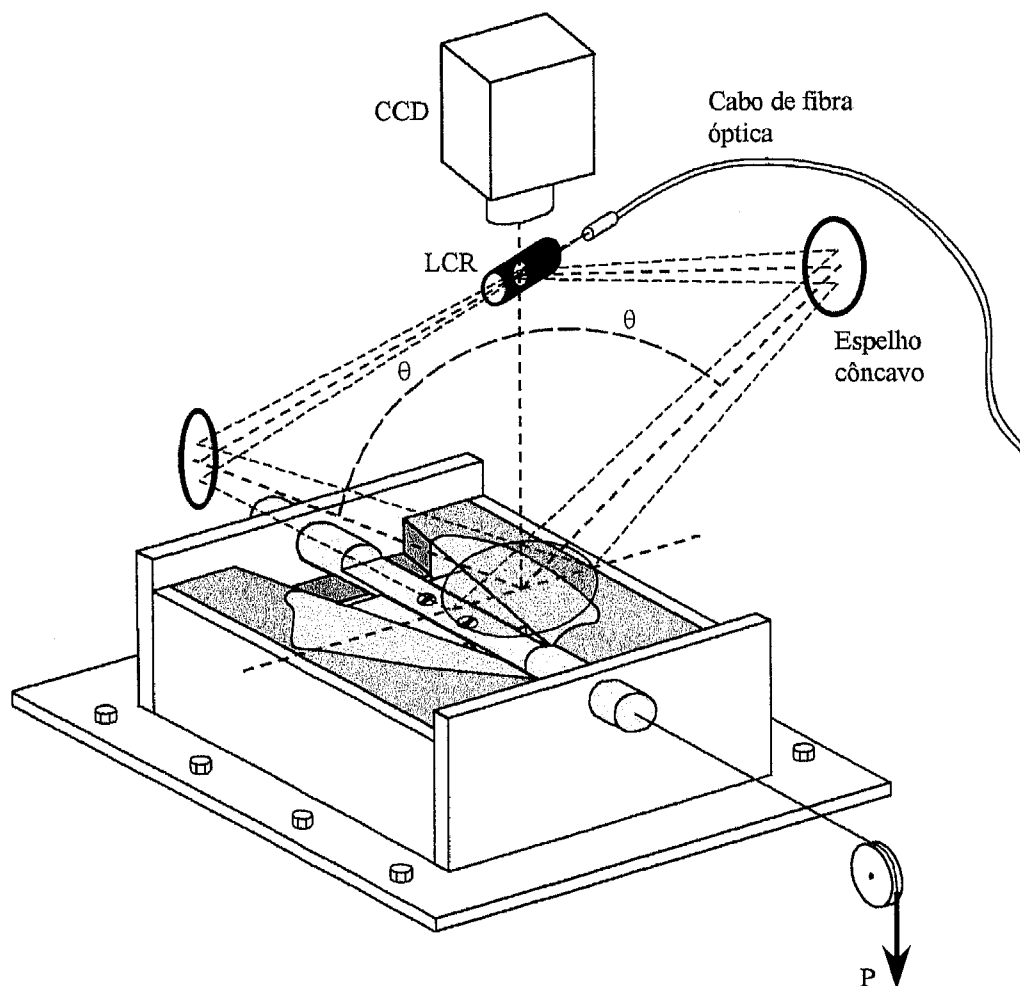


Figura 19. Ilustração esquemática do dispositivo experimental (apenas está representada uma das direcções de iluminação).

Na figura 20 mostram-se duas imagens respeitantes a pormenores do dispositivo experimental, onde é possível ver o cabo de fibra óptica, os controladores do PZT e do LCR.

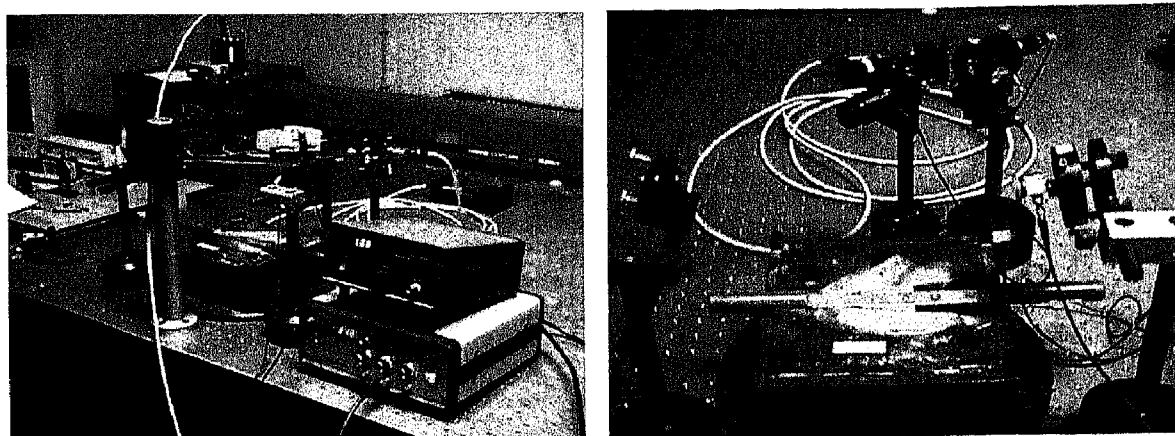


Figura 20. Pormenores do dispositivo experimental.

O campo de deslocamentos na região do osso que circunda o implante foi determinado na direcção axial e transversal do implante. Para ambos, implante colado e ajustado por interferência, foi aplicado um deslocamento constante ao implante tendo-se verificado que qualitativamente o padrão de franjas não dependia do valor do deslocamento.

Os padrões de franjas para o implante colado, nas direcções axial e transversal, são mostrados respectivamente nas figuras 21 e 22.

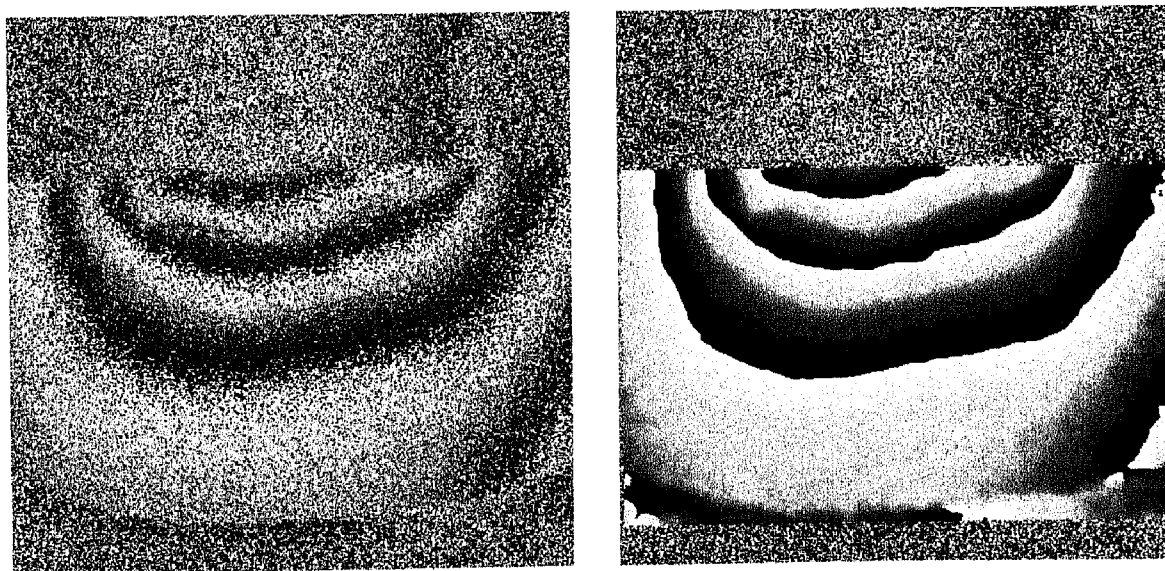


Figura 21. Padrão de franjas para o deslocamento axial (implante colado).

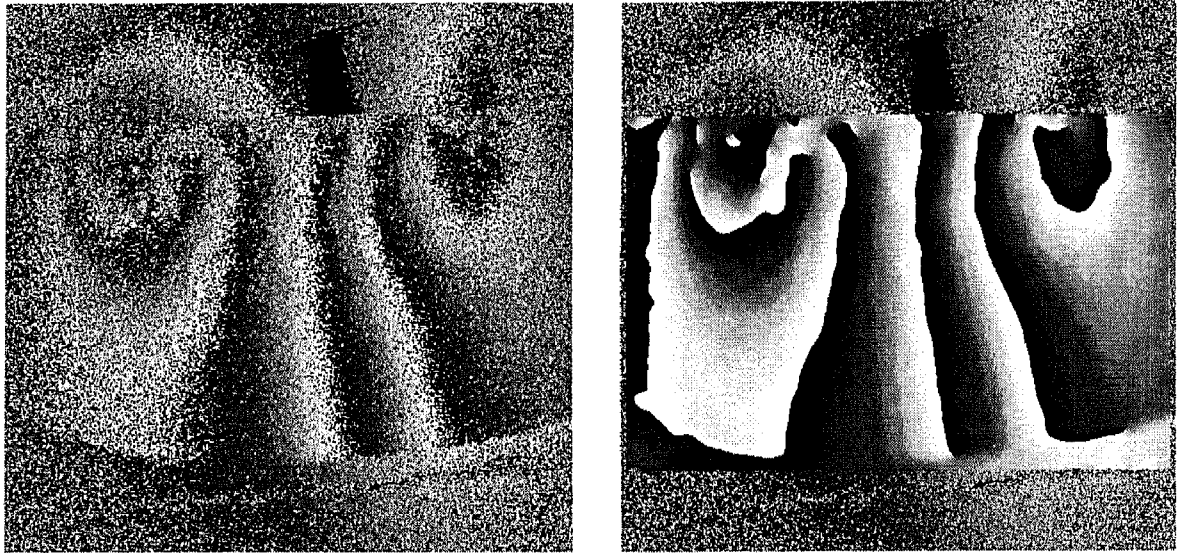


Figura 22. Padrão de franjas para o deslocamento transversal (implante colado).

Foram obtidos resultados idênticos para o implante ajustado por interferência, os quais são apresentadas nas figuras 23 e 24 (direcção axial e transversal).

Tem sido especulado que a débil resistência do osso esponjoso para suportar o implante é um dos factores que contribui para a migração e laxação da prótese [7]. Porém, a maioria dos estudos experimentais e analíticos *in vitro* tem-se concentrado na distribuição de tensões no osso cortical, apesar do osso esponjoso ser o material mais fraco. Foram feitos muito poucos estudos para avaliar a distribuição de tensões devido a implantes inseridos em osso esponjoso.

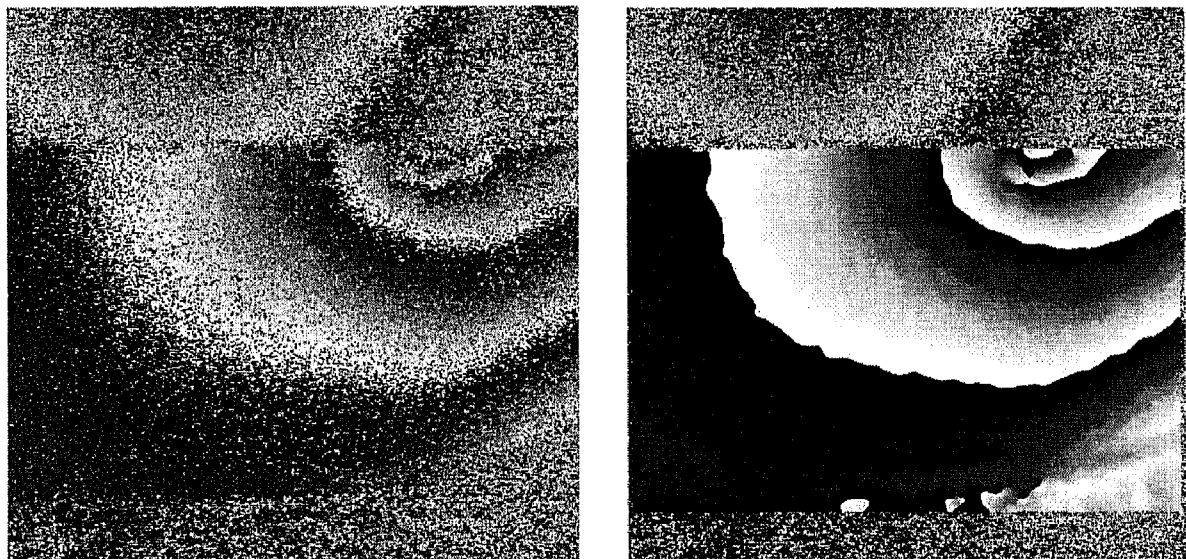


Figure 23. Padrão de franjas para o deslocamento axial (implante ajustado por interferência).

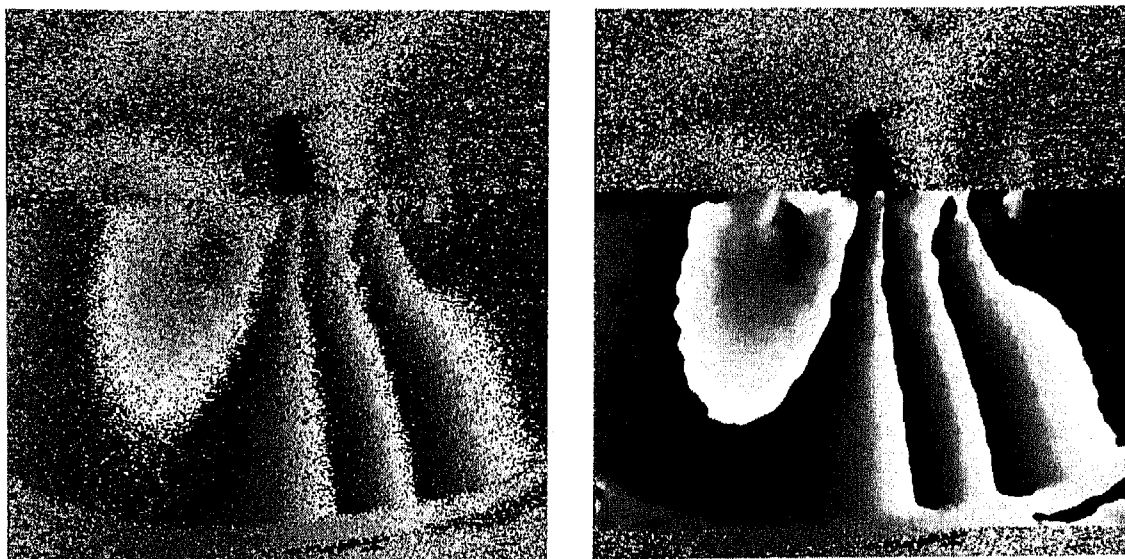


Figura 24. Padrão de franjas para o deslocamento transversal (implante ajustado por interferência).

O estudo anteriormente feito, demonstrou claramente que a técnica experimental para obter a distribuição de tensões no interior do material poroso é apropriada, e como tal, aplicável ao estudo do comportamento mecânico de uma estrutura semelhante á do osso esponjoso [4]. O estudo apresentado neste trabalho confirma a adaptabilidade da técnica de ESPI no estudo de padrões de deformação no interior do osso esponjoso.

O dispositivo experimental era sensível a deslocamentos no plano. O vector de sensibilidade era obtido pela intersecção do plano definido pelos dois feixes com a superfície do osso, e o padrão de franjas identifica a distribuição de deslocamentos em cada uma dessas direcções. Usando o dispositivo da figura 17, foi possível analisar os padrões de franjas em ambas as direcções sem rodar a interface osso/implante. Franjas paralelas igualmente espaçadas e perpendiculares ao vector de sensibilidade correspondem a um campo de deslocamentos uniforme. A frequência espacial das franjas muda na presença de deformação. Franjas que não são perpendiculares ao vector de sensibilidade são devidas a rotações, as quais induzem deslocamentos correspondentes na direcção do vector de sensibilidade. Assim, o campo de deformação é codificado na variação espacial da frequência do padrão de franjas e pode ser calculado através de diferenciação numérica.

Para a situação do implante colado, verificou-se que os padrões de franjas eram semelhantes, em ambas as direcções, aos obtidos no trabalho prévio feito com espuma. Tal como para o implante ajustado por interferência, algumas diferenças foram observadas na direcção transversal. Pode ver-se pelas figuras 22 e 24 que os padrões de franjas são semelhantes, o que pode ser devido ao facto do tipo de implante usado neste estudo ser diferente. O implante usado no estudo prévio [4] era do tipo cónico, enquanto que o usado neste estudo era do tipo prismático, ver figura 16. Também observamos que o implante ajustado por interferência teve um comportamento semelhante ao do implante colado, embora tivesse sido necessário aplicar uma força maior ao implante colado para obter um número semelhante de franjas.

Para o implante colado, os pontos perto do implante moviam-se juntamente com o esponjoso circundante, dado estar colado a este. Foram observadas zonas de concentração de tensões devido às extremidades do implante. Para a direcção axial, pode-se ver que o padrão de franjas na interface colada é distribuído uniformemente, enquanto que para a interface do implante ajustado por interferência, observa-se um gradiente de tensão localizado na extremidade do implante.

O implante ajustado por interferência gerou deslocamentos mais elevados. O implante colado provocou um gradiente de deslocamentos elevado na sua extremidade, enquanto que para o implante ajustado por interferência não foi tão pronunciado. Em todos os ensaios o efeito de bordo do osso esponjoso é claramente evidente. Neste momento não há nenhuma diferenciação numérica dos resultados de ESPI. Porém uma análise de MEF foi executada para comparar o campo de deslocamento do implante colado com os obtidos com o ESPI. A simulação só foi feita para o implante colado, dado não se conhecer o coeficiente de atrito entre o implante fixo por interferência e o osso esponjoso. A figura 25 mostra a malha de elementos finitos utilizada [4].

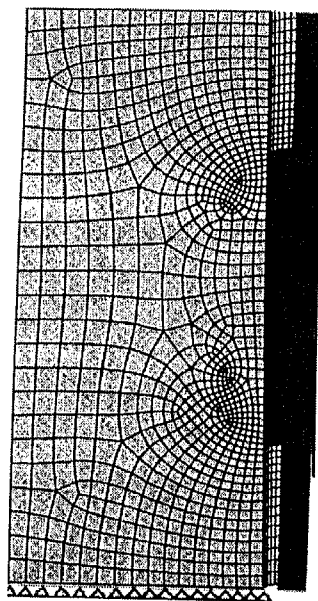


Figura 25. Malha de MEF.

As figuras 26 e 27 mostram os resultados obtidos com o MEF para o campo de deslocamentos, respectivamente para a direcção axial e transversal e a sua comparação com os resultados experimentais. Pode-se observar que se obteve uma boa concordância entre os resultados do ESPI e do MEF.

Usando técnicas de processamento de imagem, com alteração de fase, calculou-se a distribuição de fase em toda a área de estudo. Como a fase é a informação relevante do padrão de franjas, é possível calcular os deslocamentos a partir dos mapas de fase e como tal as deformações.

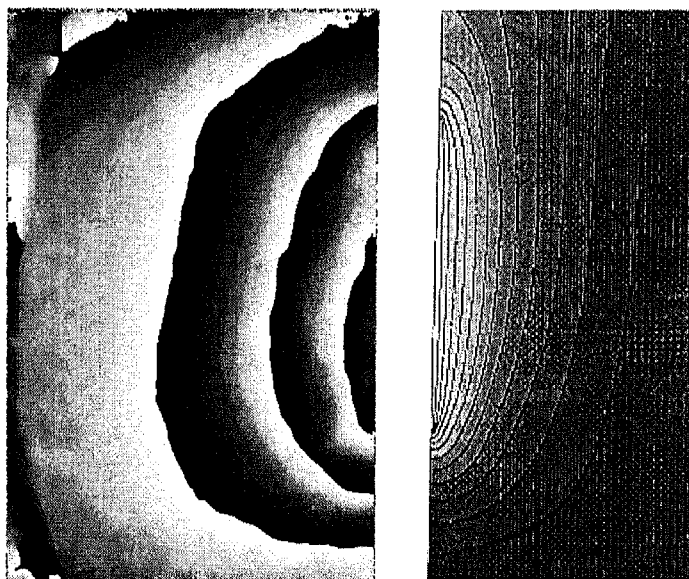


Figura 26. Comparação entre os resultados experimentais e numéricos para o deslocamento transversal (implante colado).

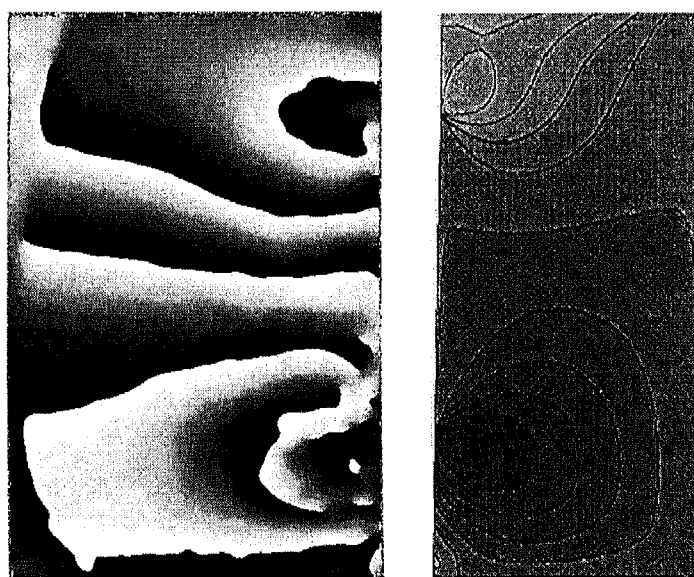


Figura 27. Comparação entre os resultados experimentais e numéricos para o deslocamento transversal (implante colado).

Esta comparação mostra que o método experimental ESPI tem um grande potencial para estudar com mais detalhe a influência condições de ligação da interface do implante colado e não colado. O método também permite obter o valor numérico da distribuição de deslocamentos e, conseqüentemente, validar num futuro próximo um modelo de elementos finitos.

É possível concluir que a técnica de ESPI pode ser usada para esta aplicação. Trabalho adicional está em desenvolvimento no sentido de executar uma comparação quantitativa entre os resultados experimentais e as previsões dos elementos finitos. Serão testados provetes de

osso bovino esponjoso para obter as suas características mecânicas, de forma a simular com precisão as condições de interface com um modelo de elementos finitos, usando elementos de contacto com atrito.

Foi observado que as condições de ligação da interface representa um papel importante na distribuição de deslocamentos no osso esponjoso e consequentemente nos padrões de tensões resultantes. Um conhecimento detalhado da influência das condições da interface, entre o implante e o osso circundante, no deslocamento da prótese dentro do osso pode permitir especular, com mais certeza, sob o mecanismo de transferência de carga.

Referências

- [1] Havelin, L. I., Espehaug, B., Vollset, S. E., Engesaeter, L. B., "Early failures among 14009 cemented and 1326 uncemented prostheses for primary coarthrosis", *Acta Orthop. Scand.*, 65, pp. 1, 1994.
- [2] Ahnfelt, L., Herberts, P., Malchau, H., Andersson, G. B. J., "Prognosis of total hip replacement. A Swedish multicenter study of 4664 revisions", *Acta Orthop. Scand.*, 61, (238), 1990.
- [3] ADINA, "Theory and Modelling Guide", ADINA R&D Inc., Report ADR 92-8, 1992.
- [4] Simões, J. A. O., Vaz, M. A., Chousal, J. A., Taylor, M., Blatcher, S., "Speckle interferometry to measure the strain distribution within porous materials", *International Conference on Advanced Technology in Experimental Mechanics*, The Japan Society of Mechanical Engineers, Japan, 1997.
- [5] Freeman, M. A. R. and Plante-Bordeneuve, P., "Early migration and late aseptic failure of proximal femoral prostheses", *J. Bone Joint Surg.*, 76B, 1994.
- [6] Kärrholm, J., Borssén, B., Löwenhielm, G. and Snorrason, F., "Does early migration of femoral prostheses matter?", *J. Bone Joint Surg.*, 76B, 1994.
- [7] Taylor, M., Tanner, K. E., Freeman, M. A. R. and Yettram, A. L., "Finite element modelling - A predictor of implant survival?", *J. Mat. Sci.: Mat. Med.*, 6, 1995.
- [8] Taylor, M., Tanner, K. E., Freeman, M. A. R. and Yettram, A. L., "Esponjoso bone stresses surrounding the femoral component of a hip prosthesis: An elastic-plastic finite element analysis", *Med. Eng. Phys.*, 17, 1995.

CAPÍTULO 9

9.1 Conclusões

9.2 Desenvolvimentos futuros

9.1 Conclusões

Os principais objectivos desta tese foram plenamente alcançados. Foi assim possível desenvolver dois sistemas que constituem ferramentas de análise de grande utilidade para a Engenharia mecânica.

Assim o ESPI convencional demonstra ser uma técnica de grande utilidade na análise de estruturas sob solicitação dinâmica, através da análise dos modos próprios de vibração. Além disso permite o estudo estático, deslocamentos fora do plano.

O ESPI de dupla iluminação ao permitir medir deslocamentos no plano segundo duas direcções perpendiculares, permite que funcione segundo o princípio dos extensómetros. A partir do campo de deslocamento é possível obter o campo de deformações por derivação. No entanto, derivar uma imagem não é uma tarefa fácil pois se no campo de deslocamentos houver descontinuidades isto vai acarretar erros na derivada. Assim para se obter as derivadas a imagem tem de estar isenta de ruído, daí que este seja um campo no qual se deva investir com o objectivo de desenvolver *software* específico para estas aplicações

Ambas as técnicas foram sujeitas a aplicação prática, onde se pôde ver a sua grande utilidade.

Em jeito de conclusão final, podemos dizer que estas técnicas devido às suas potencialidades, são técnicas de campo sem contacto, demonstram ser ferramentas de análise experimental tensões de grande utilidade, quer como auxiliar de projecto, quer como ferramenta de diagnóstico de componentes em serviço.

9.2 Desenvolvimentos futuros

Com os recentes desenvolvimentos tecnológicos perspectiva-se um maior protagonismo para estas técnicas.

Em termos de resolução ainda estamos longe da resolução dos hologramas (3000 linhas/mm). No entanto recentes avanços na industria dos CCDs permitiu que surgissem câmaras de alta resolução (1024×1024 linhas), o que significou um salto importante em relação às câmaras existentes até aqui (neste trabalho utilizou-se uma câmara com 752×582 linhas). Isto em conjunto com placas de aquisição e computadores cada vez mais rápidos vai permitir uma melhoria destas técnicas.

Outro avanço tecnológico tem vindo da indústria dos lasers. Tem surgido no mercado nos últimos anos lasers bombeados por díodos, sendo lasers muito mais pequenos mas de elevada potência. Isto é um factor importante pois vai permitir miniaturizar os sistemas permitindo a sua portabilidade.

Com o desenvolvimento dos lasers pulsados vai ser possível adaptar estas técnicas ao estudo de fenómenos transitórios.

Assim como desenvolvimento deste trabalho prevê-se com o recurso a detectores vídeo baseados em tecnologia CCD e díodos lasers ser possível construir um protótipo compacto e com boa portabilidade. A combinação de díodos laser com fibras ópticas é a ideal, na medida

em que será aquela que conduz a uma solução mais compacta. Dado que a maioria dos lasers actuais permitem controlo remoto através de portas de comunicação do tipo RS232 será de prever que a intensidade do laser possa ser controlada automaticamente pelo computador do sistema. Estes lasers permitem modulação de fase por variação da temperatura de funcionamento o que eliminava a necessidade de sistemas moduladores, logo menos componentes. As fibras ópticas são hoje facilmente integradas em sistemas de acoplamento do tipo *pigtail* directamente ligadas aos díodos laser e ligadas entre si por sistemas acopladores com os quais é possível gerar facilmente ambos os braços do interferómetro.

Para a análise dos resultados deverá ser criado um conjunto de rotinas de processamento de imagem especialmente orientadas para estas aplicações, que permitam obter rapidamente todo o tipo de informações necessárias: campo de deformações, campo de tensões, etc.

