

FERNANDO AQUILES LOPES MADEIRA

CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE

2

1953

FERNANDO AQUILES LOPES MADEIRA

CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE

2

1953

— Composto e impresso na —
TIPOGRAFIA M O D E S T A
Rua dos Caldeireiros, 43-PORTO

CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE

Dissertação para doutoramento em Engenharia
Mecânica, na Faculdade de Engenharia da
Universidade do Porto

PREFÁCIO

A aplicação sistemática de métodos estatísticos na indústria é relativamente recente; com efeito, parece averiguado ter sido na companhia americana Western Electric que—em 1923—se começou a efectuar a inspecção final de alguns produtos da sua fabricação utilizando métodos baseados na Teoria das Probabilidades. Todavia, só à volta de 1928 foram divulgados os trabalhos que estavam na origem de tais métodos.

Entretanto, cerca de 1925, outra companhia americana, a Bell Telephone Laboratories cria — com análoga finalidade — um novo departamento de investigação à frente do qual é colocado o Dr. Walter A. Shewhart. Em 1931 publica este autor o livro Economic Control of the Quality of Manufactured Product no qual expõe os fundamentos científicos e a técnica geral dos métodos de controle estatístico da qualidade.

A publicação daquela obra chamou a atenção de alguns técnicos e matemáticos para tal assunto, constituindo-se, por esse tempo — tanto nos Estados Unidos da América, como na Inglaterra — centros de investigação para aplicação de métodos estatísticos na indústria. Alguns industriais desses dois países, interessaram-se também pelo assunto e, já antes da guerra de 39-45, eram bastante frequentes as aplicações, nas mais variadas indústrias. Com a entrada dos E. U. da América na guerra, o estudo e a apli-

cação de tais métodos à indústria tomam — naquele país — um incremento extraordinário: introduz-se o controle estatístico da qualidade na maioria, senão na totalidade, das indústrias de produção de material e equipamento de guerra; por outro lado, a administração utiliza, sistemática e intensivamente, na aquisição de materiais e produtos manufacturados, métodos de recepção por amostragem.

A Inglaterra e o Canadá puderam seguir e acompanhar aquela evolução, mas, o restante da Europa, só no final da guerra tomou verdadeiramente contacto com essa nova e poderosíssima técnica. É ainda fraca a percentagem das empresas dos países europeus nas quais se aplica o controle estatístico da qualidade; nalguns mesmo, não há conhecimento de qualquer aplicação, nomeadamente no nosso.

Têm-se escrito, em todo o mundo, muitos milhares de páginas sobre o assunto, mas não se conhece qualquer publicação de autor português versando esse tema. O presente trabalho acabará com este estado de facto.

Não se tendo a pretensão, nem de originalidade, nem de profundidade no tratamento do problema, procurou-se, em contra-partida, enquadrá-lo logicamente na técnica geral da produção, descrevê-lo e delinear-lhe os meios de acção.

Quase todos os autores, depois do chamado método de controle por variáveis expõem — mais ou menos sumariamente — os métodos de controle por atributos. Tal prática resulta destes últimos métodos possuírem fraca sensibilidade e, por isso mesmo, serem pouco eficientes para — por intermédio das suas indicações — tomar as disposições tendentes a melhorar ou manter constante a qualidade da produção. Este facto, por si só, não justificaria que tal critério fosse adoptado, num trabalho da índole do presente; muito pelo contrário, a exposição de tais métodos deveria ser feita com o mesmo pormenor e interesse. Dada porém a necessidade de o não alongar, tratar-se-á sòmente do primeiro método, isto é, daquele em que o controle estatístico é exercido por intermédio dos valores observados das características que integram o conceito de qualidade.

Intencionalmente não são incluídas tabelas; todavia encontram-se no texto transposições limitadas, para mais fácil utilização, das que habitualmente são inseridas nos livros da especialidade; a notação que nelas se adoptou — a americana — permite remontar com toda a facilidade à origem. Derivadas delas, tendo em vista destruir um argumento de fixação do número de unidades que compõem a amostra, incluem-se outras, destinadas à fixação dos limites dos diagramas de controle, no proposto sistema de marcação das somas dos desvios, em substituição das médias.

CAPÍTULO I

O CONTROLE NA PRODUÇÃO

1.1. — Considerações gerais.

A qualidade de um produto pode definir-se como a resultante de um conjunto de características que limitam a sua adaptação a uma determinada finalidade, a qual pode derivar da existência, do valor, ou da variabilidade dessas mesmas características. A sua existência, ou coexistência e o valor daquelas que são susceptíveis de critério metrológico, permitem definir a qualidade de um elemento individualizado do produto; é, todavia, a sua variabilidade que permite estender a todo o produto a noção de nível ou gradação da qualidade: ela será tanto mais elevada quanto menor for a variabilidade, no conjunto, das características que a integram e reciprocamente.

A enumeração das características intervenientes e da sua variabilidade, numérica e metrológica, constitui aquilo a que se chama uma *especificação de qualidade*.

As indústrias já em laboração, por vezes, não possuem especificações escritas, o que não significa que elas não existam.

Mas, para o lançamento de uma nova fabricação, a sua existência ou estabelecimento prévio é factor de primordial importância, porque do nível de qualidade desejado dependem os meios — técnica, equipamento, matérias-primas e mão de obra — de que é necessário dispor. Com efeito, quanto mais alta for a qualidade desejada para o produto, tanto melhor terá que ser o equipamento, menos variáveis as características das matérias-primas e mais especializada a mão de obra utilizada. Certas especificações de qualidade, relativas a artigos que se integram no produto final, ou em dadas fases da produção, por serem inadequadas, originam dificuldades ou despesas de laboração incomportáveis, como se mostrará.

A especificação da qualidade é um problema grave e difícil na planificação duma indústria; mas, uma vez iniciada a laboração e bem aceito o produto num dado nível de qualidade, a sua manutenção nesse nível não é menos importante, pela repercussão que tem sobre a viabilidade financeira do empreendimento. Efectivamente, o consumidor tende a criar o hábito sempre que, em condições aceitáveis de preço, o produto satisfaz, por mais que uma vez, as suas necessidades. Ora, a maior probabilidade de que assim aconteça consegue-se, quer mantendo constante, quer elevando, o nível da qualidade. Esta última solução, conquanto atraente, mas impossível a breve trecho, pode transformar uma indústria próspera num fracasso: basta para isso que o suplemento de valor mercantil do produto de nível de qualidade mais elevado não atinja o aumento de custo da produção, nesse nível.

Um exemplo, tirado da prática corrente, mostrará, melhor e mais rapidamente do que outra qualquer forma de descrição, até que ponto a elaboração da especificação de qualidade é difícil e falaz e ao mesmo tempo como se processa a aceitação pelo consumidor de um dado produto.

Determinada oficina recebeu a encomenda de um milhão de peças recortadas em fita de aço. A especificação do comprador indicava claramente a composição média do material, a espessura e sua tolerância, e o valor máximo das rebarbas do corte; o desenho que a acompanhava e dela fazia parte integrante fornecia, por seu turno, as cotas com os respectivos desvios. Não se apresentava qualquer dificuldade incompatível com a experiência adquirida e, por isso, foi feito o orçamento com base nessa mesma experiência.

Tomada a encomenda e construída a ferramenta para uma produção média prevista de 15 000 cortes entre afiamentos, foi esta montada na prensa apropriada, a qual possuía alimentação automática e trabalhava em regime de 200 pancadas por minuto. Como não foi possível adquirir a fita de aço dentro do prazo estipulado, no fornecedor habitual, houve que recorrer a outro. Sobre o material fornecido foram feitos os ensaios de recepção de rotina — dimensões, composição química e características mecânicas médias — que conduziram à sua aceitação. Iniciada a produção verificou-se que a ferramenta não cortava mais que 6 a 8 000 peças entre afiamentos, o que elevou sensivelmente para o dobro o número de vezes que se tornou necessário montá-la, em relação ao previsto, daí resultando um prejuízo, cuja ordem de grandeza se pode determinar, sabendo que:

- a) O tempo médio para montagem e desmontagem da ferramenta era de 15 minutos.
- b) De cada bobina de fita de aço podiam recortar-se 10 000 peças e o tempo médio para a sua mudança era de 10 minutos.

Nestas condições, o tempo-máquina previsto decompor-se-á da seguinte forma:

1) Tempo efectivo de corte 5 000 min.
 $10^6 : 200$

2) Mudança de bobinas 1 000 min.
 $(10^6 : 10^4) 10$

3) Montagens da ferramenta. 1 000 min.
 $(10^6 : 15\ 000) 15$

Total 7 000 min.

O suplemento de tempo-máquina, correspondente ao dobro das montagens da ferramenta, é de 1 000 minutos, que corresponde a um aumento de 14,3 %, em relação ao tempo previsto. Acresce ainda a despesa correspondente ao aumento do número de vezes que foi necessário afiar a ferramenta; convertendo essa despesa adicional em tempo-máquina da prensa utilizada, o prejuízo efectivo situou-se à roda de 18 %.

Quando se confirmou a ineficiência da operação procurou determinar-se donde provinha. As hipóteses, de tratamentos térmicos mal conduzidos e de má montagem da ferramenta, foram eliminadas por um ensaio de corte de alguns rolos de fita de aço existentes em armazém, provenientes do fornecedor habitual: a ferramenta cortou, entre afiamentos, uma média de 16 500 peças, o que confirmou uma vez mais o bom fundamento da prática seguida na atribuição das folgas e nervuras.

Examinando mais detidamente a fita de aço constatou-se que a secção transversal era sistematicamente menos espessa nos bordos do que na parte central, embora a diferença de espessuras estivesse dentro da tolerância admitida. Este pequeno

defeito de laminagem originava uma variação média de dureza de 15 unidades Brinell, desde o centro da secção até aos bordos, a qual — em virtude da peça a recortar não ser simétrica em relação ao eixo longitudinal da fita — era suficiente para desequilibrar o punção e modificar as folgas.

Se, na fabricação da encomenda, com a fita do novo fornecedor, se não tivessem verificado prejuízos ou sòmente perturbações, a direcção da oficina seria levada a fazer-lhe novas encomendas, por uma acção inconsciente de gratidão, ou por aumentar dessa forma a segurança do seu abastecimento. Assim, a qualidade do produto do fornecedor habitual — que pode não ser mais elevada do que a do produto do fornecedor ocasional — subiu no conceito da direcção da oficina, facto que, certamente, se não verificaria se a peça não tivesse que ser recortada assimetricamente em relação ao eixo longitudinal da fita. Podem, no futuro, ser raros os casos em que uma tão pequena variação de dureza venha a ter importância; o que raramente deixará de acontecer é a direcção da oficina não passar a impor mais uma cláusula restritiva na especificação da qualidade desse tipo de material. A partir do momento em que tal coisa aconteça, o produto do fornecedor habitual, para ser aceito, terá que melhorar de qualidade ou, pelo menos, terá que ser seleccionado: daí resultará um aumento de custo ou uma diminuição do benefício da produção.

Côncio de que a manutenção da qualidade do produto, em nível aceito, é factor de favor por parte do consumidor anónimo, e que é condição imposta pelos grandes compradores, por intermédio dos ensaios de recepção, o industrial procura regular as diversas fases da sua fabricação com vista a atingir essa finalidade. Cada um adopta métodos mais ou menos eficazes, prossequindo muitas vezes rotinas que uma análise lógica e desinteressada faria abolir imediatamente. No entanto, quaisquer que

sejam os processos adoptados, todos eles conduzem à classificação dos produtos, depois de acabados, em dois grandes grupos: o dos *utilizáveis* e o *refugo*.

Do ponto de vista do industrial, quanto menor for o refugo, tanto melhor; o interesse do consumidor, diverge e é mesmo oposto ao do industrial, sempre que este estado de coisas traduz abaixamento do nível de qualidade, possível por impedimento de produção ou comércio. Quando qualquer deles, ou o seu conjunto, se verificam, difficilmente se encontra industrial que seja tentado a modificar ou somente a racionalizar o processo tecnológico da sua fabricação. Se alguma vez isso acontece a razão encontra-se quase sempre na necessidade de aumentar a produção para acompanhar a tendência dos mercados, suprir a procura e manter a posição anterior.

A racionalização compreende um determinado número de fases e operações, variáveis de processo para processo considerado, executadas de acordo com princípios gerais cuja formulação se deve a Taylor, Gilbreth e Gantt. Na sequência das operações que constituem um processo tecnológico racionalizado, incluem-se diversas inspecções, começando nas matérias-primas e prosseguindo até ao produto acabado. O seu número e a posição que ocupam em relação às demais operações é ainda variável de processo para processo, mas incidem, como regra geral, sobre a totalidade do produto.

Conforme as finalidades que visam, assim se distinguem dois tipos de inspecção. Se se efectua para que dela se possa extrair a informação necessária para uma decisão de aceitação — plena ou condicional — ou de rejeição do produto submetido, então designar-se-á propriamente por *inspecção*; sempre que se exerça com o fim de actuar sobre os meios de produção, para que esta se processe com o mínimo de refugo, designar-se-á por *controle*.

1. 2. — A extensão do controle.

É agora intuitivo que, na medida do possível, o controle deve exercer-se em diversas fases da fabricação, a tempo de se fazerem as correcções indispensáveis à manutenção do nível de qualidade desejado; se somente se praticar a inspecção final, pouco mais poderá fazer-se do que separar o produto que satisfaz daquele que não satisfaz às especificações. Se não for possível, ou económico, retocar todo ou parte do que não satisfaz, ter-se-á que considerar como refugo, ou como sucata, esse todo ou parte. Deste facto pode resultar um prejuízo efectivo, ou somente, uma diminuição de benefício; em qualquer dos casos há um prejuízo de ordem geral, traduzido no destino improficuo dado às matérias-primas, ao labor e à energia dispendidos.

Depois disto, é lícito perguntar se será possível estabelecer um sistema de controle, para uma dada fabricação, por forma a que toda a produção satisfaça às especificações. A tal inter-rogação não pode responder-se pela afirmativa, podendo, no entanto tender-se para ela. Todavia, quanto mais se aproximar dos 100 % de produto satisfazendo às especificações, tanto mais refinados terão que ser os meios de produção de que será necessário dispor, e portanto mais dispendiosos. Considerados globalmente estão em presença dois factores que influenciam directamente e em sentidos opostos o custo final da produção, mas o segundo estreitamente dependente do primeiro. Torna-se portanto indispensável poder delinear um plano de acção para encontrar um justo compromisso entre eles.

Se há concorrência nos mercados e não há razão especial que imponha a produção, mesmo com prejuízo, o limite superior do refugo está automaticamente encontrado: *poderá ir até ao ponto em que, a soma do seu valor residual com a do produto vendido seja justamente suficiente para cobrir as despesas inerentes à pro-*

dução. Neste caso, o benefício da exploração é nulo e não pode ou não deve manter-se assim por muito tempo: é necessário melhorar as suas condições.

Partindo da hipótese que a sequência das operações é racional e a contextura do produto não pode ser alterada, nem a sua produção efectuada em menos tempo por unidade, ou tempo de menor valor, então só será possível melhorar a produção pela aplicação de um controle mais judicioso. Começar-se-á por fazer a revisão das especificações das matérias-primas, instituindo ou completando os ensaios que se mostrarem indispensáveis. Analizar-se-á a incidência deste controle na produção e no custo, porque, para tal, pode ter havido necessidade de contratar pessoal ou adquirir aparelhagem.

Se a baixa do refugo não for suficiente ou compensadora, isso significa que se deve actuar sobre alguma ou algumas operações. Estabelecer-se-á ou melhorar-se-á o controle do produto

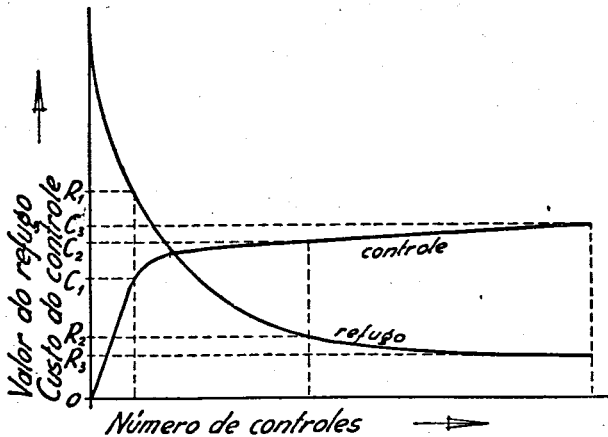


Fig. 1. 2. 1.

ao terminarem as fases mais complexas ou que são realizadas por intermédio de dispositivos mais delicados ou susceptíveis de

desafinação; seguir-se-á a análise da incidência destas medidas no refugo e no custo.

Aumentando sucessivamente o número de controles e efectuando os reajustamentos tecnológicos que eles sugerirem, baixará certamente o refugo, mas não aumentará proporcionalmente o benefício. A figura 1. 2. 1. dá mais objectivamente ideia dos resultados que se podem esperar.

O procedimento, que acaba de ser esboçado, pressupõe que a fabricação está já lançada; quando se está planeando, como é óbvio, não se podem confrontar as previsões com os resultados de determinada decisão. É no entanto possível, para cada operação, ou conjunto de operações, determinar o valor do benefício resultante duma diminuição de valor do tempo empregado para a executar, acompanhada de um aumento de refugo e reciprocamente.

Para isso, designar-se-á por:

- S — Custo de cada unidade de tempo de produção.
- M — Custo do material para cada unidade produzida.
- k — Relação $M:S$.
- r, r_1 — Fracções de refugo.
- ρ — Relação $r_1:r$.
- n — Número de unidades de tempo necessárias para produzir uma unidade, sem refugo.
- g — Tempo ganho por unidade produzida com uma dada fracção de refugo.
- C_i — Custo de cada unidade produzida.
- C — Custo de cada unidade produzida com a fracção de refugo r.
- C_o — Custo de cada unidade produzida sem refugo.

C_1 — Custo de cada unidade produzida com a fracção de refugio r_1 .

G — Economia resultante de se trabalhar com uma dada fracção de refugio.

Resulta da convenção adoptada:

$$G = C_0 - C_1 \quad (1.2.1)$$

Para $G = 0$,

virá: $C_0 - C = 0$

ou, $C = C_0 \quad (1.2.2)$

Mas $C_0 = (n + k) S \quad (1.2.2 a)$

e $C = [(n - g) + k + (n - g) r + k r] S \quad (1.2.2 b)$

Igualando (1.2.2 a) e (1.2.2 b) virá

$$g \left(\frac{1 + r}{r} \right) = n + k \quad (1.2.3)$$

expressão que permite determinar a fracção máxima do refugio, compatível — que não origina prejuízo — com um ganho de tempo de produção por unidade g .

Supondo que a fracção efectiva de refugio — com o ganho g — é $r_1 < r$, o custo por unidade produzida, será:

$$C_1 = [(n - g) + k + (n - g) r_1 + k r_1] S \quad (1.2.2 c)$$

e a economia:

$$G = [g - (n + k - g) r_1] S \quad (1.2.4).$$

Introduzindo a condição (1.2.3) virá:

$$G = (n + k) \left(\frac{r - r_1}{1 + r} \right) S \quad (1.2.5)$$

Efectuando o cociente de (1.2.5) por (1.2.2 a) resulta finalmente:

$$G = C_0 \frac{r - r_1}{1 + r} \quad (1.2.6)$$

Para mais cómodo emprego das expressões encontradas, é útil a sua representação sob a forma de nomogramas de pontos alinhados.

A expressão (1.2.3) converte-se na equivalente:

$$\frac{g}{n} = \left(\frac{n+k}{n} \right) \left(\frac{r}{1+r} \right) \quad (1.2.3 a)$$

Introduzindo na expressão (1.2.6] a condição de definição

$$r_1 = r \varphi \quad (1.2.7)$$

virá:

$$\frac{G}{C_0} = \frac{r}{1+r} (1 - \varphi) \quad (1.2.8)$$

Partindo de (1.2.2c) e introduzindo a condição (1.2.3) virá:

$$C_1 = \frac{g}{r} (1 + r_1) S \quad (1.2.9)$$

e atendendo a (1.2.7) vem:

$$\frac{r_1}{1+r_1} C_1 = g \varphi S \quad (1.2.10).$$

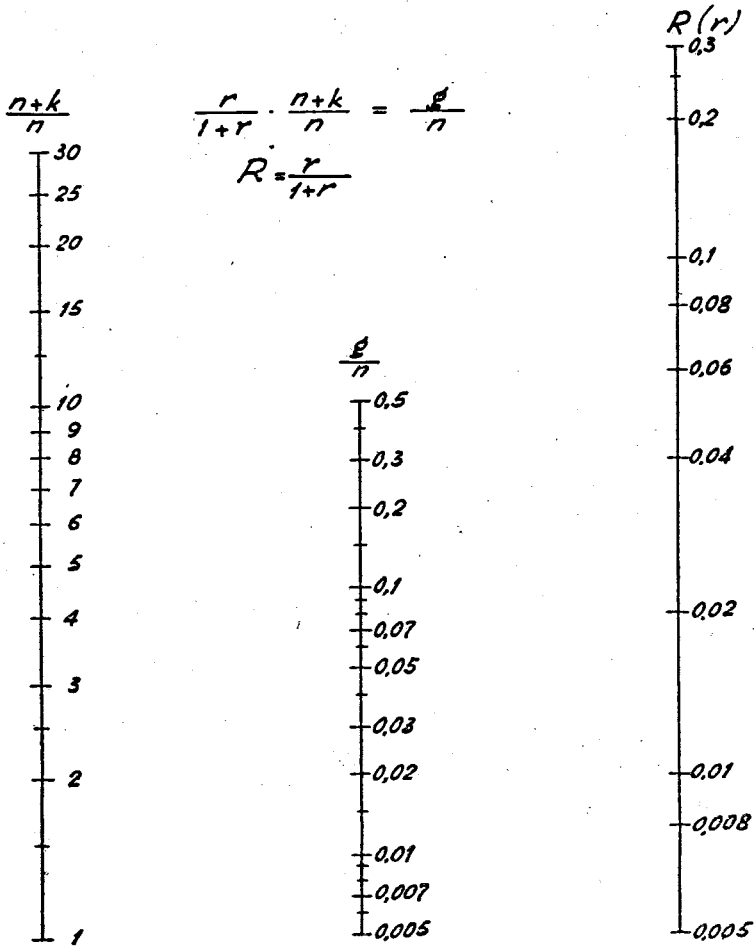


Fig. 1.2.2.

$$\frac{G}{C_0} = R(1-p)$$

$$R = \frac{r}{1+r}$$

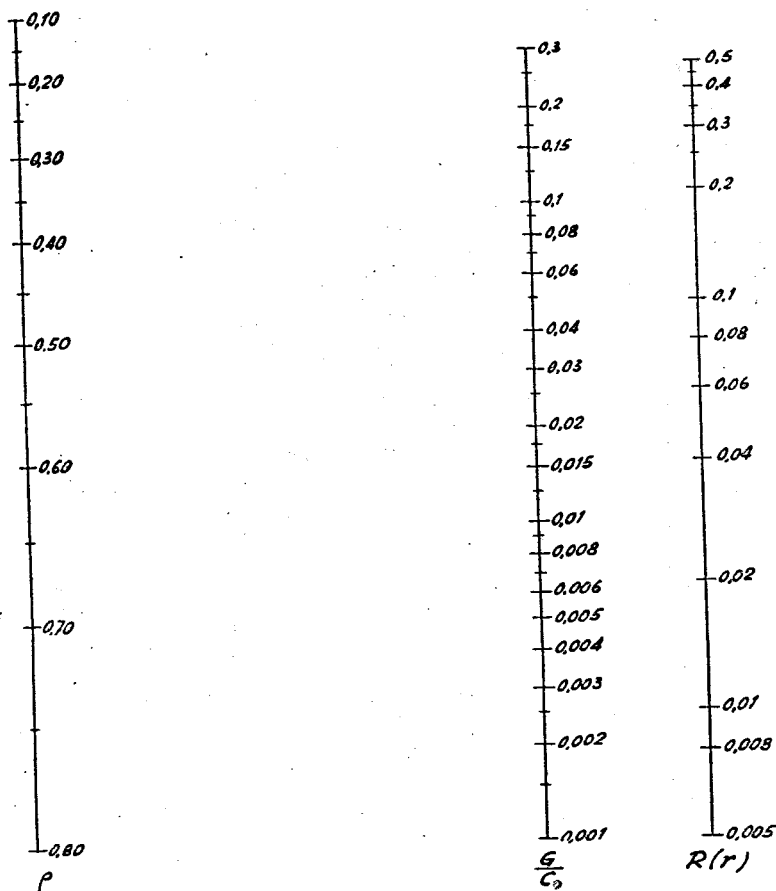


Fig. 1.2.3.

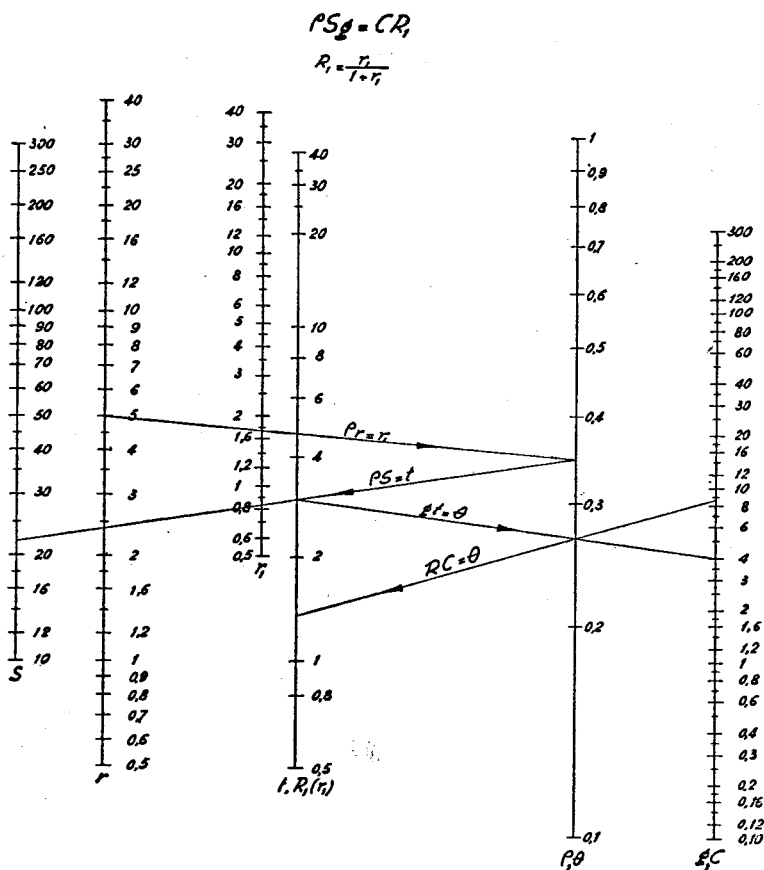


Fig. 1.2.4.

NOTA — Nos nomogramas 1.2.2. e 1.2.3. a graduação das escalas de fracção de refugo, r , é decimal; as do nomograma 1.2.4 estão graduadas em percentagem.

1. 3. — O Controle estatístico.

Numa fabricação bem organizada realizar-se-á o menor número de controles compatível com o nível de qualidade desejado. Exerce-se, cada um, sobre a totalidade do produto, à medida que terminam as fases da fabricação em que se julgou ou mostrou necessário.

Tal como tem vindo a ser aplicado, o controle comporta essencialmente três fases. A primeira consiste na comparação do produto, objectiva ou subjectivamente, com os padrões de qualidade correspondentes. Com efeito, a especificação de qualidade — e existirá uma para cada fase controlada — descreve o produto e as características que deve possuir para satisfazer. Mas, como a probabilidade de produzir duas coisas exactamente iguais é muito próxima de zero, a especificação deverá ter em conta este facto, sem o que, a sua utilização não será possível ou será contraproducente. O facto, a que se alude, verifica-se qualquer que seja o produto que se considere; por outro lado, constata-se também experimentalmente que, toda e qualquer característica considerada, pode variar dentro de mais ou menos largos limites, sem que daí advenham inconvenientes de maior para a utilização corrente do produto. Nestas condições, e em relação a cada característica sob controle, a especificação fixa dois limites, ou padrões, que ela pode assumir, mas não ultrapassar. Se é susceptível de critério metrológico, à diferença entre o limite superior e o limite inferior dá-se o nome de *tolerância*: a qualidade será tanto mais alta, quanto mais pequena for a tolerância de fabricação, e reciprocamente.

Na segunda fase efectua-se a separação do produto que não satisfaz, daquele que satisfaz às especificações. Esta última parte passará à fase de fabricação seguinte, enquanto que a

primeira será abandonada definitivamente como sucata se, economicamente, não puder ser retocada ou recuperada noutra fabricação.

A terceira e última fase do controle, consiste na compilação e apresentação dos dados resultantes das duas primeiras, em moldes tais que possa rapidamente tomar-se uma decisão.

De uma forma geral, a probabilidade de encontrar produto que não satisfaça é tanto mais próxima da unidade — para um dado nível tecnológico da produção — quanto mais elevada for a qualidade, isto é, quanto menor for a variabilidade consentida. Para que, numa fabricação nestas condições, a percentagem efectiva de refugo seja relativamente pequena, é indispensável exercer controle sobre um grande número de fases e características — possivelmente sobre todas — e a despesa assim originada é certamente elevada. Se fosse possível fazê-lo incidir somente sobre uma fracção — 20 ou 30 % da totalidade — com a certeza de se manterem as tolerâncias de fabricação exigidas e sem aumento do refugo, ou de ulteriores incidentes, adviria de aí uma economia substancial de salários e também, certamente, de instrumentos de comprovação.

Partindo da hipótese de que se não agirá no sentido de falsear as leis do acaso, que intervêm em todas as fases da fabricação, o controle poderá exercer-se sobre uma percentagem até menor do que a referida, com a certeza de poderem manter-se as tolerâncias exigidas e forte probabilidade de diminuir o refugo. Simplesmente, esse controle terá que fazer-se de acordo com uma técnica própria, que se apoia na Teoria Estatística.

Tal como acaba de ser proposto, pode parecer que o **Controle Estatístico da Qualidade** tem por única finalidade limitar o controle — em segurança — a uma pequena fracção da produção, ou, então, que se aplica especialmente nos casos em que se

buscam altos níveis de qualidade. Na realidade, deve ser encarado como a base dum sistema dinâmico de acção, que permite obter economicamente o mais alto nível de qualidade do produto, compatível com os meios de que se dispõe.

O controle estatístico da qualidade, por si só, não melhora nem piora a produção: somente assinala as variações de características, com forte probabilidade de serem devidas a causas diversas das que, actuando normalmente durante o processo de fabricação controlado, conferem ao produto uma variabilidade estatisticamente bem definida. Entre as causas susceptíveis de provocar variações sensíveis — às quais se dará a designação de *causas determinantes* — citar-se-ão, entre outras: a desafinação dos dispositivos, a modificação das características intrínsecas das matérias-primas, as mudanças ocorridas no pessoal que conduz toda a fabricação ou só parte dela, etc.

Revelando o controle que, a variabilidade da produção, não resulta da intervenção dum *sistema estável de causas fortuitas*, mas que, pelo contrário, devem estar presentes *causas determinantes*, torna-se necessário investigar e certificar a sua presença, para seguidamente as eliminar. Se for possível essa eliminação, ou se ela se operar por compensação — aparecimento de outras causas determinantes — a produção readquirirá o nível de qualidade anterior. Prosseguindo a fabricação em presença de causas determinantes, a qualidade do produto é sempre diferente da primitiva; pode mesmo ser mais elevada, o que não deixa é de ser assinalada como uma perturbação do processo anterior.

Supondo que é desejável produzir em novo nível de qualidade, torna-se indispensável defini-lo estatisticamente e estabelecer um novo controle, pois o anterior perdeu toda a sensibilidade. Antevê-se já o caminho a percorrer para — por fases sucessivas — elevar a qualidade do produto ao mais alto nível

compatível com os meios de produção disponíveis e, por outro lado, diminuir ao máximo o refugo.

Esta técnica é directa e vantajosamente aplicável às produções por repetição, desde as pequenas séries até à produção em massa. É sobretudo de um valor inestimável quando a produção é descontínua, pois permite fazer rapidamente e com um mínimo de tentativas os indispensáveis ajustamentos dos dispositivos.

CAPÍTULO II

A ESTATÍSTICA NA PRODUÇÃO

2. 1. — Fundamentos.

2. 1. 1. — Permanência estatística.

Quando a fabricação de um produto está decorrendo sem perturbações, cada unidade produzida é, em regra, diferente daquela que a precedeu e da que se lhe vai seguir. As diferenças são mais ou menos importantes ou notórias — mas existem — e caracterizam, como já foi dito, o nível de qualidade.

Considere-se a produção efectuada durante um lapso de tempo suficientemente grande, para que o número de unidades correspondente também o seja, e admita-se, por hipótese, que durante todo esse tempo o processo não esteve sujeito a perturbações. Fixando a atenção sobre uma característica, se se delimitar a sua variação, poder-se-á constituir assim um certo número de classes, dentro das quais se distribuirão as diversas unidades; identificando cada uma dessas classes, inscreva-se junto dela o cociente do seu efectivo pela totalidade das unidades consideradas. Proceda-se de igual forma com novos grupos de unidades produzidas nas mesmas condições e com os que se formarem:

- 1) Pela reunião de dois ou mais grupos tomados ao acaso.
- 2) Pela reunião de todos os grupos.
- 3) Por extracção, ao acaso, de unidades do conjunto ou da reunião de alguns grupos, depois de todas as unidades terem sido bem misturadas entre si.

Não sendo indispensável que os grupos tenham efectivos iguais, verificar-se-á que os números inscritos junto de cada classe e relativos aos diversos grupos — as chamadas *frequências relativas* — são muito próximos uns dos outros.

Esta constatação experimental é reveladora de uma certa constância nas relações de variabilidade da característica considerada do produto, tal como está sendo fabricado, e é correntemente designada como uma *permanência estatística*.

2. 1. 2. — Amostra e população.

Admitindo que a produção continua sem incidentes, poder-se-á também continuar a agrupá-la e a fazer a distribuição das unidades consideradas pelas classes respectivas, ou então, continuar sòmente a distribuí-las pelas classes anteriormente constituídas, aumentando-lhes consequentemente o efectivo. Quando o número de unidades já for bastante elevado, constatar-se-á que, dentro de cada classe, é certamente possível reagrupá-las em intervalos de variação mais pequenos; e assim voltará a acontecer, em relação aos efectivos das novas classes constituídas, se a produção e a sua classificação se continuar suficientemente. Se a característica considerada puder assumir qualquer valor dentro do intervalo total, pode, deste modo, fazer-se tender para zero, o intervalo de classe.

A inscrição das frequências relativas, em correspondência com cada intervalo de classe — mesmo que estes estejam orde-

nados — fornece uma vista do conjunto da sua distribuição, mas é de difícil observação; uma representação gráfica equivalente, conquanto mais trabalhosa, é todavia muito mais objectiva. A mais interessante é, sem dúvida, o *histograma*, que se obtém da seguinte forma:

- a) Considere-se, num plano, um sistema de eixos ortogonais e marque-se sobre um deles um segmento proporcional ao intervalo total de variação, de tal forma que o ponto mais afastado—à direita, por exemplo—corresponda ao limite superior observado da característica;
- b) Dividindo este segmento num certo número de partes, cada uma delas corresponderá a uma classe — ordenada em relação ao conjunto — cujo intervalo de variação é definido pela diferença dos valores dos seus limites, superior e inferior;
- c) Tomando como base cada um destes segmentos, construam-se para o mesmo lado, os rectângulos cujas áreas são proporcionais aos efectivos da classe respectiva.

Superiormente, o histograma assim construído, é limitado por segmentos iguais e paralelos aos representativos das classes, marcados sobre o eixo respectivo, ligados entre si por segmentos paralelos ao outro eixo e cujo comprimento é função simultâneamente dos efectivos e dos intervalos das duas classes contíguas que unem.

Aumentando o número de indivíduos considerados, o intervalo de classe poder-se-á reduzir suficientemente de tal sorte que, no limite, a linha quebrada que limita superiormente o histograma se torna contínua e representa a lei de distribuição

da *população*. Partindo da *amostra* — o grupo do parágrafo 2. 1. 1. — chega-se deste modo ao conceito de *população*, agregado que enquadra todas as unidades ou *indivíduos* — produzidos e a produzir — cuja variabilidade resulta dum conjunto de causas desconhecidas mas de acção estável, permitindo, por isso, a formulação duma lei teórica de distribuição das frequências efectivas ou das relativas.

2. 1. 3. — Leis de distribuição.

As leis de distribuição são, como acaba de se mostrar, construções teóricas, sintetizando o conhecimento estatístico. Agora, as curvas que as representam, já não exprimem as frequências relativas obtidas experimentalmente, mas a *probabilidade de ocorrência* das classes correspondentes. A substituição daquela noção experimental, pela de probabilidade, é justificada pela *lei dos grandes números* devida a Bernoulli, à qual pode dar-se o seguinte enunciado: «se p for a probabilidade de ocorrência dum dado indivíduo e se f representar a frequência relativa desse indivíduo numa amostra, f tenderá para p , à medida que o efectivo da amostra aumenta».

A mais divulgada de todas e a que se admite presidir ao maior número de processos de produção, é a lei de Gauss, também conhecida com a designação de *lei normal*. Exprime a probabilidade de ocorrência dos indivíduos resultantes dum conjunto de causas fortuitas, independentes umas das outras, e de pequena acção individual. A curva representativa é simétrica em relação a um eixo paralelo ao das ordenadas, bastando dois parâmetros para a definir completamente. Uma vez de posse desses parâmetros é possível, por meio de tabelas apropriadas, determinar, rápida e comodamente, a probabilidade de ocorrência duma classe qualquer de indivíduos.

Muitas outras se encontram formuladas, como a de Poisson e as de Pearson, com especial interesse e aplicação ao estudo dos mais variados problemas; no caso particular do controle estatístico por variáveis, tem ainda marcada utilidade a chamada *lei binómia* ou de Bernoulli, que exprime, em função da probabilidade de ocorrência na população dum dado indivíduo, a probabilidade de um número exacto de ocorrências desse mesmo indivíduo numa série de extracções.

2. 2. — Método.

2. 2. 1. — Recolha e apresentação dos dados.

Quando se pretende analisar estatisticamente qualquer característica ou conjunto de características numa colecção de indivíduos, a primeira operação a executar consiste na sua definição inequívoca; em seguida, deve delinear-se o modo de recolha com vista a que os indivíduos, sobre os quais se vai actuar, pertençam todos à mesma população; só depois se deve proceder à recolha.

A primeira e terceira operações não têm nada de especial, nada que não seja comum à investigação científica; já o mesmo se não pode dizer inteiramente em relação à segunda. Com efeito, se duas amostras de indivíduos resultarem de processos substancialmente semelhantes, — poder-se-ia dizer idênticos, na aceção corrente do termo — parece intuitivo que o estudo estatístico duma dada característica, comum a todos os indivíduos das duas amostras, se poderia fazer, reunindo-as numa só de efectivo maior. Procedendo dessa forma, podem falsear-se inteiramente as conclusões do estudo, porquanto só é lícito concluir em presença de uma população e os indivíduos resultantes de processos, substancialmente semelhantes, pertencem quase sempre a populações diferentes.

Por outro lado, se se procede por amostragem, é imprescindível assegurar a todos os indivíduos a mesma probabilidade de fazerem parte das amostras, ou, o que é o mesmo, é necessário que os indivíduos que constituem as amostras sejam tomados inteiramente ao acaso.

Recolhidos os dados, pode proceder-se à sua apresentação em quadros, por forma mais ou menos sintética, desde o simples rol até à *distribuição de frequências*; outras formas de apresentação, também descritivas e sintéticas, são os *histogramas* e os *polígonos de frequências*. Os primeiros já foram descritos e os segundos derivam-se dos histogramas respectivos, unindo por uma linha quebrada os pontos representativos dos valores médios das classes contíguas.

Estas formas de apresentação dos dados, conquanto objectivas sob o ponto de vista da expressão da tendência da característica na população, são pouco cómodas e prestam-se mal para outros ensaios de interpretação. São todavia inestimáveis e, nalguns casos, imprescindíveis para a obtenção de determinados valores característicos, por intermédio dos quais é possível sintetizar ainda mais o conhecimento expresso pela amostra que os originou.

2. 2. 2. — Determinação dos parâmetros.

Os valores característicos referidos na alínea 2. 2. 1. são genéricamente designados por *parâmetros*, sendo habitualmente classificados em *parâmetros de posição* ou de *tendência central* e *parâmetros de dispersão*. De certo modo, os primeiros definem um indivíduo que condensa em si a amostra e os segundos dão ideia da forma como os indivíduos, que constituem essa mesma amostra, se afastam do que se determinou como representativo dela.

De todos os parâmetros de posição — médias, mediana, moda, etc. — o mais importante é a *média aritmética*, definida como o cociente da soma dos valores da característica pelo seu número.

Dos parâmetros de dispersão, são particularmente interessantes a *amplitude* e o *desvio padrão*. A *amplitude* define-se como a diferença entre o maior e o menor valores da característica, observados nos indivíduos que constituem a amostra. Para definir o *desvio padrão* é necessário lançar mão da noção genérica de *desvio* — diferença entre o valor da característica medido num qualquer indivíduo e um valor fixado da mesma característica; o *desvio padrão* é o valor da raiz quadrada do cociente da soma dos quadrados dos desvios, em relação à média, de todos os indivíduos que constituem a amostra, pelo seu número.

Dos dois parâmetros de dispersão indicados, o desvio padrão é de longe o mais importante e o que melhor traduz a dispersão dos indivíduos à volta da média; no entanto, quando a amostra é constituída por poucos indivíduos, a informação que se obtém partindo da amplitude tem sensivelmente o mesmo valor que a que se obteria partindo daquele parâmetro, com a vantagem da sua determinação ser extraordinariamente mais fácil.

2. 2. 3. — Ensaio de significância.

Um problema que a Estatística se propõe abordar é o de formular juízos a partir de um limitado número de dados. O mecanismo geral consiste em formular a hipótese, — sugerida pela amostra — de ela ter sido extraída de uma população de lei conhecida e, seguidamente, verificar em que medida essa hipótese não é falsa. As conclusões, de forma alguma têm o carácter duma certeza, mas podem ser, e são-no efectivamente, formuladas em termos de probabilidade; se, de antemão, se considerar

um facto muito pouco provável como impossível, fixando um valor à probabilidade em correspondência com a garantia desejada, poder-se-á graduar aquela certeza. Nestas condições, dir-se-á que a hipótese formulada é aceitável, no *limiar de significância* fixado, sempre que se demonstre que a probabilidade de ocorrência do indivíduo representativo da amostra, na população considerada, é superior a esse valor.

A demonstração que acaba de ser considerada realiza-se por intermédio dos *ensaios de significância*, que consistem na comparação dos desvios observados na amostra com os correspondentes à lei de distribuição admitida. Se, esses desvios constatados são superiores aos correspondentes ao limiar de significância fixada, dir-se-á que são significativos, mas—embora haja fortes probabilidades de que uma ou várias das seguintes condições possam ocorrer:

- 1) A amostra não ter sido extraída de uma só população;
- 2) No processo de formação da amostra terem intervido causas determinantes;
- 3) A lei de distribuição admitida não corresponder à real;

nada autoriza a afirmá-lo. Todavia, a investigação deve ser conduzida por estes três caminhos, concertando o estatístico com o técnico a melhor ou mais fácil variante de aplicação.

2. 3. — Controle Estatístico.

2. 3. 1. — Estabilidade e causas determinantes.

Quando se encara a fabricação industrial dum dado produto, segundo um processo por repetição, ocorre naturalmente a ideia de que a variabilidade constatada das suas características

só deve resultar da intervenção de factores incontrolláveis. Este juízo pressupõe a viabilidade do controle de todos os factores que dele sejam passíveis, mas tal viabilidade raramente existe. A variabilidade resulta, na realidade, dum duplo conjunto de causas: fortuitas por um lado, e incontrolladas, por outro. Enquanto a acção destas últimas não ultrapassa um certo nível, a produção processa-se sem perturbações sensíveis, mas é facto averiguado que o estado habitual da produção é perturbado. Numa produção estabilizada ou que se considera estável, tudo se passará, portanto, como se só actuasse um conjunto de causas fortuitas.

Sempre que o produto apresenta características que se afastam além de certa medida dos valores médios correntes, a produção deve estar sob a acção de causas determinantes desse afastamento. Se, por incúria ou intencionalmente, a produção prosseguir, os indivíduos seguintes confirmarão ou regeitarão a hipótese da presença de causas determinantes.

Nestas condições, e em ordem à aplicação da técnica de controle estatístico, o processo de produção considerar-se-á estável sempre que:

- 1) A sucessão cronológica das unidades produzidas puder assimilar-se a uma sucessão de unidades extraídas ao acaso duma população cuja lei de distribuição é uma característica intrínseca do processo;
- 2) Por conseguinte, em relação à característica ou características, sob controle, a probabilidade de num dado momento ser produzida uma determinada unidade, será igual à frequência relativa, na população, das unidades iguais a ela.

Por outro lado, e em relação à deterioração dessa estabilidade, considerar-se-á:

- 1) Como prenúncio, a produção de uma unidade ou conjunto de unidades cuja frequência relativa, a população, seja inferior a um determinado valor;
- 2) Como sinal evidente, a produção de uma unidade ou conjunto de unidades cuja frequência relativa, na população, seja inferior a outro valor, menor que o da alínea anterior.

No primeiro caso, é conveniente estar atento à produção, para a suspender com o mínimo de refugo, se efectivamente vier a deteriorar-se; no segundo, a produção deve suspender-se imediatamente para investigar e remover — se as houver — as causas determinantes.

2. 3. 2. — Aspecto económico dos limiares de significância.

O controle da estabilidade da produção, correspondendo ao da qualidade do produto, deve portanto operar-se, em concordância com a técnica estatística, nas fases seguintes:

- 1) Determinação da lei de distribuição característica do processo;
- 2) Fixação dos limiares de significância;
- 3) Ensaios de significância.

A primeira e terceira fases estão implícitas nas considerações de estabilidade do processo enunciadas no parágrafo 2.3.1.;

os limiares de significância deverão traduzir os critérios de deterioração dessa mesma estabilidade, transformando-se deste modo, e respectivamente, em limiares de advertência e de acção. A sua fixação, particularmente a deste último, a que corresponde a suspensão imediata da produção, tem uma importância excepcional, porquanto tal decisão origina, por um lado, gastos para investigar as causas da desregulação e, por outro, a falta de produção correspondente ao tempo passado na investigação. Ora, quanto mais elevado ele se fixar, tanto mais frequentes serão as paragens e maiores as probabilidades de que o processo não esteja sob a acção de causas determinantes; quanto mais baixo for o valor que se fixe, tanto menos frequentes serão as paragens, mas, em contra-partida, tanto maior será a probabilidade de produzir unidades fora das especificações, sem que tal facto seja oportunamente assinalado. O valor que se adopte deverá tender para um justo compromisso entre as acções contraditórias que lhe são inerentes: segurança de se não produzirem grandes quantidades fora das especificações, contra prejuízo por falta de produção; maior segurança quanto a paragens sem razão efectiva, — equivalente a menor prejuízo por falta de produção — contra possível produção de maior número de unidades fora das especificações.

A análise estatística sugere determinados valores que podem inicialmente adoptar-se, mas que devem ser ajustados de acordo com a prática de cada processo.

2. 3. 3. — A distribuição das médias.

Quando, no parágrafo 2. 1. 3., se fez referência à lei normal, disse-se que, para a definir completamente, bastava o conhecimento de dois parâmetros e que, por intermédio deles e de tabelas apropriadas, se podia, rápida e cómodamente, deter-

minar a probabilidade de ocorrência de qualquer classe, isto é, que são de muito fácil realização os ensaios de significância. Pode e deve agora dizer-se que aqueles parâmetros são: a *média* e o *desvio padrão*.

No mesmo parágrafo se referiu existirem formuladas muitas outras leis de distribuição; pois, apesar de assim ser, só em casos especiais delas se lança mão. Nos casos correntes, conseguem-se suficientes aproximações dos resultados por duas formas:

- 1) Recorrendo a artifícios de cálculo que transformam a lei de distribuição real numa outra que se pode assimilar à lei normal;
- 2) Utilizando a lei de distribuição das médias.

Pode demonstrar-se que o segundo procedimento conduz aos mesmos resultados que a aplicação directa, quando a distribuição de que se parte segue a lei normal; vários autores têm mostrado — para casos particulares — que a distribuição das médias se aproxima suficientemente da lei normal sempre que se satisfaça determinada condição, admitindo-se que é legítima a generalização qualquer que seja a população de que se parte.

Partindo duma amostra cujo efectivo é $k \cdot n$ indivíduos, retirada duma população cuja média é \bar{X}' e cujo desvio padrão é σ' , dividindo-a em k amostras de efectivo n , e computando a média \bar{X} de cada uma dessas amostras, os valores \bar{X} distribuir-se-ão, tanto mais em concordância com a lei normal quanto maior for n . A média desta nova lei $\bar{\bar{X}}$ é a mesma da primitiva população, isto é:

$$\bar{\bar{X}} = \bar{X}' \quad (2.3.3.1)$$

O desvio padrão $\sigma'_{\bar{x}}$ é menor que o da primitiva população e dado exactamente por:

$$\sigma'_{\bar{x}} = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} \quad (2.3.3.2)$$

Um ensaio de significância só pode agora ter sentido, em relação a um limiar determinado, quando a população de que se parte se distribue segundo a lei normal; nos casos em que a lei de distribuição das médias não é normal, mas é simétrica, podem definir-se — com suficiente confiança e aproximação — zonas de significância, associando os limiares fornecidos pela lei normal com os correspondentes fornecidos pelo teorema de Camp-Meidell. Todavia, a informação que se pode obter a partir das médias é muito menos incerta do que a que podem fornecer isoladamente os indivíduos que constituem uma dada amostra, porquanto a dispersão das médias das amostras parciais, à volta da média geral, é \sqrt{n} vezes menor do que a dos indivíduos que as constituem, em relação à mesma média, e n , em princípio, só é limitado pelo efectivo da amostra de que se parte e pela necessidade de constituir mais que uma amostra. À parte isso, só é indispensável que os indivíduos que constituem cada uma das amostras em que se subdividiu a amostra de que se partiu, sejam dela extraídos ao acaso.

CAPÍTULO III

A TÉCNICA DO CONTROLE ESTATÍSTICO POR VARIÁVEIS

3. 1. — Caracterização da população.

3. 1. 1. — Considerações gerais.

Em última análise, o controle estatístico da qualidade consiste em verificar, sistemática e cronologicamente, por meios estatísticos, a estabilidade da produção. Como já foi indicado no parágrafo 2. 3. a primeira coisa que há a fazer é estabelecer, em relação à variável a controlar, a lei de distribuição da população, característica dos meios de produção utilizados.

Supondo que a produção está já a decorrer, sem perturbações directamente apreciáveis, obter-se-á uma primeira informação recolhendo as unidades produzidas durante um lapso de tempo suficientemente longo, constituindo com elas um histograma e comparando-o com leis de distribuição conhecidas, particularmente a de Gauss. Se as discrepâncias em relação a esta última, não são grandes, pode admitir-se, provisoriamente pelo menos, que a distribuição segue efectivamente a lei normal, calcular os parâmetros de posição e dispersão da amostra e tomá-los como uma primeira estimativa dos da população. Mas, se

a distribuição se afasta notoriamente da lei normal então todo o trabalho foi inútil para a sequência do controle estatístico, porque os parâmetros que interessam agora são os relativos à distribuição da média das amostras de pequeno efectivo. Esta aproxima-se sempre da lei normal e portanto têm melhor justificação os limites de significância ou as zonas de significância que lhes estão associadas, fixadas em função dela.

O que se acaba de expor, justifica a aparente transposição na sequência lógica das operações a efectuar.

3. 1. 2. — Recolha das amostras.

Por razões económicas evidentes — a que dá ênfase o caso de a informação para o controle resultar dum ensaio destrutivo — a fracção da produção, sobre que se exerce o controle, deve ser tão pequena quanto possível. Por uma questão de boa organização, a extracção deve fazer-se a intervalos de tempo sensivelmente iguais. Finalmente, é necessário que as amostras consecutivas traduzam a variabilidade da produção efectuada entre as suas extracções, mas é desejável que os indivíduos que a constituem apresentem pequena dispersão entre si.

As amostras devem, por isso, ser constituídas por mais de duas unidades, mas raras vezes se ultrapassam cinco; Shewhart admite como número ideal, quatro, sendo, no entanto, muito frequente adoptarem-se amostras de cinco unidades. No parágrafo 3. 3. explicar-se-ão as razões de tal preferência e será proposta solução que as destrói.

A experiência tem demonstrado que as amostras devem representar entre 5 e 10 % da totalidade da produção, sendo o primeiro número aplicável a muito grandes séries ou a processos com pequena dispersão e o segundo às pequenas séries ou a processos com elevada dispersão.

Fixando o seu valor, de acordo com o critério exposto e o número de unidades que comporão as amostras, o número de extracções por hora fica imediatamente determinado por intermédio da *cadência de produção*, número médio de unidades produzidas por hora. Designando, por r a percentagem de produção controlada, por n o efectivo das amostras, por c a cadência da produção e por N o número de amostras extraídas por hora, ter-se-á:

$$N = \frac{r \cdot c}{100 n} \quad (3.1.2.1)$$

As amostras têm que ser extraídas de tal forma que possam sempre ser consideradas como resultantes do acaso, isto é, as unidades produzidas devem todas ter a mesma probabilidade de fazer parte duma amostra. Todavia, a forma dirigida, como se vai estatuir que seja operada, pode induzir na consideração do contrário. Na realidade, se as condições da produção se mantêm estáveis — se se pode afirmar que existe uma população, constituída pelas unidades produzidas, e pelas que virão a produzir-se sob a acção do mesmo conjunto de causas fortuitas — então, qualquer que seja a unidade ou a amostra consideradas, elas pertencem sempre à população. Havendo razões para admitir que o conjunto das unidades produzidas constitue uma população, o ensaio de significância, realizado sobre uma amostra, cuja extracção foi viciada, indicará a probabilidade de ocorrência, na população, de uma amostra assim constituída; de acordo com a convenção a que correspondem os limiares de significância fixados, essa amostra pode revelar que o processo deve estar sob a acção de causas determinantes — e sabe-se que não é verdade — mas, do mesmo modo, se ela efectivamente ocorrer sem que a sua extracção haja sido viciada, a indicação fornecida é a mesma e ignora-se até que ponto isso é verdade.

Neste último caso, há forte probabilidade de o processo estar sob a acção de causas determinantes e muito fraca de que assim não seja ⁽¹⁾; no outro, há a certeza de que não está.

Supondo ainda que o processo está sob controle, além da amostra constituída por unidades, extraídas ao acaso da produção efectuada entre duas extracções consecutivas, — acerca da qual nenhum reparo pode ser feito — considerem-se as duas seguintes:

- 1) A amostra constituída com unidades produzidas na sequência umas das outras;
- 2) A amostra constituída com as últimas unidades produzidas em cada uma das fracções, em que pode dividir-se o intervalo de tempo, que medeia entre a obtenção de duas amostras com o efectivo fixado.

A primeira forma de extrair a amostra é um caso particular da segunda, da mesma forma que esta se pode considerar um caso muito particular da extracção ao acaso. Pode parecer que as unidades, que constituem as amostras, não são extraídas inteiramente ao acaso — no sentido em que habitualmente é tomada a locução no Cálculo das Probabilidades — mas são-no efectivamente. Com efeito, o facto de se escolherem os momentos em que se efectuam as extracções, totais ou parciais, não afecta de forma alguma a probabilidade de ocorrência duma qualquer unidade; por outro lado, tomam-se as unidades à me-

(1) Se P for a probabilidade de que o processo esteja fora de controle, a probabilidade de que efectivamente esteja sob controle é dada pela probabilidade complementar $(1-P)$. Se P for próxima da unidade — forte probabilidade — $(1-P)$ será próxima de zero — fraca probabilidade.

dida que são produzidas em completa ignorância dos valores que as características, sob controle, nelas vão assumir, ao invés daquilo que é necessário para constituir uma amostra viciada.

As amostras parcelares podem fornecer, ou fornecem efectivamente, indicações sobre a estabilidade do processo, durante o lapso de tempo em que são produzidas e, por extensão, no que medeia entre o final da última extracção e o começo da sua.

As amostras, do tipo da primeira alínea, têm o máximo de probabilidades de revelar a variação ocorrida entre os momentos em que são extraídas, por apresentarem o mínimo de probabilidades de variação das unidades que as constituem; todavia, como o tempo que medeia entre amostras é relativamente grande, pode, dentro dele, o processo ficar sob a acção de causas determinantes, cuja presença—se se eliminarem, sem intervenção exterior, antes da extracção da nova amostra — não será assinalada. Durante êsse período, pode ter-se fabricado — há forte probabilidade de que assim seja — produto que não satisfaz às especificações. Sempre que sejam de presumir tais flutuações ou quando a recepção do produto for baseada no controle estatístico da qualidade, devem adoptar-se amostras do segundo tipo, embora conduzam a um controle menos sensível, como resultado da acção de uniformização exercida pelas amostras parcelares.

3. 1. 3. — Parâmetros da amostra

Recolhida a amostra, medir-se-á, com a conveniente aproximação, e em cada uma das unidades que a constituem, a grandeza cujo controle se deseja efectuar. Designando por $X_1, X_2 \dots X_n$ os valores correspondentes a cada unidade, a média \bar{X} é, por definição:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (3.1.3.1)$$

ou:

$$\overline{X} = \frac{S(X)}{n} \quad (3.1.3.2)$$

Isolando o valor máximo, $X_{\text{máx.}}$, e o mínimo, $X_{\text{mín.}}$, e efectuando a sua diferença, obtém-se a amplitude R , ou:

$$R = X_{\text{máx.}} - X_{\text{mín.}} \quad (3.1.3.3)$$

Para calcular o desvio padrão σ , haverá que calcular $S(X^2)$ e $\overline{X^2}$, e substituir na expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{S(X^2)}{n} - \overline{X}^2} \quad (3.1.3.4)$$

As médias e um dos dois parâmetros, determinados em cada amostra, permitem fazer a estimativa da média e do desvio padrão da população.

3. 1. 4. — A estimativa dos parâmetros da população.

De posse dum certo número de amostras — para aplicação ao controle estatístico, o número óptimo está quase sempre compreendido entre 10 e 25 — a Estatística Matemática fornece meio de — a partir dos parâmetros das amostras e em função do efectivo constante de cada uma delas — obter estimativas dos parâmetros da população de que foram extraídas ao acaso. Quanto maior for o número de amostras de que se parta, tanto maior será a probabilidade das estimativas se aproximarem dos verdadeiros valores; no entanto, e até melhor conhecimento — mais amostras — as estimativas feitas devem considerar-se como valores correctos.

Quando de antemão se sabe que a população segue a lei normal, os parâmetros podem estimar-se por meio de tabelas

de factores — de aplicação geral — sòmente função do efectivo das amostras. Se a população não segue a lei normal e se operar como se efectivamente a seguisse, há fortes probabilidades de que as estimativas obtidas divirjam dos valores correctos; todavia, nas aplicações ao controle estatístico, a experiência tem mostrado que os erros, que se cometem, não são geralmente de molde a causar perturbações. Por um lado, parece serem relativamente pouco frequentes as populações cuja distribuição se não aproxima suficientemente da normal, para que, como tal, não possam ser tratadas; e por outro, o ajustamento dos limiares de acção ao processo e os ensaios de significância permitem quase sempre compensar a imprecisão.

Posto isto, e com vista à sua utilização no controle estatístico por variáveis, as estimativas dos parâmetros da população far-se-ão de acordo com o que a seguir se expõe.

A estimativa da média da população \bar{X}' far-se-á a partir da média das médias das k amostras de efectivo n de que se dispõe; o do desvio padrão σ' pode fazer-se a partir da média dos desvios padrões, ou da média das amplitudes das amostras.

A melhor estimativa da média coincide com o valor da média das médias das amostras, isto é:

$$\bar{X}' = \overline{\bar{X}} \quad (3.1.4.1)$$

$$\text{com} \quad \overline{\bar{X}} = \frac{S(\bar{X})}{k} \quad (3.1.4.2)$$

Partindo da média dos desvios padrões das amostras $\bar{\sigma}$, o desvio padrão σ_1' é dado pela expressão:

$$\bar{\sigma} = c_2 \sigma_1' \quad (3.1.4.3)$$

ou: $\sigma_1' = \epsilon \bar{\sigma}$ (3.1.4.3')

Partindo de \bar{R} ter-se-á:

$$\bar{R} = d_2 \sigma'_2 \quad (3.1.4.4)$$

ou $\sigma'_2 = \delta \bar{R}$ (3.1.4.4')

Os factores c_2 e d_2 correspondem à notação americana adoptada e os seus valores podem portanto buscar-se com toda a facilidade; os factores ϵ e δ , inversos daqueles, encontram-se calculados na tabela 3.1.4.5, para os efectivos mais utilizados.

Tabela dos factores para a estimativa de $\bar{\sigma}'$ a partir de $\bar{\sigma}$ ou de \bar{R} .

Efectivo das amostras	ϵ	δ
3	1,382	0,5907
4	1,253	0,4857
5	1,189	0,4299

3.1.4.5

3.2. — Ensaio de significância.

3.2.1. — Procedimento.

Conhecidos ou determinados previamente os parâmetros da população, deles se deduzem os da lei de distribuição das médias das amostras, dados por:

$$\bar{\bar{X}} = \bar{X}' \quad (3.2.1.1)$$

e

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} \quad (3.2.1.2)$$

Os ensaios de significância praticam-se sobre os valores fornecidos por cada uma das amostras que se extraem, e são baseados na lei de Gauss. A fixação do limiar de significância equivale a delimitar, na curva representativa da lei de distribuição, uma zona central correspondente às amostras a cuja ocorrência se admite presidir um conjunto estável de causas fortuitas, e duas outras, neste caso, iguais e simétricas em relação à média, correspondentes às amostras cuja ocorrência se toma como indicativo de presença de causas determinantes. A área dessa zona central, limitada superiormente pela curva, inferiormente pelo eixo das médias e lateralmente por duas normais a este eixo e distando dele a mesma quantidade d , corresponde à probabilidade complementar do limiar de significância.

A média das amostras, correspondentes aos limites definidos pelo limiar de significância, pode exprimir-se por intermédio da média da população e daquela distância d , a que acima se faz referência. Ter-se-á:

$$\overline{X}_{\text{lim}} = \overline{X} \pm d \quad (3.2.1.3)$$

Este valor d deve portanto ser considerado como um desvio e, como tal, pode medir-se tomando como unidade o desvio padrão, resultando:

$$d = t \cdot \sigma_{\overline{X}} \quad (3.2.1.4)$$

Substituindo, em (3.2.1.3) virá finalmente:

$$\overline{X}_{\text{lim}} = \overline{X} \pm t \cdot \sigma_{\overline{X}} \quad (3.2.1.5)$$

A t dá-se o nome de *desvio reduzido* e a sua expressão geral é:

$$t = \frac{X_i - \overline{X}'}{\sigma'} \quad (3.2.1.6)$$

As tabelas da lei de Gauss fornecem imediatamente a relação entre a área, limitada pela curva e o eixo da variável, e que se estende desde $-\infty$ até t , e a área total. Fixado portanto um valor para o limiar de significância $L\%$ — em virtude do valor $(100 - L)$ exprimir, em percentagem, a probabilidade de ocorrência de todos os indivíduos compreendidos entre $\bar{X}' - t\sigma'$ e $\bar{X}' + t\sigma'$, e da simetria da curva de probabilidade, — tomando a sua metade e entrando com ela nas tabelas de Gauss, determinar-se-à o valor $(-t)$ que lhe corresponde. Entrando com o seu valor absoluto na expressão (3.2.1.5) obtêm-se os limites do campo de variabilidade das amostras, cuja ocorrência deve considerar-se como resultante dnm sistema estável de causas fortuitas.

Todas as amostras, cuja média seja exterior aos limites,

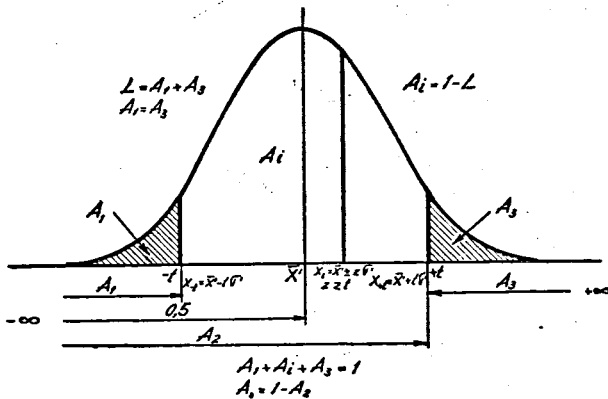


Fig 3.2.1

devem considerar-se como resultantes da acção de causas determinantes, devendo portanto interromper-se imediatamente a

produção, investigar a sua presença e eliminá-las, se efectivamente existirem. Só depois de eliminadas ou de comprovada a sua inexistência — a amostra pertence efectivamente à população — é que deve recomeçar a produção.

A figura 3.2.1. ilustra a primeira parte da exposição que, por comodidade, foi feita utilizando como variável a média das amostras, cuja distribuição se pressupõe que segue a lei normal; evidentemente que, se se considerar qualquer outro parâmetro da amostra, e se a a sua distribuição também seguir a lei normal, tudo o que se expôs lhe é aplicável.

3.2.3. — Limites.

Se a população se distribue de acordo com a lei normal, então a cada valor do desvio reduzido t corresponde um dado valor da probabilidade de ocorrência de todos os indivíduos da população, cuja representação possa fazer-se pela expressão:

$$X = \overline{X'} \pm \theta \sigma' \quad (3.2.2.1)$$

com

$$0 \leq \theta \leq t \quad (3.2.2.2)$$

A cada um dos limites anda assim associada a probabilidade de ocorrência de todos os indivíduos, cujo desvio reduzido é maior, em valor absoluto, e do mesmo sinal que o seu. Como já se disse, essa probabilidade é metade da fixada pelo limiar de significância. Se a variável só aproximadamente se distribue segundo a lei normal, ou nem aproximadamente o faz, então, a um dado valor do desvio reduzido t já não é fácil associar uma probabilidade conhecida — muito embora exista e, em princípio, possa

ser calculada — e, por isso, o seu valor deve fixar-se de acordo com a prática⁽¹⁾.

Os autores americanos, de acordo com a prática corrente no seu país — a qual aliás já deu as suas provas — recomendam, como valor de utilização geral, quando o controle se exerce por intermédio das médias, $t = 3$. Os autores ingleses pendem para o valor $t = 3,09$ que traz associadas consigo, em distribuições segundo a lei normal, as probabilidades 0,1 % e 99,9 %; nas mesmas condições, ao valor $t = 3$ andam associadas as probabilidades 0,135 % e 99,865 %, praticamente iguais àquelas.

Quando, além do controle das médias, se faz também o da dispersão dos valores dentro das amostras — quase sempre por intermédio da amplitude, mas também podendo ser feito pelo desvio padrão — porque, de antemão se sabe que se não distribuem segundo a lei normal, mesmo no caso de a lei de distribuição da população, de que são extraídas as amostras, ser a de Gauss, uns e outros autores, indicam valores de t em correspondência com limiares de significância — da lei de Gauss — mais elevados. Os americanos usam $t = 2,575$ enquanto os ingleses adoptam, de preferência, $t = 1,96$.

A fixação dos limites está intimamente ligada com o problema do refugo; quanto mais indesejável ele for, tanto mais altos deverão ser os limiares de significância adoptados para o controle e, em correspondência com eles, tanto menores os valores dos desvios reduzidos. Procedendo de acordo com o que acaba de ser exposto, aumentará, em média, a percentagem de vezes que se investigam causas determinantes sem que efecti-

(1) Limites inferiores, para essa probabilidade, podem calcular-se: pelo teorema de Tchebycheff, qualquer que seja a lei de distribuição; a partir do teorema de Camp-Meidell, se a lei de distribuição for simétrica.

vamente estejam presentes; para atenuar este possível estado de coisas podem usar-se, — sobretudo em diagramas de médias — em conjugação com os limites correspondentes a $t = 3$ ou $t = 3,09$, outros limites mais apertados — correspondentes, por exemplo a $t = 2,5$ — cuja ultrapassagem serve de alerta para uma acção adequada sobre o controle ou a fabricação. Estes segundos limites, preconizados pelos autores ingleses e combatidos — mas por vezes adoptados — pelos americanos, são conhecidos por *limites de advertência*, passando os primitivos, que lhe são exteriores, a ser designados como *limites de acção*.

3. 2. 3. — Diagramas de controle.

A comparação das amostras com os limites que elas podem assumir, estando o processo sob controle, faz-se cómodamente



Fig. 3. 2. 3. 1

por via gráfica. Este procedimento, para realização dos ensaios de significância, tem ainda a vantagem — de interesse imediato

e de interesse futuro — de arquivar a *história* da qualidade da produção. Exemplificando o interesse para o futuro, considere-se o caso de determinada produção, controlada estatisticamente, que a certa altura se interrompeu e se pretende voltar e efectuar. Se os meios de produção de que se dispõe se não modificaram, então poder-se-á esperar o mesmo nível de qualidade e, para isso, haverá que realizar os indispensáveis ajustamentos, por forma que a nova produção faça parte da primitiva população. Como esta já anteriormente havia sido caracterizada para o estabelecimento dos respectivos diagramas de controle, bastará que as amostras — com o mesmo efectivo das que serviram no primitivo controle — extraídas da produção actual, possam inscrever-se — para o seu controle — na sequência da última, relativa à primeira fase.

Os diagramas andam tão intimamente ligados ao controle estatístico da qualidade que, falar neste assunto, induz geralmente menos nos princípios estatísticos em que se baseiam, do que na sua própria construção. A figura 3. 2. 3. 1. representa o diagrama das médias e o das amplitudes das amostras de quatro unidades, extraídas do quadro de ocorrência 3. 2. 3. 2., o qual foi completado com mais algumas colunas, de grande utilidade para os cálculos que há a efectuar. A figura 3. 2. 3. 3. representa o histograma da amostra total, prenunciando uma lei de distribuição assimétrica.

Quadro de ocorrência e valores calculados

Número de ordem	X	S(X)	\bar{X}	R	X^2	S(X^2)	σ	Número de ordem das amostras
1	40				1 600			
2	100				10 000			
3	50				2 500			
4	60				3 600			
5	160	250	62,5	60	25 600	17 700	22,8	1
6	60				3 600			
7	40				1 600			
8	90				8 100			
9	40	350	87,5	120	1 600	38 900	45,5	2
10	60				3 600			
11	40				1 600			
12	30				900			
13	50	170	42,5	30	2 500	7 700	10,9	3
14	60				3 600			
15	30				900			
16	70				4 900			
17	30	210	52,5	40	900	11 900	14,8	4
18	90				8 100			
19	80				6 400			
20	40				1 600			
21	50	240	60,0	60	2 500	17 000	25,6	5
22	30				900			
23	40				1 600			
24	50				2 500			
25	60	170	42,5	20	3 600	7 500	8,8	6
26	150				22 500			
27	40				1 600			
28	30				900			
29	80	280	70,0	120	6 400	28 600	47,5	7
30	30				900			
31	150				22 500			
32	50				2 500			
33	90	310	77,5	180	8 100	32 300	45,5	8
34	30				900			
35	40				1 600			
36	30				900			
37	50	190	47,5	60	2 500	11 500	24,9	9
38	50				2 500			
39	30				900			
40	50				2 500			
		180	45,0	20		8 400	8,7	10

Número de ordem	X	S(X)	\bar{X}	R	X ²	S(X ²)	σ	Número de ordem das amostras
41	30				900			
42	80				6 400			
43	90				8 100			
44	40				1 600			
		240	60,0	60		17 000	25,6	11
45	110				12 100			
46	100				10 000			
47	30				900			
48	120				14 400			
		360	90,0	90		37 400	35,4	12
49	40				1 600			
50	100				10 000			
51	50				2 500			
52	40				1 600			
		230	57,5	60		15 700	24,9	13
53	90				8 100			
54	40				1 600			
55	50				2 500			
56	120				14 400			
		300	75,0	80		26 600	32,0	14
57	80				6 400			
58	90				8 100			
59	40				1 600			
60	30				900			
		240	60,0	60		17 000	25,6	15
61	50				2 500			
62	90				8 100			
63	40				1 600			
64	140				19 600			
		320	80,0	90		31 800	39,4	16
65	40				1 600			
66	70				4 900			
67	120				14 400			
68	80				6 400			
		310	77,5	80		27 300	28,6	17
69	60				3 600			
70	60				3 600			
71	30				900			
72	30				900			
		180	45,0	30		9 000	15,0	18
73	40				1 600			
74	80				6 400			
75	50				2 500			
76	50				2 500			
		220	55,0	40		13 000	35,0	19
77	60				3 600			
78	30				900			
79	90				8 100			
80	40				1 600			
		220	55,0	60		14 200	22,9	20

Número de ordem	X	S(X)	\bar{X}	R	X ²	S(X ²)	σ	Número de ordem das amostras
81	60				3 600			
82	50				2 500			
83	30				900			
84	30	170	42,5	30	900	7 900	13,0	21
85	180				16 900			
86	30				900			
87	40				1 600			
88	80	280	70,0	100	6 400	25 800	39,4	22
89	110				12 100			
90	50				2 500			
91	220				48 400			
92	40	420	105,0	180	1 600	64 600	71,6	23
93	150				22 500			
94	60				3 600			
95	80				6 400			
96	50	290	72,5	120	2 500	29 500	46,0	24
97	40				1 600			
98	30				900			
99	80				6 400			
100	90	190	47,5	60	8 100	11 500	24,9	25
101	80				6 400			
102	90				8 100			
103	40				1 600			
104	90	300	75,0	50	8 100	24 200	20,6	26
105	120				14 400			
106	100				10 000			
107	30				900			
108	120	370	92,5	90	14 400	39 700	37,0	27
109	40				1 600			
110	90				8 100			
111	30				900			
112	100	260	65,0	70	10 000	20 600	30,4	28
113	60				3 600			
114	30				900			
115	90				8 100			
116	80	210	52,5	60	6 400	13 500	24,9	29
117	90				8 100			
118	110				12 100			
119	110				12 100			
120	30	340	85,0	80	900	33 200	32,8	30

Número de ordem	X	S(X)	\bar{X}	R	X^2	S(X^2)	σ	Número de ordem das amostras
121	40	200	50,0	40	1 600	11 200	17,3	31
122	40				1 600			
123	80				6 400			
124	40				1 600			
125	30	210	52,5	30	900	11 700	13,0	32
126	60				3 600			
127	60				3 600			
128	60				3 600			
129	40	160	40,0	20	1 600	6 600	7,1	33
130	30				900			
131	40				1 600			
132	50				2 500			
133	50	160	40,0	20	2 500	6 800	10,0	34
134	30				900			
135	50				2 500			
136	30				900			
137	80	320	80,0	150	6 400	40 600	61,3	35
138	30				900			
139	30				900			
140	180				32 400			
141	60	320	80,0	150	3 600	39 400	58,8	36
142	180				32 400			
143	30				900			
144	50				2 500			
145	30	200	50,0	50	900	11 400	18,7	37
146	50				2 500			
147	80				6 400			
147	40				1 600			
149	50	420	105,0	110	2 500	46 200	39,1	38
150	100				10 000			
151	110				12 100			
152	160				21 600			
153	40	240	60,0	70	1 600	17 800	29,1	39
154	110				12 100			
155	40				1 600			
156	50				2 500			
157	30	200	50,0	40	900	11 600	20,0	40
158	30				900			
159	70				4 900			
160	70				4 900			

Os parâmetros da população, com que se construíram os

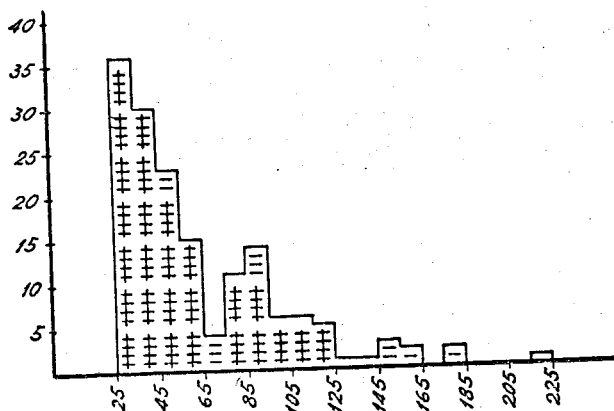


Fig. 3.2.33

diagramas, foram determinados a partir da informação total contida no quadro, tendo resultado:

$$\bar{X} = 63,9 \quad \sigma'_2 = 34,2 \quad \bar{R} = 70,5$$

Para o diagrama das médias adoptou-se o desvio reduzido 3; para o da amplitude o valor 2,575.

Sòmente a amostra 23 se mostra fora de controle no diagrama de amplitude.

Como as amostras, que se apresentam fora de controle, não devem intervir na determinação dos parâmetros, e também porque o seu número é suficientemente elevado, construíram-se novos diagramas, tendo sido calculados os parâmetros da população com as vinte primeiras amostras. Resultaram os valores seguintes:

$$\bar{X}' = 62,1 \quad \sigma'_2 = 31,5 \quad \bar{R} = 65$$

Adoptaram-se os mesmos desvios reduzidos e construíram-se os diagramas da figura 3.2.3.4.

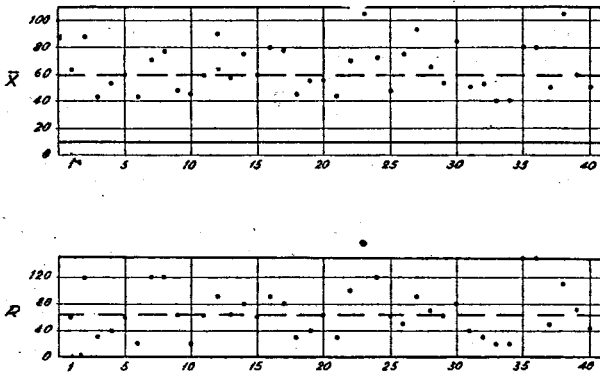


Fig. 3.2.3.4.

A figura 3.2.3.5. representa o histograma dos primeiros 80 indivíduos, a partir dos quais se calcularam os novos parâmetros, o qual não necessita quaisquer comentários.

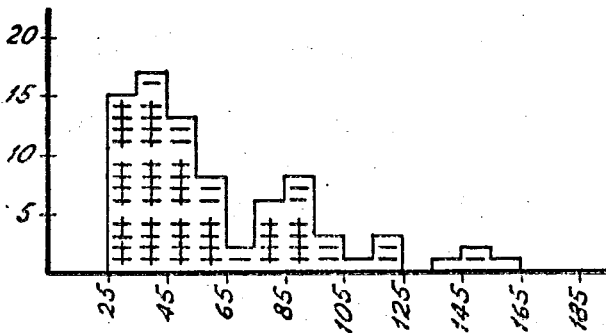


Fig. 3.2.3.5.

Em relação ao controle, verifica-se que, além da amostra 23, se encontram fora do controle as amostras 35 e 36, e que, continua sendo o diagrama de amplitudes, o único a assinalar que, no processo, devem estar presentes causas determinantes.

É quase certo que algum ou alguns dos indivíduos que fazem parte destas amostras aberrantes, não satisfazem às especificações.

3.2.4. — As sequências.

Quando uma população se distribue de acordo com a lei normal e se faz a extracção de um indivíduo, há iguais probabilidades de que esse indivíduo seja maior ou menor que a média. Admitindo portanto que as médias das amostras se distribuem de acordo com a lei normal, os pontos que as representam no diagrama de controle — enquanto o processo de produção não estiver sob a acção de causas determinantes — devem, em média, situar-se, em partes iguais, acima e abaixo da linha média. Se, num diagrama, elas se situarem sistematicamente de um só lado dessa linha, tal constatação deve ser encarada como indicadora de que a população se modificou, ou então, que o processo está sob a acção de causas determinantes. Esta evidência raramente se apresenta, verificando-se, por vezes, somente uma certa predominância de um tipo de amostras sobre o outro; neste caso, a interpretação directa das indicações é difícil, senão impossível. Todavia, a aplicação da lei binómia — possibilitando o cálculo da probabilidade dum número exacto de ocorrências, dum dado indivíduo, numa série de extracções, uma vez que se conheça a probabilidade de ocorrência desse indivíduo na população — permite, fixado um limiar de significância, efectuar sobre uma sequência qualquer, o ensaio de significância adequado e decisivo. É necessário não esquecer que a sequência pode ser superior ou inferior à média e, portanto, que há que adicionar as probabilidades correspondentes às duas eventualidades.

A análise das sequências e a informação, que dela advém, é muito mais profícua quando se utilizam limites de advertência, porquanto, o facto de duas amostras seguidas se situarem exte-

riormente a esses limites, é — como regra quase geral — mais significativo de presença de causas determinantes, do que a ocorrência de uma amostra fora dos limites de acção.

Designando por p a probabilidade de ocorrência do indivíduo na população, por q a probabilidade complementar e por P a probabilidade de r ocorrências em n extracções, a lei binómia escrever-se-á:

$$P = C_r^n p^r q^{(n-r)} \quad (3.2.4.1)$$

na qual, C_r^n simboliza o número de combinações de n objecto tomados r a r .

Em regra, não se procede, caso por caso, ao ensaio de significância, mas estabelecem-se tipos de sequências, cuja ocorrência se considera como evidência de que o processo está fora de controle.

3. 3. — Alguns aspectos práticos.

3. 3. 1. — As tolerâncias do produto e dos meios de produção.

Na generalidade das fabricações organizadas, conhecem-se de antemão as tolerâncias com que é necessário fabricarem-se os diversos elementos que se integram no produto: A fixação dessas tolerâncias é, quase sempre, feita por comparação com modelos, mais ou menos convenientes, mas raramente é seguida de um estudo crítico da sua influência no custo do produto. Iniciada porém a fabricação, em virtude de dificuldades de execução, ou do aparecimento duma percentagem de refugo considerada anormal, ocorre então perguntar se as tolerâncias não poderiam ser maiores. É evidente que, tal forma de proceder, necessariamente não conduz ao menor preço de custo do produto.

Analisando um pouco mais de perto este problema, do

ponto de vista da economia na produção, chega-se às conclusões seguintes:

- 1) As tolerâncias devem ser as maiores compatíveis com o funcionamento;
- 2) Os meios de produção devem ser justamente compatíveis com a realização dessas tolerâncias.

A propósito do nível de qualidade, disse-se que, quanto mais elevado ele se desejasse, tanto melhor teria que ser o equipamento, menos variáveis as matérias-primas e mais especializada a mão-de-obra utilizada. Posteriormente, relacionou-se o conceito de nível de qualidade com as tolerâncias de fabricação do produto, tendo-se dito que, quanto mais alta fosse a qualidade, tanto mais pequenas seriam as tolerâncias, e reciprocamente. De forma que, aceites como verdadeiras as afirmações que agora se reproduzem, possuindo-se a noção do real custo das coisas e dos serviços, a primeira conclusão torna-se evidente por si própria.

Se, com os meios de produção de que se dispõe, é possível produzir dentro de tolerâncias mais apertadas do que aquelas com que se está produzindo; se o valor dos produtos é tanto maior quanto menores forem os suas tolerâncias: então a produção actual não conduz ao máximo benefício de exploração. Por outro lado, quando os meios de produção não permitem produzir correntemente dentro das tolerâncias fixadas, duas situações se podem apresentar:

- 1) A percentagem de refugo é muito elevada;
- 2) O tempo por unidade produzida é muito elevado.

As duas situações têm de comum ser o custo do produto superior a um dado valor, por intermédio do qual é possível caracterizá-las. Utilizando os nomogramas do parágrafo 1. 2., é possí-

vel verificar até que ponto, qualquer das duas situações, resulta de serem menores, do que as *tolerâncias dos meios de produção*, as tolerâncias do produto.

Embora o máximo benefício—numa fabricação particular—quase nunca corresponda à fabricação mais económica, nem por isso deixa de ser válida e útil a sua consideração, quando se pretenda efectuar a selecção dos meios de produção mais económicos. Parece, portanto, lícito afirmar que, à igualdade de tolerâncias, dos meios de produção e do produto, corresponde o mais baixo custo do produto, fabricado pelo processo tecnológico considerado; a desigualdade, num ou noutro sentido, faz que ele cresça, sendo, no entanto, muito mais desfavorável, ou, até certo ponto, só desfavorável, quando as dos meios sobrelevam as do produto.

A tolerância dos meios de produção, relativa a uma dada característica, é representada, na lei de distribuição que lhe é peculiar, pelo intervalo de variação correspondente a um valor fixado da probabilidade de ocorrência dos indivíduos na população. Ora, entre este intervalo e a tolerância fixada para o produto, não existem somente relações de valor, mas também de posição, as quais, de certo modo, invalidam as conclusões atrás enunciadas. Considerando, por isso, as relações de valor e posição, chega-se às conclusões seguintes:

- 1) Verificando-se a igualdade de valor e posição, o refugo será mínimo;
- 2) Verificando-se a igualdade de valor, mas não de posição, haverá maior refugo do que no caso anterior, e nele predominarão as unidades cujas dimensões se afastam da média, no mesmo sentido em que os valores médios, do intervalo e a das unidades aceitáveis, se afastam um do outro;

- 3) Se a tolerância do produto é maior do que a dos meios de produção e a posição desta é interior àquela, o refugo será mínimo;
- 4) Se a tolerância do produto é ainda maior que a dos meios de produção, mas qualquer dos limites desta ultrapassa um dos limites daquela, haverá maior refugo do que no caso anterior, e nele predominarão as unidades cujas dimensões se afastam da média no mesmo sentido do limite que é ultrapassado;
- 5) Se a tolerância do produto é maior do que a dos meios de produção, qualquer que seja a sua posição relativa, haverá sempre maior ou menor refugo.

As condições de máxima economia obtêm-se quando se trabalha, judiciosamente, de acordo com a alínea 3). Neste caso, se é grande a diferença das tolerâncias, e, se no processo se verifica uma tendência sistemática de alteração da média das amostras — desgaste das ferramentas, empobrecimento progressivo duma solução, etc. — é vantajosa a utilização, no controle estatístico da característica em presença, dos chamados *limites modificados*.

Admitindo que o processo está centrado, de tal forma que a média da produção coincida com a média dos valores dos limites dos indivíduos que satisfazem às especificações, os limites modificados do controle obtêm-se, marcando, para um e outro lado da linha das médias, uma distância igual ao cociente de metade da tolerância, T , por \sqrt{n} , sendo n , como habitualmente, o efectivo da amostra. Para construir o diagrama de controle, partir-se-á portanto da expressão:

$$\bar{X} = \bar{X}' \pm \frac{T}{2\sqrt{n}} \quad (3.3.1.1)$$

O refugo, que deve esperar-se, quando se utiliza o controle estatístico da qualidade, pode determinar-se a partir da média das amplitudes das amostras — desde que a população se distribua de acordo com a lei de Gauss, e a produção esteja regulada por forma a coincidirem as médias das duas tolerâncias — por intermédio do chamado *índice de precisão relativa*, definido como o cociente da tolerância do produto, pela média das amplitudes das amostras. Este índice permite, também, classificar os meios de produção, e os seus autores, Dudding e Jennett, construíram, além do quadro para essa classificação, um nomograma para a determinação do refugo.

3. 3. 2. — O estabelecimento dos diagramas.

Quando vai iniciar-se, pela primeira vez, a fabricação dum dado produto e se pensa controlá-la estatisticamente, raramente se conhece mais que o valor nominal da característica, sob controle, e o máximo e mínimo desvios que, em relação a ele, podem verificar-se nos indivíduos aceitáveis.

Como norma, procurar-se-á realizar os ajustamentos dos dispositivos, por forma a centrar o mais possível o valor da característica, medido nas primeiras unidades produzidas, com o valor médio das especificações. Logo que se atinja esta fase, deverá começar a produção e simultaneamente o controle, utilizando provisoriamente os limites modificados. Depois de se estar de posse de, pelo menos, 10 amostras, que se verificou estarem sob controle, dentro dos limites modificados, deve fazer-se a estimativa dos parâmetros da população e, por intermédio deles, construir os diagramas de controle, em especial o das amplitudes. Se, depois de inscritos os pontos representativos de todas as amostras, se verificar que algum deles cai fora dos limites, devem eliminar-se essas amostras e proceder a novo

cálculo, dos parâmetros da população e dos limites de controle, com as restantes. Agora já pode continuar-se, com mais segurança, o controle com limites modificados, porque, ao mesmo tempo, é possível controlar a dispersão, e das suas indicações inferir quanto à produção de unidades fora das especificações.

Quando já se conhecem os parâmetros da população, ou existem os diagramas de controle dum período anterior, a afinação dos dispositivos deve fazer-se de acordo com uns ou outros.

3. 3. 3. — Diagramas das somas dos desvios.

Sob o ponto de vista estatístico, é igualmente vantajoso, serem as amostras constituídas por 4 ou 5 unidades, podendo ainda utilizarem-se as de 3 sem perda de sensibilidade muito acentuada; raramente se usam as de 6, porque, regra geral, não são melhores que as de 4 ou 5, e são mais trabalhosas de tomar e inscrever. Entre as de 4 e 5 unidades divergem as opiniões quanto à comodidade do seu emprego.

Os partidários das de 4 dizem que, além do trabalho de extracção se reduzir 20 %, a maior sensibilidade que, com o seu uso, se consegue nos diagramas de controle da dispersão, compensa largamente a maior dificuldade do cálculo das médias, que nelas se verifica, em relação às de 5.

Se se evitar que, nos diagramas, seja necessário inscreverem-se as médias, desaparecerão aquelas razões de preferência, passando a adoptar-se somente amostras de 4 unidades, talvez mesmo de 3. Uma primeira solução consiste em inscrever a soma das medidas da característica de cada uma das unidades que constituem as amostras, em substituição da sua média, num diagrama em que a média e os limites sejam multiplicados pelo efectivo das amostras. Os diagramas, que assim se obtêm, possuem a mesma sensibilidade que os das médias; a precisão

com que se faz a inscrição dos pontos, depende da escala que se adoptar e, admitindo que o diagrama das médias foi executado com a menor possível, a mínima que será necessário adoptar para o das somas será exactamente aquela. Sendo, como habitualmente, n o efectivo das amostras, o diagrama será n vezes mais largo que o das médias, o que torna incómoda a sua utilização.

O diagrama das somas dos desvios, obvia a este inconveniente, possuindo, além disso todas as vantagens do das médias.

Seja \bar{X}' a média da população, σ' o seu desvio padrão e t o desvio reduzido, correspondente ao limiar de significância adoptado. A média de qualquer amostra, de efectivo n , pode escrever-se sob a forma:

$$\bar{X} = \bar{X}' \pm t \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} \quad (3.3.3.1)$$

Multiplicando ambos os membros por n , virá:

$$n \bar{X} = n \bar{X}' \pm t \sqrt{n} \sigma' \quad (3.3.3.2)$$

Considere-se agora um valor fixo, \bar{X}_1 , satisfazendo à condição

$$\bar{X}_1 = \bar{X}' - A \quad (3.3.3.3)$$

em que A é uma constante, e sejam $X_1, X_2 \dots X_n$, os valores assumidos pela variável numa amostra; calculando os desvios, em relação àquele valor fixado, virá:

$$X_1 - \bar{X}_1 = d_1$$

$$X_2 - \bar{X}_1 = d_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$X_n - \bar{X}_1 = d_n$$

e

$$S(X) - n \bar{X}_1 = S(d) \quad (3.3.3.4)$$

Multiplicando ambos os membros de (3.3.3.3) por n e substituindo em (3.3.3.4), virá:

$$S(X) = S(d) + n \bar{X}' - n A \quad (3.3.3.5)$$

Como, por definição:

$$S(X) = n \bar{X} \quad (3.3.3.6)$$

substituindo em (3.3.3.2) e identificando com (3.3.3.5) virá finalmente:

$$S(d) = n A \pm t \sqrt{n} \sigma' \quad (3.3.3.7)$$

expressão que permite construir o diagrama de controle da *soma dos desvios* em relação a um padrão, \bar{X}_1 , fixado arbitrariamente.

Para poder utilizar este método, é necessário determinar pela forma habitual, ou conhecer antecipadamente, os parâmetros da população.

Para facilitar as operações, tanto de medida, como de controle, o valor do padrão, \bar{X}_1 , deve fixar-se satisfazendo à condição:

$$3 \sigma' < A < 4 \sigma' \quad (3.3.3.8)$$

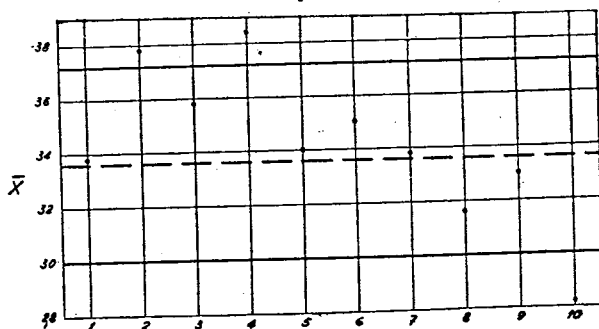


Fig. 3.3.3.1.

A figura 3.3.3.1 representa o diagrama de controle das médias das amostras do quadro 3.3.3.2

Quadro da ocorrência

Número das amostras	X					\bar{X}
	1	2	3	4	5	
1	43	36	35	24	31	33,8
2	36	35	36	41	41	37,8
3	34	38	35	34	38	35,8
4	36	38	39	39	40	38,4
5	36	40	35	26	33	34,0
6	36	35	37	34	33	35,0
7	30	37	33	34	35	33,8
8	28	31	33	33	33	31,6
9	33	30	34	33	35	33,0
10	27	28	29	27	30	28,2

3.3.3.2

Os parâmetros da população são $\bar{X}' = 33,6$ e $\sigma' = 2,67$; como mostra o diagrama, as amostras 2, 4 e 10 estão fora de controle.

Satisfazendo à condição 3.3.3.8 fixou-se o valor $\bar{X}_1 = 23$ e, a partir do quadro 3.3.3.2, construiu-se, o quadro dos desvios 3.3.3.3 e o diagrama de controle 3.3.3.4. Escolhendo convenientemente a escala para a representação dos desvios, os limites dos diagramas são sobreponíveis, o mesmo acontecendo às amostras correspondentes. O diagrama assinala, como fora de controle, exactamente as mesmas amostras, como aliás não podia deixar de acontecer.

Quadro dos desvios

Número das amostras	d					S (d)
	1	2	3	4	5	
1	20	13	12	1	8	54
2	13	12	13	18	18	74
3	11	15	12	11	15	64
4	13	15	16	16	17	77
5	13	17	12	3	10	55
6	13	12	14	11	10	60
7	7	14	10	11	12	54
8	5	8	10	10	10	43
9	10	7	11	10	12	50
10	4	5	6	4	7	26

3.3.3.3.

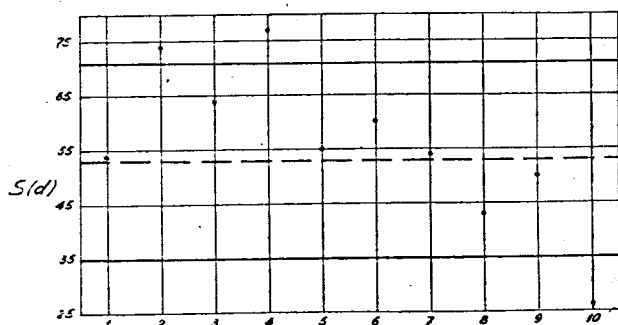


Fig. 3.3.3.4.

Para facilitar o cálculo da expressão $t \sqrt{n} \sigma'$ partindo directamente dos valores determinados, da média do desvio padrão ou da média da amplitude das amostras — por intermédio das quais se faz a primeira caracterização da popula-

ção — condensaram-se na tabela 3.3.3.5 os valores das expressões:

$$F_1 = \sqrt{n} \varepsilon \quad (3.3.3.9)$$

e

$$F_2 = \sqrt{n} \delta \quad (3.3.3.10)$$

Tabela dos factores para o cálculo dos limites dos diagramas das somas dos desvios.

Efectivo das amostras	F_1	F_2
3	2,394	1,023
4	2,506	0,971
5	2,659	0,961

3.3.3.5.

BIBLIOGRAFIA

- Borel, Emile e Robert Deltheil, «*Probabilités, erreurs*» Armand Colin, Paris, 1946.
- Darmois, Georges, «*Statistique et applications*», Armand Colin, Paris, 1946.
- Dumas, M., «*Aspects statistiques des problèmes de tolérances des pièces mécaniques*», SEMMO, Paris, 1951.
- Fisher, R. A., «*Statistical Methods for Research Workers*», Oliver and Boyd, London, 1941.
- Freeman, H. A., «*Industrial Statistics*», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.
- Freund, Jonh E., «*Modern Elementary Statistics*», Prentice-Hall, Inc., New York, 1952.
- Grant, Eugene L., «*Statistical Quality Control*», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1952.
- Guerreiro, Amaro D., «*Manual de Estatística*» Tipografia Matemática, Lda., Lisboa, 1947.
- Hald, A., «*Statistical Theory with Engineering Applications*», Jonh Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.
- Laurent, André G., «*La méthode statistique dans l'industrie*», Presses Universitaires de France, Paris, 1950.
- Levy, H. e L. Roth, «*Elements of Probability*», Oxford University Press, Oxford, 1936.
- Lévy, Paul, «*Calcul des Probabilités*», Gauthier Villars et Cie, Paris, 1925.
- Mendizabal, Pedro, «*El Control de la Calidad*», Madrid, 1951.
- Santos, Mário e M. Zaluar Nunes, «*Elementos de Cálculo de Probabilidades e de Estatística Matemática*», Lisboa, 1933.
- Shewhart, Walter A., «*Statistical Method from the viewpoint of Quality Control*», The Graduate School of the Departament of Agriculture, Washington, 1939.
- Simon, Leslie E., «*An Engineers' Manual of Statistical Methods*», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1941.
- Tippett, L. H. C. «*The Methods of Statistics*», Williams an Norgate, Ltd., London, 1941.
- Vessereau, André, «*La statistique*», Presses Universitaires de France, Paris, 1950.

ÍNDICE

O controle na produção.

1. 1. — Considerações gerais	11
1. 2. — Extensão do controle	17
1. 3. — Controle estatístico	25

A estatística na produção.

2. 1. — Fundamentos

2. 1. 1. — Permanência estatística.	29
2. 1. 2. — Amostra e população	30
2. 1. 3. — Leis de distribuição.	32

2. 2. — Método

2. 2. 1. — Recolha e apresentação dos dados.	33
2. 2. 2. — Determinação dos parâmetros	34
2. 2. 3. — Ensaios de significância.	35

2. 3. — Controle estatístico

2. 3. 1. — Estabilidade e causas determinantes	36
2. 3. 2. — Aspecto económico dos lineares de significância.	38
2. 3. 3. — A distribuição das médias	39

A técnica do controle estatístico por variáveis.

3. 1. — Caracterização da população

3. 1. 1. — Considerações gerais	43
3. 1. 2. — Recolha das amostras	44
3. 1. 3. — Parâmetros da amostra.	47
3. 1. 4. — A estimativa dos parâmetros da população.	48

3. 2. — Ensaios de significância

3. 2. 1. — Procedimento	50
3. 2. 2. — Limites	53
3. 2. 3. — Diagramas de controle	55
3. 2. 4. — As seqüências	63

3. 3. — Alguns aspectos práticos

3. 3. 1. — As tolerâncias do produto e dos meios de produção.	64
3. 3. 2. — O estabelecimento dos diagramas	68
3. 3. 3. — Diagramas das somas dos desvios.	69

Bibliografia	75
------------------------	----