

Resumo

Esta dissertação é subordinada ao tema designado genericamente por "Alocação de Recursos" comum em muitas e variadas áreas, nomeadamente as de Investigação Operacional, Engenharia, Economia e Gestão.

Sendo um assunto de âmbito tão vasto e diverso, constitui um dos objectivos preliminares deste trabalho fazer uma referência desenvolvida, se bem que não exaustiva, a como ele se encontra tratado na literatura.

Torna-se assim possível enquadrar num contexto mais geral, a abordagem escolhida para o estudo do grupo de problemas que, em particular, é objecto da dissertação.

Descrivendo-os de uma forma simples, os Problemas de Alocação de Recursos - PAR - são problemas de optimização em que, conhecida uma quantidade de recurso disponível, se pretende determinar a forma de a alocar por diversas actividades independentes, optimizando a função objectivo que estiver a ser considerada.

A quantidade de recurso alocada em cada uma das actividades pode ser tratada como uma variável continua ou discreta, o que depende dos casos em análise.

Na generalidade das situações práticas consideradas na literatura, os problemas são resolvidos por recurso à Programação Não Linear (em geral) e à Programação Dinâmica.

Devido à sua estrutura simples, os PAR surgem em diferentes áreas de aplicação, quer de natureza técnica e económica, quer mesmo de natureza social.

Entre os primeiros podem citar-se os que aparecem ligados ao planeamento de produção, distribuição de cargas eléctricas, fiabilidade, carteira de projectos ("port-folio selection"), etc, sendo exemplo clássico dos segundos a definição da composição de um órgão colegial, decorrente de resultados eleitorais ("apportionment"). Surgem igualmente como subproblemas de problemas mais complexos, dentro destas e de outras áreas.

Desde que B. O. Koopman escreveu em 1953, um artigo sobre a distribuição óptima de esforços por duas actividades [27], um número significativo de publicações que versam problemas de alocação de recursos foram divulgadas.

Em Ibaraki e Katoh [22] e Vidal [57], [58] e [60], por exemplo, podem encontrar-se referências a alguns desses problemas, bem como aos métodos utilizados na sua resolução.

Se bem que sejam conhecidos vários algoritmos para a resolução de PAR, convém salientar que, na generalidade dos casos, não é possível eleger um algoritmo com potencialidades superiores a qualquer outro na resolução de problemas reais de natureza diversa, uma vez que a eficiência de cada um, depende muito fortemente das características da função objectivo do problema a que é aplicado.

Como se disse, os PAR têm sido usualmente resolvidos por técnicas de optimização não linear e por Programação Dinâmica. No entanto, como se verá nesta dissertação, existe a possibilidade duma abordagem via Controlo óptimo, que inclusivamente permitiu resolver problemas que não se viram ainda solucionados por qualquer outro processo.

Concretamente, a resolução de Problemas de Alocação de Recursos por aplicação de Princípios do Máximo é sem dúvida pouco conhecida, tendo tal facto constituído um motivo fundamental para a realização deste trabalho.

Aliás, pode-se mesmo afirmar que a utilização de Princípios do Máximo (em tempo discreto) tem sido relativamente pouco frequente, o que justifica a divulgação de novas aplicações que ilustrem as suas potencialidades. O conteúdo desta dissertação reflecte, assim, este tipo de abordagem a qual é complementada com a aplicação a casos concretos.

Uma vez feitas algumas considerações gerais sobre o âmbito desta dissertação, apresenta-se de seguida um resumo do conteúdo de cada um dos restantes capítulos em que se encontra subdividida.

Assim no capítulo 2 é descrito um modelo de Programação Matemática para os PAR, fazendo-se referência a diversos exemplos clássicos mencionados na literatura, bem como às respectivas formulações.

No capítulo 3 perspectivam-se as diferentes abordagens que podem ser feitas aos PAR, exemplificando algumas delas com a apresentação da resolução de vários dos exemplos referidos no capítulo anterior.

Tendo-se escolhido, como tema deste trabalho, a abordagem via Controlo óptimo, para a resolução dos PAR, é feita no capítulo 4 uma referência a aspectos teóricos ligados a este assunto, expondo-se também a teoria necessária sobre os Princípios do Máximo, que virá posteriormente a ser utilizada.

No capítulo 5 é desenvolvido o estudo de um grupo de problemas de alocação de recursos de natureza não linear, apresentando-se a sua resolução por aplicação de um Princípio do Máximo, não se tendo conhecimento de referências à sua análise quer pelo método que foi escolhido, quer por qualquer outro.

Trata-se de um problema de optimização em que a função objectivo é um somatório de funções cúbicas, iguais ou diferentes, com uma configuração pré-definida.

O facto de cada uma destas funções ser numa região do seu domínio côncava e noutra convexa introduziu dificuldades adicionais e teve como consequência que o tratamento utilizado no caso de maximização (minimização) de funções côncavas (convexas), situação mais vulgarmente descrita na literatura, [22], [57], não pudesse ser adoptado.

Para uma melhor compreensão das características dos problemas tratados, são ainda apresentados alguns exemplos simples, quer para o caso em que as cúbicas são iguais, quer para o caso de cúbicas diferentes, escolhidos entre os muitos que foram testados no estudo que teve de ser desenvolvido e que permitiu avançar para a implementação de um algoritmo apropriado.

Na última parte deste capítulo descreve-se esse algoritmo, mostrando-se resultados com ele obtidos na resolução de alguns problemas pertencentes ao grupo dos PAR em estudo.

Finalmente, no capítulo 6 incluem-se as conclusões do trabalho realizado, aludindo-se a possíveis extensões e abordagens alternativas que poderão ser objecto de desenvolvimento futuro.